



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΚΑΙ ΖΥΓΩΝ  
ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΜΠΟΤΣΗΣ

Επιβλέπων : Ν. ΧΑΤΖΗΑΡΓΥΡΙΟΥ  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2016





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

## ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΚΑΙ ΖΥΓΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΜΠΟΤΣΗΣ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 17<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2016.

.....

ΧΑΤΖΗΑΡΓΥΡΙΟΥ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑΥΡΟΣ

Αναπ. Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....

ΓΕΩΡΓΙΛΑΚΗΣ ΠΑΥΛΟΣ

Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2016



.....  
Αθανάσιος Μπότσης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Αθανάσιος Π. Μπότσης, 2016.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή κ. Νικόλαο Χατζηαργυρίου για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους υποψήφιους διδάκτορες Όλγα Βλαχοκυριάκου και Δημήτρη Τράκα για την άψογη συνεργασία που είχαμε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η συνεχής τους βοήθεια και η υπομονετική τους καθοδήγηση με βοήθησαν να ολοκληρώσω την εργασία αυτή.

Αρωγοί στην ακαδημαϊκή μου πορεία όλα αυτά τα χρόνια στάθηκαν πολλοί άνθρωποι, φίλοι και συμφοιτητές. Η λίστα είναι αρκετά μεγάλη για να τους αναφέρω όλους και σίγουρα δεν επιθυμώ να ξεχωρίσω κανέναν, αφού ο καθένας με βοήθησε με τον δικό του τρόπο. Τους ευχαριστώ όλους θερμά.

Ιδιαίτερη μνεία ωστόσο αξίζει στους γονείς μου Πέτρο και Ξανθίπη για τη συνεχή τους υποστήριξη και ενθάρρυνση όλα τα χρόνια των σπουδών μου. Η βοήθειά τους ήταν καθοριστική για την ολοκλήρωση των σπουδών μου και τους ευχαριστώ εκ βάθους καρδιάς.

Τέλος, αλλά σίγουρα όχι τελευταία, ευχαριστώ τη Δανάη για όλα όσα διδάχτηκα.





## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι ο εντοπισμός των γραμμών και των ζυγών ενός Συστήματος Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας, που επηρεάζουν την ευστάθειά του ως προς την τάση. Οι μέθοδοι που επιλέχθηκαν για την εξέταση των παραπάνω στοιχείων στηρίζονται στην ανάλυση ευαισθησίας των ιδιοτιμών του Ιακωβιανού πίνακα ο οποίος προκύπτει από την αριθμητική επίλυση του προβλήματος της ροής ισχύος με τη μέθοδο Newton-Raphson.

Η εργασία χωρίζεται σε τρία μέρη:

Στο πρώτο μέρος γίνεται μια εισαγωγή σε βασικές έννοιες των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας, ενώ παράλληλα σχηματοποιείται το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίζεται η παρούσα εργασία.

Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζεται μια μέθοδος εντοπισμού των κρίσιμων γραμμών μεταφοράς που επηρεάζουν την ευστάθεια του συστήματος, όταν το τελευταίο βρίσκεται κοντά στο σημείο κατάρρευσης. Η μέθοδος βασίζεται στον προσδιορισμό των παραγόντων που επηρεάζουν την ελάχιστη ιδιοτιμή της Ιακωβιανής μήτρας. Εξετάζεται, πώς επηρεάζει η μεταβολή των φυσικών χαρακτηριστικών των γραμμών μεταφοράς (ωμική και επαγωγική ηλεκτρική αντίσταση), τα όρια ευστάθειας του συστήματος.

Στο τρίτο μέρος παρουσιάζεται μια μέθοδος εντοπισμού των κρίσιμων ζυγών που επηρεάζουν την ευστάθεια του συστήματος, όταν το τελευταίο βρίσκεται κοντά στο σημείο κατάρρευσης. Αφού εντοπιστούν οι παραπάνω ζυγοί, εξετάζονται μέθοδοι βελτίωσης της τάσης τους και κατά συνέπεια της απομάκρυνσης από το σημείο κατάρρευσης. Παράλληλα αξιολογείται αν οι κρίσιμοι ζυγοί συνιστούν τοπικό ή γενικευμένο πρόβλημα σε μια περιοχή του συστήματος.

### Λέξεις κλειδιά:

Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ), ιδιομορφική ανάλυση, κρίσιμες γραμμές μεταφοράς, κρίσιμοι ζυγοί, σημείο κατάρρευσης, ευστάθεια τάσης, κατάρρευση τάσης



## ABSTRACT

This diploma thesis aims at identifying transmission branches as well as buses of a Power Transport System which affect its stability in relation to voltage. The methods selected in order to assess the abovementioned data rely on sensitivity analysis of the eigenvalue of the Jacobian matrix which comes from the numerical solution of the power flow problem, by the Newton Raphson method.

The diploma thesis is divided into three parts:

In the first part, basic concepts of Power Systems are introduced, in parallel to the presentation of the theoretical background upon which this particular essay is based.

In the second part, a method of identifying the critical branches of transportation that affect the stability of the system near the point of collapse is presented. The method is based upon the identification of the factors that affect the minimum eigenvalue of the Jacobian matrix. Furthermore, the effect of the physical attributes of the transport branches (resistance/reactance) on a system on the verge of instability is examined thoroughly.

Accordingly, in the third part, a method of identifying the critical buses that affect the stability of a system close to its turning point is presented. When the abovementioned buses have been specified, several different methods improving their voltage are assessed for the removal of the point of collapse. In addition, an evaluation is performed on whether these critical buses represent a local or a generalized problem in a region of the system.

### **Keywords:**

Power Systems, modal analysis, critical transmission branches, critical buses, point of collapse, voltage stability, voltage collapse



# Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	13
<b>1 Βασικές Έννοιες στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας.....</b>	<b>15</b>
1.1 Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας .....	15
1.2 Σύστημα Παραγωγής .....	15
1.3 Σύστημα Μεταφοράς .....	15
1.4 Δίκτυα Διανομής.....	16
1.5 Ευστάθεια ΣΗΕ.....	17
<b>2 Θεωρητικό Υπόβαθρο .....</b>	<b>21</b>
2.1 Η Σημασία της Ροής Ισχύος σε ΣΗΕ .....	21
2.2 Όρια Άεργου Ισχύος Γεννητριών .....	22
2.3 Ορολογία.....	22
2.4 Πίνακας Αγωγιμοτήτων .....	25
2.5 Εξισώσεις Ροής Ισχύος .....	28
2.6 Αναλυτική έκθεση του προβλήματος Ροής Ισχύος.....	30
2.7 Newton-Raphson – διαδικασία επίλυσης.....	33
2.8 Σύνδεση της Newton-Raphson με την επίλυση της Ροής Ισχύος .....	40
2.9 Γενετικοί Αλγόριθμοι .....	47
2.9.1 Εισαγωγή .....	47
2.9.2 Τρόπος λειτουργίας.....	48
2.9.3 Τρόπος Υλοποίησης του Αλγορίθμου .....	48
2.9.4 Εκδοχές Αλγορίθμου .....	49
2.9.5 Χαρακτηριστικά.....	49
2.9.6 Περιορισμοί .....	49
<b>3 Εύρεση κρίσιμων κλάδων σε ΣΗΕ.....</b>	<b>51</b>
3.1 Εισαγωγή .....	51
3.2 Ανάλυση ευαισθησίας ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα .....	51
3.2.1 Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα Ιακωβιανού πίνακα.....	52
3.2.2 Σχέση της ελάχιστης ιδιοτιμής του Ιακωβιανού πίνακα με το σημείο κατάρρευσης.....	52
3.3 Ανάλυση ευαισθησίας ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα ως προς τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων .....	53
3.3.1 Μερικές παράγωγοι των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας ως προς τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων.....	55
3.4 Ανάλυση ευαισθησίας ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα ως προς την ωμική και επαγωγική αντίσταση των γραμμών .....	56
3.5 Κατάταξη ευαισθησιών πριν το σημείο κατάρρευσης.....	57
3.6 Αλγόριθμος υπολογισμού ευαισθησιών ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα.....	59

3.6.1	Αναλυτική επεξήγηση.....	59
3.6.2	Διάγραμμα Ροής.....	60
3.7	Προσομοιώσεις.....	61
3.8	Μέθοδος αξιολόγησης αποτελεσμάτων.....	65
3.9	Αποτελέσματα.....	69
3.9.1	Πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE.....	70
3.9.2	Πρότυπο δίκτυο 30 ζυγών της IEEE.....	71
3.9.3	Πρότυπο δίκτυο 118 ζυγών της IEEE.....	75
3.10	Ενίσχυση των κλάδων του ΣΗΕ.....	77
3.11	Συμπεράσματα.....	80
<b>4</b>	<b>Εντοπισμός κρίσιμων ζυγών σε ΣΗΕ.....</b>	<b>81</b>
4.1	Εισαγωγή.....	81
4.2	Ανάλυση ευαισθησίας V-Q.....	81
4.3	Ιδιομορφική ανάλυση Q-V.....	82
4.4	Συντελεστής συμμετοχής ζυγών στην αστάθεια.....	84
4.5	Επεξήγηση αλγορίθμου (διάγραμμα ροής).....	86
4.6	Προσομοίωση – Αποτελέσματα.....	87
4.6.1	Προσομοίωση σε ευσταθές σημείο λειτουργίας.....	87
4.6.2	Προσομοίωση κοντά στο σημείο κατάρρευσης.....	91
4.7	Συμπεράσματα.....	95
4.8	Γενετικός Αλγόριθμος – Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων.....	97
<b>5</b>	<b>Γενικά Συμπεράσματα - Ζητήματα προς περαιτέρω έρευνα.....</b>	<b>99</b>
<b>6</b>	<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>101</b>

# 1 Βασικές Έννοιες στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

## 1.1 Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) ονομάζουμε το σύνολο των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή, μεταφορά και διανομή ηλεκτρικής ενέργειας στις περιοχές κατανάλωσης. [1] Η καλή λειτουργία ενός ΣΗΕ συνίσταται στην παροχή ηλεκτρικής ενέργειας όπου και όταν υπάρχει ζήτηση, συνδυάζοντας την υψηλή αξιοπιστία με το ελάχιστο δυνατό οικονομικό και οικολογικό κόστος. Η ηλεκτρική ενέργεια που παρέχει το σύστημα πρέπει να ικανοποιεί ορισμένες ποιοτικές προδιαγραφές, όπως σταθερή τιμή συχνότητας και τάσης τροφοδότησης [2].

Σύμφωνα με τα παραπάνω τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας μπορούν να διακριθούν σε τρεις ξεχωριστές συνιστώσες: την παραγωγή, την μεταφορά και την διανομή. Επειδή η ηλεκτρική ενέργεια δεν μπορεί να αποθηκευτεί σε ευρεία κλίμακα με τρόπο οικονομικό, πρέπει κατά κανόνα να παράγεται τη στιγμή ακριβώς που υπάρχει ζήτηση από τους καταναλωτές και επομένως βρίσκεται σε συνεχή ροή στα δίκτυα των ΣΗΕ [2].

## 1.2 Σύστημα Παραγωγής

Το σύστημα παραγωγής αναφέρεται στη μετατροπή πρωτογενούς ενέργειας (π.χ. θερμική, υδραυλική, πυρηνική ενέργεια, κ.τ.λ.) αρχικά σε μηχανική μέσω κινητήριων μηχανών (π.χ. στροβίλων) και στη συνέχεια σε ηλεκτρική μέσω σύγχρονων γεννητριών [3]. Το σύνολο της ηλεκτρικής ενέργειας που παρέχεται στον καταναλωτή σήμερα προέρχεται κυρίως από την καύση ορυκτών καυσίμων, από την ροή ή την πτώση υδάτων, από την πυρηνική σχάση και τα τελευταία χρόνια όλο και περισσότερο από εναλλακτικές πηγές ενέργειας, όπως η αιολική, τα θαλάσσια ρεύματα, η ηλιακή ενέργεια κ.τ.λ.. Το σύστημα παραγωγής ενός ΣΗΕ περιλαμβάνει τους σταθμούς παραγωγής μαζί με τους υποσταθμούς ανύψωσης της τάσης σε Υψηλή Τάση (ΥΤ) για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας σε μεγάλες αποστάσεις [4].

## 1.3 Σύστημα Μεταφοράς

Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξεως των δικτύων, τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων επιπέδων τάσεως του δικτύου και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της

τάσεως σε μέση τάση. Το δίκτυο μεταφοράς, εκτός της μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας από τους σταθμούς παραγωγής στις περιοχές κατανάλωσης, διασυνδέει τους σταθμούς παραγωγής αλλά και διαφορετικά ΣΗΕ μεταξύ τους.

Το σύστημα μεταφοράς θα πρέπει να παρέχει σταθερή (ή σχεδόν σταθερή) ημιτονοειδή τάση με σταθερή συχνότητα και οι τάσεις των τριών φάσεων θα πρέπει να βρίσκονται σε συμμετρία. Επίσης θα να πρέπει περιορίζονται οι επιδράσεις του συστήματος σε άλλες εγκαταστάσεις, τηλεφωνικές, τηλεγραφικές ή ραδιοφωνικές, λόγω ηλεκτρικών ή μαγνητικών παρεμβολών.

Η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας πραγματοποιείται σε υψηλές τάσεις, ώστε να επιτευχθούν μικρότερες ηλεκτρικές απώλειες και επομένως πιο οικονομική λειτουργία. Ανάλογα με την απόσταση και τη μεταφερόμενη ισχύ χρησιμοποιούνται διάφορα επίπεδα τάσεων κατά το στάδιο της μεταφοράς. Ενδεικτικά αναφέρονται οι τιμές : 66 kV, 110 kV, 132 kV, 138 kV, 150 kV, 220 kV (υψηλές τάσεις), 275 kV, 345 kV, 400 kV, 500 kV (υπερυψηλές τάσεις), 750 kV και πειραματικά 1100 kV και 1500 kV (εξαιρετικά υψηλές τάσεις) [1]. Σε ορισμένες περιπτώσεις χρησιμοποιείται και συνεχές ρεύμα υψηλής τάσης, επειδή παρουσιάζει κάποια πλεονεκτήματα, κυρίως στη μεταφορά μέσω καλωδίων όπως π.χ. στα υποβρύχια καλώδια που χρησιμοποιούνται για την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας σε νησιά του Αιγαίου. Τα δίκτυα μεταφοράς οργανώνονται κατά κανόνα σε βρογχοειδή διάταξη, ώστε να δημιουργούνται περισσότεροι συνδυασμοί διαδρομών της ενέργειας και να επιτυγχάνεται οικονομικότερη λειτουργία.

## 1.4 Δίκτυα Διανομής

Τα δίκτυα διανομής περιλαμβάνουν τις γραμμές μέσης και χαμηλής τάσης, μέσω των οποίων η ηλεκτρική ενέργεια φτάνει στους τελικούς καταναλωτές και τους υποσταθμούς υποβιβασμού ΥΤ/ΜΤ και ΜΤ/ΧΤ. Τα δίκτυα διανομής μπορεί να είναι υπόγεια (π.χ. σε πυκνοκατοικημένα αστικά κέντρα) ή εναέρια. Η διάταξή τους είναι συνήθως βρογχοειδής, αλλά λειτουργούν ακτινικά.



## 1.5 Ευστάθεια ΣΗΕ

Τα ΣΗΕ είναι δυναμικά μη γραμμικά συστήματα τα οποία υφίστανται συνεχώς διάφορες μικρές ή σοβαρότερες διαταραχές προερχόμενες από μεταβολές της ζήτησης και της παραγωγής, από διακοπές ή ζεύξεις στοιχείων του συστήματος, καθώς και από βραχυκυκλώματα ή άλλα σφάλματα. Η μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς των δικτύων καλύπτει μια μεγάλη περιοχή φαινομένων διαφορετικής φύσεως: ηλεκτρικά, μηχανικά και θερμικά φαινόμενα. Η μεταβατική συμπεριφορά του συστήματος διαρκεί χρονικά από μερικά χιλιοστά του δευτερολέπτου (υπερτάσεις χειρισμών, γραμμών ή καλωδίων) έως πολλά λεπτά (φαινόμενα μεταβολής της συχνότητας και ανταλλαγής ισχύος μεταξύ διασυνδεδεμένων δικτύων ή φαινόμενα τάσεως).

Η *ευστάθεια* αποτελεί μία από τις βασικές ιδιότητες που πρέπει να διέπει την λειτουργία ενός ΣΗΕ. Η απαίτηση για ευστάθεια είναι περισσότερο επιτακτική όσο πιο εκτεταμένο είναι το σύστημα και όσες περισσότερες διασυνδέσεις έχει με γειτονικά συστήματα.

Το σύστημα χαρακτηρίζεται γενικά *ευσταθές*, όταν ενώ λειτουργεί σε ορισμένη μόνιμη κατάσταση (ομαλή) και αφού υποστεί διαταραχή από οποιαδήποτε αιτία, τείνει να επανέλθει σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, ίδια ή παρόμοια με την αρχική. Ως *μόνιμη κατάσταση λειτουργίας* ορίζεται μια συνήθης κατάσταση λειτουργίας του συστήματος κατά την οποία εκτελεί τον προορισμό του, δηλαδή παράγει, μεταφέρει και διανέμει σε κάθε στιγμή την ζητούμενη κατανάλωση.

Διακρίνονται τα εξής είδη ευστάθειας:

Η ευστάθεια μόνιμου καταστάσεως ή σημείου λειτουργίας που σχετίζεται με την ευστάθεια ενός σημείου ισορροπίας και αφορά την απόκριση του συστήματος σε αργές και βαθμιαίες (μικρές) διαταραχές. Επίσης ονομάζεται *στατική ευστάθεια ή ευστάθεια μικρών διαταραχών*.

Η στατική ευστάθεια εξαρτάται από το εξεταζόμενο σημείο λειτουργίας, αλλά όχι από τη διαταραχή, που θεωρείται υπερβολικά μικρή κατά την ανάλυση ευστάθειας. Για την ανάλυση της στατικής ευστάθειας μπορεί το σύστημα να γραμμικοποιηθεί γύρω από το εξεταζόμενο σημείο λειτουργίας και να χρησιμοποιηθούν τεχνικές ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων.

Η μεταβατική ευστάθεια ή ευστάθεια μεγάλων διαταραχών, αναφέρεται στην απόκριση του συστήματος σε μεγάλες (σοβαρές) και απότομες διαταραχές (συνήθεις διαταραχές αυτού του τύπου είναι και τα βραχυκυκλώματα). Η μεταβατική ευστάθεια εξετάζει αν ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι σε θέση να επανέρθει σε

κανονική λειτουργία μετά από μια συγκεκριμένη μεγάλη διαταραχή και άρα εξαρτάται από το μέγεθος και το είδος της διαταραχής.

Επίσης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν τα φαινόμενα αστάθειας σε ένα ΣΗΕ ανάλογα με την φύση των εμπλεκόμενων φαινομένων. Συνεπώς διακρίνονται οι παρακάτω κατηγορίες ευστάθειας:

Η ευστάθεια γωνίας δρομέα αναφέρεται στην ικανότητα ενός συνόλου συνδεδεμένων σύγχρονων μηχανών να παραμένουν σε συγχρονισμό μετά από την υποβολή τους σε κάποια διαταραχή. Αστάθεια εμφανίζεται στη μορφή μη αποσβεννύμενων ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων (στατική αστάθεια) ή μονότονης επιτάχυνσης του δρομέα που οδηγεί σε απώλεια συγχρονισμού (μεταβατική αστάθεια). Το χρονικό πλαίσιο της ευστάθειας γωνίας είναι αυτό των ηλεκτρομηχανικών φαινομένων, με διάρκεια μερικών δευτερολέπτων και άρα τα φαινόμενα αστάθειας γωνίας κατατάσσονται στη βραχυπρόθεσμη χρονική κλίμακα.

Η ευστάθεια συχνότητας αντιστοιχεί στην ικανότητα του συστήματος να διατηρεί τη συχνότητα κοντά στην ονομαστική τιμή μετά από μια σοβαρή διαταραχή (μεταβατική ευστάθεια). Αστάθεια συχνότητας προκαλείται λόγω αναντιστοιχίας μεταξύ της παραγόμενης και της καταναλισκόμενης ενεργού ισχύος. Σε μεγάλα διασυνδεδεμένα ΣΗΕ, η εμφάνιση αστάθειας συχνότητας είναι πιθανή μόνο σε «νησιδοποιημένα» τμήματα του συστήματος μετά από μεγάλη διαταραχή.

Η ευστάθεια τάσεως αναφέρεται στην ικανότητα ενός συστήματος να διατηρήσει ικανοποιητικές τάσεις σε όλους τους ζυγούς του, μετά από μια διαταραχή. Αστάθεια τάσης προκαλείται από την αδυναμία του συστήματος να τροφοδοτήσει με την απαιτούμενη ισχύ τα φορτία που είναι ενταγμένα σε αυτό και λαμβάνει χώρα με τη μορφή μικρών (στατική) ή μεγάλων διαταραχών (μεταβατική).

Ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας διατρέχει μεγαλύτερο κίνδυνο απώλειας της ευστάθειας λειτουργίας του όσο αυξάνεται το φορτίο του. Στις μέρες μας η διαρκής αύξηση των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια επιβάλλει την αύξηση της ικανότητας μεταφοράς των ηλεκτρικών δικτύων. Ωστόσο, λόγω οικονομικών και περιβαλλοντικών περιορισμών δυσχεραίνεται η κατασκευή νέων γραμμών μεταφοράς, για την ικανοποίηση των αυξημένων ενεργειακών απαιτήσεων. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την εντατικότερη χρήση των ήδη διαθέσιμων δικτύων ΣΗΕ.

Σαν συνέπεια της λειτουργίας των δικτύων υπό εντατικότερες συνθήκες είναι η βαθμιαία βύθιση της τάσης. Τα συστήματα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας συναντούν ένα άνω όριο όσον αφορά τη μέγιστη ισχύ που μπορούν να μεταφέρουν. Το όριο αυτό καθορίζει κατά πόσο ένα σύστημα κινδυνεύει να βρεθεί σε κατάσταση αστάθειας τάσης. Όταν το παραπάνω όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος παραβιαστεί, ο μηχανισμός αποκατάστασης του φορτίου τείνει να μειώσει την καταναλισκόμενη ισχύ αντί να την αυξήσει. Στο φαινόμενο αυτό βρίσκεται και η

ουσία της έννοιας της αστάθειας τάσης.

Η δυναμική συμπεριφορά των φορτίων είναι ένας από τους κύριους λόγους πρόκλησης αστάθειας τάσης. Μετά από εμφάνιση διαταραχής στο σύστημα, τα φορτία τείνουν να αποκαταστήσουν την καταναλισκόμενη ισχύ είτε άμεσα, μεταβάλλοντας την αγωγιμότητα τους, είτε έμμεσα, μέσω διατάξεως του συστήματος, όπως ΣΑΤΥΦ, κινητήρες επαγωγής και θερμοστατικά φορτία. Άλλες διατάξεις ελέγχου του συστήματος, όπως η προστασία υπερδιέγερσης των σύγχρονων γεννητριών, συμβάλλουν επίσης σημαντικά στο φαινόμενο της αστάθειας τάσης.

Ένα φαινόμενο αστάθειας τάσης εμφανίζεται με μορφή συνεχούς πτώσης (ή σπανίως ανόδου) των τάσεων σε ορισμένους ζυγούς του συστήματος. Η επιτάχυνση αυτού του φαινομένου προκαλεί, εν τέλει, απότομη βύθιση στις τάσεις, οδηγώντας στο φαινόμενο που ονομάζεται κατάρρευση τάσης.

Η εξέλιξη της αστάθειας τάσεως ενός συστήματος μπορεί να έχει διάρκεια από μερικά δευτερόλεπτα έως και μερικές δεκάδες πρώτων λεπτών. Άρα μπορεί να οριστεί ένας ακόμα διαχωρισμός στην αστάθεια τάσης ως προς τη χρονική κλίμακα εξέλιξης των φαινομένων που την προκαλούν. Διακρίνεται η *βραχυπρόθεσμη αστάθεια τάσης*, που σχετίζεται με δυναμικά φορτία γρήγορης απόκρισης, όπως οι κινητήρες επαγωγής, και η *μακροπρόθεσμη αστάθεια τάσης* που συνδέεται με πιο βραδεία φαινόμενα αποκατάστασης ισχύος φορτίου, όπως είναι τα ΣΑΤΥΦ και τα θερμοστατικά φορτία.

Η αστάθεια τάσης καταλήγει συνήθως σε μία από τις ακόλουθες για το σύστημα περιπλοκές:

α) Μόνιμη κατάσταση λειτουργίας σε χαμηλό έως απαράδεκτα χαμηλό επίπεδο τάσεων στο σύστημα μεταφοράς, που προφανώς δεν αντιστοιχεί σε μία αποδεκτή μόνιμη κατάσταση. Η κατάσταση εμφανίζεται συνήθως όταν οι μηχανισμοί που συνεισφέρουν στην ευστάθεια συναντούν τα όρια λειτουργίας τους (για παράδειγμα το περιθώριο ρύθμισης των ΣΑΤΥΦ των μετασχηματιστών).

β) Επιτάχυνση του φαινομένου οδηγεί στην απότομη βύθιση των τάσεων στην περιοχή εμφάνισης του προβλήματος. Η κατάληξη αυτή ονομάζεται *κατάρρευση τάσεως* και έχει σαν αποτέλεσμα την μερική ή ολική σβέση του συστήματος.

Κοντά στο σημείο κατάρρευσης, η χρονική απόκριση των τάσεων γίνεται ολοένα και πιο γρήγορη και καταλήγει σε μια κατακόρυφη πτώση τη χρονική στιγμή της κατάρρευσης. Δηλαδή στο σημείο της κατάρρευσης έχουμε μια ασυνέχεια στη λειτουργία του συστήματος, οφειλόμενη στη συνεχή δυναμική του συστήματος και όχι σε εξωτερικά αίτια. Η έννοια της κατάρρευσης αποδίδεται συνοπτικά με τον παρακάτω ορισμό [5]:

Ο όρος κατάρρευση χρησιμοποιείται για μια απότομη (πρακτικά ακαριαία)

καταστροφική μετάβαση της κατάστασης ενός συστήματος, η οποία οφείλεται συνήθως σε εμφάνιση αστάθειας πιο γρήγορης χρονικής κλίμακας από αυτή την οποία μπορεί να αντέξει ή στην οποία μπορεί να επενεργήσει αποτρεπτικά το σύστημα.

## 2 Θεωρητικό Υπόβαθρο

### 2.1 Η Σημασία της Ροής Ισχύος σε ΣΗΕ

Το ζήτημα της ροής ισχύος είναι ένα πολύ γνωστό αντικείμενο στο πεδίο των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Συνίσταται στον προσδιορισμό των άγνωστων τάσεων και γωνιών για ένα επιθυμητό αριθμό ζυγών του συστήματος, δοθέντων των τάσεων και της ισχύος ενός άλλου αριθμού ζυγών των οποίων γνωρίζουμε ή μπορούμε να προσδιορίσουμε τα μεγέθη των, καθώς και του εξεταζόμενου συστήματος, δηλαδή της τοπολογίας και των φυσικών του χαρακτηριστικών [6].

Η διαδικασία εύρεσης λύσης στο πρόβλημα της ροής ισχύος επιτυγχάνεται με τη βοήθεια αριθμητικών μεθόδων. [7] Ένα πρόγραμμα επίλυσης της ροής ισχύος αποτελείται από ένα προγραμματιστικό κώδικα ο οποίος εκτελεί την αλγοριθμική διαδικασία επίλυσης της επιθυμητής αριθμητικής μεθόδου. Το αποτέλεσμα της μεθόδου είναι ο εντοπισμός των τάσεων και των γωνιών σε όλους τους ζυγούς του συστήματος. Με αυτή την πληροφορία μπορούμε να προσδιορίσουμε την πραγματική και άεργο ισχύ που εγχέεται στο σύστημα από τις γεννήτριες (ή τις επιμέρους συστοιχίες παραγωγής άεργου ισχύος) καθώς και τις ροές ισχύος (ενεργού και άεργου) κατά μήκος των κλάδων του εξεταζόμενου κυκλώματος (ΣΗΕ).

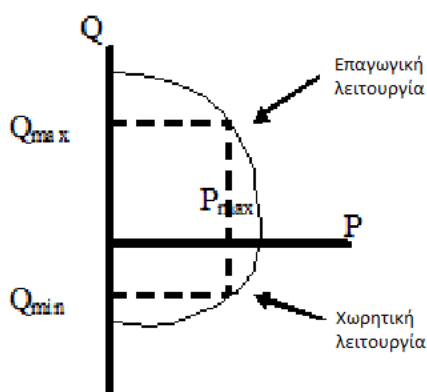
Η παραπάνω ορολογία συχνά χρησιμοποιείται και με τη λέξη «φορτίο» αντί της λέξης «ισχύς», για παράδειγμα ροή φορτίου, πρόβλημα ροής φορτίου, πρόγραμμα ροής φορτίου, λύση ροής φορτίου κτλ.

Το πρόβλημα της ροής ισχύος αρχικά δημιουργήθηκε από την ανάγκη επέκτασης των υπαρχόντων ΣΗΕ στα οποία οι μηχανικοί σχεδίαζαν επεκτάσεις του δικτύου που είναι απαραίτητες για να εξυπηρετηθεί μια αναμενόμενη αύξηση του φορτίου στο μέλλον. Αργότερα, μετατράπηκε σε ένα λειτουργικό πρόβλημα, αφού οι μηχανικοί και οι φορείς που λειτουργούν και ελέγχουν τα ΣΗΕ είχαν την υποχρέωση να παρακολουθούν σε πραγματικό χρόνο την κατάσταση του δικτύου και πιο συγκεκριμένα των μεγεθών τάσης και των ροών ισχύος του κυκλώματος. Σήμερα, το πρόβλημα της ροής ισχύος αναγνωρίζεται ευρέως ως ένα θεμελιώδες πρόβλημα στην ανάλυση των ΣΗΕ και υπάρχουν πολλά προηγμένα εμπορικά προγράμματα για την αντιμετώπισή του. Τα περισσότερα από αυτά τα προγράμματα είναι σε θέση να λύνουν το πρόβλημα ροής ισχύος για δεκάδες χιλιάδες διασυνδεδεμένων ζυγών [8]. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι το Matpower το οποίο είναι ένα λογισμικό που διατίθεται δωρεάν και συνεργάζεται ως πρόσθετο στην πλατφόρμα του Matlab.

Το πρόβλημα της ροής ισχύος είναι θεμελιώδες για την ανάλυση των ΣΗΕ, η μελέτη του οποίου επιτρέπει την κατανόηση παρόμοιων προβλημάτων που προκύπτουν και σε άλλες περιοχές που δραστηριοποιείται ο ηλεκτρολόγος μηχανικός.

## 2.2 Όρια Άεργου Ισχύος Γεννητριών

Είναι γνωστό πως οι γεννήτριες έχουν άνω και κάτω όρια παραγωγής πραγματικής ισχύος. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με τα όρια άεργου ισχύος που διαθέτουν. Η μέγιστη ικανότητα άεργου ισχύος αντιστοιχεί στη δυνατότητα της γεννήτριας να παράγει μέγιστη άεργο ισχύ η οποία λαμβάνει χώρα όταν λειτουργεί υπό επαγωγικό συντελεστή ισχύος. Αντίστροφα, η ελάχιστη ικανότητα παραγωγής άεργου ισχύος, ή διαφορετικά η ικανότητά της να καταναλώνει άεργο ισχύ, λαμβάνει χώρα όταν λειτουργεί υπό χωρητικό συντελεστή ισχύος. Αυτοί οι λειτουργικοί περιορισμοί είναι συνάρτηση της πραγματικής ισχύος παραγωγής της γεννήτριας, στο μέγιστο της οποίας η παραγωγή άεργου ισχύος είναι μηδενική. Αυτό καταδεικνύεται καλύτερα στο κάτωθι σχήμα, το οποίο αποτελεί μια τυπική καμπύλη σύγχρονης γεννήτριας παραγωγής, στην οποία φαίνονται τα μέγιστα και ελάχιστα όρια παραγωγής άεργου ισχύος σε συνάρτηση με την πραγματική παραγόμενη ισχύ [2].

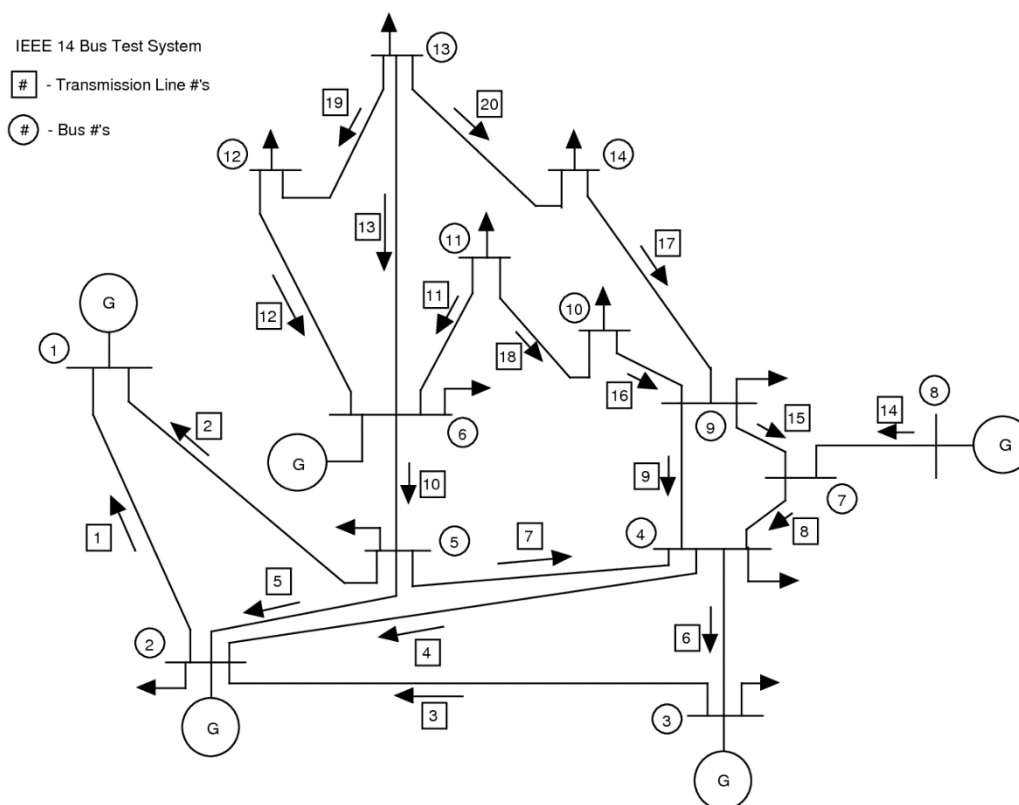


Εικόνα 1: Όρια ενεργού-άεργου ισχύος σύγχρονης γεννήτριας παραγωγής

## 2.3 Ορολογία

Τα συστήματα μεταφοράς υψηλής τάσης αποτελούνται συνήθως από τρία κυκλώματα φάσης. Ωστόσο, στην περίπτωση που το δίκτυο παρουσιάζει συμμετρία (τα ρεύματα και στις τρεις φάσεις είναι ίσα σε μέγεθος και η διαφορά των φάσεων είναι  $120^\circ$ ), μπορούμε να αναλύσουμε το τριφασικό σύστημα χρησιμοποιώντας ένα ισοδύναμο κύκλωμα ανά φάση που αποτελείται από μία φάση και τον ουδέτερο αγωγό. Σε αυτή την περίπτωση εξυπηρετεί ιδιαίτερα στους υπολογισμούς αλλά και στην εποπτεία των υπολογιζόμενων μεγεθών, η χρήση του ανά μονάδα συστήματος, που αποτελεί και τη συνηθέστερη πρακτική για την επίλυση του προβλήματος της ροής ισχύος. Για το υπόλοιπο της παρούσας εργασίας, θα υποθέσουμε ότι όλες οι ποσότητες είναι ανά μονάδα.

