Εθνικο Μετσοβιο Πολυτεχνειο

Σχολη Ηλεκτρολογων Μηχανικων
και Μηχανικων Υπολογιστων

Τομεας Επικοινωνιων, Ηλεκτρονικης
και Συστηματων Πληροφορικης

Κατασκευή Γεννήτριας Δωδεκάφθογγων Μουσικών Συστημάτων βάσει Αρχών από το Έργο του Αριστόξενου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ποταμίτης Δ. Γιάνης

Επιβλέπων: Γεώργιος Καμπουράκης
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Απρίλιος 2017

Εθνικο Μετσοβιο Πολυτεχνειο

Σχολη Ηλεκτρολογων Μηχανικων
και Μηχανικων Υπολογιστων

Τομεας Επικοινωνιων, Ηλεκτρονικης
και Συστηματων Πληροφορικης

Κατασκευή Γεννήτριας Δωδεκάφθογγων Μουσικών Συστημάτων βάσει Αρχών από το Έργο του Αριστόξενου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ποταμίτης Δ. Γιάνης

Επιβλέπων: Γεώργιος Καμπουράκης
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την $25^{η}$ Απριλίου 2017

....	....	....
Γεώργιος Καμπουράκης	Βασίλειος Λούμος	Ηλίας Κουκούτσης
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Ομότιμος Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Απρίλιος 2017

....
Ποταμίτης Δ. Γιάνης
Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Η σύγχρονη δυτική μουσική πρακτική κυριαρχείται από τους δώδεκα φθόγγους που επέβαλε ο συγκερασμός. Η ψηφιακή εποχή έδωσε στους χειριστές ηλεκτρονικών πληκτροφόρων τη δυνατότητα να κουρδίζουν τα όργανά τους με το πάτημα ενός κουμπιού, δυνατότητα που αξιοποιήθηκε κυρίως προς την εκ νέου ανακάλυψη των διαφορετικών ειδών συγκερασμού. Κι όμως, η αρχαιοελληνική μουσική, πρόγονος της δυτικής, χαρακτηριζόταν από μεγάλο διαστηματικό πλούτο, με πολλές διαφορετικές υποδιαιρέσεις του διαστήματος του τόνου, αρκετές εξ αυτών μικρότερες του ημιτονίου. Στην παρούσα εργασία, περιγράφεται η κατασκευή μιας γεννήτριας δωδεκάφθογγων μουσικών κλιμάκων/συστημάτων με περιοδικότητα οκτάβας, που να προσφέρουν διαστηματικές επιλογές μικρότερες του ημιτονίου. Η κατασκευή βασίστηκε σε μεγάλο βαθμό στο έργο του κορυφαίου θεωρητικού της αρχαιότητας Αριστόξενου, από τον οποίο υιοθετήθηκε και η αρχή της συνέχειας του μουσικού/τονικού χώρου. Η γεννήτρια, σχεδιασμένη έτσι ώστε να μπορεί να διαχειρίζεται συνεχές εύρος τιμών εισόδου, υλοποιήθηκε σε κώδικα matlab. Η έξοδός της γίνεται σε μορφή αρχείου Scala scale, ώστε το κούρδισμα να είναι έτοιμο για χρήση από ψηφιακά όργανα και προγράμματα σύνθεσης.

Λέξεις Κλειδιά

μουσικές κλίμακες, συγκερασμός, κούρδισμα, γεννήτρια μουσικών κλιμάκων, Αριστόξενος, θεωρία της μουσικής, ψυχοακουστική

Abstract

Contemporary western music practice is dominated by the twelve notes imposed by temperament. The digital era gave the operators of electronic keyboards the capacity to tune their instruments through the touch of a button, a capability mostly exploited in the rediscovery of the different types of temperament and intonation. However, ancient Greek music, the ancestor of western music, was characterized by great intervallic richness, with plenty of different subdivisions of the tone interval, many among them smaller than the semitone. This work describes the construction of a generator of twelve - note musical scales/systems with octave periodicity, offering choices of intervals smaller than the semitone. The construction was largely based on the works of the leading antiquity theorist Aristoxenus, from who was also adopted the principle of the continuity of musical/pitch space. The generator, designed to handle continuous range of input values, was implemented in matlab code. The output is in Scala scale file format, so that the tuning is ready for use by digital instruments, synthesizers and music composition software.

Keywords

musical scales, temperament, intonation, tuning, musical scale generator, Aristoxenus, music theory, psychoacoustics

Ευχαριστίες

Θα ήθελα καταρχάς να ευχαριστήσω τον κύριο Καμπουράκη, που μου πρότεινε το ευρύτερο θέμα της διπλωματικής μου. Μου έδωσε την ευκαιρία να μελετήσω γνωστικά αντικείμενα που με έκαναν πλουσιότερο σαν άνθρωπο, ενώ με στήριξε σε όλη την πορεία της εργασίας μου. Σειρά έχει ο υποψήφιος διδάκτορας Κωνσταντίνος Μπακογιάννης, ο οποίος μου διέθεσε απλόχερα τον χρόνο του, τις γνώσεις του και με ενθάρρυνε σε κάθε βήμα. Στον τομέα της βιβλιογραφίας, πολύτιμη ήταν η συμβολή του αρχιμουσικού Νίκου Τσούχλου, τόσο σε κατεύθυνση, όσο και σε προσφορά πηγών. Κατ' επέκταση, θέλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στις εκδόσεις Κάκτος για την ποιότητα των μεταφράσεων και του σχολιασμού που έχουν πραγματοποιήσει σε έργα της αρχαιοελληνικής γραμματείας. Καθώς η διπλωματική εργασία δεν αποτελεί παρά το τελευταίο σκαλοπάτι της φοίτησης, θέλω να ευχαριστήσω ολόψυχα όλους όσους συνέδραμαν στην ακαδημαϊκή μου πορεία, τόσο τους γνωστούς και φίλους (αναφέρω χαρακτηριστικά τους αδελφούς Μπαξεβανάκη) όσο και τους συμφοιτητές που αφιλοκερδώς μου πρόσφεραν το χρόνο και τις γνώσεις τους μέσω του φόρουμ της σχολής. Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω όλους όσους αγωνίζονται για τη δωρεάν μετάδοση της γνώσης, όπως εκείνους που πραγματοποιούν την ψηφιοποίηση παλιών συγγραμάτων, τους αρθρογράφους της wikipedia, τους σχεδιαστές ελεύθερου λογισμικού και κάθε χρήστη φόρουμ που ασχολείται με την επιμόρφωση των άλλων χρηστών.

Περιεχόμενα

Κατάλογος σχημάτων

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

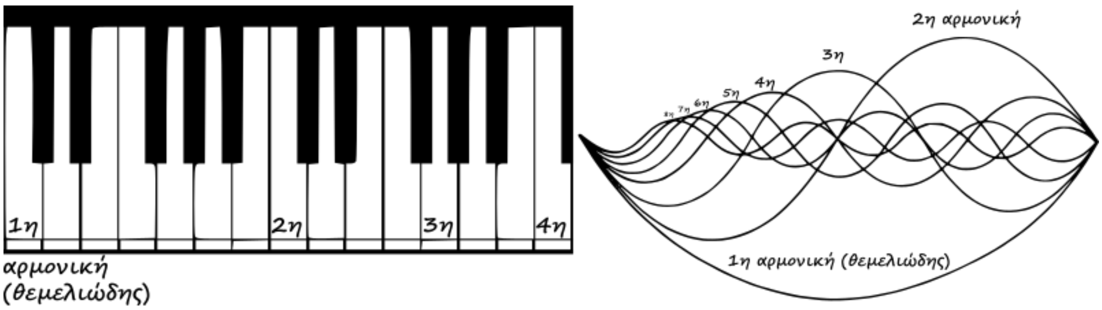
Κατάλογος πινάκων

1. Εισαγωγή

1.1 Οι δώδεκα φθόγγοι

Έστω ένα *κουρδισμένο πιάνο*. Ο ορισμός του *κουρδίσματος* θα μας απασχολήσει αργότερα. Ως κουρδισμένο πιάνο θεωρούμε το ουτοπικό όργανο που εκφράζει την ίδια την προσπάθειά μας να έχουμε ένα *κουρδισμένο* μουσικό όργανο σταθερών νοτών, δηλαδή ένα όργανο ο εκτελεστής του οποίου αδυνατεί να μεταβάλει τις νότες του, όπως το πιάνο, η φλογέρα και το λαούτο.

