



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΥΠΟΦΕΡΟΥΣΩΝ ΚΑΙ
ΙΣΧΥΟΣ ΕΚΠΟΜΠΗΣ ΣΕ ΑΣΥΡΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΑ
ΤΕΤΑΡΤΗΣ ΓΕΝΙΑΣ ΜΕΣΩ ΘΕΩΡΙΑΣ
ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΙΩΑΝΝΗ Π. ΖΗΡΑ

Επιβλέπων: Συμεών Παπαβασιλείου
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Φεβρουάριος 2015



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΥΠΟΦΕΡΟΥΣΩΝ ΚΑΙ ΙΣΧΥΟΣ
ΕΚΠΟΜΠΗΣ ΣΕ ΑΣΥΡΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΑ ΤΕΤΑΡΤΗΣ ΓΕΝΙΑΣ ΜΕΣΩ
ΘΕΩΡΙΑΣ ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΙΩΑΝΝΗ Π. ΖΗΡΑ

Επιβλέπων: Συμεών Παπαβασιλείου
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την .

.....

Συμεών Παπαβασιλείου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Ευστάθιος Συκάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Μιχαήλ Θεολόγου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2015

.....
ΙΩΑΝΝΗΣ Π. ΖΗΡΑΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

© 2015 – Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα υμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι η μελέτη και η ανάλυση ενός αλγορίθμου βέλτιστης κατανομής υποφερουσών και ισχύος στη ζεύξη ανόδου SC/FDMA ασύρματων δικτύων, με στόχο τη μεγιστοποίηση της ευχαρίστησης όλων των χρηστών.

Προς επίτευξην αυτού του στόχου γίνεται χρήση της θεωρίας διαπραγμάτευσης, που επιτρέπει στους χρήστες του δικτύου να προτείνουν διαδοχικά κατανομές των πόρων του δικτύου, μέχρι να συμφωνήσουν όλοι μετά από έναν αριθμό διαπραγματεύσεων στη βέλτιστη κατανομή. Το κριτήριο με το οποίο μια κατανομή κρίνεται βέλτιστη είναι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης ευχαρίστησης που αντιστοιχεί σε κάθε χρήστη και η οποία αντιπροσωπεύει το βαθμό ευχαρίστησης του από τη χρήση του δικτύου και της υπηρεσίας την οποία χρησιμοποιεί. Πρώτα αναλύεται το θεωρητικό υπόβαθρο που είναι απαραίτητο για την κατανόηση της διαδικασίας και έπειτα γίνεται παρουσίαση του αλγορίθμου κατανομής. Τέλος γίνεται μελέτη του εν λόγω αλγορίθμου μέσω προσομοίωσης και δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων που μπορούν να προκύψουν από αυτά, σχετικά με την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου και τις δυνατότητες που προσφέρει στον διαχειριστή ενός σύγχρονου ασύρματου δικτύου.

Λέξεις κλειδιά: δίκτυα τέταρτης γενιάς, SC/FDMA, κατανομή πόρων, διαπραγμάτευση.

Abstract

The purpose of this thesis is the study and analysis of an algorithm for optimal subcarrier and power allocation at an SC/FDMA wireless network uplink, aiming at the maximization of pleasure of all users.

To achieve this goal, the concept of bargaining theory, which allows users to successively propose allocations of network resources until the optimal allocation is agreed upon after a number of negotiations, is used. The criterion by which an allocation is considered optimal is the maximization of a utility function corresponding to each user, which represents the degree of his satisfaction from using the network and the service. At first, the theoretical background necessary for understanding the process, is analyzed and then the allocation algorithm is presented. Finally, the algorithm is studied through simulations and particular emphasis is given on the results and conclusions that can be derived from them, regarding the effectiveness of the algorithm and the possibilities it offers to the administrator of a modern wireless network.

Keywords: 4G networks, SC/FDMA, resource allocation, bargaining.

Ευχαριστίες

Θέλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ.Συμεών Παπαβασιλείου για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση αυτού του θέματος, την μεταδιδάκτορα Ειρήνη- Ελένη Τσιροπούλου για την καθοδήγηση της καθόλη τη διάρκεια της εκπόνησης και συγγραφής αυτής της εργασίας και την Έλενα Στάη για την μικρή αλλά πολύτιμη βοήθεια της.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

<i>Πίνακας Σχημάτων – Πινάκων</i>	15
1 Εισαγωγή	17
1.1 <i>Ιστορική αναδρομή κινητών τηλεπικοινωνιών</i>	17
1.1.1 <i>Δίκτυα πρώτης γενιάς (1G)</i>	17
1.1.2 <i>Δίκτυα δεύτερης γενιάς (2G)</i>	17
1.1.3 <i>Δίκτυα τρίτης γενιάς (3G)</i>	18
1.1.4 <i>Δίκτυα Τέταρτης Γενιάς (4G)</i>	18
1.2 <i>Προβλήματα στη μετάδοση κυψελωτών σημάτων</i>	20
1.2.1 <i>Εξασθένηση</i>	21
1.2.2 <i>Σκίαση</i>	21
1.2.3 <i>Φαινόμενο Doppler</i>	21
1.2.4 <i>Διασυμβολική παρεμβολή</i>	22
1.2.5 <i>Ταχείες διαλείψεις</i>	22
1.2.6 <i>Ομοδιαυλική παρεμβολή</i>	22
1.2.7 <i>Παρεμβολή γειτονικών διαύλων</i>	22
1.2.8 <i>Θόρυβος</i>	23
1.3 <i>Πολυπλεξία ορθογωνικής διαίρεσης συχνότητας (OFDM)</i>	23
1.3.1 <i>Σχηματικό διάγραμμα συστήματος OFDM</i>	24
1.3.2 <i>Πρόθεμα κυκλικής επέκτασης</i>	24
1.3.3 <i>Μειονεκτήματα OFDM</i>	25
1.4 <i>Ισοστάθμιση απλού φέροντος στο πεδίο συχνότητων (SC-FDE)</i>	25
1.4.1 <i>Πλεονεκτήματα του SC/FDE έναντι του OFDM</i>	26
1.5 <i>Πολλαπλή πρόσβαση ορθογωνικής διαίρεσης συχνότητας (OFDMA)</i>	27
2 Πολλαπλή πρόσβαση διαίρεσης συχνότητας απλού φέροντος (SC/FDMA)	29
2.1 <i>Χαρτογράφηση υποφερουσών</i>	29
2.2 <i>Μοντέλο συστήματος SC/FDMA</i>	30
2.3 <i>Σύμβολα στο πεδίο του χρόνου</i>	32
2.4 <i>Σύγκριση SC/FDMA και OFDMA</i>	33

2.5	Πρόβλημα ισχύος κορυφής	35
2.5.1	Ευαισθησία στη μη γραμμική ενίσχυση	35
2.5.2	Λόγος κορυφής-προς-μέσης ισχύος (PAPR)	35
3	Θεωρία Διαπραγμάτευσης.....	37
3.1	Θεωρία παιγνίων	37
3.1.1	Βασικές έννοιες	37
3.1.2	Κατηγοριοποίηση παιγνίων	38
3.1.3	Διαπραγμάτευση	39
3.2	Επίλυση παιγνίων	39
3.2.1	Κυρίαρχες και κυριαρχούμενες στρατηγικές	39
3.2.2	Ισορροπία κατά Nash	41
3.2.3	Μεικτές στρατηγικές	42
3.2.4	Τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων	42
3.3	Μοντέλο διαπραγμάτευσης Rubinstein	43
3.4	Μοντέλο διαπραγμάτευσης Rubinstein για N παίκτες	46
4	Διαπραγμάτευση με διαφορετικούς συντελεστές έκπτωσης.....	51
4.1	Σημείο ισορροπίας κατά Nash	51
4.2	Περίπτωση με $N=2$ παίκτες	53
4.3	Περίπτωση με $N=3$ παίκτες	55
5	Κατανομή πόρων σε σύστημα SC/FDMA	61
5.1	Σχηματισμός παιγνίου κατανομής πόρων	61
5.2	Αλγόριθμος κατανομής υποφερουσών και ισχύος	63
5.2.1	Κατανομή υποφερουσών	64
5.2.2	Χαρτογράφηση υποφερουσών	65
5.2.3	Εύρεση βέλτιστης ισχύος	65
5.2.4	Επανάληψη διαδικασίας	67
6	Αποτελέσματα προσομοιώσεων	69
6.1	Σύστημα	69
6.2	Βελτιστοποίηση ισχύος.....	70
6.2.1	Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις	83

6.3	Μέγιστη χωρητικότητα συστήματος.....	84
6.4	Προσεγγιστικός τύπος αριθμού υποφερουσών	89
	Βιβλιογραφία.....	97

Πίνακας Σχημάτων – Πινάκων

Πίνακας 1.1: Σύγκριση των συστημάτων 4 ^{ης} γενιάς.....	20
Εικόνα 1.1: Σχηματικό διάγραμμα συστήματος OFDM.....	24
Εικόνα 1.2: Σχηματικά διαγράμματα SC/FDE και OFDM.....	26
Εικόνα 1.3: Κατανομή υποφερουσών στο OFDMA.....	27
Εικόνα 1.4: Σχηματικό διάγραμμα OFDMA.....	28
Εικόνα 2.1: Μέθοδοι χαρτογράφησης στο SC/FDMA.....	30
Εικόνα 2.2: Σχηματικό διάγραμμα SC/FDMA.....	31
Εικόνα 2.3: Μετάδοση στο πεδίο του χρόνου.....	33
Εικόνα 2.4: Μετάδοση OFDMA και SC/FDMA στα πεδία χρόνου και συχνότητας..	34
Εικόνα 2.5: Θεωρητική σχέση PAPR και απόδοσης ισχύος.....	36
Πίνακας 3.1: Παίγνιο δύο παιχτών με αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές.....	40
Πίνακας 3.2: Παίγνιο δύο παιχτών με ισορροπία κατά Nash.....	41
Πίνακας 3.3: Μοντέλο διαπραγμάτευσης Rubinstein.....	44
Πίνακας 3.4: Αριθμητικά παραδείγματα σημείου ισορροπίας Rubinstein 2 παιχτών.	46
Εικόνα 3.1: Δενδρική μορφή του μοντέλου της Herrero.....	47
Πίνακας 3.5: Αριθμητικά παραδείγματα για διαπραγμάτευση 3 παιχτών.....	58
Πίνακας 3.6: Αριθμητικά παραδείγματα για διαπραγμάτευση 5 παιχτών.....	49
Πίνακας 4.1: Αλγόριθμος υπολογισμού διανύσματος ισορροπίας.....	53
Πίνακας 4.2: Αριθμητικά παραδείγματα διαπραγμάτευσης 2 παιχτών.....	55
Πίνακας 4.3: Αριθμητικά παραδείγματα διαπραγμάτευσης 3 παιχτών.....	58
Εικόνα 6.1: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 1.....	71
Εικόνα 6.2: Συνολική ισχύς – Σενάριο 1.....	71
Εικόνα 6.3: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 1.....	72
Εικόνα 6.4: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 2.....	73
Εικόνα 6.5: Συνολική ισχύς – Σενάριο 2.....	73
Εικόνα 6.6: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 2.....	74
Εικόνα 6.7: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 3.....	75
Εικόνα 6.8: Συνολική ισχύς – Σενάριο 3.....	75
Εικόνα 6.9: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 3.....	76
Εικόνα 6.10: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 4.....	77
Εικόνα 6.11: Συνολική ισχύς – Σενάριο 4.....	78

Εικόνα 6.12: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 4.....	78
Εικόνα 6.13: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 5.....	79
Εικόνα 6.14: Συνολική ισχύς – Σενάριο 5.....	80
Εικόνα 6.15: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 5.....	80
Εικόνα 6.16: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 6.....	81
Εικόνα 6.17: Συνολική ισχύς – Σενάριο 6.....	82
Εικόνα 6.18: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 6.....	82
Εικόνα 6.19: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 7.....	85
Εικόνα 6.20: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 7.....	85
Εικόνα 6.21: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 8.....	86
Εικόνα 6.22: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 8.....	87
Εικόνα 6.23: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 9.....	88
Εικόνα 6.24: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 9.....	88
Πίνακας 6.1: Αριθμός υποφερουσών (Αλγόριθμος).....	90
Εικόνα 6.25: Γραφική παράσταση συνάρτησης αριθμού υποφερουσών.....	91
Πίνακας 6.2: Αριθμός υποφερουσών (Συνάρτηση).....	92
Πίνακας 6.3: Σφάλματα Συνάρτησης – Αλγόριθμου.....	93
Πίνακας 6.3 (Συνέχεια).....	94
Πίνακας 6.4: Αποτελέσματα τυχαίων εισόδων.....	95

1 *Εισαγωγή*

Οι ασύρματες κινητές τηλεπικοινωνίες έφεραν επανάσταση στον τρόπο επικοινωνίας των ανθρώπων, επιτρέποντας τους να έχουν πρόσβαση σε άλλους χρήστες και σε υπηρεσίες, οποιαδήποτε ώρα και από οποιοδήποτε μέρος. Μέσα σε μόλις τρεις δεκαετίες τα κινητά τηλέφωνα μετατράπηκαν από απλές τηλεφωνικές συσκευές σε πολυεργαλεία, ενσωματωμένα με εφαρμογές που καλύπτουν πλήθος αναγκών και απαιτήσεων, όπως φωτογραφικές μηχανές, δικτυακούς περιηγητές, επεξεργαστές κειμένου και παιχνίδια. Η εξέλιξη των κινητών τηλεπικοινωνιών έχει φτάσει αισίως στην τέταρτη γενιά της (4G), η οποία καλείται να προσφέρει ακόμα μεγαλύτερο εύρος υπηρεσιών, σε ακόμα γρηγορότερες ταχύτητες.

1.1 Ιστορική αναδρομή κινητών τηλεπικοινωνιών

1.1.1 Δίκτυα πρώτης γενιάς (1G)

Το 1980 άρχισε η εποχή των κινητών τηλεπικοινωνιών, με την πρώτη γενιά ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, τα οποία χρησιμοποιούσαν αναλογική μετάδοση ομιλίας. Τα γνωστότερα αναλογικά συστήματα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν το NMT (Nordic Mobile Telephones – Σκανδιναβική Κινητή Τηλεφωνία) και το TACS (Total Access Communications System – Σύστημα Επικοινωνιών Ολικής Πρόσβασης) στην Ευρώπη, και το AMPS (Advanced Mobile Phone Service – Προηγμένη Υπηρεσία Κινητής Τηλεφωνίας) στην Αμερική. Κύριο μειονέκτημα της πρώτης αυτής γενιάς ήταν η αδυναμία διαλειτουργίας μεταξύ διαφορετικών χωρών.

1.1.2 Δίκτυα δεύτερης γενιάς (2G)

Στο τέλος της δεκαετίας του 1980 εμφανίστηκαν τα συστήματα δεύτερης γενιάς, τα οποία εκτός από υπηρεσίες φωνής υποστήριζαν και υπηρεσίες δεδομένων χαμηλού ρυθμού. Σε σχέση με τα δίκτυα πρώτης γενιάς, τα νέα συστήματα χρησιμοποιούσαν ψηφιακή μετάδοση σήματος, επιτυγχάνοντας έτσι καλύτερη χρησιμοποίηση του φάσματος, καλύτερες υπηρεσίες δεδομένων και πιο σύνθετη περιαγωγή (roaming). Το κύριο πρότυπο που περιγράφει τις τεχνολογίες δεύτερης γενιάς ονομάζεται GSM

(Global System for Mobile communications – Παγκόσμιο Σύστημα Κινητών Επικοινωνιών) και ιδρύθηκε από το Ευρωπαϊκό Ινστιτούτο Τηλεπικοινωνιακών Προτύπων (European Telecommunications Standards Institute). Αρχικά σχεδιασμένο για να περιγράψει ένα αμφίδρομο, ψηφιακό κύκλωμα μεταγωγής φωνής, επεκτάθηκε στη συνέχεια ώστε να περιλαμβάνει και υπηρεσίες προστιθέμενης αξίας (Value Added Service – VAS), βραχέων μηνυμάτων (Short Message Service – SMS), καθώς και τεχνολογίες μεταγωγής πακέτου μέσω γενικής πακετικής ραδιοϋπηρεσίας (General Packet Radio Services – GPRS).

1.1.3 Δίκτυα τρίτης γενιάς (3G)

Ένα από τα κύρια μειονεκτήματα της δεύτερης γενιάς ήταν το γεγονός πως τα πρότυπα ανάπτυξης δικτύων ήταν διαφορετικά στα διαφορετικά μέρη του κόσμου. Για αυτό το λόγο αποφασίστηκε η ύπαρξη ενός δικτύου που θα παρείχε υπηρεσίες ανεξάρτητα από την τεχνολογική πλατφόρμα και τα πρότυπα σχεδιασμού του θα ήταν ίδια παγκοσμίως. Έτσι γεννήθηκε το 3G, με απαιτήσεις καθορισμένες από τη Διεθνή Ένωση Τηλεπικοινωνιών (International Telecommunications Union – ITU). Τα κύρια πρότυπα του 3G είναι το UMTS (Universal Mobile Telecommunications System – Παγκόσμιο Σύστημα Κινητών Τηλεπικοινωνιών) για την Ευρώπη και το CDMA2000 (Code Division Multiple Access – Πολλαπλή Πρόσβαση Διαίρεσης Κώδικα) για την Αμερική, που δημιουργήθηκαν από το 3GPP (3rd Generation Partnership Program – Εταιρισμικό Έργο 3^{ης} Γενιάς). Τα δίκτυα τρίτης γενιάς παρέχουν στους χρήστες μεγαλύτερο εύρος, πιο σύνθετων υπηρεσιών, ενώ ταυτόχρονα επιτυγχάνουν μεγαλύτερη χωρητικότητα συστήματος μέσω βελτιωμένης χρησιμοποίησης του φάσματος. Οι ταχύτητες αναβαθμίστηκαν προσφέροντας ρυθμούς μέχρι 56Mbps στην κάτω ζεύξη και 22Mbps στην άνω ζεύξη.

1.1.4 Δίκτυα Τέταρτης Γενιάς (4G)

Το 2008 ο Τομέας Ραδιοεπικοινωνιών της Διεθνούς Ένωσης Τηλεπικοινωνιών (International Telecommunications Union Radiocommunication Sector – ITU-R) όρισε τις απαιτήσεις για τα δίκτυα 4ης γενιάς, με την ονομασία IMT-Advanced (International Mobile Telecommunications – Διεθνείς Κινητές Τηλεπικοινωνίες). Οι πρώτες τεχνολογίες 4G που βγήκαν στην αγορά ήταν το Wi-Max και το LTE (Long Term Evolution – Μακροχρόνια Εξέλιξη), τα οποία αν και δεν τηρούσαν τις απαραίτητες προδιαγραφές, εντάσσονται σε αυτό αφού αποτελούν πρόδρομο του. Οι αντίστοιχες,

συμβατές με το IMT-Advanced, εκδόσεις των παραπάνω τεχνολογιών είναι το Wire-lessMAN-Advanced και το LTE-Advanced. Τα δύο αυτά πρότυπα δεν υποστηρίζουν παραδοσιακές υπηρεσίες τηλεφωνίας με μεταγωγή κυκλώματος, αλλά επικοινωνίες βασισμένες στο Πρωτόκολλο Ίντερνετ (Internet Protocol – IP).

Πιο συγκεκριμένα, το LTE προτάθηκε αρχικά το 2004, με τις μελέτες για το πρότυπο να ξεκινούν επίσημα το 2005, και είχε ως στόχο την αύξηση της χωρητικότητας και της ταχύτητας των ασύρματων δικτύων, χρησιμοποιώντας νέες τεχνικές επεξεργασίας ψηφιακού σήματος. Τα LTE συστήματα αποτελούνται από κυψέλες διαφόρων μεγεθών, σε κάθε μία από τις οποίες εκχωρείται φάσμα έως 5KHz, και οι οποίες υποστηρίζουν τουλάχιστον 200 χρήστες. Οι ταχύτητες φτάνουν τα 100Mbps στη ζεύξη καθόδου και τα 50Mbps στη ζεύξη ανόδου όταν γίνεται χρήση ενός καναλιού 20MHz, ενώ τεχνολογίες πολλαπλών κεραιών μετάδοσης μπορούν να αυξήσουν τα παραπάνω νούμερα σε 300Mbps και 75Mbps αντίστοιχα. Χρήστες υψηλής κινητικότητας υποστηρίζονται με υψηλή απόδοση και χαμηλή καθυστέρηση. Στην κάτω ζεύξη μετάδοσης γίνεται χρήση ορθογωνικής πολυπλεξίας διαίρεσης συχνότητας (Orthogonal Frequency Division Multiplex – OFDM) ενώ στην άνω πολλαπλής πρόσβασης διαίρεσης συχνότητας απλού φέροντος (Single Carrier Frequency Division Multiple Access – SC-FDMA). Η εταιρη τεχνολογία ασύρματης δικτύωσης τέταρτης γενιάς, το Wi-Max εμφανίστηκε το 2006 και υποστήριζε σταθερούς και κινητούς χρήστες. Ο τρόπος λειτουργίας του είναι παρόμοιος με αυτόν του Wi-Fi, επιτρέποντας όμως πολύ μεγαλύτερη εμβέλεια, που αγγίζει τα 35 χιλιόμετρα. Οι ταχύτητες αγγίζουν τα 128Mbps και 56Mbps στις ζεύξεις καθόδου και ανόδου αντίστοιχα. Ως τεχνική πολυπλεξίας χρησιμοποιείται το OFDM ενώ ως τεχνική πολλαπλής πρόσβασης η πολλαπλή πρόσβαση ορθογωνικής διαίρεσης συχνότητας (Orthogonal Frequency Division Multiple Access – OFDMA). Στον Πίνακα 1.1 φαίνονται συγκριτικά τα κύρια στοιχεία των δύο συστημάτων.

	3GPP LTE	IEEE 802.16e Wi-MAX
Εύρος Ζώνης Καναλιού	1.4, 3, 5, 10, 15 και 20 MHz	5, 7, 8.75, 10 και 20 MHz
Τεχνολογία Πολυπλεξίας (downlink)	OFDM	OFDM
Τεχνολογία Πολλαπλής Πρόσβασης (uplink)	SC-FDMA	OFDMA
Αμφιδρόμηση	FDD και TDD	TDD
Αριθμός subcarriers σε κανάλι 5 MHz	512	512
Κενό μεταξύ δύο γειτονικών subcarriers	15 kHz	10.94 kHz
Ταχύτητες σε κανάλι εύρους ζώνης 20 MHz	downlink : 100 Mbit/s uplink : 50 Mbit/s	downlink : 128 Mbit/s uplink : 56 Mbit/s

Πίνακας 1.1 : Σύγκριση των συστημάτων 4^{ης} γενιάς

1.2 Προβλήματα στη μετάδοση κυψελωτών σημάτων

Σκοπός αυτής της ενότητας είναι η περιγραφή των κύριων προβλημάτων που εμφανίζονται κατά τη μετάδοση κυψελωτών σημάτων και τα οποία μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με το φαινόμενο που τις προκαλεί:

- Προβλήματα που οφείλονται στους φυσικούς νόμους που διέπουν τη μετάδοση από τον πομπό στον δέκτη.
- Προβλήματα που οφείλονται στην παρουσία εξωτερικών σημάτων στην κεραία εκπομπής.

- Προβλήματα που οφείλονται στις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά του εξοπλισμού που χρησιμοποιείται στον πομπό και στον δέκτη.

1.2.1 Εξασθένηση

Εξασθένηση ονομάζεται η σταδιακή μείωση της έντασης ενός σήματος όταν μεταδίδεται σε κάποιο μέσο. Όταν ενέργεια ακτινοβολείται ομοιόμορφα στον ελεύθερο χώρο από σημειακή πηγή, και επειδή η επιφάνεια μιας σφαίρας είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ακτίνας της, η ένταση της ακτινοβολίας που περνάει από ένα σημείο, είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης του από τον πομπό. Σε επίγεια σήματα η σχέση αντίστροφης αναλογίας παραμένει, αλλά διάφοροι περιβαλλοντικοί παραγόντες οδηγούν σε εκθέτη διάδοσης μεγαλύτερο του 2. Έτσι η ληφθείσα από την κεραία λήψης ενέργεια δίνεται από τον τύπο:

$$E_r = E_t \cdot \frac{1}{d^a}$$

Όπου E_r η ενέργεια που λαμβάνει η κεραία λήψης, E_t η ενέργεια που εκπέμπει μια κατευθυντική κεραία εκπομπής, d η απόσταση των δύο κεραιών και a ο εκθέτης διάδοσης, που στα περισσότερα κυβελωτά συστήματα παίρνει τιμές: $3.5 \leq a \leq 4.5$.

1.2.2 Σκίαση

Σκίαση ονομάζεται το φαινόμενο, το οποίο εξηγεί τη διαφορά στην ισχύ που λαμβάνουν σημεία ισαπέχοντα από τον πομπό, και οφείλεται στην διαφορετική αταξία που υπάρχει σε διαφορετικά σημεία στο περιβάλλον διάδοσης. Η σκίαση περιγράφεται και με τον όρο αργές διαλείψεις μιας και οι επιπτώσεις της αλλάζουν σταδιακά καθώς ένα τερματικό κινείται, με σημαντική συσχέτιση ακόμα και σε αποστάσεις δεκάδων μέτρων.

1.2.3 Φαινόμενο Doppler

Όταν ο πομπός ή ο δέκτης βρίσκονται σε κίνηση, η σχετική κίνηση μεταξύ τους οδηγεί στη μεταβολή της συχνότητας του λαμβανόμενου σήματος σε σχέση με αυτήν του σήματος εκπομπής. Η διαφορά μεταξύ των δύο συχνοτήτων ονομάζεται ολίσθηση Doppler, συμβολίζεται ως f_d και είναι ανάλογη της ποσότητας $\frac{v}{\lambda}$, όπου v είναι η σχετική ταχύτητα πομπού και δέκτη, και λ το μήκος κύματος του ραδιοσήματος.

1.2.4 Διασυμβολική παρεμβολή

Η διασυμβολική παρεμβολή είναι μια μορφή παραμόρφωσης σήματος, στην οποία ένα σύμβολο παρεμβάλλεται σε επόμενα, και οφείλεται κυρίως στη διάδοση πολλαπλών διαδρομών. Ένα σήμα φτάνει στο δέκτη μέσω πολλαπλών διαδρομών εξαιτίας ανακλάσεων στο έδαφος και σε φυσικά ή τεχνητά εμπόδια. Το μήκος αυτών των διαδρομών μπορεί να είναι διαφορετικό και για αυτό διαφορετικές εκδόσεις του σήματος φτάνουν στον δέκτη σε διαφορετικούς χρόνους. Λόγω αυτών των καθυστερήσεων είναι δυνατόν μέρος ενός συμβόλου να απλωθεί σε επόμενα σύμβολα κάνοντας τον εντοπισμό τους δυσκολότερο.

1.2.5 Ταχείες διαλείψεις

Ταχείες διαλείψεις ονομάζονται οι διακυμάνσεις που εμφανίζονται στην ισχύ των σημάτων που λαμβάνονται από έναν σταθμό βάσης και οφείλονται στις σκεδάσεις και στην διάδοση πολλαπλών διαδρομών. Η επιρροή τους στα κυψελωτά σήματα εξαρτάται από τη σχέση που έχει το εύρος ζώνης του σήματος με τη χρονική διασπορά των καθυστερήσεων διάδοσης λόγω πολλαπλών διαδρομών. Όταν το αντίστροφο του εύρους ζώνης του σήματος είναι πολύ μεγαλύτερο από τη χρονική διασπορά των καθυστερήσεων, ο διάυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις (flat fading). Σε αυτήν την περίπτωση όλες οι συχνότητες του μεταδιδόμενου σήματος υφίστανται την ίδια τυχαία εξασθένηση. Όταν η διασπορά των καθυστερήσεων είναι μεγάλη σε σύγκριση με το αντίστροφο του εύρους ζώνης του σήματος, οι συνιστώσες συχνότητας του σήματος υφίστανται διαφορετικές καθυστερήσεις φάσης κατά μήκος των διάφορων διαδρομών και οι διάυλοι εμφανίζουν διαλείψεις επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα (frequency selective fading).

1.2.6 Ομοδιαυλική παρεμβολή

Η ομοδιαυλική παρεμβολή εμφανίζεται μεταξύ κυψελών που χρησιμοποιούν την ίδια ομάδα συχνοτήτων. Αυτό γίνεται με στόχο την καλύτερη εκμετάλλευση του φάσματος που διατίθεται σε μια περιοχή εξυπηρέτησης.

1.2.7 Παρεμβολή γειτονικών διαύλων

Η παρεμβολή γειτονικών διαύλων εμφανίζεται σε όλα τα κυψελωτά συστήματα. Παρόλο που ένα σήμα έχει ονομαστικό εύρος ζώνης που καθορίζει τις διαφορές στις

φέρουσες συχνότητες διαφορετικών σημάτων, απαραίτητα έχει ενέργεια και σε συχνότητες έξω από το ονομαστικό εύρος ζώνης.

1.2.8 Θόρυβος

Σε ένα τηλεπικοινωνιακό κανάλι, ο θόρυβος μπορεί να προέρχεται είτε από ηλεκτρονικές συσκευές που δημιουργούν παρεμβολές, είτε από τη θερμική δραστηριότητα της ατμόσφαιρας.