Είναι βολική η παρουσίαση των ΣΗΕ χρησιμοποιώντας μονογραμμικό σχέδιο, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως το διάγραμμα του ισοδύναμου ανά-φάσης κυκλώματος, αλλά χωρίς τον ουδέτερο αγωγό. Ένα παράδειγμα ενός μικρού συστήματος μεταφοράς σε μονογραμμικό σχέδιο, το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί και στην παρούσα εργασία, φαίνεται στο κάτωθι σχήμα.



Εικόνα 2: IEEE 14 Bus system

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται διάφορα στοιχεία που παίζουν σημαντικό ρόλο στη ροή ισχύος του ΣΗΕ. Αρχικά, κάθε ζυγός μπορεί να κατηγοριοποιηθεί ανάλογα με το αν φέρει γεννήτρια ή/και φορτίο. Μπορεί να φέρει μόνο γεννήτρια (ζυγοί 1,8), μόνο φορτίο (ζυγοί 4,5,7,9,10,11,12,13,14), ή και τα δύο μαζί (ζυγοί 2,3,6). Αυτή η κατηγοριοποίηση των ζυγών η οποία επικεντρώνεται στις γεννήτριες και τα φορτία, καθιστά απαραίτητη την εισαγωγή του όρου «έγχυση ισχύος» ή απλούστερα «έγχυση».

Έγχυση είναι η ενεργός ή άεργος ισχύς η οποία εισέρχεται σε ένα ζυγό, ή εξέρχεται απ' αυτόν, από ένα στοιχείο του ΣΗΕ το οποίο έχει το άλλο άκρο του (στο ανά φάση ισοδύναμο κύκλωμα) συνδεδεμένο με τη γη (ουδετερωμένο). Ένα τέτοιο στοιχείο μπορεί να είναι είτε γεννήτρια είτε φορτίο. Θετική έγχυση ισχύος θεωρείται αυτή κατά την οποία εγχέεται ισχύς από το στοιχείο προς τον ζυγό (γεννήτρια), ενώ αρνητική αυτή κατά την οποία εγχέεται ισχύς από τον ζυγό προς το στοιχείο (φορτίο).

Οι γεννήτριες κατά κανόνα έχουν θετική έγχυση πραγματικής ισχύος στους ζυγούς (δίκτυο) παρότι μπορούν άμα χρειαστεί να απορροφήσουν ενεργό ισχύ λειτουργώντας ως φορτία. Επίσης μπορούν να εγχύσουν αλλά και να απορροφήσουν άεργο ισχύ από το ζυγό, καθιστώντας επαγωγική ή χωρητική τη λειτουργία τους, ανάλογα με τις ανάγκες του δικτύου. Στην περίπτωση που το ισοζύγιο άεργου ισχύος της γεννήτριας με τον ζυγό είναι μηδενικό, τότε λειτουργεί με μοναδιαίο συντελεστή ισχύος.

Τα φορτία συνήθως παρουσιάζουν αρνητική έγχυση ενεργού και άεργου ισχύος, παρότι μπορούν να θεωρηθούν και σαν θετικές εγχύσεις σε πολύ ιδιαίτερες περιπτώσεις μοντελοποίησης.

Οπότε για κάθε ζυγό, η έγχυση πραγματικής ενεργού ισχύος ορίζεται η διαφορά της εισερχόμενης ισχύος στο ζυγό (γεννήτρια) από την εξερχόμενη του ζυγού ισχύ (φορτίο), ήτοι  $P_k = P_{gk} - P_{dk}$  ενώ για την άεργο ισχύ αντίστοιχα είναι  $Q_k = Q_{gk} - Q_{dk}$ .

Παράλληλα μπορούμε να θεωρήσουμε και την μιγαδική έγχυση ισχύος ως  $S_k = S_{gk} - S_{dk}$ , όπου  $S_k = P_k + jQ_k$ .

Παρ' ότι κάθε ζυγός χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη ή μη γεννήτριας συνδεδεμένης σε αυτόν, υπάρχουν τέσσερις μεταβλητές, ο προσδιορισμός των οποίων χαρακτηρίζει τον ζυγό. Αυτές είναι η ενεργός και η άεργος ισχύς που εγχέεται ή απορροφάται από τον τυχαίο ζυγό  $k$ , ήτοι  $P_k$  και  $Q_k$ , καθώς και το μέτρο της τάσης  $|V_k|$  και η γωνία  $\theta_k$  του ζυγού. Για το λόγο αυτό υπάρχουν τρία είδη ζυγών:

PV ζυγοί: Για τους PV ζυγούς τα μεγέθη  $P_k$  και  $|V_k|$  είναι γνωστά, αλλά όχι τα  $Q_k$  ή  $\theta_k$ . Αυτοί οι ζυγοί μπορούν να ορίζουν την τάση τους εξαιτίας της ικανότητας των γεννητριών που είναι συνδεδεμένες σε αυτούς να ρυθμίζουν την τάση εξόδου τους (και συνεπώς η τελευταία να είναι γνωστή). Οι περισσότεροι ζυγοί γεννητριών που φέρουν και φορτία βρίσκονται σε αυτή την κατηγορία με εξαίρεση τον ζυγό ταλάντωσης (slack bus) και περιπτώσεις στις οποίες η συνδεδεμένη με το ζυγό γεννήτρια να έχει εξαντλήσει τα όρια παραγωγής άεργου ισχύος της (άνω ή κάτω όριο παραγωγής) και κατ' επέκταση τα όρια ρύθμισης της τάσης της -σε αυτή την περίπτωση μεταπίπτουν σε PQ ζυγούς. Υπάρχουν ωστόσο περιπτώσεις ζυγών που παρότι δεν φέρουν γεννήτριες, μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως PV ζυγοί: τέτοιοι ζυγοί μπορεί να είναι αυτοί που φέρουν μετασχηματιστές ΣΑΤΥΦ ή συστοιχίες στατικών πυκνωτών (SVCs) οι οποίοι μπορούν να ρυθμίσουν την τάση του ζυγού. Οι εγχύσεις ενεργού ισχύος των ζυγών PV προσδιορίζονται σύμφωνα με τις ανάγκες του συνολικού φορτίου του συστήματος. Οι τάσεις (απόλυτες τιμές) των PV-ζυγών (ή αλλιώς τα Set Points των γεννητριών μονάδων) προσδιορίζονται με βάση τα όρια τερματικών τάσεων, όπως αυτά προκύπτουν με βάση την τοπολογία και τις προδιαγραφές του εκάστοτε δικτύου.

PQ ζυγοί: Για τους PQ ζυγούς, γνωρίζουμε τα μεγέθη  $P_k$  και  $Q_k$  αλλά όχι τα  $|V_k|$  και  $\theta_k$ . Σε αυτή την κατηγορία βρίσκονται όλοι οι ζυγοί που φέρουν μόνο φορτία, συμπεριλαμβανομένων των ζυγών που δεν φέρουν ούτε γεννήτριες, ούτε φορτία. Οι εγχύσεις ενεργού ισχύος αυτών των ζυγών προσδιορίζονται με βάση τη



μοντελοποίηση των συνδεδεμένων σε αυτούς φορτίων, ενώ οι εγχύσεις άεργου ισχύος με βάση τον αναμενόμενο συντελεστή ισχύος των φορτίων αυτών.

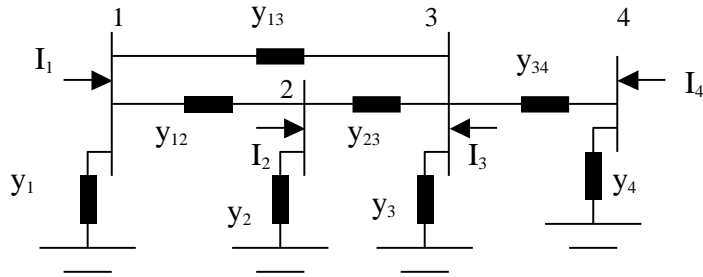
Ο τρίτος τύπος ζυγού αναφέρεται ως ζυγός ταλάντωσης ή ελεύθερος ζυγός (*Slack bus*). Υπάρχει μόνο ένας ζυγός ταλάντωσης και ορίζεται αυθαίρετα από τον μηχανικό οποιοσδήποτε από τους ζυγούς που φέρουν γεννήτριες (PV ζυγοί). Για τον ζυγό ταλάντωσης θεωρούνται γνωστά τα μεγέθη  $|V|$  και  $\theta$ . Το γεγονός ότι γνωρίζουμε γι' αυτόν τη γωνία  $\theta$  είναι ο λόγος που ονομάζεται συχνά και ζυγός αναφοράς. Από φυσική πλευρά ο ζυγός ταλάντωσης δεν παρουσιάζει κάτι το ιδιαίτερο. Δημιουργήθηκε λόγω της ανάγκης να υπάρξει λύση στο μαθηματικό πρόβλημα της ροής ισχύος, επειδή οι καταναλώσεις του κυκλώματος (των γραμμών μεταφοράς) σε αντίθεση με αυτές των φορτίων, δεν μπορούν να προσδιοριστούν εξ αρχής. Οπότε χρειάζεται να αφήσουμε δύο μεταβλητές ελεύθερες, την ενεργό  $P$  και την άεργο ισχύ  $Q$  που εγχέεται στο ΣΗΕ από ένα ζυγό (ζυγό αναφοράς), ούτως ώστε η αριθμητική μέθοδος που λύνει το πρόβλημα να μπορεί να δώσει λύση. Η γωνία  $\theta$  του ζυγού αναφοράς συνήθως ορίζεται μηδενική, ενώ η τάση του ορίζεται ανάλογα με τις απαιτήσεις του συστήματος.

Κάτι που χρήζει προσοχής στον ζυγό αναφοράς, είναι το γεγονός ότι, επειδή η έγχυση ενεργού και άεργου ισχύος του ζυγού αυτού δεν ορίζεται από τον μηχανικό (ορίζονται μόνο το μέτρο της τάσης και η γωνία της) αλλά προκύπτει ως λύση του προβλήματος της ροής ισχύος, πρέπει να ελέγχεται ότι η μαθηματική λύση του προβλήματος για την ενεργό και άεργο ισχύ του ζυγού αναφοράς, ικανοποιεί τα φυσικά όρια παραγωγής ενεργού και άεργου ισχύος αντίστοιχα της γεννήτριας του ζυγού που ορίστηκε ως αναφορά.

## 2.4 Πίνακας Αγωγιμοτήτων

Οι εγχύσεις ρευμάτων σε έναν ζυγό είναι ανάλογες της εγχεόμενης ισχύος στο ΣΗΕ. Μπορεί να είναι θετικές (προς τον ζυγό) ή αρνητικές (από τον ζυγό) αλλά επειδή η έγχυση ρεύματος σε ένα ζυγό είναι χαρακτηριστικό του κόμβου, καλό είναι να διαχωρίζεται από το ρεύμα που ρέει σε έναν κλάδο. Ο πίνακας αγωγιμοτήτων συσχετίζει της εγχύσεις ρευμάτων σε έναν ζυγό (κόμβο του συστήματος) με τις τάσεις των ζυγών, δηλαδή συσχετίζει χαρακτηριστικά (ποσότητες) ρευμάτων κόμβων.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα κύκλωμα σε μονογραμμικό διάγραμμα με τέσσερεις κόμβους (ζυγοί 1-4) και τους επιμέρους κλάδους που συνιστούν την τοπολογία του κυκλώματος (συνδέσεις ζυγών). Οι κλάδοι που συνδέουν τους κόμβους (ζυγούς) με τη γη αποτελούν πυκνωτές αλλά και χωρητικότητες προς τη γη που παρουσιάζουν οι κλάδοι (γραμμές μεταφοράς) του κυκλώματος σε κάθε άκρο. Οι κλάδοι δηλώνονται με την σύνθετη αγωγιμότητά τους  $y_{ij}$  για κάθε κλάδο που συνδέει τον κόμβο  $i$  με τον κόμβο  $j$  και  $y_i$  για κάθε πυκνωτή/χωρητικότητα στον κόμβο  $i$ . Οι εγχύσεις ρευμάτων σε κάθε κόμβο  $i$  απεικονίζονται ως  $I_i$ .



Εικόνα 3 Αγωγιμότητες σε μονογραμμικό κύκλωμα

Από τον πρώτο νόμο του Kirchoff (νόμος ρευμάτων) γνωρίζουμε ότι κάθε έγχυση ρευμάτων σε έναν κόμβο-ζυγό πρέπει να συνοδεύεται από αντίστοιχη έγχυση ρευμάτων από τον ίδιο ζυγό, είτε αυτός συνδέεται με άλλους ζυγούς μέσω κλάδων, είτε με τη γη.

Έτσι, από τη σχέση  $I=V/Z=VY$ , το εγχεόμενο ρεύμα στον ζυγό 1 μπορεί να γραφεί ως:

$$I_1 = (V_1 - V_2)y_{12} + (V_1 - V_3)y_{13} + V_1y_1 \quad (2.1)$$

Για να φέρουμε την εξίσωση σε επιθυμητή μορφή, θεωρούμε πως ο ζυγός 1 συνδέεται και με τον ζυγό 4 με άπειρη αντίσταση, ή διαφορετικά, η σύνθετη αγωγιμότητά  $y_{14}$  είναι μηδενική. Το πλεονέκτημα αυτής της μορφής είναι το ότι γίνεται ευκολότερα κατανοητό ότι ο ζυγός 1 θα μπορούσε να είναι συνδεδεμένος με οποιονδήποτε άλλο ζυγό του δικτύου. Οπότε έχουμε:

$$I_1 = (V_1 - V_2)y_{12} + (V_1 - V_3)y_{13} + (V_1 - V_4)y_{14} + V_1y_1 \quad (2.2)$$

Αναδιατάσσοντας την προηγούμενη εξίσωση προκύπτει:

$$I_1 = V_1(y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14}) + V_2(-y_{12}) + V_3(-y_{13}) + V_4(-y_{14}) \quad (2.3)$$

Όμοια αναπτύσσουμε τις εξισώσεις για τους ζυγούς 2, 3 και 4:

$$\begin{aligned} I_2 &= V_1(-y_{21}) + V_2(y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24}) + V_3(-y_{23}) + V_4(-y_{24}) \\ I_3 &= V_1(-y_{31}) + V_2(-y_{32}) + V_3(y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34}) + V_4(-y_{34}) \\ I_4 &= V_1(-y_{41}) + V_2(-y_{42}) + V_3(-y_{43}) + V_4(y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

από τις οποίες διαφαίνεται ότι η αγωγιμότητα από τον ζυγό  $k$  στον ζυγό  $i$  είναι η ίδια με αυτή από τον ζυγό  $i$  στον ζυγό  $k$ , δηλαδή,  $y_{ki}=y_{ik}$ . Από τις παραπάνω εξισώσεις γίνεται φανερό ότι οι εγχύσεις ρευμάτων είναι γραμμικές εξισώσεις των τάσεων των κόμβων του συστήματος. Οι παραπάνω εξισώσεις παρουσιάζονται συνεπτυγμένες σε

μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14} & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{31} & -y_{32} & y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{41} & -y_{42} & -y_{43} & y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Ο πίνακας που περιέχει της αγωγιμότητες του δικτύου ονομάζεται πίνακας αγωγιμοτήτων ή Y-bus και συμβολίζεται ως εξής:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14} & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{31} & -y_{32} & y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{41} & -y_{42} & -y_{43} & y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Συμβολίζοντας το στοιχείο της γραμμής i, στήλης j, ως  $Y_{ij}$ , ξαναγράφουμε τον παραπάνω πίνακα (2.6) ως:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

στον οποίο οι όροι  $Y_{ij}$  δεν είναι αγωγιμότητες ούτε στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων. Οπότε η παραπάνω σχέση (2.6) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Χρησιμοποιώντας της εξισώσεις (2.7), (2.8) και προσδιορίζοντας τα διανύσματα  $\underline{V}$  και  $\underline{I}$ , μπορούμε να γράψουμε την ισότητα (2.8) σε συνεπτυγμένη μορφή ως ακολούθως:

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}, \quad \underline{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{V} \quad (2.9)$$

Κάποιες παρατηρήσεις γύρω από τον πίνακα αγωγιμοτήτων όπως παρουσιάστηκε στις εξισώσεις (2.6) και (2.7) για οποιοδήποτε γραμμικό δίκτυο οποιουδήποτε μεγέθους είναι οι ακόλουθες:

Ο πίνακας είναι συμμετρικός ( $Y_{ij}=Y_{ji}$ ).

Τα διαγώνια στοιχεία  $Y_{ii}$  αποτελούν άθροισμα των αγωγιμοτήτων όλων των κλάδων που συνδέονται με τον ζυγό  $i$  καθώς και του κλάδου της χωρητικότητας/πυκνωτή, δηλαδή,

$$Y_{ii} = y_i + \sum_{k=1, k \neq i}^N y_{ik},$$

όπου τα στοιχεία  $y_{ik}$  είναι μη μηδενικά μόνο όταν υπάρχει φυσική σύνδεση μεταξύ των ζυγών  $i$  και  $k$ .

Τα στοιχεία εκτός της κύριας διαγώνιου είναι οι αγωγιμότητες που συνδέουν τους ζυγούς  $i$  και  $j$  αλλά με αντίστροφο πρόσημο, δηλαδή,  $Y_{ij}=-y_{ji}$ .

## 2.5 Εξισώσεις Ροής Ισχύος

Η έγχυση μιγαδικής ισχύος, όπως παρουσιάστηκε σε προηγούμενο εδάφιο, δίνεται από την σχέση  $S_k=S_{gk}-S_{dk}$ . Σε ανά μονάδα μεγέθη η μιγαδική της έκφραση  $S_k$  δίνεται από τον τύπο:

$$S_k = V_k \cdot I_k^* \quad (2.10)$$

Από την εξίσωση (2.8), διαφαίνεται ότι η έγχυση ρεύματος σε κάθε ζυγό  $k$  μπορεί να εκφραστεί ως:

$$I_k = \sum_{j=1}^N Y_{kj} V_j \quad (2.11)$$

στην οποία, όπως ήδη ελέγχθη, τα  $Y_{kj}$  είναι στοιχεία το πίνακα αγωγιμοτήτων και όχι αγωγιμότητες. Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.11) στην (2.10) προκύπτει:

$$S_k = V_k \left( \sum_{j=1}^N Y_{kj} V_j \right)^* = V_k \sum_{j=1}^N Y_{kj}^* V_j^* \quad (2.12)$$

Η τάση  $V_k$  είναι φασιθέτης, έχοντας μέτρο και γωνία, οπότε ισχύει ότι η τάση στον ζυγό  $k$  είναι:  $V_k=|V_k|\angle\theta_k$ . Επίσης, τα  $Y_{kj}$ , είναι συναρτήσεις αγωγιμοτήτων και

άρα είναι γενικά μιγαδικοί αριθμοί, οπότε ορίζουμε τα  $G_{kj}$  και  $B_{kj}$  ως το πραγματικό και το φανταστικό μέρος αντίστοιχα, του στοιχείου του πίνακα αγωγιμοτήτων, ούτως ώστε  $Y_{kj}=G_{kj}+jB_{kj}$ . Ξαναγράφοντας την εξίσωση (2.12) έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} S_k &= V_k \sum_{j=1}^N Y_{kj}^* V_j^* = |V_k| \angle \theta_k \sum_{j=1}^N (G_{kj} + jB_{kj})^* (|V_j| \angle \theta_j)^* = |V_k| \angle \theta_k \sum_{j=1}^N (G_{kj} - jB_{kj}) (|V_j| \angle -\theta_j) \\ &= \sum_{j=1}^N |V_k| \angle \theta_k (|V_j| \angle -\theta_j) (G_{kj} - jB_{kj}) = \sum_{j=1}^N (|V_k| |V_j| \angle (\theta_k - \theta_j)) (G_{kj} - jB_{kj}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Από τη σχέση του Euler, κατά την οποία ένας φασιθέτης μπορεί να εκφραστεί ως μιγαδική συνάρτηση ημιτονοειδών συναρτήσεων, δηλαδή,  $V=|V|\angle\theta=|V|\{\cos\theta+j\sin\theta\}$ , η εξίσωση (2.13) παίρνει τη μορφή:

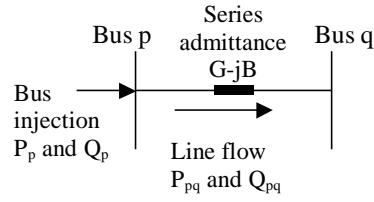
$$\begin{aligned} S_k &= \sum_{j=1}^N (|V_k| |V_j| \angle (\theta_k - \theta_j)) (G_{kj} - jB_{kj}) \\ &= \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (\cos(\theta_k - \theta_j) + j \sin(\theta_k - \theta_j)) (G_{kj} - jB_{kj}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Αν τώρα εκτελέσουμε τον αλγεβρικό πολλαπλασιασμό των όρων μεταξύ των δύο παρενθέσεων της εξίσωσης (2.14), και στη συνέχεια διαχωρίσουμε τα πραγματικά από τα φανταστικά μέρη λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση  $S_k=P_k+jQ_k$ , μπορούμε να εκφράσουμε την εξίσωση (2.14) ως δύο ξεχωριστές εξισώσεις, μία για το πραγματικό μέρος  $P_k$  και μία για το φανταστικό μέρος,  $Q_k$ :

$$\begin{aligned} P_k &= \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)) \\ Q_k &= \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Οι δύο εξισώσεις της (2.15) καλούνται εξισώσεις της ροής ισχύος (ή ροής φορτίου) και αποτελούν θεμελιώδες δομικό στοιχείο για την επίλυση του προβλήματος της ροής ισχύος.

Στην περίπτωση όπου ένας ζυγός έστω  $p$ , συνδέεται μόνο με έναν άλλο ζυγό, έστω  $q$ , όπως στο παρακάτω σχήμα,



Εικόνα 4: Περίπτωση σύνδεσης ζυγών χωρίς γεννήτριες ή φορτία

οι εξισώσεις (2.15) δίνουν:

$$\begin{aligned} P_p &= |V_p|^2 G_{pp} + |V_p||V_q|G_{pq} \cos(\theta_p - \theta_q) + |V_p||V_q|B_{pq} \sin(\theta_p - \theta_q) \\ Q_p &= -|V_p|^2 B_{pp} + |V_p||V_q|G_{pq} \sin(\theta_p - \theta_q) - |V_p||V_q|B_{pq} \cos(\theta_p - \theta_q) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Αν η αγωγιμότητα του κλάδου pq είναι  $y=G-jB$ <sup>1</sup>, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4, τότε έχουμε ότι  $G_{pq}=-G$  και  $B_{pq}=B$ . Αν δεν υπάρχει στον ζυγό p συστοιχία πυκνωτών και αμεληθεί η χωρητική συμπεριφορά της γραμμής, τότε  $G_{pp}=G$  και  $B_{pp}=B$ . Κάτω από αυτές τις συνθήκες, οι εξισώσεις (2.16) γίνονται:

$$\begin{aligned} P_p &= |V_p|^2 G - |V_p||V_q|G \cos(\theta_p - \theta_q) + |V_p||V_q|B \sin(\theta_p - \theta_q) \\ Q_p &= |V_p|^2 B - |V_p||V_q|B \cos(\theta_p - \theta_q) - |V_p||V_q|G \sin(\theta_p - \theta_q) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Αν αναδιατάξουμε τους όρους της εξίσωσης άεργου ισχύος τότε έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} P_p &= |V_p|^2 G - |V_p||V_q|G \cos(\theta_p - \theta_q) + |V_p||V_q|B \sin(\theta_p - \theta_q) \\ Q_p &= |V_p|^2 B - |V_p||V_q|B \cos(\theta_p - \theta_q) - |V_p||V_q|G \sin(\theta_p - \theta_q) \end{aligned} \quad (2.18)$$

## 2.6 Αναλυτική έκθεση του προβλήματος Ροής Ισχύος

Έστω ένα ΣΗΕ με  $N$  ζυγούς, εκ των οποίων οι  $N_G$  διαθέτουν γεννήτριες με ρυθμιζόμενη την τάση εξόδου τους. Ένας ζυγός με γεννήτρια πρέπει να οριστεί ως ζυγός ταλάντωσης ή ζυγός αναφοράς. Οπότε στο σύστημα υπάρχουν  $N_G-1$  ζυγοί τύπου PV,  $N-N_G$  ζυγοί τύπου PQ και ο ζυγός ταλάντωσης.

<sup>1</sup> Ορίσαμε την αγωγιμότητα της γραμμής pq ως  $y=G-jB$  αντί  $y=G+jB$ . Ο λόγος είναι ότι από τη στιγμή που η αγωγιμότητα γραμμής έχει πάντα επαγωγική συμπεριφορά, το φανταστικό μέρος της αγωγιμότητας πρέπει να είναι αρνητικό, οπότε ο ορισμός που γίνεται εδώ προϋποθέτει το  $B$  να είναι θετικός αριθμός.

Ο ζυγός αναφοράς αριθμείται συμβατικά ως ο ζυγός 1, οι PV ζυγοί από 2 έως  $N_G$ , και οι ζυγοί PQ αριθμούνται από  $N_G+1$  έως  $N$ .

Τα παρακάτω δεδομένα τα οποία βασίζονται στο υπό εξέταση δίκτυο οφείλουν να είναι γνωστά πριν από την επίλυση του προβλήματος ροής ισχύος.

- i. Οι αγωγιμότητες όλων των κλάδων και των εγκάρσιων χωρητικοτήτων προκειμένου να δημιουργηθεί η μήτρα αγωγιμοτήτων Y-bus,
- ii. Τα μέτρα των τάσεων  $V_k$ ,  $k=1, \dots, N_G$ , για όλους τους ζυγούς γεννητριών  $N_G$ ,
- iii. Η έγχυση πραγματικής ισχύος για όλους τους ζυγούς γεννητριών εκτός από τον ζυγό ταλάντωσης,  $P_k$ ,  $k=2, \dots, N$
- iv. Η έγχυση άεργου ισχύος για όλους του PQ ζυγούς,  $Q_k$ ,  $k=N_G+1, \dots, N$

Οι προτάσεις iii και iv προϋποθέτουν της εξισώσεις ροών ισχύος για τις οποίες γνωρίζουμε της εγχύσεις ισχύος, δηλαδή το αριστερό μέλος των εξισώσεων (15). Ο αριθμός των εξισώσεων αυτών για τις οποίες γνωρίζουμε το αριστερό μέλος, μπορεί να προσδιοριστεί αθροίζοντας αυτές για τις οποίες γνωρίζουμε την έγχυση ενεργού ισχύος (πρόταση iii) και αυτές για τις οποίες γνωρίζουμε την έγχυση άεργου ισχύος (πρόταση iv), δηλαδή  $(N-1)+(N-N_G)=2N-N_G-1$  εξισώσεις.

Έχουμε δηλαδή:

$$\begin{aligned} P_k &= \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)), & k = 2, \dots, N \\ Q_k &= \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)), & k = N_G + 1, \dots, N \end{aligned} \quad (2.19)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις γνωρίζουμε το αριστερό μέλος, οπότε προσπαθούμε να προσδιορίσουμε τους παρακάτω αγνώστους:

- a. Τις γωνίες των τάσεων των φασιθετών για όλους τους ζυγούς εκτός από τον ζυγό ταλάντωσης:  $\theta_k$ ,  $k=2, \dots, N$
- b. Τα μεγέθη των τάσεων των φασιθετών για όλους τους PQ ζυγούς:  $|V_k|$ ,  $k=N_G+1, \dots, N$

Οι προτάσεις a και b καταδεικνύουν ότι έχουμε  $N-1$  άγνωστες γωνίες και  $N-N_G$  άγνωστα μέτρα τάσεων, οπότε ο συνολικός αριθμός αγνώστων μεγεθών είναι:  $(N-1)+(N-N_G)=2N-N_G-1$ . Από τις εξισώσεις (2.19) παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν άλλοι άγνωστοι εκτός από τα μέτρα των τάσεων και τις γωνίες (τα πραγματικά και φανταστικά μέρη των αγωγιμοτήτων,  $G_{kj}$  and  $B_{kj}$ , είναι γνωστά).

Οπότε παρατηρούμε ότι ο αριθμός των εξισώσεων που έχουν γνωστό το αριστερό μέλος (εγχύσεις ισχύος  $P_k$  και  $Q_k$ ) είναι ίσος με τον αριθμό των εξισώσεων που έχουν άγνωστα μεγέθη τα μέτρα των τάσεων και τις γωνίες. Οπότε καθίσταται εφικτή η λύση του προβλήματος των  $2N-N_G-1$  εξισώσεων με  $2N-N_G-1$  αγνώστους.

Ωστόσο σημειώνεται ότι οι εξισώσεις αυτές (2.19) δεν είναι γραμμικές, είναι μη γραμμικές. Η μη γραμμικότητα τους προέρχεται από το γεγονός ότι υπάρχουν όροι οι οποίοι περιέχουν γινόμενα των άγνωστων ποσοτήτων αλλά και τριγωνομετρικών συναρτήσεων με τις άγνωστες ποσότητες. Εξαιτίας τη μη γραμμικότητας του μοντέλου, δεν μπορούμε να το τοποθετήσουμε απευθείας στη μορφή «Ax=b» για την επίλυσή του (όπου A είναι ένας πίνακας, x το διάνυσμα κατάστασης και b ένα διάνυσμα των σταθερών ποσοτήτων). Για το λόγο αυτό πρέπει να καταφύγουμε σε μεθόδους κατάλληλες για την επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων.

Πριν γίνει όμως αυτό καλό θα ήταν να διατυπωθεί αναλυτικά και με σαφήνεια το ακριβές πρόβλημα από τα δεδομένα που έχουν προκύψει μέχρι στιγμής.

Αρχικά ορίζουμε το διάνυσμα των άγνωστων μεταβλητών, το οποίο αποτελείται από δύο μέρη, το διάνυσμα των άγνωστων γωνιών  $\underline{\theta}$  (η υπογράμμιση δηλώνει διάνυσμα ή πίνακα) και το διάνυσμα των άγνωστων μέτρων των τάσεων  $|\underline{V}|$ .

$$\underline{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix}, \quad |\underline{V}| = \begin{bmatrix} |V_{N_G+1}| \\ |V_{N_G+2}| \\ \vdots \\ |V_N| \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Έτσι ορίζεται το διάνυσμα των άγνωστων μεταβλητών  $\underline{x}$  το οποίο αποτελείται από τις άγνωστες γωνίες και τα μέτρα των τάσεων.

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ |\underline{V}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_N \\ |V_{N_G+1}| \\ |V_{N_G+2}| \\ \vdots \\ |V_N| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-1} \\ x_N \\ x_{N+1} \\ \vdots \\ x_{2N-N_G-1} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Παρατηρούμε πως το δεξί μέλος των εξισώσεων (2.19) εξαρτάται από τα στοιχεία του διανύσματος  $\underline{x}$ . Εκφράζοντας την εξάρτηση πιο αναλυτικά ξαναγράφουμε τις εξισώσεις (2.19) ως:

$$\begin{aligned} P_k &= P_k(\underline{x}), & k &= 2, \dots, N \\ Q_k &= Q_k(\underline{x}), & k &= N_G + 1, \dots, N \end{aligned} \quad (2.22)$$



Στις εξισώσεις (2.22)  $P_k$  και  $Q_k$  είναι οι καθορισμένες εγγύσεις ισχύος (γνωστές σταθερές), ενώ τα δεξιά μέλη των εξισώσεων είναι συναρτήσεις του άγνωστου διανύσματος  $\underline{x}$ . Φέρνοντας δεξιά μέλος στο αριστερό, προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} P_k(\underline{x}) - P_k &= 0, & k &= 2, \dots, N \\ Q_k(\underline{x}) - Q_k &= 0, & k &= N_G + 1, \dots, N \end{aligned} \quad (2.23)$$

Οπότε μπορεί να οριστεί μια (διανυσματική) συνάρτηση  $\underline{f}(\underline{x})$  ως:

$$\underline{f}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_{N-1}(\underline{x}) \\ f_N(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_{2N-N_G-1}(\underline{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2(\underline{x}) - P_2 \\ \vdots \\ P_N(\underline{x}) - P_N \\ Q_{N_G+1}(\underline{x}) - Q_{N_G+1} \\ \vdots \\ Q_N(\underline{x}) - Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \Delta Q_{N_G+1} \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (2.24)$$

Η εξίσωση (2.24) είναι της μορφής  $\underline{f}(\underline{x}) = \underline{0}$ , όπου  $\underline{f}(\underline{x})$  είναι μία διανυσματική συνάρτηση και το  $\underline{0}$  είναι ένα μηδενικό διάνυσμα. Τα διανύσματα  $\underline{f}(\underline{x})$  και  $\underline{0}$  είναι και τα δύο διαστάσεων  $(2N - N_G - 1) \times 1$ , όπως άλλωστε και το αρχικό διάνυσμα  $\underline{x}$  των αγνώστων μεταβλητών. Επίσης στην παραπάνω εξίσωση (2.24) ορίζεται και το διάνυσμα διαφορών, το οποίο αποτελείται από τα  $\Delta P_k$  και  $\Delta Q_k$ . Το διάνυσμα αυτό χρησιμοποιείται κατά την επίλυση του αλγορίθμου, ο οποίος είναι επαναληπτικός, προκειμένου να εξακριβωθεί πόσο ακριβής είναι η λύση που επιζητούμε σε κάθε επανάληψη εκτέλεσης. Ο επαναληπτικός αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση αυτού του είδους των εξισώσεων καλείται μέθοδος Newton-Raphson.

## 2.7 Newton-Raphson – διαδικασία επίλυσης

Υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος της ροής ισχύος σε ένα ΣΗΕ: η Gauss-Siedel (GS) και η Newton-Raphson (NR). Και οι δύο μέθοδοι λειτουργούν με επαναληπτικό τρόπο εύρεσης της λύσης (ρίζας) [7].

Οι μέθοδοι GS και NR συχνά καλούνται μέθοδοι ευρηματικής ρίζας επειδή προσανατολίζονται προς την επίλυση εξισώσεων όπως η  $f(x) = 0$  (ή  $\underline{f}(\underline{x}) = \underline{0}$ ). Η λύση σε μία τέτοια εξίσωση  $x^*$  (ή  $\underline{x}^*$ ), είναι μια ρίζα της συνάρτησης  $f(x)$  (ή  $\underline{f}(\underline{x})$ ). Καλούνται επαναληπτικές επειδή απαιτούν μια σειρά από επιτυχείς προσεγγίσεις για την επίτευξη λύσης.

Αρχικά γίνεται μια εκτίμηση της λύσης, η οποία φυσικά θα απέχει από την πραγματική λύση. Στη συνέχεια η μέθοδος βρίσκει μια νέα λύση η οποία γίνεται

αποδεκτή μόνο αν απέχει λιγότερο από την πραγματική λύση σε σχέση με την προηγούμενη (παλαιότερη λύση). Αν η νέα λύση απέχει πάντα μικρότερη απόσταση από την πραγματική λύση σε σχέση με την αμέσως προηγούμενη, τότε με βεβαιότητα εξάγεται το συμπέρασμα ότι όσο αυξάνονται οι επαναλήψεις τόσο οι ευρισκόμενες λύσεις πλησιάζουν την πραγματική λύση (συγκλίνουν στην πραγματική τιμή  $\underline{x}$ ).

Τα προγράμματα τα οποία κυκλοφορούν στην αγορά και λύνουν το πρόβλημα της ροής ισχύος, διαθέτουν τουλάχιστον τη μέθοδο NR, αφού η τελευταία τείνει να αποτελέσει πρότυπο στη βιομηχανία που ασχολείται με τα ΣΗΕ. Ο λόγος είναι ότι οι ικανότητα σύγκλισης της NR είναι πολύ αποτελεσματική όταν η αρχική εκτίμηση είναι σχετικά κοντά στην πραγματική λύση.

