



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Εφαρμογή αλγορίθμων βελτιστοποίησης μεικτού ακέραιου μη  
γραμμικού προγραμματισμού  
για την αποκεντρωμένη διαχείριση της V2G λειτουργίας των  
ηλεκτρικών οχημάτων**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Δεμενόπουλος Γεώργιος**

**Επιβλέποντες :** Χατζηαργυρίου Νικόλαος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Καρφόπουλος Ευάγγελος

Δρ. Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών

Αθήνα, Φεβρουάριος 2016





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Εφαρμογή αλγορίθμων βελτιστοποίησης μεικτού ακέραιου μη  
γραμμικού προγραμματισμού  
για την αποκεντρωμένη διαχείριση της V2G λειτουργίας των  
ηλεκτρικών οχημάτων**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Δεμενόπουλος Γ. Γεώργιος**

**Επιβλέποντες :** Χατζηαργυρίου Νικόλαος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Καρφόπουλος Ευάγγελος

Δρ. Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την .

.....

Χατζηαργυρίου Νικόλαος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2016

.....  
Δεμενόπουλος Γεώργιος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Δεμενόπουλος Γεώργιος, 2015  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση, εφαρμογή και σύγκριση των μεθόδων μαθηματικού προγραμματισμού Generalized Benders Decomposition και Outer Approximation οι οποίες επιτρέπουν την διαχείριση και τον ημερήσιο προγραμματισμό των φορτίσεων/εκφορτίσεων ενός στόλου ηλεκτρικών οχημάτων με βάση ένα προκαθορισμένο προφίλ λειτουργίας. Με τον τρόπο αυτό καθίσταται δυνατή η V2G λειτουργία ενός δικτύου που βρίσκεται υπό τον έλεγχο ενός κεντρικού διαχειριστή των ηλεκτρικών αυτοκινήτων. Αρχικά παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά των ηλεκτρικών αυτοκινήτων τα οποία τα καθιστούν ως το μεταφορικό μέσο που θα επικρατήσει τα επόμενα χρόνια ενώ παράλληλα περιγράφεται η V2G λειτουργία μεταξύ των οχημάτων και του δικτύου. Στη συνέχεια διατυπώνεται η μαθηματική περιγραφή της αμφίδρομης V2G λειτουργίας καθώς και το αντίστοιχο κεντρικό πρόβλημα. Ακολουθεί η αναλυτική παρουσίαση και μαθηματική περιγραφή των αλγορίθμων Generalized Benders Decomposition και Outer Approximation καθώς και η εφαρμογή τους στο κεντρικό πρόβλημα με τη βοήθεια του προγράμματος MATLAB. Αφού παρουσιαστούν τα δεδομένα του προβλήματος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των εξεταζόμενων μεθόδων. Τέλος αποτυπώνονται τα συμπεράσματα της σύγκρισης των δύο μεθόδων.

## **ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ**

Ηλεκτρικά οχήματα, EVS-Aggregator, vehicle-to-grid (V2G), επικουρικές υπηρεσίες,  
Generalizes Benders Decomposition , Outer Approximation

## **ABSTRACT**

The aim of this thesis is the implementation and comparison between the Generalized Benders Decomposition and Outer Approximation non-linear programming optimization methods with application in the management and daily programming of the charging/discharging of a fleet of electric vehicles (EVs), assuming a predefined power profile. We demonstrate that the aforementioned implementation facilitates a V2G operation on a network under the control of a central EVS-administrator. The features of EVs, as prominent means of transportation in the coming years, are presented along with the analysis of the V2G operation between the EVs and the network. The description of the Bidirectional V2G operation model and the corresponding central mathematical problem is provided further in the thesis. With respect to their application in the central problem, a detailed mathematical description of the Generalized Benders Decomposition and Outer Approximation algorithms is deduced and implemented using MATLAB. Following the presentation of the problem's data case, we then demonstrate the results of the aforesaid two test methods. Finally, the findings of the comparison of the two methods are analyzed and the outcome is discussed.

## **KEY WORDS**

Electric vehicles, EVS-Aggregator, vehicle-to-grid (V2G), ancillary services, Generalizes Benders Decomposition, Outer Approximation



## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2014-2015 στον τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Ε.Μ.Π. Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στον Καθηγητή κ. Ν. Χατζηαργυρίου για την ανάθεση της παρούσας διπλωματικής εργασίας καθώς και της δυνατότητας που μου έδωσε να ασχοληθώ με τα ηλεκτρικά δίκτυα και αυτοκίνητα.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Διδάκτορα Ευάγγελο Καρφόπουλο για την συνεχή καθοδήγηση, την επίβλεψη και την αμέριστη βοήθεια που παρείχε σε όλα τα στάδια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς, την οικογένεια και τους φίλους μου για την κάθε είδους υλική και ψυχολογική στήριξη που μου προσέφεραν σε όλη τη διάρκεια της φοίτησης μου στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Δεμενόπουλος Γεώργιος  
Μάρτιος 2016

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1.Εισαγωγή .....</b>	<b>12</b>
1.1 Ηλεκτρικά Αυτοκίνητα (EVs).....	13
1.1.1 Λειτουργία των EVs .....	13
1.1.2 Πλεονεκτήματα.....	21
1.1.3 Μειονεκτήματα.....	22
1.2 Επιπτώσεις διείσδυσης των EVs στο δίκτυο.....	23
1.3 V2G Λειτουργία.....	26
1.3.1 Μονόδρομη V2G Λειτουργία (Unidirectional V2G) .....	27
1.3.2 Αμφίδρομη V2G Λειτουργία (Bidirectional V2G) .....	27
1.3.3 Πλεονεκτήματα της V2G λειτουργίας.....	28
<b>2 Παρουσίαση Και Μαθηματική Περιγραφή Του Προβλήματος .....</b>	<b>30</b>
2.1 Μοντέλο Εφαρμογής Της Αμφίδρομης V2G Λειτουργίας.....	30
2.2 Μαθηματική Περιγραφή Του Κεντρικού Προβλήματος .....	32
2.2.1 Μαθηματική Περιγραφή Του Αποκεντρωμένου Προβλήματος.....	34
<b>3 Μέθοδος Generalized Benders Decomposition .....</b>	<b>38</b>
3.1 Θεωρητική Τεκμηρίωση .....	38
3.1.1 Τυποποίηση .....	38
3.1.2 Βασική Ιδέα .....	39
3.1.3 Primal Problem.....	39
3.1.4 Master Problem.....	40
3.2 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου και Παράδειγμα .....	41
3.2.1 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου.....	41
3.2.2 Αριθμητικό Παράδειγμα.....	42
3.3 Εφαρμογή Της Μεθόδου GBD Στο Πρόβλημα .....	44
3.3.1 Εφαρμογή Του Primal Problem.....	44
3.3.2 Εφαρμογή Του Master Problem .....	45
<b>4 Μέθοδος Outer Approximation.....</b>	<b>47</b>
4.1 Θεωρητική Τεκμηρίωση .....	47
4.1.1 Τυποποίηση .....	47
4.1.2 Βασική Ιδέα .....	47
4.1.3 Primal Problem.....	48
4.1.4 Master Problem.....	49
4.2 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου και Παράδειγμα .....	50
4.2.1 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου.....	50

4.2.2 Αριθμητικό Παράδειγμα.....	51
4.3 Εφαρμογή Της Μεθόδου ΟΑ Στο Πρόβλημα.....	53
4.3.1 Εφαρμογή Του Primal Problem.....	53
4.3.2 Εφαρμογή Του Master Problem .....	55
<b>5 Αποτελέσματα Και Σύγκριση Αλγορίθμων .....</b>	<b>57</b>
5.1 Δεδομένα Εισόδου Εξεταζόμενης Περίπτωσης .....	57
5.2 Αποτελέσματα Μεθόδου Generalized Benders Decomposition .....	59
5.3 Αποτελέσματα Μεθόδου Outer Approximation .....	66
<b>6 Συμπεράσματα.....</b>	<b>73</b>
6.1 Σύγκριση Αποτελεσμάτων .....	73
6.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις.....	74
6.3 Επίλογος .....	75
<b>7 Βιβλιογραφία .....</b>	<b>76</b>

## 1.Εισαγωγή

Σε ένα κόσμο όπου η επιστημονική και τεχνολογική γνώση συνεχώς διευρύνεται , προτείνονται και εφαρμόζονται διαρκώς νέες λύσεις για τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι σύγχρονες κοινωνίες. Ένα από αυτά τα προβλήματα είναι η ρύπανση του περιβάλλοντος από αέριους ρύπους που προέρχονται από τη βιομηχανική δραστηριότητα καθώς και από διάφορες άλλες δραστηριότητες που εξυπηρετούν τις σημερινές ανάγκες των ανθρώπων. Αυτή η μόλυνση όπως έχει τεκμηριωθεί από δεκάδες επιστημονικές έρευνες οδηγεί στη μεγάλη έξαρση του φαινομένου του θερμοκηπίου και των συνεπειών του καθώς και σε προβλήματα που σχετίζονται ακόμα πιο άμεσα με την υγεία των ανθρώπων ,ιδιαιτέρως εκείνων που ζουν σε αστικά και βιομηχανικά περιβάλλοντα που αποτελούν και το μεγαλύτερο ποσοστό του παγκόσμιου πληθυσμού .

Πολύ μεγάλο ποσοστό αυτής της μόλυνσης προέρχεται από τη χρήση των αυτοκινήτων. Συγκεκριμένα υπολογίζεται ότι το 2004 εκλύθηκαν προς την ατμόσφαιρα πάνω από 314 εκατομμύρια τόνοι διοξειδίου του άνθρακα προερχόμενοι από τις μηχανές εσωτερικής καύσης των αυτοκινήτων, οι οποίοι αποτελούν το 10% της συνολικής ποσότητας διοξειδίου του άνθρακα που εκπέμπεται παγκοσμίως [1]. Υπολογίζεται ότι περίπου 53000 άνθρωποι πεθαίνουν πρόωρα κάθε χρόνο μόνο στις Η.Π.Α από παθολογίες προερχόμενες από τις εκπομπές μικροσωματιδίων και άλλοι 5000 από το όζον που προέρχονται από τις μηχανές εσωτερικής καύσης [2].

Στοιχεία όπως τα παραπάνω έχουν οδηγήσει τις κυβερνήσεις στον αυστηρότερο έλεγχο των ρύπων κάθε αυτοκινήτου και στην επιβολή φορολογικών κινήτρων για τη χρήση «καθαρότερων» αυτοκινήτων. Σύμφωνα με τις οδηγίες της Ευρωπαϊκής Ένωσης ο στόχος είναι το 2021 όλα τα νέα αυτοκίνητα να εκπέμπουν κατά μέσο όρο 95 γραμμάρια διοξειδίου του άνθρακα ανά χιλιόμετρο μια μείωση κατά 40% σε σχέση με το μέσο όρο του 2007 [3]. Αντιστοίχως η βιομηχανία αυτοκινήτων επενδύει συνεχώς σε νέες τεχνολογίες εξοικονόμησης καυσίμου ,μείωσης ρύπων καθώς και άλλων καινοτομιών προς την κατεύθυνση της καλύτερης προστασίας του περιβάλλοντος.

Αυτή η διεθνής ζήτηση προς καθαρότερα και φιλικότερα προς το περιβάλλον αυτοκίνητα οδήγησε την τελευταία δεκαετία στην ανάπτυξη και διάθεση προς τους καταναλωτές νέων τύπων αυτοκινήτων που χρησιμοποιούν καινοτόμα συστήματα κίνησης. Πλέον υπάρχουν διαθέσιμοι στην αγορά διάφοροι τύποι και παραλλαγές τεχνολογιών όπως για παράδειγμα τα υβριδικά ηλεκτρικά αυτοκίνητα ( Hybrid Electric Vehicles- HEVs ) , τα επαναφορτιζόμενα υβριδικά ηλεκτρικά αυτοκίνητα ( Plug-in Hybrid Electric Vehicles- PHEVs ) και τα επαναφορτιζόμενα ηλεκτρικά αυτοκίνητα (Plug-in Electric Vehicles- PEVs).

Στην παρούσα διπλωματική θα ασχοληθούμε μόνο με τα επαναφορτιζόμενα ηλεκτρικά αυτοκίνητα (Plug-in Electric Vehicles) τα οποία στο εξής θα αναφέρονται χάριν συντομίας ως EVs.

## 1.1 Ηλεκτρικά Αυτοκίνητα (EVs)

Τα EVs είναι αυτοκίνητα τα οποία κινούνται με έναν ή περισσότερους ηλεκτρικούς κινητήρες χρησιμοποιώντας ηλεκτρική ενέργεια αποθηκευμένη στις επαναφορτιζόμενες μπαταρίες τους. Οι ηλεκτρικοί κινητήρες των EVs είναι σχεδόν τρεις φορές πιο αποδοτικοί από τους αντίστοιχους κινητήρες εσωτερικής καύσης.

Οι πρόγονοι των σημερινών EVs κατασκευάστηκαν πρώτη φορά τη δεκαετία του 1880. Τα EVs ήταν αρκετά δημοφιλή στα τέλη του 19<sup>ου</sup> μέχρι τις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα όπου οι βελτιωμένες επιδόσεις των κινητήρων εσωτερικής καύσης καθώς και η φθηνότερη μαζική παραγωγή αυτοκινήτων βενζίνης οδήγησε στην μείωση της χρήσης τους. Από την παγκόσμια οικονομική ύφεση του 2008 και μετά παρατηρείται η αναγέννηση των EVs που οφείλεται κυρίως στην ανάγκη να μειωθούν οι εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου, στις συνεχώς αυξανόμενες τιμές του πετρελαίου και στις καλύτερες σύγχρονες μπαταρίες [4].

### 1.1.1 Λειτουργία των EVs

Η λειτουργία των EVs στηρίζεται κυρίως σε τέσσερα βασικά μέρη. Τους ηλεκτρικούς κινητήρες για την κίνηση τους, τους ελεγκτές/μετατροπείς για τον έλεγχο της ταχύτητας, τις μπαταρίες για την αποθήκευση της ηλεκτρικής ενέργειας και τους φορτιστές για την μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από το δίκτυο στις μπαταρίες του οχήματος. Παρακάτω περιγράφονται συνοπτικά οι τεχνολογίες που χρησιμοποιούνται σήμερα για αυτά τα τρία βασικά μέρη:

#### 1. Οι ηλεκτρικοί κινητήρες

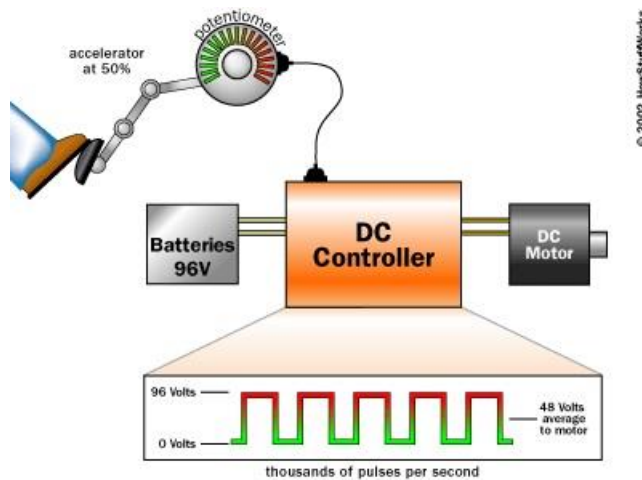
Τα EVs μπορούν να χρησιμοποιήσουν είτε κινητήρες τριφασικού εναλλασσόμενου ρεύματος AC είτε συνεχούς ρεύματος DC. Ένας DC κινητήρας μπορεί να λειτουργεί συνήθως με 96 έως 192 volts. Πολλοί από τους DC κινητήρες που χρησιμοποιούνται σήμερα στην αυτοκινητοβιομηχανία προέρχονται από την βιομηχανία των περονοφόρων ανυψωτικών μηχανημάτων που χρησιμοποιούνται εδώ και χρόνια. Οι DC συνδεσμολογίες τείνουν να είναι πιο απλές και λιγότερο ακριβές. Ένας τυπικός τέτοιος κινητήρας έχει ισχύ συνήθως από 20 έως 120 kilowatts. Οι DC κινητήρες έχουν το πλεονέκτημα ότι μπορούν να λειτουργήσουν πάνω από τα ονομαστικά μεγέθη ισχύος τους για μικρά χρονικά διαστήματα σε αναλογία ως και 10 προς 1. Δηλαδή ένας κινητήρας των 20 kilowatts μπορεί να αποδώσει 100 kilowatts για ένα σύντομο χρονικό διάστημα προσφέροντας πέντε φορές πάνω την ονομαστική ισχύ του. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι χρήσιμο όταν απαιτούνται μικρά ξεσπάσματα επιτάχυνσης όπως μια προσπέραση. Ο μόνος περιορισμός είναι η υπερθέρμανση των του κινητήρα που σε περίπτωση που ξεπεράσει συγκεκριμένα όρια μπορεί να καταστραφεί. Το κύριο μειονέκτημα των DC κινητήρων είναι ότι έχουν περιορισμένες δυνατότητες όταν χρειάζεται να διατηρήσουν σταθερή ταχύτητα ενώ το φορτίο μεταβάλλεται όπως για παράδειγμα σε δρόμους με ανωφέρειες.

Από την άλλη οι AC κινητήρες λειτουργούν συνήθως στα 240 volts χρησιμοποιώντας μπαταρίες των 300 volts. Οι συνδεσμολογίες AC κινητήρων τείνουν να είναι πιο πολύπλοκες και πιο ακριβές από τις αντίστοιχες των DC αλλά παρέχουν εξ' ίσου ή και

καλύτερες επιδόσεις. Οι AC κινητήρες χρησιμοποιούνται μαζικά στις περισσότερες βιομηχανίες οπότε η εύρεση των κατάλληλων χαρακτηριστικών για κάθε αυτοκίνητο είναι πολύ εύκολη διαδικασία για τους κατασκευαστές ηλεκτρικών αυτοκινήτων. Επίσης οι AC κινητήρες έχουν δυνατότητα για μεγαλύτερα φορτία σε σχέση με τους DC. Τέλος οι περισσότεροι κινητήρες AC που χρησιμοποιούνται από EVs διαθέτουν λειτουργία αναγεννητικής πέδησης, δηλαδή κατά το φρενάρισμα ο κινητήρας χρησιμοποιεί την υπάρχουσα κινητική του ενέργεια για να λειτουργήσει ως γεννήτρια επιστρέφοντας έτσι ηλεκτρική ενέργεια στις μπαταρίες. Με αυτό τον τρόπο υπάρχει καλύτερη διαχείριση ενέργειας στο όχημα. Τόσο οι DC όσο και οι AC κινητήρες έχουν την ικανότητα να προσφέρουν το σύνολο της ονομαστικής τους ισχύος από την ακινησία, ένα συγκριτικά μεγάλο πλεονέκτημα σε σχέση με τους κινητήρες εσωτερικής καύσης. Με βάση τα παραπάνω χαρακτηριστικά οι DC κινητήρες επιλέγονται περισσότερο σαν πιο προσιτές λύσεις για οχήματα με χρήση περισσότερο σε αστικά περιβάλλοντα ενώ οι AC κινητήρες επιλέγονται για χρήση σε πιο πολυτελή μοντέλα με πιο υψηλές επιδόσεις.

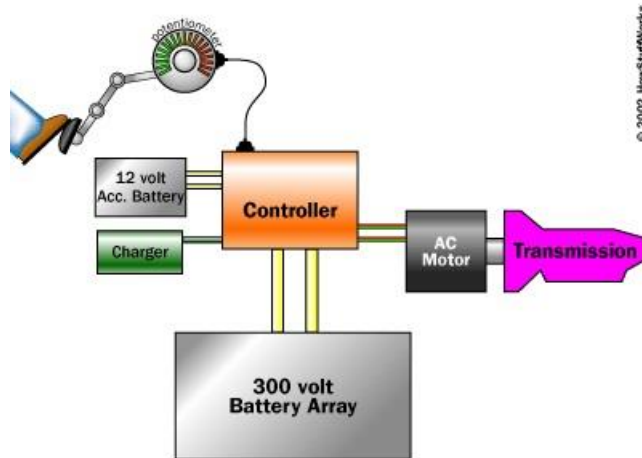
## **2.Οι ελεγκτές/μετατροπείς.**

Ο ρόλος των ελεγκτών ,που αποτελεί έναν από τους πιο σημαντικούς στην λειτουργία των EVs , είναι να παίρνουν ισχύ από τις μπαταρίες και να την αποδίδουν στον κινητήρα. Το πετάλι της επιτάχυνσης είναι συνδεδεμένο με ένα ζευγάρι ποτενσιόμετρων τα οποία παρέχουν σήμα στον ελεγκτή για το πόση ισχύ πρέπει να αποδώσει στον κινητήρα. Υπάρχουν δύο ανεξάρτητα ποτενσιόμετρα για λόγους ασφάλειας. Ο ελεγκτής παίρνει τα σήματα από τα ποτενσιόμετρα ελέγχει αν ταυτίζονται και αν ταυτίζονται αποδίδει την ανάλογη ισχύ. Σε αντίθετη περίπτωση διακόπτει τη λειτουργία του. Αυτή η συνδεσμολογία προστατεύει από την περίπτωση που κάποιο ποτενσιόμετρο κολλήσει σε ένδειξη πλήρους ισχύος με επικίνδυνα αποτελέσματα. Οι ελεγκτές μπορούν να αποδώσουν μηδενική ισχύ όταν το αυτοκίνητο βρίσκεται σε στάση , μέγιστη ισχύ όταν το πετάλι της επιτάχυνσης τερματίσει καθώς και όλες τις ενδιάμεσες τιμές ισχύος. Όταν η συνδεσμολογία είναι για DC κινητήρα, ο ελεγκτής λειτουργεί σαν τεμαχιστής (chopper) ,δηλαδή «διαβάζει» τη θέση του πεταλιού επιτάχυνσης μέσω των ποτενσιόμετρων και εναλλάσσει σαν διακόπτης την τάση από On σε Off έτσι ώστε να επιτύχει την επιθυμητή μέση τιμή της τάσης που χρειάζεται ο κινητήρας για να διατηρήσει σταθερά την επιθυμητή ταχύτητα. Για παράδειγμα αν το πετάλι βρίσκεται στο 50% της απόστασης τότε ο ελεγκτής «ανοιγοκλείνει» ώστε να βρίσκεται 50% σε λειτουργία On και 50% σε λειτουργία Off σε μια δοσμένη χρονική περίοδο.



*Εικόνα 1.1.1 DC συνδεσμολογία ελεγκτή*

Όταν η συνδεσμολογία είναι για AC κινητήρα η διαδικασία είναι πιο σύνθετη. Ο ελεγκτής λειτουργεί ταυτόχρονα σαν αντιστροφέας τάσης και ελεγκτής PWM και δημιουργεί τρία ημιτονικά κύματα. Αυτό επιτυγχάνεται αρχικά λειτουργώντας όπως και πριν εναλλάσσοντας σαν διακόπτης από On σε Off και στη συνέχεια εναλλάσσοντας την πολικότητα με συχνότητα 50 ή 60 Hz αναλόγως με τον κινητήρα.



*Εικόνα 1.1.2 AC συνδεσμολογία ελεγκτή. Περιλαμβάνεται και το σύστημα αναγεννητικής πέδησης (charger)*

Όπως είναι κατανοητό για DC συνδεσμολογία αρκεί ένα σετ τρανζίστορ ενώ για την AC χρειάζονται έξι σετ τρανζίστορ για να επιτευχθεί και η αλλαγή πολικότητας και για τις τρεις φάσεις που χρειάζεται ο AC κινητήρας. Τέλος να σημειωθεί ότι οι περισσότεροι ελεγκτές «πάλλονται» πάνω από 15000 φορές το δευτερόλεπτο ώστε να διατηρούν συνεχώς την επιθυμητή ταχύτητα. Το εναλλασσόμενο ρεύμα προκαλεί το σασί του κινητήρα να πάλλεται στην ίδια συχνότητα δηλαδή πάνω από 15KHz , με αποτέλεσμα οι κινητήρες των EVs είναι σχεδόν αθόρυβοι για το ανθρώπινο αυτί.

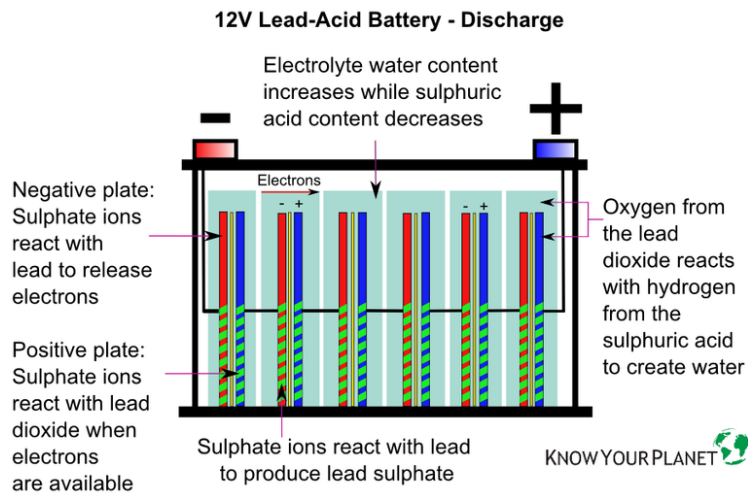
### 3.Οι μπαταρίες

Οι μπαταρίες αποτελούν το πιο ακριβό εξάρτημα των EVs κατέχοντας την μισή σχεδόν αξία πώλησης ενός αυτοκινήτου όμως το κόστος τους έχει μειωθεί περισσότερο από 35% από το 2008 [5]. Οι μπαταρίες χρησιμοποιούνται για να αποθηκεύουν την ηλεκτρική ενέργεια που χρειάζονται τα EVs για την κίνηση τους. Από άποψη ενέργειας το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας για να λειτουργήσει ένα EV είναι ένα πολύ μικρό ποσοστό του κόστους σε υγρά καύσιμα που χρειάζεται ένα συμβατικό αυτοκίνητο για να παράξει ίση ποσότητα ενέργειας. Σύμφωνα με προβλέψεις η παγκόσμια αγορά μπαταριών για ηλεκτρικά αυτοκίνητα θα αξίζει περί τα 37δισ δολάρια μέχρι το 2020 [6]. Οι μπαταρίες των EVs διαφέρουν από τις μπαταρίες που χρησιμοποιούνται για την εκκίνηση των συμβατικών αυτοκινήτων καθώς είναι σχεδιασμένες για να παρέχουν ενέργεια για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Η ποσότητα της ηλεκτρικής ενέργειας που αποθηκεύεται στις μπαταρίες μετράται σε αμπέρ-ώρες (Ampere-hours) ή βατ-ώρες (Watt-hours). Οι μπαταρίες των EVs είναι σχεδιασμένες να παρέχουν υψηλή χωρητικότητα σε αμπέρ-ώρες (Ah) και επίσης χαρακτηρίζονται από σχετικά υψηλές αναλογίες ισχύος-βάρους, ενέργειας-βάρους και υψηλή πυκνότητα ενέργειας. Είναι προφανές ότι μικρότερες και ελαφρύτερες μπαταρίες βελτιώνουν τις επιδόσεις σε ένα ηλεκτρικό αυτοκίνητο. Οι επαναφορτιζόμενες μπαταρίες που χρησιμοποιούνται στα EVs ανήκουν συνήθως στις κατηγορίες οξέων-μόλυβδου (lead-acid), νικελίου μετάλλου υδριδίου (nickel metal hydride), ιόντων λιθίου (lithium ion) και σπανιότερα υγρών αλάτων νατρίου. Παρακάτω περιγράφονται συνοπτικά τα χαρακτηριστικά της κάθε κατηγορίας.

#### Lead-Acid

Οι μπαταρίες lead-acid είναι οι πιο φθηνές και διαδεδομένες μπαταρίες διαθέσιμες στην αγορά. Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι lead-acid μπαταριών, αυτές που χρησιμοποιούνται για την εκκίνηση κινητήρων συμβατικών αυτοκινήτων και οι βαθέως κύκλου που χρησιμοποιούνται σε ανυψωτικά μηχανήματα, τροχόσπιτα και στα EVs. Οι μπαταρίες lead-acid δεν πρέπει ποτέ να εκφορτίζονται κάτω από το 50% της χωρητικότητάς τους καθώς έτσι μειώνεται δραστικά η διάρκεια ζωής της. Επίσης επειδή περιέχουν υγρούς ηλεκτρολύτες πρέπει να ελέγχεται περιοδικά η στάθμη τους. Παραδοσιακά τα περισσότερα ηλεκτρικά οχήματα χρησιμοποιούσαν μπαταρίες lead-acid εξ' αιτίας της ώριμης τεχνολογίας τους, της μεγάλης διαθεσιμότητας και του χαμηλού τους κόστους πλέον όμως έχουν ξεπεραστεί. Όπως όλες οι μπαταρίες έτσι και αυτές έχουν περιβαλλοντικό αντίκτυπο κατά την κατασκευή, χρήση και απόρριψη τους, όμως είναι κατά 95% ανακυκλώσιμες και τυπικά χρειάζονται αντικατάσταση κάθε 3 χρόνια. Οι μπαταρίες lead-acid στα EVs καταλήγουν να κατέχουν το 25% έως 50% της τελικής μάζας κάθε οχήματος. Η πυκνότητα ενέργειας τους μπορεί να φτάσει θεωρητικά στα 252 Wh/kg αλλά στην πραγματικότητα φτάνει τα 35 Wh/kg και η απόδοση 70% με 75% η οποία όμως μειώνεται σημαντικά έως και στο 40% όταν επικρατεί χαμηλή θερμοκρασία [7].





