



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Αξιολόγηση επενδύσεων σε Αιολικά Πάρκα στην Ευρώπη με την μέθοδο των Real Options

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στέφανος - Στυλιανός Κριαράκης

Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2015



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Αξιολόγηση επενδύσεων σε Αιολικά Πάρκα στην Ευρώπη με την μέθοδο των Real Options

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στέφανος - Στυλιανός Κριαράκης

Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την Ιουλίου 2015

.....
Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Δημήτριος Ασκούνης
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Χρυσόστομος Δούκας
Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2015

.....
Στέφανος - Στυλιανός Κριαράκης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών
Ε.Μ.Π.

Copyright © Στέφανος - Στυλιανός Κριαράκης, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε το ακαδημαϊκό έτος 2014-2015 στον τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβειου Πολυτεχνείου (ΕΜΠ), στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της αξίας της Θεωρίας των Real Options στην αξιολόγηση επενδυτικών σχεδίων και η εφαρμογή της στην αξιολόγηση επενδύσεων σε αιολικά πάρκα σε χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ.Ιωάννη Ψαυρά για την ανάθεση αυτής της διπλωματικής εργασίας, γιατί μου έδωσε την δυνατότητα να ασχοληθώ και να εμβαθύνω σε ένα πολύ ενδιαφέρον αντικείμενο.

Παράλληλα, θερμές ευχαριστίες οφείλω στον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, Δημήτριο Αγγελόπουλο, υποψήφιο διδάκτορα ΕΜΠ, για την συνεχή υποστήριξη και κατάλληλη καθοδήγηση καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησής της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους τους ανθρώπους στην ζωή μου που με έμαθαν να μην διστάζω να θέτω υψηλούς στόχους, και να μην το βάζω κάτω σε τυχόν αποτυχίες αλλά να τις εκμεταλλεύομαι για να προχωρήσω μπροστά και να βελτιωθώ. Τέλος, για την στήριξη τους καθόλη την διάρκεια των σπουδών μου στο ΕΜΠ αλλά ιδιαίτερα για το διάστημα που εργάστηκα για την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους κοντινούς μου φίλους και την οικογένειά μου.

Αθήνα, Ιούλιος 2015

Στέφανος Στυλιανός Κριαράκης

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι επενδύσεις σε ανανεώσιμες πηγές αποτελούν ένα πολύ σημαντικό ζήτημα των σύγχρονων κοινωνιών λόγω της ανάγκης αντικατάστασης των συμβατικών μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με λιγότερο ρυπογόνες. Παρόλα αυτά οι επενδύσεις σε ανανεώσιμα έργα παραγωγής ηλεκτρισμού δεν είναι τόσο ελκυστικές λόγω του υψηλού αρχικού, μη-ανακτήσιμου επενδυτικού κόστους. Για να καταφέρουν επομένως να προσελκύσουν περισσότερες τέτοιες επενδύσεις τα κράτη θεσπίζουν διάφορους υποστηρικτικούς μηχανισμούς ανανεώσιμης ενέργειας.

Η εργασία αυτή μελετά τις συμβατικές μεθόδους αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων, διερευνώντας της καταλληλότητά τους για την αποτίμηση εγκαταστάσεων ανανεώσιμης ενέργειας που υπόκεινται σε μεγάλο συνολικό βαθμό αβεβαιότητας. Παρουσιάζεται σταδιακά η Θεωρία των Real Options και διαμορφώνεται μια μεθοδολογία για την αποτίμηση επενδυτικών σχεδίων σε αιολικά πάρκα σε διαφορετικές Ευρωπαϊκές χώρες.

Κύριος στόχος είναι η ανάδειξη της αξίας που εμπεριέχεται στην αβεβαιότητα των μελλοντικών ταμειακών ροών ενός αιολικού πάρκου αλλά και στις αποφάσεις της διοίκησης, έννοιες τις οποίες αμελεί η παραδοσιακή θεωρία αξιολόγησης και για αυτό τείνει να υποεκτιμά τέτοια έργα. Πιο συγκεκριμένα, λαμβάνονται οι περιπτώσεις 7 Ευρωπαϊκών χωρών - Δανία, Γαλλία, Γερμανία, Ιρλανδία, Ισπανία, Σουηδία και Ηνωμένο Βασίλειο - για τις οποίες μελετάται η διαδικασία ανάπτυξης ενός αιολικού πάρκου και η αξία αυτού του επενδυτικού σχεδίου αν ληφθούν υπόψη τα δικαιώματα που διατηρεί ο επενδυτής κατά τη διάρκεια των βημάτων ανάπτυξης.

Λέξεις Κλειδιά:

Επενδύσεις σε αιολική ενέργεια, Θεωρία Πραγματικών Δικαιωμάτων Προαίρεσης, Προσέγγιση Marketed Asset Disclaimer (MAD), Διωνυμικά Δέντρα, Γεωγραφική Διαφοροποίηση, Στοχαστική Μοντελοποίηση τιμής πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας, Στοχαστική Μοντελοποίηση συντελεστή φορτίου αιολικού πάρκου.

ABSTRACT

Renewable energy investments are extremely important to modern societies because of the urgent need to replace conventional electricity generation units with other less polluting ones. Nevertheless, investments in renewable energy projects are not yet so attractive, owing to the high sunk investment cost that is needed upfront. Trying to cope with this problem, governments promote various renewable energy support schemes.

This study looks into traditional investment valuation methods, questioning how appropriate they are for the valuation of renewable energy generation projects that are dependent to a lot of uncertain factors. A methodical introduction to the theory of Real Options is included, leading to the forming of a proper methodology in order to value wind park investment plans in Different European counties.

The main aim of this study is to bring forward and highlight the value embedded in the uncertainty of the future cash flows of a wind park and also the decisions of management, both concepts that are ignored by the traditional valuation techniques leading them to undervalue such projects. More specifically, for the cases of 7 European countries – Denmark, France, Germany, Ireland, Spain, Sweden, United Kingdom – the development procedure of a wind farm is analyzed and the value of the investment project is studied if options available to the investor during the development steps are accounted for.

Keywords:

Wind Energy Investments, Real Options Theory, Marketed Asset Disclaimer (MAD) approach, Binomial Trees, Geographical Diversification, stochastic modeling of Electricity selling Price, stochastic modeling of wind farm Capacity Factor

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Πρόλογος.....	5
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	6
ABSTRACT	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	15
1.1 Η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας στην Ευρώπη	17
1.1.1 Επενδύσεις σε ΑΠΕ στην Ευρώπη	17
1.1.2 Η αγορά αιολικής ενέργειας στην Ευρώπη	19
1.2 Μηχανισμοί στήριξης επενδύσεων σε έργα αιολικής ενέργειας στην Ευρώπη	21
1.3 Σκοπός και Δομή Κειμένου	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ.....	27
2.1 Εισαγωγή στην Αποτίμηση.....	29
2.1.1 Γενικεύσεις για την Αποτίμηση	29
2.2 Μεθοδολογίες & Έννοιες της Αποτίμησης.....	31
2.2.1 Discounted Cash Flow Valuation.....	31
2.2.1.1 Εισαγωγικές Έννοιες στις Χρηματοροές.....	32
2.2.1.2 Payback Period (PP)	33
2.2.1.3 Net Present Value (NPV).....	33
2.2.1.4 Internal Rate of Return (IRR)	35
2.2.2 Κόστος Κεφαλαίου/ Επιτόκιο Αναγωγής.....	36
2.2.2.1 Εισαγωγή	36
2.2.2.2 Μέθοδοι υπολογισμού του Κόστους Κεφαλαίου.....	37

2.3 Αξιολογήση Παραδοσιακών Μεθόδων Αποτίμησης.....	43
---	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ & Ο ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΤΩΝ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ	47
---	----

3.1 Κίνδυνος	49
--------------------	----

3.2 Αβεβαιότητα.....	51
----------------------	----

3.3 Κίνδυνος και Αβεβαιότητα.....	52
-----------------------------------	----

3.4 Τεχνικές Εκτίμησης του κινδύνου	54
---	----

3.4.1 Χρήση Πιθανοτήτων.....	54
------------------------------	----

3.4.2 Ανάλυση Ευαισθησίας.....	58
--------------------------------	----

3.4.3 Δέντρα Αποφάσεων.....	58
-----------------------------	----

3.4.4 Προσαρμογή στον κίνδυνο του προεξοφλητικού επιτοκίου.....	60
---	----

3.5 Τυπικά Μέτρα Κινδύνου (typical risk measures).....	61
--	----

3.6 Αβεβαιότητα, Αναστρεψιμότητα και Ευελιξία.....	64
--	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

REAL OPTIONS THEORY.....	69
--------------------------	----

4.1 Financial Options.....	71
----------------------------	----

4.1.1 Γενικές Έννοιες & Παραδείγματα.....	71
---	----

4.1.2 Βασικοί Όροι.....	74
-------------------------	----

4.2 Real Options	76
------------------------	----

4.2.1 Ορίζοντας τα πραγματικά δικαιώματα προαίρεσης.....	76
--	----

4.2.2 Ιστορικές Αναφορές.....	77
-------------------------------	----

I. Η ιστορία του Θαλή.....	77
----------------------------	----

II. Επιπλέον ιστορικές αναφορές	78
---------------------------------------	----

4.2.3 Θεωρητική Προσέγγιση	79
----------------------------------	----

4.2.4 Γιατί είναι σημαντικά τα RO;	82
--	----

4.2.5	Προβλήματα Υιοθέτησης της Θεωρίας	83
4.2.6	Σημαντικές Έννοιες & Παραδείγματα.....	85
4.3	Μέθοδοι Επίλυσης της Real Option Ανάλυσης	90
4.3.1	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις	90
4.3.2	Προσομοιώσεις	92
4.3.3	Πλέγματα.....	94
4.3.3.1	Διωνυμικό Πλέγμα	94
4.3.3.2	Άλλα χρησιμοποιούμενα πλέγματα.....	96
4.3.3.3	Επίλυση Διωνυμικών Δέντρων	97
4.4	Παράδειγμα Ανάλυσης Real Options	101
4.5	Προσεγγίσεις της αποτίμησης μέσω Real Options.....	105
4.5.1	The classic approach (no arbitrage, Market Data)	105
4.5.2	The subjective approach (no arbitrage, Subjective Data).....	106
4.5.3	The MAD approach (Equilibrium-Based, Subjective Data).....	107
4.5.4	The revised classic approach (two investment types).....	109
4.5.5	The Integrated approach (two risk types).....	110
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5		
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ REAL OPTIONS		
5.1	Innovation and Research & Development.....	117
5.1.1	Pharmaceutical Companies.....	120
5.2	Engineering Applications.....	121
5.2.1	Exploration & Exploitation.....	121
5.3	Energy Generation.....	124
5.3.1	Υδροηλεκτρικά Έργα.....	130
5.3.2	Αιολικά Έργα	131

5.3.3	Φωτοβολταϊκά Έργα.....	132
5.3.4	Άλλα έργα ανανεώσιμων πηγών	132
5.4	IT investments.....	133
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6		
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΟΥ ΓΙΑ ΑΙΟΛΙΚΟ		
ΠΑΡΚΟ		
6.1	Εισαγωγή	147
6.2	Market Asset Disclaimer Approach.....	147
6.3	Παρούσα αξία του έργου.....	151
6.4	Μελετούμενες Αβεβαιότητες	153
6.4.1	Τιμή Ηλεκτρικής Ενέργειας	153
6.4.2	Διαδικασίες για την τιμή άμεσης αγοράς (spot price).....	155
6.4.2	Συντελεστής χωρητικότητας	157
6.5	Διωνυμικό Δέντρο	160
6.5.1	Μοντελοποίηση του διωνυμικού δέντρου	161
6.5.2	Ενσωμάτωση Real Options	161
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7		
ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΣ ΣΕ ΑΙΟΛΙΚΟ ΠΑΡΚΟ.....		
7.1	Περιγραφή της Μελέτης.....	169
7.2	Δεδομένα Μελέτης.....	169
7.3	Αποτελέσματα Προσομοιώσεων	177
7.3.1	Συντελεστής Χωρητικότητας.....	177
7.3.2	Τιμή Πώλησης Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	179
7.3.3	Ταμειακές Ροές Αιολικού Πάρκου	183
7.3.4	Διωνυμικό Πλέγμα & Πραγματικά Δικαιώματα	184

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8	
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ & ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ	189
8.1 Συμπεράσματα	191
8.2 Προοπτικές	192
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1	
Μαθηματικό Υπόβαθρο & Μαθηματικά Μοντέλα	193
Π1. Εισαγωγικές Έννοιες	195
Π2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ.....	198
Π.2.1 Brownian Motion (Wiener Process)	198
Π.2.1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ.....	199
Π.2.1.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΟΠΑΤΙΩΝ BROWN	199
Π.2.2 Διαδικασία Poisson.....	201
Π3. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (SDEs).....	202
Π.3.1 Κίνηση Brown με τάση (BM with a drift)	203
Π.3.2 Geometric Brownian Motion	204
Π.3.3 Geometric Brownian motion with Jumps	206
Π.3.4 Mean-reverting stochastic Processes.....	207
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2	
Υλοποιήσεις στο MATLAB.....	213
Αποεποχικοποίηση χρονοσειρών Συντελεστή Φορτίου	215
Προσομοίωση Συντελεστή Φορτίου	217
Προσομοίωση Τιμών Ηλεκτρικής Ενέργειας	217
Real Options & Binomial Lattice	219

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας στην Ευρώπη

Οι αυξανόμενες περιβαλλοντικές ανησυχίες και η παγκόσμια εξάρτηση από τον ηλεκτρισμό έχουν στρέψει την προσοχή προς την σημασία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με βιώσιμο τρόπο με χαμηλές εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου, κυρίως CO₂. Η επίτευξη ενός βιώσιμου συστήματος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας απαιτεί σημαντικές αλλαγές στον τομέα της ενέργειας ώστε να ενσωματώσει μεγαλύτερο ποσοστό ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (renewable energy sources – RES) αλλά και να προάγει περισσότερες επενδύσεις σε έργα παραγωγής ενέργειας μέσω ΑΠΕ (renewable energy projects – REP)

Άφθονη παροχή ενέργειας, κυρίως ηλεκτρικής, είναι απαραίτητη για την παγκόσμια οικονομική ανάπτυξη. Παρόλα αυτά, οι παραδοσιακές πρακτικές παραγωγής δεν είναι πλέον βιώσιμες, καθώς συνεπάγονται μεγάλες εκπομπές ρυπογόνων αερίων του θερμοκηπίου {Stern:2007ud}. Ως αποτέλεσμα, έχουν γίνει παγκόσμιες προσπάθειες μείωσης των εκπομπών αυτών τόσο στον τομέα της ενέργειας όσο και σε άλλους τομείς με υψηλές εκπομπές (π.χ μεταφορές), όπως είναι οι δράσεις που περιγράφονται στο πρωτόκολλο του Κιότο {Breidenich:1998te}, το οποίο θέτει τους περιοριστικούς στόχους: το πακέτο 20/20 μέχρι το 2020, το οποίο έθεσε ένα στόχο μείωσης εκπομπών της τάξης του 20% για την Ευρωπαϊκή Ένωση μέχρι το 2020 (σε σχέση με τα επίπεδα του 1990).

Η παραγωγή ηλεκτρισμού από καθαρές ΑΠΕ είναι μια ελκυστική επιλογή για την μείωση των εκπομπών στον τομέα της ενέργειας. Υπάρχουν όμως δυο βασικά εμπόδια στην εκτέλεση αυτής της εναλλακτικής για την βελτίωση των περιβαλλοντικών συνθηκών:

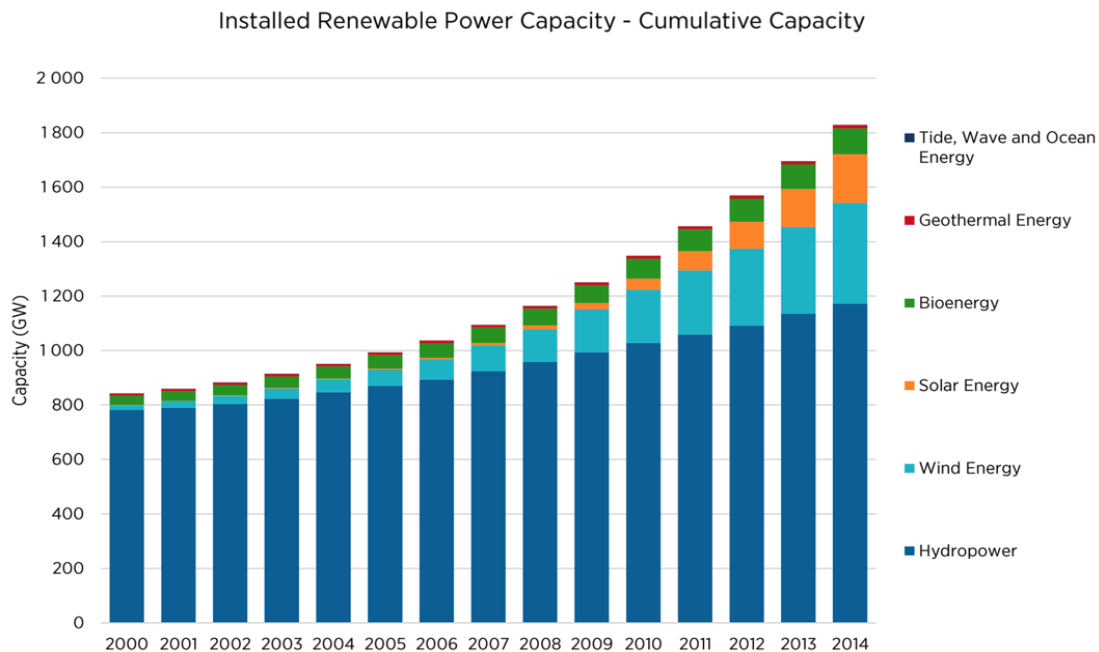
1. Στην παρούσα χρονική στιγμή, η ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από ΑΠΕ είναι ιδιαίτερα μεταβλητή (ασταθής παραγωγή, που εξαρτάται από το περιβάλλον και τις καιρικές συνθήκες), κάτι που καθιστά δύσκολη την αποτελεσματική και μικρού κόστους ενσωμάτωσή τους στον ενεργειακό τομέα.
2. Πρέπει να στηριχθούν κατάλληλα επενδύσεις REP, παρότι αυτά τα έργα είναι οικονομικά ασύμφορα σε σχέση με άλλα αντιστοίχου μεγέθους, των οποίων όμως η παραγωγή βασίζεται σε ορυκτά καύσιμα.

1.1.1 Επενδύσεις σε ΑΠΕ στην Ευρώπη

Θα επικεντρωθούμε όμως περισσότερο στις επενδύσεις σε έργα παραγωγής ηλεκτρισμού μέσω ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής.

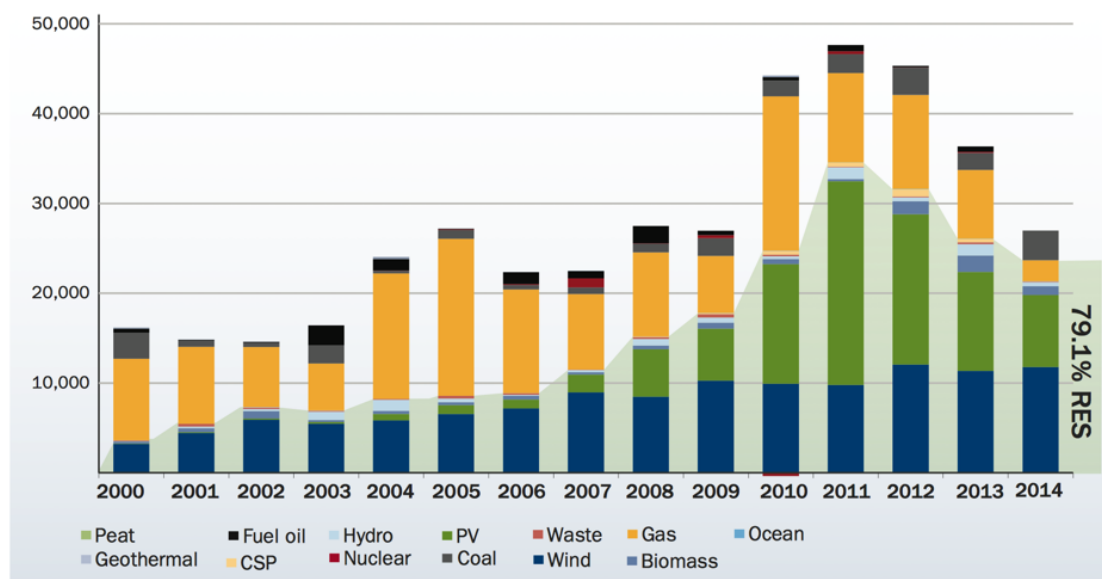
Όπως προαναφέραμε η αυξανόμενη παγκόσμια εξάρτηση από τον ηλεκτρισμό και οι περιβαλλοντικοί κίνδυνοι και κανονισμοί προάγουν τις επενδύσεις σε REP. Παρόλα αυτά, τα περισσότερα έργα ανανεώσιμης ενέργειας

είναι λιγότερο ελκυστικά από οικονομικής απόψεως από ότι αντίστοιχες επενδύσεις ορυκτών καυσίμων και απαιτείται κρατική στήριξη των επενδυτικών σχεδίων. Εναλλακτικά, τα REP μπορεί να γίνουν πιο ελκυστικά εάν οι τεχνικές αποτίμησής τους καταφέρουν να συμπεριλάβουν καλύτερα τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και τα πλεονεκτήματά τους. Αυτή η αυξητική τάση επένδυσης σε έργα ανανεώσιμων πηγών φαίνεται ξεκάθαρα στο ακόλουθο διάγραμμα (για όλο τον κόσμο και στο επόμενο για την Ευρώπη).



Σχήμα 1.1: Συνολικά εγκατεστημένη ανανεώσιμη ισχύς στον κόσμο

FIGURE 5: INSTALLED POWER GENERATING CAPACITY PER YEAR (MW) AND RENEWABLE SHARE (%)



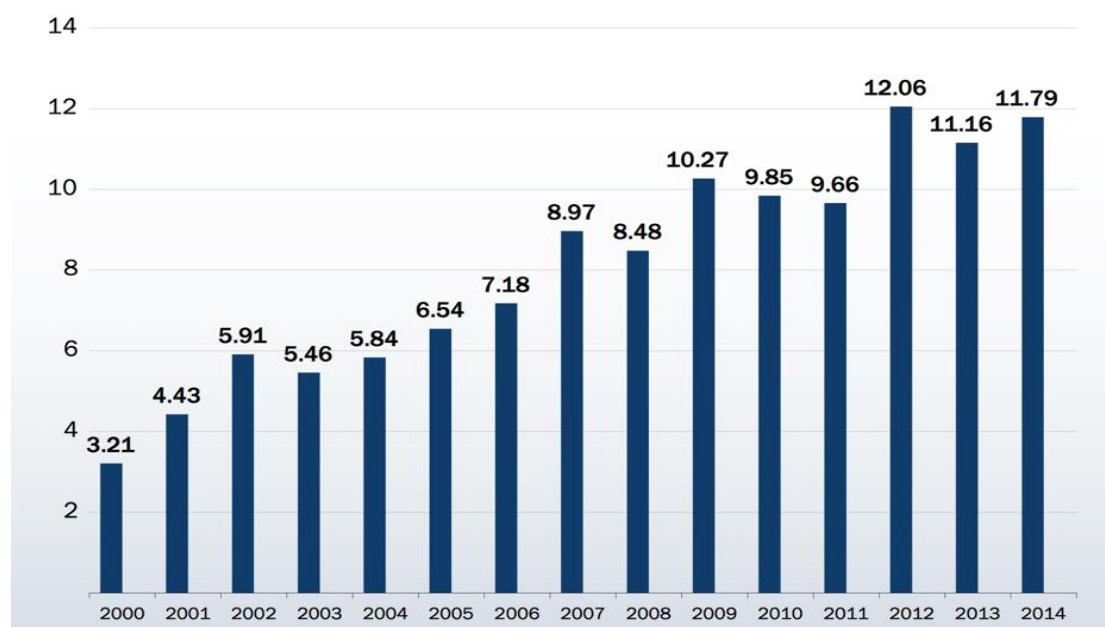
Σχήμα 1.2: Ετήσια εγκατεστημένη ανανεώσιμη ισχύς στην Ευρώπη

Είναι ακόμα ενδιαφέρον, πως σύμφωνα με προβλέψεις κατά την περίοδο 2001 έως 2030, περίπου 60% του συνολικού κεφαλαίου που θα επενδυθεί στον ενεργειακό τομέα θα χρησιμοποιηθεί στον τομέα ισχύος και περίπου 45% αυτού του τμήματος θα επενδυθεί σε καινούρια έργα παραγωγής ενέργειας {InternationalEnergyAgency:2003un}. Σε ένα σενάριο όπου οι κυβερνήσεις επιτυγχάνουν τους υπάρχοντες στόχους για να αντιμετωπίσουν την κλιματική αλλαγή, η ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας αναμένεται να αυξηθεί κατά 2.2% μέχρι το 2035. Μέχρι εκείνο το χρόνο, οι αντικαταστάσεις και οι προσθήκες παραγωγής αναμένονται να φτάσουν τα 5900 GW, με το ποσοστό της παραγωγής από ορυκτά να έχει μειωθεί από 68% το 2008 σε περίπου 55%, και το μερίδιο των ανανεώσιμων αναμένεται να έχει τριπλασιαστεί. Οι κύριες τεχνολογίες, λόγω των δυνατοτήτων τους, που αναμένεται να στηρίξουν αυτή την διείσδυση των ανανεώσιμων είναι το νερό και ο άνεμος. Σε αντίθεση, η παραγωγή βασισμένη σε φωτοβολταϊκή τεχνολογία αναμένεται να αυξηθεί ραγδαία αλλά θα φτάσει μόνο το 2% της παγκόσμιας παραγωγής μέχρι το 2035 {InternationalEnergyAgency:2010tu}.

1.1.2 Η αγορά αιολικής ενέργειας στην Ευρώπη

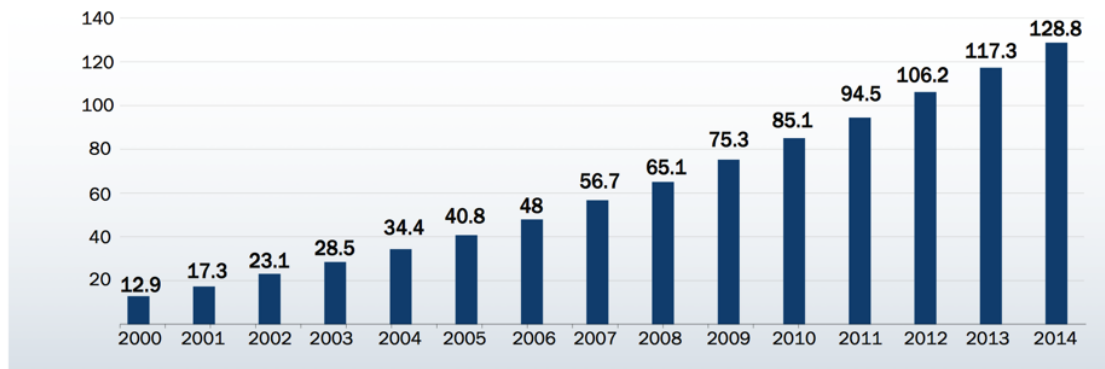
Είναι λοιπόν σαφές πως ο άνεμος είναι η ανανεώσιμη ενέργεια που είναι ανεκμετάλλευτη σε μεγάλο βαθμό και η οποία αναμένεται να προσελκύσει μεγάλα κεφάλαια επενδύσεων στα επόμενα χρόνια. Ας δούμε αρχικά τις μεταβολές σε νέα εγκατεστημένη ισχύ από αιολικά πάρκα στην Ευρώπη αλλά και την συνολική εγκατεστημένη αιολική ενέργεια.

FIGURE 9: ANNUAL WIND POWER INSTALLATIONS IN EU (GW)



Σχήμα 1.3: Ετήσια εγκατεστημένη αιολική ισχύς στην Ευρώπη

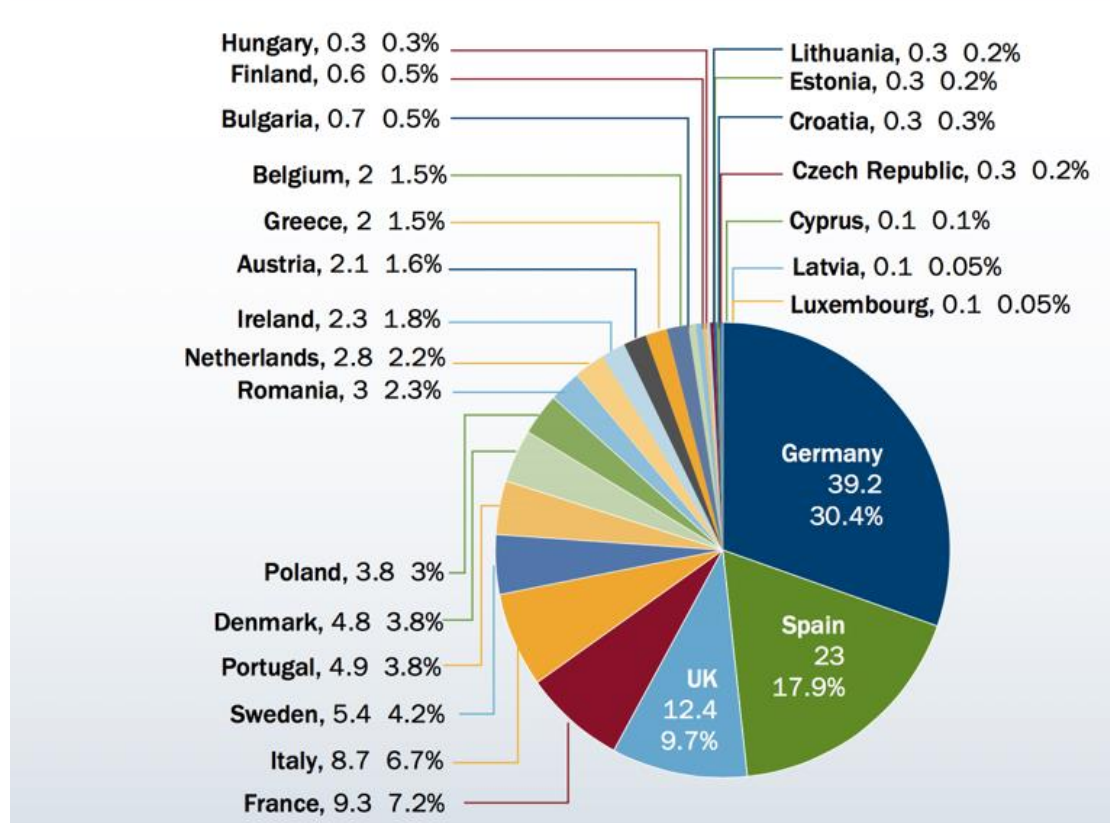
FIGURE 12: CUMULATIVE WIND POWER INSTALLATIONS IN THE EU (GW)



Σχήμα 1.4: Συνολικά εγκατεστημένη αιολική ισχύς στην Ευρώπη

Ενώ τέλος έχει ενδιαφέρον να δούμε αυτά τα 128 GW εγκατεστημένης ισχύς αιολικής ενέργειας, πώς είναι μοιρασμένα στις χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης και ποια έχουν τα μεγαλύτερα ποσοστά.

FIGURE 13: EU MEMBER STATE MARKET SHARES FOR TOTAL INSTALLED CAPACITY (GW). TOTAL 128.8 GW



Σχήμα 1.5: Κατανομή της συνολικά εγκατεστημένης αιολικής ισχύος στις χώρες της Ευρώπης

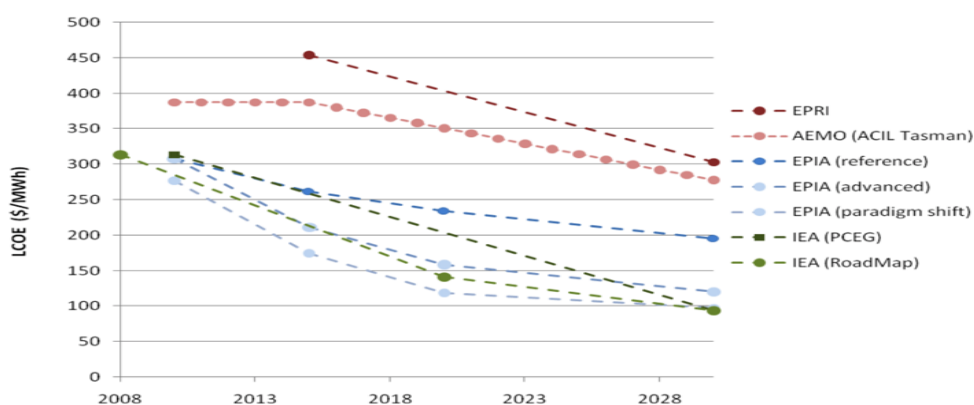
Παρατηρούμε λοιπόν πως οι χώρες που έχουν μέχρι στιγμής καταφέρει να προσελκύσουν τον μεγαλύτερο αριθμό επενδύσεων σε αιολικά πάρκα είναι η

Γερμανία (39.2 GW , 30.4%) , η Ισπανία (23 GW, 17.9%) και το Ηνωμένο Βασίλειο (12.4 GW, 9.7%).

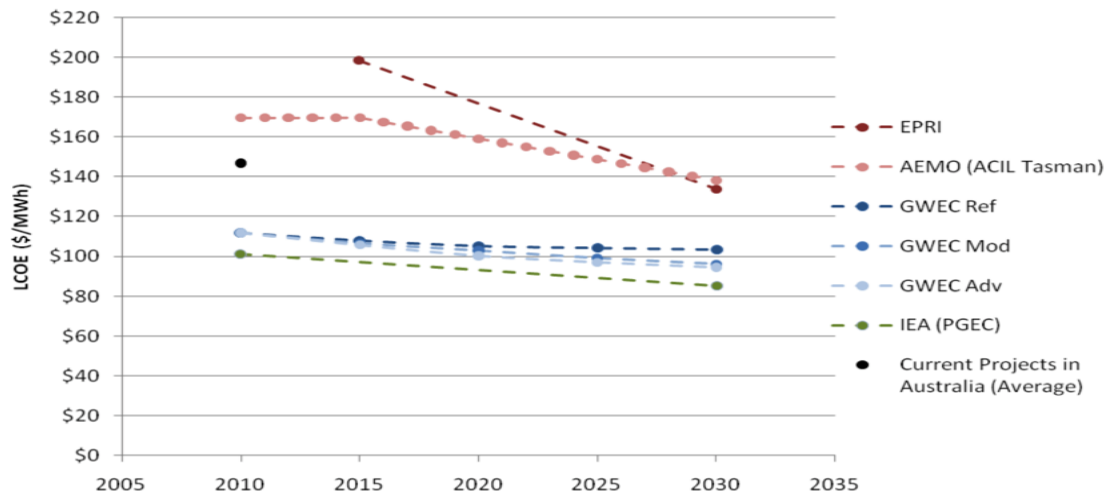
1.2 Μηχανισμοί στήριξης επενδύσεων σε έργα αιολικής ενέργειας στην Ευρώπη

Η στροφή της παγκόσμιας αγοράς ενέργειας προς τις ανανεώσιμες πηγές είναι αδιαμφισβήτητη και απόλυτα λογικά, δεδομένων των περιβαλλοντικών συνθηκών και της αναγκαίας μείωσης των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου. Επομένως είναι απαραίτητη η δημιουργία εγκαταστάσεων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας που βασίζονται σε ανανεώσιμες πηγές, με πιο συνήθεις να είναι υδροηλεκτρικά εργοστάσια, αιολικά πάρκα, φωτοβολταϊκές μονάδες. Βασικό μειονέκτημα τέτοιων μονάδων παραγωγής ενέργειας έναντι αντίστοιχου μεγέθους και ισχύος μονάδων που βασίζονται σε ορυκτά καύσιμα (π.χ. εργοστάσια λιγνίτη) είναι το αναγκαίο κόστος επένδυσης.

Πιο συγκεκριμένα οι επενδύσεις σε συμβατικές μονάδες παραγωγής ενέργειας απαιτούν μικρότερο αρχικό κεφάλαιο, καθώς είναι ήδη διαδεδομένες τεχνολογίες παραγωγής, και έχουν κάπως υψηλότερα κόστη συντήρησης και ανάγκες σε εργατικό δυναμικό. Αντίθετα, μια επένδυση σε μια μεγάλη μονάδα ανανεώσιμης παραγωγής ενέργειας απαιτεί πολύ μεγάλη αρχική επένδυση, λόγω του υψηλού κόστους των ανανεώσιμων τεχνολογιών, και έτσι παρά τα σαφώς μικρότερα κόστη συντήρησης και λειτουργίας κατά την διάρκεια ζωής του έργου, δεν προτιμούνται από τους επενδυτές λόγω του υψηλότερου επιπέδου κινδύνου – εφόσον υπάρχουν υψηλά μη-ανακτήσιμα κόστη επενδύσεων στον αρχικό εξοπλισμό (high sunk costs). Τα τελευταία χρόνια το κόστος των ανανεώσιμων τεχνολογιών έχει μια σαφή πτωτική τάση ενώ αναμένεται μια ακόμα μεγαλύτερη μείωση στα επόμενα χρόνια – ενδεικτικά δίνονται δυο γραφήματα με τα αναμενόμενα κόστη αιολικής και φωτοβολταϊκής τεχνολογίας μέχρι το 2030



Σχήμα 1.6 – Πρόβλεψη κόστους φωτοβολταϊκών



Σχήμα 1.7 – Πρόβλεψη Κόστους αιολικής ενέργειας

Είναι πολύ πιθανόν λοιπόν, στο όχι τόσο μακρινό μέλλον, οι επενδύσεις σε μονάδες παραγωγής ηλεκτρισμού από ανανεώσιμες πηγές να είναι από μόνες τους πιο ελκυστικές προς τους επενδυτές σε σχέση με επενδύσεις σε έργα συμβατικής παραγωγής. Προς το παρόν όμως, τέτοια έργα δεν είναι βιώσιμα από μόνα τους και είναι αναγκαία η ύπαρξη κατάλληλων κρατικών μηχανισμών στήριξης.

Οι μηχανισμοί στήριξης επενδύσεων σε ανανεώσιμες πηγές ενέργειας χωρίζονται σε τέσσερις κατηγορίες: οικονομικά κίνητρα (fiscal incentives), δημόσια χρηματοοικονομικά (public finance), κανονισμοί (regulations), πολιτικές πρόσβασης (access policies) {Mitchell:2011vu}. Ακολουθεί σύνοψη και σύντομη περιγραφή όλων των διαθέσιμων μηχανισμών στον ακόλουθο πίνακα.

Μηχανισμός	Περιγραφή
Οικονομικά Κίνητρα	
Επιδότηση (Grant)	Οικονομική βοήθεια που δεν απαιτείται να αποπληρωθεί και δίνεται από την κυβέρνηση για συγκεκριμένους λόγους σε συγκεκριμένους δικαιούχους.
Πληρωμή για παραγωγή ενέργειας	Απευθείας πληρωμή από την κυβέρνηση για κάθε μονάδα παραγόμενης ΑΠΕ
Έκπτωση (Rebate)	Μιας φορές απευθείας πληρωμή για να καλυφθεί ποσοστό ή συγκεκριμένο ποσό του κόστους μιας επένδυσης σε ΑΠΕ. Τυπικά προσφέρεται αυτόματα στους δικαιούχους μετά την ολοκλήρωση του έργου, χωρίς απαιτούμενες ενδιάμεσες διαδικασίες αίτησης.
Φορολογικές Μονάδες (Tax Credit)	Παρέχει στον επενδυτή ή ιδιοκτήτη της ΑΠΕ εγκατάστασης που πληρεί τις προϋποθέσεις ετήσιες φορολογικές μονάδες εισοδήματος ανάλογα με το χρηματικό ποσό που έχει επενδυθεί στις εγκαταστάσεις ή την ποσότητα ενέργειας που παράγεται σε ένα δεδομένο χρόνο. Επιτρέπει σε ΑΠΕ

	επενδύσεις να είναι πλήρως ή μερικώς εξαιρούμενες από φορολογικές υποχρεώσεις ή σε εισόδημα.
Μείωση Φόρου / Εξαίρεση (Tax reduction)	Μείωση στο φόρο – περιλαμβάνοντας αλλά όχι περιοριζόμενη σε πωλήσεις, επιπρόσθετης αξίας, ενέργειας, φόρο διοξειδίου.
Δημόσια Χρηματοοικονομικά	
Επένδυση (Investment)	Χρηματοδότηση που παρέχεται σε αντάλλαγμα με ποσοστό ιδιοκτησίας μια ΑΠΕ επιχείρησης ή έργου. Συνήθως παρέχεται ως κυβερνητικά διαχειριζόμενο κεφάλαιο.
Εγγύηση (Guarantee)	Μηχανισμός Διασποράς κινδύνου. Τυπικά καλύπτει ένα ποσοστό του αρχικού κεφαλαίου του δανείου (50 -80%)
Δάνειο (Loan)	Χρηματοδότηση που παρέχεται σε μια ΑΠΕ επιχείρηση/παραγωγό με αντάλλαγμα ένα μια υποχρέωση αποπληρωμής. Παρέχεται από κυβέρνηση, αναπτυξιακή τράπεζα ή επενδυτική αρχή και βασίζεται σε συγκαταβατικούς όρους (π.χ χαμηλότερα επιτόκια, χαμηλότερες απαιτήσεις σε εγγυήσεις)
Δημόσια Προμήθεια (Public Procurement)	Δημόσιοι μηχανισμοί και υπηρεσίες αγοράζουν ΑΠΕ υπηρεσίες (όπως ηλεκτρισμό) ή/και ΑΠΕ εξοπλισμό.
Κανονισμοί	
Quantity-driven	
Quota Obligation	Υποχρεώνουν τα προκαθορισμένα μέλη (παραγωγοί, προμηθευτές, καταναλωτές) να επιτύχουν έναν ελάχιστο (κάποιες φορές σταδιακά αυξανόμενο) στόχο ΑΠΕ, συνήθως εκφραζόμενο ως ποσό ανανεώσιμης ενέργειας.
Tendering/Bidding	Οι δημόσιες αρχές οργανώνουν δημοπρασίες για ένα δεδομένο πλήθος παραγωγών ΑΠΕ ή για ένα συγκεκριμένο όγκο παραγωγής, και αποζημιώνουν τις προσφορές που κερδίζουν σε τιμές συνήθως πάνω από τις τρέχουσες της αγοράς.
Price-driven	
Fixed payment feed-in tariff (FIT)	Εξασφαλίζει πως οι παραγωγοί ΑΠΕ διαθέτουν προτεραιότητα πρόσβασης και παροχής στο δίκτυο, και θέτει μια σταθερή τιμή ανάλογα με την τεχνολογία, την οποία θα πληρώνονται οι παραγωγή ανά μονάδα ενέργειας για ένα προσυμφωνημένο αριθμό ετών.
Premium payment tariff	Εξασφαλίζει ότι οι παραγωγοί ΑΠΕ θα λαμβάνουν μια πρόσθετη πληρωμή σε αυτή που πληρώνονται από την πώληση ενέργειας στην αγορά
Quality-driven	
Green energy purchasing	Ρυθμίζει την παροχή καταναλωτών που θέλουν να αγοράσουν εθελοντικά ανανεώσιμα παραχθείσα ενέργεια
Green labeling	Labeling υποστηριζόμενο από την κυβέρνηση ώστε να προαχθεί η εθελοντική αγορά ανανεώσιμης ενέργειας από

	τους καταναλωτές. Κάποιες κυβερνήσεις απαιτούν labeling στους καταναλωτικούς λογαριασμούς, με πλήρη αποκάλυψη του ενεργειακού μείγματος (ή % ΑΠΕ)
Access Policies	
Net metering	Επιτρέπει την διμερή ροή ηλεκτρισμού μεταξύ του δικτύου διανομής και των καταναλωτών με δική τους παραγωγή. Ο μετρητής ρέει αντίστροφα όταν δίνεται ενέργεια στο δίκτυο, όπου αυτή η ενέργεια αποζημιώνεται στην λιανική τιμή, άσχετα αν η τροφοδοτούμενη στο δίκτυο ενέργεια είναι περισσότερη από την καταναλισκόμενη ή όχι.
Priority or guaranteed access to network	Παρέχει ανεμπόδιστη πρόσβαση στο υφιστάμενο ενεργειακό δίκτυο σε προμηθευτές ΑΠΕ.
Priority dispatch	Καθορίζει πως η προμηθευτές ΑΠΕ ενσωματώνονται στο σύστημα πριν τους υπόλοιπους προμηθευτές.

1.3 Σκοπός και Δομή Κειμένου

Είναι αδιαμφισβήτητο γεγονός λοιπόν πως ο τομέας της παραγωγής ενέργειας στρέφεται με όλο και ταχύτερους ρυθμούς προς τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, δείχνοντας ιδιαίτερο ενδιαφέρον προς στην αιολική ενέργεια εξαιτίας του μεγάλου περιθωρίου ανάπτυξης που διαθέτει. Παράλληλα οι κυβερνήσεις χωρών σε όλο τον κόσμο εφαρμόζουν σταδιακά περισσότερα του ενός εναλλακτικά μέτρα για ενισχύσουν και να καταστήσουν περισσότερο οικονομικά ανταγωνιστικές τις επενδύσεις σε αιολικά πάρκα, στην πληθώρα των περιπτώσεων μέσω μέτρων feed-in tariff (FIT) και feed-in premium (FIP). Η αποτίμηση όμως τέτοιων επενδυτικών έργων σε αιολικά πάρκα γίνεται τυπικά μέσω των παραδοσιακών μεθόδων προεξοφλημένων ταμειακών ροών (discounted cash flow techniques - DCF). Βασικό όμως μειονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι πως δεν μπορούν να λάβουν υπόψη τους σημαντικά αβέβαια χαρακτηριστικά μιας επένδυσης σε ένα αιολικό πάρκο, όπως η τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας λόγω απελευθερωμένης αγοράς και ο συντελεστής φορτίου ενός τέτοιου πάρκου λόγω μεταβλητού αιολικού δυναμικού και προβλημάτων τροφοδοσίας προς το δίκτυο. Αποτέλεσμα είναι η συστηματική υποεκτίμηση τέτοιων έργων και η κατά συνέπεια απώθηση επενδύσεων στον τομέα παρά τα μέτρα στήριξης που έχει θέσει σε ισχύ η εκάστοτε κυβέρνηση.

Αυτά τα προβλήματα αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων σε αιολικά πάρκα στην Ευρώπη μπορούν να αντιμετωπιστούν πολύ αποδοτικά μέσω της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων αποτίμησης (Real Options Valuation Theory). Η θεωρία των Real Options είναι ένας ερευνητικός τομέας που επικεντρώνεται στην αποτίμηση της αξίας της ευελιξίας στα πλαίσια έργων με μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας. Η ευελιξία αναπαριστά τις δυνατότητες των επενδυτών ή διοικητικών στελεχών να αναπροσαρμόσουν τα έργα κατάλληλα ανάλογα με τις μεταβολές των παραγόντων αβεβαιότητας, έτσι ώστε να μεγιστοποιήσουν την αξία του έργου.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται μια διεξοδική ανάλυση τη προέλευσης, της λογικής, του τρόπου και των τομέων εφαρμογής της θεωρίας των Real Options. Κατόπιν μέσω της μεθόδου αυτής γίνεται αξιολόγηση και σύγκριση επενδύσεων σχεδίων σε αιολικά πάρκα στην Ευρώπη. Πιο συγκεκριμένα η μέθοδος αξιολόγησης μέσω των δικαιωμάτων προαίρεσης που χρησιμοποιείται στηρίζεται:

- Σε μια παραδοσιακή αποτίμηση των επενδυτικών σχεδίων (προεξόφληση των μελλοντικών ταμειακών ροών και αναγωγή τους σε καθαρή παρούσα αξία) και στον υπολογισμό της Καθαρής Παρούσας Αξίας τους (ΚΠΑ)
- Στην προσομοίωση των μελλοντικών μεταβολών των παραμέτρων αβεβαιότητας μέσω μοντέλων στοχαστικών ανελίξεων
- Την ενσωμάτωση δικαιωμάτων προαίρεσης που αφορούν τον βέλτιστο χρονισμό και την πραγματοποίηση ή όχι την επένδυσης, με στόχο να γίνει αντιληπτή η αξία της ευελιξίας σε μια επένδυση

Στόχος της διπλωματικής είναι να αναδειχθεί η υποεκτίμηση των επενδυτικών έργων σε αιολικά πάρκα, η παρουσίαση της επιπρόσθετης αξίας που μπορεί να αναγνωριστεί μέσω της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης αλλά και να γίνει σύγκριση της αξίας ενός κοινού επενδυτικού έργου σε περίπτωση που διερευνάται η τελική υλοποίησή του σε διαφορετικές χώρες της Ευρώπης. Για να μπορέσουν όμως τα παραπάνω να γίνουν με τρόπο κατανοητό και δομημένο, αφιερώνεται αρκετή έκταση της διπλωματικής στις παραδοσιακές μεθόδους αξιολόγησης, τα μειονεκτήματά τους σε περιπτώσεις αβέβαιων επενδυτικών σχεδίων και την συνολική θεωρία αποτίμησης μέσω Πραγματικών Δικαιωμάτων Προαίρεσης – πως αναπτύχθηκε, σε τι βασίστηκε, σε ποιους τομείς έχει βρει εφαρμογές και ποιες είναι μεθοδολογίες εφαρμογής τους.

Η ανάπτυξη της μελέτης έγινε σε επτά κεφάλαια των οποίων τα περιεχόμενα συνοψίζονται παρακάτω:

Κεφάλαιο 2: Παραδοσιακές Μέθοδοι Αποτίμησης επενδύσεων. Αναλύεται σύντομα η θεωρία της αποτίμησης των επενδύσεως και ύστερα παρουσιάζονται οι παραδοσιακές μέθοδοι αξιολόγησης που βασίζονται σε προεξόφληση των ταμειακών ροών μαζί με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Δίνεται ιδιαίτερη αξία στο επιτόκιο αναγωγής (κόστος κεφαλαίου) και τους τρόπους υπολογισμού του. Τέλος γίνεται μια συνολική αξιολόγηση των παραδοσιακών μεθόδων αποτίμησης και παρουσίαση των παραμέτρων της πραγματικότητας που λόγω των υποθέσεων τους αδυνατούν να λάβουν υπόψη τους.

Κεφάλαιο 3: Η αβεβαιότητα και ο κίνδυνος των επενδύσεων. Επεξηγούνται οι βασικές έννοιες της αβεβαιότητας και της ευελιξίας που αδυνατούν να ενσωματώσουν σωστά οι παραδοσιακές μέθοδοι αποτίμησης, παρουσιάζονται τυπικές συμπληρωματικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται παραδοσιακά σε προσπάθεια αποτίμησης του κινδύνου και τέλος επεξηγείται γιατί όλα αυτά μαζί με τις ελλείψεις των μεθόδων αποτίμησης προεξοφλημένων ταμειακών ροών, οδηγούν στην ανάγκη της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης.

Κεφάλαιο 4: Real Options Theory (Η θεωρία των Πραγματικών Δικαιωμάτων Προαίρεσης). Ξεκινώντας από τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα (Financial Options) που αποτελούν την βάση των Real options, έπειτα δίνεται ορισμός και γίνεται ιστορική αναδρομή στην εμφάνιση των Πραγματικών Δικαιωμάτων Προαίρεσης. Προσεγγίζονται θεωρητικά τα πραγματικά δικαιώματα, η αξία τους, συνηθισμένοι τύποι πραγματικών δικαιωμάτων ενώ επεξηγούνται παράλληλα οι διαθέσιμες μέθοδοι επίλυσής τους και οι μεθοδολογίες προσέγγισής τους που συναντώνται στην βιβλιογραφία. Δεν παραλείπεται ταυτόχρονα να γίνει μια σύντομη αναφορά στους λόγους που οι θεωρία των RO ,παρά τον δημοφιλή χαρακτήρα τους στην ακαδημαϊκή κοινότητα, ακόμα δεν έχουν υιοθετηθεί σε μεγάλο βαθμό στην αγορά.

Κεφάλαιο 5: Εφαρμογές της θεωρίας των Real Options. Το κεφάλαιο αναλύει τους διάφορους τομείς στους οποίους έχει βρει κατάλληλη εφαρμογή η θεωρία των πραγματικών προαίρεσης και τις παραμέτρους σε κάθε περίπτωση που ευνόησαν την χρήση τους. Παράλληλα γίνεται μια εκτενής βιβλιογραφική αναφορά σε βασικές μελέτες που έχουν γίνει σε κάθε κατηγορία, δίνοντας περισσότερη έμφαση στον τομέα παραγωγής ενέργειας μέσω αιολικών πάρκων.

Κεφάλαιο 6: Μεθοδολογία αποτίμησης επενδυτικού σχεδίου για αιολικό πάρκο. Παρουσιάζεται αναλυτικά η Real Options μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την αποτίμηση επενδυτικού σχεδίου σε αιολικό πάρκο και αναλύεται η στοχαστική μοντελοποίηση των αβεβαιοτήτων της επένδυσης.

Κεφάλαιο 7: Μελέτη περίπτωσης επενδύσεως σε αιολικό πάρκο. Δίνονται οι συγκεκριμένες παράμετροι του μελετούμενου επενδυτικού σχεδίου και παρουσιάζονται κάποια αποτελέσματα της αξιολόγησής τους μέσω της RO μεθοδολογίας που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ακόμα παρουσιάζονται κάποια συμπεράσματα και αναλύονται σύντομα σκέψεις που αφορούν πιθανές επεκτάσεις της παρούσας διπλωματικής εργασίας στο μέλλον.

Παράρτημα 1: Μαθηματικό Υπόβαθρο & Μαθηματικά Μοντέλα. Αναλύεται η μαθηματική θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων και παρουσιάζονται οι βασικότερες από αυτές με τα σημαντικά χαρακτηριστικά τους.

Παράρτημα 2: Υλοποιήσεις στο Matlab. Παρατίθενται υλοποιήσεις κάποιων σημαντικών κομματιών της διπλωματικής όπως αυτές μοντελοποιήθηκαν στο MATLAB

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

Στο πρώτο αυτό κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τις παραδοσιακές μεθόδους αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων. Θα περιγράψουμε τις κυριότερες μεθόδους που χρησιμοποιούνται παραδοσιακά για την αποτίμηση επενδύσεων σε έργα παραγωγής ενέργειας, αναδεικνύοντας παράλληλα τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Κατ' αυτό τον τρόπο θα προκύψουν κάποια βασικά χαρακτηριστικά των επενδύσεων, τα οποία καθιστούν αναγκαία και επιθυμητή την χρήση μιας βελτιωμένης θεωρίας αποτίμησης, όπως θα δούμε πιο αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο.

2.1 Εισαγωγή στην Αποτίμηση

Κάθε περιουσιακό στοιχείο, χρηματοοικονομικό ή πραγματικό, έχει μια αξία. Το κλειδί για την αποτελεσματική επένδυση και διαχείριση τέτοιων περιουσιακών στοιχείων βρίσκεται στην κατανόηση όχι του τι είναι η αξία αλλά και ποιές είναι οι αιτίες αυτής της αξίας. Κάθε περιουσιακό στοιχείο μπορεί να αποτιμηθεί, παρότι κάποια είναι πιο εύκολο να αποτιμηθούν από άλλα ενώ τα χαρακτηριστικά της κάθε αποτίμησης διαφέρουν από περίπτωση σε περίπτωση. Παρ' αυτά αυτό που είναι εντυπωσιακό, δεν είναι οι διαφορές στην τεχνική αποτίμησης μεταξύ διαφορετικών περιουσιακών στοιχείων αλλά ο βαθμός ομοιότητας ως προς τις βασικές αρχές αποτίμησης. {Damodaran:2012tc}

2.1.1 Γενικεύσεις για την Αποτίμηση

Με την πάροδο του χρόνου έχουν διαμορφωθεί κάποιες λανθασμένες γενικεύσεις (μύθοι) με θέμα την αποτίμηση. Ακολούθως θα δούμε μερικούς από αυτούς και θα επεξηγήσουμε γιατί δεν ευσταθούν {Damodaran:2012tc}.

Μύθος 1: Εφόσον τα μοντέλα αποτίμησης είναι ποσοτικά, η αποτίμηση είναι αντικειμενική.

Παρότι τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται είναι καθαρά μαθηματικά και ποσοτικά, τα δεδομένα που δέχονται ως είσοδο από την άλλη είναι κάθε άλλο παρά αντικειμενικά αφού αφήνουν αρκετό περιθώριο για υποκειμενικές κρίσεις. Αναπόφευκτα λοιπόν και τα παραγόμενα αποτελέσματα είναι επηρεασμένα αντίστοιχα από το βαθμό προκατάληψης που έχει υπεισέλθει. Σίγουρα η προφανής λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι η εξάλειψη της προκατάληψης πριν την έναρξη της αποτίμησης, αλλά αυτό είναι πολύ δύσκολο και η πλήρης επίτευξή του αναπόφευκτη τόσο λόγω εξωτερικών αλλά και εξωτερικών παραγόντων.

Μύθος 2: Μια καλά διερευνημένη και καλά εκτελεσμένη αποτίμηση είναι διαχρονική.

Κάθε αξία λαμβανόμενη μέσω μοντέλου αποτίμησης επηρεάζεται από πληροφορίες για την συγκεκριμένη επιχείρηση αλλά και πληροφορίες που

αφορούν την συνολική αγορά. Αυτό έχει ως άμεσο αποτέλεσμα να αλλάζει η αξία καθώς αποκαλύπτονται καινούρια στοιχεία. Δεδομένης λοιπόν της συνεχούς ροής καινούριων σχετικών με την επένδυση πληροφοριών, η ήδη υπάρχουσα αποτίμηση σταματάει να είναι έγκυρη και ενημερωμένη και απαιτείται πραγματοποίηση καινούριας.

Παρόλα αυτά όταν οι αναλυτές ανανεώνουν ή αλλάζουν τις αποτιμήσεις τους, θα απαιτηθεί να τις δικαιολογήσουν και σε πολλές καταστάσεις οι μεταβαλλόμενες αποτιμήσεις με την πάροδο το χρόνο αποτελούν πρόβλημα καθώς δυσχεραίνουν την λήψη αποφάσεων με βάση αυτές. Η καλύτερη όμως απάντηση σε αυτό τον προβληματισμό είναι αυτή που είχε δώσει ο John Maynard Keynes όταν κατακρίθηκε για την αλλαγή της στάσης του απέναντι σε ένα σημαντικό οικονομικό ζήτημα:

“When the facts change, I change my mind. And what do you do, sir?”

Μύθος 3: Μια καλή αποτίμηση παρέχει μια ακριβή εκτίμηση της αξίας.

Είναι μη ρεαλιστικό να αναμένουμε ή να απαιτούμε πλήρη σιγουριά στην οποιαδήποτε αποτίμηση, καθώς οι ταμειακές ροές και τα επιτόκια προεξόφλησης είναι αποτέλεσμα εκτιμήσεων. Αυτό θα πει επίσης πως οι αναλυτές πρέπει να δίνουν στον εαυτό τους ένα λογικό περιθώριο σφάλματος όταν δίνουν συστάσεις βασισμένοι σε αποτιμήσεις. Η ακρίβεια μια αποτίμησης εξαρτάται από την σιγουριά κατά την διαμόρφωση εκτιμήσεων για το μέλλον, οι οποίες γίνονται πιο ακριβείς όσο πιο πολλά ιστορικά στοιχεία και δεδομένα είναι διαθέσιμα.

Μύθος 4: Όσο πιο ποσοτικό το μοντέλο, τόσο καλύτερη η αποτίμηση.

Υπάρχει η γενική αντίληψη πως όσο πιο πολύπλοκο και πλήρες γίνεται ένα μαθηματικό μοντέλο αποτίμησης τόσο καλύτερες εκτιμήσεις θα γίνονται – είναι κάτι που μπορεί να ισχύει αλλά όχι υποχρεωτικά. Ο λόγος είναι πως όσο πιο πολύπλοκο γίνεται το μοντέλο, τόσο περισσότερα δεδομένα απαιτούνται για την χρήση του και έτσι τόσο αντίστοιχα αυξάνεται το περιθώριο σφάλματος από κάθε είσοδο. Παράλληλα προκύπτει ο κίνδυνος, οι αναλυτές να κάνουν χρήση των μοντέλων χωρίς πρότερη πραγματική κατανόηση τους, τροφοδοτώντας τα μόνο με δεδομένα και εν συνεχεία κατηγορώντας μόνο αυτά για οποιοδήποτε ενδεχόμενο λάθος στην αποτίμηση. Δεν πρέπει να αμελείται πως τα μοντέλα θα πρέπει να λειτουργούν μόνο υποστηρικτικά και ο αναλυτής είναι αυτός που θα πάρει την τελικά απόφαση. Άλλωστε το πρόβλημα πλέον στην σύγχρονη εποχή δεν είναι η έλλειψη των απαραίτητων αποτελεσμάτων αλλά η σωρεία αυτών – απαιτείται λοιπόν κατάλληλος διαχωρισμός και επιλογή με την παρέμβαση του ανθρώπινου παράγοντα.

Μύθος 5: Για να υπάρξει κέρδος από μια αποτίμηση, πρέπει να υποθέσει κάποιος πως οι αγορές είναι αναποτελεσματικές. (θα γίνουν όμως αποτελεσματικές)

Στην διαδικασία της αποτίμησης εμπεριέχεται η υπόθεση ότι οι αγορές κάνουν λάθη και ότι εμείς μπορούμε να βρούμε αυτά τα λάθη, συχνά

χρησιμοποιώντας τα στοιχεία που πολλοί ακόμα από τους άλλους επενδυτές έχουν στη διάθεσή τους. Επομένως μοιάζει λογικό αυτοί που πιστεύουν πως η αγορά είναι αναποτελεσματική να επενδύουν χρόνο και χρήμα στην αποτίμηση ενώ οι άλλοι απλά να λαμβάνουν την τιμή της αγοράς ως καλύτερη εκτίμηση της αξίας.

Δυστυχώς το ζήτημα της αποτελεσματικότητας της αγοράς θα πρέπει να προσεγγίζεται με σκεπτικισμό. Η αποτίμηση έχει επιπρόσθετη αξία τόσο για αυτούς που θεωρούν την αγορά αποτελεσματική όσο και για αυτούς που την θεωρούν αναποτελεσματική. Από την μια πρέπει να αναγνωρίζουμε πως η αγορά κάνει λάθη, αλλά από την άλλη η εύρεση αυτών των σφαλμάτων απαιτεί ένα συνδυασμό ικανότητας και τύχης.

2.2 Μεθοδολογίες & Έννοιες της Αποτίμησης

Στην βιβλιογραφία διακρίνονται τρεις διαφορετικές μεθοδολογίες προσέγγισης του προβλήματος της αποτίμησης. Η πρώτη, αποτίμηση μέσω προεξοφλημένων ταμειακών ροών (discounted cash flow valuation – DCF) , σχετίζει την αξία της επένδυσης/ του περιουσιακού στοιχείου με την παρούσα αξία (present value) των αναμενόμενων μελλοντικών ταμειακών ροών της ίδιας της επένδυσης. Η δεύτερη μέθοδος, σχετική αποτίμηση (relative valuation), υπολογίζει την αξία ενός στοιχείου μέσω μελέτης της τιμολόγησης συγκρίσιμων στοιχείων που να σχετίζονται δηλαδή σε μια κοινή μεταβλητή, όπως τα έσοδα, οι ταμειακές ροές, η λογιστική αξία ή οι πωλήσεις. Η τρίτη μέθοδος, contingent claim valuation , χρησιμοποιεί μοντέλα τιμολόγησης δικαιωμάτων για να μετρήσει την αξία στοιχείων που μοιράζονται χαρακτηριστικά δικαιωμάτων. Η τελευταία μέθοδος αναφέρεται συχνά ως μέθοδος των πραγματικών δικαιωμάτων.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε περαιτέρω την μεθοδολογία των προεξοφλημένων ταμειακών ροών και της τροποποιήσεις αυτής:

2.2.1 Discounted Cash Flow Valuation

Όταν αναφερόμαστε στην αξιολόγηση επενδύσεων, πρέπει να σημειώσουμε πως αυτό που έχει μεγαλύτερη σημασία και λαμβάνεται ως κριτήριο απόδοσης, είναι η μεγιστοποίηση της αξίας της επιχείρησης. Αυτό σημαίνει κατ' επέκταση επιδίωξη της μεγιστοποίησης των προβλεπόμενων μελλοντικών καθαρών χρηματοροών της επιχείρησης η οποία λαμβάνει υπόψη την διαχρονική αξία του χρήματος και τον κίνδυνο που συνδέεται με αυτές (Ευθυμόγλου, 1996).

Το κριτήριο της μεγιστοποίησης θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη την παράμετρο του χρόνου και για τούτο το λόγο θα πρέπει να γίνεται προεξόφληση των μελλοντικών χρηματικών εισροών και εκροών, δηλαδή των καθαρών χρηματοροών που αναμένονται από μια επένδυση. Αυτό σημαίνει πως η

επενδυτική απόφαση καθίσταται συμφέρουσα εφόσον οδηγεί για παράδειγμα στην απόκτηση ενός πάγιου περιουσιακού στοιχείου του οποίου η αξία για την επιχείρηση είναι μεγαλύτερη από το κόστος απόκτησης και διατήρησής του.

2.2.1.1 Εισαγωγικές Έννοιες στις Χρηματοροές

Στο σημείο αυτό, θα κάνουμε μερικές εισαγωγικές αναφορές στην έννοια των χρηματοροών. Αρχικά η τελική αξία μιας χρηματοροής (**terminal value**) μετά από t έτη που προκύπτει από μια οποιαδήποτε επένδυση ορίζεται ως:

$$XP_t = XP_0(1 + r)^t \quad , t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

όπου XP_t : η αναμενόμενη χρηματοροή το έτος t
 XP_0 : η ισοδύναμη χρηματοροή σήμερα (χρόνος $t=0$)
 r : ετήσια απόδοση ή ετήσιο επιτόκιο
 t : αριθμός ετών στο μέλλον

Μετατρέποντας κατάλληλα την παραπάνω εξίσωση ως προς XP_0 βρίσκουμε την παρούσα αξία (present value) , δηλαδή την ισοδύναμη σημερινή αξία μιας χρηματοροής που θα πραγματοποιηθεί μετά από t έτη:

$$XP_0 = XP_t \left(\frac{1}{(1 + r)^t} \right) = XP_t (1 + r)^{-t} \quad (2)$$

Πρέπει να είναι ξεκάθαρο πως τα δυο ποσά XP_t και XP_0 δεν είναι σε καμία περίπτωση ίσα μεταξύ τους αλλά είναι ισοδύναμα καθώς η χρηματοροή XP_0 είναι η ισοδύναμη αξία μιας χρηματοροής της επένδυσής μας στο μέλλον ανηγμένη σε όρους του σήμερα.

Ο συντελεστής $(1 + r)^t$ στην εξίσωση (1) ονομάζεται συντελεστής ανατοκισμού, είναι πάντοτε μεγαλύτερος της μονάδας και χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να μεταφέρουμε σε ισοδύναμη βάση μια χρηματοροή από το έτος 0 στο έτος t . Αντιθέτως όταν επιθυμούμε να μεταφέρουμε σε ισοδύναμη βάση μια μελλοντική χρηματοροή από το έτος t στο παρόν, δηλαδή σε παρούσα αξία, χρησιμοποιούμε τον συντελεστή προεξοφλήσεως ή αναγωγής $(1 + r)^{-t}$ που είναι βέβαια μικρότερος πάντοτε της μονάδας.

Μια επένδυση όμως σίγουρα συνεπάγεται περισσότερες της μιας μελλοντικές χρηματοροές και συνεπώς για να ευρεθεί η παρούσα αξία της απαιτείται η άθροιση όλων των προεξοφλημένων χρηματοροών:

$$XP_0 = \sum_{t=1}^n XP_t (1 + r)^{-t} \quad (3)$$

όπου n το πλήθος των μελλοντικών χρηματοροών. Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται στην χρηματοοικονομική επιστήμη, ραντα. Παρουσιάσαμε λοιπόν αρχικά τις βασικές έννοιες της τελικής και παρούσας αξίας των χρηματοροών και

εν συνεχεία θα επικεντρωθούμε στην παρουσίαση των βασικότερων παραδοσιακών μεθόδων επενδύσεων.

Οι κύριες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην αξιολόγηση επενδύσεων και κυρίως σε επενδύσεις που αφορούν παραγωγή ενέργειας είναι οι ακόλουθες:

- Καθαρή Παρούσα Αξία (Net Present Value – NPV)
- Εσωτερικός Βαθμός Απόδοσης (Internal Rate of Return – IRR)
- Χρόνος Ανάκτησης Κεφαλαίου (Payback Period - PP)

2.2.1.2 Payback Period (PP)

(Χρόνος ανάκτησης κεφαλαίου)

Ένα αρκετά απλό κριτήριο αξιολόγησης και σύγκρισης διαφορετικών επενδύσεων είναι αυτό του απαιτούμενου χρόνου ανάκτησης του κεφαλαίου. Ορίζεται ως η χρονική περίοδος που απαιτείται ώστε τα κέρδη μετά τους φόρους από την επένδυση να ισοσταθμίσουν την δαπάνη της αρχικής επένδυσης, με άλλα λόγια το χρονικό διάστημα ανάκτησης του επενδεδυμένου κεφαλαίου.

Παρά την ευκολία που προσφέρει αυτή η μέθοδος για την σύγκριση δυο πιθανών επενδύσεων αλλά και το γεγονός ότι υπολογίζει μια πολύ σημαντική παράμετρο που ενδιαφέρει τους επενδυτές, το κριτήριο υστερεί σε δυο βασικά σημεία. Δεν λαμβάνει υπόψη την χρονική αξία του χρήματος, τον κίνδυνο, το είδος της χρηματοδότησης και άλλους σημαντικούς παράγοντες όπως το κόστος ευκαιρίας. Οι επενδυτές γενικώς συμφωνούν πως αυτή η μεθοδολογία δεν θα πρέπει να αποτελεί από μόνη της αφορμή για επενδυτικές αποφάσεις. Άλλωστε αυτή η μέθοδος αμελεί ακόμα και τις ταμειακές ροές που προκύπτουν μετά την κάλυψη του αρχικού κεφαλαίου.

2.2.1.3 Net Present Value (NPV)

Θα ξεκινήσουμε από την μέθοδο της καθαρής παρούσας αξίας (ΚΠΑ) καθώς οι υπόλοιπες βασικές μέθοδοι που θα αναλύσουμε αποτελούν τροποποιήσεις αυτής. Η λογική των προεξοφλημένων ταμειακών ροών μπορεί να συνοψιστεί ως ακολούθως:

“The value of any operating asset/investment is equal to the present value of its expected future economic benefit stream.” {Hitchner:2011uu}

Ένα από τα δυο βασικότερα, ευρέως αποδεκτά και εφαρμοζόμενα κριτήρια αξιολόγησης επενδύσεων είναι αυτό της Καθαρής Παρούσας Αξίας (Net Present Value – NPV). Πρώτος ο Fisher ερευνώντας το προεξοφλητικό επιτόκιο και την αξία του χρήματος (Fisher 1907; Fisher 1930) ανέπτυξε την θεωρία των

προεξοφλημένων ταμιακών ροών (Discounted Dash Flow method - DCF), η οποία είναι ευρέως αποδεκτή στην αξιολόγηση χρηματοοικονομικών επενδύσεων είτε επενδύσεων που αφορούν πραγματικά περιουσιακά στοιχεία.

Η αναγωγή ενός μεγέθους στην παρούσα χρονική στιγμή γίνεται μέσω του τύπου:

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^t}$$

- όπου: PV: παρούσα αξία του μελετούμενου μεγέθους (present value)
FV: αξία του μεγέθους την χρονική στιγμή t (future value)
i : επιτόκιο προεξόφλησης ή επιτόκιο αναγωγής (discount rate)
t : χρονική στιγμή στο μέλλον - συνήθως αναφέρεται σε έτος (time)

Βάση και των παραπάνω το βασικότερο μοντέλο προεξοφλημένων ταμιακών ροών (discounted cash flow model – DCF) είναι {Pratt:2008ui}:

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1 + r)^t}$$

- όπου: NPV : καθαρή παρούσα αξία (ΚΠΑ)
FCF_t : αναμενόμενη τιμή των καθαρών ταμιακών ροών (free cash flows) την t χρονική περίοδο (συνήθως καταμετρούμενες στο τέλος της αντίστοιχης περιόδου)
n : η τελευταία χρονική περίοδος κατά την οποία αναμένονται ταμιακές ροές
r : επιτόκιο προεξόφλησης (discount rate) (το κόστος κεφαλαίου, δηλαδή το αναμενόμενο rate of return διαθέσιμο στην αγορά σε άλλες επενδύσεις συγκρίσιμου επιπέδου κινδύνου και άλλων επενδυτικών χαρακτηριστικών). Αλλιώς, είναι η ελάχιστη απαιτούμενη απόδοση των κεφαλαίων που επενδύονται.
t : η περίοδος (συνήθως συμβολίζει αριθμό χρόνων) στο μέλλον κατά την οποία αναμένεται αντίστοιχη ταμιακή ροή

Η αξιολόγηση μια επένδυσης γίνεται με βάση το πρόσημο της καθαρής παρούσας αξίας του επενδυτικού σχεδίου. Σε περίπτωση όπου η ΚΠΑ προκύψει θετικός αριθμός (ΚΠΑ > 0), τότε η επένδυση κρίνεται κερδοφόρα, δηλαδή θεωρείται πως θα προσδώσει επιπλέον αξία στον επενδυτή και εγκρίνεται. Αντίθετα αν ΚΠΑ < 0, τότε η επένδυση απορρίπτεται ως μη συμφέρουσα. Τέλος, στην περίπτωση όπου η καθαρή παρούσα αξία της επένδυσης είναι ίση με το μηδέν (ΚΠΑ = 0), τότε η επένδυση είτε είναι αδιάφορη (δεν δημιουργεί πρόσθετο πλεόνασμα έναντι της εναλλακτικής λύσης, που είναι η τοποθέτηση των χρημάτων με επιτόκιο i) είτε δεν γίνεται κατάλληλη αξιολόγηση της με την επιλεγμένη μέθοδο και ο αναλυτής θα καταφύγει σε αξιολόγηση της επένδυσης και μέσω κάποιας εναλλακτικής μεθόδου αποτίμησης.

Οι ταμειακές ροές πρέπει να προεξοφληθούν με ένα επιτόκιο που αντανakλά αυτά που περιμένουν να κερδίσουν οι επενδυτές, επενδύοντας στο συγκεκριμένο project. {McKinseyandCompanyInc:2010tz}. Το επιτόκιο που ένας επενδυτής απαιτεί για το κεφάλαιο του ονομάζεται κόστος κεφαλαίου (cost of capital). Εναλλακτικά η επιθυμητή τιμή ονομάζεται κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου, το απαιτούμενο rate of return, ή expected return. Το κόστος κεφαλαίου μπορεί να οριστεί ως το αναμενόμενο επιτόκιο απόδοσης το οποίο θυσιάζει ο επενδυτής μη αναλαμβάνοντας την επενδυτική δραστηριότητα. Είναι μια απόδοση την οποία αναμένουν να κερδίζουν οι επενδυτές στην αγορά για ένα συγκεκριμένο επίπεδο λαμβανόμενου ρίσκου. Με άλλα λόγια, ο επενδυτής δεν θα δεχθεί μια χαμηλότερη απόδοση από το κόστος κεφαλαίου για δεδομένες επενδυτικές συνθήκες.

2.2.1.4 Internal Rate of Return (IRR)

Ο Εσωτερικός Βαθμός Απόδοσης επένδυσης (EBA ή Internal Rate of Return) ορίζεται ως εκείνο το επιτόκιο προεξόφλησης που μηδενίζει την καθαρή παρούσα αξία (NPV), δηλαδή εκείνο το επιτόκιο που εξισώνει την αρχική απαιτούμενη επένδυση με την παρούσα αξία των μελλοντικών ταμειακών ροών.

Βασική διαφορά μεταξύ του EBA και του επιτοκίου προεξόφλησης είναι ότι το πρώτο διαμορφώνεται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των ταμειακών ροών της επένδυσης (για αυτό καλείται και εσωτερική απόδοση), ενώ το επιτόκιο προεξόφλησης καθορίζεται από εξωγενείς παράγοντες – δηλαδή τον επενδυτικό φορέα (προφίλ κινδύνου) και τις συνθήκες της αγοράς. Ο EBA μπορεί να υπολογιστεί με χρήση του ακόλουθου τύπου:

$$NPV_{IRR} = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1 + IRR)^t} = 0$$

όπου I_0 : το αρχικό κόστος της επένδυσης

FCF_t : οι καθαρές ταμειακές ροές (ΚΤΡ) του έτους t , εκφρασμένες σε μονάδες της αντίστοιχης περιόδου, δηλαδή χωρίς την επίπτωση του πληθωρισμού

n : η διάρκεια ζωής του επενδυτικού σχεδίου, ή η χρονική διάρκεια κατά την οποία θα αποφέρει έσοδα

IRR : το επιτόκιο προεξόφλησης που καθιστά την ΚΠΑ ίση με 0

Για να αξιολογήσουμε μια επένδυση με την χρήση του EBA πρέπει να το συγκρίνουμε με το επιτόκιο προεξόφλησης που αντιστοιχεί στην επένδυση. Σε περίπτωση που ο EBA είναι μεγαλύτερος από το επιτόκιο αναγωγής (ελάχιστη απαιτούμενη απόδοση), τότε το επενδυτικό σχέδιο θεωρείται κερδοφόρο και επιλέγεται, ενώ στην αντίθετη περίπτωση η επένδυση απορρίπτεται.

Υπέρ: Ο EBA είναι ευρέως αποδεκτός στον οικονομικό κόσμο και καθώς είναι βασισμένος στις προεξοφλημένες ταμειακές ροές, λαμβάνει υπόψη του την χρονική αξία του χρήματος. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμος όταν γίνεται σύγκριση

project με παρόμοιες ταμειακές ροές και συνεπώς το κριτήριο της ΚΠΑ δεν μπορεί να τα διαχωρίσει αποδοτικά.

Κατά: Εάν οι ταμειακές ροές διαφέρουν αισθητά σε μέγεθος δια μέσω του χρόνου, ο EBA μπορεί να δώσει αμφιλεγόμενα αποτελέσματα {Brealey:2013un} και το μοντέλο τότε δεν θα έπρεπε να χρησιμοποιηθεί για σύγκριση αμοιβαία αποκλειόμενων project. Επιπλέον σε περίπτωση που οι ταμειακές ροές αλλάζουν πρόσημο περισσότερες από μια φορές κατά την διάρκεια ζωής, μπορεί να προκύψουν περισσότεροι EBA ή και κανένας. Γενικότερα το κριτήριο της ΚΠΑ προτιμάται λόγω της ευκολίας χρήσης του σε σχέση με τον EBA.

2.2.2 Κόστος Κεφαλαίου/ Επιτόκιο Αναγωγής

Είναι πολύ σημαντικό να υπολογίσουμε το κατάλληλο επιτόκιο αναγωγής (rate of return), δηλαδή την ελάχιστη απαιτούμενη απόδοση των κεφαλαίων που επενδύονται, ώστε ο επενδυτής να μην καταφύγει στην εναλλακτική που είναι απλά η τοποθέτηση των χρημάτων με επιτόκιο r . Όταν δεν υπάρχει κίνδυνος, το επιτόκιο αυτό ισούται με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (συντά θεωρούνται ως ακίνδυνες επενδύσεις τα κυβερνητικά ομόλογα επειδή η πιθανότητα να πτωχεύσει μία χώρα είναι πολύ μικρή)

Καθώς αυτό το επιτόκιο μπορεί να επιτευχθεί ακίνδυνα εννοείται ότι οποιαδήποτε επένδυση ενσωματώνει κάποιο επιπλέον ρίσκο, πρέπει να ανταμείψει τους επενδυτές με υψηλότερες αποδόσεις. Έτσι θα πρέπει να βρούμε τρόπο να υπολογίσουμε κατάλληλα το επιτόκιο αναγωγής ή κόστος κεφαλαίου όπως ονομάζεται διαφορετικά.

2.2.2.1 Εισαγωγή

Θα ξεκινήσουμε με μια ανάλυση και περιγραφή του κόστους κεφαλαίου και της αξίας του πριν προχωρήσουμε σε μεθόδους υπολογισμού του.