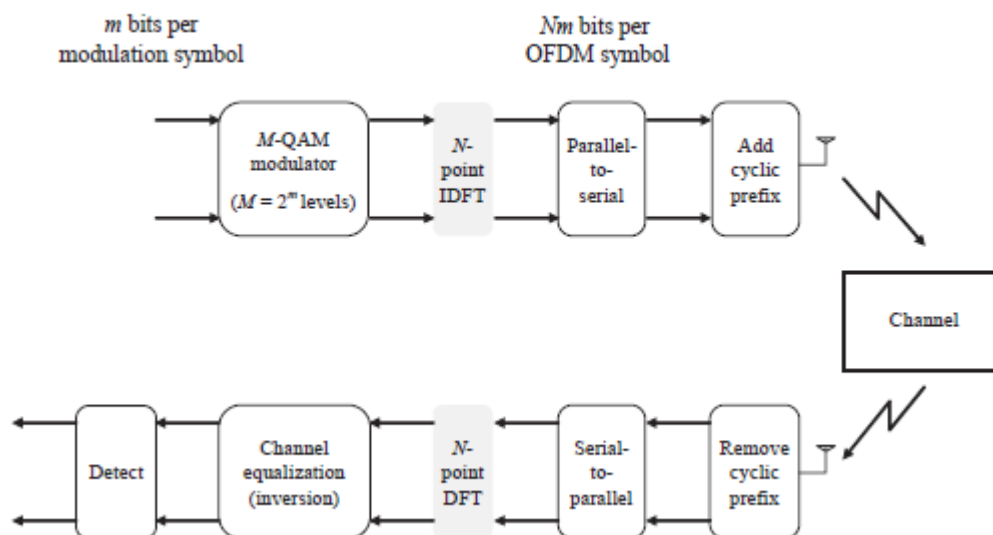
1.3 Πολυπλεξία ορθογωνικής διαίρεσης συχνότητας

(OFDM)

Σε ένα σειριακό σύστημα δεδομένων, τα σύμβολα μεταδίδονται σειριακά ένα ένα, με το φάσμα συχνοτήτων κάθε συμβόλου να καταλαμβάνει ολόκληρο το εύρος ζώνης. Μια υψηλού ρυθμού μετάδοση προϋποθέτει μικρή διάρκεια συμβόλου, που οδηγεί σε μεγάλο φάσμα στο διαμορφωμένο σύμβολο. Υπάρχουν πολλές πιθανότητες, λόγω των επιλεκτικών ως προς τις συχνότητα καναλιών, να υπάρχει έντονη διασυμβολική παρεμβολή. Η κεντρική ιδέα του OFDM είναι να γίνεται μετάδοση των δεδομένων ταυτόχρονα, σε πολλά υποκανάλια στενής ζώνης, με το κάθε κανάλι να αντιστοιχεί σε διαφορετική φέρουσα. Για δεδομένο συνολικό ρυθμό δεδομένων, όσο αυξάνονται οι υποφέρουσες τόσο μειώνεται ο ρυθμός δεδομένων για κάθε υποφέρουσα και άρα αυξάνεται η διάρκεια συμβόλου. Ο χαμηλός ρυθμός δεδομένων και η μεγάλη διάρκεια συμβόλου σε κάθε υποκανάλι μειώνουν δραστικά τις επιπτώσεις της διασυμβολικής παρεμβολής. Έτσι το άθροισμα των ρυθμών όλων των υπο-καναλιών δίνει τον συνολικό επιθυμητό ρυθμό μετάδοσης, με δραστικά όμως μειωμένη την παραμόρφωση λόγω διασυμβολικής παρεμβολής. Το μειονέκτημα είναι πως δημιουργούνται προβλήματα αποτελεσματικής χρησιμοποίησης του εύρους ζώνης. Το OFDM παρόλα αυτά αντιμετωπίζει αυτά τα προβλήματα χρησιμοποιώντας ορθογωνικές υποφέρουσες, επιτρέποντας την επικάλυψη γειτονικών υποκαναλιών χωρίς παρεμβολές. Οι κύριες τεχνικές επεξεργασίας που χρησιμοποιούνται στο OFDM είναι ο γρήγορος μετασχηματισμός fourier (Fast Fourier Transformation - FFT) και ο αντίστροφος γρήγορος μετασχηματισμός fourier (Inverse Fast Fourier Transformation – IFFT).

1.3.1 Σχηματικό διάγραμμα συστήματος OFDM

Στην εικόνα 1.1 φαίνεται ένα κλασικό σχήμα μετάδοσης OFDM που χρησιμοποιεί γρήγορο μετασχηματισμό Fourier.



Εικόνα 1.1: Σχηματικό διάγραμμα συστήματος OFDM

Αρχικά η ακολουθία δεδομένων εισόδου μετασχηματίζεται σε μια σειρά διαμορφωμένων συμβόλων με κάποια τεχνική ψηφιακής διαμόρφωσης, όπως BPSK, QPSK και QAM. Τα σύμβολα αυτά παραλληλίζονται σε N διαφορετικές ροές, κάθε μία από τις οποίες διαμορφώνει μια διαφορετική φέρουσα μέσω του IFFT. Στη συνέχεια τα δεδομένα σειριοποιούνται πάλι σχηματίζοντας ένα σύμβολο OFDM που θα διαμορφώσει μια υψηλής συχνότητας φέρουσα πριν τη μετάδοση στο διάυλο, αφού προστεθεί ένα πρόθεμα κυκλικής επέκτασης (cyclic prefix). Στο δέκτη εκτελούνται οι αντίστροφες διαδικασίες: τα δεδομένα κατεβαίνουν στη ζώνη βάσης, αφαιρείται το πρόθεμα κυκλικής επέκτασης και μέσω του FFT ανακτώνται τα μεταδιδόμενα σύμβολα, τα οποία είναι αλλοιωμένα σε σχέση με τα αρχικά λόγω της πολυδιαδρομικής μετάδοσης και τυχόν θορύβου που έχει προστεθεί. Τέλος γίνεται ισοστάθμιση του καναλιού για τη σωστή αναγνώριση των συμβόλων.

1.3.2 Πρόθεμα κυκλικής επέκτασης

Το πρόθεμα κυκλικής επέκτασης προστίθεται στην αρχή κάθε συμβόλου και αποτελείται από τα τελευταία δείγματα του OFDM συμβόλου. Αν η διάρκεια του προθέματος είναι μεγαλύτερη από την καθυστέρηση πολλαπλών διαδρομών, οι

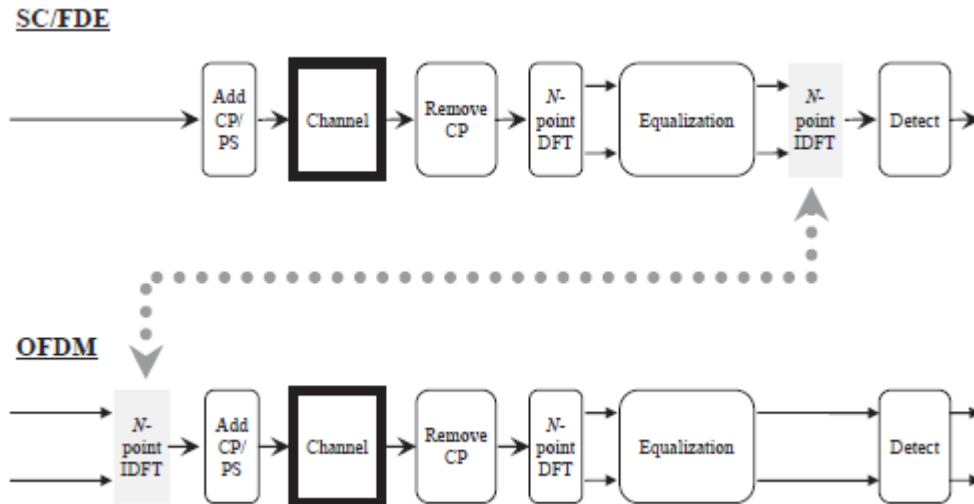
καθυστερημένες εκδόσεις του σήματος καταθάνουν στο «κενό» που δημιουργείται μεταξύ των συμβόλων, προστατεύοντας έτσι το σήμα από διασυμβολική παρεμβολή. Ακόμα, το πρόθεμα κυκλικής επέκτασης διευκολύνει την ισοστάθμιση στο πεδίο της συχνότητας, αφού μετατρέπει τη συνέλιξη που πραγματοποιεί το κανάλι στο σήμα σε κυκλική.

1.3.3 Μειονεκτήματα OFDM

Κλείνουμε την επισκόπηση του OFDM με μια αναφορά των κυριότερων προβλημάτων και δυσκολιών που έχει να αντιμετωπίσει. Αρχικά, υπάρχουν μεγάλες πρακτικές δυσκολίες στην επίτευξη συγχρονισμού σε πραγματικό χρόνο για πλαίσια OFDM. Ακόμα, η τεχνική είναι ευαίσθητη σε μετατοπίσεις συχνότητας που μπορούν να προκαλέσουν παρεμβολή μεταξύ φερουσών. Τέλος, τα OFDM σύμβολα εμφανίζουν υψηλό λόγο κορυφής-προς-μέσης ισχύος (Peak-to-Average Power Ratio – PARP) που τα κάνει ακατάλληλα για τους ενισχυτές, αφού τους οδηγούν στην περιοχή μη γραμμικής λειτουργίας τους, προκαλώντας σοβαρή αλλοίωση του σήματος.

1.4 Ισοστάθμιση απλού φέροντος στο πεδίο συχνοτήτων (SC-FDE)

Ένα σύστημα απολύ φέροντος μεταδίδει μια μόνο διαμορφωμένη φέρουσα με υψηλό ρυθμό συμβόλων. Η γραμμική ισοστάθμιση στο πεδίο της συχνότητας σε ένα τέτοιο σύστημα είναι ανάλογη με τη λειτουργία που εκτελεί ένας γραμμικός ισοσταθμιστής στο πεδίο του χρόνου. Σε κανάλια με υψηλό προφίλ χρονοκαθυστέρησης, η ισοστάθμιση στο πεδίο της συχνότητας είναι υπολογιστικά απλούστερη από την αντίστοιχη στο πεδίο του χρόνου, αφού πραγματοποιείται σε ένα μπλοκ δεδομένων κάθε φορά και οι εργασίες σε αυτό περιλαμβάνουν έναν αποτελεσματικό γρήγορο μετασχηματισμό fourier και μια απλή αντιστροφή καναλιού. Ένα σύστημα απλού φέροντος με ισοστάθμιση στο πεδίο της συχνότητας έχει την ίδια απόδοση και χαμηλή πολυπλοκότητα με ένα σύστημα OFDM. Στην Εικόνα 1.2 φαίνεται το σχηματικό διάγραμμα του συστήματος, μαζί με το αντίστοιχο OFDM σύστημα για σύγκριση.



Εικόνα 1.2: Σχηματικά διαγράμματα SC/FDE και OFDM

Παρατηρούμε ότι τα δύο συστήματα χρησιμοποιούν παρόμοιες λειτουργίες, με την κύρια διαφορά τους να εντοπίζεται στη θέση του μπλοκ του αντίστροφου γρήγορου μετασχηματισμού fourier.

Ο πομπός στο σύστημα SC/FDE μεταδίδει τα διαμορφωμένα σύμβολα σειριακά, αφού τα χωρίσει σε μπλοκ και τους προσθέσει το πρόθεμα κυκλικής επέκτασης, το οποίο έχει την ίδια λειτουργία όπως και στο σύστημα OFDM, να αποτρέψει δηλαδή τη διασυμβολική παρεμβολή και να μετατρέψει τη συνέλιξη σε κυκλική. Ο δέκτης αφού αφαιρεί το πρόθεμα, χρησιμοποιεί μετασχηματισμό fourier για να μετατρέψει το σήμα στο πεδίο της συχνότητας, και εκτελεί την ισοστάθμιση εκεί. Έπειτα ένας αντίστροφος μετασχηματισμός fourier μετατρέπει το σήμα απλού φέροντος πίσω στο πεδίο του χρόνου και ένας ανιχνευτής ανακτά τα αρχικά διαμορφωμένα σύμβολα. Αντίθετα, ένα σύστημα OFDM χρησιμοποιεί διαφορετικό ανιχνευτή για κάθε υποφέρουσα.

1.4.1 Πλεονεκτήματα του SC/FDE έναντι του OFDM

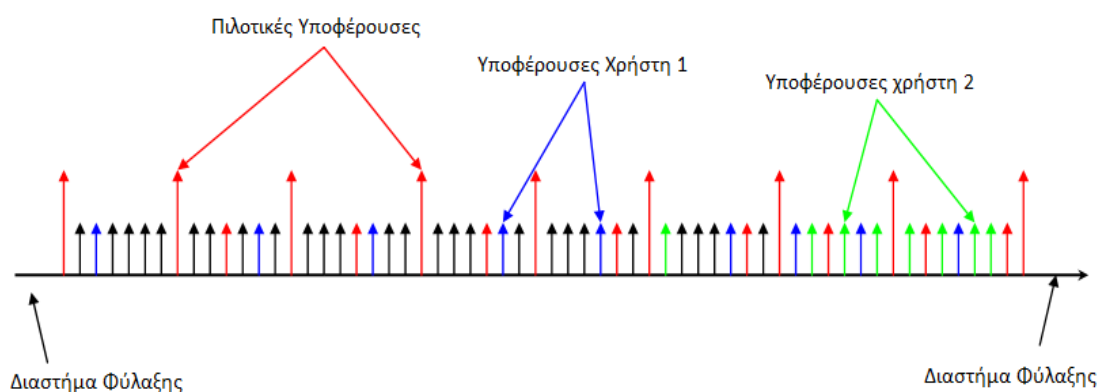
Ένα σύστημα μετάδοσης απλού φέροντος παρουσιάζει τα παρακάτω πλεονεκτήματα σε σύγκριση με ένα σύστημα OFDM:

- Παρουσιάζει χαμηλότερο λόγο κορυφής-προς-μέσης ισχύος (PAPR), επιτρέποντας τη χρήση φθηνότερων ενισχυτών ισχύος.

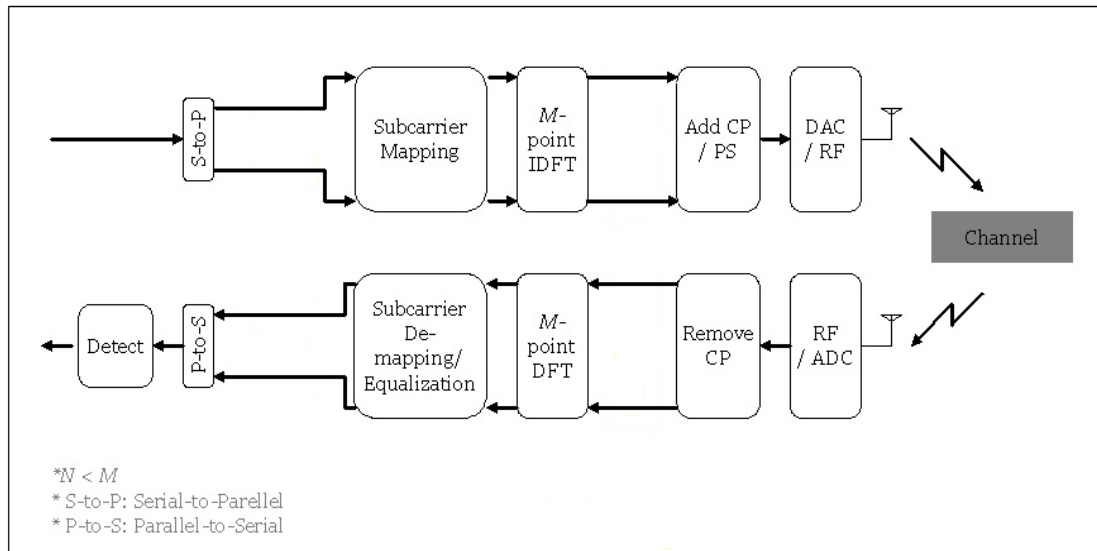
- Είναι λιγότερο ευαίσθητο σε φασματικά μηδενικά στο κανάλι, αφού πραγματοποιεί την ανίχνευση σε μιά φέρουσα και όχι ξεχωριστά σε κάθε υποφέρουσα όπως το OFDM.
- Παρουσιάζει μικρότερη ευαισθησία σε μετατοπίσεις συχνότητας.
- Η πολυπλοκότητα του πομπού είναι μικρότερη, γεγονός που ευνοεί τα κινητά τερματικά.

1.5 Πολλαπλή πρόσβαση ορθογωνικής διαίρεσης συχνότητας (OFDMA)

Ένα σύστημα OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access) είναι μια έκδοση του OFDM, τροποποιημένη ώστε να μεταδίδει πολλά σήματα ταυτόχρονα. Σε κάθε χρήστη δίνονται συγκεκριμένες υποφέρουσες σε συγκεκριμένο χρόνο για να επικοινωνήσει. Αυτή η κατανομή υποφερουσών αυξάνει την ευελιξία στη διαχείριση των πόρων, προσθέτει όμως επιπλέον τηλεπικοινωνιακό φόρτο στο κανάλι. Η Εικόνα 1.3 δείχνει ένα παράδειγμα ανάθεσης υποφερουσών σε ένα OFDMA σύστημα, ενώ η Εικόνα 1.4 τα σχηματικά διαγράμματα του πομπού και του δέκτη. Παρατηρούμε ότι το σχηματικό διάγραμμα είναι σχεδόν ίδιο με το αντίστοιχο του OFDM, με μόνη αλλαγή την προσθήκη ενός μπλοκ χαρτογράφησης υποφερουσών στον πομπό και ένα αντίστοιχο αποχαρτογράφησης στον δέκτη.



Εικόνα 1.3: Κατανομή υποφερουσών στο OFDMA



Εικόνα 1.4: Σχηματικό διάγραμμα OFDMA

2

Πολλαπλή πρόσβαση διαίρεσης

συχνότητας απλού φέροντος (SC/FDMA)

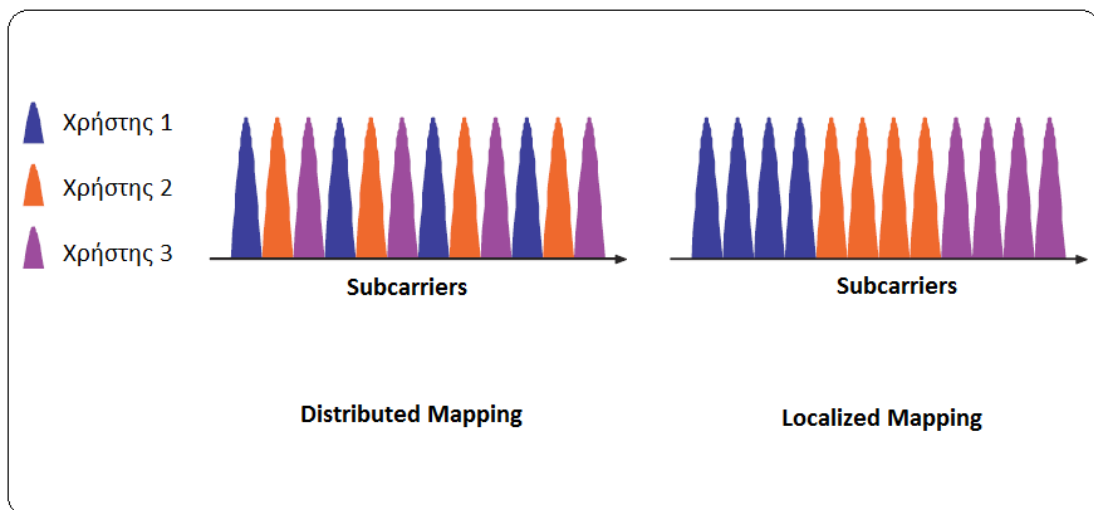
Στα κυψελωτά συστήματα, η υπηρεσία ασύρματης επικοινωνίας σε μια περιοχή, παρέχεται από πολλαπλούς σταθμούς βάσης. Οι μεταδόσεις στην κάτω ζεύξη είναι από έναν-προς-πολλούς, ενώ αντίθετα στην άνω ζεύξη από πολλούς-προς-έναν. Στην πρώτη περίπτωση, ένας σταθμός βάσης μεταδίδει ταυτόχρονα σήματα προς πολλούς χρήστες και για αυτό πρέπει να έχει υψηλές δυνατότητες μετάδοσης ισχύος. Στην άλλη περίπτωση ο εξοπλισμός κάθε χρήστη διαθέτει όλη την ισχύ μετάδοσης του για την επικοινωνία με το σταθμό βάσης. Η σχεδίαση ενός σχήματος πολλαπλής μετάδοσης και πολυπλεξίας στην άνω ζεύξη είναι δυσκολότερη, λόγω αυτής της μετάδοσης από πολλούς-προς-έναν. Ακόμα οι μεταδόσεις στην άνω ζεύξη πρέπει να έχουν χαμηλή κορυφή σήματος λόγω της περιορισμένης ισχύος των κινητών τερματικών, τα οποία με το πέρασμα του χρόνου γίνονται μικρότερα και φθηνότερα. Σαν αποτέλεσμα υπάρχει η ανάγκη για μια τεχνολογία πολλαπλής πρόσβασης που να καλύπτει όλες αυτές τις απαιτήσεις. Ένα από τα πρότυπα που χρησιμοποιείται είναι το OFDMA, το οποίο περιγράψαμε περιληπτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο. Λόγω όμως του υψηλού λόγου κορυφής-προς-μέσης ισχύος (PAPR) που παρουσιάζει, η προσοχή έχει στραφεί προς μια νεότερη τεχνολογία, την πολλαπλή πρόσβαση διαίρεσης συχνότητας απλού φέροντος (Single Carrier Frequency Division Multiple Access – SC/FDMA). Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε τη λειτουργία της συγκεκριμένης τεχνολογίας, τις μεθόδους ανάθεσης υποφερουσών που χρησιμοποιεί, και θα κάνουμε μια ανάλυση του PAPR.

2.1 Χαρτογράφηση υποφερουσών

Το SC/FDMA χρησιμοποιεί δύο μεθόδους χαρτογράφησης των υποφερουσών στους χρήστες: την εντοπισμένη (localized - LFDMA) και την κατανεμημένη (distributed). Στην εντοπισμένη μέθοδο, τα δεδομένα κάθε χρήστη μεταδίδονται σε συνεχόμενες

υποφέρουσες ενώ στην κατανεμημένη μοιράζονται σε όλο το εύρος ζώνης δημιουργώντας ένα ασυνεχές φάσμα. Μια ειδική περίπτωση κατανεμημένης χαρτογράφησης είναι η διεμπλεκόμενη (interleaved – IFDMA) στην οποία οι υποφέρουσες του κάθε χρήστη είναι ισαπέχουσες. Λόγω του διαμοιρασμού των συμβόλων πληροφορίας σε όλο το φάσμα, η κατανεμημένη χαρτογράφηση παρουσιάζει μεγαλύτερη ευρωστία στις επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα διαλλείψεις, κι έτσι επιτυγχάνει μεγαλύτερο διαφορισμό συχνότητας. Ο διαφορισμός συχνότητας και πολλαπλών χρηστών μπορεί να επιτευχθεί και στην εντοπισμένη χαρτογράφηση, αν σε κάθε χρήστη δοθούν υποφέρουσες με ευνοϊκά χαρακτηριστικά μετάδοσης.

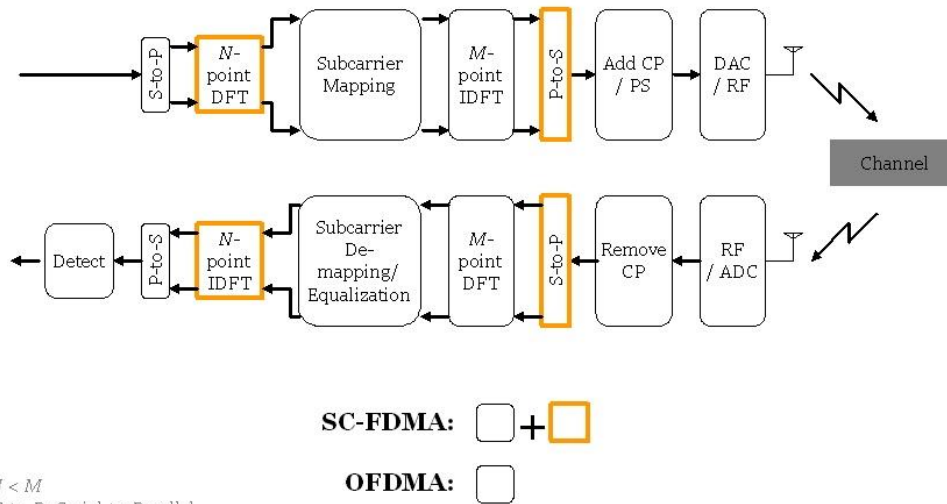
Το IFDMA παρέχει χαμηλότερο PAPR, παρουσιάζει όμως μεγαλύτερη ευαισθησία σε μετατοπίσεις συχνότητας και σε θόρυβο. Το LFDMA είναι πιο ανθεκτικό σε παρεμβολές πολλαπλής πρόσβασης (Multiple Access Interference – MAI) αλλά παρουσιάζει υψηλότερο PAPR από το IFDMA. Στην Εικόνα 2.1 βλέπουμε ένα παράδειγμα των δύο μεθόδων χαρτογράφησης σε ένα SC/FDMA σύστημα με 3 χρήστες, 12 υποφέρουσες, και 4 υποφέρουσες ανα χρήστη.



Εικόνα 2.1: Μέθοδοι χαρτογράφησης στο SC/FDMA

2.2 Μοντέλο συστήματος SC/FDMA

Στην Εικόνα 2.2 φαίνεται το σχηματικό διάγραμμα ενός πομπού και ενός δέκτη SC/FDMA.



Εικόνα 2.2: Σχηματικό διάγραμμα SC/FDMA

Υποθέτουμε ότι υπάρχει ένας σταθμός βάσης και U χρήστες που κάνουν χρήση της άνω ζεύξης. Υπάρχουν συνολικά M υποφέρουσες και σε κάθε χρήστη ανατίθεται ένα υποσύνολο αυτών. Για λόγους απλότητας υποθέτουμε πως κάθε χρήστης έχει τον ίδιο αριθμό υποφερουσών N . Όπως παρατηρούμε το σύστημα έχει πολλά κοινά με το OFDMA, με εξαίρεση τα μπλοκ του DFT και IDFT, στον πομπό και στον δέκτη αντίστοιχα. Ο πομπός του SC/FDMA χρησιμοποιεί διαφορετικές υποφέρουσες για να μεταδώσει τα δεδομένα όπως και OFDMA, σε αντίθεση όμως με αυτό μεταδίδει τις υποφέρουσες σειριακά και όχι παράλληλα. Αυτή η προσέγγιση οδηγεί σε χαμηλό PAPR, αυξάνοντας έτσι την κάλυψη της κυψέλης και τη διάρκεια ζωής της μπαταρίας των κινητών τερματικών.

Τα διαμορφωμένα σύμβολα στην είσοδο του πομπού του SC/FDMA, ομαδοποιούνται σε μπλοκ των N συμβόλων, και εφαρμόζεται διακριτός μετασχηματισμός fourier. Οι έξοδοι του χαρτογραφούνται σε M ορθογωνικές υποφέρουσες και έπειτα ένας αντίστροφος μετασχηματισμός fourier μετατρέπει τα πλάτη των υποφερουσών σε ένα πολύπλοκο σήμα στο πεδίο του χρόνου. Το μέγεθος του μπλοκ εξόδου είναι $Q = M/N$ όπου Q είναι ο μέγιστος αριθμός χρηστών που μπορεί να μεταδώσει ταυτόχρονα. Οι υπόλοιπες $(M - N)$ υποφέρουσες μπορούν να χρησιμοποιηθούν από άλλους χρήστες στην κυψέλη και έτσι επιτυγχάνεται μια υποσχόμενη πρόσβαση πολλαπλών χρηστών. Πριν τη μετάδοση στο κανάλι, προστίθεται στην αρχή κάθε

συμβόλου ένα πρόθεμα κυκλικής επέκτασης για να αποθρευθεί η διασυμβολική παρεμβολή.

Στην πλευρά του δέκτη, αφαιρείται το κυκλικό πρόθεμα και το σήμα μετατρέπεται στο πεδίο της συχνότητας μέσω ενός DFT. Γίνεται απο-χαρτογράφηση των υποφερουσών, εκτελείται οι διεργασίες ισοστάθμισης και ένας IDFT μετατρέπει το ισοσταθμισμένο σήμα πίσω στο πεδίο του χρόνου.

Κάποιες από τις σημαντικότερες ιδιότητες του SC/FDMA είναι οι παρακάτω:

- Σε τέλειο συγχρονισμό μπορεί να επιτύχει μετάδοση χωρίς παρεμβολές πολλαπλής πρόσβασης, αναθέτοντας διαφορετικές υποφέρουσες σε διαφορετικούς χρήστες.
- Εγγύεται ορθογωνικότητα μεταξύ χρηστών σε κανάλι πολλαπλών διαδρομών, αν το μήκος του προθέματος κυκλικής επέκτασης είναι μεγαλύτερο από την απόκριση παλμού του καναλιού.
- Έχει χαμηλότερο PAPR από το OFDMA.
- Είναι ανθεκτικό σε φασματικά μηδενικά.

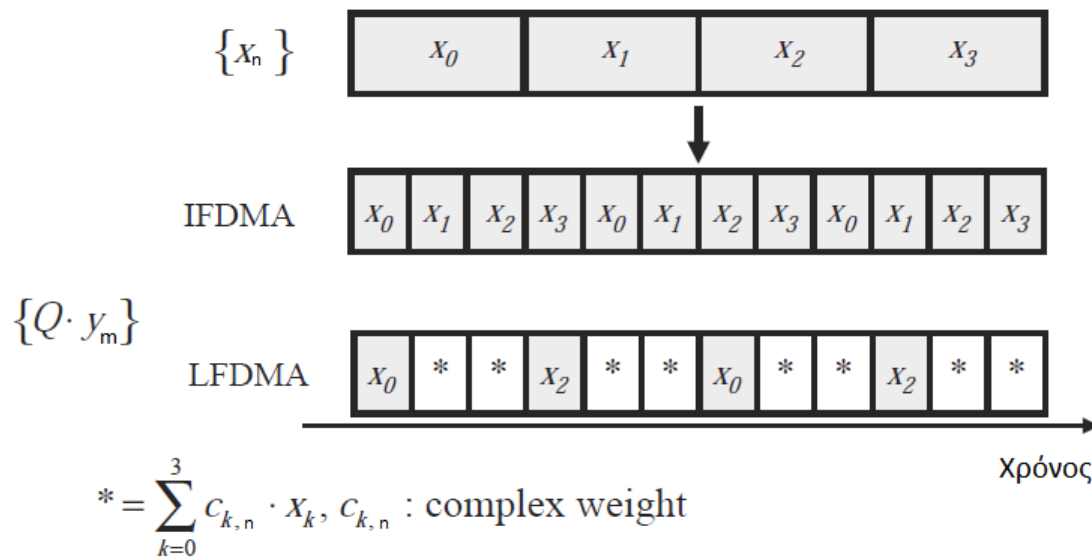
Το SC/FDMA όμως έχει και κάποια σημαντικά μειονεκτήματα:

- Έχει υψηλότερη πολυπλοκότητα από το OFDMA, αφού χρησιμοποιεί μια επιπλέον διεργασία DFT στον πομπό, με δυναμικά μεταβαλλόμενο μέγεθος ανάλογα με τις υποφέρουσες που ανατίθενται, και μια επιπλέον διεργασία IDFT στον δέκτη.
- Υπάρχει ενίσχυση θορύβου στον γραμμικό δέκτη. Το μπλοκ του IDFT απλώνει την συμβολή του θορύβου και ενισχύεται από τον ισοσταθμιτή σε ολόκληρο το εύρος ζώνης.
- Είναι ευαίσθητο σε μετατοπίσεις συχνότητας και σε θόρυβο φάσης.

