



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**Τομέας Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων
Αποφάσεων**

**Μελέτη Κριτηρίων Λογαρίθμησης προς
Βελτίωση της Προβλεπτικής Ικανότητας της
Μεθόδου Theta (Θ)**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

Γεώργιου Γαρδέρη

Υπεύθυνος: Ευάγγελος Σπηλιώτης

Υποψήφιος Διδάκτωρ Ε.Μ.Π.

Επιβλέπων: Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη Κριτηρίων Λογαρίθμησης προς Βελτίωση της Προβλεπτικής Ικανότητας της Μεθόδου Theta (Θ)

ΓΙΩΡΓΟΣ ΓΑΡΔΕΡΗΣ

Επιβλέπων : Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Υπεύθυνος : Ευάγγελος Σπηλιώτης

Υποψήφιος Διδάκτορας Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

.....
Βασίλειος Ασημακόπουλος Ιωάννης Ψαρράς Δημήτριος Ασκούνης

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Μάρτιος 2015

.....

Γαρδέρης Γεώργιος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © Γεώργιος Γαρδέρης, 2015.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Συστημάτων Απόφασης της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, στο πλαίσιο των ερευνητικών δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου της Μονάδας Προβλέψεων και Στρατηγικής.

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η βελτίωση της προβλεπτικής ικανότητας της μεθόδου πρόβλεψης Theta (Θ) μέσω μελέτης κριτηρίων λογαρίθμησης.

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές και ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον Καθηγητή της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Βασίλειο Ασημακόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα, καθώς και για την ενθάρρυνση και τη βοήθεια του.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Ευάγγελο Σπηλιώτη για τη συνεχή παρακολούθηση της πορείας της διπλωματικής μου εργασίας, την καθοδήγησή του, τις πολύτιμες συμβουλές και το ενδιαφέρον που έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Γαρδέρης Γεώργιος

Μάρτιος 2015

Περίληψη

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η βελτίωση της προβλεπτικής ικανότητας της μεθόδου προβλέψεων Theta (Θ) μέσω της επιλεκτικής λογαρίθμισης των δεδομένων των χρονοσειρών που καλείται να προβλέψει χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα κριτήρια. Η μέθοδος προβλέψεων Θ παρουσιάστηκε από τους Ασημακόπουλος Β. και Νικολόπουλος Κ. το 2000 και βασίζεται στην μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μιας χρονοσειράς μέσα από την παράμετρο ϑ (*theta*). Η απλούστερη παραλλαγή της (*Theta classic*) χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή προβλέψεων στο διαγωνισμό προβλέψεων M3 (2000) όπου σημείωσε εξαιρετική επίδοση.

Ο μετασχηματισμός λογαρίθμισης έχει στην γενική του περίπτωση ως αποτέλεσμα τη μείωση της διασποράς των τιμών της χρονοσειράς , ομαλοποιώντας έτσι τα προς εξέταση δεδομένα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη βελτίωση της προβλεπτικής ικανότητας των μεθόδων καθώς με τη μείωση της διασποράς η μέθοδος καταλήγει σε πρόβλεψη του επιπέδου των τιμών με μεγαλύτερη ακρίβεια, μειώνοντας κατά συνέπεια τα τελικά παραγόμενα σφάλματα.

Η πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε αρχικά ορίζει ένα σύνολο ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών , για τα οποία στη συνέχεια πραγματοποιείται έλεγχος συσχέτισης με τα παραγόμενα σφάλματα πρόβλεψης πριν και μετά τη διαδικασία της λογαρίθμισης. Τα χαρακτηριστικά για τα οποία παρουσιάζονται στατιστικά σημαντικότερες συσχετίσεις , χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για την παραγωγή κριτηρίων λογαρίθμισης των χρονοσειρών , με βάση κάθε φορά μίας κατάλληλης τιμής – κατωφλίου.

Το δεύτερο τμήμα της πειραματικής διαδικασίας έχει ως στόχο τη λήψη απόφασης για λογαρίθμιση μέσω ενός πολυπαραγοντικού μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης , οι μεταβλητές του οποίου επιλέγονται από τα διαθέσιμα ποιοτικά χαρακτηριστικά. Η βελτίωση της προβλεπτικής ικανότητας της μεθόδου Θ μέσω των κριτηρίων λογαρίθμισης ελέγχεται σε δύο ξεχωριστά σετ δεδομένων , στις 1428 μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 και σε 5008 μηνιαίες χρονοσειρές της βάσης δεδομένων *Federal Reserve Economic Data* . Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το γραμμικό μοντέλο οδηγεί τη μέθοδο Θ στην παραγωγή προβλέψεων με μεγαλύτερη ακρίβεια, κάτι το οποίο δεν φαίνεται να ισχύει και για την περίπτωση της θέσπισης μεμονωμένων κατωφλίων.

Η λογαρίθμιση των χρονοσειρών στις εξεταζόμενες δεξαμενές , είτε γίνεται στο σύνολό τους , είτε σε αυτές τις οποίες τα κριτήρια λογαρίθμισης υποδεικνύουν , βελτιώνει συνολικά την ακρίβεια πρόβλεψης της μεθόδου Θ . Καθώς όμως υπάρχει σε κάθε περίπτωση ένα σύνολο χρονοσειρών στις οποίες η μέθοδος παράγει προβλέψεις μειωμένης ακρίβειας μετά τη λογαρίθμιση , οι μελλοντικές προεκτάσεις της εργασίας έχουν ως στόχο τον καθορισμό μοντέλων τα οποία θα τις διαχωρίζουν αποδοτικότερα , αλλά και τον έλεγχο διαφορετικών μετασχηματισμών επί των δεδομένων.

Λέξεις κλειδιά : Τεχνικές Προβλέψεων , Μέθοδος Θ , Λογαρίθμιση Δεδομένων

Abstract

The aim of the current thesis is to increase the forecasting performance of the *Theta* model in terms of forecasting accuracy through selectively applying the log transformation on the data of the time series the model is used to predict. *Theta* forecasting method originated in 2000 by Professor V. Assimakopoulos and Dr. K. Nikolopoulos. The method is based on the concept of modifying the local curvature of the time-series through a coefficient “theta” (the Greek letter Θ). The method’s simplest form (*Theta classic*) participated in the M3 forecasting competition achieving impressive results.

Log transformation , when applied to time-series , results to reduced variance and normalization of the data which leads in most cases to improving the model’s predictive ability. In those cases , by reducing variation on the data , the improvement derives from the method’s ability to forecast more accurately the time-series’s mean level , which in its turn leads to predictions of smaller error.

The experimental procedure initially defines a set of time-series characteristics. Then , the correlation between those characteristics and the forecasting errors before and after the log transformation is examined. The characteristics that show a statistically significant correlation are used to produce certain log transformation criteria based on specific thresholds values for each one.

The second part of the experimental procedure , aims to produce log transformation criteria by composing a multivariable linear model , with variables that consist of the previously mentioned characteristics. The improvement in *Theta*’s predictions after this log transformation criterion is applied is examined on two data sets. The first one consists of the 1428 monthly time series from the M3 competition and the second one of 5008 monthly time series from the *Federal Reserve Economic Data* database. In the latter , the multivariable model log transformation criterion leads to forecasts with higher accuracy.

We conclude that when log transformation is applied to the two datasets mentioned , either on every time series or on the ones that are chosen through the criteria processes , the *Theta* method produces forecasts of better overall accuracy compared to the case where no transformation on the data is applied. The experimental process though showed that there is a number of time series in which the log transform leads the model to predictions of lower accuracy. All the previous findings , direct future expansions towards developing models and criteria that separate time series in which we have a gain in prediction accuracy after log transformations from those that produce the opposite result , as well as exploring other types of data transformations.

Keywords: Forecasting , Theta forecasting model , Log transformation

Πίνακας Περιεχομένων

| | |
|--|----|
| Πρόλογος | 7 |
| Περίληψη | 9 |
| Abstract | 11 |
| Κατάλογος Εικόνων..... | 15 |
| Κατάλογος Πινάκων..... | 16 |
| 1. Ευρεία Περίληψη | 19 |
| 2. Διαγωνισμοί Προβλέψεων και το μοντέλο Theta | 25 |
| 2.1 Βιβλιογραφική επισκόπηση..... | 25 |
| 2.1.1 Μοντέλο Προβλέψεων Theta..... | 25 |
| 2.1.2 Διαγωνισμοί Προβλέψεων..... | 28 |
| 2.2 Το μοντέλο πρόβλεψης Theta..... | 31 |
| 2.3 FEDERAL RESERVE ECONOMIC DATA (FRED) | 34 |
| 3. Τεχνικές Προβλέψεων..... | 41 |
| 3.1 Γενικά για τις Προβλέψεις | 41 |
| 3.2 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών | 43 |
| 3.3 Μέθοδοι Πρόβλεψης Χρονοσειρών | 48 |
| 3.3.1 Είδη μεθόδων πρόβλεψης..... | 48 |
| 3.3.2 Απλοϊκή Μέθοδος (<i>Naïve</i>)..... | 50 |
| 3.3.3 Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου – Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (<i>Simple Exponential Smoothing</i>) | 53 |
| 3.3.4 Μοντέλο Γραμμικής Τάσης (<i>HOLT Exponential Smoothing</i>)..... | 55 |
| 3.3.5 Μοντέλα Μη Γραμμικής Τάσης | 57 |
| 3.3.6 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα των Μεθόδων Εκθετικής Εξομάλυνσης..... | 59 |
| 4. Στατιστικά Εργαλεία..... | 63 |
| 4.1 Δείκτες Σφαλμάτων..... | 63 |
| 4.2 Στατιστικά Τεστ | 69 |
| 4.3 Δείκτες Μέτρησης Ποιοτικών Χαρακτηριστικών..... | 76 |
| 5. Πείραμα | 89 |
| 5.1 Επίδραση Μετασχηματισμών σε Χρονοσειρές..... | 89 |

| | |
|--|-----|
| 5.1.1 Υπάρχουσα Μελέτη : “Data transform with exponential smoothing methods” , Adrian N. Beaumont..... | 89 |
| 5.1.2 Προβληματισμός Βελτιστοποίησης – Μοντέλο Theta..... | 90 |
| 5.2 Λογαρίθμηση Χρονοσειρών – Μοντέλο Theta | 93 |
| 5.2.1 Περιγραφή διαδικασίας ελέγχου λογαρίθμησης | 94 |
| 5.2.2 Αποτελέσματα μεθόδου Theta μετά από Λογαρίθμηση στα Δεδομένα του Διαγωνισμού M3. | 95 |
| 5.2.3 Εξέταση Συσχέτισης Σφάλματος sMAPE με Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών..... | 99 |
| 5.2.4 Επιλογή Χαρακτηριστικών – Δείκτης απόδοσης..... | 104 |
| 5.2.5 Μεθοδολογία Πειράματος..... | 106 |
| 5.2.6 Εφαρμογή Κατωφλίων Λογαρίθμησης στα Δεδομένα του διαγωνισμού M3..... | 110 |
| 5.2.7 Γραμμικός Συνδυασμός Κατωφλίων Λογαρίθμησης | 113 |
| 5.2.8 Αποτελέσματα Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμησης στα Δεδομένα του Διαγωνισμού M3 . | 126 |
| 5.2.9 Σχόλια επί του πειράματος | 128 |
| 5.3 Προβλέψεις επί των 5008 Χρονοσειρών (FRED) Μέσω της Μεθόδου Theta | 129 |
| 5.3.1 Προβλέψεις επί των 5008 Χρονοσειρών – Μέθοδος Theta | 129 |
| 5.3.2 Χρήση Κατωφλίων Λογαρίθμησης..... | 131 |
| 5.3.3 Γραμμικό μοντέλο Παλινδρόμησης για τις 5008 Χρονοσειρές της Βάσης Δεδομένων FRED | 135 |
| 6. Συμπεράσματα – Μελλοντικές Προεκτάσεις..... | 143 |
| 6.1 Συμπεράσματα..... | 143 |
| 6.2 Μελλοντικές Προεκτάσεις | 146 |
| Βιβλιογραφία | 149 |
| Παραρτήματα | 155 |
| Παράρτημα Α : Χρονοσειρές του Διαγωνισμού M3 – Χαρακτηριστικά – Συσχετίσεις – Σφάλματα ... | 155 |
| Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών | 155 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος GMRAE | 160 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MASE | 161 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος sMAPE..... | 162 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MAPE | 163 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MPE | 164 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MAE | 165 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος RMSE | 166 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος ME | 167 |

| | |
|--|-----|
| Σφάλματα Μεθόδου Theta classic (Θ) στις Χρονοσειρές του Διαγωνισμού M3..... | 168 |
| Σφάλματα Μεθόδου Theta με Χρήση Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμισης (M3) | 178 |
| Παράρτημα Β : Χρονοσειρές της Βάσης Δεδομένων FRED (Federal Reserve Economic Data) : | |
| Χαρακτηριστικά – Συσχετίσεις – Σφάλματα | 183 |
| Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών FRED | 183 |
| Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των Χρονοσειρών FRED με το δείκτη σφάλματος sMAPE% | 187 |
| Σφάλματα Μεθόδου Theta classic (Θ) για τις Χρονοσειρές FRED..... | 188 |
| Σφάλματα Μεθόδου Theta με λογαρίθμιση στις Χρονοσειρές FRED | 191 |
| Σφάλματα sMAPE% Μεθόδου Theta με χρήση κατωφλίου-κριτηρίου λογαρίθμισης $ \tau $ στις Χρονοσειρές FRED..... | 194 |
| Σφάλματα sMAPE% Μεθόδου Theta με χρήση κατωφλίου-κριτηρίου λογαρίθμισης $sd/mean$ στις Χρονοσειρές FRED..... | 196 |
| Σφάλματα sMAPE% Μεθόδου Theta με Χρήση Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμισης στις Χρονοσειρές FRED..... | 198 |

Κατάλογος Εικόνων

| | |
|---|-----|
| Εικόνα 2.3.1 : Παράδειγμα μορφής του σετ δεδομένων πριν τη μετατροπή τους..... | 38 |
| Εικόνα 2.3.2 : Παράδειγμα της μορφής των χρονοσειρών πριν τη μετατροπή τους (2) | 38 |
| Εικόνα 2.3.3 : Παράδειγμα του σετ δεδομένων μετά τη μετατροπή τους..... | 40 |
| Εικόνα 3.2.1 : Παράδειγμα Χρονοσειράς με Αυξητική Τάση..... | 44 |
| Εικόνα 3.2.2 : Παράδειγμα χρονοσειράς με κυκλικότητα | 45 |
| Εικόνα 3.2.3 : Παράδειγμα Χρονοσειράς Με Εποχιακότητα..... | 46 |
| Εικόνα 3.2.4 : Παράδειγμα Χρονοσειράς Με Αλλαγή Επιπέδου και special events | 47 |
| Εικόνα 4.3.1 : Παράδειγμα θηκογράμματος (box – plot). | 84 |
| Εικόνα 5.1.2.1 : Απεικόνιση της ίδιας χρονοσειράς πριν (πάνω) και μετά (κάτω) τη λογαρίθμιση των τιμών της..... | 92 |
| Εικόνα 5.2.3.1 : Τμήμα Πίνακα Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των Χρονοσειρών..... | 100 |
| Εικόνα 5.2.5.1 : Γραφική απεικόνιση του ποιοτικού χαρακτηριστικού (75% - 25%) / median και της διαφοράς του σφάλματος sMAPE της μεθόδου Θ πριν και μετά τη λογαρίθμιση για όλες τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3..... | 106 |
| Εικόνα 5.2.5.2 : Στιγμιότυπο της επαναληπτικής διαδικασίας του πειράματος για την τιμή $\gamma = 1$. Οι αριθμοί σε πράσινο σηματοδοτούν τις τέσσερις περιοχές στις οποίες έχει χωριστεί το διάγραμμα.... | 107 |
| Εικόνα 5.3.2.1 : Επιλογή Κατωφλίου Λογαρίθμισης Χαρακτηριστικού sd/mean για τις Χρονοσειρές του FRED..... | 133 |

Κατάλογος Πινάκων

| | |
|--|-----|
| Πίνακας 4.3.1 : Τιμές του Δείκτη $t_{critical}$ σε Συνάρτηση με Διαστήματα Εμπιστοσύνης | 78 |
| Πίνακας 5.2.2.1 : Αποτελέσματα Σφαλμάτων sMAPE (%) για τις μεθόδους SES , Holt , Damped , Theta χωρίς και με λογαρίθμιση και Naïve2 | 96 |
| Πίνακας 5.2.3.2 : Συσχέτιση ποιοτικών χαρακτηριστικών με σφάλμα sMAPE για διάφορους ορίζοντες πρόβλεψης και για χρονοσειρές προ και μετά λογαρίθμησης | 102 |
| Πίνακας 5.2.5.1 : Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών , Δείκτες Απόδοσης και Κατώφλια Λογαρίθμησης..... | 110 |
| Πίνακας 5.2.6.1 : Σφάλματα sMAPE (%) της μεθόδου Theta στις Χρονοσειρές του M3 για Διάφορες Παραλλαγές της Μεθόδου | 112 |
| Πίνακας 5.2.7.1 : Συσχέτιση Μεταξύ των Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των Χρονοσειρών | 116 |
| Πίνακας 5.2.7.2 : Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με sd/mean..... | 121 |
| Πίνακας 5.2.7.3 : Συσχετίσεις Ποιοτικών Χαρακτηριστικών Μεταξύ τους (τιμές r-value) | 123 |
| Πίνακας 5.2.7.4 : Δείκτης Απόδοσης δ για το Γραμμικό Μοντέλο Λογαρίθμησης..... | 125 |
| Πίνακας 5.2.8.1 : Αποτελέσματα Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμησης (σφάλμα sMAPE %) σε Αντιπαράθεση με Προηγούμενα πειράματα..... | 127 |
| Πίνακας 5.3.1.1 : Τιμές δείκτη σφάλματος sMAPE (%) της μεθόδου Theta χωρίς και με λογαρίθμιση των 5008 χρονοσειρών της βάσης δεδομένων FRED | 130 |
| Πίνακας 5.3.2.1 : Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών (τιμές r-value) με το Δείκτη Σφάλματος sMAPE για τις 5008 χρονοσειρές της βάσης δεδομένων FRED | 132 |
| Πίνακας 5.3.2.2 : Τιμές Κατωφλίου Λογαρίθμησης και Δείκτης Απόδοσης για τις Χρονοσειρές FRED.. | 133 |
| Πίνακας 5.3.2.3 : Τιμές του δείκτη σφάλματος sMAPE της Μεθόδου Theta – Κατώφλια Λογαρίθμησης | 134 |
| Πίνακας 5.3.3.1 : Συσχέτιση Μεταξύ των Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των 5008 Χρονοσειρών FRED | 136 |
| Πίνακας 5.3.3.2 : Δείκτης Απόδοσης Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμησης Χρονοσειρών FRED..... | 140 |
| Πίνακας 5.3.3.3. : Δείκτες Σφάλματος sMAPE(%) της Μεθόδου Theta με Διάφορα Κριτήρια Λογαρίθμησης για τις 5008 Χρονοσειρές FRED | 141 |
| Πίνακας 5.3.3.4 : Σφάλματα sMAPE% της μεθόδου Theta για τις Χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 με Κριτήριο Λογαρίθμησης το Γραμμικό Μοντέλο των Δεδομένων FRED και με Λογαρίθμιση του Συνόλου των Χρονοσειρών..... | 142 |

1. Ευρεία Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία είναι χωρισμένη σε έξι κεφάλαια. Το αντικείμενο της είναι η επιστήμη των τεχνικών προβλέψεων. Μετά από μία γενική αναφορά σε κάποιες μεθόδους πρόβλεψης και σε διαγωνισμούς στους οποίους εξετάζεται η ακρίβειά τους , αναλύονται οι χρονοσειρές τις οποίες οι μέθοδοι καλούνται να προβλέψουν , τα χαρακτηριστικά τους , οι βάσεις δεδομένων από τις οποίες αυτές αντλούνται , αλλά και τα κριτήρια μέσω των οποίων οι μέθοδοι συγκρίνονται μεταξύ τους ως προς την ακρίβεια των προβλέψεων. Τέλος δίνεται ιδιαίτερο βάρος στη μέθοδο πρόβλεψης Theta [1] , και γίνεται διερεύνηση του πως αυτή θα μπορέσει να βελτιστοποιηθεί , χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς επί των δεδομένων των χρονοσειρών.

Αναλυτικότερα , το δεύτερο κεφάλαιο , ξεκινάει με μία εκτενή αναφορά στη βιβλιογραφία που αφορά τους διαγωνισμούς πρόβλεψης και τη μέθοδο πρόβλεψης Theta. Αναφέρονται δημοσιεύσεις οι οποίες αφορούν τη μέθοδο πρόβλεψης Theta , ξεκινώντας από την πρώτη όπου αυτή επίσημα περιγράφεται το 2000 [1] , και συνεχίζοντας με πλήθος δημοσιεύσεων αναλυτικότερης παρουσίασης του τρόπου με τον οποίο αυτή λειτουργεί , αλλά και ανάλυσης και βελτιστοποίησης των παραμέτρων της προς παραγωγή προβλέψεων μεγαλύτερης ακρίβειας. Επίσης , παρουσιάζονται αναλυτικά δημοσιεύσεις , οι οποίες έχουν ως αντικείμενο τους διαγωνισμούς πρόβλεψης χρονοσειρών , ξεκινώντας από τον πρώτο επίσημο διαγωνισμό M [11] το 1982 , και συνεχίζοντας μέχρι και το 2000 με το διαγωνισμό M3 [13] αλλά και με αναλύσεις επί των αποτελεσμάτων των διαγωνισμών.

Στη συνέχεια , στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου , γίνεται μία αναλυτική περιγραφή της μεθόδου , αναλύεται ο τρόπος και οι εξισώσεις μέσω των οποίων υπολογίζονται οι μελλοντικές τιμές των χρονοσειρών και της νοοτροπίας βάσει της οποίας η μέθοδος έχει αναπτυχθεί , ώστε να μπορεί να προσαρμόζεται σε διάφορες χρονοσειρές , σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά τους ,

αλλά και στις ανάγκες της πρόβλεψης , αναλόγως των στοιχείων στα οποία θέλουμε να δώσουμε έμφαση.

Το τελευταίο μέλος του κεφαλαίου αυτού , έχει ως αντικείμενο τη βάση δεδομένων *Federal Reserve Economic Data (FRED)*. Αναλύεται η δομή του οργανισμού αυτού , τα τμήματά του τα οποία μπορεί καθένας να χρησιμοποιήσει προς άντληση δεδομένων που αφορούν χρονοσειρές , αλλά και ο τρόπος με τον οποίο αντλήθηκαν δεδομένα στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο αρχικά δίνεται μία συνολική εικόνα επί του αντικειμένου της επιστήμης των προβλέψεων , οι οποίες καλούνται ουσιαστικά να δώσουν μία καλύτερη εικόνα από αυτή που παράγεται μέσω της διαισθητικής και κριτικής πρόβλεψης ειδικών όσον αφορά τη μελλοντική εξέλιξη επιπέδου τιμών διαφόρων χρονοσειρών. Παρουσιάζεται η έννοια της χρονοσειράς , και αναλύονται τα βασικά ποιοτικά χαρακτηριστικά τους , τα οποία οι περισσότερες τεχνικές πρόβλεψης αξιολογούν και αναλύουν πριν την παραγωγή πρόβλεψης. Παρουσιάζονται οι διάφορες κατηγορίες τεχνικών πρόβλεψης , και στη συνέχεια γίνεται μία εκτενής παρουσίαση και περιγραφή τεσσάρων μοντέλων , τα οποία χρησιμοποιούνται σε μεγάλο βαθμό , είτε για παραγωγή προβλέψεων , ή ως μέθοδοι σύγκρισης ακρίβειας άλλων τεχνικών.

Οι τεχνικές οι οποίες αναλύονται είναι αρχικά η μέθοδος *Naïve*, η οποία χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο ως αναφορά για την αξιολόγηση άλλων μεθόδων ως προς την ακρίβειά τους. Στη συνέχεια , περιγράφονται τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης, ένα σύνολο μεθόδων το οποίο χωρίζεται σε υποκατηγορίες - μοντέλα με παραλλαγές στις εξισώσεις υπολογισμού των μελλοντικών τιμών καθένα από τα οποία λειτουργεί με μεγαλύτερη ακρίβεια αναλόγως τη μακροπρόθεσμη αλλαγή της μέσης τιμής των δεδομένων των χρονοσειρών. Συγκεκριμένα , αναλύονται η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου (*SES*) [14] , η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης γραμμικής τάσης (*HOLT*) [19] και τα μοντέλα μη γραμμικής τάσης (*DAMPED*) [15] [16]. Τέλος , αναλύονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μοντέλων αυτών , και σε ποιες περιπτώσεις ενδείκνυται η εφαρμογή τους.

Το τέταρτο κεφάλαιο της εργασίας έχει ως αντικείμενο την παρουσίαση ενός πλήθους στατιστικών εργαλείων , ένα σύνολο των οποίων χρησιμοποιείται κατά τη διαδικασία της ανάλυσης των χρονοσειρών με βάση τα ποιοτικά τους χαρακτηριστικά , με σκοπό την βαθύτερη

κατανόηση της εξέλιξης των τιμών τους , και ένα άλλο σύνολο το οποίο χρησιμοποιείται κατά την αξιολόγηση της ακρίβειας πρόβλεψης των χρονοσειρών και αποτελείται από δείκτες σφαλμάτων. Αναλύονται οκτώ διαφορετικοί δείκτες σφάλματος μέσω των εξισώσεων οι οποίες εφαρμόζονται σε κάθε περίπτωση. Δίνεται έμφαση στα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα κάθε δείκτη , και στο κομμάτι πρόβλεψης το οποίο ο καθένας αξιολογεί περισσότερο αλλά και στις ιδιαιτερότητες κάθε περίπτωσης.

Το δεύτερο υποκεφάλαιο παρουσιάζει ένα σύνολο στατιστικών τεστ , τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση συγκεκριμένων χαρακτηριστικών και ιδιαιτεροτήτων των υπό εξέταση χρονοσειρών. Συντάχθηκαν μέσω της πλατφόρμας RStudio , και παράγουν συμπεράσματα όσον αφορά το κατά πόσο οι τιμές της χρονοσειράς έχουν αυξητική ή μειούμενη τάση (*Cox-Stuart test*) , την ποσοτικοποίηση της , δηλαδή πόσο αυξητική ή μειούμενη είναι η τάση αυτή (κλίση της τάσης) (*Kendall Trend test*) [20] [21] , και το κατά πόσο η κάθε χρονοσειρά ακολουθεί την κανονική κατανομή (*Shapiro test for normality*) [23].

Στο τρίτο και τελευταίο τμήμα του τέταρτου κεφαλαίου , παρατίθενται δείκτες μέτρησης ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών. Με στόχο την αποσύνθεση των χρονοσειρών σε δομικά τους στοιχεία , έγινε επιλογή 21 δεικτών , οι οποίοι προστίθενται στους πέντε βασικούς δείκτες που αναλύονται στο κεφάλαιο 3 (τάση , κυκλικότητα , εποχιακότητα , ασυνέχειες και μη κανονικές διακυμάνσεις) με αποτέλεσμα την καλύτερη κατανόηση της κάθε χρονοσειράς και διευκόλυνση κατά τη διερεύνηση βελτιστοποίησης της μεθόδου Θ στη συνέχεια.

Οι δείκτες αυτοί , αφορούν ποιοτικά χαρακτηριστικά όπως η διακύμανση και η τυπική απόκλιση , ως αυτούσια μεγέθη αλλά και προσαρμοσμένα μέσω διαίρεσης κάθε φορά με τη μέση τιμή των δεδομένων της κάθε χρονοσειράς. Μεγέθη τα οποία παράγονται από τη συνάρτηση *box-plot* (*θηκόγραμμα*) και αφορούν χαρακτηριστικά που έχουν να κάνουν με απόκλιση τιμών της χρονοσειράς από τη μέση τιμή αλλά και με τιμές *outliers* , οι οποίες περιγράφουν το πλήθος ειδικών γεγονότων (*special events*) , τα οποία δεν μπορούν να αξιολογηθούν με ευκολία με άλλο τρόπο. Τέλος , συμπεριλαμβάνονται δείκτες , οι οποίοι προκύπτουν από τα στατιστικά τεστ του προηγούμενου υποκεφαλαίου , και συμβάλλουν στην περαιτέρω κατανόηση και εν συνεχεία αποσύνθεση της κάθε χρονοσειράς.

Το πέμπτο κεφάλαιο αποτελεί το κεφάλαιο στο οποίο παρουσιάζονται τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της εργασίας και τα αποτελέσματά τους. Αρχικά εξετάζεται σε γενικό πλαίσιο η επίδραση μετασχηματισμών των χρονοσειρών στην ακρίβεια των προβλέψεων. Η έρευνα προσανατολίζεται στη συνέχεια στη μέθοδο λογαρίθμισης των δεδομένων, με έναυσμα τη δημοσίευση του Adrian N. Beaumont “Data transform with exponential smoothing methods” [26]. Καθορίζεται ως στόχος η βελτιστοποίηση της μεθόδου προβλέψεων Theta, και αναλύονται προβληματισμοί οι οποίοι έχουν ως αντικείμενο τους τρόπους προσαρμογής των μεθόδων λογαρίθμισης στο συγκεκριμένο μοντέλο. Στη συνέχεια, θέτονται ερωτήματα προς διερεύνηση όπως ποιο είναι το σύνολο των χαρακτηριστικών μίας χρονοσειράς στα οποία εάν επέμβουμε με μεθόδους λογαρίθμισης θα οδηγήσουν τη μέθοδο σε αποτελέσματα αυξημένης ακρίβειας. Ο ιδιαίτερος τρόπος με τον οποίο πραγματοποιούνται προβλέψεις μέσω της μεθόδου Θ , οδηγεί σε διερωτήσεις που αφορούν αποδοτικότερη πρόβλεψη της τάσης των χρονοσειρών, διατυπώνονται προβληματισμοί και στήνεται η πορεία των πειραμάτων που ακολουθούν.

Στα υποκεφάλαια 5.2.1, 5.2.2 περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία του βασικού πειράματος λογαρίθμισης του συνόλου των μηνιαίων χρονοσειρών του διαγωνισμού M3. Συγκεκριμένα, αναλύονται τα εξής:

Ο τρόπος με τον οποίο αυτές μεταφέρονται στη πλατφόρμα στατιστικών αναλύσεων RStudio, η διαδικασία η οποία ακολουθείται προς λογαρίθμιση του συνόλου των χρονοσειρών, και ο τρόπος με τον οποίο εν συνεχεία διεξάγονται οι προβλέψεις μέσω της μεθόδου Θ στις χρονοσειρές αυτές. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της διεξαγωγής προβλέψεων, με και χωρίς λογαρίθμιση των χρονοσειρών και μία σύγκριση της ακρίβειας πρόβλεψης με και χωρίς τον μετασχηματισμό των δεδομένων. Με βάση τα αποτελέσματα της διαδικασίας χαράζεται η μετέπειτα πορεία της εργασίας.

Στο κεφάλαιο 5.2.3, περιγράφεται ένα πείραμα, το οποίο έχει σαν στόχο τη διερεύνηση της συσχέτισης μεταξύ των ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών, και το δείκτη σφάλματος *sMAPE* (*Συμμετρικό μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα*). Απώτερος σκοπός είναι η επιλογή συγκεκριμένων χαρακτηριστικών, η μελέτη των οποίων μπορεί να οδηγήσει σε συμπεράσματα

που αφορούν την ακρίβεια της μεθόδου Θ σε συνδυασμό με μεθόδους λογαρίθμισης , ώστε να παραχθούν κάποια κριτήρια λογαρίθμισης των χρονοσειρών.

Το υποκεφάλαιο 5.2.4 , έχει ως αντικείμενο να περιγράψει τον προσδιορισμό , τη δομή και τη διεξαγωγή πειραμάτων , ώστε να παραχθούν τελικά κάποιες τιμές – κατώφλια συγκεκριμένων ποιοτικών χαρακτηριστικών , τα οποία θα λειτουργήσουν ως κριτήρια λογαρίθμισης των χρονοσειρών. Για το σκοπό αυτό , αρχικά ορίζεται ένας δείκτης δ με τον εξής σκοπό : Καλείται να εκφράσει το πόσο επιτυχές είναι ένα πείραμα στο να ξεχωρίζει τις χρονοσειρές στις οποίες η λογαρίθμιση των δεδομένων οδηγεί σε προβλέψεις της Θ με αυξημένη ακρίβεια , από αυτές στις οποίες η λογαρίθμιση επιφέρει μη επιθυμητό αποτέλεσμα (μείωση ακρίβειας προβλέψεων). Τελικός στόχος σε κάθε περίπτωση είναι η μεγιστοποίηση της ακρίβειας της μεθόδου Θ .

Στα πλαίσια αυτής της διαδικασίας επιλέγονται τέσσερα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία έχουν τη μεγαλύτερη συσχέτιση με τους δείκτες σφάλματος και ειδικότερα με τον δείκτη sMAPE. Στη συνέχεια περιγράφεται αναλυτικά το πείραμα το οποίο οδηγεί στον καθορισμό των τιμών – κατωφλίων λογαρίθμισης για κάθε ένα από αυτά. Η διαδικασία παραγωγής προβλέψεων επαναλαμβάνεται τέσσερις φορές , με κριτήριο λογαρίθμισης κάθε φορά την τιμή-κατώφλι του προηγούμενου πειράματος για το αντίστοιχο χαρακτηριστικό τα οποίο έχει προεπιλεχθεί. Τέλος , παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα των προβλέψεων με τη χρήση κατωφλίων λογαρίθμισης.

Τα δύο τελευταία τμήματα του κεφαλαίου 5.2 (5.2.4.5 - 6) , περιγράφουν τη διαδικασία σύνθεσης ενός γραμμικού μοντέλου λογαρίθμισης , το οποίο χρησιμοποιεί συνδυασμό των κατωφλίων λογαρίθμισης των προηγούμενων κεφαλαίων ώστε να παράγει μία τιμή για κάθε χρονοσειρά. Η τιμή αυτή συγκρινόμενη με ένα νέο κατώφλι θα λειτουργεί ως κριτήριο λογαρίθμισης της κάθε χρονοσειράς. Αναλύεται η μεθοδολογία με την οποία επιλέγονται τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία συμμετέχουν στο μοντέλο και τα σχετικά πειράματα , και παράγεται τελικά το γραμμικό μοντέλο λογαρίθμισης. Αυτό λειτουργεί στη συνέχεια ως κριτήριο για το εάν η χρονοσειρά πρέπει να λογαριθμιστεί πριν τη διαδικασία των προβλέψεων ή όχι. Οι

προβλέψεις με το νέο κριτήριο λογαρίθμησης επαναλαμβάνονται και παρατίθενται τα αποτελέσματα.

Στο τελευταίο τμήμα του κεφαλαίου 5 (5.3) επαναλαμβάνονται οι διαδικασίες και τα πειράματα του κεφαλαίου 5.2 με τη διαφορά ότι το σετ χρονοσειρών στις οποίες αυτά εφαρμόζονται είναι πλέον 5008 μηνιαίες χρονοσειρές που έχουν συγκεντρωθεί από τη βάση δεδομένων *FRED*. Τα πειράματα εφαρμόζονται σε ένα σημαντικά μεγαλύτερο αριθμό χρονοσειρών και ακολουθεί παρουσίαση των αποτελεσμάτων και σχολιασμός επί αυτών. Εκτελούνται προβλέψεις μέσω της μεθόδου Θ , με και χωρίς λογαρίθμηση των χρονοσειρών και με χρήση των παραγόμενων κατωφλίων λογαρίθμησης.

Το έκτο και τελευταίο κεφάλαιο αποτελείται από ένα γενικό σχολιασμό των διαδικασιών και των αποτελεσμάτων της εργασίας. Γίνεται μία ανασκόπηση των πειραμάτων , της δομής και του τρόπου διεξαγωγής τους και αποτιμώνται τα συμπεράσματα τα οποία προκύπτουν. Γίνεται αναφορά και σχολιασμός επί των μελλοντικών επεκτάσεων της εργασίας και της διεξαγωγής περαιτέρω πειραμάτων προς βελτιστοποίηση της μεθόδου προβλέψεων Θ .

2. Διαγωνισμοί Προβλέψεων και το μοντέλο Theta

2.1 Βιβλιογραφική επισκόπηση

2.1.1 Μοντέλο Προβλέψεων Theta

Οι Ασημακόπουλος Β. και Νικολόπουλος Κ. εισήγαν το 2000 το μοντέλο προβλέψεων Theta μέσω της δημοσίευσής τους: Assimakopoulos V. & Nikolopoulos K. (2000) : “ The theta model : A decomposition approach to forecasting ” [1]. Επρόκειτο για ένα νέο μοντέλο προβλέψεων το οποίο βασίζεται στην έννοια της τροποποίησης τοπικών καμπυλοτήτων της χρονοσειράς μέσω ενός συντελεστή ‘Theta’ (θ). Το μοντέλο Theta εφαρμόστηκε στις 3003 χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 όπου κατέλαβε την πρώτη θέση εμφανίζοντας ιδιαίτερα καλή επίδοση σε μηνιαίες χρονοσειρές και μικροοικονομικά δεδομένα.

Το 2003 το μοντέλο δέχτηκε κριτική με μία δημοσίευση από τους Rob J. Hyndman & Baki Billah (Hyndman R. & Billah B. (2003). “Unmasking the Theta method”) [2] . Η δημοσίευση αυτή , έχει ως έναυσμα την επιτυχία του μοντέλου Theta στο διαγωνισμό M3 . Αναγνωρίζει την επιτυχία αυτή , υποστηρίζει όμως ότι το πλήθος των αλγεβρικών μετασχηματισμών με τις οποίες παράγονται οι τελικές εξισώσεις του μοντέλου πρόβλεψης μπορεί να περιγραφεί πολύ πιο απλά από την εκτενή ανάλυση των Assimakopoulos V. & Nikolopoulos K. [1] και πως η μέθοδος *Theta* αποτελεί ουσιαστικά μία ειδική περίπτωση της απλής εκθετικής εξομάλυνσης με τάση (*SES with drift* ή *SES-d*) , όπου η παράμετρος της τάσης ισούται με το μισό της κλίσης της ευθείας παλινδρόμησης που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα.

Η απάντηση από τον Νικολοπουλο Κ. et al (2008) [3] ήταν ότι ο παραπάνω σχολιασμός αφορά μόνο την κλασική μέθοδο Θ (*Theta classic*). Επίσης στο μοντέλο των Hyndman και Billah , η βελτιστοποίηση της παραμέτρου a (Κεφ. 2.2) πραγματοποιείται στα αρχικά δεδομένα και όχι

στη γραμμή *Theta Line (2)* όπως συμβαίνει στην μέθοδο *Theta classic*. Επίσης, οι Hyndman και Billah, προσπάθησαν να βελτιστοποιήσουν το ποσοστό της τάσης το οποίο θα πρόσθεταν στην απλή εκθετική εξομάλυνση, διαφοροποιώντας το από το 50% που ουσιαστικά ισοδυναμεί με τη μέθοδο *Theta classic*.

Το 2003, οι Ασημακόπουλος Β. και Νικολόπουλος Κ. παρουσίασαν επίσης την ιδέα τους περί ενός πλήρως αυτοματοποιημένου συστήματος παραγωγής προβλέψεων, (TIFIS), το οποίο βασίζεται στη μέθοδο πρόβλεψης Theta (Nikolopoulos, K., & Assimakopoulos, V. (2003): "Theta intelligent forecasting information system") [4]. Στην εν λόγω δημοσίευση αναλύεται η δομή και η αρχιτεκτονική πίσω από ένα τέτοιο σύστημα παραγωγής προβλέψεων, το οποίο εκτός από την εφαρμογή της μεθόδου Theta, συμπεριλαμβάνει και κριτικές προσαρμογές επί της πρόβλεψης ακολουθώντας έτσι την ίδια διαδικασία που θα ακολουθούσε και ένας έμπειρος τεχνικός προβλέψεων.

Η μέθοδος Theta μετά την επιτυχία της στον διαγωνισμό M3 αποτελεί σημείο αναφοράς για τους ερευνητές των προβλέψεων και χρησιμοποιείται συχνά σε σημαντικές δημοσιεύσεις, όπως αυτή του Πετρόπουλος Φ., Μακριδάκης Σ., Ασημακόπουλος Β., Νικολόπουλος Κ., το 2014 στο "Horses for Courses' in demand forecasting" [5]. Εκεί γίνεται μεταξύ άλλων μία προσπάθεια για επιλογή της καταλληλότερης μεθόδου πρόβλεψης αναλόγα με τα χαρακτηριστικά που εμφανίζουν οι χρονοσειρές και κάποιων κάποιων παραγόντων όπως ο ορίζοντας πρόβλεψης, το πλήθος των διαθέσιμων παρατηρήσεων κ.α.

Οι Νικολόπουλος Κ. και Θωμάκος Δ., προχώρησαν αργότερα σε περαιτέρω ανάλυση της μεθόδου, τα αποτελέσματα της οποίας παρουσιάζονται στη δημοσίευσή τους "Fathoming the theta method for a unit root process" [6]. Σε αυτή, βασιζόμενοι στην πρωτότυπη δημοσίευση της μεθόδου, έγινε μία έρευνα στο θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου Theta στην ειδική περίπτωση όπου χρησιμοποιείται μόνο μία γραμμή Theta (*ThetaLine*). Συγκεκριμένα, δίνεται ένας τύπος υπολογισμού για τα ιδανικά βάρη όταν χρησιμοποιούνται δύο γραμμές Theta και γίνεται μία συσχέτιση του μοντέλου το οποίο παρουσιάζουν οι Ασημακόπουλος Β. και Νικολόπουλος Κ. με το μοντέλο ARIMA(1,1,0). Η δημοσίευση συμπεριλαμβάνει τέλος μία σειρά

προσομοιώσεων καθώς και εμπειρικών διερευνήσεων στα ετήσια δεδομένα του διαγωνισμού M3 .

Λόγω των πολύ καλών αποτελεσμάτων που είχε στα αποτελέσματα του διαγωνισμού M3 , υπάρχει τα τελευταία χρόνια μια προσπάθεια για βελτιστοποίηση του μοντέλου , και εφαρμογή του σε διάφορους τομείς . Μερικές από τις δημοσιεύσεις , ως ξεχωριστές , τμήματα βιβλίων ή και αποτελέσματα τα οποία έχουν παρουσιαστεί σε συνέδρια και έχουν ως αντικείμενο τα παραπάνω είναι οι εξής :

Konstantinos Nikolopoulos, Dimitrios Thomakos, Fotios Petropoulos and Vassilis Assimakopoulos : 'Theta Model Forecasts for Financial Time Series : A Case Study in the S&P500' [7]. Η δημοσίευση αυτή παρουσιάζει κάποια εμπειρικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του μοντέλου Theta για πρόβλεψη των τιμών του δείκτη 'S&P500' και έχει ως στόχο τη σύγκριση της μεθόδου με άλλες οι οποίες χρησιμοποιούνται ήδη για το σκοπό αυτό (μεθόδους αναφοράς) , αλλά και να δώσει το έναυσμα για περεταίρω θεωρητική εργασία στη βελτιστοποίησή της . Ενδιαφέρον είναι ότι η μέθοδος Theta έχει αποτελέσματα ίδια ή καλύτερα από τις μεθόδους αναφοράς σε όλες τις περιπτώσεις .

Petropoulos, F & Nikolopoulos, K (2013). 'Optimizing Theta model for monthly data' , παρουσιάστηκε στο 5^ο Διεθνές συνέδριο ICAART (International Conference on Agents and Artificial Intelligence) [8] . Στόχος ήταν η βελτιστοποίηση του μοντέλου για μηνιαία δεδομένα , εξετάζοντας παράγοντες όπως καλύτερη εκτίμηση της εποχικότητας , και του παράγοντα εξομάλυνσης . Στο Διεθνές συνέδριο αυτοματισμού και ρομποτικής το 2011 (ICAR) , παρουσιάστηκε μία εργασία που είχε ως στόχο την εφαρμογή της μεθόδου Theta ως εργαλείο για τη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού της εφοδιαστικής αλυσίδας σε μία διαδικασία παραγωγής (Nikolopoulos, K, Assimakopoulos, V, Bougioukos, N, Litsa, A & Petropoulos, F (2012). "The Theta model: an essential forecasting tool for supply chain planning") [9].

Μία προσπάθεια για συνδυασμό της μεθόδου με τα νευρωνικά δίκτυα έγινε με τη δημοσίευση : Constantinidou, C., Nikolopoulos, K., Bougioukos, N., Tsiafa, E., Petropoulos, F., & Assimakopoulos, V. "A neural network approach for the Theta model" [10]. Όπου γίνεται χρήση των νευρωνικών δικτύων ώστε να παραχθούν τα βέλτιστα βάρη για τις γραμμές Theta στο

μοντέλο με 2 γραμμές (περισσότερα στο κεφάλαιο 2.2 παρακάτω) . Η παραγόμενη μέθοδος ονομάστηκε Theta AI , και τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η νέα αυτή προσέγγιση είναι πολλά υποσχόμενη στη γενίκευση του μοντέλου Theta .

2.1.2. Διαγωνισμοί Προβλέψεων

Όπως έχει προαναφερθεί , ένα μέτρο σύγκρισης των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης επί συγκεκριμένων χρονοσειρών είναι οι διαγωνισμοί M (*Makridakis Competitions* ή *M competitions*) (Spyros Makridakis et al. April–June 1982) [11] οι οποίοι έχουν ονομαστεί από το αρχικό γράμμα του επιθέτου του ερευνητή Σπύρου Μακριδάκη . Τα αποτελέσματα του πρώτου (M competition) δημοσιεύτηκαν το 1982 και οι 15 μέθοδοι προβλέψεων οι οποίες συμμετείχαν εξετάστηκαν σε 1001 χρονοσειρές . Στο δεύτερο διαγωνισμό (M2 Competition) συμμετείχαν 16 μέθοδοι παραγωγής προβλέψεων εκ των οποίων οι 11 ήταν αυτοματοποιημένες μέθοδοι οι οποίες βασίζονταν σε πρόβλεψη της τάσης και 5 ειδικοί οι οποίοι παρήγαν προβλέψεις . Οι χρονοσειρές που χρησιμοποιήθηκαν ήταν 29 (23 από συνεργαζόμενες εταιρείες και 6 μακροοικονομικοί δείκτες) .

Σε δημοσίευση το 1993 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του διαγωνισμού M2 (Makridakis et al. : “The M2-Competition: A real-time judgmentally based forecasting study”) [12] ο οποίος σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε σε μία βάση πραγματικού χρόνου , με διάρκεια δύο ετών . Οι ερευνητές που συμμετείχαν είχαν στη διάθεσή τους πραγματικά δεδομένα σχετικά με το παρελθόν και το παρόν , αλλά επίσης είχαν τη δυνατότητα να λαμβάνουν απαντήσεις σε οποιαδήποτε ερώτηση είχαν κατά το χρονικό διάστημα του διαγωνισμού από εκπροσώπους των συνεργαζόμενων εταιρειών . Οι ερευνητές καλούνταν να δώσουν προβλέψεις για ένα μελλοντικό διάστημα 15 μηνών (Οκτώβριο μέχρι και Δεκέμβριο), και με το πέρας του διαστήματος αυτού , έλαβαν τις πραγματικές τιμές για τα μεγέθη τα οποία είχαν προβλέψει , ώστε να μπορέσουν να αξιολογήσουν την ακρίβεια των προβλέψεων τους . Στη συνέχεια , ζητήθηκε να προβλέψουν για τους επόμενους 15 μήνες επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία και έχοντας πάλι τη δυνατότητα για ερωτήσεις στους εκπροσώπους των εταιρειών .

Παρ' όλο που οι μελετητές είχαν στη διάθεσή τους δεδομένα πραγματικού χρόνου , η ακρίβεια των προβλέψεών τους δεν είχε κάποια σημαντική διαφορά με του προηγούμενου διαγωνισμού M (M Competition) και φάνηκε ότι στατιστικά , οι πολύπλοκες ή εξεζητημένες μέθοδοι δεν είχαν μικρότερα σφάλματα από τις απλούστερες . Η ακρίβεια των μεθόδων φάνηκε να είναι ανάλογη της έκτασης του ορίζοντα των προβλέψεων και καλύτερο αποτέλεσμα είχε ο συνδυασμός των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν ,σε σχέση με κάθε μέθοδο ξεχωριστά . Ο διαγωνισμός αυτός είχε ως σκοπό να είναι αναμφισβήτητος ως προς την αντικειμενικότητά του και τα αποτελέσματά του να μην μπορούν να αμφισβητηθούν . Για να επιτευχθεί αυτό , βρέθηκαν συμμετέχοντες με κατάλληλες γνώσεις ώστε να τρέχουν την κάθε μέθοδο με τελειότητα και να μπορέσουν να τεκμηριώσουν το κάθε βήμα της διαδικασίας παραγωγής των προβλέψεων ώστε να μπορεί μετέπειτα να αναπαραχθεί από άλλους μελετητές αποτελώντας αντικείμενο αναλυτικής έρευνας .

Το 2000 δημοσιεύτηκαν τα αποτελέσματα του 3^{ου} διαγωνισμού M (M3 Competition). Ο διαγωνισμός αυτός διοργανώθηκε από το INSEAD (*Institut Europeen d' Administration des Affaires*) και περιλάμβανε συνολικά 3003 χρονοσειρές για τις οποίες , αναλόγως με τη συχνότητά τους , ζητούνταν 6 έως 18 προβλέψεις . Συμμετείχαν 24 τεχνικές προβλέψεων , με τη μέθοδο Theta να σημειώνει εξαιρετικά καλά αποτελέσματα . Στο σημείωμα από τους συντάκτες Keith Ord , Michele Hibon & Spyros Makridakis στο "*International Journal of Forecasting*" , Τεύχος 16 σελ. 433 – 436 , γίνεται η εισαγωγή για ένα τεύχος το οποίο περιέχει δημοσιεύσεις οι οποίες αφορούν τον προαναφερθέντα διαγωνισμό , τα αποτελέσματά του και τις μεθόδους οι οποίες συμμετείχαν .

Η δεύτερη σε σειρά δημοσίευση όσον αφορά το διαγωνισμό M3 είναι από τους Σπύρο Μακρινδάκη και Michele Hibon : " The M3-Competition: Results conclusions and implications " [13] . Εκεί εξηγούνται οι λόγοι για τους οποίους έγινε ο διαγωνισμός και στη συνέχεια συγκρίνονται τα παραγόμενα αποτελέσματα και συμπεράσματα με αυτά των προηγούμενων δύο διαγωνισμών (M2 και M) όπως και με αποτελέσματα από άλλες εμπειρικές μελέτες . Τελικά , λαμβάνονται υπ' όψιν οι επιπτώσεις των αποτελεσμάτων καθώς και οι συνέπειες που αυτά έχουν στη θεωρία και την πράξη της παραγωγής προβλέψεων και χαράζονται κατευθυντήριες γραμμές για μελλοντική έρευνα .

Τα συμπεράσματα της δημοσίευσης αυτής , συμφωνούν με αυτά των προηγούμενων διαγωνισμών M και M2 χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά ένα πολύ μεγαλύτερο σετ δεδομένων . Επίσης , παράγεται το συμπέρασμα ότι απλές μέθοδοι προβλέψεων , όπως η απλή εκθετική εξομάλυνση (Single Exponential Smoothing ή SES) , (Brown) [14] και το μοντέλο της φθίνουσας τάσης (Damped Trend Exponential Smoothing) , (Gardner) [15] [16] , οι οποίες δημιουργήθηκαν από έμπειρους στην παραγωγή προβλέψεων , έχουν το ίδιο καλή ή ακόμα και καλύτερη απόδοση από άλλες πολυπλοκότερες που έχουν προέλθει από θεωρητική στατιστική ανάλυση (ARIMA , ARARMA) .

Ακόμα, παρουσιάζονται τρία συμπεράσματα τα οποία χρειάζονται περαιτέρω επιβεβαίωση. Αρχικά , γίνεται αναφορά στο νέο μοντέλο προβλέψεων Theta , το οποίο έχει εξαιρετικά καλή επίδοση , δίνοντας έναυσμα στη διερεύνηση του πού οφείλεται η επίδοση αυτή . Στη συνέχεια παρουσιάζεται η επίδοση του ForecastPro , το οποίο επιλέγει μεταξύ ενός πλήθους μεθόδων και στη συνέχεια παράγει προβλέψεις , το οποίο είχε επίσης πολύ καλή επίδοση . Τέλος , ο διαγωνισμός δείχνει ότι μία συγκεκριμένη μέθοδος (Robust – Trend) μπορεί να έχει την καλύτερη επίδοση , όταν εξετάζεται σε χρονοσειρές ετήσιων δεδομένων και τίθεται το ερώτημα μήπως και άλλες μέθοδοι έχουν βέλτιστο αποτέλεσμα σε χρονοσειρές με διαφορετική συχνότητα .

Το 2005 έγινε μία στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων του διαγωνισμού η οποία είχε ως στόχο την επικύρωσή τους μέσω στατιστικών μεθόδων και δημοσιεύτηκε στο “*International Journal of Forecasting*” από τους Alex J. Koning, Philip Hans Franses, Michele Hibon & H.O. Stekler (“The M3 competition: Statistical tests of the results”) [17]. Η ανάλυση αυτή παρουσιάζει μία μεθοδολογία η οποία δεν είχε προηγουμένως χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση προβλέψεων οικονομικών μεγεθών , αυτή των πολλαπλών συγκρίσεων (multiple comparisons) . Χρησιμοποιώντας την τεχνική αυτή , συγκρίνεται κάθε μέθοδος με την καλύτερη σε απόδοση , καθώς και με την απόδοση του μέσου όρου όλων των μεθόδων σε κάθε κατηγορία του διαγωνισμού . Συμπεραίνεται έτσι , ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στην ακρίβεια των διάφορων τεχνικών προβλέψεων καθώς κάποιες έχουν στατιστικά σημαντική καλύτερη ακρίβεια από άλλες , ότι υπάρχει σημαντική σχέση μεταξύ των διάφορων τύπων σφαλμάτων . Τα συμπεράσματα ότι οι απλούστερες στατιστικά μέθοδοι δίνουν καλύτερα

αποτελέσματα καθώς και ότι συνδυασμοί μεθόδων έχουν συνολικά καλύτερη ακρίβεια από τις μεθόδους οι οποίες τους αποτελούν , δεν αποδεικνύονται θεωρητικά , παρόλο που αυτά παρατηρούνται στα αποτελέσματα του διαγωνισμού M3.

2.2 Το μοντέλο πρόβλεψης Theta

Η μέθοδος πρόβλεψης Theta (θ , Assimakopoulos et. al. 1999 , 2000) [1] είναι μία μονοδιάστατη μέθοδος πρόβλεψης. Βασίζεται στη μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μίας χρονοσειράς χρησιμοποιώντας μία παράμετρο Theta (θ) , η οποία εφαρμόζεται πολλαπλασιαστικά στις διαφορές δεύτερης τάξης των δεδομένων ως εξής :

$$Y_t^\theta = \theta \cdot Y_t'' \quad \text{όπου} \quad Y_t'' = Y_t - 2 \cdot Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

Έτσι δημιουργείται μία καινούργια χρονοσειρά , η οποία διατηρεί κάποια από τα χαρακτηριστικά της αρχικής (κλίση παλινδρόμησης και μέση τιμή) αλλά έχει διαφορά στις τοπικές καμπυλότητες και στη διακύμανση. Οι χρονοσειρές οι οποίες παράγονται μέσω αυτής της μεθόδου ονομάζονται γραμμές Theta (*theta lines*) και αποτελούν ουσιαστικά μία αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς σε ένα σύνολο μεταγενέστερων , κάθε μία από τις οποίες δίνει περισσότερη έμφαση σε κάποια από τα χαρακτηριστικά της αρχικής χρονοσειράς.

Έτσι , ανάλογα με τη γραμμή Theta , υπάρχει δυνατότητα να δοθεί έμφαση και άρα καλύτερη προσέγγιση της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς της αρχικής χρονοσειράς (τάση) ή των βραχυπρόθεσμων χαρακτηριστικών. Τιμές της παραμέτρου θ μεγαλύτερες της μονάδας δίνουν χρονοσειρές με έμφαση στα βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά, ενώ τιμές μικρότερες της μονάδας αναδεικνύουν τη μακροπρόθεσμη συμπεριφορά των αρχικών δεδομένων (τάση).

Η τελική πρόβλεψη γίνεται συνδυάζοντας τις προβλέψεις σε κάθε μία από τις νέες χρονοσειρές (γραμμές *Theta*) , οι οποίες μπορεί να είναι και περισσότερες από δύο , με ίσα ή και διαφορετικά βάρη ώστε να προκύψει μία συνολική τιμή ως πρόβλεψη για την αρχική χρονοσειρά. Οι προβλέψεις επί των επιμέρους γραμμών *Theta* μπορούν να γίνουν με οποιαδήποτε τεχνική πρόβλεψης. Στο διαγωνισμό M3 , το μοντέλο *Theta* το οποίο χρησιμοποιήθηκε ήταν με δύο γραμμές *Theta* , με παραμέτρους $\theta = 0$ και $\theta = 2$, η πρώτη από τις οποίες παράγει μία ευθεία γραμμή (εξίσωση απλής γραμμικής παλινδρόμησης ή LRL) που δείχνει την τάση ενώ η δεύτερη δημιουργεί μία νέα χρονοσειρά με διπλασιασμό των τοπικών καμπυλοτήτων.

Η έννοια της αποσύνθεσης μίας χρονοσειράς πριν την παραγωγή προβλέψεων είχε χρησιμοποιηθεί ξανά , επικεντρωνόταν όμως σε χαρακτηριστικά όπως η συνιστώσα τάσης – κύκλου , η εποχικότητα και η τυχαιότητα. Μία μέθοδος η οποία εκμεταλλευόταν την παραπάνω τεχνική , αποεποχικοποιούσε τα αρχικά δεδομένα , εφάρμοζε τη μέθοδο πρόβλεψης σε αυτά και στη συνέχεια η τελική πρόβλεψη προερχόταν από επαναεποχικοποίηση της τιμής της πρόβλεψης με τον ανάλογο δείκτη εποχικότητας. Η μελέτη αυτής της μεθόδου με χρήση της εκθετικής εξομάλυνσης γραμμικής τάσης (Makridakis et al., 1984) και της μεθόδου γραμμικής τάσης φθίνουσας τάσης , (Gardner, 1985) είχε δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Στην περίπτωση της μεθόδου *Theta* , τα αποεποχικοποιημένα δεδομένα διαχωρίζονται με βάση τα μακροπρόθεσμα και βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά τους στις γραμμές *Theta* , και οι προβλέψεις γίνονται πλέον σε αυτές τις χρονοσειρές , σε μία προσπάθεια για αξιοποίηση πληροφοριών οι οποίες υπάρχουν μέσα στα δεδομένα πριν την εφαρμογή ενός μοντέλου επέκτασης των δεδομένων στο μέλλον. Αυξάνεται έτσι η απόδοση του γραμμικού συνδυασμού των προβλέψεων των επί μέρους χρονοσειρών.

Το κλασικό μοντέλο *Theta* , το οποίο όπως προαναφέρθηκε συμμετείχε στο διαγωνισμό M3 , αποτελείται από 2 γραμμές *Theta* , αυτή με $\theta = 0$ και αυτή με $\theta = 2$. Η διαδικασία παραγωγής προβλέψεων με τη μέθοδο αυτή μπορεί να χωριστεί στα εξής βήματα :

- ✚ Ελέγχεται εάν η χρονοσειρά παρουσιάζει στατιστικά σημαντική εποχιακή συμπεριφορά μέσω μεθόδων αποσύνθεσης.
- ✚ Εάν η χρονοσειρά παρουσιάζει στατιστικά σημαντική εποχιακή συμπεριφορά , γίνεται αποεποχικοποίηση μέσω της κλασσικής μεθόδου πολλαπλασιαστικής αποσύνθεσης.
- ✚ Αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς σε δύο γραμμές *Theta* , εκ των οποίων η μία είναι η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης (LRL) και η δεύτερη είναι η σειρά που παράγεται για παράμετρο $\vartheta = 2$ ως εξής :

$$Y_t = \frac{1}{2} \cdot (Y_t^{\vartheta=1+a} + Y_t^{\vartheta=1-a}) \Leftrightarrow , a=1$$

$$Y_t = \frac{1}{2} \cdot (Y_t^{\vartheta=0} + Y_t^{\vartheta=2}) \Leftrightarrow , Y_t^{\vartheta=0} \equiv LRL_t$$

$$Y_t = \frac{1}{2} \cdot (LRL_t + Y_t^{\vartheta=2}) \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot Y_t = LRL_t + Y_t^{\vartheta=2} \Leftrightarrow$$

$$Y_t^{\vartheta=2} = 2 \cdot Y_t - LRL_t$$

- ✚ Παραγωγή προβλέψεων στις δύο γραμμές *Theta* , μέσω προέκτασης της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης για την πρώτη γραμμή , και με χρήση της απλής εκθετικής εξομάλυνσης (SES) για τη δεύτερη ($\vartheta = 2$).
- ✚ Συνδυασμός των παραγόμενων προβλέψεων από τις δύο γραμμές *Theta* με ίσα βάρη $[\frac{1}{2} (F_n^{\vartheta=0} + F_n^{\vartheta=2})]$.
- ✚ Επαναεποχικοποίηση των τελικών προβλέψεων χρησιμοποιώντας τους δείκτες εποχιακότητας που βρέθηκαν στο δεύτερο βήμα της διαδικασίας.

Στο βήμα υπολογισμού της γραμμής με $\vartheta = 2$, καθώς και για οποιαδήποτε άλλης γραμμής *Theta* με δεδομένο ότι η γραμμή με $\vartheta = 0$ είναι η LRL έχει παρουσιαστεί και μία απλουστευμένη μέθοδος , όπου ο υπολογισμός γίνεται προσθέτοντας στη τελευταία το γινόμενο $\vartheta \cdot e_t$ με e_t το

σφάλμα της αρχικής χρονοσειράς από τη γραμμή με $\theta = 0$ [Theta Line(0)] , (Nikolopoulos et al., 2008).

Το γεγονός ότι η μέθοδος μας δίνει δυνατότητα να εστιάσουμε όσο εμείς θέλουμε στα μακροπρόθεσμα ή βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά μίας χρονοσειράς , κατά τη διαδικασία της ανάλυσής της , σε συνδυασμό με την ελευθερία για επιλογή γραμμών με διαφορετικά βάρη κατά τη διαδικασία παραγωγής προβλέψεων , δίνει τη δυνατότητα να επιλέξουμε σε ποια χαρακτηριστικά θέλουμε να δώσουμε μεγαλύτερη έμφαση. Για παράδειγμα , εάν θέλουμε να δώσουμε μεγαλύτερη έμφαση στη μακροπρόθεσμη συμπεριφορά μιας χρονοσειράς , στην περίπτωση του κλασσικού μοντέλου με δύο γραμμές (Theta Line(0) και Theta Line(2)) μπορούμε στο βήμα σύνθεσης των επί μέρους προβλέψεων να δώσουμε βάρος κατά 60% στη τάση (Theta Line(0)) και 40% στις βραχυπρόθεσμες διακυμάνσεις (Theta Line(2)) , ($F_n = 0.6 \cdot F_n^{\theta=0} + 0.4 \cdot F_n^{\theta=2}$).

2.3 FEDERAL RESERVE ECONOMIC DATA (FRED)

Τα αποτελέσματα από τους διαγωνισμούς προβλέψεων τα οποία υπάρχουν σε μορφή δημοσιεύσεων , αναφέρονται σε ένα σετ χρονοσειρών από τους διαγωνισμούς M, M2 και M3. Το σετ αυτό σε κάθε περίπτωση δεν έχει ξεπεράσει τις 3003 χρονοσειρές. Σε μία προσπάθεια να εφαρμοστεί η μέθοδος Theta σε ένα διαφορετικό και μεγαλύτερο σετ δεδομένων και να γίνει περαιτέρω βελτιστοποίησή της , κρίθηκε σκόπιμο να συγκεντρωθεί ένα πλήθος χρονοσειρών το οποίο θα καθιστούσε κάτι τέτοιο εφικτό. Ο αριθμός των μηνιαίων χρονοσειρών που ήταν διαθέσιμες στη βάση δεδομένων FRED ήταν 20.000 και μετά από έλεγχο συγκεκριμένων κριτηρίων , επιλέχθηκαν 5008 , οι οποίες αποτελούνται από ομάδες χρονοσειρών που περιγράφουν τελείως διαφορετικά δεδομένα. Το χαρακτηριστικό αυτό , σε συνδυασμό με το

πλήθος τους μας επιτρέπει επίσης να εξετάσουμε την υπερίσχυση της εξεταζόμενης μεθόδου έναντι άλλων , επιβεβαιώνοντας τα αποτελέσματα των προαναφερθέντων διαγωνισμών σε ένα σημαντικό πλήθος χρονοσειρών.

Η βάση δεδομένων **Federal Reserve Economic Data** οποία παρέχεται και διατηρείται από τον κρατικό οργανισμό των Ηνωμένων Πολιτειών **Federal Reserve Bank of St.Louis** (<http://research.stlouisfed.org/fred2/>) . Αποτελείται από περισσότερες από 237.000 οικονομικές χρονοσειρές οι οποίες προέρχονται από περισσότερες από 68 πηγές . Τα δεδομένα μπορούν να παρατηρηθούν σε μορφή γραφικών παραστάσεων ή μορφή κειμένου , ή να ληφθούν και στη συνέχεια να εισαχθούν σε μία νέα βάση δεδομένων ή ένα υπολογιστικό φύλλο , καθιστώντας έτσι δυνατή την ανάγνωσή τους ακόμα και μέσω φορητών συσκευών .

Μερικοί από τους τομείς τους οποίους οι χρονοσειρές αυτές καλύπτουν είναι : τραπεζικοί , επιχειρηματικοί / φορολογικοί , δείκτες τιμών καταναλωτών , εργοδοσία και πληθυσμός , ισοτιμίες , ακαθάριστα εθνικά προϊόντα , επιτόκια , νομισματικά μεγέθη , δείκτες τιμών παραγωγών , αποθέματα και νομισματικές βάσεις , εμπόριο των Ηνωμένων Πολιτειών και διεθνείς συναλλαγές , και γενικά χρηματοοικονομικά δεδομένα . Οι χρονοσειρές συντάσσονται και μεταφορτώνονται από την Ομοσπονδιακή Τράπεζα των ΗΠΑ , αφού πρώτα συλλεχθούν από κυβερνητικές υπηρεσίες όπως το **U.S. Census** (<http://www.census.gov/>) , και το γραφείο στατιστικών εργασίας , **Bureau of Labor Statistics** (<http://www.bls.gov/>) .

Τα δεδομένα του Federal Reserve Bank of St. Louis είναι επίσης προσβάσιμα μέσω των εξής υπηρεσιών :

- ✚ ALFRED : (Αρχαιακά οικονομικά δεδομένα της Ομοσπονδιακής Τράπεζας) Οι χρήστες μπορούν μέσω αυτής της υπηρεσίας να έχουν πρόσβαση σε παλαιότερες εκδόσεις οικονομικών δεδομένων τα οποία ήταν διαθέσιμα σε συγκεκριμένες ιστορικές ημερομηνίες . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη δυνατότητα για αναπαραγωγή προηγούμενων μελετών , οι οποίες ήταν βασισμένες σε δεδομένα της εκάστοτε χρονικής περιόδου , τη σύνθεση μοντέλων προβλέψεων με μεγαλύτερη ακρίβεια , καθώς και την

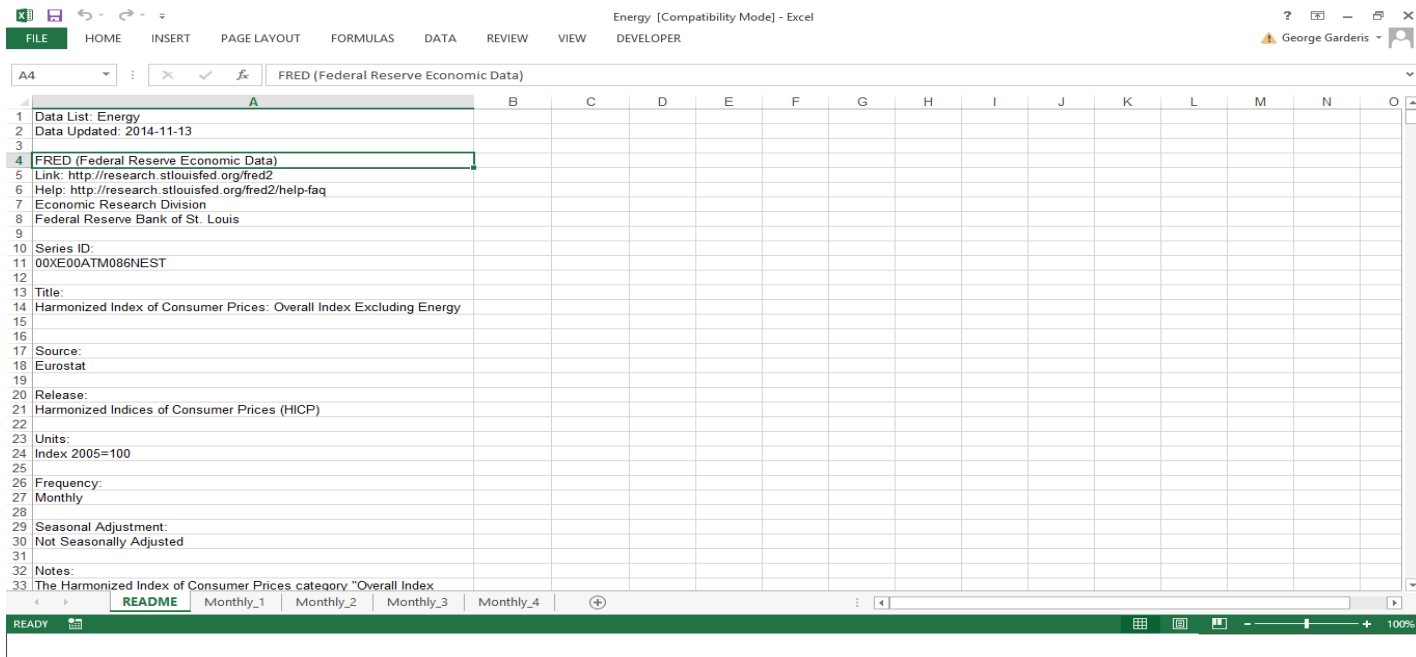
ανάλυση ιστορικών αποφάσεων οικονομικού χαρακτήρα , βασισμένη στα δεδομένα που υπήρχαν την ίδια εποχή .

- ✚ GeoFRED : Ένα εργαλείο χαρτογράφησης δεδομένων το οποίο συνδέει τα διάφορα δεδομένα με τις αντίστοιχες πολιτείες , μητροπόλεις και κομητείες .
- ✚ CASSIDI : Μία υπηρεσία δεδομένων η οποία παρέχει δεδομένα σε εθνικό επίπεδο σε τραπεζικές δομές και ορισμούς καθώς και σε τραπεζικές δομές για επιμέρους ιδρύματα.
- ✚ FRASER : (Federal Reserve Archival System for Economic Research) Είναι ένα σύστημα αρχειοθέτησης οικονομικών ερευνών της Ομοσπονδιακής Τράπεζας δεδομένων το οποίο από το 2004 διατηρεί και παρέχει πρόσβαση σε ιστορικά οικονομικά δεδομένα , τα οποία έχουν κατά κύριο λόγο περιεχόμενο το οποίο έχει άμεσα να κάνει με το σύστημα της Ομοσπονδιακής Τράπεζας , μέσω ψηφιοποίησης εγγράφων που σχετίζονται άμεσα με το οικονομικό σύστημα των Ηνωμένων Πολιτειών . Τέτοια έγγραφα περιέχουν δημοσιεύσεις του διοικητικού συμβουλίου της Ομοσπονδιακής Τράπεζας , ομιλίες και δηλώσεις που έχουν να κάνουν με τη χάραξη πολιτικής του οργανισμού , κρατικές δημοσιεύσεις δεδομένων και στατιστικών μελετών , ακροάσεις του Κογκρέσου καθώς και εκθέσεις από διάφορους οργανισμούς .
- ✚ IDEAS : Μία βιβλιογραφική βάση δεδομένων η οποία αντλεί πληροφορίες από τον οργανισμό RePec (Research Papers in Economics) και αποτελείται από οικονομική έρευνα από περισσότερα από ένα εκατομμύριο ακαδημαϊκά άρθρα και δημοσιεύσεις . Υπάρχουν περισσότερα από 1.300.000 αποτελέσματα έρευνας από τα οποία για τα 1.200.000 υπάρχει δυνατότητα λήψης σε μορφή πλήρους κειμένου .

Για τη συλλογή των 20.000 χρονοσειρών , χρησιμοποιήθηκε η παραπάνω βάση δεδομένων. Συγκεκριμένα , επιλέχθηκαν χρονοσειρές οι οποίες είχαν μηνιαία δεδομένα και δεν είχαν αποεποχικοποιηθεί . Από τις 20.000 διαθέσιμες χρονοσειρές με τα παραπάνω χαρακτηριστικά , επιλέχθηκαν οι 5008 , οι οποίες εξυπηρετούσαν συγκεκριμένα κριτήρια. Αρχικά , δεν είχαν αρνητικές τιμές και είχαν τουλάχιστον 40 μετρήσεις . Οι λόγοι για τους οποίους απορρίφθηκαν χρονοσειρές με αρνητικές τιμές ήταν ούτως ώστε να έχουν μία ομοιότητα με το σετ δεδομένων

του διαγωνισμού M3 αλλά και να αποφευχθούν όσο το δυνατόν περισσότερο προβλήματα κατά τον υπολογισμό του κυριότερου δείκτη σφάλματος *sMAPE* , ο οποίος παρουσιάζεται στη συνέχεια . Σαν κριτήριο για τον αριθμό των μετρήσεων επιλέχθηκε ο ορίζοντας πρόβλεψης , ο οποίος είναι 18 μετρήσεις . Με βάση αυτό , θεωρήθηκε επαρκές να υπάρχουν δεδομένα για μηνιαίες μετρήσεις τουλάχιστον 3 ετών , ώστε να δοθεί μία σωστή εικόνα για την εποχικότητα και να μπορέσουν να λειτουργήσουν σωστά περαιτέρω έλεγχοι που αφορούν τη τάση (Cox - Stuart test , Kendall Trend test) . Επίσης , πολλές χρονοσειρές οι οποίες περιγράφουν μεταβολές με τη μορφή δεικτών (indexes) απορρίφθηκαν , καθώς όλες οι τιμές τους ήταν μικρότερες από 100 , και συνήθως κοντά στο μηδέν , κάτι που δεν συμβαδίζει με τις τιμές των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 που χρησιμοποιούμε ως μέτρο σύγκρισης , αλλά και δυσχεραίνει την εξαγωγή συμπερασμάτων από τα πειράματα λογαρίθμισης τα οποία εφαρμόζονται στη συνέχεια.

Οι χρονοσειρές κατέβηκαν σε πακέτα των χιλίων , σε μορφή αρχείου συμβατή με το Excel. Κάθε αρχείο αποτελούταν από 5-7 καρτέλες όπου στη πρώτη υπάρχει η κωδική ονομασία κάθε χρονοσειράς την οποία χρησιμοποιεί η βάση δεδομένων FRED , μία περιγραφή της , οι μονάδες μέτρησης των τιμών , η πηγή από την οποία έχουν αντληθεί τα δεδομένα η συχνότητά τους και πληροφορία για το εάν είναι αποεποχικοποιημένες ή όχι και ένα σύνολο σημειώσεων το οποίο διαφέρει αναλόγως του τύπου της κάθε μίας και δίνει αναλυτικές πληροφορίες για τις καταγεγραμμένες τιμές. Στις υπόλοιπες καρτέλες , βρίσκονται οι χρονοσειρές χωρισμένες συνήθως σε ομάδες των 250 , όπου στην πρώτη στήλη και γραμμή βρίσκεται η ημερομηνία για την οποία έχουμε την πρώτη μέτρηση της παλαιότερης, η οποία αυξάνεται μηνιαία σε κάθε κελί της πρώτης στήλης των επόμενων γραμμών. Για τις γραμμές των επόμενων στηλών , οι μετρήσεις ξεκινούν από τη γραμμή η οποία αντιστοιχεί στην ημερομηνία της πρώτης μέτρησης της κάθε χρονοσειράς.



Εικόνα 2.3.1 : Παράδειγμα μορφής του σετ δεδομένων πριν τη μετατροπή τους.

| Row | DATE | XTIMVA01AUM664 | XTIMVA01ESM664N | XTIMVA01KRM667 | XTIMVA01RUM667N | XTIMVA01ZAM664N | XTIMVA01ZAM667N | XTIMVA04CNM667 | XTINTVA01BRM667 | XTINTVA01CNM667 | XTINTVA01DM667N |
|-----|------------|----------------|-------------------|----------------|-----------------|-------------------|-------------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | 1955-01-01 | 149500000 | 7278256.58408760 | | | | | | | | |
| 2 | 1955-02-01 | 136700000 | 8540382.00329354 | | | | | | | | |
| 3 | 1955-03-01 | 152000000 | 9111343.50245814 | | | | | | | | |
| 4 | 1955-04-01 | 144400000 | 9375788.82838700 | | | | | | | | |
| 5 | 1955-05-01 | 154700000 | 8876948.78174846 | | | | | | | | |
| 6 | 1955-06-01 | 147200000 | 9520031.73343911 | | | | | | | | |
| 7 | 1955-07-01 | 120500000 | 9399829.31256236 | | | | | | | | |
| 8 | 1955-08-01 | 139000000 | 7182094.64738620 | | | | | | | | |
| 9 | 1955-09-01 | 147400000 | 9411849.55465003 | | | | | | | | |
| 10 | 1955-10-01 | 133700000 | 10163114.68512980 | | | | | | | | |
| 11 | 1955-11-01 | 143700000 | 11082663.20483690 | | | | | | | | |
| 12 | 1955-12-01 | 123700000 | 15734496.89276740 | | | | | | | | |
| 13 | 1956-01-01 | 125900000 | 9141394.10767733 | | | | | | | | |
| 14 | 1956-02-01 | 116400000 | 12975851.33364590 | | | | | | | | |
| 15 | 1956-03-01 | 158000000 | 12951810.84947050 | | | | | | | | |
| 16 | 1956-04-01 | 133400000 | 11070642.96274930 | | | | | | | | |
| 17 | 1956-05-01 | 140400000 | 10379479.04270790 | | | | | | | | |
| 18 | 1956-06-01 | 124400000 | 12056302.81393870 | | | | | | | | |
| 19 | 1956-07-01 | 112500000 | 11106703.68901230 | | | | | | | | |
| 20 | 1956-08-01 | 154300000 | 11906049.78784270 | | | | | | | | |
| 21 | 1956-09-01 | 105500000 | 11803877.73009750 | | | | | | | | |
| 22 | 1956-10-01 | 112100000 | 11587513.37251930 | | | | | | | | |
| 23 | 1956-11-01 | 117100000 | 13612924.16429270 | | | | | | | | |
| 24 | 1956-12-01 | 102800000 | 12464991.04491960 | | | | | | | | |
| 25 | 1957-01-01 | 122500000 | 12663325.03936630 | 16000000 | | 93985791.5385431 | 131184822.0481650 | | | | |
| 26 | 1957-02-01 | 100500000 | 13847318.88500230 | 27000000 | | 91849750.8217580 | 128345768.5211170 | | | | |
| 27 | 1957-03-01 | 115300000 | 13378529.44358300 | 31000000 | | 97083050.5778815 | 135423653.7262390 | | | | |
| 28 | 1957-04-01 | 119400000 | 15289747.93552340 | 59000000 | | 97937466.8645955 | 136380363.8174620 | | | | |
| 29 | 1957-05-01 | 135800000 | 13673025.37473100 | 43000000 | | 100714319.7964160 | 140365455.4907090 | | | | |
| 30 | 1957-06-01 | 109400000 | 17044703.28032410 | 52000000 | | 95160613.9327749 | 132580175.1462190 | | | | |
| 31 | 1957-07-01 | 139000000 | 9598163.30700900 | 58000000 | | 103704776.7999150 | 144381328.4696770 | | | | |
| 32 | 1957-08-01 | 133700000 | 11305037.68345890 | 45000000 | | 105840817.5167000 | 147128237.8898160 | | | | |

Εικόνα 2.3.2 : Παράδειγμα της μορφής των χρονοσειρών πριν τη μετατροπή τους (2)

Στη συνέχεια, οι χρονοσειρές διαμορφώθηκαν κατάλληλα σύμφωνα με τη δομή αυτών που χρησιμοποιούνται στο διαγωνισμό Μ3 . Αυτό έγινε με σκοπό το σετ των δεδομένων να είναι συμβατά με τη μορφή του διαγωνισμού και εύκολα αξιοποιήσιμα από οποιονδήποτε θελήσει να αξιοποιήσει τα δεδομένα αυτά. Η διαμόρφωση αυτή έγινε με τη βοήθεια της γλώσσας “Visual Basic For Applications” (VBA), η οποία δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να συντάξει δικές του συναρτήσεις και επαναληπτικές διαδικασίες , κάτι που κρίθηκε απαραίτητο για τη διαμόρφωση του προαναφερθέντος όγκου δεδομένων . Συντάχθηκαν macros (σύνολο γραμμών κώδικα VBA , scripts) τα οποία καλούνται από το Excel και μέσω αυτών έγινε ένα σύνολο από διαδικασίες. Μέσω αυτών γινόταν έλεγχος για τυχόν τιμές οι οποίες δεν είχαν μεταφερθεί σε σωστή μορφή , με αποτέλεσμα να μη μπορούν να διαβαστούν σαν αριθμοί από το Excel , οι οποίες στη συνέχεια συμπληρώθηκαν με βάση τις υπόλοιπες ή σε κάποιες περιπτώσεις όπου το πλήθος τους καθιστούσε κάτι τέτοιο απαγορευτικό , οδήγησαν σε διαγραφή της χρονοσειράς .

Επίσης έγινε έλεγχος για τις τιμές των δεδομένων όπως και για συνεχόμενες μηδενικές τιμές ή πλήθος τιμών κοντά στο μηδέν και κατάλληλη μορφοποίηση – απομάκρυνση προβληματικών χρονοσειρών . Τέλος το σύνολο των δεδομένων μετατράπηκε στη ζητούμενη μορφή , όπου για κάθε χρονοσειρά αντλούνταν τα κατάλληλα στοιχεία από κάθε καρτέλα ώστε η κάθε μία να παρουσιάζεται σε μία σειρά, με αντίστοιχες στήλες τον ανάλογο αριθμό μετρήσεων , σύντομη περιγραφή , μονάδες μέτρησης των τιμών , καθώς και το μήνα και έτος κατά το οποίο οι τιμές ξεκινούν και τέλος όλες οι τιμές.

