



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Οπτική Δεσμών Πρωτονίων για τον PS (CERN)

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Φωτεινή Ασβεστά

Επιβλέπων : Κυριάκος Χιτζανίδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2015



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ,
ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Οπτική Δεσμών Πρωτονίων για τον PS (CERN)

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ασβεστά Φωτεινή

Επιβλέπων : Κυριάκος Χιτζανίδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 13-10-2015.

(Υπογραφή)

.....
Κυριάκος Χιτζανίδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π

(Υπογραφή)

.....
Ιωάννης Ξανθάκης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Ιωάννης Κομίνης
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2015

(Υπογραφή)

.....

ΑΣΒΕΣΤΑ ΦΩΤΕΙΝΗ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών
Ε.Μ.Π.

© 2015 - All rights reserved

Copyright © Ασβεστά Φωτεινή

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Πρόλογος

Η εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο του προγράμματος Technical Student του CERN ενώ το περιεχόμενό της προσεγγίζει θέματα δεσμών πρωτονίων που βασίζονται σε αρχές που παρουσιάζονται και στο μάθημα διάδοσης σε ιονισμένα μέσα. Η εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη του καθηγητή κ. Κυριάκου Χιτζανίδη ενώ στο CERN την επίβλεψή της είχε ο Dr. Ιωάννης Παπαφιλίππου.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ Κυριάκου Χιτζανίδη, για την ανάθεση της διπλωματικής εργασίας, την εμπιστοσύνη που μου καθ' όλη τη διάρκεια της άψογης συνεργασίας μας καθώς επίσης και για τη βοήθειά του στη διαδικασία της αίτησης για το πρόγραμμα του CERN. Θα πρέπει να ευχαριστήσω ιδιαίτερος και τον επιβλέποντά μου στο CERN Dr. Ιωάννη Παπαφιλίππου για την εξαιρετική συνεργασία μας και την πολύτιμη βοήθειά του καθώς και τον Dr. Hannes Bartosik για την βοήθειά του στην πραγματοποίηση αυτής της εργασίας.

Ασβεστά Φωτεινή

Αθήνα, Οκτώβριος 2015

Περίληψη

Η παρούσα εργασία έχει ως αντικείμενο την οπτική δεσμών σε επιταχυντές και συγκεκριμένα στον PS (Proton Synchrotron) με σκοπό τον περιορισμό του φαινομένου χωρικού φορτίου. Το φαινόμενο αυτό παρουσιάζεται σε όλους τους επιταχυντές αλλά σε συνθήκες υψηλής έντασης της δέσμης και χαμηλών ενεργειών, όπως στον PS, γίνεται κυρίαρχο και μπορεί να προκαλέσει αποεστίαση της δέσμης. Κατά την ανάλυσή μας προσπαθήσαμε να ελαττώσουμε το φαινόμενο χωρικού φορτίου με χρήση μόνο οπτικής, προσδίδοντας διασπορά στη δέσμη ως προς τον κατακόρυφο άξονα της κίνησης της, διατηρώντας τις επιθυμητές ιδιότητες της δέσμης στον βαθμό που ήταν εφικτό.

Αρχικά θα παρουσιαστούν κάποια γενικά στοιχεία για το CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire) και τους επιταχυντές του με επιπλέον έμφαση στον PS καθώς είναι ο επιταχυντής στον οποίο εστίασε η παρούσα εργασία.

Στη συνέχεια θα δοθούν οι βασικές αρχές της φυσικής επιταχυντών ενώ θα επιμείνουμε στη γραμμική οπτική δεσμών και το φαινόμενο χωρικού φορτίου.

Για τη μελέτη μας χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά λογισμικά. Το πρώτο (MADX) για τη σχεδίαση της τροχιάς της δέσμης μας και το δεύτερο (PyORBIT) για προσομοιώσεις των βέλτιστων τροχιών ούτως ώστε να έχουμε πιο αξιόπιστα συμπεράσματα. Θα ασχοληθούμε αρχικά με το λογισμικό για την σχεδίαση των τροχιών και θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματά του ενώ έπειτα θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και θα εξαχθούν τα συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα των διορθώσεων του φαινομένου χωρικού φορτίου.

Λέξεις κλειδιά

Γραμμική οπτική δεσμών, φαινόμενο χωρικού φορτίου, Proton Synchrotron (PS), σύζευξη, διασπορά δέσμης, επιταχυντές

Abstract

This thesis focuses on beam optics for accelerators and specifically for the PS (Proton Synchrotron) in order to reduce the space charge effect. This effect is present in all accelerators but in conditions of high intensity and low energy beams, such as those in the PS, it becomes dominant and can cause defocusing of the beam. In our analysis we tried to minimize the space charge effect using only beam optics, by introducing vertical dispersion to the beam while maintaining the desired properties of the beam as much as possible.

Initially we will give some general facts for CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire) and its accelerators, with additional emphasis on the PS as it is the accelerator this work focuses on.

Then the fundamentals of accelerators physics will be presented. Primarily linear beam optics and the space charge effect.

For our study two different pieces of software were used. The first one (MADX) for designing the orbit of our beam and the second one (PyORBIT) for simulating the results so we could draw reliable conclusions. First we shall deal with the software for the design of the tracks, and our results will be presented. Following the results of the simulations will be shown and we shall draw conclusions on the effectiveness of our proposal for the reduction of the space charge effect.

Keywords

Linear beam optics, space charge effect, Proton Synchrotron (PS), coupling, beam dispersion, accelerators

Πίνακας περιεχομένων

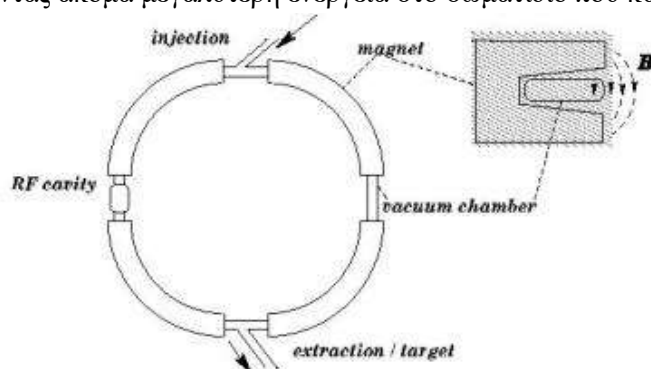
1	Επιταχυντές	8
1.1	Οι επιταχυντές του CERN	8
1.1.1	Proton Synchrotron	9
2	Φυσική Επιταχυντών	11
2.1	Επιτάχυνση, αύξηση ενέργειας, σωματιδίων	11
2.2	Οπτική δεσμών	13
2.2.1	Γραμμική οπτική δεσμών	14
2.2.2	Coupled οπτική δεσμών	20
2.3	Φαινόμενο χωρικού φορτίου	21
3	Σκοπός και μεθοδολογία της εργασίας	24
4	Σχεδίαση τροχιάς, MADX	24
5	Προσομοίωση βέλτιστων τροχιών, PyORBIT	37
	Βιβλιογραφία	50

1 Επιταχυντές

Οι επιταχυντές σωματιδίων έχουν παίξει πολύ σημαντικό ρόλο για την επιστημονική έρευνα τον τελευταίο αιώνα. Όσο περισσότερο θέλουμε να δούμε τη δομή της ύλης και τα δομικά της στοιχεία, πειραματιζόμενοι με ατομικούς πυρήνες στο παρελθόν και στοιχειώδη σωματίδια στο σήμερα, τόσο περισσότερο εξελίσσονται οι επιταχυντές για να μπορέσουν να μας δώσουν δέσμες μεγαλύτερων ενεργειών.

Υπάρχουν πολλοί τύποι επιταχυντών με διαφοροποιήσεις που αφορούν τη μορφή, γραμμικοί και κυκλικοί, και τις διαδικασίες που χρησιμοποιούν για να επιτύχουν την επιτάχυνση των σωματιδίων, ηλεκτροστατικοί που χρησιμοποιούν συνεχή τάση και επιταχυντές RF-κοιλοτήτων που χρησιμοποιούν ταχέως μεταβαλλόμενες τάσεις υψηλής συχνότητας.

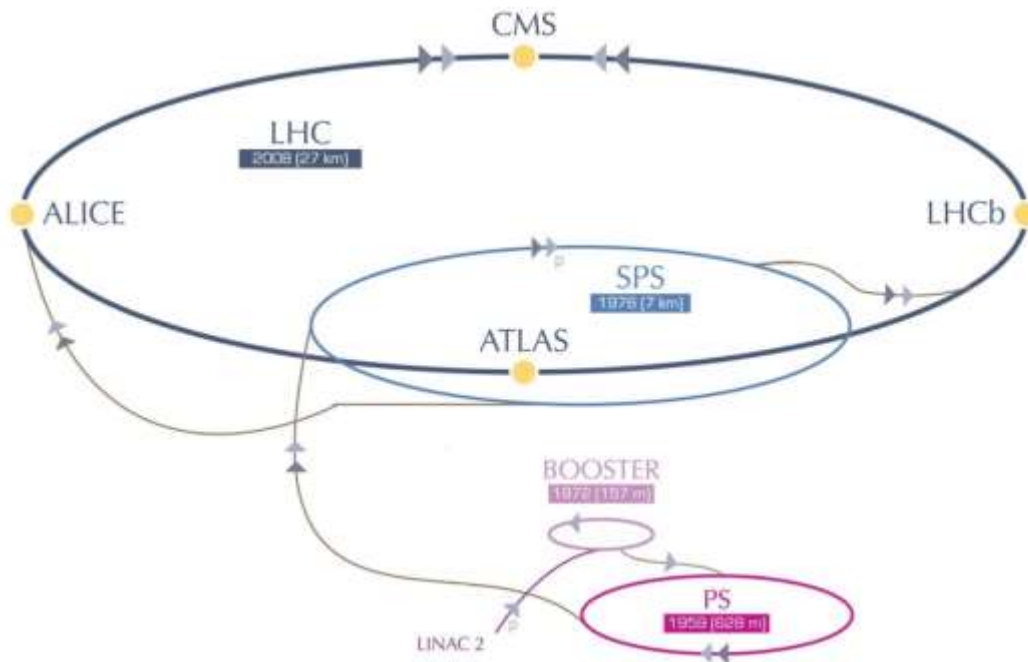
Όσα θα αναφέρουμε εστιάζουν σε κυκλικούς επιταχυντές RF-κοιλοτήτων [Σχήμα 1](#), όπως ο PS. Ο κυρίως λόγος για την επικράτηση αυτού του είδους των επιταχυντών είναι ότι μπορούν να αναπτύξουν μεγαλύτερες ενέργειες και η κυκλική τους μορφή επιτρέπει στο επιταχυντικό πλέγμα, RF-κοιλοτήτες και μαγνήτες, να χρησιμοποιηθεί πολλαπλές φορές προσδίδοντας ακόμα μεγαλύτερη ενέργεια στο σωματίδιο που κυκλοφορεί στον επιταχυντή.



Σχήμα 1 Κυκλικός επιταχυντής

1.1 Οι επιταχυντές του CERN

Στο CERN συναντάμε και κυκλικούς και γραμμικούς επιταχυντές που χρησιμοποιούν RF-κοιλοτήτες για την επιτάχυνση των σωματιδίων. Ο μεγαλύτερος επιταχυντής του CERN είναι ο LHC (Large Hadron Collider) στον οποίο και παρατηρήθηκε το σωματίδιο του Higgs και πλέον τα πειράματα εστιάζουν την περαιτέρω μελέτη του. Καθώς οι απαιτούμενες ενέργειες των σωματιδίων είναι πολύ υψηλές για τέτοιες έρευνες τα σωματίδια ακολουθούν μία αρκετά μεγάλη πορεία στην επιταχυντική αλυσίδα που φαίνεται στο [Σχήμα 2](#).

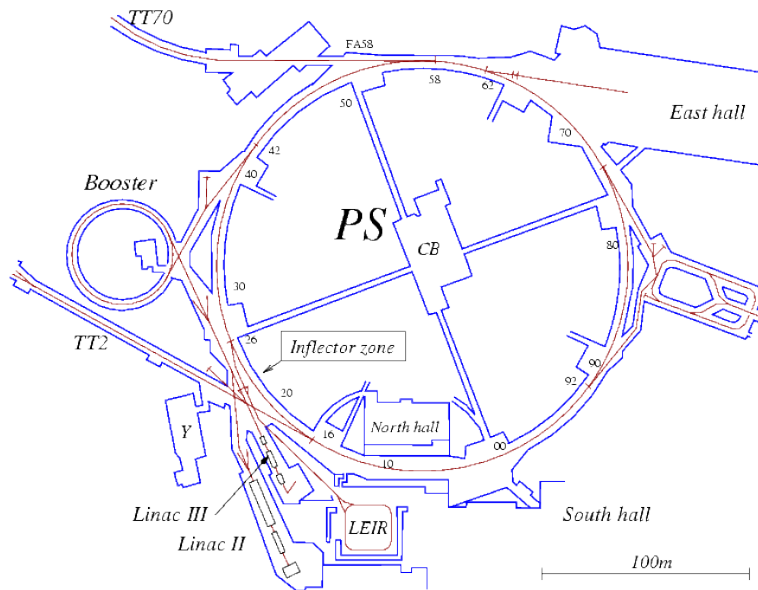


Σχήμα 2 Σχηματική αναπαράσταση της αλυσίδας επιταχυντών ξεκινώντας από την παραγωγή των πρωτονίων έως και τις τελικές συγκρούσεις τους στα IP των πειραμάτων του LHC.

Η διαδικασία επιτάχυνσης των πρωτονίων, ξεκινά με την παραγωγή κατιόντων υδρογόνου (H^+). Αυτά επιταχύνονται έως τα $50MeV$ από τον γραμμικό επιταχυντή Linac-II, πριν εισαχθούν σε μια σειρά από injectors: τον Proton Synchrotron Booster (Booster, έως $1.4GeV$), τον Proton Synchrotron (PS, έως $25GeV$) και τέλος τον Super Proton Synchrotron (SPS, έως $450GeV$). Το τελευταίο κομμάτι είναι η εισαγωγή της δέσμης που προετοιμάστηκε από τον SPS στον LHC. Εκεί η δέσμη πρωτονίων επιταχύνεται και στις δύο κατευθύνσεις δημιουργώντας bunches από πρωτόνια με απόσταση μεταξύ τους $50ns$ (περίπου $15m$). Τέλος, οι δέσμες συγκρούονται σε έναν αριθμό από σημεία αλληλεπίδρασης (Interaction Points, IP) μέσα στο δακτυλίδι του επιταχυντή. Τα κέντρα αυτά αντιστοιχούν στα τέσσερα μεγάλα πειράματα που φιλοξενεί ο LHC: ATLAS, CMS, LHCb και ALICE. [1]

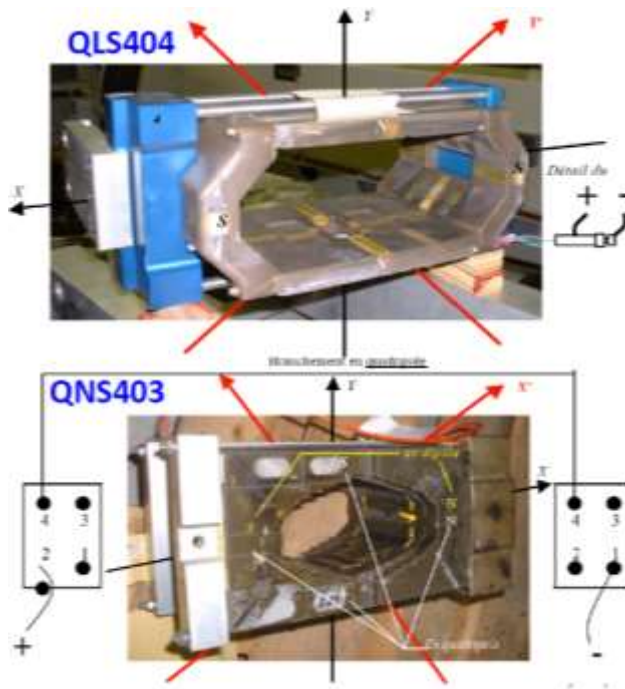
1.1.1 Proton Synchrotron [11]

Ο PS (Proton Synchrotron) είναι ο τρίτος κατά σειρά επιταχυντής της επιταχυντικής αλυσίδας του CERN. Πρόκειται για τον πρώτο επιταχυντή που χτίστηκε και λειτούργησε στο CERN και δεν έχει σταματήσει ποτέ να λειτουργεί. Η πρώτη φορά που ο PS κατάφερε να αναπτύξει την ενέργεια για την οποία σχεδιάστηκε $25GeV$, ήταν την 24^η Νοεμβρίου 1959. Μέχρι τη δεκαετία του '70 ο PS ήταν ο μοναδικός επιταχυντής στο CERN ενώ από τότε άρχισε να λειτουργεί ως injector, παρέχοντας σωματίδια στους επόμενους επιταχυντές της επιταχυντικής αλυσίδας (SPS, LEP, LHC). Κατά τη διάρκεια των 61 χρόνων λειτουργίας του έχει επιταχύνει διάφορων ειδών σωματίδια όπως πρωτόνια, σωματίδια άλφα, πυρήνες οξυγόνου και θείου, ηλεκτρόνια, αντιπρωτόνια και ποζιτρόνια για την εξυπηρέτηση διαφορετικών πειραμάτων. Ο PS στην παρούσα φάση δέχεται δέσμη πρωτονίων από το PS-Booster στα $1.4GeV$ και δίνει τη δέσμη στον SPS στα $25GeV$. [2]



Σχήμα 3 Proton Synchrotron (PS)

Όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 3** πρόκειται για έναν κυκλικό επιταχυντή. Η περιμέτρος του είναι $628m$ και απαρτίζεται από 277 ηλεκτρομαγνήτες εκ των οποίων 100 δίπολα και τα υπόλοιπα κυρίως τετράπολα αλλά και μεγαλύτερης τάξης μαγνήτες [1]. Στη δική μας ανάλυση έχουμε χρησιμοποιήσει κυρίως τα skew τετράπολα του PS που ανέρχονται σε 40. Η ιδιαιτερότητα αυτών των τετραπόλων είναι ότι ο άξονάς τους είναι στραμμένος κατά 45° σε σχέση με τους υπόλοιπους μαγνήτες όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 4** όπου με μαύρο σημειώνονται οι άξονες του πεδίου των κοινών μαγνητών και με κόκκινο και τονούμενους δείκτες οι στραμμένοι άξονες. Από αυτά τα 40 skew τετράπολα τα 17 είναι τύπου QLS404 και τα υπόλοιπα 23 τύπου QNS403, τα οποία είναι συνδεδεμένα με δίπολα.



Σχήμα 4 Τύποι skew τετραπόλων του PS

2 Φυσική Επιταχυντών

Η φυσική επιταχυντών μελετά την επιτάχυνση, αύξηση ενέργειας των σωματιδίων, και την πλοήγηση, αλλαγή της διεύθυνσης, της δέσμης στο επιταχυντικό πλέγμα. Κατά την ανάλυση των παραπάνω βασιζόμαστε στις βασικές αρχές της ηλεκτροδυναμικής και της σχετικότητας καθώς ο συνδυασμός των δύο μας δίνει ουσιαστικά την περιγραφή όλων των επιταχυντών.

