



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Σύγχρονες Τεχνικές Κατάτμησης Εικόνας και Εφαρμογή τους σε Εικόνες Σημαντικών Αρχαίων Παπύρων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δημήτριος Τ. Τριανταφύλλης

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Ν. Παπαοδυσσεύς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2016



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Σύγχρονες Τεχνικές Κατάτμησης Εικόνας και Εφαρμογή τους σε Εικόνες Σημαντικών Αρχαίων Παύρων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δημήτριος Τ. Τριανταφύλλης

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Ν. Παπαοδυσσεύς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 28^η Ιουνίου 2016.

.....
Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ηλίας Κουκούτσης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Γεώργιος Καμπουράκης
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2016

.....
Δημήτριος Τ. Τριανταφύλλης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Δημήτριος Τριανταφύλλης, 2016.
Copyright © Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς, 2016.
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Στην παρούσα Διπλωματική, μελετώνται διεξοδικώς διάφορες σημαντικές μέθοδοι αυτόματης κατάτμησης εικόνων, και εφαρμόζονται κάποιες εξ αυτών για την κατάτμηση εικόνων αρχαιολογικού περιεχομένου. Αρχικά γίνεται μία συνοπτική επισκόπηση των υπαρχουσών μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνας. Συγκεκριμένα περιγράφονται μέθοδοι κατωφλίωσης, ιεραρχικές μέθοδοι, η μέθοδος Watershed και η μέθοδος των ενεργών περιγραμμάτων (active contours). Εν συνεχεία γίνεται μία αναλυτική περιγραφή των μεθόδων active contours, Chan-Vese και μίας νέας πρωτότυπης μεθόδου κατάτμησης έγχρωμης εικόνας με πολύ καλά αποτελέσματα. Τέλος γίνεται μία πειραματική εφαρμογή της νέας μεθόδου και της μεθόδου Chan-Vese, για την αυτόματη κατάτμηση εικόνων γραμμάτων του παπύρου του δευτέρου μ.Χ. αιώνας BM 131. Τα αποτελέσματα της αυτόματης κατάτμησης των δύο μεθόδων, συγκρίνονται με μία αντίστοιχη για κάθε γράμμα κατάτμηση αναφοράς, η οποία υλοποιείται «με το χέρι» και θεωρείται ως η βέλτιστη κατάτμηση. Η σύγκριση των κατατμήσεων που προκύπτουν από τις δύο μεθόδους με την κατάτμηση που υλοποιείται «με το χέρι», θα βοηθήσει ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για την αποδοτικότητα και την αξιοπιστία των δύο μεθόδων.

Λέξεις Κλειδιά

Αυτόματη κατάτμηση εικόνας, Κατωφλίωση, Watershed, Ενεργά περιγράμματα, Μέθοδος Chan-Vese

Abstract

In the present Diploma Thesis, several important methods of automatic image segmentation are studied in detail, and some of them are applied for the segmentation of images of archaeological content. Initially, a brief overview of existing automatic image segmentation methods is made. Specifically, thresholding methods, hierarchical methods, the Watershed method and the method of active contours are described. Next, a detailed description of methods of active contours, Chan-Vese and a new original color image segmentation method with good results is made. Finally, an experimental application of the new method and Chan-Vese method for automatic segmentation of images of letters of the second AD century papyrus BM 131 is made. The results of the automatic segmentation of the two methods are compared with a corresponding reference segmentation for each letter, which is implemented "by hand" and is regarded as the optimal segmentation. The comparison of segmentations resulting from the two methods with the segmentation implemented "by hand", will help to draw conclusions about the efficiency and reliability of both methods.

Key Words

Automatic image segmentation, Thresholding, Watershed, Active contours, Chan-Vese method

Ευχαριστίες

Νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω από καρδιάς, τον καθηγητή μου κύριο Κωνσταντίνο Παπαοδυσσέα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, αναθέτοντάς μου μία τόσο ενδιαφέρουσα διπλωματική εργασία, αλλά και γιατί με αντιμετώπισε πάντα με ευγένεια και με το χαμόγελο στα χείλη. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον υπεύθυνο της διπλωματικής μου εργασίας Φώτιο Γιαννόπουλο για την καλή μας συνεργασία κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Με προθυμία και υπομονή, με βοήθησε να επιλύσω όποια προβλήματα παρουσιάστηκαν. Επίσης, ευχαριστώ την Κυβέλη Καμπούρη για τη διάλεξη που μου έδωσε στο εργαστήριο. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω και όλα τα υπόλοιπα μέλη του εργαστηρίου, για τις ενδιαφέρουσες συζητήσεις που είχαμε κατά τις επισκέψεις μου στο εργαστήριο.

Περιεχόμενα

1. Σκοπός της παρούσας Διπλωματικής.....	9
2. Εισαγωγή. Περί Κατάτμησης Εικόνας και η Σπουδαιότητα Αυτής.....	10
3. Γενική Συνοπτική Επισκόπηση Υπαρχουσών Μεθόδων Κατάτμησης Εικόνας....	16
3.1. Μέθοδοι Βασισμένες στο Ιστόγραμμα της Εικόνας Αποχρώσεων του γκρι.....	16
3.2. Ιεραρχικές μέθοδοι.....	19
3.3. Watershed.....	21
3.4. Η Μέθοδος των Active Contours.....	24
4. Αναλυτικότερη Παρουσίαση των Μεθόδων Active Contours, Chan-Vese και Γενικά, Ελαχιστοποίησης Ενεργειακής Συνάρτησης (Energy Function).....	26
4.1. Παραμετρικά Ενεργά Περιγράμματα (Parametric Active Contours).....	26
4.1.1. Classic Active Contours (Snakes).....	27
4.1.2. Balloons.....	28
4.1.3. Gradient Vector Flow.....	29
4.2. Γεωμετρικά Ενεργά Περιγράμματα (Geometric Active Contours).....	29
4.2.1. Γεωδαιτικά Ενεργά Περιγραμμάτα (Geodesic Active Contours).....	30
4.3. Μέθοδος Chan-Vese.....	32
5. Μία Νέα Μέθοδος Κατάτμησης Έγχρωμης Εικόνας.....	37
5.1. Εισαγωγή.....	37
5.2. Περιγραφή της μεθόδου.....	37
5.3. Μείωση θορύβου λόγω φθοράς και βελτίωση περιγραμμάτων.....	39
6. Εφαρμογή στην Κατάτμηση Εικόνων Γραμμάτων Αρχαίων Κειμένων.....	44
Βιβλιογραφία.....	58

1. Σκοπός της παρούσας Διπλωματικής

Σκοπός της παρούσας Διπλωματικής είναι η διεξοδική μελέτη διαφόρων σημαντικών μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνων, και η εφαρμογή κάποιων εξ αυτών για την κατάτμηση εικόνων αρχαιολογικού περιεχομένου. Οι εν λόγω εικόνες αρχαιολογικού περιεχομένου, προέρχονται από ψηφιακές φωτογραφίες αρχαίων παπύρων, και συγκεκριμένα, σχεδόν αποκλειστικά, από το έργο του Αριστοτέλους “Αθηναίων Πολιτεία”. Πρόκειται για τον πάπυρο του δευτέρου μ.Χ. αιώνας, με κωδική ονομασία BM 131, που αποτελείται από πέντε τμήματα, ανακαλύφθηκε στην Αίγυπτο (προέρχεται από την αρχαία Ερμούπολη της Αιγύπτου) στα τέλη του δεκάτου ενάτου αιώνας και βρίσκεται στην Βρετανική Βιβλιοθήκη. Ο συγκεκριμένος πάπυρος είναι ο μόνος που διασώζει κείμενο που προέρχεται από το έργο “Αθηναίων Πολιτεία”, και όλες οι δημοσιεύσεις του έργου στο αρχαίο ελληνικό πρωτότυπο κείμενο, βασίζονται σε αυτόν τον πάπυρο.

Οι εικόνες των επιγραφών (εν προκειμένω του αρχαίου ελληνικού παπύρου) αποτελούνται από τις περιοχές ενδιαφέροντος, που είναι τα γράμματα, και τις περιοχές του υποβάθρου. Ο στόχος της κατάτμησης εικόνων επιγραφών είναι, ο όσο το δυνατόν, πιστός διαχωρισμός της περιοχής ενδιαφέροντος, δηλαδή του γράμματος, από το υπόβαθρο, και το αποτέλεσμα μίας τέτοιας κατάτμησης, είναι μία δυαδική εικόνα, όπου το γράμμα απεικονίζεται με μαύρο χρώμα και το υπόβαθρο με λευκό (ή το αντίθετο). Αφού γίνει η κατάτμηση της εικόνας της επιγραφής, αυτή μπορεί να δοθεί ως είσοδος σε κάποιο επόμενο στάδιο επεξεργασίας.

Στην παρούσα Διπλωματική, μετά από μία εισαγωγή περί κατάτμησης εικόνας και της σπουδαιότητας αυτής, γίνεται αρχικά μία συνοπτική επισκόπηση των υπαρχουσών μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνας. Συγκεκριμένα περιγράφονται μέθοδοι κατωφλίωσης (βασισμένες στο ιστόγραμμα εικόνων αποχρώσεων του γκρι), ιεραρχικές μέθοδοι, η μέθοδος Watershed και η μέθοδος των ενεργών περιγραμμάτων (active contours). Εν συνεχεία γίνεται μία αναλυτική περιγραφή των μεθόδων active contours, Chan-Vese και μίας νέας πρωτότυπης μεθόδου κατάτμησης έγχρωμης εικόνας με πολύ καλά αποτελέσματα. Τέλος γίνεται μία πειραματική εφαρμογή της νέας μεθόδου και της μεθόδου Chan-Vese, για την αυτόματη κατάτμηση εικόνων γραμμάτων του παπύρου BM 131. Τα αποτελέσματα της αυτόματης κατάτμησης των δύο μεθόδων, συγκρίνονται με μία αντίστοιχη για κάθε γράμμα κατάτμηση αναφοράς, η οποία θεωρείται ως η βέλτιστη κατάτμηση. Αυτή η βέλτιστη κατάτμηση αναφοράς, είναι μία δυαδική εικόνα που υλοποιείται «με το χέρι», με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού επεξεργασίας εικόνας. Η σύγκριση των κατατμήσεων που προκύπτουν από τις δύο μεθόδους με την κατάτμηση που υλοποιείται «με το χέρι», θα βοηθήσει ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για την αποδοτικότητα και την αξιοπιστία των δύο μεθόδων.

2. Εισαγωγή. Περί Κατάτμησης Εικόνας και η Σπουδαιότητα Αυτής

Η κατάτμηση εικόνας είναι μία πολύ σημαντική διαδικασία του τομέα της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας. Είναι μία διαδικασία ενδιάμεσου επιπέδου. Συνήθως εφαρμόζεται μετά από μία διαδικασία χαμηλού επιπέδου, όπως π.χ. η μείωση θορύβου, και το αποτέλεσμά της, είναι η είσοδος για κάποια διαδικασία υψηλού επιπέδου, όπως π.χ. η αναγνώριση προτύπων. Αποτελεί ένα από τα πιο δύσκολα προβλήματα στον τομέα της όρασης υπολογιστών, και ένα ανοιχτό πεδίο έρευνας.

Ως κατάτμηση εικόνας, ορίζεται η διαδικασία διαχωρισμού μίας εικόνας σε διακριτές, ομοιογενείς υποπεριοχές, ασυνεχείς μεταξύ τους και μη αλληλοεπικαλυπτόμενες. Οι περιοχές αυτές είναι ομοιογενείς ως προς κάποιο χαρακτηριστικό της εικόνας, όπως η φωτεινότητα, το χρώμα ή η υφή. Η κάθε περιοχή είναι αρκετά διαφορετική, ως προς αυτό το χαρακτηριστικό της εικόνας, από τις γειτονικές περιοχές, και διαχωρίζεται με σαφήνεια από αυτές. Το αποτέλεσμα της κατάτμησης, εκτός από ένα σύνολο από ομοιογενείς περιοχές που καλύπτουν ολόκληρη την εικόνα, ενδέχεται να είναι και ένα σύνολο από περιγράμματα που έχουν εξαχθεί από αυτήν. Για να έχει αξία και χρησιμότητα η κατάτμηση εικόνας, θα πρέπει το αποτέλεσμα της εφαρμογής της, να αντιστοιχεί στην ανθρώπινη αντίληψη, δηλαδή αυτές οι ομοιογενείς περιοχές θα πρέπει να αντιστοιχούν σε κάποια αντικείμενα ενδιαφέροντος, που να είναι ευκόλως αναγνωρίσιμα από τους ανθρώπους παρατηρητές.

Τα κριτήρια με τα οποία καθορίζεται η ομοιογένεια των περιοχών ενδέχεται να διαφέρουν από εικόνα σε εικόνα, ανάλογα με το χαρακτηριστικό της εικόνας που είναι κατάλληλο για τον διαχωρισμό των περιοχών. Αλλού, μπορεί να είναι χρήσιμη η φωτεινότητα π.χ., και αλλού κάποιο άλλο χαρακτηριστικό. Αλλά και η ίδια εικόνα, εάν δοθεί προς κατάτμηση σε διαφορετικούς ανθρώπους, είναι δυνατόν να κατατμηθεί με διαφορετικούς τρόπους. Οι λόγοι αυτοί εξηγούν την δυσκολία των διαφόρων μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνας, να παράγουν αξιόπιστα αποτελέσματα, αν δεν υπάρχει προηγούμενη γνώση για το περιεχόμενο της εικόνας.

Υπάρχουν διάφορες τεχνικές αυτόματης κατάτμησης εικόνας, που στηρίζονται συνήθως στην ανίχνευση είτε των σημείων ασυνέχειας της φωτεινότητας της εικόνας (απότομη αλλαγή στην φωτεινότητα) είτε της ομοιομορφίας ανάμεσα στις τιμές των εικονοστοιχείων (pixels) της εικόνας. Οι πιο δημοφιλείς μέθοδοι αυτόματης κατάτμησης που χρησιμοποιούνται, μπορούν να χωριστούν στις εξής κατηγορίες:

- α. Μέθοδοι κατωφλίωσης (thresholding). Είναι μέθοδοι που βασίζονται στο ιστόγραμμα της εικόνας και στην εφαρμογή κατωφλίων σε κατάλληλα σημεία αυτού.
- β. Μέθοδοι ομαδοποίησης/συσταδοποίησης (clustering). Οι δύο βασικές υποκατηγορίες αυτών των μεθόδων είναι οι διαχωριστικές (partitional) μέθοδοι και οι ιεραρχικές (hierarchical) μέθοδοι.
- γ. Μέθοδοι βασισμένες σε επέκταση περιοχών (region based segmentation). Είναι μέθοδοι που βασίζονται στην επέκταση περιοχών που χαρακτηρίζονται

ως παρόμοιες/ομοιόμορφες/ομοιογενείς, σύμφωνα με ένα σύνολο προκαθορισμένων κριτηρίων. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν και οι μέθοδοι Watershed με τις διάφορες παραλλαγές τους.

- δ. Μέθοδοι ενεργών περιγραμμάτων (active contours). Είναι μέθοδοι που χρησιμοποιούν κλειστές παραμορφώσιμες καμπύλες, που εξελίσσονται δυναμικά από μία αρχική θέση προς τα όρια των αντικειμένων της εικόνας. Χωρίζονται σε δύο κύριες υποκατηγορίες: στις μεθόδους παραμετρικών ενεργών περιγραμμάτων (parametric active contours) και στις μεθόδους γεωμετρικών ενεργών περιγραμμάτων (geometric active contours). Οι πιο γνωστές από αυτές τις μεθόδους είναι η αρχική κλασική μέθοδος (active contours ή snakes), τα γεωδαισικά ενεργά περιγράμματα (geodesic active contours), και η μέθοδος Chan-Vese.

Κάθε μέθοδος από αυτές έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της, και υπάρχει το ενδεχόμενο σε διαφορετικές εφαρμογές να προτιμώνται διαφορετικές μέθοδοι, οι αποτελεσματικότερες ανά περίπτωση.

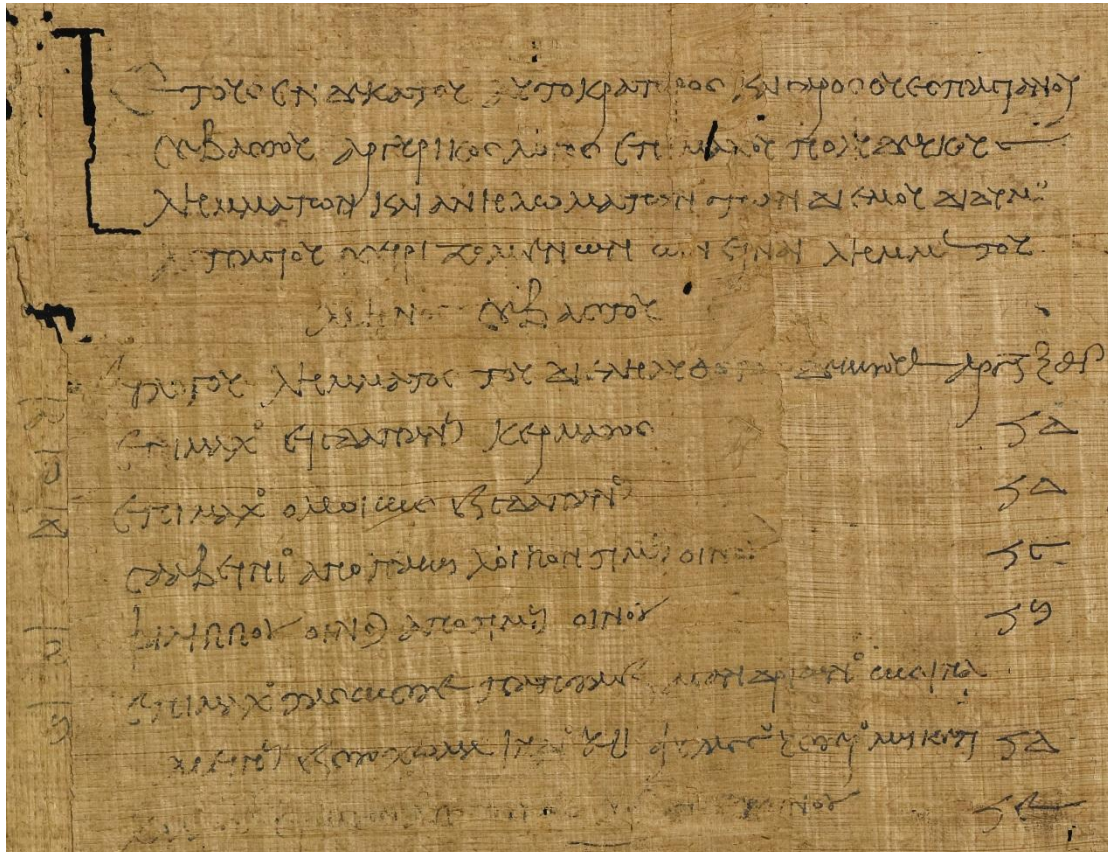
Η αυτόματη κατάτμηση εικόνας χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών. Μερικά παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών είναι τα εξής:

- Οπτική αναγνώριση χαρακτήρων (OCR).
- Αναγνώριση προσώπων, δακτυλικών αποτυπωμάτων, ίριδας και εν γένει βιομετρικών μεγεθών.
- Ανίχνευση αντικειμένων σε εικόνες δορυφόρων ή αεροφωτογραφιών (δρόμων, κτηρίων, πετρελαιοκηλίδων, κλπ).
- Ανίχνευση και παρακολούθηση κίνησης αντικειμένων σε ακολουθία εικόνων.