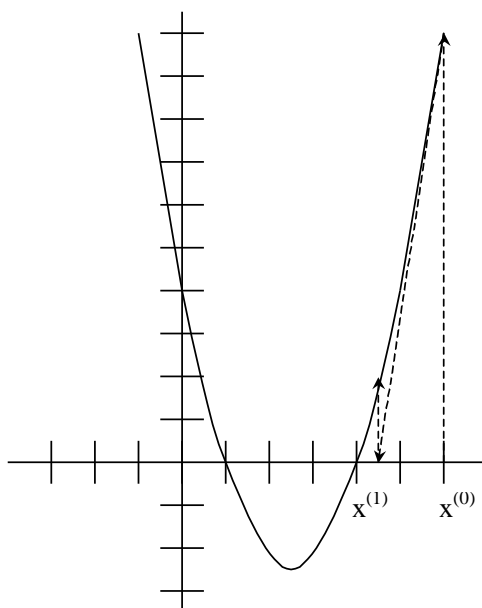
Στην επίλυση του προβλήματος της ροής ισχύος, είναι συνήθως εφικτό να προσδιοριστεί μία καλή αρχική εκτίμηση της πραγματικής λύσης. Ένας λόγος είναι ότι πολλές φορές γνωρίζουμε τη λύση για ένα συγκεκριμένο σύνολο συνθηκών επειδή έχουμε εκτελέσει ήδη την επίλυση, οπότε μια μικρή τροποποίηση των συνθηκών του προβλήματος (αφαίρεση ενός κλάδου ή αλλαγή στην ισχύ ενός φορτίου) δεν αλλάζει κατά πολύ το σημείο εκκίνησης για την εξεύρεση λύσης. Σε αυτές τις περιπτώσεις, χρησιμοποιούμε την προηγούμενη λύση ως εκτίμηση για την εξεύρεση της λύσης που αφορά τις νέες, ελαφρά τροποποιημένες συνθήκες. Αυτή η μέθοδος συχνά καλείται και γρήγορη εκκίνηση (“hot” start). Αλλά ακόμα και αν δεν υπάρχει προηγούμενη λύση ως εκτιμητής εκκίνησης της μεθόδου, τότε μια πρόγνωση να οδηγήσει σε καλή αρχική εκτίμηση, αφού όλα τα μεγέθη είναι κανονικοποιημένα στο ανά μονάδα σύστημα. Αυτό συμβαίνει επειδή οι τάσεις βάσης διαλέγονται με τέτοιο τρόπο ούτως ώστε οι τάσεις να βρίσκονται κοντά στην τιμή 1.0 ανά μονάδα για όλους τους ζυγούς κάτω από φυσιολογικές συνθήκες λειτουργίας. Φυσικά με αυτό τον τρόπο δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα για τις γωνίες των ζυγών, αλλά συχνά είναι απλά αρκετό να θεωρήσουμε όλες τις τάσεις των ζυγών μονάδα και τις γωνίες τους μηδενικές (“flat start”) [8].

Σε μία επαναληπτική μέθοδο υπάρχουν δύο χαρακτηριστικά που αφορούν τη σύγκλιση της μεθόδου. Το ένα αφορά το (A) αν η μέθοδος συγκλίνει, ενώ το δεύτερο το κατά (B) πόσο γρήγορα αυτή συγκλίνει. Για τη μέθοδο NR, το αν η μέθοδος συγκλίνει εξαρτάται από δύο παράγοντες: (A1) από το πόσο κοντά βρίσκεται η λύση που προβλέφθηκε αρχικά και (A2) από τη μορφή της συνάρτησης κοντά στο πραγματικό σημείο της λύσης της. Αν η προβλεφθείσα λύση είναι αρκετά κοντά και η συνάρτηση είναι αρκετά ομαλή κοντά στο σημείο της πραγματικής της λύσης, τότε η μέθοδος NR θα συγκλίνει και μάλιστα με τετραγωνικής τάξης σύγκλιση. Τετραγωνικής τάξης σύγκλιση σημαίνει πως σε κάθε επανάληψη αυξάνεται η ακρίβεια της λύσης κατά 2 δεκαδικά ψηφία. Για παράδειγμα, αν η σωστή λύση σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα είναι 0.123456789 και εμείς κάνουμε μια αρχική πρόβλεψη 0.100000000, τότε η πρώτη επανάληψη θα δώσει αποτέλεσμα 0.123xxxxx, η δεύτερη 0.12345xxxx, η τρίτη 0.1234567xx, ενώ η ακριβής λύση θα δοθεί ακριβώς

στην τέταρτη επανάληψη.

Ο αλγόριθμος της NR δεν είναι αρκετά έξυπνος να γνωρίζει ποια ακριβώς ρίζα επιθυμούμε, βρίσκει απλά την κοντινότερη ρίζα. Αυτός είναι ένας καλός λόγος για καλή αρχική πρόβλεψη (κοντά στην επιθυμητή λύση). Ευτυχώς στην περίπτωση του προβλήματος της ροή ισχύος, οι διαφορετικές λύσεις βρίσκονται συνήθως «μακριά» από το σημείο της αρχικής πρόβλεψης, το οποίο υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας χαρακτηρίζεται από τάσεις ζυγών κοντά στη μονάδα. Από την άλλη είναι πιθανό για μια λύση η μέθοδος να μην μπορεί να συγκλίνει καθόλου. Αυτό μπορεί να συμβεί στην περίπτωση που δεν υπάρχει καμία λύση στο πρόβλημα, κάτι που μπορεί να συμβεί αν το εξεταζόμενο σύστημα (ΣΗΕ στην περίπτωσή μας) είναι αρκετά στρεσαρισμένο ως προς την κατάσταση φόρτισής του σε σχέση με τα όρια των διαθέσιμων γεννητριών ή/και την αδυναμία εξυπηρέτησης του από το σύστημα μεταφοράς.

Επειδή η μη-σύγκλιση μπορεί να συμβεί εξαιτίας της αρχικής λύσης που εκτιμήθηκε και η οποία μπορεί να είναι πολύ μακριά από την πραγματική λύση, συνήθως μία «επίπεδη» - βασική λύση (“flat start”), συγκλίνει πιο συχνά σε σχέση με πιο εξεζητημένες (“hot start”) αρχικές εκτιμήσεις.



Εικόνα 5: Σκιαγράφιση της πρώτης επανάληψης της μεθόδου Newton-Raphson

Στη συνέχεια αναπτύσσεται ο τρόπος ανανέωσης των λύσεων της NR.

Newton Raphson για συνάρτηση μίας μεταβλητής:

Υποθέτουμε ότι υπάρχει μία πρώτη εκτιμώμενη λύση  $x^{(0)}$  στο πρόβλημα  $f(x)=0$ . Όμως  $f(x^{(0)})\neq 0$  επειδή η  $x^{(0)}$  είναι απλά μια πρώτη εκτιμώμενη λύση για την

εκκίνηση της μεθόδου. Πρέπει όμως να υπάρχει ένα  $\Delta x^{(0)}$  για το οποίο  $f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)})=0$ . Ένας τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος είναι η ανάπτυξη της  $f(x)$  σε σειρά Taylor ως ακολούθως:

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = f(x^{(0)}) + f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)} + \frac{1}{2} f''(x^{(0)})(\Delta x^{(0)})^2 + \dots = 0 \quad (2.25)$$

Αν η αρχική εκτιμώμενη λύση είναι αρκετά καλή, τότε το  $\Delta x^{(0)}$  θα είναι μικρό και ως εκ τούτου το  $(\Delta x^{(0)})^2$  θα είναι πολύ μικρό, ενώ ανώτερες δυνάμεις θα είναι απειροελάχιστες. Οπότε μια λογική προσέγγιση της (2.25) είναι η κάτωθι:

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) \approx f(x^{(0)}) + f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)} = 0 \quad (2.26)$$

Αλλάζοντας μέλος στο  $f(x^{(0)})$  προκύπτει:

$$f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)} = -f(x^{(0)}) \quad (2.27)$$

Οπότε είναι εύκολο να λύσουμε την (2.27) ως προς  $\Delta x^{(0)}$ :

$$\Delta x^{(0)} = -\{f'(x^{(0)})\}^{-1} f(x^{(0)}) \quad (2.28)$$

Επειδή η  $f'(x^{(0)})$  στην εξίσωση (28) είναι βαθμωτή μιας μεταβλητής, η αντιστροφή της είναι πολύ εύκολα υπολογίσιμη:

$$\Delta x^{(0)} = \frac{-f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})} \quad (2.29)$$

Η εξίσωση (2.28) αποτελεί τη βάση για την ανανέωση των λύσεων που θα χρησιμοποιηθεί στη NR<sup>2</sup>. Η λύση που δίνει η μέθοδος κατά την πρώτη επανάληψη είναι:

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} = x^{(0)} + \frac{-f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})} \quad (2.30)$$

και από την εξίσωση (2.28), μπορεί να εξαχθεί ο γενικός κανόνας για κάθε επανάληψη της μεθόδου:

$$x^{(j+1)} = x^{(j)} + \Delta x^{(j)} = x^{(j)} + \frac{-f(x^{(j)})}{f'(x^{(j)})} \quad (2.31)$$

Στη συνέχεια αναπτύσσεται ο τύπος για την περίπτωση που έχουμε  $n$  εξισώσεις και  $n$  αγνώστους.

Newton Raphson για συνάρτηση πολλών μεταβλητών:

Υποθέτουμε ότι έχουμε  $n$  μη γραμμικές εξισώσεις με  $n$  αγνώστους στην

---

<sup>2</sup> Για λόγους απλότητας στην επεξήγηση, επιλέχθηκε για την παρουσίαση του αλγορίθμου επίλυσης της Newton-Raphson, η  $f(x)$  ως βαθμωτή συνάρτηση μίας μεταβλητής και όχι πολλών μεταβλητών, όπως στην περίπτωση του προβλήματος της ροής ισχύος.

εξίσωση της μορφής  $\underline{f}(\underline{x})=0$  και ότι έχουμε υποθέσει μια αρχική λύση της μορφής  $\underline{x}^{(0)}$ . Επειδή όμως  $\underline{f}(\underline{x}^{(0)}) \neq 0$  αφού  $\underline{x}^{(0)}$  είναι μια υποθετική λύση, πρέπει να υπάρχει κάποιο  $\Delta \underline{x}^{(0)}$  το οποίο να μπορεί να δώσει  $\underline{f}(\underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)}) = 0$ . Αναπτύσσουμε ξανά τη συνάρτηση  $\underline{f}(\underline{x})$  σε σειρά Taylor ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} f_1(\underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)}) &= f_1(\underline{x}^{(0)}) + f_1'(\underline{x}^{(0)})\Delta \underline{x}^{(0)} + \frac{1}{2} f_1''(\underline{x}^{(0)})(\Delta \underline{x}^{(0)})^2 + \dots = 0 \\ f_2(\underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)}) &= f_2(\underline{x}^{(0)}) + f_2'(\underline{x}^{(0)})\Delta \underline{x}^{(0)} + \frac{1}{2} f_2''(\underline{x}^{(0)})(\Delta \underline{x}^{(0)})^2 + \dots = 0 \\ &\vdots \\ f_n(\underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)}) &= f_n(\underline{x}^{(0)}) + f_n'(\underline{x}^{(0)})\Delta \underline{x}^{(0)} + \frac{1}{2} f_n''(\underline{x}^{(0)})(\Delta \underline{x}^{(0)})^2 + \dots = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Οι εξισώσεις (2.32) μπορούν να γραφούν ποιο συνεπτυγμένα στη μορφή:

$$\underline{f}(\underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)}) = \underline{f}(\underline{x}^{(0)}) + \underline{f}'(\underline{x}^{(0)})\Delta \underline{x}^{(0)} + \frac{1}{2} \underline{f}''(\underline{x}^{(0)})(\Delta \underline{x}^{(0)})^2 + \dots = 0 \quad (2.33)$$

Υποθέτοντας ότι η αρχική εκτίμηση λύσης είναι αρκετά καλή ούτως ώστε το  $\Delta \underline{x}^{(0)}$  να είναι αρκετά μικρό, οι ανώτεροι όροι είναι πολύ μικροί, οπότε μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$\underline{f}(\underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)}) = \underline{f}(\underline{x}^{(0)}) + \underline{f}'(\underline{x}^{(0)})\Delta \underline{x}^{(0)} = 0 \quad (2.34)$$

Ο όρος  $\underline{f}'(\underline{x}^{(0)})$

Από τη στιγμή που έχουμε  $n$  συναρτήσεις με  $n$  μεταβλητές, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τη μερική παράγωγο για κάθε ξεχωριστή συνάρτηση ως προς κάθε ξεχωριστή μεταβλητή, δηλαδή τους όρους  $\partial f_k(\underline{x})/\partial x_j$ , οι οποίοι δίνουν την παράγωγο της  $k$  συνάρτησης ως προς την  $j$  μεταβλητή. Οπότε θα υπάρχει ένας αριθμός τέτοιων μερικών παραγώγων, ο οποίος θα είναι ίσος με το γινόμενο του αριθμού των συναρτήσεων, με τον αριθμό των αγνώστων μεταβλητών, δηλαδή  $n \times n$ . Το πλήθος αυτών των στοιχείων συνιστά τον Ιακωβιανό πίνακα, ο οποίος συχνά αναφέρεται με το γράμμα  $\underline{J}$ .

Με ποιο τρόπο οι  $n \times n$  παράγωγοι αποθηκεύονται στον πίνακα  $\underline{J}$

Οι γραμμές του  $\underline{J}$  πρέπει να είναι διατεταγμένες με την ίδια σειρά που είναι διατεταγμένες και οι συναρτήσεις, ούτως ώστε η σειρά  $k$  να περιλαμβάνει τις παραγώγους της  $k$ -οστής συνάρτησης. Στην εξίσωση (2.34) από τη στιγμή που το γινόμενο  $\underline{f}'(\underline{x}^{(0)}) \Delta \underline{x}^{(0)}$  πρέπει να διορθώνει τη συνάρτηση  $\underline{f}(\underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)})$ , με άλλα λόγια,

από τη στιγμή που  $\Delta \underline{f}(\underline{x}^{(0)}) = \underline{f}'(\underline{x}^{(0)}) \Delta \underline{x}^{(0)}$ , πρέπει κάθε γραμμή του πίνακα  $\underline{J}$  να είναι διατεταγμένη με τέτοιο τρόπο ούτως ώστε οι όροι όλων των σειρών που βρίσκονται στην στήλη  $j$  να αποτελούν μερικές παραγώγους ως προς την μεταβλητή  $j$  των αγνώστων μεταβλητών του διανύσματος  $\underline{x}$ .

Με βάση τα ως άνω, ο Ιακωβιανός πίνακας έχει την παρακάτω μορφή:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Στην εξίσωση (2.34), αλλάζοντας μέλος στον όρο  $\underline{f}(\underline{x}^{(0)})$  έχουμε ότι:

$$\underline{f}'(\underline{x}^{(0)}) \Delta \underline{x}^{(0)} = -\underline{f}(\underline{x}^{(0)}) \quad (2.36)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τους όρους του Ιακωβιανού πίνακα  $\underline{J}$  έχουμε:

$$\underline{J} \Delta \underline{x}^{(0)} = -\underline{f}(\underline{x}^{(0)}) \quad (2.37)$$

Επιλύοντας την εξίσωση (2.37) ως προς  $\Delta \underline{x}^{(0)}$ , έχουμε ότι:

$$\Delta \underline{x}^{(0)} = -\{\underline{f}'(\underline{x}^{(0)})\}^{-1} \underline{f}(\underline{x}^{(0)}) = -\underline{J}^{-1} \underline{f}(\underline{x}^{(0)}) \quad (2.38)$$

Η εξίσωση (2.38) αποτελεί τη βάση για την ανάπτυξη του αναδρομικού τύπου από τον οποίο προκύπτουν οι επόμενες λύσεις του προβλήματος, στην περίπτωση του προβλήματος πολλών μεταβλητών. Για την πρώτη επανάληψη έχουμε ότι:

$$\underline{x}^{(1)} = \underline{x}^{(0)} + \Delta \underline{x}^{(0)} = \underline{x}^{(0)} - \underline{J}^{-1} \underline{f}(\underline{x}^{(0)}) \quad (2.39)$$

και από την εξίσωση (2.39), μπορεί να εξαχθεί ο γενικός τύπος για κάθε επανάληψη:

$$\underline{x}^{(i+1)} = \underline{x}^{(i)} + \Delta \underline{x}^{(i)} = \underline{x}^{(i)} - \underline{J}^{-1} \underline{f}(\underline{x}^{(i)}) \quad (2.40)$$

Για προβλήματα με σχετικά μικρές διαστάσεις συστημάτων, όπου ο Ιακωβιανός πίνακας είναι εύκολα υπολογίσιμος, η εξίσωση (2.40) αποτελεί μια αποδεκτή μέθοδο επίλυσης. Γενικά πάντως στον προγραμματισμό, είναι καλό να αποφεύγεται η

αντιστροφή πινάκων, επειδή σε προβλήματα επίλυσης μεγάλων συστημάτων, η αντιστροφή μεγάλων σε μέγεθος πινάκων είναι εξαιρετικά χρονοβόρα. Οπότε προσπαθούμε να αποφύγουμε την αντιστροφή πινάκων και αυτό είναι συνήθως εφικτό.

Για να αποφύγουμε την αντιστροφή πίνακα ξαναγράφουμε την επαναληπτική σχέση λίγο διαφορετικά:

$$\underline{x}^{(i+1)} = \underline{x}^{(i)} + \Delta \underline{x}^{(i)} \quad (2.41)$$

όπου το  $\Delta \underline{x}^{(i)}$  δίνεται από τη σχέση

$$-\underline{J} \Delta \underline{x}^{(i)} = \underline{f}(\underline{x}^{(i)}) \quad (2.42)$$

Η εξίσωση (2.42) προκύπτει από την παρατήρηση ότι ο Ιακωβιανός πίνακας  $\underline{J}$  είναι ένας πίνακας  $n \times n$  τα στοιχεία του οποίου είναι αλγεβρικές τιμές, το  $\Delta \underline{x}^{(i)}$  είναι ένα διάνυσμα αγνώστων μεταβλητών διαστάσεων  $n \times 1$ , το  $\underline{f}(\underline{x}^{(i)})$  είναι ένα διάνυσμα αγνώστων μεταβλητών διαστάσεων  $n \times 1$ , οπότε συμπεραίνουμε ότι η εξίσωση (2.40) αποτελεί απλά μια γραμμική εξίσωση πινάκων της μορφής:

$$\underline{A} \cdot \underline{z} = \underline{b} \quad (2.43)$$

η λύση της οποίας μπορεί να βρεθεί με πολλές διαφορετικές μεθόδους.

Στη γενική περίπτωση, απαιτούνται μερικές επαναλήψεις προκειμένου να έχουμε μια αποδεκτή λύση της μεθόδου. Ο αλγόριθμος της NR πρέπει να περιλαμβάνει ένα κριτήριο τερματισμού της επαναληπτικής διαδικασίας με βάση την επιθυμητή ακρίβεια που θέλουμε να έχει η λύση μας (όσο περισσότερες επαναλήψεις του αλγορίθμου εκτελούνται τόσο αυξάνει τετραγωνικά η ακρίβεια της λύσης όταν μπορεί να επιτευχθεί σύγκλιση).

Υπάρχουν δύο τρόποι που μπορεί να συμβεί αυτό:

1<sup>ο</sup> κριτήριο τερματισμού: Ελέγχεται η μέγιστη διαφορά στις λύσεις των αγνώστων μεταβλητών που προκύπτουν μεταξύ δύο επαναλήψεων ( $\Delta \underline{x}$ ). Αν η διαφορά αυτή είναι μικρότερη από ένα προκαθορισμένο όριο (τιμή) τότε η επαναληπτική διαδικασία σταματά. Αυτό σημαίνει ότι συγκρίνεται η μεγαλύτερη απόλυτη τιμή των  $\Delta \underline{x}$  σε σχέση με έναν πολύ μικρό αριθμό, έστω  $\epsilon_1$ . Έστω για παράδειγμα,  $\Delta \underline{x} = [-0.105397, 0.100284]^T$ . Η μεγαλύτερη απόλυτη τιμή του  $\Delta \underline{x}$  είναι 0.105397. Αν  $\epsilon_1=0.15$ , τότε η επαναληπτική διαδικασία σταματάει. Αν είχαμε όμως όριο το  $\epsilon_1=0.05$ , θα έπρεπε οι επαναλήψεις να συνεχιστούν.

2<sup>ο</sup> κριτήριο τερματισμού: Ελέγχεται η μέγιστη τιμή των μεταβλητών της συνάρτησης

$\underline{f}(\underline{x})$  στην τελευταία επανάληψη και αν η μέγιστη τιμή των μεταβλητών της  $\underline{f}(\underline{x})$  είναι μικρότερη από ένα προκαθορισμένο όριο (τιμή), τότε η επαναληπτική διαδικασία σταματά. Συγκρίνονται δηλαδή οι μέγιστες απόλυτες τιμές που παίρνουν οι μεταβλητές της  $\underline{f}(\underline{x})$  σε σχέση με έναν μικρό αριθμό, έστω  $\epsilon_1$ . Για παράδειγμα, αν  $\underline{f}(\underline{x}) = [-0.11, -0.29]^T$ , η μέγιστη απόλυτη τιμή των στοιχείων της  $\underline{f}(\underline{x})$  είναι 0.29. Αν το όριο είναι  $\epsilon_1 = 0.3$ , μπορούμε να σταματήσουμε. Αλλά αν το όριο είναι  $\epsilon_1 = 0.2$ , θα χρειαζόταν να προβούμε και σε άλλες επαναλήψεις. Αυτό είναι το πιο κοινό κριτήριο στα προγράμματα επίλυσης ροών ισχύος. Για τους PQ ζυγούς, εφαρμόζουμε αυτό το κριτήριο σε εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος, ενώ για τους PV ζυγούς, μόνο για τις εγχύσεις ενεργού ισχύος.

## 2.8 Σύνδεση της Newton-Raphson με την επίλυση της Ροής Ισχύος

Στην ενότητα αυτή επιλύεται το πρόβλημα της ροής ισχύος με τη βοήθεια της μεθόδου Newton-Raphson [7] [9]. Επιθυμούμε δηλαδή να λύσουμε το σύνολο των εξισώσεων (2.24), με διάνυσμα αγνώστων αυτό που δόθηκε στην εξίσωση (2.21), ενώ οι συναρτήσεις βρίσκονται στη μορφή των σχέσεων (2.19). Οι παραπάνω εξισώσεις παρατίθενται ξανά χάριν ευκολίας:

$$\underline{f}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_{N-1}(\underline{x}) \\ f_N(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_{2N-N_G-1}(\underline{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2(\underline{x}) - P_2 \\ \vdots \\ P_N(\underline{x}) - P_N \\ Q_{N_G+1}(\underline{x}) - Q_{N_G+1} \\ \vdots \\ Q_N(\underline{x}) - Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \Delta Q_{N_G+1} \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{P} \\ \Delta \underline{Q} \end{bmatrix} = \underline{0}$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ /V/ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_N \\ /V_{N_G+1}/ \\ /V_{N_G+2}/ \\ \vdots \\ /V_N/ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-1} \\ x_N \\ x_{N+1} \\ \vdots \\ x_{2N-N_G-1} \end{bmatrix}$$



$$P_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)), \quad k = 2, \dots, N$$

$$Q_k = \sum_{j=1}^N |V_k| |V_j| (G_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)), \quad k = N_G + 1, \dots, N$$

Η επαναληπτική σχέση όπως δόθηκε στην εξίσωση (2.40)

$$\underline{x}^{(i+1)} = \underline{x}^{(i)} + \Delta \underline{x}^{(i)} = \underline{x}^{(i)} - \underline{J}^{-1} \underline{f}(\underline{x}^{(i)})$$

Ένα ουσιώδες βήμα για τη σύνδεση του προβλήματος της ροής ισχύος με την επίλυσή του από τη μέθοδο NR είναι ο υπολογισμός των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας, όπως δόθηκε για την γενική περίπτωση στην εξίσωση (2.35) :

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\underline{x}^{(0)})}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Ο υπολογισμός αυτών των στοιχείων διευκολύνεται με την παρατήρηση ότι στην εξίσωση (2.24) υπάρχουν μόνο δύο είδη εξισώσεων (πραγματικής και άεργου ισχύος), ενώ από την εξίσωση (2.21), ότι υπάρχουν μόνο δύο είδη αγνώστων μεταβλητών προς παραγωγή (γωνία τάσεων ζυγών και μέτρο τάσεων ζυγών). Οπότε υπάρχουν μόνο τέσσερις βασικοί τύποι παραγώγων στην Ιακωβιανή μήτρα. Για το λόγο αυτό η Ιακωβιανή μήτρα (ή Ιακωβιανός πίνακας) χωρίζεται σε τέσσερις επιμέρους υπομήτρες (υποπίνακες) με βάση αυτούς τους τέσσερις βασικούς τύπους μερικών παραγώγων:  $\underline{J}^{P\theta}$ ,  $\underline{J}^{Q\theta}$ ,  $\underline{J}^{PV}$ ,  $\underline{J}^{QV}$ , όπου ο πρώτος δείκτης αναφέρεται στον τύπο της εξίσωσης που παραγωγίζεται (μερικά), ενώ ο δεύτερος αναφέρεται στην άγνωστη μεταβλητή ως προς την οποία γίνεται η μερική παραγωγή. Σχηματικά,

$$\underline{J}^{(2N-1-N_G) \times (2N-1-N_G)} = \begin{bmatrix} \overset{(N-1) \times (N-1)}{\underline{J}^{P\theta}} & \overset{(N-1) \times (N-N_G)}{\underline{J}^{PV}} \\ \overset{(N-N_G) \times (N-1)}{\underline{J}^{Q\theta}} & \overset{(N-N_G) \times (N-N_G)}{\underline{J}^{QV}} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Ο αριθμός πάνω από κάθε υποπίνακα στη σχέση (2.44) δείχνει τη διάστασή του, η οποία προκύπτει αναγνωρίζοντας τον αριθμό των εξισώσεων αυτού του τύπου (από τον αριθμό των γραμμών του αντίστοιχου υποπίνακα) και τον αριθμό των αγνώστων μεταβλητών αυτού του τύπου (από τον αριθμό των στηλών του αντίστοιχου

υποπίνακα). Έτσι μπορούν να αναγνωριστούν τα διαφορετικά στοιχεία κάθε υποπίνακα:

$$J_{jk}^{P\theta} = \frac{\partial P_j}{\partial \theta_k} \quad J_{jk}^{Q\theta} = \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_k} \quad J_{jk}^{PV} = \frac{\partial P_j}{\partial |V_k|} \quad J_{jk}^{QV} = \frac{\partial Q_j}{\partial |V_k|} \quad (2.45)$$

Σημειώνεται ότι το στοιχείο  $J_{jk}^{P\theta}$  δεν αποτελεί στοιχείο στη γραμμή  $j$ , στήλη  $k$ , του υποπίνακα  $\underline{J}^{P\theta}$ , αλλά είναι η μερική παράγωγος της έγχυσης πραγματικής ισχύος για τον ζυγό  $j$ , ως προς τη γωνία (της τάσης) του ζυγού  $k$ . Από τη στιγμή που ο ζυγός ταλάντωσης αριθμείται ως 1, ο Ιακωβιανός πίνακας θα έχει το στοιχείο  $J_{22}^{P\theta}$  στην πρώτη θέση του πίνακα (γραμμή 1, στήλη 1). Όμοια και για τους υπόλοιπους υποπίνακες.

Από την εξίσωση (2.42) έχουμε ότι:

$$-\underline{J}\Delta\underline{x}^{(i)} = \underline{f}(\underline{x}^{(i)})$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη με -1 έχουμε:

$$\underline{J}\Delta\underline{x}^{(i)} = -\underline{f}(\underline{x}^{(i)}) \quad (2.46)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2.21), (2.24) και (2.44) η εξίσωση (2.46) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\begin{bmatrix} \underline{J}^{P\theta} & \underline{J}^{PV} \\ \underline{J}^{Q\theta} & \underline{J}^{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\underline{\theta} \\ \Delta|V| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta\underline{P} \\ \Delta\underline{Q} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Από την εξίσωση (2.47) παρατηρούμε ότι:

$$\begin{aligned} \underline{J}^{P\theta} \Delta\underline{\theta} + \underline{J}^{PV} \Delta|V| &= -\Delta\underline{P} \\ \underline{J}^{Q\theta} \Delta\underline{\theta} + \underline{J}^{QV} \Delta|V| &= -\Delta\underline{Q} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Για να υπολογίσουμε τις ζητούμενες μερικές παραγώγους, είναι χρήσιμο να ξαναγράψουμε τις εξισώσεις (2.24) πιο αναλυτικά:

$$\underline{f}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} P_2(\underline{x}) - P_2 \\ \vdots \\ P_N(\underline{x}) - P_N \\ \hline Q_{N_G+1}(\underline{x}) - Q_{N_G+1} \\ \vdots \\ Q_N(\underline{x}) - Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N |V_2| |V_j| (G_{2j} \cos(\theta_2 - \theta_j) + B_{2j} \sin(\theta_2 - \theta_j)) - P_2 \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^N |V_N| |V_j| (G_{Nj} \cos(\theta_N - \theta_j) + B_{Nj} \sin(\theta_N - \theta_j)) - P_N \\ \hline \sum_{j=1}^N |V_{N_G+1}| |V_j| (G_{N_G+1,j} \sin(\theta_{N_G+1} - \theta_j) + B_{N_G+1,j} \sin(\theta_{N_G+1} - \theta_j)) - P_{N_G+1} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^N |V_N| |V_j| (G_{N,j} \sin(\theta_N - \theta_j) + B_{N,j} \sin(\theta_N - \theta_j)) - P_N \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Οπότε κάθε ένας από τους τέσσερις υποπίνακες της εξίσωσης (2.44) έχουν στοιχεία τα οποία προέκυψαν από τις εξισώσεις (2.49). Αυτές οι σχέσεις έχουν προκύψει υπολογίζοντας τις κατάλληλες μερικές παραγώγους από τις συναρτήσεις της εξίσωσης (2.49). Κατ' αυτό τον τρόπο προκύπτουν  $(2N-1-N_G) \times (2N-1-N_G)$  στοιχεία στον Ιακωβιανό πίνακα και ως εκ τούτου αντίστοιχος αριθμός εξισώσεων προς υπολογισμό. Ένα τυπικό σύστημα ανάλυσης ροής ισχύος για μια περιοχή ελέγχου, μπορεί να έχει 5000 ζυγούς ( $N=5000$ ) και 1000 γεννήτριες ( $N_G=1000$ ), δημιουργώντας με αυτό τον τρόπο έναν Ιακωβιανό πίνακα  $9898 \times 9898$  ο οποίος περιέχει 97.970.404 στοιχεία, με κάθε στοιχείο να απαιτεί φυσικά μερική παραγωγή μιας συνάρτησης όπως αυτές που παρουσιάστηκαν στις εξισώσεις (2.49). Για ένα μοντέλο ροής ισχύος με 50000 ζυγούς και 5000 γεννήτριες, η διάσταση του Ιακωβιανού πίνακα γίνεται  $94998 \times 94998$ , δίνοντας 9.024.600.000 στοιχεία.

Ευτυχώς όλες οι μερικές παράγωγοι μπορούν να προκύψουν από μία ως μερικές παραγωγίσεις. Με μία πρώτη ματιά κάποιος θα σκεφτεί ότι απαιτούνται τέσσερις μερικές παραγωγίσεις, μία για κάθε υποπίνακα. Ωστόσο, για κάθε υποπίνακα, τα μη-διαγώνια στοιχεία με  $j \neq k$ , εκφράζονται διαφορετικά σε σχέση με τα διαγώνια στοιχεία για τα οποία  $j=k$ . Οπότε υπάρχουν οχτώ διαφορετικές παραγωγίσεις που πρέπει να πραγματοποιηθούν.

Όταν διαφορίζουμε ένα σύνολο όρων ως προς μία συγκεκριμένη μεταβλητή, το αποτέλεσμα είναι μη-μηδενικό μόνο για τους όρους στους οποίους εμφανίζεται η άγνωστη μεταβλητή. Κάθε μια από τις συναρτήσεις εμφανίζεται στη μορφή  $f(\underline{x})=g(\underline{x})-A$ . Επειδή ο πίνακας  $A$  αποτελείται από σταθερές (οι όροι  $P_2, \dots, P_N$  και  $Q_{N_G+1}, \dots, Q_N$  στην εξίσωση (2.49)), δεν έχει καμία επίπτωση στα αποτελέσματα των διαφορίσεων.

Τα αποτελέσματα των μερικών παραγώγων δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$J_{jk}^{P\theta} = \frac{\partial P_j(\underline{x})}{\partial \theta_k} = |V_j| |V_k| (G_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k) - B_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k)) \quad (2.50)$$

$$J_{jj}^{P\theta} = \frac{\partial P_j(\underline{x})}{\partial \theta_j} = -Q_j(\underline{x}) - B_{jj} |V_j|^2 \quad (2.51)$$

$$J_{jk}^{Q\theta} = \frac{\partial Q_j(\underline{x})}{\partial \theta_k} = -|V_j| |V_k| (G_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k) + B_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k)) \quad (2.52)$$

$$J_{jj}^{Q\theta} = \frac{\partial Q_j(\underline{x})}{\partial \theta_k} = P_j(\underline{x}) - G_{jj} |V_j|^2 \quad (2.53)$$

$$J_{jk}^{PV} = \frac{\partial P_j(\underline{x})}{\partial |V_k|} = |V_j| (G_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k) + B_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k)) \quad (2.54)$$

$$J_{jj}^{PV} = \frac{\partial P_j(\underline{x})}{\partial |V_j|} = \frac{P_j(\underline{x})}{|V_j|} + G_{jj} |V_j| \quad (2.55)$$

$$J_{jk}^{QV} = \frac{\partial Q_j(\underline{x})}{\partial |V_k|} = |V_j| (G_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k) - B_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k)) \quad (2.56)$$

$$J_{jj}^{QV} = \frac{\partial Q_j(\underline{x})}{\partial |V_j|} = \frac{Q_j(\underline{x})}{|V_j|} - B_{jj} |V_j| \quad (2.57)$$

Τώρα είμαστε σε θέση να αναπτύξουμε τον αλγόριθμο επίλυσης με τη χρήση της NR για να επιλύσουμε το πρόβλημα της ροής ισχύος. Πριν γίνει αυτό, ορίζουμε το διάνυσμα διαφορών από την εξίσωση (2.24) ή (2.49) ως ακολούθως:

$$\underline{f}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_{N-1}(\underline{x}) \\ \hline f_N(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_{2N-N_G-1}(\underline{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2(\underline{x}) - P_2 \\ \vdots \\ P_N(\underline{x}) - P_N \\ \hline Q_{N_G+1}(\underline{x}) - Q_{N_G+1} \\ \vdots \\ Q_N(\underline{x}) - Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \hline \Delta Q_{N_G+1} \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \hline \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} = \underline{0}$$

Ο αλγόριθμος της NR για εφαρμογή στην επίλυση του προβλήματος της ροής ισχύος έχει ως εξής:

1. Ορίζονται:

- Όλα τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων
- $P_d$  και  $Q_d$  για όλους τους ζυγούς
- $P_g$  και  $|V|$  για όλους τους PV ζυγούς
- $|V|$  για τον ζυγό ταλάντωσης, με  $\theta=0^\circ$

2. Τίθεται ο μετρητής επαναλήψεων  $j=1$  και χρησιμοποιείται ένας από τους παρακάτω τρόπους για να προβλεφθεί η αρχική λύση.
  - Ισοροπημένη εκκίνηση (Flat Start):  $V_k=1.0 \angle 0^\circ$  για όλους τους ζυγούς.
  - Γρήγορη εκκίνηση (Hot Start):
3. Υπολογίζεται το διάνυσμα διαφορών για το  $\underline{x}^{(j)}$ , το οποίο δηλώνεται ως  $\underline{f}(\underline{x})$  στις εξισώσεις (2.24) και (2.49). Παρακάτω δηλώνονται τα στοιχεία διαφορών  $\Delta P_k$  και  $\Delta Q_k$  τα οποία αντιστοιχούν στην πραγματική και άεργο ισχύ διαφορών για τον  $k$ -οστό ζυγό.
4. Εκτελούνται τα παρακάτω κριτήρια για τον τερματισμό του αλγορίθμου:
  - Αν  $|\Delta P_k| < \epsilon_P$  για τους PQ και PV ζυγούς και
  - Αν  $|\Delta Q_k| < \epsilon_Q$  για όλους τους PQ ζυγούς,
  - Τότε ο αλγόριθμος συνεχίζει στο βήμα 6
  - Ειδάλλως στο βήμα 5
5. Ευρίσκει μια βελτιωμένη λύση ως εξής:
  - Υπολογίζει τον Ιακωβιανό πίνακα  $\underline{J}$  στο  $\underline{x}^{(j)}$ , ο οποίος σημειώνεται ως  $\underline{J}^{(j)}$
  - Επίλυση στη μορφή  $\Delta \underline{x}^{(j)}$ :

$$\underline{J}^{(j)} \Delta \underline{x}^{(j)} = - \begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \Delta \underline{x}^{(j)} = - [\underline{J}^{(j)}]^{-1} \begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix}$$

Όπου πρέπει να χρησιμοποιήσουμε παραγοντοποίηση στην αριστερή εξίσωση στην περίπτωση που το σύστημα είναι μεγάλο, ειδάλλως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση στα δεξιά.