Energy - Excel

George Garderis

Series

| Series | N | NF | Description | Units | Starting Year | Starting Month | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|-----|----|--|------------------|---------------|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| CP0455EL | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Heat Energy for European Uni | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 68.92 | 69.13 | 69.33 | 69.56 | 69.84 | 70.01 | 70.08 |
| CP0455EZ | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Heat Energy for Euro area (17 | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 62.16 | 62.35 | 62.54 | 62.79 | 63.04 | 63.23 | 63.3 |
| CP0455EZ | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Heat Energy for Euro Area (18 | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 62.27 | 62.46 | 62.65 | 62.9 | 63.16 | 63.35 | 63.41 |
| CP0455EZ | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Heat Energy for Euro area(EA | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 64.42 | 64.62 | 64.82 | 65.08 | 65.34 | 65.54 | 65.61 |
| CPGREN0 | 201 | 18 | Consumer Price Index: OECD Groups: Fuel, Electricity, and Gasoline | Index 2010=1.00 | 1998 | 1 | 0.361024 | 0.360693 | 0.359035 | 0.359698 | 0.364008 | 0.363014 | 0.373954 |
| CPGREN0 | 528 | 18 | Consumer Price Index: OECD Groups: Fuel, Electricity, and Gasoline | Index 2010=1.00 | 1970 | 1 | 0.120443 | 0.120516 | 0.120475 | 0.121692 | 0.121642 | 0.121237 | 0.121886 |
| CPGREN0 | 528 | 18 | Consumer Price Index: OECD Groups: Fuel, Electricity, and Gasoline | Index 2010=1.00 | 1970 | 1 | 0.051892 | 0.05193 | 0.051905 | 0.052397 | 0.052384 | 0.052253 | 0.052536 |
| CPGREN0 | 528 | 18 | Consumer Price Index: OECD Groups: Fuel, Electricity, and Gasoline | Index 2010=1.00 | 1970 | 1 | 0.035371 | 0.035448 | 0.03545 | 0.035359 | 0.035363 | 0.035525 | 0.035679 |
| CPHPEN0 | 209 | 18 | Consumer Price Index: Harmonized Prices: Total Energy for the Euro | Index 2005=1.00 | 1996 | 1 | 0.621 | 0.6221 | 0.6245 | 0.6314 | 0.6326 | 0.6293 | 0.6284 |
| CPHPEN0 | 216 | 18 | Consumer Price Index: Harmonized Prices: Total Energy for the Euro | Index 2010=1.00 | 1996 | 1 | 0.57894 | 0.581263 | 0.58367 | 0.589893 | 0.590142 | 0.586657 | 0.585412 |
| CP0451EL | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Electricity for European Union | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 76.18 | 76.18 | 76.17 | 76.19 | 76.21 | 76.37 | 75.5 |
| M0129AU\$ | 250 | 18 | Electrical Energy Distributed, Gross Revenue From Central RevenueS: | Hundred Thousar | 1913 | 1 | 287 | 273 | 248 | 246 | 234 | 233 | 245 |
| M0129BU\$ | 288 | 18 | Electrical Energy Distribution, Revenue From Sales To UltimateConsu | Hundred Thousar | 1928 | 1 | 1612 | 1529 | 1478 | 1428 | 1392 | 1379 | 1363 |
| CUURA20i | 442 | 18 | Consumer Price Index for All Urban Consumers: Energy services inMi | Index 1982-84=10 | 1977 | 12 | 51.2 | 51.4 | 52.5 | 54.1 | 55.2 | 55.8 | 56.5 |
| CUURA20i | 442 | 18 | Consumer Price Index for All Urban Consumers: Energy inChicago-Ga | Index 1982-84=10 | 1977 | 12 | 51.6 | 51.8 | 52 | 52.8 | 53 | 53.4 | 53.6 |
| CUURA20i | 442 | 18 | Consumer Price Index for All Urban Consumers: All items less energy | Index 1982-84=10 | 1977 | 12 | 61.2 | 62.1 | 62.7 | 63.4 | 63.8 | 64.3 | 64.9 |
| CUURA20i | 465 | 18 | Consumer Price Index for All Urban Consumers: Household energy inC | Index 1982-84=10 | 1976 | 1 | 41 | 41.6 | 42.6 | 42.8 | 43.3 | 43.9 | 44.5 |
| CUURA20i | 442 | 18 | Consumer Price Index for All Urban Consumers: Energy in Detroit-Ann | Index 1982-84=10 | 1977 | 12 | 49.4 | 49.7 | 49.7 | 51 | 52.9 | 53.6 | 54.9 |
| CUURA20i | 465 | 18 | Consumer Price Index for All Urban Consumers: Household energy inL | Index 1982-84=10 | 1976 | 1 | 40.6 | 40.4 | 40.4 | 40.3 | 41.9 | 43.9 | 43.5 |
| CUURA21i | 440 | 18 | Consumer Price Index for All Urban Consumers: Energy inCleveland-A | Index 1982-84=10 | 1978 | 2 | 50.1 | 50.5 | 49.7 | 49.4 | 50.6 | 51.2 | 51.4 |
| SMU1600C | 93 | 18 | Average Weekly Earnings of All Employees: Trade, Transportation, an | Dollars per Week | 2007 | 1 | 516.67 | 516.78 | 513.47 | 526.82 | 524.04 | 533.63 | 533.92 |
| CEU20238 | 166 | 18 | All Employees: Construction: Nonresidential Specialty TradeContracto | Thousands of Pei | 2001 | 1 | 2320.9 | 2317.7 | 2355.8 | 2409.8 | 2465.7 | 2522.4 | 2545 |
| CEU40000 | 104 | 18 | Average Weekly Hours of All Employees: Trade, Transportation, andU | Hours | 2006 | 3 | 33.6 | 34.4 | 34 | 34.3 | 34.8 | 34.4 | 34.4 |
| CEU41420 | 104 | 18 | Average Hourly Earnings of All Employees: Wholesale Trade | Dollars per Hour | 2006 | 3 | 22.83 | 23.33 | 22.9 | 22.91 | 23.52 | 23.14 | 23.5 |
| CEU41420 | 514 | 18 | Average Hourly Earnings of Production and Nonsupervisory Employee | Dollars per Hour | 1972 | 1 | 4.5 | 4.51 | 4.52 | 4.55 | 4.54 | 4.55 | 4.58 |
| CEU41423 | 298 | 18 | All Employees: Wholesale Trade: Durable Goods | Thousands of Pei | 1990 | 1 | 2835.1 | 2827.1 | 2825.2 | 2827.9 | 2835.2 | 2856.3 | 2854.4 |
| CEU41425 | 298 | 18 | All Employees: Wholesale Trade: Electronic Markets and Agents and | Thousands of Pei | 1990 | 1 | 533.2 | 531.2 | 531.1 | 531.8 | 533.3 | 537.6 | 537.5 |
| ELGAS0FI | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Electricity, Gas, Solid Fuels a | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 81.93 | 82.13 | 82.08 | 82.13 | 82.31 | 82.57 | 82.61 |
| ELGAS0FI | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Electricity, Gas, Solid Fuels a | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 94.6 | 94.72 | 94.73 | 94.55 | 94.54 | 94.55 | 94.55 |
| ELGAS0G | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Electricity, Gas, Solid Fuels a | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 87 | 87 | 87 | 87 | 87 | 87.2 | 87.2 |
| ELGAS0G | 225 | 18 | Harmonized Index of Consumer Prices: Electricity, Gas, Solid Fuels a | Index 2005=100 | 1996 | 1 | 88.17 | 88.12 | 88.21 | 88.22 | 88.24 | 88.27 | 88.26 |

READY AVERAGE: 646 COUNT: 1298 SUM: 833986 100%

Εικόνα 2.3.3 : Παράδειγμα του σετ δεδομένων μετά τη μετατροπή τους.

3. Τεχνικές Προβλέψεων

3.1 Γενικά για τις Προβλέψεις

Η προσπάθεια για παραγωγή προβλέψεων αποτελούσε ανέκαθεν ένα αναπόσπαστο κομμάτι της ανθρώπινης φύσης , τόσο σε καθημερινό και ατομικό επίπεδο για αποφάσεις οι οποίες επηρεάζονται από γεγονότα για τα οποία έχουμε κάποια εκτίμηση και όχι βεβαιότητα , όπως την εξέλιξη των καιρικών φαινομένων , όσο και σε μακροπρόθεσμο και συλλογικό επίπεδο , στον τομέα των επενδύσεων ή και της χάραξης πολιτικής μιας ολόκληρης εταιρείας ή οργανισμού. Η προσπάθεια αυτή έχει αρχίσει να συστηματοποιείται με εντονότερους ρυθμούς από το 1980 και έπειτα , καθώς φαίνεται εντονότερα η σημασία και το αντίκτυπο που οι συστηματοποιημένες προβλέψεις έχουν τόσο σε ακαδημαϊκό επίπεδο , όσο και στον τομέα των επιχειρήσεων και της χάραξης πολιτικής εθνικών ή και διεθνών οργανισμών.

Χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές προβλέψεων , ο κυριότερος σκοπός μας είναι η μείωση του σφάλματος , της απόκλισης δηλαδή της προβλεπόμενης από την πραγματική τιμή ενός μεγέθους. Στην προσπάθεια αυτή συμβάλλουν και ο ακαδημαϊκός τομέας , με ανάπτυξη και βελτιστοποίηση διαφόρων τεχνικών πρόβλεψης , αλλά και ο τομέας των επιχειρήσεων μέσω της πρακτικής εφαρμογής των τεχνικών αυτών σε πραγματικά δεδομένα και εξαγωγής αποτελεσμάτων για την ακρίβειά τους.

Το ενδιαφέρον για την παραγωγή προβλέψεων , πηγάζει κυρίως από την ανασφάλεια η οποία δημιουργείται εξαιτίας της αβεβαιότητας που υπάρχει για μελλοντικές καταστάσεις. Από την καθημερινή ζωή του καθενός , στις πολιτικές αποφάσεις που καλούνται να λάβουν εκλεγμένα σύνολα ανθρώπων ή αποφάσεις που αφορούν χάραξη πολιτικής επενδυτικού χαρακτήρα σε ιδιωτικούς ή κρατικούς τομείς , η αβεβαιότητα αποτελεί το μεγαλύτερο μειονέκτημα.

Ειδικότερα στον τομέα της οικονομίας , πέραν των ενδεχομένως λάθος αποφάσεων που θα μπορούσαν να ληφθούν έχοντας ως αποτέλεσμα μείωση κερδών ή ζημίες , η οικονομική ανασφάλεια από μόνη της θα μπορούσε να συμβάλλει σε αποσταθεροποίηση διαφόρων αγορών , οδηγώντας τελικά σε ζημιολύγες καταστάσεις και επιπτώσεις μεγάλης κλίμακας. Όλα τα παραπάνω καταδεικνύουν την ανάγκη για μεθόδους και τεχνικές προβλέψεων οι οποίες θα μπορούν να είναι αποδοτικές , χρήσιμες και ακριβείς.

Η έννοια της αβεβαιότητας , έχει κατηγοριοποιηθεί από τον Σ. Μακριδάκη και τους συνεργάτες του στο βιβλίο “ Χορεύοντας με την Τύχη” [18]. Σε αυτό , η έννοια έχει κατηγοριοποιηθεί σε δύο είδη , την “αβεβαιότητα του μετρώ” και την “αβεβαιότητα της καρύδας”. Το πρώτο είδος αναφέρεται σε μικρές αλλά συνεχείς διακυμάνσεις οι οποίες παρατηρούνται στην ιδιωτική αλλά και την επιχειρηματική καθημερινότητα. Η ονομασία πηγάζει από τη διακύμανση στο χρόνο που μπορεί να έχει ένας συρμός κατά τη μετάβασή του από έναν σταθμό σε έναν άλλον , η οποία μπορεί να οφείλεται σε πολύ μεγάλο πλήθος επιβατών , μειωμένο προσωπικό ή σε κάποιο τεχνικό πρόβλημα. Η “αβεβαιότητα της καρύδας” αναφέρεται σε εντελώς απρόσμενα γεγονότα τα οποία συμβαίνουν σπάνια , αλλά μπορούν να έχουν εξαιρετικά σημαντική επίπτωση σε μελλοντικές τιμές ενός μεγέθους και αντιπαρατίθενται με μεγάλες οικονομικές και φυσικές καταστροφές. Η ονομασία προέρχεται από το μη προβλέψιμο και με μικρή πιθανότητα σενάριο του να πέσει μία καρύδα στο κεφάλι κάποιου.

Ο τομέας της επιστήμης των προβλέψεων , έχει κατά καιρούς δεχτεί πλήθος κριτικών οι οποίες πηγάζουν από αδυναμία έγκαιρης προειδοποίησης για κάποιες αλλαγές με έντονες επιπτώσεις , αλλά και λόγω μεγάλων σφαλμάτων στις προβλέψεις. Τα μεγάλα σφάλματα και απότομες αλλαγές στα επίπεδα των τιμών διαφόρων μεγεθών όμως σχετίζονται με αύξηση της αστάθειας σε οικονομικούς και άλλους τομείς. Σε περιόδους οι οποίες χαρακτηρίζονται από συνεχείς και απότομες μεταβολές και μη αναμενόμενες εξελίξεις , όπως για παράδειγμα μία περίοδο οικονομικής κρίσης , η ανάγκη για πραγματοποίηση προβλέψεων αυξάνεται κατακόρυφα. Ο ίδιος λόγος συνεπώς ο οποίος οδηγεί τις διάφορες τεχνικές σε παραγωγή προβλέψεων με μικρότερη ακρίβεια , είναι και ο λόγος για τον οποίο οι τεχνικές αυτές κρίνονται απαραίτητες. Σε μία περίοδο ή κατάσταση σταθερότητας , οι προβλέψεις μπορούν να μη θεωρηθούν απαραίτητες καθώς οι διάφορες διακυμάνσεις στα προς εξέταση μεγέθη είτε δεν μας

επηρεάζουν σε σημαντικό βαθμό , ή μπορούν να προβλεφθούν χωρίς κάποιο μοντέλο ή ιδιαίτερη εμπειρία.

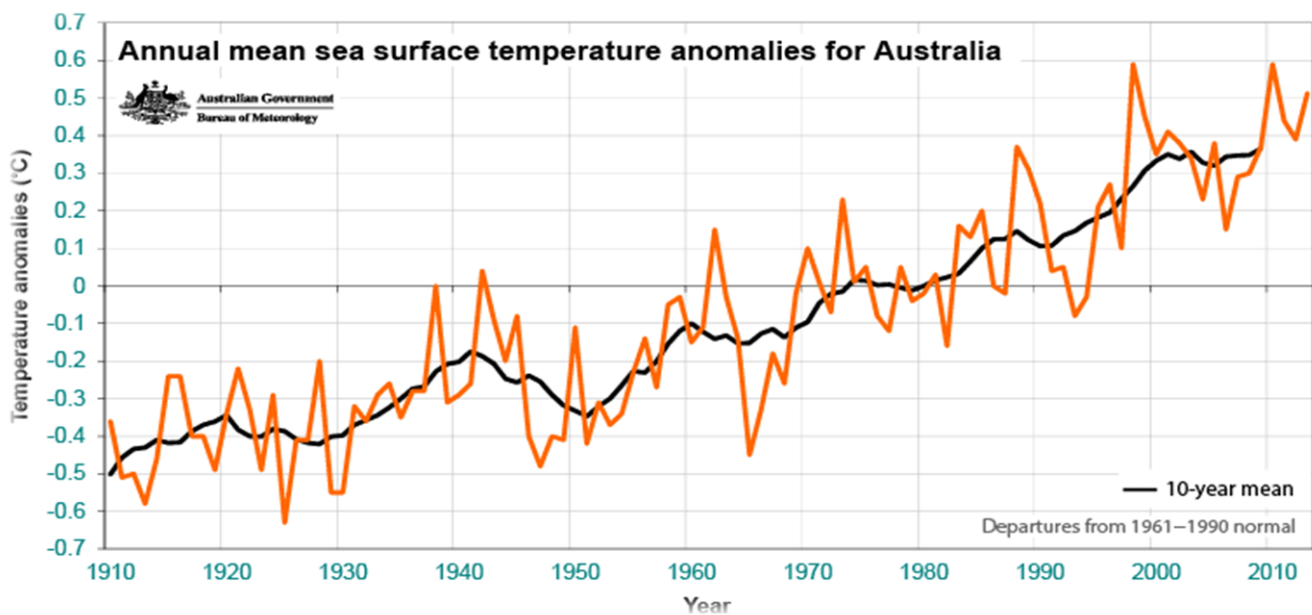
Ο συνεχής κύκλος μεταξύ ακαδημαϊκής μελέτης αλλά και βελτιστοποίησης των διάφορων τεχνικών προβλέψεων και της πρακτικής εφαρμογής τους από ιδιωτικούς και κρατικούς φορείς οδηγεί σε συνεχή εξέλιξη της επιστήμης. Η εξέλιξη η οποία βασίζεται μεταξύ άλλων και στη βελτιστοποίηση των διάφορων μεθόδων οδηγεί σε ολοένα και καλύτερα αποτελέσματα και άρα σε μεγαλύτερη διαπίστωση για την ανάγκη αποτελεσματικών και εύχρηστων μεθόδων παραγωγής προβλέψεων και συστημάτων τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εφαρμογή τους.

3.2 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών

Οι χρονοσειρές αποτελούνται από ένα σύνολο παρατηρήσεων ενός συγκεκριμένου μεγέθους συναρτήσει του χρόνου. Μπορεί να αναφέρονται σε οποιονδήποτε μετρήσιμο τομέα και να έχουν συχνότητα από υποδιαιρέσεις του δευτερολέπτου έως και πολλαπλάσια ετών. Ανάλογα με τη συσχέτιση των διαδοχικών τιμών μίας χρονοσειράς μπορούν να διαχωριστούν σε ντετερμινιστικές , όπου οι διαδοχικές παρατηρήσεις είναι συσχετισμένες με αποτέλεσμα οι μελλοντικές τιμές να μπορούν να υπολογιστούν από τις προηγούμενες και στοχαστικές , όπου οι μελλοντικές τιμές προκύπτουν από μία στοχαστική διαδικασία με αποτέλεσμα το πλήθος των προηγούμενων τιμών να μη μπορούν να δώσουν σαφές αποτέλεσμα για τις μελλοντικές.

Στα πραγματικά δεδομένα , μπορούμε να καθορίσουμε μόνο εν μέρει τις μελλοντικές τιμές μίας χρονοσειράς βάσει τω προηγούμενων δεδομένων καθώς η συντριπτική πλειοψηφία τους επηρεάζεται και από ένα τυχαίο παράγοντα. Σε μία προσπάθεια για αποσύνθεση των χρονοσειρών ώστε να μπορέσουμε να έχουμε μία καλύτερη εικόνα για τη μελλοντική συμπεριφορά τους , έχουν εισαχθεί οι έννοιες ορισμένων ποιοτικών χαρακτηριστικών οι οποίες βοηθούν στην επιλογή της κατάλληλης μεθόδου αλλά και τον καθορισμό των παραμέτρων της ώστε να έχουμε το βέλτιστο αποτέλεσμα. Τα βασικότερα από αυτά είναι τα εξής :

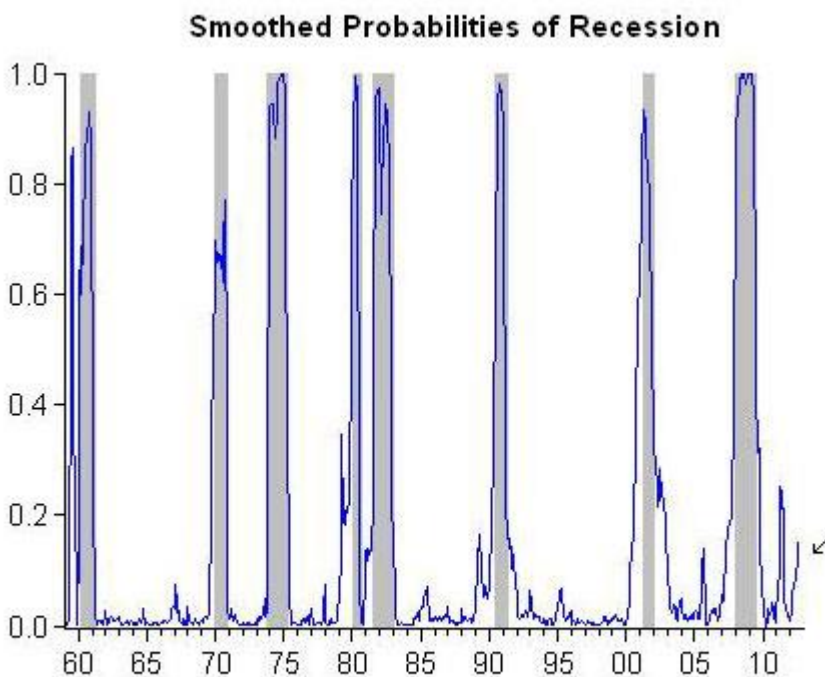
✚ **Τάση** : Ορίζεται ως μία μακροπρόθεσμη μεταβολή του μέσου επιπέδου των τιμών μίας χρονοσειράς. Το πρόβλημα το οποίο εισάγεται με τον ορισμό αυτό είναι ποια μεταβολή θεωρείται μακροπρόθεσμη. Για παράδειγμα , σε μία χρονοσειρά η οποία εμφανίζει κυκλική διακύμανση σε μία χρονική περίοδο 20 ετών , αν εξεταστούν οι τιμές των πρώτων 10 ετών , θα παρατηρηθεί μία αυξητική τάση , ενώ εάν τα προς εξέταση δεδομένα καλύπτουν μία χρονική περίοδο 100 ετών , θα διαπιστωθεί ότι το παραπάνω πρόκειται για κυκλική διακύμανση. Εξάγεται λοιπόν το συμπέρασμα , ότι για κάθε χρονοσειρά θα πρέπει να υπάρχει επαρκής όγκος δεδομένων ώστε να μπορέσουμε να αποφανθούμε κατάλληλα για τη μακροπρόθεσμη συμπεριφορά του μέσου όρου των δεδομένων.



Εικόνα 3.2.1 : Παράδειγμα Χρονοσειράς με Αυξητική Τάση

✚ **Κυκλικότητα** : Αναφέρεται σε μία κυματοειδή μεταβολή η οποία δεν εμφανίζεται σε σταθερές χρονικές περιόδους που κατά κανόνα διαρκούν περισσότερο από ένα έτος. Οφείλεται κυρίως σε εξωγενείς παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τη χρονοσειρά και εμφανίζεται συνήθως σε οικονομικά μεγέθη καθώς και σε χρονοσειρές οι οποίες

επηρεάζονται άμεσα από αυτά. Κάποια από αυτά τα μεγέθη είναι το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν , οι δείκτες βιομηχανικής παραγωγής , οι τιμές των μετοχών καθώς και οι τιμές του πετρελαίου και του χρυσού. Οι διακυμάνσεις αυτές , απορρέουν από διαδοχικές περιόδους ανόδου και ύφεσης των παγκόσμιων και εγχώριων οικονομιών αλλά και σχέσεων μεταξύ οικονομιών διάφορων χωρών και είναι γνωστές με τον όρο επιχειρηματικοί κύκλοι.

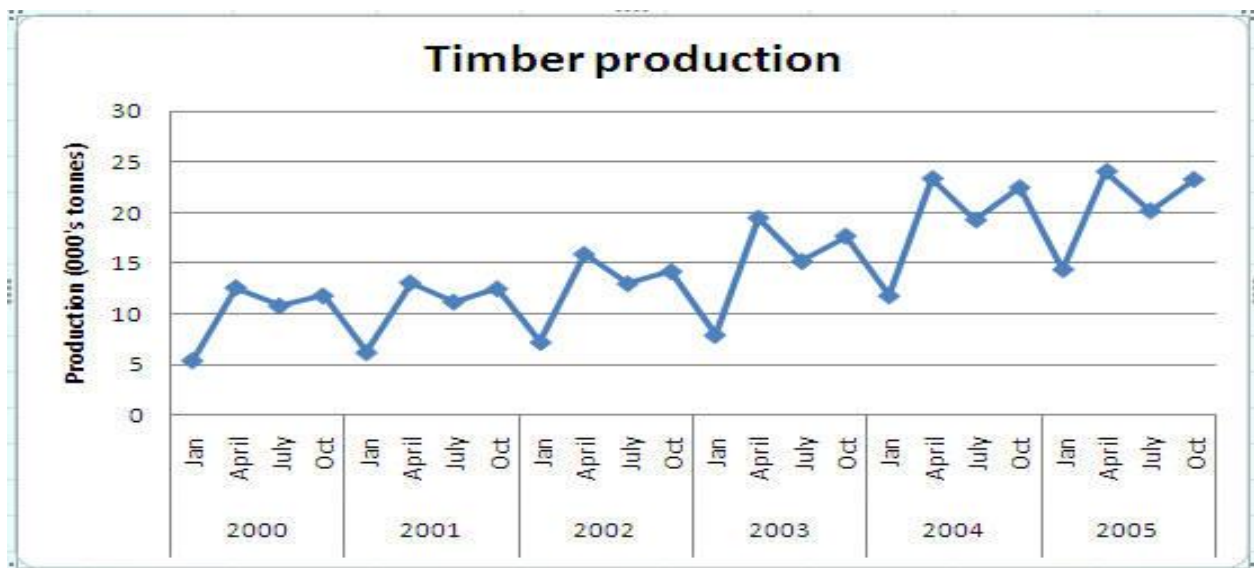


Εικόνα 3.2.2 :
Παράδειγμα χρονοσειράς
με κυκλικότητα

Copyright ©2012 CREFC - Center for Research on Economic and Financial Cycles and Federal Reserve Bank of Atlanta. All rights reserved worldwide.

✚ **Εποχιακότητα** : Ορίζεται ως μία περιοδική διακύμανση στα δεδομένα μίας χρονοσειράς η οποία έχει χρονικό μήκος λιγότερο από ένα έτος. Ένα παράδειγμα είναι η αύξηση των καυσίμων κατά τους χειμερινούς μήνες ή η επισκεψιμότητα παραθαλάσσιων προορισμών κατά τους καλοκαιρινούς μήνες. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι εύκολα παρατηρήσιμο από τη γραφική αναπαράσταση των δεδομένων της χρονοσειράς όπως επίσης και σχετικά εύκολα κατανοητό και προβλέψιμο. Η επίδραση του συγκεκριμένου

χαρακτηριστικού στα δεδομένα της χρονοσειράς μπορεί να αντιμετωπιστεί καθώς οι αλλαγές που επέρχονται σε αυτά επαναλαμβάνονται κατά την πάροδο του χρόνου την ίδια χρονική περίοδο και με την ίδια ποσοτική μεταβολή. Στα διαστήματα αυτά, η επίδραση της εποχιακότητας αντιμετωπίζεται μέσω εύρεσης εποχιακών δεικτών. Τα πραγματικά δεδομένα στη συνέχεια διαιρούνται με τους αντίστοιχους δείκτες με αποτέλεσμα να απαλείφεται η επίδραση της εποχιακότητας. Η νέα χρονοσειρά που προκύπτει ονομάζεται αποεποχικοποιημένη χρονοσειρά.



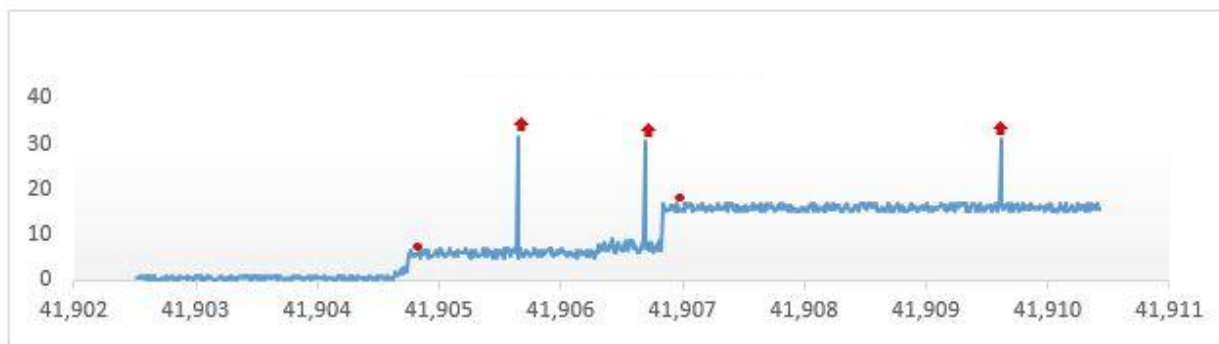
Εικόνα 3.2.3 : Παράδειγμα Χρονοσειράς Με Εποχιακότητα

✚ **Ασυνέχειες** : Είναι μεμονωμένες παρατηρήσεις οι οποίες εμφανίζονται στα γραφήματα των χρονοσειρών ως απότομες αλλαγές στο πρότυπο της συμπεριφοράς των δεδομένων. Κάποια πολύ απότομα αυξημένη ή μειωμένη τιμή η οποία μπορεί να οφείλεται σε ένα μεμονωμένο απρόβλεπτο γεγονός. Οι απότομες αυτές αλλαγές μπορεί να έχουν παροδική διάρκεια (*outliers* ή *special events*) όπως για παράδειγμα μία έντονη μείωση στη παραγωγή εξαιτίας μίας απεργίας ή μόνιμο χαρακτήρα (*level shifts*) όπου επιδρούν για μεγαλύτερο διάστημα ή και αλλάζουν εντελώς το μέσο όρο των τιμών μίας χρονοσειράς, όπως για παράδειγμα το αποτέλεσμα στο πλήθος των πελατών μιας

μεταφορικής εταιρείας μετά από ένα ατύχημα κατά τη μεταφορά σημαντικού φορτίου ή την εισαγωγή σε ένα ανταγωνιστικό χώρο μίας νέας εταιρείας η οποία μπορεί να προκαλέσει πτώση των πωλήσεων των ήδη υπαρχόντων εταιρειών και σταθεροποίησή τους σε νέο χαμηλότερο μέσο επίπεδο. Η ερμηνεία τέτοιων απότομων μεταβολών στην περίπτωση των *special events* απαιτεί σημαντική θεωρητική και κριτική ικανότητα και δε μπορεί να προβλεφθεί με μελέτη ιστορικών δεδομένων.

- ✚ **Μη κανονικές διακυμάνσεις :** Όταν όλα τα παραπάνω ποιοτικά χαρακτηριστικά μίας χρονοσειράς έχουν απομονωθεί , οι απομένουσες διακυμάνσεις , μπορεί να αντιπροσωπεύουν μία εντελώς τυχαία μεταβλητή , η οποία εκφράζει τον τυχαίο παράγοντα μίας στοχαστικής διαδικασίας. Οι διακυμάνσεις αυτές μπορούν να περιγραφούν και με τον όρο τυχειότητα , τη διαφορά δηλαδή του συνδυασμού των συνιστωσών τάση , εποχιακότητα και κυκλικότητα με τα πραγματικά δεδομένα της χρονοσειράς.

Type equation here.



Εικόνα 3.2.4 : Παράδειγμα Χρονοσειράς Με Αλλαγή Επιπέδου και *special events*

3.3 Μέθοδοι Πρόβλεψης Χρονοσειρών

3.3.1 Είδη μεθόδων πρόβλεψης

Οι μέθοδοι πρόβλεψης μπορούν να διαχωριστούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες αναλόγως τον τρόπο με τον οποίο επεξεργάζονται τα δεδομένα καθώς και τον τρόπο με τον οποίο τα εξετάζουν. Αυτές είναι οι **ποσοτικές** μέθοδοι (*quantitative*) , οι **κριτικές** μέθοδοι (*judgmental*) και οι **τεχνολογικές** (*technological*). Οι ποσοτικές μέθοδοι βασίζονται σε στατιστικά μαθηματικά μοντέλα , τα οποία ένας ερευνητής χρησιμοποιεί για να επεξεργαστεί τα δεδομένα μίας χρονοσειράς και στη συνέχεια να προβεί στη διεξαγωγή προβλέψεων. Η κατηγορία αυτή , ενώ βασίζεται σε επιστημονικό υπόβαθρο αδυνατεί να προβλέψει απότομες και απρόβλεπτες αλλαγές των τιμών της χρονοσειράς οπότε σε περίπτωση κάποιου *special event* υπάρχει αδυναμία πρόβλεψης αλλά και κατανόησης του γεγονότος αυτού και των επιπτώσεων που μπορεί να έχει στις μελλοντικές τιμές.

Οι μέθοδοι αυτές διαχωρίζονται σε δύο επιμέρους μοντέλα πρόβλεψης , στο μοντέλο **χρονοσειρών** και στο **αιτιοκρατικό** μοντέλο. Το μοντέλο χρονοσειρών , λειτουργεί με την προϋπόθεση ότι τα δεδομένα μίας χρονοσειράς , ακολουθούν ένα επαναλαμβανόμενο και σταθερό μοτίβο. Έτσι , με την προϋπόθεση ότι υπάρχουν παρελθοντικές τιμές ανά ίδια χρονικά διαστήματα , με εύρεση του μοτίβου μπορούν να εξαχθούν μελλοντικές προβλέψεις. Το αιτιοκρατικό μοντέλο λειτουργεί υπό την υπόθεση ότι οι τιμές μίας χρονοσειράς εξαρτώνται από κάποιες συγκεκριμένες παραμέτρους. Υποθέτοντας λοιπόν μία σταθερή σχέση μεταξύ του υπό εξέταση μεγέθους και των παραμέτρων και αντικαθιστώντας νέες παραμέτρους στη σχέση αυτή , εξάγουμε πρόβλεψη και για το υπό εξέταση μέγεθος.

Η ανάπτυξη αιτιοκρατικών μεθόδων διευκολύνουν τη διαδικασία της κατανόησης των συνθηκών των οποίων επηρεάζουν τις τιμές μίας χρονοσειράς. Δοκιμάζοντας διάφορους συνδυασμούς δεδομένων οι οποίοι επηρεάζουν την εξέλιξη των τιμών της , δίνεται η δυνατότητα στα μοντέλα τέτοιου τύπου να επηρεάσουν μελλοντικές τιμές , με αποφάσεις οι οποίες λαμβάνονται στο παρόν. Δύο παραδείγματα τέτοιων μεθόδων είναι οι οικονομετρικές , και οι μέθοδοι παλινδρόμησης. Οι τελευταίες λειτουργούν με την παραδοχή ότι υπάρχει μία γραμμική σχέση μεταξύ της ανεξάρτητης μεταβλητής την οποία θέλουμε να προβλέψουμε , και έναν αριθμό ανεξάρτητων μεταβλητών. Στην απλή παλινδρόμηση υπάρχει μία ανεξάρτητη μεταβλητή , ενώ όταν υπάρχουν περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές τα μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούνται ονομάζονται γραμμικής παλινδρόμησης. Επίσης τα μοντέλα αυτά λειτουργούν με την παραδοχή ότι όλες οι ανεξάρτητες μεταβλητές καθορίζονται από εξωγενείς παράγοντες. Έχει παρατηρηθεί όμως ότι σε πολλές περιπτώσεις επιχειρησιακών και οικονομικών σχέσεων , υπάρχει αλληλεξάρτηση μεταξύ των επιμέρους μεταβλητών οι οποίες αποτελούν την εξίσωση υπολογισμού της εξαρτημένης μεταβλητής. Σε τέτοιες περιπτώσεις η σχέση μεταξύ των μεταβλητών εκφράζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια από ένα σύστημα ταυτόχρονων εξισώσεων , οι οποίες συνθέτουν ένα οικονομετρικό μοντέλο.

Στην περίπτωση ακραίων μεταβολών των τιμών (*outliers*) καλείται ο ερευνητής να κρίνει τις επιπτώσεις που η ακραία αυτή τιμή μπορεί να έχει στην εξέλιξη της κάθε χρονοσειράς , κάτι που απαιτεί μεγάλη πείρα και κριτική ικανότητα. Λόγω του βαθμού δυσκολίας αυτής της διαδικασίας , υπεύθυνες για τέτοιου είδους προβλέψεις επιτροπές αναλαμβάνουν τη διεξαγωγή εκτίμησης τέτοιων γεγονότων , χρησιμοποιώντας κριτικές μεθόδους , και στη συνέχεια τα αποτελέσματα ελέγχονται από ανθρώπους με μεγαλύτερη πείρα , συνήθως σε διευθυντικές θέσεις , ώστε να παραχθεί η τελική εκτίμηση. Οι τεχνολογικές μέθοδοι πρόβλεψης , μπορούν να διακριθούν σε δύο κύριες κατηγορίες : στις **διερευνητικές** (*exploratory*) και στις **κανονιστικές** (*normative*). Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν μέθοδοι οι οποίες ξεκινώντας από παρελθοντικά στοιχεία , εξετάζουν όλες τις πιθανές περιπτώσεις και στη συνέχεια οδηγούνται στο μέλλον. Οι κανονιστικές μέθοδοι προβλέψεων , αφού πρώτα καθορίσουν τους μελλοντικούς στόχους , στη συνέχεια εξετάζουν την πιθανότητα επίτευξής τους , λαμβάνοντας υπόψη την παρούσα κατάσταση και τα δεδομένα του παρελθόντος.

Κυριότερες Μέθοδοι Πρόβλεψης Χρονοσειρών

Εκτός από το μοντέλο Theta το οποίο έχει προαναφερθεί, στη συνέχεια θα γίνει μία παρουσίαση κάποιων βασικών μοντέλων διεξαγωγής προβλέψεων. Τα μοντέλα αυτά, είτε χρησιμοποιούνται ως μοντέλα αναφοράς για σύγκριση της απόδοσης με άλλα (*benchmarks*), είτε εφαρμόζονται συχνά για τη διεξαγωγή προβλέψεων καθώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ένα ευρύ σύνολο χρονοσειρών με διαφορετικά χαρακτηριστικά από πολλά πεδία εφαρμογής μεθόδων πρόβλεψης. Τα βασικότερα από αυτά είναι τα εξής :

3.3.2 Απλοϊκή Μέθοδος (*Naïve*)

Αποτελεί την πιο απλή μέθοδο πρόβλεψης. Η πρόβλεψη για την επόμενη χρονική περίοδο είναι η ίδια ακριβώς τιμή η οποία είχε παρατηρηθεί κατά την προηγούμενη χρονική περίοδο. Ο τρόπος αυτός διεξαγωγής προβλέψεων μπορεί να έχει καλή ακρίβεια όταν πρόκειται για προβλέψεις μίας μελλοντικής περιόδου, σε χρονοσειρές οι οποίες έχουν πρώτα αποεποχικοποιηθεί. Αυτό συμβαίνει καθώς σε τέτοιες χρονοσειρές, η αναμενόμενη τιμή της πρόβλεψης δε διαφέρει σημαντικά από την τελευταία παρατήρηση του διαθέσιμου δείγματος δεδομένων. Για τον ίδιο επίσης λόγο όμως, αδυνατεί να παράγει προβλέψεις με μικρό σφάλμα, όταν πρόκειται για μεγαλύτερους από έναν μελλοντικούς ορίζοντες ή όταν η χρονοσειρά εμφανίζει μεγάλη τάση, με αποτέλεσμα κατά κύριο λόγο να χρησιμοποιείται ως μέθοδος αναφοράς για σύγκριση αποτελεσματικότητας μεταξύ μεθόδων, παρά για τη διεξαγωγή προβλέψεων. Η μαθηματική σχέση η οποία περιγράφει τη μέθοδο είναι η εξής :

$$F_t = Y_{t-1}$$

όπου F_t η τιμή της πρόβλεψης και Y_{t-1} η τιμή των δεδομένων της χρονοσειράς της προηγούμενης χρονικής περιόδου.

Μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης

Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης λειτουργούν προεκτείνοντας στοιχεία των δεδομένων μίας χρονοσειράς όπως η τάση ή εποχιακοί κύκλοι στο μέλλον , και στη συνέχεια εξομαλύνοντας τα δεδομένα ούτως ώστε να απομονωθούν πρότυπα τα οποία συμβάλλουν στη διεξαγωγή προβλέψεων από τυχαίες διακυμάνσεις. Τα μοντέλα αυτής της κατηγορίας δίνουν μεγαλύτερη έμφαση στις περισσότερο πρόσφατες τιμές μίας χρονοσειράς καθώς λειτουργούν με την αρχή ότι οι τιμές αυτές περιέχουν μεγαλύτερο και σαφέστερο όγκο δεδομένων για τη διεξαγωγή της πρόβλεψης.

Ο σχετικά απλός τρόπος υπολογισμού των μελλοντικών τιμών , σε συνδυασμό με την καλή ακρίβεια που έχουν σε σχέση με άλλες πολυπλοκότερες μεθόδους , κάνουν τα μοντέλα αυτά αρκετά δημοφιλή. Τα μικρά σφάλματα που παρουσιάζουν , οφείλονται εν μέρει στο γεγονός ότι δεν επηρεάζονται από τυχαία εμφανιζόμενες ακραίες τιμές ή από ιδιομορφίες των προτύπων των χρονοσειρών. Επίσης , έχουν περιορισμένες απαιτήσεις σε δέσμευση χώρου καθώς και σε υπολογιστικούς πόρους , γεγονός το οποίο συμβάλλει θετικά όταν χρειάζεται να διαχειριστεί ένα πολύ μεγάλο σετ δεδομένων.

Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης χωρίζονται σε κατηγορίες οι οποίες προκύπτουν ως συνδυασμός μοντέλων τάσης και εποχιακότητας. Τα μοντέλα εποχιακότητας είναι το μη εποχιακό , το προσθετικό και το πολλαπλασιαστικό. Σε συνδυασμό με τα τέσσερα μοντέλα τάσης , αυτό του σταθερού επιπέδου , της γραμμικής τάσης , της εκθετικής και της φθίνουσας προκύπτουν δώδεκα κατηγορίες.

Τα μοντέλα σταθερού επιπέδου , λειτουργούν με την παραδοχή ότι η υπό εξέταση χρονοσειρά δεν παρουσιάζει μακροπρόθεσμη τάση , διατηρεί δηλαδή ένα σταθερό μέσο όρο. Έτσι οι προβλέψεις γίνονται προεκτείνοντας ένα σταθερό επίπεδο , το οποίο παράγεται από τη διαδικασία πρόβλεψης. Συνήθως χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις στις οποίες υπάρχει σημαντική και με μεγάλη συχνότητα διακύμανση (θόρυβος) ή σε περιπτώσεις όπου παρουσιάζεται έντονα το χαρακτηριστικό της τυχαιότητας.

Παρόμοια , το μοντέλο γραμμικής τάσης , παράγει προβλέψεις μέσω της προέκτασης μίας ευθείας γραμμής , η οποία στη συγκεκριμένη όμως περίπτωση έχει θετική κλίση. Μπορεί να δώσει ακριβείς προβλέψεις όταν έχουμε δεδομένα με σταθερή αυξητική τάση , μεγάλο όγκο ώστε να διασφαλίζεται ότι η τάση η οποία παρατηρείται δεν είναι κάποια μορφή κυκλικότητας και μικρό θόρυβο , όπως επίσης και σε περιπτώσεις όπου η πρόβλεψη είναι για μία μελλοντική χρονική περίοδο. Στο μοντέλο εκθετικής τάσης , θετική κλίση της μακροχρόνιας τάσης παίρνει πλέον εκθετική μορφή , και οι μελλοντικές τιμές παρουσιάζουν ολοένα και μεγαλύτερη αύξηση. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί με πολύ καλά αποτελέσματα σε περιπτώσεις όπως όταν εισάγεται ένα πολυδιαφημισμένο προϊόν στην αγορά , και ζητείται εκτίμηση για το πρώτο διάστημα του κύκλου ζωής του.

Το πρόβλημα με τα μοντέλα σταθερής αλλά και εκθετικής τάσης είναι ότι τείνουν να δίνουν υπεραισιόδοξες προβλέψεις. Συγκεκριμένα , όσο μεγαλώνει ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης , τόσο μεγαλύτερη γίνεται η προκατάληψη στις προβλέψεις με αποτέλεσμα μείωση της ακρίβειας στις περισσότερες περιπτώσεις. Σε περιπτώσεις λοιπόν όπου ζητούνται εκτιμήσεις σε μεγάλο χρονικό ορίζοντα προβλέψεων , προτιμάται το μοντέλο φθίνουσας τάσης , όπου το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνονται οι τιμές της χρονοσειράς μειώνεται βαθμιαία σε κάθε χρονική περίοδο. Έτσι , μειώνεται η θετική προκατάληψη και σε μακροπρόθεσμες προβλέψεις οι εκτιμήσεις προσεγγίζουν ρεαλιστικότερα πραγματικά δεδομένα.

Όσον αφορά την εποχιακότητα , τα προσθετικά μοντέλα αντιμετωπίζουν το εύρος των εποχιακών διακυμάνσεων σαν κάτι σταθερό και ανεξάρτητο από τις διακυμάνσεις στις τιμές της χρονοσειράς. Στα πολλαπλασιαστικά , οι εποχιακές διακυμάνσεις είναι εξαρτώμενες και ανάλογες του ύψους των τιμών των δεδομένων της χρονοσειράς. Σε περίπτωση δηλαδή στην οποία αυξάνεται η τάση , θα αυξάνονται και οι διακυμάνσεις. Παρακάτω παρουσιάζονται τα πλέον διαδεδομένα από τα παραπάνω μοντέλα.

3.3.3 Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου – Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (*Simple Exponential Smoothing*)

Το μοντέλο αυτό (SES) [14] περιγράφεται από τις εξής εξισώσεις :

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$F_{t+1} = S_t$$

Όπου e_t , το σφάλμα της πρόβλεψης , η διαφορά δηλαδή της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης για την ίδια χρονική περίοδο (t). F_t και Y_t σε κάθε περίπτωση η πρόβλεψη και η τιμή του δεδομένου της χρονοσειράς για τη χρονική περίοδο t αντίστοιχα και S_t το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος αυτής της χρονικής περιόδου , το οποίο προκύπτει από το επίπεδο της προηγούμενης χρονικής περιόδου επαυξημένο κατά ένα ποσοστό (a) του σφάλματος . Η πρόβλεψη για κάθε μελλοντική περίοδο είναι ίση με την τιμή του επιπέδου S_t . Η τιμή του ποσοστού του σφάλματος a μπορεί να μεταβληθεί σε ένα διάστημα τιμών από 0 έως και 1 , όπου η τιμή 0 εξισώνει το αρχικό επίπεδο με την πρόβλεψη , ενώ η τιμή 1 , μετατρέπει το μοντέλο στο μοντέλο *Naïve* , το οποίο όπως έχει προαναφερθεί προβλέπει βάσει της τελευταίας παρατήρησης.

Η μέθοδος της απλής εκθετικής εξομάλυνσης , ουσιαστικά λειτουργεί ως εξής : Για κάθε τιμή της χρονοσειράς υπολογίζεται το σφάλμα e_t . Στην περίπτωση όπου το σφάλμα είναι θετικό , τότε παράγεται το συμπέρασμα ότι η τιμή της προηγούμενης πρόβλεψης ήταν χαμηλότερη από την τιμή της παρατήρησης , επομένως η πρόβλεψη για την αμέσως επόμενη μελλοντική περίοδο αυξάνεται. Στην αντίθετη περίπτωση όπου το σφάλμα είναι αρνητικό , συμπεραίνεται ότι η τιμή

της προηγούμενης πρόβλεψης ήταν υψηλότερη από την ιδανική , οπότε η τιμή της επόμενης πρόβλεψης μειώνεται. Έτσι , χρησιμοποιούνται τα σφάλματα των προβλέψεων ώστε να προσεγγιστεί καλύτερα το επίπεδο της χρονοσειράς. Οι μεταβλητές τις οποίες καλείται κάθε φορά να θέσει ο ερευνητής προς αρχικοποίηση του μοντέλου (αρχικό επίπεδο S_0 και συντελεστή εξομάλυνσης a) , πρέπει να επιλέγονται με μεγάλη προσοχή και αναλόγως κάθε φορά των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς την οποία θέλει να προβλέψει αλλά και του είδους της πρόβλεψης που θέλει να κάνει (κυρίως όσον αφορά το χρονικό ορίζοντα). Το αρχικό επίπεδο πρόβλεψης επιλέγεται ως ένα από τα παρακάτω :

- ✚ Η πρώτη παρατήρηση
- ✚ Ο μέσος όρος όλων των παρατηρήσεων
- ✚ Ο μέσος όρος συγκεκριμένου πλήθους των αρχικών παρατηρήσεων
- ✚ Το σταθερό επίπεδο από το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης (LRL)

Ο μέσος όρος του συνόλου των παρατηρήσεων και το σταθερό επίπεδο του μοντέλου της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι συνήθως οι επικρατέστερες μέθοδοι επιλογής του αρχικού επιπέδου καθώς δίνουν καλύτερη εκτίμηση του δείγματος. Η επιλογή του αρχικού επιπέδου επίσης έχει βαρύτητα στη διαδικασία επιλογής του συντελεστή εξομάλυνσης a . Η πλέον διαδεδομένη μέθοδος για την επιλογή της βέλτιστης τιμής του είναι η γραμμική αναζήτησή του ώστε να ελαχιστοποιηθεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE). Οι κυριότεροι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν την επιλογή του συντελεστή είναι δύο.

Ο πρώτος είναι το πόσο θόρυβο έχει μία χρονοσειρά. Μεγαλύτερο ποσοστό θορύβου σημαίνει μικρότερο συντελεστή εξομάλυνσης ώστε οι τιμές των προβλέψεων να μην επηρεάζονται υπερβολικά από τυχόν ακραίες τιμές της χρονοσειράς. Ο δεύτερο είναι το κατά πόσο η χρονοσειρά διατηρεί σταθερό το μέσο όρο της. Όσο μεγαλύτερες είναι οι διακυμάνσεις του μέσου όρου των δεδομένων μιας χρονοσειράς , τόσο μεγαλύτερος πρέπει να είναι ο

συντελεστής εξομάλυνσης , ώστε να μπορούν οι εξαγόμενες προβλέψεις να ακολουθούν τις μεταβολές αυτές.

3.3.4 Μοντέλο Γραμμικής Τάσης (HOLT Exponential Smoothing)

Το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης για γραμμική τάση , είναι ουσιαστικά μία επέκταση του προηγούμενου μοντέλου (SES) η οποία εμπεριέχει και συνιστώσα η οποία έχει τη δυνατότητα να εκφράζει την τάση , ένα μέγεθος που παρουσιάστηκε στα επιχειρησιακά δεδομένα και οδήγησε τον Charles C. Holt το 1957 [19] να προτείνει την επέκταση αυτή. Οι εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν το μοντέλο είναι οι εξής :

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + T_{t-1} + a \cdot e_t$$

$$T_t = T_{t-1} + \beta \cdot e_t \cdot a$$

$$F_{t+m} = S_t + m \cdot T_t$$

Όπως και στη απλή εκθετική εξομάλυνση , οι μεταβλητές e_t , Y_t , F_t και S_t συμβολίζουν το σφάλμα , την τιμή της χρονοσειράς και την πρόβλεψη για τη χρονική περίοδο t και το αρχικό επίπεδο για την ίδια χρονική στιγμή αντίστοιχα. Με T συμβολίζεται η τάση της χρονοσειράς , με a ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου και με β ο συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης της χρονοσειράς , οι οποίοι παίρνουν τιμές στο διάστημα 0 έως και 1. Η μεταβλητή m παίρνει την τιμή της μελλοντικής περιόδου για την οποία θέλουμε να παράγουμε πρόβλεψη. Η αρχική τιμή

της τάσης T_0 μπορεί να υπολογισθεί με έναν από τους παρακάτω τρόπους [Πετρόπουλος και Ασημακόπουλος, 2011] :

- ✚ Διαφορά της δεύτερης και πρώτης παρατήρησης ($Y_2 - Y_1$)
- ✚ Διαφορά της v -στής και πρώτης παρατήρησης διαιρεμένης με $v-1$
- ✚ Η σταθερά της κλίσης από το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης (LRL)

Όπως μπορούμε να συνεπάγουμε και από τις εξισώσεις υπολογισμού των προβλέψεων , το αρχικό επίπεδο και η κλίση επανυπολογίζονται σε κάθε χρονική περίοδο. Με τον τρόπο υπολογισμού αυτό , δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στα πιο πρόσφατα δεδομένα. Η διαδικασία υπολογισμού των προβλέψεων γίνεται ως εξής : Αρχικά υπολογίζεται το σφάλμα πρόβλεψης , η διαφορά δηλαδή της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης για μία χρονική περίοδο. Στη συνέχεια υπολογίζεται το επίπεδο της χρονοσειράς S_t στο τέλος της χρονικής περιόδου t ως άθροισμα του επιπέδου της προηγούμενης χρονικής περιόδου $t-1$, S_{t-1} , της τάσης της προηγούμενης χρονικής περιόδου T_{t-1} και του σφάλματος πρόβλεψης , πολλαπλασιασμένου με το συντελεστή εξομάλυνσης του επιπέδου a .

Η τάση της χρονοσειράς για τη χρονική περίοδο t (T_t) υπολογίζεται ως το άθροισμα της τάσης της προηγούμενης χρονικής περιόδου (T_{t-1}) και του σφάλματος , πολλαπλασιασμένου με το γινόμενο του συντελεστή εξομάλυνσης αρχικού επιπέδου a και του συντελεστή εξομάλυνσης τάσης β . Τέλος , η πρόβλεψη για τη μελλοντική χρονική περίοδο m παράγεται ως το άθροισμα του επιπέδου της “τωρινής” χρονικής περιόδου t , S_t , με το γινόμενο της τάσης της ίδιας χρονικής περιόδου T_t και του δείκτη καθορισμού της μελλοντικής περιόδου m .

Οι συντελεστές εξομάλυνσης επιλέγονται συνήθως με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE). Ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος για την εύρεση των βέλτιστων τιμών είναι ο εξής : Υπολογίζεται το σφάλμα για τέσσερις συνδυασμούς των τιμών των συντελεστών με τιμές 0.33 ή 0.67 . Επιλέγεται ο συνδυασμός ο οποίος παράγει το μικρότερο σφάλμα. Στη συνέχεια υπολογίζεται το σφάλμα για το διάστημα τιμών ± 0.17 από τις τιμές που

έχουμε προεπιλέξει και επανεπιλέγουμε το συνδυασμό τιμών οι οποίες δίνουν το μικρότερο σφάλμα. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αυτή , και μειώνοντας κάθε φορά το διάστημα τιμών ως εξής : $+0.17$, $+0.08$, $+0.04$, $+0.02$, $+0.015$, $+0.0005$... , φτάνουμε στο σημείο η μεταβολή του σφάλματος να είναι μικρότερη από 1% . Έτσι επιλέγεται ο βέλτιστος συνδυασμός των συντελεστών εξομάλυνσης.

Στις περισσότερες περιπτώσεις , η βέλτιστη τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης της τάσης β , είναι μικρότερη από την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης επιπέδου α . Οι κατώτερες προτιμώμενες τιμές τους είναι $\alpha = 0.1$ και $\beta = 0.01$ και έχει παρατηρηθεί ότι σε περίπτωση που οι δύο συντελεστές έχουν ίδιες τιμές , οδηγούμαστε σε παραγωγή ασταθών προβλέψεων.

3.3.5 Μοντέλα Μη Γραμμικής Τάσης

Σε περίπτωση που κρίνεται χρήσιμο να χρησιμοποιηθεί κάποιο μοντέλο μη γραμμικής τάσης για την παραγωγή προβλέψεων , σε περίπτωση δηλαδή όπου η προς εκτίμηση χρονοσειρά παρουσιάζει μη γραμμικές διακυμάνσεις , υπάρχει δυνατότητα προσαρμογής του μοντέλου γραμμικής τάσης μέσω ενός συντελεστή φ ο οποίος ελέγχει το ρυθμό αύξησης των τιμών των προβλέψεων. Ο συντελεστής αυτός ουσιαστικά ελέγχει το ρυθμό αύξησης των τιμών των προβλέψεων.

Οι εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν το νέο μοντέλο είναι οι εξής :

$$e_t = Y_t - F_t$$

$$S_t = S_{t-1} + T_{t-1} \cdot \varphi + a \cdot e_t$$

$$T_t = T_{t-1} \cdot \varphi + \beta \cdot e_t \cdot a$$

$$F_{t+m} = S_t + \sum_{i=1}^m \varphi^i \cdot T_t$$

Η διαδικασία παραγωγής προβλέψεων με χρήση του σετ εξισώσεων αυτών είναι παρόμοια με το προηγούμενο μοντέλο , με μόνη διαφορά την εξίσωση για την τελική παραγωγή της τιμής πρόβλεψης καθώς και την εισαγωγή του συντελεστή φ . Ο συντελεστής αυτός προσφέρει τη δυνατότητα να προσεγγιστεί η τάση της χρονοσειράς με μη γραμμικό τρόπο. Έτσι , για τιμές του φ μικρότερες του 0 ($\varphi < 0$) , προκύπτει το μοντέλο παραγωγής προβλέψεων φθίνουσας τάσης (**Damped**) [15] [16] , όπου το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνει η τιμή των προβλέψεων μειώνεται σε κάθε χρονική περίοδο. Για $\varphi = 0$, προκύπτει το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης σταθερής τάσης (**SES**) το οποίο έχει αναλυθεί προηγουμένως , ενώ για τιμές του φ μεγαλύτερες του μηδενός ($\varphi > 0$) , προκύπτει μοντέλο εκθετικής τάσης , όπου το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνεται η τιμή της παραγόμενης πρόβλεψης αυξάνεται σε κάθε χρονική περίοδο. Όταν $\varphi = 1$, το μοντέλο το οποίο εφαρμόζεται είναι αυτό της γραμμικής τάσης , το οποίο έχει επίσης περιγραφεί.

Στην εξίσωση παραγωγής της τελικής πρόβλεψης , η διαφορά με το προηγούμενο μοντέλο είναι ότι πλέον η τιμή για την πρόβλεψη της μελλοντικής περιόδου m παράγεται ως το άθροισμα των γινομένων του συντελεστή φ , εις τη δύναμη i , όπου i ο αυξανόμενος αριθμός ο οποίος καταδεικνύει πόσες μελλοντικές περιόδους “μπροστά” βρισκόμαστε, με την τάση της “τωρινής”

χρονικής περιόδου T_t , επαυξημένο τελικά με το επίπεδο της χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t (S_t) .

Ο συντελεστής φ δίνει τη δυνατότητα για μία καθολική εφαρμογή των μοντέλων αυτών σε όλες τις περιπτώσεις τάσης των διάφορων χρονοσειρών καθώς μπορούμε σε κάθε περίπτωση να προσαρμόζουμε την τάση του συνόλου των προβλέψεων αλλά και του επιπέδου σύμφωνα με το οποίο αυτές αλλάζουν σε κάθε χρονική περίοδο. Επίσης , ο τρόπος υπολογισμού των προβλέψεων δικαιολογεί το γεγονός ότι το μοντέλο αυτό μπορεί σε πολλές περιπτώσεις να παράγει τιμές προβλέψεων ίδιες με τα μοντέλα *SES* και *HOLT* καθώς υπό τις κατάλληλες τιμές του συντελεστή φ και των παραμέτρων εξομάλυνσης α και β , οι εξισώσεις οι οποίες προκύπτουν είναι ίδιες.

3.3.6 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα των Μεθόδων Εκθετικής Εξομάλυνσης

Μία από τις κυριότερες ομάδες πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων των παραπάνω μεθόδων έχει να κάνει με την τάση της χρονοσειράς για την οποία καλούνται να παράγουν προβλέψεις. Σε χρονοσειρές με σταθερό μέσο όρο τιμών (σταθερή τάση) , η εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου έχει σημαντικό πλεονέκτημα έναντι των υπολοίπων , ενώ τα μοντέλα γραμμικής και μη γραμμικής τάσης μειονεκτούν. Αντίστοιχα το μοντέλο *HOLT* πλεονεκτεί σε χρονοσειρές με αυξητική τάση , ενώ σε χρονοσειρές οι οποίες εμφανίζουν μειωτική τάση , εμφανίζει σημαντικό πλεονέκτημα το μοντέλο *Damped*. Τα πλεονεκτήματα των μη γραμμικών μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης είναι επίσης η δυνατότητα παραγωγής προβλέψεων για μεγάλο χρονικό ορίζοντα , καθώς στην πράξη έχει παρατηρηθεί ότι όσο μεγαλώνει ο ορίζοντας πρόβλεψης , τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια παρουσιάζουν έναντι των άλλων μοντέλων. Ακόμα , ένα από τα πλεονεκτήματά τους είναι ότι δίνουν σχετικά καλό αποτέλεσμα σε περιπτώσεις όπου είναι αδύνατη η εύρεση κάποιου συγκεκριμένου μοντέλου πρόβλεψης για μία χρονοσειρά.

Το μοντέλο απλής εκθετικής εξομάλυνσης , εκτός από τη χαμηλή υπολογιστική ισχύ την οποία απαιτεί και την απλότητα στον υπολογισμό των προβλέψεων που προσφέρει , έχει το

πλεονέκτημα ότι για να υπολογίσει την τιμή για την επόμενο χρονική περίοδο , χρειάζεται μόνο την τιμή της προηγούμενης παρατήρησης (*one-step method*), από τη στιγμή που έχει προσαρμοστεί στη χρονοσειρά. Επίσης δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα από τα υπόλοιπα, σε περιπτώσεις όπου η χρονοσειρά εμφανίζει αυξημένο θόρυβο [Πετρόπουλος και Ασημακόπουλος , 2011].

Γενικότερα , τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης μπορούν να συμπυχθούν στα εξής

Πλεονεκτήματα :

- ✚ Είναι εύκολα κατά τη μάθηση και την εφαρμογή
- ✚ Έχουν μικρή απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ
- ✚ Παράγουν ακριβή αποτελέσματα σε μικρούς χρονικούς ορίζοντες
- ✚ Εκτελούνται με μεγάλη ταχύτητα
- ✚ Ανάλογα με τις παραμέτρους μπορούν να δώσουν βάρος στις πρόσφατες ή τις αρχικές τιμές της χρονοσειράς
- ✚ Απαιτούν αποθήκευση σχετικά μικρού πλήθους δεδομένων
- ✚ Αντιμετωπίζουν τις τιμές της χρονοσειράς σαν ένα σύνολο , χωρίς να χρειάζεται καθορισμός σημείων αποκοπής (όπως για παράδειγμα στις μεθόδους κινητών μέσων όρων)
- ✚ Προσφέρουν δυνατότητα προσαρμογής των μοντέλων μέσω των συντελεστών εξομάλυνσης , ώστε να μπορούν να εφαρμοστούν σε ποικιλόμορφες χρονοσειρές.

Μειονεκτήματα :

- ✚ Τείνουν να παράγουν προβλέψεις , οι οποίες ακολουθούν την τάση της χρονοσειράς με μία χρονοκαυστέρηση
- ✚ Υστερούν στην ακρίβεια σε περιπτώσεις όπου οι χρονοσειρές παρουσιάζουν εποχιακότητα ή κυκλικότητα. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι χρονοσειρές χρειάζονται προεπεξεργασία (Με εξαίρεση τα μοντέλα τύπου Holt – Winters)
- ✚ Οι παραγόμενες προβλέψεις εξαρτώνται και επηρεάζονται σε πολύ μεγάλο βαθμό από τον καθορισμό των διάφορων συντελεστών εξομάλυνσης , οπότε σε περίπτωση που αυτοί δεν έχουν οριστεί βέλτιστα , η ακρίβεια μειώνεται.

4. Στατιστικά Εργαλεία

4.1 Δείκτες Σφαλμάτων

Προκειμένου να λάβουμε μία εικόνα για τη στατιστική ακρίβεια των διαφόρων τεχνικών προβλέψεων , αλλά και να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε το αποτέλεσμα που παράγεται μέσω μεθόδων βελτιστοποίησης στην εξεταζόμενη τεχνική παραγωγής προβλέψεων *Theta* , αλλά και για τη σύγκριση της ακρίβειας των διάφορων μεθόδων , χρησιμοποιούμε κάποιους στατιστικούς δείκτες , οι οποίοι εκφράζουν διάφορους τύπους σφαλμάτων . Ο βασικότερος και απλούστερος από αυτούς είναι η διαφορά μεταξύ της πραγματικής τιμής ενός μεγέθους (Y_i) , και της πρόβλεψης που εμείς παράγουμε (F_i) για την ίδια χρονική στιγμή :

$$e_i = Y_i - F_i$$

Από τους υπόλοιπους δείκτες οι κυριότεροι είναι οι εξής :

✚ **Μέσο Σφάλμα (Mean Error) :**

$$ME = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)$$

Το σφάλμα αυτό, εκτός από τη μέση τιμή της απόκλισης μεταξύ της πραγματικής τιμής και της πρόβλεψης , δείχνει και εάν υπάρχει προκατάληψη στις προβλέψεις (εάν είναι *biased*) . Εάν ο δείκτης αυτός διατηρεί το πρόσημό του , τότε μπορούμε να πούμε ότι έχουμε συστηματικότητα

στη παραγωγή προβλέψεων , σε περίπτωση που έχει θετικό πρόσημο μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα ότι παράγουμε αισιόδοξες προβλέψεις , ενώ στην αντίθετη περίπτωση (αρνητικό πρόσημο) απαισιόδοξες . Μπορούμε λοιπόν να το χρησιμοποιήσουμε και ως δείκτη προκατάληψης.

✚ **Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (Mean Absolute Error) :**

$$MAE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|$$

Το σφάλμα αυτό είναι ένας δείκτης ακρίβειας προβλέψεων , ο οποίος σε περίπτωση που ταυτίζεται με το Μέσο Σφάλμα (ME) , δείχνει ότι η προκατάληψη στις προβλέψεις είναι σωστή. Επίσης όπως το προηγούμενο σφάλμα, διατηρεί τις μονάδες μέτρησης των πραγματικών τιμών.

✚ **Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (Mean Squared Error) :**

$$MSE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2$$

Μέτρο ακρίβειας της πρόβλεψης , το οποίο τονίζει τις ακραίες αποκλίσεις , καθώς τα σφάλματα υψώνονται στο τετράγωνο . Χρησιμοποιείται κυρίως στο *insample* δείγμα , το τμήμα δηλαδή των παρατηρήσεων το οποίο χρησιμοποιούμε για να προσαρμόσουμε τις βέλτιστες παραμέτρους εξομάλυνσης της εκάστοτε τεχνικής πρόβλεψης , (αρχικοποίηση του μοντέλου).

Πλεονέκτημά του , εκτός από το ότι έχει τη δυνατότητα να τονίζει τις ακραίες αποκλίσεις , είναι και ο απλός τρόπος υπολογισμού του.

✚ **Ρίζα Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Root Mean Squared Error) :**

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2}$$

Παρουσιάζει ίδιες ιδιότητες με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα , και προκύπτει από τη ρίζα του . Η διαφορά του είναι ότι οι μονάδες του σφάλματος είναι ίδιες με αυτές της χρονοσειράς , κάτι που μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμο.

✚ **Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error) :**

$$MAPE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{Y_i} \right| \cdot 100 (\%)$$

Το πλεονέκτημά του είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να λειτουργήσει ως μέτρο σύγκρισης για την ακρίβεια των προβλέψεων σε πλήθος χρονοσειρών , ανεξαρτήτως του επιπέδου του μέσου όρου των τιμών της καθεμίας . Επίσης μας δίνει ένα μέγεθος εκφρασμένο επί τοις εκατό , κάτι ιδιαίτερα χρήσιμο στην κατανόηση της ακρίβειας της εκτίμησης , όταν οι

πραγματικές τιμές είναι πολύ υψηλές . Το μειονέκτημα είναι ότι δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διακοπτόμενες χρονοσειρές , καθώς εάν κάποια τιμή της χρονοσειράς είναι μηδενική , καθίσταται αδύνατη η πραγματοποίηση της διαίρεσης μέσα στο απόλυτο .

✚ **Συμμετρικό Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (Symmetric Mean Absolute Percentage Error)**

$$sMAPE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{\left(\frac{Y_i + F_i}{2}\right)} \right| \cdot 100 (\%) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{2 \cdot (Y_i - F_i)}{Y_i + F_i} \right| \cdot 100 (\%)$$

Προκύπτει από μετατροπή του προηγούμενου σφάλματος όπου πλέον η διαφορά μεταξύ τιμής και πρόβλεψης διαιρείται με το ημίθροισμα αυτών . Είναι επίσης εκφρασμένο ως ποσοστό επί τοις εκατό και παίρνει τιμές στο διάστημα [0% , 200%] . Με την επιλογή του ημιαθροίσματος ως παρονομαστή , αποφεύγουμε την απροσδιοριστία σε περίπτωση μηδενικής τιμής , όμως και πάλι δεν παράγεται αξιόπιστη εικόνα για την επίδοση μίας μεθόδου πρόβλεψης σε διακοπτόμενη χρονοσειρά . Ακόμα , το σφάλμα αυτό , δίνει διαφορετικά βάρη στις απαισιόδοξες και αισιόδοξες προβλέψεις , παράγοντας μικρότερο σφάλμα για αισιόδοξη πρόβλεψη , με την ίδια απόκλιση από τη πραγματική τιμή παρά για μία απαισιόδοξη .

Τα δύο τελευταία σφάλματα , δίνουν καλά αποτελέσματα και χρησιμοποιούνται όταν θέλουμε να συγκρίνουμε αποτελέσματα μεθόδων σε διαφορετικές χρονοσειρές , καθώς είναι ποσοστιαία και δεν επηρεάζονται από το επίπεδο του μέσου όρου τους .

Σχετικά Σφάλματα (Relative Measures) :

Σε περίπτωση που κρίνεται σκόπιμο να συγκριθεί οποιοδήποτε σφάλμα μίας μεθόδου με το αντίστοιχο μίας άλλης , μεθόδου αναφοράς (*benchmark*) , χρησιμοποιούνται τα σχετικά σφάλματα . Τα σχετικά σφάλματα ορίζονται ως :

$$RE_{i,t} = \frac{e_{i,t}}{e_{i,t}^b}$$

Όπου $e_{i,t}$ το σφάλμα που παράγεται από την εξεταζόμενη μέθοδο , και $e_{i,t}^b$ το σφάλμα που παράγεται από μία μέθοδο αναφοράς . Για την παραγωγή των $e_{i,t}$, $e_{i,t}^b$, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε από τα προηγούμενα ή και άλλα σφάλματα , αρκεί να επιλεχθεί ο ίδιος τύπος και για τα δύο ώστε το αποτέλεσμα να έχει νόημα . Πολλές φορές χρησιμοποιείται ως μέθοδος αναφοράς η *Naïve* , η οποία επαναλαμβάνει την τελευταία τιμή της χρονοσειράς ως πρόβλεψη .

Μερικά από τα σχετικά σφάλματα είναι τα εξής :

✚ Μέσο Απόλυτο Κανονικοποιημένο Σφάλμα (Mean Absolute Scaled Error) :

$$MASE = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|}{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=2}^n |Y_i - F_{i-1}|}$$

Υπολογίζεται από το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (*MAE*) της μεθόδου , δια το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (*MAE*) της μεθόδου *Naïve* . Ουσιαστικά οδηγεί σε συμπέρασμα για το πόσο καλύτερη

είναι μία μέθοδος (στον αριθμητή) , από τη μέθοδο *Naïve* (στον παρονομαστή) . Εάν το αποτέλεσμα του σφάλματος είναι μεγαλύτερο της μονάδας , ενδείκνυται η επιλογή μίας άλλης μεθόδου για παραγωγή πρόβλεψης. Επίσης δίνει ίδια βαρύτητα σε μικρά και μεγάλα σφάλματα

✚ **Γεωμετρικό Μέσο Απόλυτο Σχετικό Σφάλμα (Geometric Mean Relative Absolute Error):**

Ορίζεται ως ο γεωμετρικός μέσος των απόλυτων σχετικών σφαλμάτων (GMRAE = gmean ($|RE_{i,t}|$)) και μία μέθοδος υπολογισμού του είναι η εξής :

$$GMRAE = \exp\left[\frac{1}{\sum_{i=1}^m n_i} \sum_{i=1}^m \sum_{t \in T_i} \ln |RE_{i,t}| \right] ,$$

Όπου m είναι ο συνολικός αριθμός των χρονοσειρών , T_i το σεν αυτών των χρονοσειρών , για τις οποίες υπάρχουν διαθέσιμα τα μη μηδενικά σφάλματα $e_{i,t}$ και $e_{i,t}^b$, και n_i ο αριθμός των τιμών κάθε χρονοσειράς .

Με το μέσο των αναλογιών των απόλυτων σφαλμάτων στις διάφορες τιμές της χρονοσειράς , ξεπερνιούνται τα προβλήματα τα οποία σχετίζονται με τη διαίρεση με τις πραγματικές τιμές . Συγκεκριμένα , οι μετρήσεις των σχετικών σφαλμάτων δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη μικρών πραγματικών τιμών , ούτε από τη συσχέτιση μεταξύ των σφαλμάτων και πραγματικών αποτελεσμάτων . Παρ' όλα αυτά , υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί .

Ο υπολογισμός των σχετικών σφαλμάτων απαιτεί τη διαίρεση με μη – μηδενικό σφάλμα , το οποίο προέρχεται από τη μέθοδο αναφοράς . Στην περίπτωση υπολογισμού του GMRAE

απαιτείται επίσης και το σφάλμα της εξεταζόμενης μεθόδου ($e_{i,t}$) να είναι διάφορο του μηδενός .

Στη περίπτωση όπου υπάρχουν μηδενικά σφάλματα της μεθόδου αναφοράς , οι τιμές αυτές θα πρέπει να μη συμπεριλαμβάνονται στην εξαγωγή του δείκτη σφάλματος . Επίσης , οι περιπτώσεις όπου τα σφάλματα της μεθόδου υπό εξέταση είναι μηδενικά , θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν ξεχωριστά .

Παρόλα αυτά , το GMRAE παρέχει μία αξιόπιστη εκτίμηση , συνυπολογίζοντας και τις τιμές των σχετικών σφαλμάτων οι οποίες προέρχονται από τις ουρές της κατανομής της κάθε χρονοσειράς . Επίσης , υπολογίζοντας το μέσο των σφαλμάτων της μεθόδου αναφοράς , ο γεωμετρικός μέσος έχει το πλεονέκτημα ότι παράγει επίπεδα τιμών , τα οποία είναι ανεξάρτητα με την επιλογή της μεθόδου αναφοράς .

4.2 Στατιστικά Τεστ

Για τη διευκόλυνσή μας στη διεξαγωγή των μεθόδων βελτιστοποίησης του μοντέλου προβλέψεων Theta αλλά και την καλύτερη κατανόηση των διάφορων χαρακτηριστικών και των ιδιαιτεροτήτων των χρονοσειρών τις οποίες εξετάζουμε , έχει χρησιμοποιηθεί ένα σύνολο από στατιστικά τεστ , τα οποία είτε κλήθηκαν ως έτοιμα πακέτα της πλατφόρμας στατιστικών αναλύσεων RStudio , ή συντάχθηκαν σε μορφή script στη γλώσσα R . Έδωσαν χρήσιμες πληροφορίες πάνω στη συμπεριφορά των χρονοσειρών και με βάση αυτά , σε συνδυασμό με τους δείκτες μέτρησης των ποιοτικών χαρακτηριστικών οι οποίοι παρουσιάζονται στη συνέχεια , συντάχθηκαν και τα πειράματα βελτιστοποίησης. Αυτά είναι τα εξής :

Cox – Stuart test

Το παραπάνω τεστ βασίζεται στη διωνυμική κατανομή , παράγοντας τελικά ένα αποτέλεσμα για το αν η χρονοσειρά έχει αυξητική ή μειούμενη τάση . Συγκεκριμένα πραγματοποιούνται οι παρακάτω έλεγχοι και διαδικασίες :

Ο αριθμός των τιμών για κάθε χρονοσειρά πρέπει να είναι άρτιος , οπότε στην αρχή του τεστ , ελέγχεται ο αριθμός αυτός και αν δεν είναι άρτιος διαγράφεται η τελευταία τιμή .

Στη συνέχεια , οι παρατηρήσεις χωρίζονται σε δύο ομάδες , αναλόγως με το χρονικό διάστημα (μήνα , χρόνο) που λήφθηκαν , με αύξουσα τιμή . Έτσι έχουμε δύο πίνακες – στήλες , με ίδιο μήκος , ο πρώτος (Π1) περιλαμβάνει το αρχικό μισό του όγκου των τιμών της χρονοσειράς και ο δεύτερος (Π2) το υπόλοιπο .

Κάθε κελί του δεύτερου πίνακα – στήλης , αφαιρείται από το αντίστοιχο του πρώτου , και το αποτέλεσμα αποθηκεύεται σε ένα τρίτο πίνακα (Π3) – στήλη με N στοιχεία , από το οποίο στη συνέχεια παραλείπονται οι μηδενικές τιμές , και όλα τα αποτελέσματα μετατρέπονται σε τιμές $+1$ ή -1 , καθώς στο τεστ αυτό μας ενδιαφέρει να βγάλουμε συμπέρασμα μόνο για τη μορφή της τάσης , και όχι για την κλίση της .

Γίνεται μέτρηση του αριθμού του πλήθους των θετικών και αρνητικών τιμών του τελευταίου πίνακα και στη συνέχεια , αν για παράδειγμα το πλήθος των θετικών (n) είναι μικρότερο από το πλήθος των αρνητικών στοιχείων , υπολογίζουμε τη πιθανότητα να έχουμε $x=n$ επιτυχίες σε $N=n$ πειράματα , κάθε ένα από τα οποία αποφέρουν επιτυχία με πιθανότητα 0.5 (διωνυμική κατανομή) .

Αν το αποτέλεσμα p -value του παραπάνω πειράματος είναι μικρότερο από 0.05 (έχουμε επιλέξει επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ ή επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) , αποδεχόμαστε την υπόθεση ότι η χρονοσειρά έχει στατιστικά σημαντική τάση , στην περίπτωση αυτή αυξητική . Αντίστοιχα συμπεριφέρεται και στη περίπτωση όπου το πλήθος των θετικών στοιχείων του Π3

είναι μεγαλύτερο από το πλήθος των αρνητικών στοιχείων , με υπόθεση H_0 στατιστικά σημαντική μειωτική τάση .

Η συνάρτηση *cox-stuart-test* ορίστηκε με το παρακάτω κομμάτι κώδικα (*script*) στην πλατφόρμα RStudio :

```
#####Cox-Stuart test for trend analysis#####
cox.stuart.test =
  function (x)
  {
    method = "Cox-Stuart test for trend analysis"
    leng = length(insample)
    apross = round(leng) %% 2
    if (apross == 1) {
      delete = (length(insample)+1)/2
      insample = insample[ -delete ]
    }
    half = length(insample)/2
    x1 = insample[1:half]
    x2 = insample[(half+1):(length(insample))]
    difference = x1-x2
    signs = sign(difference)
    signcorr = signs[signs != 0]
    pos = signs[signs>0]
    neg = signs[signs<0]
    if (length(pos) < length(neg)) {
      prop = pbinom(length(pos), length(signcorr), 0.5)
      names(prop) = "Increasing trend, p-value"
      t="Increasing trend"
      rval <- list(method = method, statistic = prop)
      class(rval) = "htest"
      return(t)
    } else {
      prop = pbinom(length(neg), length(signcorr), 0.5)
      names(prop) = "Decreasing trend, p-value"
      t="Decreasing trend"
      rval <- list(method = method, statistic = prop)
      class(rval) = "htest"
      return(t)}
  }
}
```

Kendall trend test

Η διαδικασία που χρησιμοποιείται ώστε να ποσοτικοποιήσουμε την τάση που υπολογίζεται από το τεστ Cox – Stuart , ονομάζεται “Kendall ‘s non-parametric test for monotonic trend” (μη παραμετρικό Κένταλ τεστ για μονοτονική τάση) [20] [21], και βρίσκεται στο πακέτο “EnvStats” του RStudio [22] [37]. Το τεστ αυτό , χρησιμοποιεί τη τιμή **Kendall rank correlation coefficient** ή αλλιώς **Kendall’s tau (τ) coefficient** η οποία δείχνει τη συσχέτιση μεταξύ δύο ομάδων τιμών . Στη δική μας περίπτωση η μία ομάδα είναι οι τιμές της κάθε χρονοσειράς , και η άλλη αποτελείται από έναν αύξων αριθμό **n** (n=1,2,...) ο οποίος αντιστοιχεί στο κάθε μήνα που έχουμε τιμή .

Με αυτή την αλλαγή , το παραπάνω τεστ το οποίο ουσιαστικά δείχνει συσχέτιση , μετατρέπεται σε τεστ τάσης χρονοσειράς , αξιολογώντας σε κάθε περίπτωση την τιμή της μεταβλητής **τ** , η οποία υπολογίζεται ως εξής :

Έστω $(\chi_1, \psi_1), (\chi_2, \psi_2), \dots, (\chi_n, \psi_n)$, ένα σετ παρατηρήσεων των κοινών τυχαίων μεταβλητών χ και ψ , τέτοιες ώστε κάθε ζευγάρι τιμών είναι μοναδικό . Κάθε ζευγάρι παρατηρήσεων $(\chi_i, \psi_i), (\chi_j, \psi_j)$ θεωρείται σύμφωνο , αν η κατάταξη και των δύο στοιχείων συμφωνούν . Αν δηλαδή ισχύει ή ότι $\chi_i - \chi_j > 0$ και $\psi_i - \psi_j > 0$ ή $\chi_i - \chi_j < 0$ και $\psi_i - \psi_j < 0$. Ασύμφωνο θεωρείται ένα ζευγάρι παρατηρήσεων για το οποίο ισχύει ή ότι : $\chi_i - \chi_j > 0$ και $\psi_i - \psi_j < 0$ ή $\chi_i - \chi_j < 0$ και $\psi_i - \psi_j > 0$. Αν ισχύει ότι $\chi_i = \chi_j$ ή $\psi_i = \psi_j$ τα δεδομένα δεν θεωρούνται ούτε σύμφωνα ούτε ασύμφωνα .

Η τιμή της μεταβλητής **τ** (tau) δίνεται τώρα από τον εξής τύπο :

$$\tau = \frac{\text{αριθμός σύμφωνων ζευγών} - \text{αριθμός ασύμφωνων ζευγών}}{\frac{1}{2} n (n - 1)}$$

Όπου ο παρονομαστής , μας δίνει το σύνολο των συνδυασμών των ζευγών , με αποτέλεσμα να ισχύει το εξής : $-1 \leq \tau \leq 1$. Θέτοντας έτσι στη συνέχεια χ_i τον αύξων αριθμό της χρονικής παρατήρησης $n = (1,2,...)$ η παραπάνω μεταβλητή μας δείχνει την τάση της χρονοσειράς , και μάλιστα δίνει τη δυνατότητα για σύγκριση της τάσης μεταξύ διαφορετικών χρονοσειρών .

Έτσι , αν υπάρχει πλήρης συμφωνία μεταξύ των κατατάξεων των ζευγών (πλήρης αντιστοιχία των προσήμων των διαφορών τους) , η τιμή του τ είναι 1 και στη περίπτωση μας η χρονοσειρά έχει αυξητική τάση , με τη μέγιστη δυνατή συγκρίσιμη τιμή . Αν υπάρχει πλήρης ασυμφωνία μεταξύ των κατατάξεων των ζευγών , η τιμή του τ είναι -1 που στη περίπτωση μας μεταφράζεται σε μειωτική τάση , με μέγιστη δυνατή συγκρίσιμη τιμή , και τέλος , αν η τιμή του τ είναι 0 , δεν έχουμε κάποια συσχέτιση , δηλαδή δεν υπάρχει τάση στη χρονοσειρά .

Ενδιάμεσες τιμές , χρησιμοποιούνται ως μέτρο σύγκρισης όσον αφορά την τάση για διαφορετικές χρονοσειρές . Επίσης , καθώς λαμβάνεται αποτέλεσμα για το είδος της τάσης από το τεστ Cox – Stewart , χρησιμοποιείται η απόλυτη τιμή , $|\tau|$ ή ($|\tau|$) για να έχουμε κάθε φορά μία εικόνα για το πόσο αυξητική ή μειωτική τάση έχει η κάθε χρονοσειρά .

Η επιλογή της απόλυτης τιμής η οποία χρησιμοποιείται , βοηθάει και στην εξαγωγή συμπεράσματος κατά τη διάρκεια του ελέγχου της συσχέτισης μεταξύ χαρακτηριστικών της χρονοσειράς και σφαλμάτων . Η χρήση της πραγματικής και όχι της απόλυτης τιμής του παραπάνω δείκτη , θα είχε ως αποτέλεσμα την αλληλοαναιρέση μεταξύ θετικών και αρνητικών τιμών της τάσης , κάτι που θα οδηγούσε σε παραμόρφωση της συσχέτισης , καθώς εξετάζουμε την κλίση και το πόσο τα δεδομένα ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη τάση με αυτό το τεστ και όχι το είδος της .

Η συνάρτηση καλείται ως εξής :

```
kendallTrendTest(y, subset,  
  na.action = na.pass, ...)
```

Όπου

y : Το σύνολο των δεδομένων σε μορφή πίνακα τα οποία θέλουμε να εξετάσουμε ως προς την τάση

subset : Δυνατότητα να επιλέξουμε ένα υποσύνολο των δεδομένων του συνόλου *y*

na.action : Δυνατότητα επιλογής ενεργειών σε περίπτωση που κάποια δεδομένα λείπουν (*missing values*)

Υπάρχουν και άλλες παράμετροι (...) που μπορούν να ορισθούν όπως το επίπεδο εμπιστοσύνης ή δυνατότητα για εμφάνιση προειδοποιητικών μηνυμάτων σε περίπτωση που λείπουν τιμές από τα δεδομένα κ.α.

Shapiro test for normality

Το τεστ αυτό (Shapiro – Wilk normality test , 1965) [23] χρησιμοποιήθηκε ώστε να παράγουμε συμπέρασμα για το αν και σε ποιο βαθμό η κάθε χρονοσειρά ακολουθεί την κανονική κατανομή , χρησιμοποιώντας την αρχή της μηδενικής υπόθεσης . Το στατιστικό μέγεθος που υπολογίζεται είναι το :

$$W = \frac{(\sum_1^n a_i x_{(i)})^2}{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Όπου :

- ✚ Η μεταβλητή $x_{(i)}$ αντιπροσωπεύει την i – οστή μικρότερη τιμή σε ένα κατανεμημένο δείγμα μετρήσεων κατά αύξουσα σειρά .
- ✚ \bar{x} ο μέσος όρος των τιμών ($\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$)
- ✚ Οι σταθερές a_i παράγονται από το :

$$(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}}$$

Όπου :

- ✚ $m = (m_1, \dots, m_n)^T$, και m οι αναμενόμενες τιμές από ένα κατανεμημένο δείγμα μετρήσεων κατά αύξουσα σειρά , ανεξάρτητων μεταξύ τους και με την ίδια κατανομή πιθανότητας , οι οποίες έχουν δειγματοληφθεί από την κανονική κατανομή
- ✚ V ο πίνακας συνδιακύμανσης των παραπάνω μεταβλητών.

Η μηδενική υπόθεση , H_0 , είναι ότι η χρονοσειρά ακολουθεί την κανονική κατανομή , και καθώς έχουμε επιλέξει ένα επίπεδο εμπιστοσύνης 95% , αν η τιμή W είναι μικρότερη από 0.05 (p – value < 0.05) μπορούμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση , βγάζοντας συμπέρασμα ότι οι τιμές της σειράς δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή . Αντίθετα , αν η τιμή του τεστ ξεπερνάει το όριο που έχουμε θέσει (0.05) η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί .

Η συνάρτηση με την οποία πραγματοποιείται το παραπάνω τεστ στην πλατφόρμα RStudio είναι η “*Shapiro.test()*” του πακέτου “*stats*” [24] ως εξής :

```
shapiro.test(x)
```

Όπου

x : Ένας μονοδιάστατος πίνακας με αριθμητικά δεδομένα. Δεν επιτρέπονται κενά κελιά (*missing values*) και το μήκος του πίνακα πρέπει να είναι μεταξύ 3 και 5000.