2.3 Σύμβολα στο πεδίο του χρόνου

Στην Εικόνα 2.3 φαίνεται ένα παράδειγμα μετάδοσης συμβόλων στο πεδίο του χρόνου. Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση του IFDMA τα σύμβολα στο πεδίο του χρόνου είναι μια απλή επανάληψη των αρχικών συμβόλων εισόδου. Αντίθετα στην περίπτωση του LFDMA το χρονικό σήμα έχει ακριβή αντίγραφα των συμβόλων

εισόδου σε N χρονοθυρίδες, ενώ στις υπόλοιπες σταθμισμένα αθροίσματα όλων των συμβόλων ενός μπλοκ. Αυτό οδηγεί σε απότομες διακυμάνσεις της ισχύος και άρα σε υψηλότερες τιμές του PAPR.



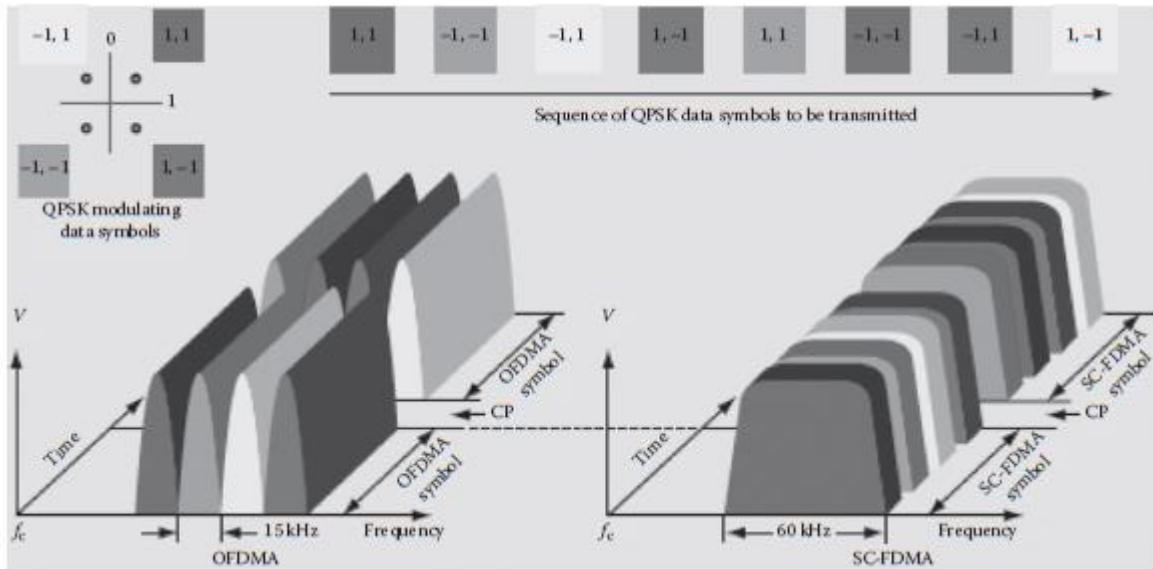
Εικόνα 2.3: Μετάδοση στο πεδίο του χρόνου

2.4 Σύγκριση SC/FDMA και OFDMA

Ένα σύστημα SC/FDMA είναι, όπως αναφέραμε παραπάνω, παρόμοιο με ένα σύστημα OFDMA, με κύρια διαφορά την χρήση ενός επιπλέον γρήγορου μετασχηματισμού fourier στον πομπό και ενός αντίστροφου γρήγορου μετασχηματισμού fourier στον δέκτη. Για αυτό το λόγο τα δύο συστήματα έχουν αρκετές κοινές ιδιότητες. Διαμορφώνουν και μεταδίδουν τα δεδομένα σε μπλοκ με M διαμορφωμένα σύμβολα, διαιρούν το εύρος ζώνης σε υποζώνες και μεταφέρουν την πληροφορία σε διακριτές υποφέρουσες. Ακόμα και τα δύο συστήματα κάνουν χρήση του προθέματος κυκλικής επέκτασης για την αντιμετώπιση της διασυμβολικής παρεμβολής και εκτελούν ισοστάθμιση στο πεδίο της συχνότητας.

Τα δύο συστήματα έχουν όμως και κάποιες σημαντικές διαφορές. Η Εικόνα 2.4 δείχνει πως μια σειρά συμβόλων χαρτογραφείται στα πεδία του χρόνου και της συχνότητας από ένα σύστημα OFDMA και ένα σύστημα SC/FDMA. Για λόγους απλότητας το παράδειγμα χρησιμοποιεί μόνο τέσσερις υποφέρουσες σε διάρκεια δύο

περιόδων συμβόλου. Η πιο προφανής διαφορά των δύο συστημάτων είναι ότι το OFDMA μεταδίδει τα τέσσερα σύμβολα ταυτόχρονα, ένα για κάθε υποφέρουσα, ενώ το SC/FDMA τα μεταδίδει σε σειρά, στον τετραπλάσιο ρυθμό. Οπτικά το OFDMA είναι ξεκάθαρα σήμα πολλών φερουσών, με ένα σύμβολο ανά υποφέρουσα, ενώ το SC/FDMA μοιάζει περισσότερο με σήμα απλής φέρουσας με κάθε σύμβολο να αναπαρίσταται από ένα ευρύ σήμα, δικαιολογώντας έτσι το “SC” στο όνομα του.



Εικόνα 2.4: Μετάδοση OFDMA και SC/FDMA στα πεδία χρόνου και συχνότητας

Επιπλέον, το SC/FDMA έχει, όπως θα δούμε παρακάτω, χαμηλότερο PAPR από το OFDMA και είναι λιγότερο ευαίσθητο σε διαλείψεις επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα. Το OFDMA από την άλλη μεριά, είναι καταλληλότερο για την βελτιστοποίηση της χωρητικότητας του συστήματος, αφού έχει τη δυνατότητα να αλλάζει την τεχνική διαμόρφωσης των συμβόλων ανάλογα με τις συνθήκες των υποφερουσών. Μια τελευταία διαφορά των δύο συστημάτων έγκειται στην ισοστάθμιση του σήματος, η οποία στο OFDMA εκτελείται ξεχωριστά σε κάθε υποφέρουσα, ενώ στο SC/FDMA σε ολόκληρο το εύρος ζώνης.

2.5 Πρόβλημα ισχύος κορυφής

2.5.1 Ευαισθησία στη μη γραμμική ενίσχυση

Κατά τη μετάδοση δεδομένων από το κινητό τερματικό στο σταθμό βάσης, ο ενισχυτής ισχύος πρέπει να ενισχύσει το εξερχόμενο σήμα σε επίπεδο αρκετά υψηλό ώστε να μπορεί να εντοπιστεί από το δίκτυο. Ένα σήμα με υψηλές κορυφές οδηγεί σε φαινόμενα ψαλίδισης και σε μη γραμμική παραμόρφωση, αν το σήμα ενισχύεται από ενισχυτές με μη γραμμικά χαρακτηριστικά. Για να αποθρευθεί αυτό, είναι επιθυμητό οι ενισχυτές να λειτουργούν στη γραμμική περιοχή λειτουργίας τους. Από την άλλη πλευρά, ο ενισχυτής πρέπει να λειτουργεί με μεγάλη υποχώρηση ισχύος εισόδου από την ισχύ κορυφής του. Μεγάλες τιμές της υποχώρησης ισχύος εισόδου όμως, τον οδηγούν σε χαμηλή απόδοση ισχύος και άρα σε υψηλή κατανάλωση, γεγονός μη αποδεκτό σε κινητές ασύρματες επικοινωνίες. Για να αποφευχθεί αυτό χρησιμοποιούνται στον πομπό τεχνικές μείωσης του PAPR οι οποίες συνεισφέρουν θετικά στην απόδοση φάσματος.

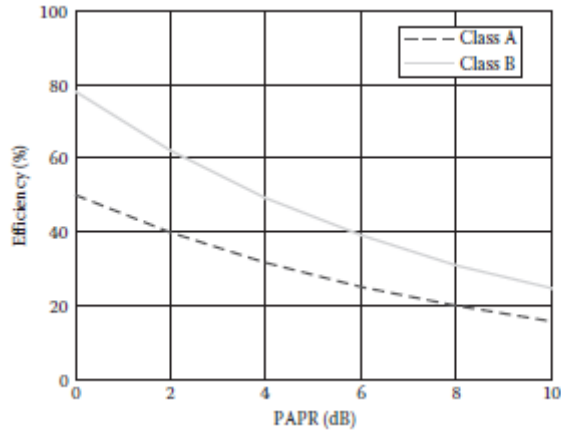
2.5.2 Λόγος κορυφής-προς-μέσης ισχύος (PAPR)

Το PAPR ορίζεται ως ο λόγος της κορυφής ισχύος προς τη μέση ισχύ του μεταδιδόμενου σήματος. Υψηλό PAPR σημαίνει ότι χρειάζεται υποχώρηση ισχύος για λειτουργία στη γραμμική περιοχή του ενισχυτή ισχύος. Έτσι μειώνεται η απόδοση ισχύος του ενισχυτή και οδηγούμαστε σε χαμηλότερη μέση ισχύ εξόδου για δεδομένη συσκευή.

Η θεωρητική σχέση μεταξύ του PAPR σε dB και της απόδοσης ισχύος μπορεί να εκφραστεί μέσω του τύπου

$$n = n_{max} \cdot 10^{-\frac{PAPR}{20}}$$

όπου n είναι η απόδοση ισχύος και n_{max} η μέγιστη απόδοση ισχύος. Για ενισχυτές τύπου A η μέγιστη απόδοση είναι 50% ενώ για τύπου B 78.5%. Στην Εικόνα 2.5 φαίνεται αυτή η σχέση γραφικά για τους δύο τύπους ενισχυτών. Είναι φανερό πως υψηλός λόγος υποβαθμίζει την απόδοση.



Εικόνα 2.5: Θεωρητική σχέση PAPR και απόδοσης ισχύος

Αναλύσεις έχουν δείξει πως τα SC/FDMA σήματα έχουν χαμηλότερο PAPR από τα σήματα του OFDMA, ανεξάρτητα από τη μέθοδο χαρτογράφησης που χρησιμοποιείται. Η διεμπλεκόμενη χαρτογράφηση έχει χαμηλότερο PAPR από την εντοπισμένη, και για αυτό είναι προτιμότερη σε όρους PAPR και απόδοσης ισχύος. Σε όρους διεκπεραιωτικότητας συστήματος και χωρητικότητας συστήματος όμως η εντοπισμένη χαρτογράφηση είναι ανώτερη.

3

Θεωρία Διαπραγμάτευσης

Η θεωρία της διαπραγμάτευσης αποτελεί μέρος της ευρύτερης θεωρίας των παιγνίων και αποτελεί χρήσιμο εργαλείο στην επίλυση καταστάσεων στις οποίες δύο ή περισσότερα μέρη προσπαθούν να φτάσουν στην κοινή λύση ενός προβλήματος που τους απασχολεί, έτσι ώστε να είναι όλοι ικανοποιημένοι με το αποτέλεσμα, είτε οι ανάγκες τους είναι ανταγωνιστικές είτε συναγωνιστικές. Αυτή η λύση επιτυγχάνεται μέσω της διαδοχικής ανταλλαγής προτάσεων από ένα μέρος και την απόρριψη ή αποδοχή αυτής από τα υπόλοιπα. Σε αυτό το κεφάλαιο θα κάνουμε μια εισαγωγή στη θεωρία παιγνίων και θα γνωρίσουμε τις σχετικές έννοιες και μερικές από τις στρατηγικές επίλυσης που αυτή προτείνει. Θα εξετάσουμε αναλυτικά το μοντέλο διαπραγματεύσεων του Rubinstein αρχικά για δύο παίκτες και στη συνέχεια θα γενικεύσουμε το μοντέλο για περισσότερους παίκτες.

3.1 Θεωρία παιγνίων

3.1.1 Βασικές έννοιες

Η θεωρία παιγνίων προσπαθεί να περιγράψει περίπλοκες στρατηγικές καταστάσεις σε ένα απλοποιημένο πλαίσιο. Αν και αρχικά δημιουργήθηκε ως κλάδος της οικονομικής επιστήμης, στη συνέχεια υιοθετήθηκε από τα μαθηματικά και πλέον αποτελεί πολύτιμο εργαλείο στη μελέτη πολλών επιστημών. Θεμελιωτές της θεωρίας θεωρούνται οι John Von Neumann, Oskar Morgenstern, John Forbes Nash και Reinhard Selten.

Παίγνιο ονομάζεται οποιαδήποτε κατάσταση στην οποία τα μέρη της συναλλαγής καλούνται να κάνουν στρατηγικές επιλογές και το αποτέλεσμα αυτής εξαρτάται από αυτές τις επιλογές του κάθε ατόμου. Κάθε παίγνιο έχει τρία βασικά στοιχεία: τους παίκτες, τις στρατηγικές και τις πληρωμές. Παίκτης καλείται όποιος παίρνει αποφάσεις στο παίγνιο και ανάλογα την περίπτωση μπορεί να είναι άτομο, επιχείρηση ή ακόμα και ένα ολόκληρο έθνος. Ο αριθμός των παιχτών σε ένα παίγνιο συνήθως μένει σταθερός και το χαρακτηρίζει. Υποθέτουμε ότι όλοι οι παίκτες είναι

ισότιμοι και λειτουργούν απόλυτα λογικά, επιλέγοντας εκείνες τις ενέργειες και με εκείνη τη σειρά που θα φέρει το επιθυμητό αποτέλεσμα, με βάση πάντα και τις ενέργειες των υπόλοιπων παιχτών. Στρατηγικές λέγονται οι σειρές ενεργειών που μπορεί να υιοθετήσει ο κάθε παίχτης. Πληρωμές είναι οι τελικές αποδόσεις για τους παίχτες, συνήθως σε επίπεδα χρησιμότητας και είναι ο λόγος για τον οποίο οι παίχτες συμμετέχουν στο παίγνιο.

3.1.2 Κατηγοριοποίηση παιγνίων

Τα παίγνια μπορούν για ευκολία να χωριστούν σε διάφορες κατηγορίες με βάση πολλά και διαφορετικά κριτήρια. Παρακάτω θα δούμε μερικές από αυτές.

Η πρώτη και πιο βασική κατηγοριοποίηση χωρίζει τα παίγνια σε συνεργατικά και μη-συνεργατικά. Συνεργατικό είναι το παίγνιο στο οποίο οι παίχτες μπορούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους και να κάνουν δεσμευτικές συμφωνίες, τις οποίες πρέπει τηρήσουν κατά τη διάρκεια του παιγνίου. Στα μη-συνεργατικά παίγνια αυτό δεν είναι δυνατό και κάθε παίχτης λαμβάνει τις αποφάσεις του ανεξάρτητα.

Όταν οι πληρωμές που αποδίδει ένα συγκεκριμένο σετ στρατηγικών εξαρτώνται μόνο από τις στρατηγικές που θα παιχτούν και όχι από το ποιος παίχτης θα τις παίξει, το παίγνιο ονομάζεται συμμετρικό. Με διαφορετικά λόγια, είναι δυνατό να αλλαχτεί η ταυτότητα των παιχτών, χωρίς να επηρεαστούν οι αποδόσεις των στρατηγικών. Τα παίγνια στα οποία αυτό δεν ισχύει ονομάζονται ασύμμετρα.

Ένα άλλο κριτήριο χωρισμού των παιγνίων είναι η σειρά με την οποία παίρνουν τις αποφάσεις τους. Όταν οι παίχτες ενεργούν ταυτόχρονα, ή οι επόμενοι παίχτες δε γνωρίζουν τις ενέργειες των προηγούμενων το παίγνιο ονομάζεται ταυτόχρονο. Αντίθετα όταν οι παίχτες κατά τη διάρκεια του παιγνίου έχουν γνώση προηγούμενων ενεργειών το παίγνιο καλείται ακολουθιακό.

Τα ακολουθιακά παίγνια μπορούν επιπλέον να χωριστούν σε παίγνια με τέλεια ή ατελή πληροφορία, ανάλογα με το αν οι παίχτες έχουν πλήρη γνώση των προηγούμενων ενεργειών όλων των παιχτών ή όχι.

Το μοντέλο των διαπραγματεύσεων που θα μας απασχολήσει στην παρούσα διπλωματική μελετάει μη-συνεργατικά, ασύμμετρα ακολουθιακά παίγνια.

3.1.3 Διαπραγμάτευση

Ο όρος διαπραγμάτευση αναφέρεται σε καταστάσεις στις οποίες οι παίκτες προσπαθούν να συνάψουν μια αμοιβαία συμφωνία προς το κοινό τους συμφέρον. Κάθε παίχτης προτείνει μια συμφωνία ανάλογα με τα συμφέροντα του και η επίλυση της κατάστασης έγκεται στην κοινή αποδοχή μιας από τις συμφωνίες που θα τερματίσει τη διαμάχη. Αυτή η συμφωνία θα πρέπει να είναι αποδεκτή από κάθε μεμονωμένο παίχτη για να γίνει αποδεκτή. Οι θεωρίες διαπραγμάτευσης εξετάζουν τη σχέση του αποτελέσματος μιας διαπραγμάτευσης και των χαρακτηριστικών που τη διέπουν.

3.2 Επίλυση παιγνίων

Η επίλυση ενός παιγνίου έγκεται στην πρόβλεψη των στρατηγικών που θα ακολουθήσουν οι λογικά σκεφτόμενοι παίκτες και άρα στον προσδιορισμό του τελικού αποτελέσματος του παιγνίου. Έχουν προταθεί διάφορες στρατηγικές επίλυσης παιγνίων, άλλοτε εφαρμόσιμες και άλλοτε όχι ανάλογα με το είδος του παιγνίου που μελετάται. Η πιο συχνή μορφή λύσης είναι οι ισορροπίες, οι καταστάσεις δηλαδή στις οποίες όλοι οι παίκτες είναι ικανοποιημένοι με το αποτέλεσμα και κανείς δε μετανιώνει για τις αποφάσεις του. Παρακάτω θα εξετάσουμε μερικές από αυτές τις στρατηγικές δίνοντας κάποια απλά παραδείγματα παιγνίων δύο παιχτών για την καλύτερη κατανόηση αυτών. Θα περιγράψουμε τα παίγνια χρησιμοποιώντας πίνακες αποδόσεων, πίνακες δηλαδή που δείχνουν τους συνδυασμούς στρατηγικών και τις αντίστοιχες πληρωμές για τον κάθε παίχτη.

3.2.1 Κυρίαρχες και κυριαρχούμενες στρατηγικές

Κυρίαρχη ονομάζεται μια στρατηγική όταν η επιλογή της προσφέρει μέγιστη χρησιμότητα στον παίχτη, ανεξάρτητα από τις επιλογές των άλλων παιχτών. Οι κυρίαρχες στρατηγικές χωρίζονται περαιτέρω σε αυστηρώς και ασθενώς κυρίαρχες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει στρατηγικές οι οποίες πάντα οδηγούν σε καλύτερο αποτέλεσμα από οποιαδήποτε άλλη, ανεξάρτητα από τις κινήσεις των αντιπάλων. Αντίθετα, η δεύτερη αναφέρεται σε στρατηγικές οι οποίες δίνουν καλύτερο αποτέλεσμα συγκριτικά με μία τουλάχιστον άλλη στρατηγική και εξίσου καλό αποτέλεσμα με όλες τις υπόλοιπες. Κυριαρχούμενη ονομάζεται μια στρατηγική όταν

υπάρχει κάποια άλλη στρατηγική που είναι κυρίαρχη αυτής. Ο χωρισμός σε αυστηρώς και ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές μπορεί να εφαρμοστεί με παρόμοιο τρόπο και εδώ. Εφόσον υποθέτουμε πως όλοι οι παίχτες δρουν ορθολογικά και με κριτήριο τη μεγιστοποίηση της ευχαρίστησης του, μπορούμε να συμπεράνουμε πως κανείς παίχτης δε θα επιλέξει ποτέ μια κυριαρχούμενη στρατηγική, εφόσον δεν οδηγεί στο βέλτιστο για αυτόν αποτέλεσμα. Έτσι μπορούμε να απαλοίσουμε αυτές τις στρατηγικές από τον πίνακα αποδόσεων. Με διαδοχικές τέτοιες απαλοιφές οδηγούμαστε σε απλούστερα παίγνια, και ιδανικά, στη λύση του αρχικού. Στην περίπτωση αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών, η σειρά απαλοιφής τους δεν επηρεάζει τη διαδικασία και οδηγεί πάντα στο ίδιο τελικό αποτέλεσμα. Για αυτό πάντα διαγράφουμε αυτές τις στρατηγικές από τον πίνακα αποδόσεων. Αντίθετα δεν απαλείφουμε ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές, αφού αυτό μπορεί να μας οδηγήσει σε διαφορετικά αποτελέσματα.

Θα μελετήσουμε ένα απλό παράδειγμα που φαίνεται στην Πίνακα 3.1. Στο παίγνιο συμμετέχουν δύο παίχτες που ο καθένας έχει επιλογή δύο στρατηγικών: ΠΑΝΩ ή ΚΑΤΩ για τον παίχτη Α και ΑΡΙΣΤΕΡΑ ή ΔΕΞΙΑ για τον παίχτη Β. Οι αποδόσεις της κάθε στρατηγικής φαίνονται στον πίνακα.

		ΠΑΙΧΤΗΣ Β	
		<i>ΑΡΙΣΤΕΡΑ</i>	<i>ΔΕΞΙΑ</i>
ΠΑΙΧΤΗΣ Α	<i>ΠΑΝΩ</i>	1,3	0,2
	<i>ΚΑΤΩ</i>	3,1	2,0

Πίνακας 3.1: Παιγνίο δύο παιχτών με αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές

Αν εξετάσουμε τις επιλογές του παίχτη Α θα παρατηρήσουμε πως η ενέργεια ΚΑΤΩ δίνει πάντα καλύτερο αποτέλεσμα (3 ή 2) από την ενέργεια ΠΑΝΩ (1 ή 0), ανεξάρτητα από την επιλογή του παίχτη Β. Άρα είναι μια αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική, και αντίστοιχα η επιλογή ΠΑΝΩ μια ασθενώς κυριαρχούμενη και έτσι μπορεί να απαλειφθεί από τον πίνακα οδηγώντας σε ένα απλούστερο παίγνιο. Με την προϋπόθεση ότι ο παίχτης Α επιλέγει την στρατηγική ΚΑΤΩ, γεγονός που ο ορθολογικός παίχτης Β μπορεί να συμπεράνει, με τη σειρά του εκείνος επιλέγει την αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική ΑΡΙΣΤΕΡΑ, αφού του δίνει καλύτερη απόδοση (1

έναντι 0). Έτσι έχουμε ισορροπία κυρίαρχων στρατηγικών στο συνδυασμό στρατηγικών ΚΑΤΩ-ΑΡΙΣΤΕΡΑ, η οποία είναι και η λύση του παίγνιου.

3.2.2 Ισορροπία κατά Nash

Οι ισορροπίες κυρίαρχης στρατηγικής είναι εξαιρετικά χρήσιμες όταν εμφανίζονται, αλλά δυστυχώς αυτό δε συμβαίνει συχνά. Ας δούμε για παράδειγμα το παίγνιο που παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.2. Το παίγνιο αυτό είναι παρόμοιο με εκείνο της προηγούμενης ενότητας, με διαφορετικές όμως αποδόσεις.

		ΠΑΙΧΤΗΣ Β	
		ΑΡΙΣΤΕΡΑ	ΔΕΞΙΑ
ΠΑΙΧΤΗΣ Α	ΠΑΝΩ	3,1	0,0
	ΚΑΤΩ	0,0	1,3

Πίνακας 3.2: Παίγνιο δύο παιχτών με ισορροπία κατά Nash

Εδώ οι αποδόσεις για τον παίκτη Α είναι 3 ή 0 όταν ο παίκτης Β επιλέγει ΑΡΙΣΤΕΡΑ, και 0 ή 1 όταν επιλέγει ΔΕΞΙΑ. Στη μία περίπτωση δηλαδή τον συμφέρει να επιλέξει ΠΑΝΩ ενώ στην άλλη ΚΑΤΩ και η επιλογή του εξρτάται άμεσα από αυτό που εκτιμά ότι θα κάνει ο αντίπαλος του. Άρα δεν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική για αυτόν. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να διαπιστώσουμε πως δεν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική ούτε για τον Β.

Για να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα ορίζουμε ένα διαφορετικό είδος ισορροπίας, την ισορροπία κατά Nash. Ένα ζεύγος στρατηγικών αποτελεί ισορροπία κατά Nash όταν η επιλογή του Α είναι άριστη δεδομένης της επιλογής του Β, και αντίστοιχα, η επιλογή του Β άριστη δεδομένης της επιλογής του Α. Ο ορισμός μπορεί να επεκταθεί για παίγνια με περισσότερους από δύο παίκτες και διανύσματα στρατηγικών μεγαλύτερα του δύο.

Στο παράδειγμα μας, μπορούμε να δούμε πως το ζεύγος στρατηγικών ΠΑΝΩ-ΑΡΙΣΤΕΡΑ αποτελεί σημείο ισορροπίας κατά Nash. Πράγματι όταν ο παίκτης Α επιλέγει να παίξει ΠΑΝΩ η καλύτερη επιλογή για τον Β είναι ΑΡΙΣΤΕΡΑ αφού δίνει απόδοση 1 αντί για 0 που θα έδινε η επιλογή ΔΕΞΙΑ. Ομοίως ο παίκτης Α έχει συμφέρον να επιλέξει ΠΑΝΩ όταν ο Β επιλέγει ΑΡΙΣΤΕΡΑ αφού η απόδοση του

είναι μεγαλύτερη (3 έναντι 0). Δηλαδή και οι δύο παίκτες κάνουν την καλύτερη δυνατή επιλογή, δεδομένου της αντίστοιχης του άλλου.

Η έννοια της ισορροπίας κατά Nash έχει ορισμένα προβλήματα. Αρχικά μπορεί σε ένα παίγνιο να υπάρχουν περισσότερα από ένα σημεία ισορροπίας. Στο παράδειγμα μας μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι και το ζεύγος στρατηγικών ΚΑΤΩ-ΔΕΞΙΑ αποτελούν επίσης σημείο ισορροπίας κατά Nash. Ακόμα, κάποιες φορές μπορεί να μην υπάρχει κανένα τέτοιο σημείο. Τέλος η ισορροπία κατά Nash δε οδηγεί πάντα στη μέγιστη ωφέλεια κάθε μεμονωμένου παίχτη.

3.2.3 Μεικτές στρατηγικές

Για να αντιμετωπίσουμε καταστάσεις στις οποίες δεν υπάρχει ισορροπία κατά Nash, διευρύνουμε τον ορισμό της στρατηγικής, επιτρέποντας σε έναν παίχτη να επιλέγει ανάμεσα στις στρατηγικές του με τυχαίο χαρακτήρα, δίνοντας σε κάθε μια απο αυτές μια πιθανότητα. Θα μπορούσαμε για παράδειγμα στο παίγνιο του Πίνακα 3.2 να πούμε πως ο παίκτης Α επιλέγει να παίξει ΠΑΝΩ με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ και ΚΑΤΩ με πιθανότητα $\frac{1}{2}$, και αντίστοιχα για τις στρατηγικές του παίχτη Β και να υπολογίσουμε κατάλληλα τις μέσες αποδόσεις κάθε στρατηγικής.

Έτσι μπορούμε να διευρύνουμε την ισορροπία κατά Nash, ως την ισορροπία όπου κάθε παίχτης επιλέγει τη βέλτιστη συχνότητα με την οποία πρέπει να παίξει κάθε στρατηγική του, με δεδομένες τις επιλογές συχνότητας του άλλου παίχτη.

3.2.4 Τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων

Η τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων είναι μια επέκταση της ισορροπίας κατά Nash για ακολουθιακά παίγνια. Πολλές φορές σε αυτού του είδους τα παίγνια υπάρχουν σημεία ισορροπίας κατά Nash τα οποία μοιάζουν παράλογα γιατί βασίζονται σε απειλές εκτός της ισορροπίας. Η τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων αποκλείει τέτοιους μη αξιόπιστους κινδύνους.

Υποπαίγνιο ονομάζεται ένα μέρος του αρχικού παιγνίου σε μορφή δένδρου που ξεκινάει από έναν κόμβο αυτού έτσι ώστε κάθε παίχτης να γνωρίζει κάθε κίνηση όλων των παιχτών που προηγήθηκαν σε κάθε σημείο. Ένα προφίλ στρατηγικών αποτελεί τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων ενός παιγνίου αν αποτελεί σημείο ισορροπίας κατά Nash κάθε υποπαιγνίου του αρχικού.

Η πιο συνηθισμένη μέθοδος εντοπισμού των σημείων τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων σε πεπερασμένα παίγνια είναι η επαγωγή προς τα πίσω. Αρχικά καθορίζουμε την βέλτιστη στρατηγική του παίχτη που θα κάνει την τελευταία κίνηση στο παίγνιο. Στη συνέχεια καθορίζεται η βέλτιστη στρατηγική του προτελευταίου παίχτη δεδομένης όμως της επιλογής που έχει κάνει ο τελευταίος. Η διαδικασία συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο προς τα πίσω μέχρι να καθοριστεί η στρατηγική όλων των παιχτών που συμμετέχουν στο παίγνιο. Με αυτόν τον τρόπο εντοπίζονται όλα τα σημεία ισορροπίας κατά Nash όλων των υποπαιγνίων του αρχικού παιγνίου.

