



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Σχεδιασμός και κατασκευή διάταξης για την ανίχνευση
υποηχητικών κυμάτων μέσω λογισμικού προσομοίωσης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μάριος Πιτσαρής

Επιβλέπων : Διονύσιος-Δημήτριος Κουτσούρης
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Μάρτιος 2017



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Σχεδιασμός και κατασκευή διάταξης για την ανίχνευση υποηχητικών κυμάτων μέσω λογισμικού προσομοίωσης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μάριος Πιτσαρής

Επιβλέπων : Διονύσιος-Δημήτριος Κουτσούρης
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή:

.....

Διονύσιος Κουτσούρης

Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....

Γιώργος Ματσόπουλος

Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....

Παναγιώτης Τσανάκας

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Μάρτιος 2017

.....
Μάριος Πιτσαρής

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Μάριος Πιτσαρής, 2017

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν κατά την εκπόνησή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Διονύσιο-Δημήτριο Κουτσούρη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε στην ανάθεση ενός τόσο ενδιαφέροντος θέματος, καθώς και για τις πολύτιμες συμβουλές του κατά την διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας. Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον υποψήφιο διδάκτορα του Ε.Μ.Π. Παναγιώτη Κατρακάζα για την εξαιρετική συνεργασία κατά τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας, την υπομονή του, την ανταπόκριση του σε κάθε μου απορία και στη σημαντική συμβολή του στη διόρθωση του τελικού κειμένου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την πολύτιμη στήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια σε κάθε βήμα της ζωής μου.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο τη σχεδίαση και την κατασκευή διάταξης για την ανίχνευση των υποηχητικών κυμάτων. Τα υποηχητικά κύματα ή πιο απλά υπόηχοι είναι ηχητικά κύματα με συχνότητες κάτω των 20Hz, τα οποία δεν γίνονται αντιληπτά από τον άνθρωπο. Αν και υπάρχουν πολλές πηγές υποήχων στο περιβάλλον μας, είτε φυσικές είτε ανθρωπογενείς, η μελέτη των οποίων γίνεται εδώ και πάρα πολλά χρόνια, την τελευταία δεκαετία περίπου έχει δημιουργηθεί μια έντονη ανησυχία για το αν οι υπόηχοι αποτελούν απειλή για την υγεία του ανθρώπου. Βασική αιτία αυτής της ανησυχίας είναι τα συχνά παράπονα των κατοίκων σε περιοχές που λειτουργούν ανεμογεννήτριες. Οι κάτοικοι ισχυρίζονται πως η λειτουργία των ανεμογεννητριών και συγκεκριμένα οι υπόηχοι που δημιουργούνται, ότι έχουν αρνητική επίδραση στην υγεία τους. Τα παραπάνω γεγονότα αποτελούν αφορμή για την δημιουργία μιας διάταξης ικανής να ανιχνεύει τα υποηχητικά κύματα αλλά και να τα ενισχύει κατάλληλα, ώστε να είναι δυνατή στη συνέχεια η επεξεργασία και μελέτη τους, καθώς μέχρι και σήμερα ο εξοπλισμός που έχει σχεδιαστεί ειδικά για το σκοπό αυτό είναι αρκετά δαπανηρός και δύσκολα διαθέσιμος.

Το πρώτο στάδιο της εργασίας περιλαμβάνει τη βιβλιογραφική διερεύνηση των υποηχητικών κυμάτων. Παρουσιάζεται το θεωρητικό τους υπόβαθρο, ο τρόπος μελέτης τους, αλλά και οι πιο πρόσφατες επιστημονικές και ιατρικές έρευνες σχετικά με την επίδραση τους στην υγεία.

Στο δεύτερο στάδιο γίνεται η περιγραφή των βασικών αρχών λειτουργίας και των ιδιοτήτων, για τους δυο πιο γνωστούς τύπους υποηχητικών αισθητήρων.

Στο τρίτο στάδιο περιγράφεται η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την υλοποίηση της διάταξης. Με την χρήση του λογισμικού PTC Mathcad Prime επιτυγχάνεται ο υπολογισμός όλων των μαθηματικών πράξεων, ενώ με την χρήση του λογισμικού NI Multisim γίνεται η προσομοίωση των κυκλωμάτων. Τέλος, με βάση την προσομοίωση γίνεται η επιλογή της τελικής διάταξης και καταγράφονται τα συμπεράσματα από τη διαδικασία σχεδίασης.

Λέξεις Κλειδιά: Υπόηχος, υποηχητικά κύματα, υποηχητικοί αισθητήρες, βαθυπερατό φίλτρο, βαθυπερατό φίλτρο Butterworth, ενισχυτής.

Abstract

The purpose of this thesis is the design and development of a device that detects infrasonic waves. Infrasonic waves, or simply infrasound, are sound waves with frequencies below 20Hz, which are not audible to humans. Although there are many sources of infrasound in the environment, be it natural, or man-made, and the related research is ongoing for many years, the last decade a strong concern has emerged about whether infrasound poses a threat to our health. The main cause of this concern is the frequent complaints of residents, living in areas where wind turbines are installed and operate. Residents claim that the operation of the turbines and specifically the infrasound generated by them, has a negative effect on their health. These facts justify the development of a device capable of detecting and suitably amplifying infrasonic waves, so that the processing and study of infrasound can be measurable, because until now the equipment designed specifically for this purpose is quite expensive and hardly available.

The first section of this thesis includes a literature investigation of infrasonic waves. The theoretical background of infrasound, study methods and the latest scientific and medical research on their effect on health are presented.

In the second section, the basic function principles and the specific features of the two most known types of infrasonic sensors are described, while in the third section, the method used for the development of the device is described. PTC Mathcad Prime is used to achieve all the mathematical calculations, while NI Multisim is used for the simulation of the circuits.

Finally, based on the simulation results, the selection of the final layout is determined and the conclusions of the design process are recorded.

Key Words: Infrasound, infrasonic waves, infrasound sensors, low pass filter, Butterworth low pass filter, amplifier.

Περιεχόμενα

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	5
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	7
ABSTRACT	9
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	11
ΛΙΣΤΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	13
ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ	17
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	19
Σκοπός της εργασίας.....	19
Δομή της εργασίας	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΥΠΟΗΧΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ	20
1.1 Υποηχητικό φάσμα	20
1.2 Πηγές Υποήχων	21
1.2.1 Φυσικές πηγές υποήχων.....	21
1.2.2 Ανθρωπογενείς πηγές υποήχων	22
1.2.3 Ανθρώπινες πηγές υποήχων.....	22
1.2.4 Πηγές υποήχων από τα ζώα	22
1.3 Θεωρία του Ήχου.....	23
1.4 Η Ανατομία του Αυτιού.....	27
1.5 Μελέτη των Υποηχητικών Κυμάτων.....	28
1.5.1 Διάταξη Ανίχνευσης Υποηχητικών Κυμάτων	29
1.5.2 Συνθήκη της Πλήρους Απαγόρευσης των Πυρηνικών Δοκιμών.....	30
1.6 Επίδραση των Υποήχων στον Άνθρωπο.....	32
1.6.1 Το Σύνδρομο των Ανεμογεννητριών - Wind Turbine Syndrome.....	33
1.6.2 Λειτουργία και Θόρυβος από τις Ανεμογεννήτριες.....	34
1.6.3 Η Ευαισθησία του Αυτιού στους Υποήχους.....	35
1.6.4 Τελευταία Επιστημονικά Δεδομένα.....	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΥΠΟΗΧΗΤΙΚΟΙ ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ	39
2.1 Τύποι Υποηχητικών Αισθητήρων.....	39
2.1.1 Απόλυτοι Υποηχητικοί Αισθητήρες	39
2.1.2 Διαφορικοί Υποηχητικοί Αισθητήρες.....	48
2.2 Ιδιαιτερότητες Υποηχητικών Αισθητήρων	57

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΘΕΩΡΙΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ.....	60
3.1 Εισαγωγή στα Ηλεκτρονικά Φίλτρα.....	60
3.1.1 Σχεδίαση Κυκλωμάτων.....	60
3.1.2 Μετάδοση χωρίς παραμόρφωση.....	61
3.1.3 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα.....	63
3.1.4 Κλιμάκωση και Κανονικοποίηση.....	65
3.2 Βασικά Κυκλώματα.....	68
3.3 Βαθυπερατό Φίλτρο 1 ^{ης} τάξης.....	70
3.4 Βαθυπερατό Φίλτρο 2 ^{ης} τάξης.....	72
3.5 Ολοπολική Προσέγγιση Butterworth.....	76
3.6 Αλυσωτή Σύνδεση Βαθμίδων.....	80
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΒΑΘΥΠΕΡΑΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ	83
4.1 Προδιαγραφές Βαθυπερατού Φίλτρου.....	83
4.2 Σχεδίαση Βαθυπερατού Φίλτρου.....	86
4.3 Προσομοίωση Βαθυπερατού Φίλτρου.....	98
4.3.1 Απόκριση Συχνότητας.....	98
4.3.2 Χρονική Απόκριση.....	102
4.3.3 Επιλογή της τάξης n για την υλοποίηση του βαθυπερατού φίλτρου.....	104
4.4 Υλοποίηση Βαθυπερατού Φίλτρου 5 ^{ης} τάξης.....	105
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	116
5.1 Συμπεράσματα.....	116
5.2 Περιορισμοί της παρούσας εργασίας.....	117
5.3 Προτάσεις για περαιτέρω βελτίωση.....	118
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	119
A.1 Απόκριση Συχνότητας.....	119
A.1.1 Πόλοι, Μηδενικά και Ευστάθεια.....	119
A.1.3 Δεκάδα- Οκτάβα.....	120
A.2 Μη ιδανική λειτουργία κυκλώματος.....	121
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	123
Φύλλα Εργασίας Mathcad.....	123
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	147

Λίστα Σχημάτων

Σχήμα 1 Το νησί Ανακρακατόα όπως είναι σήμερα.....	20
Σχήμα 2 Πηγές Υποηχητικών κυμάτων.....	21
Σχήμα 3 Κατώφλι Ακουστότητας - Κατώφλι Πόνου - Γενικό Όριο Ευαισθησίας Αισθητήρων Πίεσης[4].....	26
Σχήμα 4 Κατώφλι Ακουστότητας στο υποηχητικό και χαμηλών συχνοτήτων φάσμα[3].....	26
Σχήμα 5 Ανατομία του αυτιού[6].....	28
Σχήμα 6 Το μικροβαρόμετρο MB2000.....	29
Σχήμα 7 Διάταξη Ανίχνευσης Υποηχητικών Κυμάτων.....	29
Σχήμα 8 Επιμέρους συστοιχία σε υποηχητικό σταθμό του IMS.....	31
Σχήμα 9 Διάφοροι σχηματισμοί των συστοιχιών στους υποηχητικούς.....	31
Σχήμα 10 Αιολικό Πάρκο.....	32
Σχήμα 11 Το ηχητικό φάσμα των ανεμογεννητριών συγκριτικά με το κατώφλι ακουστότητας[10].....	34
Σχήμα 12 Το ηχητικό φάσμα των ανεμογεννητριών συγκριτικά με την ευαισθησία των αισθητήριων τριχωτών κυττάρων[10].....	35
Σχήμα 13 Επισκόπηση ενός Απόλυτου Υποηχητικού Αισθητήρα[13].....	40
Σχήμα 14 Ακουστικό-Μηχανικός Μετατροπέας Εμβόλου Απόλυτου Υποηχητικού Αισθητήρα[13].....	41
Σχήμα 15 Ακουστικό Μοντέλο Ανεροειδούς Θαλάμου[13].....	41
Σχήμα 16 Γενικευμένο (αριστερά) και απλοποιημένο ακουστικό μοντέλο του ανεροειδούς θαλάμου μέσα στην κοιλότητα μετρήσεων[13].....	43
Σχήμα 17 Τυπική Διάταξη LVDT[14].....	46
Σχήμα 18 Αριστερά ο Μετατροπέας Ταχύτητας Κινητού Πηνίου και δεξιά ο Μετατροπέας Ταχύτητας Κινητού Μαγνήτη[16].....	47
Σχήμα 19 (α) Σχηματικό διάγραμμα ενός διαφορικού μικροβαρόμετρου και (b) το ηλεκτρικό του ανάλογο[18].....	50
Σχήμα 20 Σχηματική Αναπαράσταση των Πόλων (x) και του Μηδενικού (o) της συνάρτησης μεταφοράς. Οι διακεκομμένες γραμμές δείχνουν πως το s - μεταβάλλεται λόγω φαινομένων υψηλής συχνότητας στο ακροφύσιο. Ο πόλος s_D προκύπτει από το μειωτήρα θορύβου του ανέμου, διαμέτρου D [18].....	52
Σχήμα 21 Οι Απόλυτοι Υποηχητικοί Αισθητήρες MB3 της CEA (Seismowave).....	56
Σχήμα 22 Οι Διαφορικοί Υποηχητικοί Αισθητήρες της Chaparral Physics.....	57
Σχήμα 23 Μοντέλα υποηχητικού θορύβου[15].....	58
Σχήμα 24 Διάγραμμα φίλτρου[19].....	60
Σχήμα 25 Αριστερά το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, στο κέντρο η φάση και δεξιά η καθυστέρηση ομάδας[19].....	63
Σχήμα 26 Ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς[20].....	64
Σχήμα 27 Ιδανικό υψιπερατό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς[20].....	64
Σχήμα 28 Ιδανικό ζωνοδιαβατό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς.....	64

Σχήμα 29	Ιδανικό ζωνοφρακτικό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς...	64
Σχήμα 30	Προδιαγραφές βαθυπερατού φίλτρου[19].....	65
Σχήμα 31	Ο ακόλουθος τάσης μοναδιαίου κέρδους[21]	69
Σχήμα 32	Ο μη αντιστρεπτικός ενισχυτή τάσης[21]	69
Σχήμα 33	Το βαθυπερατό φίλτρο 1 ^{ης} τάξης με παθητικά στοιχεία RC	70
Σχήμα 34	Η συνάρτηση μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου 1 ^{ης} τάξης.....	71
Σχήμα 35	Βαθυπερατό φίλτρο 1ης τάξης με ακόλουθο τάσης.....	71
Σχήμα 36	Βαθυπερατό φίλτρο 1ης τάξης με ενίσχυση.....	72
Σχήμα 37	Οι πόλοι της βαθυπερατής συνάρτησης για $Q>0.5$ αριστερά και για $Q<0.5$ δεξιά[19]	73
Σχήμα 38	Η παράσταση του $G(\omega)$ για διάφορες τιμές του Q [19]	74
Σχήμα 39	Βαθυπερατό φίλτρο Sallen-Key[19]	74
Σχήμα 40	Βαθυπερατό φίλτρο Sallen-Key με $k=1$ [19]	75
Σχήμα 41	Σύγκριση των διαγραμμάτων Bode φίλτρων 1 ^{ης} και 2 ^{ης} τάξης (κόκκινη και μπλε σχεδίαση αντίστοιχα)	76
Σχήμα 42	Οι προσεγγίσεις Butterworth, Chebyshev, αντίστροφη Chebyshev και Cauer[19]	77
Σχήμα 43	Η απόκριση συχνότητας για τις διάφορες τιμές του συντελεστή β [19]	79
Σχήμα 44	Η απόκριση συχνότητας για τις διάφορες τιμές της τάξης n	79
Σχήμα 45	Αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων	81
Σχήμα 46	Φίλτρο άρτιας τάξης με αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων 2 ^{ης} τάξης συζυγών πόλων	82
Σχήμα 47	Φίλτρο περιττής τάξης με αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων 2 ^{ης} τάξης συζυγών πόλων και μιας βαθμίδας 1 ^{ης} τάξης πραγματικού πόλου	82
Σχήμα 48	Οι προδιαγραφές του βαθυπερατού φίλτρου[19]	84
Σχήμα 49	Η τάξη του φίλτρου σε σχέση με την οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής.....	85
Σχήμα 50	Ο πόλος της συνάρτησης μεταφοράς για $n=1$	86
Σχήμα 51	Το βαθυπερατό φίλτρο 1 ^{ης} τάξης της προσομοίωσης.....	87
Σχήμα 52	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=2$	88
Σχήμα 53	Το βαθυπερατό φίλτρο 2 ^{ης} τάξης της προσομοίωσης.....	89
Σχήμα 54	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=3$	89
Σχήμα 55	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=4$	90
Σχήμα 56	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=5$	91
Σχήμα 57	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=6$	92
Σχήμα 58	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=7$	93
Σχήμα 59	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=8$	94
Σχήμα 60	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=9$	95
Σχήμα 61	Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=10$	96
Σχήμα 62	Η απόκριση συχνότητας για τα φίλτρα από 1 ^{ης} έως 10 ^{ης} τάξης σε κλίμακα dB	99
Σχήμα 63	Η απόκριση συχνότητας για τα φίλτρα από 1 ^{ης} έως 10 ^{ης} τάξης σε γραμμική κλίμακα	100
Σχήμα 64	Η χρονική απόκριση για τα φίλτρα από 1 ^{ης} έως 10 ^{ης} τάξης	103

Σχήμα 65	Η υλοποίηση του βαθυπερατού φίλτρου 5 ^{ης} τάξης σε κύκλωμα.....	106
Σχήμα 66	Η απόκριση συχνότητας σε σχέση με τις αρχικές προδιαγραφές.....	107
Σχήμα 67	Η χρονική απόκριση του φίλτρου και οι προδιαγραφές ταχύτητας	107
Σχήμα 68	Σύγκριση χρονικής απόκρισης για φίλτρα 1 ^{ης} , 5 ^{ης} και 10 ^{ης} τάξης.....	108
Σχήμα 69	Η χρονική απόκριση για είσοδο συχνότητας 97Hz.....	109
Σχήμα 70	Η χρονική απόκριση του φίλτρου για είσοδο από ανεμογεννήτρια σε μακρινή απόσταση	110
Σχήμα 71	Η χρονική απόκριση του φίλτρου για είσοδο από ανεμογεννήτρια σε κοντινή απόσταση.....	111
Σχήμα 72	Η σχεδίαση του βαθυπερατού φίλτρου στο <i>NI Ultiboard</i>	112
Σχήμα 73	3D απεικόνιση του βαθυπερατού φίλτρου στο <i>NI Ultiboard</i>	112
Σχήμα 74	Παραδείγματα μετατροπών σε κλίμακα dB	120
Σχήμα 75	Απεικόνιση των δυο όρων στο πεδίο της συχνότητας	121
Σχήμα 76	Μοντέλο υψηλών συχνοτήτων βαθυπερατού φίλτρου 2 ^{ης} τάξης Sallen-Key.....	122

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 1.1	Διάφορες πηγές ήχου και τα αντίστοιχα επίπεδα σε dB.....	25
Πίνακας 1.2	Επίπεδα κατωφλίου για το σχήμα 4	27
Πίνακας 4.1	Η οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής ανά τάξη	85
Πίνακας 4.2	Οι τιμές των στοιχείων για n=1	87
Πίνακας 4.3	Οι τιμές των στοιχείων για n=2.....	88
Πίνακας 4.4	Οι τιμές των στοιχείων για n=3.....	90
Πίνακας 4.5	Οι τιμές των στοιχείων για n=4.....	91
Πίνακας 4.6	Οι τιμές των στοιχείων για n=5.....	92
Πίνακας 4.7	Οι τιμές των στοιχείων για n=6.....	93
Πίνακας 4.8	Οι τιμές των στοιχείων για n=7.....	94
Πίνακας 4.9	Οι τιμές των στοιχείων για n=8.....	95
Πίνακας 4.10	Οι τιμές των στοιχείων για n=9.....	96
Πίνακας 4.11	Οι τιμές των στοιχείων για n=10.....	97
Πίνακας 4.12	Τιμές πυκνωτών.....	105
Πίνακας 4.13	Οι νέες τιμές των στοιχείων για n=5	105
Πίνακας 4.14	Οι Προδιαγραφές της Χρονικής Απόκρισης	108
Πίνακας 4.15	Σύγκριση συχνότητας και τάσης εισόδου-εξόδου με σχετική ακρίβεια για το σχήμα 70.....	110
Πίνακας 4.16	Σύγκριση συχνότητας και τάσης εισόδου-εξόδου με σχετική ακρίβεια για το σχήμα 71.....	111

Εισαγωγή

Σκοπός της εργασίας

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται η κατασκευή μιας ενισχυτικής διάταξης για την ανίχνευση υποηχητικών κυμάτων. Σκοπός μας είναι η κατάλληλη σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου και ενός ενισχυτή τάσης που θα ανιχνεύουν και θα ενισχύουν το υποηχητικό σήμα. Η τελική επιλογή της διάταξης γίνεται μετά από την σύγκριση της συμπεριφοράς της, σε σχέση με την αύξηση της τάξης του βαθυπερατού φίλτρου, τόσο στο πεδίο της συχνότητας, όσο και στο πεδίο του χρόνου.

Δομή της εργασίας

Η δομή της εργασίας αποτυπώνει πλήρως τη διαδικασία σχεδίασης που ακολουθήθηκε.

Στο κεφάλαιο 1 εκτιμώνται οι λόγοι για τους οποίους σήμερα η χρήση μιας τέτοιας διάταξης αποτελεί ανάγκη. Αρχικά γίνεται μια θεωρητική εισαγωγή στους υποήχους με τον ορισμό του υποηχητικού φάσματος, τις πηγές των υποήχων και την γενικότερη θεωρία του ήχου. Επιπλέον, παρουσιάζεται ο σημερινός τρόπος μελέτης των υποηχητικών κυμάτων, καθώς επίσης και η μεγάλη απήχηση που έχει η υποηχητική δραστηριότητα στον κόσμο σήμερα, κυρίως λόγω της ευρείας χρήσης των ανεμογεννητριών παγκοσμίως. Τέλος, γίνεται λόγος για το κατά πόσο υπάρχει επίδραση των υποήχων στον άνθρωπο, με βάση τις πιο πρόσφατες επιστημονικές και ιατρικές μελέτες.

Στο κεφάλαιο 2 μελετώνται οι βασικές αρχές λειτουργίας για τους δυο βασικούς τύπους αισθητήρων υποηχητικών κυμάτων. Περιγράφεται ο τρόπος σχεδίασής τους, το ηλεκτρικό τους ανάλογο και οι ιδιαιτερότητες που έχουν οι αισθητήρες αυτοί.

Στο κεφάλαιο 3 αποτυπώνεται η θεωρία σύμφωνα με την οποία γίνεται η σχεδίαση της ενισχυτικής διάταξης. Περιγράφονται οι τρόποι σχεδίασης ενός βαθυπερατού φίλτρου, τα βασικά κυκλώματα που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και η ολοπολική προσέγγιση Butterworth, βάσει της οποίας έγινε η σύνθεση του φίλτρου.

Στο κεφάλαιο 4 πραγματοποιείται η οριστική σχεδίαση. Αφού υπολογιστούν όλες οι τιμές των στοιχείων της διάταξης, για τις τάξεις του φίλτρου από 1 έως 10, γίνεται η προσομοίωση όλων των τάξεων και η σύγκρισή τους, με βάση την απόκριση συχνότητας και την χρονική απόκριση, με σκοπό να γίνει η καταλληλότερη επιλογή της τάξης. Τελικά γίνεται η υλοποίηση της διάταξης, η προσομοίωση της συμπεριφοράς της αλλά και η σχεδίαση της σε πλακέτα.

Στο κεφάλαιο 5 καταγράφονται τα τελικά συμπεράσματα για το σύνολο της εργασίας και προτείνονται μερικά θέματα για την βελτίωση της διάταξης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΥΠΟΗΧΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Η βίαιη ηφαιστειακή έκρηξη στο νησί Κρακατόα της Ινδονησίας το 1883 θεωρείται ο δυνατότερος ήχος που έχει καταγραφεί ποτέ στην ανθρώπινη ιστορία και υπήρξε η αιτία για την πρώτη καταγραφή υποήχων που έγινε ποτέ με την χρήση οργάνων. Η έκρηξη ήταν τόσο έντονη που το μισό νησί εξαφανίστηκε και στη θέση του δημιουργήθηκε ένα νέο νησί, το Ανακρακατόα. Τα υποηχητικά κύματα έκαναν τον γύρω της γης έως και επτά φορές προκαλώντας τεράστιες καταστροφές σε ακτίνα 160 χ.μ. από το νησί. Μέσα σε αυτή την ακτίνα υπήρξαν πολλοί άνθρωποι που υπέστησαν έντονους πόνους στο αυτί αλλά και μόνιμη απώλεια της ακοής. Τα κύματα αυτά παρέμειναν ανιχνεύσιμα ακόμα και πέντε μέρες μετά την έκρηξη.^{1,2}



Σχήμα 1 Το νησί Ανακρακατόα όπως είναι σήμερα³

1.1 Υποηχητικό φάσμα

Υπόηχοι (Infrasound) ονομάζονται τα ηχητικά κύματα πολύ χαμηλών συχνοτήτων, δηλαδή συχνοτήτων κάτω από το κατώτερο όριο της ανθρώπινης ακοής. Θεωρητικά, το ηχητικό φάσμα που μπορεί να ακούσει ο άνθρωπος κυμαίνεται από 20 έως 20.000 Hz και ονομάζεται ακουστικό φάσμα, οπότε υπόηχος μπορεί να θεωρηθεί οποιοσδήποτε ήχος με **συχνότητα μικρότερη των 20Hz**. Ήχοι με συχνότητα μικρότερη των 20 Hz ανήκουν στο υποηχητικό φάσμα. Πρακτικά όμως, ο ορισμός αυτός δεν είναι σωστός, καθώς μπορούμε να ακούσουμε ήχους σε συχνότητες πολύ κάτω των 16 Hz, εάν το πλάτος τους είναι επαρκώς υψηλό. Για παράδειγμα, έχουν γίνει μετρήσεις του κατωφλίου ακοής μέχρι 4Hz για έκθεση σε ακουστικό θάλαμο [1] και μέχρι 1.5 Hz για ακρόαση με ακουστικά [2].

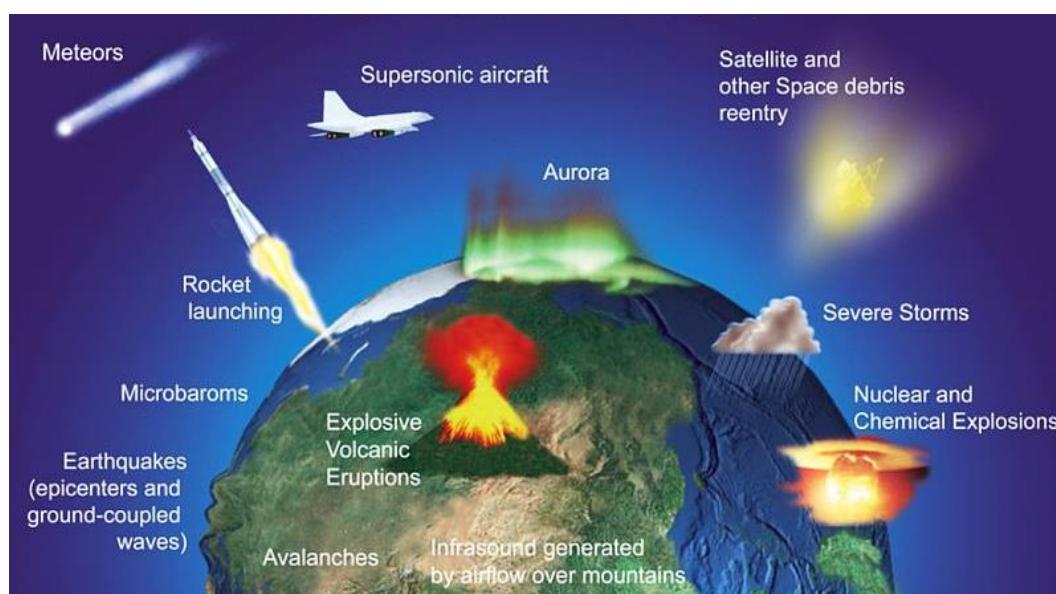
¹ Infrasound Monitoring: <https://www.ctbto.org/>

² 1883 eruption of Krakatoa: https://en.wikipedia.org/wiki/1883_eruption_of_Krakatoa

³ Krakatoa: <http://cryptoanthropologist.blogspot.com/>

Η αίσθηση της ακοής δεν εξαφανίζεται ξαφνικά όταν η συχνότητα μειώνεται κάτω των 20 Hz αλλά συνεχίζει σε πολύ χαμηλές συχνότητες, έτσι ώστε να μην είναι πλήρως δυνατό να καθοριστεί το υποηχητικό και ακουστικό φάσμα ως δυο ξεχωριστές περιοχές. Γι αυτό το λόγο το εύρος από περίπου 10-100Hz μπορεί να θεωρηθεί ως **περιοχή χαμηλών συχνοτήτων (low frequencies region)** με πιθανή επέκταση κατά μια οκτάβα στο τέλος κάθε ορίου δηλαδή από **5-200Hz** [3]. Εξαιτίας του μεγάλου μήκους κύματος, οι υπόηχοι μπορούν να διανύσουν πολύ μεγάλες αποστάσεις με μικρή εξασθένιση.

1.2 Πηγές Υποήχων



Σχήμα 2 Πηγές Υποηχητικών κυμάτων⁴

1.2.1 Φυσικές πηγές υποήχων

Τα περισσότερα φυσικά φαινόμενα που συμβαίνουν στον πλανήτη παράγουν υποηχητικά κύματα. Τέτοια φαινόμενα είναι:

- οι καταιγίδες
- οι χιονοστιβάδες
- οι ανεμοστρόβιλοι
- τα θαλάσσια κύματα
- οι σεισμοί
- το τσουνάμι
- οι ηφαιστειακές εκρήξεις
- οι μετεωρίτες

Οι υπόηχοι αυτοί έχουν συχνότητα χαμηλότερη από 1 Hz.

⁴ Infrasound Monitoring: <https://www.ctbto.org/>

⁵ Σεισμός και τσουνάμι του Ινδικού Ωκεανού: <https://el.wikipedia.org/>

1.2.2 Ανθρωπογενείς πηγές υποήχων

Αρκετά από τα τεχνολογικά επιτεύγματα του ανθρώπου παράγουν υποήχους. Κάποια από αυτά είναι τα παρακάτω:

- τα αεροσκάφη
- οι ανεμογεννήτριες
- οι ανεμιστήρες
- τα κλιματιστικά
- οι εκτοξεύσεις πυραύλων
- οι πυρηνικές εκρήξεις

1.2.3 Ανθρώπινες πηγές υποήχων

Πηγή υποηχητικών κυμάτων μπορεί να είναι και ο ίδιος ο άνθρωπος. Αρκετά όργανα του ανθρώπινου σώματος (για παράδειγμα η καρδιά), κατά τη λειτουργία τους παράγουν υποήχους. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με την λειτουργία των μυών στο σώμα.

Ένα από τα παραδείγματα της καθημερινότητας μας, είναι η περίπτωση ενός ανθρώπου, ο οποίος τρέχει (κάνει τζόκινγκ). Εκείνη τη στιγμή παράγει υποήχους κοντά στα 90dB και συχνότητας κάτω των 2Hz, που οφείλονται στις αλλαγές στο ύψος του σώματος του. Επίσης, όταν κολυμπάει δημιουργεί υποήχους κοντά στα 140dB και συχνότητας μικρότερης των 2Hz. Ακόμα, ένα μικρό παιδί στην κούνια δέχεται υποήχους περίπου στα 110 dB και σε συχνότητα 0.5 Hz, οι οποίοι οφείλονται στην αλλαγή της θέσης και του ύψους της κούνιας λόγω της κίνησης [3]. Τέλος, το πλήρωμα ενός αεροσκάφους μπορεί να εκτίθεται σε υποήχους ακόμα και επιπέδου 130 db για εκατοντάδες ώρες το μήνα.

1.2.4 Πηγές υποήχων από τα ζώα

Αρκετά είδη ζώων παράγουν και ανιχνεύουν υποήχους για διάφορους λόγους, όπως να επικοινωνήσουν σε μεγάλες αποστάσεις, να ζευγαρώσουν, να εντοπίσουν τροφή, ακόμα και για να ειδοποιήσουν για κάποιον επερχόμενο κίνδυνο [4]. Μερικά από αυτά τα ζώα είναι:

- οι φάλαινες
- οι ελέφαντες
- οι ιπποπόταμοι
- οι αλιγάτορες

Μάλιστα τα τελευταία χρόνια είχε γίνει αρκετά δημοφιλής η ιστορία για τα ζώα και το «ένστικτο επιβίωσης» λόγω του τσουνάμι που προκλήθηκε στην Ασία το 2004. Στις 26 Δεκεμβρίου 2004 στον Ινδικό Ωκεανό προκλήθηκε σεισμός μεγέθους 9.3 της κλίμακας Ρίχτερ και προκάλεσε ένα φονικό τσουνάμι που είχε ως αποτέλεσμα να

σκοτωθούν 230.210 άνθρωποι⁵. Το γεγονός που προκάλεσε ενδιαφέρον ήταν ότι αρκετή ώρα πριν εκδηλωθεί το τσουνάμι, πολλά ζώα άρχισαν να απομακρύνονται από την περιοχή κοντά στην ακτή. Δεν είναι απολύτως σίγουρο βέβαια ότι τα ζώα ανίχνευσαν τους υποήχους που προκλήθηκαν λόγω της σεισμικής δραστηριότητας, καθώς μερικοί υποστηρίζουν ότι η επίδραση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων έκανε τα ζώα να απομακρυνθούν⁶. Το σίγουρο όμως είναι ότι η απομάκρυνσή τους αυτή ήταν τελικά σωτήρια.

1.3 Θεωρία του Ήχου

Ο ήχος είναι ένα ελαστικό κύμα πίεσης που διεγείρει το αισθητήριο της ακοής. Η διάδοσή του περιγράφει μια διαταραχή στο χώρο, η οποία μεταβάλλει την πυκνότητα και την πίεση του υλικού μέσου. Η μεταβολή αυτή δημιουργεί πυκνώματα (περιοχές υψηλής πίεσης) και αραιώματα (περιοχές χαμηλής πίεσης) στο μέσο. Ο ήχος είναι ένα διαμήκες κύμα πίεσης και η παρουσία ενός ελαστικού μέσου είναι η απαραίτητη προϋπόθεση για τη διάδοσή του.

Η ταχύτητα διάδοσης u των ηχητικών κυμάτων εξαρτάται από τις ελαστικές ιδιότητες του μέσου διάδοσης και από τη θερμοκρασία. Στον αέρα και σε θερμοκρασία περιβάλλοντος (20°C), η ταχύτητα του ήχου είναι περίπου 343m/s, ενώ ο ήχος δεν διαδίδεται στο κενό.

Σε συγκεκριμένο μέσο διάδοσης και για σταθερή θερμοκρασία ο ήχος διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα:

$$u = \lambda * f \quad (1.3.1)$$

όπου f η συχνότητα και λ το μήκος κύματος του ηχητικού κύματος.

Ηχητική Ισχύς

Κατά τη διάδοση ενός ηχητικού κύματος μεταφέρεται ποσότητα ενέργειας. Ο ρυθμός μεταφοράς ηχητικής ενέργειας, δηλαδή το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται στη μονάδα του χρόνου ονομάζεται ηχητική ισχύς και συμβολίζεται με W :

$$W = \Delta E / \Delta t \quad (1.3.2)$$

Στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) η ισχύς μετριέται σε Watts (1Watt=1Joule/sec).

Ένταση

Η ισχύς που διέρχεται από μια μοναδιαία επιφάνεια, κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος ονομάζεται Ένταση. Συμβολίζεται με I και μετριέται σε W/m^2 . Σε απόσταση R από μια ισοτροπική πηγή ηχητικής ισχύος W , η ένταση είναι:

⁵ Σεισμός και τσουνάμι του Ινδικού Ωκεανού: <https://el.wikipedia.org/>

⁶ Can animals predict disaster? : <http://www.pbs.org/>

$$I = \frac{W}{4\pi R^2} \quad (1.3.3)$$

Ηχητική πίεση

Ηχητική πίεση είναι η πίεση που δημιουργείται κατά την διάδοση του ηχητικού κύματος και συμβολίζεται με P. Η μονάδα μέτρησης της πίεσης στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) είναι το Pascal (Pa), που αντιστοιχεί σε $\frac{N}{m^2}$. Συχνά χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης και η ατμόσφαιρα (Atm), που ορίζει την τιμή της πίεσης που ασκεί το βάρος του αέρα της ατμόσφαιρας στην επιφάνεια της Γης και είναι ίση με 101.325 Pa. Η τιμή αναφοράς της ηχητικής πίεσης είναι $p_{ref} = 20\mu PA$, η οποία θεωρείται το κατώφλι ακουστότητας της ανθρώπινης ακοής για συχνότητα 1000Hz.

Στη μελέτη των ηχητικών κυμάτων χρησιμοποιείται λογαριθμική κλίμακα για δύο λόγους:

1. το εύρος τιμών της έντασης του ήχου είναι πολύ μεγάλο για να χρησιμοποιηθεί γραμμική κλίμακα και να απεικονιστεί μια τόσο ευρεία περιοχή.
2. η ακουστότητα ενός ήχου είναι ανάλογη με το λογάριθμο του λόγου της έντασής του ως προς μια ένταση αναφοράς. Δεν εξαρτάται δηλαδή από τη διαφορά μεταξύ αρχικής και τελικής τιμής, αλλά από τον λόγο τους.

Επομένως, η μέτρηση της ισχύος, της έντασης και της ηχητικής πίεσης γίνεται σε λογαριθμική κλίμακα και στη συνέχεια ορίζονται οι ακόλουθες ηχητικές στάθμες:

Στάθμη Ηχητικής Ισχύος (SWL):

$$SWL = 10\log \frac{W}{W_{ref}} \quad (1.3.4)$$

όπου $W_{ref} = I_{ref} \cdot S_{ref} = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \cdot 1\text{m}^2 = 10^{-12} \text{ W}$ είναι η ισχύς αναφοράς

Στάθμη Έντασης Ήχου (Sound Intensity Level-SIL):

$$SIL = 10\log \frac{I}{I_{ref}} \quad (1.3.5)$$

όπου I είναι η μέση ενεργός τιμή της έντασης και $I_{ref} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ η τιμή αναφοράς της έντασης.

Στάθμη Ηχητικής Πίεσης (Sound Pressure Level-SPL):

$$SPL = 10\log \left(\frac{P}{P_{ref}} \right)^2 = 20\log \left(\frac{P}{P_{ref}} \right) \quad (1.3.6)$$

όπου P είναι η μέση ενεργός τιμή της πίεσης και $P_{ref}= 20\mu\text{PA}$ είναι η τιμή αναφοράς της πίεσης.

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει κάποιες χαρακτηριστικές πηγές ήχου με τις αντίστοιχες στάθμες ηχητικής πίεσης (SPL), αλλά και το αποτέλεσμα που έχουν στον άνθρωπο.

Πηγή ήχου	SPL (dB)	Αποτέλεσμα
απογείωση τζετ στα 25 μέτρα	150	
κατάστρωμα αεροπλανοφόρου	140	
απογείωση αεροσκάφους από αεροπλανοφόρο	130	επώδυνο
κεραυνός, αλυσοπρίονο	120	Κατώφλι Πόνου
ροκ συναυλία	110	εξαιρετικά δυνατά
μοτοσυκλέτα, τρακτέρ, κομπρεσέρ	100	πολύ ενοχλητικά
αυτοκίνητο, μετρό	90	πιθανή ζημιά μετά από έκθεση 8 ωρών
πλυντήριο πιάτων, μπλέντερ	80	
ανοιχτό ραδιόφωνο ή τηλεόραση	70	ενοχλητικά
συνομιλία σε εστιατόριο ή γραφείο	60	αρκετά ήσυχα
συνομιλία στο σπίτι	50	
βιβλιοθήκη, υπνοδωμάτιο	40	
ήσυχη περιοχή	30	πολύ ήσυχα
ψίθυρος	20	
αναπνοή	10	2
	0	Κατώφλι Ακουστότητας

Πίνακας 1.1 Διάφορες πηγές ήχου και τα αντίστοιχα επίπεδα σε dB⁷

Κατώφλι Ακουστότητας (Hearing Threshold)

Το αυτί μπορεί να λαμβάνει ήχους σε μία συγκεκριμένη περιοχή συχνοτήτων. Σε χαμηλότερες και υψηλότερες συχνότητες γίνεται όλο και λιγότερο ευαίσθητο. Γι αυτό το λόγο, έχει καθοριστεί για τη μικρότερη ένταση για την οποία οι ήχοι διαφόρων συχνοτήτων γίνονται μόλις αντιληπτοί από το αυτί, μια καμπύλη που δείχνει το κατώφλι, πάνω από το οποίο οι ήχοι γίνονται ακουστοί. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται κατώφλι ακουστότητας. Οι ήχοι κοντά στο κατώφλι ακουστότητας για να γίνουν αντιληπτοί χρειάζονται ιδανικές συνθήκες ησυχίας και προσοχής.

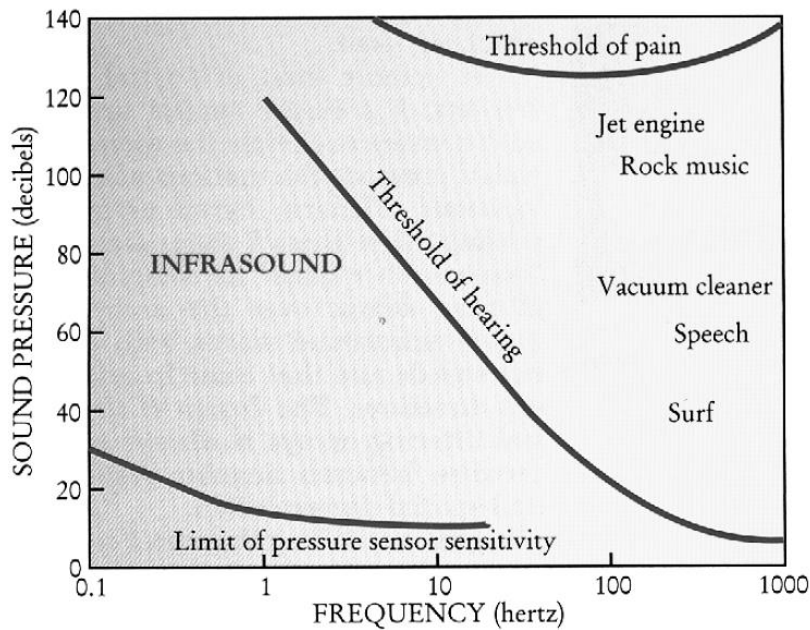
Κατώφλι Πόνου (Pain Threshold)

Όταν η ένταση του ήχου αυξηθεί αρκετά, ο ήχος πλέον αρχίζει και γίνεται ενοχλητικός και αργότερα προκαλεί πόνο. Το γεγονός αυτό δημιουργεί ένα κατώφλι, το οποίο ονομάζεται κατώφλι πόνου.

Ήχοι με SPL πάνω από 85 dB θεωρούνται επιβλαβείς. Όταν υπερβαίνουν το κατώφλι πόνου των 120 dB είναι μη ασφαλείς και εκείνοι που υπερβαίνουν τα 150 dB προκαλούν σωματική βλάβη στο ανθρώπινο σώμα. Για την αποφυγή βλάβης στην ακοή δεν συνιστάται η έκθεση σε περισσότερα από 85-90 dB για 8 ώρες την ημέρα, 100 dB για 2 ώρες την ημέρα, ή 110 dB για 30 λεπτά την ημέρα. Ήχοι με SPL 190

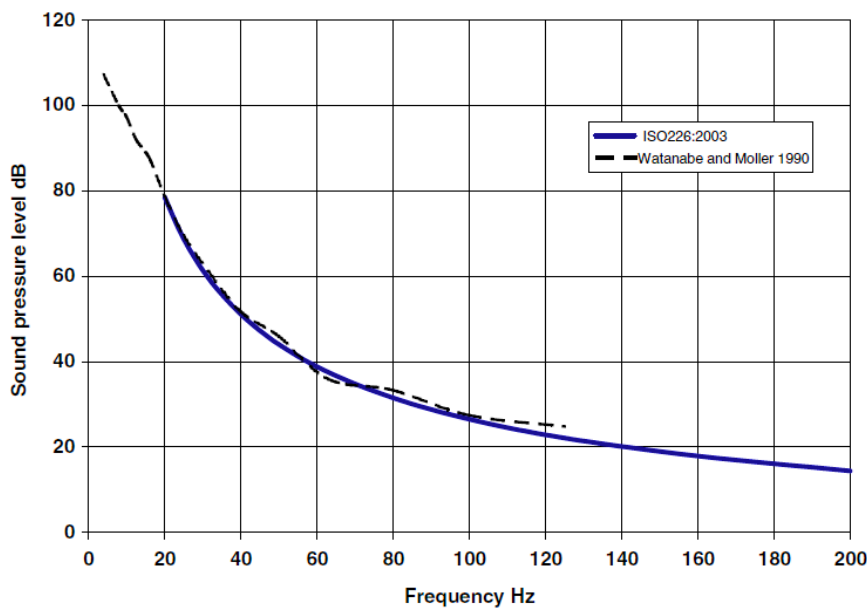
⁷ Comparative Examples of Noise Levels: <http://www.industrialnoisecontrol.com/>

έως 198 dB προκαλούν τυμπανική ρήξη και ήχοι της τάξης των 200 dB μπορούν να προκαλέσουν θάνατο στον άνθρωπο [5]. Στο επόμενο σχήμα έχουν τοποθετηθεί μαζί για συχνότητες από 0.1Hz έως 1000Hz, το κατώφλι ακουστότητας, το κατώφλι πόνου αλλά και ένα γενικό όριο ευαισθησίας των αισθητήρων πίεσης.



Σχήμα 3 Κατώφλι Ακουστότητας - Κατώφλι Πόνου - Γενικό Όριο Ευαισθησίας Αισθητήρων Πίεσης[4]

Το κατώφλι ακουστότητας για την υποηχητική και χαμηλών συχνοτήτων περιοχή μπορεί να φανεί αρκετά καλύτερα στο παρακάτω σχήμα, όπου η συνεχής γραμμή είναι από το πρότυπο ISO226:2003, ενώ η διακεκομμένη καμπύλη είναι από το βιβλίο των Watanabe και Moller.



Σχήμα 4 Κατώφλι Ακουστότητας στο υποηχητικό και χαμηλών συχνοτήτων φάσμα[3]

Ο πίνακας 1.2 δείχνει αναλυτικά τις τιμές SPL ορισμένων συχνοτήτων, για το κατώφλι ακουστότητας του σχήματος 4.

Freq (Hz)	4	8	10	12	16	20	25	31	40	50	63	80	100	125	160	200
SPL (dB)	107	100	97	92	88	79	69	60	51	44	38	32	27	22	18	14

Πίνακας 1.2 Επίπεδα κατωφλίου για το Σχήμα 4

1.4 Η Ανατομία του Αυτιού

Η διαδικασία της ακοής περιλαμβάνει τη λήψη ενός ακουστικού μηνύματος από το αυτί και στη συνέχεια, τη βιοφυσική μετατροπή αυτών των μηχανικών ταλαντώσεων σε ηλεκτρικά σήματα, τα οποία έπειτα επεξεργάζεται ο ανθρώπινος εγκέφαλος.

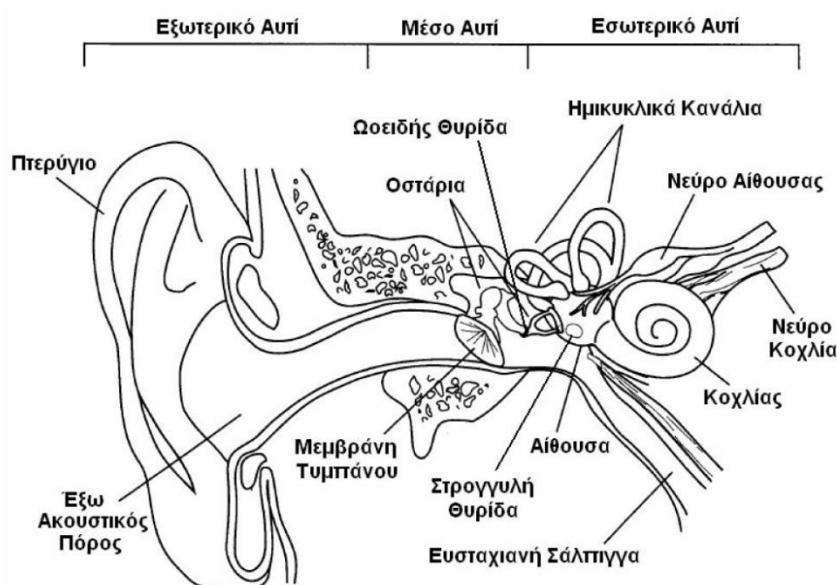
Το αυτί είναι το όργανο της ακοής και αποτελείται από τρία τμήματα:

- το εξωτερικό τμήμα (Εξω ους)
- το μέσο τμήμα (Μέσο ους)
- το εσωτερικό τμήμα (Εσω ους)

Το εξωτερικό τμήμα του αυτιού αποτελείται από το πτερύγιο και τον έξω ακουστικό πόρο. Το έξω από το μέσο τμήμα του αυτιού διαχωρίζεται από τον τυμπανικό υμένα. Ο ήχος που πλησιάζει το αυτί φτάνει μέσω του πτερυγίου και του έξω ακουστικού πόρου στην τυμπανική μεμβράνη, την οποία θέτει σε ταλάντωση. Τα οστάρια, τοποθετημένα στο άνω τμήμα του μέσου αυτιού μεταφέρουν αυτές τις ταλαντώσεις της τυμπανικής μεμβράνης στο έσω αυτί. Η σφύρα, η οποία εφάπτεται στην τυμπανική μεμβράνη, μεταφέρει τις ταλαντώσεις στον άκμονα και αυτός με τη σειρά του στον αναβολέα, ο οποίος εφάπτεται στην ωοειδή θυρίδα του έσω αυτιού. Το έσω αυτί ονομάζεται και λαβύρινθος λόγω της πολύπλοκης κατασκευής του. Μέσα σ' αυτόν το λαβύρινθο κυκλοφορεί ένα υγρό που λέγεται λέμφος. Τα βασικά τμήματα του λαβύρινθου είναι ο κοχλίας, η αίθουσα και οι τρεις ημικύκλιοι σωλήνες. Στο τοίχωμα του κοίλου του τυμπάνου που αντιστοιχεί στην αίθουσα υπάρχουν δυο οπές, η ωοειδής και η στρογγυλή θυρίδα. Οι παλμικές κινήσεις του αναβολέα και της μεμβράνης της στρογγυλής θυρίδας καθορίζουν την κίνηση του υγρού, το οποίο με αυτόν τον τρόπο διεγείρει τα αισθητήρια κύτταρα της βασικής μεμβράνης, κατά περιοχές, ανάλογα με τη συχνότητα του προσπίπτοντος ήχου. Ο **κοχλίας** είναι ένας ελικοειδής σωλήνας και μέσα σε αυτόν βρίσκεται το αισθητήριο όργανο της ακοής ή **όργανο του Corti**. Από το έσω αυτί ξεκινά το ακουστικό νεύρο που καταλήγει στα αντίστοιχα εγκεφαλικά κέντρα του ακουστικού φλοιού του εγκεφάλου. Το ακουστικό νεύρο ανατομικά και λειτουργικά διαιρείται στο αιθουσαίο, υπεύθυνο για την ισορροπία του σώματος (σε συνεργασία με άλλα όργανα) και στο κοχλιακό, υπεύθυνο για την ακοή. Το ηχητικό ερέθισμα από το κοχλιακό νεύρο εισέρχεται στον εγκέφαλο όπου τελικά καταλήγει στον ραχιαίο και κοιλιακό κοχλιακό πυρήνα [6][7].

