



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Πρόβλεψη φάσματος σε γνωστικά ραδιοσυστήματα με τη
χρήση μεθόδων μηχανικής μάθησης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΙΩΑΝΝΗ ΤΣΑΚΝΑΚΗ

Επιβλέπων : Αθανάσιος Παναγόπουλος
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2015

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Πρόβλεψη φάσματος σε γνωστικά ραδιοσυστήματα με τη χρήση μεθόδων μηχανικής μάθησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΙΩΑΝΝΗ ΤΣΑΚΝΑΚΗ

Επιβλέπων : Αθανάσιος Παναγόπουλος
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 30^η Οκτωβρίου 2015.

(Υπογραφή)

.....
Αθανάσιος Παναγόπουλος
Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Παναγιώτης Κωττής
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Γεώργιος Φικιώρης
Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2015

(Υπογραφή)

.....
ΙΩΑΝΝΗΣ ΤΣΑΚΝΑΚΗΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

© 2015– All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αφιερώνεται στην γιαγιά μου Πηνελόπη

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου τον επίκουρο καθηγητή Α. Παναγόπουλο, γιατί μου έδωσε τη ευκαιρία να ασχοληθώ με ένα σύγχρονο και ενδιαφέρον θέμα, καθώς και για το ενδιαφέρον που έδειξε για τις επιστημονικές ανησυχίες μου. Επιπλέον η διπλωματική αυτή δεν θα μπορούσε να ολοκληρωθεί χωρίς τη βοήθεια της μεταδιδακτορικής ερευνήτριας Σ. Βασσάκη, η οποία ήταν πρόθυμη να βοηθήσει σε όλα τα στάδια της διπλωματικής και διαθέσιμη όποτε αντιμετώπιζα προβλήματα ή είχα απορίες και προβληματισμούς. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους του περιβάλλοντός μου, την οικογένειά μου και τους φίλους μου για τη στήριξή τους.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αφορά εφαρμογές μηχανικής μάθησης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα. Τα γνωστικά ραδιοσυστήματα είναι ευφυή τηλεπικοινωνιακά συστήματα τα οποία προσαρμόζουν δυναμικά τις παραμέτρους λειτουργίας τους, λαμβάνοντας υπόψιν τα χαρακτηριστικά του ηλεκτρομαγνητικού περιβάλλοντος μέσα στο οποίο δραστηριοποιούνται. Παράλληλα στη παρούσα διπλωματική παρουσιάζονται βασικές πληροφορίες για τα γνωστικά ραδιοσυστήματα, βασικές έννοιες της θεωρίας παιγνίων και της μηχανικής μάθησης καθώς και εφαρμογές των δύο τελευταίων γνωστικών πεδίων σε γνωστικά ραδιοσυστήματα. Ιδιαίτερα ασχολούμαστε με την εφαρμογή μεθόδων μηχανικής μάθησης στο πρόβλημα της πρόβλεψης φάσματος, δηλαδή της πρόβλεψης των διαφορών χαρακτηριστικών του φάσματος με στόχο την αποδοτικότερη και πιο επιτυχημένη αξιοποίησή του. Συγκεκριμένα επικεντρωνόμαστε στο πρόβλημα της πρόβλεψης της κατάστασης του καναλιού, δηλαδή πρόβλεψη κατά πόσο αυτό είναι ελεύθερο ή δεσμευμένο. Στο πρόβλημα αυτό εφαρμόζουμε με την χρήση του Matlab τρεις αλγόριθμους μηχανικής μάθησης (νευρωνικά δίκτυα, κρυφά μοντέλα Markov, μηχανές διανυσματικής υποστήριξης), υπολογίζουμε τις επιδόσεις τους και αξιολογούμε τα αποτελέσματα.

Λέξεις Κλειδιά

γνωστικά ραδιοσυστήματα, μηχανική μάθηση, θεωρία παιγνίων, πρόβλεψη φάσματος, πρόβλεψη κατάστασης καναλιού, νευρωνικά δίκτυα, κρυφά μοντέλα Markov, μηχανές διανυσματικής στήριξης

Abstract

This diploma thesis deals with the possible applications of machine learning to cognitive radios. Cognitive radios are intelligent telecommunications systems that are able to adapt their operational parameters in a dynamic way, taking into account the characteristics of the electromagnetic environment in which they operate. In parallel we present basic information about cognitive radios, concepts of machine learning and game theory and applications of the last two fields in cognitive radios. In particular, we employ machine learning techniques to tackle the problem of spectrum prediction in cognitive radio networks. The specific problem refers to the process of predicting the spectrum characteristics so as to better utilize it. In this thesis, we focus on channel status prediction and in particular our goal is to predict whether the channel status is idle or busy. For the solution of this problem, we apply three different machine learning techniques (neural networks, support vector machines, hidden Markov models) and we compute the predicted values using each technique. The proposed mechanisms are evaluated through simulations using Matlab and the performance of each technique is investigated, drawing significant conclusions.

Keywords

cognitive radios, machine learning, game theory, spectrum prediction, channel status prediction, neural networks, hidden Markov models, support vector machines

Εισαγωγή

Η παρούσα διπλωματική εργασία αφορά εφαρμογές μηχανικής μάθησης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα και ιδιαίτερα στο πρόβλημα της πρόβλεψης φάσματος. Συγκεκριμένα επικεντρωνόμαστε στο πρόβλημα της πρόβλεψης της κατάστασης του καναλιού, δηλαδή κατά πόσο αυτό είναι ελεύθερο ή δεσμευμένο, στο οποίο εφαρμόζουμε τρεις αλγόριθμους μηχανικής μάθησης. Στη συνέχεια ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή της δομής της διπλωματικής εργασίας.

Στο 1ο κεφάλαιο παρουσιάζεται μία εισαγωγή στα γνωστικά ραδιοσυστήματα. Τα γνωστικά ραδιοσυστήματα είναι ευφυή τηλεπικοινωνιακά συστήματα τα οποία προσαρμόζουν δυναμικά τις παραμέτρους λειτουργίας τους, λαμβάνοντας υπόψιν τα χαρακτηριστικά του ηλεκτρομαγνητικού περιβάλλοντος μέσα στο οποίο δραστηριοποιούνται. Τα συστήματα αυτά έχουν ως βασικό στόχο την επίλυση του προβλήματος της ανεπάρκειας του φάσματος επιδιώκοντας την αποδοτική αξιοποίησή του. Στο κεφάλαιο αυτό αναλύονται οι τέσσερις θεμελιώδεις λειτουργίες των γνωστικών ραδιοσυστημάτων (φασματική ανίχνευση, φασματική απόφαση, φασματική κινητικότητα και φασματικός διαμοιρασμός) καθώς και μερικές βασικές εφαρμογές αυτών.

Στο 2ο κεφάλαιο γίνεται μία σύντομη εισαγωγή στην θεωρία παιγνίων, η οποία αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για την μοντελοποίηση διάφορων σεναρίων χρήσης γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Στο κεφάλαιο αυτό δίνονται βασικοί ορισμοί και σύντομες αναφορές σε μη συνεργατικά παίγνια, σε δημοπρασίες, σε παίγνια διαπραγμάτευσης και σε στοχαστικά παίγνια. Τέλος γίνεται αναφορά σε εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων σε γνωστικά ραδιοσυστήματα.

Στο 3ο κεφάλαιο δίνεται μία εισαγωγή στη μηχανική μάθηση, όπου περιγράφονται οι βασικές έννοιες αυτής. Στη συνέχεια ακολουθεί μία θεωρητική ανάλυση μερικών βασικών τεχνικών, όπως τα νευρωνικά δίκτυα, οι μηχανές διανυσματικής υποστήριξης, τα μοντέλα Markov (ιδιαίτερα κρυφά μοντέλα Markov), η μάθηση κατά Bayes, η τεχνική PCA, η ομαδοποίηση και η νοημοσύνη σμήνους.

Στο 4ο κεφάλαιο περιγράφεται η σχέση ανάμεσα στα γνωστικά ραδιοσυστήματα και τη μηχανική μάθηση, ενώ δίνονται αναφορές εφαρμογών από τη βιβλιογραφία. Στη συνέχεια γίνεται μία εισαγωγή στην πρόβλεψη φάσματος, στην ανάγκη ύπαρξης αυτής καθώς και σε μερικά σενάρια χρήσης τέτοιων τεχνικών. Τέλος γίνεται αναφορά σε εφαρμογές μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη φάσματος που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία.

Στο 5ο κεφάλαιο εφαρμόζονται τρεις αλγόριθμοι μηχανικής μάθησης στο πρόβλημα της πρόβλεψης της κατάστασης του καναλιού. Αρχικά δίνονται μερικές βασικές έννοιες

τηλεπικοινωνιακής κίνησης και στη συνέχεια περιγράφεται το μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε, ο τρόπος παραγωγής κίνησης σε αυτό και οι παράμετροι που το περιγράφουν. Στο επόμενο κομμάτι περιγράφεται ο τρόπος με τον οποίο εφαρμόζονται οι μέθοδοι μάθησης στο πρόβλημα, οι παράμετροι που επιλέγουμε για αυτές τις μεθόδους και οι μετρικές με τις οποίες αξιολογούμε την επίδοση αυτών. Τέλος απεικονίζονται τα αποτελέσματα σε γραφικές παραστάσεις από τις οποίες εξάγονται συμπεράσματα, ενώ συζητούνται τυχόν επεκτάσεις του μοντέλου που χρησιμοποιούμε.

Contents

1	Γνωστικά ραδιοσυστήματα	1
1.1	Εισαγωγή	1
1.2	Ορισμοί	2
1.3	Βασικές έννοιες	3
1.3.1	Χρήστες	3
1.3.2	Φασματικές οπές(Spectral holes)	3
1.4	Γνωστικές λειτουργίες	3
1.5	Φασματική ανίχνευση(Spectrum sensing)	5
1.5.1	Μη συνεργατικές μέθοδοι(Non-cooperative methods)	5
1.5.2	Συνεργατικές μέθοδοι(Cooperative methods)	10
1.5.3	Ανίχνευση βασισμένη σε παρεμβολές(Interference-based sensing)	11
1.6	Φασματική απόφαση(Spectrum decision)	12
1.6.1	Χαρακτηρισμός φάσματος(Spectrum characterization)	13
1.6.2	Επιλογή φάσματος(Spectrum selection)	14
1.6.3	Επαναδιαμόρφωση γνωστικού ραδιοσυστήματος(Cognitive radio reconfiguration)	16
1.7	Φασματική κινητικότητα(Spectrum mobility)	17
1.7.1	Στρατηγικές μεταπομπής(Handoff strategies)	18
1.8	Φασματικός διαμοιρασμός(Spectrum sharing)	20
1.8.1	Αρχιτεκτονική δικτύου(Network architecture)	20
1.8.2	Τεχνική πρόσβασης φάσματος(Spectrum access technique)	20
1.8.3	Τεχνικές διαμοιρασμού εύρους ζώνης(Spectrum allocation behaviour)	21
1.8.4	Ζώνες φάσματος(Spectrum bands)	21
1.9	Γνωστικός κύκλος(Cognitive cycle)	22
1.10	Εφαρμογές	22
2	Θεωρία παιγνίων	27
2.1	Εισαγωγή	27
2.2	Βασικές έννοιες θεωρίας παιγνίων	27
2.3	Στρατηγικές(Strategies)	28
2.4	Αναπαράσταση παιγνίων	29
2.5	Κατηγορίες παιγνίων	30
2.6	Μη συνεργατικά παίγνια(Non-cooperative games)	33
2.6.1	Ισορροπίες Nash(<i>Nash equilibria</i>)	34

2.7	Οικονομικά παίγνια(Economic games)	35
2.7.1	Δημοπρασίες(Auctions)	35
2.8	Συνεργατικά παίγνια(Cooperative games)	36
2.8.1	Διαπραγματευτικά παίγνια(Bargaining games)	37
2.9	Στοχαστικά παίγνια(Stochastic games)	38
2.10	Εφαρμογές θεωρίας παιγνίων σε γνωστικά ραδιοσυστήματα	38
2.10.1	Μη συνεργατικά παίγνια	40
2.10.2	Οικονομικά παίγνια	40
2.10.3	Συνεργατικά παίγνια	41
2.10.4	Στοχαστικά παίγνια	41
3	Μηχανική Μάθηση	43
3.1	Εισαγωγή	43
3.2	Κατηγορίες μηχανικής μάθησης	43
3.2.1	Επιβλεπόμενη μάθηση(Supervised learning)	43
3.2.2	Μη επιβλεπόμενη μάθηση(Unsupervised learning)	44
3.2.3	Ενισχυτική μάθηση(Reinforcement learning)	45
3.3	Ταξινομητές(Classifiers)	45
3.3.1	Perceptron	47
3.4	Νευρωνικά δίκτυα(Neural Networks)	48
3.5	Μηχανές διανυσματικής στήριξης(Support Vector Machines)	50
3.6	Μάθηση κατά Bayes(Bayesian learning)	53
3.6.1	Γενικά	53
3.6.2	Ταξινομητής Bayes(Bayes classifier)	54
3.6.3	Εκτιμητές	55
3.6.4	Μάθηση κατά Bayes	58
3.6.5	Δίκτυα Bayes(Bayes networks)	59
3.7	Μοντέλα Markov (Markov Models)	61
3.7.1	Κρυφά Μοντέλα Markov(Hidden Markov Models)	65
3.8	Ανάλυση κύριων συνιστωσών(Principal Component Analysis)	71
3.9	Ομαδοποίηση(Clustering)	75
3.9.1	Αλγόριθμος K-means	75
3.10	Νοημοσύνη σμήνους(Swarm intelligence)	76
3.10.1	Βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών (Ant colony optimization)	78
4	Εφαρμογές μηχανικής μάθησης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα	79
4.1	Εφαρμογές μηχανικής μάθησης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα	79
4.1.1	Εισαγωγή	79
4.1.2	Μηχανική μάθηση σε γνωστικά ραδιοσυστήματα	80
4.1.3	Νευρωνικά δίκτυα	81
4.1.4	Μηχανές διανυσματικής υποστήριξης	81
4.1.5	Κρυφά μοντέλα Markov	82
4.1.6	Μάθηση κατά Bayes	83
4.1.7	Νοημοσύνη σμήνους	84

4.2	Πρόβλεψη φάσματος(Spectrum Prediction)	84
4.2.1	Εισαγωγή	84
4.2.2	Ανάγκη ύπαρξης μηχανισμών πρόβλεψης φάσματος	84
4.2.3	Σενάρια χρήσης τεχνικών πρόβλεψης	85
4.2.4	Η πρόβλεψη φάσματος στη βιβλιογραφία	87
5	Εφαρμογή μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη φάσματος	91
5.1	Εισαγωγή	91
5.2	Επισκόπηση μοντέλων κίνησης	91
5.3	Μοντέλο προσομοίωσης	93
5.4	Παράμετροι μοντέλου	93
5.5	Κίνηση μοντέλου	95
5.6	Χρήση αλγορίθμων μάθησης	96
5.7	Μετρικές επίδοσης	98
5.8	Μέθοδοι μηχανικής μάθησης	98
5.8.1	Νευρωνικά δίκτυα	99
5.8.2	Μηχανές διανυσματικής στήριξης	100
5.8.3	Κρυφά μοντέλα Markov	101
5.9	Αποτελέσματα-Παρατηρήσεις	102
5.10	Συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις	109
	Bibliography	111

1 Γνωστικά ραδιοσυστήματα

1.1 Εισαγωγή

Τα *γνωστικά ραδιοσυστήματα* (cognitive radio) είναι ευφυή τηλεπικοινωνιακά συστήματα τα οποία προσαρμόζουν δυναμικά τις παραμέτρους λειτουργίας τους, λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά του ηλεκτρομαγνητικού περιβάλλοντος μέσα στο οποίο δραστηριοποιούνται. Δύο θεμελιώδη χαρακτηριστικά των γνωστικών ραδιοσυστημάτων είναι η γνωστική ικανότητα (cognitive capability) και η επαναδιαμορφωσιμότητα (re-configurability).

Με τον όρο *γνωστική ικανότητα* εννοούμε τη συλλογή των κατάλληλων πληροφοριών από το περιβάλλον που είναι απαραίτητες για την ολοκληρωμένη λειτουργία του συστήματος. Τέτοιες πληροφορίες είναι η ισχύς εκπομπής, ο τύπος διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται, η συχνότητα λειτουργίας, το επίπεδο παρεμβολών, η χωρητικότητα καναλιού, κτλ.

Με τον όρο *επαναδιαμορφωσιμότητα* εννοούμε την ικανότητα του συστήματος να προσαρμόζει τις παραμέτρους λειτουργίας του δυναμικά. Η επιλογή των παραμέτρων βασίζεται στις πληροφορίες που εξήγαγε από το περιβάλλον του και αποσκοπεί στην ικανοποίηση διαφόρων κριτηρίων (ποιότητα υπηρεσιών, απόδοση συστημάτων, κτλ.) με το βέλτιστο τρόπο. Ανάμεσα στις παραμέτρους αυτές περιλαμβάνονται η ισχύς εκπομπής, το σχήμα διαμόρφωσης και κωδικοποίησης, η συχνότητα λειτουργίας, κτλ.

Η κυριότερη ανάγκη που οδήγησε στην δημιουργία της έννοιας των γνωστικών ραδιοσυστημάτων ήταν η ανεπάρκεια ενός πολύτιμου τηλεπικοινωνιακού πόρου, του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Η ανεπάρκεια αυτή είναι κατά κύριο λόγο απόρροια του στατικού τρόπου ανάθεσης φάσματος¹ στις διάφορες υπηρεσίες. Επιπλέον η ανεπάρκεια αυτή μπορεί να αποδοθεί και στο μεγάλο πλήθος νέων υπηρεσιών που κατέλαβαν το φάσμα, εξαιτίας της τρομακτικής και ασταμάτητης εξέλιξης των ασύρματων επικοινωνιών τα τελευταία χρόνια. Τα γνωστικά ραδιοσυστήματα επιστρατεύονται για την επίλυση αυτού του προβλήματος και αποσκοπούν στην βέλτιστη αξιοποίηση του φάσματος και την εξυπηρέτηση του μέγιστου δυνατού αριθμού υπηρεσιών και χρηστών.

Να σημειώσουμε ότι τα γνωστικά ραδιοσυστήματα δεν αφορούν κάποια συγκεκριμένη τηλεπικοινωνιακή συσκευή, αλλά αποτελούν μία πιο αφηρημένη έννοια. Η έννοια αυτή

¹ Η στατική ανάθεση φάσματος αναφέρεται στην απόδοση σχετικά μεγάλων τμημάτων φάσματος σε διάφορες υπηρεσίες χωρίς δυνατότητα άμεσης αλλαγής αυτής της ανάθεσης. Οι υπόλοιποι χρήστες δεν έχουν δικαίωμα χρήσης αυτού του τμήματος του φάσματος ακόμα και αν αυτό υποχρησιμοποιείται (δηλαδή κάποιο κομμάτι του συγκεκριμένου τμήματος είναι ελεύθερο κάποια χρονική περίοδο σε κάποια γεωγραφική περιοχή).

αναφέρεται σε ένα νέο τρόπο σχεδίασης και λειτουργίας ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συσκευών που χρησιμοποιούνται για δυναμική πρόσβαση φάσματος (*Dynamic Spectrum Access*). Τα γνωστικά ραδιοσυστήματα είναι εφοδιασμένα με ικανότητες ανίληψης και αναγνώρισης του περιβάλλοντός τους, αλγορίθμους εκμάθησης των χαρακτηριστικών αυτού και ικανότητα λήψης ευφυών αποφάσεων για τη βέλτιστη αξιοποίηση του φάσματος και την ικανοποίηση των απαιτήσεων των χρηστών με βάση διάφορα κριτήρια (όπως ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας, περιορισμός των παρεμβολών, κτλ.).

1.2 Ορισμοί

Για λόγους πληρότητας καθώς και για να ορίσουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια την έννοια των γνωστικών ραδιοσυστημάτων παρακάτω δίνονται μερικοί ορισμοί αυτού από σημαντικούς τηλεπικοινωνιακούς οργανισμούς.

Definition 1.2.1. Γνωστικό ραδιοσύστημα(κατα ITU) [31]

Γνωστικό Ραδιοσύστημα (Cognitive radio system-CRS): Ένα ραδιοσύστημα που χρησιμοποιεί τεχνολογία που του επιτρέπει να αποκτήσει γνώση από το περιβάλλον λειτουργίας του, τις εγκαθιδρυμένες πολιτικές και τις εσωτερικές του καταστάσεις. Στόχος του να προσαρμόσει δυναμικά και αυτόνομα τις λειτουργικές παραμέτρους και τα πρωτόκολλά του σύμφωνα με την αποκτημένη γνώση, έτσι ώστε να πετύχει τους προδιαγεγραμμένους στόχους και να μάθει από τα αποτελέσματα που έλαβε.

Definition 1.2.2. Γνωστικό ραδιοσύστημα(κατα FCC) [16]

Γνωστικό Ραδιοσύστημα (Cognitive radio system-CRS): Ένα ραδιοσύστημα που ανιχνεύει το ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον λειτουργίας του και μπορεί δυναμικά και αυτόνομα να προσαρμόζει τις λειτουργικές του παραμέτρους με στόχο να μεταβάλλει τη λειτουργία του συστήματος, όπως είναι η μεγιστοποίηση της ρυθμοαπόδοσης (throughput), η αποφυγή παρεμβολών, η επίτευξη διαλειτουργικότητας (interoperability) και η πρόσβαση σε δευτερεύοντα συστήματα.

Definition 1.2.3. Γνωστικό ραδιοσύστημα(κατα Haykin) [25]

Ένα γνωστικό ραδιοσύστημα είναι ένα ευφυές ασύρματο τηλεπικοινωνιακό σύστημα, το οποίο γνωρίζει το άμεσο περιβάλλον του και χρησιμοποιεί τη μεθοδολογία της κατανόησης με κατασκευή (understanding-by-building) για να μάθει από αυτό και να προσαρμόσει τις εσωτερικές του καταστάσεις στις στατιστικές μεταβολές του εισερχόμενου σήματος RF, πραγματοποιώντας αντίστοιχες αλλαγές σε συγκεκριμένες λειτουργικές παραμέτρους (π.χ. ισχύς εκπομπής, συχνότητα φέροντος, σχήμα διαμόρφωσης) σε πραγματικό χρόνο, με δύο πρωταρχικούς στόχους:

- αξιόπιστες επικοινωνίες όταν και όπου αυτές χρειάζονται,
- αποδοτική αξιοποίηση του φάσματος.

1.3 Βασικές έννοιες

Για την ολοκληρωμένη αντιμετώπιση του ζητήματος των γνωστικών ραδιοσυστημάτων είναι απαραίτητο να ορίσουμε μερικές βασικές έννοιες.

1.3.1 Χρήστες

Ένας *χρήστης (user)* είναι μία οντότητα (είτε αυτό σημαίνει άνθρωπος είτε κάποιο σύστημα), η οποία με τη χρήση κατάλληλου εξοπλισμού αξιοποιεί για διάφορους σκοπούς τμήμα του τηλεπικοινωνιακού φάσματος. Οι χρήστες διακρίνονται σε πρωτεύοντες και δευτερεύοντες.

- Πρωτεύων χρήστης (Primary user)

Πρωτεύων χρήστης είναι αυτός στον οποίο έχει αποδοθεί προτεραιότητα ή αυξημένα δικαιώματα στη χρήση τμήματος του φάσματος. Η προτεραιότητα αυτή κατοχυρώνεται από επίσημη άδεια που έχει εκδόσει η αντίστοιχη αρχή (όπως είναι το FCC στις ΗΠΑ) στην οποία υπάγεται ο χρήστης.

- Δευτερεύων χρήστης (Secondary user)

Δευτερεύων χρήστης είναι αυτός που έχει μειωμένα δικαιώματα στη χρήση τμήματος του φάσματος. Σε περίπτωση που ο δευτερεύων χρήστης επιθυμεί να χρησιμοποιήσει τμήμα φάσματος που έχει αποδοθεί σε πρωτεύων χρήστη είναι υποχρεωμένος να ακολουθήσει συγκεκριμένους κανόνες (όπως να εκπέμπει μόνο όταν ο πρωτεύων χρήστης δεν εκπέμπει εκείνη τη στιγμή). Οι δευτερεύοντες χρήστες ονομάζονται και *γνωστικοί χρήστες (Cognitive users)*, γιατί χρειάζονται τη λειτουργικότητα που προσφέρουν τα γνωστικά ραδιοσυστήματα για να εκμεταλλευτούν το φάσμα.

1.3.2 Φασματικές οπές (Spectral holes)

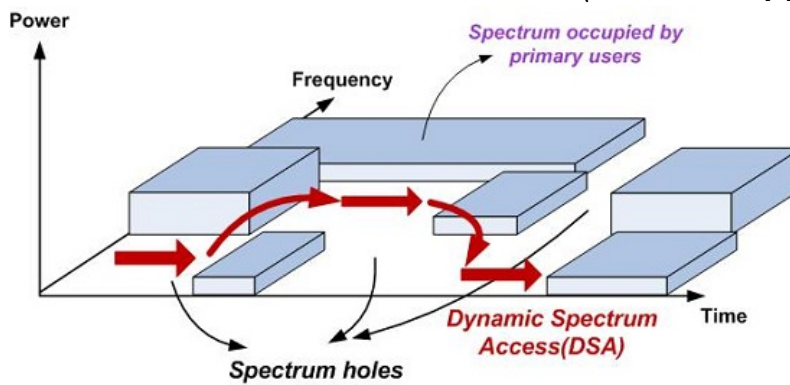
Μια *φασματική οπή (Spectrum Hole)* είναι ένα τμήμα του φάσματος συχνοτήτων που έχει αποδοθεί σε ένα πρωτεύων χρήστη, αλλά κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, γεωγραφική περιοχή, αλλά και για συγκεκριμένη επιλογή σχήματος κωδικοποίησης και γωνίας δεν χρησιμοποιείται από αυτόν. Στην εικόνα 1.1 απεικονίζονται διάφορες φασματικές οπές.

1.4 Γνωστικές λειτουργίες

Στο τμήμα αυτό θα επιχειρηθεί μια συνοπτική παρουσίαση του συνόλου των λειτουργιών² που επιτελεί ένα γνωστικό ραδιοσύστημα. Οι λειτουργίες αυτές είναι οι εξής:

²Στην βιβλιογραφία δεν υπάρχει ένας κοινός διαχωρισμός του συνόλου των γνωστικών λειτουργιών. Στην εργασία αυτή επιλέχθηκε ένας από τους πιο κοινούς διαχωρισμούς. Επιπλέον είναι

Figure 1.1: Φασματικές οπές [1]



- Φασματική ανίχνευση(Spectrum Sensing)

Αφορά την παρατήρηση του φάσματος και την εξαγωγή πληροφοριών για την κατάστασή και τα διάφορα χαρακτηριστικά του.Κατα κύριο όμως λόγο η λειτουργία αυτή είναι επιφορτισμένη με την ανίχνευση φασματικών οπών και πρωτευόντων χρηστών.

- Φασματική απόφαση(Spectrum Decision)

Η λειτουργία αυτή είναι επιφορτισμένη με τον χαρακτηρισμό του φάσματος με βάση τις πληροφορίες που έλαβε στον προηγούμενο στάδιο και επιπροσθέτως λαμβάνει την απόφαση σχετικά με το κατάλληλο τμήμα του φάσματος που θα χρησιμοποιηθεί για την εκπομπή.Επιπλέον στο στάδιο αυτό επιτελείται η προσαρμογή των παραμέτρων του γνωστικού συστήματος για την ικανοποίηση των διαφόρων κριτηρίων.

- Φασματική κινητικότητα(Spectrum Mobility)

Η διαδικασία αυτή αποσκοπεί στην απρόσκοπτη λειτουργία των συστημάτων των δευτερευόντων χρηστών, εξασφαλίζοντας την ομαλή μετάβαση σε νέα φασματική περιοχή, όταν η παλιά καταληφθεί από τον αδειοδοτημένο χρήστη της ή τα χαρακτηριστικά της τρέχουσας περιοχής παύουν να ικανοποιούν διάφορα κριτήρια.

- Φασματικός διαμοιρασμός(Spectrum Sharing)

Ο φασματικός διαμοιρασμός αφορά την απόδοση των ελεύθερων τμημάτων του φάσματος στους δευτερεύοντες χρήστες με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγονται συγχρούσεις.

πιθανόν οι διάφορες λειτουργίες να έχουν σημεία τομής ή τα όρια μεταξύ τους να μην είναι ευδιάκριτα ακόμα και κάποιες διεργασίες να φαίνεται ότι μοιράζονται ανάμεσα σε 2 κύριες λειτουργίες.

1.5 Φασματική ανίχνευση(Spectrum sensing)

Η φασματική ανίχνευση (*spectrum sensing*) είναι η γνωστική λειτουργία που αποσκοπεί στον προσδιορισμό της κατάστασης και των χαρακτηριστικών του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, καθώς και στην ανίχνευση των πρωτευόντων χρηστών. Συγκεκριμένα η ανίχνευση φάσματος περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των εξής:

- Χαρακτηριστικά χρήσης φάσματος

Αφορά των προσδιορισμό των φασματικών οπών σε ένα χώρο 5 διαστάσεων, τον χώρο φάσματος (*spectrum space*). Οι διαστάσεις αυτές δίνονται παρακάτω. [72]

- Χρόνος (Time)
- Συχνότητα (Frequency)
- Γεωγραφική περιοχή (Geographical space)
- Κώδικας (Code)
- Γωνία (Angle)

- Χαρακτηριστικά σημάτων

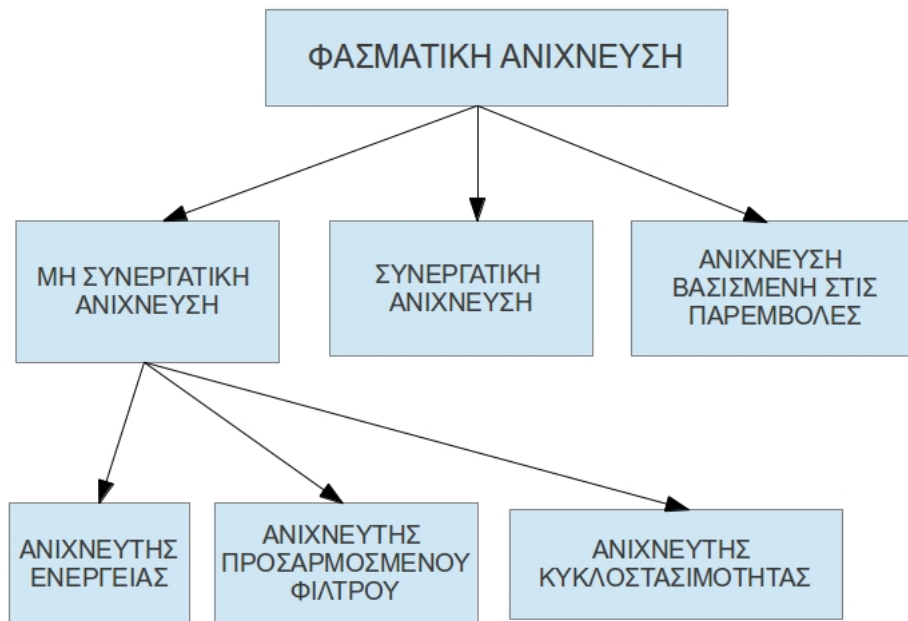
Αφορά τον προσδιορισμό βασικών χαρακτηριστικών των σημάτων που εμφανίζονται σε διάφορα τμήματα του φάσματος. Ανάμεσα σε αυτά περιλαμβάνονται τα παρακάτω. [72]

- Σχήμα διαμόρφωσης (Modulation)
- Σχήμα κωδικοποίησης (Coding)
- Κυματομορφή (Waveform)
- Εύρος ζώνης (Bandwidth)
- Συχνότητα φέροντος (Carrier frequency)
- Ισχύς εκπομπής (Transmission power)

Για να πραγματοποιηθεί η γνωστική λειτουργία της ανίχνευσης φάσματος έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι. Αυτές οι μέθοδοι χωρισμένοι σε κατηγορίες δίνονται στην εικόνα 1.2 και στη συνέχεια περιγράφονται αναλυτικά.

1.5.1 Μη συνεργατικές μέθοδοι(Non-cooperative methods)

Στις μη συνεργατικές μεθόδους ανίχνευσης φάσματος (*non-cooperative spectrum sensing*) κάθε γνωστικό ραδιοσύστημα αναλαμβάνει μόνο του την ανίχνευση φάσματος και δεν λαμβάνει πληροφορίες από άλλα συστήματα. Στη κατηγορία αυτή υπάγονται οι μέθοδοι της ανίχνευσης ενέργειας, της ανίχνευσης προσαρμοσμένου φίλτρου και της ανίχνευσης χαρακτηριστικών.

Figure 1.2: Μέθοδοι ανίχνευσης φάσματος

1.5.1.1 Ανιχνευτής ενέργειας(Energy detector)

Η λειτουργία αυτής της μεθόδου βασίζεται στον υπολογισμό της ενέργειας των σημάτων που δέχεται το σύστημα. Αυτό πραγματοποιείται ως εξής. Αρχικά το σύστημα δέχεται ως είσοδο ένα σήμα από το περιβάλλον του. Το σήμα αυτό το περνάει μέσα από ένα ζωνοπερατό φίλτρο και το σύστημα τετραγωνίζει το αποτέλεσμα. Τέλος ολοκληρώνει το σήμα που έλαβε στο προηγούμενο στάδιο. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίζει την ενέργεια του σήματος που έλαβε ως είσοδο. Γνωρίζοντας πλέον την ενέργεια των σημάτων του περιβάλλοντος ο ανιχνευτής χρησιμοποιεί κατάλληλο αλγόριθμο απόφασης. Ο αλγόριθμος αυτός συγκρίνει την λαμβανόμενη ενέργεια με κάποιο κατώφλι ώστε να αποφασίσει εάν υπάρχει ή όχι εκπομπή από κάποιον πρωτεύων χρήστη. Παρακάτω περιγράφεται η παραπάνω διαδικασία σε ένα πιο αυστηρό, μαθηματικό πλαίσιο, έχοντας ως βάση τα [72] και [33].

Έστω $y[n]$ το σήμα που λαμβάνει ο αισθητήρας του ανιχνευτή. Για το σήμα $y[n]$ θα ισχύει $y[n] = s[n] + w[n]$ όπου

- $s[n]$ το “ωφέλιμο” σήμα που εκπέμπει κάποιος πρωτεύων χρήστης.
- $w[n]$ ο θόρυβος για τον οποίο θεωρούμε ότι ακολουθεί το μοντέλο του προσθετικού λευκού Γκαουσιανού θορύβου (Additive White Gaussian Noise-AWGN).

Η μετρική που θα χρησιμοποιήσουμε για να λάβουμε την απόφαση είναι η ενέργεια του σήματος, δηλαδή η ποσότητα $E = \sum_{n=0}^N |y[n]|^2$. Εάν η ενέργεια είναι μεγαλύτερη από

ένα κατώφλι λ τότε θεωρούμε ότι υπάρχει εκπομπή, ενώ σε αντίθετη περίπτωση δεν υπάρχει. Για την περιγραφή του σεναρίου ορίζουμε τις εξής υποθέσεις.

- H_0 : $y[n] = w[n]$, δηλαδή δεν εκπέμπει κάποιος πρωτεύων χρήστης.
- H_1 : $y[n] = h \cdot s[n] + w[n]$, δηλαδή εκπέμπει κάποιος πρωτεύων χρήστης (h είναι το κέρδος του καναλιού).

Οι δυνατές περιπτώσεις που διαμορφώνονται με βάση το μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα 1.3. ³

Figure 1.3: Δυνατές περιπτώσεις που διαμορφώνονται από το μοντέλο που χρησιμοποιούμε.

SU/PU	SU ανιχνεύει	SU δεν ανιχνεύει
PU εκπέμπει	Hit	Miss
PU δεν εκπέμπει	False Correct	Correct Reject

Για να αξιολογήσουμε την απόδοση του συστήματος χρησιμοποιούμε τις παρακάτω ποσότητες. [72]

1. Πιθανότητα εντοπισμού(Probability of detection)

Η πιθανότητα να εντοπίσουμε σήμα από πρωτεύων χρήστη, το οποίο πράγματι υπάρχει. Αυτή ορίζεται ως $P_D = P[E > \lambda | H_1]$.

2. Πιθανότητα λανθασμένου συναγερμού(Probability of false alarm)

Η πιθανότητα να εντοπίσουμε σήμα από πρωτεύων χρήστη, το οποίο όμως δεν υπάρχει στην πραγματικότητα. Αυτή ορίζεται ως $P_F = P[E > \lambda | H_0]$.

Η εύρεση της κατάλληλης τιμής για το κατώφλι λ είναι ένα σημαντικό ζήτημα που επιλέγεται με κριτήριο την επίτευξη βέλτιστης ισορροπίας μεταξύ των δύο μεγεθών που χρησιμοποιούμε, της πιθανότητας εντοπισμού (P_D) και την πιθανότητας λανθασμένου συναγερμού (P_F). Για πρακτικούς όμως λόγους επιλέγουμε το λ έτσι ώστε να ικανοποιείται ένα συγκεκριμένο επίπεδο πιθανότητας λανθασμένου συναγερμού (P_F). [72] Για να χαρακτηριστεί ένας ανιχνευτής καλός θα πρέπει να επιτυγχάνει μεγάλη πιθανότητα εντοπισμού (P_D) και μικρή πιθανότητα λανθασμένου συναγερμού (P_F).

Ένα σημαντικό στοιχείο του ανιχνευτή ενέργειας είναι ότι η απόδοση της ανίχνευσης εξαρτάται από το λάθος της εκτίμησης του φάσματος ισχύος του θορύβου, αφού από το εκτιμώμενο επίπεδο θορύβου προκύπτει το κατώφλι. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιείται ένας δυναμικός αλγόριθμος προσδιορισμού του επιπέδου θορύβου. Ο αλγόριθμος αυτός είναι ο MUSIC (Multiple Signal Classification) [44], ο οποίος διαχωρίζει τους υποχώρους του σήματος και του θορύβου. [72]

Στα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου συγκαταλέγονται τα εξής: [33]

³Η ορολογία που χρησιμοποιείται στον πίνακα δίνεται στα Αγγλικά, γιατί η μεταφορά της στα Ελληνικά θα αλλοιώσει το νόημά της. Επιπλέον οι μεταφρασμένοι όροι στα Ελληνικά είναι άκομφοι σε αντίθεση με τις αντίστοιχες λέξεις στα Αγγλικά.

- Η ευκολία της υλοποίησης.
- Η μικρή υπολογιστική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου ανίχνευσης.
- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς να υπάρχει γνώση για τα πρωταρχικά σήματα.
- Ο μικρός χρόνος ανίχνευσης σημάτων.

Τα κυριότερα μειονεκτήματα είναι τα εξής: [33]

- Η αδυναμία επιλογής του λ με ικανοποιητική ακρίβεια, το οποίο οδηγεί σε υψηλά ποσοστά λανθασμένου συναγερμού. Αυτό οφείλεται στην αβεβαιότητα που εμφανίζει η εκτίμηση του φάσματος ισχύος θορύβου και στην μεταβολή του επιπέδου θορύβου με το χρόνο.
- Η αδυναμία διάκρισης των σημάτων που εντοπίζει. Δηλαδή δεν μπορεί να διακρίνει εάν το σήμα που εντόπισε ανήκει σε πρωτεύων ή δευτερεύων χρήστη καθώς και εάν έχει διαφορετική προέλευση.
- Δεν λειτουργεί ικανοποιητικά ο ανιχνευτής για χαμηλό σηματοθορυβικό λόγο (Signal to Noise Ratio - SNR).

1.5.1.2 Ανιχνευτής προσαρμοσμένου φίλτρου (Matched-filter detector)

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη σύγκριση του λαμβανόμενου σήματος με κάποια πρότυπα σήματα και στην εξαγωγή συμπερασμάτων ανάλογα με το αποτέλεσμα της σύγκρισης. Ο ανιχνευτής προσαρμοσμένου φίλτρου είναι χρήσιμος όταν διαθέτουμε αρκετή πληροφορία για το σήμα που εκπέμπει ο πρωτεύων χρήστης (π.χ. σχήμα διαμόρφωσης, σχήμα κωδικοποίησης, συχνότητα, κτλ.). Μάλιστα όταν έχουμε καλή εικόνα για το σήμα που αναμέναμε ο ανιχνευτής προσαρμοσμένου φίλτρου αποτελεί την βέλτιστη μέθοδο. Από την άλλη πλευρά ελλιπής ή λανθασμένη γνώση για τα χαρακτηριστικά του σήματος προς ανίχνευση οδηγεί σε μεγάλη υποβάθμιση της απόδοσης του ανιχνευτή.

Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι τα εξής: [33]

- Με την προϋπόθεση ότι γνωρίζουμε τα σήματα των πρωτευόντων χρηστών η μέθοδος αυτή είναι βέλτιστη (συγκριτικά με τις υπόλοιπες μεθόδους ανίχνευσης σημάτων πρωτευόντων χρηστών).
- Απαιτείται μικρός χρόνος για την επίτευξη συγκεκριμένης απόδοσης ανίχνευσης.
- Μεγαλύτερη ανθεκτικότητα στην αβεβαιότητα της εκτίμησης του θορύβου σε σχέση με τον ανιχνευτή χαρακτηριστικών και ενέργειας.
- Ικανοποιητική συμπεριφορά σε χαμηλά SNR σε σχέση με τον ανιχνευτή χαρακτηριστικών και ενέργειας.

Ανάμεσα στα μειονεκτήματα αυτής της μεθόδου συμπεριλαμβάνονται τα εξής: [33]

- Υψηλή πολυπλοκότητα υλοποίησης.
- Απαιτεί ακριβείς πληροφορίες για τα χαρακτηριστικά των σημάτων που επιδιώκει να αναγνωρίσει. Σε αντίθετη περίπτωση η απόδοση της μεθόδου μειώνεται.
- Υψηλή κατανάλωση ενέργειας.

1.5.1.3 Ανιχνευτής χαρακτηριστικών-Ανιχνευτής κυκλοστασιμότητας(Cyclostationarity detector)

Αυτή η μέθοδος φασματικής ανίχνευσης βασίζεται στη διάκριση σημάτων με τη βοήθεια των διαφόρων χαρακτηριστικών που εμφανίζουν αυτά, όπως το εύρος ζώνης, η κεντρική συχνότητα, η περιοδικότητα, κτλ. Στη βιβλιογραφία συνήθως αναφέρεται μόνο ο *ανιχνευτής κυκλοστασιμότητας (Cyclostationarity detector)*, ο οποίος προφανώς βασίζει τη διάκριση των σημάτων στο χαρακτηριστικό της *κυκλοστασιμότητας (cyclostationarity)*. Παρακάτω θα αναφερθούμε μόνο σε αυτό τον ανιχνευτή.

Ένα από τα χαρακτηριστικά με βάση τα οποία γίνεται η διάκριση των σημάτων είναι η περιοδικότητα που εμφανίζουν τα τηλεπικοινωνιακά σήματα και κατά συνέπεια τα στατιστικά τους (μέση τιμή, αυτοσυσχέτιση, κτλ.). Η περιοδικότητα αυτή είναι αποτέλεσμα της διαμόρφωσης αλλά και άλλων χαρακτηριστικών των σημάτων, όπως είναι η χρήση ημιτονοειδών φερόντων, παλμοσειρών, κυκλικών προθεμάτων, κτλ. Η περιοδικότητα αυτή προσδίδει στο σήμα το χαρακτηριστικό της κυκλοστασιμότητας. Οι λόγοι για τους οποίους μπορεί η κυκλοστασιμότητα να θεωρηθεί ένα ικανοποιητικό κριτήριο διάκρισης μεταξύ των σημάτων του πρωτεύοντος χρήστη και του θορύβου έχει να κάνει με τη διαφορετική φύση των δύο σημάτων. Από την μία διακρίνονται τα σήματα των πρωτεύοντων χρηστών, τα οποία λόγω της εγγενούς περιοδικότητας εμφανίζουν χαρακτηριστικά κυκλοστασιμότητας. Από την άλλη διακρίνονται τα σήματα θορύβου, τα οποία δεν επιδεικνύουν κανενός είδους περιοδικότητα στην περίπτωση του λευκού Γκαουσιανού θορύβου (αλλά είναι στατικά με την ευρεία έννοια). Κατά συνέπεια η κυκλοστασιμότητα αποτελεί ένα κατάλληλο χαρακτηριστικό για την διάκριση των δύο προαναφερθέντων ειδών σημάτων.

Περνώντας σε ένα πιο αυστηρό πλαίσιο ορίζουμε τα εξής:

- Κυκλοστάσιμη διαδικασία(Cyclostationary Process)

Ένα σήμα που έχει στατιστικές ιδιότητες, όπως μέση τιμή και αυτοσυσχέτιση, που εμφανίζουν περιοδικότητα.

- Κυκλική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (Cyclic Autocorrelation Function - CAF) [72]

$$R_y^{\alpha}(\tau) = E[y(n + \tau)y^*(n - \tau)e^{j2\pi\alpha n}] \quad (a \text{ η κυκλική συχνότητα})$$

- Κυκλική φασματική πυκνότητα (Cyclic Spectral Density-CSD) [72]

$$S(f, \alpha) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_y^{\alpha}(\tau)e^{-j2\pi f\tau}$$

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της κυκλικής φασματικής πυκνότητας είναι ότι εμφανίζει κορυφές όταν η κυκλική συχνότητα α ταυτίζεται με τη θεμελιώδη συχνότητα του μεταδιδόμενου σήματος. Συνεπώς όταν έχουμε μόνο θόρυβο, ο οποίος φυσικά δεν εμφανίζει κυκλοστάσιμα χαρακτηριστικά, η κυκλική φασματική πυκνότητα δεν δίνει κορυφές. Αντιθέτως όταν ένας πρωτεύων χρήστης εκπέμπει η εγγενής περιοδικότητα των εκπεμπόμενων σημάτων του μεταφράζεται σε κορυφές στην κυκλική φασματική πυκνότητα. Έτσι με τη χρήση κάποιου ανιχνευτή κορυφών επιτυγχάνεται η διάκριση μεταξύ των δύο διαφορετικών ειδών σημάτων.

Ανάμεσα στα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου περιλαμβάνονται τα εξής: [33]

- Δίνει την δυνατότητα διάκρισης ανάμεσα σε διαφορετικών ειδών σήματα.
- Μεγαλύτερη ανθεκτικότητα στην αβεβαιότητα της εκτίμησης του θορύβου σε σχέση με τον ανιχνευτή ενέργειας.
- Ικανοποιητική συμπεριφορά σε χαμηλά SNR σε σχέση με τον ανιχνευτή ενέργειας.

Στα μειονεκτήματα αυτής της μεθόδου συμπεριλαμβάνονται τα εξής: [33]

- Πρέπει να αποδοθούν στα σήματα των πρωτευόντων χρηστών συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (όπως είναι η κυκλοστασιμότητα), τα οποία θα χρησιμεύσουν στην διάκριση αυτών.
- Απαιτείται μεγάλος χρόνος παρατήρησης για να επιτευχθεί ικανοποιητική απόδοση.
- Η υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου που το υλοποιεί.

1.5.2 Συνεργατικές μέθοδοι(Cooperative methods)

Στην περίπτωση των *συνεργατικών μεθόδων (cooperative methods)* ανίχνευσης η απόφαση για την παρουσία ή απουσία πρωτεύοντος χρήστη λαμβάνεται χρησιμοποιώντας πληροφορίες από την ανίχνευση που επιτελούν πολλά συστήματα, τις οποίες και ανταλλάσσουν μεταξύ τους. Γενικά η πρακτική της συνεργασίας έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της πιθανότητας λανθασμένου συναγερμού, αλλά και γενικότερα την αποδοτικότερη αξιοποίηση του φάσματος.

Συγκεκριμένα ένα σημαντικό πρόβλημα που επιλύουν οι μέθοδοι συνεργατικής ανίχνευσης είναι το *πρόβλημα του κρυφού τερματικού (hidden user problem)*. Αυτό αναφέρεται στην περίπτωση στην οποία έχουμε ένα πρωτεύων χρήστη που βρίσκεται εντός της ακτίνας εκπομπής κάποιου δευτερεύοντα χρήστη, χωρίς ο τελευταίος να αναγνωρίζει την ύπαρξή του.