Χαρακτηριστικά{Pratt:2003ux}{Hitchner:2011uu}

Το κόστος κεφαλαίου για μια επιχείρηση/ έναν επενδυτή αντιπροσωπεύει το οικονομικό κόστος απόκτησης και διατήρησης κεφαλαίου σε μια ανταγωνιστική αγορά, όπου οι όλοι οι επενδυτές αναλύουν και συγκρίνουν όλες τις επενδυτικές ευκαιρίες. Ακολουθούν κάποιες βασικές έννοιες:

- Το κόστος κεφαλαίου (cost of capital) είναι η αναμενόμενη απόδοση (expected rate of return) που η αγορά απαιτεί για να προσελκύσει χρήματα σε μια συγκεκριμένη επένδυση. Είναι ουσιαστικά βασισμένο στις προσδοκίες των επενδυτών. Πραγματικές προηγούμενες αποδόσεις είναι σχετικές με μια εκτίμηση του κόστους κεφαλαίου μόνο στο βαθμό που πιστεύεται ότι αντιπροσωπεύουν μελλοντικές αποδόσεις.
- Το κόστος κεφαλαίου εξαρτάται από την επένδυση και όχι τον επενδυτή – είναι άμεσα συνδεδεμένο δηλαδή με την επικινδυνότητα της επένδυσης (riskiness of the investment) παρά με το προφίλ κινδύνου του επενδυτή.

- Σε οικονομικούς όρους, το κόστος κεφαλαίου είναι ένα κόστος ευκαιρίας (opportunity cost) - το κόστος δηλαδή απόρριψης της αμέσως καλύτερης ευκαιρίας επένδυσης
- Η έννοια του κόστους κεφαλαίου είναι βασισμένη στην αρχή της αντικατάστασης (principle of substitution) – ένας επενδυτής δεν θα επενδύσει σε μια επιλογή κεφαλαίου εάν υπάρχει καλύτερη εναλλακτική.
- Το κόστος κεφαλαίου είναι κατευθυνόμενο από την αγορά (market driven) - είναι η ανταγωνιστική απόδοση διαθέσιμη στην αγορά σε μια συγκρίσιμη επένδυση (αυτό θα πει μια επένδυση αντίστοιχης επικινδυνότητας)
- Η πιο σημαντική παράμετρος της συγκρισιμότητας είναι ο κίνδυνος, ο οποίος είναι ο βαθμός σιγουριάς (degree of certainty) ή έλλειψη αυτού με τον οποίο ο επενδυτής θα πραγματοποιήσει τις αναμενόμενες αποδοχές στις προκαθορισμένες χρονικές στιγμές. Καθώς ο κίνδυνος δεν μπορεί πάντα να παρατηρηθεί άμεσα, οι αναλυτές έχουν αναπτύξει διάφορους τρόπους εκτίμησής του χρησιμοποιώντας δεδομένα της αγοράς (βασισμένα σε κάποιο διάστημα μέσα στο παρελθόν)
- Κάθε παράμετρος της κεφαλαιακής δομής μιας επιχείρησης (δανεισμός & ιδία κεφάλαια)(debt & equity) έχει ένα κόστος κεφαλαίου.

Οι προσδοκίες των επενδυτών

Το κόστος κεφαλαίου καταφέρνει να συμπεριλάβει τρεις βασικές παραμέτρους που διαμορφώνουν τις απαιτήσεις των επενδυτών.
{Hitchner:2011uu}

1. Την «πραγματική» τιμή της απόδοσης που αναμένουν οι επενδυτές για να επιτρέψουν σε κάποιον άλλο να διαχειριστεί τα χρήματά τους χωρίς κίνδυνο (on a risk-less basis)
2. Τον αναμενόμενο πληθωρισμό – την αναμενόμενη απαξίωση σε αγοραστική δύναμη ενώ τα χρήματα βρίσκονται δεσμευμένα
3. Τον κίνδυνο – η αβεβαιότητα για το πότε και πόσες ταμιακές ροές ή άλλα οικονομικά οφέλη θα ληφθούν.

Ο συνδυασμός μάλιστα των δυο πρώτων απαιτήσεων αναφέρεται κάποιες φορές ως η «χρονική αξία του χρήματος» (time value of money). Αυτή η τιμή παρότι μπορεί να διαφοροποιείται για διαφορετικούς επενδυτές, η αγορά τείνει να διαμορφώσει μια κοινά αποδεκτή τιμή όσον αφορά μια επένδυση ή μια συγκεκριμένη κατηγορία επενδύσεων. Αυτή η κοινή συμφωνία διαμορφώνει το κόστος κεφαλαίου για επενδυτές διαφορετικών επιπέδων κινδύνου. Το κόστος κεφαλαίου αναφέρεται και ως επιτόκιο προεξόφλησης.

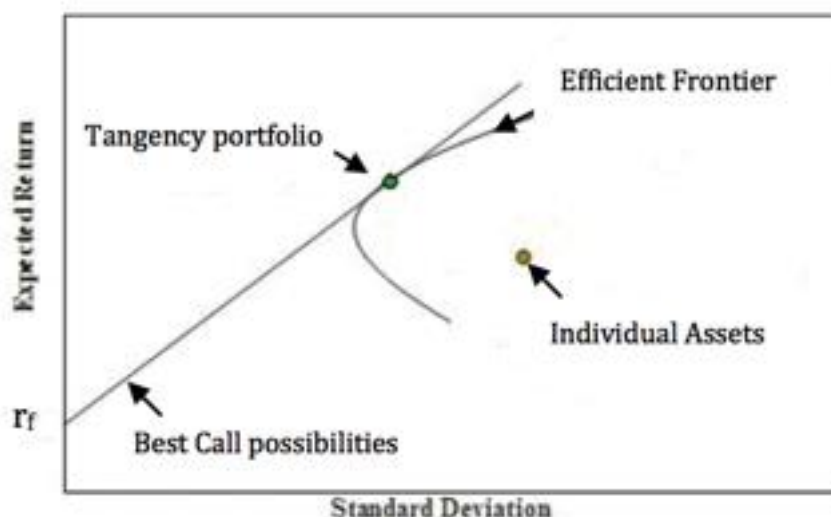
2.2.2.2 Μέθοδοι υπολογισμού του Κόστους Κεφαλαίου

Στην βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετοί τρόποι υπολογισμού του επιτοκίου προεξόφλησης για μια συγκεκριμένη επένδυση. Δυο από τις βασικές και αρκετά χρησιμοποιούμενες μεθόδους είναι:

Capital asset pricing model method

Ιστορικό Σημείωμα

Το 1952 ο οικονομολόγος Harry Markowitz ανέπτυξε την σύγχρονη θεωρία των πορτφόλιο (portfolio theory), η οποία παρουσιάζει το αποδοτικό όριο για βέλτιστη επένδυση. Ο Markowitz προήγαγε ένα διαφοροποιημένο πορτφόλιο για να μειώσει τον κίνδυνο. Ουσιαστικά ανέπτυξε ένα μοντέλο που μπορούσε να καθορίσει τον τρόπο προσδιορισμού του βέλτιστου πορτφόλιο: οι επενδυτές μπορούσαν να μειώσουν την τυπική απόκλιση των αποδοχών στα πορτφόλιο επιλέγοντας μετοχές & επενδύσεις που δεν διέφεραν με τον ίδιο τρόπο. Επιπρόσθετα, όρισε ότι τα περιουσιακά στοιχεία (ενεργητικό) ενός πορτφόλιο έχουν αποδοχές κανονικά κατανομημένες (normally distributed) και ότι οι διακυμάνσεις τους είναι συσχετισμένες μεταξύ τους. Μέσω βελτιστοποίησης αυτού του μοντέλου, βρήκε ότι κάθε βέλτιστη λύση ανήκε σε μια καμπύλη, γνωστή ως αποδοτικό σύνολο (effective frontier) το οποίο καθορίζεται από τα περιουσιακά στοιχεία / projects που επιλέχθηκαν για την δημιουργία του βέλτιστου πορτφόλιο. {Brealey:2013un}

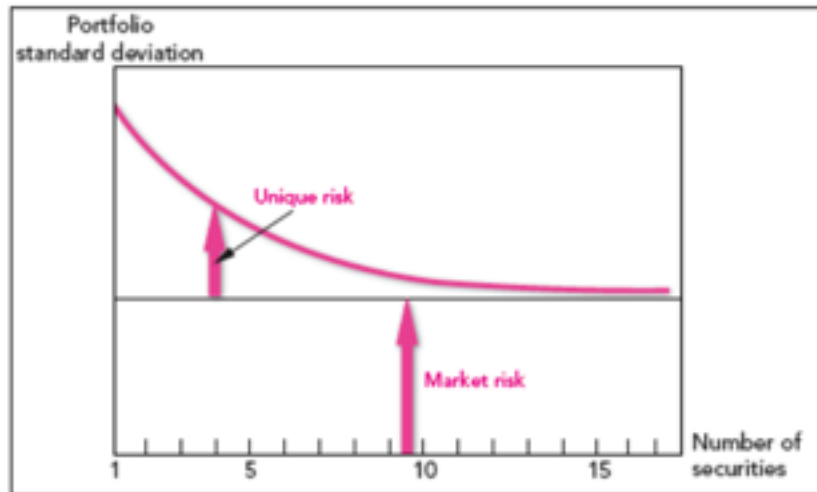


Σχήμα 2.1 : Διάγραμμα αποδοτικού συνόρου

Παρόλα αυτά μόλις το 1960 και μέσω της έρευνας του William Sharpe αναπτύχθηκε ένας τρόπος για την μέτρηση αυτού του επιπέδου κινδύνου.

Ο William Sharpe, φοιτητής στο πανεπιστήμιο του Cambridge τότε, μελέτησε την θεωρία των πορτφόλιο κατόπιν παρότρυνσης του Markowitz και την τροποποίηση με το να συνδέσει κάθε πορτφόλιο με έναν μοναδικό παράγοντα κινδύνου. Τοποθέτησε αυτούς τους κινδύνους σε δυο κατηγορίες, συστηματικός κίνδυνος (systematic risk) που αναφέρεται και ως κίνδυνος της αγοράς (market risk) και μη-συστηματικός κίνδυνος (unsystematic risk) ή αλλιώς ειδικός κίνδυνος (unique risk). Ο συστηματικός κίνδυνος, αναφερόμενος ως βήτα (beta), είναι ο κίνδυνος του να βρίσκεσαι στην αγορά. Αυτό το είδος κινδύνου δεν μπορεί να διαφοροποιηθεί (τροποποιηθεί). Κατόπιν εισόδου στην αγορά, ο επενδυτής αναλαμβάνει αυτό το ρίσκο (κίνδυνο). Ο μη-συστηματικός κίνδυνος είναι ο

κίνδυνος που είναι διαφορετικός και ιδιαίτερος ανάλογα με την κάθε εταιρία/επενδυτή. Ο Sharpe αποφάνθηκε πως διαφοροποιώντας το πορτφόλιο κάποιου, μπορεί αυτός να μειώσει ή να εξαλείψει των μη-συστηματικό κίνδυνο. Κατ' επέκταση, η απόδοση του πορτφόλιο θα εξαρτάται αποκλειστικά από την συσχέτισή του με την αγορά. (figure1)



Σχήμα 2.2 : Απόκλιση κινδύνου ανάλογα με την διαφοροποίηση

Ο Markowitz και ο Sharpe έλαβαν μαζί το Βραβείο Νόμπελ το 1990 για την δουλειά τους σε αυτό το μοντέλο, το οποίο παρουσίαζε μια τυποποιημένη μέτρηση του επιπέδου κινδύνου μιας επένδυσης με βάση την κατάσταση της αγοράς.

Συνολικά η θεωρία του Capital Asset Model αναπτύχθηκε περί το 1960 από τρεις οικονομολόγους: Jack Treynor, John Lintner και William Sharpe. Η θεωρία αναφέρει πως πορτφόλιο που βρίσκονται είτε στο αποδοτικό σύννορο είτε στην εφαπτομένη σε αυτό (η οποία αντιστοιχεί στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου – risk free rate r_f) (figure1) παρουσιάζουν τις υψηλότερες αποδοχές με την ιδανική δομή κινδύνου. {Brealey:2013un}

Capital Asset Pricing Model

Η μέθοδος CAPM προέρχεται επομένως από την μελέτη των κεφαλαιακών αγορών. Επιχειρεί να δώσει ένα μέτρο για τις σχέσεις με την αγορά βασισμένο στην θεωρία των αναμενόμενων αποδοχών αν οι επενδυτές δρουν με τον τρόπο που περιγράφεται από την θεωρία των πορτφόλιο (portfolio theory).

Ο κίνδυνος, σε αυτό το πλαίσιο, ορίζεται εννοιολογικά ως ο βαθμός της αβεβαιότητας με την οποία θα πραγματοποιηθούν τα αναμενόμενα μελλοντικά έσοδα. Όπως αναφέραμε και πιο πριν διακρίνονται δυο χωριστοί τύποι κινδύνου στην κεφαλαιακή αγορά:

1. Συστηματικός Κίνδυνος (Systematic Risk): Η αβεβαιότητα των μελλοντικών αποδοχών λόγω ευαισθησίας της εν λόγω επένδυσης στις μεταβολές των αποδοχών της επενδυτικής αγοράς σαν σύνολο.

2. Μη-Συστηματικός κίνδυνος (Unsystematic Risk): Η αβεβαιότητα των μελλοντικών αποδοχών ως συνάρτηση των χαρακτηριστικών της συγκεκριμένης βιομηχανίας, του συγκεκριμένου εγχειρήματος ή του συγκεκριμένου τύπου επενδυτικού ενδιαφέροντος. Παραδείγματα περιπτώσεων όπου έχουν μεγάλο αντίκτυπο στην παράμετρο του μη-συστηματικού κινδύνου είναι τομείς που με μεγάλο βαθμό επίδρασης της απαρχαίωσης του εξοπλισμού (π.χ. τεχνολογικός τομέας), τομείς που απαιτούν διοικητική εξειδίκευση και άλλα παρόμοια.

Η ευθεία εφαπτομένη γραμμή που αναφέραμε προηγουμένως είναι γνωστή ως Security Market Line (SML), για την οποία η γ-τεταγμένη είναι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk-free-rate) και η κλίση ισούται με το πριμ του κινδύνου αγοράς (Market Risk Premium), το οποίο είναι ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει ο επενδυτής σε κάθε χρονική στιγμή t . Επομένως κάθε βέλτιστο πορτφόλιο θα πρέπει να ικανοποιεί την ακόλουθη εξίσωση:

$$r_e - r_f = \beta \cdot (E(r_m) - r_f)$$

όπου r_e : η απόδοση του συγκεκριμένου project (επιτόκιο προεξόφλησης)

r_f : το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου

$E(r_m)$: η μέση αναμενόμενη απόδοση της αγοράς

β (beta) : ο συντελεστής ο οποίος ανακλά τον κίνδυνο και είναι ίσος με το λόγο της συνδιακύμανσης (covariance) της απόδοσης της επένδυσης με την απόδοση της αγοράς προς την διακύμανση του συνόλου της αγοράς : $\beta = cov(r, r_m) / var(r_m)$

$E(r_m) - r_f$: το πριμ του κινδύνου

Τα απαιτούμενα δεδομένα για τη χρήση της μεθόδου CAPM μπορούν να ληφθούν από διαφορετικές πηγές. Η μέση απόδοση της αγοράς $E(r_m)$ συνήθως προκύπτει από ιστορικές τιμές αποδόσεων της αγοράς {Ibbotson:pn0_jo0E}.

ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ της CAPM

Συχνά αυτή η μέθοδος χαρακτηρίζεται ως μη ρεαλιστική, λόγω των ισχυρισμών πάνω στους οποίους βασίζεται. Οι ισχυρισμοί αυτοί που αποτελούν και το αντικείμενο κριτικής είναι ως ακολούθως {Watson:2009vs}. Τα beta δημοσιεύονται μόνο για εισηγμένες στο χρηματιστήριο εταιρίες και επομένως ο υπολογισμός του κατάλληλου beta για εταιρία γίνεται μέσω χρήσης αυτού παρόμοιων εταιριών εισηγμένων στο χρηματιστήριο. {Larrabee:2012ty}

Οι επενδυτές διατηρούν διαφοροποιημένα πορτφόλιο

Σύμφωνα με αυτή η παραδοχή οι επενδυτές απαιτούν απόδοση αντίστοιχη του συστηματικού ρίσκου (market risk) των πορτφόλιο τους, καθώς ο μη-συστηματικός κίνδυνος έχει αφαιρεθεί και συνεπώς μπορεί να αγνοηθεί.

Οριζοντας μονής περιόδου συναλλαγών

Στην μέθοδο αυτή υποθέτουμε μια τυποποιημένη περίοδο διαχείρισης όλων των στοιχείων του πορτφόλιο ώστε να είναι συγκρίσιμες οι αποδοχές μεταξύ των στοιχείων. Μια απόδοση κατά την διάρκεια 6 μηνών δεν μπορεί δηλαδή να συγκριθεί με μια άλλη που είναι ετήσια. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιείται συνήθως μια περίοδος διαχείρισης ενός έτους.

Οι επενδυτές μπορούν να δανείζονται και να δανείζουν στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk-free rate of return)

Αυτή η υπόθεση λαμβάνεται από την θεωρία των πορτφόλιο, και αντιστοιχεί σε ένα ελάχιστο επίπεδο απόδοσης που απαιτείται από τους επενδυτές.

Τέλεια κεφαλαιακή αγορά

Αυτή η παραδοχή λαμβάνει ότι όλα τα περιουσιακά στοιχεία αποτιμούνται σωστά και πως η αποδόσεις τους μπορούν να σχεδιαστούν πάνω στην SML. Μια τέλεια όμως αγορά απαιτεί: δεν υπάρχουν φόροι και κόστη συναλλαγών, υπάρχει διαθέσιμη δωρεάν τέλεια πληροφόρηση με αποτέλεσμα όλοι οι επενδυτές να έχουν τις ίδιες προσδοκίες, όλοι οι επενδυτές είναι αδιάφοροι ως προς τον κίνδυνο, λογικοί και επιθυμούν μεγιστοποίηση της δικής τους χρησιμότητας, υπάρχει μεγάλος αριθμός πωλητών και αγοραστών στην αγορά.

Υπέρ: Επιτρέπει το διαχωρισμό δημόσιων και ιδιωτικών κινδύνων (public & private risks). Δημιουργώντας ένα μεγάλο πορτφόλιο, η μέθοδος λαμβάνει υπόψη την διαφοροποίηση του κινδύνου. Η μέθοδος είναι εύκολα εφαρμόσιμη ενώ σύμφωνα με μελέτες άπτεται της πραγματικότητας παρέχοντας κατάλληλα αποτελέσματα. {Karamitsos:2009wr}

Κατά: Είναι δύσκολο να ελεγχθεί η CAPM εμπειρικά. Το πραγματικό πορτφόλιο της αγορά είναι δύσκολο να μετρηθεί και να μελετηθεί.

Weighted Average Cost of Capital Method

Εναλλακτικά κατά την αποτίμηση μιας επένδυσης μέσω της μεθόδου DCF, μπορούμε να προεξοφλήσουμε τις ελεύθερες ταμειακές ροές χρησιμοποιώντας επιτόκιο αναγωγής που προκύπτει με τη μέθοδο του Μέσου Σταθμικού Κόστους Κεφαλαίου (WACC). Το κόστος κεφαλαίου εκπροσωπεί το κόστος ευκαιρίας που αντιμετωπίζουν οι επενδυτές δεσμεύοντας τα χρήματά τους σε ένα συγκεκριμένο project αντί για κάποιο άλλο.

Το Μέσο σταθμικό κόστος κεφαλαίου μπορεί να οριστεί ως η τιμή που πρέπει να πληρώσει μια επιχείρηση για να χρηματοδοτήσει τα περιουσιακά της στοιχεία. Πολύ συχνά, μια επιχείρηση μαζεύει κεφάλαιο για μια επένδυση μέσω ενός συνδυασμού δανεισμού και ιδίων κεφαλαίων. Σε αυτή την περίπτωση το κόστος κεφαλαίου προκύπτει βρίσκοντας το σταθμισμένο μέσο όρο του κόστους

κεφαλαίου. Σύμφωνα με τα παραπάνω το WACC προκύπτει από την ακόλουθη εξίσωση:

$$WACC = \frac{D}{V} r_D \cdot (1 - T_C) + \frac{E}{V} \cdot r_E$$

- όπου D : είναι η αξία στην αγορά του συνολικού χρέους της εταιρίας
 E : είναι η αξία στην αγορά των συνολικών ιδίων κεφαλαίων της εταιρίας (τα ίδια κεφάλαια περιλαμβάνουν το μετοχικό κεφάλαιο και τα αποθεματικά, που κάθε χρόνο η εταιρία κρατάει από τα κέρδη της για την αντικατάσταση του εξοπλισμού, τον εκσυγχρονισμό, μια πιθανή επέκταση κ.λ.π.)
 V : δίνεται ως $V=D+E$ και είναι η αξία στην αγορά του συνολικού κεφαλαίου που συσσωρεύσε η εταιρία
 r_D : το κόστος δανεισμού (χρέους) (cost of debt)
 r_E : το κόστος των ιδίων κεφαλαίων (cost of equity)
 T_C : ο συντελεστής εταιρικής φορολογίας

Τα περιουσιακά στοιχεία/ το συσσωρευμένο κεφάλαιο μιας εταιρίας είναι χρηματοδοτούμενο μέσω δανεισμού είτε μέσω ιδίων κεφαλαίων. Επομένως ο λόγος D/V αντιπροσωπεύει το ποσοστό της χρηματοδότησης που είναι χρέος ενώ ο λόγος E/V το ποσοστό που είναι ίδια κεφάλαια. Ο σταθμισμένος μέσος επιτρέπει να δούμε το επιτόκιο που πρέπει να πληρωθεί για κάθε χρηματοδοτούμενη χρηματική μονάδα. Είναι σημαντικό να χρησιμοποιηθούν οι αξίες στην αγορά των απαιτούμενων παραμέτρων και όχι η λογιστικές αξίες. Το κόστος ιδίων κεφαλαίων μπορεί να υπολογιστεί μέσω της CAPM.

Δυστυχώς, το WACC είναι κατάλληλο για projects των οποίων το προφίλ κινδύνου είναι παρόμοιο με αυτό της επιχείρησης κάτι που συχνά για ερευνητικά project το καθιστά ακατάλληλο, καθώς χαρακτηρίζονται από αρκετά υψηλότερο κίνδυνο από τα άλλα project της εταιρίας κατά μέσο όρο. Για αυτές τις επενδύσεις χρειαζόμαστε διαφορετικά επιτόκια προεξόφλησης, τα οποία να αναπαριστούν σωστά την δομή του κινδύνου τους. Σε αυτή την περίπτωση είναι πιο σωστή η χρήση του CAPM που έχει αναλυθεί παραπάνω. {Brealey:2013un}

Υπό: Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογίσουμε της προεξοφλημένες ταμειακές ροές και συνεπώς την Καθαρή Παρούσα Αξία μιας επένδυσης. Οι απαραίτητες εισδοχές του μοντέλου είναι εύκολο να καθοριστούν και δίνει μια καλή εκτίμηση της δομής του κινδύνου. Η ίδια τιμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για διαφορετικά project που ανήκουν στον ίδιο τομέα, και κατ' αυτό τον τρόπο επενδυτικά project με κοινή δομή κινδύνου μπορούν να συγκριθούν μεταξύ τους. {Karamitsos:2009wr}

Κατά: Περιγράφει το κόστος κεφαλαίου της επιχείρησης και όχι του επενδυτικού project. Η τιμή είναι πολύ ευαίσθητη στο λόγο χρέους προς αξία. Το κόστος της οικονομικής δυσχέρειας δεν μπορεί να συμπεριληφθεί και υποθέτει πως ασπίδες φόρου χρησιμοποιούνται στο χρόνο που προκύπτουν – κάτι που δεν ισχύει όμως

υποχρεωτικά. Ενώ για project με διαφορετική δομή κινδύνου απαιτείται κατάλληλη τροποποίηση του τρόπου υπολογισμού που τον καθιστά πιο δύσκολο στην εφαρμογή.

2.3 Αξιολογηση Παραδοσιακών Μεθόδων Αποτίμησης

Η παραδοσιακή μεθοδολογία αποτίμησης που βασίζεται στις προεξοφλημένες ταμειακές ροές δεν καταφέρνει να λάβει υπόψη της κάποια από τα εγγενή χαρακτηριστικά των περιουσιακών στοιχείων ή της επενδυτικής ευκαιρίας. Οι παραδοσιακές μέθοδοι υποθέτουν πως η επένδυση είναι μια όλα-η-τίποτα στρατηγική και δεν λαμβάνουν υπόψη τους την **διαχειριστική ευελιξία** (managerial flexibility), *την δυνατότητα δηλαδή της διαχείρισης να αλλάξει την πορεία μιας επένδυσης με την πάροδο του χρόνου όταν συγκεκριμένες αβέβαιοι παράμετροι του project γίνουν γνωστές*. Για το λόγο αυτό σε επόμενο κεφάλαιο θα εισάγουμε την μέθοδο των πραγματικών δικαιωμάτων (real options), η οποία εκτός των άλλων επιτρέπει στον αναλυτή κατά την αποτίμηση να λάβει υπόψη του την δυνατότητα της διαχείρισης να δημιουργήσει, να εκτελέσει και εγκαταλείψει στρατηγικές και άλλες ευέλικτες επιλογές.

Ας επιστρέψουμε όμως στην αποτίμηση μέσω της παραδοσιακής μεθόδου των προεξοφλημένων ταμειακών ροών και να δούμε ορισμένες προβληματικές περιοχές της όπως είναι η υποεκτίμηση ενός περιουσιακού στοιχείου που στην παρούσα φάση έχει λίγες ή και καθόλου ταμειακές ροές, η μη δυνατότητα προσαρμογής του WACC με την πάροδο του χρόνου, προγνωστικά λάθη στην δημιουργία των μελλοντικών ταμειακών ροών και έλλειψη ελέγχων για την αληθοφάνεια των τελικών αποτελεσμάτων. Έτσι δείκτες όπως η ΚΠΑ ή ο EBA δεν είναι σε θέση να παράσχουν μια κατανοητή οπτική της συνολικής αξίας της επένδυσης. Βέβαια, το μοντέλο των προεξοφλημένων ταμειακών ροών έχει και τα πλεονεκτήματά του.

- Ξεκάθαρα, συνεπή κριτήρια απόφασης για όλα τα project
- Κοινά αποτελέσματα ανεξάρτητα από τις προτιμήσεις του κινδύνου των επενδυτών
- Ποσοτικό, ικανοποιητικό επίπεδο ακρίβειας και οικονομικά λογικό
- Δεν είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο σε λογιστικές μετατροπές
- Λαμβάνει υπόψη την χρονική αξία του χρήματος και βασικές δομές κινδύνου
- Σχετικά από στη χρήση, ευρέως διδασκόμενο και ευρέως αποδεκτό
- Εύκολα εξηγήσιμο στα διοικητικά στελέχη/ την διαχείριση: « Εάν τα οφέλη υπερτερούν του κόστους , τότε κάντε το»

Στην πραγματικότητα ένας αναλυτής θα πρέπει να έχει υπόψη του μια σειρά από περιορισμούς και ζητήματα πριν προβεί σε χρήση της μεθοδολογίας των προεξοφλημένων ταμειακών ροών, όπως αυτά παρουσιάζονται στον Πίνακα 1. Οι περισσότερες πτυχές του προβλήματος είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με την

επιχειρησιακή πραγματικότητα – κίνδυνοι και αβεβαιότητες αφθονούν στις περιστάσεις που πρέπει να ληφθούν αποφάσεις ενώ παράλληλα η διοίκηση διατηρεί την στρατηγική ευελιξία να πάρει νέες και να αλλάξει προηγούμενες αποφάσεις όταν κάποιες από αυτές τις αβεβαιότητες καταστούν γνωστές ή γίνουν διαθέσιμες κάποιες επιπρόσθετες πληροφορίες.

Είναι ξεκάθαρο πως ζούμε σε ένα στοχαστικό κόσμο, όπου ένα ενδεχόμενο ή ένα αποτέλεσμα μπορεί να είναι πιθανό αλλά ποτέ σίγουρο. Σε έναν τέτοιο κόσμο ντετερμινιστικά μοντέλα όπως αυτό των προεξοφλημένων ταμειακών ροών (θεωρεί πως μια επένδυση είναι μη-αντιστρέψιμη και μπορεί να γίνει μόνο τώρα ή ποτέ) πιθανώς να υποεκτιμήσουν σε αρκετές περιπτώσεις με πολλές παραμέτρους αβέβαιες την αξία ενός συγκεκριμένου project. Πιο συγκεκριμένα ένα ντετερμινιστικό DCF μοντέλο υποθέτει από την αρχή ότι όλες οι μελλοντικές ταμειακές ροές είναι σταθερές και προκαθορισμένες. Μια τέτοια υπόθεση είναι ακριβής σε περίπτωση που δεν θα μπορούσαν να υπάρξουν μεταβολές στις επιχειρησιακές συνθήκες ώστε να τροποποιηθεί η αξία ενός συγκεκριμένου project. {Mun:2006ha}

DCF Assumptions	Realities
Οι αποφάσεις λαμβάνονται τώρα, και οι μελλοντικές ταμειακές ροές είναι προκαθορισμένες	Αβεβαιότητα και μεταβλητότητα στις μελλοντικές ταμειακές ροές. Δεν λαμβάνονται όλες οι αποφάσεις στο πλαίσιο τώρα-ή-ποτέ, καθώς πολλές από αυτές μπορεί να αναβληθούν στο μέλλον, όταν κάποιος παράγοντας αβεβαιότητας ξεκαθαριστεί.
Τα project θεωρούνται ως «μικρές εταιρίες» και είναι εναλλάξιμα με πραγματικές εταιρίες.	Εάν συμπεριλάβουμε τις επιδράσεις του δικτύου (network effects), την διαφοροποίηση, τις αλληλεξαρτήσεις και τις συνέργειες, οι εταιρίες είναι πορτφόλιο έργων και των παραγόμενων ταμειακών ροών τους. Έτσι πολλές φορές δεν μπορεί ένα έργο να εκτιμηθεί ως μια ξεχωριστή σειρά ταμειακών ροών.
Όταν ξεκινήσουν, όλα τα project διαχειρίζονται παθητικά	Τα έργα συνήθως μετά την έναρξή τους διαχειρίζονται ενεργητικά καθ' όλη την διάρκεια ζωής τους με την διοίκηση να θέτει σημεία ελέγχου, χρηματικούς περιορισμούς και να έχει διακαιώματα επιλογής και κατάλληλης τροποποίησης του έργου ανάλογα με τις ανάγκες και τις συνθήκες της αγοράς.
Οι μελλοντικές ταμειακές ροές έχουν υψηλό βαθμό προβλεψιμότητας και ντετερμινιστικό χαρακτήρα.	Πολλές φορές είναι δύσκολο να εκτιμήσουμε τις μελλοντικές ταμειακές ροές καθώς ή φύση τους είναι στοχαστική και γεμάτη αβεβαιότητες και για να επιτευχθεί μια σχετική τελικά καλή εκτίμησή τους απαιτούνται πολύπλοκα μαθηματικά

	μοντέλα.
Το επιτόκιο προεξόφλησης ενός έργου ισούται με το κόστος κεφαλαίου, το οποίο είναι ανάλογο προς τον μη-διαφοροποιήσιμο (μη-συστηματικό) κίνδυνο	Υπάρχουν πολλαπλές πηγές επιχειρησιακών κινδύνων με διαφορετικά χαρακτηριστικά όπου κάποια διαφοροποιούνται μεταξύ έργων και με την πάροδο του χρόνου.
Όλοι οι κίνδυνοι υλοποίησης και διαχείρισης του έργου λαμβάνονται υπόψη μέσα στο επιτόκιο προεξόφλησης.	Οι κίνδυνοι σχετιζόμενοι τόσο με την επιχείρηση όσο και με το ίδιο το έργο μπορεί να μεταβληθούν κατά την διάρκεια του έργου.
Όλοι οι παράγοντες που θα μπορούσαν να επηρεάσουν την έκβαση ενός έργου και την αξία του για τους επενδυτές αντικατοπτρίζονται στο μοντέλο DCF μέσω της ΚΠΑ ή του EBA.	Λόγω της πολυπλοκότητας ενός έργου και των εξωτερικών παραγόντων μπορεί να είναι δύσκολο ή αδύνατο να ποσοτικοποιηθούν όλοι οι παράγοντες στις σταδιακές ταμειακές ροές. Διεσπαρμένα και μή-προγραμματισμένα ενδεχόμενα (π.χ. στρατηγικό όραμα, επιχειρηματική δραστηριότητα) μπορεί να είναι μεγάλης στρατηγικής σημασίας.
Η τιμή άγνωστων, απροσδιόριστων και μη-μετρήσιμων παραγόντων θεωρείται 0.	Πολλά από τα πλεονεκτήματα ενός έργου είναι απροσδιόριστα ή συντελούν ποιοτικές στρατηγικές θέσεις.

Table 1: Μειονεκτήματα της DCF

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Anderson, P., 2013. *The Economics of Business Valuation*, Stanford University Press.
- Brealey, R., Myers, S. & Allen, F., 2000. *Principles of Corporate Finance*, McGraw-Hill/Irwin.
- Brealey, R.A., 2012. *Principles of Corporate Finance*, Tata McGraw-Hill Education.
- Damodaran, A., 2012. *Investment Valuation*, John Wiley & Sons.
- Dibra, D., 2015. *Project Valuation and Decision Making under Risk and Uncertainty applying Decision Tree Analysis and Monte Carlo Simulation*, BoD – Books on Demand.
- Fisher, I., 1907. *The Rate of Interest: Its nature, determination and relation to economic phenomena*,
- Fisher, I., 1930. *The theory of interest*. New York.
- Gordon, M.J., 1962. *The investment, financing, and valuation of the corporation*,
- Hitchner, J.R., 2011. *Financial Valuation*, John Wiley & Sons.
- Howard, M., 2007. *Accounting and Business Valuation Methods*, Elsevier.
- Karamitsos, D., 2009. Real options in Strategy of R&D Portfolio. *ETH Zurich and Industrial Partner*.
- Koller, C.T.E. et al., 1994. *Valuation :measuring and managing the value of companies /*, Wiley frontiers in finance.
- Kruschwitz, L. & Löffler, A., 2005. *Discounted Cash Flow*, Oxford, UK: John Wiley & Sons Ltd.
- Larrabee, D.T. & Voss, J.A., 2012. *Valuation Techniques*, John Wiley & Sons.
- Lee, S.-C. & Shih, L.-H., 2011. Enhancing renewable and sustainable energy development based on an options-based policy evaluation framework: Case study of wind energy technology in Taiwan. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(5), pp.2185–2198.
- Magrath, J.J., 2015. Valuation of Investments. pp.1–21.
- Millington, A., 2013. *An Introduction to Property Valuation*, Taylor & Francis.
- Mun, J., 2006. *Real Options and Monte Carlo Simulation versus Traditional DCF Valuation in Layman's Terms*, Elsevier.
- Pratt, S., 2008. *Valuing a Business, 5th Edition*, McGraw Hill Professional.
- Pratt, S.P., 2003. *Cost of Capital*, John Wiley & Sons.
- Schall, L.D., Sundem, G.L. & Geijsbeek, W.R., 1978. SURVEY AND ANALYSIS OF CAPITAL BUDGETING METHODS. *The journal of finance*, 33(1), pp.281–287.
- Steiger, F., 2010. The Validity of Company Valuation Using Discounted Cash Flow Methods. *arXiv.org*, q-fin.GN, p.4881.
- Watson, D. & Head, A., 2009. *Corporate finance: principles and practice*,
- Williams, J.R. et al., 2005. *Financial and managerial accounting*,

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ & Ο ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΤΩΝ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο της εργασίας, η εφαρμογή των παραδοσιακών μεθόδων αξιολόγησης των επενδύσεων πολλές φορές κρίνεται ανεπαρκής. Ειδικά σε περιπτώσεις περίπλοκων έργων οι παραδοσιακές μέθοδοι αξιολόγησης μπορούν να οδηγήσουν ακόμα και σε εσφαλμένα και όχι απλά ανακριβή αποτελέσματα. Άλλωστε μια κοινή πρακτική που ακολουθείται από τα διοικητικά στελέχη και τους αναλυτές σε τέτοιες περιπτώσεις είναι η καταφυγή σε απλουστεύσεις και παραδοχές που κάποιες φορές παραποιούν την πραγματικότητα.

Οι Dixit και Pindyck αναφέρουν πως η ΚΠΑ δεν αποτελεί πάντα και σε όλες τις περιπτώσεις επενδύσεων ένα ικανοποιητικό κριτήριο και επιπλέον ότι το κριτήριο της ΚΠΑ χρειάζεται τροποποίηση για να ανταποκρίνεται στις πραγματικές συνθήκες. {Dixit:1994vh}

Για τα παραδοσιακά κριτήρια αποτίμησης που αναλύσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ο κίνδυνος της επένδυσης συμπεριλαμβάνεται κυρίως μέσω του επιτοκίου προεξόφλησης των χρηματοροών (υπολογισμός μέσω WACC ή CAPM).

Πριν προχωρήσουμε σε ανάλυση κατάλληλων μεθόδων αποτίμησης επενδυτικών σχεδίων που είναι σε θέση να συμπεριλάβουν την αβέβαιη φύση και τον κίνδυνο αυτών των επενδύσεων, θα κάνουμε μια εισαγωγή σε έννοιες σχετικές με τον κίνδυνο και την αβεβαιότητα.

3.1 Κίνδυνος

Ο κίνδυνος είναι ένα ιδιαίτερα σημαντικό στοιχείο της καθημερινής ζωής. Ενυπάρχει σε κάθε δραστηριότητα και ο άνθρωπος εκθέτει συνεχώς τον εαυτό του ή εκτίθεται σε αυτόν ακούσια και στις περισσότερες καταστάσεις μπορεί να τον ελέγξει σε πολύ μικρό βαθμό ή καθόλου. Ο κίνδυνος εκφράζει την αβεβαιότητα ότι η πραγματοποιούμενη απόδοση δεν θα είναι ίση με αυτή που αναμένουμε. Εάν δεν υπήρχε αβεβαιότητα δεν θα υπήρχε με τη σειρά του και ο κίνδυνος. Εξ' ορισμού αναφέρεται στο αρνητικό ενδεχόμενο, στην πιθανότητα να συμβεί κάτι κακό εκτός των προγραμματισμένων (σε πράξη, κατάσταση, συμπεριφορά, αποτέλεσμα κτλ), σε οτιδήποτε μπορεί να προκαλέσει καταστροφή, απώλειες και φθορές ή μπορεί να φέρει σε δυσχερή κατάσταση κάποιον ή κάτι. Ένας ενδιαφέρον ορισμός του κινδύνου που αξίζει να συμπεριληφθεί είναι αυτός των Amram και Kulatilaka {Kulatilaka:1999tp}. Συγκεκριμένα αναφέρουν πως ο κίνδυνος είναι οι αρνητικές οικονομικές συνέπειες που έχει για μια επιχείρηση η έκθεσή της στην αβεβαιότητα.

Στην βιβλιογραφία, ως συνώνυμο χρησιμοποιείται η λέξη ρίσκο (risk), η οποία είναι δάνειο από την ιταλική γλώσσα. Εάν αποπειραθούμε να κάνουμε μια ιστορική αναζήτηση για την πρώτη χρήση του όρου, θα την συναντήσουμε στα μέσα του 17^{ου} αιώνα και είναι συνυφασμένος με τον κλάδο της στατιστικής που μελετά στα τυχερά παιχνίδια την πιθανότητα κέρδους ή απωλειών. (Φάκος Δ. (2008).

Διαχείριση Επιχειρηματικών Κινδύνων και Εσωτερικός Ελεγχος, Epsilon 7.0). Τον 18^ο αιώνα υπάρχει εισαγωγή της έννοιας του κινδύνου στις ασφαλιστικές και ναυτιλιακές επιχειρήσεις και αποκτά μια ουδέτερη χροιά εφόσον συνδέεται πλέον τόσο με τα κέρδη όσο και τις ζημιές. Μόλις το 19^ο αιώνα πια συναντάμε μια σύνδεση της έννοιας με την οικονομική σκέψη και επιστήμη. Ενώ τον επόμενο αιώνα σειρά έχουν οι πετροχημικές, πετρελαϊκές και πυρηνικές βιομηχανίες με την έννοια να εμφανίζεται στη μηχανική και την επιστήμη να μελετά τους κινδύνους που ελλοχεύουν στις σύγχρονες τεχνολογικές εξελίξεις. Τέλος τον 21^ο αιώνα ο κίνδυνος και η σημασία του συνδέεται με την παραγωγή ενέργειας, την έρευνα και ανάπτυξη και κάθε άλλο τομέα που κυρίως λόγω της τεχνολογίας ή των αβέβαιων περιβαλλοντικών συνθηκών έχει αβέβαια έσοδα ή έξοδα.

Η οικονομική έννοια του κινδύνου

Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, τα παραδοσιακά κριτήρια αξιολόγησης των επενδύσεων βασίζονται σε μια πλήρη γνώση των μελλοντικών συνθηκών κάτω από τις οποίες πρόκειται να υλοποιηθεί. Βέβαια μια τέλεια γνώση της αγοράς που είναι απαραίτητη για να ισχύσει κάτι τέτοιο με βεβαιότητα δεν είναι ένα φαινόμενο που συναντάται συχνά στην πραγματική οικονομία. Αν αναλογιστούμε ότι πως μια συνήθης επένδυση σε ένα έργο ή σε κάποια πάγια περιουσιακά στοιχεία περιλαμβάνει μια ολόκληρη σειρά από αρχικές και ενδιάμεσες εισροές (κεφάλαιο, εργασία, πρώτες ύλες, καύσιμα, ζήτηση προϊόντων κλπ), οι ετήσιες καθαρές χρηματοροές που τελικά χρησιμοποιούνται στην αποτίμηση είναι αποτέλεσμα πολλαπλών υπολογισμών που βασίζονται στις πιο πιθανές τιμές ή αλλιώς στις καλύτερες προβλέψεις των σχετικών ποσοτήτων και τιμών. Δεν θα μπορούσε λοιπόν να πραγματοποιηθεί με απόλυτη σιγουριά ο υπολογισμός των χρηματοροών και κατ' επέκταση η αξιολόγηση της επένδυσης.

Στην θεωρία της αξιολόγησης επενδύσεων, η έννοια που συνδέει το αρχικό κόστος μιας επένδυσης και της μεταβολής της συνολικής αξίας της επένδυσης στο τέλος της περιόδου, ονομάζεται ποσοστό απόδοσης και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$R = \frac{F - C}{C} \cdot 100\%$$

όπου R: το ποσοστό απόδοσης

F: η αξία της επένδυσης στο τέλος της περιόδου

C: το αρχικό κόστος της επένδυσης

Το ποσοστό αυτό αντικατοπτρίζει την μεταβολή στην καθαρή αξία της επένδυσης στο τέλος της επενδυτικής περιόδου σε συνθήκες βεβαιότητας.

Όμως όπως διευκρινίσθηκε δεν μπορεί να υπολογιστεί με βεβαιότητα αυτό το ποσοστό απόδοσης καθώς αναμένεται να παρατηρηθούν αποκλίσεις από τα προβλεπόμενα επίπεδα. Η πιθανότητα και το μέτρο της απόκλισης από τα αναμενόμενα επίπεδα χαρακτηρίζεται ως κίνδυνος (Τσακλάγκανος, 1996) και η

ανάλυση του κινδύνου αποτελεί μια διαδικασία μέτρησης της διασποράς ή της μεταβλητότητας που παρουσιάζει η μελλοντική απόδοση της επένδυσης (Μέργος, 2002).

Ο ολικός κίνδυνος μιας επένδυσης κατά την χρηματοοικονομική θεωρία μπορεί να χωριστεί σε δυο μέρη: τον συστηματικό κίνδυνο και τον μη συστηματικό. Ο συστηματικός κίνδυνος οφείλεται σε παράγοντες της αγοράς που επηρεάζουν το σύνολο των εμπλεκόμενων επιχειρήσεων ταυτόχρονα όπως είναι ο πληθωρισμός, τα υψηλά ή χαμηλά επιτόκια και οι γενικότερες εξελίξεις των οικονομικών συνθηκών. Από την άλλη μεριά ο μή-συστηματικός κίνδυνος έχει να κάνει με παράγοντες και παραμέτρους που αφορούν μόνο την ίδια την επιχείρηση/επενδυτή όπως είναι τα επιτυχημένα ή μη προγράμματα προώθησης πωλήσεων, οι αλλαγές της τεχνολογίας και της μεθόδου παραγωγής του προϊόντος και γενικότερες αλλαγές που αφορούν τον τομέα δραστηριοποίησης της επιχείρησης.

3.2 Αβεβαιότητα

There are known knowns; there are things we know that we know. There are known unknowns; that is to say there are things that, we now know we don't know. But there are also unknown unknowns—there are things we do not know, we don't know.—Donald Rumsfeld, United States Secretary of Defence 1975–1977, 2001–2006

Η αβεβαιότητα είναι η κατάσταση του άγνωστου μέλλοντος. Με άλλα λόγια είναι ένας όρος που χρησιμοποιείται με ελαφρά διαφορετικούς τρόπους σε πολλά πεδία, όπως φιλοσοφία, φυσική, στατιστική, οικονομικά, χρηματοοικονομικά, ασφαλίσεις, ψυχολογία, κοινωνιολογία, μηχανολογία κα. Η αβεβαιότητα προκύπτει σε περιβάλλοντα στοχαστικά ή με δυνατότητα μερικής παρατήρησης και μελέτης, αλλά και σε άλλες καταστάσεις λόγω αδιαφορίας ή/και αμέλειας.

Σύμφωνα με τους Klir και Wierman η αβεβαιότητα λαμβάνει πολλές μορφές και διαστάσεις και μπορεί να περιλάβει έννοιες όπως η ασάφεια η αοριστία, η διαφωνία και σύγκρουση, η ανακρίβεια και η μη ειδικότητα {Klir:1999gt} . Όπως γίνεται λοιπόν ήδη αντιληπτό η αβεβαιότητα μπορεί να ορισθεί με πολλούς και διαφορετικούς μεταξύ τους τρόπους. Ουσιαστικά πρόκειται για την έλλειψη πληροφορίας η οποία πιθανόν να αποκτηθεί κάποια στιγμή αλλά μπορεί και όχι {Rowe:1994cb}. Ένας ακόμα ορισμός προέρχεται από τον Zimmerman ο οποίος αναφέρει χαρακτηριστικά πως η αβεβαιότητα υποδεικνύει ότι σε μια συγκεκριμένη κατάσταση δεν είναι διαθέσιμη η πληροφόρηση που είναι ποιοτικά και ποσοτικά απαραίτητη για να περιγράψει, να καθορίσει, να προβλέψει σε ένα σύστημα τη συμπεριφορά του ή τα χαρακτηριστικά του {Zimmermann:2000vd}.

Υπάρχουν δυο είδη αβεβαιότητας σημειώνουν οι Chernoff και Mosses {Chernoff:1959vm}. Ένα που υπόκειται στους νόμους της τυχαιότητας που μπορούν να καθοριστούν, όπως για παράδειγμα το εξαγόμενο από την ρίψη ενός

νομίσματος. Για το άλλο είδος οι νόμοι τυχαιότητας που ισχύουν δεν είναι γνωστοί όπως στο παράδειγμα ρίψης ενός κίβδηλου νομίσματος.

Για να συνδέσουμε και την έννοια της αβεβαιότητας με το πεδίο των επενδύσεων, αρκεί να αναλογιστούμε πως στις περισσότερες πραγματικές καταστάσεις, οι συνθήκες που αντιμετωπίζουν οι αναλυτές είτε οι επενδυτές μεταβάλλονται συνεχώς με την πάροδο του χρόνου, με αποτέλεσμα η επενδυτική συμπεριφορά να πρέπει και όντως να προσαρμόζεται ανάλογα με τις μελλοντικές καταστάσεις οι οποίες είναι πάντοτε αβέβαιες {Dixit:1994vh}.

Η έννοια της αβεβαιότητας συναντάται με δυο διαφορετικές όψεις, τη θετική (good side) και την αρνητική (bad side). Με άλλα λόγια, η τιμή μιας παρατηρούμενης μεταβλητής μπορεί να παρουσιάσει αύξηση ή μείωση σε σχέση με την αναμενόμενη τιμή {Dixit:1994vh}. Αυτή η λογική, αναδεικνύει την αξία αναμονής για τον επενδυτή ο οποίος μπορεί να επιλέξει να δει την εξέλιξη των μεταβολών πριν λάβει την τελική του απόφαση για μια νέα επένδυση είτε την τροποποίηση ή εγκατάλειψη μιας παλαιότερης.

Επομένως, η αβεβαιότητα δεν θα πρέπει να αντιμετωπίζεται ως αρνητικός παράγοντας ενός έργου καθώς μπορεί να δημιουργήσει και ευκαιρίες. Ως ευκαιρία (opportunity) θεωρούμε την δυνατότητα για λήψη μιας απόφασης στο μέλλον {Luehrman:1997ul}. Σύμφωνα βέβαια με τις παραδοσιακές μεθόδους αξιολόγησης που αναλύσαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, όσο μεγαλύτερη είναι η περιεχόμενη αβεβαιότητα τόσο χαμηλότερη είναι η αξία της επένδυσης. Αυτό συμβαίνει διότι αυτές οι μέθοδοι αποτίμησης δεν είναι σε θέση να αξιολογήσουν ικανοποιητικά τις ευκαιρίες και να αναγνωρίσουν τα σημεία εμφάνισής τους. Ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που εμφανίζονται ευκαιρίες με μεγάλη διάρκεια ζωής η ανάλυση με προεξοφλημένες ταμειακές ροές δίνει τόσο προβληματικά αποτελέσματα που ακόμη και μια απλή ανάλυση πραγματικών δικαιωμάτων χωρίς μεγάλη ακρίβεια μπορεί να μας δώσει πιο αξιολογικά αποτελέσματα {Kulatilaka:1999tp}.

3.3 Κίνδυνος και Αβεβαιότητα

Ο οικονομολόγος Frank Knight από το πανεπιστήμιο του Chicago στο σεμιναριακό του έργο Risk, Uncertainty, and Profit (1921) καθιέρωσε ένα σημαντικό διαχωρισμό μεταξύ κινδύνου και αβεβαιότητας {Knight:1961vz}.

«Uncertainty must be taken in a sense radically distinct from the familiar notion of risk, from which it has never been properly separated.... The essential fact is that 'risk' means in some cases a quantity susceptible of measurement, while at other times it is something distinctly not of this character; and there are far-reaching and crucial differences in the bearings of the phenomena depending on which of the two is really present and operating.... It will appear that a measurable uncertainty, or 'risk' proper, as we shall use the term, is so far different from an unmeasurable one that it is not in effect an uncertainty at all.»

«You cannot be certain about uncertainty.»

Συγκεκριμένα, αναφέρει πως η αβεβαιότητα πρέπει να αντιμετωπίζεται ως μια έννοια ριζικά διαφορετική από την γνωστή έννοια του κινδύνου, από την οποία δεν έχει διαχωριστεί σωστά. Ο όρος «κίνδυνος», όπως χρησιμοποιείται στην καθημερινότητα καλύπτει δυο χωριστές έννοιες, οι οποίες λειτουργικά τουλάχιστον χρησιμοποιούμενες αναφορικά με μια οικονομική οργάνωση είναι κατηγορηματικά διαφορετικές. Ουσιαστικά ο «κίνδυνος» αναφέρεται σε κάποιες περιπτώσεις σε μια ποσότητα που επιδέχεται μέτρηση ενώ σε άλλες λαμβάνει τελείως διαφορετικό χαρακτήρα. Μια μετρήσιμη αβεβαιότητα, η καλύτερα «κίνδυνος» όπως θα γίνεται χρήση του όρου, είναι τόσο διαφορετική από μια αβεβαιότητα που δεν δύναται να ποσοτικοποιηθεί, ώστε δεν είναι στην πραγματικότητα αβεβαιότητα. Κατ' αυτό τον τρόπο ο όρος «αβεβαιότητα» θα περιορίζεται για χρήση σε περιπτώσεις που δεν είναι υπολογίσιμη και προσδιορίσιμη.

Επομένως η αβεβαιότητα όπως την όρισε ο Knight (Knightian Uncertainty) είναι μη-μετρήσιμη και δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί ενώ η αίσθηση του κινδύνου είναι από την άλλη μετρήσιμη και ποσοτικοποιήσιμη.

Ένας ακόμα ενδιαφέρον διαχωρισμός μεταξύ αβεβαιότητας και κινδύνου έχει προταθεί από τον Douglas Hubbard και περιλαμβάνει τους ακόλουθους ορισμούς {Hubbard:2007wy}{Hubbard:2010wy}:

Αβεβαιότητα: Η έλλειψη βεβαιότητας, δηλαδή η ύπαρξη περισσότερων της μιας δυνατοτήτων. Η «πραγματική» έκβαση/κατάσταση/αποτέλεσμα/αξία δεν είναι γνωστή.

Μέτρηση Αβεβαιότητας: Στο σύνολο των πιθανών ενδεχομένων ανατίθεται ένα αντίστοιχο σύνολο πιθανοτήτων. Π.χ. «Υπάρχει μια 50% να διπλασιαστούν τα αποθέματα πετρελαίου του πλανήτη στα επόμενα 10 χρόνια.»

Κίνδυνος : Μια κατάσταση αβεβαιότητας όπου κάποια από τα πιθανά ενδεχόμενα περιλαμβάνουν απώλεια, καταστροφή ή κάποια άλλη αρνητική και ανεπιθύμητη έκβαση.

Μέτρηση Κινδύνου: Ένα σύνολο ενδεχομένων σε καθένα από τα οποία αντιστοιχεί μια πιθανότητα και μια ποσοτική τιμή απώλειας. Π.χ. «Υπάρχει 50% πιθανότητα η υπο μελέτη προτεινόμενη πετρελαιοπηγή να ξεραθεί με αποτέλεσμα να υπάρξει μια ζημία της τάξεως των 15 εκατ σχετιζόμενη με τις δαπάνες διερευνητικής διάτρησης.»

Υπό αυτή την έννοια, σύμφωνα με τον Hubbard, θα μπορούσε κανείς να συναντήσει αβεβαιότητα χωρίς συνδεδεμένο με αυτήν κίνδυνο αλλά όχι κάποια μορφή κινδύνου χωρίς παραμέτρους αβεβαιότητας. Έτσι μπορεί να υπάρχει αβεβαιότητα για την μελλοντική εξέλιξη μια μεταβλητής π.χ τιμή πώλησης πετρελαίου, αλλά δεν υπάρχει κίνδυνος για τον επενδυτή εάν αυτή η μεταβλητή δεν επηρεάζει την επένδυσή του γιατί μπορεί να είναι για παράδειγμα σε άλλο τομέα της οικονομίας. Το μέτρο της αβεβαιότητας αναφέρεται μόνο στις

πιθανότητες των δυνατών ενδεχομένων, ενώ η μέτρηση του κινδύνου απαιτεί και ποσοτικοποίηση του μεγέθους των δυνατών απωλειών σε κάθε ενδεχόμενο.

3.4 Τεχνικές Εκτίμησης του Κινδύνου

Κατά την αξιολόγηση των επενδύσεων εκτιμούνται διάφοροι παράγοντες που επηρεάζουν με κάποιο τρόπο το μελετούμενο επενδυτικό σχέδιο. Εκτιμούνται δηλαδή τα έσοδα, τα χρόνια λειτουργικής ζωής, το κόστος επένδυσης, τα λειτουργικά έξοδα και άλλοι παράγοντες που διαφέρουν ανάλογα με το είδος της επένδυσης. Η αβεβαιότητα των επενδύσεων επομένως έχει να κάνει με διάφορες παραμέτρους στην πορεία αξιολόγησης μιας επένδυσης {Weston:1977ww}. Ο κίνδυνος στην τελική αξία της επένδυσης οφείλεται στην αβεβαιότητα που εμπεριέχεται στους παραπάνω προσδιοριστικούς παράγοντες. Για την μέτρηση και της προσέγγιση του κινδύνου της επένδυσης χρησιμοποιούνται στην βιβλιογραφία διάφορες τεχνικές.

3.4.1 Χρήση Πιθανοτήτων

Η κατανομή των πιθανοτήτων για όλα τα δυνατά αποτελέσματα/ αποδόσεις μιας επενδυτικής απόφασης παρέχει τρόπους μέτρησης του κινδύνου υλοποίησης της επένδυσης αλλά και συσχέτιση αυτού με την απόδοση. Κάθε ένα από τα δυνατά αποτελέσματα είναι συσχετισμένο με μια αντίστοιχη τιμή πιθανότητας (p) εμφάνισής του – έτσι τα αποτελέσματα που αναμένεται να πραγματοποιηθούν με μεγαλύτερη σιγουριά έχουν μια υψηλότερη τιμή πιθανότητας από τα άλλα.

Η αναμενόμενη μέση τιμή των αποτελεσμάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκφράσει την μέση αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης, ενώ τη διασπορά των πιθανών αποδόσεων γύρω από τη μέση τιμή, δηλαδή το βαθμό κινδύνου, τον εκφράζει η τυπική απόκλιση.

Δεδομένης μια κατανομής πιθανότητας μπορούμε να υπολογίσουμε τα ακόλουθα:

ANAMENOMENH TIMH (μέση τιμή)

Η αναμενόμενη τιμή μια στοχαστικής μεταβλητής X δεν είναι η πραγματική τιμή της αλλά η μέση τιμή των δυνατών αποτελεσμάτων της εάν πραγματοποιηθεί ένας μεγάλος αριθμός επαναλήψεων της εύρεσης της X (μεταβλητή απόφασης)

$$E(X) = \text{Expected value of } X = \sum_{i=1}^n p_i \cdot X_i$$

όπου X : μελετούμενο μέγεθος (τ.μ.)
 X_i : η i τιμή (αποτέλεσμα) της μεταβλητής απόφασης

$E(X)$: η αναμενόμενη μέση τιμή
 p_i : η πιθανότητα εμφάνισης του i αποτελέσματος
 n : ο συνολικός αριθμός των δυνατών τιμών που μπορεί να λάβει η τυχαία μεταβλητή X

Η αναμενόμενη μέση τιμή μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση της Καθαρής Παρούσας Αξίας (ΚΠΑ). Η μέση αναμενόμενη τιμή της ΚΠΑ διαφόρων εναλλακτικών καταστάσεων και υπολογισμών μιας επένδυσης, την οποία συμβολίζουμε $\overline{ΚΠΑ}$, υπολογίζεται

$$\overline{ΚΠΑ} = \sum_{i=1}^n p_i \cdot ΚΠΑ_i$$

ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ

Η διακύμανση αποτελεί ένα δείκτη απόλυτου κινδύνου και μετρά την διασπορά των αποτελεσμάτων (τιμών) γύρω από τη μέση τιμή ή την αναμενόμενη απόδοση

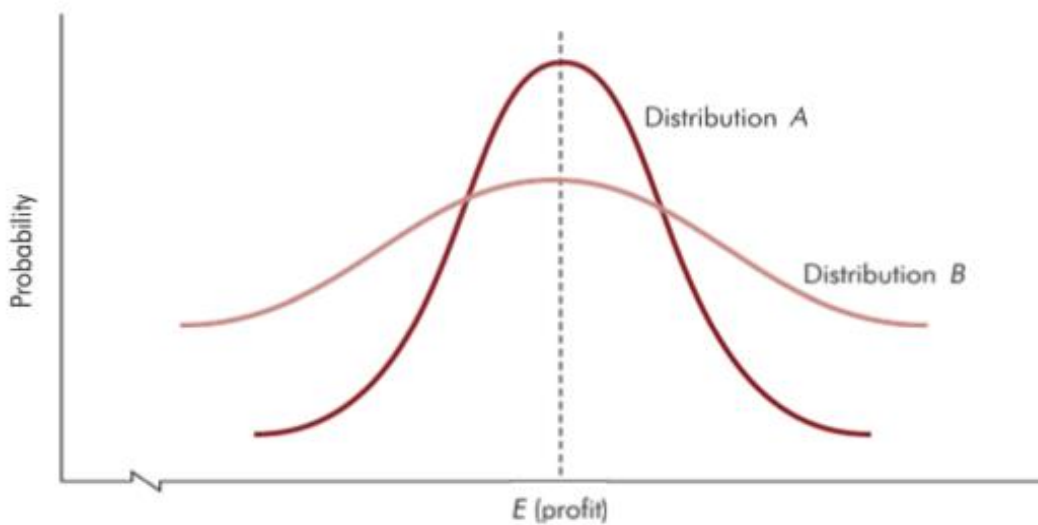
$$Variance(X) = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n p_i \cdot (X_i - E(X))^2$$

$$std(X) = standard\ deviation = \sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$$

όπου X : μελετούμενο μέγεθος (τ.μ.)
 X_i : η i τιμή (αποτέλεσμα) της μεταβλητής απόφασης
 $E(X)$: η αναμενόμενη μέση τιμή
 p_i : η πιθανότητα εμφάνισης του i αποτελέσματος (τιμής)
 n : ο συνολικός αριθμός των δυνατών τιμών που μπορεί να λάβει η τυχαία μεταβλητή X
 σ_x^2 : η διακύμανση της μεταβλητής X
 σ_x : η τυπική απόκλιση της μεταβλητής X

Όσο υψηλότερη είναι η τιμή της διακύμανσης και αντίστοιχα της τυπικής απόκλισης, τότε μεγαλύτερη η διασπορά των δυνατών αποτελεσμάτων από την αναμενόμενη τιμή και συνεπώς τόσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος που σχετίζεται με αυτή την πιθανοτική κατανομή αποτελεσμάτων.

Στο ακόλουθο σχήμα βλέπουμε δυο πιθανοτικές κατανομές αποτελεσμάτων με κοινή αναμενόμενη (μέση) τιμή αλλά διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις του παρατηρούμενου μεγέθους.



Σχήμα 3.1: Πιθανοτικές κατανομές εσόδων δυο έργων

Παρατηρούμε πως οι τιμές της κατανομής B έχουν μεγαλύτερη διασπορά από την αναμενόμενη τιμή, γεγονός που καθιστά την επένδυση που αναπαρίσταται από την πιθανοτική κατανομή B πιο επικίνδυνη.

Έτσι σύμφωνα και με τον παραπάνω ορισμό μπορούμε να υπολογίσουμε την διακύμανση και την τυπική απόκλιση των διαφορετικών αποτελεσμάτων της ΚΠΑ για μια επένδυση που εμπεριέχει αβεβαιότητες.

$$\text{Variance}(KPA) = \sigma_{KPA}^2 = \sum_{i=1}^n p_i \cdot (KPA_i - E(KPA))^2$$

$$\text{std}(KPA) = \text{standard deviation} = \sigma_{KPA} = \sqrt{\sigma_{KPA}^2}$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ

Όταν οι αναμενόμενες τιμές δυο εναλλακτικών επενδυτικών σεναρίων (περιπτώσεων) διαφέρουν σημαντικά και έχουν αρκετά διαφορετικές διακυμάνσεις, οι αναλυτές χρησιμοποιούν για την μέτρηση του επιπέδου κινδύνου ένα μέγεθος σχετικού κινδύνου. Ονομάζεται συντελεστής μεταβλητότητας και υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την αναμενόμενη τιμή και την απόκλιση αποτελεσμάτων της εκάστοτε επενδυτικής ιδέας.

$$v = \frac{\text{Standard deviation}}{\text{Expected value}} = \frac{\sigma}{E(X)}$$

Η χρήση της κατανομής των πιθανοτήτων για τους βασικούς παράγοντες υπολογισμού της αξίας, όπως το αρχικό κόστος της επένδυσης, η εξέλιξη της ζήτησης για ένα προϊόν, τα εργατικά, οι πρώτες ύλες, η δραστηριότητα των

ανταγωνιστών και άλλων, δεν είναι εφικτή καθώς δεν υπάρχουν τέτοιες κατανομές διαθέσιμες. Έτσι, χρησιμοποιείται η έννοια της υποκειμενικής πιθανότητας που αντιστοιχεί στην άποψη ενός ή περισσότερων ειδικών αναλυτών οι οποίοι θεωρείται ότι γνωρίζουν το επενδυτικό περιβάλλον και μπορεί να παρέχουν αξιόπιστες πληροφορίες σχετικά με την πιθανότητα εμφάνισης κάποιου συγκεκριμένου γεγονότος (Τσακλάγκανος, 1996).

Επομένως το βασικότερο μειονέκτημα των υποκειμενικών πιθανοτήτων για τα αναγκαία μεγέθη που συμπεριλαμβάνονται στην αποτίμηση της αξίας μιας επένδυσης, είναι ότι βασίζονται σε εκτιμήσεις ατόμων και άρα εμπεριέχουν μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας.

Εν συνεχεία ο προσδιορισμός της κατανομής πιθανοτήτων της ΚΠΑ με βάση τις μεταβολές σε όλους τους σημαντικούς παράγοντες μπορεί να γίνει στην πράξη με εφαρμογή μιας μελέτης προσομοίωσης Monte Carlo. {Mun:2006um}{Thomopoulos:2012bk} {Mooney:1997ta} {Wang:2012ws}. Με την προσομοίωση Monte Carlo παράγονται τυχαία τιμές για τους σημαντικούς παράγοντες επανειλημμένως (η παραγόμενες τυχαίες τιμές είτε βασίζονται στην κατανομή πιθανότητας που ακολουθεί η μεταβλητή ή στις υποκειμενικές πιθανότητες που έχουν ανατεθεί στην μεταβλητή βάση της γνώμης των ειδικών), προκειμένου να μιμηθεί καταστάσεις που μπορεί να προκύψουν σε κάποια στιγμή στην καθημερινότητα. Η μέθοδος Monte Carlo θα αναλυθεί περαιτέρω και σε επόμενο κεφάλαιο καθώς χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό κατά την διαδικασία εύρεσης των πραγματικών χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων. Εφαρμόζεται με τη βοήθεια γρήγορων υπολογιστικών προγραμμάτων.

Ως επιπλέον σχόλιο αναφέρουμε πως με χρήση των 3 πιθανοτικών μέτρων κινδύνου που ορίσαμε, γίνεται η επιλογή κατάλληλης επένδυσης μεταξύ διαθέσιμων εναλλακτικών

Αναμενόμενη Τιμή Επένδυσης: Επιλογή της επενδυτικής δράσης με την υψηλότερη μέση τιμή.

Μέση Τυπική Απόκλιση Επένδυσης: Δεδομένων δυο επιλογών A & B που εμπεριέχουν κίνδυνο

-εάν η A έχει υψηλότερη αναμενόμενη τιμή και χαμηλότερη διακύμανση, επιλέγεται η A

-εάν η A & B έχουν ίσες τυπικές αποκλίσεις (διακυμάνσεις), επιλέγεται αυτή με την υψηλότερη μέση τιμή

-εάν η A & B έχουν ίσες αναμενόμενες τιμές, επιλέγεται αυτή με την μικρότερη διακύμανση (τυπική απόκλιση)

Συντελεστής Μεταβλητότητας Επένδυσης: επιλέγεται το επενδυτικό σχέδιο με τον χαμηλότερο συντελεστή μεταβλητότητας

3.4.2 Ανάλυση Ευαισθησίας

Η ανάλυση ευαισθησίας είναι καθοριστική στην προσπάθεια αναγνώρισης των κρίσιμων παραγόντων ενός επενδυτικού μοντέλου που επηρεάζουν την αβεβαιότητα των παραγόμενων αποτελεσμάτων. Ο σκοπός της ανάλυσης ευαισθησίας είναι να καθορίσει ποιές παράμετροι εισόδου (ποια δεδομένα που χρησιμοποιούνται στην αποτίμηση της επένδυσης) είναι σημαντικά και έχουν την μεγαλύτερη συνεισφορά στην μεταβλητότητα του αποτελέσματος {Helton:2000wy}. Βάση αυτής της σχετικής σημασίας, η ανάλυση ευαισθησίας παρέχει καθοδήγηση για περαιτέρω συλλογή σημαντικών δεδομένων και μοντελοποίησης. {Manache:2008uy}.

Με την ανάλυση ευαισθησίας προσδιορίζουμε τις αλλαγές στην ΚΠΑ ή στο προεξοφλητικό επιτόκιο r , αν μεταβάλλουμε την εκτίμησή μας για έναν από τους προσδιοριστικούς παράγοντες που συμμετέχουν στην ανάλυση των χρηματοροών μας. Προσπαθούμε δηλαδή να δούμε τι θα συμβεί στην ΚΠΑ αν αλλάξουμε τις τιμές σε έναν προσδιοριστικό παράγοντα. Μπορούμε κατά αυτό τον τρόπο να διερευνήσουμε πόσο θα αλλάξει το αποτέλεσμα της ΚΠΑ, αν αλλάξουμε τις τιμές παραγόντων που επηρεάζουν τα έσοδα ή το κόστος επένδυσης. Είναι πολύ πιθανό ότι εάν οι εκτιμήσεις είναι διαφορετικές τότε και η επενδυτική απόφαση μπορεί να είναι διαφορετική.

Το επιτόκιο απόδοσης ή επιτόκιο προεξόφλησης αποτελεί σημαντική παράμετρο στην αποτίμηση των επενδύσεων και για αυτό το λόγο δίνεται μεγάλη σημασία στην ευαισθησία τους στις μεταβολές των προσδιοριστικών του παραγόντων. Συνολικά η ανάλυση ευαισθησίας είναι χρήσιμη στην εκτίμηση του κινδύνου μιας επένδυσης γιατί μας δίνει την δυνατότητα να ξεχωρίσουμε τους πιο σημαντικούς παράγοντες αυτής και να κάνουμε όσο το δυνατό καλύτερη πρόβλεψη για αυτούς. Αν όμως δεν τους αξιολογήσουμε σωστά ενδέχεται να έχουμε σοβαρή απόκλιση στα αποτελέσματα. {Saltelli:2004uk}{Jovanovic:1999jf}{Deif:2012kq}{Haahtela:2011wm}

3.4.3 Δέντρα Αποφάσεων

Πολύ συχνά συναντούμε αβέβαιες καταστάσεις υπό τις οποίες πρέπει να ληφθεί απόφαση και παρουσιάζουν δυο βασικά κοινά χαρακτηριστικά {Pratt:1995tb}:

- a. Μια επιλογή, ή σε κάποιες περιπτώσεις μια σειρά επιλογών πρέπει να γίνουν από ένα σύνολο διαθέσιμων ενδεχομένων δράσης
- b. Αυτή η επιλογή, ή η σειρά επιλογών θα οδηγήσει τελικά σε κάποια επίπτωση, κάποιο αποτέλεσμα που δεν είναι ξεκάθαρο από την αρχή καθώς εξαρτάται τόσο στις επιλογές που θα γίνουν αλλά και σε απρόβλεπτα γεγονότα.

Κάθε τέτοιου είδους πρόβλημα διαδοχικών αποφάσεων μπορεί να μοντελοποιηθεί με την χρήση ενός διαγράμματος, γνωστό ως δέντρο αποφάσεων (decision tree).

Τα δέντρα αποφάσεων είναι μια τεχνική εκτίμησης του κινδύνου πιο δυναμική και αυτό γιατί προσπαθούν κατά μια έννοια να ερμηνεύσουν τον κίνδυνο ως μια μεταβαλλόμενη διαδικασία. Χρησιμοποιούνται κυρίως για την εκτίμηση του κινδύνου μεταξύ αμοιβαίως αποκλειόμενων επενδυτικών προτάσεων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας (Ευθύμογλου, Π. Θέματα χρηματοοικονομικής διοίκησης. Πανεπιστημιακές παραδόσεις, Πανεπιστημίου Πειραιά, Αυτοέκδοση, Πειραιάς, 1996.)

Ένα δέντρο αποφάσεων αποτελείται από τριών ειδών κόμβους:

- Κόμβοι απόφασης
- Κόμβοι τύχης
- Τελικοί κόμβοι

Ένα δέντρο αποφάσεων δείχνει ένα στρατηγικό οδικό χάρτη, απεικονίζοντας τις εναλλακτικές αποφάσεις, τα κόστη τους, τα δυνατά αποτελέσματα (για παράδειγμα επιτυχία ή αποτυχία), την πιθανότητα τους και την πληρωμή που δίνει η κάθε έκβαση. Τα δέντρα αποφάσεων ονομάζονται ακόμα δίκτυα ροής αποφάσεων ή διαγράμματα αποφάσεων. Η καθαρή παρούσα αξία (ΚΠΑ) ενός έργου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την μέθοδο της αναμενόμενης τιμής (expected value –EV approach). Η αναμενόμενη τιμή ενός ενδεχομένου X_i είναι απλά το γινόμενο της πιθανότητας εμφάνισης του p_i και της έκβασης του, συχνά δοσμένη σε όρους ταμειακών ροών CF_i . Οι πιθανότητες που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση του δέντρου αποφάσεων (decision tree analysis – DTA) είναι υποκειμενικές και αποτελούν βασικό δεδομένο εισόδου αυτής της μεθόδου ανάλυσης. {Kodukula:2006ue}

Όπως γίνεται αντιληπτό η μέθοδος των δέντρων αποφάσεων είναι μια εύκολα κατανοητή και οπτικά παρουσιάσιμη μέθοδος ανάλυσης του κινδύνου. Για να κατανοήσουμε περισσότερο την αξία της και τον τρόπο που λειτουργεί θα περιγράψουμε ένα απλό παράδειγμα σύγκρισης δυο διαφορετικών επενδυτικών σχεδίων A & B, θεωρώντας δυο δυνατές καταστάσεις της αγοράς που μπορούν να επηρεάσουν την έκβαση και των δυο με διαφορετικό τρόπο και σε διαφορετική έκταση βέβαια την κάθε μια : ευνοϊκές συνθήκες (καλό σενάριο) και δυσμενής συνθήκες (συντηρητικό σενάριο).

Επένδυση A:

Στο βασικό σενάριο (πιθανότητα 60%), θα πραγματοποιήσει ΚΠΑ=200εκατ. Στο συντηρητικό σενάριο της αγοράς (πιθανότητα 40%), θα πραγματοποιήσει ΚΠΑ=-50εκατ

$$E(KPA_A) = 0.6 \cdot 200 + 0.4 \cdot (-50) = 100εκατ$$

Επένδυση Β:

Στο βασικό σενάριο (πιθανότητα 60%), θα πραγματοποιήσει ΚΠΑ=150εκατ. Στο συντηρητικό σενάριο της αγοράς (πιθανότητα 40%), θα πραγματοποιήσει, ΚΠΑ=50εκατ

$$(ΚΠΑ_B) = 0.6 \cdot 150 + 0.4 \cdot 50 = 110εκατ$$

Σύμφωνα με την μέθοδο της αναμενόμενης τιμής, η επένδυση Β είναι πιο συμφέρουσα γεγονός που οφείλει στον μικρότερο κίνδυνο που ενέχει (μικρότερη διαφορά μεταξύ βέλτιστου και συντηρητικού σεναρίου).

Η παραπάνω ανάλυση θα μπορούσε να σχεδιαστεί και πάνω σε ένα δέντρο αποφάσεων που διευκολύνει την διαδικασία σε περίπτωση περισσότερων κόμβων, περισσότερων διαδοχικών αποφάσεων και περισσότερων συμπεριλαμβανομένων καταστάσεων τυχαιότητας.

Με τα δέντρα αποφάσεων έχουμε επομένως μια διαδοχική λήψη αποφάσεων (sequential decision making) όπου καθυστερώντας την λήψη μιας απόφασης, μέχρι το σημείο όπου η αναγκαία πληροφορία γίνει διαθέσιμη, είναι πολλές φορές δυνατό να μειώσουμε τον κίνδυνο {Weston:1977ww}. Σε αρκετές περιπτώσεις τα δέντρα αποφάσεων αποτελούν πολύ χρήσιμα εργαλεία στην αξιολόγηση επενδύσεων. Για παράδειγμα, όταν οι ταμειακές εισροές κεφαλαίων από μια επένδυση ξεπερνούν τις προβλεπόμενες, τότε μπορεί να αποφασιστεί η επέκταση ή η ανάληψη νέου σχεδίου. Αντιθέτως, αν οι ταμειακές ροές είναι μικρότερες της επένδυσης, τότε μπορεί να επιλεχθεί να χρηματοδοτηθεί ή να εγκαταλειφθεί. Κατά την έννοια αυτή τα δέντρα αποφάσεων είναι χρήσιμα εργαλεία για την πορεία διαχείρισης μιας επένδυσης, καθώς υποδεικνύουν την πιο κατάλληλη δράση σε διάφορες καταστάσεις αβεβαιότητας που μπορεί να προκύψουν.

Μεγάλο μειονέκτημα των δέντρων είναι η πολυπλοκότητα και η αδυναμία σωστής χρήσης τους όταν υπεισέρχονται πολλές μεταβλητές στην ανάλυση.

3.4.4 Προσαρμογή στον κίνδυνο του προεξοφλητικού επιτοκίου

Η μέθοδος της προσαρμογής στον κίνδυνο του προεξοφλητικού επιτοκίου (risk adjusted discounting rates) συνίσταται στην εκτίμηση της ΚΠΑ μιας επένδυσης με την προσαρμογή του επιτοκίου προεξόφλησης στο βαθμό κινδύνου της επένδυσης. Εάν επικρατούν στην αγορά συνθήκες βεβαιότητας, τότε για όλα τα επενδυτικά σχέδια θα χρησιμοποιούνταν ένα ενιαίο επιτόκιο προεξόφλησης που θα αντιπροσώπευε την ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση των επενδυτικών σχεδίων. Το επιτόκιο αυτό είναι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου που αναλύσαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο (risk free rate of interest).

Εν συνεχεία η εύρεση του προσαρμοσμένου στον κίνδυνο επιτοκίου συνίσταται στην εξεύρεση του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου και στην

προσαρμογή του ως προς το βαθμό κινδύνου του επενδυτικού σχεδίου. Η προσαρμογή αυτή, δηλαδή η διαφορά μεταξύ risk free rate και adjusted discount rate, ονομάζεται ασφάλιστρο κινδύνου (risk premium). Το ασφάλιστρο κινδύνου αντιπροσωπεύει το χρηματικό ποσό που θα ήταν διατεθειμένοι να πληρώσουν οι επενδυτές για το συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου στην επένδυσή τους. Όσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός κινδύνου μιας επένδυσης, τόσο μεγαλύτερο θα είναι και το ασφάλιστρο και κατά συνέπεια τόσο μεγαλύτερη η αναμενόμενη απόδοση για τον επενδυτή.

$$\text{Risk adjusted discount rate} = \text{Risk Free rate} + \text{Risk Premium}$$

risk premium (ασφάλιστρο κινδύνου) : ελάχιστη απόδοση που απαιτείται από έναν επενδυτή πάνω από την απόδοση μηδενικού κινδύνου για ένα συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου.

Προσαρμογή με βάση CAPM:

$$\text{Risk Premium} = (\text{Market rate of return} - \text{risk free rate}) \cdot \text{beta of project}$$

Στην πράξη η μέθοδος αυτή είναι αρκετά διαδεδομένη αν και συχνά διαφέρει ο τρόπος υπολογισμού του ασφαλιστρού κινδύνου. Για τον υπολογισμό του συνήθως χρησιμοποιείται η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβλητότητας των τιμών των παραγόντων κινδύνου. Ο συντελεστής μεταβλητότητας όπως έχει οριστεί παραπάνω δείχνει την ποσότητα του κινδύνου, όπως αυτή εκφράζεται σε τυπική απόκλιση ανά ευρώ ΚΠΑ

$$\mu = \frac{\sigma_{\text{ΚΠΑ}}}{\text{ΚΠΑ}}$$

Η μέτρηση επομένως του κινδύνου των επενδυτικών αποφάσεων είναι πολύ σημαντική στην αξιολόγηση των επενδύσεων, για αυτό και οι αναλυτές προσπαθούν να τον εντοπίσουν με διάφορα στατιστικά κυρίως μέτρα και την χρήση συνδυασμών αυτών. Επίσης χρησιμοποιούνται και διάφορα σενάρια κινδύνου που σε συνδυασμό με υποκειμενικές κρίσεις για εναλλακτικές τιμές της Καθαρής Παρούσας Αξίας των εξεταζόμενων επενδυτικών έργων, επιδιώκουν να επιτύχουν την βέλτιστη απόφαση με τον χαμηλότερο κίνδυνο.

3.5 Τυπικά Μέτρα Κινδύνου

(typical risk measures)

Σε αυτό το κομμάτι θα αναφερθούμε συμπληρωματικά στις μεθόδους εκτίμησης κινδύνου, σε κάποια βασικά μέτρα που εφαρμόζονται πάνω σε αυτές με σκοπό να δοθεί στον επενδυτή μια καλύτερη εικόνα για το μέγεθος του εμπλεκόμενου κινδύνου στην επένδυση. Θα αναφερθούμε σε τρία βασικά μέτρα κινδύνου τα οποία συνδυάζονται με πιθανοτική ανάλυση των χρηματοροών και της ΚΠΑ. Αυτά είναι value at risk, expected shortfall (Conditional Value at Risk) και average value at risk.

Value at Risk (VaR)

«Τι είναι το περισσότερο που μπορεί να χάσω σε μια επένδυση? » Αυτή είναι μια ερώτηση που απασχολεί κάθε επενδυτή που έχει ήδη επενδύσει ή αναλογίζεται να επενδύσει χρήματα σε κάποιο έργο ή χαρτοφυλάκιο με υπαρκτό βαθμό κινδύνου. Η αξία σε κίνδυνο επιχειρεί να δώσει μια απάντηση, εντός τουλάχιστον κάποιων αποδεκτών ορίων. Η VaR δεν υποκαθιστά το προσαρμοσμένο στον κίνδυνο επιτόκιο ή την πιθανοτική προσέγγιση του κινδύνου – αντιθέτως βασίζεται και στα δύο και αποτελεί μέτρο υπολογισμού της έκθεσης στον κίνδυνο.