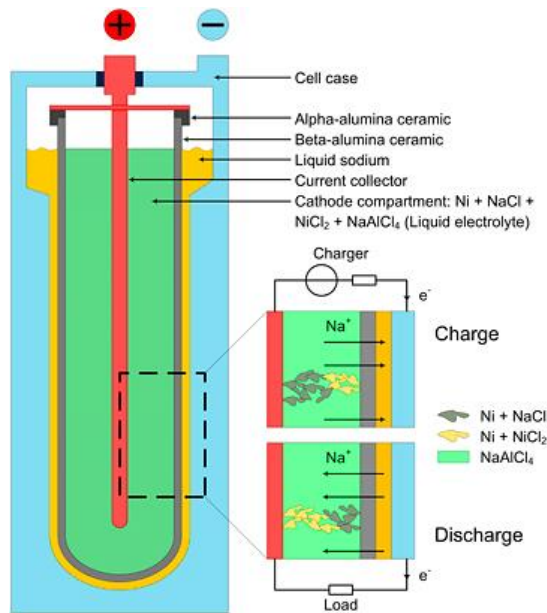
*Εικόνα 1.1.3 Τομή Μπαταρίας Lead-Acid*

### Nickel Metal Hydride

Οι μπαταρίες nickel metal hydride πλέον θεωρούνται ώριμες τεχνολογικά . Παρ' ότι είναι λιγότερο αποδοτικές ακόμα και από τις μπαταρίες lead-acid με απόδοση από 60% έως 70% , υπερτερούν σημαντικά στην πυκνότητα ενέργειας που προσφέρουν που μπορεί να φτάσει τα 75 Wh/kg σχεδόν διπλάσιο από τις μπαταρίες lead-acid 7. Παράλληλα με σωστή χρήση οι μπαταρίες nickel metal hydride δύναται να έχουν εντυπωσιακά μεγάλη διάρκεια ζωής όπως έχει αποδειχθεί στη χρήση τους από υβριδικά αυτοκίνητα όπως το RAV4EV στο οποίο λειτουργούν κανονικά μετά από 160.000 km και πάνω από δέκα χρόνια χρήσης. Στα μειονεκτήματά τους περιλαμβάνονται πέραν της χαμηλής απόδοσης , η υψηλή αυτο-εκφόρτιση και η κακή συμπεριφορά τους σε χαμηλές θερμοκρασίες.

### Υγρών Αλάτων Νατρίου

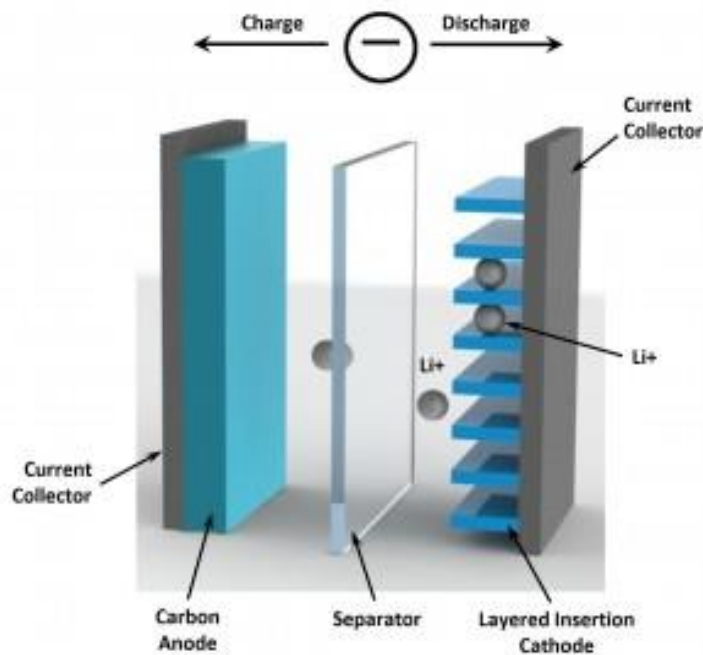
Οι μπαταρίες νατρίου ή γνωστότερες με την εμπορική ονομασία « zebra » χρησιμοποιούν λιωμένο χλωριούχο αργίλιο νάτριο ( $\text{NaAlCl}_4$ ) ως ηλεκτρολύτη. Οι μπαταρίες zebra θεωρούνται και αυτές σχετικά ώριμες τεχνολογικά και προσφέρουν πυκνότητα ενέργειας έως και 115 Wh/kg 7. Το κύριο μειονέκτημα τους είναι η μικρή πυκνότητα ισχύος που διαθέτουν η οποία είναι μικρότερη των 300 W/kg καθώς και ότι προκειμένου να λειτουργήσουν χρειάζεται προθέρμανση του ηλεκτρολύτη τους στους 270 °C γεγονός που δημιουργεί επιπλέον απαιτήσεις ενέργειας.



Εικόνα 1.1.4 Τομή Μπαταρίας Zebra

### Lithium Ion

Οι μπαταρίες ιόντων λιθίου και άλλων παρόμοιων πολυμερών είναι ευρέως γνωστές από την χρήση τους στους φορητούς υπολογιστές, τα κινητά τηλέφωνα και άλλα ηλεκτρονικά είδη και πιο πρόσφατα έχουν κατακτήσει και την αγορά των ηλεκτρικών αυτοκινήτων. Η παραδοσιακή τεχνική που χρησιμοποιείται στις μπαταρίες ιόντων λιθίου αποτελείται από μία κάθοδο από οξείδιο κοβαλτίου λιθίου και μια άνοδο από γραφίτη.



Εικόνα 1.1.5 Εσωτερικό Μπαταρίας Ιόντων Λιθίου

Αυτή η τεχνική αποδίδει μπαταρίες με εντυπωσιακά χαρακτηριστικά όπως πυκνότητα ενέργεια πάνω από 150 Wh/kg , πυκνότητα ισχύος από 300 έως 1500 W/kg και απόδοση φόρτισης/εκφόρτισης από 80% έως 90% [7]. Στα μειονεκτήματα περιλαμβάνεται η μικρή διάρκεια ζωής τους που ποικίλει από εκατοντάδες μέχρι λίγους χιλιάδες κύκλους φόρτισης/εκφόρτισης. Επίσης η κάθοδος είναι τοξική και οι μπαταρίες λιθίου είναι ευάλωτες σε ανάφλεξη σε περίπτωση που διατρυθούν ή φορτιστούν λανθασμένα. Τα περισσότερα EVs που βρίσκονται στο στάδιο ανάπτυξης χρησιμοποιούν παραλλαγές της κλασικής τεχνικής των μπαταριών λιθίου θυσιάζοντας μέρος της πυκνότητας ισχύος προκειμένου να επιτύχουν καλύτερη αντοχή σε ανάφλεξη, ταχύτερους χρόνους φόρτισης, λιγότερο τοξικές και μεγαλύτερης διάρκειας ζωής μπαταρίες. Αυτές οι παραλλαγές έχουν δείξει πολύ μεγαλύτερη διάρκεια ζωής όπως για παράδειγμα των μπαταριών λιθίου και φωσφορικών αλάτων σιδήρου που επιτυγχάνουν πάνω από 7000 κύκλους φόρτισης που αντιστοιχούν σε πάνω από 10 έτη χρήσης και των μπαταριών λιθίου-μαγγανίου-σπινελίου που μπορούν να λειτουργήσουν κοντά στα 40 χρόνια. Επίσης σε ερευνητικό επίπεδο υπάρχουν πολλά υποσχόμενες τεχνολογίες για το μέλλον όπως η χρήση νανοαγωγών και νανοδοματιδίων πυριτίου και νανοδοματιδίων κασσίτερου που υπόσχονται πολλαπλάσια ενεργειακή πυκνότητα της μπαταρίας [8].

#### 4.Οι φορτιστές

Η ηλεκτρική ενέργεια μπορεί να μεταφερθεί στο αυτοκίνητο είτε με αγωγή σύνδεση είτε με επαγωγική σύνδεση. Η αγωγή σύνδεση επιτυγχάνεται με την σύνδεση του αυτοκινήτου στο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας μέσω αδιάβροχης πρίζας και βύσματος και υψηλής χωρητικότητας καλωδίων με μόνωση για την προστασία του χρήστη από την υψηλή τάση. Το σύγχρονο πρότυπο για την σύνδεση του αυτοκινήτου στο δίκτυο είναι το βύσμα SAE 1772 (IEC 62196 Type 1) για τις Η.Π.Α. και το βύσμα VDE-AR-E 2623-2-2 (IEC 62196 Type 2) για την Ευρώπη τα οποία απεικονίζονται στις εικόνες 1.1.6 και 1.1.7 αντίστοιχα [9].

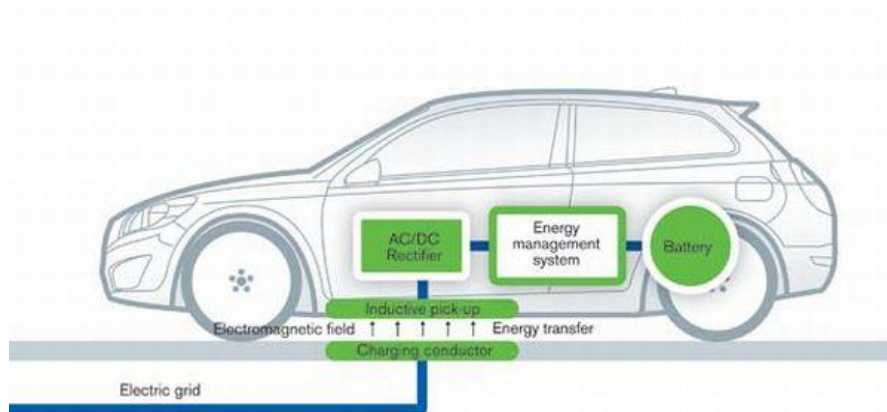


*Εικόνα 1.1.6 Βύσμα SAE 1772*



*Εικόνα 1.1.7 Βύσμα VDE-AR-E 2623-2-2*

Η δεύτερη προσέγγιση είναι της επαγωγικής φόρτισης. Ένα ειδικό τύλιγμα τοποθετείται στο κάτω μέρος του EV ενώ ένα δεύτερο τοποθετείται στο δάπεδο. Όταν το ένα τύλιγμα ευθυγραμμιστεί με το άλλο δημιουργείται ένα είδος μετασχηματιστή και η ενέργεια μεταφέρεται ασύρματα από το ηλεκτρικό δίκτυο στο ηλεκτρικό αυτοκίνητο όπως φαίνεται και στην εικόνα 1.1.8. Το πλεονέκτημα της επαγωγικής φόρτισης είναι ότι είναι πιο ασφαλής για το χρήστη καθώς δεν υπάρχουν εκτεθειμένα καλώδια ή επαφές. Επιπλέον η επαγωγική φόρτιση μειώνει το βάρος του οχήματος καθώς σημαντικό μέρος του εξοπλισμού μετακινείται εκτός του οχήματος.



*Εικόνα 1.1.8 Ασύρματη Φόρτιση EV*

### 1.1.2 Πλεονεκτήματα

Πέρα από τις συγκυρίες που προκάλεσαν την αναζωπύρωση του ενδιαφέροντος για τα EVs υπάρχουν και αντικειμενικά πλεονεκτήματα της χρήσης τους τα οποία λειτουργούν σαν κίνητρα για αύξηση της διείσδυσης τους στην αγορά αυτοκινήτου. Ενδεικτικά αναφέρονται παρακάτω τα σημαντικότερα:

1. **Κόστος καυσίμων.** Τα ηλεκτρικά αυτοκίνητα κινούνται αποκλειστικά από την ηλεκτρική ενέργεια που φορτίζει τις μπαταρίες τους, που σημαίνει ότι παύει η ανάγκη αγοράς καυσίμου. Η χρήση συμβατικών αυτοκινήτων με κινητήρες εσωτερικής καύσης έχει αυξημένα κόστη ειδικά τα τελευταία χρόνια όπου σημειώνονται αυξήσεις ρεκόρ στις τιμές των καυσίμων. Με τα EVs αυτό το κόστος αποφεύγεται κάτι που δεν είναι αμελητέο ειδικά αν σκεφτεί κανείς ότι ο μέσος Αμερικάνος ξοδεύει ετησίως 2000-3000 δολάρια για καύσιμα κίνησης [10]. Φυσικά η ηλεκτρική ενέργεια δεν είναι δωρεάν αλλά σύμφωνα με μελέτη του υπουργείου ενέργειας των Η.Π.Α. μπορεί κάποιος να διανύσει σχεδόν 50 χιλιόμετρα με την αξία ενός δολαρίου σε ηλεκτρική ενέργεια με ένα EV συγκριτικά με τα 10 χιλιόμετρα ενός μεσαίου συμβατικού αυτοκινήτου. Επομένως τα EVs είναι μακράν οικονομικότερα των συμβατικών σε ότι αφορά τα καύσιμα.
2. **Δεν εκπέμπουν άμεσους ρύπους.** Τα EVs είναι φιλικά προς το περιβάλλον καθώς κινούνται αποκλειστικά με ηλεκτρική ενέργεια και δεν εκπέμπουν διοξείδιο του άνθρακα ή οι άλλες τοξικές ενώσεις. Φυσικά η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας σήμερα στην πλειοψηφία της δημιουργεί αέριους ρύπους αλλά μελέτες δείχνουν πως ακόμα και αν η ηλεκτρική ενέργεια προέρχεται εξ' ολοκλήρου από την καύση υδρογονανθράκων η συνολική εκπομπή ρύπων μειώνεται δραματικά με τη χρήση των EVs [11]. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με το ότι οι περισσότερες εταιρείες ενέργειας επενδύουν συνεχώς σε πιο καθαρές και ανανεώσιμες πηγές ενέργειας θα καταστήσει τα EVs μελλοντικά σχεδόν 100% φιλικά προς το περιβάλλον ως προς τους αέριους ρύπους. Τέλος οι μπαταρίες που χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση την ηλεκτρικής ενέργειας είναι ανακυκλώσιμες κάτι που αποτρέπει την συγκέντρωση τοξικών απορριμμάτων από την αντικατάστασή τους. Επομένως η χρήση και η κυκλοφορία τους συνεισφέρει στη μείωση των εκπομπών ρύπων και σε ένα πιο υγιές περιβάλλον.
3. **Ασφαλής οδήγηση.** Τα EVs υπόκεινται στις ίδιες προδιαγραφές ασφάλειας και ελέγχων με τα συμβατικά αυτοκίνητα. Δηλαδή σε περίπτωση ατυχημάτων έχουν όλα τα απαραίτητα συστήματα ασφάλειας ενώ η απουσία εύφλεκτων καυσίμων μειώνει και τις πιθανότητες ανάφλεξης σε περιπτώσεις σύγκρουσης.
4. **Οικονομική απόδοση.** Τα EVs στα πρώτα χρόνια κυκλοφορίας τους είχαν απαγορευτικά κόστη. Όμως με την συνεχή τεχνολογική εξέλιξη τόσο το κόστος αγοράς όσο και το κόστος συντήρησης μειώνονται συνεχώς σημαντικά. Η μαζική παραγωγή μπαταριών καθώς και διάφορες κρατικές φοροαπαλλαγές που συνήθως τα συνοδεύουν μειώνουν περαιτέρω το κόστος καθιστώντας τα συνεχώς πιο ελκυστικά από οικονομικής απόψεως.

5. **Ελάχιστη συντήρηση.** Τα EVs κινούνται με ηλεκτρικούς κινητήρες οι οποίοι διαθέτουν σημαντικά μικρότερο αριθμό μηχανικών μερών σε σχέση με τους κινητήρες εσωτερικής καύσης που διαθέτουν πάνω από 100 κινούμενα μέρη και επιπλέον δεν χρειάζονται λίπανση. Λόγω αυτού δεν χρειάζονται τακτική συντήρηση όσο συχνά χρειάζονται τα συμβατικά αυτοκίνητα. Επομένως τα μεγάλα κόστη για μηχανολογικές εργασίες και συντηρήσεις μειώνονται δραστικά.
6. **Ηχητική ρύπανση.** Τα EVs είναι σχεδόν αθόρυβα κατά τη λειτουργία τους και έτσι η χρήση τους μειώνει σε μεγάλο βαθμό την ηχητική ρύπανση, γεγονός ιδιαίτερο σημαντικό ειδικά στα αστικά κέντρα.
7. **Επιδόσεις.** Τα EVs είναι ικανά για πολύ μεγάλες επιταχύνσεις και με μεγαλύτερη διάρκεια σε σχέση με τα συμβατικά καθώς οι κινητήρες τους έχουν όλη την ιπποδύναμη τους διαθέσιμη από τις μηδέν στροφές αντίθετα με τα συμβατικά που χρειάζονται υψηλό αριθμό στροφών για να εκμεταλλευτούν πλήρως την ισχύ τους.

### 1.1.3 Μειονεκτήματα

Σαφώς η χρήση των EVs ενέχει και κάποια μειονεκτήματα τα οποία λειτουργούν αποτρεπτικά στην περαιτέρω αύξηση των πωλήσεων του. Τα σημαντικότερα από αυτά περιγράφονται παρακάτω:

1. **Κόστος Αγοράς:** Τα EVs λόγω της τεχνολογίας αιχμής που διαθέτουν καθώς και του ακριβότερου κόστους παραγωγής τους, πωλούνται σήμερα σε τιμές πολύ μεγαλύτερες των συμβατικών αυτοκινήτων με αντίστοιχα χαρακτηριστικά. Παρά ταύτα οι τιμές των μπαταριών, που αποτελούν το ακριβότερο εξάρτημα των EVs, σημειώνουν πτώση σχεδόν 5% ετησίως και αναμένεται να μειωθούν περαιτέρω 5. Επίσης λόγω της περιορισμένης ακόμα ζήτησης τους ένας ενδιαφερόμενος αγοραστής δεν διαθέτει μεγάλο πλήθος επιλογών για να διαλέξει καθώς τα διαφορετικά διαθέσιμα μοντέλα στην αγορά είναι λίγα.
2. **Περιορισμένη αυτονομία και ταχύτητα:** Τα EVs περιορίζονται από την αυτονομία τους η οποία συσχετίζεται άμεσα και με την ταχύτητα του οχήματος. Τα περισσότερα EVs σήμερα έχουν μια μέση αυτονομία 80 με 160 χιλιομέτρων προτού χρειαστούν εκ νέου φόρτιση. Επομένως με τα σημερινά δεδομένα δεν είναι πρακτική η χρήση τους για ταξίδια μεγάλων αποστάσεων, γεγονός βέβαιο που αναμένεται να βελτιωθεί αρκετά στο μέλλον με την βελτίωση των μπαταριών.
3. **Μεγαλύτεροι χρόνοι ανεφοδιασμού:** Η πλήρης φόρτιση ενός EV μπορεί να διαρκέσει έως και 4 με 6 ώρες, συγκριτικά με ένα συμβατικό αυτοκίνητο το οποίο χρειάζεται μόλις λίγα λεπτά για να ανεφοδιαστεί πλήρως με καύσιμο. Επίσης για την ταχύτερη φόρτιση ενός EV απαιτούνται ξεχωριστοί φορτιστές

ταχείας φόρτισης οι οποίοι βελτιώνουν σε ένα βαθμό το χρόνο που χρειάζεται αλλά αποτελούν ένα μεγάλο επιπλέον κόστος για τον ιδιοκτήτη.

4. **Σημεία Φόρτισης:** Οι σταθμοί ανεφοδιασμού για EVs βρίσκονται ακόμα σε στάδιο ανάπτυξης ακόμα και στις Η.Π.Α. όπου τα EVs έχουν την μεγαλύτερη διείσδυση. Έτσι δεν υπάρχουν πολλά σημεία που να μπορεί ένας κάτοχος ηλεκτρικού αυτοκινήτου να φορτίσει το όχημα του κάτι που σημαίνει ότι αν κάποιος θέλει να κάνει ένα μεγάλο χιλιομετρικά ταξίδι ,κινδυνεύει να εξαντλήσει τα αποθέματα των μπαταριών του EV χωρίς να έχει δυνατότητα επαναφόρτισης τους.
5. **Αντικατάσταση Μπαταριών:** Ανάλογα με τον τύπο τους και τη χρήση που υφίστανται οι μπαταρίες των EVs φθείρονται και χρειάζονται αντικατάσταση σε χρονικά διαστήματα που ποικίλουν από τα 3 μέχρι τα 10 χρόνια ,γεγονός που αυξάνει το συνολικό κόστος κατοχής ενός ηλεκτρικού αυτοκινήτου.

Είναι προφανές πως τα μειονεκτήματα των EVs σχετίζονται περισσότερο με περιορισμούς από την υπάρχουσα τεχνολογία και στην έλλειψη υποδομών που να μπορούν να υποστηρίξουν μεγαλύτερα ποσοστά διείσδυσης ηλεκτρικών αυτοκινήτων στην αγορά. Επομένως γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι με την συνεχή βελτίωση της τεχνολογίας οι περιορισμοί και τα εμπόδια που αποτρέπουν την μεγάλη αύξηση του ποσοστού των EVs μελλοντικά θα εκλείψουν αυξάνοντας έτσι τον αριθμό των ηλεκτρικών αυτοκινήτων σε κυκλοφορία.

## 1.2 Επιπτώσεις διείσδυσης των EVs στο δίκτυο

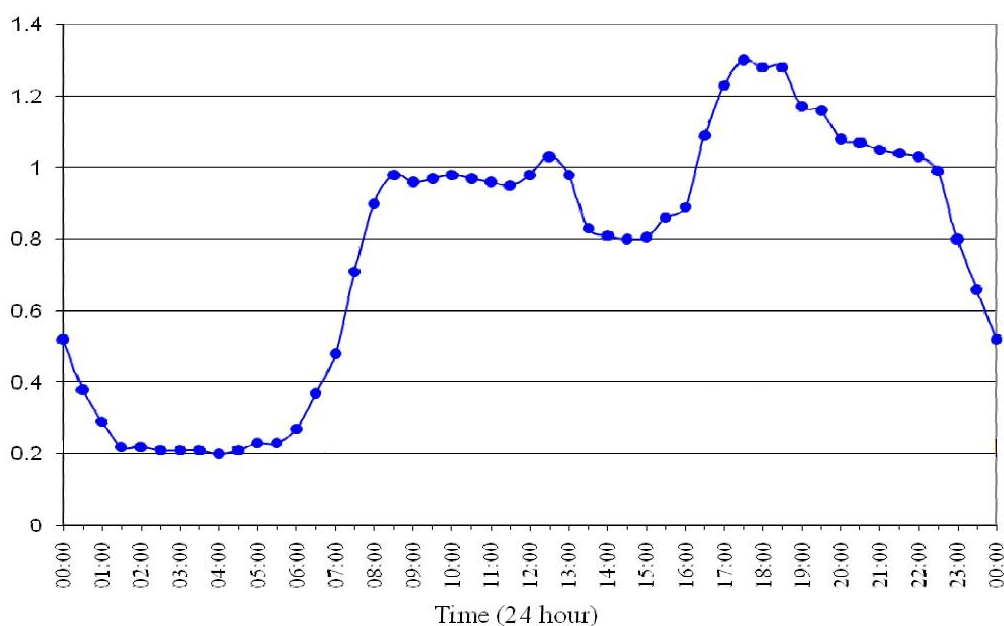
Στην προηγούμενη παράγραφο έγινε κατανοητό ότι οικονομικοί ,περιβαλλοντολογικοί και τεχνολογικοί παράγοντες αναμένεται να οδηγήσουν στην σταδιακή αύξηση της διείσδυσης των ηλεκτρικών αυτοκινήτων στο συνολικό στόλο. Αυτή η αύξηση θα έχει σημαντικό αντίκτυπο στο σύστημα παροχής ηλεκτρικής ενέργειας. Τα ηλεκτρικά δίκτυα εξελίχθηκαν μέσα στα χρόνια ώστε να έχουν μεγάλες κεντρικά ελεγχόμενες γεννήτριες συνδεδεμένες στην πλευρά της υψηλής τάσης και φορτία στην πλευρά της χαμηλής τάσης. Κατά συνέπεια η ισχύς ρέει από την πλευρά υψηλής τάσης στην πλευρά χαμηλής τάσης όπου βρίσκονται τα μεσαία και μικρά φορτία.

Η αυξημένη ανησυχία σχετικά με την κλιματική αλλαγή και το ενδιαφέρον για τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας με καλύτερη ενεργειακή απόδοση ,οδήγησε σε μια συνεχή αύξηση στον αριθμό των γεννητριών που είναι συνδεδεμένες στο δίκτυο διανομής συνήθως κάτω από τα 33kV. Αυτό σχετίζεται συνήθως με γεννήτριες που ποικίλουν σε μέγεθος περίπου από το 1 kW έως τα 5 MW και αναφέρονται ως κατανεμημένη , ενσωματωμένη ή διεσπαρμένη παραγωγή 12. Στην παρούσα φάση η διεσπαρμένη παραγωγή αναλογεί σε ένα μικρό μέρος της συνολικής χωρητικότητας παραγωγής του δικτύου, γι' αυτό η επίπτωση της στην συμπεριφορά του δικτύου συνήθως αμελείται. Ωστόσο εκφράζονται ανησυχίες σχετικά με τις επιπτώσεις που θα έχουν οι αυξημένες ανανεώσιμες πηγές αν σε αυτές προστεθεί μία μεγάλη διείσδυση ηλεκτρικών αυτοκινήτων. Έρευνες έχουν δείξει ότι η εκτεταμένη ανάπτυξη διεσπαρμένης παραγωγής δημιουργεί αντίστροφη ροή ισχύος στα δίκτυα διανομής και

ότι αυτή η αμφίδρομη ροή μπορεί να επηρεάσει την ποιότητα της παροχής ενέργειας και τα επίπεδα τάσης. Η διεσπαρμένη παραγωγή μπορεί ακόμα να οδηγήσει σε δημιουργία ανεπιθύμητων ρευμάτων, σε δυσλειτουργίες στην προστασία του δικτύου καθώς και ανισορροπία των φάσεων [12].

Μία πρόσφατη έρευνα που διενεργήθηκε αναφορικά με το δίκτυο ενέργειας του Ηνωμένου Βασιλείου κατέληξε ότι βραχυπρόθεσμα και μεσοπρόθεσμα του υπάρχον δίκτυο είναι ικανό να υποστηρίξει τις ενεργειακές απαιτήσεις μιας διείσδυσης των ηλεκτρικών αυτοκινήτων έως 10%. Παράλληλα όμως είναι πιθανή η δημιουργία προβλημάτων στα τοπικά δίκτυα διανομής από υψηλές τοπικές συγκεντρώσεις EVs [12].

Τα EVs μπορούν να φορτίσουν σε τριφασικά και μονοφασικά σημεία παροχής. Τα τριφασικά σημεία παρέχουν περισσότερη ισχύ και άρα ταχύτερη φόρτιση αλλά συνήθως είναι πιο δυσεύρετα. Οι περισσότεροι κάτοχοι EVs διαθέτουν μονοφασική παροχή που είναι σαφώς πιο διαδεδομένη. Σε μια κανονική φόρτιση το παρεχόμενο ρεύμα είναι κοντά στα 10 A ενώ σε μια ταχεία κοντά στα 30 A. Μια συνηθισμένη διάρκεια απλής φόρτισης είναι οι 6 ώρες. Παρακάτω στην εικόνα 1.2.1 φαίνεται ένα τυπικό διάγραμμα κατανομής χειμερινού ημερήσιου φορτίου [12].