Έστω ένα λευκό (για λόγους απλότητας) πλήκτρο του πιάνου και ας το αντιστοιχίσουμε σε μία παλλόμενη χορδή. Τότε, η δεύτερη αρμονική της χορδής θα βρεθεί στο ίδιο κατά τη στοιχειοθεσία των πλήκτρων του πιάνου πλήκτρο που βρίσκεται δεξιότερα του αρχικού, δηλαδή 7 λευκά πλήκτρα του πιάνου ψηλότερα (δεξιότερα). Στα μουσικά συστήματα με "συνέπεια" οκτάβας (το όγδοο λευκό πλήκτρο είναι "όμοιο" με το αρχικό), όπως το δυτικό (και το ινδικό και άλλα), θεωρούμε ομώνυμες τις νότες των οποίων οι λόγοι συχνοτήτων είναι δυνάμεις του δύο. Η τρίτη αρμονική της χορδής θα βρεθεί, όπως εικονίζεται στο σχήμα 1.1, 4 λευκά πλήκτρα δεξιότερα του πλήκτρου νότας ομώνυμης της αρχικής, υψηλότερης κατά μία οκτάβα.



Σχήμα 1.1: Δόμηση συστήματος νοτών βάση των αρμονικών μίας νότας επιλογής

Εφόσον οι τρεις πρώτες αρμονικές (ή δύο, εάν τη θεμελιώδη δεν τη θεωρούμε αρμονική) ενός μουσικού ήχου είναι κατά κανόνα αυτές που ακούμε περισσότερο, φαίνεται λογικό στην προσπάθεια δόμησης ενός μουσικού συστήματος να επιλεγούν νότες οι λόγοι συχνοτήτων των οποίων είναι πολλαπλάσια και λόγοι των αριθμών 2 και 3. Υπενθυμίζουμε ότι ο πολλαπλασιασμός μίας νότας με δυνάμεις του 2 μας δίνει την ίδια νότα. Θα θέλαμε, λοιπόν, πολλαπλασιάζοντας επί 3 κάποιες φορές την αρχική μας νότα να μας προκύψει κάποια στιγμή η ίδια νότα (μία νότα με συχνότητα πολλαπλάσια της αρχικής κατά μία δύναμη του 2). Η δύναμη του 3 θα μας έδινε τον αριθμό των διαφορετικών νοτών του συστήματός μας. Προφανώς, κάτι τέτοιο είναι αδύνατο, εφόσον αντιβαίνει στο Θεμελιώδες Θεώρημα της Αριθμητικής του Ευκλείδη. Για να πετύχει το εγχείρημά μας ζητάμε: $2^{\alpha} = 3^{\beta}$ αδύνατο, εφόσον κάθε αριθμός έχει μοναδική έκφραση ως γινόμενο πρώτων παραγόντων. Άρα, η δόμηση ενός συνεπούς μουσικού συστήματος με χρήση των δύο αυτών λόγων συχνοτήτων είναι αδύνατη.

Εάν πολλαπλασιάσουμε με 3^{12} τη συχνότητα της αρχικής μας νότας, καταλήγουμε σε μία νότα κοντινή αυτής που θα παίρναμε αν την πολλαπλασιάζαμε με 2^{19}. Έτσι, χρησιμοποιούμε 12 νότες στο τρέχον μουσικό σύστημα της δυτικής μουσικής. Η διαχείριση του "σφάλματος" που προκύπτει από την προσέγγισή μας καθορίζει το *κούρδισμα* ή τον *συγκερασμό* που χρησιμοποιούμε.

Μία τοποθέτηση του ζητήματος είναι η πρόθεσή μας *να χρησιμοποιήσουμε όλες τις νότες σε ένα μουσικό κομμάτι*, πρόθεση που δεν είναι δεδομένη. Η έννοια των *προσβάσιμων νοτών* για μία σύνθεση ή ένα τμήμα της είναι η ουσία της δομής που αποκαλούμε *μουσική κλίμακα*.

1.2 Σκοπός και Περιεχόμενο της Εργασίας

Η τυποποίηση στην οποία κατέληξε η πορεία της εξέλιξης του δυτικού μουσικού συστήματος είναι ο *ίσος συγκερασμός*, όπου το προαναφερθέν "σφάλμα" ισοκατανέμεται. Έτσι, προκύπτει ένα μουσικό σύστημα απολύτως ομοιόμορφο, αποτελούμενο από δώδεκα φθόγγους που ισαπέχουν από τον προηγούμενο και τον επόμενο κατά σειρά *τονικού ύψους*. Η σύμβαση αυτή έχει ως αποτέλεσμα δύο προφανή προβλήματα: την **έκπτωση ως προς την ευφωνία** και τη **μουσική ένδεια**.

Το πρώτο πρόβλημα ανακύπτει εμφανώς από την καθιέρωση μιας προσέγγισης, έναντι των διαστημάτων που αποτελούν τη "φυσική" επιλογή. Φυσικά, η *ευφωνία* είναι και πολιτιστικό ζήτημα. Ωστόσο, εφόσον το ανθρώπινο αυτί είναι ακόμη ικανό να προτιμήσει διαστήματα των οποίων προσεγγίσεις χρησιμοποιούμε, δεν είναι άτοπο να αναφερόμαστε στον ίσο συγκερασμό ως "έκπτωση". Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται πρακτικά από την ανθρώπινη φωνή και τα άταστα όργανα που είναι ελεύθερα να κινούνται κατά το δοκούν, καθώς και από τις τεχνικές κουρδίσματος ή εκτέλεσης (πχ bends στην ηλεκτρική κιθάρα), που διαφοροποιούνται από τους ισοσυγκερασμένους φθόγγους. Η ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει επιτρέψει την επέμβαση πιο κοντά στη ρίζα του προβλήματος, σε ό,τι αφορά τα πληκτροφόρα όργανα. Εφόσον η αρχική έκπτωση συνίσταται στην επιλογή δώδεκα μόνο φθόγγων, έχουν αναπτυχθεί προγράμματα που αντιστοιχίζουν κατάλληλα περισσότερους φθόγγους με τα δώδεκα πλήκτρα ανα οκτάβα, καθώς και πληκτρολόγια με περισσότερα πλήκτρα. Επίσης, έχουν αναπτυχθεί προγράμματα που "κουρδίζουν" σε πραγματικό χρόνο τα διαστήματα που παίζονται, ενώ η δοκιμή διαφορετικών δωδεκάφθογγων συστημάτων που κατανέμουν διαφορετικά το "σφάλμα" του συγκερασμού μπορεί να γίνει με το πάτημα ενός κουμπιού.

Παρότι τα μέσα αντιμετώπισης της *μη ευφωνίας* αποτελούν, αναμφίβολα, μέσα ενίσχυσης της μουσικής διαστηματικής ποικιλίας, έχουν σαφή όρια. Προφανέστερη όλων είναι η ένδεια διαστηματικών επιλογών μικρότερων του *ημιτονίου*, που αποτελεί την απόσταση δύο διαδοχικών πλήκτρων στο πιάνο ή δύο διαδοχικών τάστων στην κιθάρα. Η διαφορετική προσέγγιση του ημιτονίου έχει όρια μεταβολής του μεγέθους του που δεν θα φτάσουν ποτέ πχ στο μισό του. Εξαίρεση αποτελεί η ορθόδοξη εκκλησιαστική μουσική παράδοση, που διατηρεί διαστηματικές επιλογές προερχόμενες από την ελληνική αρχαιότητα.