2.1 Επιτάχυνση, αύξηση ενέργειας, σωματιδίων [3],[4]

Στόχος του κάθε επιταχυντή είναι να προσδώσει ενέργεια στα σωματίδια τα οποία και κινούνται σε αρκετά υψηλές ταχύτητες με αποτέλεσμα να υπακούν στις σχετικιστικές σχέσεις. Η ενέργεια ενός σωματιδίου που κινείται σε κάποιον επιταχυντή θα είναι

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Με απλή επισκόπηση της σχέσης βλέπουμε ότι η μόνη ελεύθερη παράμετρος είναι η ορμή του σωματιδίου

$$p = \gamma m_0 v$$

$$\text{Όπου } \gamma = \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \quad \text{σχετικιστική παράμετρος}$$

Οι παραπάνω σχέσεις μας δείχνουν ότι για να προσδώσουμε ενέργεια σε ένα σωματίδιο κινούμενο σε κάποιον επιταχυντή θα πρέπει να του αλλάξουμε την ορμή. Αυτό επιτυγχάνεται με κατάλληλη δύναμη που επιδρώντας στο σωματίδιο θα του αλλάξει την κινητική κατάσταση κατά τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα. Η δύναμη που επιλέγουμε είναι η ηλεκτρομαγνητική καθώς άλλες δυνάμεις όπως η ασθενής και η ισχυρή έχουν πολύ μικρό εύρος επιρροής ($< 10^{-15}m$) ενώ η βαρύτητα είναι εξαιρετικά ασθενής. Με χρήση της δύναμης Lorentz η μεταβολή της ενέργειας των σωματιδίων θα είναι

$$\Delta E = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = e \int_{r_1}^{r_2} (\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{r}$$

Παρατηρώντας ότι το διάνυσμα της ταχύτητας θα είναι πάντα παράλληλο στην διεύθυνση κίνησης του σωματιδίου, τότε το διάνυσμα $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ θα είναι κάθετο στη διεύθυνση της κίνησης πράγμα που σημαίνει ότι το μαγνητικό πεδίο δε συμμετέχει στην αλλαγή της ενέργειας του σωματιδίου. Άρα η παραπάνω εξίσωση γίνεται

$$\Delta E = e \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = e\Delta V$$

Όπως έχουμε αναφέρει υπάρχουν επιταχυντές που για να προσδώσουν ενέργεια στη δέσμη χρησιμοποιούν γεννήτριες υψηλής DC τάσης, Αυτοί είναι κυρίως επιταχυντές χαμηλών ενεργειών καθώς υπάρχουν περιορισμοί στο πόσο ισχυρές μπορούν να είναι οι γεννήτριες.

Οι περισσότεροι επιταχυντές χρησιμοποιούν RF κοιλότητες για να αυξήσουν την ενέργεια των σωματιδίων. Στην RF κοιλότητα παράγεται ένα διάμηκες ηλεκτρικό πεδίο με συχνότητα που μπορεί να ποικίλει από μερικές εκατοντάδες kHz σε 10 – 30GHz ανάλογα με τον επιταχυντή και το είδος του σωματιδίου που επιθυμούμε να επιταχύνουμε. Στην περίπτωση των αδρονίων, όπως είναι τα πρωτόνια στον PS, χρειαζόμαστε κοιλότητες χαμηλών συχνοτήτων. Η αναπτυσσόμενη τάση στην κοιλότητα θα είναι

$$\Delta V = V_0 \sin(\omega_{rf}t + \varphi)$$

Όπου V_0 το πλάτος της τάσης

ω_{rf} η συχνότητα της κοιλότητας

φ η γωνία φάσης

Για να επιτευχθεί επιτάχυνση της δέσμης θα πρέπει να έχουμε συγχρονισμό και φασική εστίαση.

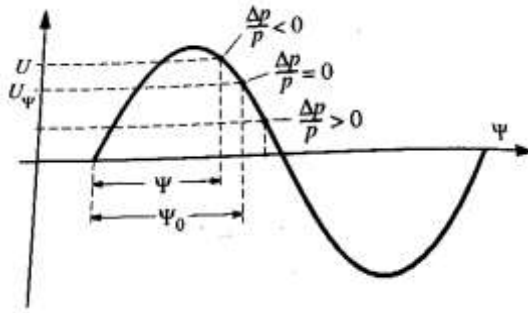
Ο συγχρονισμός θα πρέπει να επιτευχθεί ανάμεσα στην RF συχνότητα και την ταχύτητα του σωματιδίου. Γενικά η RF συχνότητα θα είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της συχνότητας περιστροφής, συνάρτηση του μαγνητικού πεδίου και της ακτίνας του επιταχυντή. Συνεπώς η RF συχνότητα θα είναι

$$\omega_{rf} = \frac{hv}{r_0}$$

Όπου h η τάξη της αρμονικής

r_0 η ακτίνα του επιταχυντή

Τα σωματίδια θα πρέπει να έχουν μια σχετικά στατική μέση φάση σε σχέση με την τάση της RF-κοιλότητας. Αυτό επιτυγχάνεται με φασική εστίαση. Τα σωματίδια σε κάθε δέσμη θα έχουν πάντα μία απόκλιση από την ονομαστική ορμή. Όπως φαίνεται στο [Σχήμα 5](#) κάποιο σωματίδιο σε φάση, $\frac{\Delta p}{p} = 0$, θα εισέρθει στην RF-κοιλότητα με την ονομαστική φάση Ψ_0 και θα δεχθεί την ιδανική ώθηση ενώ σωματίδια που δεν είναι σε φάση θα δεχθούν μεγαλύτερη, $\frac{\Delta p}{p} < 0$, ή μικρότερη, $\frac{\Delta p}{p} > 0$, ώθηση και έτσι θα φτάσουν και αυτά την ονομαστική φάση.



Σχήμα 5 Μηχανισμός φασικής εστίασης

2.2 Οπτική δεσμών [3]

Η οπτική δεσμών είναι το κομμάτι της φυσικής επιταχυντών που αφορά στη μελέτη της πλοήγησης και εστίασης της δέσμης. Στους κυκλικούς επιταχυντές η τροχιά είναι καμπύλη συνεπώς χρειαζόμαστε κάποια δύναμη που να στρέφει τη δέσμη. Το γεγονός του ότι ασχολούμαστε με δέσμη και όχι με μεμονωμένα σωματίδια σημαίνει ότι θα υπάρχουν αποκλίσεις από την ιδανική τροχιά, έτσι εκτός από δυνάμεις που επιταχύνουν και στρέφουν τη δέσμη θα χρειαστούμε και δυνάμεις εστίασης της δέσμης. Η δύναμη που επιλέγουμε και πάλι θα είναι η δύναμη Lorentz

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \dot{\mathbf{p}}$$

Σε σχετικιστικές συχνότητες αν $\mathbf{E} = c\mathbf{B}$ το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο θα έχουν το ίδιο αποτέλεσμα συνεπώς ένα σχετικά μέτριο μαγνητικό πεδίο θα αντιστοιχεί σε ένα τεράστιο ηλεκτρικό. Επομένως, για να στρέψουμε και να εστιάσουμε τις δέσμες επιλέγουμε τη χρήση μαγνητών.

Για την ανάλυσή μας θα χρησιμοποιήσουμε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων που θα ακολουθεί την τροχιά της δέσμης. Ο άξονας z θα ακολουθεί την κίνηση των σωματιδίων ενώ οι x και y θα είναι ο οριζόντιος κι ο κατακόρυφος άξονας. Θεωρώντας ότι τα σωματίδια έχουν μόνο v_z και το μαγνητικό πεδίο B_y και B_x η δύναμη θα είναι

$$\mathbf{F} = -eB_y v_z \hat{x} + eB_x v_z \hat{y}$$

Η x συνιστώσα της δύναμης Lorentz είναι αυτή που ουσιαστικά διατηρεί τα σωματίδια στην τροχιά άρα θα παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης άρα

$$F_x = F_c \Leftrightarrow -eB_y v_z = -\frac{mv_z^2}{r} \Leftrightarrow \frac{e}{p_z} B_y = \frac{1}{r}$$

Όπου $r = r(x, y, z)$ ακτίνα καμπυλότητας

$$B_y = B_y(r)$$

Οι εγκάρσιες διαστάσεις της δέσμης είναι πολύ μικρές σε σχέση με την ακτίνα καμπυλότητας οπότε μπορούμε να αγνοήσουμε τη συνεισφορά τους. Αναπτύσσοντας το μαγνητικό πεδίο στη γειτονιά της ονομαστικής τροχιάς θα έχουμε

$$B_y(x) = B_{y0} + \frac{dB_y}{dx} x + \frac{1}{2!} \frac{d^2 B_y}{dx^2} x^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 B_y}{dx^3} x^3 + \dots \xrightarrow{*e/p}$$

$$\frac{e}{p} B_y(x) = \frac{e}{p} B_{y0} + \frac{e}{p} \frac{dB_y}{dx} x + \frac{1}{2!} \frac{e}{p} \frac{d^2 B_y}{dx^2} x^2 + \frac{1}{3!} \frac{e}{p} \frac{d^3 B_y}{dx^3} x^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{R} + kx + \frac{1}{2!} mx^2 + \frac{1}{3!} ox^3 + \dots$$

Η παραπάνω εξίσωση δηλώνει ότι μπορούμε να περιγράψουμε το πεδίο γύρω από τη δέσμη ως άθροισμα πολύπολων. Ο πρώτος όρος αντιστοιχεί σε δίπολα που ευθύνονται για την πλοήγηση της δέσμης, ο δεύτερος σε τετράπολα που ευθύνονται για την εστίαση, ο τρίτος σε εξάπολα που διορθώνουν την χρωματικότητα (φαινομενικά σφάλματα σε μαγνήτες ανάλογα της απόκλισης της ορμής που σχετίζονται με την περιοδικότητα), ο τέταρτος διορθώσεις του πεδίου κτλ. Οι όροι $\frac{1}{R}$, k , m και o μας δίνουν την ισχύ των μαγνητών. Τα παραπάνω φαίνονται καλύτερα στον **Πίνακα 1**

Multipoles	Strength	Effect
Dipole	$\frac{1}{R} = \frac{e}{p} B_{y0}$	Beam Steering
Quadrupole	$k = \frac{e}{p} \frac{dB_y}{dx}$	Beam Focusing
Sextupole	$m = \frac{e}{p} \frac{d^2 B_y}{dx^2}$	Chromaticity compensation
Octupole	$o = \frac{e}{p} \frac{d^3 B_y}{dx^3}$	Field errors/ field compensation

Πίνακας 1 Τα κυρίαρχα πολύπολα στους επιταχυντές, οι ισχυες τους και η επίδρασή τους στη δέσμη

2.2.1 Γραμμική οπτική δεσμών

Αν αγνοήσουμε τα πολύπολα υψηλών τάξεων και διατηρήσουμε μόνο τα δίπολα και τα τετράπολα έχουμε την ονομαζόμενη γραμμική οπτική δεσμών.

Αρχικά θα εξετάσουμε τα διπόλα (Σχήμα 6) που ευθύνονται για την αλλαγή της κατεύθυνσης της δέσμης. Το δυναμικό σε αυτούς τους μαγνήτες δεδομένου ότι το πεδίο είναι σταθερό κατά τον x άξονα θα είναι

$$\Phi(x, y) = B_0 y$$

Ο νόμος του Maxwell θα μας δώσει

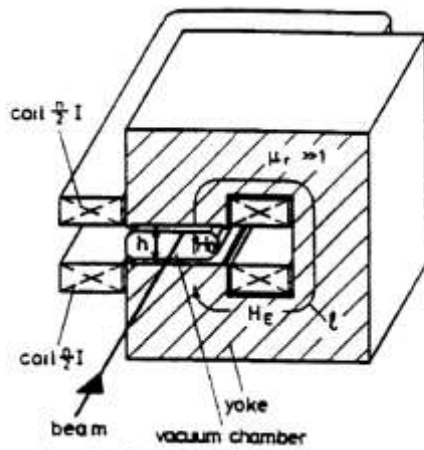
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = hH_0 + lH_e = I_{tot} = nI \xrightarrow{\mu_r \gg 1}$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 n I}{h}$$

Όπου n ο συνολικός αριθμός τυλιγμάτων

h η απόσταση ανάμεσα στους πόλους

l το μήκος στο εσωτερικό του μαγνήτη



Σχήμα 6 Διπολικός μαγνήτης

Η ισχύς του διπολικού μαγνήτη θα είναι

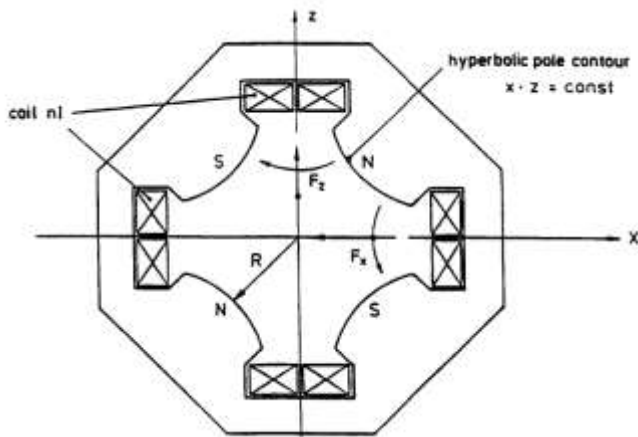
$$\frac{1}{r} = \frac{e \mu_0 n I}{p h}$$

Οι τετραπολικοί μαγνήτες (Σχήμα 7) χρησιμοποιούνται για την εστίαση της δέσμης. Το δυναμικό σε αυτούς τους μαγνήτες δεδομένου ότι το πεδίο είναι γραμμικό ως προς τον x άξονα θα είναι

$$\Phi(x, y) = \frac{\partial B_y}{\partial x} x y$$

Οι συνιστώσες του πεδίου θα είναι

$$B_x = \frac{\partial B_y}{\partial x} y \quad \text{και} \quad B_y = \frac{\partial B_y}{\partial x} x$$



Σχήμα 7 Τετραπολικός μαγνήτης

Ο νόμος του Maxwell θα μας δώσει

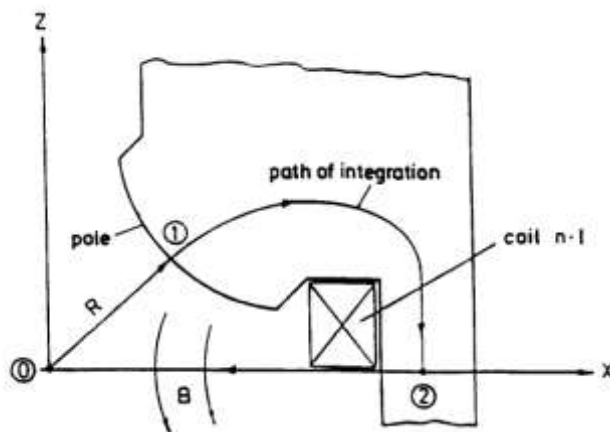
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^1 \mathbf{H}_0 \cdot d\mathbf{s} + \int_1^2 \mathbf{H}_e \cdot d\mathbf{s} + \int_2^0 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_{tot} = nI$$

Αν χρησιμοποιήσουμε το [Σχήμα 8](#) για το διάστημα ολοκλήρωσης

$$\int_0^R H dr = \frac{\partial B_y}{\partial x} \frac{R^2}{2\mu_0} = nI \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{2\mu_0 nI}{R^2}$$

Έτσι η ισχύς του μαγνήτη θα είναι

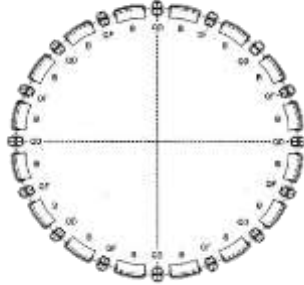
$$k = \frac{e}{p} \frac{2\mu_0 nI}{R^2}$$



Σχήμα 8 Προσδιορισμός χωρίου ολοκλήρωσης

Το πεδίο στα τετράπολα είναι τέτοιο ούτως ώστε όταν ένας μαγνήτης εστιάζει τη δέσμη στο ένα επίπεδο προκαλεί αποεστίασή της στο άλλο. Έτσι για να καταφέρουμε να εστιάσουμε τη δέσμη θα πρέπει να χρησιμοποιούμε δύο τετράπολα όπου το ένα θα έχει στραφεί κατά 90° σε σχέση με το άλλο. Αυτή η τεχνική είναι αυτή που μας δίνει και το

κύτταρο FODO (Σχήμα 9) που είναι το βασικό στοιχείο των κυκλικών γραμμικών επιταχυντών ένας μαγνήτης που εστιάζει ένας που στρέφει κι ένας που αποεστιάζει (εστιάζει στο άλλο επίπεδο).



Σχήμα 9 Δομή FODO

Σε μία τέτοια δομή και επί ενός συστήματος που κινείται μαζί με τα σωματίδια οι εξισώσεις θέσης ενός σωματιδίου μέχρι και 2^{15} τάξης παράγωγο θα είναι

$$\mathbf{r} = x\widehat{\mathbf{x}}_0 + y\widehat{\mathbf{y}}_0 + r\widehat{\mathbf{z}}_0$$

$$\dot{\mathbf{r}} = x'\dot{z}\widehat{\mathbf{x}}_0 + y'\dot{z}\widehat{\mathbf{y}}_0 + \left(1 + \frac{x}{r}\right)\dot{z}\widehat{\mathbf{z}}_0$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = \left[x''\dot{z}^2 + x'\ddot{z} - \left(1 + \frac{x}{r}\right)\frac{\dot{z}^2}{r} \right]\widehat{\mathbf{x}}_0 + (y''\dot{z}^2 + y'\ddot{z})\widehat{\mathbf{y}}_0 + \left[\frac{2}{r}x'\dot{z}^2 + \left(1 + \frac{x}{r}\right)\ddot{z} \right]\widehat{\mathbf{z}}_0$$

Με χρήση αυτών των εξισώσεων η δύναμη Lorentz μας δίνει

$$x'' - \left(1 + \frac{x}{r}\right)\frac{1}{r} = -\frac{v}{\dot{z}}\frac{e}{p}B_y\left(1 + \frac{x}{r}\right)$$

$$y'' = \frac{v}{\dot{z}}\frac{e}{p}B_x\left(1 + \frac{x}{r}\right)$$

Όπου $v = \left(1 + \frac{x}{r}\right)\dot{z}$

Αν δεχτούμε ότι έχουμε μικρή απόκλιση από την ονομαστική ορμή του σωματιδίου, $\frac{\Delta p}{p} < 1\%$ θα καταλήξουμε στις παρακάτω εξισώσεις κίνησης

$$x''(z) - \left(\frac{1}{r^2(z)} - k(z)\right)x(z) = \frac{1}{r(z)}\frac{\Delta p}{p}$$

$$y''(z) + k(z)y(z) = 0$$

Από αυτές η πρώτη είναι η εξίσωση της τροχιάς της δέσμης.

Αν η απόκλιση της ορμής γίνει ίση με τη μονάδα, $\frac{\Delta p}{p} = 1$, τότε λαμβάνουμε μια συνάρτηση τροχιάς που ονομάζεται διασπορά $D(s)$.

Αν στη σχέση της τροχιάς θέσουμε $\frac{1}{R} = 0, \frac{\Delta p}{p} = 0$, τότε η χαρακτηριστική σχέση της τροχιάς θα περιγράψει εγκάρσιες ταλαντώσεις γύρω από την ονομαστική τροχιά, ταλαντώσεις betatron.