3.3 Μοντέλο διαπραγμάτευσης Rubinstein

Το μοντέλο διαπραγμάτευσης του Rubinstein περιγράφει μια κατάσταση στην οποία δύο παίχτες θέλουν να μοιράσουν μια πίτα μεγέθους 1, κάνοντας διαδοχικές προτάσεις ο ένας στον άλλο. Η διαπραγμάτευση γίνεται σε περιόδους $t = 0, 1, 2, \dots$. Στην περίοδο 0 ο παίχτης 1 προτείνει ένα διαμοιρασμό $(x_0, 1 - x_0)$, την οποία ο παίχτης 2 δέχεται ή απορρίπτει. Αν τη δεχτεί το παίγνιο τελειώνει και η πίτα καταναλώνεται. Διαφορετικά το παίγνιο συνεχίζεται στην περίοδο 1, και ο παίχτης 2 προτείνει μια εναλλακτική μοιρασιά $(y_1, 1 - y_1)$. Μόλις ο παίχτης 2 προτείνει, ο παίχτης 1 μπορεί να δεχθεί ή να απορρίψει την προσφορά και η διαδικασία συνεχίζεται ανάλογα. Υποθέτουμε πως και οι δύο παίχτες επιθυμούν όσο δυνατόν μεγαλύτερο κομμάτι της πίτας και σε κανέναν από τους δύο δεν αρέσουν οι καθυστερήσεις. Έτσι, αν επιτευχθεί συμφωνία για διαμοιρασμό της πίτας $(x, 1 - x)$ στην περίοδο t , η εξόφληση για τον παίχτη 1 είναι $\delta_1^t x$, ενώ για τον παίχτη 2 $\delta_2^t (1 - x)$ με $\delta_1, \delta_2 \in (0, 1)$.

Ας εξετάσουμε αρχικά μια περίπτωση όπου μπορεί να γίνει πεπερασμένος μόνο αριθμός προσφορών N και έτσι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε επαγωγή προς τα πίσω για να βρούμε τη λύση του παιγνίου. Για λόγους απλότητας θα υποθέσουμε πως $N = 2$. Στην περίοδο 1 ο παίχτης 2 θα μπορεί να κάνει μια τελική πρόταση την οποία ο παίχτης 1 θα είναι υποχρεωμένος να δεχτεί. Έτσι μπορεί να του προσφέρει $y = 0$. Έτσι ο παίχτης 2 περιμένει πως αν αρνηθεί την πρόταση του παίχτη 1 στην περίοδο 0, θα μπορεί να πάρει ολόκληρη την πίτα στην επόμενη περίοδο με συντελεστή έκπτωσης δ_2 . Άρα για να γίνει δεκτή η πρόταση του παίχτη 1 στην περίοδο 0 πρέπει

να προσφέρει τουλάχιστον δ_2 . Είναι προφανές ότι θα προτείνει τον διαμοιρασμό $(1 - \delta_2, \delta_2)$, τον οποίο ο παίχτης 2 θα δεχτεί.

Μπορούμε να γενικεύσουμε αυτή τη διαδικασία της προς τα πίσω επαγωγής για παίγνια που τελειώνουν μετά από N περιόδους, όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.3. Το σημείο ισορροπίας που προκύπτει με αυτόν τον τρόπο αποτελεί το μοναδικό σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων της διαπραγμάτευσης.

Περίοδος	UE_1	UE_2	Επεξήγηση
$2k-1$	1	0	Η αρχική προσφορά του παίχτη 1 είναι να πάρει αυτός όλη την πίτα και ο παίχτης 2 τίποτα.
$2k-2$	$1-\delta_2$	δ_2	Ο παίχτης 2 απορρίπτει την πρόταση του παίχτη 1 και κάνει μία αντιπρόταση, όπου ζητάει δ_2
$2k-3$	$\delta_1(1-\delta_2)$	$1-\delta_1(1-\delta_2)$	Ο παίχτης 1 απορρίπτει και η αντιπρόταση του βάζει και τον δικό του discounting factor δ_1
$2k-4$	$1-\delta_2[1-\delta_1(1-\delta_2)]$	$\delta_2[1-\delta_1(1-\delta_2)]$	
.....	
1	$\delta_1[1-\delta_2[1-\delta_1[1-\dots]]]$	$1-\delta_1[1-\delta_2[1-\delta_1[1-\dots]]]$	
0	$1-\delta_2[1-\delta_1[1-\delta_2[1-\delta_1[1-\dots]]]]$	$\delta_2[1-\delta_1[1-\delta_2[1-\delta_1[1-\dots]]]]$	

Πίνακας 3.3: Μοντέλο διαπραγμάτευσης Rubinstein

Στα παίγνια που συνεχίζονται επ άπειρον η διαδικασία δε μπορεί να εφαρμοστεί τόσο απλά. Θα δείξουμε όμως ότι υπάρχει σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων που περιγράφεται ως εξής: στη σειρά του ο παίχτης 1 προτείνει έναν διαμοιρασμό $(x, 1 - x)$ με $x = \frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1 \delta_2}$. Ο παίχτης 2 δέχεται οποιαδήποτε μοιρασιά που του δίνει τουλάχιστον $1 - x$. Όποτε προτείνει ο παίχτης 2, προτείνει τον διαμοιρασμό $(y, 1 - y)$ με $y = \delta_1 \frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1 \delta_2}$. Ο παίχτης 1 δέχεται οποιαδήποτε προσφορά του δίνει τουλάχιστον y . Έτσι το παίγνιο τελειώνει αμέσως με το διαχωρισμό $(x, 1 - x)$.

Θα αποδείξουμε ότι το προτεινόμενο σημείο είναι σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων. Αρκεί να δείξουμε πως σε μια περίοδο κανείς παίχτης δε μπορεί να επιλέξει στρατηγική διαφορετική από αυτή του σημείου ισορροπίας που θα τον οδηγήσει σε καλύτερο αποτέλεσμα. Θα εξετάσουμε μια περίοδο στην οποία προτείνει ο παίχτης 1. Δεν υπάρχει επικερδής απόκλιση από το σημείο ισορροπίας αφού δε μπορεί να κάνει καμία πρόταση που να του επιφέρει περισσότερο από x . Εάν κάνει πρόταση που θα απορριφθεί, στην επόμενη περίοδο θα πάρει $y = \delta_1 x$ ή $\delta_1^2 x$ σε όρους παρόντος χρόνου που είναι χειρότερο από x . Ούτε όμως για τον παίχτη 2 υπάρχει επικερδής απόκλιση. Αν δεχθεί την πρόταση θα πάρει $1 - x$. Αν όχι στην επόμενη περίοδο θα πάρει $1 - y$ ή σε όρους παρόντος χρόνου $\delta_2(1 - x) = \delta_2(1 - \delta_1 x)$. Είναι εύκολο να δούμε πως $1 - x = \delta_2 - \delta_2 \delta_1 x$. Παρόμοια επιχειρήματα ισχύουν και για τις περιόδους που προτείνει ο παίχτης 2. Αποδεικνύεται ότι ο διαμοιρασμός

$$\left(\frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1 \delta_2}, \frac{\delta_2(1 - \delta_1)}{1 - \delta_1 \delta_2} \right)$$

είναι το μοναδικό σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων του μοντέλου διαπραγμάτευσης.

Μπορούμε τώρα να κάνουμε κάποιες παρατηρήσεις. Ο πρώτος παίχτης που κάνει πρόταση φαίνεται να έχει πλεονέκτημα έναντι του δεύτερου. Για κοινό συντελεστή έκπτωσης δ , το μοντέλο προβλέπει το διαμοιρασμό

$$\left(\frac{1}{1 + \delta}, \frac{\delta}{1 + \delta} \right)$$

ο οποίος είναι καλύτερος για τον παίχτη 1. Όσο όμως ο συντελεστής έκπτωσης πλησιάζει τη μονάδα αυτό το πλεονέκτημα χάνεται. Για $\delta = 1$ έχουμε διαίρεση της

πίτας εξημισίας. Στον Πίνακα 3.4 φαίνονται μερικά απλά αριθμητικά παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση αυτής της πολύ σημαντικής παρατήρησης.

δ	ΣΗΜΕΙΟ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ NASH
0.5	(0.67,0.33)
0.7	(0.59,0.41)
0.9	(0.53,0.47)
1	(0.5,0.5)

Πίνακας 3.4: Αριθμητικά παραδείγματα σημείου ισορροπίας Rubinstein 2 παιχτών

Μια ακόμα σημαντική παρατήρηση που μπορούμε να κάνουμε είναι η απουσία καθυστερήσεων αφού ο δεύτερος παίχτης δέχεται αμέσως την αρχική προσφορά του πρώτου παίχτη.

3.4 Μοντέλο διαπραγμάτευσης Rubinstein για N παίχτες

Στην προηγούμενη ενότητα δείξαμε πως το μοντέλο του Rubinstein για διαπραγμάτευση δύο παιχτών με κοινό συντελεστή έκπτωσης δ έχει μοναδικό σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων, και συγκεκριμένα τον διαμοιρασμό

$$\left(\frac{1}{1+\delta}, \frac{\delta}{1+\delta} \right)$$

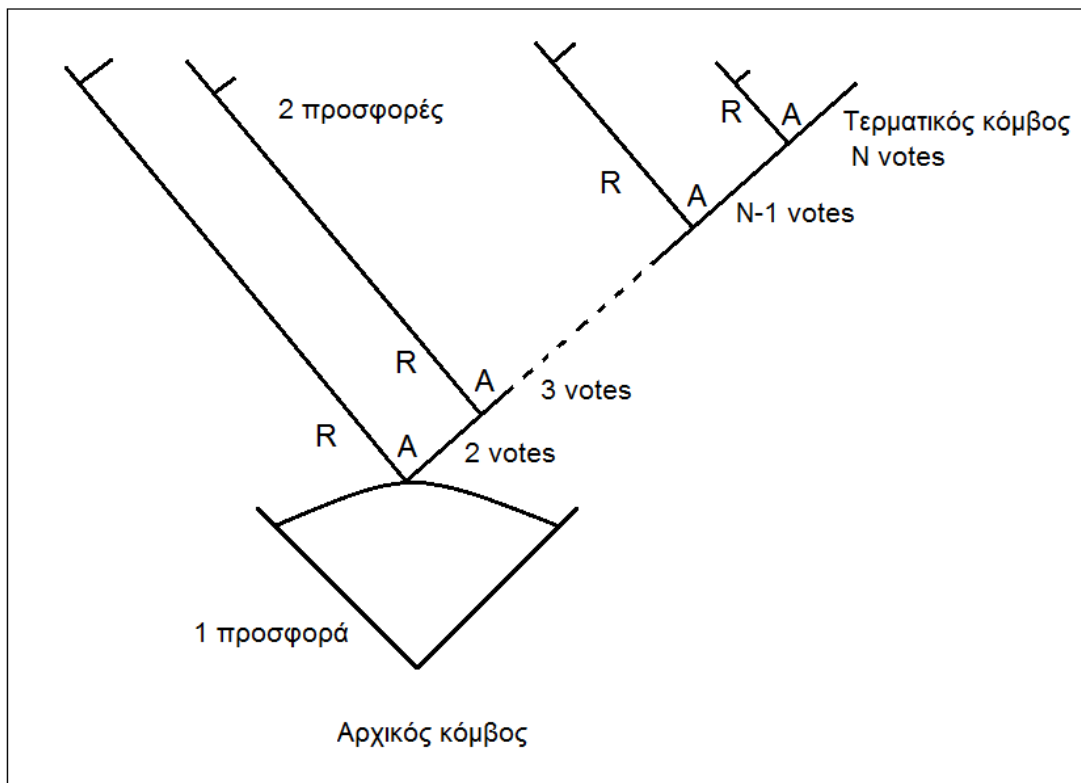
Οι πρώτες προσπάθειες επέκτασης του μοντέλου για να συμπεριλαμβάνει διαπραγματεύσεις με περισσότερους από δύο παίχτες ήταν απογοητευτικά. Αρχικά, οι Sutton και Shaked έδειξαν πως η μοναδικότητα του σημείου τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων παύει να ισχύει σε αυτού του είδους τις διαπραγματεύσεις. Λίγο αργότερα η Herrero κατέληξε στο παρακάτω συμπέρασμα:

- a) Για $\delta \geq \frac{1}{N-1}$ κάθε διαμοιρασμός της πίτας μπορεί να θεωρηθεί ως σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων.
- b) Για $\delta < \frac{1}{N-1}$ το μοναδικό σημείο ισορροπίας είναι το διάνυσμα διαμοιρασμού της πίτας:

$$\left(\frac{1-\delta}{1-\delta^N}, \delta \frac{1-\delta}{1-\delta^N}, \dots, \delta^{N-1} \frac{1-\delta}{1-\delta^N}\right)$$

Στο μοντέλο της Herrero ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία: η διαπραγμάτευση γίνεται σε γύρους $t = 1, 2, 3, \dots$. Στον πρώτο γύρο ο πρώτος παίχτης προτείνει έναν διαμορισμό της πίτας $X = (X_1, \dots, X_N)$. Οι υπόλοιποι παίχτες με τη σειρά δηλώνουν εάν δέχονται ή απορρίπτουν τη συγκεκριμένη πρόταση. Αν υπάρξει καθολική αποδοχή, η διαπραγμάτευση τερματίζεται και η πίτα μοιράζεται. Εάν τουλάχιστον ένας παίχτης αρνηθεί, η διαπραγμάτευση συνεχίζεται στον δεύτερο γύρο με τον δεύτερο παίχτη να κάνει τη δική του πρόταση και τους υπόλοιπους να δηλώνουν συμφωνία ή απόρριψη. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι όλοι οι παίχτες ανεξαιρέτως να δεχθούν μια πρόταση. Η ευχαρίστηση του i παίχτη για διαμορισμό που γίνεται δεκτός στην περίοδο t είναι $\delta^{t-1} X_i$.

Στην Εικόνα 3.1 φαίνεται η δενδρική μορφή του παιχνιδιού που περιγράφει το μοντέλο της Herrero.



Εικόνα 3.1: Δενδρική μορφή του μοντέλου της Herrero

Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα ουσιαστικά δηλώνει ότι για συντελεστή έκπτωσης κοντά στη μονάδα το μοντέλο αδυνατεί να δώσει μοναδικό σημείο ισορροπίας. Αυτή ακριβώς όμως η περίπτωση είναι που κάνει το αρχικό μοντέλο του Rubinstein εξαιρετικά χρήσιμη αφού μειώνει αισθητά το πλεονέκτημα που έχει ο παίχτης που ξεκινάει τη διαπραγμάτευση, όπως δείξαμε προηγουμένως. Αναπόφευκτα η μετέπειτα έρευνα στράφηκε στην προσπάθεια εύρεσης μοναδικού σημείου ισορροπίας ανεξάρτητου από την τιμή του συντελεστή έκπτωσης.

Τη λύση ήρθε τελικά να δώσει ο Asheim βασισμένος σε προηγούμενη έρευνα του Greenberg. Η επιπλέον παραδοχή που εισήγαγαν είναι η δυνατότητα ένας παίχτης να απορρίψει μια προτεινόμενη διαδρομή, αρκεί αυτή η απόκλιση να οδηγεί σε κέρδος μεγαλύτερο από ϵ . Με άλλα λόγια ένας παίχτης δεν ενδιαφέρεται να αντιδράσει αν η ευχαρίστηση του είναι μικρότερη από ϵ συγκριτικά με μια διαφορετική στρατηγική δράσης. Θεωρούμε ένα πρότυπο συμπεριφοράς ώστε κάθε σε κάθε κόμβο του δένδρου του παιγνίου αντιστοιχεί το υποσύνολο των διαδρομών που ξεκινούν από τον συγκεκριμένο κόμβο. Ο Asheim απέδειξε ότι το παίγνιο έχει μοναδικό σταθερό πρότυπο συμπεριφοράς για κάθε $\epsilon > 0$. Το συμπέρασμα αυτό σε συνδυασμό με το συμπέρασμα της Herrerero αποδεικνύει ότι στο μοντέλο διαπραγμάτευσης N παιχτών υπάρχει μοναδικό σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων κατά Nash, ανεξάρτητο από την τιμή του συντελεστή έκπτωσης και είναι το διάνυσμα

$$\left(\frac{1-\delta}{1-\delta^N}, \delta \frac{1-\delta}{1-\delta^N}, \dots, \delta^{N-1} \frac{1-\delta}{1-\delta^N}\right)$$

Ο Πίνακας 3.5 και ο Πίνακας 3.6 συνοψίζουν μερικά αριθμητικά παραδείγματα, ο πρώτος για $N=3$ παίχτες και ο δεύτερος για $N=5$ παίχτες.

δ	Σ.Ι NASH
0.5	(0.57,0.29,0.14)
0.7	(0.46,0.32,0.22)
0.9	(0.37,0.33,0.30)

Πίνακας 3.5: Αριθμητικά παραδείγματα για διαπραγμάτευση 3 παιχτών

δ	$\Sigma.I \text{ NASH}$
0.5	(0.52,0.26,0.13,0.06,0.03)
0.7	(0.36,0.25,0.18,0.12,0.09)
0.9	(0.24,0.22,0.20,0.18,0.16)

Πίνακας 3.6: Αριθμητικά παραδείγματα για διαπραγμάτευση 5 παιχτών

Παρατηρούμε πως και σε αυτήν την περίπτωση, ο παίχτης που ξεκινάει την διαπραγμάτευση έχει ένα πλεονέκτημα έναντι των υπολοίπων το οποίο όμως μειώνεται όσο ο συντελεστής έκπτωσης πλησιάζει στη μονάδα.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα κάνουμε μια περαιτέρω επέκταση του μοντέλου διαπραγμάτευσης του Rubinstein που θα περιλαμβάνει παίγνια με πολλούς παίχτες με διαφορετικό συντελεστή έκπτωσης όμως ο καθένας.

4

Διαπραγμάτευση με διαφορετικούς

συντελεστές έκπτωσης

Στο προηγούμενο κεφάλαιο κάναμε μια εισαγωγή στη θεωρία παιγνίων και τη θεωρία διαπραγμάτευσης. Μελετήσαμε το μοντέλο του Rubinstein για 2 παίκτες, καθώς και την επέκτασή του για N παίκτες με κοινό συντελεστή έκπτωσης. Οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα πως οι παίκτες που μπαίνουν πρώτοι στη διαπραγμάτευση αποκτούν πλεονέκτημα έναντι των υπολοίπων. Αυτό το πλεονέκτημα είναι τόσο μεγαλύτερο όσο μικρότερος είναι ο συντελεστής έκπτωσης. Είδαμε πως ένας τρόπος για να γίνει η διαπραγμάτευση πιο δίκαιη είναι ο συντελεστής έκπτωσης να παίρνει τιμές κοντά στη μονάδα. Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε μια διαφορετική λύση. Κάθε παίκτης που συμμετέχει στη διαπραγμάτευση θα έχει διαφορετικό συντελεστή έκπτωσης, σε μια προσπάθεια να αποκτούν και παίκτες που εισέρχονται αργότερα στο παίγνιο κάποιο πλεονέκτημα.

4.1 Σημείο ισορροπίας κατά Nash

Κάθε παίκτης i έχει συντελεστή έκπτωσης δ_i . Αποδεικνύεται πως το διάνυσμα διαμοιρασμού της πίτας που αποτελεί σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων κατά Nash μπορεί να υπολογιστεί με τη χρήση του παρακάτω αλγόριθμου:

- 1) Για κάθε παίκτη i κατασκευάζουμε έναν πίνακα διαπραγμάτευσης Δ_i με τον εξής τρόπο: το στοιχείο της διαγωνίου που βρίσκεται στη θέση i, i γίνεται ίσο με τη μονάδα. Τα υπόλοιπα στοιχεία της διαγωνίου γίνονται ίσα με τον συντελεστή έκπτωσης του παίκτη που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη θέση. Το στοιχείο δηλαδή που βρίσκεται στη θέση j, j παίρνει την τιμή δ_j . Τα υπόλοιπα στοιχεία της γραμμής i , γίνονται ίσα με τη διαφορά του συντελεστή έκπτωσης του παίκτη που αντιστοιχεί στην κάθε στήλη από τη μονάδα. Δηλαδή $\delta_{ij} = 1 - \delta_j$. Τέλος όλα τα στοιχεία του πίνακα που δεν συμπληρώθηκαν ήδη παίρνουν την τιμή μηδέν.

- 2) Κατασκευάζουμε τον πίνακα διαπραγμάτευσης του παιγνίου Δ παίρνοντας το γινόμενο όλων των πινάκων Δ_i που βρήκαμε στο βήμα 1. Δηλαδή

$$\Delta = \prod_{i=1}^N \Delta_i$$

- 3) Υπολογίζουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα διαπραγμάτευσης Δ .

$$c(\lambda) = \det(\lambda I - \Delta)$$

- 4) Υπολογίζουμε την παράγωγο πρώτης τάξης του χαρακτηριστικού πολυωνύμου $c(\lambda)$ που υπολογίσαμε στο βήμα 3.
- 5) Κάνουμε χρήση του θεωρήματος Perron-Frobenius και υπολογίζουμε τιμή της παραπάνω παραγώγου για $\lambda = 1$.
- 6) Στον πίνακα διαπραγμάτευσης Δ του παιγνίου απαλείφουμε την πρώτη γραμμή και την πρώτη στήλη του πίνακα και προκύπτει ο μειωμένος πίνακας Δ_{22} . Για τον χρήστη 1 ορίζουμε τη συνάρτηση διαμοιρασμού ως

$$S(\delta_{\neq 1}) \equiv \det(I - \Delta_{22})$$

Για τους υπόλοιπους παίκτες η αντίστοιχη συνάρτηση διαμοιρασμού ορίζεται με κυκλική εναλλαγή των δ_i .

- 7) Βρίσκουμε το διάνυσμα διαμοιρασμού $X^* = (X_1, \dots, X_N)$ χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο:

$$X_i^* = \frac{\delta_i^{i-1} \cdot S_i(\delta_{\neq i})}{c^{(1)}(1)}$$

Τα βήματα του αλγόριθμου φαίνονται συνοψισμένα στον Πίνακα 4.1.

ΒΗΜΑ	
1	$\Delta_i : \delta_{ii} = 1$ $\delta_{jj} = \delta_j$ $\delta_{ij} = 1 - \delta_j$ $\delta_{others} = 0$
2	$\Delta = \prod_{i=1}^N \Delta_i$
3	$c(\lambda) = \det(\lambda I - \Delta)$
4	$c'(\lambda)$
5	$c'(1)$
6	$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix}$ $S(\delta_{\neq 1}) = \det(I - \Delta_{22})$ $S(\delta_{\neq i})$
7	$X_i^* = \frac{\delta_i^{i-1} \cdot S_i(\delta_{\neq i})}{c^{(1)}(1)}$

Πίνακας 4.1: Αλγόριθμος υπολογισμού διανύσματος ισορροπίας

Παρακάτω θα εξετάσουμε δύο περιπτώσεις του αλγόριθμου, για $N = 2$ παίκτες και για $N = 3$ παίκτες.

4.2 Περίπτωση με $N=2$ παίκτες

Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε διαπραγμάτευση μεταξύ 2 παιχτών. Ο πρώτος θα έχει συντελεστή έκπτωσης δ_1 και ο δεύτερος δ_2 .

Οι πίνακες διαπραγμάτευσης των δύο παιχτών θα είναι:

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 - \delta_2 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 1 - \delta_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας διαπραγμάτευσης του παιγνίου υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \Delta = \Delta_1 \Delta_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 - \delta_2 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 1 - \delta_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 + (1 - \delta_2)(1 - \delta_1) & 1 - \delta_2 \\ \delta_2(1 - \delta_1) & \delta_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - \delta_2 + \delta_1 \delta_2 & 1 - \delta_2 \\ \delta_2 - \delta_1 \delta_2 & \delta_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του Δ θα είναι:

$$\begin{aligned} c(\lambda) &= \det(\lambda I - \Delta) = \begin{vmatrix} \lambda - 1 + \delta_2 - \delta_1 \delta_2 & \delta_2 - 1 \\ \delta_1 \delta_2 - \delta_2 & \lambda - \delta_2 \end{vmatrix} = \\ &(\lambda - 1 + \delta_2 - \delta_1 \delta_2)(\lambda - \delta_2) - (\delta_2 - 1)(\delta_1 \delta_2 - \delta_2) = \\ &\lambda^2 - \lambda \delta_2 - \lambda + \delta_2 + \lambda \delta_2 - \delta_2^2 - \lambda \delta_1 \delta_2 + \delta_1 \delta_2^2 - \delta_1 \delta_2^2 + \delta_2^2 + \delta_1 \delta_2 - \delta_2 = \\ &\lambda^2 - \lambda - \lambda \delta_1 \delta_2 + \delta_1 \delta_2 \end{aligned}$$

Η πρώτη παράγωγος προκύπτει:

$$c'(\lambda) = 2\lambda - 1 - \delta_1 \delta_2$$

Και η τιμή της για $\lambda = 1$:

$$c'(1) = 1 - \delta_1 \delta_2$$

Με αφαίρεση της πρώτης γραμμής και της πρώτης στήλης του πίνακα Δ προκύπτει ο πίνακας (εδώ είναι στοιχείο)

$$\Delta_{22} = \delta_2$$

Η συνάρτηση διαμοιρασμού για τον παίχτη 1 θα είναι λοιπόν

$$S(\delta_{\neq 1}) = \det(I - \Delta_{22}) = 1 - \delta_2$$

Με κυκλική εναλλαγή των δ_1, δ_2 προκύπτει η συνάρτηση διαμοιρασμού του παίχτη 2

$$S(\delta_{\neq 2}) = 1 - \delta_1$$

Τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε το διάνυσμα διαμοιρασμού της πίτας το οποίο θα είναι

$$\mathbf{X}^* = (X_1^*, X_2^*)$$

$$X_1^* = \frac{\delta_1^{1-1} \cdot S(\delta_{\neq 1})}{c'(1)} = \frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1 \delta_2}$$

$$X_2^* = \frac{\delta_2^{2-1} \cdot S(\delta_{\neq 2})}{c'(1)} = \frac{\delta_2(1 - \delta_1)}{1 - \delta_1\delta_2}$$

Παρατηρούμε πως το αποτέλεσμα είναι το προσδοκώμενο από την ανάλυση του Rubinstein.

Στον Πίνακα 4.2 δίνουμε μερικά αριθμητικά παραδείγματα.

δ_1	δ_2	X^*
0.5	0.6	(0.57,0.43)
0.7	0.8	(0.45,0.55)
0.85	0.9	(0.43,0.57)

Πίνακας 4.2: Αριθμητικά παραδείγματα διαπραγμάτευσης 2 παιχτών

4.3 Περίπτωση με $N=3$ παίκτες

Η διαπραγμάτευση γίνεται μεταξύ 3 παιχτών με συντελεστές έκπτωσης $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ αντίστοιχα.