Η πρόταση εναλλακτικών δωδεκάφθογγων μουσικών συστημάτων μέσω της κατασκευής μιας γεννήτριας παραγωγής τους, είναι το αντικείμενο αυτής της εργασίας. Θεμελιώδης σκοπός ήταν η δυνατότητα χρήσης διαστημάτων μικρότερων του ημιτονίου. Η αναζήτηση προτύπων κατασκευής οδήγησε στο έργο των αρχαίων Ελλήνων θεωρητικών και, ιδιαίτερα, στο έργο του κορυφαίου θεωρητικού της αρχαιότητας (και ίσως όχι μόνο), Αριστόξενου. Η άποψή του περί συνέχειας του μουσικού χώρου υιοθετήθηκε ως απολύτως συμβατή με την κατασκευή ενός εργαλείου πειραματισμού. Προς την κατεύθυνση του πειραματισμού, επίσης, πραγματοποιήθηκε η απόφαση τα παραγόμενα συστήματα να είναι δωδεκάφθογγα, ώστε να διευκολύνεται η δοκιμή τους στα καθιερωμένα δωδεκάφθογγα ηλεκτρονικά πληκτροφόρα.

Η εργασία ξεκινάει με τη μελέτη των θεμελιωδών μουσικών (και, ενίοτε, ψυχοακουστικών) όρων που σχετίζονται με τα μουσικά συστήματα φθόγγων (κεφάλαιο 2). Συνεχίζει με μια ιστορική αναδρομή της εξέλιξης των δυτικών μουσικών συστημάτων από την αρχαιοελληνική καταβολή τους (κεφάλαιο 3). Ακολουθούν στοιχεία ψυχοακουστικής (κεφάλαιο 4), η μεθοδολογία (κεφάλαιο 5) και η περιγραφή της κατασκευής της γεννήτριας, μαζί με παραδείγματα λειτουργίας (κεφάλαιο 6). Τέλος, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της εργασίας, μαζί με προτάσεις για μελλοντική έρευνα (κεφάλαιο 7). Την εργασία συμπληρώνουν τρία παραρτήματα, εκ των οποίων το πρώτο περιέχει τα βασικά στοιχεία της σύγχρονης δυτικής μουσικής θεωρίας, προς εξοικείωση του αναγνώστη (παράρτημα Α′), το δεύτερο αριθμητικά δεδομένα για τα παρουσιαζόμενα μουσικά συστήματα (παράρτημα Β′) και το τρίτο τον κώδικα matlab της γεννήτριας (παράρτημα Γ′).

2. Έννοιες - Ορισμοί

Στην προσπάθεια να παρουσιάσουμε συνεπείς ορισμούς για τους απαραίτητους για τη δόμηση ενός συστήματος μουσικής θεωρίας όρους συναντάμε σημαντικές δυσκολίες. Πηγή τους είναι η ίδια η λειτουργία ενός τέτοιου συστήματος, του οποίου πρωτεύων στόχος δεν είναι η επιστημονική τεκμηρίωση ούτε η μαθηματική συνέπεια, αλλά η εξοικείωση με μηχανισμούς ικανούς να καθοδηγήσουν τη μουσική πράξη. Το πλέον σημαντικό πρόβλημα στην προσπάθεια να "οικοδομήσουμε" ένα σύστημα ορισμών είναι ότι συχνά βλέπουμε οι ορισμοί θεμελιωδών όρων να περιλαμβάνουν όρους που ορίζονται βάσει αυτών των ίδιων θεμελιωδών όρων. Οι ορισμοί των μουσικών όρων παρουσιάζουν τέτοιο βαθμό αλληλεξάρτησης μεταξύ τους που είναι αδύνατον να εξαχθεί με βεβαιότητα ένα συμπέρασμα σχετικά με την δυνατότητα ή μη να διαταχθούν ιεραρχικά έτσι ώστε να προκύψει ένα συνεπές σύστημα όπου όλα θα ορίζονται βάσει ήδη ορισμένων εννοιών.

2.1 Μουσικοί Ήχοι

> "**Μουσικοί ήχοι** ονομάζονται οι ήχοι εκείνοι που προέρχονται από περιοδικές κινήσεις. [...] Οι **θόρυβοι** προέρχονται από ακανόνιστα, από μη ρυθμικά ηχητικά κύματα." [1]
>
> "Όταν οι παλμικές δονήσεις έχουν κανονικότητα και συμμετρία, παράγουν ήχους που έχουν ορισμένο ύψος και γι' αυτό ονομάζονται **μουσικοί ήχοι**. Αντίθετα όταν οι παλμικές δονήσεις είναι ασύμμετρες και ακανόνιστες, παράγουν ήχους που δεν έχουν ορισμένο ύψος και ονομάζονται **θόρυβοι**." [2]

Παρατηρούμε ότι οι ορισμοί των μουσικών ήχων, οι οποίοι ορίζονται σε αντίθεση με τους θορύβους, παρουσιάζουν ως κύριο χαρακτηριστικό των πρώτων την ύπαρξη περιοδικότητας, η απουσία της οποίας είναι χαρακτηριστικό των δεύτερων. Φυσικά, η μαθηματική ύπαρξη μιας συχνότητας σε έναν ήχο δεν συνεπάγεται κατ' ανάγκην την ευδιάκριτη ανίχνευσή της από το αφτί του ακροατή. Ως πλήρης ορισμός ενός μουσικού ήχου αρκεί το τμήμα:

> "**Μουσικοί ήχοι** είναι οι ήχοι που έχουν ορισμένο **μουσικό ύψος**."

Η έννοια του **μουσικού ύψους**, αν και στενά συνδεδεμένη με τη συχνότητα, δεν είναι ταυτόσημη της συχνότητας. Παρότι θα ασχοληθούμε αργότερα με τον ορισμό του μουσικού ύψους, θα επιχειρήσουμε ακόμα μία προσέγγιση στον ορισμό του μουσικού ήχου:

> "**Μουσικοί ήχοι** είναι οι ήχοι που, κατά τον ακροατή, έχουν καθορισμένη συχνότητα."

Υπονοείται ότι η προσλαμβανόμενη συχνότητα δεν είναι απαραίτητα κοινή για όλους τους ακροατές. Αυτό που είναι απαραίτητο είναι οι ακροατές να αισθάνονται ότι ο ήχος έχει *μία σταθερή και σαφώς διακρίσιμη του υπόλοιπου συχνοτικού του περιεχομένου συχνότητα*.

Υπάρχουν ηχητικές πηγές με τόσο πολυσύνθετο συχνοτικό περιεχόμενο, που η θεμελιώδης συχνότητά τους είναι δύσκολα προσδιορίσιμη. Τέτοιο παράδειγμα είναι οι καμπάνες, που παρουσιάζουν μία σχετική ανεξαρτησία μεταξύ των διαφόρων συχνοτήτων που παρουσιάζονται ευδιάκριτα στο φάσμα τους. Διαφορετικά τμήματα της καμπάνας είναι υπεύθυνα για την παραγωγή διαφορετικών συχνοτήτων. Γι' αυτό το λόγο, η κατασκευή των καμπανών περιλαμβάνει το "κούρδισμά" τους, δηλαδή τη διαμόρφωση των διαφόρων τμημάτων έτσι ώστε οι συχνότητες που παράγονται να αντιστοιχούν στις επιθυμητές αρμονικές.