- Υπολογίζεται το διάνυσμα μεταβλητών της νέας λύσης  $\underline{x}^{(j+1)} = \underline{x}^{(j)} + \Delta \underline{x}^{(j)}$ .
- Ο αλγόριθμος επιστρέφει στο βήμα 3 με αύξηση του δείκτη  $j=j+1$ .

#### 6. Τερματισμός.

Ο παραπάνω αλγόριθμος είναι εφαρμόσιμος όσο οι PV ζυγοί είναι εντός των ορίων τους. Για να ληφθούν υπόψη τα όρια άεργου ισχύος των γεννητριών, ο αλγόριθμος πρέπει να τροποποιηθεί ούτως ώστε σε κάθε επανάληψη να ελέγχεται ότι τα παραπάνω όρια είναι εντός των ορίων που έχουν τεθεί για κάθε γεννήτρια ξεχωριστά. Για την περίπτωση αυτή, τα βήματα 1-4 παραμένουν ακριβώς όπως περιγράφηκαν παραπάνω, ενώ τα βήματα 5 και 6 τροποποιούνται ως ακολούθως:

#### 5. Ελέγχονται τα όρια άεργου ισχύος όλων των γεννητριών:

- a) Για όλους τους PV ζυγούς, εκτελούνται οι παρακάτω διεργασίες:
- Αν  $Q_{gk} > Q_{gk,max}$ , τότε  $Q_{gk} = Q_{gk,max}$  και αλλαγή του ζυγού k σε ζυγό τύπου PQ (βλέπε βήμα 6a)
  - Αν  $Q_{gk} < Q_{gk,min}$ , τότε  $Q_{gk} = Q_{gk,min}$  και αλλαγή του ζυγού k σε ζυγό τύπου PQ (βλέπε βήμα 6b)
- b) Για όλους τους τύπους γεννητριών σε PQ ζυγούς, εκτελούνται οι παρακάτω διεργασίες:
- Αν  $Q_{gk} = Q_{gk,max}$  και  $|V_k| > |V_{k,set}|$  ή αν  $Q_{gk} = Q_{gk,min}$  και  $|V_k| < |V_{k,set}|$ , τότε αλλαγή του τύπου ζυγού ξανά σε ζυγό PV (βλέπε βήμα 6b)
  - Αν δεν υπάρχουν αλλαγές στο βήμα 5, τότε δεν πραγματοποιούνται άλλες αλλαγές.
  - Αν έχει πραγματοποιηθεί τουλάχιστον μία αλλαγή στο προηγούμενο βήμα, τότε πρέπει να γίνουν οι παρακάτω αλλαγές:

Για κάθε αλλαγή που έγινε στο βήμα 5-a (αλλαγή ενός PV ζυγού σε έναν PQ ζυγό):

- $N_G = N_G - 1$
- Η μεταβλητή  $\Delta V_k$  περιλαμβάνεται στο διάνυσμα  $\Delta \underline{x}$  και η μεταβλητή  $V_k$  στο διάνυσμα  $\underline{x}$ .
- Η εξίσωση άεργου ισχύος για τον ζυγό k περιλαμβάνεται πλέον στο διάνυσμα  $\underline{f}(\underline{x})$ .
- Η Ιακωβιανή μήτρα αλλάζει μορφή προσθέτοντας μία στήλη  $\underline{J}^{PV}$  καθώς και τις γραμμές  $\underline{J}^{Q0}$  και  $\underline{J}^{QV}$ .

Για κάθε αλλαγή που πραγματοποιήθηκε στο βήμα 5-b (αλλάζοντας έναν ζυγό γεννήτριας από PQ ξανά σε ζυγό PV):

- $N_G = N_G + 1$
- Αφαιρείται η μεταβλητή  $\Delta V_k$  από το διάνυσμα  $\Delta \underline{x}$  και η μεταβλητή  $V_k$  από το διάνυσμα  $\underline{x}$ .
- Αφαιρούνται οι εξισώσεις άεργου ισχύος που αντιστοιχούν στον ζυγό k από το διάνυσμα  $\underline{f}(\underline{x})$ .
- Η Ιακωβιανή μήτρα αλλάζει μορφή αφαιρώντας μία στήλη  $\underline{J}^{PV}$  καθώς και τις γραμμές  $\underline{J}^{Q0}$  και  $\underline{J}^{QV}$ .

Αφού πραγματοποιηθούν όλες οι τροποποιήσεις γίνεται επιστροφή στο βήμα 4.

Όταν ο αλγόριθμος τερματίσει, όλες οι ροές ισχύος μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$S_{jk} = V_j I_{jk}^* = V_j [V_j - V_k]^* y_{jk}^* \quad (2.58)$$

## 2.9 Γενετικοί Αλγόριθμοι

### 2.9.1 Εισαγωγή

Οι Γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στο κλάδο της επιστήμης υπολογιστών και αποτελούν μια μέθοδο αναζήτησης βέλτιστων λύσεων σε συστήματα που μπορούν να περιγραφούν ως μαθηματικό πρόβλημα. Είναι χρήσιμοι σε προβλήματα που περιέχουν πολλές παραμέτρους/διαστάσεις και δεν υπάρχει αναλυτική μέθοδος που να μπορεί να βρει το βέλτιστο συνδυασμό τιμών για τις μεταβλητές ώστε το υπό εξέταση σύστημα να αντιδρά με τον επιθυμητό τρόπο.

Ο τρόπος λειτουργίας των Γενετικών Αλγορίθμων είναι εμπνευσμένος από τη βιολογία. Χρησιμοποιεί την ιδέα της εξέλιξης μέσω γενετικής μετάλλαξης, φυσικής επιλογής και διασταύρωσης. Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι είναι αρκετά απλοί στην υλοποίησή τους. Οι τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος πρέπει να κωδικοποιούνται με τρόπο ώστε να αναπαρασταθούν από μια μεταβλητή που περιέχει σειρά χαρακτήρων ή δυαδικών ψηφίων (0/1). Αυτή η μεταβλητή μιμείται το γενετικό κώδικα που υπάρχει στους ζωντανούς οργανισμούς. Αρχικά, ο Γενετικός Αλγόριθμος παράγει πολλαπλά αντίγραφα της μεταβλητής/γεννητικού κώδικα, συνήθως με τυχαίες τιμές, δημιουργώντας ένα πληθυσμό λύσεων. Κάθε λύση (τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος) δοκιμάζεται για το πόσο κοντά φέρνει την αντίδραση του συστήματος στην επιθυμητή, μέσω μιας συνάρτησης που δίνει το μέτρο ικανότητας της λύσης και η οποία ονομάζεται συνάρτηση ικανότητας (Σ.Ι).

Οι λύσεις που βρίσκονται πιο κοντά στην επιθυμητή, σε σχέση με τις άλλες, σύμφωνα με το μέτρο που μας δίνει η Σ.Ι, αναπαράγονται στην επόμενη γενιά λύσεων και λαμβάνουν μια τυχαία μετάλλαξη. Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία για αρκετές γενιές, οι τυχαίες μεταλλάξεις σε συνδυασμό με την επιβίωση και αναπαραγωγή των γονιδίων/λύσεων που πλησιάζουν καλύτερα το επιθυμητό αποτέλεσμα θα παράγουν ένα γονίδιο/λύση που θα περιέχει τις τιμές για τις παραμέτρους που ικανοποιούν όσο καλύτερα γίνεται την Σ.Ι.

Υπάρχουν διάφορες εκδοχές της παραπάνω διαδικασίας για τους Γ.Α από τις οποίες κάποιες περιλαμβάνουν και τη διασταύρωση (ζευγάρωμα) γονιδίων/λύσεων ώστε ο αλγόριθμος να φτάσει στο αποτέλεσμα πιο γρήγορα. Καθώς υπάρχει το στοχαστικό (τυχαίο) συστατικό της μετάλλαξης και ζευγαρώματος, κάθε εκτέλεση του Γ.Α μπορεί να συγκλίνει σε διαφορετική λύση και σε διαφορετικό χρόνο. Η απόδοση του Γ.Α εξαρτάται επί το πλείστον από την συνάρτηση ικανότητας και συγκεκριμένα από το κατά πόσο το μέτρο της περιγράφει την βέλτιστη λύση. Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι ένα πεπερασμένο σύνολο οδηγιών για την εκπλήρωση ενός έργου, το οποίο δεδομένης μιας αρχικής κατάστασης θα οδηγήσει σε μια αναγνωρίσιμη τελική κατάσταση, και το οποίο προσπαθεί να μιμηθεί την διαδικασία της βιολογικής εξέλιξης. Οι γενετικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να βρουν τη λύση ενός προβλήματος με το να προσομοιώνουν την εξέλιξη ενός πληθυσμού «λύσεων» του προβλήματος.

Είναι μια τεχνική προγραμματισμού που εισήγαγε στα τέλη της δεκαετίας του 1960 ο Τζον Χόλαντ, ερευνητής του Ινστιτούτου της Σάντα Φε (ΗΠΑ).

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι μια από τις βάσεις των Προγραμμάτων Τεχνητής Ζωής. Συγκεκριμένα, επιχειρεί να αναπαράγει στους υπολογιστές τους μηχανισμούς της βιολογικής εξέλιξης με τον ίδιο τρόπο που η τεχνητή νοημοσύνη επιχειρεί να αναπαραστήσει και να μιμηθεί τις διαδικασίες της γνώσης.

Τα προγράμματα εξελίσσονται μέχρι να φτάσουν, μέσω μεταλλάξεων, διασταυρώσεων και φυσικής επιλογής, σε μια αποτελεσματική φόρμουλα η οποία θα εκτελεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο μια συγκεκριμένη εργασία.

## 2.9.2 Τρόπος λειτουργίας

Ο τρόπος λειτουργίας των Γενετικών Αλγορίθμων είναι εμπνευσμένος από την βιολογία. Χρησιμοποιεί την ιδέα της εξέλιξης μέσω γενετικής μετάλλαξης, φυσικής επιλογής και διασταύρωσης.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι διατηρούν έναν πληθυσμό πιθανών λύσεων, του προβλήματος που μας ενδιαφέρει, πάνω στον οποίο δουλεύουν, σε αντίθεση με άλλες μεθόδους αναζήτησης που επεξεργάζονται ένα μόνο σημείο του διαστήματος αναζήτησης. Έτσι ένας Γενετικός Αλγόριθμος πραγματοποιεί αναζήτηση σε πολλές κατευθύνσεις και υποστηρίζει καταγραφή και ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ αυτών των κατευθύνσεων. Ο πληθυσμός υφίσταται μια προσομοιωμένη γενετική εξέλιξη χρησιμοποιώντας διάφορους γενετικούς τελεστές όπως η επιλογή, η διασταύρωση και η μετάλλαξη.

Στην πράξη ο αλγόριθμος ξεκινά μ' ένα σύνολο λύσεων - ονομάζονται γονιδιώματα, δανειζόμενες το όνομά τους από τη βιολογία- οι οποίες συνιστούν τον "πληθυσμό". Κατόπιν ζητείται από τον υπολογιστή να δημιουργήσει μια σειρά τυχαίων ανασυνδυασμών και μεταλλάξεων των "γονιδιωμάτων".

Οι πιο ικανές λύσεις για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα συνεχίζουν να εξελίσσονται και ανασυνδυάζονται τυχαία, μέχρις ότου "επιβιώσουν" οι καλύτερες. Συνήθως, όσο περισσότερες γενιές περνούν, τόσο καλύτερες λύσεις βρίσκονται, μπορεί όμως ο αλγόριθμος να βρεθεί σε σημείο του πεδίου των λύσεων από όπου και δεν μπορεί να προχωρήσει λόγω του ότι βρίσκεται σε τοπικό μέγιστο. Για το λόγο αυτό υπάρχουν διαφορετικές εκδοχές του αλγόριθμου ανάλογα με τη μορφή του προβλήματος.

## 2.9.3 Τρόπος Υλοποίησης του Αλγορίθμου

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι είναι αρκετά απλοί στην υλοποίησή τους. Οι τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος πρέπει να κωδικοποιούνται με τρόπο ώστε να αναπαρασταθούν από μια μεταβλητή που περιέχει σειρά χαρακτήρων ή δυαδικών ψηφίων (0/1). Αυτή η μεταβλητή μιμείται το γενετικό κώδικα (γονιδίωμα) που υπάρχει στους ζωντανούς οργανισμούς.

Αρχικά, ο Γενετικός Αλγόριθμος παράγει πολλαπλά αντίγραφα της



μεταβλητής/γενετικού κώδικα, συνήθως με τυχαίες τιμές, δημιουργώντας ένα πληθυσμό λύσεων. Κάθε λύση (τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος) δοκιμάζεται για το πόσο κοντά φέρνει την αντίδραση του συστήματος στην επιθυμητή, μέσω μιας συνάρτησης που δίνει το μέτρο ικανότητας της λύσης και η οποία ονομάζεται συνάρτηση ικανότητας (Σ.Ι).

Οι λύσεις που βρίσκονται πιο κοντά στην επιθυμητή, σε σχέση με τις άλλες, σύμφωνα με το μέτρο που μας δίνει η Σ.Ι, αναπαράγονται στην επόμενη γενιά λύσεων και λαμβάνουν μια τυχαία μετάλλαξη. Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία για αρκετές γενιές, οι τυχαίες μεταλλάξεις σε συνδυασμό με την επιβίωση και αναπαραγωγή των γονιδιωμάτων/λύσεων που πλησιάζουν καλύτερα το επιθυμητό αποτέλεσμα θα παράγουν ένα γονίδιο/λύση που θα περιέχει τις τιμές για τις παραμέτρους που ικανοποιούν όσο καλύτερα γίνεται την Σ.Ι.

#### 2.9.4 Εκδοχές Αλγορίθμου

Υπάρχουν διάφορες εκδοχές της παραπάνω διαδικασίας για τους Γ.Α από τις οποίες κάποιες περιλαμβάνουν και τη διασταύρωση (ζευγάρωμα) γονιδίων/λύσεων ώστε ο αλγόριθμος να φτάσει στο αποτέλεσμα πιο γρήγορα. Καθώς υπάρχει το стоχαστικό (τυχαίο) συστατικό της μετάλλαξης και ζευγαρώματος, κάθε εκτέλεση του Γ.Α μπορεί να συγκλίνει σε διαφορετική λύση και σε διαφορετικό χρόνο. Η απόδοση του Γ.Α εξαρτάται επί το πλείστον από την συνάρτηση ικανότητας και συγκεκριμένα από το κατά πόσο το μέτρο της περιγράφει την βέλτιστη λύση.

#### 2.9.5 Χαρακτηριστικά

Οι γενετικοί αλγόριθμοι δεν επιλύουν το πρόβλημα με αναλυτικό/μαθηματικό τρόπο αλλά με βιολογικό. Συνεπώς έχουν μεγαλύτερη ενδογενή ευελιξία και ελευθερία να επιλέγουν μια επιθυμητή βέλτιστη λύση σύμφωνα με τις προδιαγραφές του προβλήματος. Ουσιαστικά οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι αλγόριθμοι αναζήτησης (heuristics) που προσπαθούν να αναζητήσουν την λύση του προβλήματος που τους αναθέτουμε.

#### 2.9.6 Περιορισμοί

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι έχουν κάποιους περιορισμούς σε σύγκριση με εναλλακτικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης.

Η επαναλαμβανόμενη χρήση της συνάρτησης ικανότητας είναι συχνά το πιο απαγορευτικό μέρος για τη χρήση ενός Γ.Α. Σε πολύπλοκα πολυδιάστατα προβλήματα μπορεί να απαιτείται μια υπολογιστικά ακριβή συνάρτηση. Σε πραγματικά προβλήματα, όπως δομικά προβλήματα βελτιστοποίησης, μια κλήση της συνάρτησης μπορεί να χρειάζεται ώρες να τερματίσει. Σ' αυτή την περίπτωση, απλές βελτιστοποιήσεις δεν μπορούν να χειριστούν το πρόβλημα. Στην πράξη, χρησιμοποιείται μια πιο απλή προσεγγιστική συνάρτηση, η οποία θυσιάζει ακρίβεια

για χάρη πρακτικότητας.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι έχουν υψηλή πολυπλοκότητα (συχνά εκθετική) και άρα αδυνατούν να χειριστούν προβλήματα με μεγάλο αριθμό στοιχείων. Το πρόβλημα της υψηλής πολυπλοκότητας είναι η προστασία καλών λύσεων από καταστροφικές μεταλλάξεις, ειδικά εάν η συνάρτηση ικανότητας απαιτεί διάφορα κομμάτια να συνδέονται καλά με άλλα.

Η «κατάλληλη» λύση είναι μόνο σε σχέση με άλλες λύσεις. Ως αποτέλεσμα, το κριτήριο διακοπής δεν είναι σαφές σε όλα τα προβλήματα.

Σε πολλά προβλήματα, οι Γ.Α. μπορούν να συγκλίνουν προς τοπικά βέλτιστα ή πολύ περιορισμένα σημεία αντί για την γενικά βέλτιστη λύση. Με άλλα λόγια, δεν γνωρίζουν πώς να θυσιάσουν βραχυπρόθεσμα την ικανότητα για να αποκτήσουν μεγαλύτερη ικανότητα μακροπρόθεσμα. Αυτό μπορεί να εξαρτάται από το πρόβλημα. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να μειωθεί χρησιμοποιώντας εναλλακτικές συναρτήσεις ικανότητας, αυξάνοντας τον ρυθμό μετάλλαξης, ή να χρησιμοποιούν κάποιο μοντέλο λύσεων.

Για συγκεκριμένα προβλήματα βελτιστοποίησης ή διαφορετικές περιπτώσεις ενός προβλήματος, άλλοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης μπορεί να είναι πιο αποτελεσματικοί. Η καταλληλότητα των γενετικών αλγόριθμων εξαρτάται από την υπάρχουσα γνώση του προβλήματος. Περισσότερες πληροφορίες για ένα πρόβλημα συχνά δίνουν καλύτερες, πιο εξειδικευμένες προσεγγίσεις.

## 3 Εύρεση κρίσιμων κλάδων σε ΣΗΕ

### 3.1 Εισαγωγή

Η μέθοδος βασίζεται στην ανάλυση ευαισθησίας των ιδιοτιμών της Ιακωβιανής μήτρας για την εύρεση των κρίσιμων γραμμών κοντά στο σημείο κατάρρευσης της τάσης (turning point).

Αρχικά, προσδιορίζεται η τοπολογία του δικτύου, η θέση (ζυγοί) των γεννητριών, καθώς και οι παράμετροι των γραμμών μεταφοράς, ήτοι η ωμική αντίσταση και η επαγωγική αντίσταση των γραμμών μεταφοράς του ΣΗΕ. Με την επίλυση της ροής φορτίου υπολογίζεται η Ιακωβιανή μήτρα, η οποία επιτρέπει την εκτίμηση του επιπέδου ευστάθειας του συστήματος αλλά και των κρίσιμων γραμμών που την επηρεάζουν περισσότερο.

### 3.2 Ανάλυση ευαισθησίας ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα

Η ιδιομορφική ανάλυση (modal analysis) εισήχθη για πρώτη φορά στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας το 1982 [10]. Ο κύριος σκοπός της ιδιομορφικής ανάλυσης είναι η πρόβλεψη κατάρρευσης τάσης σε πολύπλοκα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Στηρίζεται στον υπολογισμό την ελάχιστης ιδιοτιμής και των αντίστοιχων αριστερών και δεξιών ιδιοδιανυσμάτων της Ιακωβιανής μήτρας που προκύπτει από την ανάλυση ισχύος με τη μέθοδο Newton-Raphson. Οι ιδιοτιμές συνδέονται με την κατάσταση ευστάθειας του συστήματος και ως εκ τούτου μπορούν να παρέχουν μια εκτίμηση της εγγύτητας ενός συστήματος στην κατάρρευση.

Η στατική προσέγγιση εξετάζει στιγμιότυπα των συνθηκών του συστήματος σε διάφορες χρονικές στιγμές κατά μήκος του πεδίου του χρόνου. Σε κάθε ένα από αυτά τα χρονικά πλαίσια, η χρονική παράγωγος των μεταβλητών κατάστασης (δηλαδή,  $\dot{x}$ ) είναι μηδέν, και οι μεταβλητές κατάστασης λαμβάνουν κατάλληλες τιμές για το συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο. Κατά συνέπεια, οι συνολικές εξισώσεις του συστήματος είναι πλέον καθαρά αλγεβρικές εξισώσεις επιτρέποντας τη χρήση των στατικών τεχνικών ανάλυσης [11].

Στο παρελθόν, η βιομηχανία ηλεκτρικής ενέργειας είχε εξαρτηθεί σε μεγάλο βαθμό από τα συμβατικά προγράμματα ροής ισχύος για στατική ανάλυση της ευστάθειας τάσης, η οποία προσδιοριζόταν υπολογίζοντας τις καμπύλες V-P και Q-V σε επιλεγμένους ζυγούς φορτίου. Γενικά, τέτοιες καμπύλες δημιουργούνται εκτελώντας ένα μεγάλο αριθμό ροών ισχύος για διαφορετικές φορτίσεις του συστήματος. Ενώ αυτές οι διαδικασίες μπορούν να αυτοματοποιηθούν, είναι ωστόσο χρονοβόρες και δεν παρέχουν άμεσα χρήσιμες πληροφορίες για τις αιτίες που δημιουργούν προβλήματα αστάθειας στο σύστημα. Επιπλέον, οι παραπάνω πληροφορίες εστιάζουν σε μεμονωμένους ζυγούς, αφού προκύπτουν φορτίζοντας τον

κάθε ζυγό ξεχωριστά. Επίσης, οι ζυγοί που επιλέγονται για ανάλυση V-P και Q-V, πρέπει αφενός να διαλέγονται προσεκτικά, αφετέρου μπορεί να απαιτείται ένας μεγάλος αριθμός καμπυλών για να αποκτηθεί ουσιαστική πληροφορία για το εξεταζόμενο στοιχείο. Στην πραγματικότητα δεν είναι εύκολο να προσδιοριστεί συνολικά μια καμπύλη Q-V εξαιτίας του προβλήματος αστάθειας που δημιουργείται οπουδήποτε στο σύστημα [11].

### 3.2.1 Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα Ιακωβιανού πίνακα

Οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα ενός Ιακωβιανού πίνακα [έστω  $n \times n$ ] όπως προκύπτουν από την ανάλυση της ροής ισχύος συνδέονται με τη σχέση:

$$\mathbf{J}\Phi = \Lambda\Phi \quad (3.1)$$

Όπου  $\Lambda$  είναι ο διαγώνιος πίνακας ιδιοτιμών  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_k)$ ,  $k=1, \dots, n$  και  $\Phi$  είναι ο πίνακας που περιέχει τα δεξιά ιδιοδιανύσματα. Για κάθε ιδιοτιμή  $\lambda_k$ , το αντίστοιχο δεξί ιδιοδιάνυσμα (στήλη) ικανοποιεί τη σχέση:

$$\mathbf{J}\Phi_k = \Lambda_k\Phi_k, \quad k=1, \dots, n \quad (3.2)$$

Αντίστοιχα, το αριστερό ιδιοδιάνυσμα (γραμμή) ικανοποιεί τη σχέση:

$$\Psi_k \mathbf{J} = \Psi_k \Lambda_k, \quad k=1, \dots, n \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Σχέση της ελάχιστης ιδιοτιμής του Ιακωβιανού πίνακα με το σημείο κατάρρευσης

Το σύστημα είναι ασταθές όταν τουλάχιστον μία ιδιοτιμή γίνεται αρνητική. Μια μηδενική ιδιοτιμή υποδηλώνει ότι το σύστημα είναι στο όριο αστάθειας, ενώ μια μικρή ιδιοτιμή δείχνει το βαθμό ευστάθειας του συστήματος. Καθώς το σύστημα πλησιάζει σε κατάσταση αστάθειας, η μικρότερη ιδιοτιμή υποδεικνύει την εγγύτητα του συστήματος στην ασταθή κατάσταση κατά την οποία η τάση καταρρέει (turning point).

### 3.3 Ανάλυση ευαισθησίας ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα ως προς τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων

Η ανάλυση ευαισθησίας για τις ιδιοτιμές  $\lambda_k$  του Ιακωβιανού πίνακα ως προς τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων, δηλαδή των ωμική και την επαγωγική αγωγιμότητα, δίνεται από τους τύπους:

$$s_{\lambda_k, G_{ij}}^- = \frac{\partial \lambda_k}{\partial G_{ij}} \quad (3.4)$$

$$s_{\lambda_k, B_{ij}}^- = \frac{\partial \lambda_k}{\partial B_{ij}} \quad (3.5)$$

όπου,  $G$  και  $B$  είναι η ωμική και επαγωγική αγωγιμότητα των γραμμών αντίστοιχα.

Παραγωγίζοντας την εξίσωση (3.2) ως την ωμική αγωγιμότητα  $G_{ij}$  μεταξύ των κλάδων  $i$  και  $j$  και πολλαπλασιάζοντας τις μερικές παραγώγους με το αριστερό ιδιοδιάνυσμα γραμμής  $\Psi_k$ , προκύπτει η κάτωθι εξίσωση:

$$\Psi_k \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial G_{ij}} \Phi_k + (\Psi_k \mathbf{J} - \lambda_k \Psi_k) \frac{\partial \Phi_k}{\partial G_{ij}} = \Psi_k \Phi_k \frac{\partial \lambda_k}{\partial G_{ij}} \quad (3.6)$$

Κατά τον ίδιο τρόπο, παραγωγίζοντας την εξίσωση (3.2) ως την επαγωγική αγωγιμότητα  $B_{ij}$  και πολλαπλασιάζοντας τις μερικές παραγώγους με το αριστερό ιδιοδιάνυσμα γραμμής  $\Psi_k$ , προκύπτει η κάτωθι εξίσωση:

$$\Psi_k \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial B_{ij}} \Phi_k + (\Psi_k \mathbf{J} - \lambda_k \Psi_k) \frac{\partial \Phi_k}{\partial B_{ij}} = \Psi_k \Phi_k \frac{\partial \lambda_k}{\partial B_{ij}} \quad (3.7)$$

Ξαναγράφοντας την εξίσωση (3.3) ως  $\Psi_k \mathbf{J} - \lambda_k \Psi_k = 0$  και αντικαθιστώντας την στις εξισώσεις (3.6) και (3.7), έχουμε τις ευαισθησίες των ιδιοτιμών της Ιακωβιανής μήτρας ως προς την ωμική και την επαγωγική αγωγιμότητα αντίστοιχα:

$$s_{\lambda_k, G_{ij}}^- = \frac{\partial \lambda_k}{\partial G_{ij}} = \frac{\Psi_k \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial G_{ij}} \Phi_k}{\Psi_k \Phi_k} \quad (3.8)$$

$$s_{\lambda_k, B_{ij}}^- = \frac{\partial \lambda_k}{\partial B_{ij}} = \frac{\Psi_k \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial B_{ij}} \Phi_k}{\Psi_k \Phi_k} \quad (3.9)$$

Για την περαιτέρω απλοποίηση των παραπάνω εξισώσεων, λαμβάνουμε υπόψη τις παρακάτω ιδιότητες από την γραμμική άλγεβρα.

Το αριστερό ιδιοδιάνυσμα στήλης και το δεξί ιδιοδιάνυσμα γραμμής τα οποία αντιστοιχούν σε διαφορετικές ιδιοτιμές είναι ορθογώνια, δηλαδή:

$$\Phi_k^T \Psi_m = 0 \quad \alpha\nu \quad \lambda_k \neq \lambda_m \quad (3.10)$$

Στην περίπτωση κατά την οποία το αριστερό ιδιοδιάνυσμα στήλης και το δεξί ιδιοδιάνυσμα γραμμής αντιστοιχούν στην ίδια ιδιοτιμή, το γινόμενο τους είναι μια σταθερά:

$$\Phi_k^T \Psi_k = C_k \quad (3.11)$$

Με βάση την παραπάνω ιδιότητα, το αριστερό και το δεξί ιδιοδιάνυσμα μπορούν να κανονικοποιηθούν ώστε το γινόμενό τους να κάνει μονάδα:

$$\dot{\Phi}_k^T \dot{\Psi}_k = 1 \quad (3.12)$$

Για απλούστερο συμβολισμό των παραγώγων της Ιακωβιανής μήτρας ως προς τα στοιχεία των ωμικών και επαγωγικών αγωγιμοτήτων, δημιουργούμε τους κάτωθι πίνακες:

$$\hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}} = \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial G_{ij}} \quad (3.13)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_{B_{ij}} = \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial B_{ij}} \quad (3.14)$$

Για ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από  $m$  κλάδους, θα υπάρχουν  $m$  πίνακες  $\mathbf{J}_{G_{ij}}$  και  $m$  πίνακες  $\mathbf{J}_{B_{ij}}$ . Λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις (3.12), (3.13) και (3.14), οι εξισώσεις (3.8) και (3.9) απλοποιούνται στην παρακάτω μορφή:

$$\bar{s}_{\lambda_k, G_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial G_{ij}} = \dot{\Psi}_k^T \hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}} \dot{\Phi}_k \quad (3.15)$$

$$\bar{s}_{\lambda_k, B_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial B_{ij}} = \dot{\Psi}_k^T \hat{\mathbf{J}}_{B_{ij}} \dot{\Phi}_k \quad (3.16)$$

Οι ευαισθησίες του Ιακωβιανού πίνακα για την ιδιοτιμή  $\lambda_k$  εξαρτώνται από το δεξί ιδιοδιάνυσμα στήλης το αριστερό ιδιοδιάνυσμα γραμμής και τις παραγώγους της Ιακωβιανής μήτρας ως προς τις ωμικές και επαγωγικές αγωγιμότητες αντίστοιχα. Από φυσικής πλευράς, το δεξί ιδιοδιάνυσμα  $\dot{\Phi}_k$ , καθορίζει την σχετική συνεισφορά της ιδιοτιμής  $k$  στις μεταβλητές κατάστασης, ενώ το αριστερό ιδιοδιάνυσμα  $\dot{\Psi}_k$ , ερμηνεύεται ως η συνεισφορά κάθε μεταβλητής κατάστασης, στην ιδιοτιμή  $k$ .

### 3.3.1 Μερικές παράγωγοι των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας ως προς τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων

Τα στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας από την ανάλυση της ροής ισχύος στις σχέσεις (2.50)-(2.57) παρέχουν τις ευαισθησίες της ενεργού και άεργου ισχύος ως προς το μέτρο και τη γωνία των τάσεων των ζυγών του συστήματος. Οι παραπάνω σχέσεις εμπεριέχουν την ωμικές και επαγωγικές αγωγιμότητες οι οποίες συνεισφέρουν σε όλες τις τιμές των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας.

Υπολογίζοντας τις μερικές παραγώγους των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας ως προς τις ωμικές και επαγωγικές αγωγιμότητες των κλάδων του συστήματος, εξάγονται οι ευαισθησίες κάθε στοιχείου της Ιακωβιανής μήτρας ως προς κάθε κλάδο του συστήματος, δηλαδή τα στοιχεία των πινάκων  $\hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}}$  και  $\hat{\mathbf{J}}_{B_{ij}}$ . Σημειώνεται ότι ο αριθμός των κλάδων του συστήματος συνιστά και τον αριθμό των διαφορετικών πινάκων  $\hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}}$  και  $\hat{\mathbf{J}}_{B_{ij}}$  που υπολογίζονται.

Τα στοιχεία των πινάκων  $\hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}}$  για τον υποπίνακα  $\mathbf{J}_{P\delta}$  για τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία, δίνονται αντίστοιχα από τους παρακάτω τύπους:

$$\frac{\partial}{\partial G_{ij}} \left( \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \right) = -V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial G_{ij}} \left( \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right) = V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (3.18)$$

Τα στοιχεία των πινάκων  $\hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}}$  για τον υποπίνακα  $\mathbf{J}_{PV}$  για τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία, δίνονται αντίστοιχα από τους παρακάτω τύπους:

$$\frac{\partial}{\partial G_{ij}} \left( \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \right) = -2V_i + V_j \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial G_{ij}} \left( \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \right) = V_i \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (3.20)$$

Με την ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι υπόλοιπες μερικές παράγωγοι για τα στοιχεία των υποπινάκων  $\mathbf{J}_{Q\delta}$  και  $\mathbf{J}_{QV}$ . Η ίδια αρχή ακολουθείται και για τον υπολογισμό των μερικών παραγώγων για τον πίνακα  $\hat{\mathbf{J}}_{B_{ij}}$ .

Οι πίνακες  $\hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}}$  και  $\hat{\mathbf{J}}_{B_{ij}}$  είναι πολύ αραιοί, αφού περιέχουν μόνο τις μερικές παραγώγους των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας τα οποία συνδέονται με τους ζυγούς  $i$  και  $j$ . Τέλος, τα στοιχεία τους εξαρτώνται μόνο από το μέτρο της τάσης και τη γωνία της, αφού οι όροι των αγωγιμοτήτων σε αυτές είναι πρώτου βαθμού και κατά την παραγωγή τους απαλείφονται.

### 3.4 Ανάλυση ευαισθησίας ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα ως προς την ωμική και επαγωγική αντίσταση των γραμμών

Η ανάλυση ευαισθησίας στην προηγούμενη ενότητα βασίστηκε στην ωμική και επαγωγική αγωγιμότητα των κλάδων (γραμμών μεταφοράς) του συστήματος. Για την ανάλυση ευαισθησίας της ιδιοτιμής  $k$  ως προς την ωμική και επαγωγική αντίσταση κάθε κλάδου αντίστοιχα, ορίζονται οι αντίστοιχοι δείκτες:

$$s_{\lambda_k, R_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial R_{ij}} \quad (3.21)$$

$$s_{\lambda_k, X_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial X_{ij}} \quad (3.22)$$

Η ωμική ( $R$ ) και επαγωγική ( $X$ ) αντίσταση που αποτελούν τη σύνθετη αντίσταση γραμμής, έχουν μη-γραμμική σχέση με την σύνθετη αγωγιμότητα (ωμική και επαγωγική). Αυτό καταδεικνύεται καλύτερα στην παρακάτω εξίσωση:

$$y_{ij} = z_{ij}^{-1} = (R_{ij} + jX_{ij})^{-1} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (3.23)$$

Αναλύοντας την (3.23) προκύπτει ότι:

$$G = \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} \quad (3.24)$$

$$B = -\frac{X_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} \quad (3.25)$$

Οι παράγοντες ευαισθησίας (3.21) και (3.22) μπορούν να εκφραστούν μέσω των μερικών παραγώγων (κανόνας της αλυσίδας):

$$\frac{d\lambda_k}{dR_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial G_{ij}} \frac{\partial G_{ij}}{\partial R_{ij}} + \frac{\partial \lambda_k}{\partial B_{ij}} \frac{\partial B_{ij}}{\partial R_{ij}} \quad (3.26)$$

$$\frac{d\lambda_k}{dX_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial G_{ij}} \frac{\partial G_{ij}}{\partial X_{ij}} + \frac{\partial \lambda_k}{\partial B_{ij}} \frac{\partial B_{ij}}{\partial X_{ij}} \quad (3.27)$$

Οι μερικές παράγωγοι ως προς  $R_{ij}$  και  $X_{ij}$  των εξισώσεων (3.24) και (3.25) είναι:



$$\frac{\partial G_{ij}}{\partial R_{ij}} = \frac{X_{ij}^2 - R_{ij}^2}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial B_{ij}}{\partial R_{ij}} = \frac{2R_{ij}X_{ij}}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial G_{ij}}{\partial X_{ij}} = -\frac{2R_{ij}X_{ij}}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial B_{ij}}{\partial X_{ij}} = \frac{X_{ij}^2 - R_{ij}^2}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.31)$$

Οι εξισώσεις (3.21) και (3.22) λόγω των εξισώσεων (3.24)-(3.31) παίρνουν την παρακάτω μορφή:

$$-s_{\lambda_k, R_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial R_{ij}} = -s_{\lambda_k, G_{ij}} \frac{X_{ij}^2 - R_{ij}^2}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} + s_{\lambda_k, B_{ij}} \frac{2R_{ij}X_{ij}}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.32)$$

$$-s_{\lambda_k, X_{ij}} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial X_{ij}} = -s_{\lambda_k, G_{ij}} \frac{2R_{ij}X_{ij}}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} + s_{\lambda_k, B_{ij}} \frac{X_{ij}^2 - R_{ij}^2}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.33)$$

οι οποίες αποτελούν της ευαισθησίες της k-οστής ιδιοτιμής της Ιακωβιανής μήτρας, ως προς την ωμική (R) και επαγωγική (X) αντίσταση κάθε κλάδου (γραμμής μεταφοράς).