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon\beta(s)} \cos(\Psi(s) + \varphi)$$

Όπου $\Psi(s) = \int_0^s \frac{d\sigma}{\beta(\sigma)}$

ε emittance

$\beta(s)$ η συνάρτηση πλάτους της ταλάντωσης

Η κίνηση του σωματιδίου όπως έχει περιγραφεί μέχρι στιγμής στο χώρο των ορμών θα μας δώσει μία έλλειψη (**Σχήμα 10**)

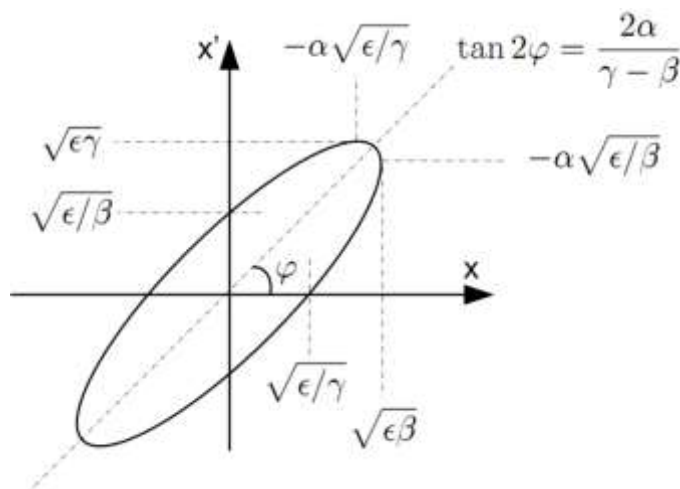
$$\gamma(s)x^2(s) + 2a(s)x(s)x'(s) + \beta(s)x'^2(s) = \varepsilon$$

Όπου $a(s) = -\frac{\beta'(s)}{2}$

$$\gamma(s) = \frac{1+a(s)}{\beta(s)}$$

Οι παράμετροι $a(s), \beta(s)$ και $\gamma(s)$ ονομάζονται παράμετροι twiss.

Η παραπάνω έλλειψη μπορεί κατά την κίνηση του σωματιδίου να αλλάξει μορφή αλλά η επιφάνειά της παραμένει σταθερή και ίση με ε από όπου φαίνεται και η πραγματική σημασία της χαρακτηριστικής ποσότητας emittance η οποία είναι σταθερά της κίνησης και κατά ένα παράγοντα π η επιφάνεια της έλλειψης στο χώρο των ορμών.



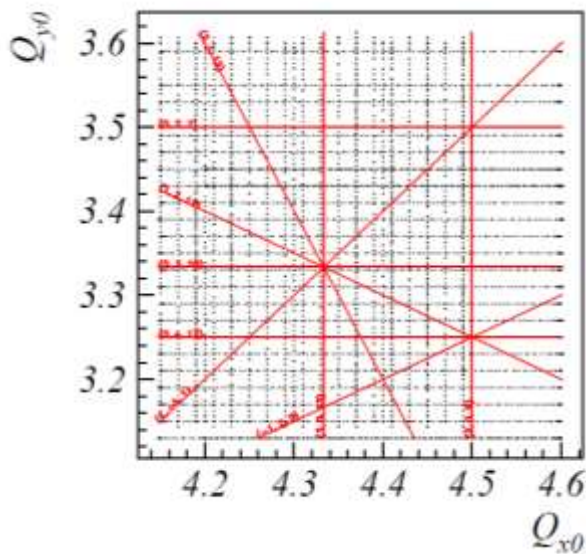
Σχήμα 10 Η χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης του σωματιδίου στο χώρο των ορμών

Η περιοδικότητα των συναντήσεων των σωματιδίων της δέσμης με το επιταχυντικό πλέγμα έχει ως αποτέλεσμα να παρατηρούνται οπτικοί συντονισμοί. Συγκεκριμένα στη σχέση για τις ταλαντώσεις betatron θα είναι περιοδική η συνάρτηση βήτα και η φάση των ταλαντώσεων στην οποία και οφείλονται κυρίως οι συντονισμοί. Η ποσότητα Q που ονομάζεται tune

$$Q = \frac{\Delta\Psi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta(s)}$$

είναι τελικά ανεξάρτητη της θέσης s και δηλώνει πόσες ταλαντώσεις betatron εκτελεί ένα σωματίδιο ανά περιστροφή.

Για την ασφαλή λειτουργία του επιταχυντή μας θα πρέπει να επιλέξουμε κατάλληλες τιμές των tunes Q_x και Q_y που μας καθορίζουν το σημείο κανονικής λειτουργίας του επιταχυντή. Οι συντονισμοί που θα πρέπει να αποφεύγουμε όταν επιλέγουμε το σημείο λειτουργίας του PS φαίνονται στο [Σχήμα 11](#). Γενικά θα πρέπει να αποφεύγονται οι συντονισμοί που παρατηρούνται για ακέραιες τιμές των tunes και μπορεί να οφείλονται σε σφάλματα των πεδίων των δίπολων, για ημιακέραιες τιμές που μπορεί να οφείλονται στα πεδία των τετραπόλων ενώ σφάλματα πεδίων μαγνητών μεγαλύτερης τάξης μπορεί να προκαλέσουν και άλλους συντονισμούς.



Σχήμα 11 Tune διάγραμμα για τον PS [5]

Μετά την επιλογή του σημείου κανονικής λειτουργίας του επιταχυντή θα πρέπει να βεβαιωθούμε ότι δε θα υπάρξει κάποιος λόγος για να μετατοπιστούμε από αυτό το σημείο σε τέτοιο βαθμό ώστε να βρεθούμε σε κάποια από τις ασταθής καταστάσεις που φαίνονται στο [Σχήμα 11](#). Σφάλματα στα τετράπολα μπορούν να προκαλέσουν μετατόπιση στο tune διάγραμμα κατά

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi} \int_{s_0}^{s_0+l} \Delta k \beta(s) ds$$

2.2.2 Coupled οπτική δεσμών [4]

Αν στο επιταχυντικό πλέγμα υπάρχουν και μαγνήτες μεγαλύτερης τάξης ή skew μαγνήτες τότε οδηγούμαστε σε coupled οπτική που σημαίνει ότι οι κινήσεις στο x και στο y επίπεδο σταματούν να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους καθώς η κίνηση στο ένα επίπεδο επηρεάζει την κίνηση στο άλλο. Αυτού του είδους η οπτική αποφεύγεται καθώς μπορεί να παρουσιάσει προβλήματα στη δέσμη που οφείλονται σε ανταλλαγή ενέργειας ανάμεσα στις κινήσεις στα δύο επίπεδα, αύξηση της emittance, χαμηλότερη luminosity (παράμετρος που περιγράφει την αποδοτικότητα των επιταχυντών που λειτουργούν με συγκρουόμενες δέσμες, colliders), ενώ το σημαντικότερο πρόβλημα για τη δική μας ανάλυση είναι το ότι μπορεί να εγείρουν επιπλέον συντονισμούς.

Οι συνιστώσες του πεδίου στα skew τετράπολα θα είναι [6]

$$B_x = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial B_x}{\partial x} \right) x \quad \text{και} \quad B_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial B_x}{\partial x} \right) y$$

Η εξίσωση που περιγράφει την τροχιά παρουσία skew τετραπόλων θα είναι

$$x''(z) + k(z)x(z) - q(z)y(z) = 0$$

$$\text{Όπου} \quad q(z) = \frac{1}{2B\tau_0} \left(\frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial B_x}{\partial x} \right)$$

Στην περίπτωση της coupled οπτικής οι παράμετροι twiss ουσιαστικά διπλασιάζονται καθώς εκτός από τις $\beta_x(s)$ και $\beta_y(s)$ θα έχουμε και άλλες δύο συναρτήσεις βήτα που θα οφείλονται στην επίδραση της κάθε κίνησης στην άλλη. Αντίστοιχα και στις υπόλοιπες παραμέτρους όπως επίσης και στην διασπορά.

Οι συντονισμοί που προστίθενται στο σύστημά μας και οφείλονται στην coupled οπτική θα είναι οι

$$Q_x + Q_y = l \quad \text{και} \quad Q_x - Q_y = l'$$

Όπου l και l' ακέραιοι

Κοντά στον συντονισμό αθροίσματος η betatron κίνηση γίνεται ασταθής ενώ κοντά στο συντονισμό διαφοράς οι betatron κινήσεις είναι συζευγμένες. Οι συντονισμοί αυτοί μπορούν να προκαλέσουν αύξηση του μεγέθους της δέσμης και ελάττωση του χρόνου ζωής της.

Ένας τρόπος να ελέγξουμε το coupling είναι να προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε την ισχύ του. Μία παράμετρος που δηλώνει την ισχύ του coupling είναι

$$u = \frac{-k_x^2 k_y^2 + \sqrt{k_x^2 k_y^2 \left[1 + \frac{A_x^2 - A_y^2}{k_x^2 - k_y^2} (1 - k_x^2 k_y^2) \right]}}{-k_x^2 k_y^2}$$

$$\text{Όπου } k_x = \sqrt{\frac{\beta_{12}}{\beta_{11}}}$$

$$k_y = \sqrt{\frac{\beta_{21}}{\beta_{22}}}$$

$$A_x = k_x \alpha_{11} - k_x^{-1} \alpha_{12}$$

$$A_y = k_y \alpha_{21} - k_y^{-1} \alpha_{22}$$

α, β οι twiss παράμετροι

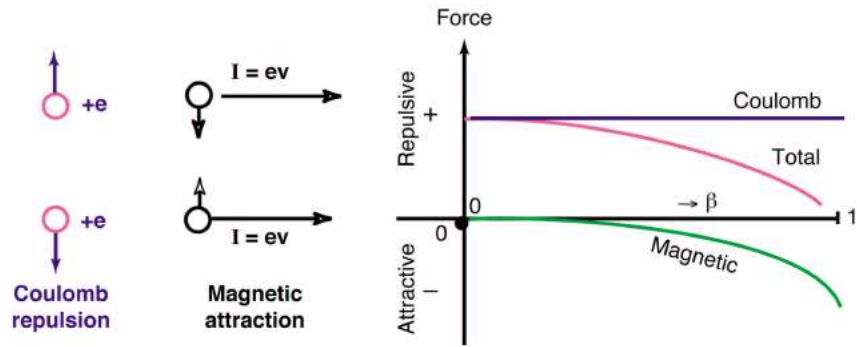
Η παράμετρος u είναι εξαιρετικά χρήσιμη για την προσέγγιση της ισχύος του coupling αν και αποτελεί ενδεικτική παράμετρο και δεν μπορεί από μόνη της να μας δώσει με απόλυτη βεβαιότητα την ισχύ του φαινομένου. Το u μπορεί να πάρει τιμές από 0 έως 1 ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές. Όταν υπάρχει πλήρης απουσία coupling το u θα έχει την τιμή 0, όταν έχει την τιμή 0.5 θα είναι ισχυρότερο, και θα έχει την τιμή 1 αν τα διανύσματα x και y μεταταθούν. Καθώς το u αποτελεί μόνο ένδειξη οι παραπάνω τιμές δεν είναι απόλυτες ενώ πιο χρήσιμο θα ήταν να δούμε κατά πόσο η τιμή του αλλάζει με τη θέση του σωματιδίου στον επιταχυντή μας. [7]

2.3 Φαινόμενο χωρικού φορτίου [8]

Αν και στη μέχρι τώρα ανάλυσή μας έχουμε χρησιμοποιήσει πολλές φορές προσεγγίσεις κίνησης ενός σωματιδίου δε θα πρέπει να ξεχνάμε ότι αναφερόμαστε σε δέσμες, δηλαδή κίνηση πολλών ίδιων σωματιδίων υπό την επίδραση πεδίων. Αυτό συνεπάγεται ότι ανάμεσα στα σωματίδια θα υπάρχουν αλληλεπιδράσεις. Τα φαινόμενα που απορρέουν από αυτό το γεγονός ονομάζονται συλλογικά (collective) φαινόμενα. Το κυριότερο και απλούστερο από τα συλλογικά φαινόμενα είναι το φαινόμενο χωρικού φορτίου.

Το φαινόμενο χωρικού φορτίου οφείλεται στις δυνάμεις Coulomb που αναπτύσσονται ανάμεσα στα κινούμενα φορτία που απαρτίζουν τη δέσμη. Αυτές οι δυνάμεις οδηγούν στην παραγωγή ιδιοπεδίων που μπορεί να οδηγήσουν σε αποεστίαση της δέσμης και στα δύο επίπεδα.

Το φαινόμενο είναι κυρίαρχο σε δέσμες υψηλής έντασης και χαμηλής ενέργειας. Αυτό συμβαίνει καθώς κάθε κινούμενο σωματίδιο μπορεί να παρασταθεί από ένα ρεύμα $I = ve$ το οποίο παράγει ένα μαγνητικό πεδίο που όταν η κίνηση γίνει σχετικιστική, η ταχύτητα ίση με c , θα καταφέρει να ακυρώσει τις απωστικές δυνάμεις (Σχήμα 12).



Σχήμα 12 Απωστικές δυνάμεις Coulomb και μαγνητική έλξη ανάμεσα σε δύο σωματίδια

Τα ιδιοπεδία που δημιουργούνται σε μία δέσμη κυκλικής διατομής με ομοιόμορφη κατανομή φορτίων θα βρεθούν με χρήση των εξισώσεων του Maxwell σε πολικές συντεταγμένες. Για την ακτινική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου θα έχουμε

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\eta}{\epsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{I}{2\pi\epsilon_0\beta c} \frac{r}{a^2}$$

Όπου η η πυκνότητα φορτίου

β η σχετικιστική παράμετρος

a η ακτίνα της δέσμης

ϵ_0 η διηλεκτρική σταθερά

Για την αζιμουθιακή συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου θα έχουμε

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \Rightarrow B_\phi = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{r}{a^2}$$

Όπου μ_0 η μαγνητική διαπερατότητα

Αυτά τα πεδία οδηγούν στην ύπαρξη δύναμης Lorentz

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \Rightarrow F_r = \frac{eI}{2\pi\epsilon_0\beta c} \frac{1}{\gamma^2} \frac{r}{a^2}$$

Και σε καρτεσιανές συντεταγμένες

$$F_x = \frac{eI}{2\pi\epsilon_0\beta c\gamma^2 a^2} x, \quad F_y = \frac{eI}{2\pi\epsilon_0\beta c\gamma^2 a^2} y$$

Για να δούμε την επίδραση του φαινομένου χωρικού φορτίου στην τροχιά της δέσμης μας αρκεί να προσθέσουμε έναν όρο διαταραχής αντίστοιχου των σφαλμάτων τετραπόλων έτσι η εξίσωση που περιγράφει την τροχιά γίνεται

$$x''(z) + (k(z) + k_{sc})x(z) = 0$$

Όπου $k_{sc} = -\frac{2r_0 l}{e\beta^3\gamma^3 a^2}$

$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2}$ η κλασσική ακτίνα του σωματιδίου

Αυτή η διαταραχή που εισάγεται από το φαινόμενο χωρικού φορτίου θα οδηγήσει σε μεταβολή των tunes Q με τον ίδιο τρόπο που επιδρούσαν τα σφάλματα των τετραπολικών μαγνητών

$$\Delta Q_{x,y} = \frac{k_{sc}}{4\pi} \oint \frac{1}{\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)} \beta_{x,y}(z) dz \Rightarrow$$

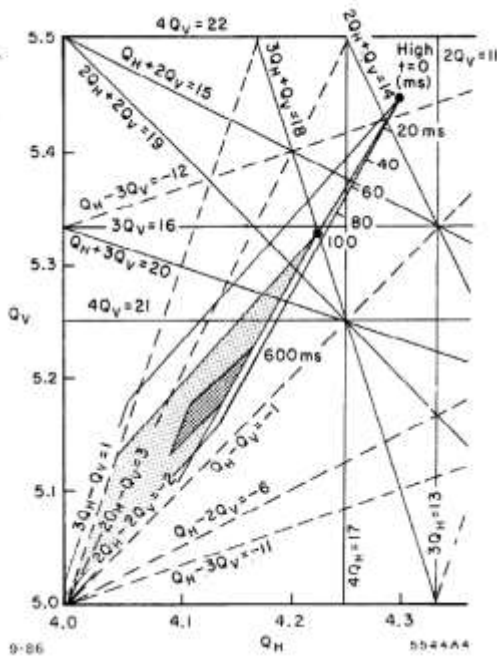
$$\Delta Q_{x,y} = \frac{\lambda_{max} r_0}{2\pi\gamma^3 \beta^2} \oint \frac{\beta_{x,y}(z) dz}{\sqrt{\epsilon_{x,y} \beta_{x,y}(z) + D_{x,y}^2(z) \delta^2} \left(\sqrt{\epsilon_x \beta_x(z) + D_x^2(z) \delta^2} + \sqrt{\epsilon_y \beta_y(z) + D_y^2(z) \delta^2} \right)}$$

Όπου λ_{max} η ένταση της δέσμης

$\sigma_{x,y}$ η ενεργός διατομή της δέσμης

$$\delta = \frac{\Delta p}{p}$$

Αυτή η διασπορά των tunes στο διάγραμμα εμφανίζεται στο Σχήμα 13. Η μορφή του necktie παρατηρείται σε όλους τους επιταχυντές που έχουμε φαινόμενο χωρικού φορτίου.



Σχήμα 13 Διασπορά των tunes οφειλόμενη στο χωρικό φορτίο στον PSBooster [9]

3 Σκοπός και μεθοδολογία της εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν ο περιορισμός της διασποράς των tunes που οφείλονται στο φαινόμενο χωρικού φορτίου που παρουσιάζονται στον PS.

Ο PS δέχεται δέσμη από τον PS-Booster στα 1.4GeV και την παραδίδει στον SPS στα 25GeV . Η δέσμη έχει ως τελικό προορισμό τον LHC και συνεπώς είναι μεγάλης έντασης. Η δέσμη καταφθάνει σε έξι bunches από τον PS-Booster πράγμα που σημαίνει ότι οφείλουμε να τη διατηρήσουμε για κάποιο χρονικό διάστημα ($\geq 1.2\text{s}$) σε χαμηλή ενέργεια [10]. Σε αυτές τις συνθήκες το φαινόμενο χωρικού φορτίου είναι κυρίαρχο και η διασπορά στα tunes μπορεί να μας αλλάξει το σημείο λειτουργίας της μηχανής σε τέτοιο βαθμό που να μας ρίξει σε κάποιον από τους συντονισμούς του [Σχήματος 11](#) που θα μπορούσαν να οδηγήσουν ακόμα και σε απώλεια της δέσμης. Αυτός όμως δεν είναι ο μόνος κίνδυνος καθώς ακόμα και η αύξηση της emittance προκαλεί προβλήματα στη δέσμη μας.

Αυτή η εργασία έχει ως στόχο να ελαττώσει τη διασπορά των tunes που οφείλεται στο φαινόμενο χωρικού φορτίου χρησιμοποιώντας μόνο οπτική δεσμών. Συγκεκριμένα η δέσμη στον PS είναι επίπεδη στο πεδίο y , δηλαδή $D_y(z) = 0$. Με απλή εποπτική εξέταση της σχέσης για το φαινόμενο χωρικού φορτίου βλέπουμε πώς η διασπορά βρίσκεται στον παρανομαστή άρα αν μπορέσουμε να την αυξήσουμε θα καταφέρουμε να το ελαττώσουμε.

Όπως είχαμε αναφέρει στο 1^ο κεφάλαιο της εργασίας ο PS έχει 40 skew τετράπολα. Αυτά τα τετράπολα ,που γενικά δεν χρησιμοποιούνταν, επιλέξαμε ούτως ώστε με κατάλληλες τιμές για τις ισχείς τους $k(z)$ να προσδοθεί στη δέσμη μας $D_y(z) \neq 0$.