Τα τρία θεμελιώδη χαρακτηριστικά ενός **μουσικού ήχου** είναι η **ένταση**, η **χροιά** και το **ύψος** του. Η **ένταση** δεν θα μας απασχολήσει.

2.1.1 Χροιά

Ως **χροιά** αποδίδουμε στα ελληνικά τον όρο που στα αγγλικά αποδίδεται ως **timbre**.

> "Η **χροιά** είναι ένας όρος που περιγράφει την τονική (tonal) ποιότητα ενός ήχου· δύο διαφορετικά όργανα που παίζουν την ίδια νότα στην ίδια ένταση παράγουν/διαθέτουν διαφορετική χροιά." [3]

> "Η **χροιά** ή το **ηχόχρωμα** είναι η ιδιότητα του ήχου που επιτρέπει να γίνεται αντιληπτό ότι δύο ή και περισσότεροι ήχοι, του ίδιου ύψους και ίσως της ίδιας έντασης, προέρχονται από διαφορετικές ηχητικές πηγές." [2]

> "Η ένταση των αρμονικών ήχων εξαρτάται απ' τη σύσταση της ύλης (άτομα) του ηχογόνου σώματος. Έτσι, κάθε φορά που ένας ήχος με συγκεκριμένο ύψος παράγεται από ηχητικές πηγές με διαφορετική σύσταση ύλης, θα έχει διαφορετικό ηχόχρωμα, διαφορετική ποιότητα. Το ιδιαίτερο αυτό γνώρισμα των σύνθετων ήχων ονομάζεται **χροιά** ή **ηχόχρωμα**." [1]

> "Η χροιά είναι εκείνη η ιδιότητα της ακουστικής αίσθησης εκ της οποίας ένας ακροατής μπορεί να κρίνει ότι δύο ήχοι είναι ανόμοιοι χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε κριτήριο διαφορετικό του ύψους, της έντασης και της διάρκειας." [4]

Η χροιά αποτελεί έναν μουσικό όρο που περιλαμβάνει την έννοια του συχνοτικού φάσματος. Σε δύο όργανα που παίζουν την ίδια νότα, τα φάσματα των δύο ήχων θα παρουσιάζουν μέγιστη τιμή στη συχνότητα που αντιστοιχεί στην εν λόγω νότα. Οι σχετικές τιμές των υπόλοιπων συχνοτήτων του εκάστοτε φάσματος ως προς τη θεμελιώδη (εφόσον η θεμελιώδης είναι η συχνότητα που παρουσιάζει μέγιστη τιμή) καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τον ιδιαίτερο ήχο από τον οποίο είναι αναγνωρίσιμο το μουσικό όργανο που παράγει τη νότα. Ωστόσο, σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της χροιάς παίζουν ο φάκελος (envelope) του σήματος στο πεδίο του χρόνου και οι μεταβατικές ταλαντώσεις που προκύπτουν κατά την έναρξη της ταλάντωσης (attack transients). Η πιο προφανής πειραματική απόδειξη της πρότασης αυτής είναι η αναπαραγωγή ενός σήματος αντίστροφα ως προς τον χρόνο, όπου η χροιά του ήχου αλλάζει, παρότι το φάσμα παραμένει το ίδιο. [4]

Η χροιά των μουσικών οργάνων που χρησιμοποιεί το εκάστοτε μουσικό σύστημα είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τη μουσική θεωρία που το διέπει. Η επιλογή των *φθόγγων* ενός συστήματος, ή αλλιώς οι *διαστηματικές επιλογές* ή αλλιώς οι *κλίμακες* ενός συστήματος (οι διαφορετικοί όροι αποτελούν απλά διαφορετικές εκφράσεις της διακριτοποίησης του μουσικού ύψους που επιβάλλει ένα σύστημα μουσικής θεωρίας) έχουν άμεση σχέση με το φάσμα των οργάνων που εκτελούν την αντίστοιχη μουσική. Τα δυτικά μουσικά όργανα που χρησιμοποιούνται τονικά (πχ όχι το ταμπούρο) έχουν, στην πλειονότητά τους, ισχυρές αρμονικές στα πολλαπλάσια της θεμελιώδους με μικρούς ακεραίους. Έτσι, ήδη από τον Πυθαγόρα, αναζητούμε "επιθυμητές" νότες στο διπλάσιο και στο τριπλάσιο της συχνότητας της νότας – βάσης. Παρακάτω θα αναφερθούμε εκτενέστερα σε προσεγγίσεις στις έννοιες της *συμφωνίας* και της *διαφωνίας* και στο πώς σχετίζονται με τις αρμονικές ενός ήχου. Προς το παρόν, αξίζει απλά να παρατηρήσουμε ότι μουσικές με πολύ διαφορετικές διαστηματικές διαιρέσεις από τις δυτικές και τις μεσογειακές ανατολικές, όπως η μουσική Gamelan, παραδοσιακή μουσική συνόλου (κυρίως κρουστών) της Ιάβας και του Μπαλί της Ινδονησίας, εκτελούνται σε όργανα με πολύ διαφορετική φασματική "συμπεριφορά" από αυτή που θεωρούμε δεδομένη (αυτή της παλλόμενης χορδής). Τα φάσματα των συγκεκριμένων μεταλλόφωνων είναι *μη αρμονικά*, δηλαδή δεν παρουσιάζουν αρμονικές στα ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους. [5] Σαν προέκταση της μελέτης της σχέσης μεταξύ χροιάς και μουσικού συστήματος ή κουρδίσματος, έχουν γίνει αρκετά πειράματα κατασκευής κλιμάκων βάση μιας δεδομένης χροιάς ή ακόμα και κατασκευής μιας χροιάς βάση ενός μουσικού συστήματος. Τέτοια πειράματα αναφέρονται στο βιβλίο του William A. Sethares με τίτλο Tuning, timbre, spectrum, scale [5].

2.1.2 Τονικό Ύψος

Ως **ύψος** ή **τονικό ύψος** αποδίδουμε στα ελληνικά τον όρο που στα (αμερικάνικα) αγγλικά αποδίδεται ως **pitch**. Στην αρχαία ελληνική μουσική θεωρία, ο αντίστοιχος όρος είναι η **τάσις**.

> "**Τονικό ύψος** είναι η ιδιαίτερη ποιότητα ενός ήχου [...] που καθορίζει τη θέση του στην κλίμακα. Το ύψος καθορίζεται από αυτό που το αφτί αντιλαμβάνεται ως θεμελιώδη συχνότητα του ήχου (ακόμα κι όταν, όπως πχ στην περίπτωση των *difference tones*, πρόκειται για ακουστική ψευδαίσθηση, δεν υπάρχει στο φυσικό ακουστικό κύμα). " [3]

> "Ως **ύψος** μπορεί να θεωρηθεί εκείνο το χαρακτηριστικό της ακουστικής εντύπωσης με βάση το οποίο οι ήχοι μπορούν να διαταχθούν πάνω σε μια μουσική κλίμακα. Με άλλα λόγια, **ύψος** είναι εκείνο το χαρακτηριστικό, που οι διακυμάνσεις του συνιστούν τη μελωδία." [6]

Το μουσικό ύψος ενός ήχου είναι ψυχοφυσικό μέγεθος. Δηλαδή, η αντίληψή του εξαρτάται από την πρόσληψη του ακροατή. Διαφορές στη χροιά, την ένταση ή τα μουσικά συμφραζόμενα επηρεάζουν το μουσικό ύψος, παρότι σε μικρό βαθμό. [3] Ωστόσο, στους **μουσικούς ήχους** το μουσικό ύψος έχει στενότατη αντιστοιχία με τη θεμελιώδη αρμονική του φάσματος του συγκεκριμένου ήχου.