Συγκριτικά με τις μη-συνεργατικές μεθόδους οι συνεργατικές είναι πιο ανθεκτικές σε περιοριστικούς παράγοντες, όπως σκίαση, διαλείψεις και αβεβαιότητα εκτίμησης του επιπέδου θορύβου. Επίσης παρατηρείται βελτίωση της απόδοσης ανίχνευσης (δηλαδή αύξηση της πιθανότητας ανίχνευσης και μείωση της πιθανότητας λανθασμένου συναγερμού) και μείωση του χρόνου ανίχνευσης. Από την άλλη πλευρά η χρήση συνεργατικών μεθόδων έχει το προφανές μειονέκτημα ότι απαιτεί την ύπαρξη κάποιου συνόλου δευτερευόντων χρηστών με εξειδικευμένους αισθητήρες, με αυξημένο οικονομικό κόστος και κατανάλωση ενέργειας. Επιπλέον μειονέκτημα αποτελεί η αυξημένη πολυπλοκότητα του συνολικού συστήματος (αλγόριθμοι, hardware, κτλ.).

Υπάρχουν δύο κύριες μέθοδοι συνεργατικής ανίχνευσης.

- Κεντρική ανίχνευση(Centralized Sensing)
- Κατανεμημένη ανίχνευση(Distributed Sensing)

1.5.2.1 Κεντρική ανίχνευση(Centralized sensing)

Στα *κεντρική ανίχνευση (Centralized Sensing)* υπάρχει κάποιο κεντρικό σύστημα που συλλέγει πληροφορίες σχετικές με το φάσμα από πολλά γνωστικά ραδιοσυστήματα και τις χρησιμοποιεί για να εξάγει συμπεράσματα σχετικά με αυτό (όπως φασματικές οπές, κτλ.).Τα συμπεράσματα αυτά τα μεταδίδει στα άλλα συστήματα, ενώ σε μερικές περιπτώσεις μάλιστα ρυθμίζει με τις πληροφορίες που στέλνει την κίνηση στο δίκτυο, αφού στην τελική επιβάλλει στα υπόλοιπα συστήματα τα τμήματα του φάσματος που θα χρησιμοποιήσουν.

1.5.2.2 Κατανεμημένη ανίχνευση(Distributed sensing)

Στην *κατανεμημένη ανίχνευση (Distributed Sensing)* οι χρήστες που συνθέτουν το δίκτυο διαμοιράζονται μεταξύ τους πληροφορίες για την κατάσταση του φάσματος, όπως την αντιλαμβάνονται από τους αισθητήρες τους.Ο κάθε χρήστης όμως αποφασίζει τελικά ποιο τμήμα του φάσματος θα χρησιμοποιήσει, λαμβάνοντας υπόψιν της πληροφορίες που έλαβε από τα άλλα συστήματα, αλλά χωρίς να δεσμεύεται από αυτές.

Ένα πλεονέκτημα που εμφανίζουν τα παραπάνω συστήματα σε σχέση με τα συστήματα κεντρικής ανίχνευσης είναι ότι δεν απαιτούν την ύπαρξη ειδικών υποδομών, το οποίο επιφέρει αυξημένο οικονομικό κόστος.Επιπλέον, όπως είναι προφανές, ο διαμοιρασμός των πληροφοριών βελτιώνει την ικανότητα ανίχνευσης του συνολικού συστήματος και κατά επέκταση των χρηστών που το απαρτίζουν.

1.5.3 Ανίχνευση βασισμένη σε παρεμβολές(Interference-based sensing)

Αυτή η μέθοδος ανίχνευσης έχει ως κεντρικό σημείο τον προσδιορισμό του επιπέδου παρεμβολών από όλες τις πηγές, όπως αυτές γίνονται αντιληπτές από το δέκτη του συστήματος.Η έννοια της παρεμβολής ποσοτικοποιείται μέσω της μετρικής της θερμοκρασίας παρεμβολής.Ο κάθε δευτερεύων χρήστης λειτουργεί με γνώμονα την αποφυγή παραβίασης του ορίου της θερμοκρασίας παρεμβολής στη συγκεκριμένη φασματική περιοχή που σκοπεύει να χρησιμοποιήσει.

Η *θερμοκρασία παρεμβολής (interference temperature)* αποτελεί μια μετρική για την εκτίμηση της παρεμβολής που δημιουργείται στο ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον.Πιο συγκεκριμένα αποτελεί ένα μέτρο της παρεμβολής που δέχεται ένας πρωτεύων χρήστης από το περιβάλλον του και τους υπόλοιπους χρήστες.Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να καθορίσουμε ένα άνω όριο θερμοκρασίας παρεμβολής, το οποίο αποτελεί ένα χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου τμήματος του φάσματος σε συγκεκριμένη γεωγραφική περιοχή.Το όριο αυτό οφείλουν να μην ξεπερνούν οι δευτερεύοντες χρήστες που δραστηριοποιούνται στην ίδια φασματική περιοχή (με την έννοια τόσο της συχνότητας όσο και

της γεωγραφικής περιοχής) λαμβάνοντας έτσι υπόψιν όχι μόνο τις δικές τους εκπομπές αλλά και τις εκπομπές των άλλων. Δηλαδή το άθροισμα της ισχύος της εκπομπής κάποιου δευτερεύοντα χρήστη με την ισχύ της υπάρχουσας παρεμβολής να μην ξεπερνάει το όριο της θερμοκρασίας παρεμβολής. Η σημασία της έγκειται στο γεγονός ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε καταστάσεις όπου πομποί και δέκτες αλληλεπιδρούν και μεταβάλλουν τις παραμέτρους λειτουργίας τους. Παρακάτω παραθέτουμε τον ακριβή ορισμό της θερμοκρασίας παρεμβολής.

Definition 1.5.1. Θερμοκρασία παρεμβολής (Interference temperature) [33]

Η θερμοκρασία παρεμβολής είναι η θερμοκρασία σε βαθμούς Kelvin, η οποία είναι ισοδύναμη με την RF ισχύ που είναι διαθέσιμη στην κεραία λήψης ανά μονάδα εύρους ζώνης. Δηλαδή είναι

$$T_I(f, B) = \frac{P(f, B)}{k \cdot B} \text{ όπου}$$

- $P(f, B)$ η μέση ισχύς παρεμβολής (Watt)
- f η κεντρική συχνότητα (Hz)
- B το εύρος ζώνης (Hz)
- k η σταθερά του Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$)

1.6 Φασματική απόφαση (Spectrum decision)

Η φασματική απόφαση (*spectrum decision*) είναι η θεμελιώδης λειτουργία των γνωστικών ραδιοσυστημάτων που αποσκοπεί στον χαρακτηρισμό του φάσματος, την επιλογή του τμήματος αυτού που ικανοποιεί διάφορα κριτήρια και τον προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων του συστήματος, ώστε να ικανοποιούνται τα διάφορα κριτήρια λειτουργίας. Οι τρεις βασικές λειτουργίες που συνθέτουν την απόφαση φάσματος δίνονται παρακάτω. [36]

- Χαρακτηρισμός φάσματος (Spectrum Characterization)

Η λειτουργία αυτή είναι επιφορτισμένη με τον χαρακτηρισμό του φάσματος με χαρακτηριστικά όπως χωρητικότητα καναλιού, ρυθμός λαθών, απώλειες διάδοσης και άλλα. Εκτός αυτού ο χαρακτηρισμός φάσματος περιλαμβάνει και την μοντελοποίηση της συμπεριφοράς των πρωτευόντων χρηστών.

- Επιλογή φάσματος (Spectrum Selection)

Κατά την επιλογή φάσματος λαμβάνονται υπόψιν οι πληροφορίες του προηγούμενου σταδίου για την επιλογή του κατάλληλου τμήματος του φάσματος για εκπομπή, με βάση διάφορα κριτήρια όπως η φασματική αποδοτικότητα, η καθυστέρηση, κτλ.

- Επαναδιαμόρφωση γνωστικού ραδιοσυστήματος (Cognitive Radio Reconfiguration)

Ο ρόλος αυτής της λειτουργίας είναι να μεταβάλλει συνεχώς τις παραμέτρους λειτουργίας του γνωστικού ραδιοσυστήματος (σχήμα διαμόρφωσης και κωδικοποίησης, ισχύς εκπομπής, κτλ.), ώστε να ικανοποιούνται διάφορα κριτήρια όπως το Quality of Service (QoS), οι πολιτικές, κτλ.

1.6.1 Χαρακτηρισμός φάσματος(Spectrum characterization)

Ο *χαρακτηρισμός φάσματος (spectrum characterization)* είναι επιφορτισμένος με την αναγνώριση των διάφορων χαρακτηριστικών του φάσματος με βάση τις πληροφορίες που δίνει ο ανιχνευτής φάσματος. Τα χαρακτηριστικά του φάσματος που αναγνωρίζει αυτή η γνωστική διεργασία μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία εντάσσονται τα χαρακτηριστικά που αφορούν το ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον και δίνονται παρακάτω. Στη δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνεται η μοντελοποίηση της συμπεριφοράς του πρωτεύοντα χρήστη, πληροφορία απαραίτητη για τη λήψη της τελικής απόφασης.

Στη συνέχεια ακολουθεί μια συνοπτική ανάλυση των παραπάνω, η οποία βασίζεται στο [36].

Χαρακτηρισμός περιβάλλοντος

1. Αναγνώριση καναλιού(Channel Identification)

Η *αναγνώριση καναλιού* έχει να κάνει με την αναγνώριση της υπηρεσίας ή εφαρμογής που χρησιμοποιεί κάποιο κανάλι. Η αναγνώριση αυτή πραγματοποιείται μελετώντας το μοτίβο κίνησης δεδομένων που δημιουργείται, το οποίο μπορεί να είναι είτε ντετερμινιστικό είτε στοχαστικό.

2. Παρεμβολή καναλιού(Channel Interference)

Αφορά την *παρεμβολή* που δημιουργούν οι δευτερεύοντες χρήστες. Για αυτήν πρέπει να λαμβάνεται μέριμνα από τον κάθε χρήστη, ώστε να μην δημιουργεί πρόβλημα στους πρωτεύοντες χρήστες. Για το λόγο αυτό είναι απαραίτητη η ακριβής εκτίμηση της παρεμβολής που προκαλούν όλοι οι δευτερεύοντες χρήστες.

3. Καθυστέρηση αλλαγής καναλιού(Channel Switching Delay)

Η *καθυστέρηση αλλαγής καναλιού* αφορά τον χρόνο που απαιτείται για να αλλάξει κάποιος δευτερεύων χρήστης κανάλι. Οι λόγοι για τους οποίους απαιτείται αλλαγή καναλιού είναι η εμφάνιση πρωτεύοντος χρήστη, η μη ικανοποίηση του Quality of Service (QoS), κτλ. Η διαδικασία εναλλαγής περιλαμβάνει την παύση της εκπομπής μόλις γίνει αντιληπτή εκπομπή από πρωτεύοντα χρήστη, την διαδικασία εγκατάλειψης του καναλιού, την ανίχνευση φάσματος και την απόφαση για το νέο κανάλι που θα χρησιμοποιηθεί. Να σημειώσουμε ότι ανάλογα με την εφαρμογή και τις διάφορες συνθήκες ο ακριβής ορισμός της καθυστέρησης διαφέρει. Είναι επιθυμητό ο χρόνος αυτός να είναι ο ελάχιστος δυνατός.

4. Χρόνος δέσμευσης καναλιού(Channel Holding Time)

Η παράμετρος αυτή αφορά το μέσο χρόνο που μπορεί ένας δευτερεύων χρήστης να καταλάβει κάποιο κανάλι με βάση την εκτίμηση για το πότε θα εμφανιστεί σε αυτό κάποιος πρωτεύων χρήστης ή άλλη υπηρεσία με μεγαλύτερη προτεραιότητα για να τον διακόψει. Είναι επιθυμητό ο χρόνος αυτός να είναι ο μέγιστος δυνατός.

5. Χωρητικότητα καναλιού(Channel Capacity)

Η ποσότητα αυτή εκφράζει το μέγιστο ρυθμό μετάδοσης πληροφορίας που μπορεί να επιτευχθεί για δεδομένη πιθανότητα λαθών.

6. Τοποθεσία συνδρομητή(Subscriber Location)

Αφορά τη γνώση της γεωγραφικής θέσης του χρήστη, η οποία αποκτείται με διάφορους τρόπους όπως είναι η χρήση GPS, η αποστολή πακέτων που διαθέτουν πληροφορίες θέσης και η ενημέρωση από κάποιο κεντρικό κόμβο. Η γνώση αυτή είναι χρήσιμη για τον πληρέστερο χαρακτηρισμό του φάσματος.

7. Ρυθμός λαθών καναλιού(Channel Error Rate)

Το μέγεθος αυτό εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο λαμβάνονται λανθασμένα δεδομένα στο δέκτη. Η μετρική που χρησιμοποιείται συνήθως για τον προσδιορισμό αυτού του μεγέθους είναι το *Bit Error Rate (BER)* και εξαρτάται από μεγέθη όπως το εύρος ζώνης, η συχνότητα, το επίπεδο παρεμβολής, κτλ.

8. Απώλειες διάδοσης(Path Loss)

Οι απώλειες διάδοσης είναι η μείωση της ισχύος του εκπεμπόμενου σήματος και οφείλονται στην εξασθένηση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου με την απόσταση, την ύπαρξη εμποδίων, κτλ. Το μέγεθος αυτό αφορά μόνο το ντετερμινιστικό τμήμα των συνολικών απωλειών.

Μοντελοποίηση συμπεριφοράς πρωτεύοντα χρήστη

Σε αυτή τη λειτουργία περιλαμβάνεται η πρόβλεψη για τον τρόπο συμπεριφοράς και τις ενέργειες των πρωτευόντων χρηστών. Η λειτουργία αυτή επιτελείται χρησιμοποιώντας τεχνικές μηχανικής μάθησης και παρακολουθώντας τη χρήση του φάσματος. Για την λειτουργία αυτή υπάρχουν τρεις κυρίαρχες τεχνικές, οι οποίες δίνονται παρακάτω. [36]

- Μοντελοποίηση βασισμένη στη στατιστική.
- Μοντελοποίηση βασισμένη σε διαδικασίες Poisson.
- Μοντελοποίηση βασισμένη σε δεδομένα.

1.6.2 Επιλογή φάσματος(Spectrum selection)

Η λειτουργία της επιλογής φάσματος (*spectrum selection*) είναι επιφορτισμένη με την ανάθεση των πιο κατάλληλων φασματικών οπών στους χρήστες των γνωστικών ραδιοσυστημάτων με την προϋπόθεση της μη πρόκλησης παρεμβολών στους πρωτεύοντες χρήστες και της ικανοποίησης συγκεκριμένων κριτηρίων, όπως ελαχιστοποίηση

καθυστερήσεων, μεγιστοποίηση throughput, κτλ. Παρακάτω δίνονται τα κριτήρια που λαμβάνονται υπόψη για την πετυχημένη ανάθεση φάσματος με βάση το [51].

Κριτήρια επιλογής φάσματος

1. Πρόκληση παρεμβολών(Interference)

Η αποφυγή *πρόκλησης παρεμβολών* σε πρωτεύοντες χρήστες αποτελεί το σημαντικότερο κριτήριο επιλογής φάσματος. Επιπλέον είναι επιθυμητό να λαμβάνεται μέριμνα για την ελαχιστοποίηση των παρεμβολών μεταξύ των δευτερευόντων χρηστών, ώστε να εξασφαλίζεται η βέλτιστη λειτουργία των συστημάτων.

2. Ρυθμοαπόδοση(Throughput)

Το κριτήριο αυτό έχει να κάνει με την *ρυθμοαπόδοση (throughput)* είτε του κάθε μεμονωμένου δευτερεύοντα χρήστη, είτε του συνολικού δικτύου. Η ικανοποίηση αυτού του κριτηρίου πρέπει να γίνει δεδομένων κάποιων περιορισμών. Οι περιορισμοί αυτοί είναι [51] η μέγιστη ισχύς εκπομπής του κάθε δευτερεύοντα χρήστη σε κάθε κανάλι, η χωρητικότητα του καναλιού, το μέγιστο αποδεκτό επίπεδο παρεμβολής, το απαιτούμενο Quality of Service (QoS) και η απαίτηση για την ελάχιστη δυνατή επίδραση στο πρωτεύοντα χρήστη.

3. Φασματική αποδοτικότητα(Spectral efficiency)

Το κριτήριο αυτό αφορά την επίτευξη της μέγιστης δυνατής αξιοποίησης του ελεύθερου φάσματος. Αυτό υλοποιείται με τη μεγιστοποίηση είτε του αριθμού των καναλιών που ανατίθενται σε ένα δευτερεύοντα χρήστη, είτε του αριθμού των χρηστών που εξυπηρετούνται. Βέβαια κατά την ικανοποίηση αυτού του κριτηρίου δεν πρέπει να παραβιάζονται ορισμένες άλλες συνθήκες, όπως είναι το μέγιστο αποδεκτό επίπεδο παρεμβολών και η μέγιστη αποδεκτή ισχύς.

4. Καθυστέρηση(Delay)

Η καθυστέρηση συνήθως αφορά το *χρόνο από άκρο-σε-άκρο (end-to-end delay)* και την *καθυστέρηση εναλλαγής (switching delay)*. Ο χρόνος από άκρο-σε-άκρο ορίζεται ως χρόνος που χρειάζεται ένα πακέτο για να φτάσει από την πηγή στον προορισμό, ενώ καθυστέρηση εναλλαγής είναι ο χρόνος που χρειάζεται το σύστημα για αλλαγή καναλιού (συμπεριλαμβάνεται ο χρόνος για τη λήψη απόφασης σχετικά με το νέο κανάλι) όταν αυτό απαιτηθεί. Το κριτήριο αυτό είναι πολύ σημαντικό σε εφαρμογές ευαίσθητες σε καθυστέρηση (Delay critical applications).

5. Δικαιοσύνη(Fairness)

Η εγωιστική συμπεριφορά μεμονωμένων χρηστών που προσπαθούν να ικανοποιήσουν με το καλύτερο τρόπο για αυτούς τα κριτήρια επιλογής φάσματος οδηγεί σε άνιση κατανομή των διαθέσιμων τηλεπικοινωνιακών πόρων (κανάλια, throughput, κτλ.). Για την αποφυγή της κατάστασης αυτής μπορούν να ακολουθηθούν κριτήρια δίκαιης κατανομής των πόρων, όπως είναι το throughput. Στην προηγούμενη περίπτωση θα μπορούσε κάθε γνωστικό σύστημα να ενεργεί με κριτήριο τη μεγιστοποίηση του ελάχιστου μέσου throughput ανά δευτερεύοντα χρήστη.

6. Ρίσκο(Risk)

Κατά την μετάδοση των δεδομένων σε κάποιο τηλεπικοινωνιακό κανάλι υπάρχει πάντα ο κίνδυνος αυτά να μην φτάσουν τον τελικό τους προορισμό. Η αξιοπιστία μιας διαδρομής για τα δεδομένα ποσοτικοποιείται με τη πιθανότητα κάποιο τμήμα της διαδρομής να αποκοπεί από κάποιο πρωτεύοντα χρήστη. Προφανώς το κριτήριο αυτό αφορά την αναζήτηση διαδρομών με τη μέγιστη δυνατή αξιοπιστία.

7. Τιμή(Price)

Το οικονομικό κόστος που επωμίζεται ο χρήστης του κάθε γνωστικού ραδιοσυστήματος αλλά και το ενδεχόμενο κέρδος που μπορεί να έχει μέσω διαφόρων ενεργειών είναι και αυτό ένα κριτήριο που λαμβάνεται υπόψη. Μια συνηθισμένη πηγή κόστους είναι το κόστος χρήσης κάποιου συγκεκριμένου καναλιού. Από την άλλη οι δευτερεύοντες χρήστες μπορούν να κερδίσουν χρήματα προωθώντας τα πακέτα άλλων χρηστών.

8. Ενεργειακή αποδοτικότητα(Energy efficiency)

Ένα άλλο κριτήριο αφορά την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας των συστημάτων.

9. Συνδεσιμότητα δικτύου(Network connectivity)

Ένα άλλο κριτήριο είναι η διατήρηση της συνδεσιμότητας του δικτύου ώστε να ικανοποιείται το Quality of Service (QoS) που απαιτεί ο χρήστης. Σε γνωστικά δίκτυα η συνδεσιμότητα επηρεάζεται από την ισχύ εκπομπής, την απόσταση μεταξύ των συστημάτων που το απαρτίζουν και τη συχνότητα λειτουργίας της κάθε σύνδεσης μεταξύ των συστημάτων.

1.6.3 Επαναδιαμόρφωση γνωστικού ραδιοσυστήματος(Cognitive radio reconfiguration)

Αποτελεί θεμελιώδους σημασίας λειτουργία για ένα γνωστικό ραδιοσύστημα να προσαρμόζει τις παραμέτρους λειτουργίας του στις συνθήκες του περιβάλλοντός του. Αυτό ακριβώς αφορά αυτή η υπολειτουργία της φασματικής επιλογής. Οι παράμετροι λειτουργίας που προσαρμόζονται είναι οι εξής: [36]

1. Σχήμα διαμόρφωσης και κωδικοποίησης (Modulation and Coding Scheme)
2. Ισχύς εκπομπής (Transmission Power)
3. Εύρος ζώνης καναλιού (Channel Bandwidth)
4. Συχνότητα λειτουργίας (Operating Frequency)
5. Τεχνολογία επικοινωνιών (Communication Technology)

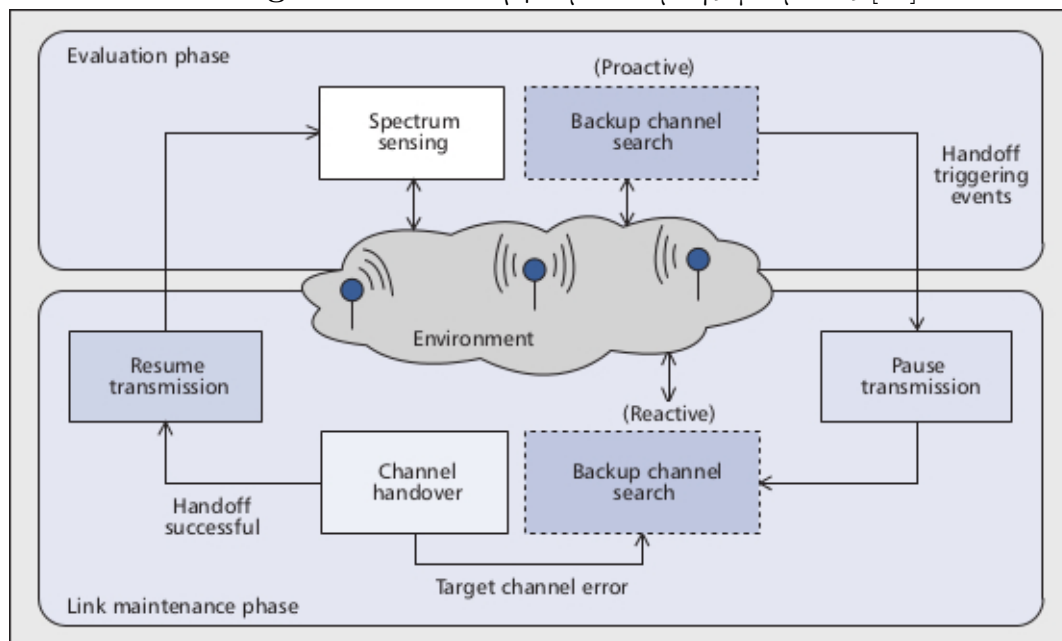
1.7 Φασματική κινητικότητα(Spectrum mobility)

Η λειτουργία της *φασματικής κινητικότητας* (*spectrum mobility*) αποσκοπεί στην ομαλή μετάβαση των δευτερευόντων χρηστών σε νέα κανάλια, όταν αυτό απαιτηθεί, προσπαθώντας να διατηρήσει την απόδοση του συστήματος σταθερή και τη διάρκεια αυτής της διεργασίας την ελάχιστη δυνατή. Η περιγραφή αυτής της λειτουργίας βασίζεται στο [15].

Η λειτουργία αυτή συντίθεται από τη *μεταπομπή φάσματος* (*Spectrum Handoff*) και τη *διαχείριση σύνδεσης* (*Connection Management*). Η μεταπομπή φάσματος αφορά την αλλαγή καναλιών, όταν αυτή γίνει απαραίτητη. Αυτή όμως επιφέρει κάποια καθυστέρηση. Από την άλλη η διαχείριση σύνδεσης προσαρμόζει τις παραμέτρους της στοίβας πρωτοκόλλων με στόχο την αντιστάθμιση της απώλειας που οφείλεται στην καθυστέρηση της μεταπομπής.

Η λειτουργία της μεταπομπής φάσματος αποτελείται από δύο φάσεις, την *φάση εκτίμησης* (*evaluation phase*) και την *φάση συντήρησης σύνδεσης* (*link maintenance phase*). Στη 1η φάση ο δευτερεύων χρήστης παρατηρεί το περιβάλλον για συμβάντα που προκαλούν μεταπομπή (*handoff triggering events*). Στη 2η φάση μεταβαίνουμε όταν εντοπιστεί τέτοιο γεγονός και ληφθεί απόφαση για μεταπομπή. Συγκεκριμένα ο δευτερεύων χρήστης σταματάει την εκπομπή στο τρέχον κανάλι και την συνεχίζει σε κάποιο άλλο ελεύθερο. Μετά το πέρας της 2ης φάσης το σύστημα επανέρχεται στην 1η φάση. Η κυκλική αυτή διεργασία απεικονίζεται στην εικόνα 1.4.

Figure 1.4: Λειτουργία μεταπομπής φάσματος [15]



Οι κυριότεροι λόγοι για τους οποίους μπορεί να απαιτηθεί μεταπομπή είναι τρεις. [15]

1. Κάποιος πρωτεύων χρήστης αποφασίζει να εκπέμψει σε τμήμα φάσματος για το

- οποίο διαθέτει άδεια, εξαναγκάζοντας με αυτόν τον τρόπο το δευτερεύων χρήστη που το χρησιμοποιούσε μέχρι τότε να αλλάξει κανάλι.
2. Ο δευτερεύων χρήστης μετακινείται και κάποια στιγμή η ακτίνα κάλυψής του επικαλύπτει την αντίστοιχη ακτίνα κάλυψης κάποιου πρωτεύοντα χρήστη που εκπέμπει στο ίδιο κανάλι.
 3. Η μη ικανοποίηση του απαιτούμενου επιπέδου Quality of Service (QoS) που έχει θέσει ο χρήστης.

1.7.1 Στρατηγικές μεταπομπής(Handoff strategies)

Η σειρά με την οποία εκτελείται η αναγνώριση φάσματος και η μεταπομπή σε σχέση με ένα γεγονός που προκαλεί μεταπομπή καθορίζουν την *στρατηγική μεταπομπών (Hand-off strategy)*. Οι στρατηγικές προκύπτουν μελετώντας τα τέσσερα διαφορετικά σενάρια που προκύπτουν θεωρώντας ότι τόσο η αναγνώριση φάσματος όσο και η μεταπομπή μπορούν να συμβούν πριν ή μετά από τα γεγονότα που προκαλούν μεταπομπή. Οι τέσσερις αυτές στρατηγικές είναι οι εξής: [15]

1. Στρατηγική χωρίς μεταπομπές(Non-handoff strategy)

Σε αυτή τη στρατηγική ο χρήστης σταματάει να εκπέμπει στο τρέχον κανάλι μόλις ένας πρωτεύων χρήστης το ζητήσει για χρήση. Έπειτα παραμένει σε κατάσταση μη εκπομπής μέχρι το ίδιο κανάλι να απελευθερωθεί.

2. Καθαρά αντιδραστική στρατηγική μεταπομπών(Pure reactive handoff strategy)

Σε αυτή τη στρατηγική ο δευτερεύων χρήστης επιτελεί αναγνώριση περιβάλλοντος για ελεύθερα κανάλια και μεταπομπή, αφού αυτή απαιτηθεί από κάποιο γεγονός.

3. Καθάρα προνοητική στρατηγική μεταπομπών(Pure proactive handoff strategy)

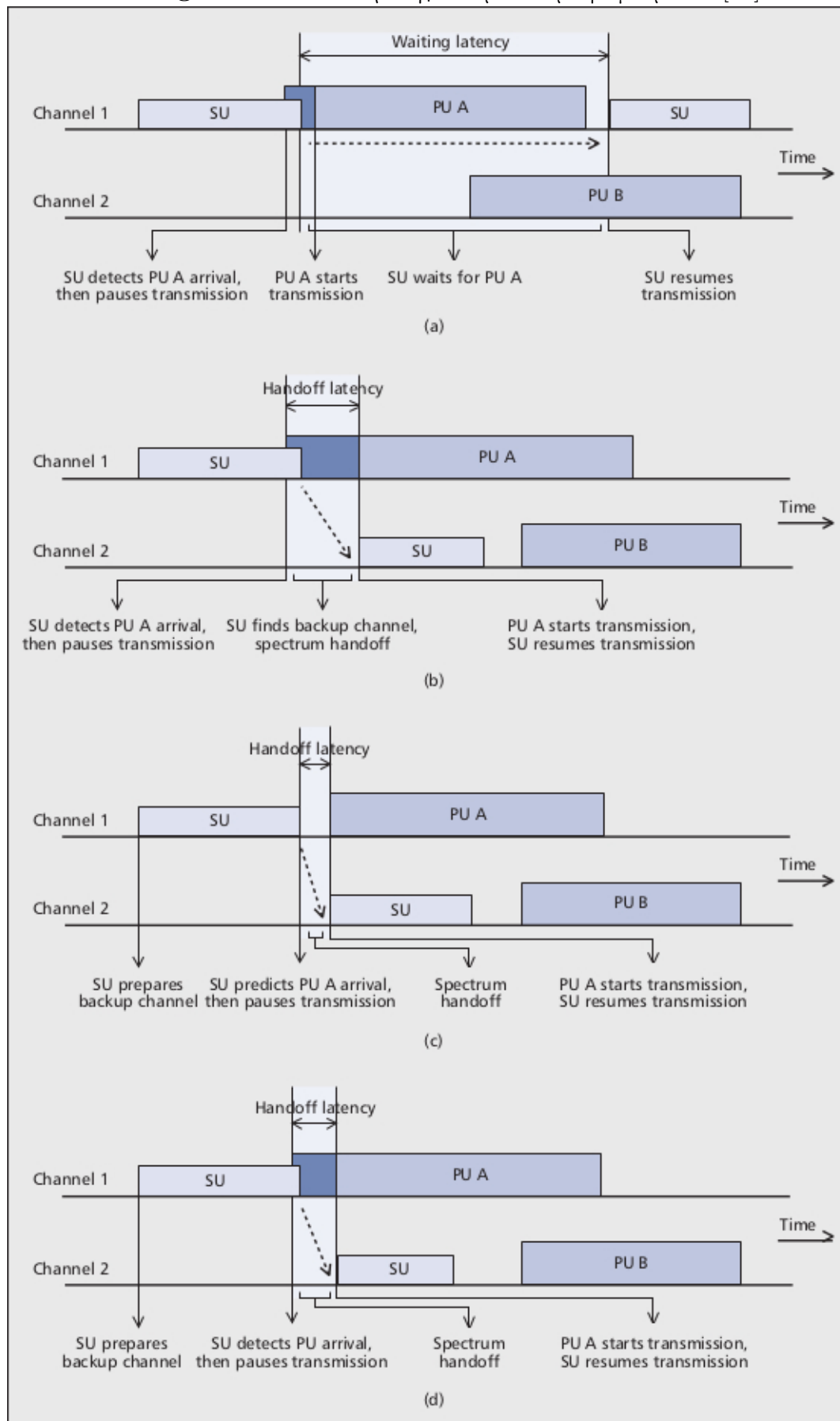
Σε αυτή τη στρατηγική ο δευτερεύων χρήστης κάνει αναγνώριση φάσματος πριν συμβεί κάποιο γεγονός που επιβάλλει μεταπομπή. Με αυτό τον τρόπο βρίσκει κάποιο κανάλι που όταν το χρειαστεί θα είναι ελεύθερο. Έπειτα πραγματοποιείται μεταπομπή καναλιού πριν συμβεί κάποιο γεγονός, εκμεταλλευόμενος τη γνώση για τα μοτίβα κίνησης των πρωτευόντων χρηστών. Με άλλα λόγια προβλέπει τη συμπεριφορά των πρωτευόντων χρηστών και αλλάζει κανάλι προτού το τρέχον κανάλι καταληφθεί.

4. Υβριδική στρατηγική μεταπομπών(Hybrid handoff strategy)

Η υβριδική στρατηγική συνδυάζει τις δύο προηγούμενες στρατηγικές. Αρχικά το σύστημα εντοπίζει ελεύθερα κανάλια προτού αναγκαστεί ο χρήστης να εγκαταλείψει το τρέχον. Όταν προκύψει γεγονός που επιβάλλει μεταπομπή αυτή πραγματοποιείται με το νέο κανάλι να καθορίζεται από την εργασία που έγινε πριν από αυτή.

Ο τρόπος λειτουργίας των τεσσάρων στρατηγικών απεικονίζεται στην εικόνα 1.5 με τη σειρά με την οποία τις παρουσιάσαμε παραπάνω.

Figure 1.5: Οι 4 στρατηγικές μεταπομπής φάσματος [15]



1.8 Φασματικός διαμοιρασμός(Spectrum sharing)

Η λειτουργία αυτή αποσκοπεί στον αποδοτικό διαμοιρασμό του ελεύθερου φάσματος ανάμεσα στους δευτερεύοντες χρήστες χωρίς να υπάρχουν συγκρούσεις. Οι τεχνικές διαμοιρασμού φάσματος μπορούν να ταξινομηθούν με βάση διάφορα κριτήρια. Τα κριτήρια αυτά είναι η αρχιτεκτονική του δικτύου, η τεχνική πρόσβασης φάσματος, οι τεχνικές διαμοιρασμού εύρους ζώνης και οι ζώνες φάσματος που χρησιμοποιούν οι δευτερεύοντες χρήστες.

1.8.1 Αρχιτεκτονική δικτύου(Network architecture)

Με βάση την *αρχιτεκτονική του δικτύου (Network architecture)* οι τύποι διαμοιρασμού φάσματος είναι οι εξής: [4]

- Κεντρικός διαμοιρασμός φάσματος(Centralized Spectrum Sharing)

Υπάρχει ένα κεντρικό σύστημα που ελέγχει και συντονίζει τη διαδικασία διαμοιρασμού φάσματος. Κάθε γνωστικό ραδιοσύστημα μεταδίδει στο κεντρικό σύστημα πληροφορίες για τη δέσμευση του φάσματος. Με αυτό τον τρόπο αποκτά τη συνολική εικόνα για την απόδοση του φάσματος στους δευτερεύοντες χρήστες.

- Κατανεμημένος διαμοιρασμός φάσματος(Distributed Spectrum Sharing)

Κάθε γνωστικό ραδιοσύστημα αποφασίζει μόνο του για το τρόπο με τον οποίο θα δεσμεύσει τμήμα του φάσματος. Βασίζεται μόνο στις διάφορες πολιτικές που ισχύουν στην περιοχή στην οποία δραστηριοποιείται.

1.8.2 Τεχνική πρόσβασης φάσματος(Spectrum access technique)

Με βάση την *τεχνική πρόσβασης φάσματος (Spectrum access technique)* οι τύποι διαμοιρασμού φάσματος είναι οι εξής: [20]

- Υποκάλυψη φάσματος(Spectrum Underlay)

Σε αυτή την τεχνική ο δευτερεύων χρήστης εκπέμπει σε αδειοδοτημένα κανάλια ταυτόχρονα με την εκπομπή του πρωτεύοντος χρήστη. Βέβαια επιβάλλεται στο δευτερεύων χρήστη ο περιορισμός της μη παραβίασης του ορίου της θερμοκρασίας παρεμβολής και της εξασφάλισης της επιτυχημένης λειτουργίας των πρωτευόντων χρηστών. Λόγω των περιορισμών που επιβάλλονται στους δευτερεύοντες χρήστες η ισχύς εκπομπής είναι περιορισμένη και κατά συνέπεια η ακτίνα εκπομπής είναι μικρή.

- Διαπλοκή φάσματος(Spectrum Interweave)

Σε αυτήν την τεχνική οι δευτερεύοντες χρήστες επιτρέπεται να εκπέμπουν στα κανάλια των πρωτευόντων μόνο όταν οι τελευταίοι δεν τα χρησιμοποιούν. Από

τη μία αυτό επιτρέπει στους δευτερεύοντες χρήστες να εκπέμπουν χωρίς περιορισμούς σχετικά με τις παρεμβολές που προκαλούν, όμως από την άλλη είναι απαραίτητο να βρούν κανάλι στο οποίο δεν εκπέμπει κάποιος πρωτεύων χρήστης εκείνη τη στιγμή. Με άλλα λόγια οι δευτερεύοντες χρήστες αναζητούν φασματικές οπές.

- Επικάλυψη φάσματος(Spectrum Overlay)

Στην τεχνική επικάλυψης φάσματος ο δευτερεύων χρήστης γνωρίζει τις παραμέτρους εκπομπής (π.χ βιβλίο κωδικών) και τα μηνύματα των πρωτευόντων χρηστών. Εκμεταλλευόμενος αυτή τη γνώση και χρησιμοποιώντας τεχνικές επεξεργασίας σημάτων εξασφαλίζει το κατάλληλο εύρος ζώνης για δική του χρήση, ενώ ταυτόχρονα βελτιώνει ή τουλάχιστον διατηρεί τις εκπομπές των πρωτευόντων χρηστών.

1.8.3 Τεχνικές διαμοιρασμού εύρους ζώνης(Spectrum allocation behaviour)

Με βάση τις τεχνικές διαμοιρασμού εύρους ζώνης (*Spectrum allocation behaviour*) οι τύποι διαμοιρασμού φάσματος είναι οι εξής: [4]

- Συνεργατικός διαμοιρασμός φάσματος(Cooperative Spectrum Sharing)

Τα συστήματα του δικτύου ανταλλάσσουν μεταξύ τους πληροφορίες για τα επίπεδα παρεμβολών και συνεργάζονται για την επίτευξη κοινών στόχων. Ο διαμοιρασμός φάσματος πραγματοποιείται λαμβάνοντας υπόψη αυτές τις πληροφορίες.

- Μη συνεργατικός διαμοιρασμός φάσματος(Non-cooperative Spectrum Sharing)

Κάθε σύστημα ενεργεί χωρίς να λαμβάνει ή να στέλνει πληροφορίες για το φάσμα σε άλλα συστήματα. Το σύστημα αυτό δεσμεύει το φάσμα με γνώμονα μόνο το δικό του συμφέρον, δηλαδή ενεργεί “εγωιστικά”. Η πρακτική αυτή δεν συμβάλλει στη βέλτιστη αξιοποίηση του φάσματος.

1.8.4 Ζώνες φάσματος(Spectrum bands)

Με βάση τις ζώνες φάσματος (*Spectrum bands*) που χρησιμοποιούν οι δευτερεύοντες χρήστες, οι τύποι διαμοιρασμού φάσματος είναι οι εξής: [33]

- Ανοιχτός διαμοιρασμός φάσματος(Open Spectrum Sharing)

Οι δευτερεύοντες χρήστες επιδιώκουν πρόσβαση μόνο σε μη αδειοδοτημένα κανάλια και όλοι έχουν την ίδια προτεραιότητα ως προς τη χρήση του φάσματος.

- Ιεραρχική πρόσβαση/Αδειοδοτημένος διαμοιρασμός φάσματος(Hierarchical Access/Licensed Spectrum Sharing)

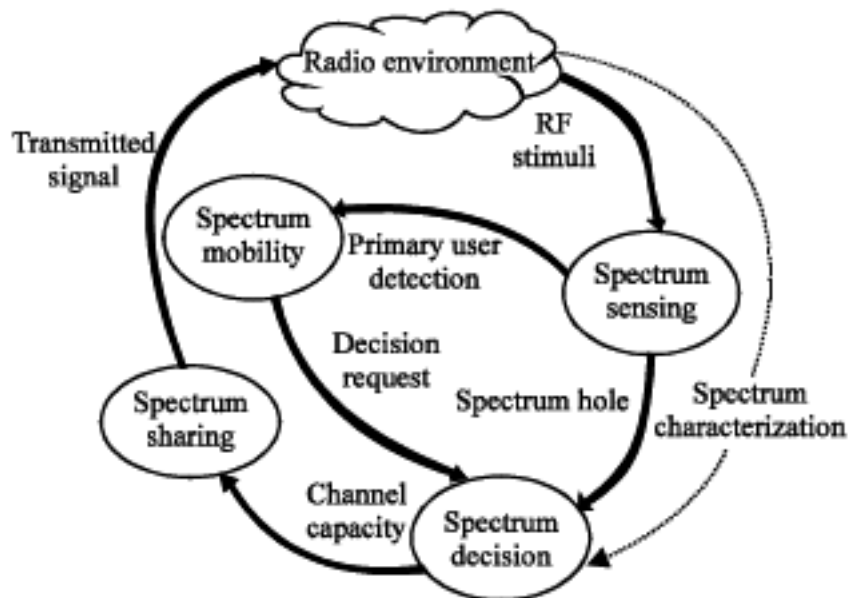
Οι δευτερεύοντες χρήστες επιδιώκουν πρόσβαση σε αδειοδοτημένα κανάλια τα οποία τα μοιράζονται με πρωτεύοντες χρήστες. Όπως είναι φυσικό οι πρωτεύοντες

χρήστες έχουν προτεραιότητα και όταν αποκτούν πρόσβαση σε κάποιο κανάλι ο δευτερεύων χρήστης που το χρησιμοποιεί οφείλει να το εγκαταλείψει.

1.9 Γνωστικός κύκλος(Cognitive cycle)

Ο γνωστικός κύκλος (*cognitive cycle*) αποτελεί έναν εποπτικό τρόπο παρουσίασης όλων των λειτουργιών των γνωστικών ραδιοδικτύων καθώς και των αλληλεπιδράσεων αυτών μεταξύ τους και με το περιβάλλον. Στις εικόνες 1.6 και 1.7 δίνονται δύο τέτοιοι γνωστικοί κύκλοι. Ο πρώτος κύκλος ανταποκρίνεται στην περιγραφή που δόθηκε παραπάνω, ενώ ο δεύτερος αποτελεί το γνωστικό κύκλο που δόθηκε από τον S. Haykin στο [25].

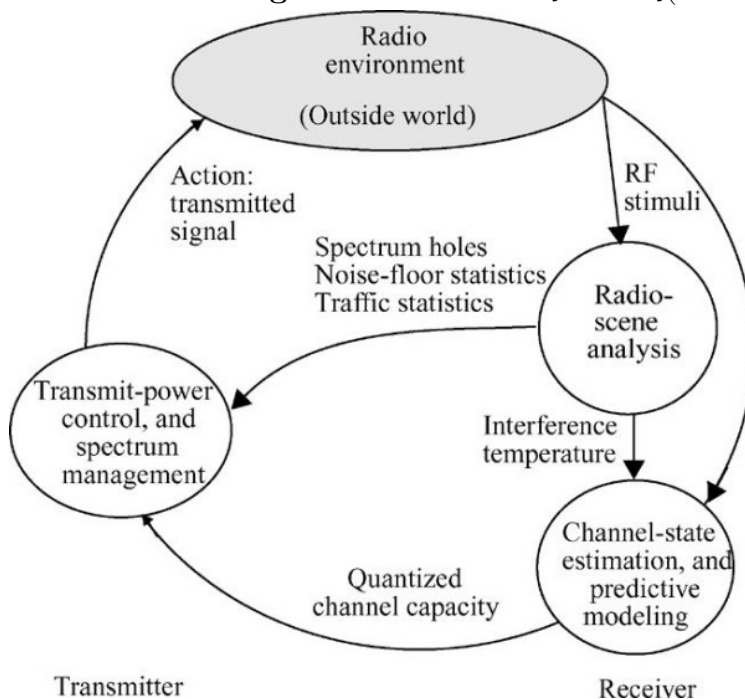
Figure 1.6: Γνωστικός κύκλος [30]



1.10 Εφαρμογές

Η δυναμική φύση των γνωστικών ραδιοσυστημάτων αλλά και η νοημοσύνη με την οποία είναι εφοδιασμένα τα καθιστά κατάλληλα για πλήθος εφαρμογών. Από την χρήση αυτών προκύπτουν καινοτόμες εφαρμογές αλλά και ήδη υπάρχουσες εφαρμογές βελτιώνονται και εκσυγχρονίζονται. Ανάμεσα στις εφαρμογές αυτές περιλαμβάνονται δυνητικά⁴ τα εξής: [27]

⁴Εδώ χρησιμοποιώ τον χαρακτηρισμό δυνητικά γιατί πρόκειται για μια νέα τεχνολογία και πολλές από τις εφαρμογές βρίσκονται σε θεωρητικό στάδιο ακόμα χωρίς να υπάρχει κάποια υλοποίηση.

Figure 1.7: Γνωστικός κύκλος(κατα Haykin) [25]

- Δίκτυα κινητής τηλεφωνίας

Η τεχνολογία των γνωστικών ραδιοσυστημάτων είναι υποψήφια για χρήση σε δίκτυα κινητής τηλεφωνίας 5ης γενιάς καθώς κάποια από τα θεμελιώδη συστατικά αυτής της γενιάς δικτύων αποτελούν η βέλτιστη προσαρμογή των παραμέτρων λειτουργίας στις συνθήκες του περιβάλλοντος, η δυναμική διαχείριση του φάσματος και τα ετερογενή δίκτυα.

- Έξυπνα δίκτυα(Smart grid)

Το έξυπνο δίκτυο αποτελεί μια εξέλιξη του ηλεκτρικού δικτύου διανομής ενέργειας το οποίο συλλέγει διάφορες πληροφορίες από τους κόμβους του και τις αξιοποιεί για την βέλτιστη διαχείριση των λειτουργιών του και την επίτευξη αξιοπιστίας και αποδοτικότητας.

- Αξιοποίηση των white spaces της τηλεόρασης(TV White Spaces)

Έχει παρατηρηθεί ότι σε αρκετές περιοχές υπάρχουν κενά στο τμήμα του φάσματος που έχει αποδοθεί σε τηλεοπτικά κανάλια. Η τεχνολογία των γνωστικών ραδιοσυστημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποδοτική αξιοποίηση αυτών των κενών χωρίς να επηρεάζει αρνητικά τις τηλεοπτικές εκπομπές.

- Η συνύπαρξη διαφορετικών ασύρματων τεχνολογιών

Η συνύπαρξη ασύρματων τεχνολογιών με διαφορετικά χαρακτηριστικά και συμπεριφορά (ιδιαίτερα αν αυτή είναι δυναμική) απαιτεί καινοτόμες τηλεπικοινωνιακές συσκευές με αντίληψη του ηλεκτρομαγνητικού περιβάλλοντος και ικανότητα προσ-

αρμογής στις συνθήκες αυτού με απώτερο στόχο την επίτευξη αρμονικής συνύπαρξης.

- Δίκτυα ασύρματων τηλεπικοινωνιών νέας γενιάς

Η συμφόρηση του τηλεπικοινωνιακού φάσματος απαιτεί από τα νέα ασύρματα δίκτυα να επιδεικνύουν δυναμική συμπεριφορά για να το χρησιμοποιούν αποδοτικά χωρίς να εμποδίζουν την χρήση αυτού από τους άλλους χρήστες.

- Υπηρεσίες τηλειατρικής(e-Health)

Η ευαίσθητη φύση των ιατρικών εφαρμογών απαιτεί από τις αντίστοιχες συσκευές να έχουν επίγνωση του περιβάλλοντός τους και των εκπομπών τους. Είναι σημαντικό οι συσκευές αυτές να μην προκαλούν ηλεκτρομαγνητικές παρεμβολές σε άλλα ευαίσθητα ιατρικά μηχανήματα αλλά και να μην εμποδίζουν την εκπομπή άλλων σημαντικών ιατρικών συσκευών (οι οποίες για παράδειγμα θα μπορούσαν να μεταδίδουν ασύρματα πληροφορίες για τη λειτουργία της καρδιάς).

- Υπηρεσίες έξυπνων μεταφορών(Intelligent transportation systems)

Οι υπηρεσίες αυτές αφορούν καινοτόμες τεχνολογίες στη διαχείριση της κυκλοφοριακής κίνησης και στην έξυπνη και συντονισμένη χρήση των μεταφορικών δικτύων. Είναι προφανές ότι για την επιτυχημένη υλοποίηση τέτοιων συστημάτων είναι απαραίτητη η υιοθέτηση κάποιου υποσυνόλου (ή ακόμα και όλων) των γνωστικών λειτουργιών.

- Στρατιωτικά δίκτυα τηλεπικοινωνιών

Η φύση των στρατιωτικών επικοινωνιών είναι τέτοια που απαιτεί δυναμική συμπεριφορά από τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα. Για παράδειγμα οι στρατιωτικές επικοινωνίες εν δυνάμει αποτελούν στόχο μπλοκαρίσματος (jamming) από εχθρικές δυνάμεις. Για αυτό το λόγο τα γνωστικά ραδιοσυστήματα μπορεί να αποτελέσουν την κατάλληλη τεχνολογία για την υλοποίηση τέτοιου είδους συστημάτων επικοινωνιών.