Εξαιτίας της φύσης των τετραπόλων περνάμε σε coupled οπτική όπως εξηγήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Συνεπώς είναι πολύ σημαντικό να υπολογίζουμε μέσω του παράγοντα u την ισχύ του coupling για να μην αναιρεθεί το αποτέλεσμα της μελέτης μας με την επιπλέον διασπορά των tunes που οφείλεται στο coupling.

Τέλος η αύξηση της διασποράς της δέσμης θα αυξήσει σε κάποιο βαθμό τη συνάρτηση βήτα που καθορίζει το πλάτος της betatron κίνησης που και πάλι μπορεί να οδηγήσει σε απώλεια της δέσμης. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα τις τιμές των παραμέτρων twiss για να μη φτάσουμε σε ακραίες καταστάσεις.

4 Σχεδίαση τροχιάς, MADX

Για τη σχεδίαση της νέας οπτικής που θα μειώνει την επίδραση του φαινομένου χωρικού φορτίου χρησιμοποιήσαμε το σχεδιαστικό πρόγραμμα MADX [SDJL]. Το MADX χρησιμοποιείται ευρέως στο CERN, έτσι υπάρχει μία τεράστια βιβλιοθήκη με μοντελοποιημένους μαγνήτες , επιταχυντές, σωματίδια κλπ.

Στο περιβάλλον του MADX μπορούμε να εισάγουμε και να διαφοροποιήσουμε το πλέγμα του επιταχυντή μας, να δηλώσουμε το είδος της δέσμης που θέλουμε να έχουμε και τα βασικά χαρακτηριστικά της.

Για τη δική μας ανάλυση χρησιμοποιήσαμε το επιταχυντικό πλέγμα του PS, με τον επιταχυντή να λειτουργεί τα 1.4GeV με σημείο λειτουργίας το $Q_x=6.31, Q_y=6.28$. Σε ό,τι αφορά στα βασικά χαρακτηριστικά της δέσμης μία bunched δέσμη πρωτονίων έντασης $1.4769 \cdot 10^{11} m^{-1}$ και κανονικοποιημένες emittances $\epsilon_x = \epsilon_y = 1.17 \cdot 10^{-6} m$. Συγκεκριμένα προσπαθούμε να αναδημιουργήσουμε το τελευταίο run για τον PS από τον **Πίνακα 2** στο οποίο παρατηρήθηκε και η σημαντικότερη διασπορά των tunes εξαιτίας του φαινομένου χωρικού φορτίου κυρίως στο επίπεδο y .

Standard Production scheme – July 18, 2013

		PSB (1 b after capture, $c=285$ ns)						$\delta p/p_0$		$\Delta Q_{x,y}$	
		N (10^{11} p)	$\epsilon_{x,y}$ (μm)	E (GeV)	ϵ_z (eVs)	B_l (ns)					
Achieved	50 ns	12.56	1.41	0.05	1.0	1100	$2.4 \cdot 10^{-3}$	(0.51, 0.61)			
	25 ns	17.73	2.14	0.05	1.0	1100	$2.4 \cdot 10^{-3}$	(0.51, 0.58)			
Only Linac 4	50 ns	12.56	0.71	0.16	1.2	650	$1.6 \cdot 10^{-3}$	(0.44, 0.58)			
	25 ns	19.21	1.11	0.16	1.2	650	$1.6 \cdot 10^{-3}$	(0.49, 0.60)			

		PS (4+2 b/inj)						$\delta p/p_0$		$\Delta Q_{x,y}$	
		N (10^{11} p/b)	$\epsilon_{x,y}$ (μm)	E (GeV)	ϵ_z (eVs/b)	B_l (ns)					
Achieved	50 ns	11.93	1.48	1.4	1.2	180	$1.1 \cdot 10^{-3}$	(0.21, 0.29)			
	25 ns	16.84	2.25	1.4	1.2	180	$1.1 \cdot 10^{-3}$	(0.22, 0.29)			
Only Linac 4	50 ns	11.93	0.74	1.4	1.2	180	$1.1 \cdot 10^{-3}$	(0.30, 0.52)			
	25 ns	18.25	1.17	1.4	1.2	180	$1.1 \cdot 10^{-3}$	(0.37, 0.55)			

		SPS ($4 \times 36\text{-}72$ b/inj)						$\delta p/p_0$		$\Delta Q_{x,y}$	
		N (10^{11} p/b)	$\epsilon_{x,y}$ (μm)	p (GeV/c)	ϵ_z (eVs/b)	B_l (ns)					
Achieved	50 ns	1.89	1.56	26	0.42	3	$1.7 \cdot 10^{-3}$	(0.08, 0.14)			
	25 ns	1.33	2.36	26	0.42	3	$1.7 \cdot 10^{-3}$	(0.04, 0.07)			
Only Linac 4	50 ns	1.89	0.78	26	0.42	3	$1.7 \cdot 10^{-3}$	(0.12, 0.24)			
	25 ns	1.44	1.23	26	0.42	3	$1.7 \cdot 10^{-3}$	(0.07, 0.13)			

		LHC ($n \times 144\text{-}288$ b/inj)				
		N (10^{11} p/b)	$\epsilon_{x,y}$ (μm)	p (GeV/c)	ϵ_z (eVs/b)	B_l (ns)
Achieved	50 ns	1.70	1.71	450	0.5	1.65
	25 ns	1.20	2.60	450	0.45	1.55
Only Linac 4	50 ns	1.70	0.86	450	0.5	1.65
	25 ns	1.30	1.35	450	0.45	1.55

Πίνακας 2 Ιδιότητες δεσμών [13]

Στον κώδικά μας έχουμε ομαδοποιημένους τους τετραπολικούς μαγνήτες σε δύο κατηγορίες, τους εστιακούς (focusing) και τους αποεστιακούς (defocusing), υπολογίζοντας τις ισχείς τους ούτως ώστε να διατηρείται σταθερό το σημείο λειτουργίας του επιταχυντή μας. Έπειτα εισάγουμε στο πλέγμα μας τους 40 skew μαγνήτες του PS με στόχο να υπολογίσουμε τις ισχείς αυτές που θα προσδώσουν στη δέσμη διασπορά στο y επίπεδο ενώ θα αυξηθεί η διασπορά και στο x επίπεδο. Στον υπολογισμό αυτό προσπαθούμε να διατηρηθούμε στο σημείο λειτουργίας που έχουμε επιλέξει για τον PS γι' αυτό και στον υπολογισμό συμμετέχουν εκ νέου τα τετράπολα αν και τελικά οι τιμές τους αλλάζουν ελάχιστα.

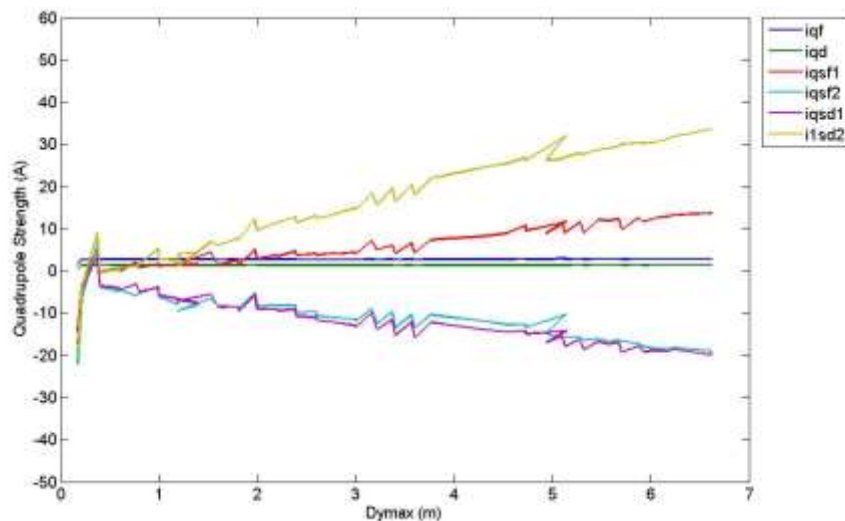
Στην πρώτη φάση της ανάλυσής μας βρίσκουμε τις βέλτιστες τροχιές για να εξασφαλίσουμε τα παραπάνω ενώ στη συνέχεια προσθέτουμε στο πρόβλημά μας επιπλέον παραμέτρους καθώς επιθυμούμε να διατηρηθεί σε χαμηλά επίπεδα η συνάρτηση βήτα.

Κατόπιν προσθέτουμε και τις τελευταίες μας παραμέτρους που έχουν να κάνουν με το σημείο έγχυσης της δέσμης. Ο PS δέχεται δέσμη από τον PS-Booster με δεδομένες ιδιότητες συνεπώς θα πρέπει να προσπαθήσουμε να διατηρήσουμε τις twiss παραμέτρους. Κυριότερα η δέσμη που εισέρχεται στον PS είναι επίπεδη συνεπώς η y διασπορά της στο σημείο της έγχυσης θα πρέπει να είναι κοντά στο μηδέν.

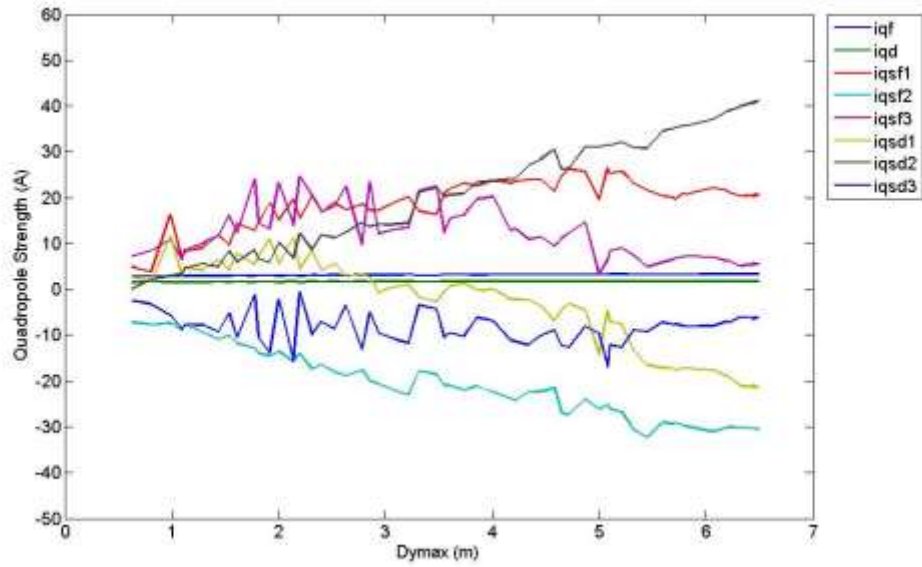
Τα skew τετράπολα του PS έχουν διαφορετική τροφοδοσία αλλά είναι ευκολότερο και χρησιμότερο για τους υπολογισμούς μας να είναι ομαδοποιημένα. Το μέγιστο ρεύμα που μπορούν να δεχθούν, στην παρούσα φάση, είναι 6A ενώ εξαιτίας κάποιων θερμικών φαινομένων πολλές φορές δεν μπορεί να ξεπεράσει τα 3.5A. Αρχικά ομαδοποιήθηκαν σε τέσσερις οικογένειες με βάση πραγματικές μετρήσεις των ρευμάτων τροφοδοσίας τους από παλιότερα runs του PS. Κατόπιν δημιουργήσαμε δύο καινούριες ομάδες μία με focusing skew τετράπολα και μία με defocusing skew τετράπολα στην άμεση γειτονιά του σημείου έγχυσης της δέσμης. Τέλος ομαδοποιήθηκαν σε 14 οικογένειες, αυτός ο τελευταίος διαχωρισμός έγινε με βάση την απόκριση των ιδιοτήτων της δέσμης σε διαφορετική τροφοδοσία του κάθε μαγνήτη ξεχωριστά.

Οι τροχιές που παρήχθησαν με βάση τα παραπάνω ανέρχονται σε εκατοντάδες οπότε θα προσπαθήσουμε να παρουσιάσουμε κάποιες αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις και όπου είναι δυνατόν θα επιχειρηθεί σύγκριση των αποτελεσμάτων των διαφορετικών οικογενειών.

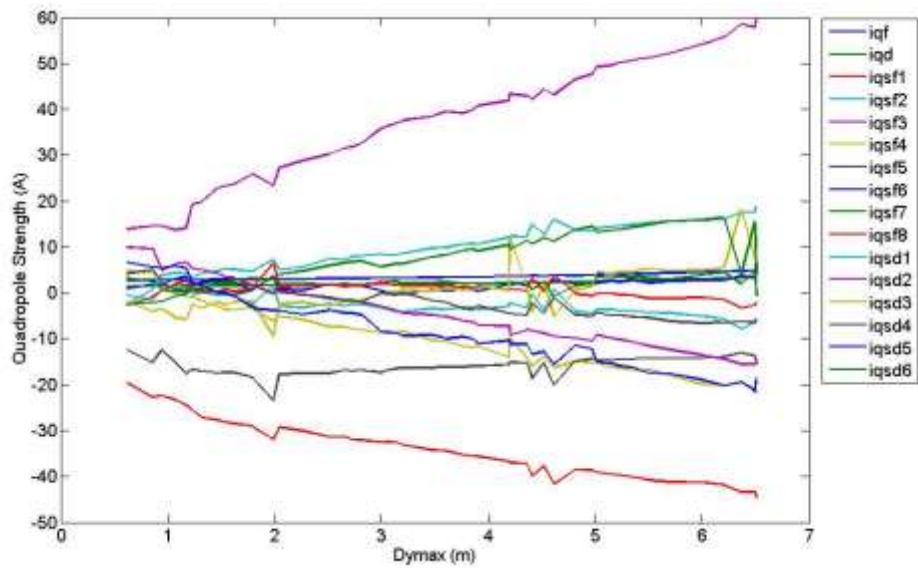
Ισχύς τετραπόλων, σε όρους ρεύματος τροφοδοσίας, για τις διαφορετικές οικογένειες σε συνάρτηση με την D_y , Σχήματα 13-15



Σχήμα 13 Ισχύς τετραπόλων ως προς D_{ymax} για 4 οικογένειες skew



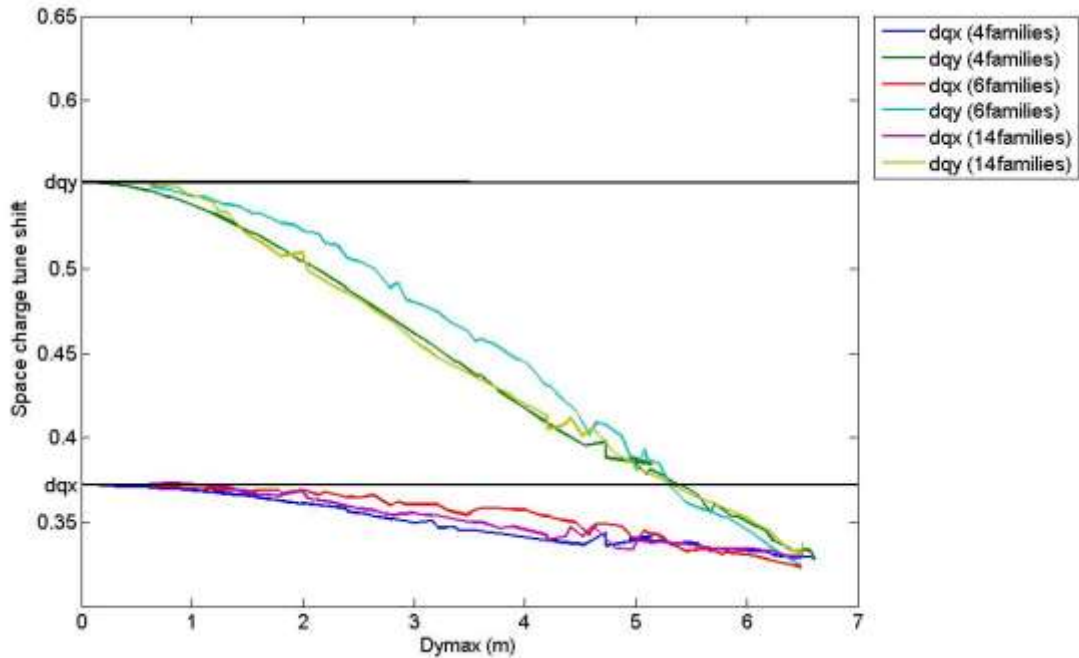
Σχήμα 14 Ισχείς τετραπόλων ως προς $D_{y_{max}}$ για 6 οικογένειες skew



Σχήμα 15 Ισχείς τετραπόλων ως προς $D_{y_{max}}$ για 14 οικογένειες skew

Από τα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να εξάγουμε ως συμπέρασμα ότι για να επιτύχουμε μεγάλη διασπορά της δέσμης στο y επίπεδο θα πρέπει να αυξηθούν τα ρεύματα τροφοδοσίας των μαγνητών και μάλιστα όσες περισσότερες ομάδες έχουμε τόσο περισσότερο θα πρέπει να αυξηθούν τα ρεύματα. Αυτό είναι ένα χρήσιμο συμπέρασμα που όμως μας περιορίζει καθώς υπάρχουν τεχνικά όρια στην τροφοδοσία των μαγνητών.

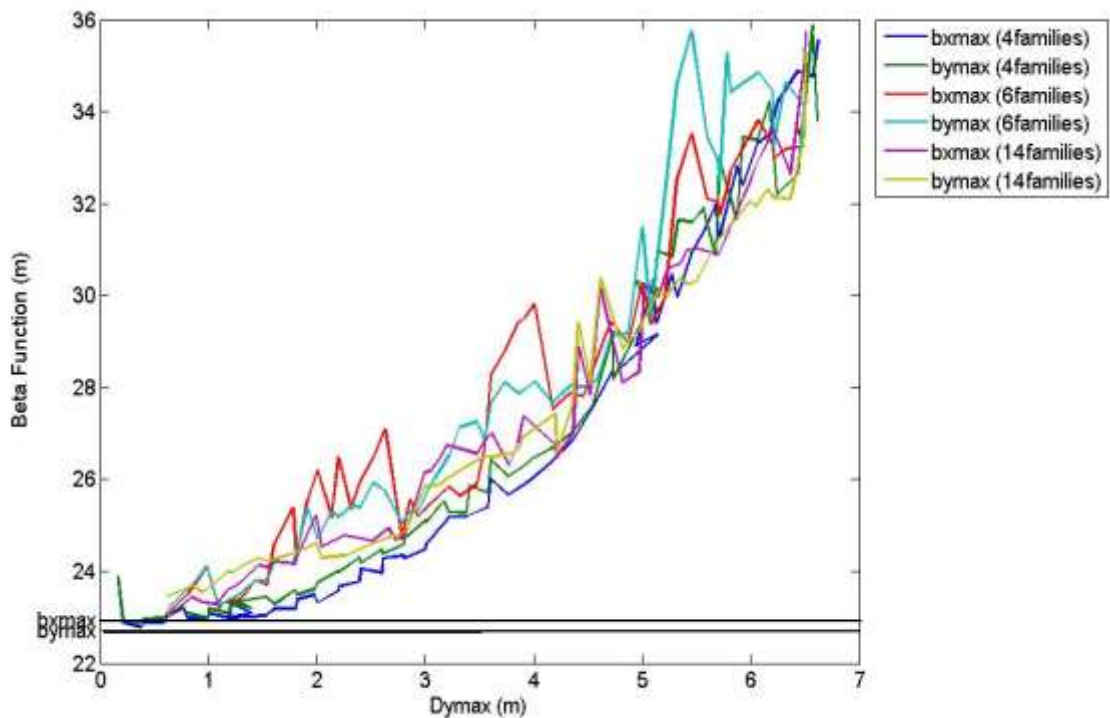
Διασπορά των tunes που οφείλονται στο φαινόμενο χωρικού φορτίου για τις διαφορετικές οικογένειες σε συνάρτηση με την D_y , Σχήμα 16



Σχήμα 16 ΔQ_x και ΔQ_y ως προς D_{ymax} για 4,6 και 14 οικογένειες skew

Αυξάνοντας την διασπορά της δέσμης μας βλέπουμε ότι καταφέραμε να ελαττώσουμε την διασπορά των tunes που οφείλεται στο φαινόμενο χωρικού φορτίου και στα δύο εγκάρσια επίπεδα της δέσμης σε σχέση με τις ευθείες γραμμές που μας δίνουν τις τιμές που είχαν τα ΔQ_x και ΔQ_y όταν η δέσμη μας ήταν επίπεδη στο y επίπεδο. Συγκεκριμένα το ΔQ_y που ήταν και το κυρίως πρόβλημα στην αρχική μας δέσμη έχει ελαττωθεί κατά 35% ενώ αρκετά λιγότερο έχει μειωθεί και το ΔQ_x . Παρατηρούμε επίσης ότι η σύγκριση ανάμεσα στις περιπτώσεις για τις διαφορετικές οικογένειες δε μας δείχνει ότι η ομαδοποίηση δεν επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τα αποτελέσματά μας.