Το **όργανο του Corti** αποτελείται από επιθηλιακά υποστηρικτικά και αισθητήρια τριχωτά κύτταρα. Τα **τριχωτά κύτταρα** του οργάνου του Corti διακρίνονται σε δύο

ομάδες, τα **έξω τριχωτά κύτταρα (OHC)** και τα **έσω τριχωτά κύτταρα (IHC)**. Τα έσω τριχωτά κύτταρα διατάσσονται σε μια μόνο σειρά, ενώ τα έξω διατάσσονται σε τρεις παράλληλες σειρές. Η διέγερση των αισθητήριων κυττάρων έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία νευρικών ώσεων. Τα νεύρα μεταφέρουν αυτές τις ώσεις στον εγκέφαλο, όπου και ερμηνεύονται ως ήχος. Ήχοι διαφορετικής συχνότητας διεγείρουν τριχωτά κύτταρα σε διαφορετικά σημεία του οργάνου Corti, επιτρέποντας την αντίληψη περίπλοκων ήχων, όπως είναι ο λόγος και η μουσική. Το επόμενο σχήμα απεικονίζει την ανατομία του ανθρώπινου αυτιού.



Σχήμα 5 Ανατομία του αυτιού[6]

Η συχνότητα ενός ήχου αντιστοιχεί στην αίσθηση του ύψους του ήχου (pitch), το πλάτος στην αίσθηση της έντασης (intensity) και το φάσμα στην αίσθηση της χροιάς (timbre). Η συχνότητα, το πλάτος και το φάσμα είναι τα φυσικά δεδομένα, ενώ το ύψος, η ένταση και η χροιά είναι τα δεδομένα αντίληψης.

1.5 Μελέτη των Υποηχητικών Κυμάτων

Η μελέτη των υποηχητικών κυμάτων απαιτεί ένα όργανο το οποίο θα είναι ικανό να ανιχνεύει σήματα πολύ χαμηλής συχνότητας και έντασης. Τα όργανα που χρησιμοποιούνται για την μέτρηση των υποηχητικών κυμάτων ονομάζονται αισθητήρες πίεσης χαμηλών συχνοτήτων, τα λεγόμενα **μικροβαρόμετρα (microbarometers)** ή αλλιώς **υποηχητικοί αισθητήρες (infrasound sensors)** ή μικρόφωνα χαμηλών συχνοτήτων. Τα μικροβαρόμετρα μπορούν να καταγράψουν αλλαγές στην πίεση της τάξης των 10^{-3} pascals (ή 10^{-8} ατμόσφαιρες), το οποίο σημαίνει ότι είναι 45 φορές λιγότερο ευαίσθητα απ' ό,τι είναι το ανθρώπινο αυτί στο ακουστικό φάσμα. Η ικανότητα των αισθητήρων πίεσης να ανιχνεύουν υποηχητικά κύματα περιορίζεται, όχι εξαιτίας της ευαισθησίας τους, αλλά από τις τοπικές διακυμάνσεις της ατμόσφαιρας, το οποίο όμως δεν έχει σχέση με τα ηχητικά κύματα. Αυτές οι διακυμάνσεις σχετίζονται με τον άνεμο και τις αλλαγές που μπορεί να υπάρξουν στη βαρομετρική πίεση λόγω καιρού [4]. Από τα πρώτα μικροβαρόμετρα

που αναπτύχθηκαν ήταν το MB2000 του σχήματος 6. Στην πάνω μεριά του αισθητήρα MB2000 βρίσκεται το ηλεκτρονικό μέρος και στην κάτω μεριά βρίσκεται το μέρος των μετρήσεων (ανεροειδής θάλαμος, θάλαμος μετρήσεων, μορφοτροπέας).



Σχήμα 6 Το μικροβαρόμετρο MB2000⁸

1.5.1 Διάταξη Ανίχνευσης Υποηχητικών Κυμάτων

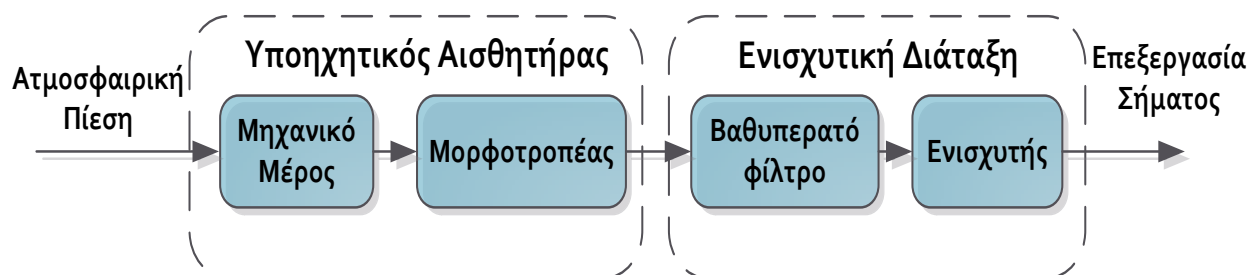
Μια γενική διάταξη η οποία μπορεί να περιγράψει την διαδικασία με την οποία ανιχνεύεται ένα υποηχητικό σήμα απεικονίζεται στο σχήμα 7.

Η διάταξη αυτή αποτελείται από τον **υποηχητικό αισθητήρα**, ο οποίος διαθέτει:

- μηχανικό μέρος
- και μορφοτροπέα

και την **ενισχυτική διάταξη**, η οποία διαθέτει:

- βαθυπερατό φίλτρο
- και ενισχυτή τάσης



Σχήμα 7 Διάταξη Ανίχνευσης Υποηχητικών Κυμάτων

⁸ Μικροβαρόμετρο MB2000: <http://www-dase.cea.fr/>

Η διαδικασία της ανίχνευσης των υποηχητικών κυμάτων θα μπορούσε να περιγραφεί ως εξής:

- 1) Το ηχητικό σήμα κατά την διάδοσή του δημιουργεί μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης,
- 2) οι μεταβολές αυτές ανιχνεύονται από το μηχανικό μέρος του υποηχητικού αισθητήρα,
- 3) μέσω ενός μορφοτροπέα, το σήμα αυτό μετατρέπεται σε αναλογικό σήμα τάσης,
- 4) στη συνέχεια, ένα βαθυπερατό φίλτρο αποκόπτει όλα τα σήματα με συχνότητες μεγαλύτερες του υποηχητικού φάσματος (δηλαδή οποιοδήποτε σήμα με συχνότητα μεγαλύτερη των 20Hz εξασθενεί),
- 5) επιπλέον, ένας ενισχυτής τάσης ενισχύει τα σήματα του υποηχητικού φάσματος με ένα αρκετά σημαντικό κέρδος,
- 6) ώστε τελικά, στην έξοδο της διάταξης να είναι πλέον δυνατή η μελέτη και η επεξεργασία του υποηχητικού σήματος.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα γίνει η αναλυτική περιγραφή του τρόπου λειτουργίας των υποηχητικών αισθητήρων, ενώ στα κεφάλαια 3 και 4 θα πραγματοποιηθεί η πλήρης σύνθεση και σχεδίαση του βαθυπερατού φίλτρου και του ενισχυτή τάσης.

Η μελέτη των υποήχων αναβίωσε ως ενεργός τομέας τα τελευταία είκοσι περίπου χρόνια σε μεγάλο βαθμό, κυρίως λόγω της Συνθήκης της Πλήρης Απαγόρευσης των Πυρηνικών Δοκιμών.

1.5.2 Συνθήκη της Πλήρης Απαγόρευσης των Πυρηνικών Δοκιμών

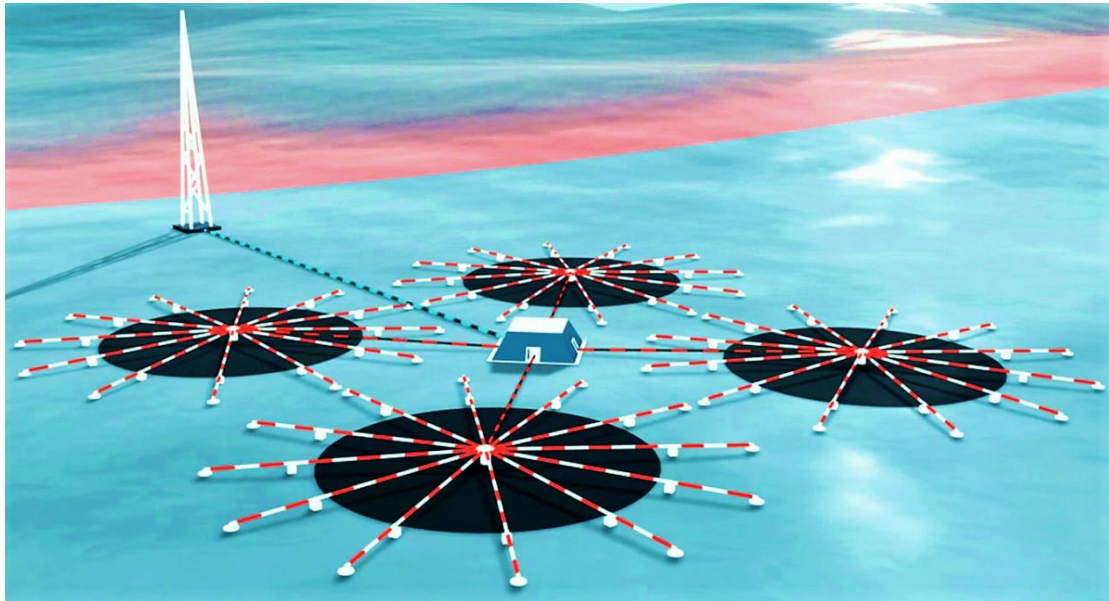
Η Συνθήκη της Πλήρης Απαγόρευσης των Πυρηνικών Δοκιμών (Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty-CTBT) θεσπίστηκε από την Γενική Συνέλευση των Ηνωμένων Εθνών το 1996. Ο οργανισμός CTBTO είναι ο υπεύθυνος οργανισμός για την τήρηση αυτής της συνθήκης, το οποίο πραγματοποιείται μέσω του Διεθνούς Συστήματος Παρακολούθησης (International Monitoring System- IMS). Το Διεθνές Σύστημα Παρακολούθησης περιλαμβάνει δίκτυα αισθητήρων παρακολούθησης για πυρηνικές δοκιμές σε ολόκληρη τη Γη. Το δίκτυο αποτελείται από 60 σταθμούς, από τους οποίους, οι 49 έχουν ήδη κατασκευαστεί, 3 είναι υπό κατασκευή και 8 προγραμματίζονται να κατασκευαστούν τα επόμενα χρόνια.

Κάθε σταθμός αποτελείται από μια συστοιχία αισθητήρων. Η συστοιχία αυτή αποτελείται από επιμέρους συστοιχίες αισθητήρων (συνήθως 6 έως 8), διατεταγμένες σε διαφορετικά γεωμετρικά μοτίβα, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους απόσταση 1-3χμ. Κάθε επιμέρους συστοιχία αποτελείται από τουλάχιστον 4 μικροβαρόμετρα. Το κάθε μικροβαρόμετρο αποτελεί στοιχείο της επιμέρους συστοιχίας και περιλαμβάνει σύστημα για την μείωση του θορύβου που προκαλείται από τον αέρα. Το σύστημα αυτό αποτελείται από αρκετούς αγωγούς, οι οποίοι συνδέονται με το κάθε μικροβαρόμετρο που είναι τοποθετημένο στο κέντρο του συστήματος. Όταν το υποηχητικό κύμα φθάνει στο σημείο, περνάει μέσα από τους αγωγούς, οι οποίοι αποκόπτουν τον θόρυβο που προέρχεται από τον αέρα, με αποτέλεσμα να γίνεται πολύ καλύτερη η λήψη του πραγματικού υποηχητικού κύματος.

Τα πλεονεκτήματα της συστοιχίας από έναν μόνο αισθητήρα είναι τα εξής:

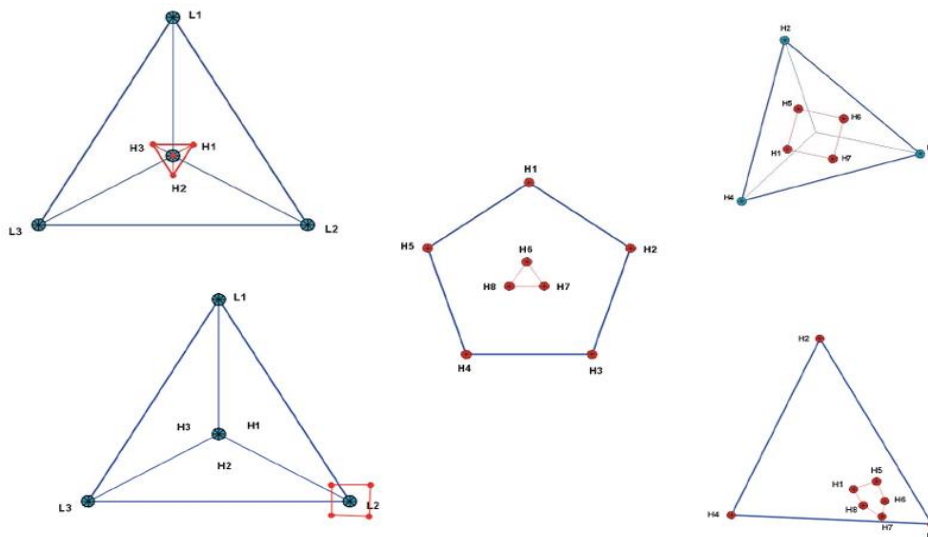
- είναι εφικτή η ανίχνευση των υποήχων σε υψηλότερα επίπεδα θορύβου
 - ανιχνεύεται η κατεύθυνση του σήματος
 - ανιχνεύεται η οριζόντια ταχύτητα διάδοσής του σήματος
- [8]

Στο σχήμα 8 απεικονίζεται μια επιμέρους συστοιχία σε υποηχητικό σταθμό του IMS. Η συστοιχία αυτή αποτελείται από τέσσερα μικροβαρόμετρα στα οποία έχει εφαρμοστεί το σύστημα μείωσης θορύβου (οι λευκοί-κόκκινοι αγωγοί).



Σχήμα 8 Επιμέρους συστοιχία σε υποηχητικό σταθμό του IMS⁹

Στο επόμενο σχήμα διακρίνονται οι διάφοροι σχηματισμοί που μπορεί να έχει μια συστοιχία αισθητήρων στους σταθμούς του Διεθνούς Συστήματος Παρακολούθησης.



Σχήμα 9 Διάφοροι σχηματισμοί των συστοιχιών στους υποηχητικούς σταθμούς του IMS⁹

⁹ Infrasound Monitoring: <https://www.ctbto.org/>

Αν και έχουν περάσει 21 χρόνια από την στιγμή που υπεγράφη η συνθήκη, μέχρι και σήμερα δεν εφαρμόζεται πλήρως καθώς ορισμένες χώρες, όπως η Βόρεια Κορέα και το Πακιστάν δεν συμμετέχουν σε αυτή.

1.6 Επίδραση των Υπόχων στον Άνθρωπο

Ένα θέμα το οποίο έχει πάρει αρκετά μεγάλες διαστάσεις την τελευταία δεκαετία περίπου είναι το κατά πόσο οι υπόχωνι επιδρούν αρνητικά στην υγεία του ανθρώπου. Η βασική αιτία στην οποία οφείλεται αυτό το γεγονός είναι οι **ανεμογεννήτριες (wind turbines)** και συγκεκριμένα ο θόρυβος που παράγουν οι ανεμογεννήτριες κατά την λειτουργία τους.

Η ανεμογεννήτρια είναι μια αιολική μηχανή που παράγει ρεύμα από την αιολική ενέργεια. Τα τελευταία χρόνια η αιολική ενέργεια αποτελεί σημαντική λύση στο πρόβλημα της ηλεκτροπαραγωγής, καθώς το «καύσιμο» μιας ανεμογεννήτριας είναι άφθονο και οι επιπτώσεις στο περιβάλλον είναι μικρές σε σύγκριση με τα εργοστάσια ηλεκτροπαραγωγής από συμβατικά καύσιμα. Γι' αυτό το λόγο η χρήση τους σήμερα είναι πολύ συνηθισμένη, καθώς αιολικά πάρκα (πολλές ανεμογεννήτριες μαζί) δημιουργούνται συνεχώς σε αρκετές πόλεις σε ολόκληρο τον κόσμο.



Σχήμα 10 Αιολικό Πάρκο¹⁰

Όμως η δημιουργία των αιολικών πάρκων έχει δημιουργήσει αναστάτωση σχετικά με την λειτουργία των ανεμογεννητριών, κυρίως στους κατοίκους που ζούνε κοντά σε αυτά τα πάρκα. Έχει διαπιστωθεί ότι οι κάτοικοι αυτών των περιοχών πολύ συχνά εκφράζουν παράπονα για την ύπαρξη των ανεμογεννητριών, καθώς όπως οι ίδιοι λένε τους δημιουργούν προβλήματα υγείας.

¹⁰ Wind Turbine: <https://wall.alphacoders.com/>

Κάποια από τα παράπονα που εκφράζονται αρκετά συχνά αφορούν συμπτώματα όπως:

- πονοκέφαλος
- απώλεια ύπνο
- έλλειψη συγκέντρωσης και μνήμης
- ζαλάδα, ίλιγγος

Οι κάτοικοι ισχυρίζονται πως η αιτία όλων αυτών των συμπτωμάτων είναι ο θόρυβος και συγκεκριμένα, οι υπόηχοι που παράγονται από την λειτουργία των αιολικών πάρκων. Γενικότερα στην κοινή γνώμη έχει δημιουργηθεί το αίσθημα του φόβου και της ανησυχίας για την υποηχητική δραστηριότητα, γεγονός που δεν θα μπορούσε να περάσει απαρατήρητο από την επιστημονική κοινότητα.. Το γεγονός αυτό έχει κάνει τους επιστήμονες να μελετήσουν τον τρόπο λειτουργίας των ανεμογεννητριών, ώστε να δούνε τελικά αν και κατά πόσο μπορούν να έχουν επίδραση στην υγεία. Εφόσον, οι επιδράσεις των υποήχων στον άνθρωπο έχουν αποτελέσει αντικείμενο συζήτησης για μεγάλο χρονικό διάστημα, υπάρχει μεγάλο ενδιαφέρον επίσης και για το πόσο πιθανή είναι η βλάβη της ακοής από τα υποηχητικά κύματα.

Όλη αυτή η σύγχυση που έχει προκληθεί, έχει οδηγήσει ακόμα και στη δημιουργία συνδρόμου συμπτωμάτων που σχετίζονται με τις ανεμογεννήτριες, το λεγόμενο σύνδρομο των ανεμογεννητριών.

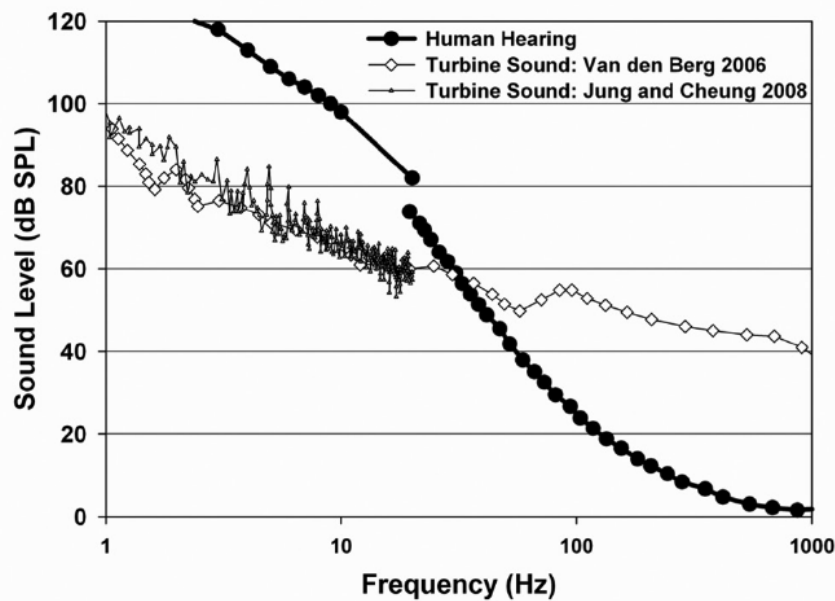
1.6.1 Το Σύνδρομο των Ανεμογεννητριών - Wind Turbine Syndrome

Ο όρος επινοήθηκε το 2009 από την παιδίατρο Nina Pierpont. Η συγγραφέας διεξήγαγε μια μελέτη η οποία επικρίθηκε, καθώς στηρίχθηκε σε ένα αρκετά μικρό δείγμα ανθρώπων (38 άτομα από 10 οικογένειες, οι οποίες ζούσαν σε περιοχή κοντά σε ανεμογεννήτριες), χωρίς να εξεταστεί το ιατρικό τους ιστορικό και χωρίς να έρθει σε άμεση επαφή μαζί τους. Με βάση αυτή τη μελέτη η Nina Pierpont κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ανεμογεννήτριες προκαλούν ένα ευρύ φάσμα ασθενειών όπως κόπωση, πονοκεφάλους και αϋπνία. Σύμφωνα με την συγγραφέα, αυτά τα συμπτώματα προκλήθηκαν από τους ήχους της χαμηλής περιοχής συχνοτήτων και τις δονήσεις που προέρχονται από τις ανεμογεννήτριες. Όμως, τα συμπτώματα που αποδίδονται στο σύνδρομο είναι γενικότερα αρκετά συνηθισμένα και δεν απαιτούν συγκεκριμένη αιτία. Αρκετοί ισχυρίζονται ότι το σύνδρομο αυτό είναι περισσότερο ένα κοινωνιολογικό φαινόμενο, καθώς οι ασθένειες που του αποδίδονται οφείλονται κυρίως στην ψυχολογική επίδραση της άποψης ότι οι ανεμογεννήτριες βλάπτουν. Μοιάζει δηλαδή με ψυχική ασθένεια που οφείλεται στη συλλογική υιοθέτηση μιας πληροφορίας που προκαλεί φόβο και όχι σε πραγματικά αίτια¹¹. Πάντως, μέχρι και σήμερα έχει αποτύχει να κερδίσει οποιαδήποτε σημαντική στήριξη από την επιστημονική και ιατρική κοινότητα, αφού δεν υπάρχουν αξιόπιστα στοιχεία που να υποστηρίζουν την ύπαρξη του.

¹¹ [Simon Chapman: The Pattern of Complaints about Australian Wind Farms Does Not Match the Establishment and Distribution of Turbines: Support for the Psychogenic, 'Communicated Disease' Hypothesis](#)

1.6.2 Λειτουργία και Θόρυβος από τις Ανεμογεννήτριες

Οι ήχοι που παράγονται από τις ανεμογεννήτριες ποικίλουν και εξαρτώνται από παράγοντες όπως το μέγεθος της ανεμογεννήτριας, την ταχύτητα του ρότορα και τις περιβαλλοντικές συνθήκες, όπως η ταχύτητα του ανέμου. Σε πολλές περιπτώσεις ένα μεγάλο μέρος των ήχων αυτών ανήκει στο υποηχητικό φάσμα. Μετρήσεις που έχουν γίνει, έχουν δείξει ότι στο ηχητικό φάσμα των ανεμογεννητριών κυριαρχούν συχνότητες κάτω των 10Hz, ενώ κοντά στο 1Hz, η στάθμη ηχητικής πίεσης είναι πάνω από 90dB. Οι σύγχρονες ανεμογεννήτριες κατά τη διάρκεια της λειτουργίας τους παράγουν θόρυβο με SPL γύρω στα 50 με 80 dB. Αυτά τα επίπεδα θορύβου είναι πολύ πιο κάτω από το κατώφλι ακουστότητας για το υποηχητικό φάσμα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 11. Στο υποηχητικό φάσμα δηλαδή, ο θόρυβος είναι ασήμαντος, ώστε να μπορεί να ακουστεί από τον άνθρωπο, ενώ στο φάσμα χαμηλών συχνοτήτων είναι αρκετά χαμηλός το οποίο δεν θεωρείται ανησυχητικό. Οι ήχοι σε αυτές τις συχνότητες δεν θα πρέπει να συνδέονται σε καμία περίπτωση με το περιοδικό σφύριγμα (swish) που δημιουργείται από την κίνηση των πτερυγίων της ανεμογεννήτριας. Ο θόρυβος αυτός ίσως είναι η αιτία που δημιουργεί την όλη ανησυχία και λανθασμένα αναφέρεται ως υπόηχος, ενώ είναι εξ'ολοκλήρου εντός του ακουστού φάσματος με συχνότητα 500-1000Hz [9]. Πάντως, όσο η τεχνολογία εξελίσσεται, η προσοχή επικεντρώνεται και σε αυτόν τον τομέα, με σκοπό την μείωσή του θορύβου και οι νέες ανεμογεννήτριες που κατασκευάζονται πλέον δημιουργούν λιγότερο θόρυβο.



Σχήμα 11 Το ηχητικό φάσμα των ανεμογεννητριών συγκριτικά με το κατώφλι ακουστότητας[10]

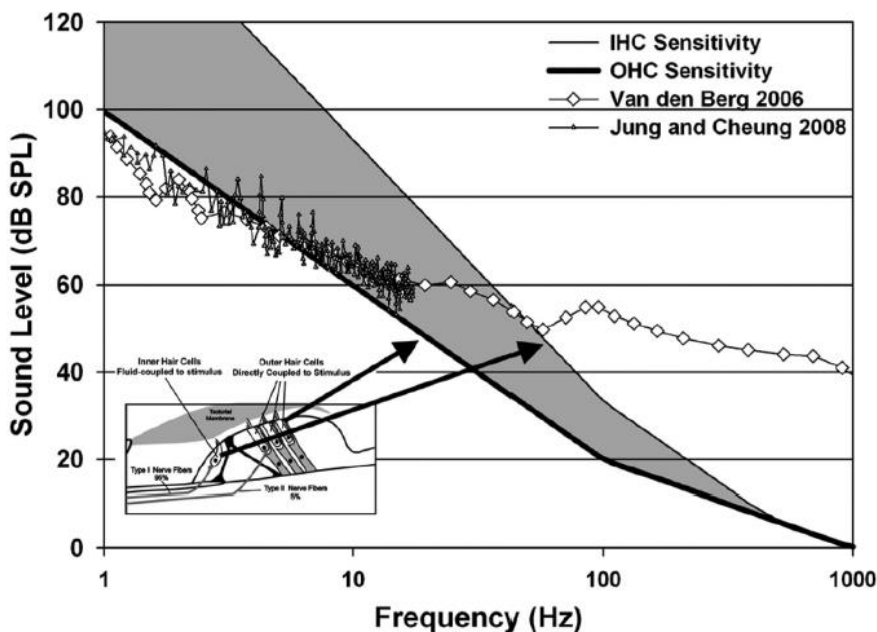
Αν και γενικότερα οι παραγόμενοι υπόηχοι δεν γίνονται αντιληπτοί από το ανθρώπινο αυτί, ώστε να μπορούν τελικά να ακουστούν, μια πιο πρόσφατη μελέτη έδειξε ότι το αυτί είναι αρκετά ευαίσθητο σε αυτούς τους ήχους και διεγείρεται από την ύπαρξη υποηχητικής δραστηριότητας.

1.6.3 Η Ευαισθησία του Αυτιού στους Υπόηχους

Το αυτί είναι ευαίσθητο στα υποηχητικά κύματα. Τα **αισθητήρια κύτταρα (έσω και έξω τριχωτά κύτταρα)** που είναι υπεύθυνα για την ακοή περιέχονται στον κοχλία και συγκεκριμένα στο αισθητήριο όργανο που ονομάζεται το **όργανο του Corti**. Οι τελευταίες έρευνες δείχνουν ότι αυτά τα αισθητήρια κύτταρα (και ιδιαίτερα τα έξω τριχωτά κύτταρα) διεγείρονται σε συχνότητες και επίπεδα SPL πολύ πιο κάτω από το κατώφλι ακουστότητας.

Το γεγονός αυτό δεν περιορίζεται μόνο για τις υποηχητικές συχνότητες, όμως δείχνει ότι η λογική που επικρατούσε τα προηγούμενα χρόνια, ότι δηλαδή οι υπόηχοι δεν μπορούν να ακουστούν για να μπορούν να βλάψουν τον άνθρωπο, δεν είναι απόλυτα σωστή, καθώς δεν λάμβανε υπόψη τις ιδιότητες της φυσιολογίας των αισθητήριων κυττάρων του εσωτερικού του αυτιού.

Στο σχήμα 12 το τμήμα του ηχητικού φάσματος των ανεμογεννητριών εντός της σκιασμένης περιοχής αντιπροσωπεύει συχνότητες και επίπεδα SPL, τα οποία είναι πολύ χαμηλά για να ακουστούν, αλλά επαρκή για να διεγείρουν τα έξω τριχωτά κύτταρα του αυτιού. Η λεπτή γραμμή δείχνει την εκτιμώμενη ευαισθησία των έσω τριχωτών κυττάρων (IHC). Η έντονη γραμμή δείχνει την εκτιμώμενη ευαισθησία των έξω τριχωτών κυττάρων (OHC), τα οποία είναι ουσιαστικά πιο ευαίσθητα. Φαίνεται ότι ήχοι παραγόμενοι από τις ανεμογεννήτριες, μέσα στην σκιασμένη περιοχή και συγκεκριμένα στο φάσμα από περίπου 5 έως 50 Hz είναι πολύ χαμηλοί για την διέγερση των έσω τριχωτών κυττάρων και επομένως δεν μπορούν να ακουστούν, αλλά είναι επαρκείς για την διέγερση των έξω τριχωτών κυττάρων.



Σχήμα 12 Το ηχητικό φάσμα των ανεμογεννητριών συγκριτικά με την ευαισθησία των αισθητήριων τριχωτών κυττάρων[10]

Συχνότητες πάνω από τα 30Hz μπορούν να ακουστούν, ενώ οι υπόλοιπες αν και έχουν υψηλότερο SPL βρίσκονται κάτω από το κατώφλι ακουστότητας, οπότε δεν γίνονται αντιληπτές από τον άνθρωπο. Με βάση τα παραπάνω, για χρόνια έχει θεωρηθεί ότι οι υπόηχοι από τις ανεμογεννήτριες δεν είναι σημαντικοί για τον

άνθρωπο. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, έρευνες είχαν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι εφόσον οι υπόηχοι από τις ανεμογεννήτριες είναι κάτω από το ακουστό όριο, δεν προκαλούν και καμία συνέπεια, με το σκεπτικό ότι αν κάποιος δεν μπορεί να ακούσει έναν ήχο, τότε αυτός ο ήχος δεν μπορεί και να τον βλάψει [9]. Το λάθος εδώ βρίσκεται στην υπόθεση ότι η ευαισθησία της ακοής θεωρείται ότι ισοδυναμεί με την ευαισθησία του αυτιού. Έτσι, αφού δεν ακούγετε ένας ήχος, θεωρείται ότι ο ήχος αυτός δεν επαρκεί για να διεγείρει το αυτί. Όμως τα σημερινά δεδομένα της φυσιολογίας του αυτιού υποδηλώνουν ότι αυτή η λογική είναι λανθασμένη.

Πληθαίνουν οι αποδείξεις ότι η απώλεια ή ακόμα και μόνο η υπερδιέγερση των έξω τριχωτών κυττάρων μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικές διαταραχές στην ισορροπία των διεγερτικών και ανασταλτικών επιδράσεων στον ραχιαίο κοχλιακό πυρήνα του εγκεφάλου. Ένα παράγωγο αυτής της διαταραχής είναι η εμφάνιση υπερκινητικότητας, που θεωρείται ευρέως ότι συμβάλλει στην αντίληψη των εμβοών. Το κυτταρικό σύστημα συνδέει επίσης πολλά κέντρα του εγκεφάλου. Μερικά από αυτά εμπλέκονται άμεσα με την ακοή, ενώ τα υπόλοιπα εξυπηρετούν διάφορες λειτουργίες όπως τη συγκέντρωση, την αίσθηση της ισορροπίας, τον έλεγχο της θέσης του κεφαλιού και των αυτιών. Λειτουργίες που έχουν αποδοθεί στον ραχιαίο κοχλιακό πυρήνα είναι ακόμα ο εντοπισμός του ήχου και ο προσανατολισμός του κεφαλιού και των αυτιών στις πηγές του ήχου. Οπότε οποιαδήποτε είσοδος από τα έξω τριχωτά κύτταρα προς τον ραχιαίο κοχλιακό πυρήνα του εγκεφάλου θα μπορούσε να επηρεάσει αυτές τις λειτουργίες σε πολλά επίπεδα [10].

Σε αντιπαράθεση με τα παραπάνω, άλλες πρόσφατες έρευνες που έγιναν στο εσωτερικό του αυτιού, έδειξαν ότι ο άνθρωπος γίνεται καθημερινά δέκτης υποήχων, όχι όμως από εξωτερικές πηγές, όπως είναι οι ανεμογεννήτριες αλλά από εσωτερικές. Πιο συγκεκριμένα, στο αυτί έχουν ανιχνευθεί συχνότητες 0.2Hz που οφείλονται στην αναπνοή και 1Hz που οφείλονται στον χτύπο της καρδιάς (όπου ο χτύπος της καρδιάς ήταν περίπου στα 60 bpm). Η στάθμη ηχητικής πίεσης στο αυτί ήταν 95-100 dB, που αντιστοιχεί σε μια μέση μετατόπιση της τυμπανικής μεμβράνης περίπου 0.1 μm. Με βάση τα παραπάνω, συνάγεται το συμπέρασμα ότι το επίπεδο SPL των υποήχων στο έσω αυτί από τις εσωτερικές πηγές στο σώμα είναι μεγαλύτερο από αυτό των εξωτερικών πηγών, όπως οι ανεμογεννήτριες. Οι εσωτερικώς παραγόμενοι υπόηχοι από τον χτύπο της καρδιάς και την αναπνοή, οι οποίοι εισέρχονται στο έσω αυτί, είναι μεγαλύτεροι από αυτούς που λαμβάνονται εξωτερικά από τις ανεμογεννήτριες σε παρόμοιες συχνότητες, κατά περίπου 20dB ή και περισσότερο [11].

1.6.4 Τελευταία Επιστημονικά Δεδομένα

Το σημαντικό ερώτημα για το αν τελικά οι υπόηχοι από τις ανεμογεννήτριες είναι επιβλαβείς για τους ανθρώπους, οδηγεί σε διαφορετικές εκτιμήσεις.

Σύμφωνα με την πρόσφατη γνώση για την εσωτερική φυσιολογία του αυτιού, οι υπόηχοι που παράγονται από τις διάφορες πηγές (όπως οι ανεμογεννήτριες) γίνονται αισθητοί από τα έξω τριχωτά κύτταρα του αυτιού και η πληροφορία αυτή μεταδίδεται στον κοχλιακό πυρήνα του εγκεφάλου. Το γεγονός ότι η πληροφορία που προέρχεται από υποηχητικά κύματα, αν και δεν είναι επαρκώς ακουστή από το ανθρώπινο αυτί, είναι παρούσα στο επίπεδο του εγκεφαλικού στελέχους, παρέχει μια επιστημονική

βάση για την πιθανότητα ότι τέτοιοι ήχοι μπορούν να έχουν επιρροή στους ανθρώπους.

Η πιθανότητα ότι οι ήχοι χαμηλής συχνότητας θα μπορούσαν να συμβάλουν τόσο στην έντονη ενόχληση και ενδεχομένως, σε άλλα προβλήματα που αναφέρουν οι άνθρωποι ως αποτέλεσμα της έκθεσης τους σε θόρυβο ανεμογεννητριών δεν μπορεί να απορριφθεί. Παρ' όλα αυτά, το ζήτημα του κατά πόσο οι ανεμογεννήτριες μπορούν να προκαλέσουν βλάβη είναι πιο πολύπλοκο. Σε αντίθεση με άλλους ήχους, όπως οι πολύ δυνατοί ήχοι, οι οποίοι είναι επιβλαβείς και καταστρέφουν την εσωτερική δομή του έσω ωτός, δεν υπάρχει καμία απόδειξη ότι οι υπόηχοι (χαμηλού SPL) προκαλούν άμεση ζημιά στο αυτί. Οι περισσότερες έρευνες που έχουν γίνει σε περιοχές που είναι τοποθετημένες γεννήτριες, έγιναν για μετρήσεις διάρκειας το πολύ έως και 24 ώρες. Δεν έχουν γίνει όμως έρευνες για μακροπρόθεσμη έκθεση σε υποήχους χαμηλού επιπέδου SPL σε άτομα που ζούνε κοντά στις ανεμογεννήτριες. Αυτά τα άτομα εκτίθενται σε υποήχους 24 ώρες τη μέρα, 7 μέρες τη βδομάδα για βδομάδες ή και για χρόνια. Οι έρευνες που απορρίπτουν το πιθανό πρόβλημα βασιζόμενες στο επιχείρημα ότι το επίπεδο των υποήχων που παράγεται από τις ανεμογεννήτριες είναι πολύ χαμηλό για να ακουστεί φαίνεται να αγνοούν εντελώς την γνωστή φυσιολογία του αυτιού, καθώς «μονοπάτι» από τα έξω τριχωτά κύτταρα προς τον εγκέφαλο υπάρχει, ώστε οι υπόηχοι να μπορούν πιθανώς να επηρεάσουν τη εγκεφαλική λειτουργία [10].

Σύμφωνα με τις τωρινές τεκμηριωμένες γνώσεις της φυσιολογίας του αυτιού και τις συνδέσεις του με τον εγκέφαλο, είναι επιστημονικά πιθανό, οι υπόηχοι από τις ανεμογεννήτριες να μπορούν να επηρεάσουν τους ανθρώπους που ζουν στις κοντινές περιοχές. Το επιστημονικά πιθανό όμως έχει τεράστια διαφορά από το επιστημονικά βέβαιο. Προς το παρόν δεν υπάρχουν στοιχεία που να αποδεικνύουν ότι οι υπόηχοι είναι επιβλαβείς. Φυσικά, απόλυτη βεβαιότητα δεν υπάρχει ποτέ, ειδικά όταν εμπλέκονται βιολογικές διαφορές, αλλά όλες οι ενδείξεις μέχρι και σήμερα δείχνουν ότι οι ανεμογεννήτριες δεν αποτελούν πρόβλημα.

Ωστόσο, μερικοί άνθρωποι είναι πεπεισμένοι ότι βλάπτονται από τους υποήχους από τις ανεμογεννήτριες, αλλά αυτό φαίνεται να συμβαίνει επειδή έτσι τους έχουν πει, κατ'επανάληψη, κυρίως μέσω των Μ.Μ.Ε. Όμως, η συχνή επανάληψη ενός εσφαλμένου γεγονότος, δεν μπορεί τελικά να το κάνει σωστό [11]. Επιπλέον, μια πρόσφατη μελέτη σε εργαστήριο έδειξε ότι αν οι συμμετέχοντες είναι ανήσυχτοι για τις επιπτώσεις που μπορεί να έχουν οι υπόηχοι επάνω τους, τότε θα εμφανίσουν συμπτώματα κάθε φορά που πιστεύουν ότι υπάρχει υποηχητική δραστηριότητα (ανεξαρτήτως αν υπάρχει υποηχητική δραστηριότητα ή όχι) [12].

Ο λόγος για τον οποίο ορισμένοι άνθρωποι διαταράσσονται από τον θόρυβο που προέρχεται από τις ανεμογεννήτριες είναι σαφώς περίπλοκος και απαιτεί επιπλέον μελέτη. Η κατανόηση αυτού του φαινομένου μπορεί να είναι σημαντική για την αντιμετώπιση και άλλων πηγών θορύβου χαμηλής συχνότητας και μπορεί να καθορίσει επίσης γιατί ορισμένα άτομα είναι πιο ευαίσθητα από άλλα [10].

Μέχρι και σήμερα δεν υπάρχει καμία επιστημονική απόδειξη ότι τα υποηχητικά κύματα συμβάλλουν σε προβλήματα υγείας, όπως αυτά που αναφέρθηκαν παραπάνω. Το επίπεδο SPL των ήχων από τις ανεμογεννήτριες δεν υπερβαίνει τα επίπεδα SPL άλλων πηγών, όπως για παράδειγμα ο θόρυβος της οδικής κυκλοφορίας. Η κύρια αιτία που δημιουργεί την ενόχληση στους ανθρώπους φαίνεται να είναι ο ήχος που

παράγεται από τα πτερύγια των ανεμογεννητριών (500-1000Hz). Σημαντικός παράγοντας στην αναστάτωση που έχει δημιουργηθεί με το αν τα υποηχητικά κύματα επιδρούν στην υγεία φαίνεται να είναι και η στάση των Μέσων Μαζικής Ενημέρωσης, τα οποία καλλιεργούν τον φόβο, αναπαράγοντας συστηματικά άρθρα, τα περισσότερα από τα οποία δεν διαθέτουν την ανάλογη επιστημονική αξιοπιστία. Ειδικά στο διαδίκτυο, με μια γρήγορη αναζήτηση υπάρχουν εκατοντάδες άρθρα (τα περισσότερα χωρίς καμία επιστημονική εγκυρότητα), τα οποία προσπαθούν με μια τακτική εκφοβισμού μέσω βαρύγδουπων τίτλων, να επηρεάσουν την αντίδραση του κοινού. Αυτό φυσικά δεν σημαίνει ότι η μελέτη για το αν οι υπόηχοι επιδρούν με κάποιο τρόπο στην υγεία θα πρέπει να σταματήσει. Κάθε άλλο, οι υπόηχοι αποτελούν ένα άκρως ενδιαφέρον θέμα για εξερεύνηση που θα πρέπει να συνεχιστεί, χωρίς όμως την όλη ανησυχία και τον φόβο που έχει δημιουργηθεί στον κόσμο τα τελευταία χρόνια, ενώ δεν υπάρχει καμία επιστημονική απόδειξη προς το παρόν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΥΠΟΗΧΗΤΙΚΟΙ ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ

Η ανίχνευση των υποηχητικών κυμάτων υλοποιείται με την χρήση ενός ειδικού εξοπλισμού που ονομάζεται αισθητήρας ανίχνευσης υποηχητικών κυμάτων (ή υποηχητικός αισθητήρας - Infrasound Sensor). Όταν είναι αναγκαίο χρησιμοποιείται επίσης ένας μειωτήρας για το θόρυβο (noise reducer) που προκαλείται από τον άνεμο. Ο αισθητήρας καταγράφει μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης πάνω από ένα πολύ μεγάλο δυναμικό εύρος και παρέχει ένα δυναμικό σήμα.

Ο αισθητήρας αποτελείται από δυο τομείς. Ο πρώτος τομέας αποτελείται από μηχανικά μέρη πολύ ευαίσθητα στην πίεση (sensitive mechanics), ενώ ο δεύτερος από τον σχετικό μετατροπέα (transducer). Μια μηχανική ευαίσθητη στην πίεση ή στις μεταβολές της πίεσης, προκαλεί κίνηση ή τάση ανάμεσα σε δύο μηχανικά μέρη. Ο μετατροπέας μετατρέπει την τάση αυτή σε ένα δυναμικό σήμα.

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί πολλές αρχές μεταγωγής και μηχανικής, η αρχή των οποίων καθώς και μερικές από τις ιδιαιτερότητες που θα πρέπει να ληφθούν υπόψιν περιγράφονται στη συνέχεια. Παρακάτω θα παρουσιαστούν οι βασικοί τύποι αισθητήρων υποηχητικών κυμάτων και οι βασικές αρχές λειτουργίας τους.

2.1 Τύποι Υποηχητικών Αισθητήρων

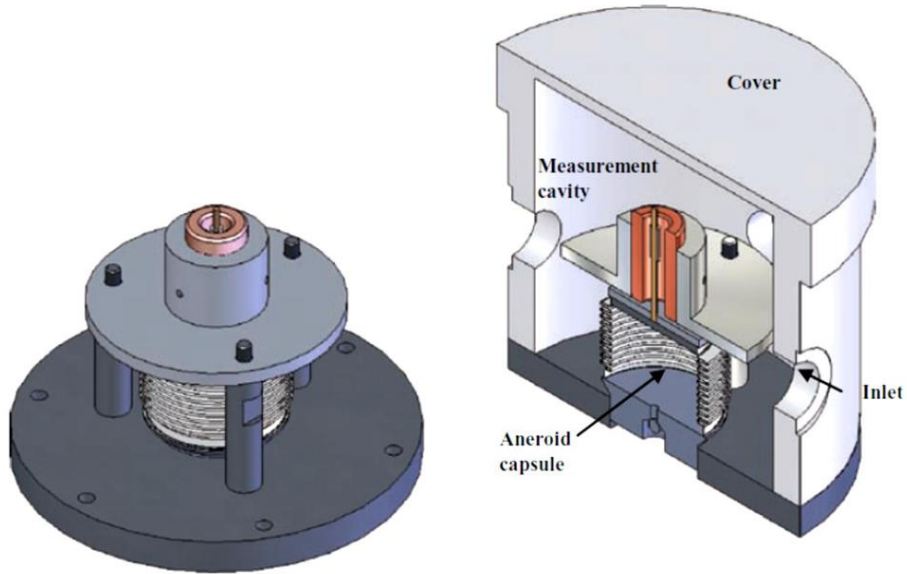
Τα δύο κύρια είδη υποηχητικών αισθητήρων είναι οι απόλυτοι αισθητήρες (absolute sensors) και οι διαφορικοί αισθητήρες (differential sensors).

2.1.1 Απόλυτοι Υποηχητικοί Αισθητήρες

Ένας απόλυτος υποηχητικός αισθητήρας αποτελείται από έναν ανεροειδή θάλαμο (aneroid capsule), ο οποίος εκτρέπεται από αλλαγές στην ατμοσφαιρική πίεση, εντός μιας κοιλότητας υπολογισμού (measurement cavity) που συνδέεται με την ατμοσφαιρική πίεση και από έναν μορφοτροπέα κίνησης ή τάσης που μετατρέπει τις εκτροπές σε ένα δυναμικό σήμα (Σχήμα 13).

Παρακάτω περιγράφονται οι βασικές παράμετροι που διέπουν τη μηχανική ενός απόλυτου υποηχητικού αισθητήρα, με σκοπό τον υπολογισμό της ακουστικής εμπέδησης, Z_{an} , που ορίζεται ως ο λόγος της διαφοράς της πίεσης ανάμεσα στις δυο πλευρές του ανεροειδούς θαλάμου, p_{an} , προς τη ροή του αέρα που παράγεται από την κίνηση του ανεροειδούς θαλάμου, q_{an} και υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$Z_{an} = \frac{p_{an}}{q_{an}} [m^2] \quad (2.1.1)$$



Σχήμα 13 Επισκόπηση ενός Απόλυτου Υποηχητικού Αισθητήρα[13]

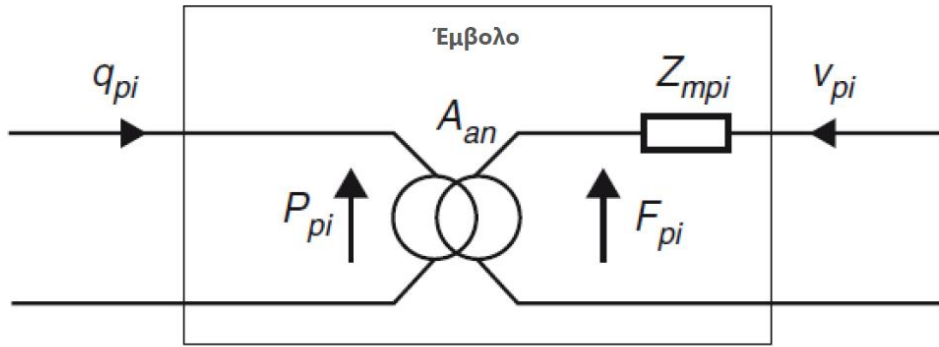
2.1.1.1 Ανεροειδής Θάλαμος

Ο ανεροειδής θάλαμος είναι ένας μεταλλικός φουσητήρας, σφραγισμένος υπό κενό. Η μία άκρη του είναι προσαρμοσμένη στο πλαίσιο και περιλαμβάνει μια είσοδο, η οποία χρησιμοποιείται για τη δημιουργία ενός αρχικού κενού μέσα στο φουσητήρα. Η άλλη άκρη, η «κινητή» άκρη του ανεροειδούς θαλάμου συμπεριφέρεται ως έμβολο. Ο μεταλλικός φουσητήρας μπορεί να είναι από χαλκό ή ανοξείδωτο ατσάλι. Οι μοντέρνοι αισθητήρες χρησιμοποιούν συγκεκριμένο ανοξείδωτο ατσάλι, του οποίου ο θερμικός συντελεστής διαστολής, είναι προσαρμοσμένος ώστε να είναι πολύ μικρός.

Σημαντικές παράμετροι ενός ανεροειδούς θαλάμου αποτελούν η ενεργός επιφάνεια, η ακαμψία και η κινητή μάζα.

Η ενεργός επιφάνεια του ανεροειδούς θαλάμου A_{an} είναι ο λόγος ανάμεσα στη δύναμη που εφαρμόζεται στο έμβολο F_{pi} και στη διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δύο πλευρές της κινητής άκρης του p_{pi} . Όταν ο ανεροειδής θάλαμος εκτρέπεται, προκαλεί μια ακουστική ροή q_p , ανάλογη προς την ταχύτητα του εμβόλου σχετικά με το πλαίσιο αναφοράς του ανεροειδούς θαλάμου v_{pi} . Το έμβολο μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένας ακουστικό-μηχανικός μετατροπέας, του οποίου η αμοιβαία σταθερά είναι η ενεργός επιφάνεια του. Η μηχανική εμπέδηση του εμβόλου Z_{mpi} αντιπροσωπεύει τη συμβολή στην κινητή μάζα του ανεροειδούς θαλάμου, την απόσβεση και τη σταθερά ακαμψίας του ανεροειδούς θαλάμου K_{an} , η οποία είναι η αναλογία ανάμεσα στην εκτροπή $x-x_0$ και την δύναμη που εφαρμόζεται σε αυτήν F_{an} .

$$K_{an} = \frac{F_{an}}{x-x_0} \left[\frac{N}{m} \right] \quad (2.1.2)$$

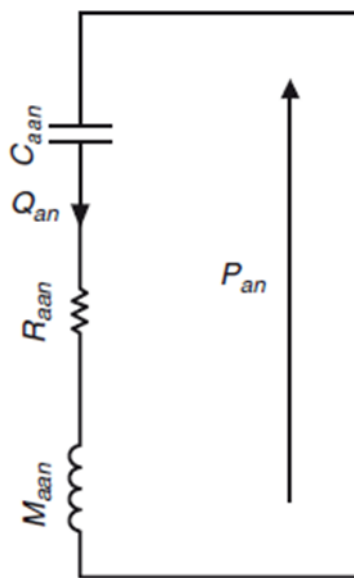


Σχήμα 14 Ακουστικό-Μηχανικός Μετατροπέας Εμβόλου Απόλυτου Υποηχητικού Αισθητήρα[13]

$$\begin{cases} A_{an} = \frac{F_{pi}}{p_{pi}} [m^2] \\ A_{an} = \frac{q_{pi}}{u_{pi}} [m^2] \end{cases} \quad (2.1.3)$$

Η ευαισθησία στην πίεση ενός ανεροειδούς θαλάμου είναι η αναλογία της ενεργού επιφανείας προς τη σταθερά ακαμψίας:

$$S = \frac{A_{an}}{K_{am}} = \frac{x-x_o}{p_{pi}} \left[\frac{m}{Pa} \right] \quad (2.1.4)$$



Σχήμα 15 Ακουστικό Μοντέλο Ανεροειδούς Θαλάμου[13]

Ο ανεροειδής θάλαμος μπορεί να μοντελοποιηθεί κατά συνέπεια, χρησιμοποιώντας την ακουστική κινητή μάζα του, την ακαμψία και το συντελεστή απόσβεσης όπως φαίνεται στο σχήμα 15. Η ακουστική εμπέδηση του ανεροειδούς θαλάμου Z_{aan} δίνεται από τον τύπο:

$$Z_{aan} = R_{aan} + M_{aan}j\omega + \frac{1}{C_{aan}j\omega} [\Omega\alpha] \quad (2.1.5)$$

ενώ η ακουστική συμβατότητα C_{aan} ορίζεται ως ο λόγος του τετραγώνου της ενεργού επιφάνειας A_{an} προς τη σταθερά ακαμψίας K_{an} και δίνεται από τον τύπο:

$$C_{aan} = \frac{A_{an}^2}{K_{an}} \left[\frac{m^3}{Pa} \right] \quad (2.1.6)$$

Η ακουστική κινητή μάζα M_{aan} ορίζεται ως ο λόγος της μηχανικής κινητής μάζας m_{an} του ανεροειδούς θαλάμου προς το τετράγωνο της ενεργού περιοχής A_{an} :

$$M_{aan} = \frac{m_{an}}{A_{an}^2} \left[\frac{Kg}{m^4} \right] \quad (2.1.7)$$

Η ακουστική αντίσταση R_{aan} είναι η ακουστική απόσβεση του ανεροειδούς θαλάμου.