Η σχέση μεταξύ των ευαισθησιών των ιδιοτιμών των αγωγιμοτήτων και των αντιστάσεων είναι μη γραμμική και εξαρτάται από την αναλογία  $R_{ij} / X_{ij}$ . Αυτό υποδηλώνει ότι οι κλάδοι με τις μεγαλύτερες ευαισθησίες ως προς την ωμική και επαγωγική αγωγιμότητα, δεν σημαίνει απαραίτητα ότι θα είναι οι ίδιοι με τις μεγαλύτερες ευαισθησίες ως προς την ωμική και επαγωγική αντίσταση.

### 3.5 Κατάταξη ευαισθησιών πριν το σημείο κατάρρευσης

Σε κάθε σημείο λειτουργίας ενός ΣΗΕ υπάρχουν τουλάχιστον μία ή περισσότερες ιδιοτιμές με τιμές σημαντικά μικρότερες από τις υπόλοιπες. Όταν η ελάχιστη ιδιοτιμή γίνει μηδενική, ο Ιακωβιανός πίνακας γίνεται μη αντιστρέψιμος αφού πλέον έχει μηδενική ορίζουσα και το σύστημα εισέρχεται σε κατάσταση αστάθειας αφού δεν μπορεί να δοθεί ικανή λύση στο πρόβλημα ροής ισχύος του ΣΗΕ. Για το λόγο αυτό στον υπολογισμό των ευαισθησιών του Ιακωβιανού πίνακα λαμβάνεται υπόψη η μικρότερη ιδιοτιμή, ως αυτή που περιγράφει την εγγύτητα του

συστήματος στην αστάθεια, οπότε οι δείκτες ευαισθησίας που υπολογίστηκαν στις εξισώσεις (3.15), (3.16), (3.32) και (3.33) μπορούν να ξαναγραφτούν για να ικανοποιούν τη συνθήκη ελάχιστης ιδιοτιμής και των αντιστοιχισμένων σε αυτή ιδιοδιανυσμάτων.

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, G_{ij}} = \frac{\partial \lambda_{\min}}{\partial G_{ij}} = \dot{\Psi}_{\min} \hat{\mathbf{J}}_{G_{ij}} \dot{\Phi}_{\min} \quad (3.34)$$

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, B_{ij}} = \frac{\partial \lambda_{\min}}{\partial B_{ij}} = \dot{\Psi}_{\min} \hat{\mathbf{J}}_{B_{ij}} \dot{\Phi}_{\min} \quad (3.35)$$

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, R_{ij}} = \frac{\partial \lambda_{\min}}{\partial R_{ij}} = \bar{s}_{\lambda_{\min}, G_{ij}} \frac{X_{ij}^2 - R_{ij}^2}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} + \bar{s}_{\lambda_{\min}, B_{ij}} \frac{2R_{ij} X_{ij}}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.36)$$

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, X_{ij}} = \frac{\partial \lambda_{\min}}{\partial X_{ij}} = -\bar{s}_{\lambda_{\min}, G_{ij}} \frac{2R_{ij} X_{ij}}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} + \bar{s}_{\lambda_{\min}, B_{ij}} \frac{X_{ij}^2 - R_{ij}^2}{(R_{ij}^2 + X_{ij}^2)^2} \quad (3.37)$$

Στο εκάστοτε σημείο λειτουργίας υπολογίζονται  $4 \times m$  δείκτες ευαισθησίας για την ελάχιστη ιδιοτιμή, όπου  $m$  είναι ο αριθμός των κλάδων του συστήματος, ενώ ο αριθμός 4 δηλώνει τον αριθμό των μεταβλητών ως προς τις οποίες υπολογίζονται οι δείκτες ευαισθησίας (R, G, B και X). Προκειμένου δηλαδή να εντοπίσουμε τον κλάδο του συστήματος με την μεγαλύτερη επιρροή στην ελάχιστη ιδιοτιμή του σημείου λειτουργίας που εξετάζεται, πρέπει να βρούμε την ευαισθησία με τη μεγαλύτερη τιμή για κάθε κλάδο –και ως προς κάθε μεταβλητή– ξεχωριστά και να τις ιεραρχήσουμε με βάση τις σχέσεις:

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, G_{ij}}^{\max} = \max(\bar{s}_{\lambda_{\min}, G_{ij}}) \quad \forall i, j \quad (3.38)$$

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, B_{ij}}^{\max} = \max(\bar{s}_{\lambda_{\min}, B_{ij}}) \quad \forall i, j \quad (3.39)$$

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, R_{ij}}^{\max} = \max(\bar{s}_{\lambda_{\min}, R_{ij}}) \quad \forall i, j \quad (3.40)$$

$$\bar{s}_{\lambda_{\min}, X_{ij}}^{\max} = \max(\bar{s}_{\lambda_{\min}, X_{ij}}) \quad \forall i, j \quad (3.41)$$

όπου  $\bar{s}_{\lambda_{\min}, G_{ij}}^{\max}$  είναι η μεγαλύτερη ευαισθησία της ελάχιστη ιδιοτιμής του Ιακωβιανού πίνακα, η οποία αφορά τον κλάδο που συνδέεται μεταξύ των ζυγών  $i$  και  $j$ . Η ίδια λογική ακολουθείται και για την ερμηνεία των ευαισθησιών  $\bar{s}_{\lambda_{\min}, B_{ij}}^{\max}$ ,  $\bar{s}_{\lambda_{\min}, R_{ij}}^{\max}$  και  $\bar{s}_{\lambda_{\min}, X_{ij}}^{\max}$ . Η επιλογή της ευαισθησίας ή των ευαισθησιών που θα ληφθούν υπόψη για τον εντοπισμό των πιο κρίσιμων κλάδων του συστήματος (γραμμών μεταφοράς του ΣΗΕ) εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος και των παραμέτρων που θέλουμε κάθε φορά να εξετάσουμε. Στην παρούσα εργασία και για λόγους απλοποίησης του προβλήματος ανεύρεσης των κρίσιμων κλάδων που οδηγούν το σύστημα σε αστάθεια

τάσης, εστιάσαμε κυρίως στον δείκτη ευαισθησίας  $S_{\lambda_{\min}, X_{ij}}^{-\max}$ .

Ο υπολογισμός των παραπάνω ευαισθησιών πραγματοποιείται κοντά στο σημείο κατάρρευσης. Η παραπάνω μέθοδος μας βοηθά να εντοπίσουμε τους κλάδους των οποίων οι παράμετροι παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ελάχιστη ιδιοτιμή και άρα στην εγγύτητα του συστήματος στο σημείο κατάρρευσης. Αυτοί οι κλάδοι επηρεάζουν τη θέση του σημείου κατάρρευσης ανάλογα με τη φόρτιση του συστήματος.

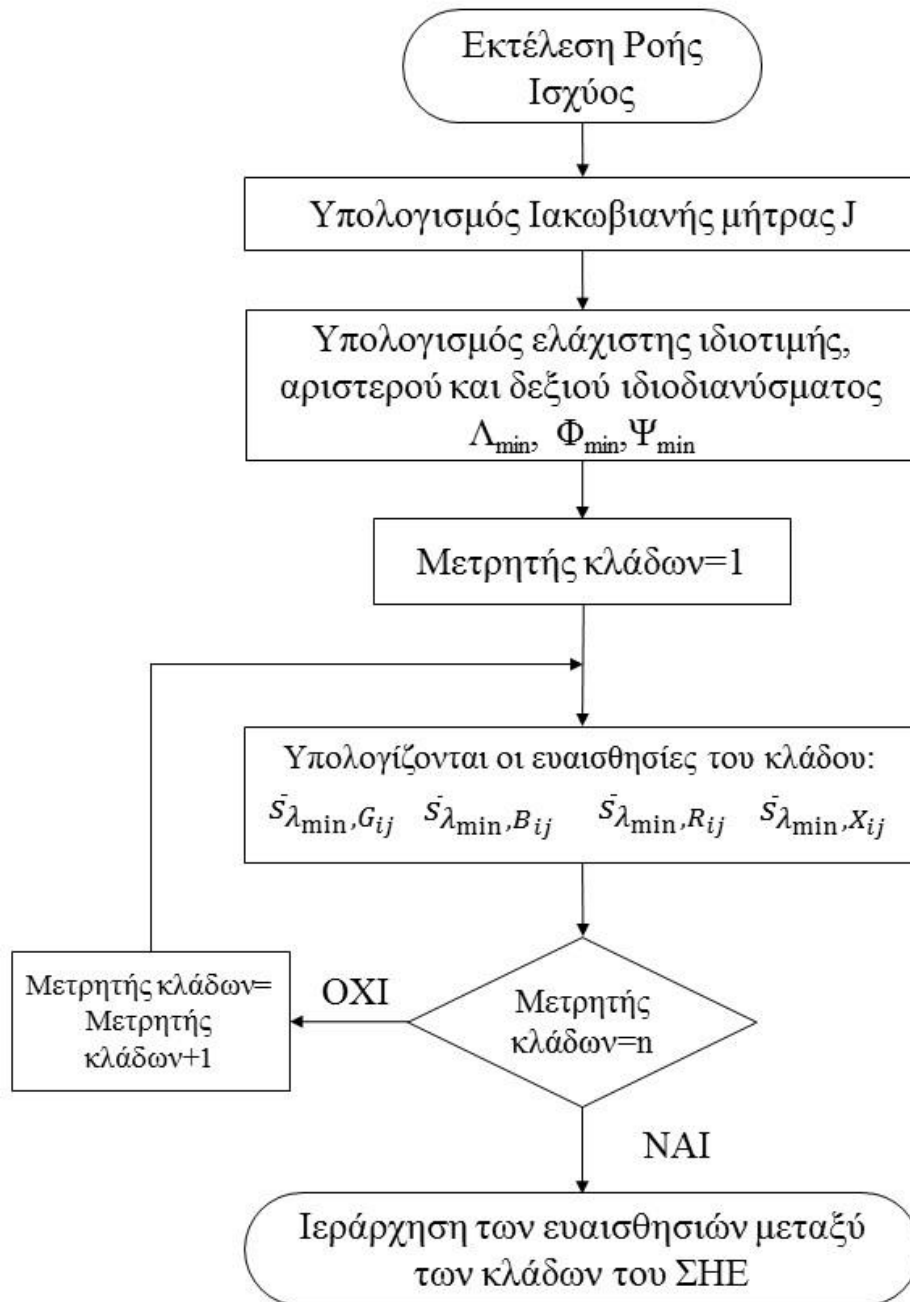
### 3.6 Αλγόριθμος υπολογισμού ευαισθησιών ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα

#### 3.6.1 Αναλυτική επεξήγηση

Τα βήματα του αλγορίθμου που ακολουθήθηκαν φαίνονται παρακάτω:

- Προσδιορισμός του σημείου κατάρρευσης (critical loadfactor / turning point) του εξεταζόμενου συστήματος με τη χρήση συνεχούς ροής φορτίου (continuation power flow)
- Εκτέλεση της ροής ισχύος λίγο πριν το σημείο κατάρρευσης
- Προσδιορισμός της Ιακωβιανής μήτρας
- Προσδιορισμός της ελάχιστης ιδιοτιμής της Ιακωβιανής μήτρας
- Προσδιορισμός του αριστερού-δεξιού ιδιοδιανύσματος για την ελάχιστη ιδιοτιμή
- Υπολογισμός των μερικών παραγώγων των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας, για κάθε κλάδο του ΣΗΕ ως προς τα χαρακτηριστικά του (G, B, R και X).
- Υπολογισμός των ευαισθησιών για το σημείο λειτουργίας πριν το σημείο κατάρρευσης
- Κατάταξη των ευαισθησιών για κάθε κλάδο του ΣΗΕ
- Ιεράρχηση των πιο κρίσιμων κλάδων του ΣΗΕ κοντά στο σημείο κατάρρευσης (turning point)

### 3.6.2 Διάγραμμα Ροής



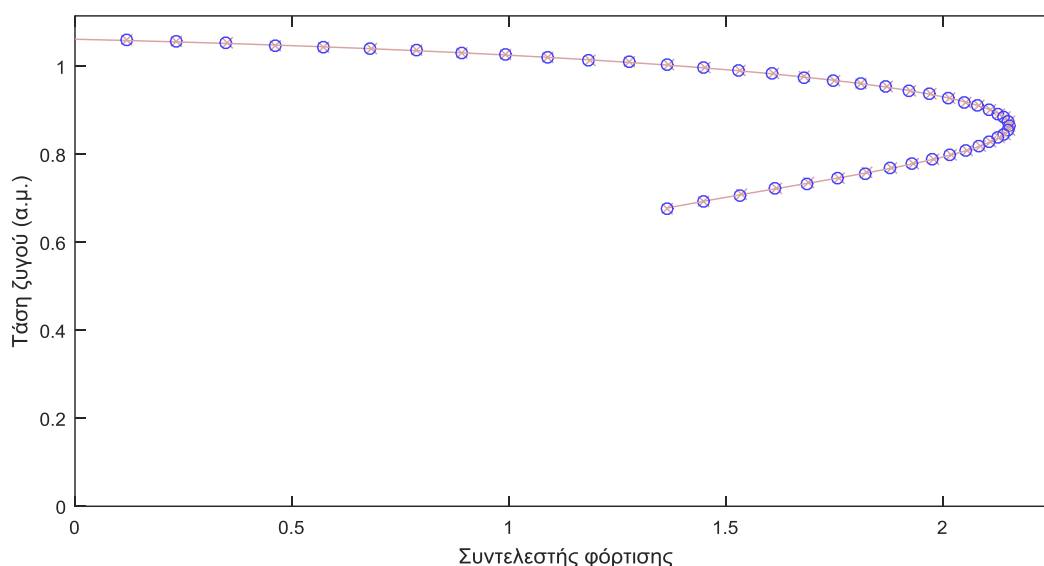
Εικόνα 6: Διάγραμμα Ροής αλγόριθμου υπολογισμού ευαισθησιών ιδιοτιμών Ιακωβιανού πίνακα

### 3.7 Προσομοιώσεις

Η προτεινόμενη μέθοδος ανάλυσης ευαισθησιών των ιδιοτιμών της Ιακωβιανής μήτρας εφαρμόστηκε σε διάφορα πρότυπα δίκτυα της IEEE. Το πακέτο *matpower* χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση της ροής ισχύος.

Πιο συγκεκριμένα, εκτελέστηκαν προσομοιώσεις σε πρότυπα δίκτυα της IEEE 14, 30 και 118 ζυγών, αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Ο προσδιορισμός του σημείου κατάρρευσης τάσης γίνεται αυξάνοντας τη φόρτιση των ζυγών του ΣΗΕ κρατώντας σταθερό το συντελεστή ισχύος των φορτίων. Στην Εικόνα 7 φαίνεται σχηματικά το σημείο κατάρρευσης της τάσης ενός ζυγού, η καμπύλη του οποίου είναι και χαρακτηριστική της κατάρρευσης της τάσης ενός συστήματος.

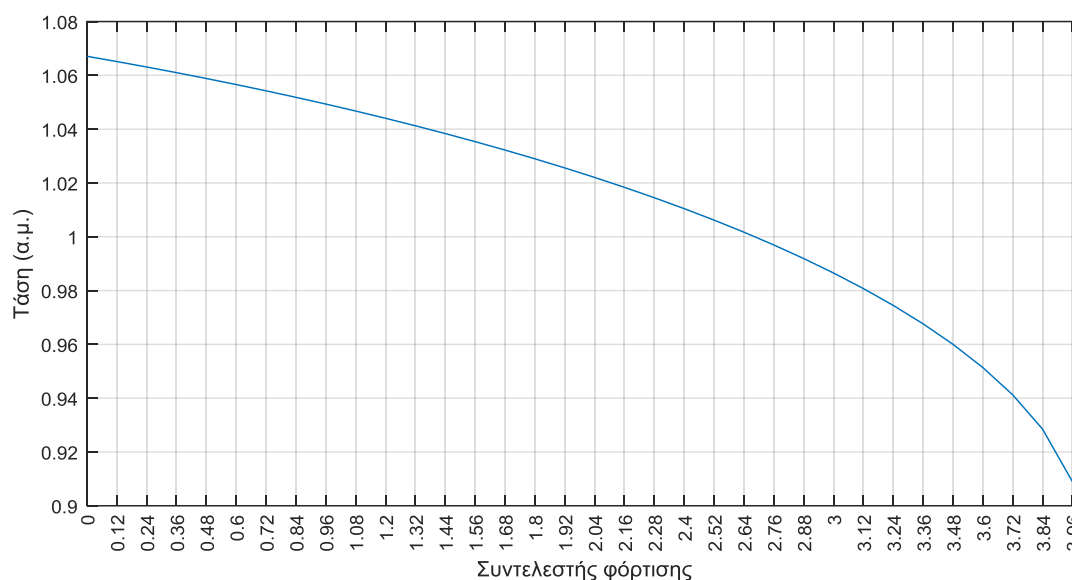


Εικόνα 7 – Σημείο διακλάδωσης στο ζυγό 7 του πρότυπου δικτύου 14 ζυγών της IEEE κατά τη φόρτισή του

Όσο το σύστημα βρίσκεται σε ευσταθή λειτουργία μπορεί να τροφοδοτήσει τα φορτία του μέσα στα επιτρεπτά όρια τάσης. Όταν η φόρτισή του αγγίζει τα όρια ευστάθειας του συστήματος, τότε βρίσκεται στο σημείο διακλάδωσης, ή «γόνατο» της καμπύλης (Εικόνα 7). Από το σημείο αυτό θα οδηγηθεί είτε σε ένα άλλο ευσταθές σημείο ισορροπίας, είτε θα αποκλίνει τείνοντας στην αστάθεια. Στο σημείο αυτό οποιαδήποτε απόρριψη φορτίου χρησιμοποιηθεί ως μέσο για την επαναφορά του συστήματος στην ευστάθεια, πρέπει να συμβεί πριν το σημείο διακλάδωσης, αφού μετά το σημείο αυτό, οποιαδήποτε διορθωτική κίνηση τέτοιας φύσης, επιτείνει το πρόβλημα αστάθειας δημιουργώντας ακόμα χαμηλότερες τάσεις (κατάρρευση τάσης), όπως φαίνεται και στην παραπάνω καμπύλη.

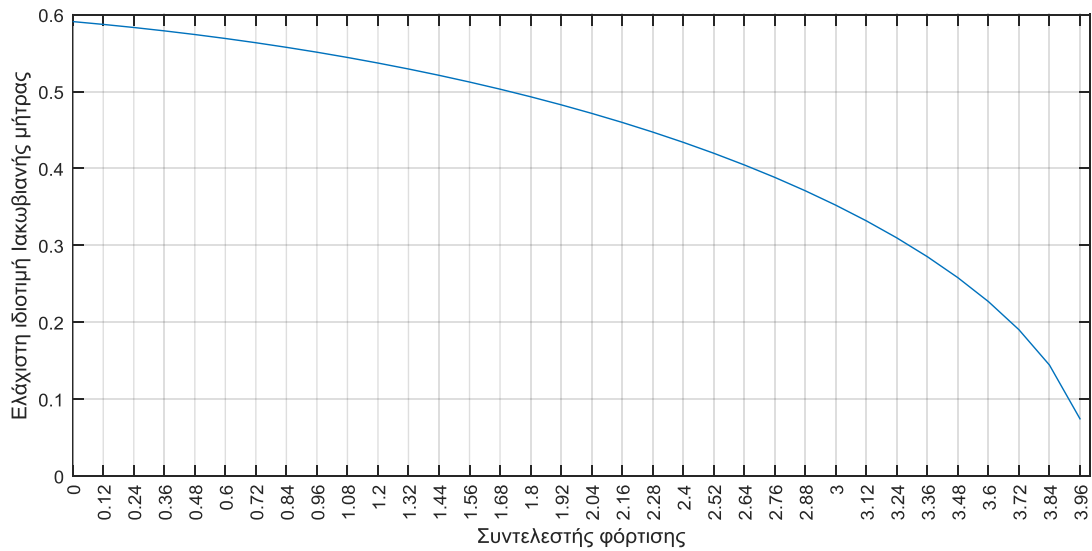
Όταν εντοπιστεί το σημείο κατάρρευσης, γνωρίζουμε πλέον τα όρια του συστήματος για δεδομένη φόρτιση (κατανομή φορτίων στους ζυγούς), οπότε μπορούμε πλέον να κάνουμε την ανάλυση ευαισθησίας για να εντοπίσουμε τους κλάδους που επηρεάζουν περισσότερο την ευστάθεια του συστήματος κοντά στο σημείο κατάρρευσης. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι η κατανομή των φορτίων στους ζυγούς του συστήματος, καθώς και η θέση/παραγωγή των γεννητριών στο ΣΗΕ επηρεάζουν καθοριστικά της ροές ισχύος στο ΣΗΕ και συνεπακόλουθα τις ευαισθησίες των κλάδων.

Καθώς το σύστημα φορτίζεται, οι τάσεις των PQ ζυγών σταδιακά πέφτουν. Οι τάσεις των PV ζυγών στους οποίους είναι συνδεδεμένες γεννήτριες ή πυκνωτικές διατάξεις, κρατάνε την τάση τους λόγω της ικανότητάς τους να ρυθμίζουν την διέγερσή τους, ή την έγχυση αεργού ισχύος στο ζυγό αντίστοιχα. Η μέση τάση των ζυγών του συστήματος σταδιακά πέφτει όπως φαίνεται και στην Εικόνα 8.



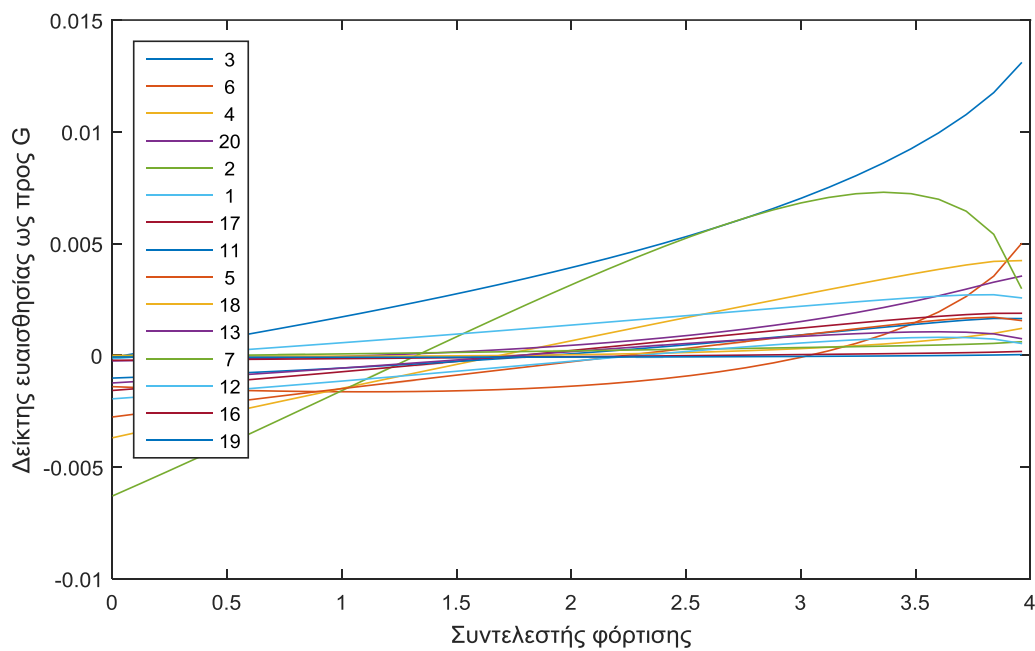
Εικόνα 8 – Μεταβολή της μέσης τιμή της τάσης των ζυγών του πρότυπου δικτύου 14 ζυγών της IEEE κατά τη φόρτισή του

Το ίδιο συμβαίνει και με την μεταβολή της ελάχιστης ιδιοτιμής της Ιακωβιανής μήτρας. Καθώς το σύστημα τείνει στο σημείο κατάρρευσης, η ελάχιστη ιδιοτιμή πλησιάζει την τιμή μηδέν, καθιστώντας τη μαθηματική επίλυση της ροής ισχύος αδύνατη.

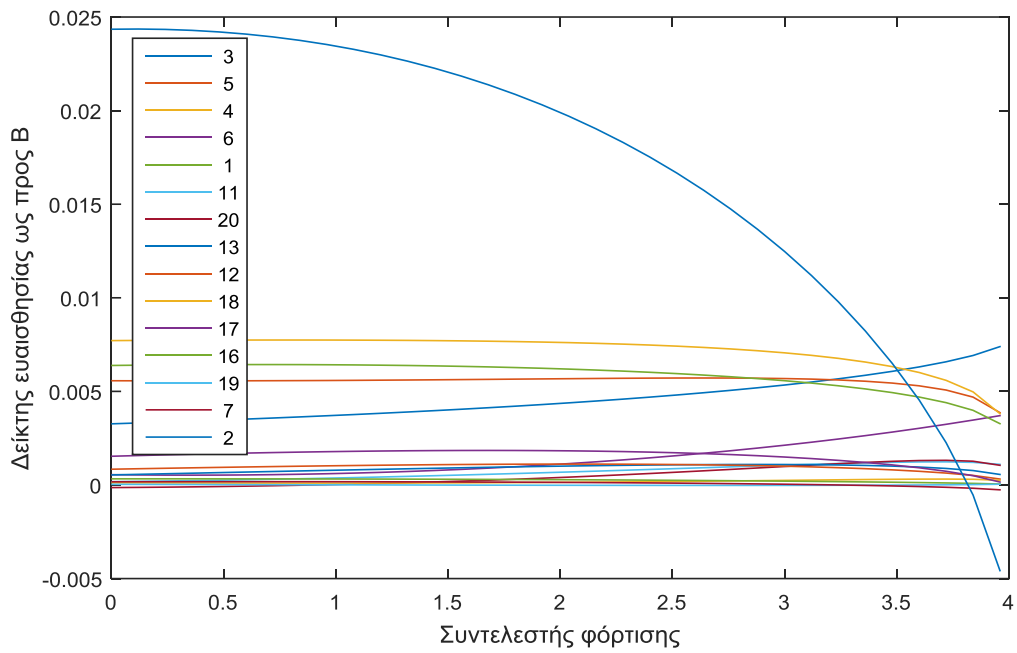


Εικόνα 9 – Μεταβολή της ελάχιστης ιδιοτιμής της Ιακωβιανής μήτρας κατά τη φόρτιση του πρότυπου δικτύου 14 ζυγών της IEEE

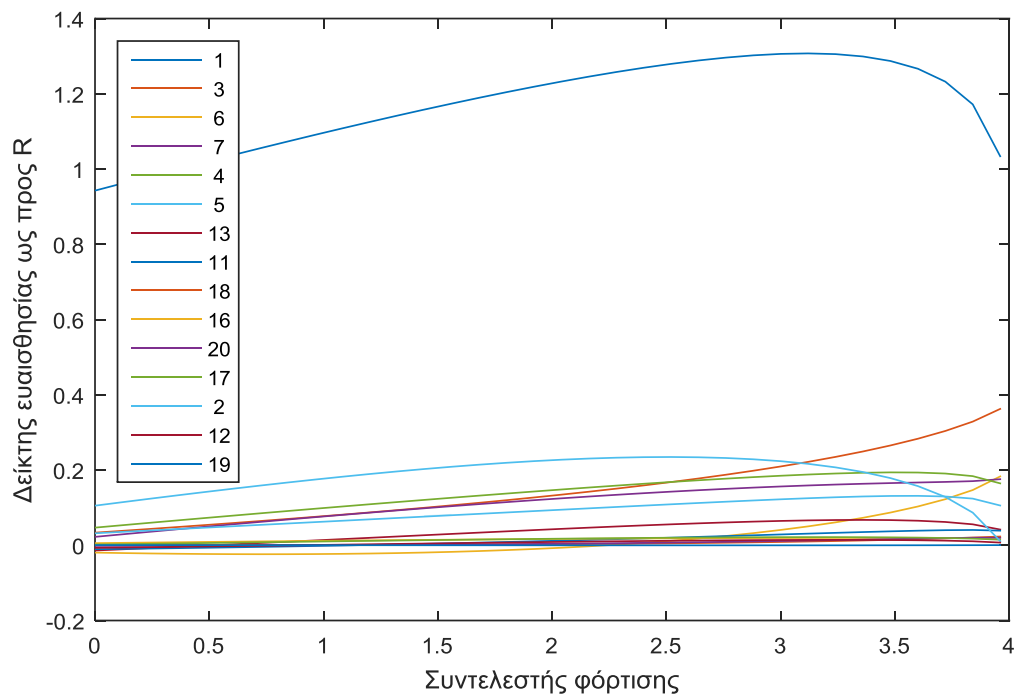
Στα παρακάτω σχήματα (Εικόνα 10-Εικόνα 13) ιχνηλατείται η τιμή των δεικτών ευαισθησίας για κάθε κλάδο του συστήματος ξεχωριστά, ξεκινώντας από μηδενική φόρτιση του συστήματος μέχρι το σημείο κατάρρευσης. Η ιεραρχία των πιο κρίσιμων κλάδων λίγο πριν το σημείο κατάρρευσης, όπως υπολογίστηκε με τη μέθοδο των ευαισθησιών των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας ως προς τις τέσσερις μεταβλητές (G,B,R και X) που παρουσιάζει ένα κλάδος, παρουσιάζονται με φθίνουσα σειρά σημαντικότητας στη λεζάντα κάθε εικόνας.



Εικόνα 10 Μεταβολή των δεικτών ευαισθησίας  $s_{\lambda_{\min}, G_{ij}}$  για όλους τους κλάδους του πρότυπου δικτύου 14 ζυγών της IEEE

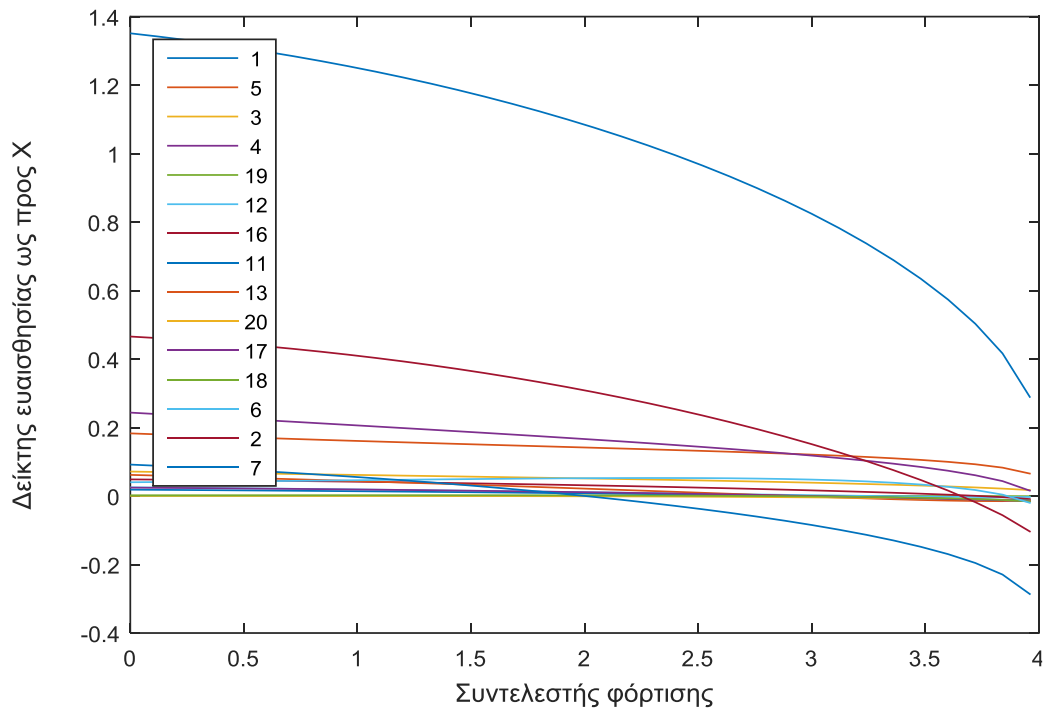


Εικόνα 11 – Μεταβολή των δεικτών ευαισθησίας  $\bar{s}_{\lambda_{\min}, B_{ij}}$  για όλους τους κλάδους του πρότυπου δικτύου 14 ζυγών της IEEE



Εικόνα 12 – Μεταβολή των δεικτών ευαισθησίας  $\bar{s}_{\lambda_{\min}, R_{ij}}$  για όλους τους κλάδους του πρότυπου δικτύου 14 ζυγών της IEEE





Εικόνα 13 – Μεταβολή των δεικτών ευαισθησίας  $\bar{s}_{\lambda_{\min}, X_{ij}}$  για όλους τους κλάδους του πρότυπου δικτύου 14 ζυγών της IEEE

Σημειώνεται ότι οι κλάδοι 8, 9, 10, 14 και 15 δεν παρουσιάζονται διότι αναπαριστούν τους μετασχηματιστές του συστήματος, οι οποίοι στην προκειμένη έρευνα δεν λήφθηκαν υπόψη.

### 3.8 Μέθοδος αξιολόγησης αποτελεσμάτων

Προκειμένου να γίνει έλεγχος της παραπάνω μεθόδου, χρησιμοποιήθηκε ένας αλγόριθμος ελέγχου ο οποίος βασίζεται στον έλεγχο της ελάχιστης ιδιοτιμής της Ιακωβιανής μήτρας.