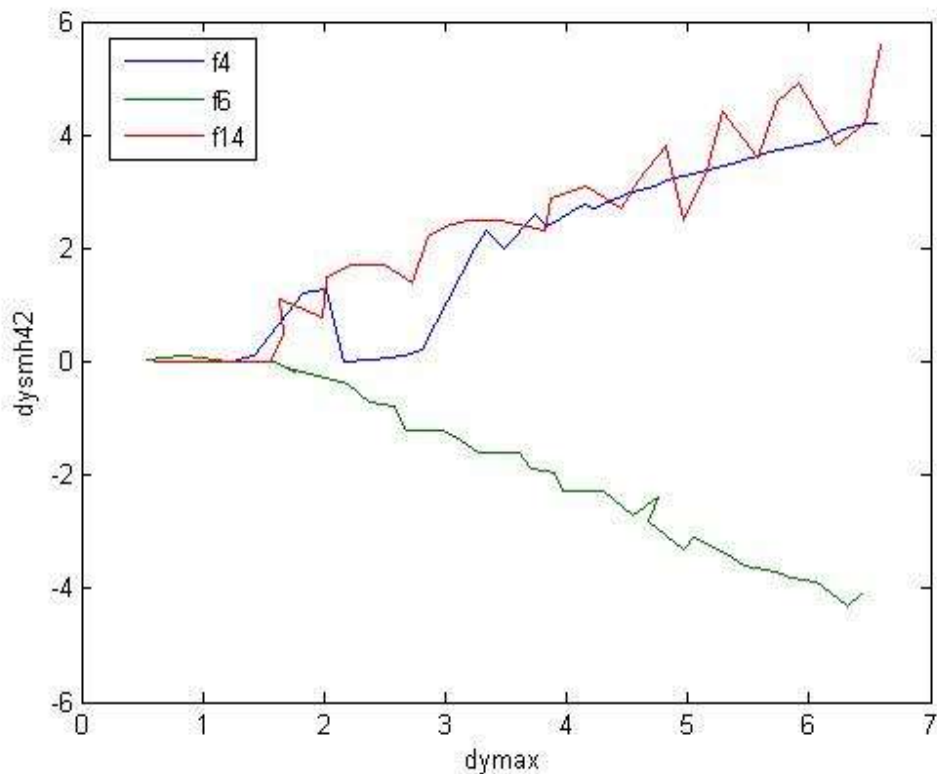
Μέγιστη τιμή της συνάρτησης βήτα για τις διαφορετικές οικογένειες σε συνάρτηση με την D_y , Σχήμα 17



Σχήμα 17 β_{xmax} και β_{ymax} ως προς D_{ymax} για 4,6 και 14 οικογένειες skew

Το παραπάνω διάγραμμα μας δείχνει πώς μεταβάλλεται το μέγιστο της συνάρτησης πλάτους της betatron κίνησης των σωματιδίων όσο αυξάνουμε την διασπορά της δέσμης σε σύγκριση με τις τιμές που είχε η συνάρτηση βήτα όταν η δέσμη μας ήταν επίπεδη. Παρατηρούμε και πάλι ότι δεν υπάρχει ιδιαίτερη διαφοροποίηση ανάμεσα στις διαφορετικές οικογένειες. Αντίθετα η σύγκριση με την επίπεδη δέσμη μας κάνει να πιστεύουμε ότι η συνάρτηση βήτα έχει ανέβει σε εξαιρετικά ψηλά επίπεδα. Από έναν δεύτερο και πιο προσεκτικό έλεγχο των αποτελεσμάτων που λαμβάνει υπόψη ότι πλέον δεν έχουμε δύο ξεχωριστές κινήσεις betatron στο x και στο y επίπεδο αλλά συνδυασμό των δύο που συνεπάγεται coupled οπτική. Λαμβάνοντας υπόψη λοιπόν τους όρους του coupling οδηγούμαστε στα Σχήματα 19-22 όπου φαίνεται πώς όλες οι περιπτώσεις έχουν συγκρίσιμες συναρτήσεις βήτα που ταλαντώνονται γύρω από την τιμή $20m$.

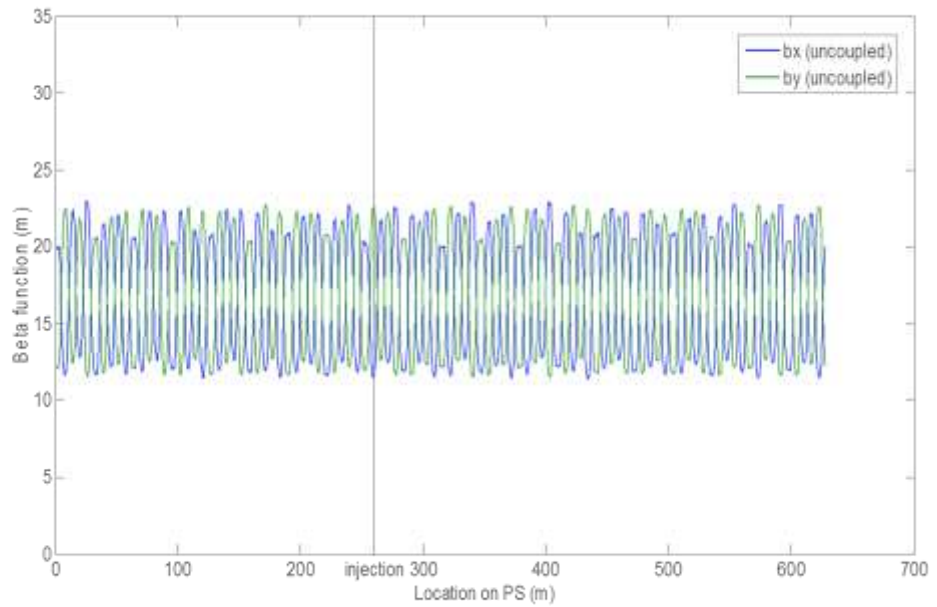
Τιμή της D_y στο σημείο έγχυσης της δέσμης για τις διαφορετικές οικογένειες σε συνάρτηση με την $D_{y,max}$, Σχήμα 18



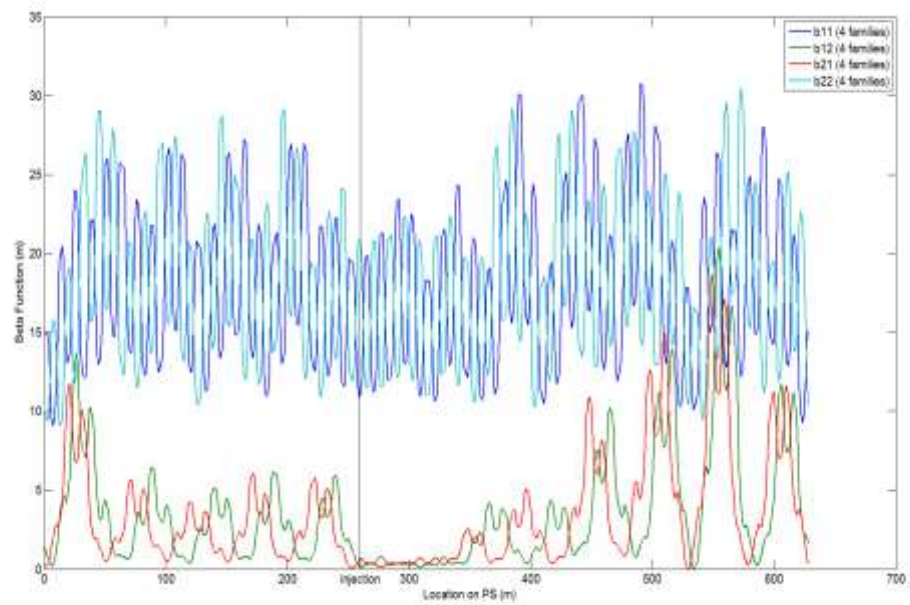
Σχήμα 18 D_y στο σημείο έγχυσης ως προς $D_{y,max}$ για 4,6 και 14 οικογένειες skew

Το παραπάνω διάγραμμα μας δείχνει ότι οι διαφορετικές οικογένειες των skew τετραπόλων οδηγούν σε διαφορετικές τιμές της διασποράς της δέσμης στο σημείο εισόδου της στον PS. Βλέπουμε ότι όσο περισσότερες οικογένειες έχουμε τόσο ευκολότερο είναι να βρούμε τροχιές που θα έχουν σχεδόν επίπεδες δέσμες στο σημείο που μας ενδιαφέρει. Επιπλέον μας οδηγεί και στο συμπέρασμα ότι ο συλλογισμός του περαιτέρω διαχωρισμού των skew για καλύτερο έλεγχο των ιδιοτήτων της δέσμης ήταν σωστός. Τέλος μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η διασπορά στο σημείο εισόδου της δέσμης εκτίνεται στα αρνητικά για τις 6 οικογένειες χωρίς αυτό να έχει κάποια σημασία για τα αποτελέσματά μας.

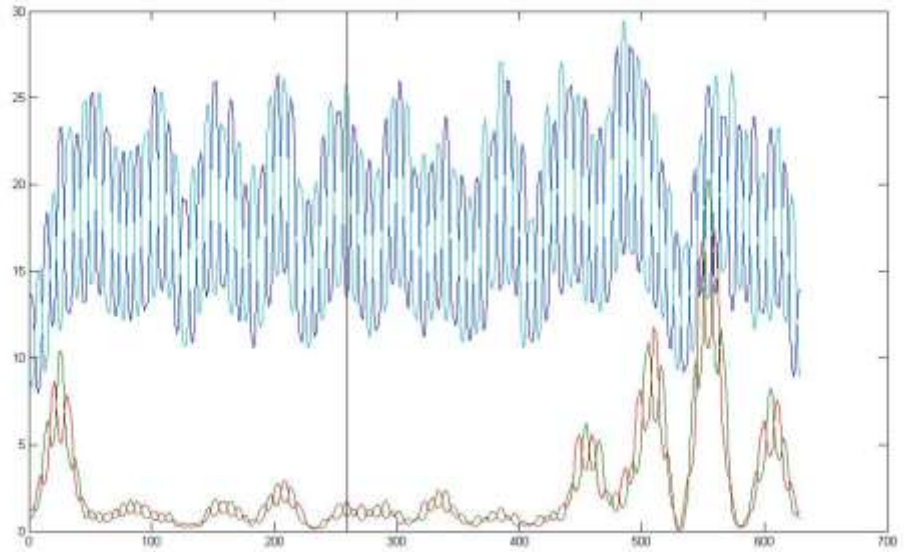
Συνάρτηση βήτα σε συνάρτηση με τη θέση στον PS , Σχήματα 19-22



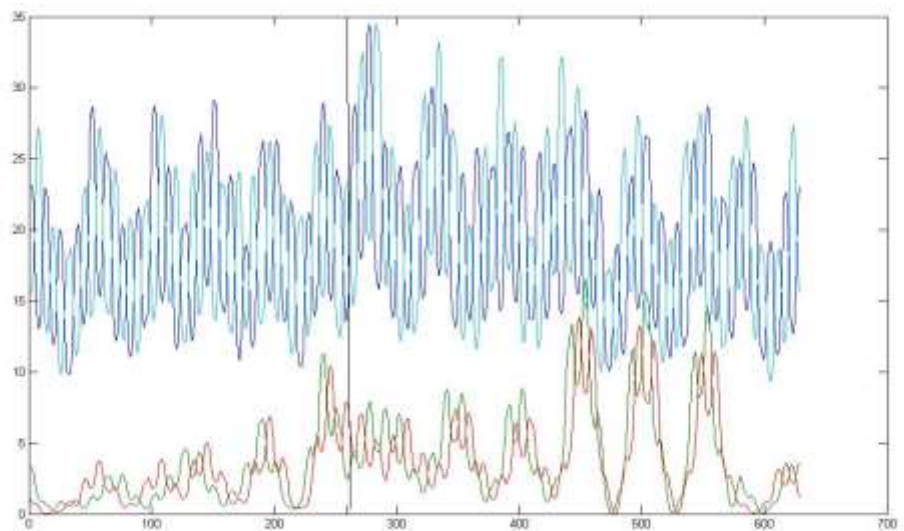
Σχήμα 19 β_x και β_y ως προς τη θέση στον PS για επίπεδη δέσμη



Σχήμα 20 β_x και β_y ως προς τη θέση στον PS για 4 οικογένειες skew



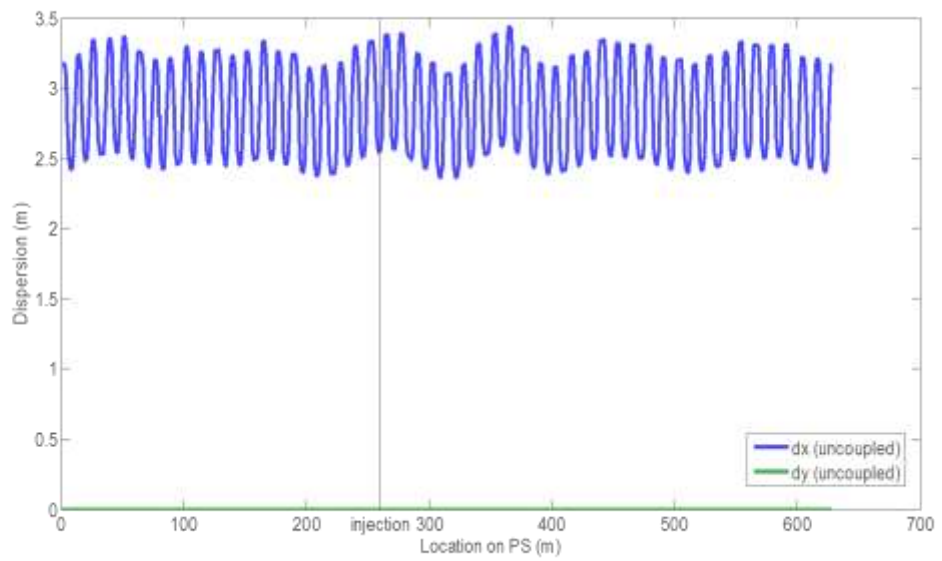
Σχήμα 21 β_x και β_y ως προς τη θέση στον PS για 6 οικογένειες skew



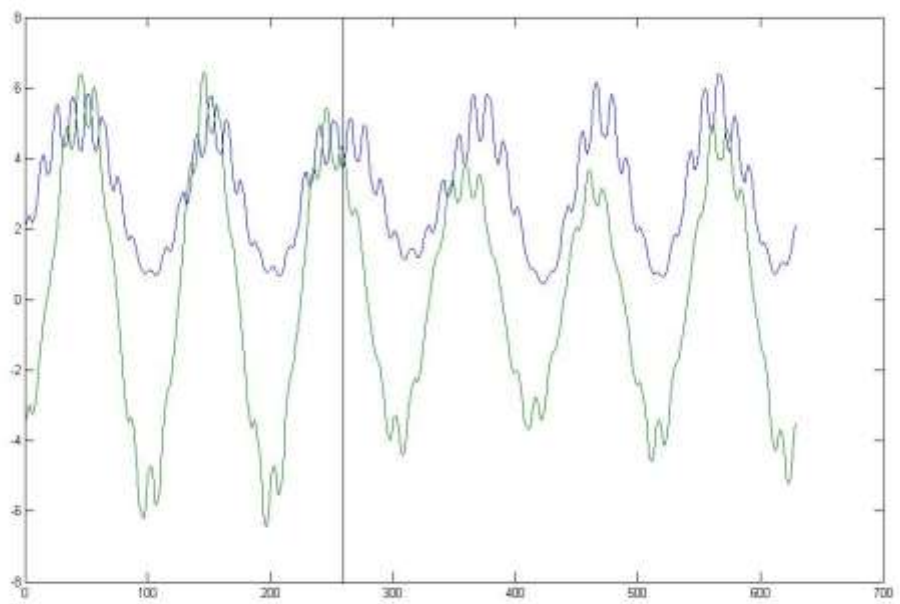
Σχήμα 22 β_x και β_y ως προς τη θέση στον PS για 14 οικογένειες skew

Από την εξέταση των συναρτήσεων πλάτους της κίνησης betatron σε όλες τις περιπτώσεις βλέπουμε ότι η χρήση των skew τετραπολικών μαγνητών οδηγεί σε coupled οπτική. Λαμβάνοντας υπόψη τους όρους του coupling λοιπόν επιβεβαιώνουμε ότι μπορούμε να διατηρήσουμε σε κανονικά επίπεδα τη συνάρτηση βήτα και κατ' επέκταση όλες τις παραμέτρους twiss της δέσμης, κυρίως στο σημείο έγχυσης της δέσμης που σημειώνεται με τον κατακόρυφο άξονα.