Υπάρχουν περιπτώσεις που κατά τη συνήχηση δύο ήχων (ή τόνων, κατά τη μία από τις τέσσερις έννοιες του όρου τόνος που υπήρχαν από την αρχαιότητα) το αφτί αντιλαμβάνεται έναν τρίτο. Ο (ανύπαρκτος στο φασματογράφημα) τόνος που γίνεται αντιληπτός μέσα από αυτή τη διαδικασία ονομάζεται *combination tone* και υποπερίπτωση του φαινομένου αυτού είναι οι *difference tones*, τόνοι ύψους ίσου με τη διαφορά των δύο τόνων των οποίων η συνήχηση τους προκαλεί.

Ο Αριστόξενος ο Ταραντίνος γράφει:

> "Με τον όρο **ύψος (τάση)** θέλουμε να δείξουμε κάτι σαν παραμονή και στάση της φωνής." [7]

Λίγο πριν (στο ίδιο έργο), έχει παρατηρήσει ότι η διαφορά της ομιλίας από το τραγούδι είναι ότι στη μεν ομιλία η φωνή διατρέχει, κατά τη χρονική εξέλιξη της ομιλίας, με συνεχή τρόπο τον συχνοτικό άξονα, ενώ κατά το τραγούδι στέκεται σε διακριτές τιμές ύψους, τις οποίες εναλλάσσει διακριτά, "πηδώντας" τα διαστήματα που τις χωρίζουν. Επισημαίνει ότι "όσο περισσότερο καταφέρνουμε κάθε έκφραση της φωνής να είναι μία, σταθερή και ίδια, τόσο πιο σαφές φαίνεται στις αισθήσεις το τραγούδι". [7] Μπορούμε εδώ να παρατηρήσουμε μία αντιστοιχία των ορισμών/παρατηρήσεων που εκθέτει ο Αριστόξενος για την ομιλία και το τραγούδι με τους προαναφερθέντες ορισμούς/περιγραφές θορύβων και μουσικών ήχων. Αυτό που εμείς "απαιτήσαμε" από έναν μουσικό ήχο (σταθερότητα ως προς τον τόνο) ο Αριστόξενος το θεωρεί χαρακτηριστικό μιας φωνής που τραγουδάει. Πράγματι, η ομιλία μπορεί ως θόρυβος να έχει μουσική λειτουργία ή ποιητική συνεισφορά σε ένα μουσικό έργο που περιλαμβάνει απαγγελία, αλλά ο ρόλος της δεν είναι ποτέ αυτός ενός μουσικού οργάνου, ρόλος που αναλαμβάνει η ανθρώπινη φωνή μόνο όταν αποφασίζει να παραμείνει σε κάποιο τονικό ύψος. Άρα, σε συνάρτηση και με τον ορισμό ενός μουσικού ήχου, σύμφωνα με τον οποίο η ύπαρξη τονικού ύψους είναι το καθοριστικό του χαρακτηριστικό, ο ορισμός του Αριστόξενου δεν είναι τόσο μακρινός από τους υπόλοιπους όσο θα φαινόταν σε μια πρώτη ανάγνωση. Αφού η στάση της φωνής συνιστά την παραγωγή μουσικών ήχων από τον άνθρωπο, ο ορισμός περιλαμβάνει τους μουσικούς ήχους γενικά. Μάλιστα, ο ορισμός του Αριστόξενου δεν ανταποκρίνεται μόνο στη διαισθητική αντίληψη της απουσίας συχνοτικής μεταβολής που συνεπάγεται ορισμό της συχνότητας. Ανταποκρίνεται και στη θεώρηση των τριών βασικών χαρακτηριστικών του μουσικού ήχου: κατά τη "στάση" της φωνής μπορούν να μεταβληθούν η ένταση και η χροιά· άρα αυτό που μένει αμετάβλητο είναι το "όρισμα" του ήχου.

2.2 Φθόγγοι

Ως **φθόγγο** ή **νότα** αποδίδουμε στα ελληνικά τον όρο που στα αγγλικά αποδίδεται ως **note**, στα αμερικάνικα αγγλικά ενίοτε ως **tone** και στο [3] αποδίδεται ως **pitch class**.

> "**Φθόγγος** (**pitch class**) είναι ο τύπος ενός μουσικού ύψους· διαφορετικά ύψη ανήκουν στην ίδια τάξη (class) αν έχουν κάποια σχέση – για παράδειγμα, τη σχέση οκτάβας – συνθετικού ή αναλυτικού ενδιαφέροντος. Αυτή η σχέση καλείται "ισοδυναμία" επειδή, στο πλαίσιο μιας συγκεκριμένης περιγραφής μιας μουσικής δομής, ύψη που ανήκουν στην ίδια τάξη είναι εναλλάξιμα ή ισοδύναμα." [3]

Ο Κλεωνίδης γράφει:

> "**Φθόγγος** είναι η μελωδική εκφορά ήχου της φωνής σε συγκεκριμένο τονικό ύψος. [...] Οι τάσεις λέγονται και φθόγγοι. Τάσεις τις ονομάζουμε από τα νυκτά όργανα επειδή τεντώνουμε τις χορδές, φθόγγους δε επειδή παράγονται από τη φωνή. Οι φθόγγοι ως προς το ύψος είναι άπειροι, ως προς τη λειτουργία (δυνάμει) που επιτελούν σε σχέση με το κάθε γένος είναι δεκαοκτώ." [8]

Παρότι ο Κλεωνίδης εξισώσει φθόγγους και ύψη (τάση), τελικά ορίζει δεκαοκτώ φθόγγους ως προς τη λειτουργία τους· κατ' ουσίαν, δηλαδή, ορίζει δεκαοκτώ "τάξεις υψών" (pitch classes). Άρα, ο ορισμός του είναι πολύ κοντινός σε αυτόν του [3].

Ο προγενέστερος χρονικά Αριστόξενος (στον οποίο βασίστηκε ο Κλεωνίδης) γράφει:

> "Για να το πούμε με λίγα λόγια, φθόγγος είναι η πτώση της φωνής πάνω σ' ένα ύψος. Όποτε η φωνή στέκεται σε ένα ύψος, τότε έχουμε έναν **φθόγγο** κατάλληλο να ενταχθεί σε αρμονική μελωδία. Αυτός λοιπόν είναι ο φθόγγος." [7]

Ο Αριστόξενος φαίνεται λιγότερο απλουστευτικός και θίγει ένα ζήτημα λειτουργικότητας που προοικονομεί τον ορισμό του *συστήματος* (κατασκευή αντίστοιχη της κλίμακας της δυτικής μουσικής). Το ζήτημα αυτό είναι η καταλληλότητα. Μια πρώτη ανάγνωση του ορισμού μπορεί να δώσει τη λανθασμένη εντύπωση ότι ο Αριστόξενος θεωρεί οποιοδήποτε ύψος στο οποίο μπορεί να πέσει η φωνή κατάλληλο για χρήση σε μια μουσική σύνθεση. Η αναφορά της *καταλληλότητας*, όμως, σε συνδυασμό με την έννοια της *αρμονικής* μελωδίας, δεν αφήνει καμία αμφιβολία· ακόμα κι αν η αυθαίρετη επιλογή ενός ύψους μπορεί να μας προσφέρει έναν φθόγγο, κανείς δεν μας εγγυάται ότι οι υπόλοιποι φθόγγοι μπορούν να προκύψουν εξίσου αυθαίρετα. Μάλιστα, μια πιο πολωμένη ανάγνωση μπορεί να νοηματοδοτεί το κείμενο ως εξής: προκειμένου να θεωρηθεί η πτώση της φωνής σε ένα ύψος φθόγγος, πρέπει ο φθόγγος αυτός να είναι κατάλληλος να ενταχθεί σε μία αρμονική μελωδία. Μια τέτοια ανάγνωση ανταποκρίνεται απόλυτα στην έννοια των φθόγγων αλλά και στους προαναφερθέντες ορισμούς, αφού οι κανόνες επιλογής των φθόγγων ώστε η μουσική σύνθεση που απαρτίζουν να είναι εύηχη είναι αυτοί που δημιουργούν τις "τάξεις υψών". Αυτές με τη σειρά τους καθορίζουν εντέλει το σύνολο των φθόγγων που διαθέτει ένα μουσικό σύστημα. Εδώ πρέπει να επισημάνουμε πρώτη φορά μία σημαντική διαφορά μεταξύ της προσέγγισης του Αριστόξενου και της προσέγγισης που χρησιμοποιεί η σύγχρονη δυτική μουσική αλλά και η ινδική και πολλές άλλες. Ο Αριστόξενος έδινε πρώτιστη σημασία στη θέσπιση των μουσικών κλιμάκων (γενών και συστημάτων για την ακρίβεια, αλλά η φιλοσοφία είναι η ίδια) και όχι στην απαρίθμηση όλων των φθόγγων που μπορούν να υπάρξουν. Γι' αυτόν, η απεικόνιση όλων των πιθανών φθόγγων(όπως γινόταν στα διαγράμματα των *αρμονικών*) δεν είχε καμία μουσική λειτουργία, αφού δεν έδινε πρακτικά πληροφορίες για τις χρήσιμες για τη μουσική πράξη μουσικές κλίμακες. Θα μελετήσουμε εκτενέστερα το ζήτημα αφού παρουσιάσουμε τον ορισμό των *μουσικών κλιμάκων*.