Οι πίνακες διαπραγμάτευσης των 3 παιχτών θα είναι:

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 - \delta_2 & 1 - \delta_3 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 1 - \delta_1 & 1 & 1 - \delta_3 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 1 - \delta_1 & 1 - \delta_2 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας διαπραγμάτευσης του παιγνίου προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned} \Delta = \Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 - \delta_2 & 1 - \delta_3 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 1 - \delta_1 & 1 & 1 - \delta_3 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 1 - \delta_1 & 1 - \delta_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A = 1 + \delta_1^2 \delta_2 - \delta_2 + \delta_2 \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3 - \delta_3^2 + \delta_1 \delta_3^2$$

$$B = 1 - \delta_2 + \delta_2 \delta_3 - \delta_2^2 \delta_3 - \delta_3^2 + \delta_2 \delta_3^2$$

$$C = 1 - \delta_2 + \delta_2 \delta_3 - \delta_3^2$$

$$D = -\delta_1^2 \delta_2 + \delta_2 - \delta_2 \delta_3 + \delta_1 \delta_2 \delta_3$$

$$E = \delta_2 - \delta_2 \delta_3 + \delta_2^2 \delta_3$$

$$F = \delta_2 - \delta_2 \delta_3$$

$$G = \delta_3^2 - \delta_1 \delta_3^2$$

$$H = \delta_3^2 - \delta_2 \delta_3^2$$

$$I = \delta_3^2$$

Υπολογίζουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα διαπραγμάτευσης:

$$c(\lambda) = \det(\lambda I - \Delta) = \begin{vmatrix} \lambda - A & -B & -C \\ -D & \lambda - E & -F \\ -G & -H & \lambda - I \end{vmatrix} =$$

$$\lambda^3 - \lambda^2(\delta_1^2 \delta_2 + \delta_3^2 \delta_1 + \delta_2^2 \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3 + 1) \\ + \lambda(\delta_1^2 \delta_2^2 \delta_3^2 + \delta_1^2 \delta_2 + \delta_3^2 \delta_1 + \delta_2^2 \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3) - \delta_1^2 \delta_2^2 \delta_3^2$$

Η πρώτη παράγωγος του χαρακτηριστικού πολυωνύμου και η τιμή της για $\lambda = 1$ είναι αντίστοιχα:

$$c'(\lambda) = 3\lambda^2 - 2\lambda(\delta_1^2 \delta_2 + \delta_3^2 \delta_1 + \delta_2^2 \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3 + 1) \\ + (\delta_1^2 \delta_2^2 \delta_3^2 + \delta_1^2 \delta_2 + \delta_3^2 \delta_1 + \delta_2^2 \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3)$$

$$c'(1) = 3 - 2(\delta_1^2 \delta_2 + \delta_3^2 \delta_1 + \delta_2^2 \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3 + 1) \\ + (\delta_1^2 \delta_2^2 \delta_3^2 + \delta_1^2 \delta_2 + \delta_3^2 \delta_1 + \delta_2^2 \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3) \\ = 1 - \delta_1^2 \delta_2 - \delta_3^2 \delta_1 - \delta_2^2 \delta_3 + \delta_1 \delta_2 \delta_3 + \delta_1^2 \delta_2^2 \delta_3^2$$

Με αφαίρεση της πρώτης γραμμής και της πρώτης στήλης του πίνακα διαπραγμάτευσης Δ προκύπτει ο πίνακας

$$\Delta_{22} = \begin{bmatrix} \delta_2 - \delta_2 \delta_3 + \delta_2^2 \delta_3 & \delta_2 - \delta_2 \delta_3 \\ \delta_3^2 - \delta_2 \delta_3^2 & \delta_3^2 \end{bmatrix}$$

Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνάρτηση διαμοιρασμού του παίχτη 1 ως:

$$\begin{aligned} S(\delta_{\neq 1}) &= \det(I - \Delta_{22}) = \begin{vmatrix} 1 - (\delta_2 - \delta_2\delta_3 + \delta_2^2\delta_3) & -\delta_2 + \delta_2\delta_3 \\ -\delta_3^2 + \delta_2\delta_3^2 & 1 - \delta_3^2 \end{vmatrix} \\ &= 1 - \delta_2 + \delta_2\delta_3 - \delta_3^2 - \delta_2^2\delta_3 + \delta_2^2\delta_3^2 \end{aligned}$$

Και με κυκλική εναλλαγή των $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ τις συναρτήσεις διαμοιρασμού των άλλων 2 παιχτών:

$$S(\delta_{\neq 2}) = 1 - \delta_3 + \delta_3\delta_1 - \delta_1^2 - \delta_3^2\delta_1 + \delta_3^2\delta_1^2$$

$$S(\delta_{\neq 3}) = 1 - \delta_1 + \delta_1\delta_2 - \delta_2^2 - \delta_1^2\delta_2 + \delta_1^2\delta_2^2$$

Τώρα είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε το διάνυσμα διαμοιρασμού της πίτας:

$$\mathbf{X}^* = (X_1^*, X_2^*, X_3^*)$$

$$X_1^* = \frac{\delta_1^{1-1} \cdot S(\delta_{\neq 1})}{c'(1)} = \frac{1 - \delta_2 + \delta_2\delta_3 - \delta_3^2 - \delta_2^2\delta_3 + \delta_2^2\delta_3^2}{1 - \delta_1^2\delta_2 - \delta_3^2\delta_1 - \delta_2^2\delta_3 + \delta_1\delta_2\delta_3 + \delta_1^2\delta_2^2\delta_3^2}$$

$$X_2^* = \frac{\delta_2^{2-1} \cdot S(\delta_{\neq 2})}{c'(1)} = \delta_2 \frac{1 - \delta_3 + \delta_3\delta_1 - \delta_1^2 - \delta_3^2\delta_1 + \delta_3^2\delta_1^2}{1 - \delta_1^2\delta_2 - \delta_3^2\delta_1 - \delta_2^2\delta_3 + \delta_1\delta_2\delta_3 + \delta_1^2\delta_2^2\delta_3^2}$$

$$X_3^* = \frac{\delta_3^{3-1} \cdot S(\delta_{\neq 3})}{c'(1)} = \delta_3^2 \frac{1 - \delta_1 + \delta_1\delta_2 - \delta_2^2 - \delta_1^2\delta_2 + \delta_1^2\delta_2^2}{1 - \delta_1^2\delta_2 - \delta_3^2\delta_1 - \delta_2^2\delta_3 + \delta_1\delta_2\delta_3 + \delta_1^2\delta_2^2\delta_3^2}$$

Πρέπει τώρα να εξετάσουμε αν αυτό το αποτέλεσμα συμφωνεί με το αναμενόμενο από την ανάλυση του Asheim για το γενικευμένο για N παίχτες μοντέλο του Rubinstein. Αν υποθέσουμε πως και οι τρεις συντελεστές έκπτωσης είναι ίσοι και ίσοι με δ τότε το διάνυσμα διαμοιρασμού γίνεται

$$\mathbf{X}^* = \left(\frac{1 - \delta - \delta^3 + \delta^4}{1 - 2\delta^3 + \delta^6}, \delta \frac{1 - \delta - \delta^3 + \delta^4}{1 - 2\delta^3 + \delta^6}, \delta^2 \frac{1 - \delta - \delta^3 + \delta^4}{1 - 2\delta^3 + \delta^6} \right)$$

Το αντίστοιχο διάνυσμα που δίνει η ανάλυση του Asheim είναι

$$\mathbf{X}^* = \left(\frac{1 - \delta}{1 - \delta^3}, \delta \frac{1 - \delta}{1 - \delta^3}, \dots, \delta^2 \frac{1 - \delta}{1 - \delta^3} \right)$$

Για να δείξουμε ότι τα δύο διανύσματα είναι ίδια αρκεί να δείξουμε ότι

$$\frac{1 - \delta - \delta^3 + \delta^4}{1 - 2\delta^3 + \delta^6} = \frac{1 - \delta}{1 - \delta^3}$$

Πράγματι έχουμε διαδοχικά:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \delta - \delta^3 + \delta^4}{1 - 2\delta^3 + \delta^6} &= \frac{1 - \delta}{1 - \delta^3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{1 - \delta - \delta^3 + \delta^4}{(1 - \delta^3)^2} &= \frac{1 - \delta}{1 - \delta^3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{1 - \delta - \delta^3 + \delta^4}{(1 - \delta^3)} &= \frac{1 - \delta}{1} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 - \delta - \delta^3 + \delta^4 &= (1 - \delta)(1 - \delta^3) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 - \delta - \delta^3 + \delta^4 &= 1 - \delta - \delta^3 + \delta^4 \end{aligned}$$

που προφανώς ισχύει.

Στον Πίνακα 4.3 παραθέτουμε μερικά αριθμητικά αποτελέσματα του αλγόριθμου για τυχαίες τιμές των συντελεστών έκπτωσης.

δ_1	δ_2	δ_3	X^*
0.5	0.6	0.7	(0.42,0.27,0.31)
0.5	0.6	0.8	(0.34,0.21,0.45)
0.5	0.9	0.6	(0.19,0.72,0.09)
0.8	0.85	0.9	(0.28,0.30,0.42)
0.9	0.85	0.8	(0.52,0.31,0.17)

Πίνακας 4.3: Αριθμητικά παραδείγματα διαπραγμάτευσης 3 παιχτών

Μια πρώτη εκτίμηση των αριθμητικών αποτελεσμάτων που παρουσιάσαμε στις τελευταίες δύο ενότητες φαίνεται να δείχνει πως οι τιμές των συντελεστών έκπτωσης μπορούν να επηρεάσουν έντονα το αποτέλεσμα του διαμοιρασμού της πίτας. Σε ένα τηλεπικοινωνιακό περιβάλλον, όπου, όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο, η πίτα αντιστοιχεί σε τηλεπικοινωνιακούς πόρους όπως είναι οι υποφέρουσες του συστήματος, αυτή η δυνατότητα μπορεί να προσφέρει στον διαχειριστή του συστήματος μεγάλη ευελιξία και πληθώρα επιλογών. Βέβαια, η σχέση του ποσοστού της πίτας που κερδίζει κάθε παίχτης και του συντελεστή έκπτωσης μοιάζει να είναι

αρκετά σύνθετη και να εξαρτάται και από άλλους παράγοντες. Επιπλέον όσο αυξάνονται οι παίχτες το πρόβλημα γίνεται ακόμα πιο περίπλοκο. Στο Κεφάλαιο 6 θα κάνουμε μια απόπειρα εύρεσης ενός προσεγγιστικού τύπου που να συνδέει αυτά τα δύο μεγέθη, σε ένα απλοποιημένο όμως περιβάλλον.

5

Κατανομή πόρων σε σύστημα SC/FDMA

Σε ένα σύστημα SC/FDMA το συνολικό φάσμα διασπάται σε υποκανάλια τα οποία μοιράζονται στους χρήστες του συστήματος. Το γεγονός αυτό εισάγει έναν ακόμα βαθμό ελευθερίας στη διαδικασία κατανομής πόρων, πέραν της συνηθισμένης και σε προηγούμενες τεχνολογίες κατανομής της ισχύος. Έτσι σε κάθε χρήστη πρέπει πρώτα να ανατεθεί συγκεκριμένος αριθμός υποφερουσών και έπειτα να βρεθεί η ισχύς με την οποία θα εκπέμπει σε κάθε ένα υποκανάλι. Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να βρεθεί ένας αλγόριθμος βέλτιστης κατανομής υποφερουσών και ισχύος στη ζεύξη ανόδου του συστήματος SC/FDMA. Θα παραστήσουμε τη διαδικασία κατανομής με ένα παίγνιο της θεωρίας παιγνίων. Αφού δώσουμε τον αλγόριθμο, θα αναλύσουμε ξεχωριστά κάθε ένα βήμα του, εξηγώντας τη λογική και της διαδικασίες που κρύβονται από πίσω.

5.1 Σχηματισμός παιγνίου κατανομής πόρων

Προτού σχηματίσουμε το παίγνιο που θα αντιστοιχεί στη διαδικασία κατανομής υποφερουσών και ισχύος στη ζεύξη ανόδου ενός συστήματος SC/FDMA είναι απαραίτητο να περιγράψουμε το σύστημα και να ορίσουμε τα κατάλληλα μεγέθη που θα χρησιμοποιήσουμε. Στην κυψέλη υπάρχουν N χρήστες. Το συνολικό εύρος του συστήματος είναι B Hz και διασπάται σε ένα σύνολο υποφερουσών $\mathcal{S}_{sub} = \{s_i^j / i \in \mathbf{N} = \{1, 2, \dots, i, \dots, N\}, j = 1, 2, \dots, K_i\}$, όπου K_i είναι ο συνολικός αριθμός υποφερουσών που αντιστοιχεί στον χρήστη i και \mathbf{N} το σύνολο των χρηστών. Το σύνολο υποφερουσών του χρήστη i είναι $\mathcal{S}_i = \{s_i^j / j = 1, 2, \dots, K_i\}$. Είναι προφανές πως ο συνολικός αριθμός υποφερουσών στο σύστημα θα είναι $S = \sum_{i=1}^N K_i$. Κάθε χρήστης $i \in \mathbf{N}$ έχει σε κάθε υποφέρουσα $s_i^j \in \mathcal{S}_i$ κέρδος καναλιού G_{i,s_i^j} και ισχύ εκπομπής P_{i,s_i^j} , η οποία δε μπορεί να ξεπερνά τη μέγιστη ισχύ P_i^{max} που έχει το τεμαχικό λόγω φυσικών περιορισμών. Τέλος ο σηματοθορυβικός λόγος του χρήστη i στην υποφέρουσα s_i^j δίνεται από τον τύπο

$$\gamma_{i,s_i^j} = \frac{P_{i,s_i^j} G_{i,s_i^j}}{\sigma_{s_i^j}^2}$$

όπου $\sigma_{s_i^j}^2$ είναι η ισχύς θορύβου της αντίστοιχης υποφέρουσας.

Στην παρούσα διπλωματική θα κάνουμε χρήση της έννοιας της συνάρτησης ωφέλειας U . Η έννοια αυτή χρησιμοποιήθηκε πρώτα από την οικονομική επιστήμη, στην πορεία όμως βρήκε εφαρμογή και σε διάφορους άλλους κλάδους λόγω της χρησιμότητάς της. Η συνάρτηση ωφέλειας εκφράζει το βαθμό ικανοποίησης ενός χρήστη ως αποτέλεσμα των ενεργειών που κάνει και της ποιότητας των υπηρεσιών που του παρέχονται. Έτσι η ωφέλεια του χρήστη i για μια υποφέρουσα s_i^j που του αντιστοιχεί είναι U_{i,s_i^j} και δίνεται από τον τύπο

$$U_{i,s_i^j}(P_{i,s_i^j}) = \frac{R_{opt} f(\gamma_{i,s_i^j})}{P_{i,s_i^j}}$$

όπου R_{opt} είναι ο σταθερός ρυθμός μετάδοσης που δίνεται στον χρήστη ανάλογα με την ζητούμενη υπηρεσία και $f(\gamma_{i,s_i^j})$ η συνάρτηση αποδοτικότητας του. Η τελευταία συνάρτηση εκφράζει την πιθανότητα επιτυχημένης μετάδοσης ενός πακέτου του χρήστη i στην υποφέρουσα s_i^j και έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

- Είναι μια σιγμοειδής, αύξουσα, συνεχής και δύο φορές παραγωγίσιμη ως προς το σηματοθορυβικό λόγο.
- Επειδή πρέπει η συνάρτηση ωφέλειας να έχει μηδενική τιμή όταν η ισχύς είναι μηδέν, δηλαδή $U_{i,s_i^j}(0) = 0$ για $P_{i,s_i^j} = 0$, ισχύει $f(0) = 0$.
- $f(\infty) = 1$.

Η συνολική ωφέλεια ενός χρήστη θα είναι το άθροισμα των επιμέρους ωφελειών για όλες τις υποφέρουσες που του αντιστοιχούν. Δηλαδή

$$U_i(\mathbf{P}_{i,s_i^j}, K_i) = \sum_{j=1}^{K_i} U_{i,s_i^j}(P_{i,s_i^j})$$

όπου

$$\mathbf{P}_{i,s_i^j} = [P_{i,s_i^1}, \dots, P_{i,s_i^{K_i}}].$$

Είμαστε τώρα έτοιμοι να ορίσουμε το παίγνιο κατανομής υποφερουσών και ισχύος στο σύστημα. Στο παίγνιο αυτό κάθε χρήστης i επιλέγει K_i υποφέρουσες και την αντίστοιχη ισχύ μετάδοσης για κάθε μια από αυτές, με σκοπό τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης ωφέλειας του U_i και παράλληλα την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας του. Έτσι προκύπτει το παρακάτω πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\max_{\substack{P_{i,s_i^j} \in [0, P_i^{max}] \\ 0 < K_i \leq S}} U_i(\mathbf{P}_{i,s_i^j}, K_i)$$

όπου επιπλέον ισχύουν οι συνθήκες:

$$\sum_{j=1}^{K_i} P_{i,s_i^j} \leq P_i^{max}$$

$$i \in N$$

$$S = \sum_{i=1}^N K_i$$

5.2 Αλγόριθμος κατανομής υποφερουσών και ισχύος

Παρακάτω δίνουμε τον αλγόριθμο κατανομής υποφερουσών και ισχύος στη ζεύξη ανόδου του συστήματος SC/FDMA.

Βήμα 1: Υπολογίζεται ο βέλτιστος αριθμός υποφερουσών για κάθε χρήστη με τη χρήση του μοντέλου του Rubinstein.

Βήμα 2: Γίνεται χαρτογράφηση των υποφερουσών στους χρήστες, επιλέγεται δηλαδή ποιες συγκεκριμένες υποφέρουσες θα ανατεθούν σε κάθε χρήστη.

Βήμα 3: Υπολογισμός της ισχύος εκπομπής του χρήστη i για την υποφέρουσα s που βελτιστοποιεί την συνάρτηση ωφέλειας του.

Βήμα 4: Ανανεώνεται η μέγιστη ισχύς του χρήστη i . Αν η μέγιστη ισχύς γίνει μηδέν ή δεν υπάρχουν άλλες υποφέρουσες στο σύνολο υποφερουσών του χρήστη i

μεταφερόμαστε στο βήμα 5, αλλιώς επανερχόμαστε στο βήμα 3 ώστε να γίνει ο υπολογισμός της ισχύος μετάδοσης για την επόμενη υποφέρουσα.

Βήμα 5: Διαγράφεται ο χρήστης i από το σύνολο των χρηστών και επιστρέφουμε στο βήμα 3 για να γίνουν οι υπολογισμοί για τον επόμενο χρήστη. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να τελειώσει ο αριθμός των χρηστών.

Στις επόμενες ενότητες θα εξηγήσουμε αναλυτικότερα τις διαδικασίες που εφαρμόζονται στα επιμέρους βήματα του αλγορίθμου.

5.2.1 Κατανομή υποφερουσών

Το πρώτο βήμα της διαδικασίας κατανομής πόρων είναι η εύρεση του αριθμού των υποφερουσών που αντιστοιχεί σε κάθε χρήστη. Η κατανομή αυτή γίνεται μέσω του μοντέλου του Rubinstein και συγκεκριμένα της επέκτασης που κάναμε στο Κεφάλαιο 4 για διαπραγμάτευση με διαφορετικούς συντελεστές έκπτωσης. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό έχουμε N διαφορετικούς ισότιμους παίχτες, οι οποίοι διεκδικούν μια πίτα μεγέθους 1 και στον καθένα αντιστοιχεί ένας συντελεστής έκπτωσης δ_i . Στην περίπτωση της κατανομής υποφερουσών που μελετάμε εδώ, οι παίχτες αντιστοιχούν στους χρήστες της κυψέλης του συστήματος SC/FDMA και η πίτα στο σύνολο S των υποφερουσών του συστήματος. Το σημείο τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίων κατά Nash υπολογίζεται από τον αλγόριθμο που δώσαμε στην Ενότητα 4.1 και είναι ο διαμοιρασμός

$$\mathbf{X}^* = (X_1^*, \dots, X_N^*)$$

όπου το μερίδιο κάθε χρήστη υπολογίζεται ως εξής:

$$X_i^* = \frac{\delta_i^{i-1} \cdot S_i(\delta_{\neq i})}{c^{(1)}(1)}$$

Στον παραπάνω τύπο $S_i(\delta_{\neq i})$ είναι η συνάρτηση διαμοιρασμού του χρήστη και $c^{(1)}(1)$ η τιμή για $\lambda = 1$ της πρώτης παραγώγου του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του πίνακα διαπραγμάτευσης του παιγνίου, τα οποία υπολογίζονται με τα βήματα του εν λόγω αλγορίθμου.

Σε ένα σύστημα με S συνολικά υποφέρουσες, ο αριθμός των υποφερουσών που αντιστοιχεί στον χρήστη i δίνεται από τον τύπο:

$$K_i^* = S * X_i^* = S * \frac{\delta_i^{i-1} \cdot S_i(\delta_{\neq i})}{c^{(1)}(1)}$$

5.2.2 Χαρτογράφηση υποφερουσών

Αφού έχει βρεθεί ο αριθμός των υποφερουσών που θα έχει στη διάθεση του ο κάθε χρήστης, πρέπει να γίνει η χαρτογράφηση αυτών. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι χαρτογράφησης στο σύστημα SC/FDMA, όπως έχουμε ήδη αναφέρει στο αντίστοιχο κεφάλαιο. Παρακάτω θα δώσουμε τρεις εναλλακτικές μεθόδους: μία εντοπισμένης χαρτογράφησης και δύο κατανεμημένης.

- Στην εντοπισμένη μέθοδο χαρτογράφησης κάθε χρήστης καταλαμβάνει διαδοχικές υποφέρουσες του φάσματος. Έτσι ο πρώτος χρήστης καταλαμβάνει τις πρώτες K_1^* υποφέρουσες, ο χρήστης 2 τις επόμενες K_2^* υποφέρουσες, και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να εξαντληθούν όλες οι υποφέρουσες.
- Η πρώτη παραλλαγή κατανεμημένης χαρτογράφησης δίνει την δυνατότητα στους χρήστες που βρίσκονται πιο μακριά από το σταθμό βάσης να επιλέξουν τις υποφέρουσες με το μέγιστο κέρδος καναλιού.
- Η δεύτερη παραλλαγή κατανεμημένης χαρτογράφησης δίνει προτεραιότητα στους χρήστες που βρίσκονται πιο κοντά στο σταθμό βάσης. Έτσι ο πιο κοντινός στο σταθμό βάσης χρήστης επιλέγει όσες υποφέρουσες του αντιστοιχούν ώστε να έχει το μέγιστο κέρδος καναλιού και η διαδικασία συνεχίζεται με τον επόμενο χρήστη.

5.2.3 Εύρεση βέλτιστης ισχύος

Σε αυτό το στάδιο της κατανομής πόρων, πρέπει να βρεθεί η ισχύς με την οποία θα εκπέμπει ο κάθε χρήστης σε κάθε υποφέρουσα που του αντιστοιχεί και η οποία πρέπει να μεγιστοποιεί τη συνάρτηση ωφέλειας του. Για να γίνει αυτό, πρέπει να λύσουμε το πρόβλημα βελτιστοποίησης που αναφέραμε παραπάνω. Συγκεκριμένα για κάθε υποφέρουσα του χρήστη i σχηματίζουμε το κατάλληλο πρόβλημα μεγιστοποίησης:

$$\max_{P_{i,s_i^j} \in [0, P_i^{max}]} U_{i,s_i^j}(P_{i,s_i^j})$$

όπου

$$\sum_{i=1}^{K_i^*} P_{i,s_i^j} \leq P_i^{max}$$

Απαραίτητη προϋπόθεση για να λυθεί αυτό το πρόβλημα είναι να μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος, δηλαδή:

$$\frac{\partial U_{i,s_i^j}(P_{i,s_i^j})}{\partial P_{i,s_i^j}} = 0$$

Διαδοχικά έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{R_{opt} \frac{\partial f(\gamma_{i,s_i^j})}{\partial P_{i,s_i^j}} P_{i,s_i^j} - R_{opt} f(\gamma_{i,s_i^j})}{P_{i,s_i^j}^2} = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\partial f(\gamma_{i,s_i^j})}{\partial P_{i,s_i^j}} P_{i,s_i^j} - f(\gamma_{i,s_i^j}) = 0 &(1) \end{aligned}$$

Όμως

$$\gamma_{i,s_i^j} = \frac{P_{i,s_i^j} G_{i,s_i^j}}{\sigma_{s_i^j}^2}$$

Και άρα

$$\frac{\partial \gamma_{i,s_i^j}}{\partial P_{i,s_i^j}} = \frac{G_{i,s_i^j}}{\sigma_{s_i^j}^2} = \frac{\gamma_{i,s_i^j}}{P_{i,s_i^j}}$$

Έτσι η (1) γίνεται:

$$\gamma_{i,s_i^j} \frac{\partial f(\gamma_{i,s_i^j})}{\partial \gamma_{i,s_i^j}} - f(\gamma_{i,s_i^j}) = 0$$

Αποδεικνύεται ότι λόγω της σιγμοειδούς φύσης της συνάρτησης f η παραπάνω εξίσωση έχει μοναδική λύση $\gamma_{i,s_i^j}^*$.

Έτσι η μοναδική ισχύς μετάδοσης που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση ωφέλειας $U_{i,s_i^j}(P_{i,s_i^j})$ είναι:

$$P'_{i,s_i^j} = \frac{\gamma_{i,s_i^j}^* \sigma_{s_i^j}^2}{G_{i,s_i^j}}$$

Στην περίπτωση που η εναπομείνουσα μέγιστη ισχύς μετάδοσης για τον χρήστη i είναι μικρότερη από την υπολογισθείσα τιμή P'_{i,s_i^j} τότε η ισχύς με την οποία εκπέμπει ο χρήστης στην συγκεκριμένη υποφέρουσα θα είναι η εναπομείνουσα αυτή ισχύς, δηλαδή

$$P_i^{max} - \sum_{\substack{u \neq j \\ u=1, \dots, K_i^*}} P_{i,s_i^u}$$

αφού αυτή η τιμή μεγιστοποιεί τη συνάρτηση ωφέλειας.

Έτσι συνολικά η βέλτιστη ισχύς εκπομπής του χρήστη i για την υποφέρουσα s_i^j δίνεται από τον τύπο:

$$P_{i,s_i^j}^* = \min \left\{ \frac{\gamma_{i,s_i^j}^* \sigma_{s_i^j}^2}{G_{i,s_i^j}}, \left(P_i^{max} - \sum_{\substack{u \neq j \\ u=1, \dots, K_i^*}} P_{i,s_i^u} \right) \right\}$$

Αποδεικνύεται ότι η ισχύς αυτή είναι το μοναδικό σημείο ισορροπίας κατά Nash.

5.2.4 Επανάληψη διαδικασίας

Ο υπολογισμός της ισχύος επαναλαμβάνεται αρχικά για όλες τις υποφέρουσες που αντιστοιχούν στον πρώτο χρήστη, αφαιρώντας κάθε φορά την υπολογισθείσα τιμή $P_{i,s_i^j}^*$ της ισχύος από τη μέγιστη ισχύ του P_i^{max} , ώστε να ανανεώνεται η μέγιστη ισχύς του και να συμβαδίζει με την έως τώρα κατανομή. Αν η μέγιστη ισχύς μηδενιστεί προτού τελειώσει ο αριθμός των διαθέσιμων υποφερουσών, τότε ο χρήστης δε μπορεί να μεταδώσει στις υπόλοιπες υποφέρουσες και η διαδικασία συνεχίζει με τον επόμενο χρήστη. Με αυτόν τον τρόπο κάθε χρήστης υπολογίζει την ισχύ μετάδοσης για κάθε υποφέρουσα που χρησιμοποιεί και τελικά το διάνυσμα βέλτιστης ισχύος

$$\mathbf{P}_{i,s_i}^* = \left[P_{i,s_i^1}^*, \dots, P_{i,s_i^{K_i}^*}^* \right]$$

και το αντιστοιχο διάνυσμα ωφέλειας

$$\mathbf{U}_i(\mathbf{P}_i^*) = \left[U_{i,s_i^1} \left(P_{i,s_i^1}^* \right), \dots, U_{i,s_i^{K_i}^*} \left(P_{i,s_i^{K_i}^*}^* \right) \right]$$

6

Αποτελέσματα προσομοιώσεων

Σε αυτό το κεφάλαιο θα δώσουμε τα αποτελέσματα από την προσομοίωση του αλγορίθμου που παρουσιάσαμε στο Κεφάλαιο 5. Στην αρχή θα προσομοιώσουμε διάφορα σενάρια με διαφορετικές παραμέτρους και θα προσπαθήσουμε να βγάλουμε κάποια πρώτα συμπεράσματα για τον αλγόριθμο. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τη μέγιστη χωρητικότητα του συστήματος και θα δούμε από ποιους παράγοντες εξαρτάται. Τέλος θα προσπαθήσουμε να βρούμε έναν προσεγγιστικό τύπο που να δίνει τον αριθμό των υποφερουσών που παίρνει κάθε χρήστης συναρτήσει του συντελεστή έκπτωσης του και της σειράς με την οποία μπαίνει στη διαπραγμάτευση.

6.1 Σύστημα

Για τις ανάγκες των προσομοιώσεων θεωρούμε ότι έχουμε ένα σύστημα με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Έχουμε συνολικά 256 υποφερούσες.
- Στην κυψέλη υπάρχουν N χρήστες που συναγωνίζονται για αυτές τις υποφερούσες.
- Κάθε χρήστης i έχει συντελεστή έκπτωσης δ_i . Ο χρήστης που ξεκινάει τη διαπραγμάτευση έχει τον μικρότερο συντελεστή δ_{min} και οι συντελεστές των επόμενων χρηστών αυξάνονται με σταθερό βήμα δ_{plus} .
- Κάθε υποφερούσα έχει εύρος ζώνης $R_{opt} = 64Kbps$ ή $R_{opt} = 128Kbps$ ανάλογα με την υπηρεσία που αιτείται ο κάθε χρήστης.
- Κάθε υποφερούσα έχει θόρυβο $\sigma^2 = 5 * 10^{-15} W$.
- Όλοι οι χρήστες απέχουν την ίδια απόσταση $d = 450m$ από τον σταθμό βάσης.
- Η συνάρτηση ευχαρίστησης έχει τη μορφή $U_{i,s_i^j}(P_{i,s_i^j}) = \frac{R_{opt} f(\gamma_{i,s_i^j})}{P_{i,s_i^j}}$.

- Η συνάρτηση αποδοτικότητας είναι η $f(\gamma_{i,s_i^j}) = (1 - \exp(-\gamma_{i,s_i^j}))^M$, όπου $M = 80$ είναι ο αριθμός των bits ανά πακέτο εκπομπής.
- Ο σηματοθορυβικός λόγος δίνεται από την σχέση $\gamma_{i,s_i^j} = \frac{P_{i,s_i^j} H_{i,s_i^j}}{\sigma_{s_i^j}^2}$, όπου H_{i,s_i^j} είναι η απόκριση καναλιού του χρήστη i στην υποφέρουσα s_i^j που δίνεται από τον τύπο $H_{i,s_i^j} = \frac{\text{random}(0.3,0.7)}{d^a}$. Χρησιμοποιούμε την τυχαία μεταβλητή *random* για να παραστήσουμε την τυχειότητα που έχει η απόκριση καναλιού σε κάθε υποφέρουσα.
- Ο εκθέτης διάδοσης είναι $a = 4$.
- Κάθε χρήστης έχει μέγιστη ισχύ εκπομπής $P^{max} = 2W$.
- Επειδή όλοι οι χρήστες απέχουν το ίδιο από τον σταθμό βάσης χρησιμοποιούμε μόνο την εντοπισμένη μέθοδο χαρτογράφησης, που έχουμε ονομάσει Pure.

6.2 Βελτιστοποίηση ισχύος

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε μια σειρά σεναρίων προσομοίωσης του αλγόριθμου βελτιστοποίησης ισχύος.