Ο ανεροειδής θάλαμος ενός υποηχητικού αισθητήρα είναι με τέτοιο τρόπο σχεδιασμένος για να ελαχιστοποιεί την ακουστική κινητή μάζα και εμπέδηση σε σχέση με την ακουστική απόσβεση πάνω στο εύρος του υποηχητικού εύρους συχνοτήτων[13].

2.1.1.2 Κοιλότητα Μετρήσεων

Η κοιλότητα μετρήσεων είναι ακουστικά συνδεδεμένη με την ατμόσφαιρα. Τυπικά, συμπεριφέρεται ως μια ακουστική χωρητικότητα με απώλειες. Γενικά, το μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι μια αντίσταση σε σειρά με μια χωρητικότητα της οποίας η τιμή εξαρτάται από τη θερμική διαδικασία που εφαρμόζεται. Στις υψηλές θερμοκρασίες, το θερμικό καθεστώς είναι αδιαβατικό. Η χωρητικότητα της κοιλότητας μετρήσεων είναι η αναλογία του όγκου της V_{me} προς το γινόμενο της πίεσης της p_m και του λόγου γ , που σχετίζεται με συγκεκριμένες θερμοκρασίες του αέρα:

$$C_{ame} = \frac{V_{me}}{\gamma \cdot p_m} \left[\frac{m^3}{Pa} \right] \quad (2.1.8)$$

Σε χαμηλές θερμοκρασίες το θερμικό καθεστώς είναι ισόθερμο. Η χωρητικότητα της κοιλότητας είναι η αναλογία του όγκου της προς την πίεση της ($\gamma=1$).

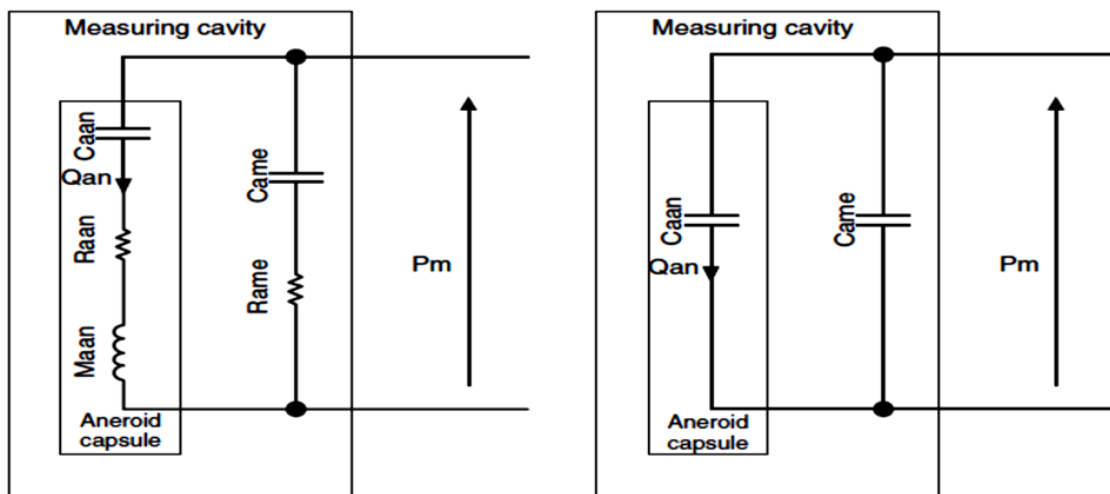
Για να ξεκαθαριστούν τα εύρη των συχνοτήτων όπου ισχύει η αδιαβατική ή η ισοθερμική θεωρία, διεξήχθησαν διάφορα πειράματα, ωστόσο η μετάβαση από την μια κατάσταση στην άλλη δεν είναι άμεση και μπορεί να επεκτείνεται πάνω από οκτάβες εντός του υποηχητικού εύρους συχνοτήτων.

Η επίδραση της χωρητικότητας της κοιλότητας στην απόκριση της αλυσίδας μέτρησης υποήχων, είναι απαραίτητο να είναι μειωμένη. Αυτό δεν μπορεί να συμβεί κατ' αντιστοιχία με τη χωρητικότητα του ανεροειδούς θαλάμου, που είναι αμελητέα. Ως αποτέλεσμα, η ακουστική απόκριση του υποηχητικού αισθητήρα, πρέπει να είναι όσο πιο αμετάβλητη γίνεται, κατά τη μετάβαση από αδιαβατικούς σε ισοθερμικούς μετασχηματισμούς στη ζώνη συχνοτήτων. Σύμφωνα και με τα δυο μοντέλα, όπως φαίνεται στο σχήμα 16, ο ανεροειδής θάλαμος ισοδυναμεί με μια κοιλότητα. Γενικά, ο ισοδύναμος σύνθετος όγκος του ανεροειδούς θαλάμου μπορεί να οριστεί ως:

$$V_{ame} = \gamma \cdot p_m / j\omega Z_{aan} \quad [m^3] \quad (2.1.9)$$

Όταν η εμπέδηση του ανεροειδούς θαλάμου μπορεί να απλοποιηθεί στο χωρητικό μέρος της, η 2.1.9 μετατρέπεται στην:

$$V_{ame} = \gamma \cdot p_m \cdot C_{an} \quad [m^3] \quad (2.1.10)$$



Σχήμα 16 Γενικευμένο (αριστερά) και απλοποιημένο ακουστικό μοντέλο του ανεροειδούς θαλάμου μέσα στην κοιλότητα μετρήσεων[13]

2.1.1.3 Ακροφύσια και Μειωτήρες Θορύβου

Η ακουστική εμπέδηση από τα ακροφύσια (inlets) και τους μειωτήρες θορύβου, μπορεί να έχει μεγάλη επίδραση στην ακουστική απόκριση της αλυσίδας μέτρησης υποήχων. Τα ακροφύσια των υποηχητικών αισθητήρων σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να μην επηρεάζουν την ακουστική απόκριση της αλυσίδας, πάνω από το υποηχητικό εύρος συχνοτήτων. Επιπλέον, σχεδιάζονται κατ' αυτόν τον τρόπο ώστε να ταιριάζουν με τον μειωτήρα θορύβου. Γενικά, οι υποηχητικοί αισθητήρες έχουν 1 έως 4 ακροφύσια, αλλά οι κατασκευαστές τους μπορεί να τους προσαρμόσουν, ανάλογα με τις απαιτήσεις.

2.1.1.4 Πλήρες Ακουστικό Μοντέλο Αισθητήρα

Κάθε ακροφύσιο αναπαριστάται από τις απώλειες του R_{ain} και τη μάζα του αέρα M_{ain} . Ο ανεροειδής θάλαμος αναπαρίσταται από την ισοδύναμη ακουστική μάζα, τις απώλειες και την ακουστική συμβατότητα του ($M_{aan}, R_{aan}, C_{aan}$). Η κοιλότητα μετρήσεων αναπαρίσταται από τη συμβατότητά της και τις απώλειες (C_{amc}, R_{amc}). Το δεξί κύκλωμα του σχήματος 16 αναπαριστά ένα απλοποιημένο μοντέλο υποηχητικού αισθητήρα με ένα ακροφύσιο.

Η μηχανική ενός απόλυτου υποηχητικού αισθητήρα συμπεριφέρεται ως ένα ακουστικό βαθυπερατό φίλτρο, του οποίου τα χαρακτηριστικά εξαρτώνται από τα ακροφύσια, ή την ακουστική εμπέδηση του μειωτήρα θορύβου.

Εάν το ακροφύσιο μπορεί να θεωρηθεί ως μια καθαρή αντίσταση R_{ain} , η σχέση ανάμεσα στην μετρούμενη πίεση P_m και την εξωτερική πίεση P_e , δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{P_m}{P_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C_{ame}}}{R_{ain} + \frac{1}{j\omega C_{ame}}} \quad (2.1.11)$$

Υπό αυτές τις συνθήκες, ο απόλυτος υποηχητικός αισθητήρας λειτουργεί ως ένα βαθυπερατό ακουστικό φίλτρο του οποίου η συχνότητα αποκοπής εξαρτάται από τις διαστάσεις του ακροφυσίου και της κοιλότητας του:

$$\frac{P_m}{P_e} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_o}} \quad \text{με} \quad \omega_o = \frac{1}{R_{ain} C_{ame}} \quad (2.1.12)$$

2.1.1.5 Μορφοτροπείς

Η εκτροπή του ανεροειδούς θαλάμου λόγω αλλαγών στην πίεση, μετατρέπεται σε μια αναλογική τάση μέσω ενός μορφοτροπέα κίνησης. Διάφοροι τύποι μορφοτροπέων μπορούν να χρησιμοποιηθούν ανάλογα με την περίπτωση και τις απαιτήσεις. Η μέτρηση ενός μεγάλης διάρκειας υποήχου, απαιτεί έναν μορφοτροπέα με χαμηλό θόρυβο μεγάλης διάρκειας.

α) Γραμμικοί Μεταβλητοί Διαφορικοί Μετασχηματιστές (LVDT)

Ένας γραμμικός μεταβλητός διαφορικός μετασχηματιστής είναι ένας είδος ηλεκτρικού μετασχηματιστή που χρησιμοποιείται για να μετρήσει μετατόπιση. Η διάταξη αποτελείται από τρία πηνία, δύο δευτερεύοντα και ένα πρωτεύον, στο κέντρο του οποίου βρίσκεται ένας πυρήνας από μαλακό μαγνητικό υλικό (μαλακό σίδηρο, άμορφο σύρμα FeSiB κ.α.). Τα δευτερεύοντα πηνία έχουν μεταξύ τους αντίθετη περιέλιξη.

Σύμφωνα με το νόμο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής: Όταν ένας αγωγός μετακινείται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο, τότε αναπτύσσεται μία ηλεκτρεγερτική δύναμη στα άκρα του, η οποία είναι ανάλογη του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής. Συνεπώς, αν εφαρμοστεί μία εναλλασσόμενη τάση στο πρωτεύον πηνίο, τότε αυτό θα παράγει εναλλασσόμενη μαγνητική ροή και λόγω του νόμου της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής θα επαχθεί μια ηλεκτρεγερτική δύναμη στο δευτερεύον πηνίο. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο δευτερεύον πηνίο εξαρτάται από το ποσό του ρεύματος που ρέει στο πρωτεύον πηνίο και το πηλίκο του αριθμού περιελίξεων στο πρωτεύον και στο δευτερεύον πηνίο.

Η αρχή λειτουργίας του μετασχηματιστή είναι η εξής:

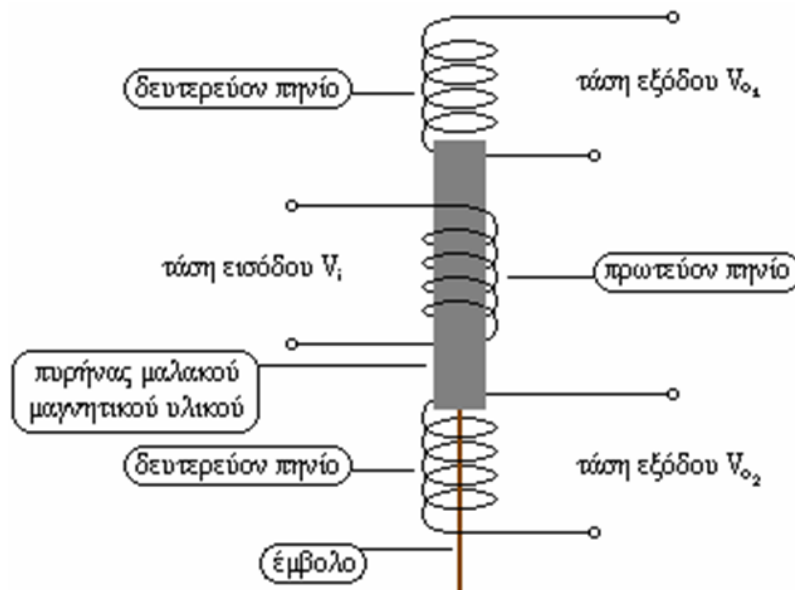
- i. υπόκειται στις αρχές της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής.
- ii. διαθέτει ένα πρωτεύον και δύο δευτερεύοντα πηνία, τα οποία συνδέονται και παρέχουν τη διαφορά των τάσεων τους στις αντίστοιχες εξόδους τους, εξ' ου και διαφορικός.
- iii. η μαγνητική σύζευξη ανάμεσα στα πηνία μπορεί να μεταβληθεί επηρεάζοντας το μέγεθος της επαγόμενης ηλεκτρεγερτικής δύναμης, άρα μεταβλητός.
- iv. ο σχεδιασμός της διάταξης είναι τέτοιος, ώστε η μεταβολή της μαγνητικής σύζευξης μεταξύ των πηνίων να γίνεται γραμμικά, γι' αυτό και γραμμικός.

Τα πηνία βρίσκονται στον ίδιο άξονα. Στο κέντρο της διάταξης, εσωτερικά του πρωτεύοντος πηνίου, τοποθετείται ο πυρήνας του μαλακού μαγνητικού υλικού, που είναι ελεύθερος να κινείται κατά μήκος του κεντρικού άξονα. Ο πυρήνας συνδέεται μέσω ενός εμβόλου με το σημείο του οποίου η μετατόπιση θα μετρηθεί. Έτσι, η κίνηση του μετρούμενου σημείου μεταφέρεται στον πυρήνα του μαλακού μαγνητικού υλικού.

Αν το πρωτεύον πηνίο τροφοδοτηθεί με εναλλασσόμενο ρεύμα, δημιουργείται από αυτό ένα μαγνητικό πεδίο, το οποίο με τη βοήθεια του πυρήνα μαλακού μαγνητικού υλικού προκαλεί ανάπτυξη ηλεκτρεγερτικής δύναμης στα άκρα των δευτερευόντων πηνίων. Μόλις κινηθεί ο πυρήνας προς κάποια κατεύθυνση, αυτομάτως αυξάνεται η σύζευξη του πρωτεύοντος πηνίου με το πηνίο προς το οποίο κινήθηκε ο πυρήνας και εξασθενεί η σύζευξη με το άλλο [14].

Ο LVDT είναι εξαιρετικά ευαίσθητος. Το εύρος των μετρούμενων μετατοπίσεων κυμαίνεται από 0.1–300 mm περίπου. Ο πυρήνας δεν έρχεται σε επαφή με τα πηνία και κατά συνέπεια δεν παρατηρείται έντονη τριβή ή μηχανική φθορά [14].

Στο σχήμα 17 απεικονίζεται μια διάταξη LVDT με ένα πρωτεύον πηνίο στο κέντρο και δύο δευτερεύοντα πηνία εκατέρωθεν.



Σχήμα 17 Τυπική Διάταξη LVDT[14]

Οι απόλυτοι υποηχητικοί αισθητήρες χρησιμοποιούν τον LVDT σαν μορφοτροπέα μετατόπισης, διότι μετατρέπει την εκτροπή του ανεροειδούς θαλάμου σε μια τάση ανάλογη με την μετατόπιση του κινητού μέρους. Οι μορφοτροπέες αυτοί έχουν ένα πολύ ευρύ δυναμικό εύρος, που βοηθάει στην αντιμετώπιση προβλημάτων που σχετίζονται με την απαίτηση για δυναμικό εύρος από τους υποηχητικούς αισθητήρες [15].

β) Μετατροπείς Ταχύτητας Κινητού Μαγνήτη και Κινητού Πηνίου

Οι μετατροπείς ταχύτητας κινητού μαγνήτη και κινητού πηνίου μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ανιχνευτές των εκτροπών του ανεροειδούς θαλάμου με βασικό χαρακτηριστικό ότι έχουν πολύ χαμηλό θόρυβο.

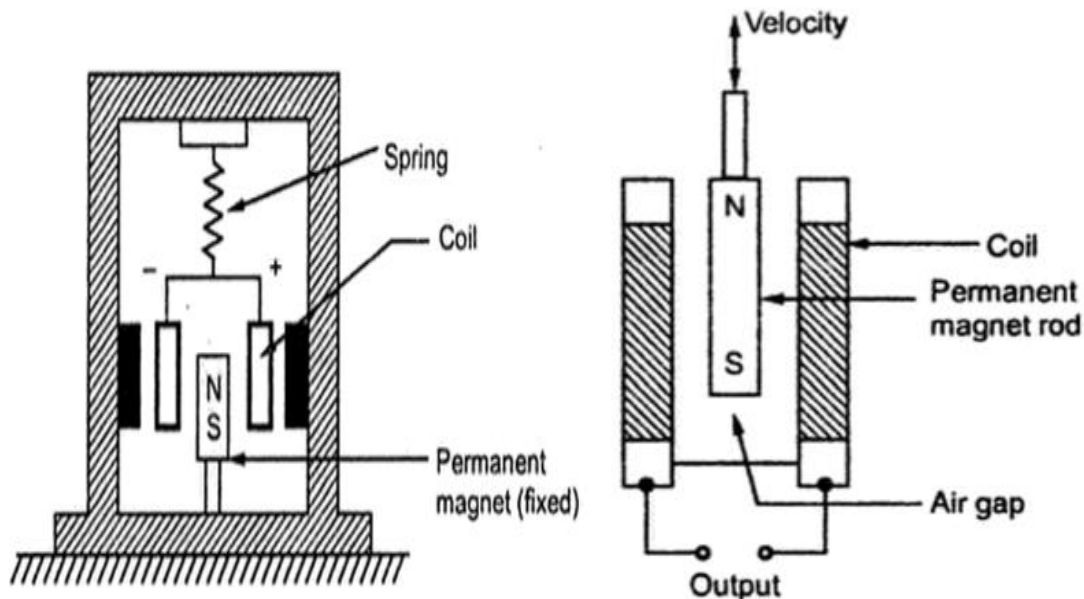
Η λειτουργία τους στηρίζεται στο νόμο επαγωγής του Faraday. Βασίζονται στην επαγωγική τάση που αναπτύσσεται στο πηνίο όταν υπάρχει σχετική κίνηση αυτού ως προς τον πυρήνα που είναι ένας μόνιμος μαγνήτης. Η τάση αυτή έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση:

$$V=B \times l \times U \quad (2.1.13)$$

όπου B είναι η μαγνητική επαγωγή και l το μήκος του πηνίου, ενώ U είναι η σχετική ταχύτητα μεταξύ πηνίου και μαγνήτη. Δεδομένου του ότι το μήκος του πηνίου και η μαγνητική επαγωγή του είναι σταθερά μεγέθη, διαπιστώνεται ότι η επαγωγική τάση είναι ανάλογη μόνο της ταχύτητας. Οι δυο αυτοί μετατροπείς ταχύτητας έχουν την μορφή του σχήματος 18.

Στον μετατροπέα ταχύτητας κινητού πηνίου χρησιμοποιείται πηνίο από λεπτό σύρμα ώστε να αυξηθεί η ευαισθησία του μετατροπέα, ενώ χάρη στην ύπαρξη μόνιμου μαγνήτη δημιουργείται η μέγιστη δυνατή μαγνητική επαγωγή. Διατηρώντας ακίνητο

τον μόνιμο μαγνήτη, η μετακίνηση του πηνίου οδηγεί στην εμφάνιση της επαγωγικής τάσης V στα άκρα του.



Σχήμα 18 Αριστερά ο Μετατροπέας Ταχύτητας Κινητού Πηνίου και δεξιά ο Μετατροπέας Ταχύτητας Κινητού Μαγνήτη[16]

Τα πλεονεκτήματα του μετατροπέα κινητού πηνίου είναι τα παρακάτω:

1. Το σύστημα σχηματίζει κλειστό μαγνητικό κύκλωμα με σταθερό διάκενο αέρος.
2. Το σύστημα βρίσκεται εντός μιας αντιμαγνητικής θήκης, επομένως τα φαινόμενα ελεύθερων μαγνητικών πεδίων ελαχιστοποιούνται.
3. Τυχόν απόσβεση επιτυγχάνεται μόνο μέσω ηλεκτρικών φαινομένων, οπότε σε κυμαινόμενες τιμές θερμοκρασίας, το σύστημα παρέχει υψηλή σταθερότητα.

Στον μετατροπέα ταχύτητας κινητού μαγνήτη η κατασκευή διαφοροποιείται, έτσι ώστε το κινητό μέρος πλέον να είναι ο μαγνήτης και όχι το πηνίο.

Τα πλεονεκτήματα του μετατροπέα κινητού μαγνήτη είναι τα παρακάτω:

1. Δεν υπάρχουν μηχανικές επιφάνειες ή επαφές, οπότε η συντήρηση που απαιτείται είναι αμελητέα.
2. Η τάση που παράγεται είναι γραμμικά ανάλογη στην ταχύτητα.
3. Το σύστημα είναι εύρωστο και πιο φθινό οικονομικά.

Ωστόσο, υπάρχουν και τα παρακάτω μειονεκτήματα:

1. Τα ελεύθερα μαγνητικά πεδία επηρεάζουν την απόδοση τέτοιων μετατροπέων
2. Υπάρχει περιορισμένη απόκριση συχνοτήτων
3. Καθώς οι επαφές με τα χαλύβδινα νήματα απομαγνητίζονται, μειώνεται σταδιακά η βαθμονόμηση, γεγονός που καθιστά τέτοιου τύπου μετατροπείς ακατάλληλους για μετρήσεις. [16]

2.1.2 Διαφορικοί Υποηχητικοί Αισθητήρες

Η απευθείας μέτρηση της πίεσης με τους απόλυτους υποηχητικούς αισθητήρες επιφέρει περιορισμούς στο δυναμικό εύρος. Οι ηλεκτρονικές λύσεις που έχουν αναπτυχθεί, αντιμετωπίζουν το προαναφερθέν πρόβλημα, όμως μια άλλη λύση πρωτοπαρουσιάστηκε μόλις το 1905 και επανεκδόθηκε το 2007 μέσω του διαφορικού υποηχητικού αισθητήρα [13]. Ο αισθητήρας μετράει τη διαφορά πίεσης ανάμεσα στο εσωτερικό και εξωτερικό μέρος μιας κοιλότητας μέσω μιας μικρής διαρροής. Καταγράφονται βραχέων περιόδων αλλαγές στην πίεση, καθώς η ροή μέσω της διαρροής εξισορροπεί την εξωτερική και εσωτερική πίεση για αργές αλλαγές.

Οι διαφορικοί υποηχητικοί αισθητήρες αποκαλούνται ορισμένες φορές και υποηχητικά μικρόφωνα, καθώς η αρχή λειτουργίας τους είναι παρόμοια με αυτήν των ακουστικών μικροφώνων. Μια διαφορά με τα ακουστικά μικρόφωνα είναι το χαμηλό όριο για το ζωνοπερατό φίλτρο που χρησιμοποιείται, το οποίο είναι χαμηλότερο για τα υποηχητικά μικρόφωνα. Αλλά η κύρια διαφορά τους είναι ότι η ακουστική θεωρία δεν είναι έγκυρη στο χαμηλό υποηχητικό εύρος, όπου οι διακυμάνσεις της πίεσης είναι ισοθερμικές και όχι αδιαβατικές [17].

2.1.2.1 Αρχή Λειτουργίας

Ο διαφορικός υποηχητικός αισθητήρας έχει πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλα όργανα μέτρησης υποηχητικών σημάτων. Τα πλεονεκτήματα αυτά είναι:

- η απλή διαμόρφωση της διάταξης
- η φθηνή αναπαραγωγή του αισθητήρα
- η απόκριση του που μπορεί εύκολα να συντονιστεί
- η ανθεκτικότητα
- οι ελάχιστες μηχανικές αποκρίσεις

Ο διαφορικός αισθητήρας παράγει ένα σήμα ανάλογο στη διαφορά πίεσης που υπάρχει εντός του θαλάμου μέτρησης και της πίεσης που υπάρχει σε έναν εφεδρικό θάλαμο (ή θάλαμο αναφοράς). Μια μικρή διαρροή αερίου ανάμεσα στους δυο αυτούς όγκους θα οδηγήσει σε μια εξισορρόπηση πίεσης έπειτα από μεγάλη πάροδο χρόνου. Αυτό καθορίζει και την απόκριση χαμηλών συχνοτήτων του συστήματος.

Απόκριση Συχνότητας

Η βασική θεωρία πίσω από τη γραμμική απόκριση ενός διαφορικού βαρόμετρου μπορεί να εξηγηθεί με ηλεκτρικά ανάλογα. Το αρχικό σημείο για τον ορισμό της απόκρισης είναι ο νόμος των ιδανικών αερίων:

$$pV^{\gamma} = \text{σταθ.} \quad (2.1.14)$$

όπου p : πίεση, u : όγκος και $\gamma = c_p/c_u$ ο λόγος θερμοτήτων για συγκεκριμένη πίεση και όγκο.

Θέτοντας $\gamma=1$ μπορούμε να εξάγουμε την εξίσωση για ισοθερμική συμπεριφορά. Εφόσον οι διαταραχές που αφορούν την ακουστική πίεση p είναι τυπικά μικρές σε σχέση με τη στατική πίεση του περιβάλλοντος χώρου P_A , μπορούμε να εργαστούμε στο γραμμικό πεδίο. Παραγωγίζοντας τον τύπο 2.1.14 ως προς το χρόνο, εξάγουμε την παρακάτω σχέση:

$$\frac{1}{P_A} \frac{dp'}{dt} + \frac{1}{u} \frac{du}{dt} = 0 \quad (2.1.15)$$

Στο πεδίο της συχνότητας που μας ενδιαφέρει, το μήκος κύματος των ακουστικών κυμάτων είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από τις διαστάσεις του θαλάμου, επομένως μπορούμε να αγνοήσουμε τη χωρική μεταβολή του συγκεκριμένου αέριου όγκου στο όργανο μέτρησης. Αντικαθιστώντας επομένως το v στην 2.1.15 με τον ολικό όγκο του θαλάμου V και την αλλαγή όγκου dv/dt με την καθαρή παροχή όγκου f διαμέσου του ανοίγματος στο θάλαμο, προκύπτει το λεγόμενο μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων. Μαζί με τη γραμμικοποίηση, το μοντέλο αυτό επιτρέπει τη μεταφορά του ακουστικού μοντέλου σε ηλεκτρικό, όπου η ακουστική πίεση p' και η παροχή όγκου f , μεταφράζονται αντίστοιχα ως ηλεκτρική τάση u και ρεύμα i . Οι σχέσεις που διέπουν τα ακουστικά μεγέθη και τα αντίστοιχα ηλεκτρικά τους ορίζονται παρακάτω:

Η αντίστοιχη ηλεκτρική αντίσταση ορίζεται ως ο λόγος ανάμεσα στην ακουστική πίεση και την παροχή όγκου:

$$R = \frac{u}{i} \leftrightarrow \rho = \frac{p'}{f} \quad (2.1.16)$$

Η ηλεκτρική χωρητικότητα του φυσικού όγκου V ορίζεται:

$$C = \frac{V}{\gamma P_A} \quad (2.1.17)$$

Επιπλέον, η μηχανική ευαισθησία του διαφράγματος αναπαρίσταται από τη χωρητικότητα $C_d = \Delta V/\Delta P$, όπου ΔV είναι η αλλαγή του όγκου και ΔP η αλλαγή της πίεσης. Στο σχήμα 19 εμφανίζεται το φυσικό και ηλεκτρικό ανάλογο ενός διαφορικού μικροβαρόμετρου.

Η ποσότητα που μας ενδιαφέρει είναι η συνάρτηση απόκρισης $H \equiv (u_1 - u_2)/u$, η οποία δίνει τη σχέση ανάμεσα στο σήμα $u_1 - u_2$ που ανιχνεύει το διάφραγμα και το σήμα εισαγωγής u . Η απόκριση μπορεί να εξαχθεί από την αρμονική απόκριση $d/dt = i\omega$, εφαρμόζοντας τους νόμους Kirchoff. Για το ηλεκτρικό ανάλογο κύκλωμα, αυτό επάγεται σε 5 γραμμικές εξισώσεις για τους 5 αγνώστους i , i_1 , i_2 , u_1 , u_2 που

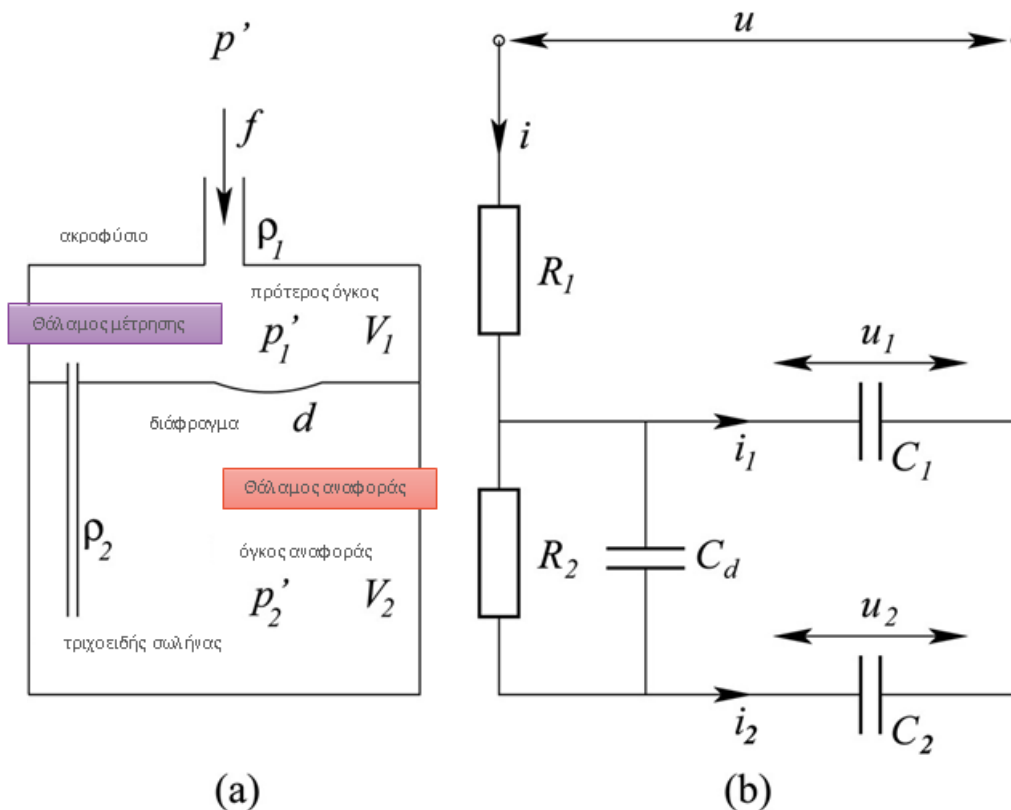
μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει του u . Χρησιμοποιώντας επίσης το γεγονός ότι R_2 και C_d είναι συνδεδεμένες εν παραλλήλω, καταλήγουμε στο παρακάτω σύνολο εξισώσεων:

$$\begin{aligned}
 i &= i_1 + i_2 \\
 i_1 &= i\omega C_1 u_1 \\
 i_2 &= i\omega C_2 u_2 \\
 u_1 - u_2 &= i_2 R_2 / (1 + i\omega R_2 C_d) \\
 u - u_1 &= i_1 R_1
 \end{aligned}
 \tag{2.1.18}$$

Επιλύοντας το παραπάνω σύνολο εξισώσεων για την απόκριση συχνότητας $H(i\omega)$, παίρνουμε:

$$H(i\omega) = \frac{i\omega\tau_2}{1 + i\omega\tau_2 A + (i\omega)^2 \tau_1 \tau_2 B}
 \tag{2.1.19}$$

$$\begin{aligned}
 A &= 1 + \tau_1/\tau_2 + R_1/R_2 + C_d/C_2 \\
 B &= 1 + C_d(C_1^{-1} + C_2^{-1})
 \end{aligned}$$



Σχήμα 19 (α) Σχηματικό διάγραμμα ενός διαφορικού μικροβαρόμετρου και (β) το ηλεκτρικό του ανάλογο[18]

Η βασική λειτουργικότητα επομένως του μικροβαρόμετρου μπορεί να κατανοηθεί θεωρώντας τις χρονικές σταθερές $\tau_1 = R_1 C_1$ και $\tau_2 = R_2 C_2$, όπου C_1, C_2 είναι οι χωρητικότητες του πρότερου και του υποστηρικτικού όγκου αντίστοιχα και R_1, R_2 οι αντιστάσεις του ακροφυσίου και του τριχοειδή σωλήνα. Για χαμηλές συχνότητες, παίρνουμε την παρακάτω παραδοχή:

$$H(i\omega) \rightarrow i\omega\tau_2 \quad (\omega \rightarrow 0) \quad (2.1.20)$$

η οποία επεξηγεί το γεγονός ότι συχνότητες πολύ μικρότερες από το $1/\tau_2$ συνυπολογίζονται κατά μέσο όρο. Στο όριο της υψηλής συχνότητας βρίσκουμε ότι:

$$H(i\omega) \rightarrow (i\omega\tau_1 B)^{-1} \quad (\omega \rightarrow \infty) \quad (2.1.21)$$

Επομένως, το $1/2\pi\tau_1$ καθορίζει τη συχνότητα αποκοπής για τις υψηλές συχνότητες, δεδομένου ότι το διάφραγμα έχει μικρή ογκομετρική μετατόπιση ανά μονάδα πίεσης, σε σύγκριση με τον πρότερο και τον όγκο αναφοράς, έτσι ώστε $C_d \ll C_{1,2}$. Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση, το διαφορικό μικροβαρόμετρο λειτουργεί ως ζωνοπερατό φίλτρο στο πεδίο της συχνότητας.

Εν συνεχεία, είναι χρήσιμο να καθοριστεί η συμπεριφορά της συνάρτησης απόκρισης στη ζώνη διέλευσης:

$$H(i\omega) \rightarrow \frac{1}{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2} + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_d}{C_2}} \quad (\tau_2^{-1} < \omega < \tau_1^{-1}) \quad (2.1.22)$$

Στην περιοχή αυτή η απόκριση είναι σταθερή και το ερώτημα που προκύπτει είναι πως θα σχεδιαστεί ο υποηχητικός αισθητήρας κατά τέτοιο τρόπο ώστε η σταθερή αυτή να ισούται με τη μονάδα. Υπάρχουν 3 συνεισφορές στον παρονομαστή, όπως φαίνεται στην 2.1.22 και πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω προϋποθέσεις:

- Η προϋπόθεση $\tau_1 \ll \tau_2$ είναι απαραίτητη για ένα κατάλληλο ευρυζωνικό όργανο μετρήσεων, έτσι ώστε η πίεση στον όγκο αναφοράς να είναι κατά προσέγγιση σταθερή στο εύρος συχνοτήτων που μας ενδιαφέρουν
- Η προϋπόθεση $R_1 \ll R_2$ είναι απαραίτητη ώστε να είναι το προς μέτρηση σήμα όσο πιο κοντά γίνεται στο πραγματικό σήμα στο ακροφύσιο. Για το λόγο αυτό, πρέπει η πτώση τάσης στην R_1 να είναι αμελητέα σε σχέση με την πτώση τάσης στην R_2
- Η προϋπόθεση $C_d/C_2 \ll 1$ εξασφαλίζει ότι η ογκομετρική μετατόπιση του διαφράγματος είναι αμελητέα σε σχέση με τον ολικό όγκο αναφοράς.

[18]

Πόλοι, Μηδενικά και Φαινόμενα Υψηλών Συχνοτήτων

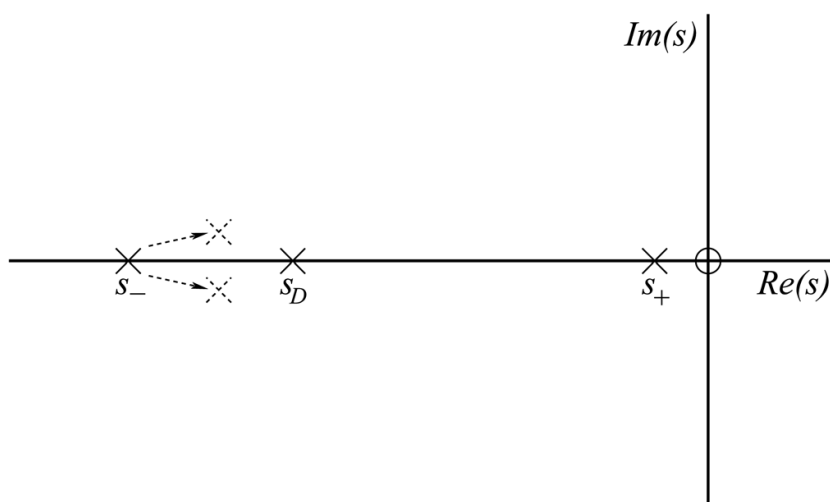
Η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει από την 2.1.19 αντικαθιστώντας όπου $s = i\omega$, επομένως μπορεί να γραφτεί στην απλοποιημένη μορφή, ως δευτεροβάθμιο πολυώνυμο του s :

$$H(s) = \frac{D_s}{(s-s_-)(s-s_+)} \quad (2.1.23)$$

$$\text{όπου } D^{-1} = \tau_1 B \quad (2.1.24)$$

$$\text{και } s = -\frac{A}{2\tau_1 B} \pm \frac{1}{2\tau_1 B} \sqrt{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_2} - \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_d}{C_2}\right)^2 + 4\frac{R_1}{R_2}} \quad (2.1.25)$$

Η 2.1.25 δείχνει τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς, ενώ το μόνο μηδενικό της συνάρτησης μεταφοράς είναι για $s = 0$. Στο σχήμα 20 φαίνεται το διάγραμμα των πόλων και μηδενικών στο μιγαδικό s -επίπεδο.



Σχήμα 20 Σχηματική Αναπαράσταση των Πόλων (x) και του Μηδενικού (o) της συνάρτησης μεταφοράς. Οι διακεκομμένες γραμμές δείχνουν πως το s_- μεταβάλλεται λόγω φαινομένων υψηλής συχνότητας στο ακροφύσιο. Ο πόλος s_D προκύπτει από το μειωτήρα θορύβου του ανέμου, διαμέτρου D [18]

Όπως αναμένεται από ένα παθητικό όργανο μέτρησης, και οι δύο του πόλοι βρίσκονται πάνω στον αρνητικό πραγματικό άξονα s και αφού οι πόλοι δεν έχουν φανταστικό μέρος, απουσιάζει συμπεριφορά ταλαντωτή για το όργανο. Ένας μοναδικός πόλος στον αρνητικό πραγματικό άξονα αντιστοιχεί σε βαθυπερατό φίλτρο. Ο συνδυασμός ενός μηδενικού στο σημείο $s = 0$ και ενός πόλου με μια (μικρή σχετικά) αρνητική πραγματική τιμή στο πεδίο του s , αντιστοιχεί σε υπερπερατό φίλτρο. Κατά συνέπεια, οι πόλοι και το μηδενικό της συνάρτησης μεταφοράς,

δείχνουν ότι το μικροβαρόμετρο λειτουργεί ως ζωνοπερατό φίλτρο στο πεδίο των συχνοτήτων. Οι πόλοι επομένως και οι συχνότητες είναι άμεσα συνδεδεμένες με τις χρονικές σταθερές τ_1 και τ_2 . Το γεγονός αυτό είναι ιδιαίτερα εμφανές, όταν οι πόλοι αναπτυχθούν σε πρώτης τάξεως πολυώνυμα, συναρτήσει των ποσοτήτων R_1/R_2 και $C_d/C_{1,2}$:

$$s_+ \approx -(1 - R_1/R_2 - C_d/C_2)/\tau_2 \quad (2.1.26)$$

$$s_- \approx -(1 + R_1/R_2 - C_d/C_1)/\tau_1$$

Μη μηδενικές τιμές του C_d μετατοπίζουν και τους δυο πόλους σε μεγαλύτερες (λιγότερο αρνητικές) τιμές.

Τα φαινόμενα υψηλών συχνοτήτων μπορούν να εξηγηθούν μέσω των πόλων και των μηδενικών της συνάρτησης μεταφοράς. Η αντίσταση του ακροφυσίου παρουσιάζει επαγωγική συμπεριφορά όταν η συχνότητα αυξάνεται. Αυτό μπορεί να μοντελοποιηθεί, προχωρώντας στην αντικατάσταση: $R_1 \rightarrow R_1 + i\omega L_1$, όπου L_1 είναι η επαγωγή που σχετίζεται με το ακροφύσιο. Για ένα μεγάλο κυλινδρικό σωλήνα μήκους l και τομής A , η τιμή μπορεί να δοθεί ως $L_1 = \rho l/A$. Η εισαγωγή της επαγωγικής αυτής συμπεριφοράς, χωρίζει τους υψηλής συχνότητας πόλους s_- σε δυο μιγαδικούς συζυγείς πόλους, μετατοπισμένους προς τα δεξιά, όπως φαίνεται και στο σχήμα 6. Το ίδιο φαινόμενο στον πόλο s_+ μπορεί να αμεληθεί σε πρώτη προσέγγιση, καθώς περιλαμβάνει τον μικρό όρο R_1/R_2 .

Αντίστοιχα σήματα υψηλών συχνοτήτων δεν πρέπει να λαμβάνονται από τον αισθητήρα. Στην πράξη αυτό εξασφαλίζεται από τους πορώδεις σωλήνες του μειωτήρα θορύβου του ανέμου, οι οποίοι χρησιμοποιούνται σε γεωμετρία αστέρα για να μειώσουν το θόρυβο που προκαλείται από τον άνεμο. Για τα ακουστικά σήματα, ο μειωτήρας θορύβου του ανέμου λειτουργεί ως ένα βαθυπερατό φίλτρο, αφού το μεγαλύτερο μέρος της ακουστικής ενέργειας διαδίδεται στο οριζόντιο επίπεδο. Μήκη κύματος μικρότερα από το διπλάσιο περίπου της διαμέτρου D του μειωτήρα θορύβου εξασθενούν, με αποτέλεσμα γωνιακή συχνότητα $\omega_D \cong \pi c/D$, όπου c είναι η ταχύτητα του ήχου. Οι αλλαγές στην ολική απόκριση εξαιτίας των επιπλέον πόλων s_D απεικονίζονται στο σχήμα 6. Κατά συνέπεια, δεν επιτυγχάνονται ακουστικοί συντονισμοί και ακολουθώντας παρόμοια ανάλυση, δεν επιτυγχάνεται συντονισμός των μηχανικών μερών του αισθητήρα [18].

2.1.2.2 Θερμική Αγωγιμότητα

Ένας διαφορικός υποηχητικός αισθητήρας είναι ευαίσθητος σε αλλαγές θερμοκρασίας ανάμεσα στους δυο όγκους, επομένως η θερμική μόνωση πρέπει να γίνει με ιδιαίτερη προσοχή. Εξαιτίας της παρουσίας θερμικής αγωγιμότητας στο εσωτερικό του αισθητήρα, η απόκριση του μικροβαρόμετρου δεν μπορεί να θεωρηθεί ούτε ισοθερμική ούτε αδιαβατική.

Το φαινόμενο της θερμικής αγωγιμότητας στα ηχητικά κύματα εντός ενός θαλάμου, κυριαρχείται από το λόγο του χαρακτηριστικού μεγέθους του θαλάμου $L = V/S$ και του βάθους θερμικής διείσδυσης $\delta_T = \sqrt{2\alpha/\omega}$, όπου V και S είναι ο όγκος και η εσωτερική επιφάνεια του θαλάμου αντίστοιχα και $\alpha = \kappa/\rho c_p$ είναι η θερμική διαχυτότητα του αέρα, που ορίζεται ως ο λόγος της θερμικής αγωγιμότητας κ προς τη θερμοχωρητικότητα ανά μονάδα όγκου ρc_p . Η αδιαβατική συμπεριφορά εντοπίζεται στο όριο των υψηλών συχνοτήτων όταν $\delta_T \ll L$, ενώ η ισοθερμική συμπεριφορά αντιστοιχεί σε χαμηλές συχνοτήτες όπου $\delta_T \gg L$.

Για μικρές διακυμάνσεις της θερμοκρασίας σε σχέση με την περιβάλλουσα θερμοκρασία, μπορούμε να χρησιμοποιούμε την αρμονική προσέγγιση και να εξάγουμε αναλυτικά αποτελέσματα για συγκεκριμένου τύπου θαλάμους. Ως αποτέλεσμα, αντικαθίσταται το γ από την 2.1.14, με μια μιγαδική τιμή $\bar{\gamma} = \gamma\Lambda$, όπου ο παράγοντας Λ είναι εξαρτώμενος από τη συχνότητα και συναρτήσκει του δ_T/L (επομένως εξαρτάται από το ω και το V/S). Ο παράγοντας Λ έχει την παρακάτω μορφή:

$$|\Lambda| = (X^2 + Y^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.1.27)$$

$$\arg(\Lambda) = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \frac{X}{Y} \quad (2.1.28)$$

$$X = x(\gamma-1) - \gamma \quad (2.1.29)$$

όπου:

$$Y = y(\gamma-1)$$

Ο παράγοντας Λ παίρνει πραγματικές τιμές στο αδιαβατικό και ισοθερμικό όριο, με οριακές τιμές $\Lambda \rightarrow 1$ και $\rightarrow \gamma^{-1}$, αντίστοιχα. Ανάμεσα στα δυο αυτά όρια, το φανταστικό μέρος του Λ εξασθενεί και η φάση μετατοπίζει τα προς μέτρηση σήματα. Το φαινόμενο λαμβάνει τη μέγιστη τιμή στο σημείο $V/(S\delta_T) = 1$, στο οποίο ορίζεται η συχνότητα μετάβασης $\bar{\omega} = 2\alpha/L^2$. Το φανταστικό μέρος του Λ μπορεί να εκληφθεί ως μια αντίσταση εξαρτώμενη από τη συχνότητα, τοποθετημένη παράλληλα στη χωρητικότητα του θαλάμου. Ως συνέπεια, η θέση των πόλων γίνεται εξαρτώμενη από τη συχνότητα και αποκλίνει από τον αρνητικό πραγματικό άξονα.

Εφόσον το διαφορικό μικροβαρόμετρο αποτελείται από δυο θαλάμους (μέτρησης και αναφοράς), που είναι γενικά διαφορετικού μεγέθους, η μετάβαση από την αδιαβατική στην ισοθερμική συμπεριφορά θα συμβαίνει σε διαφορετικές συχνότητες. Η συμπεριφορά αυτή στη συμπεριφορά του αισθητήρα, μπορεί να εξηγηθεί στα πλαίσια των συχνοτήτων μετάβασης $\bar{\omega}_1$ και $\bar{\omega}_2$ του πρότερου όγκου και του όγκου αναφοράς.

Η απόκριση σε συχνότητες πάνω από το τ_1^{-1} είναι αδιαβατική, εφόσον $\bar{\omega}_1 \tau_1 \ll 1$. Αντίστοιχα, επειδή $\bar{\omega}_2 \tau_2 \gg 1$, η απόκριση σε συχνότητες κάτω από το τ_2^{-1} είναι

ισοθερμική. Επομένως, το κύριο φαινόμενο θερμικής αγωγιμότητας εμφανίζεται στη ζώνη διέλευσης, όπου η απόκριση είναι:

$$H(i\omega) \rightarrow \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}(1 + \bar{C}_1/\bar{C}_2) + C_d/\bar{C}_2} \quad (2.1.30)$$

Επειδή το μικροβαρόμετρο πρέπει να είναι ευρείας ζώνης με μοναδιαία απόκριση στη ζώνη διέλευσης, πρέπει να ισχύει $R_1/R_2 \ll 1$. Επομένως το φαινόμενο της θερμικής αγωγιμότητας στο δεύτερο όρο του παρονομαστή είναι αμελητέο. Κατά συνέπεια, φαινόμενα θερμικής αγωγιμότητας οφείλονται καθαρά στον όρο C_d/\bar{C}_2 . Είναι επομένως προς όφελος του αισθητήρα, να έχουμε ένα μεγάλο όγκο αναφοράς, για να μειώσουμε το φαινόμενο της θερμικής αγωγιμότητας. Επιπλέον, το ότι $C_d/C_2 \ll 1$, συνεπάγεται ότι το διάφραγμα είναι επαρκώς δύσκαμπτο, ώστε η ακαμψία του αέρα να μη συνεισφέρει σημαντικά στην ευαισθησία του διαφράγματος [18].

Σταθερότητα Θερμοκρασίας

Τα διαφορικά μικροβαρόμετρα είναι ευαίσθητα σε διαβαθμίσεις της θερμοκρασίας και ξαφνικές αλλαγές στη θερμοκρασία εμφανίζονται ως θόρυβος στις υποηχητικές μετρήσεις. Μέσω σωστής θερμικής μόνωσης, το πλάτος και η συχνότητα των θερμοκρασιακά επαγόμενων αλλαγών της πίεσης μπορούν να μειωθούν σημαντικά. Μια λύση είναι να εγκατασταθεί ο αισθητήρας λίγα μέτρα κάτω από την επιφάνεια της γης. Επιπλέον, οι χωρητικότητες μπορούν να γεμιστούν με χαλύβδινες ίνες, ή με βερμικουλίτη. Εν αντιθέσει, αλλαγές στη θερμοκρασία εκτός του εύρους συχνοτήτων που μας ενδιαφέρουν, έχουν αμελητέα επίδραση στην ευαισθησία του αισθητήρα [18].

2.1.2.3 Σχεδιαστικοί Παράμετροι

Εν κατακλείδι, οι παρακάτω σχεδιαστικοί παράγοντες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό ενός ιδανικού διαφορικού μικροβαρόμετρου και του μειωτήρα θορύβου του, ως βασικά μέρη του υποηχητικού αισθητήρα, ώστε να είναι ευρυζωνικός και με μοναδιαία απόκριση στη ζώνη διέλευσης:

1. $\tau_1 \ll \tau_2$: Αμελητέες αλλαγές της πίεσης στον όγκο αναφοράς για τα σήματα της ζώνης διέλευσης.
2. $R_1 \ll R_2$: Αμελητέα εξασθένιση σημάτων στη ζώνη διέλευσης λόγω της αντίστασης του ακροφυσίου.
3. $\bar{\omega}_1\tau_1 \ll 1$ και $\bar{\omega}_2\tau_2 \gg 1$: Αμελητέα φαινόμενα θερμικής αγωγιμότητας στις γωνιακές συχνότητες.
4. $C_d \ll C_2$: Αμελητέα εξασθένιση σημάτων λόγω μετατόπισης του διαφράγματος και αμελητέο φαινόμενο θερμικής αγωγιμότητας στη ζώνη διέλευσης.
5. $\omega_d \ll \omega_c$: Απαλοιφή διέγερσης ακουστικών συντονισμών στον αισθητήρα.

6. $\tau_{1\omega_D} \ll 1$: Αμελητέο φαινόμενο διακυμάνσεων στην αντίσταση του ακροφυσίου.