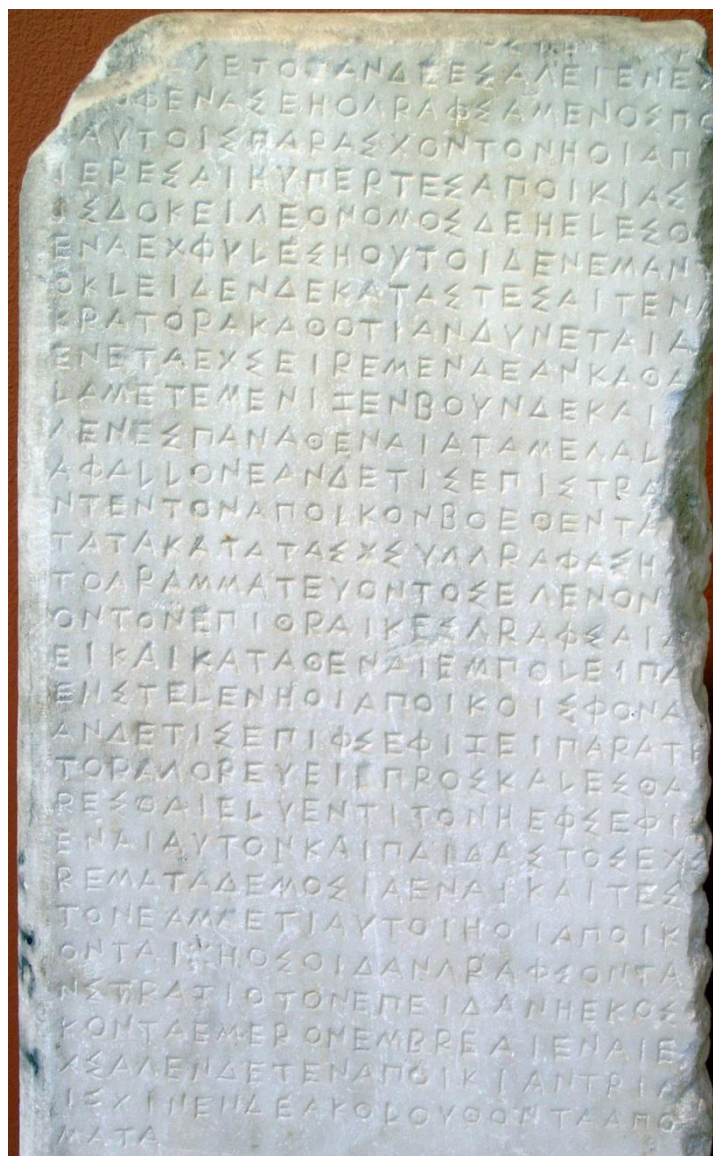
Σε όλες αυτές τις εφαρμογές, γίνεται ερμηνεία της πληροφορίας που παρέχεται από την κατάτμηση της εικόνας, και για να παραχθούν ικανοποιητικά αποτελέσματα θα πρέπει αυτή η πληροφορία να είναι αξιόπιστη. Αναδεικνύεται δηλαδή η σπουδαιότητα της διαδικασίας της αυτόματης κατάτμησης εικόνας ως βασικό στάδιο οποιασδήποτε εφαρμογής ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας υψηλού επιπέδου, και η σημασία της ύπαρξης αποδοτικών μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνας που να παράγουν αξιόπιστα αποτελέσματα.

Η αυτόματη κατάτμηση εικόνας χρησιμοποιείται κατά κόρον στην Ιατρική. Η εφαρμογή της σε μία μεγάλη ποικιλία ιατρικών εικόνων, βοηθάει ουσιαστικά τους ιατρούς διαφόρων ειδικοτήτων, στη συντόμευση χρονοβόρων διαδικασιών, στην έγκαιρη και ακριβέστερη πρόγνωση και διάγνωση παθήσεων, και στην λήψη αποφάσεων για τον βέλτιστο τρόπο θεραπείας των διαφόρων παθήσεων. Υπάρχουν αρκετά είδη ιατρικών εικόνων που μπορεί να εφαρμοστεί η κατάτμηση, όπως οι ακτινογραφίες (X-ray), τα υπερηχογραφήματα (ultrasound), η υπολογιστική τομογραφία (Computed Tomography-CT), η μαγνητική τομογραφία (Magnetic Resonance Imaging-MRI), η τομογραφία εκπομπής ποζιτρονίων (Positron Emission Tomography-PET), η τομογραφία εκπομπής φωτονίου (Single-photon emission computed tomography-SPECT) και άλλες. Ο στόχος της κατάτμησης σε εικόνες ιατρικού περιεχομένου είναι ο διαχωρισμός των αντικειμένων της εικόνας με σκοπό τη μελέτη ανατομικών δομών, η ανίχνευση διαφόρων περιοχών ενδιαφέροντος, όπως επί παραδείγματι όγκοι ή έτερα παθολογικά στοιχεία, η μέτρηση όγκου ιστών, και εν γένει η εξαγωγή οποιασδήποτε πληροφορίας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τους ιατρούς.

Ένας άλλος επιστημονικός τομέας, στον οποίο χρησιμοποιείται, και διαδραματίζει έναν πολύ σημαντικό ρόλο η αυτόματη κατάτμηση εικόνας, όλο και περισσότερο τα τελευταία χρόνια, είναι η Αρχαιολογία. Ειδικότερα, ένας από τους βασικότερους τομείς της Αρχαιολογίας, με τον οποίο ασχολούμαστε κατά κύριον λόγο στην παρούσα διπλωματική, είναι η Επιγραφολογία. Η Επιγραφολογία είναι ο κλάδος της Αρχαιολογίας που ασχολείται με τις αρχαίες επιγραφές, και συγκεκριμένα με την κατάταξη, ομαδοποίηση και την χρονολόγηση αυτών. Μία αρχαία επιγραφή μπορεί να είναι γραμμένη σε πάπυρο ή λαξευμένη σε μάρμαρο (ή άλλου είδους πέτρωμα). Στο Σχήμα 2.1 απεικονίζεται μία επιγραφή σε πάπυρο, και συγκεκριμένα από τον πάπυρο BM 131 με τον οποίο ασχοληθήκαμε, ενώ στο Σχήμα 2.2 απεικονίζεται μία επιγραφή σε μάρμαρο.



Σχήμα 2.1: Αρχαία ελληνική επιγραφή από τον πάπυρο BM 131. Στο κείμενο διακρίνουμε: “ΕΤΟΥΣ ΕΝΔΕΚΑΤΟΥ ΑΥΤΟΚΡΑΤΟΡΟΣ ΚΑΙΣΑΡΟΣ ΟΥΕΣΠΑΣΙΑΝΟΥ ΣΕΒΑΣΤΟΥ ΑΡΓΥΡΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ ΕΠΙΜΑΧΟΥ ΠΟΛΥΔΕΥΚΟΥ ΛΗΜΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΝΗΛΩΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΔΙ ΕΜΟΥ ΔΙΔΥΜΟΥ ΑΣΠΑΣΙΟΥ ΧΕΙΡΙΖΟΜΕΝΩΝ...”.



Σχήμα 2.2: Αρχαία ελληνική επιγραφή λαξευμένη σε μάρμαρο.

Η ορθή χρονολόγηση των αρχαίων επιγραφών έχει μεγάλη σημασία, όχι μόνο για την Αρχαιολογία αλλά και για την Ιστορία. Είναι όμως μία διαδικασία εξαιρετικά δύσκολη και σε κάποιες περιπτώσεις αδύνατη, διότι οι αρχαίοι γραφείς ούτε έβαζαν ημερομηνίες ούτε υπέγραφαν τα κείμενά τους. Μέχρι στιγμής, ο τρόπος με τον οποίο γινόταν η χρονολόγηση των επιγραφών, ήταν βάσει συγκριτικών χρονολογήσεων, του «ενστίκτου» και της εν γένει εμπειρίας των αρχαιολόγων. Αυτά προσφέρουν κάποια αποτελέσματα, όχι όμως αντικειμενικά και αδιαμφισβήτητα συμπεράσματα. Ο μόνος τρόπος ορθής χρονολόγησης των επιγραφών είναι η ομαδοποίησή τους ανά γραφέα, διότι στην αρχαιότητα ο αριθμός των γραφέων ήταν μικρός αφού οι γραφείς εξασκούσαν επάγγελμα. Εφόσον ταυτοποιηθεί ότι μία επιγραφή γράφτηκε από κάποιον συγκεκριμένο γραφέα, τότε είναι σχεδόν σίγουρο ότι η επιγραφή ανήκει χρονολογικά στην περίοδο που έζησε ο γραφέας. Η ομαδοποίηση των επιγραφών ανά γραφέα, γίνεται με τη βοήθεια ενός ολοκληρωμένου πληροφοριακού συστήματος αυτόματης ταυτοποίησης γραφέων. Η αυτόματη ταυτοποίηση γραφέων επιτυγχάνεται με βάση την πληροφορία που εξάγεται από τις ψηφιακές φωτογραφίες των επιγραφών. Αυτή η πληροφορία

προέρχεται από την εφαρμογή αυτόματης κατάτμησης εικόνας σε μεμονωμένα γράμματα των επιγραφών. Η σπουδαιότητα της αυτόματης κατάτμησης εικόνας εν προκειμένω, είναι καταφανής, διότι αξιόπιστη κατάτμηση εικόνας συνεπάγεται αξιόπιστη ταυτοποίηση γραφών, και άρα ορθή χρονολόγηση των αρχαίων επιγραφών.

Η αυτόματη κατάτμηση εικόνας βρίσκει εφαρμογή και στις αρχαίες τοιχογραφίες. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αρχαίων τοιχογραφιών είναι οι περίφημες τοιχογραφίες του Ακρωτηρίου της Θήρας, του 1650 π.Χ.. Μία από αυτές τις τοιχογραφίες απεικονίζεται στο Σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3: Τοιχογραφία από το Ακρωτήρι της Θήρας.

Ο στόχος της αυτόματης κατάτμησης στις ψηφιακές εικόνες των τοιχογραφιών, είναι η εξαγωγή όσο το δυνατόν πιο ξεκάθαρων συνόρων (περιγραμμάτων) μεταξύ

των χρωματικών περιοχών, λαμβάνοντας υπόψιν και φαινόμενα όπως η ανομοιογενής εξασθένιση χρωμάτων, ρωγμές και άλλες φθορές. Μία αξιόπιστη κατάτμηση εικόνας με ικανοποιητικά αποτελέσματα, αφού συνδυαστεί με μεθόδους ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας υψηλού επιπέδου, όπως η αναγνώριση προτύπων, μπορεί να συμβάλλει στην αποκατάσταση και ανακατασκευή των τοιχογραφιών, ακόμα και όταν λείπουν υπολογίσιμου μεγέθους τμήματα μεταξύ γειτονικών θραυσμάτων, κάτι που είναι πολύ δύσκολο ή και αδύνατο, ακόμα και για ειδικά εκπαιδευμένους αρχαιολόγους και συντηρητές. Επίσης συμβάλλει στην εύρεση της μεθόδου κατασκευής των τοιχογραφιών (τεχνοτροπία, ενδεχόμενη χρήση καμπυλογράφων από τους αρχαίους καλλιτέχνες) με ό,τι αυτό συνεπάγεται για την κατανόηση του πολιτισμικού, επιστημονικού και τεχνολογικού επιπέδου των δημιουργών των τοιχογραφιών, εν προκειμένω των κατοίκων του Αιγαίου της Ύστερης Εποχής του Χαλκού.

3. Γενική Συνοπτική Επισκόπηση Υπαρχουσών Μεθόδων Κατάτμησης Εικόνας

3.1 Μέθοδοι Βασισμένες στο Ιστόγραμμα της Εικόνας Αποχρώσεων του γκρι

Οι μέθοδοι κατάτμησης εικόνας βασισμένες στο ιστόγραμμα της εικόνας αποχρώσεων του γκρι (histogram based segmentation, ή histogram thresholding, ή thresholding (κατωφλίωση)), βασίζονται στο γεγονός ότι τα αντικείμενα ενδιαφέροντος μίας εικόνας μπορούν να διακριθούν από το φόντο βάσει του χρώματός τους (επίπεδο του γκρι). Χρησιμοποιώντας το ιστόγραμμα της εικόνας, γίνεται επιλογή κάποιου κατάλληλου επιπέδου του γκρι, που θα χρησιμοποιηθεί ως κατώφλι ανάμεσα στις τιμές των εικονοστοιχείων (pixels) των αντικειμένων και του φόντου. Η αρχική εικόνα αποχρώσεων του γκρι μετατρέπεται σε δυαδική, ούτως ώστε τα τμήματα της εικόνας που αντιστοιχούν σε αντικείμενα εμφανίζονται στη δυαδική εικόνα λευκά, ενώ τα υπόλοιπα τμήματα (φόντο) εμφανίζονται στη δυαδική εικόνα μαύρα (ή το αντίθετο).

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για τον καθορισμό του κατωφλίου αυτού. Στην ιδανική περίπτωση, στο ιστόγραμμα της εικόνας αποχρώσεων του γκρι, υπάρχει μία βαθιά και απότομη «κοιλιάδα» ανάμεσα σε δύο κορυφές, οι οποίες αντιστοιχούν στα αντικείμενα (η μία) και στο φόντο (η άλλη), και το επιθυμητό κατώφλι επιλέγεται να είναι η μικρότερη τιμή της κοιλιάδας αυτής. Στις περισσότερες εικόνες όμως δεν είναι εύκολο να διακριθεί η κοιλιάδα αυτή, λόγω της ύπαρξης θορύβου.

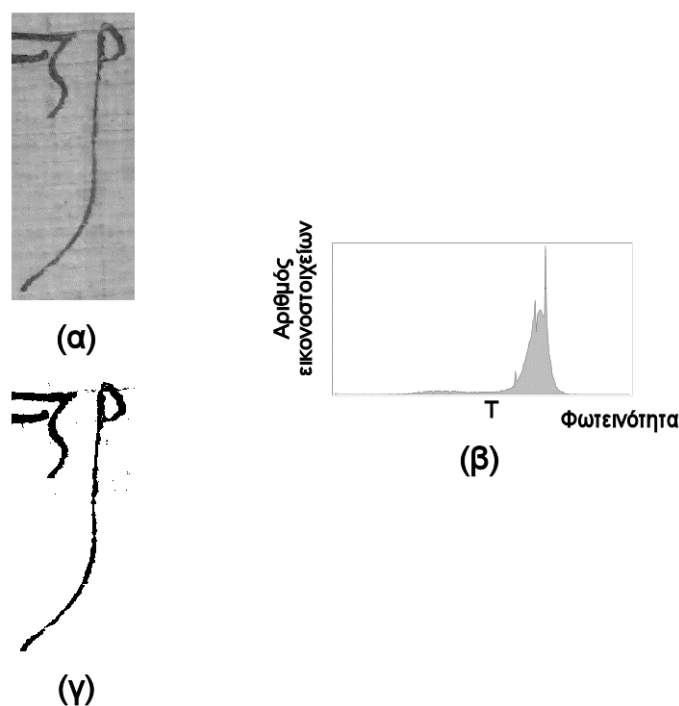
Η μέθοδος αυτή, που εν συντομία θα αποκαλούμε κατωφλίωση, φαίνεται απλή, αποτελεί όμως μία από τις πιο βασικές τεχνικές κατάτμησης εικόνας. Δεδομένης μίας εικόνας $f(x, y)$, η επιλογή ενός κατωφλίου T , επιτρέπει το διαχωρισμό της εικόνας σε δύο ομάδες. Στην πρώτη, θα ανήκουν τα σημεία (x, y) της εικόνας για τα οποία ισχύει $(f(x, y) > T)$ και θα ονομάζονται σημεία αντικειμένου, ενώ στην αντίθετη περίπτωση $(f(x, y) < T)$ προκύπτουν τα σημεία του φόντου (υποβάθρου). Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μέθοδο, η εικόνα μετατρέπεται συνήθως σε δυαδική και τα εικονοστοιχεία που κρίνεται ότι ανήκουν στο φόντο απεικονίζονται με 0 (μαύρο), ενώ τα αντικείμενα ενδιαφέροντος που θέλουμε να εξάγουμε απεικονίζονται με 1 (λευκό), ή αντίστροφα. Στην περίπτωση που η τιμή T , η οποία αντιστοιχεί στη φωτεινότητα του κατωφλίου, είναι σταθερά που εφαρμόζεται σε όλη την έκταση της εικόνας, κάνουμε λόγο για ολική κατωφλίωση (global thresholding), ενώ όταν μεταβάλλεται για τις διάφορες περιοχές της εικόνας και εξαρτάται από τις τοπικές ιδιότητες, χρησιμοποιούμε τον όρο προσαρμοστική κατωφλίωση (adaptive thresholding). Η προσαρμοστική κατωφλίωση χρησιμοποιεί περισσότερες από μια τιμές κατωφλίων. Εφαρμόζεται όταν το επίπεδο της φωτεινότητας του υποβάθρου δεν είναι σταθερό και το αντικείμενο παρουσιάζει μεταβολές μέσα στην εικόνα. Η μέθοδος αυτή εξετάζει τις σχέσεις των γειτονικών στοιχείων της εικόνας ώστε να προσαρμόσει το κατώφλι αντίστοιχα.

Για την επιλογή κατωφλίου χρειάζεται ο υπολογισμός και η ανάλυση του ιστογράμματος της εικόνας. Το ιστόγραμμα μιας εικόνας αποχρώσεων του γκρι στο διάστημα $[0, L - 1]$, ορίζεται ως μία διακριτή συνάρτηση $h(r_k) = n_k$, όπου r_k είναι το k -οστό επίπεδο έντασης και n_k το πλήθος των εικονοστοιχείων με επίπεδο έντασης r_k . Για εικόνα διαστάσεων $M \times N$, το κανονικοποιημένο ιστόγραμμα

ορίζεται ως $p(r_k) = n_k/MN$, $k = 0,1,2, \dots, L - 1$. Γενικά, το ιστόγραμμα είναι μία εκτίμηση της πιθανότητας εμφάνισης του επιπέδου r_k , ενώ η παράμετρος L εκφράζει τον αριθμό των δυνατών επιπέδων έντασης στην εικόνα. Για παράδειγμα, για μία εικόνα των 8 bits, $L = 256$ (και άρα το διάστημα των εντάσεων του ιστογράμματος είναι $[0, 255]$).

Τα ιστογράμματα αποτελούν τη βάση για αρκετές τεχνικές επεξεργασίας εικόνας στο πεδίο του χώρου, αν και δεν περιγράφουν τη χωρική κατανομή των εντάσεων πάνω στην εικόνα. Οι πληροφορίες που περιλαμβάνονται στο ιστόγραμμα μπορούν να χρησιμοποιηθούν όχι μόνο για τον υπολογισμό στατιστικών μεγεθών της εικόνας, αλλά και για περαιτέρω επεξεργασία της, όπως κατάτμηση, συμπίεση, βελτίωση των χαρακτηριστικών της, κλπ.

Η μέθοδος της κατωφλίωσης μπορεί να είναι αρκετά αποδοτική σε περιπτώσεις εικόπων των οποίων τα ιστογράμματα παρουσιάζουν κατανομή δύο διακριτών περιοχών (διτροπική – bimodal distribution). Ένα τέτοιο παράδειγμα απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1.1. Στις περιπτώσεις αυτές το κατώφλι T επιλέγεται συνήθως μεταξύ των δύο κορυφών, στο ελάχιστο της κοιλάδας. Μια πιο γενική περίπτωση, είναι αυτή όπου το ιστόγραμμα της εικόνας χαρακτηρίζεται από τρεις διακριτές περιοχές, όπως για παράδειγμα δύο διαφορετικά φωτεινά αντικείμενα πάνω σε ένα σκοτεινό φόντο. Σε αυτή την περίπτωση, έχουμε δύο κατώφλια T_1, T_2 , και η πολυεπίπεδη κατωφλίωση διαχωρίζει τα εικονοστοιχεία της εικόνας, σε αυτά που ανήκουν στο φόντο όταν $f(x, y) \leq T_1$, σε αυτά που ανήκουν στο ένα αντικείμενο όταν $T_1 \leq f(x, y) \leq T_2$ και σε αυτά που ανήκουν στο δεύτερο αντικείμενο όταν $f(x, y) > T_2$.



Σχήμα 3.1.1: Διαδικασία κατωφλίωσης: (α) Αρχική εικόνα, (β) Ιστόγραμμα (Παρατήρηση: η κορυφή που αντιστοιχεί στα εικονοστοιχεία του αντικειμένου είναι μεν διακριτή αλλά αρκετά χαμηλότερη από αυτήν του φόντου), (γ) Δυαδική εικόνα μετά από την κατάτμηση με κατωφλίωση

Στις περισσότερες περιπτώσεις εικόνων, οι περιοχές του ιστογράμματός τους, δεν είναι τόσο εύκολα διακριτές και δύσκολα διαχωρίζονται. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας κάποιων προβλημάτων που ενδέχεται να έχει η εικόνα, όπως ο μη στατικός και συσχετισμένος με τα αντικείμενα ενδιαφέροντος θόρυβος, η διακεχυμένη στο φόντο φωτεινότητα, η έντονη διακύμανση του επιπέδου του γκρι μέσα στα αντικείμενα ενδιαφέροντος, η χαμηλή αντίθεση των περιοχών διαχωρισμού των αντικειμένων, κλπ., τα οποία, όπως είναι φυσικό, έχουν άμεσο αντίκτυπο και στο ιστόγραμμα της εικόνας. Υπό αυτές τις συνθήκες, η διαδικασία επιλογής κατωφλίου δεν είναι τόσο εύκολη υπόθεση, όσο περιγράφεται στις προηγούμενες περιπτώσεις, και συνήθως υπάρχει η απαίτηση να γίνεται με κάποιον αυτοματοποιημένο τρόπο.