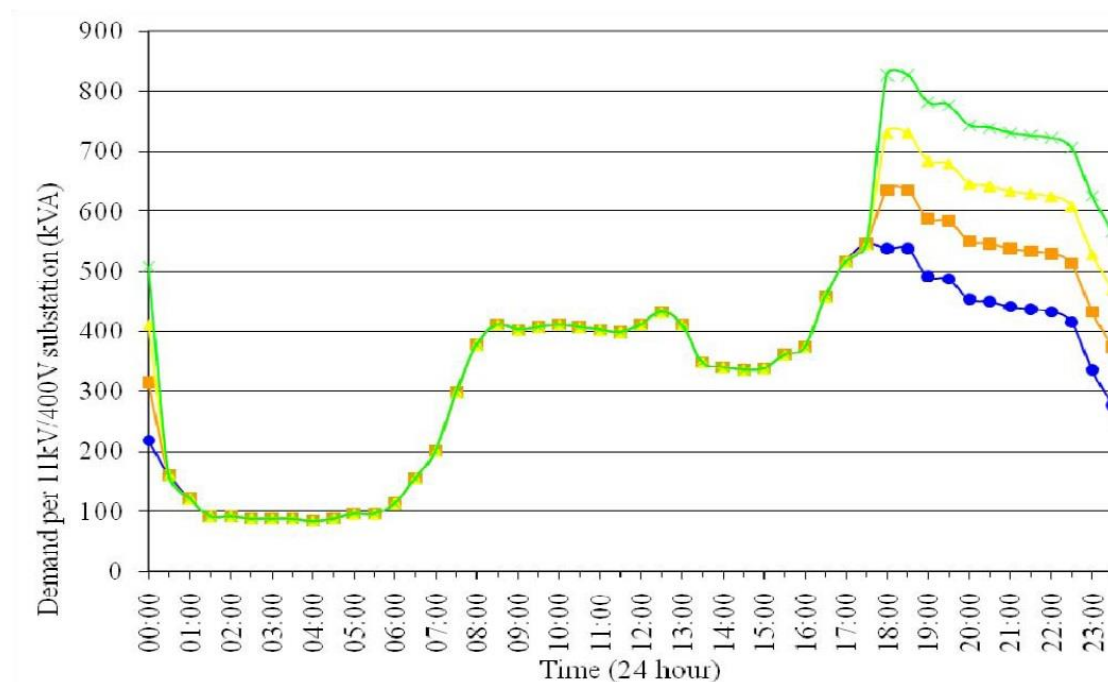
*Εικόνα 1.2.1 Καμπύλη Ζήτησης Φορτίου12*

Παρακάτω θα παρουσιαστούν δύο πιθανά σενάρια που περιγράφουν την αντιμετώπιση του προβλήματος με τα σημερινά δεδομένα.

**Σενάριο 1 :** Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν καθόλου περιορισμοί και κίνητρα για τη φόρτιση των EVs από τους κατόχους τους συμπεραίνεται εύκολα ότι οι χρήστες θα τείνουν να φορτίζουν τα οχήματά τους μόλις επιστρέφουν σπίτι από την εργασία τους



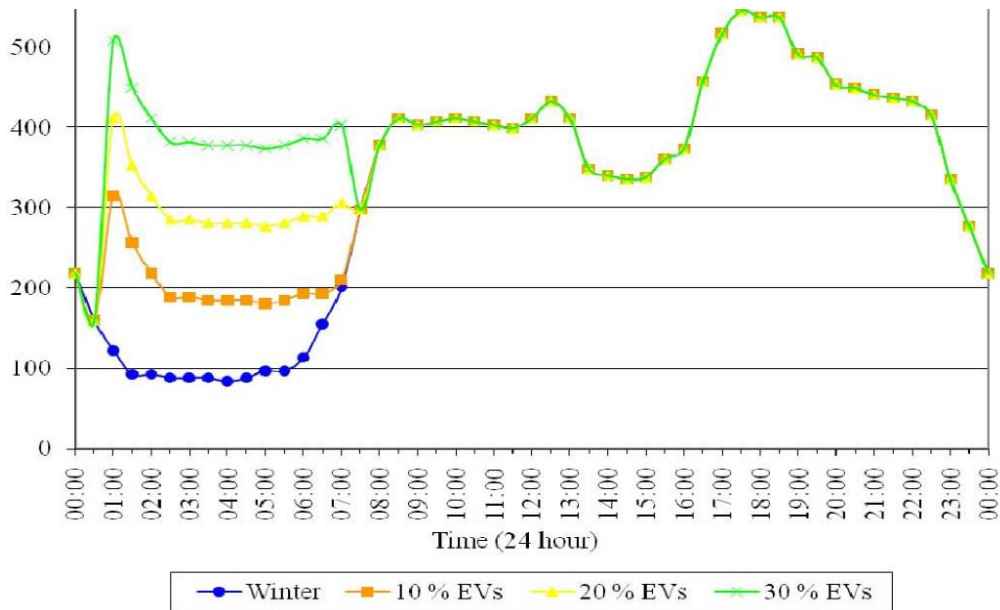
προσεγγιστικά γύρω στις 6:00 μ.μ. Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι φορτίσεις των EVs να προστίθενται στην ήδη προϋπάρχουσα αιχμή φορτίου δημιουργώντας μια ακόμα μεγαλύτερη αιχμή. Στο εικόνα 1.2.2 φαίνεται η αρχική καμπύλη φορτίου καθώς και η καμπύλες φορτίου που αντιστοιχούν σε διείσδυση των EVs 10% (πορτοκαλί) , 20% (κίτρινο) και 30% (πράσινο) 12.



Εικόνα 1.2.2 Καμπύλη Ζήτησης Φορτίου για διείσδυση EVs 10%,20%,30% 12

Παρατηρείται ότι για κάθε αύξηση 10% της διείσδυσης των EVs υπάρχει μια αύξηση της μέγιστης ισχύος κατά 18%. Είναι προφανές ότι αυτό αποτελεί το χειρότερο δυνατό σενάριο 12.

**Σενάριο 2:** Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν περιορισμοί ή/και κίνητρα στους χρήστες να φορτίζουν τα EVs τους στις ώρες με τη χαμηλότερη ζήτηση ενέργειας. Επομένως οι χρήστες πλέον τείνουν να φορτίζουν τα οχήματά τους από τη 1:00 π.μ. μέχρι τις 7:00 π.μ. . Στη εικόνα 1.2.3 διαπιστώνεται μια βελτίωση σε σχέση με το προηγούμενο σενάριο καθώς πλέον δεν δημιουργούνται μεγαλύτερες απαιτήσεις από τις αρχικές. Ωστόσο παρ' ότι η καμπύλη φορτίου είναι καλύτερη , δημιουργείται μια νέα απότομη αιχμή φορτίου μετά τα μεσάνυχτα καθώς και μια απότομη βύθιση μετά τις 7:00 π.μ. 12.



Εικόνα 1.2.3 Καμπύλες Ζήτησης Φορτίου με Εισαγωγή Κινήτρων 12

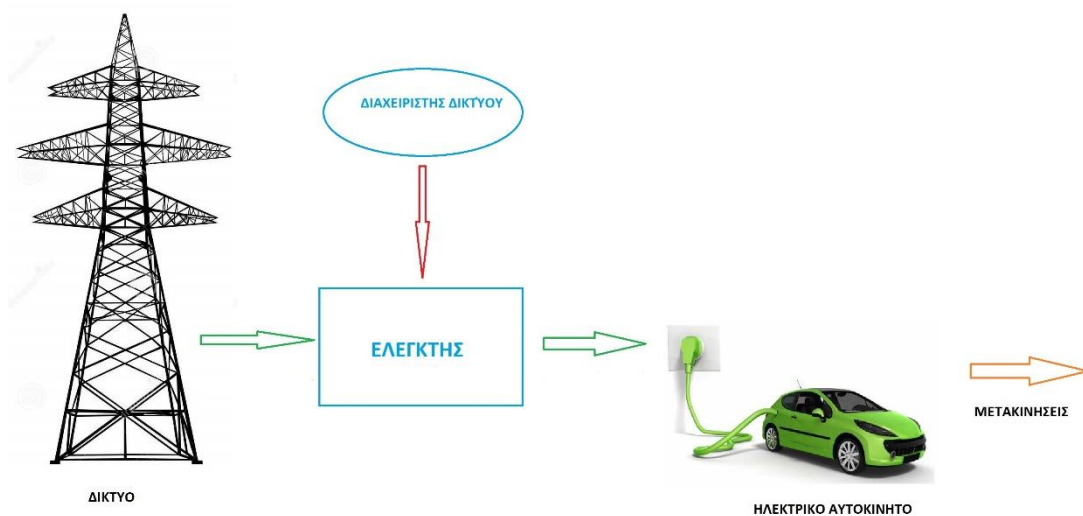
Το παραπάνω σενάριο αντιστοιχεί σε μια τυπική χειμερινή μέρα, όμως οι καμπύλη μιας τυπικής καλοκαιρινής μέρας είναι πολύ διαφορετική επομένως θα χρειαζόταν ένα διαφορετικό ημερήσιο πρόγραμμα περιορισμών και κινήτρων προς τους χρήστες. Επίσης από μέρα σε μέρα υπάρχουν διακυμάνσεις και διαφοροποιήσεις στη ζήτηση ενέργειας οι οποίες μπορούν να οφείλονται σε πληθώρα αναμενόμενων ή μη συμβάντων που επηρεάζουν τη ζήτηση όπως εθνικές αργίες, έκτακτα καιρικά φαινόμενα και άλλα. Επομένως η χρήση ενός στατικού εποχικού συστήματος δεν αποτελεί μια ικανοποιητική λύση για την εξομάλυνση των επιπτώσεων της χρήσης των EVs στο σύστημα 12.

### 1.3 V2G Λειτουργία

Στην προηγούμενη ενότητα διαφαίνεται ότι υπάρχει ανάγκη για μια πιο δυναμική σχέση μεταξύ των EVs και του δικτύου προκειμένου να αντισταθμιστούν οι τεχνικές προκλήσεις που δημιουργούνται από μια υψηλή διείσδυση των EVs στην αγορά. Αυτή η πιο διαδραστική σχέση μπορεί να επιτευχθεί με την εφαρμογή της λειτουργίας Vehicle to Grid (V2G). Με τον όρο V2G εννοείται ένα μοντέλο λειτουργίας που περιλαμβάνει επικοινωνία μεταξύ των EVs και του δικτύου (Grid) με σκοπό τον προγραμματισμό της μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας μεταξύ τους. Στο πλαίσιο της λειτουργίας V2G έχουν αναπτυχθεί δύο τεχνολογίες, της Μονόδρομης V2G Λειτουργίας (Unidirectional V2G) και της Αμφίδρομης V2G Λειτουργίας (Bidirectional V2G). Η εφαρμογή αυτών των τεχνολογιών εγγυάται την σωστή λειτουργία του δικτύου και ειδικότερα η περίπτωση της αμφίδρομης V2G βελτιώνει περαιτέρω χαρακτηριστικά του [13] [14].

### 1.3.1 Μονόδρομη V2G Λειτουργία (Unidirectional V2G)

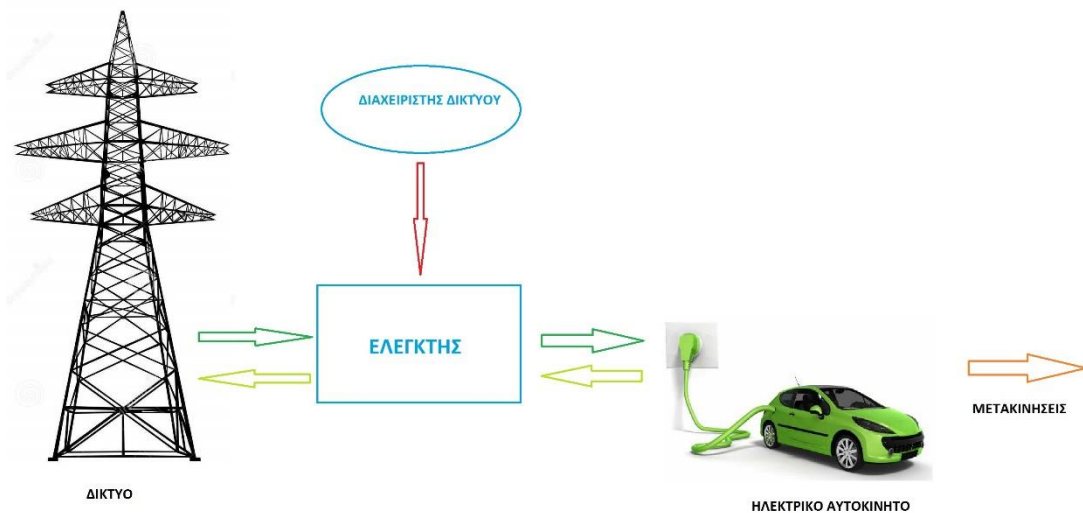
Η μονόδρομη V2G Λειτουργία περιλαμβάνει ροή ισχύος αποκλειστικά από το δίκτυο προς τα EVs. Τα EVs θεωρούνται από το δίκτυο ως μπαταρίες οι οποίες εκφορτίζονται κατά την χρήση των οχημάτων και φορτίζονται όταν είναι σταθμευμένα και σε σύνδεση με το δίκτυο. Με την μονόδρομη V2G τα οχήματα μέσω ενός ελεγκτή δέχονται σήματα από τον διαχειριστή του δικτύου σχετικά με το πότε πρέπει να φορτίζουν και πότε όχι στη διάρκεια της μέρας. Πιο συγκεκριμένα όταν υπάρχει υψηλή ζήτηση ενέργειας τα οχήματα δέχονται εντολή να παύσουν να φορτίζουν έτσι ώστε να μην επιβαρύνουν περαιτέρω το δίκτυο και να προκύπτει μείωση ισχύος αιχμής. Αντιθέτως όταν υπάρχει μειωμένη ζήτηση ενέργειας ο διαχειριστής του δικτύου δίνει εντολή στα οχήματα να φορτίσουν με τη μέγιστη δυνατή ισχύ [15].



Εικόνα 1.3.1 Μονόδρομη V2G λειτουργία

### 1.3.2 Αμφίδρομη V2G Λειτουργία (Bidirectional V2G)

Στην Αμφίδρομη V2G Λειτουργία (Bidirectional V2G) επιτρέπεται η ροή ισχύος αμφίδρομα μεταξύ του δικτύου και των EVs. Τα EVs σε αυτή την περίπτωση θεωρούνται από το δίκτυο ως μπαταρίες οι οποίοι εκφορτίζονται κατά την χρήση των οχημάτων αλλά όταν είναι σταθμευμένα έχουν την δυνατότητα είτε να φορτίζονται είτε να λειτουργούν ως διεσπαρμένη παραγωγή εκφορτίζοντας ενέργεια προς στο δίκτυο. Συγκεκριμένα όταν υπάρχει μεγάλη ζήτηση ενέργειας από το δίκτυο τα EVs που είναι σταθμευμένα δέχονται σήμα να παύσουν να φορτίζουν και σε περίπτωση που η παραγόμενη ενέργεια είναι λιγότερη της ζήτησης τα EVs δέχονται εντολή να προσφέρουν μέρος της αποθηκευμένης τους ενέργειας στο δίκτυο λειτουργώντας έτσι ως εφεδρεία για το σύστημα. Αντιθέτως όταν υπάρχει μειωμένη ζήτηση ενέργειας τα EVs δέχονται εντολή από τον διαχειριστή του δικτύου να φορτίσουν [16].



Εικόνα 1.3.2 Αμφίδρομη V2G λειτουργία

### 1.3.3 Πλεονεκτήματα της V2G λειτουργίας

Η εφαρμογή της V2G λειτουργίας έχει πολλά πλεονεκτήματα τόσο για το δίκτυο όσο και για τους χρήστες των ηλεκτρικών οχημάτων μερικά από τα οποία είναι τα παρακάτω [17] [18] :

1. Μείωση ισχύος αιχμής (peak clipping) , δηλαδή όταν προκύπτει απότομη αύξηση της ζήτησης ενέργειας και απαιτείται αύξηση της παραγωγής , τα EVs συμπληρώνουν ή αντικαθιστούν την παραγωγή ενέργειας από τις εξειδικευμένες γεννήτριες για την κάλυψη του φορτίου αιχμής. Οι εγκαταστάσεις παραγωγής για την κάλυψη του φορτίου αιχμής (peaking power plants) λειτουργούν από λίγες ώρες τη μέρα έως λίγες ώρες το χρόνο αναλόγως με την κατάσταση του εκάστοτε δικτύου χρησιμοποιώντας συνήθως ακριβότερα καύσιμα όπως φυσικό αέριο ή diesel και λόγω αυτού δεν είναι τόσο αποδοτικές από οικονομικής απόψεως όσο η παραγωγή ενέργειας βάσης. Επομένως η αντικατάστασή τους από τα EVs εξοικονομεί σημαντικά ποσά.
2. Εξομάλυνση του φορτίου μέσω γεμίσματος κοιλάδων (valley filling) , δηλαδή η φόρτιση των EVs κατανέμεται έτσι ώστε να μειώνεται η απότομη πτώση της ζήτησης με αποτέλεσμα η καμπύλη φορτίου να έχει μικρότερες διακυμάνσεις στη διάρκεια κάθε ημέρας. Με αυτό τον τρόπο γίνεται ευκολότερη η παραγωγή ενέργειας από τις εγκαταστάσεις εξυπηρέτησης του φορτίου βάσης οι οποίες λειτουργούν με πολύ υψηλές αποδόσεις.
3. Οι επιχειρήσεις που διαχειρίζονται τα ηλεκτρικά δίκτυα γλιτώνουν από τη δημιουργία εφεδρικών μονάδων παραγωγής και αποκτούν υποδομές αποθήκευσης ενέργειας .
4. Η V2G λειτουργία είναι φιλική προς το περιβάλλον.
5. Η αγορά της στρεφόμενης εφεδρείας, μπορεί να είναι προσοδοφόρα για τους ιδιοκτήτες των EVs που συμμετέχουν στη V2G λειτουργία, καθώς θα μπορούν να πληρώνονται ως στρεφόμενη εφεδρεία για πολλές ώρες, αλλά με το να

διατηρούν τα οχήματα τους συνδεδεμένα στο δίκτυο, χωρίς ουσιαστικά να παράγουν πραγματική ενέργεια και να αποφορτίζουν τους συσσωρευτές τους. Αυτό σημαίνει, πως θα πληρώνονται απλά για να προσφέρουν ενέργεια, όποτε αυτό χρειασθεί, κάτι το οποίο σε σωστά διαμορφωμένα δίκτυα δεν είναι συχνό φαινόμενο. Το κόστος λοιπόν που σχετίζεται με τη φθορά του συσσωρευτή είναι πολύ περιορισμένο, ενώ τα κέρδη από τη συμμετοχή στην αγορά μπορεί να είναι αρκετά αυξημένα.

## 2 Παρουσίαση Και Μαθηματική Περιγραφή Του Προβλήματος

Όπως έγινε κατανοητό στο προηγούμενο κεφάλαιο η μονόδρομη V2G λειτουργία είναι πιο εύκολα εφαρμόσιμη με την παρούσα υποδομή των δικτύων και θα εφαρμοστεί χρονικά πρώτη, εντούτοις η αμφίδρομη V2G λειτουργία προσφέρει πολύ σημαντικότερα οφέλη τόσο για το δίκτυο όσο και για τους εμπλεκόμενους ενεργειακούς παίκτες (aggregators, χρήστες αυτοκινήτων) και αποτελεί μακροπρόθεσμα την καλύτερη λύση για τις επιπτώσεις που θα εισάγει η υψηλή διείσδυση των ηλεκτρικών οχημάτων στην αγορά ενέργειας. Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστεί αναλυτικά το μοντέλο εφαρμογής της αμφίδρομης V2G λειτουργίας καθώς και η μαθηματική μοντελοποίηση του για τις ανάγκες του προβλήματος. Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εξετάζεται η διαδικασία της βελτιστοποίησης κατανομής της φόρτισης και εκφόρτισης των EVs , δηλαδή του τρόπου που αποκρίνονται στις εντολές του EVS-Aggregator σε πραγματικό χρόνο και χωρίς σημαντικές αποκλίσεις. Προκειμένου το πρόβλημα να είναι επιλύσιμο στις επόμενες ενότητες θα γίνουν αρκετές παραδοχές με σκοπό την απλούστευση του χωρίς όμως να παραποιείται η πραγματική ουσία της διαδικασίας.

### 2.1 Μοντέλο Εφαρμογής Της Αμφίδρομης V2G Λειτουργίας

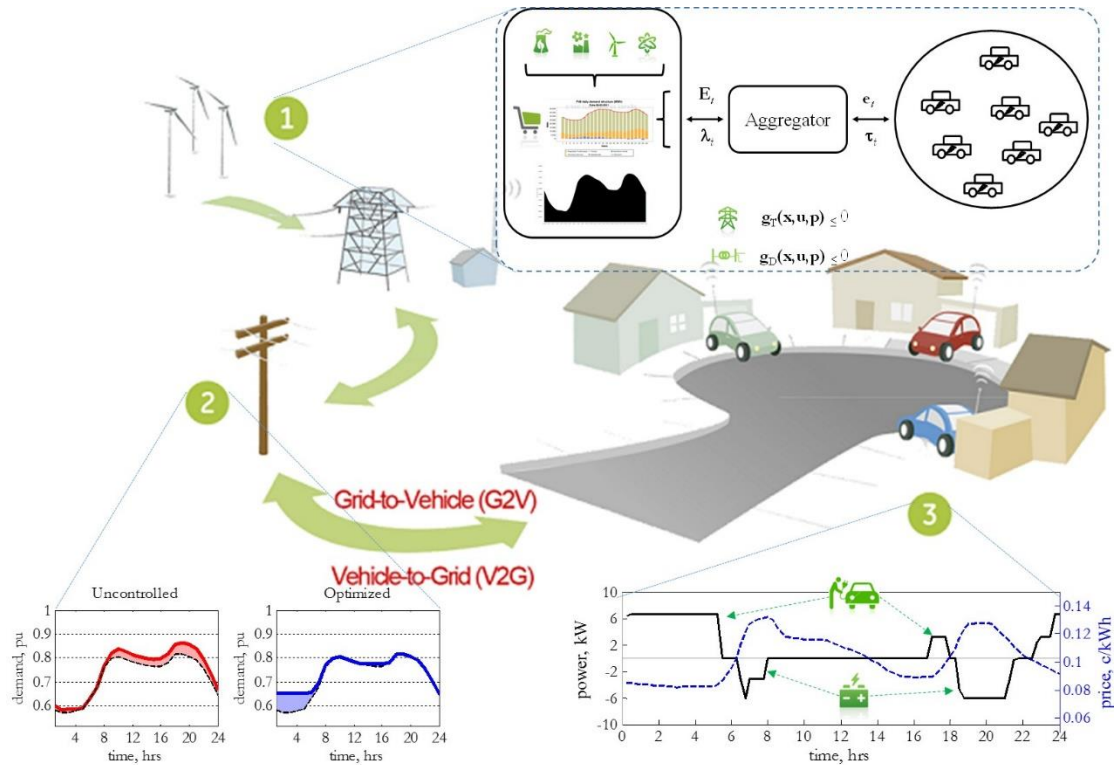
Το μοντέλο εφαρμογής της αμφίδρομης V2G λειτουργίας που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική είναι το μοντέλο που στηρίζεται στην επικοινωνία των EVs με έναν συλλέκτη-πάροχο που ονομάζεται Electric Vehicle Supplier-Aggregator (EVS-A) που παίζει βασικό ρόλο στη λειτουργία αυτού του μοντέλου. Σε αυτό το μοντέλο περιλαμβάνονται οι παρακάτω παράγοντες:

- **Ο συλλέκτης-πάροχος EVS-A** ο οποίος παίζει το ρόλο του μεσάζοντα ανάμεσα στην αγορά ενέργειας και ενός στόλου ηλεκτρικών οχημάτων. Επίσης είναι υπεύθυνος για την ανταλλαγή της ηλεκτρικής ενέργειας μεταξύ των EVs και του δικτύου μέσω συμβολαίων το οποίο συνήθως ισχύει για πολλά σημεία φόρτισης ώστε τα οχήματα να έχουν δυνατότητα φόρτισης-εκφόρτισης σε πληθώρα σημείων παραμένοντας στον ίδιο πάροχο και με τις ίδιες χρεώσεις. Ένας EVS-A είναι απαραίτητος για τη διαχείριση ενός στόλου οχημάτων καθώς μεμονωμένα οχήματα δεν έχουν νόημα για την παροχή ενέργειας στο δίκτυο καθώς προσφέρουν πολύ μικρή ισχύ της τάξης των kW ενώ η χονδρική αγορά ενέργειας είναι της τάξης των MW.
- **Ο ιδιοκτήτης της μπαταρίας** ο οποίος συνήθως είναι ο ίδιος με τον ιδιοκτήτη του οχήματος. Ωστόσο μελλοντικά μπορεί να είναι και οποιοσδήποτε από τους άλλους παράγοντες που περιλαμβάνονται στο μοντέλο λειτουργίας και θα είναι υπεύθυνος για τη σωστή λειτουργία της μπαταρίας καθώς και για την αντικατάσταση όταν αυτή φθαρεί. Σε αυτή την περίπτωση το κόστος λειτουργίας των EVs μειώνεται σημαντικά για τους καταναλωτές και επιδρά σαν επιπλέον κίνητρο για την αγορά τους.

- **Ο πάροχος υπηρεσιών πληροφορικής** (Information Technology/IT service provider), είναι εταιρείες με κατάλληλη εμπειρία στο τομέα της πληροφορικής και των τηλεπικοινωνιών οι οποίες είναι υπεύθυνες για τη διακίνηση πληροφοριών μεταξύ των EVs με τον EVS-A, του EVS-A με τον κεντρικό διαχειριστή του δικτύου και των τελευταίων με τις αγορές. Αυτή η ανταλλαγή πληροφοριών πρέπει να γίνεται σε πραγματικό χρόνο, με μεγάλη ακρίβεια και αξιοπιστία προκειμένου να υπάρχει άμεση απόκριση σε τυχόν έκτακτη ζήτηση για ενέργεια όπως απότομες αιχμές φορτίου, blackout κλπ.
- **Οι ιδιοκτήτες των υποδομών φόρτισης** οι οποίοι μπορεί να ανήκουν σε διάφορες κατηγορίες όπως είναι οι ιδιοκτήτες των οχημάτων, επιχειρήσεις σταθμών φόρτισης, εργοδότες που ενδιαφέρονται για την διευκόλυνση των εργαζομένων και άλλες. Επίσης ιδιοκτήτες των υποδομών φόρτισης μπορεί να είναι δημόσιοι ή ιδιωτικοί φορείς όπως ο διαχειριστής τους συστήματος ή εταιρείες που δραστηριοποιούνται στην αγορά ενέργειας.

Στο αυτό το μοντέλο ο EVS-Aggregator αποτελεί για την αγορά μια εικονική μονάδα διασπαρμένης παραγωγής η ισχύς της οποίας εξαρτάται από τη διαθέσιμη ισχύ του συνόλου των EVs που είναι συνδεδεμένα με το δίκτυο. Από την πλευρά των ηλεκτρικών οχημάτων ο EVS-Aggregator είναι υπεύθυνος για την ανταλλαγή πληροφοριών και εντολών μεταξύ του κεντρικού διαχειριστή του συστήματος και των οχημάτων που σχετίζονται με την προσφορά και τη ζήτηση ισχύος και την επιθυμητή φόρτιση και εκφόρτιση των οχημάτων. Με τις εντολές αυτές ικανοποιούνται οι απαιτήσεις της αγοράς προς τον EVS-Aggregator και καθίσταται δυνατή η ένταξη των EVs στην αγορά ενέργειας ενώ παράλληλα εκπληρώνονται οι ενεργειακές ανάγκες των κατόχων τους. Ωστόσο καίριο σημείο της λειτουργίας του συστήματος πέραν των εντολών είναι η δημιουργία κινήτρων προς τους ιδιοκτήτες των οχημάτων για να έχουν τα αυτοκίνητα τους συνδεδεμένα και διαθέσιμα στο δίκτυο συγκεκριμένες ώρες της ημέρας που απαιτείται μεγαλύτερη παραγωγή ενέργειας από τα EVs. Αυτό επιτυγχάνεται με τη συνεχή ρύθμιση της τιμής πώλησης/αγοράς της ενέργειας από τον διαχειριστή του συστήματος ώστε να ανταποκρίνεται ανάλογα και ο στόλος των EVs. Υψηλότερη τιμή πώλησης συνεπάγεται αυξημένο ενδιαφέρον για εκφόρτιση των οχημάτων προς το δίκτυο και χαμηλότερη τιμή αγοράς ενέργειας οδηγεί σε αυξημένο ενδιαφέρον φόρτισης των οχημάτων από το δίκτυο.





Εικόνα 2.1.1 Απεικόνιση Μοντέλου αμφίδρομης V2G

## 2.2 Μαθηματική Περιγραφή Του Κεντρικού Προβλήματος

Ο EVS-Aggregator στα πλαίσια της λειτουργίας τους είναι υπεύθυνος για την εκτίμηση της βέλτιστης λειτουργίας των οχημάτων η οποία συμβολίζεται  $POP_i(t)$  και μέσω αυτής του δικού του βέλτιστου προφίλ λειτουργίας  $POP_{aggr}(t) = \sum_i POP_i(t)$  το οποίο θεωρείται από τον διαχειριστή του δικτύου ως μια εικονική μονάδα παραγωγής με διαθέσιμη ισχύ  $POP_{aggr}$  για κάθε ώρα  $t$  της ημέρας. Μετά από αυτή την εκτίμηση ο EVS-Aggregator υποβάλλει την διαθέσιμη προσφερόμενη ισχύ μια ημέρα νωρίτερα ώστε να γίνει ο Ημερήσιος Προγραμματισμός Ενέργειας από τον κεντρικό διαχειριστή του δικτύου. Όταν η προσφορά εγκριθεί ο EVS-Aggregator οφείλει να ακολουθήσει το συμφωνημένο προφίλ ισχύος. Τυχόν αποκλίσεις από τη συμφωνηθείσα καμπύλη επιβαρύνουν τον EVS-Aggregator με χρηματικά πρόστιμα.