2.3 Διαστήματα

Ως **μουσικό διάστημα** αποδίδουμε στα ελληνικά τον όρο που στα αγγλικά αποδίδεται ως **interval**.

> "**Διάστημα** είναι η απόσταση μεταξύ δύο υψών (pitches)." [3]

Ο Κλεωνίδης γράφει:

> "**Διάστημα** είναι το περιεχόμενο ανάμεσα σε δύο φθόγγους διαφορετικού τονικού ύψους." [8]

Ο Αριστόξενος γράφει:

> "**Διάστημα**, τώρα, είναι η απόσταση ανάμεσα σε δύο φθόγγους που δεν έχουν το ίδιο ύψος." [7]

Η ελάχιστη διαφορά που παρουσιάζουν οι ορισμοί του **μουσικού διαστήματος** οφείλεται σε δύο παράγοντες. Ο ένας είναι η ασάφεια που περιβάλλει τη διαφορά των όρων *pitch* και *φθόγγος*. Ο δεύτερος θα θεωρήσουμε ότι είναι μία διαφορετική προσέγγιση στην έννοια **διάστημα**. Για τον Κλεωνίδη και τον Αριστόξενο, το διάστημα δεν μπορεί παρά να ορίζεται βάσει φθόγγων, άρα (θα θεωρούσαμε) μουσικών υψών που ανήκουν στο μουσικό σύστημα. Αντιθέτως, ο ορισμός του New Grove Dictionary of Music and Musicians [3] φαίνεται να ορίζει ως διάστημα την τονική διαφορά δύο μουσικών ήχων, ανεξάρτητα με το αν οι ήχοι αυτοί αποτελούν φθόγγους ενός συστήματος. Όμως, όπως είδαμε πριν, για τον Κλεωνίδη ουσιαστικά δεν υφίσταται διαφορά μεταξύ *ύψους* και *φθόγγου*. Άρα, πάλι ο Αριστόξενος αποκλίνει από τους δύο άλλους και μάλιστα προς την ίδια κατεύθυνση· αυτή της λειτουργικότητας. Ο Αριστόξενος ενδιαφέρεται για θετικούς και λειτουργικούς ορισμούς, που να οδηγούν όσο το δυνατόν αμεσότερα και σαφέστερα τον αναγνώστη στις αρχές του μουσικού συστήματος που πρόκειται να παρουσιάσει στη συνέχεια. Δεν βρίσκει το λόγο να ασχοληθεί με τονικά ύψη τα οποία ενδεχομένως δεν αποτελούν φθόγγους. Οι ορισμοί του θέλει να αφορούν αυτά για τα οποία έχει νόημα να μιλήσει και για τα οποία πρόκειται να μιλήσει. Αυτά είναι, εξ' ορισμού, τα δομικά στοιχεία του μουσικού συστήματος που θα παρουσιάσει τα οποία (ειδικά για τον Αριστόξενο, όπως θα αναλύσουμε στη συνέχεια) αποσκοπούν στη δημιουργία *αρμονικής*, άρα ευχάριστης στο αφτί, μουσικής.

2.3.1 Μαθηματική Αναπαράσταση

Προφανής και διαισθητικός τρόπος μαθηματικής αναπαράστασης των μουσικών διαστημάτων είναι η έκφρασή τους ως λόγο συχνοτήτων (εδώ πλέον ταυτίζουμε το τονικό ύψος με τη συχνότητα του μουσικού ήχου). Το εν λόγω κλάσμα έχει εξ ορισμού ως αριθμητή τη συχνότητα του υψηλότερου (τονικά ή συχνοτικά) φθόγγου και ως παρονομαστή τη συχνότητα του χαμηλότερου. Συνεπώς, είναι πάντα μεγαλύτερο της μονάδας. Έστω δηλαδή δύο μουσικοί φθόγγοι α και β με συχνότητες f_α και f_β αντίστοιχα, ενώ $f_\alpha \leq f_\beta$. Το μεταξύ τους μουσικό διάστημα μπορεί να παρασταθεί από το κλάσμα $\frac{f_\beta}{f_\alpha} \geq 1$. Η πρόσθεση δύο διαστημάτων προκύπτει λοιπόν ως πολλαπλασιασμός των επιμέρους λόγων συχνοτήτων τους και αντίστοιχα η αφαίρεση ως λόγος των δύο επιμέρους λόγων.

Η επιθυμία γραμμικής συμπεριφοράς στις ονομαστικά γραμμικές ενέργειες προσθαφαίρεσης διαστημάτων οδήγησε στην ανάπτυξη λογαριθμικών μονάδων μέτρησης. Η καθιερωμένη μονάδα μέτρησης μουσικών διαστημάτων είναι το cent, το οποίο εφευρέθηκε από τον Alexander John Ellis περί το 1880, βάσει προϋπαρχόντων λογαριθμικών συστημάτων. Ο Alexander John Ellis έθεσε το διάστημα της οκτάβας, που στη δυτική μουσική εκφράζει την απόσταση των δύο πλησιέστερων ίδιων φθόγγων διαφορετικού τονικού ύψους και αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων 2, να ισούται με 1200 cents. Έτσι, 1 cent $= \sqrt[1200]{2}$. Το διάστημα $\frac{f_\beta}{f_\alpha}$, εκφρασμένο σε cents, είναι $\log_{\sqrt[1200]{2}}(\frac{f_\beta}{f_\alpha}) = 1200\log_2(\frac{f_\beta}{f_\alpha})$ cents.

2.4 Κλίμακες

Ως **μουσική κλίμακα** αποδίδουμε στα ελληνικά τον όρο που στα αγγλικά αποδίδεται ως **scale**.