Κάποιες από τις διάφορες αυτοματοποιημένες μεθόδους κατωφλίωσης είναι οι εξής:

Η μέθοδος Otsu, η οποία συνδυάζει απόδοση και απλότητα, και είναι μια μη παραμετρική μέθοδος κατωφλίωσης, η οποία βασίζεται στο ιστόγραμμα της εικόνας που δημιουργείται αυτόματα στον αλγόριθμο. Ο αλγόριθμος υποθέτει ότι η εικόνα έχει δύο κλάσεις (συστάδες) από εικονοστοιχεία ή διτροπικό ιστόγραμμα (ήτοι προσκήνιο και παρασκήνιο). Η μέθοδος Otsu είναι μια επαναληπτική διαδικασία που για όλες τις πιθανές τιμές κατωφλίου υπολογίζει ένα μέτρο διακύμανσης για τα εικονοστοιχεία κάθε πλευράς του κατωφλίου, για παράδειγμα για τα εικονοστοιχεία του προσκηνίου και του παρασκηνίου. Καθώς προσαρμόζεται το κατώφλι, αυξάνεται η εξάπλωση της μιας συστάδας και μειώνεται η εξάπλωση της άλλης. Ο στόχος είναι η επιλογή του κατωφλίου που ελαχιστοποιεί τη συνδυασμένη εξάπλωση. Το βέλτιστο κατώφλι είναι αυτό που μεγιστοποιεί την μεταξύ τους διακύμανση (ή αντιστρόφως, ελαχιστοποιεί την διακύμανση εντός της συστάδας).

Ο αλγόριθμος ελαχίστου σφάλματος (Minimum Error Thresholding). Η μέθοδος αυτή εξετάζει την πυκνότητα πιθανότητας, βασισμένη στο ιστόγραμμα της εικόνας, του μεικτού πληθυσμού που αντιστοιχεί στις τιμές εντάσεων των εικονοστοιχείων του αντικειμένου ενδιαφέροντος και του φόντου. Για ένα δοσμένο κατώφλι, εκφράζεται ο αριθμός των επικαλύψεων ανάμεσα στις κατανομές που αντιστοιχούν στις δυο διαφορετικές περιοχές της εικόνας. Όσο το κατώφλι μεταβάλλεται, τα μοντέλα κατανομής αλλάζουν. Όσο καλύτερο είναι το ταίριασμα μεταξύ των δεδομένων και των μοντέλων, τόσο μικρότερη είναι η επικάλυψη μεταξύ των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας και επομένως, τόσο μικρότερο το σφάλμα ταξινόμησης.

Η προσαρμοστική κατωφλίωση, σύμφωνα με την οποία επιλέγεται ένα μεμονωμένο κατώφλι για κάθε εικονοστοιχείο με βάση το εύρος των τιμών έντασης στη γειτονιά του. Αυτό επιτρέπει την κατωφλίωση σε περιπτώσεις που το ιστόγραμμα δεν περιέχει διακριτές κορυφές και παρουσιάζει καλύτερο αποτέλεσμα σε εικόνες που εμφανίζουν, για παράδειγμα, ισχυρή κλίση φωτεινότητας, σε σχέση με το σταθερό κατώφλι που προέρχεται από μια συνάρτηση ολικής κατωφλίωσης. Ωστόσο, σημειώνεται ότι η μέθοδος απαιτεί προσαρμογή παραμέτρων, όπως το μέγεθος του παραθύρου της γειτονιάς και την επιλογή σταθεράς για κατάλληλο φιλτράρισμα ενδιάμεσης τιμής ή μέσου όρου.

Καμία από τις αυτόματες αυτές μεθόδους δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή ενός αποτελεσματικού κατωφλίου που θα διαχωρίζει πλήρως το αντικείμενο ενδιαφέροντος από το υπόβαθρο, στις περιπτώσεις εικόνων που τόσο

το αντικείμενο ενδιαφέροντος όσο και το φόντο είναι επηρεασμένα από την επίδραση θορύβου και ανομοιογενούς φωτισμού.

Λόγω του γεγονότος ότι οι μέθοδοι κατωφλίωσης που βασίζονται στο ιστόγραμμα, δεν λαμβάνουν υπόψιν την χωρική συσχέτιση των διαφόρων εντάσεων των εικονοστοιχείων, έχουν αρκετά μειονεκτήματα και αδυνατούν να ανταποκριθούν στην πολυπλοκότητα που παρουσιάζουν τέτοιες περιπτώσεις εικόνων.

Ωστόσο, η μέθοδος της κατωφλίωσης μπορεί να αποτελέσει ένα σημαντικό εργαλείο για την επεξεργασία εικόνων, για παράδειγμα ως πρώτο στάδιο επεξεργασίας, όταν συνδυάζεται με άλλες μεθόδους.

3.2 Ιεραρχικές μέθοδοι

Η γενική μεθοδολογία

Η μεθοδολογία που εφαρμόζεται στις μεθόδους με βάση ιεραρχικές τεχνικές μπορεί συνοπτικά να αναλυθεί στα βήματα που περιγράφονται παρακάτω:

1. Ορίζονται οντότητες που μπορεί να είναι και εικονοστοιχεία (pixels).
2. Αρχικοποιούνται όλες οι οντότητες στην εικόνα. Κατά προτίμηση, όλες οι αρχικές οντότητες επιλέγεται να είναι μονομελή σύνολα εικονοστοιχείων, ώστε να συμπεριλαμβάνονται όλα τα εικονοστοιχεία της εικόνας.
3. Ορίζονται κριτήρια συγγενείας ή ομοιότητας, αλλά και διαφοροποιήσεις μεταξύ των οντοτήτων.
4. Αρχικά ευρίσκεται ο βαθμός συγγενείας κάθε οντότητας με όλες τις άλλες. Για το σκοπό αυτό δημιουργείται ένας πίνακας συγγενείας $\sigma(i, j)$. Οι γραμμές και οι στήλες αυτού του πίνακα είναι το πλήθος των οντοτήτων, το δε τυχόν στοιχείο του $\sigma(i, j)$ είναι μια τιμή που εκφράζει το βαθμό ομοιότητας μεταξύ της i -οστής και j -οστής οντότητας.
5. Πάνω στη μήτρα συγγενείας ορίζεται ένα αποδεκτό κατώφλι συσχέτισης, όσον αφορά το στόχο (π.χ. εάν ο στόχος είναι να κατατμηθεί μια εικόνα σε θεματικές είτε χρωματικές περιοχές, τότε ο βαθμός ομοιότητας πρέπει να εκφράζει την απόσταση του θεματικού ή χρωματικού περιεχομένου των δύο συγκρινομένων περιοχών/οντοτήτων). Όσα στοιχεία της μήτρας έχουν τιμή μικρότερη από ένα κατάλληλα επιλεγμένο κατώφλι μηδενίζονται, θεωρείται δηλαδή, ότι αυτά δε μπορούν να ανήκουν στην ίδια οντότητα, π.χ. στην ίδια θεματική ή χρωματική περιοχή.
6. Όλες οι αρχικές οντότητες θεωρούνται ως κόμβοι ενός γράφου. Αν δύο κόμβοι έχουν τιμή στη μήτρα συγγενείας μεγαλύτερη του μηδενός, τότε οι δύο κόμβοι συνδέονται με έναν κλάδο (ακμή). Ο κλάδος σταθμίζεται, αποδίδοντας σε αυτόν ένα μέτρο του βαθμού συγγενείας των οντοτήτων που συνδέει, όπως υποδεικνύει η τιμή του αντίστοιχου στοιχείου στη μήτρα συγγενείας.
7. Αρχίζουν και ομαδοποιούνται κόμβοι που οι κλάδοι τους έχουν μεγάλο βαθμό συγγενείας. Ορίζεται ένα κατώφλι, και όταν όλοι οι κόμβοι έχουν ομαδοποιηθεί σε οντότητες που ικανοποιούν αυτό το στόχο η διαδικασία σταματάει. Κατά τη διαδικασία συνένωσης δύο κόμβων θεωρείται ότι αυτοί αποτελούν ένα νέο κόμβο, ο οποίος αντικαθιστάει τους προηγούμενους που τον δημιούργησαν. Οι κλάδοι του νέου κόμβου με τους υπολοίπους καθώς και η στάθμιση κάθε κλάδου επανορίζονται δυναμικά.

Αναλυτικότερα, για την περίπτωση αυτόματης κατάτμησης εικόνας:

◆ Ορίζεται ένα μέτρο ομοιότητας μεταξύ δύο οντοτήτων, π.χ μεταξύ δύο εικονοστοιχείων. Ένα τέτοιο μέτρο ομοιότητας είναι η χρωματική απόσταση μεταξύ αυτών των εικονοστοιχείων.

◆ Κατασκευάζεται ένας πίνακας ομοιότητας, $n \times m$, όλων των οντοτήτων μεταξύ τους. Την πρώτη φορά που δημιουργείται αυτή η μήτρα, τα στοιχεία της είναι η χρωματική απόσταση όλων των εικονοστοιχείων ανά δύο. Αυτή η χρωματική απόσταση μπορεί να οριστεί, και συνήθως ορίζεται ως μια νόρμα στο χώρο των R, G, B . Για παράδειγμα, εάν ένα pixel P_i έχει χρωματικό περιεχόμενο (R_i, G_i, B_i) και ένα άλλο P_j έχει χρωματικό περιεχόμενο (R_j, G_j, B_j) , τότε η χρωματική απόσταση των δύο εικονοστοιχείων μπορεί να οριστεί με μία από τις παρακάτω σχέσεις:

$$d_1 = |(R_i - R_j)| + |(G_i - G_j)| + |(B_i - B_j)|$$

$$d_2 = \sqrt{(R_i - R_j)^2 + (G_i - G_j)^2 + (B_i - B_j)^2}$$

$$d_M = x^T M_x, x = [(R_i - R_j), (G_i - G_j), (B_i - B_j)]^T$$

όπου M κατάλληλα επιλεγμένη τετραγωνική μήτρα, π.χ. Mahalanobis.

Από τον πίνακα ομοιότητας, σε κάθε βήμα παράγεται ένας νέος τέτοιος πίνακας, ο οποίος συνήθως είναι αραιός πίνακας. Αυτό επιτυγχάνεται με την εισαγωγή του μηδενός στα στοιχεία του πίνακα που αντιστοιχούν σε περιοχές που είναι πολύ ανόμοιες, δηλαδή έχουν απόσταση πάνω από ένα κατώφλι. Για το λόγο αυτό η διαδικασία αναπαρίσταται από αραιούς γράφους.

□ Κόμβοι του γράφου είναι οι οντότητες (τα δεδομένα).

□ Σταθμισμένες ακμές του γράφου είναι ο εκάστοτε βαθμός ομοιότητας μεταξύ δύο κόμβων.

Οι μέθοδοι που έχουν παρουσιαστεί και οι οποίες διεθνώς αποκαλούνται *agglomerative hierarchical clustering methods* είναι πολλές, ενώ το κυρίαρχο στοιχείο το οποίο τις διαφοροποιεί μεταξύ τους είναι ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται η ομοιότητα μεταξύ των υπαρχόντων αλλά και των συγχωνευμένων ομάδων, σε κάθε επανάληψη.

Ειδικές ιεραρχικές τεχνικές

Ανάλογα με το κριτήριο που χρησιμοποιείται κάθε φορά έχουμε τις εξής παραλλαγές των ιεραρχικών τεχνικών:

■ Ορίζεται σε κάθε cluster ένας αντιπρόσωπος (π.χ. κέντρο βάρους). Στην αρχή κάθε σημείο (εικονοστοιχείο - pixel) είναι και ο αντιπρόσωπος του εαυτού του. Στη συνέχεια υπολογίζεται η ομοιότητα μεταξύ των αντιπροσώπων κάθε cluster και με βάση αυτό το κριτήριο και κάποιο συγκεκριμένο κατώφλι αποφασίζεται αν θα συγχωνευτούν δύο clusters.

■ Single link method: Κάθε cluster αντιπροσωπεύεται από όλα του τα στοιχεία και η ομοιότητα μεταξύ δύο clusters καθορίζεται από την ομοιότητα του πιο κοντινού ζεύγους στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικά clusters.

■ CURE method: Η μέθοδος αυτή είναι ουσιαστικά συνδυασμός των δύο προηγούμενων μεθόδων. Εδώ, ορίζονται αντιπρόσωποι, αλλά περισσότεροι από ένας για κάθε cluster. Η ομοιότητα μετράται μεταξύ των ζευγών των αντιπροσώπων των cluster και το κριτήριο συνένωσης δύο περιοχών εξαρτάται από τον βαθμό ομοιότητας των ζευγών αυτών συνολικά που ανήκουν σε διαφορετικά clusters. Σε

κάθε συγχώνευση clusters, δυναμικά ορίζονται νέοι αντιπρόσωποι του νέου cluster που προέκυψε. Ακριβώς επειδή ο αλγόριθμος αυτός αποδίδει πολλούς αντιπροσώπους σε κάθε περιοχή, αλλά και γιατί τους συρρικνώνει προς το κέντρο βάρους, αντιμετωπίζει με μεγαλύτερη επιτυχία καταστάσεις διαφορετικών μεγεθών και σχημάτων clusters. Ο αριθμός των αντιπροσώπων εξαρτάται από το μέγεθος, το σχήμα αλλά και την παρουσία θορύβου σε κάθε cluster.

■ **Group-average method:** Η μέθοδος αυτή υποθέτει διασύνδεση όλων των δεδομένων των clusters και υπολογίζει όλες τις αποστάσεις μεταξύ τους. Κανονικοποιεί τις τιμές σχηματίζοντας ένα $n \times m$, πίνακα όπου n είναι ο αριθμός των δεδομένων στην μία περιοχή και m ο αντίστοιχος στην δεύτερη, ώστε να αντιμετωπίσει το πρόβλημα που προκύπτει όταν τα clusters έχουν διαφορετικό μέγεθος.

■ **ROCK method:** Ο αλγόριθμος αυτός μοιάζει με αυτόν της group-average μεθόδου, κανονικοποιεί όμως με βάση κατώφλι ορισμένο από τον χρήστη, αντί να χρησιμοποιεί ένα πίνακα $n \times m$.

Δυσκολίες ιεραρχικών τεχνικών

Αν και οι ιεραρχικές τεχνικές παρουσιάζουν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις διαχωριστικές, εμφανίζουν και αυτές ορισμένα μειονεκτήματα, κυρίως επειδή βασίζονται σε στατικά μοντέλα και δεν λαμβάνουν υπόψη τις ιδιαιτερότητες κάθε cluster.

Ειδικότερα, όταν χρησιμοποιούνται ως αντιπρόσωποι τα κέντρα βάρους των περιοχών, η περίπτωση παρουσιάζει παρόμοιες αστοχίες με τις διαχωριστικές μεθόδους K-means και K-medoids σε καταστάσεις διαφορετικών σχημάτων ή μεγεθών.

Η single link method αντιμετωπίζει αποτελεσματικά την παραπάνω δυσκολία, αποτυγχάνει όμως όταν υπάρχει θόρυβος, αφού λαμβάνει υπόψη της όλα τα ζεύγη δεδομένων.

Ο CURE αντίστοιχα δε δυσκολεύεται όταν καλείται να αποφασίσει για την συγχώνευση clusters ποικίλων μεγεθών και σχημάτων, λαμβάνει υπόψη του όμως μόνο την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των αντιπροσώπων και όχι τη συνολική διασύνδεση μεταξύ των δύο clusters. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε λανθασμένες συγχωνεύσεις σε ειδικές περιπτώσεις.

Ο ROCK από την άλλη λαμβάνει υπόψη του τη συνολική διασύνδεση των clusters, αλλά αδιαφορεί για την τιμή των βαρών των ακμών δια μέσου των clusters, με αποτέλεσμα και αυτός να δίνει μη ικανοποιητικές συγχωνεύσεις σε συμπληρωματικές περιπτώσεις από αυτές που αποτυγχάνει ο CURE.

3.3 Watershed

Η μέθοδος Watershed είναι μία δημοφιλής μέθοδος κατάτμησης εικόνας που ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων κατάτμησης με βάση την περιοχή (region based segmentation). Ο σκοπός της μεθόδου είναι να χωρίσει μία εικόνα σε τμήματα, εντοπίζοντας τα όρια μεταξύ των τμημάτων, λαμβάνοντας υπόψη τις διαφορές στα επίπεδα της φωτεινότητας ανάμεσα στις διάφορες περιοχές της εικόνας.

Ο όρος Watershed, μας προϊδεάζει ότι η αρχική ιδέα της μεθόδου προέρχεται από την γεωγραφία. Όντως, εάν παρατηρήσουμε ένα οποιοδήποτε

τοπίο στη φύση, με βουνά, ποτάμια και λίμνες, θα διαπιστώσουμε ότι ένας ποταμός είναι ένα φυσικό σύνορο ανάμεσα σε δύο τμήματα γης. Μπορούμε επομένως να φανταστούμε μία εικόνα ως το ανάγλυφο ενός τοπίου, και να αντιστοιχίσουμε το υψόμετρο του τοπίου με την τιμή της φωτεινότητας κάθε εικονοστοιχείου. Οι περιοχές της εικόνας που έχουν υψηλή φωτεινότητα, που προσεγγίζει το λευκό, αντιστοιχούν σε μεγάλο υψόμετρο στο τοπίο, ενώ οι περιοχές της εικόνας που έχουν χαμηλή φωτεινότητα, που προσεγγίζει το μαύρο, αντιστοιχούν σε μικρό υψόμετρο στο τοπίο. Εάν εν συνεχεία, «πλημμυρίσουμε» με νερό τις λεκάνες απορροής, δηλαδή τα σημεία με χαμηλό υψόμετρο, τουτέστιν αυτά με τη χαμηλότερη φωτεινότητα, τότε διαπιστώνουμε ότι οι υπό του ύδατος βυθισμένες περιοχές αντιπροσωπεύουν τις περιοχές ενδιαφέροντος της υπό κατάτμηση εικόνας, και ότι οι όχθες τους αποτελούν τα σύνορα με τις περιοχές που αντιπροσωπεύουν το υπόβαθρο (φόντο) της εικόνας, ήτοι αυτές με μεγάλο υψόμετρο, δηλαδή με υψηλή φωτεινότητα. Το νερό επομένως, ξεκινώντας από τα σημεία μικρότερου υψομέτρου, δηλαδή χαμηλότερης φωτεινότητας, θα πλημμυρίσει τις περιοχές της εικόνας, σταματώντας στο ύψος των τοπικών μεγίστων, που είναι οι ακμές των διαφόρων σχημάτων της εικόνας. Όταν το νερό που πλημμυρίζει δύο γειτονικές περιοχές φτάσει στο ίδιο μέγιστο, τότε σχηματίζεται το σύνορο των δύο περιοχών και κατ'αυτόν τον τρόπο πραγματοποιείται η κατάτμηση της εικόνας.

Η μέθοδος Watershed στην απλή της μορφή εμφανίζει αρκετά προβλήματα. Για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων και την βελτίωση των αποτελεσμάτων της μεθόδου, αναπτύχθηκαν κάποιες βελτιωμένες εκδοχές της μεθόδου:

1. Κατάτμηση με τη χρήση του μετασχηματισμού απόστασης (distance transform)

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται σε δυαδικές εικόνες, ήτοι σε εικόνες που αποτελούνται από δύο χρώματα, το μαύρο που συμβολίζεται με 0 και το άσπρο που συμβολίζεται με 1. Θεωρώντας ότι το υπόβαθρο (φόντο) μας είναι άσπρο, δηλαδή έχει την τιμή 1, αυτό που μας ενδιαφέρει στον μετασχηματισμό απόστασης, είναι η δημιουργία μιας εικόνας, στην οποία θα απεικονίζεται το πόσο απέχει το κάθε εικονοστοιχείο της αρχικής δυαδικής εικόνας από το κοντινότερο εικονοστοιχείο, που είναι μη μηδενικό (άσπρο), δηλαδή από το υπόβαθρο. Η εικόνα που δημιουργείται με τον μετασχηματισμό απόστασης, είναι μία εικόνα αποχρώσεων του γκρι, όπου το κάθε εικονοστοιχείο έχει τιμή φωτεινότητας ανάλογη με την απόσταση του αντιστοίχου εικονοστοιχείου της αρχικής δυαδικής εικόνας από το φόντο. Συνεπώς, όσο πιο μακριά είναι ένα εικονοστοιχείο της αρχικής δυαδικής εικόνας από το φόντο τόσο πιο φωτεινό είναι το αντίστοιχο εικονοστοιχείο της εικόνας του μετασχηματισμού απόστασης. Επομένως, οι περιοχές του περιγράμματος του υπό κατάτμηση σχήματος, θα εμφανίζονται με γκρι χρώμα και όσο προχωρούμε προς το εσωτερικό του σχήματος θα έχουμε χρώμα που τείνει προς το λευκό. Για την εφαρμογή του αλγορίθμου Watershed χρειαζόμαστε τη συμπληρωματική (ανάστροφη) εικόνα της εικόνας του μετασχηματισμού απόστασης, όπου οι περιοχές των υπό κατάτμηση σχημάτων που είναι πιο μακριά από το φόντο θα εμφανίζονται με σκούρο χρώμα (που προσεγγίζει το μαύρο), και όσο προχωρούμε προς το στο φόντο θα έχουμε λευκό. Στην εικόνα αυτή που έχει

προκύψει, είναι εύκολο να γίνει κατάτμηση με τη μέθοδο Watershed ξεκινώντας το «πλημμύρισμα» από τις περιοχές που απέχουν περισσότερο από το φόντο.