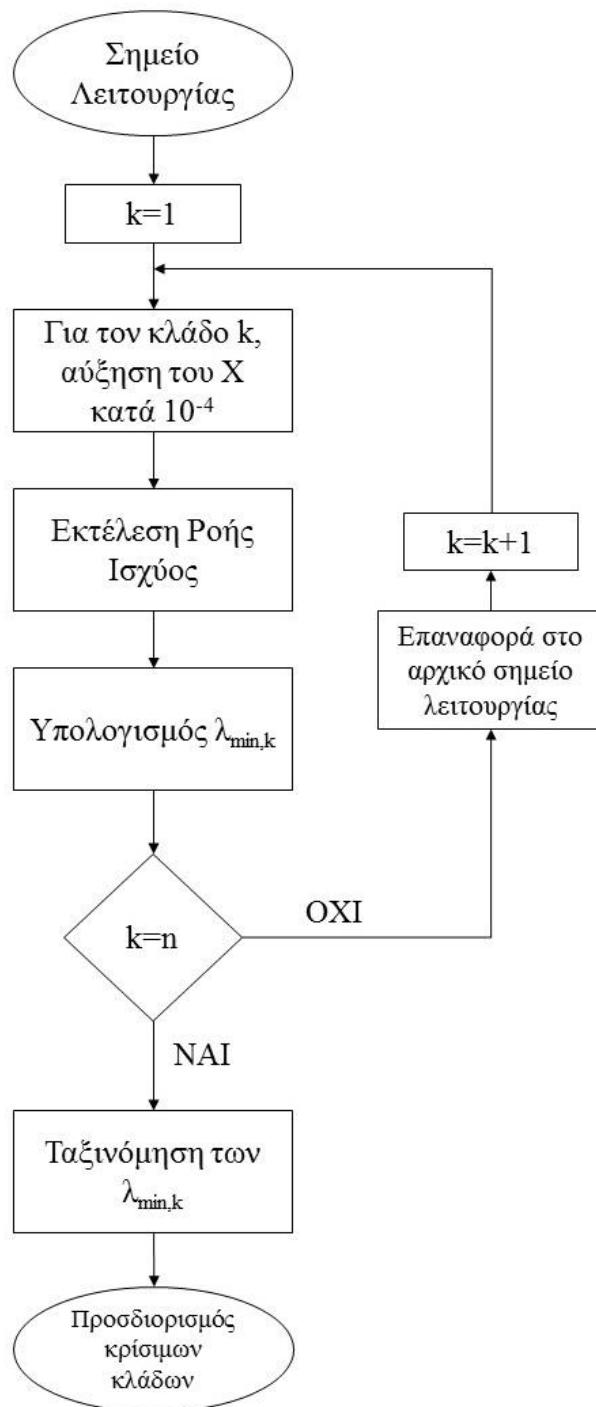
Όπως προαναφέρθηκε, η ελάχιστη ιδιοτιμή της Ιακωβιανής μήτρας, είναι ένας δείκτης εγγύτητας του συστήματος στην αστάθεια. Ο δείκτης αυτός δεν είναι γραμμικός, γεγονός που απορρέει από τη μη γραμμικότητα του συστήματος. Ωστόσο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μπορέσει να εκτιμηθεί αν μια μικρή αλλαγή που γίνεται στο σύστημα θα το καταστήσει περισσότερο ή λιγότερο ευσταθές. Δεν μπορεί ωστόσο να χρησιμοποιηθεί ως συγκριτικός δείκτης ευστάθειας μεταξύ διαφορετικών συστημάτων ή σε περιπτώσεις πολύ διαφορετικής κατανομής φόρτισης των ζυγών, εξαιτίας ακριβώς της μη γραμμικότητας που παρουσιάζει. Στην περίπτωση ωστόσο που εξετάζεται εδώ, η χρησιμοποίησή του εκτιμήθηκε ως σχετικά ασφαλής για την εξαγωγή συμπερασμάτων, αφού η αλλαγή που πραγματοποιείται στο σύστημα,

λαμβάνει χώρα με βάση ένα ορισμένο σημείο λειτουργίας, δημιουργώντας μία πάρα πολύ μικρή αλλαγή σε μία και μόνο παράμετρο του συστήματος. Αυτή η αλλαγή επηρεάζει σχεδόν ανεπαίσθητα το σύστημα που εξετάζεται, προσφέρει ωστόσο αρκετή ακρίβεια στις ελάχιστες ιδιοτιμές που υπολογίζονται, ούτως ώστε να μπορούν να ιεραρχηθούν μεταξύ τους.

Πιο συγκεκριμένα, θυμίζουμε ότι για οποιοδήποτε σημείο λειτουργίας του συστήματος, η μέθοδος των ευαισθησιών της Ιακωβιανής μήτρας, μας δίνει μια ιεραρχία των πιο κρίσιμων κλάδων του ΣΗΕ που επηρεάζουν την ευστάθειά του στο συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας, ως προς όλες τις παραμέτρους που παρουσιάζει ένας κλάδος. Ο δείκτης ευαισθησίας ως προς την επαγωγική αντίσταση των γραμμών είναι αυτός που εξετάζεται.

Επιλέγεται λοιπόν για αρχή ένα σημείο λειτουργίας για το οποίο έχει υπολογιστεί η αντίστοιχη ιεραρχία των πιο σημαντικών κλάδων. Για το συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας (καθορισμένη κατανομή φόρτισης ζυγών και παραγωγής γεννητριών), αυξάνουμε διαδοχικά για κάθε κλάδο του ΣΗΕ την παράμετρο  $X$  (επαγωγική αντίσταση) κατά μία πολύ μικρή τιμή, υπολογίζοντας για κάθε κλάδο ξεχωριστά, την επίπτωση της αλλαγής αυτής στην ελάχιστη ιδιοτιμή του συστήματος, όπως προκύπτει από την ανάλυση της ροής ισχύος. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται διαδοχικά για όλους τους κλάδους του ΣΗΕ, αλλάζοντας κάθε φορά την παράμετρο  $X$  μίας μόνο γραμμής και με μία συγκεκριμένη για όλους τους κλάδους, πολύ μικρή τιμή. Η τιμή αυτή επιλέχθηκε να είναι  $0,0001$  ( $1 \times 10^{-4}$ ) όση δηλαδή και η ακρίβεια των δεδομένων που διαθέτετε το πρόγραμμα ανάλυσης της ροής ισχύος για τα κανονικοποιημένα σε ανά μονάδα δεδομένα των κλάδων του ΣΗΕ. Επίσης η μεταβολή αυτή κρίθηκε επαρκής εξαιτίας της ακρίβειας με την οποία επιλέχθηκε να υπολογίζει το πρόγραμμα την ελάχιστη ιδιοτιμή (προκειμένου να μην υπάρχει ταύτιση τιμών στα αποτελέσματα εξαιτίας της πολύ μικρής μεταβολής στα δεδομένα υπολογισμού της ροής ισχύος).

Πρέπει να σημειώσουμε εδώ πως δεν επιλέχθηκε μεταβλητό βήμα αύξησης, ανάλογο της επαγωγικής αντίστασης κάθε κλάδου, αφού οι μεταξύ τους διαφορές ήταν μεγάλες και θα δινόντουσαν ανομοιόμορφα βάρη στους κλάδους του συστήματος, κάτι που δεν ήταν επιθυμητό αφού έτσι θα επηρεαζόταν η κατανομή των πιο κρίσιμων κλάδων αναλογικά με τα φυσικά τους μεγέθη (μήκος γραμμής, χαρακτηριστικά αγωγών) και κατ' επέκταση από τα ειδικά βάρη των κλάδων του ΣΗΕ.



Εικόνα 14: Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Ελέγχου

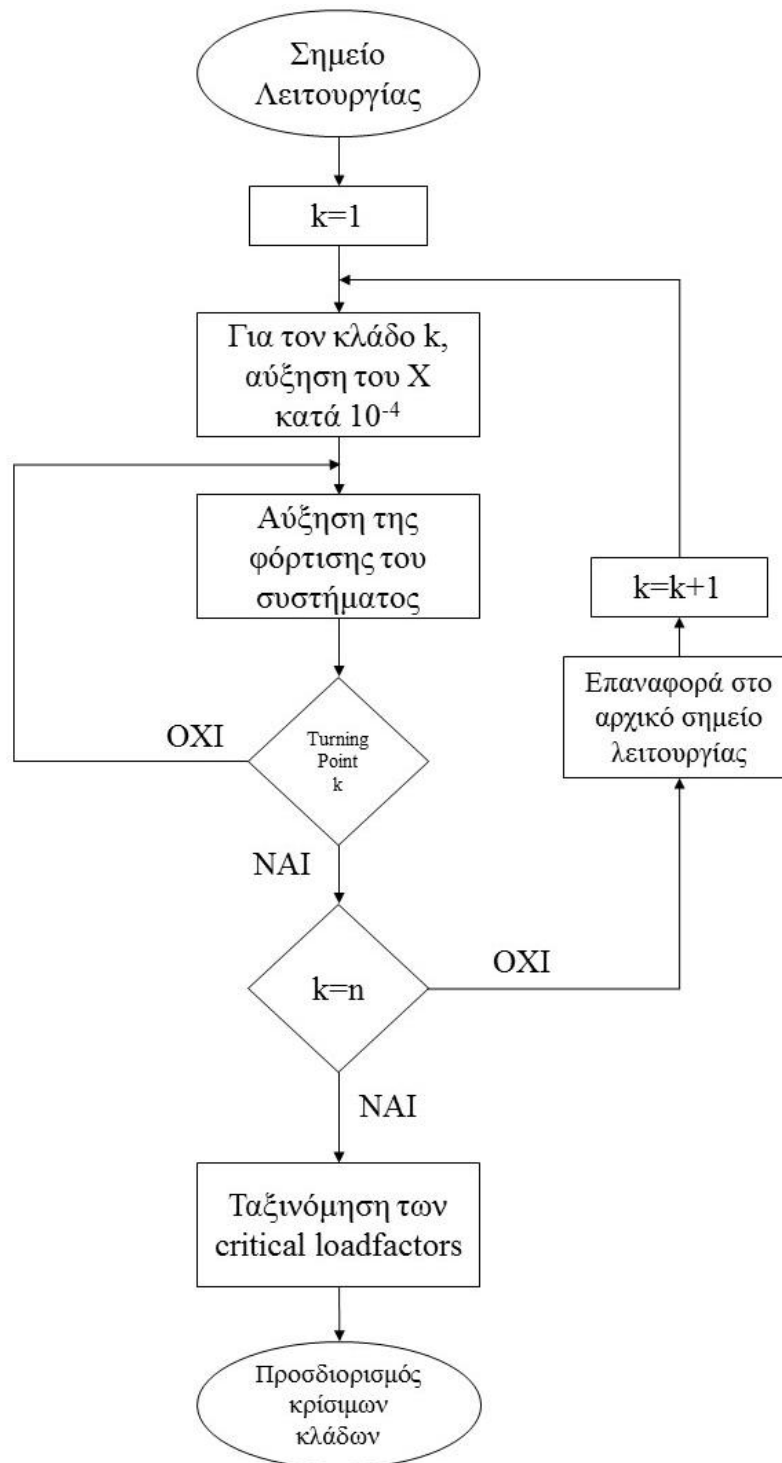
Ο παραπάνω αλγόριθμος ελέγχου (Εικόνα 14) εφαρμόστηκε στα πρότυπα δίκτυα της IEEE 14, 30 και 118 ζυγών. Στις περισσότερες περιπτώσεις επιβεβαίωσε τα αποτελέσματα που αφορούσαν τους κρίσιμους κλάδους από την προτεινόμενη μέθοδο των ευαισθησιών. Πιο συγκεκριμένα, από τη διασταύρωση των αποτελεσμάτων μεταξύ της μεθόδου των ευαισθησιών και της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε για την επαλήθευση των αποτελεσμάτων, στις περισσότερες

περιπτώσεις φαίνεται ότι οι κλάδοι του συστήματος που θεωρούνται πιο κρίσιμοι, ταυτίζονται στις δύο μεθόδους με σχετικά μεγάλη ακρίβεια.

Εκτιμούμε ότι η μέθοδος ελέγχου που χρησιμοποιήθηκε και η οποία λαμβάνει υπόψη της τη σχέση ελάχιστης ιδιοτιμής-αστάθειας, μπορεί να εκτιμηθεί ως επαρκής για δύο λόγους.

Ο πρώτος είναι ότι κάθε διαδοχική αλλαγή που πραγματοποιείται στο σύστημα είναι πάρα πολύ μικρή για να επηρεάσει λανθασμένα την ερμηνεία των αποτελεσμάτων εξαιτίας της μη-γραμμικότητας του μοντέλου, αφού η μέθοδος λειτουργεί γύρω από ένα τρόπον τινά γραμμικοποιημένο σημείο εξαιτίας της ανεπαίσθητης αλλαγής του συστήματος κατά την πολύ μικρή μεταβολή. Η απόκλιση των υπολογιζόμενων ελάχιστων ιδιοτιμών επιβεβαιώνει αυτή την υπόθεση.

Ο δεύτερος λόγος, είναι ότι η ορθότητα της προηγούμενης μεθόδου ελέγχου (η ιεραρχία των πιο κρίσιμων κλάδων του ΣΗΕ με βάση την ελάχιστη ιδιοτιμή σε μία πολύ μικρή μεταβολή της επαγωγικής αντίστασης ( $X$ ) κάθε κλάδου), επιβεβαιώθηκε τουλάχιστον μερικώς, κάνοντας ανεύρεση των ορίων ευστάθειας του συστήματος, προσδιορίζοντας δηλαδή το σημείο κατάρρευσής του, για την ίδια με πριν διαδοχική αλλαγή της επαγωγικής αντίστασης ( $X$ ) σε κάθε κλάδο του πρότυπου συστήματος των 14 ζυγών της IEEE. Πιο συγκεκριμένα, επαναλαμβάνεται η προηγούμενη αλγοριθμική διαδικασία, ξεκινώντας από το σημείο λειτουργίας (φόρτισης του ΣΗΕ) του οποίου ενδιαφέρει η μελέτη. Εν συνεχεία, αυξάνουμε όπως και πριν την επαγωγική αντίσταση για κάθε κλάδο του ΣΗΕ ξεχωριστά κατά την ίδια πολύ μικρή τιμή ( $1 \times 10^{-4}$ ), αλλά αντί να προσδιορίσουμε την ελάχιστη ιδιοτιμή της Ιακωβιανής μήτρας στο συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας από την ανάλυση της ροής ισχύος, κάνουμε ανεύρεση του σημείου κατάρρευσης για κάθε τροποποιημένο κλάδο ξεχωριστά. Φορτίζουμε δηλαδή το σύστημα υπό σταθερό συντελεστή ισχύος, μέχρι να προσδιοριστεί το νέο σημείο κατάρρευσης, για κάθε αλλαγή στην επαγωγική αντίσταση κλάδου. Κατ' αυτό τον τρόπο είμαστε σε θέση να ελέγξουμε αν όντως υπάρχει συμφωνία μεταξύ της ιεραρχίας των ελάχιστων ιδιοτιμών με τα όρια ευστάθειας για κάθε τροποποιημένο κλάδο. Οι λύσεις (ιεραρχία των πιο κρίσιμων κλάδων του συστήματος) που προέκυψαν από τις δύο μεθόδους είχαν σχεδόν απόλυτη ταύτιση. Η παραπάνω διαδικασία κατέστη αρκετά χρονοβόρα αφού για να επιτευχθεί (ακριβής) λύση απαιτείται μεγάλη επεξεργαστική ισχύς ακόμα και για πολύ μικρά συστήματα, όπως αυτό των 14 ζυγών, στο οποίο και έγινε η σχετική δοκιμή.



Εικόνα 15: Διάγραμμα ροής για τον αλγόριθμο προσδιορισμού του σημείου αστάθειας για μεταβολή της επαγωγικής αντίστασης κάθε κλάδου

### 3.9 Αποτελέσματα

Ακολουθούν τα αποτελέσματα της μεθόδου των ευαισθησιών της Ιακωβιανής μήτρας και της μεθόδου ελέγχου, με τη μορφή πινάκων.

Κάθε πίνακας χωρίζεται σε υποπίνακες των δύο στηλών. Κάθε υποπίνακας αποτυπώνει την ιεραρχία των πιο κρίσιμων κλάδων, με φθίνουσα σειρά σημαντικότητας, για διαφορετικά σημεία λειτουργίας (φόρτισης) του συστήματος. Η αριστερή στήλη κάθε υποπίνακα απεικονίζει τις ευαισθησίες της Ιακωβιανής μήτρας ως προς X, ενώ η δεξιά τη μέθοδο ελέγχου με το κριτήριο της ελάχιστης ιδιοτιμής που περιγράφηκε παραπάνω. Η δεύτερη σειρά σε κάθε υποπίνακα (με κίτρινο χρώμα) απεικονίζει τον παράγοντα φόρτισης του συστήματος (αρχικό σενάριο φόρτισης επί παράγοντα φόρτισης), ενώ οι αριθμημένοι κλάδοι του ΣΗΕ ακολουθούν με διαφορετικό χρώμα προκειμένου να γίνει ευκολότερη η σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων. Διευκρινίζεται ότι τα διαφορετικά χρώματα δεν συνιστούν στοιχείο σημαντικότητας, αλλά στοιχείο διαφοροποίησης της αρίθμησης τους για ευκολότερο εντοπισμό των κοινών τους στοιχείων.

### 3.9.1 Πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων όπως υπολογίστηκαν για το πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE. Το συγκεκριμένο σύστημα διαθέτει 15 κλάδους (χωρίς να έχουν υπολογιστεί οι μετασχηματιστές ως γραμμές του κυκλώματος) ούτως ώστε να διαφανεί η σχέση των αποτελεσμάτων μεταξύ των δύο μεθόδων.

Σημείο εκκίνησης (συντελεστής φόρτισης) των συγκρινόμενων μεθόδων θεωρήθηκε το 70% της αρχικής φόρτισης του εξεταζόμενου σεναρίου, ενώ με βήμα παράγοντα φόρτισης 0.05, η σύγκριση φτάνει μέχρι λίγο πριν το σημείο κατάρρευσης (1.1). Σημειώνεται ότι ο συντελεστής φόρτισης εκφράζει το επίπεδο φόρτισης του συστήματος ως ποσοστό επί της φόρτισης του αρχικού σεναρίου.

Πίνακας 1: Συγκριτική απεικόνιση της ιεραρχίας των κρίσιμων κλάδων σε ΣΗΕ 14 ζυγών με τις μεθόδους της ευαισθησίας και της ελάχιστης ιδιοτιμής για συντελεστή φόρτισης 0,7-1,05.

slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig
0,70		0,75		0,80		0,85		0,90		0,95		1,00		1,05	
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	16	13	16	13
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	13	16	13	16
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
11	7	11	7	11	7	11	7	11	7	11	7	11	7	11	7
7	11	7	11	7	11	7	11	7	11	7	11	7	11	7	11
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19

Όπως διαπιστώνουμε για το παραπάνω σύστημα, η μέθοδος παρουσιάζει πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα καθώς εντοπίζει τις γραμμές με τη μεγαλύτερη ευαισθησία ως προς τα όρια ευστάθειας για οποιαδήποτε εξεταζόμενη κατάσταση λειτουργίας. Αυτό που φυσικά απασχολεί περισσότερο είναι η χρησιμοποίηση της μεθόδου για τη διεύρυνση των ορίων ευστάθειας στις περιπτώσεις μεγάλης φόρτισης του ΣΗΕ, αφού μπορούν να οδηγήσουν το σύστημα σε αστάθεια και κατάρρευση (black out).

Σημειώνεται ότι οι κλάδοι 8, 9, 10, 14 και 15 δεν παρουσιάζονται διότι αναπαριστούν τους μετασχηματιστές του συστήματος, οι οποίοι στην προκειμένη έρευνα δεν λήφθηκαν υπόψη.

### 3.9.2 Πρότυπο δίκτυο 30 ζυγών της IEEE

Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων όπως υπολογίστηκαν για το πρότυπο δίκτυο 30 ζυγών της IEEE. Το συγκεκριμένο σύστημα αποτελείται από 30 ζυγούς και 34 γραμμές χωρίς να υπολογίζονται οι μετασχηματιστές.

Σημείο εκκίνησης (συντελεστής φόρτισης) των συγκρινόμενων μεθόδων θεωρήθηκε το ήμισυ της αρχικής φόρτισης του εξεταζόμενου σεναρίου, ενώ με βήμα παράγοντα φόρτισης 0.05, η σύγκριση φτάνει λίγο πριν το σημείο κατάρρευσης (1.55). Σημειώνεται ότι ο συντελεστής φόρτισης εκφράζει το επίπεδο φόρτισης του συστήματος ως ποσοστό επί της φόρτισης του αρχικού σεναρίου.

Πίνακας 2: Συγκριτική απεικόνιση της ιεραρχίας των κρίσιμων κλάδων σε ΣΗΕ 30 ζυγών με τις μεθόδους της ευαισθησίας και της ελάχιστης ιδιοτιμής για συντελεστή φόρτισης 0,5-0,8.

slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig
0,50		0,55		0,60		0,65		0,70		0,75		0,80	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	27
27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	9
25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
31	31	31	29	31	29	31	29	31	29	31	29	31	29
10	29	10	31	10	31	10	31	10	31	10	31	10	10
29	10	29	10	29	10	29	10	29	10	29	10	29	31
35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	28
37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	37
17	34	17	34	17	34	17	34	17	34	17	34	17	34
34	17	34	17	34	17	34	17	34	17	34	17	34	17
40	22	40	22	40	22	40	22	40	22	40	22	40	22
24	38	24	38	24	38	24	38	24	38	24	38	24	38
38	24	38	24	38	24	38	24	38	24	38	24	38	24
30	40	22	40	22	40	22	40	22	40	22	40	22	40
22	19	30	19	30	19	30	19	30	19	19	19	19	19
19	26	19	26	19	26	19	26	19	26	30	26	33	26
33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	30	33
26	30	26	30	26	30	26	30	26	30	26	30	26	30
20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	39
39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	20
23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21
21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23
32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32



Πίνακας 3: Συγκριτική απεικόνιση της ιεραρχίας των κρίσιμων κλάδων σε ΣΗΕ 30 ζυγών με τις μεθόδους της ευαισθησίας και της ελάχιστης ιδιοτιμής για συντελεστή φόρτισης 0,85-1,15.

slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig	slminXij	mineig
0,85		0,90		0,95		1,00		1,05		1,10		1,15	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	9	18
9	27	9	27	9	27	9	27	9	27	9	27	18	27
27	9	27	9	27	9	27	9	27	9	27	9	27	29
25	25	25	29	25	29	25	29	25	29	25	29	25	9
31	29	31	25	31	25	31	25	31	25	31	25	31	25
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
29	31	29	31	29	31	29	31	29	31	29	31	29	31
35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	28
28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	37	28	37
17	34	17	34	17	34	17	34	40	34	40	34	40	34
34	17	34	17	40	17	40	17	17	17	17	17	17	17
40	22	40	22	34	22	34	22	34	22	34	22	34	22
24	38	24	38	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
22	24	22	24	22	38	22	38	33	38	33	38	33	38
38	40	38	40	38	40	33	40	22	40	22	40	22	19
33	19	33	19	33	19	38	19	38	19	38	19	38	40
19	26	19	26	19	26	19	26	19	26	19	26	19	26
30	33	30	33	30	33	30	33	30	33	30	33	30	33
26	30	26	30	26	30	26	30	26	30	26	30	26	30
20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	39
39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	20	23	20
23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	39	21
21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23
32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32

Πίνακας 4: Συγκριτική απεικόνιση της ιεραρχίας των κρίσιμων κλάδων σε ΣΗΕ 30 ζυγών με τις μεθόδους της ευαισθησίας και της ελάχιστης ιδιοτιμής για συντελεστή φόρτισης 1,20-1,50.

sIminXij	mineig	sIminXij	mineig	sIminXij	mineig	sIminXij	mineig	sIminXij	mineig	sIminXij	mineig	sIminXij	mineig
1,20		1,25		1,30		1,35		1,40		1,45		1,50	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	18	9	18	9	18	9	27	9	27	9	29	9	18
18	27	18	27	18	27	18	18	18	29	18	27	18	10
27	29	27	29	27	29	27	29	25	18	25	18	27	27
25	9	25	9	25	9	25	9	27	9	27	9	25	9
31	25	31	25	31	25	31	10	31	10	31	10	31	25
10	10	10	10	10	10	35	25	35	25	35	25	29	29
29	31	29	31	29	31	10	31	10	31	40	28	35	35
35	28	35	28	35	28	37	28	40	28	10	31	28	28
37	35	37	35	37	35	40	35	37	35	37	35	40	37
28	37	40	37	40	37	17	37	17	37	17	37	37	17
40	34	28	34	28	34	34	34	34	34	34	17	17	22
17	17	17	17	17	17	28	17	28	17	28	34	10	34
34	22	34	24	34	24	29	22	33	22	33	22	34	19
24	24	24	22	24	22	24	24	29	24	24	24	19	40
33	38	33	38	33	38	33	38	24	19	29	19	22	31
22	19	22	19	22	19	22	19	22	38	22	38	24	38
38	40	19	40	19	40	19	40	19	40	19	40	33	24
19	26	38	26	38	26	38	26	38	26	38	26	38	33
30	33	26	33	26	33	26	33	26	33	26	33	26	26
26	30	30	30	30	30	30	30	30	30	20	30	21	30
20	39	20	39	20	39	20	39	20	39	23	39	23	23
23	20	23	20	23	20	23	20	23	20	39	21	20	39
39	21	39	21	39	21	39	21	39	21	30	20	39	21
21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	21	23	32	20
32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	30	32

Όπως διαπιστώνουμε για το παραπάνω σύστημα, η μέθοδος βρίσκει με πολύ μεγάλη ακρίβεια τους πιο κρίσιμους κλάδους (τους 9 πρώτους από τους 34 συνολικά) που επηρεάζουν τα όρια ευστάθειας του συστήματος για οποιαδήποτε εξεταζόμενη κατάσταση λειτουργίας. Παρατηρείται ότι μετά τις πρώτες και πιο κρίσιμες γραμμές δεν υπάρχει πλήρης ταύτιση των μεθόδων αλλά τα αποτελέσματα των μεθόδων παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα και επομένως η εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού κρίνεται ικανοποιητική.

Σημειώνεται ότι οι κλάδοι 11, 12, 13, 14, 15, 16 και 36 δεν παρουσιάζονται διότι αναπαριστούν τους μετασχηματιστές του συστήματος, οι οποίοι στην προκειμένη έρευνα δεν λήφθηκαν υπόψη.

### 3.9.3 Πρότυπο δίκτυο 118 ζυγών της IEEE

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων όπως υπολογίστηκαν για το πρότυπο δίκτυο 118 ζυγών της IEEE. Το συγκεκριμένο σύστημα αποτελείται από 118 ζυγούς και 177 γραμμές χωρίς να υπολογίζονται οι μετασχηματιστές.

Σημείο εκκίνησης (συντελεστής φόρτισης) των συγκρινόμενων μεθόδων θεωρήθηκε η αρχική φόρτιση του εξεταζόμενου σεναρίου, ενώ με βήμα παράγοντα φόρτισης 0.05, η σύγκριση φτάνει μέχρι λίγο πριν το σημείο κατάρρευσης (1.40). Σημειώνεται ότι ο συντελεστής φόρτισης εκφράζει το επίπεδο φόρτισης του συστήματος ως ποσοστό επί της φόρτισης του αρχικού σεναρίου.

Πίνακας 5: Συγκριτική απεικόνιση της ιεραρχίας των κρίσιμων κλάδων σε ΣΗΕ 118 ζυγών με τις μεθόδους της ευαισθησίας και της ελάχιστης ιδιοτιμής για συντελεστή φόρτισης 1,0-1,39.

s minXij _mineig		s minXij _mineig		s minXij _mineig		s minXij _mineig		s minXij _mineig		s minXij _mineig		s minXij _mineig		s minXij _mineig				
1,00		1,05		1,10		1,15		1,20		1,25		1,30		1,35		1,39		
104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	
96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	183	96	
54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	54	183	183	96	183	
30	30	30	30	30	30	37	37	37	37	37	37	183	183	54	54	54	54	
37	37	37	37	37	37	30	30	30	30	30	108	37	108	37	108	37	108	
108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	30	30	37	108	37	108	37	
119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	119	183	108	30	30	30	119	119	
110	110	110	109	109	109	109	109	109	183	109	119	119	119	119	119	30	30	
109	109	109	110	110	110	110	110	110	109	183	109	109	97	109	97	109	97	
112	112	112	112	112	112	112	183	116	110	110	110	110	109	116	110	116	116	
111	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	110	97	116	97	110	
116	111	111	111	111	111	111	112	112	112	112	112	112	116	110	109	110	109	
105	105	105	105	105	183	105	111	111	105	50	97	97	112	112	38	112	38	
31	106	31	106	31	105	31	105	105	97	111	105	31	38	31	112	178	112	
106	183	106	183	106	106	106	106	31	111	31	111	111	105	178	105	113	113	
48	97	48	97	48	97	48	97	48	97	106	106	105	50	105	111	111	98	
97	48	97	48	48	48	183	48	50	61	106	106	106	106	106	105	99	111	99
45	41	61	41	61	41	50	61	97	48	97	38	55	98	113	111	55	126	
61	61	45	61	45	61	48	66	48	66	7	66	113	99	106	113	105	94	
7	45	7	45	7	38	61	67	7	67	61	67	7	66	55	94	52	105	
44	66	44	66	50	66	7	41	61	38	48	94	53	67	52	106	53	178	
128	67	128	67	44	67	45	38	45	50	45	98	61	94	53	66	106	66	
123	44	123	38	123	45	44	45	123	41	123	99	52	113	7	67	126	67	
59	31	59	59	128	59	123	59	55	45	55	61	45	61	61	178	7	111	
66	59	66	44	59	44	55	31	44	94	113	48	123	50	94	50	46	106	
67	128	67	31	66	58	128	58	66	59	44	113	48	48	62	55	61	55	
55	38	55	128	67	128	66	128	67	58	53	41	94	55	123	61	94	50	
58	58	58	58	55	31	67	94	59	31	59	45	66	41	98	62	62	61	
57	57	57	57	58	65	59	44	128	128	66	59	67	62	99	41	98	62	
65	65	65	65	57	57	58	65	53	65	67	123	62	58	115	123	99	53	
53	123	53	123	53	94	53	57	58	44	128	58	115	45	56	117	38	117	
56	55	56	55	65	123	57	98	57	57	115	31	44	123	57	48	56	58	
60	5	52	94	56	55	115	99	52	98	52	128	57	117	66	53	115	63	
52	22	115	5	52	5	65	55	115	99	58	62	56	59	67	58	57	21	
115	60	60	60	115	60	56	123	56	123	57	57	58	57	58	59	58	41	
19	94	19	22	183	29	52	5	65	113	56	117	59	63	38	57	66	48	
22	29	22	29	60	115	60	115	113	117	94	44	26	53	59	63	67	52	
129	56	9	115	19	22	9	117	60	5	62	63	98	44	48	21	159	57	
9	115	129	56	9	98	114	60	9	55	9	5	99	5	9	126	9	59	
41	62	62	62	129	99	129	50	94	115	129	55	9	128	45	45	129	128	
62	53	94	53	22	62	94	62	129	62	114	115	178	115	44	5	59	5	
94	19	117	117	94	56	19	29	114	60	60	65	128	29	114	52	44	45	
63	33	114	19	117	117	117	22	19	29	98	60	114	4	117	29	117	23	
117	117	63	33	62	53	22	56	117	56	99	29	63	52	126	115	114	29	
114	63	18	98	114	33	62	63	62	22	63	56	117	3	63	44	63	123	
18	4	41	99	63	63	63	33	22	63	117	22	129	56	129	3	45	153	
29	129	150	63	18	19	18	4	63	4	19	4	60	33	46	23	123	115	
150	68	49	4	150	4	113	53	152	33	65	33	19	126	128	4	153	3	
68	98	152	129	152	68	152	19	18	53	26	3	38	65	60	33	48	4	
152	99	29	68	153	129	150	68	122	68	22	53	126	60	122	128	141	44	
20	163	68	3	122	3	153	129	153	129	178	129	22	22	125	56	131	152	

Όπως διαπιστώνουμε για το παραπάνω σύστημα, η μέθοδος βρίσκει με σχετική ακρίβεια τους πιο κρίσιμους κλάδους που επηρεάζουν τα όρια ευστάθειας του συστήματος για οποιαδήποτε εξεταζόμενη κατάσταση λειτουργίας. Οι διαφορές στην κατάταξη των πιο κρίσιμων γραμμών για το σύστημα των 118 ζυγών είναι μεγαλύτερες σε σχέση με τα προηγούμενα συστήματα που εξετάστηκαν, αλλά παρότι δεν υπάρχει απόλυτη ταύτιση των δεικτών κοντά στο σημείο κατάρρευσης, εντούτοις τα αποτελέσματα για τους πιο κρίσιμους κλάδους δεν διαφέρουν σημαντικά.

Σημειώνεται ότι οι κλάδοι 8, 32, 36, 51, 93, 95, 102, 107 και 127 δεν παρουσιάζονται διότι αναπαριστούν τους μετασηματιστές του συστήματος, οι οποίοι στην προκειμένη έρευνα δεν λήφθηκαν υπόψη.

### 3.10 Ενίσχυση των κλάδων του ΣΗΕ

Έστω ότι με την παραπάνω μέθοδο οι κρίσιμοι κλάδοι (γραμμές μεταφοράς) του ΣΗΕ έχουν εντοπιστεί και απαιτείται μεταβολή των χαρακτηριστικών κάποιων εξ' αυτών προκειμένου να διευρυνθούν τα όρια ευστάθειάς του. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί είτε με αντικατάσταση των παλαιότερων γραμμών με νέες πιο επιθυμητών χαρακτηριστικών, είτε με παραλληλισμό νέων γραμμών με τις παλιές -όταν φυσικά υπάρχει αυτή η δυνατότητα. Και στις δύο περιπτώσεις το αποτέλεσμα είναι η αύξηση της αγωγιμότητας μεταξύ των δύο ζυγών που συνδέει η γραμμή μεταφοράς, είτε πρόκειται για αντικατάσταση της γραμμής με άλλη ενισχυμένη, είτε παραλληλίζοντας μία δεύτερη γραμμή, ακόμα και υποδεέστερων χαρακτηριστικών από την ήδη υπάρχουσα. Συνεπακόλουθα, το αποτέλεσμα είναι η μείωση της ωμικής και επαγωγικής αντίστασης του κλάδου (γραμμής μεταφοράς), είτε πρόκειται για μία γραμμή είτε για περισσότερες (ισοδύναμη).

Το ζήτημα ωστόσο που τίθεται είναι το κατά πόσο η μέθοδος των ευαισθησιών της ελάχιστης ιδιοτιμής (πέρα από την θεωρητική αναγνώριση των πιο κρίσιμων κλάδων του ΣΗΕ), μπορεί να συνδεθεί αποτελεσματικά με πραγματικές δράσεις ενίσχυσης ενός ΣΗΕ. Ποια είναι δηλαδή τα όρια ενίσχυσης του πιο κρίσιμου κλάδου του ΣΗΕ, πριν γίνει κάποιος άλλος κλάδος πιο κρίσιμος. Για το λόγο αυτό εκτελέστηκε η παρακάτω δοκιμή:

Οδηγούμε το σύστημα σε μία κατάσταση λειτουργίας (φόρτισης) λίγο πριν το σημείο κατάρρευσης, αφού είναι αυτό που κατά το πλείστον μας ενδιαφέρει να εξετάσουμε. Σε αυτό το σημείο φόρτισης, τροποποιούμε κάθε φορά τα χαρακτηριστικά ενός μόνο κλάδου του συστήματος, μειώνοντας την ωμική και επαγωγική αντίστασή του ταυτόχρονα από 5% μέχρι 50% με βήμα 5%. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία διαδοχικά για όλους τους κλάδους του ΣΗΕ που μελετάμε, υπολογίζοντας κάθε φορά την ελάχιστη ιδιοτιμή της Ιακωβιανής μήτρας (μετά την εκτέλεση της ροής ισχύος στο ΣΗΕ), ως το δείκτη ευστάθειας του συστήματος. Δηλαδή για κάθε κλάδο ξεχωριστά, αξιολογείται μία μείωση της σύνθετης αντίστασής του, από ένα μικρό ποσοστό μέχρι το 50%, στην ευστάθεια που προσφέρει στο σύστημα. Με το πέρας της παραπάνω διαδικασίας, ιεραρχούνται οι πιο σημαντικοί κλάδοι του συστήματος με βάση την ελάχιστη ιδιοτιμή. Κατά τον τρόπο αυτό είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε ποια αλλαγή και σε ποιόν κλάδο του συστήματος θα επιφέρει την μεγαλύτερη βελτίωση στην ευστάθεια του ΣΗΕ.