> "**Κλίμακα** είναι μία ακολουθία νοτών σε ανιούσα ή κατιούσα σειρά ύψους. Σαν μουσικολογική έννοια, μια **κλίμακα** είναι μία ακολουθία επαρκώς μακριά ώστε να ορίζει σαφώς έναν τρόπο (mode), μια τονικότητα ή κάποια ιδιαίτερη γραμμική κατασκευή και η οποία αρχίζει και τελειώνει (όπου αρμόζει) στη θεμελιώδη νότα της τονικότητας ή του τρόπου· συνήθως, λοιπόν, την θεωρούμε να εκτείνεται σε μία ή περισσότερες οκτάβες." [3]

> "**Μουσική κλίμακα** είναι μια διαδοχή οκτώ διαφορετικών μουσικών φθόγγων τέτοια, ώστε ο χαμηλότερος ή βαρύτερος (η *βάση* της κλίμακας) και ο ψηλότερος ή οξύτερος (η *κορυφή* της κλίμακας) να έχουν το ίδιο όνομα και να δίδουν το ίδιο μουσικό άκουσμα, να αναγνωρίζονται δηλαδή ως "ίδιες" νότες. Όλοι οι άλλοι φθόγγοι να βρίσκονται ανάμεσά τους, ακριβώς όπως όλα τα σκαλοπάτια μιας σκάλας (κλίμακα *σημαίνει* σκάλα) βρίσκονται ανάμεσα στο χαμηλότερο και στο ψηλότερο σκαλί. Κι ακόμα, ανάμεσα στη βάση και την κορυφή που, όπως είπαμε, έχουν το ίδιο όνομα, να μην είναι δυνατόν να βρεθεί και τρίτη νότα με το ίδιο όνομα, που να αναγνωρίζεται δηλαδή ως "ίδια" νότα." [9]

Η αρχαία ελληνική μουσική θεωρία είχε ως θεμελιώδη μονάδα μελωδικής κατασκευής το *τετράχορδο*. Το *τετράχορδο*, είναι μια "υπομονάδα" κλίμακας, η οποία αποτελείται από τέσσερις διαδοχικούς κατά ύψος φθόγγους. Οι ακραίοι φθόγγοι είναι σταθεροί, σε απόσταση διαστήματος *τετάρτης* (λόγος συχνοτήτων $^3/_2$, ενώ η μεταβολή των δύο ενδιάμεσων καθορίζει το *γένος* των τετραχόρδων. Από την υπέρθεση τετραχόρδων (είτε με ταύτιση των ακραίων φθόγγων δύο διαδοχικών τετραχόρδων είτε με την παρεμβολή διαστήματος τόνου ανάμεσά τους, προκύπτει το *σύστημα*, μουσικό ανάλογο της μουσικής κλίμακας.

Ο Αριστόξενος γράφει:

> "Το **σύστημα** πρέπει να νοηθεί ως κάτι σύνθετο από περισσότερα του ενός διαστήματα." [7]

Ο ορισμός του Μαυροειδή Μάριου [9] αναφέρεται στη μουσική κλίμακα της δυτικής μουσικής θεωρίας. Καθώς το βιβλίο είναι αφιερωμένο στη μελέτη των μουσικών τρόπων της ανατολικής Μεσογείου, ο Μαυροειδής Μάριος περιορίζει τον όρο *κλίμακα* στην περιγραφή της ομώνυμης κατασκευής της δυτικής μουσικής. Για τα υπόλοιπα παρόμοιας λειτουργίας στοιχεία τα οποία πραγματεύεται χρησιμοποιεί τα δικά τους ονόματα, όπως *τρόποι*, *μακάμ* κτλ. Σε αυτό το πλαίσιο, η κλίμακα έχει "συνέπεια" οκτάβας, δηλαδή οι νότες με απόσταση οκτάβας (λόγος συχνοτήτων 2) είναι ομώνυμες, και κάθε κλίμακα εκτείνεται από μία νότα έως την κατά μία οκτάβα υψηλότερή της. Από την άλλη, το New Grove Dictionary of Music and Musicians [3] νιώθει την ανάγκη να συμπεριλάβει στον ορισμό της κλίμακας οποιοδήποτε υπαρκτό ή πιθανό να υπάρξει κατασκεύασμα, συμπεριλαμβανομένων *τρόπων*, *γενών*, *συστημάτων*, κτλ. Κατ' επέκταση, θεωρεί πρέπον να προσθέσει "(όπου αρμόζει)" όταν αναφέρεται στη "συνέπεια" οκτάβας, εφόσον υπάρχουν κατασκευές που πρέπει να υπαχθούν σε αυτόν τον ορισμό της κλίμακας και δεν περιλαμβάνουν καν το διάστημα της οκτάβας.

Οι δύο πρώτοι ορισμοί χρησιμοποιούν την έννοια του *φθόγγου* ως δομικού στοιχείου μιας κλίμακας. Ο Αριστόξενος προτιμά να χρησιμοποιήσει το *διάστημα*, έννοια εξίσου επαρκή για τον ορισμό μιας κλίμακας (άλλωστε τα διαστήματα γι' αυτόν νοούνται ως οι αποστάσεις μεταξύ μόνο εκείνων των τονικών υψών που αποτελούν φθόγγους). Προσεγγίζοντας τον ορισμό μέσω του υλικού αντίστοιχου, οι αποστάσεις μεταξύ κάθε ζεύγους σκαλιών είναι επαρκής πληροφορία για την κατασκευή μιας σκάλας. Μάλιστα, σωστό είναι να αντιλαμβανόμαστε τη μουσική σκάλα ως μία φορητή σκάλα, που διατηρεί σταθερές τις αποστάσεις μεταξύ των βαθμίδων της (άρα και τον χαρακτήρα της) ανεξάρτητα από το ύψος στο οποίο θα τοποθετηθεί η *βάση* της και από το οποίο και *πάνω* εκτείνεται.

Η κλίμακα είναι ένας τρόπος διακριτοποίησης του πεδίου των μουσικών υψών. Τα ύψη που επιλέγονται, βάση κάποιας αρχής ευφωνίας των αποστάσεών τους (διαστημάτων), αποτελούν τους φθόγγους της κλίμακας. Στην απλούστερη μουσικολογική επιταγή μιας κλίμακας, θεωρούμε ένα μουσικό έργο (ή ένα τμήμα του) *γραμμένο σε μία κλίμακα*, εάν οι φθόγγοι που εμφανίζονται μέσα στο κομμάτι ανήκουν όλοι (ή σχεδόν όλοι) στην κλίμακα αυτή. Ωστόσο, πολλά παρεμφερή συστήματα (όπως οι ινδικές raga ή raag) δεν περιορίζονται στη θέσπιση των *προσβάσιμων* νοτών, αλλά εμπεριέχουν αισθητικούς, πρακτικούς και θεωρητικούς κανόνες που αφορούν τη "διαδικασία πρόσβασης" στις νότες αυτές. Γενικά, η αποτύπωση μοτίβων, που προκύπτουν από τη μουσική παράδοση, είναι σε πολλές κουλτούρες το θεμέλιο της μουσικής δημιουργίας. Στη δυτική μουσική, τα μοτίβα αυτά απέκτησαν αρμονική δομή και η μελωδία ουσιαστικά απελευθερώθηκε. Αργότερα, στο δωδεκαφθογγισμό, οι κλίμακες έπαψαν να αποτελούν δομή οργάνωσης του μουσικού υλικού και οι συνθέτες που ακολούθησαν αυτή τη μέθοδο είχαν στη διάθεσή τους όλους τους δώδεκα φθόγγους της δυτικής θεωρίας για να οικοδομήσουν μία δική τους ακολουθία. Ωστόσο, οι ευρύτερα αποδεκτοί συνθέτες που ακολούθησαν το δρόμο αυτό, όπως ο Ιγκόρ Στραβίνσκι, είχαν βαθιά γνώση της παραδοσιακής μουσικής κάποιας περιοχής. Διεθνώς και διαχρονικά, φαίνεται ότι η μουσική που μπορεί να γίνει ευρέως αποδεκτή από τον κόσμο βασίζεται στην ανάπτυξη, ανάμιξη και τροποποίηση προϋπαρχόντων και λειτουργικών για επιμέρους (τουλάχιστον) κοινωνικές ή εθνολογικές ομάδες, μοτίβων. Το αυτονόητο αυτής της πρότασης έχει δύο επεκτάσεις: αφενός το εύηχο της μουσικής είναι βιωματικό πολιτισμικό φαινόμενο, αφετέρου εάν υπάρχουν βιολογικοί παράγοντες που καθορίζουν το εύηχο, τότε η αρχέγονη μουσική θα τους είχε αναπόφευκτα λάβει υπόψη της.