4.3 Δείκτες Μέτρησης Ποιοτικών Χαρακτηριστικών

Σε συνδυασμό με τα γενικά ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία έχουν προαναφερθεί (τάση , κυκλικότητα , εποχιακότητα και τυχαιότητα) και των στατιστικών τεστ , έχουν χρησιμοποιηθεί και διάφοροι άλλοι δείκτες μέτρησης ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών συνολικά 21 , οι οποίοι αποσυνθέτουν επιπλέον και κατηγοριοποιούν τις χρονοσειρές με αποτέλεσμα να διευκολύνεται ο διαχωρισμός τους και η κατανόηση των ιδιοτήτων τους ώστε να γίνει αποτελεσματικότερη η βελτιστοποίηση των μεθόδων πρόβλεψης αλλά και η ανάλυση των χρονοσειρών εκτενέστερη. Οι δείκτες οι οποίοι χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται με τις ίδιες ονομασίες με το script στο RStudio και είναι οι εξής :

seasonal

Πρόκειται για την εποχιακότητα ή μη της κάθε χρονοσειράς , όπως αυτή έχει αναλυθεί στα γενικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών (Κεφ. 3.2) . Το τεστ με βάση το οποίο αποφαινόμαστε για την εποχιακότητα είναι το ακόλουθο :

Γίνεται ένας έλεγχος αυτοσυσχέτισης δεδομένων με περίοδο καθυστέρησης (k) ίση με τον αριθμό των περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας (συμβολίζεται με pos) όπου στην περίπτωση της συγκεκριμένης εργασίας εξισώνεται με το 12 , καθώς τα δεδομένα μας είναι

μηνιαία. Η αυτοσυσχέτιση αυτή στη συνέχεια συγκρίνεται με τις αυτοσυσχετίσεις περιόδου καθυστέρησης έως και μίας μονάδας μικρότερης από τον αριθμό περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας, στη συγκεκριμένη περίπτωση 11. Μία χρονοσειρά θεωρείται εποχιακή αν και μόνο αν ισχύει :

$$|ACF_{pos}| > Limit$$

Όπου ,

$$ACF_k = \frac{\sum_{i=1+k}^n [(Y_i - \bar{Y}) \cdot (Y_{i-k} - \bar{Y})]}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$Limit = t_{critical} \cdot \sqrt{\frac{1 + 2 \cdot (ACF_1 + \sum_{i=2}^{pos-1} ACF_i^2)}{n}}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, με Y συμβολίζονται τα δεδομένα της χρονοσειράς, με \bar{Y} η μέση τιμή των δεδομένων αυτών, και με n το πλήθος των δεδομένων. Η τιμή του συντελεστή $t_{critical}$ ορίζεται σε κάθε περίπτωση από το επίπεδο εμπιστοσύνης το οποίο έχουμε επιλέξει κατά τη διεξαγωγή των προβλέψεων και των στατιστικών τεστ. Στη συγκεκριμένη περίπτωση καθώς και σε όλη την εργασία έχει επιλεχθεί διάστημα εμπιστοσύνης 90%, οπότε η τιμή του t που αντιστοιχεί σε αυτό είναι 1.645. Οι αντίστοιχες με τα διαστήματα τιμές του t παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα :

| Διάστημα Εμπιστοσύνης | $t_{critical}$ |
|-----------------------|----------------|
| 80% | 1.28 |
| 90% | 1.645 |
| 95% | 1.96 |
| 98% | 2.33 |
| 99% | 2.58 |

Πίνακας 4.3.1 : Τιμές του Δείκτη $t_{critical}$ σε Συνάρτηση με Διαστήματα Εμπιστοσύνης

Με τον έλεγχο αυτό , μπορούμε στη συνέχεια να επιλέξουμε να αποσυνθέσουμε τη χρονοσειρά ώστε να την αποεποχικοποιήσουμε τελικά , απαλείφοντας το συντελεστή εποχιακότητας και βελτιώνοντας έτσι κατά πολύ την ακρίβεια των μεθόδων πρόβλεψης. Χρησιμοποιείται επίσης όπως και όλοι οι υπόλοιποι δείκτες κατά τη διαδικασία εύρεσης συσχέτισης ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών και εξεταζόμενων σφαλμάτων.

Το κομμάτι κώδικα με το οποίο πραγματοποιείται ο έλεγχος εποχιακότητας είναι το ακόλουθο :

```
#####seasonality check#####
acfc = acf(insample, lag.max = ppy ,type = c("correlation"),plot = FALSE, demean = TRUE)
sumacf = 0
for (r in 2:(ppy-1)){
  sumacf = sumacf + (acfc$acf[r+1])^2
}
limits = tcrit*((1 + 2*(acfc$acf[2]+sumacf))/observations_in)^0.5
test_seasonal = 0
if (abs(acfc$acf[ppy+1])> limits){
  test_seasonal = 1
}
```

Στο οποίο στην πρώτη σειρά καλείται η συνάρτηση “*acf*” του πακέτου “*stats*” [25], η οποία ελέγχει την αυτοσυσχέτιση ενός συνόλου δεδομένων και ορίζεται ως εξής :

```
acf(x, lag.max = NULL,  
    type = c("correlation", "covariance", "partial"),  
    plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, ...)
```

Όπου :

x : Ένα σύνολο τιμών ορισμένο ως χρονοσειρά (“*time series object*”) ή ένας πίνακας με αριθμητικές τιμές στις οποίες θέλουμε να πραγματοποιήσουμε έλεγχο αυτοσυσχέτισης

lag.max : Η περίοδος στην οποία θέλουμε να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος. Εδώ ισούται με “*pry*” (από *periods per year*) και έχει την τιμή 12 , όσοι και οι μήνες σε ένα χρόνο καθώς θέλουμε να ελέγξουμε την εμφάνιση κάποιας συσχέτισης με βάση το μήνα στα δεδομένα μας (μηνιαίες χρονοσειρές)

type : Το είδος του τεστ συσχέτισης το οποίο θέλουμε να πραγματοποιηθεί (αυτοσυσχέτισης , συνδιακύμανσης ή μερικής αυτοσυσχέτισης αντίστοιχα)

plot : Επιλογή για το εάν θέλουμε γραφική παράσταση των αποτελεσμάτων ή όχι

na.action : Δυνατότητα επιλογής ενεργειών στην περίπτωση που υπάρχουν “*missing values*”

demean : Επιλογή για το εάν η συνδιακύμανση θα εκτελείται με βάση τη μέση τιμή των δεδομένων.

trend

Ο δείκτης αυτός , παίρνει ή την τιμή “*Increasing*” ή την τιμή “*Decreasing*” και αναφέρεται στη μακροχρόνια τάση της χρονοσειράς με αυξητικό και μειωτικό χαρακτήρα αντίστοιχα. Η διαδικασία μέσω της οποίας λαμβάνει τιμή η μεταβλητή αυτή είναι το **Cox-Stuart test** το οποίο έχει περιγραφεί προηγουμένως μέσω της συνάρτησης “*cox.stuart.test()*” (Κεφ. 4.2). Η χρησιμότητα της πληροφορίας αυτής είναι σε κάθε περίπτωση πολύ σημαντική , καθώς παρατηρώντας την τάση μίας χρονοσειράς μπορούμε να αποφανθούμε με μεγαλύτερη

ακρίβεια ως προς ο επίπεδο του μέσου όρου των τιμών της κατά τη διαδικασία των προβλέψεων.

|tau|

Η τιμή του είναι το αποτέλεσμα του **Kendall Trend test** [20] [21] το οποίο έχει αναλυθεί στο κεφάλαιο 4.2 μέσω της συνάρτησης “*KendallTrendTest()*” [22]. Ουσιαστικά αν η μεταβλητή *trend* αναφέρεται στο τι είδους μακροχρόνια τάση έχει η χρονοσειρά , μέσω του δείκτη *tau* μπορούμε να αποφανθούμε για το πόσο “έντονη” είναι η τάση αυτή. Εξάγεται δηλαδή αποτέλεσμα για το πόσο στατιστικά σημαντική είναι η τάση μέσω της τιμής *p-value* και τη διαδικασία η οποία έχει αναλυθεί προηγουμένως. Η χρησιμότητά του έγκειται στο ότι δίνει ένα μέτρο σύγκρισης μεταξύ των χρονοσειρών όσον αφορά τη μακροχρόνια τάση. Επίσης εάν κάποια χρονοσειρά έχει πολύ μικρότερη από τη στατιστικά σημαντική τιμή *|tau|* , οδηγούμαστε σε αποτέλεσμα ότι η τάση μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα κατά την ανάλυσή της.

var

Πρόκειται για τη διακύμανση (*variance*) των τιμών της χρονοσειράς και καταδεικνύει το κατά πόσο ένα σετ δεδομένων αποκλίνει από τη μέση τιμή του. Η εξίσωση από την οποία υπολογίζεται είναι η εξής :

$$\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2]$$

Όπου $\text{Var}(X)$ η διακύμανση της χρονοσειράς , και $E[(X - \mu)^2]$ ο μέσος όρος των τετραγώνων της διαφοράς της κάθε τιμής από το μέσο μ του σετ τιμών της χρονοσειράς [$\mu = E(X)$]. Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού της διακύμανσης των δεδομένων μίας χρονοσειράς είναι η διαφορά του μέσου όρου των τετραγώνων των τιμών και του τετραγώνου του μέσου όρου των τιμών : $E[X^2] - (E[X])^2$.

Η εξίσωση αυτή προκύπτει ως εξής :

$$\begin{aligned}\text{Var}(X) &= E [(X - E[X])^2] \\ &= E [X^2 - 2X \cdot E[X] + (E[X])^2] \\ &= E [X^2] - 2E[X] \cdot E[X] + (E[X])^2 \\ &= E[X^2] - (E[X])^2\end{aligned}$$

Η διακύμανση των τιμών μίας χρονοσειράς καταδεικνύει επίσης το κατά πόσο οι τιμές απέχουν μεταξύ τους , εκτός από τη μέση τιμή τους. Εξάγεται με αυτόν τον τρόπο συμπέρασμα για το πόσο ομοιογενές είναι ένα σετ δεδομένων , κάτι στο οποίο βασιζόμαστε στη συνέχεια κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης της παραγωγής προβλέψεων με τη μέθοδο Theta.

sd

Είναι η τυπική απόκλιση , σ , (*standard deviation*) των τιμών της χρονοσειράς , και καταδεικνύει όπως και η διακύμανση , την απόκλιση των τιμών από τη μέση τους τιμή , καθώς μεταξύ τους. Η εξίσωση από την οποία παράγεται ο δείκτης είναι η ακόλουθη :

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{E[(X - \mu)^2]}$$

Η παραπάνω εξίσωση μετασχηματίζεται ανάλογα όπως και η εξίσωση της διακύμανσης με μόνη διαφορά αυτή της τετραγωνικής ρίζας. Το πλεονέκτημα της τυπικής απόκλισης σε σχέση με τη διακύμανση είναι ότι υπολογίζοντας τη ρίζα της διακύμανσης, εξάγουμε ένα μέγεθος το οποίο μας δίνει τη μέση απόκλιση των τιμών από την κεντρική τάση στις ίδιες μονάδες με τις τιμές της χρονοσειράς. Αυτή η ιδιότητα καθιστά το μέγεθος άμεσα αξιοποιήσιμο, και δίνει σημαντική πληροφορία στη διαδικασία βελτιστοποίησης.

var/mean (index of dispersion)

Πρόκειται για τη διακύμανση (*variance*) όπως υπολογίζεται παραπάνω, προς το μέσο (*mean*) των τιμών της χρονοσειράς. Επιπλέον με τις πληροφορίες τις οποίες αντλούμε από τη διακύμανση ενός σετ δεδομένων, με τη μετατροπή αυτά δίνεται πλέον η δυνατότητα να συγκρίνουμε τους εν λόγω δείκτες διαφορετικών χρονοσειρών, εξάγοντας πλέον συγκριτικό συμπέρασμα μεταξύ χρονοσειρών. Αυτό συμβαίνει μέσω της διαίρεσης της διακύμανσης της κάθε χρονοσειράς με τον αντίστοιχο μέσο των τιμών της, μία διαδικασία η οποία απαλείφει ουσιαστικά τη διαφορά μεταξύ των επιπέδων των τιμών των διάφορων χρονοσειρών.

sd/mean (coefficient of variation)

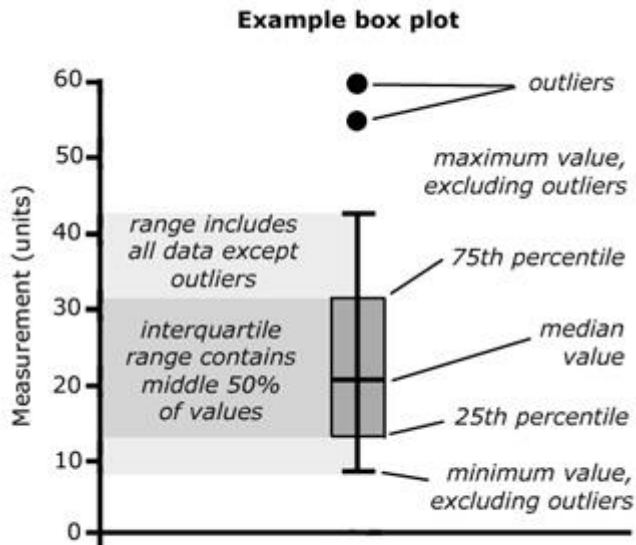
Πρόκειται για την τυπική απόκλιση των δεδομένων μίας χρονοσειράς (*standard deviation*) , όπως έχει παρουσιαστεί προηγουμένως, διαιρεμένης με το μέσο των αντίστοιχων δεδομένων. Ο δείκτης αυτός ονομάζεται και συντελεστής μεταβλητότητας (*coefficient of variation*) και αποτελεί σχετική μέτρηση της διασποράς. Εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις εκατό και η μαθηματική του έκφραση ορίζεται ως εξής :

$$CV = \frac{s}{|\bar{X}|} = \frac{\sigma}{|\bar{X}|}$$

Καθώς πλέον τα δεδομένα τα οποία εξάγονται από το δείκτη αυτό είναι επί τοις εκατό (%) , είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των δεδομένων μας. Το χαρακτηριστικό αυτό , διευκολύνει ιδιαίτερα στη σύγκριση ομάδων δεδομένων με διαφορετικές μονάδες μέτρησης. Ακόμα , πλεονεκτεί στη σύγκριση δειγμάτων με μεγάλες αποκλίσεις από τις αντίστοιχες μέσες τιμές τους. Το μειονέκτημα του δείκτη αυτού , όπως και του προηγούμενου παρουσιάζεται για τιμές της μέσης τιμής των δεδομένων οι οποίες πλησιάζουν το 0.

Για τους επόμενους 6 δείκτες ποιοτικών χαρακτηριστικών έχουμε χρησιμοποιήσει το *θηκόγραμμα* (*box plot*) της κάθε χρονοσειράς , ώστε να μπορέσουμε να εκφράσουμε εκτενέστερα τη διασπορά και την ασυμμετρία των δεδομένων , καθώς και το βαθμό ύπαρξης ακραίων τιμών (*outliers*). Επίσης εξάγονται από αυτό συμπεράσματα που αφορούν το διατεταρτημοριακό εύρος των δεδομένων και άλλους δείκτες *L-estimators*.

Το *box-plot* είναι ένας γραφικός τρόπος παρουσίασης πέντε περιληπτικών μέτρων μίας κατανομής ομαδοποιημένων δεδομένων , ο συνδυασμός των οποίων μας δίνει πλήθος πληροφοριών. Πρόκειται για ένα ορθογώνιο διάγραμμα , το οποίο περιγράφει γραφικά τις τιμές μίας χρονοσειράς , με βάση το χωρισμό τους σε τεταρτημόρια. Οι βάσεις του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου αποτελούνται από το πρώτο (25% των τιμών) και το τρίτο (75% των τιμών) τεταρτημόριο , ενώ ενδιάμεσα τοποθετείται το δεύτερο τεταρτημόριο το οποίο συμβολίζει και τη διάμεσο (*median*) (50%) των τιμών. Τα επίπεδα τα οποία συμβολίζουν τα οριακά διαστήματα της χρονοσειράς , (0 και 100%) παρουσιάζονται γραφικά με δύο οριζόντια ευθύγραμμα τμήματα. Τυχών ακραίες τιμές (*outliers*) παρουσιάζονται γραφικά με κουκκίδες εκτός των οριακών τιμών των δεδομένων της χρονοσειράς.



Εικόνα 4.3.1 : Παράδειγμα θηκογράμματος (*box - plot*).

Οι τελείες-σημεία συμβολίζουν ακραίες τιμές , και κατευθυνόμενοι προς το 0 του άξονα γ παρατηρούμε με τη σειρά τη μέγιστη τιμή , την τιμή κάτω από την οποία υπάρχει το 75% του συνόλου των τιμών , τη διάμεσο , αντίστοιχα με πριν τιμή για το 25% και την ελάχιστη τιμή.

Με βάση λοιπόν το διάγραμμα αυτό , αντλήσαμε τους ακόλουθους δείκτες :

✚ median – min

Είναι η διαφορά μεταξύ του διάμεσου (*median*) και του ελάχιστου επιπέδου των τιμών της χρονοσειράς ,(το οποίο όμως δεν περιέχει τυχόν ακραία μικρές τιμές). Χρησιμοποιείται για να εξάγουμε αποτέλεσμα ως προς το πόσο απέχουν οι ελάχιστες τιμές από τη διάμεσο.

✚ median – 25%

Η διαφορά μεταξύ ενδιάμεσου και του επιπέδου το οποίο εμπεριέχει το 25% του συνόλου τιμών του σετ δεδομένων τα οποία αποτελούν την εκάστοτε χρονοσειρά.

✚ 75% - median

Η διαφορά μεταξύ της τιμής η οποία αντιπροσωπεύει το επίπεδο κάτω από το οποίο βρίσκεται το 75% του συνόλου των τιμών της χρονοσειράς. Αντιδιαμετρικά με τους προηγούμενους δύο δείκτες , παρουσιάζει το κατά πόσο το 25% των τιμών οι οποίες είναι μεγαλύτερες από τη διάμεσο απέχουν από αυτήν.

max – median

Αντίστοιχα με τον προηγούμενο δείκτη , παρουσιάζει ένα μέγεθος το οποίο δείχνει το κατά πόσο το 50% των τιμών οι οποίες είναι μεγαλύτερες από τη διάμεσο , απέχουν από αυτήν. Πόσο “μεγαλύτερος” δηλαδή είναι ο μέσος όρος των τιμών που είναι μεγαλύτερες από τη διάμεσο.

max – min

Ένας δείκτης ο οποίος δίνει πληροφορία για το πόσο απέχει το μέγιστο επίπεδο του box-plot , κάτω από το οποίο βρίσκεται το σύνολο των τιμών μίας χρονοσειράς , από το ελάχιστο επίπεδο , πάνω από το οποίο βρίσκεται αντίστοιχα το σύνολο των τιμών. Είναι όπως και οι υπόλοιποι δείκτες της κατηγορίας αυτής ένας τρόπος να εξάγουμε συμπεράσματα όσον αφορά τη διασπορά των τιμών μίας χρονοσειράς.

75% - 25%

Η διαφορά του επιπέδου κάτω από το οποίο βρίσκεται το σύνολο του 75% των τιμών και του επιπέδου κάτω του οποίου βρίσκεται το 25% των τιμών. Σε κάθε περίπτωση , οι όροι “κάτω” και “πάνω” προέρχονται από τη φυσική διάσταση την οποία ορίζει το box-plot και ουσιαστικά αναφέρονται στις έννοιες “μικρότερες από” και “μεγαλύτερες από” αντίστοιχα.

Οι παραπάνω δείκτες δίνουν μία πλήρη εικόνα για τη διασπορά και τις διάφορες ποσοτικές αποστάσεις των επιπέδων της κάθε χρονοσειράς , αλλά έχουν το μειονέκτημα ότι εάν θέλουμε να συγκρίνουμε τα μεγέθη αυτά μεταξύ χρονοσειρών με διαφορετικά επίπεδα τιμών , η σύγκριση καθίσταται αδύνατη. Για το λόγο αυτό , έχουν χρησιμοποιηθεί άλλοι έξι δείκτες οι οποίοι είναι ίδιοι με τους έξι προηγούμενους (από το box-plot) με τη διαφορά ότι σε κάθε περίπτωση το υπολογιζόμενο μέγεθος διαιρείται με τη διάμεσο του κάθε σετ δεδομένων τα οποία αποτελούν τη χρονοσειρά. Με το μετασχηματισμό αυτό δίνεται πλέον η δυνατότητα για

σύγκριση των προηγούμενων δεικτών σε διαφορετικές χρονοσειρές με διαφορετικά επίπεδα τιμών. Οι επιπλέον δείκτες είναι οι ακόλουθοι :

$$\frac{\text{median} - \text{min}}{\text{median}}$$

$$\frac{\text{median} - 25\%}{\text{median}}$$

$$\frac{75\% - \text{median}}{\text{median}}$$

$$\frac{\text{max} - \text{median}}{\text{median}}$$

$$\frac{\text{max} - \text{min}}{\text{median}}$$

$$\frac{75\% - 25\%}{\text{median}}$$

Τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία περιγράφονται είναι σε κάθε περίπτωση ίδια με προηγουμένως με μοναδική διαφορά τη δυνατότητα σύγκρισης μεταξύ διαφορετικών χρονοσειρών.

$$\frac{\text{num of outliers}}{\text{num of insample observations}}$$

Είναι το πλήθος των ακραίων τιμών της χρονοσειράς (*outliers* ή *special events*) προς το πλήθος των τιμών της χρονοσειράς οι οποίες βρίσκονται εντός των ορίων 0% - 100% του *box-plot* . Χρησιμοποιείται με σκοπό να λάβουμε μία εικόνα για το ποσοστό των ακραίων παρατηρήσεων μίας χρονοσειράς το οποίο όσο αυξάνεται χωρίς κάποιο συγκεκριμένο πρότυπο , τόσο δυσχεραίνει την ανάλυση της χρονοσειράς.

Η συνάρτηση του RStudio μέσω της οποίας παίρνουμε τα παραπάνω αποτελέσματα είναι η:

```
boxplot(x, ...)
```

Όπου x : Ένα σύνολο τιμών σε μορφή πίνακα για τις οποίες θέλουμε να εκτελεστεί η παραπάνω διαδικασία. Το αποτέλεσμα είναι ένα γράφημα (Εικόνα 4.3.1) , Τα χαρακτηριστικά του οποίου στη συνέχεια αναθέτονται σε μεταβλητές.

Shapiro p – value

Η τιμή που παράγεται ως αποτέλεσμα του στατιστικού τεστ “*Shapiro test for normality*” και όπως έχει αναλυθεί προηγουμένως είναι ένδειξη για το πόσο ένα σύνολο τιμών , (στη συγκεκριμένη περίπτωση χρονοσειρά) ακολουθεί την κανονική κατανομή. Η συνάρτηση με την οποία καλείται είναι η “*shapiro.test()*” του πακέτου “*stats*” του RStudio [24]. Σε περίπτωση που το τεστ δείξει με στατιστική σημαντικότητα ότι μία χρονοσειρά πράγματι ακολουθεί κανονική κατανομή , τότε μπορούμε απ’ ευθείας να συμπεράνουμε για τα χαρακτηριστικά της βασιζόμενοι στην ήδη υπάρχουσα στατιστική ανάλυση. Παράγονται λοιπόν συμπεράσματα τα οποία αφορούν χαρακτηριστικά όπως : Τη συμμετρία της κατανομής των δεδομένων μίας χρονοσειράς , την ύπαρξη δηλαδή ενός άξονα ο οποίος λειτουργεί ως καθρέπτης της μισής κατανομής στην άλλη μισή , ο οποίος παρατηρείται ξεκάθαρα σε δεδομένα κανονικής κατανομής. Επίσης την κυρτότητα της κατανομής των δεδομένων , το βαθμό δηλαδή στον οποίο η συχνότητα της τιμής η οποία παρατηρείται περισσότερο από τις υπόλοιπες απέχει από τη συχνότητα εμφάνισης των υπόλοιπων τιμών. Ακόμα , ισχύουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά όπως το ότι η επικρατούσα τιμή , η διάμεσος και ο μέσος όρος συμπίπτουν , το εύρος των τιμών ισούται περίπου με έξι φορές τη μέση τιμή , το 68.3% των τιμών απέχει το πού κατά sd (τυπική απόκλιση) από τη μέση τιμή και το 99.7% των τιμών βρίσκεται εντός του διαστήματος [$mean - 3 \cdot sd$, $mean + 3 \cdot sd$].

5. Πείραμα

5.1 Επίδραση Μετασχηματισμών σε Χρονοσειρές

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται κατά πόσο συγκεκριμένοι μετασχηματισμοί επί των δεδομένων των χρονοσειρών έχουν τη δυνατότητα να επηρεάσουν την ακρίβεια του μοντέλου πρόβλεψης Θ . Συγκεκριμένα, έχοντας ως έναυσμα τη δημοσίευση του Adrian N. Beaumont (2014) [26], όπου εξετάζονται διάφοροι μετασχηματισμοί και η επίδρασή τους στα μοντέλα πρόβλεψης εκθετικής εξομάλυνσης, εφαρμόστηκε ο μετασχηματισμός λογαρίθμησης στο μοντέλο Θ και ελέγχθηκε η ισχύ κάποιων από των συμπερασμάτων της έρευνας προς βελτιστοποίηση της μεθόδου. Τα πειράματα έγιναν στις μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 αλλά και στις 5008 μηνιαίες χρονοσειρές από τη βάση δεδομένων FRED, σε μία προσπάθεια για επαλήθευση των αποτελεσμάτων και γενίκευση των παραγόμενων πορισμάτων.

5.1.1 Υπάρχουσα Μελέτη : “Data transform with exponential smoothing methods” , Adrian N. Beaumont

Σε δημοσίευση στο περιοδικό “*International Journal of Forecasting*” , ο Adrian N. Beaumont εφαρμόζει μία σειρά μετασχηματισμών σε συνδυασμό με μεθόδους προβλέψεων εκθετικής εξομάλυνσης (ETS) [26] [27] σε μία προσπάθεια βελτίωσης της ακρίβειας των προβλέψεων. Στη δημοσίευση εξετάζονται δύο είδη μετασχηματισμών : αυτοί οι οποίοι εφαρμόζονται άμεσα στα δεδομένα της χρονοσειράς, και αυτοί οι οποίοι εφαρμόζονται έμμεσα στα σφάλματα της πρόβλεψης. Οι διάφοροι μετασχηματισμοί εξετάζονται σε ένα μεγάλο σετ χρονοσειρών από το διαγωνισμό M3 [13], και στα αποτελέσματα εφαρμόζεται ανάλυση διακύμανσης (ANOVA) για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητάς τους. Εξάγεται το πόρισμα ότι, για μηνιαία δεδομένα, η εφαρμογή μεθόδων πρόβλεψης σε μη μετασχηματισμένες χρονοσειρές παράγει σημαντικά χειρότερα αποτέλεσμα σε σχέση με την εφαρμογή τους έπειτα από

μετασχηματισμούς , κάτι το οποίο ισχύει και για ετήσια και τριμηνιαία δεδομένα, με βάση μεθόδους υπολογισμού απόδοσης που βασίζονται σε πιθανοτικές κατανομές.

Σε ένα σημείο της, η δημοσίευση επικεντρώνεται εκτενώς στο μετασχηματισμό των χρονοσειρών μέσω λογαρίθμησης. Συγκεκριμένα αναφέρεται ότι στα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού M3 ο απλός μετασχηματισμός λογαρίθμησης εμφανίζει πολύ καλά αποτελέσματα με όποιο τύπο σφάλματος και αν αξιολογηθεί η ακρίβεια πρόβλεψης. Η καλή απόδοση του μετασχηματισμού αυτού, φαίνεται να οφείλεται στη πολλαπλασιαστική σχέση των συνιστωσών των συγκεκριμένων χρονοσειρών , καθώς όπως αναφέρεται , η λογαρίθμηση μετατρέπει αυτή τη σχέση σε αθροιστική. Για τα μηνιαία δεδομένα , η μέθοδος αυτή είναι σε κάθε περίπτωση στατιστικά καλύτερη ή ίση με όλες τις υπόλοιπες μεθόδους οι οποίες εξετάζονται. Τελικά εξάγεται το συμπέρασμα ότι όσον αφορά χρονοσειρές με μηνιαία δεδομένα και για χρήση μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης, η λογαρίθμηση των δεδομένων βελτιώνει σημαντικά την ακρίβεια της πρόβλεψης.

Επίσης επισημαίνεται ότι στις ετήσιες και τριμηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 η λογαρίθμηση δεν είχε καλά αποτελέσματα, καθώς η μέθοδος πρόβλεψης είχε στατιστικά σημαντική μικρότερη ακρίβεια μετά το μετασχηματισμό, σε σχέση με την ακρίβεια που εμφάνισε μετά από τους υπόλοιπους μετασχηματισμούς που εξετάστηκαν. Το συμπέρασμα αυτό βασίζεται στο ότι τα σετ δεδομένων ετήσιων και τριμηνιαίων δεδομένων έχουν πολύ μικρότερο πλήθος χρονοσειρών με πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ των συνιστωσών τους.

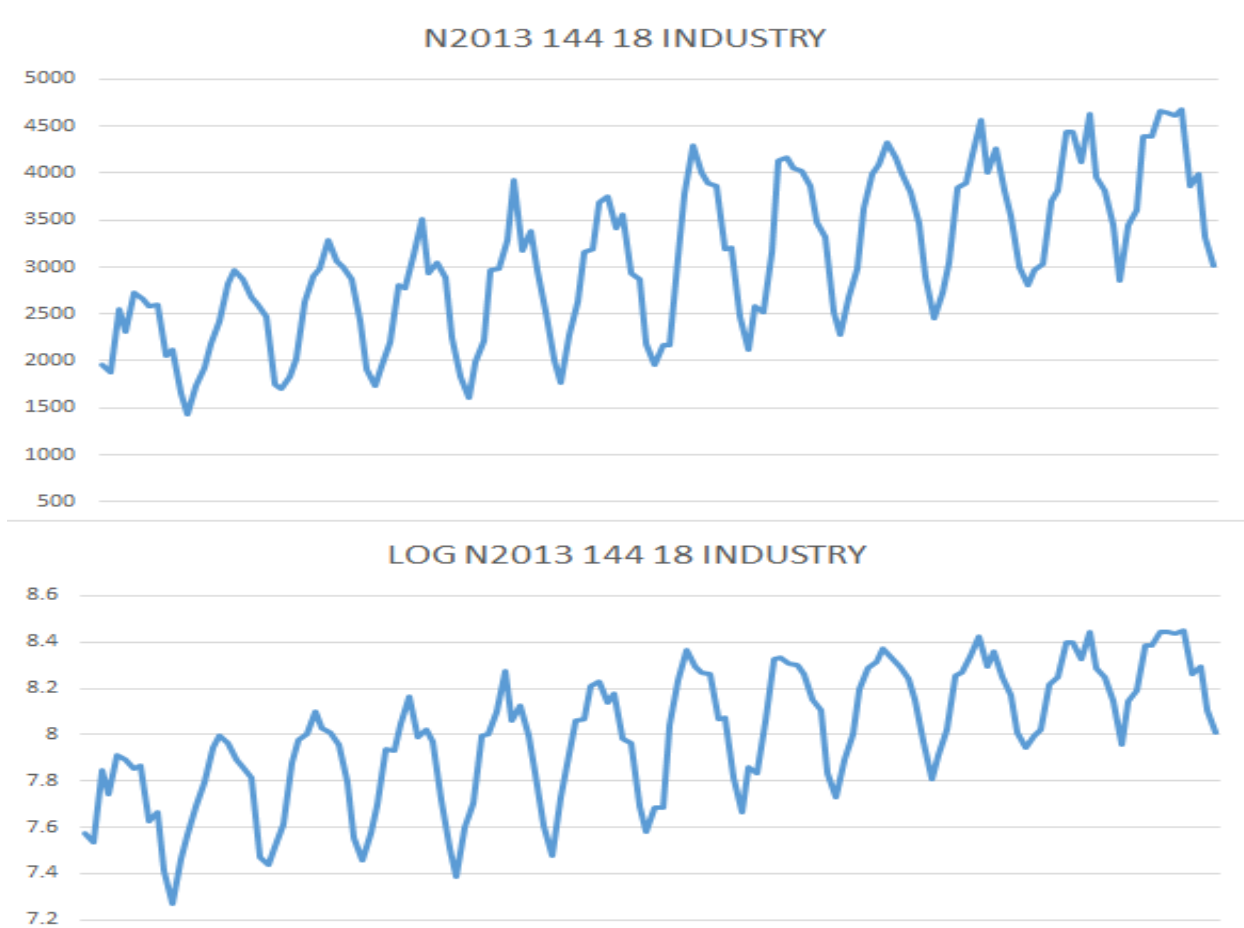
5.1.2 Προβληματισμός Βελτιστοποίησης – Μοντέλο Theta

Από τα αποτελέσματα του διαγωνισμού M3, παρατηρούμε ότι η μέθοδος Theta παρουσιάζει σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους του διαγωνισμού τη μεγαλύτερη ακρίβεια στις 1428 μηνιαίες χρονοσειρές του. Τίθεται λοιπόν το ερώτημα ποιο είναι το χαρακτηριστικό ή το σύνολο χαρακτηριστικών τα οποία όταν εμφανίζονται στις χρονοσειρές οδηγούν τη μέθοδο Theta σε ακριβέστερες προβλέψεις. Το κλασικό μοντέλο Theta το οποίο εξετάζεται , χρησιμοποιεί όπως έχει αναλυθεί προηγουμένως (Κεφ. 2.2) ένα συνδυασμό από δύο γραμμές *Theta*, το

ημιάθροισμα της πρόβλεψης των οποίων παράγει και την τελική πρόβλεψη του μοντέλου. Η πρώτη γραμμή , $Thetaline(0)$, είναι αυτή της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και τονίζει την τάση της χρονοσειράς. Πρόκειται επί της ουσίας για μία ευθεία γραμμή η οποία εκφράζει την γραμμική εξέλιξη του επιπέδου της χρονοσειράς. Δημιουργείται λοιπόν το ερώτημα , με ερέθισμα τη δημοσίευση του Adrian N. Beaumont [26] μήπως η λογαρίθμηση των δεδομένων των μηνιαίων χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 οδηγήσει τη γραμμική παλινδρόμηση σε προσδιορισμό μίας καλύτερης τάσης.

Το σκεπτικό πίσω από αυτήν την υπόθεση είναι ότι η ακρίβεια της $Thetaline(0)$ σε μία χρονοσειρά , επηρεάζεται σημαντικά από τη διακύμανση των παρατηρήσεών της και την εμφάνιση ακραίων τιμών (special events – outliers). Η λογαρίθμηση της χρονοσειράς σε αυτή την περίπτωση αναμένεται να μειώσει τη διακύμανση των τιμών , με αποτέλεσμα να οριστεί μία περισσότερο αντιπροσωπευτική γραμμική παλινδρόμηση. Έτσι , η ακρίβεια πρόβλεψης της τάσης της χρονοσειράς θα βελτιωθεί.

Η βελτιστοποίηση της ακρίβειας της $Thetaline(0)$ αναμένεται να βοηθήσει στη συνέχεια και στον ακριβέστερο προσδιορισμό του επιπέδου της χρονοσειράς, μέγεθος το οποίο τονίζεται μέσω της εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου (SES) επί της $Thetaline(2)$. Καθώς η $Thetaline(2)$ υπολογίζεται όπως φαίνεται από τις εξισώσεις του κεφαλαίου 2.2 μέσω της $Thetaline(0)$, ακριβέστερη γραμμική παλινδρόμηση , συνεπάγεται και ακριβέστερη $Thetaline(2)$, άρα και καλύτερη τελική πρόβλεψη του επιπέδου μέσω της SES.



Εικόνα 5.1.2.1 : Απεικόνιση της ίδιας χρονοσειράς πριν (πάνω) και μετά (κάτω) τη λογαρίθμιση των τιμών της. Παρατηρείται σημαντική μείωση της διακύμανσης, καθώς στο πάνω διάγραμμα παρατηρούμε σε κάθε περίοδο απόκλιση μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης τιμής της τάξης των 1500-2000 μονάδων, ενώ στο κάτω διάγραμμα η αντίστοιχη απόκλιση είναι της τάξης του 0.8-1 μονάδα

Ένας άλλος προβληματισμός δημιουργείται όσον αφορά τη διαφορά στις προβλέψεις της *Thetaline(2)* μέσω SES και των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης τα οποία χρησιμοποιούνται από τον Beaumont. Η διαφορά αυτή έγκειται στο γεγονός ότι τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης τα οποία χρησιμοποιεί ο Beaumont είναι και πολλαπλασιαστικά, ενώ το μοντέλο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης το οποίο χρησιμοποιείται για την εξαγωγή προβλέψεων στο κλασικό μοντέλο Theta είναι αθροιστικό. Τίθεται δηλαδή το ερώτημα εάν το κλασικό μοντέλο Theta το οποίο παράγει προβλέψεις από το συνδυασμό μίας γραμμικής παλινδρόμησης και μίας αθροιστικής εκθετικής εξομάλυνσης, θα δώσει αποτελέσματα μεγαλύτερης ακρίβειας μετά από

τη λογαρίθμηση των δεδομένων , όπως αντίστοιχα παράγουν τα μοντέλα ETS τα οποία χρησιμοποιούνται στη δημοσίευση.

Τέλος, σημειώνουμε ότι η κλασική μέθοδος Theta εφαρμόζει την κλασική μέθοδο αποσύνθεσης για την αποεποχικοποίηση των δεδομένων, δηλαδή το πολλαπλασιαστικό μοντέλο αποεποχικοποίησης . Η διαδικασία αυτή παράγει τους δείκτες εποχιακότητας οι οποίοι πολλαπλασιάζονται με τις τιμές των προβλέψεων επί των αποεποχικοποιημένων δεδομένων της χρονοσειράς, δίνοντας έτσι τις τελικές προβλέψεις. Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η διαδικασία της αποεποχικοποίησης είναι λοιπόν “εξωτερικός” της διαδικασίας προβλέψεων. Έτσι , ότι αλλαγή παρατηρείται στην ακρίβεια των προβλέψεων της μεθόδου Theta , είτε λόγω πολλαπλασιαστικών ή όχι χρονοσειρών , είτε λόγω λογαρίθμησης , είναι ανεξάρτητη του πολλαπλασιαστικού ή όχι χαρακτήρα της διαδικασίας αποεποχικοποίησης και έγκειται στο πώς αντιδρούν οι δύο γραμμές *Theta* στις μεταβολές αυτές. Επομένως , αποφασίστηκε η διεξαγωγή πειραμάτων για τον έλεγχο του εάν και κατά πόσο βελτιώνει η διαδικασία της λογαρίθμησης την εξαγωγή ακριβέστερων προβλέψεων , βάσει του μοντέλου Theta και το σε τι βαθμό αυτό εξαρτάται από το πολλαπλασιαστικό χαρακτήρα των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 ή και σε άλλα ποιοτικά χαρακτηριστικά τους.

5.2 Λογαρίθμηση Χρονοσειρών – Μοντέλο Theta

Ο έλεγχος για το μετασχηματισμό λογαρίθμησης , αρχικά έπρεπε να εξεταστεί σε κάποιες χρονοσειρές , σε συνδυασμό με το μοντέλο Theta , ώστε να γίνει ένας πρώτος έλεγχος για το εάν και κατά πόσο θα επηρεάσει την ακρίβειά του. Στη συνέχεια , διεξάχθηκε μία σειρά πειραμάτων , η οποία σύμφωνα με τα αποτελέσματα του προηγούμενου ελέγχου , καλείται να συνδέσει την επιρροή της διαδικασίας αυτής , με τα διάφορα ποιοτικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών , με σκοπό τη δημιουργία κάποιας συνθήκης για το εάν και πότε η διαδικασία της

λογαρίθμησης των τιμών μίας χρονοσειράς , σε συνδυασμό με το μοντέλο Θ , παράγει ακριβέστερες προβλέψεις.

5.2.1 Περιγραφή διαδικασίας ελέγχου λογαρίθμησης

Βασίζοντας το πείραμα στις 1428 μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 , αρχικά εξετάστηκε το εάν και κατά πόσο η λογαρίθμηση των δεδομένων των χρονοσειρών μεταβάλλει την ακρίβεια των προβλέψεων του κλασσικού μοντέλου Theta. Η διαδικασία η οποία ακολουθήθηκε έγινε μέσω του RStudio και της γλώσσας R [28] και είναι η εξής :

Οι χρονοσειρές μεταφέρονται μέσω ενός αρχείου .csv στην πλατφόρμα RStudio και με κατάλληλους μετασχηματισμούς δημιουργούνται πίνακες οι οποίοι περιέχουν το σύνολο των χρονοσειρών. Στη συνέχεια εκτελείται μία επαναληπτική διαδικασία , η οποία αρχικά “διαβάζει” την κάθε χρονοσειρά και τη χωρίζει σε δύο σύνολα τιμών. Το πρώτο αποτελείται από τις τιμές που θα χρησιμοποιηθούν για προσαρμογή του μοντέλου Θ (*insample*) , και το δεύτερο , έχουμε επιλέξει να αποτελείται από τις τελευταίες 18 μετρήσεις της κάθε χρονοσειράς (*outsample*) , τις οποίες καλούμαστε να προβλέψουμε. Το μήκος του *outsample* συνόλου επιλέχθηκε ώστε να είναι συμβατό με τα δεδομένα του διαγωνισμού M3 , τα αποτελέσματα του οποίου θα χρησιμοποιηθούν αργότερα ώστε να έχουμε ένα μέτρο σύγκρισης της απόδοσης των όποιων μετασχηματισμών.

Στη συνέχεια , όλες οι τιμές της χρονοσειράς (*insample* και *outsample*) λογαριθμίζονται. Δημιουργούνται έτσι δύο νέα σύνολα , ίδιου μήκους με τα προηγούμενα , τα οποία περιέχουν τις λογαριθμισμένες πλέον τιμές της και γίνεται έλεγχος εποχιακότητας , όπως αυτός έχει αναλυθεί στο κεφάλαιο 4.3. Σε περίπτωση που η σειρά κριθεί εποχιακή , εκτελείται η διαδικασία της κλασσικής αποεποχικοποίησης των δεδομένων , και στη συνέχεια , το νέο σύνολο *insample* χρησιμοποιείται για την προσαρμογή των γραμμών $Thetaline(0)$ και $Thetaline(2)$. Συγκεκριμένα , τα δεδομένα χρησιμοποιούνται ώστε να εξαχθεί η εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης ($Thetaline(0)$) η οποία στη συνέχεια χρησιμοποιείται από τις εξισώσεις της Θ με αποτέλεσμα τον υπολογισμό της γραμμής $Thetaline(2)$. Η $Thetaline(0)$ προεκτείνεται κατά 18 χρονικές περιόδους

όπως έχουμε ορίσει από τη δομή του πειράματος αντικαθιστώντας τις αντίστοιχες χρονικές τιμές στην εξίσωση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης η οποία έχει παραχθεί , και η *Thetaline(2)* προεκτείνεται κατά τον ίδιο αριθμό περιόδων με χρήση των εξισώσεων της εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου (SES).

Οι προεκτάσεις των γραμμών 0 και 2 , προστίθενται με ίσα βάρη ώστε να παραχθεί τελικά ένα σύνολο 18 προβλέψεων από τη Θ , το οποίο στη συνέχεια επαναεποχικοποιείται , χρησιμοποιώντας τους εποχιακούς δείκτες που έχουμε εξάγει από τη διαδικασία της αποεποχικοποίησης προηγουμένως. Η κάθε τιμή δηλαδή , πολλαπλασιάζεται με τον αντίστοιχο εποχιακό δείκτη , ο οποίος αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο κάθε φορά μήνα. Στη συνέχεια , αντιστρέφεται η διαδικασία της λογαρίθμησης με χρήση της εκθετικής συνάρτησης για το σύνολο των προβλέψεων της μεθόδου Θ καθώς και των τιμών της χρονοσειράς. Τέλος , οι τιμές αυτές , χρησιμοποιούνται ώστε να συμπληρωθούν οι πίνακες των σφαλμάτων οι οποίοι έχουν οριστεί ούτως ώστε να περιέχουν όλους τους δείκτες σφαλμάτων που έχουν οριστεί στο κεφάλαιο 4.1 για το σύνολο των χρονοσειρών , καθώς και ένας συγκεντρωτικός πίνακας με τους μέσους όρους κάθε δείκτη σφάλματος ο οποίος χρησιμοποιείται για την εξαγωγή συμπεράσματος ως προς τη βελτίωση ή όχι της μεθόδου σε σχέση με αποτελέσματα από το διαγωνισμό M3 αλλά και άλλες μετατροπές.

5.2.2 Αποτελέσματα μεθόδου Theta μετά από Λογαρίθμιση στα Δεδομένα του Διαγωνισμού M3.

Τα αποτελέσματα της μεθόδου Theta μετά από τη λογαρίθμιση των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 έχουν εξαχθεί με τη μορφή πινάκων σφαλμάτων. Για να έχουμε μία ξεκάθαρη εικόνα ως προς το αποτέλεσμα της λογαρίθμησης των χρονοσειρών πριν εφαρμοστεί η μέθοδος Theta παρατίθεται ο ακόλουθος πίνακας με το μέσο όρο από το Συμμετρικό Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (*sMAPE*) , για τις χρονικές περιόδους πρόβλεψης 1 έως 6 , 7 έως 12 , 13 έως 18 και 1 έως 18 (σύνολο προβλέψεων). Οι τιμές των σφαλμάτων της μεθόδου Theta μετά από λογαρίθμιση των χρονοσειρών αντιπαρατίθενται με τις αντίστοιχες χωρίς λογαρίθμιση , και

με τα αποτελέσματα των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης SES , Damped , Holt καθώς και με τη μέθοδο Naïve2 , η οποία χρησιμοποιείται ως *benchmark* :

| Μέθοδος | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-18 | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-6 | Ορίζοντας πρόβλεψης 7-12 | Ορίζοντας πρόβλεψης 13-18 |
|---|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| <i>SES</i> | 14.28 | 12.12 | 13.61 | 17.12 |
| <i>Holt</i> | 18.43 | 12.81 | 15.76 | 26.72 |
| <i>Damped</i> | 14.14 | 11.93 | 13.51 | 16.98 |
| <i>Naive2</i> | 16.76 | 14.81 | 16.21 | 19.27 |
| <i>Theta classic</i> | 13.87 | 11.77 | 13.22 | 16.64 |
| <i>Theta classic με λογαρίθμιση</i> | 13.54 | 11.58 | 12.91 | 16.13 |

Πίνακας 5.2.2.1 : Αποτελέσματα Σφαλμάτων sMAPE (%) για τις μεθόδους SES , Holt , Damped , Theta χωρίς και με λογαρίθμιση και Naïve2

Όπως φαίνεται από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα του πίνακα , το μοντέλο Θ μετά από λογαρίθμιση των χρονοσειρών παρουσιάζει βελτίωση , καθώς ο μέσος όρος του παραπάνω μετρούμενου σφάλματος μεταβλήθηκε από 13.87% σε 13.54%. Σε κάθε περίπτωση βλέπουμε σημαντικά καλύτερη ακρίβεια της Θ σε σύγκριση με τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης , αλλά και με τη Naïve2 η οποία είναι η μέθοδος Naïve όπως έχει περιγραφεί στο κεφάλαιο 3.3.1 με τη μόνη διαφορά , ότι πριν την παραγωγή προβλέψεων οι χρονοσειρές ελέγχονται για εποχιακότητα , και σε περίπτωση που κριθούν εποχιακές αποεποχικοποιούνται. Επιλέχθηκε η χρήση της συγκεκριμένης παραλλαγής της μεθόδου Naïve ως *benchmark* , καθώς αυτή έχει χρησιμοποιηθεί και στο διαγωνισμό M3 , με τον οποίο συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των πειραμάτων.

Από τα αποτελέσματα του πειράματος μπορούμε να εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα :

Αρχικά , η λογαρίθμιση των τιμών των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 πριν την εφαρμογή της μεθόδου Theta προς παραγωγή προβλέψεων βελτιώνει την ακρίβεια του μοντέλου. Επίσης , παρατηρούμε τη μικρότερη βελτίωση , στο χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης 1 – 6. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι πράγματι η λογαρίθμιση των χρονοσειρών οδηγεί σε καλύτερη πρόβλεψη της τάσης , σε ακριβέστερη δηλαδή *Thetaline(0)* καθώς η βελτίωση παρατηρείται κυρίως από το χρονικό ορίζοντα 7 και μετά , όπου ακριβής προσδιορισμός της τάσης επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό την τιμή της τελικής μας πρόβλεψης.

Εξασφαλίζοντας τη θετική επίδραση του λογαρίθμου κατά τη διεξαγωγή προβλέψεων με το μοντέλο Θ , δημιουργήθηκε το ερώτημα εάν η βελτίωση παρατηρείται σε όλες τις χρονοσειρές , ή εάν σε κάποιες μετά τη λογαρίθμιση η μέθοδος Θ παρουσιάζει μεγαλύτερη ακρίβεια ενώ σε κάποιες άλλες μικρότερη από την αντίστοιχη στη μη λογαριθμισμένη. Επίσης , κρίθηκε απαραίτητος ο έλεγχος συσχέτισης μεταξύ των ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών και της ακρίβειας της μεθόδου με και χωρίς τη λογαρίθμιση. Όσον αφορά το πρώτο ερώτημα , συντάχθηκε μία επαναληπτική διαδικασία , η οποία αφού πρώτα εφαρμόζει τη μέθοδο Theta classic (με αποεποχικοποίηση) στο σύνολο των χρονοσειρών και συντάσσει πίνακες με τα σφάλματα της μεθόδου για κάθε χρονοσειρά , στη συνέχεια λογαριθμίζει τις χρονοσειρές και επαναλαμβάνει τη μέθοδο Θ στις πλέον λογαριθμισμένες χρονοσειρές όπως περιεγράφηκε προηγουμένως.

Σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας διεξάγεται έλεγχος για το εάν η μέθοδος είχε μεγαλύτερη ή όχι ακρίβεια με χρήση του δείκτη σφάλματος ο οποίος χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως (sMAPE). Παρατηρήθηκε ότι η μέθοδος Theta είχε μεγαλύτερη ακρίβεια σε 814 από τις 1428 χρονοσειρές όταν αυτές είχαν πρώτα λογαριθμιστεί , και χειρότερη ακρίβεια σε 555. Σε 59 χρονοσειρές η μέθοδος είχε ίδια αποτελέσματα. Αυτό συνέβη καθώς το σφάλμα στρογγυλοποιήθηκε στο δεύτερο δεκαδικό ψηφίο. Σε περίπτωση όπου διατηρηθούν όλα τα δεκαδικά ψηφία των σφαλμάτων , οι αριθμοί των χρονοσειρών γίνονται 849 και 579 αντίστοιχα. Το γεγονός αυτό οδήγησε σε μία προσπάθεια προς διερεύνηση των χαρακτηριστικών των

χρονοσειρών τα οποία οδηγούν τη μέθοδο Θ σε παραγωγή καλύτερων ή όχι προβλέψεων με χρήση της διαδικασίας λογαρίθμησης.

Το κομμάτι κώδικα το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή της μεθόδου *Theta* στην πλατφόρμα RStudio είναι το παρακάτω :

```
w2 = 1/thetaind
w1 = 1 - w2          #weights for different theta lines

ys = insample        #theta method seasonal
xs = c(1:observations_in)
xf = c((observations_in+1):(observations_in+fh))
results <- lm(formula = ys ~ xs)
a = results$coefficients[1]
b = results$coefficients[2]
test = a+b*xs
out = a+b*xf         #linear regression with for outsample with a, b from insample data
thetalinezero = test #linear regression , theta line zero

thetaline2 = thetaind*ys + (1-thetaind)*thetalinezero
epektasi2 = ses(thetaline2, h=fh)

for (i in 1:fh){
  out2[i]=epektasi2$mean[i]
}
for (i in 1:observations_in){
  test2[i]=epektasi2$fitted[i]
}

thetaout = w1*out + w2*out2
thetain = w1*test + w2*test2
```

Ενώ οι μέθοδοι *SES* , *Holt* , *Damped* και *Naïve* κλήθηκαν με τις παρακάτω συναρτήσεις του πακέτου “*forecast*” [29] :

```
ses(x, h=10, level=c(80,95),...)
holt(x, h=10, damped=FALSE, level=c(80,95),...)
naive(x, h=10, level=c(80,95),...)
```

Όπου :

x : Τα αριθμητικά δεδομένα σε μορφή πίνακα στα οποία θέλουμε να εφαρμοστεί η μέθοδος

h : Ο χρονικός ορίζοντας τον οποίο θέλουμε να προβλέψουμε

level : Το επίπεδο εμπιστοσύνης το οποίο έχουμε επιλέξει

damped : TRUE σε περίπτωση όπου θέλουμε να εφαρμοστεί η μέθοδος “*Damped*” και FALSE σε περίπτωση που θέλουμε να εφαρμοστεί η μέθοδος “*Holt*”

5.2.3 Εξέταση Συσχέτισης Σφάλματος sMAPE με Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

Η εξέταση της διαδικασίας η οποία περιεγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο ξεκίνησε ως εξής: Δημιουργήθηκε ένα πείραμα το οποίο έχει ως σκοπό τη διερεύνηση συσχετίσεων μεταξύ όλων των δεικτών σφαλμάτων και όλων των ποιοτικών χαρακτηριστικών τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί. Δημιουργήθηκε έτσι ένα κομμάτι κώδικα , το οποίο εξετάζει και αποθηκεύει τα ποιοτικά χαρακτηριστικά που έχουν επιλεγθεί (κεφάλαιο 4.3) , όλων των χρονοσειρών σε ένα συγκεντρωτικό πίνακα. Μετά τη διεξαγωγή της διαδικασίας πρόβλεψης , με και χωρίς λογαρίθμηση , και την αποθήκευση των παραγόμενων σφαλμάτων , γίνεται ένας έλεγχος συσχέτισης (correlation) μεταξύ των σφαλμάτων και των ποιοτικών χαρακτηριστικών , τα αποτελέσματα του οποίου εξάγονται σε ένα σύνολο πινάκων.

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | X12 |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| seasonal | NO | NO | NO | NO | NO | NO | NO | NO | NO | NO | NO | NO |
| trend | Increasing tre | Increasing tre | Increasing tre | Increasing tre | Increasing tren | Increasing tre | Increasing tre | Increasing tre | Increasing tre | Decreasing tre | Decreasing tre | Decreasing tre |
| tau | 0.016 | 0.018 | 0.444 | 0.498 | 0.408 | 0.175 | 0.207 | 0.064 | 0.178 | 0.051 | 0.017 | 0.017 |
| var | 3803856.980 | 2024839.837 | 3280711.224 | 3674165.551 | 10232244.898 | 1730396.939 | 1782266.327 | 2303090.816 | 1256934.694 | 2218159.184 | 1058268.735 | 2641 |
| sd | 1950.348 | 1422.969 | 1811.273 | 1916.811 | 3198.788 | 1315.446 | 1335.015 | 1517.594 | 1121.131 | 1489.349 | 1028.722 | |
| var/mean | 1053.817 | 1270.607 | 839.271 | 1422.772 | 1743.142 | 797.786 | 599.484 | 819.314 | 393.530 | 481.163 | 339.276 | |
| sd/mean | 0.540 | 0.893 | 0.463 | 0.742 | 0.545 | 0.606 | 0.449 | 0.540 | 0.351 | 0.323 | 0.330 | |
| median-min | 2580.000 | 1080.000 | 3300.000 | 1850.000 | 4550.000 | 1800.000 | 2325.000 | 2400.000 | 2190.000 | 3290.000 | 1950.000 | |
| median-25% | 780.000 | 480.000 | 1500.000 | 690.000 | 1850.000 | 600.000 | 525.000 | 600.000 | 570.000 | 1210.000 | 1030.000 | |
| 75%-median | 1500.000 | 840.000 | 1080.000 | 1450.000 | 2350.000 | 900.000 | 975.000 | 750.000 | 890.000 | 670.000 | 430.000 | |
| max-median | 3660.000 | 2760.000 | 4740.000 | 3970.000 | 6900.000 | 2550.000 | 2775.000 | 2700.000 | 2090.000 | 2810.000 | 2370.000 | 1 |
| max-min | 6240.000 | 3840.000 | 8040.000 | 5820.000 | 11450.000 | 4350.000 | 5100.000 | 5100.000 | 4280.000 | 6100.000 | 4320.000 | 1 |
| 75%-25% | 2280.000 | 1320.000 | 2580.000 | 2140.000 | 4200.000 | 1500.000 | 1500.000 | 1350.000 | 1460.000 | 1880.000 | 1460.000 | |
| median-min / median | 0.843 | 0.900 | 0.821 | 0.911 | 0.883 | 0.923 | 0.838 | 0.941 | 0.709 | 0.690 | 0.607 | |
| median-25% / median | 0.255 | 0.400 | 0.373 | 0.340 | 0.359 | 0.308 | 0.189 | 0.235 | 0.184 | 0.254 | 0.321 | |
| 75%-median / median | 0.490 | 0.700 | 0.269 | 0.714 | 0.456 | 0.462 | 0.351 | 0.294 | 0.288 | 0.140 | 0.134 | |
| max-median / median | 1.196 | 2.300 | 1.179 | 1.956 | 1.340 | 1.308 | 1.000 | 1.059 | 0.676 | 0.589 | 0.738 | |
| max-min / median | 2.039 | 3.200 | 2.000 | 2.867 | 2.223 | 2.231 | 1.838 | 2.000 | 1.385 | 1.279 | 1.346 | |
| 75%-25% / median | 0.745 | 1.100 | 0.642 | 1.054 | 0.816 | 0.769 | 0.541 | 0.529 | 0.472 | 0.394 | 0.455 | |
| num of outliers/num of insample observations | 0.060 | 0.060 | 0.000 | 0.060 | 0.000 | 0.040 | 0.040 | 0.060 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | |
| shapiro p-value | 0.000 | 0.000 | 0.427 | 0.001 | 0.004 | 0.003 | 0.007 | 0.002 | 0.815 | 0.941 | 0.071 | |

Εικόνα 5.2.3.1 : Τμήμα Πίνακα Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των Χρονοσειρών

Ο έλεγχος για συσχέτιση πραγματοποιείται μέσω της συνάρτησης “*cor()*” [30] του πακέτου “*stats*” της πλατφόρμας RStudio. Η συνάρτηση αυτή , δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει μεταξύ των τεστ *Kendall* [20] [21] , *Pearson* [31] [32] και *Spearman* [33] για να ελέγξει τη συσχέτιση μεταξύ δύο μεγεθών , με προεπιλογή το τεστ *Pearson*. Το τεστ αυτό , ελέγχει τη γραμμική συσχέτιση μεταξύ δύο μεγεθών , παράγοντας ως αποτέλεσμα μία τιμή ρ στο διάστημα $[-1, 1]$. Η λογική πίσω από τα συμπεράσματα που εξάγονται είναι ίδια με το τεστ *Kendall* το οποίο έχει περιγραφεί στο κεφάλαιο 4.2.

Η συνάρτηση όπως περιγράφεται στο πακέτο είναι η εξής :

```
cor(x, y = NULL, use = "everything",
    method = c("pearson", "kendall", "spearman"))
```

Όπου :

x : ένας πίνακας ανεξαρτήτου διαστάσεων ή ένα *data frame* με αριθμητικές τιμές.

y : ένας πίνακας ή *data frame* συμβατών διαστάσεων με το x (σε περίπτωση που δεν οριστεί η προεπιλογή είναι $y=x$)

use : μία σειρά χαρακτήρων (με επιλογές “*all.obs*” , “*everything*” , “*complete.obs*” , “*na.or.complete*” , “*pairwise.complete.obs*”) που καθορίζει τις ενέργειες που πρόκειται να ακολουθηθούν σε περίπτωση όπου υπάρχουν κενά κελιά στους πίνακες (*missing values*)

method : το στατιστικό τεστ με το οποίο θα παραχθούν οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης με προεπιλογή το τεστ *Pearson*. Άλλες επιλογές όπως είναι τα τεστ *Kendall* και *Spearman*.

Από τα σφάλματα τα οποία ελέγχθηκαν (*GMRAE*, *MASE* , *sMAPE* , *MAPE* , *MPE* , *MAE* , *RMSE* , *ME*) ο μεγαλύτερος αριθμός στατιστικά σημαντικών συσχετίσεων παρατηρήθηκε στα *sMAPE* , *MAE* και *RMSE*. Επιλέχθηκε περεταίρω έλεγχος στις συσχετίσεις ποιοτικών χαρακτηριστικών – *sMAPE* καθώς ο δείκτης αυτός είναι ο μόνος από τους τρεις ο οποίος είναι ποσοστιαίος , επομένως δίνεται η δυνατότητα για εξαγωγή αποτελεσμάτων μέσω διερεύνησης τα οποία μπορούν στη συνέχεια να εφαρμοστούν στο σύνολο των χρονοσειρών , καθώς δεν θα επηρεάζονται από το επίπεδο των τιμών της κάθε χρονοσειράς.

| Χαρακτηριστικά | Χωρίς Λογαρίθμηση | | | | Χαρακτηριστικά | Με Λογαρίθμηση | | | |
|-----------------------------|---------------------|----------|-----------|----------|--------------------------|---------------------|----------|-----------|----------|
| | Ορίζοντας Πρόβλεψης | | | | | Ορίζοντας Πρόβλεψης | | | |
| | 1 έως 6 | 7 έως 12 | 13 έως 18 | 1 έως 18 | | 1 έως 6 | 7 έως 12 | 13 έως 18 | 1 έως 18 |
| 1 seasonal | -0.231 | -0.244 | -0.275 | -0.274 | seasonal | -0.212 | -0.229 | -0.274 | -0.261 |
| 2 trend | -0.282 | -0.195 | -0.240 | -0.258 | trend | -0.275 | -0.184 | -0.222 | -0.244 |
| 3 tau | -0.353 | -0.295 | -0.252 | -0.320 | tau | -0.365 | -0.331 | -0.297 | -0.355 |
| 4 var/mean | 0.496 | 0.501 | 0.424 | 0.509 | var/mean | 0.481 | 0.475 | 0.415 | 0.491 |
| 5 sd/mean | 0.716 | 0.656 | 0.626 | 0.718 | sd/mean | 0.712 | 0.662 | 0.628 | 0.719 |
| 6 median-min / median | 0.694 | 0.626 | 0.599 | 0.689 | median-min / median | 0.707 | 0.652 | 0.629 | 0.714 |
| 7 median-25% / median | 0.591 | 0.584 | 0.570 | 0.630 | median-25% / median | 0.583 | 0.569 | 0.545 | 0.610 |
| 8 75%-median / median | 0.533 | 0.523 | 0.492 | 0.557 | 75%-median / median | 0.529 | 0.511 | 0.465 | 0.540 |
| 9 max-median / median | 0.649 | 0.620 | 0.584 | 0.667 | max-median / median | 0.646 | 0.610 | 0.568 | 0.654 |
| 10 max-min / median | 0.705 | 0.662 | 0.627 | 0.717 | max-min / median | 0.706 | 0.662 | 0.623 | 0.715 |
| 11 75%-25% / median | 0.603 | 0.593 | 0.566 | 0.635 | 75%-25% / median | 0.597 | 0.579 | 0.537 | 0.615 |
| 12 num of outliers/num of i | 0.236 | 0.196 | 0.191 | 0.223 | num of outliers/num of i | 0.246 | 0.218 | 0.227 | 0.249 |
| 13 shapiro p-value | 0.078 | 0.031 | 0.031 | 0.048 | shapiro p-value | 0.081 | 0.038 | 0.045 | 0.058 |
| 14 mean | -0.238 | -0.178 | -0.212 | -0.226 | mean | -0.245 | -0.209 | -0.234 | -0.248 |
| 15 median | -0.318 | -0.260 | -0.280 | -0.309 | median | -0.326 | -0.289 | -0.301 | -0.330 |
| 16 var | 0.321 | 0.366 | 0.267 | 0.341 | var | 0.320 | 0.341 | 0.268 | 0.332 |
| 17 sd | 0.539 | 0.556 | 0.489 | 0.570 | sd | 0.531 | 0.532 | 0.476 | 0.552 |
| 18 median-min | 0.358 | 0.438 | 0.405 | 0.436 | median-min | 0.337 | 0.382 | 0.351 | 0.386 |
| 19 median-25% | 0.408 | 0.415 | 0.376 | 0.432 | median-25% | 0.412 | 0.408 | 0.379 | 0.431 |
| 20 75%-median | 0.420 | 0.473 | 0.416 | 0.472 | 75%-median | 0.414 | 0.437 | 0.381 | 0.442 |
| 21 max-median | 0.544 | 0.599 | 0.539 | 0.607 | max-median | 0.533 | 0.552 | 0.500 | 0.570 |

Πίνακας 5.2.3.2 : Συσχέτιση ποιοτικών χαρακτηριστικών με σφάλμα sMAPE για διάφορους ορίζοντες πρόβλεψης και για χρονοσειρές προ και μετά λογαρίθμησης.

Το τεστ συσχέτισης παράγει μία αριθμητική τιμή του συντελεστή συσχέτισης r μέσω του τεστ *Pearson* [31]. Ο συντελεστής συσχέτισης r λαμβάνει τιμές από το διάστημα $[-1, 1]$. Όσο πιο κοντά στις ακραίες τιμές του διαστήματος, τόσο μεγαλύτερη συσχέτιση έχουν οι δύο μεταβλητές. Εάν η τιμή είναι κοντά στο 0, αυτό συνεπάγεται μηδενική συσχέτιση μεταξύ δύο μεταβλητών. Θετική τιμή συνεπάγεται ότι αύξηση στη τιμή της μίας μεταβλητής, θα σημαίνει και αύξηση στη τιμή της άλλης. Αρνητική τιμή συνεπάγεται αντίστροφη συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Στον παραπάνω πίνακα, οι στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις είναι χρωματισμένες ανάλογα με το βαθμό συσχέτισης. Οι τιμές στο διάστημα $[0.5, 0.6)$ είναι με αποχρώσεις του μπλε, οι τιμές του διαστήματος $[0.6, 0.7)$ με πορτοκαλί και τέλος από 0.7 και μεγαλύτερες είναι με αποχρώσεις του κόκκινου. Επιλέχθηκαν αυτές οι τιμές ως αξιοσημείωτες λόγω των περισσότερων στατιστικών μελετών οι οποίες θεωρούν σημαντικές τις συσχετίσεις με απόλυτη τιμή συντελεστή συσχέτισης μεγαλύτερης του 0.5 αλλά και λόγω του εξής :

Ο συντελεστής συσχέτισης υψωμένος στο τετράγωνο (r^2), δίνει το ποσοστό της διακύμανσης της μίας μεταβλητής το οποίο είναι συσχετισμένο με τη διακύμανση της δεύτερης. Ένας συντελεστής συσχέτισης δηλαδή ίσος με 0.5, θα σημαίνει ότι 25% της διακύμανσης των δεδομένων της πρώτης μεταβλητής (ποιοτικών χαρακτηριστικών) είναι συσχετισμένο με τη διακύμανση της δεύτερης (δείκτης sMAPE), μέγεθος το οποίο θέλαμε να λάβουμε υπόψη στη διεξαγωγή της ανάλυσης. Καθώς τα ποιοτικά χαρακτηριστικά θα χρησιμοποιηθούν ως βάση στο πρόβλημα βελτιστοποίησης της μεθόδου Θ , θεωρήθηκε ότι μεγέθη στα οποία η διακύμανση συμφωνεί σε ποσοστό μικρότερο του 25% με τη διακύμανση του σφάλματος προς εξέταση δεν θα μπορέσουν να συμβάλλουν σημαντικά στη βελτιστοποίηση, σε αρχικό τουλάχιστον στάδιο.

Σε κάθε περίπτωση, το τεστ το οποίο χρησιμοποιείται εξετάζει γραμμικές συσχετίσεις μεταξύ δεδομένων. Μία τιμή επομένως του συντελεστή συσχέτισης πολύ κοντά στο μηδέν παράγει το συμπέρασμα ότι τα προς εξέταση μεγέθη δεν έχουν γραμμική συσχέτιση.

Παρατηρήθηκε αρχικά ότι η λογαρίθμιση των χρονοσειρών έχει σε κάποιες καλύτερα αποτελέσματα μετά από πρόβλεψή τους μέσω της μεθόδου Θ ενώ σε κάποιες άλλες χειρότερα, ενώ ο δείκτης σφάλματος ο οποίος χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο στο διαγωνισμό M3 αλλά και στο δικό μας πείραμα (sMAPE%) παρουσιάζει σημαντικές συσχετίσεις με κάποια ποιοτικά χαρακτηριστικά, και στις λογαριθμισμένες αλλά και στις μη. Έγινε λοιπόν μία προσπάθεια ώστε αρχικά να επιλεγθεί μία τιμή ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού ως κατώφλι, πάνω από την οποία η χρονοσειρά θα λογαριθμίζεται με στόχο τη βελτιστοποίηση της μετέπειτα πρόβλεψης της μεθόδου Θ .

Χρήση Κατωφλίου ως Κριτήριο Λογαρίθμισης

Ο τελικός στόχος της διεξαγωγής αυτών των πειραμάτων είναι να δοθεί η δυνατότητα σε κάποιον ο οποίος θέλει να προβλέψει μελλοντικές τιμές χρονοσειρών χρησιμοποιώντας την ήδη καλή σε ακρίβεια μέθοδο Theta να γνωρίζει προτού διεξάγει τις προβλέψεις και έχει στα χέρια του τις πραγματικές τιμές της χρονοσειράς , εάν θα πετύχει μεγαλύτερη ακρίβεια , λογαριθμίζοντάς την. Για το σκοπό αυτό , ακολουθήθηκαν τα παρακάτω βήματα :

5.2.4 Επιλογή Χαρακτηριστικών – Δείκτης απόδοσης

Παρατηρώντας ότι ο συντελεστής συσχέτισης είναι πάντα θετικός στα τεστ τα οποία προηγήθηκαν , κάτι που σημαίνει αύξηση του σφάλματος sMAPE με αύξηση ενός από τα εξεταζόμενα ποιοτικά χαρακτηριστικά (σε περίπτωση που είναι συσχετισμένα) , σε συνδυασμό με τη λογική της διαδικασίας της λογαρίθμισης αποφασίστηκε όπως προαναφέρθηκε η εύρεση κατωφλίου , πάνω από το οποίο η χρονοσειρά θα λογαριθμίζεται. Τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία εξετάστηκαν ήταν αυτά τα οποία παρουσίασαν τους μεγαλύτερους συντελεστές συσχέτισης (*r-value*) , από το προηγούμενο πείραμα. Αυτά είναι τα εξής (με σειρά μειούμενης συσχέτισης) :

- ✚ sd/mean : Το πηλίκο της τυπικής απόκλισης με το μέσο όρο των τιμών , με συντελεστή συσχέτισης με το δείκτη σφάλματος sMAPE $r = 0.716$ (μέσος όρος του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ sd/mean και sMAPE των χρονοσειρών πριν τη λογαρίθμιση και του ίδιου συντελεστή μετά τη λογαρίθμιση).
- ✚ (max-min) / median : Το πηλίκο της διαφοράς της μέγιστης από την ελάχιστη τιμή και της διάμεσου των δεδομένων της χρονοσειράς με $r = 0.716$
- ✚ (max-median) / median : Το πηλίκο της διαφοράς της μέγιστης τιμής από τη διάμεσο των δεδομένων και της διαμέσου με $r = 0.660$

✚ (median-min) / median : Το ηλίκο της διαφοράς της διαμέσου από την ελάχιστη τιμή και της διαμέσου των δεδομένων με $r = 0.650$

Ο αρχικός στόχος της επιλογής μίας τιμής ως κατώφλι λογαρίθμισης , είναι στο συγκεκριμένο σετ χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 , να μπορέσουμε να αναγνωρίσουμε εξ αρχής , τις 555 χρονοσειρές στις οποίες η Θ είχε χειρότερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμιση , και τις 814 χρονοσειρές στις οποίες η Θ είχε καλύτερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμιση (Κεφ. 2.2). Για να είναι δυνατή η σύγκριση μεταξύ των κατωφλίων από τα διαφορετικά ποιοτικά χαρακτηριστικά που χρησιμοποιούμε , εισήγαμε ένα δείκτη απόδοσης , δ , ο οποίος ορίστηκε με σκοπό να καλύψει ακριβώς αυτό ως εξής :

$$\delta = \frac{\frac{x}{X_{max}} + \frac{y}{Y_{max}}}{2} \cdot 100\%$$

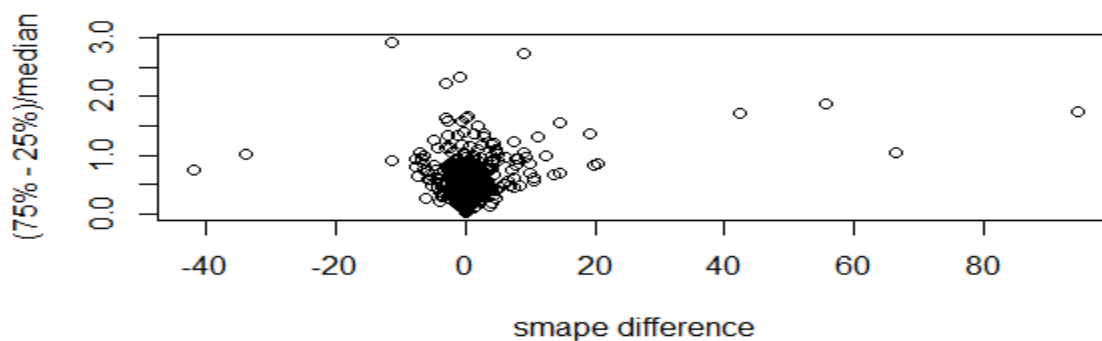
Όπου x ο αριθμός των χρονοσειρών στις οποίες προβλέψαμε επιτυχώς ότι η Θ θα έχει μεγαλύτερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμιση , και y ο αριθμός των χρονοσειρών στις οποίες προβλέψαμε επιτυχώς ότι η Θ θα έχει χειρότερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμιση. Ως X_{max} ορίζουμε το πλήθος των χρονοσειρών στις οποίες η μέθοδος Θ παρουσίασε αύξηση της ακρίβειας πρόβλεψης , μετά τη λογαρίθμιση της χρονοσειράς και Y_{max} το πλήθος των χρονοσειρών οι οποίες μετά τη λογαρίθμισή τους μειώνουν την ακρίβεια πρόβλεψης. Επομένως , ο δείκτης δ εκφράζει συνδυαστικά το ποσοστό των χρονοσειρών για τις οποίες αποφανθήκαμε επιτυχώς ότι μετά τη λογαρίθμιση θα έχει η Θ καλύτερο αποτέλεσμα συν το ποσοστό των χρονοσειρών για τις οποίες αποφανθήκαμε επιτυχώς ότι μετά τη λογαρίθμιση η Θ θα έχει μεγαλύτερο σφάλμα πρόβλεψης.

5.2.5 Μεθοδολογία Πειράματος

Έχοντας επιλέξει το δείκτη απόδοσης και τα ποιοτικά χαρακτηριστικά με τις σημαντικότερες συσχετίσεις με τους δείκτες σφαλμάτων και μεταγενέστερα με το δείκτη sMAPE , η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε ώστε να “στηθεί” το πείραμα ήταν η εξής :

Μέσω της γλώσσας R και της πλατφόρμας RStudio , συντάχθηκε ένα κομμάτι κώδικα το οποίο αποθηκεύει για κάθε χρονοσειρά τη μεταβολή του σφάλματος sMAPE της μεθόδου Θ , πριν και μετά τη λογαρίθμηση σαν διαφορά **sMAPE προ λογαρίθμησης – sMAPE μετά**. Για κάθε ποιοτικό χαρακτηριστικό από τα επιλεγθέντα , γίνεται μία γραφική παράσταση , όπου οι τιμές του παραπάνω μεγέθους , συνδέονται για κάθε χρονοσειρά με την τιμή του ποιοτικού χαρακτηριστικού της. Η κάθε χρονοσειρά λοιπόν , αναπαρίσταται με ένα σημείο σ ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων δύο αξόνων , όπου η τετμημένη x καθορίζεται από τη διαφορά sMAPE(%) της μεθόδου Θ πριν και μετά τη λογαρίθμηση της χρονοσειράς και η τετμημένη y καθορίζεται από την αριθμητική τιμή του εκάστοτε ποιοτικού χαρακτηριστικού.

Μετά τη διαδικασία αυτή , προκύπτουν πέντε διαγράμματα , ένα για κάθε ποιοτικό χαρακτηριστικό

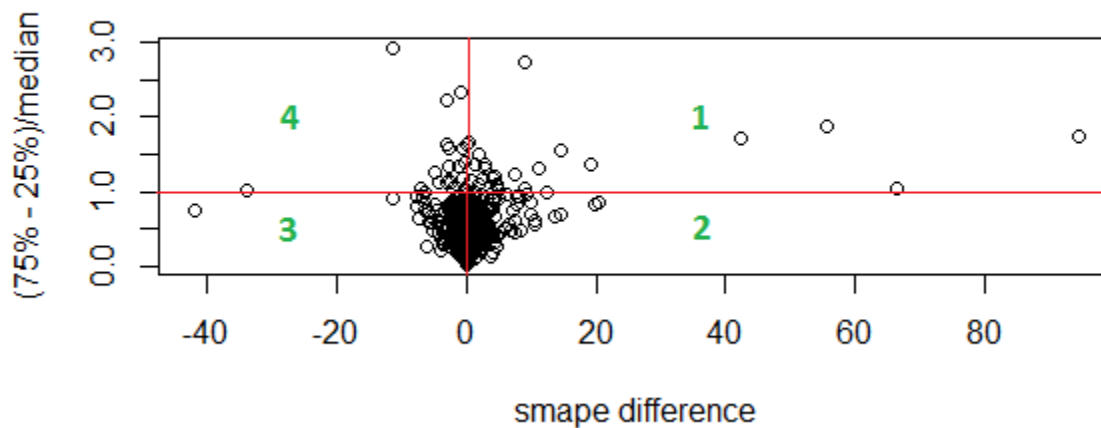


Εικόνα 5.2.5.1 : Γραφική απεικόνιση του ποιοτικού χαρακτηριστικού $(75\% - 25\%) / median$ και της διαφοράς του σφάλματος sMAPE της μεθόδου Θ πριν και μετά τη λογαρίθμηση για όλες τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3

Στη συνέχεια συντάχθηκε μία επαναληπτική διαδικασία η οποία λειτουργεί ως εξής :

Ξεκινώντας από τιμή πολύ κοντά στο μηδέν του άξονα y (ποιοτικό χαρακτηριστικό) και με βήμα 0.0001 , για κάθε τιμή του άξονα y χαράζεται η ευθεία $y = x$.

Η ευθεία αυτή σε συνδυασμό με τον άξονα y χωρίζει το παραπάνω διάγραμμα σε τέσσερις περιοχές :



Εικόνα 5.2.5.2 : Στιγμιότυπο της επαναληπτικής διαδικασίας του πειράματος για την τιμή $y = 1$. Οι αριθμοί σε πράσινο σηματοδοτούν τις τέσσερις περιοχές στις οποίες έχει χωριστεί το διάγραμμα.

- ✚ **Περιοχή 1** : Το σύνολο των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 οι οποίες έχουν τιμή του ποιοτικού χαρακτηριστικού μεγαλύτερη αυτής που ορίζεται από το επίπεδο της επαναληπτικής διαδικασίας σε κάθε βήμα (στο παράδειγμα της εικόνας $(75\% - 25\%) / \text{median} > 1$), και η διαφορά του δείκτη σφάλματος sMAPE της πρόβλεψης της μεθόδου Θ πριν και μετά τη λογαρίθμηση είναι θετική.

- ✚ **Περιοχή 2** : Το σύνολο των χρονοσειρών οι οποίες έχουν τιμή ποιοτικού χαρακτηριστικού μικρότερη αυτής που ορίζει η επαναληπτική διαδικασία και διαφορά των δεικτών σφάλματος sMAPE θετική
- ✚ **Περιοχή 3** : Το σύνολο των χρονοσειρών οι οποίες έχουν τιμή ποιοτικού χαρακτηριστικού μικρότερη της τιμής του ορισμένου επιπέδου και διαφορά των δεικτών sMAPE αρνητική
- ✚ **Περιοχή 4** : Το σύνολο των χρονοσειρών οι οποίες έχουν τιμή ποιοτικού χαρακτηριστικού μεγαλύτερη του ορισμένου σε κάθε βήμα επιπέδου , και διαφορά sMAPE αρνητική.

Οι παραπάνω περιοχές ουσιαστικά μας δείχνουν τις χρονοσειρές τις οποίες σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας του πειράματος θέλουμε να κριθούν κατάλληλες προς λογαρίθμηση και αυτές τις οποίες δεν θέλουμε να λογαριθμιστούν. Από τον τρόπο τον οποίο δομήθηκε η επαναληπτική διαδικασία φαίνεται ότι οι χρονοσειρές στις οποίες η μέθοδος Θ είχε καλύτερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμηση βρίσκονται δεξιά του άξονα y (έχουν θετική τετμημένη x), ενώ αυτές στις οποίες η μέθοδος είχε χειρότερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμηση , βρίσκονται αριστερά του άξονα y (έχουν αρνητική τετμημένη x).

Σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας , ελέγχεται το άθροισμα του αριθμού των χρονοσειρών οι οποίες βρίσκονται στην περιοχή 1 και 3, σε σχέση με το άθροισμα του αριθμού των χρονοσειρών οι οποίες βρίσκονται στις περιοχές 2 και 4. Η συνθήκη τερματισμού της επαναληπτικής διαδικασίας είναι ο αριθμός των χρονοσειρών στις περιοχές 1 και 3 αθροιστικά , να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των χρονοσειρών στις περιοχές 2 και 4 :

$$n_{\text{Περιοχών } 1+3} > n_{\text{Περιοχών } 2+4}$$

Αυτό συμβαίνει για τον εξής λόγο : Ξεκινώντας την επαναληπτική διαδικασία για την τιμή οποιουδήποτε ποιοτικού χαρακτηριστικού ίση με μηδέν , ο έλεγχος γίνεται ουσιαστικά για το εάν ο αριθμός των χρονοσειρών στις οποίες η Θ έχει μεγαλύτερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμηση είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των χρονοσειρών στις οποίες συμβαίνει το αντίθετο. Οι

περιοχές δηλαδή 2 και 3 περιέχουν μηδενικό αριθμό χρονοσειρών , καθώς όλα τα ποιοτικά χαρακτηριστικά είναι θετικά. Καθώς στις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 γνωρίζουμε από προηγούμενα πειράματα ότι οι χρονοσειρές στις οποίες η Θ λειτουργεί καλύτερα μετά τη λογαρίθμηση είναι περισσότερες από αυτές στις οποίες έχει χειρότερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμηση (814 και 555 αντίστοιχα) , το πείραμα ξεκινάει με μία τιμή κάθε φορά με κριτήριο να είναι όσο το δυνατόν κοντά στο 0 ώστε να ελεγχθεί το μεγαλύτερο δυνατό σύνολο των τιμών των ποιοτικών χαρακτηριστικών αλλά και αρκετά μακριά ώστε η επαναληπτική διαδικασία να ξεκινήσει. Σε περίπτωση όπου επιλεγόταν τιμή ίση με το 0 , η επαναληπτική διαδικασία δεν θα ξεκινούσε ποτέ , καθώς ο έλεγχος τερματισμού της θα γινόταν αληθής με την πρώτη επανάληψη.

Συνεχίζοντας , με βήμα 0.0001 , ελέγχεται πλέον ο αριθμός των χρονοσειρών στις οποίες υπήρχε βελτίωση μετά τη λογαρίθμηση και έχουν τιμή χαρακτηριστικού μεγαλύτερη του ορισμένου κάθε φορά επιπέδου (Περιοχή 1) αθροιστικά με τον αριθμό των χρονοσειρών στις οποίες δεν υπήρχε βελτίωση και έχουν τιμή χαρακτηριστικού μικρότερη του επιπέδου (Περιοχή 3) έστω n_a , σε σχέση με το άθροισμα του αριθμού των χρονοσειρών στις οποίες υπήρξε βελτίωση μετά τη λογαρίθμηση και έχουν τιμή χαρακτηριστικού γ μικρότερη του επιπέδου και αυτών στις οποίες δεν υπήρχε βελτίωση , και έχουν τιμή χαρακτηριστικού μεγαλύτερη του επιπέδου , έστω n_b .

Καθώς ο στόχος είναι η επιλογή ενός κατωφλίου πάνω από το οποίο η χρονοσειρά θα λογαριθμίζεται , θα πρέπει για το κατώφλι αυτό , το n_a να είναι μεγαλύτερο του n_b . Έτσι , όταν λογαριθμίσουμε τις χρονοσειρές με τιμή ποιοτικού χαρακτηριστικού μεγαλύτερης του κατωφλίου , ο αριθμός των χρονοσειρών που θα λογαριθμιστούν επιτυχώς συν τον αριθμό των χρονοσειρών οι οποίες δεν θα λογαριθμιστούν επιτυχώς θα είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό αυτών που θα έπρεπε να λογαριθμιστούν αλλά δεν λογαριθμίζονται συν αυτών που δεν θα έπρεπε να λογαριθμιστούν και λογαριθμίζονται ($n_a > n_b$).

Για να διασφαλιστεί ότι το κατώφλι το οποίο επιλέγεται είναι τέτοιο ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη $n_a > n_b$ βέλτιστα , η επαναληπτική διαδικασία γίνεται για τιμές του άξονα γ και από τη μέγιστη τιμή μέχρι το 0 με βήμα -0.0001 . Με τον τρόπο αυτό διασφαλίζεται ότι η τιμή που

επιλέγεται είναι η βέλτιστη , καθώς έχουμε επιλέξει να ολοκληρώνεται η επαναληπτική διαδικασία με τρόπο ώστε να αποφεύγουμε περιπτώσεις όπου η τιμή αυτή να ικανοποιεί τη συνθήκη τερματισμού αλλά να μην είναι η βέλτιστη λύση ($\gamma = 0$).