Για να γίνει πιο εύκολα αντιπαράθεση αποτελεσμάτων, διαλέξαμε το σύστημα

των 30 ζυγών που χρησιμοποιήθηκε και στις προηγούμενες προσομοιώσεις. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 6 που ακολουθεί:

Πίνακας 6 – Κατάταξη των πιο κρίσιμων κλάδων ενός πρότυπου δικτύου 30 ζυγών της IEEE κατά φθίνουσα σειρά, για συγκεκριμένη φόρτιση και με διαδοχική μείωση των παραμέτρων R,X κάθε γραμμής μεταφοράς από 5%-50%

case30' - loadfactor=1.5										
mineig	(R,X)-5%	(R,X)-10%	(R,X)-15%	(R,X)-20%	(R,X)-25%	(R,X)-30%	(R,X)-35%	(R,X)-40%	(R,X)-45%	(R,X)-50%
1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	1	1	1	5	5	5	5	5	5
4	6	6	6	4	4	4	4	4	4	4
6	3	3	3	5	7	7	7	7	7	7
7	4	4	4	7	18	18	18	18	18	18
3	5	5	5	18	8	8	8	8	8	8
41	7	7	7	8	41	41	41	41	41	41
5	18	18	18	41	38	38	38	38	38	38
8	8	8	8	38	25	25	25	25	25	25
18	41	41	41	25	37	37	37	37	37	37
10	38	38	38	37	30	30	30	30	30	30
27	25	25	25	30	27	27	27	27	27	27
9	37	37	37	34	34	17	17	17	17	17
25	34	30	30	35	35	35	35	35	35	35
29	30	34	34	27	17	34	34	34	34	34
35	35	35	35	17	22	22	28	28	28	28
28	27	27	27	22	28	28	22	22	22	22
37	17	17	17	31	31	31	31	31	31	31
17	22	22	22	9	9	9	9	9	9	9
22	31	31	31	28	19	19	19	19	19	19
34	9	9	9	19	10	40	40	40	40	40
19	19	28	28	10	40	10	10	10	10	10
40	28	19	19	40	33	33	33	33	33	33
31	10	10	10	33	29	29	29	29	29	29
38	40	40	40	29	24	24	24	24	24	24
24	33	33	33	24	32	32	32	32	32	32
33	29	29	29	32	39	39	39	39	39	39
26	24	24	24	39	20	20	20	20	20	20
30	32	32	32	20	23	23	23	23	23	23
23	39	39	39	23	21	21	21	21	21	21
39	20	20	20	21	26	26	26	26	26	26
21	23	23	23	26	1	1	1	1	6	6
20	21	21	21	6	6	6	6	6	1	1
32	26	26	26	3	3	3	3	3	3	3

Παρατηρούμε, πως η κατάταξη των πιο κρίσιμων κλάδων σε σχέση με την τελευταία στήλη του Πίνακα 4 (loadfactor=1.5) που αφορά το ίδιο σύστημα, διαφέρει ανάλογα με την αλλαγή που πραγματοποιείται στα στοιχεία της γραμμής μεταφοράς. Αυτό ήταν αναμενόμενο, αφού μία αλλαγή στα στοιχεία μιας γραμμής μεταφοράς κατά 50% έχει ως αποτέλεσμα μεγάλη αλλαγή στα χαρακτηριστικά των γραμμών και

ουσιαστικά αλλάζει σημαντικά το εξεταζόμενο σύστημα. Αυτός είναι και ο λόγος που παρατηρείται απόκλιση στην ιεραρχία των πιο κρίσιμων κλάδων του ΣΗΕ σε σχέση με τη μέθοδο των ευαισθησιών της Ιακωβιανής μήτρας (Πίνακας 6). Ενώ δηλαδή η μέθοδος των ευαισθησιών εντοπίζει θεωρητικά τους πιο κρίσιμους κλάδους, πρέπει να προσδιοριστούν παράλληλα και τα όρια ευαισθησίας των κλάδων αυτών για οποιαδήποτε μεταβολή των χαρακτηριστικών τους. Επιπλέον σημαντικό ρόλο παίζουν οι θέσεις των γεννητριών καθώς και τα όρια άεργου ισχύος τους.

Κατά συνέπεια, η μέθοδος των ευαισθησιών πρέπει να συνεκτιμηθεί με άλλες μεθόδους πριν την εφαρμογή διορθωτικών επεμβάσεων στο σύστημα, επειδή αφενός στις προσομοιώσεις που εκτελέστηκαν δεν υπήρξε απόλυτη ταύτιση των πιο κρίσιμων κλάδων σε όλα τα σενάρια, αφετέρου υπάρχουν συγκεκριμένα όρια και προδιαγραφές (τεχνικές, οικονομικές) στον εξοπλισμό προς αντικατάσταση, οι οποίες πρέπει να συνεκτιμηθούν πριν τη λήψη οποιασδήποτε απόφασης επέμβασης στο εξεταζόμενο ΣΗΕ.

### 3.11 Συμπεράσματα

Η παραπάνω μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις ήδη υπαρχόντων ΣΗΕ για έλεγχο της ευστάθειας τάσης τους σε περιπτώσεις διαφορετικών κατανομών έγχυσης ισχύος από τις γεννήτριες του συστήματος ή τις διακρατικές διασυνδέσεις. Επιπλέον μπορεί να αποτελέσει ένα εργαλείο προσδιορισμού των ορίων στατικής ευστάθειας για ένα υπό σχεδιαστική μελέτη ΣΗΕ (planning), αφού η ολοένα αυξανόμενη εισαγωγή νέων μονάδων έγχυσης ισχύος στο σύστημα σε περιπτώσεις όπως η αντικατάσταση παλαιών μονάδων με νέες σε διαφορετικά σημεία του δικτύου ή η εισαγωγή σε αυτό ΑΠΕ και γενικότερα διεσπαρμένης παραγωγής, απαιτεί εκ νέου ελέγχους της εύρυθμης και αξιόπιστης λειτουργίας του συστήματος για κάθε πιθανή μελλοντική κατάσταση λειτουργίας.

Ωστόσο αυτό που διαφαίνεται από την παρούσα εργασία είναι ότι η μέθοδος των ευαισθησιών της ελάχιστης ιδιοτιμής της Ιακωβιανής μήτρας, ενώ για κάποια συστήματα μπορεί να προσδιορίσει με μεγάλη ακρίβεια τους πιο κρίσιμους κλάδους ενός ΣΗΕ, εντούτοις στην περίπτωση που εκτιμηθεί η ανάγκη αναβάθμισης αυτών των κλάδων ή μέρους του δικτύου, πρέπει να συνεκτιμηθεί και η επίπτωση της οποιασδήποτε μεταβολής στα δεδομένα του συστήματος και με άλλες μεθόδους, αφού, υπάρχουν συγκεκριμένοι τεχνοοικονομικοί περιορισμοί σε οποιαδήποτε κατασκευαστική αλλαγή πραγματοποιείται σε ένα ΣΗΕ, τους οποίους η μέθοδος των ευαισθησιών δεν μπορεί να καλύψει.

Τέλος σημειώνεται ότι παρότι η μέθοδος αφορά τον προσδιορισμό μόνο των κρίσιμων κλάδων ενός ΣΗΕ, αδυνατεί να προσδιορίσει με απόλυτη ακρίβεια τους κλάδους πολύ μικρής ή καμίας σημαντικότητας (ουσιαστικής) στην ευστάθεια του συστήματος. Όπως φαίνεται και στους Πίνακες 2-4, ενώ για τους μισούς, πιο κρίσιμους κλάδους του συστήματος, η μέθοδος δίνει πολύ καλά αποτελέσματα, εντούτοις, για τους υπόλοιπους κλάδους, παρατηρείται μία μικρή απόκλιση σε σχέση με τη μέθοδο των ελάχιστων ιδιοτιμών με την οποία έγινε ο έλεγχος των αποτελεσμάτων.



## 4 Εντοπισμός κρίσιμων ζυγών σε ΣΗΕ

### 4.1 Εισαγωγή

Η ιδιομορφική ανάλυση είναι ένα εργαλείο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την ανεύρεση των κρίσιμων ζυγών σε ένα ΣΗΕ. Κρίσιμοι ζυγοί είναι αυτοί που παρουσιάζουν τις χαμηλότερες τάσεις σε ένα ΣΗΕ όταν το τελευταίο βρίσκεται υπό έντονη φόρτιση, ή τη μεγαλύτερη μεταβολή της τάσης τους για κάποια διαταραχή. Συνηθέστερα αυτοί οι ζυγοί είναι οι «PQ ζυγοί» αφού αφενός φέρουν φορτία τα οποία έχουν αυξημένες ανάγκες έγχυσης ισχύος όταν το σύστημα φορτίζεται περισσότερο από την προβλεπόμενη λειτουργία και αφετέρου δεν μπορούν να ρυθμίσουν την τάση τους εξαιτίας της έλλειψης αντιστάθμισης άεργου ισχύος από κάποια γεννήτρια παραγωγής. Κατά συνέπεια, η αναγνώρισή τους μπορεί να οδηγήσει στην επιλογή διορθωτικών κινήσεων με την κατάλληλη επιλογή διατάξεων αντιστάθμισης άεργου ισχύος και επομένως στην αύξηση των ορίων ευστάθειας του συστήματος.

Η ιδιομορφική ανάλυση της σχέσης άεργου ισχύος-τάσης (Q-V) στην οποία βασίζεται η μέθοδος για την ανεύρεση των κρίσιμων ζυγών, αποτελεί επέκταση της ανάλυσης ευαισθησίας V-Q. Για το λόγο αυτό γίνεται μια συνοπτική αναφορά στην ανάλυση ευαισθησίας V-Q στην ενότητα που ακολουθεί, στοιχεία της οποίας θα χρησιμοποιηθούν στην παρουσιαζόμενη μέθοδο.

### 4.2 Ανάλυση ευαισθησίας V-Q

Για να προχωρήσουμε στην ανάλυση ευαισθησίας V-Q, ξαναγράφουμε την εξίσωση (2.48) ελαφρώς τροποποιημένη:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{P\theta} & \mathbf{J}^{PV} \\ \mathbf{J}^{Q\theta} & \mathbf{J}^{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

όπου  $\Delta P$  είναι η στοιχειώδης μεταβολή στην ενεργό ισχύ των ζυγών

$\Delta Q$  είναι η στοιχειώδης μεταβολή στην άεργο ισχύ των ζυγών

$\Delta \theta$  είναι η στοιχειώδης μεταβολή στην γωνία των ζυγών

$\Delta V$  είναι η στοιχειώδης μεταβολή στην τάση των ζυγών

Η ευστάθεια του ΣΗΕ ως προς την τάση επηρεάζεται από την ενεργό ισχύ (P) και την άεργο ισχύ (Q). Επειδή ωστόσο η συνεισφορά της ενεργού ισχύος είναι κατά πολύ μικρότερη από αυτήν της άεργου στην πτώση τάσεων στα δίκτυα μεταφοράς,

μπορούμε να θεωρήσουμε την ενεργό ισχύ σταθερή προκειμένου να υπολογίσουμε τη σχέση μεταξύ άεργου ισχύος και τάσης (Q-V). Αυτή η πρακτική είναι ανάλογη με την προσέγγιση των καμπυλών Q-V. Παρόλο που οι στοιχειώδεις μεταβολές στην ενεργό ισχύ αμελούνται στον υπολογισμό, η επίδραση των αλλαγών στη φόρτιση του συστήματος ή την μεταφορά ισχύος, μπορούν να ληφθούν υπόψη μελετώντας τη σχέση μεταξύ των Q και V σε διαφορετικά σημεία λειτουργίας. [12] [2]

Βασιζόμενοι στην παραπάνω θεώρηση, θεωρούμε ότι  $\Delta \mathbf{P} = 0$  και η εξίσωση (4.1) παίρνει τη μορφή:

$$\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{J}_R \Delta \mathbf{V} \quad (4.2)$$

στην οποία ο πίνακας  $\mathbf{J}_R$  καλείται μειωμένος Ιακωβιανός πίνακας και ισούται με:

$$\mathbf{J}_R = [\mathbf{J}^{QV} - \mathbf{J}^{Q\theta} (\mathbf{J}^{P\theta})^{-1} \mathbf{J}^{PV}] \quad (4.3)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση (4.2) μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{J}_R^{-1} \Delta \mathbf{Q} \quad (4.4)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{J}_R^{-1}$  είναι ο μειωμένος πίνακας V-Q της Ιακωβιανής μήτρας. Το στοιχείο  $i$  του είναι η ευαισθησία V-Q του ζυγού  $i$ . Οι ευαισθησίες V-Q υπολογίζονται με τη λύση της εξίσωσης (4.2).

Για έναν ζυγό του ΣΗΕ, η ευαισθησία V-Q αναπαριστά την κλίση της καμπύλης Q-V για ένα δοσμένο σημείο λειτουργίας. Μια θετική V-Q ευαισθησία υποδηλώνει κατάσταση ευστάθειας. Όσο μικρότερη είναι η ευαισθησία, τόσο πιο ευσταθές είναι το σύστημα. Όσο η ευστάθεια του συστήματος μειώνεται, το μέγεθος της ευαισθησίας αυξάνεται, απειριζόμενο στο όριο αστάθειας. Αντιστρόφως, μια αρνητική ευαισθησία αναπαριστά μια ασταθή κατάσταση του συστήματος. Εξαιτίας της μη-γραμμικής σχέσης της άεργου ισχύος με την τάση, τα μεγέθη των ευαισθησιών για διαφορετικές καταστάσεις λειτουργίας, δεν παρέχουν ένα σαφές μέτρο σύγκρισης του επιπέδου ευστάθειας.

### 4.3 Ιδιομορφική ανάλυση Q-V

Τα χαρακτηριστικά της ευστάθειας τάσης ενός συστήματος μπορούν να υπολογιστούν προσδιορίζοντας τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα της μειωμένης Ιακωβιανής μήτρας όπως αυτή ορίστηκε στην εξίσωση (4.3). Κάνοντας χρήση κανόνων από τη γραμμική άλγεβρα<sup>3</sup>, ξαναγράφουμε τον μειωμένο Ιακωβιανό πίνακα ως εξής:

$$\mathbf{J}_R = \xi \mathbf{\Lambda} \mathbf{n} \quad (4.5)$$

<sup>3</sup> Ένας τετραγωνικός πίνακας μπορεί να παρασταθεί ως το γινόμενο των πινάκων των δεξιών ιδιοδιανυσμάτων, των ιδιοτιμών και των αριστερών ιδιοδιανυσμάτων του.

όπου:  $\xi$  είναι ο πίνακας των δεξιών ιδιοδιανυσμάτων του  $\mathbf{J}_R$   
 $\Lambda$  είναι ο διαγώνιος πίνακας των ιδιοτιμών του  $\mathbf{J}_R$   
 $\mathbf{n}$  είναι ο πίνακας των αριστερών ιδιοδιανυσμάτων του  $\mathbf{J}_R$

Από την εξίσωση (4.5) προκύπτει ότι:

$$\mathbf{J}_R^{-1} = \xi \Lambda^{-1} \mathbf{n} \quad (4.6)$$

Αντικαθιστώντας στη εξίσωση (4.4) προκύπτει ότι:

$$\Delta \mathbf{V} = \xi \Lambda^{-1} \mathbf{n} \Delta \mathbf{Q} \quad (4.7)$$

ή

$$\Delta \mathbf{V} = \sum_{i=1} \frac{\xi_i \mathbf{n}_i}{\lambda_i} \Delta \mathbf{Q} \quad (4.8)$$

όπου  $\xi_i$  είναι το δεξί ιδιοδιάνυσμα στήλης και  $\mathbf{n}_i$  το αριστερό ιδιοδιάνυσμα γραμμής της ιδιοτιμής  $\lambda_i$  του πίνακα  $\mathbf{J}_R$ . Κάθε ιδιοτιμή  $\lambda_i$  και τα αντίστοιχα σε αυτή δεξιά και αριστερά ιδιοδιανύσματα  $\xi_i$  και  $\mathbf{n}_i$  ορίζουν την  $i$ -οστή κατάσταση απόκρισης στη σχέση Q-V. Επειδή  $\xi^{-1} = \mathbf{n}$ , η εξίσωση (4.7) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\mathbf{n} \Delta \mathbf{V} = \Lambda^{-1} \mathbf{n} \Delta \mathbf{Q} \quad (4.9)$$

ή

$$\mathbf{v} = \Lambda^{-1} \mathbf{q} \quad (4.10)$$

όπου  $\mathbf{v} = \mathbf{n} \Delta \mathbf{V}$  είναι το διάνυσμα μεταβολών των ιδιομορφικών τάσεων και  $\mathbf{q} = \mathbf{n} \Delta \mathbf{Q}$  είναι το διάνυσμα μεταβολών των ιδιομορφικών έργων εγχύσεων ισχύος.

Η διαφορά μεταξύ των εξισώσεων (4.4) και (4.10) έγκειται στο ότι ο  $\Lambda^{-1}$  είναι διαγώνιος πίνακας, ενώ ο  $\mathbf{J}_R^{-1}$  στη γενική περίπτωση δεν είναι διαγώνιος. Η εξίσωση (4.10) αναπαριστά αποζευγμένες εξισώσεις πρώτου βαθμού. Οπότε για την  $i$ -οστή κατάσταση λειτουργίας (ιδιοτιμή), έχουμε ότι:

$$\mathbf{v}_i = \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{q}_i \quad (4.11)$$

Αν  $\lambda_i > 0$ , η  $i$ -οστή ιδιομορφική μεταβολή της τάσης και η  $i$ -οστή ιδιομορφική μεταβολή της έγχυσης έργου ισχύος μεταβάλλονται στην ίδια κατεύθυνση. Αν  $\lambda_i < 0$ , η  $i$ -οστή ιδιομορφική μεταβολή της τάσης και η  $i$ -οστή ιδιομορφική μεταβολή της έγχυσης έργου ισχύος μεταβάλλονται σε αντίθετες κατευθύνσεις, υποδηλώνοντας ότι το σύστημα είναι ασταθές ως προς την τάση. Το μέτρο κάθε ιδιομορφικής μεταβολής της τάσης, είναι αντιστρόφως ανάλογο κατά  $\lambda_i$  φορές του μέτρου της ιδιομορφικής μεταβολής έγχυσης έργου ισχύος. Κατ' αυτό τον τρόπο, το μέγεθος της ιδιοτιμής  $\lambda_i$  προσδιορίζει το βαθμό ευστάθειας της  $i$ -οστής ιδιομορφικής

κατάστασης. Όσο μικρότερη είναι μια θετική ιδιοτιμή  $\lambda_i$ , τόσο πιο κοντά βρίσκεται η  $i$ -οστή ιδιομορφική τάση σε κατάσταση αστάθειας. Όταν  $\lambda_i=0$ , τότε η  $i$ -οστή ιδιομορφική τάση καταρρέει επειδή οποιαδήποτε αλλαγή στην ιδιομορφική έγχυση έργου ισχύος, απειρίζεται την αλλαγή στην ιδιομορφική τάση.

Για να προσδιοριστεί η σχέση μεταξύ των ευαισθησιών V-Q των ζυγών του συστήματος και των ιδιοτιμών του πίνακα  $\mathbf{J}_R$  θεωρούμε την ποσότητα  $\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{e}_k$  η οποία έχει όλα τα στοιχεία μηδενικά εκτός από το στοιχείο  $k$  το οποίο είναι μονάδα. Οπότε η εξίσωση (4.8) γίνεται:

$$\Delta\mathbf{V} = \sum_i \frac{\mathbf{n}_{ik} \xi_{ki}}{\lambda_i} \quad (4.12)$$

όπου  $\mathbf{n}_{ik}$  είναι το στοιχείο  $k$  του πίνακα  $\mathbf{n}_i$ .

Οι ευαισθησίες V-Q για τον ζυγό  $k$  δίνονται από τη σχέση:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_k}{\partial \mathbf{Q}_k} = \sum_i \frac{\xi_{ki} \mathbf{n}_{ik}}{\lambda_i} \quad (4.13)$$

Παρατηρούμε από την παραπάνω εξίσωση ότι οι ευαισθησίες V-Q δεν μπορούν να προσδιορίσουν συγκεκριμένες καταστάσεις λειτουργίας που αφορούν την αστάθεια τάσης. Αντ' αυτού, παρέχουν πληροφορίες όσον αφορά τη συνδυασμένη επιρροή όλων των καταστάσεων λειτουργίας στις μεταβολές έγχυσης έργου ισχύος.

Αν οι ωμικές αντιστάσεις του δικτύου αμεληθούν και ο πίνακας αγωγιμοτήτων  $\mathbf{Y}_{bus}$  είναι συμμετρικός, τότε ο μειωμένος Ιακωβιανός πίνακας  $\mathbf{J}_R$  είναι επίσης συμμετρικός, οπότε οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιάνυσμα του  $\mathbf{J}_R$  είναι πραγματικοί αριθμοί [13]. Επιπλέον, το δεξί και το αριστερό ιδιοδιάνυσμα κάθε ιδιοτιμής του  $\mathbf{J}_R$  ταυτίζονται.

Το μέγεθος των ιδιοτιμών μπορεί να παρέχει ένα μέτρο εκτίμησης της εγγύτητας στην αστάθεια. Δεν μπορεί αν θεωρηθεί ωστόσο ως απόλυτος δείκτης εξαιτίας της μη-γραμμικότητας του προβλήματος.

#### 4.4 Συντελεστής συμμετοχής ζυγών στην αστάθεια

Από την σχέση (4.13) μπορεί να εξαχθεί ότι η σχετική συνεισφορά του ζυγού  $k$  στην κατάσταση λειτουργίας  $i$  μπορεί να δοθεί από την σχέση:

$$\mathbf{P}_{ki} = \xi_{ki} \mathbf{n}_{ik} \quad (4.14)$$

Η εξίσωση (4.14) εξάγεται από την εξίσωση (4.13) επειδή ο όρος  $\mathbf{P}_{ki}$  προσδιορίζει τη συνεισφορά της ιδιοτιμής  $\lambda_i$  στην ευαισθησία V-Q του ζυγού  $k$ .

Οι συντελεστές συμμετοχής ζυγών προσδιορίζουν τις περιοχές που συνδέονται με κάθε κατάσταση λειτουργίας. Το άθροισμα όλων των συντελεστών για

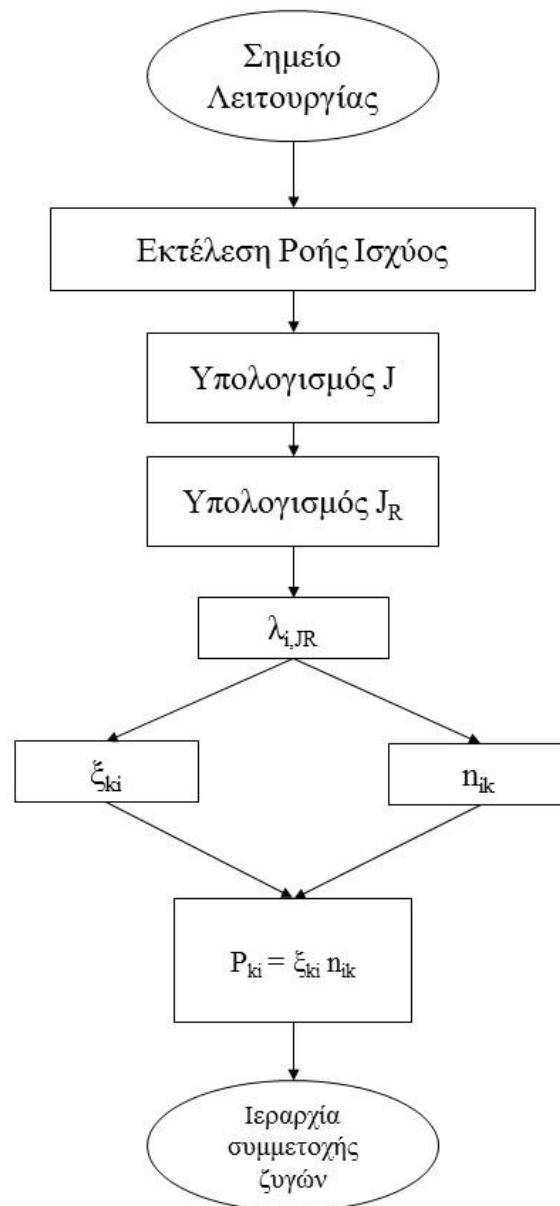
κάθε κατάσταση λειτουργίας (ιδιοτιμή) ισούται με τη μονάδα επειδή τα δεξιά και αριστερά ιδιοδιανύσματα είναι κανονικοποιημένα. Το μέγεθος κάθε συντελεστή σε μία ορισμένη κατάσταση λειτουργίας, υποδεικνύει την αποτελεσματικότητα των διορθωτικών ενεργειών στο ζυγό για τη σταθεροποίηση της κατάστασης λειτουργίας του συστήματος.

Γενικά υπάρχουν δύο καταστάσεις για τον προσδιορισμό της τιμής που παίρνει ο συντελεστής συμμετοχής των ζυγών ενός ΣΗΕ. Στην πρώτη κατάσταση υπάρχουν πολύ λίγοι ζυγοί με μεγάλη συμμετοχή ενώ όλοι οι υπόλοιποι ζυγοί έχουν συμμετοχή κοντά στο μηδέν, υποδεικνύοντας ότι η προβληματική κατάσταση λειτουργίας είναι τοπική. Στην δεύτερη κατάσταση υπάρχουν πολλοί ζυγοί με μικρούς αλλά παραπλήσιους συντελεστές συμμετοχής, ενώ οι υπόλοιποι ζυγοί έχουν συντελεστή συμμετοχής μηδέν, υποδεικνύοντας ότι η προβληματική κατάσταση λειτουργίας απασχολεί ευρύτερη περιοχή του δικτύου.

Μία τυπική περίπτωση απομονωμένης λειτουργίας υφίσταται όταν ένας ζυγός φορτίου συνδέεται με ένα πολύ ισχυρό δίκτυο μέσω μιας μεγάλης γραμμής μεταφοράς. Μια τυπική περίπτωση μη-απομονωμένης λειτουργίας συμβαίνει όταν μια περιοχή ενός μεγάλου δικτύου υπερφορτίζεται και αδυνατεί τοπικά να στηρίξει την υπερφόρτωση που δημιουργείται με αποτέλεσμα οι τάσεις της περιοχής αυτής να είναι κάτω των προσδοκώμενων ορίων.

Ο υπολογισμός όλων των ιδιοτιμών του  $\mathbf{J}_R$  είναι πρακτικά δύσκολος και πολλές φορές αχρείαστος. Από την άλλη πλευρά, ο υπολογισμός μόνο την ελάχιστης ιδιοτιμής του  $\mathbf{J}_R$  δεν είναι επαρκής επειδή συνήθως υπάρχουν παραπάνω από μία αδύναμες καταστάσεις λειτουργίας που αφορούν διαφορετικά κομμάτια του δικτύου και ως εκ τούτου, η κατάσταση λειτουργίας που περιγράφεται από την ελάχιστη ιδιοτιμή, μπορεί να μην αποτελεί την πιο βεβαρημένη κατάσταση λειτουργίας κατά τη φόρτιση του συστήματος.

#### 4.5 Επεξήγηση αλγορίθμου (διάγραμμα ροής)



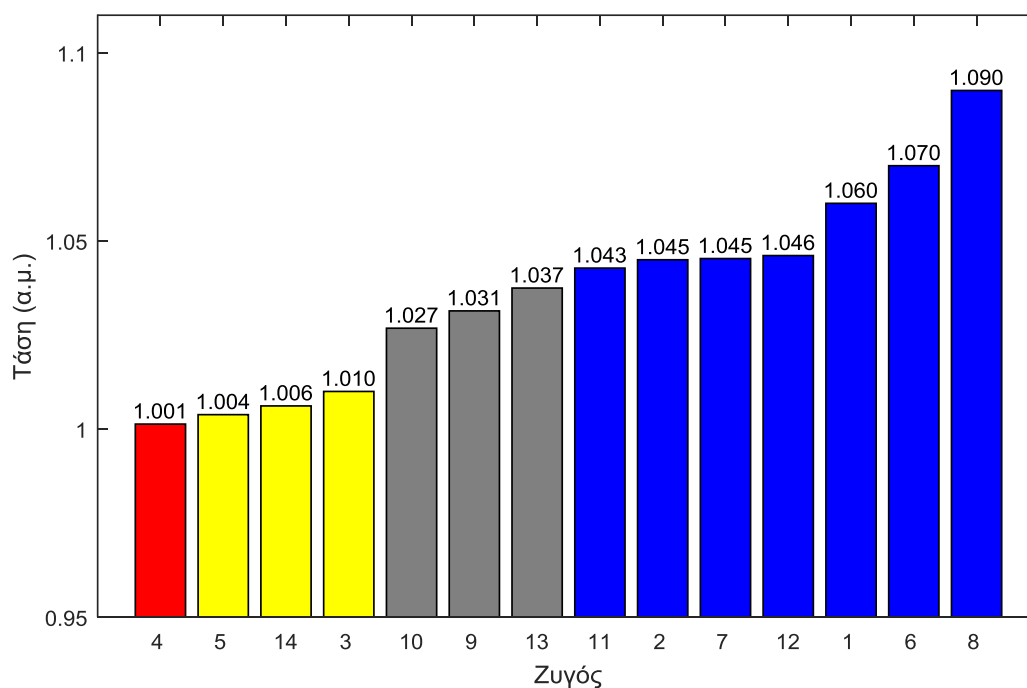
Εικόνα 16: Διάγραμμα Ροής αλγόριθμου εύρεσης συντελεστών συμμετοχής ζυγών στην αστάθεια

## 4.6 Προσομοίωση – Αποτελέσματα

Η εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου έγινε με την εκτέλεση προσομοιώσεων σε ένα πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE. Οι συντελεστές ευαισθησίας των ζυγών υπολογίστηκαν σε δύο σημεία λειτουργίας. Το πρώτο, είναι ένα σημείο ευσταθούς λειτουργίας, ενώ το δεύτερο, ένα σημείο λίγο πριν την κατάρρευση του συστήματος. Επίσης, επειδή το εξεταζόμενο σύστημα είναι μικρό, λήφθηκε υπόψη μόνο η επίπτωση σ' αυτό της ελάχιστης ιδιοτιμής. Ακόμα, σημειώνεται ότι ο συντελεστής συμμετοχής των ζυγών πραγματοποιήθηκε μόνο για τους ζυγούς PQ του συστήματος, αφού οι τελευταίοι είναι οι πιο επιρρεπείς στην αστάθεια τάσης.

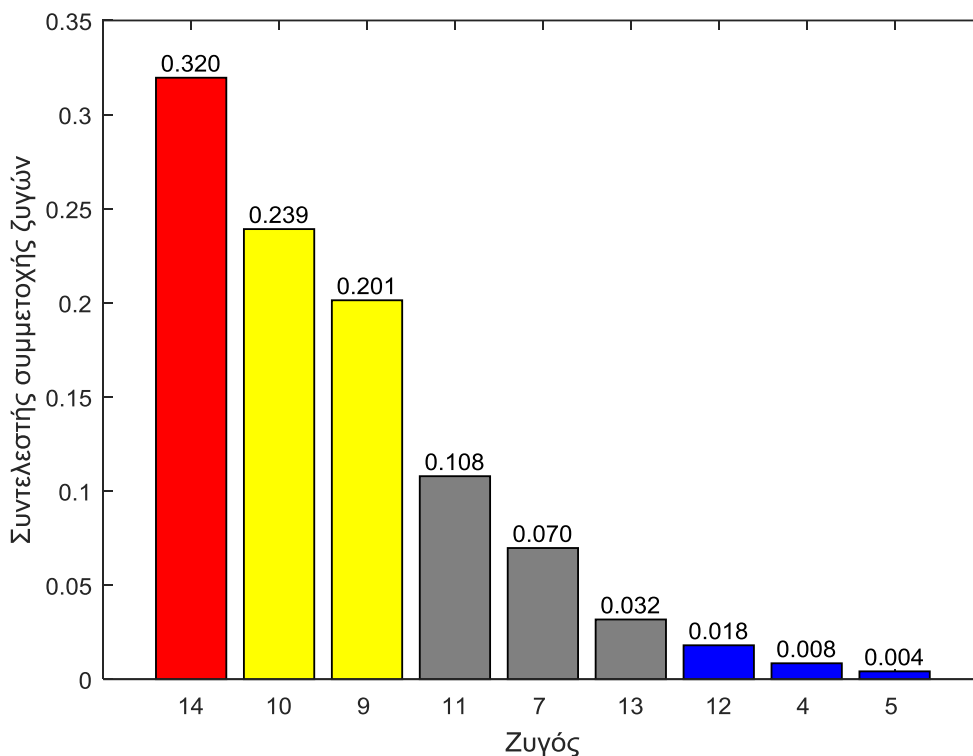
### 4.6.1 Προσομοίωση σε ευσταθές σημείο λειτουργίας

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζονται οι τάσεις των ζυγών του δικτύου σε κατάταξη, για ένα ευσταθές σημείο λειτουργίας (κανονική λειτουργία).



Εικόνα 17: Κατάταξη των τάσεων των ζυγών στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE

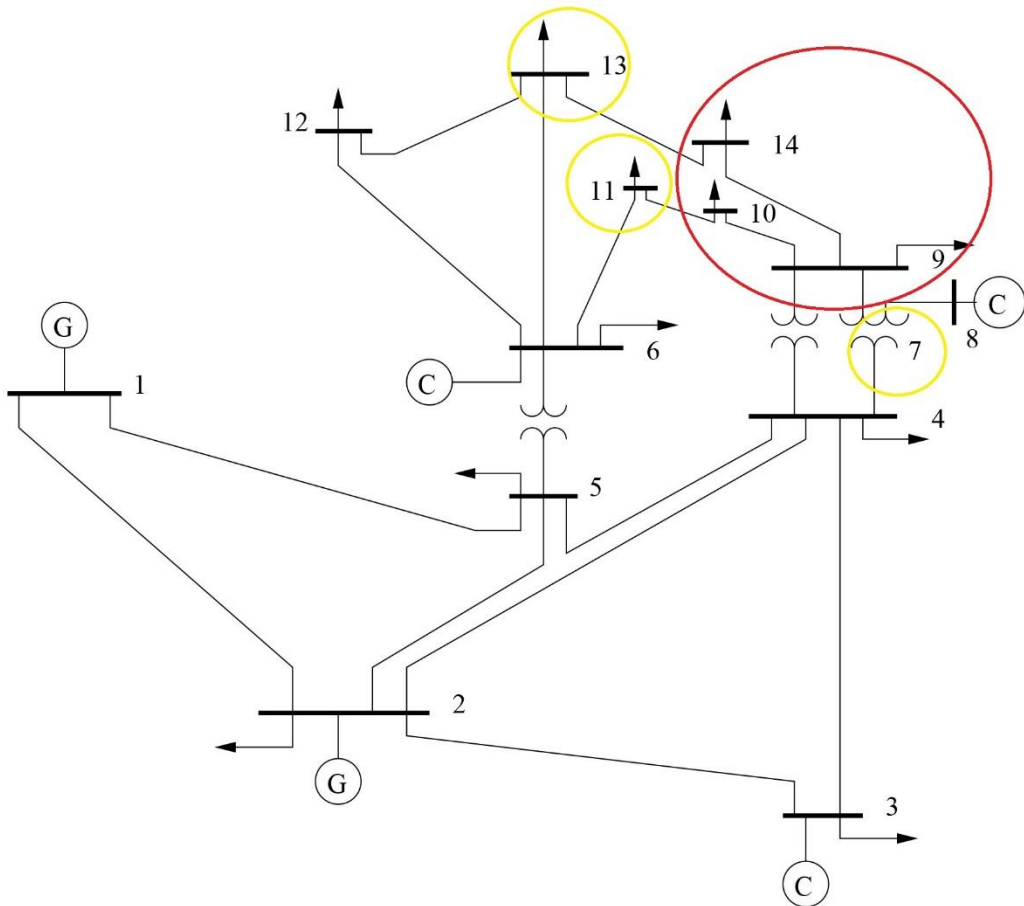
Ο συντελεστής συμμετοχής των ζυγών του συστήματος:



Εικόνα 18: Κατάταξη των PQ ζυγών με βάση το συντελεστή συμμετοχής στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE

Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται η ιεραρχία των πιο κρίσιμων ζυγών για το σημείο λειτουργίας που εξετάζεται. Επίσης, δίνεται και πληροφορία για την περιοχή του συστήματος που παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία ως προς την ευσταθή λειτουργία του. Η περιοχή αυτή αποτελείται από τους ζυγούς 14, 10 και 9. Οι ζυγοί 11 και 7 που είναι γειτονικοί επηρεάζονται λιγότερο, ενώ οι επίπτωση στους υπολοίπους είναι σχεδόν μηδενική. Για καλύτερη κατανόηση παρατίθεται μονογραμμικό σχέδιο του εξεταζόμενου ΣΗΕ στην Εικόνα 19.