Η αξία σε κίνδυνο (value at risk), VaR είναι ένα τυπικό εργαλείο διαχείρισης κινδύνου που χρησιμοποιείται ευρέως από χρηματοοικονομικούς οργανισμούς {Denton:2003ia}. Η VaR μετρά την ελάχιστη αναμενόμενη απώλεια σε ένα περιουσιακό στοιχείο ή σε ένα χαρτοφυλάκιο κατά την διάρκεια ενός συγκεκριμένου χρονικού ορίζοντα διατήρησης υπό κανονικές συνθήκες για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Γενικά, η αξία σε κίνδυνο είναι μια στατιστική που συνοψίζει την έκθεση του περιουσιακού στοιχείου ή του χαρτοφυλακίου στον κίνδυνο της αγοράς (market risk). Η VaR έχει τρεις βασικές παραμέτρους {Zask:1993th} {Golub:2000wt} {Dempster:2002v1}:

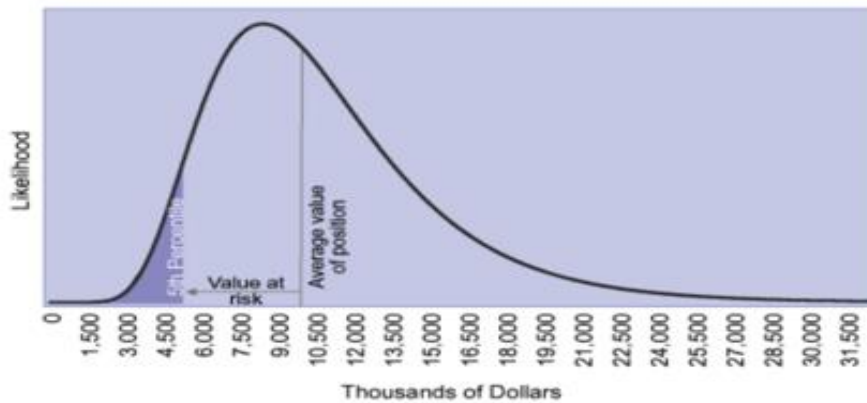
- Ο χρονικός ορίζοντας διατήρησης του χαρτοφυλακίου ή του περιουσιακού στοιχείου
- Το επίπεδο εμπιστοσύνης στο οποίο γίνεται η εκτίμηση
- Το αναμενόμενο επίπεδο απώλειας του χαρτοφυλακίου ή της επένδυσης, το οποίο μπορεί να είναι εκφρασμένο σε ευρώ ή σε ποσοστιαίες μονάδες.

Ας ξεκινήσουμε με ένα απλό παράδειγμα:

Εάν διατηρούμε ένα πορτφόλιο μετοχών που έχει 5% VaR του 1εκατ €, τότε υπάρχει 0.05 πιθανότητα ($p=0.05$) η αξία του πορτφόλιο να πέσει κατά αξία μεγαλύτερη του 1εκατ € σε διάστημα μιας ημέρας εάν δεν υπάρξει αγοραπωλησία. Μια απώλεια που ξεπερνά την τιμή της VaR ονομάζεται “VaR break” {Holton:2003ut}

Όταν N ημέρες είναι ο χρονικός ορίζοντας και a το επίπεδο εμπιστοσύνης, η αξία σε κίνδυνο αντιστοιχεί στο $(100 - a)^{th}$ percentile της κατανομής των αποδοχών της επένδυσης/του πορτφόλιο για της επόμενες N ημέρες {Hull:2009vj}. Όταν χρησιμοποιούμε την VaR, κάνουμε δηλώσεις της μορφής

«Είμαστε $a\%$ σίγουροι ότι δεν θα χάσουμε περισσότερα από V ευρώ στις επόμενες N ημέρες»



Σχήμα 3.2: Το γράφημα δείχνει την πιθανοτική κατανομή αξίας ενός έργου. Η 5% VaR δείχνει 95% εμπιστοσύνη ότι το έργο δεν θα αποδώσει λιγότερο από \$4500000 στην διάρκεια ζωής του.

Για αυτό το λόγο, η αξία σε κίνδυνο αναφέρεται στο μέγιστο ποσό σε κίνδυνο που μπορεί να απολεσθεί από μια δραστηριότητα υπό κανονικές συνθήκες κατά τον χρονικό ορίζοντα διατήρησης, για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι, η καθεμιά με το δικό της σύνολο παραδοχών για την εκτίμηση της αξίας σε κίνδυνο {Zask:1993th}{Golub:2000wt}{Dempster:2002vl}:

- **Ιστορική αξία σε κίνδυνο (Historical VaR)**

Η κατανομή των αποδοχών ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός πορτφόλιο στο μέλλον τείνουν να ακολουθούν την ίδια κατανομή με το παρελθόν (historical values)

- **Variance-Covariance VaR**

Οι αρχικές/πρωτογενείς αποδόσεις του περιουσιακού στοιχείου είναι (συνολικά) κανονικά κατανομημένες (normally distributed). Αλλαγές στην αξία του περιουσιακού στοιχείου είναι κυριολεκτικά εξαρτώμενες από όλες τις αποδόσεις των προσδιοριστικών παραγόντων κινδύνου

- **Monte Carlo προσομοίωση**

Μελλοντικές αποδόσεις/αποδοχές του περιουσιακού στοιχείου/επένδυσης/πορτφόλιο προσομοιώνονται στοχαστικά κατόπιν κατάλληλης μοντελοποίησής τους.

Η δημοτικότητα της αξίας σε κίνδυνο πηγάζει από την απλότητά της. Δίνει απάντηση σε μια πολύ σημαντική ερώτηση των χρηματοοικονομικών «Δεδομένου ενός επιπέδου ανοχής, πότε μπορεί να πάει κάτι στραβά;» Παρόλα αυτά η VaR έχει και μειονεκτήματα. Αρχικά, δεν λαμβάνει υπόψη την κατανομή των άκρων (tails). Επίσης δεν μελετά, το πόσο στραβά μπορεί να πάει κάτι αν όντως συμβεί κάτι αρνητικό. {McNeil 2005:nB32gPH_}

Expected Shortfall

Το αναμενόμενο έλλειμμα είναι ένα ακόμα χρηματοοικονομικό μέτρο κινδύνου που συναντούμε στην βιβλιογραφία. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εναλλακτικό της αξίας σε κίνδυνο είτε ως συμπλήρωμα. Είναι πιο ευαίσθητο στο σχήμα της κατανομής των απωλειών, δηλαδή της ουράς της κατανομής των αποδοχών του έργου. Το «αναμενόμενο έλλειμμα σε $q\%$ επίπεδο» είναι η αναμενόμενη απόδοση του πορτφόλιο στο χειρότερο $q\%$ των δυνατών περιπτώσεων.

Ονομάζεται ακόμα αξία σε κίνδυνο υπό συνθήκη (conditional value at risk – CvaR) ή αναμενόμενη απώλεια ουράς (expected tail loss – ETL).

3.6 Αβεβαιότητα, Αναστρεψιμότητα και Ευελιξία

Ξεκινήσαμε το κεφάλαιο με ανάλυση των βασικών εννοιών του κινδύνου και τις αβεβαιότητας όπως αυτές έχουν προκύψει στην βιβλιογραφία. Εν συνεχεία είδαμε μεθόδους που οι αναλυτές χρησιμοποιούν για να μελετήσουν το κίνδυνο που εμπλέκεται σε κάθε μορφής επένδυση και την προσπάθεια να ενσωματωθεί η ανάλυση του στην αποτίμηση επενδυτικών σχεδίων. Θα θέλαμε εν τέλει, κλείνοντας το κεφάλαιο να αναφερθούμε στην ανάλυση των εννοιών της αβεβαιότητας (uncertainty), της αμετακλητότητας (irreversibility) και ευελιξίας (flexibility) και κυρίως στην ταυτόχρονη συνύπαρξή τους σε διάφορες επενδύσεις που οδήγησαν του μελετητές στην διαμόρφωση μιας διαφορετικής οπτικής γωνίας στην αξιολόγηση των επενδύσεων. Αυτές οι μελέτες που στη συνέχεια οδήγησαν σε νέες μεθόδους αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων, όπως τα πραγματικά δικαιώματα προαίρεσης (Real Options)

Θα υπενθυμίσουμε αρχικά σύντομα τα βασικά χαρακτηριστικά της αβεβαιότητας για να κάνουμε ύστερα κατάλληλα την σύνδεση με τις άλλες έννοιες. Με τον όρο **αβεβαιότητα** αναφερόμαστε σε καταστάσεις όπου οι μελλοντικές ροές (έσοδα είτε έξοδα) ή κύριες μεταβλητές που επηρεάζουν αυτές δεν μπορούν να προβλεφθούν με βεβαιότητα (σιγουριά). Μέσω της αβεβαιότητας αναφερόμαστε σε ένα εύρος τιμών κάποιων μεταβλητών (απόδοσης, τιμής, ζήτησης κλπ), τα οποία συνδέονται με αντίστοιχες αβέβαιες καταστάσεις που μπορεί να συμβούν. Αντίθετα σε καταστάσεις απόλυτης βεβαιότητας αναφερόμαστε μόνο όταν ο επενδυτής γνωρίζει με πιθανότητα ίση με τη μονάδα, ποιο πρόκειται να είναι το μελλοντικό αποτέλεσμα της επένδυσης {Levy:1984wy}. Στις περισσότερες πραγματικές καταστάσεις, οι συνθήκες που αντιμετωπίζουν οι επενδυτές μεταβάλλονται συνεχώς συναρτήσει της παρόδου του χρόνου, με συνέπεια η επενδυτική συμπεριφορά να προσαρμόζεται ανάλογα με τις μελλοντικές καταστάσεις οι οποίες είναι πάντοτε αβέβαιες. {Dixit and Pindyck:1994vh}. Επίσης, πάλι με βάση τους Dixit και Pindyck στο βιβλίο τους *Investment under Uncertainty*, η έννοια της αβεβαιότητας εμπεριέχει τόσο την

θετική όσο και την αρνητική όψη. Με άλλα λόγια, η τιμή μιας μεταβλητής πιθανώς να παρουσιάσει μείωση είτε αύξηση σε σχέση με την αναμενόμενη τιμή. Με βάση αυτή την οπτική λοιπόν, η πιθανή ύπαρξη της δυνατότητας αναμονής επιτρέπει στον επενδυτή να δει την εξέλιξη αυτών των μεταβολών, πριν λάβει την τελική του απόφαση για νέα επένδυση ή εγκατάλειψη /τροποποίηση μιας υπάρχουσας.

Ως **αμετάκλητες ή μη αναστρέψιμες επενδύσεις** χαρακτηρίζονται εκείνες που έχουν ιδιαίτερες απαιτήσεις σε κεφάλαια (υψηλή αρχική επένδυση – high sunk cost) τα οποία είναι ουσιαστικά συνδεδεμένα με την αρχική τους χρήση, ενώ η οικονομική τους αξία είναι αυστηρά περιορισμένη εκτός της αρχικής τους χρήσης. Το κόστος μετακίνησής τους σε άλλη χρήση είναι μεγάλο και παράλληλα χάνουν σημαντικό ποσό της αρχικής τους αξίας (Dixit and Pindyck:1994nh). Επίσης μια επένδυση κατηγοριοποιείται ως μη ανακτήσιμη (sunk) όταν κατόπιν της υλοποίησης δεν μπορεί να ανακτηθεί πλήρως το αρχικό κεφάλαιο, αλλά ούτε μέσω μεταφοράς του κεφαλαίου σε άλλη χρήση ή πώληση της επένδυσης αυτούσιας (υπολειμματική αξία). Το μέγεθος του μη ανακτήσιμου τμήματος του αρχικού κόστους εξαρτάται από την διαφορά αρχικής επένδυσης και υπολειμματικής αξίας.

Η **συνύπαρξη αβεβαιότητας και αμετακλητότητας** σε ένα επενδυτικό έργο δημιουργεί δυο αξιολογές επιλογές στους επενδυτές, οι οποίες αγνοούνται (δεν μπορούν να ληφθούν υπόψη στην πραγματικότητα) από τις παραδοσιακές μεθόδους αποτίμησης. Η πρώτη επιλογή αναφέρεται στη δυνατότητα εγκατάλειψης της επένδυσης, όταν ο επενδυτής αντιμετωπίζει δυσμενείς συνθήκες (στην αγορά ή στο γενικό περιβάλλον της επένδυσης) και επιλέγει την εφαρμογή κατάλληλης στρατηγικής ώστε να αποφύγει μεγαλύτερη ζημία, εγκαταλείποντας έτσι την επένδυση σε ικανοποιητική υπολειμματική αξία. Οι παραδοσιακές μέθοδοι αποτίμησης αμελούν την δυνατότητα του επενδυτή να εγκαταλείψει την επένδυση πριν το πέρας του χρόνου ζωής της. Η δεύτερη επιλογή αναφέρεται στην καθυστέρηση της απόφασης επένδυσης ως αναμονή στην εξέλιξη των προοπτικών του κλάδου και της μεταβολής των βασικών μεταβλητών που επηρεάζουν την αξία της επένδυσης (Dixit and Pindyck:1994nh). Η αμετακλητότητα των επενδύσεων δημιουργεί αντικίνητρα για την είσοδο και την έξοδο από ένα κλάδο γιατί πιθανόν εμπεριέχει μεγάλους κινδύνους απώλειας κεφαλαίων υπό δυσμενείς συνθήκες και έτσι δίνει αξία στην έννοια της στρατηγικής αναμονής, για την καλύτερη αντιμετώπιση καταστάσεων κάτω από συνθήκες μεγαλύτερης βεβαιότητας.

Κλείνοντας το κεφάλαιο θα κάνουμε μια αναφορά στην έννοια της **ευελιξίας** έτσι ώστε να δημιουργήσουμε το απαιτούμενο εννοιολογικό υπόβαθρο που θα μας εισάγει στην έννοια των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης (Real Options).

Με τον όρο **ευελιξία επένδυσης** αναφερόμαστε στη δυνατότητα αλλαγής - τροποποίησης των επενδυτικών αποφάσεων εάν γίνουν διαθέσιμες νέες πληροφορίες. Συγκεκριμένα, εάν οι μελλοντικές συνθήκες είναι ικανοποιητικές,

η επένδυση θα επιλεχθεί να επεκταθεί και θα επιχειρήσει να ενσωματώσει τα πλεονεκτήματα των συνθηκών αυτών. Σε αντίθετη περίπτωση, η επένδυση θα ανασταλεί η ακόμα και θα διακοπεί εάν οι συνθήκες το επιβάλλουν. Με άλλα λόγια, η ευελιξία αντιστοιχεί στην δυνατότητα του επενδυτή να τροποποιήσει κατάλληλα την συμπεριφορά του ώστε να επωφεληθεί θετικών εξελίξεων ή να προστατευτεί από μεγάλες απώλειες λόγω δυσμενών συνθηκών που προέκυψαν στην αγορά. Διακρίνονται δυο τύποι ευελιξίας, η εσωτερική και η εξωτερική. Ο πρώτος αναφέρεται στο ίδιο το επενδυτικό σχέδιο το οποίο τροποποιείται σε περίπτωση που κριθεί κατάλληλο λόγω μεταβολής των μελλοντικών καταστάσεων. Έτσι, η εσωτερική ευελιξία αναφέρεται στην δυνατότητα του επενδυτή να επεκτείνει, τροποποιήσει, εγκαταλείψει το έργο ή να χρησιμοποιήσει τις υποδομές του για διαφορετική χρήση από την αρχικά προβλεφθείσα. Ο δεύτερος τύπος ευελιξίας δίνει την δυνατότητα στον επενδυτή να υλοποιήσει ένα μελλοντικό επενδυτικό σχέδιο που δεν αναμενόταν να μπορεί να πραγματοποιηθεί υπό τις αρχικές κρατούσες συνθήκες.

Η τιμή της ευελιξίας υπολογίζεται από την διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης τιμής με ευελιξία και της αναμενόμενης τιμής χωρίς ευελιξία. Η έννοια των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης αποτελεί μια μέθοδο ποσοτικοποίησης αυτής της ευελιξίας και εκμετάλλευσής της για να δοθεί παραπάνω χρηματική αξία σε επενδυτικά έργα με μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας (η εξέλιξη πολλών μεταβλητών είναι αβέβαιη)

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Abel, A.B., 1983. Optimal investment under uncertainty. *The American Economic Review*.
- Antikarov, V. & Copeland, T., 2001. *Real options: A practitioner's guide*, New York.
- Bowman, E.H., 1980. *A risk/return paradox for strategic management*, Cambridge, Mass. : Massachusetts Institute of Technology.
- Caballero, R.J., 1991. On the sign of the investment-uncertainty relationship. *The American Economic Review*.
- Chambers, R.G. & Quiggin, J., 2000. *Uncertainty, Production, Choice, and Agency*, Cambridge University Press.
- Chernoff, H. & Moses, L.E., 1959. *Elementary Decision Theory*, Courier Corporation.
- Clemen, R.T.R.T.1., Reilly, T. & Clemen, R.T.R.T.1.M.H.D., 2001. *Making hard decisions with DecisionTools*, Pacific Grove, CA : Duxbury/Thomson Learning.
- Covello, V.T. & Merkhoher, M.W., 2013. *Risk Assessment Methods*, Boston, MA: Springer Science & Business Media.
- Deif, A., 2012. *Sensitivity Analysis in Linear Systems*, Berlin, Heidelberg: Springer Science & Business Media.
- Dempster, M.A.H., 2002. *Risk management : value at risk and beyond*, Cambridge ; New York : Cambridge University Press.
- Denton, M. et al., 2003. Managing market risk in energy. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18(2), pp.494–502.
- Dixit, R.K. & Pindyck, R.S., 1994. *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.
- Garnaut, R. & Ross, A.C., 1975. Uncertainty, Risk Aversion and the Taxing of Natural Resource Projects. *The Economic Journal*, 85(338), p.272.
- Ghosal, V. & Loungani, P., 2000. The Differential Impact of Uncertainty on Investment in Small and Large Businesses. *Review of Economics and Statistics*, 82(2), pp.338–343.
- Gifford, S., 2010. Risk and Uncertainty. In *Handbook of Entrepreneurship Research*. New York, NY: Springer New York, pp. 303–318.
- Golub, B.W. & Tilman, L.M., 2000. *Risk management: approaches for fixed income markets*, Haahtela, T.J., 2011. Sensitivity Analysis for Cash Flow Simulation Based Real Option Valuation. *SSRN Electronic Journal*.
- Hartman, R., 1972. The effects of price and cost uncertainty on investment. *Journal of economic theory*, 5(2), pp.258–266.
- Helton, J.C. & Davis, F.J., 2002. Illustration of Sampling-Based Methods for Uncertainty and Sensitivity Analysis. *Risk analysis*, 22(3), pp.591–622.
- Helton, J.C. & Davis, F.J., 2000. *Sampling-based Methods for Uncertainty and Sensitivity Analysis*,
- Holton, G.A., 2003. *Value-at-risk*, Academic Press.
- Hubbard, D.W., 2007. How to measure anything. *Finding the Value of“ Intangibles” in Business*.
- Hull, J., 2009. *Options, Futures and Other Derivatives*, Pearson Education/Prentice Hall.
- Jovanović, P., 1999. Application of sensitivity analysis in investment project evaluation under uncertainty and risk. *International Journal of Project Management*, 17(4), pp.217–222.

- Knight, F.H., 1961. *Risk, Uncertainty and Profit*, Beard Books.
- Laffont, J.-J., 1989. *Economie de L'incertain Et de L'information*, MIT Press.
- Laffont, J.-J., 1980. *Essays in the Economics of Uncertainty*, Harvard University Press.
- Langlois, R., 1994. Risk and uncertainty. *Chapters*.
- Leahy, J.V. & Whited, T.M., 1995. The Effect of Uncertainty on Investment: Some Stylized Facts.
- Levy, H. & Sarnat, M., 1984. *Portfolio and Investment Selection: Theory and Practice*, Englewood Cliffs.
- Lindley, D.V., 2006. *Understanding Uncertainty*, Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.
- Luehrman, T.A., 1997. What's it worth. *Harvard business review*.
- Luenberger, D.G., 1998. *Investment Science*, Oxford University Press, USA.
- Manache, G. & Melching, C.S., 2008. Identification of reliable regression- and correlation-based sensitivity measures for importance ranking of water-quality model parameters. *Environmental Modelling & Software*, 23(5), pp.549–562.
- May, R., 2001. Risk and uncertainty. *Nature*, 411(6840), pp.891–891.
- McNeil, A.J., Frey, R. & Embrechts, P., 2005. *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*,
- Miller, E.M., 1977. RISK, UNCERTAINTY, AND DIVERGENCE OF OPINION. *The journal of finance*, 32(4), pp.1151–1168.
- Mooney, C.Z., 1997. *Monte Carlo Simulation*, SAGE Publications.
- Mun, J., 2006. *Modeling Risk*, John Wiley & Sons.
- Pindyck, R., 1990. *Irreversibility, Uncertainty, and Investment*, Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Pratt, J.W., Raiffa, H. & Schlaifer, R., 1995. *Introduction to Statistical Decision Theory*, MIT Press.
- Ross, S.A., 1976. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of economic theory*, 13(3), pp.341–360.
- Rowe, W.D., 1994. Understanding Uncertainty. *Risk analysis*, 14(5), pp.743–750.
- Saltelli, A. et al., 2004. *Sensitivity Analysis in Practice*, John Wiley & Sons.
- Thomopoulos, N.T., 2012. *Essentials of Monte Carlo Simulation*, New York, NY: Springer Science & Business Media.
- Trigeorgis, L., 1995. *Real options in capital investment: Models, strategies, and applications*, Trigeorgis, L., 1996. *Real Options*, MIT Press.
- Wang, H., 2012. *Monte Carlo Simulation with Applications to Finance*, CRC Press.
- Weston, J.F. & Brigham, E.F., 1977. *Essentials of Managerial Finance*, Hinsdale, Ill. : Dryden Press.
- Zask, E. & Bank, C.M., 1993. *Global Investment Risk Management*,
- Zimmermann, H.J., 2000. An application-oriented view of modeling uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 122(2), pp.190–198.
- Zinn, J.O. ed., 2008. *Front Matter*, Oxford, UK: Blackwell Publishing Ltd.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

REAL OPTIONS THEORY

Σε αυτό το κεφάλαιο θα περιηγηθούμε στις θεωρία των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης (Real options Theory), στην προέλευσή της, τις μεθόδους εφαρμογής και τις βασικές έννοιες που την περιβάλλουν. Για να κατανοηθούν όμως αυτά καλύτερα, θα πρέπει να ξεκινήσουμε από μια μικρή εισαγωγή σε βασικές έννοιες της χρηματοοικονομικής θεωρίας και συγκεκριμένα της θεωρίας των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων (financial options).

4.1 Financial Options

4.1.1 Γενικές Έννοιες & Παραδείγματα

Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα προαίρεσης (financial options) είναι ένα παράγωγο (διμερή συμβόλαιο η αξία των οποίων βασίζεται σε κάποιο υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο ή στην αξία ενός δείκτη) ή χρεόγραφο (επενδυτικά διαπραγματεύσιμα προϊόντα που εκδίδονται από μια κυβέρνηση, μια εταιρεία ή κάποιο άλλο οργανισμό και αποτελούν αποδεικτικό χρέους ή δικαίωμα σε διανεμόμενα κέρδη), των οποίων η αξία καθορίζεται από ένα υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο (π.χ. να είναι μετοχή, χρηματιστηριακός δείκτης, συνάλλαγμα, αλλά μπορεί σε ορισμένες αγορές να είναι και κάποιο εμπόρευμα.) και το χρόνο [Miller:2002wj]. Ποιο συγκεκριμένα, ένα δικαίωμα είναι ένα συμβόλαιο, το οποίο δίνει στον αγοραστή (option holder) το **δικαίωμα αλλά όχι την υποχρέωση** να αγοράσει (call option) ή να πουλήσει (put option) το υποκείμενο στοιχείο (underlying asset - V), σε μια προκαθορισμένη τιμή (exercise price - K) σε μια ακριβή ημερομηνία παράδοσης T (European Options) ή κατά την διάρκεια μιας χρονικής περιόδου $[0, T]$ μέχρι την προσυμφωνημένη ημερομηνία παράδοσης (American Options). Αντίθετα ο πωλητής του δικαιώματος (option writer) είναι υποχρεωμένος να πράξει ότι τελικά αποφασίσει ο αγοραστής του δικαιώματος. Το αυτό θέτει σε πλεονεκτική θέση τον αγοραστή και για αυτό ο αγοραστής θα πρέπει να καταβάλει ένα αντίτιμο C (ασφάλιστρο ή τιμή δικαιώματος - Option price, option premium) στον πωλητή (ο οποίος ουσιαστικά αναλαμβάνει ρίσκο) για να αποκτήσει το δικαίωμα.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ένα δικαίωμα προαίρεσης χαρακτηρίζεται από τα εξής:

1. Το **είδος του δικαιώματος** (option type), δηλαδή δικαίωμα αγοράς - call option ή δικαίωμα πώλησης - put option. Στην αγορά μπορεί κανείς να αγοράσει ένα call option (long call) ή να πουλήσει ένα call option (short call) ή να αγοράσει ένα put option (long put) ή να πουλήσει ένα put option (short put)
2. Ο **υποκείμενος οικονομικός τίτλος** S (underlying asset)
3. Το **μέγεθος του συμβολαίου**
4. Η **ημερομηνία λήξης** (exercise date, maturity). Ανάλογα με το χρόνο εξάσκησης T υπάρχουν δυο κατηγορίες δικαιωμάτων προαίρεσης
 - α) Αμερικανικού τύπου (American option) όταν το δικαίωμα προαίρεσης μπορεί να εξασκηθεί οποιαδήποτε στιγμή μέχρι την

ημερομηνία λήξης.

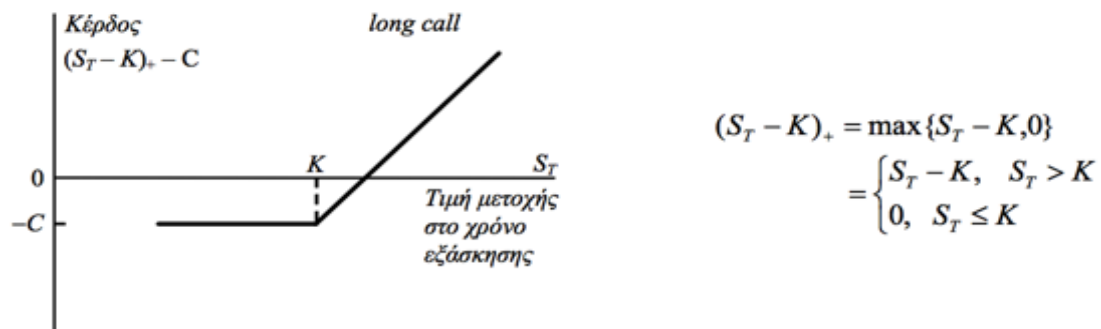
β) Ευρωπαϊκού τύπου (European Option) όταν το δικαίωμα μπορεί να εξασκηθεί μόνο κατά την ημερομηνία λήξης

5. Η **τιμή εξάσκησης** K (strike price ή exercise price), η προκαθορισμένη τιμή στην οποία ο αγοραστής του δικαιώματος αγοράς/πώλησης θα αγοράσει/πωλήσει (εάν επιλέξει να ασκήσει το δικαίωμα) το συγκεκριμένο αγαθό στο οποίο αναφέρεται το δικαίωμα.
6. Το αντίτιμο C (ασφάλιστρο ή τιμή δικαιώματος – option price, option premium) το οποίο καταβάλλει ο αγοραστής στον πωλητή του δικαιώματος

Θα δούμε λίγο πιο αναλυτικά τις παραπάνω έννοιες για να καταλάβουμε και καλύτερα την αξία και την λογική τους μέσω παραδειγμάτων που αφορούν μετοχή και χρησιμοποιώντας τέσσερις διαφορετικούς επενδυτές με διαφορετικές στρατηγικές.

Επενδυτής Α: αγορά **Δικαιώματος Αγοράς – Long Call**

Ένας τέτοιος επενδυτής προβλέπει ανοδική τάση της τιμής της μετοχής S_t (για οποιαδήποτε χρονική στιγμή t) στο επόμενο χρονικό διάστημα $[0, T]$, αλλά μη θέλοντας να αναλάβει μεγάλο ρίσκο αγοράζοντας άμεσα την ποσότητα μετοχών που επιθυμεί, αγοράζει δικαίωμα αγοράς επί αυτής της μετοχής σε μια προκαθορισμένη τιμή K (γίνεται option holder, λαμβάνει long position) πληρώνοντας αντίτιμο C . Γενικά αν συμβολίσουμε S_T την τιμή της μετοχής στο χρόνο εξάσκησης T τότε το κέρδος από την χρήση του δικαιώματος αγοράς για τον αγοραστή (long position) θα είναι (χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η χρονική αξία του χρήματος) $(S_T - K) - C$.



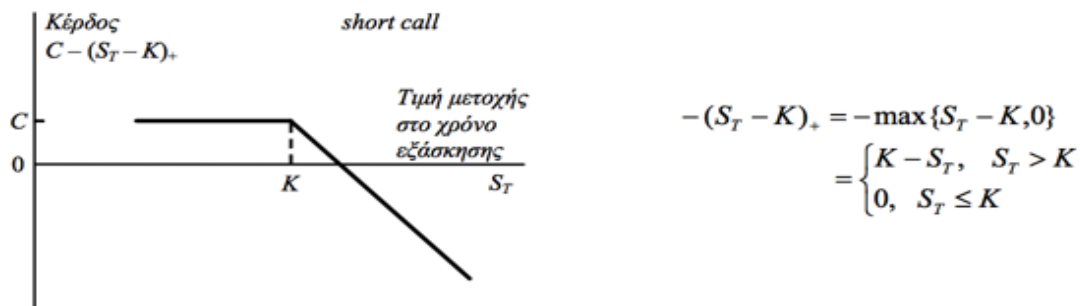
Σχήμα 4.1: Long call option value

Έτσι ο επενδυτής Α, αν αυξηθεί τελικά η τιμή της μετοχής όπως προσδοκά, θα κερδίσει χωρίς να ρισκάρει να χάσει αν η τιμή πέσει. Δηλαδή μπορεί να θεωρηθεί πως εξασφαλίζεται από τον κίνδυνο πτώσης της τιμής και για αυτό καταβάλλει «ασφάλιστρο» C .

Επενδυτής Β: πώληση **Δικαιώματος Αγοράς – Short Call**

Ο επενδυτής Β είναι κάτοχος ποσότητας του υποκείμενου αγαθού, εδώ της μετοχής, και προβλέπει στάσιμη ή ελαφρά καθοδική πορεία για τη μετοχή αυτή

στο μέλλον. Έτσι για να εισπράξει κέρδος σε περίοδο στασιμότητας πουλά το δικαίωμα αγοράς με τιμή άσκησης K , εισπράττοντας το ασφάλιστρο C . Άρα το αναμενόμενο κέρδος $(C' - (S_T - K))$ του ανάλογα με τις μεταβολές της τιμής της μετοχής φαίνεται ακολούθως.

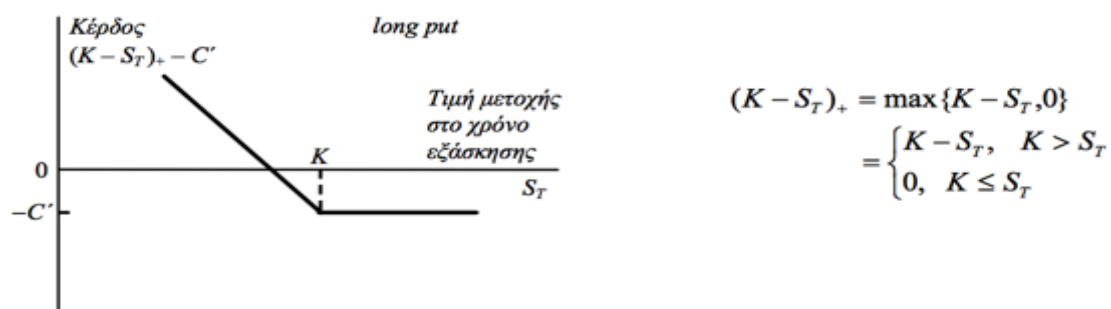


Σχήμα 4.2: Short call option value

Έτσι ο επενδυτής B (ο πωλητής, writer), αν τελικά μείνει στάσιμη η τιμή όπως προσδοκά ή δεν ξεπεράσει την τιμή άσκησης, θα κερδίσει από το ασφάλιστρο που έχει εισπράξει. Με αυτή την στρατηγική αυξάνει το ρίσκο που έχει λάβει, ιδιαίτερα αν δεν κατέχει τις μετοχές που δίνει δικαίωμα αγοράς τους, αλλά περιμένει να τις αγοράσει την ημέρα της εξάσκησης για να τις δώσει στον αγοραστή του δικαιώματος.

Επενδυτής Γ: αγορά Δικαιώματος Πώλησης – Long Put

Ο επενδυτής Γ κατέχει αριθμό μετοχών και προβλέπει καθοδική τάση της τιμής τους. Δεν επιθυμεί όμως ακόμα να πουλήσει τις μετοχές και εναλλακτικά αποφασίζει να αγοράσει δικαίωμα πώλησής τους σε μια συγκεκριμένη τιμή K , καταβάλλοντας ασφάλιστρο C' . Έτσι στο χρόνο εξάσκησης T το κέρδος από την χρήση του δικαιώματος πώλησης για τον αγοραστή (long position) θα είναι $(K - S_T) - C'$.

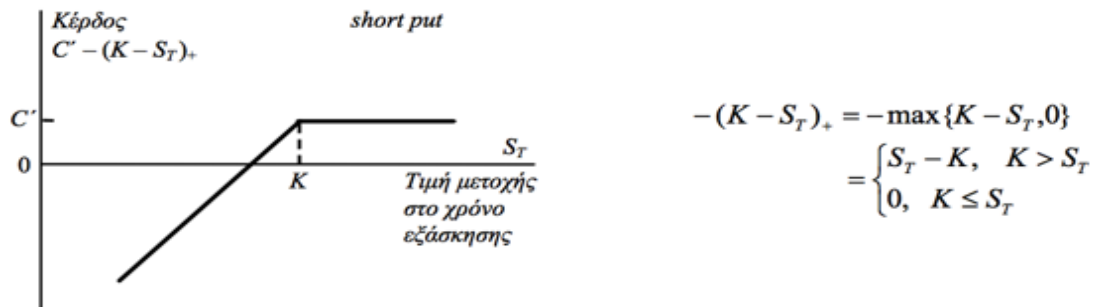


Σχήμα 4.3 Long put option value

Έτσι ο επενδυτής Γ (ο holder) μπορεί να θεωρηθεί πως εξασφαλίζει μια ελάχιστη τιμή στην οποία μπορεί να πωλήσει την μετοχή (μειώνει τον κίνδυνο που διαχειρίζεται και για αυτό καταβάλλει ασφάλιστρο C')

Επενδυτής Δ: πώληση Δικαιώματος Πώλησης – Short Put

Ο επενδυτής Δ προβλέπει στάσιμη ή ελαφρά ανοδική τάση στην τιμή της μετοχής. Πωλεί λοιπόν ένα δικαίωμα πώλησης με τιμή άσκησης K , εισπράττοντας ασφάλιστρο C' . Στο χρόνο άσκησης T το κέρδος του από χρήση του δικαιώματος πώλησης (put option) για τον πωλητή (short position) θα είναι $C' - (K - S_T)$



Σχήμα 4.4: Short put option value

Έτσι ο επενδυτής Δ (ο πωλητής, writer), αν τελικά μείνει περίπου στάσιμη η τιμή της μετοχής, θα κερδίσει από το ασφάλιστρο που θα εισπράξει. Όπως όμως ο επενδυτής Β, ο επενδυτής Δ αναλαμβάνει μεγάλο ρίσκο με την κίνηση.

4.1.2 Βασικοί Όροι

Σε αυτό το σημείο θα αναφερθούμε σε κάποιους όρους που αφορούν την αγοραπωλησία χρηματοοικονομικών τίτλων αλλά θα είναι χρήσιμοι και στην συνέχεια της εργασίας.

In-the-money, At-the-money, Out-of-the-money: Αν συμβολίσουμε με S_t την τιμή μιας μετοχής στο χρόνο t τότε ένα δικαίωμα προαίρεσης με τιμή εξάσκησης K επί της μετοχής αυτής θεωρείται *in-the-money*, *at-the-money* ή *out-of-the-money* στο χρόνο t αν στην περίπτωση που μπορούσε να εξασκηθεί στο χρόνο αυτό, επέφερε στον holder (θετικό) κέρδος, μηδενικό κέρδος ή αρνητικό κέρδος (ζημία) αντίστοιχα (χωρίς να συνυπολογίζεται το ασφάλιστρο C).

Πιο συγκεκριμένα, ένα δικαίωμα αγοράς (call option) είναι στο χρόνο t , *in-the-money* αν $S_t > K$, *at-the-money* αν $S_t = K$ και *out-of-the-money* αν $S_t < K$. Αντίστοιχα, ένα δικαίωμα πώλησης (put option) είναι *in-the-money* αν $S_t < K$, *at-the-money* αν $S_t = K$ και *out-of-the-money* αν $S_t > K$. Προφανώς, ένα δικαίωμα εξασκείται από τον κάτοχό του (holder) μόνο αν βρίσκεται *in-the-money*.

Intrinsic Value (εσωτερική αξία). Η ποσότητα $(S_t - K)^+ = \max\{S_t - K, 0\}$ καλείται εσωτερική αξία στο χρόνο t ενός call option (με τιμή εξάσκησης K επί μετοχής με τιμή S_t στο χρόνο t). Αντίστοιχα, η ποσότητα $(K - S_t)^+ = \max\{K - S_t, 0\}$ καλείται εσωτερική αξία στο χρόνο t ενός put option (με τιμή εξάσκησης K επί μιας μετοχής με τιμή S_t στο χρόνο t). {Copeland:2003wr}

Short selling (ανοιχτή πώληση): Θεωρούμε ότι στην αγορά που μελετάμε ένας επενδυτής έχει τη δυνατότητα να πωλήσει μετοχές που δεν διαθέτει. Συνήθως οι χρηματιστές για να κάνουν short selling απαιτούν μία εγγύηση από τους επενδυτές πελάτες τους (margin account). Ο επενδυτής ενδέχεται να έχει κέρδος ή ζημία από την κίνησή του αυτή ανάλογα με τη διαφορά της τιμής της μετοχής τις δύο χρονικές στιγμές: τη στιγμή πώλησης (short selling) και τη στιγμή αγοράς της (κλείσιμο της θέσης).

Όπως επεξηγήσαμε και πιο πριν μέσω παραδειγμάτων, ένα δικαίωμα αγοράς θα εξασκηθεί σε περίπτωση που η τιμή υποκείμενου στοιχείου ξεπερνά την τιμή άσκησης του δικαιώματος στο χρόνο λήξης. Ανάστροφα, ένα δικαίωμα πώλησης θα εξασκηθεί όταν η αξία του υποκείμενου στοιχείου είναι χαμηλότερη από την τιμή άσκησης. Αυτές οι ασυμμετρικές αποδοχές υποδεικνύουν πως ένα δικαίωμα συλλαμβάνει οποιοδήποτε θετική μεταβολή, αλλά δεν θα έχει ποτέ τιμή κάτω από μηδέν.

$$\begin{aligned} \text{CALL:} & \quad \text{Max} [S_T - K; 0] \\ \text{PUT:} & \quad \text{Max} [K - S_T; 0] \end{aligned} \quad \text{Intrinsic Option Value}$$

Όταν ο επενδυτής αγοράζει ένα δικαίωμα πληρώνει μόνο την τιμή του δικαιώματος σήμερα, ουσιαστικά αγοράζοντας το υποκείμενο αγαθό με πίστωση. Η αξίες των δικαιωμάτων για αυτό το λόγο αυξάνονται με το επιτόκιο και με το χρόνο μέχρι την ωριμότητα. Επιπρόσθετα μιας και το κέρδος είναι ασυμμετρικό, η αξία του δικαιώματος θα αυξηθεί με την αβεβαιότητα του υποκείμενου στοιχείου. Επίσης σημαίνει ότι η αξία του δικαιώματος αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου εξαιτίας της πιθανοτικής ύπαρξης μεγάλων θετικών κινήσεων (εύρος διασποράς)

Αύξηση σε:	Μεταβολή στην Αξία του Δικαιώματος Αγοράς	Μεταβολή στην Αξία του Δικαιώματος Πώλησης
Αξία του Υποκείμενου στοιχείου (S_t)	Θετική	Αρνητική
Τιμή άσκησης (K)	Αρνητική	Θετική
Επιτόκιο (r)	Θετική	Αρνητική
Χρόνος μέχρι την ωρίμανση (t)	Θετική	Θετική
Μεταβλητότητα του S_t (σ)	Θετική	Θετική

4.2 REAL OPTIONS

Η θεωρία των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων (Real Options Theory – RO theory) είναι μια επέκταση των της θεωρίας αποτίμησης χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων που δημιουργήθηκε για την αξιολόγηση πραγματικών τίτλων υπό αβεβαιότητα. Η θεωρία των RO είναι βασισμένη στην λογική ότι τα επενδυτικά έργα περιλαμβάνουν επιλογές, οι οποίες εάν αναγνωριστούν και εφαρμοστούν κατάλληλα, μπορούν να αυξήσουν την αναμενόμενη αξία των έργων και να μειώσουν τους κινδύνους τους απέναντι στον επενδυτή. Μια τέτοια θεωρία μοιάζει ιδιαίτερα ωφέλιμη για την αποτίμηση επενδυτικών προγραμμάτων. Πάραυτα, η θεωρία έχει περιορισμούς και εμπόδια, τα οποία πρέπει να είναι γνωστά πριν μπορέσει να εφαρμοστεί πρακτικά.

Σε αυτό το τμήμα δίνεται μια γενική επεξήγηση της λογικής των πραγματικών δικαιωμάτων με στόχο την παρουσίαση των δυνατών πλεονεκτημάτων και εφαρμογών της.

4.2.1 Ορίζοντας τα πραγματικά δικαιώματα προαίρεσης

Η θεωρία των RO μπορεί να περιγραφεί ως μια εφαρμογή των ιδεών της αποτίμησης χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων προαίρεσης στην αξιολόγηση πραγματικών έργων (τίτλων) {Trigeorgis:1996wr}{Dixit:1994vh}. Βάση της θεωρίας των real options, τα έργα που εμφανίζουν αβεβαιότητα, μπορεί να διαθέτουν επιλογές, γνωστές ως πραγματικά δικαιώματα (real options), τα οποία αν αναγνωριστούν και εκμεταλλευθούν κατάλληλα μπορεί να αυξήσουν την αναμενόμενη τιμή και να μειώσουν τους κινδύνους των έργων καθώς παρέχουν στους αποφασίζοντες ευελιξία αποφάσεων και επιλογών. Για να μπορέσει να γίνει αντιληπτή η θεωρία των RO, είναι απαραίτητο να γίνουν κατανοητές οι έννοιες των πραγματικών δικαιωμάτων και της ευελιξίας καθώς και των λόγων για τους οποίους η ευελιξία κρίνεται τόσο ωφέλιμη.

Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί ορισμοί για των όρο πραγματικά δικαιώματα προαίρεσης ή real options {Fernandes:2011tt}. Αυτοί οι ορισμοί είναι ελαφρώς διαφορετικοί αλλά γενικά υποδεικνύουν ότι ένα RO είναι το δικαίωμα, χωρίς υποχρεώσεις, προσαρμογής ενός έργου ως αντίδραση στην εξέλιξη των παραγόντων αβεβαιότητας. Αυτό σημαίνει πως ένα RO μπορεί να είναι οποιαδήποτε δράση που επηρεάζει ένα έργο, όπως αναβολή κατασκευής, αλλαγή του τρόπου λειτουργίας, πώληση του έργου αλλά και άλλες. Είναι μείζονος σημασίας να γίνει ξεκάθαρο πως τα RO δεν είναι υποχρεώσεις – αυτό σημαίνει πως ακόμη και αν ένα δικαίωμα είναι διαθέσιμο, δεν θα πρέπει να εξασκηθεί εάν δεν κριθεί ευνοϊκό. Για τούτο το λόγο είναι αρκετά σύνηθες να έχει στην διάθεση της μια επιχείρηση πραγματικά δικαιώματα που αφορούν το επενδυτικό της έργο αλλά να μην γίνεται ποτέ χρήση τους.

Η ευελιξία μπορεί να οριστεί ως η δυνατότητα των διαχειριστών ενός έργου να εξασκήσουν RO και χωρίς αυτήν δεν μπορούν να οριστούν εφαρμόσιμες επιλογές τροποποίησης επί του επενδυτικού έργου {Nembhard:2009ur}.

Οι όρος «πραγματικά δικαιώματα» επινοήθηκε από τον Stewart Myers το 1977. Αναφερόταν στην εφαρμογή της θεωρίας τιμολόγησης δικαιωμάτων σε μη-χρηματοοικονομικές επενδύσεις ή «πραγματικές» επενδύσεις με δυνατότητα μάθησης και ευελιξία, όπως μια πολυσταδιακή επένδυση E&A {Myers:1977ua}. Το θέμα προσέγγισε αρκετό ακαδημαϊκό ενδιαφέρον στο 1980 – 1990 και δημοσιεύτηκαν αρκετά σχετικά άρθρα.

4.2.2 Ιστορικές Αναφορές

I. Η ιστορία του Θαλή

Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενες ενότητες, η θεωρία των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης (real options theory) αποτελεί μια σύγχρονη μέθοδο αποτίμησης επενδυτικών σχεδίων οποιασδήποτε φύσης, με μεγαλύτερη αξία αν έχουν έντονο το στοιχείο της αβεβαιότητας. Παρόλο που αυτή η θεωρία χαρακτηρίζεται ως η πιο σύγχρονη στον τομέα της χρηματοοικονομικής διοίκησης και όχι μόνο, η πρώτη ίσως εφαρμογή πραγματικών δικαιωμάτων πραγματοποιήθηκε ίσως από τον Θαλή τον Μιλήσιο (643 – 548 π.Χ.), σε μια περίοδο της αρχαιότητας.

Ο εν λόγω φιλόσοφος, σε μια προσπάθειά του να αποδείξει στους συμπολίτες του ότι οι φιλόσοφοι μπορούν, αν το επιθυμήσουν, να κερδίσουν χρήματα, χρησιμοποίησε τις γνώσεις του στη μετεωρολογία και προέβλεψε ότι σε μια συγκεκριμένη χρονιά οι καιρικές συνθήκες θα επιτρέψουν μια ιδιαίτερα μεγάλη παραγωγή ελαιόλαδου στην πόλη της Μιλήτου. Βασιζόμενος σε αυτή την πρόβλεψη ο Θαλής χρησιμοποίησε όλες του τις οικονομίες για να αποκτήσει το δικαίωμα ενοικίασης (option premium) όλων των ελαιοτριβείων της περιοχής σε μια προκαθορισμένη τιμή (exercise price) (ίδια με αυτή της προηγούμενης χρονιάς) όταν έρθει η εποχή του μαζέματος της ελιάς (expiration time).

Ευτυχώς για τον Θαλή οι προβλέψεις του για την παραγωγή ελαιόλαδου επαληθεύτηκαν και όλοι οι παραγωγοί της Μιλήτου έψαχναν να βρουν ελεύθερο ελαιοτριβείο για να βγάλουν λάδι. Όλα τα ελαιοτριβεία όμως είχαν ενοικιαστεί από τον φιλόσοφο, ο οποίος επέβαλε μια μονοπωλιακή κατάσταση στην περιοχή. Λόγω της αυξημένης ζήτησης ο Θαλής κατάφερε να αυξήσει το κόστος χρήσης των ελαιοτριβείων και να κερδίσει πολλά χρήματα αφού το ενοίκιο που θα πλήρωνε στους ιδιοκτήτες των ελαιοτριβείων ήταν καθορισμένο από πριν, ενώ αυτός θα επινοκίαζε τα ελαιοτριβεία στους υπόλοιπους παραγωγούς σε υψηλότερη τιμή. Το ενοίκιο που θα πληρώσουν τελικά οι ελαιοπαραγωγοί ονομάζεται υποκείμενο αγαθό (underlying real asset). Η αξία του υποκείμενου αγαθού κατά τη διάρκεια ζωής του πραγματικού δικαιώματος (duration) είναι αβέβαιη, χαρακτηρίζεται από την λεγόμενη μεταβλητότητα (volatility). Σε περίπτωση που έβγαιναν λανθασμένες οι προβλέψεις του φιλοσόφου, θα έχανε

την προκαταβολή για την απόκτηση του δικαιώματος, και δεν θα ήταν υποχρεωμένος να ενοικιάσει όλα τα ελαιοτριβεία της περιοχής.

Με βάση το παράδειγμα του Θαλή απορρέουν τέσσερις βασικές διαπιστώσεις που είναι άμεσα συνδεδεμένες με την έννοια και την λογική των πραγματικών δικαιωμάτων:

1. Για να έχουν νόημα τα πραγματικά δικαιώματα πρέπει να υπάρχει αβεβαιότητα στην αξία του υποκείμενου αγαθού (εδώ το ύψος του ενοικίου που θα πλήρωναν οι ελαιοπαραγωγοί), ενώ επίσης πρέπει να είναι διαθέσιμες εναλλακτικές επιλογές στον κάτοχο του δικαιώματος (μπορούσε να ασκήσει το δικαίωμα και να ενοικιάσει τα ελαιοτριβεία ή να μην ασκήσει και να χάσει την προκαταβολή που είχε δώσει)
2. Η απόφαση για την άσκηση του πραγματικού δικαιώματος εξαρτάται από την τιμή του υποκείμενου αγαθού στη λήξη του δικαιώματος.
3. Ενώ το δυνητικό κέρδος από την άσκηση του πραγματικού δικαιώματος είναι δυνητικά απεριόριστο, το μέγιστο μέγεθος της ζημιάς για τον κάτοχο του περιορίζεται στην τιμή απόκτησης δικαιώματος που είχε καταβληθεί κατά την αρχική συμφωνία.
4. Η ύπαρξη ή η έλλειψη ανταγωνισμού στην αγορά μπορεί να δημιουργήσει επιπλέον αξία στο πραγματικό δικαίωμα.

Η παραπάνω ιστορία περιγράφει με παραστατικό τρόπο πως λειτουργούν τα πραγματικά δικαιώματα. Η βασική ιδέα που τα διέπει είναι η ίδια είτε αυτά εφαρμόζονται σε απλές επιχειρηματικές δραστηριότητες, είτε σχετίζονται με περίπλοκες επενδύσεις όπως προγράμματα εξόρυξης πετρελαίου, ανάπτυξη βιομηχανικών μονάδων, έρευνα σε νέες τεχνολογίες κ.α. (Οικονομικός Ταχυδρόμος, 8/4/2004)

II. Επιπλέον ιστορικές αναφορές

Φαίνεται πως το εμπόριο των δικαιωμάτων είναι πιο παλιό από τις εμπορικές συναλλαγές με τα χρήματα. Αναφέρεται λοιπόν στο βιβλίο της Γένεσης η ιστορία του Ιωσήφ ο οποίος συμβούλεψε τον Φαραώ να επενδύσει και να αγοράσει όλη την παραγωγή σιταριού, γιατί τα σημάδια των ονείρων του Φαραώ έτσι όπως τα ερμήνευσε ο Ιωσήφ, προμήνυαν μεγάλο λιμό μετά από επτά χρόνια. Βλέπουμε λοιπόν ότι ο Ιωσήφ πρότεινε να εξασκήσει ο Φαραώ το δικαίωμα (option), ούτως ώστε να αγοράσει για τις επόμενες επτά παραγωγικές χρονιές όλη την παραγωγή σιταριού. Το ρίσκο που αντιμετώπιζαν οι άνθρωποι της εποχής του Ιωσήφ, ήταν να πεθάνουν από την πείνα μετά από επτά χρόνια που προμηνούνταν ο λοιμός. Επομένως το real option που είχαν διαθέσιμο για να αντιμετωπίσουν τον κίνδυνο του λοιμού, ήταν να επενδύσουν σε σιτάρι. Ως τιμή εξάσκησης στην περίπτωση αυτή που θα έπρεπε να πληρωθεί, είναι η κατασκευή των κατάλληλων αποθηκευτικών χώρων για την αποθήκευση και συντήρηση του σιταριού {Brach:2003vn}

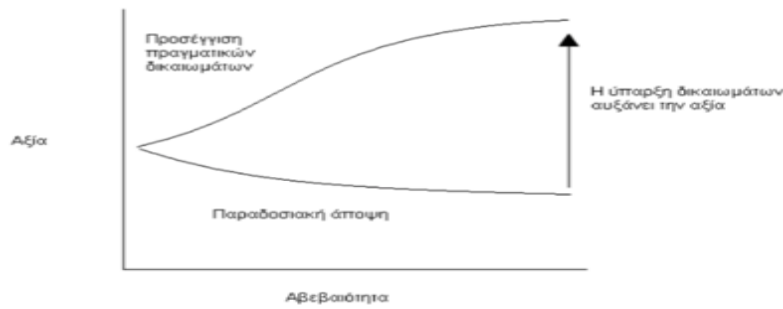
Να σημειώσουμε ότι αναφορές σε θέματα μελλοντικών συμβολαίων και δικαιωμάτων σε αξίες κυρίως παραγωγής σιταριού και μετάλλου, ανακαλύφθηκαν σε περίπου 20.000 αρχαίες επιγραφές κοντά στην περιοχή του ποταμού Ευφράτη. Η περιοχή αυτή βρίσκεται βόρεια στα σύνορα Συρίας και Ιράκ και χρονολογούνται ανάμεσα στο 1800-1500 πΧ.

Στην περιοχή Τοκαβάβα της Ιαπωνίας γύρω στα 1600 μ.Χ. , υπάρχουν αναφορές ότι οι έμποροι της περιοχής αγόραζαν δικαιώματα (call options) για το ρύζι. Αγόραζαν δηλαδή δικαιώματα από τους ευγενείς μεγαλογεωκτήμονες της περιοχής, που αφορούσαν την ετήσια παραγωγή ρυζιού των χωραφιών τους. Τα δικαιώματα αυτά αναγράφονταν σε συγκεκριμένα κουπόνια και αν οι προβλέψεις της ζήτησης για ρύζι άλλαζαν, οι έμποροι ήταν ελεύθεροι να εμπορεύονται αυτά τα κουπόνια με τα δικαιώματα απόκτησης του ρυζιού, στην τοπική κεντρική αγορά.

Ένα άλλο παράδειγμα πρώιμης μορφής real options που συναντάμε στην ιστορία είναι τον 17ο αιώνα στην Ολλανδία με το εμπόριο της τουλίπας. Το φυτό της τουλίπας εισήχθη στην Ολλανδία από την Τουρκία και εξαιτίας της εξευγενισμένης και ξεχωριστής μορφής του εξελίχθηκε σε ένα σπάνιο και ακριβό φυτό, που κατέληξε να γίνει λόγω της υψηλής τιμής του, το φυτό των πλουσίων. Έτσι με τον καιρό η ζήτηση της τουλίπας λόγω της σπανιότητας της, αυξήθηκε κατακόρυφα. Επίσης την εποχή εκείνη δεν υπήρχαν φάρμακα και θερμοκήπια και η παραγωγή της τουλίπας δεν μπορούσε να θεωρείται δεδομένη. Η αβεβαιότητα στην παραγωγή της τουλίπας και η συνεχόμενη αύξηση της ζήτησης της, δημιούργησε μια νέα δυναμική αγορά, την αγορά συμβολαίων τουλίπας. Οι άνθρωποι προχωρούσαν σε συμβόλαια που τους έδιναν το δικαίωμα (option) να αγοράσουν σε μια συγκεκριμένη τιμή τουλίπες, πριν ακόμα φυτευτούν οι βολβοί τουλίπας. Αν η συγκομιδή τουλίπας ήταν χαμηλή, τότε λόγω της δεδομένης αυξανόμενης ζήτησης η τιμή της τουλίπας θα ήταν υψηλή. Αυτό θα είχε ως συνέπεια οι κάτοχοι των δικαιωμάτων να κερδίζουν από την διαφορά που είχε η τιμή πώλησης με την τιμή αγοράς που ήταν προκαθορισμένη στα συμβόλαια δικαιωμάτων. Η διαφορά της τιμής πώλησης στην επικρατούσα αγορά και της προκαθορισμένης τιμής αγοράς του δικαιώματος είναι και η απόδοση της επένδυσης. {Brach:2003vn}

4.2.3 Θεωρητική Προσέγγιση

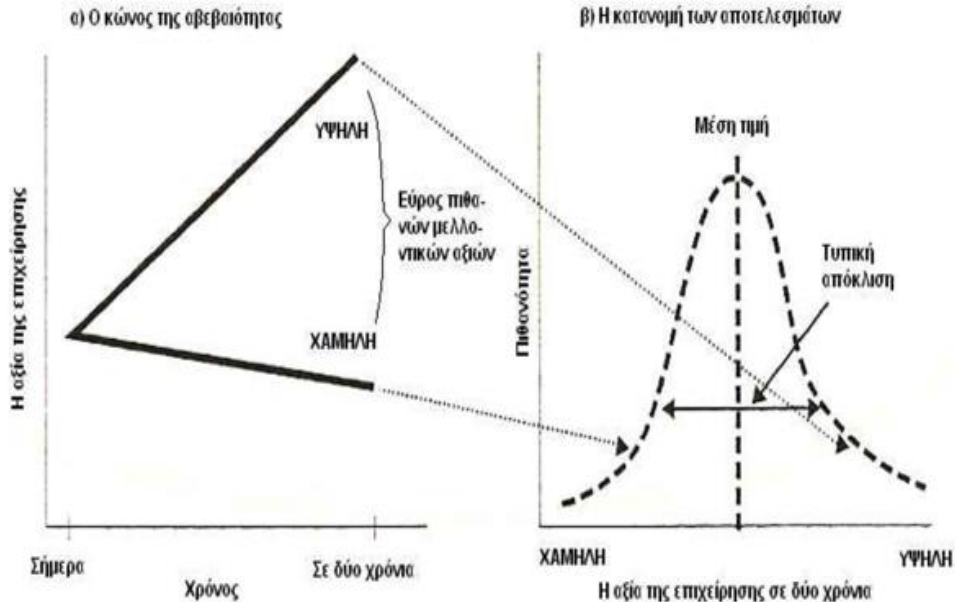
Οι παραδοσιακές μέθοδοι αξιολόγησης θεωρούν πως όσο μεγαλύτερη είναι η αβεβαιότητα μιας επένδυσης τόσο χαμηλότερη είναι η αναμενόμενη αξία της, ενώ η προσέγγιση των πραγματικών δικαιωμάτων μπορεί να αναδείξει μεγαλύτερη αξία αν αναγνωριστούν και χρησιμοποιηθούν κατάλληλα δικαιώματα κατά της υλοποίησης και κατά την διάρκεια του έργου, που ανταποκρίνονται σε πραγματικά γεγονότα και συνθήκες {Kulatilaka & Amram:1999tp}. Αυτή η άποψη διαφαίνεται χαρακτηριστικά στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 4.5: Αβεβαιότητα και αξία επένδυσης

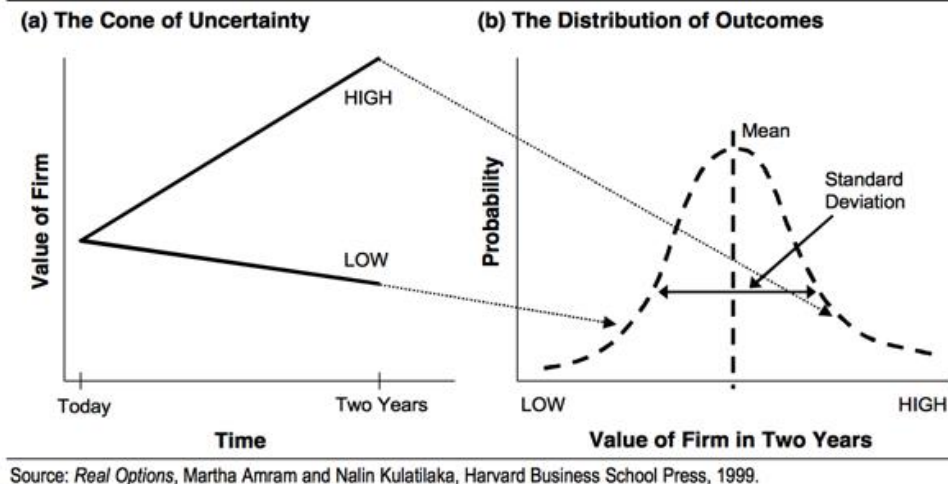
Όταν τα διοικητικά στελέχη εξετάζουν στρατηγικές επενδύσεις πρέπει να εντοπίζουν τις πηγές αβεβαιότητας καθώς και τις τάσεις και την εξέλιξη που πιθανώς θα έχει. Πρέπει να καθορίζουν την έκθεση της επένδυσης στην αβεβαιότητα και να αντιδρούν κατάλληλα ώστε να μπορούν να την εκμεταλλευτούν προς όφελός τους – όπως έχει επεξηγηθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο με την έννοια της έχει μια θετική και μια αρνητική πλευρά, εξαρτάται πως θα αντιμετωπιστεί. Ακόμη η προσέγγιση των πραγματικών δικαιωμάτων αντικατοπτρίζει το γεγονός ότι μια επενδυτική απόφαση αλλάζει το σύνολο των επόμενων διαθέσιμων επενδυτικών κινήσεων στο μέλλον.

Σημαντικό ρόλο στην αξία μιας επένδυσης διαδραματίζει ο χρόνος. Αυτό γίνεται εμφανές αν μελετήσουμε τον **κώνο της αβεβαιότητας (cone of uncertainty)**, ο οποίος μας δείχνει πως μπορεί να εξελιχθεί η αξία με το χρόνο.



Σχήμα 4.6: Η αβεβαιότητα και η αξία του χρόνου

Views of the Resolution of Uncertainty



Σχήμα 4.7

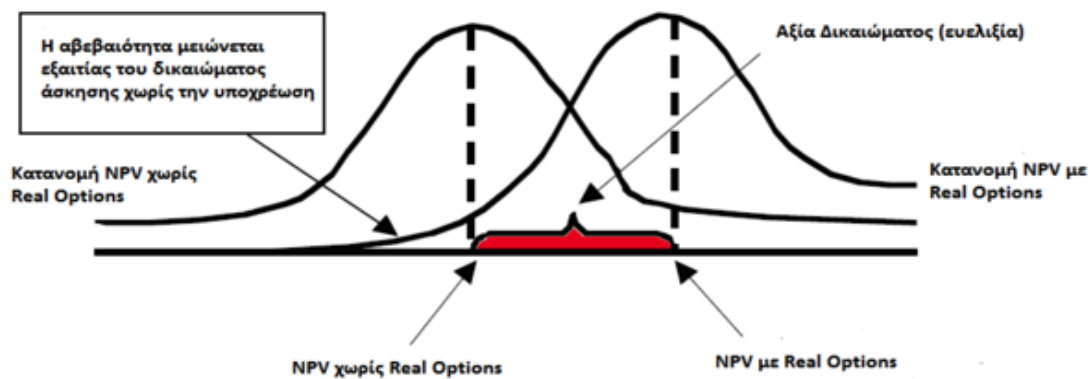
Ας ξεκινήσουμε αρχικά από το αριστερό σχήμα για να κατανοήσουμε την έννοια της αβεβαιότητας στην αξία ενός επενδυτικού έργου. Το αριστερότερο σημείο μας δείχνει την αξία της επένδυσης σήμερα, ενός όσο προχωράμε προς το μέλλον το εύρος των πιθανών αποτελεσμάτων αυξάνει. Εξαιτίας της υπάρχουσας αβεβαιότητας μπορεί να προκύψουν πιθανές αξίες του έργου με τιμή μεγαλύτερη της τωρινής ή μικρότερης. Τώρα αξίζει να δούμε την σύνδεση με το δεξί σχήμα που είναι η κατανομή των αποτελεσμάτων. Όσο μεγαλύτερη η τιμή της αβεβαιότητας που οδηγεί σε μια συγκεκριμένη αξία για το project τόσο πιο απίθανη είναι η πραγματοποίηση αυτής.

Σαν μέτρο αβεβαιότητας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την μεταβλητότητα (volatility), που είναι ουσιαστικά η τυπική απόκλιση της αναμενόμενης απόδοσης (standard deviation of project returns). Ένας αυστηρός ορισμός δίνεται από τον Hull, ο οποίος ορίζει την μεταβλητότητα ως την τυπική απόκλιση της αποδοχής ενός πάγιου σε ένα χρονικό διάστημα, όταν η απόδοση αυτή υπολογίζεται με συνεχή ανατοκισμό (continuous compounding) {Hull:2009vj}. Η ύπαρξη και εκμετάλλευση των πραγματικών δικαιωμάτων επιτρέπει στα στελέχη των επιχειρήσεων να μειώσουν την έκθεση στην αβεβαιότητα και ουσιαστικά να περιστρέφει τον κώνο προς τα πάνω δημιουργώντας την γνωστή καμπύλη κανονικής κατανομής {Mauboussin:1999wc}.

Συχνά συναντάται στην βιβλιογραφία η άποψη περιγραφής των Real Options ως μια διευρυμένη παρούσα αξία (**expanded Net Present Value - ENPV**), που ορίζεται ως το άθροισμα της στατικής καθαρής παρούσας αξίας (**static Net Present Value – SNPV**) και της αξίας των πραγματικών δικαιωμάτων (**Real Option Value – ROV**) {Trgeorgis:1996vd}

$$ENPV = SNPV + ROV$$

Ουσιαστικά, ένα real option είναι η προστιθέμενη αξία που αποκτά μια επένδυση, δηλαδή η ευελιξία που κερδίζει κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας.



Σχήμα 4.8: Ορισμός ENPV

4.2.4 Γιατί είναι σημαντικά τα RO;

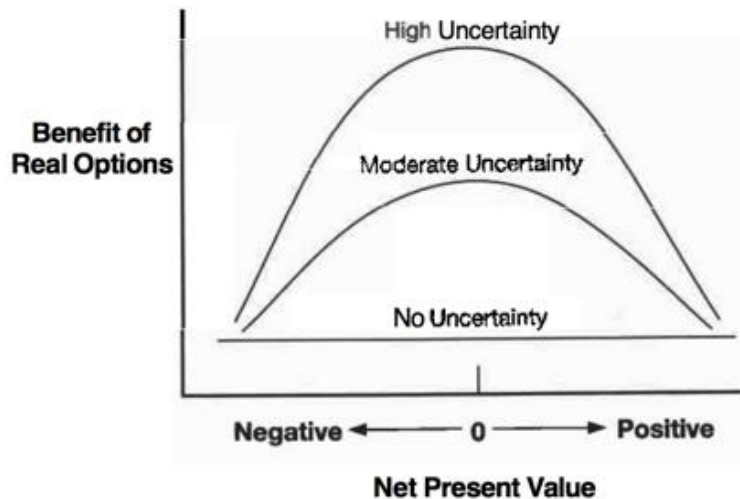
(Strengths & Weaknesses)

Η ανάλυση πραγματικών δικαιωμάτων έχει την μεγαλύτερη δυνατή αξία όταν υπάρχει υψηλός βαθμός αβεβαιότητας στην αξία του υποκείμενου στοιχείου της επένδυσης, η διοίκηση έχει σημαντικό βαθμό ευελιξίας όσο αφορά την κατεύθυνση του έργου και είναι διατεθειμένη να εφαρμόσει τα δικαιώματα αν αυτά παρουσιαστούν.

Managerial Flexibility	High	Medium Option Value	High Option Value
	Low	No Option Value	Small Option Value
		low	High
		Uncertainty	

Σχήμα 4.9: Αβεβαιότητα και Διαχειριστική ευελιξία

Επίσης η ανάλυση πραγματικών δικαιωμάτων δεν προσφέρει μεγάλη επιπρόσθετη αξία στις επενδυτικές αποφάσεις έργων με μεγάλη ΚΠΑ, καθώς αυτά τα έργα είναι ήδη ελκυστικά για επένδυση, αλλά και σε έργα με πολύ αρνητική ΚΠΑ. Τα RO προσφέρουν την μεγαλύτερη αξία σε έργα με ΚΠΑ κοντά στο μηδέν και υψηλό βαθμό αβεβαιότητας.



Σχήμα 4.10

Γιατί είναι η ROA πολύτιμη;

Κατόπιν πρότασης του Myers' το 1977 έχει παραχθεί ένας μεγάλος όγκος ακαδημαϊκής και πρακτικής βιβλιογραφίας σχετικά με την αξιολόγηση μέσω Real Options. Η έρευνα πάνω σε αυτό το μοντέλο αποτίμησης στοχεύει στη καλύτερη ενσωμάτωση της αβεβαιότητας των ταμιακών ροών και κυρίως να ενσωματώσει την στρατηγική λήψη αποφάσεων στις χρηματοοικονομικές αποτιμήσεις στοιχείων. Ακολουθεί μια λίστα πλεονεκτημάτων της ανάλυσης μέσω Real Options βασισμένη στο έργο των Amram και Kulatilaka {Kulatilaka:1999tp}:

- Κατευθύνει την διοίκηση στο να διερευνά περισσότερο τα σημαντικά ζητήματα και να κάνει τις σωστές ερωτήσεις
- Αξιολογεί την αξία των στρατηγικών αποφάσεων
- Διευρύνει το σύνολο των στρατηγικών εναλλακτικών όπου πρέπει να αναλογιστούν τα διοικητικά στελέχη
- Παρέχει μια συνεχή σύγκριση μεταξύ χρηματοοικονομικών εναλλακτικών, εσωτερικών δυνατοτήτων επένδυσης και συμβολαίων
- Βελτιωμένη ενσωμάτωση της αβεβαιότητας και των νέων δυνατοτήτων και εκδοχών που δημιουργεί.

4.2.5 Προβλήματα Υιοθέτησης της Θεωρίας

Η θεωρία των Real Options γενικότερα δημιούργησε από την αρχή μεγάλες προσδοκίες στην αξιολόγηση των επενδυτικών αποφάσεων, κυρίως στην ακαδημαϊκή κοινότητα, ενώ ο βαθμός αποδοχής της δεν είναι τόσο μεγάλος στον επιχειρηματικό κόσμο. Σύμφωνα με έρευνες το ποσοστό των μεγάλων επιχειρήσεων που χρησιμοποιούν συστηματικά τα Real Options είναι κάτω από 30%. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε κάποιες γνωστές εταιρίες που έχουν ενσωματώσει την φιλοσοφία των Real Options στην επενδυτική στρατηγική τους.

Αυτές είναι η Apple, η Mobil, η Texaco, η Hewlett-Packard, η Shell, η Toshiba και κάποιες άλλες {Copeland & Anticarov:2003wr}.



Με βάση τα παραπάνω μια λογική ερώτηση είναι:

«Γιατί ενώ τα Real Options έχουν καλές προοπτικές και επαινούνται στην ακαδημαϊκή βιβλιογραφία για τα πλεονεκτήματά τους στην αξιολόγηση επενδύσεων δεν εφαρμόζονται στον επιχειρηματικό κόσμο ευρέως;»

«Ποια είναι τα εμπόδια εφαρμογής μιας μεθόδου Real Options;»

Ας δούμε τους βασικούς προβληματισμούς που εμποδίζουν την γρηγορότερη υιοθέτηση της χρήσης των RO στην αξιολόγηση επενδύσεων {Herder:2011uz}{Teach:2003uq}. :

Προβλήματα Φήμης: Αρχικά υπάρχει έλλειψη διάδοσης. Ενώ ακαδημαϊκώς έχει υπάρξει αρκετή πρόοδος και τριβή με την μέθοδο και διάφορες μεθοδολογίες εφαρμογής της, δεν έχει γίνει προσπάθεια αναλυτικής παρουσίασης και επεξήγησης των ευρημάτων. Για αυτό το λόγο ο εκάστοτε πελάτης θα πρέπει να πειστεί για την ίδια την μέθοδο αλλά και την εφαρμοσιμότητα της, γεγονός που καθιστά την επερχόμενη διαδικασία της αξιολόγησης χρονοβόρα. Υπάρχει όμως και μια πιο δύσκολη περίπτωση, όπου είναι αυτή της ήδη υπάρχουσας κακής φήμης. Η οικονομική κρίση 2008/2009 επηρέασε δυσμενώς την φήμη 'περίπλοκων' οικονομικών υπολογισμών.

Προβλήματα Κατανόησης – Δυνατότητας Εφαρμογής: Μια δύσκολα αντιμετωπίσιμη περίπτωση είναι αυτή όπου η διοίκηση που θα λάβει και την τελική απόφαση δεν μπορεί να κατανοήσει την ουσία της προτεινόμενης μεθοδολογίας {Lander:1998nq}, όπου εδώ είναι μείζονος σημασίας η εμπιστοσύνη στον αναλυτή – καθώς η θεωρία των RO προέρχεται από την αξιολόγηση χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων οι πρώτες σχετικές μελέτες είναι γεμάτες με χρηματοοικονομικούς όρους. Μια άλλη πιο ρεαλιστική περίπτωση είναι η ύπαρξη

κάποιον περιορισμών από την πλευρά της επιχείρησης: διαθέσιμα δεδομένα, ποσότητα προσωπικού, ποιότητα προσωπικού, χρόνος και χρήμα.

Προβλήματα αποφασιστικότητας: Οι μέθοδοι Real Options δεν είναι αποφασιστικές. Δηλαδή ενώ επιτρέπουν ευελιξία αποφάσεων, αυτό έχει μεγαλύτερες απαιτήσεις από την ομάδα λήψης αποφάσεων. Χωρίς την ανάλυση πραγματικών επιλογών (real options analysis - ROA) η κατάσταση είναι απλή: ένα έργο θα ξεκινήσει ή όχι. Αλλά η ROA απαιτεί συνεχή παρακολούθηση και αναθεώρηση των επιλογών. Με άλλα λόγια, η ευελιξία και οι επιλογές κοστίζουν προσοχή και υπολογιστική ισχύ. Επιπρόσθετα, αυτοί που λαμβάνουν τις αποφάσεις φοβούνται πως μια αλλαγή πορείας μπορεί να σημαίνει αποτυχία {vandeRiet:2008cg}.

Προβλήματα lock-in: Κατά την λειτουργία τους, οι επιχειρήσεις ακολουθούν μια συγκεκριμένη ρουτίνα. Εάν έχει συνηθίσει σε μια τεχνολογία που μέχρι τώρα ήταν αποδοτική, ίσως αποδειχθεί δύσκολη η αποδοχή μιας νέας προσέγγισης για το ίδιο πρόβλημα (το λεγόμενο lock-in {Simon:2007th} {vandenBergh:2005nn} {March:1991iu}). Καθώς είναι σχεδόν αδύνατον να πραγματοποιηθεί μια αλλαγή από την παλιά στην καινούρια προσέγγιση με μερικές επιπρόσθετες αλλαγές ("incrementalism"), η οραματισθείσα αλλαγή μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο μέσω μια επανάστασης και όχι μιας εξέλιξης.

Προβλήματα σύνθετης αβεβαιότητας: Εάν μια επιχείρηση αποφασίσει να βασιστεί στα RO τότε αυτό θα είναι σε μια προσπάθεια να αντιμετωπίσει την αβεβαιότητα στις εργασίες και τις επενδύσεις της. Εδώ όμως δημιουργείται το θέμα χρήσης μιας αβέβαιης και καινούριας μεθόδου σε καταστάσεις που βρithουν από αβεβαιότητα. Όπως παρατηρεί ο Van de Riet οι αποφασίζοντες απαιτούν ξεκάθαρες και σαφής στρατηγικές σε περίπτωση που αντιμετωπίζουν ένα αβέβαιο μέλλον {vandeRiet:2008cg}.

Προβλήματα εφαρμοσιμότητας: Τα εμπόδια που αναφέρονται παραπάνω προϋποθέτουν ότι η ROA είναι μια εφαρμόσιμη προσέγγιση δεδομένου ότι οι συνθήκες ομοιάζουν μια χρηματοοικονομική αγορά: τέλεια πληροφόρηση, τέλειος ανταγωνισμός (no arbitrage), ρευστοποιήσιμα στοιχεία. Η βασική ερώτηση εδώ είναι αν ισχύουν αυτές οι υποθέσεις όταν αποτιμούνται πραγματικά στοιχεία.

4.2.6 Σημαντικές Έννοιες & Παραδείγματα

Τα πραγματικά δικαιώματα που αρχικά εισήγαγε ο οικονομολόγος Myers, αποκαλούνται σήμερα δικαιώματα ανάπτυξης. Παράλληλα με αυτά υπάρχουν και άλλα είδη πραγματικών δικαιωμάτων τα οποία διακρίνονται και κατηγοριοποιούνται κυρίως σύμφωνα με το είδος της ευελιξίας που προσφέρουν στην εκάστοτε διοίκηση, ώστε να είναι σε θέση να αντιμετωπίσει τις διαφορετικές συνθήκες της αγοράς που μπορεί να προκύψουν {Sullivan:1999tv}.

Επειδή οι επενδυτικοί κίνδυνοι και το ευρύτερο περιβάλλον δραστηριοποίησης των σύγχρονων επιχειρήσεων ποικίλουν, συναντάμε στην

βιβλιογραφία διάφορες κατηγορίες πραγματικών δικαιωμάτων {Trigeorgis:1996wr}. Στην συνέχεια παρατίθενται οι κυριότεροι τύποι πραγματικών δικαιωμάτων όπως αυτοί συναντούνται στην σχετική βιβλιογραφία, ενώ θα ακολουθήσουν και κάποια ονόματα επιστημόνων και οι μελέτες τους στις οποίες τα στήριξαν.

1. Option to defer (δικαίωμα αναβολής)

Το δικαίωμα αναβολής μιας επένδυσης είναι το δικαίωμα που έχει η διοίκηση μιας επιχείρησης να αναβάλλει για κάποιο χρονικό διάστημα την επένδυση που είχε προγραμματίσει να κάνει, ώστε να εξεταστούν νέα δεδομένα του οικονομικού και δυναμικού περιβάλλοντος. Στο μέλλον, και εφόσον τελικά οι συνθήκες είναι ευνοϊκότερες, η επιχείρηση μπορεί να επιλέξει να ξεκινήσει ή να συνεχίσει τότε την επένδυση ή εναλλακτικά, σε περίπτωση που οι συνθήκες εξακολουθούν να είναι δύσκολες να ασκήσει το δικαίωμά της να περιορίσει της ζημιές μόνο στο αρχικό κόστος.

Το δικαίωμα αναβολής γίνεται πιο ελκυστικό και αποκτά μεγαλύτερη αξία όταν η αβεβαιότητα είναι μεγάλη και οι προβλεπόμενες ταμειακές ροές των οποίων η είσπραξη αναβάλλεται λόγω καθυστέρησης της πραγματοποίησης σχετικά μικρές.

2. Option to expand (δικαίωμα επέκτασης)

Το δικαίωμα επέκτασης της επένδυσης είναι το δικαίωμα μιας επιχείρησης να επεκταθεί σε περαιτέρω επενδύσεις μιας ήδη δρομολογημένης επένδυσης. Γενικότερα ανήκει στην κατηγορία των scaling options. Αν οι συνθήκες της αγοράς είναι ευνοϊκές και προβλέπεται να υπάρξει αυξανόμενη ζήτηση, τότε η επιχείρηση μπορεί να επιλέξει να αυξήσει την παραγωγή της κατά ένα ποσοστό με κάποιο επιπρόσθετο κόστος. Είναι ένα αμερικάνικο δικαίωμα αγοράς που αφορά την αξία επιπρόσθετης παραγωγικής δυναμικότητας (υποκείμενος τίτλος είναι η παρούσα αξία των προσδοκώμενων χρηματικών ροών) και η τιμή εξάσκησης του δικαιώματος ίση με το κόστος που απαιτείται για την επιθυμητή αύξηση δυναμικότητας.

Τα δικαιώματα επέκτασης χρησιμοποιούνται κυρίως από τις εταιρίες υψηλής ή νέας τεχνολογίας όπου τα νέα προϊόντα αποδεικνύεται πως έχουν μεγάλη ζήτηση οπότε αποφασίζεται και εν συνεχεία η επέκταση και αύξηση της παραγωγής. Επίσης έχουν μεγάλη αξία αυτά τα δικαιώματα για εταιρίες με έντονο ερευνητικό χαρακτήρα, όπως οι φαρμακευτικές και εταιρίες εκμετάλλευσης φυσικών πόρων.

3. Option to contract

Το δικαίωμα συρρίκνωσης, που ανήκει και αυτό στην γενικότερη κατηγορία των scaling options, αναφέρεται στο δικαίωμα της επιχείρησης να μειώσει την κλίμακα εργασιών του επενδυτικού σχεδίου σε περίπτωση που τα δεδομένα του περιβάλλοντος είναι χαμηλότερα από τα αναμενόμενα, με στόχο η επιχείρηση να

εξοικονομήσει πόρους και πιθανώς να εισπράξει και κάποιο ποσό για μεταπώληση του τμήματος του εξοπλισμού που δεν της χρειάζεται πλέον.

Είναι ένα αμερικάνικο δικαίωμα πώλησης (put option) πάνω στην αξία της αρχικής επένδυσης. Η τιμή εξάσκησης ισούται με την παρούσα αξία των μελλοντικών εξόδων που εξοικονομούνται, όπως το μέγεθός τους εκτιμάται την χρονική στιγμή άσκησης του δικαιώματος {Trigeorgis:1996wr}.