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συγκεντρωτικά για το κάθε ποιοτικό χαρακτηριστικό ο δείκτης απόδοσης δ (επί μέρους αποδόσεις και συνολικά) καθώς και το κατώφλι μετά το πείραμα :

| Χαρακτηριστικό | x (Xmax = 814) | y (Ymax = 555) | Δείκτης απόδοσης δ (%) | Τιμή κατώφλιου |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|---------------------------|
| $\frac{sd}{mean}$ | 529 | 159 | 46.82 | 0.14 |
| $\frac{median - min}{median}$ | 537 | 142 | 45.78 | 0.25 |
| $\frac{max - median}{median}$ | 487 | 200 | 47.93 | 0.30 |
| $\frac{max - min}{median}$ | 530 | 159 | 46.88 | 0.54 |
| $\frac{75\% - 25\%}{median}$ | 525 | 174 | 47.92 | 0.20 |

Πίνακας 5.2.5.1 : Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών , Δείκτες Απόδοσης και Κατώφλια Λογαρίθμησης.

5.2.6 Εφαρμογή Κατωφλίων Λογαρίθμησης στα Δεδομένα του διαγωνισμού M3

Με το τέλος του παραπάνω πειράματος , καταλήγουμε σε πέντε τιμές – κατώφλια για τα πέντε επιλεχθέντα χαρακτηριστικά. Στη συνέχεια , και για τα δεδομένα του διαγωνισμού M3 , για τον οποίο έχουμε ήδη αποτελέσματα της μεθόδου Theta με και χωρίς λογαρίθμηση των χρονοσειρών , τρέχουμε τη διαδικασία διεξαγωγής προβλέψεων μέσω της μεθόδου Θ για όλες τις χρονοσειρές του διαγωνισμού πέντε φορές ως εξής :

Επιλέγεται ένα από τα πέντε ποιοτικά χαρακτηριστικά , και στη συνέχεια κατά την επαναληπτική διαδικασία της επιλογής χρονοσειράς , έλεγχο για εποχιακότητα , αποεποχικοποίηση , διεξαγωγή πρόβλεψης , εποχικοποίηση και υπολογισμό σφαλμάτων , εισάγεται άλλο ένα βήμα. Πριν τον έλεγχο εποχιακότητας , ελέγχεται εάν η τιμή του συγκεκριμένου ποιοτικού χαρακτηριστικού είναι μεγαλύτερη από το κατώφλι το οποίο έχουμε προηγουμένως επιλέξει. Εάν είναι , τότε η χρονοσειρά λογαριθμίζεται , ακολουθούνται όλα τα παραπάνω βήματα με την ίδια σειρά , και πριν τη διαδικασία εξαγωγής σφαλμάτων η λογαρίθμηση αντιστρέφεται μέσω της αντίστροφης συνάρτησης e^x (κάθε τιμή της χρονοσειράς αντικαθίσταται στη μεταβλητή x και το αποτέλεσμα της πράξης e^x είναι η νέα τιμή , ίδια με την αρχική τιμή της χρονοσειράς πριν τη λογαρίθμηση).

Τέλος , συγκεντρώνονται τα νέα σφάλματα της μεθόδου Θ , ώστε να υπάρξει σύγκριση με την ακρίβεια με και χωρίς λογαρίθμηση του συνόλου των χρονοσειρών του M3.

Τα σφάλματα sMAPE % παρουσιάζονται συνοπτικά στο παρακάτω πίνακα :

| Μέθοδος | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-18 | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-6 | Ορίζοντας πρόβλεψης 7-12 | Ορίζοντας πρόβλεψης 13-18 | Αριθμός Λογαριθμισμένων Σειρών |
|---|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---|
| <i>Theta classic</i> | 13.87 | 11.77 | 13.22 | 16.64 | 0 |
| <i>Theta με log</i> | 13.54 | 11.58 | 12.91 | 16.13 | 1428 |
| <i>Log για sd/mean > 0.14</i> | 13.56 | 11.60 | 12.93 | 16.15 | 921 |
| <i>Log όταν $\frac{\text{median}-\text{min}}{\text{median}} > 0.25$</i> | 13.57 | 11.61 | 12.93 | 16.17 | 973 |
| <i>Log όταν $\frac{\text{max}-\text{median}}{\text{median}} > 0.30$</i> | 13.56 | 11.61 | 12.92 | 16.15 | 839 |
| <i>Log όταν $\frac{\text{max}-\text{min}}{\text{median}} > 0.54$</i> | 13.56 | 11.60 | 12.92 | 16.14 | 933 |
| <i>Log όταν $\frac{75\%-25\%}{\text{median}} > 0.20$</i> | 13.56 | 11.61 | 12.92 | 16.15 | 919 |

Πίνακας 5.2.6.1 : Σφάλματα sMAPE (%) της μεθόδου Theta στις Χρονοσειρές του M3 για Διάφορες Παραλλαγές της Μεθόδου.

Όπως παρατηρούμε από τα αποτελέσματα του πειράματος , η λογαρίθμιση συγκεκριμένων χρονοσειρών ανάλογα με τις αντίστοιχες τιμές – κατώφλια τις οποίες υπολογίσαμε προηγουμένως , δίνει στη μέθοδο Theta καλύτερη ακρίβεια από τη μη λογαρίθμισή τους , όμως δεν φτάνει την ακρίβεια της μεθόδου όταν λογαριθμίζονται και οι 1428 μηνιαίες χρονοσειρές

του διαγωνισμού. Η διαφορά βέβαια μεταξύ της *Theta classic* και των μεθόδων όπου χρησιμοποιούμε κατώφλια είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη διαφορά μεταξύ λογαρίθμισης όλων και αυτών τις οποίες το κατώφλι καταδεικνύει (0.31% και 0.02% αντίστοιχα). Γνωρίζοντας όμως εκ των προτέρων ότι η Θ έχει χειρότερη απόδοση όταν λογαριθμίζονται 555 συγκεκριμένες χρονοσειρές του δείγματος , για να έχουμε ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα θα περιμέναμε σφάλμα *sMAPE* μικρότερο από το 13.54%.

Καθώς η χρήση των κατωφλίων λογαρίθμισης ένα κάθε φορά από μόνο του δεν οδήγησε σε προβλέψεις με ακρίβεια μεγαλύτερη από όταν λογαριθμίζεται το σύνολο των χρονοσειρών του διαγωνισμού $M3$, το πείραμα συνεχίζεται μέσω της διερεύνησης ενός γραμμικού συνδυασμού των ποιοτικών χαρακτηριστικών με κατάλληλους συντελεστές , σε μία προσπάθεια για εξαγωγή μίας συνθήκης λογαρίθμισης , η οποία πλέον θα ελέγχει ένα σύνολο γραμμικά ανεξάρτητων ποιοτικών χαρακτηριστικών. Η απόφαση λοιπόν για λογαρίθμιση των χρονοσειρών ή όχι , θα επιλέγεται με βάση μίας τιμής – ορίου λαμβάνοντας υπόψη το γραμμικό συνδυασμό ενός συνόλου ποιοτικών χαρακτηριστικών της κάθε χρονοσειράς με σκοπό την αύξηση της τιμής του δείκτη δ και κατ' επέκταση της ακρίβειας πρόβλεψης.

5.2.7 Γραμμικός Συνδυασμός Κατωφλίων Λογαρίθμισης

Ακολουθώντας την πορεία του προηγούμενου πειράματος επιλέχθηκε να γίνει ένας γραμμικός συνδυασμός συγκεκριμένων ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών , επιλέγοντας τις μεταβλητές του γραμμικού μοντέλου με τη μέθοδο της βηματικής επιλογής *Stepwise Regression* [34] [35] [36].

Η μέθοδος αυτή , χρησιμοποιείται από τα μοντέλα βηματικής παλινδρόμησης , όπου η επιλογή των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη εκτελείται από μία αυτόματη διαδικασία. Συνήθως , η διαδικασία αυτή παίρνει τη μορφή στατιστικών τεστ μεταξύ των μεταβλητών , όπου σε κάθε βήμα επιλογής , η κάθε μεταβλητή κρίνεται μέσω ενός προκαθορισμένου κριτηρίου

όπως βελτιστοποίηση του μοντέλου πρόβλεψης ή και μικρότερη συσχέτιση μεταξύ της κύριας μεταβλητής και των υπολοίπων.

Η επιλογή των μεταβλητών , γίνεται σε βήματα και με διάφορους τρόπους. Μπορεί να γίνει αρχικά επιλέγοντας την καταλληλότερη μεταβλητή σύμφωνα με το επιθυμητό αποτέλεσμα και στη συνέχεια προσθέτοντας μετά από στατιστικά τεστ μία ακόμα μεταβλητή σε κάθε βήμα στο στατιστικό μοντέλο , μέχρι να επιτύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα ή έως ότου με προσθήκη νέων μεταβλητών στο μοντέλο μας να μειώνεται η ακρίβεια (*forward Selection*). Ένας άλλος τρόπος είναι η επιλογή αρχικά όλων των διαθέσιμων μεταβλητών , και στη συνέχεια η απόρριψη μετά από στατιστικά τεστ μίας κάθε φορά , μέχρι να επιτύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα ή να αρχίσουμε να μειώνουμε την ακρίβεια του μοντέλου (*backward elimination*). Τέλος υπάρχει και ένα υβριδικό μοντέλο , το οποίο λειτουργώντας ως συνδυασμός των δύο προηγούμενων , σε κάθε βήμα της διαδικασίας επιλογής , ελέγχει εάν πρέπει να προστεθούν ή να αφαιρεθούν μεταβλητές (*bidirectional elimination*).

Ο αριθμός των μεταβλητών τις οποίες έχουμε διαθέσιμες ως υποψήφιες για τον καθορισμό του μοντέλου , μας οδηγεί σε επιλογή μίας εκ των δύο πρώτων μεθόδων (*forward selection* ή *backward elimination*). Επιλέχθηκε η δεύτερη μέθοδος (*backward elimination*) και στη συνέχεια το αποτέλεσμα επαληθεύθηκε με τη μέθοδο *forward selection*. Ο λόγος για τον οποίο επιλέχθηκε η μέθοδος *backward selection* είναι ο εξής συλλογισμός :

Έστω ότι έχουμε στη διάθεσή μας τρεις μεταβλητές x_1 , x_2 και x_3 για την παραγωγή ενός γραμμικού μοντέλου δύο μεταβλητών το οποίο θέλουμε να περιγράψει ένα μέγεθος Y βέλτιστα. Έστω επίσης ότι γνωρίζουμε εξ αρχής ότι για ένα γραμμικό μοντέλο μίας μεταβλητής , η βέλτιστη μεταβλητή για την περιγραφή του Y είναι η x_1 , ενώ για ένα μοντέλο δύο μεταβλητών , ο βέλτιστος συνδυασμός για την περιγραφή του Y είναι ο γραμμικός συνδυασμός των μεταβλητών x_2 και x_3 . Στην περίπτωση επιλογής της μεθόδου *forward selection* για την παραγωγή του γραμμικού μοντέλου η διαδικασία θα είναι η εξής :

Αρχικά θα γίνει ένας έλεγχος για το ποια από τις μεταβλητές x_1 , x_2 και x_3 είναι καταλληλότερη για την περιγραφή του Y . Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας θα είναι η μεταβλητή x_1 . Στη συνέχεια , θα ελεγχθεί ποια από τις μεταβλητές x_2 και x_3 είναι καταλληλότερη ώστε σε

συνδυασμό με τη χ_1 να παραχθεί ο βέλτιστος γραμμικός συνδυασμός δύο μεταβλητών για την περιγραφή του Y . Αποτέλεσμα αυτού του ελέγχου θα είναι είτε ένας γραμμικός συνδυασμός των χ_1 και χ_2 , είτε ένας γραμμικός συνδυασμός των μεταβλητών χ_1 και χ_3 . Σε κάθε περίπτωση , ο βέλτιστος συνδυασμός των μεταβλητών χ_2 και χ_3 δεν θα επιλεγεί.

Στη δεύτερη περίπτωση της μεθόδου *backward elimination* , αρχικά θα επιλεγθούν όλες οι μεταβλητές ως υποψήφιος για την παραγωγή του γραμμικού μοντέλου. Στη συνέχεια , το στατιστικό τεστ που θα ακολουθήσει θα οδηγήσει σε απόρριψη της μεταβλητής χ_1 και άρα τη σωστή επιλογή των μεταβλητών χ_2 και χ_3 η οποία είναι και η βέλτιστη στη συγκεκριμένη περίπτωση.

Επιλέγοντας λοιπόν τη μέθοδο *backward elimination* για επιλογή των μεταβλητών του γραμμικού μοντέλου ακολουθούνται οι εξής ενέργειες :

Αρχικά , από τα 21 διαθέσιμα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία είναι διαθέσιμα , επιλέγονται αυτά τα οποία είναι κανονικοποιημένα. Επιλέγοντας χαρακτηριστικά τα οποία είναι ανεξάρτητα του επιπέδου τιμών των χρονοσειρών , διασφαλίζουμε την παραγωγή ενός μοντέλου το οποίο θα έχει καθολικό χαρακτήρα , θα μπορεί δηλαδή να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή μίας τιμής – κριτηρίου λογαρίθμησης ανεξάρτητα από το ύψος τιμών της κάθε χρονοσειράς.

Καταλήγουμε μετά από απόρριψη των μη κανονικοποιημένων χαρακτηριστικών σε 13 από τα 21 χαρακτηριστικά. Στη συνέχεια , καθώς θέλουμε οι μεταβλητές του μοντέλου να είναι γραμμικά ανεξάρτητες , πραγματοποιείται ένας έλεγχος συσχέτισης μεταξύ των ποιοτικών αυτών χαρακτηριστικών , μέσω της συνάρτησης "*cor()*" του πακέτου "*stats*" της πλατφόρμας RSudio [30]. Τα αποτελέσματα του τεστ είναι τα ακόλουθα :

| | seasonal | trend | tau | var/mean | sd/mean | median-min / median | median-25% / median | 75%-median / median | max-median / median | max-min / median | 75%-25% / median | num of outliers/num of insample observations | shapiro p-value |
|--|----------|--------|--------|----------|---------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|------------------|--|-----------------|
| seasonal | 1.000 | 0.166 | 0.278 | -0.028 | -0.044 | -0.081 | 0.001 | 0.046 | 0.007 | -0.019 | 0.033 | -0.162 | -0.206 |
| trend | 0.166 | 1.000 | 0.302 | -0.106 | -0.212 | -0.133 | -0.109 | -0.170 | -0.238 | -0.223 | -0.162 | -0.204 | -0.051 |
| tau | 0.278 | 0.302 | 1.000 | -0.097 | -0.136 | -0.215 | -0.027 | -0.027 | -0.119 | -0.155 | -0.029 | -0.229 | -0.268 |
| var/mean | -0.028 | -0.106 | -0.097 | 1.000 | 0.692 | 0.498 | 0.551 | 0.643 | 0.674 | 0.666 | 0.666 | 0.223 | -0.058 |
| sd/mean | -0.044 | -0.212 | -0.136 | 0.692 | 1.000 | 0.856 | 0.871 | 0.831 | 0.897 | 0.944 | 0.921 | 0.300 | -0.079 |
| median-min / median | -0.081 | -0.133 | -0.215 | 0.498 | 0.856 | 1.000 | 0.863 | 0.616 | 0.704 | 0.837 | 0.765 | 0.131 | 0.089 |
| median-25% / median | 0.001 | -0.109 | -0.027 | 0.551 | 0.871 | 0.863 | 1.000 | 0.651 | 0.732 | 0.819 | 0.842 | 0.052 | -0.078 |
| 75%-median / median | 0.046 | -0.170 | -0.027 | 0.643 | 0.831 | 0.616 | 0.651 | 1.000 | 0.947 | 0.911 | 0.958 | 0.114 | -0.121 |
| max-median / median | 0.007 | -0.238 | -0.119 | 0.674 | 0.897 | 0.704 | 0.732 | 0.947 | 1.000 | 0.978 | 0.951 | 0.188 | -0.074 |
| max-min / median | -0.019 | -0.223 | -0.155 | 0.666 | 0.944 | 0.837 | 0.819 | 0.911 | 0.978 | 1.000 | 0.958 | 0.183 | -0.030 |
| 75%-25% / median | 0.033 | -0.162 | -0.029 | 0.666 | 0.921 | 0.765 | 0.842 | 0.958 | 0.951 | 0.958 | 1.000 | 0.101 | -0.115 |
| num of outliers/num of insample observations | -0.162 | -0.204 | -0.229 | 0.223 | 0.300 | 0.131 | 0.052 | 0.114 | 0.188 | 0.183 | 0.101 | 1.000 | -0.099 |
| shapiro p-value | -0.206 | -0.051 | -0.268 | -0.058 | -0.079 | 0.089 | -0.078 | -0.121 | -0.074 | -0.030 | -0.115 | -0.099 | 1.000 |

Πίνακας 5.2.7.1 : Συσχέτιση Μεταξύ των Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των Χρονοσειρών

Τα χαρακτηριστικά τα οποία παρουσιάζουν συσχέτιση με τιμή $|r| \geq 0.5$ απορρίπτονται με αποτέλεσμα να παραμένουν τα εξής 6 ποιοτικά χαρακτηριστικά – μεταβλητές :

- ✚ “sd/mean” , το πηλίκο της τυπικής απόκλισης διά τη μέση τιμή των τιμών της χρονοσειράς
- ✚ “seasonal” , εάν η χρονοσειρά είναι εποχιακή ή όχι
- ✚ “shapiro p-value” , η τιμή p -value του τεστ *Shapiro test for Normality* (Κεφάλαιο 4.2)
- ✚ “|tau|” , η τιμή tau του τεστ *Kendall Trend Test* (Κεφάλαιο 4.2)
- ✚ “trend” , εάν η χρονοσειρά εμφανίζει τάση ή όχι
- ✚ “num of outliers/num of insample observations” , το πηλίκο του αριθμού των τιμών *outliers* (Κεφάλαιο 4.2) και του συνόλου των παρατηρήσεων

Στη συνέχεια , χρησιμοποιείται η συνάρτηση “*lm()*” του πακέτου “*stats*” [38] [39] προς παραγωγή του γραμμικού μοντέλου. Η συνάρτηση έχει τα εξής ορίσματα :

```
lm(formula, data, subset, weights, na.action,  
   method = "qr", model = TRUE, x = FALSE, y = FALSE, qr = TRUE,  
   singular.ok = TRUE, contrasts = NULL, offset, ...)
```

Όπου :

formula : Η σχέση μεταξύ του μεγέθους το οποίο θέλουμε να περιγράψουμε με τα υπόλοιπα μεγέθη-μεταβλητές από τα οποία θα περιγραφεί. Η παράμετρος αυτή περιγράφεται συμβολικά.

data : Ένα σύνολο δεδομένων σε μορφή λίστας ή *data-frame* από το οποίο θα “διαβαστούν” οι τιμές των μεταβλητών καθώς και οι τιμές του μεγέθους το οποίο θέλουμε να περιγράψουμε. Εάν δεν συμπληρωθεί η παράμετρος αυτή , τα παραπάνω στοιχεία αντλούνται από την πρώτη παράμετρο *formula*

subset : Παρέχει τη δυνατότητα για επιλογή τμήματος των τιμών των προεπιλεγμένων μεγεθών

weights : Παρέχει τη δυνατότητα να επιλέξουμε διαφορετικά βάρη για τις επιμέρους μεταβλητές του μοντέλου

na.action : Επιλογή από ενέργειες σε περίπτωση που υπάρχουν κενά κελιά στις λίστες των τιμών των μεταβλητών

Για να υλοποιηθεί το παραπάνω μοντέλο , ορίζονται εννιά μονοδιάστατοι πίνακες ως εξής :

y : Ένας πίνακας με τιμές 0 ή 1 όπου κάθε τιμή αντιστοιχίζεται με μία χρονοσειρά. Η τιμή 1 προσδίδεται στην περίπτωση όπου η μέθοδος Θ έχει καλύτερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμιση της χρονοσειράς και η τιμή 0 στην αντίθετη περίπτωση (μειωμένη πρόβλεψη μετά τη λογαρίθμιση).

X_n (με $n 1..6$) : Έξι μονοδιάστατοι πίνακες οι οποίοι περιέχουν τιμές των προεπιλεγμένων ποιοτικών χαρακτηριστικών-μεταβλητών (ένας για κάθε χαρακτηριστικό) για όλες τις χρονοσειρές.

Οι τιμές του μεγέθους γ , ορίστηκαν με τον τρόπο αυτό ώστε το γραμμικό μοντέλο , αφού οριστεί, να μπορεί να παράγει μία τιμή για κάθε χρονοσειρά στο διάστημα $[0,1]$ η οποία συγκρινόμενη με μία τιμή-κατώφλι θα λειτουργεί ως κριτήριο λογαρίθμισης. Για να μπορέσει να λειτουργήσει το μοντέλο , με βάση την παραπάνω λογική , οι τιμές των ποιοτικών χαρακτηριστικών *seasonal* και *trend* , ορίζονται ώστε να παίρνουν και αυτές τιμές 0 ή 1. Η τιμή 0 προσδίδεται όταν δεν εμφανίζεται εποχιακότητα ή τάση αντίστοιχα , και η τιμή 1 στην αντίθετη περίπτωση.

Το ζητούμενο μέγεθος γ το οποίο το γραμμικό μοντέλο καλείται να περιγράψει παίρνει την τιμή 0 σε περίπτωση που στην αντίστοιχη χρονοσειρά η μέθοδος Θ έχει χειρότερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμιση και την τιμή 1 στην αντίθετη περίπτωση. Επομένως , όταν εφαρμοστεί το γραμμικό μοντέλο για κάθε χρονοσειρά , εάν η παραγόμενη τιμή για μία χρονοσειρά είναι μεγαλύτερη από 0.5 οδηγούμαστε στην απόφαση να λογαριθμίσουμε τη χρονοσειρά αυτή , ενώ μία τιμή μικρότερη από 0.5 οδηγεί στην απόφαση να μην λογαριθμιστεί. Το νέο κατώφλι λογαρίθμισης λοιπόν είναι η τιμή **0.5**

Μετά το ορισμό των παραπάνω πινάκων , καλείται η συνάρτηση $lm()$ ως εξής :

```
model <- lm( y ~ 0 + x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 )
```

Με τον τρόπο αυτό , η συνάρτηση lm παράγει ένα γραμμικό μοντέλο της κλάσης (lm) και το αναθέτει στη συνέχεια στη μεταβλητή *model*. Η παράμετρος 0 υποδεικνύει ότι η γραμμική σχέση του μοντέλου που θα παραχθεί δεν θέλουμε να έχει σταθερό όρο. Με κλίση της συνάρτησης $summary(model)$ βλέπουμε αναλυτικά το γραμμικό μοντέλο :

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|----|----------|------------|---------|----------|
| x1 | 0.41149 | 0.07222 | 5.698 | 1.47e-08 |
| x2 | 0.12009 | 0.02819 | 4.260 | 2.18e-05 |
| x3 | 0.39461 | 0.06620 | 5.961 | 3.15e-09 |
| x4 | 0.54777 | 0.04666 | 11.740 | < 2e-16 |
| x5 | 0.05808 | 0.02840 | 2.045 | 0.041 |
| x6 | 2.64864 | 0.60572 | 4.373 | 1.32e-05 |

Residual standard error: 0.5179 on 1422 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5315, Adjusted R-squared: 0.5295

F-statistic: 268.9 on 6 and 1422 DF, p-value: < 2.2e-16

Όπου η πρώτη στήλη “*Estimate*” αποτελείται από τους συντελεστές των αντίστοιχων μεταβλητών $x_1..x_6$ και η τελευταία στήλη “ $Pr(>|t|)$ ” την τιμή *p-value* του στατιστικού τεστ με αρχική υπόθεση ότι η αντίστοιχη μεταβλητή δεν πρέπει να ανήκει στο γραμμικό μοντέλο.

Το στατιστικό τεστ προς επιλογή των τελικών μεταβλητών το οποίο εκτελείται μεταξύ άλλων διαδικασιών από την παραπάνω διαδικασία ($lm()$) έχει ως αρχική υπόθεση H_0 ότι οι μεταβλητές που εξετάζονται αρχικά ως είσοδοι δεν πρέπει να ανήκουν στο τελικό γραμμικό μοντέλο, ότι δηλαδή οι μεταβλητές δεν έχουν στατιστικά σημαντική συσχέτιση με το μέγεθος y . Στη συνέχεια, για κάθε μία υποψήφια μεταβλητή, εκτελείται το στατιστικό τεστ και παράγεται μία τιμή *p-value*. Η τιμή αυτή, αντιπροσωπεύει την πιθανότητα να ισχύει η αρχική υπόθεση, να μην υπάρχει δηλαδή στατιστικά σημαντική συσχέτιση μεταξύ της μεταβλητής αυτής και του μεγέθους y . Έχουμε θεωρήσει εξ’ αρχής διάστημα εμπιστοσύνης 95%, οπότε εάν κάποια τιμή *p-value* οποιασδήποτε εξεταζόμενης μεταβλητής ξεπεράσει την τιμή 0.05% θεωρούμε ότι η αρχική υπόθεση H_0 ισχύει επομένως η μεταβλητή αυτή δεν θα πρέπει να συμπεριληφθεί στο τελικό μοντέλο.

Καθώς όλες οι τιμές *p-value* των μεταβλητών μας είναι μικρότερες από 0.05, συμπεραίνεται ότι όλες οι μεταβλητές θα πρέπει να συμπεριληφθούν στο γραμμικό μοντέλο. Επίσης οι τιμές *F-*

statistic και *p-value* της τελευταίας σειράς , καταδεικνύουν ότι το μοντέλο είναι στατιστικά σημαντικό σε σχέση με τη πρόβλεψη του μεγέθους y .

Οι αντιστοιχίσεις των μεταβλητών όπως έχουν ορισθεί στο πείραμα με τα ποιοτικά χαρακτηριστικά είναι οι ακόλουθες :

$x_1 \rightarrow "sd/mean"$

$x_2 \rightarrow "seasonal"$

$x_3 \rightarrow "Shapiro\ p-value"$

$x_4 \rightarrow "|\tau|"$

$x_5 \rightarrow "trend"$

$x_6 \rightarrow "number\ of\ outliers / number\ of\ observations"$

Όπως αυτές έχουν ορισθεί στο κεφάλαιο 4.3. Επομένως , το τελικό γραμμικό μοντέλο που προκύπτει είναι το εξής :

$$y = x_1 \cdot 0.41149 + x_2 \cdot 0.12009 + x_3 \cdot 0.39461 + x_4 \cdot 0.54777 + x_5 \cdot 0.05808 + x_6 \cdot 2.64864$$

Κατά τη διαδικασία του ελέγχου λογαρίθμησης , οι τιμές των παραπάνω ποιοτικών χαρακτηριστικών ($x_1..x_6$) κάθε χρονοσειράς πολλαπλασιάζονται με τους αντίστοιχους συντελεστές και στη συνέχεια το γραμμικό μοντέλο παράγει μία τιμή του y στο διάστημα τιμών $[0 , 1]$. Σε περίπτωση που η τιμή αυτή είναι μεγαλύτερη του 0.5 η σειρά λογαριθμίζεται πριν συνεχιστεί η διαδικασία της αποεποχικοποίησης και πρόβλεψης ενώ αν η τιμή του y είναι μικρότερη του 0.5 , η σειρά δεν λογαριθμίζεται.

Για την επαλήθευση του μοντέλου μέσω της μεθόδου *forward selection* κινηθήκαμε ως εξής : Αρχικά επιλέχθηκε ως κύρια μεταβλητή η *"sd/mean"* (από τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία έχουν αναλυθεί στο Κεφ. 4.3). Το κριτήριο για την επιλογή αυτή είναι η βέλτιστη συσχέτιση μεταξύ ποιοτικών χαρακτηριστικών και σφαλμάτων και συγκεκριμένα του σφάλματος *sMAPE* (Πίνακας 5.2.3.2). Αφού επιλέχθηκε η μεταβλητή με τη μεγαλύτερη συσχέτιση με το σφάλμα το

οποίο θέλουμε να μειώσουμε , στη συνέχεια με σκοπό τη δημιουργία ενός μοντέλου του οποίου οι μεταβλητές θα είναι γραμμικά ανεξάρτητες , έγινε ένας έλεγχος για τη συσχέτιση της αρχικής μεταβλητής με τα υπόλοιπα κανονικοποιημένα ποιοτικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών , υποψήφια να πάρουν τη θέση των υπόλοιπων μεταβλητών του γραμμικού μοντέλου. Το τεστ συσχέτισης είναι όπως και προηγουμένως η συνάρτηση “*cor()*” , και τα αποτελέσματά του (τιμή της μεταβλητής *r*) παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα :

| <u>Ποιοτικό Χαρακτηριστικό</u> | <u>Συσχέτιση με sd/mean (r value)</u> |
|--|---------------------------------------|
| seasonal | -0.044 |
| trend | -0.212 |
| tau | -0.136 |
| var/mean | 0.692 |
| median-min / median | 0.856 |
| median-25% / median | 0.871 |
| 75%-median / median | 0.831 |
| max-median / median | 0.897 |
| max-min / median | 0.944 |
| 75%-25% / median | 0.921 |
| num of outliers/num of insample observations | 0.299 |
| shapiro p-value | -0.080 |

Πίνακας 5.2.7.2 : Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με sd/mean

Όπως έχει αναλυθεί προηγουμένως , θεωρούμε συσχετισμένα με την αρχική μας μεταβλητή , όλα τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία έχουν τιμή $|r\text{-value}|$ μεγαλύτερη ή ίση με 0.5. Στο σημείο αυτό μας απασχολεί η απόλυτη τιμή του αποτελέσματος του τεστ συσχέτισης καθώς δεν εξετάζουμε το είδος της , αλλά μόνο το βαθμό στον οποίο παρατηρείται. Στον παραπάνω πίνακα , τιμές μεγαλύτερες από 0.8 είναι τονισμένες με κόκκινο χρώμα , τιμές της περιοχής [0.6 - 0.8] με πορτοκαλί και τιμές της περιοχής [0.5 - 0.6] με μπλε. Οι επιτρεπτές τιμές έχουν αφεθεί χωρίς χρώμα και είναι αυτές οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο γραμμικό μοντέλο.

Οι μεταβλητές αυτές είναι σε σειρά από τη μεταβλητή με μικρότερη απόλυτη τιμή συσχέτισης προς μεγαλύτερη :

- ✚ “seasonal” , εάν η χρονοσειρά είναι εποχιακή ή όχι , $|r\text{-value}| = 0.0439$
- ✚ “shapiro p-value” , η τιμή $p\text{-value}$ του τεστ *Shapiro test for Normality* (Κεφάλαιο 4.2) , $|r\text{-value}| = 0.0795$
- ✚ “|tau|” , η τιμή tau του τεστ *Kendall Trend Test* (Κεφάλαιο 4.2) , $|r\text{-value}| = 0.1363$
- ✚ “trend” , εάν η χρονοσειρά εμφανίζει τάση ή όχι , $|r\text{-value}| = 0.2123$
- ✚ “num of outliers/num of insample observations” , το πηλίκο του αριθμού των τιμών *outliers* (Κεφάλαιο 4.2) και του συνόλου των παρατηρήσεων , $|r\text{-value}| = 0.2999$

Η διαδικασία επιλογής μεταβλητών με την οποία λειτουργούμε υπαγορεύει ότι κάθε νέα μεταβλητή που επιλέγεται δεν πρέπει να είναι γραμμικά συσχετισμένη με καμία από τις υπόλοιπες. Οπότε , επιλέγεται ως δεύτερη μεταβλητή η “seasonal” και στη συνέχεια ελέγχεται όπως προηγουμένως η συσχέτισή της με τις υπόλοιπες υποψήφιας μεταβλητές πριν επιλεγεί η επόμενη. Σε περίπτωση που κάποια μεταβλητή που προστίθεται στο γραμμικό μοντέλο έχει συσχέτιση με οποιαδήποτε από τις υπόλοιπες υποψήφιας , αυτές θα πρέπει να απορριφθούν από τη διαδικασία επιλογής.

Έτσι διασφαλίζεται η δημιουργία ενός γραμμικά ανεξάρτητου μοντέλου. Από τα υποψήφια ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία εξετάζουμε μετά από επανάληψη του προηγούμενου τεστ φαίνεται ότι κανένα δεν εμφανίζει κάποια στατιστικά σημαντική συσχέτιση με τα υπόλοιπα. Τα αποτελέσματα του τεστ συσχέτισης (*Pearson test [31]*) είναι τα ακόλουθα (τιμές $r\text{-value}$) :

| | seasonal | trend | tau | num of outliers/ num of insample observations | shapiro p-value |
|---|----------|--------|--------|---|-----------------|
| seasonal | 1 | 0.166 | 0.278 | -0.162 | -0.206 |
| trend | 0.166 | 1 | 0.302 | -0.204 | -0.051 |
| tau | 0.278 | 0.302 | 1 | -0.229 | -0.268 |
| num of outliers/num of insample observations | -0.162 | -0.204 | -0.229 | 1 | -0.099 |
| shapiro p-value | -0.206 | -0.051 | -0.268 | -0.099 | 1 |

Πίνακας 5.2.7.3 : Συσχετίσεις Ποιοτικών Χαρακτηριστικών Μεταξύ τους (τιμές r-value)

Επομένως , όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή του γραμμικού μοντέλου ελέγχου λογαρίθμησης ως μεταβλητές. Η διαδικασία τελικής επιλογής των μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν αλλά και εξαγωγής των κατάλληλων συντελεστών για κάθε μεταβλητή γίνεται μέσω της συνάρτησης $lm()$ της βιβλιοθήκης *stats* του RStudio [38] [39] όπως προηγουμένως. Η διαδικασία αυτή παράγει τους συντελεστές ενός γραμμικού μοντέλου αναλόγως τις αρχικές συνθήκες τις οποίες εμείς ορίζουμε. Αρχικοποιούμε το μοντέλο με τον ίδιο τρόπο , ούτως ώστε να παράγει μία γραμμική σχέση μεταξύ της μεταβλητής y , και ένα άθροισμα μεταβλητών $x_1...x_6$. Το μοντέλο στη συνέχεια εκτελεί μία επαναληπτική διαδικασία όπου για κάθε χρονοσειρά , ελέγχει και αποθηκεύει προσωρινά τιμές για τις προηγούμενες μεταβλητές. Οι τιμές των μεταβλητών έχουν επιλεχθεί όπως και στο προηγούμενο τεστ ως εξής :

Η μεταβλητή y έχει οριστεί ως δυαδική (τιμές 0 ή 1) με τιμή 1 , σε περίπτωση που στη συγκεκριμένη χρονοσειρά η μέθοδος Θ έχει μεγαλύτερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμηση και 0 στην αντίθετη περίπτωση. Ο πίνακας με την πληροφορία αυτή για όλες τις χρονοσειρές υπάρχει από το προηγούμενο πείραμα υπολογισμού του δείκτη δ . Οι μεταβλητές $x_1 .. x_6$ είναι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία έχουν επιλεχθεί σύμφωνα με την προηγούμενη διαδικασία της αρχικής επιλογής βασικής μεταβλητής με κριτήριο τη μεγαλύτερη συσχέτιση με το $sMAPE (sd/ mean)$ και στη συνέχεια της προσθήκης των υπολοίπων με κριτήριο τη μικρότερη αλληλοσυσχέτιση (*seasonal, ..., Shapiro p-value*).

Οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στα χαρακτηριστικά "seasonal" και "trend" έχουν τιμή 1 όταν υπάρχει εποχιακότητα και αυξητική τάση αντίστοιχα , και 0 όταν δεν υπάρχει εποχιακότητα και υπάρχει μειωτική τάση αντίστοιχα.

Η τιμή – κατώφλι η οποία έχει επιλεχθεί για το γραμμικό μοντέλο λογαρίθμησης είναι η τιμή $y = 0.5$. Η τιμή αυτή επιλέχθηκε με βάση τις τιμές των μεταβλητών από τις οποίες αποτελείται το γραμμικό μοντέλο και την τιμή την οποία αυτό παράγει για κάθε χρονοσειρά η οποία ανήκει στο διάστημα $[0,1]$. Η τιμή 0.5 έχει επιλεγεί με βάση την παραπάνω λογική αυθαίρετα (θα μπορούσαμε να επιλέξουμε την τιμή 0.75 ως κατώφλι) αλλά είναι άκρως λογική.

Με το τέλος της επαναληπτικής διαδικασίας , επιλέγονται οι συντελεστές οι οποίοι σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες μεταβλητές συνθέτουν το τελικό γραμμικό μοντέλο το οποίο είναι το ίδιο με το μοντέλο που προέκυψε με επιλογή μεταβλητών από τη διαδικασία *backward elimination*. Για διευκόλυνση , επαναλαμβάνονται οι αντιστοιχίες μεταξύ μεταβλητών και ποιοτικών χαρακτηριστικών και το γραμμικό μοντέλο με τους συντελεστές του :

x1 : sd/mean , x2 : seasonal , x3 : Shapiro p-value , x4 : |tau| , x5 : trend ,

x6 : number of outliers/number of observations

$$y = a \cdot x1 + b \cdot x2 + c \cdot x3 + d \cdot x4 + e \cdot x5 + f \cdot x6$$

Όπου : $a = 0.41149$, $b = 0.12009$, $c = 0.39461$, $d = 0.54777$, $e = 0.05808$, $f = 2.64864$

Ο πίνακας με τις επιμέρους αποδόσεις και το δείκτη δ του γραμμικού μοντέλου έχει ως εξής :

| <i>Μέθοδος</i> | <i>x</i> ($X_{max} = 814$) | <i>y</i> ($Y_{max} = 555$) | <i>Δείκτης</i> <i>απόδοσης δ (%)</i> | <i>Αριθμός</i> <i>Λογαριθμισμένων</i> <i>Χρονοσειρών</i> |
|--|---------------------------------|---------------------------------|---|--|
| <i>Γραμμικό</i> <i>Μοντέλο</i> <i>Λογαρίθμησης</i> | 476 | 295 | 55.82 | 795 |

Πίνακας 5.2.7.4 : Δείκτης Απόδοσης δ για το Γραμμικό Μοντέλο Λογαρίθμησης

Όπως παρατηρείται από τον παραπάνω πίνακα , το γραμμικό μοντέλο λογαρίθμησης έχει τον μεγαλύτερο δείκτη δ από τα προηγούμενα κριτήρια όπου χρησιμοποιήθηκε ένα μόνο ποιοτικό χαρακτηριστικό προς παραγωγή μίας τιμής – κατώφλι λογαρίθμησης. Επίσης , σε συνδυασμό με το μεγαλύτερο δείκτη δ , το μοντέλο οδήγησε στη λογαρίθμηση του μικρότερου συνολικά αριθμού χρονοσειρών σε σχέση με τα προηγούμενα πειράματα , κάτι που σημαίνει ότι λογαριθμίστηκε ο μικρότερος αριθμός “λάθος” χρονοσειρών (χρονοσειρών που όταν λογαριθμίζονται οδηγούν τη μέθοδο Θ σε προβλέψεις χειρότερης ακρίβειας και παρ’ όλα αυτά λογαριθμίζονται.)

Έχοντας επιλέξει τις μεταβλητές και τους συντελεστές του γραμμικού μοντέλου , συντάσσεται μία επαναληπτική διαδικασία , όπου για όλες τις χρονοσειρές του σετ δεδομένων για τις οποίες θέλουμε να επιλέξουμε εάν θα λογαριθμιστούν ή όχι (στη συγκεκριμένη περίπτωση τις μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3) , παράγεται ανάλογα με τις τιμές των μεταβλητών τους (x_1, \dots, x_6) μία τιμή για το y . Οι τιμές του y , οι οποίες ανήκουν στο διάστημα $[0 , 1]$ αποθηκεύονται σε ένα πίνακα – στήλη.

Τέλος , το πείραμα της εξαγωγής προβλέψεων μέσω της μεθόδου Θ επαναλαμβάνεται όπως και προηγουμένως , με μόνη διαφορά ότι στο στάδιο ελέγχου της λογαρίθμησης της χρονοσειράς , χρησιμοποιείται ως κριτήριο λογαρίθμησης η τιμή του y της χρονοσειράς αυτής. Η τιμή– κατώφλι πλέον όπως προαναφέρθηκε είναι το 0.5. Έτσι , για κάθε χρονοσειρά , εάν η τιμή y του

γραμμικού μοντέλου είναι μεγαλύτερη ή ίση με 0.5 , τότε αυτή λογαριθμίζεται. Τα βήματα τα οποία το πείραμα ακολουθεί έχουν όπως και προηγουμένως την ακόλουθη σειρά :

- ✚ Έλεγχος συνθήκης λογαρίθμισης
- ✚ Λογαρίθμιση χρονοσειράς (σε περίπτωση που η συνθήκη είναι αληθής)
- ✚ Έλεγχος εποχιακότητας
- ✚ Αποεποχικοποίηση (σε περίπτωση που η σειρά κριθεί εποχιακή)
- ✚ Πρόβλεψη μέσω της Theta
- ✚ Επαναεποχικοποίηση
- ✚ Αντιστροφή της λογαρίθμισης μέσω της συνάρτησης e^x
- ✚ Υπολογισμός σφαλμάτων

5.2.8 Αποτελέσματα Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμισης στα Δεδομένα του Διαγωνισμού M3

Ο μέσος όρος του σφάλματος **sMAPE (%)** για τις 1428 μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 , με χρήση του γραμμικού μοντέλου λογαρίθμισης , σε αντιπαράθεση με τα σφάλματα από τα προηγούμενα πειράματα φαίνεται συγκεντρωτικά στον επόμενο πίνακα :

| <i>Μέθοδος</i> | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-18 | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-6 | Ορίζοντας πρόβλεψης 7-12 | Ορίζοντας πρόβλεψης 13-18 |
|---|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| <i>Theta classic</i> | 13.87 | 11.77 | 13.22 | 16.64 |
| <i>Theta με log</i> | 13.54 | 11.58 | 12.91 | 16.13 |
| <i>Log όταν sd/mean ≥ 0.14</i> | 13.56 | 11.60 | 12.93 | 16.15 |
| <i>Theta – γραμμικό μοντέλο Log</i> | 13.57 | 11.63 | 12.94 | 16.15 |

Πίνακας 5.2.8.1 : Αποτελέσματα Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμισης (σφάλμα sMAPE %) σε Αντιπαράθεση με Προηγούμενα πειράματα

Όπως παρατηρείται από τις τιμές του δείκτη σφάλματος sMAPE του παραπάνω πίνακα , το γραμμικό μοντέλο λογαρίθμισης βελτιώνει την ακρίβεια της μεθόδου Θ σε σχέση με τη *Theta classic* όμως παρ' όλο που παρουσιάζει το μεγαλύτερο δείκτη δ , ο συνδυασμός του με τη μέθοδο Θ παρουσιάζει μικρότερη ακρίβεια σε σχέση με τους άλλους συνδυασμούς (της τάξης του 0,01% μικρότερη). Οι χρονοσειρές οι οποίες λογαριθμίστηκαν με το γραμμικό μοντέλο είναι 795 από τις 1428. Γνωρίζουμε ότι στο συγκεκριμένο δείγμα υπάρχουν 814 χρονοσειρές στις οποίες η μέθοδος *Theta* έχει καλύτερη ακρίβεια όταν λογαριθμιστούν και 555 στις οποίες έχει χειρότερη ακρίβεια , καθώς και ότι οι 476 από τις 795 χρονοσειρές λογαριθμίστηκαν σωστά. Επομένως καθώς η λογαρίθμιση του συνόλου των χρονοσειρών δίνει καλύτερο αποτέλεσμα , συμπεραίνεται ότι είναι προτιμότερο να λογαριθμιστούν περισσότερες χρονοσειρές απ' ότι πρέπει παρά λιγότερες για το συγκεκριμένο δείγμα.

5.2.9 Σχόλια επί του πειράματος

Μέσω των πειραμάτων , συμπεραίνεται ότι υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των ποιοτικών χαρακτηριστικών τα οποία ελέγχθηκαν και του μεγέθους των σφαλμάτων πρόβλεψης. Επίσης , παρουσιάστηκε βελτίωση της ακρίβειας της Θ μετά από λογαρίθμιση χρονοσειρών όταν χρησιμοποιήθηκαν ως κριτήρια λογαρίθμισης τα μεγέθη συγκεκριμένων ποιοτικών χαρακτηριστικών σε σχέση με μία τιμή – κατώφλι η οποία εξάχθηκε μετά από πειραματική διαδικασία. Βελτίωση επίσης παρουσιάστηκε όταν χρησιμοποιήθηκε γραμμικός συνδυασμός ενός συνόλου ποιοτικών χαρακτηριστικών προς παραγωγή του ίδιου συμπεράσματος. Σε κάθε περίπτωση όμως , η λογαρίθμιση του συνόλου των μηνιαίων χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 , οδηγεί το μοντέλο Θ σε προβλέψεις με μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτές που παράγονται μέσω των πειραμάτων κατωφλίου.

Το γεγονός ότι δεν πετύχαμε μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτή που προκύπτει όταν λογαριθμίζουμε όλες τις χρονοσειρές του σετ δεδομένων , μπορεί να οφείλεται σε διαφόρους λόγους. Ένας από αυτούς είναι το ότι το γεγονός ότι η λογαρίθμιση λειτουργεί καλύτερα , μπορεί να οφείλεται στην πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ των κύριων χαρακτηριστικών των χρονοσειρών του δείγματος των μηνιαίων χρονοσειρών του M3 , στοιχείο που έρχεται σε συμφωνία με την πολλαπλασιαστική αποεποχικοποίηση την οποία εφαρμόζουμε.

Η καλύτερη ακρίβεια της μεθόδου Θ μετά από λογαρίθμιση των χρονοσειρών λοιπόν , ενδέχεται να οφείλεται κατά κύριο λόγο στο μεγάλο πλήθος των χρονοσειρών του συγκεκριμένου σετ (M3) με πολλαπλασιαστική εποχιακότητα , όπως συμπεραίνεται και στην δημοσίευση η οποία έδωσε το έναυσμα για τη μελέτη λογαρίθμισης [26]. Επίσης υπάρχει το ενδεχόμενο ύπαρξης κάποιου πολλαπλασιαστικού ή εκθετικού μοντέλου συσχέτισης μεταξύ ποιοτικών χαρακτηριστικών , το οποίο θα μπορέσει να οδηγήσει σε μία συνθήκη λογαρίθμισης με μεγαλύτερο δείκτη απόδοσης δ (Κεφ. 5.2.4.1).

5.3 Προβλέψεις επί των 5008 Χρονοσειρών (FRED) Μέσω της Μεθόδου Theta

Τα πειράματα και η διεξαγωγή προβλέψεων στα προηγούμενα κεφάλαια έχουν διεξαχθεί όπως έχει προαναφερθεί στο σύνολο των μηνιαίων χρονοσειρών του διαγωνισμού προβλέψεων M3. Χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο σετ δεδομένων , υπάρχει το πλεονέκτημα της άμεσης σύγκρισης της ακρίβειας της μεθόδου Θ την οποία βελτιστοποιούμε με άλλες μεθόδους αλλά και με την ίδια (*Theta classic*). Επίσης υπάρχει μεγάλο πλήθος δημοσιεύσεων που αφορούν τεχνικές προβλέψεων στο ίδιο σετ δεδομένων , κάτι που το καθιστά σαν μία καλή βάση για διεξαγωγή περαιτέρω συμπερασμάτων αλλά και εκτίμησης των αποτελεσμάτων τα οποία εξάγονται.

Σε μία προσπάθεια για γενίκευση των αποτελεσμάτων τα οποία προήλθαν από τα δεδομένα του διαγωνισμού M3 αλλά και περαιτέρω διερεύνηση του κατά πόσο η αυξημένη ακρίβεια της Θ μετά από λογαρίθμηση των χρονοσειρών οφείλεται στο πολλαπλασιαστικό χαρακτήρα των μηνιαίων χρονοσειρών του M3 , επιλέχθηκαν 5008 χρονοσειρές από τη βάση δεδομένων του *Federal Reserve Bank of St.Louis (FRED)* , οι οποίες θα αποτελέσουν ένα νέο σετ δεδομένων προς επικύρωση των προηγούμενων αποτελεσμάτων αλλά και περαιτέρω μελέτη. Όπως έχει προαναφερθεί στο κεφάλαιο 2.3 οι χρονοσειρές οι οποίες επιλέχθηκαν είναι μηνιαίας συχνότητας , δεν έχουν αποεποχικοποιηθεί και προέρχονται από ένα ευρύ φάσμα τομέων , όπως ενέργεια , οικονομία , εμπόριο , και άλλους.

5.3.1 Προβλέψεις επί των 5008 Χρονοσειρών – Μέθοδος Theta

Το αρχικό πείραμα δομήθηκε όπως και προηγουμένως , με μόνη διαφορά το σετ δεδομένων το οποίο στην περίπτωση αυτή αποτελείται από τις 5008 χρονοσειρές. Οι χρονοσειρές , αφού έχουν μορφοποιηθεί κατάλληλα (Κεφ. 2.3) , μεταφέρονται στην πλατφόρμα RStudio , όπου

ακολουθείται στη συνέχεια η ίδια διαδικασία με το πρώτο πείραμα διεξαγωγής προβλέψεων μέσω της Θ (έλεγχος για εποχιακότητα , αποεποχικοποίηση , διεξαγωγή προβλέψεων , επαναεποχικοποίηση , υπολογισμός σφαλμάτων). Στη συνέχεια , το σύνολο των χρονοσειρών λογαριθμίζεται , και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Η σειρά των βημάτων είναι όπως και προηγουμένως , με τη λογαρίθμιση και επαναφορά στις αρχικές τιμές να γίνεται πριν τον έλεγχο για εποχιακότητα και μετά την επαναεποχικοποίηση αντίστοιχα. Τέλος , η διαδικασία της πρόβλεψης διεξάγεται με την παραπάνω σειρά βημάτων , και για τις μεθόδους *Naive2* και *SES* , ώστε να υπάρχει ένα μέτρο σύγκρισης της αποτελεσματικότητας των μεθόδων.

Οι τιμές του *Συμμετρικού μέσου Απόλυτου Ποσοστιαίου Σφάλματος (sMAPE%)* μετά από τις προβλέψεις της μεθόδου Θ με και χωρίς λογαρίθμιση παρατίθενται στον επόμενο πίνακα , σε αντιπαράθεση με τα αποτελέσματα από τις μεθόδους *Naive2* και *SES*. (οι τιμές του δείκτη είναι ποσοστά % όπως αυτός έχει οριστεί στο κεφάλαιο 4.1) :

| Μέθοδος | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-18 | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-6 | Ορίζοντας πρόβλεψης 7-12 | Ορίζοντας πρόβλεψης 13-18 |
|----------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| <i>Theta classic</i> | 4.90 | 3.35 | 4.99 | 6.36 |
| <i>Theta με Log</i> | 4.87 | 3.39 | 4.96 | 6.25 |
| <i>Naive2</i> | 5.12 | 3.50 | 5.19 | 6.66 |
| <i>SES</i> | 5.02 | 3.37 | 5.10 | 6.58 |

Πίνακας 5.3.1.1 : Τιμές δείκτη σφάλματος sMAPE (%) της μεθόδου *Theta* χωρίς και με λογαρίθμιση των 5008 χρονοσειρών της βάσης δεδομένων *FRED*

Όπως με τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 , η λογαρίθμιση των χρονοσειρών της βάσης δεδομένων FRED , οδηγεί την Θ σε παραγωγή προβλέψεων με ακρίβεια μεγαλύτερου μέσου όρου. Στο νέο αυτό σετ δεδομένων , το σύνολο των χρονοσειρών οι οποίες έχουν πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ των βασικών ποιοτικών τους χαρακτηριστικών , πλέον παύουν να υπερισχύουν αριθμητικά. Επομένως , το σύνολο των χρονοσειρών αυτών , έρχεται να επιβεβαιώσει την αρχική υπόθεση ότι η λογαρίθμιση των δεδομένων των χρονοσειρών μπορεί να οδηγήσει τη *Thetaline(0)* σε καλύτερη πρόβλεψη αρχικού επιπέδου και άρα και καλύτερες κατά μέσο όρο προβλέψεις. Επίσης , επιβεβαιώνεται η υπερίσχυση της μεθόδου Θ έναντι των μεθόδων – *benchmarks* τις οποίες χρησιμοποιούμε (SES, Naive2). Παρατηρείται ότι και σε αυτό το μεγαλύτερο σετ δεδομένων , η μέθοδος Θ παράγει ακριβέστερες κατά μέσο όρο προβλέψεις.

5.3.2 Χρήση Κατωφλίων Λογαρίθμισης

Μετά την διαδικασία εξαγωγής των αρχικών προβλέψεων , έγιναν τεστ συσχέτισης (μέσω της συνάρτησης "*cor()*" του πακέτου "*stats*" της πλατφόρμας RStudio [30]) μεταξύ των δεικτών σφαλμάτων και των ποιοτικών χαρακτηριστικών τα οποία εξετάζονται , με σκοπό να επαναληφθεί η διαδικασία εύρεσης κατωφλίου λογαρίθμισης όπως και με τα δεδομένα από τον M3 χρησιμοποιώντας ως κριτήριο το καταλληλότερο χαρακτηριστικό. Το τεστ συσχέτισης μεταξύ των δεικτών σφαλμάτων και ποιοτικών χαρακτηριστικών , εμφάνισε τις μεγαλύτερες συσχετίσεις στο δείκτη σφάλματος *sMAPE*. Οι τιμές όμως (*r-value*) του τεστ συσχέτισης της συνάρτησης "*cor()*" (*Pearson test*) είναι πολύ μικρότερες από αυτές που εμφανίστηκαν με τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3. Τα αποτελέσματα του τεστ για το δείκτη *sMAPE* είναι τα εξής:

| | Χωρίς Λογαρίθμηση | | | | | Χωρίς Λογαρίθμηση | | | |
|------------------------------|--------------------|----------|-----------|----------|---------------------------|--------------------|----------|-----------|----------|
| | Οριζόντια Πρόβλεψη | | | | | Οριζόντια Πρόβλεψη | | | |
| Χαρακτηριστικά | 1 έως 6 | 7 έως 12 | 13 έως 18 | 1 έως 18 | Χαρακτηριστικά | 1 έως 6 | 7 έως 12 | 13 έως 18 | 1 έως 18 |
| 1 seasonal | 0.071 | 0.013 | 0.014 | 0.028 | seasonal | 0.067 | 0.007 | 0.004 | 0.021 |
| 2 trend | -0.214 | -0.200 | -0.171 | -0.203 | trend | -0.198 | -0.192 | -0.163 | -0.192 |
| 3 tau | -0.318 | -0.290 | -0.264 | -0.303 | tau | -0.310 | -0.298 | -0.278 | -0.311 |
| 4 var | -0.011 | 0.001 | 0.007 | 0.001 | var | -0.013 | -0.008 | -0.005 | -0.008 |
| 5 sd | -0.017 | -0.003 | 0.003 | -0.004 | sd | -0.017 | -0.013 | -0.010 | -0.013 |
| 6 var/mean | -0.017 | -0.004 | 0.003 | -0.004 | var/mean | -0.013 | -0.009 | -0.006 | -0.009 |
| 7 sd/mean | 0.292 | 0.267 | 0.291 | 0.300 | sd/mean | 0.309 | 0.261 | 0.274 | 0.295 |
| 8 median-min | -0.016 | -0.004 | 0.001 | -0.005 | median-min | -0.020 | -0.016 | -0.016 | -0.018 |
| 9 median-25% | -0.017 | -0.004 | 0.001 | -0.005 | median-25% | -0.020 | -0.017 | -0.016 | -0.018 |
| 10 75%-median | -0.017 | -0.004 | 0.002 | -0.005 | 75%-median | -0.016 | -0.011 | -0.008 | -0.011 |
| 11 max-median | -0.015 | -0.001 | 0.005 | -0.002 | max-median | -0.014 | -0.009 | -0.007 | -0.010 |
| 12 max-min | -0.016 | -0.002 | 0.004 | -0.003 | max-min | -0.017 | -0.012 | -0.010 | -0.013 |
| 13 75%-25% | -0.018 | -0.004 | 0.002 | -0.005 | 75%-25% | -0.018 | -0.014 | -0.012 | -0.015 |
| 14 median-min / median | 0.439 | 0.374 | 0.377 | 0.414 | median-min / median | 0.440 | 0.365 | 0.361 | 0.404 |
| 15 median-25% / median | 0.265 | 0.226 | 0.244 | 0.257 | median-25% / median | 0.275 | 0.217 | 0.225 | 0.248 |
| 16 75%-median / median | -0.001 | 0.016 | 0.032 | 0.020 | 75%-median / median | 0.017 | 0.006 | 0.004 | 0.008 |
| 17 max-median / median | 0.000 | 0.016 | 0.033 | 0.021 | max-median / median | 0.018 | 0.007 | 0.005 | 0.009 |
| 18 max-min / median | 0.002 | 0.018 | 0.035 | 0.023 | max-min / median | 0.020 | 0.009 | 0.006 | 0.011 |
| 19 75%-25% / median | 0.000 | 0.017 | 0.034 | 0.022 | 75%-25% / median | 0.019 | 0.008 | 0.005 | 0.010 |
| 20 num of outliers/num of in | 0.080 | 0.088 | 0.115 | 0.104 | num of outliers/num of in | 0.091 | 0.090 | 0.114 | 0.107 |
| 21 shapiro p-value | 0.032 | 0.017 | 0.016 | 0.021 | shapiro p-value | 0.031 | 0.017 | 0.019 | 0.023 |

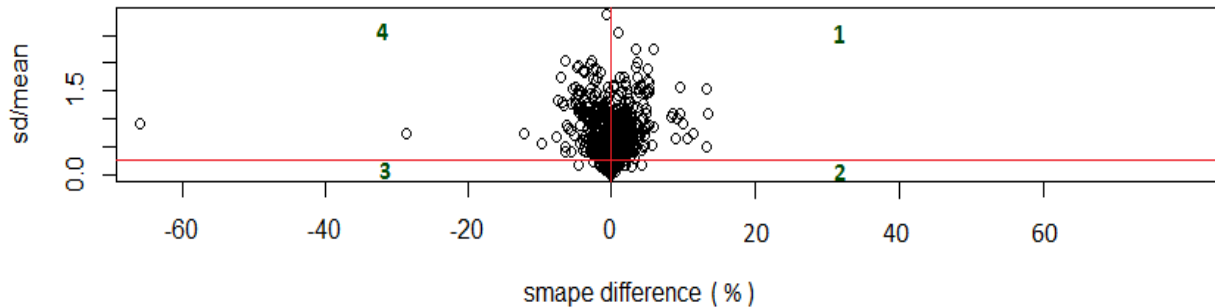
Πίνακας 5.3.2.1 : Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών (τιμές r-value) με το Δείκτη Σφάλματος sMAPE για τις 5008 χρονοσειρές της βάσης δεδομένων FRED

Το γεγονός ότι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του νέου συνόλου χρονοσειρών εμφανίζουν μικρότερες συσχετίσεις ενδεχομένως να οφείλεται στον πολύ μεγαλύτερο αριθμό χρονοσειρών σχετικά με αυτές του M3. Καθώς οι χρονοσειρές εκφράζουν πολύ διαφορετικά μεγέθη από πλήθος τομέων , οι τυχόν συσχετίσεις που κάποιες θα έχουν μεταξύ δεικτών σφαλμάτων και διαφορετικών ποιοτικών χαρακτηριστικών αλληλοαναιρούνται δίνοντας τελικά την παραπάνω εικόνα.

Με βάση τα αποτελέσματα του τεστ συσχέτισης , αλλά και τα αποτελέσματα του τεστ στα δεδομένα του διαγωνισμού M3 , επιλέχθηκαν τα : $\frac{sd}{mean}$, $\frac{median-min}{median}$, $\frac{median-25\%}{median}$

και |tau| ως ποιοτικά χαρακτηριστικά βάσει των οποίων θα γίνει η διερεύνηση για τις τιμές κατωφλίων λογαρίθμισης. Η διαδικασία με την οποία επιλέγονται τα κατώφλια λογαρίθμισης

επαναλαμβάνεται όπως στο κεφάλαιο 5.2.4.2. Η γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων για το χαρακτηριστικό $\frac{sd}{mean}$ παρατίθεται στη συνέχεια ως παράδειγμα :



Εικόνα 5.3.2.1 : Επιλογή Κατωφλίου Λογαρίθμισης Χαρακτηριστικού $sd/mean$ για τις Χρονοσειρές του FRED

Με την ολοκλήρωση της διαδικασίας παραγωγής τιμών-κατωφλίων λογαρίθμισης όπως στο κεφάλαιο 5.2.4.2 , παράγονται οι δείκτες απόδοσης δ , επιμέρους και συνολικά καθώς και τα αντίστοιχα κατώφλια λογαρίθμισης (Κεφ. 5.2.4.1) και είναι τα εξής :

| Χαρακτηριστικό | X (max = 2794) | Y (max = 2214) | Δείκτης απόδοσης δ (%) | Τιμή κατωφλίου |
|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|---------------------------|
| $sd/mean$ | 1290 | 1217 | 50.57 | 0.1217 |
| $\frac{median - min}{median}$ | 1324 | 1181 | 50.37 | 0.2140 |
| $\frac{median - 25\%}{median}$ | 1277 | 1228 | 50.59 | 0.0965 |
| $ tau $ | 882 | 1623 | 54.44 | 0.8273 |

Πίνακας 5.3.2.2 : Τιμές Κατωφλίου Λογαρίθμισης και Δείκτης Απόδοσης για τις Χρονοσειρές FRED

Στη συνέχεια , οι παραπάνω τιμές – κατώφλια θέτονται ως κριτήρια λογαρίθμησης για τις χρονοσειρές , πριν επανεκτελεστεί η διαδικασία παραγωγής προβλέψεων. Τα σφάλματα **sMAPE (%)** μετά τη διαδικασία πρόβλεψης παρατίθενται σε κάθε περίπτωση συγκεντρωτικά , σε αντιπαράθεση με τα σφάλματα της Θ πριν την εξαγωγή κατωφλίου προς ευκολότερη σύγκριση :

| Μέθοδος | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-18 | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-6 | Ορίζοντας πρόβλεψης 7-12 | Ορίζοντας πρόβλεψης 13-18 |
|---|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| <i>Theta classic</i> | 4.90 | 3.35 | 4.99 | 6.36 |
| <i>Theta με Log</i> | 4.87 | 3.39 | 4.96 | 6.25 |
| <i>Log όταν $\frac{sd}{mean} \geq 0.1217$</i> | 4.87 | 3.38 | 4.96 | 6.26 |
| <i>Log όταν $\frac{median-min}{median} \geq 0.214$</i> | 4.87 | 3.39 | 4.97 | 6.26 |
| <i>Log όταν $\frac{median-25\%}{median} \geq 0.0965$</i> | 4.87 | 3.39 | 4.97 | 6.26 |
| <i>Log όταν $tau \geq 0.8273$</i> | 4.86 | 3.36 | 4.94 | 6.26 |

Πίνακας 5.3.2.3 : Τιμές του δείκτη σφάλματος sMAPE της Μεθόδου Theta – Κατώφλια Λογαρίθμησης

Από τα αποτελέσματα των προβλέψεων (δείκτη σφάλματος $sMAPE\%$) παρατηρούμε ότι με τα κατώφλια λογαρίθμησης , η ακρίβεια παραμένει περίπου ίση σε σχέση με την περίπτωση όπου όλες οι χρονοσειρές λογαριθμίζονται , (οι διαφορές βρίσκονται στο 3^ο δεκαδικό ψηφίο) και σε κάθε περίπτωση , υπάρχει βελτίωση σε σχέση με την περίπτωση όπου δεν λογαριθμίζεται καμία χρονοσειρά. Η χρήση του χαρακτηριστικού “/tau/” ως κριτηρίου λογαρίθμησης παράγει προβλέψεις με βελτίωση του δείκτη $sMAPE$ κατά 0.01 σε σχέση με τη περίπτωση όπου λογαριθμίζουμε το σύνολο των χρονοσειρών. Καθώς η λογαρίθμηση με χρήση των κατωφλίων λογαρίθμησης οδηγεί σε βελτίωση του μοντέλου πρόβλεψης Θ αλλά δεν υπάρχει κάποιο κριτήριο το οποίο να βελτιώνει σε μεγάλο βαθμό το μοντέλο , στη συνέχεια της εργασίας επαναλαμβάνεται η διαδικασία παραγωγής του γραμμικού μοντέλου παλινδρόμησης του κεφαλαίου 5.2.4.4.

5.3.3 Γραμμικό μοντέλο Παλινδρόμησης για τις 5008 Χρονοσειρές της Βάσης Δεδομένων FRED

Η διαδικασία επιλογής των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου παλινδρόμησης για το σετ δεδομένων FRED , έγινε όπως και στο σετ χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 (Κεφ. 5.2.4.4). Μετά από τον έλεγχο του κεφαλαίου 5.2.4.4 , επιλέγεται η μέθοδος *backward elimination* για τον καθορισμό των μεταβλητών οι οποίες θα συμμετάσχουν στο γραμμικό μοντέλο. Αρχικά γίνεται ένας έλεγχος για τις συσχετίσεις μεταξύ των ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών. Επιλέγονται τα χαρακτηριστικά τα οποία είναι κανονικοποιημένα (ποσοστιαία ή διαιρεμένα με μία μέση τιμή) προς διερεύνηση , καθώς θέλουμε να παράγουμε ένα γραμμικό μοντέλο το οποίο να έχει καθολική ισχύ , και να μην εξαρτάται από το επίπεδο της μέσης τιμής των χρονοσειρών. Το τεστ συσχέτισης γίνεται μέσω της συνάρτησης “cor()” [30] (από correlation) του RStudio και μας δίνει τα εξής αποτελέσματα :

| | seasonal | trend | tau | var/mean | sd/mean | median-min / median | median-25% / median | 75%-median / median | max-median / median | max-min / median | 75% - 25% / median | num of outliers / num of insample | shapiro p-value |
|-------------------------------|----------|--------|--------|----------|---------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|--------------------|-----------------------------------|-----------------|
| seasonal | 1.000 | 0.030 | 0.227 | 0.032 | 0.337 | 0.461 | 0.371 | 0.019 | 0.019 | 0.021 | 0.021 | -0.080 | -0.267 |
| trend | 0.030 | 1.000 | 0.445 | 0.022 | 0.077 | -0.003 | 0.081 | 0.012 | 0.012 | 0.012 | 0.012 | -0.022 | -0.117 |
| tau | 0.227 | 0.445 | 1.000 | 0.064 | 0.235 | 0.152 | 0.279 | 0.033 | 0.033 | 0.034 | 0.035 | -0.124 | -0.278 |
| var/mean | 0.032 | 0.022 | 0.064 | 1.000 | 0.137 | 0.117 | 0.156 | 0.008 | 0.008 | 0.009 | 0.009 | 0.007 | -0.015 |
| sd/mean | 0.337 | 0.077 | 0.235 | 0.137 | 1.000 | 0.852 | 0.910 | 0.161 | 0.164 | 0.167 | 0.167 | 0.305 | -0.154 |
| median-min / median | 0.461 | -0.003 | 0.152 | 0.117 | 0.852 | 1.000 | 0.905 | 0.069 | 0.071 | 0.075 | 0.075 | 0.100 | -0.166 |
| median-25% / median | 0.371 | 0.081 | 0.279 | 0.156 | 0.910 | 0.905 | 1.000 | 0.108 | 0.111 | 0.114 | 0.115 | 0.128 | -0.170 |
| 75%-median / median | 0.019 | 0.012 | 0.033 | 0.008 | 0.161 | 0.069 | 0.108 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.122 | -0.009 |
| max-median / median | 0.019 | 0.012 | 0.033 | 0.008 | 0.164 | 0.071 | 0.111 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.124 | -0.009 |
| max-min / median | 0.021 | 0.012 | 0.034 | 0.009 | 0.167 | 0.075 | 0.114 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.124 | -0.009 |
| 75%-25% / median | 0.021 | 0.012 | 0.035 | 0.009 | 0.167 | 0.075 | 0.115 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.123 | -0.010 |
| num of outliers/num of insamp | -0.080 | -0.022 | -0.124 | 0.007 | 0.305 | 0.100 | 0.128 | 0.122 | 0.124 | 0.124 | 0.123 | 1.000 | -0.053 |
| shapiro p-value | -0.267 | -0.117 | -0.278 | -0.015 | -0.154 | -0.166 | -0.170 | -0.009 | -0.009 | -0.009 | -0.010 | -0.053 | 1.000 |

Πίνακας 5.3.3.1 : Συσχέτιση Μεταξύ των Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των 5008 Χρονοσειρών FRED

Τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία δεν εμφανίζουν σημαντική συσχέτιση μεταξύ τους ($r\text{-value} \geq 0.5$) και επομένως θέτονται αρχικά ως μεταβλητές του γραμμικού μοντέλου είναι :

$x_1 \rightarrow$ "seasonal"

$x_2 \rightarrow$ "trend"

$x_3 \rightarrow$ "|tau|"

$x_4 \rightarrow$ " $\frac{sd}{mean}$ "

$x_5 \rightarrow$ " $\frac{var}{mean}$ "

$x_6 \rightarrow$ " $\frac{75\% - 25\%}{median}$ "

$x_7 \rightarrow$ " $\frac{num\ of\ outliers}{num\ of\ observations}$ "

$x_8 \rightarrow$ "Shapiro p-value"

Όπως και στο πείραμα παραγωγής γραμμικού μοντέλου με βάση το σετ χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 , έτσι και εδώ , ορίζονται οι αντίστοιχοι μονοδιάστατοι πίνακες οι οποίοι αποτελούνται από τις τιμές των χρονοσειρών για τα παραπάνω χαρακτηριστικά καθώς και ο μονοδιάστατος πίνακας Y ο οποίος αποτελείται από τιμές 0 ή 1 για κάθε χρονοσειρά , περιγράφοντας τις περιπτώσεις όπου η μέθοδος Θ έχει χειρότερη ή καλύτερη ακρίβεια μετά τη λογαρίθμηση αντίστοιχα.

Στη συνέχεια καλείται η συνάρτηση *lm()* (Κεφ.5.2.4.4) [38] [39] προς παραγωγή του γραμμικού μοντέλου τα αποτελέσματα της οποίας αποθηκεύονται στη μεταβλητή *model* :

model ←lm(y ~ 0 + x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8)

Τα αποτελέσματα παράγονται μέσω της συνάρτησης *summary()* [40] [41] (η συνάρτηση καλείται ως εξής : *summary(model)*) :

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|-----------|------------|------------|---------|----------|
| x1 | 1.791e-01 | 1.600e-02 | 11.192 | < 2e-16 |
| x2 | 1.258e-01 | 1.949e-02 | 6.452 | 1.21e-10 |
| x3 | 4.527e-01 | 2.830e-02 | 15.995 | < 2e-16 |
| x4 | 1.070e-16 | 3.316e-16 | 0.323 | 0.747 |
| x5 | -1.388e-01 | 3.022e-02 | -4.592 | 4.50e-06 |
| x6 | 1.760e-04 | 2.746e-04 | 0.641 | 0.522 |
| x7 | 1.293e+00 | 2.340e-01 | 5.526 | 3.43e-08 |
| x8 | 4.537e-01 | 5.431e-02 | 8.354 | < 2e-16 |

Residual standard error: 0.5211 on 5000 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5141, Adjusted R-squared: 0.5134

F-statistic: 661.4 on 8 and 5000 DF, p-value: < 2.2e-16

Καθώς οι τιμές p -value του στατιστικού τεστ (με υπόθεση ότι οι μεταβλητές $x_1..x_8$ δεν πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στο γραμμικό μοντέλο) , για τις μεταβλητές $x_4 : (\frac{var}{mean})$ και $x_6 : (\frac{75\%-25\%}{median})$ είναι μεγαλύτερες από 0.05 όπως παρατηρούμε από την τελευταία στήλη των αποτελεσμάτων της συνάρτησης $lm()$ και έχοντας υποθέσει επίπεδο σημαντικότητας 95% οι μεταβλητές αυτές απορρίπτονται. Η συνάρτηση $lm()$ επανακαλείται ως εξής :

model ←lm(y ~ 0 + x1 + x2 + x3 + x5 + x7 + x8)

Τα αποτελέσματα της συνάρτησης $summary(model)$ μετατρέπονται ως ακολούθως :

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|----|----------|------------|---------|----------|
| x1 | 0.17850 | 0.01598 | 11.173 | < 2e-16 |
| x2 | 0.12540 | 0.01948 | 6.436 | 1.34e-10 |
| x3 | 0.45296 | 0.02829 | 16.012 | < 2e-16 |
| x5 | -0.13494 | 0.02968 | -4.546 | 5.59e-06 |
| x7 | 1.30005 | 0.23325 | 5.574 | 2.63e-08 |
| x8 | 0.45372 | 0.05430 | 8.356 | < 2e-16 |

Residual standard error: 0.521 on 5002 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5141, Adjusted R-squared: 0.5135

F-statistic: 882 on 6 and 5002 DF, p-value: < 2.2e-16

Οι τιμές p -value των μεταβλητών παραμένουν καταδεικνύουν ότι δεν χρειάζεται κάποια από τις παραπάνω μεταβλητές να διαγραφεί από το μοντέλο.

Με βάση τη λογική της διαδικασίας *backward elimination* και έχοντας ως σκοπό να μειωθεί η πολυπλοκότητα του μοντέλου, αφαιρείται η μεταβλητή x_2 ("trend") και η διαδικασία εξαγωγής του γραμμικού μοντέλου επαναλαμβάνεται.

Τα αποτελέσματα αυτή τη φορά είναι :

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|-------|----------|------------|---------|----------|
| x_1 | 0.19616 | 0.01580 | 12.413 | < 2e-16 |
| x_3 | 0.58682 | 0.01925 | 30.481 | < 2e-16 |
| x_5 | -0.14935 | 0.02972 | -5.026 | 5.19e-07 |
| x_7 | 1.57237 | 0.23031 | 6.827 | 9.68e-12 |
| x_8 | 0.52456 | 0.05338 | 9.826 | < 2e-16 |

Residual standard error: 0.5231 on 5003 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5101, Adjusted R-squared: 0.5096

F-statistic: 1042 on 5 and 5003 DF, p-value: < 2.2e-16

Ενώ και τα δύο γραμμικά μοντέλα είναι στατιστικά σημαντικά, με τιμές $p\text{-value} < 2.2e-16$ παρατηρούμε ότι η τιμή F-statistic του δεύτερου μοντέλου είναι μεγαλύτερη (1042 έναντι 882) του πρώτου. Επομένως επιλέγεται το δεύτερο γραμμικό μοντέλο για τη συνέχεια της πειραματικής διαδικασίας το οποίο είναι το εξής :

$$y = a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 + d \cdot x_4 + e \cdot x_5$$

Όπου $a = 0.19616$, $b = 0.58682$, $c = -0.14935$, $d = 1.57237$, $e = 0.52456$

Οι νέες αντιστοιχίες μεταξύ των μεταβλητών και των ποιοτικών χαρακτηριστικών είναι :

$x_1 \rightarrow \text{"seasonal"}$

$x_2 \rightarrow \text{"|tau|"}$

$x_3 \rightarrow \text{"\frac{sd}{mean}"}$

$x_4 \rightarrow \text{"\frac{num of outliers}{num of observations}"}$

$x_5 \rightarrow \text{"shapiro p-value"}$

Ο δείκτης απόδοσης δ του μοντέλου (επί μέρους και συνολικά) είναι :

| <i>Μέθοδος</i> | X (max = 2794) | Y (max = 2214) | Δείκτης απόδοσης δ (%) | Αριθμός Λογαριθμισμένων Χρονοσειρών |
|----------------------------------|----------------------------|----------------------------|---|--|
| Γραμμικό Μοντέλο Λογαρίθμισης | 1564 | 1075 | 52.27% | 2703 |

Πίνακας 5.3.3.2 : Δείκτης Απόδοσης Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμισης Χρονοσειρών FRED

Η διαδικασία των προβλέψεων επαναλαμβάνεται στις 5008 χρονοσειρές με κριτήριο λογαρίθμισης αυτή τη φορά τις τιμές που παράγονται για κάθε χρονοσειρά από το γραμμικό μοντέλο. Τα σφάλματα **SMAPE%** τα οποία προκύπτουν μετά τις προβλέψεις της μεθόδου Θ παρατίθενται παρακάτω σε αντιπαράθεση με τα σφάλματα του πειράματος κατωφλίου και των προηγούμενων μεθόδων :

| <i>Μέθοδος</i> | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-18 | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-6 | Ορίζοντας πρόβλεψης 7-12 | Ορίζοντας πρόβλεψης 13- 18 |
|--|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <i>Theta classic</i> | 4.90 | 3.35 | 4.99 | 6.36 |
| <i>Theta με Log</i> | 4.87 | 3.39 | 4.96 | 6.25 |
| <i>Log όταν sd/mean ≥ 0.1217</i> | 4.87 | 3.38 | 4.96 | 6.26 |
| <i>Log όταν tau ≥ 0.8273</i> | 4.86 | 3.36 | 4.94 | 6.26 |
| <i>Theta με Γραμμικό Μοντέλο Λογαρίθμισης</i> | 4.85 | 3.36 | 4.94 | 6.25 |

Πίνακας 5.3.3.3. : Δείκτες Σφάλματος *sMAPE*(%) της Μεθόδου *Theta* με Διάφορα Κριτήρια Λογαρίθμισης για τις 5008 Χρονοσειρές *FRED*

Όταν εφαρμόζεται το γραμμικό μοντέλο ως κριτήριο λογαρίθμισης των χρονοσειρών της βάσης δεδομένων *FRED*, η μέθοδος *Theta* παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ακρίβεια όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα, με δείκτη σφάλματος *sMAPE* 4.85%. Το αποτέλεσμα αυτό καταδεικνύει ότι για το σετ δεδομένων αυτό, το γραμμικό μοντέλο πράγματι είναι το αποδοτικότερο ως κριτήριο λογαρίθμισης όσον αφορά την ακρίβεια προβλέψεων της μεθόδου Θ . Η διαφορά στις τιμές του σφάλματος *sMAPE* συνολικά, είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση όπου χρησιμοποιούμε αυτό το κριτήριο σε σχέση με την περίπτωση όπου λογαριθμίζεται το σύνολο των χρονοσειρών πριν τη διαδικασία της διεξαγωγής προβλέψεων. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση όπου λογαριθμίζονται όλες οι χρονοσειρές, εάν προσθέσουμε τις τιμές του σφάλματος πριν και μετά τη λογαρίθμιση για το σύνολο των χρονοσειρών, παίρνουμε την τιμή 166.92 ως αποτέλεσμα. Στην περίπτωση όπου προσθέσουμε όλες τις τιμές του δείκτη σφάλματος πριν και μετά τη λογαρίθμιση όταν

χρησιμοποιείται σαν κριτήριο το γραμμικό μοντέλο , η συνολική διαφορά είναι 245.41 . Παρατηρείται λοιπόν και με τον τρόπο αυτό ότι το γραμμικό μοντέλο υπερισχύει.

Τέλος πραγματοποιείται ένας έλεγχος για το εάν το γραμμικό μοντέλο στο οποίο καταλήξαμε με βάση το σετ δεδομένων των 5008 χρονοσειρών , έχει καλή απόδοση στο σετ των 1428 χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 ώστε να γίνει ένας έλεγχος για το πόσο καθολική ισχύ έχει. Η διαδικασία προβλέψεων επαναλήφθηκε στις χρονοσειρές αυτές , με κριτήριο λογαρίθμησης το μοντέλο στο οποίο καταλήξαμε. Τα αποτελέσματα είναι τα εξής (δείκτες σφάλματος *sMAPE%*):

| <i>Μέθοδος</i> | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-18 | Ορίζοντας πρόβλεψης 1-6 | Ορίζοντας πρόβλεψης 7-12 | Ορίζοντας πρόβλεψης 13- 18 |
|---|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <i>Theta classic</i> | 13.87 | 11.77 | 13.22 | 16.64 |
| <i>Theta classic με λογαρίθμηση</i> | 13.54 | 11.58 | 12.91 | 16.13 |
| <i>Theta με Γραμμικό Μοντέλο FRED</i> | 13.86 | 11.82 | 13.20 | 16.56 |

Πίνακας 5.3.3.4 : Σφάλματα *sMAPE%* της μεθόδου *Theta* για τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 με κριτήριο λογαρίθμησης το Γραμμικό Μοντέλο των Δεδομένων FRED και με λογαρίθμηση του συνόλου των χρονοσειρών.

Το γραμμικό μοντέλο στο οποίο έχουμε καταλήξει ενώ είναι το βέλτιστο από τα υπόλοιπα κριτήρια λογαρίθμησης για τις 5008 χρονοσειρές της βάσης δεδομένων FRED , στις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 δεν παρουσιάζει τη βέλτιστη απόδοση. Παρατηρείται μία βελτίωση από τη μέθοδο *Theta classic* , όπου δεν λογαριθμίζεται καμία χρονοσειρά , αλλά όταν λογαριθμιστεί το σύνολο των χρονοσειρών , η ακρίβεια της μεθόδου Θ βελτιώνεται σημαντικά. Επομένως , το τελικό γραμμικό μοντέλο δεν είναι το βέλτιστο κριτήριο λογαρίθμησης των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3.

6. Συμπεράσματα – Μελλοντικές Προεκτάσεις

6.1 Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό τη βελτίωση της προβλεπτικής ικανότητας της μεθόδου Theta , μέσω ενός συνόλου πειραμάτων. Η πορεία των πειραμάτων προσανατολίστηκε στους μετασχηματισμούς των τιμών των χρονοσειρών , και συγκεκριμένα , με έναυσμα τη δημοσίευση του Adrian N. Beaumont [26] στις διάφορες μεθόδους λογαρίθμισης των δεδομένων. Αρχικά τα πειράματα έγιναν στις 1428 μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3. Εκεί διαπιστώθηκε ότι πράγματι , μετά από λογαρίθμιση των δεδομένων των χρονοσειρών , η μέθοδος Θ παρήγαγε προβλέψεις μεγαλύτερης συνολικής ακρίβειας. Μετά από τη διαπίστωση ότι η ακρίβεια βελτιώνεται σε ένα μέρος των χρονοσειρών και όχι στο σύνολό τους , η κατεύθυνση της πειραματικής διαδικασίας στράφηκε προς κατασκευή πειραμάτων , τα οποία θα είναι σε θέση τελικά να προσδιορίζουν εξαρχής σε ένα σύνολο χρονοσειρών ποιες θα πρέπει να λογαριθμιστούν και ποιες όχι , μετά από σχετικούς ελέγχους.

Ελέγχοντας ένα σύνολο 21 ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών , καταλήξαμε σε κάποια , τα οποία εμφάνιζαν σημαντικές συσχετίσεις με τα σφάλματα της μεθόδου πρόβλεψης και άρα χρησιμοποιήθηκαν μετά από πειράματα κατάλληλες τιμές τους ως κατώφλια λογαρίθμισης. Οι προβλέψεις με χρήση των κατωφλίων ως κριτήριο λογαρίθμισης βελτίωσαν την ακρίβεια της μεθόδου , όχι όμως περισσότερο από την περίπτωση όπου όλες οι χρονοσειρές λογαριθμίζονται. Αυτό συνέβη καθώς τα κριτήρια λογαρίθμισης αυτά , δεν κατάφεραν να αναγνωρίσουν το σύνολο των χρονοσειρών οι οποίες πρέπει να λογαριθμιστούν καθώς και το σύνολο αυτών στις οποίες δεν πρέπει να πραγματοποιηθεί κάποιος μετασχηματισμός.

Στη συνέχεια , επιλέχθηκε ένα κατάλληλο σύνολο ποιοτικών χαρακτηριστικών το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή ενός γραμμικού μοντέλου. Αυτό , λαμβάνοντας ως είσοδο τιμές συγκεκριμένων χαρακτηριστικών μίας χρονοσειράς , παράγει μία τιμή η οποία θα

λειτουργεί ως κριτήριο λογαρίθμισής της. Το γραμμικό μοντέλο ήταν περισσότερο αποτελεσματικό στο διαχωρισμό των χρονοσειρών οι οποίες πρέπει να λογαριθμιστούν από τα προηγούμενα κριτήρια κατωφλίου. Οδήγησε τη μέθοδο Θ σε παραγωγή προβλέψεων με σημαντικά βελτιωμένη ακρίβεια σε σχέση με την περίπτωση όπου καμία χρονοσειρά δεν λογαριθμίζεται (*Theta classic*), δεν κατάφερε όμως να μειώσει το σφάλμα της μεθόδου περισσότερο από την περίπτωση όπου λογαριθμίζεται το σύνολο των χρονοσειρών.

Το δεύτερο σετ δεδομένων το οποίο χρησιμοποιήσαμε για την εφαρμογή των παραπάνω περαμάτων , αποτελείται από 5008 μηνιαίες χρονοσειρές της βάσης δεδομένων FRED (*Federal Reserve Economic Data*). Η υπέρσχυση της μεθόδου προβλέψεων Θ έναντι μεθόδων-*benchmarks* (SES , Naive2) επαναλαμβάνεται και σε αυτό το σετ δεδομένων. Η λογαρίθμηση των χρονοσειρών στο νέο αυτό σετ οδήγησε σε προβλέψεις μεγαλύτερης ακρίβειας , επιβεβαιώνοντας τα αποτελέσματα από τα πειράματα στα δεδομένα του διαγωνισμού M3. Η χρήση κατωφλίων λογαρίθμησης , σε αυτό το μεγαλύτερο πλήθος χρονοσειρών , οδηγεί σε προβλέψεις ακρίβειας ίδιας και σε μία περίπτωση (όπου χρησιμοποιείται το χαρακτηριστικό “|tau|” , Κεφ. 4.3) καλύτερης από την ακρίβεια της Θ όταν λογαριθμίζονται όλες οι χρονοσειρές. Το αποτέλεσμα , καταδεικνύει την αποτελεσματικότητα των κριτηρίων αυτών.