2. Κατάτμηση με τη χρήση βαθμίδων (gradients)

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται στις εικόνες, που είναι σε κλίμακα του γκρι. Στην εικόνα που δημιουργείται, η οποία είναι επίσης μία εικόνα σε κλίμακα του γκρι, υπολογίζεται η βαθμίδα (gradient) της αρχικής εικόνας, όπου το κάθε εικονοστοιχείο παίρνει τιμή που προσεγγίζει το μηδέν, που αντιστοιχεί στο μαύρο, όταν γύρω από το αντίστοιχο εικονοστοιχείο της αρχικής εικόνας, στα γειτονικά εικονοστοιχεία, υπάρχει μικρή μεταβολή στη φωτεινότητα, ενώ παίρνει τιμή που προσεγγίζει το ένα, που αντιστοιχεί στο λευκό, όταν αυξάνεται η μεταβολή στη φωτεινότητα γύρω από το εικονοστοιχείο αυτό. Επομένως, επειδή μεγάλες μεταβολές φωτεινότητας στις εικόνες έχουμε στις ακμές, τα εικονοστοιχεία της νέας εικόνας βαθμίδας (gradient) που δημιουργείται, έχουν υψηλές τιμές (ήτοι τείνουν προς το λευκό) στις ακμές των διαφόρων σχημάτων της αρχικής εικόνας και χαμηλές (ήτοι τείνουν προς το μαύρο) οπουδήποτε αλλού. Η διαδικασία αυτή, όπως και η προηγούμενη, εφαρμόζεται πριν την κατάτμηση με τη μέθοδο Watershed. Με την εφαρμογή της μεθόδου Watershed, το νερό αρχίζει να «πλημμύριζει» τις περιοχές της εικόνας βαθμίδας (gradient) με τη χαμηλότερη φωτεινότητα, δηλαδή τις περιοχές όπου η μεταβολή της φωτεινότητας στην αρχική εικόνα είναι μικρή, και θα φτάσει στις περιοχές της εικόνας βαθμίδας (gradient) με υψηλότερη φωτεινότητα, δηλαδή στις περιοχές όπου η μεταβολή της φωτεινότητας στην αρχική εικόνα είναι μεγάλη (ήτοι στις ακμές των διαφόρων σχημάτων).

3. Κατάτμηση με τη χρήση δεικτών (markers)

Ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα της μεθόδου Watershed είναι η υπερκατάτμηση (over-segmentation), δηλαδή η υπερβολική κατάτμηση μιας εικόνας συνήθως λόγω θορύβου ή διακυμάνσεων στη φωτεινότητα κάποιων περιοχών. Για να περιορίσει το πρόβλημα αυτό, χρησιμοποιούνται οι δείκτες (markers). Το ζητούμενο είναι να αποφευχθούν ορισμένα ελάχιστα και να ξεκινήσει το «πλημμύρισμα» της εικόνας από συγκεκριμένα σημεία μόνο κι όχι από όλα. Τα σημεία αυτά είναι οι δείκτες (markers) και αντιπροσωπεύουν ομογενοποιημένες περιοχές της εικόνας με κοινά χαρακτηριστικά. Οι δείκτες (markers) αποτελούν είσοδο για την κατάτμηση, και υπάρχει η δυνατότητα να δίνονται από το χρήστη ή να δημιουργούνται αυτόματα. Όταν οι δείκτες δίνονται από το χρήστη, τα αποτελέσματα της κατάτμησης είναι πιο αξιόπιστα, αφού ο χρήστης επιλέγει με το μάτι τα αντικείμενα ενδιαφέροντος και τοποθετεί ένα δείκτη σε κάθε ένα από αυτά. Είναι όμως μια διαδικασία μη αυτοματοποιημένη και ως εκ τούτου πιο χρονοβόρα, ενώ θα πρέπει να επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία για κάθε εικόνα ξεχωριστά. Από την άλλη πλευρά, η αυτόματη δημιουργία των δεικτών, μας επιτρέπει να εφαρμόζουμε τη μέθοδο σε οποιαδήποτε εικόνα, ανεξαρτήτως των ειδικών χαρακτηριστικών της, και μειώνει δραματικά τον χρόνο που απαιτείται για την επεξεργασία των δεδομένων. Όμως, ως αυτοματοποιημένη διαδικασία που είναι, έχει μικρότερη αρίβεια, και υπάρχει η πιθανότητα να γίνει λάθος στην τοποθέτηση των δεικτών, με αποτέλεσμα να παρουσιαστεί είτε υπερκατάτμηση (over-segmentation), εάν τοποθετηθεί πάνω από ένας δείκτης ανά αντικείμενο, είτε υποκατάτμηση (under-segmentation), εάν τοποθετηθεί λιγότερο από ένας (δηλαδή

κανέναν) δείκτης ανά αντικείμενο. Επιπλέον, δεν μπορεί να αποκλειστεί η πιθανότητα να τοποθετηθεί δείκτης σε περιοχή του φόντου, με αποτέλεσμα την αναγνώριση τμήματος του φόντου ως αντικειμένου. Ένας τρόπος να μειωθούν τα λάθη κατά την αυτόματη εισαγωγή των δεικτών εκκίνησης είναι ο *h-minima* μετασχηματισμός, ο οποίος φιλτράρει τα ελάχιστα της εικόνας και κρατάει μόνο αυτά που είναι μεγαλύτερα από μία σταθερά h , ενώ αντιστοίχως απορρίπτει τα ελάχιστα που είναι μικρότερα από την τιμή h . Η επιλογή της τιμής του h είναι πολύ σημαντική για τη σωστή κατάτμηση της εικόνας. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του h , τόσο περισσότερα τοπικά ελάχιστα θα χρησιμοποιηθούν ως εκκίνηση για τη μέθοδο Watershed, και για πολύ μικρή τιμή του h μπορεί να προκύψουν περισσότερα από ένα σημεία εκκίνησης για κάθε αντικείμενο, κάτι που θα οδηγήσει σε υπερκατάτμηση (*over-segmentation*), ενώ από την άλλη πλευρά, για πολύ μεγάλη τιμή του h θα προκύψουν πολύ λίγα σημεία εκκίνησης, και ενδέχεται σε κάποια αντικείμενα να μην αντιστοιχεί κανένα. Γενικά, η αυτοματοποιημένη εισαγωγή δεικτών προτιμάται από τη μη αυτοματοποιημένη, λόγω της αυξημένης ταχύτητας επεξεργασίας των δεδομένων και της μη εξάρτησης από την παρουσία και παρέμβαση του χρήστη για την ολοκλήρωση της διαδικασίας της κατάτμησης. Αφού επομένως έχει γίνει η εισαγωγή των δεικτών, εφαρμόζεται, κατά τα γνωστά, η μέθοδος Watershed στην εικόνα βαθμίδας (*gradient*) της αρχικής εικόνας.

3.4 Η Μέθοδος των Active Contours

Αποτελεί μια από τις πιο εξελιγμένες μεθόδους που αναπτύχθηκαν τα τελευταία χρόνια και έχουν ως σκοπό τη βελτίωση της ακρίβειας του προσδιορισμού της αρχικής εκτίμησης του περιγράμματος μιας δομής. Οι μέθοδοι αυτές συνήθως αποδίδονται με τους όρους ενεργά περιγράμματα (*active contours*), ενεργές επιφάνειες, και παραμορφώσιμα περιγράμματα. Η βασική ιδέα αυτών των μεθόδων στηρίζεται στον αρχικό προσδιορισμό ενός προσεγγιστικού περιγράμματος της δομής ενδιαφέροντος. Στη συνέχεια, το περίγραμμα αυτό παραμορφώνεται με αλγοριθμική μέθοδο ούτως ώστε να προσεγγίσει με μεγαλύτερη ακρίβεια τις πραγματικές ακμές της δομής. Αυτή η παραμόρφωση, βέβαια, δε γίνεται τυχαία ούτε ανεξέλεγκτα, αλλά σύμφωνα με κάποιο μηχανικό μοντέλο ελαστικότητας ώστε το περίγραμμα να διατηρεί κάποια μορφή συνοχής και ομαλότητας, και ταυτοχρόνως υπό την επίδραση κάποιων δυνάμεων που εξασκούνται από τα ζητούμενα χαρακτηριστικά στοιχεία της εικόνας, που στις περισσότερες περιπτώσεις είναι οι ακμές της. Η τελική μορφή του περιγράμματος λαμβάνεται ελαχιστοποιώντας κάποια συνάρτηση ενέργειας, η οποία περιλαμβάνει μια εσωτερική και μια εξωτερική συνιστώσα. Η εσωτερική συνιστώσα, η οποία εκπορεύεται από την ίδια την καμπύλη, ελέγχει την ομαλότητα και τη συνέχεια της μορφής του περιγράμματος. Η εξωτερική συνιστώσα έλκει το περίγραμμα προς τις πραγματικές ακμές του αντικειμένου.

Υπάρχουν δύο είδη μεθόδων ενεργού περιγράμματος, οι παραμετρικές και οι γεωμετρικές. Στις παραμετρικές, το περίγραμμα περιγράφεται με τη μορφή παραμετρικής καμπύλης στις δύο διαστάσεις:

$$C(p) = [x(p), y(p)]$$

όπου η παράμετρος p αντιπροσωπεύει το μήκος του τόξου της καμπύλης, και ανήκει στο διάστημα $[0,1]$. Πρόκειται για μία κλειστή και συνεχή καμπύλη. Η συνάρτηση ενέργειας ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$E = \int_0^1 \{E_{int}[C(p)] + E_{ext}[C(p)]\} dp$$

όπου E_{int} και E_{ext} είναι οι συνιστώσες εσωτερικής και εξωτερικής ενέργειας αντίστοιχα. Για τον προσδιορισμό του περιγράμματος ελαχιστοποιείται η ενέργεια. Οι διάφορες παραλλαγές των μεθόδων αυτής της κατηγορίας σχετίζονται με τον τρόπο προσδιορισμού του αρχικού περιγράμματος, με τον τελεστή ανίχνευσης ακμών που χρησιμοποιείται, με τον τρόπο ορισμού των E_{int} και E_{ext} και με τον τρόπο που υπολογίζεται το ελάχιστο της ενέργειας. Συνήθως, η E_{int} περιλαμβάνει όρους που εξομαλύνουν την ελαστικότητα και τη συνέχεια του περιγράμματος και η E_{ext} αποτελείται από όρους που εξισορροπούν τις δυνάμεις της εικόνας και τους περιορισμούς που τίθενται από τη φύση του προβλήματος. Επειδή είναι δύσκολο να εξασφαλιστεί ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης μπορεί να υπολογίσει το ολικό ελάχιστο της ενέργειας, συνήθως υπολογίζεται η μορφή του περιγράμματος που αντιστοιχεί σε κάποιο τοπικό ελάχιστο. Αυτό το αποτέλεσμα δεν είναι πάντα το επιθυμητό. Οι πιο σημαντικές απαιτήσεις είναι α) η ακρίβεια, δηλαδή το περίγραμμα που ανιχνεύεται να αντιστοιχεί στο πραγματικό, β) η ευστάθεια, δηλαδή νέα εφαρμογή της μεθόδου να οδηγεί στην ανίχνευση του ίδιου περιγράμματος και γ) η αποτελεσματικότητα, δηλαδή πόσο βελτιώνεται το αποτέλεσμα σε σχέση με τον ορισμό του περιγράμματος από το χρήστη.

Εκτός όμως από τα παραμετρικά ενεργά περιγράμματα (parametric active contours), υπάρχουν και τα γεωμετρικά ενεργά περιγράμματα (geometric active contours) που αποτελούν την εξέλιξη των παραμετρικών. Τα γεωμετρικά ενεργά περιγράμματα έχουν σαν βάση τη θεωρία της εξέλιξης της καμπύλης και υλοποιούνται με τη χρήση επιπεδοσυνόλων (level sets). Με την μέθοδο αυτή η εξέλιξη της καμπύλης είναι ανεξάρτητη από την παραμετροποίηση της καμπύλης με αποτέλεσμα να είναι αρκετές φορές πιο εύχρηστα και πιο αποδοτικά. Σκοπός είναι και πάλι η ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης ενέργειας.

4. Αναλυτικότερη Παρουσίαση των Μεθόδων Active Contours, Chan-Vese και Γενικά, Ελαχιστοποίησης Ενεργειακής Συνάρτησης (Energy Function)

4.1 Παραμετρικά Ενεργά Περιγράμματα (Parametric Active Contours)

Μία καμπύλη C μπορεί να αναπαρασταθεί στο επίπεδο με τη βοήθεια μιας παραμέτρου p ως εξής: $C(p) = [x(p), y(p)]$, όπου το p ανήκει στο διάστημα $[0,1]$. Κάθε τιμή της παραμέτρου p , δίνει τις συντεταγμένες ενός σημείου στο επίπεδο και κατά συνέπεια ένα σημείο της καμπύλης C . Ορίζουμε σε κάθε σημείο της καμπύλης:

α) \vec{T} το εφαπτομενικό διάνυσμα σε αυτό το σημείο της καμπύλης

β) \vec{N} το κάθετο διάνυσμα σε αυτό το σημείο

Αυτά τα δύο διανύσματα σχηματίζουν ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων διότι είναι κάθετα μεταξύ τους και τους αποδίδουμε συνήθως μοναδιαίο μέτρο.

γ) $\kappa(p)$ η καμπυλότητα της καμπύλης, η οποία ορίζεται ως η μεταβολή της γωνίας $\theta(p)$ του εφαπτομενικού διανύσματος \vec{T} κατά μήκος της καμπύλης και είναι:

$$\kappa(p) = \frac{d\theta}{ds}$$

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά της καμπύλης συνδέονται με τις εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned}\vec{T}(p) &= \frac{\vec{C}_p}{\|\vec{C}_p\|} - \frac{\vec{C}_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}} \\ \vec{T}_p(p) &= \kappa \vec{N} \\ \vec{N}_p(p) &= -\kappa \vec{T}\end{aligned}$$

Θεωρούμε ότι μια καμπύλη C εξελίσσεται στο χρόνο t . Ονομάζουμε την καμπύλη την χρονική στιγμή $t = 0$ ως αρχική καμπύλη $\vec{C}_0 = \vec{C}(p, t = 0)$ και την καμπύλη σε μια μεταγενέστερη χρονική στιγμή $t > 0$ ως $\vec{C} = \vec{C}(p, t)$. Η εξίσωση της μορφής $\vec{C} = \vec{C}(p, t)$ μας δείχνει την εξίσωση της καμπύλης στο χρόνο. Υποθέτουμε ότι κάθε σημείο της καμπύλης έχει ταχύτητα \vec{V} , η οποία αποτελείται από δύο συνιστώσες: μία V_t παράλληλη στο \vec{T} και μια V_n παράλληλη στο \vec{N} , οπότε θα είναι $\vec{V} = (V_t, V_n)$ και άρα $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \vec{V}_t \vec{T} + \vec{V}_n \vec{N}$. Τα \vec{V}_t και \vec{V}_n εξαρτώνται από την καμπυλότητα κ . Η \vec{V}_t είναι η εφαπτομενική συνιστώσα και η \vec{V}_n η κάθετη. Η εξίσωση κίνησης γίνεται $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \vec{V}(\kappa) \vec{N}$. Ορίζουμε το μέγεθος της ολικής ταλάντωσης, που περιγράφεται από τη σχέση $Var(t) = \int_c |\kappa(p, t)| |\vec{C}_p| dp$. Όπου η ποσότητα $|\vec{C}_p| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}$ δείχνει το πόσο έντονη είναι η παραμετροποίηση της καμπύλης. Η ποσότητα $\frac{dVar(t)}{dt}$ μας δείχνει πως εξελίσσεται η καμπύλη (εάν θα ομαλοποιηθεί ή εάν θα παραμορφωθεί). Ισχύει ότι $\left. \frac{dV}{d\kappa} \right|_{\kappa=0} \leq 0 \Rightarrow \frac{dVar}{dt} \leq 0$ και ότι $\left. \frac{dV}{d\kappa} \right|_{\kappa=0} \geq 0 \Rightarrow \frac{dVar}{dt} \geq 0$ και εάν γνωρίζουμε τη $V(\kappa)$ μπορούμε να προβλέψουμε την εξέλιξη της καμπύλης.

Σε μια τυπική περίπτωση, ένα αντικείμενο διαχωρίζεται από το υπόλοιπο μέρος της εικόνας εξαιτίας π.χ. μιας απότομης αλλαγής στη φωτεινότητα ή στο χρώμα. Σε κάθε περίπτωση, υπάρχει κάποια συνοριακή γραμμή ή καμπύλη η οποία

αποτελεί το σύνορο του αντικειμένου. Μπορεί κανείς να ξεκινήσει από κάποια αρχική καμπύλη στο επίπεδο, και στη συνέχεια να επιβάλλει σε αυτή να ακολουθήσει μια εξίσωση κίνησης, η οποία θα την αναγκάσει να καταλήξει στην καμπύλη που αποτελεί το σύνορο του αντικειμένου. Για να γίνει αυτό, πρέπει να θεσπιστούν κατάλληλα κριτήρια, τα οποία θα απορρέουν από την προς κατάτμηση εικόνα, και θα επιδρούν με τέτοιο τρόπο στην αρχική καμπύλη, ώστε αυτή να κινείται προς τα σύνορα των αντικειμένων.

Γενικά τα κριτήρια αυτά, προκύπτουν όταν με κατάλληλη επεξεργασία της αρχικής εικόνας, προκύπτει μια δύναμη \vec{F} η οποία έλκει την αρχική καμπύλη προς τις ακμές των αντικειμένων. Το πώς θα γίνει αυτή η επεξεργασία ώστε να προκύψει μια αποτελεσματική δύναμη \vec{F} , είναι ένα θέμα που επιδέχεται πολλές λύσεις, άλλες λιγότερο και άλλες περισσότερο αποτελεσματικές. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε κάποιες από αυτές τις λύσεις και μεθόδους.

4.1.1 Classic Active Contours (Snakes)

Η μέθοδος των ενεργών περιγραμμάτων (active contours) ή snakes (φίδια) παρουσιάστηκε από τους Kass, Witkin και Terzopoulos. Η βασική ιδέα της μεθόδου, είναι η αρχικοποίηση και εξέλιξη μίας παραμετρικής, παραμορφώσιμης καμπύλης, υποκείμενης σε περιορισμούς από την ίδια την υπό κατάτμηση εικόνα, με σκοπό την ανίχνευση αντικειμένων σε αυτήν την εικόνα. Η καμπύλη (snake) αναπαριστά το σύνορο μίας περιοχής κάπου μέσα στην εικόνα, θεωρώντας ότι βρίσκεται σχετικά κοντά στα όρια των αντικειμένων. Ο εντοπισμός των ορίων επιτυγχάνεται εξελίσσοντας την καμπύλη προς την κατεύθυνση προς την οποία αυξάνεται η ένταση των ακμών, διατηρώντας παράλληλα τα όριά τους ομαλά.

Η δυναμική της καμπύλης χαρακτηρίζεται από το νόμο της κίνησης $\gamma \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \vec{F}$. Ισχύει γενικά ότι η δύναμη \vec{F} είναι το άθροισμα δύο διανυσμάτων. Το ένα, είναι το διάνυσμα της δύναμης που απορρέει ανά πάσα στιγμή από την ίδια την καμπύλη και δεν έχει σχέση με την εικόνα, της οποίας κάποιο σύνορο μέσα σε αυτή πρέπει να ανιχνευθεί, και το άλλο είναι το διάνυσμα της δύναμης που απορρέει από την εικόνα (από τα χαρακτηριστικά της) και την έλκει προς τις ακμές κάποιου αντικειμένου. Το πρώτο το συμβολίζουμε \vec{F}_{int} (εσωτερική δύναμη) και το δεύτερο \vec{F}_{ext} (εξωτερική δύναμη). Ισχύει λοιπόν ότι $\vec{F} = \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext}$.

Το διάνυσμα \vec{F}_{int} αποτελεί το άθροισμα δύο άλλων διανυσμάτων δυνάμεων. Το ένα διάνυσμα, συμβολίζεται ως $\vec{F}_{elastic}$ (ελαστική δύναμη), και το άλλο ως \vec{F}_{rigid} (δύναμη κάμψης), και είναι $\vec{F}_{int} = \vec{F}_{elastic} + \vec{F}_{rigid}$.

Η δύναμη $\vec{F}_{elastic}$ καθορίζεται από την ελαστικότητα της καμπύλης. Είναι δηλαδή μεγαλύτερη όσο περισσότερο απέχουν διαδοχικά σημεία της καμπύλης και τείνει συνεχώς να μειώσει το μήκος της καμπύλης. Επίσης θεωρώντας ένα βάρος α ρυθμίζεται πόσο έντονη θα είναι η επίδραση της στην εξέλιξη της καμπύλης:

$$\vec{F}_{elastic} = \alpha \vec{C}_{pp}$$

Η δύναμη \vec{F}_{rigid} καθορίζεται από την δυσκαμψία της καμπύλης. Είναι μεγαλύτερη όσο περισσότερες «ρυτίδες» έχει η καμπύλη και τείνει συνεχώς να ομαλοποιήσει την καμπύλη και να εξαλείψει τις ανωμαλίες πάνω σε αυτή. Θεωρώντας ένα βάρος β είναι: $\vec{F}_{rigid} = \beta \vec{C}_{pppp}$.