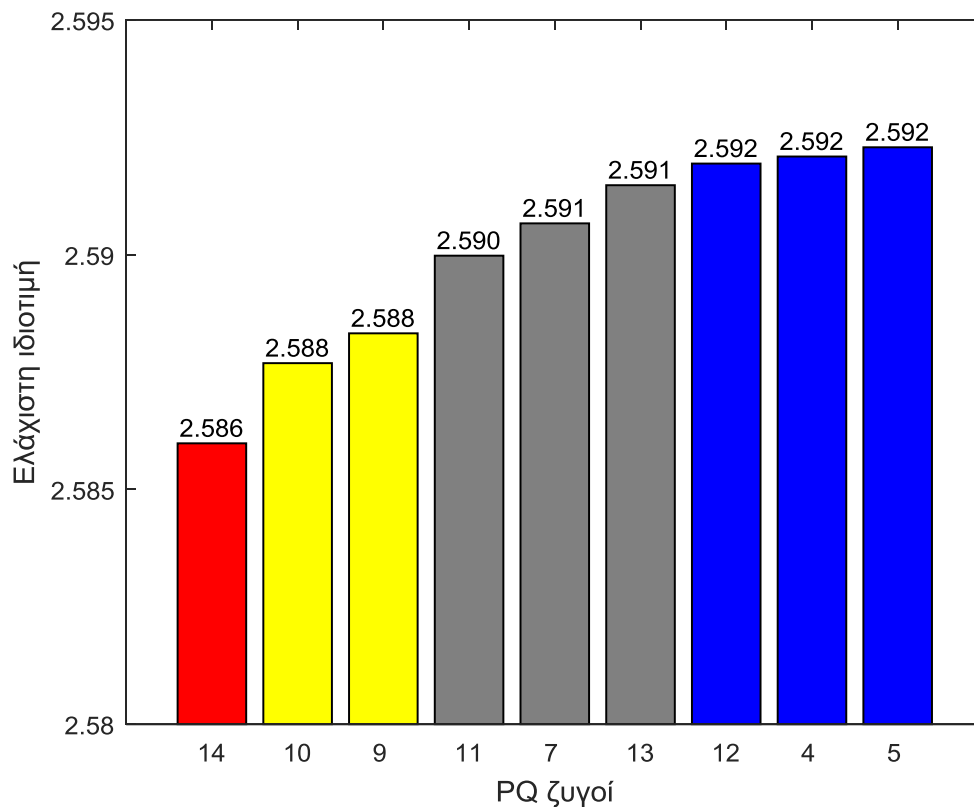


Εικόνα 19: Πρότυπο σύστημα 14 ζυγών της IEEE, με κόκκινο η πιο κρίσιμη περιοχή ζυγών, με κίτρινο οι ζυγοί που επηρεάζονται λόγω γειννίαςης.

Για την επιβεβαίωση της ιεραρχίας των πιο κρίσιμων ζυγών εκτελέστηκε ο παρακάτω αλγόριθμος ελέγχου: Για το σημείο λειτουργίας που εξετάζεται, τοποθετείται διαδοχικά σε όλους τους ζυγούς του ΣΗΕ συστοιχία παραγωγής άεργου ισχύος. Για τοποθέτηση της συστοιχίας σε κάθε ζυγό ξεχωριστά, εκτελείται η ροή φορτίου και υπολογίζεται η ελάχιστη ιδιοτιμή της μειωμένης Ιακωβιανής μήτρας, αφού όπως προαναφέρθηκε αποτελεί παράγοντα εγγύτητας στην αστάθεια. Αφού εκτελεστεί ο αλγόριθμος για κάθε ζυγό ξεχωριστά και υπολογιστούν οι ελάχιστες ιδιοτιμές διαδοχικά για όλους τους ζυγούς, μπορούμε να αποτιμήσουμε ποιοι ζυγοί του συστήματος επηρεάζουν περισσότερο την ευστάθεια του συστήματος και κατ' επέκταση να διασταυρώσουμε τα αποτελέσματα που υπολογίστηκαν από την εξεταζόμενη μέθοδο.

Ο αλγόριθμος ελέγχου εκτελέστηκε για δύο σενάρια:

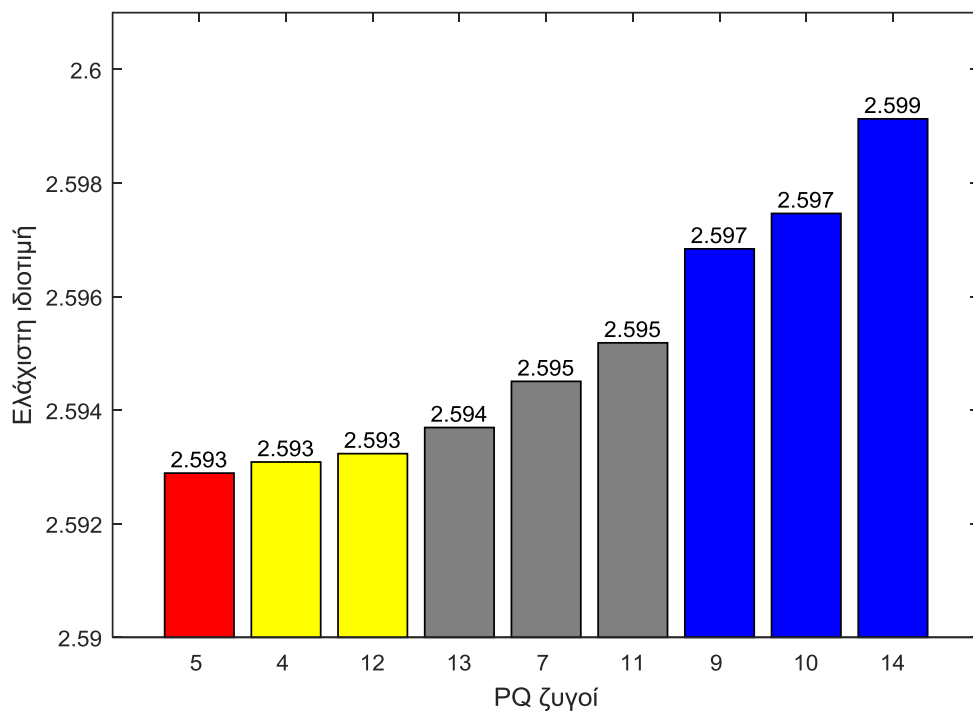
Στο πρώτο σενάριο, για συστοιχία κατανάλωσης (φορτίο) άεργου και σταθερής ισχύος 1 MVAR (Εικόνα 20). Σε αυτό το σενάριο, επιβεβαιώνεται ότι αν αυξηθεί η φόρτιση του συστήματος, προσθέτοντας διαδοχικά σε κάθε ζυγό κάποια σταθερή τιμή άεργου ισχύος, η ιεραρχία των πιο κρίσιμων ζυγών του ΣΗΕ θα είναι αυτή που υπολογίστηκε με την παρουσιαζόμενη μέθοδο.



Εικόνα 20: Κατάταξη των PQ ζυγών στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE με βάση την ελάχιστη ιδιοτιμή, μετά από διαδοχική αύξηση του φορτίου τους κατά 1MVar.

Η ελάχιστη ιδιοτιμή του συστήματος για συντελεστή φόρτισης 1,5 είναι 2,5926. Αναπόφευκτα, όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 20, για αύξηση της φόρτισης οποιουδήποτε ζυγού του συστήματος ακόμα και για μία πολύ μικρή τιμή, η ελάχιστη ιδιοτιμή μειώνεται ανάλογα με την ευαισθησία που παρουσιάζει κάθε ζυγός.

Στο δεύτερο σενάριο, για συστοιχία παραγωγής (γεννήτρια) άεργου και σταθερής ισχύος 1 MVAR (Εικόνα 21). Σε αυτό το σενάριο, επιβεβαιώνεται ότι αν μειωθεί η φόρτιση του συστήματος, αφαιρώντας διαδοχικά από κάθε ζυγό κάποια σταθερή τιμή άεργου ισχύος, η ιεραρχία των πιο κρίσιμων ζυγών του ΣΗΕ θα είναι αυτή που υπολογίστηκε με την παρουσιαζόμενη μέθοδο.



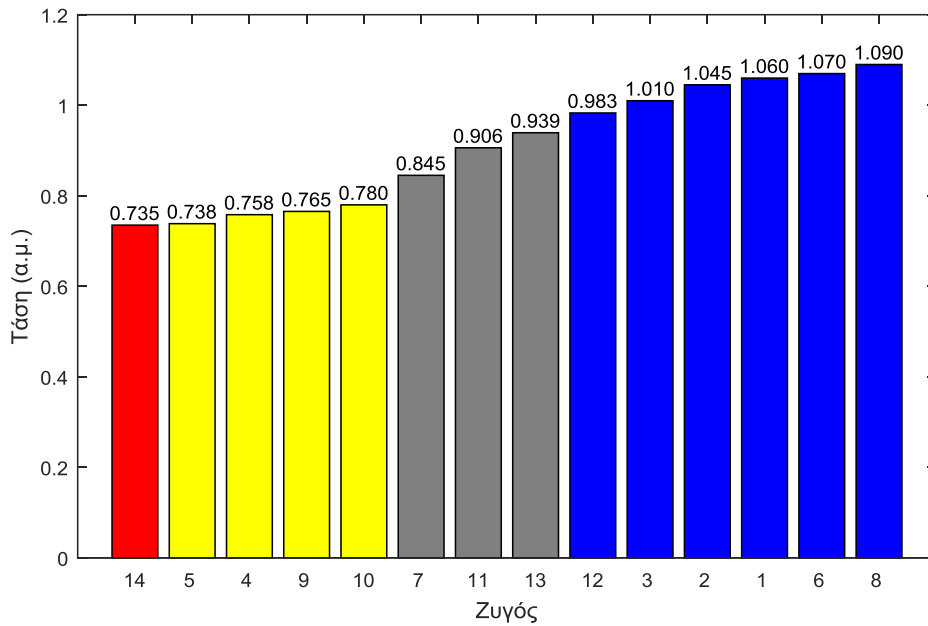
Εικόνα 21: Κατάταξη των PQ ζυγών στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE με βάση την ελάχιστη ιδιοτιμή, μετά από διαδοχική μείωση του φορτίου τους κατά 1MVar.

Η ελάχιστη ιδιοτιμή του συστήματος για συντελεστή φόρτισης 1,5 είναι 2,5926. Όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 21, για ελάττωση της φόρτισης οποιουδήποτε ζυγού του συστήματος ακόμα και για μία πολύ μικρή τιμή, η ελάχιστη ιδιοτιμή αυξάνεται ανάλογα με την ευαισθησία που παρουσιάζει κάθε ζυγός.

Η ανεστραμμένη σειρά της ιεραρχίας των ζυγών στην Εικόνα 21 σε σχέση με αυτή στην Εικόνα 18 καταδεικνύει το ζητούμενο: ότι μία διορθωτική κίνηση στο ζυγό 14 του ΣΗΕ που είχε κριθεί ως ο πιο επιρρεπής ζυγός ως προς την ευστάθεια του συστήματος (μεγάλος συντελεστής συμμετοχής - μικρότερη ιδιοτιμή), επιφέρει τη μεγαλύτερη βελτίωση ως προς την ευστάθεια του συστήματος σε σχέση με μία διορθωτική κίνηση σε οποιονδήποτε άλλο ζυγό του συστήματος.

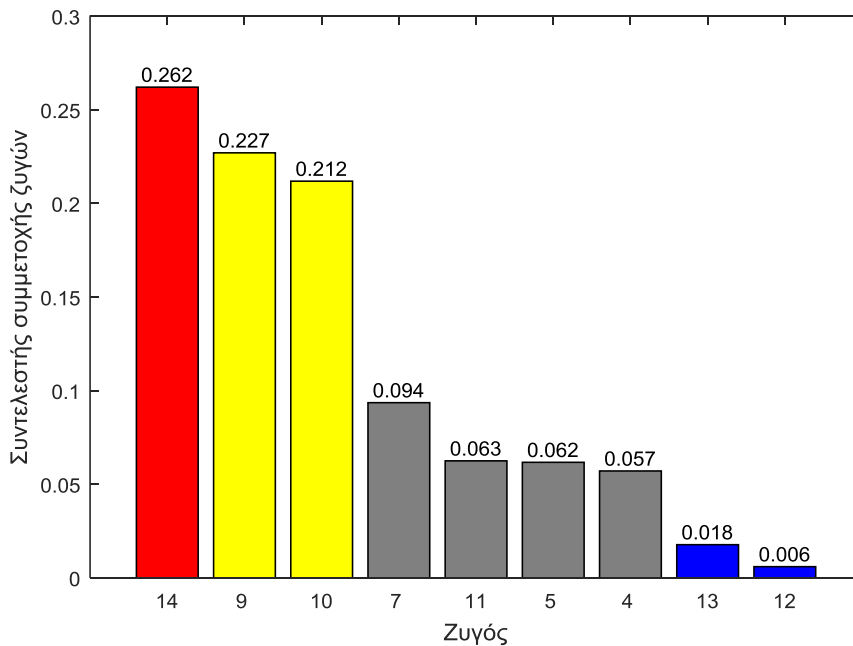
#### 4.6.2 Προσομοίωση κοντά στο σημείο κατάρρευσης

Στην Εικόνα 22 παρουσιάζονται οι τάσεις των ζυγών του δικτύου σε κατάταξη, κοντά στο σημείο κατάρρευσης του συστήματος (όριο ασταθούς κατάστασης λειτουργίας).



Εικόνα 22: Κατάταξη των τάσεων των ζυγών στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE

Ο συντελεστής συμμετοχής των ζυγών του συστήματος:

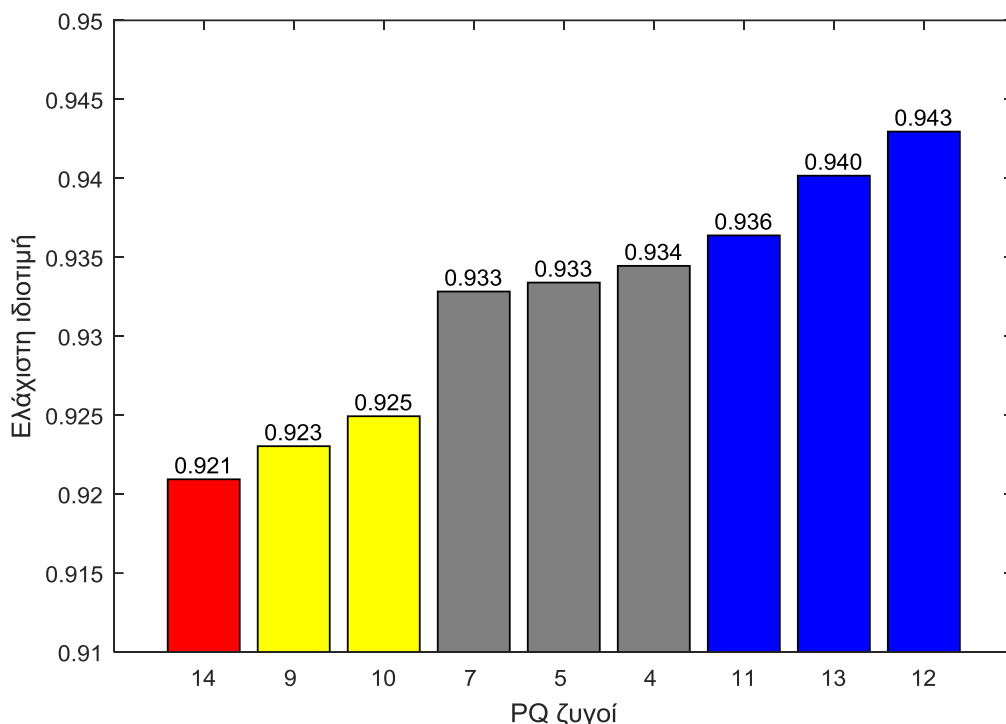


Εικόνα 23: Κατάταξη των PQ ζυγών με βάση το συντελεστή συμμετοχής στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE

Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται η ιεραρχία των πιο κρίσιμων ζυγών για το σημείο λειτουργίας που εξετάζεται. Επίσης δίνεται και πληροφορία για την περιοχή του συστήματος που παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία ως προς την ευσταθή λειτουργία. Η περιοχή αυτή αποτελείται από τους ζυγούς 14, 10 και 9. Οι ζυγοί 11 και



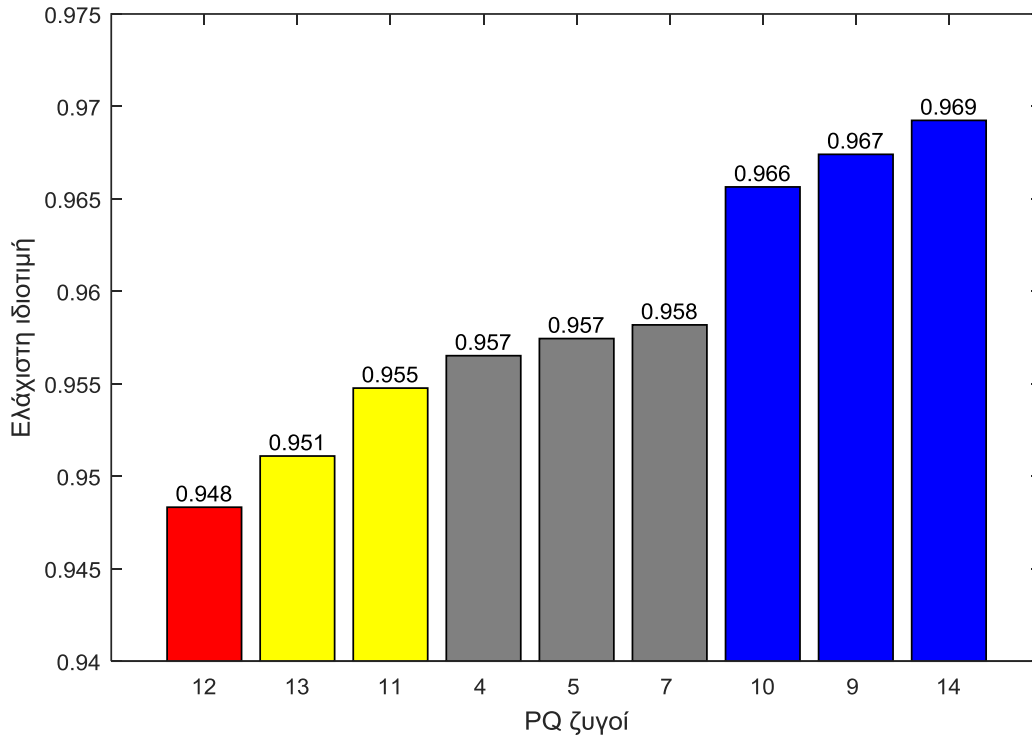
σταθερής ισχύος 1 MVAR (Εικόνα 25). Σε αυτό το σενάριο, επιβεβαιώνεται ότι αν αυξηθεί η φόρτιση του συστήματος, με τη διαδοχική προσθήκη σε κάθε ζυγό κάποιας σταθερής τιμής άεργου ισχύος, η ιεραρχία των πιο κρίσιμων ζυγών του ΣΗΕ θα είναι αυτή που υπολογίστηκε με την παρουσιαζόμενη μέθοδο.



Εικόνα 25: Κατάταξη των PQ ζυγών στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE με βάση την ελάχιστη ιδιοτιμή, μετά από διαδοχική αύξηση του φορτίου τους κατά 1MVar.

Η ελάχιστη ιδιοτιμή του συστήματος για συντελεστή φόρτισης 1,5 είναι 1,8803. Όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 25, για αύξηση της φόρτισης οποιουδήποτε ζυγού του συστήματος ακόμα και για μία πολύ μικρή τιμή, η ελάχιστη ιδιοτιμή μειώνεται ανάλογα με την ευαισθησία που παρουσιάζει κάθε ζυγός.

Στο δεύτερο σενάριο, για συστοιχία παραγωγής (γεννήτρια) άεργου και σταθερής ισχύος 1 MVAR (Εικόνα 26). Σε αυτό το σενάριο, επιβεβαιώνεται ότι αν μειωθεί η φόρτιση του συστήματος, με τη διαδοχική αφαίρεση από κάθε ζυγό κάποιας σταθερής τιμής άεργου ισχύος, η ιεραρχία των πιο κρίσιμων ζυγών του ΣΗΕ θα είναι αυτή που υπολογίστηκε με την παρουσιαζόμενη μέθοδο.



Εικόνα 26: Κατάταξη των PQ ζυγών στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE με βάση την ελάχιστη ιδιοτιμή, μετά από διαδοχική μείωση του φορτίου τους κατά 1MVar.

Η ελάχιστη ιδιοτιμή του συστήματος για συντελεστή φόρτισης 1,5 είναι 1,8803. Όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 26, για ελάττωση της φόρτισης οποιουδήποτε ζυγού του συστήματος ακόμα και για μία πολύ μικρή τιμή, η ελάχιστη ιδιοτιμή αυξάνεται ανάλογα με την ευαισθησία που παρουσιάζει κάθε ζυγός.

Η ανεστραμμένη σειρά της ιεραρχίας των ζυγών στην Εικόνα 26 σε σχέση με αυτή στην Εικόνα 23 καταδεικνύει το ζητούμενο: ότι μία διορθωτική κίνηση στο ζυγό 14 του ΣΗΕ που είχε κριθεί ως ο πιο επιρρεπής ζυγός ως προς την ευστάθεια του συστήματος (μεγάλος συντελεστής συμμετοχής - μικρότερη ιδιοτιμή), επιφέρει τη μεγαλύτερη βελτίωση ως προς την ευστάθειά του σε σχέση με μία διορθωτική κίνηση σε οποιονδήποτε άλλο ζυγό του συστήματος.

## 4.7 Συμπεράσματα

Από τις παραπάνω προσομοιώσεις μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα.

Η χρήση του συντελεστή συμμετοχής των ζυγών στην αστάθεια μας προσφέρει δύο ειδών πληροφορίες.

Η πρώτη αφορά τον εντοπισμό των πιο κρίσιμων ζυγών του συστήματος, δηλαδή τους ζυγούς αυτούς που είναι πιο επιρρεπείς στην πτώση τάσης κατά την υπερφόρτιση του συστήματος και κατ' επέκταση στην αστάθεια.

Η δεύτερη πληροφορία που παίρνουμε από την εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου αφορά την περιοχή ή τις περιοχές ζυγών, οι οποίες είναι περισσότερο ευαίσθητες σε μία διαταραχή. Αυτό μπορεί να αποτελέσει μια πολύ χρήσιμη πληροφορία για τη μελέτη διορθωτικών κινήσεων ως προς την ευστάθεια τάσης, αφού οι ευπαθείς περιοχές του δικτύου μπορούν εύκολα να εντοπιστούν .

Μία επιπλέον διαπίστωση είναι ότι η χρήση της ελάχιστης ιδιοτιμής αποτελεί ένα δείκτη ευστάθειας του συστήματος ο οποίος πρέπει να χρησιμοποιηθεί σαν σχετικό μέτρο σύγκρισης για πολύ μικρές μεταβολές σε ένα καθορισμένο σύστημα. Σύγκριση της ελάχιστης ιδιοτιμής ενός συστήματος για υλοποιήσεις με διαφορετική κατανομή φορτίων ή διαφορετικών συστημάτων δεν μπορεί να οδηγήσει σε ορθά αποτελέσματα. Όταν η ελάχιστη ιδιοτιμή παίρνει μηδενική τιμή τότε το σύστημα δεν έχει μαθηματική λύση και σίγουρα βρίσκεται σε κατάσταση αστάθειας. Αυτό δεν σημαίνει ωστόσο ότι μία πολύ μικρή θετική ιδιοτιμή συνιστά και μία αποδεκτή κατάσταση λειτουργίας του συστήματος. Αυτό επιβεβαιώνεται στην προσομοίωση κοντά στο σημείο ασταθούς λειτουργίας, κατά την οποία η ελάχιστη ιδιοτιμή λαμβάνει πολύ μικρές θετικές τιμές και οι τάσεις του συστήματος είναι πολύ χαμηλές, τείνοντας προς την κατάσταση κατάρρευσης. Αυτός είναι και ο λόγος που η συγκεκριμένη κατάσταση λειτουργίας επιλέχθηκε να παρουσιαστεί στην παρούσα εργασία.

Τέλος, η απόκλιση της ελάχιστης ιδιοτιμής μεταξύ των ζυγών του συστήματος για κάθε περίπτωση ελέγχου είναι διαφορετική και μικρότερη στην δεύτερη περίπτωση. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι στην περίπτωση 4.6.2, η φόρτιση του συστήματος που επιλέχθηκε ήταν υπερδιπλάσια από αυτή της περίπτωσης 4.6.1, ενώ η πυκνωτική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε και στις δύο περιπτώσεις ήταν η ίδια και πολύ μικρής ισχύος (1 MVA), προκειμένου να καταδείξει απλώς την ορθότητα της παρουσιαζόμενης μεθόδου.



## 4.8 Γενετικός Αλγόριθμος – Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων

Στο πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE εκτελέστηκαν προσομοιώσεις με τη βοήθεια γενετικού αλγορίθμου, προκειμένου να καταδειχθεί αν όντως τα αποτελέσματα της προηγούμενης μεθόδου ευσταθούν. Πιο συγκεκριμένα, θεωρήσαμε ως δεδομένα α) το σύστημα των 14 ζυγών και β) την ανάγκη ταυτόχρονης στήριξης 4 ζυγών του συστήματος με συστοιχίες πυκνωτών σταθερής ισχύος 1MVar, τοποθετώντας μία συστοιχία για κάθε ζυγό που θα επιλεγεί από τον γενετικό αλγόριθμο. Ως ζητούμενα θεωρήσαμε τη βέλτιστη εκτίμηση της ευστάθειας του συστήματος με τη μέθοδο της ελάχιστης ιδιοτιμής, για ταυτόχρονη εισαγωγή τεσσάρων πυκνωτικών διατάξεων 1Mvar σε τέσσερις διαφορετικούς ζυγούς του συστήματος. Αυτό δηλαδή που ζητάμε από το γενετικό αλγόριθμο, είναι η υπόδειξη του συνδυασμού των τεσσάρων από τους εννιά PQ ζυγούς του συστήματος, στους οποίους αν τοποθετήσουμε παραγωγή άεργου ισχύος 1Mvar, θα επιτευχθεί η μεγαλύτερη δυνατή απόσταση της ελάχιστης ιδιοτιμής του συστήματος από το σημείο κατάρρευσης (μηδενική ιδιοτιμή), άρα και η μέγιστη δυνατή ευστάθειά του ως προς την τάση.

Για την υλοποίηση του γενετικού αλγορίθμου θεωρήθηκε ένα διάνυσμα  $\bar{x}$  ( $1 \times n$ ), όπου  $n$ , ο αριθμός των ζυγών του συστήματος. Το διάνυσμα  $\bar{x}$  είναι απαραίτητο για την κατάστροφη της αντικειμενικής συνάρτησης και λαμβάνει τιμές ανάλογα με την προσθήκη ή όχι πυκνωτικών διατάξεων στο σύστημα.

$$x(i) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & , \text{ αν δεν έχω πυκνωτή στο ζυγό } i \\ 1 & , \text{ αν έχω πυκνωτή στο ζυγό } i \end{array} \right\} \quad i \in [1, n]$$

Η αντικειμενική συνάρτηση που θεωρήσαμε έχει ως σκοπό τη μεγιστοποίηση της ελάχιστης ιδιοτιμής του συστήματος ( $\max\{\lambda_{\min}\}$ ), υπό την προϋπόθεση ότι θα εισαχθούν στο σύστημα τέσσερις διατάξεις παραγωγής άεργου ισχύος, σε τέσσερις διαφορετικούς ζυγούς.

Τα αποτελέσματα που έδωσε ο γενετικός αλγόριθμος για το πρότυπο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE και συντελεστή φόρτισης 1,5 ήταν ότι θα πρέπει να ενισχυθούν οι ζυγοί 9,10,11 και 14. Οι ζυγοί αυτοί αποτελούν και τους τέσσερις πιο ευαίσθητους ως προς την ευστάθεια τάσης ζυγούς, όπως φάνηκε και στην Εικόνα 18. Με την προσθήκη των πυκνωτικών διατάξεων, η ελάχιστη ιδιοτιμή του συστήματος από 2,5926 αυξήθηκε σε 2,6108, καθιστώντας το σύστημα περισσότερο ευσταθές ως προς την τάση.

Για συντελεστή φόρτισης 3,96 τα αποτελέσματα έδειξαν ότι θα πρέπει να ενισχυθούν οι ζυγοί 7,9,10, και 14. Οι ζυγοί αυτοί αποτελούν και τους τέσσερις πιο ευαίσθητους ως προς την ευστάθεια τάσης ζυγούς, όπως φάνηκε και στην Εικόνα 23. Με την προσθήκη των πυκνωτικών διατάξεων, η ελάχιστη ιδιοτιμή του συστήματος από 0,9457 αυξήθηκε σε 1,0412, καθιστώντας το σύστημα περισσότερο ευσταθές ως

προς την τάση.

Ως εκ τούτου η μέθοδος ελέγχου των αποτελεσμάτων με τον γενετικό αλγόριθμο επιβεβαίωσε τα αποτελέσματα που παρήχθησαν με τη μέθοδο των συντελεστών ευαισθησίας των ζυγών του συστήματος.

## 5 Γενικά Συμπεράσματα – Ζητήματα προς περαιτέρω έρευνα

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκαν δύο μέθοδοι για τον προσδιορισμό των κρίσιμων γραμμών και ζυγών αντίστοιχα ως προς την ευστάθεια τάσης ενός ΣΗΕ υπό το πρίσμα της ανάλυσης ιδιομορφών (modal analysis).

Η μέθοδος για την εύρεση των κρίσιμων γραμμών βασίστηκε στην ανάλυση ευαισθησίας των ιδιοτιμών του Ιακωβιανού πίνακα ως προς την επαγωγική αντίσταση των γραμμών. Εφαρμόστηκε στα πρότυπα δίκτυα 14, 30 και 118 ζυγών της IEEE και τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι πιο κρίσιμες γραμμές του δικτύου που επηρεάζουν τα όρια ευστάθειάς του, εντοπίζονται με επιτυχία. Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν επιβεβαιώθηκαν με έναν αλγόριθμο ελέγχου βασισμένο στην εκτίμηση της ελάχιστης ιδιοτιμής. Επειδή ωστόσο με τη μέθοδο αυτή δεν μπορούν να εκτιμηθούν τα όρια ευαισθησίας των πιο κρίσιμων γραμμών, αυτά πρέπει να συνεκτιμηθούν με άλλες μεθόδους πριν την εφαρμογή διορθωτικών επεμβάσεων στο σύστημα, αφού υπάρχουν συγκεκριμένα όρια και προδιαγραφές (τεχνικές, οικονομικές) στον εξοπλισμό προς αντικατάσταση, που πρέπει να συνεκτιμηθούν πριν τη λήψη οποιασδήποτε απόφασης επέμβασης στο εξεταζόμενο ΣΗΕ.

Η μέθοδος για την εύρεση των κρίσιμων ζυγών βασίστηκε στην ιδιομορφική ανάλυση Q-V του μειωμένου Ιακωβιανού πίνακα και εφαρμόστηκε στο πρότυπο δίκτυο των 14 ζυγών της IEEE, εντοπίζοντας με επιτυχία τους πιο κρίσιμους ζυγούς (PQ). Πραγματοποιήθηκε επαλήθευση με αλγόριθμο ελέγχου βασισμένο στην εκτίμηση της ελάχιστης ιδιοτιμής αλλά και με έναν γενετικό αλγόριθμο προκειμένου να εκτιμηθούν τα όρια ευαισθησίας στην ενίσχυση τεσσάρων ζυγών του συστήματος με σύγχρονες γεννήτριες παραγωγής άεργου ισχύος.

Οι παραπάνω μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν σε περιπτώσεις ήδη υπάρχοντων ΣΗΕ για έλεγχο της ευστάθειας τάσης τους σε περιπτώσεις διαφορετικών κατανομών έγχυσης ισχύος ή φόρτισης, από τις γεννήτριες του συστήματος ή τα φορτία αντίστοιχα. Επιπλέον μπορούν να αποτελέσουν ένα εργαλείο προσδιορισμού των ορίων ευστάθειας για ένα υπό σχεδιαστική μελέτη ΣΗΕ (planning), αφού η ολοένα αυξανόμενη εισαγωγή νέων μονάδων έγχυσης ισχύος στο σύστημα σε περιπτώσεις όπως η αντικατάσταση παλαιών μονάδων με νέες σε διαφορετικά σημεία του δικτύου ή η εισαγωγή σε αυτό ΑΠΕ και γενικότερα διεσπαρμένης παραγωγής, απαιτεί εκ νέου έλεγχο της εύρυθμης και αξιόπιστης λειτουργίας του συστήματος για κάθε πιθανή μελλοντική κατάσταση λειτουργίας.

Τέλος, η χρήση της ελάχιστης ιδιοτιμής αποτελεί ένα δείκτη ευστάθειας του συστήματος ο οποίος πρέπει να χρησιμοποιηθεί σαν σχετικό μέτρο σύγκρισης για πολύ μικρές μεταβολές σε ένα καθορισμένο σύστημα. Σύγκριση της ελάχιστης

ιδιοτιμής ενός συστήματος για υλοποιήσεις με διαφορετική κατανομή φορτίων ή διαφορετικών συστημάτων δεν μπορεί να οδηγήσει σε ορθά αποτελέσματα. Επιπροσθέτως, από μόνη της δεν μπορεί να προσδιορίσει τους παράγοντες συνεισφοράς στην κατάσταση ασταθούς λειτουργίας.

Μια επέκταση της παρούσας εργασίας στο μέλλον μπορεί να είναι η εφαρμογή προσομοιώσεων Monte-Carlo προκειμένου να ληφθεί υπόψη η στοχαστική φύση της κατανομής των φορτίων, ούτως ώστε να μπορεί να ελεγχθεί η ευστάθεια τάσης του συστήματος για διαφορετικά σενάρια λειτουργίας (κατανομής φόρτισης - παραγόμενης ισχύος).

## 6 Βιβλιογραφία

- [1] Κ. Βουρνάς και Γ. Κονταξή, Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας, Αθήνα: ΕΜΠ, 2006.
- [2] P. Kundur, "Power System Stability and Control", McGraw-Hill Education, 1994.
- [3] F. Coyle, Introduction to Wind Power, The English Press, 2011.
- [4] Κ. Βουρνάς, Β. Κ. Παπαδιάς και Κ. Ντελκής, Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας: Έλεγχος και Ευστάθεια Συστήματος, Αθήνα: Εκδόσεις Συμμετρία, 2011.
- [5] T. Van Cutsem and C. Vournas, Voltage Stability of Electric Power Systems, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [6] C. Gross, "Power System Analysis", New York: John Wiley & Sons, 1979.
- [7] G. Stagg and A. El-Abiad, "Computer Methods in Power System Analysis", New York: McGraw-Hill, 1968.
- [8] G. Heydt, "Computer Analysis Methods for Power Systems", New York: Macmillan Publishing, 1986.
- [9] L. Chua and P. Lin , "Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques", Prentice Hall, 1975.
- [10] P. S. Murthy, "Power System Analysis", Hyderabad: BS Publications, 2007.
- [11] Prabha Kundur, «Static Analysis,» σε *Power System Stability And Control*, 1994, pp. 990-991.
- [12] J. Grainger and W. Stevenson, "Power System Analysis", New York: McGraw-Hill, 1994.
- [13] B. Gao, «Voltage Stability Analysis of Large Power Systems,» University of Toronto, Ph.D. thesis, 1992.