Τέλος, τα φαινόμενα που προκύπτουν από διακυμάνσεις της θερμοκρασίας μειώνονται αισθητά με την τοποθέτηση του αισθητήρα κάτω από την επιφάνεια της γης σε μια απομονωμένη κοιλότητα [18].

Στα παρακάτω σχήματα απεικονίζονται δυο από τις πιο γνωστές ολοκληρωμένες σειρές υποηχητικών αισθητήρων, οι οποίες εδώ και αρκετά χρόνια χρησιμοποιούνται από τον οργανισμό CTBTO και το Διεθνές Σύστημα Παρακολούθησης στους σταθμούς παρακολούθησης υποήχων σε ολόκληρο τον κόσμο. Οι αισθητήρες αυτοί εκτός από την μετατροπή της ατμοσφαιρικής πίεσης σε αναλογικό σήμα τάσης, διαθέτουν ηλεκτρονικά φίλτρα και ενισχυτές πριν από την έξοδο του σήματος.

Στο σχήμα 21 απεικονίζονται οι αισθητήρες MB3D (αριστερά) και MB3A (δεξιά), οι οποίοι κατασκευάζονται από την CEA¹². Είναι και οι δυο απόλυτοι υποηχητικοί αισθητήρες. Ο MB3D μάλιστα είναι ο πρώτος αισθητήρας με ενσωματωμένο A/D μετατροπέα παρέχοντας ψηφιακό σήμα στην έξοδο, αλλά και χώρο αποθήκευσης 1GB.



Σχήμα 21 Οι Απόλυτοι Υποηχητικοί Αισθητήρες MB3 της CEA (Seismowave¹³)

¹² CEA: Γαλλική Επιτροπή Ατομικής Ενέργειας, η οποία συμμετέχει στον οργανισμό CTBTO, έχοντας αναπτύξει τους απόλυτους υποηχητικούς αισθητήρες MB2000, MB2005 και MB3

¹³ Υποηχητικοί Αισθητήρες Seismowave: <http://seismowave.com/en/>

Στο σχήμα 22 απεικονίζονται οι διαφορετικοί υποηχητικοί αισθητήρες της εταιρείας Chaparral Physics (Model 60/50A/25/21).



Σχήμα 22 Οι Διαφορικοί Υποηχητικοί Αισθητήρες της Chaparral Physics¹⁴

2.2 Ιδιαιτερότητες Υποηχητικών Αισθητήρων

Εσωτερικός θόρυβος

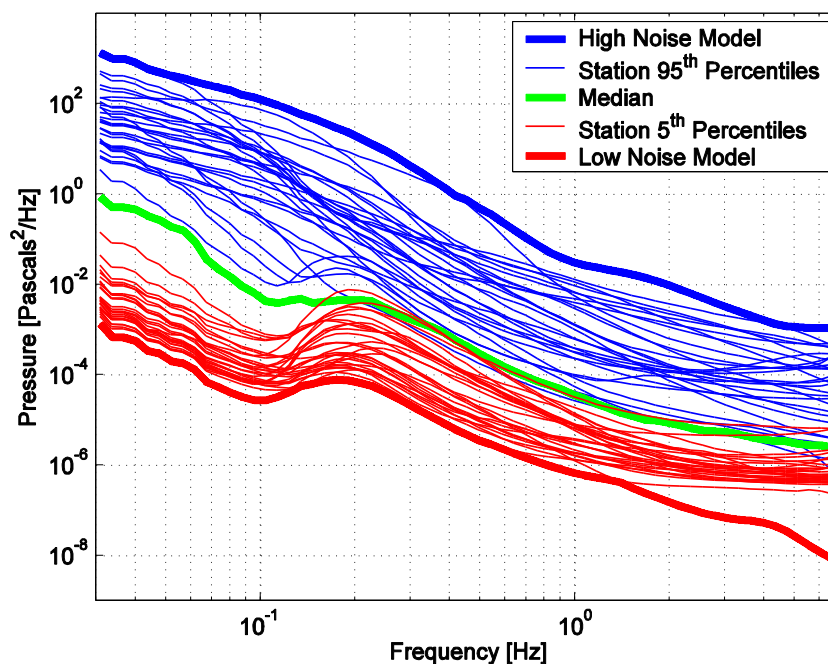
Κατά τη διάρκεια της μέτρησης ο εσωτερικός θόρυβος (self-noise) θα πρέπει να είναι αμελητέος σε σχέση με το υποηχητικό σήμα για το συγκεκριμένο εύρος ζώνης συχνοτήτων που μας ενδιαφέρει. Ορισμένες φορές ορίζεται ο εσωτερικός θόρυβος του αισθητήρα να είναι τουλάχιστον 3 φορές μικρότερος από το υποηχητικό σήμα. Στο σχήμα 23 βλέπουμε τα μοντέλα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επιλογή ή τον σχεδιασμό των υποηχητικών αισθητήρων [15].

Εύρος Πίεσης

Το λειτουργικό εύρος πίεσης των αισθητήρων είναι ένας παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπόψιν για την εγκατάσταση και την επιλογή των αισθητήρων, ανάλογα με το υπόμετρο στο οποίο βρίσκονται, το οποίο είναι αρκετές τάξεις μεγαλύτερο από το

¹⁴ Υποηχητικοί Αισθητήρες Chaparral Physics: <http://www.chaparralphysics.com/>

υποηχητικό εύρος που καλούνται να μετρήσουν. Εάν το υποηχητικό εύρος δεν ξεπερνά γενικά τα 10 hPa , ο υποηχητικός αισθητήρας μπορεί να αντιμετωπίσει απόλυτες πιέσεις της τάξης των **350–1150 hPa**, ανάλογα με την τοποθεσία της εγκατάστασης και τις μετεωρολογικές συνθήκες, γεγονός που καθιστά τον αισθητήρα υψηλά εξαρτώμενο από το υψόμετρο. Σε δεδομένη τοποθεσία εγκατάστασης με στατικό υψόμετρο, οι αλλαγές της ατμοσφαιρικής πίεσης είναι ανεπαίσθητες και πολύ σπανίως μεγαλύτερες της τάξης των 100 hPa .



Σχήμα 23 Μοντέλα υποηχητικού θορύβου[15]

Δυναμικό Εύρος

Εφόσον το εύρος πίεσης των υποηχητικών αισθητήρων είναι περίπου 800 hPa, είναι περίπου 80 φορές μεγαλύτερο από τον μεγαλύτερης έντασης υπόηχο που μπορεί να καταγραφεί, αλλά και πάνω από $2 \cdot 10^6$ φορές μεγαλύτερο από τον χαμηλότερης έντασης. Αυτό σημαίνει ότι το δυναμικό εύρος των υποηχητικών αισθητήρων, εκφραζόμενο σε μονάδες πίεσης είναι μεγαλύτερο από $2 \cdot 10^6$, γεγονός που καθιστά πολύ δύσκολη την υλοποίηση μηχανικών και ηλεκτρονικών μερών με τόσο μεγάλο δυναμικό μέρος. Εδώ έγκειται και η κύρια διαφορά ανάμεσα στα δύο κύρια είδη υποηχητικών αισθητήρων: τους απόλυτους (absolute sensors) και τους διαφορικούς (differential sensors).

Στους απόλυτους αισθητήρες, η ατμοσφαιρική πίεση συγκρίνεται μέσω μιας γνωστής αναφορικής πίεσης, που είναι εγκλεισμένη σε μια σφραγισμένη κοιλότητα (για παράδειγμα, κάποιοι αισθητήρες χρησιμοποιούν το απόλυτο κενό ως αναφορά).

Οι διαφορικοί αισθητήρες σε αντίθεση, συγκρίνουν την παρούσα ατμοσφαιρική πίεση με μια μέση (καθυστερημένη) εικόνα της ατμοσφαιρικής πίεσης. Χρησιμοποιούν τις ίδιες αρχές που διέπουν τα μικρόφωνα και γι' αυτό το λόγο καλούνται μερικές φορές και ως υποηχητικά μικρόφωνα. Κατ' αυτόν τον τρόπο, τα κλασσικά μικρόφωνα με χαμηλές συχνότητες αποκοπής, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μετρήσουν υποηχητικά κύματα. Οι διαφορικοί αισθητήρες μπορούν να επιτύχουν πολύ χαμηλά επίπεδα θορύβου, αλλά το κύριο μειονέκτημά τους είναι η ευαισθησία τους στις περιβαλλοντικές συνθήκες, εξαιτίας της χαμηλών συχνοτήτων ακουστικής συμπεριφοράς τους και την έλλειψη κατάλληλης προς αυτούς και ακριβούς τεχνικής βαθμονόμησης (calibration).

Περιβαλλοντικοί Περιορισμοί

Οι αισθητήρες υποηχητικών κυμάτων μπορούν να τοποθετηθούν ακόμα και στις πιο δύσκολες περιβαλλοντικές συνθήκες, όταν έχουν τη δυνατότητα να ικανοποιήσουν τις προηγούμενες απαιτήσεις. Το πιο γνωστό παράδειγμα αποτελεί ο οργανισμός CTBT μέσω του διεθνούς συστήματος ελέγχου (IMS), καθώς οι αισθητήρες είναι εγκατασταμένοι σε αρκετά απομονωμένες και απομακρυσμένες περιοχές, όπου η παροχή ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι εύκολα δυνατή. Οι υποηχητικοί αισθητήρες λειτουργούν σε πολύ υψηλό εύρος θερμοκρασιών από $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ έως $60\text{ }^{\circ}\text{C}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΘΕΩΡΙΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ

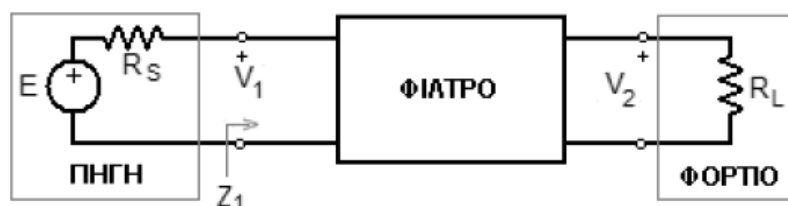
Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η σύνθεση της διάταξης, η οποία αποκόπτει τις ανεπιθύμητες συχνότητες και ταυτόχρονα ενισχύει τις επιθυμητές συχνότητες με ένα συγκεκριμένο κέρδος ενίσχυσης. Στην ουσία, η ανάλυση αυτή δείχνει τον τρόπο με τον οποίο υλοποιείται ένα βαθυπερατό φίλτρο, το οποίο θα περνά σήματα με συχνότητες έως 20Hz περίπου και από εκεί και πέρα, σήματα με συχνότητες μεγαλύτερες των 20Hz θα αποκόπτονται. Ταυτόχρονα τα σήματα με συχνότητες έως 20Hz θα ενισχύονται με ένα αρκετά μεγάλο κέρδος.

3.1 Εισαγωγή στα Ηλεκτρονικά Φίλτρα

Το ηλεκτρονικό φίλτρο είναι μια από τις βαθμίδες ενός ηλεκτρονικού κυκλώματος που έχει ως σκοπό τον έλεγχο ενός σήματος ανάλογα με τη συχνότητά του. Δηλαδή μπορεί να μεταφέρει σήματα επιθυμητής συχνότητας με μια σχετικά μικρή εξασθένηση από την αμέσως προηγούμενη βαθμίδα στην αμέσως επόμενη, ενώ ταυτόχρονα να μεταφέρει ανεπιθύμητα σήματα με πάρα πολύ μεγάλη εξασθένηση, ώστε να θεωρηθεί ότι δεν περνούν καθόλου (αποκόπτονται).

3.1.1 Σχεδίαση Κυκλωμάτων

Αν η προηγούμενη βαθμίδα του φίλτρου θεωρηθεί ως ισοδύναμο Thevenin(source) και η επόμενη βαθμίδα του φίλτρου ξανά ως ισοδύναμο Thevenin(load), τότε μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι για το φίλτρο ισχύει το παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 24 Διάγραμμα φίλτρου[19]

Εφόσον το κύκλωμα λειτουργεί στην ημιτονική μόνιμη κατάσταση, οι δύο τάσεις θα ισούνται με τους παρακάτω φασιθέτες:

$$E = |E| e^{j\theta 1} \quad (3.1.1)$$

$$V_2 = |V_2| e^{j\theta 2} \quad (3.1.2)$$

Ορίζεται ως *συνάρτηση μεταφοράς* του συστήματος η:

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{E(s)} \quad (3.1.3)$$

με $s=j\omega$.

Επιπλέον η *απόκριση πλάτους τάσης* ορίζεται ως το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς:

$$G(\omega) = |H(s)| = \left| \frac{V_2(s)}{E(s)} \right| \quad (3.1.4)$$

ενώ η *συνάρτηση λογαριθμικού κέρδους* ορίζεται ως:

$$G_{db} = 20\log(G(\omega)) = 20\log\left(\left| \frac{V_2(s)}{E(s)} \right| \right) \quad \text{σε dB} \quad (3.1.5)$$

Τέλος ορίζεται η *εξασθένηση* ως:

$$A_{dB} = 20\log\left(\left| \frac{E(s)}{V_2(s)} \right| \right) = -G_{db} \quad (3.1.6)$$

που όπως είναι εμφανές είναι αντίθετη από το λογαριθμικό κέρδος.

Το λογαριθμικό κέρδος όπως και η εξασθένηση παίρνουν θετικές και αρνητικές τιμές. Αν η τάση εξόδου είναι μικρότερη από την τάση εισόδου τότε το λογαριθμικό κέρδος τάσης παίρνει αρνητική τιμή, οπότε η εξασθένηση είναι θετική.

3.1.2 Μετάδοση χωρίς παραμόρφωση

Εάν η απόκριση πλάτους $G(\omega)=|H(j\omega)|$ δεν παραμένει σταθερή για όλες τις συχνότητες ενδιαφέροντος αλλά εξαρτάται από την συχνότητα, οι διάφορες συχνότητες που συνθέτουν την διέγερση (Fourier) περνάνε με διαφορετικό κέρδος, με αποτέλεσμα η χρονική απόκριση να διαφέρει από την διέγερση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *παραμόρφωση πλάτους*.

Όταν η απόκριση φάσης $\varphi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega))$ δεν είναι γραμμική συναρτήσει της συχνότητας, οι διάφορες συχνότητες που περιέχει η διέγερση περνάνε με διαφορετική *καθυστέρηση*, με αποτέλεσμα η χρονική απόκριση να είναι διαφορετική από την διέγερση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *παραμόρφωση φάσης*.

Όταν η χρονική απόκριση $y(t)$ ενός συστήματος με διέγερση $x(t)$ είναι της μορφής $y(t) = A * x(t - t_0)$, το σύστημα δηλαδή εισάγει μόνο ένα ανεξάρτητο της συχνότητας κέρδος A και μια ανεξάρτητη της συχνότητας καθυστέρηση t_0 , λέμε ότι έχουμε **μετάδοση χωρίς παραμόρφωση**. Η χρονική απόκριση τότε είναι της ίδιας μορφής με την διέγερση, αλλά πολλαπλασιασμένη με A και μετατοπισμένη δεξιά κατά t_0 , όπου t_0 είναι ο χρόνος που χρειάζεται το σήμα για να περάσει από το σύστημα. Ο χρόνος αυτός ονομάζεται **καθυστέρηση** και καθορίζεται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος. Εφαρμόζοντας Fourier στην εξίσωση $y(t) = A*x(t-t_0)$ ισχύει:

$$Y(j\omega) = A * X(j\omega) e^{-j\omega t_0} \quad (3.1.7)$$

και επομένως η **συνάρτηση μεταφοράς** του συστήματος που υλοποιεί μετάδοση χωρίς παραμόρφωση είναι:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = A * e^{-j\omega t_0} \quad (3.1.8)$$

με **απόκριση πλάτους**: $G(\omega) = |H(j\omega)| = A \quad (3.1.9)$

και **απόκριση φάσης**: $\varphi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega)) = -\omega t_0 \quad (3.1.10)$

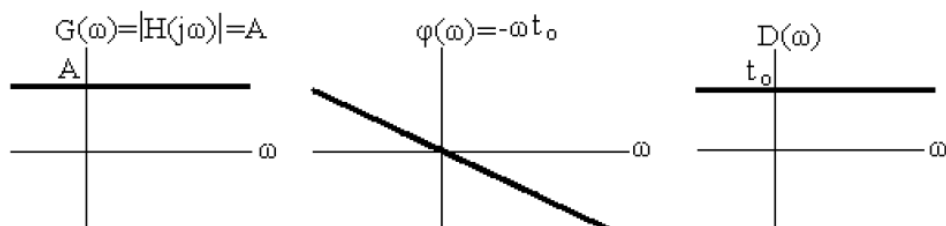
Η χρονική καθυστέρηση που εισάγει το σύστημα ονομάζεται **καθυστέρηση ομάδας** $D(\omega)$ και ορίζεται ως:

$$D(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) \quad (sec) \quad (3.1.11)$$

Στην παραπάνω περίπτωση με μετάδοσης χωρίς παραμόρφωση, η καθυστέρηση ομάδας είναι:

$$D(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) = -\frac{d}{d\omega} [-\omega t_0] = t_0 \quad (3.1.12)$$

Επομένως ένα κύκλωμα για να εξασφαλίζει μετάδοση χωρίς παραμόρφωση, πρέπει να έχει ανεξάρτητο της συχνότητας κέρδος και γραμμική φάση (σταθερή καθυστέρηση), τα οποία φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 25 Αριστερά το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, στο κέντρο η φάση και δεξιά η καθυστέρηση ομάδας[19]

3.1.3 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα

Η διαφορά φάσης εισόδου-εξόδου στα ιδανικά φίλτρα όπως φάνηκε παραπάνω είναι γραμμική ως προς την συχνότητα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η καθυστέρηση ομάδας $D(\omega)$ να είναι σταθερή. Η φάση τις περισσότερες φορές όμως αποτελεί δευτερεύον χαρακτηριστικό των φίλτρων. Τα φίλτρα σχεδόν πάντα σχεδιάζονται ώστε να ικανοποιήσουν συγκεκριμένες απαιτήσεις πλάτους.

Το φίλτρο όπως φαίνεται στο σχήμα 24 παρεμβάλλεται μεταξύ της πηγής και του φορτίου και εισάγει ένα εξαρτώμενο από την συχνότητα κέρδος $G(\omega)$ λόγω των χαρακτηριστικών με τα οποία έχει σχεδιαστεί. Η εξάρτηση αυτή των χαρακτηριστικών πλάτους από την συχνότητα ονομάζεται **επιλεκτικότητα**. Στην ιδανική περίπτωση, η επιλεκτικότητα εκφράζεται με μηδενικό κέρδος στη ζώνη αποκοπής και μηδενική εξασθένηση στη ζώνη διέλευσης (ορίζονται παρακάτω οι ζώνες διέλευσης και αποκοπής). Η διατήρηση απολύτως σταθερών χαρακτηριστικών πλάτους είναι αδύνατον να επιτευχθεί από φυσικά συστήματα. Η επιλεκτικότητα των φίλτρων όσο αναφορά την συχνότητα είναι ο πιο συνηθισμένος τρόπος κατηγοριοποίησης τους.

Τα φίλτρα χωρίζονται σε τέσσερις βασικές κατηγορίες: τα **βαθυπερατά** (lowpass-LP), τα **υψιπερατά** (highpass-HP), τα **ζωνοπερατά** ή ζωνοδιαβατά (bandpass- BP) και τα **ζωνοφρακτικά** (bandreject - BR). Υπάρχουν επίσης και φίλτρα βαθυπερατά σχισμής, υψιπερατά σχισμής και τα ολοδιαβατά.

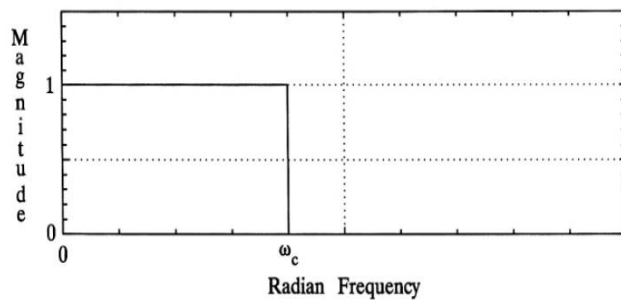
Τα βαθυπερατά φίλτρα επιτρέπουν σήματα μέχρι μιας ορισμένης συχνότητας ω_c (ζώνη διέλευσης), ενώ αποκόπτουν οποιοδήποτε άλλο σήμα με συχνότητα μεγαλύτερη της ω_c (ζώνη αποκοπής). Η συχνότητα $\omega_c > 0$ ονομάζεται **συχνότητα αποκοπής**.

Αντίθετα, τα υψιπερατά φίλτρα επιτρέπουν σήματα από μια συχνότητα ω_c και πάνω ενώ αποκόπτουν οποιοδήποτε σήμα με συχνότητα μικρότερη της ω_c .

Τα ζωνοδιαβατά φίλτρα επιτρέπουν σήματα που βρίσκονται σε μια ζώνη συχνοτήτων με κατώτερο όριο την ω_{c1} και ανώτερο όριο την ω_{c2} και αποκόπτουν οποιοδήποτε άλλο σήμα εκτός της παραπάνω ζώνης.

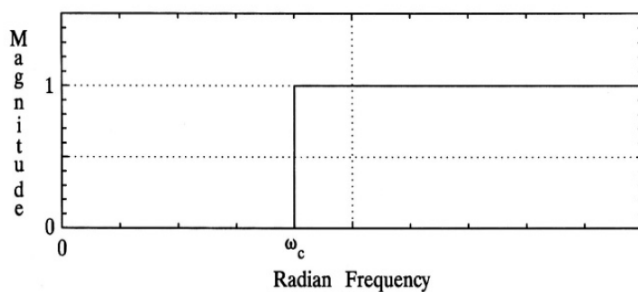
Αντίθετα, τα ζωνοφρακτικά φίλτρα επιτρέπουν σήματα εκτός της παραπάνω ζώνης

και αποκόπτουν οποιοδήποτε σήμα βρίσκεται εντός αυτής της ζώνης. Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται οι αποκρίσεις πλάτους των ιδανικών φίλτρων μαζί με τις αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς:



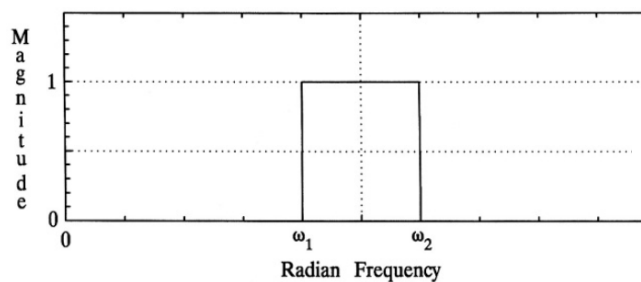
$$|H_{LP}(j\omega)| = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

Σχήμα 26 Ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς[20]



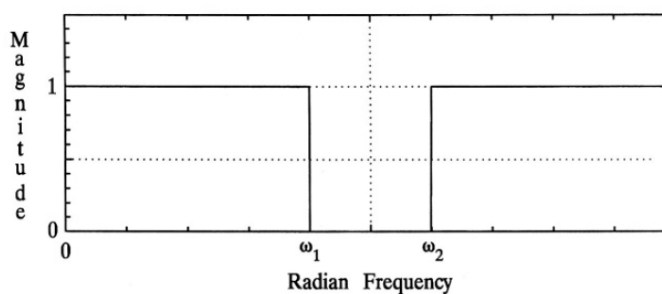
$$|H_{HP}(j\omega)| = \begin{cases} 1, & |\omega| > \omega_c \\ 0, & |\omega| < \omega_c \end{cases}$$

Σχήμα 27 Ιδανικό υψυπερατό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς[20]



$$|H_{BP}(j\omega)| = \begin{cases} 1, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 0, & |\omega| < \omega_1, |\omega| > \omega_2 \end{cases}$$

Σχήμα 28 Ιδανικό ζωνοδιαβατό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς[20]

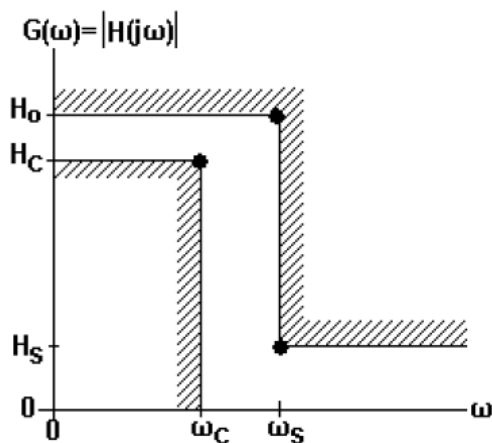


$$|H_{BS}(j\omega)| = \begin{cases} 0, & \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 1, & |\omega| < \omega_1, |\omega| > \omega_2 \end{cases}$$

Σχήμα 29 Ιδανικό ζωνοφρακτικό φίλτρο και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς[20]

Η συμπεριφορά αυτή είναι ιδανική και δεν μπορεί να υλοποιηθεί στην πράξη παρά μόνο κατά προσέγγιση.

Στη δική μας περίπτωση, θα γίνει προσέγγιση του ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου με ένα πραγματικό κύκλωμα με τις παρακάτω προκαθορισμένες ανοχές, όπως φαίνονται στο σχήμα 30:



Σχήμα 30 Προδιαγραφές βαθυπερατού φίλτρου[19]

- **ζώνη διέλευσης**, όπου το κέρδος μπορεί να παίρνει τιμές από H_o έως H_c
- **ζώνη αποκοπής**, όπου το κέρδος μπορεί να παίρνει τιμές το πολύ έως H_s
- **ζώνη μετάβασης**, όπου το κέρδος μεταβαίνει από το κέρδος διέλευσης στο κέρδος αποκοπής

Η συχνότητα ω_s ονομάζεται **οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής**.

Στο βαθυπερατό φίλτρο, η συχνότητα αποκοπής ω_c υποδεικνύει το τέλος της ζώνης διέλευσης, ενώ η συχνότητα ω_s υποδεικνύει την αρχή της ζώνης αποκοπής. Η ζώνη από ω_c έως ω_s ορίζει την ζώνη μετάβασης.

Τα μεγέθη $\{H_o, H_c, H_s\}$ καθώς και τα $\{\omega_c, \omega_s\}$ ορίζουν τις προδιαγραφές πλάτους του βαθυπερατού φίλτρου που θα υλοποιηθεί στη συνέχεια.

3.1.4 Κλιμάκωση και Κανονικοποίηση

Στη σύνθεση κυκλωμάτων οι τιμές που εμφανίζονται ποικίλουν από πολύ μικρές έως πολύ μεγάλες. Γενικά η μεγάλη διασπορά τιμών προκαλεί δυσκολία στον υπολογισμό και μειωμένη ακρίβεια.

Το πρόβλημα αυτό λύνεται με την χρήση της **κλιμάκωσης της αντίστασης και της συχνότητας**.

Κλιμάκωση αντίστασης

Οποιαδήποτε αντίσταση μπορεί να μετασχηματιστεί αν την διαιρέσουμε με k , όπου k

είναι ένας καθαρός αριθμός. Έστω ότι διαθέτουμε μία ωμική αντίσταση R , μία επαγωγική αντίσταση sL και μία χωρική αντίσταση $\frac{1}{sC}$. Αν διαιρέσουμε όλες τις αντιστάσεις με k οι νέες μετασχηματισμένες αντιστάσεις θα πάρουν τις παρακάτω τιμές:

$$R_{\text{new}} = \frac{R}{k} \quad L_{\text{new}} = s \frac{L}{k} \quad C_{\text{new}} = \frac{1}{s C k} \quad (3.1.13)$$

Δηλαδή για την δημιουργία της κλιμακούμενης αντίστασης R_{new} και του κλιμακούμενου επαγωγέα L_{new} , γίνεται διαίρεση της τιμής τους με k , ενώ για την δημιουργία του κλιμακούμενου πυκνωτή C_{new} , γίνεται πολλαπλασιασμός της τιμής του C με k . Τονίζεται ότι η διαδικασία αυτή δεν μεταβάλλει την συνάρτηση μεταφοράς.

Κλιμάκωση συχνότητας

Κλιμάκωση συχνότητας είναι η διαδικασία κατά την οποία οι αντιστάτες R παραμένουν αμετάβλητοι και πολλαπλασιάζονται οι επαγωγείς L και οι πυκνωτές C με ω_0 . Τα νέα κλιμακωμένα στοιχεία είναι:

$$L_{\text{new}} = L \omega_0 \quad \text{και} \quad C_{\text{new}} = C \omega_0 \quad (3.1.14)$$

Η διαδικασία αυτή δηλαδή κλιμακώνει την ανεξάρτητη μεταβλητή s σε $\frac{s}{\omega_0}$.

Στην ουσία ότι συμβαίνει πριν την κλιμάκωση στο κύκλωμα για s , συμβαίνει στο κλιμακωμένο κύκλωμα στο $\frac{s}{\omega_0}$.

Κανονικοποίηση

Η διαδικασία ταυτόχρονης κλιμάκωσης αντίστασης και συχνότητας με κατάλληλα επιλεγμένες τιμές R_0 και ω_0 αντίστοιχα. Τα κανονικοποιημένα στοιχεία με δείκτη n δίνονται από τις σχέσεις:

$$R_n = \frac{R}{R_0} \quad L_n = \frac{\omega_0}{R_0} L \quad C_n = \omega_0 R_0 C \quad (3.1.15)$$

τα οποία είναι καθαροί αριθμοί.

Στο κανονικοποιημένο κύκλωμα πλέον η κανονικοποιημένη κυκλική συχνότητα, ο χρόνος και η συχνότητα είναι καθαροί αριθμοί:

$$\Omega_n = \frac{\omega}{\omega_o} \quad t_n = \frac{\omega}{2\pi} t \quad F_n = \frac{2\pi}{\omega_o} f \quad (3.1.16)$$

Ως νέα μονάδα κυκλικής συχνότητας ω_o επιλέγεται μια χαρακτηριστική συχνότητα του κυκλώματος, συνήθως μια συχνότητα συντονισμού ή αποκοπής, της οποίας η τιμή μετά την κανονικοποίηση είναι ίση με 1.

Στη σχεδίαση φίλτρων συχνά μετατρέπουμε την συχνότητα αποκοπής ώστε να γίνει ίση με τη μονάδα. Οι προδιαγραφές ενός βαθυπερατού φίλτρου κανονικοποιούνται με κλιμάκωση των προδιαγραφών συχνότητας με ω_c . Η κανονικοποιημένη συχνότητα αποκοπής θα γίνει:

$$\Omega_c = \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \quad (3.1.17)$$

και η ω_s παίρνει την κανονικοποιημένη τιμή :

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{\omega_c} > 1 \quad (3.1.18)$$

Πρέπει να τονιστεί ότι η κανονικοποίηση συχνότητας δε μεταβάλλει τα χαρακτηριστικά κέρδους ή εξασθένισης. Οι κανονικοποιημένες προδιαγραφές διατηρούν τα μεγέθη πλάτους αμετάβλητα. Στο κανονικοποιημένο φίλτρο η συνάρτηση μεταφοράς είναι ακριβώς ίδια με αυτή του μη κανονικοποιημένου με διαφορετικές τιμές όμως των στοιχείων. Η συνάρτηση μεταφοράς ενός κανονικοποιημένου φίλτρου είναι $H_n(s) = H(\omega_c s)$.

Έτσι προκύπτει ότι:

$$\text{αν } G(\omega) = |H(j\omega)| \quad \text{τότε } G_n(\omega) = |H(j\omega \omega_c)| = G(\omega \omega_c)$$

και

$$\text{αν } \varphi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega)) \quad \text{τότε } \varphi_n(\omega) = \text{Arg}(H_n(j\omega)) = \varphi(\omega \omega_c)$$

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι με την κανονικοποίηση δεν άλλαξαν τα χαρακτηριστικά πλάτους και φάσης της $H(s)$, απλά υπέστησαν κλιμάκωση συχνότητας κατά ω_c .

Ένα φίλτρο μπορεί να σχεδιαστεί με κανονικοποιημένες προδιαγραφές και μετά να αποκανονικοποιηθεί, ώστε η συχνότητα αποκοπής από μονάδα να γίνει ίση με την επιθυμητή.

Προτυποποιημένες προδιαγραφές βαθυπερατού φίλτρου είναι οι κανονικοποιημένες προδιαγραφές ($\Omega_c=1$) με επιπλέον χαρακτηριστικό ότι $G(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot H_o$. Τα φίλτρα που ικανοποιούν τις προτυποποιημένες προδιαγραφές, ονομάζονται **πρότυπα φίλτρα**.

Η σύνθεση ενός βαθυπερατού φίλτρου από τις δεδομένες κανονικοποιημένες

προδιαγραφές, ξεκινάει με την εύρεση μια μαθηματικής συνάρτησης $G(\Omega)$, της οποίας η γραφική παράσταση δεν παραβιάζει τις προδιαγραφές και για την οποία η $G^2(\Omega)$ είναι ρητή και άρτια συνάρτηση του Ω . Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **προσέγγιση** και δίνει θεωρητικά άπειρες λύσεις, μερικές από τις οποίες είναι κατάλληλες και ικανοποιούν τις απαιτούμενες συνθήκες υλοποίησης.

Αυτό σημαίνει ότι η εύρεση μιας οποιασδήποτε τέτοιας συνάρτησης, της οποίας η γραφική παράσταση δε παραβιάζει τις προδιαγραφές, δεν εξασφαλίζει την υλοποίηση της ως συνάρτηση μεταφοράς ενός πραγματικού κυκλώματος.

Πλέον, υπάρχουν τυποποιημένες προσεγγίσεις των προδιαγραφών, οι οποίες οδηγούν με βεβαιότητα σε πραγματοποιήσιμες συναρτήσεις. Οι πιο δημοφιλείς είναι οι προσεγγίσεις Butterworth, Chebyshev, αντίστροφη Chebyshev και Cauer. Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση Butterworth.

Άρα με δεδομένες τις προδιαγραφές του φίλτρου, τα παρακάτω βήματα οδηγούν στη σύνθεσή του:

- αρχικά κανονικοποιούνται οι προδιαγραφές, ώστε η συχνότητα αποκοπής να γίνει 1, οπότε η κανονικοποιημένη συχνότητα στην οποία αρχίζει η ζώνη αποκοπής γίνεται $\Omega_s = \frac{\omega_s}{\omega_c}$
- υπολογίζεται η συνάρτηση μεταφοράς με την προσέγγιση Butterworth, το μέτρο της οποίας ικανοποιεί τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές.
- από τη συνάρτηση μεταφοράς γίνεται η σύνθεση του κυκλώματος του κανονικοποιημένου φίλτρου.
- και τελικά αποκανονικοποιούνται τα στοιχεία, ώστε η συχνότητα αποκοπής να γίνει ίση με την επιθυμητή.

3.2 Βασικά Κυκλώματα

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν κάποια βασικά κυκλώματα που θα χρησιμοποιηθούν κατά την διαδικασία υλοποίησης του βαθυπερατού φίλτρου, έτσι ώστε να γίνει πλήρως κατανοητή η χρήση τους.

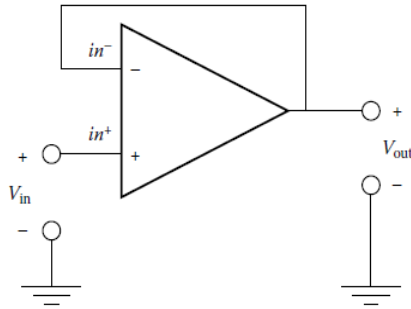
Ο ακόλουθος τάσης μοναδιαίου κέρδους: Η έξοδος του ενισχυτή συνδέεται με την αντιστρεπτική είσοδο, ενώ στην μη αντιστρεπτική είσοδο εισάγεται ένα σήμα V_{in} . Η ανάδραση αναγκάζει την τάση στο in^- να ισούται με την V_{out} .

Ισχύει ότι
$$V_{out} = A_v (V_{in} - V_{out}) \quad (3.2.1)$$

ή αλλιώς
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_v}} \quad (3.2.2)$$

Στην περίπτωση του ιδανικού ΤΕ το A_v τείνει στο άπειρο οπότε:

$$V_{in} = V_{out} \quad (3.2.3)$$



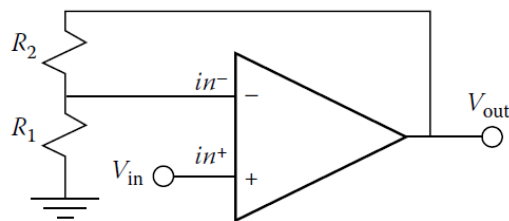
Σχήμα 31 Ο ακόλουθος τάσης μοναδιαίου κέρδους[21]

Ο ακόλουθος τάσης δεν τραβάει καθόλου ρεύμα από το σήμα εισόδου λόγω της άπειρης αντίστασης εισόδου του ενισχυτή και η μηδενική αντίσταση εξόδου του ενισχυτή διασφαλίζει ότι το φορτίο δεν επηρεάζει την τάση στο V_{out} .

Γι' αυτό το λόγο το κύκλωμα είναι χρήσιμο γιατί μπορεί να παρεμβάλλει μεταξύ δύο βαθμίδων και να τις απομονώνει, ώστε η δεύτερη βαθμίδα να μην τραβάει ρεύμα από την πρώτη.

Μη αντιστρεπτικός ενισχυτής τάσης: Προκύπτει από τον ακόλουθο τάσης αν ανατροφοδοτήσουμε μέσω ενός διαιρέτη τάσης ένα κλάσμα της εξόδου στην αντιστρεπτική είσοδο. Στην περίπτωση του ιδανικού ΤΕ ισχύει:

$$V_{in} = V_{out} \left[\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (3.2.4)$$



Σχήμα 32 Ο μη αντιστρεπτικός ενισχυτής τάσης[21]

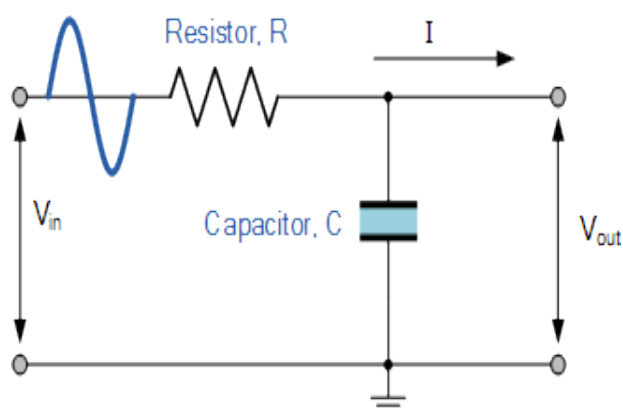
Με το κύκλωμα αυτό επιτυγχάνονται κέρδη μεγαλύτερα ή ίσα της μονάδας, απλά αλλάζοντας την αναλογία της R_2 προς την R_1 . Στην ουσία δεν είναι σημαντικές οι πραγματικές τιμές των R_2 και R_1 , αφού το κέρδος του ενισχυτή καθορίζεται από τον λόγο τους.

Η άπειρη αντίσταση εισόδου του ενισχυτή διασφαλίζει ότι δεν περνάει ρεύμα από την πηγή. Επιπλέον η V_{in} ελέγχει την τάση στην R_1 , αλλά δεν παρέχει το ρεύμα που ρέει σε αυτή.

3.3 Βαθυπερατό Φίλτρο 1^{ης} τάξης

Τα φίλτρα μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες: τα ενεργά φίλτρα και τα παθητικά φίλτρα. Τα ενεργά φίλτρα περιέχουν στοιχεία ενίσχυσης για να αυξήσουν την ισχύ του σήματος, ενώ τα παθητικά όχι. Στα παθητικά φίλτρα καθώς υπάρχουν δυο παθητικά στοιχεία, το σήμα εξόδου έχει μικρότερο πλάτος από το αντίστοιχο σήμα εισόδου ως εκ τούτου εξασθενούν το σήμα και έχουν κέρδος μικρότερο της μονάδας. Η υλοποίηση με ενεργά κυκλώματα δίνει τη δυνατότητα ρύθμισης του κέρδους του φίλτρου. Ακόμα μπορούμε να συνδέσουμε διαδοχικά βαθμίδες χωρίς η μία να επηρεάζει την άλλη. Παρ' όλα αυτά δημιουργεί και κάποιους περιορισμούς για την συχνότητα λειτουργίας και το πλάτος του σήματος εισόδου.

Το πιο απλό βαθυπερατό φίλτρο αποτελείται από έναν αντιστάτη και έναν πυκνωτή, ενώ άλλα πιο εξελιγμένα φίλτρα συνδυάζουν αρκετούς επαγωγείς και πυκνωτές. Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει το πιο απλό βαθυπερατό φίλτρο με μία αντίσταση και έναν πυκνωτή.



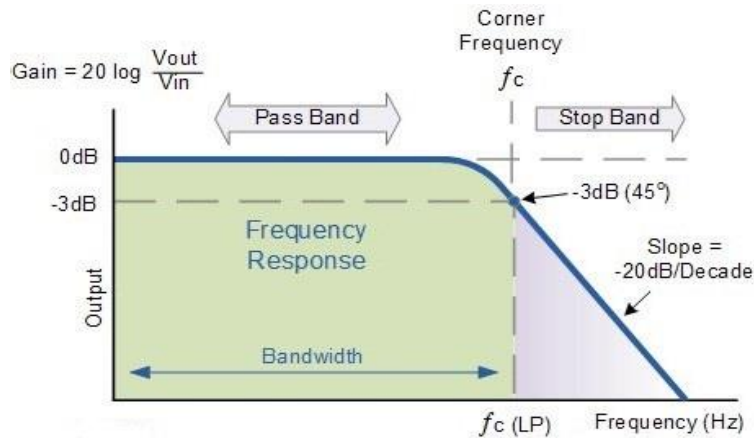
Σχήμα 33 Το βαθυπερατό φίλτρο 1^{ης} τάξης με παθητικά στοιχεία RC¹⁵

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου του σχήματος 33. Παρατηρείται ότι μετά την συχνότητα αποκοπής(f_c) το κέρδος εξασθενεί με κλίση -20dB/δεκάδα

Το παθητικό βαθυπερατό φίλτρο έχει συχνότητα αποκοπής που δίνεται από τον τύπο:

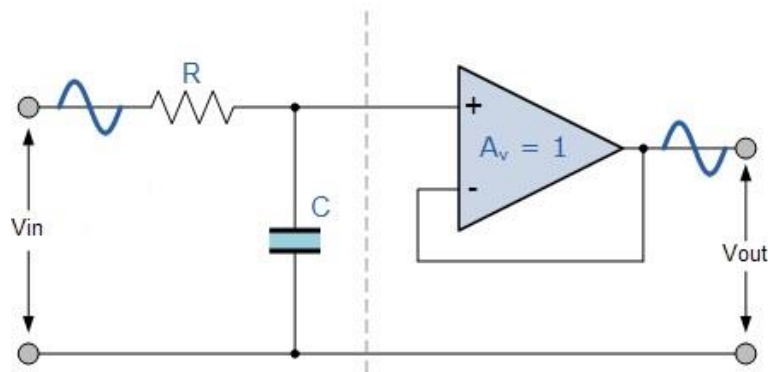
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (3.3.1)$$

¹⁵ Passive Low Pass Filter: http://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_2.html



Σχήμα 34 Η συνάρτηση μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου 1^{ης} τάξης¹⁶

Ένας τρόπος για να αποτραπεί η απώλεια του σήματος στα παθητικά φίλτρα είναι να τοποθετηθεί ένας ακόλουθος τάσης στην έξοδο του κυκλώματος του σχήματος 33. Έτσι, θα δημιουργηθεί ένα ενεργό φίλτρο αφού γίνεται χρήση ενός ΤΕ. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το νέο κύκλωμα:



Σχήμα 35 Βαθυπερατό φίλτρο 1ης τάξης με ακόλουθο τάσης¹⁶

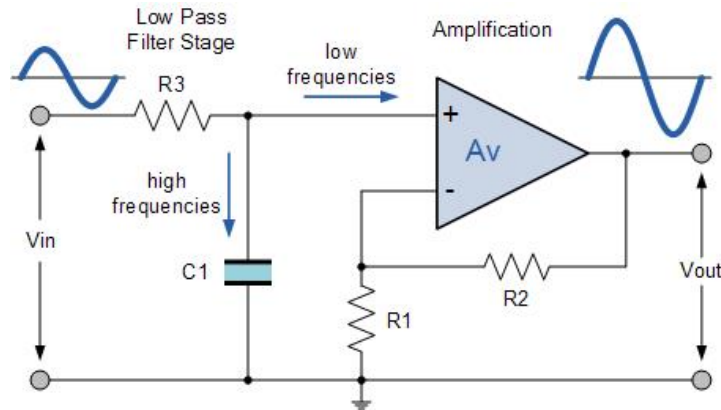
Το κύκλωμα έχει συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{1}{1 + sRC} \quad (3.3.2)$$

Το πλεονέκτημα αυτής της διάταξης είναι ότι η υψηλή σύνθετη αντίσταση εισόδου του ΤΕ αποτρέπει την υπερβολική φόρτιση στην έξοδο του φίλτρου, ενώ η χαμηλή αντίσταση εξόδου εμποδίζει να επηρεαστεί η συχνότητα αποκοπής από τις αλλαγές στη σύνθετη αντίσταση του φορτίου. Ακόμα, ενώ παρέχει σταθερότητα στο φίλτρο, το βασικό της μειονέκτημα είναι ότι το κέρδος τάσης είναι το πολύ ίσο με τη μονάδα.

Εάν απαιτείται μεγαλύτερο κέρδος τάσης μπορεί να χρησιμοποιήσει το ακόλουθο κύκλωμα:

¹⁶ Active Low Pass Filter: http://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_5.html



Σχήμα 36 Βαθυπερατό φίλτρο 1ης τάξης με ενίσχυση¹⁶

Το κύκλωμα έχει παρόμοια απόκριση συχνότητας με το παθητικό RC φίλτρο, με τη διαφορά ότι τώρα ο ΤΕ ενισχύει το σήμα εξόδου. Ο μη αντιστρεπτικός ενισχυτής δίνει κέρδος: $k = 1 + \frac{R2}{R1}$. Επιπλέον το κέρδος ενός ενεργού βαθυπερατού φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας είναι:

$$G = \frac{k}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_c})^2}} \quad (3.3.3)$$

Όπου f η συχνότητα του σήματος εισόδου σε Hz

Οπότε:

1. Σε πολύ χαμηλές συχνότητες, $f < f_c$ $\frac{V_{out}}{V_{in}} \approx k$
2. Στη συχνότητα αποκοπής, $f = f_c$ $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{k}{\sqrt{2}} = 0.707k$
3. Σε πολύ υψηλές συχνότητες, $f > f_c$ $\frac{V_{out}}{V_{in}} < k$

3.4 Βαθυπερατό Φίλτρο 2^{ης} τάξης

Η γενική μορφή μιας συνάρτησης κυκλώματος 2ης τάξης είναι:

$$F(s) = \frac{A_z s^2 + B_z s + C_z}{A_p s^2 + B_p s + C_p} = K \frac{(s - z_1)(s - z_2)}{(s - p_1)(s - p_2)} \quad (3.4.1)$$

όπου z_i είναι τα μηδενικά και p_i οι πόλοι της συνάρτησης. Αν μια ρητή συνάρτηση

2ης τάξης δεν έχει μηδενικά, ονομάζεται *ολοπολική* και είναι της μορφής:

$$F(s) = \frac{K}{(s-p)(s-p^*)} \quad (3.4.2)$$

Στην εργασία θα χρησιμοποιηθούν μόνο ολοπολικές συναρτήσεις και παρακάτω θα αναφερθούν τα χαρακτηριστικά τους.

Η βαθυπερατή συνάρτηση μεταφοράς 2ης τάξης είναι ολοπολική και είναι της μορφής:

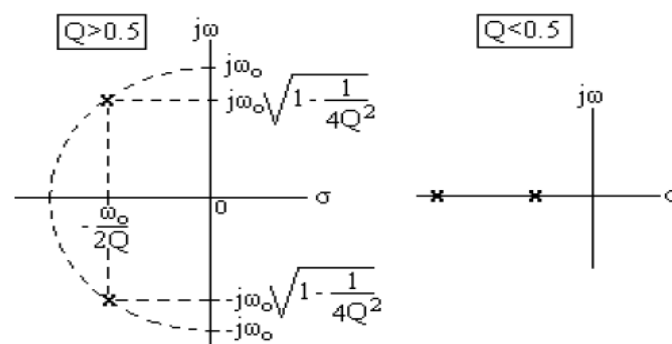
$$H_{B\Pi}(s) = \frac{A}{s^2 + s\frac{\omega_o}{Q} + \omega_o^2} \quad (3.4.3)$$

Η απόκριση πλάτους της βαθυπερατής συνάρτησης μεταφοράς 2ης τάξης για $s=j\omega$, $G(\omega)$, είναι:

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{A}{\sqrt{\omega^4 - 2\omega^2\omega_o^2\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \omega_o^4}} \quad (3.4.4)$$

Το Q ονομάζεται *συντελεστής ποιότητας* των πόλων και το ω_o φυσική συχνότητα ή απλά *συχνότητα των πόλων*.

Πιο αναλυτικά: Το Q παίζει καθοριστικό ρόλο στη συμπεριφορά ενός κυκλώματος, καθώς καθορίζει την απόσταση των πόλων από τον άξονα $j\omega$ και το αν υπάρχουν συζυγείς μιγαδικοί πόλοι. Οι πόλοι είναι μιγαδικοί όταν $Q > 0.5$ ενώ για μικρότερες τιμές, οι πόλοι είναι πραγματικοί. Η απόσταση των πόλων από τον άξονα $j\omega$ είναι για σταθερή συχνότητα πόλων, αντιστρόφως ανάλογη του $2Q$. Έτσι για μεγάλα Q οι πόλοι είναι πλησιέστερα στον άξονα $j\omega$, οπότε επιδρούν πιο έντονα στην απόκριση.

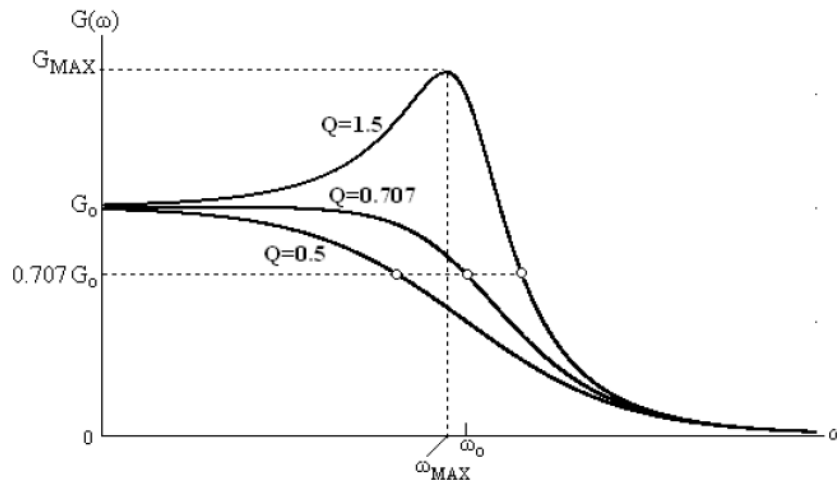


Σχήμα 37 Οι πόλοι της βαθυπερατής συνάρτησης για $Q > 0.5$ αριστερά και για $Q < 0.5$ δεξιά [19]

Για $\omega=0$ έχουμε: $G_o = G(0) = \frac{A}{\omega_o^2}$ (3.4.5)

ενώ για να υπάρχει ω_{\max} πρέπει $Q > 0.707$ και θα έχουμε:

$$G_{\max} = \frac{AQ}{\omega_o^2 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad (3.4.6)$$

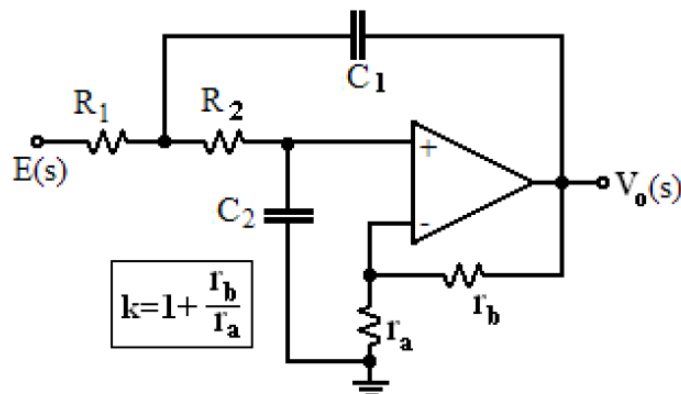


Σχήμα 38 Η παράσταση του $G(\omega)$ για διάφορες τιμές του Q [19]

Sallen-Key σχεδίαση:

Υπάρχουν αρκετά κυκλώματα σχεδίασης βαθυπερατών φίλτρων. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος σχεδίασης Sallen-Key που είναι μια από τις πιο γνωστές μεθόδους. Είναι ένα κύκλωμα με έναν τελεστικό ενισχυτή σε διάταξη μη αντιστρεπτικού ενισχυτή τάσης.