Η \vec{F}_{ext} (εξωτερική δύναμη) γράφεται στη μορφή $\vec{F}_{ext} = -grad U_{ext} = -\nabla U_{ext}$, όπου U_{ext} είναι το δυναμικό, και είναι αυτή που είναι υπεύθυνη για την κίνηση της καμπύλης προς τις ακμές της εικόνας. Το δυναμικό U_{ext} , και άρα και η \vec{F}_{ext} , μπορεί να γραφτεί ως συνάρτηση της έντασης της εικόνας. Θεωρούμε μια δισδιάστατη εικόνα με ένταση $I(x, y)$. Το δυναμικό U_{ext} λοιπόν, μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$U_{ext} = -|\nabla I(x, y)|^2$$

$$U_{ext} = -\frac{|\nabla[G_\sigma(x, y) * I(x, y)]|^2}{1}$$

$$U_{ext} = \frac{1}{1 + |\nabla[G_\sigma(x, y) * I(x, y)]|^q}$$

όπου $q = 1$ ή $q = 2$

$$U_{ext} = 1 - \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma}} e^{-\frac{|\nabla[G_\sigma(x,y)*I(x,y)]|^2}{2\sigma^2}}$$

Όπου G_σ μια Gaussian συνάρτηση δύο διαστάσεων με τυπική απόκλιση σ .

Οι παραπάνω συναρτήσεις έχουν την ιδιότητα να αναγκάζουν την καμπύλη να κινηθεί προς τις ακμές που είναι τα σημεία του ελαχίστου δυναμικού δηλαδή έχουν την ιδιότητα να ελαχιστοποιούνται στα σημεία που υπάρχουν ακμές.

Στους παραπάνω τύπους παρατηρούμε ότι εμφανίζεται ο όρος με την συνέλιξη $G_\sigma(x, y) * I(x, y)$. Η συνέλιξη με την συνάρτηση G_σ βοηθάει στη μείωση του θορύβου αλλά ταυτόχρονα έχει ως αποτέλεσμα και τη μείωση της ακρίβειας των ακμών. Όσο μεγαλύτερη είναι η τυπική απόκλιση σ της συνάρτησης G_σ , τόσο πιο θολές είναι οι ακμές. Υπάρχει επίσης και μία άλλη μορφή στην οποία μπορεί να γραφτεί το δυναμικό U_{ext} , θεωρώντας μια φθίνουσα θετική συνάρτηση $f(r)$. Σε αυτήν την περίπτωση η εξίσωση έχει τη μορφή $U_{ext} = \gamma f(|\nabla I(\vec{C})|)$.

Συνοψίζοντας τα όσα έχουμε αναφέρει για τους επιμέρους όρους, η εξίσωση της καμπύλης γράφεται στην εξής μορφή: $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \alpha \vec{C}_{pp} + \beta \vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext}$.

Ο σκοπός είναι να βρεθεί η καμπύλη C η οποία θα οδηγήσει στην κατάλληλη ισορροπία των δυνάμεων που επιδρούν στη καμπύλη. Η ισορροπία αυτή επιτυγχάνεται όταν η καμπύλη φτάσει στις ακμές της εικόνας. Τότε θα ισχύει:

$$\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = 0 \text{ και } \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext} = 0 \text{ και } \alpha \vec{C}_{pp} + \beta \vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext} = 0.$$

Η εξίσωση $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t} = \alpha \vec{C}_{pp} + \beta \vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext}$ μπορεί να λυθεί αριθμητικά διακριτοποιώντας την, και εκτελώντας μια επαναληπτική μέθοδο. Όταν η λύση σε αυτή την εξίσωση σταθεροποιηθεί, τότε θα ικανοποιείται και η εξίσωση Euler.

Για την περιγραφή της κίνησης της καμπύλης, αντί για δυνάμεις μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ενέργεια. Σε αυτήν την περίπτωση λοιπόν, θα έχουμε:

$$E(\vec{C}) = \int_c (E_{int} + E_{ext}) dp$$

$$\Leftrightarrow E(\vec{C}) = \int_c \left(\alpha |\vec{C}_{pp}|^2 + \beta |\vec{C}_{pppp}|^2 + \gamma |g(|\nabla I(x, y)|)|^2 \right) dp$$

Σκοπός είναι να βρεθεί κατάλληλη καμπύλη C η οποία θα ελαχιστοποιεί την παραπάνω ενεργειακή συνάρτηση.

4.1.2 Balloons

Η κλασική μέθοδος των ενεργών περιγραμμάτων (snakes) παρουσιάζει κάποιες αδυναμίες. Για να αντιμετωπιστούν αυτές οι αδυναμίες, αναπτύχθηκαν διάφορες βελτιώσεις της αρχικής μεθόδου που αναφέρθηκε παραπάνω. Οι βελτιώσεις αυτές έγκεινται στην κατάλληλη επιλογή της μορφής των εξωτερικών δυνάμεων που θα αναγκάσουν την αρχική καμπύλη να πλησιάσει τις ακμές της εικόνας.

Ένα βασικό πρόβλημα που παρουσιάζει η κλασική μέθοδος των snakes είναι η εξάρτησή της, για το αν θα πετύχει ή όχι η σύγκλιση της καμπύλης, από την αρχικοποίηση της καμπύλης, δηλαδή από το ποιά θα είναι η αρχική καμπύλη η οποία θα εξελιχθεί. Υπάρχει το ενδεχόμενο αν επιλεγεί μια αρχική καμπύλη μακριά από τις ακμές της εικόνας, τότε η έλξη που δέχεται να μην είναι αρκετή ώστε να κινηθεί προς αυτές. Επίσης, η επιλογή μιας ακατάλληλης αρχικής καμπύλης μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα η καμπύλη να συρρικνωθεί σε ένα σημείο, αν δεν ασκηθούν κατάλληλες δυνάμεις. Επιπροσθέτως, εξαιτίας της διακριτοποίησης που γίνεται για την αριθμητική λύση του προβλήματος, μπορεί να παρουσιαστούν μεμονωμένα σημεία ως ακμές, και η καμπύλη να «ξεγελαστεί» και να μείνει σε αυτά αγνοώντας τις πραγματικές (ισχυρές) ακμές της εικόνας. Το πρόβλημα αυτό, λύνεται με την προσθήκη στην εξωτερική δύναμη που ασκείται στην καμπύλη, μιας επιπλέον δύναμης, η οποία ωθεί πάντα την καμπύλη προς τα έξω, σαν ένα μπαλόνι που σταδιακά φουσκώνει (από το γεγονός αυτό, ονομάστηκαν οι καμπύλες αυτές balloons).

Δηλαδή η εξωτερική δύναμη θα έχει τη μορφή: $\vec{F}_{ext} = \kappa_1 \vec{n}(p) - \kappa \frac{\nabla U_{ext}}{\|\nabla U_{ext}\|}$.

Στον τύπο αυτό $\vec{n}(p)$ είναι το κάθετο διάνυσμα (με μοναδιαίο μέτρο) σε κάθε σημείο της καμπύλης.

4.1.3 Gradient Vector Flow

Τα balloons λύνουν μεν τα προβλήματα που αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο, όμως δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν προβλήματα που προκύπτουν από τη γεωμετρία των ακμών της εικόνας, όπως είναι οι κοιλότητες.

Παραπάνω είδαμε ότι η \vec{F}_{ext} (εξωτερική δύναμη) γράφεται στη μορφή $\vec{F}_{ext} = -grad U_{ext} = -\nabla U_{ext}$. Οι Xu και Prince θεώρησαν σαν εξωτερική δύναμη ένα γενικότερο πεδίο που έχει τη μορφή $\vec{F}_{ext} = \vec{v}(u(x, y), v(x, y))$. Αυτό το διάνυσμα ονομάστηκε Gradient Vector Flow. Χρησιμοποιώντας την ενέργεια αντί για δυνάμεις θα έχουμε:

$$E = \iint [\mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |v - \nabla f|^2] dx dy$$

Όταν το $|\nabla f|$ είναι μικρό ο δεύτερος όρος του αθροίσματος είναι μικρός και η ενέργεια κυριαρχείται από το άθροισμα των μερικών παραγώγων του πεδίου, οπότε η ελαχιστοποίηση έχει σαν αποτέλεσμα ένα αργά μεταβαλλόμενο πεδίο. Αντίθετα όταν το $|\nabla f|$ είναι μεγάλο, κυριαρχεί ο δεύτερος όρος του αθροίσματος, και η ενέργεια ελαχιστοποιείται όταν $v = \nabla f$.

4.2 Γεωμετρικά Ενεργά Περιγράμματα (Geometric Active Contours)

Ένα βασικό πρόβλημα με τις μεθόδους τύπου snakes είναι το πώς μπορεί να μην επηρεάζει την εξέλιξη της καμπύλης η οποιαδήποτε παραμετροποίησή της. Η εξίσωση της καμπύλης όταν έχουμε παραμετρική μορφή των καμπυλών, όπως

είδαμε και παραπάνω, γράφεται στη μορφή $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \alpha \vec{C}_{pp} + \beta \vec{C}_{pppp} - \nabla U_{ext}$. Η μορφή αυτή δεν είναι μοναδική για την ίδια καμπύλη. Το επιθυμητό είναι η εξέλιξη μιας καμπύλης να περιγράφεται από μία εξίσωση η οποία θα περιλαμβάνει μόνο τα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά (καμπυλότητα και μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα \vec{N}). Τέτοιες καμπύλες είναι τα γεωμετρικά ενεργά περιγράμματα (geometric active contours). Η μερική διαφορική εξίσωση που περιγράφει την εξέλιξη αυτών των καμπυλών είναι η εξής: $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = f(\kappa) \vec{N}$. Η εξίσωση αυτή μας δίνει τα σημεία της καμπύλης, καθώς πλησιάζει προς τις ακμές της εικόνας, και εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και όχι από κάποια παραμετροποίηση. Ενώ στην παραμετρική περιγραφή απαιτείται να ασκούνται στην καμπύλη δυνάμεις για να διατηρηθεί η συνοχή της στη γεωμετρική περιγραφή το ρόλο αυτό αναλαμβάνει η καμπυλότητα. Εάν προσθέσουμε έναν σταθερό όρο ταχύτητας (όπως το συναντούμε και στα balloon snakes), δίνουμε μια σταθερή συνεχή ώθηση στην κίνηση της καμπύλης, και μπορούμε έτσι να πάρουμε μια βελτιωμένη εκδοχή της παραπάνω εξίσωσης η οποία έχει τη μορφή: $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = f(\kappa + V_0) \vec{N}$. Αυτές οι εξισώσεις λειτουργούν αρκετά καλά σε εικόνες που έχουν ισχυρή αντίθεση (contrast). Σε περιπτώσεις όμως που οι ακμές δεν είναι τόσο ευδιάκριτες ή υπάρχουν μικρά κενά, παρουσιάζεται το φαινόμενο της διαρροής, κατά το οποίο η καμπύλη διαρρέει προς το εξωτερικό του συνόρου. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με τα γεωδαιτικά ενεργά περιγράμματα (geodesic active contours).

4.2.1 Γεωδαιτικά Ενεργά Περιγράμματα (Geodesic Active Contours)

Θεωρούμε καμπύλη, την $C(p) = [x(p), y(p)]$ όπου το p ανήκει στο διάστημα $[0,1]$. Το μήκος της καμπύλης είναι το $L = \int_0^1 \|\vec{C}_p\| dp$. Εάν θεωρήσουμε κ την καμπυλότητα της καμπύλης, και \vec{N} το μοναδιαίο κάθετο προς τα μέσα διάνυσμα σε αυτή, σε κάθε σημείο της, τότε το μήκος της καμπύλης, εάν ακολουθεί την εξίσωση $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \kappa \vec{N}$, ελαχιστοποιείται όσο το δυνατόν ταχύτερα. Η εξίσωση $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \kappa \vec{N}$ είναι γεωμετρική και δεν εξαρτάται από την παραμετροποίηση της καμπύλης αλλά μόνο από την καμπυλότητα και το κάθετο διάνυσμα. Ο Grayson απέδειξε ότι μία καμπύλη που ακολουθεί αυτή την εξίσωση κίνησης (κινείται δηλαδή υπό την επίδραση της καμπυλότητας), θα συρρικνωθεί σε ένα σημείο χωρίς να δημιουργήσει κάποια ασυνέχεια. Για να χρησιμοποιήσουμε τη γεωμετρική περιγραφή των καμπυλών για την ανίχνευση ακμών, θα πρέπει να οδηγήσουμε μία αρχική καμπύλη στην καμπύλη που περιγράφει τις ακμές της εικόνας, δηλαδή να ελαχιστοποιήσουμε την απόσταση ανάμεσα στις δύο αυτές καμπύλες.

Αντί να προσπαθήσουμε να ελαχιστοποιήσουμε το απλό μήκος της καμπύλης $L = \int_0^1 \|\vec{C}_p\| dp$, μπορούμε να ελαχιστοποιήσουμε το γενικευμένο μήκος της καμπύλης $L = \int_0^1 (\|\vec{C}_p\| f) dp$, που εξαρτάται από τη συνάρτηση βάρους f . Εισάγεται δηλαδή ο περιορισμός της συνάρτησης f , στο πώς θα ελαχιστοποιηθεί το μήκος της καμπύλης. Αντί του απλού στοιχειώδους μήκους της καμπύλης dl για το οποίο ισχύει ότι: $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \|\vec{C}_p\| dp = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} dp$, ορίζουμε το γενικευμένο στοιχειώδες μήκος dl_f για το οποίο ισχύει: $dl_f = \|\vec{C}_p\| f dp$, το οποίο

συμπεριλαμβάνει στη συνάρτηση f τη γεωμετρική πληροφορία για τις ακμές της εικόνας.

Η εξίσωση της κίνησης των γεωδαιτικών ενεργών περιγραμμάτων (geodesic active contours) δίνεται από την σχέση $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = [f(\kappa + V_0)] - [\nabla f \vec{N}] \vec{N}$. Η ποσότητα ∇f έλκει την καμπύλη προς τις ακμές της εικόνας, αν αυτή διαφύγει προσωρινά στο εξωτερικό του συνόρου. Εκτός από αυτήν την εξίσωση, μπορεί να συναντήσουμε και την εξίσωση $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \mu \nabla^2 \vec{v} - f |\nabla f|^2 (\vec{v} - \nabla f)$ που είναι γενικευμένη (κοντά στις ακμές της εικόνας ισχύει ότι $\vec{v} = \nabla f$).

Ένα βασικό πρόβλημα που εμφανίζουν τόσο η παραμετρική όσο και η γεωμετρική περιγραφή των ενεργών περιγραμμάτων (active contours), είναι το πρόβλημα της τοπολογίας, το οποίο περιγράφεται ως εξής: έστω μία κάποια αρχική καμπύλη C_0 που ξεκινάει να εξελίσσεται. Η τελική καμπύλη C που θα φτάσει στις ακμές, θα έχει μορφή παρόμοια με αυτή της C_0 . Αυτό σημαίνει ότι ένα περίγραμμα, ήτοι μία κλειστή καμπύλη, αντιστοιχεί πάντα σε μία περιοχή και δεν είναι δυνατό να χωριστεί σε δύο κλειστές καμπύλες με φυσικό τρόπο, διότι εμφανίζονται ασυνέχειες και «σπασίματα» στην εξέλιξή της. Έτσι σε μία εικόνα δεν είναι δυνατό να ανιχνευθούν ταυτόχρονα περισσότερα από ένα αντικείμενα. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί χρησιμοποιώντας έμμεσες μεθόδους για την αναπαράσταση καμπυλών και συγκεκριμένα τεχνικές επιπεδοσυνόλων (level sets), και το έλυσαν οι Osher και Sethian.

Η ιδέα των μεθόδων επιπεδοσυνόλων είναι να εκφραστεί η εξελισσόμενη καμπύλη ως το μηδενικό επιπεδοσύνολο (zero level set function) μίας συνάρτησης μεγαλύτερης διάστασης και η εξέλιξη της καμπύλης να εκφραστεί μέσω της εξέλιξης της συνάρτησης αυτής. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται μία συνάρτηση Lipschitz Φ , τέτοια ώστε ανά πάσα στιγμή το μηδενικό επιπεδοσύνολό της να μας δίνει την καμπύλη C . Η βασική ιδέα λοιπόν πιά αναλυτικά, είναι η εξής: μία οποιαδήποτε καμπύλη στο επίπεδο (ήτοι δισδιάστατη), μπορούμε να την ορίσουμε ως την τομή μίας τρισδιάστατης επιφάνειας με ένα επίπεδο. Δεδομένης μίας καμπύλης C στο επίπεδο, μπορεί να κατασκευαστεί μια επιφάνεια $\Phi: z = \Phi(x, y)$ σε τρεις διαστάσεις, τέτοια ώστε η τομή της με το επίπεδο $z = 0$ (δηλαδή η $\Phi = 0$) να είναι η καμπύλη C . Αντί λοιπόν να αφήσουμε την καμπύλη C να εξελιχθεί σύμφωνα με το νόμο εξέλιξης $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \vec{F}(\vec{c})$, μπορούμε ισοδύναμα να εξελίξουμε την επιφάνεια Φ σύμφωνα με κάποιο αντίστοιχα ισοδύναμο νόμο εξέλιξης $\frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial t} = \vec{G}(\vec{\Phi})$, όπου η συνάρτηση G είναι κατασκευασμένη με τέτοιο τρόπο, ώστε σε κάθε φάση της εξέλιξης, η τομή $\Phi = 0$ να δίνει την αντίστοιχη καμπύλη C , όπως αυτή θα εξελισσόταν σύμφωνα με την πρώτη εξίσωση.

Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να παρακολουθούμε μόνο την εξέλιξη της τρισδιάστατης επιφάνειας, και ανά πάσα στιγμή να βρίσκουμε την επιθυμητή δισδιάστατη καμπύλη, παίρνοντας απλώς $\Phi = 0$ από τη λύση. Δηλαδή εκφράζουμε την καμπύλη C ως το μηδενικό επιπεδοσύνολο της επιφάνειας Φ .

Οι γεωμετρικοί όροι που εμπλέκονται στην εξίσωση $\frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial t} = \vec{G}(\vec{\Phi})$, όπως η καμπυλότητα κ και το κάθετο διάνυσμα στην καμπύλη \vec{N} , προκύπτουν άμεσα από την συνάρτηση Φ (ήτοι συναρτησει του Φ).

Χρησιμοποιώντας την τεχνική αυτή, οι τοπολογικές αλλαγές στην δισδιάστατη καμπύλη χειρίζονται αυτόματα, διότι αν και οι αλλαγές αυτές μπορεί να είναι απότομες σε δύο διαστάσεις, σε τρεις διαστάσεις εμφανίζουν ομαλή συμπεριφορά.

Ο συνδυασμός των επιπεδοσυνόλων (level sets) και των γεωδαιτικών ενεργών περιγραμμάτων (geodesic active contours), δημιούργησε ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για την κατάτμηση των εικόνων. Η βασική αρχή εξακολουθεί να είναι η ίδια: ξεκινώντας από κάποια αρχική καμπύλη, την παραμορφώνουμε κατάλληλα ώστε να καταλήξει προς τις ακμές μίας εικόνας. Οι δύο τεχνικές συνδυάζονται, όταν ο νόμος εξέλιξης της καμπύλης γράφεται στη μορφή επιπεδοσυνόλων.

Η εξίσωση της κίνησης των γεωδαιτικών ενεργών περιγραμμάτων, που όπως είδαμε παραπάνω δίνεται από την σχέση $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = [f(\kappa + V_0)] - [\nabla f \vec{N}] \vec{N}$, μπορεί να γραφτεί στη μορφή επιπεδοσυνόλων ως εξής: $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = f(\kappa + V_0)|\nabla \Phi| + \nabla f \nabla \Phi$. Κάτι αντίστοιχο μπορεί να γίνει και για την εξίσωση της κίνησης των γεωμετρικών ενεργών περιγραμμάτων (geometric active contours). Δηλαδή, η εν λόγω εξίσωση: $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = f(\kappa + V_0) \vec{N}$, αντιστοιχεί στην εξίσωση $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = f(\kappa + V_0) \|\nabla \Phi\|$, όπου η καμπυλότητα κ και το κάθετο διάνυσμα \vec{N} , μπορούν να γραφτούν συναρτήσει του Φ (όπως αναφέραμε και παραπάνω). Συγκεκριμένα, η καμπυλότητα δίνεται από τον τύπο: $\kappa = -\text{div} \left(\frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right)$, και το κάθετο διάνυσμα από τον τύπο: $\vec{N} = \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|}$.