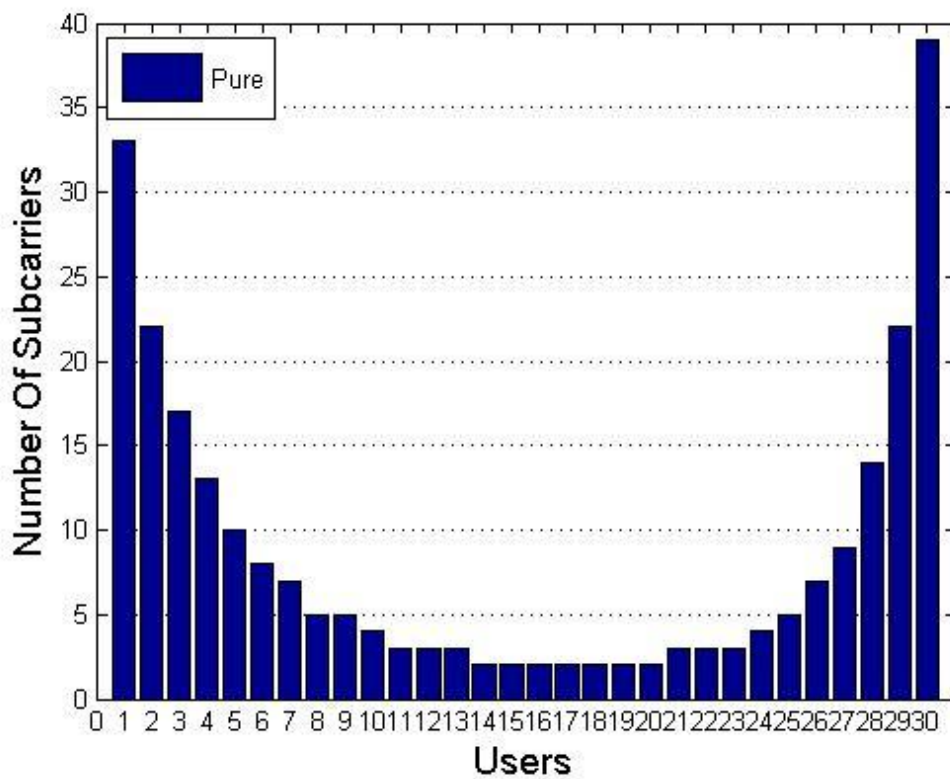
ΣΕΝΑΡΙΟ 1

Έχουμε $N = 30$ χρήστες, των οποίων οι συντελεστές έκπτωσης φαίνονται παρακάτω ($\delta_{min} = 0.777, \delta_{plus} = 0.007$):

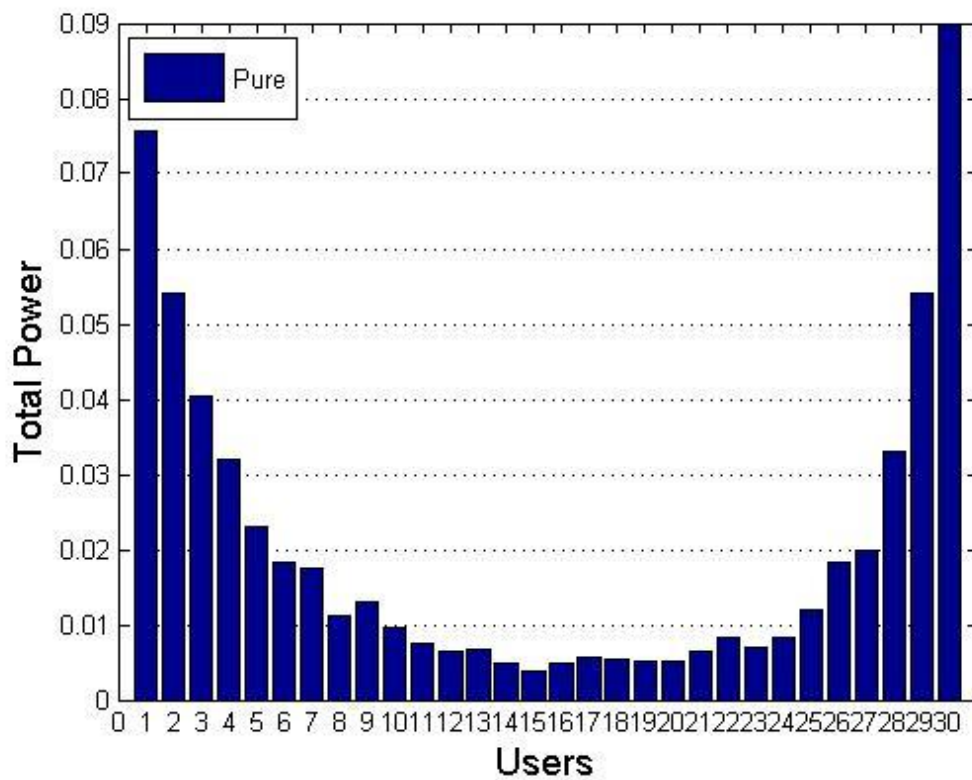
1-10:	0,777	0,784	0,791	0,798	0,805	0,812	0,819	0,826	0,833	0,84
11-20:	0,847	0,854	0,861	0,868	0,875	0,882	0,889	0,896	0,903	0,91
21-30:	0,917	0,924	0,931	0,938	0,945	0,952	0,959	0,966	0,973	0,98

Όλοι οι χρήστες αιτούνται την ίδια υπηρεσία με $R_{opt} = 64Kbps$.

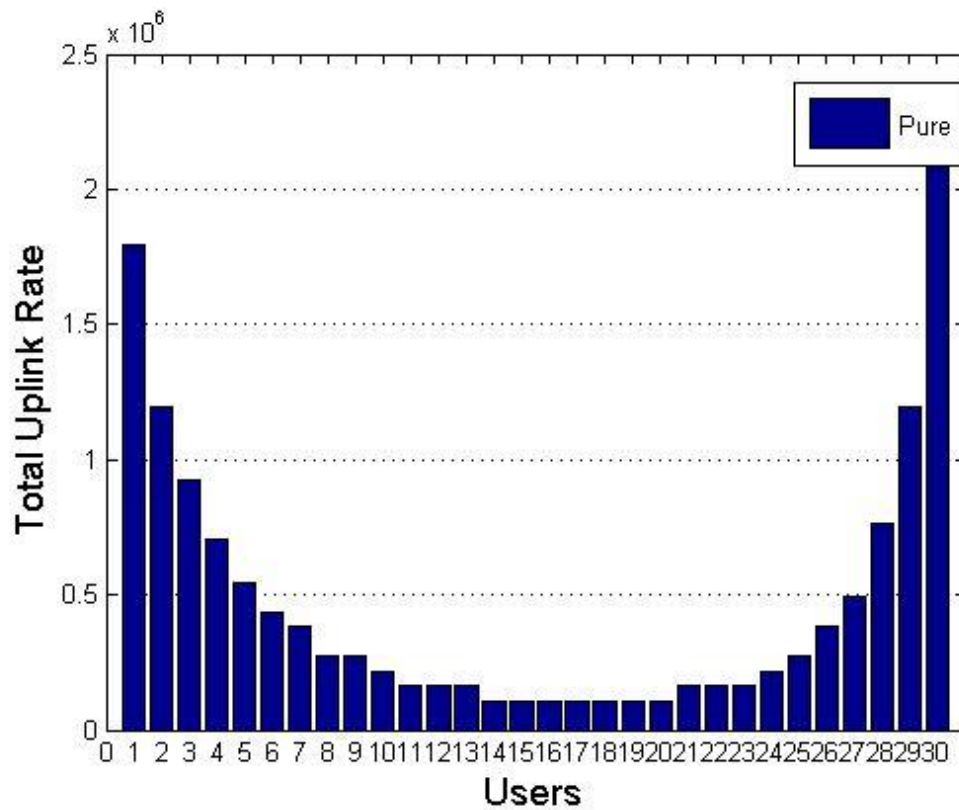
Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου δίνονται μέσω των παρακάτω διαγραμμάτων:



Εικόνα 6.1: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 1



Εικόνα 6.2: Συνολική ισχύς – Σενάριο 1

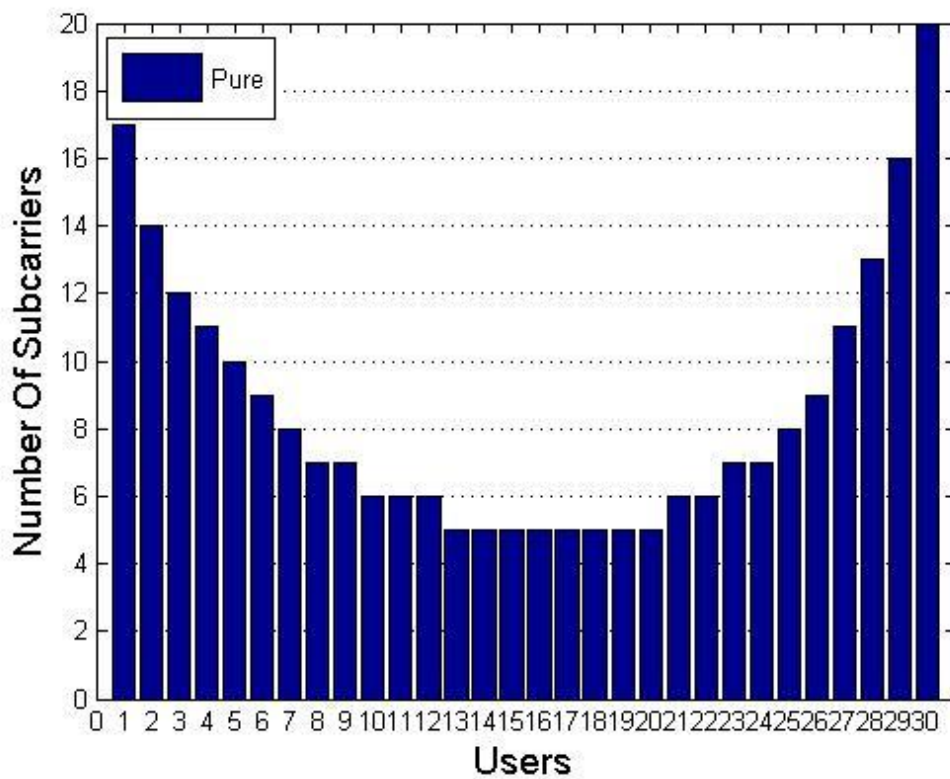


Εικόνα 6.3: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 1

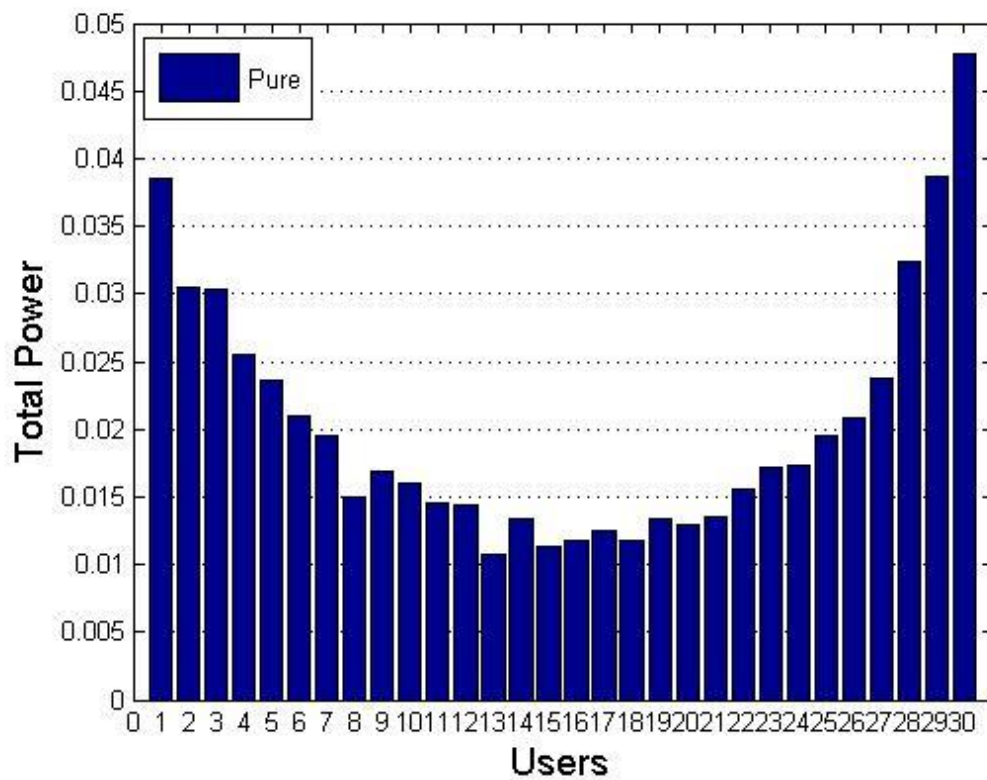
ΣΕΝΑΡΙΟ 2

Σε αυτό το σενάριο κρατάμε τον ίδιο αριθμό χρηστών και την ίδια υπηρεσία αλλάζουμε όμως το εύρος των συντελεστών έκπτωσης όπως φαίνεται παρακάτω ($\delta_{min} = 0.893, \delta_{plus} = 0.003$):

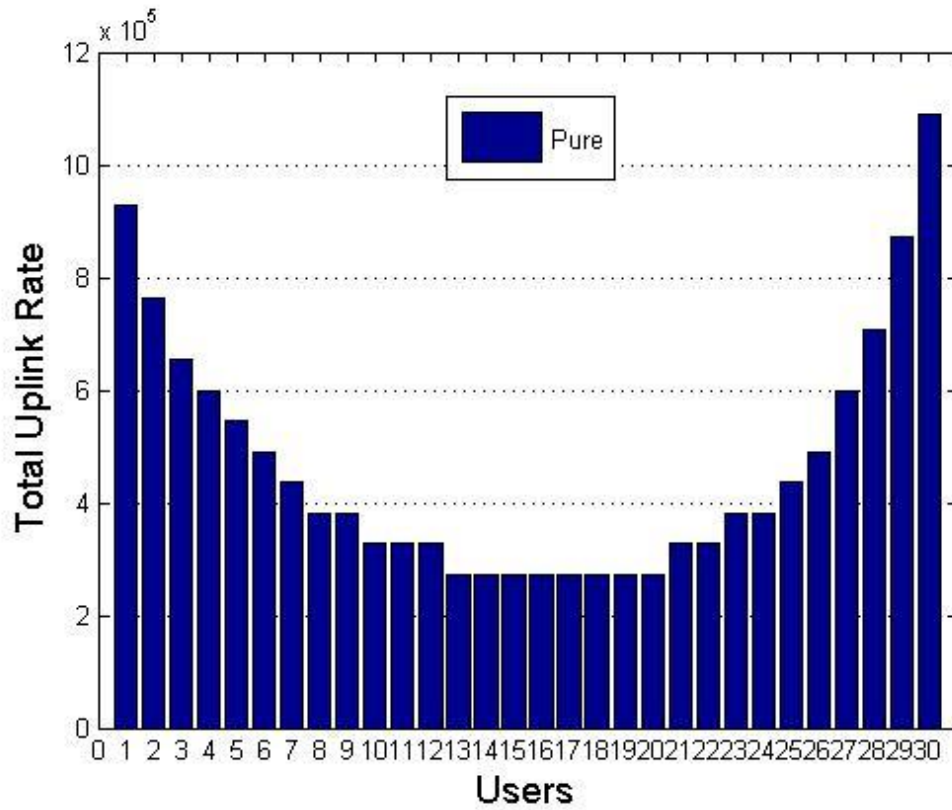
1-10:	0,893	0,896	0,899	0,902	0,905	0,908	0,911	0,914	0,917	0,92
11-20:	0,923	0,926	0,929	0,932	0,935	0,938	0,941	0,944	0,947	0,95
21-30:	0,953	0,956	0,959	0,962	0,965	0,968	0,971	0,974	0,977	0,98



Εικόνα 6.4: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 2



Εικόνα 6.5: Συνολική ισχύς – Σενάριο 2

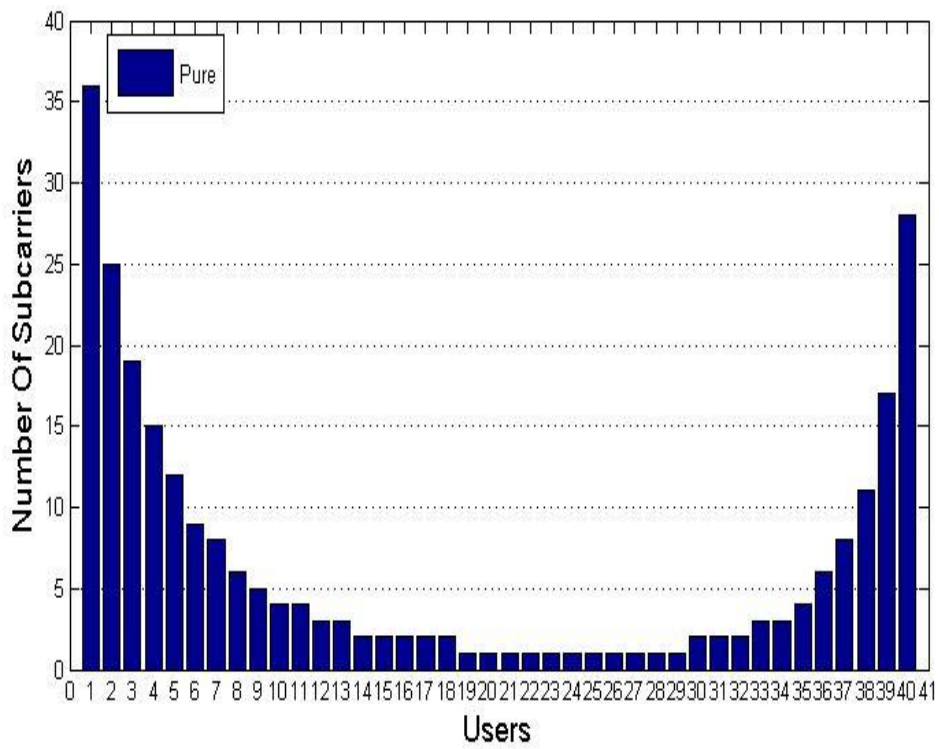


Εικόνα 6.6: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 2

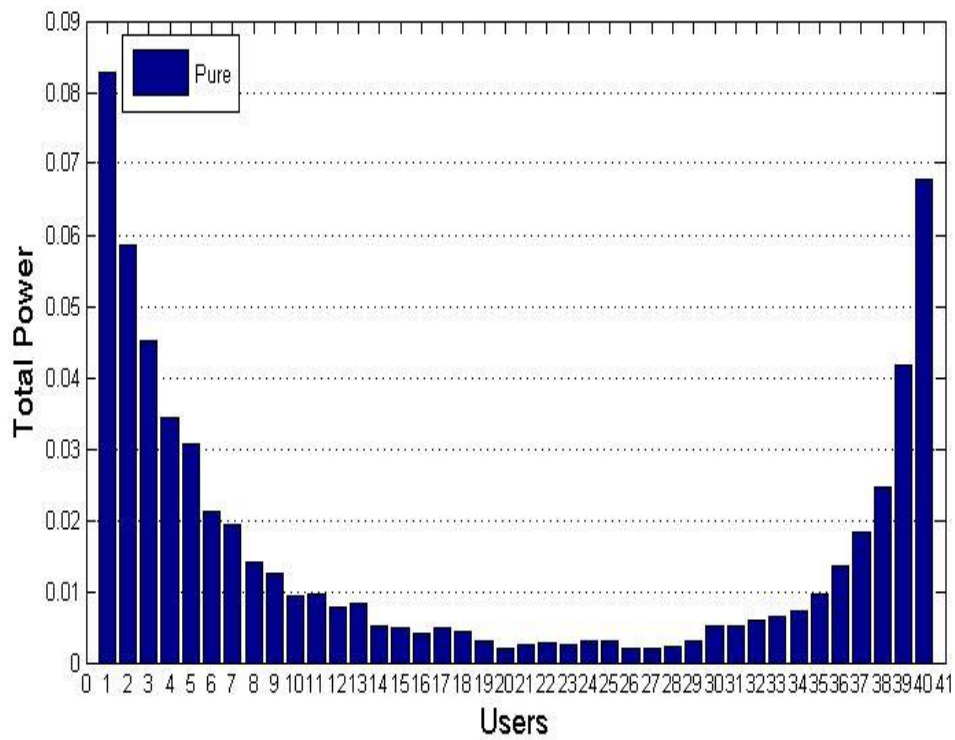
ΣΕΝΑΡΙΟ 3

Τώρα θα αυξήσουμε τον αριθμό των χρηστών σε $N = 40$, με τους παρακάτω συντελεστές έκπτωσης ($\delta_{min} = 0.785$, $\delta_{plus} = 0.005$):

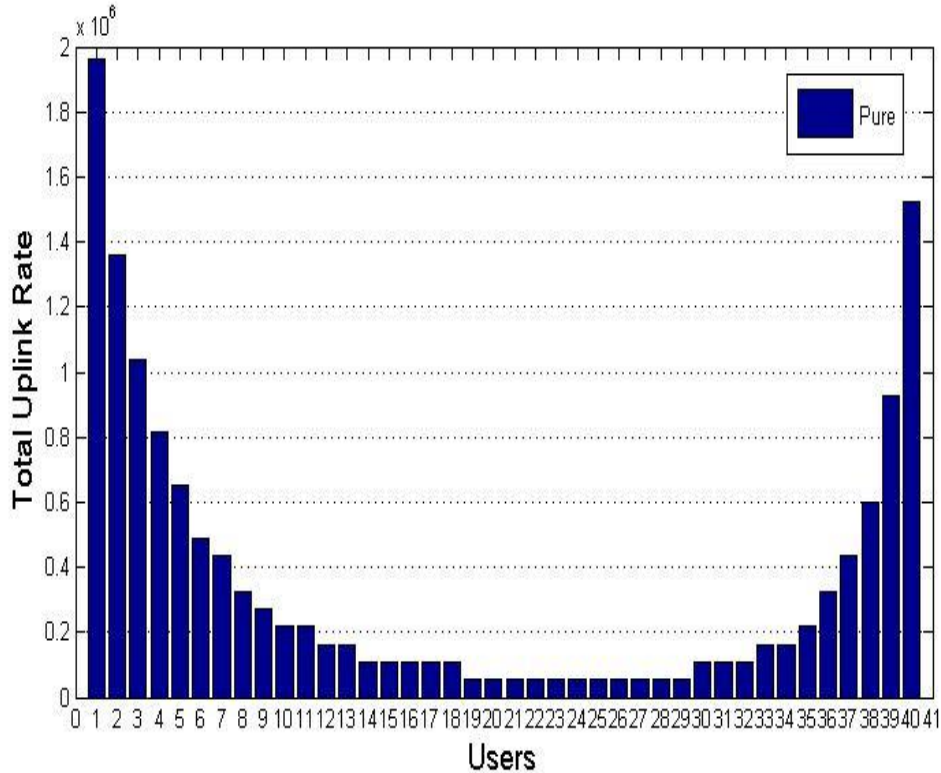
1-10:	0,785	0,79	0,795	0,8	0,805	0,81	0,815	0,82	0,825	0,83
11-20:	0,835	0,84	0,845	0,85	0,855	0,86	0,865	0,87	0,875	0,88
21-30:	0,885	0,89	0,895	0,9	0,905	0,91	0,915	0,92	0,925	0,93
31-40:	0,935	0,94	0,945	0,95	0,955	0,96	0,965	0,97	0,975	0,98



Εικόνα 6.7: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 3



Εικόνα 6.8: Συνολική Ισχύς – Σενάριο 3



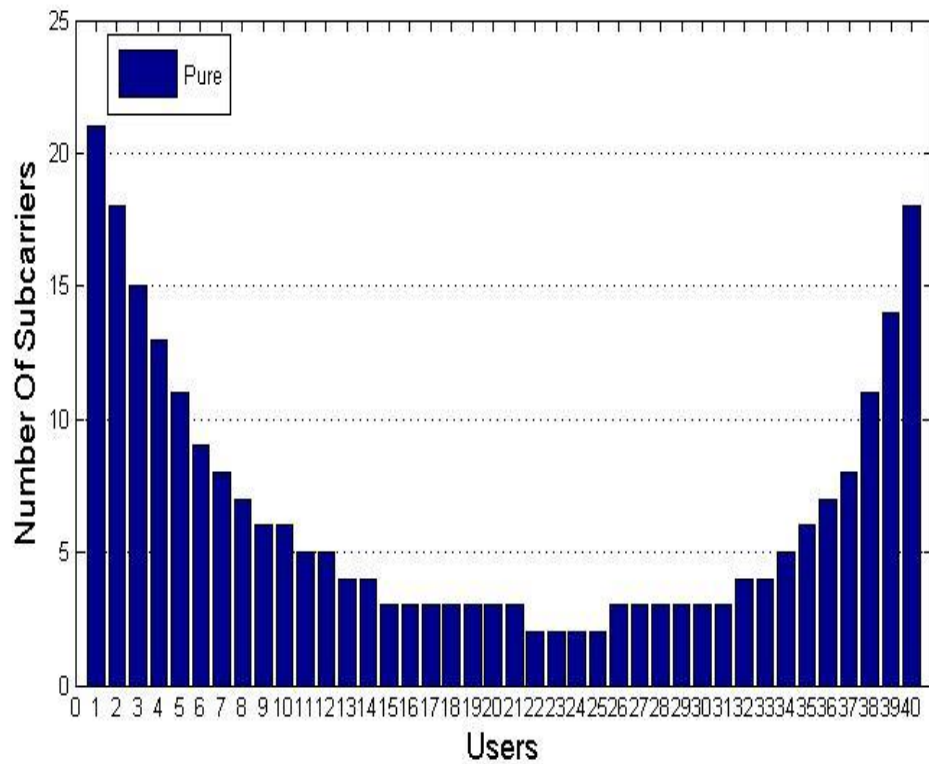
Εικόνα 6.9: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 3

Εδώ παρατηρούμε ότι προκύπτει ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα. Στους χρήστες 19-29, ανατίθεται όπως βλέπουμε στο αντίστοιχο διάγραμμα μόνο μία υποφέρουσα και έτσι ο συνολικός ρυθμός που επιτυγχάνεται και φαίνεται στην Εικόνα 6.9 είναι 54,5Kbps. Ο ρυθμός αυτός όμως είναι μικρότερος από τον απαιτούμενο για την υπηρεσία την οποία χρησιμοποιούν και είναι 64Kbps. Αυτό σημαίνει πως η συγκεκριμένη επιλογή των συντελεστών έκπτωσης δεν είναι κατάλληλη αφού δεν επιτρέπει σε ορισμένους χρήστες να χρησιμοποιήσουν την υπηρεσία που ζητούν. Στο επόμενο σενάριο θα αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα με διαφορετική επιλογή συντελεστών.

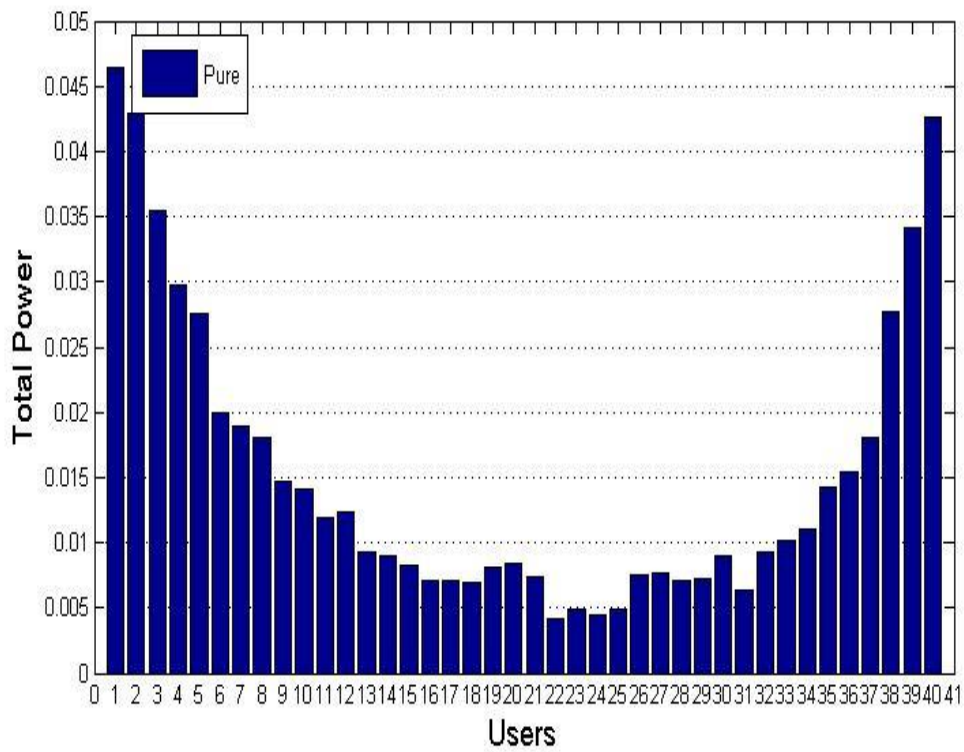
ΣΕΝΑΡΙΟ 4

Οι νέοι συντελεστές έκπτωσης που επιλέγουμε είναι οι ($\delta_{min} = 0.863, \delta_{plus} = 0.003$):

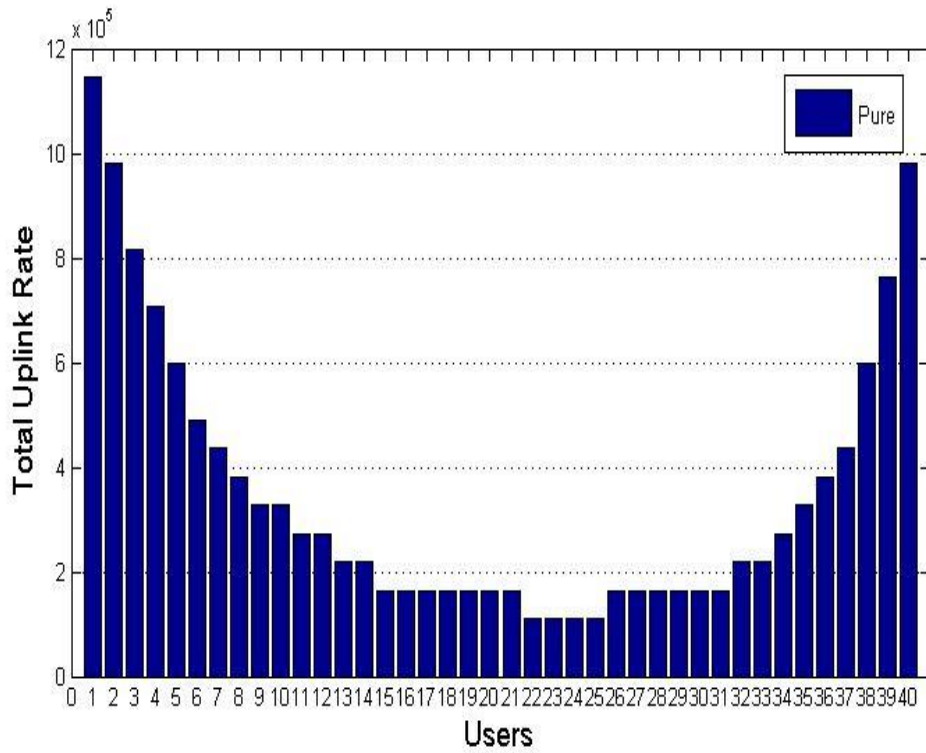
1-10:	0,863	0,866	0,869	0,872	0,875	0,878	0,881	0,884	0,887	0,89
11-20:	0,893	0,896	0,899	0,902	0,905	0,908	0,911	0,914	0,917	0,92
21-30:	0,923	0,926	0,929	0,932	0,935	0,938	0,941	0,944	0,947	0,95
31-40:	0,953	0,956	0,959	0,962	0,965	0,968	0,971	0,974	0,977	0,98



Εικόνα 6.10: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 4



Εικόνα 6.11: Συνολική Ισχύς – Σενάριο 4



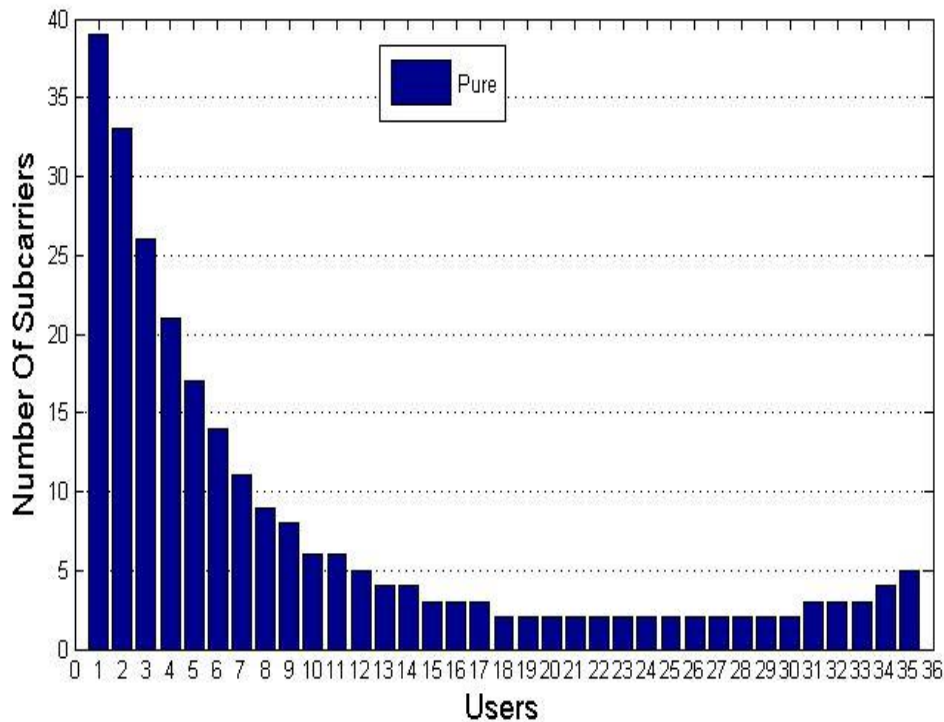
Εικόνα 6.12: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 4

Παρατηρούμε πως πλέον όλοι οι χρήστες επιτυγχάνουν επαρκή ρυθμό μετάδοσης, μεγαλύτερο δηλαδή από $64Kbps$ και άρα είναι ικανοποιημένοι από τη χρήση της υπηρεσίας. Το παράδειγμα που μελετήσαμε στα δύο τελευταία σενάρια δείχνει καθαρά την ευελιξία που μπορεί να προσφέρει στον διαχειριστή ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος η επιλογή των συντελεστών έκπτωσης για κάθε χρήστη.