Ο συνδυασμός συγκεκριμένων ποιοτικών χαρακτηριστικών προς παραγωγή ενός νέου γραμμικού μοντέλου με βάση τα δεδομένα των 5008 χρονοσειρών , κατέληξε στην παραγωγή ενός κριτηρίου λογαρίθμησης το οποίο όταν εφαρμόζεται κατά τη διαδικασία παραγωγής προβλέψεων , οδηγεί τη μέθοδο Θ σε προβλέψεις με τη μεγαλύτερη ακρίβεια , σε σχέση με όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις. Το γραμμικό μοντέλο το οποίο είναι βασισμένο σε αυτό το μεγαλύτερο σετ δεδομένων , σε συνδυασμό με τη μέθοδο Θ δίνει τη βέλτιστη ακρίβεια , σε σχέση με όλες τις άλλες εξεταζόμενες μεθόδους πρόβλεψης αλλά και τεχνικές λογαρίθμησης.

Καθώς το σετ των 5008 χρονοσειρών FRED είναι αρκετά μεγαλύτερο από αυτό του διαγωνισμού M3 (1428 χρονοσειρές) , έγινε ένας έλεγχος εφαρμογής του γραμμικού μοντέλου στο οποίο καταλήξαμε ως κριτήριο λογαρίθμησης στις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3. Οι προβλέψεις της μεθόδου Θ μετά το μετασχηματισμό αυτό , παρουσίασαν βελτίωση σε σχέση με τη μέθοδο

Theta classic όμως η λογαρίθμιση του συνόλου των χρονοσειρών αυτών , δίνει αποτελέσματα μεγαλύτερης ακρίβειας.

Η λογαρίθμιση των δεδομένων των χρονοσειρών οδηγεί τη μέθοδο πρόβλεψης Θ σε καλύτερα αποτελέσματα. Το σύνολο των πειραμάτων που διεξάχθηκαν , καταδεικνύουν τη συσχέτιση μεταξύ ποιοτικών χαρακτηριστικών και σφαλμάτων , όπως και το ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν τιμές-κατώφλια , τα οποία όταν συνδυαστούν σε ένα γραμμικό μοντέλο αλλά και ξεχωριστά , μπορούν να οδηγήσουν σε διαχωρισμό των χρονοσειρών οι οποίες πρέπει να λογαριθμιστούν από τις υπόλοιπες. Στην περίπτωση των 5008 χρονοσειρών , το γραμμικό μοντέλο οδήγησε σε προβλέψεις με τη μεγαλύτερη ακρίβεια , όμως δεν επιβεβαιώθηκε η υπερίσχυσή του έναντι άλλων κριτηρίων λογαρίθμισης στις 1428 χρονοσειρές του διαγωνισμού M3.

Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ένα αποδοτικότερο μοντέλο , μπορεί να βελτιώσει την παραγωγή προβλέψεων της μεθόδου Θ , αναγνωρίζοντας σε κάθε περίπτωση τις χρονοσειρές στις οποίες η μέθοδος έχει καλύτερα αποτελέσματα μετά τη λογαρίθμισή τους από αυτές στις οποίες παρουσιάζει αποτελέσματα μειωμένη ακρίβειας μετά το μετασχηματισμό αυτό.

6.2 Μελλοντικές Προεκτάσεις

Οι μελλοντικές προεκτάσεις της εργασίας είναι στα πλαίσια του μετασχηματισμού των δεδομένων των χρονοσειρών , πριν τη διεξαγωγή προβλέψεων μέσω της μεθόδου *Theta*. Στην παρούσα εργασία ελέγχθηκαν τεχνικές λογαρίθμισης των δεδομένων. Ένα τμήμα των μελλοντικών προεκτάσεων είναι η διερεύνηση και άλλων μετασχηματισμών.

Ένας από αυτούς είναι η εφαρμογή τετραγωνικής ρίζας στο σύνολο των δεδομένων των χρονοσειρών πριν τη διαδικασία παραγωγής προβλέψεων. Ένας άλλος μετασχηματισμός είναι ο μετασχηματισμός των δεδομένων με την τεχνική *Box-Cox* (*Box-Cox transformation*) [42] [43] [44]. Με το μετασχηματισμό αυτό , σταθεροποιείται η διασπορά των τιμών , διορθώνονται τα περιθώρια κατανομής της χρονοσειράς στην κατεύθυνση της κανονικής (Γκαουσιανής) κατανομής και τείνουν να μετατραπούν σε ομοσκεδαστικά. Οι μετασχηματισμοί αυτοί , μειώνοντας τη διασπορά των δεδομένων , μπορούν εν δυνάμει να οδηγήσουν τη μέθοδο Θ σε καλύτερη πρόβλεψη επιπέδου (*ThetaLine(0)*) και συνεπώς σε μεγαλύτερη ακρίβεια πρόβλεψης (Κεφ 5.1.2).

Στα πλαίσια της βελτιστοποίησης των πειραμάτων που διεξάγονται στην εργασία αυτή , μία μελλοντική προέκταση είναι η χρήση αποδοτικότερων κριτηρίων λογαρίθμισης των χρονοσειρών. Μπορούν να ελεγχθούν περισσότερα των 21 χαρακτηριστικών τα οποία ελέγχονται στα πλαίσια της εργασίας αυτής , καθώς και διάφοροι συνδυασμοί αυτών , με σκοπό την εύρεση μίας συνθήκης μεγαλύτερης αποτελεσματικότητας όσον αφορά το ποιες χρονοσειρές πρέπει να λογαριθμιστούν.

Ακόμα , στον τομέα του γραμμικού μοντέλου ως κριτήριο λογαρίθμισης , καθώς διαπιστώθηκε η υπερίσχυσή του έναντι των άλλων κριτηρίων στο σύνολο των 5008 χρονοσειρών FRED , μπορεί να βελτιστοποιηθεί , μέσω άλλων , αποδοτικότερων μεθόδων προς επιλογή των μεταβλητών του. Η μέθοδος η οποία χρησιμοποιείται στα πλαίσια της εργασίας αυτής είναι η “*stepwise method*” και συγκεκριμένα η τεχνική “*backward elimination*”. Η επιλογή των μεταβλητών όμως , μπορεί να πραγματοποιηθεί και με άλλες μεθόδους όπως η μέθοδος “*cross validation*” [45] [46] [47] με την οποία το γραμμικό μοντέλο “εκπαιδεύεται” σε ένα σετ δεδομένων με

αποτέλεσμα την επιλογή των καταλληλότερων μεταβλητών. Μία άλλη μέθοδος η οποία μπορεί να εξεταστεί είναι το μοντέλο “*lasso*”[48] (“*shrinkage methods*”) , το οποίο εκτελεί μία περισσότερο αυτοματοποιημένη διαδικασία προς επιλογή των μεταβλητών του γραμμικού μοντέλου.

Τέλος , μπορούν να εξεταστούν πέραν των γραμμικών , και άλλων τύπων μοντέλα όπως πολλαπλασιαστικά ή και εκθετικά , τα οποία δεν θεωρούν πλέον γραμμική συσχέτιση μεταξύ των ποιοτικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών και ενδεχομένως να οδηγήσουν στην παραγωγή κριτηρίων λογαρίθμισης μεγαλύτερης ακρίβειας.

Η δεξαμενή δεδομένων η οποία χρησιμοποιείται για την διεξαγωγή των πειραμάτων επίσης μπορεί να επεκταθεί. Στα πλαίσια της εργασίας χρησιμοποιούνται οι 1428 μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 και ένα σύνολο 5008 οι οποίες κρίθηκαν κατάλληλες από τις 20.000 μηνιαίες χρονοσειρές της βάσης δεδομένων *Federal Reserve Economic Data* (*FRED*). Ένα μεγαλύτερο σύνολο χρονοσειρών μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη εκπαίδευση των μοντέλων τα οποία χρησιμοποιούνται ως κριτήρια λογαρίθμισης (ή και άλλων μετασχηματισμών) και να παράγει περισσότερο αξιόπιστα αποτελέσματα.

Βιβλιογραφία

- [1] Assimakopoulos V. & Nikolopoulos K. (2000). “ The theta model : A decomposition approach to forecasting ”, *International Journal of Forecasting* , Vol. 16 , pp. 521-530
- [2] Hyndman R. & Billah B. (2003). “Unmasking the Theta method”, *International Journal of Forecasting* , Vol 19 , pp. 287-290
- [3] Assimakopoulos V. & Nikolopoulos K. "Theta model: decomposition approach or just SES with drift, *International Symposium on Forecasting ISF 2005, June 12-15, 2005, San Antonio, USA.*
- [4] Nikolopoulos, K., & Assimakopoulos, V. (2003). “Theta intelligent forecasting information system” , *Industrial Management and Data Systems*, Vol 103, pp. 711-726)
- [5] Fotios Petropoulos, Spyros Makridakis, Vassilios Assimakopoulos, Konstantinos Nikolopoulos. (2014). “ ‘Horses for Courses’ in demand forecasting ” , *European Journal of Operational Research* , Vol **237**:1, pp. 152 – 163
- [6] Thomakos, D. and Nikolopoulos, K. (2014). “Fathoming the Theta Method for a Unit Root Process ” , *IMA Oxford Journal of Management Mathematics* , Vol 25 (1) , pp. 152 – 163
- [7] Konstantinos Nikolopoulos, Dimitrios Thomakos, Fotios Petropoulos and Vassilis Assimakopoulos : “ Theta Model Forecasts for Financial Time Series : A Case Study in the S&P500 ” , Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου , Τμήμα Οικονομικών
- [8] Petropoulos, F & Nikolopoulos, K. “Optimizing Theta model for monthly data” , *5th International Conference on Agents and Artificial Intelligence (ICAART)* , 2013
- [9] Nikolopoulos, K, Assimakopoulos, V, Bougioukos, N, Litsa, A & Petropoulos, F (2012). “The Theta model: an essential forecasting tool for supply chain planning” , *Advances in automation and robotics* , Vol 2: Selected Papers from the 2011 International Conference on Automation and Robotics (ICAR 2011)

- [10] Constantinidou, C., Nikolopoulos, K., Bougioukos, N., Tsiafa, E., Petropoulos, F., & Assimakopoulos, V. (2012). "A neural network approach for the Theta model" *Lecture notes in Information Technology*, Vol 25, pp. 116 – 120.
- [11] M Competition : Spyros Makridakis et al. (April–June 1982). "The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition" , *Journal of Forecasting* , Vol 1 , pp. 111–153. (doi:10.1002/for.3980010202)
- [12] Makridakis, S., Chatfield, C., Hibon, M., Lawrence, M., Mills, T., Ord, K., Simmons, L. (1993). "The M2-Competition: A real-time judgmentally based forecasting study" , *International Journal of Forecasting* , Vol 9 , pp. 5-22
- [13] Makridakis, S., & Hibon, M. (2000). "The M3-Competition: Results conclusions and implications" . *International Journal of Forecasting* , Vol 164 , pp. 451 - 476
- [14] Brown, Robert G. (1956). "Exponential Smoothing for Predicting Demand" , Cambridge, Massachusetts: Arthur D. Little Inc. p. 15.
- [15] Gardner Jr., E.S. & McKenzie, E. (1985). "Forecasting trends in time series" , *Management Science*, Vol 31 , pp. 1237-1246.
- [16] Gardner Jr., E.S. & McKenzie, E. (1989). "Seasonal exponential smoothing with damped trends" , *Management Science* , Vol 35 , pp. 372-376
- [17] Alex J. Koning, Philip Hans Franses, Michele Hibon & H.O. Stekler (2005). "The M3 competition: Statistical tests of the results" , *International Journal of Forecasting* , Vol 21 , pp. 397 – 409
- [18] Σπύρος Μακρυδάκης, Robin Hogarth, Alin Gaba (2009). " Χορεύοντας με την Τύχη " ("Dance With Chance: Making Luck Work for You") , εκδόσεις Κρητική
- [19] Holt, Charles C. (1957). "Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages", *Office of Naval Research Memorandum Vol 52* reprinted in Holt, Charles C.
- [20] Kendall, M. (1938). "A New Measure of Rank Correlation", *Biometrika Vol 30 (1–2)* , pp. 81–89. (doi:10.1093/biomet/30.1-2.81. JSTOR 2332226.)

- [21] Kendall MG (1970). "Rank correlation methods" (4th ed.), London: Griffin. ISBN 978-0-852-6419-96. OCLC 136868.
- [22] Function : "kendallTrendTest" Package {EnvStats}, Author : Steven P. Millard
- [23] Shapiro, S. S.; Wilk, M. B. (1965). "An analysis of variance test for normality (complete samples)", *Biometrika Vol 52* (3–4), pp. 591–611. (doi:10.1093/biomet/52.3-4.591)
- [24] Function : "shapiro.test" Package {stats}, Author : Patrick Royston
- [25] Function : "acf" Package {stats}, Authors : Paul Gilbert , Martyn Plummer
- [26] Adrian N. Beaumont (2014). "Data transforms with exponential smoothing methods" of forecasting" , *International Journal of Forecasting* , Vol 30 , pp. 918-927
- [27] Rob J Hyndman , Anne B. Koehler , Ralph D Snyder , Simone Grose. (July 2002). "A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods" , *International Journal of Forecasting* , Vol 18 , pp.439-454
- [28] R Development Core Team (2011), R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria : the R Foundation for Statistical Computing. ISBN: 3-900051-07-0. Available online at <http://www.R-project.org/>.
- [29] Functions "ses" , "holt" , "naïve" Package {forecast}, Author : Rob J. Hyndman
- [30] Becker, R. A., Chambers, J. M. and Wilks, A. R. (1988). "The New S Language" Wadsworth & Brooks/Cole
- [31] Karl Pearson (June 20, 1895). "Notes on regression and inheritance in the case of two parents" *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol 58 , pp. 240–242
- [32] Stigler, Stephen M. (1989). "Francis Galton's Account of the Invention of Correlation" , *Statistical Science* , Vol 4 (2) , pp. 73–79. (doi:10.1214/ss/1177012580)
- [33] Spearman C (1904). "The proof and measurement of association between two things", *Amer. J. Psychol.* , Vol 15 , pp. 72–101 (doi:10.2307/1412159)
- [34] Efron, M. A. (1960) "Multiple regression analysis," *Mathematical Methods for Digital Computers*, Ralston A. and Wilf, H. S., (eds.), Wiley, New York.
- [35] Hocking, R. R. (1976) "The Analysis and Selection of Variables in Linear Regression," *Biometrics* , Vol 32.

- [36] Draper, N. and Smith, H. (1981) Applied Regression Analysis, 2d Edition, New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [37] Millard SP (2013). *EnvStats: An R Package for Environmental Statistics*. Springer-Verlag, New York. ISBN 978-1-4614-8455-4, <http://www.springer.com>.
- [38] Chambers, J. M. (1992). "Linear models. Chapter 4 of Statistical Models in S", eds J. M. Chambers and T. J. Hastie, Wadsworth & Brooks/Cole.
- [39] Function : "lm" Package {stats} , Author : Chambers J. M.
- [40] Chambers, J. M. and Hastie, T. J. (1992). "Statistical Models in S" , Wadsworth & Brooks/Cole.
- [41] Function : "summary" Package {base}
- [42] Box, George E. P.; Cox, D. R. (1964). "An analysis of transformations", *Journal of the Royal Statistical Society* , Series B 26 (2) , pp. 211–252
- [43] Sakia, R. M. (1992), "The Box-Cox transformation technique: a review", *The Statistician* , Vol 41 , pp. 169–178
- [44] Li, Fengfei (April 11, 2005), "Box-Cox Transformations: An Overview", Sao Paulo, Brazil: University of Sao Paulo, Brazil, retrieved 2014-11-02
- [45] Geisser, Seymour (1993). "Predictive Inference" , New York, NY: Chapman and Hall. ISBN 0-412-03471-9.
- [46] Kohavi, Ron (1995). "A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection" , *Proceedings of the Fourteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence* (San Mateo, CA: Morgan Kaufmann) , Vol 2 (12) pp. 1137–1143
- [47] Devijver, Pierre A. , Kittler, Josef (1982). "Pattern Recognition: A Statistical Approach" London, GB: Prentice-Hall.
- [48] Tibshirani, Robert (1996). "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso" (PostScript) , *Journal of the Royal Statistical Society* , Series B Vol 58 (1) , pp. 267–288

Φ. Πετρόπουλος, Β. Ασημακόπουλος (2011). “Επιχειρησιακές Προβλέψεις”, εκδόσεις συμμετρία, Αθήνα.

Παραρτήματα

Παράρτημα Α : Χρονοσειρές του Διαγωνισμού Μ3 – Χαρακτηριστικά –
Συσχετίσεις – Σφάλματα

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών :

| Series | seasonal | trend | tau | var | sd | var/mean | sd/mean | median-min | median-25% | 75%-median | max-median | max-min | 75%-25% | median-min / median | median-25% / median | 75%-median / median | max-median / median | max-min / median | 75%-25% / median | outliers/num of insample observations | shapiro p-value |
|--------|----------|------------|-------|----------|---------|----------|---------|------------|------------|------------|------------|---------|---------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|------------------|---------------------------------------|-----------------|
| N1402 | NO | Increasing | 0.016 | 3803857 | 1950.35 | 1053.82 | 0.540 | 2580 | 780 | 1500 | 3660 | 6240 | 2280 | 0.843 | 0.255 | 0.490 | 1.196 | 2.039 | 0.745 | 0.060 | 0.000 |
| N1403 | NO | Increasing | 0.018 | 2024840 | 1422.97 | 1270.61 | 0.893 | 1080 | 480 | 840 | 2760 | 3840 | 1320 | 0.900 | 0.400 | 0.700 | 2.300 | 3.200 | 1.100 | 0.060 | 0.000 |
| N1404 | NO | Increasing | 0.444 | 3280711 | 1811.27 | 839.27 | 0.463 | 3300 | 1500 | 1080 | 4740 | 8040 | 2580 | 0.821 | 0.373 | 0.269 | 1.179 | 2.000 | 0.642 | 0.000 | 0.427 |
| N1405 | NO | Increasing | 0.498 | 3674166 | 1916.81 | 1422.77 | 0.742 | 1850 | 690 | 1450 | 3970 | 5820 | 2140 | 0.911 | 0.340 | 0.714 | 1.956 | 2.867 | 1.054 | 0.060 | 0.001 |
| N1406 | NO | Increasing | 0.408 | 10232245 | 3198.79 | 1743.14 | 0.545 | 4550 | 1850 | 2350 | 6900 | 11450 | 4200 | 0.883 | 0.359 | 0.456 | 1.340 | 2.223 | 0.816 | 0.000 | 0.004 |
| N1407 | NO | Increasing | 0.175 | 1730397 | 1315.45 | 797.79 | 0.606 | 1800 | 600 | 900 | 2550 | 4350 | 1500 | 0.923 | 0.308 | 0.462 | 1.308 | 2.231 | 0.769 | 0.040 | 0.003 |
| N1408 | NO | Increasing | 0.207 | 1782266 | 1335.02 | 599.48 | 0.449 | 2325 | 525 | 975 | 2775 | 5100 | 1500 | 0.838 | 0.189 | 0.351 | 1.000 | 1.838 | 0.541 | 0.040 | 0.007 |
| N1409 | NO | Increasing | 0.064 | 2303091 | 1517.59 | 819.31 | 0.540 | 2400 | 600 | 750 | 2700 | 5100 | 1350 | 0.941 | 0.235 | 0.294 | 1.059 | 2.000 | 0.529 | 0.060 | 0.002 |
| N1410 | NO | Decreasing | 0.178 | 1256935 | 1121.13 | 393.53 | 0.351 | 2190 | 570 | 890 | 2090 | 4280 | 1460 | 0.709 | 0.184 | 0.288 | 0.676 | 1.385 | 0.472 | 0.020 | 0.815 |
| N1411 | NO | Decreasing | 0.051 | 2218159 | 1489.35 | 481.16 | 0.323 | 3290 | 1210 | 670 | 2810 | 6100 | 1880 | 0.690 | 0.254 | 0.140 | 0.589 | 1.279 | 0.394 | 0.020 | 0.941 |
| N1412 | NO | Decreasing | 0.017 | 1058269 | 1028.72 | 339.28 | 0.330 | 1950 | 1030 | 430 | 2370 | 4320 | 1460 | 0.607 | 0.321 | 0.134 | 0.738 | 1.346 | 0.455 | 0.020 | 0.071 |
| N1413 | NO | Decreasing | 0.081 | 26418305 | 5139.87 | 4864.53 | 0.946 | 2230 | 1230 | 5770 | 15550 | 17780 | 7000 | 0.875 | 0.482 | 2.263 | 6.098 | 6.973 | 2.745 | 0.000 | 0.000 |
| N1414 | NO | Decreasing | 0.074 | 2957679 | 1719.79 | 884.21 | 0.514 | 2400 | 850 | 1750 | 3850 | 6250 | 2600 | 0.814 | 0.288 | 0.593 | 1.305 | 2.119 | 0.881 | 0.000 | 0.023 |
| N1415 | NO | Decreasing | 0.027 | 6443571 | 2538.42 | 1256.06 | 0.495 | 3700 | 1150 | 2100 | 5950 | 9650 | 3250 | 0.804 | 0.250 | 0.457 | 1.293 | 2.098 | 0.707 | 0.020 | 0.215 |
| N1416 | NO | Increasing | 0.032 | 993904 | 996.95 | 533.67 | 0.535 | 1420 | 520 | 540 | 1840 | 3260 | 1060 | 0.807 | 0.295 | 0.307 | 1.045 | 1.852 | 0.602 | 0.020 | 0.000 |
| N1417 | NO | Increasing | 0.109 | 827028 | 909.41 | 629.59 | 0.692 | 820 | 360 | 360 | 1420 | 2240 | 720 | 0.745 | 0.327 | 0.327 | 1.291 | 2.036 | 0.655 | 0.060 | 0.000 |
| N1418 | NO | Increasing | 0.184 | 438612 | 662.28 | 229.88 | 0.347 | 1560 | 360 | 480 | 1200 | 2760 | 840 | 0.813 | 0.188 | 0.250 | 0.625 | 1.438 | 0.438 | 0.020 | 0.083 |
| N1419 | NO | Increasing | 0.241 | 763735 | 873.92 | 373.06 | 0.427 | 1200 | 600 | 720 | 1800 | 3000 | 1320 | 0.625 | 0.313 | 0.375 | 0.938 | 1.563 | 0.688 | 0.020 | 0.015 |
| N1420 | NO | Decreasing | 0.139 | 1621496 | 1273.38 | 390.54 | 0.307 | 2300 | 800 | 875 | 3200 | 5500 | 1675 | 0.575 | 0.200 | 0.219 | 0.800 | 1.375 | 0.419 | 0.020 | 0.050 |
| N1421 | NO | Decreasing | 0.468 | 2565400 | 1601.69 | 484.04 | 0.302 | 2100 | 650 | 1000 | 2700 | 4800 | 1650 | 0.420 | 0.130 | 0.200 | 0.540 | 0.960 | 0.330 | 0.039 | 0.001 |
| N1422 | NO | Decreasing | 0.455 | 7202996 | 2683.84 | 1059.57 | 0.395 | 4200 | 1950 | 2300 | 6600 | 10800 | 4250 | 0.636 | 0.295 | 0.348 | 1.000 | 1.636 | 0.644 | 0.000 | 0.153 |
| N1423 | NO | Decreasing | 0.411 | 10220235 | 3196.91 | 1785.65 | 0.559 | 5200 | 2950 | 1850 | 6400 | 11600 | 4800 | 0.897 | 0.509 | 0.319 | 1.103 | 2.000 | 0.828 | 0.020 | 0.103 |
| N1424 | NO | Decreasing | 0.521 | 798882 | 893.80 | 219.72 | 0.246 | 955 | 333 | 803 | 2070 | 3025 | 1135 | 0.284 | 0.099 | 0.238 | 0.615 | 0.899 | 0.337 | 0.020 | 0.000 |
| N1425 | NO | Decreasing | 0.358 | 5459137 | 2336.48 | 1373.54 | 0.588 | 2700 | 1200 | 1975 | 4350 | 7050 | 3175 | 0.794 | 0.353 | 0.581 | 1.279 | 2.074 | 0.934 | 0.039 | 0.006 |
| N1426 | NO | Decreasing | 0.333 | 542465 | 736.52 | 153.95 | 0.209 | 978 | 490 | 651 | 1940 | 2918 | 1141 | 0.284 | 0.142 | 0.189 | 0.563 | 0.847 | 0.331 | 0.000 | 0.044 |
| N1427 | NO | Decreasing | 0.264 | 3513602 | 1874.46 | 809.55 | 0.432 | 2650 | 1125 | 1275 | 4800 | 7450 | 2400 | 0.663 | 0.281 | 0.319 | 1.200 | 1.863 | 0.600 | 0.020 | 0.009 |
| N1428 | NO | Decreasing | 0.389 | 1152135 | 1073.38 | 295.51 | 0.275 | 1580 | 630 | 1160 | 2320 | 3900 | 1790 | 0.429 | 0.171 | 0.315 | 0.630 | 1.060 | 0.486 | 0.000 | 0.117 |
| N1429 | NO | Decreasing | 0.508 | 2281533 | 1510.47 | 510.75 | 0.338 | 2540 | 1010 | 1130 | 4060 | 6600 | 2140 | 0.585 | 0.233 | 0.260 | 0.935 | 1.521 | 0.493 | 0.000 | 0.327 |
| N1430 | NO | Increasing | 0.115 | 8015084 | 2831.09 | 1155.37 | 0.408 | 7000 | 2275 | 1150 | 6000 | 13000 | 3425 | 0.972 | 0.316 | 0.160 | 0.833 | 1.806 | 0.476 | 0.020 | 0.582 |
| N1431 | NO | Increasing | 0.333 | 9352808 | 3058.24 | 1358.18 | 0.444 | 6500 | 2300 | 1550 | 5000 | 11500 | 3850 | 0.915 | 0.324 | 0.218 | 0.704 | 1.620 | 0.542 | 0.020 | 0.926 |
| N1432 | NO | Decreasing | 0.433 | 13689671 | 3699.96 | 2055.87 | 0.556 | 4200 | 2550 | 1950 | 7900 | 12100 | 4500 | 0.677 | 0.411 | 0.315 | 1.274 | 1.952 | 0.726 | 0.039 | 0.001 |
| N1433 | NO | Decreasing | 0.598 | 8453971 | 2907.57 | 1322.76 | 0.455 | 4600 | 2275 | 1750 | 7150 | 11750 | 4025 | 0.730 | 0.361 | 0.278 | 1.135 | 1.865 | 0.639 | 0.020 | 0.066 |
| N1434 | NO | Decreasing | 0.590 | 2450701 | 1565.47 | 614.97 | 0.393 | 2340 | 780 | 1170 | 4080 | 6420 | 1950 | 0.636 | 0.212 | 0.318 | 1.109 | 1.745 | 0.530 | 0.020 | 0.012 |
| N1435 | NO | Decreasing | 0.442 | 1360379 | 1166.35 | 387.20 | 0.332 | 1340 | 500 | 770 | 2660 | 4000 | 1270 | 0.419 | 0.156 | 0.241 | 0.831 | 1.250 | 0.397 | 0.059 | 0.002 |
| N1436 | NO | Decreasing | 0.453 | 2615431 | 1617.23 | 675.38 | 0.418 | 2600 | 975 | 925 | 3000 | 5600 | 1900 | 0.684 | 0.257 | 0.243 | 0.789 | 1.474 | 0.500 | 0.039 | 0.016 |
| N1437 | NO | Decreasing | 0.269 | 3524771 | 1877.44 | 603.44 | 0.321 | 3000 | 1400 | 1325 | 5400 | 8400 | 2725 | 0.522 | 0.243 | 0.230 | 0.939 | 1.461 | 0.474 | 0.000 | 0.168 |
| N1438 | NO | Decreasing | 0.313 | 2549559 | 1596.73 | 521.57 | 0.327 | 2250 | 600 | 950 | 3250 | 5500 | 1550 | 0.489 | 0.130 | 0.207 | 0.707 | 1.196 | 0.337 | 0.039 | 0.004 |
| N1439 | NO | Decreasing | 0.179 | 1200837 | 1095.83 | 425.15 | 0.388 | 1650 | 425 | 700 | 2250 | 3900 | 1125 | 0.623 | 0.160 | 0.264 | 0.849 | 1.472 | 0.425 | 0.020 | 0.005 |
| N1440 | NO | Decreasing | 0.043 | 1558113 | 1248.24 | 289.32 | 0.232 | 2500 | 860 | 980 | 2800 | 5300 | 1840 | 0.466 | 0.160 | 0.183 | 0.522 | 0.989 | 0.343 | 0.000 | 0.881 |
| N1441 | NO | Increasing | 0.280 | 6786941 | 2605.18 | 1223.52 | 0.470 | 5300 | 1450 | 1175 | 4700 | 10000 | 2625 | 0.981 | 0.269 | 0.218 | 0.870 | 1.852 | 0.486 | 0.059 | 0.137 |
| N1442 | NO | Increasing | 0.079 | 2287268 | 1512.37 | 391.52 | 0.259 | 2660 | 740 | 1080 | 3760 | 6420 | 1820 | 0.460 | 0.128 | 0.187 | 0.651 | 1.111 | 0.315 | 0.020 | 0.329 |
| N1443 | NO | Increasing | 0.249 | 5763996 | 2400.83 | 1137.19 | 0.474 | 4100 | 1675 | 975 | 4350 | 8450 | 2650 | 0.804 | 0.328 | 0.191 | 0.853 | 1.657 | 0.520 | 0.039 | 0.004 |
| N1444 | NO | Decreasing | 0.228 | 6154031 | 2480.73 | 791.76 | 0.319 | 5600 | 2550 | 1350 | 4200 | 9800 | 3900 | 0.683 | 0.311 | 0.165 | 0.512 | 1.195 | 0.476 | 0.000 | 0.183 |
| N1445 | NO | Decreasing | 0.136 | 4007282 | 2001.82 | 699.06 | 0.349 | 2650 | 1400 | 1400 | 5400 | 8050 | 2800 | 0.486 | 0.257 | 0.257 | 0.991 | 1.477 | 0.514 | 0.000 | 0.021 |
| N1446 | NO | Decreasing | 0.495 | 2135977 | 1461.50 | 621.95 | 0.426 | 2290 | 1055 | 1055 | 2680 | 4970 | 2110 | 0.694 | 0.320 | 0.320 | 0.812 | 1.506 | 0.639 | 0.020 | 0.006 |
| N1447 | YES | Decreasing | 0.006 | 790032 | 888.84 | 170.46 | 0.192 | 1840 | 638 | 608 | 1715 | 3555 | 1245 | 0.396 | 0.137 | 0.131 | 0.369 | 0.765 | 0.268 | 0.000 | 0.644 |
| N1448 | NO | Decreasing | 0.516 | 1904472 | 1380.03 | 697.26 | 0.505 | 2130 | 760 | 685 | 2790 | 4920 | 1445 | 0.832 | 0.297 | 0.268 | 1.090 | 1.922 | 0.564 | 0.020 | 0.000 |
| N1449 | NO | Decreasing | 0.140 | 822642 | 907.00 | 205.41 | 0.226 | 1840 | 495 | 805 | 2450 | 4290 | 1300 | 0.473 | 0.127 | 0.207 | 0.630 | 1.103 | 0.334 | 0.000 | 0.960 |
| N1450 | NO | Decreasing | 0.317 | 1215591 | 1102.54 | 330.22 | 0.300 | 1520 | 620 | 850 | 2920 | 4440 | 1470 | 0.439 | 0.179 | 0.246 | 0.844 | 1.283 | 0.425 | 0.000 | 0.041 |
| N1451 | NO | Decreasing | 0.397 | 3055370 | 1747.96 | 655.33 | 0.375 | 2260 | 1190 | 990 | 3240 | 5500 | 2180 | 0.491 | 0.259 | 0.215 | 0.704 | 1.196 | 0.474 | 0.020 | 0.000 |
| N1452 | NO | Decreasing | 0.248 | 1735144 | 1317.25 | 330.74 | 0.251 | 3020 | 930 | 1030 | 3940 | 6960 | 1960 | 0.576 | 0.177 | 0.197 | 0.752 | 1.328 | 0.374 | 0.000 | 0.725 |
| N1453 | NO | Decreasing | 0.051 | 2514015 | 1585.56 | 386.33 | 0.244 | 3000 | 730 | 1170 | 3680 | 6680 | 1900 | 0.473 | 0.115 | 0.185 | 0.580 | 1.054 | 0.300 | 0.000 | 0.636 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|------------|-------|----------|---------|---------|-------|------|------|------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| N1454 | NO | Decreasing | 0.059 | 711992 | 843.80 | 190.27 | 0.225 | 1910 | 635 | 640 | 2030 | 3940 | 1275 | 0.518 | 0.172 | 0.173 | 0.550 | 1.068 | 0.346 | 0.000 | 0.805 |
| N1455 | NO | Decreasing | 0.198 | 1454536 | 1206.04 | 255.80 | 0.212 | 2500 | 910 | 950 | 2940 | 5440 | 1860 | 0.448 | 0.163 | 0.170 | 0.527 | 0.975 | 0.333 | 0.000 | 0.693 |
| N1456 | NO | Increasing | 0.271 | 1038760 | 1019.20 | 343.25 | 0.337 | 1980 | 590 | 410 | 1400 | 3380 | 1000 | 0.639 | 0.190 | 0.132 | 0.452 | 1.090 | 0.323 | 0.078 | 0.011 |
| N1457 | NO | Decreasing | 0.164 | 2292008 | 1513.94 | 389.77 | 0.257 | 3650 | 1050 | 950 | 3000 | 6650 | 2000 | 0.608 | 0.175 | 0.158 | 0.500 | 1.108 | 0.333 | 0.000 | 0.891 |
| N1458 | NO | Decreasing | 0.178 | 1579337 | 1256.72 | 429.81 | 0.342 | 2700 | 950 | 725 | 3000 | 5700 | 1675 | 0.711 | 0.250 | 0.191 | 0.789 | 1.500 | 0.441 | 0.000 | 0.728 |
| N1459 | NO | Decreasing | 0.192 | 1301059 | 1140.64 | 446.83 | 0.392 | 1950 | 600 | 900 | 2500 | 4450 | 1500 | 0.722 | 0.222 | 0.333 | 0.926 | 1.648 | 0.556 | 0.020 | 0.078 |
| N1460 | NO | Decreasing | 0.322 | 9090565 | 3015.06 | 1713.30 | 0.568 | 4400 | 1700 | 1100 | 4600 | 9000 | 2800 | 0.898 | 0.347 | 0.224 | 0.939 | 1.837 | 0.571 | 0.078 | 0.001 |
| N1461 | NO | Decreasing | 0.573 | 7645983 | 2765.14 | 1537.64 | 0.556 | 2450 | 1135 | 2430 | 7670 | 10120 | 3565 | 0.620 | 0.287 | 0.615 | 1.942 | 2.562 | 0.903 | 0.000 | 0.000 |
| N1462 | NO | Increasing | 0.076 | 1005416 | 1002.70 | 300.75 | 0.300 | 2140 | 823 | 763 | 2950 | 5090 | 1585 | 0.632 | 0.243 | 0.225 | 0.871 | 1.504 | 0.468 | 0.000 | 0.293 |
| N1463 | NO | Decreasing | 0.334 | 1146636 | 1070.81 | 262.87 | 0.245 | 2440 | 673 | 655 | 2395 | 4835 | 1328 | 0.569 | 0.157 | 0.153 | 0.558 | 1.127 | 0.309 | 0.000 | 0.309 |
| N1464 | NO | Increasing | 0.016 | 6673231 | 2583.26 | 1089.07 | 0.422 | 5280 | 1140 | 1770 | 5560 | 10840 | 2910 | 0.898 | 0.194 | 0.301 | 0.946 | 1.844 | 0.495 | 0.000 | 0.618 |
| N1465 | NO | Increasing | 0.035 | 2328505 | 1525.94 | 953.16 | 0.625 | 1980 | 820 | 895 | 2610 | 4590 | 1715 | 0.868 | 0.360 | 0.393 | 1.145 | 2.013 | 0.752 | 0.039 | 0.000 |
| N1466 | NO | Decreasing | 0.050 | 1510484 | 1229.02 | 419.12 | 0.341 | 2250 | 850 | 875 | 3050 | 5300 | 1725 | 0.643 | 0.243 | 0.250 | 0.871 | 1.514 | 0.493 | 0.020 | 0.232 |
| N1467 | NO | Increasing | 0.049 | 2385106 | 1544.38 | 374.30 | 0.242 | 2980 | 1030 | 988 | 3565 | 6545 | 2018 | 0.474 | 0.164 | 0.157 | 0.567 | 1.041 | 0.321 | 0.000 | 0.555 |
| N1468 | NO | Decreasing | 0.250 | 12818799 | 3580.34 | 1757.11 | 0.491 | 6655 | 2155 | 2365 | 9095 | 15750 | 4520 | 0.922 | 0.299 | 0.328 | 1.261 | 2.183 | 0.626 | 0.020 | 0.416 |
| N1469 | NO | Decreasing | 0.393 | 5648266 | 2376.61 | 1268.38 | 0.534 | 3140 | 1350 | 1315 | 5080 | 8220 | 2665 | 0.755 | 0.325 | 0.316 | 1.221 | 1.976 | 0.641 | 0.059 | 0.001 |
| N1470 | NO | Decreasing | 0.063 | 1516666 | 1231.53 | 157.98 | 0.128 | 2476 | 983 | 993 | 2315 | 4791 | 1976 | 0.257 | 0.102 | 0.103 | 0.240 | 0.497 | 0.205 | 0.000 | 0.205 |
| N1471 | NO | Decreasing | 0.192 | 6644469 | 2577.69 | 1026.72 | 0.398 | 3240 | 905 | 1295 | 3310 | 6550 | 2200 | 0.536 | 0.150 | 0.214 | 0.548 | 1.084 | 0.364 | 0.118 | 0.005 |
| N1472 | NO | Increasing | 0.191 | 447561 | 669.00 | 71.34 | 0.107 | 1068 | 369 | 501 | 1738 | 2806 | 870 | 0.173 | 0.060 | 0.081 | 0.282 | 0.454 | 0.141 | 0.000 | 0.265 |
| N1473 | NO | Increasing | 0.368 | 2319282 | 1522.92 | 286.96 | 0.188 | 2850 | 600 | 975 | 3300 | 6150 | 1575 | 0.365 | 0.077 | 0.125 | 0.423 | 0.788 | 0.202 | 0.039 | 0.279 |
| N1474 | NO | Increasing | 0.053 | 1851596 | 1360.73 | 437.59 | 0.322 | 2250 | 725 | 1075 | 3450 | 5700 | 1800 | 0.570 | 0.184 | 0.272 | 0.873 | 1.443 | 0.456 | 0.000 | 0.099 |
| N1475 | NO | Increasing | 0.197 | 875161 | 935.50 | 209.02 | 0.223 | 1800 | 750 | 840 | 1800 | 3600 | 1590 | 0.435 | 0.181 | 0.203 | 0.435 | 0.870 | 0.384 | 0.000 | 0.293 |
| N1476 | NO | Decreasing | 0.465 | 826779 | 909.27 | 298.70 | 0.329 | 1040 | 593 | 528 | 1980 | 3020 | 1120 | 0.393 | 0.224 | 0.199 | 0.749 | 1.142 | 0.423 | 0.020 | 0.001 |
| N1477 | NO | Increasing | 0.248 | 507453 | 712.36 | 74.09 | 0.104 | 1536 | 593 | 360 | 1322 | 2858 | 953 | 0.221 | 0.085 | 0.052 | 0.190 | 0.411 | 0.137 | 0.000 | 0.813 |
| N1478 | NO | Increasing | 0.707 | 2273535 | 1507.82 | 431.62 | 0.286 | 3040 | 1240 | 900 | 3040 | 6080 | 2140 | 0.557 | 0.227 | 0.165 | 0.557 | 1.114 | 0.392 | 0.000 | 0.537 |
| N1479 | NO | Increasing | 0.260 | 904337 | 950.97 | 219.26 | 0.231 | 2000 | 675 | 400 | 1550 | 3550 | 1075 | 0.476 | 0.161 | 0.095 | 0.369 | 0.845 | 0.256 | 0.020 | 0.828 |
| N1480 | NO | Increasing | 0.336 | 767951 | 876.33 | 184.64 | 0.211 | 1720 | 510 | 680 | 2320 | 4040 | 1190 | 0.422 | 0.125 | 0.167 | 0.569 | 0.990 | 0.292 | 0.000 | 0.423 |
| N1481 | NO | Increasing | 0.640 | 1719983 | 1311.48 | 287.58 | 0.219 | 2860 | 970 | 1060 | 2940 | 5000 | 2030 | 0.478 | 0.162 | 0.177 | 0.492 | 0.970 | 0.339 | 0.000 | 0.849 |
| N1482 | NO | Decreasing | 0.068 | 398022 | 630.89 | 69.67 | 0.110 | 1300 | 355 | 380 | 1330 | 2630 | 735 | 0.229 | 0.063 | 0.067 | 0.235 | 0.464 | 0.130 | 0.020 | 0.217 |
| N1483 | NO | Increasing | 0.875 | 3056072 | 1748.16 | 632.78 | 0.362 | 2720 | 1390 | 1480 | 3580 | 6300 | 2870 | 0.569 | 0.291 | 0.310 | 0.749 | 1.318 | 0.600 | 0.000 | 0.049 |
| N1484 | NO | Increasing | 0.375 | 537836 | 733.37 | 89.21 | 0.122 | 2170 | 580 | 490 | 1510 | 3680 | 1070 | 0.355 | 0.095 | 0.080 | 0.247 | 0.602 | 0.175 | 0.000 | 0.538 |
| N1485 | NO | Increasing | 0.787 | 1173879 | 1083.46 | 325.10 | 0.300 | 1960 | 635 | 775 | 2650 | 4610 | 1410 | 0.566 | 0.184 | 0.224 | 0.766 | 1.332 | 0.408 | 0.000 | 0.515 |
| N1486 | NO | Increasing | 0.622 | 1165928 | 1079.78 | 316.29 | 0.293 | 2400 | 1040 | 550 | 1740 | 4140 | 1590 | 0.619 | 0.268 | 0.142 | 0.448 | 1.067 | 0.410 | 0.000 | 0.194 |
| N1487 | NO | Increasing | 0.799 | 3878957 | 1969.51 | 590.14 | 0.300 | 4500 | 1860 | 990 | 3660 | 8160 | 2850 | 0.648 | 0.268 | 0.143 | 0.527 | 1.176 | 0.411 | 0.000 | 0.396 |
| N1488 | NO | Increasing | 0.723 | 7870559 | 2805.45 | 1783.99 | 0.636 | 3350 | 1325 | 2625 | 7900 | 11250 | 3950 | 0.918 | 0.363 | 0.719 | 2.164 | 3.082 | 1.082 | 0.000 | 0.014 |
| N1489 | NO | Increasing | 0.711 | 2366128 | 1538.22 | 400.85 | 0.261 | 3360 | 1640 | 760 | 2480 | 5840 | 2400 | 0.538 | 0.263 | 0.122 | 0.397 | 0.936 | 0.385 | 0.000 | 0.119 |
| N1490 | NO | Decreasing | 0.438 | 779768 | 883.04 | 257.58 | 0.292 | 1440 | 600 | 400 | 1860 | 3300 | 1000 | 0.480 | 0.200 | 0.133 | 0.620 | 1.100 | 0.333 | 0.039 | 0.032 |
| N1491 | NO | Decreasing | 0.522 | 829902 | 910.99 | 236.65 | 0.260 | 1650 | 700 | 575 | 2400 | 4050 | 1275 | 0.471 | 0.200 | 0.164 | 0.686 | 1.157 | 0.364 | 0.000 | 0.460 |
| N1492 | NO | Decreasing | 0.359 | 1099482 | 1048.56 | 187.38 | 0.179 | 1750 | 400 | 750 | 2450 | 4200 | 1150 | 0.307 | 0.070 | 0.132 | 0.430 | 0.737 | 0.202 | 0.020 | 0.123 |
| N1493 | NO | Decreasing | 0.288 | 195526 | 442.18 | 56.99 | 0.129 | 880 | 430 | 140 | 920 | 1800 | 570 | 0.253 | 0.124 | 0.040 | 0.264 | 0.517 | 0.164 | 0.020 | 0.321 |
| N1494 | YES | Increasing | 0.087 | 374374 | 611.86 | 58.29 | 0.095 | 1220 | 410 | 330 | 1380 | 2600 | 740 | 0.189 | 0.063 | 0.051 | 0.214 | 0.402 | 0.115 | 0.020 | 0.507 |
| N1495 | YES | Increasing | 0.120 | 213996 | 462.60 | 47.97 | 0.104 | 710 | 205 | 235 | 750 | 1460 | 440 | 0.162 | 0.047 | 0.054 | 0.171 | 0.333 | 0.100 | 0.059 | 0.016 |
| N1496 | YES | Increasing | 0.170 | 454558 | 674.21 | 78.28 | 0.116 | 1000 | 350 | 545 | 1500 | 2500 | 895 | 0.177 | 0.062 | 0.096 | 0.265 | 0.442 | 0.158 | 0.020 | 0.146 |
| N1497 | YES | Increasing | 0.152 | 289929 | 538.45 | 59.99 | 0.111 | 1010 | 375 | 280 | 1220 | 2230 | 655 | 0.210 | 0.078 | 0.058 | 0.254 | 0.464 | 0.136 | 0.020 | 0.609 |
| N1498 | YES | Increasing | 0.138 | 166737 | 408.33 | 43.71 | 0.107 | 810 | 230 | 265 | 920 | 1730 | 495 | 0.216 | 0.061 | 0.071 | 0.245 | 0.461 | 0.132 | 0.039 | 0.096 |
| N1499 | NO | Decreasing | 0.027 | 317309 | 563.30 | 69.87 | 0.124 | 1080 | 400 | 220 | 1100 | 2180 | 620 | 0.235 | 0.087 | 0.048 | 0.239 | 0.474 | 0.135 | 0.020 | 0.360 |
| N1500 | NO | Decreasing | 0.189 | 225656 | 475.03 | 73.12 | 0.154 | 780 | 360 | 300 | 1020 | 1800 | 660 | 0.255 | 0.118 | 0.098 | 0.333 | 0.588 | 0.216 | 0.000 | 0.066 |
| N1501 | NO | Decreasing | 0.539 | 1603544 | 1266.31 | 233.06 | 0.184 | 1810 | 630 | 1170 | 2810 | 4620 | 1800 | 0.273 | 0.095 | 0.177 | 0.424 | 0.698 | 0.272 | 0.020 | 0.004 |
| N1502 | NO | Decreasing | 0.103 | 253290 | 503.28 | 55.20 | 0.110 | 930 | 270 | 256 | 994 | 1924 | 526 | 0.204 | 0.059 | 0.056 | 0.218 | 0.421 | 0.115 | 0.039 | 0.207 |
| N1503 | NO | Decreasing | 0.351 | 745894 | 863.65 | 121.02 | 0.140 | 1960 | 560 | 535 | 2005 | 3965 | 1095 | 0.319 | 0.091 | 0.087 | 0.326 | 0.645 | 0.178 | 0.020 | 0.855 |
| N1504 | NO | Increasing | 0.204 | 660131 | 812.48 | 116.37 | 0.143 | 1750 | 450 | 475 | 1650 | 3400 | 925 | 0.313 | 0.080 | 0.085 | 0.295 | 0.607 | 0.165 | 0.020 | 0.537 |
| N1505 | NO | Increasing | 0.024 | 499637 | 706.85 | 80.27 | 0.114 | 1250 | 425 | 450 | 1500 | 2750 | 875 | 0.202 | 0.069 | 0.073 | 0.242 | 0.444 | 0.141 | 0.039 | 0.109 |
| N1506 | YES | Decreasing | 0.015 | 146973 | 383.37 | 37.48 | 0.098 | 550 | 225 | 248 | 755 | 1305 | 473 | 0.142 | 0.058 | 0.064 | 0.194 | 0.336 | 0.122 | 0.020 | 0.009 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|------------|-------|---------|---------|---------|-------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| N1507 | NO | Decreasing | 0.159 | 406568 | 637.63 | 79.71 | 0.125 | 1000 | 510 | 330 | 1440 | 2440 | 840 | 0.198 | 0.101 | 0.065 | 0.285 | 0.482 | 0.166 | 0.020 | 0.031 |
| N1508 | YES | Decreasing | 0.171 | 851137 | 922.57 | 150.43 | 0.163 | 1750 | 550 | 400 | 1550 | 3300 | 950 | 0.310 | 0.097 | 0.071 | 0.274 | 0.584 | 0.168 | 0.039 | 0.291 |
| N1509 | NO | Decreasing | 0.336 | 1332102 | 1154.17 | 213.37 | 0.185 | 1900 | 1000 | 500 | 2700 | 4600 | 1500 | 0.302 | 0.159 | 0.079 | 0.429 | 0.730 | 0.238 | 0.000 | 0.087 |
| N1510 | NO | Decreasing | 0.061 | 1212135 | 1100.97 | 172.58 | 0.157 | 1750 | 775 | 600 | 2650 | 4400 | 1375 | 0.250 | 0.111 | 0.086 | 0.379 | 0.629 | 0.196 | 0.020 | 0.094 |
| N1511 | YES | Decreasing | 0.242 | 375484 | 612.77 | 85.09 | 0.139 | 1350 | 300 | 500 | 1200 | 2550 | 800 | 0.314 | 0.070 | 0.116 | 0.279 | 0.593 | 0.186 | 0.020 | 0.556 |
| N1512 | NO | Decreasing | 0.133 | 325608 | 570.62 | 80.67 | 0.141 | 1000 | 375 | 325 | 1250 | 2250 | 700 | 0.250 | 0.094 | 0.081 | 0.313 | 0.563 | 0.175 | 0.020 | 0.293 |
| N1513 | NO | Increasing | 0.245 | 1089337 | 1043.71 | 152.52 | 0.146 | 2000 | 625 | 450 | 2050 | 4250 | 1075 | 0.308 | 0.087 | 0.063 | 0.287 | 0.594 | 0.150 | 0.020 | 0.286 |
| N1514 | NO | Decreasing | 0.069 | 41080 | 202.68 | 21.67 | 0.107 | 310 | 110 | 185 | 490 | 800 | 295 | 0.166 | 0.059 | 0.099 | 0.262 | 0.428 | 0.158 | 0.000 | 0.153 |
| N1515 | NO | Increasing | 0.188 | 291069 | 539.51 | 63.25 | 0.117 | 840 | 200 | 400 | 1160 | 2000 | 600 | 0.187 | 0.044 | 0.089 | 0.258 | 0.444 | 0.133 | 0.039 | 0.925 |
| N1516 | NO | Increasing | 0.038 | 171652 | 414.31 | 47.30 | 0.114 | 740 | 300 | 230 | 900 | 1640 | 530 | 0.202 | 0.082 | 0.063 | 0.246 | 0.448 | 0.145 | 0.020 | 0.936 |
| N1517 | NO | Decreasing | 0.150 | 823696 | 907.58 | 115.23 | 0.127 | 1400 | 375 | 800 | 2400 | 3800 | 1175 | 0.200 | 0.054 | 0.114 | 0.343 | 0.543 | 0.168 | 0.000 | 0.341 |
| N1518 | NO | Decreasing | 0.010 | 389982 | 624.49 | 91.07 | 0.146 | 1350 | 450 | 300 | 1150 | 2500 | 750 | 0.314 | 0.105 | 0.070 | 0.267 | 0.581 | 0.174 | 0.020 | 0.664 |
| N1519 | NO | Increasing | 0.049 | 813437 | 901.91 | 162.43 | 0.180 | 2050 | 625 | 525 | 2100 | 4150 | 1150 | 0.406 | 0.124 | 0.104 | 0.416 | 0.822 | 0.228 | 0.000 | 0.468 |
| N1520 | NO | Increasing | 0.133 | 961037 | 980.33 | 163.10 | 0.166 | 1800 | 425 | 825 | 2300 | 4100 | 1250 | 0.319 | 0.075 | 0.146 | 0.407 | 0.726 | 0.221 | 0.000 | 0.470 |
| N1521 | NO | Increasing | 0.002 | 891471 | 944.18 | 142.43 | 0.151 | 2400 | 600 | 650 | 1750 | 4150 | 1250 | 0.384 | 0.096 | 0.104 | 0.280 | 0.664 | 0.200 | 0.000 | 0.854 |
| N1522 | NO | Increasing | 0.256 | 1468737 | 1211.91 | 175.36 | 0.145 | 2900 | 800 | 625 | 1950 | 4850 | 1425 | 0.341 | 0.094 | 0.074 | 0.229 | 0.571 | 0.168 | 0.020 | 0.148 |
| N1523 | NO | Increasing | 0.236 | 247684 | 497.68 | 60.98 | 0.123 | 1280 | 420 | 320 | 900 | 2180 | 740 | 0.312 | 0.102 | 0.078 | 0.220 | 0.532 | 0.180 | 0.000 | 0.603 |
| N1524 | NO | Increasing | 0.318 | 643589 | 802.24 | 112.04 | 0.140 | 1700 | 560 | 450 | 1680 | 3380 | 1010 | 0.293 | 0.097 | 0.078 | 0.290 | 0.583 | 0.174 | 0.000 | 0.516 |
| N1525 | NO | Increasing | 0.362 | 953830 | 976.64 | 153.43 | 0.157 | 1740 | 590 | 560 | 1860 | 3600 | 1150 | 0.279 | 0.095 | 0.090 | 0.298 | 0.577 | 0.184 | 0.020 | 0.222 |
| N1526 | NO | Increasing | 0.336 | 954417 | 976.94 | 163.27 | 0.167 | 2760 | 940 | 570 | 1780 | 4540 | 1510 | 0.458 | 0.156 | 0.095 | 0.296 | 0.754 | 0.251 | 0.000 | 0.655 |
| N1527 | NO | Increasing | 0.304 | 456960 | 675.99 | 105.20 | 0.156 | 1240 | 340 | 510 | 1780 | 3020 | 850 | 0.292 | 0.080 | 0.120 | 0.420 | 0.712 | 0.200 | 0.000 | 0.170 |
| N1528 | NO | Increasing | 0.138 | 1648682 | 1284.01 | 220.78 | 0.172 | 2350 | 625 | 950 | 2700 | 5050 | 1575 | 0.324 | 0.086 | 0.131 | 0.372 | 0.697 | 0.217 | 0.020 | 0.650 |
| N1529 | NO | Increasing | 0.013 | 649308 | 805.80 | 144.73 | 0.180 | 2000 | 625 | 375 | 1850 | 3850 | 1000 | 0.440 | 0.137 | 0.082 | 0.407 | 0.846 | 0.220 | 0.000 | 0.640 |
| N1530 | NO | Decreasing | 0.140 | 2430596 | 1559.04 | 398.59 | 0.256 | 3300 | 1150 | 600 | 2800 | 6100 | 1750 | 0.524 | 0.183 | 0.095 | 0.444 | 0.968 | 0.278 | 0.020 | 0.627 |
| N1531 | NO | Decreasing | 0.307 | 568318 | 753.87 | 136.27 | 0.181 | 1450 | 325 | 500 | 1450 | 2900 | 825 | 0.358 | 0.080 | 0.123 | 0.358 | 0.716 | 0.204 | 0.039 | 0.070 |
| N1532 | NO | Decreasing | 0.318 | 259190 | 509.11 | 90.33 | 0.177 | 1020 | 240 | 300 | 720 | 1740 | 540 | 0.359 | 0.085 | 0.106 | 0.254 | 0.613 | 0.190 | 0.059 | 0.330 |
| N1533 | NO | Decreasing | 0.288 | 304816 | 552.10 | 97.70 | 0.177 | 1140 | 370 | 300 | 1200 | 2340 | 670 | 0.365 | 0.119 | 0.096 | 0.385 | 0.750 | 0.215 | 0.000 | 0.503 |
| N1534 | NO | Decreasing | 0.294 | 262022 | 511.88 | 88.83 | 0.174 | 960 | 230 | 260 | 780 | 1740 | 490 | 0.322 | 0.077 | 0.087 | 0.262 | 0.584 | 0.164 | 0.078 | 0.073 |
| N1535 | NO | Decreasing | 0.205 | 895071 | 946.08 | 168.60 | 0.178 | 1950 | 575 | 450 | 1650 | 3600 | 1025 | 0.364 | 0.107 | 0.084 | 0.308 | 0.673 | 0.192 | 0.020 | 0.080 |
| N1536 | NO | Decreasing | 0.312 | 2006431 | 1416.49 | 301.23 | 0.213 | 3200 | 1300 | 1050 | 2400 | 5600 | 2350 | 0.471 | 0.191 | 0.154 | 0.353 | 0.824 | 0.346 | 0.000 | 0.356 |
| N1537 | NO | Increasing | 0.202 | 1122079 | 1059.28 | 283.30 | 0.267 | 2210 | 650 | 465 | 2090 | 4300 | 1115 | 0.555 | 0.163 | 0.117 | 0.525 | 1.080 | 0.280 | 0.039 | 0.512 |
| N1538 | NO | Increasing | 0.042 | 1250425 | 1118.22 | 237.20 | 0.212 | 2300 | 700 | 675 | 2500 | 4800 | 1375 | 0.438 | 0.133 | 0.129 | 0.476 | 0.914 | 0.262 | 0.000 | 0.853 |
| N1539 | NO | Increasing | 0.267 | 2255184 | 1501.73 | 297.23 | 0.198 | 3250 | 775 | 1375 | 2850 | 6100 | 2150 | 0.436 | 0.104 | 0.185 | 0.383 | 0.819 | 0.289 | 0.000 | 0.458 |
| N1540 | NO | Increasing | 0.519 | 800163 | 894.52 | 201.64 | 0.225 | 2060 | 700 | 620 | 1400 | 3460 | 1320 | 0.507 | 0.172 | 0.153 | 0.345 | 0.852 | 0.325 | 0.000 | 0.323 |
| N1541 | NO | Increasing | 0.431 | 758084 | 870.68 | 220.25 | 0.253 | 1800 | 520 | 450 | 1880 | 3680 | 970 | 0.520 | 0.150 | 0.130 | 0.543 | 1.064 | 0.280 | 0.000 | 0.783 |
| N1542 | NO | Increasing | 0.404 | 822895 | 907.14 | 188.70 | 0.208 | 2260 | 610 | 520 | 2000 | 4260 | 1130 | 0.514 | 0.139 | 0.118 | 0.455 | 0.968 | 0.257 | 0.000 | 0.988 |
| N1543 | NO | Decreasing | 0.165 | 221126 | 470.24 | 93.28 | 0.198 | 600 | 150 | 280 | 920 | 1520 | 430 | 0.261 | 0.065 | 0.122 | 0.400 | 0.661 | 0.187 | 0.059 | 0.001 |
| N1544 | NO | Decreasing | 0.004 | 266502 | 516.24 | 60.98 | 0.118 | 900 | 350 | 320 | 1000 | 1900 | 670 | 0.206 | 0.080 | 0.073 | 0.229 | 0.436 | 0.154 | 0.039 | 0.106 |
| N1545 | YES | Increasing | 0.068 | 270287 | 519.89 | 61.89 | 0.119 | 1100 | 360 | 380 | 1180 | 2280 | 740 | 0.255 | 0.083 | 0.088 | 0.273 | 0.528 | 0.171 | 0.000 | 0.556 |
| N1546 | NO | Decreasing | 0.053 | 215508 | 464.23 | 62.25 | 0.134 | 780 | 210 | 230 | 800 | 1580 | 440 | 0.228 | 0.061 | 0.067 | 0.234 | 0.462 | 0.129 | 0.098 | 0.002 |
| N1547 | NO | Decreasing | 0.124 | 940382 | 969.73 | 160.27 | 0.165 | 1650 | 525 | 550 | 2100 | 3750 | 1075 | 0.287 | 0.091 | 0.096 | 0.365 | 0.652 | 0.187 | 0.039 | 0.151 |
| N1548 | NO | Decreasing | 0.078 | 806084 | 897.82 | 149.63 | 0.167 | 1850 | 650 | 350 | 1600 | 3450 | 1000 | 0.343 | 0.120 | 0.065 | 0.296 | 0.639 | 0.185 | 0.039 | 0.470 |
| N1549 | NO | Decreasing | 0.150 | 1248137 | 1117.20 | 192.75 | 0.173 | 2150 | 775 | 600 | 2450 | 4600 | 1375 | 0.328 | 0.118 | 0.092 | 0.374 | 0.702 | 0.210 | 0.020 | 0.978 |
| N1550 | NO | Decreasing | 0.006 | 970484 | 985.13 | 146.76 | 0.149 | 2000 | 525 | 800 | 2450 | 4450 | 1325 | 0.308 | 0.081 | 0.123 | 0.377 | 0.685 | 0.204 | 0.000 | 0.567 |
| N1551 | NO | Increasing | 0.162 | 953331 | 976.39 | 170.57 | 0.175 | 1850 | 650 | 500 | 2100 | 3950 | 1150 | 0.330 | 0.116 | 0.089 | 0.375 | 0.705 | 0.205 | 0.020 | 0.361 |
| N1552 | NO | Decreasing | 0.015 | 661729 | 813.47 | 164.83 | 0.203 | 1700 | 500 | 550 | 2050 | 3750 | 1050 | 0.430 | 0.127 | 0.139 | 0.519 | 0.949 | 0.266 | 0.000 | 0.925 |
| N1553 | NO | Increasing | 0.785 | 4887167 | 2210.69 | 1004.21 | 0.454 | 4100 | 2150 | 1250 | 4300 | 8400 | 3400 | 0.812 | 0.426 | 0.248 | 0.851 | 1.663 | 0.673 | 0.000 | 0.217 |
| N1554 | NO | Increasing | 0.786 | 3899449 | 1974.70 | 954.74 | 0.483 | 3300 | 1425 | 1550 | 3750 | 7050 | 2975 | 0.825 | 0.356 | 0.388 | 0.938 | 1.763 | 0.744 | 0.000 | 0.130 |
| N1555 | NO | Increasing | 0.715 | 3774359 | 1942.77 | 707.04 | 0.364 | 3600 | 1625 | 1325 | 4250 | 7850 | 2950 | 0.686 | 0.310 | 0.252 | 0.810 | 1.495 | 0.562 | 0.000 | 0.172 |
| N1556 | NO | Increasing | 0.851 | 1565068 | 1251.03 | 598.74 | 0.479 | 1450 | 1060 | 980 | 3080 | 4530 | 2040 | 0.578 | 0.422 | 0.390 | 1.227 | 1.805 | 0.813 | 0.000 | 0.005 |
| N1557 | NO | Increasing | 0.845 | 1341983 | 1158.44 | 453.10 | 0.391 | 1920 | 990 | 835 | 2440 | 4360 | 1825 | 0.646 | 0.333 | 0.281 | 0.822 | 1.468 | 0.614 | 0.000 | 0.041 |
| N1558 | NO | Increasing | 0.784 | 2859639 | 1691.05 | 539.43 | 0.319 | 3340 | 1370 | 1250 | 3460 | 6800 | 2620 | 0.614 | 0.252 | 0.230 | 0.636 | 1.250 | 0.482 | 0.000 | 0.086 |
| N1559 | NO | Increasing | 0.732 | 1096705 | 1047.24 | 297.04 | 0.284 | 2340 | 1020 | 680 | 1740 | 4080 | 1700 | 0.603 | 0.263 | 0.175 | 0.448 | 1.052 | 0.438 | 0.000 | 0.151 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|------------|-------|---------|---------|--------|-------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| N1560 | NO | Increasing | 0.700 | 3361408 | 1833.41 | 524.10 | 0.286 | 4250 | 1150 | 1475 | 4050 | 8300 | 2625 | 0.669 | 0.181 | 0.232 | 0.638 | 1.307 | 0.413 | 0.000 | 0.976 |
| N1561 | NO | Increasing | 0.657 | 2240784 | 1496.92 | 473.01 | 0.316 | 3550 | 950 | 900 | 3050 | 6600 | 1850 | 0.747 | 0.200 | 0.189 | 0.642 | 1.389 | 0.389 | 0.000 | 0.780 |
| N1562 | NO | Increasing | 0.670 | 2762049 | 1661.94 | 545.25 | 0.328 | 3450 | 1375 | 1200 | 3050 | 6500 | 2575 | 0.663 | 0.264 | 0.231 | 0.587 | 1.250 | 0.495 | 0.000 | 0.567 |
| N1563 | NO | Increasing | 0.780 | 3612025 | 1900.53 | 662.16 | 0.348 | 3500 | 1125 | 1825 | 3750 | 7250 | 2950 | 0.673 | 0.216 | 0.351 | 0.721 | 1.394 | 0.567 | 0.000 | 0.208 |
| N1564 | NO | Increasing | 0.490 | 440741 | 663.88 | 161.20 | 0.243 | 1080 | 280 | 420 | 1060 | 2140 | 700 | 0.403 | 0.104 | 0.157 | 0.396 | 0.799 | 0.261 | 0.059 | 0.598 |
| N1565 | NO | Increasing | 0.658 | 1702331 | 1304.73 | 334.02 | 0.256 | 2480 | 870 | 770 | 2080 | 4560 | 1640 | 0.481 | 0.169 | 0.149 | 0.403 | 0.884 | 0.318 | 0.020 | 0.476 |
| N1566 | NO | Increasing | 0.725 | 1685325 | 1298.20 | 342.90 | 0.264 | 2340 | 750 | 1040 | 2820 | 5160 | 1790 | 0.485 | 0.156 | 0.216 | 0.585 | 1.071 | 0.371 | 0.000 | 0.637 |
| N1567 | NO | Increasing | 0.584 | 886221 | 941.39 | 237.41 | 0.252 | 1780 | 540 | 640 | 2180 | 3960 | 1180 | 0.484 | 0.147 | 0.174 | 0.592 | 1.076 | 0.321 | 0.020 | 0.613 |
| N1568 | NO | Increasing | 0.504 | 1916031 | 1384.21 | 337.77 | 0.244 | 2750 | 1150 | 775 | 2850 | 5600 | 1925 | 0.478 | 0.200 | 0.135 | 0.496 | 0.974 | 0.335 | 0.000 | 0.722 |
| N1569 | NO | Increasing | 0.321 | 799118 | 893.93 | 237.09 | 0.265 | 1650 | 550 | 650 | 1650 | 3300 | 1200 | 0.500 | 0.167 | 0.197 | 0.500 | 1.000 | 0.364 | 0.020 | 0.762 |
| N1570 | NO | Increasing | 0.209 | 571202 | 755.78 | 121.28 | 0.160 | 1350 | 350 | 425 | 1400 | 2750 | 775 | 0.290 | 0.075 | 0.091 | 0.301 | 0.591 | 0.167 | 0.078 | 0.046 |
| N1571 | NO | Increasing | 0.184 | 995149 | 997.57 | 152.73 | 0.153 | 1700 | 525 | 1000 | 2200 | 3900 | 1525 | 0.270 | 0.083 | 0.159 | 0.349 | 0.619 | 0.242 | 0.000 | 0.135 |
| N1572 | NO | Increasing | 0.405 | 688857 | 829.97 | 113.57 | 0.137 | 2030 | 690 | 290 | 1530 | 3560 | 980 | 0.326 | 0.111 | 0.047 | 0.246 | 0.572 | 0.158 | 0.020 | 0.526 |
| N1573 | YES | Decreasing | 0.012 | 285793 | 534.60 | 61.43 | 0.115 | 880 | 270 | 360 | 1280 | 2160 | 630 | 0.192 | 0.059 | 0.079 | 0.279 | 0.472 | 0.138 | 0.000 | 0.423 |
| N1574 | NO | Decreasing | 0.203 | 943518 | 971.35 | 174.06 | 0.179 | 1900 | 675 | 650 | 2200 | 4100 | 1325 | 0.355 | 0.126 | 0.121 | 0.411 | 0.766 | 0.248 | 0.000 | 0.042 |
| N1575 | NO | Decreasing | 0.582 | 777296 | 881.64 | 266.32 | 0.302 | 1000 | 625 | 500 | 2050 | 3050 | 1125 | 0.357 | 0.223 | 0.179 | 0.732 | 1.089 | 0.402 | 0.020 | 0.001 |
| N1576 | NO | Decreasing | 0.091 | 631325 | 794.56 | 110.21 | 0.139 | 1600 | 625 | 325 | 1550 | 3150 | 950 | 0.276 | 0.108 | 0.056 | 0.267 | 0.543 | 0.164 | 0.020 | 0.510 |
| N1577 | NO | Decreasing | 0.288 | 452237 | 672.49 | 111.45 | 0.166 | 1300 | 500 | 450 | 1400 | 2700 | 950 | 0.317 | 0.122 | 0.110 | 0.341 | 0.659 | 0.232 | 0.020 | 0.954 |
| N1578 | NO | Decreasing | 0.045 | 1332596 | 1154.38 | 208.28 | 0.180 | 2600 | 900 | 450 | 2300 | 4900 | 1350 | 0.400 | 0.138 | 0.069 | 0.354 | 0.754 | 0.208 | 0.020 | 0.386 |
| N1579 | NO | Decreasing | 0.336 | 1371828 | 1171.25 | 275.36 | 0.235 | 1780 | 570 | 960 | 2760 | 4540 | 1530 | 0.374 | 0.120 | 0.202 | 0.580 | 0.954 | 0.321 | 0.020 | 0.116 |
| N1580 | NO | Decreasing | 0.430 | 913914 | 955.99 | 259.81 | 0.272 | 1600 | 640 | 880 | 2820 | 4420 | 1520 | 0.468 | 0.187 | 0.257 | 0.825 | 1.292 | 0.444 | 0.000 | 0.448 |
| N1581 | NO | Decreasing | 0.406 | 1317512 | 1147.83 | 268.86 | 0.234 | 2260 | 960 | 640 | 1660 | 3920 | 1600 | 0.450 | 0.191 | 0.127 | 0.331 | 0.781 | 0.319 | 0.020 | 0.331 |
| N1582 | NO | Decreasing | 0.391 | 957183 | 978.36 | 243.72 | 0.249 | 2020 | 600 | 900 | 2760 | 4780 | 1500 | 0.529 | 0.157 | 0.236 | 0.723 | 1.251 | 0.393 | 0.000 | 0.217 |
| N1583 | NO | Decreasing | 0.416 | 2115856 | 1454.60 | 508.28 | 0.349 | 1940 | 620 | 1030 | 3420 | 5360 | 1650 | 0.516 | 0.165 | 0.274 | 0.910 | 1.426 | 0.439 | 0.020 | 0.004 |
| N1584 | NO | Decreasing | 0.454 | 1376721 | 1173.34 | 348.35 | 0.297 | 1920 | 710 | 890 | 2760 | 4680 | 1600 | 0.497 | 0.184 | 0.231 | 0.715 | 1.212 | 0.415 | 0.000 | 0.174 |
| N1585 | NO | Decreasing | 0.453 | 2499008 | 1580.83 | 559.82 | 0.354 | 2940 | 550 | 1180 | 3400 | 6340 | 1730 | 0.710 | 0.133 | 0.285 | 0.821 | 1.531 | 0.418 | 0.020 | 0.031 |
| N1586 | NO | Decreasing | 0.425 | 2520502 | 1587.61 | 558.89 | 0.352 | 2420 | 520 | 1390 | 4040 | 6460 | 1910 | 0.605 | 0.130 | 0.348 | 1.010 | 1.615 | 0.478 | 0.020 | 0.007 |
| N1587 | NO | Decreasing | 0.603 | 3237172 | 1799.21 | 652.91 | 0.363 | 3540 | 1140 | 1270 | 4460 | 8000 | 2410 | 0.741 | 0.238 | 0.266 | 0.933 | 1.674 | 0.504 | 0.000 | 0.752 |
| N1588 | NO | Decreasing | 0.591 | 4073560 | 2018.31 | 740.59 | 0.367 | 3600 | 1150 | 1040 | 4220 | 7820 | 2190 | 0.672 | 0.215 | 0.194 | 0.787 | 1.459 | 0.409 | 0.020 | 0.267 |
| N1589 | NO | Decreasing | 0.572 | 1316940 | 1147.58 | 441.03 | 0.384 | 1720 | 705 | 575 | 2080 | 3800 | 1280 | 0.599 | 0.246 | 0.200 | 0.725 | 1.324 | 0.446 | 0.039 | 0.012 |
| N1590 | NO | Decreasing | 0.453 | 1017593 | 1008.76 | 219.52 | 0.218 | 1720 | 830 | 495 | 1820 | 3540 | 1325 | 0.364 | 0.176 | 0.105 | 0.386 | 0.750 | 0.281 | 0.020 | 0.122 |
| N1591 | NO | Decreasing | 0.214 | 572853 | 756.87 | 126.97 | 0.168 | 1550 | 520 | 365 | 1210 | 2760 | 885 | 0.342 | 0.115 | 0.081 | 0.267 | 0.609 | 0.195 | 0.020 | 0.207 |
| N1592 | NO | Decreasing | 0.004 | 150741 | 388.25 | 43.09 | 0.111 | 816 | 239 | 153 | 658 | 1474 | 392 | 0.232 | 0.068 | 0.043 | 0.187 | 0.419 | 0.111 | 0.020 | 0.001 |
| N1593 | YES | Increasing | 0.104 | 411496 | 641.48 | 67.37 | 0.105 | 1134 | 350 | 399 | 1440 | 2574 | 749 | 0.187 | 0.058 | 0.066 | 0.238 | 0.425 | 0.124 | 0.059 | 0.030 |
| N1594 | YES | Decreasing | 0.067 | 742724 | 861.81 | 96.41 | 0.112 | 1720 | 435 | 550 | 1958 | 3678 | 985 | 0.226 | 0.057 | 0.072 | 0.257 | 0.483 | 0.129 | 0.020 | 0.137 |
| N1595 | YES | Decreasing | 0.005 | 557205 | 746.46 | 77.11 | 0.103 | 1378 | 418 | 409 | 1444 | 2822 | 827 | 0.191 | 0.058 | 0.057 | 0.201 | 0.392 | 0.115 | 0.059 | 0.840 |
| N1596 | YES | Decreasing | 0.162 | 305299 | 552.54 | 73.86 | 0.134 | 1036 | 247 | 373 | 1246 | 2282 | 620 | 0.254 | 0.061 | 0.091 | 0.305 | 0.559 | 0.152 | 0.039 | 0.067 |
| N1597 | NO | Decreasing | 0.281 | 639587 | 799.74 | 126.94 | 0.159 | 1765 | 553 | 575 | 1975 | 3740 | 1128 | 0.352 | 0.110 | 0.115 | 0.394 | 0.747 | 0.225 | 0.000 | 0.992 |
| N1598 | NO | Decreasing | 0.431 | 369048 | 607.49 | 114.01 | 0.188 | 1080 | 478 | 398 | 1165 | 2245 | 875 | 0.334 | 0.148 | 0.123 | 0.360 | 0.694 | 0.270 | 0.020 | 0.056 |
| N1599 | NO | Decreasing | 0.565 | 1436669 | 1198.61 | 319.47 | 0.267 | 2320 | 790 | 1040 | 3580 | 5900 | 1830 | 0.535 | 0.182 | 0.240 | 0.825 | 1.359 | 0.422 | 0.000 | 0.207 |
| N1600 | NO | Decreasing | 0.605 | 1084578 | 1041.43 | 327.69 | 0.315 | 1540 | 600 | 635 | 1910 | 3450 | 1235 | 0.484 | 0.189 | 0.200 | 0.601 | 1.085 | 0.388 | 0.020 | 0.003 |
| N1601 | NO | Decreasing | 0.502 | 3080080 | 1755.02 | 658.14 | 0.375 | 3020 | 860 | 990 | 3100 | 6120 | 1850 | 0.696 | 0.198 | 0.228 | 0.714 | 1.410 | 0.426 | 0.078 | 0.013 |
| N1602 | NO | Decreasing | 0.558 | 3444215 | 1855.86 | 808.72 | 0.436 | 2800 | 770 | 1100 | 3060 | 5860 | 1870 | 0.722 | 0.198 | 0.284 | 0.789 | 1.510 | 0.482 | 0.059 | 0.000 |
| N1603 | NO | Decreasing | 0.529 | 2437760 | 1561.33 | 659.34 | 0.422 | 2840 | 660 | 1380 | 4440 | 7280 | 2040 | 0.855 | 0.199 | 0.416 | 1.337 | 2.193 | 0.614 | 0.000 | 0.342 |
| N1604 | NO | Decreasing | 0.477 | 2212681 | 1487.51 | 644.10 | 0.433 | 1980 | 900 | 1500 | 3300 | 5280 | 2400 | 0.623 | 0.283 | 0.472 | 1.038 | 1.660 | 0.755 | 0.000 | 0.010 |
| N1605 | NO | Decreasing | 0.462 | 2120884 | 1456.33 | 579.17 | 0.398 | 2340 | 1050 | 1100 | 3920 | 6260 | 2150 | 0.661 | 0.297 | 0.311 | 1.107 | 1.768 | 0.607 | 0.000 | 0.218 |
| N1606 | NO | Decreasing | 0.388 | 1905149 | 1380.27 | 559.18 | 0.405 | 2240 | 1050 | 860 | 3500 | 5740 | 1910 | 0.671 | 0.314 | 0.257 | 1.048 | 1.719 | 0.572 | 0.000 | 0.161 |
| N1607 | NO | Decreasing | 0.281 | 2324375 | 1524.59 | 567.08 | 0.372 | 1920 | 840 | 1380 | 3600 | 5520 | 2220 | 0.500 | 0.219 | 0.359 | 0.938 | 1.438 | 0.578 | 0.020 | 0.011 |
| N1608 | NO | Decreasing | 0.068 | 2659573 | 1630.82 | 561.79 | 0.344 | 2880 | 720 | 1560 | 4200 | 7080 | 2280 | 0.649 | 0.162 | 0.351 | 0.946 | 1.595 | 0.514 | 0.000 | 0.302 |
| N1609 | NO | Decreasing | 0.369 | 504263 | 710.11 | 176.39 | 0.248 | 1020 | 315 | 570 | 1350 | 2370 | 885 | 0.378 | 0.117 | 0.211 | 0.500 | 0.878 | 0.328 | 0.039 | 0.007 |
| N1610 | NO | Decreasing | 0.187 | 1944858 | 1394.58 | 402.03 | 0.288 | 3240 | 1260 | 600 | 3120 | 6360 | 1860 | 0.643 | 0.250 | 0.119 | 0.619 | 1.262 | 0.369 | 0.000 | 0.632 |
| N1611 | NO | Increasing | 0.017 | 2880016 | 1697.06 | 571.88 | 0.337 | 3120 | 900 | 720 | 2680 | 5800 | 1620 | 0.634 | 0.183 | 0.146 | 0.545 | 1.179 | 0.329 | 0.078 | 0.025 |
| N1612 | NO | Decreasing | 0.225 | 1492825 | 1221.81 | 414.13 | 0.339 | 1800 | 720 | 720 | 1860 | 3660 | 1440 | 0.508 | 0.203 | 0.203 | 0.525 | 1.034 | 0.407 | 0.020 | 0.000 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος GMRAE :

| | before log transform | | | | | after log transform | | | |
|---|----------------------|---------|---------|---------|---|---------------------|---------|---------|---------|
| | forecasting horizon | | | | | forecasting horizon | | | |
| Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 |
| 1 seasonal | -0.0237 | 0.0128 | 0.0010 | -0.0621 | 1 seasonal | 0.0011 | 0.0189 | -0.0156 | -0.0523 |
| 2 trend | 0.0660 | 0.0062 | 0.0425 | 0.0631 | 2 trend | 0.0840 | 0.0488 | 0.0934 | 0.0984 |
| 3 tau | 0.0445 | 0.0226 | 0.0545 | 0.0454 | 3 tau | 0.0426 | 0.0361 | 0.0666 | 0.0458 |
| 4 var | -0.0017 | 0.0828 | -0.0007 | 0.0099 | 4 var | -0.0037 | 0.0587 | -0.0202 | 0.0061 |
| 5 sd | -0.0253 | 0.0622 | 0.0067 | -0.0067 | 5 sd | -0.0397 | 0.0349 | -0.0258 | -0.0255 |
| 6 var/mean | -0.0217 | 0.0715 | 0.0069 | -0.0025 | 6 var/mean | -0.0323 | 0.0403 | -0.0243 | -0.0181 |
| 7 sd/mean | -0.0670 | 0.0296 | -0.0069 | -0.0499 | 7 sd/mean | -0.0869 | 0.0102 | -0.0304 | -0.0680 |
| 8 median-min | -0.0567 | -0.0335 | -0.0466 | -0.0712 | 8 median-min | -0.0600 | -0.0332 | -0.0456 | -0.0658 |
| 9 median-25% | -0.0260 | 0.0250 | -0.0107 | -0.0256 | 9 median-25% | -0.0380 | 0.0016 | -0.0321 | -0.0439 |
| 10 75%-median | -0.0057 | 0.0874 | 0.0485 | 0.0320 | 10 75%-median | -0.0190 | 0.0581 | -0.0012 | 0.0020 |
| 11 max-median | -0.0234 | 0.0853 | 0.0317 | 0.0131 | 11 max-median | -0.0421 | 0.0372 | -0.0290 | -0.0263 |
| 12 max-min | -0.0375 | 0.0491 | 0.0058 | -0.0166 | 12 max-min | -0.0521 | 0.0146 | -0.0375 | -0.0429 |
| 13 75%-25% | -0.0153 | 0.0685 | 0.0271 | 0.0096 | 13 75%-25% | -0.0294 | 0.0389 | -0.0150 | -0.0182 |
| 14 median-min / median | -0.1060 | -0.0447 | -0.0684 | -0.1216 | 14 median-min / median | -0.1114 | -0.0369 | -0.0648 | -0.1101 |
| 15 median-25% / median | -0.0749 | 0.0124 | -0.0266 | -0.0710 | 15 median-25% / median | -0.0870 | 0.0035 | -0.0424 | -0.0788 |
| 16 75%-median / median | -0.0233 | 0.0798 | 0.0635 | 0.0169 | 16 75%-median / median | -0.0478 | 0.0498 | 0.0223 | -0.0180 |
| 17 max-median / median | -0.0468 | 0.0666 | 0.0358 | -0.0128 | 17 max-median / median | -0.0697 | 0.0281 | -0.0119 | -0.0469 |
| 18 max-min / median | -0.0674 | 0.0380 | 0.0073 | -0.0459 | 18 max-min / median | -0.0866 | 0.0107 | -0.0283 | -0.0687 |
| 19 75%-25% / median | -0.0450 | 0.0615 | 0.0351 | -0.0149 | 19 75%-25% / median | -0.0669 | 0.0367 | -0.0002 | -0.0427 |
| 20 num of outliers/num of insample observations | -0.0065 | 0.0273 | -0.0107 | 0.0167 | 20 num of outliers/num of insample observations | -0.0174 | 0.0188 | -0.0132 | 0.0120 |
| 21 shapiro p-value | -0.0656 | -0.0701 | -0.0392 | -0.0713 | 21 shapiro p-value | -0.0649 | -0.0653 | -0.0282 | -0.0573 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MASE :

| Features | before log transform | | | | | | Features | after log transform | | | |
|--|----------------------|---------|---------|---------|--|----|--|---------------------|---------|---------|---------|
| | forecasting horizon | | | | | | | forecasting horizon | | | |
| | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | | | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | |
| seasonal | -0.0571 | -0.0195 | -0.0403 | -0.1154 | | 1 | seasonal | -0.0356 | -0.0105 | -0.0569 | -0.1006 |
| trend | 0.0436 | -0.0111 | 0.0180 | 0.0287 | | 2 | trend | 0.0628 | 0.0284 | 0.0755 | 0.0649 |
| tau | 0.0213 | 0.0052 | 0.0433 | 0.0227 | | 3 | tau | 0.0155 | 0.0200 | 0.0537 | 0.0245 |
| var/mean | -0.0048 | 0.0701 | 0.0026 | 0.0008 | | 4 | var/mean | -0.0323 | 0.0401 | -0.0233 | -0.0212 |
| sd/mean | -0.0654 | 0.0321 | -0.0121 | -0.0414 | | 5 | sd/mean | -0.0901 | 0.0093 | -0.0388 | -0.0614 |
| median-min / median | -0.1287 | -0.0536 | -0.0902 | -0.1336 | | 6 | median-min / median | -0.1321 | -0.0492 | -0.0862 | -0.1211 |
| median-25% / median | -0.0929 | 0.0027 | -0.0432 | -0.0794 | | 7 | median-25% / median | -0.1081 | -0.0113 | -0.0564 | -0.0850 |
| 75%-median / median | -0.0325 | 0.0826 | 0.0547 | 0.0164 | | 8 | 75%-median / median | -0.0580 | 0.0552 | 0.0100 | -0.0144 |
| max-median / median | -0.0495 | 0.0752 | 0.0295 | -0.0104 | | 9 | max-median / median | -0.0733 | 0.0377 | -0.0201 | -0.0437 |
| max-min / median | -0.0762 | 0.0420 | -0.0040 | -0.0476 | | 10 | max-min / median | -0.0955 | 0.0145 | -0.0410 | -0.0695 |
| 75%-25% / median | -0.0583 | 0.0598 | 0.0225 | -0.0184 | | 11 | 75%-25% / median | -0.0822 | 0.0350 | -0.0143 | -0.0424 |
| num of outliers/num of insample observations | 0.0224 | 0.0457 | 0.0024 | 0.0338 | | 12 | num of outliers/num of insample observations | 0.0125 | 0.0402 | 0.0002 | 0.0291 |
| shapiro p-value | -0.0722 | -0.0784 | -0.0358 | -0.0637 | | 13 | shapiro p-value | -0.0698 | -0.0718 | -0.0258 | -0.0534 |
| mean | 0.0402 | 0.0056 | 0.0200 | 0.0333 | | 14 | mean | 0.0463 | 0.0133 | 0.0279 | 0.0389 |
| median | 0.0353 | -0.0184 | 0.0077 | 0.0215 | | 15 | median | 0.0453 | -0.0052 | 0.0256 | 0.0328 |
| var | 0.0071 | 0.0806 | -0.0035 | 0.0049 | | 16 | var | -0.0069 | 0.0627 | -0.0162 | -0.0029 |
| sd | -0.0251 | 0.0568 | -0.0075 | -0.0140 | | 17 | sd | -0.0466 | 0.0321 | -0.0328 | -0.0319 |
| median-min | -0.0500 | 0.0025 | -0.0379 | -0.0516 | | 18 | median-min | -0.0633 | -0.0195 | -0.0477 | -0.0611 |
| median-25% | -0.0844 | -0.0546 | -0.0820 | -0.1021 | | 19 | median-25% | -0.0841 | -0.0521 | -0.0728 | -0.0900 |
| 75%-median | -0.0187 | 0.0852 | 0.0342 | 0.0189 | | 20 | 75%-median | -0.0331 | 0.0609 | -0.0048 | -0.0012 |
| max-median | -0.0285 | 0.0895 | 0.0196 | 0.0045 | | 21 | max-median | -0.0487 | 0.0463 | -0.0303 | -0.0275 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος sMAPE :