Αναλυτικότερα για κάθε ώρα της ημέρας ο EVS-Aggregator εκτελεί έναν αλγόριθμο παρακολούθησης της προβλεπόμενης κατανομής ισχύος  $POP_{aggr}^{forecast}(t)$  και με βάση αυτή κατανέμονται με το ελάχιστο δυνατό σφάλμα η φόρτιση/εκφόρτιση των EVs  $POP_i(t)$  μέσα στη μέρα. Ο αλγόριθμος τρέχει για κάθε ώρα  $t$  και για  $k$  επαναλήψεις. Το παραπάνω κεντρικό πρόβλημα ποσοτικοποιείται μαθηματικά από ένα πρόβλημα της μορφής [21] :



$$\begin{aligned} \min_{X_{chi}^v, X_{dchi}^v, u_c, u_d} f_{cent} &= \sum_{t=1}^{24} U \left( \sum_{i=1}^N X_i^v(t) - POP_{aggr}^{for}(t) \right) = \\ &= \sum_{t=1}^{24} \left( \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N X_i^v(t) - POP_{aggr}^{for}(t) \right) \right)^2 \quad (2.1) \end{aligned}$$

Όπου  $X_i^v(t) = X_{chi}^v(t) - X_{dchi}^v(t)$  και η μεταβλητή  $X_{chi}^v(t)$  υποδηλώνει την ισχύ φόρτισης του i-οστού οχήματος την ώρα  $t$  κατά την  $v$  επανάληψη ενώ η μεταβλητή  $X_{dchi}^v(t)$  η ισχύς εκφόρτισης του i-οστού οχήματος την ώρα  $t$  κατά την  $v$  επανάληψη.

Σε αυτό το πρόβλημα ισχύουν οι εξής τεχνικοί περιορισμοί [21] οι οποίοι αναλύονται σε επόμενη ενότητα :

$$h_{1,i} = \sum_{t=1}^{24} (X_{chi}^v(t) \cdot Efi - X_{dchi}^v(t)/Efi) - \sum_{t=1}^{24} Trips_i(t) = 0 \quad (2.1.1)$$

$$g_{1,t} = u_c^v(t) + u_d^v(t) - 1 \leq 0 \quad (2.1.2)$$

$$g_{2,t} = X_{chi}^v(t) - u_c^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq 0 \quad (2.1.3)$$

$$g_{3,t} = X_{dchi}^v(t) - u_d^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq 0 \quad (2.1.4)$$

$$g_{4,i,t} = \sum_{\tau=1}^t (X_{chi}^v(\tau) Efi - X_{dchi}^v(\tau)/Efi) - \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq 0 \quad (2.1.5)$$

$$g_{5,i,t} = - \sum_{\tau=1}^t (X_{chi}^v(\tau) Efi - X_{dchi}^v(\tau)/Efi) - Mc_i + \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq 0 \quad (2.1.6)$$

$$X_{chi}^v(t), X_{dchi}^v(t) \in R_{\geq 0} \text{ και } u_c, u_d \in U_{EV} = \{0, 1\}$$

Όπου:

**Efi** : η απόδοση του φορτιστή των EVs

**Trips**: η κατανάλωση ισχύος λόγω χρήσης του οχήματος μέχρι την ώρα  $t$ .

$U_c/U_d$  : ακέραιες μεταβλητές με τιμές 0 ή 1 που υποδηλώνουν αν το όχημα φορτίζει/εκφορτίζει ως προς το δίκτυο την ώρα  $t$ .

**Plug<sub>i</sub>** : ακέραια μεταβλητή που υποδηλώνει αν το i-οστό EV είναι συνδεδεμένο με το δίκτυο την ώρα  $t$ .

**MP<sub>i</sub>** : μέγιστη ισχύ που απορροφά το i-οστό EV μέσω της παροχής του δικτύου

**Mc<sub>i</sub>** : η μέγιστη χωρητικότητα ενέργειας της μπαταρίας του i-οστού EV

Παρακάτω περιγράφεται αναλυτικότερα η φυσική σημασία κάθε περιορισμού :

**Περιορισμός (2.1.1):**  $h_{1,i} = \sum_{t=1}^{24} \left( X_{chi}^v(t) \cdot Efi - \frac{X_{dchi}^v(t)}{Efi} \right) - \sum_{t=1}^{24} Trips_i(t) = 0$

Όλα τα EVs πρέπει να είναι πλήρως φορτισμένα στο τέλος κάθε εξεταζόμενης περιόδου.

**Περιορισμός (2.1.2):**  $g_{1,i,t} = u_c^v(t) + u_d^v(t) - 1 \leq 0$

Δεν είναι εφικτή η ταυτόχρονη φόρτιση και εκφόρτιση του οχήματος σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

**Περιορισμός (2.1.3):**  $g_{2,i,t} = X_{chi}^v(t) - u_c^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq 0$

Η ισχύς φόρτισης σε μια συγκεκριμένη ώρα δε μπορεί να ξεπερνάει τη μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύ της υποδομής φόρτισης/εκφόρτισης. Συγκεκριμένα πρέπει  $0kW \leq X_{chi}^v(t) \leq 7.2kW$

**Περιορισμός (2.1.4):**  $g_{3,i,t} = X_{dchi}^v(t) - u_d^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq 0$

Η ισχύς εκφόρτισης σε μια συγκεκριμένη ώρα δε μπορεί να ξεπερνάει τη μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύ της υποδομής φόρτισης/εκφόρτισης. Συγκεκριμένα πρέπει  $0kW \leq X_{dchi}^v \leq 7.2kW$

**Περιορισμοί (2.1.5), (2.1.6) :**

$$g_{4,i,t} = \sum_{\tau=1}^t \left( X_{chi}(\tau)Efi - \frac{X_{dchi}(\tau)}{Efi} \right) - \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq 0$$

$$g_{5,i,t} = - \sum_{\tau=1}^t \left( X_{chi}(\tau)Efi - \frac{X_{dchi}(\tau)}{Efi} \right) - Mc_i + \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq 0$$

Σε κάθε ώρα της ημέρας οι μπαταρίες πρέπει να λειτουργούν μέσα στα επιτρεπόμενα όρια τους. Συγκεκριμένα πρέπει  $0 \leq Mc_i + \sum_{\tau=1}^t \{X_{chi}^v(t) - X_{dchi}^v(t)\} - \sum_{\tau=1}^t Trip_i^v(\tau) \leq Mc_i$ .

## 2.2.1 Μαθηματική Περιγραφή Του Αποκεντρωμένου Προβλήματος

Αποδεικνύεται μαθηματικά [21] ότι μετά από απλοποιήσεις και μετασχηματισμούς προκύπτει το παρακάτω ισοδύναμο αποκεντρωμένο πρόβλημα το οποίο βασίζεται σε σήματα εικονικών τιμών ενέργειας μέσα στη μέρα με σκοπό την προσέγγιση των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs στο επιθυμητό προφίλ. Οι τιμές αυτές είναι διαφορετικές από τις τιμές αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, σχετίζονται μόνο με την υλοποίηση του αποκεντρωμένου αλγορίθμου και δεν χρησιμοποιούνται για την τιμολόγηση της ενέργειας. Οι εικονικές αυτές τιμές επιτρέπουν στον aggregator να ελαχιστοποιήσει την απόκλιση του πραγματικού προφίλ λειτουργίας των οχημάτων εν συγκρίσει με το προβλεπόμενο ,κατευθύνοντας έμμεσα την λειτουργία τους. Ως εκ τούτου διακρίνονται δύο επίπεδα αποφάσεων: το τοπικό επίπεδο και το κεντρικό. Σε τοπικό επίπεδο, το κάθε όχημα καθορίζει τη λειτουργία του βάσει των ενεργειακών αναγκών του, του προφίλ μετακίνησης του και των εικονικών τιμών που επικοινωνεί ο aggregator με σκοπό να ελαχιστοποιήσει το κόστος φόρτισης. Σε κεντρικό επίπεδο, ο aggregator επηρεάζει τις τοπικές αποφάσεις μέσω των εικονικών τιμών με σκοπό να κατευθύνει την συνολική καμπύλη λειτουργίας των οχημάτων κοντά στην επιθυμητή.

Αρχικά γίνεται ο υπολογισμός των εικονικών τιμών ενέργειας για κάθε ώρα της ημέρας που περιγράφεται από τη σχέση [21]:

$$\mathbf{p}^v(t) = \boldsymbol{\gamma} * \left( \sum_{i=1}^N \{ \mathbf{X}_{chi}^{v-1}(t) - \mathbf{X}_{dchi}^{v-1}(t) \} - \mathbf{POP}_{aggr}^{for}(t) \right) \quad (2.2)$$

Όπου  $\mathbf{X}_{chi}^{v-1}(t) \geq \mathbf{0}$  και  $\mathbf{X}_{dchi}^{v-1}(t) \geq \mathbf{0}, \forall i, t$ .

Η μεταβλητή  $\mathbf{X}_{chi}^{v-1}(t)$  είναι ίση με την απόλυτη τιμή ισχύος φόρτισης του  $i$ -οστού οχήματος για την χρονική στιγμή  $t$ , όπως προέκυψε από την επίλυση του προβλήματος στην προηγούμενη  $v-1$  επανάληψη. Η μεταβλητή  $\mathbf{X}_{dchi}^{v-1}(t)$  είναι ίση με την απόλυτη τιμή ισχύος εκφόρτισης προς το δίκτυο του  $i^{ov}$  οχήματος για την χρονική στιγμή  $t$  όπως προέκυψε από την επίλυση του προβλήματος στην προηγούμενη  $v-1$  επανάληψη. Για τον πρώτο κύκλο οι μεταβλητές  $\mathbf{X}_{chi}^0(t)$  και  $\mathbf{X}_{dchi}^0(t)$  θεωρούνται μηδενικές  $\forall i, t$  άρα :

$$\mathbf{v} = \mathbf{1} \rightarrow \mathbf{p}^1(t) = -\boldsymbol{\gamma} * \mathbf{POP}_{aggr}^{forecast}(t)$$

Η παράμετρος  $\boldsymbol{\gamma}$  επηρεάζει την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου και αφού οριστεί η κατάλληλη τιμή της, παραμένει σταθερή κατά την επίλυση του προβλήματος. Επομένως η παραπάνω σχέση υπολογίζει τις τιμές πώλησης της ενέργειας για κάθε ώρα της ημέρας ως το αλγεβρικό άθροισμα για τα  $N$  οχήματα της διαφοράς των φορτίσεων/εκφορτίσεων της προηγούμενης επανάληψης με το προβλεπόμενο προφίλ  $\mathbf{POP}_{aggr}^{for}$  του διαχειριστή.

Στη συνέχεια επιλύεται το πρόβλημα βέλτιστης κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs με βάση το προκαθορισμένο προφίλ  $\mathbf{POP}_{aggr}^{forecast}(t)$  και τις τιμές ενέργειας, από τη λύση του οποίου προκύπτουν οι τιμές των  $\mathbf{X}_{chi}^v(t), \mathbf{X}_{dchi}^v(t)$ . Το πρόβλημα βέλτιστης κατανομής ορίζεται ως [21] :

$$\left[ \mathbf{X}_{chi}^v(t), \mathbf{X}_{dchi}^v(t) \right] = \underset{\mathbf{X}_{chi}^v(t), \mathbf{X}_{dchi}^v(t), \mathbf{u}_c^v, \mathbf{u}_d^v}{\min} \left\{ \mathbf{f}_i^v(t, \mathbf{X}_i^v, \mathbf{X}_i^{v-1}, \mathbf{u}_c^v, \mathbf{u}_d^v) \right\} \quad (2.3)$$

Όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι :

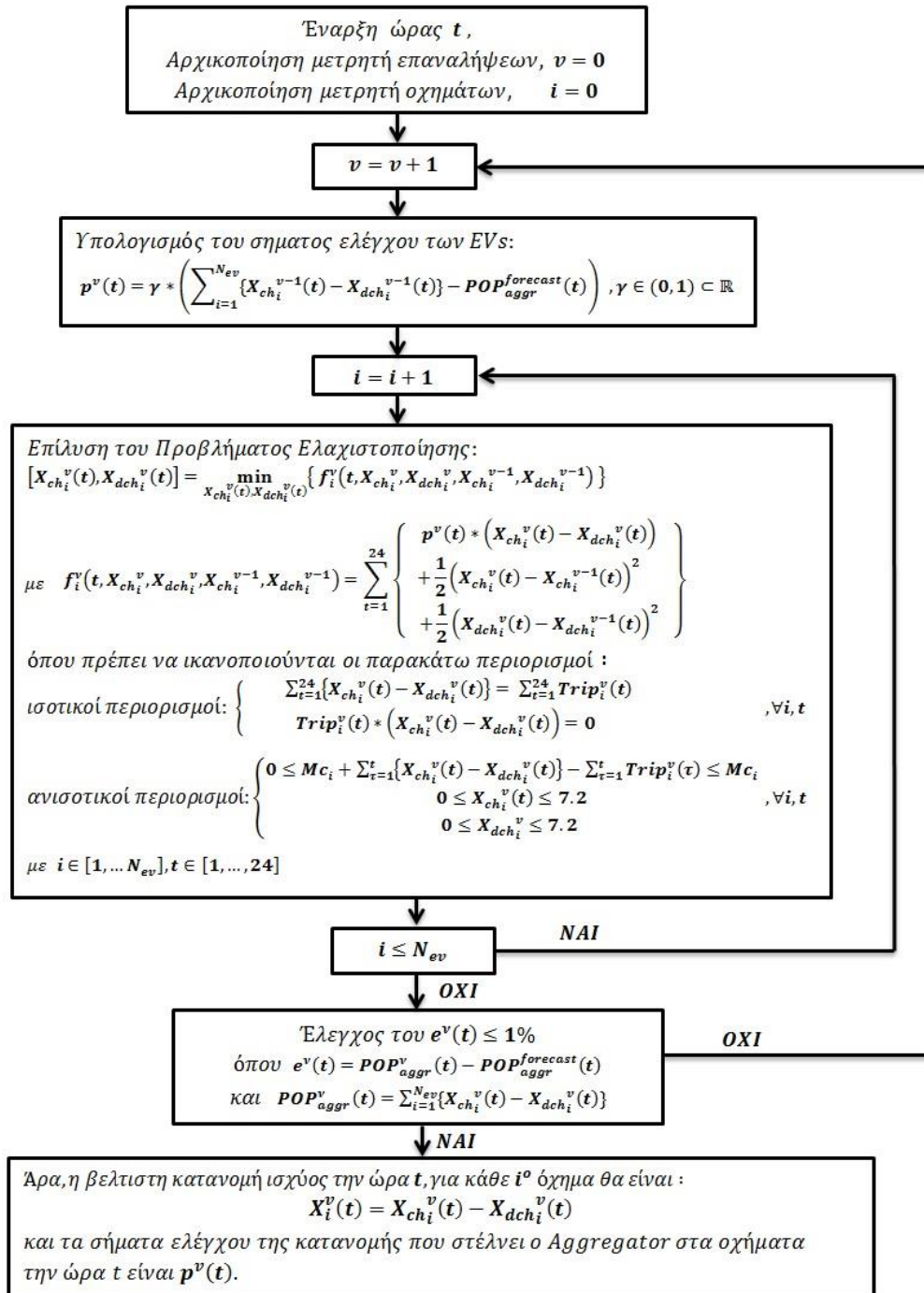
$$\mathbf{f}_i^v(t, \mathbf{X}_{chi}^v, \mathbf{X}_{dchi}^v, \mathbf{X}_{chi}^{v-1}, \mathbf{X}_{dchi}^{v-1}) = \sum_{t=1}^{24} \left\{ \mathbf{p}^v(t) \mathbf{X}_i^v(t) + \frac{1}{2} \left( \mathbf{X}_i^v(t) - \mathbf{X}_i^{v-1}(t) \right)^2 \right\} \quad (2.4)$$

Με τα  $\mathbf{X}_{chi}^v(t), \mathbf{X}_{dchi}^v(t)$  και τα  $\mathbf{X}_{chi}^{v-1}(t), \mathbf{X}_{dchi}^{v-1}(t)$  όπως ορίστηκαν παραπάνω.

Οι περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιούνται είναι οι ίδιοι με τους αρχικούς που παρουσιάστηκαν παραπάνω δηλαδή οι εξισώσεις (2.1.1) έως (2.1.6).

Από την επίλυση των παραπάνω δύο υποπροβλημάτων προκύπτει η καμπύλη  $\mathbf{POP}_{aggr}^v(t) = \sum_{i=1}^{N_{ev}} \{ \mathbf{X}_{chi}^v(t) - \mathbf{X}_{dchi}^v(t) \}$  για την  $v$  επανάληψη και ο σκοπός είναι να ταυτίζεται όσο το δυνατόν περισσότερο με την καμπύλη  $\mathbf{POP}_{aggr}^{forecast}(t)$ . Αν το

σφάλμα είναι μεγαλύτερο του επιθυμητού επαναλαμβάνεται η διαδικασία επίλυσης και ο EVS-A υπολογίζει τις νέες τιμές ενέργειας και επαναλαμβάνεται η επίλυση του προβλήματος έως ότου επιτευχθεί η επιθυμητή σύγκλιση. Στην εικόνα 2.2.1 απεικονίζεται ένα συνοπτικό διάγραμμα ροής του αλγορίθμου επίλυσης του προβλήματος κατανομής φορτίσεων/εκφορτίσεων.



Εικόνα 2.2.1 Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Κατανομής Φορτίσεων/Εκφορτίσεων [19]

Είναι εμφανές ότι το πρόβλημα βέλτιστης κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs εμπίπτει στην κατηγορία των μη γραμμικών προβλημάτων μικτού ακεραίου (Mixed Integer Non Linear Problem-MINLP) καθώς εμπεριέχει μη γραμμικές σχέσεις και συνδυασμό πραγματικών ( $X_{ch_i}^v(t), X_{dch_i}^v(t) \in R_{\geq 0}$ ) και ακέραιων ( $u_c, u_d \in U_{EV} = \{0,1\}$ ) μεταβλητών. Στα επόμενα κεφάλαια θα παρουσιαστούν αναλυτικά οι δύο αλγοριθμικές μέθοδοι που εφαρμόστηκαν για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος.

## 3 Μέθοδος Generalized Benders Decomposition

### 3.1 Θεωρητική Τεκμηρίωση

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλυθούν οι αρχές και ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος με την μέθοδο Generalized Benders Decomposition (στο εξής GBD), η οποία επιλύει μη γραμμικά προβλήματα μικτών ακεραίων όπως αυτό που εξετάζεται στην παρούσα διπλωματική.

#### 3.1.1 Τυποποίηση

Η μέθοδος GBD επιλύει προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού και βελτιστοποίησης της μορφής [20] :

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & f(x,y) \quad (3.1) \\ \text{s.t.} \quad & h(x,y) = 0 \\ & g(x,y) \leq 0 \\ & x \in X \subseteq R^n \\ & y \in Y = \{0,1\} \end{aligned}$$

υπό τους παρακάτω περιορισμούς:

**Π1:** Το  $X$  είναι ένα μη κενό κυρτό σύνολο και οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι κυρτές για κάθε σταθερή τιμή του  $y \in Y = \{0,1\}$ , ενώ οι συναρτήσεις  $h$  είναι γραμμικές για κάθε σταθερή τιμή του  $y \in Y = \{0,1\}$ .

**Π2:** Το σύνολο

$$Zy = \{z \in R : h(x,y) = 0, g(x,y) \leq 0, \text{ για κάποιο } x \in X\},$$

Είναι κλειστό σύνολο για κάθε σταθερή τιμή του  $y \in Y$ .

**Π3:** Για κάθε σταθερή τιμή του  $y \in Y \cap V$ , όπου

$$V = \{y : h(x,y) = 0, g(x,y) \leq 0, \text{ για κάποιο } x \in X\},$$

ισχύει μία από τις παρακάτω συνθήκες :

- i) Το παραπάνω πρόβλημα έχει πεπερασμένη λύση και έχει και ένα διάνυσμα πολλαπλασιαστών Lagrange για τους ισοτικούς και ανισοτικούς περιορισμούς αντίστοιχα .
- ii) Το παραπάνω πρόβλημα είναι μη φραγμένο και δεδομένου αυτού , η τιμή της αντικειμενικής του συνάρτησης τείνει στο  $-\infty$ .

### 3.1.2 Βασική Ιδέα

Η βασική ιδέα της μεθόδου GBD είναι η παραγωγή σε κάθε επανάληψη ενός άνω και ενός κάτω φράγματος. Το άνω φράγμα προκύπτει από την επίλυση του Primal Problem και το κάτω φράγμα από την επίλυση του Master Problem σε κάθε επανάληψη. Το Primal Problem αντιστοιχεί στο αρχικό πρόβλημα με δοσμένες τιμές στις μεταβλητές  $y$  και άγνωστες τις μεταβλητές  $x$ , από την επίλυση του οποίου προκύπτουν οι πολλαπλασιαστές Lagrange που σχετίζονται με τους ισοτικούς και ανισοτικούς περιορισμούς καθώς και το άνω φράγμα. Το Master Problem χρησιμοποιεί του πολλαπλασιαστές Lagrange και τις υπολογισμένες πλέον τιμές των  $x$  που προέρχονται από το Primal Problem και η επίλυση του παρέχει το νέο σύνολο τιμών των μεταβλητών  $y$  καθώς και το κάτω φράγμα. Καθώς οι επαναλήψεις προχωρούν δημιουργούνται ακολουθίες από συνεχώς φθίνοντα πάνω φράγματα και από συνεχώς αύξοντα κάτω φράγματα τα οποία τελικά συγκλίνουν σε μία τιμή που είναι και η λύση του δοθέντος προβλήματος.

### 3.1.3 Primal Problem

Το Primal Problem επιλύεται έχοντας στις μεταβλητές  $y$  ένα συγκεκριμένο συνδυασμό 0-1 τιμών οι οποίες συμβολίζονται ως  $y^k$  όπου  $k$  ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης. Επομένως η μορφή του Primal Problem στην επανάληψη  $k$  είναι:

$$\begin{aligned} \min_x f(x, y^k) \quad (3.2) \\ \text{s. t. } \quad h(x, y^k) = 0 \\ g(x, y^k) \leq 0 \\ x \in X \subseteq R^n \end{aligned}$$

Με αυτό τον τρόπο προκύπτουν οι δύο περιπτώσεις (i) του επιλύσιμου και (ii) του μη επιλύσιμου Primal Problem οι οποίες αντιμετωπίζονται διαφορετικά και περιγράφονται παρακάτω ως εξής:

#### Περίπτωση (i): Επιλύσιμο Primal Problem

Αν το Primal Problem στην επανάληψη  $k$  επιλύεται τότε από τη λύση του προκύπτει η τιμή  $x^k$  και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $f(x^k, y^k)$  που αποτελεί και το άνω φράγμα σε αυτή την επανάληψη, καθώς και οι πολλαπλασιαστές Lagrange  $\lambda^k, \mu^k$  για τους ισοτικούς και ανισοτικούς περιορισμούς αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας αυτές τις τιμές μπορεί να φτιαχτεί η συνάρτηση Lagrange ως εξής:

$$L(x, y, \lambda^k, \mu^k) = f(x, y) + \lambda^k h(x, y) + \mu^k g(x, y)$$

#### Περίπτωση (ii): Μη Επιλύσιμο Primal Problem

Αν ο αλγόριθμος που επιλύει το μη γραμμικό πρόβλημα ανιχνεύσει ότι το Primal Problem είναι μη επιλύσιμο τότε λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς :

$$h(x, y^*) = 0$$

$$g(x, y^*) \leq 0$$

$$x \in X \subseteq \mathbb{R}^n$$

καθώς και το πλήθος  $p$  των περιορισμών που παραβιάζονται διαμορφώνεται το παρακάτω πρόβλημα εύρεσης αποδεκτού σημείου λύσης (Feasibility Subproblem):

$$\min_x \sum_{j=1}^p a_j \quad (3.3)$$

$$s. t. \quad h(x, y^*) = 0$$

$$g(x, y^*) \leq a_j \quad j=1,2,\dots,p$$

$$a_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,p$$

από το οποίο προκύπτουν αποδεκτά σημεία λύσης καθώς και οι πολλαπλασιαστές Lagrange οι οποίοι σε αυτή την περίπτωση συμβολίζονται ως  $\bar{\lambda}^k, \bar{\mu}^k$  για να ξεχωρίζουν από τους αντίστοιχους που έχουν προκύψει από επιλύσιμη περίπτωση του Primal Problem. Με βάση αυτά προκύπτει και η αντίστοιχη συνάρτηση Lagrange όμοια με πριν ως εξής:

$$\bar{L}(x, y, \bar{\lambda}^k, \bar{\mu}^k) = \bar{\lambda}^k h(x, y) + \bar{\mu}^k g(x, y)$$

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι άνω φράγμα προκύπτει μόνο από την περίπτωση που το Primal Problem είναι επιλύσιμο.

### 3.1.4 Master Problem

Το Master Problem χρησιμοποιεί ως δεδομένα τα αποτελέσματα του Primal Problem και πιο συγκεκριμένα τις τιμές  $x^k$  καθώς και τους πολλαπλασιαστές  $\lambda^k, \mu^k$  (ή  $\bar{\lambda}^k, \bar{\mu}^k$  αν προέρχονται από αρχικά μη επιλύσιμη περίπτωση) απ' όπου προκύπτει και η εκάστοτε συνάρτηση Lagrange  $L$  (ή  $\bar{L}$  αντίστοιχα). Με αυτά τα δεδομένα επιλύεται ένα πρόβλημα με την εξής μορφή 20 :

$$\min_{y, \mu} \quad \mu \beta \quad (3.4)$$

$$s. t. \quad \mu \beta \geq \min_x L(x, y, \lambda^k, \mu^k) \quad \forall \lambda, \mu \geq 0$$

$$0 \geq \min_x \bar{L}(x, y, \bar{\lambda}^k, \bar{\mu}^k) \quad \forall \lambda, \mu \geq 0$$

Από την επίλυση του Master Problem προκύπτουν οι νέες τιμές των  $y$  δηλαδή οι τιμές που θα χρησιμοποιηθούν στην  $k+1$  επανάληψη του Primal Problem καθώς και το κάτω φράγμα κάθε επανάληψης.



## 3.2 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου και Παράδειγμα

Παρακάτω θα δοθεί η συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου GBD σε βήματα καθώς και ένα σύντομο αριθμητικό παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση του.

### 3.2.1 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου

Υποθέτοντας ότι το αρχικό πρόβλημα έχει μια πεπερασμένη βέλτιστη λύση, ο αλγόριθμος GBD έχει ως εξής:

**Βήμα 1:** Έστω μια αρχική τιμή για τις μεταβλητές  $y = y^1 \in Y = \{0,1\}$  (έστω ότι έχουμε αρχικές τιμές που οδηγούν σε επιλύσιμο Primal Problem). Επιλύεται το Primal Problem από το οποίο προκύπτουν οι τιμές  $x^1$ , η τιμή του πρώτου άνω φράγματος (Upper Bound)  $UBD = f(x^1, y^1)$  καθώς και τα διανύσματα των πολλαπλασιαστών Lagrange  $\lambda^1, \mu^1$ . Επιλέγεται το επιθυμητό σφάλμα σύγκλισης  $\epsilon \geq 0$ .