Στο σχήμα 39 φαίνεται το κύκλωμα Sallen-Key σχεδίασης με κέρδος k :



Σχήμα 39 Βαθυπερατό φίλτρο Sallen-Key[19]

Η συνάρτηση μεταφοράς του ΒΠ κυκλώματος είναι:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{E(s)} = \frac{\frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (3.4.7)$$

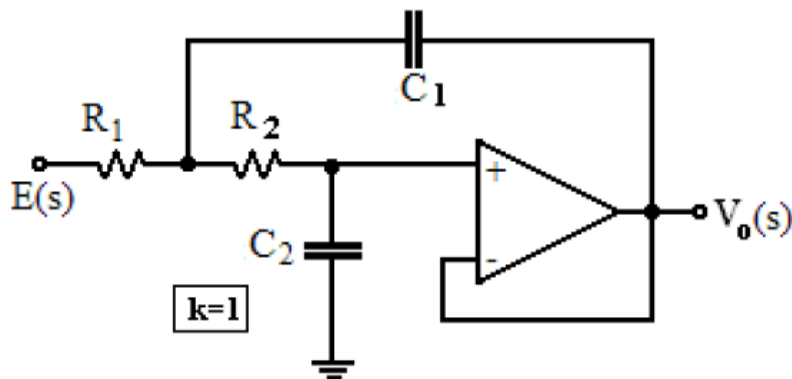
Οι αντιστάσεις r_a και r_b ρυθμίζουν την ανάδραση και επιδρούν στο Q του κυκλώματος, ενώ αφήνουν ανεπηρέαστη την συχνότητα του πόλου. Η συχνότητα και ο συντελεστής ποιότητας των πόλων δίνονται από τις σχέσεις:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad Q = \frac{\sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}}{\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2}} \quad (3.4.8)$$

Η συχνότητα αποκοπής δίνεται από τον τύπο:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (3.4.9)$$

Στο σχήμα 40 απεικονίζεται το κύκλωμα Sallen-Key σχεδίασης με μοναδιαίο κέρδος. Ένας βασικός τρόπος σχεδίασης είναι με επιλογή του $k=1$ (δηλαδή $r_b=0$) και $R_1=R_2=R$



Σχήμα 40 Βαθυπερατό φίλτρο Sallen-Key με $k=1$ [19]

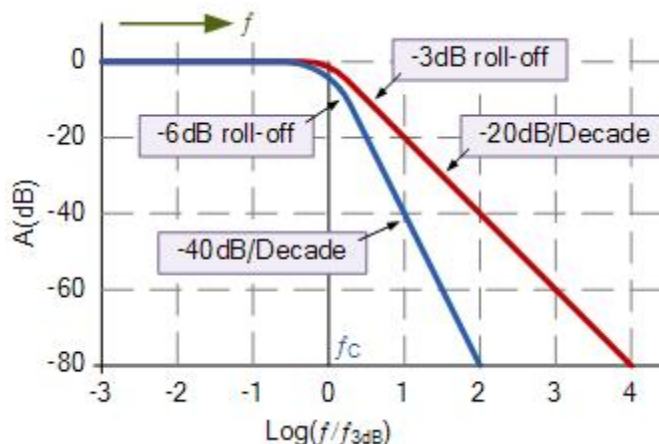
Τότε ισχύει:

$$\omega_o = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}} \quad \text{και} \quad Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad (3.4.10)$$

Το κύκλωμα μοναδιαίου κέρδους Sallen-Key έχει την εξαιρετική ακρίβεια κέρδους επειδή το κέρδος του δεν εξαρτάται από τις τιμές των στοιχείων του. Ακόμα

χρησιμοποιούνται λιγότερα στοιχεία για την κατασκευή του. Παρ' όλα αυτά, η απόκριση σε υψηλές συχνότητες περιορίζεται λόγω της απόκρισης του ΤΕ.[22]

Στο παρακάτω διάγραμμα Bode απεικονίζεται η σύγκριση της απόκρισης συχνότητας μεταξύ των βαθυπερατών φίλτρων 1^{ης} και 2^{ης} τάξης.



Σχήμα 41 Σύγκριση των διαγραμμάτων Bode φίλτρων 1^{ης} και 2^{ης} τάξης (κόκκινη και μπλε σχεδίαση αντίστοιχα)¹⁷

Από το διάγραμμα Bode είναι κατανοητό ότι η απόκριση συχνότητας είναι περίπου η ίδια για τα φίλτρα 1ης και 2ης τάξης. Η διαφορά είναι ότι η κλίση είναι -40dB/δεκάδα στη ζώνη αποκοπής του 2ου φίλτρου, διπλάσια δηλαδή από αυτή του 1ου φίλτρου.

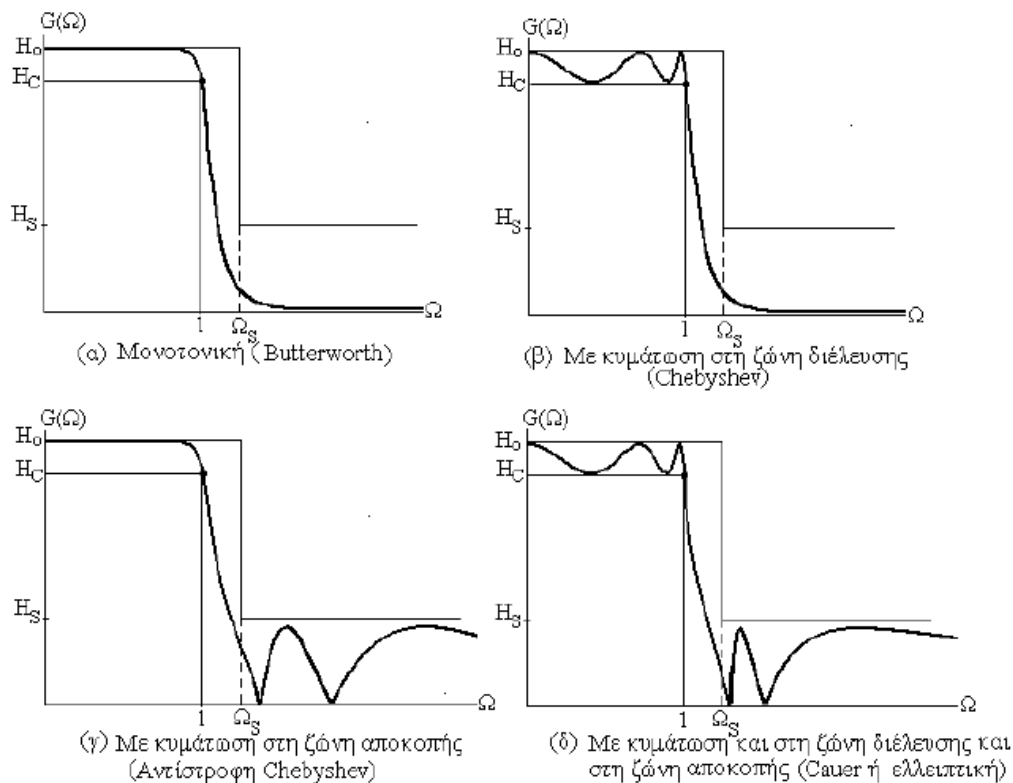
3.5 Ολοπολική Προσέγγιση Butterworth

Η δημιουργία ενός φίλτρου ξεκινάει από τις προδιαγραφές πλάτους που περιγράφουν την συμπεριφορά του κέρδους ή της εξασθένισης του. Όσο πιο απαιτητικό χρειάζεται να είναι το φίλτρο, τόσο μεγαλύτερης τάξης θα πρέπει να γίνει, άρα και πιο πολύπλοκη η συνάρτηση μεταφοράς του. Υπάρχουν αρκετές γνωστές προσεγγίσεις σχεδίασης (Butterworth, Chebyshev, αντίστροφη Chebyshev κ.λ.π) από τις οποίες υπολογίζονται οι πόλοι και τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς. Οι προδιαγραφές ενός φίλτρου δίνονται με σαφή ορισμό των χαρακτηριστικών σημείων της συνάρτησης κέρδους $G(\omega)$. Οι προδιαγραφές αυτές είναι: τα τρία μεγέθη πλάτους: $\{H_0, H_c, H_s\}$ και οι συχνότητες ω_c και ω_s . Η ζώνη διέλευσης οριοθετείται από την συχνότητα αποκοπής ω_c μέχρι την οποία το κέρδος είναι μεταξύ H_0 και H_c . Από την οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής ω_s και πάνω, το κέρδος πρέπει να είναι μικρότερο από H_s .

Από αυτές τις προδιαγραφές ξεκινάει η σύνθεση ενός βαθυπερατού φίλτρου με την εύρεση μιας συνάρτησης $G(\omega)$, της οποίας η γραφική παράσταση δεν τις παραβιάζει και για την οποία η $G^2(\omega)$ είναι ρητή και άρτια συνάρτηση του ω . Η προσέγγιση δίνει θεωρητικά άπειρες λύσεις, μερικές από τις οποίες ικανοποιούν τις απαιτούμενες συνθήκες. Οι γνωστές τυποποιημένες προσεγγίσεις οδηγούν με βεβαιότητα σε

¹⁷ Second Order Filters: <http://www.electronics-tutorials.ws/filter/second-order-filters.html>

πραγματοποιήσιμες συναρτήσεις και στο επόμενο σχήμα φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο η κάθε μια προσεγγίζει τις προδιαγραφές απλού κέρδους.



Σχήμα 42 Οι προσεγγίσεις Butterworth, Chebyshev, αντίστροφη Chebyshev και Cauer[19]

Οι προσεγγίσεις Butterworth και Chebyshev είναι και οι δυο ολοπολικές (δεν έχουν μηδενικά), ενώ οι προσεγγίσεις αντίστροφη Chebyshev και Cauer διαθέτουν μηδενικά μετάδοσης στη συνάρτηση μεταφοράς.

- Η προσέγγιση Butterworth παρέχει τελείως επίπεδο κέρδος στη ζώνη διέλευσης και μετά τη συχνότητα αποκοπής έχει ικανοποιητικό ρυθμό εξασθένισης $-20\text{dB}/\text{δεκάδα}/\text{τάξη}$. Η απόκριση σε είσοδο παλμού παρουσιάζει μέτρια υπερύψωση και κυμάτωση γι' αυτό και είναι καλύτερη από την προσέγγιση Chebyshev.
- Η προσέγγιση Chebyshev παρουσιάζει κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης αλλά έχει πιο απότομη εξασθένιση μετά τη συχνότητα αποκοπής. Η απόκριση σε είσοδο παλμού παρουσιάζει σημαντική κυμάτωση σε σύγκριση με την προσέγγιση Butterworth.
- Η αντίστροφη προσέγγιση Chebyshev έχει επίπεδο κέρδος στη ζώνη διέλευσης και κυμάτωση στη ζώνη αποκοπής.
- Η προσέγγιση Cauer έχει κυμάτωση και στη ζώνη διέλευσης και στη ζώνη αποκοπής.

Για τους παραπάνω λόγους στην παρούσα εργασία θα γίνει η χρήση της προσέγγισης Butterworth, η οποία αναλύεται στη συνέχεια.

Έχοντας τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές απλού κέρδους του βαθυπερατού φίλτρου δεδομένες $\{ H_o, H_c, H_s, \Omega_s, \Omega_c = 1 \}$ αναζητούμε συνάρτηση κέρδους $G(\Omega)$. Χρησιμοποιείται η συνάρτηση:

$$G(\omega) = \frac{H_o}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2n}}} \quad (3.5.1)$$

όπου ο θετικός ακέραιος αριθμός n δίνει την τάξη της προσέγγισης. Για τον συντελεστή β υπάρχει δυνατότητα επιλογής μεταξύ μιας ελάχιστης και μιας μέγιστης τιμής. Η μέγιστη τιμή του δίνεται από τον τύπο:

$$\beta_{max} = \sqrt{\left(\frac{H_o}{H_c}\right)^2 - 1} \quad (3.5.2)$$

Η πολυπλοκότητα ενός φίλτρου είναι ανάλογη της τάξης n της προσέγγισης και γι' αυτό είναι επιθυμητό η τιμή του n να είναι η ελάχιστη δυνατή, η οποία δίνεται για $\beta = \beta_{max}$ από τον τύπο:

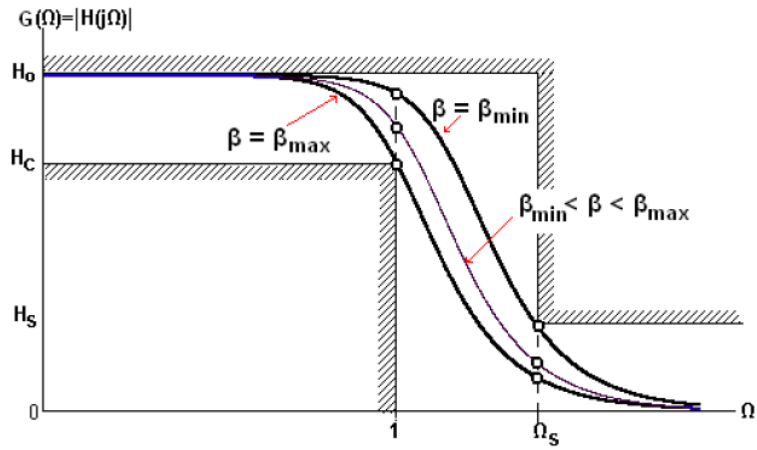
$$n_{min} = \frac{\log\left(\frac{\frac{H_o^2}{H_s^2}}{\beta_{max}^2} - 1\right)}{2 \log(\Omega_s)} = \frac{\log\left(\frac{\frac{H_o^2}{H_s^2} - 1}{\frac{H_o^2}{H_c^2} - 1}\right)}{2 \log(\Omega_s)} \quad (3.5.3)$$

Επειδή όμως η τάξη n πρέπει να είναι ακέραιος αριθμός, επιλέγεται ο μικρότερος ακέραιος που ικανοποιεί την $n \geq n_{min}$. Παρατηρείται ότι όσο πιο στενή ζώνη μετάβασης επιθυμούμε, τόσο πιο μεγάλο είναι το n . Επίσης, όσο το H_c τείνει στο H_o ή όσο μικραίνει το H_s , μεγαλώνει και η τάξη n . Έτσι επιβεβαιώνεται το γεγονός ότι η πραγματοποίηση ιδανικού φίλτρου δεν είναι εφικτή με αυτή την προσέγγιση.

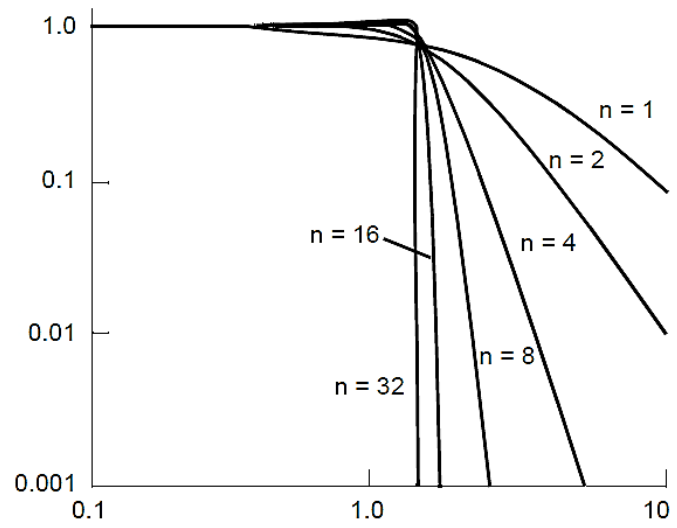
Ελαττώνοντας την τιμή του β , αυξάνεται το n_{min} και έχει περιθώριο αύξησης μέχρι τον επόμενο ακέραιο n . Έτσι το β_{min} δίνεται από τον τύπο:

$$\beta_{min} = \frac{\sqrt{\frac{H_o^2}{H_s^2} - 1}}{\Omega_s^n} \quad (3.5.4)$$

Στο σχήμα 43 διακρίνονται τα όρια τις απόκρισης συχνότητας για τις διάφορες τιμές του συντελεστή β και στο σχήμα 44 απεικονίζεται η απόκριση συχνότητας για τις διάφορες τιμές της τάξης n .



Σχήμα 43 Η απόκριση συχνότητας για τις διάφορες τιμές του συντελεστή β[19]



Σχήμα 44 Η απόκριση συχνότητας για τις διάφορες τιμές της τάξης n¹⁸

Χαρακτηριστικό της απόκρισης Butterworth είναι ότι στην ζώνη αποκοπής εμφανίζει ρυθμό αποκοπής που εξαρτάται μόνον από την τάξη της προσέγγισης. Ο ρυθμός αποκοπής r ορίζεται ως:

$$r = 6n \text{ dB/octave} \text{ (ή αντίστοιχα } 20n \text{ dB/dec)} \quad (3.5.5)$$

Δηλαδή το λογαριθμικό κέρδος στη ζώνη αποκοπής μειώνεται κατά $6n$ dB σε κάθε διπλασιασμό συχνότητας.

Εφόσον πλέον είναι γνωστή από την προσέγγιση η συνάρτηση κέρδους $G(\omega)$, που είναι το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, θα πρέπει από αυτό να υπολογιστεί η ίδια η συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$.

¹⁸ B. Baker, "Anti-aliasing, analog filters for data acquisition systems," AN699, Microchip Technol. Inc, 1999.

Με τη βοήθεια της σχέσης:

$$H(s)H(-s) = |H(j\omega)|^2 = G(\omega)^2 \quad (3.5.6)$$

μετά από πράξεις που δεν υπάρχει λόγος να καταγραφούν εδώ, οδηγούμαστε στη συνάρτηση μεταφοράς:

$$H_{BUT}(s) = \frac{\frac{H_0}{\beta}}{\prod_1^n (s-s_k)} \quad (3.5.7)$$

με

$$s_k = \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} e^{j\left(\frac{2k+n-1}{2n}\pi\right)} \quad \text{για } k=1,2,\dots,n \quad (3.5.8)$$

Διακρίνεται ότι οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου Butterworth τάξης n εξαρτώνται από το β . Άρα κάθε επιλογή του συντελεστή $\beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max}$ οδηγεί σε διαφορετική συνάρτηση μεταφοράς.

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς ισούνται με την τάξη του φίλτρου. Για περιττές τιμές του n υπάρχει μία πραγματική ρίζα, ενώ οι υπόλοιπες είναι συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Για άρτιες τιμές του n όλες οι ρίζες είναι συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί. Προφανώς, όλες οι ρίζες βρίσκονται στο αριστερό ημιεπίπεδο διαφορετικά θα υπήρχε πρόβλημα με την ευστάθεια του συστήματος.

3.6 Αλυσωτή Σύνδεση Βαθμίδων

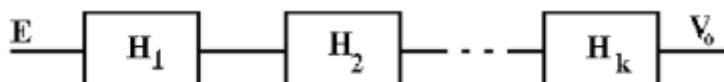
Μέχρι τώρα έχουν προσδιοριστεί οι προδιαγραφές του φίλτρου και έχουν κανονικοποιηθεί ώστε η συχνότητα αποκοπής να γίνει ίση με 1. Με την προσέγγιση Butterworth έχουν προσδιοριστεί η τάξη, η συνάρτηση κέρδους, οι πόλους και τελικά η ίδια η συνάρτηση μεταφοράς. Όμως τίθεται το ερώτημα πως τελικά σχεδιάζεται ένα φίλτρο που υλοποιεί συνάρτηση μεταφοράς ίδια με αυτή που έχει υπολογιστεί μέσω της προσέγγισης.

Η υλοποίηση μιας συνάρτησης μεταφοράς με ενεργά-RC κυκλώματα μπορεί να αντιμετωπιστεί πιο εύκολα με εφαρμογή αλυσωτής σύνδεσης βαθμίδων 1ης και 2ης τάξης. Η μέθοδος αυτή θα εφαρμοστεί και στο επόμενο κεφάλαιο στην υλοποίηση του βαθυπερατού φίλτρου.

Η σύνθεση ενός ενεργού φίλτρου από την συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ που έχει υπολογιστεί από την προσέγγιση είναι της μορφής:

$$H(s) = \frac{K}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)\dots(s-p_n)} \quad (3.6.1)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ αναλύεται σε γινόμενο όρων $H_i(s)$ $1^{\text{ης}}$ και $2^{\text{ης}}$ τάξης, δηλαδή σε μορφή: $H(s) = H_1(s)H_2(s)\dots H_k(s)$ που ο καθένας μπορεί να υλοποιηθεί με ένα κατάλληλο ενεργό κύκλωμα. Οι όροι $2^{\text{ης}}$ τάξης προκύπτουν από τον συνδυασμό των όρων που αντιστοιχούν σε συζυγείς πόλους, ενώ οι όροι $1^{\text{ης}}$ τάξης προκύπτουν από τους πραγματικούς πόλους. Οι επιμέρους βαθμίδες συνδέονται αλυσωτά και η σύνδεση τους υλοποιεί το τελικό κύκλωμα που υλοποιεί την συνάρτηση $H(s)$ όπως φαίνεται στο σχήμα 45.



Σχήμα 45 Αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων

Τα επιμέρους κυκλώματα θα πρέπει να έχουν κάποια χαρακτηριστικά ώστε να μην αλλοιώνεται η συνάρτηση μεταφοράς λόγω φόρτωσης της εξόδου όταν συνδεθούν αλυσωτά. Για να γίνει αυτό, κάθε επιμέρους κύκλωμα θα πρέπει να έχει έξοδο σε έξοδο τελεστικού ενισχυτή ή διαφορετικά να συνδέεται σε είσοδο κυκλώματος με άπειρη αντίσταση εισόδου (π.χ απευθείας σε είσοδο ΤΕ). Αν κάτι από τα παραπάνω δεν είναι δυνατό, τότε τοποθετείται στη σύνδεση ένας ακόλουθος τάσης (buffer).

Για την δημιουργία ενός φίλτρου n -τάξης, απαιτούνται $n/2$ βαθμίδες. Θεωρητικά η σειρά των βαθμίδων δεν παίζει ρόλο, όμως για την αποφυγή κορεσμού στην έξοδο των ΤΕ λόγω του κέρδους, ακολουθείται μια γενική αρχή σύμφωνα με την οποία προηγούνται οι βαθμίδες με χαμηλότερο Q , δηλαδή οι βαθμίδες που υλοποιούν πόλους που απέχουν πιο πολύ από τον φανταστικό $j\omega$ -άξονα.

Τα φίλτρα άρτιας τάξης αποτελούνται από αλυσωτά τμήματα συζυγών πόλων, ενώ τα φίλτρα περιττής τάξης περιέχουν ένα επιπρόσθετο τμήμα πραγματικού πόλου.

Στα σχήματα 46 και 47 της επόμενης σελίδας φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο δημιουργούνται τα φίλτρα άρτιας και περιττής τάξης αντίστοιχα.

Ένα φίλτρο άρτιας τάξης αποτελείται από:

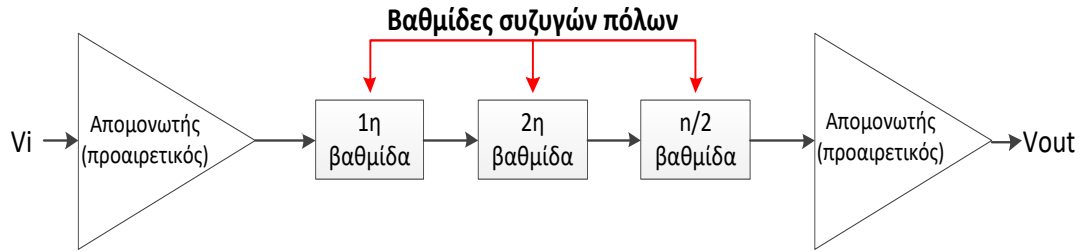
- την αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων $2^{\text{ης}}$ τάξης συζυγών πόλων
- και την προαιρετική σύνδεση απομονωτών (buffer) σε είσοδο και έξοδο.

Ένα φίλτρο περιττής τάξης αποτελείται από:

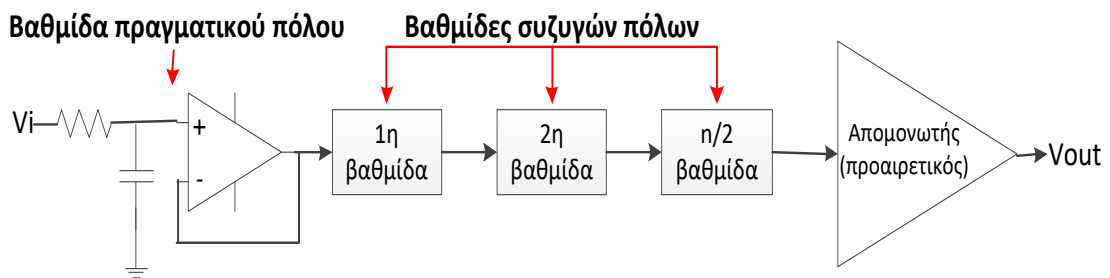
- την αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων $2^{\text{ης}}$ τάξης συζυγών πόλων
- και μιας βαθμίδας $1^{\text{ης}}$ τάξης πραγματικού πόλου.
- ακόμα, μπορεί να τοποθετηθεί προαιρετικά ένας απομονωτής(buffer) στην έξοδο του φίλτρου.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω και στις δυο περιπτώσεις ακολουθείται η γενική αρχή ότι προηγούνται οι βαθμίδες με το χαμηλότερο Q .

[19][20][21]



Σχήμα 46 Φίλτρο άρτιας τάξης με αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων 2^{n_s} τάξης συζυγών πόλων



Σχήμα 47 Φίλτρο περιττής τάξης με αλυσωτή σύνδεση βαθμίδων 2^{n_s} τάξης συζυγών πόλων και μιας βαθμίδας 1^{n_s} τάξης πραγματικού πόλου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΒΑΘΥΠΕΡΑΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ

Σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιείται η σχεδίαση και η υλοποίηση του βαθυπερατού φίλτρου, κάνοντας χρήση της θεωρίας που αναπτύχθηκε λεπτομερώς στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στη συνέχεια, με την βοήθεια του προγράμματος *NI Multisim 14.0* γίνεται η προσομοίωση του φίλτρου, ώστε να ελεγχθεί η συμπεριφορά του στο πεδίο της συχνότητας αλλά και στο πεδίο του χρόνου.

Αρχικά, για να ξεκινήσει η σχεδίαση του φίλτρου θα πρέπει να οριστούν κάποιες αρκετά συγκεκριμένες προδιαγραφές, οι οποίες θα περιγράφουν με τις σχετικές ανοχές την αναμενόμενη συμπεριφορά πλάτους του φίλτρου στο πεδίο συχνοτήτων. Μετά την κανονικοποίηση των προδιαγραφών, όπου η συχνότητα αποκοπής θα γίνει ίση με 1, με την προσέγγιση Butterworth γίνεται ο προσδιορισμός της τάξης του φίλτρου. Για την κάθε τάξη ξεχωριστά πραγματοποιείται η εύρεση των πόλων της συνάρτησης μεταφοράς και στην συνέχεια η ίδια η συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ του κανονικοποιημένου βαθυπερατού φίλτρου. Με γνωστή πλέον τη συνάρτηση μεταφοράς υπολογίζονται οι κανονικοποιημένες τιμές των αντιστάσεων και των πυκνωτών και στη συνέχεια γίνεται η αποκανονικοποίησή τους. Για όλες τις μαθηματικές πράξεις θα χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα *PTC Mathcad Prime 3.1*.

Μέσω της προσομοίωσης, θα ελεγχθεί κατά πόσο επηρεάζει η αύξηση της τάξης, την απόκριση συχνότητας αλλά και την χρονική απόκριση ενός φίλτρου.

4.1 Προδιαγραφές Βαθυπερατού Φίλτρου

Το φίλτρο θα πρέπει να λειτουργεί ως μια ενισχυτική διάταξη υποήχων. Εφόσον έχει οριστεί ότι θεωρητικά ένα υποηχητικό σήμα κυμαίνεται στο φάσμα από 0 έως 20 Hz, ως *συχνότητα αποκοπής* θα επιλεγεί $f_c = 20 \text{ Hz}$. Αντίστοιχα η *κυκλική συχνότητα αποκοπής* ω_c θα είναι:

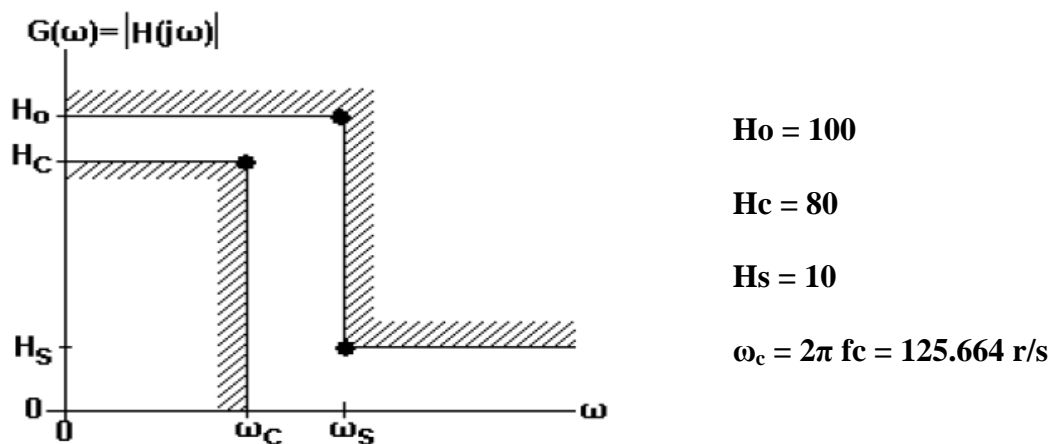
$$\omega_c = 2\pi f_c = 125.664 \text{ r/s} \quad (4.1.1)$$

Ο τρόπος με τον οποίο θα γίνει η επιλογή της συχνότητας f_s , θα δειχθεί στη συνέχεια.

Επειδή τα σήματα που θα εισέρχονται στη διάταξη θα είναι αρκετά μικρού πλάτους, της τάξεως των mV, κρίνεται απαραίτητο να γίνει ενίσχυση του σήματος με ένα αρκετά σημαντικό κέρδος της τάξης του $H_o = 100$, το οποίο φυσικά και δεν είναι δεσμευτικό και μπορεί να δεχτεί οποιαδήποτε τροποποίηση ανά πάσα στιγμή.

Επιπλέον, αν και στα περισσότερα βιβλία ή εγχειρίδια σχεδίασης φίλτρων χρησιμοποιείται η πρότυπη τιμή $H_c = \frac{\sqrt{2}}{2}H_o = 0.7071H_o$ (δηλαδή το κέρδος έχει μειωθεί κατά -3dB του μεγίστου, όταν το σήμα αρχίζει να εξασθενεί αισθητά), στη συγκεκριμένη εργασία θα χρησιμοποιηθεί μια ακόμα μεγαλύτερη τιμή με σκοπό να διατηρηθεί όσο πιο κοντά γίνεται το κέρδος στην τιμή H_o , για όλο το φάσμα από 0 έως 20 Hz στην απόκριση συχνότητας του φίλτρου. Η τιμή που επιλέγεται είναι $H_c = 0.8H_o$ (δηλαδή το κέρδος έχει μειωθεί περίπου κατά -1.938dB του μεγίστου, όταν το σήμα αρχίζει να εξασθενεί αισθητά). Τέλος, όταν το σήμα μεταβαίνει από την ζώνη μετάβασης στη ζώνη αποκοπής πρέπει πλέον το κέρδος να είναι αρκετά μικρό, γι' αυτό και επιλέγεται μια αρκετά μικρή τιμή $H_s = 0.1H_o$ (δηλαδή το κέρδος θα έχει μειωθεί κατά -20dB του μεγίστου, όταν το σήμα θα έχει εξασθενήσει).

Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται οι προδιαγραφές που έχουν οριστεί παραπάνω. Μέσω των γραμμοσκιασμένων περιοχών διακρίνονται τα όρια της επιτρεπόμενης περιοχής, μέσα στα οποία θα πρέπει να βρίσκεται η συνάρτηση κέρδους $G(\omega)$. Προς το παρόν, δεν έχουν οριστεί ακόμα οι τιμές των f_s και ω_s .



Σχήμα 48 Οι προδιαγραφές του βαθυπερατού φίλτρου[19]

Τώρα έχοντας κρατήσει τις τιμές των H_o, H_c, H_s και ω_c σταθερές θα προσδιοριστεί η εξάρτηση που θα έχει η τάξη του φίλτρου n από την *οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής*.

Αρχικά, γίνεται ο υπολογισμός τον συντελεστή β_{max} από τον τύπο 3.5.2:

$$\beta_{max} = \sqrt{\left(\frac{H_o}{H_c}\right)^2 - 1} = 0.75 \quad (4.1.2)$$

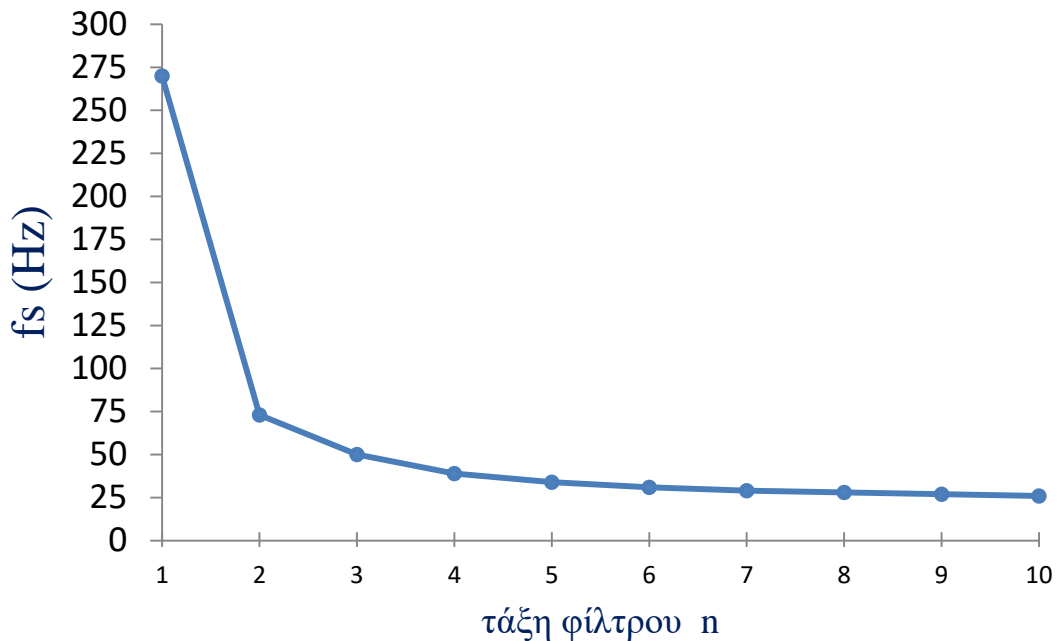
Με βάση τους τύπους 3.1.18 και 3.5.3 για τις τάξεις του φίλτρου από 1 έως 10 θα υπολογιστούν οι αντίστοιχες οριακές συχνότητες της ζώνης αποκοπής. Είναι γνωστό ότι ο αριθμός n πρέπει να είναι ακέραιος και πάντα στρογγυλοποιημένος προς τα πάνω.

Από τον τύπο 4.1.1 βάζοντας συνεχώς τιμές για την f_s , ώστε να βρεθούν οι πιο οριακές τιμές για το n , με την χρήση του Mathcad δημιουργήθηκε ο παρακάτω πίνακας, που ορίζει για την κάθε τάξη του φίλτρου, την αντίστοιχη οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_s(\text{Hz})$	270	73	50	39	34	31	29	28	27	26

Πίνακας 4.1 Η οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής ανά τάξη

Με βάση τον πίνακα 4.1 δημιουργήθηκε το σχήμα 49, όπου φαίνεται πως η μείωση της οριακής συχνότητας αποκοπής σχετίζεται με την αύξηση της τάξης του φίλτρου εκθετικά.



Σχήμα 49 Η τάξη του φίλτρου σε σχέση με την οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής

Τα αποτελέσματα είναι αναμενόμενα, εφόσον περιμένουμε ότι όσο μεγαλώνει η τάξη του φίλτρου, άλλο τόσο μικραίνει η οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής. Αυτό που παρατηρείται είναι ότι όταν η τάξη του φίλτρου ξεπεράσει το 5, η οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής δεν επιδέχεται κάποιας σημαντικής μείωσης.

4.2 Σχεδίαση Βαθυπερατού Φίλτρου

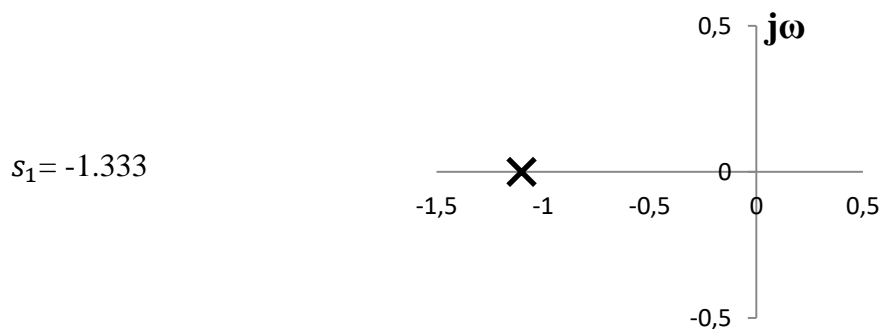
Έχοντας βρει τον συντελεστή $\beta = \beta_{\max} = 0.75$ και έχοντας κανονικοποιήσει την κυκλική συχνότητα αποκοπής $\Omega_c = 1$, τώρα θα γίνει η σχεδίαση του βαθυπερατού φίλτρου για την κάθε τάξη ξεχωριστά από $n=1$ έως $n=10$. Από τους τύπους 3.5.7 και 3.5.8 υπολογίζεται η συνάρτηση μεταφοράς και οι αντίστοιχοι πόλοι κάθε φορά. Μέσω της αλυσωτής σύνδεσης βαθμίδων $1^{ης}$ και $2^{ης}$ τάξης και με βάση τους τύπους 3.3.2, 3.4.7 και 3.4.8, θα υπολογιστούν για την κάθε βαθμίδα οι τιμές των αντιστάσεων και των πυκνωτών που θα χρησιμοποιηθούν, αλλά και το επιπλέον κέρδος που χρειάζεται. Για ευκολία, θα χρησιμοποιηθεί για όλες τις αντιστάσεις των φίλτρων (εκτός αυτών που θα χρησιμοποιηθούν για το κέρδος ενίσχυσης), η κανονικοποιημένη τιμή $R=1$, ενώ για την αποκανονικοποίηση θα γίνει πολλαπλασιασμός των αντιστάσεων με $Rn=1k\Omega$ και των πυκνωτών με $\frac{1}{\omega_c Rn}$.

Για τις αντιστάσεις που χρησιμοποιούνται στο κέρδος k δεν εφαρμόζεται κανονικοποίηση.

Τα φύλλα όλων των πράξεων βρίσκονται στο Παράρτημα Β, ενώ εδώ θα παρατεθούν τα αποτελέσματα.

Για $n = 1$:

Η πραγματική ρίζα του πολυωνύμου είναι η:



Σχήμα 50 Ο πόλος της συνάρτησης μεταφοράς για $n=1$

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) = \frac{133.3333}{s + 1.333} \quad (4.1.3)$$

Από τη θεωρία είναι γνωστό ότι η συνάρτηση μεταφοράς ενός φίλτρου 1^{ου} βαθμού ισούται με:

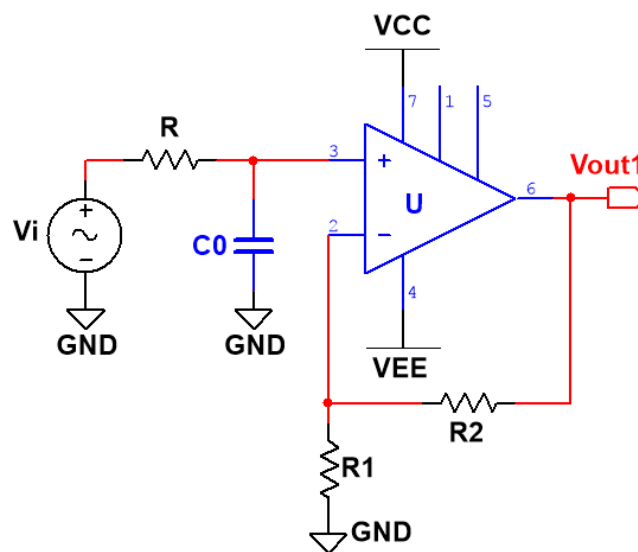
$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \quad (4.1.4)$$

Στον επόμενο πίνακα φαίνονται όλες οι τιμές που βρέθηκαν από τους υπολογισμούς:

Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C0	0.75	5.97 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		99.025 kΩ

Πίνακας 4.2 Οι τιμές των στοιχείων για n=1

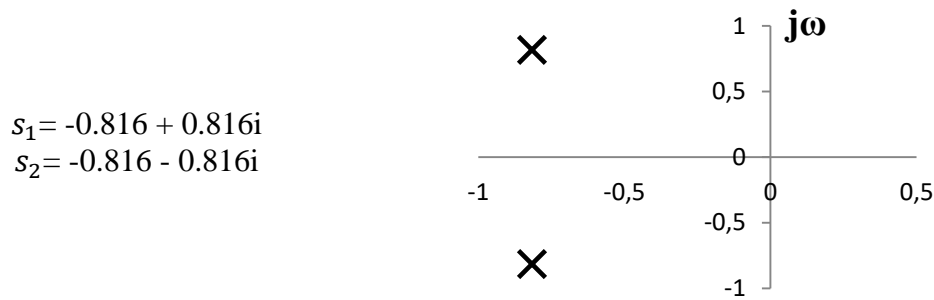
όπου: $k = 1 + \frac{R2}{R1} \quad (4.1.5)$



Σχήμα 51 Το βαθυπερατό φίλτρο 1^{ης} τάξης της προσομοίωσης

Για n = 2:

Το φίλτρο 2^{ης} τάξης έχει δύο συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Αυτές είναι:



Σχήμα 52 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=2

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς θα είναι:

$$H(s) = \frac{133.3333}{s^2 + 1.632s + 1.331712} \quad (4.1.6)$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο 3.4.7 για την συνάρτηση μεταφοράς ενός φίλτρου 2^{ου} βαθμού και επιλέγοντας R=R1=R2 ισχυρεί:

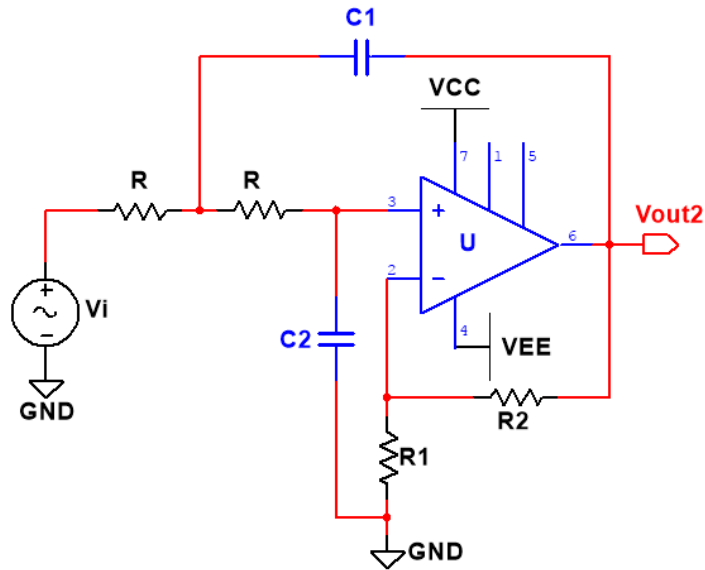
$$H(s) = \frac{\frac{k}{R^2 C_1 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{2}{RC_1} + \frac{1-k}{RC_2}\right) + \frac{1}{R^2 C_1 C_2}} \quad (4.1.7)$$

ενώ στον επόμενο πίνακα φαίνονται όλες οι τιμές που βρέθηκαν από τους υπολογισμούς:

Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C1	0.117	0.931 μF
C2	6.415	51.049 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		99.122 kΩ

Πίνακας 4.3 Οι τιμές των στοιχείων για n=2

με k=100.122



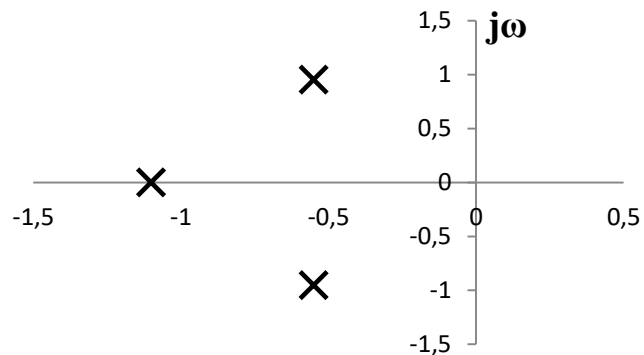
Σχήμα 53 Το βαθυπερατό φίλτρο 2^{ης} τάξης της προσομοίωσης

Από εδώ και πέρα οι τιμές των αντιστάσεων και των πυκνωτών θα βρεθούν με συνδυασμό της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε για τα φίλτρα 1^{ης} και 2^{ης} τάξης παραπάνω.

Για $n = 3$:

Το φίλτρο 3^{ης} τάξης έχει δύο συζυγείς μιγαδικές ρίζες και μία πραγματική. Οι ρίζες αυτές είναι:

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.55 + 0.953i \\ s_2 &= -1.101 \\ s_3 &= -0.55 - 0.953i \end{aligned}$$



Σχήμα 54 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για $n=3$

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) = \frac{133.3333}{(s + 1.101)(s^2 + 1.1s + 1.210709)} \quad (4.1.8)$$

Εφόσον το φίλτρο είναι 3^{ου} βαθμού συνδέεται αλυσωτά μία βαθμίδα 1^{ης} τάξης με μία βαθμίδα 2^{ης} τάξης.

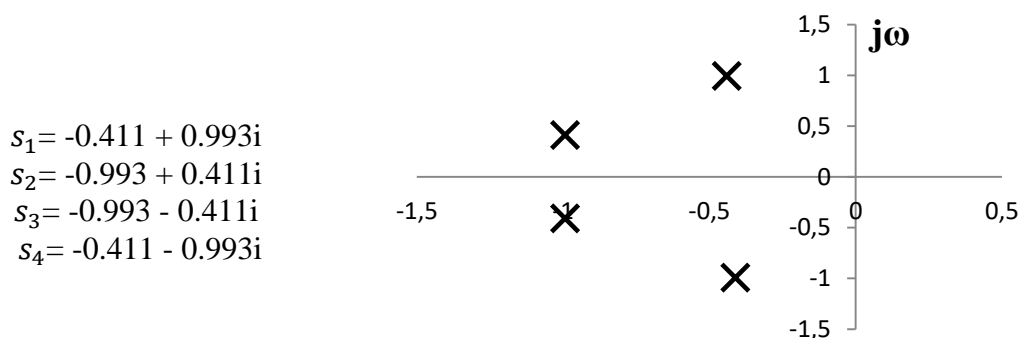
Ο πίνακας 4.4 δείχνει όλες τις τιμές που υπολογίστηκαν.

Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C0	0.908	7.228 μF
C1	0.125	0.995 μF
C2	6.626	52.728 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		99.026 kΩ

Πίνακας 4.4 Οι τιμές των στοιχείων για n=3

Για n = 4:

Το φίλτρο 4^{ης} τάξης έχει δύο ζευγάρια από συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Οι ρίζες αυτές είναι οι παρακάτω:



Σχήμα 55 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=4

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) = \frac{133.3333}{(s^2 + 1.986s + 1.15497)(s^2 + 0.822s + 1.15497)} \quad (4.1.9)$$

Εφόσον το φίλτρο είναι 4^{ου} βαθμού συνδέονται αλυσωτά δύο βαθμίδες 2^{ης} τάξης.

Ο πίνακας 4.5 δείχνει όλες τις τιμές που υπολογίστηκαν.

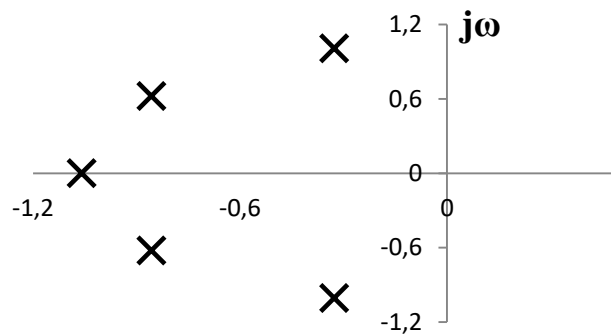
Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C1	1.007	8.014 μF
C2	0.86	6.842 μF
C3	0.129	1.027 μF
C4	6.725	53.516 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		98.953 kΩ

Πίνακας 4.5 Οι τιμές των στοιχείων για n=4

Για n = 5:

Το φίλτρο 5^{ης} τάξης έχει μία πραγματική ρίζα και δύο ζευγάρια από συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Οι ρίζες αυτές είναι:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= -0.327 + 1.007i \\
 s_2 &= -0.857 + 0.623i \\
 s_3 &= -1.059 \\
 s_4 &= -0.857 - 0.623i \\
 s_5 &= -0.327 - 1.007i
 \end{aligned}$$



Σχήμα 56 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=5

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) = \frac{133.3333}{(s + 1.059)(s^2 + 1.714s + 1.122578)(s^2 + 0.654s + 1.120978)} \quad (4.1.10)$$

Εφόσον το φίλτρο είναι 5^{ου} βαθμού συνδέονται αλυσωτά μία βαθμίδα 1^{ης} τάξης και δύο βαθμίδες 2^{ης} τάξης.

Ο πίνακας 4.6 δείχνει όλες τις τιμές που υπολογίστηκαν.