Αν και πολλές εφαρμογές των γνωστικών δικτύων βρίσκονται ακόμα σε θεωρητικό επίπεδο υπάρχουν μερικά πρότυπα τα οποία υλοποιούν τμήμα των γνωστικών λειτουργιών. Μερικά από τα πρότυπα αυτά είναι τα εξής:

- IEEE 802.22 [60]

Είναι ένα πρότυπο για ασύρματα δίκτυα περιφερειακών περιοχών (Wireless Regional Area Network-WRAN) που αποσκοπεί στην αξιοποίηση των λευκών κενών της τηλεόρασης. Για την υλοποίηση αυτού χρησιμοποιούνται τεχνικές γνωστικών ραδιοσυστημάτων που επιτρέπουν την χρήση φασματικών κενών στις τηλεοπτικές συχνότητες με στόχο την πρόσβαση σε ευρυζωνικές τηλεπικοινωνιακές υπηρεσίες σε αγροτικές και άλλες δυσπρόσιτες περιοχές.

- IEEE P1900 [33]

Είναι ένα πρότυπο για ασύρματα δίκτυα νέας γενιάς και για διαχείριση του φάσματος. Έμφαση δίνεται σε επαναδιαμορφούμενα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα και συστήματα που λειτουργούν σε ετερογενή δίκτυα. Θεμελιώδη συστατικά στοιχεία του

προτύπου αποτελεί ο διαχειριστής επαναδιαμορφωσιμότητας δικτύου (Network re-configuration management-NRM), ο οποίος παρέχει πληροφορίες για το περιβάλλον και ο διαχειριστής επαναδιαμορφωσιμότητας τερματικών (Terminal reconfiguration management-TRM), ο οποίος λαμβάνει τις πληροφορίες που παρέχει ο NRM και καθορίζει τη συμπεριφορά του με στόχο τη βέλτιστη χρήση των πόρων. Τέλος ένα ακόμη σημαντικό συστατικό είναι ο διαχειριστής επαναδιαμορφωσιμότητας (reconfiguration management) ο οποίος συνδέει το NRM και το TRM. Το πρότυπο αυτό διαμορφώνεται από αρκετές ομάδες, η καθεμία από τις οποίες είναι επιφορτισμένη με διαφορετικό αντικείμενο. Για παράδειγμα η ομάδα 1900.1 ασχολείται με την ορολογία και τις έννοιες για ραδιοσυστήματα νέας γενιάς και για θέματα διαχείρισης φάσματος.

2 Θεωρία παιγνίων

2.1 Εισαγωγή

Η θεωρία παιγνίων (*game theory*) είναι ο κλάδος των μαθηματικών που μελετάει μοντέλα αλληλεπίδρασης λογικών πρακτόρων (*rational agents*) με ικανότητα λήψης αποφάσεων (decision-making), οι οποίοι έχουν κοινά ή αντικρουόμενα συμφέροντα. Η θεωρία αυτή διαθέτει μοντέλα, εργαλεία και έννοιες για να μοντελοποιήσει τις αλληλεπιδράσεις των πρακτόρων, να περιγράψει τα δυνατά αποτελέσματα του παιγνίου (στο οποίο συμμετέχουν), να προβλέψει το αποτέλεσμά του και να καθορίσει το βέλτιστο τρόπο που πρέπει να ενεργήσει κάποιος από αυτούς.

Η μοντέρνα θεωρία παιγνίων ξεκίνησε από επιστήμονες όπως ο Von Neumann με ένα στενό σχετικά εύρος εφαρμογών (κυρίως οικονομικά). Με την πάροδο των ετών η θεωρία παιγνίων εξελίχθηκε και τελικά χρησιμοποιείται σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών, όπως οι πολιτικές επιστήμες, η επιστήμη υπολογιστών, η βιολογία, κτλ. Επιπλέον η έννοια του πράκτορα (ή αλλιώς παίκτη) έχει επεκταθεί ώστε να καλύπτει ανθρώπους, μηχανήματα, ζώα και άλλα. Για την παρουσίαση των βασικών εννοιών της θεωρίας παιγνίων θα βασιστούμε στα [41], [22], [27], [32], [33], [59].

2.2 Βασικές έννοιες θεωρίας παιγνίων

Παρακάτω δίνονται επιγραμματικά οι ορισμοί μερικών θεμελιωδών εννοιών της θεωρίας παιγνίων, οι οποίες είναι απαραίτητες για τη συνέχεια.

- Παίχτες (Players)

Ο λογικός πράκτορας με ικανότητα λήψης αποφάσεων και ευφυΐα, ο οποίος λαμβάνει μέρος στο παίγνιο και αλληλεπιδρά με άλλους παίκτες και το περιβάλλον του.

- Ανταμοιβή (Payoff)

Η τιμή που εκφράζει το κέρδος ή την απώλεια που έχει κάθε παίκτης εξαιτίας της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον του και με άλλους παίκτες.

- Ενέργεια (Action)

Μία περιγραφή του τρόπου με τον οποίο οι παίκτες αλληλεπιδρούν.

- Κίνηση(Move)

Μία ενέργεια που εκτελείται από κάποιο παίκτη σε κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια του παιγνίου.

Ένα παίγνιο (σε γενικές γραμμές¹) συμβολίζεται ως $G=(N,S,U)$ και αποτελείται από τα εξής στοιχεία: [22]

- Ένα σύνολο παικτών N .
- Ένα σύνολο ενεργειών S , το οποίο μπορεί να εκτελέσει ένας παίκτης και περιγράφει τον τρόπο που αλληλεπιδρά με άλλους παίκτες.
- Ένα σύνολο συναρτήσεων που αντιστοιχίζουν σε κάθε δυνατό αποτέλεσμα του παιγνίου έναν αριθμό, ο οποίος αντικατοπτρίζει την ανταμοιβή που προσφέρει στο κάθε παίκτη. Το σύνολο αυτό συμβολίζεται με U .

Γενικά στόχος του κάθε παίκτη είναι να επιλέξει την κατάλληλη στρατηγική (αλγόριθμος που καθορίζει πλήρως πως θα ενεργήσει ο κάθε παίκτης) και να ενεργήσει με βάση αυτή, έτσι ώστε να πετύχει τη μεγαλύτερη δυνατή ανταμοιβή. Στόχος των επιστημόνων της θεωρίας παιγνίων είναι να προβλέψουν το αποτέλεσμα του παιγνίου. Για αυτό το λόγο υπάρχουν οι παρακάτω έννοιες. [41]

- Έννοιες επίλυσης(Solution Concepts)

Αποτελούν προβλέψεις για τον τρόπο με τον οποίο οι παίκτες θα ενεργήσουν και κατά συνέπεια προβλέψεις για το αποτέλεσμα του παιγνίου.

- Ισορροπίες(Equilibria)

Σύνολα σταθερών στρατηγικών που οδηγούν σε μία κατάσταση, όπου κάθε παίκτης δεν έχει συμφέρον να αλλάξει τη συμπεριφορά του χωρίς να το κάνουν και οι υπόλοιποι.

2.3 Στρατηγικές(Strategies)

Μια *στρατηγική (Strategy)* είναι ένας πλήρης αλγόριθμος που καθορίζει πως θα ενεργήσει κατά τη διάρκεια του παιγνίου ο κάθε παίκτης. Καθορίζει την ενέργεια του παίκτη σε κάθε πιθανή κατάσταση του παιγνίου. Η στρατηγική συνήθως είναι συνάρτηση των ενεργειών των άλλων παικτών. *Σύνολο στρατηγικών (Strategy Set)* είναι το σύνολο που περιέχει όλες τις δυνατές στρατηγικές του κάθε παίκτη. *Προφίλ στρατηγικών (Strategy Profile)* είναι το σύνολο των στρατηγικών όλων των παικτών που συμμετέχουν στο παίγνιο.

¹ Δεν υπάρχει κάποιος ξεκάθαρος γενικός ορισμός του παιγνίου, έτσι ώστε όλων των ειδών τα παίγνια να είναι ειδικές περιπτώσεις αυτού. Για αυτό το λόγο δίνουμε ως γενικό-πρόχειρο ορισμό αυτόν που αναφέρεται στην ουσία στα παίγνια στρατηγικής μορφής, τα οποία αποτελούν ίσως τη πιο βασική και κατανοητή μορφή παιγνίων. Για τα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής ο ορισμός αυτός είναι αρκετά κατάλληλος.

Οι στρατηγικές διακρίνονται σε καθарές και μικτές. Οι *καθάρές στρατηγικές* (*Pure Strategies*) [41] καθορίζουν ντετερμινιστικά το τρόπο με τον οποίο θα ενεργήσει ο κάθε παίκτης για κάθε πιθανή κατάσταση που θα αντιμετωπίσει. Οι *μικτές στρατηγικές* (*Mixed Strategies*) [41] καθορίζουν στοχαστικά τον τρόπο συμπεριφοράς των παικτών, αποδίδοντας πιθανότητες σε κάθε καθαρή στρατηγική. Δηλαδή ο παίκτης επιλέγει τυχαία μία στρατηγική με βάση την κατανομή πιθανότητας που ορίζει η μικτή στρατηγική του.

2.4 Αναπαράσταση παιγνίων

Οι δύο βασικότεροι τρόποι αναπαράστασης παιγνίων είναι οι εξής:

- Κανονική-μορφή (Normal-form)

Σε αυτή τη μορφή δίνεται η ανταμοιβή όλων των παικτών για κάθε δυνατή έκβαση του παιγνίου. Ένα άλλο όνομα για αυτήν την αναπαράσταση είναι *στρατηγική μορφή* (*Strategy form*). Σε αυτή τη μορφή το παίγνιο αναπαρίσταται με ένα πίνακα. Για παράδειγμα στην ειδική περίπτωση παιγνίων με δύο παίκτες, οι στρατηγικές του πρώτου αναπαρίστανται στις γραμμές του πίνακα και οι στρατηγικές του δεύτερου στις στήλες. Δηλαδή όταν ο 1ος παίκτης εκτελεί την ενέργεια i (δηλαδή την ενέργεια που αντιστοιχεί i γραμμή) και ο 2ος την ενέργεια j (δηλαδή την ενέργεια που αντιστοιχεί j στήλη) στο κελί (i,j) περιέχεται η ανταμοιβή των δύο παικτών (υπάρχουν δύο αριθμοί ένας για κάθε παίκτη). Στην εικόνα 2.1 δίνεται ένα παίγνιο δύο παικτών σε τέτοια μορφή, όπου u_{ij} η ανταμοιβή του παίκτη i όταν εκτελεί την στρατηγική j .

Figure 2.1: Παίγνιο δύο παικτών σε κανονική μορφή

Παίκτης 1/Παίκτης 2	Στρατηγική A	Στρατηγική B
Στρατηγική A	u_{1A}, u_{2A}	u_{1B}, u_{2A}
Στρατηγική B	u_{1A}, u_{2B}	u_{1B}, u_{2B}

- Εκτεταμένη μορφή (Extensive-form)

Σε αυτή τη μορφή η αναπαράσταση των παιγνίων γίνεται γραφικά με τη χρήση ενός δένδρου. Με αυτό το τρόπο είναι δυνατή η αναπαράσταση όχι μόνο των βασικών στοιχείων του παιγνίου (παίκτες, ενέργειες, ανταμοιβή) αλλά και στοιχείων, όπως η αλληλουχία των ενεργειών και το σύνολο των πληροφοριών για το παίγνιο (προηγούμενες κινήσεις) που είναι διαθέσιμες στο κάθε παίκτη, κτλ. Παρακάτω δίνεται ένας πιο αυστηρός ορισμός.

Definition 2.4.1. Παίγνιο εκτεταμένης μορφής [32]

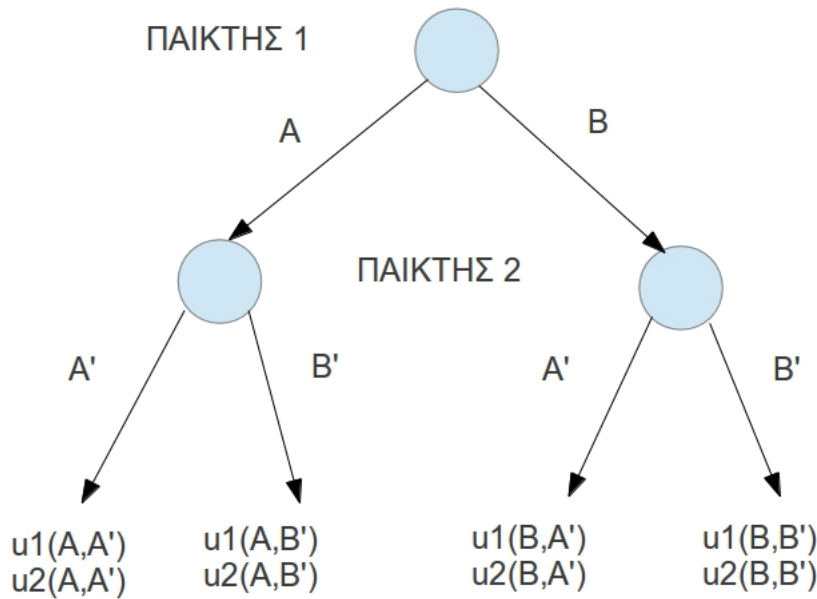
Ένα παίγνιο εκτεταμένης μορφής είναι μία εξάδα $G = \{N, V, v_{root}, \pi, \{V_i\}_{i \in N}, u\}$ όπου

- $N = \{1, \dots, n\}$ είναι το σύνολο των παικτών.

- (V, v_{root}, π) είναι ένα δένδρο (V το σύνολο των κόμβων, v_{root} η κορυφή του δένδρου, π η συνάρτηση του προγόνου).
- $\{V_i\}_{i \in N}$ είναι μία διαμέριση του V .
- u το σύνολο των συναρτήσεων ανταμοιβής, που συμβολίζεται ως $u = (u_1, \dots, u_n)$.

Στην εικόνα 2.2 δίνεται ένα παίγνιο σε τέτοια μορφή.

Figure 2.2: Παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή



2.5 Κατηγορίες παιγνίων

Μπορούμε να διακρίνουμε παίγνια με βάση πολλά διαφορετικά κριτήρια. Παρακάτω δίνονται μερικές από αυτές τις διακρίσεις με βάση το [41].

- Συνεργατικά/Μη-συνεργατικά

Η διάκριση αυτή πραγματοποιείται με κριτήριο το αν οι παίκτες ενεργούν μόνοι τους ή στα πλαίσια μιας ομάδας.

Στα *μη συνεργατικά παίγνια* (*Non-cooperative games*) μπορούμε να διακρίνουμε τις ενέργειες, τις στρατηγικές και τους στόχους για κάθε παίκτη ξεχωριστά. Επιπλέον, αν και ονομάζονται μη συνεργατικά, συνεργασίες μεταξύ παικτών επιτρέπονται. Απλώς οι συνεργασίες μεταξύ των παικτών προκύπτουν μόνο από ατομική πρωτοβουλία.

Στα *συνεργατικά παίγνια* (*Cooperative games*) δεν μπορούμε να διακρίνουμε τις ενέργειες μεμονομένων παικτών αλλά αντιμετωπίζουμε τις από κοινού ενέργειες, στρατηγικές και στόχους ομάδων παικτών. Επιπλέον κατά τη συνεργασία των παικτών (μέσω του σχηματισμού ομάδων) η συμφωνία που έχει συναφθεί είναι δεσμευτική και δεν υπάρχει δυνατότητα απόκλισης από αυτή. Ο ανταγωνισμός που εμφανίζεται στα παίγνια γίνεται σε αυτήν την περίπτωση μεταξύ των σχηματισμένων ομάδων.

- Πλήρους πληροφορίας/Μερικής πληροφορίας

Η διάκριση γίνεται με κριτήριο τη γνώση των παικτών για τα δεδομένα του παιγνίου. Στα δεδομένα του παιγνίου περιλαμβάνονται (στην περίπτωση των παιγνίων κανονικής μορφής) το σύνολο των παικτών, το σύνολο των στρατηγικών, το σύνολο των συναρτήσεων ανταμοιβής και άλλα. Μάλιστα στα δεδομένα θεωρούμε ότι ανήκει και η γνώση για το αν ο κάθε παίκτης γνωρίζει για τις γνώσεις των άλλων παικτών.

Στα *παίγνια πλήρους πληροφορίας* (*Complete information games*) ο κάθε παίκτης γνωρίζει πλήρως τα δεδομένα του παιγνίου στο οποίο συμμετέχει.

Στα *παίγνια μερικής πληροφορίας* (*Incomplete information game*) ο κάθε παίκτης γνωρίζει ένα υποσύνολο των δυνατών δεδομένων. Τα παίγνια αυτά είναι γνωστά και ως παίγνια Bayes (*Bayesian games*).

- Ακολουθιακά/Ταυτόχρονα

Η διάκριση γίνεται με κριτήριο τη σειρά με την οποία οι παίκτες επιλέγουν και εκτελούν τις ενέργειές τους.

Στα *ακολουθιακά παίγνια* (*Sequential games*) [41] κάποιος παίκτης επιλέγει την ενέργεια που θα πραγματοποιήσει πριν από τους υπόλοιπους. Οι τελευταίοι μπορούν να γνωρίζουν αυτή την κίνηση και να εκμεταλλευτούν αυτήν τη γνώση. Με άλλα λόγια υπάρχει μία προκαθορισμένη σειρά με την οποία οι παίκτες εκτελούν τις ενέργειές τους.

Στα *ταυτόχρονα παίγνια* (*Simultaneous games*) όλοι οι παίκτες λαμβάνουν τις αποφάσεις για τις ενέργειες ή τις στρατηγικές τους ταυτόχρονα χωρίς να γνωρίζουν τις κινήσεις των υπολοίπων. Βέβαια η απόφαση αυτή μπορεί να ληφθεί σε διαφορετική χρονική στιγμή για κάθε παίκτη, αλλά κανείς παίκτης δεν γνωρίζει τις αποφάσεις του άλλου.

- Τέλειας/Ατελούς πληροφορίας

Η διάκριση σε αυτή τη κατηγορία βασίζεται στις γνώσεις του κάθε παίκτη για τις προηγούμενες κινήσεις των άλλων παικτών, δηλαδή την ιστορία του παιγνίου.

Στα *παίγνια τέλειας πληροφορίας* (*Perfect information game*) [41] ο κάθε παίκτης γνωρίζει όλες τις κινήσεις που πραγματοποίησαν οι άλλοι παίκτες σε όλα τα προηγούμενα βήματα.

Στα *παίγνια ατελούς πληροφορίας* (*Imperfect information game*) ο κάθε παίκτης δεν γνωρίζει για τις κινήσεις όλων των άλλων παικτών μέχρι αυτό το σημείο του

παιγνίου. Τα ταυτόχρονα παίγνια είναι εξ' ορισμού ατελούς πληροφώρας, γιατί κάθε παίκτης δεν γνωρίζει τις κινήσεις των άλλων παικτών σε κάθε βήμα. Μόνο τα ακολουθιακά παίγνια μπορούν να είναι εν δυνάμει παίγνια πλήρους πληροφώρας. Σε αυτού του είδους τα παίγνια οι παίκτες πρέπει να λάβουν τις αποφάσεις τους υπολογίζοντας την πιθανοφάνεια των ενεργειών των άλλων παικτών.

- Στατικά/Δυναμικά²

Η διάκριση σε αυτή τη κατηγορία έχει να κάνει με τη δυνατότητα ή όχι του κάθε παίκτη να μεταβάλλει τη στρατηγική του.

Στα *στατικά παίγνια* (*Static games*) οι παίκτες επιλέγουν ταυτόχρονα μόνο μία φορά στρατηγική, αφού το παίγνιο έχει μόνο ένα χρονικό βήμα. Πριν την επιλογή αυτή οι παίκτες έχουν εξ' αρχής κάποια συγκεκριμένη γνώση, η οποία δεν αλλάζει. Η γνώση αυτή περιλαμβάνει υποθέσεις για τη συμπεριφορά των παικτών και όχι τις κινήσεις των άλλων παικτών στη μοναδική χρονική στιγμή που εκτελείται το παίγνιο.

Στα *δυναμικά παίγνια* (*Dynamic games*) [41] οι παίκτες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ο ένας μετά τον άλλο. Στα παίγνια αυτά οι παίκτες διαθέτουν διάφορες πληροφορίες, όπως παλαιότερες ενέργειες και στρατηγικές των άλλων παικτών. Τις πληροφορίες αυτές μπορεί να λάβουν υπόψιν για να καθορίσουν τις μελλοντικές τους κινήσεις. Με άλλα λόγια στα παίγνια αυτά ο κάθε παίκτης μπορεί να εκτέλεσει πολλές ενέργειες κατά τη διάρκεια του παιγνίου, τις οποίες μπορεί να μεταβάλλει.

- Συμμετρικά/Αντισυμμετρικά

Η διάκριση αυτή αφορά την ύπαρξη ή όχι συμμετρίας στα παίγνια. Με τον όρο συμμετρία σε παίγνια εννοούμε ότι η ανταμοιβή που προκύπτει από κάθε στρατηγική εξαρτάται μόνο από τις άλλες στρατηγικές και όχι από τον παίκτη που την χρησιμοποιεί. Με άλλα λόγια μπορούμε να εναλλάξουμε τις ταυτότητες των παικτών χωρίς να μεταβληθούν οι ανταμοιβές που αντιστοιχούν στις διάφορες στρατηγικές.

Στα *συμμετρικά παίγνια* (*Symmetric games*) εμφανίζεται αυτή η συμμετρία που προαναφέραμε ενώ στα *αντισυμμετρικά παίγνια* (*Antisymmetric games*) όχι.

- Μηδενικού αθροίσματος/Μη μηδενικού αθροίσματος

Το κριτήριο με βάση το οποίο πραγματοποιείται αυτή η κατηγοριοποίηση είναι ο τρόπος που επηρεάζεται η ανταμοιβή κάποιου παίκτη από τις ενέργειες του άλλου.

Στα παίγνια *μηδενικού αθροίσματος* (*Zero-sum games*) [41] το άθροισμα των ανταμοιβών όλων των παικτών σε όλες τις δυνατές περιπτώσεις είναι 0. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι αν κάποιος παίκτης έχει κέρδος από κάποια ενέργεια τότε ο άλλος πρέπει υποχρεωτικά να έχει απώλεια. Μάλιστα το κέρδος του ενός ισούται με την απώλεια του άλλου.

² Δεν υπάρχει συμφωνία στη κοινότητα της θεωρίας παιγνίων για τον ορισμό και την διάκριση στατικών και δυναμικών παιγνίων.

Στα παίγνια *μη μηδενικού αθροίσματος* (*Non-zero-sum games*) η παραπάνω συνθήκη δεν ισχύει.

Example 2.5.1. Δίλημμα του Φυλακισμένου(Prisoner's dilemma) [22]

Ένα από τα πιο δημοφιλή παίγνια που παρουσιάζονται σε εισαγωγικό επίπεδο στη βιβλιογραφία είναι το *Δίλημμα του Φυλακισμένου* (*Prisoner's dilemma*). Σε αυτό το παίγνιο θεωρείται ότι η αστυνομία συλλαμβάνει δύο εγκληματίες και τους οδηγεί σε δύο απομονωμένα δωμάτια. Ο κάθε εγκληματίας βρίσκεται μόνος του στο δωμάτιο και δεν έχει τη δυνατότητα να επικοινωνήσει με τον άλλο ούτε να λάβει κάποιου είδους πληροφορία για την κατάστασή του ή την ομολογία του (αν φυσικά ομολογήσει). Στους δύο εγκληματίες δίνεται η δυνατότητα είτε να ομολογήσουν ότι ο άλλος έκανε το έγκλημα είτε να παραμείνουν σιωπηλοί. Με βάση τις επιλογές που δίνονται διαμορφώνονται τα εξής σενάρια:

- Να ομολογήσουν και οι δύο, εμπλέκοντας με αυτόν τον τρόπο ο ένας τον άλλο. Τότε και οι δύο μπαίνουν 4 χρόνια φυλακή.
- Αν ομολογήσει ο ένας, ενώ ο άλλος παραμένει σιωπηλός, αυτός που ομολόγησε αφήνεται ελεύθερος ενώ ο άλλος μπαίνει στη φυλακή για 5 χρόνια.
- Αν παραμείνουν σιωπηλοί και οι δύο, επειδή η αστυνομία δεν έχει στοιχεία για το σύνολο των αδικημάτων τους, καταδικάζονται σε 2 χρόνια φυλάκισης ο καθένας.

Για να το αντιμετωπίσουμε ως παίγνιο θεωρούμε ότι υπάρχουν 2 παίκτες, οι 2 εγκληματίες. Επιπλέον θεωρούμε ότι ο κάθε παίκτης έχει 2 στρατηγικές, να ομολογήσει ή να παραμείνει σιωπηλός, ενώ η ανταμοιβή είναι τα χρόνια φυλακής που αντιστοιχούν σε κάθε προφίλ στρατηγικής. Στην εικόνα 2.3 απεικονίζεται ο πίνακας ανταμοιβών.

Figure 2.3: Πίνακας ανταμοιβών για το δίλημμα του φυλακισμένου

Παίκτης1\Παίκτης2	Ομολογία	Σιωπή
Ομολογία	(4,4)	(5,0)
Σιωπή	(0,5)	(2,2)

Πρόκειται για ένα μη συνεργατικό παίγνιο το οποίο μπορούμε να αναπαραστήσουμε σε κανονική μορφή με τη χρήση του πίνακα της εικόνας 2.3. Εχμεταλλευόμενοι την ευκαιρία μπορούμε να το χαρακτηρίσουμε ως: συμμετρικό, πλήρους πληροφορίας, ατελούς πληροφορίας, ταυτόχρονο, μη συνεργατικό, στατικό και μη μηδενικού αθροίσματος.

2.6 Μη συνεργατικά παίγνια(Non-cooperative games)

Για τη περιγραφή των μη συνεργατικών παιγνίων θα χρησιμοποιήσουμε τη κανονική μορφή αναπαράστασης. Ο αυστηρός ορισμός των μη συνεργατικών παιγνίων δίνεται παρακάτω.

Definition 2.6.1. Μη συνεργατικά παίγνια (Non-cooperative games) [22]

Ένα μη συνεργατικό παίγνιο σε κανονική μορφή είναι μια τριάδα

$$G = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N}) \text{ όπου}$$

- N είναι ένα πεπερασμένο σύνολο παικτών, δηλαδή $N = \{1, \dots, n\}$.
- S_i είναι το σύνολο των δυνατών στρατηγικών για τον παίκτη i .
- $u_i : S \rightarrow \mathbb{R}$ είναι η συνάρτηση ανταμοιβής για τον παίκτη i , με $S = S_1 \times \dots \times S_i \times \dots \times S_n$.

2.6.1 Ισορροπίες Nash (Nash equilibria)

Οι ισορροπίες Nash (Nash equilibria) αποτελούν την πιο συνηθισμένη έννοια επίλυσης που συναντάμε σε μη συνεργατικά παίγνια. Καθώς πρόκειται για έννοια επίλυσης αποτελεί πρόβλεψη για το αποτέλεσμα του παιγνίου. Παρακάτω θα δώσουμε μια διαισθητική-ανεπίσημη περιγραφή, ένα μαθηματικό-επίσημο ορισμό, καθώς και μερικά σχόλια.

Η ισορροπία Nash περιγράφει μια κατάσταση όπου κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να αλλάξει τη στρατηγική του, δεδομένου ότι οι υπόλοιποι παίκτες δεν αλλάζουν την στρατηγική τους. Με άλλα λόγια έστω ότι όλοι οι παίκτες έχουν επιλέξει μια στρατηγική. Τότε πηγαίνουμε και ρωτάμε κάθε παίκτη εάν τον συμφέρει να αλλάξει τη στρατηγική του θεωρώντας δεδομένο ότι οι στρατηγικές των υπόλοιπων παικτών θα παραμείνουν αμετάβλητες. Αν όλοι οι παίκτες απαντήσουν καταφατικά τότε το προφίλ στρατηγικών που ακολουθείται χαρακτηρίζεται ως ισορροπία Nash. Αν έστω και ένας παίκτης απαντήσει αρνητικά τότε δεν έχουμε ισορροπία Nash.

Notation 1. Διάνυσμα στρατηγικής

Συμβολίζουμε το διάνυσμα στρατηγικής, δηλαδή ένα διάνυσμα που περιέχει την στρατηγική που ακολουθεί ο κάθε παίκτης ως $s = [s_1, s_2, \dots, s_n]$. Τα s_i συμβολίζουν την στρατηγική που ακολουθεί ο i παίκτης.

Επιπλέον συμβολίζουμε το διάνυσμα στρατηγικής των αντιπάλων του i ως

$$s_{-i} = [s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n]. \text{ Δηλαδή δεν περιέχει την στρατηγική του } i.$$

Definition 2.6.2. Ισορροπία Nash (Nash equilibrium) [32]

Έστω $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$ το σύνολο των στρατηγικών και $u_i : S \rightarrow \mathbb{R}$ το σύνολο των συναρτήσεων ανταμοιβής. Ένα διάνυσμα s^* στρατηγικών είναι μια ισορροπία Nash εάν ισχύει ότι

$$\forall i \in N, \forall s_i \in S_i, u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*).$$

Στον παραπάνω ορισμό υπονοείται ότι οι στρατηγικές που επιλέγουν οι παίκτες είναι καθαρές. Για αυτό το λόγο λέμε ότι έχουμε *καθαρή ισορροπία Nash (Pure-strategy Nash equilibrium)*. Αν στον παραπάνω ορισμό θεωρήσουμε ότι οι στρατηγικές που υπεισέρχονται είναι μικτές τότε έχουμε *μικτή ισορροπία Nash (Mixed-strategy Nash equilibrium)*.

Example 2.6.1. Ισορροπία Nash στο Δίλημμα του Φυλακισμένου

Στο Δίλημμα του Φυλακισμένου υπάρχει μία ισορροπία Nash που αντιστοιχεί στη στρατηγική όπου και οι δύο παίκτες ομολογούν. Είναι πολύ εύκολο με βάση το διαισθητικό ορισμό της ισορροπίας Nash να επαληθευτεί αυτό. Παρατηρούμε ότι εάν ο δεύτερος παίκτης διατηρήσει αμετάβλητη τη στρατηγική του (δηλαδή ομολογήσει), τότε ο πρώτος δεν έχει συμφέρον να αλλάξει τη στρατηγική του σε σιωπή (διότι θα πάει στην φυλακή 5 χρόνια αντί για 4). Την ίδια κατάσταση αντιμετωπίζει και ο δεύτερος παίκτης.

Στα μη συνεργατικά παίγνια δεν υπάρχει περιορισμός ως προς τον αριθμό των ισορροπιών Nash. Δηλαδή μπορεί να υπάρχουν 0, 1 ή και περισσότερες ισορροπίες Nash. Επιπλέον δεν είναι υποχρεωτικό η ισορροπία Nash να αποτελεί το βέλτιστο αποτέλεσμα με την έννοια της ανταμοιβής.

2.7 Οικονομικά παίγνια(Economic games)

Μια επιστημονική περιοχή στην οποία η θεωρία παιγνίων βρίσκει εφαρμογή είναι η οικονομική θεωρία. Για λόγους συντομίας θα αναφερθούμε μόνο στις δημοπρασίες.

2.7.1 Δημοπρασίες(Auctions)

Η θεωρία δημοπρασιών (*auction theory*) είναι ένας κλάδος της θεωρίας παιγνίων που μελετά τον τρόπο δράσης των παικτών σε μια δημοπρασία και τις ιδιότητες του παιγνίου που προκύπτει. Μια δημοπρασία (*auction*) είναι μια διαδικασία αγοράς και πώλησης προϊόντων ή υπηρεσιών με τη χρήση προσφορών, οι οποίες καθορίζουν το αποτέλεσμα με τρόπο που υπαγορεύεται από το μηχανισμό που χρησιμοποιείται. Για λόγους πληρότητας παραθέτουμε και έναν πιο αυστηρό ορισμό.

Definition 2.7.1. Δημοπρασία(Auction) [22]

Μία δημοπρασία (*auction*) είναι ένας μηχανισμός της αγοράς για τον οποίο ένα αντικείμενο ή μια υπηρεσία ανταλλάσσεται με βάση τις προσφορές που υποβάλλονται από συμμετέχοντες. Υπάρχει ένα συγκεκριμένο σύνολο κανόνων που καθορίζουν την αγορά ή την πώληση ενός ή περισσότερων αντικειμένων σε αυτόν που υποβάλλει την πιο ικανοποιητική προσφορά.

Η φύση των δημοπρασιών είναι τέτοια που ο πωλητής αλλά και οι πλειοδότες δεν γνωρίζουν τις τιμές των άλλων πλειοδοτών. Με κριτήριο λοιπόν τον τρόπο πρόβλεψης των τιμών προσφοράς των πλειοδοτών διακρίνονται δύο μοντέλα. [22]

- Μοντέλο ιδιωτικής τιμής(Private value model)

Σε αυτό το μοντέλο ο κάθε πλειοδότης θεωρεί ότι σε όλους τους άλλους πλειοδότες αντιστοιχεί από μία κατανομή πιθανότητας από την οποία εξάγουν την τιμή προσφοράς. Με άλλα λόγια σε αυτό το μοντέλο οι τιμές προσφοράς των πλειοδοτών είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

- Μοντέλο κοινής τιμής(Common value model)

Στο μοντέλο αυτό υπάρχει μια κοινή κατανομή πιθανότητας από την οποία όλοι οι πλειοδότες εξάγουν την τιμή προσφοράς.

Οι παίκτες που συμμετέχουν σε αυτού του είδους τα παίγνια έχουν συγκεκριμένα ονόματα, τα οποία αντικατοπτρίζουν το ρόλο που επιτελούν.Ο δημοπράτης (*auctioneer*) είναι ο υπεύθυνος της δημοπρασίας, δηλαδή αυτός που την εκτελεί και εφαρμόζει το μηχανισμό για τη λήψη της τελικής απόφασης.Οι πλειοδότες (*bidders*) είναι αυτοί που υποβάλλουν τις προσφορές (*bids*).

Οι κυριότερες κατηγορίες δημοπρασιών είναι τέσσερις και δίνονται παρακάτω. [33]

- Δημοπρασία πρώτης τιμής με κρυφές προσφορές(First-price auction with sealed bid)

Σε αυτές τις δημοπρασίες όλοι οι πλειοδότες καταθέτουν ταυτόχρονα προσφορές των οποίων το περιεχόμενο δεν γίνεται γνωστό στους άλλους.Το αντικείμενο τελικά κερδίζεται από τον πλειοδότη που έδωσε την υψηλότερη προσφορά και η τιμή αγοράς είναι το ποσό που καθορίζεται σε αυτή τη προσφορά.

- Δημοπρασία δεύτερης τιμής με κρυφές προσφορές(Second-price auction with sealed bid)

Σε αυτές τις δημοπρασίες όλοι οι πλειοδότες καταθέτουν ταυτόχρονα προσφορές των οποίων το περιεχόμενο δεν γίνεται γνωστό στους άλλους.Το αντικείμενο τελικά κερδίζεται από τον πλειοδότη που έδωσε την υψηλότερη προσφορά και η τιμή αγοράς είναι το ποσό που καθορίζεται στη 2η υψηλότερη προσφορά.

- Αγγλική δημοπρασία (English auction)

Στις Αγγλικές δημοπρασίες η τιμή του προϊόντος αυξάνεται σε κάθε γύρο, από μία χαμηλή αρχική τιμή μέχρι μία άλλη για την οποία υπάρχει μόνο ένας πλειοδότης που προσφέρεται να πληρώσει.Αυτός ο πλειοδότης αποκτά το προϊόν και πληρώνει την τελική τιμή για την οποία προσφέρθηκε.

- Ολλανδική δημοπρασία(Dutch auction)

Στις Ολλανδικές δημοπρασίες η τιμή του προϊόντος μειώνεται σε κάθε γύρο, από μια υψηλή αρχική τιμή μέχρι μία άλλη για την οποία υπάρχει ένας πλειοδότης που προσφέρεται να πληρώσει.Αυτός ο πλειοδότης αποκτά το προϊόν και πληρώνει την τιμή για την οποία προσφέρθηκε.

2.8 Συνεργατικά παίγνια(Cooperative games)

Συνεργατικά παίγνια (*Cooperative games*) είναι αυτά στα οποία δεν μπορούμε να διακρίνουμε τις ενέργειες μεμονωμένων παικτών αλλά αντιμετωπίζουμε τις από κοινού ενέργειες, στρατηγικές και στόχους ομάδων παικτών.Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω κατά τη συνεργασία των παικτών (μέσω του σχηματισμού ομάδων) η συμφωνία που έχει

συναφθεί είναι δεσμευτική και δεν υπάρχει δυνατότητα απόκλισης από αυτή. Η συμφωνία αυτή επιβάλλεται από κάποιο τρίτο άτομο στους παίκτες του παιγνίου. Υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες συνεργατικών παιγνίων, τα *διαπραγματευτικά παίγνια* (*Bargaining games*) και τα *παίγνια συνασπισμών* (*Coalitional games*). Θα αναφερθούμε ενδεικτικά μόνο στα διαπραγματευτικά παίγνια ακολουθώντας την περιγραφή που δίνεται στο [33].

2.8.1 Διαπραγματευτικά παίγνια (Bargaining games)

Στα διαπραγματευτικά παίγνια δίνεται στους παίκτες η δυνατότητα να επιτύχουν μία αμοιβαίως επωφελή συμφωνία, για τους όρους της οποίας όμως υπάρχει ανταγωνισμός μεταξύ των παικτών. Για να συναφθεί η συμφωνία πρέπει να υπάρχει αποδοχή από όλους τους παίκτες που συμμετέχουν σε αυτή, ενώ αυτή επιβάλλεται από κάποια εξωτερική αρχή. Για την καλύτερη κατανόηση των διαπραγματευτικών παιγνίων θα αναφερθούμε σε ένα τέτοιο παίγνιο δύο παικτών όπως παρουσιάζεται στο [33].

Notation 2. Συμβολισμοί σε διαπραγματευτικά παίγνια [33]

Η ανταμοιβή του παίκτη 1 όταν υπάρχει συμφωνία συμβολίζεται με u_1 , ενώ όταν δεν επιτυγχάνεται αυτή συμβολίζεται με u_1^0 . Ομοίως για τον παίκτη 2 έχουμε αντίστοιχα u_2 και u_2^0 .

Definition 2.8.1. Διαπραγματευτικά παίγνια (Bargaining games) [33]

Ένα διαπραγματευτικό παίγνιο 2 παικτών είναι ένα ζεύγος $\{U, (u_1^0, u_2^0)\}$, όπου $U \subset \mathbb{R}^2$ ένα συμπαγές και κυρτό σύνολο. Επιπλέον υπάρχει τουλάχιστον ένα ζεύγος ανταμοιβών $(u_1, u_2) \in U$ τέτοιο ώστε $u_1 > u_1^0$ και $u_2 > u_2^0$.

Definition 2.8.2. Διαπραγματευτική λύση (Bargaining solution) [33]

Μία διαπραγματευτική λύση είναι μία συνάρτηση $(u_1^*, u_2^*) = f(U, u_1^0, u_2^0)$ η οποία αντιστοιχίζει ένα διαπραγματευτικό παίγνιο $\{U, (u_1^0, u_2^0)\}$ σε μοναδικό στοιχείο του U .

Οι διαπραγματευτικές λύσεις ικανοποιούν ορισμένα αξιώματα. Τα αξιώματα αυτά είναι ο ατομικός ορθολογισμός (individual rationality), η εφικτότητα (feasibility), η βελτιστότητα κατά Pareto (Pareto efficiency), η ανεξαρτησία των μη σχετικών εναλλακτικών (independence of irrelevant alternatives), η ανεξαρτησία των γραμμικών μετασχηματισμών (independence of linear transformations) και η συμμετρία (symmetry). Δεν θα τα αναλύσουμε μαθηματικά εδώ για λόγους συντομίας, αλλά θα αναφέρουμε ένα θεώρημα για την διαπραγματευτική λύση κατά Nash.

Theorem 2.8.1. Διαπραγματευτική λύση Nash (Nash bargaining solution) [33]

Υπάρχει μοναδική διαπραγματευτική λύση που ικανοποιεί όλα τα απαραίτητα αξιώματα. Αυτή δίνεται από τον τύπο $(u_1^*, u_2^*) = \arg \max_{(u_1, u_2) \in U, u_1 > u_1^0, u_2 > u_2^0} (u_1 - u_1^0)(u_2 - u_2^0)$

Η λύση αυτή ονομάζεται διαπραγματευτική λύση Nash.

2.9 Στοχαστικά παίγνια (Stochastic games)

Τα στοχαστικά παίγνια (*stochastic games*) είναι μία γενίκευση των επαναλαμβανόμενων παιγνίων (*repeated games*), στα οποία όμως το παίγνιο που επαναλαμβάνεται σε κάθε γύρο μεταβάλλεται. Η μεταβολή αυτή υπαγορεύεται από κάποιο κανόνα πιθανοτήτων και έτσι προκύπτει ο χαρακτηρισμός στοχαστικά για αυτά τα παίγνια. Μια σημαντική έννοια των παιγνίων αυτών είναι η κατάσταση (*state*) η οποία μεταβάλλεται με το χρόνο και η μεταβολή αυτή εξαρτάται από τις προηγούμενες καταστάσεις και ενέργειες των παικτών σε εκείνο το γύρο. Επιπλέον η ανταμοιβή σε κάθε γύρο του κάθε παίκτη εξαρτάται τόσο από την κατάσταση του παιγνίου όσο και από την ενέργεια του ίδιου και των άλλων παικτών εκείνη τη στιγμή.

Παρακάτω δίνουμε έναν επίσημο-μαθηματικό ορισμό για τα στοχαστικά παίγνια.

Definition 2.9.1. Στοχαστικά παίγνια (Stochastic games) [25]

Ένα στοχαστικό παίγνιο G αποτελείται από μία πεντάδα $\{N, S, A, P, U\}$ όπου

- $N = \{1, \dots, n\}$ είναι το σύνολο των παικτών.
- S το σύνολο των καταστάσεων.
- A ο χώρος κινήσεων με $A = (A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n)$, όπου A_i το σύνολο των δυνατών ενεργειών του παίκτη i .
- P η συνάρτηση μετάβασης για την οποία για μία δεδομένη κοινή ενέργεια $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ισχύει ότι

$$\sum_{s' \in S} p^a(s, s') = 1, \forall s \in S, \forall a \in A.$$
- U ο χώρος ανταμοιβών με $U = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$, όπου u_i η ανταμοιβή του παίκτη i .

Στα στοχαστικά παίγνια η λύση αυτών ονομάζεται πολιτική (*Policy*). Μία πολιτική είναι [33] μία κατανομή πιθανότητας που ορίζεται πάνω στο σύνολο ενεργειών για κάθε κατάσταση και για κάθε παίκτη. Δηλαδή είναι μία συνάρτηση $\pi_i : S \rightarrow P(A_i)$, $\forall i \in N$.

2.10 Εφαρμογές θεωρίας παιγνίων σε γνωστικά ραδιοσυστήματα

Τα γνωστικά ραδιοσυστήματα από τη φύση τους αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με στόχο την εξασφάλιση των συμφερόντων τους τα οποία μπορεί να είναι είτε κοινά είτε όχι. Με άλλα λόγια μπορεί να υπάρχει ανταγωνισμός μεταξύ των διαφορετικών συστημάτων-παικτών ή να σχηματιστούν συνεργασίες ανάμεσα σε διάφορα συστήματα-παίκτες. Επιπλέον κάθε γνωστικό ραδιοσύστημα επιθυμεί να προβλέψει την έκβαση της αλληλεπίδρασης με τα άλλα συστήματα καθώς και να επιλέξει τον κατάλληλο τρόπο δράσης έτσι ώστε να πετύχει το στόχο του. Είναι από τα προηγούμενα προφανές ότι η θεωρία παιγνίων

αποτελεί το κατάλληλο θεωρητικό πλαίσιο για την μοντελοποίηση και τη μελέτη αυτής της κατάστασης. Δηλαδή η φύση και η λειτουργία των γνωστικών ραδιοσυστημάτων είναι τέτοια που αυτά προσφέρονται για μοντελοποίηση με χρήση της θεωρίας παιγνίων.

Σε αυτό το κομμάτι θα αναφερθούμε ενδεικτικά σε εφαρμογές των διαφορετικών ειδών παιγνίων σε πτυχές των γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Πριν όμως προχωρήσουμε σε αυτό θα δώσουμε ένα παράδειγμα εφαρμογής θεωρίας παιγνίων στις τηλεπικοινωνίες γενικότερα για να αναδειχθεί με ποιόν τρόπο μπορούν να συνδυαστούν οι δύο αυτές επιστημονικές περιοχές.

Example 2.10.1. Το δίλημμα του προωθητή (Forwarder's dilemma) [32]

Στο παίγνιο αυτό υπάρχουν δύο παίκτες, οι οποίοι είναι συσκευές που εκπέμπουν μηνύματα. Κάθε παίκτης έχει το δικό του παραλήπτη για τα μηνύματα. Στόχος του κάθε παίκτη είναι να μεταδώσει το μήνυμά του στον αντίστοιχο παραλήπτη χρησιμοποιώντας τον άλλο παίκτη ως προωθητή. Η ύπαρξη προωθητή είναι απαραίτητη, δηλαδή δεν είναι δυνατόν κάποιος παίκτης να επικοινωνήσει με τον παραλήπτη του χωρίς ενδιάμεσο. Στην εικόνα 2.4 απεικονίζεται αυτό ακριβώς το σενάριο, όπου με k_i συμβολίζονται οι παίκτες και με d_i οι παραλήπτες. Όταν ο παίκτης 1 αποστέλλει το μήνυμά του στον αντίστοιχο παραλήπτη (δηλαδή ο παίκτης 2 προωθεί το πακέτο του παίκτη 1) έχει κέρδος 1 (διεξοφείται) (δηλαδή ο παίκτης 2 προωθεί το πακέτο του παίκτη 1) έχει κέρδος 1 (διεξοφείται) (δεν έχει καθόλου κέρδος), ενώ του κοστίζει κάποιο σταθερό κόστος c (όπου $0 < c \ll 1$) για να προωθήσει το πακέτο του παίκτη 2. Η τελική ανταμοιβή του παίκτη 1 είναι η διαφορά του κόστους από το κέρδος. Όμοια είναι η κατάσταση για τον παίκτη 2 (το κόστος χρήσης είναι το ίδιο). Το δίλημμα που αντιμετωπίζει ο κάθε παίκτης είναι εάν θα προωθήσει ή όχι το πακέτο του άλλου στην προσπάθεια να μειώσει το κόστος του. Βέβαια εάν ο άλλος παίκτης ενεργήσει με τον ίδιο τρόπο τότε στη τελική ο 1ος παίκτης (αλλά και ο 2ος) θα βγει χαμένος αφού δεν θα προωθηθεί το πακέτο του. Στο σχήμα 2.5 απεικονίζεται ο πίνακας ανταμοιβών για το παραπάνω παίγνιο. Οι ενέργειες του παίκτη 1 βρίσκονται στις γραμμές, ενώ του παίκτη 2 στις στήλες. Σε κάθε κελί του πίνακα υπάρχει μια δυάδα αριθμών. Ο πρώτος αριθμός αντιστοιχεί στην ανταμοιβή του παίκτη 1 και ο άλλος στην ανταμοιβή του παίκτη 2.

Figure 2.4: Δίλημμα του προωθητή (Forwarder's dilemma) [45]

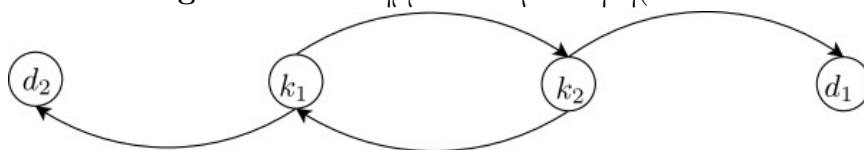


Figure 2.5: Πίνακας ανταμοιβών για το δίλημμα του προωθητή

Παίκτης 1/Παίκτης 2	Αποδοχή	Απόρριψη
Αποδοχή	(1-c, 1-c)	(1, -c)
Απόρριψη	(-c, 1)	(0, 0)

2.10.1 Μη συνεργατικά παίγνια

Τα μη συνεργατικά παίγνια αποτελούν μια πολύ καλή κατηγορία παιγνίων για την μελέτη γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Αυτό γιατί τα συστήματα αυτά συχνά διεκδικούν κοινούς πόρους (όπως είναι το φάσμα), αλλά και γενικότερα ανταγωνίζονται. Ένα κλασσικό παράδειγμα εφαρμογής θεωρίας παιγνίων σε γνωστικά ραδιοσυστήματα είναι η μοντελοποίηση της διαδικασίας του διαμοιρασμού φάσματος ανάμεσα στους διάφορους χρήστες. Αναφέρουμε δύο περιπτώσεις διαμοιρασμού φάσματος³, τον ανοικτό διαμοιρασμό φάσματος και τον αδειοδοτημένο διαμοιρασμό φάσματος, όπως δίνονται στο [33].