**Βήμα 2:** Επιλύεται το Master Problem χρησιμοποιώντας τις τιμές των  $x^1, \lambda^1, \mu^1$

$$\begin{aligned} \min_{y, \mu} \quad & \mu_B \\ \text{s. t.} \quad & \mu \geq \min_x L(x, y, \lambda^1, \mu^1) \quad \forall \lambda, \mu \geq 0 \end{aligned}$$

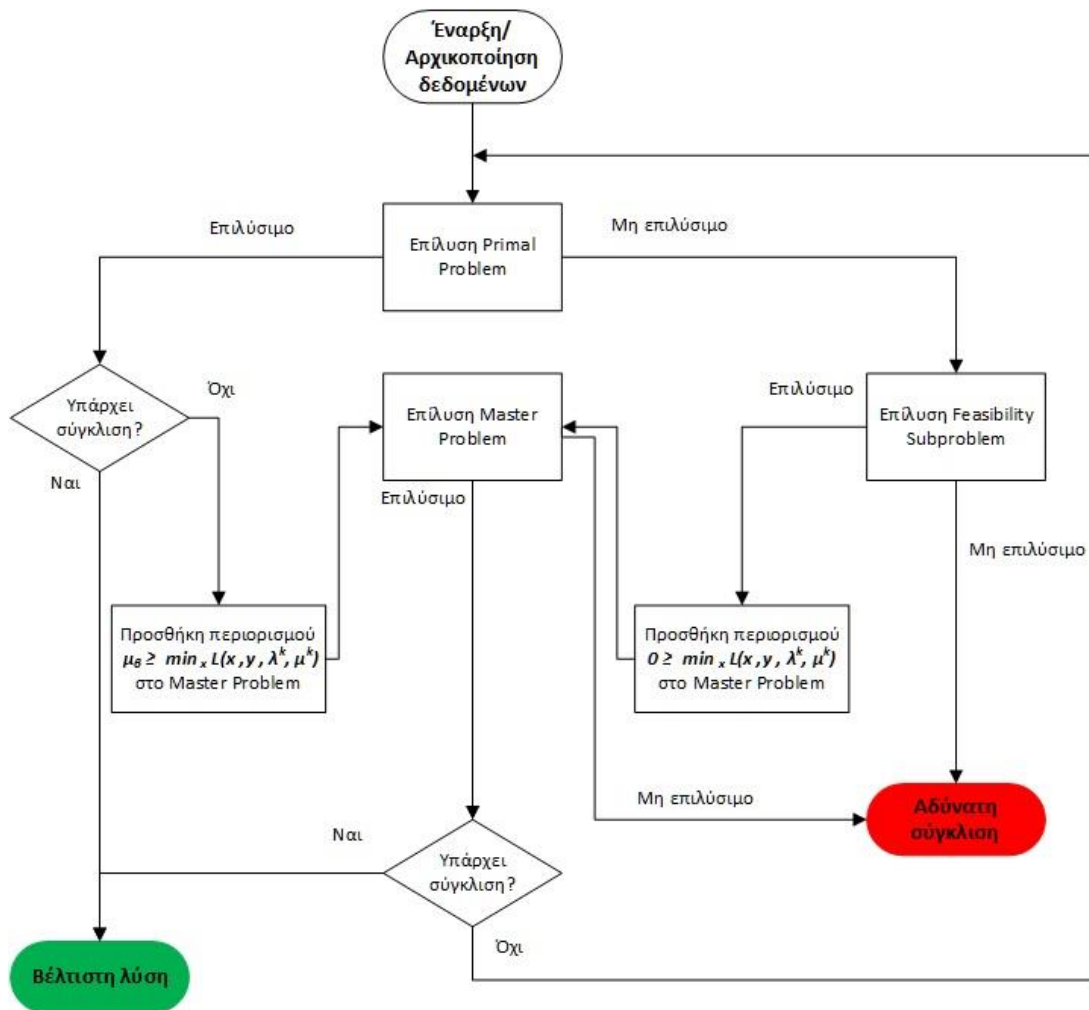
Έστω οι λύσεις παίρνουν τις τιμές  $y^2$  και  $\mu_B$  απ' όπου προκύπτει το τρέχον κάτω φράγμα (Lower Bound) ως  $LBD = \max\{LBD, \mu_B\}$ . Αν ισχύει ότι  $UBD - LBD \leq \epsilon$  τότε ο αλγόριθμος τερματίζει.

**Βήμα 3:** Επιλύεται το Primal Problem για τις τιμές  $y^2$  απ' όπου προκύπτουν δύο περιπτώσεις:

**Βήμα 3<sup>α</sup>- Επιλύσιμο Primal Problem:** Από την επίλυση του Primal Problem προκύπτουν οι τιμές  $x^2$  καθώς και τα διανύσματα των πολλαπλασιαστών Lagrange  $\lambda, \mu$ . Επίσης ελέγχεται και ενημερώνεται αν χρειασθεί το τρέχον άνω φράγμα μέσω της σχέσης  $UBD = \min\{UBD, f(x^2, y^2)\}$ . Αν ισχύει  $UBD - LBD \leq \epsilon$  τότε ο αλγόριθμος τερματίζει. Αλλιώς  $\lambda^2 = \lambda$  και  $\mu^2 = \mu$ . Επιστροφή στο Βήμα 2 για  $k=2$  και με περιορισμό  $\mu_B \geq \min_x L(x, y, \lambda^2, \mu^2)$ .

**Βήμα 3<sup>β</sup>- Μη Επιλύσιμο Primal Problem:** Το Primal Problem δεν επιλύεται για τις τιμές  $y = y^2$  οπότε επιλύεται το Feasibility Subproblem ώστε να βρεθούν οι πολλαπλασιαστές  $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$ . Έτσι προκύπτουν  $\bar{\lambda}^2 = \bar{\lambda}$  και  $\bar{\mu}^2 = \bar{\mu}$ . Επιστροφή στο Βήμα 2 για  $k=2$  και με περιορισμό  $0 \geq \min_x \bar{L}(x, y, \bar{\lambda}^2, \bar{\mu}^2)$ .

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχουν και άλλες αιτίες για να τερματιστεί ο αλγόριθμος, όπως το Feasibility Subproblem να μην βρει αποδεκτό σημείο λύσης, το να μην επιλύεται Master Problem κλπ. Όμως αυτές οι περιπτώσεις σε ένα πρόβλημα που πληροί τις αρχικές προϋποθέσεις είναι πιο σπάνιες και δε θα αναλυθούν εδώ περαιτέρω. Στην εικόνα 3.2.1 απεικονίζεται ένα συνοπτικό διάγραμμα ροής της αλγοριθμικής μεθόδου GBD.



Εικόνα 3.2.1 Διάγραμμα Ροής Μεθόδου GBD

### 3.2.2 Αριθμητικό Παράδειγμα

Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου GBD δίνεται παρακάτω ένα πολύ απλό αριθμητικό παράδειγμα το οποίο σαφώς δεν ανταποκρίνεται στην πολυπλοκότητα που δύναται να αντιμετωπίσει αυτή η μέθοδος στην πραγματικότητα. Έτσι έχουμε το εξής πρόβλημα:

$$\min_{x,y} -y + 2x - \ln(0.5x)$$

$$\text{s. t. } -x - \ln(0.5x) + y \leq 0$$

$$0.5 \leq x \leq 1.4$$

$$y = \{0,1\}$$

**Βήμα 1:** Έστω ότι  $y^1 = 0$ .

Επιλύεται το Primal Problem για  $k=1$ .

$$\begin{aligned} \min_{x^1} \quad & 2x^1 - \ln(0.5x^1) \\ \text{s. t.} \quad & -x^1 - \ln(0.5x^1) \leq 0 \\ & 0.5 \leq x^1 \leq 1.4 \end{aligned}$$

Το οποίο έχει λύση :

$$\begin{aligned} x^1 &= 0.853 \\ \mu^1 &= 0.381 \\ f(x^1, y^1) &= 2.558 \end{aligned}$$

(εδώ έχουμε μόνο μ πολλαπλασιαστική γιατί έχουμε μόνο ανισοτικούς περιορισμούς)

Το άνω φράγμα προκύπτει  $UBD = f(x^1, y^1) = 2.558$ .

**Βήμα 2:** Υπολογίζεται η συνάρτηση Lagrange :

$$L = -y + 2x^1 - \ln(0.5x^1) + 0.381(-x^1 - \ln(0.5x^1) + y)$$

και στη συνέχεια επιλύεται το Master Problem:

$$\begin{aligned} \min_{y^2, \mu\beta} \quad & \mu\beta \\ \text{s. t.} \quad & \mu\beta \geq \min(-y + 2x^1 - \ln(0.5x^1) + 0.381(-x^1 - \ln(0.5x^1) + y)) = -y + 0.381y + 2.558 \\ & y \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Το οποίο έχει λύση :

$$\begin{aligned} y^2 &= 1 \\ \mu\beta &= 1.939 \end{aligned}$$

Άρα το κάτω φράγμα προκύπτει  $LBD = \mu\beta = 1.939$ .

**Βήμα 3:** Επιλύεται το Primal Problem για  $y^2 = 1$  το οποίο έχει λύση:

$$\begin{aligned} x^2 &= 1.375 \\ \mu^2 &= 0.7368 \\ f(x^2, y^2) &= 2.124 \end{aligned}$$

και νέο άνω φράγμα  $UBD = \min(2.558, 2.124) = 2.124$ . Εδώ τερματίζει ο αλγόριθμος καθώς έχουν εξετασθεί όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί 0-1 για το  $y$ , κάτι που προφανώς σε ένα πραγματικής κλίμακας πρόβλημα δεν είναι πιθανό σενάριο καθώς εκεί οι αιτίες τερματισμού σχετίζονται με την σύγκλιση του άνω και κάτω φράγματος σε μια τιμή.

### 3.3 Εφαρμογή Της Μεθόδου GBD Στο Πρόβλημα

Παρακάτω θα παρουσιαστεί η εφαρμογή της μεθόδου GBD στο πρόβλημα βέλτιστης κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs όπως ορίστηκε στο κεφάλαιο 2. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε παράγει αποτελέσματα με βάση τα δεδομένα εισόδου για κάθε όχημα ξεχωριστά και αφού συγκλίνει σε μια λύση προχωράει στην επίλυση του προβλήματος για το επόμενο όχημα. Με αυτό τον τρόπο προκύπτουν οι κατανομές φόρτιση/εκφόρτιση από και προς το δίκτυο για το σύνολο  $N$  οχημάτων.

#### 3.3.1 Εφαρμογή Του Primal Problem

Το Primal Problem της κατανομής με τη μέθοδο GBD είναι το εξής:

$$\begin{aligned} \min_{X_{chi}^v(t), X_{dchi}^v(t)} \{f_i^v(t, X_i^v, X_i^{v-1})\} = \\ = c^T X_{chi}^v + d^T X_{dchi}^v + \frac{1}{2}(X_{chi}^v)^T Q X_{chi}^v + \frac{1}{2}(X_{chi}^v)^T R X_{dchi}^v + \frac{1}{2}(X_{dchi}^v)^T S X_{dchi}^v + ct \end{aligned} \quad (3.5)$$

Όπου

$$\begin{aligned} ct &= \frac{1}{2}(X_{chi}^{v-1} - X_{dchi}^{v-1})^2, \\ c &= p^v - X_{chi}^{v-1} + X_{dchi}^{v-1}, \\ d &= -c, \\ Q_{TxT} &= \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ 0 & \text{for } i \neq j \end{cases}, \\ R &= -Q_{TxT}, S = Q \end{aligned}$$

Και τους εξής περιορισμούς όπως παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2 :

$$h_{1,i} = \sum_{t=1}^T (X_{chi}^v(t) \cdot Efi - X_{dchi}^v(t)/Efi) - \sum_{t=1}^T Trips_i(t) = 0 \quad (3.5.1)$$

$$g_{2,i,t} = X_{chi}^v(t) - u_c^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq 0 \quad (3.5.3)$$

$$g_{3,i,t} = X_{dchi}^v(t) - u_d^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq 0 \quad (3.5.4)$$

$$g_{4,i,t} = \sum_{\tau=1}^t (X_{chi,i}(\tau)Efi - X_{dchi,i}(\tau)/Efi) - \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq 0 \quad (3.5.5)$$

$$g_{5,i,t} = -\sum_{\tau=1}^t (X_{chi}(\tau)Efi - X_{dchi}(\tau)/Efi) - Mc_i + \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq 0 \quad (3.5.6)$$

$$X_{chi}^v(t), X_{dchi}^v(t) \in R_{\geq 0} \text{ και } u_c, u_d \in U_{EV} = \{0,1\}$$

Στο Primal Problem για την πρώτη επανάληψη οι τιμές των  $u_c^v$  και  $u_d^v$  θεωρούνται όλες 1 και 0 αντίστοιχα ενώ στις επόμενες επαναλήψεις παίρνουν τις τιμές που προκύπτουν από την επίλυση του Master Problem.

Στην περίπτωση που το Primal Problem είναι μη επιλύσιμο τότε επιλύεται το ισοδύναμο Feasibility Subproblem το οποίο είναι της μορφής :

$$\min_{X_{chi}^v(t), X_{dchi}^v(t), a_r} \sum_{j=1}^p a_j \quad (3.6)$$

Με τους παρακάτω περιορισμούς :

$$h_{1,i} = \sum_{t=1}^T (X_{chi}^v(t) \cdot Efi - X_{dchi}^v(t)/Efi) - \sum_{t=1}^T Trips_i(t) = 0 \quad (3.6.1)$$

$$g_{2,i,t} = X_{chi}^v(t) - u_c^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq a_j \quad (3.6.3)$$

$$g_{3,i,t} = X_{dchi}^v(t) - u_d^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq a_j \quad (3.6.4)$$

$$g_{4,i,t} = \sum_{\tau=1}^t (X_{chi}(\tau)Efi - X_{dchi}(\tau)/Efi) - \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq a_j \quad (3.6.5)$$

$$g_{5,i,t} = -\sum_{\tau=1}^t (X_{chi}(\tau)Efi - X_{dchi}(\tau)/Efi) - Mc_i + \sum_{\tau=1}^t Trips_i(\tau) \leq a_j \quad (3.6.6)$$

Από την επίλυση του Primal ή του Feasibility Subproblem προκύπτουν οι τιμές των μεταβλητών  $X_{chi}^v$  και  $X_{dchi}^v$  για το N-οστό όχημα για κάθε ώρα της ημέρας, το UBD καθώς και οι τιμές των πολλαπλασιαστών Lagrange  $\lambda, \mu$  αν προέρχονται από το Primal και  $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$  αν προέρχονται από το Feasibility Subproblem. Εάν η διαφορά UBD-LBD είναι μικρότερη του επιθυμητού σφάλματος σύγκλισης τότε ο αλγόριθμος τερματίζει και εξετάζεται το επόμενο όχημα του στόλου των EVs αλλιώς ο αλγόριθμος προχωράει στην επίλυση του Master Problem .

### 3.3.2 Εφαρμογή Του Master Problem

Με τη βοήθεια αυτών των λύσεων του Primal Problem σχηματίζονται οι αντίστοιχες συναρτήσεις Lagrange:

$$L(X_i^v, u_c, u_d, \lambda, \mu) = f_i^v(t, X_i^v, X_i^{v-1}, u_c^v, u_d^v) + \lambda^T \cdot h(X_i^v, u_c^v, u_d^v) + \mu^T \cdot g(X_i^v, u_c^v, u_d^v)$$

και

$$\bar{L}(X_i^v, u_c, u_d, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) = \bar{\lambda}^T \cdot h(X_i^v, u_c^v, u_d^v) + \bar{\mu}^T \cdot g(X_i^v, u_c^v, u_d^v)$$

Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα από το Primal Problem διαμορφώνεται και επιλύεται το αντίστοιχο Master Problem :

$$\begin{aligned} & \min_{u_c, u_d, \mu_\beta} \mu_\beta \quad (3.7) \\ & \mu_\beta \geq \inf_{X \in R_{\geq 0}} L(X_i^v, u_c, u_d, \lambda, \mu) \\ & 0 \geq \inf_{X \in R_{\geq 0}} \bar{L}(X_i^v, u_c, u_d, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) \\ & g_{1,i,t} = u_c^v(t) + u_d^v(t) - 1 \leq 0 \end{aligned}$$

Από την επίλυση του Master Problem προκύπτουν οι νέες τιμές των  $u_c^v$  και  $u_d^v$  για το  $i$ -οστό όχημα για κάθε ώρα της ημέρας καθώς και το LBD. Εάν η διαφορά UBD-LBD είναι μικρότερη του επιθυμητού σφάλματος σύγκλισης τότε ο αλγόριθμος τερματίζει και εξετάζεται το επόμενο όχημα του στόλου των EVs αλλιώς εκτελείται η επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου.

## 4 Μέθοδος Outer Approximation

### 4.1 Θεωρητική Τεκμηρίωση

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλυθούν οι αρχές και ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος με την μέθοδο Outer Approximation (στο εξής OA), ή οποία επιλύει προβλήματα μη γραμμικού, μεικτού-ακεραίου προγραμματισμού όπως αυτό που εξετάζουμε.

#### 4.1.1 Τυποποίηση

Η μέθοδος OA επιλύει προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού και βελτιστοποίησης της μορφής 20 :

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & c^T y + f(x, y) \quad (4.1) \\ \text{s. t.} \quad & g(x) + By \leq 0 \\ & x \in X \subseteq \mathbb{R}^n \\ & y \in Y = \{0,1\} \end{aligned}$$

υπό τους παρακάτω περιορισμούς:

**Π1:** Το  $X$  είναι ένα μη κενό, κυρτό και συμπαγές σύνολο και οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι κυρτές ως προς το  $x$ .

**Π2:** Οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι συνεχώς παραγωγίσιμες

#### 4.1.2 Βασική Ιδέα

Η βασική Ιδέα της μεθόδου OA είναι παρόμοια με αυτή που ακολουθείται στην GBD και οι σημαντικότερες διαφορές αφορούν στον τρόπο επίλυσης του Master Problem. Συγκεκριμένα η μέθοδος OA βασίζεται στην ίδια λογική της παραγωγής ενός άνω και ενός κάτω φράγματος τα οποία προκύπτουν από την επίλυση των δύο υποπροβλημάτων του Primal Problem και του Master Problem αντίστοιχα. Το Primal Problem επιλύει το πρόβλημα της αρχικής σχέσης έχοντας γνωστές τις τιμές των μεταβλητών  $y$  και λύνοντας ως προς το  $x$ . Το Master Problem χρησιμοποιεί τις λύσεις  $x$  που προκύπτουν από την επίλυση του Primal Problem και βασίζεται σε γραμμικοποιήσεις των μη γραμμικών σχέσεων. Από την επίλυση του προκύπτει το κάτω φράγμα καθώς και οι νέες τιμές που χρησιμοποιούνται στην επόμενη επανάληψη του Primal. Τελικά όπως και στην GBD, καθώς οι επαναλήψεις προχωρούν δημιουργούνται ακολουθίες από συνεχώς φθίνοντα πάνω φράγματα και από συνεχώς

αύξοντα κάτω φράγματα τα οποία τελικά συγκλίνουν σε μία τιμή που είναι και η λύση του δοθέντος προβλήματος.

### 4.1.3 Primal Problem

Το Primal Problem επιλύεται έχοντας στις μεταβλητές  $y$  ένα συγκεκριμένο συνδυασμό 0-1 τιμών οι οποίες συμβολίζονται ως  $y^k$  όπου  $k$  ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης. Επομένως η μορφή του Primal Problem στην επανάληψη  $k$  είναι 20 :

$$\min_x c^T y^k + f(x) \quad (4.2)$$

$$s. t. \quad g(x) + B y^k \leq 0$$

$$x \in X \subseteq R^n$$

Με αυτό τον τρόπο προκύπτουν οι δύο περιπτώσεις (i) του επιλύσιμου και (ii) του μη επιλύσιμου Primal Problem οι οποίες αντιμετωπίζονται διαφορετικά και περιγράφονται παρακάτω ως εξής:

#### Περίπτωση (i): Επιλύσιμο Primal Problem

Αν το Primal Problem στην επανάληψη  $k$  επιλύεται τότε από τη λύση του προκύπτει η τιμή  $x^k$  και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $c^T y^k + f(x^k)$  που αποτελεί και το άνω φράγμα σε αυτή την επανάληψη:

$$UBD = c^T y^k + f(x^k)$$

Με αυτά τα δεδομένα μπορούμε να γραμμικοποιήσουμε τις κυρτές συναρτήσεις  $f$  και  $g$  ώστε να ικανοποιούνται οι παρακάτω σχέσεις :

$$f(x) \geq f(x^k) + \nabla f(x^k)(x - x^k)$$

$$g(x) \geq g(x^k) + \nabla g(x^k)(x - x^k)$$

#### Περίπτωση (ii): Μη Επιλύσιμο Primal Problem

Αν το Primal Problem είναι μη επιλύσιμο τότε πρέπει να βρεθεί ένα αποδεκτό σημείο λύσης χρησιμοποιώντας τους περιορισμούς της μορφής :

$$g(x) + B y^k \leq 0$$

και επιλύοντας το αντίστοιχο Feasibility Subproblem με παρόμοιο τρόπο όπως και στην μέθοδο GBD 20 :



$$\begin{aligned} \min_x \quad & \sum_{j=1}^p a_j \quad (4.3) \\ \text{s. t.} \quad & g(x) + By^k \leq a_j \quad j=1,2,\dots,p \\ & a_j \geq 0 \end{aligned}$$

όπου  $p$ , το πλήθος των περιορισμών που παραβιάζονται. Από τη λύση του προκύπτουν αποδεκτά σημεία λύσης  $\bar{x}^k$  με βάση τα οποία υλοποιείται και η αντίστοιχη γραμμικοποίηση της συνάρτησης  $g$  με την οποία ικανοποιείται η σχέση :

$$g(x) \geq g(\bar{x}^k) + \nabla g(\bar{x}^k)(x - \bar{x}^k)$$

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι άνω φράγμα προκύπτει μόνο από την περίπτωση που το Primal Problem είναι επιλύσιμο.

#### 4.1.4 Master Problem

Το καίριο σημείο της μεθόδου OA είναι η λύση του Master Problem καθώς η επίλυση του Primal Problem είναι εμφανώς ίδια με αυτή της μεθόδου GBD. Το Master Problem χρησιμοποιεί ως δεδομένα τα αποτελέσματα του Primal Problem και πιο συγκεκριμένα τις τιμές  $x^k$  καθώς και τις γραμμικοποιήσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  με τα οποία επιλύεται ένα πρόβλημα με την εξής μορφή 20 :

$$\begin{aligned} \min_{x,y,\mu} \quad & c^T y + \mu \quad (4.4) \\ \text{s. t.} \quad & \mu \geq f(x^k) + \nabla f(x^k)(x - x^k), \forall k \in F \\ & 0 \geq g(x^k) + \nabla g(x^k)(x - x^k) + By, \forall k \in F \\ & 0 \geq g(\bar{x}^k) + \nabla g(\bar{x}^k)(x - \bar{x}^k) + By, \forall l \in F' \\ & x \in X \\ & y \in Y \end{aligned}$$

όπου  $\mu = f(x^k) + \nabla f(x^k)(x - x^k)$ ,  $F = \{k : x^k \text{ μια αποδεκτή λύση του Primal } P(y^k)\}$ ,  $F' = \{l : \bar{x}^k \text{ η λύση του Feasibility Subproblem όταν το Primal Problem } P(y^k) \text{ είναι μη επιλύσιμο}\}$ . Η κεντρική ιδέα της επίλυσης του Master Problem είναι ότι σε κάθε επανάληψη λαμβάνονται υπ' όψη η αντικειμενική του συνάρτησης και οι περιορισμοί του παράλληλα όμως με όλες τις γραμμικοποιήσεις των προηγούμενων επαναλήψεων. Έτσι από την επίλυση του Master Problem προκύπτουν το κάτω φράγμα κάθε επανάληψης, και οι τιμές των  $y$  που θα χρησιμοποιηθούν στην  $k+1$  επανάληψη του Primal Problem. Παρατηρούμε ότι το Master Problem της OA είναι ένα γραμμικό πρόβλημα που λύνεται σχετικά εύκολα με τα διάφορα υπολογιστικά εργαλεία.

## 4.2 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου και Παράδειγμα

### 4.2.1 Συνοπτική Παρουσίαση Του Αλγορίθμου

**Βήμα 1:** Έστω μια αρχική τιμή για τις μεταβλητές  $y = y^1 \in Y = \{0,1\}$  (έστω ότι έχουμε αρχικές τιμές που οδηγούν σε επιλύσιμο Primal Problem). Επιλύεται το Primal Problem από το οποίο προκύπτουν οι τιμές  $x^1$  και η τιμή του πρώτου άνω φράγματος ( Upper Bound )  $UBD = c^T y^1 + f(x^1)$ .

**Βήμα 2:** Επιλύεται το Master Problem χρησιμοποιώντας τις τιμές των  $x^1$  με τη μορφή

$$\begin{aligned} \min_{x,y,\mu} \quad & c^T y + \mu \\ \text{s. t.} \quad & \mu \geq f(x^1) + \nabla f(x^1)(x - x^1), \forall k \in F \\ & 0 \geq g(x^1) + \nabla g(x^1)(x - x^1) + By, \forall k \in F \end{aligned}$$

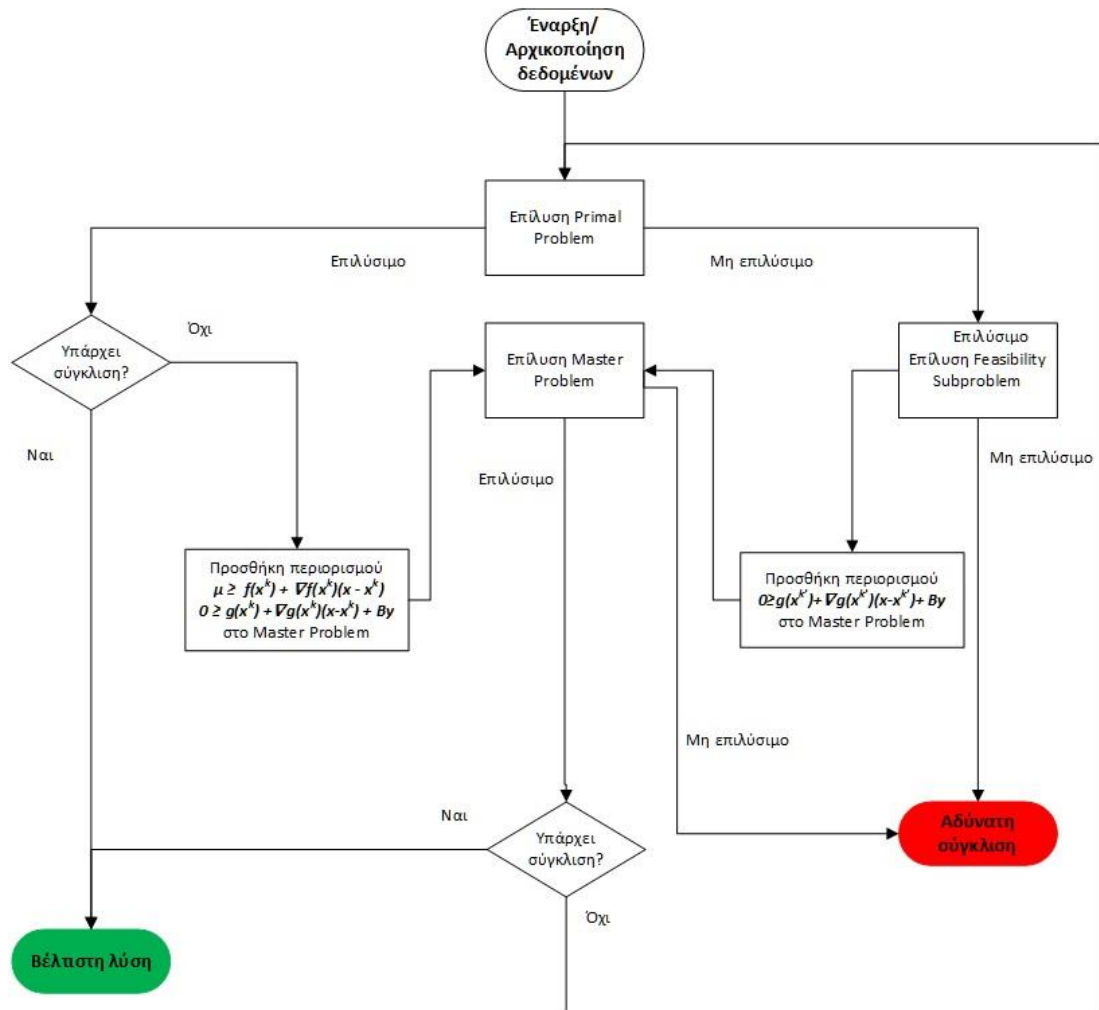
Έστω οι λύσεις παίρνουν τις τιμές  $y^2$  και  $\mu$  απ' όπου προκύπτει το τρέχον κάτω φράγμα ( Lower Bound) ως  $LBD = \max\{LBD, c^T y^2 + \mu^1\}$ . Αν ισχύει ότι  $UBD - LBD \leq \epsilon$  τότε ο αλγόριθμος τερματίζει. Όπου  $\epsilon$  το επιθυμητό σφάλμα σύγκλισης.

**Βήμα 3:** Επιλύεται το Primal Problem για τις τιμές  $y^2$  απ' όπου προκύπτουν δύο περιπτώσεις:

**Βήμα 3<sup>α</sup>- Επιλύσιμο Primal Problem:** Από την επίλυση του Primal Problem προκύπτουν οι τιμές  $x^2$ . Επίσης ελέγχεται και ενημερώνεται αν χρειασθεί το τρέχον άνω φράγμα μέσω της σχέσης  $UBD = \min\{UBD, c^T y^2 + f(x^2)\}$ . Αν ισχύει  $UBD - LBD \leq \epsilon$  τότε ο αλγόριθμος τερματίζει. Αλλιώς επιστροφή στο Βήμα 2 για  $k=2$  και γραμμικό περιορισμό  $0 \geq g(x^k) + \nabla g(x^k)(x - x^k) + By$ .