| | before log transform | | | | | after log transform | | | |
|---|----------------------|---------|---------|---------|---|---------------------|---------|---------|---------|
| | forecasting horizon | | | | | forecasting horizon | | | |
| Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 |
| 1 seasonal | -0.2309 | -0.2437 | -0.2753 | -0.2736 | 1 seasonal | -0.2117 | -0.2293 | -0.2744 | -0.2609 |
| 2 trend | -0.2822 | -0.1948 | -0.2399 | -0.2579 | 2 trend | -0.2753 | -0.1840 | -0.2216 | -0.2443 |
| 3 tau | -0.3530 | -0.2947 | -0.2521 | -0.3201 | 3 tau | -0.3652 | -0.3313 | -0.2969 | -0.3552 |
| 4 var/mean | 0.4957 | 0.5010 | 0.4241 | 0.5093 | 4 var/mean | 0.4814 | 0.4753 | 0.4145 | 0.4911 |
| 5 sd/mean | 0.7159 | 0.6555 | 0.6262 | 0.7177 | 5 sd/mean | 0.7122 | 0.6622 | 0.6284 | 0.7187 |
| 6 median-min / median | 0.6944 | 0.6257 | 0.5990 | 0.6891 | 6 median-min / median | 0.7075 | 0.6522 | 0.6294 | 0.7142 |
| 7 median-25% / median | 0.5907 | 0.5843 | 0.5700 | 0.6298 | 7 median-25% / median | 0.5826 | 0.5693 | 0.5446 | 0.6100 |
| 8 75%-median / median | 0.5327 | 0.5226 | 0.4920 | 0.5571 | 8 75%-median / median | 0.5288 | 0.5115 | 0.4646 | 0.5396 |
| 9 max-median / median | 0.6493 | 0.6199 | 0.5845 | 0.6667 | 9 max-median / median | 0.6456 | 0.6098 | 0.5675 | 0.6539 |
| 10 max-min / median | 0.7051 | 0.6622 | 0.6270 | 0.7169 | 10 max-min / median | 0.7061 | 0.6622 | 0.6230 | 0.7145 |
| 11 75%-25% / median | 0.6026 | 0.5930 | 0.5658 | 0.6348 | 11 75%-25% / median | 0.5968 | 0.5794 | 0.5367 | 0.6148 |
| 12 num of outliers/num of insample observations | 0.2357 | 0.1960 | 0.1909 | 0.2230 | 12 num of outliers/num of insample observations | 0.2456 | 0.2179 | 0.2271 | 0.2486 |
| 13 shapiro p-value | 0.0779 | 0.0309 | 0.0309 | 0.0483 | 13 shapiro p-value | 0.0812 | 0.0378 | 0.0455 | 0.0582 |
| 14 mean | -0.2377 | -0.1782 | -0.2125 | -0.2265 | 14 mean | -0.2451 | -0.2087 | -0.2337 | -0.2480 |
| 15 median | -0.3183 | -0.2598 | -0.2803 | -0.3089 | 15 median | -0.3260 | -0.2887 | -0.3015 | -0.3298 |
| 16 var | 0.3213 | 0.3660 | 0.2674 | 0.3413 | 16 var | 0.3195 | 0.3414 | 0.2679 | 0.3319 |
| 17 sd | 0.5393 | 0.5562 | 0.4894 | 0.5698 | 17 sd | 0.5311 | 0.5317 | 0.4763 | 0.5522 |
| 18 median-min | 0.3584 | 0.4380 | 0.4047 | 0.4359 | 18 median-min | 0.3371 | 0.3821 | 0.3511 | 0.3859 |
| 19 median-25% | 0.4081 | 0.4154 | 0.3759 | 0.4316 | 19 median-25% | 0.4123 | 0.4083 | 0.3790 | 0.4309 |
| 20 75%-median | 0.4199 | 0.4731 | 0.4164 | 0.4725 | 20 75%-median | 0.4138 | 0.4373 | 0.3809 | 0.4422 |
| 21 max-median | 0.5436 | 0.5991 | 0.5390 | 0.6070 | 21 max-median | 0.5334 | 0.5517 | 0.5000 | 0.5696 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MAPE :

| Features | before log transform forecasting horizon | | | | | | after log transform forecasting horizon | | | |
|---|---|---------|---------|---------|--|---|--|---------|---------|---------|
| | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | | | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 |
| 1 seasonal | -0.1931 | -0.1564 | -0.0051 | -0.0397 | | 1 seasonal | 0.0217 | -0.1440 | -0.0718 | 0.0082 |
| 2 trend | -0.1933 | -0.0715 | -0.0038 | -0.0280 | | 2 trend | 0.0170 | -0.0614 | -0.0149 | 0.0132 |
| 3 tau | -0.2614 | -0.1841 | -0.0530 | -0.0939 | | 3 tau | -0.0448 | -0.1835 | -0.0697 | -0.0585 |
| 4 var/mean | 0.5500 | 0.4424 | 0.1441 | 0.2351 | | 4 var/mean | 0.0232 | 0.4110 | 0.1568 | 0.0548 |
| 5 sd/mean | 0.6212 | 0.4061 | 0.1539 | 0.2455 | | 5 sd/mean | 0.0326 | 0.3906 | 0.1854 | 0.0672 |
| 6 median-min / median | 0.5427 | 0.3681 | 0.1264 | 0.2086 | | 6 median-min / median | 0.0453 | 0.3643 | 0.1609 | 0.0759 |
| 7 median-25% / median | 0.4720 | 0.3496 | 0.1286 | 0.2027 | | 7 median-25% / median | 0.0443 | 0.3395 | 0.1556 | 0.0735 |
| 8 75%-median / median | 0.4486 | 0.3598 | 0.1082 | 0.1828 | | 8 75%-median / median | 0.0325 | 0.3401 | 0.1386 | 0.0597 |
| 9 max-median / median | 0.5376 | 0.4110 | 0.1271 | 0.2141 | | 9 max-median / median | 0.0160 | 0.3916 | 0.1623 | 0.0478 |
| 10 max-min / median | 0.5743 | 0.4252 | 0.1352 | 0.2265 | | 10 max-min / median | 0.0257 | 0.4091 | 0.1725 | 0.0592 |
| 11 75%-25% / median | 0.4978 | 0.3883 | 0.1257 | 0.2068 | | 11 75%-25% / median | 0.0399 | 0.3704 | 0.1575 | 0.0703 |
| 12 num of outliers/num of insample observations | 0.2158 | 0.1046 | 0.0574 | 0.0845 | | 12 num of outliers/num of insample observations | -0.0114 | 0.1032 | 0.0697 | 0.0006 |
| 13 shapiro p-value | 0.0344 | -0.0011 | -0.0104 | -0.0072 | | 13 shapiro p-value | -0.0099 | 0.0007 | -0.0070 | -0.0107 |
| 14 mean | -0.1420 | 0.0131 | -0.0183 | -0.0271 | | 14 mean | 0.0139 | 0.0050 | -0.0324 | 0.0098 |
| 15 median | -0.2233 | -0.0633 | -0.0397 | -0.0632 | | 15 median | 0.0137 | -0.0673 | -0.0576 | 0.0043 |
| 16 var | 0.3705 | 0.4225 | 0.0781 | 0.1560 | | 16 var | 0.0155 | 0.4058 | 0.0857 | 0.0380 |
| 17 sd | 0.5166 | 0.4810 | 0.1357 | 0.2293 | | 17 sd | 0.0431 | 0.4568 | 0.1554 | 0.0757 |
| 18 median-min | 0.2867 | 0.3703 | 0.0861 | 0.1503 | | 18 median-min | 0.0602 | 0.3561 | 0.0988 | 0.0825 |
| 19 median-25% | 0.3236 | 0.3447 | 0.0791 | 0.1435 | | 19 median-25% | 0.0606 | 0.3372 | 0.0968 | 0.0821 |
| 20 75%-median | 0.3526 | 0.4281 | 0.0873 | 0.1639 | | 20 75%-median | 0.0555 | 0.4118 | 0.1083 | 0.0807 |
| 21 max-median | 0.4455 | 0.5103 | 0.1088 | 0.2019 | | 21 max-median | 0.0304 | 0.4917 | 0.1348 | 0.0615 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MPE :

| Features | before log transform | | | | Features | after log transform | | | |
|---|----------------------|---------|---------|---------|---|---------------------|---------|---------|---------|
| | forecasting horizon | | | | | forecasting horizon | | | |
| | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 |
| 1 seasonal | 0.1665 | 0.1147 | 0.0003 | 0.0279 | 1 seasonal | -0.0226 | 0.1025 | 0.0629 | -0.0114 |
| 2 trend | 0.1332 | 0.0277 | -0.0037 | 0.0104 | 2 trend | -0.0184 | 0.0161 | 0.0051 | -0.0171 |
| 3 tau | 0.1948 | 0.1480 | 0.0520 | 0.0829 | 3 tau | 0.0427 | 0.1108 | 0.0574 | 0.0529 |
| 4 var/mean | -0.4479 | -0.3353 | -0.1298 | -0.1997 | 4 var/mean | -0.0206 | -0.3027 | -0.1339 | -0.0464 |
| 5 sd/mean | -0.4369 | -0.2474 | -0.1306 | -0.1884 | 5 sd/mean | -0.0282 | -0.2287 | -0.1499 | -0.0538 |
| 6 median-min / median | -0.3589 | -0.2115 | -0.1041 | -0.1528 | 6 median-min / median | -0.0407 | -0.1926 | -0.1225 | -0.0616 |
| 7 median-25% / median | -0.2963 | -0.1837 | -0.1032 | -0.1436 | 7 median-25% / median | -0.0405 | -0.1816 | -0.1192 | -0.0606 |
| 8 75%-median / median | -0.3136 | -0.2340 | -0.0893 | -0.1382 | 8 75%-median / median | -0.0295 | -0.2293 | -0.1154 | -0.0506 |
| 9 max-median / median | -0.3752 | -0.2590 | -0.1046 | -0.1605 | 9 max-median / median | -0.0122 | -0.2488 | -0.1311 | -0.0361 |
| 10 max-min / median | -0.3949 | -0.2619 | -0.1113 | -0.1687 | 10 max-min / median | -0.0215 | -0.2485 | -0.1371 | -0.0460 |
| 11 75%-25% / median | -0.3353 | -0.2360 | -0.1026 | -0.1527 | 11 75%-25% / median | -0.0363 | -0.2318 | -0.1272 | -0.0589 |
| 12 num of outliers/num of insample observations | -0.1629 | -0.0809 | -0.0548 | -0.0745 | 12 num of outliers/num of insample observations | 0.0129 | -0.0670 | -0.0620 | 0.0029 |
| 13 shapiro p-value | -0.0511 | -0.0098 | 0.0058 | 0.0002 | 13 shapiro p-value | 0.0098 | -0.0040 | 0.0020 | 0.0098 |
| 14 mean | 0.0466 | -0.0866 | 0.0067 | -0.0011 | 14 mean | -0.0161 | -0.0874 | 0.0125 | -0.0169 |
| 15 median | 0.1128 | -0.0244 | 0.0262 | 0.0303 | 15 median | -0.0162 | -0.0282 | 0.0353 | -0.0124 |
| 16 var | -0.3149 | -0.3547 | -0.0696 | -0.1351 | 16 var | -0.0141 | -0.3402 | -0.0712 | -0.0330 |
| 17 sd | -0.3947 | -0.3630 | -0.1193 | -0.1891 | 17 sd | -0.0402 | -0.3419 | -0.1305 | -0.0665 |
| 18 median-min | -0.1727 | -0.2490 | -0.0679 | -0.1090 | 18 median-min | -0.0581 | -0.2536 | -0.0748 | -0.0745 |
| 19 median-25% | -0.2229 | -0.2516 | -0.0662 | -0.1116 | 19 median-25% | -0.0582 | -0.2392 | -0.0746 | -0.0742 |
| 20 75%-median | -0.2465 | -0.3247 | -0.0718 | -0.1281 | 20 75%-median | -0.0533 | -0.3268 | -0.0891 | -0.0738 |
| 21 max-median | -0.3074 | -0.3690 | -0.0881 | -0.1538 | 21 max-median | -0.0275 | -0.3682 | -0.1063 | -0.0516 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος MAE :

| | | before log transform | | | | | | after log transform | | | |
|----------|--|----------------------|---------|---------|---------|----------|--|---------------------|---------|---------|---------|
| | | forecasting horizon | | | | | | forecasting horizon | | | |
| Features | | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | Features | | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 |
| 1 | seasonal | -0.2067 | -0.2146 | -0.2179 | -0.2370 | 1 | seasonal | -0.1574 | -0.1867 | -0.1898 | -0.1993 |
| 2 | trend | -0.0643 | 0.0196 | 0.0110 | -0.0086 | 2 | trend | -0.0527 | 0.0289 | 0.0156 | -0.0017 |
| 3 | tau | -0.2685 | -0.2035 | -0.1435 | -0.2192 | 3 | tau | -0.2461 | -0.2133 | -0.1503 | -0.2204 |
| 4 | var/mean | 0.6970 | 0.4715 | 0.4967 | 0.6054 | 4 | var/mean | 0.7074 | 0.4636 | 0.5572 | 0.6420 |
| 5 | sd/mean | 0.5546 | 0.4735 | 0.4396 | 0.5354 | 5 | sd/mean | 0.4982 | 0.4706 | 0.4382 | 0.5190 |
| 6 | median-min / median | 0.5232 | 0.4812 | 0.4275 | 0.5227 | 6 | median-min / median | 0.4683 | 0.4854 | 0.4202 | 0.5054 |
| 7 | median-25% / median | 0.4269 | 0.4298 | 0.4165 | 0.4697 | 7 | median-25% / median | 0.3676 | 0.4232 | 0.3915 | 0.4381 |
| 8 | 75%-median / median | 0.4920 | 0.3864 | 0.3854 | 0.4614 | 8 | 75%-median / median | 0.4898 | 0.3873 | 0.4147 | 0.4788 |
| 9 | max-median / median | 0.5492 | 0.4470 | 0.4403 | 0.5250 | 9 | max-median / median | 0.5315 | 0.4433 | 0.4603 | 0.5316 |
| 10 | max-min / median | 0.5774 | 0.4864 | 0.4653 | 0.5586 | 10 | max-min / median | 0.5475 | 0.4847 | 0.4785 | 0.5586 |
| 11 | 75%-25% / median | 0.5116 | 0.4376 | 0.4318 | 0.5061 | 11 | 75%-25% / median | 0.4876 | 0.4357 | 0.4432 | 0.5065 |
| 12 | num of outliers/num of insample observations | 0.2000 | 0.1167 | 0.1214 | 0.1579 | 12 | num of outliers/num of insample observations | 0.1979 | 0.1178 | 0.1449 | 0.1709 |
| 13 | shapiro p-value | 0.1114 | 0.0573 | 0.0383 | 0.0721 | 13 | shapiro p-value | 0.0931 | 0.0574 | 0.0379 | 0.0674 |
| 14 | mean | 0.1382 | 0.1371 | 0.1378 | 0.1527 | 14 | mean | 0.1554 | 0.1315 | 0.1474 | 0.1618 |
| 15 | median | 0.0085 | 0.0512 | 0.0467 | 0.0412 | 15 | median | 0.0148 | 0.0453 | 0.0401 | 0.0377 |
| 16 | var | 0.6895 | 0.4360 | 0.4777 | 0.5824 | 16 | var | 0.7649 | 0.4324 | 0.5788 | 0.6614 |
| 17 | sd | 0.7420 | 0.6103 | 0.5931 | 0.7106 | 17 | sd | 0.7301 | 0.6022 | 0.6254 | 0.7250 |
| 18 | median-min | 0.4436 | 0.5027 | 0.4721 | 0.5250 | 18 | median-min | 0.3900 | 0.4867 | 0.4398 | 0.4879 |
| 19 | median-25% | 0.5397 | 0.5428 | 0.4823 | 0.5737 | 19 | median-25% | 0.4920 | 0.5389 | 0.4660 | 0.5514 |
| 20 | 75%-median | 0.6379 | 0.5518 | 0.5423 | 0.6348 | 20 | 75%-median | 0.6518 | 0.5494 | 0.5738 | 0.6580 |
| 21 | max-median | 0.7054 | 0.6380 | 0.6219 | 0.7215 | 21 | max-median | 0.7011 | 0.6287 | 0.6418 | 0.7310 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος RMSE :

| | | before log transform | | | | | | after log transform | | | |
|----|--|----------------------|---------|---------|---------|----|--|---------------------|---------|---------|---------|
| | | forecasting horizon | | | | | | forecasting horizon | | | |
| | Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | | Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 |
| 1 | seasonal | -0.2017 | -0.2137 | -0.2215 | -0.2266 | 1 | seasonal | -0.1519 | -0.1880 | -0.1855 | -0.1859 |
| 2 | trend | -0.0640 | -0.0022 | -0.0041 | -0.0207 | 2 | trend | -0.0544 | 0.0057 | -0.0016 | -0.0170 |
| 3 | tau | -0.2744 | -0.2234 | -0.1707 | -0.2264 | 3 | tau | -0.2492 | -0.2328 | -0.1725 | -0.2238 |
| 4 | var/mean | 0.7174 | 0.4936 | 0.5507 | 0.6510 | 4 | var/mean | 0.7314 | 0.4878 | 0.6139 | 0.6944 |
| 5 | sd/mean | 0.5733 | 0.4939 | 0.4770 | 0.5577 | 5 | sd/mean | 0.5147 | 0.4910 | 0.4668 | 0.5347 |
| 6 | median-min / median | 0.5303 | 0.5026 | 0.4614 | 0.5321 | 6 | median-min / median | 0.4717 | 0.5073 | 0.4429 | 0.5052 |
| 7 | median-25% / median | 0.4431 | 0.4470 | 0.4391 | 0.4880 | 7 | median-25% / median | 0.3800 | 0.4402 | 0.4047 | 0.4477 |
| 8 | 75%-median / median | 0.4951 | 0.3949 | 0.4204 | 0.4751 | 8 | 75%-median / median | 0.4979 | 0.3979 | 0.4549 | 0.4988 |
| 9 | max-median / median | 0.5551 | 0.4614 | 0.4793 | 0.5426 | 9 | max-median / median | 0.5415 | 0.4594 | 0.5015 | 0.5531 |
| 10 | max-min / median | 0.5841 | 0.5038 | 0.5053 | 0.5750 | 10 | max-min / median | 0.5563 | 0.5037 | 0.5169 | 0.5751 |
| 11 | 75%-25% / median | 0.5199 | 0.4501 | 0.4653 | 0.5228 | 11 | 75%-25% / median | 0.4980 | 0.4497 | 0.4768 | 0.5243 |
| 12 | num of outliers/num of insample observations | 0.2126 | 0.1278 | 0.1373 | 0.1704 | 12 | num of outliers/num of insample observations | 0.2080 | 0.1320 | 0.1579 | 0.1824 |
| 13 | shapiro p-value | 0.1095 | 0.0694 | 0.0510 | 0.0713 | 13 | shapiro p-value | 0.0904 | 0.0691 | 0.0472 | 0.0637 |
| 14 | mean | 0.1294 | 0.1349 | 0.1399 | 0.1512 | 14 | mean | 0.1475 | 0.1333 | 0.1510 | 0.1635 |
| 15 | median | -0.0009 | 0.0475 | 0.0389 | 0.0345 | 15 | median | 0.0046 | 0.0452 | 0.0315 | 0.0310 |
| 16 | var | 0.6878 | 0.4532 | 0.5331 | 0.6198 | 16 | var | 0.7717 | 0.4536 | 0.6457 | 0.7154 |
| 17 | sd | 0.7481 | 0.6332 | 0.6414 | 0.7381 | 17 | sd | 0.7374 | 0.6289 | 0.6708 | 0.7539 |
| 18 | median-min | 0.4455 | 0.5260 | 0.4901 | 0.5392 | 18 | median-min | 0.3870 | 0.5140 | 0.4474 | 0.4932 |
| 19 | median-25% | 0.5347 | 0.5650 | 0.5096 | 0.5783 | 19 | median-25% | 0.4821 | 0.5657 | 0.4810 | 0.5460 |
| 20 | 75%-median | 0.6285 | 0.5645 | 0.5809 | 0.6481 | 20 | 75%-median | 0.6467 | 0.5661 | 0.6161 | 0.6780 |
| 21 | max-median | 0.6990 | 0.6600 | 0.6650 | 0.7412 | 21 | max-median | 0.6977 | 0.6548 | 0.6850 | 0.7542 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών με το δείκτη σφάλματος ME :

| | | before log transform | | | | | | after log transform | | | |
|----|--|----------------------|---------|---------|---------|--|---|---------------------|---------|---------|---------|
| | | forecasting horizon | | | | | | forecasting horizon | | | |
| | Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 | | Features | 1:6 | 7:12 | 13:18 | 1:18 |
| 1 | seasonal | 0.0821 | 0.0268 | 0.0627 | 0.0638 | | 1 seasonal | 0.0351 | 0.0194 | 0.0415 | 0.0380 |
| 2 | trend | 0.0890 | 0.0455 | 0.0549 | 0.0685 | | 2 trend | 0.0525 | 0.0088 | 0.0295 | 0.0339 |
| 3 | tau | 0.1578 | 0.1313 | 0.1590 | 0.1702 | | 3 tau | 0.0868 | 0.0560 | 0.0907 | 0.0907 |
| 4 | var/mean | -0.4231 | -0.1576 | -0.1210 | -0.2353 | | 4 var/mean | -0.4059 | -0.1191 | -0.1821 | -0.2562 |
| 5 | sd/mean | -0.1969 | -0.0988 | -0.0704 | -0.1256 | | 5 sd/mean | -0.1218 | -0.0756 | -0.0934 | -0.1095 |
| 6 | median-min / median | -0.1706 | -0.0556 | -0.0266 | -0.0810 | | 6 median-min / median | -0.0884 | -0.0273 | -0.0360 | -0.0544 |
| 7 | median-25% / median | -0.1071 | -0.0231 | 0.0542 | -0.0114 | | 7 median-25% / median | -0.0418 | -0.0204 | 0.0253 | -0.0072 |
| 8 | 75%-median / median | -0.2556 | -0.1191 | -0.1013 | -0.1647 | | 8 75%-median / median | -0.2452 | -0.1212 | -0.1650 | -0.1986 |
| 9 | max-median / median | -0.2752 | -0.1132 | -0.0772 | -0.1561 | | 9 max-median / median | -0.2448 | -0.1025 | -0.1302 | -0.1749 |
| 10 | max-min / median | -0.2622 | -0.1035 | -0.0673 | -0.1441 | | 10 max-min / median | -0.2145 | -0.0869 | -0.1108 | -0.1507 |
| 11 | 75%-25% / median | -0.2224 | -0.0935 | -0.0515 | -0.1215 | | 11 75%-25% / median | -0.1902 | -0.0939 | -0.1077 | -0.1439 |
| 12 | num of outliers/num of insample observations | -0.0697 | -0.0757 | -0.1346 | -0.1135 | | 12 num of outliers/num of insample observations | -0.0614 | -0.0575 | -0.1355 | -0.1056 |
| 13 | shapiro p-value | -0.1048 | -0.0420 | -0.0806 | -0.0845 | | 13 shapiro p-value | -0.0776 | -0.0299 | -0.0654 | -0.0666 |
| 14 | mean | -0.1490 | -0.0796 | -0.0291 | -0.0847 | | 14 mean | -0.1678 | -0.0867 | -0.0557 | -0.1087 |
| 15 | median | -0.0564 | -0.0379 | 0.0110 | -0.0239 | | 15 median | -0.0663 | -0.0472 | 0.0030 | -0.0348 |
| 16 | var | -0.5294 | -0.1845 | -0.1427 | -0.2856 | | 16 var | -0.5867 | -0.1621 | -0.2445 | -0.3577 |
| 17 | sd | -0.4068 | -0.1703 | -0.1023 | -0.2259 | | 17 sd | -0.3726 | -0.1449 | -0.1652 | -0.2461 |
| 18 | median-min | -0.1548 | -0.0445 | 0.0789 | -0.0202 | | 18 median-min | -0.0987 | -0.0461 | 0.0453 | -0.0235 |
| 19 | median-25% | -0.2223 | -0.0754 | 0.0099 | -0.0845 | | 19 median-25% | -0.1510 | -0.0532 | -0.0076 | -0.0684 |
| 20 | 75%-median | -0.3900 | -0.1743 | -0.0792 | -0.2112 | | 20 75%-median | -0.3973 | -0.1815 | -0.1660 | -0.2664 |
| 21 | max-median | -0.4096 | -0.1576 | -0.0403 | -0.1914 | | 21 max-median | -0.3939 | -0.1509 | -0.1155 | -0.2300 |

Σφάλματα Μεθόδου Theta classic (Θ) στις Χρονοσειρές του Διαγωνισμού M3 :

| | forecasting horizon 1:18 | | | | | | | |
|--------|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Series | ME | RMSE | MAE | MPE | MAPE | MASE | GMRAE | sMAPE |
| N1402 | -1612.68 | 2063.562 | 1899.583 | -226.748 | 232.698 | 1.726894 | 2.05424 | 76.41271 |
| N1403 | -302.477 | 526.6701 | 418.0054 | -48.5709 | 54.06982 | 0.674202 | 0.455578 | 34.65187 |
| N1404 | -473.389 | 1708.028 | 1345.408 | -25.5636 | 37.22065 | 1.057988 | 1.102182 | 26.79 |
| N1405 | 994.0267 | 2545.819 | 2032.291 | -1.46128 | 36.26482 | 0.749001 | 0.597069 | 33.26876 |
| N1406 | 22.74101 | 2009.896 | 1540.2 | -10.6671 | 25.31911 | 0.7344 | 0.78213 | 19.30295 |
| N1407 | -220.81 | 1414.454 | 1127.332 | -138.651 | 159.4229 | 0.541119 | 0.491935 | 51.76701 |
| N1408 | 580.8581 | 1381.343 | 1069.699 | 4.433022 | 26.78271 | 0.344139 | 0.184096 | 27.77355 |
| N1409 | 350.4044 | 1627.263 | 1160.762 | -9.15266 | 37.82312 | 0.717997 | 0.445983 | 36.10178 |
| N1410 | -609.734 | 1239.302 | 1043.527 | -39.9387 | 48.70775 | 0.454806 | 0.347519 | 35.35616 |
| N1411 | -619.74 | 899.2058 | 727.2083 | -18.3875 | 20.52827 | 0.354352 | 0.265243 | 17.49155 |
| N1412 | -168.18 | 630.2966 | 544.1324 | -10.7422 | 20.85841 | 0.851686 | 0.918852 | 18.74487 |
| N1413 | -1412.14 | 4074.112 | 3629.495 | -648.419 | 669.5002 | 0.371198 | 0.386078 | 88.19845 |
| N1414 | 289.4779 | 1929.744 | 1317.247 | -12.7197 | 37.58443 | 0.447367 | 0.296109 | 36.01601 |
| N1415 | -606.011 | 2303.754 | 1939.842 | -52.5181 | 69.67565 | 0.749295 | 0.806176 | 44.90847 |
| N1416 | 66.43182 | 766.6112 | 648.7283 | -20.1795 | 46.77214 | 0.576363 | 0.604633 | 38.09742 |
| N1417 | -137.316 | 601.3126 | 480.844 | -52.7297 | 69.06763 | 0.498571 | 0.335866 | 43.19107 |
| N1418 | 14.2152 | 1077.211 | 854.5842 | -28.9155 | 52.59328 | 0.910208 | 0.7635 | 40.63762 |
| N1419 | 289.2936 | 811.8791 | 653.9727 | 3.040522 | 24.59074 | 0.624815 | 0.573965 | 25.49655 |
| N1420 | -1146.74 | 1396.61 | 1168.123 | -57.3898 | 57.93013 | 1.387869 | 1.35141 | 38.85831 |
| N1421 | -49.7136 | 909.1516 | 747.3909 | -8.75747 | 24.06881 | 0.865147 | 0.833102 | 21.49258 |
| N1422 | 579.8212 | 1368.92 | 1046.761 | 5.228694 | 24.27892 | 0.880453 | 0.722446 | 25.72686 |
| N1423 | 1603.834 | 2186.865 | 1629.647 | 38.41385 | 40.25767 | 1.202199 | 0.953798 | 57.58495 |
| N1424 | 236.4603 | 701.9908 | 573.3425 | 3.441005 | 19.31708 | 1.052005 | 1.217556 | 20.11984 |
| N1425 | -260.417 | 986.2286 | 857.731 | -47.9593 | 66.03399 | 0.908186 | 1.125918 | 45.24726 |
| N1426 | 483.3248 | 640.5056 | 561.803 | 12.64389 | 15.42505 | 0.533301 | 0.42832 | 16.9352 |
| N1427 | -389.194 | 1145.984 | 938.5381 | -59.7118 | 74.3532 | 1.049297 | 0.855979 | 44.49146 |
| N1428 | 285.1528 | 817.8358 | 604.5399 | 4.246633 | 17.26524 | 0.551252 | 0.494221 | 18.45811 |
| N1429 | 434.6249 | 805.55 | 614.1953 | 10.4394 | 17.22423 | 0.531515 | 0.408358 | 19.48542 |
| N1430 | 296.8644 | 1353.461 | 998.0665 | 1.194236 | 13.63028 | 1.066184 | 1.075188 | 13.89056 |
| N1431 | 1439.359 | 2623.797 | 2115.841 | 9.687738 | 19.37062 | 0.817278 | 0.87626 | 21.12663 |
| N1432 | -293.711 | 1318.203 | 1034.654 | -33.4806 | 48.59883 | 0.975066 | 0.713212 | 36.03282 |
| N1433 | 112.1188 | 1249.839 | 999.7498 | -12.6362 | 36.92553 | 0.294284 | 0.213719 | 33.63465 |
| N1434 | 218.4512 | 611.3269 | 531.2335 | 3.858053 | 22.17732 | 0.435834 | 0.412468 | 22.99996 |
| N1435 | 80.65492 | 677.6219 | 544.0181 | -5.33263 | 24.66479 | 0.769837 | 0.852841 | 22.95327 |
| N1436 | -286.951 | 804.6178 | 689.8697 | -30.2743 | 42.50194 | 0.5364 | 0.442197 | 33.5905 |
| N1437 | -347.932 | 1489.098 | 1179.381 | -17.7857 | 29.6382 | 0.935192 | 0.745701 | 25.15267 |
| N1438 | -743.719 | 1345.858 | 1212.926 | -34.8877 | 44.01443 | 0.820777 | 0.795954 | 34.60706 |
| N1439 | -336.604 | 1030.801 | 806.5664 | -33.7389 | 44.47255 | 0.861614 | 0.725505 | 35.18836 |
| N1440 | -274.143 | 1012.393 | 808.496 | -8.97876 | 16.86452 | 0.854045 | 0.774475 | 15.65119 |
| N1441 | -1787.3 | 2253.266 | 1967.864 | -51.4923 | 54.12198 | 0.927266 | 1.068124 | 38.67433 |
| N1442 | -553.783 | 1327.457 | 1061.018 | -19.0281 | 26.6466 | 0.834717 | 0.781713 | 21.10931 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1443 | -1604.73 | 1969.744 | 1739.324 | -67.785 | 70.04171 | 0.718894 | 0.733954 | 43.60563 |
| N1444 | -1095.55 | 2551.369 | 2069.149 | -48.9966 | 60.56109 | 0.654564 | 0.538427 | 38.33575 |
| N1445 | -707.444 | 1719.644 | 1420.662 | -31.0753 | 40.94877 | 0.9052 | 0.90347 | 31.04466 |
| N1446 | 641.6768 | 1189.569 | 991.964 | 3.90656 | 45.69939 | 1.155686 | 1.147039 | 44.12555 |
| N1447 | -188.974 | 730.8141 | 630.0052 | -6.83939 | 14.8196 | 0.638879 | 0.473534 | 14.07555 |
| N1448 | 236.5537 | 680.4319 | 547.4486 | -5.5559 | 40.30558 | 1.011712 | 1.147459 | 36.88444 |
| N1449 | 549.2884 | 887.5367 | 724.9657 | 10.42078 | 15.75605 | 1.211642 | 1.304075 | 17.23766 |
| N1450 | -755.881 | 1101.844 | 974.2091 | -46.2577 | 50.65685 | 0.254732 | 0.217761 | 37.67534 |
| N1451 | -185.754 | 832.7035 | 616.1429 | -15.8621 | 25.88639 | 0.668107 | 0.578281 | 20.89471 |
| N1452 | -573.221 | 928.9785 | 737.5141 | -17.9739 | 21.16543 | 0.336253 | 0.222917 | 17.80355 |
| N1453 | -937.222 | 1150.926 | 967.4802 | -19.1715 | 19.63087 | 0.31389 | 0.230742 | 17.09701 |
| N1454 | 53.45259 | 550.5555 | 439.8108 | -0.5484 | 11.60746 | 0.283039 | 0.225822 | 11.70262 |
| N1455 | 66.15372 | 889.4087 | 676.3136 | -2.08075 | 14.1712 | 0.550844 | 0.43858 | 13.23255 |
| N1456 | -570.035 | 807.3689 | 648.3102 | -24.7061 | 26.72768 | 0.791695 | 0.742939 | 21.50089 |
| N1457 | -610.375 | 1740.652 | 1559.875 | -26.7831 | 40.31218 | 0.922094 | 1.043926 | 32.10404 |
| N1458 | 294.5745 | 1304.95 | 918.7624 | -2.08714 | 24.98126 | 0.75001 | 0.525692 | 25.16394 |
| N1459 | -328.164 | 870.7687 | 718.6504 | -30.9028 | 42.577 | 0.944212 | 0.906328 | 31.76138 |
| N1460 | -1083.44 | 2058.146 | 1695.406 | -107.842 | 118.3773 | 0.291474 | 0.197952 | 52.99568 |
| N1461 | 1017.918 | 1500.448 | 1047.598 | 27.40898 | 29.47339 | 0.907011 | 0.662908 | 38.60789 |
| N1462 | 320.3164 | 1227.748 | 856.7963 | -1.26985 | 26.01125 | 0.801993 | 0.711581 | 25.86047 |
| N1463 | 524.7857 | 976.079 | 729.1671 | 9.658828 | 16.25788 | 1.166149 | 1.284943 | 17.90412 |
| N1464 | -121.458 | 1747.839 | 1251.41 | -12.521 | 25.67757 | 0.450868 | 0.260702 | 22.36322 |
| N1465 | -524.764 | 912.0793 | 751.4999 | -42.6225 | 49.48327 | 0.111132 | 0.075822 | 34.75557 |
| N1466 | -597.651 | 1356.906 | 1065.361 | -42.4669 | 51.90359 | 0.531941 | 0.373557 | 35.71143 |
| N1467 | -830.128 | 1420.906 | 1227.495 | -19.2095 | 24.44176 | 0.541741 | 0.650764 | 20.96442 |
| N1468 | 516.9794 | 2160.845 | 1639.369 | 0.382849 | 21.21496 | 0.914571 | 0.999552 | 21.76752 |
| N1469 | 201.2554 | 1032.6 | 812.7943 | -11.0298 | 39.20242 | 0.764783 | 0.627549 | 32.6208 |
| N1470 | 268.9566 | 1288.672 | 1006.586 | 1.256138 | 10.01789 | 0.863446 | 1.030373 | 10.2772 |
| N1471 | 795.0813 | 2302.305 | 1800.888 | -0.01578 | 33.50107 | 0.991011 | 0.963335 | 33.7564 |
| N1472 | 52.79869 | 583.8122 | 435.3164 | -0.01642 | 6.807867 | 0.881207 | 0.707178 | 6.732615 |
| N1473 | -729.908 | 1413.716 | 1206.117 | -10.3106 | 14.84787 | 1.019254 | 1.008984 | 13.60763 |
| N1474 | -1049.73 | 1496.267 | 1133.593 | -52.375 | 54.0904 | 1.210959 | 0.746971 | 33.70533 |
| N1475 | 1175.578 | 1395.772 | 1221.157 | 19.26103 | 20.39484 | 1.79289 | 1.75632 | 23.23164 |
| N1476 | -278.726 | 499.2727 | 430.0497 | -23.0226 | 28.53587 | 0.481998 | 0.427485 | 24.77877 |
| N1477 | 198.7858 | 676.885 | 541.5736 | 1.929872 | 7.174045 | 0.555587 | 0.496128 | 7.335338 |
| N1478 | -140.028 | 842.9131 | 632.5387 | -3.49701 | 9.232152 | 0.62149 | 0.492667 | 8.628465 |
| N1479 | -1011.62 | 1245.156 | 1122.986 | -33.3179 | 35.44914 | 0.98125 | 0.990146 | 28.82852 |
| N1480 | -904.096 | 1078.014 | 915.1959 | -27.2984 | 27.53556 | 0.708844 | 0.523448 | 22.92841 |
| N1481 | -711.249 | 1155.707 | 1018.216 | -11.2392 | 14.69197 | 1.245101 | 1.628904 | 13.50775 |
| N1482 | -872.966 | 976.4748 | 872.9663 | -19.273 | 19.27305 | 0.779434 | 0.728467 | 17.08728 |
| N1483 | -66.4992 | 691.1147 | 586.8524 | -1.61236 | 7.244506 | 0.767127 | 0.662344 | 7.072014 |
| N1484 | -784.205 | 931.2806 | 791.8934 | -13.9587 | 14.07239 | 0.475612 | 0.341102 | 12.77725 |
| N1485 | 503.9788 | 894.7997 | 751.6041 | 6.44978 | 11.40896 | 1.001397 | 0.912396 | 12.02476 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1486 | 319.6585 | 700.2818 | 568.7032 | 4.38111 | 10.32183 | 0.894813 | 0.877669 | 10.68444 |
| N1487 | -424.469 | 971.1934 | 734.8226 | -5.38861 | 8.310152 | 0.679692 | 0.613743 | 7.78306 |
| N1488 | 2043.947 | 3225.285 | 2518.097 | 13.41244 | 20.09969 | 0.83704 | 0.793539 | 22.50908 |
| N1489 | -22.6236 | 635.8761 | 490.8892 | -0.96933 | 6.112326 | 0.86458 | 0.910922 | 5.971429 |
| N1490 | -97.5834 | 476.4102 | 386.0534 | -10.6711 | 21.51637 | 0.876288 | 0.810591 | 18.68706 |
| N1491 | 5.72913 | 689.4941 | 554.5882 | -7.88772 | 24.46514 | 0.993292 | 0.860859 | 22.27778 |
| N1492 | -467.648 | 787.8573 | 668.807 | -12.054 | 15.69498 | 0.774182 | 0.891243 | 14.18249 |
| N1493 | -139.938 | 404.5289 | 298.6348 | -6.06592 | 10.14911 | 0.33893 | 0.222892 | 9.605078 |
| N1494 | -50.3225 | 468.5085 | 365.0887 | -1.19617 | 5.934359 | 0.58053 | 0.423209 | 5.812311 |
| N1495 | 12.34263 | 260.8616 | 216.0539 | 0.133525 | 4.766514 | 0.675168 | 0.563991 | 4.766181 |
| N1496 | -112.879 | 417.194 | 345.7192 | -2.30512 | 6.058918 | 0.771121 | 0.757986 | 5.91524 |
| N1497 | -123.833 | 392.2345 | 314.3636 | -3.12096 | 6.806892 | 0.545139 | 0.55038 | 6.53285 |
| N1498 | -251.813 | 449.9718 | 372.0939 | -7.82699 | 10.91283 | 1.177099 | 0.976372 | 10.17848 |
| N1499 | -336.921 | 576.435 | 455.6638 | -9.55874 | 12.01591 | 1.087791 | 0.959459 | 10.94921 |
| N1500 | -174.657 | 368.3668 | 298.1172 | -7.81743 | 11.55821 | 1.146605 | 1.241569 | 10.78722 |
| N1501 | -169.614 | 539.6548 | 450.5162 | -4.06839 | 8.552765 | 0.995005 | 1.052887 | 8.292657 |
| N1502 | 26.0994 | 391.9197 | 317.6455 | -0.16065 | 6.848104 | 0.940707 | 1.033414 | 6.794966 |
| N1503 | -382.807 | 592.8627 | 497.8427 | -8.14655 | 10.07453 | 0.672004 | 0.629484 | 9.432084 |
| N1504 | 787.2007 | 1141.365 | 890.6659 | 10.35598 | 12.22147 | 1.058217 | 0.85024 | 13.38275 |
| N1505 | 361.7739 | 1174.821 | 952.4288 | 2.657981 | 14.12984 | 0.790033 | 0.923907 | 14.47225 |
| N1506 | 94.73146 | 312.469 | 268.3326 | 1.952911 | 6.845144 | 1.030947 | 1.205237 | 6.94912 |
| N1507 | -90.1452 | 515.9828 | 395.392 | -3.03195 | 8.600453 | 1.031457 | 1.06625 | 8.222173 |
| N1508 | -285.659 | 569.6446 | 464.5582 | -7.00579 | 10.20752 | 0.889579 | 0.752139 | 9.606477 |
| N1509 | -622.607 | 1073.357 | 903.1724 | -16.6368 | 21.0054 | 0.529547 | 0.455296 | 18.35287 |
| N1510 | -320.676 | 966.408 | 800.2383 | -6.72598 | 13.22378 | 0.438487 | 0.346556 | 12.37315 |
| N1511 | -194.017 | 542.3639 | 401.7058 | -6.61114 | 10.91267 | 0.618009 | 0.364968 | 10.22533 |
| N1512 | -201.947 | 707.3007 | 605.7842 | -9.05722 | 17.70093 | 0.687957 | 0.721142 | 16.36975 |
| N1513 | -739.201 | 1023.316 | 867.5132 | -12.2636 | 13.83069 | 0.423177 | 0.353793 | 12.61968 |
| N1514 | 76.09101 | 175.8525 | 146.2651 | 3.428149 | 7.401803 | 0.769817 | 0.683033 | 7.669232 |
| N1515 | -5.23222 | 501.0724 | 365.5177 | -1.17381 | 7.704134 | 1.002945 | 0.975656 | 7.616411 |
| N1516 | -35.0411 | 383.7278 | 301.3179 | -2.14398 | 8.656996 | 0.883343 | 0.719774 | 8.422057 |
| N1517 | -95.8939 | 850.0478 | 662.9866 | -2.87475 | 9.809397 | 0.982202 | 0.819898 | 9.621686 |
| N1518 | -763.58 | 906.9588 | 841.0356 | -24.0074 | 25.57211 | 1.7203 | 2.043235 | 22.22825 |
| N1519 | -633.71 | 1014.625 | 841.6755 | -18.8809 | 22.65965 | 0.643319 | 0.578765 | 19.16939 |
| N1520 | -648.807 | 1231.321 | 995.2702 | -16.5174 | 21.46162 | 1.163303 | 1.200602 | 18.3548 |
| N1521 | -291.994 | 709.0179 | 577.0367 | -6.05132 | 10.09455 | 0.939969 | 0.977805 | 9.544485 |
| N1522 | -615.26 | 1066.126 | 824.3733 | -8.65557 | 10.87408 | 1.137067 | 0.991709 | 9.947967 |
| N1523 | 67.51218 | 375.9311 | 315.3989 | 0.841968 | 7.146453 | 0.90114 | 0.872484 | 7.230972 |
| N1524 | -265.795 | 561.4168 | 355.2505 | -5.23764 | 6.593531 | 0.94874 | 0.567847 | 6.062044 |
| N1525 | -488.301 | 650.8414 | 494.6819 | -8.22686 | 8.319995 | 0.743262 | 0.471748 | 7.738122 |
| N1526 | -625.791 | 778.9159 | 690.7686 | -11.1645 | 12.07595 | 1.124217 | 1.111602 | 11.21348 |
| N1527 | -380.048 | 546.077 | 446.0337 | -9.67902 | 10.92876 | 1.115084 | 0.938382 | 10.14303 |
| N1528 | -706.89 | 983.7707 | 752.3876 | -11.0863 | 11.65238 | 0.876568 | 0.797043 | 10.52314 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1529 | -585.461 | 899.1996 | 794.433 | -18.4712 | 22.52545 | 1.099984 | 1.016615 | 19.69664 |
| N1530 | -1104.03 | 1315.407 | 1131.92 | -26.9744 | 27.43922 | 1.940434 | 1.764443 | 22.88665 |
| N1531 | -676.99 | 833.1899 | 740.1165 | -24.9796 | 26.50625 | 0.783653 | 0.825675 | 22.46995 |
| N1532 | -372.624 | 436.3928 | 374.7569 | -18.1978 | 18.28046 | 0.352805 | 0.229568 | 16.20271 |
| N1533 | -338.316 | 541.4266 | 437.2659 | -16.934 | 20.09362 | 0.403217 | 0.310245 | 17.2335 |
| N1534 | -129.245 | 525.3161 | 429.622 | -10.5032 | 20.11849 | 0.686785 | 0.462032 | 18.17742 |
| N1535 | -964.048 | 1214.384 | 964.0483 | -30.5955 | 30.59548 | 0.379298 | 0.269837 | 23.44737 |
| N1536 | -442.7 | 1234.317 | 1044.04 | -15.0077 | 23.89132 | 0.999613 | 1.010174 | 20.74108 |
| N1537 | 296.6912 | 877.6074 | 703.2441 | 3.332516 | 15.64882 | 0.716783 | 0.769546 | 16.18944 |
| N1538 | -414.496 | 973.4403 | 807.4948 | -12.7672 | 19.32355 | 1.012886 | 1.004097 | 17.13865 |
| N1539 | -372.038 | 1087.723 | 900.1774 | -6.49649 | 12.05033 | 1.04875 | 1.123209 | 11.46411 |
| N1540 | -607.16 | 787.4382 | 685.5355 | -15.8392 | 17.3219 | 1.172969 | 1.149159 | 15.4965 |
| N1541 | -465.746 | 717.1142 | 609.2729 | -14.4876 | 17.1912 | 1.388217 | 1.194723 | 15.51111 |
| N1542 | -820.861 | 1044.433 | 943.3846 | -22.2982 | 24.49699 | 0.773971 | 0.792846 | 21.18302 |
| N1543 | -625.055 | 686.1012 | 625.0546 | -40.5729 | 40.57292 | 0.414554 | 0.355213 | 32.0721 |
| N1544 | -632.2 | 784.5436 | 671.602 | -19.0167 | 19.87774 | 0.630941 | 0.565782 | 17.38023 |
| N1545 | -509.249 | 684.9016 | 546.4221 | -14.1913 | 15.03365 | 0.60564 | 0.474272 | 13.36485 |
| N1546 | -411.231 | 596.978 | 497.2244 | -16.4489 | 18.84004 | 0.726464 | 0.848787 | 16.48413 |
| N1547 | -857.54 | 1124.016 | 922.5701 | -22.4711 | 23.62673 | 0.816033 | 0.817416 | 19.73732 |
| N1548 | -798.267 | 956.529 | 837.8131 | -20.6768 | 21.40241 | 0.63364 | 0.613259 | 18.55127 |
| N1549 | -1365.2 | 1531.791 | 1380.903 | -26.9052 | 27.13282 | 0.990289 | 1.028332 | 23.08506 |
| N1550 | -374.163 | 968.0846 | 821.1648 | -8.0254 | 13.77338 | 0.866919 | 0.783133 | 12.91207 |
| N1551 | -641.89 | 929.7119 | 828.8646 | -14.0737 | 16.75377 | 0.722497 | 0.711739 | 15.28018 |
| N1552 | -405.279 | 789.8407 | 606.7405 | -15.7633 | 20.15058 | 0.463751 | 0.298806 | 16.93782 |
| N1553 | -305.624 | 1112.19 | 843.0111 | -5.11324 | 10.66171 | 1.080014 | 0.830651 | 10.10893 |
| N1554 | -333.5 | 893.7833 | 756.5122 | -5.83063 | 11.17645 | 1.260854 | 1.201966 | 10.54883 |
| N1555 | 343.748 | 1419.531 | 1201.088 | 0.844917 | 14.32246 | 1.108696 | 1.597219 | 13.93659 |
| N1556 | -458.811 | 655.272 | 518.0519 | -10.2403 | 11.29342 | 0.835568 | 0.785345 | 10.32812 |
| N1557 | -193.697 | 567.9438 | 441.0428 | -4.92297 | 9.280856 | 0.954179 | 1.023781 | 8.715869 |
| N1558 | -379.993 | 873.5086 | 699.895 | -5.76041 | 9.302379 | 1.080455 | 0.887763 | 8.822803 |
| N1559 | 209.1076 | 551.1593 | 470.7001 | 2.915194 | 8.301753 | 0.92698 | 0.957498 | 8.508051 |
| N1560 | -58.3815 | 838.0654 | 657.3033 | -1.49274 | 7.28644 | 0.473258 | 0.403358 | 7.237638 |
| N1561 | -25.052 | 1143.999 | 1013.761 | -2.94735 | 14.89266 | 0.814629 | 0.955601 | 14.70039 |
| N1562 | -581.737 | 1067.71 | 911.7386 | -10.0738 | 13.96649 | 0.824688 | 0.88448 | 12.95998 |
| N1563 | -309.438 | 994.2629 | 787.761 | -4.9577 | 9.975225 | 1.005652 | 0.877086 | 9.470772 |
| N1564 | -262.815 | 500.4808 | 419.9937 | -9.55467 | 13.46498 | 0.315521 | 0.227909 | 12.4211 |
| N1565 | -142.864 | 707.2794 | 543.4004 | -3.14757 | 8.229963 | 0.278508 | 0.13066 | 7.891903 |
| N1566 | 264.1519 | 904.7664 | 791.1054 | 2.065519 | 10.67013 | 0.988882 | 1.034516 | 10.73983 |
| N1567 | 105.3003 | 583.8381 | 441.2568 | 0.726356 | 8.559275 | 0.42565 | 0.283166 | 8.513142 |
| N1568 | 310.844 | 1188.477 | 938.4982 | 1.454032 | 12.91452 | 0.728145 | 0.703742 | 12.73218 |
| N1569 | -54.3529 | 695.6758 | 562.7974 | -5.33343 | 16.47271 | 0.623406 | 0.549496 | 15.23087 |
| N1570 | -168.926 | 528.9441 | 453.3453 | -4.51141 | 9.548008 | 0.845618 | 0.665712 | 9.267402 |
| N1571 | 200.9406 | 667.2559 | 526.6183 | 2.042995 | 7.428743 | 1.059121 | 1.031927 | 7.540672 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1572 | -228.837 | 596.9333 | 519.457 | -3.96968 | 7.677067 | 1.057718 | 1.030187 | 7.481172 |
| N1573 | -243.45 | 550.1931 | 443.8247 | -6.51388 | 10.51367 | 0.635043 | 0.455957 | 10.01609 |
| N1574 | -1235.24 | 1340.949 | 1247.002 | -34.5539 | 34.78017 | 0.727586 | 0.677046 | 28.74262 |
| N1575 | 160.6532 | 459.2246 | 356.4463 | 4.301685 | 16.53373 | 1.078325 | 0.95543 | 17.47013 |
| N1576 | -392.872 | 846.8407 | 684.7241 | -9.82111 | 14.38159 | 0.802934 | 0.828093 | 13.08622 |
| N1577 | -196.709 | 505.02 | 442.9436 | -7.48335 | 13.38517 | 0.635298 | 0.592378 | 12.6024 |
| N1578 | -404.986 | 944.0292 | 746.1066 | -8.89886 | 13.58028 | 0.883547 | 0.721975 | 12.37543 |
| N1579 | -1161.25 | 1306.301 | 1161.254 | -42.9197 | 42.91967 | 0.41066 | 0.341404 | 32.82888 |
| N1580 | -107.593 | 684.8861 | 567.8079 | -26.7313 | 42.40389 | 0.861766 | 1.010983 | 28.24045 |
| N1581 | -280.267 | 1002.09 | 843.7118 | -23.9016 | 36.50427 | 0.936302 | 1.125724 | 26.80369 |
| N1582 | -409.507 | 795.8137 | 631.0632 | -27.3132 | 33.62712 | 1.096442 | 0.999274 | 25.4279 |
| N1583 | -82.5348 | 900.5608 | 763.2464 | -15.2311 | 32.69602 | 0.582137 | 0.451536 | 28.40544 |
| N1584 | -693.062 | 1115.231 | 928.2539 | -52.7745 | 58.24096 | 0.424722 | 0.298966 | 39.45985 |
| N1585 | -275.079 | 1026.669 | 875.4604 | -28.9128 | 43.10723 | 0.447679 | 0.438971 | 33.3295 |
| N1586 | -1023.23 | 1249.435 | 1120.405 | -59.1404 | 61.34896 | 0.64309 | 0.582684 | 42.37416 |
| N1587 | -610.654 | 1250.963 | 1098.831 | -46.9144 | 57.28731 | 0.59432 | 0.603834 | 40.71169 |
| N1588 | -1059.78 | 1360.81 | 1141.098 | -52.8094 | 54.51785 | 0.439259 | 0.333866 | 36.7888 |
| N1589 | -149.654 | 603.5609 | 483.2692 | -19.6868 | 31.45855 | 0.588157 | 0.530302 | 27.20041 |
| N1590 | -206.141 | 916.8153 | 667.8727 | -10.6226 | 18.66056 | 0.47781 | 0.350377 | 17.13851 |
| N1591 | 414.7195 | 722.8581 | 536.4029 | 7.565167 | 10.71101 | 1.044941 | 1.29982 | 11.56978 |
| N1592 | -32.232 | 428.8236 | 373.4067 | -2.35774 | 10.66347 | 0.965152 | 0.998366 | 10.33183 |
| N1593 | 233.9173 | 582.2532 | 518.591 | 3.015793 | 8.271606 | 0.967721 | 1.080205 | 8.389342 |
| N1594 | -73.3793 | 580.7007 | 457.4563 | -1.49987 | 6.374702 | 0.729595 | 0.661456 | 6.184591 |
| N1595 | -368.717 | 654.9327 | 556.6559 | -5.94534 | 8.374641 | 0.600636 | 0.515921 | 8.077036 |
| N1596 | -122.004 | 369.8994 | 315.1681 | -3.62789 | 8.385153 | 0.907975 | 0.753075 | 8.112144 |
| N1597 | -232.227 | 549.8284 | 480.5058 | -6.67448 | 11.57697 | 0.712153 | 0.777331 | 11.01291 |
| N1598 | -186.653 | 368.2811 | 305.7175 | -8.95835 | 12.79244 | 1.097291 | 0.7745 | 11.89616 |
| N1599 | -197.528 | 679.2581 | 556.0205 | -11.2492 | 19.98459 | 0.388222 | 0.317088 | 18.10456 |
| N1600 | -19.0659 | 523.2612 | 361.3753 | -8.77704 | 21.34611 | 0.606787 | 0.385201 | 18.49591 |
| N1601 | -65.6626 | 737.5634 | 600.598 | -12.3135 | 26.86906 | 0.507548 | 0.407749 | 23.70117 |
| N1602 | -211.088 | 664.402 | 484.2243 | -23.6314 | 32.20297 | 0.400922 | 0.284397 | 22.9846 |
| N1603 | -251.065 | 823.7467 | 695.775 | -42.2125 | 56.48781 | 0.400638 | 0.348576 | 37.44777 |
| N1604 | -41.6308 | 841.5956 | 704.5992 | -20.327 | 40.52554 | 0.446263 | 0.428279 | 34.38464 |
| N1605 | -442.954 | 822.6189 | 678.4955 | -41.5777 | 49.29691 | 0.316397 | 0.235845 | 33.85625 |
| N1606 | -1074.41 | 1214.21 | 1074.405 | -73.0302 | 73.03023 | 0.350604 | 0.311914 | 45.41428 |
| N1607 | 324.9124 | 1188.384 | 888.683 | -1.44813 | 25.7264 | 0.843686 | 0.650389 | 24.84999 |
| N1608 | -904.027 | 2181.001 | 1969.177 | -70.0273 | 85.56233 | 0.897801 | 1.128952 | 52.7041 |
| N1609 | 215.7641 | 345.2379 | 283.5859 | 7.471354 | 10.79487 | 1.260382 | 1.116595 | 11.4858 |
| N1610 | -963.77 | 1867.938 | 1562.981 | -58.0795 | 67.1112 | 0.956927 | 0.89752 | 43.76699 |
| N1611 | -998.071 | 2040.856 | 1718.499 | -78.7556 | 89.73013 | 0.745014 | 0.763423 | 45.02622 |
| N1612 | 542.4597 | 1546.741 | 1280.273 | -0.69081 | 36.13435 | 0.83315 | 0.873081 | 36.00677 |

Σφάλματα Μεθόδου Theta με Λογαρίθμηση στις Χρονοσειρές Μ3 :

| Series | forecasting horizon 1:18 | | | | | | | |
|--------|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | ME | RMSE | MAE | MPE | MAPE | MASE | GMRAE | sMAPE |
| N1402 | -1128.26 | 1711.798 | 1576.617 | -183.021 | 192.6369 | 1.433288 | 1.832951 | 69.35961 |
| N1403 | 69.86839 | 433.7725 | 340.1 | -11.5165 | 36.23825 | 0.548548 | 0.414596 | 30.02874 |
| N1404 | -803.374 | 1833.832 | 1514.827 | -32.1842 | 41.59035 | 1.191214 | 1.355282 | 29.36227 |
| N1405 | 1294.948 | 2616.301 | 2043.823 | 5.318753 | 33.64706 | 0.753252 | 0.543791 | 33.55396 |
| N1406 | 121.7379 | 1962.106 | 1566.3 | -8.81334 | 24.8192 | 0.746845 | 0.862324 | 19.61197 |
| N1407 | 268.7827 | 1423.164 | 1065.143 | -93.1182 | 126.7262 | 0.511269 | 0.413855 | 50.53117 |
| N1408 | 869.6372 | 1526.348 | 1188.245 | 12.63232 | 28.02156 | 0.382277 | 0.260838 | 31.29444 |
| N1409 | 1032.155 | 1896.189 | 1265.285 | 17.46354 | 32.88013 | 0.782651 | 0.387927 | 39.8809 |
| N1410 | -357.114 | 1134.795 | 939.7202 | -29.7502 | 42.20933 | 0.409563 | 0.353652 | 32.53408 |
| N1411 | -280.969 | 704.8654 | 571.9093 | -9.84987 | 15.77607 | 0.278678 | 0.203453 | 14.15962 |
| N1412 | 41.25421 | 608.3126 | 500.3662 | -3.24482 | 18.06281 | 0.783182 | 0.678708 | 17.33099 |
| N1413 | 362.0056 | 3835.613 | 2885.337 | -414.569 | 447.8961 | 0.295091 | 0.199742 | 79.2041 |
| N1414 | 842.8602 | 2085.547 | 1258.606 | 7.134311 | 29.28683 | 0.427451 | 0.209296 | 33.67588 |
| N1415 | 85.33387 | 2224.019 | 1834.752 | -31.5042 | 58.08255 | 0.708703 | 0.828196 | 43.32162 |
| N1416 | 258.8198 | 809.3008 | 669.1342 | -6.80885 | 42.70773 | 0.594492 | 0.659158 | 39.40181 |
| N1417 | -11.8931 | 589.175 | 452.9773 | -37.7212 | 59.98834 | 0.469677 | 0.268873 | 41.37899 |
| N1418 | 17.95054 | 1072.055 | 850.4519 | -28.3732 | 52.06718 | 0.905807 | 0.765349 | 40.47296 |
| N1419 | 425.1022 | 871.214 | 685.056 | 8.723961 | 24.52762 | 0.654512 | 0.604508 | 26.81066 |
| N1420 | -931.008 | 1226.292 | 1013.127 | -48.6221 | 50.71724 | 1.203716 | 1.273079 | 35.05067 |
| N1421 | 113.0344 | 902.2953 | 764.1578 | -3.91142 | 23.46006 | 0.884556 | 0.946437 | 21.96841 |
| N1422 | 654.1241 | 1439.904 | 1114.249 | 6.76922 | 25.49977 | 0.937218 | 0.871274 | 27.49506 |
| N1423 | 1374.981 | 2001.031 | 1485.525 | 29.65441 | 37.207 | 1.095879 | 0.979133 | 49.8219 |
| N1424 | 171.6173 | 677.9318 | 561.1553 | 1.07181 | 19.35587 | 1.029643 | 1.246594 | 19.67456 |
| N1425 | -378.623 | 1040.199 | 890.1736 | -56.6952 | 71.273 | 0.942537 | 1.044862 | 46.37537 |
| N1426 | 520.8367 | 665.3504 | 582.8312 | 13.75326 | 15.95441 | 0.553262 | 0.465779 | 17.63561 |
| N1427 | -297.318 | 1113.549 | 922.4707 | -54.0945 | 71.19641 | 1.031334 | 0.956698 | 44.08331 |
| N1428 | 310.0073 | 827.839 | 606.8281 | 5.026376 | 17.19828 | 0.553339 | 0.470963 | 18.52229 |
| N1429 | 378.7432 | 744.1226 | 567.6328 | 8.806352 | 15.95135 | 0.491221 | 0.397757 | 17.75821 |
| N1430 | 103.4264 | 1407.131 | 1108.099 | -1.76532 | 15.63283 | 1.183726 | 1.505846 | 15.42323 |
| N1431 | 954.7724 | 2349.61 | 1905.624 | 4.88849 | 18.17608 | 0.736078 | 0.69616 | 18.89865 |
| N1432 | -197.496 | 1271.352 | 1009.816 | -29.9786 | 47.13041 | 0.951659 | 0.739002 | 35.69717 |
| N1433 | 19.1842 | 1228.662 | 1015.73 | -17.2467 | 39.47487 | 0.298988 | 0.224593 | 34.62627 |
| N1434 | 93.96037 | 574.034 | 494.5795 | -2.02424 | 21.84766 | 0.405763 | 0.331619 | 21.35538 |
| N1435 | 98.91661 | 684.5148 | 549.1645 | -4.7211 | 24.84081 | 0.77712 | 0.762294 | 23.15833 |
| N1436 | -321.61 | 820.6069 | 705.9519 | -32.5653 | 43.88132 | 0.548904 | 0.405959 | 34.30402 |
| N1437 | -132.61 | 1453.023 | 1147.111 | -12.799 | 27.79531 | 0.909604 | 0.817037 | 24.57695 |
| N1438 | -631.889 | 1274.989 | 1153.124 | -31.0613 | 41.28443 | 0.78031 | 0.865975 | 33.24917 |
| N1439 | -135.835 | 983.2132 | 710.1268 | -23.0345 | 37.09493 | 0.758592 | 0.539302 | 31.36425 |
| N1440 | -0.1903 | 974.2651 | 782.6144 | -3.44111 | 15.54536 | 0.826705 | 0.919931 | 15.18402 |
| N1441 | -2136.71 | 2601.211 | 2227.664 | -60.4589 | 61.80282 | 1.049685 | 1.084409 | 42.12824 |
| N1442 | -668.043 | 1379.144 | 1095.558 | -21.3962 | 27.77561 | 0.86189 | 0.882916 | 21.66702 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1443 | -1570.22 | 1941.667 | 1708.151 | -66.4972 | 68.8061 | 0.70601 | 0.714085 | 43.02922 |
| N1444 | -576.493 | 2371.772 | 1995.329 | -37.4538 | 54.9283 | 0.631211 | 0.632378 | 37.72647 |
| N1445 | -9.86139 | 1565.933 | 1257.819 | -13.6761 | 32.48657 | 0.801442 | 0.823084 | 28.04318 |
| N1446 | 600.5663 | 1172.947 | 977.6024 | 0.996147 | 46.54044 | 1.138954 | 1.165645 | 43.22079 |
| N1447 | -141.981 | 965.323 | 772.8207 | -6.05706 | 17.71787 | 0.783705 | 0.708316 | 16.84183 |
| N1448 | 171.6048 | 661.0556 | 543.4408 | -12.34 | 43.5886 | 1.004305 | 1.177657 | 36.47016 |
| N1449 | 627.3077 | 936.7156 | 767.4384 | 12.2839 | 16.56498 | 1.282627 | 1.390583 | 18.36244 |
| N1450 | -704.957 | 1070.105 | 936.143 | -43.8942 | 48.61358 | 0.244779 | 0.211343 | 36.49924 |
| N1451 | -140.473 | 834.2379 | 619.2496 | -14.407 | 25.64467 | 0.671475 | 0.512526 | 20.99429 |
| N1452 | -390.327 | 827.4498 | 655.2123 | -13.3633 | 18.60164 | 0.298729 | 0.229317 | 16.07692 |
| N1453 | -732.105 | 991.0065 | 807.8656 | -15.3247 | 16.48439 | 0.262105 | 0.188556 | 14.57372 |
| N1454 | 179.7334 | 577.7031 | 449.0721 | 2.913554 | 11.46695 | 0.288999 | 0.221289 | 11.95848 |
| N1455 | 185.5268 | 904.7093 | 706.4059 | 0.237808 | 14.43323 | 0.575353 | 0.461137 | 13.82738 |
| N1456 | -750.899 | 945.8761 | 782.5995 | -31.0699 | 31.88919 | 0.955685 | 0.926496 | 25.08477 |
| N1457 | -413.287 | 1681.076 | 1515.33 | -22.2272 | 38.06193 | 0.895762 | 1.036221 | 31.3734 |
| N1458 | 531.3566 | 1376.097 | 929.352 | 5.355129 | 23.5877 | 0.758655 | 0.436024 | 25.50837 |
| N1459 | -71.8782 | 812.6644 | 723.2285 | -18.4526 | 38.71993 | 0.950227 | 1.114524 | 32.2122 |
| N1460 | -143.76 | 1752.001 | 1496.718 | -62.5317 | 88.52368 | 0.257315 | 0.203526 | 50.11123 |
| N1461 | 604.7532 | 1284.948 | 956.933 | 7.804734 | 30.61016 | 0.828513 | 0.814983 | 34.36247 |
| N1462 | 523.5843 | 1295.648 | 901.7347 | 5.718523 | 25.72752 | 0.844057 | 0.683773 | 27.3532 |
| N1463 | 566.065 | 994.3429 | 750.1314 | 10.71379 | 16.66681 | 1.199677 | 1.406897 | 18.4821 |
| N1464 | -773.631 | 1893.549 | 1577.576 | -25.1068 | 34.06896 | 0.568382 | 0.503594 | 27.53875 |
| N1465 | -2494.51 | 2607.132 | 2494.508 | -147.75 | 147.7504 | 0.368889 | 0.351223 | 76.73392 |
| N1466 | -394.682 | 1280.499 | 1042.817 | -34.5646 | 48.40564 | 0.520685 | 0.395619 | 35.32723 |
| N1467 | -693.049 | 1348.683 | 1152.894 | -16.7312 | 22.80719 | 0.508817 | 0.584406 | 19.84061 |
| N1468 | 24.76211 | 2078.261 | 1637.04 | -6.6559 | 22.70885 | 0.913272 | 0.849965 | 21.74902 |
| N1469 | 304.4316 | 1024.836 | 829.5024 | -5.99377 | 38.00088 | 0.780504 | 0.681358 | 33.35584 |
| N1470 | 352.6077 | 1308.768 | 1006.673 | 2.133732 | 9.930885 | 0.86352 | 0.920808 | 10.27762 |
| N1471 | 1039.786 | 2403.283 | 1865.393 | 5.269274 | 33.08505 | 1.026508 | 1.007904 | 35.10192 |
| N1472 | 93.3735 | 588.7863 | 450.0166 | 0.610389 | 6.992172 | 0.910965 | 0.866761 | 6.960319 |
| N1473 | -701.23 | 1406.845 | 1197.748 | -9.98776 | 14.72406 | 1.012181 | 0.98615 | 13.52018 |
| N1474 | -806.356 | 1340.222 | 1021.767 | -43.9828 | 48.63078 | 1.091502 | 0.798299 | 31.38414 |
| N1475 | 1262.887 | 1469.631 | 1298.147 | 20.83576 | 21.71288 | 1.905925 | 1.889324 | 24.92823 |
| N1476 | -341.188 | 531.6364 | 477.3353 | -27.1083 | 31.98868 | 0.534996 | 0.496159 | 27.30498 |
| N1477 | 226.7457 | 684.4825 | 543.4619 | 2.314448 | 7.171196 | 0.557524 | 0.482955 | 7.360019 |
| N1478 | -478.486 | 907.0255 | 698.5835 | -7.83532 | 10.39978 | 0.686381 | 0.642658 | 9.451494 |
| N1479 | -961.019 | 1206.029 | 1084.617 | -31.8493 | 34.22292 | 0.947724 | 0.955613 | 28.00679 |
| N1480 | -988.848 | 1154.126 | 991.4275 | -29.6604 | 29.71556 | 0.767887 | 0.583067 | 24.52097 |
| N1481 | -856.001 | 1264.412 | 1118.273 | -13.2248 | 16.16337 | 1.367453 | 1.768987 | 14.69153 |
| N1482 | -872.706 | 976.6365 | 872.7065 | -19.2691 | 19.26907 | 0.779202 | 0.72729 | 17.08257 |
| N1483 | -603.036 | 881.4044 | 732.5998 | -7.76792 | 9.153053 | 0.957647 | 0.776326 | 8.587612 |
| N1484 | -818.075 | 962.1604 | 818.9262 | -14.5347 | 14.54724 | 0.491848 | 0.275269 | 13.17149 |
| N1485 | 256.6654 | 727.9999 | 610.5149 | 2.678978 | 9.517687 | 0.813417 | 0.579815 | 9.738183 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1486 | 110.0886 | 576.5406 | 456.8264 | 0.602206 | 8.616748 | 0.718783 | 0.644723 | 8.622132 |
| N1487 | -897.916 | 1276.321 | 1013.484 | -10.2945 | 11.37376 | 0.937447 | 0.987743 | 10.39185 |
| N1488 | 830.6539 | 2439.662 | 2004.976 | 3.218801 | 17.36527 | 0.666474 | 0.825974 | 17.83177 |
| N1489 | -306.867 | 673.9468 | 511.9009 | -4.31186 | 6.545921 | 0.901587 | 1.093779 | 6.209087 |
| N1490 | -119.723 | 482.8066 | 389.0474 | -11.826 | 21.87614 | 0.883084 | 0.808125 | 18.8169 |
| N1491 | -10.8211 | 684.3259 | 550.7872 | -8.59235 | 24.49269 | 0.986485 | 0.890893 | 22.1418 |
| N1492 | -446.024 | 771.4825 | 658.6794 | -11.5711 | 15.42146 | 0.762458 | 0.892211 | 13.99184 |
| N1493 | -133.249 | 402.4076 | 296.1051 | -5.84801 | 10.05165 | 0.336059 | 0.222932 | 9.527661 |
| N1494 | -33.6402 | 475.8855 | 376.4797 | -0.94211 | 6.102076 | 0.598643 | 0.480815 | 5.991671 |
| N1495 | 20.7325 | 260.9088 | 216.6555 | 0.317115 | 4.779522 | 0.677048 | 0.742394 | 4.786973 |
| N1496 | -90.4736 | 410.8897 | 340.0419 | -1.92432 | 5.946214 | 0.758458 | 0.745918 | 5.826704 |
| N1497 | -114.128 | 387.3034 | 312.2127 | -2.91285 | 6.752098 | 0.541409 | 0.552649 | 6.491555 |
| N1498 | -245.373 | 446.9709 | 369.6062 | -7.64866 | 10.8356 | 1.169229 | 0.966249 | 10.12055 |
| N1499 | -303.803 | 557.689 | 439.7857 | -8.75158 | 11.57455 | 1.049886 | 0.954733 | 10.59836 |
| N1500 | -151.165 | 357.5214 | 287.4313 | -6.94899 | 11.09978 | 1.105505 | 1.182317 | 10.42358 |
| N1501 | -207.521 | 557.45 | 470.7142 | -4.80184 | 8.998583 | 1.039614 | 1.160133 | 8.662253 |
| N1502 | 47.76965 | 393.8477 | 317.4539 | 0.303357 | 6.81176 | 0.94014 | 0.906775 | 6.790567 |
| N1503 | -359.726 | 579.2293 | 488.4876 | -7.70558 | 9.86826 | 0.659376 | 0.612697 | 9.266105 |
| N1504 | 849.5245 | 1185.218 | 932.2223 | 11.29186 | 12.78835 | 1.107591 | 0.871141 | 14.07352 |
| N1505 | 393.5271 | 1184.77 | 955.6153 | 3.152324 | 14.10912 | 0.792676 | 0.901042 | 14.52168 |
| N1506 | 100.5865 | 313.9728 | 270.2156 | 2.096738 | 6.890774 | 1.038182 | 1.193403 | 7.00179 |
| N1507 | -55.1085 | 510.6957 | 391.3845 | -2.30196 | 8.458811 | 1.021003 | 1.063875 | 8.142569 |
| N1508 | -219.255 | 543.6221 | 427.2923 | -5.62435 | 9.347164 | 0.818219 | 0.557028 | 8.87254 |
| N1509 | -606.743 | 1063.357 | 889.7941 | -16.3039 | 20.70979 | 0.521703 | 0.425879 | 18.11341 |
| N1510 | -313.243 | 1010.386 | 799.0973 | -6.96247 | 12.86335 | 0.437862 | 0.338671 | 12.17347 |
| N1511 | -239.292 | 564.1037 | 423.3615 | -7.84439 | 11.58714 | 0.651325 | 0.277458 | 10.76379 |
| N1512 | -167.774 | 698.3474 | 594.345 | -8.09903 | 17.25137 | 0.674966 | 0.67873 | 16.07884 |
| N1513 | -732.059 | 1018.236 | 861.9335 | -12.1561 | 13.7427 | 0.420455 | 0.349556 | 12.54527 |
| N1514 | 65.76589 | 177.6651 | 158.2924 | 2.614002 | 8.149791 | 0.833118 | 0.775315 | 8.232559 |
| N1515 | 14.1298 | 501.4742 | 370.2653 | -0.7655 | 7.772145 | 1.015972 | 1.102261 | 7.715957 |
| N1516 | -4.14531 | 381.9857 | 302.7539 | -1.27567 | 8.623535 | 0.887552 | 0.708903 | 8.462488 |
| N1517 | -62.7882 | 847.1885 | 656.4102 | -2.38374 | 9.667343 | 0.97246 | 0.636055 | 9.526402 |
| N1518 | -722.62 | 872.7399 | 804.6324 | -22.8127 | 24.46956 | 1.645839 | 1.900076 | 21.38126 |
| N1519 | -483.412 | 928.4947 | 770.0012 | -15.2906 | 20.53433 | 0.588536 | 0.535451 | 17.7426 |
| N1520 | -587.78 | 1201.032 | 968.4629 | -15.3496 | 20.80601 | 1.13197 | 1.169002 | 17.92268 |
| N1521 | -243.998 | 690.173 | 565.1924 | -5.2451 | 9.829303 | 0.920675 | 1.004677 | 9.357711 |
| N1522 | -600.642 | 1058.214 | 816.4633 | -8.47739 | 10.7694 | 1.126156 | 0.985246 | 9.858571 |
| N1523 | 101.7738 | 383.3117 | 318.9947 | 1.635513 | 7.172593 | 0.911414 | 0.909738 | 7.314211 |
| N1524 | -302.481 | 578.3701 | 370.9121 | -5.84641 | 6.879558 | 0.990566 | 0.652236 | 6.308197 |
| N1525 | -602.718 | 741.2531 | 602.7181 | -10.04 | 10.04 | 0.905586 | 0.832058 | 9.300524 |
| N1526 | -433.392 | 634.4194 | 549.5853 | -7.91119 | 9.572025 | 0.894443 | 0.899552 | 9.037365 |
| N1527 | -335.754 | 516.661 | 415.4621 | -8.64362 | 10.17517 | 1.038655 | 0.947347 | 9.491599 |
| N1528 | -557.413 | 882.4071 | 644.9392 | -8.9608 | 10.05458 | 0.751385 | 0.472855 | 9.143654 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1529 | -478.238 | 834.2271 | 735.0776 | -15.6422 | 20.66852 | 1.0178 | 1.016519 | 18.38039 |
| N1530 | -775.243 | 1054.122 | 868.6936 | -19.6631 | 21.24727 | 1.489189 | 1.162904 | 18.22273 |
| N1531 | -648.088 | 809.461 | 718.713 | -24.0177 | 25.72887 | 0.76099 | 0.808007 | 21.91186 |
| N1532 | -340.576 | 409.4846 | 349.9027 | -16.7282 | 17.08967 | 0.329406 | 0.242546 | 15.24287 |
| N1533 | -309.252 | 523.7944 | 421.7719 | -15.7435 | 19.3414 | 0.388929 | 0.269521 | 16.69856 |
| N1534 | -72.2984 | 515.4484 | 429.6717 | -8.00872 | 19.66846 | 0.686864 | 0.670559 | 18.19271 |
| N1535 | -914.09 | 1175.4 | 914.09 | -29.2746 | 29.2746 | 0.359642 | 0.219615 | 22.45211 |
| N1536 | -382.977 | 1213.515 | 1016.027 | -13.7504 | 23.11908 | 0.972792 | 0.826937 | 20.24454 |
| N1537 | 278.4208 | 867.8069 | 691.5667 | 2.924315 | 15.43755 | 0.704881 | 0.738734 | 15.91232 |
| N1538 | -293.391 | 928.3556 | 776.5784 | -10.1069 | 18.26635 | 0.974105 | 0.963766 | 16.5476 |
| N1539 | -333.27 | 1078.415 | 889.2877 | -5.99102 | 11.86529 | 1.036063 | 1.128808 | 11.32935 |
| N1540 | -696.036 | 856.5894 | 749.7625 | -17.9219 | 18.92752 | 1.282864 | 1.251357 | 16.77059 |
| N1541 | -502.401 | 735.8201 | 632.8225 | -15.4128 | 17.84246 | 1.441874 | 1.660159 | 16.04795 |
| N1542 | -862.742 | 1082.364 | 974.5047 | -23.3426 | 25.34804 | 0.799503 | 0.814984 | 21.7796 |
| N1543 | -524.046 | 595.7129 | 527.5916 | -34.4983 | 34.65382 | 0.349913 | 0.261315 | 27.9398 |
| N1544 | -615.047 | 771.4164 | 658.5689 | -18.5486 | 19.50097 | 0.618697 | 0.556746 | 17.08236 |
| N1545 | -489.411 | 668.7667 | 529.3896 | -13.6812 | 14.58717 | 0.586762 | 0.454204 | 12.99121 |
| N1546 | -405.063 | 593.3571 | 494.1359 | -16.2402 | 18.71758 | 0.721952 | 0.844784 | 16.39387 |
| N1547 | -846.153 | 1116.566 | 917.8915 | -22.2198 | 23.49643 | 0.811894 | 0.845206 | 19.65294 |
| N1548 | -768.637 | 932.9869 | 811.9255 | -19.9783 | 20.77258 | 0.614061 | 0.587712 | 18.0462 |
| N1549 | -1347.93 | 1519.64 | 1367.145 | -26.5978 | 26.87632 | 0.980423 | 1.021703 | 22.88532 |
| N1550 | -347.78 | 960.5432 | 808.3769 | -7.6032 | 13.52866 | 0.853418 | 0.745632 | 12.7212 |
| N1551 | -591.825 | 895.9284 | 791.3308 | -13.0948 | 15.96492 | 0.68978 | 0.672631 | 14.64215 |
| N1552 | -368.521 | 772.273 | 589.4972 | -14.7183 | 19.54874 | 0.450571 | 0.310349 | 16.51935 |
| N1553 | -1031.69 | 1690.553 | 1380.806 | -14.1298 | 17.68316 | 1.769004 | 1.745582 | 15.75047 |
| N1554 | -1112.01 | 1582.286 | 1316.179 | -16.9015 | 19.46612 | 2.193632 | 1.767501 | 17.07127 |
| N1555 | -162.609 | 1366.261 | 1111.071 | -4.69195 | 13.85274 | 1.025604 | 1.297965 | 12.88245 |
| N1556 | -963.93 | 1109.219 | 977.2333 | -20.1746 | 20.41047 | 1.576183 | 2.068545 | 17.9909 |
| N1557 | -547.332 | 810.0162 | 603.8865 | -11.8261 | 12.82961 | 1.306485 | 1.408402 | 11.47982 |
| N1558 | -829.561 | 1203.883 | 1014.266 | -11.4627 | 13.46299 | 1.565762 | 1.454355 | 12.34112 |
| N1559 | -13.5216 | 509.5178 | 425.227 | -1.06239 | 7.817879 | 0.837427 | 0.790849 | 7.693032 |
| N1560 | -497.244 | 977.5587 | 812.3318 | -6.27569 | 9.20381 | 0.584879 | 0.546572 | 8.831283 |
| N1561 | -322.403 | 1235.595 | 1092.244 | -7.4087 | 16.60368 | 0.877696 | 0.971262 | 15.75584 |
| N1562 | -874.654 | 1298.023 | 1148.475 | -14.3796 | 17.58984 | 1.038821 | 1.253121 | 15.92269 |
| N1563 | -803.981 | 1310.708 | 1068.711 | -10.8989 | 13.6183 | 1.364312 | 1.378086 | 12.43514 |
| N1564 | -391.675 | 582.8871 | 489.2267 | -13.4536 | 15.84111 | 0.367533 | 0.281587 | 14.25922 |
| N1565 | -388.005 | 791.6987 | 633.7665 | -6.63499 | 9.722134 | 0.324823 | 0.226176 | 9.090302 |
| N1566 | -24.5927 | 845.9774 | 646.9876 | -1.76542 | 9.128284 | 0.808734 | 0.458681 | 8.811446 |
| N1567 | -43.2837 | 574.7097 | 411.1176 | -2.10736 | 8.243685 | 0.396576 | 0.224059 | 7.963406 |
| N1568 | 193.9862 | 1145.438 | 902.7573 | -0.08835 | 12.65199 | 0.700415 | 0.693413 | 12.25386 |
| N1569 | -13.9989 | 693.0843 | 564.8339 | -4.21987 | 16.37681 | 0.625662 | 0.549433 | 15.29147 |
| N1570 | -128.486 | 518.96 | 446.6615 | -3.66872 | 9.342132 | 0.833151 | 0.808365 | 9.138591 |
| N1571 | 253.1401 | 684.8044 | 541.7037 | 2.793675 | 7.595631 | 1.08946 | 1.071373 | 7.763876 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1572 | -255.333 | 608.214 | 526.8221 | -4.35525 | 7.80862 | 1.072715 | 0.988074 | 7.58318 |
| N1573 | -231.945 | 546.6005 | 438.5749 | -6.25404 | 10.38054 | 0.627532 | 0.431051 | 9.911009 |
| N1574 | -1219.5 | 1326.891 | 1233.36 | -34.1412 | 34.40766 | 0.719627 | 0.673934 | 28.48135 |
| N1575 | 65.34057 | 430.9348 | 333.1654 | -0.65208 | 15.97016 | 1.007895 | 0.892353 | 16.16083 |
| N1576 | -374.833 | 839.7177 | 675.7941 | -9.47426 | 14.18253 | 0.792462 | 0.781814 | 12.92883 |
| N1577 | -142.711 | 486.9145 | 431.1333 | -5.91565 | 12.87182 | 0.618358 | 0.607216 | 12.28345 |
| N1578 | -308.505 | 907.0995 | 718.3626 | -7.27628 | 12.95073 | 0.850693 | 0.684021 | 11.95075 |
| N1579 | -1105.57 | 1259.486 | 1105.571 | -41.1246 | 41.12459 | 0.390968 | 0.269164 | 31.57876 |
| N1580 | -122.169 | 701.5186 | 575.2943 | -28.0411 | 43.40816 | 0.873128 | 1.004244 | 28.49654 |
| N1581 | -265.141 | 1011.323 | 850.7652 | -23.6086 | 36.69099 | 0.944129 | 1.127039 | 26.98433 |
| N1582 | -387.911 | 788.5442 | 622.043 | -26.4964 | 33.17629 | 1.08077 | 0.863414 | 25.14271 |
| N1583 | -130.309 | 906.027 | 767.757 | -17.3555 | 33.51308 | 0.585577 | 0.420659 | 28.55607 |
| N1584 | -635.289 | 1089.756 | 898.333 | -50.1112 | 56.30936 | 0.411032 | 0.274743 | 38.5343 |
| N1585 | -206.376 | 1037.959 | 865.2331 | -26.632 | 42.21272 | 0.442449 | 0.389151 | 33.01165 |
| N1586 | -978.243 | 1227.279 | 1091.28 | -57.6235 | 60.22772 | 0.626372 | 0.565094 | 41.5957 |
| N1587 | -372.65 | 1173.845 | 1004.38 | -37.1681 | 50.9878 | 0.543234 | 0.517623 | 37.93233 |
| N1588 | -822.111 | 1197.993 | 946.3901 | -44.2828 | 46.9789 | 0.364308 | 0.17369 | 32.14117 |
| N1589 | -101.755 | 611.65 | 485.1194 | -17.3936 | 31.25063 | 0.590409 | 0.555775 | 27.32417 |
| N1590 | -99.1169 | 905.3615 | 620.4911 | -7.72737 | 16.99798 | 0.443913 | 0.243205 | 15.9459 |
| N1591 | 450.3328 | 744.071 | 558.8153 | 8.346259 | 11.15104 | 1.088601 | 1.452266 | 12.10135 |
| N1592 | 4.41901 | 427.5862 | 369.4096 | -1.33942 | 10.44855 | 0.954821 | 0.912377 | 10.2237 |
| N1593 | 244.1809 | 583.1797 | 519.2105 | 3.179764 | 8.275482 | 0.968877 | 1.084099 | 8.404615 |
| N1594 | -66.014 | 579.3323 | 457.0449 | -1.40672 | 6.367285 | 0.728939 | 0.614326 | 6.182788 |
| N1595 | -351.93 | 643.7397 | 546.0402 | -5.69508 | 8.205396 | 0.589181 | 0.524894 | 7.928008 |
| N1596 | -110.951 | 361.1613 | 309.6518 | -3.3381 | 8.240706 | 0.892083 | 0.804736 | 7.993984 |
| N1597 | -269.144 | 565.4587 | 491.9302 | -7.54034 | 11.91972 | 0.729086 | 0.796066 | 11.25918 |
| N1598 | -189.32 | 369.7634 | 306.8834 | -9.07735 | 12.86001 | 1.101476 | 0.752503 | 11.94429 |
| N1599 | -223.431 | 687.4406 | 564.8287 | -12.2012 | 20.40762 | 0.394372 | 0.340099 | 18.39306 |
| N1600 | -96.9712 | 520.0848 | 361.1906 | -13.0198 | 22.2689 | 0.606477 | 0.355498 | 18.44139 |
| N1601 | -187.415 | 775.5515 | 649.8487 | -18.0942 | 30.69154 | 0.549168 | 0.508765 | 25.51838 |
| N1602 | -310.359 | 687.5029 | 505.6873 | -29.3763 | 35.13072 | 0.418692 | 0.180546 | 23.75238 |
| N1603 | -106.636 | 815.4971 | 681.5294 | -34.9056 | 53.7909 | 0.392435 | 0.355487 | 36.87449 |
| N1604 | -21.0681 | 847.2419 | 706.7317 | -19.4861 | 40.28452 | 0.447613 | 0.443391 | 34.58512 |
| N1605 | -332.141 | 777.3008 | 638.5751 | -36.0136 | 46.21452 | 0.297781 | 0.221166 | 32.43084 |
| N1606 | -741.27 | 933.0424 | 744.5149 | -54.3826 | 54.49526 | 0.242953 | 0.168158 | 34.86242 |
| N1607 | 433.8262 | 1216.898 | 896.4877 | 1.878535 | 25.16452 | 0.851096 | 0.565969 | 25.07357 |
| N1608 | -510.361 | 2043.796 | 1805.393 | -55.3049 | 74.56011 | 0.823127 | 0.995198 | 49.59417 |
| N1609 | 235.1162 | 358.4787 | 298.1961 | 8.232642 | 11.33045 | 1.325316 | 1.259294 | 12.10705 |
| N1610 | -756.863 | 1769.271 | 1466.869 | -50.6799 | 61.79858 | 0.898083 | 0.84895 | 41.83005 |
| N1611 | 276.0238 | 1801.289 | 1446.967 | -32.2635 | 61.55781 | 0.627298 | 0.560432 | 40.67593 |
| N1612 | 644.0547 | 1585.464 | 1298.327 | 2.550008 | 35.55588 | 0.844898 | 0.921515 | 36.54947 |