4. Option to abandon

Το δικαίωμα εγκατάλειψης ενός επενδυτικού σχεδίου έχει να κάνει με την ευχέρεια της διοίκησης να σταματήσει εντελώς τις ενέργειες. Όταν οι συνθήκες της αγοράς καταστήσουν μια επένδυση ασύμφορη, τότε είναι προτιμότερο η επιχείρηση να διακόψει την επένδυσή της, γλιτώνοντας περαιτέρω ζημιά ενώ μπορεί παράλληλα να πουλήσει τον κεφαλαιουχικό εξοπλισμό ή οποιοδήποτε άλλο εξοπλισμό στην υπολειμματική αξία {Brach:2003vn}.

Το δικαίωμα εγκατάλειψης μπορεί να αποτιμηθεί ως δικαίωμα πώλησης αμερικανικού τύπου. Η τιμή εξάσκησης ισούται με την αξία μεταπώλησης ή ρευστοποίησης των περιουσιακών στοιχείων ενώ ο υποκειμενικός τίτλος είναι η παρούσα αξία των ταμειακών ροών.

Τέτοια δικαιώματα συναντάμε σε επιχειρήσεις εντάσεως κεφαλαίου, όπως οι αερομεταφορές, οι σιδηρόδρομοι, οι επενδύσεις σε ανανεώσιμες. Επίσης σε επενδυτικές κινήσεις εισαγωγών νέων προϊόντων σε αβέβαιες αγορές, σε χρηματοοικονομικές υπηρεσίες και σε εταιρίες έρευνας.

Το δικαίωμα εγκατάλειψης δεν θα πρέπει να εξασκείται σε περιπτώσεις δυνατής απώλειας πολύτιμων τεχνικών, οργανωτικών ή άλλων πληροφοριών που κατέχει η επιχείρηση, καθώς είναι πιθανώς να χρησιμοποιηθούν από ανταγωνιστές και έτσι να βλάψουν την επιχείρηση σε κάποιο άλλο τομέα της ή να την εμποδίσουν από εκ νέου είσοδο στον τομέα.

5. Option to switch

Ακόμα βασισμένη στις αλλαγές που συντελούνται στην αγορά, μεταβολές τιμών, ζήτησης ή άλλων παραγόντων, η διοίκηση μπορεί να θέλει να μεταβάλει το μείγμα προϊόντων/υπηρεσιών που παρέχει (ευελιξία προϊόντος). Μπορεί ακόμα να μεταβάλει την παραγωγική διαδικασία (ευελιξία παραγωγής) για την παραγωγή των προϊόντων της.

Η επιχείρηση επομένως μπορεί να μειώσει το κόστος παραγωγής με την αλλαγή στην παραγωγική διαδικασία και το κόστος των εισροών της ή να δημιουργήσει προϊόντα που θα ανταποκρίνονται καλύτερα στη ζήτηση της αγοράς και κατ' επέκταση θα είναι κερδοφόρα {Copeland & Antikarov:2003wr}

Τα δικαιώματα αλλαγής χρήσης χρησιμοποιούνται στον τομέα αλλαγής προϊόντων σε επιχειρήσεις παραγωγής αυτοκινήτων, στις φαρμακοβιομηχανίες,

στις βιομηχανίες παραγωγής παιδικών παιχνιδιών, ηλεκτρικών ειδών κ.α. Παραδείγματα όπου προσεγγίζεται το ζήτημα της ευελιξίας παραγωγής, χρησιμοποιούνται σε επιχειρήσεις χημικών, παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας κ.α. {Trigeorgis:1996wr}.

6. Staged investment options

Το δικαίωμα των σταδιακών επενδύσεων είναι ένα δικαίωμα που αναφέρεται σε επενδύσεις που πραγματοποιούνται σε στάδια και στο τέλος κάθε σταδίου (με την ολοκλήρωση) η διοίκηση αναλογίζεται αν θα επενδύσει ή όχι στο επόμενο στάδιο και άρα αν θα συνεχίσει την επένδυση. Κάθε στάδιο μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν ένα δικαίωμα στην αξία του επόμενου σταδίου και έτσι προκύπτει ένα σύνθετο δικαίωμα (compound option). Τέτοιου είδους δικαιώματα χρησιμοποιούνται από επιχειρήσεις έρευνας και ανάπτυξης καθώς επίσης και σε μεγάλα επενδυτικά σχέδια, όπως οι κατασκευές μεγάλων εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και όταν ξεκινούν νέες επιχειρήσεις {Trigeorgis:1996wr}.

7. Interacting Options

Είναι δικαιώματα που αφορούν μια επένδυση που μπορεί να περιλαμβάνει πολλά διαφορετικά δικαιώματα. Η συνολική συνδυασμένη αξία τους μπορεί να διαφέρει από το άθροισμα της μεμονωμένης αξίας του κάθε δικαιώματος χωριστά, λόγω πιθανών αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους.

Ακολουθεί ένας πίνακας που συνοψίζει τις πρώτες αναφορές που έχουν γίνει βιβλιογραφικά σε κάθε τύπο πραγματικού δικαιώματος.

Τύπος Δικαιώματος	Περιγραφή	Μελέτες
Εγκατάλειψης	Δικαίωμα σταματήματος χρήσης εξοπλισμού και εγκαταστάσεων, πραγματοποιώντας υπολειπόμενη αξία	Bonini (1977); Meyers and Majd (1990); Berger, Ofek and Swary (1996)
Ευελιξία Αλλαγής	Η δυνατότητα να αλλάξει το μείγμα εισόδου ή εξόδου παραγωγής ως αντίδραση στις αλλαγές της ζήτησης και των τιμών στην αγορά.	Kulatilaka (1988, 1993); Kulatilaka and Marcus (1988); Triatis and Hodder (1990); Kulatilaka and Trigeorgis (1994);
Αλλαγή λειτουργικής κλίμακας (επέκταση, συρρίκνωση, κλείσιμο και επανεκκίνηση)	Προσαρμογή και τροποποίηση του μεγέθους της παραγωγής ανάλογα με την ζήτηση.	Robichek and Van Horne (1967); Brennan and Schwartz (1985); McDonald and Siegel (1985);

		Trigeorgis and Maosn (1987); Pindyck (1988); Dixit (1989, 1992); Majd and Pindyck (1989); Myers and Majd
Δικαίωμα Αναβολής	Το δικαίωμα να καθυστερήσει η υλοποίηση της επένδυσης εν αναμονή πιο ευνοϊκών συνθηκών αγοράς.	Tourinho (1979); Titman (1985); McDonald and Siegel (1986); Majd and Pindyck (1987); Paddock, Siegel and Smith (1988); Pindyck (1991, 1993); Ingersoll and Ross (1992); Quigg (1993); Østbye (1997)
Σταδιακές Επενδύσεις	Το δικαίωμα να υλοποιηθεί η επένδυση σε διαδοχικά στάδια με δυνατότητα εγκατάλειψης ή συνέχισης στο τέλος κάθε σταδίου ανάλογα με τις διαθέσιμες πληροφορίες.	Roberts and Weitzman (1981); Majd and Pindyck (1987); Carr (1988); Trigeorgis (1993a); Grenadier (1996)
Ανάπτυξης	Η δυνατότητα κεφαλαιοποίησης σε προηγούμενη επένδυση, όπως E&A, ώστε να γίνει επένδυση σε ένα σχετιζόμενο έργο.	Myers (1977); Kesterr (1984, 1993); Trigeorgis (1988); Pindyck (1988); Chung and Charoenwong (1991); Kemma (1993); Brealey and Myers (1996); Grenadier and Weiss (1997); Chatwin et al. (1999)
Αλληλεπιδρούσες Επιλογές	Πολλαπλά δικαιώματα που άπτονται του ίδιου επενδυτικού έργου και αλληλεπιδρούν.	Trigeorgis (1991, 1993a, 1993b); Childs, Ott and Triantis (1998)

4.3 Μέθοδοι Επίλυσης της Real Option Ανάλυσης

Θα μελετηθούν συνήθεις μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων αξιολόγησης πραγματικών επιλογών. Δεν θα επικεντρωθούμε στην θεωρητική βάση και στην προέλευση των λύσεων – στόχος είναι η κατανόηση της λύσης και του τρόπου εφαρμογής της.

Οι μέθοδοι επίλυσης RO είναι βασισμένες σε μοντέλα που αναπτύχθηκαν για τιμολόγηση χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων. Το βραβείο Νόμπελ – για την επανάσταση που επέφεραν – που έλαβαν οι Fisher Black, Robert Merton, και Myron Scholes έθεσε τα θεμέλια για μια απλή και κομψή λύση των προβλημάτων χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, η οποία εν συνεχεία έγινε το θεμέλιο των εφαρμογών πραγματικών δικαιωμάτων. Υπάρχουν αρκετές διαθέσιμες μέθοδοι για τον υπολογισμό της αξίας πραγματικών δικαιωμάτων, και στα πλαίσια της κάθε μεθόδου υπάρχουν εναλλακτικές υπολογιστικές τεχνικές για την αντιμετώπιση των απαιτούμενων μαθηματικών. Η επιλογή εξαρτάται από την επιθυμητή απλότητα, τα διαθέσιμα δεδομένα, και την εγκυρότητα και εφαρμοσιμότητα της μεθόδου για μια συγκεκριμένη εφαρμογή. Κάποιες μέθοδοι περιλαμβάνουν πολύπλοκα μαθηματικά, τα οποία είναι ίσως δύσκολο να επεξηγηθούν στην ανώτερη διοίκηση, ενώ άλλες είναι περισσότερο διαισθητικές. Οι διαφορετικές μέθοδοι αποτίμησης πραγματικών δικαιωμάτων και οι υπολογιστικές τεχνικές συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Option Valuation Technique	Specific Method
Partial differential equations	<ul style="list-style-type: none">■ Closed form solutions using Black-Scholes and other similar equations■ Analytical approximations■ Numerical methods (e.g., finite difference method)
Simulations	Monte Carlo
Lattices	<ul style="list-style-type: none">■ Binomial■ Trinomial■ Quadrinomial■ Multinomial

Σχήμα 4.11: Μέθοδοι Ανάλυσης προβλημάτων πραγματικών δικαιωμάτων

4.3.1 Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις

Η μέθοδος των Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων (Partial Differential Equations - PDE) περιλαμβάνει την επίλυση ΜΔΕ υπό συγκεκριμένες περιοριστικές συνθήκες (όπως, είδος δικαιώματος, τιμές δικαιωμάτων σε γνωστά σημεία και μέγιστα, κλπ) οι οποίες περιγράφουν την αλλαγή στην αξία του δικαιώματος αναφορικά με μετρήσιμες αλλαγές στην αγορά σημαντικών παραμέτρων/μεταβλητών. Σε μια αναλυτική λύση κλειστής μορφής (closed form analytical solution) σε μια ΜΔΕ, η τιμή του δικαιώματος δίνεται από μια εξίσωση. Η πιο γνωστή τέτοια εξίσωση, της

οποίας στην βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές τροποποιήσεις, για τον υπολογισμό ενός ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς (European call option) είναι η Black-Scholes. Η εξίσωση αυτή πήρε το όνομά της από τους συγγραφείς της δημοσίευσης το 1973 (η συνεισφορά του Merton, δημοσιεύτηκε και χωριστά περίπου την ίδια περίοδο) {Black & Scholes:1973hb}.

Σε περιπτώσεις όπου κλειστής μορφής αναλυτικές λύσεις δεν είναι εφικτές, μπορεί να γίνουν προσεγγίσεις για να επιτευχθεί μια αναλυτική λύση. Εάν αναλυτικές λύσεις ή προσεγγίσεις δεν είναι καν εφικτές, αριθμητικές λύσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να λύσουν τις ΜΔΕ.

Black-Scholes Model

Το μοντέλο Black-Scholes για αποτίμηση ευρωπαϊκού τύπου δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης, υποστηρίζει πως η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς σε μετοχές, ισούται με την αναμενόμενη τιμή μιας επένδυσης (σε μετοχές) μείον την παρούσα τιμή του κόστους της επένδυσης, αν το δικαίωμα ασκηθεί {Black & Scholes:1973hb}.

Η εξίσωση Black-Scholes δημιουργήθηκε αρχικά μόνο για δικαιώματα αγοράς (call option) ενώ αργότερα προσαρμόστηκε και στα δικαιώματα πώλησης (put option). Αρχικά παραθέτονται οι υποθέσεις που στηρίζουν το μοντέλο {VanHorneJamesC:2002tj}:

1. Το μοντέλο αναφέρεται στην τιμολόγηση δικαιωμάτων ευρωπαϊκού τύπου που ασκούνται στην ημερομηνία λήξης τους
2. Ο υποκείμενος τίτλος δεν πληρώνει μερίσματα
3. Η διακύμανση των αποδόσεων είναι σταθερή καθ' όλη την διάρκεια του συμβολαίου.
4. Τα κόστη συναλλαγών και οι φόροι είναι μηδενικοί
5. Οι τιμές του υποκείμενου στοιχείου (π.χ. μετοχές) ακολουθούν κανονική κατανομή
6. Τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια (επιτόκια χωρίς κίνδυνο) είναι γνωστά και σταθερά σε όλη τη διάρκεια του συμβολαίου.
7. Οι επενδυτές μπορούν να δανείζονται και να δανείζονται στο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο
8. Οι τιμές είναι συνεχείς, δεν υπάρχουν απότομες μεταβολές στις τιμές ούτε ευκαιρίες για arbitrage.
9. Επιτρέπεται η ανοιχτή προθεσμιακή πώληση τίτλων (short selling)

Οι δύο μορφές της εξίσωσης είναι {Cox:1985us}:

$$C = S_0 \cdot N(d_1) - N(d_2) \cdot K \cdot \exp(-r_f T)$$

$$P = K \cdot \exp(-r_f T) \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot N(-d_1)$$

$$\text{όπου } d_1 = [\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r + \frac{\sigma^2}{2}) \cdot T] / \sigma\sqrt{T}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

όπου: C : αξία του δικαιώματος αγοράς (value of call option)
 P : αξία του δικαιώματος πώλησης (value of put option)
 S_0 : η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου στοιχείου
 $N(d_i)$: τιμές κανονικής κατανομής στα σημεία d_i , $i=1, 2$

- K : τιμή εξάσκησης δικαιώματος (strike price)
 r_f : βραχυπρόθεσμο μέσο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο (risk-free rate)
 T : χρόνος μέχρι την λήξη του δικαιώματος
 σ : η αβεβαιότητα των μελλοντικών ταμειακών ροών του υποκείμενου στοιχείου (μεταβλητότητα), εκφραζόμενη σε ετήσια βάση

4.3.2 Προσομοιώσεις

Monte Carlo Method

Η προσομοίωση Monte Carlo πήρε το όνομά της από το Μόντε Κάρλο του Μονακό, όπου ο κυριότερος πόλος έλξης είναι τα καζίνα με τυχερά παιχνίδια. Τα τυχερά παιχνίδια όπως η ρουλέτα, τα ζάρια και τα μηχανήματα τυχερών παιχνιδιών με κέρματα παρουσιάζουν τυχαία συμπεριφορά. Η τυχαία συμπεριφορά στα τυχερά παιχνίδια είναι παρόμοια με το πως η προσέγγιση Monte Carlo επιλέγει τυχαία τιμές για τις μεταβλητές για να μιμηθεί ένα μοντέλο. Όταν ρίχνουμε ένα ζάρι, γνωρίζουμε ότι θα εμφανιστούν 1,2,3,4,5,6 αλλά δεν γνωρίζουμε πιο από όλα σε κάθε δοκιμή. Είναι το ίδιο με τις μεταβλητές που έχουν μια γνωστή ή μια εκτιμώμενη περιοχή τιμών που λαμβάνουν (κατανομή) αλλά μια αβέβαιη αξία για οποιαδήποτε χρονική στιγμή ή γεγονός (π.χ. επιτόκια, εισοδήματα, τιμές μετοχών, επιτόκια αναγωγής, αξία ενός έργου)

Για κάθε μεταβλητή, καθορίζονται οι πιθανές τιμές με μια κατανομή πιθανότητας (βάση δεδομένων ή υποκειμενική). Ο τύπος της κατανομής που επιλέγεται εξαρτάται από τους όρους που περιβάλλουν τη μεταβλητή. Κατά την διάρκεια μιας προσομοίωσης, η τιμή που χρησιμοποιείται για κάθε μεταβλητή λαμβάνεται τυχαία κάθε φορά ξανά από την πιθανοτική αυτή κατανομή των δυνατών τιμών της.

Ουσιαστικά η Monte Carlo προσομοίωση υπολογίζει πολυάριθμα σενάρια ενός μοντέλου, παίρνοντας επανειλημμένα τιμές από τις κατανομές πιθανοτήτων για τις αβέβαιες μεταβλητές και τις χρησιμοποιεί για την αξιολόγηση μιας επένδυσης [Mun:2006wi].

Λύση μέσω Monte Carlo

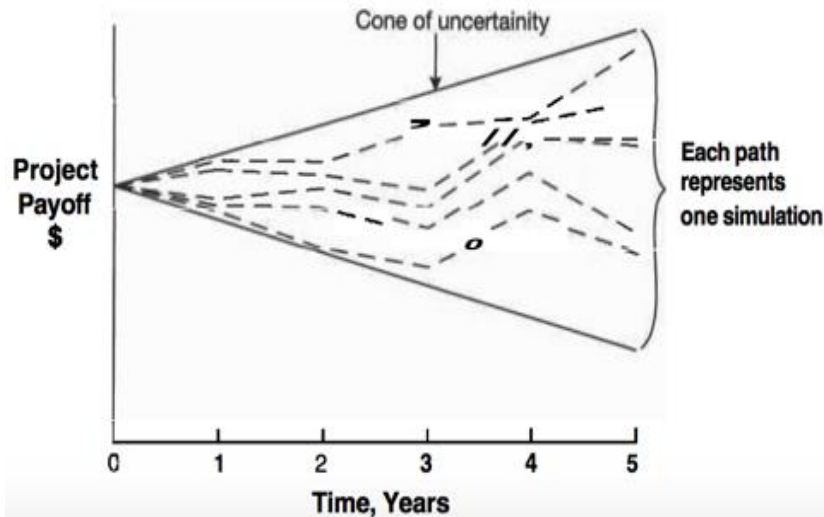
Η μέθοδος προσομοίωσης για επίλυση προβλημάτων πραγματικών επιλογών γίνεται μέσω της τεχνικής Monte Carlo. Περιλαμβάνει την προσομοίωση χιλιάδων διαφορετικών μονοπατιών της μελλοντικής εξέλιξης της τιμής του υποκείμενου στοιχείου, δεδομένων των ορίων του κώνου της αβεβαιότητας, όπως αυτός ορίζεται από την μεταβλητότητα της τιμής του υποκείμενου στοιχείου.

Ορίζονται πρώτα οι παράμετροι εισόδου του μοντέλου για την εκτέλεση των προσομοιώσεων:

- Παρούσα τιμή του υποκείμενου στοιχείου (S_0)
- Μεταβλητότητα του στοιχείου (σ)
- Τιμή άσκησης δικαιώματος (K)
- Χρόνος ωριμότητας δικαιώματος (T)
- Επιτόκιο χωρίς κίνδυνο που αντιστοιχεί στο χρόνο ζωής επένδυσης (r_f)

- Οριακό χρονικό βήμα προσομοίωσης (δt)

Η παρούσα αξία του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας προεξοφλημένες ταμειακές ροές (DCF) με ένα επιτόκιο προσαρμοσμένο στον κίνδυνο. Η μεταβλητότητα αναφέρεται σε αυτή της αξίας του στοιχείου.



Σχήμα 4.12: ο κώνος της αβεβαιότητας όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα προσομοίωσης

Στην μέθοδο της προσομοίωσης, ο χρόνος ζωής του δικαιώματος χωρίζεται σε ένα αριθμό ίσων χρονικών βημάτων (δt), και γίνονται χιλιάδες προσομοιώσεις για να αναγνωριστεί η αξία του στοιχείου σε κάθε βήμα της προσομοίωσης. Στο χρόνο $t=0$, κάθε προσομοίωση ξεκινά με την αναμενόμενη τιμή του υποκείμενου στοιχείου (S_0). Στο επόμενο βήμα, η τιμή του στοιχείου, η οποία μπορεί να αυξηθεί ή να μειωθεί, υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την ακόλουθη εξίσωση που περιλαμβάνει μια συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής:

$$S_t = S_{t-1} + S_{t-1} \cdot (r_f \cdot \delta t + \sigma \cdot Z \cdot \sqrt{\delta t})$$

όπου S_t, S_{t-1} : τιμές του υποκείμενου στοιχείου τις χρονικές στιγμές $t, t-1$
 Z : προσομοιωμένη τιμή που λήφθηκε τυχαία από κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu=0$ και διακύμανση $\sigma^2=1$ {Mun:2002ui}

Η τιμή για το επόμενο χρονικό διάστημα υπολογίζεται με την ίδια εξίσωση, και η προσομοίωση συνεχίζεται έτσι μέχρι το χρόνο ωριμότητας και το τέλος του χρόνου ζωής του δικαιώματος. Εν συνεχεία εφαρμόζεται ο κανόνας απόφασης, συγκρίνοντας την τελική τιμή του στοιχείου με την τιμή άσκησης – για παράδειγμα κόστος επένδυσης για ένα δικαίωμα αγοράς, και τιμή εγκατάλειψης για ένα δικαίωμα πώλησης.

Στην περίπτωση ενός απλού δικαιώματος πώλησης, εάν η τιμή άσκησης είναι χαμηλότερη από την τελική αξία του υποκείμενου στοιχείου, τότε το δικαίωμα επένδυσης εξασκείται και η αξία του έργου είναι ίση με την διαφορά των

δυο τιμών. Από την άλλη, εάν η τιμή άσκησης (απαιτούμενο κόστος επένδυσης) είναι υψηλότερο, η αξία του έργου είναι μηδέν γιατί δεν επιλέγεται να ασκηθεί το δικαίωμα. Ισχύει η αντίστροφη λογική για ένα δικαίωμα πώλησης. Έπειτα κάθε προκύπτουσα αξία του έργου προεξοφλείται πίσω στο σήμερα χρησιμοποιώντας επιτόκιο χωρίς κίνδυνο. Η μέση τιμή του συνόλου των προσομοιωμένων αξιών είναι η αξία του δικαιώματος για το έργο.

Οι προσομοιώσεις μπορούν εύκολα να χρησιμοποιηθούν για **Ευρωπαϊκά δικαιώματα**, όπου υπάρχει μια προκαθορισμένη χρονική στιγμή άσκησης του δικαιώματος. Η διάρκεια ζωής μπορεί να χωριστεί σε ένα επιλεγμένο σύνολο χρονικών βημάτων και η εξέλιξη της τιμής του υποκείμενου στοιχείου προσομοιώνεται από το ένα χρονικό βήμα στο επόμενο για το σύνολο της ζωής του δικαιώματος. Όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων χρονικών βημάτων, μικρότερο το μέγεθός τους και μεγαλύτερος ο συνολικός αριθμός των προσομοιώσεων, τόσο πιο ακριβή τα αποτελέσματα.

Στην περίπτωση **Αμερικάνικων δικαιωμάτων**, καθώς μπορούν να ασκηθούν σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή μέχρι τη λήψη της ζωής τους, οι προσομοιώσεις πρέπει να γίνουν, θέτοντας την ημερομηνία ωριμότητας του δικαιώματος να αντιστοιχεί σε κάθε δυνατή ημέρα εξάσκησης, δηλαδή σε κάθε χρησιμοποιούμενο time step – μια χρονοβόρα και με μεγάλες υπολογιστικές απαιτήσεις εργασία. Είναι ιδιαίτερη πρόκληση να εφαρμοστούν προσομοιώσεις σε σταδιακά δικαιώματα (sequential options, επειδή κάθε πιθανή απόφαση οδηγεί σε ένα νέο μονοπάτι και πρέπει εν συνεχεία να εκτελεστούν προσομοιώσεις για κάθε μονοπάτι. Για παράδειγμα, ένα έργο με δυο ακολουθιακά δυαδικά σημεία απόφασης θα έχει τέσσερα μονοπάτια κλπ. Η δημιουργία χιλιάδων προσομοιώσεων για κάθε μονοπάτι, ώστε να έχουν ακρίβεια τα αποτελέσματα, για κάθε μονοπάτι για κάθε μέρα της ζωής του Αμερικάνικου δικαιώματος είναι μια αποθαρρυντική διαδικασία ακόμα και για έναν γρήγορο υπολογιστή.

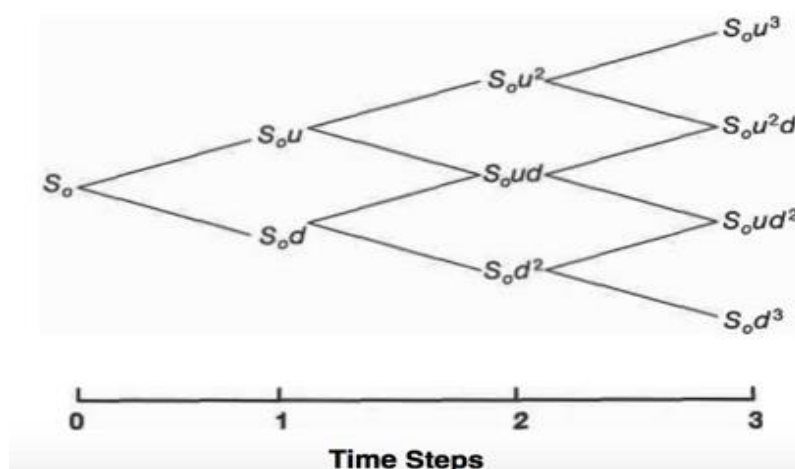
4.3.3 Πλέγματα

Τα πλέγματα μοιάζουν με δέντρα αποφάσεων και ουσιαστικά αναπαριστούν, σε μορφή ενός διακλαδίζομενου δέντρου, την εξέλιξη των πιθανών τιμών του υποκείμενου τίτλου στην διάρκεια ζωής των εμφωλευμένων δικαιωμάτων. Μια βέλτιστη λύση στο συνολικό πρόβλημα βρίσκεται μέσω βελτιστοποίησης των μελλοντικών αποφάσεων σε διάφορα σημεία απόφασης και έπειτα επιστρέφοντας προς την αρχή του πλέγματος με αναδρομικό τρόπο στην παρούσα αρχική απόφαση.

4.3.3.1 Διωνυμικό Πλέγμα

Η πιο συνηθισμένη μορφή πλεγμάτων που χρησιμοποιείται είναι τα διωνυμικά δέντρα. Το δυαδικό μοντέλο μπορεί να αναπαρασταθεί σαν δυαδικό δέντρο όπως φαίνεται στο γράφημα S₀ είναι η αρχική αξία του τίτλου (έργου/επένδυσης). Το μοντέλο βασίζεται στην ιδέα ενός πεπερασμένου δέντρου που διακλαδίζεται από την παρούσα τιμή του οικονομικού στοιχείου και από την

παρούσα χρονική στιγμή μέχρι το χρόνο λήξης του δικαιώματος επί του οικονομικού μεγέθους (Hull:2009ν). Το δέντρο απόφασης που σχηματίζεται είναι μια γραφική απεικόνιση του συνολικού δυνατού μονοπατιού που μπορεί να ακολουθήσει το οικονομικό μέγεθος κατά την διάρκεια ενός συγκεκριμένου ορίζοντα χρήσης. Τα φύλλα του δέντρου αναπαριστούν όλα τα δυνατά ενδεχόμενα. Στο πρώτο χρονικό βήμα (time step), η αξία είτε θα αυξηθεί είτε θα μειωθεί και από εκεί και έπειτα συνεχίζει να αυξάνεται (ανεβαίνει) ή να μειώνεται (κατεβαίνει) στα επόμενα χρονικά διαστήματα που ακολουθούν. Τα βήματα προς τα πάνω και προς τα κάτω συμβολίζονται αντίστοιχα με τους συντελεστές u και d , όπου $u > 1$ και $d < 1$. Το μέγεθος αυτών των συντελεστών εξαρτάται από την μεταβλητότητα του υποκείμενου τίτλου.



Σχήμα 4.13: Διωνυμικό Δέντρο

Το πρώτο βήμα του δυαδικού δέντρου (δυαδικού πλέγματος) έχει δυο κόμβους, δείχνοντας δυνατές τιμές (S_0u, S_0d) στο τέλος αυτού του χρονικού βήματος. Στο δεύτερο βήμα έχουν προκύψει τρεις κόμβοι με τιμές (S_0u^2, S_0ud, S_0d^2), στο τρίτο τέσσερις κόμβοι με τιμές ($S_0u^3, S_0u^2d, S_0ud^2, S_0d^3$) και η διαδικασία θα συνέχιζε αντίστοιχα.

Οι τελευταίοι κόμβοι του δυαδικού δέντρου αντιπροσωπεύουν το εύρος των δυνατών αξιών του τίτλου στο τέλος του χρόνου ζωής των δικαιωμάτων επί αυτού – είναι το ακριβές αντίστοιχο του κώνου της αβεβαιότητας που έχει εξηγηθεί σε προηγούμενη ενότητα. Αυτές οι δυνατές τιμές του υποκείμενου τίτλου μπορούν να αναπαρασταθούν με την μορφή ιστογράμματος συχνότητας. Κάθε ιστόγραμμα αντιπροσωπεύει τα δυνατά ενδεχόμενα αξίας ενός μεμονωμένου τίτλου, και το ύψος του ιστογράμματος είναι συνάρτηση του αριθμού των φορών που ένα ενδεχόμενο προέκυψε μέσα από το σύνολο των δυνατών μονοπατιών του σχηματισμένου δυαδικού δέντρου.

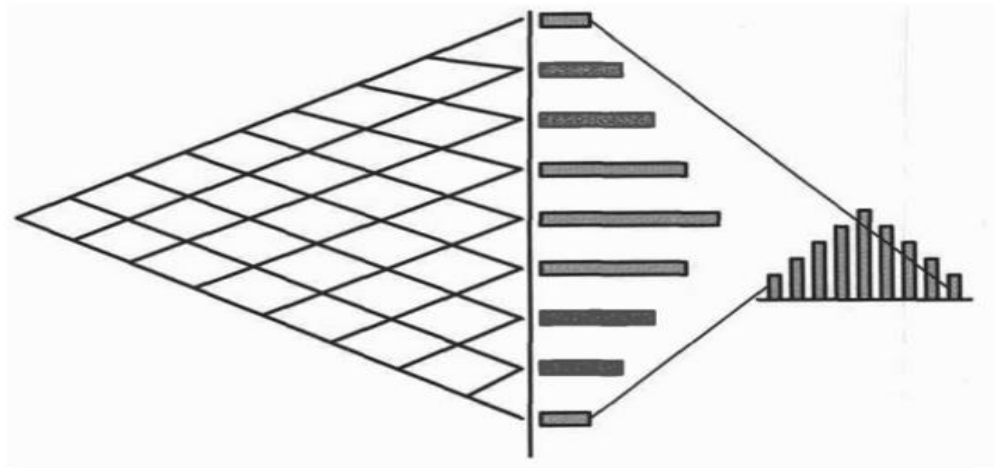


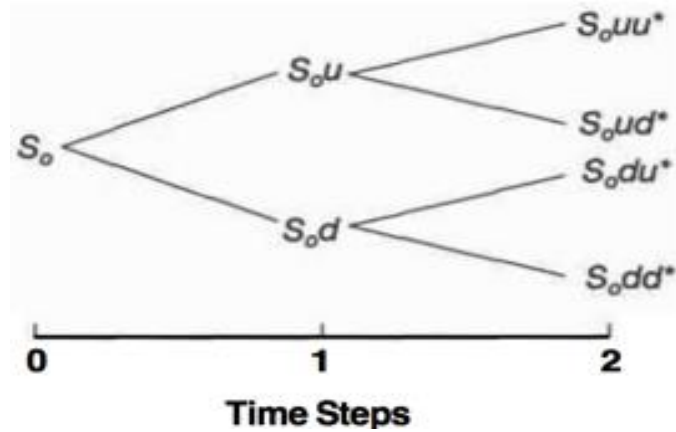
Figure 5-3. Distribution of Outcomes

Σχήμα 4.14: Σχέση διωνυμικού δέντρου και πιθανοτικής κατανομής αποτελεσμάτων

Το συνολικό μήκος χρόνου του πλέγματος είναι ο χρόνος ζωής του δικαιώματος και μπορεί να αναπαρασταθεί από όσα χρονικά βήματα είναι επιθυμητό. Παρότι το εύρος των αποτελεσμάτων (δηλαδή η διαφορά μεταξύ της μικρότερης και μεγαλύτερης τιμής) στο τέλος του πλέγματος μπορεί να μην διαφοροποιηθεί αισθητά με μια αύξηση των χρησιμοποιούμενων χρονικών βημάτων, ο αριθμός των δυνατών αποτελεσμάτων αυξάνει εκθετικά και η κατανομή συχνοτήτων τους γίνεται πιο ομαλή. Όσο μεγαλύτερο το πλήθος των χρονικών βημάτων, τόσο μεγαλύτερη η διακριτότητα και επομένως τόσο μεγαλύτερο το επίπεδο ακρίβειας της αξιολόγησης του δικαιώματος.

4.3.3.2 Άλλα χρησιμοποιούμενα πλέγματα

Στα «επανασυνδεόμενα» πλέγματα όπως ονομάζονται (recombining lattices), ένας κεντρικός κόμβος (π.χ S_{iud} στο βήμα 2 του δυαδικού δέντρου) είναι ίδιος για την προς τα κάτω κίνηση του υψηλότερου προηγούμενου S_{iu} και την προς τα πάνω κίνηση του χαμηλότερου προηγούμενου S_{id} . Σε ένα **μη-επανασυνδεόμενο πλέγμα**, οι κεντρικοί κόμβοι είναι διαφορετικοί για τις ανοδικές και καθοδικές κινήσεις των προηγούμενων, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



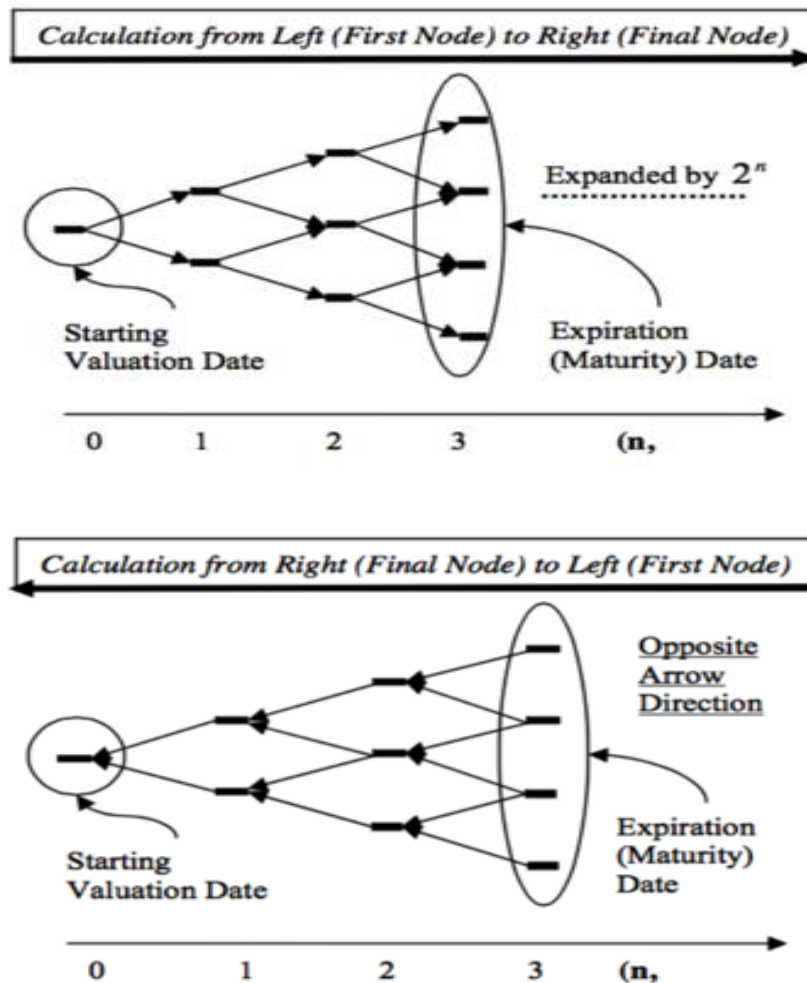
Σχήμα 4.15: Μη επανασυνδεόμενο διωνυμικό δέντρο

Τα τριαδικά και τετραδικά δέντρα μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση πραγματικών επιλογών. Είναι αρκετά συγγενή σε λογική με τα δυαδικά αλλά έχουν μεγαλύτερη υπολογιστική πολυπλοκότητα.

4.3.3.3 Επίλυση Διωνυμικών Δέντρων

Το μοντέλο του δυαδικού πλέγματος είναι μια βελτιωμένη επέκταση του μοντέλου Black-Scholes. Όλα τα δυνατά μονοπάτια που μπορεί να πάρει η τιμή του οικονομικού μεγέθους αναπαρίστανται με το δυαδικό δέντρο. Το μοντέλο του δυαδικού πλέγματος στηρίζεται στις εξής δυο βασικές υποθέσεις {Luenberger:1998vd}{Hull:2009vj}{Trigeorgis:1996wr}{Clemen:2001db}{Antikarov:2001tt}{Schwartz:2004ua}{Trigeorgis:1995uy}

- Δεν υπάρχουν ευκαιρίες κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο (no riskless arbitrage opportunities)
- Η τιμή του υποκείμενου τίτλου αναπαρίσταται με μια διωνυμική κατανομή. Κανονικά, η επίλυση μέσω δυαδικού πλέγματος έχει τουλάχιστον δυο πλέγματα:
 - Πλέγμα υποκείμενου στοιχείου (Underlying Asset Lattice)
 - Πλέγμα αποτίμησης Δικαιώματος (Option Valuation Lattice)



Σχήμα 4.16: Δέντρο υποκείμενου οικονομικού στοιχείου και δέντρο ανάλυσης αποφάσεων

Το πλέγμα αποτίμησης του δικαιώματος είναι ένα αντίγραφο του πλέγματος του οικονομικού μεγέθους. Σκοπός αυτού του πλέγματος είναι η εύρεση της βέλτιστης απόφασης σε κάθε κόμβο του δέντρου.

Τα δυαδικά δέντρα μπορούν να επιλυθούν ώστε να υπολογίσουν την αξία των δικαιωμάτων με δυο διαφορετικές προσεγγίσεις, οι οποίες μάλιστα μπορεί να αποδειχθεί πως είναι ισοδύναμες, αλλά λαμβάνουν διαφορετική μαθηματική προσέγγιση:

- Risk-neutral probabilities
- Market-replicating portfolio

Risk-neutral probabilities

Η βασική μεθοδολογία της προσέγγισης των πιθανοτήτων ουδέτερου κινδύνου (risk-neutral probabilities) περιλαμβάνει προσαρμογή στον κίνδυνο των ταμειακών ροών κατά μήκος του πλέγματος με χρήση του επιτοκίου χωρίς κίνδυνο (risk-free rate), αντί της χρησιμοποίησης συνόλου επικίνδυνων

μελλοντικών ταμειακών ροών που απαιτούν ένα κατάλληλα προσαρμοσμένο επιτόκιο στον κίνδυνο για να γίνει κατάλληλη αναγωγή τους σε σημερινά δεδομένα. Ανεξάρτητα από το δικαίωμα που επιχειρείται να αξιολογηθεί, το δυαδικό πλέγμα αναπαριστά την τιμή (εξέλιξη της τιμής) του υποκείμενου τίτλου και μπορεί να περιγραφεί από τις εξισώσεις που ακολουθούν. Οι συντελεστές αύξησης u (up-factor) και μείωσης d (down-factor), είναι συνάρτηση της μεταβλητότητας της τιμής του υποκείμενου τίτλου, ενώ οι πιθανότητες ουδέτερου κινδύνου που θα χρησιμοποιηθούν στην κατασκευή του πλέγματος είναι συνάρτηση αυτών αλλά και της μεταβλητότητας.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} \quad \text{και} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = \frac{1}{u}$$

$$p = \frac{\exp(r_f \cdot \delta t) - d}{u - d}$$

όπου σ είναι η μεταβλητότητα (%) που αντιπροσωπεύεται από την τυπική απόκλιση του φυσικού λογαρίθμου των εσόδων των ταμειακών ροών και δt το μέγεθος του επιλεγμένου χρονικού βήματος του δυαδικού πλέγματος. Βλέπουμε από τις εξισώσεις ότι ο πάνω παράγοντας είναι απλά μια εκθετική συνάρτηση της αστάθειας της ταμειακής ροή πολλαπλασιασμένη με την τετραγωνική ρίζα του χρονικού βήματος. Η αστάθεια είναι μια ετήσια τιμή και ο πολλαπλασιασμός της με την ρίζα των χρονικών βημάτων τη μετατρέπει σε ισοδύναμη αστάθεια χρονικού βήματος. Ο κάτω παράγοντας είναι απλά ο αντίστροφος του πάνω. Επιπλέον, όσο υψηλότερο το μέτρο της αστάθειας/μεταβλητότητας τόσο υψηλότεροι οι πάνω και κάτω συντελεστές, τόσο μεγαλύτερο το εύρος των δυνατών τιμών του οικονομικού μεγέθους, τόσο πιο διευρυμένος ο κώνος της αβεβαιότητας. Χρησιμοποιείται επίσης το r_f , **επιτόκιο χωρίς κίνδυνο ή ο συντελεστής απόδοσης ενός τίτλου χωρίς κίνδυνο**, κατά την διάρκεια ζωής του δικαιώματος.

Οι **ουδέτερες στον κίνδυνο πιθανότητες** δεν είναι ταυτόσημες με υποκειμενικές πιθανότητες – οι δεύτερες χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την πιθανότητα εμφάνισης ενός συγκεκριμένου γεγονότος, για παράδειγμα σε ένα δέντρο ανάλυσης αποφάσεων. Οι risk-neutral πιθανότητες είναι απλά ένας μαθηματικός διάμεσος, δεν έχει κάποια εννοιολογική αξία, που επιτρέπει την προεξόφληση των ταμειακών ροών που χρησιμοποιούνται στο δέντρο με χρήση του εύκολα ευρισκόμενου από την αγορά επιτοκίου χωρίς κίνδυνο (r_f – risk-free rate). Όπως επεξηγήθηκε σύντομα και προηγουμένως, η κατασκευή του δέντρου ξενικά με την παρούσα αξία στο χρόνο μηδέν S_0 , η οποία πολλαπλασιαζόμενη με του συντελεστές πάνω και κάτω σχηματίζει το πλέγμα, αν αυτή η διαδικασία ακολουθηθεί σε κάθε κόμβο διακλάδωσης. Η ύπαρξη διακλαδώσεων, μια πιθανή κίνησης της τιμής του μελετούμενου οικονομικού μεγέθους προς τα πάνω ή κάτω, δείχνει πως υπάρχει αβεβαιότητα στον κόσμο. Σε έναν ντετερμινιστικό κόσμο, όπου θα ήταν σαφής και γνωστή η εξέλιξη των μεγεθών, το δικτυωτό πλέγμα θα ήταν μια ευθεία γραμμή και τότε το μοντέλο προεξοφλημένων ταμειακών ροών (χρήση δηλαδή ΚΠΑ) θα ήταν επαρκές για αποτίμηση της αξίας του οικονομικού μεγέθους, επειδή η αξία του δικαιώματος ή της ευελιξίας θα ήταν επίσης μηδέν. Με άλλα λόγια, εάν η αστάθεια (σ) είναι μηδέν, τότε οι παράγοντες πάνω και κάτω θα ήταν ίσοι με την μονάδα. Κατά αυτή την λογική, όσο μεγαλύτερη η

έμφυτη αβεβαιότητα του αναλυόμενου οικονομικού μεγέθους, τόσο μεγαλύτερη η πιθανή αξία του δικαιώματος πάνω σε αυτό.

Ουσιαστικά, ένα διωνυμικό πλέγμα είναι μια διακριτή προσομοίωση του κώνου της αβεβαιότητας, ενώ η διαδικασία της κίνησης Brown είναι μια συνεχής στοχαστική διαδικασία προσομοίωσης {Mun:2006ui}.

Market-replicating portfolio {Kodukula:2006vd}

Η θεωρία των χαρτοφυλακίων μίμησης είναι το θεμέλιο της επαναστατικής εξίσωσης Black-Scholes. Αυτή η θεωρία είναι επίσης η βάση για την διωνυμική μέθοδο που ανέπτυξαν για αξιολόγηση χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων και οι John Cox, Stephen Ross, και Mark Rubenstein {Cox et al.:1979ui}.

Ένα δικαίωμα αγοράς δίνει στον ιδιοκτήτη τη επιλογή να αγοράσει τον υποκείμενο τίτλο (οικονομικό μέγεθος) σε μια προκαθορισμένη τιμή (strike price) πριν ή την ημερομηνία λήξης του. Η μέθοδος του χαρτοφυλακίου μίμησης χρησιμοποιεί ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ένα συγκεκριμένο αριθμό υποκείμενων τίτλων και ομολόγων χωρίς κίνδυνο που συσχετίζεται τέλεια με την αξία του δικαιώματος. Εφόσον λοιπόν το χαρτοφυλάκιο συσχετίζεται τέλεια με την αξία του δικαιώματος, η παρούσα τιμή του δικαιώματος αγοράς υπολογίζεται ως η παρούσα αξία του χαρτοφυλακίου μίμησης.

Ας υποθέσουμε παρούσα τιμή S_0 . Στη επόμενη χρονική περίοδο μπορεί να έχουμε άνοδο σε τιμή S_u με υποκειμενική πιθανότητα (q) ή πτώση σε τιμή S_d με πιθανότητα $(1-q)$. Κάθε διαφορετικός αναλυτής χρησιμοποιεί διαφορετική πιθανότητα, άλλωστε είναι υποκειμενικές. Έστω ότι υπάρχει ένα διαθέσιμο δικαίωμα αγοράς στον οικονομικό τίτλο με τιμή άσκησης K , η τιμή του δικαιώματος μπορεί να έχει δυο πιθανές τιμές (C_u, C_d) όπως και η τιμή του υποκείμενου τίτλου.

Πάνω κατάσταση: $C_u = \text{MAX}[S_u - K, 0]$ με πιθανότητα q

Κάτω κατάσταση: $C_d = \text{MAX}[S_d - K, 0]$ με πιθανότητα $(1-q)$

Εάν γίνει αποδεκτή η ύπαρξη χαρτοφυλακίου μίμησης, τότε αυτό αποτελείται από m μετοχές της υποκείμενης μετοχής (μερίδια του υποκείμενου τίτλου στη γενική περίπτωση) και B ομόλογα χωρίς κίνδυνο, καθένα αξίας 1€. Οι τιμές του χαρτοφυλακίου στις δυο διακριτές καταστάσεις θα είναι:

Πάνω κατάσταση: $P_u = mS_u + B(1 + r_f)$

Κάτω κατάσταση: $P_d = mS_d + B(1 + r_f)$

Όπου r_f το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου που επομένως αντιπροσωπεύει την απόδοση των ομολόγων. Εφόσον το χαρτοφυλάκιο παρακολουθεί με ακρίβεια την τιμή του δικαιώματος αγοράς και στις δυο καταστάσεις θα ισχύουν οι δυο εξισώσεις:

$$P_u = C_u \Rightarrow S_u + B(1 + r_f) = C_u$$

$$P_d = C_d \Rightarrow S_d + B(1 + r_f) = C_d$$

Επιλύοντας το σύστημα των δυο εξισώσεων ως προς m, B :

$$m = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d}, \quad B = \frac{S_u C_d - S_d C_u}{(S_u - S_d)(1 + r_f)}$$

Εν συνεχεία αν οι αποδοχές του υποκειμένου στοιχείου ακολουθούν μια διωνυμική διαδικασία σε διακριτές χρονικές περιόδους, με συντελεστές ανόδου και καθόδου u, d .

$$S_u = uS \text{ και } S_d = dS$$

και έτσι τροποποιούνται οι παραπάνω ποσότητες:

$$m = \frac{C_u - C_d}{S(u - d)}, \quad B = \frac{uC_d - dC_u}{(u - d)(1 + r_f)}$$

Η παρούσα αξία του δικαιώματος αγοράς υπολογίζεται έπειτα ως

$$C = mS + B = \dots = \frac{pC_u + (1 - p)C_d}{1 + r_f} \text{ με } p = \frac{(1 + r_f) - d}{u - d}$$

και η αναγωγή γίνεται με επιτόκιο χωρίς κίνδυνο. Η πιθανότητα p είναι ανεξάρτητη από την υποκειμενική q από όπου ξεκίνησε η ανάλυση και ονομάζεται πιθανότητα ουδέτερου κινδύνου. Αφαιρώντας την υποκειμενικότητα, η εξίσωση παρέχει έναν τρόπο ώστε αγοραστές και πωλητές να συμφωνούν στην παρούσα τιμή του δικαιώματος και επομένως ο κίνδυνος θεωρείται ουδέτερος. Στις παραπάνω εξισώσεις μπορεί να αντικατασταθεί η προεξόφληση $(1 + r_f)$ με e^{-r_f} εάν χρησιμοποιείται ένα **συνεχές επιτόκιο χωρίς κίνδυνο**.

$$C = [C_u + (1 - p)C_d]e^{-r_f}$$

$$p = \frac{e^{-r_f} - d}{u - d}$$

4.4 Παράδειγμα Ανάλυσης Real Options

Θα αναλυθεί ένα παράδειγμα με τις τρεις διαφορετικές μεθόδους επίλυσης ενός προβλήματος πραγματικών δικαιωμάτων, που παρουσιάζεται στο βιβλίο «Project Valuation using Real Options: A Practitioner's Guide» των Koducula και Papudescu.

Πρόβλημα

Η επιχείρηση Epr, μια εταιρία λογισμικού με εδραιωμένο μερίδιο στην αγορά, συλλογίζεται την ανάπτυξη ενός νέου λογισμικού που θα συμπληρώσει τα ήδη υπάρχοντά της. Με βάση την εμπειρία της με παρόμοια προϊόντα, μπορεί να περιμένει μέχρι 5 χρόνια πριν βγάλει στην αγορά το νέο προϊόν χωρίς να υποστεί σοβαρές απώλειες εσόδων. Η εκτίμηση προεξοφλημένων ταμειακών ροών δίνει μια ΚΠΑ των μελλοντικών για το νέο προϊόν μεγέθους \$160 εκατ., ενώ το κόστος ανάπτυξης και προώθησης υπολογίζεται στα \$200 εκατ.

Η ετήσια μεταβλητότητα των λογαριθμικών αποδόσεων των μελλοντικών ταμειακών ροών (logarithmic returns of the future cash flows) είναι περίπου 30% και το συνεχές επιτόκιο αναγωγής χωρίς κίνδυνο για την διάρκεια ζωής του

δικαιώματος αναβολής είναι 5%. Αναζητούμε την αξία του δικαιώματος καθυστέρησης διάθεσης στην αγορά.

Εξίσωση Black-Scholes

1. Αναγνώριση Παραμέτρων

$$S_0 \text{ (παρούσα αξία έργου)} = \$160 \text{ εκατ}$$

$$X \text{ (τιμή άσκησης δικαιώματος)} = \$200 \text{ εκατ}$$

$$\sigma \text{ (μεταβλητότητα)} = 30\%$$

$$r_f \text{ (επιτόκιο απαλλαγμένο απο τον κίνδυνο)} = 5\%$$

$$T \text{ (χρόνος μέχρι λήξη δικαιώματος)} = 5 \text{ χρόνια}$$

2. Υπολογισμός παραμέτρων δικαιώματος

$$d_1 = [\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T] / \sigma\sqrt{T} = 0.375$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = -0.295$$

3. Επίλυση της εξίσωσης Black-Scholes για δικαίωμα αγοράς (call option)

$$N(d_1) = 0.646 \text{ (με βοήθεια συναρτησης στο Excel)}$$

$$N(d_2) = 0.384$$

$$C = S_0 \cdot N(d_1) - N(d_2) \cdot K \cdot \exp(-r_f T) = \$44 \text{ εκατ}$$

Προσομοίωση Monte-Carlo

1. Αναγνώριση Παραμέτρων

$$S_0 = \$160 \text{ εκατ}$$

$$X = \$200 \text{ εκατ}$$

$$\sigma = 30\%$$

$$r_f = 5\%$$

$$T = 5 \text{ χρόνια}$$

$$\delta t = 0.5 \text{ χρόνος}$$

2. Εκτέλεση πολλαπλών προσομοιώσεων για την αξία του έργου (μπορεί να γίνει με Matlab, excel, ή κάποιο έτοιμο λογισμικό) και υπολογισμός της αξίας του δικαιώματος. Προκύπτει μέση αξία δικαιώματος \$43 εκατ

Διωνυμική Μέθοδος

1. Αναγνώριση Παραμέτρων

$$S_0 = \$160 \text{ εκατ}$$

$$X = \$200 \text{ εκατ}$$

$$\sigma = 30\%$$

$$r_f = 5\%$$

$$T = 5 \text{ χρόνια}$$

$$\delta t = 1 \text{ χρόνος}$$

*δt μεγαλύτερο από πριν, μικρότερη ακρίβεια υπολογισμών αλλά πιο εύκολα διαχειρίσιμο και σχεδιάσιμο πλέγμα.

2. Υπολογισμός μεγεθών για κατασκευή του πλέγματος

$$u = \exp(\sigma\sqrt{\delta t}) = 1.35$$

$$d = \frac{1}{u} = 0.741$$

$$p = \frac{\exp(u \cdot \delta t) - d}{u - d} = 0.510$$

3. Κατασκευή του πλέγματος που αφορά την εξέλιξη της αξία του έργου στην περίοδο των 5 χρόνων. Χρησιμοποιούνται οριακά χρονικά βήματα του ενός χρόνου. Σε κάθε κόμβο πολλαπλασιάζουμε την τιμή του τίτλου με u και με d για να υπολογιστούν οι δυο δυνατές εκδοχές της επόμενης περιόδου. Έτσι για S_0 έχουμε $S_0u = \$160 \text{ εκατ} * 1.35 = \216 εκατ και $S_0d = \$160 \text{ εκατ} * 0.741 = \119 εκατ . Αντίστοιχα συνεχίζει η διαδικασία. Σε κάθε κόμβο του δέντρου που ακολουθεί, η αξία του έργου είναι η πάνω τιμή.
4. Υπολογισμός της αξίας του δικαιώματος σε κάθε κόμβο με επαγωγή προς τα πίσω (backward induction). Η τιμή αυτή είναι η κάτω τιμή που δίνεται σε κάθε κόμβο.

Κάθε κόμβος αναπαριστά μια απόφαση μεγιστοποίησης μεταξύ: επένδυσης εκείνη την χρονική στιγμή και καταβολής του κόστους ανάπτυξης και αναβολής επένδυσης μέχρι την επόμενη χρονική περίοδο.

A. Η ανάλυση ξεκινά πάντα από τους τελικούς κόμβους. Η αξία του δικαιώματος (Option Value – OV) λαμβάνεται βάση του κανόνα:

$$OV_T = \text{MAX}[S_T - X; 0] \text{ σε χρόνο } t = T$$

καθώς επιπρόσθετη αναμονή δεν έχει κάποιο νόημα διότι λήγει η διάρκεια δυνατής εξάσκησης του δικαιώματος. Άρα εάν $OV > 0$ στους τελικούς κόμβους, συμφέρει την επιχείρηση να επενδύσει. Έτσι στον κόμβο $S_0u^2d^3$, η αναμενόμενη αξία του έργου είναι $\$119 \text{ εκατ}$. και αν γίνει η αναγκαία επένδυση για να υλοποιηθεί, $\$200 \text{ εκατ}$, η επιχείρηση θα κάνει ζημία $\$81 \text{ εκατ}$. Συνεπώς, η απόφαση στον κόμβο αυτό είναι να μην επενδύσει και άρα η αξία του δικαιώματος για την επιχείρηση είναι μηδέν.

B. Ο υπολογισμός της αξίας του δικαιώματος στους ενδιάμεσους κόμβους είναι λίγο διαφορετικός. Η αξία υπολογίζεται βάση του κανόνα:

$$OV_t = \text{MAX}[S_t - X; \text{keep option open}(\text{wait})] \text{ σε χρόνο } t < T$$

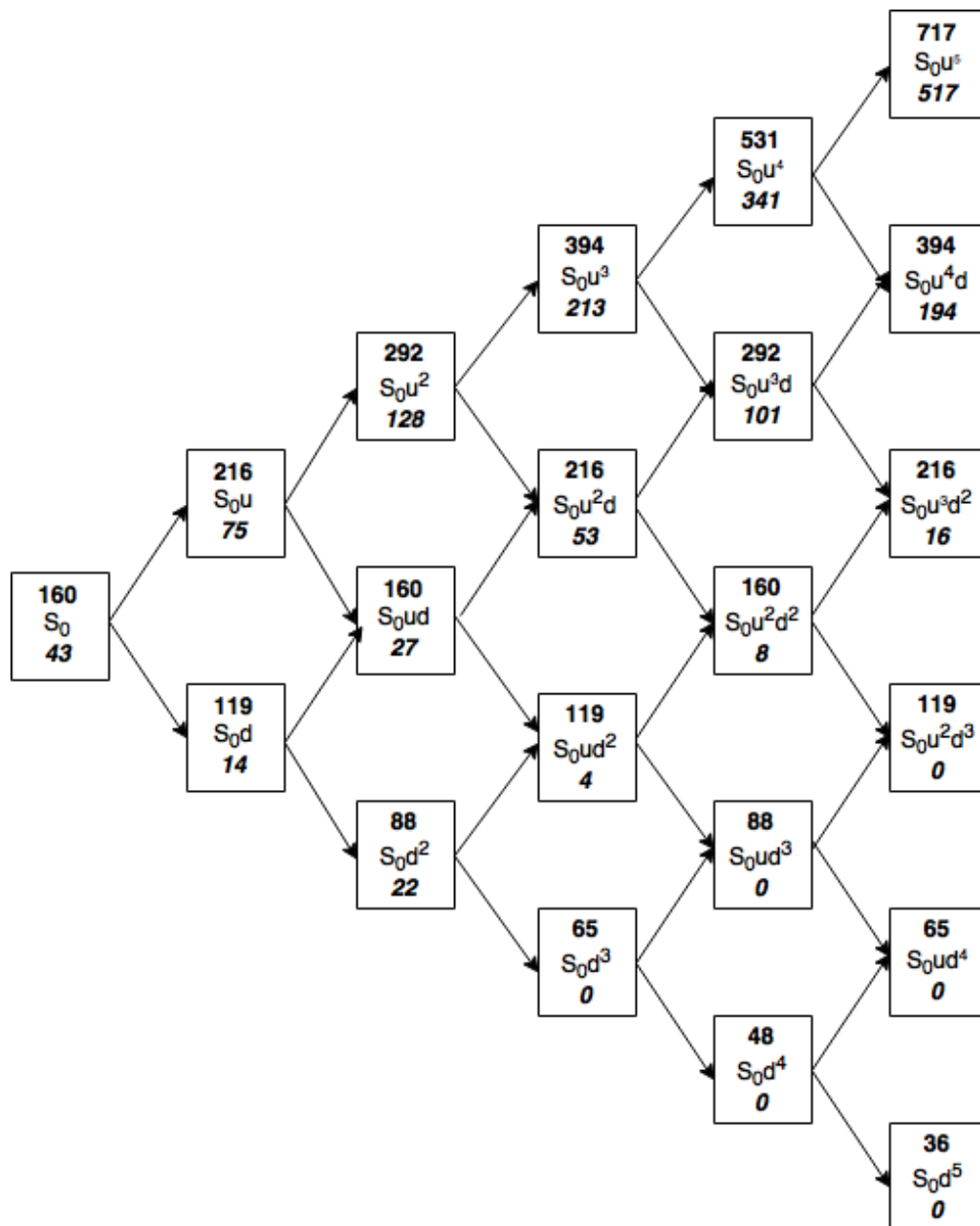
Θα πρέπει επομένως να υπολογίσουμε την αξία της αναμονής – διατήρησης του δικαιώματος ανοιχτού με πιθανή εξάσκηση στην επόμενη χρονική περίοδο εφόσον μιλάμε για χρόνο $t < T$. Αυτή είναι ο προεξοφλημένος (στο επιτόκιο απαλλαγμένο από τον κίνδυνο) σταθμισμένος μέσος των πιθανών μελλοντικών τιμών σε εκείνο τον κόμβο, χρησιμοποιώντας τις ουδέτερες στον κίνδυνο πιθανότητες. Έτσι για παράδειγμα στο κόμβο S_0u^4 έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{value of waiting} &= [p * (S_0u^5) + (1 - p) * (S_0u^4d)] * \exp(-r_f \delta t) \\ &= [0.51 * \$517 \text{ εκατ} + (1 - 0.51) * \$194 \text{ εκατ}] * \exp(-0.05 * 1) \\ &= \$341 \text{ εκατ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{exercise option} &= S_t - X = \$531 \text{ εκατ} - \$200 \text{ εκατ} = \$331 \text{ εκατ} \\ OV &= \text{MAX}[\text{exercise option}; \text{value of waiting}] = \$341 \text{ εκατ} \end{aligned}$$

Άρα σε αυτή την χρονική στιγμή είναι πιο συμφέρον για την επιχείρηση να περιμένει και να μην εξασκήσει το δικαίωμα διάθεσης στην αγορά σε αυτή την χρονική στιγμή. Αντίστοιχα γίνονται οι υπολογισμοί της αξίας του δικαιώματος μέχρι την αρχή του πλέγματος.

Ένα πλεονέκτημα της διωνυμικής μεθόδου που διαφαίνεται είναι πως σε κάθε χρονική στιγμή προτείνει την βέλτιστη δυνατή πορεία δράσης στον επενδυτή και δεν δίνει απλά μια τιμή του δικαιώματος συνολικά. Έτσι ο επενδυτής μπορεί να χρησιμοποιήσει το διωνυμικό πλέγμα σαν χάρτη των βέλτιστων επιλογών που μπορεί να ακολουθήσει στην διάρκεια ζωής του δικαιώματος επί του επενδυτικού του έργου.



Σχήμα 4.17: Διωνυμικό δέντρο παραδείγματος

4.5 Προσεγγίσεις της αποτίμησης μέσω Real Options

Για την υλοποίηση μια αξιολόγησης μέσω real options, υπάρχουν αρκετές διαθέσιμες προσεγγίσεις που μπορούν να ακολουθηθούν. Ακολούθως θα δούμε ποιες είναι αυτές, τι είδους προσεγγίσεις ή παραδοχές απαιτούν για να γίνει χρήση τους και ποιος είναι ο μηχανισμός τους. Θα παραθέσουμε το διαχωρισμό που έκανε το Borison το 2005 σε πέντε διαφορετικές ευρείς κατηγορίες στην μελέτη του «Real Options Analysis: Where are the Emperor's Clothes»

1. The classic approach
2. The subjective approach
3. The MAD approach
4. The revised classic approach
5. The integrated approach

Ο Borison κατά την ανάλυση αυτών των 5 κατηγοριών επικεντρώθηκε σε τρία βασικά ζητήματα που απασχολούν την εφαρμογή των real option μεθοδολογιών στην πράξη: την ορθότητα των αναγκαίων παραδοχών, την δυσκολία χρήσης, την σημασία και καταλληλότητα υπολογιζόμενης αξίας για την εκάστοτε επενδυτική περίπτωση.

4.5.1 *The classic approach (no arbitrage, Market Data)*

Η κλασσική προσέγγιση ξεκινά από την παραδοχή μιας τέλει (πλήρους) κεφαλαιακής αγοράς.¹ Πολλοί συγγραφείς, μεταξύ τους οι Amram και Kulatilaka {Kulatilaka:1999tp}, Copeland et al. (2000) και οι Trigeorgis και Mason {Trigeorgis:1987tu} υιοθέτησαν αυτή την οπτική περισσότερο για λόγους απλότητας. Πρακτικά επιτρέπει την εφαρμογή μιας αναλυτικής λύσης κλειστής μορφής όπως το μοντέλο Black-Scholes που έχει περιγραφεί παραπάνω. Η κλασσική προσέγγιση κάνει παραδοχές ίδιες με το μοντέλο Black-Scholes και τονίζει ότι για να αποτιμηθεί η αξία ενός πραγματικού δικαιώματος, πρέπει να δημιουργηθεί ένα πορτφόλιο εμπορεύσιμων επενδύσεων για να μιμηθεί τις αποδοχές του δικαιώματος (replicating portfolio). Κατά αυτό τον τρόπο, έμμεσα υποθέτει πως ένα δικαίωμα αποτιμάται σε συνθήκες no-arbitrage, μέσω επιχειρημάτων replicating-portfolio της χρηματοοικονομικής θεωρίας.

¹ Όσο αφορά το θέμα της πληρότητας των αγορών σε σχέση με την αξιοποίησή των δικαιωμάτων στην αξιολόγηση επενδύσεων, οι Dixit και Pindyck (1994) δήλωσαν ότι, «*The use of contingent claims analysis (a more general term for option pricing) requires one important assumption: stochastic changes in V (value of the project in question) must be spanned by existing assets in the economy. Specifically, capital markets must be sufficiently "complete" so that, at least in principle, one could find an asset or construct a dynamic portfolio of assets ... the price of which is perfectly correlated with V . This is equivalent to saying that the markets are sufficiently complete that the firm's decisions do not affect the opportunity set available to investors*» {Dixit:1994oh}, p.147

Επιπρόσθετα, οι μεταβολές της τιμής του υποκείμενου στοιχείου πρέπει να περιγράφονται από μια γεωμετρική κίνηση Brown (GBM) – ακόμα μια παραδοχή από την κλασική αποτίμηση χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων. Για την εφαρμογή της κλασικής προσέγγισης δεν απαιτούνται υποκειμενικές εκτιμήσεις καθώς όλες οι απαραίτητες πληροφορίες για το replicating-portfolio μπορούν να παρατηρηθούν στην αγορά. Για αυτό το λόγο ο Borison χαρακτηρίζει την μέθοδο ως προσέγγιση δεδομένων αγοράς (market data approach). Από τον τρόπο εφαρμογής, είναι ιδιαίτερα ισχυρή και απλή:

1. Αναγνώριση και προσδιορισμός του χαρτοφυλακίου μίμησης (replicating portfolio)
2. Εξίσωση του μεγέθους της επένδυσης με το χαρτοφυλάκιο
3. Χρήση των μοντέλων κλασικής χρηματοοικονομικής αποτίμησης με τις συλλεγμένες παραμέτρους

Η αξία που υπολογίζεται με αυτό τον τρόπο αντιπροσωπεύει την επιπρόσθετη αξία για τον κάτοχο που δημιουργείται μέσω της επένδυσης, η καλύτερα την αξία εμπορευσιμότητας της επένδυσης.

Παρά την ευκολία εφαρμογής, η κλασική προσέγγιση δεν επαρκεί για την πραγματική αγορά. Μάλιστα, δεν υπάρχουν εμπειρικά δεδομένα ή επιχειρήματα που να υποδεικνύουν την ύπαρξη ενός replicating portfolio για μια συγκεκριμένη επένδυση. Επιπλέον, καθώς πολλά στοιχεία δεν είναι ελεύθερα εμπορεύσιμα, το επιχειρήμα του no-arbitrage της χρηματοοικονομικής αποτίμησης δεν είναι έγκυρο. Επομένως ενώ η μέθοδος μπορεί να παράσχει γρήγορες εκτιμήσεις, θα πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή και τα παραγόμενα αποτελέσματα με σκεπτικισμό.

4.5.2 The subjective approach (no arbitrage, Subjective Data)

Η υποκειμενική προσέγγιση, είναι παρόμοια με την κλασική προσέγγιση υπό την έννοια ότι είναι βασισμένη σε επιχειρήματα μη-ελεύθερης κερδοσκοπίας (no-arbitrage) – όμως αποκρητύπει η καλύτερα δεν διευκρινίζει να συμπεριλαμβάνει την ύπαρξη χαρτοφυλακίου μίμησης. Επομένως όλα τα απαραίτητα δεδομένα για εφαρμογή τυπικής αξιολόγησης χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων προέρχονται από προσωπικές εκτιμήσεις του αναλυτή. Τα καλύτερα παραδείγματα αυτής της προσέγγισης είναι το βιβλίο Real Options από τον Howell et al. και τα τρία άρθρα του Harvard Business Review από τον Luehrman {Howell:2001wp} {Luehrman:1997ul} {Luehrman:1998tz} {Luehrman:1998ud}.

Ο μηχανισμός αποτίμησης μέσω αυτής της προσέγγισης όπως τον ανέλυσαν οι παραπάνω συγγραφείς είναι αρκετά διαφορετικός από αυτός την κλασικής προσέγγισης, παρά τις αρκετές ομοιότητές τους στις παραδοχές.

1. Υποκειμενική εκτίμηση της τιμής και της μεταβλητότητας του υποκείμενου αγαθού (underlying asset)

2. Εφαρμογή τυπικών εργαλείων αποτίμησης χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, και κυρίως το μοντέλο Black-Scholes

Η βασική δυσκολία της κλασσικής προσέγγισης είναι η εύρεση ενός χαρτοφυλακίου μίμησης και η εξίσωση της αξίας της επένδυσης με αυτό. Αντίθετα η υποκειμενική προσέγγιση εξαλείφει αυτή την δυσκολία προσπερνώντας το στάδιο του replicating portfolio. Εδώ όμως υπεισέρχεται η δυσκολία πραγματοποίησης έγκυρων υποκειμενικών εκτιμήσεων.

4.5.3 *The MAD approach (Equilibrium-Based, Subjective Data)*

Η προσέγγιση MAD (market asset disclaimer) δεν στηρίζεται στην ύπαρξη ενός εμπορεύσιμου replicating portfolio. Αντίθετα οι υποστηρικτές της προσέγγισης υποστηρίζουν πως οι ίδιες ασθενείς υποθέσεις που χρησιμοποιούνται για να δικαιολογήσουν την εφαρμογή της Καθαρής Παρούσας Αξίας για καθορισμένες επιχειρησιακές επενδύσεις μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να δικαιολογήσουν την εφαρμογή πραγματικών δικαιωμάτων σε ευέλικτες επιχειρησιακές επενδύσεις.

Οι Copeland και Antikarov στο βιβλίο τους Real Options (2001) παρέχουν την πιο αναλυτική περιγραφή της μεθόδου, δίνοντάς της το όνομα Market Asset Disclaimer ή MAD. Μια παρόμοια λογική εντοπίζεται στο έργο του Trigeorgis (1999) αλλά και των Brealey και Meyers στο Principles of Corporate Finance. {Brealey:2000un}{Antikarov:2001tt} {Trigeorgis:1999tn}

1^η Παραδοχή

Η αποτίμηση δικαιωμάτων αποδίδει την σωστή αξία του έργου επειδή συλλαμβάνει την αξία της ευελιξίας χρησιμοποιώντας ένα arbitrage-free replicating portfolio. «Όμως πως μπορεί να βρει κάποιος ή να κατασκευάσει ένα δίδυμο χρεόγραφο? Μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ίδιο το έργο (χωρίς ευελιξία) ως δίδυμο στοιχείο και να χρησιμοποιηθεί η ΚΠΑ του (χωρίς να περιλαμβάνει ευελιξία) ως η καλύτερη εκτίμηση της τιμής που θα είχε αν ήταν ένα στοιχείο εμπορεύσιμο στην αγορά.» (Copeland, Koller and Murrin, 2000, p.406)

Αντίστοιχα οι Copeland και Antikarov στο δικό τους βιβλίο για τα πραγματικά δικαιώματα. «Είμαστε διατεθειμένοι να κάνουμε την παραδοχή ότι η ΚΠΑ των ταμειακών ροών ενός έργου χωρίς να ληφθεί υπόψη η πιθανώς υπάρχουσα ευελιξία είναι η καλύτερη αμερόληπτη εκτίμηση της εμπορεύσιμης αξίας του έργου εάν ήταν ένα εμπορεύσιμο στοιχείο» (Copeland and Antikarov, 2001, p.94)

Η δικαιολόγηση των παραδοχών έρχεται από τους ίδιους μέσω μια σύγκρισης με την μέθοδο της ΚΠΑ. Διαπιστώνουν πως η χρήση της ΚΠΑ για να

εκτιμήσει μια επιχειρησιακή επένδυση υποθέτει εμπορεύσιμα στοιχεία συγκρίσιμου κινδύνου (ίδιο beta), και υποστηρίζουν πως η MAD δεν κάνει παραδοχές πιο ισχυρές από αυτές που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της ΚΠΑ.

Το επιχείρημα της προσέγγισης MAD χρησιμοποιείται και από τους Trigeorgis και Mason. Υποστηρίζουν πως η ύπαρξη ενός «δίδυμου στοιχείου» θεωρείται εμμέσως και στην παραδοσιακή μέθοδο της ΚΠΑ για λόγους εκτίμησης του απαραίτητου βαθμού απόδοσης του έργου. Επομένως δεν απαιτούνται ισχυρότερες υποθέσεις για την προσέγγιση MAD από ότι σε μια εφαρμογή της μεθόδου προεξοφλημένων ταμειακών ροών.

Παρόμοια είναι και η οπτική των Brealey και Myers. «Όταν αποτιμούμε ένα πραγματικό δικαίωμα με την μέθοδο μηδενικού κινδύνου, υπολογίζουμε την αξία του δικαιώματος εάν μπορούσε να εμπορευθεί. Αυτό είναι ευθέως ανάλογο με τον προϋπολογισμό του κεφαλαίου ... , ένας υπολογισμός της ΚΠΑ μέσω προεξόφλησης των ταμειακών ροών του έργου είναι μια εκτίμηση της αξίας του έργου αν μπορούσε να στηθεί ως μίνι-εταιρία με μετοχές εμπορεύσιμες στο χρηματιστήριο.»

2^η Παραδοχή

Οι Copeland και Antikarov παράλληλα με την παραδοχή της MAD, θεωρούν πως οι τιμές του στοιχείου ακολουθούν γεωμετρική κατανομή Brown (GBM). Χτίζουν την υπόθεσή τους πάνω στην απόδειξη του Samuelson ότι «*οι αναμενόμενες τιμές ιδιοκτησίας διακυμαίνονται τυχαία*» και επομένως οι αλλαγές στην αξία του περιουσιακού στοιχείου ακολουθούν έναν τυχαίο περίπατο (random walk) ακόμα και αν οι υποκείμενες διαδικασίες που επηρεάζουν τις ταμειακές ροές δεν ακολουθούν τυχαίους περιπάτους (είναι π.χ. mean-reverting, cyclical ή παρόμοιες).

«Ακόμα και το πιο περίπλοκο σύνολο αβεβαιοτήτων που μπορεί να επηρεάζουν τις ταμειακές ροές ενός έργου πραγματικών δικαιωμάτων μπορεί να περιοριστεί σε μια αβεβαιότητα – την μεταβλητότητα της αξίας του έργου στο πέρασμα του χρόνου. Η απόδειξη του Samuelson ότι η κατάλληλα εκτιμηθείσες τιμές διακυμαίνονται τυχαία υπονοεί πως ασχέτως πόσο περίεργη ή ακανόνιστη η στοχαστική φύση των μελλοντικών ταμειακών ροών, η αξία (σχετική με τον πλούτο) του έργου θα ακολουθεί έναν κανονικό τυχαίο περίπατο δια μέσω του χρόνου με σταθερή μεταβλητότητα»

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Τα βήματα στην προσέγγιση MAD, ακολουθώντας τις επεξηγήσεις των Copeland και Antikarov είναι τα ακόλουθα:

1. Κατασκευή ενός υπολογιστικού φύλλου μοντέλου ταμειακών ροών του υποκείμενου στοιχείου χρησιμοποιώντας υποκειμενικές εκτιμήσεις ως

- δεδομένα και υπολογισμός της ΚΠΑ χρησιμοποιώντας μια εκτίμηση του κινδύνου μέσω CAPM
2. Υποκειμενική εκτίμηση των αβεβαιοτήτων που επηρεάζουν τις ταμειακές ροές και εφαρμογή προσομοιώσεων Monte Carlo για να ευρεθεί ένα δυνατό σύνολο ΚΠΑ
 3. Χρήση της παραχθείσας κατανομής (υπολογισμός μεταβλητότητας μέσω της τυπικής απόκλισης των παραγόμενων αποτελεσμάτων) για να κατασκευαστεί ένα διωνυμικό πλέγμα μηδενικού κινδύνου και εκτίμηση της αξίας του έργου μέσω αυτού.

Η προσέγγιση αυτή μπορεί να εφαρμοστεί το ίδιο εάν το υποκείμενο στοιχείο είναι η ρίψη ενός νομίσματος (όπου σίγουρα δεν υπάρχει δίδυμο εμπορεύσιμο στοιχείο στην αγορά), σε μια μετοχή της IBM (όπου σίγουρα υπάρχει δίδυμο στοιχείο) ή σε μια μη εκμεταλλεύσιμη πετρελαιοπηγή (όπου παράμετροι αυτής της επένδυσης μπορεί να έχουν δίδυμα εμπορεύσιμα στοιχεία).

Επομένως η προσέγγιση MAD μπορεί να εφαρμόσει μια αξιολόγηση πραγματικών δικαιωμάτων σε οποιοδήποτε είδους επένδυση, άσχετα με την ύπαρξη ή όχι ενός replicating portfolio.

4.5.4 The revised classic approach (two investment types)

Η αναθεωρημένη κλασική προσέγγιση ότι υπάρχουν περιοριστικοί παράγοντες στις υποθέσεις για την χρήση πραγματικών δικαιωμάτων στην αξιολόγηση μιας επένδυσης. Προτείνει λοιπόν ότι σε περιπτώσεις no-arbitrage μπορεί να εφαρμοστεί μια τυπική χρηματοοικονομική προσέγγιση πραγματικών δικαιωμάτων και προσεγγίσεις όπως δυναμικός προγραμματισμός και ανάλυση αποφάσεων στις υπόλοιπες. Τα πραγματικά δικαιώματα θα πρέπει να χρησιμοποιούνται όπου οι επενδύσεις κυριαρχούνται από κινδύνους γενικού χαρακτήρα ή κινδύνους της αγοράς (market priced or public risks) και ο δυναμικός προγραμματισμός/ ανάλυση αποφάσεων σε επενδύσεις με κυριαρχούνται από ιδιωτικούς/ συγκεκριμένους κινδύνους (corporate-specific or private risks).

Αυτή η μεθοδολογία αναλύθηκε περισσότερο από τους Dixit και Pindyck (1994). Ενώ υιοθετήθηκε πιο ύστερα από τους Amram και Kulatilaka (2000), οι οποίοι πριν ήταν μεγάλοι υποστηρικτές της κλασικής προσέγγισης. Για αυτό το λόγο αυτή η μέθοδος ονομάστηκε «αναθεωρημένη κλασική».

Ο μηχανισμός χρήσης της μεθόδου αν και όχι ιδιαίτερα ξεκάθαρος σε κάποια σημεία διαμορφώνεται ως εξής (σύμφωνα με εκτίμηση του Borison):

1. Διερεύνηση αν η επένδυση κυριαρχείται από δημόσιο ή ιδιωτικό κίνδυνο
2. Σε περίπτωση δημόσιου κινδύνου, εφαρμογή της κλασικής μεθόδου
3. Σε περίπτωση ιδιωτικού κινδύνου, εφαρμογή ανάλυσης αποφάσεων

- a) Κατασκευή δέντρου αποφάσεων που αντιπροσωπεύει τις επενδυτικές εναλλακτικές που υπάρχουν
- b) Ανάθεση πιθανοτήτων και τιμών στους κινδύνους βασισμένοι σε υποκειμενικές εκτιμήσεις
- c) Εφαρμογή υπολογιστικού φύλλου ταμειακών ροών σε κάθε κόμβο και εύρεση της ΚΠΑ με χρήση κατάλληλου επιτοκίου WACC
- d) Με εφαρμογή backtracking εύρεση της βέλτιστης στρατηγικής και της συνδεόμενης με αυτήν αξία της επένδυσης

4.5.5 *The Integrated approach (two risk types)*

Η ολοκληρωμένη προσέγγιση όπως ονομάστηκε αποτελεί δημιουργία επαγγελματιών των διοικητικών επιστημών. Η μέθοδος αναγνωρίζει την ύπαρξη δυο ειδών κινδύνου: τον ιδιωτικό και τον δημόσιο. Πάραυτα, αντί να θεωρεί τον ιδιωτικό κίνδυνο ως πηγή σφάλματος όπως η κλασική προσέγγιση ή κατατάσσοντας την επένδυση αναγκαστικά στην μια κατηγορία ή την άλλη, αναγνωρίζει την ταυτόχρονη ύπαρξη και των δυο σε μια επένδυση.

Η προσέγγιση περιγράφηκε αρχικά σε βάθος από τους Smith και Nau (1995) και Smith και McCardle (1998). Άλλοι συγγραφείς όπως ο Costantinides (1978) και ο Luenberger (1998) παρουσίασαν παρόμοια αν και όχι τόσο ανεπτυγμένα επιχειρήματα. {Smith, 1998, r00339} {Smith:1995ue} {Luenberger:2013vd} {Constantinides:1978td}

Οι απαιτούμενες παραδοχές της προσέγγισης παρατέθηκαν αναλυτικά από τους Smith και Nau. Η αγορά είναι «μερικώς πλήρης». Οι υποστηρικτές της μεθόδου με αυτό εννοούν πως είναι πλήρης όσον αφορά την ομάδα των κινδύνων που χαρακτηρίζονται ως δημόσιοι. Ειδικότερα, είναι δυνατόν να αντισταθμιστεί κάθε δημόσιος κίνδυνος σε οποιαδήποτε κατάσταση.