- Ανοικτός διαμοιρασμός φάσματος (Open spectrum sharing)
 - Παίχτες: Οι δευτερεύοντες χρήστες που ανταγωνίζονται για το φάσμα.
 - Ενέργειες: Παράμετροι εκπομπής, όπως επίπεδο ισχύος εκπομπής, ρυθμός πρόσβασης, κυματομορφή, κτλ.
 - Ανταμοιβή: Μία μη φθίνουσα συνάρτηση του Quality of Service (QoS), η οποία προκύπτει από την εκμετάλλευση του φάσματος.
- Αδειοδοτημένος διαμοιρασμός φάσματος (Licensed spectrum sharing)
 - Παίχτες: Οι πρωτεύοντες και οι δευτερεύοντες χρήστες.
 - Ενέργειες: Στις ενέργειες των πρωτευόντων χρηστών περιλαμβάνονται ο καθορισμός των τιμών για το κάθε τμήμα φάσματος που διαθέτουν καθώς και οι αποφάσεις για την παραχώρηση των τμημάτων αυτών στους δευτερεύοντες χρήστες. Οι ενέργειες των δευτερευόντων παικτών περιλαμβάνουν την επιλογή των τμημάτων του φάσματος που επιθυμούν να χρησιμοποιήσουν καθώς και το ποσό που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν για κάθε τμήμα.
 - Ανταμοιβή: Το χρηματικό κέρδος που προκύπτει από την παραχώρηση τμημάτων του φάσματος για χρήση από δευτερεύοντες χρήστες.

Εκτός από το κλασσικό παράδειγμα του διαμοιρασμού φάσματος τα μη συνεργατικά παίγνια περιγράφουν προβλήματα διαχείρισης παρεμβολών, δρομολόγησης, πολλαπλής πρόσβασης και προώθησης πακέτων σε γνωστικά ραδιοσυστήματα.

2.10.2 Οικονομικά παίγνια

Όπως αναφέραμε και παραπάνω τα γνωστικά ραδιοσυστήματα ανταγωνίζονται μεταξύ τους για διάφορους πόρους. Οι πόροι αυτοί πολλές φορές αποχτούνται μέσω αγοροπωλησιών, τις οποίες αντιμετωπίζουμε με όρους οικονομικής θεωρίας. Για αυτό το λόγο η μοντελοποίηση αυτής της διαδικασίας ως οικονομικό παίγνιο αποδεικνύεται πολύ χρήσιμη. Ιδιαίτερα χρήσιμη είναι η χρήση *παιγνίων δημοπρασιών*.

³Περισσότερες πληροφορίες για αυτά υπάρχουν στο κεφάλαιο των γνωστικών ραδιοσυστημάτων

Ένα πολύ κοινό μοντέλο δημοπρασιών σε γνωστικά δίκτυα περιλαμβάνει τους ιδιοκτήτες φάσματος (οι οποίοι είναι οι πρωτεύοντες χρήστες) οι οποίοι έχουν πρόθεση να διαθέσουν τμήμα του φάσματός τους σε δευτερεύοντες χρήστες (απλοί χρήστες, service providers, κτλ.). Για το μοντέλο αυτό έχουν αναπτυχθεί αλγόριθμοι δημοπρασιών που έχουν στόχο τη μεγιστοποίηση του κέρδους των ιδιοκτητών φάσματος και της αξιοποίησης του φάσματος. Επιπλέον στη βιβλιογραφία υπάρχουν δημοσιεύσεις για δημοπρασίες θερμοκρασίας θορύβου. Δηλαδή υπάρχει κάποιο όριο θερμοκρασίας θορύβου που δεν πρέπει να ξεπεραστεί και ο θόρυβος που μπορεί να προκαλέσουν οι χρήστες ώστε να μην παραβιάζεται αυτό το όριο δημοπρατείται σε αυτούς.

2.10.3 Συνεργατικά παίγνια

Με τη χρήση συνεργατικών παίγνίων μοντελοποιούνται καταστάσεις στις οποίες γνωστικά ραδιοσυστήματα συνεργάζονται κατά ομάδες μεταξύ τους, έτσι ώστε να επιτύχουν στόχους που μόνα τους δεν θα μπορούσαν να επιτύχουν. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν δημοσιεύσεις με εφαρμογές των συνεργατικών παιγνίων σε αρκετά θέματα γνωστικών ραδιοσυστημάτων ανάμεσα στα οποία βρίσκονται τα εξής: [27]

- Δέσμευση πόρων σε OFDMA δίκτυα [23]

Έχει μελετηθεί το πρόβλημα της δέσμευσης των πόρων σε OFDMA δίκτυα, όπου πόροι θεωρούνται το υποφέρων, η ισχύς εκπομπής, ο ρυθμός μετάδοσης πληροφορίας, κτλ. Στόχος είναι η δίκαια δέσμευση πόρων ανάμεσα στους χρήστες και η μεγιστοποίηση του συνολικού ρυθμού μετάδοσης πληροφορίας, λαμβάνοντας υπόψιν τους περιορισμούς για την μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύ εκπομπής και τον ελάχιστο ρυθμό πληροφορίας.

- Ανάθεση πόρων σε δίκτυα δυναμικής πρόσβασης φάσματος [39]

Έχουν αναπτυχθεί αλγόριθμοι για κεντρικές και κατανεμημένες στρατηγικές με στόχο την βέλτιστη ανάθεση πόρων σε δίκτυα δυναμικής πρόσβασης φάσματος.

2.10.4 Στοχαστικά παίγνια

Τα στοχαστικά παίγνια βρίσκουν εφαρμογή σε περιπτώσεις όπου υπάρχει αβεβαιότητα και έτσι είναι απαραίτητη η αντιμετώπιση της κατάστασης με όρους της θεωρίας πιθανοτήτων. Η φύση των ασύρματων τηλεπικοινωνιών είναι τέτοια που πολλές φορές αντιμετωπίζουμε καταστάσεις αβεβαιότητας. Κατά συνέπεια τα στοχαστικά παίγνια αποτελούν το κατάλληλο θεωρητικό πλαίσιο για την μοντελοποίηση τέτοιων καταστάσεων που προκύπτουν σε σενάρια χρήσης γνωστικών ραδιοσυστημάτων.

Μερικά σενάρια λειτουργίας γνωστικών ραδιοσυστημάτων για τα οποία απαιτείται η χρήση στοχαστικών παιγνίων είναι τα εξής: [33]

- Αντιμετώπιση επιθέσεων jamming (Defence from jamming attacks) [53]

Αφορά την αντιμετώπιση επιθέσεων jamming από συστήματα που προσαρμόζουν δυναμικά την επιθετική στρατηγική τους. Η στοχαστική φύση του διαύλου αλλά και η αδυναμία ακριβούς πρόβλεψης της στρατηγικής των επιτιθέμενων απαιτεί τη χρήση δυναμικών μηχανισμών αντιμετώπισης jamming, η μοντελοποίηση των οποίων γίνεται με χρήση στοχαστικών παιγνίων.

- Έλεγχος εκπομπής (Transmission control) [29]

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν αναφορές για στοχαστικά παίγνια που μοντελοποιούν προβλήματα ρυθμού μετάδοσης πληροφορίας δευτερευόντων χρηστών σε TDMA δίκτυα. Το στοχαστικό παίγνιο που διαμορφώνεται χρησιμοποιεί ως καταστάσεις την κατάσταση του καναλιού, την κατάσταση της εισερχόμενης κίνησης και την κατάσταση του buffer των δευτερευόντων χρηστών. Η ενέργεια του κάθε χρήστη είναι ο καθορισμός του ρυθμού μετάδοσης, ενώ ως ανταμοιβή ορίζεται το κόστος μετάδοσης με προφανή στόχο την ελαχιστοποίησή του.

3 Μηχανική Μάθηση

3.1 Εισαγωγή

Η μηχανική μάθηση (*machine learning*) είναι [38] ο κλάδος της επιστήμης των υπολογιστών που κατασκευάζει και μελετάει αλγόριθμους που μαθαίνουν από δεδομένα και εντοπίζουν πρότυπα σε αυτά με στόχο να προβλέψουν μελλοντικά δεδομένα και να λάβουν αποφάσεις υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Η μηχανική μάθηση είναι ένας σχετικά νέος κλάδος ο οποίος μαζί με τις δικές του μεθόδους περιλαμβάνει μεθόδους από ένα ευρύ σύνολο γνωστικών πεδίων όπως η όραση υπολογιστών, η στατιστική επεξεργασία σήματος, τα προσαρμοστικά φίλτρα, η βιοπληροφορική, η εξόρυξη δεδομένων, κτλ. Επιπλέον υπάρχει στενή σχέση με άλλα γνωστικά αντικείμενα όπως η θεωρία βελτιστοποίησης, η θεωρία πιθανοτήτων, η στατιστική, η γραμμική άλγεβρα και άλλα πεδία που αποτελούν το απαιτούμενο θεωρητικό υπόβαθρο.

Η μηχανική μάθηση είναι ένα αντικείμενο με πολύ μεγάλο εύρος εφαρμογών. Τεχνικές μηχανικής μάθησης χρησιμοποιούνται στην όραση υπολογιστών, στην οπτική αναγνώριση χαρακτήρων (OCR), στο φιλτράρισμα ανεπιθύμητης αλληλογραφίας (spam), στη βιοπληροφορική, στην επεξεργασία φυσικής γλώσσας, στην χρηματοοικονομική ανάλυση, στην αναγνώριση συναισθήματος, στην εξόρυξη δεδομένων, σε συστήματα προτάσεων και σε πολλούς άλλους τομείς.

3.2 Κατηγορίες μηχανικής μάθησης

Η μηχανική μάθηση μπορεί να χωριστεί σε 3 κατηγορίες την επιβλεπόμενη ή επιτηρούμενη μάθηση (supervised learning), την μη επιβλεπόμενη μάθηση (unsupervised learning) και την ενισχυτική μάθηση (reinforcement learning). Η παρουσίαση των δύο πρώτων κατηγοριών βασίζεται στο [38] και της τρίτης στο [64].

3.2.1 Επιβλεπόμενη μάθηση (Supervised learning)

Στην επιβλεπόμενη μάθηση (*supervised learning*) [38] υπάρχει ένα σύνολο δεδομένων που ονομάζονται *δεδομένα εκπαίδευσης*. Τα δεδομένα αυτά είναι ένα σύνολο ζευγών εισόδου-εξόδου $D = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$, όπου N ο αριθμός των δειγμάτων εκπαίδευσης. Στόχος της επιβλεπόμενης μάθησης είναι μάθουμε μέσα από το σύνολο D τη συνάρτηση $y = f(x)$ που περιγράφει τα δεδομένα. Δηλαδή αν μας δοθεί μια τυχαία είσοδος x θα πρέπει

να βρούμε τη σωστή έξοδο y . Ο λόγος που αυτό το είδος μάθησης χαρακτηρίζεται ως επιβλεπόμενη είναι γιατί φαίνεται σαν να υπάρχει κάποιος επιβλέπων που σε κάθε είσοδο x να αντιστοιχίζει μια έξοδο-ετικέτα y . Σε γενικές γραμμές στην επιβλεπόμενη μάθηση το δείγμα εκπαίδευσης είναι ένα διάνυσμα στο n -διάστατο χώρο. Το διάνυσμα αυτό ονομάζεται *διάνυσμα χαρακτηριστικών* (*feature vector*) και οι συνιστώσες του *χαρακτηριστικά* (*features*).

Η επιβλεπόμενη μάθηση χωρίζεται με τη σειρά της σε δύο κατηγορίες (τύπους προβλημάτων). Η διάκριση αυτή γίνεται με κριτήριο το δυνατό σύνολο τιμών των διανυσμάτων εξόδου y , δηλαδή αν λαμβάνουν τιμές από ένα σύνολο συνεχών ή διακριτών τιμών. Όταν το y λαμβάνει τιμές από ένα διακριτό σύνολο το πρόβλημα ονομάζεται *ταξινόμηση* (*classification*), ενώ όταν το σύνολο είναι συνεχές ονομάζεται *παλινδρόμηση* (*regression*).

Πρακτικά ένα πρόβλημα ταξινόμησης αποτελείται από ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης σε κάθε στοιχείο του οποίου αντιστοιχεί μια ετικέτα-αριθμός που δείχνει την κλάση στην οποία ανήκει αυτό το στοιχείο. Στόχος είναι να βρούμε ένα τρόπο ώστε όταν μας δοθεί κάποιο νέο διάνυσμα χαρακτηριστικών ως είσοδος να βρούμε σωστά σε ποια κλάση ανήκει.

Ένα πρόβλημα παλινδρόμησης αποτελείται από ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης με ζεύγη εισόδου-εξόδου και στόχος είναι να βρούμε μία συνάρτηση η οποία ικανοποιεί αυτά τα δεδομένα με το καλύτερο τρόπο. Να σημειώσουμε ότι η έξοδος σε ένα πρόβλημα παλινδρόμησης λαμβάνει συνεχείς τιμές.

3.2.2 Μη επιβλεπόμενη μάθηση (Unsupervised learning)

Σε αυτό το είδος μάθησης [38] δίνεται ένα σύνολο δεδομένων $D = \{(x_i)\}_{i=1}^N$, όπου N ο αριθμός των δειγμάτων. Στόχος είναι να αναγνωρίσουμε τη δομή των δεδομένων, μοτίβα, ομοιότητες και ομάδες. Η μη επιβλεπόμενη μάθηση αποτελείται κυρίως από τρεις διαφορετικές κατηγορίες (τύπους προβλημάτων): την ομαδοποίηση (*clustering*), την εκτίμηση πυκνότητας (*density estimation*) και την αναγνώριση λανθανουσών μεταβλητών (*latent variables*).

Ομαδοποίηση είναι η διαδικασία μέσα από την οποία ανακαλύπτουμε ομάδες σε ένα σύνολο δεδομένων. Η δημιουργία των ομάδων προκύπτει θεωρώντας κάθε φορά κάποιο κριτήριο ομοιότητας και ορίζοντας κάποια έννοια απόστασης μεταξύ των δεδομένων. Στο πρόβλημα της *εκτίμησης πυκνότητας* μας δίνεται πάλι ένα σύνολο δεδομένων και στόχος είναι να εκτιμηθεί η κατανομή από την οποία προκύπτουν αυτά. Τέλος το πρόβλημα της *εύρεσης λανθανουσών μεταβλητών* αφορά την εύρεση μεταβλητών που συνεισφέρουν σημαντικά στο συνολικό διάνυσμα και κατά μία έννοια περιγράφουν την ουσία των δεδομένων. Με αυτό το τρόπο ξεχωρίζουμε τις χρήσιμες από τις άχρηστες μεταβλητές και κατά συνέπεια μπορούμε με κατάλληλη προβολή σε ένα υποχώρο χαμηλότερης διάστασης να μειώσουμε τη διάσταση των δεδομένων. Η τελευταία διαδικασία ονομάζεται *μείωση διάστασης* (*dimensionality reduction*).

3.2.3 Ενισχυτική μάθηση(Reinforcement learning)

Στην ενισχυτική μάθηση (*reinforcement learning*) σε γενικές γραμμές υπάρχει ένα σύνολο καταστάσεων και ένα σύνολο δυνατών ενεργειών, καθώς και κάποια έννοια ανταμοιβής (ανάλογα με την κατάσταση και τις ενέργειες που εκτελούνται). Η λειτουργία ενός αλγορίθμου ενισχυτικής μάθησης είναι να αλληλεπιδράσει με το περιβάλλον εκτελώντας ενέργειες και έτσι να μάθει τις ενέργειες που θα τον οδηγήσουν στη μέγιστη ανταμοιβή. Η ενισχυτική μάθηση οφείλει την ονομασία της στο γεγονός ότι κατά την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον ο αλγόριθμος λαμβάνει ανταμοιβές-ενισχύσεις. Να σημειώσουμε ότι η έννοια της ανταμοιβής περιλαμβάνει τόσο θετικές όσο και αρνητικές τιμές.

3.3 Ταξινομητές(Classifiers)

Ταξινόμηση (*Classification*) είναι η διαδικασία μάθησης, η οποία δοθέντος ενός συνόλου εκπαίδευσης (διανύσματα χαρακτηριστικών μαζί με τις κατάλληλες ετικέτες κλάσεων) λαμβάνει ως είσοδο ένα τυχαίο διάνυσμα χαρακτηριστικών και δίνει ως έξοδο την κλάση στην οποία ανήκει. Το εργαλείο-αλγόριθμος που υλοποιεί αυτή τη διαδικασία ονομάζεται ταξινομητής (*classifier*).

Υπάρχουν τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις στο πρόβλημα της ταξινόμησης και περιγράφονται παρακάτω με βάση το [11].

- Διακριτικά μοντέλα (Discriminative models) :

Σύμφωνα με τη προσέγγιση αυτή αρχικά υπολογίζεται η πιθανότητα $P(c_k|x)$, δηλαδή η υπό συνθήκη πιθανότητα μία παρατήρηση x να ανήκει στην κλάση c_k . Στη συνέχεια χρησιμοποιείται αυτή η πληροφορία για να ληφθεί η απόφαση σχετικά με τη ταξινόμηση των νέων παρατηρήσεων σε κλάσεις. Στην ουσία σε αυτή τη προσέγγιση μοντελοποιούμε τις επιφάνειες απόφασης μεταξύ των κλάσεων, παρακάμπτοντας την μοντελοποίηση της κατανομής των δεδομένων εισόδου.

- Παραγωγικά μοντέλα (Generative models) :

Σε αυτά τα μοντέλα υπολογίζεται αρχικά

- η εκ των προτέρων πιθανότητα των κλάσεων $P(c_k)$ και
- η class-conditional πιθανότητα $P(x|c_k)$.

Στη συνέχεια με τη χρήση του θεωρήματος του Bayes υπολογίζεται η υπό συνθήκη πιθανότητα των κλάσεων, δηλαδή $P(c_k|x) = \frac{P(x|c_k) \cdot P(c_k)}{P(x)}$.

Αναλύοντας περαιτέρω την παραπάνω σχέση λαμβάνουμε

$$P(c_k|x) = \frac{P(x|c_k) \cdot P(c_k)}{\sum_{k=1}^N P(x|c_k) P(c_k)}, \text{ όπου } N \text{ το πλήθος των κλάσεων.}$$

Η προηγούμενη κατανομή πιθανότητας χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση δειγμάτων σε κλάσεις. Για τον υπολογισμό της είναι απαραίτητη η μοντελοποίηση της κατανομής των διανυσμάτων εισόδου για την κάθε κλάση. Με άλλα λόγια καθορίζουμε τις κατανομές που παράγουν τα διανύσματα χαρακτηριστικών για αυτό και τα μοντέλα αυτά ονομάζονται *παραγωγικά*.

- Συναρτήσεις διάκρισης (Discriminant functions) :

Οι συναρτήσεις διάκρισης $f(x)$ λαμβάνουν ως είσοδο ένα διάνυσμα χαρακτηριστικών x και δίνουν ως έξοδο την ετικέτα μιας κλάσης y .

Στη συνέχεια παραθέτουμε μερικές βασικές έννοιες που προκύπτουν στην μελέτη ταξινομητών.

- Επιφάνεια απόφασης (Decision surface) :

Οι *επιφάνειες απόφασης* είναι οι επιφάνειες εκείνες που χωρίζουν τον χώρο των χαρακτηριστικών σε περιοχές οι οποίες αντιστοιχούν στις διάφορες κλάσεις. Αυτές μπορεί να αναφέρονται και ως *σύνορα απόφασης (decision boundary)*.

- Περιοχές απόφασης (Decision regions) :

Οι *περιοχές απόφασης* είναι οι περιοχές του χώρου χαρακτηριστικών που προκύπτουν από τον διαχωρισμό που επιβάλλουν οι επιφάνειες απόφασης.

- Γραμμικοί ταξινομητές (Linear classifiers) :

Οι *γραμμικοί ταξινομητές* κατανέμουν τα διανύσματα χαρακτηριστικών σε κλάσεις χρησιμοποιώντας ένα γραμμικό συνδυασμό των χαρακτηριστικών. Με άλλα λόγια οι επιφάνειες απόφασης που ορίζουν οι γραμμικοί ταξινομητές είναι γραμμικές συναρτήσεις και ορίζονται από υπερεπίπεδα. Οι γραμμικές επιφάνειες απόφασης (υπερεπίπεδα) περιγράφονται από την εξίσωση

$$w^T x + w_0 = 0, \quad x \in \mathbb{R}^n.$$

- Γραμμική διαχωρισιμότητα (Linear separability) :

Γραμμικώς διαχωρίσιμες ονομάζονται δύο κλάσεις που μπορούν να διαχωριστούν από γραμμική επιφάνεια απόφασης.

- Υπερεπίπεδο (Hyperplane) [49]

Ένα υπερεπίπεδο περιγράφεται από τη σχέση

$$f(x) = w^T x + w_0 = 0,$$

όπου w το διάνυσμα των βαρών και w_0 το κατώφλι.

Κάθε υπερεπίπεδο χαρακτηρίζεται από:

- τη διεύθυνσή του η οποία καθορίζεται από τους συντελεστές βάρους w .
- την ακριβή θέση του στο χώρο η οποία καθορίζεται από το κατώφλι w_0 .

Η απόσταση του υπερεπιπέδου από:

- την αρχή των αξόνων είναι $\frac{w_0}{\|w\|}$ και
- από ένα τυχαίο διάνυσμα x είναι $\frac{|f(x)|}{\|w\|}$.

3.3.1 Perceptron

Το perceptron αποτελεί ένα μοντέλο ενός νευρώνα το οποίο μαθαίνει ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης που αποτελείται από δύο γραμμικώς διαχωρίσιμες κλάσεις. Στην ουσία αυτό που κάνει είναι ότι βρίσκει ένα κατάλληλο υπερεπίπεδο που χωρίζει τα δεδομένα των δύο κλάσεων. Παρακάτω δίνεται αναλυτικά η περιγραφή του perceptron με βάση τα [49] και [50].

Έστω ότι έχουμε δύο κλάσεις c_1 και c_2 και μας δίνεται ένα σύνολο διανυσμάτων εκπαίδευσης (με ετικέτες κλάσεων) $D = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$. Επίσης υποθέτουμε ότι οι δύο κλάσεις είναι γραμμικώς διαχωρίσιμες. Στόχος είναι να υπολογίσουμε ένα υπερεπίπεδο απόφασης, δηλαδή ισοδύναμα τις παραμέτρους w και w_0 μιας γραμμικής συνάρτησης, το οποίο να χωρίζει το χώρο χαρακτηριστικών σε δύο περιοχές που αντιστοιχούν στις δύο κλάσεις (δηλαδή με τέτοιο τρόπο ώστε να ταξινομεί σωστά όλα τα διανύσματα εκπαίδευσης). Το υπερεπίπεδο απόφασης ορίζεται ως εξής:

$$w^T x + w_0 = 0.$$

Για το υπερεπίπεδο αυτό ισχύει

$$\begin{cases} w^T x + w_0 > 0 & , \forall x \in c_1 \\ w^T x + w_0 < 0 & , \forall x \in c_2 \end{cases}.$$

Για να υπολογίσουμε τις παραμέτρους του βέλτιστου υπερεπιπέδου θα ορίσουμε μία συνάρτηση σφάλματος την οποία θα προσπαθήσουμε να βελτιστοποιήσουμε (ελαχιστοποιήσουμε). Η συνάρτηση αυτή είναι η

$$J(w) = \sum_{x \in M} [y_x (w^T x + w_0)] ,$$

όπου M το υποσύνολο των διανυσμάτων εκπαίδευσης τα οποία ταξινομήθηκαν λανθασμένα και

$$y_x = \begin{cases} -1 & , x \in c_1 \\ +1 & , x \in c_2 \end{cases}.$$

Παρατηρούμε ότι $y_x (w^T x + w_0) > 0$ για κάθε διάνυσμα χαρακτηριστικών x που ταξινομείται λανθασμένα. Αυτό προκύπτει πολύ απλά θεωρώντας τα παρακάτω. Έστω ότι έχουμε διάνυσμα χαρακτηριστικών x για το οποίο ισχύει ότι $x \in c_1$ αλλά ταξινομείται λανθασμένα στο c_2 . Τότε $w^T x + w_0 < 0$ (γιατί το υπερεπίπεδο που έχει διαμορφωθεί μέχρι τότε το τοποθετεί στην κλάση c_2) και $y_x < 0$ (από τον ορισμό του y_x) και κατά συνέπεια ισχύει ότι $y_x (w^T x + w_0) > 0$. Με όμοιο τρόπο αν έχουμε διάνυσμα x με $x \in c_2$, αλλά ταξινομείται λανθασμένα στο c_1 προκύπτει ότι $y_x (w^T x + w_0) > 0$. Αυτά έχουν ως αποτέλεσμα η συνάρτηση $J(w)$ να λαμβάνει μη αρνητικές τιμές. Όταν δεν υπάρχουν λάθος ταξινομημένα δείγματα η συνάρτηση μηδενίζεται, διαφορετικά λαμβάνει θετικές τιμές. Επιπλέον ισχύει ότι η συνάρτηση $J(w)$ είναι συνεχής και τμηματικά γραμμική.

Ο αλγόριθμος που θα εκτελέσει τη βελτιστοποίηση της συνάρτησης είναι ένα επαναληπτικό σχήμα βαθμωτής κατάβασης (*gradient descent*). Το σχήμα αυτό δίνει για τις τιμές των βαρών στην επανάληψη $k+1$ το εξής:

$$w_{k+1} = w_k - \eta_k \cdot \nabla J(w) \Rightarrow w_{k+1} = w_k - \eta_k \cdot \sum_{x \in M} (y_x x) ,$$

όπου w_{k+1} και w_k οι εκτιμήσεις των βαρών που ορίζουν το υπερεπίπεδο που αναζητούμε και η_k είναι ο ρυθμός μάθησης (*learning rate*). Να σημειώσουμε ότι ο αλγόριθμος *perceptron* ξεκινάει με ένα τυχαίο διάνυσμα βαρών και συνεχίζει τις επαναλήψεις μέχρι να συγκλίνει σε λύση. Τότε όλα τα διανύσματα του συνόλου εκπαίδευσης θα είναι σωστά ταξινομημένα (με βάση το υπερεπίπεδο που προκύπτει από τις παραμέτρους στις οποίες συγκλίνει ο αλγόριθμος). Για τον αλγόριθμο αυτό ισχύει το παρακάτω πολύ σημαντικό θεώρημα.

Theorem 3.3.1. Σύγκλιση και μοναδικότητα λύσης αλγορίθμου *Perceptron* [49]

Αν τα δεδομένα είναι γραμμικώς διαχωρίσιμα και η ακολουθία η_k επιλεγεί κατάλληλα ο αλγόριθμος *Perceptron* συγκλίνει και μάλιστα μετά από πεπερασμένο αριθμό βημάτων. Η λύση όμως που δίνει ο αλγόριθμος δεν είναι μοναδική.

3.4 Νευρωνικά δίκτυα (Neural Networks)

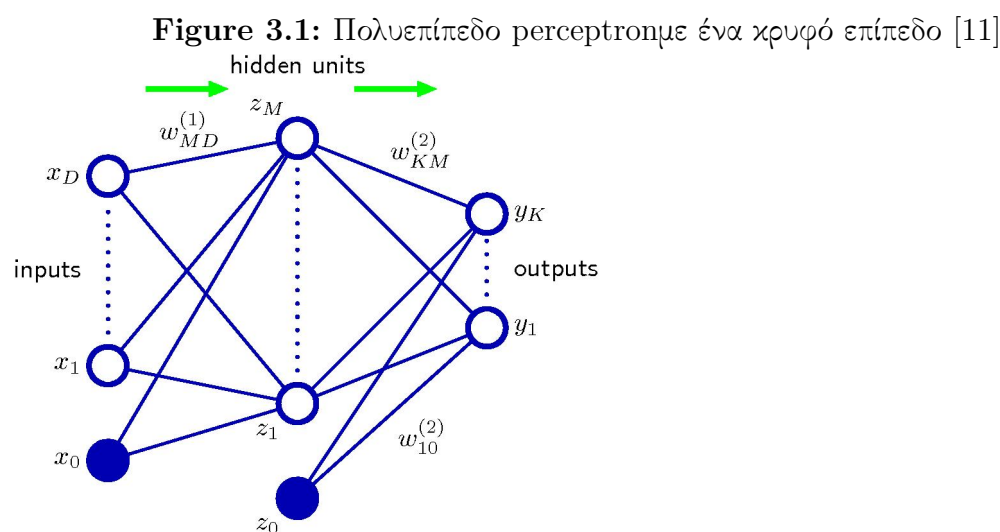
Ένα νευρωνικό δίκτυο (*Neural network*) είναι ένα σύνολο από διασυνδεδεμένους νευρώνες, οι οποίοι οργανώνονται σε επίπεδα τα οποία συνδέονται μεταξύ τους. Αυτά υλοποιούν συναρτήσεις (ή τουλάχιστον τις προσεγγίζουν), ενώ η λειτουργία τους ομοιάζει με τη λειτουργία των βιολογικών νευρωνικών δικτύων. Στο κομμάτι αυτό θα αναφερθούμε σε ένα είδος νευρωνικού δικτύου, το οποίο ονομάζεται πολυεπίπεδο *perceptron* (*multilayer perceptron-mlp*). Η δομή ενός τέτοιου νευρωνικού δικτύου δίνεται παρακάτω.

- Η γενική του δομή αποτελείται από ένα σύνολο επιπέδων τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με κατευθυνόμενες ακμές. Σε κάθε επίπεδο εκτός από το αρχικό υπάρχει ένας αριθμός από νευρώνες. Οι νευρώνες του ίδιου επιπέδου δεν συνδέονται μεταξύ τους, ενώ μεταξύ των νευρώνων διαδοχικών επιπέδων υπάρχει πλήρης σύνδεση.
- Αποτελείται από ένα επίπεδο εισόδου. Το επίπεδο αυτό λαμβάνει την τιμή κάποιου διανύσματος χαρακτηριστικών. Να σημειώσουμε ότι οι κόμβοι του επιπέδου εισόδου δεν είναι νευρώνες.
- Αποτελείται από έναν αριθμό κρυφών επιπέδων. Το κάθε επίπεδο αποτελείται από ένα σύνολο νευρώνων, ενώ το πρώτο κρυφό επίπεδο συνδέεται με το επίπεδο εισόδου.
- Αποτελείται από ένα επίπεδο εξόδου. Το επίπεδο αυτό δίνει το τελικό αποτέλεσμα, δηλαδή την τιμή της κλάσης στην οποία ανήκει το διάνυσμα που δίνεται ως είσοδος.

- Ο κάθε νευρώνας χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο βαρών για καθεμία από τις εισόδους του και από ένα σταθερό όρο. Η λειτουργία του είναι ο υπολογισμός της συνάρτησης $y = f(w_1x_1 + \dots + w_nx_n)$, όπου w_i το βάρος που αντιστοιχεί στην i εισόδο και f η συνάρτηση ενεργοποίησης. Το αποτέλεσμα αυτού του υπολογισμού αποτελεί την έξοδο του νευρώνα.

Να σημειώσουμε ότι το πολυεπίπεδο perceptron ανήκει σε μία κατηγορία νευρωνικών δικτύων που ονομάζονται *εμπροσθοτροφοδοτούμενα δίκτυα (feedforward nets)*. Σε αυτό το είδος νευρωνικών δικτύων η πληροφορία ρέει από το επίπεδο εισόδου προς το πρώτο κρυφό επίπεδο και στη συνέχεια από το ένα επίπεδο στο άλλο διαδοχικά μέχρι το επίπεδο εξόδου.

Στην εικόνα 3.1 απεικονίζεται ένα πολυεπίπεδο perceptron με ένα κρυφό επίπεδο. Υπάρχουν D νευρώνες στο επίπεδο εισόδου, M στο κρυφό επίπεδο και K στο επίπεδο εξόδου.



Μία περιγραφή του τρόπου λειτουργίας του πολυεπίπεδου νευρωνικού δικτύου δίνεται παρακάτω. [50] Ένας απλός νευρώνας (δηλαδή ένα perceptron) ορίζει ένα υπερεπίπεδο στο χώρο χαρακτηριστικών. Συνεπώς ένα σύνολο νευρώνων στο πρώτο κρυφό επίπεδο διαμερίζει το χώρο χαρακτηριστικών σε πολυεδρικές περιοχές, καθεμία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μία κλάση (πολλές διαφορετικές πολυεδρικές περιοχές μπορεί να ανήκουν στην ίδια κλάση). Ισοδύναμα μπορεί να θεωρήσουμε ότι γίνεται η απεικόνιση του χώρου χαρακτηριστικών των δεδομένων εισόδου στις κορυφές ενός υπερκύβου. Συγκεκριμένα όταν χρησιμοποιούνται n νευρώνες (στο πρώτο κρυφό επίπεδο) ο χώρος χαρακτηριστικών απεικονίζεται στις κορυφές ενός μοναδιαίου υπερκύβου στο $\mathbb{R}^n$. Τα διανύσματα του νέου χώρου χαρακτηριστικών χρησιμοποιούνται ως εισόδους στο επόμενο επίπεδο κρυφών νευρώνων. Με όμοιο τρόπο δουλεύουν και τα επόμενα κρυφά επίπεδα νευρώνων. Το τελικό επίπεδο, το επίπεδο εξόδου, καθορίζει την κλάση στην οποία ταξινομείται τελικά το διάνυσμα χαρακτηριστικών που δίνεται στην είσοδο. Στόχος αυτής της διαδικασίας είναι να απεικονίσουμε τον αρχικό χώρο χαρακτηριστικών, στον οποίο πιθανώς οι κλάσεις να μην είναι γραμμικώς διαχωρίσιμες, σε ένα νέο χώρο όπου οι κλάσεις έχουν αυτή την

ιδιότητα (γραμμική διαχωρισιμότητα).

Συνολικά μπορούμε να πούμε τα εξής: [50]

- Ο αριθμός των εισόδων καθορίζεται από τη διάσταση του χώρου χαρακτηριστικών.
- Ο αριθμός των εξόδων καθορίζεται από τον αριθμό των δυνατών κλάσεων. Αν n ο αριθμός των εξόδων, τότε 2^n οι δυνατές κλάσεις στις οποίες μπορούν να ταξινομηθούν τα διανύσματα χαρακτηριστικών.
- Έστω ότι έχουμε ένα κρυφό επίπεδο n νευρώνων που ακολουθείται από ένα κρυφό επίπεδο m νευρώνων. Τότε ο χώρος χαρακτηριστικών που βρίσκεται στο $\mathbb{R}^n$ απεικονίζεται στο μοναδιαίο υπερκύβο στο $\mathbb{R}^m$.
- Μπορούμε να πούμε ότι ένα νευρωνικό δίκτυο υλοποιεί μία συνάρτηση [50] $\hat{y} = f_{\theta}(x)$, όπου θ το σύνολο των παραμέτρων του δικτύου (τα βάρη και ο σταθερός όρος του κάθε νευρώνα).

Ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να μάθει ένα σύνολο δεδομένων. Για την εκπαίδευσή του απαιτούνται τρία στοιχεία. [50]

1. Ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης.
2. Μία συνάρτηση κόστους, την οποία θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε.
3. Ένα επαναληπτικό σχήμα το οποίο χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση της συνάρτησης κόστους.

Ο πιο κοινός αλγόριθμος εκπαίδευσης είναι ο αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης (*back-propagation algorithm*) [54], ο οποίος χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με κάποια επαναληπτική μέθοδο, όπως *gradient descent*. Αυτό που σε γενικές γραμμές κάνει είναι ότι υπολογίζει την κλίση της συνάρτησης κόστους συναρτήσει των παραμέτρων του δικτύου και χρησιμοποιεί το αποτέλεσμα με στόχο την ελαχιστοποίησή της. Με αυτό τον τρόπο ανανεώνει συνεχώς τα βάρη του δικτύου μέχρι να ικανοποιηθούν διάφορα κριτήρια τερματισμού.

3.5 Μηχανές διανυσματικής στήριξης (Support Vector Machines)

Η κεντρική ιδέα των μηχανών διανυσματικής στήριξης (*Support Vector Machines-SVM*) συνοψίζεται στο εξής: [26]

Αρχικά δίνεται ένα σύνολο εκπαίδευσης που περιέχει διανύσματα χαρακτηριστικών μαζί με ετικέτες κλάσεων. Στόχος ενός SVM είναι να κατασκευάσει μία γραμμική επιφάνεια διάκρισης (δηλαδή υπερεπίπεδο) με τέτοιο τρόπο ώστε η απόσταση μεταξύ της επιφάνειας και των “ακριανών” χαρακτηριστικών (δηλαδή των χαρακτηριστικών κάθε κλάσης που βρίσκονται πιο κοντά στο υπερεπίπεδο που αναζητούμε) των δύο κλάσεων να γίνεται μέγιστη.

Έστω ότι έχουμε ένα σύνολο εκπαίδευσης με δείγματα από δύο κλάσεις. Για κάθε υπερεπιπέδο ορίζουμε ως περιθώριο διαχωρισμού (*margin of separation*) την ελάχιστη δυνατή απόσταση του υπερεπιπέδου από κάποιο σημείο του συνόλου εκπαίδευσης¹. Στόχος ενός SVM είναι να βρεθεί το υπερεπιπέδο εκείνο για το οποίο το περιθώριο διαχωρισμού μεγιστοποιείται. Τα διανύσματα χαρακτηριστικών των δύο κλάσεων που απέχουν την ελάχιστη απόσταση από το υπερεπιπέδο απόφασης ονομάζονται *διανύσματα υποστήριξης* (*support vectors*). Από εκεί προκύπτει και το όνομα της μεθόδου.

Παρακάτω θα παραθέσουμε τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος με βάση το [26].

Έστω μία επιφάνεια διάκρισης

$$f(x) = w^T x + w_0 \text{ και}$$

$$D = \{(x_n, y_n)\}_{n=1}^N$$

το σύνολο εκπαίδευσης. Αρχικά κλιμακώνουμε τις παραμέτρους του υπερεπιπέδου με τέτοιο τρόπο ώστε για τα διανύσματα υποστήριξης x_{sv} να ισχύει $f(x_{sv}) = \pm 1$. Κατα συνέπεια για τα N διανύσματα του χώρου χαρακτηριστικών θα ισχύει ότι

$$\begin{cases} w^T x_n + w_0 \geq 1 & x_n \in c_1 \\ w^T x_n + w_0 \leq -1 & x_n \in c_2 \end{cases}, \text{για } n = 1, \dots, N.$$

Η απόσταση του υπερεπιπέδου που αναζητούμε από το πλησιέστερο σημείο (διάνυσμα υποστήριξης), δηλαδή το περιθώριο διαχωρισμού είναι

$$d_0 = \frac{|f(x_{sv})|}{\|w\|} = \frac{1}{\|w\|}.$$

Επειδή το υπερεπιπέδο αυτό θα ισαπέχει από τα πλησιέστερα σημεία των δύο κλάσεων για την απόσταση μεταξύ των διανυσμάτων υποστήριξης έχουμε

$$d = 2d_0 = \frac{2}{\|w\|}.$$

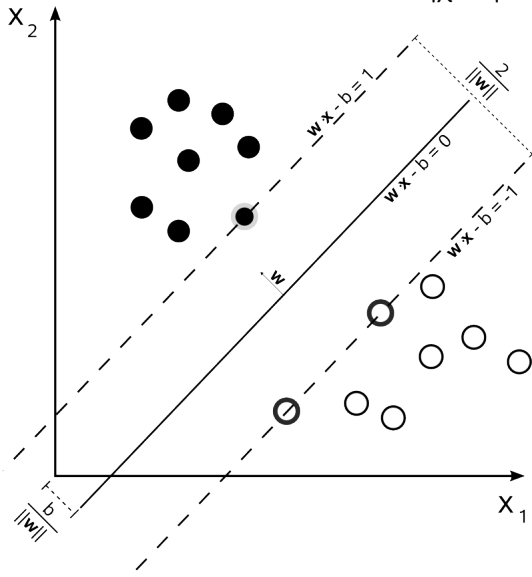
Συνεπώς η μεγιστοποίηση της απόστασης d ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του $\|w\|$.

Στην εικόνα 3.2 απεικονίζουμε το σενάριο που περιγράψαμε παραπάνω. Σε αυτήν απεικονίζονται δύο γραμμικώς διαχωρίσιμες κλάσεις (χρωματισμένοι και μη χρωματισμένοι κύκλοι). Βλέπουμε το βέλτιστο υπερεπιπέδο που αντιστοιχεί στην συγκεκριμένη κατεύθυνση που εξετάζεται. Οι διακεκομμένες γραμμές τέμνουν τα διανύσματα υποστήριξης, ενώ στην εικόνα φαίνονται η απόσταση μεταξύ των διανυσμάτων υποστήριξης, καθώς και η απόσταση του υπερεπιπέδου από την αρχή των αξόνων.

Γράφοντας τις προηγούμενες σχέσεις σε πιο συμπαγή μορφή το πρόβλημα βελτιστοποίησης διατυπώνεται ως εξής.

Definition 3.5.1. Πρωτεύων πρόβλημα βελτιστοποίησης για εύρεση βέλτιστου υπερεπιπέδου [50]

¹Εννοείται ότι το υπερεπιπέδο με το οποίο ορίζεται το περιθώριο διαχωρισμού ισαπέχει από τα “ακρινά” χαρακτηριστικά των δύο κλάσεων.

Figure 3.2: Μηχανή διανυσματικής υποστήριξης [65]

Δίνεται ένα σύνολο εκπαίδευσης $D = \{(x_n, y_n)\}_{n=1}^N$.

Αναζητούμε τα w και w_0 ενός υπερεπιπέδου $f(x) = w^T x + w_0$ έτσι ώστε:²

$$\min J(w) = \frac{1}{2} w^T w = \frac{1}{2} \|w\|^2$$

$$\text{s.t. } y_n \cdot (w^T x_n + w_0) \geq 1, \quad n = 1, \dots, N, \quad \text{όπου } y_n = \begin{cases} +1 & x_n \in c_1 \\ -1 & x_n \in c_2 \end{cases}.$$

Πρόκειται για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης τετραγωνικού προγραμματισμού (quadratic programming). Η *Λαγκραντζιανή* (Lagrangian) του προβλήματος είναι [50].

$$L(w, w_0, \lambda) = \frac{1}{2} \|w\|^2 - \sum_{n=1}^N \lambda_n [y_n (w^T x_n + w_0) - 1],$$

όπου λ_n οι πολλαπλασιαστές *Lagrange* (Lagrange multipliers).

Οι συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker (KKT) του παραπάνω προβλήματος είναι οι εξής: [50]

- $\frac{\partial}{\partial w} L(w, w_0, \lambda) = 0$ (1) ,
- $\frac{\partial}{\partial w_0} L(w, w_0, \lambda) = 0$ (2) ,
- $\lambda_n \geq 0, \quad n = 1, 2, \dots, N$,
- $\lambda_n [y_n (w^T x_n + w_0) - 1] = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N$,

όπου $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N]^T$.

²Στην βιβλιογραφία επιλέγεται ως αντικειμενική συνάρτηση το $\frac{1}{2} \|w\|^2$ και όχι το $\|w\|$ για ευκολία παρουσίασης.

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι

$$w^* = \sum_{n=1}^N \lambda_n y_n x_n \quad (3) ,$$

ενώ από τη σχέση (2) λαμβάνουμε

$$\sum_{n=1}^N \lambda_n y_n = 0.$$

Για την εύρεση της τελικής λύσης θα χρειαστεί να λύσουμε το δυικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, η αντικειμενική συνάρτηση του οποίου αποτελεί συνάρτηση των πολλαπλασιαστών Lagrange. Το δυικό πρόβλημα δίνεται στον παρακάτω ορισμό.

Definition 3.5.2. Δυικό πρόβλημα βελτιστοποίησης [50]

Δίνεται ένα σύνολο εκπαίδευσης $D = \{(x_n, y_n)\}_{n=1}^N$.

Αναζητούμε τους πολλαπλασιαστές Lagrange $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ έτσι ώστε:

$$\min \sum_{n=1}^N \lambda_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \lambda_n \lambda_m y_n y_m x_n^T x_m$$

$$\text{s.t } \sum_{n=1}^N \lambda_n y_n = 0$$

$$\lambda_n \geq 0, n = 1, 2, \dots, N.$$

Έχοντας υπολογίσει τους βέλτιστους πολλαπλασιαστές Lagrange όπως δίνονται από το δυικό πρόβλημα υπολογίζουμε την τελική λύση τοποθετώντας τη λύση του δυικού προβλήματος (δηλαδή τους βέλτιστους πολλαπλασιαστές Lagrange) στη σχέση (3). Η τελική λύση, δηλαδή τα βάρη τα οποία συνθέτουν το βέλτιστο υπερεπίπεδο δίνονται στο παρακάτω θεώρημα.

Theorem 3.5.1. Βέλτιστο υπερεπίπεδο [50]

Η τελική λύση που προκύπτει είναι

$$w = \sum_{n=1}^{N_{sv}} \lambda_n y_n x_n ,$$

όπου λ_n οι μη μηδενικοί πολλαπλασιαστές Lagrange, όπως προκύπτουν από το δυικό πρόβλημα και N_{sv} ο αριθμός αυτών.

3.6 Μάθηση κατα Bayes(Bayesian learning)

3.6.1 Γενικά

Η μάθηση κατά Bayes είναι μία μέθοδος στη μηχανική μάθηση που χρησιμοποιεί τον κανόνα του Bayes για να εξάγει την πιθανότητα μίας υπόθεσης (*hypothesis*), λαμβάνοντας υπόψιν τα στοιχεία (*evidence*) που υπάρχουν. Για την κατανόηση της έννοιας της μάθησης κατά Bayes παρουσιάζουμε παρακάτω μερικές βασικές έννοιες. [55]

- Κανόνας του Bayes

Έστω A και B δύο ενδεχόμενα. Για την πιθανότητα να ικανοποιείται το ενδεχόμενο A δεδομένου ότι ικανοποιείται το ενδεχόμενο B ισχύει το εξής:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}.$$

- Υπόθεση (Hypothesis) = H : Κάθε υπόθεση H της οποίας την πιθανότητα θέλουμε να υπολογίσουμε. Η πιθανότητα αυτή επηρεάζεται από τα στοιχεία που μας δίνονται.
- Στοιχεία (Evidence) = E : Τα νέα στοιχεία που μας δίνονται και τα οποία δεν έχουν ληφθεί υπόψη στον υπολογισμό της εκ των προτέρων κατανομής πιθανότητας.
- Εκ των προτέρων πιθανότητα (Prior probability) = $P(H)$: Αφορά την πιθανότητα ικανοποίησης της υπόθεσης H χωρίς να λάβουμε υπόψη τα διάφορα στοιχεία E .
- Πιθανοφάνεια (Likelihood) = $P(E|H)$: Η πιθανότητα να παρατηρήσουμε τα στοιχεία E δεδομένης της υπόθεσης H . Θεωρούμε ότι η υπόθεση H είναι σταθερή και η πιθανότητα αυτή είναι συνάρτηση των στοιχείων E .
- Εκ των υστέρων πιθανότητα (Posterior probability) = $P(H|E)$: Αφορά την πιθανότητα της υπόθεσης H δεδομένου ότι παρατηρήσαμε τα στοιχεία E . Αποτελεί στην ουσία το ζητούμενο.
- Περιθωριακή πιθανοφάνεια (Marginal likelihood) = $P(E)$: Η πιθανότητα αυτή παραμένει αμετάβλητη για όλες τις δυνατές υποθέσεις.

Η έννοια της μάθησης κατα Bayes περιγράφεται από τον παρακάτω τύπο, ο οποίος είναι στην ουσία ο κανόνας του Bayes

$$P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}.$$

3.6.2 Ταξινομητής Bayes (Bayes classifier)

Μία από τις πιο βασικές εφαρμογές της μάθησης κατα Bayes είναι ο ταξινομητής Bayes (*Bayes classifier*) [49]. Το σενάριο μέσα από το οποίο θα μελετήσουμε τον ταξινομητή είναι το εξής. Έστω ότι έχουμε δύο κλάσεις c_1 και c_2 . Έχουμε ένα σύνολο εκπαίδευσης $D = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ που μας παρέχει διανύσματα χαρακτηριστικών μαζί με την ετικέτα της κλάσης στην οποία ανήκουν. Γνωρίζουμε τα εξής:

- Τις εκ των προτέρων πιθανότητες των δύο κλάσεων, δηλαδή τα $P(c_1)$ και $P(c_2)$. Οι πιθανότητες αυτές ορίζονται ως $P(c_1) = \frac{N_1}{N}$ και $P(c_2) = \frac{N_2}{N}$, όπου N_1 και N_2 ο αριθμός των στοιχείων του συνόλου D που ανήκουν στην κλάση 1 και 2 αντίστοιχα.
- Τις υπό συνθήκη συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των δύο κλάσεων, δηλαδή $p(x|c_1)$ και $p(x|c_2)$. Οι συναρτήσεις αυτές μπορούν να εκτιμηθούν από το σύνολο των διανυσμάτων εκπαίδευσης.