Σφάλματα Μεθόδου Theta με Χρήση Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμησης (M3) :

| Series | forecasting horizon 1:18 | | | | | | | |
|--------|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | ME | RMSE | MAE | MPE | MAPE | MASE | GMRAE | sMAPE |
| N1402 | -1612.68 | 2063.562 | 1899.583 | -226.748 | 232.698 | 1.726894 | 2.05424 | 76.41271 |
| N1403 | 69.86839 | 433.7725 | 340.1 | -11.5165 | 36.23825 | 0.548548 | 0.414596 | 30.02874 |
| N1404 | -803.374 | 1833.832 | 1514.827 | -32.1842 | 41.59035 | 1.191214 | 1.355282 | 29.36227 |
| N1405 | 1294.948 | 2616.301 | 2043.823 | 5.318753 | 33.64706 | 0.753252 | 0.543791 | 33.55396 |
| N1406 | 121.7379 | 1962.106 | 1566.3 | -8.81334 | 24.8192 | 0.746845 | 0.862324 | 19.61197 |
| N1407 | 268.7827 | 1423.164 | 1065.143 | -93.1182 | 126.7262 | 0.511269 | 0.413855 | 50.53117 |
| N1408 | 580.8581 | 1381.343 | 1069.699 | 4.433022 | 26.78271 | 0.344139 | 0.184096 | 27.77355 |
| N1409 | 350.4044 | 1627.263 | 1160.762 | -9.15266 | 37.82312 | 0.717997 | 0.445983 | 36.10178 |
| N1410 | -357.114 | 1134.795 | 939.7202 | -29.7502 | 42.20933 | 0.409563 | 0.353652 | 32.53408 |
| N1411 | -280.969 | 704.8654 | 571.9093 | -9.84987 | 15.77607 | 0.278678 | 0.203453 | 14.15962 |
| N1412 | -168.18 | 630.2966 | 544.1324 | -10.7422 | 20.85841 | 0.851686 | 0.918852 | 18.74487 |
| N1413 | -1412.14 | 4074.112 | 3629.495 | -648.419 | 669.5002 | 0.371198 | 0.386078 | 88.19845 |
| N1414 | 289.4779 | 1929.744 | 1317.247 | -12.7197 | 37.58443 | 0.447367 | 0.296109 | 36.01601 |
| N1415 | -606.011 | 2303.754 | 1939.842 | -52.5181 | 69.67565 | 0.749295 | 0.806176 | 44.90847 |
| N1416 | 66.43182 | 766.6112 | 648.7283 | -20.1795 | 46.77214 | 0.576363 | 0.604633 | 38.09742 |
| N1417 | -11.8931 | 589.175 | 452.9773 | -37.7212 | 59.98834 | 0.469677 | 0.268873 | 41.37899 |
| N1418 | 14.2152 | 1077.211 | 854.5842 | -28.9155 | 52.59328 | 0.910208 | 0.7635 | 40.63762 |
| N1419 | 289.2936 | 811.8791 | 653.9727 | 3.040522 | 24.59074 | 0.624815 | 0.573965 | 25.49655 |
| N1420 | -1146.74 | 1396.61 | 1168.123 | -57.3898 | 57.93013 | 1.387869 | 1.35141 | 38.85831 |
| N1421 | -49.7136 | 909.1516 | 747.3909 | -8.75747 | 24.06881 | 0.865147 | 0.833102 | 21.49258 |
| N1422 | 579.8212 | 1368.92 | 1046.761 | 5.228694 | 24.27892 | 0.880453 | 0.722446 | 25.72686 |
| N1423 | 1374.981 | 2001.031 | 1485.525 | 29.65441 | 37.207 | 1.095879 | 0.979133 | 49.8219 |
| N1424 | 236.4603 | 701.9908 | 573.3425 | 3.441005 | 19.31708 | 1.052005 | 1.217556 | 20.11984 |
| N1425 | -378.623 | 1040.199 | 890.1736 | -56.6952 | 71.273 | 0.942537 | 1.044862 | 46.37537 |
| N1426 | 483.3248 | 640.5056 | 561.803 | 12.64389 | 15.42505 | 0.533301 | 0.42832 | 16.9352 |
| N1427 | -389.194 | 1145.984 | 938.5381 | -59.7118 | 74.3532 | 1.049297 | 0.855979 | 44.49146 |
| N1428 | 285.1528 | 817.8358 | 604.5399 | 4.246633 | 17.26524 | 0.551252 | 0.494221 | 18.45811 |
| N1429 | 378.7432 | 744.1226 | 567.6328 | 8.806352 | 15.95135 | 0.491221 | 0.397757 | 17.75821 |
| N1430 | 103.4264 | 1407.131 | 1108.099 | -1.76532 | 15.63283 | 1.183726 | 1.505846 | 15.42323 |
| N1431 | 954.7724 | 2349.61 | 1905.624 | 4.88849 | 18.17608 | 0.736078 | 0.69616 | 18.89865 |
| N1432 | -197.496 | 1271.352 | 1009.816 | -29.9786 | 47.13041 | 0.951659 | 0.739002 | 35.69717 |
| N1433 | 19.1842 | 1228.662 | 1015.73 | -17.2467 | 39.47487 | 0.298988 | 0.224593 | 34.62627 |
| N1434 | 93.96037 | 574.034 | 494.5795 | -2.02424 | 21.84766 | 0.405763 | 0.331619 | 21.35538 |
| N1435 | 98.91661 | 684.5148 | 549.1645 | -4.7211 | 24.84081 | 0.77712 | 0.762294 | 23.15833 |
| N1436 | -321.61 | 820.6069 | 705.9519 | -32.5653 | 43.88132 | 0.548904 | 0.405959 | 34.30402 |
| N1437 | -347.932 | 1489.098 | 1179.381 | -17.7857 | 29.6382 | 0.935192 | 0.745701 | 25.15267 |
| N1438 | -743.719 | 1345.858 | 1212.926 | -34.8877 | 44.01443 | 0.820777 | 0.795954 | 34.60706 |
| N1439 | -336.604 | 1030.801 | 806.5664 | -33.7389 | 44.47255 | 0.861614 | 0.725505 | 35.18836 |
| N1440 | -274.143 | 1012.393 | 808.496 | -8.97876 | 16.86452 | 0.854045 | 0.774475 | 15.65119 |
| N1441 | -2136.71 | 2601.211 | 2227.664 | -60.4589 | 61.80282 | 1.049685 | 1.084409 | 42.12824 |
| N1442 | -553.783 | 1327.457 | 1061.018 | -19.0281 | 26.6466 | 0.834717 | 0.781713 | 21.10931 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1443 | -1604.73 | 1969.744 | 1739.324 | -67.785 | 70.04171 | 0.718894 | 0.733954 | 43.60563 |
| N1444 | -1095.55 | 2551.369 | 2069.149 | -48.9966 | 60.56109 | 0.654564 | 0.538427 | 38.33575 |
| N1445 | -707.444 | 1719.644 | 1420.662 | -31.0753 | 40.94877 | 0.9052 | 0.90347 | 31.04466 |
| N1446 | 600.5663 | 1172.947 | 977.6024 | 0.996147 | 46.54044 | 1.138954 | 1.165645 | 43.22079 |
| N1447 | -188.974 | 730.8141 | 630.0052 | -6.83939 | 14.8196 | 0.638879 | 0.473534 | 14.07555 |
| N1448 | 171.6048 | 661.0556 | 543.4408 | -12.34 | 43.5886 | 1.004305 | 1.177657 | 36.47016 |
| N1449 | 627.3077 | 936.7156 | 767.4384 | 12.2839 | 16.56498 | 1.282627 | 1.390583 | 18.36244 |
| N1450 | -755.881 | 1101.844 | 974.2091 | -46.2577 | 50.65685 | 0.254732 | 0.217761 | 37.67534 |
| N1451 | -185.754 | 832.7035 | 616.1429 | -15.8621 | 25.88639 | 0.668107 | 0.578281 | 20.89471 |
| N1452 | -390.327 | 827.4498 | 655.2123 | -13.3633 | 18.60164 | 0.298729 | 0.229317 | 16.07692 |
| N1453 | -937.222 | 1150.926 | 967.4802 | -19.1715 | 19.63087 | 0.31389 | 0.230742 | 17.09701 |
| N1454 | 53.45259 | 550.5555 | 439.8108 | -0.5484 | 11.60746 | 0.283039 | 0.225822 | 11.70262 |
| N1455 | 66.15372 | 889.4087 | 676.3136 | -2.08075 | 14.1712 | 0.550844 | 0.43858 | 13.23255 |
| N1456 | -750.899 | 945.8761 | 782.5995 | -31.0699 | 31.88919 | 0.955685 | 0.926496 | 25.08477 |
| N1457 | -413.287 | 1681.076 | 1515.33 | -22.2272 | 38.06193 | 0.895762 | 1.036221 | 31.3734 |
| N1458 | 531.3566 | 1376.097 | 929.352 | 5.355129 | 23.5877 | 0.758655 | 0.436024 | 25.50837 |
| N1459 | -328.164 | 870.7687 | 718.6504 | -30.9028 | 42.577 | 0.944212 | 0.906328 | 31.76138 |
| N1460 | -143.76 | 1752.001 | 1496.718 | -62.5317 | 88.52368 | 0.257315 | 0.203526 | 50.11123 |
| N1461 | 604.7532 | 1284.948 | 956.933 | 7.804734 | 30.61016 | 0.828513 | 0.814983 | 34.36247 |
| N1462 | 320.3164 | 1227.748 | 856.7963 | -1.26985 | 26.01125 | 0.801993 | 0.711581 | 25.86047 |
| N1463 | 524.7857 | 976.079 | 729.1671 | 9.658828 | 16.25788 | 1.166149 | 1.284943 | 17.90412 |
| N1464 | -121.458 | 1747.839 | 1251.41 | -12.521 | 25.67757 | 0.450868 | 0.260702 | 22.36322 |
| N1465 | -524.764 | 912.0793 | 751.4999 | -42.6225 | 49.48327 | 0.111132 | 0.075822 | 34.75557 |
| N1466 | -597.651 | 1356.906 | 1065.361 | -42.4669 | 51.90359 | 0.531941 | 0.373557 | 35.71143 |
| N1467 | -830.128 | 1420.906 | 1227.495 | -19.2095 | 24.44176 | 0.541741 | 0.650764 | 20.96442 |
| N1468 | 24.76211 | 2078.261 | 1637.04 | -6.6559 | 22.70885 | 0.913272 | 0.849965 | 21.74902 |
| N1469 | 304.4316 | 1024.836 | 829.5024 | -5.99377 | 38.00088 | 0.780504 | 0.681358 | 33.35584 |
| N1470 | 268.9566 | 1288.672 | 1006.586 | 1.256138 | 10.01789 | 0.863446 | 1.030373 | 10.2772 |
| N1471 | 1039.786 | 2403.283 | 1865.393 | 5.269274 | 33.08505 | 1.026508 | 1.007904 | 35.10192 |
| N1472 | 52.79869 | 583.8122 | 435.3164 | -0.01642 | 6.807867 | 0.881207 | 0.707178 | 6.732615 |
| N1473 | -701.23 | 1406.845 | 1197.748 | -9.98776 | 14.72406 | 1.012181 | 0.98615 | 13.52018 |
| N1474 | -1049.73 | 1496.267 | 1133.593 | -52.375 | 54.0904 | 1.210959 | 0.746971 | 33.70533 |
| N1475 | 1175.578 | 1395.772 | 1221.157 | 19.26103 | 20.39484 | 1.79289 | 1.75632 | 23.23164 |
| N1476 | -278.726 | 499.2727 | 430.0497 | -23.0226 | 28.53587 | 0.481998 | 0.427485 | 24.77877 |
| N1477 | 226.7457 | 684.4825 | 543.4619 | 2.314448 | 7.171196 | 0.557524 | 0.482955 | 7.360019 |
| N1478 | -478.486 | 907.0255 | 698.5835 | -7.83532 | 10.39978 | 0.686381 | 0.642658 | 9.451494 |
| N1479 | -961.019 | 1206.029 | 1084.617 | -31.8493 | 34.22292 | 0.947724 | 0.955613 | 28.00679 |
| N1480 | -904.096 | 1078.014 | 915.1959 | -27.2984 | 27.53556 | 0.708844 | 0.523448 | 22.92841 |
| N1481 | -856.001 | 1264.412 | 1118.273 | -13.2248 | 16.16337 | 1.367453 | 1.768987 | 14.69153 |
| N1482 | -872.966 | 976.4748 | 872.9663 | -19.273 | 19.27305 | 0.779434 | 0.728467 | 17.08728 |
| N1483 | -603.036 | 881.4044 | 732.5998 | -7.76792 | 9.153053 | 0.957647 | 0.776326 | 8.587612 |
| N1484 | -818.075 | 962.1604 | 818.9262 | -14.5347 | 14.54724 | 0.491848 | 0.275269 | 13.17149 |
| N1485 | 256.6654 | 727.9999 | 610.5149 | 2.678978 | 9.517687 | 0.813417 | 0.579815 | 9.738183 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1486 | 110.0886 | 576.5406 | 456.8264 | 0.602206 | 8.616748 | 0.718783 | 0.644723 | 8.622132 |
| N1487 | -897.916 | 1276.321 | 1013.484 | -10.2945 | 11.37376 | 0.937447 | 0.987743 | 10.39185 |
| N1488 | 830.6539 | 2439.662 | 2004.976 | 3.218801 | 17.36527 | 0.666474 | 0.825974 | 17.83177 |
| N1489 | -306.867 | 673.9468 | 511.9009 | -4.31186 | 6.545921 | 0.901587 | 1.093779 | 6.209087 |
| N1490 | -97.5834 | 476.4102 | 386.0534 | -10.6711 | 21.51637 | 0.876288 | 0.810591 | 18.68706 |
| N1491 | -10.8211 | 684.3259 | 550.7872 | -8.59235 | 24.49269 | 0.986485 | 0.890893 | 22.1418 |
| N1492 | -467.648 | 787.8573 | 668.807 | -12.054 | 15.69498 | 0.774182 | 0.891243 | 14.18249 |
| N1493 | -139.938 | 404.5289 | 298.6348 | -6.06592 | 10.14911 | 0.33893 | 0.222892 | 9.605078 |
| N1494 | -33.6402 | 475.8855 | 376.4797 | -0.94211 | 6.102076 | 0.598643 | 0.480815 | 5.991671 |
| N1495 | 12.34263 | 260.8616 | 216.0539 | 0.133525 | 4.766514 | 0.675168 | 0.563991 | 4.766181 |
| N1496 | -112.879 | 417.194 | 345.7192 | -2.30512 | 6.058918 | 0.771121 | 0.757986 | 5.91524 |
| N1497 | -114.128 | 387.3034 | 312.2127 | -2.91285 | 6.752098 | 0.541409 | 0.552649 | 6.491555 |
| N1498 | -251.813 | 449.9718 | 372.0939 | -7.82699 | 10.91283 | 1.177099 | 0.976372 | 10.17848 |
| N1499 | -336.921 | 576.435 | 455.6638 | -9.55874 | 12.01591 | 1.087791 | 0.959459 | 10.94921 |
| N1500 | -174.657 | 368.3668 | 298.1172 | -7.81743 | 11.55821 | 1.146605 | 1.241569 | 10.78722 |
| N1501 | -169.614 | 539.6548 | 450.5162 | -4.06839 | 8.552765 | 0.995005 | 1.052887 | 8.292657 |
| N1502 | 26.0994 | 391.9197 | 317.6455 | -0.16065 | 6.848104 | 0.940707 | 1.033414 | 6.794966 |
| N1503 | -359.726 | 579.2293 | 488.4876 | -7.70558 | 9.86826 | 0.659376 | 0.612697 | 9.266105 |
| N1504 | 787.2007 | 1141.365 | 890.6659 | 10.35598 | 12.22147 | 1.058217 | 0.85024 | 13.38275 |
| N1505 | 361.7739 | 1174.821 | 952.4288 | 2.657981 | 14.12984 | 0.790033 | 0.923907 | 14.47225 |
| N1506 | 94.73146 | 312.469 | 268.3326 | 1.952911 | 6.845144 | 1.030947 | 1.205237 | 6.94912 |
| N1507 | -90.1452 | 515.9828 | 395.392 | -3.03195 | 8.600453 | 1.031457 | 1.06625 | 8.222173 |
| N1508 | -285.659 | 569.6446 | 464.5582 | -7.00579 | 10.20752 | 0.889579 | 0.752139 | 9.606477 |
| N1509 | -622.607 | 1073.357 | 903.1724 | -16.6368 | 21.0054 | 0.529547 | 0.455296 | 18.35287 |
| N1510 | -320.676 | 966.408 | 800.2383 | -6.72598 | 13.22378 | 0.438487 | 0.346556 | 12.37315 |
| N1511 | -239.292 | 564.1037 | 423.3615 | -7.84439 | 11.58714 | 0.651325 | 0.277458 | 10.76379 |
| N1512 | -201.947 | 707.3007 | 605.7842 | -9.05722 | 17.70093 | 0.687957 | 0.721142 | 16.36975 |
| N1513 | -739.201 | 1023.316 | 867.5132 | -12.2636 | 13.83069 | 0.423177 | 0.353793 | 12.61968 |
| N1514 | 76.09101 | 175.8525 | 146.2651 | 3.428149 | 7.401803 | 0.769817 | 0.683033 | 7.669232 |
| N1515 | 14.1298 | 501.4742 | 370.2653 | -0.7655 | 7.772145 | 1.015972 | 1.102261 | 7.715957 |
| N1516 | -4.14531 | 381.9857 | 302.7539 | -1.27567 | 8.623535 | 0.887552 | 0.708903 | 8.462488 |
| N1517 | -95.8939 | 850.0478 | 662.9866 | -2.87475 | 9.809397 | 0.982202 | 0.819898 | 9.621686 |
| N1518 | -763.58 | 906.9588 | 841.0356 | -24.0074 | 25.57211 | 1.7203 | 2.043235 | 22.22825 |
| N1519 | -633.71 | 1014.625 | 841.6755 | -18.8809 | 22.65965 | 0.643319 | 0.578765 | 19.16939 |
| N1520 | -648.807 | 1231.321 | 995.2702 | -16.5174 | 21.46162 | 1.163303 | 1.200602 | 18.3548 |
| N1521 | -291.994 | 709.0179 | 577.0367 | -6.05132 | 10.09455 | 0.939969 | 0.977805 | 9.544485 |
| N1522 | -615.26 | 1066.126 | 824.3733 | -8.65557 | 10.87408 | 1.137067 | 0.991709 | 9.947967 |
| N1523 | 67.51218 | 375.9311 | 315.3989 | 0.841968 | 7.146453 | 0.90114 | 0.872484 | 7.230972 |
| N1524 | -265.795 | 561.4168 | 355.2505 | -5.23764 | 6.593531 | 0.94874 | 0.567847 | 6.062044 |
| N1525 | -488.301 | 650.8414 | 494.6819 | -8.22686 | 8.319995 | 0.743262 | 0.471748 | 7.738122 |
| N1526 | -433.392 | 634.4194 | 549.5853 | -7.91119 | 9.572025 | 0.894443 | 0.899552 | 9.037365 |
| N1527 | -380.048 | 546.077 | 446.0337 | -9.67902 | 10.92876 | 1.115084 | 0.938382 | 10.14303 |
| N1528 | -557.413 | 882.4071 | 644.9392 | -8.9608 | 10.05458 | 0.751385 | 0.472855 | 9.143654 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1529 | -585.461 | 899.1996 | 794.433 | -18.4712 | 22.52545 | 1.099984 | 1.016615 | 19.69664 |
| N1530 | -1104.03 | 1315.407 | 1131.92 | -26.9744 | 27.43922 | 1.940434 | 1.764443 | 22.88665 |
| N1531 | -676.99 | 833.1899 | 740.1165 | -24.9796 | 26.50625 | 0.783653 | 0.825675 | 22.46995 |
| N1532 | -340.576 | 409.4846 | 349.9027 | -16.7282 | 17.08967 | 0.329406 | 0.242546 | 15.24287 |
| N1533 | -338.316 | 541.4266 | 437.2659 | -16.934 | 20.09362 | 0.403217 | 0.310245 | 17.2335 |
| N1534 | -129.245 | 525.3161 | 429.622 | -10.5032 | 20.11849 | 0.686785 | 0.462032 | 18.17742 |
| N1535 | -964.048 | 1214.384 | 964.0483 | -30.5955 | 30.59548 | 0.379298 | 0.269837 | 23.44737 |
| N1536 | -442.7 | 1234.317 | 1044.04 | -15.0077 | 23.89132 | 0.999613 | 1.010174 | 20.74108 |
| N1537 | 278.4208 | 867.8069 | 691.5667 | 2.924315 | 15.43755 | 0.704881 | 0.738734 | 15.91232 |
| N1538 | -293.391 | 928.3556 | 776.5784 | -10.1069 | 18.26635 | 0.974105 | 0.963766 | 16.5476 |
| N1539 | -372.038 | 1087.723 | 900.1774 | -6.49649 | 12.05033 | 1.04875 | 1.123209 | 11.46411 |
| N1540 | -696.036 | 856.5894 | 749.7625 | -17.9219 | 18.92752 | 1.282864 | 1.251357 | 16.77059 |
| N1541 | -502.401 | 735.8201 | 632.8225 | -15.4128 | 17.84246 | 1.441874 | 1.660159 | 16.04795 |
| N1542 | -862.742 | 1082.364 | 974.5047 | -23.3426 | 25.34804 | 0.799503 | 0.814984 | 21.7796 |
| N1543 | -625.055 | 686.1012 | 625.0546 | -40.5729 | 40.57292 | 0.414554 | 0.355213 | 32.0721 |
| N1544 | -632.2 | 784.5436 | 671.602 | -19.0167 | 19.87774 | 0.630941 | 0.565782 | 17.38023 |
| N1545 | -509.249 | 684.9016 | 546.4221 | -14.1913 | 15.03365 | 0.60564 | 0.474272 | 13.36485 |
| N1546 | -411.231 | 596.978 | 497.2244 | -16.4489 | 18.84004 | 0.726464 | 0.848787 | 16.48413 |
| N1547 | -857.54 | 1124.016 | 922.5701 | -22.4711 | 23.62673 | 0.816033 | 0.817416 | 19.73732 |
| N1548 | -798.267 | 956.529 | 837.8131 | -20.6768 | 21.40241 | 0.63364 | 0.613259 | 18.55127 |
| N1549 | -1347.93 | 1519.64 | 1367.145 | -26.5978 | 26.87632 | 0.980423 | 1.021703 | 22.88532 |
| N1550 | -374.163 | 968.0846 | 821.1648 | -8.0254 | 13.77338 | 0.866919 | 0.783133 | 12.91207 |
| N1551 | -641.89 | 929.7119 | 828.8646 | -14.0737 | 16.75377 | 0.722497 | 0.711739 | 15.28018 |
| N1552 | -405.279 | 789.8407 | 606.7405 | -15.7633 | 20.15058 | 0.463751 | 0.298806 | 16.93782 |
| N1553 | -1031.69 | 1690.553 | 1380.806 | -14.1298 | 17.68316 | 1.769004 | 1.745582 | 15.75047 |
| N1554 | -1112.01 | 1582.286 | 1316.179 | -16.9015 | 19.46612 | 2.193632 | 1.767501 | 17.07127 |
| N1555 | -162.609 | 1366.261 | 1111.071 | -4.69195 | 13.85274 | 1.025604 | 1.297965 | 12.88245 |
| N1556 | -963.93 | 1109.219 | 977.2333 | -20.1746 | 20.41047 | 1.576183 | 2.068545 | 17.9909 |
| N1557 | -547.332 | 810.0162 | 603.8865 | -11.8261 | 12.82961 | 1.306485 | 1.408402 | 11.47982 |
| N1558 | -829.561 | 1203.883 | 1014.266 | -11.4627 | 13.46299 | 1.565762 | 1.454355 | 12.34112 |
| N1559 | -13.5216 | 509.5178 | 425.227 | -1.06239 | 7.817879 | 0.837427 | 0.790849 | 7.693032 |
| N1560 | -497.244 | 977.5587 | 812.3318 | -6.27569 | 9.20381 | 0.584879 | 0.546572 | 8.831283 |
| N1561 | -322.403 | 1235.595 | 1092.244 | -7.4087 | 16.60368 | 0.877696 | 0.971262 | 15.75584 |
| N1562 | -874.654 | 1298.023 | 1148.475 | -14.3796 | 17.58984 | 1.038821 | 1.253121 | 15.92269 |
| N1563 | -803.981 | 1310.708 | 1068.711 | -10.8989 | 13.6183 | 1.364312 | 1.378086 | 12.43514 |
| N1564 | -391.675 | 582.8871 | 489.2267 | -13.4536 | 15.84111 | 0.367533 | 0.281587 | 14.25922 |
| N1565 | -388.005 | 791.6987 | 633.7665 | -6.63499 | 9.722134 | 0.324823 | 0.226176 | 9.090302 |
| N1566 | -24.5927 | 845.9774 | 646.9876 | -1.76542 | 9.128284 | 0.808734 | 0.458681 | 8.811446 |
| N1567 | -43.2837 | 574.7097 | 411.1176 | -2.10736 | 8.243685 | 0.396576 | 0.224059 | 7.963406 |
| N1568 | 193.9862 | 1145.438 | 902.7573 | -0.08835 | 12.65199 | 0.700415 | 0.693413 | 12.25386 |
| N1569 | -13.9989 | 693.0843 | 564.8339 | -4.21987 | 16.37681 | 0.625662 | 0.549433 | 15.29147 |
| N1570 | -168.926 | 528.9441 | 453.3453 | -4.51141 | 9.548008 | 0.845618 | 0.665712 | 9.267402 |
| N1571 | 200.9406 | 667.2559 | 526.6183 | 2.042995 | 7.428743 | 1.059121 | 1.031927 | 7.540672 |

| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1572 | -255.333 | 608.214 | 526.8221 | -4.35525 | 7.80862 | 1.072715 | 0.988074 | 7.58318 |
| N1573 | -243.45 | 550.1931 | 443.8247 | -6.51388 | 10.51367 | 0.635043 | 0.455957 | 10.01609 |
| N1574 | -1235.24 | 1340.949 | 1247.002 | -34.5539 | 34.78017 | 0.727586 | 0.677046 | 28.74262 |
| N1575 | 160.6532 | 459.2246 | 356.4463 | 4.301685 | 16.53373 | 1.078325 | 0.95543 | 17.47013 |
| N1576 | -392.872 | 846.8407 | 684.7241 | -9.82111 | 14.38159 | 0.802934 | 0.828093 | 13.08622 |
| N1577 | -142.711 | 486.9145 | 431.1333 | -5.91565 | 12.87182 | 0.618358 | 0.607216 | 12.28345 |
| N1578 | -404.986 | 944.0292 | 746.1066 | -8.89886 | 13.58028 | 0.883547 | 0.721975 | 12.37543 |
| N1579 | -1161.25 | 1306.301 | 1161.254 | -42.9197 | 42.91967 | 0.41066 | 0.341404 | 32.82888 |
| N1580 | -122.169 | 701.5186 | 575.2943 | -28.0411 | 43.40816 | 0.873128 | 1.004244 | 28.49654 |
| N1581 | -265.141 | 1011.323 | 850.7652 | -23.6086 | 36.69099 | 0.944129 | 1.127039 | 26.98433 |
| N1582 | -409.507 | 795.8137 | 631.0632 | -27.3132 | 33.62712 | 1.096442 | 0.999274 | 25.4279 |
| N1583 | -82.5348 | 900.5608 | 763.2464 | -15.2311 | 32.69602 | 0.582137 | 0.451536 | 28.40544 |
| N1584 | -693.062 | 1115.231 | 928.2539 | -52.7745 | 58.24096 | 0.424722 | 0.298966 | 39.45985 |
| N1585 | -275.079 | 1026.669 | 875.4604 | -28.9128 | 43.10723 | 0.447679 | 0.438971 | 33.3295 |
| N1586 | -1023.23 | 1249.435 | 1120.405 | -59.1404 | 61.34896 | 0.64309 | 0.582684 | 42.37416 |
| N1587 | -372.65 | 1173.845 | 1004.38 | -37.1681 | 50.9878 | 0.543234 | 0.517623 | 37.93233 |
| N1588 | -822.111 | 1197.993 | 946.3901 | -44.2828 | 46.9789 | 0.364308 | 0.17369 | 32.14117 |
| N1589 | -101.755 | 611.65 | 485.1194 | -17.3936 | 31.25063 | 0.590409 | 0.555775 | 27.32417 |
| N1590 | -206.141 | 916.8153 | 667.8727 | -10.6226 | 18.66056 | 0.47781 | 0.350377 | 17.13851 |
| N1591 | 414.7195 | 722.8581 | 536.4029 | 7.565167 | 10.71101 | 1.044941 | 1.29982 | 11.56978 |
| N1592 | -32.232 | 428.8236 | 373.4067 | -2.35774 | 10.66347 | 0.965152 | 0.998366 | 10.33183 |
| N1593 | 233.9173 | 582.2532 | 518.591 | 3.015793 | 8.271606 | 0.967721 | 1.080205 | 8.389342 |
| N1594 | -73.3793 | 580.7007 | 457.4563 | -1.49987 | 6.374702 | 0.729595 | 0.661456 | 6.184591 |
| N1595 | -351.93 | 643.7397 | 546.0402 | -5.69508 | 8.205396 | 0.589181 | 0.524894 | 7.928008 |
| N1596 | -122.004 | 369.8994 | 315.1681 | -3.62789 | 8.385153 | 0.907975 | 0.753075 | 8.112144 |
| N1597 | -269.144 | 565.4587 | 491.9302 | -7.54034 | 11.91972 | 0.729086 | 0.796066 | 11.25918 |
| N1598 | -186.653 | 368.2811 | 305.7175 | -8.95835 | 12.79244 | 1.097291 | 0.7745 | 11.89616 |
| N1599 | -223.431 | 687.4406 | 564.8287 | -12.2012 | 20.40762 | 0.394372 | 0.340099 | 18.39306 |
| N1600 | -96.9712 | 520.0848 | 361.1906 | -13.0198 | 22.2689 | 0.606477 | 0.355498 | 18.44139 |
| N1601 | -187.415 | 775.5515 | 649.8487 | -18.0942 | 30.69154 | 0.549168 | 0.508765 | 25.51838 |
| N1602 | -310.359 | 687.5029 | 505.6873 | -29.3763 | 35.13072 | 0.418692 | 0.180546 | 23.75238 |
| N1603 | -106.636 | 815.4971 | 681.5294 | -34.9056 | 53.7909 | 0.392435 | 0.355487 | 36.87449 |
| N1604 | -41.6308 | 841.5956 | 704.5992 | -20.327 | 40.52554 | 0.446263 | 0.428279 | 34.38464 |
| N1605 | -332.141 | 777.3008 | 638.5751 | -36.0136 | 46.21452 | 0.297781 | 0.221166 | 32.43084 |
| N1606 | -1074.41 | 1214.21 | 1074.405 | -73.0302 | 73.03023 | 0.350604 | 0.311914 | 45.41428 |
| N1607 | 324.9124 | 1188.384 | 888.683 | -1.44813 | 25.7264 | 0.843686 | 0.650389 | 24.84999 |
| N1608 | -904.027 | 2181.001 | 1969.177 | -70.0273 | 85.56233 | 0.897801 | 1.128952 | 52.7041 |
| N1609 | 215.7641 | 345.2379 | 283.5859 | 7.471354 | 10.79487 | 1.260382 | 1.116595 | 11.4858 |
| N1610 | -963.77 | 1867.938 | 1562.981 | -58.0795 | 67.1112 | 0.956927 | 0.89752 | 43.76699 |
| N1611 | -998.071 | 2040.856 | 1718.499 | -78.7556 | 89.73013 | 0.745014 | 0.763423 | 45.02622 |
| N1612 | 542.4597 | 1546.741 | 1280.273 | -0.69081 | 36.13435 | 0.83315 | 0.873081 | 36.00677 |

Παράρτημα Β : Χρονοσειρές της Βάσης Δεδομένων FRED (Federal Reserve Economic Data) : Χαρακτηριστικά – Συσχετίσεις – Σφάλματα

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών FRED :

| Series | seasonal | trend | tau | var | sd | var/mean | sd/mean | median-min | median-25% | 75%-median | max-median | max-min | 75%-25% | median-min / median | median-25% / median | 75%-median / median | max-median / median | max-min / median | 75%-25% / median | num of outliers / num of | shapiro p-value |
|-----------------|----------|------------|-------|--------------|------------|------------|---------|------------|------------|------------|------------|----------|----------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|------------------|--------------------------|-----------------|
| ALLACBM027NBOG | NO | Decreasing | 0.615 | 545 | 23.348 | 2.837 | 0.121 | 43.3 | 19.545 | 14.1553 | 40.88105 | 84.228 | 33.7003 | 0.224 | 0.101 | 0.073 | 0.211 | 0.436 | 0.174 | 0E+00 | 0.451002 |
| ALNAN | YES | Increasing | 0.922 | 256875 | 506.828 | 209.923 | 0.414 | 799.3 | 438.1 | 567.8 | 842.5 | 1641.8 | 1005.9 | 0.675 | 0.370 | 0.479 | 0.711 | 1.386 | 0.849 | 0E+00 | 1.85E-22 |
| ARBP1FH | YES | Increasing | 0.070 | 38775 | 196.914 | 68.362 | 0.347 | 345.5 | 132.5 | 164.5 | 549.5 | 895 | 297 | 0.632 | 0.242 | 0.301 | 1.005 | 1.638 | 0.543 | 0E+00 | 0.00014 |
| ASPNSHSUS | YES | Increasing | 0.898 | 6453371475 | 80332.879 | 38513.106 | 0.479 | 113450.0 | 56050 | 86750 | 176450 | 289900 | 142800 | 0.742 | 0.366 | 0.567 | 1.154 | 1.895 | 0.934 | 0E+00 | 4.77E-12 |
| ATLA013BP1FH | YES | Increasing | 0.078 | 2099243 | 1448.876 | 755.302 | 0.521 | 2516.5 | 1160.5 | 1040.5 | 3413.5 | 5930 | 2201 | 0.879 | 0.405 | 0.363 | 1.192 | 2.071 | 0.769 | 0E+00 | 2.71E-06 |
| ATLA13NANAN | YES | Increasing | 0.356 | 64 | 8.029 | 0.457 | 0.057 | 15.2 | 6.3 | 6.5 | 18 | 33.2 | 12.8 | 0.108 | 0.045 | 0.046 | 0.128 | 0.235 | 0.091 | 0E+00 | 0.000846 |
| AZBP1FH | YES | Increasing | 0.087 | 2902046 | 1703.539 | 919.429 | 0.540 | 2576.5 | 1438.5 | 1054.5 | 4399.5 | 6976 | 2493 | 0.823 | 0.459 | 0.337 | 1.404 | 2.227 | 0.796 | 7E-03 | 2.56E-07 |
| BOGMBASE | YES | Increasing | 0.990 | 316737334939 | 562794.221 | 733309.216 | 1.303 | 170266.5 | 129732.5 | 321991.5 | 917783.5 | 1088050 | 451724 | 0.779 | 0.593 | 1.473 | 4.198 | 4.977 | 2.066 | 7E-02 | 3.54E-34 |
| BOGMBBM | YES | Increasing | 0.186 | 103488838286 | 321696.811 | 923401.579 | 2.870 | 12113.5 | 5986.5 | 5396.5 | 15762.5 | 27876 | 11383 | 0.495 | 0.245 | 0.221 | 0.645 | 1.140 | 0.465 | 8E-02 | 1.29E-43 |
| BUFF336LFN | YES | Increasing | 0.101 | 48 | 6.913 | 0.082 | 0.012 | 14.0 | 3.95 | 5.35 | 17.95 | 31.9 | 9.3 | 0.024 | 0.007 | 0.009 | 0.031 | 0.055 | 0.016 | 1E-02 | 8.40E-05 |
| CABP1FH | YES | Decreasing | 0.242 | 14093773 | 3754.167 | 1906.294 | 0.508 | 6081.0 | 2447 | 2706 | 9748 | 15829 | 5153 | 0.841 | 0.338 | 0.374 | 1.348 | 2.189 | 0.713 | 0E+00 | 6.35E-06 |
| CABPPRIV | YES | Decreasing | 0.216 | 27215319 | 5216.830 | 2614.941 | 0.501 | 7743.5 | 3322.5 | 4053.5 | 14518.5 | 22262 | 7376 | 0.794 | 0.341 | 0.416 | 1.488 | 2.282 | 0.756 | 3E-03 | 1.31E-06 |
| CALFN | YES | Increasing | 0.959 | 6435445 | 2536.818 | 427.251 | 0.168 | 5617.0 | 2445.9 | 2107.6 | 3349.7 | 8966.7 | 4553.5 | 0.367 | 0.160 | 0.138 | 0.219 | 0.586 | 0.298 | 0E+00 | 4.78E-13 |
| CANAN | YES | Increasing | 0.940 | 19045133 | 4364.073 | 2220.479 | 0.509 | 6272.9 | 3489.25 | 4499.35 | 7620.45 | 13893.3 | 7988.6 | 0.787 | 0.438 | 0.564 | 0.956 | 1.742 | 1.002 | 0E+00 | 1.44E-21 |
| CEU0000000010 | YES | Increasing | 0.949 | 253531719 | 15922.679 | 5485.486 | 0.345 | 30617.0 | 18125 | 14378 | 19726 | 50343 | 32503 | 0.629 | 0.373 | 0.296 | 0.406 | 1.035 | 0.668 | 0E+00 | 5.31E-18 |
| CEU0500000001 | YES | Increasing | 0.937 | 775325927 | 27844.675 | 11077.927 | 0.398 | 39146.0 | 19965.5 | 30602.5 | 52454 | 91600 | 50568 | 0.607 | 0.310 | 0.475 | 0.813 | 1.421 | 0.784 | 0E+00 | 8.25E-22 |
| CEU0500000011 | NO | Increasing | 0.879 | 1233 | 35.112 | 1.630 | 0.046 | 67.6 | 22.09 | 31.07 | 72.49 | 140.04 | 53.16 | 0.090 | 0.029 | 0.041 | 0.096 | 0.186 | 0.071 | 0E+00 | 0.190364 |
| CEU1000000001 | YES | Decreasing | 0.391 | 21624 | 147.050 | 27.174 | 0.185 | 212.0 | 93 | 148 | 492 | 704 | 241 | 0.276 | 0.121 | 0.193 | 0.641 | 0.917 | 0.314 | 0E+00 | 1.04E-16 |
| CEU1021100001 | YES | Decreasing | 0.277 | 1645 | 40.561 | 9.618 | 0.237 | 43.5 | 21.5 | 31.15 | 109.9 | 153.4 | 52.65 | 0.270 | 0.133 | 0.193 | 0.682 | 0.952 | 0.327 | 0E+00 | 1.28E-16 |
| CEU2000000001 | YES | Increasing | 0.834 | 2896146 | 1701.807 | 700.940 | 0.412 | 2980.0 | 1071 | 1387 | 4104 | 7084 | 2458 | 0.756 | 0.272 | 0.352 | 1.041 | 1.798 | 0.624 | 0E+00 | 2.66E-10 |
| CEU2023610001 | YES | Increasing | 0.191 | 16791 | 129.579 | 23.128 | 0.178 | 199.7 | 92.85 | 106.45 | 329.9 | 529.6 | 199.3 | 0.282 | 0.131 | 0.150 | 0.466 | 0.749 | 0.282 | 0E+00 | 3.81E-08 |
| CEU3000000001 | YES | Increasing | 0.115 | 4776549 | 2185.532 | 299.851 | 0.137 | 6273.0 | 1774.5 | 1254.5 | 3342 | 9615 | 3029 | 0.384 | 0.109 | 0.077 | 0.205 | 0.589 | 0.185 | 2E-02 | 1.90E-18 |
| CEU3100000001 | YES | Increasing | 0.153 | 2340694 | 1529.933 | 243.038 | 0.159 | 4072.0 | 1115 | 891 | 2453 | 6525 | 2006 | 0.409 | 0.112 | 0.090 | 0.247 | 0.656 | 0.202 | 3E-02 | 1.45E-18 |
| CEU4142000001 | YES | Increasing | 0.915 | 2136251 | 1461.592 | 546.131 | 0.374 | 2393.2 | 1286.25 | 1448.2 | 2199.3 | 4592.5 | 2734.45 | 0.619 | 0.333 | 0.375 | 0.569 | 1.189 | 0.708 | 0E+00 | 3.50E-22 |
| CEU4200000001 | YES | Increasing | 0.924 | 17801872 | 4219.226 | 1911.390 | 0.453 | 5847.5 | 3574.75 | 4685.9 | 7307.5 | 13155 | 8260.65 | 0.661 | 0.404 | 0.530 | 0.826 | 1.487 | 0.934 | 0E+00 | 1.33E-23 |
| CEU4348400001 | YES | Increasing | 0.429 | 10926 | 104.529 | 8.401 | 0.080 | 241.5 | 80.2 | 61.7 | 143.7 | 385.2 | 141.9 | 0.183 | 0.061 | 0.047 | 0.109 | 0.292 | 0.107 | 0E+00 | 1.03E-09 |
| CEU5500000001 | YES | Increasing | 0.949 | 5737347 | 2395.276 | 1251.206 | 0.522 | 2726.0 | 1726 | 2761 | 4353 | 7079 | 4487 | 0.667 | 0.422 | 0.676 | 1.065 | 1.733 | 1.098 | 0E+00 | 8.64E-24 |
| CEU6562000101 | YES | Increasing | 0.995 | 3173691 | 1781.486 | 280.717 | 0.158 | 3215.8 | 1328.95 | 1589 | 3188.3 | 6404.1 | 2917.95 | 0.287 | 0.119 | 0.142 | 0.285 | 0.571 | 0.260 | 0E+00 | 8.51E-07 |
| CEU9000000001 | YES | Increasing | 0.939 | 35578187 | 5964.745 | 2579.191 | 0.432 | 11043.0 | 7269.5 | 4200.5 | 8409 | 19452 | 11470 | 0.737 | 0.485 | 0.280 | 0.561 | 1.298 | 0.765 | 0E+00 | 4.82E-21 |
| CEU9091000001 | YES | Increasing | 0.376 | 195889 | 442.593 | 73.608 | 0.166 | 994.0 | 342.5 | 123 | 636 | 1630 | 465.5 | 0.356 | 0.123 | 0.044 | 0.228 | 0.583 | 0.167 | 4E-02 | 3.55E-30 |
| CEU9092000001 | YES | Increasing | 0.923 | 1620361 | 1272.934 | 455.168 | 0.358 | 2596.0 | 1188.5 | 974 | 1632 | 4228 | 2162.5 | 0.696 | 0.319 | 0.261 | 0.437 | 1.133 | 0.580 | 0E+00 | 3.90E-18 |
| CEU9093000001 | YES | Increasing | 0.922 | 11303822 | 3362.116 | 1172.222 | 0.349 | 6393.0 | 2827 | 2804.5 | 5184 | 11577 | 5631.5 | 0.655 | 0.290 | 0.287 | 0.531 | 1.187 | 0.577 | 0E+00 | 9.54E-15 |
| CILLCBM027NBOG | YES | Increasing | 0.752 | 21568 | 146.862 | 44.636 | 0.304 | 156.7 | 106.986 | 105.3555 | 371.8446 | 528.5001 | 212.3415 | 0.337 | 0.230 | 0.227 | 0.800 | 1.137 | 0.577 | 0E+00 | 1.82E-13 |
| CILSCBM027NBOG | YES | Increasing | 0.748 | 10647 | 103.184 | 44.359 | 0.430 | 143.9 | 125.1398 | 59.97155 | 179.4669 | 323.3267 | 185.1113 | 0.556 | 0.483 | 0.232 | 0.693 | 1.249 | 0.715 | 0E+00 | 9.19E-16 |
| CNP16GOV | YES | Increasing | 0.998 | 1898761784 | 43574.784 | 11448.613 | 0.263 | 65040.0 | 43705 | 33311 | 76531 | 141571 | 77016 | 0.388 | 0.261 | 0.199 | 0.457 | 0.844 | 0.459 | 0E+00 | 5.89E-18 |
| CONAN | YES | Increasing | 0.961 | 504868 | 710.541 | 444.111 | 0.625 | 764.7 | 512.7 | 756.4 | 1397.5 | 2162.2 | 1269.1 | 0.779 | 0.522 | 0.771 | 1.424 | 2.203 | 1.293 | 0E+00 | 2.17E-24 |
| CREACBM027NBOG | NO | Increasing | 0.286 | 37490 | 193.623 | 25.773 | 0.133 | 413.8 | 86.5719 | 138.4244 | 259.9741 | 673.7366 | 224.9963 | 0.282 | 0.059 | 0.094 | 0.177 | 0.458 | 0.153 | 4E-02 | 9.11E-05 |
| CRLACBM027NBOG | NO | Increasing | 0.729 | 27026 | 164.397 | 19.180 | 0.117 | 431.2 | 200.6463 | 34.3041 | 98.8537 | 530.0557 | 234.9504 | 0.290 | 0.135 | 0.023 | 0.066 | 0.356 | 0.158 | 0E+00 | 1.33E-10 |
| CTNAN | YES | Increasing | 0.859 | 129108 | 359.316 | 103.642 | 0.288 | 720.3 | 362.35 | 353.25 | 474.15 | 1194.4 | 715.6 | 0.573 | 0.288 | 0.281 | 0.377 | 0.950 | 0.569 | 0E+00 | 8.94E-24 |
| CUURO0000SEHC | YES | Increasing | 0.996 | 2525 | 50.246 | 13.593 | 0.271 | 84.2 | 40.3 | 45 | 82.381 | 166.581 | 85.3 | 0.457 | 0.219 | 0.244 | 0.447 | 0.904 | 0.463 | 0E+00 | 2.32E-10 |
| CUURO0000SEHC01 | YES | Increasing | 0.996 | 2524 | 50.244 | 13.592 | 0.271 | 84.2 | 40.3 | 45 | 82.354 | 166.554 | 85.3 | 0.457 | 0.219 | 0.244 | 0.447 | 0.904 | 0.463 | 0E+00 | 2.30E-10 |
| CUURO0000SEHG | YES | Increasing | 0.999 | 765 | 27.662 | 5.662 | 0.205 | 29.5 | 19.2 | 27.9565 | 62.87 | 92.37 | 47.1565 | 0.228 | 0.148 | 0.216 | 0.485 | 0.713 | 0.364 | 0E+00 | 8.49E-09 |
| DALL148BP1FH | YES | Increasing | 0.218 | 991821 | 995.902 | 453.682 | 0.456 | 1244.0 | 590 | 971 | 2790 | 4034 | 1561 | 0.638 | 0.303 | 0.498 | 1.431 | 2.069 | 0.801 | 0E+00 | 4.22E-10 |
| DAUPNSA | YES | Decreasing | 0.616 | 13896 | 117.880 | 35.439 | 0.301 | 285.5 | 76.25 | 103.15 | 291.35 | 576.8 | 179.4 | 0.740 | 0.198 | 0.267 | 0.755 | 1.494 | 0.465 | 0E+00 | 0.056084 |
| DAXRNSA | YES | Increasing | 0.391 | 32 | 5.650 | 0.274 | 0.049 | 14.6 | 3.12 | 4.64 | 10.07 | 24.65 | 7.76 | 0.125 | 0.027 | 0.040 | 0.087 | 0.212 | 0.067 | 7E-03 | 0.001245 |
| DEMDEPNS | YES | Increasing | 0.814 | 16124 | 126.982 | 58.774 | 0.463 | 159.1 | 85 | 64.5 | 285.8 | 444.9 | 149.5 | 0.594 | 0.317 | 0.241 | 1.067 | 1.661 | 0.558 | 3E-02 | 3.59E-22 |
| DENV708BP1FH | YES | Increasing | 0.044 | 182109 | 426.742 | 218.499 | 0.512 | 750.5 | 503.5 | 285.5 | 868.5 | 1619 | 789 | 0.844 | 0.566 | 0.321 | 0.976 | 1.820 | 0.887 | 0E+00 | 2.14E-09 |
| DPSACBM027NBOG | YES | Increasing | 0.993 | 5052621 | 2247.804 | 1602.959 | 0.713 | 1899.0 | 1111.986 | 1876.172 | 6332.483 | 8231.505 | 2988.158 | 0.761 | 0.446 | 0.752 | 2.537 | 3.298 | 1.197 | 4E-03 | 4.36E-19 |
| DTBSPCKANM | YES | Decreasing | 0.287 | 48195321856 | 219534.330 | 73453.842 | 0.335 | 378227.1 | 224586.9 | 86658.11 | 515524.3 | 893751.4 | 311245 | 0.561 | 0.333 | 0.129 | 0.765 | 1.326 | 0.462 | 0E+00 | 2.18E-05 |
| DTBSPCKFNM | YES | Increasing | 0.069 | 9975787818 | 99878.866 | 16480.921 | 0.165 | 122525.7 | 45097.05 | 92213.3 | 276489 | 399014.7 | 137310.4 | 0.213 | 0.079 | 0.161 | 0.481 | 0.695 | 0.239 | 0E+00 | 5.70E-07 |
| DTBSPCKNMM | YES | Decreasing | 0.309 | 92548143195 | 304217.263 | 65209.819 | 0.214 | 424106.5 | 215625.4 | 219043.5 | 788257.5 | 1212364 | 434668.9 | 0.309 | 0.157 | 0.160 | 0.574 | 0.883 | 0.317 | 0E+00 | 0.000191 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|------------|-------|--------------|--------------|-------------|-------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| DTCTLVNANM | YES | Increasing | 0.957 | 62798181 | 7924.530 | 4510.940 | 0.569 | 9084.5 | 5301.5 | 8296.29 | 18034.11 | 27118.61 | 13597.79 | 0.751 | 0.438 | 0.686 | 1.491 | 2.241 | 1.124 | 0E+00 | 1.74E-13 |
| ECBASSETS | YES | Increasing | 0.872 | 423811900784 | 651008.372 | 322217.404 | 0.495 | 335286.5 | 211795 | 811100.5 | 2074300 | 2409586 | 1022896 | 0.326 | 0.206 | 0.789 | 2.018 | 2.344 | 0.995 | 0E+00 | 2.35E-13 |
| EXCSRESNS | YES | Increasing | 0.713 | 176679247244 | 420332.306 | 1073672.188 | 2.554 | 764.0 | 237 | 501 | 1406 | 2170 | 738 | 0.617 | 0.191 | 0.405 | 1.136 | 1.753 | 0.596 | 2E-01 | 1.60E-31 |
| EXHOSLUSM495N | YES | Decreasin | 0.208 | 13253479263 | 115123.756 | 29871.659 | 0.259 | 214000.0 | 80000 | 98000 | 322000 | 536000 | 178000 | 0.495 | 0.185 | 0.227 | 0.745 | 1.241 | 0.412 | 0E+00 | 0.016555 |
| EXHOSLUSNEM495N | YES | Decreasin | 0.373 | 549313764 | 23437.444 | 7896.266 | 0.337 | 43500.0 | 15500 | 19500 | 61500 | 105000 | 35000 | 0.644 | 0.230 | 0.289 | 0.911 | 1.556 | 0.519 | 0E+00 | 0.009194 |
| EXHOSLUSSOM495N | YES | Decreasin | 0.131 | 1796262724 | 42382.340 | 10658.408 | 0.251 | 80000.0 | 22000 | 37000 | 118000 | 198000 | 59000 | 0.494 | 0.136 | 0.228 | 0.728 | 1.222 | 0.364 | 0E+00 | 0.013486 |
| EXHOSLUSWTM495N | YES | Decreasin | 0.123 | 565592844 | 23782.196 | 5486.700 | 0.231 | 50000.0 | 13000 | 17000 | 55000 | 105000 | 30000 | 0.495 | 0.129 | 0.168 | 0.545 | 1.040 | 0.297 | 2E-02 | 0.026609 |
| EXITUS | YES | Increasing | 0.650 | 179968 | 424.226 | 144.377 | 0.340 | 731.4 | 449.215 | 297.885 | 840.725 | 1572.14 | 747.1 | 0.564 | 0.346 | 0.230 | 0.648 | 1.212 | 0.576 | 0E+00 | 2.10E-10 |
| EXKOUS | YES | Increasing | 0.479 | 45676 | 213.719 | 47.585 | 0.223 | 223.9 | 105.9953 | 254.9976 | 735.2925 | 959.1735 | 360.9929 | 0.251 | 0.119 | 0.286 | 0.823 | 1.074 | 0.404 | 3E-03 | 6.20E-13 |
| EXPCH | YES | Increasing | 0.895 | 6956928 | 2637.599 | 2817.459 | 1.068 | 940.0 | 573.2 | 2668.9 | 7476.9 | 8416.9 | 3242.1 | 0.826 | 0.503 | 2.344 | 6.567 | 7.392 | 2.847 | 4E-02 | 1.25E-20 |
| EXPJP | YES | Increasing | 0.503 | 1108453 | 1052.831 | 251.309 | 0.239 | 2321.8 | 517.4 | 692.9 | 1919.7 | 4241.5 | 1210.3 | 0.517 | 0.115 | 0.154 | 0.427 | 0.944 | 0.269 | 7E-02 | 6.94E-11 |
| FLBP1FH | YES | Decreasin | 0.082 | 14493815 | 3807.074 | 1812.951 | 0.476 | 6144.0 | 1869 | 1874 | 7403 | 13547 | 3743 | 0.784 | 0.238 | 0.239 | 0.945 | 1.728 | 0.478 | 5E-02 | 6.48E-09 |
| FLBPPRIV | YES | Decreasin | 0.081 | 27682089 | 5261.377 | 2459.188 | 0.467 | 8868.0 | 3086 | 2786 | 11590 | 20458 | 5872 | 0.795 | 0.277 | 0.250 | 1.040 | 1.835 | 0.527 | 2E-02 | 3.25E-06 |
| FLNAN | YES | Increasing | 0.958 | 6432479 | 2536.233 | 1844.677 | 0.727 | 2478.2 | 1689.7 | 2928.6 | 5296.2 | 7774.4 | 4618.3 | 0.873 | 0.596 | 1.032 | 1.867 | 2.740 | 1.628 | 0E+00 | 1.30E-24 |
| GABP1FH | YES | Increasing | 0.062 | 4113572 | 2028.194 | 943.039 | 0.465 | 3772.5 | 1762.5 | 1330.5 | 4469.5 | 8242 | 3093 | 0.823 | 0.385 | 0.290 | 0.975 | 1.798 | 0.675 | 0E+00 | 1.63E-06 |
| GANAN | YES | Increasing | 0.950 | 1475032 | 1214.509 | 690.598 | 0.569 | 1336.4 | 845.15 | 1440.45 | 2365.05 | 3701.4 | 2285.6 | 0.726 | 0.459 | 0.783 | 1.285 | 2.011 | 1.242 | 0E+00 | 9.58E-25 |
| HOSAVGUSM052N | YES | Increasing | 0.328 | 1004568506 | 31694.929 | 4522.788 | 0.143 | 57550.0 | 18350 | 27850 | 56250 | 113800 | 46200 | 0.262 | 0.083 | 0.127 | 0.256 | 0.517 | 0.210 | 0E+00 | 0.000141 |
| HOSINVUSM495N | YES | Increasing | 0.477 | 392276338080 | 626319.677 | 143903.720 | 0.230 | 785000.0 | 305000 | 725000 | 1545000 | 2330000 | 1030000 | 0.315 | 0.122 | 0.291 | 0.619 | 0.934 | 0.413 | 0E+00 | 2.95E-07 |
| HOSMEDUSM052N | YES | Increasing | 0.297 | 762899658 | 27620.638 | 4264.966 | 0.154 | 43150.0 | 16450 | 26350 | 55750 | 98900 | 42800 | 0.247 | 0.094 | 0.151 | 0.319 | 0.566 | 0.245 | 0E+00 | 3.09E-05 |
| HOSMEDUSNEM052 | YES | Increasing | 0.433 | 2102588277 | 45853.989 | 9454.852 | 0.206 | 99450.0 | 60050 | 21850 | 56250 | 155700 | 81900 | 0.421 | 0.254 | 0.092 | 0.238 | 0.658 | 0.346 | 0E+00 | 7.43E-09 |
| HOUS448BP1FH | YES | Increasing | 0.551 | 1232065 | 1109.984 | 584.153 | 0.526 | 1530.0 | 680 | 824 | 2904 | 4434 | 1504 | 0.801 | 0.356 | 0.431 | 1.520 | 2.321 | 0.787 | 2E-02 | 4.84E-10 |
| HPIPONM226N | YES | Increasing | 0.771 | 1767 | 42.032 | 11.190 | 0.266 | 55.2 | 38.4 | 39.25 | 73.59 | 128.74 | 77.65 | 0.355 | 0.248 | 0.253 | 0.474 | 0.830 | 0.500 | 0E+00 | 1.51E-11 |
| ILNAN | YES | Increasing | 0.860 | 876943 | 936.452 | 188.457 | 0.201 | 1641.5 | 1034.2 | 940.6 | 1466.5 | 3108 | 1974.8 | 0.352 | 0.222 | 0.202 | 0.315 | 0.667 | 0.424 | 0E+00 | 7.61E-19 |
| IMPCH | YES | Increasing | 0.926 | 129891898 | 11397.013 | 11546.722 | 1.013 | 6110.0 | 4520.95 | 14849.85 | 33882.15 | 39992.1 | 19370.8 | 0.958 | 0.709 | 2.329 | 5.315 | 6.273 | 3.039 | 0E+00 | 5.70E-18 |
| IMPGE | YES | Increasing | 0.827 | 5264955 | 2294.549 | 1153.659 | 0.503 | 2822.1 | 1894.7 | 2430.3 | 5960.8 | 8782.9 | 4325 | 0.664 | 0.446 | 0.572 | 1.403 | 2.067 | 1.018 | 0E+00 | 5.42E-13 |
| IMPJP | YES | Increasing | 0.567 | 3877516 | 1969.141 | 402.501 | 0.204 | 5063.0 | 1935.65 | 1280.65 | 4202.05 | 9265 | 3216.3 | 0.513 | 0.196 | 0.130 | 0.426 | 0.939 | 0.326 | 0E+00 | 0.000187 |
| INNAN | YES | Increasing | 0.888 | 437629 | 661.536 | 217.197 | 0.328 | 1255.4 | 612.7 | 677.6 | 1030.8 | 2286.2 | 1290.3 | 0.622 | 0.303 | 0.336 | 0.511 | 1.132 | 0.639 | 0E+00 | 8.25E-20 |
| JTU1000HIL | YES | Decreasin | 0.284 | 527471 | 726.272 | 119.434 | 0.164 | 1892.0 | 554 | 592.5 | 1243 | 3135 | 1146.5 | 0.426 | 0.125 | 0.133 | 0.280 | 0.705 | 0.258 | 0E+00 | 0.014244 |
| JTU1000JOL | YES | Decreasin | 0.163 | 448274 | 669.533 | 138.572 | 0.207 | 1468.0 | 509.5 | 430 | 1826 | 3294 | 939.5 | 0.449 | 0.156 | 0.131 | 0.558 | 1.006 | 0.287 | 0E+00 | 0.33517 |
| JTU1000QUL | YES | Decreasin | 0.340 | 290623 | 539.094 | 124.367 | 0.231 | 994.0 | 363 | 446.5 | 1268 | 2262 | 809.5 | 0.432 | 0.158 | 0.194 | 0.552 | 0.984 | 0.352 | 0E+00 | 0.04543 |
| JTU1000TSL | YES | Decreasin | 0.342 | 476746 | 690.468 | 108.149 | 0.157 | 1402.0 | 440 | 545.5 | 1530 | 2932 | 985.5 | 0.323 | 0.101 | 0.126 | 0.353 | 0.676 | 0.227 | 7E-03 | 0.094785 |
| JTU3000JOL | NO | Decreasin | 0.115 | 5690 | 75.434 | 22.249 | 0.295 | 160.0 | 52.5 | 53.5 | 141 | 301 | 106 | 0.620 | 0.203 | 0.207 | 0.547 | 1.167 | 0.411 | 7E-03 | 0.333896 |
| JTU540099HIL | YES | Decreasin | 0.217 | 19204 | 138.577 | 21.521 | 0.155 | 383.0 | 99.5 | 94 | 258 | 641 | 193.5 | 0.425 | 0.110 | 0.104 | 0.286 | 0.711 | 0.215 | 7E-03 | 0.378282 |
| JTU540099JOL | NO | Decreasin | 0.101 | 16980 | 130.307 | 25.833 | 0.198 | 322.0 | 87 | 77.5 | 285 | 607 | 164.5 | 0.483 | 0.131 | 0.116 | 0.428 | 0.911 | 0.247 | 7E-03 | 0.15964 |
| JTUHIL | YES | Decreasin | 0.270 | 619355 | 786.991 | 131.074 | 0.167 | 2093.0 | 631 | 600 | 1280 | 3373 | 1231 | 0.437 | 0.132 | 0.125 | 0.267 | 0.704 | 0.257 | 0E+00 | 0.006913 |
| JTUJOL | YES | Decreasin | 0.166 | 498714 | 706.197 | 137.775 | 0.195 | 1526.0 | 534 | 490 | 1936 | 3462 | 1024 | 0.417 | 0.146 | 0.134 | 0.529 | 0.946 | 0.280 | 0E+00 | 0.355823 |
| JTULDL | YES | Decreasin | 0.058 | 100275 | 316.662 | 53.006 | 0.167 | 586.0 | 235 | 168.5 | 718 | 1304 | 403.5 | 0.311 | 0.125 | 0.089 | 0.380 | 0.691 | 0.214 | 2E-02 | 0.000553 |
| JTUQUL | YES | Decreasin | 0.333 | 327657 | 572.413 | 132.523 | 0.232 | 1031.0 | 367.5 | 466 | 1425 | 2456 | 833.5 | 0.426 | 0.152 | 0.193 | 0.589 | 1.016 | 0.345 | 0E+00 | 0.059716 |
| JTUTSL | YES | Decreasin | 0.310 | 537774 | 733.331 | 114.165 | 0.156 | 1558.0 | 459.5 | 517.5 | 1563 | 3121 | 977 | 0.334 | 0.099 | 0.111 | 0.335 | 0.670 | 0.210 | 7E-03 | 0.259136 |
| KYNAN | YES | Increasing | 0.927 | 239937 | 489.834 | 216.912 | 0.443 | 746.0 | 448.1 | 508.2 | 805 | 1551 | 956.3 | 0.689 | 0.414 | 0.469 | 0.743 | 1.432 | 0.883 | 0E+00 | 8.11E-23 |
| LAUTONSA | YES | Decreasin | 0.486 | 22905 | 151.343 | 31.727 | 0.210 | 378.0 | 93.6 | 98 | 352.5 | 730.5 | 191.6 | 0.528 | 0.131 | 0.137 | 0.492 | 1.020 | 0.267 | 1E-02 | 0.482882 |
| LFAC25TTUSM647N | YES | Increasing | 0.955 | ##### | 22868467.101 | 7080803.867 | 0.310 | 30475000.0 | 23922000 | 25303000 | 31749000 | 62224000 | 49225000 | 0.416 | 0.327 | 0.346 | 0.434 | 0.850 | 0.672 | 0E+00 | 2.94E-24 |
| LFEM64TTUSM647N | YES | Increasing | 0.934 | ##### | 27032277.475 | 7298882.368 | 0.270 | 43247000.0 | 25256000 | 27484000 | 42105000 | 85352000 | 52740000 | 0.434 | 0.253 | 0.276 | 0.423 | 0.857 | 0.529 | 0E+00 | 5.16E-19 |
| LFWA64TTPM647N | YES | Increasing | 0.507 | ##### | 5098183.379 | 319835.057 | 0.063 | 13000000.0 | 4920000 | 3500000 | 4590000 | 17590000 | 8420000 | 0.158 | 0.060 | 0.042 | 0.056 | 0.213 | 0.102 | 0E+00 | 2.38E-18 |
| LFWA64TTUSM647N | YES | Increasing | 0.999 | ##### | 32478254.675 | 7184659.433 | 0.221 | 53158000.0 | 33250000 | 23583000 | 52743000 | 1.06E+08 | 56833000 | 0.358 | 0.224 | 0.159 | 0.355 | 0.712 | 0.382 | 0E+00 | 1.53E-15 |
| LMJVPVUSM175N | YES | Decreasin | 0.185 | 470765574705 | 686123.586 | 145536.182 | 0.212 | 1460000.0 | 504000 | 469500 | 1530000 | 2990000 | 973500 | 0.447 | 0.154 | 0.144 | 0.469 | 0.916 | 0.298 | 7E-03 | 0.208523 |
| LN000000012 | YES | Increasing | 0.642 | 9035355 | 3005.887 | 655.239 | 0.218 | 6794.0 | 2670 | 1564 | 2527 | 9321 | 4234 | 0.465 | 0.183 | 0.107 | 0.173 | 0.638 | 0.290 | 0E+00 | 1.79E-27 |
| LN000000036 | YES | Increasing | 0.634 | 17481850 | 4181.130 | 1065.800 | 0.255 | 9256.0 | 6221 | 1863 | 3807 | 13063 | 8084 | 0.511 | 0.344 | 0.103 | 0.210 | 0.721 | 0.446 | 0E+00 | 4.85E-26 |
| LN000000060 | YES | Increasing | 0.983 | 570409112 | 23883.239 | 6324.050 | 0.265 | 25424.0 | 17921.5 | 31130.5 | 41397 | 66821 | 49052 | 0.300 | 0.212 | 0.368 | 0.489 | 0.790 | 0.580 | 0E+00 | 2.37E-25 |
| LN000024230 | YES | Increasing | 0.996 | 204323146 | 14294.165 | 4494.366 | 0.314 | 22521.0 | 12399.5 | 7002.5 | 35291 | 57812 | 19402 | 0.491 | 0.271 | 0.153 | 0.770 | 1.261 | 0.423 | 0E+00 | 6.44E-14 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-----|------------|-------|--------------|------------|------------|-------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|----------|
| LNU01000000 | YES | Increasing | 0.969 | 1030675482 | 32104.135 | 9766.846 | 0.304 | 48299.0 | 34154.5 | 27570 | 49537 | 97836 | 61724.5 | 0.451 | 0.319 | 0.258 | 0.463 | 0.914 | 0.577 | 0E+00 | 6.22E-21 |
| LNU01000060 | YES | Increasing | 0.958 | 575660051 | 23992.917 | 8170.927 | 0.341 | 28599.0 | 19833.5 | 30882.5 | 38701 | 67300 | 50716 | 0.432 | 0.299 | 0.466 | 0.584 | 1.016 | 0.765 | 0E+00 | 1.11E-25 |
| LNU02000000 | YES | Increasing | 0.945 | 884636396 | 29742.838 | 8916.836 | 0.300 | 42543.0 | 29776.5 | 28885.5 | 48583 | 91126 | 58662 | 0.431 | 0.302 | 0.293 | 0.492 | 0.923 | 0.594 | 0E+00 | 4.12E-21 |
| LNU02000060 | YES | Increasing | 0.921 | 508494196 | 22549.816 | 7580.925 | 0.336 | 26453.0 | 18413.5 | 29950 | 38090 | 64543 | 48363.5 | 0.420 | 0.292 | 0.475 | 0.605 | 1.025 | 0.768 | 0E+00 | 2.93E-25 |
| LNU02024230 | YES | Increasing | 0.887 | 23724599 | 4870.790 | 1523.246 | 0.313 | 4707.0 | 1509 | 1344.5 | 5579 | 10286 | 2853.5 | 0.331 | 0.106 | 0.095 | 0.392 | 0.723 | 0.201 | 2E-01 | 2.60E-30 |
| LNU02027662 | YES | Increasing | 0.953 | 33684887 | 5803.868 | 904.460 | 0.156 | 10517.0 | 5202.5 | 5889.5 | 9888 | 20405 | 11092 | 0.282 | 0.139 | 0.158 | 0.265 | 0.546 | 0.297 | 0E+00 | 3.39E-08 |
| LNU02027714 | YES | Increasing | 0.256 | 1282339 | 1132.404 | 138.647 | 0.122 | 2680.0 | 941 | 682.5 | 1661 | 4341 | 1623.5 | 0.283 | 0.099 | 0.072 | 0.175 | 0.458 | 0.171 | 0E+00 | 4.78E-19 |
| LNU02032196 | YES | Increasing | 0.303 | 576623 | 759.357 | 364.858 | 0.480 | 927.0 | 351.5 | 834 | 2556 | 3483 | 1185.5 | 0.682 | 0.259 | 0.614 | 1.881 | 2.563 | 0.872 | 0E+00 | 2.53E-17 |
| LNU02034560 | YES | Decreasin | 0.702 | 2337990 | 1529.049 | 604.043 | 0.395 | 1589.0 | 604 | 1038 | 3498 | 5087 | 1642 | 0.457 | 0.174 | 0.298 | 1.006 | 1.463 | 0.472 | 6E-02 | 2.84E-23 |
| LNU02500000 | YES | Increasing | 0.865 | 305508897 | 17478.813 | 3224.430 | 0.184 | 33709.0 | 16525.5 | 15113.5 | 26425 | 60134 | 31639 | 0.348 | 0.171 | 0.156 | 0.273 | 0.621 | 0.327 | 0E+00 | 2.40E-14 |
| LNU02600000 | YES | Increasing | 0.885 | 23246778 | 4821.491 | 1164.316 | 0.241 | 11378.0 | 4013.5 | 3572.5 | 7741 | 19119 | 7586 | 0.559 | 0.197 | 0.175 | 0.380 | 0.939 | 0.373 | 0E+00 | 2.06E-10 |
| LNU03000000 | YES | Increasing | 0.588 | 9247678 | 3041.000 | 1463.632 | 0.481 | 4898.0 | 2659.5 | 1661 | 8050 | 12948 | 4320.5 | 0.768 | 0.417 | 0.260 | 1.262 | 2.030 | 0.677 | 2E-02 | 3.50E-16 |
| LNU03000001 | YES | Increasing | 0.538 | 2940503 | 1714.789 | 826.436 | 0.482 | 2606.0 | 1161 | 1004.5 | 4234 | 6840 | 2165.5 | 0.760 | 0.338 | 0.293 | 1.234 | 1.994 | 0.631 | 4E-02 | 1.96E-17 |
| LNU03000002 | YES | Increasing | 0.640 | 1903424 | 1379.646 | 689.576 | 0.500 | 2458.0 | 1490 | 662 | 3854 | 6312 | 2152 | 0.830 | 0.503 | 0.224 | 1.302 | 2.132 | 0.727 | 0E+00 | 5.62E-16 |
| LNU03008396 | YES | Increasing | 0.443 | 640401 | 800.251 | 262.337 | 0.328 | 1621.0 | 837.5 | 560.5 | 2080 | 3701 | 1398 | 0.647 | 0.334 | 0.224 | 0.830 | 1.476 | 0.558 | 0E+00 | 6.44E-11 |
| LNU03008756 | YES | Increasing | 0.565 | 714305 | 845.165 | 383.130 | 0.453 | 1616.0 | 823.5 | 543.5 | 2398 | 4014 | 1367 | 0.840 | 0.428 | 0.282 | 1.246 | 2.086 | 0.710 | 3E-03 | 5.92E-10 |
| LNU05000000 | YES | Increasing | 0.871 | 64238386 | 8014.885 | 935.213 | 0.117 | 8400.0 | 3239 | 8797 | 23300 | 31700 | 12036 | 0.127 | 0.049 | 0.133 | 0.353 | 0.481 | 0.183 | 0E+00 | 1.16E-16 |
| LNU05026642 | YES | Increasing | 0.319 | 199987 | 447.199 | 120.336 | 0.269 | 472.0 | 151.5 | 277.5 | 918 | 1390 | 429 | 0.311 | 0.100 | 0.183 | 0.606 | 0.917 | 0.283 | 1E-01 | 1.25E-13 |
| LNU05026643 | YES | Increasing | 0.420 | 64359 | 253.692 | 77.124 | 0.304 | 323.0 | 75 | 119.5 | 407 | 730 | 194.5 | 0.430 | 0.100 | 0.159 | 0.542 | 0.972 | 0.259 | 2E-01 | 2.57E-14 |
| LNU05026644 | YES | Increasing | 0.226 | 41876 | 204.636 | 50.611 | 0.247 | 247.0 | 77.5 | 195 | 592 | 839 | 272.5 | 0.323 | 0.101 | 0.255 | 0.775 | 1.098 | 0.357 | 4E-03 | 1.37E-10 |
| LNU05026645 | YES | Increasing | 0.372 | 65393 | 255.721 | 129.716 | 0.507 | 206.0 | 66.5 | 100 | 349 | 555 | 166.5 | 0.504 | 0.163 | 0.244 | 0.853 | 1.357 | 0.407 | 2E-01 | 8.98E-17 |
| LNU05026646 | YES | Increasing | 0.393 | 24848 | 157.633 | 81.835 | 0.519 | 133.0 | 44.5 | 68.5 | 234 | 367 | 113 | 0.541 | 0.181 | 0.278 | 0.951 | 1.492 | 0.459 | 2E-01 | 1.54E-16 |
| LOSA106BP1FH | YES | Decreasin | 0.319 | 384528 | 620.103 | 357.913 | 0.577 | 818.0 | 344 | 337 | 1342 | 2160 | 681 | 0.812 | 0.342 | 0.335 | 1.333 | 2.145 | 0.676 | 5E-02 | 1.93E-13 |
| LOSA106BPPRIV | YES | Decreasin | 0.190 | 1954027 | 1397.865 | 885.164 | 0.633 | 1564.5 | 565.5 | 725.5 | 2586.5 | 4151 | 1291 | 0.835 | 0.302 | 0.387 | 1.380 | 2.214 | 0.689 | 7E-02 | 2.77E-16 |
| LTOTALNSA | YES | Increasing | 0.164 | 46465 | 215.558 | 38.718 | 0.180 | 546.6 | 153.65 | 150.55 | 602.95 | 1149.5 | 304.2 | 0.455 | 0.128 | 0.125 | 0.502 | 0.957 | 0.253 | 0E+00 | 0.418868 |
| LTRUCKNSA | YES | Increasing | 0.603 | 37243 | 192.985 | 77.888 | 0.404 | 316.7 | 115.2 | 175.7 | 518.9 | 835.6 | 290.9 | 0.703 | 0.256 | 0.390 | 1.152 | 1.856 | 0.646 | 2E-03 | 3.77E-07 |
| M0263BUSM500NN | NO | Increasing | 0.352 | 44275 | 210.416 | 66.070 | 0.314 | 396.0 | 143 | 170 | 325 | 721 | 313 | 0.599 | 0.216 | 0.257 | 0.492 | 1.091 | 0.474 | 9E-03 | 0.00053 |
| M0264AUSM500NN | NO | Increasing | 0.559 | 46402 | 215.411 | 69.054 | 0.321 | 156.5 | 93.5 | 122.5 | 441.5 | 598 | 216 | 0.240 | 0.144 | 0.188 | 0.678 | 0.918 | 0.332 | 7E-02 | 0.045997 |
| M0264BUSM500NN | NO | Decreasin | 0.044 | 123018 | 350.739 | 112.513 | 0.321 | 546.0 | 213 | 325 | 1030 | 1576 | 538 | 0.530 | 0.207 | 0.315 | 0.999 | 1.529 | 0.522 | 1E-02 | 0.022116 |
| M04051USM324NN | YES | Decreasin | 0.056 | 455 | 21.338 | 2.935 | 0.138 | 60.0 | 19 | 11 | 39 | 99 | 30 | 0.375 | 0.119 | 0.069 | 0.244 | 0.619 | 0.188 | 0E+00 | 5.83E-08 |
| M08154USM065NN | YES | Decreasin | 0.306 | 167 | 12.920 | 0.831 | 0.064 | 30.2 | 9.25 | 8.45 | 34.65 | 64.8 | 17.7 | 0.149 | 0.046 | 0.042 | 0.172 | 0.321 | 0.088 | 4E-03 | 0.206613 |
| M08297USM548NN | YES | Increasing | 0.149 | 6087 | 78.021 | 23.719 | 0.304 | 120.0 | 41 | 54 | 185 | 305 | 95 | 0.494 | 0.169 | 0.222 | 0.761 | 1.255 | 0.391 | 3E-02 | 1.03E-07 |
| M0861BUSM324NN | NO | Increasing | 0.973 | 566 | 23.790 | 4.422 | 0.186 | 19.0 | 12 | 28 | 53 | 72 | 40 | 0.158 | 0.100 | 0.233 | 0.442 | 0.600 | 0.333 | 0E+00 | 4.01E-05 |
| M09075USM476NN | YES | Decreasin | 0.201 | 28485373 | 5337.169 | 5617.515 | 1.053 | 2008.0 | 1197 | 3459 | 10314 | 12322 | 4656 | 0.729 | 0.434 | 1.256 | 3.744 | 4.473 | 1.690 | 1E-01 | 1.57E-22 |
| M12MTVUSM227NF | YES | Increasing | 0.939 | 392407565809 | 626424.429 | 180963.829 | 0.289 | 1044433.0 | 621713 | 646773 | 868965 | 1913398 | 1268486 | 0.481 | 0.287 | 0.298 | 0.400 | 0.882 | 0.585 | 0E+00 | 4.91E-17 |
| M1476CUSM144NN | YES | Decreasin | 0.798 | 17490023 | 4182.108 | 913.209 | 0.218 | 10649.0 | 5434 | 1463 | 3621 | 14270 | 6897 | 0.507 | 0.259 | 0.070 | 0.172 | 0.679 | 0.328 | 0E+00 | 1.08E-12 |
| M1NS | YES | Increasing | 0.960 | 288767 | 537.371 | 391.256 | 0.728 | 476.3 | 376.95 | 517.25 | 1796.35 | 2272.6 | 894.2 | 0.776 | 0.614 | 0.843 | 2.926 | 3.702 | 1.457 | 0E+00 | 3.29E-20 |
| M2MNS | YES | Increasing | 0.988 | 5390360 | 2321.715 | 2233.150 | 0.962 | 1327.6 | 1059.4 | 1942.3 | 6355.8 | 7683.4 | 3001.7 | 0.828 | 0.661 | 1.211 | 3.963 | 4.791 | 1.872 | 3E-02 | 1.35E-25 |
| M2NS | YES | Increasing | 0.997 | 6872516 | 2621.548 | 2244.445 | 0.856 | 2204.9 | 1739.35 | 1982.35 | 7540.25 | 9745.1 | 3721.7 | 0.885 | 0.698 | 0.795 | 3.025 | 3.910 | 1.493 | 3E-03 | 9.50E-22 |
| M3NS | YES | Increasing | 0.997 | 5977804 | 2444.955 | 2081.270 | 0.851 | 1931.4 | 1594.65 | 2016.45 | 7078.65 | 9010 | 3611.1 | 0.869 | 0.718 | 0.908 | 3.187 | 4.056 | 1.626 | 0E+00 | 4.30E-20 |
| MABMM201BRM18 | YES | Increasing | 0.984 | 1.80E+23 | 4.25E+11 | 3.20E+11 | 0.754 | 2.87E+11 | 1.33E+11 | 3.69E+11 | 1.11E+12 | 1.40E+12 | 5.02E+11 | 0.740 | 0.343 | 0.952 | 2.870 | 3.610 | 1.295 | 5E-02 | 3.49E-14 |
| MABMM201CNM18 | YES | Increasing | 0.998 | 5.31E+26 | 2.30E+13 | 1.47E+13 | 0.638 | 1.82E+13 | 1.21E+13 | 2.19E+13 | 6.37E+13 | 8.19E+13 | 3.41E+13 | 0.633 | 0.423 | 0.762 | 2.217 | 2.850 | 1.185 | 0E+00 | 5.36E-10 |
| MABMM201GBM18 | YES | Increasing | 0.996 | 1.25E+23 | 3.53E+11 | 2.18E+11 | 0.618 | 3.63E+11 | 1.98E+11 | 3.67E+11 | 8.25E+11 | 1.19E+12 | 5.64E+11 | 0.762 | 0.415 | 0.770 | 1.733 | 2.495 | 1.185 | 0E+00 | 6.25E-14 |
| MABMM201JPM189 | YES | Increasing | 0.995 | 7.56E+28 | 2.75E+14 | 2.34E+14 | 0.852 | 2.51E+14 | 2.16E+14 | 3.30E+14 | 5.64E+14 | 8.15E+14 | 5.46E+14 | 0.986 | 0.847 | 1.295 | 2.213 | 3.199 | 2.142 | 0E+00 | 8.08E-23 |
| MABMM201RUM18 | YES | Increasing | 0.976 | 5.14E+25 | 7.17E+12 | 7.28E+12 | 1.015 | 3.43E+12 | 2.68E+12 | 8.94E+12 | 2.10E+13 | 2.44E+13 | 1.16E+13 | 0.922 | 0.721 | 2.405 | 5.639 | 6.561 | 3.126 | 0E+00 | 6.84E-13 |
| MABMM201USM18 | YES | Increasing | 0.984 | 6.60E+24 | 2.57E+12 | 2.28E+12 | 0.886 | 1.93E+12 | 1.62E+12 | 2.19E+12 | 7.29E+12 | 9.23E+12 | 3.57E+12 | 0.870 | 0.730 | 0.876 | 3.283 | 4.154 | 1.606 | 1E-02 | 4.48E-23 |
| MABMM203CAM18 | YES | Increasing | 0.994 | 1.57E+23 | 3.97E+11 | 3.14E+11 | 0.792 | 4.36E+11 | 3.28E+11 | 2.62E+11 | 1.02E+12 | 1.46E+12 | 5.90E+11 | 0.935 | 0.702 | 0.562 | 2.186 | 3.122 | 1.265 | 0E+00 | 8.24E-17 |
| MABMM301GBM18 | YES | Increasing | 0.978 | 4.30E+23 | 6.55E+11 | 4.11E+11 | 0.626 | 7.50E+11 | 3.4E+11 | 5.85E+11 | 1.56E+12 | 2.31E+12 | 9.25E+11 | 0.893 | 0.405 | 0.696 | 1.858 | 2.751 | 1.101 | 0E+00 | 1.53E-14 |
| MABMM301NM189 | YES | Increasing | 0.998 | 2.61E+26 | 1.61E+13 | 3.07E+13 | 1.903 | 7.74E+11 | 7.11E+11 | 7.12E+12 | 1.88E+13 | 1.96E+13 | 7.83E+12 | 0.971 | 0.892 | 8.933 | 23.594 | 24.565 | 9.826 | 1E-01 | 1.74E-37 |