4.3 Μέθοδος Chan-Vese

Ορίζουμε μία καμπύλη (κλειστό περίγραμμα) C η οποία εξελίσσεται στο Ω , ως το σύνορο μίας επιφάνειας ω (ανοιχτό υποσύνολο του Ω), την οποία περικλείει η καμπύλη C , ενώ Ω είναι το συμπλήρωμα του ω . Δηλαδή ισχύει ότι $\omega \subset \Omega$ και $C = \partial \omega$. Συμβολίζουμε την περιοχή ω με τον όρο *inside*(c) και την περιοχή $\Omega \setminus \bar{\omega}$ με τον όρο *outside*(c). Σκοπός της μέθοδου Chan-Vese είναι η ελαχιστοποίηση μίας συνάρτησης ενέργειας. Για την κατασκευή της συνάρτησης ενέργειας, εισάγονται ως όροι, το μήκος της καμπύλης C ($\text{Length}(C)$), και το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείει η καμπύλη C ($\text{Area}(\text{inside}(C))$). Έτσι, έχουμε την παρακάτω συνάρτηση ενέργειας:

$$\begin{aligned} F(c_1, c_2, C) = & \mu \cdot \text{Length}(C) + v \cdot \text{Area}(\text{inside}(C)) \\ & + \lambda_1 \int_{\text{inside}(c)} |u_0(x, y) - c_1|^2 dx dy \\ & + \lambda_2 \int_{\text{outside}(c)} |u_0(x, y) - c_2|^2 dx dy \end{aligned}$$

όπου: $\mu \geq 0, v \geq 0, \lambda_1, \lambda_2 > 0$ είναι παράμετροι που καθορίζονται, u_0 η προς κατάτμηση εικόνα, και οι σταθερές c_1, c_2 , που εξαρτώνται από την καμπύλη C , είναι οι μέσοι όροι της u_0 εντός και εκτός της καμπύλης C αντιστοίχως.

Με τη μέθοδο των επιπεδοσυνόλων, η καμπύλη $C \subset \Omega$ ορίζεται ως το μηδενικό επιπεδοσύνολο μίας συνάρτησης Lipschitz $\varphi(x, y): \Omega \rightarrow R$, η οποία είναι η εξής:

$$\begin{cases} C = \partial \omega = \{(x, y) \in \Omega: \varphi(x, y) = 0\} \\ \text{inside}(C) = \omega = \{(x, y) \in \Omega: \varphi(x, y) > 0\} \\ \text{outside}(C) = \Omega \setminus \bar{\omega} = \{(x, y) \in \Omega: \varphi(x, y) < 0\} \end{cases}$$

Με χρήση της συνάρτησης Heaviside, H και της συνάρτησης Dirac (δέλτα), δ_0 , που ορίζονται, ως γνωστόν, από τις σχέσεις: $H(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$, $\delta_0(z) = \frac{d}{dz}H(z)$, αντιστοίχως, οι όροι του συναρτησιακού ενέργειας F εκφράζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} Length\{\varphi = 0\} &= \int_{\Omega} |\nabla H(\varphi(x, y))| dx dy = \int_{\Omega} \delta_0(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy \\ Area\{\varphi \geq 0\} &= \int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} \int_{\varphi > 0} |u_0(x, y) - c_1|^2 dx dy &= \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy \\ \int_{\varphi < 0} |u_0(x, y) - c_2|^2 dx dy &= \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τους αντιστοίχους όρους, η συνάρτηση ενέργειας $F(c_1, c_2, \varphi)$ μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} F(c_1, c_2, \varphi) &= \mu \int_{\Omega} \delta_0(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy \\ &\quad + \lambda_1 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy \\ &\quad + \lambda_2 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \end{aligned}$$

Για τη λύση μπορεί να χρησιμοποιηθεί το παρακάτω διαμορφωμένο επιπεδοσύνολο:

$$u(x, y) = c_1 H(\varphi(x, y)) + c_2 (1 - H(\varphi(x, y))), (x, y) \in \bar{\Omega}$$

Διατηρώντας σταθερή την συνάρτηση φ και ελαχιστοποιώντας την ενέργεια F έχουμε:

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) H(\varphi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy}$$

εάν $\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy > 0$, δηλαδή το εσωτερικό της καμπύλης δεν είναι το κενό, και

$$c_2 = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}$$

εάν $\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy > 0$, δηλαδή το εξωτερικό της καμπύλης δεν είναι το κενό.

Σημειώνουμε πως σε κάποιες εκφυλισμένες περιπτώσεις, όπου δεν υπάρχουν περιορισμοί για την τιμή των σταθερών c_1 και c_2 , οι σταθερές αυτές υπολογίζονται από τους παρακάτω τύπους:

$$\begin{cases} c_1(\varphi) = average(u_0) in \{\varphi \geq 0\} \\ c_2(\varphi) = average(u_0) in \{\varphi < 0\} \end{cases}$$

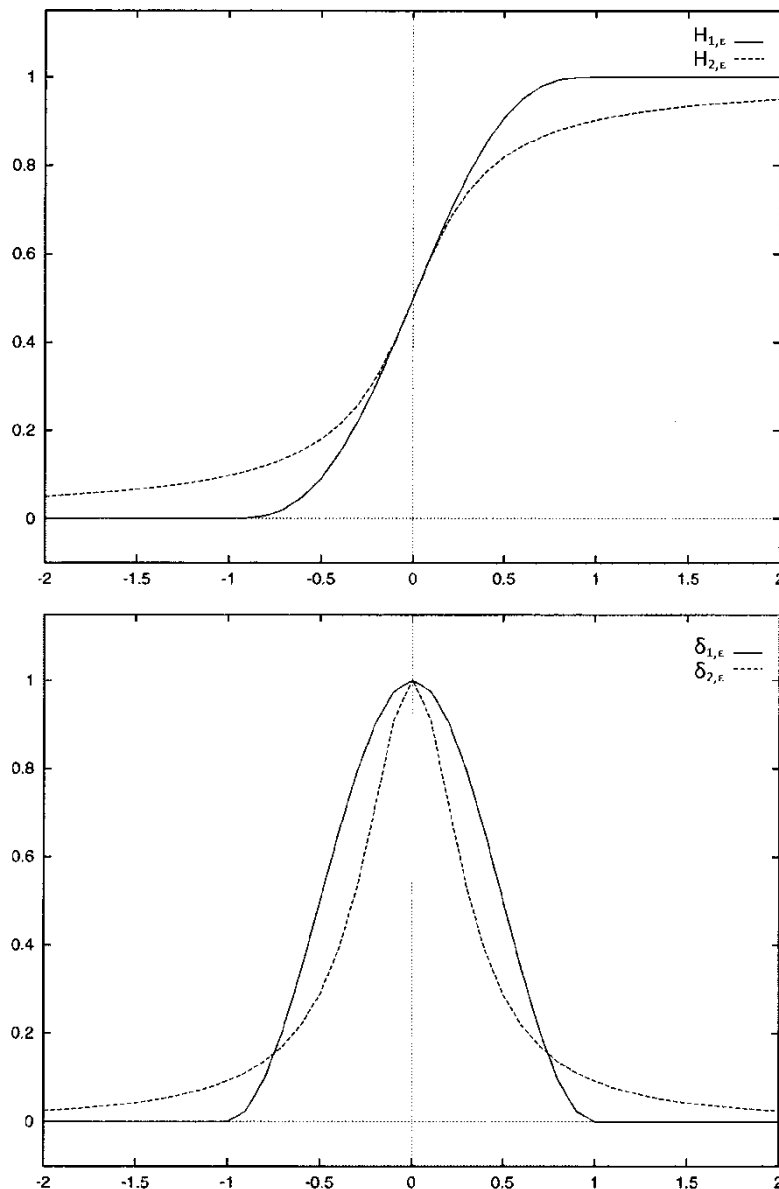
Για να υπολογίσουμε τη σχετική εξίσωση Euler-Lagrange για την άγνωστη συνάρτηση φ , θεωρούμε ελαφρώς κανονικοποιημένες εκδοχές των συναρτήσεων H

και δ_0 , τις οποίες συμβολίζουμε με H_ε και δ_ε αντιστοίχως, όπου $\varepsilon \rightarrow 0$. Δύο πιθανές εκδοχές κανονικοποίησης της συνάρτησης H είναι οι εξής:

$$H_{1,\varepsilon}(z) = \begin{cases} 1, & z > \varepsilon \\ 0, & z < -\varepsilon \\ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{z}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{\varepsilon}\right) \right], & |z| \leq \varepsilon \end{cases}$$

$$H_{2,\varepsilon}(z) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{z}{\varepsilon}\right) \right)$$

Αυτές οι ξεχωριστές προσεγγίσεις και κανονικοποιήσεις των συναρτήσεων H και δ_0 (όπου $\delta_\varepsilon = H'_\varepsilon$, όπως έχουμε ήδη αναφέρει) απεικονίζονται στο Σχήμα 4.3.1. Καθώς το $\varepsilon \rightarrow 0$ αμφότερες οι προσεγγίσεις συγκλίνουν στις H και δ_0 .



Σχήμα 4.3.1: Δύο διαφορετικές κανονικοποιήσεις της συνάρτησης Heaviside, H (πάνω) και της συνάρτησης Dirac (δέλτα), δ_0 (κάτω).

Το σχετικό κανονικοποιημένο συναρτησιακό ενέργειας που προκύπτει με την χρήση των συναρτήσεων H_ε και δ_ε αντί των H και δ_0 , συμβολίζεται με F_ε και ορίζεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 F_\varepsilon(c_1, c_2, \varphi) &= \mu \int_{\Omega} \delta_\varepsilon(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy + v \int_{\Omega} H_\varepsilon(\varphi(x, y)) dx dy \\
 &+ \lambda_1 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H_\varepsilon(\varphi(x, y)) dx dy \\
 &+ \lambda_2 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H_\varepsilon(\varphi(x, y))) dx dy
 \end{aligned}$$

Διατηρώντας τα c_1 και c_2 σταθερά και ελαχιστοποιώντας την ενέργεια F_ε , εξάγουμε τη σχετική εξίσωση Euler-Lagrange για τη συνάρτηση φ . Παραμετροποιώντας τη διεύθυνση καθόδου με βάση το χρόνο $t \geq 0$, η εξίσωση $\varphi(t, x, y)$ (όπου το $\varphi(0, x, y) = \varphi_0(x, y)$ ορίζει το αρχικό περίγραμμα) είναι:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \delta_\varepsilon(\varphi) \left[\mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) - v - \lambda_1 (u_0 - c_1)^2 + \lambda_2 (u_0 - c_2)^2 \right] = 0 \text{ in } (0, \infty) \times \Omega, \\
 \varphi(0, x, y) &= \varphi_0(x, y) \text{ in } \Omega, \\
 \frac{\delta_\varepsilon(\varphi)}{|\nabla \varphi|} \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}} &= 0 \text{ on } \partial \Omega
 \end{aligned}$$

όπου \vec{n} είναι το εξωτερικό κάθετο διάνυσμα στο σύνορο $\partial \Omega$, και $\frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}}$ η παράγωγος, ως προς το κάθετο διάνυσμα, της φ στο σύνορο.

Για τη διακριτοποίηση της παραπάνω εξίσωσης, χρησιμοποιούμε την έμμεση μέθοδο πεπερασμένων διαφορών. Έστω h το χωρικό βήμα, Δt το χρονικό βήμα και $(x_i, y_j) = (ih, jh)$ το πλέγμα, για $1 \leq i, j \leq M$. Έστω επίσης $\varphi_{i,j}^n = \varphi(n\Delta t, x_i, y_j)$ μία προσέγγιση της $\varphi(t, x, y)$, με $n \geq 0$, $\varphi^0 = \varphi_0$. Οι πεπερασμένες διαφορές είναι:

$$\begin{aligned}
 \Delta_x^- \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}, & \Delta_x^+ \varphi_{i,j} &= \varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}, \\
 \Delta_y^- \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}, & \Delta_y^+ \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}
 \end{aligned}$$

Γνωρίζοντας το φ^n , αρχικά υπολογίζουμε τα $c_1(\varphi^n)$, $c_2(\varphi^n)$ χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες εξισώσεις. Εν συνεχεία υπολογίζουμε το φ^{n+1} από την διακριτοποίηση και γραμμικοποίηση της παραπάνω εξίσωσης, που έχει τη μορφή:

$$\begin{aligned}
 \frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\Delta t} &= \delta_h(\varphi_{i,j}^n) \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta_x^+ \left(\frac{\Delta_x^+ \varphi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{\frac{(\Delta_x^+ \varphi_{i,j}^n)^2}{(h^2)} + \frac{(\varphi_{i,j+1}^n - \varphi_{i,j-1}^n)^2}{(2h)^2}}} \right) \right. \\
 &+ \frac{\mu}{h^2} \Delta_y^- \left(\frac{\Delta_y^+ \varphi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{\frac{(\varphi_{i+1,j}^n - \varphi_{i-1,j}^n)^2}{(2h)^2} + \frac{(\Delta_y^+ \varphi_{i,j}^n)^2}{(h^2)}}} \right) - v \\
 &\left. - \lambda_1 (u_{0,i,j} - c_1(\varphi^n))^2 + \lambda_2 (u_{0,i,j} - c_2(\varphi^n))^2 \right]
 \end{aligned}$$

Τα βασικά βήματα που ακολουθούνται στον αλγόριθμο είναι τα εξής:

- α. Αρχικοποίηση του φ^0 με το φ_0 , $n = 0$.

- β. Υπολογισμός $c_1(\varphi^n)$, $c_2(\varphi^n)$ από τις αντίστοιχες εξισώσεις.
- γ. Επίλυση της μερικής διαφορικής εξίσωσης του φ έτσι ώστε να υπολογιστεί το φ^{n+1} .
- δ. Επαναρχικοποίηση της φ τοπικά ως συνάρτηση προσημασμένης απόστασης της καμπύλης (βήμα προαιρετικό).
- ε. Έλεγχος αν η λύση είναι ευσταθής. Εάν όχι, $n = n + 1$ και επανάληψη.

5. Μία Νέα Μέθοδος Κατάτμησης Έγχρωμης Εικόνας

5.1 Εισαγωγή

Ένα φαινόμενο που συναντάμε πολύ συχνά σε θραύσματα αρχαίων τοιχογραφιών ή σε αρχαίες επιγραφές, είναι ο θόρυβος λόγω φθοράς. Τα χρώματα που είχε χρησιμοποιήσει ο αρχαίος καλλιτέχνης έχουν αλλοιωθεί σε κάποιο βαθμό, μικρό ή μεγάλο, υπάρχουν ρωγμές (ή σκισίματα στους παπύρους) ή χαρακιές, υπάρχει φθορά στην υφή και υπάρχουν επίσης εξωγενή πρόσθετα υλικά. Η πρωτότυπη αυτή νέα μέθοδος, λαμβάνοντας υπ' όψιν αυτές τις αλλοιώσεις, προσφέρει μία πολύ καλή προσέγγιση της αρχικής απεικόνισης της τοιχογραφίας ή της επιγραφής, αποδίδοντας όσο το δυνατόν πιο πιστά τα χρώματα, αλλά και όσο πιο ξεκάθαρα γίνεται τα σύνορα μεταξύ περιοχών.

5.2 Περιγραφή της μεθόδου

Ως θόρυβο λόγω φθοράς ορίζουμε τη διαφορά μεταξύ της αρχικής απεικόνισης του θραύσματος (της τοιχογραφίας ή της επιγραφής), και της απεικόνισης της παρούσας κατάστασής του. Οπότε για να είμαστε εις θέσιν να υπολογίσουμε τον θόρυβο λόγω φθοράς θα πρέπει γνωρίζουμε επακριβώς τη μορφή της αρχικής απεικόνισης. Για κάποιο περιορισμένο αριθμό θραυσμάτων, οι αρχαιολόγοι όντως προσέφεραν μία πολύ καλή προσέγγιση της αρχικής απεικόνισης.

Μία απλή μέθοδος για τον υπολογισμό του θορύβου λόγω φθοράς είναι η εξής:

Μετατρέπουμε την αρχική έγχρωμη εικόνα του θραύσματος (της τοιχογραφίας ή της επιγραφής) σε εικόνα ασπρόμαυρης κλίμακας. Υπολογίζουμε την ένταση της κλίσης (ανάδελτα) $G_f(i, j) = |\Delta_x| + |\Delta_y| = |I(i+1) - I(i)| + |I(j+1) - I(j)|$ σε κάθε εικονοστοιχείο (i, j) του θραύσματος. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μέση τιμή E_G και τη διασπορά R_G της κλίσης $G_f(i, j)$ και ελέγχουμε τον αριθμό N_G των εικονοστοιχείων που βρίσκεται στο διάστημα $(E_G - R_G, E_G + R_G)$. Εάν ο αριθμός N_G είναι μικρότερος από ένα υπολογισμο ποσοστό P_G ($P_G = 0.8$ για τη δεδομένη εφαρμογή) του συνολικού αριθμού N των εικονοστοιχείων του θραύσματος, τότε συμπεραίνουμε ότι υφίσταται θόρυβος λόγω φθοράς σε σημαντικό βαθμό.

Σε αυτήν την περίπτωση, για την εξομάλυνση των χρωμάτων της εικόνας του θραύσματος ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

Ολισθαίνουμε μία μάσκα $m \times n$ εικονοστοιχείων σε ολόκληρη την έγχρωμη εικόνα του θραύσματος, ώστε κάθε φορά ένα εικονοστοιχείο της εικόνας να βρίσκεται στο κέντρο της μάσκας. Εκτεταμένες δοκιμές απέδειξαν ότι τα βέλτιστα αποτελέσματα δίνει η μάσκα με διαστάσεις 9×9 .

Υπολογίζουμε τη μέση τιμή των τιμών του κόκκινου (R), πράσινου (G), και μπλε (B) χρώματος όλων των εικονοστοιχείων της μάσκας και την αποδίδουμε στο κεντρικό εικονοστοιχείο. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε την εξομάλυνση του χρώματος μιας εικόνας.

Εάν ο αριθμός N_G είναι μεγαλύτερος ή ίσος του $P_G * N$ τότε αγνοούμε την παραπάνω διαδικασία εξομάλυνσης.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το έγχρωμο ιστόγραμμα της εικόνας, και λαμβάνουμε το μέγιστο ως εξής:

Υπολογίζουμε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή κάθε χρωματικής συνιστώσας R, G, B , για όλα τα εικονοστοιχεία της εικόνας του θραύσματος, έστω $R_m, R_M, G_m, G_M, B_m, B_M$, και διαιρούμε το κάθε διάστημα $[R_m, R_M], [G_m, G_M]$, και $[B_m, B_M]$ σε p υποδιαστήματα $S_X^i, i = 1, 2, \dots, p, X = R, G, B$ με μήκος $l_X = (X_M - X_m)/p$.

Θεωρούμε το καρτεσιανό γινόμενο όλων αυτών των διαστημάτων λαμβάνοντας τοιουτοτρόπως μια τρισδιάστατη διαμέριση του παραλληλεπίπεδου $[R_m, R_M] \times [G_m, G_M] \times [B_m, B_M]$.

Έπειτα ταξινομούμε όλα τα εικονοστοιχεία της εικόνας του θραύσματος μέσα σε αυτά τα τρισδιάστατα διαστήματα ως εξής:

Έστω ένα εικονοστοιχείο χρώματος R, G, B , τότε το εικονοστοιχείο αυτό ταξινομείται στο τρισδιάστατο διάστημα $I_{i,j,k}$ αν και μόνον αν $R \in S_R^i, G \in S_G^j$, και $B \in S_B^k$. Εκτεταμένα πειράματα απέδειξαν ότι η τιμή $p = 32$ είναι μία πολύ καλή επιλογή για όλα τα θραύσματα.

Εν συνεχεία, μετράμε τον αριθμό των εικονοστοιχείων $M_{i,j,k}$ που ανήκουν σε κάθε κυψέλη $I_{i,j,k}$, και εντοπίζουμε το τοπικό μέγιστο του $M_{i,j,k}, i, j, k = 1, \dots, p$, που πάντως, συμπεριλαμβάνει, έναν αριθμό εικονοστοιχείων μεγαλύτερο από ένα συγκεκριμένο κατώφλι TH_M . Η τιμή του TH_M πρέπει να είναι συγκρίσιμη με την περιοχή του μικρότερου ζωγραφισμένου στοιχείου της τοιχογραφίας. Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή θέτουμε $TH_M = 100$. Για κάθε τέτοιο τοπικό μέγιστο, το οποίο έστω ότι βρίσκεται στο (a, b, c) , θεωρούμε την “επεκτεταμένη” κυψέλη: $E_{C(a,b,c)} = \cup_{i=a-1}^{a+1} \cup_{j=b-1}^{b+1} \cup_{k=c-1}^{c+1} I_{i,j,k}$. Θεωρούμε ότι το σύνολο των εικονοστοιχείων που ανήκουν σε αυτή την “επεκτεταμένη” κυψέλη είναι μια πρώτη στοιχειώδης προσέγγιση μιας περιοχής της εικόνας. Διαπιστώνουμε, ότι με αυτήν την διαδικασία λαμβάνουμε μια κλάση περιοχών $E_{C(a,b,c)}$ που είναι πιθανό να αλληλοεπικαλύπτονται, που όμως δεν καλύπτουν απαραίτητα ολόκληρη την έγχρωμη εικόνα.