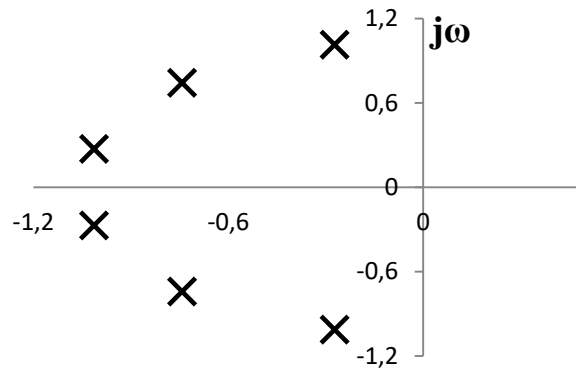
Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C0	0.944	7.514 μF
C1	1.167	9.286 μF
C2	0.763	6.075 μF
C3	0.131	1.042 μF
C4	6.794	54.065 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		99.053 kΩ

Πίνακας 4.6 Οι τιμές των στοιχείων για n=5

Για n = 6:

Το φίλτρο 6^{ης} τάξης έχει τρία ζευγάρια από συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Οι ρίζες αυτές είναι:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= -0.272 + 1.013i \\
 s_2 &= -0.742 + 0.742i \\
 s_3 &= -1.013 + 0.272i \\
 s_4 &= -1.013 - 0.272i \\
 s_5 &= -0.742 - 0.742i \\
 s_6 &= -0.272 - 1.013i
 \end{aligned}$$



Σχήμα 57 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=6

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) = \frac{133.3333}{(s^2 + 2.026s + 1.100153)(s^2 + 1.484s + 1.101128)(s^2 + 0.544s + 1.100153)} \quad (4.1.11)$$

Εφόσον το φίλτρο είναι 6^{ου} βαθμού συνδέονται αλυσωτά τρεις βαθμίδες 2^{ης} τάξης.

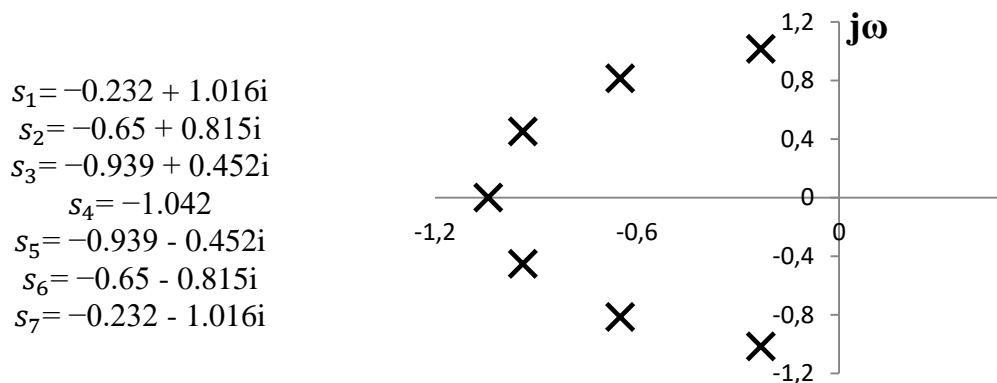
Ο πίνακας 4.7 δείχνει όλες τις τιμές που υπολογίστηκαν.

Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C1	0.987	7.856 μF
C2	0.921	7.327 μF
C3	1.348	10.725 μF
C4	0.674	5.362 μF
C5	0.133	1.058 μF
C6	6.834	54.383 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		99.045 kΩ

Πίνακας 4.7 Οι τιμές των στοιχείων για n=6

Για $n = 7$:

Το φίλτρο 7^{ης} τάξης έχει μία πραγματική ρίζα και τρία ζευγάρια από συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Οι ρίζες αυτές είναι οι παρακάτω:



Σχήμα 58 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=7

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) =$$

$$\frac{133.3333}{(s+1.042)(s^2+1.878s+1.086025)(s^2+1.3s+1.086725)(s^2+0.464s+1.08608)}$$

(4.1.12)

Εφόσον το φίλτρο είναι 7^{ου} βαθμού συνδέονται αλυσωτά μία βαθμίδα 1^{ης} τάξης και τρεις βαθμίδες 2^{ης} τάξης.

Στον επόμενο πίνακα φαίνονται όλες οι τιμές που βρέθηκαν από τους υπολογισμούς:

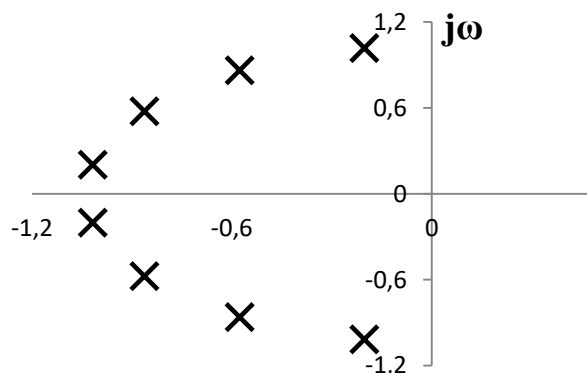
Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C0	0.96	7.637 μF
C1	1.065	8.475 μF
C2	0.865	6.88 μF
C3	1.538	12.243 μF
C4	0.598	4.76 μF
C5	0.134	1.066 μF
C6	6.853	54.534 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		98.827 kΩ

Πίνακας 4.8 Οι τιμές των στοιχείων για n=7

Για $n = 8$:

Το φίλτρο 8^{ης} τάξης έχει τέσσερα ζευγάρια από συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Οι ρίζες αυτές είναι οι παρακάτω:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= -0.202 + 1.017i \\
 s_2 &= -0.576 + 0.862i \\
 s_3 &= -0.862 + 0.576i \\
 s_4 &= -1.017 + 0.202i \\
 s_5 &= -1.017 - 0.202i \\
 s_6 &= -0.862 - 0.576i \\
 s_7 &= -0.576 - 0.862i \\
 s_8 &= -0.202 - 1.017i
 \end{aligned}$$



Σχήμα 59 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=8

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) =$$

$$\frac{133.3333}{(s^2+2.034s+1.075093)(s^2+1.724s+1.07482)(s^2+1.152s+1.07482)(s^2+0.404s+1.075093)} \quad (4.1.13)$$

Εφόσον το φίλτρο είναι 8^{ου} βαθμού συνδέονται αλυσωτά τέσσερις βαθμίδες 2^{ης} τάξης. Ο πίνακας 4.9 δείχνει όλες τις τιμές που υπολογίστηκαν.

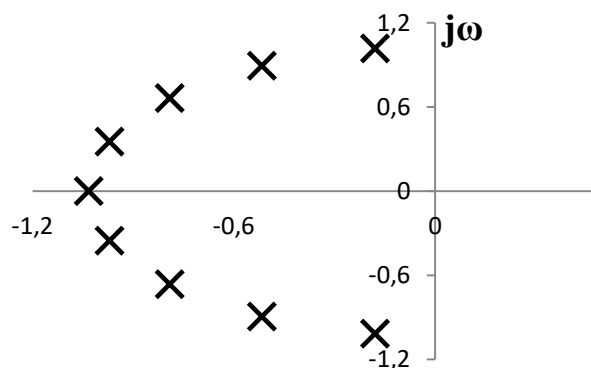
Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C1	0.983	7.825 μF
C2	0.946	7.528 μF
C3	1.16	9.232 μF
C4	0.802	6.382 μF
C5	1.736	13.816 μF
C6	0.536	4.265 μF
C7	0.135	1.074 μF
C8	6.875	54.71 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		98.856 kΩ

Πίνακας 4.9 Οι τιμές των στοιχείων για n=8

Για $n = 9$:

Το φίλτρο 9^{ης} τάξης έχει μία πραγματική ρίζα και τέσσερα ζευγάρια από συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Οι ρίζες αυτές είναι οι παρακάτω:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= -0.179 + 1.017i \\
 s_2 &= -0.516 + 0.894i \\
 s_3 &= -0.791 + 0.664i \\
 s_4 &= -0.97 + 0.353i \\
 s_5 &= -1.032 \\
 s_6 &= -0.97 - 0.353i \\
 s_7 &= -0.791 - 0.664i \\
 s_8 &= -0.516 - 0.894i \\
 s_9 &= -0.179 - 1.017i
 \end{aligned}$$



Σχήμα 60 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=9

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) =$$

$$\frac{133.3333}{(s + 1.032)(s^2 + 1.94s + 1.065509)(s^2 + 1.582s + 1.066577)(s^2 + 1.032s + 1.065492)(s^2 + 0.358s + 1.06633)}$$

(4.1.14)

Εφόσον το φίλτρο είναι 9^ο βαθμού συνδέονται αλυσωτά μία βαθμίδα 1^{ης} τάξης και τέσσερις βαθμίδες 2^{ης} τάξης.

Στον επόμενο πίνακα φαίνονται όλες οι τιμές που βρέθηκαν από τους υπολογισμούς:

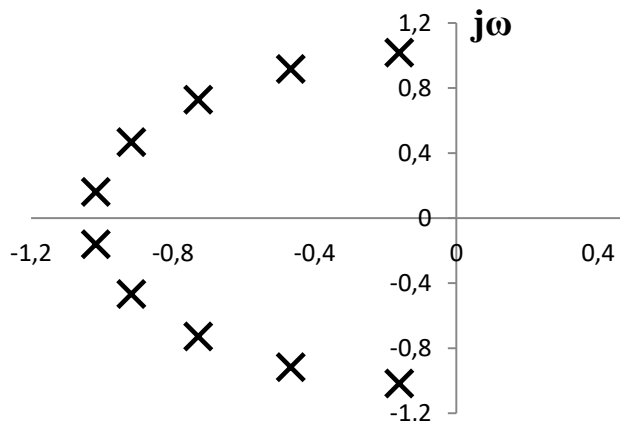
Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C0	0.969	7.711 μF
C1	1.031	8.204 μF
C2	0.91	7.244 μF
C3	1.264	10.06 μF
C4	0.742	5.902 μF
C5	1.938	15.422 μF
C6	0.484	3.854 μF
C7	0.136	1.082 μF
C8	6.9	54.908 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		99.062 kΩ

Πίνακας 4.10 Οι τιμές των στοιχείων για n=9

Για $n = 10$:

Το φίλτρο 10^{ης} τάξης έχει πέντε ζευγάρια από συζυγείς μιγαδικές ρίζες. Οι ρίζες αυτές είναι οι παρακάτω:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= -0.161 + 1.017i \\
 s_2 &= -0.467 + 0.917i \\
 s_3 &= -0.728 + 0.728i \\
 s_4 &= -0.917 + 0.467i \\
 s_5 &= -1.017 + 0.161i \\
 s_6 &= -1.017 - 0.161i \\
 s_7 &= -0.917 - 0.467i \\
 s_8 &= -0.728 - 0.728i \\
 s_9 &= -0.467 - 0.917i \\
 s_{10} &= -0.161 - 1.017i
 \end{aligned}$$



Σχήμα 61 Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς για n=10

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(s) =$$

$$\frac{133.3333}{(s^2+2.034s+1.06021)(s^2+1.834s+1.058978)(s^2+1.456s+1.059968)(s^2+0.934s+1.058978)(s^2+0.322s+1.06021)} \quad (4.1.15)$$

Εφόσον το φίλτρο είναι 10^{ου} βαθμού συνδέονται αλυσωτά πέντε βαθμίδες 2^{ης} τάξης. Ο πίνακας 4.11 δείχνει όλες τις τιμές που υπολογίστηκαν.

Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
R	1	1 kΩ
C1	0.983	7.825 μF
C2	0.959	7.633 μF
C3	1.091	8.678 μF
C4	0.866	6.891 μF
C5	1.374	10.931 μF
C6	0.687	5.465 μF
C7	2.141	17.04 μF
C8	0.441	3.509 μF
C9	0.137	1.09 μF
C10	6.902	54.924 μF
Αντιστάσεις Κέρδους		
R1		1 kΩ
R2		98.79 kΩ

Πίνακας 4.11 Οι τιμές των στοιχείων για n=10

4.3 Προσομοίωση Βαθυπερατού Φίλτρου

Εφόσον έχουν βρεθεί για το κάθε φίλτρο από $1^{η5}$ έως $10^{η5}$ τάξης, η συνάρτηση μεταφοράς και οι τιμές για όλες τις αντιστάσεις και τους πυκνωτές, στη συνέχεια θα γίνει η προσομοίωσή τους. Κάθε φίλτρο θα σχεδιαστεί ξεχωριστά στο Multisim με την μεθοδολογία και τις τιμές που αναφέρθηκαν στις προηγούμενες ενότητες, ώστε να δειχθεί για το κάθε ένα πως συμπεριφέρεται σε σχέση με την συχνότητα και τον χρόνο. Αυτό που έχει σημασία είναι να πραγματοποιηθεί σύγκριση μεταξύ των φίλτρων, ώστε να γίνει εμφανής ο τρόπος που επηρεάζει η αύξηση της τάξης τη συμπεριφορά τους. Γι' αυτό το λόγο, επειδή ο αριθμός των φίλτρων είναι μεγάλος και επειδή μια μεμονωμένη γραφική παράσταση απόκρισης συχνότητας ή χρονικής απόκρισης για μία τάξη, δεν δίνει πολλές πληροφορίες, δεν θα παρουσιαστούν ξεχωριστά οι γραφικές παραστάσεις για την κάθε τάξη. Αντιθέτως, εφόσον έχει πραγματοποιηθεί η προσομοίωση και για τα δέκα φίλτρα, θα τοποθετηθούν όλα μαζί σε δυο βασικές γραφικές παραστάσεις, μια της απόκρισης συχνότητας και μια της χρονικής απόκρισης, ώστε να γίνει η κατάλληλη σύγκριση μεταξύ τους.

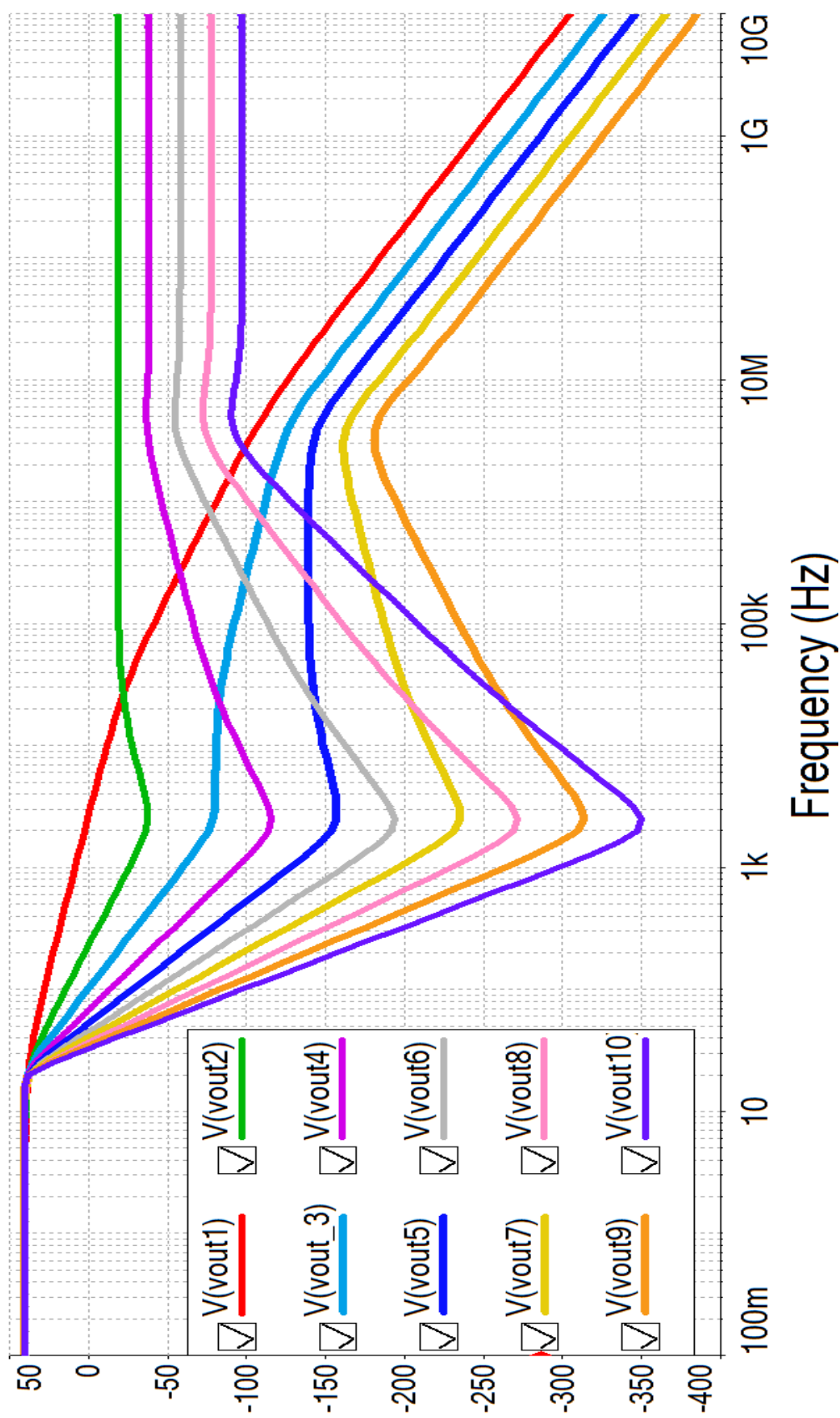
Για όλες τις προσομοιώσεις για κάθε φίλτρο χρησιμοποιήθηκαν οι τελεστικοί ενισχυτές *TL081CP*¹⁹, της εταιρείας *Texas Instruments* με τάση τροφοδοσίας $V_{S+}=15V$ και $V_{S-}=-15V$, ενώ όλες οι αντιστάσεις και οι πυκνωτές ήταν ιδανικοί.

4.3.1 Απόκριση Συχνότητας

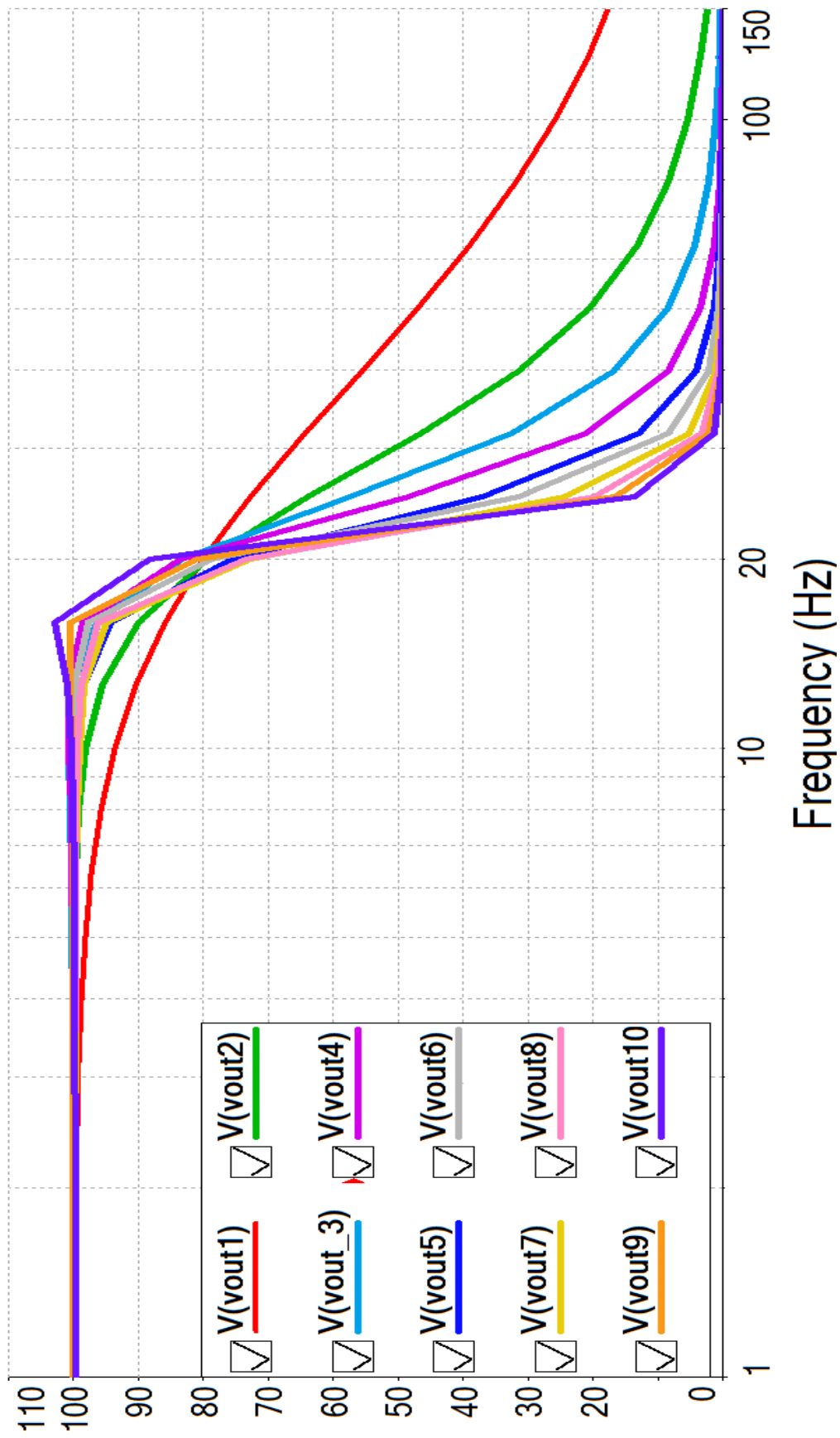
Για την απόκριση συχνότητας θα παρουσιαστούν δυο συγκριτικά διαγράμματα για όλες τις τάξεις. Στο πρώτο διάγραμμα ο οριζόντιος άξονας περιλαμβάνει όλο το φάσμα συχνοτήτων σε λογαριθμική κλίμακα, ενώ ο κάθετος άξονας είναι σε κλίμακα dB. Στο δεύτερο διάγραμμα ο οριζόντιος άξονας περιλαμβάνει το φάσμα συχνοτήτων 0-150Hz σε λογαριθμική κλίμακα, ώστε η προσοχή να επικεντρωθεί στη συχνότητα αποκοπής $f_c=20Hz$ που έχει σημασία, ενώ ο κάθετος άξονας είναι σε γραμμική κλίμακα. Οι δυο γραφικές παραστάσεις ακολουθούν στις επόμενες σελίδες.

Παρατηρώντας το σχήμα 62 το οποίο περιλαμβάνει όλο το φάσμα των συχνοτήτων, είναι εμφανές ότι για συχνότητες μεγαλύτερες των 2.5 kHz περίπου, ενώ θα περίμενε κανείς η απόκριση να συνεχίζει να εξασθενεί το φίλτρο αρχίζει να περνά και πάλι σήματα με πλάτος το οποίο αυξάνεται ανάλογα με την αύξηση της συχνότητας (εξαιρέση αποτελούν τα φίλτρα $1^{η5}$ και $3^{η5}$ τάξης). Το γεγονός αυτό οφείλεται στην μη ιδανική λειτουργία των κυκλωμάτων (Nonideal Circuit Operation), η επεξήγηση του οποίου βρίσκεται αναλυτικά στο παράρτημα.

¹⁹ [TL081 JFET Operational Amplifiers, Texas Instruments](#)



Σχήμα 62 Η απόκριση συχρότητας για τα φίλτρα από 1^{ης} έως 10^{ης} τάξης σε κλίμακα dB



Σχήμα 63 Η απόκριση συχνότητας για τα φίλτρα από 1^{ης} έως 10^{ης} τάξης σε γραμμική κλίμακα

Στο συγκεκριμένο κύκλωμα αυτό έχει ως αποτέλεσμα μια πολύ μικρή αύξηση σε σχέση με το αρχικό κέρδος, με δεδομένο ότι έχει οριστεί για το φίλτρο κέρδος $H_0=100$ δηλαδή $H_0=40$ dB.

Για παράδειγμα στο φίλτρο 2^{ns} τάξης το κέρδος μειώνεται έως τη συχνότητα 2.5kHz που έχει φτάσει στα -37dB. Σε εκείνο το σημείο αρχίζει να αυξάνει μέχρι τελικά να σταθεροποιηθεί στα -19dB. Στο φίλτρο 5^{ns} τάξης το κέρδος μειώνεται έως τη συχνότητα 2.5kHz που έχει φτάσει στα -157dB. Σε εκείνο το σημείο αρχίζει να αυξάνει μέχρι τα -140dB και από εκεί και πέρα πλέον μειώνεται συνεχώς. Στο φίλτρο 10^{ns} τάξης το κέρδος μειώνεται έως τη συχνότητα 2.5kHz που έχει φτάσει στα -350dB. Σε εκείνο το σημείο αρχίζει να αυξάνει μέχρι τελικά να σταθεροποιηθεί στα -97dB.

Αυτό που επίσης παρατηρείται κοιτάζοντας το σχήμα 62 είναι η διαφορά που υπάρχει στην απόκριση στις υψηλές συχνότητες για τα φίλτρα άρτιας και περιττής τάξης. Τα φίλτρα άρτιας τάξης έχουν πτώση κέρδους μέχρι τα 2.5kHz περίπου, στη συνέχεια υπάρχει μια μικρή αύξηση και από μια συγκεκριμένη συχνότητα και πάνω το κέρδος τελικά σταθεροποιείται. Αντίθετα, τα φίλτρα περιττής τάξης έχουν πτώση κέρδους μέχρι τα 2.5kHz περίπου, στη συνέχεια υπάρχει μια μικρή αύξηση και από μια συγκεκριμένη συχνότητα και πάνω το κέρδος αρχίζει να μειώνεται και πάλι χωρίς στη συνέχεια να υπάρχει καμία άλλη μεταβολή.

Σε αυτό το σημείο γίνεται εμφανής η χρησιμότητα της ύπαρξης του πραγματικού πόλου στη συνάρτηση μεταφοράς της 1^{ns} βαθμίδας των φίλτρων περιττής τάξης. Αφού το κέρδος δεχτεί μια μικρή αύξηση στις υψηλές συχνότητες, αρχίζει ξανά και μειώνεται χωρίς περαιτέρω ανατροπές.

Είναι εμφανές ότι οι αυξήσεις στο κέρδος είναι εξαιρετικά μικρές και δεν επηρεάζουν την σωστή λειτουργία του κυκλώματός, παρ' όλα αυτά αξίζει να σχολιαστούν.

Στη συνέχεια, παρατηρείται ότι στο σχήμα 63 ο περιορισμός στο εύρος συχνοτήτων 0-150Hz, θα βοηθήσει ώστε να ελεγχθεί η συμπεριφορά των φίλτρων στις μικρές συχνότητες. Ο κάθετος άξονας σκοπίμως είναι σε γραμμική κλίμακα, όπως ακριβώς ήταν και οι προδιαγραφές κέρδους που είχαν οριστεί στην αρχή του κεφαλαίου.

Είναι εμφανές ότι για συχνότητες 0-10Hz, η συμπεριφορά όλων των φίλτρων εκτός της 1^{ns} τάξης είναι ίδια. Για τις συχνότητες 10-20Hz τα φίλτρα 3^{ns} έως 9^{ns} τάξης έχουν παρόμοια συμπεριφορά, ενώ το φίλτρο 10^{ns} τάξης είναι αρκετά πιο επιλεκτικό. Για συχνότητες πάνω από τα 20Hz (πάνω από την συχνότητα αποκοπής δηλαδή) πλέον παίζει σημαντικό ρόλο η τάξη του κάθε φίλτρου, στο πόσο γρήγορα αποκόπτει το καθένα τις ανεπιθύμητες συχνότητες. Γενικά, τα φίλτρα 5^{ns} τάξης και πάνω αποδίδουν αρκετά ικανοποιητικά στην αποκοπή αυτών των συχνοτήτων. Φυσικά, από την μια πλευρά είναι γνωστό, πως όσο μεγαλώνει η τάξη, η απόδοση είναι καλύτερη (με κορυφαία αυτή της 10^{ns} τάξης), από την άλλη πλευρά όμως κάθε αύξηση σε τάξη απαιτεί περισσότερα στοιχεία στο κύκλωμα (αντιστάσεις, πυκνωτές, ΤΕ), το οποίο το κάνει και πιο πολύπλοκο αλλά και πιο αργό, όπως θα αποδειχθεί παρακάτω.

4.3.2 Χρονική Απόκριση

Για την χρονική απόκριση έχει δημιουργηθεί ένα συνολικό συγκριτικό διάγραμμα (Σχήμα 64) για όλες τις τάξεις. Ως είσοδος, έχει εφαρμοστεί τετραγωνικός παλμός, συχνότητας 3Hz και πλάτους 40mV, άρα $V_{p-p} = 80\text{mV}$. Στη γραφική παράσταση φαίνεται η συμπεριφορά του φίλτρου για όλες τις τάξεις μέχρι την ολοκλήρωση μιας περιόδου, το οποίο συμβαίνει την χρονική στιγμή $t=0.333\text{s}$. Εφόσον το κέρδος που έχει οριστεί είναι $H_0=100$, η έξοδος του φίλτρου για αυτή την συχνότητα θα πρέπει να έχει μέγιστη τιμή τα 4V.

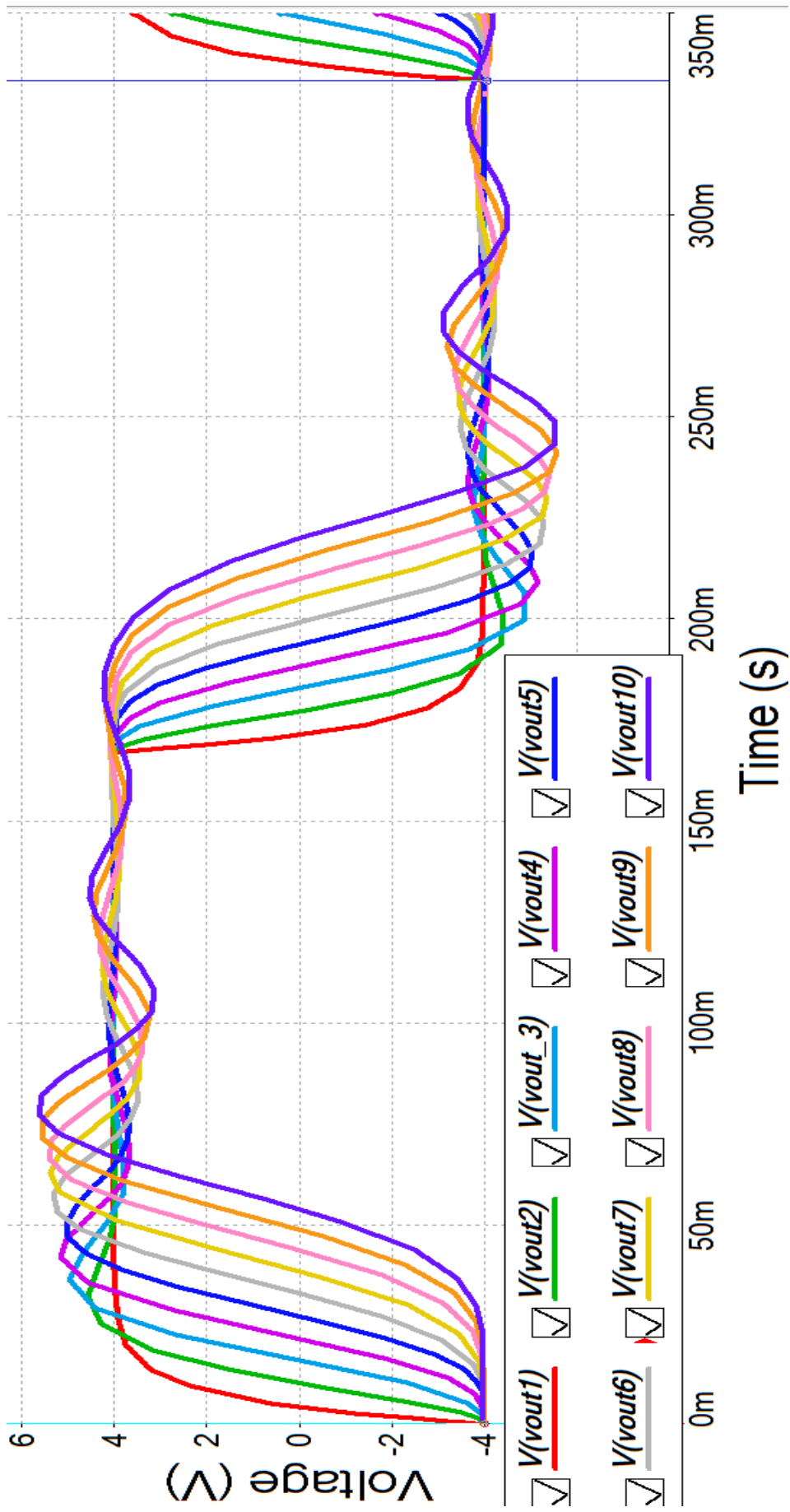
Παρατηρώντας το σχήμα 64 είναι ξεκάθαρο ότι μόνο το φίλτρο 1^{ης} τάξης προσεγγίζει με ακρίβεια τον παλμό εισόδου, δηλαδή να καταφέρει αποκλειστικά να ενισχύσει το σήμα στα 4V. Όλα τα υπόλοιπα φίλτρα μεγαλύτερης τάξης παρουσιάζουν *υπερύψωση (overshoot)* και *κυμάτωση (ringing)* κατά την έξοδο (και στο θετικό και στο αρνητικό μέρος του παλμού). Τα δυο αυτά φαινόμενα γίνονται όλο και πιο έντονα όσο μεγαλώνει η τάξη του φίλτρου. Για παράδειγμα, ενώ η έξοδος του φίλτρου 1^{ης} τάξης είναι στα 4V με μηδενική υπερύψωση και κυμάτωση, η έξοδος του φίλτρου 10^{ης} τάξης φτάνει στο θετικό μέρος (αναλόγως και στο αρνητικό) λόγω της υπερύψωσης μέχρι και τα 5.6V, ενώ η κυμάτωση συνεχίζει να υφίσταται καθ' όλη τη διάρκεια του παλμού.

Εκτός από τα φαινόμενα της υπερύψωσης και κυμάτωσης, όλα τα φίλτρα στην έξοδο τους παρουσιάζουν *καθυστέρηση*. Οι ακόλουθες προδιαγραφές αποτελούν μέτρο για την ταχύτητα απόκρισης ενός κυκλώματος:

- i. **Ο χρόνος καθυστέρησης (t_d , *delay time*)** ορίζεται ως το χρονικό διάστημα που απαιτείται, ώστε η έξοδος να φτάσει στο 50% της τελικής της τιμής.
- ii. **Ο χρόνος ανόδου (t_r , *rise time*)** ορίζεται ως το χρονικό διάστημα που απαιτείται, ώστε η έξοδος να φτάσει από το 10% στο 90% της τελικής της τιμής.
- iii. **Ο χρόνος αποκατάστασης (t_s , *settling time*)** ορίζεται ως το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο η έξοδος θα φτάσει και θα παραμείνει μέσα σε κάποια συγκεκριμένα ποσοστιαία όρια τιμών επί τοις εκατό (συνήθως $\pm 2\%$ έως $\pm 5\%$) της τελικής της τιμής

[23]

Φαίνεται από το σχήμα 64, ότι όσο αυξάνει η τάξη του φίλτρου, ο χρόνος καθυστέρησης, ο χρόνος ανόδου αλλά και ο χρόνος αποκατάστασης επίσης αυξάνεται.



Σχήμα 64 Η χρονική απόκριση για τα φίλτρα από 1^{ης} έως 10^{ης} τάξης

4.3.3 Επιλογή της τάξης n για την υλοποίηση του βαθυπερατού φίλτρου

Στο σημείο αυτό έχοντας αναδείξει πιο πάνω τα ζητήματα που προκύπτουν από την αύξηση της τάξης, τόσο στην απόκριση συχνότητας, όσο και στην χρονική απόκριση, θα γίνει η επιλογή της καταλληλότερης τιμής n για την υλοποίηση του φίλτρου με βάση τις παρακάτω σκέψεις:

- Αν επιλεγεί μια μικρή τάξη (π.χ. $1^{\text{η}}$ έως $3^{\text{η}}$), τότε θα υλοποιηθεί ένα απλό κύκλωμα από άποψη σχεδίασης με λίγα στοιχεία (αντιστάσεις, πυκνωτές, ΤΕ) και στην χρονική απόκριση θα υπάρχει μικρή καθυστέρηση, κυμάτωση και υπερύψωση. Όμως, ένα τέτοιο φίλτρο θα έχει από μέτρια έως κακή συμπεριφορά στην απόκριση συχνότητας, γιατί θα σταματά να περνά ανεπιθύμητες συχνότητες αρκετά αργότερα από την f_c που έχει οριστεί.
- Αν επιλεγεί μια μεγάλη τάξη (π.χ. $8^{\text{η}}$ έως $10^{\text{η}}$) το φίλτρο θα έχει εξαιρετικά καλή συμπεριφορά στην απόκριση συχνότητας αφού θα σταματά να περνά ανεπιθύμητες συχνότητες αμέσως μετά την f_c που έχει οριστεί. Όμως ένα τέτοιο φίλτρο θα είναι αρκετά πολύπλοκο από άποψη σχεδίασης, με πολλά στοιχεία (αντιστάσεις, πυκνωτές, ΤΕ) και στην χρονική απόκριση θα υπάρχει αρκετά μεγάλη καθυστέρηση, κυμάτωση και υπερύψωση.

Η καλύτερη επιλογή λοιπόν είναι να βρεθεί μια μέση λύση, δηλαδή να επιλεγεί μια τάξη από την $4^{\text{η}}$ έως την $7^{\text{η}}$. Έχοντας αναδείξει παραπάνω το πλεονέκτημα των φίλτρων περιττής τάξης έναντι αυτών της άρτιας (δηλαδή την καλύτερη συμπεριφορά στις υψηλές συχνότητες λόγω της ύπαρξης του πραγματικού πόλου), η καλύτερη επιλογή θα ήταν ανάμεσα στα φίλτρα $5^{\text{η}}$ και $7^{\text{η}}$ τάξης.

Από τα σχήματα 62 και 63 είναι εμφανές ότι η συμπεριφορά και των δυο είναι αρκετά όμοια στην απόκριση συχνότητας. Στο σχήμα 64 παρατηρείται, όπως ήταν αναμενόμενο φυσικά πως το φίλτρο $5^{\text{η}}$ τάξης έχει μικρότερη καθυστέρηση, όπως επίσης μικρότερη υπερύψωση και κυμάτωση.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις σε συνδυασμό με το γεγονός ότι θα χρησιμοποιηθούν:

- ένας τελεστικός ενισχυτής λιγότερο,
- δυο πυκνωτές λιγότεροι,
- δυο αντιστάσεις λιγότερες,

οδηγούν στην τελική απόφαση της υλοποίησης ενός βαθυπερατού φίλτρου $5^{\text{η}}$ τάξης.

4.4 Υλοποίηση Βαθυπερατού Φίλτρου 5^{ης} τάξης

Πλέον, έχοντας κάνει την επιλογή για την υλοποίηση του φίλτρου 5^{ης} τάξης, θα πρέπει να επαναπροσδιοριστούν οι τιμές των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν στο κύκλωμα. Στην παράγραφο 4.2 για την τιμή $n=5$ είχαν βρεθεί από τη συνάρτηση μεταφοράς οι τιμές των πυκνωτών με δεδομένη τιμή για όλες τις αντιστάσεις $R=1\text{k}\Omega$. Θεωρητικά, με γνωστή την συνάρτηση μεταφοράς, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει οποιοσδήποτε τιμές για R και C οι οποίες ικανοποιούν τις εξισώσεις. Πρακτικά όμως οι τιμές που κυκλοφορούν στο εμπόριο είναι αρκετά συγκεκριμένες, ιδιαίτερα οι τιμές των πυκνωτών, ενώ για τις τιμές των αντιστάσεων υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία.

Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο, οι τιμές που θα επιλεγούν για τους πυκνωτές είναι οι παρακάτω:

Τιμές εμπορίου για τους πυκνωτές	
C0	68 nF
C1	100 nF
C2	47 nF
C3	10 nF
C4	470 nF

Πίνακας 4.12 Τιμές πυκνωτών

Στον επόμενο πίνακα φαίνονται όλες οι νέες τιμές για τις αντιστάσεις, όπως βρέθηκαν μετά τους υπολογισμούς:

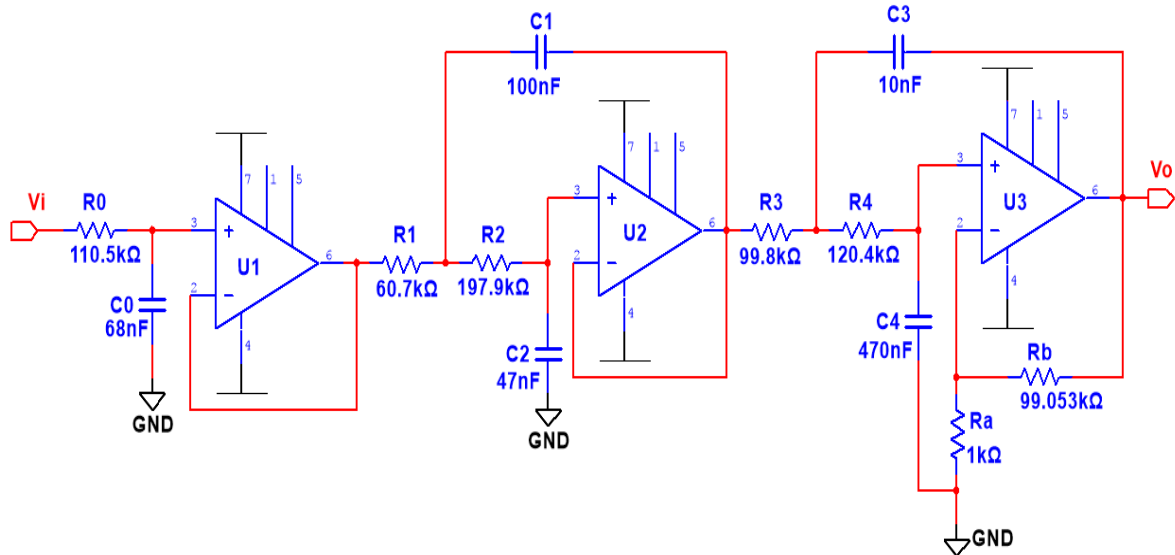
Στοιχεία	Κανονικοποιημένες Τιμές	Πραγματικές Τιμές
C0	0.855	68 nF
C1	1.257	100 nF
C2	0.591	47 nF
C3	0.126	10 nF
C4	5.906	470 nF
R0	1.105	110.5 k Ω
R1	0.607	60.7 k Ω
R2	1.979	197.9 k Ω
R3	0.998	99.8 k Ω
R4	1.204	120.4 k Ω
Αντιστάσεις Κέρδους		
Ra		1 k Ω
Rb		99.053 k Ω

Πίνακας 4.13 Οι νέες τιμές των στοιχείων για $n=5$

Για το κέρδος οι τιμές των αντιστάσεων δεν θα αλλάξουν, απλά για να μην υπάρξει σύγχυση με τις αντιστάσεις $R1$ και $R2$, οι αντιστάσεις κέρδους μετονομάζονται σε Ra και Rb .

Ο τρόπος εύρεσης των τιμών των αντιστάσεων αλλά και όλες οι πράξεις βρίσκονται αναλυτικά στο Παράρτημα Β για $n=5$.

Με την εύρεση όλων των νέων τιμών των στοιχείων, στη συνέχεια πραγματοποιείται η υλοποίηση του φίλτρου, η οποία φαίνεται αναλυτικά στο επόμενο σχήμα.



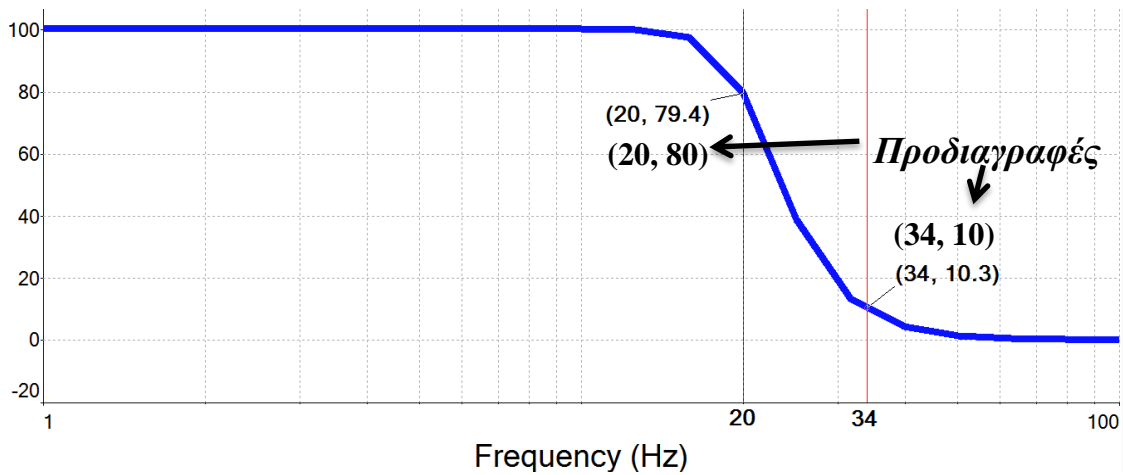
Σχήμα 65 Η υλοποίηση του βαθυπερατού φίλτρου 5^{ης} τάξης σε κύκλωμα

Στο σχήμα 65 έχουν συνδεθεί αλυσωτά 3 βαθμίδες. Πρώτη είναι η βαθμίδα του βαθυπερατού φίλτρου 1^{ης} τάξης και στη συνέχεια ακολουθούν οι δυο βαθμίδες των βαθυπερατών φίλτρων 2^{ης} τάξης. Όπως έχει αναφερθεί, ακολουθείται η γενική αρχή σύμφωνα με την οποία προηγούνται οι βαθμίδες με το χαμηλότερο Q.

Απόκριση συχνότητας

Στο σχήμα 66 απεικονίζεται η απόκριση συχνότητας του φίλτρου για συχνότητες από 0Hz έως 100Hz. Ο οριζόντιος άξονας είναι σε λογαριθμική κλίμακα, ενώ ο κάθετος άξονας σε γραμμική. Συγκρίνοντας τις τιμές της προσομοίωσης με τις αντίστοιχες τιμές που είχαν οριστεί στις προδιαγραφές σχεδίασης, συμπεραίνεται ότι η προσομοίωση είναι σωστή και εξαιρετικά ακριβής.

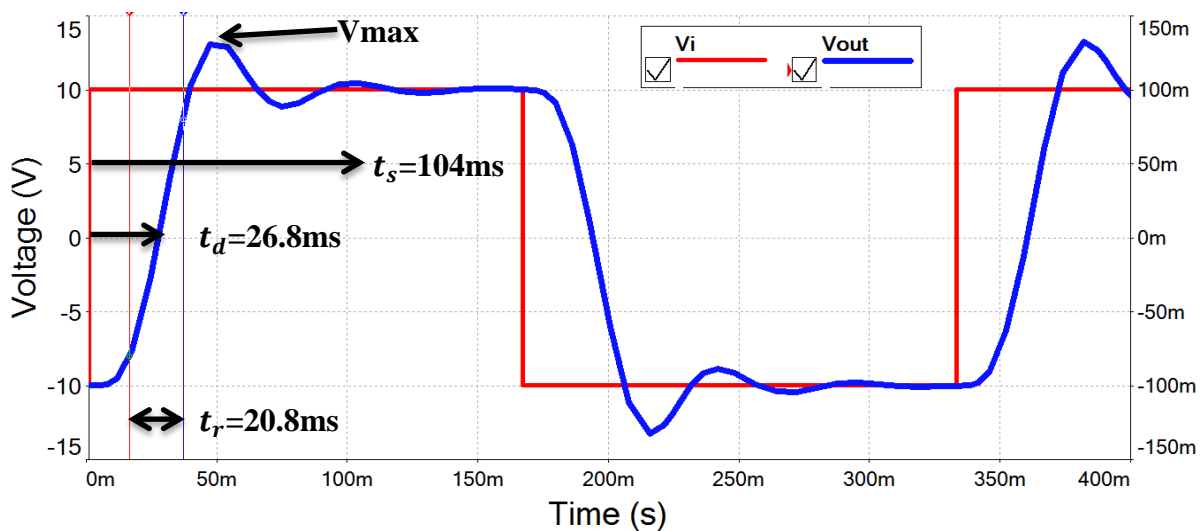
Στις προδιαγραφές είχε οριστεί για την συχνότητα αποκοπής $f_c = 20\text{Hz}$, κέρδος $H_c = 80$, το οποίο συμβαίνει καθώς τελικά το κέρδος είναι $H_c = 79.4$, ενώ για την οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής $f_s = 34\text{Hz}$, κέρδος $H_s = 10$, το οποίο επίσης συμβαίνει καθώς τελικά το κέρδος είναι $H_s = 10.3$.



Σχήμα 66 Η απόκριση συχνότητας σε σχέση με τις αρχικές προδιαγραφές

Χρονική απόκριση

Στη συνέχεια στο σχήμα 67 φαίνεται η χρονική απόκριση του φίλτρου. Θα ελεγχθεί η ταχύτητα του κυκλώματος σύμφωνα με τους όρους που αναφέρθηκαν παραπάνω. Γι'αυτόν το λόγο, εφαρμόζεται είσοδος τετραγωνικού παλμού, συχνότητας 3Hz, πλάτους $V_{p-p} = 200\text{mV}$, με σκοπό στην έξοδο να εμφανιστεί πλάτος $V_{p-p} = 20\text{V}$. Ο αριστερό οριζόντιος άξονας δείχνει την έξοδο με 5V/div , ενώ ο δεξιός οριζόντιος άξονας δείχνει την είσοδο με 50mV/div .



Σχήμα 67 Η χρονική απόκριση του φίλτρου και οι προδιαγραφές ταχύτητας

Όπως ήταν αναμενόμενο, στην έξοδο παρατηρείται υπερύψωση η οποία φτάνει την τιμή $V_{max} = 13.088\text{V}$, δηλαδή σε ποσοστό 30.88% πάνω από την θεωρητική τιμή

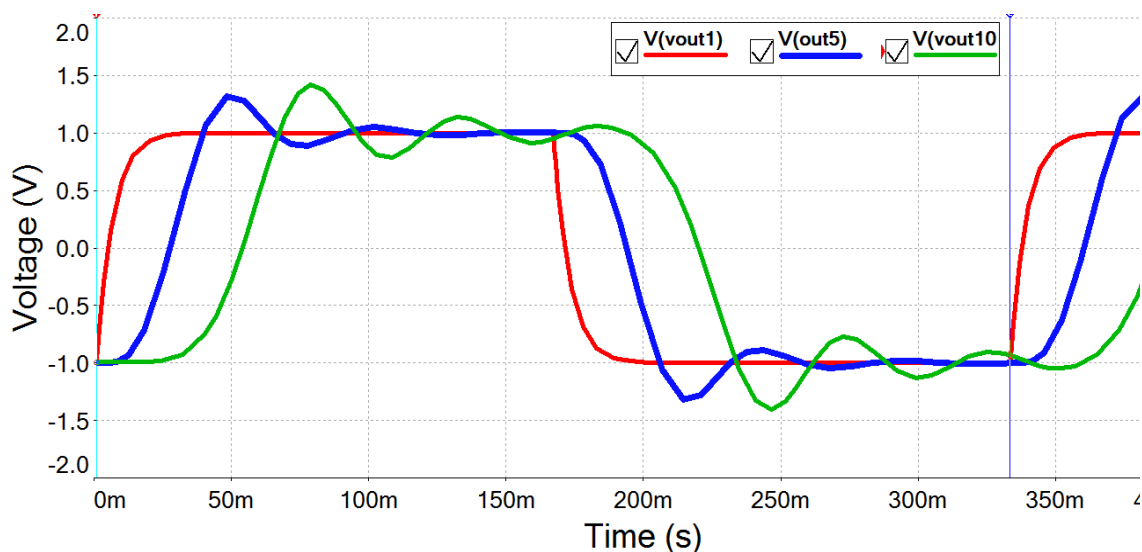
$V=10V$. Επίσης, παρατηρείται το φαινόμενο της κυμάτωσης, για το οποίο ο χρόνος αποκατάστασης είναι $t_s= 104ms$ για τάση $V=10.45V$.