**Βήμα 3<sup>β</sup>- Μη Επιλύσιμο Primal Problem:** Το Primal Problem δεν επιλύεται για τις τιμές  $y = y^2$  οπότε επιλύεται το Feasibility Subproblem ώστε να βρεθούν οι τιμές  $\bar{x}^2$ . Επιστροφή στο Βήμα 2 για  $k=2$  και με γραμμικό περιορισμό  $0 \geq g(\bar{x}^k) + \nabla g(\bar{x}^k)(x - \bar{x}^k) + By$ .

Όπως και στην μέθοδο GBD πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχουν και άλλες αιτίες για να τερματιστεί ο αλγόριθμος, όπως το Feasibility Subproblem να μην βρει αποδεκτό σημείο λύσης, το να μην επιλύεται Master Problem κλπ. Όμως αυτές οι περιπτώσεις σε ένα πρόβλημα που πληροί τις αρχικές προϋποθέσεις είναι πιο σπάνιες και δε θα αναλυθούν εδώ περαιτέρω. Στην εικόνα 4.2.1 απεικονίζεται ένα συνοπτικό διάγραμμα ροής της αλγοριθμικής μεθόδου OA.



Εικόνα 4.2.1 Διάγραμμα Ροής μεθόδου OA

## 4.2.2 Αριθμητικό Παράδειγμα

Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου OA δίνεται παρακάτω ένα πολύ απλό αριθμητικό παράδειγμα το οποίο σαφώς δεν ανταποκρίνεται στην πολυπλοκότητα που δύναται να αντιμετωπίσει αυτή η μέθοδος στην πραγματικότητα. Έτσι έχουμε το εξής πρόβλημα:

$$\min_{x, y} -y + 2x - \ln(0.5x)$$

$$\text{s. t. } -x - \ln(0.5x) + y \leq 0$$

$$0.5 \leq x \leq 1.4$$

$$y = \{0, 1\}$$

**Βήμα 1:** Έστω ότι  $y^1 = 1$ .

Επιλύεται το Primal Problem για  $k=1$ .

$$\begin{aligned} \min_{x^1} \quad & -1 + 2x^1 - \ln(0.5x^1) \\ \text{s. t.} \quad & -x^1 - \ln(0.5x^1) + 1 \leq 0 \\ & 0.5 \leq x^1 \leq 1.4 \end{aligned}$$

Το οποίο έχει λύση :

$$\begin{aligned} x^1 &= 1,375 \\ f(x^1, y^1) &= 2.125 \end{aligned}$$

Το άνω φράγμα προκύπτει  $UBD = f(x^1, y^1) = 2.125$ .

**Βήμα 2:** Υπολογίζονται οι κλίσεις  $\nabla f(x^1)$  και  $\nabla g(x^1)$  και οι τιμές  $f(x^1)$ ,  $g(x^1)$  που χρησιμοποιούνται για στις σχέσεις γραμμικοποίησης:

$$\begin{aligned} \mu &\geq f(x^1) + \nabla f(x^1)(x - x^1) \\ 0 &\geq g(x^1) + \nabla g(x^1)(x - x^1) + By \end{aligned}$$

και στη συνέχεια επιλύεται το Master Problem:

$$\begin{aligned} \min_{x,y,\mu} \quad & -y + \mu \\ \text{s. t.} \quad & \mu \geq 3.125 + 1.636(x - x^1), \forall k \in \mathbf{F} \\ & 0 \geq -1 - 1.364(x - x^1) + y \\ & 0.5 \leq x \leq 1.4 \\ & y \in \{0,1\} \end{aligned}$$

Το οποίο έχει λύση :

$$\begin{aligned} y^2 &= 0 \\ \mu_\beta &= 1.926 \end{aligned}$$

Άρα το κάτω φράγμα προκύπτει  $LBD = -y + \mu_\beta = 1.926$

**Βήμα 3:** Επιλύεται το Primal Problem για  $y^2 = 0$  το οποίο έχει λύση:

$$\begin{aligned} x^2 &= 0.853 \\ f(x^2, y^2) &= 2.558 \end{aligned}$$

και νέο άνω φράγμα  $UBD = \min(2.558, 2.125) = 2.125$ . Εδώ τερματίζει ο αλγόριθμος καθώς έχουν εξετασθεί όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί 0-1 για το  $y$ , κάτι που προφανώς σε ένα πραγματικής κλίμακας πρόβλημα δεν είναι πιθανό σενάριο καθώς εκεί οι

πιθανοί συνδυασμοί είναι τουλάχιστον της τάξης των εκατομμυρίων και οι αιτίες τερματισμού σχετίζονται με την σύγκλιση του άνω και κάτω φράγματος σε μια τιμή.

### 4.3 Εφαρμογή Της Μεθόδου ΟΑ Στο Πρόβλημα

Παρακάτω θα παρουσιαστεί η εφαρμογή της μεθόδου ΟΑ στο πρόβλημα βέλτιστης κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs όπως ορίστηκε στο κεφάλαιο 2. Όμοια με πριν ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε παράγει αποτελέσματα με βάση τα δεδομένα εισόδου για κάθε όχημα ξεχωριστά και αφού συγκλίνει σε μια λύση προχωράει στην επίλυση του προβλήματος για το επόμενο όχημα. Με αυτό τον τρόπο προκύπτουν οι κατανομές φόρτιση/εκφόρτισης από και προς το δίκτυο για το σύνολο Ν οχημάτων.

#### 4.3.1 Εφαρμογή Του Primal Problem

Το Primal Problem της κατανομής με τη μέθοδο ΟΑ είναι το εξής:

$$\begin{aligned} \min_{X_{ch_i}^v(t), X_{dch_i}^v(t)} \{f_i^v(t, X_i^v, X_i^{v-1})\} = \\ = c^T X_{ch_i}^v + d^T X_{dch_i}^v + \frac{1}{2}(X_{ch_i}^v)^T Q X_{ch_i}^v + \frac{1}{2}(X_{ch_i}^v)^T R X_{dch_i}^v + \frac{1}{2}(X_{dch_i}^v)^T S X_{dch_i}^v + ct \end{aligned} \quad (4.5)$$

Όπου

$$\begin{aligned} ct &= \frac{1}{2}(X_{ch_i}^{v-1} - X_{dch_i}^{v-1})^2, \\ c &= p^v - X_{ch_i}^{v-1} + X_{dch_i}^{v-1}, \\ d &= -c, \\ Q_{TxT} &= \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ 0 & \text{for } i \neq j \end{cases}, \\ R &= -Q_{TxT}, S = Q \end{aligned}$$

Στην περίπτωση της ΟΑ η θεωρία επιβάλλει την ύπαρξη μόνο ανισοτικών περιορισμών επομένως ο ισοτικός περιορισμός (1) του αρχικού προβλήματος τροποποιείται σε ανισοτική μορφή με την εισαγωγή ενός αμελητέου σφάλματος error που η τιμή του τείνει στο μηδέν. Επομένως οι περιορισμοί είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} g_{h1,i} = \sum_{t=1}^T (X_{ch_i}^v(t) \cdot Efi - X_{dch_i}^v(t)/Efi) - \sum_{t=1}^T Trips_i(t) \\ \leq error \quad (4.5.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{h2,i} = \sum_{t=1}^T (X_{ch_i}^v(t) \cdot Efi - X_{dch_i}^v(t)/Efi) - \sum_{t=1}^T Trips_i(t) \\ \geq -error \quad (4.5.2) \end{aligned}$$

$$g_{2,i,t} = X_{ch_i}^v(t) - u_c^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \leq 0 \quad (4.5.3)$$

$$\mathbf{g}_{3,i,t} = X_{dch_i}^v(t) - \mathbf{u}_d^v(t) \cdot \mathbf{Plug}_i(t) \cdot \mathbf{MP}_i \leq 0 \quad (4.5.4)$$

$$\mathbf{g}_{4,i,t} = \sum_{\tau=1}^t (X_{chi,i}(\tau) \mathbf{Efi} - X_{dch,i}(\tau) / \mathbf{Efi}) - \sum_{\tau=1}^t \mathbf{Trips}_i(\tau) \leq 0 \quad (4.5.5)$$

$$\mathbf{g}_{5,i,t} = - \sum_{\tau=1}^t (X_{chi}(\tau) \mathbf{Efi} - X_{dchi}(\tau) / \mathbf{Efi}) - \mathbf{Mc}_i + \sum_{\tau=1}^t \mathbf{Trips}_i(\tau) \leq 0 \quad (4.5.6)$$

$$X_{chi}^v(t), X_{dch_i}^v(t) \in R_{\geq 0} \text{ και } u_c, u_d \in U_{EV} = \{0,1\}$$

Στο Primal Problem για την πρώτη επανάληψη οι τιμές των  $\mathbf{u}_c^v$  και  $\mathbf{u}_d^v$  θεωρούνται όλες 1 και 0 αντίστοιχα ενώ στις επόμενες επαναλήψεις παίρνουν τις τιμές που προκύπτουν από την επίλυση του Master Problem.

Στην περίπτωση που το Primal Problem είναι μη επιλύσιμο τότε επιλύεται το ισοδύναμο Feasibility Subproblem το οποίο είναι της μορφής :

$$\min_{X_{chi}^v(t), X_{dch_i}^v(t), a_j} \sum_{j=1}^p a_j \quad (4.6)$$

Με τους παρακάτω περιορισμούς :

$$\mathbf{g}_{h1,i} = \sum_{t=1}^T (X_{chi}^v(t) \cdot \mathbf{Efi} - X_{dch_i}^v(t) / \mathbf{Efi}) - \sum_{t=1}^T \mathbf{Trips}_i(t) \leq \mathbf{error} + a_j \quad (4.6.1)$$

$$\mathbf{g}_{h2,i} = \sum_{t=1}^T (X_{chi}^v(t) \cdot \mathbf{Efi} - X_{dch_i}^v(t) / \mathbf{Efi}) - \sum_{t=1}^T \mathbf{Trips}_i(t) \geq -\mathbf{error} + a_j \quad (4.6.2)$$

$$\mathbf{g}_{2,i,t} = X_{chi}^v(t) - \mathbf{u}_c^v(t) \cdot \mathbf{Plug}_i(t) \cdot \mathbf{MP}_i \leq a_j \quad (4.6.3)$$

$$\mathbf{g}_{3,i,t} = X_{dch_i}^v(t) - \mathbf{u}_d^v(t) \cdot \mathbf{Plug}_i(t) \cdot \mathbf{MP}_i \leq a_j \quad (4.6.4)$$

$$\mathbf{g}_{4,i,t} = \sum_{\tau=1}^t (X_{chi,i}(\tau) \mathbf{Efi} - X_{dch,i}(\tau) / \mathbf{Efi}) - \sum_{\tau=1}^t \mathbf{Trips}_i(\tau) \leq a_j \quad (4.6.5)$$

$$\mathbf{g}_{5,i,t} = - \sum_{\tau=1}^t (X_{chi}(\tau) \mathbf{Efi} - X_{dchi}(\tau) / \mathbf{Efi}) - \mathbf{Mc}_i + \sum_{\tau=1}^t \mathbf{Trips}_i(\tau) \leq a_j \quad (4.6.6)$$

Από την επίλυση του Primal ή του Feasibility Subproblem προκύπτουν οι τιμές των μεταβλητών  $X_{chi}^v$  και  $X_{dch_i}^v$  για το  $i$ -οστό όχημα για κάθε ώρα της ημέρας καθώς και το UBD. Εάν η διαφορά UBD-LBD είναι μικρότερη του επιθυμητού σφάλματος σύγκλισης τότε ο αλγόριθμος τερματίζει και εξετάζεται το επόμενο όχημα του στόλου των EVs αλλιώς ο αλγόριθμος προχωράει στην επίλυση του αντίστοιχου Master Problem.

### 4.3.2 Εφαρμογή Του Master Problem

Το Master Problem χρησιμοποιώντας τις τιμές των  $X_{chi}^v$  και  $X_{dchi}^v$  που προκύπτουν από το Primal Problem υπολογίζει τις παραγώγους της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος που εξετάζουμε καθώς και των ανισοτικών περιορισμών του. Συγκεκριμένα υπολογίζεται η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις πραγματικές μεταβλητές  $X_{chi}^v, X_{dchi}^v$ :

$$\nabla f_i^v(t, X_{chi}^v, X_{dchi}^v, X_{chi}^{v-1}, X_{dchi}^{v-1}) = \sum_{t=1}^T (X_{chi}^v(t) - X_{chi}^{v-1}(t)) + (X_{dchi}^v(t) - X_{dchi}^{v-1}(t)) \quad (4.7)$$

Και η αντίστοιχες κλίσεις ως προς τις πραγματικές μεταβλητές  $X_{chi}^v, X_{dchi}^v$  των ανισοτικών περιορισμών:

$$\nabla g_{h1,i} = \sum_{t=1}^T (Efi - 1/Efi) \quad (4.8.1)$$

$$\nabla g_{h2,i} = - \sum_{t=1}^T \left( Efi - \frac{1}{Efi} \right) \quad (4.8.2)$$

$$\nabla g_{2,i,t} = 1 \quad (4.8.3)$$

$$\nabla g_{3,i,t} = 1 \quad (4.8.4)$$

$$\nabla g_{4,i,t} = \sum_{\tau=1}^t (Efi - 1/Efi) \quad (4.8.5)$$

$$\nabla g_{5,i,t} = - \sum_{\tau=1}^t (Efi - 1/Efi) \quad (4.8.6)$$

Παρατηρείται ότι (4.8.1)-(4.8.2) και (4.8.5)-(4.8.6) είναι ταυτόσημοι και γι' αυτό θα υπολογίζεται μόνο το ένα ζευγάρι κάθε φορά.

Με βάση τα παραπάνω σχηματίζονται οι γραμμικοποιήσεις της αντικειμενικής καθώς και των ανισοτικών περιορισμών που διαμορφώνουν το παρακάτω Master Problem:

$$\begin{aligned} & \min_{X_{chi}^v(t), X_{dchi}^v(t), u_c^v(t), u_d^v(t)} \mu \quad (4.9) \\ & s. t. \quad \mu \geq f_i^v(t, X_{chi}^v, X_{dchi}^v, X_{chi}^{v-1}, X_{dchi}^{v-1}) + \\ & \quad \nabla f_i^v(t, X_{chi}^v, X_{dchi}^v, X_{chi}^{v-1}, X_{dchi}^{v-1}) (X - X_i^v(t)) \\ & 0 \geq g_{2,i,t}(X_i^v) + \nabla g_{2,i,t}(X_i^v) (X - X_i^v(t)) - u_c^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \\ & 0 \geq g_{3,i,t}(X_i^v) + \nabla g_{3,i,t}(X_i^v) (X - X_i^v(t)) - u_d^v(t) \cdot Plug_i(t) \cdot MP_i \\ & 0 \geq g_{4,i,t}(X_i^v) + \nabla g_{4,i,t}(X_i^v) (X - X_i^v(t)) \\ & 0 \geq g_{5,i,t}(X_i^v) + \nabla g_{5,i,t}(X_i^v) (X - X_i^v(t)) \end{aligned}$$

Από την επίλυση του Master Problem προκύπτουν οι νέες τιμές των  $u_c^v$  και  $u_d^v$  για το  $i$ -οστό όχημα για κάθε ώρα της ημέρας καθώς και το LBD. Εάν η διαφορά UBD-LBD είναι μικρότερη του επιθυμητού σφάλματος σύγκλισης τότε ο αλγόριθμος τερματίζει και εξετάζεται το επόμενο όχημα του στόλου των EVs αλλιώς εκτελείται η επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου.



## 5 Αποτελέσματα Και Σύγκριση Αλγορίθμων

Στο παρών κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν σε περιβάλλον MATLAB υλοποιώντας τις μεθόδους Generalized Benders Decomposition και Outer Approximation για την επίλυση του προβλήματος της κατανομής φόρτισης/εκφόρτισης των EVs που παρουσιάστηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

### 5.1 Δεδομένα Εισόδου Εξεταζόμενης Περίπτωσης

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την συγκεκριμένη εφαρμογή παρουσιάζονται παρακάτω.

#### Ο Στόλος των EVs

Για το παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιήθηκε ένας στόλος 1500 αυτοκινήτων για τα οποία θεωρείται ότι ο EVS-Aggregator γνωρίζει τα τεχνικά χαρακτηριστικά όπως το μοντέλο, την χωρητικότητα της μπαταρίας και την κατανάλωση ενέργειας κάθε οχήματος. Η αναλογία των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκε είναι τέτοια ώστε να αντιπροσωπεύει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο τα πραγματικά χαρακτηριστικά ενός στόλου και μπορεί να γενικευθεί χωρίς περιορισμό για στόλους με διαφορετικό πλήθος οχημάτων χωρίς να αλλάζει η αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων. Παρακάτω παρουσιάζονται η σύνθεση και τα χαρακτηριστικά του στόλου που χρησιμοποιήθηκε [21].

Κατασκευαστής & μοντέλο	Πλήθος Οχημάτων	Χωρητικότητα Μπαταρίας (kWh)	Κατανάλωση Ενέργειας
<i>Nissan Leaf</i>	450	24	0.210
<i>Mitsubishi i-MiEV</i>	375	16	0.125
<i>BMW Mini-E</i>	300	30	0.140
<i>Th!nk City</i>	300	26	0.157
<i>Tesla Roadster</i>	75	53	0.127

#### Συμπεριφορά Οχημάτων

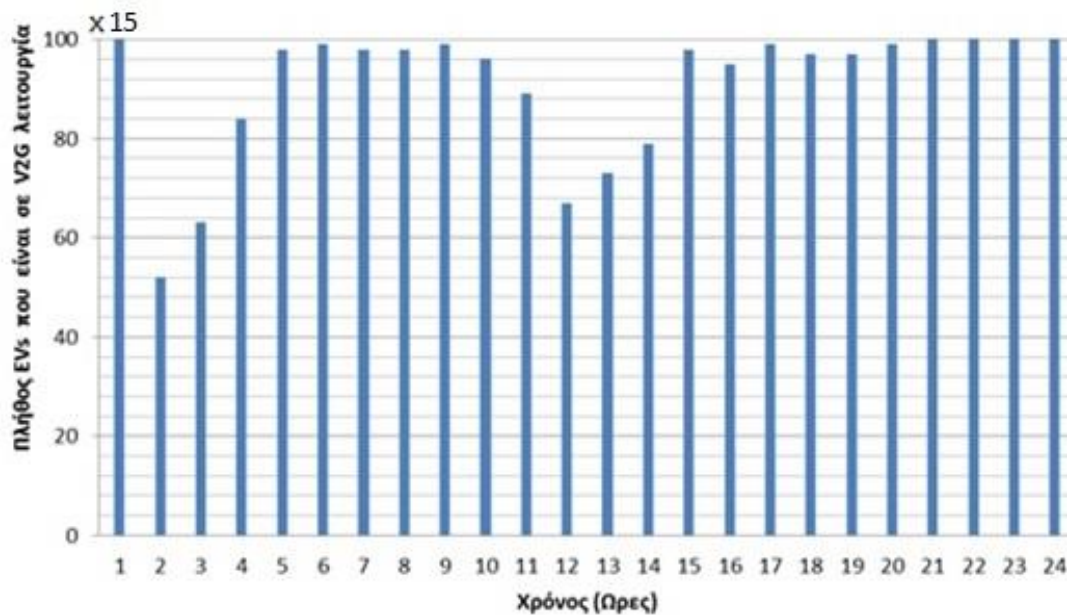
Επίσης έγιναν οι παρακάτω παραδοχές σχετικά με την οδηγική συμπεριφορά των οχημάτων μέσα στη μέρα [21] :

- ❖ 06:00-09:00 : Θεωρείται ότι όλα τα EVs έχουν φορτιστεί πλήρως έως τις 6:00 και ότι στο παραπάνω χρονικό διάστημα κάθε όχημα διανύει μια απόσταση.
- ❖ 10:00-15:00 : Σε αυτό το χρονικό διάστημα θεωρείται ότι τα EVs είναι παρκαρισμένα και συνδεδεμένα με το δίκτυο. Ωστόσο έχει συμπεριληφθεί ένας

τυχαίος αριθμός οχημάτων που διανύει μια επιπρόσθετη απόσταση σε αυτό το διάστημα.

- ❖ 16:00-19:00 : Σε αυτό το χρονικό διάστημα θεωρείται ότι όλα τα EVs επιστρέφουν στο σπίτι και συνδέονται με το δίκτυο.
- ❖ 20:00-03:00 : Σε αυτό το χρονικό διάστημα λαμβάνεται υπ' όψη ότι ένας τυχαίος αριθμός οχημάτων αναχωρεί απροσδόκητα αλλά θεωρείται ότι όλα έχουν επιστρέψει και συνδεθεί στο δίκτυο.
- ❖ 03:00-05:00 : Σε αυτό το διάστημα θεωρείται ότι όλα τα EVs ανεξαιρέτως είναι συνδεδεμένα στο δίκτυο.

Τα παραπάνω στοιχεία θεωρείται ότι προέρχονται από τον EVS-Aggregator ο οποίος έχει πρόσβαση στα απαραίτητα ιστορικά δεδομένα και εργαλεία πρόβλεψης για την συμπεριφορά των οχημάτων. Με βάση τις παραπάνω παραδοχές που προέκυψαν από στοιχεία οδικής κυκλοφορίας προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα της εικόνας 5.1.1 [21] που απεικονίζει τα διαθέσιμα προς το δίκτυο για V2G λειτουργία οχήματα ανά ώρα.



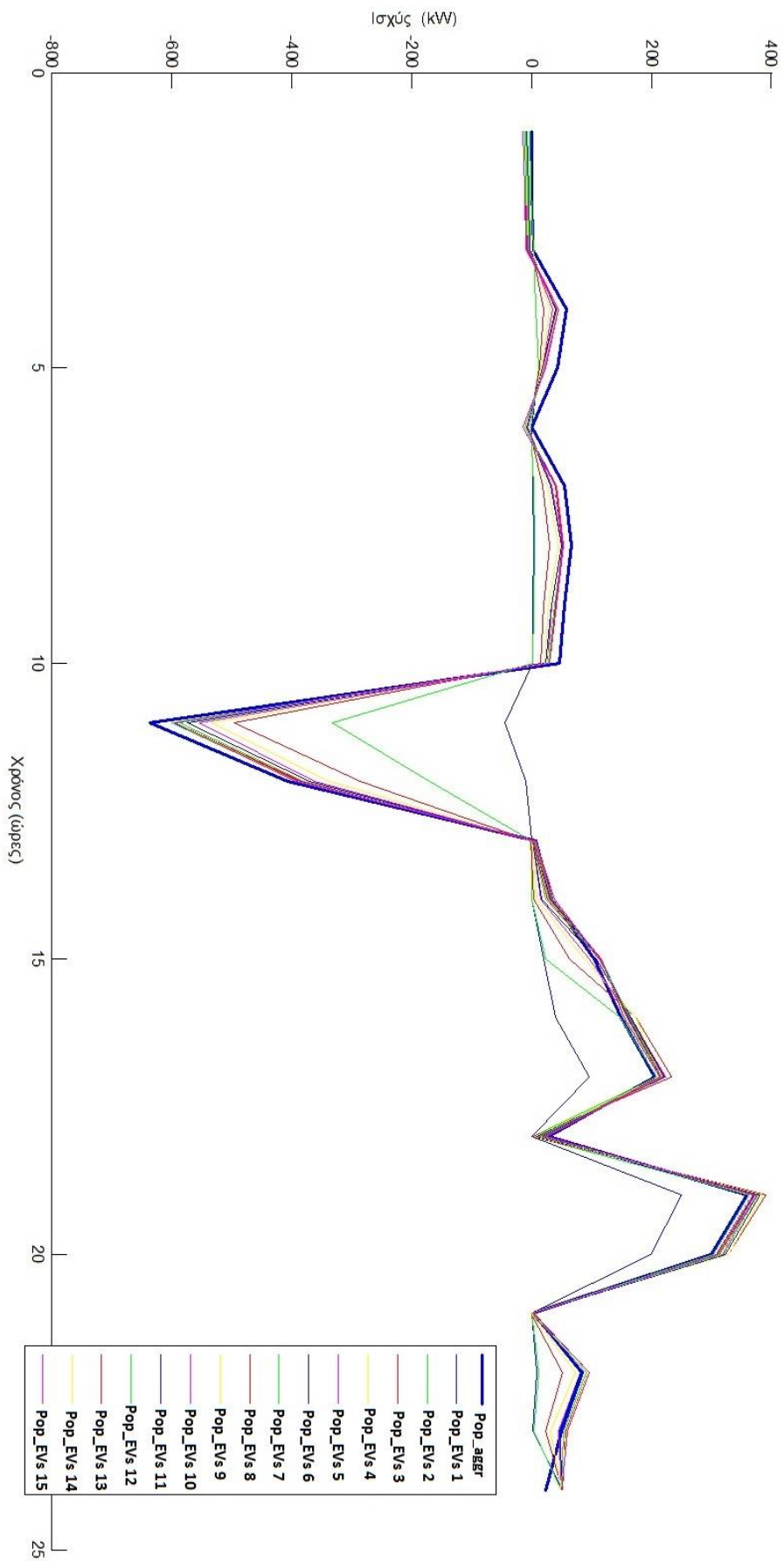
Εικόνα 5.1.1 Διαθέσιμα EVs Για V2G Λειτουργία

### Χαρακτηριστικά Φορτιστή

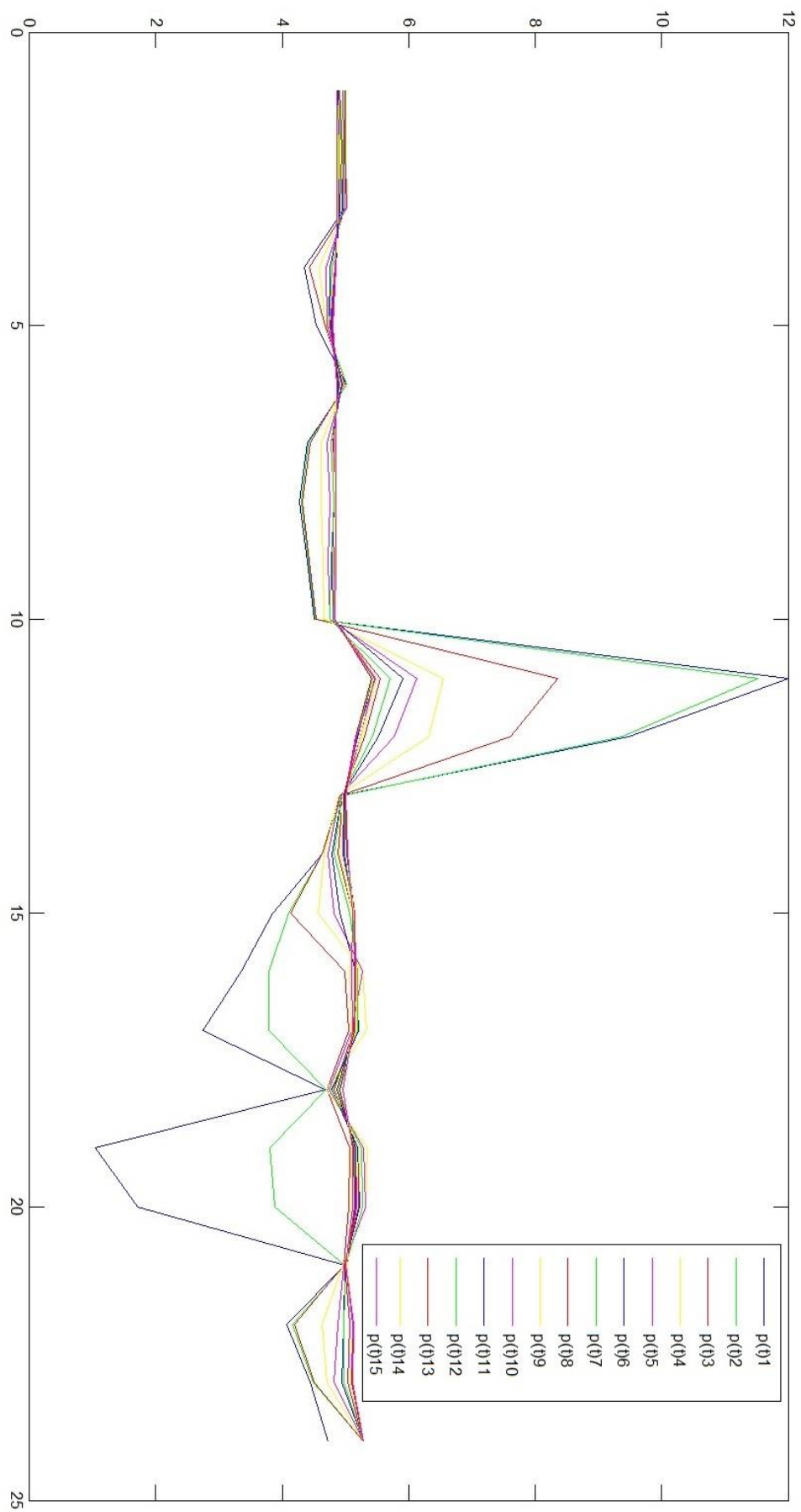
Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν τα χαρακτηριστικά του φορτιστή EVSE-CS της εταιρείας Aero Vironment Inc , ο οποίος είναι ευρέως διαδεδομένος στην αγορά. Ο συγκεκριμένος φορτιστής έχει ρεύμα εξόδου 30A και μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ φόρτισης/εκφόρτισης  $\pm 7,2$  kW , χαρακτηριστικά τα οποία θεωρείται ότι είναι γνωστά από τον EVS-Aggregator [21].