Από τον κανόνα του Bayes προκύπτει ότι

$$P(c_i|x) = \frac{P(x|c_i)P(c_i)}{P(x)}, \text{ όπου } P(x) = P(x|c_1)P(c_1) + P(x|c_2)P(c_2).$$

Τελικά ένα τυχαίο νέο δείγμα κατανέμεται στην κλάση c ως εξής:

$$c = \begin{cases} c_1 & P(c_1|x) > P(c_2|x) \\ c_2 & P(c_1|x) < P(c_2|x) \\ c_1 \text{ ή } c_2 & P(c_1|x) = P(c_2|x) \end{cases}.$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφτεί πιο συμπυκνωμένα και ως εξής:

$$c = \underset{i \in \{1,2\}}{\operatorname{argmax}} P(c_i|x) = \underset{i \in \{1,2\}}{\operatorname{argmax}} \frac{P(x|c_i)P(c_i)}{P(x)} = \underset{i \in \{1,2\}}{\operatorname{argmax}} P(x|c_i)P(c_i).$$

Η σχέση $P(c_1|x) = P(c_2|x)$ ορίζει μία επιφάνεια η οποία χωρίζει το χώρο χαρακτηριστικών σε δύο περιοχές, R_1 και R_2 οι οποίες αντιστοιχούν στις δύο κλάσεις. Η ευθεία αυτή ονομάζεται γραμμή απόφασης.

Η πιθανότητα σφάλματος ορίζεται ως εξής: [49]

$$P_e = P(c_1, x \in R_2) + P(c_2, x \in R_1).$$

Αναλύοντας τη παραπάνω σχέση λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} P_e &= P(x \in R_2|c_1)P(c_1) + P(x \in R_1|c_2)P(c_2) = \\ &= P(c_1) \int_{R_2} P(x|c_1) + P(c_2) \int_{R_1} P(x|c_2) = \int_{R_2} P(c_1|x) \cdot P(x) + \int_{R_1} P(c_2|x) \cdot P(x). \end{aligned}$$

Theorem 3.6.1. Βελτιστότητα ταξινομητή Bayes [49]

Ο ταξινομητής Bayes είναι βέλτιστος με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας του σφάλματος ταξινόμησης.

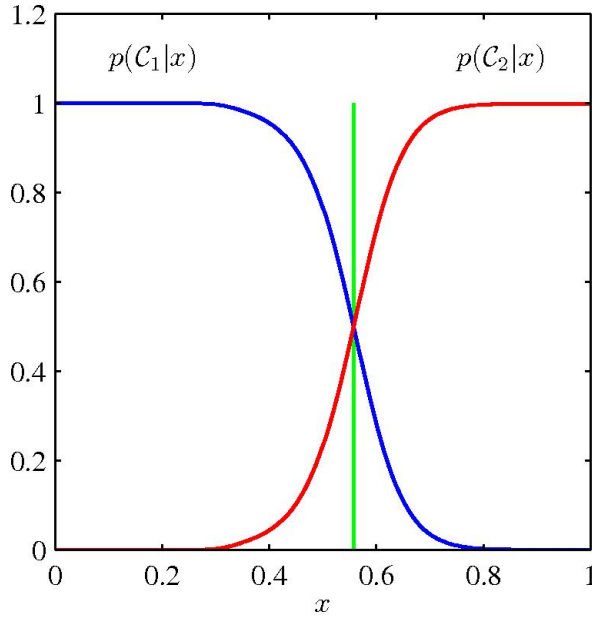
Στην εικόνα 3.3 απεικονίζονται οι κατανομές πιθανότητας δύο κλάσεων μαζί με την επιφάνεια απόφασης που τις χωρίζει.

Ο ταξινομητής Bayes μπορεί να γενικευθεί [50] και στην περίπτωση στην οποία έχουμε περισσότερες από δύο κλάσεις. Έστω ότι υπάρχουν C κλάσεις c_i , $i = 1, \dots, C$ και επιπλέον μπορούμε από τα δεδομένα εκπαίδευσης να εκτιμήσουμε τις εκ των προτέρων πιθανότητες των κλάσεων $p(c_i)$, $i = 1, \dots, C$ και τις υπό συνθήκη συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των κλάσεων $p(x|c_i)$, $i = 1, \dots, C$. Συνεπώς ένα τυχαίο δείγμα κατανέμεται στην κλάση c ως εξής:

$$c = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} P(c_i|x) = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \frac{P(x|c_i)P(c_i)}{P(x)} = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} P(x|c_i)P(c_i).$$

3.6.3 Εκτιμητές

Για την χρήση του ταξινομητή Bayes είναι απαραίτητη η εκτίμηση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομών των διανυσμάτων χαρακτηριστικών. Για την εκτίμηση τέτοιων συναρτήσεων θα αναφερθούμε σε δυο μεθόδους, τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας (*maximum likelihood*) και τη μέθοδο μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας (*maximum a posteriori*).

Figure 3.3: Ταξινομητής Bayes [11]

3.6.3.1 Μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood)

Το σενάριο μέσα από το οποίο θα μελετήσουμε αυτή τη μέθοδο περιέχει τα εξής: [49]

- Έστω $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ τυχαία δείγματα από συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $P(x; \theta)$ όπου θ παράμετρος άγνωστη αλλά σταθερή.
- Τα τυχαία δείγματα είναι στατιστικώς ανεξάρτητα.

Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ορίζεται ως εξής:

$$l(\theta) = P(x_1, x_2, \dots, x_N; \theta) = \prod_{i=1}^N P(x_i; \theta)$$

και ονομάζεται *συνάρτηση πιθανοφάνειας του θ (likelihood function)* ως προς τα δείγματα x_i . Η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας εκτιμάει την παράμετρο θ έτσι ώστε η συνάρτηση πιθανοφάνειας να γίνεται μέγιστη, δηλαδή

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \prod_{i=1}^N P(x_i; \theta).$$

Η εκτιμήτρια αυτής της παραμέτρου θ ονομάζεται *εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας*. Επιπλέον ορίζουμε τη *λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας (log-likelihood function)* ως εξής :

$$L(\theta) = \ln \prod_{i=1}^N P(x_i; \theta) = \sum_{i=1}^N \ln P(x_i; \theta).$$

Επειδή η συνάρτηση $\ln x$ είναι γνησίως αύξουσα η συνάρτηση πιθανοφάνειας γίνεται μέγιστη για την τιμή του θ που μεγιστοποιεί και τη συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας, δηλαδή

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} L(\theta) = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=1}^N \ln P(x_i; \theta).$$

Αναγκαία συνθήκη για την ικανοποίηση της προηγούμενης σχέσης είναι ο μηδενισμός της παραγώγου στο $\hat{\theta}$, δηλαδή

$$\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} = 0.$$

Ιδιότητες της εκτιμήτριας

Έστω $\hat{\theta}$ η εκτίμηση της παραμέτρου θ με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας και $\tilde{\theta}$ η πραγματική της τιμή. Τότε ισχύουν τα παρακάτω. [49]

1. Ασυμπτωτική αμεροληψία

- Θεωρούμε ότι η εκτίμηση είναι μία τυχαία μεταβλητή αφού εξαρτάται από τα δείγματα $x_1, x_2, \dots, x_N$ που μας δίνονται με στοχαστικό τρόπο. Μία εκτιμήτρια ονομάζεται *αμερόληπτη (unbiased)* [56] εάν η μέση τιμή της ισούται με την πραγματική της τιμή, δηλαδή $E[\hat{\theta}] = \tilde{\theta}$.
- Στις εκτιμήτριες μέγιστης πιθανοφάνειας η αμεροληψία ισχύει μόνο ασυμπτωτικά. Δηλαδή

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[\hat{\theta}] = \tilde{\theta}.$$

2. Ασυμπτωτική αποτελεσματικότητα

- Το *φράγμα Cramer-Rao (Cramer-Rao bound)* είναι [58] ένα κάτω φράγμα για την διασπορά των εκτιμητριών μίας παραμέτρου. Δηλαδή η διασπορά οποιασδήποτε αμερόληπτης εκτιμήτριας δεν μπορεί να λάβει μικρότερη τιμή από το φράγμα αυτό.
- Μία εκτιμήτρια ονομάζεται *αποτελεσματική (efficient)* εάν η διασπορά της ικανοποιεί το φράγμα Cramer-Rao.
- Στις εκτιμήτριες μέγιστης πιθανοφάνειας η αποτελεσματικότητα ισχύει μόνο ασυμπτωτικά.

3. Ασυμπτωτική συνέπεια

- Μία εκτιμήτρια ονομάζεται *συνεπής (consistent)* [57] εάν καθώς ο αριθμός των δεδομένων αυξάνει αυθαίρετα, η ακολουθία των εκτιμήσεων συγκλίνει ως προς την πιθανότητα στην πραγματική τιμή $\tilde{\theta}$.
- Στις εκτιμήτριες μέγιστης πιθανοφάνειας η συνέπεια είναι ασυμπτωτική, δηλαδή ισχύει ότι

$$\forall \varepsilon > 0, \lim_{N \rightarrow \infty} \left(P \left\{ \|\hat{\theta} - \tilde{\theta}\| < \varepsilon \right\} \right) = 1.$$

4. Ασυμπτωτική προσέγγιση της Gaussian

- Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της εκτιμήτριας μέγιστης πιθανοφάνειας προσεγγίζει τη Γκαουσιανή κατανομή με μέση τιμή $\tilde{\theta}$ καθώς αυξάνεται ο αριθμός των δειγμάτων.

3.6.3.2 Μέθοδος μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας (Maximum a posteriori)

Το σενάριο μέσα από το οποίο θα μελετήσουμε τη μέθοδο μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας (*maximum a posteriori*) περιέχει τα εξής: [49]

- Έστω $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ τυχαία δείγματα από συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $P(x; \theta)$ όπου θ μία τυχαία μεταβλητή (αυτή είναι μία σημαντική διαφορά με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας, όπου εκεί το θ είναι άγνωστη αλλά σταθερή παράμετρος).
- Τα τυχαία δείγματα είναι στατιστικώς ανεξάρτητα.

Αυτό που θέλουμε να βρούμε είναι να εκτιμήσουμε την τιμή της παραμέτρου θ δεδομένου του συνόλου δειγμάτων που παρατηρήσαμε. Επειδή η παράμετρος θ είναι τυχαία μεταβλητή στην ουσία θέλουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του θ δεδομένου του συνόλου των δειγμάτων, δηλαδή την $P(\theta|X)$.

Από τον κανόνα του Bayes λαμβάνουμε

$$P(\theta|X) = \frac{P(X|\theta) \cdot P(\theta)}{P(X)}.$$

Η μέθοδος μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας εκτιμάει την παράμετρο θ έτσι ώστε η συνάρτηση $P(\theta|X)$ να γίνεται μέγιστη, δηλαδή

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} P(\theta|X) = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} P(X|\theta) \cdot P(\theta).$$

Αναγκαία συνθήκη για να ισχύει η προηγούμενη σχέση είναι η

$$\frac{\partial P(\theta|X)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} = 0.$$

Η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας είναι ειδική περίπτωση της παραπάνω μεθόδου. Στη μέθοδο μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας υπεισέρχεται η συνάρτηση $P(\theta)$. Εάν η συνάρτηση $P(\theta)$ ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή, τότε οι δύο μέθοδοι ταυτίζονται.

3.6.4 Μάθηση κατα Bayes

Εδώ θα επιχειρήσουμε μία πιο αναλυτική και αυστηρή περιγραφή της μάθησης και της εξαγωγής συμπερασμάτων κατα Bayes. Αρχικά θα ορίσουμε τις μεταβλητές και τις παραμέτρους που θα χρησιμοποιήσουμε και θα αναφέρουμε τις υποθέσεις πάνω στις οποίες θα βασιστούμε.

Ορισμοί

- x : ένα διάνυσμα χαρακτηριστικών.
- θ : τα διανύσματα παραμέτρων της κατανομής πιθανότητας των δεδομένων, δηλαδή $x \sim P(x|\theta)$.
- $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ τα διανύσματα χαρακτηριστικών που παρατηρήσαμε.

Υποθέσεις [18]

- Η μορφή της κατανομής πυκνότητας πιθανότητας $P(x|\theta)$ είναι γνωστή.
- Η ακριβής τιμή της παραμέτρου θ δεν είναι γνωστή.
- Γνωρίζουμε την εκ των προτέρων κατανομή πυκνότητας πιθανότητας της παραμέτρου θ , δηλαδή την $P(\theta)$. Η κατανομή αυτή αντικατοπτρίζει την αρχική γνώση για την παράμετρο θ .
- Μας δίνονται N δείγματα χαρακτηριστικών $x_1, x_2, \dots, x_N$ τα οποία είναι ανεξάρτητα και προκύπτουν από την άγνωστη κατανομή πιθανότητας $P(x)$.

Στόχος είναι να υπολογίσουμε την εκ των υστέρων πυκνότητα πιθανότητας $P(x|X)$, γιατί αυτή μας δίνει την πληροφορία που θέλουμε. Δηλαδή μας δίνει την κατανομή πιθανότητας όλων των ενδεχομένων δεδομένου των παρατηρήσεων μας.

Για αυτήν ισχύει ότι $P(x|X) = \int P(x|\theta)P(\theta|X)d\theta$.

Γνωρίζουμε την κατανομή πιθανότητας $P(x|\theta)$ αλλά όχι την $P(\theta|X)$.

Από τον κανόνα του Bayes λαμβάνουμε

$$p(\theta|X) = \frac{P(X|\theta) \cdot P(\theta)}{P(X)} = \frac{P(X|\theta) \cdot P(\theta)}{\int P(X|\theta) \cdot P(\theta) d\theta}.$$

Η εκ των προτέρων κατανομή πιθανότητας $P(\theta)$ είναι γνωστή. Αρα αναζητούμε την κατανομή $P(X|\theta)$. Επειδή τα δείγματα είναι ανεξάρτητα ισχύει ότι

$$P(X|\theta) = \prod_{i=1}^N P(x_i|\theta).$$

Πλέον γνωρίζουμε αρκετά ώστε να προσδιορίσουμε την κατανομή $P(x|X)$.

3.6.5 Δίκτυα Bayes(Bayes networks)

Θεωρούμε ότι έχουμε ένα πλήθος συσχετιζόμενων μεταβλητών και θέλουμε να αναπαραστήσουμε με συμπαγή και κομψό τρόπο τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $P(X)$. Στη γενική περίπτωση η σ.π.π των μεταβλητών εκφράζεται μέσω του κανόνα της αλυσίδας (*chain rule*) ως εξής:

Theorem 3.6.2. Κανόνας της αλυσίδας (*Chain Rule*) [49]

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) \cdot P(x_{n-1}|x_1, x_2, \dots, x_{n-2}) \cdot \dots \cdot P(x_2|x_1) \cdot P(x_1)$$

Στο τύπο αυτό περιλαμβάνονται όλες οι δυνατές συσχετίσεις. Υπάρχει όμως περίπτωση μερικές από τις δυνατές συσχετίσεις να μην ισχύουν. Με άλλα λόγια να υπάρχει κάποια συνθήκη ανεξαρτησίας μεταξύ κάποιων μεταβλητών. Προτού προχωρήσουμε παρακάτω θα ορίσουμε την έννοια της υπο συνθήκη ανεξαρτησίας.

Έστω X, Y και Z τρεις τυχαίες μεταβλητές. Οι X και Y είναι ανεξάρτητες δεδομένου του Z [38] εάν και μόνο εάν η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των X και Y δεδομένου του Z ισούται με το γινόμενο των δύο περιθωριακών υπο συνθήκη κατανομών πιθανότητας. Δηλαδή ισχύει το παρακάτω.

Definition 3.6.1. Υπό συνθήκη ανεξαρτησία(Conditional Independence) [38]

$X \perp Y|Z \iff P(X,Y|Z) = P(X|Z) \cdot P(Y|Z)$, όπου το σύμβολο $\perp$ εκφράζει την ανεξαρτησία.

Εαν επιβάλλουμε μερικές συνθήκες ανεξαρτησίας ο κανόνας της αλυσίδας γράφεται στη μορφή [49]

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(x_1) \cdot \prod_{i=2}^N P(x_i|D_i), \text{ όπου } D_i \subseteq \{x_1, x_2, \dots, x_{i-1}\}.$$

Για να περιγράψουμε κομψά και με συμπαγή τρόπο τέτοιες συσχετίσεις χρησιμοποιούμε γραφικά μοντέλα.

Definition 3.6.2. Γραφικά μοντέλα(Graphical models) [38]

Ένα γραφικό μοντέλο (*graphical model*) είναι ένας γραφικός τρόπος αναπαράστασης μίας από κοινού συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας στην οποία επιβάλλουμε σχέσεις ανεξαρτησίας υπό συνθήκη.Επιπλέον έχουμε ότι

- Οι κόμβοι του γραφικού μοντέλου αναπαριστούν τυχαίες μεταβλητές.Οι ακμές εκφράζουν σχέσεις εξάρτησης, ενώ η έλλειψη αυτών απεικονίζει σχέσεις ανεξαρτησίας.
- Τα γραφικά μοντέλα χωρίζονται σε κατευθυνόμενα (*directed*) και σε μη κατευθυνόμενα (*undirected*).Προφανώς η διάκριση αυτή προκύπτει από τη κατευθυντικότητα ή μη των ακμών του γράφου του αντίστοιχου γραφικού μοντέλου.

Definition 3.6.3. Δίκτυα Bayes(Bayesian Networks) [49]

Ένα δίκτυο Bayes (*Bayesian Network*) είναι ένα κατευθυνόμενο ακυκλικό γράφημα του οποίου οι κόμβοι αντιστοιχούν σε τυχαίες μεταβλητές.Σε κάθε κόμβο x_i αντιστοιχεί ένα σύνολο από υπό συνθήκη πιθανότητες $P(x_i|D_i)$, όπου D_i το σύνολο των γονέων του κόμβου x_i στον γράφο.

Στόχος ενός τέτοιου δικτύου είναι η πιθανοτική εξαγωγή συμπερασμάτων (*Probabilistic Inference*) [49] με αποδοτικό τρόπο.Στα πλαίσια αυτών των δικτύων συμπεράσμα εννοούμε την πιθανότητα ενός συνόλου μεταβλητών δεδομένου των τιμών ενός υποσυνόλου των υπόλοιπων τυχαίων μεταβλητών, οι οποίες έχουν τον ρόλο των στοιχείων (όπως τα ορίσαμε στην μάθηση κατα Bayes).Η δομή ενός δικτύου είναι τέτοια που επιτρέπει τον αποδοτικό υπολογισμό τέτοιων πιθανοτήτων.Συγκεκριμένα η δομή του δικτύου περιλαμβάνει, εκτός φυσικά από τα στοιχεία του γράφου (κόμβοι και ακμές) τα εξής: [49]

- Την υπο συνθήκη πιθανότητα κάθε κόμβου που δεν είναι ρίζα δεδομένου των τιμών των κόμβων-γονέων αυτού.
- Την περιθωριακή πιθανότητα των κόμβων που είναι ρίζες.

Ένα δίκτυο Bayes χαρακτηρίζεται από την από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας όλων των μεταβλητών του.Με κατάλληλη επεξεργασία αυτής της συνάρτησης

μπορούμε να εξάγουμε την περιθωριακή κατανομή κάθε μεταβλητής. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να εκτελέσουμε οποιαδήποτε λειτουργία συμπερασμού.

Η *μάθηση ενός δικτύου Bayes* αφορά τον προσδιορισμό της τοπολογίας του γράφου και των παραμέτρων που το περιγράφουν (υπό συνθήκη κατανομές πιθανότητας). Η διαδικασία της μάθησης βασίζεται σε δεδομένα εκπαίδευσης καθώς και σε πληροφορίες που υπάρχουν εκ των προτέρων. Ανάλογα με την γνώση μας για την δομή του γράφου και την παρατηρησιμότητα των κόμβων και των δεδομένων του διακρίνουμε τέσσερα σενάρια μάθησης. Στο παρακάτω πίνακα καταγράφουμε τα τέσσερα διαφορετικά σενάρια καθώς και τους αλγορίθμους που ενδείκνυνται για κάθε περίπτωση. [9]

Δομή ΔΒ	Παρατηρησιμότητα παραμέτρων	Αλγόριθμος
Γνωστή	Πλήρης	Εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας
Γνωστή	Μερική	Αλγόριθμος EM
Αγνωστή	Πλήρης	Αναζήτηση στον χώρο του μοντέλου
Αγνωστή	Μερική	EM και αναζήτηση στον χώρο του μοντέλου

3.7 Μοντέλα Markov (Markov Models)

Ένα *μοντέλο Markov (Markov model)* είναι [61] ένα στοχαστικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει συστήματα που αλλάζουν με τυχαίο τρόπο. Χαρακτηριστικό αυτών είναι ότι η παρούσα κατάσταση εξαρτάται μόνο από την προηγούμενη (ιδιότητα Markov). Βέβαια υπάρχουν μοντέλα στα οποία η παρούσα κατάσταση εξαρτάται από περισσότερες από μία προηγούμενες καταστάσεις και τότε θεωρούμε ότι αυξάνεται η τάξη του μοντέλου. Τα μοντέλα Markov διακρίνονται σε τέσσερις κατηγορίες, όπως συνοψίζεται στους πίνακες 3.4 και 3.5. Η διάκριση γίνεται με κριτήρια την παρατηρησιμότητα ή όχι των καταστάσεων και το κατά πόσο οι μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων είναι αυτόνομες ή ελεγχόμενες. Για λόγους πληρότητας θα αναφερθούμε και στα τέσσερα μοντέλα, αλλά έμφαση θα δοθεί στα κρυφά μοντέλα Markov.

Figure 3.4: Μοντέλα Markov με καταστάσεις πλήρως παρατηρήσιμες [61]

	Καταστάσεις πλήρως παρατηρήσιμες
Σύστημα αυτόνομο	Αλυσίδες Markov
Σύστημα ελεγχόμενο	Διαδικασίες απόφασης Markov

1. Αλυσίδες Markov (Markov Chains-MC)

Μια αλυσίδα *Markov* είναι μία τυχαία διαδικασία που υφίσταται μετάβαση από μία κατάσταση σε μία άλλη ενός χώρου καταστάσεων. Μία χαρακτηριστική ιδιότητα είναι ότι η πιθανότητα μετάβασης στην επόμενη κατάσταση εξαρτάται μόνο από την προηγούμενη κατάσταση. Αυτή η ιδιότητα ονομάζεται *ιδιότητα Markov*. Προχωρώντας σε ένα μαθηματικό ορισμό έχουμε τα εξής:

Figure 3.5: Μοντέλα Markov με καταστάσεις μερικώς παρατηρήσιμες [61]

	Καταστάσεις μερικώς παρατηρήσιμες
Σύστημα αυτόνομο	Κρυφά Μοντέλα Markov
Σύστημα ελεγχόμενο	Μερικώς παρατηρήσιμες διαδικασίες απόφασης Markov

Definition 3.7.1. Αλυσίδα Markov (Markov Chain) [26]

Μια αλυσίδα Markov αποτελείται από τα εξής:

- Ένα αριθμήσιμο σύνολο $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$, N καταστάσεων που αποτελεί το χώρο καταστάσεων.
- Ένα πίνακα μεταβάσεων $A (N \times N)$ με στοιχεία τις πιθανότητες μετάβασης μεταξύ των καταστάσεων, δηλαδή³ $a_{ij} = P(x_n = s_j | x_{n-1} = s_i)$. Για τα στοιχεία του πίνακα ισχύει $a_{ij} \geq 0$ και $\sum_{j=1}^N a_{ij} = 1, \forall i$.

Μία αλυσίδα Markov είναι μία αλληλουχία τυχαίων μεταβλητών $\{X_i\}$ που λαμβάνουν τιμές από το χώρο καταστάσεων και ικανοποιούν την ιδιότητα Markov. Δηλαδή ισχύει ότι

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n),$$

για κάθε n και για όλες τις πιθανές ακολουθίες καταστάσεων, δεδομένου ότι ορίζονται οι πιθανότητες $P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) > 0$.

Συνεπώς η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ακολουθίας καταστάσεων είναι

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = P(X_1) \cdot \prod_{i=2}^n P(X_i | X_{i-1}).$$

Αν και είπαμε ότι για τις αλυσίδες Markov ισχύει η ιδιότητα Markov μπορούμε να χαλαρώσουμε λίγο αυτό τον περιορισμό και να ορίσουμε αλυσίδες Markov μεγαλύτερης τάξεως.

Definition 3.7.2. Αλυσίδα Markov 2ης τάξης [26]

Έχουμε την ίδια δομή με την αλυσίδα Markov 1ης τάξης.

Μία αλυσίδα Markov 2ης τάξης είναι μία αλληλουχία τυχαίων μεταβλητών $\{X_i\}$ που λαμβάνουν τιμές από το χώρο καταστάσεων και ικανοποιούν την εξής ιδιότητα:

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n, X_{n-1} = x_{n-1}),$$

³Η τυχαία μεταβλητή x_n αφορά την κατάσταση της αλυσίδας Markov τη στιγμή n και οι δυνατές τιμές της λαμβάνονται από το σύνολο S .

για κάθε n και για όλες τις πιθανές ακολουθίες καταστάσεων, δεδομένου ότι ορίζονται οι πιθανότητες $P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) > 0$.

Ομοίως ορίζονται και οι αλυσίδες Markov υψηλότερης τάξης.

Στις εικόνες 3.6 και 3.7 απεικονίζονται αλυσίδες Markov 1ης και 2ης τάξης αντίστοιχα.

Figure 3.6: Αλυσίδα Markov 1ης τάξης [38]

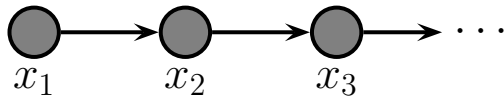
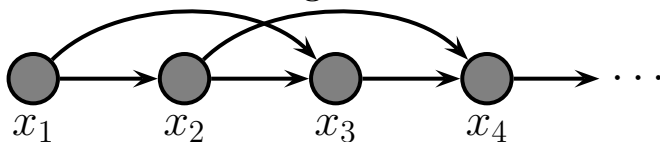


Figure 3.7: Αλυσίδα Markov 2ης τάξης [38]



2. Κρυφά Μοντέλα Markov (Hidden Markov Models-HMM)

Τα κρυφά μοντέλα Markov αποτελούνται από μια αλυσίδα Markov με κρυφές καταστάσεις και ένα μοντέλο καταστάσεων που είναι ορατό.

Definition 3.7.3. Κρυφά μοντέλα Markov [11]

Ενα κρυφό μοντέλο Markov $\lambda = (A, B, S, \pi)$ αποτελείται από τα εξής:

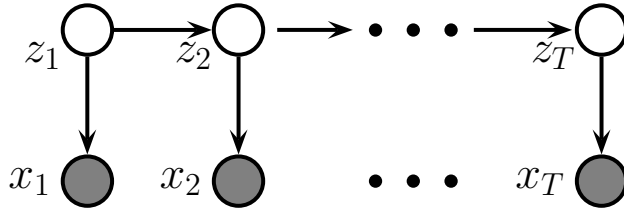
- Ένα αριθμήσιμο σύνολο $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$, N καταστάσεων που αποτελεί το χώρο καταστάσεων.
- Ένα πίνακα μεταβάσεων A ($N \times N$) με στοιχεία τις πιθανότητες μετάβασης μεταξύ των καταστάσεων, δηλαδή⁴ $a_{ij} = P(z_n = s_j | z_{n-1} = s_i)$. Για τα στοιχεία του πίνακα ισχύει $a_{ij} \geq 0$ και $\sum_{j=1}^N a_{ij} = 1, \forall i$.
- Τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας B των παρατηρήσεων, δηλαδή την $P(x_n | z_n)$, όπου x_n η παρατήρηση και z_n η τυχαία μεταβλητή που περιέχει την κρυφή κατάσταση. Περιγράφει την κατανομή των παρατηρήσεων που εκπέμπεται από την κατάσταση z_n . Θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις λαμβάνουν συνεχείς τιμές.
- Το διάνυσμα πιθανοτήτων αρχικών καταστάσεων π , για το οποίο ισχύει ότι $\pi_i = P(z_1 = s_i), i = 1, \dots, N$.

⁴Η τυχαία μεταβλητή z_n αφορά την κρυφή κατάσταση του HMM τη στιγμή n και οι δυνατές τιμές της λαμβάνονται από το σύνολο S .

Το σύνολο των κρυφών καταστάσεων αποτελεί μία αλυσίδα Markov, το οποίο σημαίνει ότι ικανοποιεί την ιδιότητα Markov.

Στην εικόνα 3.8 απεικονίζεται ένα κρυφό μοντέλο Markov, ενώ περισσότερα για αυτά δίνονται παρακάτω.

Figure 3.8: Κρυφό μοντέλο Markov [38]



3. Διαδικασίες απόφασης Markov (Markov Decision Process-MDP)

Οι διαδικασίες απόφασης Markov [41] χρησιμοποιούνται για μοντελοποίηση σεναρίων λήψης αποφάσεων (*decision making*) ή ακολουθιακής σχεδίασης (*sequential planning*) σε στοχαστικά περιβάλλοντα, όπου το αποτέλεσμα καθορίζεται μερικώς από τις αποφάσεις του πράκτορα και μερικώς από άλλους τυχαίους παράγοντες. Το αποτέλεσμα (δηλαδή η έξοδος) προκύπτει από μία συνάρτηση κατανομής πιθανότητας που εξαρτάται από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται η διαδικασία και την ενέργεια του πράκτορα.

Συγκεκριμένα κάθε χρονική στιγμή η διαδικασία βρίσκεται σε μία κατάσταση s και ο πράκτορας επιλέγει μία ενέργεια a από ένα σύνολο δυνατών ενεργειών (της συγκεκριμένης κατάστασης). Η MDP θα κινηθεί τυχαία σε νέα κατάσταση s' και ο πράκτορας θα αποκτήσει κάποια ανταμοιβή (*reward*)⁵ $R_a(s, s')$. Η πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση s στην s' , $P_a(s, s')$, εξαρτάται από την ενέργεια του πράκτορα. Στη συνέχεια δίνουμε τον επίσημο ορισμό μίας MDP.

Definition 3.7.4. Διαδικασίες απόφασης Markov (Markov Decision Process) [62]

Μία διαδικασία απόφασης Markov είναι μία πεντάδα $(S, A, P(\cdot, \cdot), R(\cdot, \cdot), \gamma)$, όπου

- S ένα πεπερασμένο σύνολο N καταστάσεων, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$.
- A ένα πεπερασμένο σύνολο K ενεργειών $A = \{a_1, a_2, \dots, a_K\}$.
- $P_a(s_i, s_j) = P(x_{n+1} = s_j \mid x_n = s_i, a_n = a)$ η πιθανότητα εκτελώντας την ενέργεια a , ενώ βρισκόμαστε στην κατάσταση s_i τη χρονική στιγμή n , να οδηγηθούμε στην κατάσταση s_j τη χρονική στιγμή $n+1$. Σημειώνουμε ότι για τις πιθανότητες μετάβασης ισχύει η ιδιότητα Markov. ($i, j = 1, \dots, N$, $a \in A$)

⁵Η ανταμοιβή μπορεί να είναι και αρνητική, παρότι το όνομα παραπέμπει σε κάτι θετικό

- $R_a(s_i, s_j)$ είναι η ανταμοιβή του πράκτορα μετά την μετάβαση από την κατάσταση s_i στην s_j , εκτελώντας την ενέργεια a . ($i, j = 1, \dots, N$, $a \in A$)
- $\gamma \in [0, 1]$ είναι ο παράγοντας έκπτωσης (discount factor) που αντικατοπτρίζει τη διαφορετική σημασία των τωρινών ανταμοιβών από τις μελλοντικές.

Το κεντρικό πρόβλημα των MDP είναι ο προσδιορισμός της βέλτιστης πολιτικής. Η πολιτική (*policy*) καθορίζει τις ενέργειες του πράκτορα για κάθε κατάσταση έτσι ώστε μακροπρόθεσμα να επιτευχθεί ο επιθυμητός στόχος (π.χ οι ανταμοιβές να γίνουν μέγιστες).

4. Μερικώς παρατηρήσιμες διαδικασίες απόφασης Markov (Partially Observable Markov Decision Process-POMDP)

Μία μερικώς παρατηρήσιμη διαδικασία απόφασης Markov είναι μία γενίκευση των διαδικασιών απόφασης Markov που χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση στοχαστικών περιβάλλοντων στο οποίο δραστηριοποιείται κάποιος πράκτορας. Ο πράκτορας αυτός λαμβάνει αποφάσεις σε ένα περιβάλλον που εξελίσσεται βάσει μιας MDP χωρίς όμως να μπορεί να παρατηρήσει την κατάσταση στην οποία βρίσκεται.

Definition 3.7.5. Μερικώς παρατηρήσιμη διαδικασία απόφασης Markov (Partially Observable Markov Decision Process) [63]

Αποτελείται από μία επτάδα $(S, A, P(\cdot, \cdot), R(\cdot, \cdot), \Omega, O, \gamma)$, όπου

- S ένα πεπερασμένο σύνολο N καταστάσεων, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$.
- A ένα πεπερασμένο σύνολο K ενεργειών $A = \{a_1, a_2, \dots, a_K\}$.
- $P_a(s_i, s_j) = P(z_{n+1} = s_i \mid z_n = s_j, a_n = a)$ η πιθανότητα εκτελώντας την ενέργεια a , ενώ βρισκόμαστε στην κατάσταση s_i τη χρονική στιγμή n , να οδηγηθούμε στην κατάσταση s_j τη χρονική στιγμή $n+1$. Σημειώνουμε ότι για τις πιθανότητες μετάβασης ισχύει η ιδιότητα Markov. ($i, j = 1, \dots, N$, $a \in A$)
- $R_a(s_i, s_j)$ είναι η ανταμοιβή του πράκτορα μετά την μετάβαση από την κατάσταση s_i στην s_j , εκτελώντας την ενέργεια a . ($i, j = 1, \dots, N$, $a \in A$)
- Ω το σύνολο των L δυνατών παρατηρήσεων $\Omega = \{o_1, o_2, \dots, o_L\}$.
- O το σύνολο των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των παρατηρήσεων δεδομένης της κατάστασης, δηλαδή των $p(o|s_i)$. Περιγράφει την κατανομή των παρατηρήσεων που εκπέμπεται από την κατάσταση s_i . ($i = 1, \dots, N$)
- $\gamma \in [0, 1]$ είναι ο παράγοντας έκπτωσης (discount factor) που αντικατοπτρίζει τη διαφορετική σημασία των τωρινών ανταμοιβών από τις μελλοντικές.

3.7.1 Κρυφά Μοντέλα Markov (Hidden Markov Models)

Στο κομμάτι αυτό θα προχωρήσουμε λίγο τη μελέτη των HMM. Θα αναφερθούμε στα προβλήματα που λύνουν, τις λειτουργίες τους και τους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται.

Προβλήματα των HMM [41]

Θεωρούμε ότι υπάρχει ένα HMM $\lambda = (A, B, S, \pi)$ και έστω $O = o_1 o_2 \dots o_n$ μία ακολουθία παρατηρήσεων.

1. Αποτίμηση (Evaluation)

- Γνωρίζουμε το μοντέλο λ και το σύνολο των παρατηρήσεων O .
- Θέλουμε την πιθανότητα με την οποία προκύπτουν οι παρατηρήσεις μας για το μοντέλο που χρησιμοποιούμε, δηλαδή $p(O|\lambda)$.
- Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για αποτίμηση είναι ο forward, ο backward και ο forward-backward.

2. Αποκωδικοποίηση (Decoding)

- Γνωρίζουμε το μοντέλο λ και το σύνολο των παρατηρήσεων O .
- Θέλουμε την πιο πιθανή ακολουθία των κρυφών καταστάσεων του μοντέλου που οδηγεί στις παρατηρήσεις μας (δηλαδή θέλουμε μια ακολουθία $Z = z_1 z_2 \dots z_n$).
- Το πρόβλημα αυτό λύνει ο αλγόριθμος Viterbi.

3. Μάθηση (Learning)

- Γνωρίζουμε το σύνολο των παρατηρήσεων O .
- Αναζητούμε το μοντέλο λ που εξηγεί καλύτερα το σύνολο των παρατηρήσεων O .
- Για το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος Baum-Welch.

Λειτουργίες συμπερασμού των HMM (Inference tasks of HMMs) [41]

Έστω ότι διαθέτουμε ένα σύνολο παρατηρήσεων $O = o_1 o_2 \dots o_n$. Μπορούμε να εκτελέσουμε τέσσερις βασικές λειτουργίες συμπερασμού.

• Φιλτράρισμα (Filtering)

- Υπολογισμός της πυκνότητας πιθανότητας της τρέχουσας καταστασης, δεδομένου του συνόλου των παρατηρήσεων μέχρι εκείνη τη στιγμή.
- Δηλαδή $p(z_n | o_1 o_2 \dots o_n)$.

• Εξομάλυνση (Smoothing)

- Υπολογισμός της πυκνότητας πιθανότητας μιας παλαιάς καταστασης, δεδομένου του συνόλου των παρατηρήσεων μέχρι εκείνη τη στιγμή.
- Δηλαδή $p(z_k | o_1 o_2 \dots o_n)$, όπου $0 \leq k \leq n - 1$.

• Πρόβλεψη (Prediction)

- Υπολογισμός της πυκνότητας πιθανότητας μιας μελλοντικής καταστάσης, δεδομένου του συνόλου των παρατηρήσεων μέχρι την τρέχουσα στιγμή.
- Δηλαδή $p(z_{n+1}|o_1o_2 \dots o_n)$.

Αλγόριθμοι HMM

1. Αλγόριθμος Forward-backward [11]

Ο αλγόριθμος forward-backward υπολογίζει την υπο συνθήκη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κάποιας κρυφής κατάστασης δεδομένης της ακολουθίας παρατηρήσεων.

Έστω ένα σύνολο παρατηρήσεων $O = o_1o_2 \dots o_N$ και η ακολουθία των κρυφών καταστάσεων $Z = z_1z_2 \dots z_N$.

Για την παρουσίαση του αλγορίθμου αυτού ορίζουμε τις παρακάτω ποσότητες, ενώ αργότερα θα αναδειχθεί η σημασία τους.

$$\alpha(z_n) = P(o_1, o_2, \dots, o_n, z_n)$$

$$\beta(z_n) = P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N | z_n)$$

$$\gamma(z_n) = P(z_n | O) = \frac{P(O|z_n)P(z_n)}{P(O)}$$

$$\xi(z_{n-1}, z_n) = P(z_{n-1}, z_n | O)$$

Θέλουμε να προσδιορίσουμε την κατανομή $P(z_n | O)$, δηλαδή την κατανομή πιθανότητας της κατάστασης z_n δεδομένης της ακολουθίας των παρατηρήσεων O . Προτού προχωρήσουμε όμως στην ανάλυση των παραπάνω θα ορίσουμε μερικές σχέσεις οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια (όχι απαραίτητα στη συγκεκριμένη μορφή με την οποία δίνονται παρακάτω). [11]

- $P(O|z_n) = P(o_1, o_2, \dots, o_n | z_n) \cdot P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N | z_n)$.
- $P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N | z_n, z_{n+1}) = P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N | z_{n+1})$.

Αναλύοντας την κατανομή $\gamma(z_n)$ λαμβάνουμε

$$\gamma(z_n) = P(z_n | O) = \frac{P(O|z_n)P(z_n)}{P(O)} = \frac{P(o_1, o_2, \dots, o_n, z_n) \cdot P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N | z_n)}{P(O)} \Rightarrow$$

$$\gamma(z_n) = \frac{\alpha(z_n) \cdot \beta(z_n)}{P(O)}.$$

Είναι προφανές από παραπάνω ότι για το προσδιορισμό της κατανομής $\gamma(z_n)$ είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός των ποσοτήτων $\alpha(z_n)$ και $\beta(z_n)$.

Η ποσότητα $\alpha(z_n)$ ορίζεται ως η από κοινού κατανομή πιθανότητας των παρατηρήσεων έως τη στιγμή n και της κρυφής κατάστασης την ίδια στιγμή. Συνεχίζοντας θα αναλύσουμε τον ορισμό της [11]

$$\alpha(z_n) = P(o_1, o_2, \dots, o_n, z_n) = P(o_1, o_2, \dots, o_n | z_n) p(z_n) \Rightarrow$$

$$\alpha(z_n) = P(o_1, o_2, \dots, o_{n-1} | z_n) P(o_n | z_n) P(z_n) \Rightarrow$$

$$\alpha(z_n) = P(o_1, o_2, \dots, o_{n-1}, z_n) P(o_n | z_n) \Rightarrow$$

$$\alpha(z_n) = P(o_n | z_n) \sum_{z_{n-1}} P(o_1, o_2, \dots, o_{n-1}, z_{n-1}, z_n) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
\alpha(z_n) &= P(o_n|z_n) \sum_{z_{n-1}} P(o_1, o_2, \dots, o_{n-1}, z_n|z_{n-1})P(z_{n-1}) \Rightarrow \\
\alpha(z_n) &= P(o_n|z_n) \sum_{z_{n-1}} P(o_1, o_2, \dots, o_{n-1}|z_{n-1})P(z_n|z_{n-1})P(z_{n-1}) \Rightarrow \\
\alpha(z_n) &= P(o_n|z_n) \sum_{z_{n-1}} P(o_1, o_2, \dots, o_{n-1}, z_{n-1})P(z_n|z_{n-1}) \Rightarrow \\
\alpha(z_n) &= P(o_n|z_n) \sum_{z_{n-1}} a(z_{n-1})P(z_n|z_{n-1}).
\end{aligned}$$

Για τον προσδιορισμό της παραπάνω σχέσης χρειαζόμαστε την τιμή $\alpha(z_1)$. Αυτή ορίζεται ως [11]

$$\alpha(z_1) = P(o_1, z_n) = P(z_1) \cdot P(o_1|z_1) = \prod_{i=1}^N [\pi_i \cdot P(o_i|z_1 = s_i)].$$

Παρατηρούμε ότι για τον προσδιορισμό της ποσότητας $\alpha(z_n)$ υπολογίζουμε ακολουθιακά τις ποσότητες $\alpha(z_1), \alpha(z_2), \dots, \alpha(z_{n-1})$. Ο αλγόριθμος που υπολογίζει αυτή τη ποσότητα ονομάζεται αλγόριθμος forwards και η ποσότητα $\alpha(z_n)$ ονομάζεται forward πιθανότητα.

Η ποσότητα $\beta(z_n)$ ορίζεται ως η υπό συνθήκη κατανομή πιθανότητας των παρατηρήσεων από τη στιγμή $n+1$ έως τη στιγμή N , δεδομένης της κρυφής κατάστασης την στιγμή n . Συνεχίζοντας θα αναλύσουμε τον ορισμό της [11]

$$\begin{aligned}
\beta(z_n) &= P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N|z_n) \Rightarrow \\
\beta(z_n) &= \sum_{z_{n+1}} P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N, z_{n+1}|z_n) \Rightarrow \\
\beta(z_n) &= \sum_{z_{n+1}} P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N|z_n, z_{n+1})P(z_{n+1}|z_n) \Rightarrow \\
\beta(z_n) &= \sum_{z_{n+1}} P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N|z_{n+1})P(z_{n+1}|z_n) \Rightarrow \\
\beta(z_n) &= \sum_{z_{n+1}} P(o_{n+2}, o_{n+3}, \dots, o_N|z_{n+1})P(z_{n+1}|z_n)P(o_{n+1}|z_{n+1}) \Rightarrow \\
\beta(z_n) &= \sum_{z_{n+1}} \beta(z_{n+1})P(o_{n+1}|z_{n+1})P(z_{n+1}|z_n).
\end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι για τον προσδιορισμό της ποσότητας $\beta(z_n)$ υπολογίζουμε ακολουθιακά τις ποσότητες $\beta(z_N), \beta(z_{N-1}), \dots, \beta(z_{n+1})$. Ο αλγόριθμος που υπολογίζει αυτή τη ποσότητα ονομάζεται αλγόριθμος backwards και η ποσότητα $\beta(z_n)$ ονομάζεται backward πιθανότητα.

Πλέον μπορούμε να υπολογίσουμε την ποσότητα $\gamma(z_n)$.

Επιπλέον θα προσδιορίσουμε την ποσότητα $\xi(z_{n-1}, z_n)$, η οποία είναι απαραίτητη για ένα άλλο αλγόριθμο που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο forward-backward. [11]

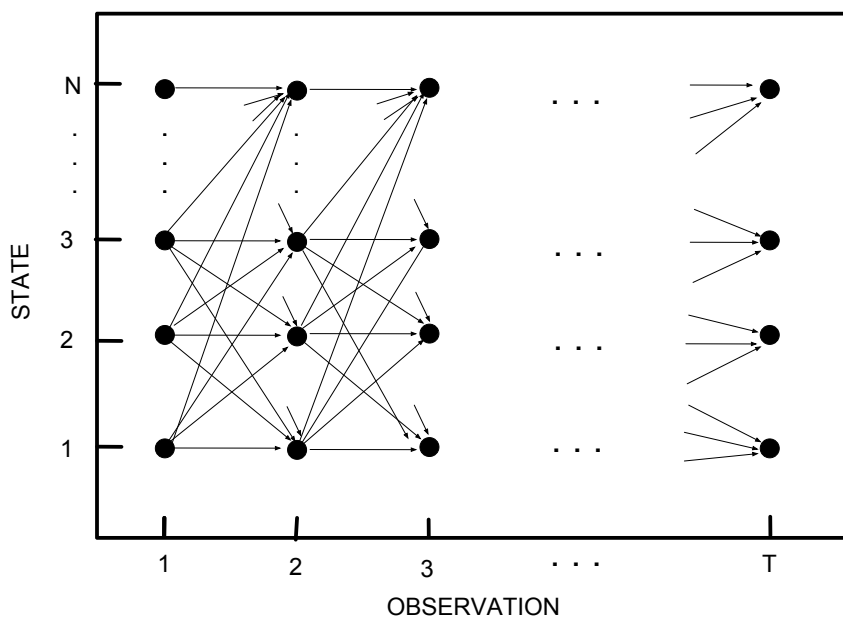
$$\begin{aligned}
\xi(z_{n-1}, z_n) &= P(z_{n-1}, z_n|O) = \frac{P(O|z_{n-1}, z_n)P(z_{n-1}, z_n)}{P(O)} \Rightarrow \\
\xi(z_{n-1}, z_n) &= \frac{P(o_1, o_2, \dots, o_{n-1}|z_{n-1})P(o_n|z_n)P(o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_N|z_n)P(z_n|z_{n-1})P(z_{n-1})}{P(O)} \Rightarrow \\
\xi(z_{n-1}, z_n) &= \frac{\alpha(z_{n-1})P(o_n|z_n)P(z_n|z_{n-1})\beta(z_n)}{P(O)}.
\end{aligned}$$

2. Αλγόριθμος Viterbi [49]

Ο αλγόριθμος *Viterbi* (*Viterbi algorithm*) είναι ένας αλγόριθμος δυναμικού προγραμματισμού που βρίσκει την πιο πιθανή ακολουθία κρυφών καταστάσεων ενός HMM που έχουν ως αποτέλεσμα μία ακολουθία παρατηρήσεων. Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιείται εκτός από τα HMM και σε άλλες εφαρμογές, όπως είναι η αποκωδικοποίηση (σε κώδικες διόρθωσης λαθών). Η περιγραφή θα βασιστεί στο [49].

Για την παρουσίαση του αλγορίθμου Viterbi θα χρησιμοποιήσουμε διαγράμματα πλέγματος (*trellis diagram*). Ένα διάγραμμα πλέγματος αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων, όπως φαίνεται στην εικόνα 3.9. Σε κάθε στήλη απεικονίζονται όλες οι δυνατές καταστάσεις των HMM. Επιπλέον κάθε στήλη αντιστοιχεί σε διαφορετική χρονική στιγμή. Αν και δεν απεικονίζεται ξεκάθαρα ανάμεσα σε κάθε ζεύγος καταστάσεων διαδοχικών στιγμών ορίζεται μία ακμή με βάρος. Το βάρος αυτό ισούται με τη πιθανότητα μετάβασης από τη μία κατάσταση στην άλλη. Σημειώνουμε επίσης ότι σε κάθε χρονική στιγμή αντιστοιχεί και μία παρατήρηση.