Για την υλοποίηση αυτής της προσέγγισης, ανέπτυξαν έναν νέο όρο, «προσαρμοσμένο στον κίνδυνο δέντρο αποφάσεων» (risk-adjusted decision tree). Σε αυτό το δέντρο, ιδιωτικοί και δημόσιοι κίνδυνοι αναγνωρίζονται αναλυτικά. Συμπεριλαμβάνονται ευκαιρίες αντιστάθμισης δημοσίου κινδύνου και αφαιρούνται ευκαιρίες εξισορροπητικής κερδοσκοπίας (arbitrage).

Παρουσιάζει λοιπόν μια μέθοδο που καλύπτει το σύνολο των επιχειρηματικών επενδύσεων σαν συνεχές ... καταλήγοντας σε παραδοσιακή ανάλυση αποφάσεων στην μια άκρη (όλοι οι ιδιωτικοί κίνδυνοι) και χρηματοοικονομική θεωρία δικαιωμάτων στη άλλη (όλοι οι δημόσιοι κίνδυνοι) Αυτή η μέθοδος μοιάζει αρκετά ξένη τόσο στην χρηματοοικονομική κοινότητα όσο και στην κοινότητα της διοικητικής επιστήμης, επειδή βρίσκεται κάπου στη μέση.

Τα γενικά βήματα εφαρμογής της προσέγγισης.

1. Κατασκευή δέντρου αποφάσεων με τις εναλλακτικές δυνατότητες επένδυσης
2. Κατηγοριοποίηση κάθε περιεχόμενου κινδύνου ως ιδιωτικό η δημόσιο
3. Για τους δημόσιους κινδύνους, εύρεση του χαρτοφυλακίου μίμησης και ανάθεση risk-neutral πιθανοτήτων
4. Για τους ιδιωτικούς κινδύνους, ανάθεση υποκειμενικών πιθανοτήτων
5. Μέσω υπολογιστικού φύλλου, εύρεση της ΚΠΑ σε κάθε κόμβο χρησιμοποιώντας το risk-free επιτόκιο
6. Backtracking για εύρεση της βέλτιστης στρατηγικής και της αξίας της

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Alonso, S. et al., 2014. What do you do when the binomial cannot value real options? The LSM model. *Cogent Economics & Finance*, 2(1), pp.942338–17.
- Black, F., 1975. Fact and Fantasy in the Use of Options. *Financial Analysts Journal*, 31(4), pp.36–41.
- Brach, M.A., 2003. *Real Options in Practice*, John Wiley & Sons.
- Cesena, E.A.M., 2015. *Real Options Theory Applied to Renewable Energy Generation Projects Planning*. School of Electrical and Electronic Engineering Electrical Energy and Power Systems Group.
- Cheng, C.-T., Lo, S.-L. & Lin, T.T., 2011. Applying real options analysis to assess cleaner energy development strategies. *Energy Policy*, 39(10), pp.5929–5938.
- Clemen, R. & Reilly, T., 2013. *Making Hard Decisions with DecisionTools*, Cengage Learning.
- Constantinides, G.M., 1978. MARKET RISK ADJUSTMENT IN PROJECT VALUATION. *The journal of finance*, 33(2), pp.603–616.
- Copeland, T.E. & Antikarov, V., 2005. Real Options: Meeting the Georgetown Challenge. *Journal of Applied Corporate Finance*, 17(2), pp.32–51.
- Copeland, T.E. & Antikarov, V., 2003. *Real Options*, Texere Publishing.
- Copeland, T.E. & Keenan, P.T., 1998. How much is flexibility worth? *McKinsey Quarterly*, 78.
- Cox, J., Ross, S.A. & Rubenstein, M., 1979. *Option Pricing*, Journal of Financial Economics.
- Cox, J.C. & Rubinstein, M., 1985. *Options Markets*, Prentice Hall.
- Cox, J.C., Ross, S.A. & Rubinstein, M., 1979. Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial Economics*.
- Csapi, V., Applying Real Options Theory in the Electrical Energy Sector. pp.1–15.
- Dzyuma, U., 2012. REAL OPTIONS COMPARED TO TRADITIONAL COMPANY VALUATION METHODS: POSSIBILITIES AND CONSTRAINTS IN THEIR USE. pp.1–18.
- Erdogmus, H. & Vandergraaf, J., 1999. Quantitative approaches for assessing the value of COTS-centric development. In METRICS '99: Sixth International Symposium on Software Metrics. IEEE Comput. Soc, pp. 279–290.
- Fernandes, B., Cunha, J. & Ferreira, P., 2011a. The use of real options approach in energy sector investments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(9), pp.4491–4497.
- Fernandes, B., Cunha, J. & Ferreira, P., 2011b. The use of real options approach in energy sector investments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(9), pp.4491–4497.
- Figlewski, S., Silber, W.L. & Subrahmanyam, M.G., 1990. *Financial options: from theory to practice*,
- Fitzgerald, M.D., 1987. *Financial options*,
- Haahtela, T., 2015. *Differences between financial options and real options*, Aalto University, BIT Research Centre, Helsinki, Finland.

- Herder, P.M. et al., 2010. Buying real options – Valuing uncertainty in infrastructure planning. *Futures*, 43(9), pp.961–969.
- Howell, S. et al., 2001. *Real Options: Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic World*, Financial Times/Prentice-Hall.
- John, C.H., 1997. *Option, Futures, and Other Derivative Securities*, NY: Prentice Hall.
- Karamitsos, D., *Real Options in Strategy of R&D Portfolio*.
- Kodukula, P. & Papudesu, C., 2006. *Project Valuation Using Real Options*, J. Ross Publishing.
- Larrabee, D.T. & Voss, J.A., 2013. *Valuation Techniques*, John Wiley & Sons, Inc.
- Luehrman, T.A., 1998. Investment opportunities as real options: getting started on the numbers. *Harvard business review*.
- Luehrman, T.A., 1997. *What's it Worth?*
- Luenberger, D.G., 2013a. *Investment Science*, Oxford University Press, USA.
- Luenberger, D.G., 2013b. *Investment Science*, Oxford University Press, USA.
- Madlener, R. & Stoverink, S., 2012. Power plant investments in the Turkish electricity sector: A real options approach taking into account market liberalization. *Applied Energy*, 97(C), pp.124–134.
- March, J.G., 1991. Exploration and Exploitation in Organizational Learning. *Organization science*, 2(1), pp.71–87.
- Martha Amram and Nalin Kulatilaka, 1998. *Real Options:: Managing Strategic Investment in an Uncertain World*. OUP Catalogue.
- Mauboussin, M.J., 1999. Get real: using real options in security analysis.
- McKinsey & Company Inc. et al., 2010. *Valuation*, John Wiley & Sons.
- MILLER, L.T. & Park, C.S., 2007. Decision Making Under Uncertainty – Real Options to the Rescue? *The Engineering Economist*, 47(2), pp.105–150.
- Mills, R.W., Weinstein, B. & Favato, D.G., 2006. Using scenario thinking to make real options relevant to managers. *ournal of General Management*, 31(3), pp.1–27.
- Mun, J., 2006. *Real Options Analysis*, John Wiley & Sons.
- Myers, S.C., 1977. Determinants of corporate borrowing. *Journal of financial Economics*, 5(2), pp.147–175.
- Nembhard, H.B. & Aktan, M., 2009. *Real options in engineering design, operations, and management*,
- Rakic, B. & Radjenovic, T., 2014. Real options methodology in public-private partnership projects valuation. *Economic annals*, 59(200), pp.91–113.
- Santos, L. et al., 2014. Real Options versus Traditional Methods to assess Renewable Energy Projects. *Renewable Energy*, 68, pp.588–594.
- Schwartz, E.S. & Trigeorgis, L., 2004. *Real Options and Investment Under Uncertainty*, MIT Press.
- Simon, F.B., 2007. *Einführung in die systemische Organisationstheorie*,
- Sipp, C.M. & Carayannis, E., 2012. *Real Options and Strategic Technology Venturing*, New York, NY: Springer Science & Business Media.
- Smit, H.T. & Trigeorgis, L., 2005. Real options and games: Competition, alliances and other applications of valuation and strategy. *Review of Financial Economics*, 15(2), pp.95–112.
- Smit, H.T.J. & Trigeorgis, L., 2003. *Real Options*,
- Smit, H.T.J. & Trigeorgis, L., 2004. *Strategic Investment*, Princeton University Press.

- Smith, J.E. & McCardle, K.F., 1998. Valuing Oil Properties: Integrating Option Pricing and Decision Analysis Approaches. *Operations Research*.
- Smith, J.E. & Nau, R.F., 1995. Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Analysis. *Management science*, 41(5), pp.795–816.
- Teach, E., 2003. Will real options take root. *CFO magazine*.
- Trigeorgis, L., 1999. *Real Options and Business Strategy*, Risk Publications.
- Trigeorgis, L., 1993. Real Options and Interactions with Financial Flexibility. *Financial management*, 22(3), p.202.
- Trigeorgis, L., 1995. *Real Options in Capital Investment*, Greenwood Publishing Group.
- Trigeorgis, L., 1996. *Real Options*, MIT Press.
- Trigeorgis, L. & Mason, S.P., 1987. *Valuing managerial flexibility*, Midland corporate finance journal.
- van de Riet, O., Aazami, O. & van Rhee, C.G., 2008. Scenario analysis and the adaptive approach: Superfluous or underused in transport infrastructure planning? In 2008 First International Conference on Infrastructure Systems and Services: Building Networks for a Brighter Future (INFRA). IEEE, pp. 1–6.
- van den Bergh, J. et al., 2005. *Survival of the greenest-evolutionaire economie als inspiratie voor energie-en transitiebeleid*, RIVM.
- Van Horne James C, 2002. *Financial Management & Policy*, 12/E, Pearson Education India.
- Vintila, N., Real Options in Capital Budgeting. Pricing the Option to Delay and the Option to Abandon a Project.
- Weber, F., 2012. *Stochastic Valuation of Energy Investments*,
- Wong, K., 2015. *Wind Farm Valuation*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ
REAL OPTIONS

Η διαδικασία αξιολόγησης επενδυτικών προγραμμάτων, επενδύσεων και έργων με τη χρησιμοποίηση των real options βρίσκει εφαρμογή σε πολλές και αυξανόμενες συν το χρόνο περιπτώσεις εταιριών και οργανισμών. Η στρατηγική ευελιξία και παρακολούθηση της επένδυσης που προσφέρει μια τέτοια μεθοδολογία αξιολόγησης καθιστά τα real options φιλικά και επιθυμητά σε επιχειρήσεις, όπου η πρόβλεψη και η εκμετάλλευση της αβεβαιότητας και των αβέβαιων συνθηκών της αγοράς προς όφελός τους είναι καίριας σημασίας για την λήψη αποφάσεων. Στην συνέχεια παρουσιάζονται περιπτώσεις επενδύσεων, χωρισμένες ανά τομείς εφαρμογής, όπου έχει επιλεγεί η αξιολόγησή τους μέσω real options σε προσπάθεια εκμετάλλευσης ενός ή περισσότερων ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους.

5.1 Innovation and Research & Development

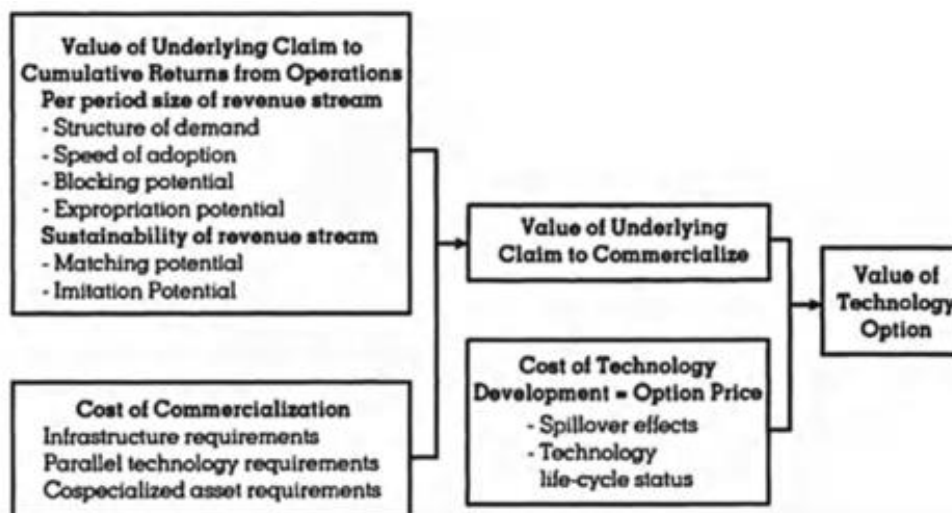
Η έρευνα και ανάπτυξη (research & development) καινοτόμων τεχνολογιών και μεθόδων απαιτεί σημαντικούς πόρους ως αρχική επένδυση, όμως τα αποτελέσματα ενός τέτοιου ερευνητικού έργου μπορεί να χρειαστούν έτη για να φανούν και αντίστοιχα πολύ είναι πιθανό να καθυστερήσει η επίτευξη οποιουδήποτε επιπέδου κέρδους. Με βάση αυτή τη λογική, η σωστή αξιολόγηση, επιλογή και διαχείριση των προγραμμάτων έρευνας και ανάπτυξης είναι μείζονος σημασίας για την μακροπρόθεσμη οικονομική υγεία και κερδοφορία των εταιριών. Συγκεκριμένα για εταιρίες των οποίων η επιβίωση εξαρτάται από την καινοτομία μια ρεαλιστική και ακριβής αξιολόγηση μιας επικείμενης επένδυσης τους επιτρέπει να αξιοποιήσουν κατάλληλα τους περιορισμένους διαθέσιμους πόρους, καθώς επίσης να τοποθετήσουν σε σειρά προτεραιότητας τα προγράμματα με βάση της μελλοντικής κερδοφορίας τους και των δυνατοτήτων ευελιξίας που παρέχουν.

Η αποδοτικότητα της επιχείρησης εξαρτάται πέρα από αβέβαιους εσωτερικούς και εξωτερικούς παράγοντες (π.χ. ασφάλεια, απόδοση, καταναλωτική προτίμηση, γενικές οικονομικές συνθήκες, ανταγωνισμό, κυβερνητικές πολιτικές), από τον τρόπο με τον οποίο οι ιθύνοντες διαχειρίζονται το πρόγραμμα αφότου έχει ξεκινήσει. Συνολικά τα προγράμματα E&A είναι εγγενώς υπό κίνδυνο και απαιτούν προσεκτική αξιολόγηση και συνεχή διαχείριση αβεβαιότητας.

Η E&A καινοτόμων προϊόντων προγραμματίζεται σε βάθος χρόνου, για μια περίοδο μεταξύ πέντε έως 20 ετών ή και παραπάνω και περιλαμβάνει διαφορετικά στάδια υλοποίησης. Τα διαφορετικά στάδια περιλαμβάνουν, την έρευνα και την ανάπτυξη, την δοκιμή και την εμπορευματοποίηση, χωρίς να περιορίζονται μόνο σε αυτά. Καθίσταται προφανές πως πρέπει να λαμβάνονται πολλές αποφάσεις κατά την διάρκεια ζωής ενός προγράμματος, σύμφωνα με τις νέες πληροφορίες που λαμβάνονται ή τις πρόσφατες επιχειρησιακές δυναμικές που παρατηρούνται έτσι ώστε τα πιθανά κέρδη να μπορέσουν να κεφαλαιοποιηθούν και οι τυχόν απώλειες να ελαχιστοποιηθούν.

Οι παραδοσιακοί τρόποι αξιολόγησης μιας επένδυσης σε τέτοιες περιπτώσεις, όπως η μέθοδος των προεξοφλημένων ταμειακών ροών, οδηγούν σε εκτίμηση μιας μικρής αξίας για τα ερευνητικά προγράμματα, υποεκτιμώντας την πραγματική τους δυναμική και ωθώντας τους επενδυτές κάποιες φορές σε λήψη λανθασμένων αποφάσεων ή ακόμα και λανθασμένη απόρριψη του συνολικού ερευνητικού προγράμματος. Τα real options από την άλλη μεριά προσφέρουν ευελιξία στην ανάλυση και διαφορετικά μονοπάτια κατά την διάρκεια του προγράμματος, γεγονός που οδηγεί σε καλύτερη αποτίμηση της αξίας του.

Σε αυτή τη βάση ο McGrath πρότεινε το 1997 μια προσέγγιση πραγματικών επιλογών για τις επενδύσεις τεχνολογικούς τοποθέτησης, ενσωματώνοντας τόσο τεχνικές όσο και εξωτερικές αβεβαιότητες (Figure) και αναλύοντας την επίδραση τους στον χρονισμό της επένδυσης και την επιπρόσθετη αξία της ευελιξίας (των επιλογών). Οι τεχνικές αβεβαιότητες μπορούν μερικώς να αντιμετωπιστούν μέσω σταδιακών επενδύσεων και εάν αυτό δεν επιτευχθεί κατά αυτό τον τρόπο η επιχείρηση διατηρεί πάντα την δυνατότητα να καθυστερήσει το επόμενο στάδιο της επένδυσης. Απέναντι στις εξωτερικές αβεβαιότητες, η επιχείρηση «μπορεί να κάνει στρατηγικές κινήσεις ώστε να αυξήσει την αξία της επιλογής». {McGrath:1997vz}



Σχήμα 5.1: Παράγοντες που επηρεάζουν την αξία μιας τοποθέτησης τεχνολογίας (McGrath 1997)

Οι Grenadier και Weiss (1997) πρότειναν μια προσέγγισης δικαιωμάτων για επενδύσεις σε τεχνολογικές καινοτομίες που αποκλίνει από τη λογική μιας συνολικής απόφασης επένδυσης και κινείται προς την λογική των αλληλένδετων επενδυτικών επιλογών. Πιο συγκεκριμένα, θεωρούν την διαδικασία ως μια ακολουθία εμφωλευμένων επιλογών. Όταν αποφασίζει μια επιχείρηση εάν θα επενδύσει σε μια νέα τεχνολογία, δεν επενδύει χρήματα μόνο στην ίδια την τεχνολογία αλλά και τα δικαιώματα μελλοντικών αναβαθμίσεων (δικαίωμα πάνω σε άλλο δικαίωμα). Όταν μελετούν την δυνατότητα αναβάθμισης σε μια νέα τεχνολογία, διατηρούν την επιλογή να ανταλλάξουν την τρέχουσα τεχνολογία που έχουν με μια αναβάθμιση. Αναλυτικά οι Grenadier και Weiss

αναγνωρίζουν τέσσερις διακριτές στρατηγικές μεταπήδησης σε μια νέα τεχνολογία: (1) μια καταναγκαστική στρατηγική αγοράς κάθε καινοτομίας, (2) μια στρατηγική, όπου παρακάμπτονται οι αρχικές εκδόσεις μιας καινοτομίας και υιοθετείται η επόμενη γενιά, (3) η στρατηγική αγοράς και διατήρησης μόνο των αρχικών εκδόσεων των καινοτομιών, (4) μια στρατηγική καθυστέρησης, όπου η επιχείρηση αναμένει την επόμενη τεχνολογική γενιά για να προβεί σε αγορά της προηγούμενης {Grenadier & Weiss:1997gd}.

Η βασικότερη δυσκολία στην αποτίμηση επενδύσεων E&A χρησιμοποιώντας μια μεθοδολογία πραγματικών επιλογών (real option approach) είναι πως συχνά δεν υπάρχει άμεση πληροφορία από την αγορά για την αξία του βασικού στοιχείου της επένδυσης (underlying asset) αλλά ούτε ιστορικές τιμές για την εκτίμηση σημαντικών παραμέτρων του (π.χ. αβεβαιότητα βασικού στοιχείου). Αυτό συμβαίνει γιατί τα περισσότερα έργα E&A δεν είναι εμπορεύσιμα στις κεφαλαιακές αγορές. Ο Trigeorgis (1996) απέδειξε πως είναι σχεδόν αδύνατο να κατασκευαστεί ένα πορτφόλιο παρακολούθησης για να καθοριστεί η αξία του δικαιώματος εάν το βασικό στοιχείο της επένδυσης δεν είναι εμπορεύσιμο και συνεπώς δεν έχει τιμή αγοράς {Trigeorgis:1996vd}. Στην βιβλιογραφία υπάρχουν δυο βασικές προτάσεις για την αντιμετώπιση του προβλήματος της μη-εμπορευσιμότητας του βασικού στοιχείου της επένδυσης.

Οι Mason και Merton (1985), οι Dixit και Pindyck (1994) και ο Trigeorgis (1996) πρότειναν ότι τα πραγματικά δικαιώματα θα μπορούσαν να αποτιμηθούν παρόμοια με τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα όταν υπάρχει εμπορεύσιμο περιουσιακό στοιχείο με τα ίδια χαρακτηριστικά κινδύνου (για παράδειγμα, τέλεια συσχετισμένες τελικές αποδοχές) με ένα μη εμπορεύσιμο πραγματικό στοιχείο. Το πρόβλημα αυτής της μεθόδου είναι πως δεν υπάρχουν για όλα τα έργα E&A κάποιο αντιστοιχίσιμο εμπορεύσιμο στοιχείο. Μπορεί να γίνει προσπάθεια χρήσης ενός πορτφόλιο στοιχείων που συνδυαστικά μιμούνται το υπό εξέταση πρόγραμμα E&A – κάτι που όμως στην πράξη είναι αρκετά δύσκολο και καθόλου ξεκάθαρο το πως μπορεί να επιτευχθεί. Με τη σειρά του και ο Borison (2005) αμφισβήτησε αυτή την προσέγγιση, παρατηρώντας πως κανένας από τους συγγραφείς δεν παρουσίασε καθόλου εμπειρικά στοιχεία σχετικά με την ορθότητα τη μεθόδου του «αντιγράφωντος πορτφόλιο» (replicating portfolio) {Borison:2005hy}.

Η δεύτερη προσέγγιση είναι να χρησιμοποιηθούν κριτικές προσεγγίσεις για να προσδιοριστεί η αξία του μη εμπορεύσιμου βασικού στοιχείου της επένδυσης. Σε πολλές από αυτές τις κριτικές μεθόδους, η αξία του βασικού υποκείμενου στοιχείου προέρχεται από την παραδοσιακή μέθοδο προεξόφλησης ταμειακών ροών {Sharp:1991wb} {Copeland and Antikarov:2001tt}. Πρόβλημα αυτής της μεθόδου είναι ότι δεν υπάρχει κάποιο συνεχές σημείο σύγκρισης στην αγορά ώστε να καθοδηγηθεί η πολιτική εξάσκησης του δικαιώματος.

Παρόλα αυτά, η βιβλιογραφία πάνω στα πραγματικά δικαιώματα υποδεικνύει πως η πιο σημαντική συνεισφορά αυτών των μεθοδολογιών είναι η αλλαγή της υπάρχουσας οπτικής σχετικά με τις μελλοντικές δυνατότητες

επέκτασης μιας επένδυσης. Για αυτό το λόγο, ο στόχος της ανάλυσης των πραγματικών δικαιωμάτων θα πρέπει να είναι η σειρά των αποφάσεων που πρέπει να γίνουν ή οι βέλτιστες στρατηγικές υλοποίησης και όχι το ακριβές νούμερο της αποτιμημένης αξίας – όσο οι ενδείξεις που είναι διαθέσιμες συμβαδίζουν με το γενικό μέγεθος και την κατεύθυνση της πολιτικής υλοποίησης των real options {Lander & Pinches:1998jq}.

Ακολουθεί μια σύντομη αναφορική περιγραφή κάποιων μελετών ανάλυσης με real options στον τομέα της E&A και συγκεκριμένα σε φαρμακευτικές εταιρίες, εταιρίες υψηλής τεχνολογίας, κατασκευαστές αυτοκινήτων ή αεροπλάνων.

5.1.1 *Pharmaceutical Companies*

Ένα φαρμακευτικό επενδυτικό πρόγραμμα χωρίζεται σε πολλά επιμέρους στάδια υλοποίησης. Η αξία του, στα πρώτα στάδια κυρίως, βασίζεται κυρίως στην υπόσχεση εκμετάλλευσης μιας υπάρχουσας αγοράς ή δημιουργία νέας και στην επίτευξη ικανοποιητικών πωλήσεων μέσω αυτών, που θα αποσβέσουν το μέγεθος της αρχικής επένδυσης και θα αποφέρουν επιπρόσθετα κέρδη.

Η ανάπτυξη ενός νέου φαρμάκου είναι μια διαδικασία που ενέχει κίνδυνο. Η διαδικασία αποτελείται από αρκετά στάδια κατά την διάρκεια των οποίων η εταιρία συλλέγει αποδείξεις για να πείσει τους κρατικούς ρυθμιστές πως μπορεί να κατασκευάσει με συνέπεια ένα ασφαλές στοιχείο για την συγκεκριμένη ιατρική περίπτωση στην οποία απευθύνεται. Στο τέλος κάθε στοιχείου με βάση υπολογισμών και συλλογή στοιχείων από την αγορά η εταιρία αποφασίζει αν θα συνεχίσει ή όχι με την ανάπτυξη του φαρμάκου.

Οι υποθέσεις που πρέπει να γίνουν στα αρχικά στάδια του προγράμματος, όπως κατά τη διάρκεια ανακάλυψης του φαρμάκου, των προκλινικών δοκιμών ή ακόμη και των αρχικών σταδίων των κλινικών δοκιμών είναι αρκετές. Όμως καθώς η ανάπτυξη του φαρμάκου περνάει στα επόμενα στάδια των κλινικών δοκιμών που αφορούν μεγαλύτερο αριθμό ανθρώπων, οι πληροφορίες για την επιτυχία ή όχι του φαρμάκου είναι περισσότερες και οι υποθέσεις που θα γίνονται θα είναι πιο ειδικές και έτσι η εκτίμηση για την αξία της εταιρείας θα είναι πιο ακριβής.

Σε μια τέτοια επενδυτική διαδικασία, λήψης αποφάσεων σε στάδια, τα real options μοιάζει να μπορούν να παρέχουν μια καλύτερη εκτίμηση της αξίας του προγράμματος ή να επιτρέψουν στην έρευνα να έχει περισσότερη ευελιξία σχετικά με το τι μπορεί να γίνει σε περίπτωση αποτυχίας της ανάπτυξης ή και επιτυχίας. Στην περίπτωση αποτυχίας μπορεί να εφαρμοστεί ένα μοντέλο εγκατάλειψης του προγράμματος με ταυτόχρονη πώληση των πνευματικών δικαιωμάτων της έρευνας έως εκείνη την χρονική στιγμή. Στην αντίθετη περίπτωση μπορεί να εφαρμοστεί ένα μοντέλο επέκτασης που θα βελτιώσει το προϊόν ή θα οδηγήσει στην ανάπτυξη ενός συμπληρωματικού φαρμάκου. Οι επιλογές μπορεί να είναι πάρα πολλές ανάλογα με το στάδιο της έρευνας και τα real options είναι σε θέση να βοηθήσουν στην βελτιστοποίηση των λαμβανόμενων

αποφάσεων.

5.2 Engineering Applications

Μεγάλης κλίμακας μηχανολογικά έργα όπως είναι ένα φράγμα, ένας αυτοκινητόδρομος, ένα δίκτυο μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας ή ένα σύστημα δορυφόρου χαρακτηρίζονται από μεγάλης διάρκειας περιόδους κατασκευής, λειτουργίας και αποπληρωμής και είναι γεμάτα αβεβαιότητες. Οι πιο σημαντικές από αυτές σχετίζονται με τεχνικές δυσκολίες (όπως τεχνικά προβλήματα, ατυχήματα και απρόβλεπτες βλάβες), τα οικονομικά του έργου (όπως κόστος και χρόνος κατασκευής, συντήρηση και κόστος λειτουργίας) και με την ζήτηση του έργου {Ramirez:2002vo}. Η ανάγκη εκμετάλλευσης πραγματικών δικαιωμάτων έμφυτων σε αυτά τα έργα κέρδισε ραγδαία προσοχή {Neufville:2003ul} {DeNeufville:2004vf}. Σκεπτόμενοι σε όρους πραγματικών επιλογών μπορεί να οδηγηθούμε σε ραγδαίες αλλαγές στον τρόπο που οι μηχανικοί οργανώνουν και σχεδιάζουν συστήματα. Ο Wang όρισε τις επιλογές που δημιουργούνται από την αλλαγή του πραγματικού σχεδίου ενός μηχανολογικού έργου ως πραγματικές επιλογές εντός έργων (in-project ROs) {Wang:2005vl}.

Παρότι οι πραγματικές επιλογές είναι ιδιαίτερα σημαντικές για τα μηχανολογικού χαρακτήρα έργα, τα διαθέσιμα δεδομένα αναγκαία για την πραγματοποίηση ενός τέτοιου είδους ανάλυσης είναι πολύ χαμηλότερης ποιότητας από αυτά που είναι διαθέσιμα για χρηματοοικονομικά δικαιώματα ή πετρελαϊκές επενδύσεις. Συχνά υπάρχουν λίγα ή και καθόλου διαθέσιμα δεδομένα από την αγορά ώστε να εκμεταλλευθούν για κάποιων ειδών έργα και για αυτό οι αναλυτές προχωρούν σε διαφόρων ειδών υποθέσεις. Φυσικά η ορθότητα της ανάλυσης εν τη απουσία αντικειμενικών δεδομένων από την αγορά είναι αμφισβητήσιμη, αλλά η οπτική που προσφέρεται και πάλι από την ενσωμάτωση επιλογών συνεισφέρει στην διαμόρφωση στρατηγικής {Luehrman:1998ud}. Ο de Neufville επισήμανε ότι η αξιολόγηση μηχανολογικών έργων συνήθως δεν απαιτεί μεγάλη ακρίβεια {Neufville:2003ul} {DeNeufville:2004vf}. Πολλά μηχανολογικά έργα αξιολογούνται επομένως βασισμένα σε υποκειμενικά δεδομένα και διαίσθηση. Για παράδειγμα ο Ramirez (2002) εφάρμοσε την μέθοδο πραγματικών δικαιωμάτων MAD, που θα αναλύσουμε σε επόμενο κεφάλαιο, για να αξιολογήσει ένα πρόγραμμα επέκτασης παροχής νερού.

5.2.1 Exploration & Exploitation

Petroleum

Η βιομηχανία του πετρελαίου έχει υψηλές κεφαλαιακές απαιτήσεις (capital-intensive). Απαιτεί μεγάλες, μη αναστρέψιμες απαιτήσεις σε εξερεύνηση, ανάπτυξη και παραγωγή προϊόντων πετρελαίου και αερίου. Οι επενδυτικές αποφάσεις είναι σχεδόν πάντοτε βασισμένες σε ατελείς και περιορισμένες πληροφορίες και υπόκεινται σε υψηλού επιπέδου αβεβαιότητα σε κάθε στάδιο

ανάπτυξης. Για παράδειγμα, μια εταιρία μπορεί να αντιμετωπίσει σημαντικές γεωλογικές αβεβαιότητες (π.χ. μέγεθος κοιτάσματος πετρελαίου, ποιότητα αποθεμάτων) στο στάδιο της εξεύρεσης, αλλά και υπολογίσιμες αβεβαιότητες αγοράς (π.χ. τιμή πετρελαίου, ζήτηση) στο στάδιο της παραγωγής και πώλησης. Σε κάθε στάδιο, η ύπαρξη λειτουργικής ευελιξίας σημαίνει πως πρέπει να ληφθούν κρίσιμες αποφάσεις με στόχο την επιλογή της βέλτιστης εναλλακτικής. Για τούτο το λόγο, η αξιολόγηση πετρελαϊκών επενδύσεων θεωρούνται συχνά ως ένα πρόβλημα πραγματικών δικαιωμάτων πολλαπλών σταδίων, όπου η θεωρία των RO συλλαμβάνει την παρουσία αβεβαιότητας, τις περιορισμένες πληροφορίες και την παρουσία διαφορετικών αλλά βιώσιμων εναλλακτικών σεναρίων [Mun:2002uk].

Ποιο συγκεκριμένα μπορούμε να διακρίνουμε την ανάλυση μιας μελέτης έρευνας και εκμετάλλευσης σε τέσσερα στάδια. Το πρώτο στάδιο αφορά την εξερεύνηση για κοιτάσματα. Η εφαρμογή real options σε αυτό το στάδιο αφορά το δικαίωμα της εταιρίας να προβεί στην εξερεύνηση μιας περιοχής για κοιτάσματα πετρελαίου δεδομένων κάποιων πιθανοτήτων επιτυχούς εξεύρεσης του αναμενόμενου μεγέθους αποθεμάτων. Το εν λόγω δικαίωμα εμπεριέχει την δυνατότητα επιλογής της κατάλληλης χρονικής στιγμής υλοποίησης της εξερεύνησης, δηλαδή της καθυστέρησης εν αναμονή ενδεχομένως νέων δεδομένων (νέες γεωλογικές μελέτες) ή κάποιας μεταβολής των οικονομικών συνθηκών (τιμή πετρελαίου στην αγορά, κόστος επένδυσης).

Το επόμενο στάδιο που έπεται της επιτυχούς εξεύρεσης κοιτάσματος στην περιοχή, αφορά την σε βάθος μελέτη και αξιολόγηση της περιοχής σχετικά με το μέγεθος του αποθέματος. Επομένως η εταιρία διατηρεί εδώ την πραγματική επιλογή να προβεί ή όχι σε αυτό το στάδιο αντιμετωπίζοντας τεχνολογικές αβεβαιότητες και δυσκολίες για ένα συγκεκριμένο διάστημα. Εάν αποφασίσει πως δεν είναι μια συμφέρουσα οικονομικά επιλογή μπορεί να επιλέξει να παραχωρήσει τα δικαιώματα σε κάποια άλλη εταιρία.

Εάν τελικά πραγματοποιηθεί η σκιαγράφηση της περιοχής ακολουθεί το επόμενο στάδιο που είναι η παραγωγή, δηλαδή η εξόρυξη των αποθεμάτων πετρελαίου. Η πραγματική επιλογή που ενυπάρχει σε αυτό το στάδιο είναι το δικαίωμα της εταιρίας να προβεί στην εξόρυξη ή όχι εντός ενός συγκεκριμένου διαστήματος. Διατηρεί λοιπόν την δυνατότητα αναμονής ευνοϊκότερων συνθηκών αλλά και την δυνατότητα μεταπώλησης των δικαιωμάτων εξόρυξης αν αυτό κριθεί συγκριτικά ως πιο συμφέρουσα οικονομική επιλογή.

Τέλος, αναγνωρίζονται real options και στο τελευταίο στάδιο της διαδικασίας που είναι η εξόρυξη πετρελαίου. Οι επιλογές αυτές συνίστανται στο δικαίωμα για επέκταση της παραγωγής σε περίπτωση ευνοϊκών πληροφοριών είτε συνθηκών ή διακοπής/προσωρινής παύσης (πιθανώς χαμηλή τιμή του πετρελαίου εκείνη την περίοδο στην αγορά) της σε αντίθετη περίπτωση.

Οι πρώτες εφαρμογές της μεθόδου των real options βρίσκονται περίπου στο 1980. Στις πρώιμες εφαρμογές, οι αναλυτές συνήθως χρησιμοποιούσαν

τεχνικές τιμολόγησης κανονικών χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα της αγοράς στην τιμή και δημιουργώντας ένα «πορτφόλιο παρακολούθησης» (tracking portfolio) μέσα στην αγορά. Για παράδειγμα, οι Brennan και Schwartz (1985) ανέπτυξαν μια Κλασική μέθοδο Πραγματικών Δικαιωμάτων για να αξιολογήσουν επενδύσεις σε φυσικούς πόρους. Στο μοντέλο τους, θεώρησαν την τιμή εξόδου, μια αβεβαιότητα εξαρτώμενη από την αγορά, ως στοχαστική μεταβλητή και δημιούργησαν ένα “self-financing” πορτφόλιο για να αξιολογήσουν την δυνατότητα επένδυσης {Brennan and Schwartz:1985gt}. Αλλά αυτό δεν είναι επαρκές γιατί οι πετρελαϊκές εταιρίες αντιμετωπίζουν και σημαντικά επίπεδα μη-συστηματικού κινδύνου, δηλαδή κινδύνου σχετιζόμενο με το κάθε χωριστό έργο (π.χ. η αβεβαιότητα του μεγέθους του αποθέματος). Αυτές οι αβεβαιότητες είναι άσχετες με την γενική οικονομία και για αυτό δεν μπορούν να τιμολογηθούν βάση της κεφαλαιακής αγοράς. Οι τυπικές μέθοδοι τιμολόγησης δικαιωμάτων συνήθως παραβλέπουν αυτές της αβεβαιότητες που σχετίζονται με την ιδιαιτερότητα του εκάστοτε έργου κατά τη διαδικασία αποτίμησης και έπειτα λήψης αποφάσεων. Στους Amram και Kulatilaka (1999) οι συγκεκριμένες αβεβαιότητες (project-specific uncertainties) αντιμετωπίστηκαν ως μια πηγή παρακολούθησης της απώλειας (για παράδειγμα, σφάλμα μέτρησης στην παρακολούθηση πορτφόλιο). {Kulatilaka:1999tp}. Παρόλα αυτά, στην περίπτωση των επενδύσεων εξόρυξης πετρελαίου, αυτές οι με παρακολουθούμενες αβεβαιότητες είναι αντίστοιχης σημασίας με τις αβεβαιότητες της αγοράς και η διοίκηση διαθέτει μεγάλο βαθμό ευελιξίας για προσαρμογή καθώς ξεκαθαρίζονται αυτού του τύπου οι αβεβαιότητες {Smith & McCardle:1999kn}.

Είναι ξεκάθαρο πως και οι δυο τύποι αβεβαιότητας (σχετιζόμενες και μη με την αγορά) είναι σημαντικές στις πετρελαϊκές επενδύσεις. Για αυτό το λόγο, προσεκτική συγκεκριμενοποίηση αυτών είναι απαραίτητη για να ληφθούν καλύτερες προσεγγίσεις και κυρίως να αποφευχθούν σφάλματα κατά την λήψη αποφάσεων. Η ίδια διάκριση έγινε και από τους Dixit και Pindyck (1994) και Copeland και Antikarov (2001). Πολλοί μελετητές εφάρμοσαν ολοκληρωμένα μοντέλα αξιολόγησης ώστε να αντιμετωπίσουν τους διαφορετικούς τύπους αβεβαιότητας. Ο Smit (1997) αξιολόγησε ένα ανεκμετάλλευτο κοιτάσμα πετρελαίου σαν ένα πολυ-σταδιακό επενδυτικό πρόβλημα εφαρμόζοντας κανονική μεθοδολογία τιμολόγησης δικαιωμάτων (standard option pricing technique) για να μετρήσει την αβεβαιότητα στην τιμή του πετρελαίου και χρησιμοποιώντας επιτόκιο μηδενικού κινδύνου αλλά πραγματικές πιθανότητες της κατανομής ώστε να εκτιμήσει την αβεβαιότητα που συνδεόταν με το μέγεθος του διαθέσιμου αποθέματος {Smit:1997gs}. Οι Smith και McCrandle (1998) χρησιμοποίησαν ένα ολοκληρωμένο μοντέλο για να αξιολογήσουν τις ιδιότητες του πετρελαίου. Εφάρμοσαν μια τυπική μέθοδο τιμολόγησης επιλογών για να υπολογίσουν την αβεβαιότητες συνδεδεμένες με την κατάσταση της αγοράς και μια προσέγγιση ανάλυσης αποφάσεων για να προσεγγίσουν τις ιδιαίτερες αβεβαιότητες του έργου. Δεν υπάρχει αμφιβολία πως οι τεχνικές τιμολόγησης δικαιωμάτων παρέχουν έναν απλό και άμεσο τρόπο εύρεση της σχετιζόμενης με την αγορά αβεβαιότητας. Όσο αφορά τον άλλο τύπο αβεβαιότητας υπάρχουν πολλές διαφορετικές προσεγγίσεις στη βιβλιογραφία.

5.3 Energy Generation

Η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας

Με την απελευθέρωση της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας ο στόχος των παραγωγών ενέργειας έχει αλλάξει δραστικά. Στο παραδοσιακό περιβάλλον οι επιχειρήσεις ηλεκτρισμού έπρεπε να παρέχουν ηλεκτρική ενέργεια σε πελάτες μιας ορισμένης περιοχής (στην οποία η επιχείρηση ηλεκτρισμού είχε συνήθως το μονοπώλιο) με συγκεκριμένη χρέωση. Η μόνη αβεβαιότητα ήταν η πραγματική ζήτηση για ηλεκτρική ενέργεια και η πιθανότητα τεχνικών σφαλμάτων. Οι παραγωγοί ηλεκτρικής ενέργειας ήταν υποχρεωμένοι να ικανοποιήσουν αυτήν τη ζήτηση από μόνοι τους και ο στόχος τους ήταν να το κάνουν αυτό με το ελάχιστο κόστος. Ο συνολικός κίνδυνος μιας εγκατάστασης παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας ήταν εξ ολοκλήρου συνδεδεμένος με τον λειτουργικό κίνδυνο που μπορεί να οδηγήσει στη μείωση της παραγόμενης ηλεκτρικής ενέργειας κάτω από τα επίπεδα ζήτησης. Στο πλαίσιο των απελευθερωμένων αγορών, ο κίνδυνος δεν αφορά μόνο φυσικά προβλήματα που οδηγούν τελικά σε έλλειψη ηλεκτρικής ενέργειας αλλά επίσης αφορά τον κίνδυνο τιμών και επομένως οικονομικό κίνδυνο. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει μια ευμετάβλητη τιμή πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας αντί ενός σταθερού αντιτίμου που παρεχόταν στους παραγωγούς. Αντίστοιχα όλο και περισσότερο επίσης απελευθερώνονται οι αγορές των προϊόντων που χρειάζονται για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας όπως ο άνθρακας ή το φυσικό αέριο, με αποτέλεσμα οι τιμές των καυσίμων να καθίστανται επίσης ευμετάβλητες. Σε αυτό το νέο περιβάλλον ηλεκτρικής ενέργειας οι παραγωγοί αντιμετωπίζουν περισσότερους αβέβαιους παράγοντες αλλά μπορούν κιόλας να επωφεληθούν από τις νέες συνθήκες. Για παράδειγμα στην απελευθερωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας ο παραγωγός διατηρεί πάντοτε την επιλογή να σταματήσει την παραγωγή εάν εκείνη την περίοδο δεν είναι για εκείνον οικονομικά συμφέρουσα – δηλαδή τα κόστη παραγωγής είναι υψηλότερα από τα αντίστοιχα έσοδα.

Το πρόβλημα του πότε να αρχίσει ή να σταματήσει η παραγωγή σε απόκριση ενός τυχαίου σήματος τιμών πώλησης με έναν τρόπο που μεγιστοποιεί το κέρδος εμπεριέχει μια πραγματική επιλογή σε αυτήν την περίπτωση. Συνεπώς, έχουν χρησιμοποιηθεί μοντέλα *real option* για να λύσουν το πρόβλημα κάτω από στοχαστικές τιμές.

Στο πλαίσιο των εταιρειών που παράγουν ηλεκτρική ενέργεια, η θεωρία των *real options* μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μια μέθοδος ταυτοποίησης και ποσοτικοποίησης των ενδεχόμενων αποφάσεων που ενσωματώνονται στην ιδιοκτησία των οικονομικών μεγεθών παραγωγής. Οι εφαρμογές της προσέγγισης με *real options* εμπίπτουν σε δύο ευρείες κατηγορίες: Λειτουργικές και αποφάσεις επενδύσεων κεφαλαίου.

Έργα παραγωγής ΗΕ (electricity generation projects)

Μετά την απελευθέρωση του τομέα της ηλεκτρικής ενέργειας, τα έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας έχουν εκτεθεί στις αβεβαιότητες που είναι συσχετισμένες με την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας. Επακόλουθα, ο αυξανόμενος περιβαλλοντικός προβληματισμός οδήγησε στην εισαγωγή περιβαλλοντικών πολιτικών και την στροφή του κοινού ενδιαφέροντος προς εναλλακτικές πηγές ενέργειας (renewable energy sources - RES), συνδυασμένο με αλλαγές στον ενεργειακό τομέα για να υποστηρίξει την είσοδο των ανανεώσιμων πηγών στην παραγωγή. Ως αποτέλεσμα, τα έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας εκτέθηκαν σε επιπρόσθετες αβεβαιότητες σχετιζόμενες με τις πολιτικές και τις αλλαγές στον ενεργειακό τομέα εξαιτίας του αυξανόμενου μεριδίου των ανανεώσιμων και τις δυνατότητες απόκρισης ζήτησης (demand response) των καταναλωτών. Σε ένα τέτοιο περιβάλλον, είναι ελκυστική και απαραίτητη συνάμα η χρήση μεθοδολογιών και εργαλείων που μπορούν να αντιμετωπίσουν και να ενσωματώσουν ικανοποιητικά αυτά τα επίπεδα αβεβαιότητας, όπως είναι η θεωρία των πραγματικών δικαιωμάτων (Real Options Theory) {Fernandes:2011tt} {Weber:2006vn}.

Η βιβλιογραφία που αφορά τις εφαρμογές της θεωρίας των RO σε έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας είναι ποικιλόμορφη και σπάνια. Η διαφορετικότητα των εφαρμογών είναι αναμενόμενη, καθώς RO είναι κάθε πιθανή ενέργεια για προσαρμογή/τροποποίηση ενός έργου. Ο περιορισμένος όγκος δημοσιεύσεων σε αυτό των τομέα μπορεί να αποδοθεί στις δυσκολίες και προκλήσεις της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων και κυρίως στο γεγονός πως η θεωρία έγινε προσβάσιμη στους περισσότερους στα μέσα της δεκαετίας του 1990.

Λόγω της διαφορετικότητας και των περιορισμών της υπάρχουσας RO βιβλιογραφίας πάνω σε έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, οι περισσότερες καινούριες έρευνες και μελέτες πάνω στον τομέα είναι πολύτιμες. {Fernandes:2011cm}

Αυτό το τμήμα περιλαμβάνει μια ανασκόπηση της βιβλιογραφίας της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων πάνω σε έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Στόχος είναι η αναγνώριση των διαφορετικών εφαρμογών της θεωρίας που υπάρχουν στη βιβλιογραφία και προσδιορισμός των περιοχών που έχουν επικεντρωθεί. Η βιβλιογραφική μελέτη ξεκινά με την διερεύνηση των διαφορετικών εφαρμογών της θεωρίας των RO ως επακόλουθο της απελευθέρωσης της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, ιδιαίτερα την εφαρμογή της θεωρίας στα διαφορετικά στάδια των έργων, τις επιδράσεις των διαφόρων πηγών αβεβαιότητας και των χρησιμοποιούμενων μοντέλων, και τον ανταγωνισμό. Εν συνεχεία, διερευνάται η επίδραση των περιβαλλοντικών ανησυχιών και πολιτικών πάνω στα έργα παραγωγής ηλεκτρική ενέργειας – ιδιαίτερα τις επιπτώσεις των μέτρων στήριξης των ανανεώσιμων και την αυξανόμενη αναγκαιότητα για έργα βασισμένα σε διαφορετικές ανανεώσιμες πηγές ενέργειας.

Σκοπός αυτής της βιβλιογραφικής έρευνας είναι να είναι εξονυχιστική καθώς είναι και ο τομέας εφαρμογής της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων στον οποίο θέλουμε να συνεισφέρει μια πρακτική εφαρμογή αυτή η διπλωματική. Παρόλα αυτά, υπάρχουν κάποιες σχετικές δημοσιεύσεις που μπορεί να μην αναφερθούν χωρίς αυτό να αποτελεί κάποια κριτική πάνω στην χρησιμότητα τους.

Έργα Παραγωγής Ενέργειας σε μια απελευθερωμένη αγορά

Η θεωρία των RO έγινε στην αρχή ελκυστική για την αξιολόγηση έργων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας λόγω των αβεβαιοτήτων που προέκυψαν ως επακόλουθο της απελευθέρωσης της αγοράς ενέργειας. Σε έναν αβέβαιο ενεργειακό τομέα, οι παραδοσιακές μέθοδοι προεξόφλησης ταμειακών ροών (DCF methods) τείνουν να υποτιμούν τα έργα, γεγονός που καθιστά την θεωρία των RO μια υποσχόμενη εναλλακτική [Weber:2006vn].

Οι Lu, Liebman και Dong δείχνουν πως τα εργαλεία RO αναγνωρίζουν υψηλότερες αξίες συγκριτικά με τις DCF μεθόδους για έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας υπό την παρουσία αβεβαιότητας στην τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας (electricity price uncertainty) – θεωρούν την αποτίμηση μέσω πραγματικών επιλογών πιο ακριβή καθώς συμπεριλαμβάνει την έννοια της ευελιξίας [Lu:2006hw]. Οι Deng, Johnson και Sogomonian μελέτησαν την ορθότητα αυτών των ισχυρισμών μέσω παρατήρησης πραγματικών έργων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας που ήταν εμπορεύσιμα στην αγορά [Deng:1999ik]. Αυτά είναι κάποια αναφορικά παραδείγματα που πραγματεύονται την σύγκριση μεταξύ RO και DCF μεθόδων και στηρίζουν την υπεροχή της πρώτης.

Η θεωρία των δικαιωμάτων προαίρεσης έχει τις δυνατότητες να αναδείξει την αξία και τις προοπτικές ενός έργου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Αναγνωρίζοντας και ενσωματώνοντας την αξία της ευελιξίας για τον επενδυτή μπορεί να καταστήσει τις επενδύσεις σε μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας πιο ελκυστικές – έναν τομέα με μεγάλα κόστη αρχικής επένδυσης και έντονο στοιχείο αβεβαιότητας συνυφασμένο με διάφορες πτυχές του. Η **ευελιξία** μπορεί να μοντελοποιηθεί ως διαφόρων τύπων πραγματικές επιλογές, εφαρμόσιμες στα στάδια του προγραμματισμού, του σχεδιασμού και της λειτουργίας του έργου.

RO σε διάφορα στάδια ενός έργου

Οι διαχειριστές ενός έργου μπορούν να επινοήσουν επιλογές για να προσαρμόσουν ένα έργο όταν αυτό διέρχεται από τα διάφορα στάδια της υλοποίησής του όπως είναι το στάδιο του προγραμματισμού όπου γίνεται η επιλογή του κατάλληλου επενδυτικού έργου, το στάδιο του σχεδιασμού όπου παραμετροποιείται το επιλεχθέν έργο και το στάδιο της λειτουργίας όπου πρέπει να παρακολουθείται και να ελέγχεται η απόδοσή του.

Η εφαρμογές της μεθόδου των RO στο **στάδιο του προγραμματισμού** επικεντρώνονται σε επενδυτικές αποφάσεις και θέματα χρονισμού της επένδυσης.

Πιο απλά, επικεντρώνονται στο να δώσουν απάντηση στο αν θα πρέπει ή όχι να πραγματοποιηθεί μια επένδυση, τότε είναι η καλύτερη χρονική στιγμή να γίνει αυτή η επένδυση και σε ποια έργα πρέπει να επενδυθούν χρήματα. Στην σχετική βιβλιογραφία λαμβάνεται υπόψη η επιλογή καθυστέρησης της επένδυσης (defer RO).

Οι Barria και Rudnick μελετούν αποκλειστικά την δυνατότητα αναβολής για να αξιολογήσουν επενδυτικές αποφάσεις σε διάφορα έργα παραγωγής ενέργειας υπό την αβεβαιότητα της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας. Η ανάλυση προτείνει την άμεση επένδυση σε κερδοφόρα έργα και την καθυστέρηση της επενδυτικής απόφασης σε άλλα έργα με την προσδοκία ότι θα θεωρηθούν κερδοφόρα στο μέλλον υπό το φως νέων οικονομικών στοιχείων της αγοράς που θα γίνουν διαθέσιμα {Barria:2011fs}. Μια επόμενη ενδιαφέρουσα μελέτη παρουσιάστηκε από τους Takashima, Siddigui και Nakada, οι οποίοι θεώρησαν δυο αμοιβαία αποκλειόμενες επενδυτικές αποφάσεις σε έργα παραγωγής ενέργειας και τις επιλογές αναβολής των επενδύσεων και αλλαγής του μεγέθους των έργων {Takashima:2012ub}. Στην περίπτωση των Zhou, Hou, Wu, Sun, Liu και Su λαμβάνουν υπόψη κατά τον προγραμματισμό τους περιορισμούς του δικτύου διασύνδεσης. Αξιολογούν επενδυτικές αποφάσεις σε έργα παραγωγής ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη του περιορισμούς ισχύς, τάσης και χωρητικότητας του IEEE 30 συστήματος αγωγών {Zhou:2007jb}.

Η αξιολόγηση μέσω RO μπορεί να επεκταθεί ώστε να συμπεριλάβει το **λειτουργικό στάδιο του έργου**. Σε αυτό το στάδιο, η χρήση της θεωρίας των δικαιωμάτων επικεντρώνεται σε πιθανές τροποποιήσεις που μπορούν να γίνουν σε έργα που βρίσκονται ήδη υπό λειτουργία. Οι περισσότερες επιλογές που προκύπτουν εδώ είναι είτε σχετιζόμενες με κάποια ιδιαιτερότητα του κάθε έργου είτε αφορούν εγκατάλειψη ή αλλαγή κλίμακας εργασιών (συρρίκνωση ή επέκταση παραγωγής).

Οι Takashima, Naito, Kimura και Madarame μελετούν την λειτουργία ενός πυρηνικού εργοστασίου συμπεριλαμβάνοντας τις επιλογές εγκατάλειψης και την ιδιαίτερη επιλογή αντικατάστασης μέρους του εξοπλισμού ανάλογα με την εξέλιξη της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας {Takashima:2007ts}.

Βρίσκουμε και εφαρμογές της θεωρίας των RO που περιλαμβάνουν το **στάδιο του προγραμματισμού και της λειτουργίας**. Οι Min και Wang ανέλυσαν επενδυτικές αποφάσεις σε δυο διασυνδεδεμένα έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη επιλογές αναβολής και αλλαγής λειτουργικής κλίμακας των έργων {Min:2000gt}. Η ανάλυση αυτή επεκτάθηκε έπειτα σε οποιονδήποτε αριθμό διασυνδεδεμένων έργων παραγωγής ενέργειας στην αγορά {Wang:2006ce}.

Τέλος, έχει γίνει χρήση της θεωρίας των RO στο **στάδιο του σχεδιασμού** των έργων. Εδώ υπάρχει πραγματικά περιορισμένη βιβλιογραφία. Παρατηρείται πως η θεωρία των RO σε αυτό το στάδιο επικεντρώνεται στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και την τεχνολογία του εκάστοτε έργου, με αποτέλεσμα να μην

ακολουθούν με γενικευμένη μεθοδολογία πραγματικών δικαιωμάτων. Εδώ αξίζουν να αναφερθούν αρχικά το έργο του Wang (2005) όπου ανέλυσε τα πραγματικά δικαιώματα σε όλα τα στάδια υλοποίησης ενός έργου, για μια σειρά διασυνδεδεμένων υδροηλεκτρικών έργων που μπορούσαν να κατασκευαστούν κατά μήκος του ίδιου ποταμού – συμπεριέλαβε επιλογές που αφορούσαν την τροποποίηση της παραγωγής και της αποθηκευτικής ικανότητας ως αντίδραση στην εξέλιξη της ηλεκτρικής ενέργειας {Wang:2005v1}. Πιο μετά ο Cardin et al. ανέλυσαν τις επενδυτικές αποφάσεις σε έργα παραγωγής πυρηνικής ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη διαθέσιμες επιλογές για την διαχείριση του παράγοντα της τεχνολογικής αβεβαιότητας των αντιδραστήρων {Cardin:2010wa}.

Πραγματικά Δικαιώματα ανάλογα με την πηγή αβεβαιότητας

Τα έργα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας εκτίθενται τόσο σε αβεβαιότητες ειδικές ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες του έργου (π.χ υδροηλεκτρικό, φωτοβολταϊκά κλπ) αλλά και αβεβαιότητες γενικού τύπου εμφανείς σε όλα τα έργα παραγωγής ενέργειας. Οι περισσότεροι από αυτούς τους παράγοντες αβεβαιότητας μπορούν να θεωρηθούν εξωγενείς και επομένως μη επηρεαζόμενοι από τον ιδιαίτερο χαρακτήρα του έργου, ενώ κάποιιοι άλλοι μπορεί να εμφανίζονται ως επιρροή στην τελική απόδοση του έργου.

Στην βιβλιογραφία δεν βρίσκουμε εξονυχιστική ανάλυση όλων των δυνατών παραγόντων αβεβαιότητας, ενώ συνήθως στις περισσότερες μελέτες δίνεται έμφαση σε αυτούς που είναι άμεσα σχετιζόμενοι με την τεχνολογία παραγωγής, όπως παρουσίασαν και στη μελέτη τους ο Cardin με την ομάδα του {Cardin:2010wa}.

Ο πιο συνηθισμένος παράγοντας αβεβαιότητας που συμπεριλαμβάνεται σε όλες τις σχετικές εφαρμογές της μεθόδου των Real Options στον τομέα, είναι αυτός της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας – επομένως ένας εξωτερικός και ανεξάρτητος παράγοντας αβεβαιότητας. Εάν βέβαια μοντελοποιούταν ως συνάρτηση της ζήτησης ή άλλων παραμέτρων του έργου, τότε θα γινόταν μια παράμετρος εσωτερικής αβεβαιότητας.

Πραγματικά Δικαιώματα υπό συνθήκες ανταγωνισμού

Μια σημαντική παράμετρος της απελευθερωμένης αγοράς είναι η ύπαρξη ανταγωνισμού. Ο ανταγωνισμός μπορεί να συμπεριληφθεί στην αξιολόγηση είτε ως μια παράμετρος αβεβαιότητας είτε να διαχειριστεί με χρήση δικαιωμάτων.

Οι Wang, Wen, Chung, Luo και Xu χρησιμοποίησαν την θεωρία των RO για να αναλύσουν τις επενδυτικές αποφάσεις μιας εταιρίας που έχει την δυνατότητα υλοποίησης έργων παραγωγής σε μια ανταγωνιστική αγορά με αβέβαιη ζήτηση. Η μελέτη δείχνει την θέληση των παραγωγών να επενδύσουν σε επιπρόσθετα έργα υπό διαφορετικές εκδοχές της αγοράς. Το έργο λαμβάνει υπόψη τον ανταγωνισμό σε μορφή πραγματικού δικαιώματος, χωρίς όμως να παρέχει κάποια τακτική αντιμετώπισης του {Wang:2006ft}. Οι Takashima, Goto, Kimura και

Madarama μελετούν μια περίπτωση δυο ανταγωνιστών επενδυτών που έχουν την δυνατότητα να επενδύσουν σε πυρηνικά ή θερμικά εργοστάσια. Υπό κανονικές συνθήκες, η πυρηνική ενέργεια είναι πιο επικερδής, αλλά στην μελέτη τους αυτή οι συγγραφείς θεωρούν την επιπρόσθετη πραγματική του θερμικού εργοστασίου επιλογή παύσης της παραγωγής εάν η τιμή της ενέργειας γίνει πολύ χαμηλή, γεγονός που ενισχύει τον ανταγωνισμό.

Παραγωγή Ενέργειας και περιβαλλοντικές αβεβαιότητες

Οι αυξανόμενες περιβαλλοντικές ανησυχίες έχουν στρέψει την προσοχή στην σημασία μείωσης των εκπομπών των αερίων του θερμοκηπίου κατά την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Σαν αποτέλεσμα, έχουν εφαρμοστεί αρκετές πολιτικές και κανονισμοί με στόχο την αύξηση των επενδύσεων σε τεχνικές μείωσης εκπομπών αλλά και έργα ανανεώσιμης ενέργειας. Η καινούρια παράμετρος της αβεβαιότητας που οφείλεται σε αυτούς τους κανονισμούς και επηρεάζει δραστικά τις επενδύσεις σε έργα παραγωγής ενέργειας είναι ένα αντικείμενο μελέτης που μπορεί να προσεγγιστεί μέσω της θεωρίας των Real Options.

Οι Davis και Owens και Siddiqui, Afzal, Marnay, και Wisser χρησιμοποιούν DCF μεθόδους και RO τεχνικές για να εκτιμήσουν την αξία της E&A στις τεχνολογίες ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στην Αμερική. Αποφαινεται ότι η θεωρία των πραγματικών επιλογών αναγνωρίζει μια ιδιαίτερη αξία στις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας που οι συμβατικές μέθοδοι αποτίμησης δεν μπορούν {Liu:2006hw} {Siddiqui:2007wb}. Οι Fleten, Heggedal και Linnerud πιστοποιούν την επάρκεια των RO στην αξιολόγηση έργων παραγωγής ενέργειας υπό αβεβαιότητα ακολουθούμενων πολιτικών με την βοήθεια διάφορων ρεαλιστικών παραδειγμάτων {Fleten:2011up}.

Περιβαλλοντικές Πολιτικές

Πολλές κυβερνήσεις εφαρμόζουν διαφορετικών ειδών πλάνα υποστήριξης των επενδύσεων σε ανανεώσιμες πηγές ενέργειας ώστε να προσελκύσουν μεγαλύτερο όγκο επενδύσεων σε τεχνολογίες χαμηλών εκπομπών διοξειδίου. Ο αντίκτυπος αυτών των πλάνων στήριξης μπορεί να μελετηθεί και να αξιολογηθεί μέσω εφαρμογής της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων.

Ο Batista και η ομάδα του μια RO μεθοδολογία για να αξιολογήσουν επενδυτικές αποφάσεις σε έργα ανανεώσιμων πηγών στη Βραζιλία, συμπεριλαμβάνοντας την δυνατότητα να δηλωθούν τα έργα στο μηχανισμό καθαρής ανάπτυξης που περιγράφεται στο πρωτόκολλο του Κιότο {Batista:2011hk}. Μια πιο γενική μεθοδολογία που συνυπολογίζει πολιτικές αβεβαιότητες σε διάφορων τύπων έργα παραγωγής ενέργειας, είναι αυτή των Liu, Wen και MacGill που αξιολογούν την περίπτωση ενός ιδιοκτήτη εργοστασίου με κάρβουνο ο οποίος έχει το δικαίωμα να επενδύσει οποιαδήποτε στιγμή σε ένα έργο αερίου με χαμηλότερες εκπομπές {Liu:2011if}.

Στην βιβλιογραφία εκτός από παραδείγματα αξιολόγησης των επιδράσεων των μέτρων στήριξης των μη ρυπογόνων επενδύσεων, βρίσκουμε και μελέτες που αξιολογούν την αποτελεσματικότητα αυτών των μέτρων. Οι Scatasta και Mennel ένα μεθοδολογικό πλαίσιο βασισμένο σε RO για να αναλύσουν την αποδοτικότητα των ανανεώσιμων πιστοποιητικών υποχρέωσης και των feed-in tariffs στην προώθηση επενδύσεων σε έργα ανανεώσιμων πηγών. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της μελέτης τα πιστοποιητικά στην περίπτωση αιολικών έργων μπορεί να είναι πιο αποδοτικά {Scatasta:2009tc}. Ο Minignucci παρουσιάζει μια μεθοδολογία για μελέτη των επιπτώσεων των μηχανισμών στήριξης ανανεώσιμων και αξιολόγησης επενδύσεων σε διάφορες τεχνολογίες {HerveMignucci:2010tt}.

5.3.1 Υδροηλεκτρικά Έργα

Η διαθέσιμη βιβλιογραφία επικεντρώνεται στην συνδυασμένη λειτουργία υδροηλεκτρικών έργων, άλλα έργα παραγωγής ενέργειας και επιλογές και αντιστάθμιση κινδύνων.

Οι Fleten, Maribu και Wagensteen προτείνουν ένα μεθοδολογικό μοντέλο βασισμένο στην αβεβαιότητα της ηλεκτρικής ενέργειας για την αξιολόγηση επενδυτικών αποφάσεων σχετικών με μικρής κλίμακας έργα παραγωγής ενέργειας με στόχο την ιδιοκατανάλωση {Fleten:2007vd}. Το μοντέλο αυτό στην μελέτη των Bockman και των συνεργατών του προσαρμόστηκε ώστε να αποτιμηθούν μικρής κλίμακας υδροηλεκτρικά έργα (<10MW) στην Νορβηγία. Η μελέτη εξετάζει την σχεδίαση των συστημάτων (π.χ. μέγεθος σωλήνων, λειτουργική ροή) {Bockman:2008tl}.

Τα υδροηλεκτρικά έργα και τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υποστηρίξουν άλλα έργα παραγωγής ενέργειας βασισμένα σε πιο διακοπτόμενης φύσης ανανεώσιμες πηγές, όπως η αιολική ενέργεια. Οι Hedman και Sheble μελέτησαν την λειτουργία ενός αιολικού έργου παραγωγής ενέργειας με την ενσωματωμένη επιλογή αντιστάθμισης κινδύνου μέσω συστήματος αποθήκευσης αντλιών νερού είτε μέσω χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης {Hedman:2006jpr}. Μια άλλη μελέτη εξετάζει την χρήση χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων προαίρεσης για την αντιστάθμιση του κινδύνου οφειλόμενου στην χρήση υδροηλεκτρικής γεννήτριας χωρίς ρυθμιζόμενο ντεπόζιτο. Η γεννήτρια μπορεί να εκμεταλλευτεί ένα συνδυασμό δικαιωμάτων πώλησης και αγοράς για να πουλήσει την περίσσεια ενέργειας και να αγοράσει ενέργεια σε χαμηλές τιμές όταν η παραγωγή δεν επαρκεί {XianZhang:2005er}. Οι Kjaerland και Larsen διερεύνησαν την επιλογή ένα υδροηλεκτρικό εργοστάσιο να παρέχει την δικιά του παραγωγή ή να χρησιμοποιεί δικαιώματα αγοράς για να αποκτήσει θερμική παραγωγή ώστε να αποθηκεύσει νερό για περιόδους αιχμής {Kjaerland:2010tt}.

Οι τελευταίες αναφορές δείχνουν την χρήση πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης σε υδροηλεκτρικά έργα υπό την αβεβαιότητα της ροής νερού, η οποία είναι η αποκλειστική αβεβαιότητα σε αυτά τα έργα παραγωγής. Αυτή λογική, της

μοναδικής αβεβαιότητας από την οποία εξαρτάται η αξία του έργου και συνάμα είναι το βασικό υποκείμενο στοιχείο της επένδυσης θα την συναντήσουμε και σε άλλα έργα παραγωγής που αφορούν αβέβαιες ανανεώσιμες τεχνολογίες.

5.3.2 Αιολικά Έργα

Τα έργα αιολικής ενέργειας επηρεάζονται από το διαθέσιμο αιολικό δυναμικό, το οποίο είναι μια ιδιαίτερα αβέβαιη πηγή ανανεώσιμης ενέργειας. Παρόλα αυτά, η μακροπρόθεσμη ταχύτητα του ανέμου (π.χ. ετήσιο προφίλ ταχύτητας ανέμου) μπορεί να περιγραφεί χρησιμοποιώντας διαθέσιμες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας, οι οποίες επιτρέπουν την προσέγγιση της παραγωγής ενέργειας με ντετερμινιστικό τρόπο {Masters:2004va}. Πάραυτα, η βιβλιογραφία των RO είναι επαρκής και κατάλληλη για την αποτίμηση αιολικών έργων παραγωγής, καθώς αυτά επηρεάζονται και από άλλες πιο γενικές αβεβαιότητες όπως η τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας και οι εκάστοτε μηχανισμοί στήριξης που τίθενται σε ισχύ από το κράτος.

Οι Venetsanos, Angelopoulou και Tsoutsos παρουσιάζουν την καταλληλότητα της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης στην αξιολόγηση αιολικών έργων παραγωγής υπό αβεβαιότητα μέσω σύγκρισης DCF και RO μεθόδων {Venetsanos:2002gd}.

Η βιβλιογραφία αμελεί κατά κύριο λόγο τη σχετιζόμενη με το αιολικό δυναμικό ευελιξία. Όμως, η μεταβλητότητα των ταχυτήτων του ανέμου μπορούν να αντικατοπτριστούν στην ανάλυση. Οι Cheng, Hou και Wu πραγματοποιούν μια αποτίμηση βασισμένοι στις εξοικονομήσεις καυσίμων και εκπομπών που επιτυγχάνονται μέσω της επένδυσης σε αιολικό πάρκο παραγωγής {Cheng:2010kc}. Με την σειρά τους οι Dykes και Neufville συνέκριναν επενδύσεις σε μεγάλα αιολικά έργα με επενδύσεις σε μικρότερης κλίμακας με χρήση πραγματικού δικαιώματος δυνατότητας επέκτασης χωρητικότητας εάν η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας τείνει ακολουθεί μια ανοδική πορεία {Dykes:2008wf}. Στις δύο παραπάνω μελέτες χρησιμοποιήθηκε ετήσιο χρονικό βήμα, που επιτρέπει τον ντετερμινιστικό προσδιορισμό της παραγωγής των αιολικών έργων. Επιλέγοντας μικρότερα χρονικά βήματα ανάλυσης μπορεί να ληφθεί υπόψη η μεταβλητότητα του αιολικού δυναμικού.

Ο Munoz et al. αποτίμησαν επενδυτικές αποφάσεις σε αιολικά έργα παραγωγής βασισμένοι στην αβεβαιότητα της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας και ένα ωριαίο χρονικό βήμα {Munoz:2009bm}. Οι Zhou et al. επίσης αξιολογούν επενδυτικές αποφάσεις σε αιολικά έργα, αλλά συνδυάζουν τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας της ταχύτητα του ανέμου και της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας για να προσδιορίσουν την αξία των έργων και των υποκείμενων δικαιωμάτων {HuiZhou:2007iy}. Οι Fleten και Maribou παρουσιάζουν ένα μεθοδολογικό πλαίσιο για την μελέτη κατάλληλου χρόνου επένδυσης σε μικρής κλίμακας αιολικά έργα για προσωπική χρήση υπό την αβεβαιότητα της τιμής ηλεκτρικής ενέργειας. {Fleten:2004vm}. Αυτές οι μελέτες δείχνουν τις διασυνδέσεις μεταξύ του μεταβλητού αιολικού δυναμικού και των πηγών αβεβαιότητας. Το

επόμενο στάδιο είναι να γίνει η ανάλυση πιο ρεαλιστική μέσω ενσωμάτωσης της ετήσιας μεταβλητότητας του αιολικού δυναμικού.

Οι Mendez, Goyanes και Lamothe χρησιμοποιούν μια RO προσέγγιση για να αξιολογήσουν επενδυτικές αποφάσεις σε αιολικά έργα παραγωγής λαμβάνοντας υπόψη τη χρονική στιγμή κατασκευής και το δικαίωμα εγκατάλειψης. Αυτή η μελέτη εξετάζει αβεβαιότητες για την επιτυχία κάθε σταδίου του έργου, ονομαστικά εκτίμηση αιολικού δυναμικού, άδεια κατασκευής, άδεια λειτουργίας και κατασκευή. Επιπρόσθετα η μεταβλητότητα του ετήσιου αιολικού δυναμικού μοντελοποιείται με μια κανονική κατανομή {Mendez et al.:2009td}.

5.3.3 Φωτοβολταϊκά Έργα

Η βιβλιογραφία που αναφέρεται σε εφαρμογές των RO σε έργα φωτοβολταϊκών είναι η πιο περιορισμένη ανάμεσα στις εφαρμογές της θεωρίας σε έργα ανανεώσιμων πηγών {Fernandes:2011cm}. Πάραυτα, η διαθέσιμη βιβλιογραφία δείχνει την χρήση πραγματικών επιλογών τόσο στην αντιμετώπιση γενικών αβεβαιότητων παραγωγής αλλά και ιδιαίτερων που αφορούν την φωτοβολταϊκή τεχνολογία.

Οι Hoff, Margolis και Herig χρησιμοποιούν μια RO μεθοδολογία για να καθορίσουν βέλτιστες επενδυτικές αποφάσεις και κατάλληλο χρόνο σε ΦΒ συστήματα βασισμένοι στην αβέβαιη τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας {Hoff:2003up}. Πιο πολύπλοκες αναλύσεις μπορούν να εξετάσουν πολλαπλές πηγές αβεβαιότητας. Οι Sarkin και Tamarkin συμπεριλαμβάνουν την αβεβαιότητα στην αγορά εκπομπών και τα διαφορετικά αναμενόμενα κόστη των ΦΒ τεχνολογιών {Sarkis:2008ts}. Μια ακόμα ενδιαφέρουσα ανάλυση είναι αυτή των Yael Gilboa και Xiaoyou Guo που ανέλυσαν με την μέθοδο των Real Options μιας μεγάλης κλίμακας ηλικάκη επένδυση στο διάστημα. Οι συγγραφείς ανέπτυξαν ένα μοντέλο που παρουσιάζει το συνολικό έργο σαν μια σειρά αποφάσεων σε ένα διωνυμικό δέντρο. Το δέντρο βαθμονομείται με δεδομένα από τις αγορές ενέργειας, καθώς και προσομοιώσεις Monte Carlo της κατανομής της αξίας του έργου κάτω από τις αναμενόμενες συνθήκες {Gilboa&Guo:2013}

5.3.4 Άλλα έργα ανανεώσιμων πηγών

Στη βιβλιογραφία εφαρμογών διαφορετικών μεθοδολογιών της θεωρίας των πραγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης βρίσκουμε αρκετές επιπλέον που αναφέρονται σε άλλες ανανεώσιμες πηγές ή αποτελούν μια γενικευμένη εφαρμογή εφαρμόσιμη σε οποιαδήποτε μορφή ανανεώσιμης ενέργειας.

Μια ενδιαφέρουσα μελέτη είναι αυτή των Afzal και Siddiqui, που αξιολόγησαν την στρατηγική για την E & A στις Ηνωμένες Πολιτείες πάνω σε ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Για το σκοπό αυτό, ανέπτυξαν ένα real option μοντέλο όπου χρησιμοποιήθηκε μια διωνυμική δομή πλέγματος και υποστήριξαν

ότι ένα διωνυμικό πλέγμα αποκαλύπτει το οικονομικό αισθητήριο που διέπει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων {Afzal: 2005}. Ο Herve το 2010 κατέθεσε μια εργασία βασισμένη σε στοχαστικό δυναμικό προγραμματισμό με διττό σκοπό. Πρώτον, η μέθοδος που αναπτύχθηκε θα βοηθήσει τους ιθύνοντες σε επιχειρήσεις κοινής ωφέλειας να ενσωματώσουν τις απόψεις τους σχετικά με τις τιμές του άνθρακα σε ένα πλαίσιο επενδυτικής απόφασης. Δεύτερον, η μέθοδος που χρησιμοποιείται πρέπει τελικά να βοηθήσει στον εντοπισμό των ευαίσθητων σημείων ώστε να καθοδηγήσει τους φορείς χάραξης πολιτικής. Για να γίνει αντιληπτό πώς λαμβάνονται αποφάσεις των επιχειρήσεων στο πλαίσιο αβεβαιότητας για τις τιμές του άνθρακα, παρουσιάζεται ένα μοντέλο επενδυτικής απόφασης για ένα βοηθητικό πρόγραμμα σε ένα πολυπαραγοντικό real options πλαίσιο. Θεωρείται μια ευρωπαϊκό δημόσια υπηρεσία που έχει ένα παράθυρο 10 ετών για να επενδύσει σε ένα συνδυασμό διαφόρων τεχνολογιών παραγωγής ενέργειας (πυρηνική, IGCC, συνδυασμένου κύκλου, κονιοποιημένου άνθρακα και υπεράκτιας αιολικής ενέργειας). Το μοντέλο δίνει ιδιαίτερη έμφαση στην αβεβαιότητα στις τιμές του άνθρακα και των τιμών ενέργειας

5.4 IT investments

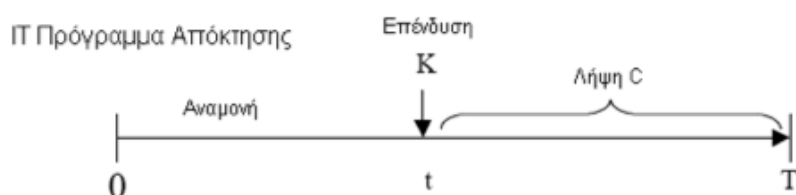
Οι επενδύσεις που αφορούν τεχνολογίες πληροφοριών (information technology –IT) και αντίστοιχα και η παγκόσμια σχετική αγορά (υλικά, λογισμικό, υπηρεσίες υπολογιστών) έχουν σημειώσει μια ραγδαία αύξηση τις τελευταίες τρεις δεκαετίες. Παραδοσιακά εργαλεία αποτίμησης για την αξιολόγηση σχετικών επενδυτικών προγραμμάτων είναι ανεπαρκή για την αντιμετώπιση της υψηλής αβεβαιότητας που είναι που είναι εμφανής σε κάθε εφαρμογή της τεχνολογίες πληροφοριών. Οφέλη όπως η βελτιωμένη ποιότητα ή η εξυπηρέτηση είναι δύσκολο να εκτιμηθούν επειδή η υλοποίησή τους εξαρτάται όχι μόνο από την τεχνολογία, αλλά και από πολλαπλούς οργανωτικούς παράγοντες. Οι συνολικές δαπάνες είναι επίσης ιδιαίτερα αβέβαιες, λόγω των γρήγορων αλλαγών στο απαιτούμενο αρχικό κεφάλαιο που οφείλεται στην εμφάνιση νέων τεχνολογιών, που αντικαθιστούν τις υπάρχουσες, και την περιορισμένη χρήση των κατάλληλων μονάδων μετρήσεως για την εκτίμηση των επιδόσεων ενός προγράμματος.

Τα προγράμματα επένδυσης IT ταξινομούνται σε έργα ανάπτυξης και έργα απόκτησης ανάλογα με το χρόνο που χρειάζεται για να αρχίσει να αποδίδει η επένδυση από την στιγμή που λαμβάνεται η απόφαση.

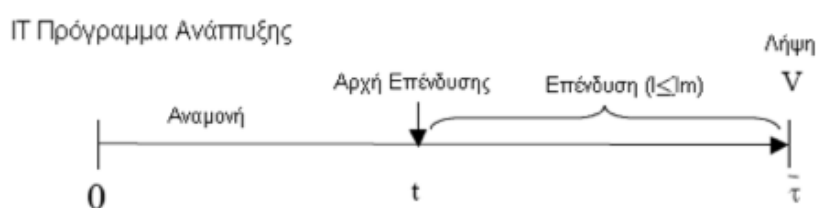
1) Σε ένα επενδυτικό πρόγραμμα απόκτησης ενός IT μεγέθους, η επιχείρηση έχει την επιλογή να ξοδέψει ένα χρηματικό ποσό (K) για να το αποκτήσει. Το απαιτούμενο αυτό χρηματικό ποσό είναι γνωστό και σταθερό για οποιαδήποτε χρονική στιγμή (t) εντός χρονικού διαστήματος (T), με μελλοντικές μεταβολές της τιμής του εκτός αυτού του διαστήματος να είναι αβέβαιες (για παράδειγμα πιθανή πτώση της τιμής έπειτα λόγω εμφάνισης κάποιας καινούριας βελτιωμένης έκδοσης της ίδιας τεχνολογίας). Κατόπιν απόκτησης του μεγέθους, ο οργανισμός λαμβάνει σύνολο ταμειακών ροών (C) που αντιπροσωπεύει τα

διάφορα οικονομικά οφέλη που απορρέουν από την απόκτησή της IT τεχνολογίας. Δεδομένου πως τόσο το κόστος όσο και τα κέρδη είναι αβέβαια, η διοίκηση της επιχείρησης μπορεί να επιλέξει να καθυστερήσει την υλοποίηση αυτής της επένδυσης μέχρι να έχει διαθέσιμα περισσότερα οικονομικά στοιχεία. Επιπλέον, όπως προαναφέραμε το κόστος ενός συγκεκριμένου μεγέθους IT έχει μεγάλες πιθανότητες να μειωθεί με την πάροδο του χρόνου, δημιουργώντας έτσι ένα επιπρόσθετο κίνητρο για ένα διάστημα αναμονής πριν την απόκτησή του. Παράλληλα όμως θα υπάρξει μείωση των ωφελειών από την απόκτηση της νέας τεχνολογίας, καθότι όσο περισσότερος χρόνος παρέρχεται τόσο περισσότερο διαδεδομένη καθίσταται η τεχνολογία και τόσο περισσότερες επιχειρήσεις στην αγορά θα προχωρήσουν σε απόκτησή της – χάνεται με αυτό τον τρόπο λοιπόν το ανταγωνιστικό πλεονέκτημα. Επομένως, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι δύο αυτές παράμετροι ώστε να προσδιοριστεί η βέλτιστη, από οικονομικής απόψεως, χρονική στιγμή για την απόκτηση του IT μεγέθους {Schwartz & Zozaya:2000vs}.