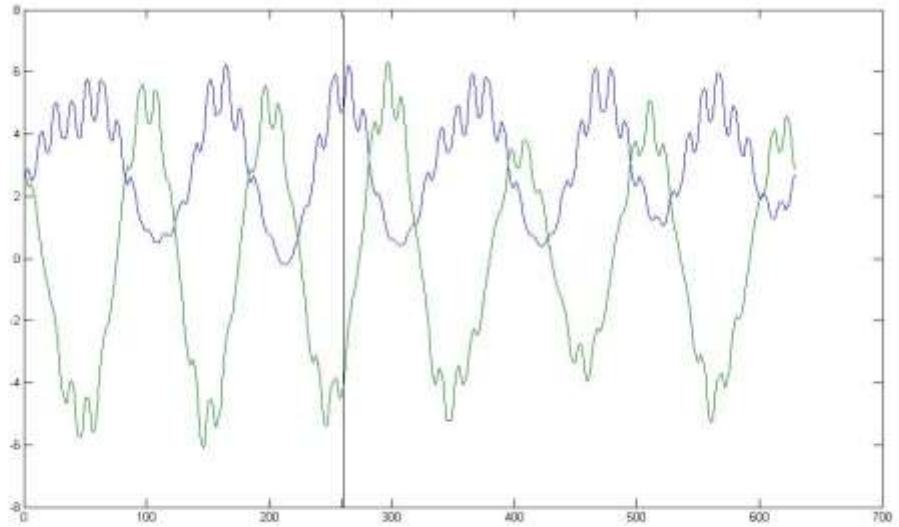
Διασπορά σε συνάρτηση με τη θέση στον PS , Σχήματα 23-26



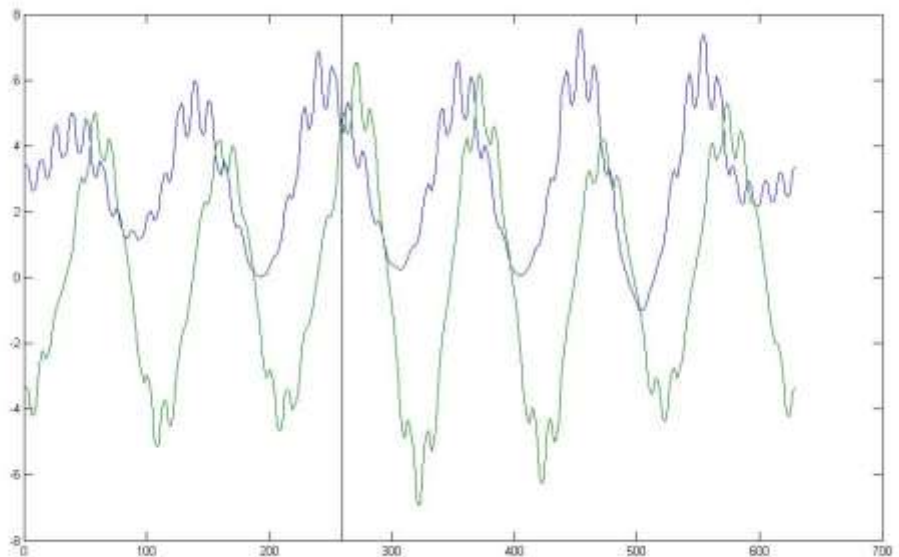
Σχήμα 23 D_x και D_y ως προς τη θέση στον PS για επίπεδη δέσμη



Σχήμα 24 D_x και D_y ως προς τη θέση στον PS για 4 οικογένειες skew



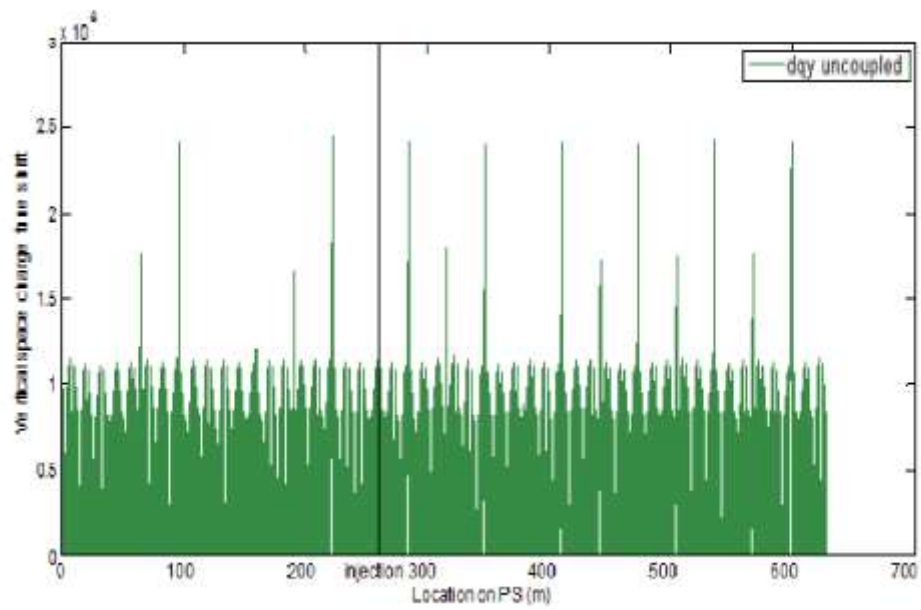
Σχήμα 25 D_x και D_y ως προς τη θέση στον PS για 6 οικογένειες skew



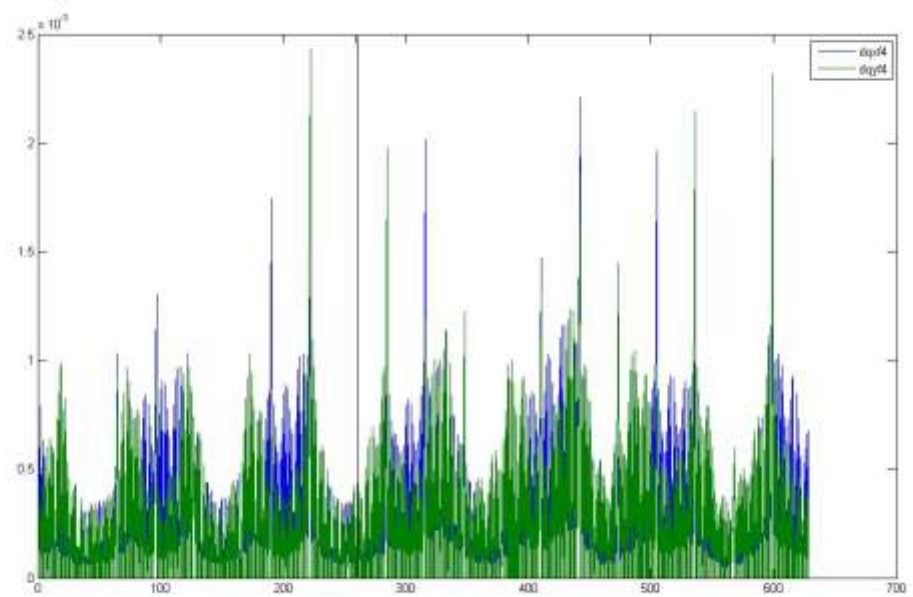
Σχήμα 26 D_x και D_y ως προς τη θέση στον PS για 14 οικογένειες skew

Στα παραπάνω διαγράμματα έχουμε τη διασπορά της δέσμης ως συνάρτηση της θέσης στον PS, δηλαδή την τροχιά που θα είχε ένα σωματίδιο με $\frac{Ap}{p} = 1$. Παρατηρούμε ότι η χρήση των skew οδήγησε με επιτυχία στην ύπαρξη D_y ενώ και πάλι μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι στις 6 οικογένειες η D_y θα είναι αρνητική και όχι θετική όπως στις υπόλοιπες περιπτώσεις.

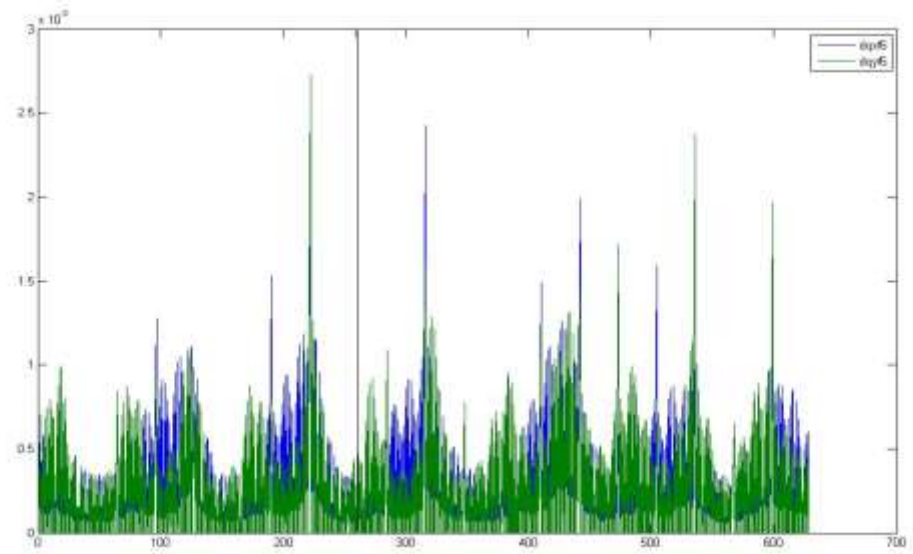
Διασπορά των tunes σε συνάρτηση με τη θέση στον PS, Σχήματα 27-30



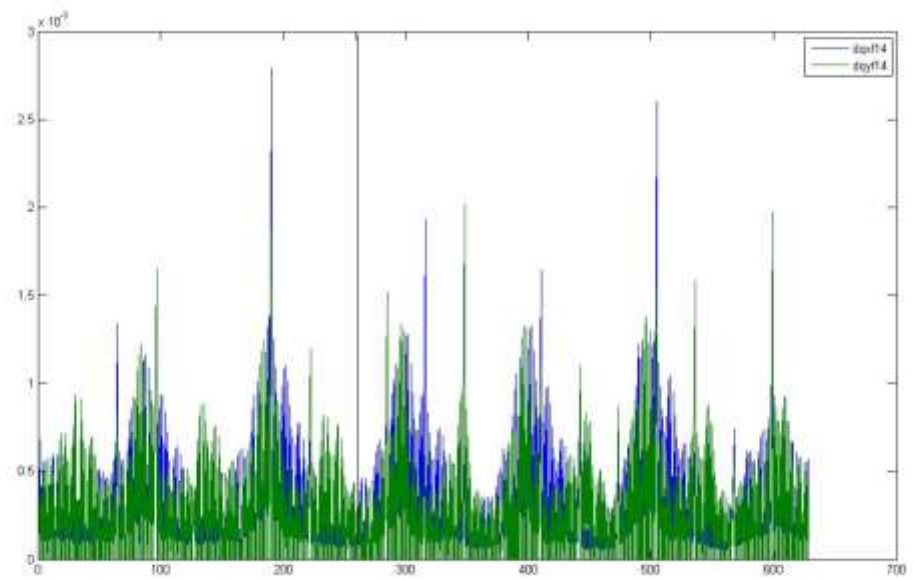
Σχήμα 27 ΔQ_y ως προς τη θέση στον PS για επίπεδη δέσμη



Σχήμα 28 ΔQ_x και ΔQ_y ως προς τη θέση στον PS για 4 οικογένειες skew



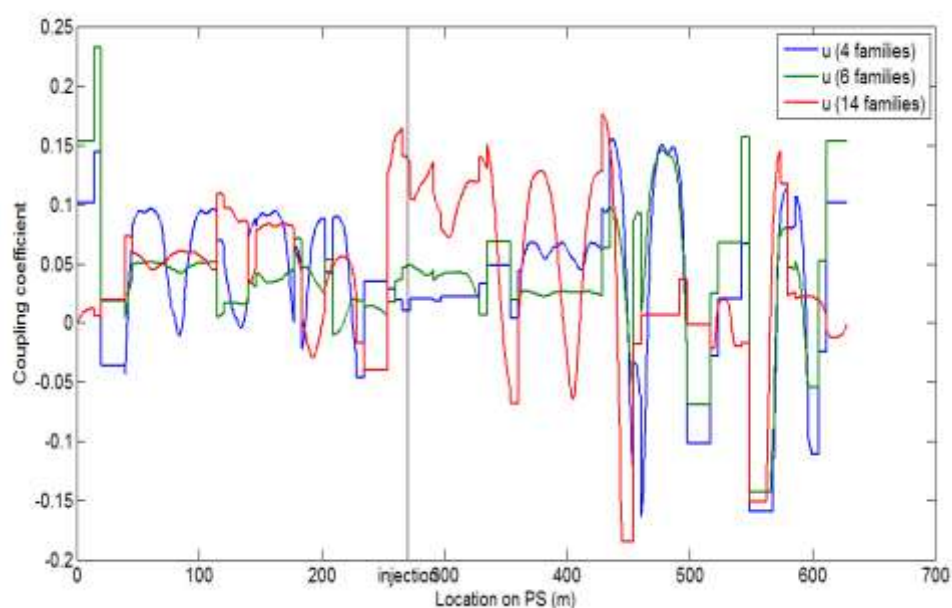
Σχήμα 29 ΔQ_x και ΔQ_y ως προς τη θέση στον PS για 6 οικογένειες skew



Σχήμα 30 ΔQ_x και ΔQ_y ως προς τη θέση στον PS για 14 οικογένειες skew

Τα παραπάνω διαγράμματα μας δείχνουν το σε ποια σημεία στον επιταχυντή είναι κυρίαρχο το φαινόμενο χωρικού φορτίου και το πώς έχει καταπιεστεί με τη χρήση των skew μαγνητών.

Παράμετρος μέτρησης του coupling σε συνάρτηση με τη θέση στον PS, Σχήμα 31



Σχήμα 31 u ως προς τη θέση στον PS για 4,6 και 14 οικογένειες skew

Η παράμετρος για την εκτίμηση της ισχύος του coupling στο παραπάνω διάγραμμα κυμαίνεται από 0.25 έως -0.2 πράγμα που σημαίνει ότι το coupling είναι αρκετά ισχυρό όμως δεν είναι το κυρίαρχο φαινόμενο αφού θα είχαμε πλήρως coupled οπτική εάν το u έφτανε την τιμή ± 0.5 . Το γεγονός βέβαια ότι η τιμή του u μεταβάλλεται τόσο πολύ κατά την κίνηση της δέσμης στον επιταχυντή είναι επιπλέον ένδειξη για την ύπαρξη coupled οπτικής και ίσως να αναιρεί τις χαμηλές τιμές του u .

5 Προσομοίωση βέλτιστων τροχιών, PyORBIT

Για την προσομοίωση των αποτελεσμάτων που λάβαμε από την σχεδίαση της οπτικής μας χρησιμοποιήσαμε το λογισμικό PyORBIT [14]. Πρόκειται για ένα περιβάλλον που λειτουργεί με παρόμοιο τρόπο με το MADX υπό την έννοια του ότι υπάρχουν μεγάλες βιβλιοθήκες με πλέγματα, μοντελοποιημένους μαγνήτες κλπ. Το πλεονέκτημά του είναι ότι λαμβάνει υπόψη τις αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα σωματίδια και συνεπώς τα συλλογικά φαινόμενα όπως το χωρικό φορτίο ενώ στο MADX οι υπολογισμοί που το αφορούσαν ήταν έμμεσοι καθώς βασίζονταν σε θεωρητικούς υπολογισμούς που εισαγάγαμε στον κώδικά μας.

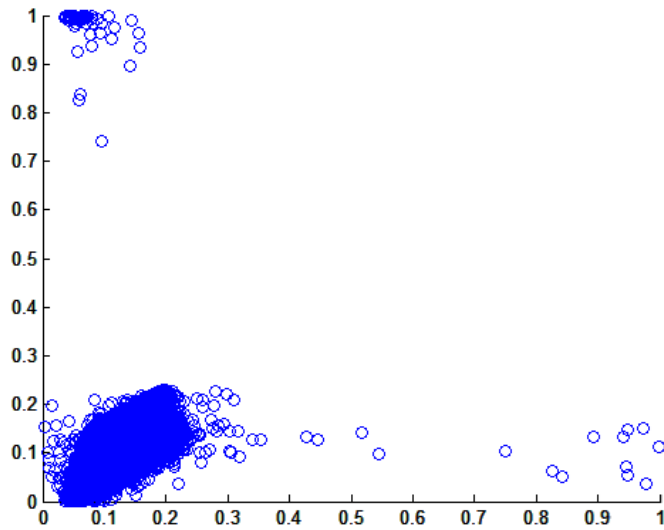
Στο PyORBIT αρχικά έπρεπε να βεβαιωθούμε πως οι τροχιές που είχαμε υπολογίσει από το MADX θα μπορούσαν να εισαχθούν με ορθό τρόπο στο καινούριο λογισμικό και κατόπιν να παράξουμε μία Γκαουσιανή κατανομή για τα σωματίδια της δέσμης μας. Η κατανομή αυτή ήταν μια αναπαράσταση της δέσμης μας από macroparticles, ουσιαστικά κάποια ψευδοσωματίδια των οποίων ο αριθμός θα αντιστοιχεί σε πολλαπλάσιο αριθμό πρωτονίων ανάλογα με την ένταση της δέσμης. Μετά από αρκετές δοκιμές καταλήξαμε ότι τα 200000 macroparticles αποτελούν μια ικανοποιητική προσέγγιση της πραγματικής μας δέσμης καθώς σε σχετικά μικρό χρόνο είχαν συγκρίσιμα αποτελέσματα με περιπτώσεις που μπορεί να είχαμε ακόμα και 500000 macroparticles. Για τις προσομοιώσεις εργαστήκαμε με δέσμες έντασης $1.95 * 10^{11} m^{-1}$ και $7.8 * 10^{11} m^{-1}$.

Μετά τα πρώτα μας αποτελέσματα διαπιστώσαμε πως η χρήση των skew τετραπόλων θα έπρεπε να γίνει σταδιακά καθώς αν τροφοδοτήσουμε τους skew μαγνήτες άμεσα με το επιθυμητό ρεύμα η coupled οπτική ειδικά στο σημείο έγχυσης της δέσμης μας έδινε μη αξιοποιήσιμα αποτελέσματα. Έτσι εισαγάγαμε στον κώδικά μας σταδιακή αύξηση της ισχύος των skew τετραπόλων με αποτέλεσμα να λαμβάνει την επιθυμητή τιμή μετά από 2ms που αντιστοιχούν σε 1000 περιστροφές της δέσμης στο πλέγμα. Συνολικά στις προσομοιώσεις μας έχουμε 10000 περιστροφές της δέσμης που αντιστοιχούν σε περίπου 20ms. Για λόγους οικονομίας χρόνου και πόρων χρησιμοποιούμε μόνο τις περιπτώσεις με 4 οικογένειες skew.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για τις προσομοιώσεις αλλάξαμε το σημείο λειτουργίας του PS καθώς ακόμα και χωρίς το φαινόμενο χωρικού φορτίου μας έριχνε πάνω σε έναν από τους σημαντικότερους συντονισμούς και χάναμε ένα ποσοστό της δέσμης. Το νέο σημείο λειτουργίας είναι το $Q_x=6.18$, $Q_y=6.15$.

Το PyORBIT είναι ένα πολύ καλό λογισμικό για προσομοιώσεις αλλά δεν έχει αξιόπιστο τρόπο άμεσου υπολογισμού των ΔQ_x και ΔQ_y όταν έχουμε coupled οπτική. Παρόλα αυτά λαμβάνει υπόψη του το φαινόμενο χωρικού φορτίου και αν και δε μας δίνει άμεσα την τιμή της διασποράς των tunes είναι εξαιρετικά αξιόπιστο στον υπολογισμό των emittances. Όπως έχουμε αναφέρει σε προηγούμενο κεφάλαιο το φαινόμενο χωρικού φορτίου οδηγεί σε αύξηση της emittance άρα μπορούμε να συγκρίνουμε την αύξηση των emittances, του μέσου όρου των ϵ_x και ϵ_y , ανάμεσα στην επίπεδη δέσμη και την coupled οπτική μας για να δούμε αν περιορίζεται το φαινόμενο χωρικού φορτίου.