Figure 3.9: Διάγραμμα πλέγματος στο οποίο εκτελείται ο αλγόριθμος Viterbi [38]



Προχωράμε τώρα στη περιγραφή του αλγορίθμου που επιτελεί αυτή τη διαδικασία. Έστω $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ το σύνολο των δυνατών καταστάσεων και $O = \{o_1, o_2, \dots, o_T\}$ η ακολουθία των παρατηρήσεων για T διαδοχικές χρονικές στιγμές (το χρονικό διάστημα που μας ενδιαφέρει). Να σημειώσουμε ότι ο δείκτης i αφορά τις διαφορετικές χρονικές στιγμές και ο δείκτης n_i την αρίθμηση της κατάστασης τη στιγμή i . Επιπλέον έστω

$$\hat{d}(s_{n_i}, s_{n_{i-1}}) = p(s_{n_i} | s_{n_{i-1}}) p(o_i | s_{n_i})$$

το κόστος της διαδρομής από την κατάσταση $s_{n_{i-1}}$ στην s_{n_i} μαζί με το κόστος της παρατήρησης o_i . Το κόστος της συνολικής διαδρομής είναι

$$\hat{D} = \prod_{i=1}^T \hat{d}(s_{n_i}, s_{n_{i-1}}).$$

Λογαριθμίζουμε το κόστος της συνολικής διαδρομής και λαμβάνουμε

$$D = \ln \hat{D} = \ln \prod_{i=1}^T \hat{d}(s_{n_i}, s_{n_{i-1}}) = \sum_{i=1}^T \ln \hat{d}(s_{n_i}, s_{n_{i-1}}) = \sum_{i=1}^T d(s_{n_i}, s_{n_{i-1}}),$$

$$\text{όπου } d(s_{n_i}, s_{n_{i-1}}) = \ln \hat{d}(s_{n_i}, s_{n_{i-1}}).$$

Στόχος είναι να βρούμε τη διαδρομή, δηλαδή μια ακολουθία καταστάσεων, που μεγιστοποιεί το D .

Θα εκφράσουμε τώρα το πρόβλημα αυτό ως πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού με τη χρήση της αρχής της βελτιστότητας του Bellman. Έστω $D^*(s_{n_i})$ το βέλτιστο κόστος μέχρι τη στιγμή i και έστω η κατάσταση εκείνη τη στιγμή να είναι η s_{n_i} . Το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{cases} D^*(s_{n_i}) = \max_{n_{i-1}} [D^*(s_{n_{i-1}}) + d(s_{n_i}, s_{n_{i-1}})] & , n_i, n_{i-1} = 1, 2, \dots, N \\ D^*(s_{n_0}) = 0 & , i = 0 \end{cases}.$$

Συνεπώς η βέλτιστη διαδρομή τερματίζει στην κατάσταση $s_{n_T} = \underset{s_{n_T}}{\operatorname{argmax}} D^*(s_{n_T})$.

Ο αλγόριθμος Viterbi έχει πολυπλοκότητα $O(T \cdot N^2)$. Αυτό προκύπτει ως εξής:

- Σε κάθε χρονική στιγμή n ελέγχουμε κάθε διαδρομή προς κάθε κόμβο. Δηλαδή για κάθε κόμβο ελέγχουμε τις N διαδρομές από όλες τις καταστάσεις της προηγούμενης στιγμής $n-1$ προς τη συγκεκριμένη κατάσταση που μελετάμε τη στιγμή n . Άρα για κάθε κόμβο χρειαζόμαστε N ελέγχους.
- Επειδή σε κάθε χρονική στιγμή n υπάρχουν N καταστάσεις θα έχουμε N^2 ελέγχους για όλες τις καταστάσεις σε κάθε χρονική στιγμή.
- Συνολικά $T \cdot N^2$ ελέγχους, διότι υπάρχουν T χρονικές στιγμές.

3. Αλγόριθμος Baum-Welch

Ο αλγόριθμος Baum-Welch χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των παραμέτρων $\lambda = (A, B, S, \pi)$ ενός HMM και χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο forward-backward και τον αλγόριθμο EM για να βρεί την εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας των παραμέτρων του HMM δοθέντων των παρατηρήσεων.

Έστω μία ακολουθία παρατηρήσεων $O = o_1 o_2 \dots o_n$, η αντίστοιχη ακολουθία κρυφών καταστάσεων $Z = z_1 z_2 \dots z_n$ και οι άγνωστες παράμετροι $\lambda = (A, B, S, \pi)$ του HMM που παράγει την παραπάνω ακολουθία παρατηρήσεων. Για την συνάρτηση πιθανοφάνειας των παρατηρήσεων ισχύει ότι [11]

$$p(O|\lambda) = \sum_Z p(O, Z|\lambda) = \sum_{z_1 z_2 \dots z_n} p(o_1, o_2, \dots, o_n, z_1, z_2, \dots, z_n|\lambda).$$

Στόχος μας είναι να προσδιορίσουμε τις παραμέτρους που μεγιστοποιούν την συνάρτηση αυτή, δηλαδή $\lambda^* = \underset{\lambda}{argmax} P(O|\lambda)$.

Για να μεγιστοποιήσουμε αυτή τη συνάρτηση πιθανοφάνειας θα χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο Μεγιστοποίησης-Προσδοκίας (Expectation-Maximization/EM). Παρακάτω αναφέρουμε συνοπτικά τα δύο βήματά του. [50]

Βήμα E

Η μέση τιμή του λογαρίθμου της συνάρτησης πιθανοφάνειας των πλήρων δεδομένων συναρτήσει των παραμέτρων λ είναι

$$Q(\lambda, \lambda^{(t)}) = E[\ln P(Z|O, \lambda)] = \sum_Z P(Z|O, \lambda^{(t)}) \ln P(O, Z|\lambda).$$

Μετά απο επεξεργασία προκύπτει το εξής: [50]

$$Q(\lambda, \lambda^{(t)}) = \sum_{i=1}^n \gamma(z_i = s_i; \lambda^{(t)}) \ln \pi_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \gamma(z_i = s_j; \lambda^{(t)}) \ln P(o_i | \theta_j) + \\ + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \xi(z_{i-1} = s_k, z_i = s_j; \lambda^{(t)}) \ln a_{jk}.$$

Βήμα M

Στο βήμα αυτό θεωρούμε σταθερές τις ποσότητες $\gamma(z_n)$ και $\xi(z_{n-1}, z_n)$ και μεγιστοποιούμε το $Q(\lambda, \lambda^{(t)})$ συναρτήσει των παραμέτρων $\lambda = (A, B, S, \pi)$.

Οι νέες τιμές των παραμέτρων δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις. [50]

$$\pi_k^{(t+1)} = \frac{\gamma(z_1=s_k; \lambda^{(t)})}{\sum_{i=1}^N \gamma(z_1=s_i; \lambda^{(t)})} \text{ και} \\ a_{ij}^{(t+1)} = \frac{\sum_{k=2}^n \xi(z_{k-1}=s_j, z_k=s_i; \lambda^{(t)})}{\sum_{m=2}^n \sum_{k=1}^N \xi(z_{m-1}=s_j, z_m=s_k; \lambda^{(t)})}.$$

Συνολικά μπορούμε να πούμε ότι για την εκπαίδευση ενός HMM απαιτούνται τρία βήματα. [50]

- Επιλογή με τυχαίο τρόπο των αρχικών τιμών των παραμέτρων λ .
- Εκτέλεση του αλγορίθμου forward-backward για τον υπολογισμό των $\gamma(\cdot)$ και $\xi(\cdot, \cdot)$.
- Εκτίμηση των νέων τιμών των παραμέτρων $\pi_k^{(t+1)}$ και $a_{ij}^{(t+1)}$.

3.8 Ανάλυση κύριων συνιστωσών(Principal Component Analysis)

Η ανάλυση κύριων συνιστωσών (Principal Component Analysis-PCA) είναι μία τεχνική, η οποία εφαρμόζει ένα ορθογώνιο μετασχηματισμό σε δεδομένα και τα μετατρέπει σε ένα

σύνολο γραμμικώς ασυσχέτιστων μεταβλητών σε ένα χώρο χαμηλότερης διάστασης. Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται πρωτεύουσες συνιστώσες (principal components). Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για μείωση διάστασης του χώρου χαρακτηριστικών, συμπίεση με απώλειες, κτλ. Ανάλογα με την εφαρμογή η τεχνική PCA λαμβάνει διαφορετική ονομασία και ενδεικτικά στο τομέα της επεξεργασίας σήματος ονομάζεται μετασχηματισμός Karhunen-Loeve.

Η τεχνική PCA μπορεί να οριστεί κυρίως με δύο τρόπους [11]. Σύμφωνα με τον πρώτο τρόπο, τον *συνθετικό τρόπο*, η τεχνική PCA ορίζεται ως η γραμμική προβολή των διανυσμάτων σε ένα υποχώρο χαμηλότερης διάστασης με τέτοιο τρόπο, ώστε η μέση τιμή του αθροίσματος του τετραγώνου της διαφοράς του κάθε διανύσματος από το αντίστοιχο ανακατασκευασμένο διάνυσμα του χώρου χαμηλότερης διάστασης να γίνεται ελάχιστη. Ο δεύτερος τρόπος, ο *αναλυτικός τρόπος*, αφορά την ορθογώνια προβολή των δεδομένων σε ένα υποχώρο χαμηλότερης διάστασης έτσι ώστε η διασπορά των προβολόμενων δεδομένων να μεγιστοποιηθεί. Παρακάτω αναλύουμε σε ένα αυστηρό μαθηματικό πλαίσιο τη πρώτη προσέγγιση ακολουθώντας το [11].

Έστω $x_n \in \mathbb{R}^D, n = 1, 2, \dots, N$ τα N διανύσματα δεδομένων που μας δίνονται και $\{e_i\}$ μια πλήρης βάση τέτοια ώστε $e_i^T e_j = \delta_{ij}$ (δηλαδή τα διανύσματα είναι ανά δύο ορθογώνια). Συνεπώς κάθε διάνυσμα μπορεί να αναπαρασταθεί στη μορφή

$$x_n = \sum_{i=1}^D x_{ni} e_i \text{ για } n = 1, \dots, N.$$

Θέλουμε να προσεγγίσουμε το x_n σε ένα χώρο χαμηλότερης διάστασης $L < D$. Με άλλα λόγια θέλουμε να προβάλουμε το διάνυσμα x_n σε ένα γραμμικό υποχώρο χαμηλότερης διάστασης (διάστασης L). Για να μπορέσουμε να έχουμε μία ποσοτική εκτίμηση της επιτυχίας της προβολής πρέπει να ανακατασκευάσουμε το διάνυσμα με βάση την αναπαράσταση σε χαμηλότερες διαστάσεις. Το διάνυσμα $\hat{x}_n$ διάστασης D που προκύπτει από την ανακατασκευή της προβολής του διανύσματος x_n σε ένα υποχώρο διάστασης L ορίζεται ως

$$\hat{x}_n = \sum_{i=1}^L z_{ni} e_i + \sum_{i=L+1}^D a_i e_i \text{ για } n = 1, \dots, N, \text{ όπου}$$

- $z_n \in \mathbb{R}^L$ η αναπαράσταση του διανύσματος x_n στον υποχώρο διάστασης L ,
- $z_{ni} \in \mathbb{R}$ η i -οστή συνιστώσα της αναπαράστασης του διανύσματος x_n στον υποχώρο διάστασης L ,
- $e_i \in \mathbb{R}^D$ το i -οστό διάνυσμα βάσης του γραμμικού χώρου και
- a_i ένας σταθερός όρος.

Οι ποσότητες z_n, e_i και a_i μπορούν να επιλεγούν ελεύθερα έτσι ώστε να ικανοποιούν τους περιορισμούς-απαιτήσεις που θα θέσουμε παρακάτω.

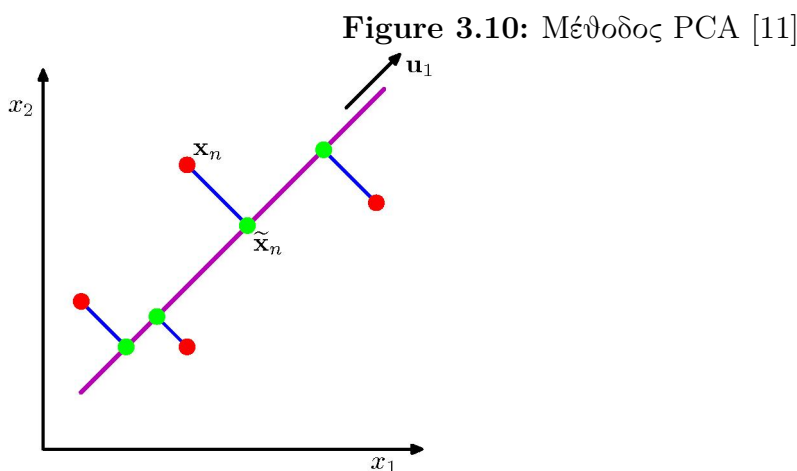
Πρός αυτήν την κατεύθυνση ορίζουμε το *σφάλμα της ανακατασκευής* ως

$$J = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \|x_n - \hat{x}_n\|^2.$$

Δηλαδή ως η μέση τιμή του αθροίσματος του τετραγώνου της διαφοράς του ανακατασκευασμένου διανύσματος από το αρχικό.

Στόχος είναι, δοθέντος ενός συνόλου διανυσμάτων $\{x_n\}$, να βρούμε ένα σύνολο ορθογώνιων διανυσμάτων βάσης $\{e_i\}$ και τους αντίστοιχους συντελεστές $\{z_{ni}\}$ έτσι ώστε το σφάλμα J να γίνεται ελάχιστο. Με άλλα λόγια θέλουμε να βρούμε ένα γραμμικό μετασχηματισμό W , ο οποίος να μετασχηματίζει το διάνυσμα x_n σε ένα διάνυσμα z_n χαμηλότερης διάστασης, δηλαδή $z_n = W^T x_n$, με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται το σφάλμα J . Να σημειώσουμε ότι το ανακατασκευασμένο διάνυσμα προκύπτει από τον ίδιο πίνακα W ως εξής $\hat{x}_n = W z_n$.

Η λειτουργία που επιτελεί η μέθοδος PCA σε ένα χώρο δύο διαστάσεων απεικονίζεται στην εικόνα 3.10.



Παρακάτω δίνονται τρία βασικά θεωρήματα που περιγράφουν με πιο αυστηρό τρόπο το πρόβλημα καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν. Πριν όμως προχωρήσουμε σε αυτά παραθέτουμε μερικούς βασικούς ορισμούς απαραίτητους για το παρακάτω θεώρημα.

Definition 3.8.1. Νόρμα Frobenius (Frobenius Norm)

Η νόρμα Frobenius για ένα πίνακα X ορίζεται ως $\|X\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^2} = \sqrt{\text{tr}(X^T X)}$.

Definition 3.8.2. Εμπειρικός πίνακας συσχέτισης (Empirical covariance matrix)

Υποθέτοντας ότι οι μεταβλητές x_i έχουν μηδενική μέση τιμή ο εμπειρικός πίνακας συσχέτισης ορίζεται ως $\hat{S} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n x_n^T$.

Theorem 3.8.1. Διατύπωση τεχνικής PCA [38]

Έστω $x_n \in \mathbb{R}^D$ ένα σύνολο N διανυσμάτων. Θέλουμε να βρούμε ένα σύνολο L γραμμικών διανυσμάτων βάσης $e_n \in \mathbb{R}^D$ και τους αντίστοιχους συντελεστές $z_n \in \mathbb{R}^L$ έτσι ώστε το μέσο λάθος ανακατασκευής

$$J(W, Z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \|x_n - \hat{x}_n\|^2$$

να γίνει ελάχιστο. Το ανακατασκευασμένο διάνυσμα προκύπτει από ορθογώνιο μετασχηματισμό ως $\hat{x}_n = Wz_n$, όπου W είναι ορθοκανονικός πίνακας τον οποίο και αναζητούμε.

Ισοδύναμα η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να εκφραστεί και ως

$$J = \|X - WZ^T\|_F^2,$$

όπου $\|\cdot\|_F$ είναι η νόρμα Frobenius και Z είναι ένας πίνακας $N \times L$ με τις γραμμές να περιέχουν τους συντελεστές z_i .

Theorem 3.8.2. Αποτελέσματα τεχνικής PCA [38]

Έστω $U = [e_1 e_2 \dots e_L]$ ο πίνακας που περιέχει τα L ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στις L μεγαλύτερες ιδιοτιμές του εμπειρικού πίνακα συσχέτισης $\hat{S}$. Η βέλτιστη λύση λαμβάνεται για $W = U$. Επιπλέον η βέλτιστη χαμηλής διάστασης κωδικοποίηση των δεδομένων z_n δίνεται από τον μετασχηματισμό $z_n = W^T x_n$, ενώ το ανακατασκευασμένο διάνυσμα $\hat{x}_n$ από τον τύπο $\hat{x}_n = Wz_n$.

Theorem 3.8.3. Σφάλμα ανακατασκευής [11]

Η τιμή του σφάλματος ανακατασκευής είναι

$$J = \sum_{i=L+1}^D \lambda_i, \text{ όπου}$$

λ_i οι $D-L$ μικρότερες ιδιοτιμές του εμπειρικού πίνακα συσχέτισης $\hat{S}$.

Να σημειώσουμε ότι η πρώτη πρωτεύουσα συνιστώσα είναι το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα $\hat{S}$. Για αυτό ισχύει ότι η προβολή των δεδομένων πάνω σε αυτό εμφανίζει τη μέγιστη δυνατή διασπορά με την έννοια ότι η προβολή των δεδομένων σε οποιοδήποτε άλλη διεύθυνση έχει μικρότερη διασπορά. Επιπλέον μπορούμε να επιλέξουμε τη δεύτερη πρωτεύουσα συνιστώσα επιλέγοντας μία διεύθυνση η οποία να είναι κάθετη στη προηγούμενη συνιστώσα και η διασπορά των προβολόμενων δεδομένων να είναι η μέγιστη δυνατή. Με τον ίδιο τρόπο επιλέγουμε και τις υπόλοιπες συνιστώσες. Ο συνολικός αριθμός των διευθύνσεων που επιλέγονται ισούται με τη διάσταση του υποχώρου χαμηλότερης διάστασης. Οι διευθύνσεις αυτές αντιστοιχούν στις D μεγαλύτερες ιδιοτιμές του πίνακα $\hat{S}$.

3.9 Ομαδοποίηση(Clustering)

Ομαδοποίηση (*Clustering*) είναι [49] η διαδικασία μέσα από την οποία ανακαλύπτουμε ομάδες σε ένα σύνολο δεδομένων. Η δημιουργία των ομάδων προκύπτει θεωρώντας κάθε φορά κάποιο κριτήριο ομοιότητας και ορίζοντας κάποια έννοια απόστασης μεταξύ των δεδομένων. Με αυτόν τον τρόπο ανακαλύπτουμε ομοιότητες και διαφορές και εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα.

Έστω ότι έχουμε διανύσματα χαρακτηριστικών στο D -διάστατο χώρο. Τα βήματα της ομαδοποίησης είναι σύμφωνα με το [49] τα εξής:

1. Επιλογή χαρακτηριστικών(Feature selection)

Η επιλογή των χαρακτηριστικών πρέπει να γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε να περιγράφουν με το καλύτερο τρόπο τα δεδομένα και η πληροφορία που περιέχουν να είναι κατάλληλη για το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε.

2. Μέτρο εγγύτητας(Proximity measure)

Χρησιμοποιείται για την ποσοτική εκτίμηση του βαθμού ομοιότητας ή ανομοιότητας μεταξύ δύο διανυσμάτων χαρακτηριστικών.

3. Κριτήριο ομαδοποίησης(Clustering criterion)

Το κριτήριο με βάση το οποίο χωρίζονται σε ομάδες τα διανύσματα χαρακτηριστικών.

4. Αλγόριθμοι ομαδοποίησης(Clustering algorithms)

Ο αλγόριθμος ο οποίος θα αναγνωρίσει τη δομή των δεδομένων και θα τα καταναείμει σε ομάδες.

5. Επικύρωση των αποτελεσμάτων(Validation of results)

Μετά τη διαδικασία της ομαδοποίησης, τα αποτελέσματα ελέγχονται ως προς την ορθότητά τους με τη χρήση κατάλληλων test.

6. Ερμηνεία των αποτελεσμάτων(Interpretation of results)

Στο τέλος λαμβάνοντας υπόψιν τόσο τα αποτελέσματα της ομαδοποίησης όσο και άλλα στοιχεία που γνωρίζουμε εξάγουμε συμπεράσματα.

Υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι ομαδοποίησης με διαφορετικούς τρόπους λειτουργίας. Ένας από τους πιο διαδεδομένους αλγορίθμους που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία είναι ο αλγόριθμος K-means.

3.9.1 Αλγόριθμος K-means

Έχουμε N σημεία στο D -διάστατο χώρο τα οποία θέλουμε να τα ομαδοποιήσουμε σε K ομάδες. Σε κάθε ομάδα αντιστοιχεί μία παράμετρος που αποτελεί την μέση τιμή των διανυσμάτων που το αποτελούν. Το μέτρο εγγύτητας είναι η απόσταση

$$d(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^D (x_i - y_i)^2,$$

όπου x_i και y_i οι συνιστώσες των διανυσμάτων x και y αντίστοιχα.

Παρακάτω δίνουμε μία αναλυτική περιγραφή του αλγορίθμου όπως παρουσιάζεται στο [34].

Έστω x_n τα N σημεία και m_k οι μέσες τιμές των K ομάδων. Ο αλγόριθμος *K-means* (*K-means algorithm*) μπορεί να χωριστεί σε τέσσερα βήματα τα οποία περιγράφονται παρακάτω.

- Αρχικοποίηση
 - Επιλέγουμε τυχαία τις μέσες τιμές m_k των K ομάδων.
- Ανάθεση
 - Για κάθε σημείο υπολογίζουμε την απόστασή του από την μέση τιμή όλων των ομάδων και το αναθέτουμε στην ομάδα εκείνη που αντιστοιχεί στη μικρότερη απόσταση.
 - Δηλαδή $\hat{k}_n = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \{d(m_k, x_n)\}$.
 - Σε περίπτωση ισοπαλίας επιλέγουμε αυθαίρετα. Ενδεικτικά θα μπορούσαμε να επιλέξουμε την ομάδα με το μικρότερο k .
- Ενημέρωση
 - Υπολογίζουμε τις μέσες τιμές όλων των ομάδων με βάση τα διανύσματα χαρακτηριστικών που περιέχουν.
 - Δηλαδή $m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n(k)} x_{k_i}}{n(k)}$, όπου $n(k)$ ο αριθμός των διανυσμάτων που υπάρχουν στην ομάδα k .
 - Σε περίπτωση όπου κάποια ομάδα είναι άδεια τότε δεν αλλάζουμε τη μέση τιμή.
- Επανάληψη
 - Επαναλαμβάνουμε τα βήματα της ανάθεσης και της ενημέρωσης μέχρι να μην αλλάζει καμία μέση τιμή.

3.10 Νοημοσύνη σμήνους (Swarm intelligence)

Η *νοημοσύνη σμήνους* (*swarm intelligence*) [66][41] περιγράφει ένα σύνολο μεθόδων μηχανικής μάθησης που βασίζουν την λειτουργία τους στη συμπεριφορά που εμφανίζουν ζώα και έντομα κάτω από συνθήκες συνεργασίας. Η κεντρική ιδέα είναι ότι υπάρχουν πολλοί πράκτορες που αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον, επικοινωνούν τοπικά μεταξύ

τους και εκτελούν περιορισμένες ενέργειες με τέτοιο τρόπο ώστε η αναδυόμενη (emergent) συμπεριφορά να εμφανίζει χαρακτηριστικά πολύπλοκων συστημάτων (complex systems) και ευφυίας (intelligence). Να σημειώσουμε ότι δεν υπάρχει κάποια κεντρική αρχή που να επιβάλλει τον τρόπο συμπεριφοράς στους πράκτορες που συνθέτουν το σμήνος.

Με άλλα λόγια πρόκειται για ένα σύστημα *αυτο-οργανούμενο (self-organized)* και *αποκεντρωμένο (decentralized)* που επιδεικνύει ευφυή συλλογική συμπεριφορά, αποτέλεσμα των μεμονομένων ενεργειών των πρακτόρων που το συνθέτουν. Για παράδειγμα υπάρχουν αλγόριθμοι που υπάγονται σε αυτή τη κατηγορία και εμπνέονται από τη συμπεριφορά των μυρμηγκιών σε μία αποικία (ant colony), ενός σμήνους πουλιών (flock of birds), μιας αποικίας βακτηρίων (bacterial colony) και άλλα.

Μερικές βασικές αρχές που διέπουν τη συμπεριφορά ενός σμήνους πρακτόρων με βάση το [71] δίνονται παρακάτω.

1. Αρχή της εγγύτητας(Proximity principle)

Οι βασικές μονάδες που συνθέτουν το σμήνος έχουν την δυνατότητα αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Να σημειώσουμε ότι η αλληλεπίδραση ορίζεται ως η αντίδραση στις μεταβολές του περιβάλλοντος.

2. Αρχή της ποιότητας(Quality principle)

Το σμήνος έχει δυνατότητες αντίδρασης που σχετίζονται με την ικανοποίηση ποιοτικών κριτηρίων.

3. Αρχή της προσαρμοστικότητας και της σταθερότητας(Principle of adaptability and stability)

Τα σμήνη έχουν την δυνατότητα να προσαρμόζονται στις αλλαγές του περιβάλλοντος με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται η σταθερότητα.

4. Αρχή της ποικίλης συμπεριφοράς(Principle of diverse response)

Οι πόροι του συστήματος είναι διεσπαρμένοι σε όλη την έκτασή του έτσι ώστε ο κάθε πράκτορας να μπορεί να προστατευτεί από τις μεταβολές του περιβάλλοντός του.

Μερικοί βασικοί αλγόριθμοι νοημοσύνης σμήνους δίνονται στη συνέχεια, ενώ αναλύεται ενδεικτικά ένας από αυτούς. [66]

1. Βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών (Ant colony optimization).
2. Βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων (Particle swarm optimization).
3. Βελτιστοποίηση αποικίας μελισσών (Bee colony optimization).
4. Βελτιστοποίηση αποικίας βακτηρίων (Bacterial colony optimization).
5. Τεχνητά ανοσοποιητικά συστήματα (Artificial immune systems).

3.10.1 Βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών (Ant colony optimization)

Πρόκειται για ένα σύνολο αλγορίθμων βελτιστοποίησης που προσπαθούν να μιμηθούν την συμπεριφορά μίας αποικίας μυρμηγκιών. Η ικανότητα των μυρμηγκιών να βρίσκουν τις συντομότερες διαδρομές σε πηγές φαγητού με αποδοτικό τρόπο (ως προς τη χρήση πόρων) αποτελεί τη βάση αυτής της τεχνικής. Η τεχνική αυτή βρίσκει εφαρμογή στην προσεγγιστική επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης μετασχηματίζοντας το πρόβλημα σε ένα πρόβλημα εύρεσης διαδρομών ελάχιστου κόστους σε γράφους με βάρη. Η λύση χτίζεται σταδιακά “με την κίνηση των μυρμηγκιών” πάνω στο γράφο και εμφανίζει στοχαστικά χαρακτηριστικά.

4 Εφαρμογές μηχανικής μάθησης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα

4.1 Εφαρμογές μηχανικής μάθησης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα

4.1.1 Εισαγωγή

Η φύση των γνωστικών ραδιοσυστημάτων είναι τέτοια που είναι απαραίτητο να αναγνωρίζουν το περιβάλλον τους, να μαθαίνουν από αυτό και να προσαρμόζουν δυναμικά τις παραμέτρους λειτουργίας τους. Είναι προφανές ότι για να επιτελέσει τις παραπάνω λειτουργίες με επιτυχία ένα γνωστικό ραδιοσύστημα πρέπει να χαρακτηρίζεται από κάποιο βαθμό ευφυΐας. Μάλιστα από την ονομασία γνωστικό καταλαβαίνουμε ότι πρέπει το ραδιοσύστημα να είναι εφοδιασμένο με γνωστικές ικανότητες (ευφυΐα, ικανότητα μάθησης, αντίληψη, λογική, κτλ.). Την ευφυΐα μπορεί και την προσφέρει ένα τμήμα του γνωστικού ραδιοσυστήματος που ονομάζεται *γνωστική μηχανή (cognitive engine)*. Το τμήμα αυτό είναι εφοδιασμένο με αλγορίθμους και τεχνικές τεχνητής νοημοσύνης που αξιοποιούνται για την ολοκληρωμένη, αποδοτική και πετυχημένη λειτουργία του συστήματος.

Οι λειτουργίες που συνθέτουν την ευφυΐα είναι οι εξής: [37][12]

1. Αντίληψη(Perception)

Η εξαγωγή πληροφοριών μέσω της αναγνώρισης του περιβάλλοντος. Στα πλαίσια των γνωστικών ραδιοσυστημάτων η λειτουργία αυτή εμφανίζεται κυρίως κατά την φασματική αναγνώριση.

2. Μάθηση(Learning)

Η μετατροπή της πληροφορίας σε γνώση. Στα γνωστικά ραδιοσυστήματα η μάθηση χρησιμοποιείται για την εξαγωγή συμπερασμάτων και γνώσης από τις πληροφορίες που συλλέγει το σύστημα από το περιβάλλον.

3. Λογική(Reasoning)

Η χρήση της γνώσης για την επίτευξη των επιθυμητών στόχων. Δηλαδή η εύρεση των κατάλληλων ενεργειών για κάθε πιθανή κατάσταση με απώτερο στόχο την επίτευξη των στόχων και της επιθυμητής συμπεριφοράς.

Στο κομμάτι αυτό θα επικεντρωθούμε στις εφαρμογές μεθόδων μηχανικής μάθησης σε προβλήματα γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Συγκεκριμένα θα αναφερθούμε σε εφαρμογές νευρωνικών δικτύων, μηχανών διανυσματικής υποστήριξης, κρυφών μοντέλων Markov, μάθησης κατά Bayes και νοημοσύνης σμήνους. Να σημειώσουμε ότι για τις παραπάνω μεθόδους έχει προηγηθεί θεωρητική ανάλυση στο κεφάλαιο 3. Η παρουσίαση των εφαρμογών θα γίνει με βάση τα [12] και [41].

4.1.2 Μηχανική μάθηση σε γνωστικά ραδιοσυστήματα

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές εφαρμογές αλγορίθμων μηχανικής μάθησης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα. Μάλιστα εμφανίζονται όλα τα είδη μάθησης, δηλαδή επιβλεπόμενη, μη επιβλεπόμενη και ενισχυτική μάθηση. Οι αλγόριθμοι επιβλεπόμενης μάθησης είναι χρήσιμοι όταν τα γνωστικά ραδιοσυστήματα γνωρίζουν πληροφορίες για το περιβάλλον μέσα στο οποίο λειτουργούν. Σε αντίθεση οι αλγόριθμοι μη επιβλεπόμενης μάθησης χρησιμοποιούνται κυρίως σε άγνωστα περιβάλλοντα, όπου είναι απαραίτητη η εξερεύνηση αυτού με αυτόνομο τρόπο. Βέβαια υπάρχουν και οι αλγόριθμοι ενισχυτικής μάθησης, οι οποίοι χρησιμοποιούνται όταν το σύστημα δεν γνωρίζει πληροφορίες για το περιβάλλον, αλλά μπορεί να αλληλεπιδράσει με αυτό και να λάβει feedback (ή αλλιώς ενισχύσεις) και με αυτό το τρόπο να μάθει για αυτό.

Η φύση των προβλημάτων μάθησης στα διάφορα σενάρια χρήσης των γνωστικών ραδιοσυστημάτων έχει τις εξής ιδιομορφίες: [12]

1. Το περιβάλλον μέσα στο οποίο λειτουργεί ένα γνωστικό ραδιοσύστημα είναι μερικώς παρατηρήσιμο, διότι υπεισέρχονται λάθη και θόρυβος στις μετρήσεις.
2. Τα γνωστικά ραδιοσυστήματα πρέπει να μαθαίνουν και να μεταβάλλουν την συμπεριφορά τους την ίδια στιγμή. Αυτό γιατί λειτουργούν σε πραγματικό χρόνο και γιατί το περιβάλλον λειτουργίας μεταβάλλεται γρήγορα και με στοχαστικό τρόπο.
3. Η γνώση σχετικά με τις ενέργειες των άλλων συστημάτων που δραστηριοποιούνται στην ίδια περιοχή μπορεί να είναι μερική ή πλήρης. Στη πρώτη περίπτωση απαιτείται η χρήση εξειδικευμένων τεχνικών μηχανικής μάθησης που θα εκτιμήσουν τις άγνωστες (για το κύριο σύστημα) ενέργειες των υπόλοιπων συστημάτων.
4. Είναι απαραίτητη η χρήση αυτόνομων μεθόδων μηχανικής μάθησης, διότι πολλές φορές το ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον είναι άγνωστο, μεταβάλλεται γρήγορα και με τυχαίο τρόπο.

Είναι προφανές από τα παραπάνω ότι η χρήση μεθόδων μηχανικής μάθησης είναι όχι μόνο απαραίτητη, αλλά πρέπει να γίνει με ειδικό τρόπο ώστε να αντιμετωπίζονται οι ιδιομορφίες και ιδιαιτερότητες που εμφανίζουν τα γνωστικά ραδιοσυστήματα και το περιβάλλον μέσα στο οποίο δραστηριοποιούνται.

4.1.3 Νευρωνικά δίκτυα

Τα νευρωνικά δίκτυα αποτελούν ένα πολύ δυνατό εργαλείο το οποίο καλύπτει ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Παρακάτω δίνονται συνοπτικά μερικές από τις αναφορές αυτής της μεθόδου στη βιβλιογραφία. [12][41]

- Στο [52] τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη της κατάστασης του καναλιού. Στόχος είναι η αποφυγή της ανίχνευσης καναλιών που προβλέπεται ότι θα είναι κατειλημένα έτσι ώστε να μειωθεί η κατανάλωση ενέργειας.
- Στο [6] τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούνται για να μάθει το σύστημα την επίδραση των μετρήσεων του περιβάλλοντος και της κατάστασης του δικτύου στην αποδοτικότητα των καναλιών. Με βάση αυτό κατασκευάζεται ένας γνωστικός ελεγκτής για ασύρματα δίκτυα υποδομών, ο οποίος αξιολογεί τα κανάλια και επιτελεί δυναμική επιλογή του καλύτερου καναλιού.
- Στο [7] τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούνται για τον χαρακτηρισμό και την αξιολόγηση της τηλεπικοινωνιακής απόδοσης του συστήματος σε πραγματικό χρόνο συναρτήσει των παραμέτρων λειτουργίας του συστήματος και άλλων παραμέτρων του περιβάλλοντος.
- Στο [47] τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη φάσματος με την μοντελοποίηση των χαρακτηριστικών των πρωτευόντων χρηστών ως μία χαοτική πολυμεταβλητή χρονοσειρά. Η χρονοσειρά αυτή δίνεται ως είσοδος στο νευρωνικό δίκτυο και η έξοδος χρησιμοποιείται από τους δευτερεύοντες χρήστες για να λάβουν αποφάσεις σχετικά με την εκμετάλλευση του φάσματος
- Στο [48] το πρόβλημα της φασματικής ανίχνευσης αντιμετωπίζεται με ένα νευρωνικό δίκτυο σε συνδυασμό με ένα ανιχνευτή κυκλοστασιμότητας. Η μέθοδος αυτή αποδεικνύεται ικανοποιητική σε περιπτώσεις όπου έχουμε χαμηλό signal-to-noise ratio (SNR).

Στα πλεονεκτήματα της χρήσης νευρωνικών δικτύων περιλαμβάνονται το γεγονός ότι για τη λειτουργία τους δεν απαιτείται γνώση της κατανομής της παρατηρούμενης διαδικασίας, η δυνατότητα να γνωρίζουμε την αισιοδοξία των αποτελεσμάτων και η ικανότητα προσαρμογής σε μικρές αλλαγές του περιβάλλοντος. Ως μειονεκτήματα θεωρούμε τα προβλήματα υπερπροσαρμογής (overfitting) που προκύπτουν και το γεγονός ότι η διαδικασία μάθησης είναι ευαίσθητη στην επιλογή των αρχικών παραμέτρων. [12]

4.1.4 Μηχανές διανυσματικής υποστήριξης

Οι μηχανές διανυσματικής στήριξης (SVM) αποτελούν μία αποτελεσματική τεχνική μηχανικής μάθησης που βρίσκει εφαρμογή σε αρκετά ζητήματα γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Παρακάτω δίνονται συνοπτικά μερικές από τις αναφορές αυτής της μεθόδου στη βιβλιογραφία. [12]

- Στο [28] ένα SVM χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με ανάλυση φασματικής συσχέτισης (από την οποία προκύπτουν τέσσερις φασματικοί παράμετροι συνοχής) για ταξινόμηση σημάτων.
- Στο [5] χρησιμοποιείται ένα SVM για εκτίμηση φάσματος με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται η ανθεκτικότητα σε παρεμβολές σε αντίθεση με την κλασική τεχνική ελαχίστων τετραγώνων που αποτυγχάνει.
- Στο [69] το SVM χρησιμοποιείται για να επιλεγεί η σωστή στρατηγική επιλογής καναλιού και είδους διαμόρφωσης. Σε κάθε μέθοδο αποδίδεται κάποιο κόστος, το οποίο αποτελεί και την είσοδο του αλγορίθμου και ως έξοδος δίνεται η βέλτιστη από αυτές.
- Στο [17] ένα SVM χρησιμοποιείται για φασματική ανίχνευση σε πραγματικό χρόνο. Να σημειώσουμε ότι η μέθοδος αυτή επιτυγχάνει πολύ υψηλά ποσοστά επιτυχίας και μάλιστα τα καταφέρνει πολύ καλά σε χαμηλά signal-to-noise ratio (SNR) σε σχέση με τον ανιχνευτή ενέργειας.
- Τα SVM έχουν χρησιμοποιηθεί και στο πρόβλημα της αυτόματης αναγνώρισης διαμόρφωσης (automatic modulation classification) [40]. Συγκεκριμένα ένα SVM εκπαιδεύεται για να αναγνωρίζει τη διαμόρφωση των σημάτων ανάμεσα σε 5 ψηφιακές και 2 αναλογικές διαμορφώσεις.
- Για το ίδιο πρόβλημα (αυτόματη αναγνώριση διαμόρφωσης) υπάρχει στη βιβλιογραφία το [21] που χρησιμοποιεί ένα SVM με πυρήνα wavelet.
- Τέλος στο [70] ένα SVM χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση πρωτοκόλλων MAC, ανάλογα με το μηχανισμό μετάδοσης, σε ένα άγνωστο δίκτυο. Η μέση τιμή και η διασπορά της λαμβανόμενης ενέργειας αποτελούν τα χαρακτηριστικά που λαμβάνουμε υπόψιν.

Ένα πλεονέκτημα των SVM είναι ότι επιτυγχάνει καλύτερα αποτελέσματα από ένα νευρωνικό δίκτυο όταν έχουμε μικρό σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης. Αντιθέτως ένα μειονέκτημα είναι ότι απαιτείται γνώση για την κατανομή της παρατηρούμενης διαδικασίας. [12]

4.1.5 Κρυφά μοντέλα Markov

Τα κρυφά μοντέλα Markov, αλλά και παραλλαγές αυτών έχουν αποδειχθεί χρήσιμα σε προβλήματα που αντιμετωπίζει ένα γνωστικό ραδιοσύστημα. Παρακάτω δίνονται συνοπτικά μερικές από τις αναφορές αυτής της μεθόδου στη βιβλιογραφία. [12][41]

- Στο [42] ένας ευρυζωνικός ηχοβολιστής (sounder) καναλιού χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με ένα γενετικό αλγόριθμο για την μοντελοποίηση του καναλιού. Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση ενός HMM, το οποίο αποτελεί μία συμπαγή αναπαράσταση του διαύλου. Τα αποτελέσματα του HMM λαμβάνονται υπόψιν από το γνωστικό ραδιοσύστημα για την προσαρμογή αυτού στις συνθήκες του περιβάλλοντός του.

- Στο [3] τα HMM χρησιμοποιούνται για μοντελοποίηση καναλιού με τελικό στόχο την πρόβλεψη των στατιστικών χαρακτηριστικών αυτού.
- Επιπλέον στη βιβλιογραφία [2] τα HMM χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη της κατάληψης του φάσματος, ενώ στόχος είναι η επιλογή του καλύτερου δυνατού καναλιού (με την έννοια της ελαχιστοποίησης των παρεμβολών). Αυτό γίνεται προβλέποντας τη διάρκεια κατά την οποία τα κανάλια είναι ελεύθερα και εξασφαλίζοντας την έγκαιρη εγκατάλειψή τους (δηλαδή πριν την εμφάνιση κάποιου πρωτεύοντα χρήστη).
- Στο [52] εκτός από νευρωνικό δίκτυο (όπως αναφέραμε παραπάνω) χρησιμοποιείται και ένα HMM για την πρόβλεψη της κατάστασης του καναλιού.
- Στο [14] χρησιμοποιούνται HMM για την μοντελοποίηση της κίνησης των πρωτευόντων χρηστών, λαμβάνοντας υπόψιν παραμέτρους όπως ισχύς σήματος και χρόνος παραμονής σε ενεργές και μη ενεργές καταστάσεις για τον πρωτεύοντα χρήστη. Οι παράμετροι αυτοί εκτιμώνται με τη χρήση του αλγορίθμου μεγιστοποίησης-προσδοκίας (expectation-maximization).

Το πλεονέκτημα των HMM είναι ότι μπορούν να εφαρμοστούν με επιτυχία σε ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων, ενώ ως μειονέκτημα αναφέρουμε την υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα των σχετικών αλγορίθμων μάθησης καθώς και την ανάγκη ύπαρξης ενός μεγάλου αριθμού παλιών παρατηρήσεων. [41]

4.1.6 Μάθηση κατά Bayes

Η μάθηση κατά Bayes έχει χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία για την εκμάθηση γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Παρακάτω δίνονται συνοπτικά μερικές από τις αναφορές αυτής της μεθόδου στη βιβλιογραφία. [12][41]

- Μία σημαντική εφαρμογή αποτελεί η αναγνώριση των μοτίβων κίνησης των πρωτευόντων χρηστών με τη χρήση μη παραμετρικών τεχνικών Bayes [43]. Το σενάριο που περιγράφεται σε αυτή τη δημοσίευση αφορά ένα σύνολο δευτερευόντων χρηστών που συνεργάζονται στα πλαίσια ενός παιγνίου συνασπισμού και δημιουργούν μία ή περισσότερες ομάδες με βάση ένα αλγόριθμο συνεργατικού σχηματισμού συνασπισμών. Η κάθε ομάδα χρησιμοποιεί την παραπάνω τεχνική για να εκτιμήσει τα μοτίβα κίνησης των πρωτευόντων χρηστών.
- Στο [24] αναλύεται η μοντελοποίηση ενός σεναρίου ανάθεσης φάσματος με χρήση δημοπρασιών. Οι δευτερεύοντες χρήστες πληρώνουν το κόστος χρήσης του φάσματος (εφόσον πλειοδοτήσουν για το αντίστοιχο κομμάτι) και το κόστος για τη διενέργεια της λειτουργίας της φασματικής ανίχνευσης. Το παίγνιο που σχηματίζεται τελικά είναι ένα δυναμικό παίγνιο μερικής πληροφορίας και για την επίλυση αυτού χρησιμοποιείται ένα Μπευζιανό μη παραμετρικό σχήμα ανανέωσης πίστεως (Bayesian nonparametric belief update scheme).
- Στο [68] μοντελοποιείται η διαδικασία αναγνώρισης φάσματος με ένα μη στάσιμο κρυφό μοντέλο Markov (Non-Stationary Hidden Markov Model-NSHMM) και

χρησιμοποιείται η μέθοδος του συμπερασμού κατά Bayes (Bayesian inference) με δειγματοληψία Gibbs (Gibbs sampling) για την εκτίμηση των παραμέτρων αυτού. Οι παράμετροι αυτοί χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της ποιότητας του καναλιού.

4.1.7 Νοημοσύνη σμήνους

Αλγόριθμοι νοημοσύνης σμήνους χρησιμοποιούνται σε διάφορα προβλήματα γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Παρακάτω δίνονται συνοπτικά μερικές από τις αναφορές αυτής της μεθόδου στη βιβλιογραφία. [41]

- Στο [35] χρησιμοποιείται ένας προσαρμοστικός διακριτός αλγόριθμος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (particle swarm optimization) για την επιλογή των παραμέτρων λειτουργίας έτσι ώστε να επιτυγχάνεται το επιθυμητό Quality Of Service (QoS).
- Μία άλλη εφαρμογή υπάρχει στο [73], όπου ένας αλγόριθμος αποικίας μυρμηγκιών χρησιμοποιείται για την σχεδίαση μίας γνωστικής μηχανής με εξαιρετικά αποτελέσματα.

4.2 Πρόβλεψη φάσματος (Spectrum Prediction)

4.2.1 Εισαγωγή

Μία σημαντική λειτουργία που απαιτείται για την ολοκληρωμένη λειτουργία ενός γνωστικού ραδιοσυστήματος είναι η πρόβλεψη φάσματος (*spectrum prediction*). Δηλαδή η πρόβλεψη των διαφόρων χαρακτηριστικών του φάσματος με στόχο την αποδοτικότερη και πιο επιτυχημένη αξιοποίησή του. Συγκεκριμένα στην πρόβλεψη φάσματος περιλαμβάνονται λειτουργίες όπως [67] η πρόβλεψη των ενεργειών του πρωτεύοντα χρήστη, η πρόβλεψη του ρυθμού μετάδοσης, η πρόβλεψη του ηλεκτρομαγνητικού περιβάλλοντος, η πρόβλεψη της κατάστασης του καναλιού, κτλ. Η πρόβλεψη φάσματος μπορεί να υπεισέλθει και στις τέσσερις θεμελιώδεις λειτουργίες των γνωστικών ραδιοσυστημάτων. Η παρουσίαση που ακολουθεί βασίζεται στο [67].

4.2.2 Ανάγκη ύπαρξης μηχανισμών πρόβλεψης φάσματος

Σε γενικές γραμμές η εκτέλεση οποιασδήποτε λειτουργίας ενός γνωστικού ραδιοσυστήματος έχει ως αποτέλεσμα χρονικές καθυστερήσεις. Κατά συνέπεια η αξιοποίηση του φάσματος μειώνεται, η ακρίβεια της ανίχνευσης υποβαθμίζεται και γίνεται πιο δύσκολη η επίτευξη των στόχων. Η πρόβλεψη φάσματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την λύση (μερική ή ολική) των παραπάνω προβλημάτων. Πιο συγκεκριμένα η ανάγκη ύπαρξης μηχανισμών πρόβλεψης φάσματος πηγάζει από τις παρακάτω καταστάσεις που ανακύπτουν στα διάφορα σενάρια χρήσης γνωστικών ραδιοσυστημάτων. [67]

- Φασματική ανίχνευση

Η σάρωση και η αναγνώριση όλου του φάσματος επιφέρει σημαντικές καθυστερήσεις στην λειτουργία του συστήματος.Θα ήταν πολύ χρήσιμο να υπάρχει κάποιος μηχανισμός πρόβλεψης της κατάστασης του φάσματος ώστε η λειτουργία της ανίχνευσης να χρησιμοποιείται λιγότερο, με ότι αυτό συνεπάγεται για τις καθυστερήσεις και την κατανάλωση ενέργειας.

- Φασματική απόφαση

Το γεγονός ότι κατά την λειτουργία της φασματικής ανίχνευσης, αλλά και απόφασης υπεισέρχονται καθυστερήσεις θέτει εμπόδια στην λήψη επιτυχημένων αποφάσεων. Οι καθυστερήσεις αυτές οφείλονται στο γεγονός ότι χρειάζεται ο προσδιορισμός αρκετών παραμέτρων (είτε άμεσος προσδιορισμός μέσω της διαδικασίας της φασματικής ανίχνευσης είτε έμμεσος με το υπολογισμό παραμέτρων που προκύπτουν από άλλες θεμελιώδεις) για την ικανοποιητική λήψη αποφάσεων.Κατά συνέπεια υπάρχει υποβάθμιση της αποδοτικής αξιοποίησης του φάσματος.

- Φασματική κινητικότητα

Στα περισσότερα σενάρια κινητικότητας χρηστών ο δευτερεύων χρήστης εκκενώνει το τμήμα του φάσματος που καταλαμβάνει τη στιγμή κατά την οποία ο πρωτεύων χρήστης ξεκινάει να εκπέμπει σε αυτό.Αυτό εκτός από την παρεμβολή που προκαλεί στον πρωτεύων χρήστη διακόπτει και την εκπομπή του δευτερεύοντα χρήστη για χρόνο ίσο με το χρόνο που απαιτείται για την εκ νέου ανίχνευση των φασματικών οπών και την μεταπομπή.Είναι προφανές ότι ένας μηχανισμός πρόβλεψης των κινήσεων του πρωτεύοντα χρήστη (για την πρόβλεψη της άφιξής του στο κανάλι που βρίσκεται ο δευτερεύων χρήστης) αλλά και της διαθεσιμότητας των φασματικών οπών στο μέλλον (για την άμεση και γρήγορη μεταπομπή) είναι πολύ χρήσιμος για το συγκεκριμένο σενάριο.