Ο χρόνος ανόδου είναι $t_r= 20.8ms$, ενώ ο χρόνος καθυστέρησης $t_d= 26.8ms$

Προδιαγραφές Χρονικής Απόκρισης	
Υπερύψωση	30.88 %
Χρόνος Αποκατάστασης	104 ms
Χρόνος Ανόδου	20.8 ms
Χρόνος Καθυστέρησης	26.8 ms

Πίνακας 4.14 Οι Προδιαγραφές της Χρονικής Απόκρισης

Στο σχήμα 68 έχει δημιουργηθεί μια γραφική παράσταση στην οποία συγκρίνεται η έξοδος του φίλτρου 5^{ης} τάξης με τις αντίστοιχες εξόδους των φίλτρων 1^{ης} και 10^{ης} τάξης για μια περίοδο τετραγωνικού παλμού συχνότητας 3Hz. Για ακόμη μια φορά είναι ολοφάνερη η διαφορά στην ταχύτητα απόκρισης του κυκλώματος με την άνοδο της τάξης, όπως επίσης και η διαφορά στην υπερύψωση και κυμάτωση.

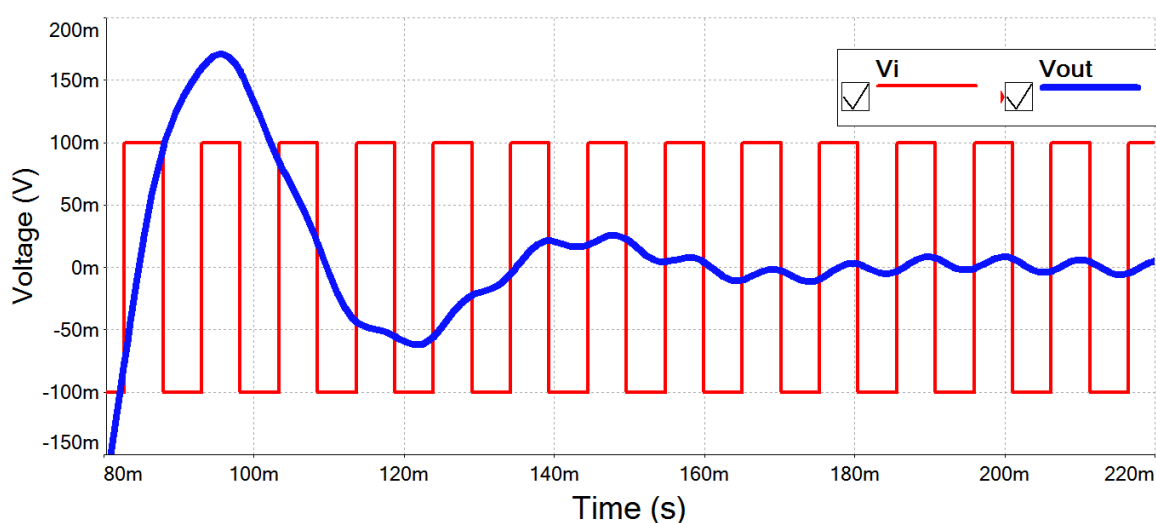


Σχήμα 68 Σύγκριση χρονικής απόκρισης για φίλτρα 1^{ης}, 5^{ης} και 10^{ης} τάξης

Προηγουμένως είχε εφαρμοστεί είσοδο συχνότητας 3Hz. Χρειάζεται όμως να ελεγχθεί η χρονική απόκριση και για μεγαλύτερες συχνότητες, ώστε να επιβεβαιωθεί ότι όντως οι ανεπιθύμητες συχνότητες αποκόπτονται. Από την γραφική παράσταση του σχήματος 66 για παράδειγμα, βρίσκεται ότι στη συχνότητα 54.5Hz, η έξοδος έχει μοναδιαίο κέρδος, άρα από την είσοδο μέχρι την έξοδο το σήμα δεν δέχεται καμία μεταβολή.

Για ακόμα μεγαλύτερη συχνότητα κοντά στα 100Hz (για την ακρίβεια στα 97Hz), το σήμα εξόδου είναι 20 φορές μικρότερο από το σήμα εισόδου, υπάρχει δηλαδή εξασθένηση 26 dB. Η επιβεβαίωση γίνεται με το σχήμα 69, όπου για σήμα $V_{p-p}=$

200mV και συχνότητα 97Hz, η έξοδος μετά από μια μικρή υπερένωση έχει γίνει πλέον 20 φορές μικρότερη από την είσοδο. Ο χρόνος για την μετάβαση αυτή είναι περίπου 200ms.



Σχήμα 69 Η χρονική απόκριση για είσοδο συχνότητας 97Hz

Μέχρι στιγμής σε όλες τις προσομοιώσεις έχει χρησιμοποιηθεί είσοδος τετραγωνικού παλμού ιδανικής πηγής τάσης. Όμως, το σημαντικό ερώτημα είναι αν το φίλτρο συμπεριφέρεται εξίσου σωστά και για πραγματικά σήματα. Γι'αυτό το λόγο, στη συνέχεια έγινε αναζήτηση στο διαδίκτυο για δείγματα (samples) υποηχητικών κυμάτων, με σκοπό να εφαρμοστούν στο κύκλωμα. Από την αναζήτηση βρέθηκαν δείγματα²⁰ από ηχογραφήσεις ανεμογεννητριών κατά την διάρκεια της λειτουργίας τους.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις για την χρονική απόκριση του φίλτρου, για είσοδο από δυο διαφορετικά δείγματα. Το πρώτο δείγμα είναι από ανεμογεννήτρια με λήψη από μακρινή απόσταση, ενώ το δεύτερο δείγμα είναι από ανεμογεννήτρια με λήψη από κοντινή απόσταση.

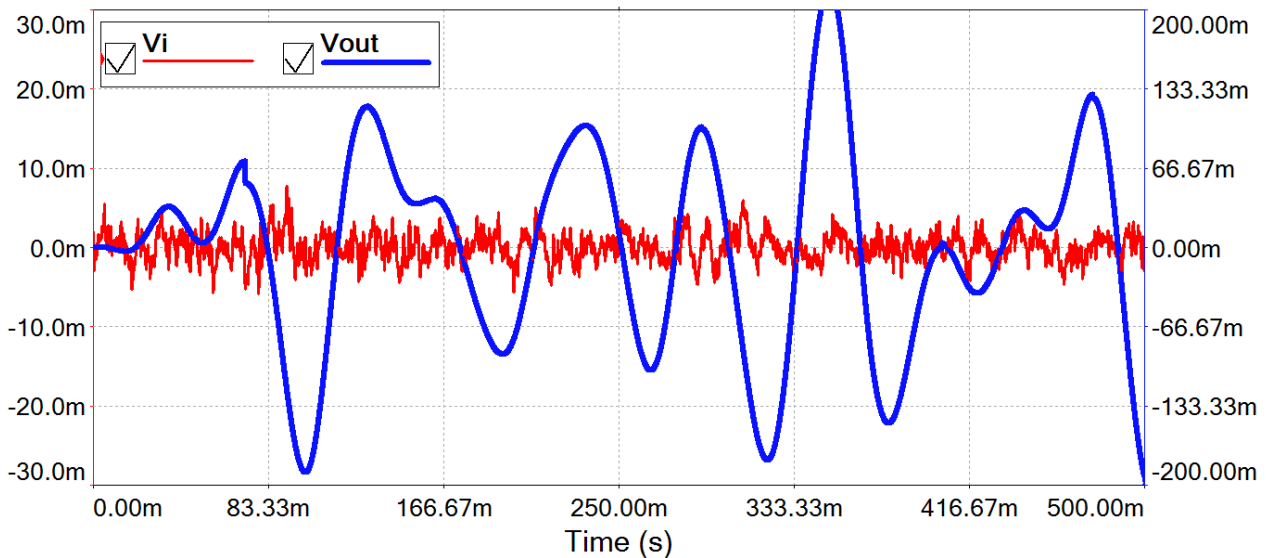
Στο σχήμα 70 απεικονίζεται η χρονική απόκριση του φίλτρου, έχοντας ως είσοδο σήμα που παράγεται από την ανεμογεννήτρια σε μακρινή απόσταση από το σημείο λήψης. Το σήμα εισόδου είναι αρκετά μικρό και το πλάτος του ορίζεται από τον αριστερό οριζόντιο άξονα που είναι χωρισμένος σε 10mV/div. Το πλάτος του σήματος εξόδου ορίζεται από τον δεξιό οριζόντιο άξονα που είναι χωρισμένος σε 66.67mV/div.

Η προσομοίωση γι' αυτό το δείγμα έδειξε ότι:

- η είσοδος κυμαίνεται κυρίως σε συχνότητες από 400Hz έως 800Hz,
- ενώ, η έξοδος κυμαίνεται σε συχνότητες από 11Hz έως 17Hz.

²⁰ Wind Turbine samples: <https://www.freesound.org/search/?q=wind+turbine>

Από την γραφική παράσταση είναι ξεκάθαρη η μεγάλη διαφορά στη συχνότητα των σημάτων εισόδου από αυτή των σημάτων εξόδου, καθώς ξεκάθαρη είναι και η διαφορά στο πλάτος αυτών των σημάτων. Είναι εμφανές ότι το πλάτος των σημάτων που ανήκουν στις επιθυμητές συχνότητες (0-20Hz) είναι σαφώς ενισχυμένο στην έξοδο.



Σχήμα 70 Η χρονική απόκριση του φίλτρου για είσοδο από ανεμογεννήτρια σε μακρινή απόσταση

	Είσοδος	Έξοδος
Επικρατούσες Συχνότητες (Hz)	400-800	11-17
Επικρατούσα Τάση (mV _{p-p})	8-12	130-180

Πίνακας 4.15 Σύγκριση συχνότητας και τάσης εισόδου-εξόδου με σχετική ακρίβεια για το σχήμα 70

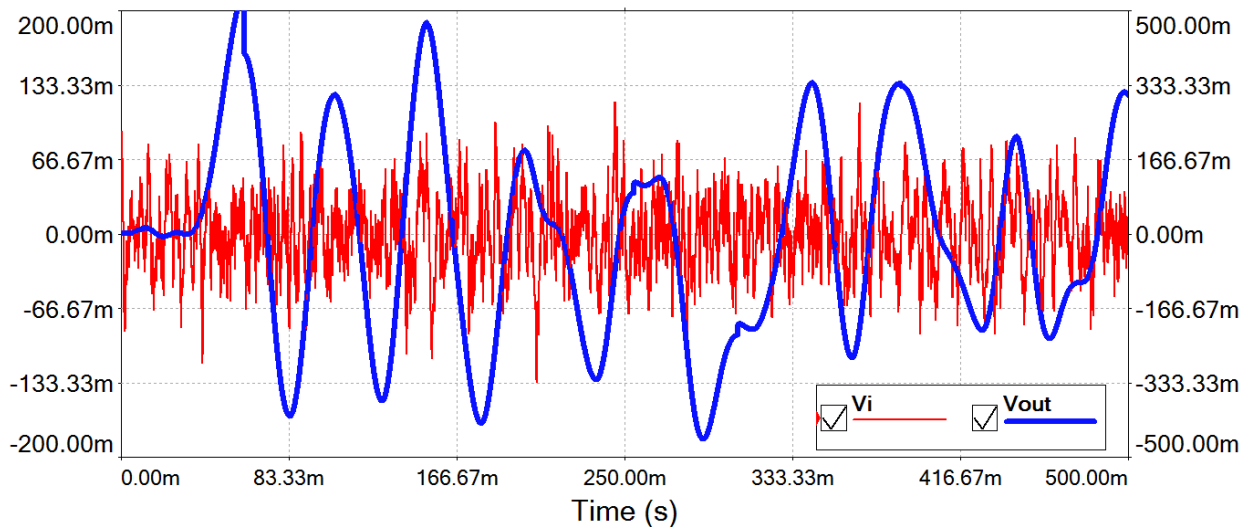
Η ίδια ακριβώς διαδικασία ακολουθείται και στο σχήμα 71, όπου απεικονίζεται η χρονική απόκριση του φίλτρου, έχοντας ως είσοδο το σήμα που παράγεται από την ανεμογεννήτρια σε κοντινή απόσταση από το σημείο λήψης. Το σήμα εισόδου είναι πιο μεγάλο σε σχέση με πριν και το πλάτος του ορίζεται από τον αριστερό οριζόντιο άξονα που είναι χωρισμένος σε 66.67mV/div. Το πλάτος του σήματος εξόδου ορίζεται από τον δεξιό οριζόντιο άξονα που είναι χωρισμένος σε 166.67 mV/div.

Η προσομοίωση γι' αυτό το δείγμα έδειξε ότι:

- η είσοδος κυμαίνεται κυρίως σε συχνότητες από 700Hz έως 900Hz,
- ενώ η έξοδος σε συχνότητες από 15Hz έως 19.8Hz.

Όπως και προηγουμένως, από την γραφική παράσταση είναι εμφανής η μεγάλη διαφορά στη συχνότητα των σημάτων εισόδου από αυτή των σημάτων εξόδου, καθώς εμφανής είναι και η διαφορά στο πλάτος αυτών των σημάτων. Το πλάτος των

σημάτων που ανήκουν στις επιθυμητές συχνότητες (0-20Hz) είναι σαφώς ενισχυμένο στην έξοδο.



Σχήμα 71 Η χρονική απόκριση του φίλτρου για είσοδο από ανεμογεννήτρια σε κοντινή απόσταση

	Είσοδος	Έξοδος
Επικρατούσες Συχνότητες (Hz)	700-900	15-19.8
Επικρατούσα Τάση (mV _{p-p})	100-150	660-900

Πίνακας 4.16 Σύγκριση συχνότητας και τάσης εισόδου-εξόδου με σχετική ακρίβεια για το σχήμα 71

Τέλος, παρατηρείται ότι και στις δυο γραφικές παραστάσεις υπάρχει χρονική καθυστέρηση, καθώς η έξοδος και για τα δυο δείγματα είναι σχεδόν μηδενική στα πρώτα 20ms περίπου.

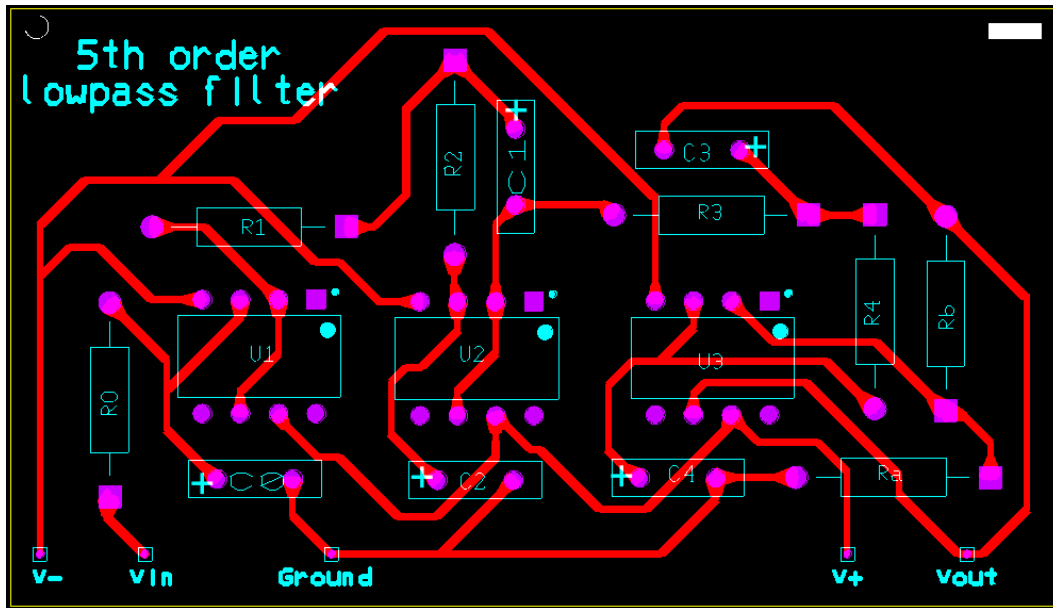
Στη συνέχεια εφόσον έχει δοκιμαστεί η λειτουργία του κυκλώματος και με πραγματικό σήμα εισόδου, θα γίνει προσπάθεια να σχεδιαστεί το κύκλωμα σε πλακέτα. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται το σχεδιαστικό πρόγραμμα *NI Ultiboard 14*.

Παρακάτω, αναφέρονται κάποιες πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο που ακολουθήθηκε κατά την σχεδίαση:

- όλοι οι δρόμοι του κυκλώματος (κόκκινο χρώμα) σχεδιάστηκαν από την κάτω μεριά της πλακέτας, ενώ όλα τα στοιχεία τοποθετήθηκαν στην πάνω μεριά.
- έγινε προσπάθεια ώστε όλα τα στοιχεία να τοποθετηθούν σε μικρή απόσταση μεταξύ τους, με το συνολικό μέγεθος της πλακέτας να είναι 7x4 cm.
- δώθηκε προσοχή έτσι ώστε όλοι οι δρόμοι να μην σχηματίζουν γωνία 90 μοιρών, με σκοπό να μειωθεί η χωρητικότητα τους.
- στην είσοδο το μήκος του δρόμου διατηρήθηκε αρκετά μικρό, καθώς είναι το πιο ευαίσθητο μέρος του κυκλώματος.

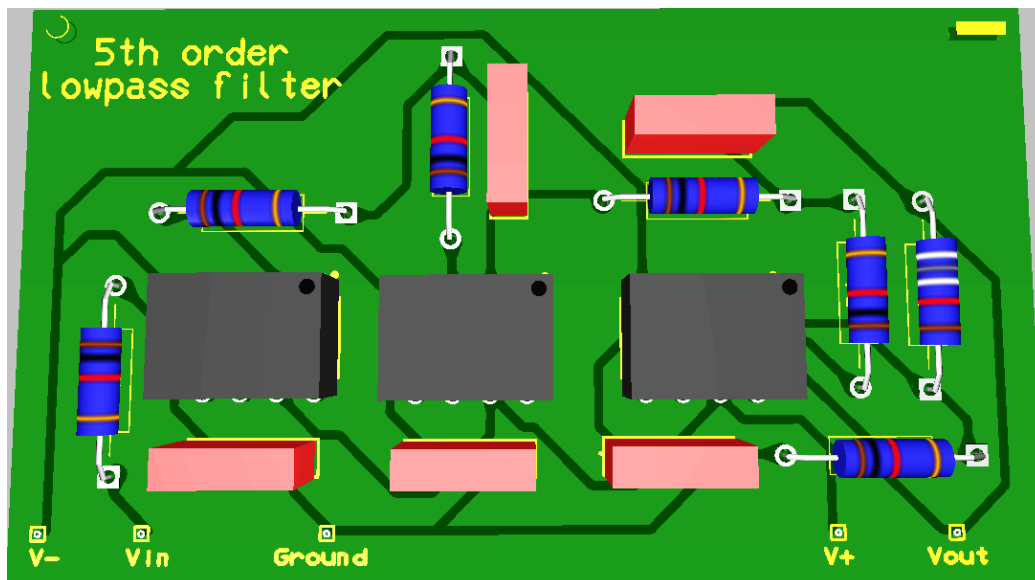
- η είσοδος κρατήθηκε όσο πιο μακριά γίνεται από την έξοδο, για να μειωθεί η παρασιτική σύζευξη.

Στο σχήμα 72 απεικονίζεται το αποτέλεσμα της σχεδίασης αυτής:



Σχήμα 72 Η σχεδίαση του βαθυπερατού φίλτρου στο NI Ultiboard

Στο σχήμα 73 απεικονίζεται το ίδιο κύκλωμα σε τρισδιάστατη μορφή, στην οποία το σώμα της πλακέτας έχει γίνει ημιδιάφανο, ώστε να είναι ορατοί οι δρόμοι από την κάτω μεριά.



Σχήμα 73 3D απεικόνιση του βαθυπερατού φίλτρου στο NI Ultiboard

Εφόσον έχει ολοκληρωθεί η σχεδίαση του βαθυπερατού φίλτρου, παρακάτω θα

ακολουθήσουν κάποιες παρατηρήσεις σχετικά με το πως θα επιλέξει κάποιος τα κατάλληλα στοιχεία για την κατασκευή ενός τέτοιου κυκλώματος.

Παρατηρήσεις για την επιλογή των στοιχείων R-C:

Θεωρητικά, θα μπορούσε κανείς να χρησιμοποιήσει οποιεσδήποτε τιμές για R και C οι οποίες ικανοποιούν τις εξισώσεις, αλλά πρακτικά οι εκτιμήσεις απαιτούν ορισμένες κατευθυντήριες γραμμές τις οποίες θα πρέπει να ακολουθήσει.

Έχοντας μια συγκεκριμένη συχνότητα αποκοπής f_c , οι τιμές των R και C είναι αντιστρόφως ανάλογες μεταξύ τους. Κάνοντας την C μεγαλύτερη, η R γίνεται μικρότερη και αντίστροφα.

Στην περίπτωση του βαθυπερατού Sallen-Key φίλτρου, ο λόγος μεταξύ της σύνθετης αντίστασης εξόδου του ενισχυτή και των αντιστάσεων R του φίλτρου καθορίζει την συμπεριφορά του σε συχνότητες πολύ μεγαλύτερες της συχνότητας αποκοπής. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του R, τόσο μειώνεται η μετάδοση σημάτων σε υψηλή συχνότητα. Κάνοντας την R πολύ μεγάλη θα έχει ως συνέπεια η C να γίνει τόσο μικρή, ώστε οι παρασιτικοί πυκνωτές (συμπεριλαμβανομένης της χωρητικότητας εισόδου του ενισχυτή) να προκαλέσουν λάθη. Το γεγονός αυτό μας προτρέπει να προτιμούμε μικρότερες τιμές αντιστάσεων.

Η καλύτερη επιλογή για τις τιμές των στοιχείων εξαρτάται από τις ιδιαιτερότητες του κάθε κυκλώματος αλλά και τους συμβιβασμούς που είναι πρόθυμος κάποιος να κάνει. Οι παρακάτω γενικές υποδείξεις βοηθάνε ώστε να μειωθούν τα σφάλματα σε ένα κύκλωμα.

• Για τους πυκνωτές:

- i. Αποφεύγονται τιμές μικρότερες από 100 pF
- ii. Χρησιμοποιούνται κεραμικοί πυκνωτές NPO/COG, οι οποίοι θεωρούνται από τους πιο σταθερούς και δεν αλλοιώνονται με το πέρασμα του χρόνου, έχουν καλή ακρίβεια και χαμηλό κόστος
- iii. Χρησιμοποιούνται πυκνωτές με 1% ανοχή

• Για τις αντιστάσεις:

- i. Επιλέγονται τιμές από μερικές εκατοντάδες Ω έως μερικές χιλιάδες Ω
- ii. Χρησιμοποιούνται αντιστάσεις metal film, καθώς έχουν μεγάλη ακρίβεια και χαμηλό κόστος
- iii. Χρησιμοποιούνται αντιστάσεις με 1% ανοχή (ή καλύτερη)

[24]

Παρατηρήσεις για την επιλογή των τελεστικών ενισχυτών:

Κατά τον σχεδιασμό του φίλτρου θα πρέπει να εξεταστούν κάποιες προδιαγραφές που θα πρέπει να πληρούν οι τελεστικοί ενισχυτές, ώστε να θεωρούνται κατάλληλοι για το κύκλωμα. Οι δυο πιο σημαντικές προδιαγραφές είναι το γινόμενο κέρδους-εύρους ζώνης (Gain-Bandwidth Product) και ο ρυθμός μεταβολής εξόδου (slew rate).

Γινόμενο Κέρδους-Εύρους Ζώνης - GBP

Για βαθμίδα 1^{ης} τάξης με πραγματικό πόλο, το GBP του ενισχυτή θα πρέπει να είναι:
 $GBP \geq 50 \cdot f_c$.

Για βαθμίδα 2^{ης} τάξης με σχεδίαση Sallen-Key το GBP του ενισχυτή θα πρέπει να είναι:

- όταν ο συντελεστής ποιότητας είναι $Q \leq 1$, τότε $GBP \geq 100 \cdot \text{Gain} \cdot f_c$
- όταν ο συντελεστής ποιότητας είναι $Q > 1$, τότε $GBP \geq 100 \cdot \text{Gain} \cdot Q^3 \cdot f_c$

Όταν υπάρχουν παραπάνω βαθμίδες, υπολογίζεται το GBP για την κάθε βαθμίδα. Στο συγκεκριμένο φίλτρο 5^{ης} τάξης υπάρχουν 3 βαθμίδες οπότε:

- Για την 1^η βαθμίδα το GBP θα πρέπει να είναι: **GBP \geq 1kHz**
- Για την 2^η βαθμίδα ισχύει ότι $Q=0.62$ και $\text{Gain}=1$, οπότε το GBP θα πρέπει να είναι: **GBP \geq 2kHz**
- Για την 3^η βαθμίδα ισχύει ότι $Q=1.62$ και $\text{Gain}=100$, οπότε το GBP θα πρέπει να είναι: **GBP \geq 0.85MHz**

[2]

Ρυθμός Μεταβολής Εξόδου - Slew Rate

Ο ρυθμός μεταβολής εξόδου σαν προδιαγραφή διασφαλίζει ότι ο ενισχυτής δεν δημιουργεί παραμορφώσεις στην έξοδο του σήματος.

Για τους ενισχυτές πρέπει να ισχύει ότι: **$SR \geq 2\pi \cdot V_{out_{p-p}} \cdot f_c$** .

Στη συγκεκριμένη περίπτωση το φίλτρο έχει πολύ μικρή συχνότητα αποκοπής και επιπλέον τα σήματα που δέχεται στην είσοδο είναι αρκετά μικρά, οπότε το SR των ενισχυτών δεν δημιουργεί κανένα πρόβλημα στη σωστή λειτουργία του φίλτρου.

Προαιρετικά και στους δυο ακροδέκτες της τάσης τροφοδοσίας (V_{S+} και V_{S-}) των τελεστικών ενισχυτών μπορούν να τοποθετηθούν πυκνωτές παράκαμψης (bypass capacitors). Οι πυκνωτές αυτοί τοποθετούνται μεταξύ κάθε ακροδέκτη και της γείωσης, με σκοπό να μειώσουν τον θόρυβο που εισάγεται στο κύκλωμα από την πηγή της τάσης τροφοδοσίας, παρέχοντας στο κύκλωμα σταθερή τάση χαμηλής αντίστασης.

Καθ'όλη τη διάρκεια της εργασίας για όλες τις προσομοιώσεις που έγιναν χρησιμοποιήθηκαν οι τελεστικοί ενισχυτές TL081CP της εταιρείας *Texas Instruments*, οι οποίοι είναι αρχιτεκτονικής FET με προδιαγραφές:

- $SR = 13 \text{ V}/\mu\text{s}$,
- $GBP = 3 \text{ MHz}$.

Προαιρετικά, μεταξύ των ακροδεκτών τάσης τροφοδοσίας και γείωσης θα μπορούσαν να τοποθετηθούν κεραμικοί πυκνωτές χωρητικότητας 100nF^{21} .

Με τάση τροφοδοσίας $V_{s+} = 15\text{V}$ και $V_{s-} = -15\text{V}$, η ισχύς των ενισχυτών ήταν:

- $3 \cdot 426 \text{ mW} = 1.278 \text{ mW}$,

ενώ, με τάση τροφοδοσίας $V_{s+} = 10\text{V}$ και $V_{s-} = -10\text{V}$ η ισχύς ήταν:

- $3 \cdot 191 \text{ mW} = 573 \text{ mW}$.

Με βάση την τιμή $SR=13\text{V}/\mu\text{s}$ του TL081CP, για συχνότητες μέχρι και $f_c=20\text{Hz}$, θα υπήρχε πρόβλημα μόνο για έξοδο μεγαλύτερη από $V_{out_{p-p}} = 103.45\text{kV}$, οπότε επιβεβαιώνεται ότι το SR των ενισχυτών δεν δημιουργεί πρόβλημα στο κύκλωμα.

Γενικότερα, υπάρχουν πολλοί ενισχυτές που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στο φίλτρο. Εφόσον οι προδιαγραφές του ενισχυτή που χρησιμοποιήθηκε είναι αρκετά μεγαλύτερες από τις απαιτήσεις της εργασίας, μια εξίσου καλή επιλογή μικρότερων προδιαγραφών και χαμηλότερης κατανάλωσης είναι ο τελεστικός ενισχυτής OPA130 της εταιρείας *Texas Instruments*, αρχιτεκτονικής FET, με προδιαγραφές:

- $SR=2 \text{ V}/\mu\text{s}$,
- $GBP=1 \text{ MHz}$.

Προαιρετικά, μεταξύ των ακροδεκτών τάσης τροφοδοσίας και γείωσης μπορούν να τοποθετηθούν κεραμικοί πυκνωτές χωρητικότητας 10nF^{22} .

Η ισχύς των ενισχυτών αυτών με τάση τροφοδοσίας $V_{s+} = 15\text{V}$ και $V_{s-} = -15\text{V}$ είναι:

- $3 \cdot 16.9 \text{ mW} = 50.7 \text{ mW}$,

ενώ, με τάση τροφοδοσίας $V_{s+} = 10\text{V}$ και $V_{s-} = -10\text{V}$ είναι:

- $3 \cdot 7.71 \text{ mW} = 23.13 \text{ mW}$.

²¹ [TL081 JFET Operational Amplifiers, Texas Instruments](#)

²² [OPA130 FET-INPUT Operational Amplifiers, Texas Instruments](#)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

5.1 Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η σχεδίαση μιας διάταξης ανίχνευσης υποηχητικών κυμάτων. Αφορμή για τη σχεδίαση και την κατασκευή της διάταξης είναι κυρίως η έντονη ανησυχία που παρατηρείται τα τελευταία χρόνια στη κοινή γνώμη, σχετικά με το κατά πόσο τα υποηχητικά κύματα είναι ικανά να προκαλέσουν προβλήματα υγείας.

Οι πιο πρόσφατες επιστημονικές και ιατρικές έρευνες σχετικά με την επίδραση των υποήχων στην υγεία δεν δίνουν ξεκάθαρα αποτελέσματα, παρ' όλα αυτά οδηγούν σε κάποια συμπεράσματα όπως:

- η πρόσφατη γνώση για την εσωτερική φυσιολογία του αυτιού δείχνει ότι οι υπόηχοι, αν και δεν γίνονται αντιληπτοί από το ανθρώπινο αυτί, γίνονται αισθητοί από τα έξω τριχωτά κύτταρα του αυτιού και στη συνέχεια οδηγούνται στον ραχιαίο κοχλιακό πυρήνα του εγκεφάλου. Οπότε το υποηχητικό σήμα αν και δεν μπορεί να ακουστεί, μπορεί να γίνει αντιληπτό από τον εγκέφαλο.
- σε αντιπαράθεση με το παραπάνω στοιχείο, έρευνα που έχει γίνει στο εσωτερικό του αυτιού, δείχνει ότι ο άνθρωπος γίνεται καθημερινά δέκτης υποήχων από εσωτερικές πηγές του ανθρώπινου σώματος (όπως λόγω του χτύπου της καρδιάς ή λόγω της αναπνοής) και μάλιστα, το επίπεδο SPL των υποήχων στο έσω αυτί από τις εσωτερικές πηγές είναι μεγαλύτερο από αυτό των εξωτερικών πηγών.

Σύμφωνα με τα παραπάνω κρίνεται αναγκαίο η μελέτη των υποηχητικών κυμάτων να συνεχιστεί για τους εξής λόγους:

- η ανησυχία για την επίδραση στην υγεία είναι έντονη τα τελευταία χρόνια και δημιουργεί αρκετές παρερμηνείες και καταστάσεις φόβου, ενώ προς το παρόν δεν υπάρχει κανένα σίγουρο αποτέλεσμα.
- η υγεία είναι τομέας όπου εμπλέκονται βιολογικές διαφορές και δεν υπάρχει ποτέ απόλυτη βεβαιότητα, οπότε απαιτείται πληθώρα ερευνών.
- οι περισσότερες έρευνες γίνονται για μετρήσεις διάρκειας το πολύ έως και 24 ώρες. Χρειάζεται να γίνουν έρευνες για μακροπρόθεσμη έκθεση σε υποήχους χαμηλού επιπέδου SPL, σε άτομα που εκτίθενται σε υποήχους 24 ώρες τη μέρα για βδομάδες ή και για χρόνια.

Η παρούσα διάταξη αποτελείται από ένα βαθυπερατό φίλτρο και έναν ενισχυτή τάσης και είναι ικανή να ανιχνεύει υποηχητικά κύματα, ώστε στη συνέχεια να είναι δυνατή η επεξεργασία και η μελέτη τους.

Το βαθυπερατό φίλτρο σχεδιάστηκε ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

- έγινε χρήση της προσέγγισης Butterworth, καθώς είναι από τις πιο απλές προσεγγίσεις και δίνει σταθερό κέρδος στη ζώνη διέλευσης, αλλά και ικανοποιητικό ρυθμό εξασθένισης μετά τη συχνότητα αποκοπής.
- έγινε σύγκριση της απόκρισης συχνότητας και της χρονικής απόκρισης για τα φίλτρα τάξης από 1^η έως 10^η μέσω προσομοίωσης.
- επιλέχθηκε το φίλτρο 5^{ης} τάξης επειδή δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα με βάση την αναλογία απόδοσης και πολυπλοκότητας του κυκλώματος.

Ο ενισχυτής τάσης σχεδιάστηκε ακολουθώντας τα εξής βήματα:

- εφαρμόστηκε ένα αρκετά σημαντικό κέρδος (100), ώστε να ενισχύονται τα αδύναμα υποηχητικά σήματα
- συγχωνεύτηκε στη τελευταία βαθμίδα του βαθυπερατού φίλτρου, μέσω μη αντιστρεπτικής διάταξης, ώστε να μη προστεθεί μια επιπλέον βαθμίδα με τελεστικό ενισχυτή στην έξοδο του φίλτρου.

Το κόστος της όλης κατασκευής είναι ελάχιστο, καθώς ολόκληρη η διάταξη αποτελείται από μία πλακέτα 70x40mm, 3 τελεστικούς ενισχυτές, 7 αντιστάσεις και 5 πυκνωτές.

5.2 Περιορισμοί της παρούσας εργασίας

Ο κύριος περιορισμός που αντιμετωπίσαμε κατά τη διάρκεια της εργασίας ήταν η έλλειψη του κατάλληλου σήματος εισόδου, ώστε να δοκιμαστεί η σωστή λειτουργία της ενισχυτικής διάταξης. Παρ' όλα αυτά, μέσω δειγμάτων από σήματα που βρέθηκαν στο διαδίκτυο, πραγματοποιήθηκε επιτυχώς ο έλεγχος της ορθής λειτουργίας της διάταξης.

Γενικά, η λήψη ενός πραγματικού υποηχητικού σήματος απαιτεί ειδικό μικρόφωνο, καθώς τα περισσότερα μικρόφωνα που κυκλοφορούν στην αγορά στοχεύουν σε εύρος συχνότητας 20-20kHz, δηλαδή το φάσμα που είναι ακουστό από τον άνθρωπο. Όμως, πολλές έρευνες έχουν διεξαχθεί και με απλά πυκνωτικά μικρόφωνα (τύπου electret) και τα αποτελέσματα είναι αρκετά ικανοποιητικά για το υποηχητικό φάσμα.

5.3 Προτάσεις για περαιτέρω βελτίωση

Με την ολοκλήρωση της εργασίας αναδεικνύεται το πρόβλημα της λήψης ενός πραγματικού υποηχητικού σήματος μέσω μικροφώνου. Τα υποηχητικά μικρόφωνα, δηλαδή τα μικρόφωνα που στοχεύουν κυρίως στη λήψη σημάτων υποηχητικού φάσματος, αυτή τη στιγμή είναι ελάχιστα και αρκετά ακριβά. Γι' αυτόν ακριβώς τον λόγο, θα ήταν σκόπιμο να διερευνηθεί μελλοντικά:

- η μελέτη και η κατασκευή ενός μικροφώνου, ικανού να λαμβάνει σήματα συχνότητας μικρότερης των 20Hz,
- η μείωση του κόστους παραγωγής του παραπάνω μικροφώνου στο ελάχιστο δυνατό,
- η κατασκευή ενός συστήματος για την μείωση του θορύβου που οφείλεται στον αέρα, καθώς τα μικρόφωνα συνήθως τοποθετούνται σε εξωτερικούς χώρους.

Στη συνέχεια αναφέρονται κάποιες προτάσεις που αφορούν τη βελτίωση του σήματος στην έξοδο της ενισχυτικής διάταξης, ώστε να γίνει πιο εύκολος ο τρόπος μελέτης των υποηχητικών σημάτων. Μετά την ενισχυτική διάταξη θα μπορούσαν να συνδεθούν τα παρακάτω στάδια:

- μετατροπέας αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (A/D Converter), για την κωδικοποίηση του σήματος, ώστε στη συνέχεια είναι δυνατή η ανάλυση και η επεξεργασία του από κάποιο λογισμικό.
- ψηφιακό φίλτρο, με σκοπό την αφαίρεση θορύβου που μπορεί να εισαχθεί κατά τη διάρκεια της A/D μετατροπής.
- μέσο αποθήκευσης μνήμης Flash για να είναι δυνατή η άμεση αποθήκευση των σημάτων που έχουν καταγραφεί.
- κεραία μετάδοσης του σήματος, ώστε να μην απαιτείται η φυσική παρουσία προσώπων στο χώρο που βρίσκεται η διάταξη, καθώς ορισμένες πηγές υποήχων (ηφαιστειακές εκρήξεις, χιονοστιβάδες) είναι αρκετά δυσπρόσιτες.

Παράρτημα Α

Α.1 Απόκριση Συχνότητας

Α.1.1 Πόλοι, Μηδενικά και Ευστάθεια

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι μια πολυωνυμική συνάρτηση της μορφής:

$$H(s) = K \frac{N(s)}{D(s)} = K \frac{s^m + a_{m-1}s^{m-1} + a_{m-2}s^{m-2} + \dots + a_1s + a_0}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0} \quad (\text{A.1.1})$$

Τα πολώνυμα στον αριθμητή και τον παρονομαστή παραγοντοποιούνται, ώστε να βρεθούν οι πόλοι και τα μηδενικά. Οι **πόλοι** (στον παρονομαστή) και τα **μηδενικά** (στον αριθμητή) είναι οι τιμές του s , για τις οποίες ο αριθμητής και ο παρονομαστής ισούνται με το μηδέν. Αν τα μηδενικά γραφούν ως z_1, z_2, z_3, \dots και ομοίως, οι πόλοι γραφούν ως p_1, p_2, p_3, \dots , τότε η $H(s)$ γράφεται σε παραγοντοποιημένη μορφή ως:

$$H(s) = K \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_m)} \quad (\text{A.1.2})$$

Οι θέσεις των πόλων και των μηδενικών μπορεί να είναι πραγματικές ή μιγαδικές. Όταν οι ρίζες είναι πραγματικές ονομάζονται απλοί πόλοι ή απλά μηδενικά. Όταν οι ρίζες είναι μιγαδικές πάντα εμφανίζονται σε ζεύγη, τα οποία είναι συζυγή μεταξύ τους.

Όταν ένα σύστημα είναι **ευσταθές**, έχει πάντα τους πόλους και τα μηδενικά στον αριστερό πραγματικό ημιάξονα, έτσι ώστε τα πραγματικά μέρη των πόλων και των μηδενικών να είναι αρνητικά. Δηλαδή, στα ευσταθή συστήματα οι όροι του παρονομαστή του πολυωνύμου πρέπει να έχουν την μορφή $(s+a)$, όπου a είναι θετικός αριθμός.

Α.1.2 Κλίμακα Decibel

Οι λογαριθμικές κλίμακες είναι χρήσιμες στη σχεδίαση συναρτήσεων που ποικίλλουν κατά πολλές τάξεις μεγέθους. Αυτό ακριβώς συμβαίνει και με τα ηλεκτρικά σήματα. Για παράδειγμα, το σήμα που λαμβάνεται από το κινητό τηλέφωνο είναι συνήθως περίπου 12 τάξεις μεγέθους χαμηλότερο σε ισχύ από το σήμα που μεταδίδεται από το κέντρο εκπομπής. Επίσης, σε ένα φίλτρο το πλάτος της συνάρτησης μεταφοράς στη ζώνη διέλευσης μπορεί να είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερο από ότι είναι στη ζώνη αποκοπής. Επιπλέον, χρειάζεται η γνώση της απόκρισης συχνότητας των κυκλωμάτων σε ένα ευρύ φάσμα συχνοτήτων και γι' αυτό έχει νόημα να χρησιμοποιηθεί μια λογαριθμική κλίμακα για τις συχνότητες, καθώς και για την

ένταση του σήματος. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται πάντα η λογαριθμική συνάρτηση με βάση το δέκα (10) όπου: $\log x \equiv \log_{10} x$.

Η κλίμακα 'bel' (από τον εφευρέτη Alexander Graham Bell) ορίζεται ως η λογαριθμική αναλογία δύο σημάτων "έντασης" (ποσότητες που σχετίζονται με την ισχύ ή την ενέργεια του σήματος). Στα κυκλώματα συχνά έχει ενδιαφέρον η αναλογία της ισχύος εξόδου προς την ισχύ εισόδου (P_{out}/P_{in}), αλλά η κλίμακα bel μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συγκρίνει δύο οποιεσδήποτε παρόμοιες ποσότητες. Δεδομένου ότι υπάρχουν 10decibels ανά bel ορίζεται η αναλογία ισχύος σε dB ως

$$10\log \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (\text{αναλογία ισχύος σε dB}) \quad (\text{A.1.3})$$

Κάθε φορά που η ισχύς αυξάνει κατά ένα συντελεστή του δέκα (10), ο λόγος ισχύος σε dB αυξάνει γραμμικά κατά 10 dB. Επειδή η ισχύς σχετίζεται με το τετράγωνο της τάσεως ή ρεύματος, η κλίμακα dB για αυτές τις ποσότητες γίνεται (υποθέτοντας ιδανική πηγή και αντίσταση φορτίου):

$$10\log \frac{V_{out}^2}{V_{in}^2} = 20\log \frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (\text{αναλογία τάσεως σε dB}) \quad (\text{A.1.4})$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις, η συνάρτηση μεταφοράς είναι αναλογία τάσης ή ρεύματος, οπότε χρησιμοποιείται η ποσότητα $20\log|H(j\omega)|$ για τον υπολογισμό του πλάτους σε dB. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει κάποιες σημαντικές μετατροπές ως σύνοψη:

$ H $	$ H _{dB}$
1	$20\log(1) = 0 \text{ dB}$
$\sqrt{2}$	$20\log(\sqrt{2}) = 10\log 2 = 3 \text{ dB}$
2	$20\log(2) = 6 \text{ dB}$
4	$20\log(4) = 12 \text{ dB}$
5	$20\log(5) = 14 \text{ dB}$
10	$20\log(10) = 20 \text{ dB}$

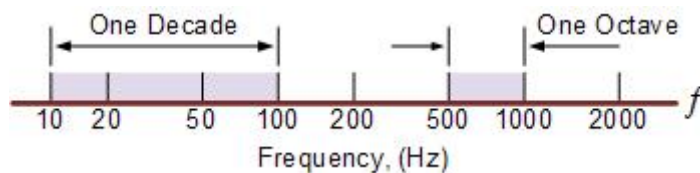
Σχήμα 74 Παραδείγματα μετατροπών σε κλίμακα dB

Η κλίμακα dB αποτελεί ένα μεγάλο πλεονέκτημα όταν γίνεται μελέτη συναρτήσεων μεταφοράς, οι οποίες είναι σχεδόν πάντα της μορφής πολυωνυμικών συναρτήσεων.

A.1.3 Δεκάδα- Οκτάβα

Δύο όροι που χρησιμοποιούνται συνήθως στην απόκριση συχνότητας είναι η 'δεκάδα' και η 'οκτάβα'. Η αλλαγή δεκάδας στη συχνότητα είναι παράγοντας του δέκα. Για παράδειγμα, τα 10Hz είναι μια δεκάδα πάνω από το 1Hz και μια δεκάδα

κάτω από τα 100Hz. Η οκτάβα είναι παράγοντας του δύο. Για παράδειγμα, τα 500Hz είναι μια οκτάβα πάνω από 250Hz και μια οκτάβα κάτω των 1000Hz [25].



Σχήμα 75 Απεικόνιση των δυο όρων στο πεδίο της συχνότητας²³

A.2 Μη ιδανική λειτουργία κυκλώματος

Στο κεφάλαιο 4 είχε αναφερθεί η μη ιδανική λειτουργία των κυκλωμάτων (Non ideal Circuit Operation) με αφορμή την παρατήρηση στο σχήμα 62, ότι για μεγάλες συχνότητες (μεγαλύτερες των 2.5 kHz στο συγκεκριμένο σχήμα), ενώ θα περίμενε κανείς η απόκριση να συνεχίζει να εξασθαινεί το φίλτρο άρχιζε να περνά και πάλι σήματα. Στη συνέχεια εξηγείται για ποιο λόγο συνέβη αυτό.

Όλοι οι υπολογισμοί που έγιναν στο κεφάλαιο 4, έγιναν υποθέτοντας ότι το κύκλωμα είναι ιδανικό. Από μια συχνότητα και πάνω όμως η υπόθεση αυτή δεν είναι πλέον έγκυρη. Αν η λειτουργία του κυκλώματος χωριστεί σε περιοχές ανάλογα με την συχνότητα, τότε θα υπάρχουν τρεις βασικές περιοχές: η περιοχή κάτω από την συχνότητα αποκοπής, η περιοχή πάνω από την συχνότητα αποκοπής και η περιοχή κοντά στη συχνότητα αποκοπής.

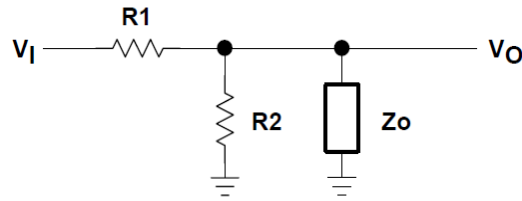
Για συχνότητες πολύ μεγαλύτερες από την συχνότητα αποκοπής, τα απλοποιημένα μοντέλα υψηλών συχνοτήτων δείχνουν την αναμενόμενη συμπεριφορά των κυκλωμάτων. Παρακάτω στο σχήμα A.3 απεικονίζεται το απλοποιημένο μοντέλο υψηλών συχνοτήτων για ένα βαθυπερατό φίλτρο 2^{ης} τάξης Sallen-Key (ανάλογο του σχήματος 39). Η υπόθεση που γίνεται εδώ είναι ότι οι πυκνωτές C1 και C2 είναι αρκετά μικροί σε σύγκριση με τις αντιστάσεις R1 και R2, έτσι ώστε να μπορούν να θεωρηθούν βραχυκυκλώματα. Οπότε, η είσοδος του ενισχυτή θα είναι γειωμένη, ενώ στην έξοδο θα υπάρχει η σύνθετη αντίσταση εξόδου του Zo. Η συνάρτηση μεταφοράς του συγκεκριμένου μοντέλου είναι:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{Z_o} + 1} \quad (\text{A.2.1})$$

Υποθέτοντας ότι $Z_o \ll R1$ ισχύει:

$$\frac{V_o}{V_i} \approx \frac{Z_o}{R1} \quad (\text{A.2.2})$$

²³ Butterworth Filter: http://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_8.html



Σχήμα 76 Μοντέλο υψηλών συχνοτήτων βαθυπερατού φίλτρου 2^{ης} τάξης Sallen-Key[22]

Η Z_o είναι η αντίσταση εξόδου κλειστού βρόχου. Εξαρτάται από την αρνητική ανάδραση του κυκλώματος αλλά και την αντίσταση εξόδου ανοικτού βρόχου z_o . Ισχύει ότι $Z_o = \frac{z_o}{1+a(f)\beta}$. Το μέγεθος $a(f)\beta$ αποκαλείται κέρδος βρόχου, ενώ το β είναι ο συντελεστής ανάδρασης και ορίζεται από τις αντιστάσεις οι οποίες συνθέτουν το κέρδος του φίλτρου (για το σχήμα 39 οι αντιστάσεις είναι οι r_a και r_b). Το β είναι σταθερό αλλά το κέρδος ανοικτού βρόχου $a(f)$ εξαρτάται από την συχνότητα.

Με αντιστάθμιση η οποία δημιουργείται με την χρήση ενός κυρίαρχου πόλου το κέρδος ανοικτού βρόχου του ενισχυτή μειώνεται κατά -20 dB/δεκάδα στις συχνότητες ενδιαφέροντος. Υποθέτοντας ότι το z_o είναι αρκετά μεγάλο, η Z_o αυξάνεται με ρυθμό 20 dB/δεκάδα. Σε υψηλές συχνότητες το κύκλωμα δεν είναι πλέον σε θέση να εξασθενήσει την είσοδο και αρχίζει να περνά σήματα με ρυθμό 20 dB/δεκάδα.

Γι'αυτό τον λόγο, η τοποθέτηση ενός βαθυπερατού φίλτρου 1^{ης} τάξης βοηθάει στη μείωση τέτοιων σημάτων και αυτό γιατί τοποθετεί έναν παθητικό πόλο στη συνάρτηση μεταφοράς, που βελτιώνει την απόκριση στις υψηλές συχνότητες. Σε αρκετά μεγάλες συχνότητες η παρασιτική επαγωγή (parasitic capacitance) στην έξοδο αρχίζει πλέον και παίζει ρόλο. Η συνάρτηση μεταφοράς τώρα μετατρέπεται σε συνάρτηση μεταφοράς υπερπερατού φίλτρου 2^{ης} τάξης. Παρ'όλα αυτά, όταν αυξηθεί ακόμα περισσότερο η συχνότητα, η απόκριση του υπερπερατού φίλτρου θα αρχίσει και αυτή εν τέλει να μειώνεται [22].