2)



3) Στην περίπτωση μιας μελέτης για την ανάπτυξη IT, το ζητούμενο μέγεθος δεν αποκτάται στιγμιαία, αλλά είναι το αποτέλεσμα μιας μελέτης που έχει αβέβαιη διάρκεια (τ) κατά την οποία η επιχείρηση συνεχίζει να επενδύει με ένα ρυθμό μικρότερο ή ίσο από το μέγιστο ρυθμό επένδυσης για αυτήν (Im). Μόνο όταν το πρόγραμμα ολοκληρωθεί και το υπολειπόμενο κόστος επένδυσης είναι μηδενικό, η εταιρία αρχίζει να απολαμβάνει οικονομικό όφελος (V).



Η περισσότερη έρευνα σχετιζόμενη με τις αξιολογήσεις επενδύσεων σε τεχνολογίες πληροφοριών (IT) ως πραγματικά δικαιώματα, είναι περιορισμένη σε εφαρμογή του μοντέλου Black-Scholes {Black & Scholes:1973hb}. Θεωρώντας ότι το κόστος του έργου είναι γνωστό με βεβαιότητα. Για παράδειγμα οι Bernaroch και Kauffman (1999) χρησιμοποίησαν μια προσέγγιση Black-Scholes για να αξιολογήσουν ένα έργο που περιλάμβανε την εφαρμογή χρεωστικών υπηρεσιών μέσω ηλεκτρονικού τραπεζικού δικτύου. Στο μοντέλο τους, η επενδυτική ευκαιρία υλοποιήθηκε ως μια pseudo-American call option η οποία πληρώνει μερίσματα και η αξία του υποκείμενου οικονομικού τίτλου σε μια συγκεκριμένη περίοδο υπολογίστηκε μέσω αφαίρεσης της παρούσας αξίας των ταμειακών ροών που

εγκαταλείφθηκαν λόγω αναμονής από την καθαρή παρούσα αξία του έργου στο χρόνο μηδέν {Benaroch & Kauffman:1999jb}. Οι Panayi και Trigeorgis (1998) χρησιμοποίησαν μέθοδο αποτίμησης πραγματικών δικαιωμάτων για να αξιολογήσουν ένα πρόγραμμα IT υποδομών για την αρμόδια αρχή τηλεπικοινωνιών στην Κύπρο που περιλάμβανε δυο στάδια: ένα αρχικό όπου ο οργανισμός ανέπτυξε το πληροφορικό σύστημα που απαιτούταν για τις μελλοντικές λειτουργίες του και ένα δεύτερο στάδιο όπου μελετούταν η επέκταση του δικτύου. Η αξία του έργου συμπεριλάμβανε την αξία του δικαιώματος επέκτασης του έργου, που υπολογίστηκε στο δεύτερο στάδιο ως ένα European call option με χρόνο ωριμότητας τον προγραμματισμένο χρόνο ολοκλήρωσης της διαδικασίας επέκτασης {Panayi & Trigeorgis:1998ea}.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Abadie, L. & Chamorro, J., 2014. Valuation of Wind Energy Projects: A Real Options Approach. *Energies*, 7(5), pp.3218–3255.
- Abel, W.J., 2002. *Real Options Valuation of a South African Mining Project*,
- Ajak, A.D. & Topal, E., 2015. Real option in action: An example of flexible decision making at a mine operational level. *Resources Policy*, 45, pp.109–120.
- Alimov, A., 2007. *Innovations, Real Options, Risk and Return: Evidence from the Pharmaceutical and Biotechnology Industries*, ProQuest.
- Anon, 2014. Optimal timing of wind farm repowering: a two-factor real options analysis.
- Anon, 1991. Uncovering the Hidden Value in High-Risk Investments.
- Armstrong, M. et al., 2004. Incorporating technical uncertainty in real option valuation of oil projects. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 44(1-2), pp.67–82.
- Ashuri, B. & Kashani, H., 2012. A Real Options Approach to Evaluating Investment in Solar Ready Buildings. In *International Workshop on Computing in Civil Engineering 2011*. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, pp. 768–775.
- Balasubramanian, P., Kulatilaka, N. & Storck, J., 2000. Managing information technology investments using a real-options approach. *The Journal of Strategic Information Systems*, 9(1), pp.39–62.
- Barria, C. & Rudnick, H., 2011. Investment under Uncertainty in Power Generation: Integrated Electricity Prices Modeling and Real Options Approach. *Latin America Transactions, IEEE (Revista IEEE America Latina)*, 9(5), pp.785–792.
- Barroso, M.M. & Iniesta, J.B., 2014. A valuation of wind power projects in Germany using real regulatory options. *Energy*, 77, pp.422–433.
- Batista, F.R.S. et al., 2011. The Carbon Market Incremental Payoff in Renewable Electricity Generation Projects in Brazil: A Real Options Approach. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 26(3), pp.1241–1251.
- Benaroch, M., 2015. Managing Information Technology Investment Risk: A Real Options Perspective. *Journal of management information systems*.
- Benaroch, M. & Kauffman, R.J., 1999. A Case for Using Real Options Pricing Analysis to Evaluate Information Technology Project Investments. *Information Systems Research*.
- Benaroch, M., Lichtenstein, Y. & Robinson, K., 2006. Real options in information technology risk management: an empirical validation of risk-option relationships. *Mis Quarterly*.
- Benaroch, M., Shah, S. & Jeffery, M., 2006. On the Valuation of Multistage Information Technology Investments Embedding Nested Real Options. *Journal of management information systems*, 23(1), pp.239–261.
- Biondi, T. & Moretto, M., 2015. Solar Grid Parity dynamics in Italy: A real option approach. *Energy*.
- Blyth, W. et al., 2007. Investment risks under uncertain climate change policy. *Energy Policy*, 35(11), pp.5766–5773.

- Bode-Greuel, K.M. & Firm, S., 2000. *Real Options Evaluation in Pharmaceutical R&D*, Boomsma, T.K., Meade, N. & Fleten, S.-E., 2012. Renewable energy investments under different support schemes: A real options approach. *European Journal of Operational Research*, 220(1), pp.225–237.
- Brennan, M.J. & Schwartz, E.S., 1985. Evaluating natural resource investments. *Journal of business*.
- Campbell, J.A., 2001. *Identifying an optimal start-up date for information technology projects: a real options approach*, IEEE.
- Cardin, M.-A., University of Cambridge. Faculty of Economics University of Cambridge. Electricity Policy Research Group, 2010. *Minimizing the Cost of Innovative Nuclear Technology Through Flexibility*,
- Cassimon, D. et al., 2004. The valuation of a NDA using a 6-fold compound option. *Research Policy*, 33(1), pp.41–51.
- Cassimon, D., De Backer, M., et al., 2011. Incorporating technical risk in compound real option models to value a pharmaceutical R&D licensing opportunity. *Research Policy*, 40(9), pp.1200–1216.
- Cassimon, D., Engelen, P.J. & Yordanov, V., 2011. Compound real option valuation with phase-specific volatility: A multi-phase mobile payments case study. *Technovation*, 31(5-6), pp.240–255
- Chatterjee, D. & Ramesh, V.C., 1999. *Real options for risk management in information technology projects*, IEEE.
- Chen, C. & Lu, Z., 2011. Analysis on the Strategy of Wind Power Investment under Uncertainty. *International journal of nonlinear science*.
- Chen, T., Zhang, J. & Lai, K.-K., 2009. An integrated real options evaluating model for information technology projects under multiple risks. *International Journal of Project Management*, 27(8), pp.776–786.
- Cheng, C.-T., Lo, S.-L. & Lin, T.T., 2011. Applying real options analysis to assess cleaner energy development strategies. *Energy Policy*, 39(10), pp.5929–5938.
- Cheng, H.M.K., Yunhe Hou & Wu, F.F., 2010b. Wind power investment in thermal system and emissions reduction. In Energy Society General Meeting. IEEE, pp. 1–8.
- Chorn, L.G. & Shokhor, S., 2006. Real options for risk management in petroleum development investments. *Energy Economics*, 28(4), pp.489–505.
- Christensen, M.N., 2013. *Real Options in the Pharmaceutical Industry*,
- Cortazar, G. & Schwartz, E.S., 1997. Implementing a Real Option Model for Valuing an Undeveloped Oil Field. *International Transactions in Operational Research*, 4(2), pp.125–137.
- Cortazar, G. & Schwartz, E.S., 2003. Implementing a stochastic model for oil futures prices. *Energy Economics*, 25(3), pp.215–238.
- Cortazar, G., Schwartz, E.S. & Casassus, J., 2001. Optimal exploration investments under price and geological-technical uncertainty: a real options model. *R&D Management*, 31(2), pp.181–189.
- Dalbem, M.C. et al., 2014. INVESTORS’ ASYMMETRIC VIEWS AND THEIR DECISION TO ENTER BRAZIL’S WIND ENERGY SECTOR. *Pesquisa Operacional*, 34(2), pp.319–345.
- Dalbem, M.C., Brandão, L. & Gomes, L.L., BRAZIL'S QUEST TO ALSO FOSTER WIND ENERGY IN THE DEREGULATED MARKET: WILL IT WORK? usaee.org

- De Neufville, R. et al., 2004. *Uncertainty management for engineering systems planning and design*, Engineering Systems
- Deng, S., Johnson, B. & Sogomonian, A., 1999. *Spark spread options and the valuation of electricity generation assets*, IEEE.
- Detert, N. & Kotani, K., 2013. Real options approach to renewable energy investments in Mongolia. *Energy Policy*, 56, pp.136–150.
- Dias, A.G., 2001. Selection of Alternatives of Investment in Information for Oil-field Development using Evolutionary Real Options Approach.
- Dias, M.A.G., 2004. Valuation of exploration and production assets: an overview of real options models. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 44(1-2), pp.93–114.
- Dreimann, M. & Speck, R., 2010. Solar Power: Managing Uncertainty of Emerging Technologies.
- Ekern, S., 1988. An option pricing approach to evaluating petroleum projects. *Energy Economics*, 10(2), pp.91–99.
- ELDER, J. & SERLETIS, A., 2010. Oil Price Uncertainty. *Journal of Money, Credit and Banking*, 42(6), pp.1137–1159.
- Fan, Y. & Zhu, L., 2010. A real options based model and its application to China's overseas oil investment decisions. *Energy Economics*, 32(3), pp.627–637.
- Fernandes, B., Cunha, J. & Ferreira, P., 2011. The use of real options approach in energy sector investments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(9), pp.4491–4497.
- FLETEN, S., MARIBU, K. & WANGENSTEEN, I., 2007. Optimal investment strategies in decentralized renewable power generation under uncertainty. *Energy*, 32(5), pp.803–815.
- Fleten, S.-E. & Maribu, K.M., 2004a. Investment Timing and Capacity Choice for Small-Scale Wind Power Under Uncertainty. *Lawrence Berkeley National Laboratory*.
- Fleten, S.E., Heggedal, A.M. & Linnerud, K., 2011. Climate policy uncertainty and investment behavior: Evidence from small hydropower plants. *15th annual real options*
- Gazheli, A. & Di Corato, L., 2014. Land-use change and solar energy production: a real option approach. *Agricultural Finance Review*, 73(3), pp.507–525.
- Gilboa, Y. & Guo, X., 2011. Real Option Analysis of a large-scale space solar power venture. *Michigan J Bus*.
- Grenadier, S.R. & Weiss, A.M., 1997. Investment in technological innovations: An option pricing approach. *Journal of financial Economics*, 44(3), pp.397–416.
- Gunther McGrath, R. & Nerkar, A., 2004. Real options reasoning and a new look at the R&D investment strategies of pharmaceutical firms. *Strategic Management Journal*, 25(1), pp.1–21.
- Haque, M.A., Topal, E. & Lilford, E., 2014. A numerical study for a mining project using real options valuation under commodity price uncertainty. *Resources Policy*, 39, pp.115–123.
- Hartmann, M. & Hassan, A., 2006. Application of real options analysis for pharmaceutical R&D project valuation – Empirical results from a survey. *Research Policy*, 35(3), pp.343–354.
- Hedman, K.W. & Sheblé, G.B., 2006. Comparing Hedging Methods for Wind Power: Using Pumped Storage Hydro Units vs. Options Purchasing. In 2006 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems. IEEE, pp. 1–6.

- Hervé-Mignucci, M., Climat, M. & Dépôts, des, C., 2010a. Carbon price uncertainty and power plant Greenfield investment in Europe. In Proceedings of the 14th
- Himpler, S. & Madlener, R., 2012. Repowering of Wind Turbines: Economics and Optimal Timing. *SSRN Electronic Journal*.
- Hoff, T.E., Margolis, R. & Herig, C., 2003. A simple method for consumers to address uncertainty when purchasing photovoltaics. *S Consulting*.
- Hu, Q. & Zhang, A., 2015. Real option analysis of aircraft acquisition: A case study. *Journal of Air Transport Management*, 46, pp.19–29.
- Huchzermeier, A. & Loch, C.H., 1997. *Evaluating R&D Projects as Real Options*,
- Hui Zhou et al., 2007. Analytical assessment of wind power generation asset in restructured electricity industry. In 2007 42nd International Universities Power Engineering Conference. IEEE, pp. 1086–1092.
- Justin, C., Garcia, E. & Mavris, D., 2012. Aircraft Valuation: A Network Approach to the Evaluation of Aircraft for Fleet Planning and Strategic Decision Making. In 10th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Kahraman, C. & Uçal, İ., 2009. Fuzzy real options valuation for oil investments. *Technological and Economic Development of ...*
- Kalligeros, K.C.1., 2007. Platforms and real options in large-scale engineering systems.
- Kambil, A., Henderson, J.C. & Mohsenzadeh, H., 1991. *Strategic management of information technology investments: an options perspective*,
- Kauffman, R.J. & Li, X., 2005. Technology competition and optimal investment timing: a real options perspective. *Engineering Management, IEEE Transactions on*, 52(1), pp.15–29.
- Kim, Y.J. & Sanders, G.L., 2002. Strategic actions in information technology investment based on real option theory. *Decision Support Systems*, 33(1), pp.1–11.
- Kjaerland, F. & Larsen, B., 2010. The value of operational flexibility by adding thermal to hydropower: A real option approach. *Journal of Applied Operational Research*.
- Kroniger, D. & Madlener, R., 2014. Hydrogen storage for wind parks: A real options evaluation for an optimal investment in more flexibility. *Applied Energy*, 136, pp.931–946.
- Kumaraswamy, A., 1996a. *A Real Options Perspective of Firms' R&D Investments*,
- Kumbaroğlu, G., Madlener, R. & Demirel, M., 2008. A real options evaluation model for the diffusion prospects of new renewable power generation technologies. *Energy Economics*, 30(4), pp.1882–1908.
- Kuzniar, I., 2002. *What Can "real Options" Contribute to R&D Investment Decisions?*
- Lander, D.M. & Pinches, G.E., 1998. Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38(3), pp.537–567.
- Lee, S.-C., 2011. Using real option analysis for highly uncertain technology investments: The case of wind energy technology. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(9), pp.4443–4450.
- Li, X. & Johnson, J.D., 2002. Evaluate IT investment opportunities using real options theory. *Information Resources Management Journal*.
- Liu, G., Wen, F. & MacGill, I., 2011. Optimal timing for generation investment with uncertain emission mitigation policy. *European Transactions on Electrical Power*, 21(1), pp.1015–1027.

- Livermore, M.A., 2013. Patience Is an Economic Virtue: Real Options, Natural Resources, and Offshore Oil. *U Colo L Rev*.
- Loo, S., 1999. *A Study of Real Options in the Automotive Industry*,
- Lu, Z., Liebman, A. & Dong, Z.Y., 2006. *Power generation investment opportunities evaluation: a comparison between net present value and real options approach*, IEEE.
- Luehrman, T.A., 1998. Strategy as a portfolio of real options. *Harvard business review*.
- Luna, A., Assuad, C. & Dyner, I., 2003. 'Wind Energy in Colombia: An Approach from the Real Options. ... *de Colombia Proceedings of the*
- Luo, D. & Wang, H., 2007. Real option valuation model for petroleum development projects. *Petroleum Exploration and Development*.
- Martinez-Cesena, E.A., 2012. Real Options Theory Applied to Renewable Energy Generation Projects Planning. [Thesis]. Manchester, UK: The University of Manchester; 2012.
- Martinez-Cesena, E.A. & Mutale, J., 2012. Wind Power Projects Planning Considering Real Options for the Wind Resource Assessment. *Sustainable Energy, IEEE Transactions on*, 3(1), pp.158–166.
- Martzoukos, S.H. & Zacharias, E., 2013. Real option games with R&D and learning spillovers. *Omega*, 41(2), pp.236–249.
- Mason, S.P. & Merton, R.C., 1984. *The role of contingent claims analysis in corporate finance*,
- Masters, G.M., 2004. *Renewable and Efficient Electric Power Systems*, John Wiley & Sons.
- Mattar, M. & Cheah, C., Valuing large engineering projects under uncertainty: private risk effects and real options.
- McGrath, R.G., 1997. A Real Options Logic for Initiating Technology Positioning Investments. *Academy of management review*, 22(4), pp.974–996.
- McGrath, R.G. & MacMillan, I.C., 2000. Assessing Technology Projects Using Real Options Reasoning.
- Méndez, M., Goyanes, A. & Lamothe, P., 2009. Real options valuation of a wind farm. *Universia Business Review*.
- Michael J Rogers, Anshuman Gupta, A. & Maranas, C.D., 2002. Real Options Based Analysis of Optimal Pharmaceutical Research and Development Portfolios. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 41(25), pp.6607–6620.
- Miller, L., Choi, S.H. & Park, C.S., 2004. USING AN OPTIONS APPROACH TO EVALUATE KOREAN INFORMATION TECHNOLOGY INFRASTRUCTURE. *The Engineering Economist*, 49(3), pp.199–219.
- Min, K.J. & Chung-Hsiao Wang, 2000. Generation planning for inter-related generation units: a real options approach. In 2000 Power Engineering Society Summer Meeting. IEEE, pp. 2261–2265.
- Min, K.J., Lou, C. & Wang, C.-H., 2012. An Exit and Entry Study of Renewable Power Producers: A Real Options Approach. *The Engineering Economist*, 57(1), pp.55–75.
- Moel, A. & Tufano, P., 2002. When Are Real Options Exercised? An Empirical Study of Mine Closings. *Review of Financial Studies*, 15(1), pp.35–64.
- Mun, J., 2002. *Real Options Analysis*, John Wiley & Sons.
- Munoz, J.I. et al., 2011. A decision-making tool for project investments based on real options: the case of wind power generation. *Annals of Operations Research*, 186(1), pp.465–490.
- Munõz-Hernández, J.I. & Contreras, J., 2009. Risk assessment of wind power generation project investments based on real options. In Proceedings from the

- Neufville, R., 2010. Real Options: Dealing With Uncertainty in Systems Planning and Design. *Integrated Assessment*, 4(1), pp.26–34.
- Nigro, Lo, G., Morreale, A. & Enea, G., 2014. Open innovation: A real option to restore value to the biopharmaceutical R&D. *International Journal of Production Economics*, 149, pp.183–193.
- Oetiker, L., 2010. *Modeling Real Options in Biotech and Pharmaceutical Companies*,
- Paddock, J.L., Siegel, D.R. & Smith, J.L., 1988. Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases. *The Quarterly Journal of Economics*, 103(3), p.479.
- Palenzuela, V.A. & la Fuente Herrero, de, G., 2000. *A Real Options Application in the Automotive Components Industry*,
- Panayi, S. & Trigeorgis, L., 1998. Multi-stage real options: The cases of information technology infrastructure and international bank expansion. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38(3), pp.675–692.
- Paxson, D., 2003. *Real R & D Options*, Butterworth-Heinemann.
- Ramirez, N., 2002. Valuing flexibility in infrastructure developments: the Bogota water supply expansion plan.
- Reuter, W.H. et al., 2012. Renewable energy investment: Policy and market impacts. *Applied Energy*, 97, pp.249–254.
- Reuter, W.H., Fuss, S. & Szolgayova, J., 2011. Investment in Wind Power & Pumped Storage in a Real Options Model—A Policy Analysis. *World Renewable Energy*
- Rudeloff, T., 2009. *Procurement Decisions in the Airline Industry*, diplom.de.
- Salas, A.S., Espuny, J.T. & Costa, C.M., 2008. A Real Option-Based Model to Properly Value Aircraft Purchase Rights: Impact of the coming EU Legislation on Aircraft CO2 emission levels. ... : Burgos.
- Santos, L. et al., 2014. Real Options versus Traditional Methods to assess Renewable Energy Projects. *Renewable Energy*, 68, pp.588–594.
- Sarkis, J. & Tamarkin, M., 2008. Real options analysis for renewable energy technologies in a GHG emissions trading environment. In *Emissions Trading*. New York, NY: Springer New York, pp. 103–119.
- Scatasta, S. & Mennel, T., 2009. Comparing Feed-In-Tariffs and Renewable Obligation Certificates-the Case of Wind Farming. *Preliminary version*.
- Schwartz, E.S. & Zozaya-Gorostiza, C., 2000. Valuation of Information Technology Investments as Real Options. *Finance*.
- Siddiqui, A.S., Marnay, C. & Wiser, R.H., 2007a. Real options valuation of US federal renewable energy research, development, demonstration, and deployment. *Energy Policy*, 35(1), pp.265–279.
- Siddiqui, A.S., Marnay, C. & Wiser, R.H., 2007b. Real options valuation of US federal renewable energy research, development, demonstration, and deployment. *Energy Policy*, 35(1), pp.265–279.
- Siegel, D.R., Smith, J.L. & Paddock, J.L., 1987. *Valuing offshore oil properties with option pricing models*, Midland Corporate Finance Journal.
- Smit, H.T.J., 1997. Investment Analysis of Offshore Concessions in the Netherlands. *Financial management*, 26(2), p.5.
- Smith, J.E. & McCardle, K.F., 1999. Options in the Real World: Lessons Learned in Evaluating Oil and Gas Investments. *Operations Research*.

- Smith, J.E. & McCardle, K.F., 1998. Valuing Oil Properties: Integrating Option Pricing and Decision Analysis Approaches. *Operations Research*, 46(2), pp.198–217.
- Sörensen, D., 2007. *The Automotive Development Process*, Wiesbaden: Springer Science & Business Media.
- Sullivan, K.J., Chalasani, P. & Jha, S., 1999. Software design as an investment activity: a real options perspective. *Real options and ...*
- Suslick, S.B. & Schiozer, D.J., 2004. Risk analysis applied to petroleum exploration and production: an overview. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 44(1-2), pp.1–9.
- Swift, T., 2008. *Creative Destruction in R&D: On the Relationship Between R&D Expenditure Volatility and Firm Performance*, ProQuest.
- Takashima, R., NAITO, Y., et al., 2012. Decommissioning and Equipment Replacement of Nuclear Power Plants under Uncertainty. *Journal of Nuclear Science and Technology*, 44(11), pp.1347–1355.
- Takashima, R., Siddiqui, A.S. & Nakada, S., 2012. Investment Timing, Capacity Sizing, and Technology Choice of Power Plants. In *Handbook of Networks in Power Systems I. Energy Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 303–321.
- Tallon, P.P., Kauffman, R.J. & Lucas, H.C., 2002. Using real options analysis for evaluating uncertain investments in information technology: Insights from the ICIS 2001 debate. ... *for Information ...*
- Tan, B., Anderson, E. & Dyer, J., 2009. Using binomial decision trees and real options theory to evaluate system dynamics models of risky projects.
- Taudes, A., Feurstein, M. & Mild, A., 2000. Options Analysis of Software Platform Decisions: A Case Study. *Mis Quarterly*, 24(2), p.227.
- Trigeorgis, L., 1996. *Real options: managerial flexibility and strategy in resource allocation*, Cambridge and London: MIT.
- van Bakkum, S., Pennings, E. & Smit, H., 2009. A real options perspective on R&D portfolio diversification. *Research Policy*, 38(7), pp.1150–1158.
- van Zee, R.D. & Spinler, S., 2014. Real option valuation of public sector R&D investments with a down-and-out barrier option. *Technovation*, 34(8), pp.477–484.
- Venetsanos, K., Angelopoulou, P. & Tsoutsos, T., 2002. Renewable energy sources project appraisal under uncertainty: the case of wind energy exploitation within a changing energy market environment. *Energy Policy*, 30(4), pp.293–307.
- Wang, T., 2005. Real options“ in” projects and systems design: identification of options and solutions for path dependency.
- Wang, X., Cai, Y. & Dai, C., 2014. Evaluating China's biomass power production investment based on a policy benefit real options model. *Energy*, 73, pp.751–761.
- Wang, Y. et al., 2006. A Real Option based Approach for Generation Investment Decision-Making and Generation Capacity Adequacy Analysis. In 2006 International Conference on Power System Technology. IEEE, pp. 1–7.
- Weber, C., 2006. *Uncertainty in the electric power industry: methods and models for decision support*,
- Weeds, H. University of Warwick. Department of Economics, 2000. *Strategic Delay in a Real Options Model of R and D Competition*,
- Wesolowski, P.J.1., 2005. Technology strategy : real options in research, development and engineering.

- Wesseh, P.K., Jr. & Lin, B., 2015. A real options valuation of Chinese wind energy technologies for power generation: do benefits from the feed-in tariffs outweigh costs? *Journal of Cleaner Production*.
- Wu, L.-C. & Ong, C.-S., 2008. Management of information technology investment: A framework based on a Real Options and Mean-Variance theory perspective. *Technovation*, 28(3), pp.122-134.
- Xian Zhang et al., 2005. Energy Uncertainty Risk Management of Hydropower Generators. In 2005 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific. IEEE, pp. 1-6.
- Yang, M. & Blyth, W., 2007. Modeling investment risks and uncertainties with real options approach. *International Energy Agency*.
- Yang, M. et al., 2008. Evaluating the power investment options with uncertainty in climate policy. *Energy Economics*, 30(4), pp.1933-1950.
- Zhang, D., 2008. *Real Options Evaluation of Financial Investment in Flexible Manufacturing Systems in the Automotive Industry*, ProQuest.
- Zhou, H. et al., 2007. Real Option Evaluation of Generation Asset in Spot Market Considering Operation Constraints. In 2007 IEEE Power Engineering Society General Meeting. IEEE, pp. 1-6.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΟΥ ΓΙΑ ΑΙΟΛΙΚΟ ΠΑΡΚΟ

6.1 Εισαγωγή

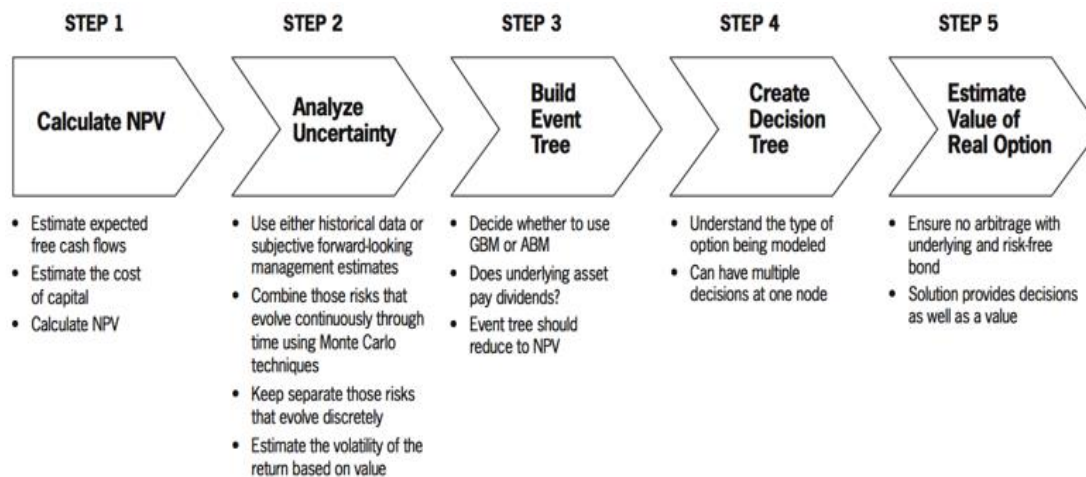
Κάθε αξιολόγηση πραγματικών δικαιωμάτων ξεκινά με αναλυτική μελέτη και διαμόρφωση του επενδυτικού έργου που ενδιαφέρει. Δικαιώματα είναι διαθέσιμα σε κάθε σημαντική επενδυτική απόφαση αλλά συχνά δεν μπορούν να αναγνωριστούν εύκολα ή να ληφθούν υπόψη.

Στη παρούσα εργασία ενδιαφέρει η αξιολόγηση επενδύσεων σε μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω ανανεώσιμων πηγών και συγκεκριμένα η αξιολόγηση επενδύσεων σε αιολικά πάρκα. Επομένως τα έργα των οποίων η αξία επιδιώκεται να αποτιμηθεί είναι καινοτόμες τεχνολογίες και η αξία τους δεν μπορεί να συσχετιστεί με μετοχές ή άλλους εμπορεύσιμους τίτλους στην αγορά καθώς εμπεριέχουν τόσο συστηματικές (market uncertainties) όσο και μη-συστηματικές (private uncertainties) αβεβαιότητες. Για να παρακαμφθεί αυτό το πρόβλημα η καλύτερη δυνατή εκτίμηση της ΚΠΑ του έργου μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν κύριο υποκείμενο οικονομικό μέγεθος (τίτλος) ώστε να αξιολογηθεί η αξία του επενδυτικού έργου και των δικαιωμάτων επί αυτού δια μέσω του χρόνου (εγκατάλειψη, αναβολές, ανάπτυξη κ.α.). Για αυτό το λόγο, η προσέγγιση που θα χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση επενδύσεων σε αιολικά πάρκα είναι η “**Market Asset Disclaimer – MAD**” που προτάθηκε αρχικά από τους Copeland και Antikarov (στη οποία έγινε ήδη εισαγωγή στο προηγούμενο κεφάλαιο).

6.2 Market Asset Disclaimer Approach

Υπενθυμίζεται πως σύμφωνα με τους Copeland και Antikarov μια επένδυση με έμφυτα πραγματικά δικαιώματα πρέπει να αποτιμάται σαν να ήταν ένας εμπορεύσιμος τίτλος στην αγορά. Η παρούσα αξία των μελλοντικών ταμειακών ροών του έργου χωρίς ευελιξία είναι η καλύτερη αμερόληπτη εκτίμηση της αξίας του έργου εάν ήταν εμπορεύσιμος τίτλος.

Η μέθοδος αυτή όπως αναλύθηκε από τους Copeland και Antikarov στα «Real Options: A practitioner’s Guide» και «Real Options: Meeting the Georgetown Challenge» περιλαμβάνει 5 στάδια τα οποία θα αναλυθούν και θα επεξηγηθούν περαιτέρω {Copeland & Antikarov:2003wr}{Copeland & Antikarov:2005gm} και μπορεί να υπολογίσει και να αναλύσει την αξία των δικαιωμάτων που είναι διαθέσιμα σε ένα επενδυτικό έργο χρησιμοποιώντας την διωνυμική μέθοδο.



Σχήμα 6.1: Βήματα Μεθοδολογίας (Copeland & Anticarov 2005)

Για την ανάλυση που ακολουθεί θεωρούμε V_i και C_i τυχαίες μεταβλητές που αντιστοιχούν στην αξία του έργου και στις ταμειακές ροές την χρονική περίοδο i , ενώ \bar{V}_i και \bar{C}_i οι αντίστοιχες μέσες τιμές. Οι τιμές που αντιστοιχούν σε διακριτές προσεγγίσεις αυτών θα συμβολίζονται $\bar{V}_{i,j}$ και $\bar{C}_{i,j}$ όπου j υποδεικνύει ένα ενδεχόμενο εξόδου.

Βασική Παραδοχή

Μια βασική παραδοχή της προσέγγισης MAD που έχει ήδη αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο και θα χρησιμοποιήσουμε, είναι ότι η αξία του έργου θα μεταβάλλεται ακολουθώντας μια διαδικασία Γεωμετρικής Κίνησης Brown (GBM) {Hull:2009vj}{Luenberger:1998vd}.

Η συγκεκριμένη παραδοχή αξιολογείται ως εξής:

V_i : η αξία του έργου την χρονική περίοδο i

$\frac{V_{i+1}}{V_i}$: η απόδοση του έργου στο διάστημα μεταξύ i και $i + 1$

$z = \ln\left(\frac{V_{i+1}}{V_i}\right)$: ο λογάριθμος της τυχαίας απόδοσης του διαστήματος i έως $i + 1$

Υπό την προηγούμενη παραδοχή του ακολουθούμενου τυχαίου περιπάτου από την μεταβαλλόμενη αξία του έργου, ο λογάριθμος την τυχαίας απόδοσης z προκύπτει κανονικά κατανομημένος και ορίζονται σ_z^2 και \bar{z} της τυχαίας κατανομής Gauss στην οποία ανήκει.

Η υπόθεση ότι η κατανομή του λογαρίθμου των αποδόσεων του έργου σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή είναι κανονική υποδηλώνει πως η κατανομή της αξίας του έργου σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή είναι λογαριθμοκανονική. Επομένως, η αξία του έργου V_i είναι κατανομημένη λογαριθμοκανονικά και συνεπώς μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μια GBM στοχαστική διαδικασία με την μορφή

$$dV = \mu V dt + \sigma V dW$$

όπου $\mu = \bar{z} + \frac{1}{2}\sigma_z^2$: ποσοστιαία τάση
 $dW = \varepsilon\sqrt{dt}$: τυπική διαδικασία Wiener
 ε : τυχαία μεταβλητή που λαμβάνεται από μοναδιαία κανονική κατανομή $N(0,1)$

Η παραδοχή ότι οι αποδόσεις του επενδυτικού έργου ακολουθούν ένας τυχαίο περίπατο είναι πολύ σημαντική για έργα που περιλαμβάνουν πολλαπλές αβεβαιότητες επειδή επιτρέπει σε οποιοδήποτε πλήθος αβεβαιοτήτων να συνδυαστεί σε μια αντιπροσωπευτική αβεβαιότητα: την αβεβαιότητα που είναι συνδεδεμένη με την στοχαστική διαδικασία της αξίας του έργου V .

Οι παράμετροι αυτής της διαδικασίας μπορούν να ευρεθούν μέσω μιας προσομοίωσης Monte Carlo των ταμειακών ροών του έργου. Έπειτα με την χρήση αυτών των παραμέτρων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο διακριτού χρόνου όπως ένα διωνυμικό πλέγμα για να προσεγγίσει τις μελλοντικές τιμές της στοχαστικής διαδικασίας – δηλαδή τις μελλοντικές τιμές των ταμειακών ροών – και έπειτα να αποτιμήσει την αξία των έμφυτων δικαιωμάτων στο έργο.

Θεωρούμε έργο που λειτουργεί για n περιόδους και παράγει ταμειακές ροές \bar{C}_i , $i=1,2, \dots, n$. Για λόγους απλότητας υποθέτουμε πως οι ταμειακές ροές καταβάλλονται άμεσα στο τέλος κάθε περιόδου στους δικαιούχες με τρόπο ανάλογο αυτού των μερισμάτων.

Βήμα 1^ο

Υπολογίζεται η παρούσα αξία του έργου στο χρόνο 0, V_0 , μέσω προεξόφλησης των ταμειακών ροών (DCF) και χωρίς να συμπεριλαμβάνεται το απαιτούμενο κόστος επένδυσης I , το οποίο θα ενσωματωθεί στην συνέχεια στο διωνυμικό πλέγμα, αλλά και χωρίς να λαμβάνεται με κανένα τρόπο υπόψη ο παράγοντας της διοικητικής ευελιξίας.

Απαιτείται επομένως ο υπολογισμός ενός κατάλληλου επιτοκίου προεξόφλησης προσαρμοσμένου στον κίνδυνο, ώστε να γίνει η αναγωγή του συνόλου των ταμειακών ροών στην χρονική στιγμή $t = 0$. Όπως έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο αυτό μπορεί να γίνει συνήθως μέσω της μεθόδου του σταθμισμένου κόστους κεφαλαίου (WACC) ή της CAPM. Επομένως η αναμενόμενη αξία του έργου σε κάθε χρονική περίοδο t , δίνεται ως:

$$\bar{V}_t = \sum_{i=t}^n \frac{\bar{C}_i}{(1+r)^{i-t}}$$

Η αναμενόμενη παρούσα αξία του έργου θα μειώνεται σε κάθε περίοδο καθώς το t αυξάνεται εάν οι ταμειακές ροές είναι όλες θετικές, εξαιτίας της καταβολής των ταμειακών ροών στο τέλος κάθε περιόδου. Επομένως για ένα επενδυτικό έργο με πεπερασμένη διάρκεια ζωής, η τελική αξία του θα είναι ίση με μηδέν, $\bar{V}_n = 0$

Η λογαριθμοκανονική κατανομή της αξίας του έργου μπορεί να οριστεί από την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του. Υπό την παραδοχή της MAD, η παρούσα αξία των ταμειακών ροών του έργου χωρίς δικαιώματα λαμβάνεται ως τιμή αγοράς που θα είχε αν ήταν εμπορεύσιμο. Υποθέτοντας πως οι αγορές είναι αποδοτικές, αγορά του έργου σε αυτή την τιμή εξασφαλίζει μια μηδενική ΚΠΑ και η αναμενόμενη απόδοση του έργου θα είναι ίση με το προσαρμοσμένο επιτόκιο στον κίνδυνο r .

Βήμα 2°

Το δεύτερο βήμα της μεθόδου είναι ιδιαίτερα σημαντικό και αφορά τον υπολογισμό της αβεβαιότητας του επενδυτικού έργου.

1. Αρχικά πρέπει να γίνει κατάλληλη μελέτη του επενδυτικού έργου ώστε να αναγνωριστούν οι διάφοροι παράγοντες αβεβαιότητας που επηρεάζουν την τιμή των ταμειακών του ροών.
2. Κατόπιν πρέπει να γίνει προσπάθεια στοχαστικής μοντελοποίησης των διαφορετικών αυτών παραμέτρων αβεβαιότητας με χρήση ιστορικών τιμών τους και κάποιου μαθηματικού μοντέλου που μπορεί να ακολουθήσει την συμπεριφορά τους.
3. Συνδυάζονται όλοι οι εμπλεκόμενοι κίνδυνοι σε μια ενιαία αβεβαιότητα μέσω μιας προσομοίωσης Monte Carlo. Συγκεκριμένα, θέλουμε να υπολογιστεί η τυπική απόκλιση των αποδόσεων των ταμειακών ροών, ή αλλιώς μεταβλητότητα του επενδυτικού έργου. Στο μοντέλο υπολογισμού των ταμειακών ροών, εισάγονται ως δεδομένα εισόδου οι μοντελοποιημένοι παράγοντες αβεβαιότητας. Έτσι σε κάθε επανάληψη της προσομοίωσης των ταμειακών ροών, δίνεται ένα διαφορετικό σύνολο $C_i, i = 1, 2, \dots, n$ όπου κάθε σύνολο έχει τιμές C_{ij} , όπου j ο αριθμός των προσομοιώσεων. Έτσι υπολογίζεται σύνολο τιμών της αξίας για την χρονική στιγμή 1

$$v_1 = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{(1+r)^{i-1}}$$

Έπειτα λαμβάνεται ένα δείγμα της τυχαίας μεταβλητής z , που επεξηγήσαμε προηγουμένως.

$$z = \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$$

όπου $\bar{z} = E(z)$, είναι η μέση τιμή της κατανομής των αποδόσεων του έργου μεταξύ του Χρόνου 0 και του Χρόνου 1. Η εκτίμηση αυτή προκύπτει από τις προσομοιώσεις και συμβολίζεται ως s .

Επομένως η μεταβλητότητα του έργου σ ορίζεται ως η τυπική ποσοστιαία απόκλιση σε ετήσια βάση των αποδόσεων και υπολογίζεται

$$\sigma = s/\sqrt{\Delta t}$$

όπου Δt το μήκος της περιόδου σε έτη που γίνεται η προσομοίωση. Εάν είναι ένα έτος, $\sigma = s$.

Βήμα 3°

Χρησιμοποιώντας την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του έργου, υπολογίζουμε του συντελεστές ανόδου u και καθόδου d , όπως αυτοί ορίστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Εν συνεχεία κατασκευάζεται το διωνυμικό πλέγμα που προσομοιώνει την εξέλιξη της αξίας του project. Σαν αρχική τιμή για τον χρόνο 0, χρησιμοποιείται η αξία του έργου V_0 , όπως υπολογίστηκε στο βήμα 1.

Βήμα 4°

Απαιτείται αναλυτική μελέτη του έργου και διερεύνηση των δικαιωμάτων που είναι διαθέσιμα. Για κάθε ένα δικαίωμα προαίρεσης πρέπει να προσδιοριστούν η τιμή άσκησης, ο χρόνος ωριμότητας αλλά και οι προϋποθέσεις υπό τις οποίες μπορεί να εξασκηθεί. Τα δικαιώματα αυτά ενσωματώνονται κατάλληλα πάνω στο διωνυμικό πλέγμα. Σε περίπτωση εμφωλευμένων - σειριακών επιλογών/δικαιωμάτων όπου η εκτέλεση του ενός προαπαιτεί την εξάσκηση του προηγούμενου, δημιουργούνται ξεχωριστά δέντρα αποφάσεων τα οποία εν συνεχεία θα ενωθούν σε ένα τοποθετώντας την κάθε μια επιλογή σε κάθε δυνατό κόμβο άσκησης.

Βήμα 5°

Τέλος με χρήση πιθανοτήτων ουδέτερων στον κίνδυνο, επιτόκιο χωρίς κίνδυνο και την τεχνική του backtracking ξεκινούμε από το τέλος του δέντρου υπολογίζουμε σε κάθε κόμβο την μέγιστη δυνατή αξία που μπορεί να προκύψει από τον συνδυασμό των διαθέσιμων δικαιωμάτων.

6.3 Παρούσα αξία του έργου

Η αρχική εκτίμηση λοιπόν για την αξία ενός έργου, που θα χρησιμοποιηθεί ύστερα για την κατασκευή του διωνυμικού δέντρου, είναι σύμφωνα με την MAD προσέγγιση των Real Option οι προεξοφλημένες ταμειακές ροές του έργου από το συνολικό αναμενόμενο χρόνο λειτουργίας του στο χρόνο μηδέν $t = 0$ – ισούται δηλαδή με την Καθαρή Παρούσα Αξία του έργου χωρίς τα απαραίτητα κόστη επένδυσης, τα οποία θα ενσωματωθούν στην συνέχεια στο διωνυμικό δέντρο ως κόστη εξάσκησης του δικαιώματος υλοποίησης του κάθε σταδίου του έργου.

Είναι σημαντικό λοιπόν να προβλέψουμε τις μελλοντικές ταμειακές ροές του αιολικού πάρκου και έπειτα να τις προεξοφλήσουμε με κατάλληλο επιτόκιο στο χρόνο $t = 0$, που είναι η πρώτη χρονική στιγμή που γίνεται διαθέσιμη η δυνατότητα επένδυσης στο έργο. Οι ταμειακές ροές (Cash Flows – CF) του έργου που μελετάμε, θεωρούμε ότι περιγράφονται από το παρακάτω σύνολο εξισώσεων:

$$\begin{aligned} \text{Ταμειακές ροές}_i &= \text{Έσοδα}_i - \text{Έξοδα}_i \\ \text{Έσοδα}_i &= X \cdot \text{capacity factor}_i \cdot 8760(\text{h/year}_i) \cdot P(\text{€/MWh}) \\ &= \sum_{j=1}^{12} X \cdot \text{capacity factor}_{ij} \cdot (8760/12 \text{ months}) \cdot P_{ij} \end{aligned}$$

Έξοδα_i = Var Cost + Fixed Cost

$$= \sum_{j=1}^{12} X \cdot \text{capacity factor}_{ij} \cdot (8760/12 \text{ months}) \cdot VC \left(\frac{\text{€}}{\text{MWh}} \right) \\ + \sum_{j=1}^{12} X \cdot FC (\text{€/MW})$$

Όπου

I: είναι το έτος λειτουργίας,

j: μήνας λειτουργίας,

X: είναι η ονομαστικά εγκατεστημένη ισχύ του αιολικού πάρκου σε MW

capacity factor_{ij}: συντελεστής φορτίου (απόδοση σε σχέση με την ονομαστικά εγκατεστημένη ισχύ) του αιολικού πάρκου στον μήνα j του έτους i. Ο συντελεστής φορτίου θεωρούμε πως μεταβάλλεται στοχαστικά.

VC: μεταβλητά κόστη συντήρησης του αιολικού πάρκου κάθε μήνα λειτουργίας – είναι ανάλογα της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας (€/MWh). Θα λάβουμε όμως μια σταθερή τιμή των μεταβλητών εξόδων για όλα τα έτη λειτουργίας.

FC: σταθερά κόστη συντήρησης των αιολικών εγκαταστάσεων που πρέπει να καταβληθούν ανεξαρτήτως του ύψους της ηλεκτρικής παραγωγής κάθε μήνα (έτους) – εξαρτώνται από την εγκατεστημένη ονομαστική ισχύ του αιολικού πάρκου (€/MW). Θα λάβουμε όμως μια σταθερή τιμή των σταθερών εξόδων για όλα τα έτη λειτουργίας.

Σε ένα έτος λειτουργίας του αιολικού πάρκου θεωρούμε ότι υπάρχουν **8760 ώρες**, οι οποίες αναχθείσες σε ώρες λειτουργίες ανά μήνα του έτους είναι **8760/12 = 730 ώρες** λειτουργίας κάθε μήνα.

P: Είναι η τιμή αποζημίωσης του παραγωγού ηλεκτρικής ενέργειας και ιδιοκτήτη του αιολικού πάρκου. Διακρίνουμε διαφορετικές τιμές δυνατής αποζημίωσης:

- Ο παραγωγός πουλώντας την παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια στο δίκτυο μπορεί να επιλέξει να λαμβάνει την τιμή πώλησης αγοράς *P*, που είναι μια στοχαστική μεταβλητή
- Εναλλακτικά, μπορεί κατόπιν σύναψης συμβολαίου να λαμβάνει την FIT (σταθερή αποζημίωση ανά μονάδα παραγωγής) που είναι θεσπισμένη στη χώρα εγκατάστασης του αιολικού πάρκου.
- Τέλος, θεωρούμε την εκδοχή να μπορεί να επιλεγεί αποζημίωση μέσω FIP, όπως είναι διαμορφωμένο στην χώρα εγκατάστασης του αιολικού πάρκου

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις που ορίσαμε, με την βοήθεια της μεθόδου προσομοίωσης Monte Carlo και τις στοχαστικές κατανομές των αβεβαιοτήτων που υπεισέρχονται στα έσοδα και στα έξοδα (τιμή ηλεκτρικής ενέργειας, συντελεστής

φορτίου) προσομοιώνονται οι ταμειακές ροές του αιολικού πάρκου για το σύνολο των αναμενόμενων μελλοντικών ετών λειτουργίας του.

Για κάθε έτος εν συνεχεία από την προκύπτουσα κατανομή των ταμειακών ροών που έχει προκύψει από την Monte Carlo, υπολογίζεται η μέση αναμενόμενη τιμή των ταμειακών ροών για το έτος αυτό.

Έπειτα θα υπολογιστεί κατάλληλα, όπως έχει οριστεί σε προηγούμενο κεφάλαιο το επιτόκιο αναγωγής, και με χρήση αυτού θα προεξοφληθούν οι αναμενόμενες ταμειακές ροές κάθε έτους στο έτος μηδέν.

6.4 Μελετούμενες Αβεβαιότητες

Οι αβεβαιότητες που αναγνωρίζουμε στα πλαίσια της υλοποίησης ενός αιολικού πάρκου είναι η τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας και ο συντελεστής φορτίου, που επηρεάζουν τα έσοδα καθώς και η λιανική τιμή του ατσαλιού και το επιτόκιο αναγωγής που επηρεάζουν τα έξοδα και την συνολική αξία του έργου. Ακολουθώντας μελετούμε τις ιδιαιτερότητες αυτών των μεταβλητών και επιχειρούμε να τις μοντελοποιήσουμε στοχαστικά έτσι ώστε με την βοήθεια ενός μαθηματικού προγράμματος (Matlab) να είναι δυνατόν ύστερα να προσομοιωθεί η μεταβολή των τιμών τους στο μέλλον.

6.4.1 Τιμή Ηλεκτρικής Ενέργειας

Η βασικότερη αβεβαιότητα που συναντούμε κατά την προσπάθεια προσδιορισμού της αξίας ενός αιολικού πάρκου είναι αυτή της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας. Καθορίζει σε πολύ μεγάλο βαθμό τα πιθανά μελλοντικά έσοδα ενός αιολικού πάρκου, καθώς αυτά προέρχονται από πώληση της παραγόμενης ηλεκτρικής ενέργειας στην αγορά. Κάνοντας μια βιβλιογραφική μελέτη μπορούμε να εντοπίσουμε διάφορους τρόπους μοντελοποίησης της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας, ώστε να επιτευχθεί κατάλληλη προσομοίωση και προβολή της στο μέλλον. Όλα τα μοντέλα είναι βασισμένα σε στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις και καθένα από αυτά έχει κάποια προτερήματα.

Απελευθέρωση της αγοράς Ηλεκτρισμού

Οι κυβερνήσεις παραδοσιακά ρύθμιζαν την αγορά ηλεκτρισμού και έλεγχαν την τιμή πώλησης – υπήρχε επομένως μικρή αβεβαιότητα στις τιμές. Παραγωγή ενέργειας, μεταφορά και διανομή βρίσκονταν στα χέρια του ίδιου ρυθμιστή και για αυτό το λόγο οι τιμές ήταν συναρτήσεις του κόστους παραγωγής, μεταφοράς και διανομής με ένα πρόσθετο περιθώριο κέρδους.

Με στόχο οι αγορές ηλεκτρισμού να γίνουν πιο αποδοτικές, οι περισσότερες χώρες υποστηρίζουν και απελευθερώνουν την αγορά ηλεκτρικής ενέργειας. Ως αποτέλεσμα, δημιουργείται μια αγορά για την προμήθεια ηλεκτρικής ενέργειας. Υπό αυτό το καινούριο καθεστώς οι διαφορετικοί παραγωγοί κάνουν προσφορές παροχής ηλεκτρικής ενέργειας (ποσότητα, τιμή) και από αυτές καθορίζεται μια τιμή αγοράς μέσα σε αυτό που ονομάζεται pool.

Όπως φαίνεται λοιπόν, ο ηλεκτρισμός έγινε άλλο ένα εμπορεύσιμο αγαθό και οι τιμές είναι σημαντικά πιο μεταβλητές, ακόμα και σε σύγκριση με άλλες χρηματοοικονομικές αγορές ή άλλα αγαθά.

Συμπεριφορά των Βραχυπρόθεσμων Αγορών

Παρότι οι απελευθερωμένες αγορές ενέργειας δεν είναι πολύ παλιές, μπορούμε να βρούμε ενδιαφέρουσα βιβλιογραφία σχετικά με διαφορετικές προσεγγίσεις των βραχυπρόθεσμων τιμών αγοράς.

Για να κατανοήσουμε την συμπεριφορά των τιμών ηλεκτρικής ενέργειας, πρέπει να σημειώσουμε ότι ο ηλεκτρισμός είναι σπάνια αποθηκεύσιμος, και επομένως πρέπει να παράγεται σε επαρκείς ποσότητες ώστε να καλύπτει την ζήτηση. Η τριβή προσφοράς και ζήτησης παίζουν έναν σημαντικό ρόλο στις τεράστιες διακυμάνσεις της τιμής. Η παροχή ηλεκτρισμού και η ζήτηση πρέπει να ισοσταθμίζονται συνέχεια για να αποτρέψουν την κατάρρευση των δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας. Οι αιχμές ζήτησης ή προσφοράς δεν μπορούν να εξομαλυνθούν μέσω αποθήκευσης ενέργειας και αυτό αντικατοπτρίζεται στην μεταβλητότητα των τιμών πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας.

Ακολούθως θα εξηγήσουμε κάποια βασικά χαρακτηριστικά που μπορούμε να αναγνωρίσουμε σε μια χρονοσειρά βραχυπρόθεσμων τιμών ηλεκτρικής ενέργειας {Pedraz:2005ur}:

- **Seasonal patterns and periodicities.** Όλες οι αγορές παρουσιάζουν εποχιακή συμπεριφορά ζήτησης ηλεκτρισμού κατά την διάρκεια της μέρας, της εβδομάδας και του έτους. Αυτό οφείλεται κυρίως σε οικονομικές δραστηριότητες και καιρικές συνθήκες.
- **Mean Reversion.** Η λογική είναι πως οι αλλαγές στην ζήτηση πιέζουν τις τιμές προς τα πάνω παρακινώντας πιο ακριβούς παραγωγούς ενέργειας να εισέλθουν στην παροχή ηλεκτρισμού και έτσι να πιέζουν την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας προς τα κάτω. Σε αυτή την αγορά η mean reverting δυναμική είναι επίσης λογική εξαιτίας της επιρροής των καιρικών συνθηκών.
- **Price Jumps and Spikes.** Η αλματώδης συμπεριφορά προκαλείται κυρίως από το γεγονός ότι η καμπύλη κόστους συνολικής παραγωγής έχει μια απότομη αύξηση κόστους πάνω από μια συγκεκριμένη ποσότητα ζητούμενης παραγωγής. Οι αιχμές αυτές στην τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας είναι ορατές και με το μάτι αν παρατηρήσουμε μια χρονοσειρά ηλεκτρισμού για ένα ικανό διάστημα και διαρκούν για πολύ λίγο.

6.4.2 Διαδικασίες για την τιμή άμεσης αγοράς (spot price)

Από την δεκαετία του 70', έχει υπάρξει μεγάλη ανάπτυξη στοχαστικών μοντέλων για χρηματοοικονομικούς σκοπούς, τα οποία εν συνεχεία έχουν χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή τιμών προϊόντων ενέργειας.

Για παράδειγμα η Γεωμετρική Κίνηση Borwn (GBM) χρησιμοποιήθηκε αρχικά, μελετώντας τις spot prices ως εμπορεύσιμο αγαθό, χωρίς όμως να αντικατοπτρίζεται έτσι η mean reverting συμπεριφορά των τιμών ενέργειας {Gedra:1993di} {Oren:2001to}. Πάραυτα αξίζει να μελετάται ως μια απλή εναλλακτική για να λήψη κάποιων αρχικών αποτελεσμάτων.

Όπως επισήμανε ο Schwartz είναι λογικά να αναζητούμε μοντέλα με mean reversion. Το πιο απλό είναι η διαδικασία Ornstein – Uhlenbeck (O – U) την οποία εφαρμόζουμε για να μοντελοποιήσουμε τον λογάριθμο της τιμής άμεσης αγοράς (spot price) {Schwartz:1997vb}. Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι οι μελλοντικές τιμές είναι σχεδόν σταθερές.

Το επόμενο βήμα στην μοντελοποίηση της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας είναι να ληφθούν υπόψη οι αιχμές, και έτσι συμπεριλαμβάνονται διαδικασίες αλμάτων (jump diffusion processes). Στα έργα των Villaplana, Kamat και Oren, Deng, και Culot μπορούμε να βρούμε κάποια τέτοια παραδείγματα {Villaplana:2003ty} {Kamat:2002tv} {Deng:2000um} {Culot:2003va}. Το άλμα συνήθως μοντελοποιείται με μια διαδικασία Poisson και το μέγεθός του με μια εκθετική ή μια κατανομή Gauss.

Επομένως κάποια σημαντικά μοντέλα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να περιγράψουν τις μελλοντικές μεταβολές της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας είναι τα ακόλουθα τρία.

1. Geometric Brownian Motion

$$dX(t) = \mu X(t)dt + \sigma X(t) dW(t)$$
$$S(t) = S_0 e^{\hat{\mu}t + \sigma W(t)}, \quad \text{όπου } \hat{\mu} = \mu - \frac{1}{2} \sigma^2,$$

και $dW(t) = \varepsilon\sqrt{dt}$, όπου ε είναι ένα τυχαίο νούμερο από μια κανονική κατανομή. Θεωρούμε πως ακολουθεί μια GBM ο βαθμός απόδοσης $SR_t = \frac{S_t}{S_{t-1}}$, όπου S_t η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας την χρονική στιγμή t (Για να παραμετροποιηθεί κατάλληλα η διαδικασία πρέπει να χρησιμοποιηθούν ιστορικά δεδομένα για την τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας στις αγορές που μας ενδιαφέρουν).

2. Mean reverting process (O – U)

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

Μια διαδικασία S μπορεί να μοντελοποιηθεί ως

$$dS(t) = \lambda (\mu - S(t))dt + \sigma dW_t, \quad dW_t = Z \sqrt{dt} \quad \text{και} \quad Z \sim N(0,1)$$

όπου

- W_t : είναι μια κίνηση Brown, ώστε $dW_t \sim N(0, \sqrt{dt})$
- λ : συντελεστής της ταχύτητας σύγκλισης της mean reversion
- μ : μακροπρόθεσμο μέσο επίπεδο στο οποίο συγκλίνει η μεταβλητή
- σ : το μέγεθος του θορύβου Brown, επίπεδο μεταβλητότητας

Για να μπορέσει να προσομοιωθεί ένα μοντέλο Ornstein - Uhlenbeck στο Matlab θα πρέπει πρώτα να μετατραπεί σε μοντέλο **διακριτού χρόνου, βημάτων Δt** . Διακρίνουμε δυο διαφορετικούς τρόπους που μπορούμε να προσεγγίσουμε αυτό το πρόβλημα:

ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

a) Απλοϊκή Διαφύριση

$$\begin{aligned} dS &= \lambda(\mu - S)dt + \sigma dW_t \\ S_t - S_{t-1} &= (\mu - S_{t-1})\Delta t + \sigma dW_t \\ S_t &= S_{t-1} + (\mu - S_{t-1})\Delta t + \sigma dW_t \end{aligned}$$

b) Ακριβής Λύση Διαφορικής

Μπορεί εναλλακτικά να χρησιμοποιηθεί η ακριβής λύση της διαφορικής, γιατί όπως διευκρίνισε ο Gillespie (1996) η προηγούμενη μέθοδος είναι ακριβής μόνο σε περίπτωση που το διακριτό διάστημα Δt είναι επαρκώς μικρό.

$$S_t = e^{-\lambda \Delta t} S_{t-1} + (1 - e^{-\lambda \Delta t}) \mu + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\lambda \Delta t}}{2\lambda}} dW_t$$

ΕΥΡΕΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Έχουμε λοιπόν ορίσει τα μοντέλα, τώρα όμως απαιτείται και προσδιορισμός των παραμέτρων τους: ταχύτητα σύγκλισης λ , μακροπρόθεσμη μέση τιμή μ , τυπική απόκλιση τιμών σ . Θα παρουσιάσουμε τρεις διαφορετικές μεθόδους

a) Least Squares Regression (Naïve Formula)

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο και να το μετατρέψουμε σε μια γραμμική παλινδρόμηση (linear regression)

$$\begin{aligned} S_t - S_{t-1} &= (\mu - S_{t-1})\Delta t + \sigma dW_t \\ S_t - S_{t-1} &= \lambda \mu \Delta t + \lambda \Delta t S_{t-1} + \sigma dW_t \\ y &= a + bx + \varepsilon_t, \quad y = S_t - S_{t-1} \quad \text{και} \quad x = S_{t-1} \end{aligned}$$

όπου συσχετίζουμε την διαφορά 1^{ου} βαθμού της μεταβλητής με την προηγούμενη της. Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να υπολογίσουμε τις ζητούμενες παραμέτρους ως εξής:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{b}{\Delta t} \\ \mu &= \frac{a}{\lambda \Delta t} \end{aligned}$$

$$\sigma = \frac{sd(\varepsilon_t)}{\sqrt{\Delta t}}$$

b) Least Squares Regression (exact solution)

Εάν χρησιμοποιήσουμε την αναλυτική λύση της διαφορικής εξίσωσης που παραθέσαμε παραπάνω:

$$S_t = e^{-\lambda \Delta t} S_{t-1} + (1 - e^{-\lambda \Delta t})\mu + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\lambda \Delta t}}{2\lambda}} dW_t$$

$$y = a + bx + \varepsilon_t, \quad y = S_t \quad \text{και} \quad x = S_{t-1}$$

εδώ συσχετίζουμε την τιμή της μεταβλητής με την αμέσως προηγούμενή της και οι ζητούμενες παράμετροι προκύπτουν αντίστοιχα:

$$\lambda = -\frac{\ln(b)}{\Delta t}$$

$$\mu = \frac{a}{1 - b}$$

$$\sigma = sd(\varepsilon_t) \sqrt{\frac{2\lambda}{1 - e^{-2\lambda \Delta t}}}$$

3. Mean reverting process with Jumps

Τέλος θα μπορούσε να μοντελοποιηθεί με χρήση των ιστορικών δεδομένων και μιας στοχαστικής διαδικασίας mean reverting με άλματα. Η παραμετροποίηση πραγματοποιείται όπως στο προηγούμενο μοντέλο. Παραπέμπουμε στα παραρτήματα για περισσότερες πληροφορίες.

6.4.2 Συντελεστής χωρητικότητας

Το αιολικό δυναμικό έχει υψηλή μεταβλητότητα, τόσο γεωγραφικά αλλά και ανάλογα με την χρονική περίοδο. Τα δυνητικά αποθέματα είναι απεριόριστα, αλλά ένα παραμέτρων περιορίζουν την εκμετάλλευσή τους. Στην πράξη μόνο το αιολικό δυναμικό κοντά στην επιφάνεια του εδάφους μπορεί να αξιολογηθεί και να εκμεταλλευτεί. Η ύπαρξη ανέμου μεταβάλλεται σύμφωνα με ημερήσια και εποχιακά πρότυπα και όχι αναγκαστικά προφανώς με τον ίδιο ρυθμό όπως η ζήτηση ενέργειας.

Η ενέργεια διαθέσιμη στο αιολικό δυναμικό μεταβάλλεται ανάλογα με τον κύβο του ταχύτητας του ανέμου. Έτσι για παράδειγμα, η κατανομή Weibull αναπαριστά αρκετά καλά την μεταβολή σε ωριαία βάση της ταχύτητας του ανέμου κατά την διάρκεια ενός χρόνου για αρκετές τοποθεσίες. Η κατανομή Reyleigh είναι μια άλλη κατανομή που χρησιμοποιείται σε αντίστοιχες εφαρμογές. Αυτές οι παραλλαγές μπορεί να υπόκεινται όμως και σε ισχυρό παράγοντα

εποχικότητας. Σε χρονικές κλίμακες μικρότερες της μιας περιόδου (εποχής) η ταχύτητα του ανέμου είναι πιο τυχαία και λιγότερο προβλέψιμη.

Όταν αξιολογείται η απόδοση ενός τέτοιου μοντέλου, συνήθη μέτρα καταλληλότητας (goodness-of-fit) δεν υποδεικνύουν αναγκαστικά πόσο καλά προβλέπει ένα μοντέλο τις παραμέτρους της αιολικής ενέργειας. Επιπρόσθετα, η απόδοση αξιολογείται διαφορετικά ανάλογα με τον απώτερο τομέα ενδιαφέροντος {Morgan:2011tn}.

Ο άνεμος δεν φυσάει πάντοτε σε μια δεδομένη τοποθεσία και όταν το κάνει, η ποιότητά του δεν είναι πάντοτε κατάλληλη εκμετάλλευσης. Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η ενεργειακή παραγωγή ενός αιολικού πάρκου σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία σε όλη την αναμενόμενη διάρκεια ζωής του έργου. Το μέγεθος επομένως που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι ο συντελεστής φορτίου (load factor – LF). Η διαφορά μεταξύ μετρούμενης/παραγόμενης ηλεκτρικής ενέργειας και εγκατεστημένης ισχύος/χωρητικότητας αιολικού πάρκου μπορεί να μετρηθεί μέσω του συντελεστή φορτίου. Για την μοντελοποίηση του αβέβαιου συντελεστή φορτίου σε μια οποιαδήποτε γεωγραφική τοποθεσία θα χρησιμοποιηθεί το προτεινόμενο μοντέλο των Abadie and Chamoro που δημοσιεύτηκε στα πλαίσια της μελέτης τους το 2014 {Abadie & Chamoro:2014iz}.

Οι συγγραφείς αναγνωρίζουν τον αβέβαιο χαρακτήρα της αιολικής ενέργειας και το σύνολο των διακοπών παραγωγής (για οποιονδήποτε λόγο: μη ύπαρξη ανέμου, πολύ ισχυρός άνεμος, μηχανικές βλάβες, εργασίες συντήρησης, συμφόρηση δικτύου κ.α.) μοντελοποιείται μέσω της στοχαστικής συμπεριφοράς του συντελεστή φορτίου (load factor – LF) – στην οποία συμπεριλαμβάνεται η ύπαρξη εποχιακού παράγοντα. Το θεωρητικό μοντέλο είναι:

$$F_t = g(t) + F_m + \sigma_w F_m dW_t^W$$

όπου F_t : συντελεστής φορτίου την περίοδο t
 $g(t)$: ντετερμινιστικός παράγοντας εποχικότητας φορτίου
 F_m : μέσος συντελεστής φορτίου σε βάθος χρόνου
 σ_w : τυπική απόκλιση παρουσιαζόμενων συντελεστών φορτίου
 dW_t^W : τυπικό βήμα μιας στοχαστικής διαδικασίας Wiener

Για να μπορέσει να γίνει κατάλληλη μοντελοποίηση και μετέπειτα προσομοίωση του συντελεστή φορτίου ενός αιολικού πάρκου σε επιλεγμένη τοποθεσία θα ξεκινήσουμε μετατρέποντας το παραπάνω μοντέλο σε ένα μοντέλο διακριτού χρόνου:

$$F_{t+\Delta t} = g(t) + F_m + \sigma_w F_m \sqrt{\Delta t} Z_t^W$$

όπου η τ.μ. Z λαμβάνεται από μοναδιαία κανονική κατανομή Gauss $Z \sim N(0,1)$
 Βασισμένοι σε μηνιαία ιστορικά δεδομένα για τον συντελεστή φορτίου στις περιοχές που μας ενδιαφέρουν μπορεί να γίνει υπολογισμός των παραμέτρων $\{g(t), F_m, \sigma_w\}$

ΑΠΟΕΠΟΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ

Όπως είδαμε παραπάνω για να μπορέσουμε να προσομοιώσουμε μελλοντικές τιμές του συντελεστή φορτίου ενός αιολικού πάρκου χρειαζόμαστε τον μηνιαία συντελεστή εποχικότητας, την μέση τιμή του συντελεστή αλλά και την τυπική απόκλιση των εμφανιζόμενων ιστορικών τιμών. Για να λάβουμε αυτές τις αναγκαίες μεταβλητές χρησιμοποιούμε μια μηνιαία χρονοσειρά ιστορικών δεδομένων στην την οποία θα εφαρμόσουμε μια διαδικασία αποεποχικοποίησης (αθροιστική). Αυτό σημαίνει πως θεωρούμε πως η αρχική χρονοσειρά αποτελεί ένα άθροισμα των δεικτών εποχικότητας (δηλαδή των σταθερών εποχιακών τιμών που παρατηρούμε σε κάθε αντίστοιχο μήνα) και μιας τάσης με ενσωματωμένο ένα βαθμό τυχαιότητας.

Πιο συγκεκριμένα θεωρούμε πως η χρονοσειρά των δεδομένων αποτελείται από τα ακόλουθα στοιχεία.

- T_t : μη εποχικός παράγοντας τάσης
- S_t : ντετερμινιστικός παράγοντας τάσης με γνωστό μήκος περιοδικότητας.
- I_t : στοχαστικός ακανόνιστος παράγοντας τυχαιότητας.

Επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε αθροιστική αποσύνθεση, όπου

$$Y_t = T_t + S_t + I_t$$

Διακρίνουμε τα ακόλουθα απαραίτητα βήματα, ενώ παράλληλα δίνουμε μια σύντομη περιγραφή της υλοποίησης τους στο Matlab.

1. Moving Average Trend Estimation

Για να βρούμε την μέση τάση της χρονοσειράς, χρησιμοποιούμε κινητό μέσο όρο μήκος αντίστοιχου με το μήκος της εποχιακότητας (για παράδειγμα, κινητός μέσος όρος 7 παρατηρήσεων για ημερήσια δεδομένα). Επειδή τα δεδομένα λοιπόν που θα χρησιμοποιήσουμε για την προσομοίωση θα είναι μηνιαίες τιμές των συντελεστών φορτίου, ενδείκνυται η χρήση κινητού μέσου όρου (ΚΜΟ) 12 – παρατηρήσεων, δηλαδή ΚΜΟ(12). Ουσιαστικά επειδή έχουμε άρτιο αριθμό παρατηρήσεων, θα γίνει χρήση του Κεντρικού Κινητού Μέσου Όρου (ΚΚΜΟ).

Y : χρονοσειρά παρατηρήσεων

Έτσι θεωρώντας παρατηρήσεις $Y_1, Y_2, \dots, Y_{12}, Y_{13}$, υπολογίζουμε δυο κινητούς μέσους όρους μήκους 12 χωρίς φυσική σημασία όμως

$$T_{6.5} = \frac{1}{12} (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{12})$$
$$T_{7.5} = \frac{1}{12} (Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{13})$$

έπειτα ο ζητούμενος κινητός μέσος όρος μήκους 13 προκύπτει ως η μέση τιμή των παραπάνω

$$T_7 = \frac{1}{2} (T_{6.5} + T_{7.5}) = \frac{1}{24} Y_1 + \frac{1}{12} Y_2 + \dots + \frac{1}{12} Y_{12} + \frac{1}{24} Y_{13}$$

και έτσι κάνοντας επαναλήψεις αυτής της διαδικασίας προκύπτει η μέση τάση Y_S

2. Detrend the Data

Έπειτα αφαιρούμε την τάση από την αρχική σειρά των δεδομένων, αποκτώντας έτσι μια νέα χρονοσειρά που εμπεριέχει ως κύριο χαρακτηριστικό την εποχιακότητα την οποία και θέλουμε να εξάγουμε για να την επαναχρησιμοποιήσουμε μετά.

$$x_t = Y - Y_S$$

Οι τιμές x_t ονομάζονται λόγοι εποχιακότητας.

3. Create seasonal indices - Apply stable seasonal filter

Σε αυτό το σημείο θέλουμε να απαλείψουμε την τυχαιότητα από τους λόγους εποχιακότητας που έχουν υπολογιστεί. Η διαδικασία επιτυγχάνεται με εύρεση της μέσης τιμής των αντίστοιχων λόγων εποχιακότητας, δηλαδή των λόγων που αναφέρονται στις αντίστοιχες χρονικές περιόδους. Έτσι, στην περίπτωση μας που αναφερόμαστε σε μηνιαία δεδομένα, υπολογίζουμε τον μέσο όρο των λόγων εποχιακότητας που αντιστοιχούν στον μήνα Ιανουάριο, κατόπιν το μέσο όρο των λόγων εποχιακότητας που αντιστοιχούν στον Φεβρουάριο κ.ο.κ. Οι υπολογισμένοι μέσοι όροι αποτελούν τους **δείκτες εποχιακότητας** της αρχικής χρονοσειράς. Εάν σχεδιαστεί η χρονοσειρά των δεικτών εποχιακότητας θα παρατηρήσουμε μια επαναλαμβανόμενη χρονοσειρά διάρκειας 12 μηνών, όπως και αναμέναμε.

4. Deseasonalize the series

Εν τέλει αφαιρούμε τον εποχιακό παράγοντα από την αρχική χρονοσειρά των συντελεστών φορτίου.

6.5 Διωνυμικό Δέντρο

Βασικό στοιχείο της μεθόδου MAD που περιγράψαμε και θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε για να αποτιμήσουμε την αξία της επένδυσης σε ένα αιολικό πάρκο είναι η κατασκευή ενός κατάλληλου διωνυμικού πλέγματος που περιγράφει την μελλοντική εξέλιξη του υποκείμενου οικονομικού μεγέθους – στην προκειμένη περίπτωση την χρονική εξέλιξη των προεξοφλημένων ταμειακών ροών του αιολικού πάρκου ή καλύτερα η εξέλιξη της παρούσας αξίας του.

Υπενθυμίζουμε πως η αξία του έργου μπορεί να αυξηθεί είτε να μειωθεί σε κάθε χρονική στιγμή και οι μεταβολές αυτές περιγράφονται με τους συντελεστές ανόδου και καθόδου:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} \quad \text{και} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = \frac{1}{u}$$

Για την κατασκευή του δέντρου χρησιμοποιούνται ακόμα οι ουδέτερες στον κίνδυνο πιθανότητες ανόδου (p) και καθόδου (q), που ορίστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο:

$$p = \frac{\exp(r_f \cdot \delta t) - d}{u - d}, \quad q = 1 - p$$

Κατά αυτό τον τρόπο η αξία στον χρόνο 0 είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των δυο μελλοντικών τιμών πολλαπλασιασμένων με τις αντίστοιχες πιθανότητες πραγματοποίησης, προεξοφλημένες στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου r_f

$$V_0 = (V_u p + V_d(1 - p)) \cdot \exp(-r_f \cdot \delta t)$$

6.5.1 Μοντελοποίηση του διωνυμικού δέντρου

Αφού έγινε κατανοητή η έννοια του διωνυμικού δέντρου, η σημασία του στην αποτίμηση της αξίας του μελετούμενου επενδυτικού έργου αλλά και η σύνδεσή του με τα άλλα στάδια της προτεινόμενης μεθοδολογίας, πρέπει να εξηγήσουμε την απαραίτητη μοντελοποίησή του έτσι ώστε να μπορέσει στην συνέχεια να προσομοιωθεί η εξέλιξή του μέσω μαθηματικού προγράμματος (Matlab).

Θεωρούμε ότι το οικονομικό μέγεθος S την χρονική στιγμή $t = 0$ είναι $S = S_0$. Το δέντρο κατασκευάζεται (επεκτείνεται) μέχρι χρονική στιγμή T , όπου ταυτίζεται με την λήξη των διαθέσιμων δικαιωμάτων επί του έργου. Η διωνυμική μέθοδος μοντελοποιεί (υπολογίζει) την τιμή του οικονομικού μεγέθους μόνο σε διακριτές στιγμές $t = i \Delta t$ για $0 \leq i \leq M$, όπου $T = M \Delta t$.

Με βάση του συντελεστές ανόδου (u) και καθόδου (d), οι δυνατές τιμές που μπορούν να προκύψουν για το οικονομικό τη χρονική στιγμή $t = \Delta t$ είναι $uS_0 = uS$ και $dS_0 = dS$. Αντίστοιχα οι τιμές την χρονική στιγμή $t = 2\Delta t$ θα είναι με την αντίστοιχη λογική u^2S, udS, d^2S . Και γενικότερα την χρονική στιγμή $t = t_i = (i - 1)\Delta t$ υπάρχουν i δυνατές τιμές του οικονομικού μεγέθους:

$$S_n^i = Su^{Nu}d^{Nd} = d^{i-n}u^{(n-1)}S, \quad 1 \leq n \leq i$$

όπου Nu : πλήθος ανοδικών κινήσεων, Nd : πλήθος καθοδικών κινήσεων. Για το λόγο αυτό στο χρόνο λήξης $t = t_{M+1} = T$ υπάρχουν $M+1$ πιθανές τιμές.

6.5.2 Ενσωμάτωση Real Options

Η υλοποίηση ενός επενδυτικού έργου σε ένα αιολικό πάρκο είναι μια σταδιακή επενδυτική διαδικασία όπως έχουμε επεξηγήσει – έχουμε δηλαδή μια περίπτωση σύνθετων σταδιακών δικαιωμάτων που είναι ενσωματωμένα στο επενδυτικό έργο. Κάθε **στάδιο i** της ανάπτυξης του αιολικού πάρκου έχει δικό του **κόστος C_i** , μια συσχετισμένη πιθανότητα επίτευξής του **ps_i** και απαιτούμενη **διάρκεια υλοποίησης T_i** . Για να μπορέσει να γίνει διαθέσιμο ένα στάδιο υλοποίησης, εφόσον μιλάμε για σειριακά στάδια, θα πρέπει πριν να έχει ολοκληρωθεί το προηγούμενο. Συνεπώς μετά την ολοκλήρωση του κάθε σταδίου, ο επενδυτής έχει το δικαίωμα να προχωρήσει άμεσα στην εκκίνηση του επόμενου, να αναμένει μια καλύτερη χρονική στιγμή ή να εγκαταλείψει συνολικά το έργο.

Όπως έχει επεξηγηθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, η επίλυση του διωνυμικού δέντρου ή καλύτερα η ενσωμάτωση των δικαιωμάτων πάνω σε αυτό και η

μετέπειτα αποτίμηση της συνολικής του αξίας μαζί με το σύνολο των αλληλένδετων δικαιωμάτων ξεκινά από το τέλος του δέντρου και βασίζεται σε backtracking. Στην συγκεκριμένη περίπτωση όμως που έχουμε σειριακά σύνθετα δικαιώματα (sequential compound options) για να γίνει κατάλληλη ενσωμάτωση όλων των δικαιωμάτων στην αξία του έργου, ξεκινάμε από το τελευταίο χρονικά και σταδιακά οπισθοδρομώντας προς τον αρχικό κόμβο του δέντρου συνυπολογίζουμε και τα υπόλοιπα δικαιώματα, λαμβάνοντας υπόψη τις κατάλληλες χρονικές στιγμές που γίνονται διαθέσιμα. Ουσιαστικά κατασκευάζεται ένα νέο διωνυμικό δέντρο για κάθε δικαίωμα το οποίο όμως ξεκινά από την ημερομηνία ωρίμανσης του δικαιώματος (δηλαδή την τελευταία χρονική στιγμή που είναι διαθέσιμο) και έχει ως υποκείμενο στοιχείο το διωνυμικό πλέγμα του επόμενου δικαιώματος (δηλαδή του δικαιώματος που αφορά το επόμενο στάδιο υλοποίησης).

Είδη Πραγματικών Δικαιωμάτων

Ένα πολύ σημαντικό στάδιο της αποτίμησης της αξίας του επενδυτικού έργου σε ένα αιολικό πάρκο είναι η αναγνώριση των διαθέσιμων δικαιωμάτων που εμπεριέχονται στην υλοποίησή του. Όπως έχουμε ήδη επεξηγήσει αναλυτικά σε προηγούμενο κεφάλαιο η αξία ενός αιολικού πάρκου είναι στην πραγματικότητα πολύ μεγαλύτερη από αυτή που εκτιμάται μέσω συμβατικών μεθόδων αποτίμησης (discounted cash flow methods) καθώς αυτές αμελούν της αξία της ευελιξίας και δυνατότητα εκμετάλλευσης προς όφελος του επενδυτή των αβεβαιοτήτων που εμπεριέχονται στην υλοποίηση του έργου.

Έχοντας κατά νου τις αβεβαιότητες που επηρεάζουν την υλοποίηση, τα μελλοντικά έσοδα και έξοδα του αιολικού πάρκου αναγνωρίζουμε τα ακόλουθα πραγματικά δικαιώματα προαίρεσης:

- **Δικαίωμα Εγκατάλειψης (Option to abandon):** Το έργο μπορεί να εγκαταλειφθεί σε οποιοδήποτε στάδιο της υλοποίησης πριν την εκκίνηση λειτουργίας – η συνδεόμενη αξία αυτού του δικαιώματος, είναι η δυνατότητα αποφυγής μεγαλύτερων απωλειών από τα επόμενα επενδυτικά στάδια σε περίπτωση που η αναμενόμενη κατάσταση της αγοράς αποδειχθεί μη ευνοϊκή. Αυτό είναι το αντίστοιχο σε χρηματοοικονομικούς όρους ενός αμερικανικού δικαιώματος.
- **Σειριακό Δικαίωμα Αγοράς (Sequential Call Option):** Με την ολοκλήρωση κάθε επενδυτικού σταδίου, ο επενδυτής διαθέτει το δικαίωμα να αποφασίσει εάν θέλει ή όχι να επενδύσει στο επόμενο στάδιο της διαδικασίας. Σε χρηματοοικονομικούς όρους είναι το αντίστοιχο ενός Αμερικανικού Δικαιώματος αγοράς, καθώς μπορεί να εξασκηθεί σε κάθε χρονική στιγμή μέχρι την ημερομηνία λήξης του δικαιώματος.

- **Δικαίωμα Αναβολής (Option to wait):** Ο επενδυτής έχει χρονικό περιθώριο να καθυστερήσει την έναρξη υλοποίησης του κάθε σταδίου αφού ολοκληρωθεί το προηγούμενο. Η αξία αυτού του διαθέσιμου δικαιώματος συνδέεται με την αβεβαιότητα των προβλεπόμενων ταμειακών ροών για κάθε χρονική περίοδο. Ο επενδυτής σε κάθε χρονική στιγμή συγκρίνει την αξία άμεσης επένδυσης στο επόμενο στάδιο, την αξία συνολικής εγκατάλειψης του συνολικού επενδυτικού σχεδίου και μη ανάληψης των επόμενων σταδίων (δηλαδή αποκομίζουσα αξία = 0) και την αξία αναμονής των επόμενων πιθανών τιμών των ταμειακών ροών του μοντελοποιημένου με διωνυμικό δέντρο έργου.