- Φασματικός διαμοιρασμός

Οι απαιτήσεις των δευτερευόντων χρηστών σε διάφορους πόρους (εύρος ζώνης, Quality Of Service, ισχύς, κτλ.) καθιστά την διαδικασία ανάθεσης φάσματος δύσκολη τόσο ως προς την ικανοποίηση των απαιτήσεων όλων αυτών με το δικαιότερο τρόπο όσο και ως προς το χρόνο που απαιτείται για να υπολογιστεί αυτή η ανάθεση.Συνεπώς δεν επιτυγχάνεται ικανοποιητική αξιοποίηση του φάσματος, οι απαιτήσεις των δευτερευόντων χρηστών δεν ικανοποιούνται, ενώ προκύπτουν διαρκώς καθυστερήσεις.Το πρόβλημα θα μπορούσε να μετριαστεί με τη χρήση κάποιου μηχανισμού πρόβλεψης των απαιτήσεων αλλά και των συμπεριφορών των δευτερευόντων χρηστών.

4.2.3 Σενάρια χρήσης τεχνικών πρόβλεψης

Η χρήση τεχνικών πρόβλεψης είναι απαραίτητη για την αντιμετώπιση των παραπάνω προβλημάτων.Παρακάτω παρουσιάζουμε συνοπτικά μερικά σενάρια χρήσης τεχνικών πρόβλεψης φάσματος με βάση το [67].

- Φασματική ανίχνευση

Στη λειτουργία αυτή μπορεί να αποδειχθεί χρήσιμη η πρόβλεψη της κατάστασης του καναλιού (channel status prediction), δηλαδή αν είναι ελεύθερο (idle) ή κατειλημμένο (busy). Με αυτόν τον τρόπο το σύστημα μπορεί να εκμεταλλευτεί τη γνώση για πιθανές φασματικές οπές πριν τον χρόνο εμφάνισής τους, αλλά και να αποφύγει την ανίχνευση τμημάτων φάσματος που προβλέπεται ότι θα είναι κατειλημμένα (γλιτώνοντας με αυτό τον τρόπο χρόνο και κατανάλωση ενέργειας).

- Φασματική απόφαση

Στη λειτουργία αυτή η πρόβλεψη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση των μελλοντικών τιμών διαφόρων χαρακτηριστικών του φάσματος. Μερικά από τα χαρακτηριστικά αυτά είναι η χωρητικότητα του καναλιού, η ποιότητα του καναλιού, η καθυστέρηση εναλλαγής (switching delay), ο χρόνος που ένα κανάλι είναι ελεύθερο (idle delay), ο ρυθμός μετάδοσης των δεδομένων (transmission rate), κτλ. Επιπλέον τεχνικές πρόβλεψης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη των ενεργειών των πρωτευόντων χρηστών (PU activity prediction), για την πρόβλεψη του ηλεκτρομαγνητικού περιβάλλοντος (radio environment prediction), κτλ. Έχοντας προβλέψει τα παραπάνω χαρακτηριστικά μπορούμε να αξιοποιήσουμε αυτήν την πληροφορία για τη βέλτιστη επιλογή καναλιών και παραμέτρων λειτουργίας.

- Φασματική κινητικότητα

Στην λειτουργία αυτή οι τεχνικές πρόβλεψης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε ο δευτερεύων χρήστης να προβλέψει το χρόνο εμφάνισης του πρωτεύοντα χρήστη με στόχο την εκκένωση του καναλιού πριν την εμφάνισή του. Επιπλέον μπορεί να πραγματοποιηθεί πρόβλεψη για τα χαρακτηριστικά των καναλιών από τη χρονική στιγμή εμφάνισης του πρωτεύοντα χρήστη στο τρέχον κανάλι και την επιλογή του βέλτιστου από αυτά. Στόχος της τελευταίας τεχνικής είναι η μεταπομπή σε νέο κανάλι όταν αυτή απαιτηθεί το οποίο έχει αποφασιστεί από πριν αποφεύγοντας με αυτόν τον τρόπο διάφορες καθυστερήσεις που υπεισέρχονται λόγω της ανίχνευσης και της επιλογής φάσματος. Αυτή η στρατηγική μεταπομπών ονομάζεται καθαρά προνοητική στρατηγική μεταπομπής (pure proactive handoff strategy).

- Φασματικός διαμοιρασμός

Οι τεχνικές πρόβλεψης μπορούν να συμβάλλουν στην πρόβλεψη των απαιτήσεων των δευτερευόντων χρηστών σε πόρους (φάσμα, εύρος ζώνης, Quality Of Service, χρόνος, κτλ.) αλλά και της γενικότερης συμπεριφοράς τους. Η πρόβλεψη αυτή είναι χρήσιμη γιατί μπορεί με αυτό τον τρόπο το κεντρικό σύστημα να προχωρήσει στην αναθέση του φάσματος πριν την εμφάνιση των δευτερευόντων χρηστών. Με αυτό το τρόπο αποφεύγεται η καθυστέρηση που απορρέει από την προσπάθεια (η οποία γίνεται σε πραγματικό χρόνο) ικανοποίησης των απαιτήσεων των δευτερευόντων χρηστών.

Είναι προφανές από τα παραπάνω ότι οι τεχνικές πρόβλεψης φάσματος μπορούν να αποδειχθούν πολύ χρήσιμες στην εκτέλεση των λειτουργιών των γνωστικών ραδιοσυστημάτων. [67] Μειώνουν τις καθυστερήσεις, τις παρεμβολές, την κατανάλωση ενέργειας, και βελτιώνουν το throughput. Μάλιστα σε μερικές περιπτώσεις είναι απαραίτητες. Βέβαια υπάρχουν και μερικά μειονεκτήματα της χρήσης των τεχνικών αυτών όπως οι υψηλές υπολογιστικές απαιτήσεις μερικών μεθόδων σε χρόνο και μνήμη, το οποίο φυσικά συνοδεύεται από αυξημένη κατανάλωση ενέργειας.

Ανάμεσα στις τεχνικές πρόβλεψης που έχουν χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία περιλαμβάνονται οι εξής: [67]

- Νευρωνικά δίκτυα (Neural networks)
- Κρυφά μοντέλα Markov (Hidden Markov Models)
- Συμπερασμός κατα Bayes (Bayesian inference)
- Κινούμενος μέσος (Moving-Average)
- Μοντέλα αυτοσυσχέτισης (Autoregressive Models)
- Γράφος στατικού γείτονα (Static Neighbor Graph)

Οι πρώτες τρεις μέθοδοι αποτελούν σημαντικές τεχνικές μηχανικής μάθησης και η περιγραφή τους βρίσκεται στο κεφάλαιο 3. Οι επόμενες τρεις μέθοδοι δεν ανήκουν στο καθαρό κομμάτι της μηχανικής μάθησης και για αυτό το λόγο δεν θα αναφερθούμε σε αυτές, αλλά ούτε και σε εφαρμογές αυτών σε ζητήματα πρόβλεψης σε γνωστικά ραδιοσυστήματα.

4.2.4 Η πρόβλεψη φάσματος στη βιβλιογραφία

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν δημοσιεύσεις στις οποίες χρησιμοποιούνται τεχνικές πρόβλεψης (με τη χρήση αλγορίθμων μηχανικής μάθησης) σε διάφορα σενάρια χρήσης των γνωστικών ραδιοσυστημάτων, όπως περιγράψαμε παραπάνω. [67]

Στο [52] ακολουθείται ένα απλό μοντέλο κατάληψης φάσματος σύμφωνα με το οποίο υπάρχει ένα κανάλι που αποτελείται από k χρονικές σχισμές (time slots). Σε κάθε χρονική σχισμή αντιστοιχεί μία κατάσταση, η οποία δείχνει αν το κανάλι είναι ελεύθερο (I-Idle) ή κατειλημμένο (B-Busy). Η κίνηση του καναλιού μοντελοποιείται με κατανομή Poisson (διακριτού χρόνου), ενώ καθορίζεται από παραμέτρους όπως η ένταση κίνησης (traffic intensity) και ο μέσος χρόνος μεταξύ αφίξεων (mean inter-arrival time). Για την πρόβλεψη της κίνησης ενός τέτοιου καναλιού χρησιμοποιούνται νευρωνικά δίκτυα και κρυφά μοντέλα Markov. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι ικανοποιητικά καθώς επιτυγχάνονται ποσοστά αποτυχίας γύρω στο 5-10%. Μελετώνται διαφορετικά σενάρια κίνησης, μεταβάλλοντας την ένταση κίνησης, το μέσο χρόνο μεταξύ αφίξεων και χρησιμοποιώντας μη στατικές συνθήκες κίνησης (οι παράμετροι της κίνησης μεταβάλλονται με το χρόνο). Επιπλέον μελετώνται διάφορες μετρικές απόδοσης, όπως είναι η βελτίωση της αξιοποίησης του φάσματος (spectrum utilization) και η μείωση της ενέργειας που χρησιμοποιείται για την αναγνώριση φάσματος.

Στο [13] χρησιμοποιείται μία παραλλαγή ενός HMM, ενώ υποθέτουμε ότι υπάρχει μόνο ένας δευτερεύοντας χρήστης (single-SU). Στόχος είναι η πρόβλεψη της κατάστασης του καναλιού (channel state prediction). Η ανάγκη για αυτήν την πρόβλεψη πηγάζει από την εισαγωγή καθυστερήσεων στην αντίδραση του συστήματος στις μεταβολές του περιβάλλοντος, πράγμα που οφείλεται στο hardware που χρησιμοποιείται. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την υποβάθμιση της ακρίβειας της διαδικασίας ανίχνευσης φάσματος. Για την αξιολόγηση της μεθόδου και την επιβεβαίωση της πετυχημένης λειτουργίας της γίνονται πειράματα με πραγματικά σήματα Wi-Fi.

Στο [68] μοντελοποιείται η διαδικασία αναγνώρισης φάσματος με ένα μη-στάσιμο κρυφό μοντέλο Markov (Non-Stationary Hidden Markov Model-NSHMM). Το μοντέλο αυτό είναι κατάλληλο, γιατί μπορεί να συμπεριλάβει το γεγονός ότι οι πιθανότητες μεταβάσεων μεταξύ των καταστάσεων εξαρτώνται από τον χρόνο που ο πρωτεύων χρήστης βρίσκεται σε μία κατάσταση. Για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου (αναμενόμενη διάρκεια καταστάσεων και ακρίβεια φασματικής ανίχνευσης) χρησιμοποιούμε την μέθοδο του συμπερασμού κατά Bayes (Bayesian inference) με δειγματοληψία Gibbs (Gibbs sampling). Οι παράμετροι αυτοί χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της ποιότητας του καναλιού. Η μετρική που χρησιμοποιείται για την περιγραφή της ποιότητας του καναλιού λαμβάνει υπόψιν το χρόνο τον οποίο το κανάλι είναι ελεύθερο και την ακρίβεια της ανίχνευσης φάσματος. Τέλος εξετάζονται δύο σενάρια χρήσης της παραπάνω μεθόδου.

Στο [46] επιστρατεύεται ένα HMM για την πρόβλεψη της κατάστασης του καναλιού και χρησιμοποιείται ένας δυναμικός αλγόριθμος επιλογής συχνοτήτων (Dynamic Frequency Selection) για την δέσμευση των καναλιών προς χρήση. Στόχος της παραπάνω μεθόδου είναι η αύξηση του throughput και η μείωση του χρόνου κατά τον οποίο το σύστημα δέχεται παρεμβολή.

Στο [2] χρησιμοποιείται ένα HMM για την εφαρμογή μίας καθαρά προνοητικής στρατηγικής φασματικής κινητικότητας. Δηλαδή ο δευτερεύων χρήστης προβλέπει τη διάρκεια κατά την οποία το τρέχων κανάλι θα είναι ελεύθερο και φροντίζει ώστε να το εγκαταλείψει εγκαίρως, αποφεύγοντας με αυτόν τον τρόπο συγκρούσεις με πρωτεύοντες χρήστες. Συγκεκριμένα η κίνηση στο κανάλι σημειώνεται με 0 όταν αυτό δεν χρησιμοποιείται και με 1 σε αντίθετη περίπτωση. Το HMM χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη των μελλοντικών καταστάσεων του καναλιού. Αν η πρόβλεψη είναι 1 τότε το κανάλι εκκενώνεται εγκαίρως, ενώ σε αντίθετη περίπτωση συνεχίζεται η εκπομπή.

Figure 4.1: Αναφορές πρόβλεψης φάσματος στη βιβλιογραφία

Δημοσίευση	Τεχνική προβλεψής	Εφαρμογή
[52]	NN και HMM	Φασματική ανίχνευση
[13]	παραλλαγή HMM	Φασματική απόφαση
[68]	Μάθηση Bayes	Φασματική ανίχνευση και απόφαση
[46]	HMM	Φασματική κινητικότητα
[2]	HMM	Φασματική κινητικότητα

Στην εικόνα 4.1 δίνουμε μία συνοπτική παρουσίαση των αναφορών που υπάρχουν στην

βιβλιογραφία και τις οποίες περιγράψαμε παραπάνω.

5 Εφαρμογή μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη φάσματος

5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε διάφορες τεχνικές μηχανικής μάθησης με στόχο την πρόβλεψη της κατάστασης ενός καναλιού. Αρχικά θα ορίσουμε το μοντέλο με βάση το οποίο περιγράφουμε την κατάσταση του καναλιού, τα διάφορα σενάρια χρήσης αυτού, καθώς και διάφορα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του. Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στις μεθόδους μηχανικής μάθησης που θα χρησιμοποιήσουμε καθώς και στις τιμές των παραμέτρων αυτών των μεθόδων που επιλέχθηκαν. Το επόμενο βήμα είναι να εκτελέσουμε τους αλγορίθμους μάθησης με βάση διάφορα σενάρια προσομοίωσης και να εξάγουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν. Τέλος από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων θα εξάγουμε συμπεράσματα, ενώ θα επιχειρηθεί μία ποιοτική και ποσοτική ερμηνεία αυτών με τη χρήση διαφόρων μετρικών επίδοσης. Το μοντέλο, οι μετρικές, οι παράμετροι και οι περισσότερες μέθοδοι που θα χρησιμοποιηθούν παρακάτω ακολουθούν το [52]. Πριν όμως αναφερθούμε σε όλα αυτά θα κάνουμε μία σύντομη επισκόπηση των μοντέλων κίνησης, η οποία είναι απαραίτητη για την περιγραφή του μοντέλου που θα ορίσουμε παρακάτω.

5.2 Επισκόπηση μοντέλων κίνησης

Θα παρουσιάσουμε συνοπτικά μερικές βασικές έννοιες μοντελοποίησης τηλεπικοινωνιακής κίνησης βασισμένοι στο [19]. Στο πιο απλό μοντέλο έχουμε μονές αφίξεις διακριτών αντικειμένων. Κάθε ένα από αυτά τα αντικείμενα χαρακτηρίζεται από ένα χρόνο άφιξης T_i . Το μοντέλο αυτό μπορεί να περιγραφεί με τη χρήση σημειακών διαδικασιών (*Point process*). Μία σημειακή διαδικασία είναι μία ακολουθία τιμών $T_1, T_2, \dots, T_n$ που αντιστοιχεί στο χρόνο άφιξης των αντικειμένων στο κανάλι. Θεωρούμε ότι $T_0 = 0$. Οι σημειακές διαδικασίες έχουν δύο ισοδύναμες αναπαραστάσεις, ως διαδικασίες χρόνου μεταξύ αφίξεων και ως διαδικασίες απαρίθμησης.

Μία διαδικασία χρόνου μεταξύ αφίξεων (*inter-arrival time process*) ορίζεται ως [19] μία τυχαία μη αρνητική ακολουθία $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$, όπου $A_n = T_n - T_{n-1}$. Δηλαδή το A_n

είναι ο χρόνος μεταξύ της άφιξης $n - 1$ και n . Μία διαδικασία απαρίθμησης (*counting process*) είναι [19] μία συνεχούς χρόνου μη αρνητική στοχαστική ανέλιξη $\{N(t)\}_{t=0}^{\infty}$, η οποία περιγράφει τον αριθμό των αφίξεων των αντικειμένων σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα $[0, t)$. Με άλλα λόγια ισχύει ότι $N(t) = \max \{n : T_n \leq t\}$.

Μπορούμε να επεκτείνουμε το αρχικό μοντέλο ορίζοντας έννοιες όπως αυτή της παρτίδας και του φόρτου εργασίας. Στο μοντέλο σύνθετης κίνησης (*compound traffic*) με παρτίδες (*batch*) [19] σε κάθε άφιξη (που αντιστοιχεί σε κάποιο χρόνο T_i) έχουμε μία παρτίδα αντικειμένων, η οποία μπορεί να αποτελείται από περισσότερα από ένα αντικείμενα. Για την περιγραφή αυτού του είδους μοντέλου εισάγουμε την παράμετρο $\{B_n\}_{n=1}^{\infty}$, μία μη αρνητική τυχαία ακολουθία, η οποία αντιστοιχεί στον αριθμό των αντικειμένων που αφίκνυνται σε κάθε χρονική στιγμή άφιξης T_i . Επιπλέον μπορούμε να επεκτείνουμε περαιτέρω το μοντέλο εισάγοντας την παράμετρο του φόρτου εργασίας (*workload*) [19]. Πρόκειται για μία τυχαία ακολουθία $\{W_n\}_{n=1}^{\infty}$, η οποία περιγράφει την ποσότητα του έργου που πρέπει να διεκπεραιωθεί εξαιτίας της άφιξης του n -οστού αντικειμένου.

Καταγισμός κίνησης (*traffic burstiness*) είναι [19] το φαινόμενο που εμφανίζει μία διαδικασία κίνησης όταν στην ακολουθία $\{T_n\}_{n=1}^{\infty}$ των χρόνων άφιξης εμφανίζονται “πυκνώσεις” (εάν αναπαραστήσουμε οπτικά την ακολουθία). Με άλλα λόγια στην ακολουθία $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ των χρόνων μεταξύ των αφίξεων παρατηρούνται εντάσεις, όπου έχουμε μια υποακολουθία (στην ουσία ένα τμήμα της $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ που αποτελείται από διαδοχικούς όρους) από μικρούς χρόνους, η οποία ακολουθείται από ένα μεγάλο χρόνο. Το μοτίβο αυτό επαναλαμβάνεται σε όλο το μήκος της ακολουθίας.

Σε ένα μοντέλο ανανέωσης κίνησης (*renewal traffic model*) [19] η ακολουθία των χρόνων μεταξύ των αφίξεων $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ αποτελείται από ανεξάρτητες όμοια κατανομημένες μεταβλητές (*independent identically distributed*). Δεν υπάρχει περιορισμός ως προς το είδος της κατανομής που αντιστοιχεί σε αυτές τις μεταβλητές.

Μερικά βασικά μοντέλα κίνησης δίνονται παρακάτω. [19]

- Μοντέλο διαδικασίας Poisson

Σε μία διαδικασία *Poisson* (*Poisson process*) ο χρόνος μεταξύ των αφίξεων $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο λ . Η παράμετρος αποτελεί τη μέση τιμή και τη διασπορά της αντίστοιχης κατανομής και εκφράζει το μέσο αριθμό αφίξεων σε κάθε χρονική μονάδα. Η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας δίνεται από τη σχέση

$$P(t) = P\{A_n \leq t\} = 1 - e^{-\lambda t},$$

ενώ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας από την σχέση

$$p(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Η χρησιμότητα της διαδικασίας Poisson αποτελεί απόρροια μερικών βασικών ιδιοτήτων της. Αυτές είναι οι εξής [8], [19]:

- Η υπέρθεση n διαδικασιών Poisson με παράμετρους $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ είναι μία νέα διαδικασία Poisson με παράμετρο $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$.

- Η ιδιότητα των ανεξάρτητων αυξήσεων (*independent increments property*), σύμφωνα με την οποία οι χρόνοι μεταξύ των αφίξεων σε μη επικαλυπτόμενα διαστήματα είναι ανεξάρτητες μεταβλητές. Αυτή η ιδιότητα καθιστά την διαδικασία Poisson μία διαδικασία χωρίς μνήμη (*memoryless*).
- Το θεώρημα *Palm-Khintchine* το οποίο λέει ότι εάν
 - * οι ροές κίνησης μπορούν να μοντελοποιηθούν ως διαδικασίες ανανέωσης και
 - * η αύξηση του αριθμού των ροών οδηγεί σε μείωση του ατομικού ρυθμού, ώστε ο συνολικός ρυθμός να παραμένει σταθερός

τότε ο συνδυασμός ανεξάρτητων ροών κίνησης προσεγγίζει την κατανομή Poisson.

- Μοντέλο διαδικασίας Bernoulli

Η διαδικασία *Bernoulli* (*Bernoulli process*) είναι η αντίστοιχη της διαδικασίας Poisson στον διακριτό χρόνο. Σε μία διαδικασία Bernoulli ο χρόνος μεταξύ αφίξεων ακολουθεί γεωμετρική κατανομή με παράμετρο p ίση με τον αριθμό αφίξεων ανά χρονική μονάδα. Δηλαδή ισχύει ότι

$$P(A_n = i) = p(1 - p)^i \text{ για κάποιο } i > 0.$$

5.3 Μοντέλο προσομοίωσης

Το μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε βασίζεται στο [52] και είναι το εξής. Έστω ένα κανάλι, το οποίο μπορεί να εξυπηρετεί ένα χρήστη κάθε χρονική στιγμή. Θεωρούμε ότι το κανάλι αυτό χαρακτηρίζεται την κάθε χρονική στιγμή από την κατάσταση του, η οποία μπορεί να λάβει τις τιμές *ελεύθερο* (*idle-I*) ή *δεσμευμένο* (*busy-B*), όταν δεν υπάρχει ή υπάρχει κάποιος χρήστης που το χρησιμοποιεί αντίστοιχα. Να σημειώσουμε ότι λέγοντας χρονική στιγμή εννοούμε κάποιο απροσδιόριστο χρονικό διάστημα (δεν μπορούμε να το προσδιορίσουμε σε δευτερόλεπτα), το οποίο για εμάς θεωρείται η χρονική μονάδα. Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να φανταστούμε το μοντέλο ως μία ακολουθία από *χρονοσχισμές* (*time slots*). Κάθε χρονοσχισμή αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο και χαρακτηρίζεται από μία κατάσταση (*ελεύθερο* ή *δεσμευμένο*). Να σημειώσουμε ότι το μοντέλο κίνησης που θα χρησιμοποιήσουμε αποτελεί μία παραλλαγή του μοντέλου κίνησης Bernoulli. Στην εικόνα 5.1 απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του μοντέλου προσομοίωσης.

5.4 Παράμετροι μοντέλου

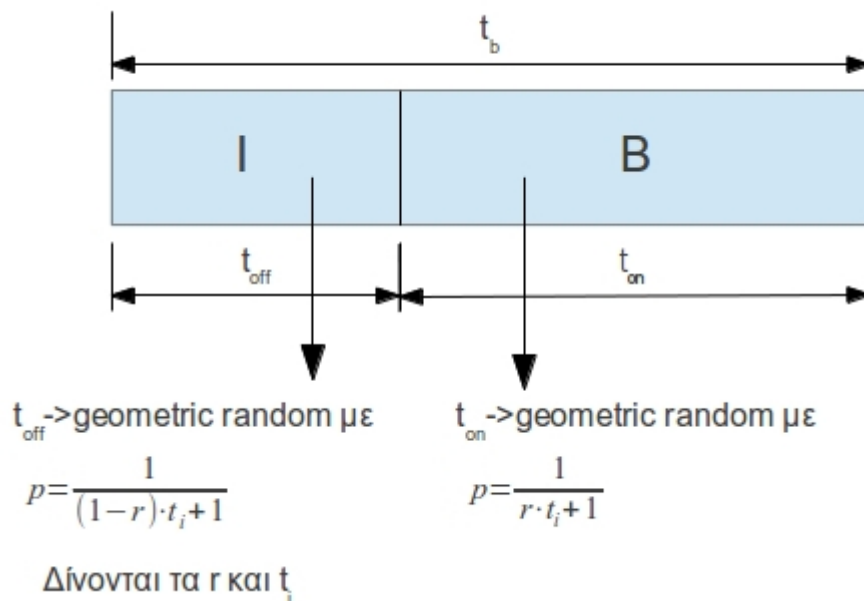
Αρχικά να σημειώσουμε ότι όταν αναφερόμαστε σε διαστήματα ελεύθερων ή δεσμευμένων καταστάσεων εννοούμε τα τμήματα εκείνα της ακολουθίας τα οποία αποτελούνται από

Figure 5.1: Μοντέλο προσομοίωσης. Αποτελείται από μία ακολουθία χρονοσχισμών, σε καθεμία από τις οποίες αντιστοιχεί μία κατάσταση (ελεύθερο ή δεσμευμένο).



διαδοχικές χρονοσχισμές με ελεύθερη ή δεσμευμένη κατάσταση αντίστοιχα (ακόμα και αν πρόκειται για μία μόνο χρονοσχισμή). Επιπλέον ως πλήρες διάστημα ορίζουμε ένα διάστημα ελεύθερων καταστάσεων ακολουθούμενο από το αντίστοιχο διάστημα δεσμευμένων καταστάσεων (εννοείτε ότι μετά ακολουθεί διάστημα ελεύθερων καταστάσεων, κ.ο.κ.). Συμβολίζουμε τη διάρκεια ενός πλήρους διαστήματος με t_b (απο το burst, δηλαδή καταιγισμός), τη διάρκεια του αντίστοιχου τμήματος ελεύθερων καταστάσεων με t_{off} και τη διάρκεια του αντίστοιχου τμήματος δεσμευμένων καταστάσεων με t_{on} . Για ένα πλήρες διάστημα ισχύει προφανώς ότι $t_b = t_{on} + t_{off}$. Στην εικόνα 5.2 απεικονίζεται το μοντέλο που περιγράψαμε παραπάνω μαζί με μερικά στοιχεία που θα εξηγηθούν παρακάτω.

Figure 5.2: Ένα πλήρες διάστημα μαζί με τους αντίστοιχους χρόνους και τις παραμέτρους που το παράγουν.



Για να περιγράψουμε και να ποσοτικοποιήσουμε την κίνηση του μοντέλου χρησιμοποιούμε διάφορες παραμέτρους. Οι παράμετροι αφορούν το τρόπο παραγωγής της κίνησης του μοντέλου και στην ουσία καθορίζουν τις τιμές των παραμέτρων t_{on} και t_{off} σε κάθε πλήρες διάστημα με τρόπο που θα γίνει ξεκάθαρος παρακάτω. Οι παράμετροι αυτοί είναι οι εξής: [52]

1. Μέσος χρόνος μεταξύ αφίξεων (Mean inter-arrival time)

Ο μέσος χρόνος μεταξύ των αφίξεων t_i ορίζεται ως η μέση διάρκεια (σε χρονοσχισμές) ενός πλήρους διαστήματος. Με άλλα λόγια πρόκειται για το μέσο χρόνο της διάρκειας ενός διαστήματος που αποτελείται από μια ακολουθία διαδοχικών καταστάσεων I (Idle) ακολουθούμενη από την αντίστοιχη ακολουθία καταστάσεων B (Busy).

2. Μέσος χρόνος εξυπηρέτησης (Mean service time)

Ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης t_s ορίζεται ως η μέση διάρκεια (σε χρονοσχισμές) των διαστημάτων δεσμευμένης κατάστασης, δηλαδή των διαστημάτων που αποτελούνται από διαδοχικές καταστάσεις B (Busy).

3. Ένταση κίνησης (Traffic Intensity)

Η ένταση κίνησης ορίζεται ως εξής:

$$r = \frac{t_s}{t_i} = \frac{E[\text{διαστημάτων B}]}{E[\text{διαστημάτων B} + \text{διαστημάτων I}]}$$

Δηλαδή εκφράζει ποσοτικά το χρόνο που είναι κατειλημένο το κανάλι στη διάρκεια ενός πλήρους διαστήματος κατά μέσο όρο.

Στο μοντέλο μας θα μεταβάλλουμε το μέσο χρόνο μεταξύ αφίξεων και την ένταση κίνησης. Η ένταση κίνησης θα λάβει τιμές στο διάστημα από 0.5 έως 0.8 με βήμα 0.05, ενώ ο μέσος χρόνος μεταξύ αφίξεων θα λάβει τιμές από 10 έως 30 με βήμα 5. Από αυτές τις παραμέτρους προκύπτει και η μέση διάρκεια εξυπηρέτησης. Συνεπώς έχουμε καθορίσει πλήρως όλες τις παραμέτρους του μοντέλου που χρειάζονται για το προσδιορισμό της κίνησης. Στον πίνακα 5.3 συνοψίζονται οι παράμετροι του μοντέλου που αναφέραμε παραπάνω.

Figure 5.3: Πίνακας παραμέτρων μοντέλου.

Όνομα	Συμβολισμός	Τιμές
Μέσος χρόνος μεταξύ αφίξεων	t_i	10 ~ 30 με βήμα 5
Μέσος χρόνος εξυπηρέτησης	t_s	προκύπτει από τα υπόλοιπα
Ένταση κίνησης	r	0.5 ~ 0.8 με βήμα 0.05

5.5 Κίνηση μοντέλου

Η κίνηση στο κανάλι θα ακολουθήσει μια παραλλαγή της διαδικασίας (στοχαστική ανέλιξη) *Bernoulli* [10]. Η διαδικασία *Bernoulli* είναι μία ακολουθία από τυχαίες μεταβλητές *Bernoulli*, δηλαδή σε κάθε χρονική στιγμή λαμβάνει αποτέλεσμα 1 με πιθανότητα p και αποτέλεσμα 0 με πιθανότητα $1 - p$. Θεωρούμε ότι οι τυχαίες μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και χαρακτηρίζονται από την ίδια παράμετρο (p). Με άλλα λόγια μία διαδικασία *Bernoulli* είναι μία ακολουθία από ανεξάρτητες όμοια καταναεμημένες (i.i.d) τυχαίες μεταβλητές *Bernoulli* $X_1, X_2, \dots, X_n$ για τις οποίες ισχύει

$$\begin{cases} P(X_i = 1) = p \\ P(X_i = 0) = 1 - p \end{cases}.$$

Σε μία τέτοια διαδικασία ο χρόνος μεταξύ των αφίξεων ακολουθεί γεωμετρική κατανομή.

Παρακάτω δίνουμε αναλυτικά τον τρόπο παραγωγής κίνησης στο μοντέλο που χρησιμοποιούμε.

Ξεκινάμε με ένα διάστημα ελεύθερων καταστάσεων με διάρκεια που καθορίζεται με τον τρόπο που αναφέρεται παρακάτω και συνεχίζουμε με ένα διάστημα δεσμευμένων καταστάσεων. Επαναλαμβάνουμε αυτό το μοτίβο όσες φορές χρειαστεί ώστε να καλύψουμε τον αριθμό των χρονοσχησμών που χρειαζόμαστε. Είναι πολύ πιθανόν να ξεπεράσουμε, εξαιτίας του τελευταίου διαστήματος, τον αριθμό των χρονοσχησμών και για αυτό στο τέλος αποκόπτουμε από την ακολουθία το τμήμα που περισσεύει.

Για το καθορισμό των παραμέτρων t_{on} και t_{off} ακολουθούμε τα εξής:

- Η διάρκεια t_{off} των διαστημάτων ελεύθερων καταστάσεων (I) προκύπτει από μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών που ακολουθεί γεωμετρική κατανομή με παράμετρο p . Η τιμή της παραμέτρου p προκύπτει από την τιμή της μέσης διάρκειας των διαστημάτων χωρίς εκπομπή¹ ως εξής:

$$p = \frac{1}{t_i - t_s + 1} \Rightarrow p = \frac{1}{t_i - r \cdot t_i + 1} \Rightarrow$$

$$p = \frac{1}{(1-r) \cdot t_i + 1}.$$

Δηλαδή $t_{off} \rightarrow \text{geometric random}(p)$.

- Η διάρκεια t_{on} των διαστημάτων δεσμευμένων καταστάσεων (B) προκύπτει από μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών που ακολουθεί γεωμετρική κατανομή με παράμετρο p' . Η τιμή της παραμέτρου p' προκύπτει από την τιμή του μέσου χρόνου εξυπηρέτησης t_s ως εξής:

$$p' = \frac{1}{t_s + 1}.$$

Επειδή στο μοντέλο μεταβάλλουμε μόνο τα t_i και r για την παράμετρο p' τελικά έχουμε

$$p' = \frac{1}{r \cdot t_i + 1}.$$

Δηλαδή $t_{on} \rightarrow \text{geometric random}(p')$.

5.6 Χρήση αλγορίθμων μάθησης

Το σενάριο χρήσης των δύο πρώτων αλγορίθμων μάθησης (Νευρωνικά δίκτυα και SVM) είναι το εξής. Μας δίνεται η ακολουθία των καταστάσεων του καναλιού για k χρονοσχησμές. Στόχος είναι να προβλέψουμε την κατάσταση τη στιγμή $k + 1$. Για

¹ Δεν έχουμε ορίσει τέτοια παράμετρο, αλλά είναι προφανές ότι ορίζεται ως η διαφορά του μέσου χρόνου μεταξύ αφίξεων και του μέσου χρόνου εξυπηρέτησης, δηλαδή $t_i - t_s$

να επιτευχθεί αυτό χρειάζεται ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης. Τα δεδομένα αυτά αποτελούνται από την κατάσταση του καναλιού για N χρονοσχισμές, τα οποία χωρίζουμε σε τμήματα των $k + 1$ χρονοσχισμών². Στην ουσία σε κάθε τμήμα οι πρώτες k χρονοσχισμές αποτελούν το διάνυσμα χαρακτηριστικών και η χρονοσχισμή $k + 1$ την κλάση στην οποία ταξινομείται αυτό το διάνυσμα. Με αυτόν τον τρόπο από μία ακολουθία N τιμών λαμβάνουμε ένα σύνολο $\frac{N}{k+1}$ διανυσμάτων χαρακτηριστικών, με τα οποία εκπαιδεύουμε το σύστημα.

Η αξιολόγηση της επίδοσης του αλγορίθμου πραγματοποιείται πάνω σε ένα σύνολο δεδομένων ελέγχου. Αυτά αποτελούνται από την κατάσταση του καναλιού για M χρονοσχισμές τις οποίες χωρίζουμε σε τμήματα όπως χωρίζουμε και τα δεδομένα εκπαίδευσης. Ο αλγόριθμος μάθησης λαμβάνει ως είσοδο τις πρώτες k χρονοσχισμές του κάθε τμήματος και δίνει ως έξοδο την εκτίμησή του για την τιμή της επόμενης χρονοσχισμής. Το αποτέλεσμα αυτό το συγκρίνει με την $k + 1$ χρονοσχισμή του κάθε τμήματος και λαμβάνει υπόψιν το αποτέλεσμα στον υπολογισμό του ποσοστού επιτυχίας.

Για τα HMM το σενάριο χρήσης είναι λίγο διαφορετικό. Στα HMM παράγουμε πάλι μία ακολουθία καταστάσεων μήκους N και μία άλλη μήκους M . Τις ακολουθίες αυτές χωρίζουμε σε διανύσματα μήκους l . Κατά την εκπαίδευση του HMM δίνουμε ως είσοδο (στην ουσία πρόκειται για την ακολουθία παρατηρήσεων O) τα διανύσματα μήκους l . Αυτά εκπαιδεύουν το σύστημα, δηλαδή μας δίνουν τις παραμέτρους του μοντέλου που τα περιγράφει με τον καλύτερο τρόπο (με την έννοια της μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας).

Για την αξιολόγηση του συστήματος χρησιμοποιούμε τα διανύσματα χαρακτηριστικών του συνόλου ελέγχου. Για κάθε διάνυσμα χαρακτηριστικών κάνουμε τα εξής. Λαμβάνουμε τις πρώτες $l - 1$ τιμές αυτού και προσθέτουμε στο τέλος αυτής της ακολουθίας μία επιπλέον τιμή. Οι δυνατές τιμές της επιπλέον τιμής είναι δύο (ελεύθερο και δεσμευμένο) και δημιουργούμε και τις δύο δυνατές ακολουθίες που προκύπτουν. Δίνουμε ως είσοδο στο HMM τις δύο αυτές ακολουθίες και υπολογίζουμε την λογαριθμική πιθανοφάνεια που δίνει το μοντέλο για καθεμία από αυτές. Κρατάμε την ακολουθία που δίνει την μεγαλύτερη τιμή της πιθανοφάνειας και συγκρίνουμε την εκτίμηση για την χρονοσχισμή l (της ακολουθίας που κρατήσαμε) με την πραγματική τιμή της (δηλαδή την πραγματική τιμή της l χρονοσχισμής του αντίστοιχου διανύσματος χαρακτηριστικών του συνόλου ελέγχου που τροποποιήσαμε). Το αποτέλεσμα αυτής της σύγκρισης λαμβάνεται υπόψιν στον υπολογισμό του ποσοστού επιτυχίας.

Να σημειώσουμε ότι στην πράξη (για όλες τις μεθόδους) δημιουργούμε μία μόνο ακολουθία καταστάσεων μήκους $M + N$, την οποία χωρίζουμε κατάλληλα σε τμήματα όπως αναφέραμε παραπάνω. Οι παραπάνω παράμετροι συνοψίζονται στον πίνακα 5.4.

²Χωρίς βλάβη της γενικότητας, θεωρούμε ότι το N είναι πολλαπλάσιο του $k + 1$. Μάλιστα στην εφαρμογή επιλέγουμε τις τιμές των μεγεθών των δεδομένων μας με τέτοιο τρόπο ώστε αυτό να ισχύει. Το ίδιο ισχύει και για την παράμετρο M που περιγράφεται στη συνέχεια.

Figure 5.4: Πίνακας παραμέτρων.

Όνομα	Συμβολισμός	Περιγραφή
Αριθμός χρονοσχισμών δεδομένων εκπαίδευσης	N	12000
Αριθμός χρονοσχισμών δεδομένων ελέγχου	M	30000
Αριθμός χρονοσχισμών δεδομένων εισόδου(για NN και SVM)	k	5
Αριθμός χρονοσχισμών δεδομένων εισόδου(για HMM)	l	100
Αριθμός χρονοσχισμών δεδομένων εξόδου(για NN και SVM)	k_{out}	1

5.7 Μετρικές επίδοσης

Για να αξιολογήσουμε την επίδοση των μεθόδων μηχανικής μάθησης στο πρόβλημά μας θα ορίσουμε διάφορες μετρικές επίδοσης. [52]

1. Πιθανότητα επιτυχίας

Η πιθανότητα επιτυχίας ορίζεται ως εξής:

$$P_S = \frac{\text{σωστά ταξινομημένα διανύσματα}}{\text{συνολικός αριθμός διανυσμάτων συνόλου ελέγχου}}.$$

Αποτελεί ένα μέτρο της ακρίβειας της μεθόδου καθώς ποσοτικοποιεί την επιτυχία της πάνω σε ολόκληρο το σύνολο δεδομένων ελέγχου.

2. Πιθανότητα επιτυχίας για τις δεσμευμένες καταστάσεις

Η πιθανότητα επιτυχίας για τις δεσμευμένες καταστάσεις ορίζεται ως εξής:

$$P_{S|B} = \frac{\text{σωστά ταξινομημένα διανύσματα που ανήκουν στην κλάση B}}{\text{συνολικός αριθμός διανυσμάτων συνόλου ελέγχου που ανήκουν στην κλάση B}}.$$

Δηλαδή επιλέγει από το σύνολο ελέγχου τα διανύσματα που ανήκουν στην κλάση B (αυτά που η κατάσταση της χρονοσχισμής $k+1$ είναι δεσμευμένο-Busy) και ελέγχει τον αλγόριθμο μάθησης πάνω σε αυτά.

3. Πιθανότητα επιτυχίας για τις ελεύθερες καταστάσεις

Η πιθανότητα επιτυχίας για τις ελεύθερες καταστάσεις ορίζεται ως εξής:

$$P_{S|I} = \frac{\text{σωστά ταξινομημένα διανύσματα που ανήκουν στην κλάση I}}{\text{συνολικός αριθμός διανυσμάτων συνόλου ελέγχου που ανήκουν στην κλάση I}}.$$

Δηλαδή επιλέγει από το σύνολο ελέγχου τα διανύσματα που ανήκουν στην κλάση I (αυτά που η κατάσταση της χρονοσχισμής $k+1$ είναι ελεύθερο-Idle) και ελέγχει τον αλγόριθμο μάθησης πάνω σε αυτά.

Στον πίνακα 5.5 συνοψίζονται οι μετρικές επίδοσης που αναφέραμε παραπάνω.

5.8 Μέθοδοι μηχανικής μάθησης

Οι μέθοδοι που θα χρησιμοποιήσουμε έχουν αναπτυχθεί αναλυτικά στο κεφάλαιο 3 και είναι οι εξής:

Figure 5.5: Πίνακας με τις μετρικές επίδοσης.

Όνομα	Συμβολισμός
Πιθανότητα επιτυχίας	P_S
Πιθανότητα επιτυχίας για τις δεσμευμένες καταστάσεις	$P_{S B}$
Πιθανότητα επιτυχίας για τις ελεύθερες καταστάσεις	$P_{S I}$

1. Νευρωνικά δίκτυα(NN)
2. Μηχανές διανυσματικής στήριξης(SVM)
3. Κρυφά μοντέλα Markov(HMM)

5.8.1 Νευρωνικά δίκτυα

Τα νευρωνικά δίκτυα αποτελούν ένα πολύ καλό εργαλείο για το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε. Οι παράμετροι που θα λάβουμε υπόψιν δίνονται παρακάτω, ενώ για τις υπόλοιπες θεωρούμε ότι λαμβάνουν την προκαθορισμένη (default) τιμή τους³. Στο πίνακα 5.6 απεικονίζονται συνοπτικά όλες οι παράμετροι που θα αναφέρουμε παρακάτω.

1. Δομή νευρωνικού δικτύου(Structure of neural network)

Θα χρησιμοποιήσουμε ένα *εμπροσθοτροφοδοτούμενο δίκτυο (feed-forward network)*, το οποίο είναι το πιο συνηθισμένο είδος νευρωνικού δικτύου.

2. Αριθμός εισόδων(Number of inputs)

Ο αριθμός των εισόδων ισούται με τη διάσταση του διανύσματος χαρακτηριστικών ή ισοδύναμα με το αριθμό των χρονοσχισμών των δεδομένων εισόδου. Επιλέγουμε αριθμό εισόδων $k = 5$.

3. Αριθμός εξόδων(Number of outputs)

Το πρόβλημα ταξινόμησης που θέλουμε να λύσουμε περιλαμβάνει 2 κλάσεις και για αυτό το λόγο ένας κόμβος εξόδου είναι αρκετός, δηλαδή $k_{out} = 1$.

4. Αριθμός κρυφών επιπέδων(Number of hidden layers)

Ο αριθμός των κρυφών επιπέδων (δεν μετράμε τα επίπεδα εισόδου και εξόδου) που περιέχει το νευρωνικό δίκτυο είναι $h = 2$. Για την απλή εφαρμογή που αντιμετωπίζουμε αποδεικνύεται ικανοποιητικός.

5. Αριθμός κόμβων κρυφών επιπέδων(Number of hidden layers nodes)

Ο αριθμός των κόμβων των κρυφών επιπέδων προέκυψε μετά από δοκιμές. Καταλήξαμε σε $h_1 = 10$ κόμβους για το 1ο επίπεδο και $h_2 = 15$ κόμβους για το 2ο.

³Ως προκαθορισμένη τιμή εννοούμε την τιμή που δίνει το πρόγραμμα που χρησιμοποιούμε, δηλαδή το Matlab.

6. Αλγόριθμος εκπαίδευσης(Training algorithm)

Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης είναι ο αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης (backpropagation) με βελτιστοποίηση Levenberg-Marquardt. Η αντίστοιχη συνάρτηση του Matlab είναι η trainlm.

7. Δεδομένα εκπαίδευσης(Training data)

Μετά από δοκιμές καταλήξαμε σε μέγεθος $N=12000$ slots για τα δεδομένα εκπαίδευσης. Να σημειώσουμε ότι δημιουργούμε συνολικά την κίνηση για 42000 slots και επιλέγουμε τα πρώτα 12000 ως δεδομένα εκπαίδευσης.

8. Δεδομένα ελέγχου(Test data)

Για τον αριθμό των δεδομένων ελέγχου επιλέγουμε $M=30000$ slots. Να σημειώσουμε ότι δημιουργούμε συνολικά την κίνηση για 42000 slots και επιλέγουμε τα τελευταία 30000 ως δεδομένα ελέγχου.

Figure 5.6: Παράμετροι νευρωνικού δικτύου.

Παράμετρος	Συμβολισμός	Τιμή
Δομή νευρωνικού δικτύου	-	Feed-forward network
Αριθμός εισόδων	k	5
Αριθμός εξόδων	k_{out}	1
Αριθμός κρυφών επιπέδων	h	2
Αριθμός κόμβων κρυφών επιπέδων	$[h_1, h_2]$	[10 15]
Αλγόριθμος εκπαίδευσης	-	Backpropagation με Levenberg-Marquadt
Δεδομένα εκπαίδευσης	N	12000
Δεδομένα ελέγχου	M	30000

5.8.2 Μηχανές διανυσματικής στήριξης

Για την χρήση των SVM θα λάβουμε υπόψιν τις παρακάτω παράμετρους, θεωρώντας ότι οι υπόλοιπες λαμβάνουν την προκαθορισμένη (default) τιμή τους. Στο πίνακα 5.7 απεικονίζονται συνοπτικά όλες οι παράμετροι που θα αναφέρουμε παρακάτω.

1. Μέγεθος διανύσματος χαρακτηριστικών(Feature vector size)

Το μέγεθος του διανύσματος χαρακτηριστικών είναι το ίδιο με του νευρωνικού δικτύου, δηλαδή $k = 5$.

2. Αριθμός εξόδων(Number of outputs)

Το πρόβλημα ταξινόμησης που θέλουμε να λύσουμε περιλαμβάνει 2 κλάσεις και για αυτό το λόγο μία έξοδος είναι αρκετή, δηλαδή $k_{out} = 1$.

3. Συνάρτηση πυρήνα(Kernel function)

Η συνάρτηση πυρήνα του SVM είναι γραμμική (*linear*). Αν και μπορούμε να επιλέξουμε μία πιο σύνθετη συνάρτηση επιλέγουμε αυτή, γιατί η επίδοσή της κρίνεται ικανοποιητική.

4. Δεδομένα εκπαίδευσης(Training data)

Επιλέγουμε τον ίδιο αριθμό δεδομένων εκπαίδευσης με το νευρωνικό δίκτυο, δηλαδή $N=12000$ slots. Να σημειώσουμε βέβαια ότι ο αριθμός αυτός είναι πιο μεγάλος για τα SVM απ' ότι για τα νευρωνικά δίκτυα με την έννοια ότι ο χρόνος επεξεργασίας που απαιτείται είναι μεγαλύτερος. Ο λόγος που χρησιμοποιούμε τον ίδιο αριθμό δεδομένων εκπαίδευσης είναι για να έχουμε ένα κοινό μέτρο σύγκρισης.

5. Δεδομένα ελέγχου(Test data)

Επιλέγουμε τον ίδιο αριθμό δεδομένων ελέγχου με το νευρωνικό δίκτυο, δηλαδή $M=30000$ slots, για τους ίδιους λόγους που αναφέραμε και παραπάνω.

Figure 5.7: Παράμετροι SVM.

Παράμετρος	Συμβολισμός	Τιμή
Αριθμός εισόδων	k	5
Αριθμός εξόδων	k_{out}	1
Συνάρτηση πυρήνα	-	γραμμική
Δεδομένα εκπαίδευσης	N	12000
Δεδομένα ελέγχου	M	30000

5.8.3 Κρυφά μοντέλα Markov

Για την χρήση των HMM θα λάβουμε υπόψιν τις παρακάτω παράμετρους, θεωρώντας ότι οι υπόλοιπες λαμβάνουν την προκαθορισμένη (default) τιμή τους. Στο πίνακα 5.8 απεικονίζονται συνοπτικά όλες οι παράμετροι που θα αναφέρουμε παρακάτω. Να σημειώσουμε ότι στο Matlab χρησιμοποιούμε την εξωτερική βιβλιοθήκη που βρίσκεται στο <http://www.cs.ubc.ca/~murphyk/Software/HMM/hmm.html>.

1. Αριθμός καταστάσεων(Number of states)

Ο αριθμός των κρυφών καταστάσεων του HMM. Μετά από δοκιμές επιλέγουμε $S = 15$.