Στη συνέχεια κάνουμε την αληθοφανή υπόθεση, ότι σε μία χρωματική περιοχή, οι χρωματικές διαβαθμίσεις μπορούν να θεωρηθούν τυχαίες μεταβλητές, που ακολουθούν μία κανονική κατανομή. Λόγω αυτής της υποθέσεως, μπορούμε να επεκτείνουμε τις προηγουμένως ορισθείσες περιοχές με την εξής διαδικασία:

α) Υπολογίζουμε την μέση τιμή μ_X και την διασπορά σ_X , όπου $X = R, G, B$, σε κάθε προηγουμένως ορισθέν σύνολο εικονοστοιχείων $E_{C(a,b,c)}$ και:

β) εφόσον το καθοριστικά μεγαλύτερο μέρος του πληθυσμού μιας κανονικής κατανομής βρίσκεται στο τρισδιάστατο διάστημα $J = [\mu_R - 3.12\sigma_R, \mu_R + 3.12\sigma_R] \times [\mu_G - 3.12\sigma_G, \mu_G + 3.12\sigma_G] \times [\mu_B - 3.12\sigma_B, \mu_B + 3.12\sigma_B]$, τότε μπορούμε να επεκτείνουμε την περιοχή $E_{C(a,b,c)}$, σε μία ευρύτερη περιοχή, που περιλαμβάνει όλα τα εικονοστοιχεία που έχουν χρωματικές συνιστώσες στο διάστημα $J_{(i,j,k)}$. Αυτή η διαδικασία γεννάει μια κλάση ευρύτερων περιοχών $J_{(i,j,k)}$, οι οποίες έχουν ακόμα μεγαλύτερη πιθανότητα να αλληλοεπικαλύπτονται.

Ο τελικός στόχος είναι να ταξινομήσουμε κάθε εικονοστοιχείο της εικόνας μας σε μία μοναδική περιοχή. Για να το επιτύχουμε αυτό, χρειάζεται να ορίσουμε την απόσταση ενός συγκεκριμένου εικονοστοιχείου P με χρωματικές συνιστώσες R_P, G_P, B_P , από μία τυχαία περιοχή U . Η απόσταση αυτή υπολογίζεται από την σχέση $d_{(P,U)} = |(\mu_R - R_P)| + |(\mu_G - G_P)| + |(\mu_B - B_P)|$, όπου $\mu_X, X = R, G, B$, είναι οι μέσες τιμές των χρωματικών συνιστωσών της περιοχής U .

Εάν ένα εικονοστοιχείο έχει ταξινομηθεί σε περισσότερες από μία περιοχές, ή δεν έχει ταξινομηθεί σε καμία περιοχή, μέσω της προηγούμενης διαδικασίας, τότε το εικονοστοιχείο ταξινομείται στην περιοχή από την οποία απέχει την μικρότερη απόσταση.

Τελικά, σε κάθε εικονοστοιχείο της εικόνας του θραύσματος, τοποθετούμε χρωματικό περιεχόμενο ίσο με τις μέσες τιμές μ_X , $X = R, G, B$, της περιοχής στην οποία ανήκει το εικονοστοιχείο. Έτσι, επιτυγχάνουμε μία “πρώτη προσέγγιση ομογενοποίησης” της εικόνας του θραύσματος.

5.3 Μείωση θορύβου λόγω φθοράς και βελτίωση περιγραμμάτων

Για τη μείωση του θορύβου λόγω φθοράς ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

Ολισθαίνουμε μία μάσκα διαστάσεων $m \times n$, όπου m, n περιττοί, σε ολόκληρη την “ομογενοποιημένη” εικόνα του θραύσματος, και κάθε φορά ένα εικονοστοιχείο P αυτής (της εικόνας) είναι το κέντρο της μάσκας.

Σε κάθε θέση της μάσκας μετράμε τον αριθμό των εικονοστοιχείων της περιμέτρου της μάσκας που ανήκουν σε κάθε καθορισμένη περιοχή ξεχωριστά.

Έστω U_M η περιοχή με τον μεγαλύτερο αριθμό εικονοστοιχείων περιμέτρου, ο οποίος έστω ότι είναι N_M .

Εάν ο N_M είναι μεγαλύτερος από ένα ποσοστό, παραδείγματος χάριν $\Pi_{m,n}$, του αριθμού των εικονοστοιχείων της περιμέτρου της μάσκας, τότε όλα τα εικονοστοιχεία της μάσκας αποδίδονται στην περιοχή U_M . Η ως άνω διαδικασία επαναλαμβάνεται συνεχώς μέχρι να μην υπάρχει κάποιο εικονοστοιχείο μάσκας προς καταχώρηση σε κάποια περιοχή. Στη συνέχεια οι διαστάσεις της μάσκας μειώνονται κατά δύο, και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι $m = n = 3$.

Η προαναφερθείσα διαδικασία εξαφανίζει τον θορύβο λόγω φθοράς στο εσωτερικό κάθε περιοχής επιτυχώς. Όμως ένα συγκεκριμένο ποσόν θορύβου λόγω φθοράς ακόμα παραμένει στα σύνορα της κάθε περιοχής. Για να μειώσουμε και αυτόν τον θορύβο λόγω φθοράς, ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

Ολισθαίνουμε μία μάσκα διαστάσεων $m \times n$, όπου m, n περιττοί, σε ολόκληρη την εικόνα του θραύσματος, και κάθε φορά ένα εικονοστοιχείο P αυτής (της εικόνας) είναι το κέντρο της μάσκας.

Σε κάθε θέση της μάσκας μετράμε τον αριθμό των εικονοστοιχείων της μάσκας που ανήκουν σε κάθε καθορισμένη περιοχή, και έστω U_{max} και U_{min} οι περιοχές με το μεγαλύτερο και το μικρότερο αριθμό εικονοστοιχείων αντιστοίχως, και έστω ότι αυτοί οι αριθμοί είναι N_{max} και N_{min} .

Έπειτα ελέγχουμε εάν οι εξής συνθήκες ικανοποιούνται:

1) Το κέντρο της μάσκας ανήκει στην περιοχή U_{min} .

2) Ο αριθμός N_{min} είναι μικρότερος από ένα ποσοστό $\Pi_{min(m,n)}$ του αριθμού των εικονοστοιχείων της μάσκας, και

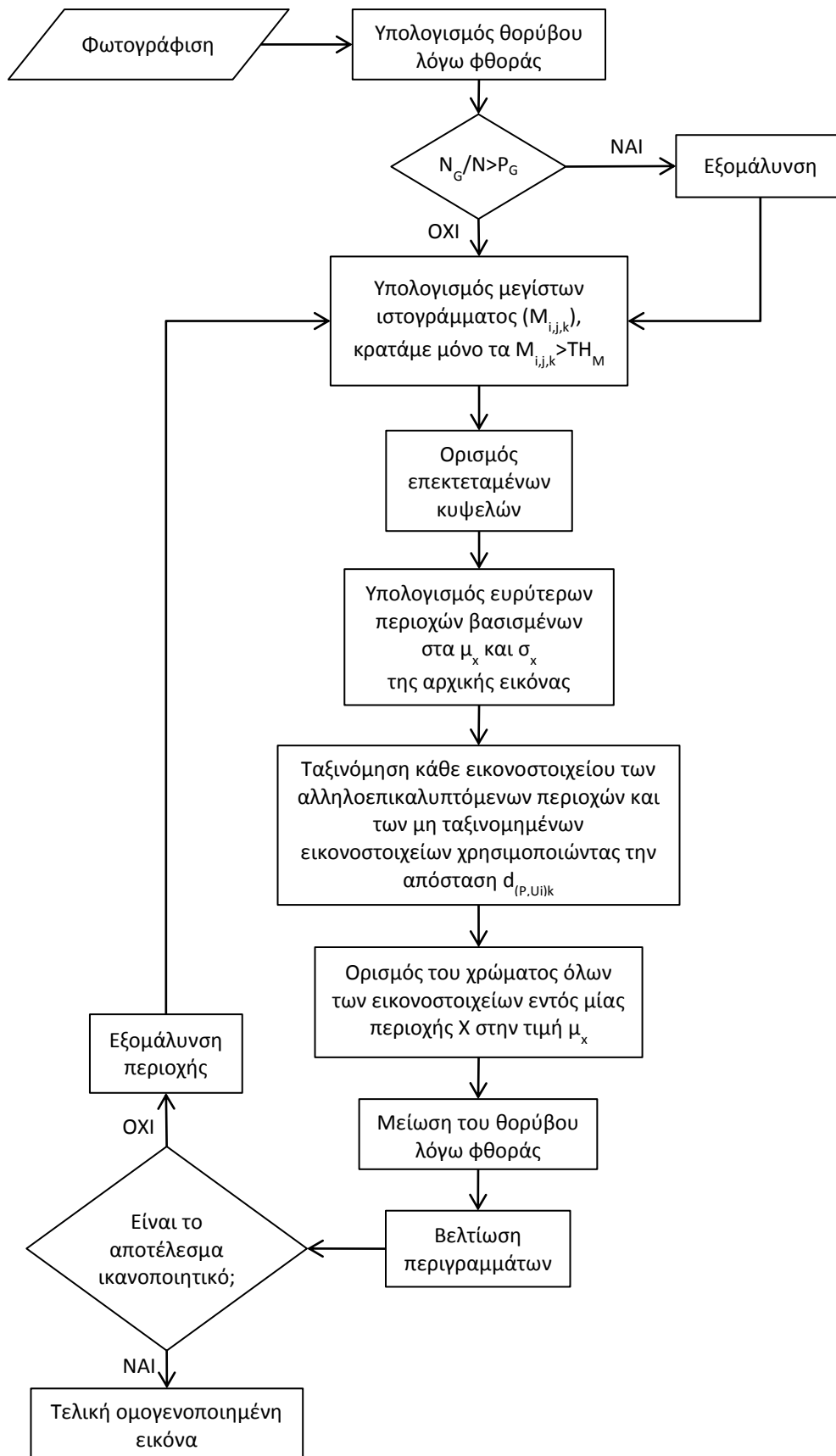
3) Ο αριθμός N_{max} είναι μεγαλύτερος από ένα ποσοστό $\Pi_{max(m,n)}$ του αριθμού των εικονοστοιχείων της μάσκας.

Εάν ισχύουν αυτά, τότε το κεντρικό εικονοστοιχείο της μάσκας αποδίδεται στην περιοχή U_{max} . Η ως άνω διαδικασία επαναλαμβάνεται συνεχώς μέχρι να μην χρειάζεται να αποδοθεί άλλο εικονοστοιχείο μάσκας σε κάποια περιοχή. Στη συνέχεια οι διαστάσεις της μάσκας μειώνονται κατά δύο, και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι $m = n = 3$.

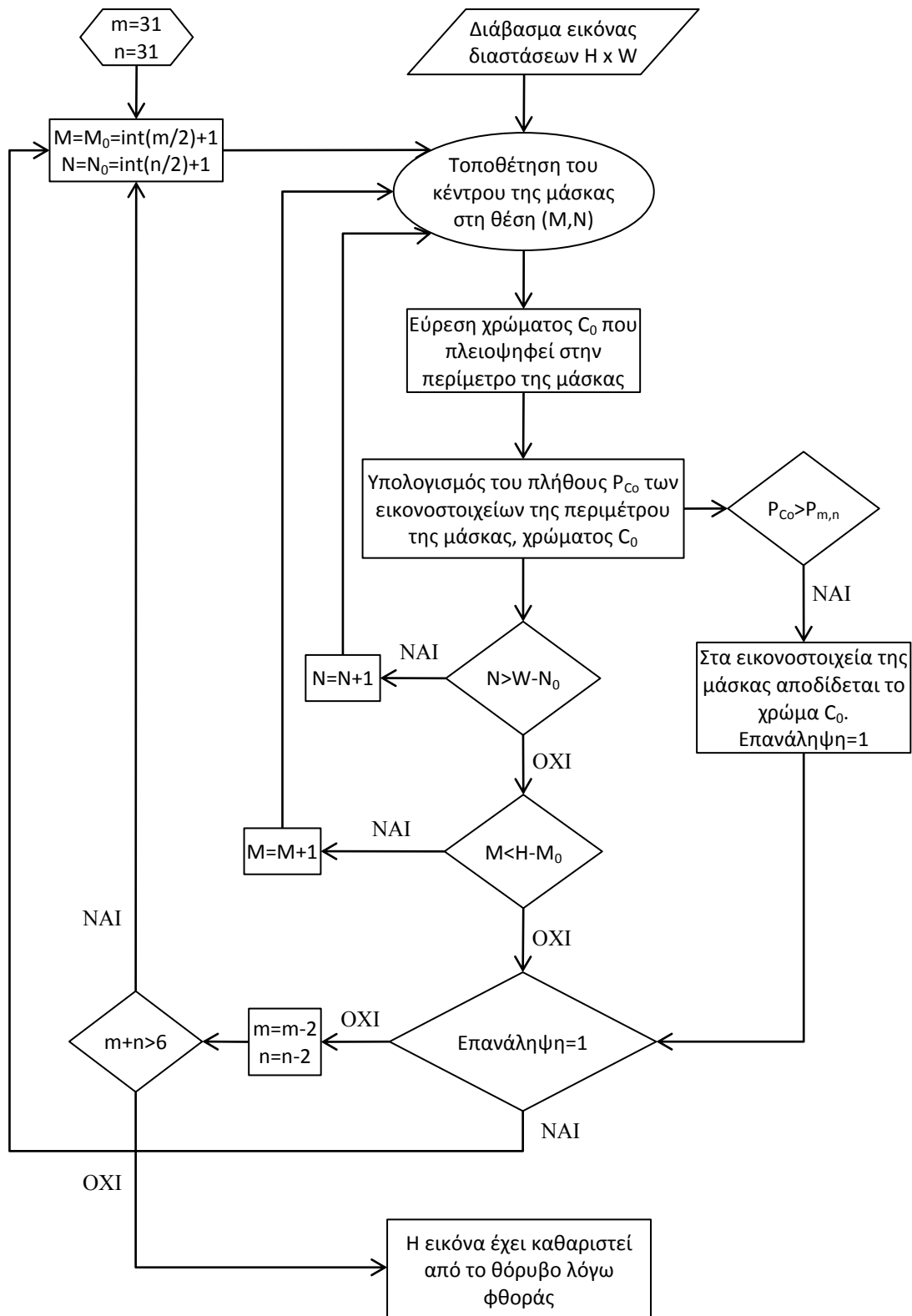
Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι υπάρχει μια στενή σχέση μεταξύ του βαθμού του θορύβου λόγω φθοράς, που τα θραύσματα των τοιχογραφιών ή οι επιγραφές έχουν υποστεί, και των κατάλληλων τιμών των αριθμών m , n , $\Pi_{m,n}$, $\Pi_{min(m,n)}$, και $\Pi_{max(m,n)}$. Εν τοις πράγμασι, το αρχικό μέγεθος της μάσκας (m, n) σχετίζεται με το μέγεθος της μεγαλύτερης νησίδας εικονοστοιχείων που παρουσιάζουν θορύβο λόγω φθοράς, αφού ο σκοπός της μάσκας είναι η εξαφάνιση της φθοράς. Ταυτοχρόνως, το αρχικό μέγεθος της μάσκας πρέπει να είναι μικρότερο από τις διαστάσεις των μικρότερων αρχικώς ζωγραφισμένων στοιχείων της τοιχογραφίας. Έτσι, η επιλογή των τιμών των m και n γίνεται ώστε να υπάρχει μία ισορροπία ανάμεσα στους δύο αυτούς παράγοντες.

Κατ' αυτόν τον τρόπο λοιπόν, λαμβάνουμε την “τελικώς ομογενοποιημένη” εικόνα του θραύσματος.

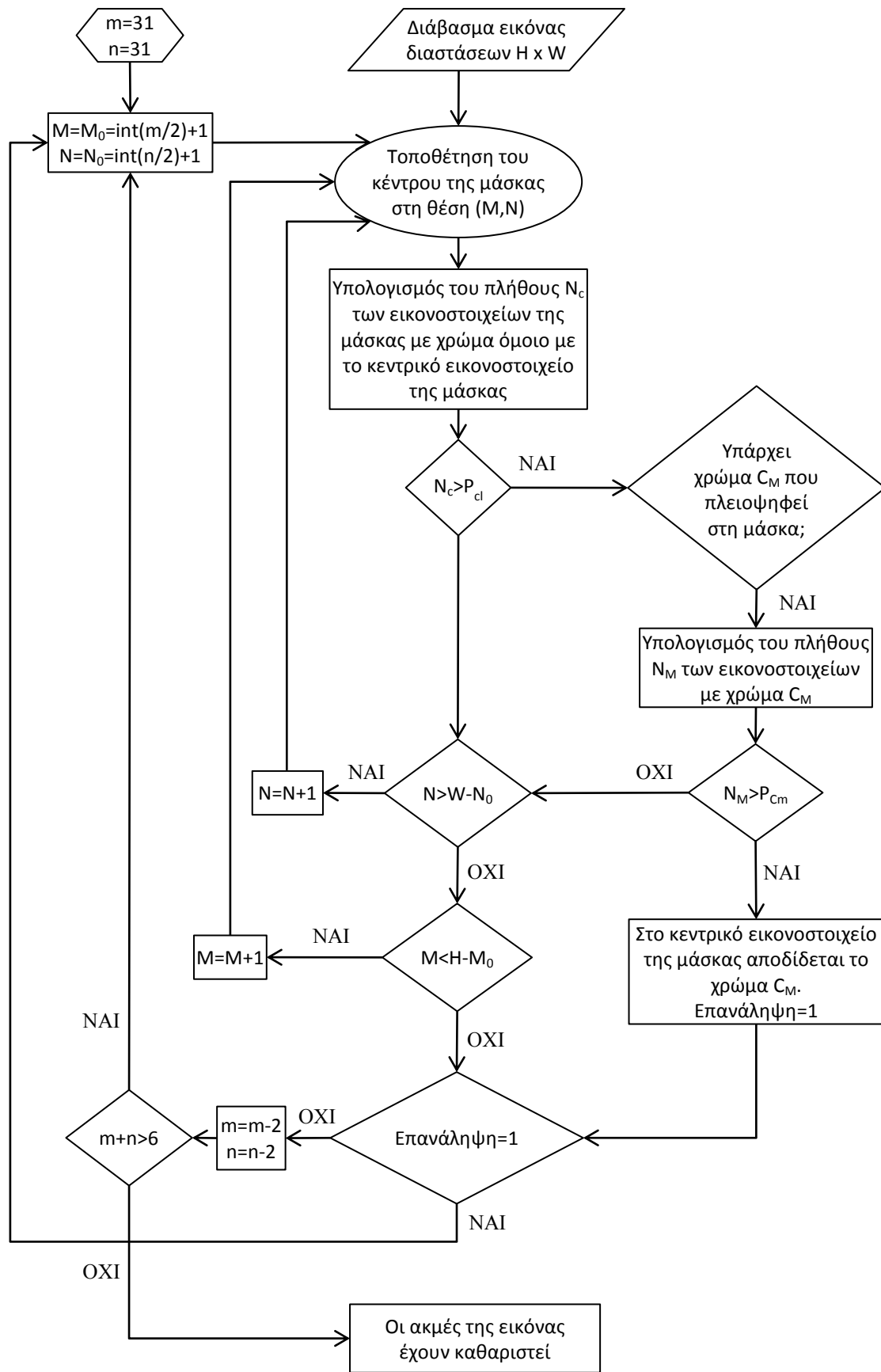
Αν θέλουμε να πάρουμε μια ακόμα πιο ομογενοποιημένη κατάτμηση, επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία που αναφέρεται παραπάνω, σε καθεμία από τις ληφθείσες περιοχές ξεχωριστά, όπου όμως χρησιμοποιείται το αρχικό χρωματικό περιεχόμενο που είχαν τα εικονοστοιχεία της εν λόγω περιοχής. Η απόφαση για ενδεχόμενη επιπλέον ομογενοποίηση της υπό κατάτμηση εικόνας εξαρτάται από την σαφή εκτίμηση του εναπομείναντος θορύβου λόγω φθοράς.



Σχήμα 3.1 : Διάγραμμα ροής συνολικής διαδικασίας κατάτμησης



Σχήμα 3.2 : Διάγραμμα ροής διαδικασίας μείωσης θορύβου λόγω φθοράς



Σχήμα 3.3 : Διάγραμμα ροής διαδικασίας βελτίωσης περιγραμμάτων

6. Εφαρμογή στην Κατάτμηση Εικόνων Γραμμάτων Αρχαίων Κειμένων

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται κάποια ενδεικτικά παραδείγματα εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese και της Νέας Μεθόδου σε εικόνες γραμμάτων επιγραφών που προέρχονται από τον πάπυρο BM 131. Οι αλγόριθμοι των δύο μεθόδων εφαρμόστηκαν στο περιβάλλον αριθμητικής υπολογιστικής και προγραμματισμού MATLAB. Μέσα σε αυτά τα παραδείγματα, τα οποία είναι δέκα στον αριθμό, συμπεριελήφθησαν κάποια γράμματα με μικρότερη φθορά και άλλα με μεγαλύτερη φθορά, ώστε να μελετηθεί η επίδοση των μεθόδων.