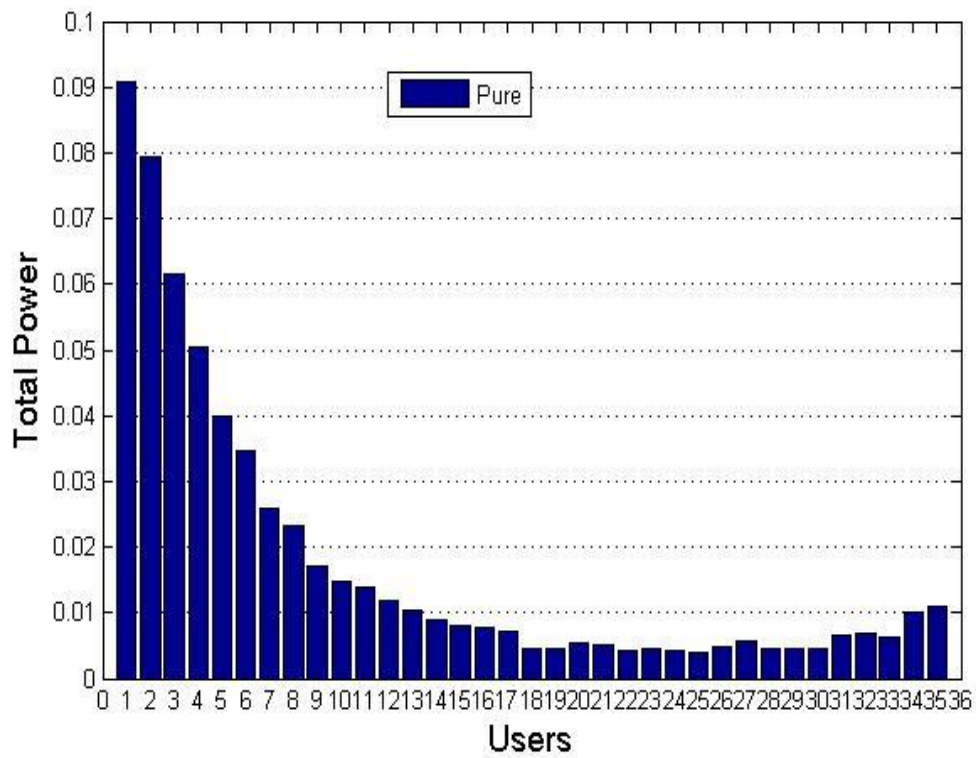
ΣΕΝΑΡΙΟ 5

Σε αυτό το παράδειγμα υπάρχουν $N = 35$ χρήστες στην κυψέλη, οι οποίοι θέλουν αυτή τη φορά να χρησιμοποιήσουν διαφορετική υπηρεσία και έτσι έχουμε $R_{opt} = 128Kbps$. Οι συντελεστές έκπτωσης δίνονται παρακάτω ($\delta_{min} = 0.8, \delta_{plus} = 0.004$):

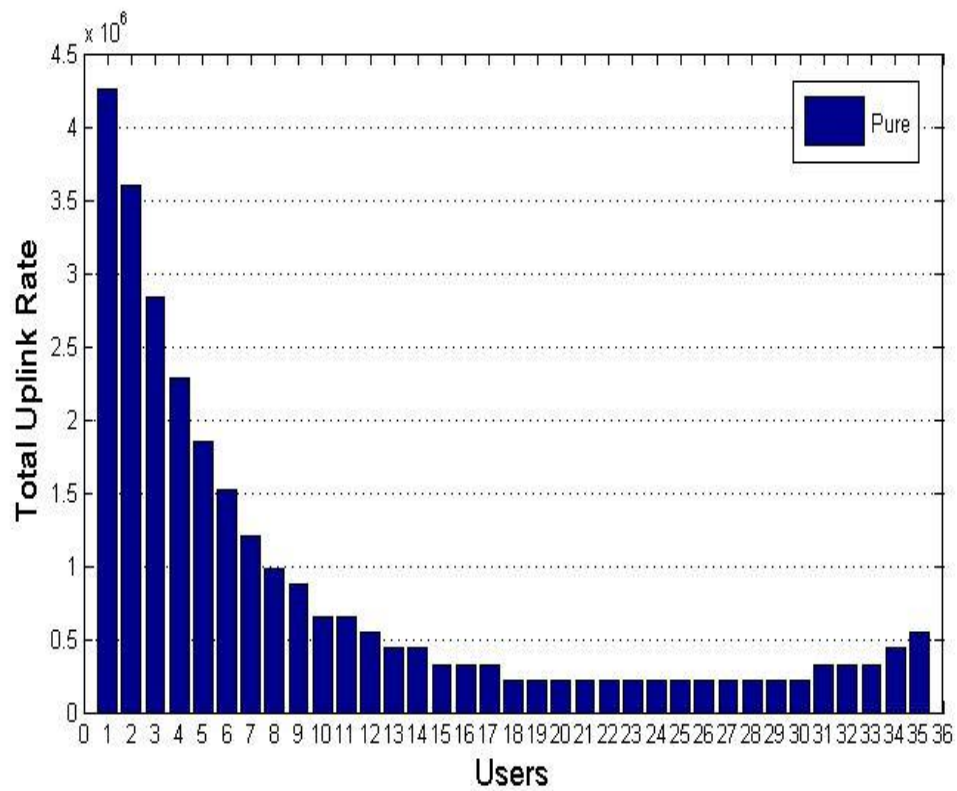
1-10:	0,8	0,804	0,808	0,812	0,816	0,82	0,824	0,828	0,832	0,836
11-20:	0,84	0,844	0,848	0,852	0,856	0,86	0,864	0,868	0,872	0,876
21-30:	0,88	0,884	0,888	0,892	0,896	0,9	0,904	0,908	0,912	0,916
31-35:	0,92	0,924	0,928	0,932	0,936					



Εικόνα 6.13: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 5



Εικόνα 6.14: Συνολική ισχύς – Σενάριο 5

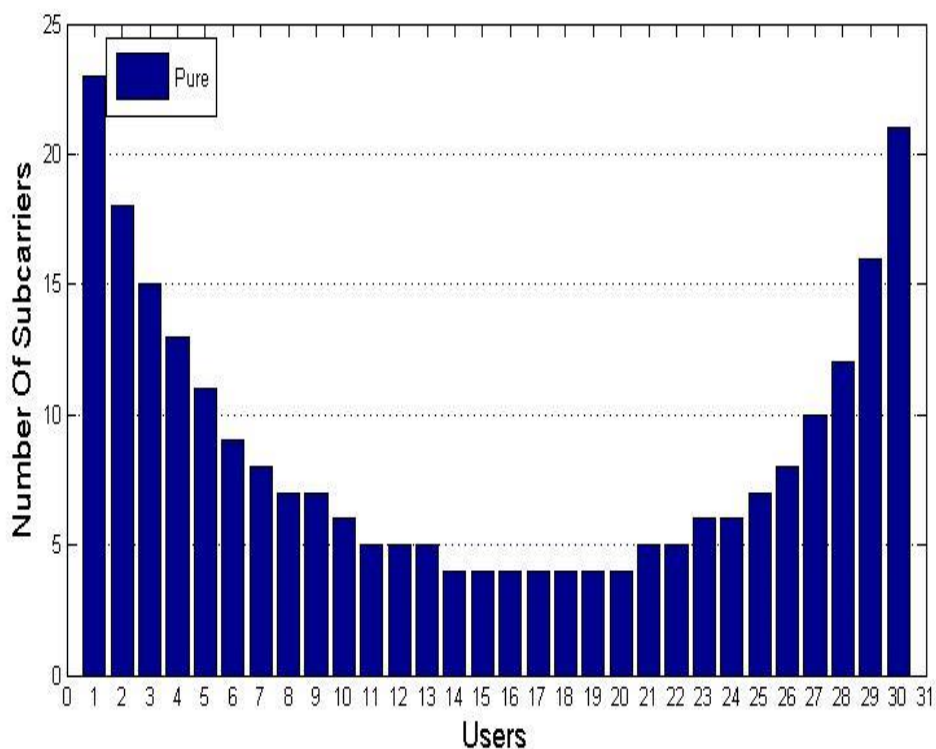


Εικόνα 6.15: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 5

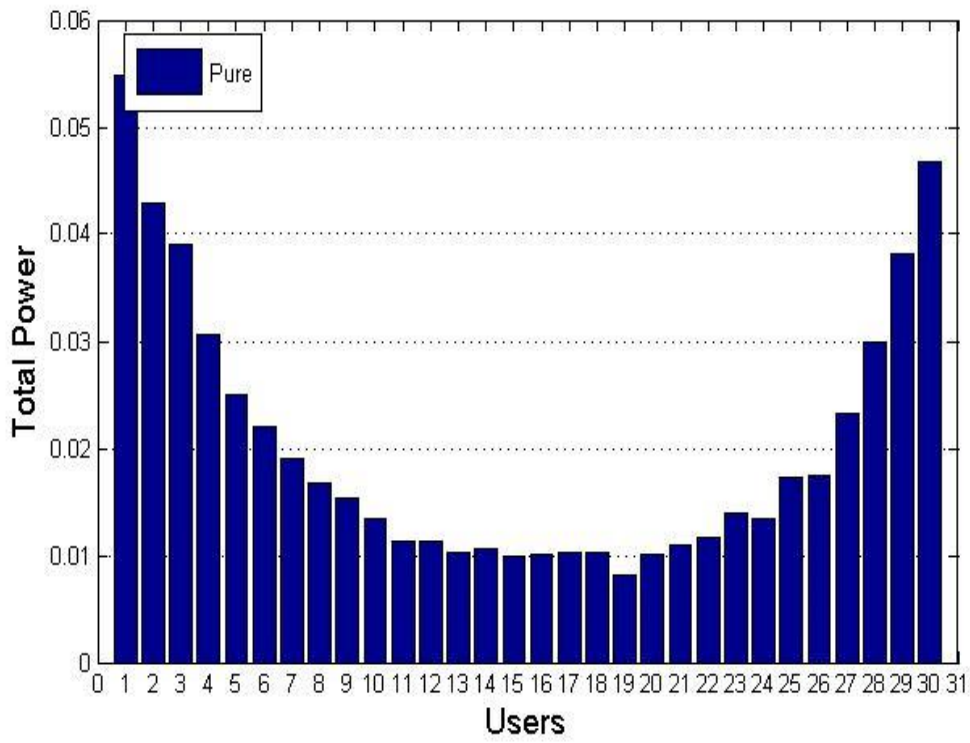
ΣΕΝΑΡΙΟ 6

Σε αυτό το τελευταίο σενάριο οι $N = 30$ χρήστες του συστήματος χρησιμοποιούν διαφορετική υπηρεσία. Για τους πρώτους 10 χρήστες καθώς και για τους 5 τελευταίους είναι $R_{opt} = 64Kbps$ ενώ για τους 15 ενδιάμεσους $R_{opt} = 128Kbps$. Επιλέγουμε να αιτούνται οι ενδιάμεσοι χρήστες πιο απαιτητική υπηρεσία, καθώς είναι εκείνοι που παίρνουν τις λιγότερες υποφέρουσες. Έτσι εξετάζουμε το πιο δύσκολο στιγμιότυπο του συστήματος. Οι συντελεστές έκπτωσης είναι ($\delta_{min} = 0.86, \delta_{plus} = 0.004$):

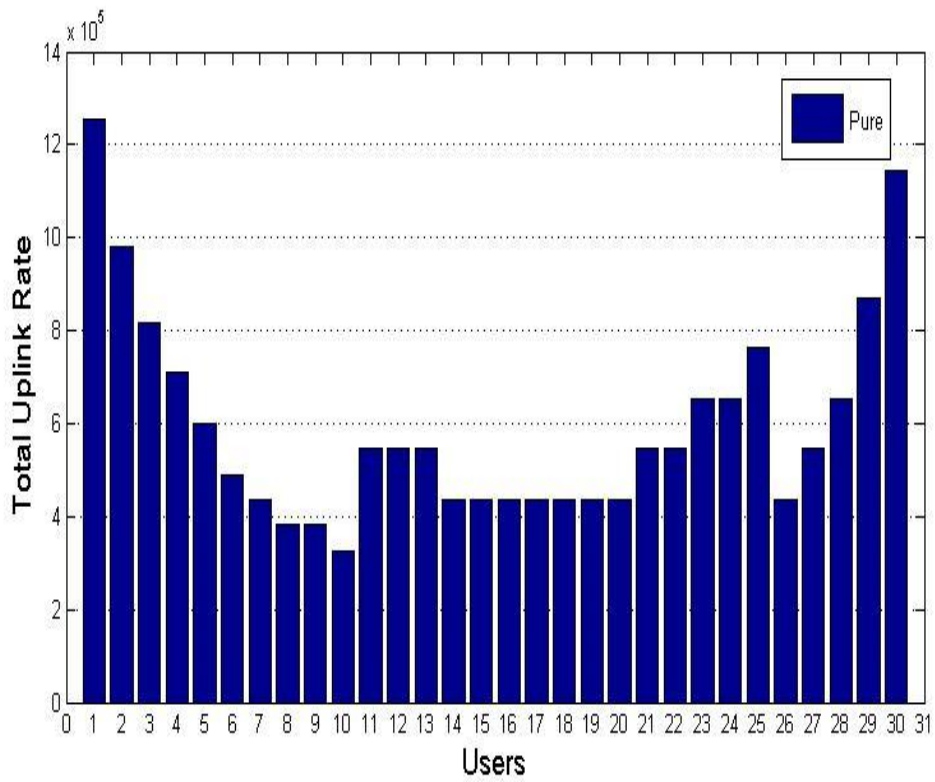
1-10:	0,86	0,864	0,868	0,872	0,876	0,88	0,884	0,888	0,892	0,896
11-20:	0,9	0,904	0,908	0,912	0,916	0,92	0,924	0,928	0,932	0,936
21-30:	0,94	0,944	0,948	0,952	0,956	0,96	0,964	0,968	0,972	0,976



Εικόνα 6.16: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 6



Εικόνα 6.17: Συνολική ισχύς – Σενάριο 6



Εικόνα 6.18: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 6

6.2.1 Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Η ανάλυση των παραπάνω αποτελεσμάτων, καθώς και αρκετών ακόμα προσομοιώσεων που δε παρουσιάζουμε για λόγους οικονομίας μας οδηγεί σε κάποια πολύ σημαντικά συμπεράσματα.

Ο αριθμός των υποφερουσών που ανατίθενται σε κάθε χρήστη εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, πέρα από την τιμή του συντελεστή έκπτωσης. Υπάρχει εξάρτηση από το εύρος των τιμών των συντελεστών έκπτωσης, την αρχική τιμή καθώς και το βήμα με το οποίο τους αυξάνουμε. Μεγάλο ρόλο ακόμα παίζει η σειρά με την οποία ο χρήστης εισέρχεται στη διαπραγμάτευση, με τους πρώτους χρήστες να έχουν πλεονέκτημα έναντι των υπόλοιπων, κυρίως των μεσαίων χρηστών. Οι τελευταίοι χρήστες μπορούν να ισοσταθμίσουν αυτό το πλεονέκτημα με την μεγάλη τιμή του συντελεστή έκπτωσης που τους αντιστοιχεί. Όσο όλοι οι συντελεστες έκπτωσης πλησιάζουν στη μονάδα το πλεονέκτημα αυτό των πρώτων χρηστών γίνεται όλο και μικρότερο, και ο διαμοιρασμός πιο δίκαιος. Αντίθετα για τιμές που απομακρύνονται από τη μονάδα φαίνεται ότι η σειρά εισαγωγής στη διαπραγμάτευση παίζει μεγαλύτερο ρόλο στο τελικό αποτέλεσμα από την τιμή του συντελεστή έκπτωσης. Η εξάρτηση από όλους αυτούς τους παράγοντες κάνει την πρόβλεψη του αποτελέσματος δύσκολο, αυξάνει όμως τις δυνατότητες διαχείρισης και ευελιξίας του συστήματος από τον διαχειριστή.

Η καμπύλη κατανομής της συνολικής ισχύος ακολουθεί όπως μπορούμε να δούμε σε γενικές γραμμές, την μορφή της καμπύλης της κατανομής των υποφερουσών. Αυτό είναι λογικό αν σκεφτούμε πως όλοι οι χρήστες απέχουν το ίδιο από το σταθμό βάσης και όσο περισσότερες υποφέρουσες καταλαμβάνει ένας χρήστης, τόσο χρειάζεται περισσότερη ισχύ για να εκπέμψει. Έτσι οι χρήστες που μπαίνουν πρώτοι και οι αντίστοιχοι που μπαίνουν τελευταίοι στη διαπραγμάτευση έχουν μεγαλύτερες απαιτήσεις ισχύος και ενδεχομένως να χρειάζονται πιο ισχυρά τερματικά. Παρόλα αυτά στις προσομοιώσεις που δείχνουμε παραπάνω, κανείς χρήστης δεν ξεπερνάει τη μέγιστη ισχύ του.

Με παρόμοιους συλλογισμούς μπορούμε να εξηγήσουμε τη συνάφεια που έχουν οι καμπύλες συνολικού ρυθμού μετάδοσης και αριθμού υποφερουσών (όταν όλοι οι χρήστες χρησιμοποιούν την ίδια υπηρεσία). Πάλι οι χρήστες που μπαίνουν πρώτοι και τελευταίοι αντίστοιχα στη διαπραγμάτευση, επιτυγχάνουν μεγαλύτερο ρυθμό

μετάδοσης και άρα έχουν περισσότερες πιθανότητες να μείνουν ικανοποιημένοι από τη χρήση της υπηρεσίας που επιλέγουν. Όπως είδαμε στα αποτελέσματα παραπάνω, υπάρχει περίπτωση ακατάλληλη επιλογή των συντελεστών έκπτωσης να οδηγήσει σε μη αποδεκτό ρυθμό για κάποιους χρήστες, και για αυτό η επιλογή των συντελεστών θα πρέπει να γίνεται προσεκτικά. Με αυτό ακριβώς το κριτήριο θα μελετήσουμε στην επόμενη ενότητα το σύστημα ως προς τη μέγιστη χωρητικότητα του.

6.3 Μέγιστη χωρητικότητα συστήματος

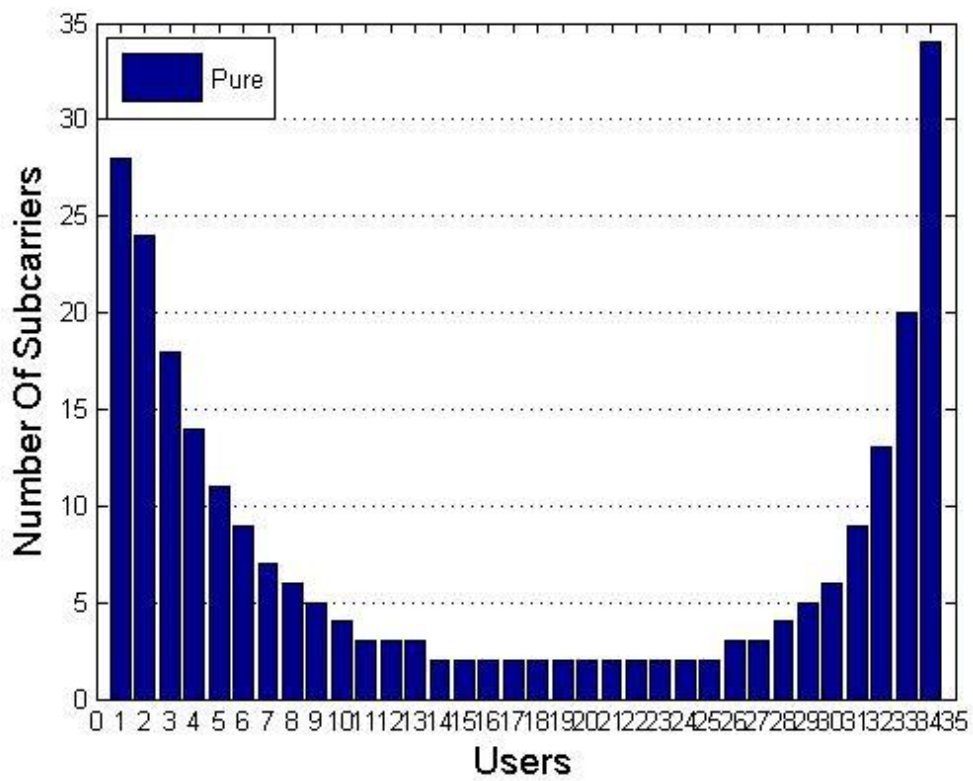
Σε αυτήν την ενότητα θα εξετάσουμε το σύστημα ως προς τη μέγιστη χωρητικότητα του. Οι προσομοιώσεις οδήγησαν στο συμπέρασμα πως η μέγιστη χωρητικότητα δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από τις τιμές που δίνουμε στους συντελεστές έκπτωσης των χρηστών. Εφόσον το κριτήριο με το οποίο δεχόμαστε έναν αριθμό χρηστών σε μια κυψέλη είναι η ικανοποίηση τους ως προς την χρήση της υπηρεσίας που επιλέγουν και, όπως διαπιστώσαμε παραπάνω, ο επιτευχθείς ρυθμός μετάδοσης κάθε χρήστη εξαρτάται από τις αντίστοιχες τιμές των συντελεστών, το συμπέρασμα αυτό είναι λογικό και αναμενόμενο. Στα παρακάτω σενάρια έχει επιτευχθεί μέγιστη χωρητικότητα του συστήματος στις συγκεκριμένες συνθήκες κάθε φορά, με την έννοια ότι η εισαγωγή ενός ακόμα χρήστη με τιμή του συντελεστή έκπτωσης μέσα στο συγκεκριμένο εύρος τιμών οδηγεί έναν ή περισσότερους χρήστες σε ρυθμό μετάδοσης χαμηλότερο από τον επιθυμητό.

Για όλα τα σενάρια είναι $R_{opt} = 64Kbps$.

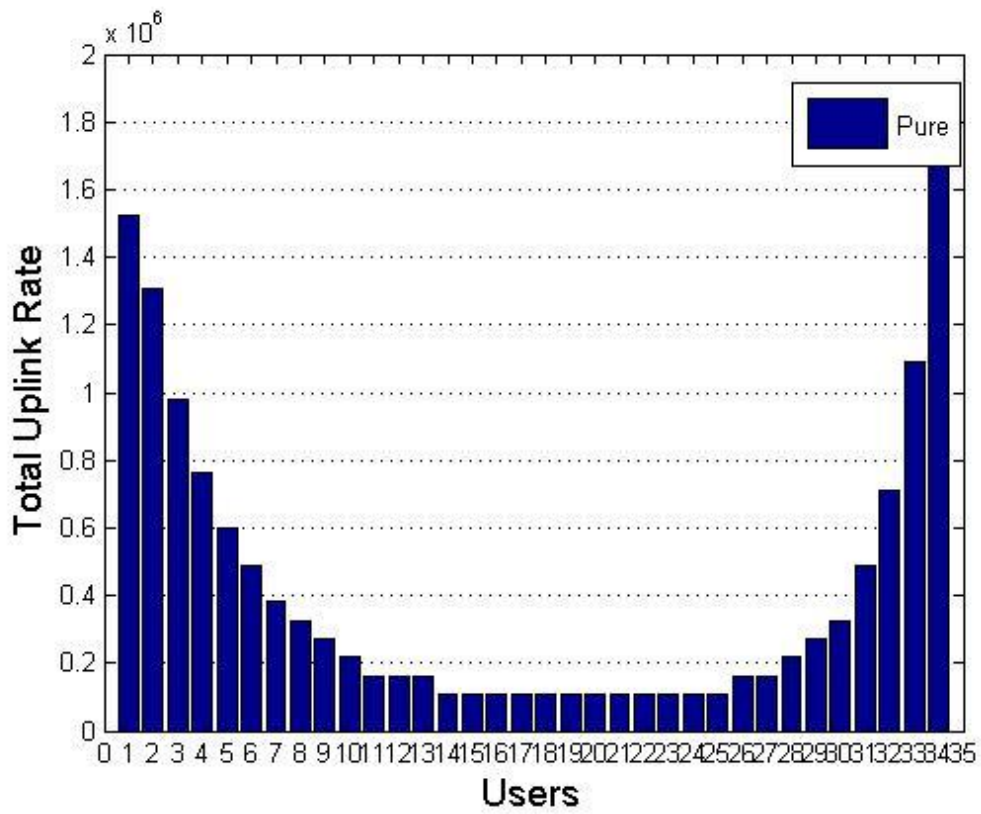
ΣΕΝΑΡΙΟ 7

Έχουμε $N_{max} = 34$ χρήστες, με συντελεστές έκπτωσης ($\delta_{min} = 0.782$ $\delta_{plus} = 0.006$):

1-10:	0,782	0,788	0,794	0,8	0,806	0,812	0,818	0,824	0,83	0,836
11-20:	0,842	0,848	0,854	0,86	0,866	0,872	0,878	0,884	0,89	0,896
21-30:	0,902	0,908	0,914	0,92	0,926	0,932	0,938	0,944	0,95	0,956
31-34:	0,962	0,968	0,974	0,98						



Εικόνα 6.19: Αριθμός Υποφερουσών – Σενάριο 7

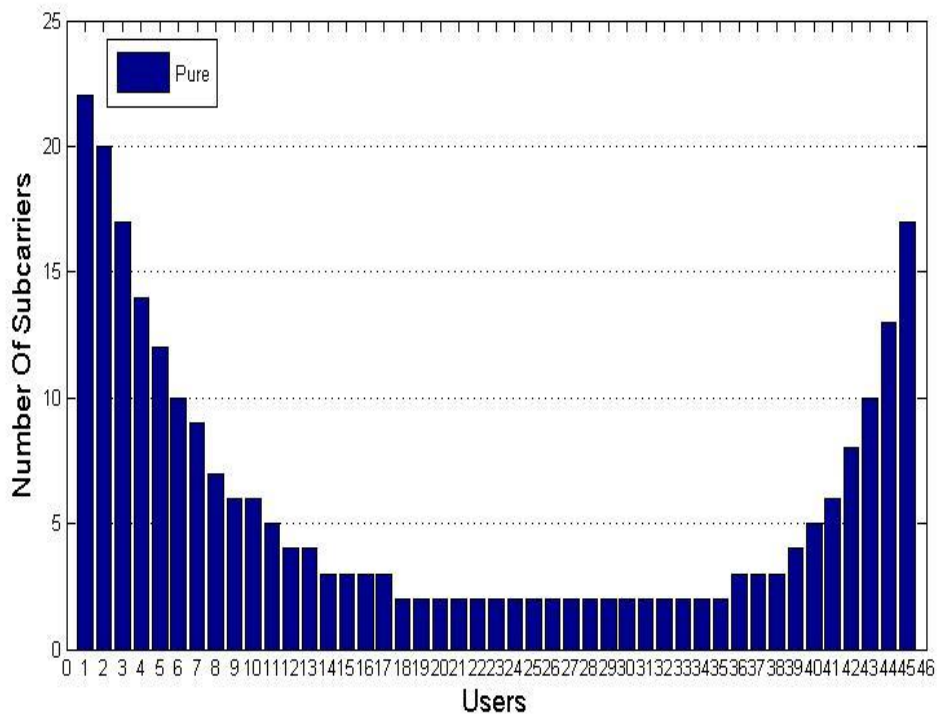


Εικόνα 6.20: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 7

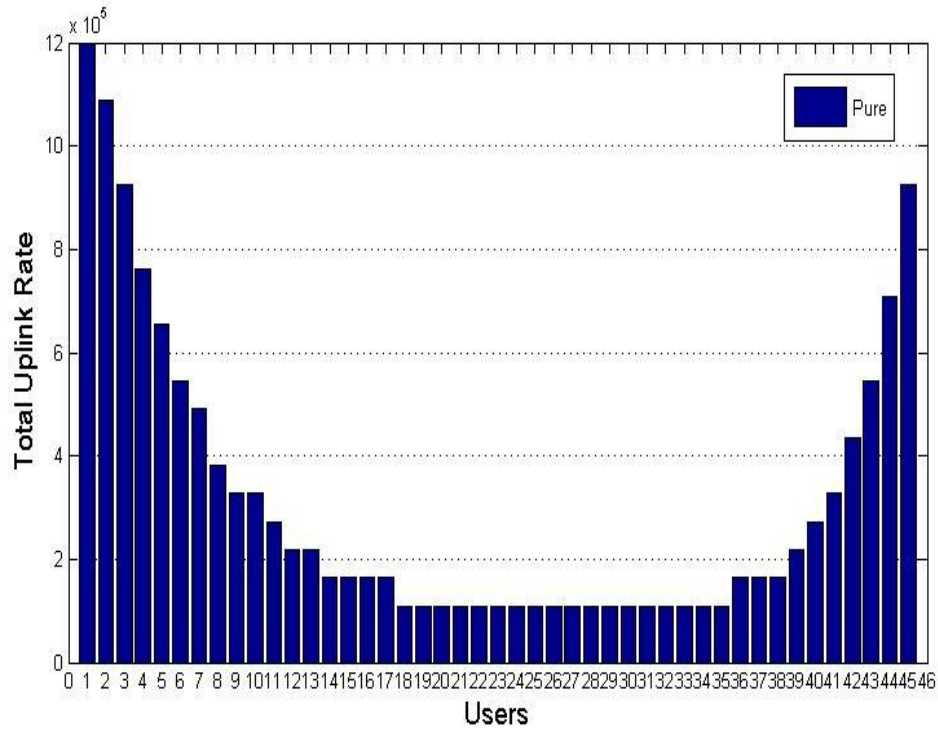
ΣΕΝΑΡΙΟ 8

Έχουμε $N_{max} = 45$ χρήστες, με συντελεστές έκπτωσης ($\delta_{min} = 0.848$ $\delta_{plus} = 0.003$):