Βαθυπερατό Φίλτρο 2ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 H_o := 100 & f_c := 20 \text{ Hz} & \omega_c := 2 \cdot \pi \cdot f_c = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_c := \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \\
 H_c := 80 & f_s := 73 \text{ Hz} & \omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f_s = 458.673 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_s := \frac{\omega_s}{\omega_c} = 3.65 \\
 H_s := 10 & & &
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{H_o}{H_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(W_s)} = 1.997$$

$$\beta_{max} := \sqrt[2]{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 2$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.816 + 0.816i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.816 + 0.816i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.816$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 0.816$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.816 - 0.816i$$

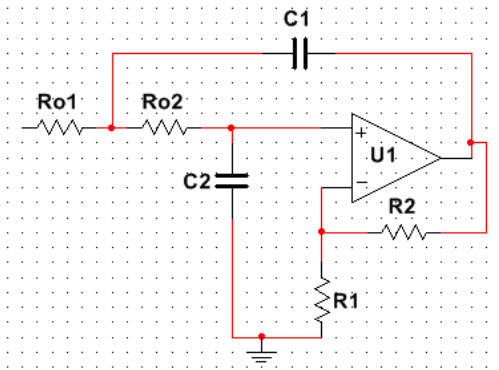
$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.816 - 0.816i$$

$$m := (s - a) \cdot (s - b) \xrightarrow{\text{expand}} 1.632 \cdot s + s^2 + 1.331712$$

$$H(s) = \frac{A}{(s - a) \cdot (s - b)}$$

$$H(s) := \frac{H_o}{\beta} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{1.632 \cdot s + s^2 + 1.331712}$$

$$R := 1$$



$$H(s) = \frac{A_o}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C1} + \frac{1 - A_o}{R \cdot C2} \right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}$$

$$w := \sqrt[2]{a1^2 + a2^2} = 1.154 \quad Q := \frac{w}{2 \cdot |a1|} = 0.707$$

$$w^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} \quad (I)$$

$$C2 = \frac{1}{w^2 \cdot R^2 \cdot C1}$$

$$\frac{w}{Q} = \frac{2}{R \cdot C1} + \frac{1 - A_o}{R \cdot C2} \quad (II)$$

$$C1 = \frac{2 \cdot Q \cdot C2}{w \cdot R \cdot C2 + A_o \cdot Q - Q}$$

$$A = \frac{A_o}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} \quad (III)$$

$$\frac{H_o}{\beta} = \frac{A_o}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}$$

$$A = \frac{H_o}{\beta}$$

$$C1 := 1 \quad C2 := 0.1 \quad Ao := -10$$

$$\frac{Ho}{\beta} = \frac{Ao}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}$$

$$C1 = \frac{2 \cdot C2 \cdot Q}{w \cdot R \cdot C2 + Ao \cdot Q - Q}$$

$$C2 = \frac{1}{w^2 \cdot R^2 \cdot C1}$$

$$\text{find}(C1, C2, Ao) = \begin{bmatrix} 0.117 \\ 6.415 \\ 100.122 \end{bmatrix}$$

$$C1 := 0.117$$

$$C2 := 6.415$$

$$Ao := 100.122$$

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (Ao - 1) = 99.122 \text{ k}\Omega$$

Αποκανονικοποίηση: αντιστάσεις * Rn
πυκνωτές * (1/ωc * Rn)

$$Rn := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C1' := \frac{C1}{\omega c \cdot Rn} = 0.931 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C2' := \frac{C2}{\omega c \cdot Rn} = 51.049 \text{ }\mu\text{F}$$

$$w^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} \quad (I)$$

$$\frac{w}{Q} = \frac{2}{R \cdot C1} + \frac{1 - A_o}{R \cdot C2} \quad (II)$$

$$A2 = \frac{A_o}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} \quad (III)$$

$$A1 \cdot A2 = \frac{H_o}{\beta}$$

$$C1 := 0.125$$

$$C2 := 6.626$$

$$A_o := 100.026$$

$$Rn := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (A_o - 1) = 99.026 \text{ k}\Omega$$

$$R_o' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

Guess Values	$C1 := 1 \quad C2 := 0.1 \quad A_o := -10$
	$\frac{H_o}{\beta \cdot A1} = \frac{A_o}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}$
Constraints	$C1 = \frac{2 \cdot C2 \cdot Q}{w \cdot R \cdot C2 + A_o \cdot Q - Q}$
	$C2 = \frac{1}{w^2 \cdot R^2 \cdot C1}$
Solver	$\text{find}(C1, C2, A_o) = \begin{bmatrix} 0.125 \\ 6.626 \\ 100.026 \end{bmatrix}$

$$C_o' := \frac{C_o}{\omega c \cdot Rn} = 7.228 \text{ } (\mu F)$$

$$C1' := \frac{C1}{\omega c \cdot Rn} = 0.995 \text{ } \mu F$$

$$C2' := \frac{C2}{\omega c \cdot Rn} = 52.728 \text{ } \mu F$$

Βαθυπερατό Φίλτρο 4ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 H_o := 100 & f_c := 20 \text{ Hz} & \omega_c := 2 \cdot \pi \cdot f_c = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_c := \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \\
 H_c := 80 & f_s := 39 \text{ Hz} & & \\
 H_s := 10 & & \omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f_s = 245.044 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_s := \frac{\omega_s}{\omega_c} = 1.95
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{H_o}{H_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(W_s)} = 3.871$$

$$\beta_{max} := \sqrt{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 4$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.411 + 0.993i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.411 + 0.993i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.411$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 0.993$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.993 + 0.411i$$

$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.993 + 0.411i$$

$$b1 := \text{Re}(b) = -0.993$$

$$b2 := \text{Im}(b) = 0.411$$

$$s_3 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 3 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.993 - 0.411i$$

$$c := \text{round}(s_3, 3) = -0.993 - 0.411i$$

$$s_4 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 4 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.411 - 0.993i$$

$$d := \text{round}(s_4, 3) = -0.411 - 0.993i$$

$$m := (s - a) \cdot (s - d) \xrightarrow{\text{expand}} 0.822 \cdot s + s^2 + 1.15497$$

$$l := (s - b) \cdot (s - c) \xrightarrow{\text{expand}} 1.986 \cdot s + s^2 + 1.15497$$

$$H(s) := \frac{H_o}{\beta} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{m \cdot l} = \frac{133.33333333333333}{(1.986 \cdot s + s^2 + 1.15497) \cdot (0.822 \cdot s + s^2 + 1.15497)}$$

$$\mathbf{H(s)} = H_1(s) \cdot H_2(s) = \frac{A_1}{(s - b) \cdot (s - c)} \cdot \frac{A_2}{(s - a) \cdot (s - d)}$$

$$R := 1$$

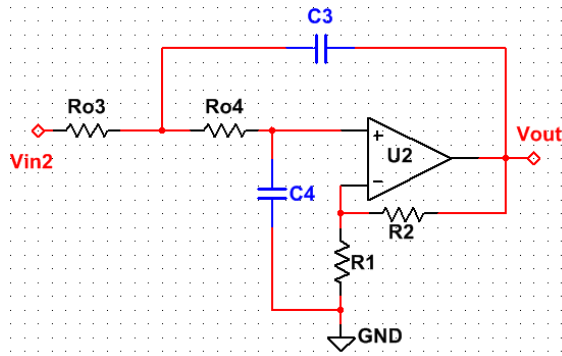
$$w1 := \sqrt{b1^2 + b2^2} = 1.075$$

$$Q1 := \frac{w1}{2 \cdot |b1|} = 0.541$$

$$H_1(s) = \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} \cdot \frac{1}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C1} \right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}$$

$$C1 := \frac{2 \cdot Q1}{w1 \cdot R} = 1.007$$

$$C2 := \frac{1}{w1^2 \cdot R^2 \cdot C1} = 0.86$$



$$w2^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4} \quad (I)$$

$$\frac{w2}{Q2} = \frac{2}{R \cdot C3} + \frac{1 - A0}{R \cdot C4} \quad (II)$$

$$A2 = \frac{A0}{R^2 \cdot C3 \cdot C4} \quad (III)$$

$$A1 \cdot A2 = \frac{H0}{\beta}$$

$$\begin{aligned} C3 &:= 0.129 \\ C4 &:= 6.725 \\ A0 &:= 99.953 \\ Rn &:= 1 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

$$C1' := \frac{C1}{\omega c \cdot Rn} = 8.014 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C2' := \frac{C2}{\omega c \cdot Rn} = 6.842 \text{ }\mu\text{F}$$

$$A1 := \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} = 1.155$$

$$H2(s) = \frac{\frac{A0}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C3} + \frac{1 - A0}{R \cdot C4} \right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}$$

$$w2 := \sqrt{a1^2 + a2^2} = 1.075$$

$$Q2 := \frac{w2}{2 \cdot |a1|} = 1.307$$

Constraints	Guess Values	$C3 := 1$	$C4 := 0.1$	$A0 := -10$
		$\frac{H0}{\beta \cdot A1} = \frac{A0}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}$		
		$C3 = \frac{2 \cdot C4 \cdot Q2}{w2 \cdot R \cdot C4 + A0 \cdot Q2 - Q2}$		
Solver		$C4 = \frac{1}{w2^2 \cdot R^2 \cdot C3}$		
		find(C3, C4, A0) = $\begin{bmatrix} 0.129 \\ 6.725 \\ 99.953 \end{bmatrix}$		

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (A0 - 1) = 98.953 \text{ k}\Omega$$

$$R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C3' := \frac{C3}{\omega c \cdot Rn} = 1.027 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C4' := \frac{C4}{\omega c \cdot Rn} = 53.516 \text{ }\mu\text{F}$$

Βαθυπερατό Φίλτρο 5ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 H_o := 100 & f_c := 20 \text{ Hz} & \omega_c := 2 \cdot \pi \cdot f_c = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_c := \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \\
 H_c := 80 & f_s := 34 \text{ Hz} & \omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f_s = 213.628 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_s := \frac{\omega_s}{\omega_c} = 1.7 \\
 H_s := 10 & & &
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{H_o}{H_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(W_s)} = 4.872$$

$$\beta_{max} := \sqrt[2]{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 5$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.327 + 1.007i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.327 + 1.007i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.327$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 1.007$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.857 + 0.623i$$

$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.857 + 0.623i$$

$$b1 := \text{Re}(b) = -0.857$$

$$b2 := \text{Im}(b) = 0.623$$

$$s_3 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 3 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.059 + 1.297i \cdot 10^{-16}$$

$$c := \text{round}(s_3, 3) = -1.059$$

$$s_4 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 4 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.857 - 0.623i$$

$$d := \text{round}(s_4, 3) = -0.857 - 0.623i$$

$$s_5 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 5 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.327 - 1.007i$$

$$e := \text{round}(s_5, 3) = -0.327 - 1.007i$$

$$m := (s-a) \cdot (s-e) \xrightarrow{\text{expand}} 0.654 \cdot s + s^2 + 1.120978$$

$$l := (s-b) \cdot (s-d) \xrightarrow{\text{expand}} 1.714 \cdot s + s^2 + 1.122578$$

$$H(s) := \frac{\frac{H_o}{\beta}}{(s-c) \cdot m \cdot l} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{(s+1.059) \cdot (1.714 \cdot s + s^2 + 1.122578) \cdot (0.654 \cdot s + s^2 + 1.120978)}$$

$$H(s) = H1(s) \cdot H2(s) \cdot H3(s) = \frac{A1}{(s-c)} \cdot \frac{A2}{(s-b) \cdot (s-d)} \cdot \frac{A3}{(s-a) \cdot (s-e)}$$

$$R := 1$$

$$H1(s) = \frac{1}{R \cdot C0} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{R \cdot C0}}$$

$$C0 := \frac{1}{R \cdot (-c)} = 0.944$$

$$A1 := \frac{1}{R \cdot C0} = 1.059$$

$$H2(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C1}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}$$

$$w1 := \sqrt[2]{b1^2 + b2^2} = 1.06$$

$$Q1 := \frac{w1}{2 \cdot |b1|} = 0.618$$

$$C1 := \frac{2 \cdot Q1}{w1 \cdot R} = 1.167$$

$$C2 := \frac{1}{w1^2 \cdot R^2 \cdot C1} = 0.763$$

$$A2 := \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} = 1.123$$

$$H3(s) = \frac{\frac{Ao}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C3} + \frac{1 - Ao}{R \cdot C4}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}$$

$$w2 := \sqrt[2]{a1^2 + a2^2} = 1.059$$

$$Q2 := \frac{w2}{2 \cdot |a1|} = 1.619$$

$$w2^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}$$

$$\frac{w2}{Q2} = \frac{2}{R \cdot C3} + \frac{1 - Ao}{R \cdot C4}$$

$$A3 = \frac{Ao}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}$$

$$A1 \cdot A2 \cdot A3 = \frac{Ho}{\beta}$$

$$C3 := 0.131$$

$$C4 := 6.794$$

$$Ao := 100.053$$

$$Rn := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (Ao - 1) = 99.053 \text{ k}\Omega$$

$$R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C1' := \frac{C1}{wc \cdot Rn} = 9.286 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C3' := \frac{C3}{wc \cdot Rn} = 1.042 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C0' := \frac{C0}{wc \cdot Rn} = 7.514 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C2' := \frac{C2}{wc \cdot Rn} = 6.075 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C4' := \frac{C4}{wc \cdot Rn} = 54.065 \text{ }\mu\text{F}$$

Guess Values	$C3 := 0.1 \quad C4 := 1 \quad Ao := 1$
	$\frac{Ho}{\beta \cdot A1 \cdot A2} = \frac{Ao}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}$
Constraints	$C3 = \frac{2 \cdot C4 \cdot Q2}{w2 \cdot R \cdot C4 + Ao \cdot Q2 - Q2}$
	$C4 = \frac{1}{w2^2 \cdot R^2 \cdot C3}$
Solver	$\text{find}(C3, C4, Ao) = \begin{bmatrix} 0.131 \\ 6.794 \\ 100.053 \end{bmatrix}$

$$Rn := 100 \text{ k}\Omega$$

ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΜΕ ΤΙΜΕΣ ΕΜΠΟΡΙΟΥ

$$\begin{aligned} C0' &:= 68 \text{ nF} \\ C1' &:= 100 \text{ nF} \\ C2' &:= 47 \text{ nF} \\ C3' &:= 10 \text{ nF} \\ C4' &:= 470 \text{ nF} \end{aligned}$$

ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ

$$\begin{aligned} C0 &:= C0' \cdot wc \cdot Rn = 0.855 \\ C1 &:= C1' \cdot wc \cdot Rn = 1.257 \\ C2 &:= C2' \cdot wc \cdot Rn = 0.591 \\ C3 &:= C3' \cdot wc \cdot Rn = 0.126 \\ C4 &:= C4' \cdot wc \cdot Rn = 5.906 \end{aligned}$$

ΑΕΝ ισχύει ότι **R=R0=R1=R2=R3=R4**

$$R0 := \frac{1}{C0 \cdot (-c)} = 1.105$$

οι συναρτησεις μεταφορας H2(s) και H3(s) πλέον θα εχουν τις παρακατω μορφες :

$$H2(s) = \frac{\frac{1}{R1 \cdot R2 \cdot C1 \cdot C2}}{s^2 + \left(\frac{1}{R1 \cdot C1} + \frac{1}{R2 \cdot C1} \right) \cdot s + \frac{1}{R1 \cdot R2 \cdot C1 \cdot C2}}$$

Constraints Guess Values	$R1 := 1 \quad R2 := 2$
	$\frac{1}{R1 \cdot C1} + \frac{1}{R2 \cdot C1} = 1.714$
	$\frac{1}{R1 \cdot R2 \cdot C1 \cdot C2} = 1.122578$
Solver	$\text{find}(R1, R2) = \begin{bmatrix} 0.607 \\ 1.979 \end{bmatrix}$

$$H3(s) = \frac{\frac{Ao}{R3 \cdot R4 \cdot C3 \cdot C4}}{s^2 + \left(\frac{1}{R3 \cdot C3} + \frac{1}{R4 \cdot C3} + \frac{1 - Ao}{R4 \cdot C4} \right) \cdot s + \frac{1}{R3 \cdot R4 \cdot C3 \cdot C4}}$$

$R3 := 1 \quad R4 := 2$
$\frac{1}{R3 \cdot C3} + \frac{1}{R4 \cdot C3} + \frac{1 - Ao}{R4 \cdot C4} = 0.654$
$\frac{1}{R3 \cdot R4 \cdot C3 \cdot C4} = 1.120978$
$\text{find}(R3, R4) = \begin{bmatrix} 0.998 \\ 1.204 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} R1 &:= 0.607 \\ R2 &:= 1.979 \\ R3 &:= 0.998 \\ R4 &:= 1.204 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R0' &:= R0 \cdot Rn = 110.506 \text{ k}\Omega \\ R1' &:= R1 \cdot Rn = 60.7 \text{ k}\Omega \\ R2' &:= R2 \cdot Rn = 197.9 \text{ k}\Omega \\ R3' &:= R3 \cdot Rn = 99.8 \text{ k}\Omega \\ R4' &:= R4 \cdot Rn = 120.4 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Βαθυπερατό Φίλτρο 6ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 H_o := 100 & f_c := 20 \text{ Hz} & \omega_c := 2 \cdot \pi \cdot f_c = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_c := \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \\
 H_c := 80 & f_s := 31 \text{ Hz} & & \\
 H_s := 10 & & \omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f_s = 194.779 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_s := \frac{\omega_s}{\omega_c} = 1.55
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{H_o}{H_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(W_s)} = 5.899$$

$$\beta_{max} := \sqrt[2]{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 6$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.272 + 1.013i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.272 + 1.013i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.272$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 1.013$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.742 + 0.742i$$

$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.742 + 0.742i$$

$$b1 := \text{Re}(b) = -0.742$$

$$b2 := \text{Im}(b) = 0.742$$

$$s_3 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 3 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.013 + 0.272i$$

$$c := \text{round}(s_3, 3) = -1.013 + 0.272i$$

$$c1 := \text{Re}(c) = -1.013$$

$$c2 := \text{Im}(c) = 0.272$$

$$s_4 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 4 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.013 - 0.272i$$

$$d := \text{round}(s_4, 3) = -1.013 - 0.272i$$

$$s_5 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 5 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.742 - 0.742i$$

$$e := \text{round}(s_5, 3) = -0.742 - 0.742i$$

$$s_6 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 6 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.272 - 1.013i$$

$$f := \text{round}(s_6, 3) = -0.272 - 1.013i$$

$$k := (s - a) \cdot (s - f) \xrightarrow{\text{expand}} 0.544 \cdot s + s^2 + 1.100153$$

$$l := (s - b) \cdot (s - e) \xrightarrow{\text{expand}} 1.484 \cdot s + s^2 + 1.101128$$

$$m := (s - c) \cdot (s - d) \xrightarrow{\text{expand}} 2.026 \cdot s + s^2 + 1.100153$$

$$H(s) := \frac{H_o}{\beta} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{k \cdot l \cdot m} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{(2.026 \cdot s + s^2 + 1.100153) \cdot (0.544 \cdot s + s^2 + 1.100153) \cdot (1.484 \cdot s + s^2 + 1.101128)}$$

$$H(s) = H1(s) \cdot H2(s) \cdot H3(s) = \frac{A1}{m} \cdot \frac{A2}{l} \cdot \frac{A3}{k}$$

$$R := 1$$

$$H1(s) = \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} \cdot \frac{1}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C1} \right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}$$

$$w1 := \sqrt[2]{c1^2 + c2^2} = 1.049$$

$$Q1 := \frac{w1}{2 \cdot |c1|} = 0.518$$

$$H2(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C3}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}$$

$$H3(s) = \frac{\frac{Ao}{R^2 \cdot C5 \cdot C6}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C5} + \frac{1 - Ao}{R \cdot C6}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C5 \cdot C6}}$$

$$w3^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C5 \cdot C6} \quad (I)$$

$$\frac{w3}{Q3} = \frac{2}{R \cdot C5} + \frac{1 - Ao}{R \cdot C6} \quad (II)$$

$$A3 = \frac{Ao}{R^2 \cdot C5 \cdot C6} \quad (III)$$

$$A1 \cdot A2 \cdot A3 = \frac{Ho}{\beta}$$

$$C5 := 0.133$$

$$C6 := 6.834$$

$$Ao := 100.045$$

$$Rn := 1 \text{ k}\Omega$$

$$C1' := \frac{C1}{wc \cdot Rn} = 7.856 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C2' := \frac{C2}{wc \cdot Rn} = 7.327 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (Ao - 1) = 99.045 \text{ k}\Omega$$

$$R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C3' := \frac{C3}{wc \cdot Rn} = 10.725 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C4' := \frac{C4}{wc \cdot Rn} = 5.362 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C1 := \frac{2 \cdot Q1}{w1 \cdot R} = 0.987$$

$$C2 := \frac{1}{w1^2 \cdot R^2 \cdot C1} = 0.921$$

$$A1 := \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} = 1.1$$

$$w2 := \sqrt[2]{b1^2 + b2^2} = 1.049$$

$$Q2 := \frac{w2}{2 \cdot |b1|} = 0.707$$

$$C3 := \frac{2 \cdot Q2}{w2 \cdot R} = 1.348$$

$$C4 := \frac{1}{w2^2 \cdot R^2 \cdot C3} = 0.674$$

$$A2 := \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4} = 1.101$$

$$w3 := \sqrt[2]{a1^2 + a2^2} = 1.049$$

$$Q3 := \frac{w3}{2 \cdot |a1|} = 1.928$$

Constraints	Guess Values	$C5 := 0.1 \quad C6 := 1 \quad Ao := 1$
		$\frac{Ho}{\beta \cdot A1 \cdot A2} = \frac{Ao}{R^2 \cdot C5 \cdot C6}$
		$C5 = \frac{2 \cdot C6 \cdot Q3}{w3 \cdot R \cdot C6 + Ao \cdot Q3 - Q3}$
		$C6 = \frac{1}{w3^2 \cdot R^2 \cdot C5}$
Solver		$\text{find}(C5, C6, Ao) = \begin{bmatrix} 0.133 \\ 6.834 \\ 100.045 \end{bmatrix}$

Βαθυπερατό Φίλτρο 7ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 H_o := 100 & f_c := 20 \text{ Hz} & \omega_c := 2 \cdot \pi \cdot f_c = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_c := \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \\
 H_c := 80 & f_s := 29 \text{ Hz} & \omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f_s = 182.212 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_s := \frac{\omega_s}{\omega_c} = 1.45 \\
 H_s := 10 & & &
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{H_o}{H_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(W_s)} = 6.958$$

$$\beta_{max} := \sqrt[2]{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 7$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.232 + 1.016i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.232 + 1.016i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.232$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 1.016$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.65 + 0.815i$$

$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.65 + 0.815i$$

$$b1 := \text{Re}(b) = -0.65$$

$$b2 := \text{Im}(b) = 0.815$$

$$s_3 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 3 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.939 + 0.452i$$

$$c := \text{round}(s_3, 3) = -0.939 + 0.452i$$

$$c1 := \text{Re}(c) = -0.939$$

$$c2 := \text{Im}(c) = 0.452$$

$$s_4 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 4 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.042 + 1.276i \cdot 10^{-16}$$

$$d := \text{round}(s_4, 3) = -1.042$$

$$s_5 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 5 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.939 - 0.452i$$

$$e := \text{round}(s_5, 3) = -0.939 - 0.452i$$

$$s_6 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 6 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.65 - 0.815i$$

$$f := \text{round}(s_6, 3) = -0.65 - 0.815i$$

$$s_7 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 7 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.232 - 1.016i$$

$$g := \text{round}(s_7, 3) = -0.232 - 1.016i$$

$$k := (s - a) \cdot (s - g) \xrightarrow{\text{expand}} 0.464 \cdot s + s^2 + 1.08608$$

$$l := (s - b) \cdot (s - f) \xrightarrow{\text{expand}} 1.3 \cdot s + s^2 + 1.086725$$

$$m := (s - c) \cdot (s - e) \xrightarrow{\text{expand}} 1.878 \cdot s + s^2 + 1.086025$$

$$H(s) := \frac{H_o}{\beta} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{(s - d) \cdot m \cdot l \cdot k} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{(s + 1.042) \cdot (0.464 \cdot s + s^2 + 1.08608) \cdot (1.878 \cdot s + s^2 + 1.086025) \cdot (1.3 \cdot s + s^2 + 1.086725)}$$

$$H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot H_3(s) \cdot H_4(s) = \frac{A_1}{(s - d)} \cdot \frac{A_2}{m} \cdot \frac{A_3}{l} \cdot \frac{A_4}{k}$$

$$R := 1$$

$$H1(s) = \frac{\frac{1}{R \cdot C0}}{s + \frac{1}{R \cdot C0}}$$

$$C0 := \frac{1}{R \cdot (-d)} = 0.96$$

$$A1 := \frac{1}{R \cdot C0} = 1.042$$

$$H2(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C1}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}$$

$$w2 := \sqrt{c1^2 + c2^2} = 1.042$$

$$Q2 := \frac{w2}{2 \cdot |c1|} = 0.555$$

$$C1 := \frac{2 \cdot Q2}{w2 \cdot R} = 1.065$$

$$C2 := \frac{1}{w2^2 \cdot R^2 \cdot C1} = 0.865$$

$$A2 := \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} = 1.086$$

$$H3(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C3}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4}}$$

$$w3 := \sqrt{b1^2 + b2^2} = 1.042$$

$$Q3 := \frac{w3}{2 \cdot |b1|} = 0.802$$

$$C3 := \frac{2 \cdot Q3}{w3 \cdot R} = 1.538$$

$$C4 := \frac{1}{w3^2 \cdot R^2 \cdot C3} = 0.598$$

$$A3 := \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4} = 1.087$$

$$H4(s) = \frac{\frac{A0}{R^2 \cdot C5 \cdot C6}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C5} + \frac{1 - A0}{R \cdot C6}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C5 \cdot C6}}$$

$$w4 := \sqrt{a1^2 + a2^2} = 1.042$$

$$Q4 := \frac{w4}{2 \cdot |a1|} = 2.246$$

$$w4^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C5 \cdot C6} \quad (I)$$

$$\frac{w4}{Q4} = \frac{2}{R \cdot C5} + \frac{1 - A0}{R \cdot C6} \quad (II)$$

$$A4 = \frac{A0}{R^2 \cdot C5 \cdot C6} \quad (III)$$

$$A1 \cdot A2 \cdot A3 \cdot A4 = \frac{H0}{\beta}$$

$C5 := 0.134$
 $C6 := 6.853$
 $A0 := 99.827$
 $Rn := 1 \text{ k}\Omega$

$$R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C0' := \frac{C0}{wc \cdot Rn} = 7.637 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C1' := \frac{C1}{wc \cdot Rn} = 8.475 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C2' := \frac{C2}{wc \cdot Rn} = 6.88 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C3' := \frac{C3}{wc \cdot Rn} = 12.243 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C4' := \frac{C4}{wc \cdot Rn} = 4.76 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C5' := \frac{C5}{wc \cdot Rn} = 1.066 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C6' := \frac{C6}{wc \cdot Rn} = 54.534 \text{ }\mu\text{F}$$

Guess Values	$C5 := 0.1 \quad C6 := 1 \quad A0 := 1$
	$\frac{H0}{\beta \cdot A1 \cdot A2 \cdot A3} = \frac{A0}{R^2 \cdot C5 \cdot C6}$
Constraints	$C5 = \frac{2 \cdot C6 \cdot Q4}{w4 \cdot R \cdot C6 + A0 \cdot Q4 - Q4}$
	$C6 = \frac{1}{w4^2 \cdot R^2 \cdot C5}$
Solver	$\text{find}(C5, C6, A0) = \begin{bmatrix} 0.134 \\ 6.853 \\ 99.827 \end{bmatrix}$

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (A0 - 1) = 98.827 \text{ k}\Omega$$

Βαθυπερατό Φίλτρο 8ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 H_o := 100 & f_c := 20 \text{ Hz} & \omega_c := 2 \cdot \pi \cdot f_c = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_c := \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \\
 H_c := 80 & f_s := 28 \text{ Hz} & & \\
 H_s := 10 & & \omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f_s = 175.929 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_s := \frac{\omega_s}{\omega_c} = 1.4
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{H_o}{H_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(W_s)} = 7.683$$

$$\beta_{max} := \sqrt[2]{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 8$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.202 + 1.017i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.202 + 1.017i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.202$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 1.017$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.576 + 0.862i$$

$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.576 + 0.862i$$

$$b1 := \text{Re}(b) = -0.576$$

$$b2 := \text{Im}(b) = 0.862$$

$$s_3 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 3 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.862 + 0.576i$$

$$c := \text{round}(s_3, 3) = -0.862 + 0.576i$$

$$c1 := \text{Re}(c) = -0.862$$

$$c2 := \text{Im}(c) = 0.576$$

$$s_4 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 4 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.017 + 0.202i$$

$$d := \text{round}(s_4, 3) = -1.017 + 0.202i$$

$$d1 := \text{Re}(d) = -1.017$$

$$d2 := \text{Im}(d) = 0.202$$

$$s_5 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 5 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.017 - 0.202i$$

$$e := \text{round}(s_5, 3) = -1.017 - 0.202i$$

$$s_6 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 6 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.862 - 0.576i$$

$$f := \text{round}(s_6, 3) = -0.862 - 0.576i$$

$$s_7 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 7 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.576 - 0.862i$$

$$g := \text{round}(s_7, 3) = -0.576 - 0.862i$$

$$s_8 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 8 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.202 - 1.017i$$

$$h := \text{round}(s_8, 3) = -0.202 - 1.017i$$

$$k := (s - a) \cdot (s - h) \xrightarrow{\text{expand}} 0.404 \cdot s + s^2 + 1.075093$$

$$l := (s - b) \cdot (s - g) \xrightarrow{\text{expand}} 1.152 \cdot s + s^2 + 1.07482$$

$$m := (s - c) \cdot (s - f) \xrightarrow{\text{expand}} 1.724 \cdot s + s^2 + 1.07482$$

$$n := (s - d) \cdot (s - e) \xrightarrow{\text{expand}} 2.034 \cdot s + s^2 + 1.075093$$

--

$$H(s) := \frac{\frac{H_0}{\beta}}{k \cdot l \cdot m \cdot n} \rightarrow \frac{133.33333333333333}{(2.034 \cdot s + s^2 + 1.075093) \cdot (1.152 \cdot s + s^2 + 1.07482) \cdot (0.404 \cdot s + s^2 + 1.075093) \cdot (1.724 \cdot s + s^2 + 1.07482)}$$

$$H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot H_3(s) \cdot H_4(s) = \frac{A_1}{n} \cdot \frac{A_2}{m} \cdot \frac{A_3}{l} \cdot \frac{A_4}{k}$$

$$R := 1$$

$$H_1(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C_1}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2}}$$

$$w_1 := \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 1.037$$

$$Q_1 := \frac{w_1}{2 \cdot |d_1|} = 0.51$$

$$C_1 := \frac{2 \cdot Q_1}{w_1 \cdot R} = 0.983$$

$$C_2 := \frac{1}{w_1^2 \cdot R^2 \cdot C_1} = 0.946$$

$$A_1 := \frac{1}{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2} = 1.075$$

$$H_2(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C_3 \cdot C_4}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C_3}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C_3 \cdot C_4}}$$

$$w_2 := \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = 1.037$$

$$Q_2 := \frac{w_2}{2 \cdot |c_1|} = 0.601$$

$$C_3 := \frac{2 \cdot Q_2}{w_2 \cdot R} = 1.16$$

$$C_4 := \frac{1}{w_2^2 \cdot R^2 \cdot C_3} = 0.802$$

$$A_2 := \frac{1}{R^2 \cdot C_3 \cdot C_4} = 1.075$$

Αντιστοιχα H3(s) με R, C5 και C6

$$w_3 := \sqrt{b_1^2 + b_2^2} = 1.037$$

$$Q_3 := \frac{w_3}{2 \cdot |b_1|} = 0.9$$

$$C_5 := \frac{2 \cdot Q_3}{w_3 \cdot R} = 1.736$$

$$H4(s) = \frac{\frac{A_o}{R^2 \cdot C7 \cdot C8}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C7} + \frac{1 - A_o}{R \cdot C8} \right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C7 \cdot C8}}$$

$$w4^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C7 \cdot C8} \quad (I)$$

$$\frac{w4}{Q4} = \frac{2}{R \cdot C7} + \frac{1 - A_o}{R \cdot C8} \quad (II)$$

$$A4 = \frac{A_o}{R^2 \cdot C7 \cdot C8} \quad (III)$$

$$A1 \cdot A2 \cdot A3 \cdot A4 = \frac{H_o}{\beta}$$

$C7 := 0.135$
 $C8 := 6.875$
 $Ao := 99.856$
 $Rn := 1 \text{ k}\Omega$

$$C1' := \frac{C1}{wc \cdot Rn} = 7.825 \mu F$$

$$C3' := \frac{C3}{wc \cdot Rn} = 9.232 \mu F$$

$$C5' := \frac{C5}{wc \cdot Rn} = 13.816 \mu F$$

$$C2' := \frac{C2}{wc \cdot Rn} = 7.528 \mu F$$

$$C4' := \frac{C4}{wc \cdot Rn} = 6.382 \mu F$$

$$C6' := \frac{C6}{wc \cdot Rn} = 4.265 \mu F$$

$$C7' := \frac{C7}{wc \cdot Rn} = 1.074 \mu F$$

$$C8' := \frac{C8}{wc \cdot Rn} = 54.71 \mu F$$

$$C6 := \frac{1}{w3^2 \cdot R^2 \cdot C5} = 0.536$$

$$A3 := \frac{1}{R^2 \cdot C5 \cdot C6} = 1.075$$

$$w4 := \sqrt{a1^2 + a2^2} = 1.037$$

$$Q4 := \frac{w4}{2 \cdot |a1|} = 2.567$$

Guess Values	$C7 := 0.1 \quad C8 := 1 \quad Ao := 1$
	$\frac{H_o}{\beta \cdot A1 \cdot A2 \cdot A3} = \frac{A_o}{R^2 \cdot C7 \cdot C8}$
Constraints	$C7 = \frac{2 \cdot C8 \cdot Q4}{w4 \cdot R \cdot C8 + Ao \cdot Q4 - Q4}$
	$C8 = \frac{1}{w4^2 \cdot R^2 \cdot C7}$
Solver	$\text{find}(C7, C8, Ao) = \begin{bmatrix} 0.135 \\ 6.875 \\ 99.856 \end{bmatrix}$

$R1 := 1 \text{ k}\Omega$
 $R2 := R1 \cdot (Ao - 1) = 98.856 \text{ k}\Omega$
 $R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$

Βαθυπερατό Φίλτρο 9ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 H_o := 100 & f_c := 20 \text{ Hz} & \omega_c := 2 \cdot \pi \cdot f_c = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_c := \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1 \\
 H_c := 80 & f_s := 27 \text{ Hz} & & \\
 H_s := 10 & & \omega_s := 2 \cdot \pi \cdot f_s = 169.646 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & W_s := \frac{\omega_s}{\omega_c} = 1.35
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{H_o}{H_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(W_s)} = 8.614$$

$$\beta_{max} := \sqrt[2]{\left(\frac{H_o}{H_c} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 9$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.179 + 1.017i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.179 + 1.017i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.179$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 1.017$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.516 + 0.894i$$

$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.516 + 0.894i$$

$$b1 := \text{Re}(b) = -0.516$$

$$b2 := \text{Im}(b) = 0.894$$

$$s_3 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 3 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.791 + 0.664i$$

$$c := \text{round}(s_3, 3) = -0.791 + 0.664i$$

$$c1 := \text{Re}(c) = -0.791$$

$$c2 := \text{Im}(c) = 0.664$$

$$s_4 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 4 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.97 + 0.353i$$

$$d := \text{round}(s_4, 3) = -0.97 + 0.353i$$

$$d1 := \text{Re}(d) = -0.97$$

$$d2 := \text{Im}(d) = 0.353$$

$$s_5 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 5 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.032 + 1.264i \cdot 10^{-16}$$

$$e := \text{round}(s_5, 3) = -1.032$$

$$s_6 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 6 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.97 - 0.353i$$

$$f := \text{round}(s_6, 3) = -0.97 - 0.353i$$

$$s_7 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 7 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.791 - 0.664i$$

$$g := \text{round}(s_7, 3) = -0.791 - 0.664i$$

$$s_8 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 8 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.516 - 0.894i$$

$$h := \text{round}(s_8, 3) = -0.516 - 0.894i$$

$$s_9 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 9 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.179 - 1.017i$$

$$i := \text{round}(s_9, 3) = -0.179 - 1.017i$$

$$k := (s - a) \cdot (s - i) \xrightarrow{\text{expand}} 0.358 \cdot s + s^2 + 1.06633$$

$$l := (s - b) \cdot (s - h) \xrightarrow{\text{expand}} 1.032 \cdot s + s^2 + 1.065492$$

$$m := (s-c) \cdot (s-g) \xrightarrow{\text{expand}} 1.582 \cdot s + s^2 + 1.066577$$

$$n := (s-d) \cdot (s-f) \xrightarrow{\text{expand}} 1.94 \cdot s + s^2 + 1.065509$$

$$H(s) = \frac{\frac{H_0}{\beta}}{(s-e) \cdot k \cdot l \cdot m \cdot n}$$

$$\frac{133.33333333333333}{(s+1.032) \cdot (1.94 \cdot s + s^2 + 1.065509) \cdot (1.032 \cdot s + s^2 + 1.065492) \cdot (0.358 \cdot s + s^2 + 1.06633) \cdot (1.582 \cdot s + s^2 + 1.066577)}$$

$$H(s) = H_0(s) \cdot H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot H_3(s) \cdot H_4(s) = \frac{A_0}{(s-e)} \cdot \frac{A_1}{n} \cdot \frac{A_2}{m} \cdot \frac{A_3}{l} \cdot \frac{A_4}{k}$$

$$R := 1$$

$$H_0(s) = \frac{\frac{1}{R \cdot C_0}}{s + \frac{1}{R \cdot C_0}}$$

$$C_0 := \frac{1}{R \cdot (-e)} = 0.969$$

$$A_0 := \frac{1}{R \cdot C_0} = 1.032$$

$$H_1(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C_1}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2}}$$

$$w_1 := \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 1.032$$

$$Q_1 := \frac{w_1}{2 \cdot |d_1|} = 0.532$$

$$C_1 := \frac{2 \cdot Q_1}{w_1 \cdot R} = 1.031$$

$$C_2 := \frac{1}{w_1^2 \cdot R^2 \cdot C_1} = 0.91$$

$$A_1 := \frac{1}{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2} = 1.066$$

$$w_2 := \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = 1.033$$

$$H_2(s) = \frac{\frac{1}{R^2 \cdot C_3 \cdot C_4}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C_3}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C_3 \cdot C_4}}$$

$$Q_2 := \frac{w_2}{2 \cdot |c_1|} = 0.653$$

$$C_3 := \frac{2 \cdot Q_2}{w_2 \cdot R} = 1.264$$

$$C_4 := \frac{1}{w_2^2 \cdot R^2 \cdot C_3} = 0.742$$

Αντιστοίχα για H3(s) με R, C5 και C6

$$H4(s) = \frac{\frac{A_o}{R^2 \cdot C7 \cdot C8}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C7} + \frac{1-A_o}{R \cdot C8} \right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C7 \cdot C8}}$$

$$w4^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C7 \cdot C8} \quad (I)$$

$$\frac{w4}{Q4} = \frac{2}{R \cdot C7} + \frac{1-A_o}{R \cdot C8} \quad (II)$$

$$A4 = \frac{A_o}{R^2 \cdot C7 \cdot C8} \quad (III)$$

$$A0 \cdot A1 \cdot A2 \cdot A3 \cdot A4 = \frac{H_o}{\beta}$$

$$C7 := 0.136$$

$$C8 := 6.9$$

$$A_o := 100.062$$

$$Rn := 1 \text{ k}\Omega$$

$$C0' := \frac{C0}{w_c \cdot Rn} = 7.711 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C3' := \frac{C3}{w_c \cdot Rn} = 10.06 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C6' := \frac{C6}{w_c \cdot Rn} = 3.854 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C1' := \frac{C1}{w_c \cdot Rn} = 8.204 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C4' := \frac{C4}{w_c \cdot Rn} = 5.902 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C7' := \frac{C7}{w_c \cdot Rn} = 1.082 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C2' := \frac{C2}{w_c \cdot Rn} = 7.244 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C5' := \frac{C5}{w_c \cdot Rn} = 15.422 \text{ }\mu\text{F}$$

$$C8' := \frac{C8}{w_c \cdot Rn} = 54.908 \text{ }\mu\text{F}$$

$$A2 := \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4} = 1.067$$

$$w3 := \sqrt[2]{b1^2 + b2^2} = 1.032$$

$$Q3 := \frac{w3}{2 \cdot |b1|} = 1$$

$$C5 := \frac{2 \cdot Q3}{w3 \cdot R} = 1.938$$

$$C6 := \frac{1}{w3^2 \cdot R^2 \cdot C5} = 0.484$$

$$A3 := \frac{1}{R^2 \cdot C5 \cdot C6} = 1.065$$

$$w4 := \sqrt[2]{a1^2 + a2^2} = 1.033$$

$$Q4 := \frac{w4}{2 \cdot |a1|} = 2.884$$

Constraints	Guess Values
	$\frac{H_o}{\beta \cdot A0 \cdot A1 \cdot A2 \cdot A3} = \frac{A_o}{R^2 \cdot C7 \cdot C8}$
	$C7 = \frac{2 \cdot C8 \cdot Q4}{w4 \cdot R \cdot C8 + A_o \cdot Q4 - Q4}$
Solver	$C8 = \frac{1}{w4^2 \cdot R^2 \cdot C7}$
	$\text{find}(C7, C8, A_o) = \begin{bmatrix} 0.136 \\ 6.9 \\ 100.062 \end{bmatrix}$

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (A_o - 1) = 99.062 \text{ k}\Omega$$

$$R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

Βαθυπερατό Φίλτρο 10ης τάξης

$$\begin{array}{llll}
 Ho := 100 & fc := 20 \text{ Hz} & wc := 2 \cdot \pi \cdot fc = 125.664 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & Wc := \frac{wc}{wc} = 1 \\
 Hc := 80 & fs := 26 \text{ Hz} & & \\
 Hs := 10 & & ws := 2 \cdot \pi \cdot fs = 163.363 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & Ws := \frac{ws}{wc} = 1.3
 \end{array}$$

$$n := \frac{\log \left(\frac{\left(\frac{Ho}{Hs} \right)^2 - 1}{\left(\frac{Ho}{Hc} \right)^2 - 1} \right)}{2 \cdot \log(Ws)} = 9.854$$

$$\beta_{max} := \sqrt[2]{\left(\frac{Ho}{Hc} \right)^2 - 1} = 0.75$$

$$\beta := \beta_{max}$$

$$n := \text{ceil}(n) = 10$$

$$s_1 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 1 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.161 + 1.017i$$

$$a := \text{round}(s_1, 3) = -0.161 + 1.017i$$

$$a1 := \text{Re}(a) = -0.161$$

$$a2 := \text{Im}(a) = 1.017$$

$$s_2 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 2 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.467 + 0.917i$$

$$b := \text{round}(s_2, 3) = -0.467 + 0.917i$$

$$b1 := \text{Re}(b) = -0.467$$

$$b2 := \text{Im}(b) = 0.917$$

$$s_3 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 3 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.728 + 0.728i$$

$$c := \text{round}(s_3, 3) = -0.728 + 0.728i$$

$$c1 := \text{Re}(c) = -0.728$$

$$c2 := \text{Im}(c) = 0.728$$

$$s_4 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 4 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.917 + 0.467i$$

$$d := \text{round}(s_4, 3) = -0.917 + 0.467i$$

$$d1 := \text{Re}(d) = -0.917$$

$$d2 := \text{Im}(d) = 0.467$$

$$s_5 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 5 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.017 + 0.161i$$

$$e := \text{round}(s_5, 3) = -1.017 + 0.161i$$

$$e1 := \text{Re}(e) = -1.017$$

$$e2 := \text{Im}(e) = 0.161$$

$$s_6 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 6 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -1.017 - 0.161i$$

$$f := \text{round}(s_6, 3) = -1.017 - 0.161i$$

$$g := \text{round}(s_7, 3) = -0.917 - 0.467i$$

$$s_7 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 7 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.917 - 0.467i$$

$$s_8 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 8 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.728 - 0.728i$$

$$h := \text{round}(s_8, 3) = -0.728 - 0.728i$$

$$s_9 := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 9 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.467 - 0.917i$$

$$i := \text{round}(s_9, 3) = -0.467 - 0.917i$$

$$s_{10} := \sqrt[n]{\frac{1}{\beta}} \angle \frac{2 \cdot 10 + n - 1}{2 \cdot n} \cdot \pi = -0.161 - 1.017i$$

$$j := \text{round}(s_{10}, 3) = -0.161 - 1.017i$$

$$k := (s - a) \cdot (s - j) \xrightarrow{\text{expand}} 0.322 \cdot s + s^2 + 1.06021$$

$$l := (s - b) \cdot (s - i) \xrightarrow{\text{expand}} 0.934 \cdot s + s^2 + 1.058978$$

$$m := (s - c) \cdot (s - h) \xrightarrow{\text{expand}} 1.456 \cdot s + s^2 + 1.059968$$

$$H(s) = \frac{Ho}{\beta \cdot k \cdot l \cdot m \cdot n \cdot o}$$

$$n := (s-d) \cdot (s-g) \xrightarrow{\text{expand}} 1.834 \cdot s + s^2 + 1.058978$$

$$o := (s-e) \cdot (s-f) \xrightarrow{\text{expand}} 2.034 \cdot s + s^2 + 1.06021$$

$$H(s) = H1(s) \cdot H2(s) \cdot H3(s) \cdot H4(s) \cdot H5(s) = \frac{A1}{o} \cdot \frac{A2}{n} \cdot \frac{A3}{m} \cdot \frac{A4}{l} \cdot \frac{A5}{k} = \square$$

133.33333333333333

$$(1.834 \cdot s + s^2 + 1.058978) \cdot (0.934 \cdot s + s^2 + 1.058978) \cdot (2.034 \cdot s + s^2 + 1.06021) \cdot (0.322 \cdot s + s^2 + 1.06021) \cdot (1.456 \cdot s + s^2 + 1.059968)$$

$$R := 1$$

$$H1(s) = \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} \cdot \frac{1}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C1}\right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2}}$$

$$w1 := \sqrt{e1^2 + e2^2} = 1.03$$

$$Q1 := \frac{w1}{2 \cdot |e1|} = 0.506$$

$$C1 := \frac{2 \cdot Q1}{w1 \cdot R} = 0.983$$

$$C2 := \frac{1}{w1^2 \cdot R^2 \cdot C1} = 0.959$$

$$A1 := \frac{1}{R^2 \cdot C1 \cdot C2} = 1.06$$

Αντιστοίχα, για H2(s) με R, C3 και C4

$$w2 := \sqrt{d1^2 + d2^2} = 1.029$$

$$Q2 := \frac{w2}{2 \cdot |d1|} = 0.561$$

$$C3 := \frac{2 \cdot Q2}{w2 \cdot R} = 1.091$$

$$C4 := \frac{1}{w2^2 \cdot R^2 \cdot C3} = 0.866$$

$$A2 := \frac{1}{R^2 \cdot C3 \cdot C4} = 1.059$$

για H3(s) με R, C5 και C6

$$w3 := \sqrt{c1^2 + c2^2} = 1.03$$

$$Q3 := \frac{w3}{2 \cdot |c1|} = 0.707$$

$$C5 := \frac{2 \cdot Q3}{w3 \cdot R} = 1.374$$

$$C6 := \frac{1}{w3^2 \cdot R^2 \cdot C5} = 0.687$$

για H4(s) με R, C7 και C8

$$H5(s) = \frac{\frac{A_o}{R^2 \cdot C9 \cdot C10}}{s^2 + \left(\frac{2}{R \cdot C9} + \frac{1 - A_o}{R \cdot C10} \right) \cdot s + \frac{1}{R^2 \cdot C9 \cdot C10}}$$

$$w5^2 = \frac{1}{R^2 \cdot C9 \cdot C10} \quad (I)$$

$$\frac{w5}{Q5} = \frac{2}{R \cdot C9} + \frac{1 - A_o}{R \cdot C10} \quad (II)$$

$$A5 = \frac{A_o}{R^2 \cdot C9 \cdot C10} \quad (III)$$

$$A1 \cdot A2 \cdot A3 \cdot A4 \cdot A5 = \frac{H_o}{\beta}$$

$$C9 := 0.137$$

$$C10 := 6.902$$

$$A_o := 99.79$$

$$Rn := 1 \text{ k}\Omega$$

$$C1' := \frac{C1}{wc \cdot Rn} = 7.825 \mu F$$

$$C5' := \frac{C5}{wc \cdot Rn} = 10.931 \mu F$$

$$C2' := \frac{C2}{wc \cdot Rn} = 7.633 \mu F$$

$$C6' := \frac{C6}{wc \cdot Rn} = 5.465 \mu F$$

$$C3' := \frac{C3}{wc \cdot Rn} = 8.678 \mu F$$

$$C7' := \frac{C7}{wc \cdot Rn} = 17.04 \mu F$$

$$C4' := \frac{C4}{wc \cdot Rn} = 6.891 \mu F$$

$$C8' := \frac{C8}{wc \cdot Rn} = 3.509 \mu F$$

$$A3 := \frac{1}{R^2 \cdot C5 \cdot C6} = 1.06$$

$$w4 := \sqrt[2]{b1^2 + b2^2} = 1.029$$

$$Q4 := \frac{w4}{2 \cdot |b1|} = 1.102$$

$$C7 := \frac{2 \cdot Q4}{w4 \cdot R} = 2.141$$

$$C8 := \frac{1}{w4^2 \cdot R^2 \cdot C7} = 0.441$$

$$A4 := \frac{1}{R^2 \cdot C7 \cdot C8} = 1.059$$

$$w5 := \sqrt[2]{a1^2 + a2^2} = 1.03$$

$$Q5 := \frac{w5}{2 \cdot |a1|} = 3.198$$

Constraints	Guess Values
	$\frac{H_o}{\beta \cdot A1 \cdot A2 \cdot A3 \cdot A4} = \frac{A_o}{R^2 \cdot C9 \cdot C10}$
Solver	$C9 = \frac{2 \cdot C10 \cdot Q5}{w5 \cdot R \cdot C10 + A_o \cdot Q5 - Q5}$
	$C10 = \frac{1}{w5^2 \cdot R^2 \cdot C9}$
	$\text{find}(C9, C10, A_o) = \begin{bmatrix} 0.137 \\ 6.902 \\ 99.79 \end{bmatrix}$

$$R1 := 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 := R1 \cdot (A_o - 1) = 98.79 \text{ k}\Omega$$

$$R' := R \cdot Rn = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C9' := \frac{C9}{wc \cdot Rn} = 1.09 \mu F$$

$$C10' := \frac{C10}{wc \cdot Rn} = 54.924 \mu F$$

Βιβλιογραφία

- [1] T. Watanabe and H. Moller, “Low Frequency Hearing Thresholds in Pressure Field and in Free Field,” 1990.
- [2] N.S. Yeowart, M. E. Bryan, and W. Tempest, “The monaural m.a.p. threshold of hearing at frequencies from 1·5 to 100 c/s,” 1967.
- [3] G. Leventhall, “What is infrasound?,” *Prog. Biophys. Mol. Biol.*, vol. 93, no. 1, pp. 130–137, 2007.
- [4] A. J. Bedard and T. M. Georges, “ATMOSPHERIC INFRASOUND.” 2000.
- [5] I. P. Herman, *Physics of the Human Body*. 2007.
- [6] Ν. Φακατόκης, *Τεχνολογία Ομιλίας*. 2005.
- [7] Μ. Μακροπούλου, “Εισαγωγή στην Ιατρική Φυσική – Ακοή.”
- [8] M. A. H. Hedlin and K. T. Walker, “A study of infrasonic anisotropy and multipathing in the atmosphere using seismic networks,” 2012.
- [9] G. Leventhall, “Infrasound from Wind Turbines -Fact, Fiction or Deception,” 2006.
- [10] A. N. Salt and J. A. Kaltenbach, “Infrasound From Wind Turbines Could Affect Humans,” 2011.
- [11] G. Leventhall, “Concerns about Infrasound from Wind Turbines,” no. December, 2013.
- [12] F. Dodd and G. Crichton, “Can expectations produce symptoms from infrasound associated with wind turbines?,” 2013.
- [13] A. Le Pichon, E. Blanck, and A. Hauchecorne, “Infrasound monitoring for atmospheric studies,” 2010.
- [14] Χ. Τσώνος, “ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ-INTERFACES,” 2011.
- [15] J. R. Bowman, G. Shields, and M. S. O’Brien, “Infrasound Station Ambient Noise Estimates and Models: 2003-2006,” 2007.
- [16] U. A. Bakshi and A. V Bakshi, “Electrical Measurements And Measuring Instruments,” 2009.
- [17] H. W. Haak and G. J. d. Wilde, “Microbarograph Systems for the Infrasonic Detection of Nuclear Explosions.” 1996.
- [18] J. Mentink and L. G. Evers, “Frequency response and design parameters for differential microbarometers,” 2011.

- [19] Η. Γ. Δημόπουλος, *Ενεργά και Παθητικά Ηλεκτρονικά Φίλτρα, Θεωρία, Σύνθεση και Σχεδίαση*. 2009.
- [20] L. D. Paarmann, *Design and Analysis of ANALOG FILTERS: A Signal Processing Perspective*. 2003.
- [21] W.-K. Chen, *Fundamentals of Circuits and Filters, Third Edit., vol. 1*. 2009.
- [22] J. Karki, “Active Low-Pass Filter Design,” no. September, p. 24, 2002.
- [23] J. J. Distefano, A. J. Stubberud, and I. J. Williams, *Schaum’s Outline of Theory and Problems of Feedback Control Systems*, 2nd ed. 2000.
- [24] J. Karki, “Analysis of the Sallen-Key Architecture,” 2002.
- [25] Y. Bob, “Frequency Response and Bode Plots,” 2009, pp. 1–20.