Κατά την εφαρμογή των δύο μεθόδων κατάτμησης, γίνεται ρύθμιση κάποιων παραμέτρων των αλγορίθμων ώστε το αποτέλεσμα της κατάτμησης να είναι το βέλτιστο. Τέτοιες παράμετροι είναι: Για τη μεν μέθοδο Chan-Vese, το είδος και το μέγεθος της αρχικής κλειστής καμπύλης η οποία παραμορφώνεται κατά τις επαναλήψεις του αλγορίθμου ([whole και whole and small], [small, medium και large]), και ο αριθμός των επαναλήψεων του αλγορίθμου. Για τη δε Νέα Μέθοδο, ο βαθμός της πολυωνυμικής προσαρμογής, δηλαδή ο βαθμός (ή τάξη) του πολυωνύμου που προσεγγίζει το ιστόγραμμα της εικόνας του γράμματος, και μία παράμετρος που ορίζει την περιοχή ενδιαφέροντος που είναι επιθυμητό να διακριθεί από την εικόνα.

Για τη μέθοδο Chan-Vese, το αποτέλεσμα της κατάτμησης θεωρείται βέλτιστο όταν ο αριθμός των επαναλήψεων του αλγορίθμου είναι ο μικρότερος δυνατός, ώστε να παράγεται ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα. Για τη Νέα Μέθοδο αντιστοίχως, το αποτέλεσμα της κατάτμησης θεωρείται βέλτιστο όταν ο βαθμός (ή τάξη) της πολυωνυμικής προσαρμογής είναι ο μικρότερος δυνατός, ώστε να παράγεται ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα.

Στα παραδείγματα που ακολουθούν, έλαβε χώρα μία πειραματική διαδικασία, κατά την οποία έγιναν δοκιμές των διαφόρων παραμέτρων των δύο μεθόδων, και ευρέθησαν οι βέλτιστες κατατμήσεις των εικόνων των γραμμάτων, οι οποίες και παρουσιάζονται. Οι βέλτιστες παράμετροι, δηλαδή οι παράμετροι που οδηγούν στην βέλτιστη κατάτμηση, είναι διαφορετικές για το κάθε γράμμα. Στο τέλος του κάθε παραδείγματος συμπεριλαμβάνεται και η κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», που θεωρείται η βέλτιστη δυνατή κατάτμηση, ως μέτρο σύγκρισης για το ποσοστό επιτυχίας των δύο μεθόδων.

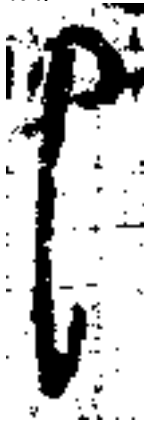
Πρώτο Παράδειγμα

Το πρώτο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts01_I0001_3_r_0014 (Σχήμα 6.1). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'ρ'.



Σχήμα 6.1: Πρώτο Παράδειγμα: γράμμα Ts01_I0001_3_r_0014

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0001_3_r_0014 φαίνεται στο Σχήμα 6.2:



Σχήμα 6.2: Πρώτο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts01_I0001_3_r_0014

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0001_3_r_0014 φαίνεται στο Σχήμα 6.3:



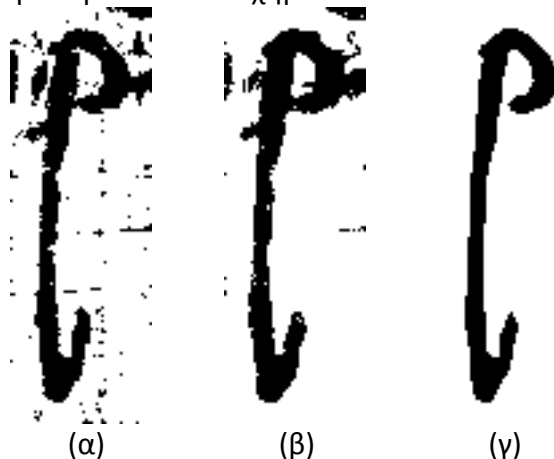
Σχήμα 6.3: Πρώτο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts01_I0001_3_r_0014

Η κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0001_3_r_0014 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.4:



Σχήμα 6.4: Πρώτο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0001_3_r_0014 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του πρώτου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.5:



Σχήμα 6.5: Πρώτο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts01_I0001_3_r_0014 σε αντιπαραθέση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Δεύτερο Παράδειγμα

Το δεύτερο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts01_I0001_3_th_0001 (Σχήμα 6.6). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Θ'.



Σχήμα 6.6: Δεύτερο Παράδειγμα: γράμμα Ts01_I0001_3_th_0001

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0001_3_th_0001 φαίνεται στο Σχήμα 6.7:



Σχήμα 6.7: Δεύτερο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts01_I0001_3_th_0001

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0001_3_th_0001 φαίνεται στο Σχήμα 6.8:



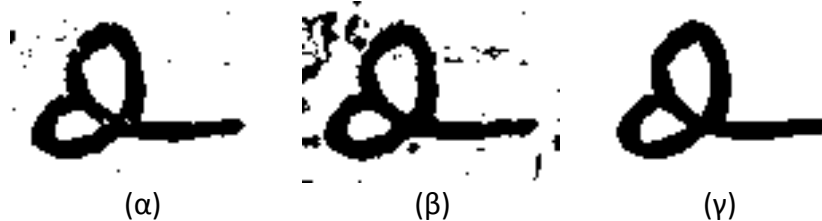
Σχήμα 6.8: Δεύτερο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts01_I0001_3_th_0001

Η κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0001_3_th_0001 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.9:



Σχήμα 6.9: Δεύτερο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0001_3_th_0001 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

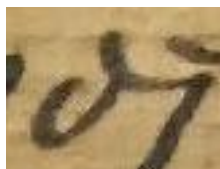
Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του δευτέρου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.10:



Σχήμα 6.10: Δεύτερο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts01_I0001_3_th_0001 σε αντιπαραθέση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Τρίτο Παράδειγμα

Το τρίτο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts01_I0002_1_a_0018 (Σχήμα 6.11). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Α'.



Σχήμα 6.11: Τρίτο Παράδειγμα: γράμμα Ts01_I0002_1_a_0018

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0002_1_a_0018 φαίνεται στο Σχήμα 6.12:



Σχήμα 6.12: Τρίτο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts01_I0002_1_a_0018

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0002_1_a_0018 φαίνεται στο Σχήμα 6.13:



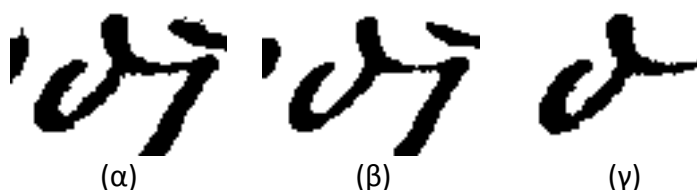
Σχήμα 6.13: Τρίτο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts01_I0002_1_a_0018

Η κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0002_1_a_0018 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.14:



Σχήμα 6.14: Τρίτο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0002_1_a_0018 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του τρίτου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.15:



Σχήμα 6.15: Τρίτο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts01_I0002_1_a_0018 σε αντιπαραθέση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

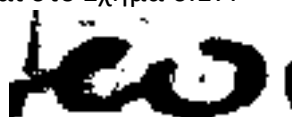
Τέταρτο Παράδειγμα

Το τέταρτο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts01_I0002_1_w_0005 (Σχήμα 6.16). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Ω'.



Σχήμα 6.16: Τέταρτο Παράδειγμα: γράμμα Ts01_I0002_1_w_0005

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0002_1_w_0005 φαίνεται στο Σχήμα 6.17:



Σχήμα 6.17: Τέταρτο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts01_I0002_1_w_0005

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0002_1_w_0005 φαίνεται στο Σχήμα 6.18:



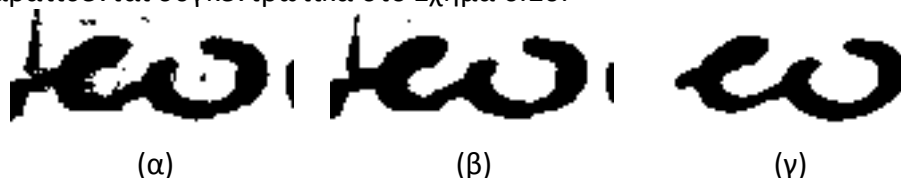
Σχήμα 6.18: Τέταρτο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts01_I0002_1_w_0005

Η κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0002_1_w_0005 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.19:



Σχήμα 6.19: Τέταρτο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0002_1_w_0005 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του τετάρτου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.20:



Σχήμα 6.20: Τέταρτο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts01_I0002_1_w_0005 σε αντιπαραθέση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Πέμπτο Παράδειγμα

Το πέμπτο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts01_I0012_3_a_0035 (Σχήμα 6.21). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Α'.



Σχήμα 6.21: Πέμπτο Παράδειγμα: γράμμα Ts01_I0012_3_a_0035

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0012_3_a_0035 φαίνεται στο Σχήμα 6.22:



Σχήμα 6.22: Πέμπτο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts01_I0012_3_a_0035

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts01_I0012_3_a_0035 φαίνεται στο Σχήμα 6.23:



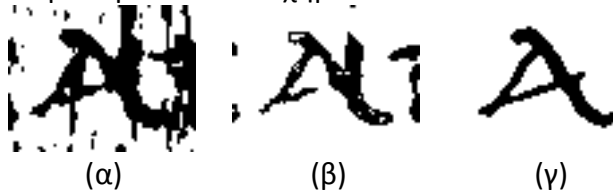
Σχήμα 6.23: Πέμπτο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts01_I0012_3_a_0035

Η κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0012_3_a_0035 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.24:



Σχήμα 6.24: Πέμπτο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts01_I0012_3_a_0035 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του πέμπτου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.25:



Σχήμα 6.25: Πέμπτο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts01_I0012_3_a_0035 σε αντιπαράθεση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Έκτο Παράδειγμα

Το έκτο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts02_I0014_1_r_0012 (Σχήμα 6.26). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Ρ'.



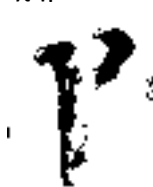
Σχήμα 6.26: Έκτο Παράδειγμα: γράμμα Ts02_I0014_1_r_0012

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts02_I0014_1_r_0012 φαίνεται στο Σχήμα 6.27:



Σχήμα 6.27: Έκτο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts02_I0014_1_r_0012

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts02_I0014_1_r_0012 φαίνεται στο Σχήμα 6.28:



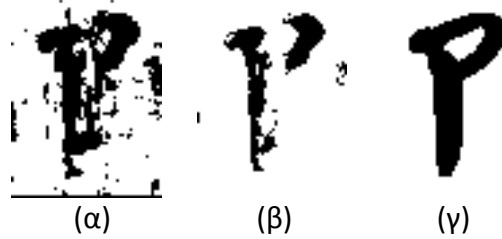
Σχήμα 6.28: Έκτο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts02_I0014_1_r_0012

Η κατάτμηση του γράμματος Ts02_I0014_1_r_0012 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.29:



Σχήμα 6.29: Έκτο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts02_I0014_1_r_0012 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του έκτου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.30:



Σχήμα 6.30: Έκτο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts02_I0014_1_r_0012 σε αντιπαράθεση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Έβδομο Παράδειγμα

Το έβδομο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts03_I0026_2_w_0023 (Σχήμα 6.31). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Ω'.



Σχήμα 6.31: Έβδομο Παράδειγμα: γράμμα Ts03_I0026_2_w_0023

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts03_I0026_2_w_0023 φαίνεται στο Σχήμα 6.32:



Σχήμα 6.32: Έβδομο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts03_I0026_2_w_0023

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts03_I0026_2_w_0023 φαίνεται στο Σχήμα 6.33:



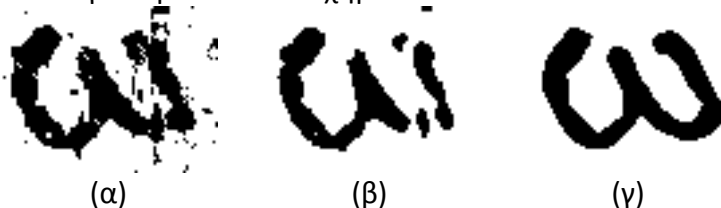
Σχήμα 6.33: Έβδομο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts03_I0026_2_w_0023

Η κατάτμηση του γράμματος Ts03_I0026_2_w_0023 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.34:



Σχήμα 6.34: Έβδομο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts03_I0026_2_w_0023 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του εβδόμου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.35:



Σχήμα 6.35: Έβδομο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts03_I0026_2_w_0023 σε αντιπράθεση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Όγδοο Παράδειγμα

Το όγδοο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts03_I0027_2_a_0009 (Σχήμα 6.36). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Α'.



Σχήμα 6.36: Όγδοο Παράδειγμα: γράμμα Ts03_I0027_2_a_0009

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts03_I0027_2_a_0009 φαίνεται στο Σχήμα 6.37:



Σχήμα 6.37: Όγδοο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts03_I0027_2_a_0009

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts03_I0027_2_a_0009 φαίνεται στο Σχήμα 6.38:



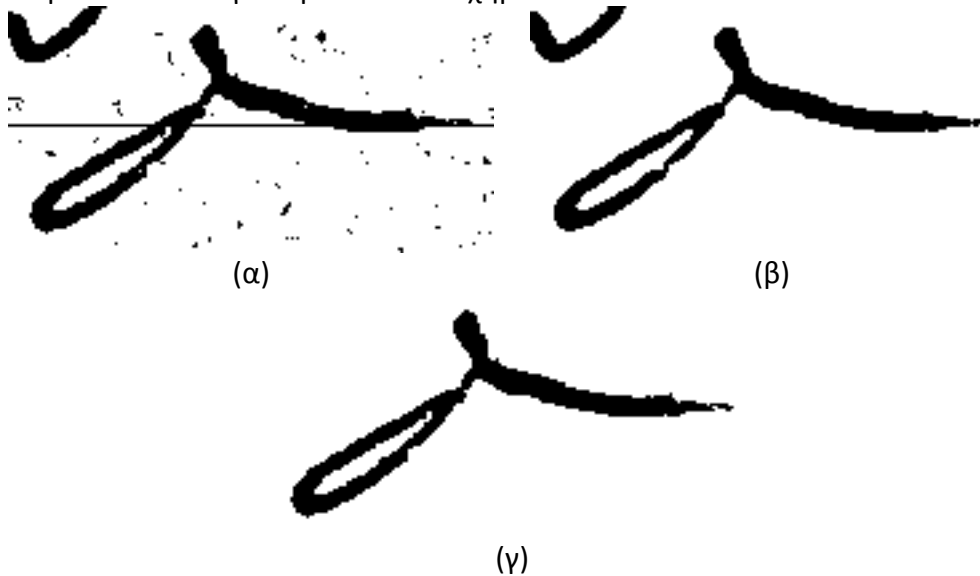
Σχήμα 6.38: Όγδοο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts03_I0027_2_a_0009

Η κατάτμηση του γράμματος Ts03_I0027_2_a_0009 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.39:



Σχήμα 6.39: Όγδοο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts03_I0027_2_a_0009 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του ογδού παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.40:



Σχήμα 6.40: Όγδοο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts03_I0027_2_a_0009 σε αντιπαραθέση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Ένατο Παράδειγμα

Το ένατο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts04_I0040_1_th_0004 (Σχήμα 6.41). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'θ'.



Σχήμα 6.41: Ένατο Παράδειγμα: γράμμα Ts04_I0040_1_th_0004

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts04_I0040_1_th_0004 φαίνεται στο Σχήμα 6.42:



Σχήμα 6.42: Ένατο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts04_I0040_1_th_0004

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts04_I0040_1_th_0004 φαίνεται στο Σχήμα 6.43:



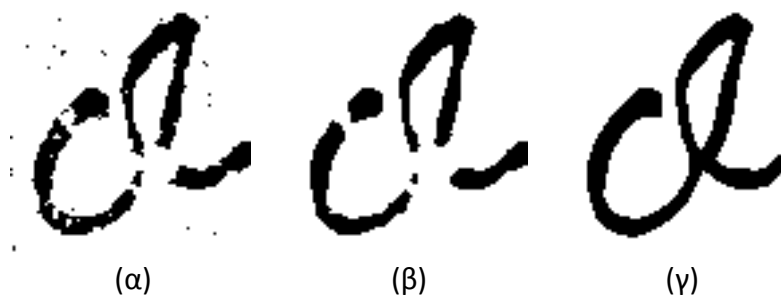
Σχήμα 6.43: Ένατο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts04_I0040_1_th_0004

Η κατάτμηση του γράμματος Ts04_I0040_1_th_0004 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.44:



Σχήμα 6.44: Ένατο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts04_I0040_1_th_0004 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του ενάτου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.45:



Σχήμα 6.45: Ένατο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts04_I0040_1_th_0004 σε αντιπαράθεση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Δέκατο Παράδειγμα

Το δέκατο παράδειγμα είναι η εικόνα του γράμματος Ts04_I0047_1_r_0002 (Σχήμα 6.46). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να διαπιστώσει, πρόκειται για το γράμμα 'Ρ'.



Σχήμα 6.46: Δέκατο Παράδειγμα: γράμμα Ts04_I0047_1_r_0002

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου Chan-Vese στην εικόνα του γράμματος Ts04_I0047_1_r_0002 φαίνεται στο Σχήμα 6.47:



Σχήμα 6.47: Δέκατο Παράδειγμα: εφαρμογή της μεθόδου Chan-Vese στο γράμμα Ts04_I0047_1_r_0002

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της Νέας Μεθόδου στην εικόνα του γράμματος Ts04_I0047_1_r_0002 φαίνεται στο Σχήμα 6.48:



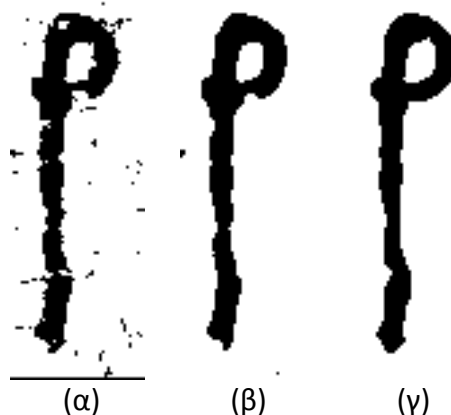
Σχήμα 6.48: Δέκατο Παράδειγμα: εφαρμογή της Νέας Μεθόδου στο γράμμα Ts04_I0047_1_r_0002

Η κατάτμηση του γράμματος Ts04_I0047_1_r_0002 που υλοποιήθηκε «με το χέρι» φαίνεται στο Σχήμα 6.49:



Σχήμα 6.49: Δέκατο Παράδειγμα: κατάτμηση του γράμματος Ts04_I0047_1_r_0002 που υλοποιήθηκε «με το χέρι»

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθόδων στην εικόνα του δεκάτου παραδείγματος συγκρινόμενα με την αντίστοιχη κατάτμηση που έγινε «με το χέρι», αντιπαρατίθενται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 6.50:



Σχήμα 6.50: Δέκατο Παράδειγμα: τα αποτελέσματα της κατάτμησης του γράμματος Ts04_I0047_1_r_0002 σε αντιπαραθέση: (α) κατάτμηση με τη μέθοδο Chan-Vese, (β) κατάτμηση με τη Νέα Μέθοδο, (γ) Κατάτμηση «με το χέρι»

Βιβλιογραφία

- [1] “Image and Pattern Analysis of 1650 B.C. Wall Paintings and Reconstruction”, Constantin Papaodysseus, Mihalis Exarhos, Mihalis Panagopoulos, Panayiotis Rousopoulos, Constantin Triantafillou, and Thanasis Panagopoulos, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS – PART A : SYSTEMS AND HUMANS, VOL. 38, NO. 4, JULY 2008
- [2] “Active Contours Without Edges”, Chan Tony, Vese Luminita, IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 10, NO. 2, FEBRUARY 2001
- [3] “Snakes: Active Contour Models”, M.Kass, A.Witkin, D.Terzopoulos, International Journal of Computer Vision, 321-331, 1988
- [4] “Συγκριτική Μελέτη Μεθόδων Κατάτμησης και Επεξεργασίας Εικόνας με Εφαρμογή σε Αρχαίες Επιγραφές”, Διπλωματική Εργασία, Ευδοκία Π. Κάλφα, Ε.Μ.Π. Φεβρουάριος 2012
- [5] “Έλεγχος Επίδοσης Αλγορίθμων Αυτόματης Κατάτμησης Λίαν Θορυβωδών Εικόνων”, Διπλωματική Εργασία, Ειρήνη-Μαρία Β. Βενιού και Μάρκος Ι. Φουντουλάκης, Ε.Μ.Π. Ιούνιος 2013.
- [6] “Διεξοδική Μελέτη και Εφαρμογή Σημαντικών Αλγορίθμων Κατάτμησης Εικόνας και Εφαρμογή σε Φωτογραφίες Αρχαίων Παπύρων καθώς και σε Εικόνες Βιοϊατρικού Περιεχομένου”, Διπλωματική Εργασία, Παβίνα Φασούλη, Ε.Μ.Π. Ιανουάριος 2014