1-10:	0,848	0,851	0,854	0,857	0,86	0,863	0,866	0,869	0,872	0,875
11-20:	0,878	0,881	0,884	0,887	0,89	0,893	0,896	0,899	0,902	0,905
21-30:	0,908	0,911	0,914	0,917	0,92	0,923	0,926	0,929	0,932	0,935
31-40:	0,938	0,941	0,944	0,947	0,95	0,953	0,956	0,959	0,962	0,965
41-45:	0,968	0,971	0,974	0,977	0,98					



Εικόνα 6.21: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 8

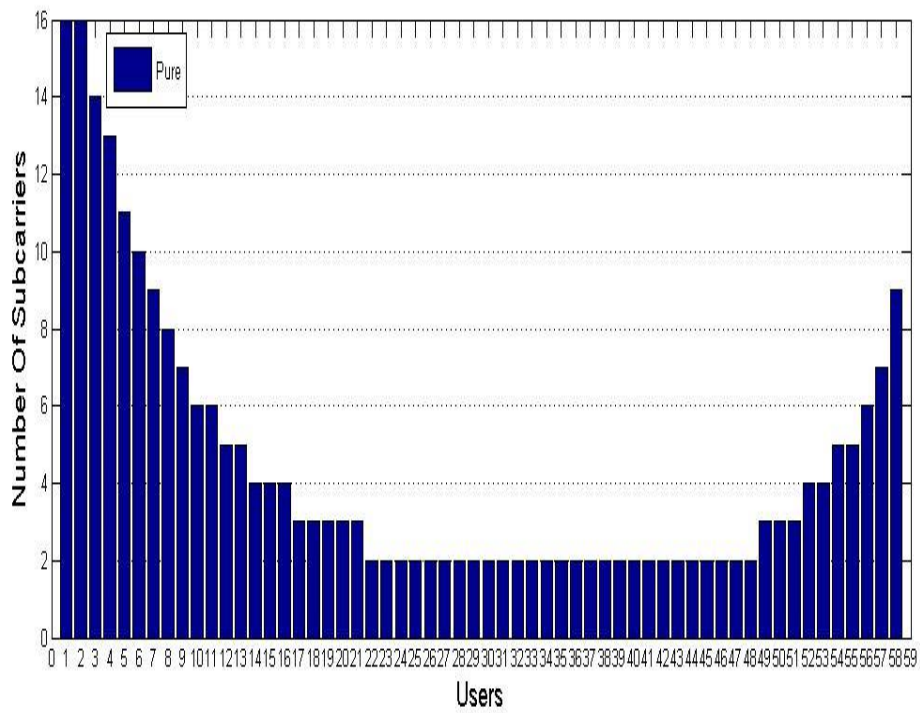


Εικόνα 6.22: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 8

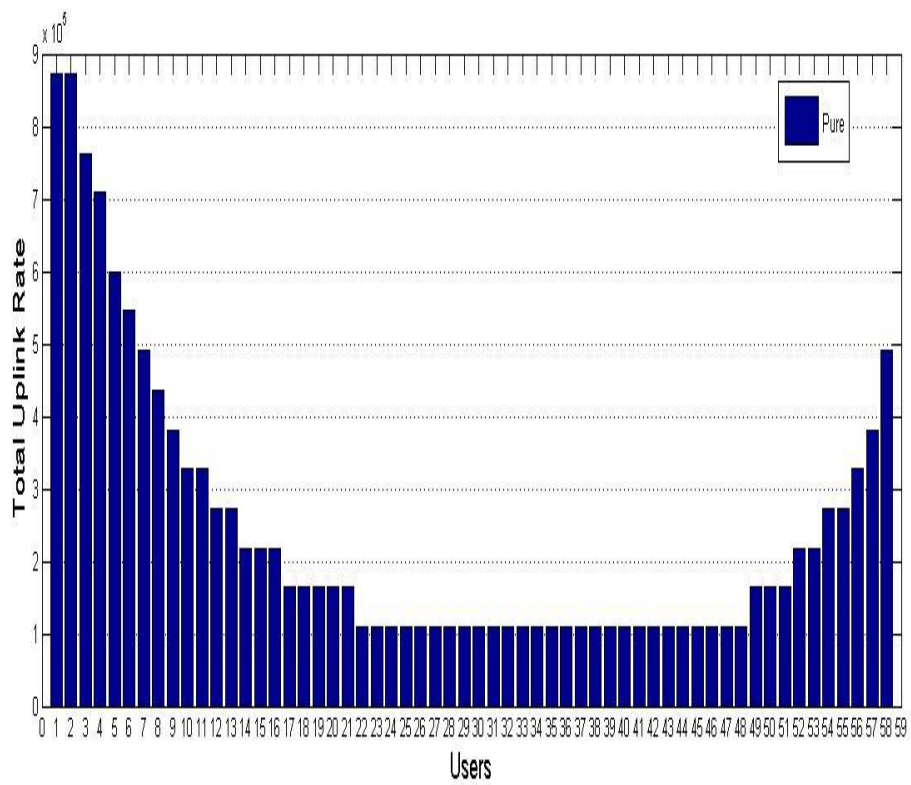
ΣΕΝΑΡΙΟ 9

Έχουμε $N_{max} = 58$ χρήστες, με συντελεστές έκπτωσης ($\delta_{min} = 0.8945$ $\delta_{plus} = 0.0015$):

1-10:	0,8945	0,896	0,8975	0,899	0,9005	0,902	0,9035	0,905	0,9065	0,908
11-20:	0,9095	0,911	0,9125	0,914	0,9155	0,917	0,9185	0,92	0,9215	0,923
21-30:	0,9245	0,926	0,9275	0,929	0,9305	0,932	0,9335	0,935	0,9365	0,938
31-40:	0,9395	0,941	0,9425	0,944	0,9455	0,947	0,9485	0,95	0,9515	0,953
41-50:	0,9545	0,956	0,9575	0,959	0,9605	0,962	0,9635	0,965	0,9665	0,968
51-58:	0,9695	0,971	0,9725	0,974	0,9755	0,977	0,9785	0,98		



Εικόνα 6.23: Αριθμός υποφερουσών – Σενάριο 9



Εικόνα 6.24: Συνολικός ρυθμός μετάδοσης – Σενάριο 9

Παρατηρούμε πως όσο το εύρος τιμών που δίνουμε στους συντελεστές έκπτωσης στενεύει και πλησιάζει προς τη μονάδα το σύστημα αποκτά την ικανότητα υποστήριξης περισσότερων χρηστών. Αυτό συμβαίνει επειδή όσο οι συντελεστές πλησιάζουν στη μονάδα ο διαμοιρασμός των υποφερουσών γίνεται πιο δίκαιος ακόμα και για τους μεσαίους χρήστες, οι οποίοι είναι εκείνοι που συνήθως παίρνουν τις λιγότερες. Έτσι σε εκείνους ανατίθενται περισσότερες υποφέρουσες ενώ στους ακριανούς εν γένει μειώνεται ο αριθμός αυτός, όχι όμως αρκετά για να οδηγήσει σε μη επιθυμητό ρυθμό μετάδοσης.

Ο μεταβλητός μέγιστος αριθμός χρηστών που μπορεί να υποστηρίξει μια κυψέλη δίνει έναν ακόμα βαθμό ευελιξίας στο σύστημα και επιτρέπει στον διαχειριστή να εισάγει ή να αφαιρεί νέους χρήστες δυναμικά, ανάλογα την κατάσταση του συστήματος, αλλάζοντας απλά τις τιμές των συντελεστών έκπτωσης.

6.4 Προσεγγιστικός τύπος αριθμού υποφερουσών

Στην ενότητα αυτή θα προσπαθήσουμε να βρούμε έναν προσεγγιστικό τύπο που θα δίνει τον αριθμό υποφερουσών που κερδίζει κάθε χρήστης στη διαπραγμάτευση συναρτήσει δύο μεταβλητών: του συντελεστή έκπτωσης που του αντιστοιχεί και της σειράς με την οποία εισέρχεται στην διαπραγμάτευση. Έχουμε ήδη αναφέρει στην αντίστοιχη ενότητα του Κεφαλαίου 4, αλλά και στην Ενότητα 6.2, πως αυτή η σχέση δεν μπορεί να προβλεφθεί ακριβώς καθώς υπάρχει εξάρτηση από πάρα πολλούς παράγοντες. Το πρόβλημα που μελετάμε είναι ήδη απλοποιημένο καθώς οι συντελεστές έκπτωσης αυξάνονται με την ίδια σειρά που οι χρήστες εισέρχονται στη διαπραγμάτευση και με σταθερό ρυθμό. Για να μπορέσουμε να απομονώσουμε την εξάρτηση από τις δύο μεταβλητές που μας ενδιαφέρουν θα απλοποιήσουμε λίγο ακόμα το πρόβλημα κάνοντας τις εξής παραδοχές:

- Στο σύστημα υπάρχουν $N = 21$ χρήστες.
- Ένας χρήστης κάθε φορά, με τη σειρά, παίρνει διαφορετικές τιμές του συντελεστή έκπτωσης, ξεκινώντας από το 0,8 και φτάνοντας μέχρι 0,98. Παίρνονται 21 τιμές για κάθε χρήστη.

- Οι υπόλοιποι κάθε φορά χρήστες έχουν σταθερό συντελεστή έκπτωσης 0,9. Επιλέχθηκε ο συντελεστής αυτός επειδή είναι κοντά στη μονάδα και κάνει τη διαπραγμάτευση δικαιότερη.
- Για κάθε ένα τέτοιο στιγμότυπο του συστήματος τρέχουμε τον αλγόριθμο κατανομής υποφερουσών και σημειώνουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα.

Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει ο παρακάτω πίνακας διπλής εισόδου. Οι στήλες δείχνουν τη σειρά διαπραγμάτευσης (ID), οι γραμμές την τιμή του συντελεστή έκπτωσης (δ) και οι τιμές του πίνακα τον προκύπτον αριθμό υποφερούσων του αντίστοιχου χρήστη (K).

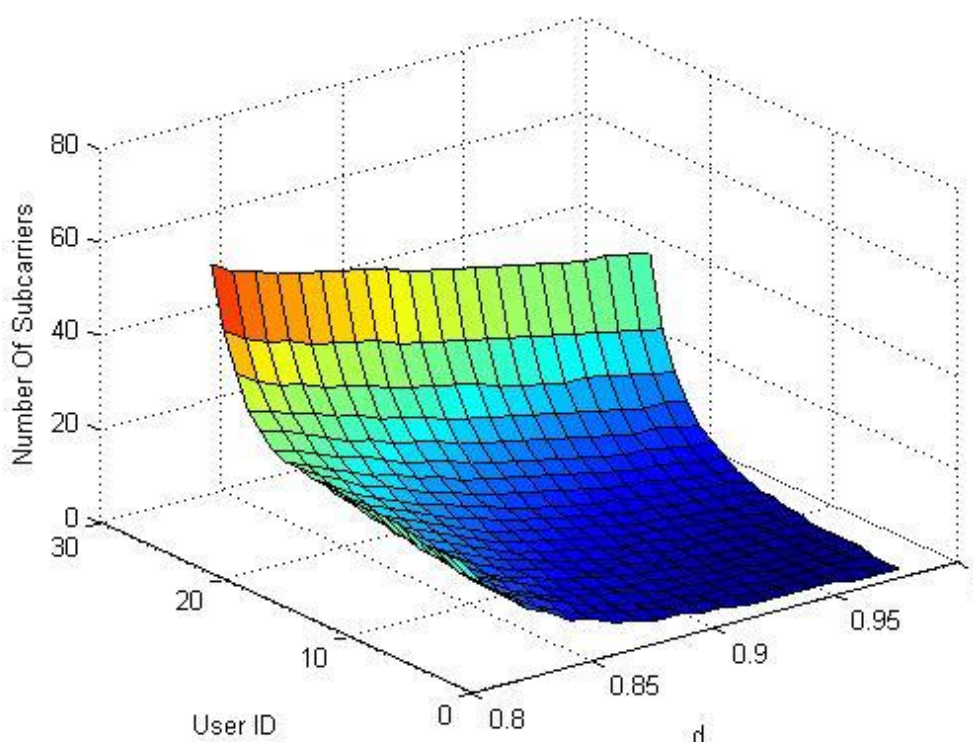
$\delta \backslash$ ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0,8	27	21	17	13	11	8	7	5	4	3	3	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
0,809	27	21	17	14	11	9	7	6	5	4	3	3	2	2	1	1	1	1	1	0	0
0,818	27	21	17	14	12	10	8	6	5	4	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	0
0,827	27	22	18	15	12	10	8	7	6	5	4	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1
0,836	28	22	18	15	13	11	9	7	6	5	4	4	3	3	2	2	1	1	1	1	1
0,845	29	22	19	16	13	11	10	8	7	6	5	4	4	3	2	2	2	2	1	1	1
0,854	29	23	19	17	14	12	10	9	8	6	5	5	4	3	3	2	2	2	2	1	1
0,863	29	23	20	17	15	13	11	10	8	7	6	5	5	4	3	3	3	2	2	2	1
0,872	29	24	21	18	16	14	12	10	9	8	7	6	5	5	4	3	3	3	2	2	2
0,881	29	24	21	19	17	15	13	11	10	9	8	7	6	5	5	4	4	3	3	2	2
0,89	29	25	22	20	18	16	14	12	11	10	9	8	7	6	5	5	4	4	3	3	3
0,899	30	26	23	21	19	17	15	14	12	11	10	9	8	7	6	6	5	5	4	4	3
0,908	30	27	24	22	20	18	17	15	14	12	11	10	9	8	8	7	6	6	5	5	4
0,917	31	28	26	23	22	20	18	17	15	14	13	12	11	10	9	8	8	7	6	6	5
0,926	31	29	27	25	23	22	20	19	17	16	15	14	13	12	11	10	9	9	8	7	7
0,935	32	31	29	27	26	24	22	21	20	18	17	16	15	14	13	12	11	11	10	9	9
0,944	35	34	32	30	28	27	25	24	23	21	20	19	18	17	16	15	14	13	13	12	11
0,953	38	37	35	34	32	31	29	28	27	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	16	15
0,962	45	42	40	39	37	36	35	33	32	31	30	29	27	26	25	24	24	23	22	21	20
0,971	53	50	48	47	45	44	43	42	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
0,98	66	63	62	60	59	58	57	56	55	53	52	51	50	49	48	47	46	45	45	44	43

Πίνακας 6.1: Αριθμός υποφερουσών (Αλγόριθμος)

Χρησιμοποιώντας κατάλληλο πρόγραμμα στατιστικής επεξεργασίας εκτελούμε γραμμική παλινδρόμηση στο σύνολο των δεδομένων του παραπάνω πίνακα και παίρνουμε την παρακάτω εξίσωση που συνδέει τον αριθμό των υποφερουσών που ανατίθενται σε ένα χρήστη με την σειρά με την οποία εισέρχεται στη διαπραγμάτευση και τον συντελεστή έκπτωσης του:

$$K(\delta, ID) = -14456 + 22528 * \delta^3 - 0.003391 * ID^3 - 58363 * \delta^2 - 0.1364 * ID^2 + 50376 * \delta + 15.517 * ID - 0.9929 * \delta^2 * ID^2 + 36.714 * \delta^2 * ID + 1.2385 * \delta * ID^2 - 54.260 * \delta * ID$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής φαίνεται στην Εικόνα 6.25.



Εικόνα 6.25: Γραφική παράσταση συνάρτησης αριθμού υποφερουσών

Πρέπει να τώρα να εξετάσουμε την ακρίβεια της συνάρτησης. Εισάγουμε για αυτό το σκοπό στην συνάρτηση όλα τα ζεύγη (δ, ID) ττου Πίνακα 6.1 και πέρνουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα που φαίνονται στον Πίνακα 6.2. (Τα νούμερα είναι στρογγυλοποιημένα).

ID δ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0,8	23	19	16	13	10	8	6	4	3	1	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
0,809	25	21	18	15	12	10	8	6	5	3	2	2	1	1	1	0	0	1	1	1	1
0,818	26	22	19	16	13	11	9	7	6	5	4	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
0,827	27	23	20	17	14	12	10	9	7	6	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
0,836	27	24	20	18	15	13	11	9	8	7	6	5	4	4	3	3	3	3	3	2	2
0,845	27	24	21	18	15	13	11	10	8	7	6	5	4	4	3	3	3	3	2	2	2
0,854	27	24	21	18	16	13	11	10	8	7	6	5	5	4	4	3	3	3	2	2	2
0,863	27	24	21	18	16	14	12	10	9	7	6	5	5	4	4	3	3	2	2	2	1
0,872	27	24	21	18	16	14	12	10	9	8	6	6	5	4	4	3	3	2	2	2	1
0,881	27	24	21	18	16	14	12	10	9	8	7	6	5	4	4	3	3	2	2	1	1
0,89	27	24	21	19	16	14	13	11	10	8	7	7	6	5	4	4	3	3	2	2	1
0,899	28	25	22	19	17	15	13	12	11	9	8	7	7	6	5	5	4	3	3	2	1
0,908	29	26	23	21	18	16	15	13	12	11	10	9	8	7	6	6	5	4	4	3	2
0,917	30	27	25	22	20	18	17	15	14	13	12	11	10	9	8	8	7	6	5	5	4
0,926	32	29	27	24	22	21	19	18	16	15	14	13	12	11	11	10	9	8	8	7	6
0,935	35	32	29	27	25	24	22	21	19	18	17	16	16	15	14	13	12	11	10	9	8
0,944	38	35	33	31	29	28	26	25	23	22	21	20	20	19	18	17	16	15	14	13	12
0,953	42	40	38	36	34	32	31	30	28	27	26	25	25	24	23	22	21	20	19	18	16
0,962	48	45	43	41	40	38	37	36	34	33	32	31	31	30	29	28	27	26	25	23	22
0,971	54	52	50	48	46	45	44	43	41	40	40	39	38	37	36	35	34	33	32	30	29
0,98	62	60	58	56	55	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	38	37

Πίνακας 6.2: Αριθμός υποφερουσών (Συνάρτηση)

Το πρώτο πράγμα που παρατηρούμε είναι η ύπαρξη της τιμής -1 για κάποιους συνδυασμούς εισόδου. Η τιμή αυτή δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα οπότε σε ένα πρακτικό σενάριο οι συγκεκριμένοι χρήστες δε θα έπαιρναν καμία υποφέρουσα. Τα σφάλματα σε σχέση με τα πρωτότυπα δεδομένα που πήραμε ως αποτέλεσμα του αλγορίθμου φαίνονται στον Πίνακα 6.3.

ID δ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,8	4	2	1	0	1	0	1	1	1	2	3
0,809	2	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1
0,818	1	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0,827	0	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1
0,836	1	-2	-2	-3	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0,845	2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-2	-1	-1	-1
0,854	2	-1	-2	-1	-2	-1	-1	-1	0	-1	-1
0,863	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	0	0
0,872	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0,881	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0,89	2	1	1	1	2	2	1	1	1	2	2
0,899	2	1	1	2	2	2	2	2	1	2	2
0,908	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1
0,917	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	1
0,926	-1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0,935	-3	-1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0,944	-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	-1
0,953	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-2	-2	-1	-2	-2
0,962	-3	-3	-3	-2	-3	-2	-2	-3	-2	-2	-2
0,971	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-2
0,98	4	3	4	4	4	5	5	5	5	4	4

Πίνακας 6.3: Σφάλματα Συνάρτησης – Αλγόριθμος

δ \ ID	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0,8	2	3	2	2	2	2	2	1	1	0
0,809	1	1	1	0	1	1	0	0	-1	-1
0,818	0	-1	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-2
0,827	-1	0	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	-1
0,836	-1	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-1	-1
0,845	-1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0,854	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	-1
0,863	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
0,872	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
0,881	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,89	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
0,899	2	1	1	1	1	1	2	1	2	2
0,908	1	1	1	2	1	1	2	1	2	2
0,917	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
0,926	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
0,935	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	1
0,944	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1
0,953	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-1
0,962	-2	-4	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-2	-2
0,971	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1
0,98	4	4	4	4	4	4	4	5	6	6

Πίνακας 6.3 (Συνέχεια)

Παρατηρούμε πως τα σφάλματα βρίσκονται σε ένα εύρος τιμών $[-5,6]$, έχουμε δηλαδή μέγιστη απόκλιση 6 υποφέρουσες. Η συχνότητα με την οποία παρουσιάζονται τα σφάλματα είναι:

- Ταύτιση τιμών σε ποσοστό 15.6463%.
- Απόκλιση 1 υποφέρουσας σε ποσοστό 48.9796%.
- Απόκλιση 2 υποφέρουσες σε ποσοστό 24.2630%.
- Απόκλιση 3 υποφέρουσες σε ποσοστό 5.2154%.
- Απόκλιση 4 υποφέρουσες σε ποσοστό 4.3084%.
- Απόκλιση 5 υποφέρουσες σε ποσοστό 1.1338%.
- Απόκλιση 6 υποφέρουσες σε ποσοστό 0.4535%.

Όπως μπορούμε να δούμε στο μεγαλύτερο ποσοστό υπάρχει αποκλιση 1 ή 2 υποφερουσών, σφάλμα το οποίο θεωρούμε ανεκτό στις περισσότερες περιπτώσεις.

Για να τελειώσουμε με τον έλεγχο της ακρίβειας της συνάρτησης πρέπει να εξετάσουμε και τι γίνεται για δεδομένα εισόδου διαφορετικά από αυτά που χρησιμοποιήσαμε στην γραμμική παλινδρόμηση και να δούμε πόσα καλά ανταποκρίνεται η συνάρτηση. Στον Πίνακα 6.4 βλέπουμε στην πρώτη γραμμή τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον αλγόριθμο για κάποιες τυχαίες τιμές των δ και ID , στην δεύτερη γραμμή τις αντίστοιχες τιμές που δίνει η συνάρτηση και στην τρίτη το σφάλμα των δύο τιμών.

49	20	21	28	11	16	6	18	8	8	19	7	24	3	19	5	1	7	1	28	2
52	16	21	28	10	15	2	17	8	7	20	6	26	4	22	4	-3	5	3	29	1
3	4	0	0	1	1	4	1	0	1	-1	1	-2	1	-3	1	4	2	-2	-1	1

Πίνακας 6.4: Αποτελέσματα τυχαίων εισόδων

Τα σφάλματα βρίσκονται όπως μπορούμε να δούμε στο ίδιο ανεκτό επίπεδο με προηγούμενως. Παρόμοια αποτελέσματα είχαμε και τις υπόλοιπες προσομοιώσεις που κάναμε. Επομένως η συνάρτηση που υπολογίσαμε μπορεί να χρησιμοποιηθεί προσεγγιστικά για να υπολογίσει τον αριθμό των υποφερουσών που θα πάρει ένας χρήστης στο απλοποιημένο περιβάλλον το οποίο μελετήσαμε, λαμβάνοντας πάντοτε υπόψιν τα ανεκτά όρια σφάλματος που επιθυμούμε.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε ότι δοκιμάσαμε και κάποιες άλλες πιο απλές μορφές συναρτήσεων, όπως μια δευτέρου βαθμού της μορφής

$$K(\delta, ID) = \alpha_5 * \delta^2 + \alpha_4 * ID^2 + \alpha_3 * \delta + \alpha_2 * ID + \alpha_1 * \delta * ID + \alpha_0$$

και μια απλοποιημένη τρίτου βαθμού της μορφής

$$K(\delta, ID) = \alpha_5 * \delta^3 + \alpha_4 * ID^3 + \alpha_3 * \delta^2 + \alpha_2 * \delta + \alpha_1 * \delta * ID + \alpha_0$$

όπου τα α_i είναι σταθερές. Τα σφάλματα σε αυτές τις περιπτώσεις όμως ήταν αρκετά μεγαλύτερα και έτσι απορρίψαμε τις συναρτήσεις αυτές.

Βιβλιογραφία

- [1] Hyung G. Myung, David J. Goodman, “Single Carrier FDMA: A New Air Interface for Long Term Evolution,” *John Wiley & Sons, Ltd*, 2008.
- [2] Fathi E. Abd El-Samie, Faisal S. Al-kamali, Azzam Y. Al-nahari, Moawad I. Dessouky, “SC-FDMA for Mobile Communications,” *CRC press*, 2014
- [3] Hyung G. Myung, Junsung Lim, David J. Goodman, “Single carrier FDMA for uplink wireless transmission,” *IEEE Vehicular Technology Magazine*, Vol. 1, Issue 3, pp. 30 – 38, Feb. 2007.
- [4] Junsung Lim, H.G. Myung, Oh Kyungjin, D.J. Goodman, “Proportional Fair Scheduling of Uplink Single-Carrier FDMA Systems,” *IEEE 17th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, pp.1-6, 2006.
- [5] Junsung Lim, H.G. Myung, Oh Kyungjin, D.J. Goodman, “Channel-Dependent Scheduling of Uplink Single Carrier FDMA Systems,” *IEEE Vehicular Technology Conference*, pp. 1-5, 2006.
- [6] Amit Kumar, Dr. Yunfei Liu, Dr. Jyotsna Sengupta, Divya, “Evolution of Mobile Wireless Communication Networks: 1G to 4G,” *IJECT* Vol 1, Issue 1, December 2010
- [7] David Falconer, Sirikiat Lek Ariyavisitakul, Anader Benyamin-Seeyar, Brian Eidson, “Frequency Domain Equalization for Single-Carrier Broadband Wireless Systems,” *IEEE Communications Magazine*, April 2012
- [8] Eirini-Eleni Tsiropoulou, Timotheos Kastrinogiannis, Symeon Papavassiliou: “Non-cooperative Power Control in CDMA Wireless Networks”, “Game Theory for Wireless Communications and Networking”, *Auerbach Publications, CRC Press, Taylor&Francis Group*, 2010
- [9] Ariel Rubinstein: “A bargaining model with incomplete information, *Econometrica* ,Vol.53, No.5, September 1985
- [10] Hal Varian, “Intermediate Microeconomics: A modern Approach,” *W. W. Norton & Company*, 2003
- [11] Walter Nicholson, “Microeconomic Theory: Basic Principles Ans Extensions,” *Thompson South-Western*, 2008
- [12] Geir B. Asheim: “A Unique Solution to n-Person Sequential Bargaining”, *Games and Economic Behavior* 4, pp.169-181, 1992.
- [13] Haller, H., “Non-cooperative bargaining of $n \geq 3$ players”, *Economics Letters* 22, pp.11-13,1986
- [14] Jonathan Levin, “Bargaining and Repeated Games,” February 2002
- [15] Nima Soltani: “Comparison of Single-Carrier FDMA vs. OFDMA as 3GPP Long-Term Evolution Uplink”, *EE359 Project*, Autumn 2009

- [16] H. Ekström et al., “Technical Solutions for the 3G Long-Term Evolution,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 44, no. 3, Mar. 2006
- [17] I.C. Wong, O. Oteri, W. Mccoy, “Optimal resource allocation in uplink SC-FDMA systems,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, issue 5, pp. 2161-2165, 2009.
- [18] F.I. Sokmen, T. Girici, “Uplink resource allocation algorithms for Single-Carrier FDMA systems,” *European Wireless Conference (EW)*, pp. 339 – 345, 2010.
- [19] C. U. Saraydar, N. B. Mandayam, and D. J. Goodman, “Efficient power control via pricing in wireless data networks,” *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 50, pp. 291–303, Feb. 2002.
- [20] G. Debreu, “A social equilibrium existence theorem,” in *Proc. Nat. Acad. Science*, vol. 38, 1952, pp. 886–893.
- [21] http://www.gametheory101.com/Rubinstein_Bargaining.html
- [22] http://en.wikipedia.org/wiki/Game_theory
- [23] Peter Lancaster, Miron Tismenetsky, “The Theory Of Matrices”, *Academic Press*, 1985
- [24] Eirini Eleni Tsiropoulou and Symeon Papavassiliou: “Utility-based Uplink Joint Power & Subcarrier Allocation in SC-FDMA Wireless Networks”, *International Journal on Electronics, Taylor & Francis*, Vol.98, Issue 11, pp.1581-1587, 2011
- [25] Eirini Eleni Tsiropoulou, Aggelos Kapoukakis and Symeon Papavassiliou: “Energy-efficient Utility-based Subcarrier & Power Allocation in SC-FDMA Wireless Networks”, *IFIP Networking Conference*, 2013