2. Αριθμός δυνατών τιμών των παρατηρήσεων(Number of observations possible values)

Η παράμετρος αυτή λαμβάνει την τιμή $O = 2$, γιατί οι δυνατές τιμές των παρατηρήσεων είναι I ή B. Να σημειώσουμε ότι στην υλοποίηση κάνουμε την αντιστοίχιση I-1, B-2.

3. Αριθμός παρατηρήσεων(Number of observations)

Ο αριθμός των διαδοχικών παρατηρήσεων που χρησιμοποιούμε για την εκπαίδευση του μοντέλου. Είναι σημαντικό να επιλεγεί ένας σχετικά μεγάλος αριθμός για να μπορέσει το σύστημα να αναγνωρίσει το μοτίβο που υπάρχει στα δεδομένα. Επιλέγουμε ως αριθμό παρατηρήσεων το $l = 100$.

4. Εκ των προτέρων πιθανότητες(Prior probabilities)

Οι εκ των προτέρων πιθανότητες των καταστάσεων επιλέγονται τυχαία με κατάλληλη συνάρτηση (rand) της βιβλιοθήκης του Matlab που χρησιμοποιούμε.

5. Πίνακας μεταβάσεων(Transition matrix)

Ο πίνακας μεταβάσεων του HMM επιλέγεται αρχικά με τυχαίο τρόπο με χρήση των συναρτήσεων rand και mk_stochastic (φυσικά πρέπει να ικανοποιούνται οι απαραίτητες προϋποθέσεις). Μετά από την εκτέλεση του αλγορίθμου εκπαίδευσης (Baum-Welch) ο πίνακας λαμβάνει την τιμή εκείνη που μεγιστοποιεί την λογαριθμική πιθανοφάνεια των παρατηρήσεων.

6. Πιθανότητες εκπομπής(Emission probabilities)

Οι πιθανότητες εκπομπής επιλέγονται αρχικά με τυχαίο τρόπο με τη χρήση κατάλληλων συναρτήσεων (rand και mk_stochastic). Η τελική τους τιμή προκύπτει από την εκτέλεση του αλγορίθμου εκπαίδευσης.

7. Δεδομένα εκπαίδευσης(Training data)

Για τα δεδομένα εκπαίδευσης επιλέγουμε $N=12000$, δηλαδή τον ίδιο αριθμό που επιλέξαμε και για τις άλλες μεθόδους έτσι ώστε να έχουμε ένα κοινό μέτρο σύγκρισης.

8. Δεδομένα ελέγχου(Test data)

Για τα δεδομένα ελέγχου επιλέγουμε $M=30000$, δηλαδή τον ίδιο αριθμό που επιλέξαμε και για τις άλλες μεθόδους έτσι ώστε να έχουμε ένα κοινό μέτρο σύγκρισης.

Figure 5.8: Παράμετροι HMM.

Παράμετρος	Συμβολισμός	Τιμή(Αρχική τιμή/Τελική τιμή)
Αριθμός καταστάσεων	S	15
Αριθμός δυνατών τιμών των παρατηρήσεων	O	2
Αριθμός παρατηρήσεων	l	100
Εκ των προτέρων πιθανότητες	π_k	S τυχαίες τιμές/έξοδος BW
Πίνακας μεταβάσεων	$A = [a_{ij}]$	$S \cdot S$ τυχαίες τιμές/έξοδος BW
Πιθανότητες εκπομπής	B	$S \cdot O$ τυχαίες τιμές/έξοδος BW
Δεδομένα εκπαίδευσης	N	12000
Δεδομένα ελέγχου	M	30000

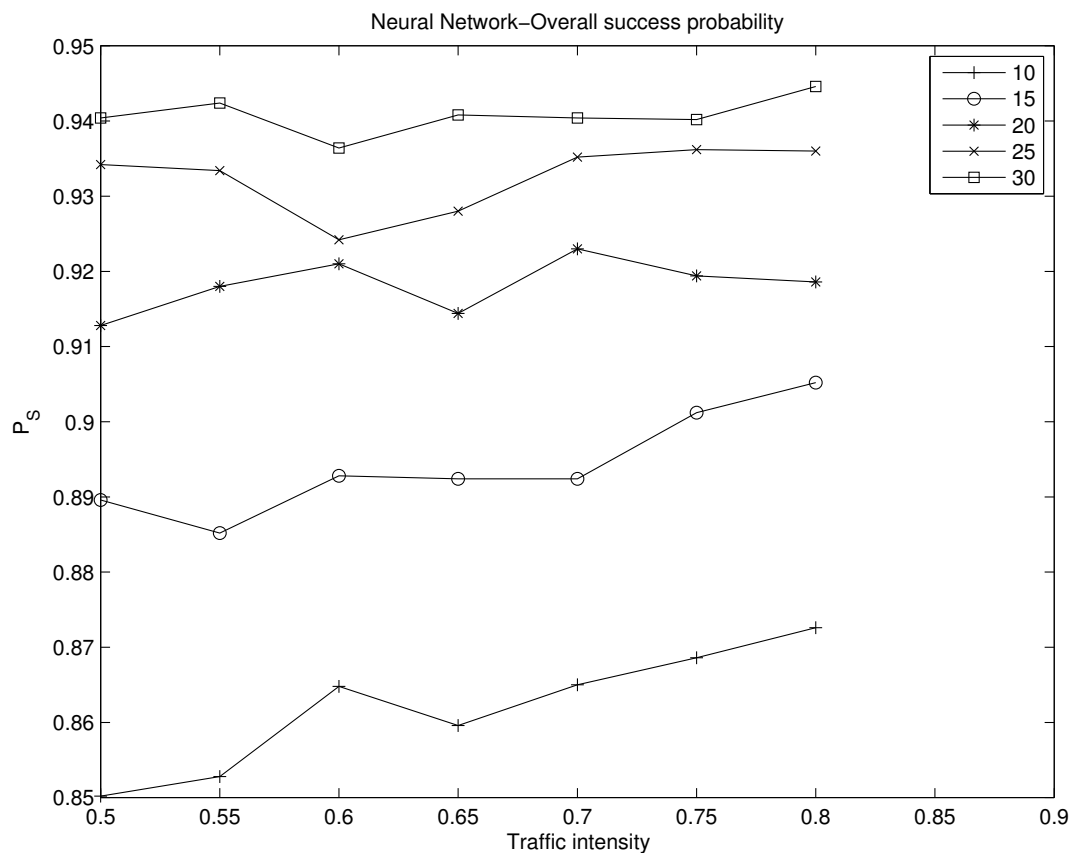
5.9 Αποτελέσματα-Παρατηρήσεις

Έχοντας εκτελέσει τους αλγορίθμους μάθησης πάνω στα δεδομένα για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων οργανώνουμε κατάλληλα τα αποτελέσματα σε γραφικές παραστάσεις.

Συγκεκριμένα απεικονίζουμε την συνολική πιθανότητα επιτυχίας και την πιθανότητα επιτυχίας στις δεσμευμένες καταστάσεις συναρτήσει της έντασης κίνησης. Η ένταση κίνησης λαμβάνει τιμές στο διάστημα 0.5 έως 0.8 με βήμα 0.05. Στους ίδιους άξονες σχεδιάζουμε την ίδια γραφική παράσταση για 5 διαφορετικές τιμές του μέσου χρόνου μεταξύ αφίξεων (10, 15, 20, 25, 30). Αυτό το εφαρμόζουμε για όλους τους αλγόριθμους μάθησης και για τις δύο μετρικές επίδοσης που προαναφέραμε.

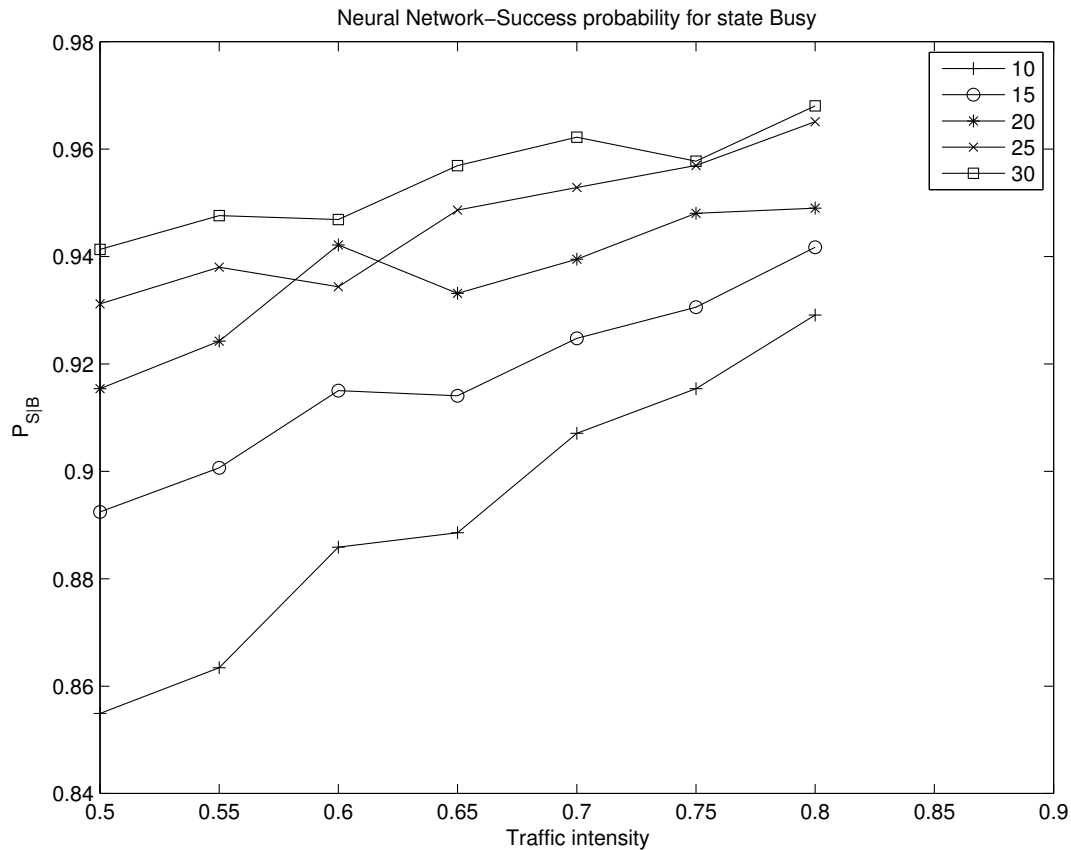
Στην εικόνα 5.9 απεικονίζεται η συνολική πιθανότητα επιτυχίας, ενώ στην εικόνα 5.10 έχουμε την πιθανότητα επιτυχίας στις δεσμευμένες καταστάσεις για το νευρωνικό δίκτυο.

Figure 5.9: Συνολική πιθανότητα επιτυχίας του νευρωνικού δικτύου συναρτήσει της έντασης κίνησης για διαφορετικά επίπεδα μέσου χρόνου μεταξύ των αφίξεων.



Στις εικόνες 5.9 και 5.10 παρατηρούμε ότι για το νευρωνικό δίκτυο το συνολικό ποσοστό επιτυχίας και το ποσοστό επιτυχίας στις δεσμευμένες καταστάσεις κυμαίνεται από 85% έως 97%. Επίσης και στις δύο γραφικές παραστάσεις παρατηρούμε ότι αύξηση του μέσου χρόνου μεταξύ των αφίξεων συνεπάγεται αύξηση των ποσοστών επιτυχίας. Βέβαια παρατηρούμε ότι το συνολικό ποσοστό επιτυχίας για σταθερό χρόνο μεταξύ αφίξεων παρουσιάζει μόνο μικρές μεταβολές με την αύξηση της έντασης κίνησης. Αντιθέτως το ποσοστό επιτυχίας στις δεσμευμένες για σταθερό μέσο χρόνο μεταξύ αφίξεων αυξάνεται με την αύξηση της έντασης κίνησης. Σε γενικές γραμμές μπορούμε να

Figure 5.10: Πιθανότητα επιτυχίας του νευρωνικού δικτύου στις δεσμευμένες καταστάσεις συναρτήσει της έντασης κίνησης για διαφορετικά επίπεδα μέσου χρόνου μεταξύ των αφίξεων.



πούμε ότι τα ποσοστά επιτυχίας κρίνονται ικανοποιητικά καθώς είναι αρκετά υψηλά. Μάλιστα στα περισσότερα σενάρια που εξετάζουμε τα ποσοστά επιτυχίας ξεπερνάνε το 90%.

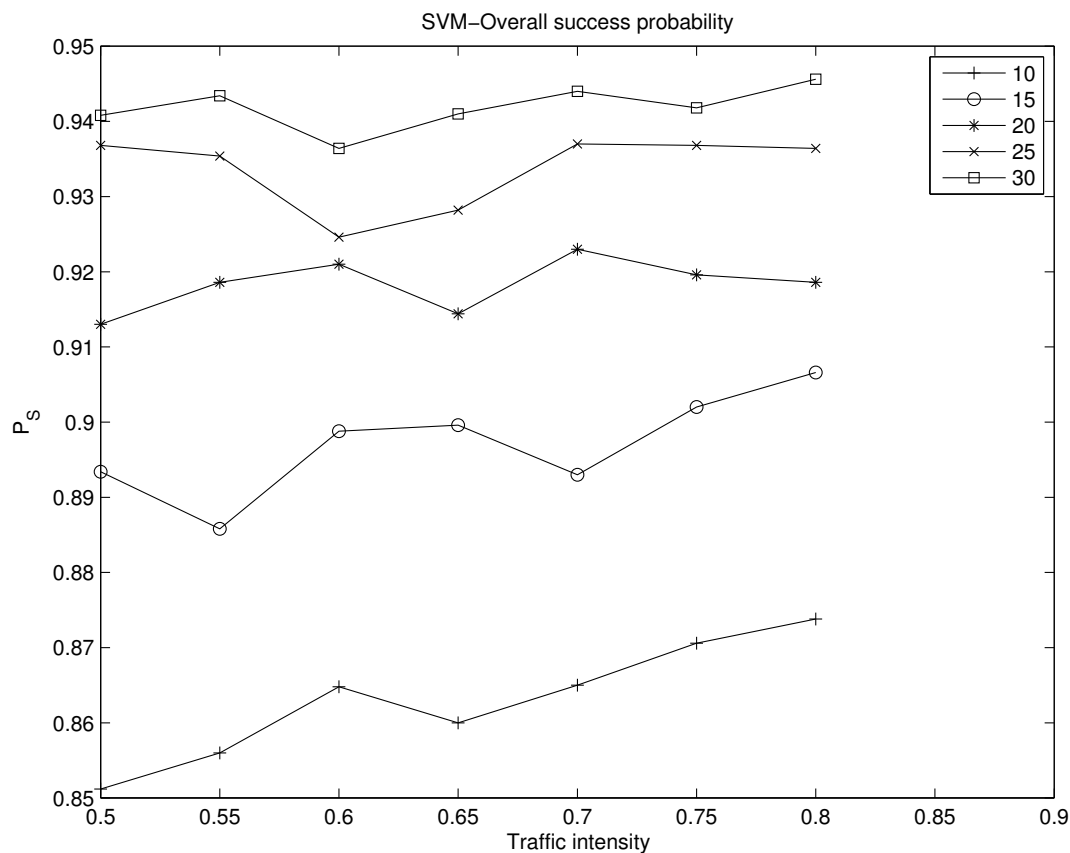
Στην εικόνα 5.11 απεικονίζεται η συνολική πιθανότητα επιτυχίας, ενώ στην εικόνα 5.12 έχουμε την πιθανότητα επιτυχίας στις δεσμευμένες καταστάσεις για το SVM.

Αυτό που ξεχωρίζει στις γραφικές παραστάσεις των εικόνων 5.11 και 5.12 είναι ότι το SVM συμπεριφέρεται με τον ίδιο τρόπο που συμπεριφέρεται και το νευρωνικό δίκτυο. Οι διαφορές μεταξύ των γραφικών παραστάσεων των δύο μεθόδων είναι πολύ λίγες και δεν είναι ευδιάκριτες. Για αυτό το λόγο η επίδοση του SVM κρίνεται και αυτή ως ικανοποιητική.

Στην εικόνα 5.13 απεικονίζεται η συνολική πιθανότητα επιτυχίας, ενώ στην εικόνα 5.14 έχουμε την πιθανότητα επιτυχίας στις δεσμευμένες καταστάσεις για το HMM.

Παρατηρούμε ότι για το HMM το συνολικό ποσοστό επιτυχίας και το ποσοστό επιτυχίας στις δεσμευμένες καταστάσεις κυμαίνεται από 83% έως 98%. Το πρόβλημα είναι ότι είναι τέτοια η μορφή των γραφικών παραστάσεων που δεν μπορούμε να εξάγουμε ξεκάθαρα συμπεράσματα για τη συμπεριφορά της μεθόδου.

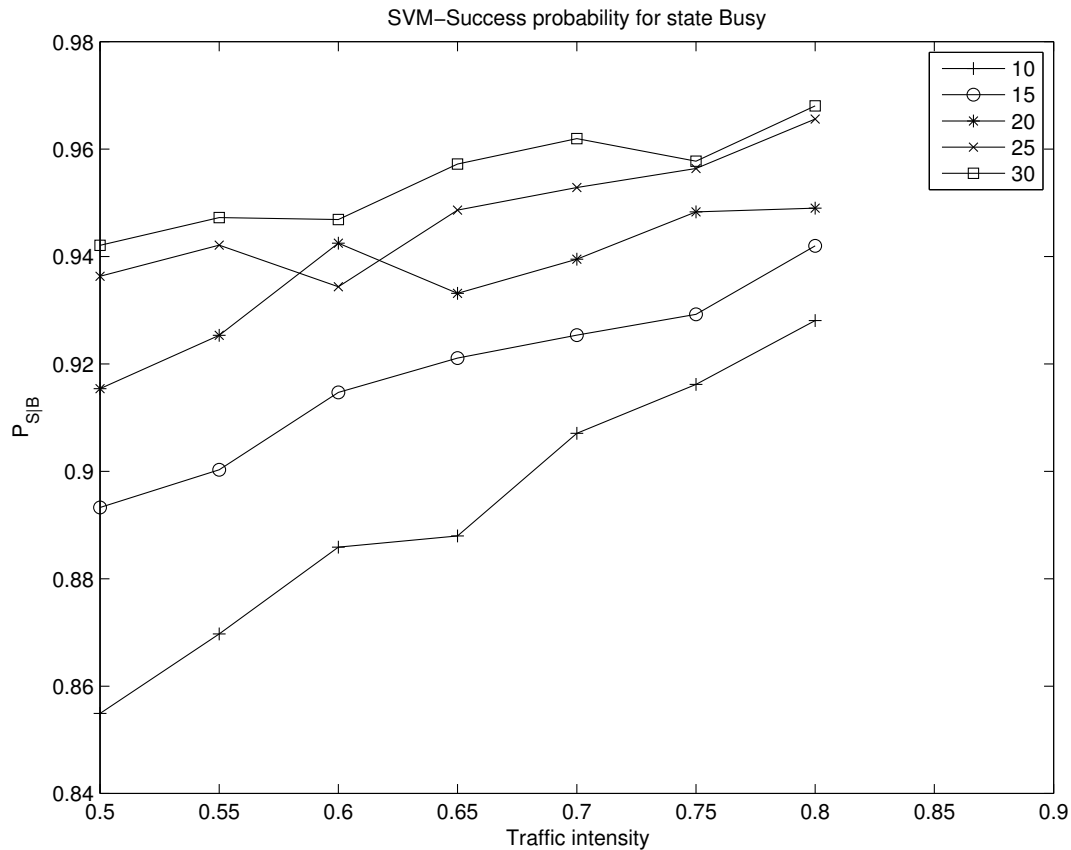
Figure 5.11: Συνολική πιθανότητα επιτυχίας του SVM συναρτήσει της έντασης κίνησης για διαφορετικά επίπεδα μέσου χρόνου μεταξύ των αφίξεων.



Μελετώντας συνολικά τις γραφικές παραστάσεις αλλά και λαμβάνοντας υπόψιν διάφορα ζητήματα του προβλήματος που αντιμετωπίζουμε και του μοντέλου που χρησιμοποιούμε σημειώνουμε τα εξής:

- Σε γενικές γραμμές (με την έννοια ότι έτσι συμπεριφέρονται οι μέθοδοι στα περισσότερα σενάρια χρήσης) μπορούμε να πούμε ότι τα ποσοστά επιτυχίας (τόσο τα συνολικά όσο και αυτά στις δεσμευμένες καταστάσεις) και για τις τρεις μεθόδους κυμαίνονται γύρω στο 90%. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι 9 στις 10 φορές επιτυγχάνουμε το στόχο μας, πράγμα που δηλώνει την επιτυχία της εφαρμογής των μεθόδων. Δηλαδή μπορούμε να πούμε ότι η επίδοση των μεθόδων κρίνεται ικανοποιητική.
- Η σημαντικότερη εφαρμογή της πρόβλεψης κατάστασης καναλιού στο μοντέλο μας είναι η αποφυγή της ανίχνευσης χρονοσχισμών των οποίων η κατάσταση προβλέπεται ότι θα είναι δεσμευμένο. Με αυτό τον τρόπο εξοικονομείται αρκετή ενέργεια. Η ανάγκη για μειωμένη κατανάλωση ενέργειας στα γνωστικά ραδιοσυστήματα αποτελεί ένα πρακτικό πρόβλημα που εμφανίζεται συχνά καθώς οι δευτερεύοντες χρήστες συνήθως είναι συσκευές χαμηλού κόστους με περιορισμούς στην

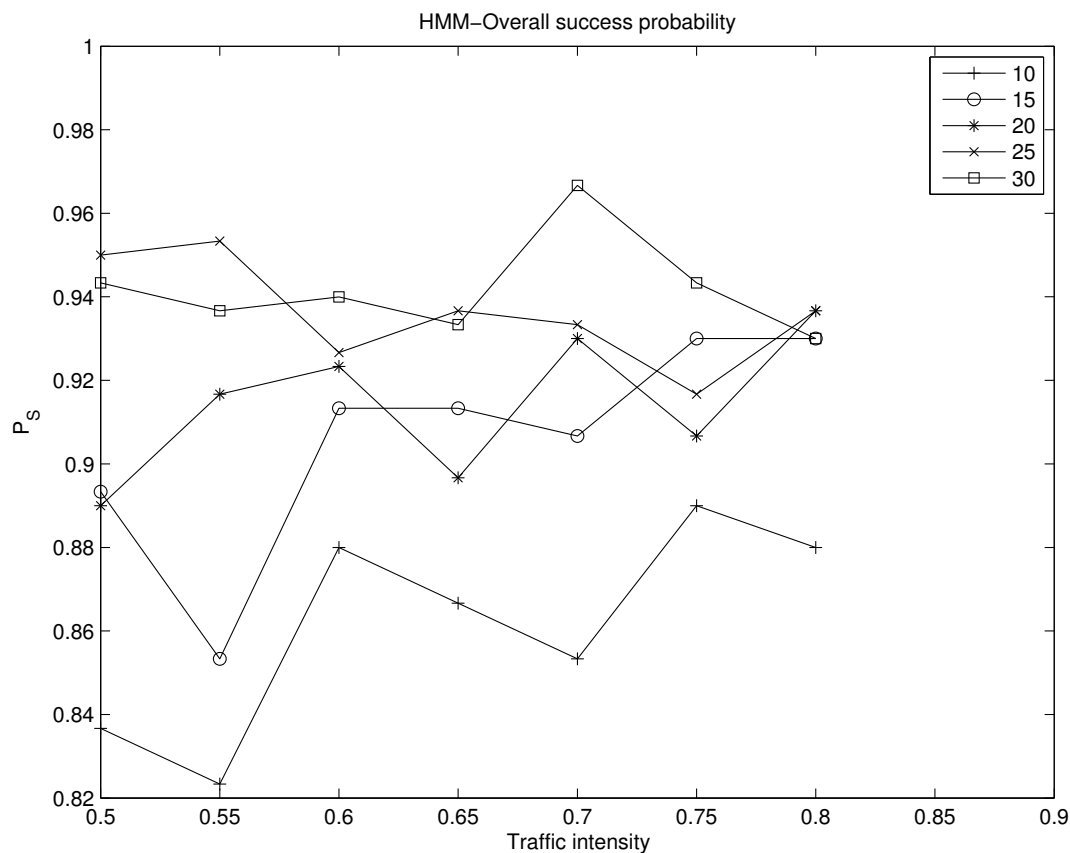
Figure 5.12: Πιθανότητα επιτυχίας του SVM στις δεσμευμένες καταστάσεις συναρτήσει της έντασης κίνησης για διαφορετικά επίπεδα μέσου χρόνου μεταξύ των αφίξεων.



κατανάλωση ενέργειας. Συνεπώς δεν έχουν την πολυτέλεια να ανιχνεύουν συνέχεια όλο το φάσμα. Για αυτό το λόγο η πιθανότητα επιτυχίας στις δεσμευμένες καταστάσεις αποτελεί μία σημαντική μετρική αξιολόγησης της ενέργειας που εξοικονομούμε καθώς στην ουσία αναφέρεται στο ποσοστό των δεσμευμένων καταστάσεων που προβλέπουμε με επιτυχία και κατά συνέπεια δεν τις ανιχνεύουμε.

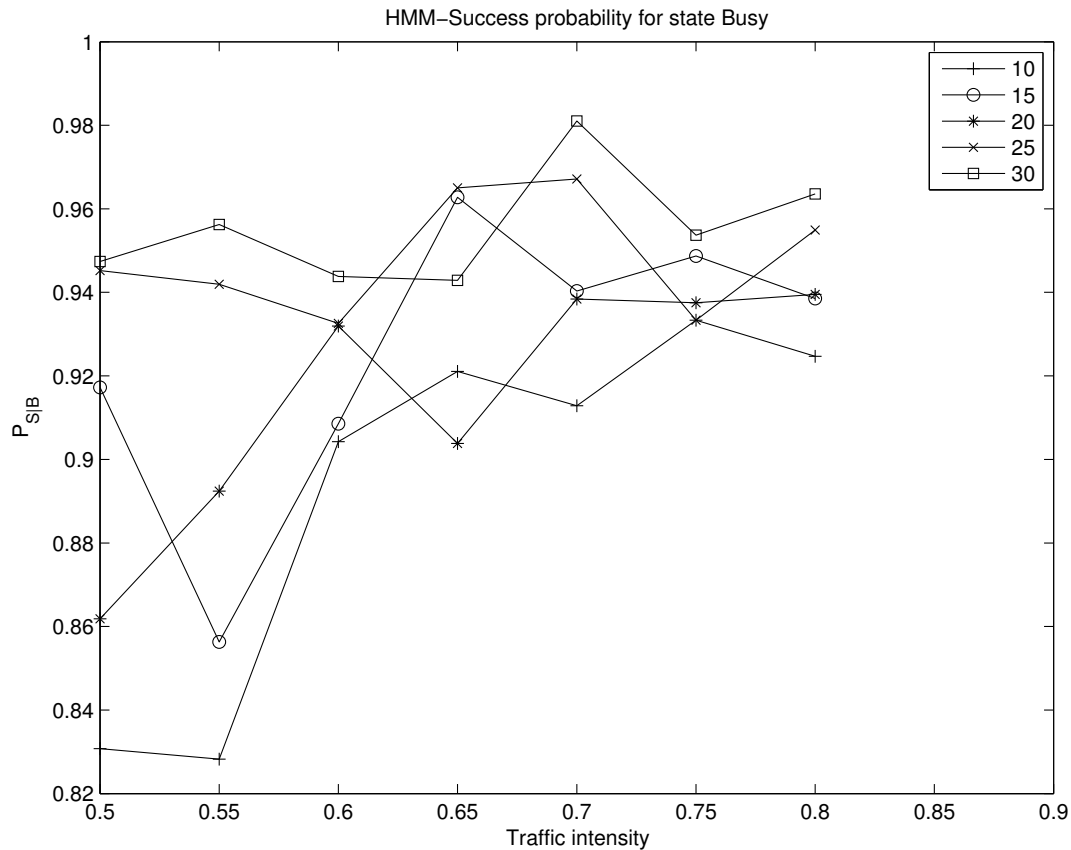
- Αν σκεφτούμε ότι οι μέθοδοι που χρησιμοποιούμε έχουν ως στόχο την αποφυγή της αναγνώρισης τμημάτων του φάσματος που προβλέπουμε ότι θα είναι δεσμευμένα και όχι στόχο την αναγνώριση ελεύθερων καναλιών για εκπομπή τότε καταλαβαίνουμε ότι το τίμημα σε περίπτωση λανθασμένης πρόβλεψης είναι αποδεκτό. Δηλαδή σε περίπτωση αποτυχίας, ενώ στην πρώτη περίπτωση έχουμε αύξηση της κατανάλωσης ενέργειας λόγω της ανίχνευσης επιπλέον χρονοσχημάτων στη δεύτερη περίπτωση έχουμε δημιουργία παρεμβολής σε πρωτεύοντα χρήστη. Το τελευταίο είναι πολύ σημαντικό πρόβλημα και πρέπει να αποφευχθεί. Με άλλα λόγια το αντικείμενο εφαρμογής των τεχνικών πρόβλεψης είναι τέτοιο που ένα επίπεδο λάθους περίπου ίσο με αυτό που μας δίνεται κρίνεται αποδεκτό.

Figure 5.13: Συνολική πιθανότητα επιτυχίας του HMM συναρτήσει της έντασης κίνησης για διαφορετικά επίπεδα μέσου χρόνου μεταξύ των αφίξεων.



- Σε γενικές γραμμές οι επιδόσεις των μεθόδων στις δεσμευμένες καταστάσεις επιτυγχάνουν υψηλότερα ποσοστά σε σχέση με τη συνολική επίδοση. Αυτό είναι ενθαρρυντικό καθώς όπως προαναφέραμε μία από τις σημαντικότερες εφαρμογές των μεθόδων πρόβλεψης κατάστασης του καναλιού είναι η αποφυγή της ανίχνευσης χρονοσχισμών που προβλέπονται δεσμευμένες, με στόχο την μείωση της κατανάλωσης ενέργειας.
- Το νευρωνικό δίκτυο και το SVM επιτυγχάνουν περίπου την ίδια επίδοση και συμπεριφορά τόσο συνολικά, αλλά και ως προς τις δεσμευμένες καταστάσεις τους. Το HMM διαφοροποιείται ως προς την συμπεριφορά του, πράγμα λογικό, αφού ο τρόπος λειτουργίας του αλλά και οι παράμετροί του διαφέρουν από τα αντίστοιχα στοιχεία των νευρωνικών δικτύων και των SVM (τα οποία παρουσιάζουν ορισμένες ομοιότητες και κοινά χαρακτηριστικά). Παρόλα αυτά οι επιδόσεις που επιτυγχάνουν οι δύο τελευταίες μέθοδοι σε γενικές γραμμές ομοιάζουν των επιδόσεων που προσφέρει ένα HMM, με την έννοια της επίτευξης παρόμοιων ποσοστών επιτυχίας αλλά όχι όμως παρόμοιας συμπεριφοράς στις μεταβολές των παραμέτρων. Να σημειώσουμε ότι η συμπεριφορά του HMM είναι τέτοια, ως προς τις δύο μετρικές επίδοσης, που καθιστά δύσκολη την εξαγωγή ασφαλών

Figure 5.14: Πιθανότητα επιτυχίας του HMM στις δεσμευμένες καταστάσεις συναρτήσει της έντασης κίνησης για διαφορετικά επίπεδα μέσου χρόνου μεταξύ των αφίξεων.



συμπερασμάτων.

Κατά τη μελέτη των παραπάνω αποτελεσμάτων προέκυψαν διάφοροι προβληματισμοί. Σε σύγκριση με τη δημοσίευση [52] στην οποία βασιζόμαστε προβληματισμό προκαλούν μερικές διαφορές. Για παράδειγμα παρατηρούμε ότι το συνολικό ποσοστό επιτυχίας για σταθερό χρόνο μεταξύ των αφίξεων δεν μεταβάλλεται σημαντικά συναρτήσει της έντασης κίνησης όταν στη δημοσίευση παρουσιάζει διαφορετική συμπεριφορά. Επιπλέον σε γενικές γραμμές τα ποσοστά επιτυχίας που παρατηρούμε είναι μικρότερα (όχι όμως πολύ διαφορετικά ιδιαίτερα αν λάβουμε υπόψιν το γεγονός ότι χρησιμοποιούμε διαφορετικές παραμέτρους) από αυτά που εμφανίζονται στη δημοσίευση, ενώ παρατηρούμε σημαντικές διαφορές στη συμπεριφορά των HMM. Αυτά μπορεί να οφείλονται σε πολλούς λόγους, προφανώς στις διαφορετικές παραμέτρους που χρησιμοποιούμε, αλλά και σε άλλες λεπτομέρειες υλοποίησης οι οποίες δεν φαίνονται στη δημοσίευση. Παρόλα αυτά το γεγονός ότι τα ποσοστά επιτυχίας που παρατηρούμε είναι υψηλά αλλά και ότι δεν διαφέρουν πολύ από αυτά της δημοσίευσης υποδεικνύει ότι ο στόχος, ο οποίος είναι η επιτυχημένη πρόβλεψη της κατάστασης του καναλιού, επιτυγχάνεται.

5.10 Συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις

Σε αυτό το κεφάλαιο εφαρμόσαμε τρεις αλγορίθμους μηχανικής μάθησης (νευρωνικά δίκτυα, μηχανές διανυσματικής υποστήριξης, κρυφά μοντέλα Markov) στο πρόβλημα της πρόβλεψης της κατάστασης του καναλιού, χρησιμοποιώντας ένα απλό μοντέλο που αποτελείται από μία ακολουθία χρονοσχισμών. Η εφαρμογή των μεθόδων έδωσε ποσοστά επιτυχίας γύρω στο 90% (κατά μέσο όρο) και ως προς τις δύο μετρικές επίδοσης που εξετάσαμε. Μπορούμε να πούμε ότι η εφαρμογή των μεθόδων κρίνεται επιτυχημένη, καθώς το ποσοστό αυτό είναι υψηλό. Η κυριότερη εφαρμογή της παραπάνω τεχνικής πρόβλεψης είναι η εξοικονόμηση ενέργειας που απορρέει από την αποφυγή ανίχνευσης χρονοσχισμών που προβλέπονται δεσμευμένες. Δεδομένης της επιτυχίας της μεθόδου συμπεραίνουμε ότι υπάρχει σημαντική εξοικονόμηση ενέργειας, πράγμα σημαντικό, καθώς η κατανάλωση ενέργειας αποτελεί ένα πρακτικό ζήτημα που συνήθως αντιμετωπίζουν οι δευτερεύοντες χρήστες.

Το μοντέλο που χρησιμοποιούμε είναι απλό και ο στόχος (πρόβλεψη μίας μελλοντικής χρονοσχισμής) είναι μη ρεαλιστικός. Στην πράξη χρειαζόμαστε ένα πιο εξελιγμένο μοντέλο και πιο ισχυρές τεχνικές πρόβλεψης που δίνουν περισσότερες πληροφορίες. Αν και το μοντέλο και οι τεχνικές που χρησιμοποιούμε είναι απλές αποτελούν μία καλή βάση, καθώς προσφέρονται για διάφορες επεκτάσεις. Μερικές από αυτές δίνονται παρακάτω.

- Η επέκταση του μοντέλου ώστε να περιλαμβάνει διαφορετικές κατηγορίες χρηστών με παραμέτρους κίνησης που διαφέρουν ανα κατηγορία. Σε αυτό το μοντέλο θα επιδιωχθεί η πρόβλεψη όχι μόνο της κατάστασης αλλά και της κατηγορίας του χρήστη που χρησιμοποιεί κάποια χρονοσχισμή, σε περίπτωση που αυτή προβλεφθεί ότι θα είναι δεσμευμένη.
- Η χρήση άλλων αλγορίθμων μηχανικής μάθησης. Υπάρχουν πάρα πολλοί αλγόριθμοι στη βιβλιογραφία και έτσι μια κατεύθυνση θα ήταν η δοκιμή αυτών των μεθόδων και η αξιολόγηση της επίδοσής τους στο πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε.
- Η πρόβλεψη περισσότερων του ενός μελλοντικών χρονοσχισμών, πράγμα που αποτελεί πιο ρεαλιστικό σενάριο.
- Η επέκταση του μοντέλου χρησιμοποιώντας διαφορετικό τρόπο παραγωγής κίνησης.
- Η αλλαγή διάφορων παραμέτρων (παράμετροι των μεθόδων μάθησης, παράμετροι του τρόπου παραγωγής κίνησης, κτλ.) και χαρακτηριστικών της υλοποίησης (δηλαδή τεχνικές λεπτομέρειες της υλοποίησης, όπως η συνάρτηση εκπαίδευσης που χρησιμοποιούμε, κτλ.) για τη βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων.
- Ο υπολογισμός της βελτίωσης που επιτυγχάνεται στην εξοικονόμηση ενέργειας.

Οι επεκτάσεις αυτές πιθανόν θα διερευνηθούν μετά την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής.

Bibliography

- [1] Spectrum Holes. <http://www.brunel.ac.uk/cedps/electronic-computer-engineering/research-activities/wncs/student-profiles/abdullah-masrub>. Accessed: 2015-09-18.
- [2] Ihsan Akbar, William H Tranter, et al. Dynamic spectrum allocation in cognitive radio using hidden markov models: Poisson distributed case. In *South-eastCon, 2007. Proceedings. IEEE*, pages 196–201. IEEE, 2007.
- [3] Ihsan Ali Akbar. Statistical analysis of wireless systems using markov models. 2007.
- [4] Ian F Akyildiz, Won-Yeol Lee, Mehmet C Vuran, and Shantidev Mohanty. Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: a survey. *Computer Networks*, 50(13):2127–2159, 2006.
- [5] Thomas D Atwood, M Martinez-Ramon, and Christos G Christodoulou. Robust support vector machine spectrum estimation in cognitive radio. In *Proceedings of the 2009 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting*, 2009.
- [6] Nicola Baldo, Bheemarjuna Reddy Tamma, BS Manoj, Ramesh Rao, and Michele Zorzi. A neural network based cognitive controller for dynamic channel selection. In *Communications, 2009. ICC'09. IEEE International Conference on*, pages 1–5. IEEE, 2009.
- [7] Nicola Baldo and Michele Zorzi. Learning and adaptation in cognitive radios using neural networks. In *Consumer Communications and Networking Conference, 2008. CCNC 2008. 5th IEEE*, pages 998–1003. IEEE, 2008.
- [8] Michela Becchi. From poisson processes to self-similarity: a survey of network traffic models.
- [9] Irad Ben-Gal. Bayesian networks. *Encyclopedia of statistics in quality and reliability*, 2007.
- [10] D.P. Bertsekas and J.N. Tsitsiklis. *Introduction to Probability*. Athena Scientific books. Athena Scientific, 2002.
- [11] C.M. Bishop. *Pattern Recognition and Machine Learning*. Information Science and Statistics. Springer, 2006.
- [12] M. Bkassiny, Yang Li, and S.K. Jayaweera. A survey on machine-learning techniques in cognitive radios. *Communications Surveys Tutorials, IEEE*, 15(3):1136–1159, Third 2013.

- [13] Zhe Chen, Nan Guo, Zhen Hu, and R.C. Qiu. Channel state prediction in cognitive radio, part ii: Single-user prediction. In *Southeastcon, 2011 Proceedings of IEEE*, pages 50–54, March 2011.
- [14] Kae Won Choi and E. Hossain. Estimation of primary user parameters in cognitive radio systems via hidden markov model. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 61(3):782–795, Feb 2013.
- [15] Ivan Christian, Sangman Moh, Ilyong Chung, and Jinyi Lee. Spectrum mobility in cognitive radio networks. *Communications Magazine, IEEE*, 50(6):114–121, 2012.
- [16] Federal Communications Commission. Notice of proposed rule making and order: Facilitating opportunities for flexible, efficient, and reliable spectrum use employing cognitive radio technologies, ET Docket No. 03-108. February 2005.
- [17] Zhang Dandan and Zhai Xuping. Svm-based spectrum sensing in cognitive radio. In *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing (WiCOM), 2011 7th International Conference on*, pages 1–4, Sept 2011.
- [18] R.O. Duda, P.E. Hart, and D.G. Stork. *Pattern Classification*. Wiley, 2012.
- [19] Victor S Frost and Benjamin Melamed. Traffic modeling for telecommunications networks. *Communications Magazine, IEEE*, 32(3):70–81, 1994.
- [20] A. Goldsmith, S.A. Jafar, I. Maric, and S. Srinivasa. Breaking spectrum gridlock with cognitive radios: An information theoretic perspective. *Proceedings of the IEEE*, 97(5):894–914, May 2009.
- [21] Liu Hai-Yuan and Jian-Cheng Sun. A modulation type recognition method using wavelet support vector machines. In *Image and Signal Processing, 2009. CISP '09. 2nd International Congress on*, pages 1–4, Oct 2009.
- [22] Zhu Han. *Game theory in wireless and communication networks: theory, models, and applications*. Cambridge University Press, 2012.
- [23] Zhu Han, Zhu James Ji, and KJ Liu. Fair multiuser channel allocation for ofdma networks using nash bargaining solutions and coalitions. *Communications, IEEE Transactions on*, 53(8):1366–1376, 2005.
- [24] Zhu Han, Rong Zheng, and H Vincent Poor. Repeated auctions with bayesian nonparametric learning for spectrum access in cognitive radio networks. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 10(3):890–900, 2011.
- [25] Simon Haykin. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 23(2):201–220, Feb 2005.
- [26] S.S. Haykin. *Neural Networks and Learning Machines*. Number τ . 10 in Neural networks and learning machines. Prentice Hall, 2009.
- [27] Ekram Hossain, Dusit Niyato, and Zhu Han. *Dynamic spectrum access and management in cognitive radio networks*. Cambridge university press, 2009.

- [28] Hao Hu, Junde Song, and Yujing Wang. Signal classification based on spectral correlation analysis and svm in cognitive radio. In *Advanced Information Networking and Applications, 2008. AINA 2008. 22nd International Conference on*, pages 883–887, March 2008.
- [29] Jane W Huang and Vikram Krishnamurthy. Transmission control in cognitive radio systems with latency constraints as a switching control dynamic game. In *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, pages 3823–3828. IEEE, 2008.
- [30] Medwell Iournals. Relay based cooperation for cognitive radio networks. *Int. J. Syst. Signal Controlling. Appl*, 4(1):1–9, 2011.
- [31] ITU-R. Definitions of software defined radio (SDR) and cognitive radio system (CRS). Report SM.2152-0, International Telecommunication Union, Geneva, September 2009.
- [32] Samson Lasaulce and Hamidou Tembine. *Game theory and learning for wireless networks: fundamentals and applications*. Academic Press, 2011.
- [33] KJ Ray Liu and Beibei Wang. *Cognitive radio networking and security: A game-theoretic view*. Cambridge University Press, 2010.
- [34] David JC MacKay. *Information theory, inference and learning algorithms*. Cambridge university press, 2003.
- [35] A.H. Mahdi, J. Mohanan, M.A. Kalil, and A. Mitschele-Thiel. Adaptive discrete particle swarm optimization for cognitive radios. In *Communications (ICC), 2012 IEEE International Conference on*, pages 6550–6554, June 2012.
- [36] Moshe T Masonta, Mjumo Mzyece, and Ntsibane Ntlatlapa. Spectrum decision in cognitive radio networks: A survey. *Communications Surveys & Tutorials, IEEE*, 15(3):1088–1107.
- [37] Ryszard S. Michalski. Learning and cognition. In *WOCFAI*, pages 507–510, 1995.
- [38] Kevin P Murphy. *Machine learning: a probabilistic perspective*. MIT press, 2012.
- [39] Chunyi Peng, Haitao Zheng, and Ben Y Zhao. Utilization and fairness in spectrum assignment for opportunistic spectrum access. *Mobile Networks and Applications*, 11(4):555–576, 2006.
- [40] M. Petrova, P. Mahonen, and A. Osuna. Multi-class classification of analog and digital signals in cognitive radios using support vector machines. In *Wireless Communication Systems (ISWCS), 2010 7th International Symposium on*, pages 986–990, Sept 2010.
- [41] Junaid Qadir. Artificial intelligence based cognitive routing for cognitive radio networks. *CoRR*, abs/1309.0085, 2013.

- [42] T.W. Rondeau, C.J. Rieser, T.M. Gallagher, and C.W. Bostian. Online modeling of wireless channels with hidden markov models and channel impulse responses for cognitive radios. In *Microwave Symposium Digest, 2004 IEEE MTT-S International*, volume 2, pages 739–742 Vol.2, June 2004.
- [43] W. Saad, Zhu Han, H.V. Poor, T. Basar, and Ju Bin Song. A cooperative bayesian nonparametric framework for primary user activity monitoring in cognitive radio networks. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 30(9):1815–1822, October 2012.
- [44] Ralph O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 34(3):276–280, 1986.
- [45] Farshad Shams and Marco Luise. Basics of coalitional games with applications to communications and networking. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2013(1):1–20, 2013.
- [46] Sung Hwan Sohn, Sung Jeon Jang, and Jae Moun Kim. Hmm-based adaptive frequency-hopping cognitive radio system to reduce interference time and to improve throughput. *KSII Transactions on Internet and Information Systems (TIIS)*, 4(4):475–490, 2010.
- [47] M. I. Taj and M. Akil. Cognitive radio spectrum evolution prediction using artificial neural networks based multivariate time series modelling. In *Wireless Conference 2011 - Sustainable Wireless Technologies (European Wireless), 11th European*, pages 1–6, April 2011.
- [48] Yu-Jie Tang, Qin-Yu Zhang, and Wei Lin. Artificial neural network based spectrum sensing method for cognitive radio. In *Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM), 2010 6th International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2010.
- [49] S. Theodoridis and K. Koutroumbas. *Pattern Recognition*. Elsevier Science, 2008.
- [50] Sergios Theodoridis. *Machine Learning: A Bayesian and Optimization Perspective*. Academic Press, 2015.
- [51] Elias Z Tragos, Sherali Zeadally, Alexandros G Fragkiadakis, Vasilios Siris, et al. Spectrum assignment in cognitive radio networks: A comprehensive survey. *Communications Surveys & Tutorials, IEEE*, 15(3):1108–1135.
- [52] Vamsi Krishna Tumuluru, Ping Wang, and Dusit Niyato. Channel status prediction for cognitive radio networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 12(10):862–874, 2012.
- [53] Beibei Wang, Yongle Wu, KJ Liu, and T Charles Clancy. An anti-jamming stochastic game for cognitive radio networks. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 29(4):877–889, 2011.
- [54] Wikipedia. Backpropagation — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 16-September-2015].

- [55] Wikipedia. Bayesian inference — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 11-September-2015].
- [56] Wikipedia. Bias of an estimator — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 11-September-2015].
- [57] Wikipedia. Consistent estimator — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 11-September-2015].
- [58] Wikipedia. Cramer-rao bound — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 11-September-2015].
- [59] Wikipedia. Game theory — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 10-September-2015].
- [60] Wikipedia. Ieee 802.22 — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 16-September-2015].
- [61] Wikipedia. Markov model — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 14-September-2015].
- [62] Wikipedia. Mdp — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 14-September-2015].
- [63] Wikipedia. Pomdp — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 14-September-2015].
- [64] Wikipedia. Reinforcement learning — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 10-September-2015].
- [65] Wikipedia. Support vector machines — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 10-September-2015].
- [66] Wikipedia. Swarm intelligence — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. [Online; accessed 15-September-2015].
- [67] Xiaoshuang Xing, Tao Jing, Wei Cheng, Yan Huo, and Xiuzhen Cheng. Spectrum prediction in cognitive radio networks. *Wireless Communications, IEEE*, 20(2):90–96, April 2013.
- [68] Xiaoshuang Xing, Tao Jing, Yan Huo, Hongjuan Li, and Xiuzhen Cheng. Channel quality prediction based on bayesian inference in cognitive radio networks. In *INFOCOM, 2013 Proceedings IEEE*, pages 1465–1473, April 2013.
- [69] Gang Xu and Yourong Lu. Channel and modulation selection based on support vector machines for cognitive radio. In *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2006. WiCOM 2006. International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2006.
- [70] Zhuo Yang, Yu-Dong Yao, Sheng Chen, Haibo He, and Di Zheng. Mac protocol classification in a cognitive radio network. In *Wireless and Optical Communications Conference (WOCC), 2010 19th Annual*, pages 1–5, May 2010.

-
- [71] Xinjie Yu and Mitsuo Gen. Swarm intelligence. *Introduction to Evolutionary Algorithms*, pages 327–354, 2010.
 - [72] T. Yucek and H. Arslan. A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications. *Communications Surveys Tutorials, IEEE*, 11(1):116–130, First 2009.
 - [73] Nan Zhao, Shuying Li, and Zhilu Wu. Cognitive radio engine design based on ant colony optimization. *Wireless Personal Communications*, 65(1):15–24, 2012.