Οι κανόνες μεγιστοποίησης

- **ΤΕΛΙΚΟΙ ΚΟΜΒΟΙ:**

$$V_T = \text{MAX}\{[\text{Value of immediate investment}; 0]\} = \text{MAX}\{[S(i, j) - I; 0]\}$$

- **ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΙ ΚΟΜΒΟΙ:**

$$V_t = \text{MAX}\{[\text{immediate investment in stage; wait for 1 period}; 0]\} = \text{MAX}\{[S(i, j) - C_{\text{stage } i}; (V_u p + V_d(1 - p)) \cdot \exp(-r_f \cdot \delta t); 0]\}$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Abadie, L. & Chamorro, J., 2014. Valuation of Wind Energy Projects: A Real Options Approach. *Energies*, 7(5), pp.3218–3255.
- Amico, M., Pasek, Z.J. & Asl, F., 2003. A new methodology to evaluate the real options of an investment using binomial trees and Monte Carlo simulations. *Audio, Transactions of the IRE Professional Group on*, 1, pp.351–351.
- Augusto, F., 2010. ***Real Options (Modeling) in Renewable Energy***
- Baxter, B., Computational Finance using MATLAB. pp.1–26.
- Borison, A., 2005a. A Response to “Real Options: Meeting the Georgetown Challenge.” *Journal of Applied Corporate Finance*, 17(2), pp.52–54.
- Borison, A., 2005b. Real Options Analysis: Where Are the Emperor's Clothes? *Journal of Applied Corporate Finance*, 17(2), pp.17–31.
- Brach, M.A., 2003. *Real Options in Practice*, John Wiley & Sons.
- Brandão, L.E. & Dyer, J.S., 2005. Decision analysis and real options: A discrete time approach to real option valuation. *Annals of Operations Research*.
- Brandimarte, P., 2006. *Numerical Methods in Finance and Economics*, Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Brigo, D. et al., 2008. A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management. *arXiv.org*, q-fin.RM, p.4210.
- Chan, N.H. & Wong, H.Y., 2013. *Handbook of Financial Risk Management*, Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.
- Copeland, T. & Tufano, P., 2004b. A real-world way to manage real options. *Harvard business review*.
- Copeland, T.E. & Antikarov, V., 2005. Real Options: Meeting the Georgetown Challenge. *Journal of Applied Corporate Finance*, 17(2), pp.32–51.
- Copeland, T.E. & Antikarov, V., 2003. *Real Options*, Texere Publishing.
- Cox, J.C., Ross, S.A. & Rubinstein, M., 1979. Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial Economics*, 7(3), pp.229–263.
- Culot, M., 2003. An integrated affine jump diffusion framework to manage power portfolios in a deregulated market. *These presentee en vue de l'obtention du ...*
- Deng, S., Regulation, P.O.W.E.University of California Energy Institute, 2000. *Stochastic Models of Energy Commodity Prices and Their Applications*,
- Forsyth, P., 2014. An Introduction to Computational Finance Without Agonizing Painc Peter Forsyth 2014. pp.1–114.
- Gedra, T.W. & Varaiya, P.P., 1993. Markets and pricing for interruptible electric power. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(1), pp.122–128.
- Higham, D.J., 2002. Nine Ways to Implement the Binomial Method for Option Valuation in MATLAB. *SIAM Review* (), 44(4), pp.661–677.
- Kamat, R. & Oren, S.S., 2002. Exotic Options for Interruptible Electricity Supply Contracts. *Operations Research*, 50(5), pp.835–850.
- Lucia, J.J. & Schwartz, E.S., 2002. Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of derivatives research*, 5(1), pp.5–50.

- Mack, I.M., 2014. *Energy Trading and Risk Management*, Chichester, UK: John Wiley & Sons.
- Méndez, M., Goyanes, A. & Lamothe, P., 2009. Real options valuation of a wind farm. *Universia Business Review*.
- Michael Mastro, P., 2013. *Financial Derivative and Energy Market Valuation*, Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.
- Morgan, E.C. et al., 2011. Probability distributions for offshore wind speeds. *Energy Conversion and Management*, 52(1), pp.15–26.
- Mun, J., 2006. *Modeling Risk*, John Wiley & Sons, Inc.
- Mun, J., 2003. *Real Options Analysis Course*, John Wiley & Sons.
- Mun, J., 2012. *Real Options Analysis*, John Wiley & Sons.
- Oren, S.S., 2001. Integrating real and financial options in demand-side electricity contracts. *Decision Support Systems*, 30(3), pp.279–288.
- Pachamanova, D.A. & Fabozzi, F.J., 2015. Simulation and Optimization in Finance + Web Site: Modeling with MATLAB, @RISK, or VBA. pp.1–787.
- Pedraz, C.G., 2005. Pricing Electricity Derivatives Under One Factor Affine Processes. *uv.es*
- Schwartz, E.S., 1997. The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. *The journal of finance*, 52(3), pp.923–973.
- Seifert, J. & Uhrig-Homburg, M., 2007. Modelling jumps in electricity prices: theory and empirical evidence. *Review of derivatives research*.
- Soumare, I., Huynh H. T., Lai V. S. , 2012. Stochastic Simulation and Applications in Finance with MATLAB Programs, Wiley Finance, pp.1–356.
- Steele, D., 2015. Modelling spot and forward prices for energy companies. pp.1–76.
- Triantis, A., 2005. Realizing the Potential of Real Options: Does Theory Meet Practice? *Journal of Applied Corporate Finance*, 17(2), pp.8–16.
- Trigeorgis, L., 1996. *Real Options*, MIT Press.
- Villaplana, P., 2003. Pricing Power Derivatives: A Two-Factor Jump-Diffusion Approach. *SSRN Electronic Journal*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΣ ΣΕ ΑΙΟΛΙΚΟ ΠΑΡΚΟ

7.1 Περιγραφή της Μελέτης

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε την διαδικασία ανάπτυξης αιολικών πάρκων 20MW σε διαφορετικές χώρες της Ευρώπης. Η αξιολόγηση των υπό μελέτη επενδυτικών σχεδίων θα γίνει με την χρήση της μεθοδολογίας των Real Options που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο και η προκύπτουσα αξία θα συγκριθεί με αυτή που προκύπτει μέσω της παραδοσιακής μεθόδου της Καθαρής Παρούσας Αξίας.

Η διαδικασία ανάπτυξης ενός αιολικού πάρκου αποτελείται από διακριτά βήματα με σημαντικά χρονικά και οικονομικά κόστη, που προηγούνται της τελικής αγοράς των ανεμογεννητριών και εγκατάστασης του πάρκου. Με χρήση της μεθόδου των Real Options θα εξετάσουμε την ύπαρξη & αξία της διαχειριστικής ευελιξίας κατά την διάρκεια της διαδικασίας ανάπτυξης, σε διάφορες Ευρωπαϊκές χώρες με στόχο να αποφανθούμε για το επίπεδο της υποεκτίμησης της αξίας τέτοιων έργων μέσω της ΚΠΑ αλλά ταυτόχρονα και να συγκρίνουμε την αξία ενός αιολικού πάρκου για ένα επενδυτή που εξετάζει την καλύτερη χώρα για να πραγματοποιήσει την επένδυσή του. Διαφοροποίηση μεταξύ των χωρών έχουμε στους ακόλουθους παράγοντες που θα επηρεάσουν τα τελικά αποτελέσματα:

- Απαιτούμενοι Χρόνοι & κόστη των διαδικασιών κατά την ανάπτυξη του αιολικού πάρκου
- Συνολικό επενδυτικό κόστος
- Κόστη Λειτουργίας και Συντήρησης κατά την διάρκεια ζωής του έργου (O&M costs)
- Τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας στο δίκτυο
- Συντελεστές χωρητικότητας των αιολικών πάρκων ανάλογα με την χώρα εγκατάστασης
- Μέτρα στήριξης των επενδύσεων σε αιολικά έργα που είναι σε ισχύ (θα μελετήσουμε μόνο FIT, FIP)
- Επιτόκιο 10ετών ομολόγων κάθε χώρας

Η μελέτη και η αξιολόγηση της επένδυσης στο αιολικό πάρκο των 20MW, που θα αποτελείται από 10 ανεμογεννήτριες των 2MW η καθεμία, θα πραγματοποιηθεί σε 7 ευρωπαϊκές χώρες: Denmark, France, Germany, Ireland, Spain, Sweden, United Kingdom.

7.2 Δεδομένα Μελέτης

Για την αναγωγή σε Καθαρή Παρούσα αξία θα χρησιμοποιηθεί τιμή WACC που σύμφωνα με τη IRENA αποτελεί μια μέση τιμή σύμφωνα με στατιστικά στοιχεία:

$$\text{WACC} = 7.5\%$$

Για τιμές του επιτοκίου απαλλαγμένου από τον κίνδυνο (risk-free rate) θα λάβουμε τις τιμές των 10ετών ομολόγων για κάθε μια από τις χώρες που μας ενδιαφέρουν:

Risk-Free Rate r_f	
	10y government bond spreads
DENMARK	1.16%
FRANCE	1.28%
GERMANY	0.90%
IRELAND	1.67%
SPAIN	2.14%
SWEDEN	0.86%
UNITED KINGDOM	2.09%

Σύμφωνα με το site **RES Legal Europe** οι πιο πρόσφατοι μηχανισμοί στήριξης (wind support schemes) από τις δυο κατηγορίες που μας ενδιαφέρουν συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα:

WIND ENERGY Support Schemes		
	FIT	FIP
DENMARK		0.033€/KWh+electr. Price (max=0.083€/KWh)
FRANCE	0.082 €/KWh	
GERMANY	0.0495-0.089€/KWh (-20%)	
IRELAND	0.072 €/KWh	
SPAIN		
SWEDEN		
UNITED KINGDOM	0.039 €/KWh (>1.5MW)	

Διαδικασία Ανάπτυξης Αιολικού Πάρκου

Για τις ανάλυσή μας θα θεωρήσουμε δυο διαφορετικές εκδοχές υλοποίησης της διαδικασίας ανάπτυξης του αιολικού πάρκου. Σε κάθε μια από τις δυο περιπτώσεις θεωρούμε πως της κατασκευής του πάρκου και των υποδομών του προηγούνται διαδικασίες που αφορούν την έκδοση αδειών κατασκευής και αδειών σύνδεσης στο δίκτυο. Στην **1^η περίπτωση** θεωρούμε ότι οι διαδικασίες γίνονται σειριακά



Αντίθετα στη **2^η περίπτωση** θεωρούμε τις δυο διαδικασίες ως μια ενιαία, που προηγείται της εγκατάστασης και κατασκευής του αιολικού πάρκου.



Ιδιαίτερη σημασία όπως τονίσαμε παραπάνω έχουν οι **απαιτούμενες διαδικασίες** πριν την εγκατάσταση και έναρξη λειτουργίας του αιολικού πάρκου. Εδώ βασιζόμενοι στην μελέτη του 2010 του EWA, Wind Barriers, συνοψίζουμε στον πίνακα τις τιμές διάρκειας και κόστους που μας ενδιαφέρουν. Το % κόστους αναφέρεται επί του συνολικού κόστους της επένδυσης (δεν περιλαμβάνει κόστη λειτουργίας & συντήρησης):

	<i>Total Lead Time (months)</i>	Administrative Procedure		Grid Access Procedure	
		<i>LT(≈)</i>	<i>Cost</i>	<i>LT(≈)</i>	<i>Cost</i>
DENMARK	34.46 ≈ 34	32	1.7%	2	1.4%
FRANCE	34.02 ≈ 34	30	1.9%	6	3.5%
GERMANY	55.15 ≈ 55	30	5.0%	7	6.5%
IRELAND	55.59 ≈ 56	33	2.2%	31	7.5%
SPAIN	76.08 ≈ 76	58	4.2%	34	7.5%
SWEDEN	37.80 ≈ 38	28	4.0%	23	1.0%
UK	25.88 ≈ 26	27	3.0%	8	5.2%
EU - 27	54.80 ≈ 26	42	2.9%	26	5.13%

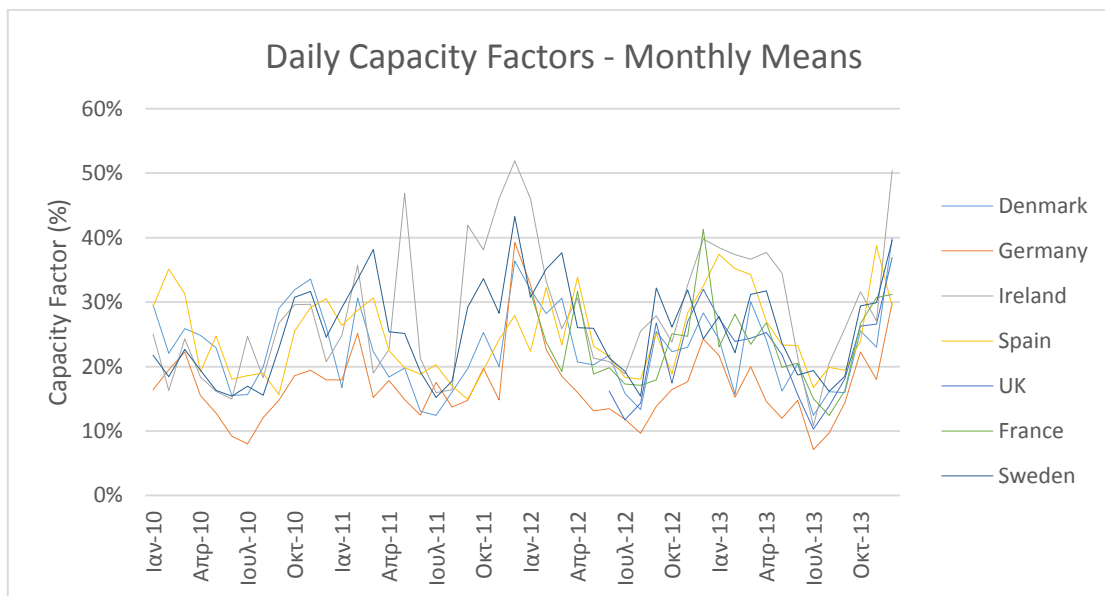
Μεγάλη σημασία έχουν και τα συνολικά **κόστη εγκατάστασης** αλλά και τα **κόστη έπειτα διαχείρισης και συντήρησης** του αιολικού πάρκου σε κάθε μια από τις μελετούμενες χώρες. Εδώ οι τιμές έχουν συλλεχθεί από αρκετές διαφορετικές, κρατώντας κάθε φορά την πιο πρόσφατη, αλλά κυρίως στις περίπτωση του εκάστοτε κόστους συντήρησης και λειτουργίας δεν υπάρχουν σαφή δεδομένα λόγω της δυσκολίας μέτρησης και συλλογής τους – εδώ θα λάβουμε τις τιμές από την πιο πρόσφατη μελέτη της IRENA 2014.

Όσον αφορά το συνολικό κόστος επένδυσης σε κάθε χώρα, θεωρούμε ως αρχική τιμή για την έναρξη της μελέτης την πιο πρόσφατη που βρέθηκε διαθέσιμη και από εκεί και έπειτα για τους λόγους της προσομοίωσης θεωρούμε πως αυξάνεται κάθε χρόνο ανάλογα με τον ρυθμό πληθωρισμού. Χρησιμοποιήσαμε μια κοινή τιμή 3% για όλες τις χώρες.

	Total Project Cost (€/kW)	O&M Costs	
		Variable Cost (VC) (€/kWh)	Fixed Cost (FC) (€/kW)
DENMARK	1240 (IEA 2012)	0.0115-0.0143 (IRENA 2014)	
FRANCE	1556 (IRENA 2014)	0.0151-0.0226 (IRENA 2014)	

GERMANY	1506 (IRENA 2014)	0.0151-0.0226 (IRENA 2014)	
IRELAND	1550 (IEA 2013)	0.0151-0.0226 (IRENA 2014)	
SPAIN	1200 (IEA 2013)	0.0214 (IRENA 2014)	
SWEDEN	1400 (IEA 2012)	0.0079 – 0.0262 (IRENA 2014)	
UK	1412 (IRENA 2014)	0.0151-0.0226 (IRENA 2014) 0.012 – 0.015 (IEA 2013)	

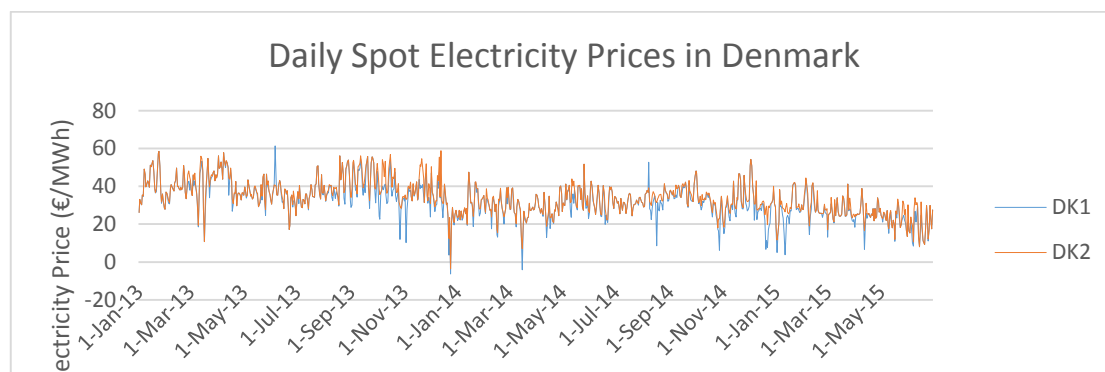
Συλλέξαμε δεδομένα για τους μέσους μηνιαίους συντελεστές χωρητικότητας σε αιολικά πάρκα σε κάθε μια από τις χώρες σε διάρκεια 3 ετών (2010 – 2013), τα οποία εν συνεχεία θα χρησιμοποιήσουμε στην μοντελοποίηση και προσομοίωση των αντίστοιχων τιμών τους στο μέλλον βάση των μαθηματικών μοντέλων που έχουμε ήδη παρουσιάσει σε προηγούμενο κεφάλαιο.



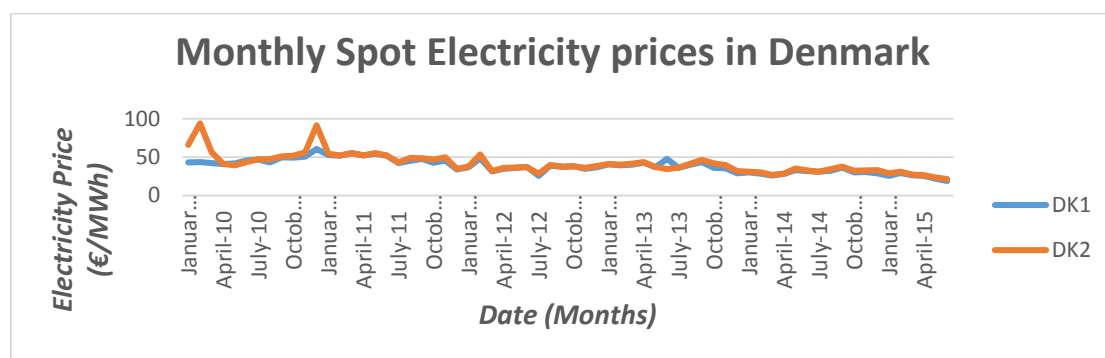
Σχήμα 7.1: Ιστορικά Δεδομένα Μηνιαίων Συντελεστών Φορτίου αιολικών πάρκων

Τέλος παραθέτουμε για κάθε μια από τις 7 χώρες τα ιστορικά δεδομένα που συλλέχθηκαν για τις ημερίσιες αλλά και μέσες μηνιαίες τιμές spot ηλεκτρικής ενέργειας που συλλέχθηκαν.

DENMARK

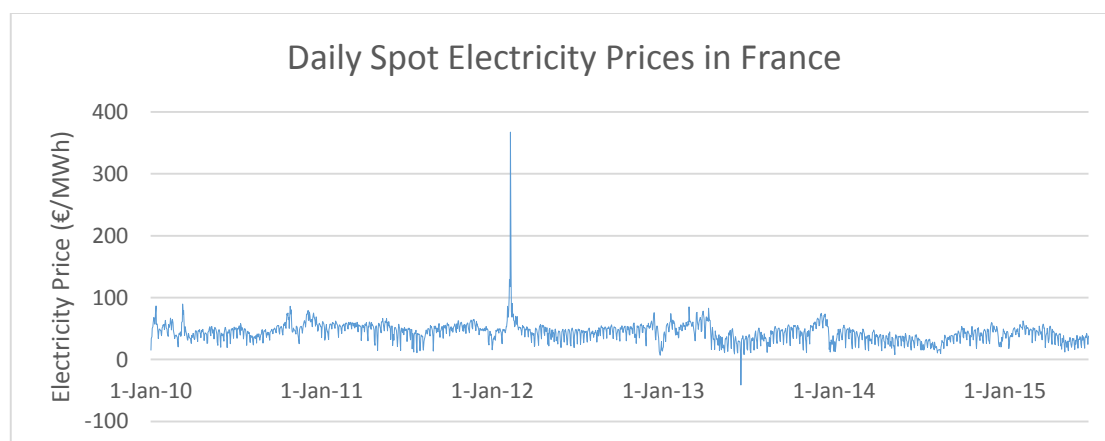


Σχήμα 7.2: Ιστορικές ημερήσιες τιμές πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Δανία

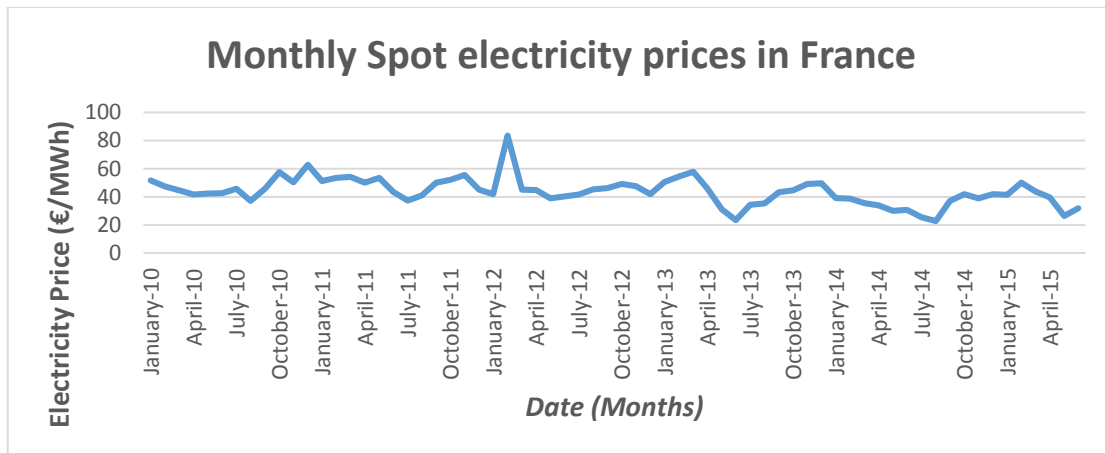


Σχήμα 7.3: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Δανία

FRANCE

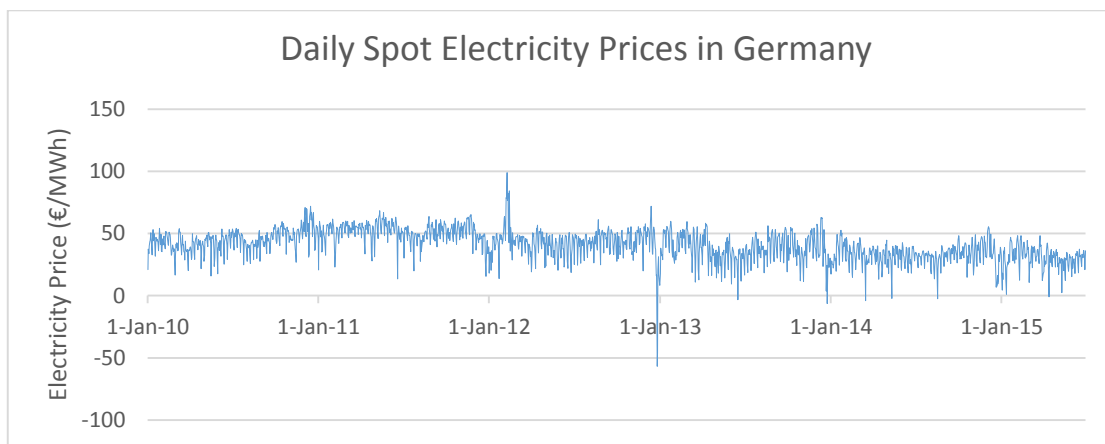


Σχήμα 7.4: Ιστορικές ημερήσιες τιμές πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Γαλλία

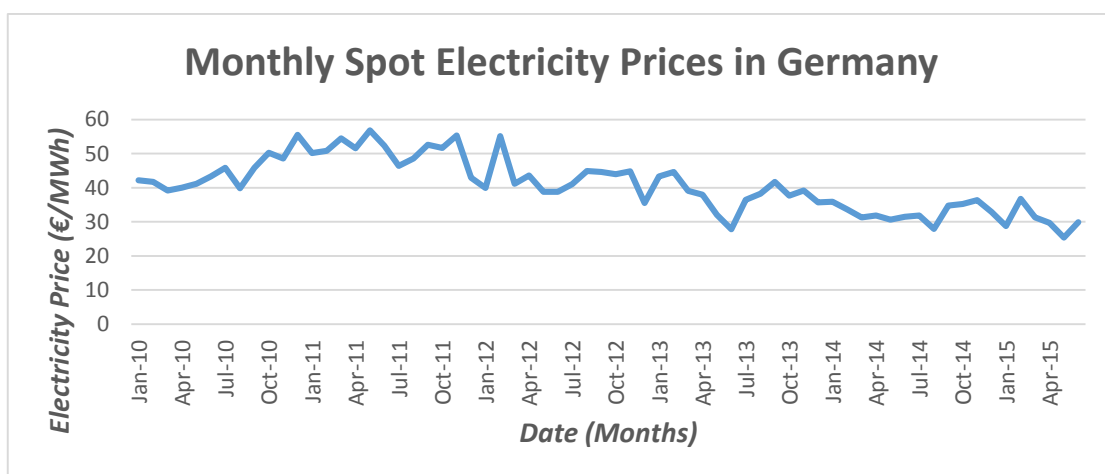


Σχήμα 7.4: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Γαλλία

GERMANY

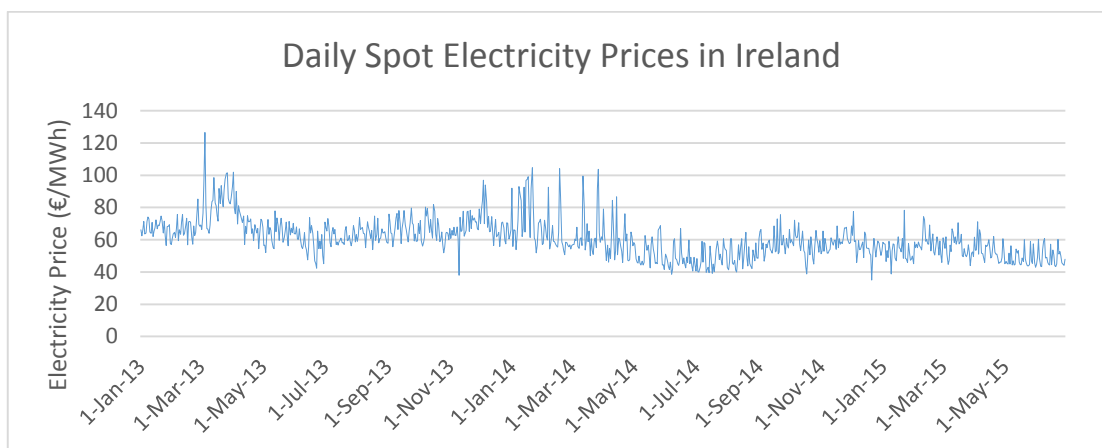


Σχήμα 7.5: Ιστορικές ημερήσιες τιμές πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Γερμανία

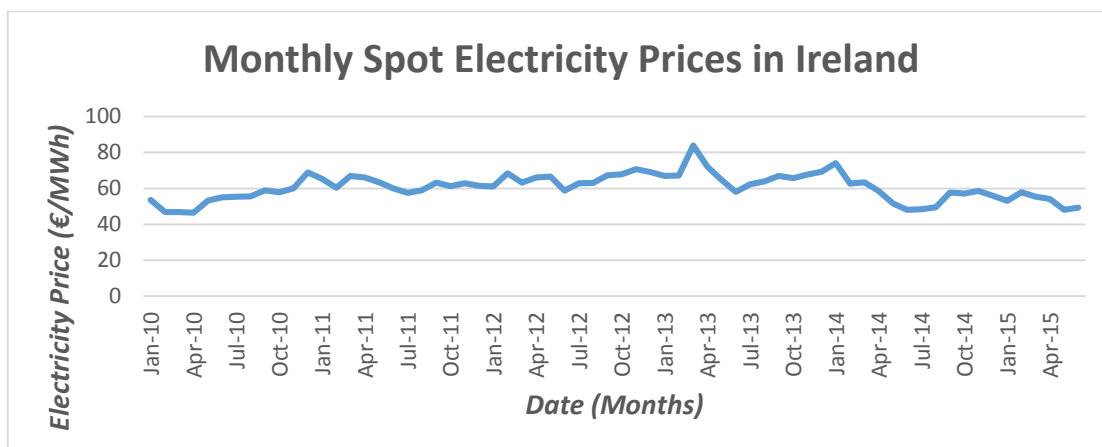


Σχήμα 7.6: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Γερμανία

IRELAND

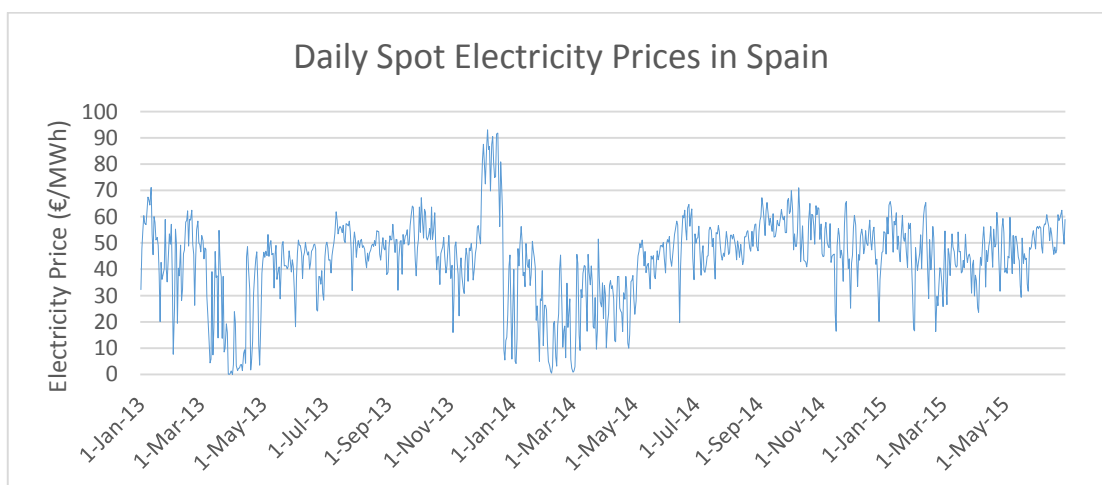


Σχήμα 7.7: Ιστορικές ημερήσιες τιμές πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Ιρλανδία

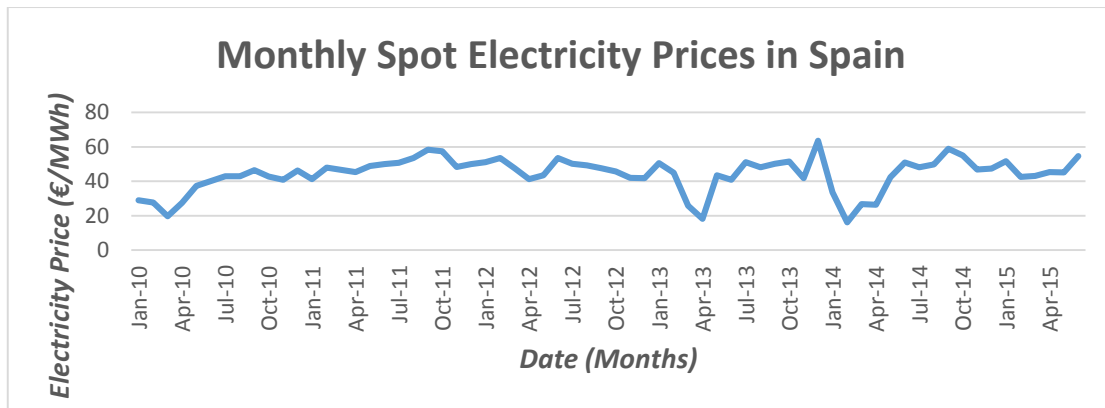


Σχήμα 7.8: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Ιρλανδία

SPAIN

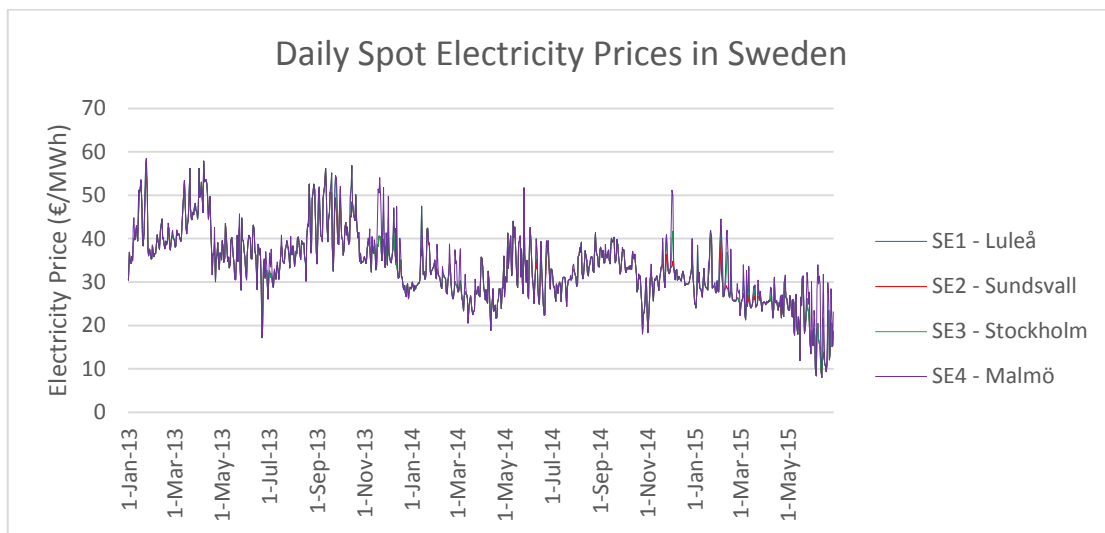


Σχήμα 7.9: Ιστορικές ημερήσιες τιμές πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Ισπανία

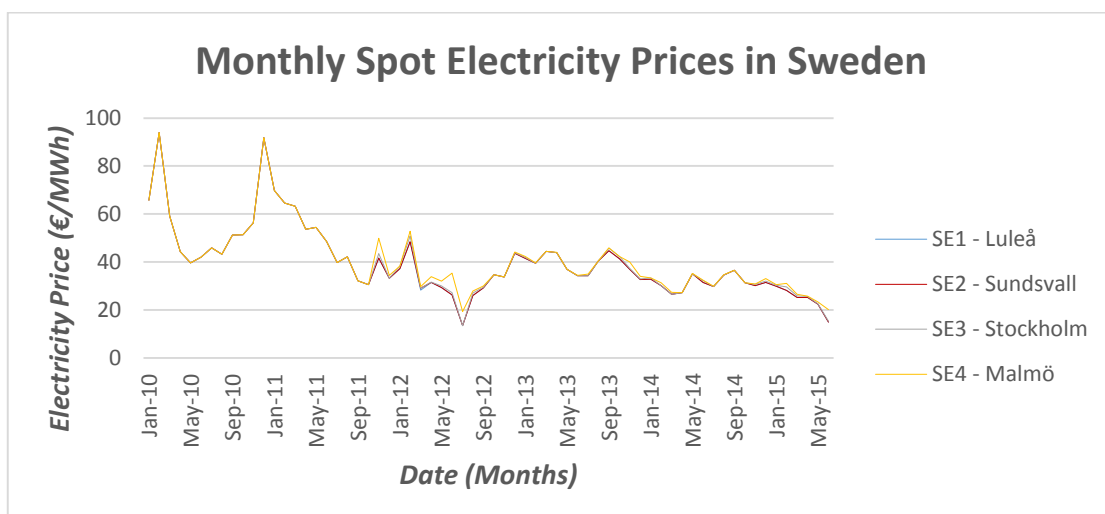


Σχήμα 7.10: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Ισπανία

SWEDEN

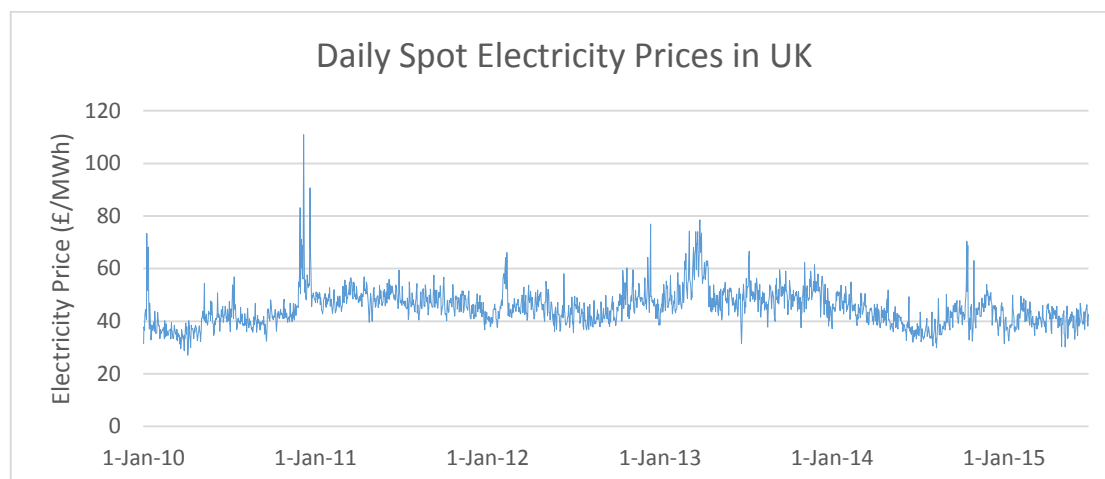


Σχήμα 7.11: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Σουηδία

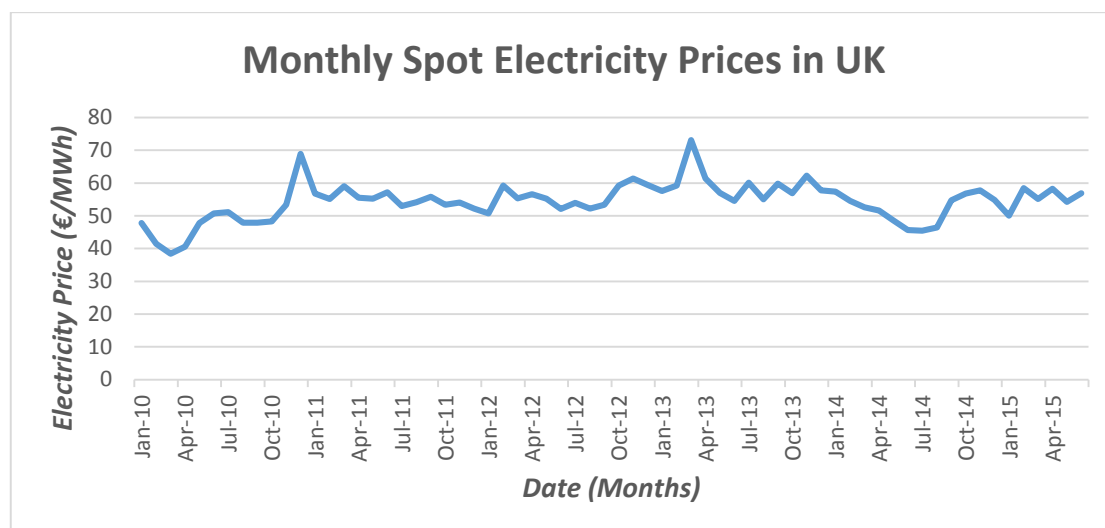


Σχήμα 7.12: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Σουηδία

UNITED KINGDOM



Σχήμα 7.13: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Αγγλία



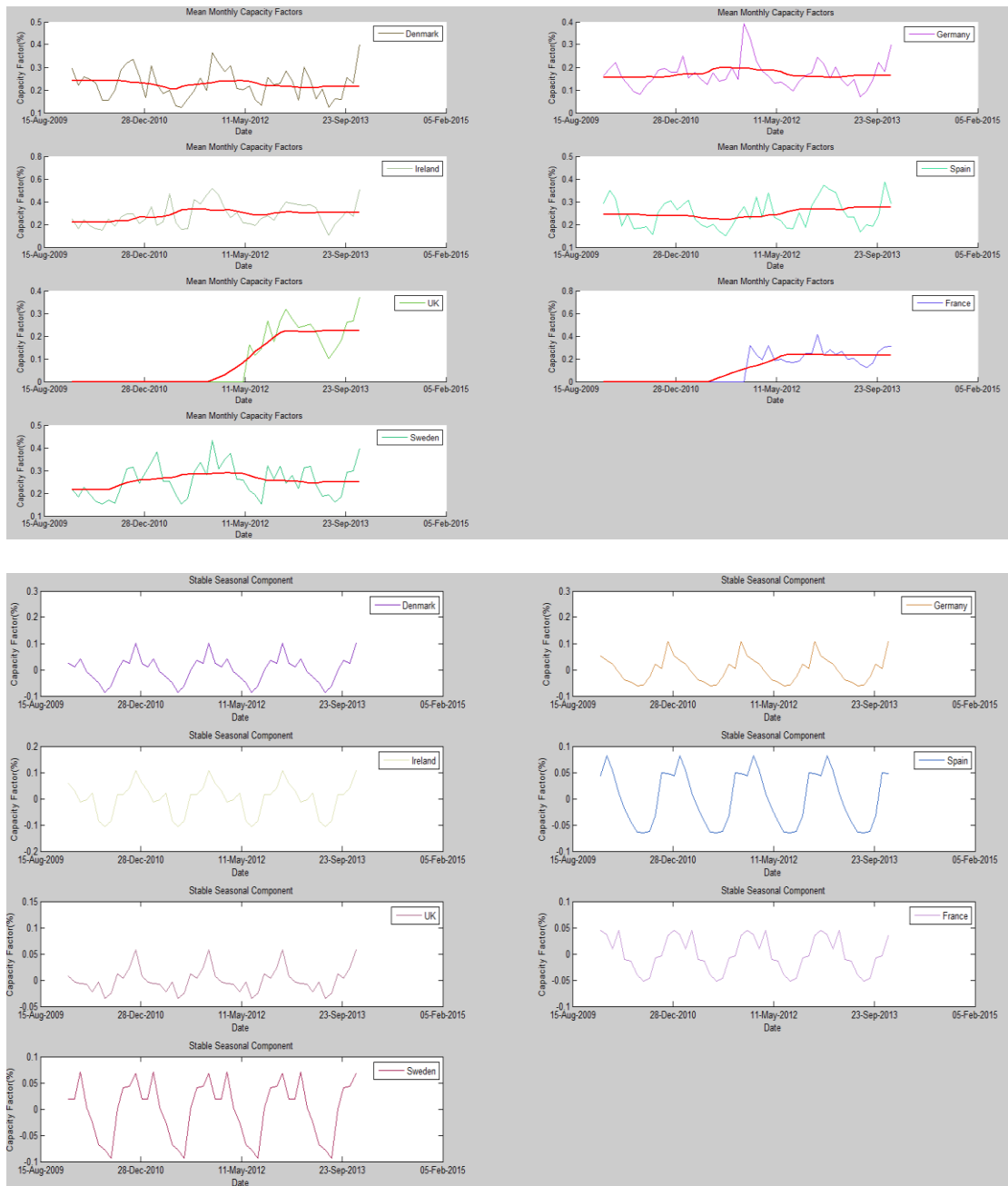
Σχήμα 7.14: Ιστορικές μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης ηλ. Ενέργειας στην Αγγλία

7.3 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων

Σε αυτή την παράγραφο θα παραθέσουμε αποτελέσματα των προσομοιώσεων από το MATLAB μαζί με σύντομο σχολιασμό των βημάτων και των αποτελεσμάτων. Θεωρούμε **20έτη τον μέσο χρόνο λειτουργίας** των πάρκων. Σε όλες τις προσομοιώσεις γίνονται 10.000 επαναλήψεις.

7.3.1 Συντελεστής Χωρητικότητας

Αρχικά θα πρέπει να αναλύσουμε τα μηνιαία δεδομένα έτσι ώστε να εξάγουμε τους εποχιακούς δείκτες και την long term μέση τιμή.



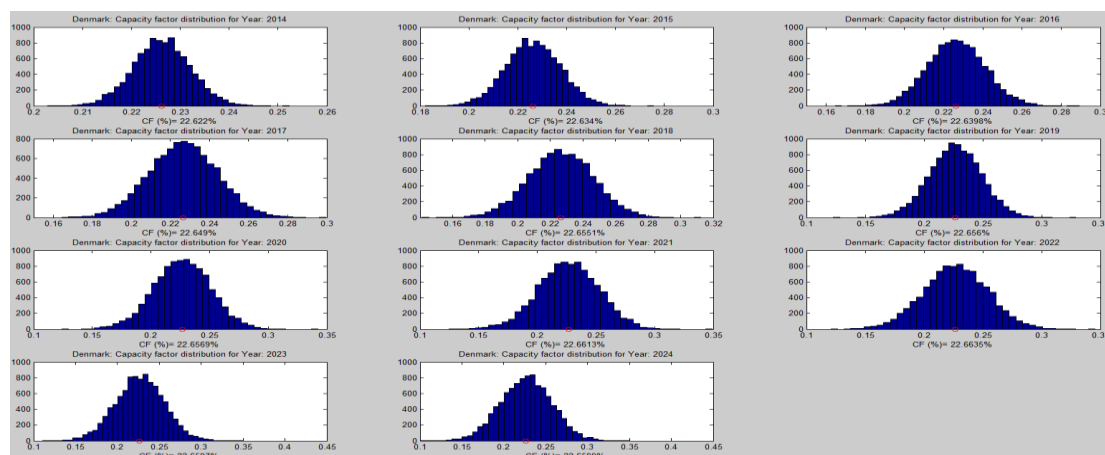
Σχήμα 7.15: Ανάλυση χρονοσειρών συντελεστή φορτίου και εξαγωγή εποχιακών συντελεστών

Έπειτα γίνονται προσομοιώσεις βάση του μοντέλου των Abadie και Chamorro που έχουμε περιγράψει για κάθε μήνα για τα επόμενα 20 έτη δυνητικής λειτουργίας του πάρκου και παρουσιάζονται για εποπτικούς σκοπούς οι κατανομές της μέσης τιμής κάθε έτους.

Συγκεκριμένα προσομοιώνουμε την τιμή του συντελεστή χωρητικότητας για τα επόμενα 22 έτη, καθώς τα δεδομένα μας είναι μέχρι το 2013, ενώ έπειτα τα δεδομένα για τις τιμές ηλεκτρικής ενέργειας είναι μέχρι το 2015.

Παραθέτουμε ενδεικτικά τις ετήσιες κατανομές πιθανότητας για τα πρώτα 11 έτη.

DENMARK



Σχήμα 7.16: Πιθανοτική κατανομή ετήσιων συντελεστών φορτίου σε αιολικά πάρκα στην Δανία που προέκυψε από συνδεση πιθανοτικών κατανομών μηνιαίων συντελεστών φορτίου.

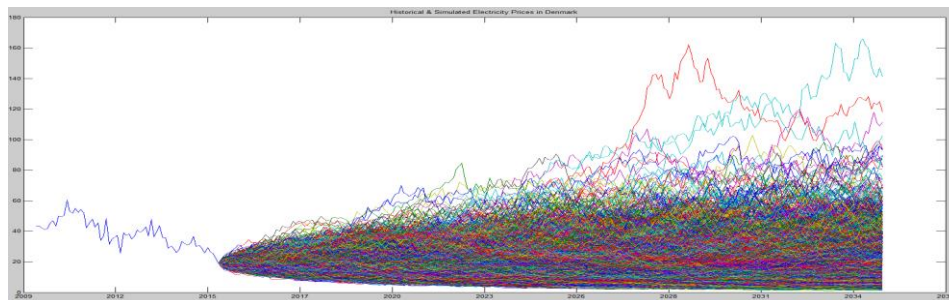
7.3.2 Τιμή Πώλησης Ηλεκτρικής Ενέργειας

Βασιζόμενοι στις μέσες μηνιαίες τιμές πώλησης την ηλεκτρικής ενέργειας σε κάθε χώρα, προσομοιώνουμε τις μελλοντικές τιμές πώλησης κάθε μήνα για τα επόμενα 20 έτη σε κάθε μια από τις 7 χώρες. Και πάλι χρησιμοποιούνται 10.000 επαναλήψεις της μεθόδου Monte Carlo. Συγκεκριμένα θα δοθούν τα αποτελέσματα βασισμένα σε παραπάνω από ένα μοντέλα στοχαστικών ανελίξεων:

- **Geometric Brownia Motion (GBM)**
- **Mean-reverting Process** που γίνεται calibrated με
 - simple regression (απλή παλινδρόμηση)
 - least squares (μέθοδος των ελάχιστων τετραγώνων)
- **Mean-reverting Process with Jumps**

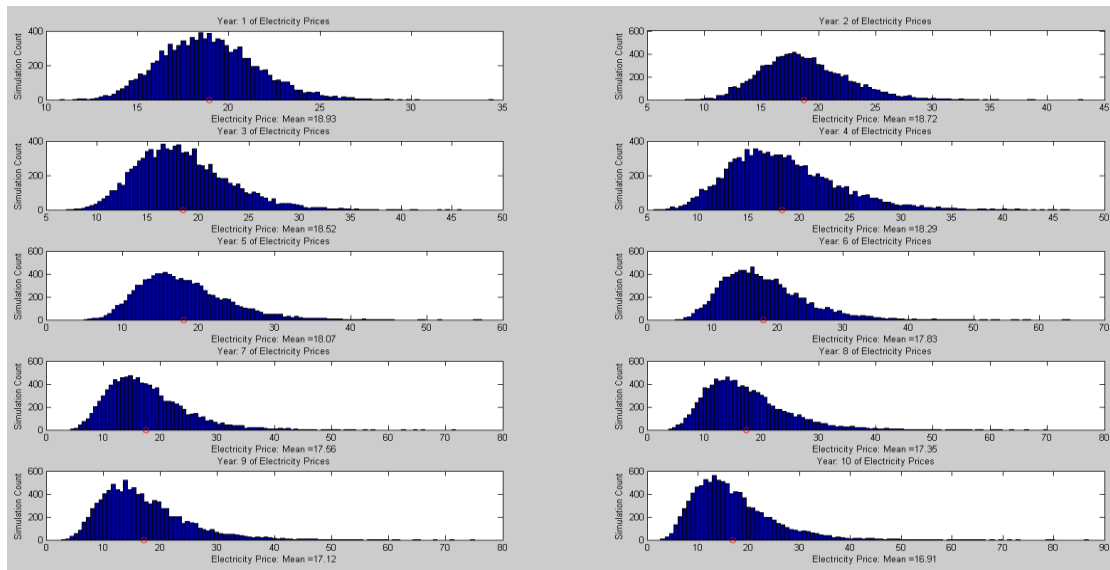
DENMARK

Geometric Brownia Motion (GBM)

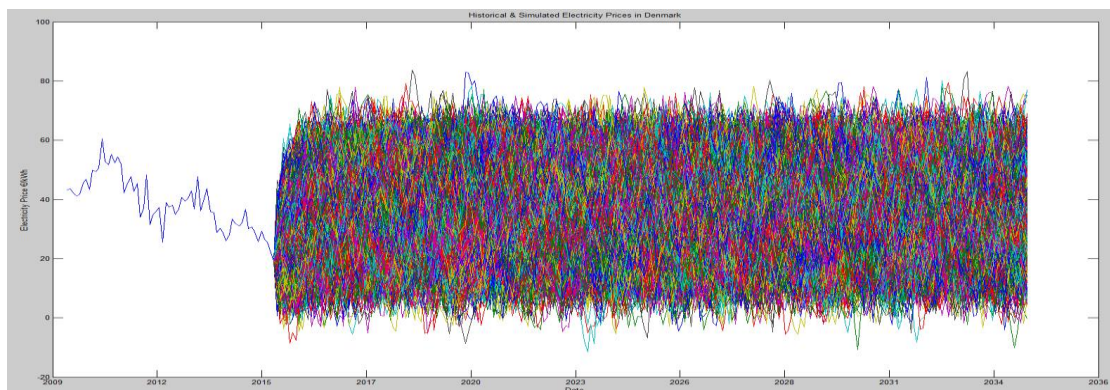


Σχήμα 7.17: Στοχαστική εξέλιξη της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας στην Δανία βάση μοντέλου GBM

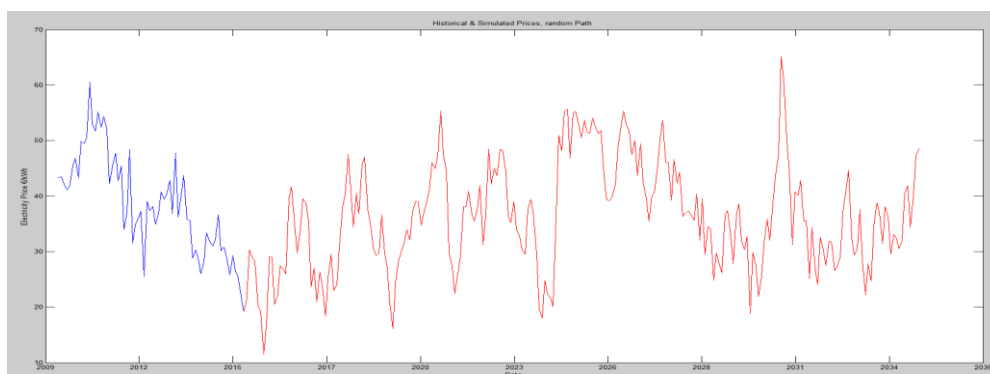
Πάλι ενδεικτικά παρουσιάζεται η ετήσια πιθανοτική κατανομή της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας για τα 10 πρώτα έτη προσομοίωσης.



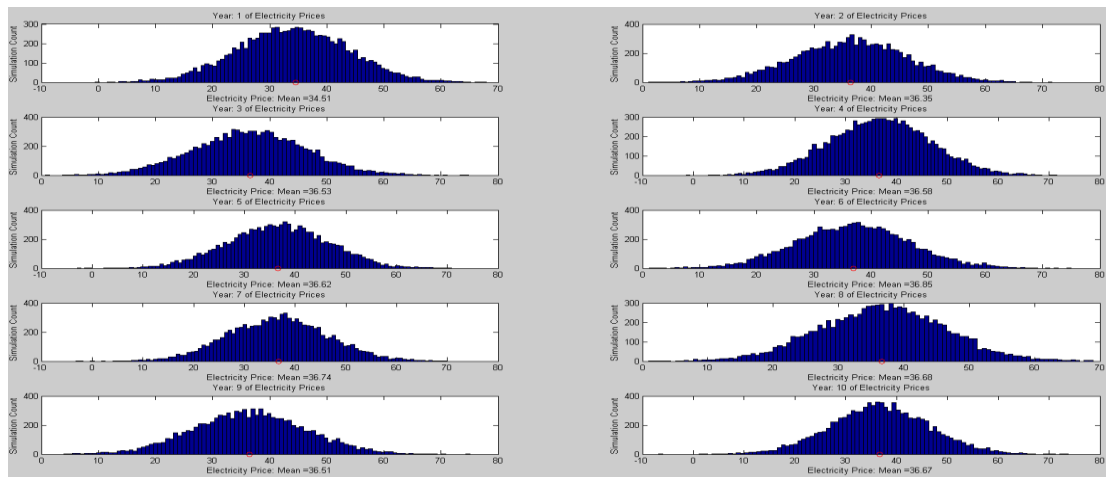
Mean-reverting Process που γίνεται calibrated με simple regression (απλή παλινδρόμηση)



Σχήμα 7.19: Στοχαστική εξέλιξη της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας στην Δανία βάση μοντέλου mean reverting με calibration simple regression

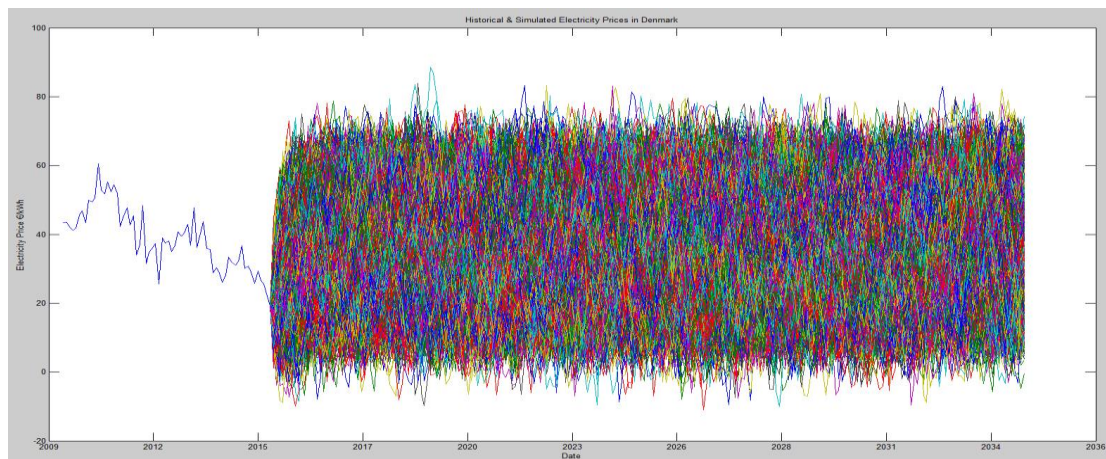


Σχήμα 7.20: Παράδειγμα στοχαστικής εξέλιξης της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας στην Δανία βάση μοντέλου mean reverting με calibration simple regression

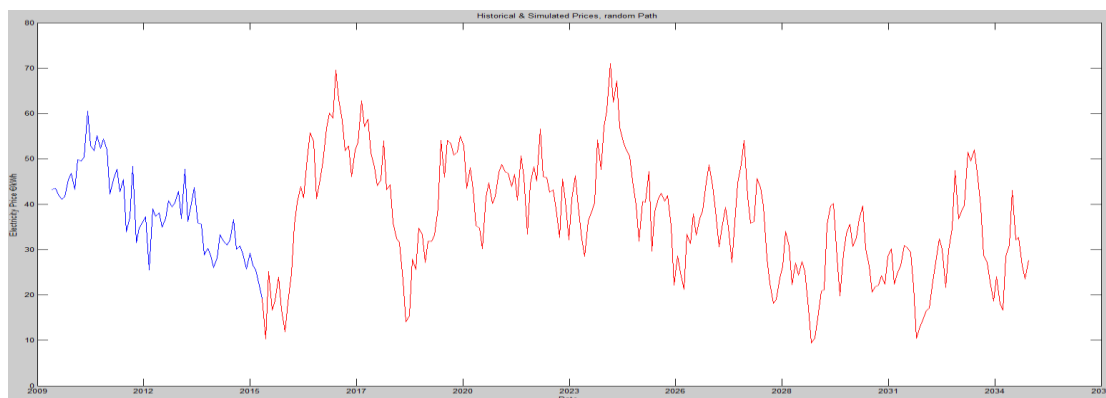


Σχήμα 7.21: Πιθανοτική κατανομή ετήσιων τιμών πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας

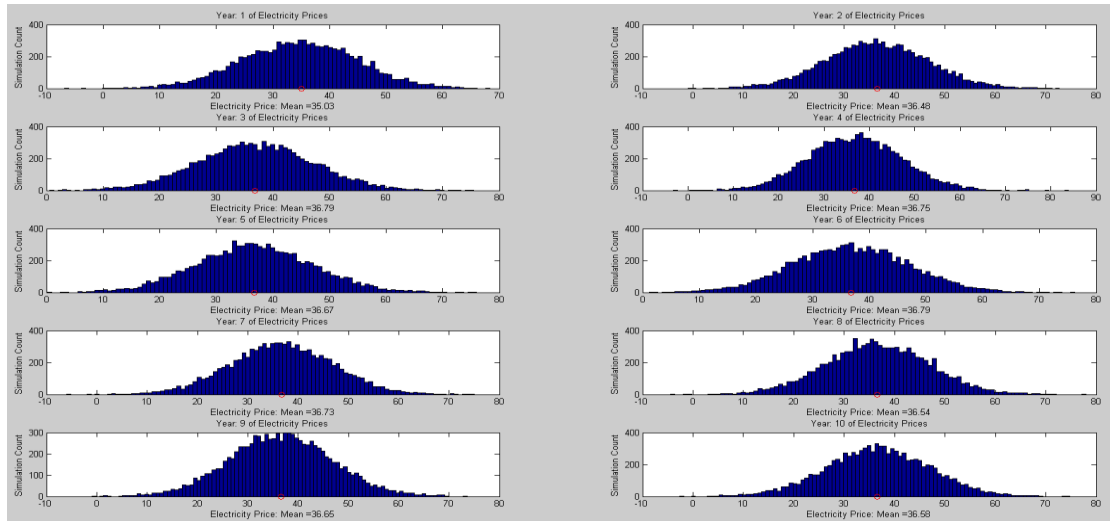
Mean-reverting Process που γίνεται calibrated με least squares (μέθοδος των ελάχιστων τετραγώνων)



Σχήμα 7.22: Στοχαστική εξέλιξη της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας

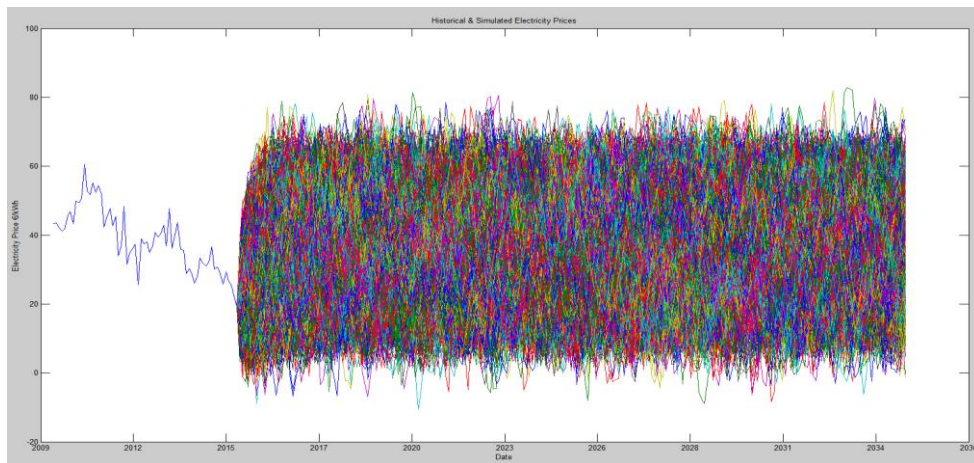


Σχήμα 7.23: Παράδειγμα στοχαστικής εξέλιξης της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας στην Δανία

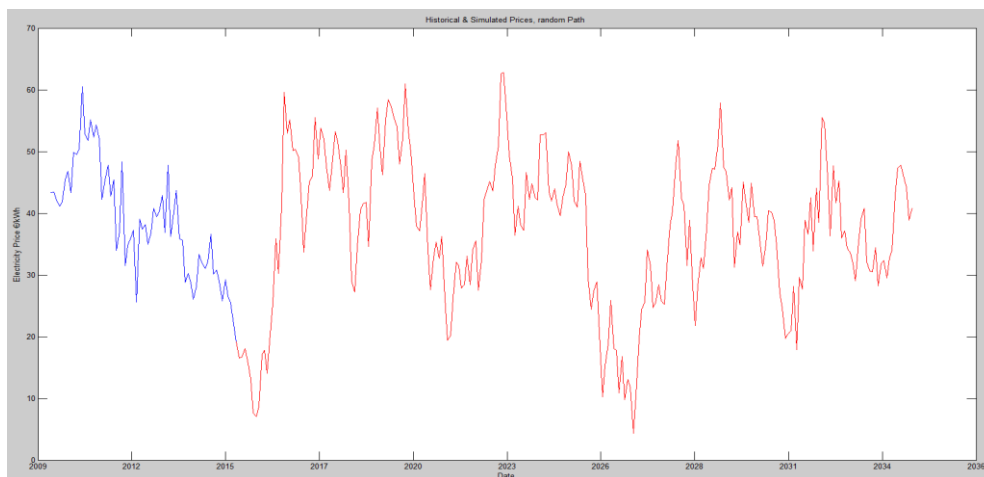


Σχήμα 7.24: Πιθανοτική κατανομή ετήσιων τιμών πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας

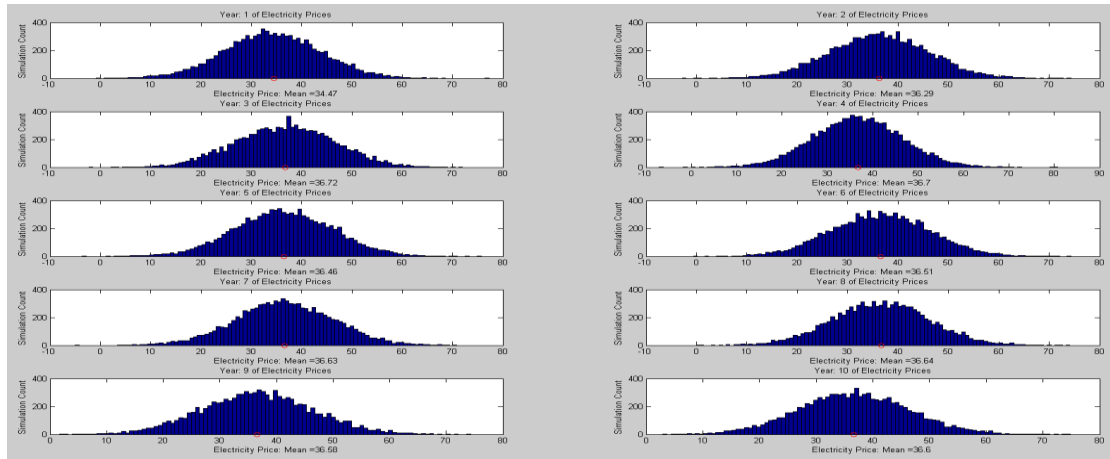
Mean-reverting Process with Jumps



Σχήμα 7.25: Στοχαστική εξέλιξη της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας



Σχήμα 7.26: Παράδειγμα στοχαστικής εξέλιξης της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας στην Δανία



Σχήμα 7.27: Πιθανοτική κατανομή ετήσιων τιμών πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας

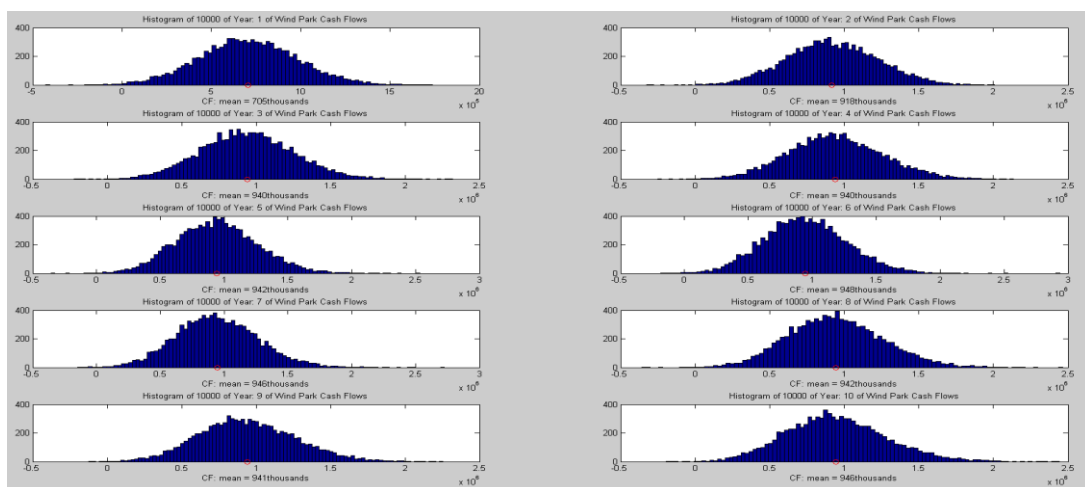
7.3.3 Ταμειακές Ροές Αιολικού Πάρκου

Υπολογίζουμε αρχικά τα έσοδα του αιολικού πάρκου ανάλογα με την χώρα εγκατάστασης για τα 20 έτη χρόνου ζωής, θεωρώντας που προέρχονται είτε από πώληση της ηλεκτρικής ενέργειας στο δίκτυο και είσπαξης της τιμής αγοράς είτε μέσω αποζημίωσης των υποστηρικτικού μηχανισμού που είναι σε ισχύ. Κατόπιν υπολογίζεται και η Καθαρή Παρούσα Αξία των ταμειακών ροών, δηλαδή προεξοφλούνται οι ταμειακές ροές στο χρόνο 0. Ως τιμές πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας σε κάθε χώρα, θα χρησιμοποιήσουμε για την παρακάτω ανάλυση αυτές που προέκυψαν από την προσομοίωση μέσω του μοντέλου mean-reversion με calibration least squares.

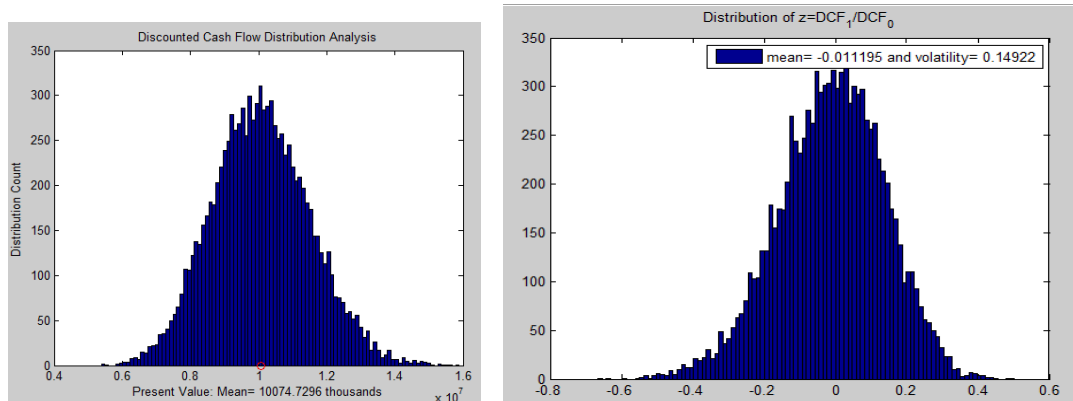
DENMARK

Ενδεικτικά η πιθανοτική κατανομή των ταμειακών ροών, για τα πρώτα 10 έτη λειτουργίας.

Μέθοδος Αποζημίωσης: Electricity Price

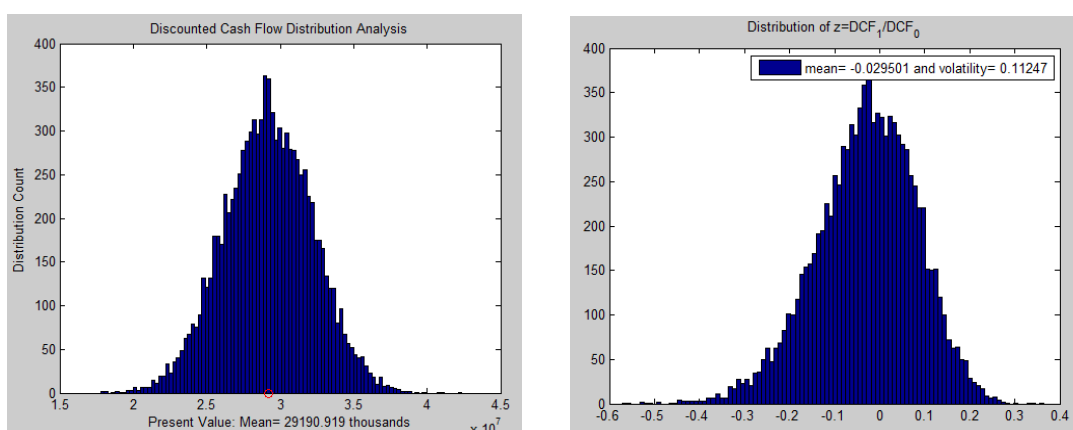


Σχήμα 7.28 Πιθανοτική κατανομή ταμειακών ροών για τα πρώτα 10 χρόνια λειτουργίας ενός αιολικού πάρκου 10 MW στην Δανία



Σχήμα 7.29: Πιθανοτικές κατανομές των DCF₀ και του λόγου DCF₁/DCF₀

Μέθοδος Αποζημίωσης: FIP support scheme



Σχήμα 7.30: Πιθανοτικές κατανομές των DCF₀ και του λόγου DCF₁/DCF₀

7.3.4 Διωνυμικό Πλέγμα & Πραγματικά Δικαιώματα

Αρχικά θα συνοψίζουμε τα αποτελέσματα από τις προηγούμενες προσομοιώσεις που μας χρειάζονται για τα επόμενα βήματα

Data for Binomial Lattice		
	Μέθοδος Αποζημίωσης	
	Electricity Price	Support Scheme
DENMARK	S0=10074730€ σ=0.1492	S0=29190919€ (FIP) σ=0.11247
FRANCE	S0=8854879€ σ=0.1492	S0=13075703€ (FIT) σ=0.434
GERMANY	S0=6749539€ σ=0.13091	S0=17037254€ (FIT) σ=0.09682

IRELAND	S0=22796596€ $\sigma=0.22236$	S0=29266132€ (FIT) $\sigma=0.2188$
SPAIN	S0=11424827€ $\sigma=0.11174$	
SWEDEN	S0=9497511€ $\sigma=0.19776$	
UNITED KINGDOM	S0=13103062€ $\sigma=0.3622$	S0=8.098754€ (FIT) $\sigma=0.3627$

	DCF_0		Total Payment T=0	SNPV	
	Μέθοδος Αποζημείωσης			(1) El. Price	(2) Support
	(1) Electricity Price	(2) Support Scheme			
DENMARK	S0=10,074,730€	S0=29,190,919€	20,236,800€	<0	>0
FRANCE	S0=8,854,879€	S0=13,075,703€	26,109,680€	<0	<0
GERMANY	S0=6,749,539€	S0=17,037,254€	27,108,000€	<0	<0
IRELAND	S0=22,796,596€	S0=29,266,132€	27,342,000€	<0	>0
SPAIN	S0=11,424,827€		21,648,000€	<0	
SWEDEN	S0=9,497,511€		23,380,000€	<0	
UK	S0=13,103,062€	S0=8,098,754€	24,484,080€	<0	<0

Εν συνεχεία θα εφαρμόσουμε μια Real Options Ανάλυση με τη χρήση διωνυμικών δέντρων και την μεθοδολογία που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Πιο συγκεκριμένα για να μιλήσουμε με τα δεδομένα που χρησιμοποιούμε για το case study μας, θα τρέξουμε δυο διαφορετικές περιπτώσεις προσομοιώσεων με την βοήθεια της υλοποίησης που έχει γίνει στο MATLAB.

1^η Περίπτωση: Της τελικής εγκατάστασης του αιολικού πάρκου, προηγούνται δυο χωριστές διαδικασίες που γίνονται σειριακά και αφορούν την έκδοση άδειας κατασκευής (administrative procedures) και την μελέτη & δικαίωμα σύνδεσης στο δίκτυο.

1^η Περίπτωση: Της τελικής εγκατάστασης του αιολικού πάρκου, θεωρούμε πως προηγείται ένα ενιαίο στάδιο που περιλαμβάνει όλες αυτές τις γραφειοκρατικές διαδικασίες.

Συνολικά θεωρούμε πως ο χρόνος που έχει στην διάθεσή του ο επενδυτής για να ολοκληρώσει την κατασκευή και εγκατάσταση του αιολικού πάρκου είναι 10 έτη, γεγονός που του δίνει δυνατότητα αναβολής και καθυστέρησης κάθε σταδίου, ανάλογα με τις συνθήκες της αγοράς τις οποίες προσομοιώνει το διωνυμικό δέντρο.

Τα options ενσωματώνονται στο δέντρο με αντίστροφη χρονολογική σειρά, ξεκινώντας από το τέλος του δέντρου. Για να μπορέσει να υλοποιηθεί σωστά η ανάλυση πρέπει να οριστούν κατάλληλα τα ακόλουθα:

- Απαιτούμενος χρόνος για administrative procedure: **LeadTimeA**
- Απαιτούμενος χρόνος για Grid Access procedure: **LeadTimeG**
- Τελευταία χρονική στιγμή που ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει αν θα προχωρήσει ή όχι στο στάδιο της κατασκευής: **TimeC_max=10y**
- Νωρίτερη χρονική στιγμή που ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει αν θα προχωρήσει ή όχι στο στάδιο της κατασκευής: **TimeC_min= LeadTimeA+LeadTimeG**
- Τελευταία χρονική στιγμή που είναι διαθέσιμη η δυνατότητα του επενδυτή να προχωρήσει στο στάδιο του Grid Access Procedure: **TimeG_max= TimeC_max-LeadTimeC**
- Τελευταία χρονική στιγμή που είναι διαθέσιμη η δυνατότητα του επενδυτή να προχωρήσει στο στάδιο του Administrative Procedure: **TimeA_max=TimeG_max-LeadTimeA**
- Νωρίτερη χρονική στιγμή που είναι διαθέσιμη η δυνατότητα του επενδυτή να προχωρήσει στο στάδιο του Grid Access Procedure: **TimeG_min=LeadTimeA**
- Νωρίτερη χρονική στιγμή που είναι διαθέσιμη η δυνατότητα του επενδυτή να προχωρήσει στο στάδιο του Grid Access Procedure: **TimeA_min=0**

Ακολουθούν τα αποτελέσματα της αποτίμησης μέσω της μεθόδου των Real Options εφαρμοσμένη με τη βοήθεια binomial tree.

	Real OptionValuation			
	1 ^η Περίπτωση (ENPV)		2 ^η Περίπτωση (ENPV)	
	(1)	(2)	(1)	(2)
DENMARK	87,803€	7,439606€	75,075€	7,263,519€
FRANCE	1,886,274€	3,864,030	1,800,853€	3,731,764€
GERMANY	14€	29,529€	0.62€	10,432€
IRELAND	3,588,529€	706,4475€	3,439,910€	688,6029€
SPAIN	943€		2,855€	
SWEDEN	91,843€		115,175€	
UK	3,114,518€	1,091,333€	3,060,385€	1,067,585€

Ουσιαστικά η τιμή **ENPV**, η οποία υπολογίστηκε για κάθε μια από τις χώρες, υπο δυο διαφορετικά μοντέλα αποζημίωσης και στα δυο διαφορετικά σενάρια γραφειοκρατικών διαδικασιών, αποτελεί την αξία του έργου για τον επενδυτή που διερωτάται αν θα πρέπει να επενδύσει σε αυτό το αιολικό πάρκο, έχοντας όμως συνυπολογίσει τις διαχειριστικές δυνατότητες του επενδυτή στα 10 χρόνια που έχει στην διάθεσή του να ολοκληρώσει την επένδυση. Αυτό είναι που αμελεί η παραδοσιακή ΚΠΑ (**Static NPV**), ότι δηλαδή μια επένδυση δεν είναι μια now-or-never απόφαση, που πάυει να είναι διαθέσιμη αν δεν γίνει σήμερα στο χρόνο $t=0$.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

European Wind Association (EWEA), March 2009, The Economics of Wind Energy

European Wind Association (EWEA), July 2010, WindBarriers

IEA Wind Task 26, May 2012, The Past and Future Cost of Wind Energy

IEA Wind Energy, July 2009, Annual Report 2008

IEA Wind Energy, July 2010, Annual Report 2009

IEA Wind Energy, July 2011, Annual Report 2010

IEA Wind Energy, July 2012, Annual Report 2011

IEA Wind Energy, July 2013, Annual Report 2012

IEA Wind Energy, July 2014, Annual Report 2013

IRENA, 2013, Renewable Power Generation Costs in 2012: An Overview

IRENA, January 2015, Renewable Power Generation Costs in 2014

IRENA, June 2012, Renewable Energy Technologies: Cost Analysis Series, Volume 1: Power Sector, Wind Power

NREL, 2012, 2010 Cost of Wind Energy Review

World Energy Council 2013, World Energy Perspective: Cost of Energy Technologies

Data for Daily Electricity Prices:

Denmark: <http://www.nordpoolspot.com/Market-data1/Elspot/Area-Prices/DK/Hourly/>

France: <http://www.epexspot.com/en/market-data/dayaheadauction>

Germany: <http://www.epexspot.com/en/market-data/dayaheadauction>

Ireland: <http://www.sem-o.com/MarketData/Pages/DynamicReports.aspx>

Spain: <http://www.omip.pt/Downloads/SpotPrices/tabid/296/language/en-GB/Default.aspx>

Sweden: <http://www.nordpoolspot.com/Market-data1/Elspot/Area-Prices/SE/Hourly/>

UK: <https://www.apxgroup.com/market-results/apx-power-uk/ukpx-auction-historical-data/>

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ & ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

8.1 Συμπεράσματα

Περίληψη&Συμπεράσματα

Οι επενδύσεις στον τομέα της ανανεώσιμης παραγωγής ενέργειας είναι ιδιαίτερα σημαντικές για την μείωση της περιβαλλοντικής μόλυνσης, λόγω εκπομπών καυσαερίου. Παρόλλα αυτά οι επενδύσεις σε μεγάλα ανανεώσιμα έργα, όπως αιολικά πάρκα που μελετήσαμε πιο αναλυτικά στα πλαίσια της διπλωματικής, δεν μπορούν να ανταγωνιστούν εύκολα αντιστοίχου μεγέθους επενδύσεις σε έργα παραγωγής ενέργειας μέσω συμβατικών καυσίμων. Αυτό οφείλεται στα αισθητά μεγαλύτερα αναγκαία αρχικά κόστη επένδυσης – τα οποία μάλιστα είναι μη-ανακτήσιμα (high sunk investment costs). Εξαιτίας αυτών, οι συμβατικές μέθοδοι αξιολόγησης αποτιμούν επενδύσεις σε μεγάλα αιολικά πάρκα, ακόμα και με την βοήθεια υποστηρικτικών μηχανισμών του κράτους, ως μη-βιώσιμες και αποτρεπτικές.