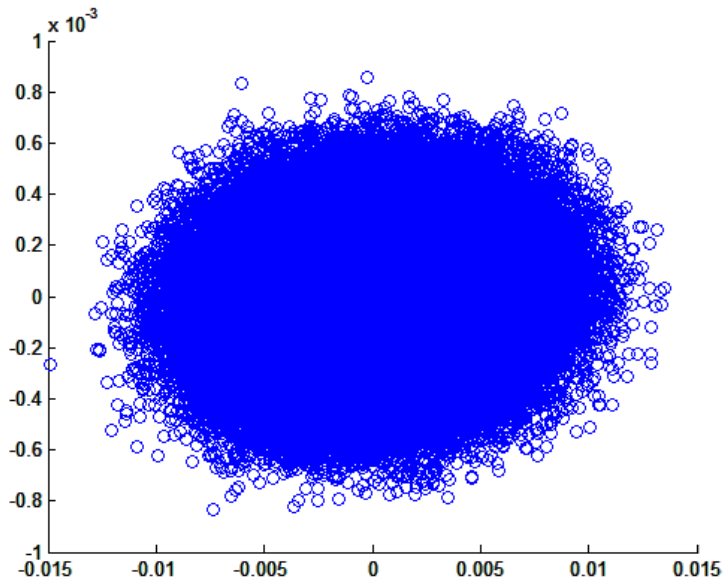
Διάγραμμα των tunes για επίπεδη δέσμη, Σχήμα 32



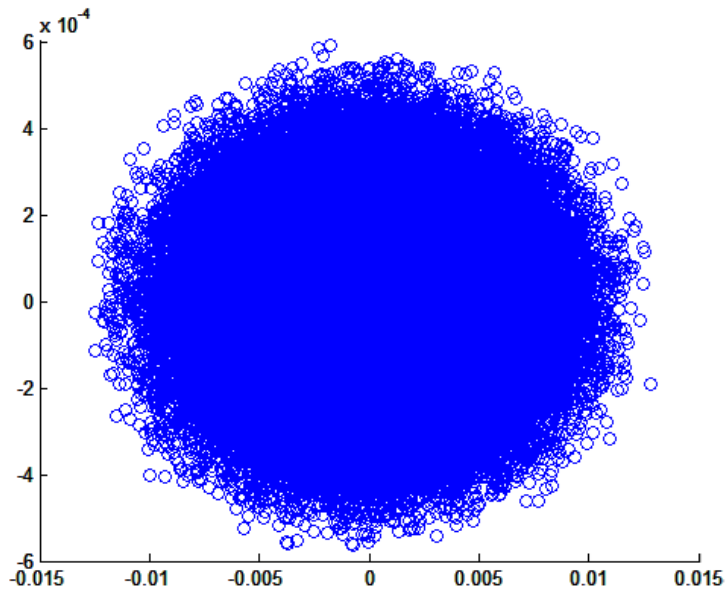
Σχήμα 33 Διάγραμμα των tunes Q_x ως προς Q_y για επίπεδη δέσμη

Στο διάγραμμα των tunes βλέπουμε το χαρακτηριστικό necktie σχήμα που δημιουργείται από τη διασπορά των tunes που οφείλεται στο φαινόμενο χωρικού φορτίου

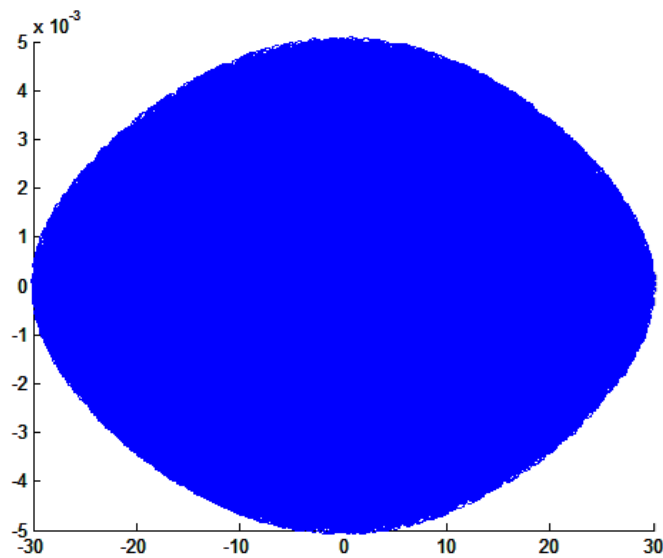
Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο χώρο των ορμών για επίπεδη δέσμη, Σχήματα 33-35



Σχήμα 33 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο $x-x'$ για επίπεδη δέσμη



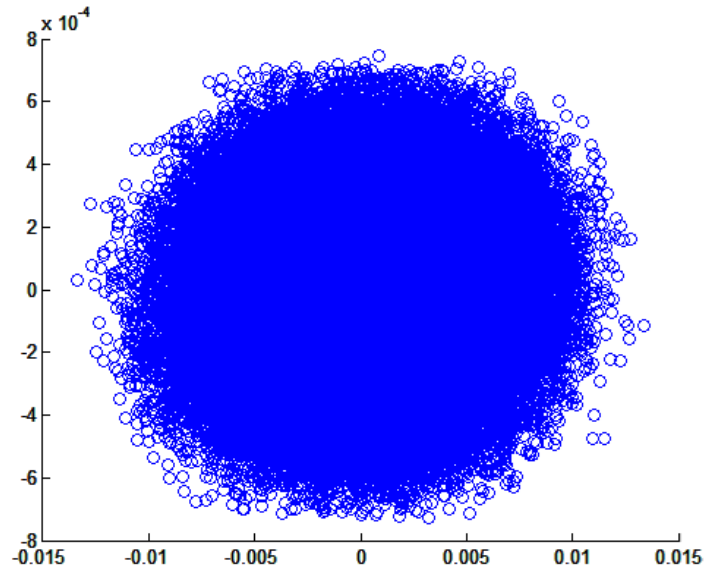
Σχήμα 34 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο yy' για επίπεδη δέσμη



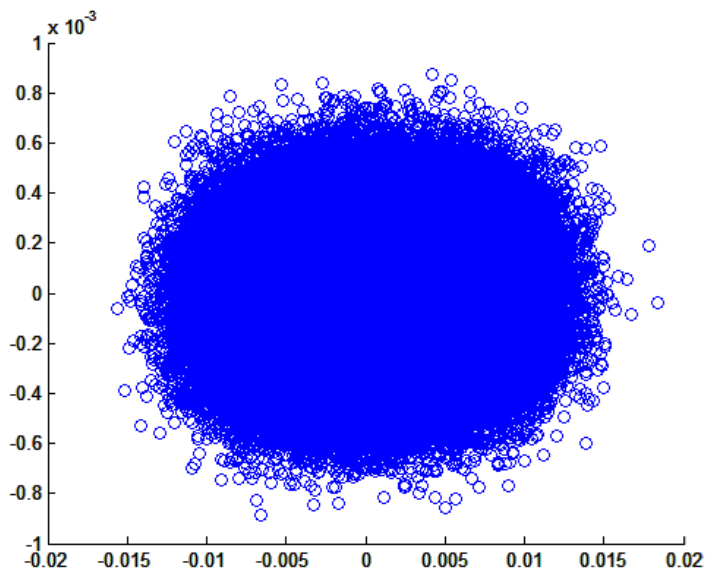
Σχήμα 35 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο zz' για επίπεδη δέσμη

Τα παραπάνω διαγράμματα παραμένουν σταθερά κατά την κυκλοφορία της δέσμης στον επιταχυντή, ενώ το γεγονός του ότι η έλλειψη στο xz' είναι πεπλατυσμένη κι ελαφρώς στραμμένη ενώ στο yy' είναι σχεδόν κυκλική είναι ένδειξη ύπαρξης διασποράς της δέσμης μόνο στο x επίπεδο.

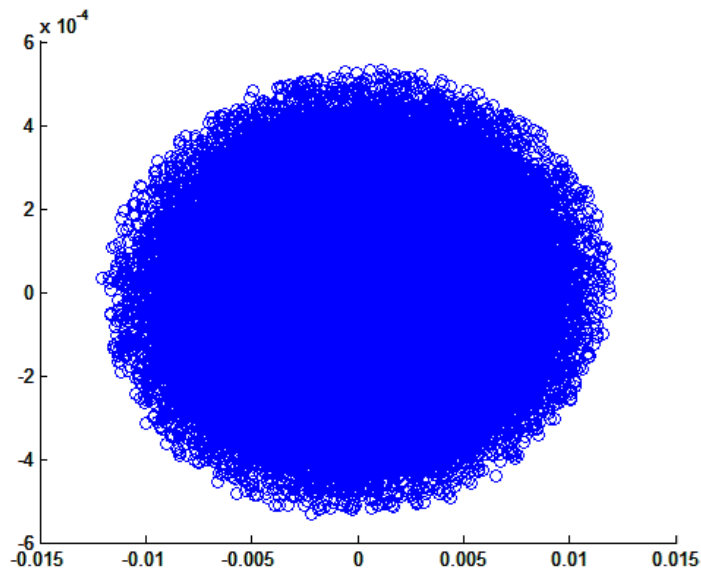
Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο χώρο των ορμών για *coupled* οπτική, **Σχήματα 36-41**



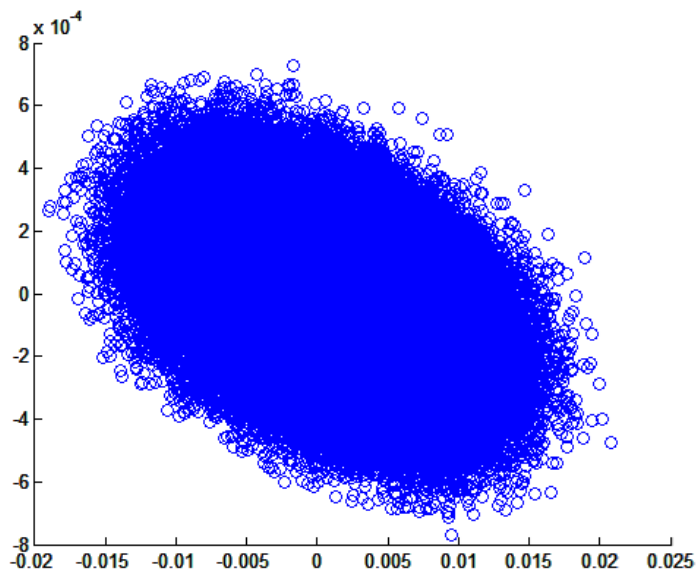
Σχήμα 36 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο *xk'* skews off



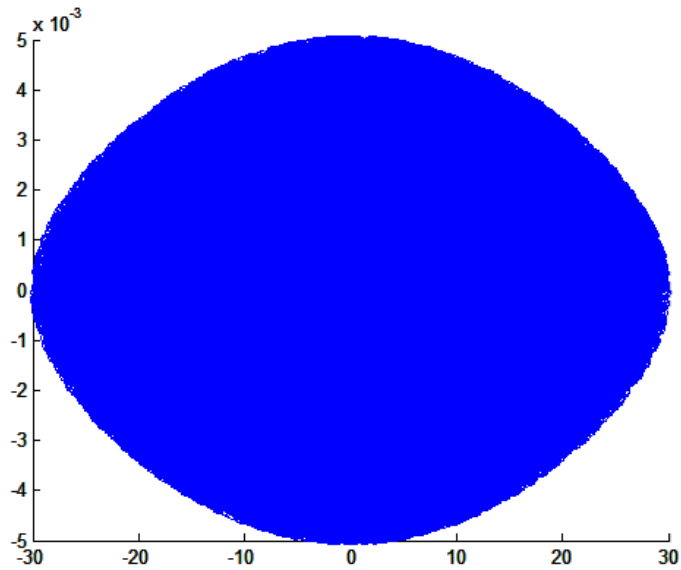
Σχήμα 37 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο *xk'* skews on



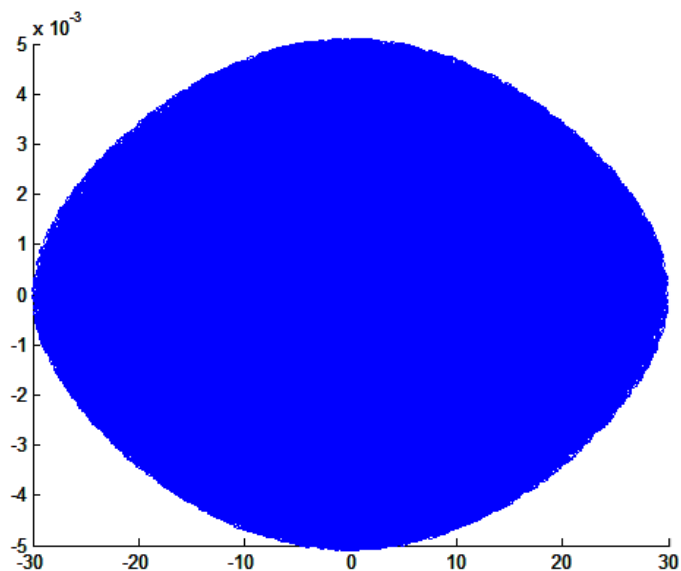
Σχήμα 38 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο $\gamma\gamma$ 'skews off



Σχήμα 39 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο $\gamma\gamma$ 'skews on



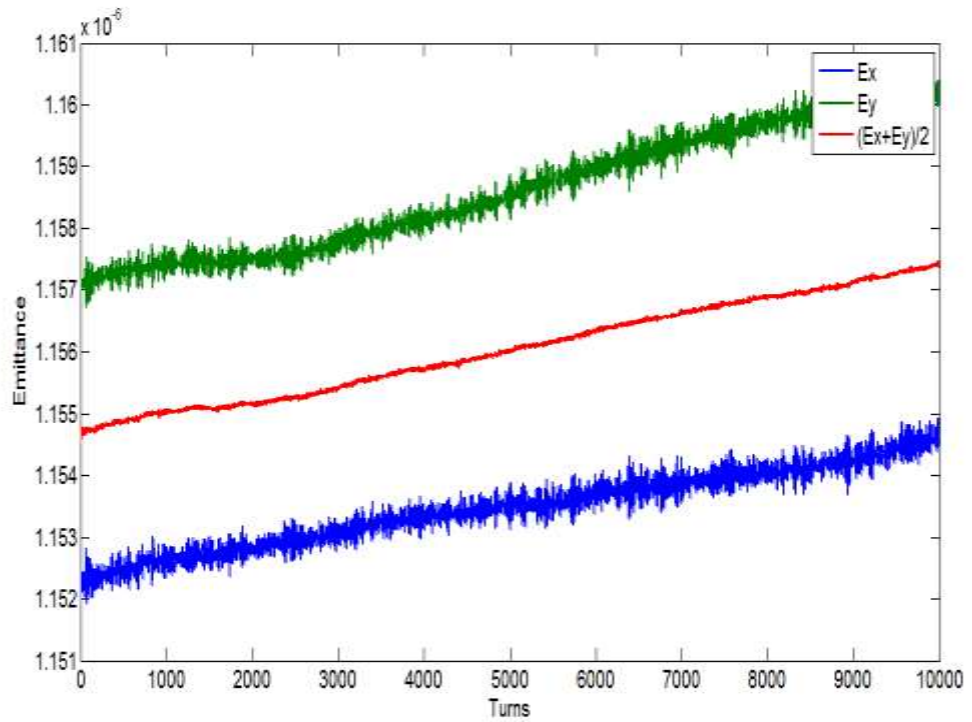
Σχήμα 40 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο zz' skews off



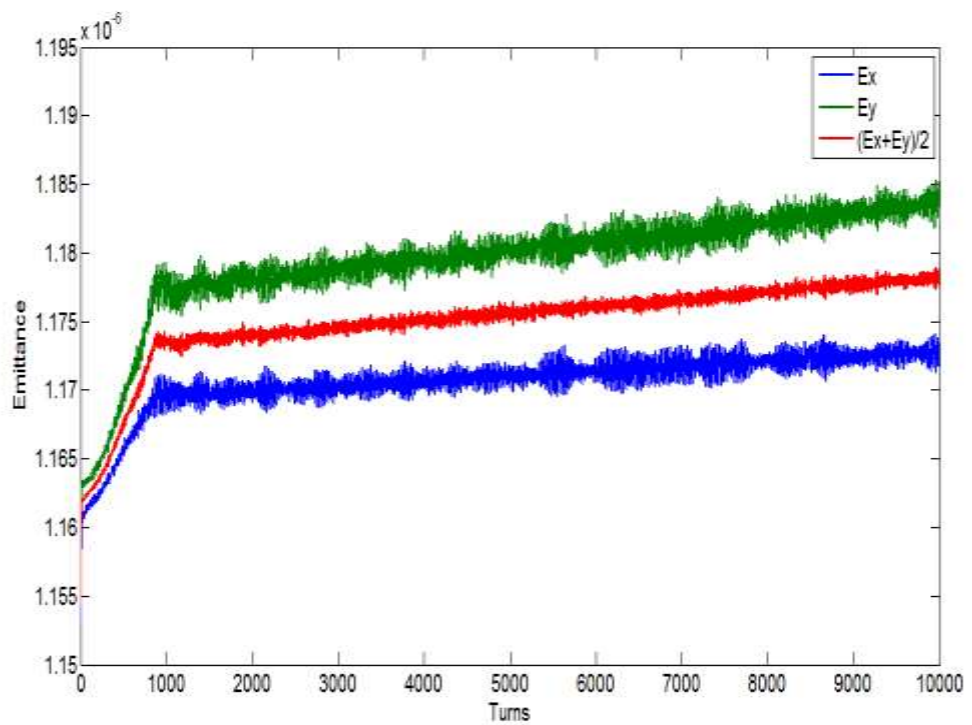
Σχήμα 41 Χαρακτηριστική έλλειψη της κίνησης της δέσμης στο zz' skews on

Τα παραπάνω διαγράμματα μας δείχνουν τη μεταβολή των χαρακτηριστικών ελλείψεων στα επίπεδα xz' και yz' κατά την κυκλοφορία της δέσμης στον PS. Συγκεκριμένα και στις δύο περιπτώσεις υπάρχει μεγάλη διαφορά στη μορφή που οφείλεται στο ότι αρχικά τα skew τετράπολα δεν έχουν κάποια τροφοδοσία ενώ στη συνέχεια δέχονται τροφοδοσία που μας δίνει διασπορά και στα δύο επίπεδα. Στο επίπεδο zz' που περιγράφει τη διαμήκη κίνηση της δέσμης βλέπουμε και πάλι ότι δεν υπάρχει καμία απολύτως διαφοροποίηση.