## 5.2 Αποτελέσματα Μεθόδου Generalized Benders Decomposition

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου Generalized Benders Decomposition όπως αυτά προέκυψαν από την υλοποίηση της μεθόδου στο περιβάλλον MATLAB για την επίλυση του προβλήματος κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs. Στην εικόνα 5.2.1 και 5.2.2 φαίνονται τα αποτελέσματα σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου βέλτιστης κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs σύμφωνα με το επιθυμητό προφίλ  $POP_{aggr}^{forecast}(t)$  που έχει δηλωθεί την προηγούμενη μέρα από τον EVS-Aggregator καθώς και των αντίστοιχων σημάτων ελέγχου τιμής  $p(t)$  που πρέπει να σταλούν στην επόμενη επανάληψη για τον νέο υπολογισμό.

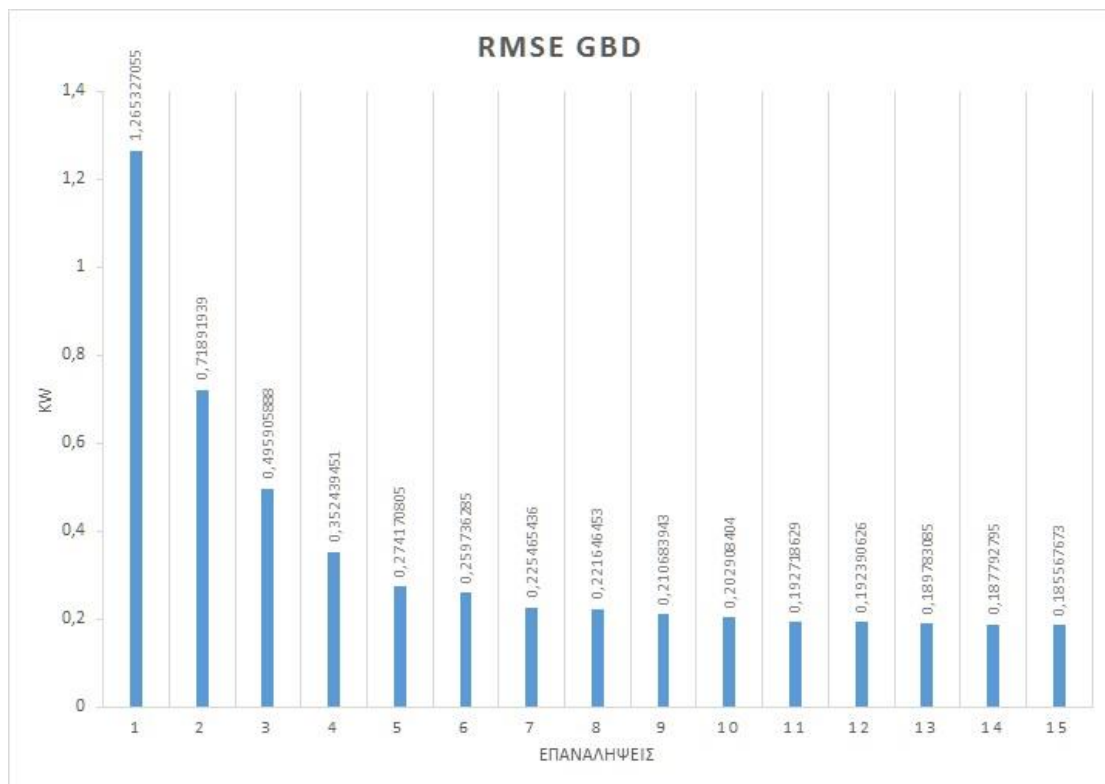


Εικόνα 5.2.1 Βέλτιστη Κατανομή Φορτίσεων/Εκφορτίσεων Ανά Επανάληψη( $\gamma=0,011$ )

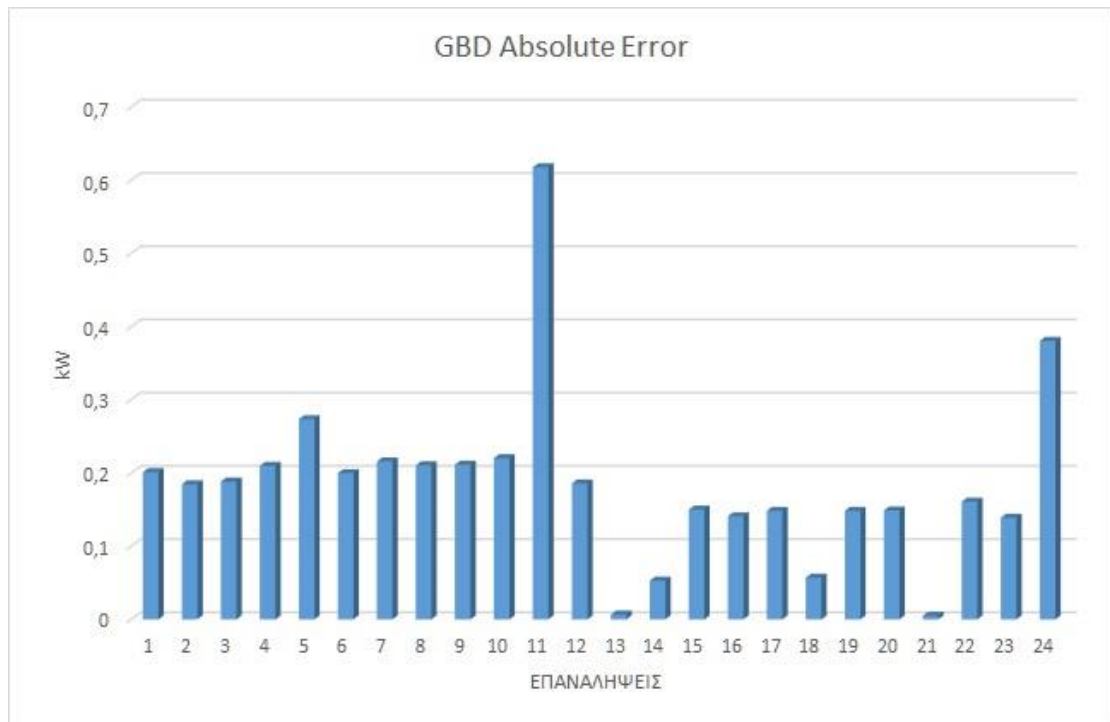


Εικόνα 5.2.2 Σήματα Ελέγχου Τιμής  $p(t)$  Ανά Επανάληψη

Παρατηρείται ότι ενώ αρχικά το προφίλ των φορτίσεων/εκφορτίσεων των οχημάτων αποκλίνει εμφανώς από το επιθυμητό προφίλ του διαχειριστή ,με την αύξηση των επαναλήψεων τελικά συγκλίνει. Το γεγονός αυτό φαίνεται στην εικόνα 5.2.3 όπου παρουσιάζεται η RMS τιμή του σφάλματος σε κάθε επανάληψη η οποία φθίνει σχεδόν εκθετικά έως ότου σταθεροποιείται σχεδόν στην 13<sup>η</sup> επανάληψη. Στην εικόνα 5.2.4 παρουσιάζεται το απόλυτο σφάλμα ανά ώρα αφού επιτευχθεί η σύγκλιση. Είναι εμφανές ότι η μεγαλύτερη απόκλιση από το προφίλ του διαχειριστή παρουσιάζεται την ώρα που ημέρας που απαιτείται από τον στόλο των EVs να ακολουθήσουν την πιο απότομη διακύμανση στην καμπύλη ισχύος.



*Εικόνα 5.2.3 RMS Error Ανά Επανάληψη*



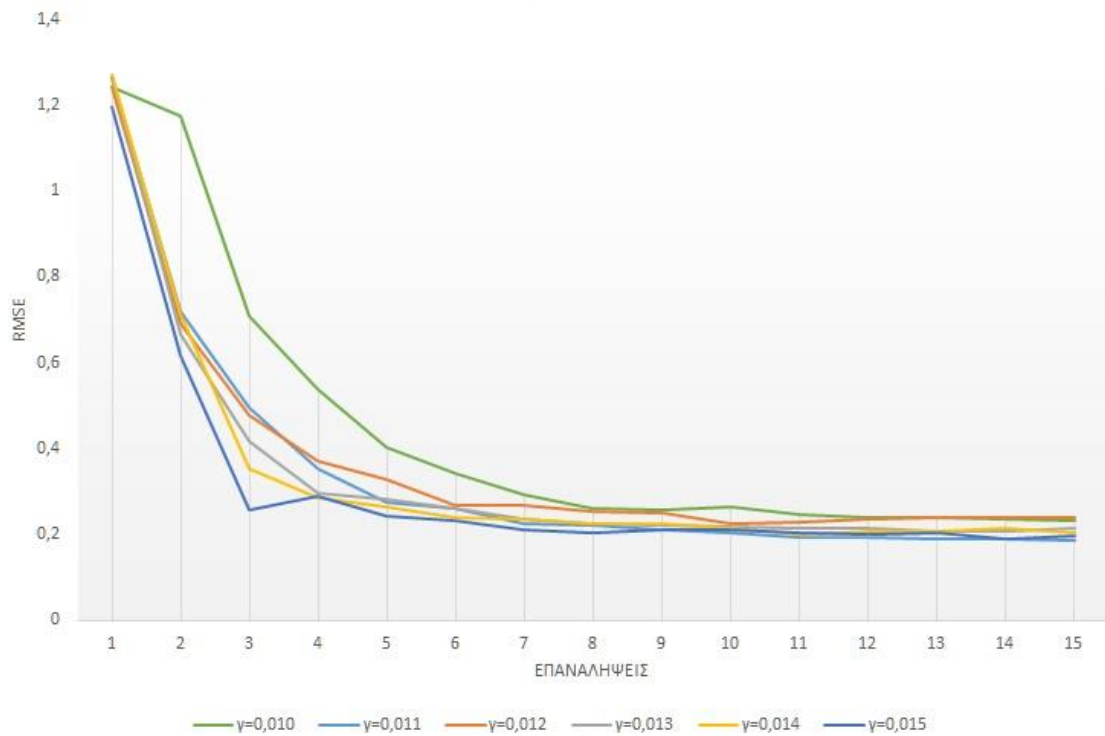
Εικόνα 5.2.4 Απόλυτο Σφάλμα Ανά Ώρα

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.2.1 η παράμετρος  $\gamma$  που χρησιμοποιείται στην εξίσωση (2.2) για τον υπολογισμό των σημάτων ελέγχου εικονικών τιμών:

$$p^v(t) = \gamma * \left( \sum_{i=1}^N \{X_{chi}^{v-1}(t) - X_{dchi}^{v-1}(t)\} - POP_{aggr}^{for}(t) \right)$$

επηρεάζει την ταχύτητα σύγκλισης των αλγορίθμων. Για την καλύτερη κατανόηση αυτής της εξάρτησης στην εικόνα 5.2.5 παρουσιάζεται η καμπύλη της RMS τιμής του σφάλματος για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου  $\gamma$ . Στον αλγόριθμο GBD επιτεύχθηκε ταχύτερη σύγκλιση για  $\gamma = 0,011$ .

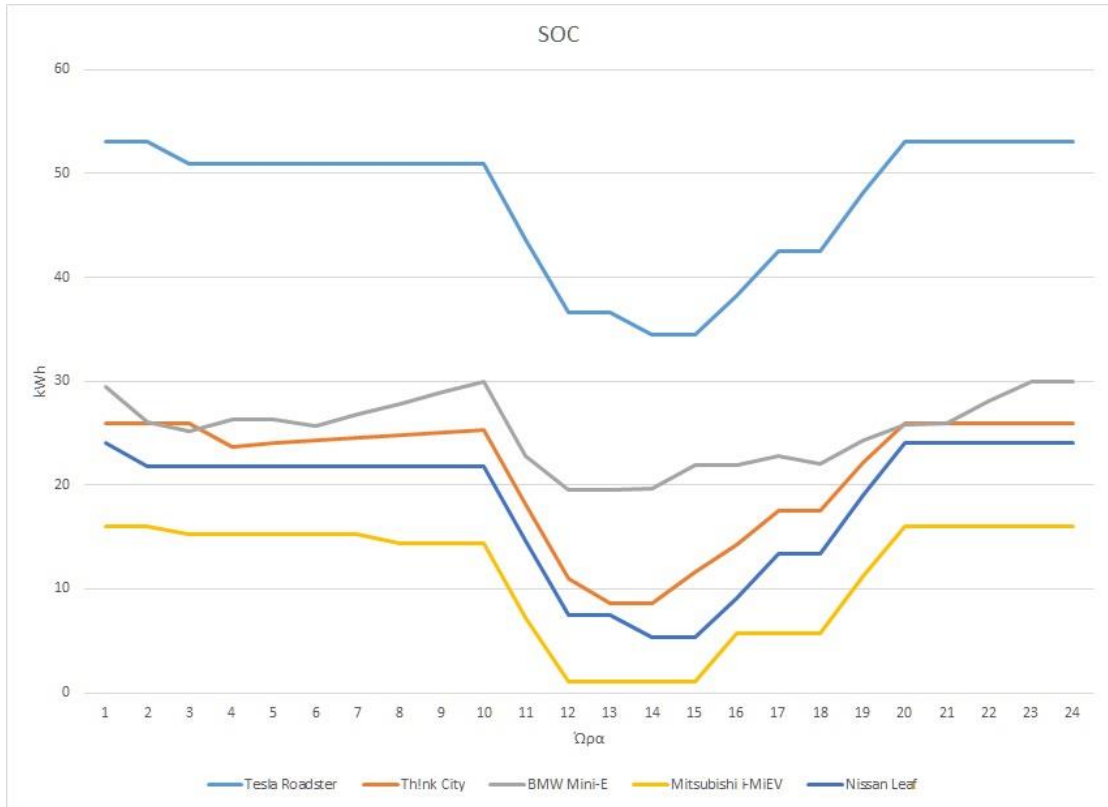
### Εξάρτηση Από $\gamma$



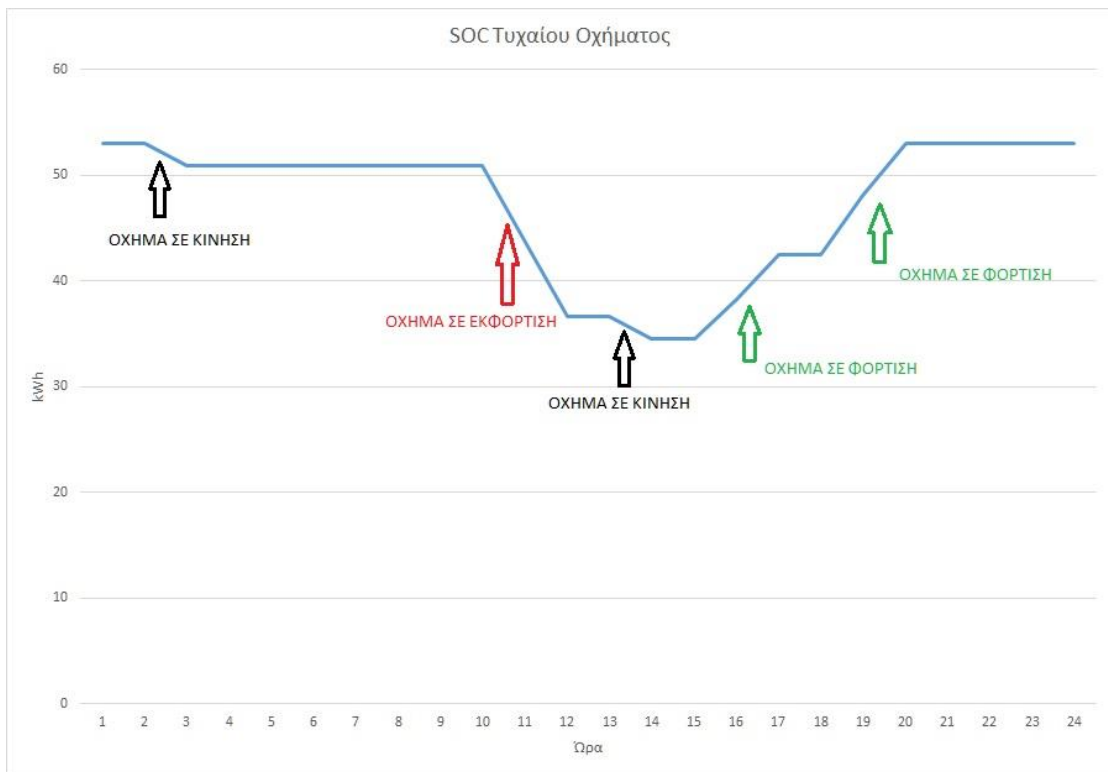
Εικόνα 5.2.5 Εξάρτηση Από Παράμετρο  $\gamma$

Στην εικόνα 5.2.6 και 5.2.7 παρουσιάζονται η στάθμη φόρτισης (State Of Charge) για τα διαφορετικά μοντέλα οχημάτων που απαρτίζουν τον εξεταζόμενο στόλο των EVs καθώς και ενός τυχαίου οχήματος ανά ώρα. Είναι εμφανές ότι τα οχήματα λειτουργούν εντός των αποδεκτών ορίων λειτουργίας τους και είναι πλήρως φορτισμένα στο τέλος κάθε εξεταζόμενης ημέρας. Επίσης η απότομη πτώση της καμπύλης υποδεικνύει ότι το όχημα εκφορτίζει προς το δίκτυο και οι μικρές πτώσεις πως βρίσκεται σε κίνηση.





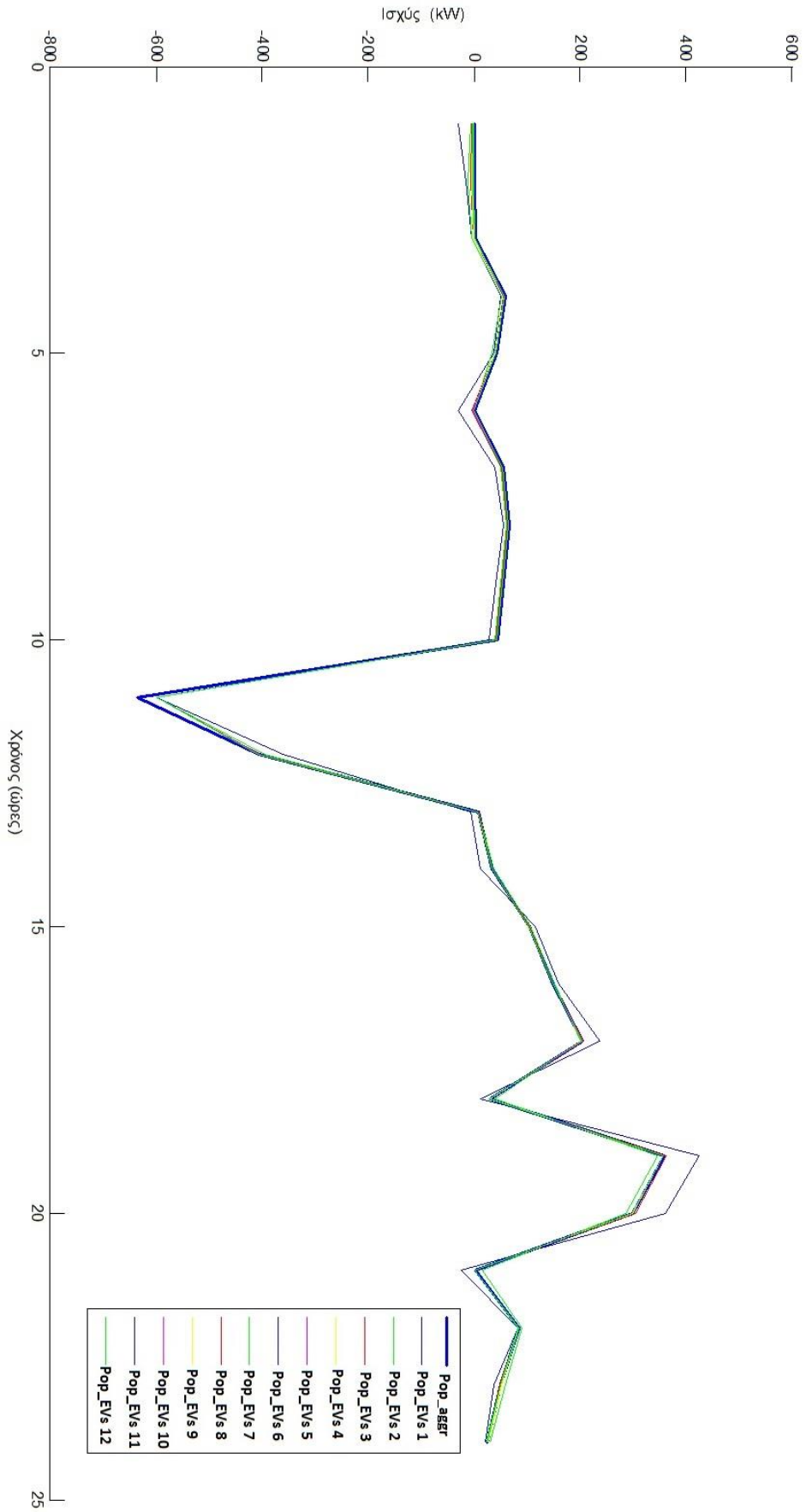
Εικόνα 5.2.6 Στάθμη Φόρτισης Ανά Μοντέλο και Ανά Ωρα



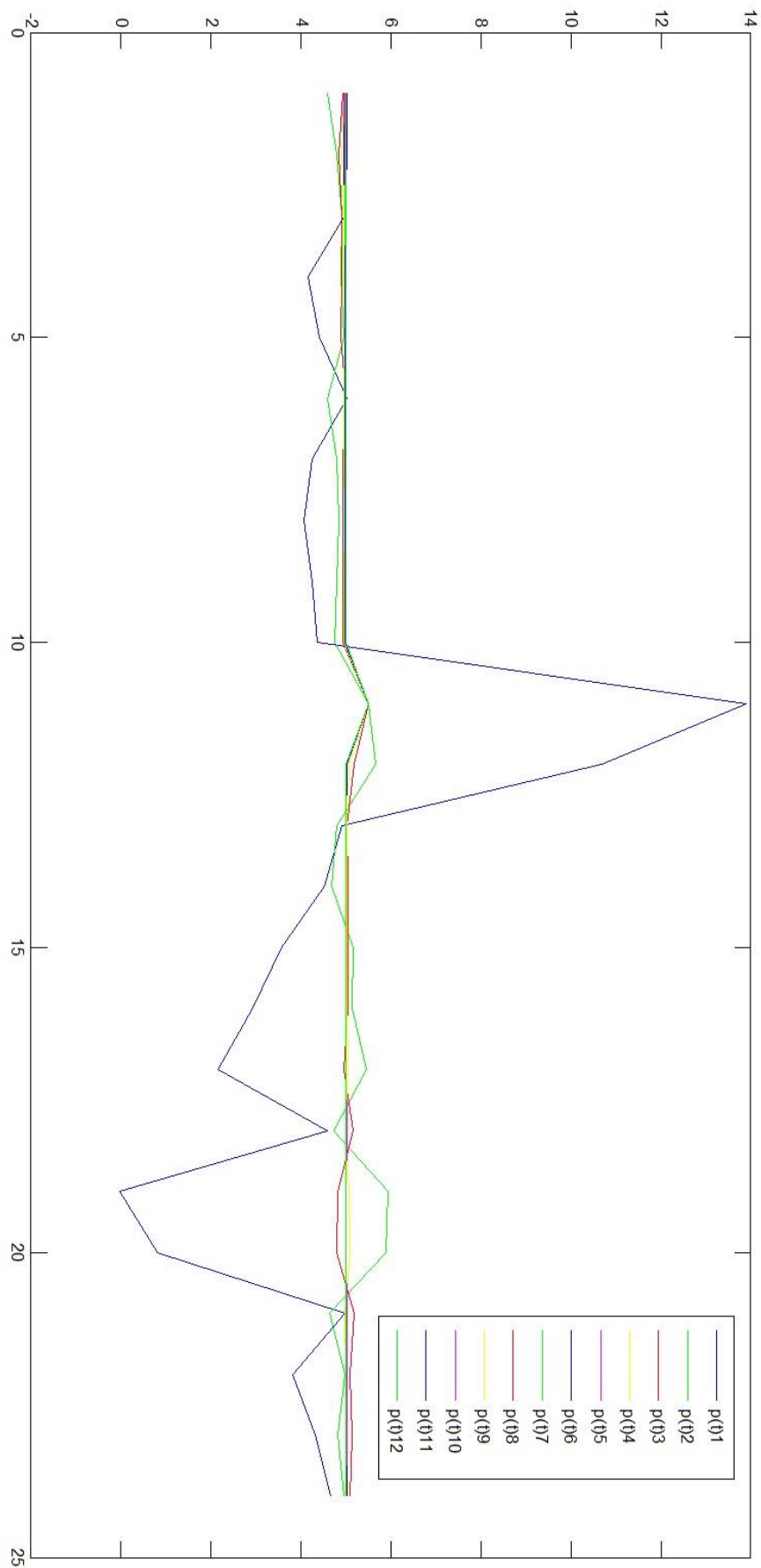
Εικόνα 5.2.7 Στάθμη Φόρτισης Τυχαίου Οχήματος Ανά Ωρα

### 5.3 Αποτελέσματα Μεθόδου Outer Approximation

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου Outer Approximation όπως αυτά προέκυψαν από την υλοποίηση της μεθόδου στο περιβάλλον MATLAB για την επίλυση του προβλήματος κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs. Στην εικόνα 5.3.1 και 5.3.2 φαίνονται τα αποτελέσματα σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου βέλτιστης κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs σύμφωνα με το επιθυμητό προφίλ  $POP_{aggr}^{forecast}(t)$  που έχει δηλωθεί την προηγούμενη μέρα από τον EVS-Aggregator καθώς και των αντίστοιχων σημάτων ελέγχου  $p(t)$  που πρέπει να σταλθούν στην επόμενη επανάληψη για τον νέο υπολογισμό.