Σε αυτή την διπλωματική στόχος ήταν η κατανόηση μιας διαφορετικής προσέγγισης στην αξιολόγηση επενδύσεων, αυτή των Real Options (Πραγματικά Δικαιώματα Προαίρεσης), και η εφαρμογή της στην περίπτωση των επενδύσεων σε αιολικά πάρκα μεγάλης ισχύος σε διαφορετικές χώρες της Ευρώπης. Ξεκινήσαμε από την κατανόηση των παραδοσιακών μεθόδων αποτίμησης και τους λόγους που δεν είναι κατάλληλες να αξιολογήσουν επενδύσεις που εξαρτώνται από αβέβαιους παράγοντες. Εν συνεχεία, έγινε προσπάθεια να διευκρινιστεί η έννοια της αβεβαιότητας και του κινδύνου, τόσο εννοιολογικά όσο και πρακτικά και να συνδεθούν με την έννοια της ευελιξίας που είναι έμφυτη σε μεγάλο πλήθος επενδύσεων. Έχοντας αυτά ως βάσεις, επιδειώκεται μια εμβάθυνση στην Θεωρία των Real Options, στις μεθοδολογίες και προσεγγίσεις εφαρμογής της. Η θεωρία αυτή έχει πραγματικά την δυνατότητα να δώσει στις επενδύσεις μαγάλου κινδύνου την ώθηση που χρειάζονται και αυτό γιατί δεν αντιμετωπίζει μια επένδυση ως μια now-or-never απόφαση, αξιολογώντας έτσι την αξία της αναμονής, ενώ παράλληλα δεν αμελεί να συμπεριλάβει στην αποτίμησή της την σημασία του ανθρώπινου διαχειριστικού παράγοντα – την σημασία του να αντιδράσει κατάλληλα ανάλογα με τις δρούσες συνθήκες του περιβάλλοντος που επηρεάζουν την πορεία της επένδυσης.

Για να παρουσιάσουμε καλύτερα της αξία των Real Options σε επενδύσεις του τομέα της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, μελετήσαμε την περίπτωση επενδύσεων σε αιολικά πάρκα σε διαφορετικές χώρες της Ευρώπης υπό διαφορετικά καθεστάτα αποζημείωσης. Επιλέχθηκε μια κατάλληλη μεθοδολογία Real Options που κρίθηκε ότι ταίριαζε στις ανάγκες του επενδυτικού έργου η οποία έπειτα μοντελοποιήθηκε σε περιβάλλον Matlab. Παρατηρήσαμε πως χωρίζοντας την διαδικασία της επένδυσης σε στάδια με δυνατότητες εγκατάληψης ή αναβολής της διαδικασίας σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή εντός του επιτρεπτού ορίου που έχει στην διάθεσή του ο επενδυτής για να ολοκληρώσει την εγκατάσταση του έργου, αποκομίσαμε αξίες πολύ μεγαλύτερες της ΚΠΑ, οι οποίες καθιστούσαν βιώσιμες τις επενδύσεις παρότι ΚΠΑ<0.

8.2 Προοπτικές

Σχόλια&Προεκτάσεις

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής, χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα στοχαστικών ανελίξεων βασισμένα σε ιστορικές τιμές για να προσομοιώσουν την μελλοντική εξέλιξη της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας σε κάθε μια από τις μελετούμενες χώρες. Η μελέτη μπορεί να γίνει πιο ακριβής αν κατασκευαστούν πιο ακριβή στοχαστικά μοντέλα που λαμβάνουν καλύτερα υπόψη των εποχιακό χαρακτήρα της τιμής πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας ή που θα κατάφεραν να προσαρμοστούν σωστά και να προσομοιώσουν τις μελλοντικές ημερήσιες τιμές και όχι μέσες μηνιαίες που επιδιώξαμε στην διπλωματική.

Τιμή πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας και συντελεστής φορτίου αιολικού πάρκου θεωρήθηκαν ως βασικοί παράγοντες αβεβαιότητας που επηρεάζουν τις ταμειακές ροές ενός αιολικού πάρκου στην διάρκεια ζωής του. Η ανάλυση μπορεί να εμπλουτιστεί αναγνωρίζοντας και μοντελοποιώντας περαιτέρω παράγοντες όπως τα έξοδα του αιολικού πάρκου ή να συσχετιστούν τα έσοδά του με μια στοχαστική τιμή του αιολικού δυναμικού στις περιοχές ενδιαφέροντος.

Μελετήθηκαν τα πραγματικά δικαιώματα που εμπεριέχονται στην διαδικασία και τα απαραίτητα στάδια μέχρι την εγκατάσταση του αιολικού. Χρησιμοποιήθηκαν τιμές και δεδομένα βασισμένα σε γενική έρευνα στην Ευρώπη του EWEA. Κατάλληλη προέκταση εδώ θα ήταν να γίνουν επαφές με παραγωγούς αιολικών πάρκων ώστε να ληφθούν πιο αναλυτικά στοιχεία και ποσοστά επιτυχίας κάθε σταδίου. Παράλληλα η μελέτη θα μπορούσε να επεκραθεί με διερεύνηση των πραγματικών δικαιωμάτων που εμπεριέχονται στην διάρκεια ζωής και λειτουργίας του έργου, όπως δικαιώματα επέκτασης, συρρίκνωσης, μεταπώλησης.

Σημαντικός παράγοντας της ανάλυσης ήταν το συνολικό κόστος επένδυσης σε ένα αιολικό πάρκο, ο οποίος διαφοροποιούταν ανάλογα με την χώρα επένδυσης αλλά λήφθηκαν σταθερές τιμές (€/kW) οι οποίες εξελίσσονταν χρονικά μόνο λόγω του πληθωρισμού. Η μελέτη θα μπορούσε να εμπλουτιστεί πιθανώς με τα ακόλουθα στοιχεία:

- Μοντελοποίηση του συνολικού κόστους ως συνάρτηση αβέβαιων στοχαστικών μεταβλητών, όπως η τιμή πώλησης του ατσαλιού που συνεισφέρει σε μεγάλο βαθμό στο συνολικό κόστος εγκατάστασης.
- Να ληφθούν υπόψη οικονομίες κλίμακας – διαβάθμιση του συνολικού κόστους ανάλογα με το μέγεθος του πάρκου.

•

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

*Μαθηματικό Υπόβαθρο & Μαθηματικά
Μοντέλα.*

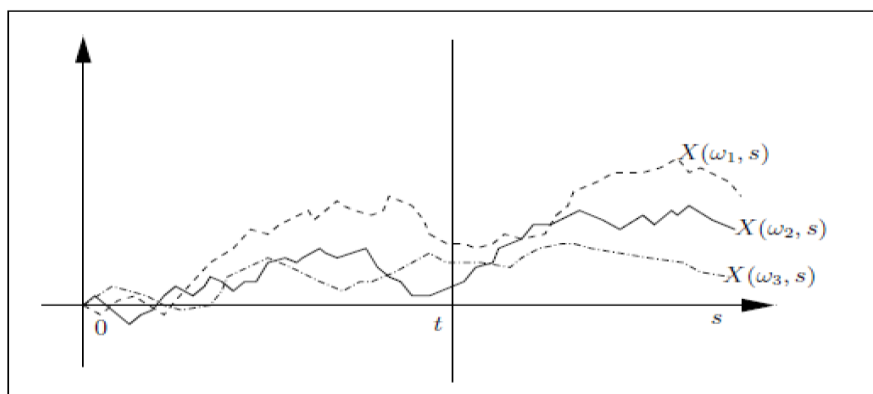
Σε αυτό το παράρτημα θα μελετήσουμε την θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων και όλων των βασικών εννοιών που είναι απαραίτητες για την κατανόησή της. Επίσης παρουσιάζονται αναλυτικά τα μαθηματικά μοντέλα που έχουν χρησιμοποιηθεί στο πέρας της διπλωματικής.

Π1. Εισαγωγικές Έννοιες

Η ανάγκη μαθηματικής περιγραφής και μοντελοποίησης συστημάτων των οποίων η χρονική εξέλιξη περιέχει σε μικρό ή μεγάλο βαθμό τυχαιότητα (**stochasticity, randomness**) και δεν πραγματοποιείται με ντετερμινιστικό τρόπο οδήγησε στην ανάπτυξη της Θεωρίας των Στοχαστικών Ανελίξεων ή Στοχαστικών Διαδικασιών. (**Stochastic Processes**).

Για να περιγράψουμε μαθηματικά την τυχαιότητα στην εξέλιξη ενός στοχαστικού συστήματος χρησιμοποιούμε πιθανοτικά μοντέλα (Cinlar, 1975). Θα ορίσουμε αρχικά ως $\{X(t)=x_t, t \in T\}$ την κατάσταση του υπό μελέτη συστήματος κατά την χρονική στιγμή t ($t \geq 0$). Θεωρούμε πως $X(t)$ είναι μια τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) που ορίζεται πάνω σε ένα χρόνο πιθανότητας (Ω, \mathcal{F}, P) ο οποίος είναι κοινός για όλες τις χρονικές στιγμές t – συγκεκριμένα λοιπόν η $X(t)$ είναι μια απεικόνιση $X(\omega, t)$ με πεδίο ορισμού το δειγματικό χώρο Ω ενός πειράματος τύχης και τιμές στο R ή στο R^k γενικότερα. Διαισθητικά, το σύνολο Ω αντιστοιχεί σε όλα τα πιθανά αποτελέσματα ενός πειράματος, και $\omega \in \Omega$ σε μια συγκεκριμένη εκτέλεση. Αν το σύνολο T είναι ο άξονας των πραγματικών τότε η διαδικασία λέγεται διαδικασία συνεχούς χρόνου, ενώ αν το T είναι σύνολο ακεραίων τότε η διαδικασία λέγεται διακεκριμένου χρόνου. Επιπλέον $X(\omega, t)$ λέγεται διακεκριμένης κατάστασης αν οι τιμές της είναι αριθμήσιμες, αλλιώς λέγεται συνεχούς χρόνου. (Φίλης, 2006)

Επομένως για συγκεκριμένο ενδεχόμενο $\omega \in \Omega$ έχουμε την συνάρτηση $X(\omega, t)=x(t)$, $t \geq 0$, η οποία αποτελεί μια «τροχιά» (**sample path**) από όλες τις δυνατές τροχιές που μπορούν να προκύψουν από τον χώρο πιθανότητας (Ω, \mathcal{F}, P) και την



Σχήμα 1: Στοχαστική διαδικασία X . 3 ενδεικτικά μονοπάτια που αντιστοιχούν σε 3 διαφορετικά τυχαία επιλεγμένα ενδεχόμενα ω (βάση του P)

οικογένεια των τ.μ. $\{X(t); t \geq 0\}$. Επαναλαμβάνοντας το «πείραμα» περισσότερες φορές οδηγεί σε διαφορετικά ενδεχόμενα $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots)$ και ταυτόχρονα σε

διαφορετικές τιμές για την στοχαστική διαδικασία X σχετιζόμενη με αυτά. Στην παραπάνω εικόνα, φαίνονται 3 μονοπάτια που αντιστοιχούν σε τρεις διαφορετικές υλοποιήσεις της ίδιας στοχαστικής διαδικασίας X .

Γενικεύοντας την ερμηνεία του t ως στοιχείου ενός παραμετρικού συνόλου T , και χρησιμοποιώντας τον όρο τυχαία μεταβλητή ενιαία, είτε δηλαδή πρόκειται για μονοδιάστατες είτε πρόκειται για πολυδιάστατες, έχουμε τον παρακάτω ορισμό.

Ορισμός. Ονομάζουμε Στοχαστική Ανέλιξη κάθε οικογένεια τυχαίων μεταβλητών $\{X(t): t \in T\}$ πάνω σε ένα κοινό χώρο πιθανότητας (Ω, F, P) .

Normal Random Variables

Για να ορίσουμε τις τυχαίες κανονικές μεταβλητές θα πρέπει πρώτα να εισάγουμε την έννοια της κανονικής κατανομής Gauss (Normal Gaussian distribution).

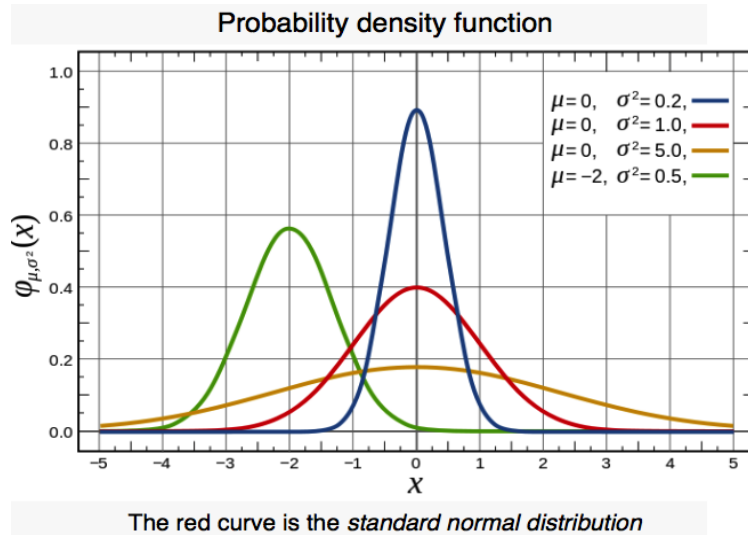
Η κανονική κατανομή είναι μια πολύ συνήθης συνεχής πιθανοτική κατανομή. Η πρώτη ιστορικά εφαρμογή της κατανομής αυτής οφείλεται στον de Moivre (1733) ενώ ο Gauss (1777-1855) διαπίστωσε αργότερα ότι τα τυχαία σφάλματα στις εργαστηριακές μετρήσεις μιας ποσότητας ακολουθούν κανονική κατανομή. Οι κανονικές κατανομές είναι πολύ σημαντικές στην στατιστική και χρησιμοποιούνται παράλληλα αρκετά συχνά στις φυσικές και τις κοινωνικές επιστήμες για να αντιπροσωπεύσουν πραγματικές τυχαίες μεταβλητές των οποίων οι κατανομές δεν είναι γνωστές. (Casella & Berger, 2001)

Η κανονική κατανομή είναι εξαιρετικά χρήσιμη καθώς βάση του κεντρικού οριακού θεωρήματος (central limit theorem), το οποίο στην πιο γενική του μορφή δηλώνει πως οι μέσες τιμές τυχαίων μεταβλητών που λαμβάνονται ανεξάρτητα από ανεξάρτητες μεταξύ τους κατανομές είναι κατανεμημένες κανονικά (average values are normally distributed). Κατ' επέκταση φυσικές ποσότητες που αναμένεται να είναι το άθροισμα πολλών ανεξάρτητων διαδικασιών (όπως τα σφάλματα μέτρησης), συχνά έχουν κατανομές που είναι σχεδόν κανονικές. (Lyon, 2014).

Μια συνεχής τυχαία μεταβλητή Z λέγεται **κανονική τυχαία μεταβλητή** με μέση τιμή μ και διακύμανση σ^2 , δηλαδή $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ αν ακολουθεί την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf – probability density function):

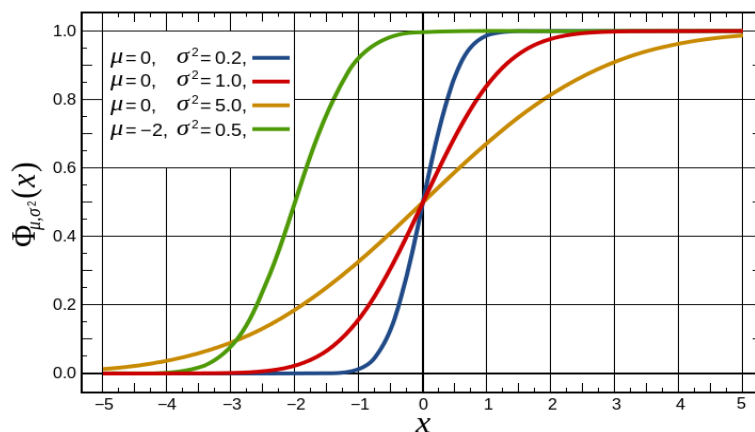
$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Εάν $\mu=0$ & $\sigma=1$, η κατανομή ονομάζεται τυπική κανονική κατανομή ή μοναδιαία κανονική κατανομή (standard normal distribution) και συμβολίζεται $N(0,1)$. Ακολουθούν μερικά παραδείγματα της σ.π.π της κανονικής κατανομής για διαφορετικές τιμές της μέσης τιμής και της διακύμανσης.



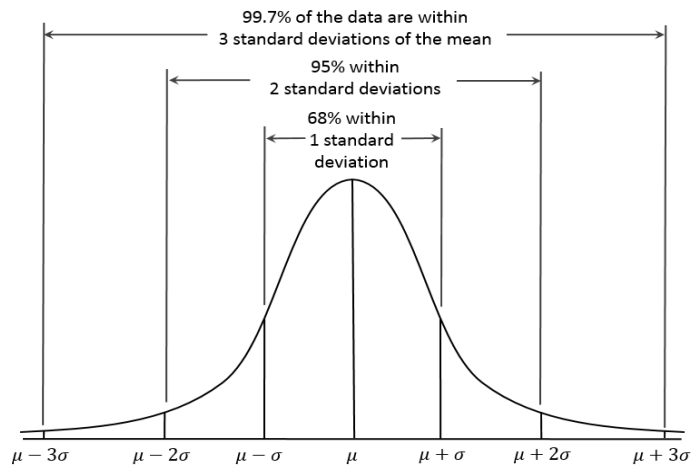
Σχήμα 2: Συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας κανονικών κατανομών

Και οι αντίστοιχες αθροιστικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (cdf – cumulative distribution function)



Σχήμα 3: Συναρτήσεις αθροιστικής κατανομής

Χαρακτηριστικό είναι επίσης πως το 68% των τιμών που λαμβάνονται από μια κανονική κατανομή βρίσκονται σε απόσταση μιας τυπικής απόκλισης από τη μέση τιμή; περίπου 95% σε απόσταση δυο τυπικών αποκλίσεων και 99,7% μεταξύ τριών. Το παραπάνω είναι γνωστό ως ο εμπειρικός κανόνας 68-95-99.1



Σχήμα 4: Τυπικές αποκλίσεις σε μια κανονική κατανομή

Π2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ

Π.2.1 *Brownian Motion (Wiener Process)*

If you run Brownian motion in two dimensions for a

positive amount of time, it will write your name. (Kozdron, 2002)

ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Μια από τις πιο σημαντικές στοχαστικές διαδικασίες είναι η κίνηση Brown (Brownian Motion). Αποτελεί μια στοχαστική ανέλιξη που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει πολλά φυσικά φαινόμενα. Έχει το όνομα του Άγγλου βοτανολόγου Robert Brown (1773-1858), ο οποίος πρώτος περιέγραψε (1827) την «ακανόνιστη» κίνηση ενός μικρού σώματος (κόκκοι γύρης) μέσα σε ένα υγρό ή αέριο. (Brown, 1828) Σημείωσε ότι:

- Το μονοπάτι ενός τυχαίου σωματιδίου είναι ακανόνιστο, μη έχοντας εφαπτομένη σε κανένα σημείο
- Οι κινήσεις δυο χωριστών σωματιδίων φαίνεται να είναι ανεξάρτητες

Ο Γερμανός φυσικός Albert Einstein (1879-1955) έδειξε (1905) ότι η κίνηση αυτή μπορεί να ερμηνευθεί θεωρώντας ότι το σωματίδιο «βομβαρδίζεται» από τα μόρια του υγρού ή του αερίου και για αυτό κινείται ακανόνιστα με «τυχαίο» τρόπο στο χώρο. Τέλος, ο Αμερικανός μαθηματικός Norbert Wiener (1894-1964) όρισε αυστηρά και μελέτησε σε βάθος (1918) την ανέλιξη αυτή αποδεικνύοντας πολλές ιδιότητές της (για αυτό και η ανέλιξη είναι γνωστή και ως Wiener Process).

Η στοχαστική αυτή διαδικασία παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στη θεωρία των στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων και αποτελεί έναν από τους ακρογωνιαίους

λίθους των χρηματοοικονομικών μαθηματικών, όσον αφορά τα μοντέλα συνεχή χρόνου.

Α δώσουμε λοιπόν έναν μαθηματικό ορισμό της στοχαστικής ανέλιξης Wiener.

Π.2.1.1 ΟΡΙΣΜΟΣ

Μία στοχαστική ανέλιξη $W_t = W(t)$ (Wiener Process) συνεχούς χρόνου και συνεχών τιμών με $t \geq 0$ (με τιμές στο \mathbb{R}) στο $[0, T]$ καλείται κίνηση Brown (Zastawniak, 1999) με παραμέτρους $\mu \in \mathbb{R}$ (τάση - drift parameter) και $\sigma > 0$ (μεταβλητότητα - volatility) και συμβολίζεται $BM(\mu, \sigma^2)$ αν ισχύει ότι:

1. $W(0) = 0$, (Η διαδικασία ξεκινάει με τιμή 0 με πιθανότητα 1, $P(W_0 = 0) = 1$)
2. Το τυχαία παραγόμενο μονοπάτι Brown είναι συνεχές
3. Οι προσαυξήσεις του μονοπατιού είναι ανεξάρτητες κανονικές μεταβλητές (Gaussian), με μέση τιμή 0 ($\mu=0$) και τυπική απόκλιση ίση με την προσωρινή επέκταση της προσαύξησης του μονοπατιού. Πιο συγκεκριμένα για $0 \leq s_1 \leq t_1 \leq s_2 \leq t_2$

$$\begin{aligned} B_{t_1} - B_{s_1} &\sim N(0, t_1 - s_1) \\ B_{t_2} - B_{s_2} &\sim N(0, t_2 - s_2) \end{aligned}$$

Και η τ.μ. $B_{t_1} - B_{s_1}$ είναι ανεξάρτητη από την $B_{t_2} - B_{s_2}$.

Τι καθιστά την κίνηση Brown τόσο παράξενη και ιδιαίτερη: (Kozdron, 2002)

- Η κίνηση Brown δεν είναι πουθενά διαφορορίσιμη (δεν έχει πουθενά δηλαδή εφαπτομένη) παρότι είναι συνεχής παντού
- Η κίνηση Brown θα περάσει τελικά κάποια στιγμή από κάθε πραγματική τιμή, ανεξαρτήτως πόσο μεγάλη ή πόσο αρνητική. Μπορεί να βρίσκεται πολύ πάνω από τον άξονα, αλλά θα επιστρέψει κάτω ξανά στο 0 σε κάποια αργότερη χρονική στιγμή
- Αφού η κίνηση Brown περάσει από το 0 ή οποιαδήποτε άλλη τιμή, θα διέλθει ξανά απείρως συχνά από εκεί και στο μέλλον. (Brown, 1828)

Π.2.1.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΟΠΑΤΙΩΝ BROWN

Για την συνέχεια της διπλωματικής ένα μονοπάτι Brown ή αλλιώς μια διαδικασία Wiener θα συμβολίζεται ως $\{W(t); t \in [0, T]\}$.

Αρχικά θα πρέπει να διευκρινίσουμε πως ένα πλήρες συνεχές μονοπάτι $W(t)$ περιλαμβάνει απείρως πολλά σημεία και συνεπώς δεν θα μπορούσε κάποιος να περιμένει να προσομοιωθεί μια τέτοια συνεχούς-χρόνου μεταβλητή (continuous-time object). Πάραυτα, αυτό που είναι εφικτό να προσομοιωθεί είναι ο σκελετός του $W(t)$, δηλαδή ένα πεπερασμένο υποσύνολο του πλήρους συνεχούς μονοπατιού. Επομένως μπορούμε να προσομοιώσουμε το διάνυσμα $\{W(s_0), W(s_1), \dots, W(s_n)\}$ για κάποιες προκαθορισμένες χρονικές στιγμές $s_0 < s_1 <$

$\dots < s_n$, βασιζόμενοι στις πεπερασμένων διαστάσεων ιδιότητες μια κίνησης Brown που είναι οι ακόλουθες:

1. $P[W(0) = 0] = 1$
2. Το τυχαίο διάνυσμα $W(s_0), W(s_1), \dots, W(s_n)$ ακολουθεί μια πολυμεταβλητή κατανομή Gauss με μέσο μ και διακύμανση Σ που ορίζονται ως εξής:

$$\mu = (E[W(s_i)]) = 0, \Sigma = (\text{Cov}(W(s_i), W(s_j))) = (\min\{s_i, s_j\})$$
3. Από το 2, προκύπτει ότι για $t, s > 0$:

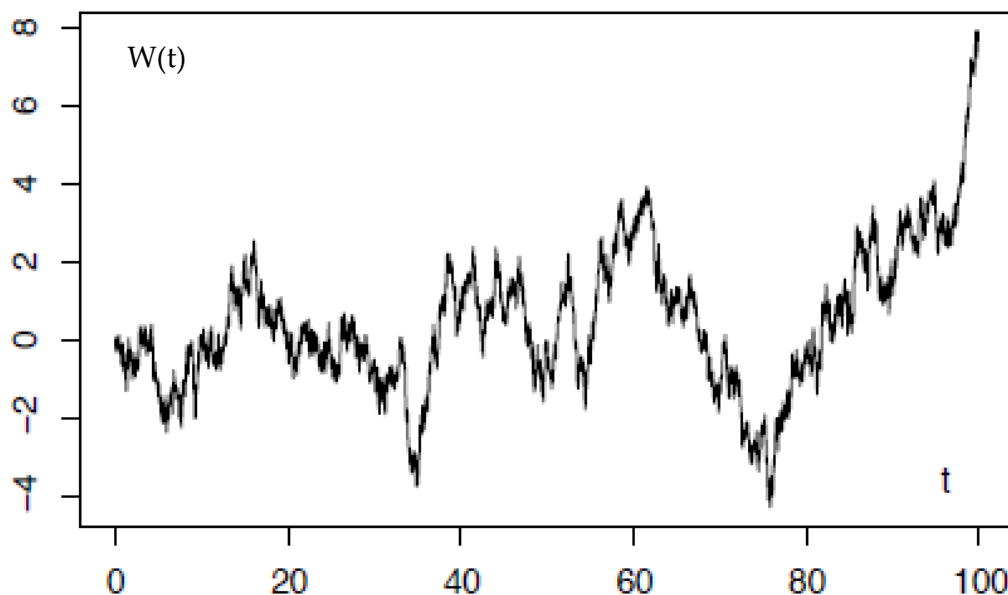
$$W(t) - W(s) \sim N(0, |t - s|)$$

Και συνεπώς η κίνηση Brown έχει σταθερές προσαυξήσεις.
4. Από το 2 επίσης, για οποιαδήποτε $s_0 < s_1 < s_2$:

$W(s_0), W(s_1) - W(s_0), W(s_2) - W(s_1)$ είναι ανεξάρτητα

Για τον παραπάνω λόγο, η κίνηση Brown έχει ανεξάρτητες προσαυξήσεις και το βήμα $W(s_2) - W(s_1)$ είναι ανεξάρτητο από όλα τα προηγούμενα $\{W(s); s \leq s_1\}$, για κάθε $s_0 < s_1 < s_2$.

Προσομοιώσαμε τις τοποθεσίες $W(i/10^2)$ για $i = 1, 2, \dots, 10^4$ και συνδέσαμε τα συνεχόμενα σημεία με ευθείες γραμμές ώστε να αναπαριστά ένα συνεχές μονοπάτι.



Σχήμα 5: Μονοπάτι Brown $t \rightarrow W(\omega, t)$ σε υπολογιστή

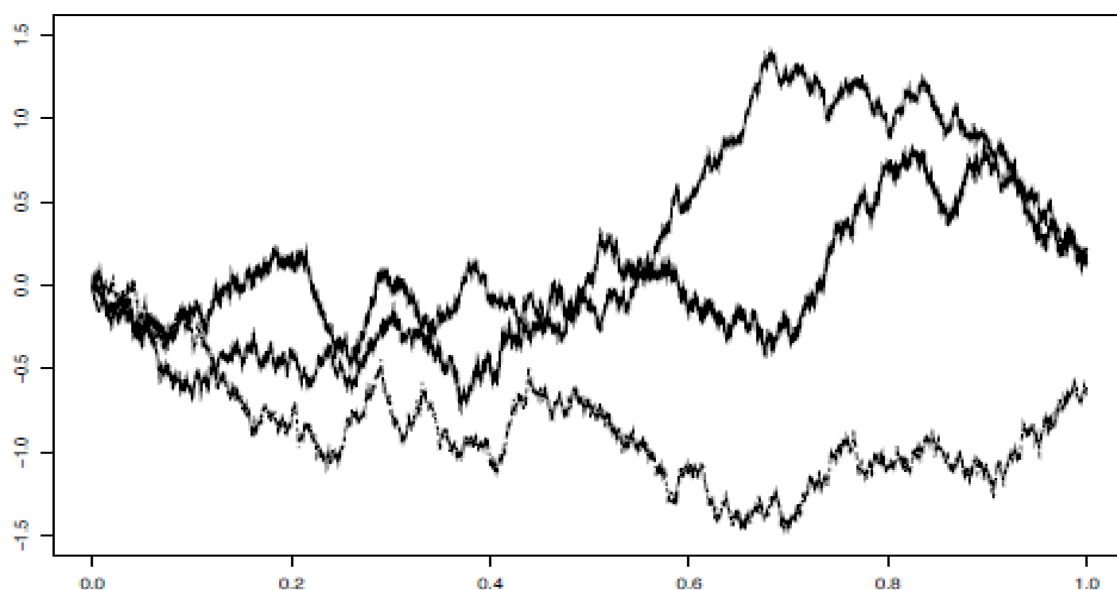
Αυτό που καθιστά εφικτή την προσομοίωση είναι η **ανεξαρτησία των προσαυξήσεων** της κίνησης Brown όπως ορίστηκε προηγουμένως. Ένα απλός επαναληπτικός αλγόριθμος που προσομοιάζει την τιμή αυτής της τυχαία μεταβλητής:

1. Προσομοιώνουμε $Z_0 \sim N(0,1)$. Θέτουμε $W(\omega, s_0) = \sqrt{s_0}Z_0$.
2. Για $i = 1:n$ προσομοιώνουμε $Z_i \sim N(0,1)$.
 Θέτουμε $W(\omega, s_i) = W(\omega, s_{i-1}) + \sqrt{s_i - s_{i-1}}Z_i$

Επομένως όλη η προσομοίωση γίνεται χρησιμοποιώντας μια τυπική κατανομή Gauss. Ουσιαστικά η μεταβολή της κανονικής μεταβλητής Gauss Z_i αντιστοιχεί στην προσομοίωση σκελετών μονοπατιών που αντιστοιχούν στα διαφορετικά ενδεχόμενα ω .

Συνεπώς εάν θέλουμε να προσομοιώσουμε m διαφορετικά μονοπάτια τρέχουμε τον αλγόριθμο m φορές, αλλάζοντας τις τιμές των Z_i σε κάθε εκτέλεση – όσο η τυχαία μεταβλητή Z_i που λαμβάνεται από κανονική κατανομή Gauss παίρνει τιμές ανεξάρτητες μεταξύ των διαφορετικών εκτελέσεων θα προκύπτουν ανεξάρτητα μονοπάτια Brown.

Στην εικόνα 3 ακολουθεί προσομοίωση 3 ανεξάρτητων μονοπατιών Brown στο διάστημα $s \in [0,1]$. Χρησιμοποιήθηκαν μικρές χρονικές προσαυξήσεις μεγέθους $s_i - s_{i-1} = 1/10^4$ ώστε να υπάρχει ικανοποιητική προσέγγιση των αντίστοιχων συνεχών μονοπατιών.



Σχήμα 6: Ανεξάρτητα μονοπάτια Brown στο διάστημα $[0,1]$

Π.2.2 Διαδικασία Poisson

Έστω ένα πείραμα τύχης στο οποίο κάποιο γεγονός συμβαίνει κατά διαστήματα, παίρνουμε συνάρτηση μέτρησης $X_t, t \geq 0$ που αντιπροσωπεύει τον αριθμό τυχαίων συμβάντων στην προκαθορισμένη περίοδο $[0,t]$ εάν αυτά τα γεγονότα συμβαίνουν με γνωστό μέσο ρυθμό και ανεξαρτήτως του χρόνου που παρήλθε από το προηγούμενο συμβάν. (Haight, 1967)

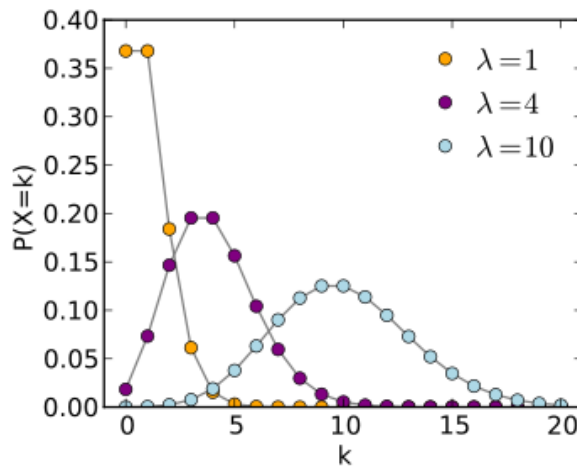
Η κατανομή παρουσιάστηκε πρώτα από τον Siméon Denis Poisson (1781–1840) και δημοσιεύτηκε το 1837 στο έργο του Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile (“Research on the Probability of Judgments in Criminal and Civil Matters”) (Poisson, 1837)

Μια στοχαστική διαδικασία $X(t) = X_t$ ακέραιων (διακριτών) τιμών, καλείται διαδικασία Poisson με ρυθμό λ , εάν:

- a) $X_0 = 0$
- b) Η X_t έχει ανεξάρτητες και αμετάβλητες προσauξήσεις (τμήματα)
- c) ο αριθμός των γεγονότων που συμβαίνουν σε κάθε διάστημα μήκους t , ακολουθεί την κατανομή Poisson με παράμετρο λt δηλαδή:

$$P(X_t = k) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Όπου $\lambda > 0$ είναι ο μέσος αριθμός των τυχαίων γεγονότων που συμβαίνουν στην μονάδα του χρόνου και καλείται τάση ή ρυθμός της διαδικασίας. (Γ. Κοκολάκης, 2010) (Roy D. Yates, 2005)



Σχήμα 7: Κατανομή πιθανοτήτων διαδικασιών Poisson

Π3. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (SDEs)

Σε αυτό το κεφάλαιο θα κάνουμε μια εισαγωγή στην θεωρία των στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων (stochastic differential equations – sde), αναλύοντας κάποια βασικά μοντέλα και τον τρόπο επίλυσης και προσομοίωσης τους. Η θεωρία των στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων βρίσκουν εφαρμογές σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους, αλλά ίσως μια από τις σημαντικότερες είναι στην κατασκευή μοντέλων για τα χρηματοοικονομικά μαθηματικά.

ΟΡΙΣΜΟΣ

Ως στοχαστική διαφορική εξίσωση (Øksendal B. , 1998) ορίζεται μια εξίσωση της ακόλουθης γενικής μορφής:

$$dX(t) = b(t, X(t))dt + \sigma(t, X(t))dW(t)$$

η αντίστοιχα ισοδύναμα σε ολοκληρωτική μορφή

$$X(t) = x + \int_0^t b(s, X(s))ds + \int_0^t \sigma(s, X(s))dW(s)$$

Όπου $W(t)$ είναι μια m -διάστατη κίνηση Brown που αντιπροσωπεύει την τυχαιότητα της στοχαστικής μεταβλητής, $\sigma: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ (συντελεστής διάχυσης – diffusion coefficient) και $b: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ (τάση – drift) είναι μετρήσιμες πραγματικές συναρτήσεις και $X(t) \in \mathbb{R}^n$.

Π.3.1 Κίνηση Brown με τάση (BM with a drift)

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια κίνηση Brown (με τάση) $X(t)$ είναι η λύση της στοχαστική διαφορικής εξίσωσης με τάση και συντελεστές διάχυσης:

$$dX(t) = \mu dt + \sigma dW(t)$$

Ως λύση της παραπάνω SDE, ορίζεται η στοχαστική ανέλιξη της μορφής $X(t) = \sigma W(t) + \mu t$ με τάση $\mu \in \mathbb{R}$ και μεταβλητότητα $\sigma > 0$. Έχει συνεχή δειγματικά μονοπάτια και ορίζεται ως εξής:

1. $X(0) = 0$
2. $\{X_t, t \geq 0\}$ έχει στάσιμες και ταυτόχρονα ανεξάρτητες προσανξήσεις
3. Η διαφορά $X(t) - X(s)$ ακολουθεί κανονική κατανομή (normal distribution) με μέσο $\mu(t - s)$ και διακύμανση $\sigma^2(t - s)$, $0 \leq s \leq t$

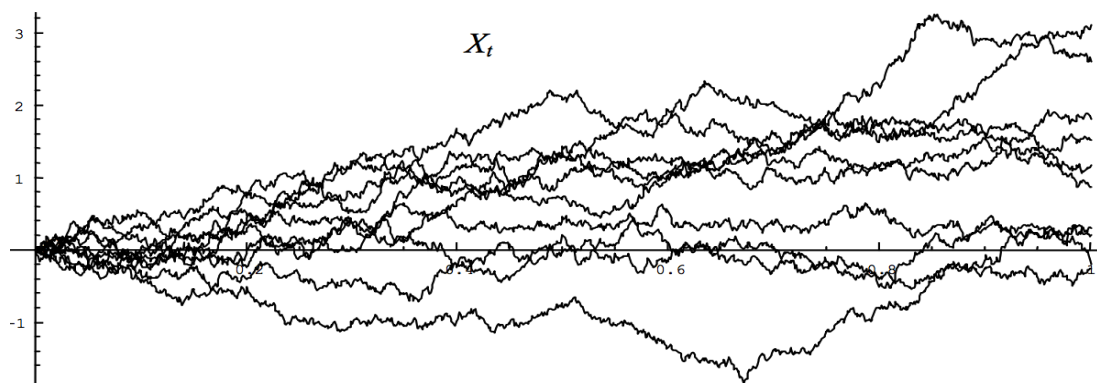
Επομένως Η $X(t)$ είναι κανονικά κατανεμημένη (normally distributed) με μέσο μt
Επομένως για να πραγματοποιήσουμε προσομοίωση μιας τέτοιας στοχαστικής διαδικασίας

1. Προσομοιώνουμε $Z_0 \sim N(0,1)$. Θέτουμε $W(\omega, s_0) = \sqrt{(s_0)}Z_0$.
2. Για $i = 1:n$ προσομοιώνουμε $Z_i \sim N(0,1)$.

Θέτουμε $X(t) - X(s) = \sigma\sqrt{t-s}Z + \mu(t-s)$ και συνεπώς

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \sigma\sqrt{t_{i+1} - t_i} Z_{i+1} + \mu(t_{i+1} - t_i)$$

Παρακάτω δίνονται 10 τυχαίες διαδρομές μιας κίνησης Brown με τάση $\mu=1$ κ $\sigma=1$ για $t \in [0,1]$



Σχήμα 8: 10 τυχαίες διαδρομές μιας κίνησης Brown με τάση $\mu=1$ κ $\sigma=1$

Και σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό που δώσαμε στο χρόνο $t = 0.5$, η τιμή $W_{0.5}$ θα ακολουθεί $N(0.5\mu, 0.5\sigma^2) = N(0.5, 0.5)$, σε χρόνο $t = 1$ η W_1 θα ακολουθεί $N(1\mu, 1\sigma^2) = N(1, 1)$ κ.ο.κ.

Π.3.2 Geometric Brownian Motion

Ο Γάλλος μαθηματικός Bachelier προσπάθησε να περιγράψει στην διδακτορική του διατριβή το 1900 πρώτος την εξέλιξη τιμών αγαθών ή μετοχών με τη βοήθεια της κίνησης Brown. (Bachelier, 1900) Η συγκεκριμένη όμως ανέλιξη δεν είναι κατάλληλη για την περιγραφή τέτοιου είδους φαινομένων καθώς:

1. Η μεταβλητή μπορεί να λάβει και αρνητικές τιμές (κάτι που δεν είναι αποδεκτό)
2. Η αύξηση ή μείωση της τιμής μιας υπό μελέτη μεταβλητής σύμφωνα με το μοντέλο της κίνησης Brown, είναι ανεξάρτητη από προηγούμενες τιμές που έχει πάρει και συνεπώς και την ιστορική μεταβολή της μεταβλητής κάτι που δεν φαίνεται λογικό. (Για παράδειγμα τα ενδεχόμενα «η τιμή της μεταβλητής να κινηθεί από 1000 σε $1000+100=1100$ » και «η τιμή να κινηθεί από 10 σε $10+100=110$ » σε διάστημα χρονικού μήκους s είναι ισοπίθανα. Κάτι τέτοιο μοιάζει τελείως αβάσιμο αν αναφερόμαστε σε πραγματικά δεδομένα, διότι το πρώτο ενδεχόμενο αναφέρεται σε μια αύξηση τιμής της τάξης του 10% ενώ το δεύτερο του 1000%.) Αντιθέτως θα περιμέναμε η **ποσοστιαία αύξηση ή μείωση** της τιμής να είναι ανεξάρτητη από την τιμή.

Βάση των παραπάνω αναγκών, ορίζεται μια στοχαστική ανέλιξη η οποία καλείται **γεωμετρική κίνηση Brown** (Geometric Brownian Motion).

ΟΡΙΣΜΟΣ 1

Μια στοχαστική ανέλιξη $S_t, t \geq 0$ καλείται γεωμετρική κίνηση Brown με παραμέτρους $\mu \in R$ (τάση – drift) και $\sigma > 0$ (μεταβλητότητα – volatility) εάν το $\log S(t)$ είναι κίνηση Brown με αρχική τιμή $\log S(0)$ και συμβολίζεται $GBM(\mu, \sigma^2)$. Ισχύει ότι για κάθε $y \geq 0, t > 0$

1. Η τυχαία μεταβλητή $\ln \frac{S_{t+y}}{S_y} \sim N(t\mu, t\sigma^2), S_0 = 1$
2. Η τυχαία μεταβλητή S_{t+y}/S_y είναι ανεξάρτητη της $S_u, 0 \leq u \leq y$

Όπως και η κίνηση Brown, η γεωμετρική κίνηση Brown S_t είναι και πάλι μια συνεχής συνάρτηση του t (δεν κάνει «άλματα») η οποία δεν είναι πουθενά παραγωγίσιμη.

ΟΡΙΣΜΟΣ 2

Μια γεωμετρική κίνηση Brown $X(t)$ είναι η λύση της στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης (Stochastic Differential Equation – SDE) με γραμμική τάση και συντελεστές διάχυσης:

$$dX(t) = \mu X(t)dt + \sigma X(t) dW(t)$$

Με αρχική τιμή $X(0) = \chi_0$, και $W(t)$ κίνηση Brown (*Wiener Process*)

Ας προσπαθήσουμε να κατανοήσουμε τον παραπάνω ορισμό – μ ονομάζεται ποσοστιαία τάση (percentage drift) και το σ ονομάζεται ποσοστιαία μεταβλητότητα (percentage volatility). Επομένως, αναλογιζόμενοι την τροχιά μιας κίνησης Brown που ικανοποιεί την παραπάνω εξίσωση, ο όρος $\mu X(t)dt$ καθορίζει την τάση (“trend”) της τροχιάς και ο όρος $\sigma X(t) dW(t)$ καθορίζει την επίπτωση της τυχαιότητας (“random noise” effect) στην τροχιά.

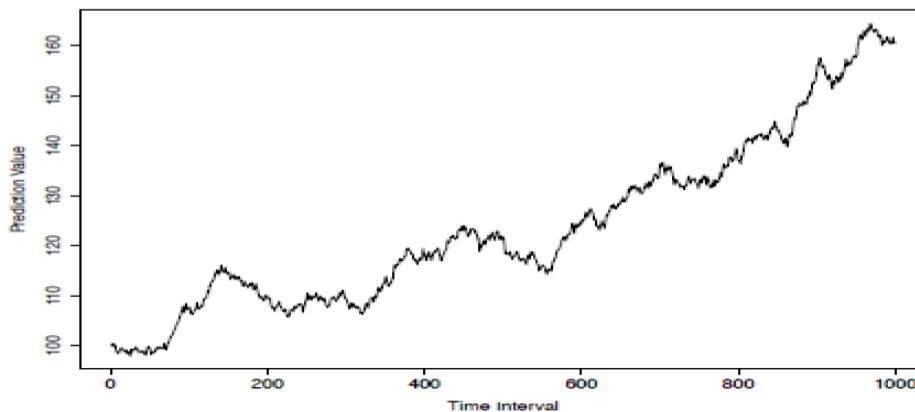
Επιλύοντας της διαφορική εξίσωση με την εφαρμογή χωρισμού μεταβλητών και χρήση του λογισμού του Ito (Ito calculus) προκύπτει η ακόλουθη λύση

$$S(t) = S_0 e^{\hat{\mu}t + \sigma W(t)}, \quad \text{όπου } \hat{\mu} = \mu - \frac{1}{2} \sigma^2,$$

και $dW(t) = \varepsilon \sqrt{dt}$, όπου ε είναι ένα τυχαίο νούμερο από μια κανονική κατανομή. Επομένως το $S(t)$ είναι της μορφής $S(t) = S_0 e^{X(t)}$

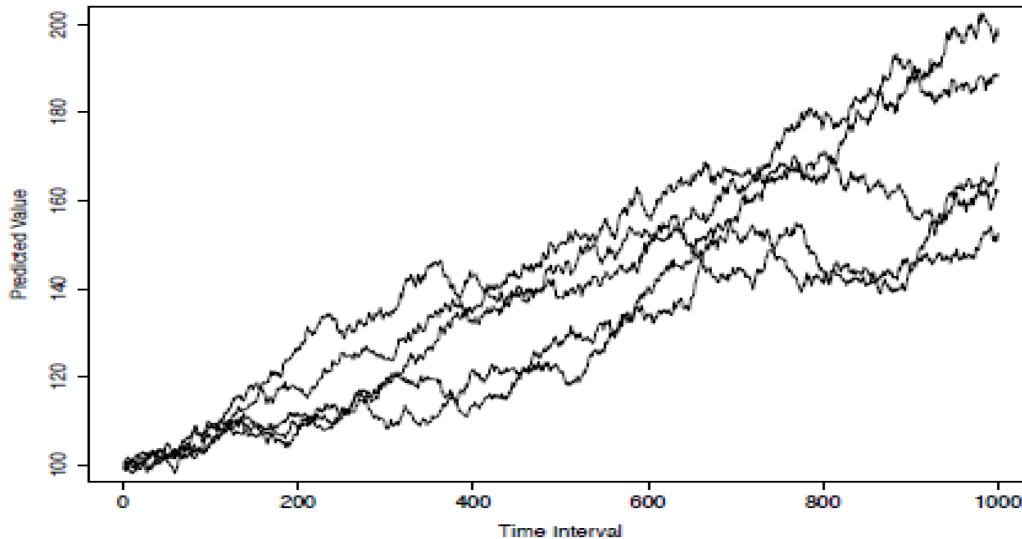
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ BROWN

Αρχικά δίνεται ένα παράδειγμα εκτέλεσης μιας προσομοίωσης για τάση $\mu=0.1$, μεταβλητότητα $\sigma=0.005$ και αρχική τιμή $S_0 = 100$, που αναπαριστά την χρονική εξέλιξη της τιμής ενός αγαθού μετά από 1000 μέρες (δηλαδή η ελάχιστη χρονική προσαύξηση στην προσομοίωση είναι μια ημέρα $dt=1$)



Σχήμα 9: Εξέλιξη τιμή αγαθού αρχική τιμής 100 βάση της στοχαστικής γεωμετρικής κίνησης Brown

Η βασική διαφοροποίηση της γεωμετρικής κίνησης Brown από την συνηθισμένη κίνηση, όπως παρατηρείται και στην παραπάνω προσομοίωση, είναι πως καθοδηγείται από την τάση. Έπειτα από εκατοντάδες προσομοιώσεις της γεωμετρικής κίνησης Brown, τα περισσότερα γραφήματα θα κινούνταν προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, φυσικά με κάποια απόκλιση. Αυτό διαφαίνεται και στο ακόλουθο γράφημα



Σχήμα 10: Τυχαίες κινήσεις GBM με κοινή τάση

Π.3.3 Geometric Brownian motion with Jumps

Θα ξεκινήσουμε ορίζοντας την στοχαστική διαδικασία του άλματος (jump process). Χρειαζόμαστε μια στοχαστική διαδικασία με διακριτές κινήσεις, τα λεγόμενα άλματα, και όχι μικρές συνεχείς κινήσεις. Ορίζουμε την διαδικασία των αλμάτων ως N_t .

Η πιο απλή διαδικασία που μπορεί να περιγράψει μια τέτοια συμπεριφορά είναι η διαδικασία Poisson βάση της οποίας όπως έχουμε ορίσει παραπάνω

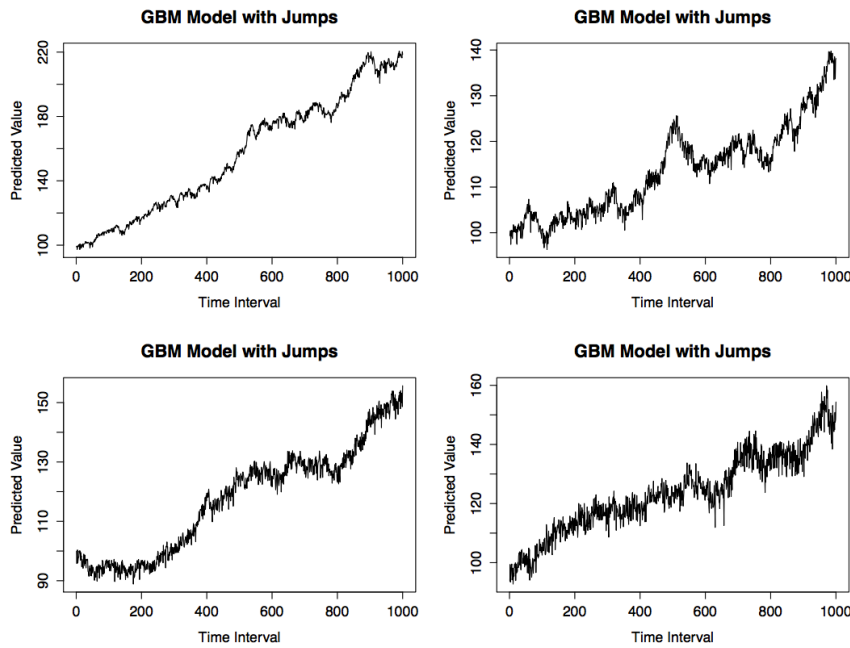
$$P(N_t = k) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Τώρα προσαρμόζοντας κατάλληλα την στοχαστική διαφορική εξίσωση της γεωμετρική κίνησης Brown (GBM) ώστε να ενσωματώσουμε τυχαία άλματα της στοχαστικής μεταβλητής που παρακολουθούμε έχουμε:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t) dW(t) - \delta S(t)dN(t)$$

Με αναλυτική λύση που προκύπτει κατόπιν ολοκλήρωσης και χρήσης του λήμματος του Ito.

$$S_t = S_0 \exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t\right) (1 - \delta)^{N_t} (\text{Y.Zhijun})$$



Σχήμα 11: Το γράφημα συγκρίνει Γεωμετρικές Κινήσεις Brown με άλματα όπου αλλάζει μόνο η παράμετρος της κατανομής Poisson παίρνοντας τιμές (0.5, 1, 2, 5). Με μεγαλύτερη τιμή της παραμέτρου αυξάνονται η μεταβολές στην αναμενόμενη τιμή

Π.3.4 Mean-reverting stochastic Processes

Με τον όρο mean reversion αναφερόμαστε στην τάση μιας στοχαστικής διαδικασίας να παραμένει κοντά ή να τείνει να επιστρέψει σε βάθος χρόνου σε ένα long-run average value. Βασική στοχαστική διαφορική εξίσωση που περιγράφει αυτή την συμπεριφορά είναι η Ornstein-Uhlenbeck Brownian motion with mean reverting drift (OU process). Αυτή η στοχαστική διαδικασία, που προτάθηκε το 1930 από τους Uhlenbeck και Ornstein χρησιμοποιείται ευρέως στην βιολογία αλλά και στα χρηματοοικονομικά μαθηματικά για την μοντελοποίηση της δυναμικής των επιτοκίων αλλά και της μεταβλητότητας στην εξέλιξη διάφορων περιουσιακών στοιχείων. Ακολουθούν κάποιες τροποποιήσεις του μοντέλου OU που κυρίως βρίσκουν σε μοντελοποίηση χρηματοοικονομικών μεγεθών και θα μας είναι χρήσιμα για την συνέχεια.

1. Vasicek Model

Το μοντέλο Vasicek, που οφείλει το όνομα του στον Vasicek (O.Vasicek, 1977), είναι από τα πρώτα μοντέλα βραχυπρόθεσμου επιτοκίου (short-term interest rate). Ουσιαστικά αποτελεί μια ακριβής προσαρμογή του μοντέλου OU σε χρηματοοικονομικά μεγέθη. Υποθέτει πως το instantaneous spot rate (ή "short rate") ακολουθεί μια διαδικασία Ornstein – Uhlenbeck με σταθερούς συντελεστές.

$$dx_t = \alpha(\mu - x_t)dt + \sigma dW_t$$

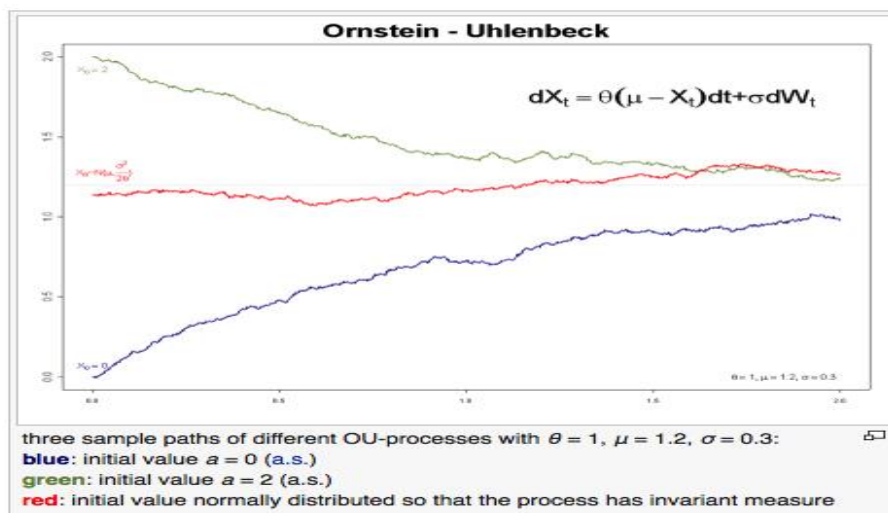
Όπου α (mean reversion rate = speed of reversion): ταχύτητα με την οποία τα μονοπάτια θα ανασυνταχθούν γύρω από το long-term mean μ

μ (long-term mean level): όλα τα μονοπάτια της x_t θα εξελιχθούν γύρω από μια μέση τιμή μ στο μέλλον

σ (magnitude of the Brownian noise = instantaneous volatility): μετρά κάθε στιγμή το μέγεθος της τυχειότητας που εισέρχεται στο σύστημα.

και είναι θετικές σταθερές και dW_t μια κανονική διαδικασία Wiener.

Στο ακόλουθο γράφημα παρατηρούμε την επίπτωση που έχει η ταχύτητα reversion



Σχήμα: 12: mean reverting processes με διαφορετική ταχύτητα σύγκλισης

Παρότι το μοντέλο Vasicek είναι απλό και γίνεται εύκολα κατανοητό έχει κάποια σημαντικές ελλείψεις και αδυναμίες (Lesniewski, 2008):

- Είναι αδύνατο κάποιος στην προσπάθεια να σταθμίσει σωστά το μοντέλο να χρησιμοποιήσει ολόκληρη χρονοσειρά ιστορικών τιμών σαν αρχική συνθήκη.
- Υπάρχει μόνο μια παράμετρος μεταβλητότητας διαθέσιμη προς στάθμιση
- Είναι one-factor model και συνεπώς υπάρχει μόνο ένας στοχαστικός παράγοντας που επηρεάζει την διαδικασία
- Η τιμές της μελετούμενης μεταβλητής μπορούν να πάρουν ακόμα και αρνητικές τιμές με μη-μηδενική πιθανότητα (συνήθως, αυτή η πιθανότητα είναι σχετικά χαμηλή)

Οι περισσότερες από αυτές τις ελλείψεις (μειονεκτήματα) του μοντέλου μπορούν να ξεπεραστούν με μικρές επεκτάσεις του μοντέλου.

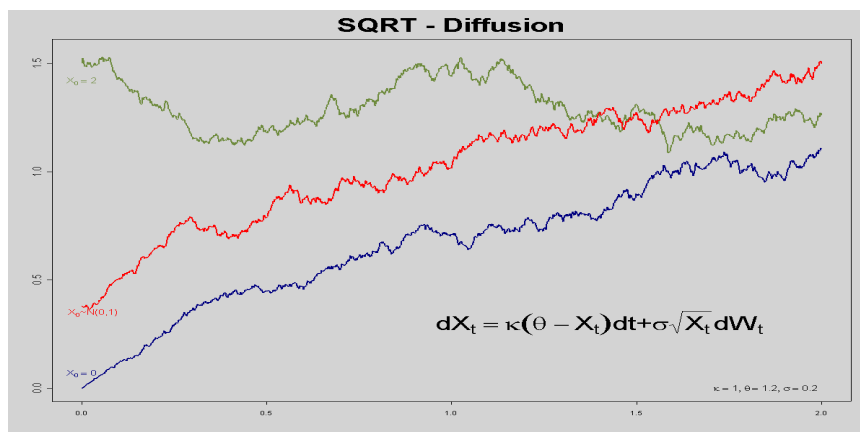
2. The CIR model

Οι Cox, Ingersoll και Ross πρότειναν (Cox, J.Ingersoll, & S.A.Ross, 1985b) το ακόλουθο μοντέλο στα πλαίσια του γενικού μοντέλου ισορροπίας από τους ίδιους (Cox, J.Ingersoll, & S.A.Ross, 1985a) και αποτελεί μια επέκταση του μοντέλου Vasicek. Είναι και αυτό ένα "one factor model" καθώς περιγράφει τις κινήσεις του επιτοκίου συναρτήσει μιας μόνο μεταβλητής, τον κίνδυνο της αγοράς (market risk)

$$dy_t = a(\mu - y_t)dt + \sigma\sqrt{y_t}dW_t, \quad 2a\mu \leq \sigma^2$$

Η παράμετρος της τάσης $a(\mu - y_t)$ είναι ακριβώς ίδιο όπως στο μοντέλο Vasicek και εξασφαλίζει την mean reversion της μεταβλητής στην τιμή μ με ταχύτητα προσαρμογής την αυστηρά θετική σταθερά α .

Η παράμετρος της τυπικής απόκλισης, $\sigma\sqrt{y_t}$, εξασφαλίζει από την άλλη την αποφυγή εμφάνισης αρνητικών τιμών στην μελετούμενη μεταβλητή για όλες τις θετικές τιμές των α, μ . Για να γίνει αντιληπτή αυτή η σημαντική τροποποίηση αρκεί να αναλογιστούμε ότι, όταν η τιμή της μεταβλητής βρίσκεται σε χαμηλό επίπεδο (κοντά στο 0), τότε η τυπική απόκλιση γίνεται και αυτή πολύ μικρή, το οποίο με την σειρά του εξασθενεί την επίπτωση μιας τυχαίας απότομης μεταβολής στην τιμή του μεγέθους. Κατ' επέκταση όταν η τιμή της μεταβλητής πλησιάζει κοντά στο 0, η περαιτέρω εξέλιξή της κυριαρχείται από την παράμετρο της τάσης (drift factor), η οποία ωθεί την τιμή της μεταβλητής προς τα επάνω, δηλαδή προς την τιμή ισορροπίας μ .



Σχήμα 13: Παραδείγματα στοχαστικών ανελιξεων βάση του μοντέλου CIR

3. The Hull-White Model

Μια κατάλληλη γενίκευση της διαδικασίας Ornstein-Uhlenbeck είναι μια διαδικασία η οποία επανέρχεται σε ένα μέσο επίπεδο που εξαρτάται από το χρόνο $\mu(t)$ αντί για ένα σταθερό επίπεδο μ είναι το μοντέλο Hull-White (one factor) το οποίο περιεγράφηκε από τον John C. Hull και τον Alan White το 1990. (Hull & White, Pricing interest-rate derivative securities, 1990)

$$dx_t = \left(\frac{d\mu(t)}{dt} + \alpha(\mu(t) - x_t) \right) dt + \sigma(t)dW_t$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΟΣ

- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure* 3 (17), 21-86.
- Boutsikas, M. (2005-7). Σημειώσεις Μαθήματος "Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα". Τμήμα Στατιστικής & Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
- Brigo, D., & Mercurio, F. (2006). *Interest Rate Models — Theory and Practice with Smile, Inflation and Credit*. Springer Verlag.
- Brown, R. (1828). A brief account of microscopical observations made in the months of June July and August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies. *Philosophical Magazine N. S.* 4, 161-173.
- Brownian Motion*. (2006). Retrieved from Wikipedia:
http://en.wikipedia.org/wiki/Brownian_motion
- Casella, G., & Berger, R. L. (2001). *Statistical Inference*. Duxbury.
- Cinlar, E. (1975). *Introduction to Stochastic Processes*. Prentice-Hall.
- Cox, J., Ingersoll, & S.A. Ross. (1985a). An intertemporal general equilibrium model of asset prices. *Econometrica* 53, 363-384.
- Cox, J., Ingersoll, & S.A. Ross. (1985b). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, 385-408.
- Ermogenous, A. (2005). Brownian Motion and its applications in the stock market.
- Glasserman, P. (2004). *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. New York: Springer-Verlag.
- Haight, F. A. (1967). *Handbook of the Poisson Distribution*. New York: John Wiley & Sons.
- Howard M. Taylor, S. K. (1998). *An Introduction to stochastic modeling* (Third ed.). Academic Press.
- Hull, J. (2006). *"Interest Rate Derivatives: Models of the Short Rate"*. *Options, Futures, and Other Derivatives*. N.J.: Prentice Hall.
- Hull, J., & White, A. (1990). Pricing interest-rate derivative securities. *The Review of Financial Studies*, Vol 3, No. 4, 573-592.
- I. Karatzas, S. S. (1991). Brownian Motion and Stochastic Calculus. *Graduate Texts in Mathematics, Volume 113*. Springer, 2nd Edition.
- Kozdron, M. (2002). A random look at Brownian Motion. Duke University.
- Kunita, H. (1990). *Stochastic flows and stochastic differential equations*. Cambridge University Press.
- Lesniewski, P. A. (2008). *Short Rate Models*. NYU.
- Lyon, A. (2014). Why are normal Distributions Normal? *The British Journal for the Philosophy of Science*.
- M. Taylor, H., & Karlin, S. (1998). *An introduction to Stochastic Modeling*. Academic Press.
- Movellan, J. R. (2011). Tutorial on Stochastic Differential Equations. MPLab Tutorials Verion 06.1.

- O.Vasicek. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *J.Financial Economics* 5, 177-188.
- Øksendal, & K.Bernt. (2003). *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*. Berlin: Springer.
- Øksendal, B. (1998). *Stochastic Differential Equations*. Berlin: Springer-Verlag.
- Peter Morter, Y. P. (2010). *Brownian Motion*. Cambridge Press.
- Poisson, S. (1837). Probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités. Paris, France: Bachelier.
- Radkov, P. R. (n.d.). The Mean Reversion Stochastic Processes Applications in Risk Management.
- Ross, S. M. (2002). *An elementary Introduction to MATHematical Finannce*. Cambridge University Press.
- Roy D. Yates, D. G. (2005). *Probability and Stochastic Processes: A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers* (Second ed.). New York: John Wiley & Sons, INC.
- Shreve, S. (2004). *Stochastic Calculus for Finance II Continuous Time Models*. Springer.
- Sigman, K. (2006). *Geometric Brownian Motion*. Columbia University.
- Y., M. (1996). Solution of the extended CIR Term Structure and Bond Option Valuation. *Mathematical Finance* (6), 89–109.
- Y.Zhijun. (n.d.). Geometric Brownian Motion Model in Financial Market. Berkley.
- Zastawniak, Z. B. (1999). *Basic Stochastic Processes*. London: Springer-Verlag.
Retrieved from Wikipedia.
- Γ. Κοκολάκης, Ι. Σ. (2010). *Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική με Εφαρμογές*. Αθήνα: Εκδόσεις Συμεών.
- Γιαννακόπουλος, Α. Ν. (2003, Φεβρουαρίου 2). Στοχαστική Ανάλυση και Εφαρμογές στη Χρηματοοικονομική. Τόμος Ι. Τμήμα Στατιστικής και Αναλογιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Αιγαίου.
- Κοκολάκης, Γ. (n.d.). Σημειώσεις Στοχαστικών Ανελίξεων.
- Φίλης, Γ. Α. (2006, Σεπτέμβριος). Στοχαστικές Διαδικασίες. Πολυτεχνείο Κρήτης.

ΠΑΡΑΤΗΜΑ 2

Υλοποιήσεις στο MATLAB

Σε αυτό το Παράρτημα θα παραθέσουμε μερικά τμήματα κώδικα που υλοποιούν κάποιες από τις βασικές λειτουργίες του μοντέλου προσομοίωσης που υλοποιήθηκε.

Αποεποχικοποίηση χρονοσειρών Συντελεστή Φορτίου

```
function [ Wm, sst ,sigma] = seasonal_adjustment2()
%The seasonal adjustment is based on additive decomposition

%% Load the data

[Data,txt,row]=xlsread('DailyCapacityFactors.xlsx');
y = (Data);
y(isnan(y))=0;
T = length(y);
dates=txt(3:50,1);
Dates = datenum(dates,'dd/mm/yyyy')

figure(1)

for i=1:7
    subplot(4,2,i)
        hold on
        Country=plot(Dates,y(:,i),'-r','LineWidth',1,'color',rand(1,3));

h1 = gca;
h1.XLim = [0,T];
h1.XTick = 1:12:T;
h1.XTickLabel = datestr(Dates(1:12:T),10);
title 'Mean Monthly Capacity Factors';
ylabel 'Capacity Factor(%)';
dateformat=1;
datetick('x',dateformat,'keepticks'); xlabel('Date');
end

%% Apply Moving Average for long-term Trend estimation

%daily periodicity --> 7-term moving average
%monthly periodicity --> 13-term moving average (center moving avg.)
%quarterly periodicity --> 5-term moving average (center moving avg.)

%To prevent observation loss, repeat the first and last smoothed values (six times).
%hold on
yS=zeros(7,48);
xt=zeros(7,48);
wts = [1/24;repmat(1/12,11,1);1/24]; %13-term moving avg
for i=1:7
    yS(i,:)= conv((y(:,i))',wts,'same'); %'same' when calling conv returns a smoothed
series the same length as the original series.

    yS(i,1:6) = yS(i,7); yS(i,T-5:T) = yS(i,T-6);
    k=(y(:,i))';
    xt(i,:) = k-yS(i,:); %Subtract the smoothed series from the original series to
detrnd the data.
end
Wm=zeros(1,7);
for i=1:7
    Wm(i)=mean(nonzeros(yS(i,:)));%average long-term trend
    subplot(4,2,i)
        hold on;
        h = plot(Dates,yS(i,:),'r','LineWidth',2);

end
hold off

%% Create Seasonal Indices

%Create a cell array, sidx, to store the indices corresponding to each period.
%The data is monthly, with periodicity 12, so the first element of sidx is a vector
%with elements 1, 13, 25,...,61 (corresponding to January observations).
%The second element of sidx is a vector with elements 2, 14, 16,...,62
%(corresponding to February observations)...
s = 12;
sidx = cell(s,1);
```

```

for i = 1:s
    idx{i,1} = i:s:T;
end

sidx{1:2}
%Using a cell array to store the indices allows for the possibility that each period
does
%not occur the same number of times within the span of the observed series.

%% Apply stable seasonal filter

%Apply a stable seasonal filter to the detrended series, xt.
%Using the indices constructed in Step 3, average the detrended data corresponding to
each period.
%Center the seasonal estimate to fluctuate around zero.
sst=zeros(7,12);
for i=1:7
    Den=xt(1,:);
    Ger=xt(2,:);
    Ir=xt(3,:);
    Sp=xt(4,:);
    UK=xt(5,:);
    Fr=xt(6,:);
    Se=xt(7,:);
    sst1 = cellfun(@(x) mean(Den(x)),sidx);%
    ...
    % Put smoothed values back into a vector of length N
    nc = floor(T/s); % no. complete years
    rm = mod(T,s); % no. extra months
    sst1 = [repmat(sst1,nc,1);sst1(1:rm)];
    ...

    % Center the seasonal estimate (additive)
    sBar1 = mean(sst1); % for centering
    ...

    sst1 = sst1-sBar1;
    ...

    sst=[sst1,sst2,sst3,sst4,sst5,sst6,sst7];
    figure(2)
    subplot(4,2,i)

    plot(Dates,sst(:,i),'-r','LineWidth',1,'color',rand(1,3))

    title 'Stable Seasonal Component';
    h2 = gca;
    h2.XLim = [0 T];
    ylabel 'Capacity Factor(%)';
    h2.XTick = 1:12:T;
    h2.XTickLabel = datestr(Dates(1:12:T),10);
    dateformat=1;
    datetick('x',dateformat,'kepticks'); xlabel('Date');
end
%The stable seasonal component has constant amplitude across the series.
%The seasonal estimate is centered, and fluctuates around zero.

%% Deaseasonalize the series

%The stable seasonal component has constant amplitude across the series.
%The seasonal estimate is centered, and fluctuates around zero.
dt=zeros(48,7);
sigma=zeros(1,7);
for i=1:7
    dt(:,i) = y(:,i) - sst(:,i);
    sigma(i)=std(dt(:,i));

    figure(3)
    subplot(4,2,i)
    plot(Dates,dt(:,i),'-r','LineWidth',1,'color',rand(1,3))

    title 'Deseasonalized Series';
    ylabel 'Capacity Factor (%)';
    h3 = gca;
    h3.XLim = [0 T];
    h3.XTick = 1:12:T;

```



```

h3.XTickLabel = datestr(Dates(1:12:T),10);
dateformat=1;
datetick('x',dateformat,'kepticks'); xlabel('Date');
end

%References:
%Brockwell, P. J. and R. A. Davis. Introduction to Time Series and Forecasting. 2nd
ed. New York, NY: Springer, 2002.
%Matlab Toolbox2015

```

Προσομοίωση Συντελεστή Φορτίου (παράδειγμα Δανίας)

```

[Fm,G, sigma]= seasonal_adjustment2();
g= repmat(G,T,1);

F=zeros(N,nsamples);
capacity_factor=zeros(T,nsamples);
%% Denmark
y_0=2013;
hold on;
randn('state',100);

for k=1:nsamples
    dW = zeros(1,N);           % preallocate arrays ...
    W = zeros(1,N);           % for efficiency

    dW(1) = sqrt(dt)*randn;    % first approximation outside the loop ...
    W(1) = dW(1);              % since W(0) = 0 is not allowed
    for j = 2:N
        dW(j) = sqrt(dt)*randn; % general increment
        W(j) = W(j-1) + dW(j);
    end

    for i=1:N
        X(i)=g(i,1)+Fm(1)+sigma(1)*Fm(1)*W(i);
        F(i,k)=g(i,1)+Fm(1)+sigma(1)*Fm(1)*W(i);
    end
end

%-----
for i = 1:11
    y=y_0+i;

    subplot(4,3,i)

    sm(i) = mean(capacity_factor(i,:));
    hist(capacity_factor(i,:),40) % separates & sorts data into 40 bins
    hold on
    plot(sm(i),0,'ro')
    title(['Denmark: Capacity factor distribution for Year: ',num2str(y)])
    xlabel(['CF (%)= ',num2str(100*sm(i)),'%'])
end

```

Προσομοίωση Τιμών Ηλεκτρικής Ενέργειας

```

%% Load Historical Data
[data,txt] = xlsread('dk_monthly.xlsx');
dates = txt(4:end,1);
Date = datenum(dates,'dd/mm/yyyy');
S = data(:,1);
figure;
plot(Date,S);
datetick('x','kepticks'); xlabel('Date'); ylabel('Monthly Electricity prices in
Denmark €/MWh');
SR = (log(S(2:end)./S(1:end-1))) ;

%% Models Description

%% Parameter Calibration & Model

```

```

modelsel = 'hvw'; %hvw - mean reverting, %gbm - based on returns
startdate = '1/1/2010';
x=datetime(startdate,'dd/mm/yyyy');
j = find(Date==x)

S2 = S(j:end);
Date2 = Date(j:end);
SR2 = SR(j+1:end);

dt = 1/12; %time increment is 1 month

switch modelsel
    case 'gbm'
        % gbm - geometric brownian motion model

        sigma_el = std(SR);
        level = mean(SR);
        model = gbm(level,sigma_el,'StartState', S(end));
    case 'hvw'
        % hvw - mean reversion model

        %choose calibration method
        calibrationsel='ls' %reg - simple regression, ls- least squares, ml-maximum
        likelihood
            switch calibrationsel
                case 'reg'
                    [level,sigma_el,speed]=CalibrateOU_regress(S,dt);
                case 'ml'
                    [level,sigma_el,speed]=CalibrateOU_ML(S,dt);
                case 'ls'
                    [level,sigma_el,speed]=CalibrateOU_LS(S,dt);
            end

            %mean reverting model creation
            model = hvw(speed,level,sigma_el,'StartState', S(end));
    case 'mrjd'
        years=20;
        periods = years*12;
        NTrials = 10000;
        [alpha,beta,sigma_el,mu,gamma,lambda] = mrjd_mle(S);
        P = [alpha,beta,sigma_el,mu,gamma,lambda];
        r = mrjd_sim(NTrials, periods, S(end), P);
        plot(r')
        Ssim=r';
        figure;
        plot(Date, S, Date(end)+(0:30:(years*ann+1)*30-1), Ssim(:,1:NTrials));
        datetick('x','keepticks'); xlabel('Date'); ylabel('Electricity Price €/MWh');
        title('Historical & Simulated Electricity Prices')
    end

%% Monte-Carlo Simulation
% The model defined above can be simulated with the simulate method of the
% SDE object to generate multiple log price paths. These are exponentiated
% to compute the simulated electricity prices. The plot below shows 1000
% paths simulated daily, 8 years into the future.

NTrials = 10000;
years = 20;
ann = 12;
NSteps = years*ann;

tic
Xsim = simulate(model, NSteps, 'NTrials', NTrials, 'DeltaTime', dt);
Xsim = squeeze(Xsim); % Remove redundant dimension
toc

Ssim = Xsim;
SYear = Ssim(13:12:end,:);

% Visualize first 20 prices of 1000 paths
%plot(Date2, S2);
figure;
plot(Date, S, Date(end)+(0:30:(years*ann+1)*30-1), Ssim(:,1:NTrials))
datetick('x','keepticks'); xlabel('Date'); ylabel('Electricity Price €/MWh');
title('Historical & Simulated Electricity Prices ')

```

Real Options & Binomial Lattice (παράδειγμα Δανίας)

```
%% Total Cost Development
%inflation 3%
inflation_rate=0.03;
installation_cost=zeros(N,1);
installation_cost(1,1)=1240;
for i= 2:N+1
    installation_cost(i)=installation_cost(i-1)*(1+inflation_rate/12);
end

%% Tree Parameters
%N=Periods*T;
deltaT = 1/12;
u=exp(sigma * sqrt(deltaT));
d=1/u;
p=(exp(r*deltaT) - d)/(u-d) ;

%% Create Lattice evolution of the underlying value S(CRR)

SValue = zeros(N+1,N+1);
SValue(1,1)=S0;
for j=2:N+1
    SValue(1:j-1,j)=u*SValue(1:j-1,j-1);
    SValue(j,j)=d*SValue(j-1,j-1);
end

%% Calculate equity lattice of 3rd option - project launch & construction

%20MW plant=20000kW
size=20000;
%Construction Lead Time in months
LeadTimeC=0;
%Grid Access Procedure Lead Time in months
LeadTimeG=2;
%Administrative Procedure Lead Time in months
LeadTimeA=34;

%investment cost= 87% of total cost
I=installation_cost*0.875*size;

%latest and fastest possible start times for construction/launcing phase
TimeC_max=(N+1)-LeadTimeC;
TimeC_min=LeadTimeA+LeadTimeG+1;

%Calculate Option Value at Last Node
%OValue = nan(size(SValue));
OValue=zeros(N+1,N+1);
for i=1:(N+1)
    Choose=[SValue(i,end)-I(i)*exp(-r*deltaT),0];
    OValue(i,end) = max(Choose);
end

% Loop backwards to get values at the earlier times
steps = (N+1)-1; %for N=3, steps=3
for j = steps:-1:(TimeC_min)
    hold(1:j,j) = ...
        exp(-r*deltaT)*(p*OValue(1:j,j+1) ...
            + (1-p)*OValue(2:j+1,j+1));
    %Choose(1:j,j)=[hold(1:j,j),SValue(1:j,j)-900];
    OValue(1:j,j) = max(hold(1:j,j),SValue(1:j,j)-I(j)*exp(-r*deltaT));
end

for j = (TimeC_min-1):-1:1
    hold(1:j,j) = ...
        exp(-r*deltaT)*(p*OValue(1:j,j+1) ...
            + (1-p)*OValue(2:j+1,j+1));
    %Choose(1:j,j)=[hold(1:j,j),SValue(1:j,j)-900];
    OValue(1:j,j) = hold(1:j,j);
end

%% Calculate equity lattice including 2nd option - Grid Access
```

```

%latest and fastest possible start times for construction/launcing phase
TimeG_max=TimeC_max-LeadTimeG;
TimeG_min=LeadTimeA+1;

%stage cost
percentageG=0.014;
CostG=installation_cost*percentageG*size;

%2nd Option Valuation

%OValue2 = nan(size(SValue));
OValue2=zeros(N+1,N+1);
for j=TimeG_max:-1:1
    for i=1:j
        OValue2(i,j)=OValue(i,j);
    end
end

%Calculate Option Value at Last Node available for Grid Access Option
for i=1:N+1
    Choose=[OValue(i,TimeG_max)-CostG(i)*exp(-r*deltaT),0];
    OValue2(i,TimeG_max) = max(Choose);
end

%Loop backwards until First Node where Grid Access option in available
for j = (TimeG_max-1):-1:(TimeG_min)
    hold(1:j,j) = ...
        exp(-r*deltaT)*(p*OValue2(1:j,j+1) ...
            + (1-p)*OValue2(2:j+1,j+1));
    %Choose(1:j,j)=[hold(1:j,j),SValue(1:j,j)-900];
    OValue2(1:j,j) = max(hold(1:j,j),OValue(1:j,j)-CostG(j)*exp(-r*deltaT));
end

for j = (TimeG_min-1):-1:1
    hold(1:j,j) = ...
        exp(-r*deltaT)*(p*OValue2(1:j,j+1) ...
            + (1-p)*OValue2(2:j+1,j+1));

    OValue2(1:j,j) = hold(1:j,j);
end

%% Calculate equity lattice including 1st option - Administrative Procedures

%latest and fastest possible start times for construction/launcing phase
TimeA_max=TimeG_max-LeadTimeA;
TimeA_min=1;

%stage cost
percentageG=0.017;
CostA=installation_cost*percentageG*size;

%1st Option Valuation

%OValue3 = nan(size(SValue));
OValue3=zeros(N+1,N+1);
for j=TimeA_max:-1:1%(TimeA_max+1)
    for i=1:j
        OValue3(i,j)=OValue2(i,j);
    end
end

%Calculate Option Value at Last Node available for Administrative Option
for i=1:N+1
    Choose=[OValue2(i,TimeA_max)-CostA(i)*exp(-r*deltaT),0];
    OValue3(i,TimeA_max) = max(Choose);
end

%Loop backwards until First Node where Administrative option in available
for j = (TimeA_max-1):-1:(TimeA_min)
    hold(1:j,j) = ...
        exp(-r*deltaT)*(p*OValue3(1:j,j+1) ...
            + (1-p)*OValue3(2:j+1,j+1));
    %Choose(1:j,j)=[hold(1:j,j),SValue(1:j,j)-900];
    OValue3(1:j,j) = max(hold(1:j,j),OValue2(1:j,j)-CostA(i)*exp(-r*deltaT));
end

```