Emittance ως προς τις στροφές στον επιταχυντή για δέσμη έντασης $1.95 \cdot 10^{11} \text{m}^{-1}$, Σχήματα 42-43



Σχήμα 42 Emittance ως προς στροφή για επίπεδη δέσμη



Σχήμα 43 Emittance ως προς στροφή για coupled οπτική

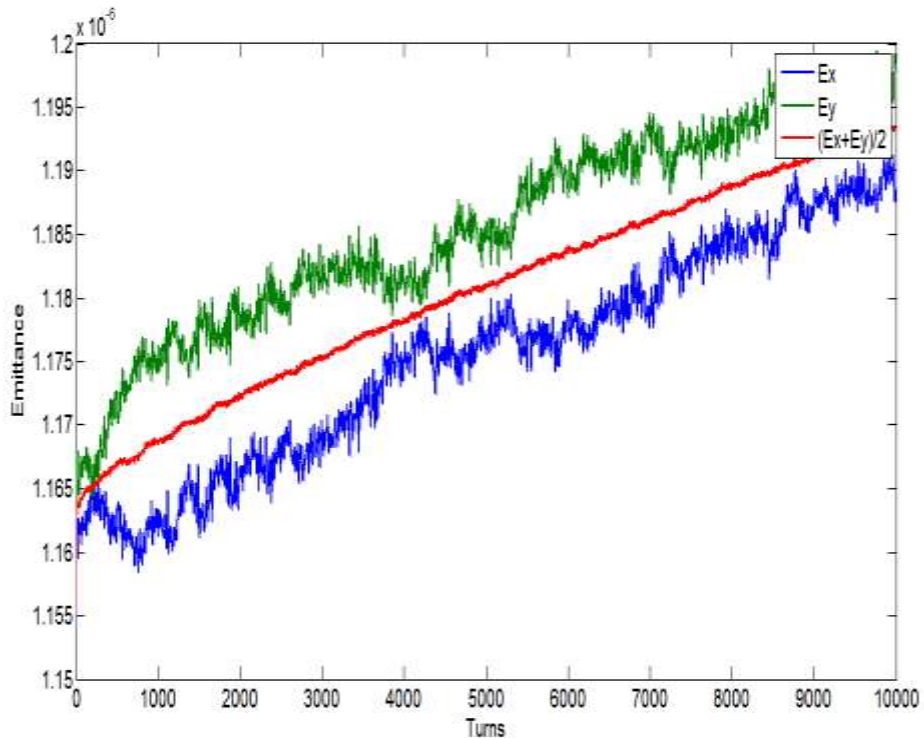
Παρατηρούμε από τα παραπάνω διαγράμματα ότι και στις δύο περιπτώσεις έχουμε αύξηση της emittance όσο η δέσμη κυκλοφορεί στον PS. Στην περίπτωση της coupled οπτικής παρατηρούμε ότι για όσο χρόνο αυξάνουμε την τροφοδοσία των skew τετραπολικών μαγνητών η emittance αυξάνεται με εκθετικό ρυθμό με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να συγκρίνουμε άμεσα το ποια από τις δύο περιπτώσεις θα έχει μικρότερη αύξηση της emittance που οφείλεται στο χωρικό φορτίο. Παρατηρούμε ότι η αύξηση του μέσου όρου των ϵ_x και ϵ_y είναι γραμμική και στις δύο περιπτώσεις αν εξαιρέσουμε τα μεταβατικά φαινόμενα των πρώτων 2ms. Ο τρόπος που επιλέγουμε να προσεγγίσουμε το πρόβλημα είναι να υπολογίσουμε την κλίση των δύο ευθειών και να δούμε σε ποια περίπτωση έχουμε μικρότερο ρυθμό αύξησης της emittance.

$$\lambda_{\text{επίπεδης δέσμης}} = 2.7459 * 10^{-13}$$

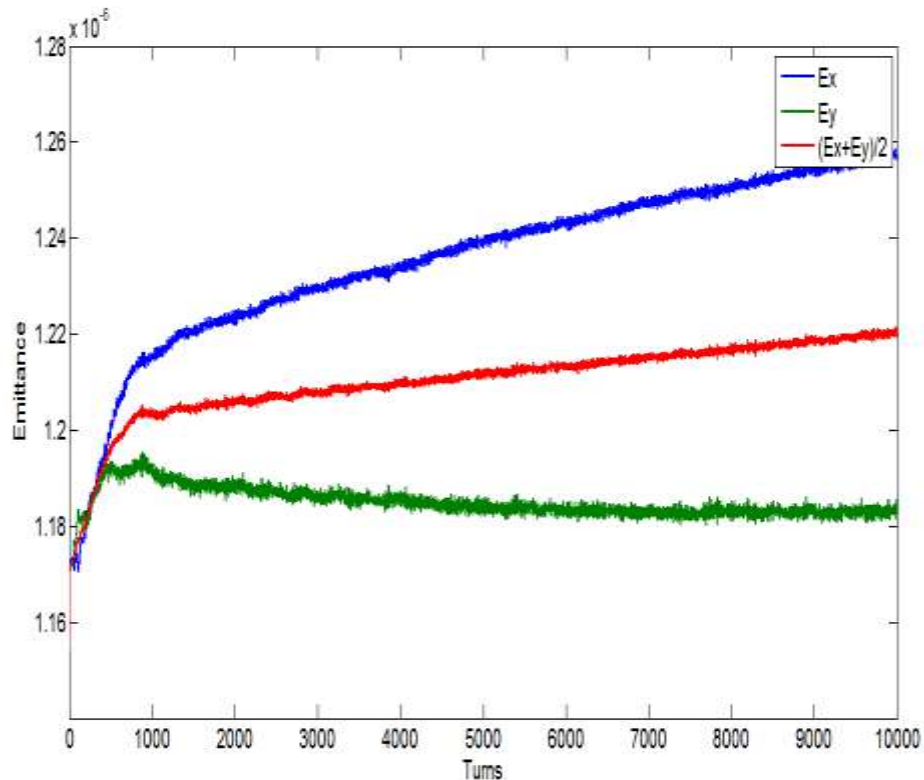
$$\lambda_{\text{coupled οπτικής}} = 5.2685 * 10^{-13}$$

Από τα παραπάνω εξάγουμε το συμπέρασμα ότι σε μέτριας έντασης δέσμη η διασπορά των tunes που σχετίζεται με το coupling αναιρεί τα θετικά αποτελέσματα που θα είχαμε από τον περιορισμό του φαινομένου χωρικού φορτίου.

*Emittance ως προς τις στροφές στον επιταχυντή για δέσμη έντασης $7.8 * 10^{11} m^{-1}$, Σχήματα 44-45*



Σχήμα 44 Emittance ως προς στροφή για επίπεδη δέσμη



Σχήμα 45 Emittance ως προς στρόφι για coupled οπτική

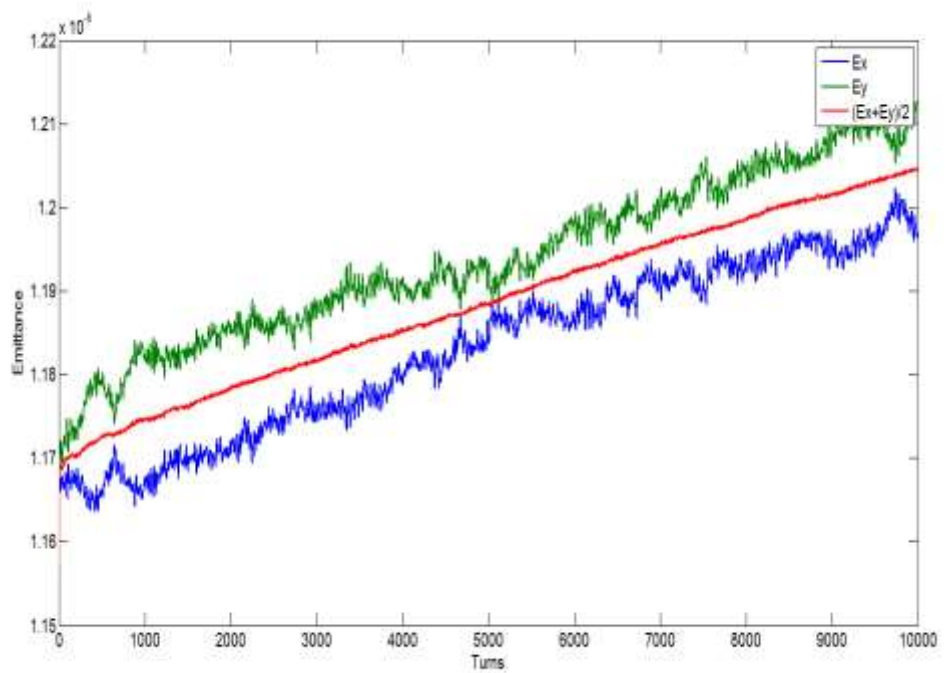
Από τα παραπάνω παρατηρούμε ότι για δέσμες υψηλής έντασης το φαινόμενο χωρικού φορτίου είναι εμφανέστερο αφού η emittance αυξάνεται περισσότερο από τις αντίστοιχες περιπτώσεις χαμηλότερης έντασης, πράγμα που ήταν αναμενόμενο εξαιτίας της φύσεως του φαινομένου. Σε αυτή την περίπτωση που το φαινόμενο χωρικού φορτίου είναι κυρίαρχο βλέπουμε πώς η περίπτωση της coupled οπτικής έχει αρκετά διαφορετική συμπεριφορά από την περίπτωση επίπεδης δέσμης καθώς ειδικά στο y επίπεδο, στο οποίο εστίαζε η έρευνά μας, η emittance όχι μόνο δεν αυξάνεται αλλά μειώνεται. Θα ελέγξουμε και πάλι τον ρυθμό αύξησης του μέσου όρου των emittances όπως εξηγήσαμε και για την περίπτωση χαμηλότερης έντασης δέσμης.

$$\lambda_{\text{επίπεδης δέσμης}} = 2.8018 * 10^{-12}$$

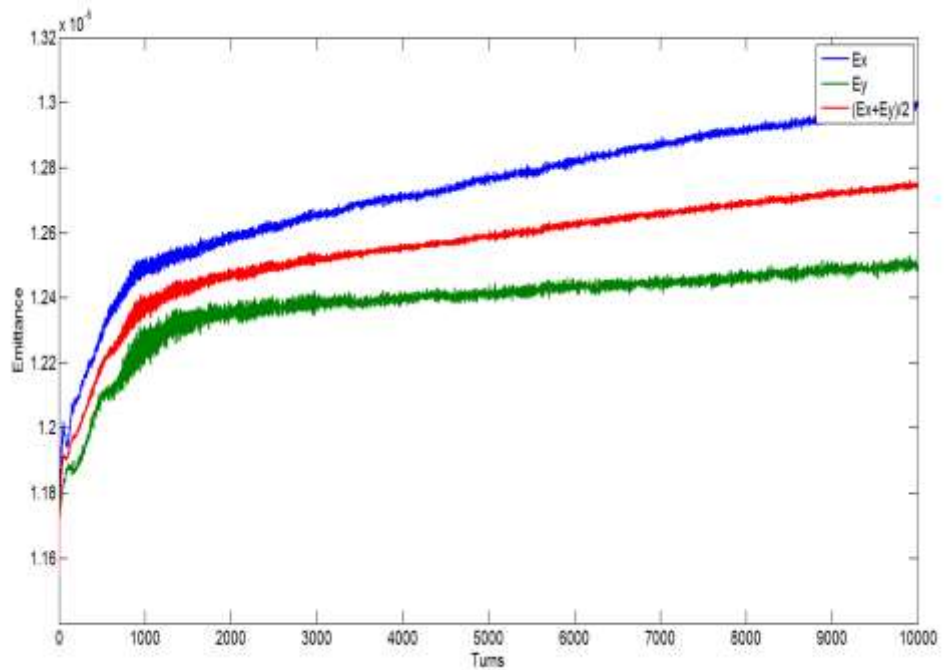
$$\lambda_{\text{coupled οπτικής}} = 1.8218 * 10^{-12}$$

Βλέπουμε ότι αυτό που φαινόταν ήδη από τα σχήματα επιβεβαιώνεται και από τον υπολογισμό της κλίσης των ευθειών. Συνεπώς σε υψηλής έντασης δέσμη η διασπορά των tunes η coupled οπτική έχει καλύτερα αποτελέσματα σχετικά με το φαινόμενο χωρικού φορτίου από την περίπτωση της επίπεδης δέσμης.

Emittance ως προς τις στροφές σε επιταχυντή με σφάλματα τετραπόλων για δέσμη έντασης $7.8 * 10^{11} m^{-1}$, Σχήματα 46-47



Σχήμα 46 Emittance ως προς στροφή για επίπεδη δέσμη σε πλέγμα με σφάλματα



Σχήμα 47 Emittance ως προς στροφή για coupled οπτική σε πλέγμα με σφάλματα

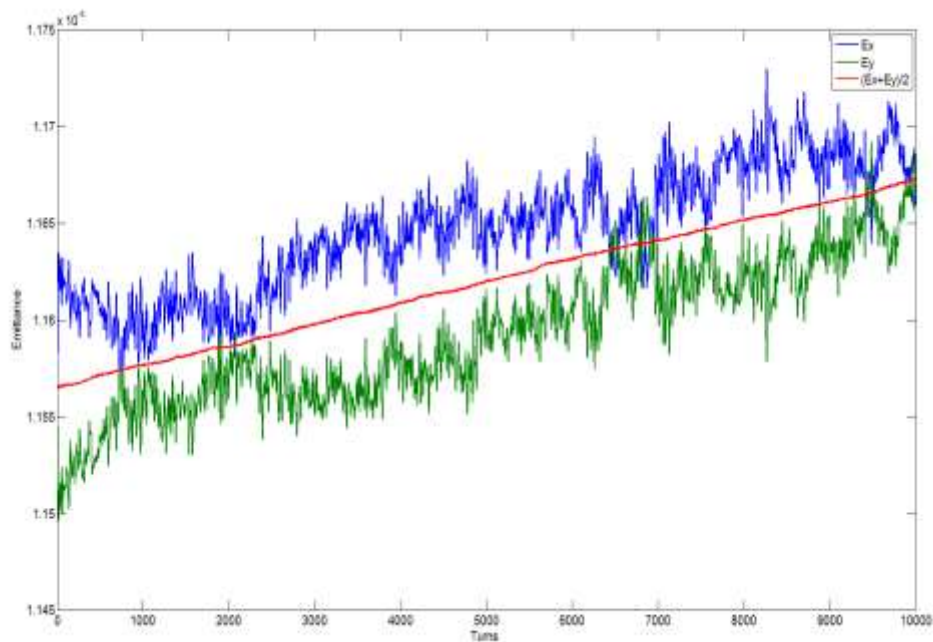
Οι προσομοιώσεις των τελευταίων δύο περιπτώσεων έγιναν χρησιμοποιώντας επιταχυντικό πλέγμα στο οποίο είχαμε προσθέσει σφάλματα κατασκευαστικά ή και άλλα στους ηλεκτρομαγνήτες προσθέτοντας μικρές διαταραχές στις συναρτήσεις ισχύος τους. Το αποτέλεσμα είναι να δημιουργηθεί και κάποια διασπορά στα tunes που οφείλεται στα σφάλματα. Η συμπεριφορά σε ότι αφορά το φαινόμενο χωρικού φορτίου δε φαίνεται να έχει κάποια άλλη διαφοροποίηση.

$$\lambda_{\text{επίπεδης δέσμης}} = 3.4306 * 10^{-12}$$

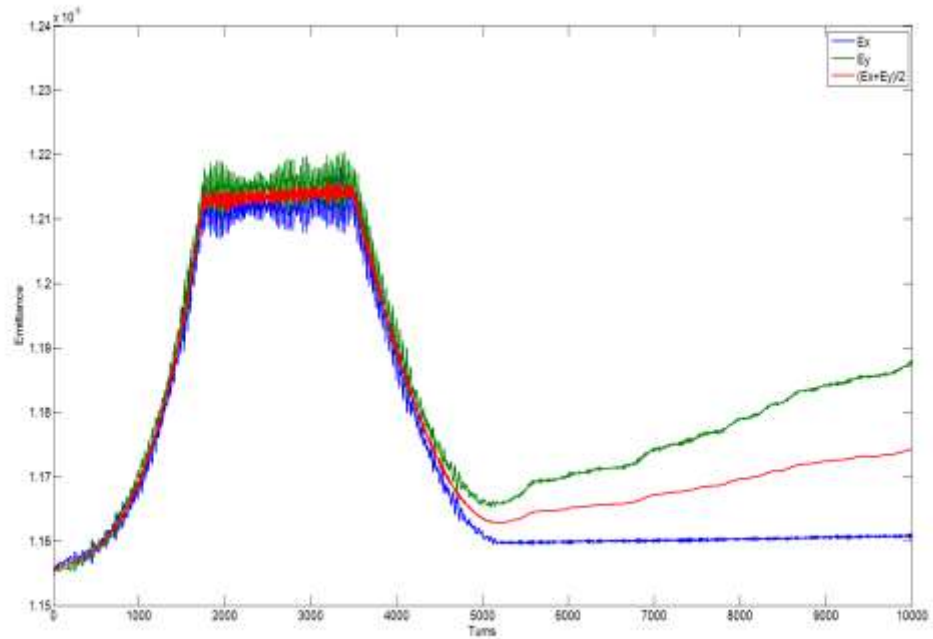
$$\lambda_{\text{coupled οπτικής}} = 3.4021 * 10^{-12}$$

Με ανάλυση των κλίσεων των ευθειών έχουμε και πάλι επιβεβαίωση των συμπερασμάτων που είχαμε βγάλει με την εποπτική εξέταση των διαγραμμάτων. Τα επιπλέον σφάλματα στο επιταχυντικό πλέγμα αυξάνουν το πρόβλημα της διασποράς των tunes αλλά η coupled οπτική έχει καλύτερα αποτελέσματα αν και εξουδετερώνεται σε ένα βαθμό η ελάττωση του φαινομένου χωρικού φορτίου.

*Emittance ως προς τις στροφές στον επιταχυντή για δέσμη έντασης $7.8 * 10^{11} \text{m}^{-1}$ για σημείο λειτουργίας $Q_x=6.31$, $Q_y=6.28$, Σχήματα 48-49*



Σχήμα 48 Emittance ως προς στροφή για επίπεδη δέσμη



Σχήμα 49 Emittance ως προς στροφή για coupled οπτική

Για τις τελευταίες μας προσομοιώσεις θελήσαμε να δούμε αν μπορούμε να επανέλθουμε σε επίπεδη δέσμη καθώς θα πρέπει να παραδώσουμε επίπεδη δέσμη στον SPS. Το εξαιρετικά χρήσιμο αποτέλεσμα που απορρέει από αυτήν την προσομοίωση είναι ότι όταν κλείσουμε την τροφοδοσία των skew τετραπόλων αίρεται σε μεγάλο βαθμό και η αύξηση της emittance που οφειλόταν στην coupled οπτική. Παρατηρούμε ότι μετά τις 10000 στροφές καταλήγουμε σε παρόμοιες τιμές emittance και για τις δύο περιπτώσεις.

$$\lambda_{\text{επίπεδης δέσμης}} = 1.0704 * 10^{-12}$$

$$\lambda_{\text{coupled οπτικής}} = 9.1135 * 10^{-13} \quad \lambda_{\text{ramp down}} = 2.4688 * 10^{-12}$$

Παρατηρώντας τις κλίσεις των ευθειών μπορούμε να συμπεράνουμε ότι αν μπορούσαμε να κυκλοφορήσουμε τη δέσμη στον επιταχυντή για περισσότερο χρόνο διατηρώντας την coupled οπτική για το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα θα μπορούσαμε να έχουμε αξιοσημείωτη ελάττωση του φαινομένου χωρικού και της αύξησης της emittance που αυτό συνεπάγεται.

Βιβλιογραφία

- [1] Cern official website, <http://www.cern.ch>
- [2] G. Plass, ‘The CERN Proton Synchrotron: 50 Years of Reliable Operation and Development’, CERN’s accelerators, experiments and international integration 1959-2009 , The European Physical Journal H, 2012
- [3] K. Wille, ‘The Physics of Particle’, Oxford university press, 2000
- [4] S.Y. Lee, ‘Accelerator Physics’, World Scientific, 2004
- [5] G. Franchetti et al., ‘Mapping of the resonances in SIS18’, GSI-Acc-Note-2005-02-001, 2005
- [6] G. Ripken and F. Willeke, ‘Methods of Beam Optics’, DESY 88–114, 1988.
- [7] V. Lebedev and S. Bogacz, ‘Betatron motion with coupling of horizontal and vertical degrees of freedom’, JINST 5 P10010, 2010
- [8] K. Schindl, ‘Space Charge’, CERN report 2006-002, 2006, CERN Accelerator School: Intermediate Course on Accelerator Physics, Zeuthen, Germany, 2003.
- [9] W. T. Weng, ‘Space Charge effects-tune shifts and resonances’, SLAC-PUB-4058, 1986
- [10] K. Hanke, ‘Past and present operation of the CERN PS Booster’, Int.J.Mod.Phys. A28 1330019, 2013
- [11] Website, <http://cern-accelerators-optics.web.cern.ch/cern-accelerators-optics/PSoptics/defaultPS.htm>
- [12] Website, <http://mad.web.cern.ch/mad/>
- [13] G. Rumolo, LIU technical meeting, CERN
- [14] <https://code.google.com/p/py-orbit/>