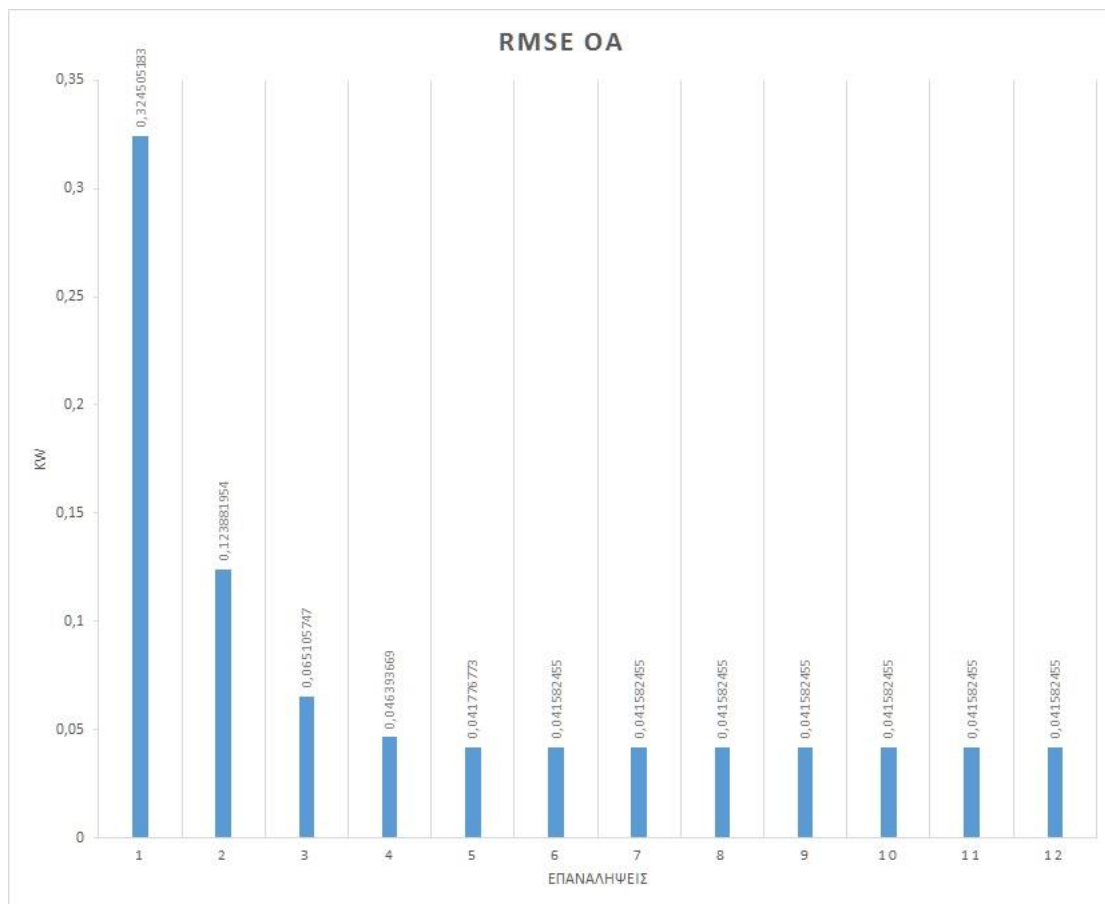


Εικόνα 5.3.1 Βέλτιστη Κατανομή Φορτίσεων/Εκφορτίσεων Ανά Επανάληψη ( $\gamma=0,014$ )

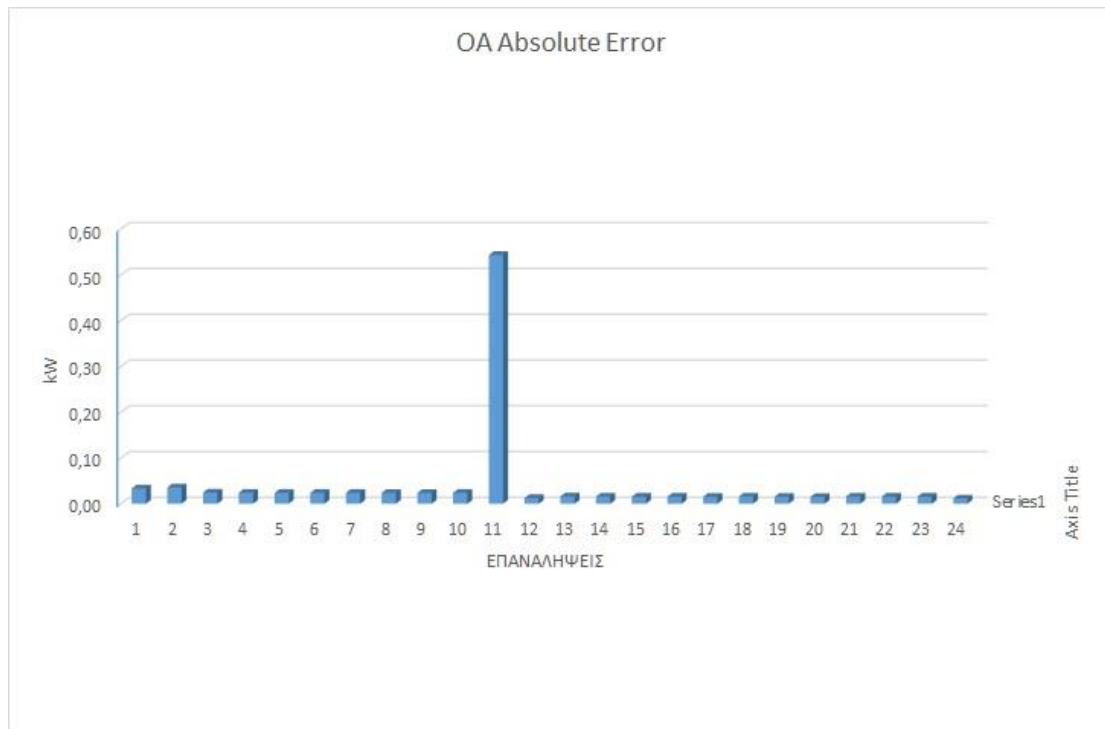


Εικόνα 5.2.2 Σήματα Ελέγχου Τιμής  $p(t)$  Ανά Επανάληψη

Παρατηρείται ότι το προφίλ των φορτίσεων/εκφορτίσεων των οχημάτων αποκλίνει ελάχιστα από το επιθυμητό προφίλ του διαχειριστή από τις πρώτες επαναλήψεις και το σφάλμα μειώνεται εκθετικά. Το γεγονός αυτό απεικονίζεται στην εικόνα 5.3.3 όπου παρουσιάζεται η RMS τιμή του σφάλματος σε κάθε επανάληψη η οποία σταθεροποιείται από την 6<sup>η</sup> επανάληψη. Στην εικόνα 5.3.4 παρουσιάζεται το απόλυτο σφάλμα ανά ώρα αφού επιτευχθεί η σύγκλιση. Όπως και πριν είναι εμφανές ότι η μεγαλύτερη απόκλιση από το προφίλ του διαχειριστή παρουσιάζεται την ώρα που ημέρας που απαιτείται από τον στόλο των EVs να ακολουθήσουν την πιο απότομη διακύμανση στην καμπύλη ισχύος.



*Εικόνα 5.3.3 RMS Error Ανά Επανάληψη*

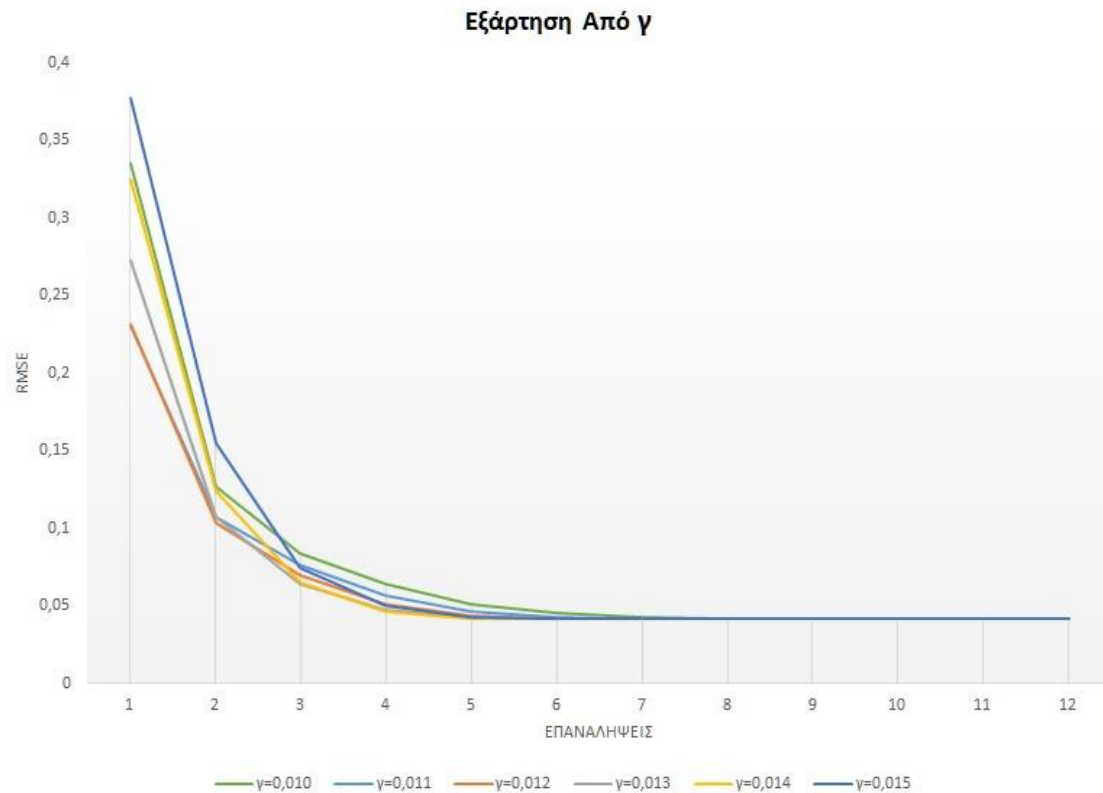


Εικόνα 5.3.4 Απόλυτο Σφάλμα Ανά Ωρα

Όπως και με την μέθοδος GBD έτσι και στην OA η παράμετρος  $\gamma$  που χρησιμοποιείται στον τύπο υπολογισμού των σημάτων ελέγχου εικονικών τιμών:

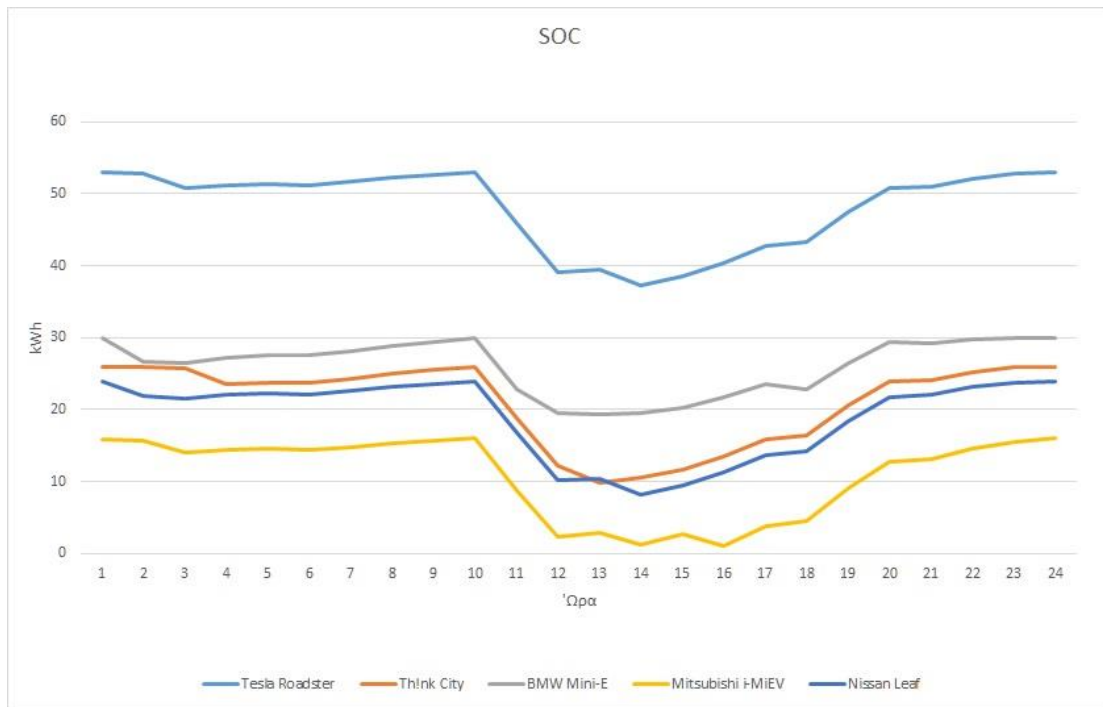
$$p^v(t) = \gamma * \left( \sum_{i=1}^N \{X_{chi}^{v-1}(t) - X_{dchi}^{v-1}(t)\} - POP_{aggr}^{for}(t) \right)$$

επηρεάζει την ταχύτητα σύγκλισης των αλγορίθμων. Για την καλύτερη κατανόηση αυτής της εξάρτησης στην εικόνα 5.3.5 παρουσιάζεται η καμπύλη της RMS τιμής του σφάλματος για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου  $\gamma$ . Στον αλγόριθμο OA επιτεύχθηκε ταχύτερη σύγκλιση για  $\gamma = 0,014$ .

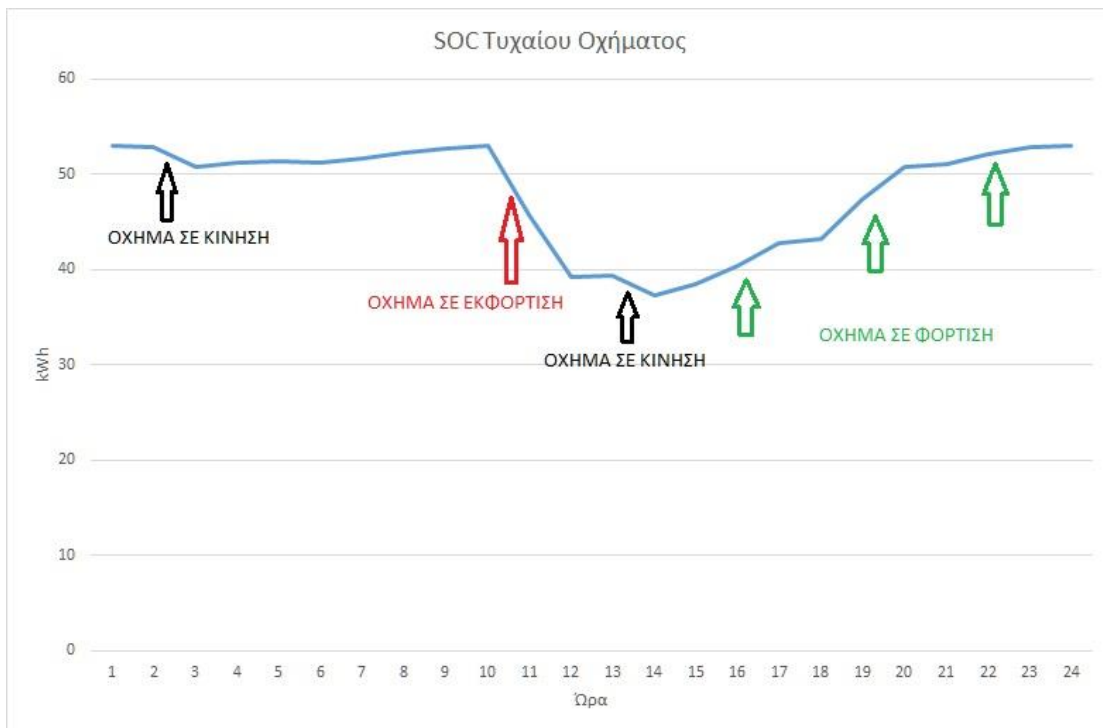


**Εικόνα 5.3.5 Εξάρτηση Από Παράμετρο  $\gamma$**

Στην εικόνα 5.3.6 και 5.3.7 παρουσιάζονται η στάθμη φόρτισης (State Of Charge) για τα διαφορετικά μοντέλα οχημάτων που απαρτίζουν τον εξεταζόμενο στόλο των EVs καθώς και ενός τυχαίου οχήματος ανά ώρα. Είναι εμφανές ότι τα οχήματα λειτουργούν εντός των αποδεκτών ορίων λειτουργίας τους και είναι πλήρως φορτισμένα στο τέλος κάθε εξεταζόμενης ημέρας. Επίσης η απότομη πτώση της καμπύλης υποδεικνύει ότι το όχημα εκφορτίζει προς το δίκτυο και οι μικρές πτώσεις πως βρίσκεται σε κίνηση.



**Εικόνα 5.3.6** Στάθμη Φόρτισης Ανά Μοντέλο και Ανά Ώρα



**Εικόνα 5.3.7** Στάθμη Φόρτισης Τυχαίου Οχήματος Ανά Ώρα



## 6 Συμπεράσματα

### 6.1 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων των EVs σύμφωνα με το επιθυμητό προφίλ  $POP_{aggr}^{forecast}(t)$  του EVS-Aggregator όπως αυτά προέκυψαν από την εφαρμογή των μεθόδων Generalized Benders Decomposition και Outer Approximation. Παρακάτω συγκρίνονται τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά στοιχεία των δύο μεθόδων όπως αυτά προέκυψαν από την υλοποίησή τους στο MATLAB.

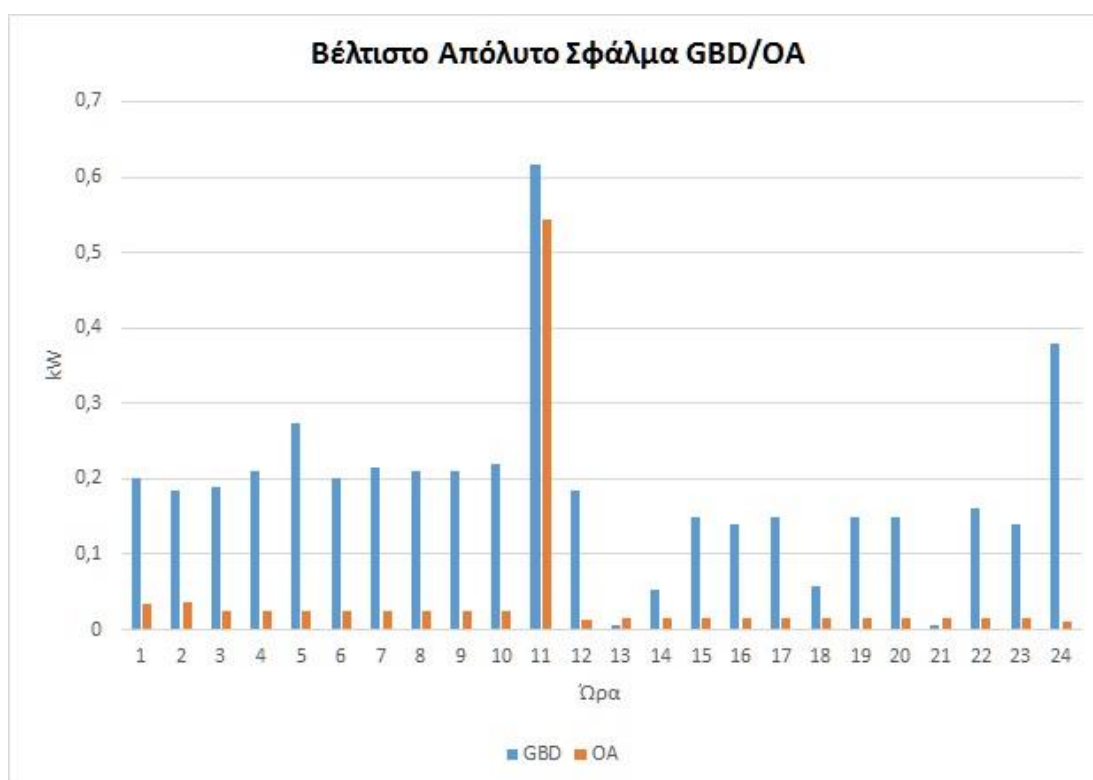
Το βασικό συγκριτικό χαρακτηριστικό των δύο μεθόδων είναι η ταχύτητα σύγκλισης. Όπως ήταν αναμενόμενο από τη θεωρία, η μέθοδος Outer Approximation παρουσιάζει ταχύτερη σύγκλιση από την 5<sup>η</sup> επανάληψη ενώ αντίστοιχα η Generalized Benders Decomposition πρακτικά συγκλίνει από την 11<sup>η</sup> επανάληψη. Τα παραπάνω στοιχεία φαίνονται στον παρακάτω πίνακα και παρουσιάζονται γραφικά από της αντίστοιχες καμπύλες του RMSE κάθε μεθόδου στην εικόνα 6.1.1.

	1η	2η	3η	4η	5η	6η	7η	8η	9η	10η	11η	12η
GBD	1,265	0,719	0,496	0,352	0,274	0,260	0,226	0,222	0,211	0,203	0,193	0,192
OA	0,325	0,124	0,065	0,046	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042



Εικόνα 6.1.1 Συγκριτική Ταχύτητα Σύγκλισης GBD/OA

Από την εικόνα 6.1.1 είναι εμφανές και ένα άλλο χαρακτηριστικό στοιχείο που προέκυψε από την υλοποίηση των δύο αλγορίθμων το οποίο είναι το τελικό απόλυτο σφάλμα μετά από την σύγκλιση όπου και σε αυτή την περίπτωση η Outer Approximation παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα συγκριτικά με την Generalized Benders Decomposition. Αναλυτικότερα οι δύο μέθοδοι παρουσιάζουν τελικά μέγιστο απόλυτο σφάλμα 0.5435 και 0.617 kilowatts ,όμως στη διάρκεια μίας ημέρας το RMS σφάλμα είναι 0.042 και 0.192 kilowatts για την Outer Approximation και Generalized Benders Decomposition αντίστοιχα, το οποίο αποτελεί μια διαφορά της τάξης του 78% η οποία κρίνεται ως σημαντική. Τα παραπάνω στοιχεία είναι εμφανή και στην εικόνα 6.1.2.



Εικόνα 6.1.2 Συγκριτικό Βέλτιστο Απόλυτο Σφάλμα GBD/OA

## 6.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις

Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2 το πρόβλημα της κατανομής των φορτίσεων/εκφορτίσεων ενός στόλου ηλεκτρικών οχημάτων με βάση ένα επιθυμητό προφίλ μοντελοποιείται μαθηματικά ως ένα Mixed Integer Non Linear Problem. Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας παρουσιάστηκαν, υλοποιήθηκαν και συγκρίθηκαν οι αλγόριθμοι Generalized Benders Decomposition και Outer Approximation ως αλγοριθμικά εργαλεία επίλυσης τέτοιων προβλημάτων. Επομένως μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσας εργασίας θα μπορούσαν να αφορούν τη χρήση άλλων μεθόδων επίλυσης MINL προβλημάτων εφαρμοσμένα στο πρόβλημα της

παρούσας διπλωματικής. Μερικές πιθανώς κατάλληλες μέθοδοι για μελλοντική εφαρμογή θα μπορούσαν να είναι οι εξής :

- Branch and Bound [22]
- Feasibility Approach [23]
- Outer Approximation with Equality Relaxation [24]
- Outer Approximation with Equality Relaxation and Augmented Penalty [25]
- Generalized Outer Approximation [26]
- Generalized Cross Decomposition [27]

Μια άλλη πιθανή επέκταση θα μπορούσε να αφορά την προσέγγιση διαφορετικών προφίλ δεδομένων αντί αυτού που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, όπως για παράδειγμα την κατανομή των φορτίσεων/εκφορτίσεων με σκοπό την προσέγγιση ενός προφίλ για valley-filling της ημερήσιας καμπύλης φορτίου.

### 6.3 Επίλογος

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκαν τα οφέλη της V2G λειτουργίας των ηλεκτρικών οχημάτων και η προσοχή εστιάστηκε στην αμφίδρομη BiV2G λειτουργία ως πιο ωφέλιμη τόσο από την άποψη του δικτύου όσο και από την πλευρά του καταναλωτή/ιδιοκτήτη ηλεκτρικού οχήματος.

Συγκεκριμένα παρουσιάστηκε ένα πιθανό μοντέλο λειτουργίας ενός τέτοιου διαδραστικού συστήματος και μοντελοποιήθηκε μαθηματικά το προκύπτον πρόβλημα της ημερήσιας κατανομής των φορτίσεων και εκφορτίσεων των ηλεκτρικών οχημάτων ενός αντιπροσωπευτικού στόλου.

Στη συνέχεια το πρόβλημα επιλύθηκε με την χρήση των αλγορίθμων Generalized Benders Decomposition και Outer Approximation οι οποίοι ακολούθως παρήγαγαν τα αποτελέσματα της επίλυσης. Η σύγκριση αυτών των αποτελεσμάτων οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος Outer Approximation υπερτερεί της Generalized Benders Decomposition ως προς το βαθμό σύγκλισης των τελικών αποτελεσμάτων με το επιθυμητό προφίλ καθώς και ως προς την ταχύτητα σύγκλισης καθώς διαθέτει αυστηρότερους μαθηματικούς περιορισμούς που συμβάλλουν προς αυτή την κατεύθυνση. Από τα παραπάνω αποτελέσματα φάνηκε ότι με τη χρήση των συγκεκριμένων αλγορίθμων είναι εφικτή η αποδοτική υλοποίηση της διαχείρισης ενός στόλου από έναν κεντρικό διαχειριστή που θα είναι υπεύθυνος για την εφαρμογή της αμφίδρομης V2G λειτουργίας ενός δικτύου.

Συμπερασματικά διαφαίνεται ότι μελλοντικά ένα μοντέλο αμφίδρομης V2G λειτουργίας είναι όχι μόνο εφικτό αλλά και απαραίτητο ως μέρος της ευρύτερης ανάπτυξης και εκσυγχρονισμού των δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας με γνώμονα την παραγωγή, εξοικονόμηση και διαχείριση καθαρότερων ως προς το περιβάλλον μορφών ενέργειας σε συνδυασμό με την δημιουργία επιπλέον κινήτρων για τη χρησιμοποίηση και διάδοση καθαρότερων μέσων μετακίνησης όπως τα ηλεκτρικά αυτοκίνητα.

## 7 Βιβλιογραφία

---

- [1] DECICCO, John; FUNG, Freda; AN, Feng. *Global warming on the road: the climate impact of America's automobiles*. Environmental Defense, 2006.
- [2] CAIAZZO, Fabio, et al. Air pollution and early deaths in the United States. Part I: Quantifying the impact of major sectors in 2005. *Atmospheric Environment*, 2013, 79: 198-208.
- [3] Regulation (EU) No 333/2014 of the European Parliament and of the Council of 11 March 2014 amending Regulation (EC) No 443/2009 to define the modalities for reaching the 2020 target to reduce CO<sub>2</sub> emissions from new passenger cars
- [4] U.S. Department of Energy <http://www.energy.gov/articles/history-electric-car>
- [5] U.S. Department of Energy <http://www.energy.gov/eere/transportation/vehicles>
- [6] HARROP, P.; DAS, R. Car Traction Batteries-the New Gold Rush 2010-2020. *IDTechEx report*, 2009 .
- [7] LINDEN, David; REDDY, Thomas B. Handbook of battery. ISBN 0-07-135978-8 2001.
- [8] BRUCE, Peter G.; SCROSATI, Bruno; TARASCON, Jean-Marie. Nanomaterials for rechargeable lithium batteries. *Angewandte Chemie International Edition*, 2008, 47.16: 2930-2946.
- [9] TC 23/SC 23H , IEC 62196-1:2014 - Plugs, Socket-outlets and Couplers for industrial and similar applications, and for Electric Vehicles
- [10] U.S. Energy Information Administration ,” U.S. household expenditures for gasoline account for nearly 4% of pretax income ” , <http://www.eia.gov/todayinenergy/detail.cfm?id=9831>
- [11] WILSON, Lindsay. Shades of green: electric cars' carbon emissions around the globe. 2013.
- [12] PUTRUS, G. A., et al. Impact of electric vehicles on power distribution networks. In: Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009. VPPC'09. IEEE. IEEE, 2009. p. 827-831.
- [13] C. Guille, G. Gross, —A conceptual framework for the vehicle-to-grid (V2G) implementation, *Energy Policy*, Volume 37, Issue 11, Νοέμβριος 2009
- [14] W. Kempton, J. Tomic, “Vehicle-to-grid power fundamentals: Calculating capacity and net revenue,” *J. Power Sources*, vol. 144, no. 1, 1 Ιουνίου 2005

---

[15] E. Sortomme, M.A. El-Sharkawi, "Optimal Charging Strategies for Unidirectional Vehicle-to-Grid," Smart Grid, IEEE Transactions vol.2, no.1, Μάρτιος 2011

[16] W. Kempton, T. Kubo, «Electric-drive vehicles for peak power in Japan», Energy Policy, Volume 28, Issue 1, 1 Ιανουαρίου 2000

[17] M. Rivier, T. Gomez, R. Cossent, I. Momber, —New actors and business models for the integration of EV in power systems», Deliverable 5.1, Project MERGE, 4 Φεβρουαρίου 2011

[18] C. Quinn, D. Zimmerle, T. Bradley, —The effect of communication architecture on the availability, reliability, and economics of plug-in hybrid electric vehicle-to-grid ancillary services», Journal of Power Sources, Volume 195, Issue 5,1 Μαρτίου 2010

[19] Κωνσταντίνος, Πανουργιάς. "Αλγόριθμοι Βέλτιστου Προγραμματισμού και Αποκεντρωμένης Διαχείρισης της V2G λειτουργίας των ηλεκτρικών οχημάτων για την ένταξη τους στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας." (2014).

[20] FLOUDAS, Christodoulos A. Nonlinear and mixed-integer optimization: fundamentals and applications. Oxford University Press, 1995.

[21] Karfopoulos, E.L.; Panourgias, K.A.; Hatziargyriou, N.D., Distributed Coordination of Electric Vehicles providing V2G Regulation Services, IEEE Transactions on Power Systems, early access article, 2015 (DOI: 10.1109/TPWRS.2015.2472957)

[22] BEALE, Evelyn ML. Branch and bound methods for mathematical programming systems. Annals of Discrete Mathematics, 1979, 5: 201-219.

[23] KOCIS, Gary R.; GROSSMANN, Ignacio E. Relaxation strategy for the structural optimization of process flow sheets. Industrial & engineering chemistry research, 1987, 26.9: 1869-1880.

[24] MAWENGGANG, Herman; MURTAGH, B. A. Solving nonlinear integer programs with large-scale optimization software. Annals of Operations Research, 1986, 5.2: 425-437.

[25] VISWANATHAN, Jagadisan; GROSSMANN, Ignacio E. A combined penalty function and outer-approximation method for MINLP optimization. Computers & Chemical Engineering, 1990, 14.7: 769-782.

[26] FLETCHER, Roger; LEYFFER, Sven. Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation. Mathematical programming, 1994, 66.1-3: 327-349.

[27] HOLMBERG, Kaj. On the convergence of cross decomposition. Mathematical Programming, 1990, 47.1-3: 269-296.