Συσχέτιση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών των Χρονοσειρών FRED με το δείκτη σφάλματος sMAPE% :

| | Features | after log transformation | | | | Features | before log transformation | | | |
|----|---------------------------------|--------------------------|----------|-----------|----------|---------------------------------|---------------------------|----------|-----------|----------|
| | | forecasting horizon | | | | | forecasting horizon | | | |
| | | 1 έως 6 | 7 έως 12 | 13 έως 18 | 1 έως 18 | | 1 έως 6 | 7 έως 12 | 13 έως 18 | 1 έως 18 |
| 1 | seasonal | 0.0673 | 0.0069 | 0.0044 | 0.0212 | seasonal | 0.0706 | 0.0133 | 0.0141 | 0.0284 |
| 2 | trend | -0.1976 | -0.1923 | -0.1627 | -0.1923 | trend | -0.2144 | -0.1997 | -0.1708 | -0.2025 |
| 3 | tau | -0.3096 | -0.2979 | -0.2785 | -0.3107 | tau | -0.3182 | -0.2900 | -0.2641 | -0.3030 |
| 4 | var | -0.0131 | -0.0077 | -0.0052 | -0.0084 | var | -0.0110 | 0.0012 | 0.0068 | 0.0009 |
| 5 | sd | -0.0170 | -0.0128 | -0.0103 | -0.0135 | sd | -0.0173 | -0.0031 | 0.0033 | -0.0039 |
| 6 | var/mean | -0.0134 | -0.0095 | -0.0059 | -0.0094 | var/mean | -0.0167 | -0.0041 | 0.0028 | -0.0043 |
| 7 | sd/mean | 0.3092 | 0.2611 | 0.2739 | 0.2950 | sd/mean | 0.2924 | 0.2667 | 0.2906 | 0.3002 |
| 8 | median-min | -0.0197 | -0.0164 | -0.0161 | -0.0181 | median-min | -0.0164 | -0.0037 | 0.0006 | -0.0050 |
| 9 | median-25% | -0.0197 | -0.0170 | -0.0162 | -0.0183 | median-25% | -0.0168 | -0.0042 | 0.0006 | -0.0053 |
| 10 | 75%-median | -0.0156 | -0.0109 | -0.0080 | -0.0114 | 75%-median | -0.0175 | -0.0038 | 0.0022 | -0.0046 |
| 11 | max-median | -0.0144 | -0.0095 | -0.0065 | -0.0100 | max-median | -0.0148 | -0.0011 | 0.0055 | -0.0015 |
| 12 | max-min | -0.0167 | -0.0120 | -0.0096 | -0.0128 | max-min | -0.0161 | -0.0019 | 0.0044 | -0.0026 |
| 13 | 75%-25% | -0.0183 | -0.0141 | -0.0120 | -0.0151 | 75%-25% | -0.0182 | -0.0042 | 0.0017 | -0.0052 |
| 14 | median-min / median | 0.4397 | 0.3647 | 0.3609 | 0.4043 | median-min / median | 0.4386 | 0.3742 | 0.3766 | 0.4140 |
| 15 | median-25% / median | 0.2748 | 0.2166 | 0.2252 | 0.2484 | median-25% / median | 0.2653 | 0.2259 | 0.2435 | 0.2574 |
| 16 | 75%-median / median | 0.0171 | 0.0063 | 0.0038 | 0.0082 | 75%-median / median | -0.0015 | 0.0155 | 0.0323 | 0.0199 |
| 17 | max-median / median | 0.0184 | 0.0073 | 0.0048 | 0.0094 | max-median / median | -0.0002 | 0.0165 | 0.0333 | 0.0210 |
| 18 | max-min / median | 0.0201 | 0.0087 | 0.0062 | 0.0110 | max-min / median | 0.0015 | 0.0180 | 0.0347 | 0.0227 |
| 19 | 75%-25% / median | 0.0190 | 0.0078 | 0.0053 | 0.0099 | 75%-25% / median | 0.0003 | 0.0171 | 0.0339 | 0.0217 |
| 20 | num of outliers/num of insample | 0.0906 | 0.0904 | 0.1143 | 0.1068 | num of outliers/num of insample | 0.0797 | 0.0881 | 0.1147 | 0.1035 |
| 21 | shapiro p-value | 0.0307 | 0.0175 | 0.0190 | 0.0225 | shapiro p-value | 0.0317 | 0.0168 | 0.0161 | 0.0211 |

Σφάλματα Μεθόδου Theta classic (Θ) για τις Χρονοσειρές FRED :

| Series | ME | RMSE | MAE | MPE | MAPE | MASE | GMRAE | sMAPE |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|------|-------|-------|
| ALLACBM027NBOG | -10.62 | 12.25 | 10.62 | -8.41 | 8.41 | 0.60 | 0.55 | 7.94 |
| ALNAN | 11.25 | 13.13 | 11.31 | 0.59 | 0.59 | 0.72 | 0.53 | 0.60 |
| ARBP1FH | 6.54 | 38.93 | 33.78 | 0.61 | 8.45 | 0.54 | 0.68 | 8.53 |
| ASPNHSUS | 22985.42 | 26474.34 | 23311.82 | 7.06 | 7.17 | 0.71 | 0.65 | 7.51 |
| ATLA013BP1FH | 270.29 | 317.57 | 283.02 | 20.74 | 22.52 | 1.20 | 1.27 | 25.87 |
| ATLA134NAN | -2.73 | 3.17 | 2.73 | -2.07 | 2.07 | 0.66 | 0.72 | 2.04 |
| AZBP1FH | 94.08 | 156.07 | 135.70 | 5.65 | 9.39 | 0.64 | 0.92 | 9.74 |
| BOGMBASE | 685184.60 | 805405.18 | 685184.60 | 19.29 | 19.29 | 0.97 | 0.77 | 22.12 |
| BOGMBBM | 630491.11 | 742393.04 | 631001.62 | 27.15 | 27.18 | 0.99 | 0.74 | 33.04 |
| BUFF336LFN | -7.28 | 8.05 | 7.28 | -1.28 | 1.28 | 0.98 | 1.10 | 1.27 |
| CABP1FH | 660.26 | 719.60 | 660.26 | 22.22 | 22.22 | 1.28 | 1.84 | 25.46 |
| CABPPRIV | 1513.54 | 2005.97 | 1688.04 | 20.54 | 24.67 | 0.96 | 1.01 | 28.93 |
| CALFN | -92.39 | 119.53 | 96.13 | -0.50 | 0.52 | 1.41 | 1.16 | 0.52 |
| CANAN | 289.27 | 321.71 | 289.27 | 1.90 | 1.90 | 1.16 | 1.33 | 1.92 |
| CEU0000000010 | 628.32 | 709.24 | 649.85 | 0.93 | 0.96 | 1.03 | 1.42 | 0.96 |
| CEU0500000001 | 1632.88 | 1854.90 | 1658.73 | 1.42 | 1.44 | 1.08 | 1.52 | 1.46 |
| CEU0500000011 | 10.74 | 14.06 | 10.98 | 1.28 | 1.31 | 0.54 | 0.39 | 1.32 |
| CEU1000000001 | 36.26 | 40.91 | 36.26 | 4.13 | 4.13 | 1.35 | 1.92 | 4.24 |
| CEU1021100001 | 10.19 | 11.96 | 10.19 | 5.01 | 5.01 | 1.02 | 1.02 | 5.19 |
| CEU2000000001 | 224.22 | 260.86 | 224.22 | 3.95 | 3.95 | 0.98 | 0.88 | 4.06 |
| CEU2023610001 | 29.18 | 35.32 | 29.18 | 4.65 | 4.65 | 1.01 | 0.85 | 4.81 |
| CEU3000000001 | 124.07 | 135.23 | 124.07 | 1.03 | 1.03 | 1.79 | 2.32 | 1.04 |
| CEU3100000001 | 86.99 | 94.14 | 86.99 | 1.15 | 1.15 | 1.38 | 1.58 | 1.16 |
| CEU4142000001 | 75.54 | 89.05 | 76.05 | 1.30 | 1.31 | 1.11 | 1.25 | 1.33 |
| CEU4200000001 | 107.46 | 196.08 | 164.92 | 0.72 | 1.09 | 0.47 | 0.40 | 1.09 |
| CEU4348400001 | 17.21 | 19.71 | 17.63 | 1.24 | 1.27 | 0.86 | 0.84 | 1.29 |
| CEU5500000001 | 0.94 | 16.09 | 13.09 | 0.01 | 0.17 | 0.19 | 0.21 | 0.17 |
| CEU6562000101 | 63.45 | 73.11 | 63.45 | 0.43 | 0.43 | 0.43 | 0.54 | 0.44 |
| CEU9000000001 | -330.39 | 369.75 | 330.39 | -1.52 | 1.52 | 0.83 | 1.50 | 1.50 |
| CEU9091000001 | -88.35 | 98.86 | 88.35 | -3.22 | 3.22 | 1.79 | 2.01 | 3.16 |
| CEU9092000001 | -78.91 | 101.30 | 79.50 | -1.59 | 1.60 | 0.53 | 0.89 | 1.58 |
| CEU9093000001 | -68.15 | 97.14 | 79.74 | -0.48 | 0.57 | 0.35 | 0.45 | 0.57 |
| CILLCBM027NBOG | 49.28 | 55.53 | 49.28 | 5.71 | 5.71 | 0.85 | 0.85 | 5.92 |
| CILSCBM027NBOG | 23.87 | 28.11 | 24.01 | 5.15 | 5.18 | 0.82 | 0.85 | 5.37 |
| CNP16OV | 926.11 | 1048.26 | 926.11 | 0.38 | 0.38 | 0.49 | 0.49 | 0.38 |
| CONAN | 61.43 | 67.96 | 61.43 | 2.57 | 2.57 | 1.30 | 1.45 | 2.61 |
| CREACBM027NBOG | 29.58 | 38.58 | 29.58 | 1.98 | 1.98 | 0.63 | 0.54 | 2.02 |
| CRLACBM027NBOG | -23.64 | 42.16 | 34.48 | -1.52 | 2.19 | 1.63 | 1.15 | 2.16 |
| CTNAN | 2.52 | 6.41 | 5.42 | 0.15 | 0.33 | 0.32 | 0.31 | 0.33 |
| CUUR0000SEHC | 2.77 | 3.24 | 2.77 | 1.01 | 1.01 | 0.58 | 0.58 | 1.02 |
| CUUR0000SEHC01 | 2.77 | 3.24 | 2.77 | 1.01 | 1.01 | 0.58 | 0.58 | 1.02 |
| CUUR0000SEHG | 3.29 | 3.66 | 3.29 | 1.65 | 1.65 | 0.57 | 0.59 | 1.66 |
| DALL148BP1FH | 96.19 | 182.53 | 156.48 | 4.46 | 9.39 | 0.60 | 0.58 | 9.66 |
| DAUPNSA | 15.51 | 25.00 | 20.86 | 3.92 | 5.94 | 0.37 | 0.29 | 6.09 |
| DAXRNSA | 7.64 | 9.14 | 7.65 | 5.82 | 5.83 | 1.12 | 1.10 | 6.08 |
| DEMDEPNS | 69.19 | 90.27 | 71.07 | 6.75 | 6.96 | 0.94 | 1.06 | 7.35 |
| DENV708BP1FH | 53.26 | 99.43 | 78.23 | 7.19 | 12.66 | 0.74 | 0.67 | 13.57 |
| DPSACBM027NBOG | 485.91 | 544.11 | 485.91 | 5.01 | 5.01 | 0.84 | 0.83 | 5.17 |
| DTBSPCKANM | -18535.93 | 22958.27 | 19901.96 | -7.25 | 7.70 | 0.68 | 0.66 | 7.33 |

| | | | | | | | | |
|-----------------|-------------|------------|------------|--------|-------|------|------|-------|
| DTBSPCKFNM | 60395.92 | 63355.80 | 60395.92 | 11.23 | 11.23 | 0.84 | 0.84 | 11.96 |
| DTBSPCKNMM | 68519.22 | 75615.71 | 68619.89 | 6.62 | 6.63 | 1.04 | 1.23 | 6.90 |
| DTCTLVNAVNM | -734.01 | 1871.40 | 1601.30 | -2.96 | 5.75 | 1.08 | 1.07 | 5.61 |
| ECBASSETS | -654303.91 | 707360.41 | 654303.91 | -28.21 | 28.21 | 1.09 | 1.13 | 24.13 |
| EXCSRESNS | 529719.53 | 666359.18 | 576821.09 | 22.90 | 26.09 | 0.92 | 1.07 | 30.92 |
| EXHOSLUSM495N | 25766.25 | 32756.26 | 27328.11 | 6.11 | 6.55 | 0.42 | 0.44 | 6.82 |
| EXHOSLUSNEM495N | 5795.03 | 7261.52 | 5829.01 | 10.55 | 10.65 | 0.60 | 0.54 | 11.45 |
| EXHOSLUSSOM495N | 10380.34 | 12399.44 | 10833.84 | 6.32 | 6.63 | 0.45 | 0.49 | 6.91 |
| EXHOSLUSWTM495N | 2439.16 | 5918.87 | 4840.34 | 2.15 | 5.09 | 0.34 | 0.32 | 5.16 |
| EXITUS | 138.77 | 153.19 | 138.77 | 6.31 | 6.31 | 1.03 | 1.06 | 6.56 |
| EXKOUS | 3.65 | 37.45 | 31.96 | 0.24 | 2.95 | 1.19 | 1.33 | 2.96 |
| EXPCH | 41.74 | 1194.85 | 969.18 | -0.90 | 9.21 | 0.68 | 0.66 | 9.30 |
| EXPJP | -316.69 | 426.74 | 358.92 | -5.95 | 6.67 | 1.30 | 1.75 | 6.38 |
| FLBP1FH | 508.34 | 589.86 | 510.39 | 10.76 | 10.82 | 0.94 | 0.96 | 11.63 |
| FLBPPRIV | 990.15 | 1522.36 | 1188.64 | 11.99 | 15.63 | 0.69 | 0.54 | 17.41 |
| FLNAN | -4.96 | 123.20 | 102.76 | -0.07 | 1.36 | 0.62 | 0.68 | 1.35 |
| GABP1FH | 370.55 | 423.42 | 378.55 | 18.10 | 18.74 | 1.15 | 1.35 | 21.11 |
| GANAN | 48.11 | 54.30 | 48.93 | 1.19 | 1.21 | 0.97 | 1.10 | 1.22 |
| HOSAVGUSM052N | 14748.41 | 16578.68 | 14941.77 | 5.97 | 6.05 | 0.82 | 0.80 | 6.28 |
| HOSINVUSM495N | -79149.41 | 103765.77 | 88229.81 | -4.14 | 4.55 | 0.60 | 0.51 | 4.41 |
| HOSMEDUSM052N | 15259.66 | 17401.64 | 15336.23 | 7.65 | 7.69 | 0.87 | 0.80 | 8.09 |
| HOSMEDUSNEM052N | 2042.68 | 8558.86 | 6674.14 | 0.68 | 2.67 | 0.46 | 0.45 | 2.70 |
| HOUS448BP1FH | 322.31 | 357.35 | 327.47 | 11.31 | 11.49 | 0.70 | 0.82 | 12.31 |
| HPIPONM226N | 9.03 | 10.42 | 9.03 | 4.37 | 4.37 | 0.86 | 1.11 | 4.50 |
| ILNAN | 10.15 | 17.81 | 13.80 | 0.17 | 0.24 | 0.25 | 0.26 | 0.24 |
| IMPCH | 2625.63 | 3308.06 | 2765.58 | 7.14 | 7.63 | 0.65 | 0.80 | 8.06 |
| IMPGE | 74.64 | 614.69 | 470.43 | 0.42 | 4.86 | 0.73 | 0.45 | 4.91 |
| IMPJP | -307.72 | 509.39 | 433.48 | -2.70 | 3.79 | 0.37 | 0.28 | 3.71 |
| INNAN | 13.04 | 26.14 | 21.82 | 0.44 | 0.74 | 0.69 | 0.84 | 0.75 |
| JTU1000HIL | 249.82 | 295.54 | 254.31 | 5.86 | 6.01 | 0.51 | 0.49 | 6.26 |
| JTU1000JOL | 280.27 | 354.50 | 292.67 | 7.65 | 8.05 | 1.20 | 1.74 | 8.51 |
| JTU1000QUL | 335.39 | 362.80 | 335.39 | 15.57 | 15.57 | 1.20 | 1.41 | 17.09 |
| JTU1000TSL | 244.87 | 302.50 | 247.30 | 6.03 | 6.09 | 0.63 | 0.63 | 6.38 |
| JTU3000JOL | -10.08 | 25.86 | 18.94 | -4.83 | 7.91 | 0.90 | 0.75 | 7.42 |
| JTU540099HIL | 80.60 | 102.40 | 87.62 | 8.14 | 9.15 | 0.81 | 0.74 | 9.71 |
| JTU540099JOL | 16.24 | 92.71 | 70.64 | 0.70 | 9.90 | 0.86 | 0.75 | 9.97 |
| JTUHIL | 272.70 | 317.38 | 276.44 | 6.03 | 6.15 | 0.50 | 0.48 | 6.40 |
| JTUJOL | 301.13 | 371.26 | 305.65 | 7.44 | 7.57 | 1.20 | 1.66 | 7.99 |
| JTULD | -71.32 | 136.52 | 113.45 | -4.73 | 7.09 | 0.44 | 0.44 | 6.82 |
| JTUQUL | 339.28 | 365.92 | 339.28 | 14.92 | 14.92 | 1.13 | 1.27 | 16.31 |
| JTUTSL | 254.14 | 305.49 | 255.12 | 5.88 | 5.90 | 0.58 | 0.58 | 6.16 |
| KYNAN | 9.26 | 12.25 | 10.11 | 0.51 | 0.55 | 0.62 | 0.50 | 0.55 |
| LAUTONSA | 60.44 | 69.50 | 60.59 | 9.37 | 9.40 | 0.61 | 0.60 | 9.99 |
| LFAC25TTUSM647N | -1021367.05 | 1221762.48 | 1070333.20 | -1.01 | 1.06 | 3.95 | 5.75 | 1.05 |
| LFEM64TTUSM647N | 669279.80 | 1081937.24 | 969975.25 | 0.49 | 0.71 | 1.38 | 1.73 | 0.72 |
| LFWA64TTJPM647N | -1116405.11 | 1261894.24 | 1116405.11 | -1.41 | 1.41 | 1.14 | 1.13 | 1.40 |
| LFWA64TTUSM647N | -158095.26 | 167959.75 | 158095.26 | -0.08 | 0.08 | 0.25 | 0.31 | 0.08 |
| LMJVPRUVUSM175N | 24168.08 | 182863.71 | 158260.43 | 0.60 | 4.66 | 0.75 | 0.84 | 4.68 |
| LNU00000012 | -194.88 | 222.35 | 194.88 | -1.17 | 1.17 | 1.46 | 1.50 | 1.16 |
| LNU00000036 | 62.55 | 65.33 | 62.55 | 0.28 | 0.28 | 0.43 | 0.44 | 0.28 |
| LNU00000060 | -338.65 | 406.46 | 338.65 | -0.27 | 0.27 | 2.11 | 1.66 | 0.27 |

| | | | | | | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------|-------|------|------|-------|
| LNU00024230 | 1400.71 | 1621.16 | 1400.71 | 1.68 | 1.68 | 0.82 | 0.81 | 1.70 |
| LNU01000000 | 72.48 | 822.29 | 710.55 | 0.05 | 0.46 | 1.18 | 1.48 | 0.46 |
| LNU01000060 | -143.09 | 508.89 | 424.42 | -0.14 | 0.42 | 1.88 | 1.80 | 0.42 |
| LNU02000000 | 971.27 | 1499.20 | 1264.39 | 0.67 | 0.88 | 1.11 | 1.21 | 0.88 |
| LNU02000060 | 412.83 | 576.84 | 513.07 | 0.44 | 0.54 | 1.25 | 1.70 | 0.54 |
| LNU02024230 | 632.59 | 722.15 | 632.59 | 1.99 | 1.99 | 1.28 | 1.95 | 2.02 |
| LNU02027662 | 495.68 | 653.81 | 528.91 | 1.03 | 1.10 | 0.64 | 0.73 | 1.10 |
| LNU02027714 | -286.41 | 330.29 | 287.98 | -3.09 | 3.11 | 0.72 | 0.69 | 3.05 |
| LNU02032196 | -234.05 | 408.23 | 241.22 | -8.84 | 9.10 | 1.93 | 1.14 | 8.12 |
| LNU02034560 | 63.93 | 113.24 | 94.39 | 3.11 | 4.55 | 0.71 | 0.90 | 4.67 |
| LNU02500000 | 596.56 | 1493.49 | 1214.98 | 0.51 | 1.04 | 0.84 | 0.69 | 1.04 |
| LNU02600000 | 133.02 | 726.68 | 523.05 | 0.50 | 1.91 | 1.37 | 1.41 | 1.93 |
| LNU03000000 | -1152.53 | 1490.47 | 1198.13 | -10.97 | 11.36 | 1.37 | 1.37 | 10.41 |
| LNU03000001 | -730.42 | 970.35 | 754.48 | -12.36 | 12.77 | 1.73 | 1.91 | 11.52 |
| LNU03000002 | -451.19 | 605.39 | 524.54 | -9.75 | 11.10 | 1.12 | 1.17 | 10.35 |
| LNU03008396 | 20.93 | 228.99 | 196.84 | -0.39 | 7.97 | 0.54 | 0.38 | 7.94 |
| LNU03008756 | -229.26 | 365.84 | 299.80 | -9.49 | 11.88 | 0.81 | 0.83 | 10.93 |
| LNU05000000 | 1033.49 | 1402.17 | 1202.90 | 1.13 | 1.32 | 0.71 | 0.65 | 1.33 |
| LNU05026642 | -219.69 | 260.26 | 233.38 | -9.70 | 10.23 | 1.19 | 1.20 | 9.61 |
| LNU05026643 | -75.95 | 102.88 | 85.40 | -6.57 | 7.30 | 1.08 | 1.13 | 6.92 |
| LNU05026644 | -139.86 | 170.99 | 148.29 | -13.17 | 13.81 | 1.18 | 1.30 | 12.63 |
| LNU05026645 | -124.97 | 163.08 | 144.12 | -16.36 | 18.17 | 0.95 | 0.96 | 16.28 |
| LNU05026646 | -59.67 | 85.54 | 75.42 | -13.25 | 15.83 | 1.08 | 1.08 | 14.45 |
| LOSA106BP1FH | 181.91 | 218.23 | 182.88 | 27.43 | 27.62 | 1.40 | 1.02 | 33.92 |
| LOSA106BPPRIV | 777.95 | 1022.33 | 777.95 | 32.91 | 32.91 | 0.99 | 0.95 | 42.66 |
| LTOTALNSA | 132.41 | 151.01 | 132.41 | 9.95 | 9.95 | 0.63 | 0.60 | 10.61 |
| LTRUCKNSA | 68.15 | 80.11 | 68.15 | 9.84 | 9.84 | 0.61 | 0.59 | 10.52 |
| M0263BUSM500NNBR | -349.15 | 405.06 | 349.15 | -33.24 | 33.24 | 1.05 | 1.06 | 26.57 |
| M0264AUSM500NNBR | -25.79 | 281.72 | 227.69 | -9.69 | 23.41 | 1.01 | 1.01 | 21.35 |
| M0264BUSM500NNBR | -489.06 | 561.15 | 489.06 | -51.30 | 51.30 | 1.00 | 1.00 | 36.84 |
| M04051USM324NNBR | 1.32 | 1.76 | 1.46 | 0.86 | 0.95 | 0.85 | 0.78 | 0.95 |
| M08154USM065NNBR | 8.38 | 10.07 | 8.53 | 3.80 | 3.87 | 0.35 | 0.23 | 3.97 |
| M08297USM548NNBR | -10.45 | 21.44 | 17.24 | -6.98 | 9.47 | 0.34 | 0.20 | 8.85 |
| M0861BUSM324NNBR | 20.86 | 23.10 | 20.86 | 10.11 | 10.11 | 0.75 | 0.76 | 10.76 |
| M09075USM476NNBR | 1156.99 | 1296.66 | 1162.19 | 15.68 | 15.77 | 1.21 | 1.27 | 17.44 |
| M12MTVUSM227NFWA | -21116.49 | 22928.09 | 21116.49 | -0.71 | 0.71 | 4.13 | 4.04 | 0.71 |
| M1476CUSM144NNBR | 835.50 | 999.11 | 835.50 | 7.42 | 7.42 | 1.37 | 1.34 | 7.84 |
| M1NS | 145.42 | 176.54 | 147.67 | 5.49 | 5.59 | 0.87 | 1.07 | 5.81 |
| M2MNS | 546.18 | 614.75 | 546.18 | 5.28 | 5.28 | 0.86 | 0.85 | 5.46 |
| M2NS | 470.80 | 530.00 | 470.80 | 4.32 | 4.32 | 0.85 | 0.84 | 4.44 |
| M3NS | 360.70 | 446.30 | 360.70 | 3.62 | 3.62 | 0.80 | 0.72 | 3.72 |
| MABMM201BRM189N | 79738301363.50 | 98788801508.70 | 79738301363.50 | 4.34 | 4.34 | 0.64 | 0.57 | 4.49 |
| MABMM201CNM189N | 7671498782468.29 | 8957808429286.42 | 7671498782468.29 | 7.33 | 7.33 | 0.86 | 1.09 | 7.70 |
| MABMM201GBM189N | 48841050638.59 | 54461479025.10 | 48841050638.59 | 3.55 | 3.55 | 0.84 | 0.87 | 3.63 |
| MABMM201JPM189N | 13658649114935.80 | 17978669628798.00 | 14845794807731.70 | 1.61 | 1.75 | 0.78 | 1.14 | 1.78 |
| MABMM201RUM189N | 2599524301225.21 | 2975499393004.51 | 2599524301225.21 | 9.19 | 9.19 | 0.97 | 1.47 | 9.77 |
| MABMM201USM189N | 517227594014.98 | 577101666286.16 | 517227594014.98 | 4.85 | 4.85 | 0.87 | 0.84 | 5.00 |
| MABMM203CAM189N | 44700308823.27 | 52661484689.26 | 44700308823.27 | 2.86 | 2.86 | 0.83 | 0.79 | 2.92 |
| MABMM301GBM189N | 55457547397.24 | 61442848555.17 | 55457547397.24 | 2.34 | 2.34 | 0.75 | 0.91 | 2.37 |

Σφάλματα Μεθόδου Theta με λογαρίθμιση στις Χρονοσειρές FRED :

| Series | ME | RMSE | MAE | MPE | MAPE | MASE | GMRAE | sMAPE |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|------|-------|-------|
| ALLACBM027NBOG | -12.07 | 13.93 | 12.07 | -9.56 | 9.56 | 0.69 | 0.65 | 8.97 |
| ALNAN | 5.62 | 8.95 | 7.62 | 0.30 | 0.40 | 0.48 | 0.40 | 0.40 |
| ARBP1FH | 10.03 | 39.44 | 33.49 | 1.44 | 8.30 | 0.53 | 0.66 | 8.45 |
| ASPNHSUS | 19667.24 | 23217.96 | 20076.27 | 6.03 | 6.17 | 0.61 | 0.56 | 6.43 |
| ATLA013BP1FH | 252.22 | 305.09 | 271.76 | 18.98 | 21.72 | 1.15 | 1.24 | 24.67 |
| ATLA134NAN | -2.75 | 3.19 | 2.75 | -2.08 | 2.08 | 0.67 | 0.73 | 2.05 |
| AZBP1FH | 97.06 | 159.21 | 138.14 | 5.72 | 9.53 | 0.65 | 0.95 | 9.87 |
| BOGMBASE | 623601.79 | 735621.59 | 625779.93 | 17.54 | 17.62 | 0.89 | 0.65 | 19.94 |
| BOGMBBM | 639571.71 | 747287.57 | 639915.72 | 27.65 | 27.67 | 1.00 | 0.68 | 33.66 |
| BUFF336LFN | -7.28 | 8.05 | 7.28 | -1.28 | 1.28 | 0.98 | 1.10 | 1.27 |
| CABP1FH | 608.51 | 668.35 | 608.51 | 20.35 | 20.35 | 1.18 | 1.68 | 23.07 |
| CABPPRIV | 1496.33 | 1986.66 | 1677.30 | 20.23 | 24.54 | 0.95 | 1.02 | 28.69 |
| CALFN | -118.24 | 146.79 | 121.03 | -0.64 | 0.65 | 1.77 | 1.73 | 0.65 |
| CANAN | 222.31 | 253.10 | 222.31 | 1.46 | 1.46 | 0.89 | 0.93 | 1.48 |
| CEU0000000010 | 401.64 | 473.02 | 428.50 | 0.59 | 0.63 | 0.68 | 0.93 | 0.64 |
| CEU0500000001 | 1331.23 | 1521.86 | 1364.05 | 1.16 | 1.19 | 0.88 | 1.28 | 1.20 |
| CEU0500000011 | 10.10 | 13.49 | 10.43 | 1.20 | 1.25 | 0.52 | 0.36 | 1.26 |
| CEU1000000001 | 36.22 | 40.98 | 36.22 | 4.12 | 4.12 | 1.35 | 1.91 | 4.23 |
| CEU1021100001 | 10.21 | 11.99 | 10.21 | 5.02 | 5.02 | 1.02 | 1.02 | 5.20 |
| CEU2000000001 | 221.60 | 267.77 | 224.85 | 3.92 | 3.97 | 0.98 | 0.81 | 4.09 |
| CEU2023610001 | 29.44 | 35.63 | 29.44 | 4.69 | 4.69 | 1.02 | 0.84 | 4.86 |
| CEU3000000001 | 123.16 | 134.16 | 123.16 | 1.03 | 1.03 | 1.77 | 2.31 | 1.03 |
| CEU3100000001 | 87.01 | 94.23 | 87.01 | 1.15 | 1.15 | 1.38 | 1.58 | 1.16 |
| CEU4142000001 | 63.11 | 75.70 | 63.89 | 1.09 | 1.10 | 0.93 | 1.07 | 1.11 |
| CEU4200000001 | 52.23 | 178.89 | 139.08 | 0.35 | 0.91 | 0.40 | 0.30 | 0.91 |
| CEU4348400001 | 16.99 | 19.45 | 17.41 | 1.23 | 1.26 | 0.85 | 0.84 | 1.27 |
| CEU5500000001 | -44.77 | 53.59 | 46.19 | -0.57 | 0.59 | 0.68 | 0.79 | 0.58 |
| CEU6562000101 | 32.22 | 39.50 | 33.95 | 0.22 | 0.23 | 0.23 | 0.27 | 0.23 |
| CEU9000000001 | -420.97 | 456.17 | 420.97 | -1.93 | 1.93 | 1.06 | 1.96 | 1.91 |
| CEU9091000001 | -89.26 | 99.93 | 89.26 | -3.25 | 3.25 | 1.81 | 2.03 | 3.19 |
| CEU9092000001 | -94.78 | 113.31 | 94.78 | -1.90 | 1.90 | 0.63 | 1.14 | 1.87 |
| CEU9093000001 | -106.53 | 137.62 | 120.04 | -0.75 | 0.85 | 0.52 | 0.99 | 0.85 |
| CILLCBM027NBOG | 44.69 | 50.38 | 44.69 | 5.18 | 5.18 | 0.78 | 0.77 | 5.35 |
| CILSCBM027NBOG | 19.43 | 23.14 | 19.65 | 4.19 | 4.24 | 0.67 | 0.72 | 4.37 |
| CNP16OV | 446.86 | 503.19 | 446.86 | 0.18 | 0.18 | 0.24 | 0.23 | 0.18 |
| CONAN | 51.07 | 58.39 | 51.07 | 2.14 | 2.14 | 1.08 | 1.15 | 2.17 |
| CREACBM027NBOG | 27.86 | 36.66 | 27.86 | 1.87 | 1.87 | 0.59 | 0.49 | 1.90 |
| CRLACBM027NBOG | -28.48 | 47.18 | 38.20 | -1.83 | 2.43 | 1.80 | 1.09 | 2.39 |
| CTNAN | 0.14 | 5.60 | 5.23 | 0.01 | 0.32 | 0.31 | 0.42 | 0.32 |
| CUUR0000SEHC | 1.62 | 1.92 | 1.62 | 0.59 | 0.59 | 0.34 | 0.33 | 0.59 |
| CUUR0000SEHC01 | 1.62 | 1.92 | 1.62 | 0.59 | 0.59 | 0.34 | 0.33 | 0.60 |
| CUUR0000SEHG | 2.23 | 2.45 | 2.23 | 1.12 | 1.12 | 0.38 | 0.41 | 1.12 |
| DALL148BP1FH | 107.56 | 189.76 | 162.43 | 5.09 | 9.67 | 0.62 | 0.59 | 10.00 |
| DAUPNSA | 16.90 | 26.49 | 22.36 | 4.29 | 6.35 | 0.40 | 0.39 | 6.52 |
| DAXRNSA | 7.62 | 9.13 | 7.64 | 5.81 | 5.82 | 1.11 | 1.10 | 6.07 |
| DEMDEPNS | 64.79 | 84.85 | 66.68 | 6.32 | 6.53 | 0.89 | 0.95 | 6.88 |
| DENV708BP1FH | 56.28 | 101.90 | 80.53 | 7.65 | 13.01 | 0.76 | 0.68 | 13.97 |
| DPSACBM027NBOG | 324.56 | 361.96 | 324.56 | 3.35 | 3.35 | 0.56 | 0.56 | 3.42 |
| DTBSPCKANM | -23011.20 | 27853.41 | 24071.12 | -8.98 | 9.33 | 0.82 | 0.74 | 8.78 |
| DTBSPCKFNM | 60810.50 | 63794.23 | 60810.50 | 11.31 | 11.31 | 0.84 | 0.85 | 12.05 |

| | | | | | | | | |
|------------------|-------------|------------|------------|--------|-------|------|------|-------|
| DTBSPCKNMM | 66279.27 | 73416.94 | 66378.62 | 6.40 | 6.41 | 1.01 | 1.18 | 6.67 |
| DTCTLVNANM | -1132.83 | 2170.83 | 1907.15 | -4.39 | 6.87 | 1.28 | 1.26 | 6.65 |
| ECBASSETS | -724535.05 | 786407.54 | 724535.05 | -31.28 | 31.28 | 1.20 | 1.24 | 26.31 |
| EXCSRESNS | 467499.78 | 618037.99 | 551367.42 | 20.12 | 25.79 | 0.88 | 1.11 | 29.85 |
| EXHOSLUSM495N | 25168.38 | 32476.03 | 26822.06 | 5.93 | 6.39 | 0.41 | 0.42 | 6.66 |
| EXHOSLUSNEM495N | 5524.88 | 7123.92 | 5635.21 | 9.91 | 10.23 | 0.58 | 0.55 | 10.97 |
| EXHOSLUSSOM495N | 10238.00 | 12304.99 | 10734.31 | 6.22 | 6.56 | 0.45 | 0.49 | 6.83 |
| EXHOSLUSWTM495N | 2483.13 | 5951.15 | 4896.40 | 2.19 | 5.14 | 0.34 | 0.34 | 5.21 |
| EXITUS | 125.88 | 142.07 | 125.88 | 5.72 | 5.72 | 0.94 | 0.94 | 5.93 |
| EXKOUS | 2.94 | 37.59 | 32.21 | 0.17 | 2.97 | 1.20 | 1.35 | 2.98 |
| EXPCH | 120.35 | 1165.52 | 969.16 | 0.05 | 9.24 | 0.68 | 0.78 | 9.41 |
| EXPJP | -334.85 | 443.40 | 372.03 | -6.28 | 6.91 | 1.35 | 1.72 | 6.59 |
| FLBP1FH | 497.87 | 585.43 | 503.91 | 10.48 | 10.65 | 0.93 | 0.93 | 11.43 |
| FLBPPRIV | 1081.48 | 1587.16 | 1244.47 | 13.29 | 16.33 | 0.72 | 0.63 | 18.34 |
| FLNAN | -122.14 | 187.18 | 160.58 | -1.60 | 2.11 | 0.97 | 1.18 | 2.08 |
| GABP1FH | 353.91 | 412.20 | 369.97 | 17.08 | 18.36 | 1.12 | 1.43 | 20.54 |
| GANAN | 27.48 | 33.41 | 29.15 | 0.68 | 0.72 | 0.58 | 0.59 | 0.72 |
| HOSAVGUSM052N | 14533.63 | 16351.42 | 14734.44 | 5.88 | 5.97 | 0.81 | 0.79 | 6.19 |
| HOSINVUSM495N | -76099.29 | 102878.55 | 87199.47 | -4.00 | 4.49 | 0.60 | 0.44 | 4.36 |
| HOSMEDUSM052N | 15138.43 | 17277.32 | 15218.90 | 7.59 | 7.63 | 0.86 | 0.80 | 8.02 |
| HOSMEDUSNEM052N | 1250.56 | 8311.78 | 6571.78 | 0.36 | 2.64 | 0.46 | 0.45 | 2.66 |
| HOUS448BP1FH | 294.76 | 332.08 | 304.43 | 10.45 | 10.78 | 0.65 | 0.76 | 11.50 |
| HPIPONM226N | 8.37 | 9.67 | 8.37 | 4.05 | 4.05 | 0.80 | 1.02 | 4.16 |
| ILNAN | 6.35 | 14.85 | 11.61 | 0.11 | 0.20 | 0.21 | 0.22 | 0.20 |
| IMPCH | 1896.19 | 3391.97 | 2891.95 | 5.37 | 7.94 | 0.68 | 0.88 | 8.34 |
| IMPGE | -85.91 | 607.85 | 495.64 | -1.18 | 5.16 | 0.77 | 0.84 | 5.13 |
| IMPJP | -338.18 | 540.53 | 459.98 | -2.96 | 4.02 | 0.39 | 0.32 | 3.93 |
| INNAN | 8.11 | 22.89 | 19.25 | 0.27 | 0.66 | 0.61 | 0.79 | 0.66 |
| JTU1000HIL | 247.43 | 293.64 | 252.89 | 5.78 | 5.97 | 0.51 | 0.49 | 6.21 |
| JTU1000JOL | 285.98 | 359.70 | 297.48 | 7.81 | 8.18 | 1.22 | 1.76 | 8.66 |
| JTU1000QUL | 334.50 | 361.87 | 334.50 | 15.49 | 15.49 | 1.20 | 1.41 | 16.99 |
| JTU1000TSL | 244.67 | 301.93 | 246.99 | 6.00 | 6.07 | 0.63 | 0.65 | 6.34 |
| JTU3000JOL | -8.70 | 25.44 | 18.49 | -4.30 | 7.71 | 0.88 | 0.69 | 7.25 |
| JTU540099HIL | 82.48 | 103.95 | 88.91 | 8.34 | 9.27 | 0.82 | 0.74 | 9.86 |
| JTU540099JOL | 19.94 | 93.60 | 71.17 | 1.23 | 9.92 | 0.87 | 0.97 | 10.04 |
| JTUHIL | 270.49 | 315.73 | 275.26 | 5.96 | 6.11 | 0.50 | 0.48 | 6.36 |
| JTUJOL | 306.68 | 376.29 | 310.34 | 7.58 | 7.69 | 1.22 | 1.66 | 8.12 |
| JTULDL | -73.53 | 137.06 | 114.28 | -4.88 | 7.17 | 0.44 | 0.46 | 6.89 |
| JTUQUL | 338.17 | 364.91 | 338.17 | 14.83 | 14.83 | 1.13 | 1.27 | 16.20 |
| JTUTSL | 253.62 | 304.93 | 254.64 | 5.84 | 5.87 | 0.58 | 0.58 | 6.12 |
| KYNAN | 4.16 | 11.73 | 9.77 | 0.23 | 0.53 | 0.60 | 0.55 | 0.53 |
| LAUTONSA | 61.51 | 70.72 | 61.54 | 9.51 | 9.52 | 0.62 | 0.56 | 10.13 |
| LFAC25TTUSM647N | -1265806.70 | 1492731.56 | 1308934.94 | -1.26 | 1.30 | 4.83 | 6.85 | 1.29 |
| LFEM64TTUSM647N | 434062.59 | 973321.14 | 889471.27 | 0.32 | 0.65 | 1.27 | 1.90 | 0.66 |
| LFWA64TTJPM647N | -1119041.64 | 1264905.30 | 1119041.64 | -1.41 | 1.41 | 1.14 | 1.14 | 1.40 |
| LFWA64TTUSM647N | -480093.94 | 526835.88 | 480093.94 | -0.24 | 0.24 | 0.77 | 0.91 | 0.24 |
| LMJVPURUVUSM175N | 29385.67 | 185352.33 | 160192.43 | 0.76 | 4.71 | 0.76 | 0.82 | 4.75 |
| LNU00000012 | -215.92 | 246.31 | 215.92 | -1.29 | 1.29 | 1.61 | 1.66 | 1.28 |
| LNU00000036 | 24.24 | 36.51 | 33.05 | 0.11 | 0.15 | 0.23 | 0.21 | 0.15 |

| | | | | | | | | |
|------------------|-----------|----------|----------|--------|-------|------|------|-------|
| LNU00000060 | -533.17 | 627.15 | 533.17 | -0.43 | 0.43 | 3.33 | 2.75 | 0.43 |
| LNU00024230 | 1151.94 | 1337.49 | 1151.94 | 1.38 | 1.38 | 0.68 | 0.66 | 1.39 |
| LNU01000000 | -310.58 | 1002.59 | 849.51 | -0.20 | 0.55 | 1.41 | 1.94 | 0.55 |
| LNU01000060 | -354.79 | 701.85 | 555.80 | -0.35 | 0.55 | 2.47 | 1.96 | 0.55 |
| LNU02000000 | 701.69 | 1337.47 | 1149.58 | 0.49 | 0.80 | 1.01 | 1.01 | 0.80 |
| LNU02000060 | 241.49 | 486.86 | 426.66 | 0.26 | 0.45 | 1.04 | 1.32 | 0.45 |
| LNU02024230 | 589.62 | 675.71 | 589.62 | 1.86 | 1.86 | 1.19 | 1.77 | 1.88 |
| LNU02027662 | 385.22 | 543.61 | 443.19 | 0.80 | 0.92 | 0.53 | 0.62 | 0.93 |
| LNU02027714 | -288.56 | 332.22 | 289.68 | -3.12 | 3.13 | 0.72 | 0.68 | 3.06 |
| LNU02032196 | -254.86 | 457.47 | 261.21 | -9.60 | 9.83 | 2.09 | 1.06 | 8.64 |
| LNU02034560 | 49.39 | 98.32 | 82.14 | 2.37 | 3.93 | 0.62 | 0.76 | 4.01 |
| LNU02500000 | 452.39 | 1437.81 | 1159.41 | 0.39 | 0.99 | 0.80 | 0.68 | 0.99 |
| LNU02600000 | 115.49 | 778.29 | 570.58 | 0.44 | 2.08 | 1.50 | 1.66 | 2.11 |
| LNU03000000 | -1286.14 | 1639.30 | 1331.31 | -12.16 | 12.54 | 1.53 | 1.53 | 11.43 |
| LNU03000001 | -844.36 | 1104.40 | 872.98 | -14.17 | 14.65 | 2.00 | 2.19 | 13.10 |
| LNU03000002 | -474.87 | 639.29 | 553.53 | -10.21 | 11.66 | 1.18 | 1.23 | 10.85 |
| LNU03008396 | 36.65 | 232.50 | 199.55 | 0.25 | 8.01 | 0.54 | 0.44 | 8.03 |
| LNU03008756 | -257.91 | 404.32 | 320.60 | -10.38 | 12.59 | 0.87 | 0.70 | 11.49 |
| LNU05000000 | 969.74 | 1342.73 | 1151.84 | 1.06 | 1.27 | 0.68 | 0.63 | 1.28 |
| LNU05026642 | -230.95 | 272.10 | 243.90 | -10.18 | 10.68 | 1.25 | 1.23 | 10.01 |
| LNU05026643 | -85.57 | 111.59 | 93.39 | -7.35 | 7.95 | 1.18 | 1.26 | 7.51 |
| LNU05026644 | -141.86 | 173.92 | 150.78 | -13.34 | 14.02 | 1.20 | 1.30 | 12.81 |
| LNU05026645 | -118.16 | 160.76 | 140.25 | -15.57 | 17.67 | 0.92 | 0.91 | 15.86 |
| LNU05026646 | -61.05 | 88.69 | 78.04 | -13.55 | 16.35 | 1.12 | 1.13 | 14.88 |
| LOSA106BP1FH | 167.98 | 204.70 | 170.18 | 25.13 | 25.55 | 1.31 | 1.10 | 30.93 |
| LOSA106BPPRIV | 828.87 | 1056.58 | 828.87 | 35.66 | 35.66 | 1.06 | 1.12 | 46.49 |
| LTOTALNSA | 134.38 | 152.99 | 134.38 | 10.11 | 10.11 | 0.64 | 0.64 | 10.78 |
| LTRUCKNSA | 64.96 | 77.29 | 64.96 | 9.39 | 9.39 | 0.58 | 0.56 | 10.03 |
| M0263BUSM500NNBR | -375.46 | 431.94 | 375.46 | -35.62 | 35.62 | 1.12 | 1.16 | 28.18 |
| M0264AUSM500NNBR | -123.25 | 314.37 | 252.00 | -19.38 | 27.81 | 1.12 | 1.16 | 23.17 |
| M0264BUSM500NNBR | -487.85 | 559.87 | 487.85 | -51.18 | 51.18 | 1.00 | 1.00 | 36.78 |
| M04051USM324NNBR | 1.25 | 1.70 | 1.41 | 0.81 | 0.91 | 0.82 | 0.74 | 0.92 |
| M08154USM065NNBR | 8.34 | 10.04 | 8.51 | 3.78 | 3.86 | 0.35 | 0.24 | 3.96 |
| M08297USM548NNBR | -6.88 | 20.69 | 16.58 | -5.31 | 8.99 | 0.33 | 0.30 | 8.52 |
| M0861BUSM324NNBR | 18.34 | 20.33 | 18.34 | 8.89 | 8.89 | 0.66 | 0.67 | 9.39 |
| M09075USM476NNBR | 1130.23 | 1267.52 | 1137.30 | 15.33 | 15.44 | 1.18 | 1.27 | 17.04 |
| M12MTVUSM227NFWA | -30267.08 | 33160.31 | 30267.08 | -1.02 | 1.02 | 5.92 | 5.85 | 1.02 |
| M1476CUSM144NNBR | 737.72 | 893.85 | 737.72 | 6.54 | 6.54 | 1.21 | 1.20 | 6.87 |
| M1NS | 104.47 | 132.31 | 107.71 | 3.94 | 4.07 | 0.64 | 0.61 | 4.20 |
| M2MNS | 336.23 | 377.45 | 336.23 | 3.25 | 3.25 | 0.53 | 0.53 | 3.32 |
| M2NS | 255.35 | 285.89 | 255.35 | 2.34 | 2.34 | 0.46 | 0.47 | 2.38 |
| M3NS | 127.35 | 188.53 | 141.79 | 1.26 | 1.42 | 0.32 | 0.26 | 1.44 |
| MABMM201BRM189N | 1.34E+10 | 2.85E+10 | 2.20E+10 | 0.71 | 1.20 | 0.18 | 0.11 | 1.21 |
| MABMM201CNM189N | 3.70E+12 | 4.43E+12 | 3.74E+12 | 3.53 | 3.57 | 0.42 | 0.50 | 3.66 |
| MABMM201GBM189N | 2.38E+10 | 2.60E+10 | 2.40E+10 | 1.73 | 1.75 | 0.41 | 0.46 | 1.76 |
| MABMM201JPM189N | -1.09E+13 | 1.35E+13 | 1.09E+13 | -1.30 | 1.30 | 0.57 | 0.99 | 1.28 |
| MABMM201RUM189N | 3.55E+10 | 4.55E+11 | 3.42E+11 | 0.14 | 1.24 | 0.13 | 0.16 | 1.25 |
| MABMM201USM189N | 3.09E+11 | 3.43E+11 | 3.09E+11 | 2.90 | 2.90 | 0.52 | 0.40 | 2.96 |
| MABMM203CAM189N | 6.50E+09 | 1.03E+10 | 8.05E+09 | 0.41 | 0.52 | 0.15 | 0.13 | 0.52 |
| MABMM301GBM189N | 9.66E+09 | 2.15E+10 | 1.77E+10 | 0.41 | 0.75 | 0.24 | 0.26 | 0.75 |

Σφάλματα sMAPE% Μεθόδου Theta με χρήση κατωφλίου-κριτηρίου λογαρίθμησης |tau| στις Χρονοσειρές FRED:

| Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 | Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 |
|----------------|--------|--------|--------|--------|-----------------|--------|--------|--------|--------|
| ALLACBM027NBOG | 7.945 | 2.554 | 7.702 | 13.578 | CUUR0000SEHC | 0.594 | 0.219 | 0.496 | 1.067 |
| ALNAN | 0.401 | 0.486 | 0.321 | 0.396 | CUUR0000SEHC01 | 0.595 | 0.220 | 0.497 | 1.069 |
| ARBP1FH | 8.529 | 7.324 | 9.307 | 8.955 | CUUR0000SEHG | 1.124 | 0.533 | 1.173 | 1.667 |
| ASPNHSUS | 6.429 | 4.417 | 7.113 | 7.757 | DALL148BP1FH | 9.664 | 12.227 | 7.823 | 8.942 |
| ATLA013BP1FH | 25.868 | 14.306 | 35.247 | 28.050 | DAUPNSA | 6.089 | 7.381 | 6.254 | 4.630 |
| ATLA134NAN | 2.037 | 1.399 | 1.357 | 3.354 | DAXRNSA | 6.083 | 1.312 | 6.483 | 10.455 |
| AZBP1FH | 9.739 | 10.841 | 9.447 | 8.928 | DEMDEPNS | 7.351 | 2.234 | 5.891 | 13.927 |
| BOGMBASE | 19.943 | 5.808 | 22.009 | 32.012 | DENV708BP1FH | 13.568 | 6.851 | 12.037 | 21.817 |
| BOGMBBM | 33.043 | 9.436 | 37.673 | 52.021 | DPSACBM027NBOG | 3.419 | 1.900 | 3.057 | 5.299 |
| BUFF336LFN | 1.272 | 0.777 | 1.080 | 1.958 | DTBSPCKANM | 7.326 | 1.587 | 10.755 | 9.636 |
| CABP1FH | 25.464 | 18.584 | 25.748 | 32.060 | DTBSPCKFNM | 11.962 | 11.771 | 12.685 | 11.431 |
| CABPPRIV | 28.931 | 23.794 | 24.496 | 38.504 | DTBSPCKNMM | 6.902 | 6.362 | 6.049 | 8.295 |
| CALFN | 0.648 | 0.233 | 0.747 | 0.965 | DTCTLVNANM | 6.645 | 6.580 | 4.432 | 8.925 |
| CANAN | 1.476 | 1.338 | 0.775 | 2.315 | ECBASSETS | 26.307 | 11.830 | 28.655 | 38.434 |
| CEU0000000010 | 0.636 | 0.474 | 0.764 | 0.671 | EXCSRESNS | 30.916 | 12.423 | 33.812 | 46.512 |
| CEU0500000001 | 1.196 | 0.848 | 0.924 | 1.816 | EXHOSLUSM495N | 6.825 | 6.671 | 9.589 | 4.214 |
| CEU0500000011 | 1.258 | 0.660 | 1.196 | 1.919 | EXHOSLUSNEM495N | 11.452 | 8.787 | 16.053 | 9.516 |
| CEU1000000001 | 4.236 | 2.247 | 3.674 | 6.787 | EXHOSLUSM495N | 6.912 | 6.300 | 8.312 | 6.123 |
| CEU1021100001 | 5.188 | 1.997 | 4.484 | 9.085 | EXHOSLUSWTM495N | 5.157 | 6.564 | 4.603 | 4.302 |
| CEU2000000001 | 4.090 | 4.652 | 0.999 | 6.620 | EXITUS | 6.560 | 8.031 | 5.443 | 6.207 |
| CEU2023610001 | 4.814 | 1.721 | 3.753 | 8.968 | EXKOUS | 2.962 | 3.161 | 2.679 | 3.044 |
| CEU3000000001 | 1.039 | 0.806 | 0.852 | 1.459 | EXPCH | 9.405 | 7.650 | 9.924 | 10.642 |
| CEU3100000001 | 1.158 | 0.689 | 1.160 | 1.624 | EXPJP | 6.375 | 7.534 | 6.313 | 5.279 |
| CEU4142000001 | 1.112 | 0.671 | 0.961 | 1.705 | FLBP1FH | 11.626 | 7.532 | 15.778 | 11.569 |
| CEU4200000001 | 0.912 | 0.810 | 0.649 | 1.279 | FLBPPRIV | 17.411 | 17.592 | 16.028 | 18.614 |
| CEU4348400001 | 1.285 | 0.822 | 1.272 | 1.761 | FLNAN | 2.083 | 3.002 | 0.959 | 2.289 |
| CEU5500000001 | 0.583 | 0.285 | 0.611 | 0.852 | GABP1FH | 21.107 | 10.542 | 27.740 | 25.039 |
| CEU6562000101 | 0.233 | 0.151 | 0.216 | 0.332 | GANAN | 0.725 | 0.743 | 0.500 | 0.931 |
| CEU9000000001 | 1.907 | 1.185 | 2.111 | 2.424 | HOSAVGUSM052N | 6.285 | 2.668 | 8.456 | 7.731 |
| CEU9091000001 | 3.157 | 1.751 | 3.001 | 4.718 | HOSINVUSM495N | 4.406 | 5.972 | 1.413 | 5.832 |
| CEU9092000001 | 1.874 | 1.263 | 2.179 | 2.179 | HOSMEDUSM052N | 8.085 | 2.872 | 11.457 | 9.925 |
| CEU9093000001 | 0.848 | 0.472 | 0.721 | 1.349 | HOSMEDUSNEM052N | 2.696 | 1.989 | 4.705 | 1.394 |
| CILLCBM027NBOG | 5.921 | 2.695 | 5.833 | 9.234 | HOUS448BP1FH | 12.310 | 10.260 | 10.849 | 15.822 |
| CILSCBM027NBOG | 5.370 | 2.070 | 5.013 | 9.027 | HPIPONM226N | 4.497 | 1.111 | 5.776 | 6.604 |
| CNP16OV | 0.181 | 0.068 | 0.200 | 0.276 | ILNAN | 0.201 | 0.204 | 0.196 | 0.201 |
| CONAN | 2.172 | 2.097 | 1.181 | 3.239 | IMPCH | 8.341 | 11.497 | 5.258 | 8.267 |
| CREACBM027NBOG | 2.015 | 0.359 | 1.527 | 4.160 | IMPGE | 4.906 | 4.663 | 5.148 | 4.909 |
| CRLACBM027NBOG | 2.162 | 1.014 | 1.456 | 4.018 | IMPJP | 3.713 | 2.642 | 3.237 | 5.261 |
| CTNAN | 0.316 | 0.246 | 0.379 | 0.324 | INNAN | 0.657 | 0.417 | 0.636 | 0.918 |
| CUUR0000SEHC | 0.594 | 0.219 | 0.496 | 1.067 | JTU1000HIL | 6.259 | 2.701 | 6.878 | 9.197 |

| | | | | | | | | | |
|------------------|--------|--------|--------|--------|------------------|--------|--------|--------|--------|
| LNU03000002 | 10.351 | 4.295 | 9.691 | 17.067 | LNU03000002 | 10.351 | 4.295 | 9.691 | 17.067 |
| LNU03008396 | 7.937 | 9.248 | 6.497 | 8.067 | LNU03008396 | 7.937 | 9.248 | 6.497 | 8.067 |
| LNU03008756 | 10.929 | 6.828 | 4.916 | 21.044 | LNU03008756 | 10.929 | 6.828 | 4.916 | 21.044 |
| LNU05000000 | 1.276 | 0.375 | 1.812 | 1.640 | LNU05000000 | 1.276 | 0.375 | 1.812 | 1.640 |
| LNU05026642 | 9.613 | 7.729 | 8.662 | 12.448 | LNU05026642 | 9.613 | 7.729 | 8.662 | 12.448 |
| LNU05026643 | 6.924 | 4.970 | 6.513 | 9.288 | LNU05026643 | 6.924 | 4.970 | 6.513 | 9.288 |
| LNU05026644 | 12.625 | 10.527 | 11.609 | 15.740 | LNU05026644 | 12.625 | 10.527 | 11.609 | 15.740 |
| LNU05026645 | 16.276 | 16.140 | 9.147 | 23.542 | LNU05026645 | 16.276 | 16.140 | 9.147 | 23.542 |
| LNU05026646 | 14.450 | 14.504 | 7.642 | 21.203 | LNU05026646 | 14.450 | 14.504 | 7.642 | 21.203 |
| LOSA106BP1FH | 33.924 | 18.114 | 38.848 | 44.810 | LOSA106BP1FH | 33.924 | 18.114 | 38.848 | 44.810 |
| LOSA106BPPRIV | 42.658 | 33.712 | 29.888 | 64.375 | LOSA106BPPRIV | 42.658 | 33.712 | 29.888 | 64.375 |
| LTOTALNSA | 10.614 | 10.204 | 8.590 | 13.046 | LTOTALNSA | 10.614 | 10.204 | 8.590 | 13.046 |
| LTRUCKNSA | 10.517 | 8.020 | 9.272 | 14.259 | LTRUCKNSA | 10.517 | 8.020 | 9.272 | 14.259 |
| M0263BUSM500NNBR | 26.569 | 21.199 | 13.426 | 45.083 | M0263BUSM500NNBR | 26.569 | 21.199 | 13.426 | 45.083 |
| M0264AUSM500NNBR | 21.354 | 15.453 | 27.489 | 21.119 | M0264AUSM500NNBR | 21.354 | 15.453 | 27.489 | 21.119 |
| M0264BUSM500NNBR | 36.843 | 21.780 | 24.240 | 64.511 | M0264BUSM500NNBR | 36.843 | 21.780 | 24.240 | 64.511 |
| M04051USM324NNBR | 0.951 | 0.957 | 1.034 | 0.863 | M04051USM324NNBR | 0.951 | 0.957 | 1.034 | 0.863 |
| M08154USM065NNBR | 3.975 | 0.899 | 4.555 | 6.469 | M08154USM065NNBR | 3.975 | 0.899 | 4.555 | 6.469 |
| M08297USM548NNBR | 8.853 | 4.202 | 13.607 | 8.750 | M08297USM548NNBR | 8.853 | 4.202 | 13.607 | 8.750 |
| M0861BUSM324NNBR | 9.391 | 4.025 | 12.187 | 11.961 | M0861BUSM324NNBR | 9.391 | 4.025 | 12.187 | 11.961 |
| M09075USM476NNBR | 17.439 | 9.614 | 16.791 | 25.913 | M09075USM476NNBR | 17.439 | 9.614 | 16.791 | 25.913 |
| M12MTVUSM227NFWA | 1.017 | 0.485 | 1.136 | 1.429 | M12MTVUSM227NFWA | 1.017 | 0.485 | 1.136 | 1.429 |
| M1476CUSM144NNBR | 7.836 | 0.698 | 11.210 | 11.599 | M1476CUSM144NNBR | 7.836 | 0.698 | 11.210 | 11.599 |
| M1NS | 4.198 | 1.508 | 3.835 | 7.250 | M1NS | 4.198 | 1.508 | 3.835 | 7.250 |
| M2MNS | 3.321 | 1.634 | 3.144 | 5.186 | M2MNS | 3.321 | 1.634 | 3.144 | 5.186 |
| M2NS | 2.378 | 1.316 | 2.069 | 3.749 | M2NS | 2.378 | 1.316 | 2.069 | 3.749 |
| M3NS | 1.435 | 0.281 | 1.002 | 3.023 | M3NS | 1.435 | 0.281 | 1.002 | 3.023 |
| MABMM201BRM189N | 1.206 | 0.386 | 1.024 | 2.208 | MABMM201BRM189N | 1.206 | 0.386 | 1.024 | 2.208 |
| MABMM201CNM189N | 3.655 | 0.806 | 4.361 | 5.799 | MABMM201CNM189N | 3.655 | 0.806 | 4.361 | 5.799 |
| MABMM201GBM189N | 1.764 | 0.948 | 1.844 | 2.501 | MABMM201GBM189N | 1.764 | 0.948 | 1.844 | 2.501 |
| MABMM201JPM189N | 1.284 | 0.982 | 1.160 | 1.711 | MABMM201JPM189N | 1.284 | 0.982 | 1.160 | 1.711 |
| MABMM201RUM189N | 1.249 | 0.526 | 2.247 | 0.975 | MABMM201RUM189N | 1.249 | 0.526 | 2.247 | 0.975 |
| MABMM201USM189N | 2.957 | 1.245 | 3.532 | 4.094 | MABMM201USM189N | 2.957 | 1.245 | 3.532 | 4.094 |
| MABMM203CAM189N | 0.519 | 0.230 | 0.563 | 0.763 | MABMM203CAM189N | 0.519 | 0.230 | 0.563 | 0.763 |
| MABMM301GBM189N | 0.752 | 0.532 | 0.846 | 0.878 | MABMM301GBM189N | 0.752 | 0.532 | 0.846 | 0.878 |

Σφάλματα sMAPE% Μεθόδου Theta με χρήση κατωφλίου-κριτηρίου λογαρίθμησης
sd/mean στις Χρονοσειρές FRED:

| Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 | Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 |
|----------------|--------|--------|--------|--------|-----------------|--------|--------|--------|--------|
| ALLACBM027NBOG | 7.945 | 2.554 | 7.702 | 13.578 | CUUR0000SEHC | 0.594 | 0.219 | 0.496 | 1.067 |
| ALNAN | 0.401 | 0.486 | 0.321 | 0.396 | CUUR0000SEHC01 | 0.595 | 0.220 | 0.497 | 1.069 |
| ARBP1FH | 8.449 | 7.482 | 9.784 | 8.081 | CUUR0000SEHG | 1.124 | 0.533 | 1.173 | 1.667 |
| ASPNHSUS | 6.429 | 4.417 | 7.113 | 7.757 | DALL148BP1FH | 10.001 | 12.463 | 8.387 | 9.154 |
| ATLA013BP1FH | 24.674 | 14.441 | 33.432 | 26.148 | DAUPNSA | 6.524 | 7.953 | 6.498 | 5.120 |
| ATLA134NAN | 2.037 | 1.399 | 1.357 | 3.354 | DAXRNSA | 6.083 | 1.312 | 6.483 | 10.455 |
| AZBP1FH | 9.873 | 10.719 | 9.948 | 8.953 | DEMDEPNS | 6.881 | 2.122 | 5.661 | 12.861 |
| BOGMBASE | 19.943 | 5.808 | 22.009 | 32.012 | DENV708BP1FH | 13.972 | 7.065 | 12.131 | 22.721 |
| BOGMBBM | 33.660 | 10.275 | 39.005 | 51.701 | DPSACBM027NBOG | 3.419 | 1.900 | 3.057 | 5.299 |
| BUFF336LFN | 1.272 | 0.777 | 1.080 | 1.958 | DTBSPCKANM | 8.779 | 1.742 | 12.337 | 12.257 |
| CABP1FH | 23.069 | 17.063 | 24.104 | 28.039 | DTBSPCKFNM | 12.049 | 11.872 | 12.714 | 11.560 |
| CABPPRIV | 28.687 | 23.889 | 24.741 | 37.430 | DTBSPCKMM | 6.666 | 6.315 | 5.781 | 7.901 |
| CALFN | 0.648 | 0.233 | 0.747 | 0.965 | DTCTLVNAM | 6.645 | 6.580 | 4.432 | 8.925 |
| CANAN | 1.476 | 1.338 | 0.775 | 2.315 | ECBASSETS | 26.307 | 11.830 | 28.655 | 38.434 |
| CEU0000000010 | 0.636 | 0.474 | 0.764 | 0.671 | EXCSRESNS | 29.845 | 16.614 | 37.154 | 35.768 |
| CEU0500000001 | 1.196 | 0.848 | 0.924 | 1.816 | EXHOSLUSM495N | 6.661 | 6.440 | 9.555 | 3.990 |
| CEU0500000011 | 1.324 | 0.679 | 1.251 | 2.042 | EXHOSLUSNEM495N | 10.974 | 8.242 | 15.865 | 8.816 |
| CEU1000000001 | 4.232 | 2.260 | 3.618 | 6.817 | EXHOSLUSSOM495N | 6.833 | 6.197 | 8.281 | 6.021 |
| CEU1021100001 | 5.196 | 2.002 | 4.474 | 9.112 | EXHOSLUSWTM495N | 5.213 | 6.571 | 4.725 | 4.344 |
| CEU2000000001 | 4.090 | 4.652 | 0.999 | 6.620 | EXITUS | 5.931 | 7.871 | 4.763 | 5.160 |
| CEU2023610001 | 4.856 | 1.655 | 3.898 | 9.013 | EXKOUS | 2.985 | 3.139 | 2.676 | 3.139 |
| CEU3000000001 | 1.032 | 0.783 | 0.863 | 1.449 | EXPCH | 9.405 | 7.650 | 9.924 | 10.642 |
| CEU3100000001 | 1.158 | 0.683 | 1.164 | 1.628 | EXPJP | 6.591 | 7.566 | 6.622 | 5.584 |
| CEU4142000001 | 1.112 | 0.671 | 0.961 | 1.705 | FLBP1FH | 11.432 | 7.293 | 15.679 | 11.324 |
| CEU4200000001 | 0.912 | 0.810 | 0.649 | 1.279 | FLBPPRIV | 18.343 | 18.461 | 17.174 | 19.394 |
| CEU4348400001 | 1.285 | 0.822 | 1.272 | 1.761 | FLNAN | 2.083 | 3.002 | 0.959 | 2.289 |
| CEU5500000001 | 0.583 | 0.285 | 0.611 | 0.852 | GABP1FH | 20.541 | 10.959 | 26.835 | 23.830 |
| CEU6562000101 | 0.233 | 0.151 | 0.216 | 0.332 | GANAN | 0.725 | 0.743 | 0.500 | 0.931 |
| CEU9000000001 | 1.907 | 1.185 | 2.111 | 2.424 | HOSAVGUSM052N | 6.194 | 2.637 | 8.360 | 7.584 |
| CEU9091000001 | 3.189 | 1.744 | 3.042 | 4.781 | HOSINVUSM495N | 4.358 | 6.083 | 1.306 | 5.684 |
| CEU9092000001 | 1.874 | 1.263 | 2.179 | 2.179 | HOSMEDUSM052N | 8.020 | 2.847 | 11.395 | 9.816 |
| CEU9093000001 | 0.848 | 0.472 | 0.721 | 1.349 | HOSMEDUSNEM052N | 2.656 | 2.024 | 4.483 | 1.460 |
| CILLCBM027NBOG | 5.351 | 2.444 | 5.283 | 8.327 | HOUS448BP1FH | 11.504 | 10.363 | 9.495 | 14.654 |
| CILSCBM027NBOG | 4.366 | 1.708 | 4.020 | 7.370 | HPIPONM226N | 4.160 | 1.007 | 5.422 | 6.053 |
| CNP16OV | 0.181 | 0.068 | 0.200 | 0.276 | ILNAN | 0.201 | 0.204 | 0.196 | 0.201 |
| CONAN | 2.172 | 2.097 | 1.181 | 3.239 | IMPCH | 8.341 | 11.497 | 5.258 | 8.267 |
| CREACBM027NBOG | 1.896 | 0.317 | 1.409 | 3.961 | IMPGE | 5.134 | 5.188 | 5.188 | 5.026 |
| CRLACBM027NBOG | 2.162 | 1.014 | 1.456 | 4.018 | IMPJP | 3.932 | 2.749 | 3.429 | 5.617 |
| CTNAN | 0.316 | 0.246 | 0.379 | 0.324 | INNAN | 0.657 | 0.417 | 0.636 | 0.918 |
| CUUR0000SEHC | 0.594 | 0.219 | 0.496 | 1.067 | JTU1000HIL | 6.212 | 2.723 | 6.890 | 9.024 |

| | | | | | | | | | |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|------------------|--------|--------|--------|--------|
| JTU1000JOL | 8.662 | 4.692 | 7.737 | 13.557 | LNU03000002 | 10.853 | 4.398 | 10.573 | 17.589 |
| JTU1000QUL | 16.991 | 9.854 | 17.091 | 24.027 | LNU03008396 | 8.028 | 9.405 | 6.929 | 7.751 |
| JTU1000TSL | 6.344 | 1.979 | 8.131 | 8.921 | LNU03008756 | 11.490 | 7.175 | 4.761 | 22.534 |
| JTU3000JOL | 7.253 | 9.144 | 8.753 | 3.863 | LNU05000000 | 1.332 | 0.369 | 1.845 | 1.782 |
| JTU540099HIL | 9.859 | 3.694 | 11.504 | 14.378 | LNU05026642 | 10.007 | 8.031 | 8.892 | 13.098 |
| JTU540099JOL | 10.045 | 10.509 | 7.720 | 11.905 | LNU05026643 | 7.514 | 5.498 | 6.661 | 10.383 |
| JTUHIL | 6.361 | 3.044 | 6.905 | 9.134 | LNU05026644 | 12.808 | 10.648 | 11.797 | 15.979 |
| JTUJOL | 8.123 | 4.123 | 7.565 | 12.679 | LNU05026645 | 15.857 | 15.679 | 8.407 | 23.486 |
| JTULDL | 6.891 | 5.992 | 7.590 | 7.091 | LNU05026646 | 14.884 | 14.873 | 7.543 | 22.236 |
| JTUQUL | 16.200 | 9.370 | 16.390 | 22.840 | LOSA106BP1FH | 30.932 | 16.449 | 36.335 | 40.013 |
| JTUTSL | 6.120 | 2.055 | 7.609 | 8.696 | LOSA106BPPRIV | 46.494 | 38.169 | 34.095 | 67.218 |
| KYNAN | 0.534 | 0.806 | 0.360 | 0.437 | LTOTALNSA | 10.784 | 10.341 | 8.816 | 13.194 |
| LAUTONSA | 10.135 | 11.664 | 7.980 | 10.760 | LTRUCKNSA | 10.027 | 7.820 | 8.669 | 13.592 |
| LFAC25TTUSM647N | 1.287 | 0.618 | 1.301 | 1.943 | M0263BUSM500NNBR | 28.181 | 21.803 | 15.082 | 47.657 |
| LFEM64TTUSM647N | 0.656 | 0.655 | 0.858 | 0.456 | M0264AUSM500NNBR | 23.170 | 17.484 | 23.622 | 28.404 |
| LFWA64TTJPM647N | 1.397 | 0.518 | 1.446 | 2.228 | M0264BUSM500NNBR | 36.776 | 21.753 | 24.169 | 64.405 |
| LFWA64TTUSM647N | 0.237 | 0.127 | 0.224 | 0.360 | M04051USM324NNBR | 0.921 | 0.937 | 0.998 | 0.827 |
| LMJVPRUVUSM175N | 4.749 | 4.690 | 4.289 | 5.268 | M08154USM065NNBR | 3.975 | 0.899 | 4.555 | 6.469 |
| LNU00000012 | 1.281 | 0.479 | 1.257 | 2.107 | M08297USM548NNBR | 8.524 | 5.444 | 13.111 | 7.019 |
| LNU00000036 | 0.150 | 0.174 | 0.198 | 0.078 | M0861BUSM324NNBR | 9.391 | 4.025 | 12.187 | 11.961 |
| LNU00000060 | 0.427 | 0.134 | 0.398 | 0.749 | M09075USM476NNBR | 17.042 | 9.624 | 16.336 | 25.166 |
| LNU00024230 | 1.394 | 0.455 | 1.382 | 2.346 | M12MTVUSM227NFW | 1.017 | 0.485 | 1.136 | 1.429 |
| LNU01000000 | 0.546 | 0.493 | 0.812 | 0.332 | M1476CUSM144NNBR | 6.873 | 0.348 | 10.250 | 10.023 |
| LNU01000060 | 0.550 | 0.218 | 0.551 | 0.880 | M1NS | 4.198 | 1.508 | 3.835 | 7.250 |
| LNU02000000 | 0.800 | 0.696 | 0.489 | 1.216 | M2MNS | 3.321 | 1.634 | 3.144 | 5.186 |
| LNU02000060 | 0.452 | 0.446 | 0.434 | 0.475 | M2NS | 2.378 | 1.316 | 2.069 | 3.749 |
| LNU02024230 | 1.878 | 1.528 | 1.020 | 3.086 | M3NS | 1.435 | 0.281 | 1.002 | 3.023 |
| LNU02027662 | 0.925 | 0.677 | 0.480 | 1.619 | MABMM201BRM189N | 1.206 | 0.386 | 1.024 | 2.208 |
| LNU02027714 | 3.064 | 2.646 | 2.509 | 4.036 | MABMM201CNM189N | 3.655 | 0.806 | 4.361 | 5.799 |
| LNU02032196 | 8.636 | 3.355 | 19.492 | 3.062 | MABMM201GBM189N | 1.764 | 0.948 | 1.844 | 2.501 |
| LNU02034560 | 4.014 | 2.351 | 3.513 | 6.178 | MABMM201JPM189N | 1.284 | 0.982 | 1.160 | 1.711 |
| LNU02500000 | 0.992 | 0.467 | 0.973 | 1.536 | MABMM201RUM189N | 1.249 | 0.526 | 2.247 | 0.975 |
| LNU02600000 | 2.108 | 0.623 | 4.016 | 1.685 | MABMM201USM189N | 2.957 | 1.245 | 3.532 | 4.094 |
| LNU03000000 | 11.426 | 5.805 | 6.273 | 22.199 | MABMM203CAM189N | 0.519 | 0.230 | 0.563 | 0.763 |
| LNU03000001 | 13.099 | 8.388 | 5.108 | 25.800 | MABMM301GBM189N | 0.752 | 0.532 | 0.846 | 0.878 |

Σφάλματα sMAPE% Μεθόδου Theta με Χρήση Γραμμικού Μοντέλου Λογαρίθμισης στις Χρονοσειρές FRED :

| Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 | Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 |
|----------------|--------|--------|--------|--------|-----------------|--------|--------|--------|--------|
| ALLACBM027NBOG | 8.969 | 2.897 | 8.697 | 15.313 | CUUR0000SEHC | 0.594 | 0.219 | 0.496 | 1.067 |
| ALNAN | 0.401 | 0.486 | 0.321 | 0.396 | CUUR0000SEHC01 | 0.595 | 0.220 | 0.497 | 1.069 |
| ARBP1FH | 8.529 | 7.324 | 9.307 | 8.955 | CUUR0000SEHG | 1.124 | 0.533 | 1.173 | 1.667 |
| ASPNHSUS | 6.429 | 4.417 | 7.113 | 7.757 | DALL148BP1FH | 9.664 | 12.227 | 7.823 | 8.942 |
| ATLA013BP1FH | 25.868 | 14.306 | 35.247 | 28.050 | DAUPNSA | 6.524 | 7.953 | 6.498 | 5.120 |
| ATLA134NAN | 2.037 | 1.399 | 1.357 | 3.354 | DAXRNSA | 6.083 | 1.312 | 6.483 | 10.455 |
| AZBP1FH | 9.739 | 10.841 | 9.447 | 8.928 | DEMDEPNS | 6.881 | 2.122 | 5.661 | 12.861 |
| BOGMBASE | 19.943 | 5.808 | 22.009 | 32.012 | DENV708BP1FH | 13.568 | 6.851 | 12.037 | 21.817 |
| BOGMBBM | 33.043 | 9.436 | 37.673 | 52.021 | DPSACBM027NBOG | 3.419 | 1.900 | 3.057 | 5.299 |
| BUFF336LFN | 1.272 | 0.777 | 1.080 | 1.958 | DTBSPCKANM | 7.326 | 1.587 | 10.755 | 9.636 |
| CABP1FH | 25.464 | 18.584 | 25.748 | 32.060 | DTBSPCKFNM | 11.962 | 11.771 | 12.685 | 11.431 |
| CABPPRIV | 28.931 | 23.794 | 24.496 | 38.504 | DTBSPCKNMM | 6.902 | 6.362 | 6.049 | 8.295 |
| CALFN | 0.648 | 0.233 | 0.747 | 0.965 | DTCTLVNANM | 6.645 | 6.580 | 4.432 | 8.925 |
| CANAN | 1.476 | 1.338 | 0.775 | 2.315 | ECBASSETS | 26.307 | 11.830 | 28.655 | 38.434 |
| CEU0000000010 | 0.636 | 0.474 | 0.764 | 0.671 | EXCSRESNS | 30.916 | 12.423 | 33.812 | 46.512 |
| CEU0500000001 | 1.196 | 0.848 | 0.924 | 1.816 | EXHOSLUSM495N | 6.825 | 6.671 | 9.589 | 4.214 |
| CEU05000000011 | 1.258 | 0.660 | 1.196 | 1.919 | EXHOSLUSNEM495N | 11.452 | 8.787 | 16.053 | 9.516 |
| CEU1000000001 | 4.236 | 2.247 | 3.674 | 6.787 | EXHOSLUSSOM495N | 6.912 | 6.300 | 8.312 | 6.123 |
| CEU1021100001 | 5.188 | 1.997 | 4.484 | 9.085 | EXHOSLUSWTM495N | 5.157 | 6.564 | 4.603 | 4.302 |
| CEU2000000001 | 4.090 | 4.652 | 0.999 | 6.620 | EXITUS | 5.931 | 7.871 | 4.763 | 5.160 |
| CEU2023610001 | 4.814 | 1.721 | 3.753 | 8.968 | EXKOUS | 2.962 | 3.161 | 2.679 | 3.044 |
| CEU3000000001 | 1.039 | 0.806 | 0.852 | 1.459 | EXPCH | 9.405 | 7.650 | 9.924 | 10.642 |
| CEU3100000001 | 1.158 | 0.689 | 1.160 | 1.624 | EXPJP | 6.591 | 7.566 | 6.622 | 5.584 |
| CEU4142000001 | 1.112 | 0.671 | 0.961 | 1.705 | FLBP1FH | 11.626 | 7.532 | 15.778 | 11.569 |
| CEU4200000001 | 0.912 | 0.810 | 0.649 | 1.279 | FLBPPRIV | 17.411 | 17.592 | 16.028 | 18.614 |
| CEU4348400001 | 1.285 | 0.822 | 1.272 | 1.761 | FLNAN | 2.083 | 3.002 | 0.959 | 2.289 |
| CEU5500000001 | 0.583 | 0.285 | 0.611 | 0.852 | GABP1FH | 21.107 | 10.542 | 27.740 | 25.039 |
| CEU6562000101 | 0.233 | 0.151 | 0.216 | 0.332 | GANAN | 0.725 | 0.743 | 0.500 | 0.931 |
| CEU9000000001 | 1.907 | 1.185 | 2.111 | 2.424 | HOSAVGUSM052N | 6.285 | 2.668 | 8.456 | 7.731 |
| CEU9091000001 | 3.157 | 1.751 | 3.001 | 4.718 | HOSINVUSM495N | 4.406 | 5.972 | 1.413 | 5.832 |
| CEU9092000001 | 1.874 | 1.263 | 2.179 | 2.179 | HOSMEDUSM052N | 8.085 | 2.872 | 11.457 | 9.925 |
| CEU9093000001 | 0.848 | 0.472 | 0.721 | 1.349 | HOSMEDUSNEM052N | 2.696 | 1.989 | 4.705 | 1.394 |
| CILLCBM027NBOG | 5.351 | 2.444 | 5.283 | 8.327 | HOUS448BP1FH | 12.310 | 10.260 | 10.849 | 15.822 |
| CILSCBM027NBOG | 4.366 | 1.708 | 4.020 | 7.370 | HPIPONM226N | 4.160 | 1.007 | 5.422 | 6.053 |
| CNP16OV | 0.181 | 0.068 | 0.200 | 0.276 | ILNAN | 0.201 | 0.204 | 0.196 | 0.201 |
| CONAN | 2.172 | 2.097 | 1.181 | 3.239 | IMPCH | 8.341 | 11.497 | 5.258 | 8.267 |
| CREACBM027NBOG | 2.015 | 0.359 | 1.527 | 4.160 | IMPGE | 5.134 | 5.188 | 5.188 | 5.026 |
| CRLACBM027NBOG | 2.162 | 1.014 | 1.456 | 4.018 | IMPJP | 3.713 | 2.642 | 3.237 | 5.261 |
| CTNAN | 0.316 | 0.246 | 0.379 | 0.324 | INNAN | 0.657 | 0.417 | 0.636 | 0.918 |
| CUUR0000SEHC | 0.594 | 0.219 | 0.496 | 1.067 | JTU1000HIL | 6.259 | 2.701 | 6.878 | 9.197 |

| Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 | Series | X1.18 | X1.6 | X7.12 | X13.18 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|------------------|--------|--------|--------|--------|
| JTU1000JOL | 8.514 | 4.616 | 7.612 | 13.314 | LNU03000002 | 10.351 | 4.295 | 9.691 | 17.067 |
| JTU1000QUL | 17.094 | 9.931 | 16.840 | 24.513 | LNU03008396 | 7.937 | 9.248 | 6.497 | 8.067 |
| JTU1000TSL | 6.376 | 1.996 | 8.038 | 9.094 | LNU03008756 | 10.929 | 6.828 | 4.916 | 21.044 |
| JTU3000JOL | 7.421 | 9.269 | 8.738 | 4.257 | LNU05000000 | 1.276 | 0.375 | 1.812 | 1.640 |
| JTU540099HIL | 9.859 | 3.694 | 11.504 | 14.378 | LNU05026642 | 10.007 | 8.031 | 8.892 | 13.098 |
| JTU540099JOL | 9.968 | 10.501 | 7.891 | 11.511 | LNU05026643 | 7.514 | 5.498 | 6.661 | 10.383 |
| JTUHIL | 6.401 | 3.028 | 6.860 | 9.317 | LNU05026644 | 12.625 | 10.527 | 11.609 | 15.740 |
| JTUJOL | 7.994 | 4.060 | 7.442 | 12.480 | LNU05026645 | 15.857 | 15.679 | 8.407 | 23.486 |
| JTULDL | 6.825 | 5.905 | 7.625 | 6.944 | LNU05026646 | 14.884 | 14.873 | 7.543 | 22.236 |
| JTUQUL | 16.313 | 9.475 | 16.135 | 23.329 | LOSA106BP1FH | 33.924 | 18.114 | 38.848 | 44.810 |
| JTUTSL | 6.120 | 2.055 | 7.609 | 8.696 | LOSA106BPPRIV | 42.658 | 33.712 | 29.888 | 64.375 |
| KYNAN | 0.534 | 0.806 | 0.360 | 0.437 | LTOTALNSA | 10.614 | 10.204 | 8.590 | 13.046 |
| LAUTONSA | 10.135 | 11.664 | 7.980 | 10.760 | LTRUCKNSA | 10.517 | 8.020 | 9.272 | 14.259 |
| LFAC25TTUSM647N | 1.287 | 0.618 | 1.301 | 1.943 | M0263BUSM500NNBR | 26.569 | 21.199 | 13.426 | 45.083 |
| LFEM64TTUSM647N | 0.656 | 0.655 | 0.858 | 0.456 | M0264AUSM500NNBR | 21.354 | 15.453 | 27.489 | 21.119 |
| LFWA64TTJPM647N | 1.397 | 0.518 | 1.446 | 2.228 | M0264BUSM500NNBR | 36.843 | 21.780 | 24.240 | 64.511 |
| LFWA64TTUSM647N | 0.237 | 0.127 | 0.224 | 0.360 | M04051USM324NNBR | 0.951 | 0.957 | 1.034 | 0.863 |
| LMJVPRUVUSM175N | 4.684 | 4.709 | 4.227 | 5.117 | M08154USM065NNBR | 3.975 | 0.899 | 4.555 | 6.469 |
| LNU00000012 | 1.281 | 0.479 | 1.257 | 2.107 | M08297USM548NNBR | 8.853 | 4.202 | 13.607 | 8.750 |
| LNU00000036 | 0.150 | 0.174 | 0.198 | 0.078 | M0861BUSM324NNBR | 9.391 | 4.025 | 12.187 | 11.961 |
| LNU00000060 | 0.427 | 0.134 | 0.398 | 0.749 | M09075USM476NNBR | 17.439 | 9.614 | 16.791 | 25.913 |
| LNU00024230 | 1.394 | 0.455 | 1.382 | 2.346 | M12MTVUSM227NFWA | 1.017 | 0.485 | 1.136 | 1.429 |
| LNU01000000 | 0.546 | 0.493 | 0.812 | 0.332 | M1476CUSM144NNBR | 6.873 | 0.348 | 10.250 | 10.023 |
| LNU01000060 | 0.550 | 0.218 | 0.551 | 0.880 | M1NS | 4.198 | 1.508 | 3.835 | 7.250 |
| LNU02000000 | 0.800 | 0.696 | 0.489 | 1.216 | M2MNS | 3.321 | 1.634 | 3.144 | 5.186 |
| LNU02000060 | 0.452 | 0.446 | 0.434 | 0.475 | M2NS | 2.378 | 1.316 | 2.069 | 3.749 |
| LNU02024230 | 1.878 | 1.528 | 1.020 | 3.086 | M3NS | 1.435 | 0.281 | 1.002 | 3.023 |
| LNU02027662 | 0.925 | 0.677 | 0.480 | 1.619 | MABMM201BRM189N | 1.206 | 0.386 | 1.024 | 2.208 |
| LNU02027714 | 3.046 | 2.636 | 2.486 | 4.016 | MABMM201CNM189N | 3.655 | 0.806 | 4.361 | 5.799 |
| LNU02032196 | 8.124 | 3.602 | 17.733 | 3.038 | MABMM201GBM189N | 1.764 | 0.948 | 1.844 | 2.501 |
| LNU02034560 | 4.014 | 2.351 | 3.513 | 6.178 | MABMM201JPM189N | 1.284 | 0.982 | 1.160 | 1.711 |
| LNU02500000 | 0.992 | 0.467 | 0.973 | 1.536 | MABMM201RUM189N | 1.249 | 0.526 | 2.247 | 0.975 |
| LNU02600000 | 2.108 | 0.623 | 4.016 | 1.685 | MABMM201USM189N | 2.957 | 1.245 | 3.532 | 4.094 |
| LNU03000000 | 10.414 | 4.905 | 5.651 | 20.686 | MABMM203CAM189N | 0.519 | 0.230 | 0.563 | 0.763 |
| LNU03000001 | 11.522 | 6.713 | 4.286 | 23.566 | MABMM301GBM189N | 0.752 | 0.532 | 0.846 | 0.878 |