Κλείνοντας αυτό το κεφάλαιο, πρέπει να θίξουμε τρία σημαντικά ζητήματα:

1. **Η αδυναμία απόλυτης συνέπειας ορισμών των εννοιών ενός θεωρητικού συστήματος.** Ο Αριστόξενος γράφει: "Εδώ ζητάμε από τον αναγνώστη να δεχτεί αυτούς τους ορισμούς με καλή προαίρεση και να μην ψάξει σχολαστικά να βρει κατά πόσον το καθετί ορίζεται με ακρίβεια ή όχι, αλλά να δείξει προθυμία για να τους κατανοήσει και να τους θεωρήσει επαρκείς, εφόσον είναι ικανοί να τον βάλουν στη σωστή κατεύθυνση για την κατανόηση των πραγμάτων. Γιατί είναι δύσκολα να δώσει κάποιος άμεμπτους και ακριβείς ορισμούς για όλες ανεξαιρέτως τις θεμελιώδεις έννοιες, και η περίπτωση των τριών αυτών, δηλαδή του φθόγγου, του διαστήματος και του συστήματος δεν αποτελεί εξαίρεση." [7]

2. **Η απόσταση συστημάτων θεωρίας της μουσικής και μουσικής πράξης.** Παρατίθενται: "Το πρόβλημα με τα θεωρητικά συστήματα είναι πως δεν συμβαδίζουν πάντα με τη μουσική πρακτική." [10] "Ωστόσο, αυτό που γίνεται συνήθως, ως την εποχή μας, δεν είναι η συναγωγή ενός θεωρητικού σχήματος από τα δεδομένα της μουσικής πράξης, αλλά η προσπάθεια υπαγωγής της μουσικής πράξης σ' ένα μοντέλο θεωρητικό, που μπορεί να έχει κατασκευαστεί με κριτήρια εξωμουσικά [...], είτε με κριτήρια μουσικά [...]. Είναι δύσκολο να υπερθεματίσει κανείς υπέρ της θεωρίας ή της πράξης, αφού αυθαιρεσία παραμονεύει και στις δύο πτυχές της μουσικής δραστηριότητας. [...] Πάντως, αυτό που έχει σημασία είναι να έχουμε συνείδηση του γεγονότος, ότι θεωρία και πράξη δεν ταυτίζονται πάντα. Γιατί, αφού η θεωρία είναι προσέγγιση της μουσικής πράξης, είναι αναμενόμενο να μην ανταποκρίνεται απόλυτα σ' αυτό που συμβαίνει κατά τη μουσική πραγμάτωση. Και βέβαια αυτό δεν απαγορεύει στη μουσική να υπάρχει, αφού η μουσική πράξη γενικά προϋπάρχει της θεωρητικής περιγραφής της. Ούτε και αναιρεί τη σπουδαιότητα της θεωρίας, αφού μέσω αυτής είναι δυνατή η μετατροπή του μουσικού φαινομένου σε διαχρονικό, μέσω της περιγραφής, καταγραφής και, τελικά, της παραγωγής και αναπαραγωγής του. Στην πραγματικότητα, τόσο πληρέστερα προσεγγίζουμε τη μουσική όσο πιο ισορροπημένα η προσέγγισή μας αυτή πορίζεται συγχρόνως και από τη θεωρία και από την πρακτική της. [...] Όλα τα παραπάνω δεν αποσκοπούν στο να απαξιώσουν τη θεωρητική προσέγγιση της μουσικής. Κάθε άλλο: αυτή είναι, στη συντριπτική πλειοψηφία των περιπτώσεων, ο κύριος δρόμος για την κατανόηση του μουσικού φαινομένου, ιδίως όταν απουσιάζει η βαθιά βιωματική γνώση που μόνο λαϊκοί μουσικοί παραδοσιακών κοινωνιών μπορούν να κατέχουν." [9].

3. **Η φύση της μουσικής δημιουργίας.** Ο Αριστόξενος γράφει: "Και από όποιον κατέχει την επιστήμη που έχει προαναφερθεί (την αρμονική) δεν πρέπει να ζητάμε τίποτα περισσότερο από τούτα (τη μελέτη των βασικών στοιχείων· όσα σχετίζονται με τη θεωρία των συστημάτων και των τόνων). Γιατί αυτό αποτελεί το σκοπό της επιστήμης αυτής. Τα περαιτέρω θέματα που μελετώνται όταν πλέον η μελοποιία χρησιμοποιεί τα συστήματα και τους τόνους, δεν ανήκουν πια στην επιστήμη αυτή αλλά στην επιστήμη που περιλαμβάνει και αυτήν και τους υπόλοιπους κλάδους οι οποίοι μελετούν όλα όσα αφορούν τη μουσική. Κι αυτή είναι η γνώση του μουσικού." [7]. Στο ίδιο πνεύμα, ο Πλούταρχος αναφέρει: "Πρώτα απ' όλα, λοιπόν, πρέπει να καταλάβουμε ότι κάθε μάθηση σε σχέση με τη μουσική είναι εθισμός, που δεν περιλαμβάνει ακόμη τον τελικό σκοπό, για τον οποίο ο μαθητευόμενος μαθαίνει το καθετί που του διδάσκουν. [...] Είναι προφανές ότι η επιστήμη της αρμονίας μελετά τα γένη του ηρμοσμένου, τα διαστήματα, τα συστήματα, τους φθόγγους, του τρόπους και τις μεταβολές από ένα σύστημα σε άλλο (εγκαθιστώντας άλλη μέση) - πιο μακριά δεν μπορεί να προχωρήσει. [...] Η αρμονική επιστήμη δεν επεκτείνεται σε παρόμοια θέματα, αλλά χρειάζεται να συμπληρωθεί με πολλά άλλα, εφόσον αγνοεί τη σημασία του οικείου. Πράγματι, ούτε το χρωματικό γένος ούτε το εναρμόνιο θα περικλείει ποτέ την πλήρη σημασία του οικείου, που κάνει να φαίνεται το ήθος της συνθεμένης μελωδίας - τούτο είναι δουλειά του τεχνίτη." [11]. Περί τα δύο χιλιάδες χρόνια μετά, ο Αμάραντος Αμαραντίδης γράφει στο εξώφυλλο του εγχειριδίου του αρμονίας: "Ο μελετητής του βιβλίου αυτού, ας μη ξεχνά ότι μουσική είναι πάνω απ' όλα τέχνη και ότι τέχνη σημαίνει τρόπος έκφρασης και όχι απομνημόνευση κανόνων." [12] Ο Αριστόξενος μιλάει για τη "γνώση" του μουσικού η οποία γι' αυτόν είναι *επιστήμη*, ενώ ο Αμαραντίδης για *τέχνη*. Η αντίθεση των δύο αυτών όρων είναι προϊόν της σύγχρονης χρήσης του όρου "τέχνη". Και οι δύο θεωρητικοί (όπως και ο φιλόσοφος και βιογράφος Πλούταρχος) θεωρούν σημαντικό εφόδιο ενός μουσικού τη γνώση της μουσικής θεωρίας. Ωστόσο, όπως σπεύδουν και οι δύο να επισημάνουν, η γνώση αυτή δεν είναι παρά υποσύνολο των εργαλείων ενός μουσικού. Ο Πλούταρχος παρατηρεί: "Αν, λοιπόν, στην εξοικείωση κάποιου με τη μουσική προστεθεί η κριτική ικανότητα, είναι φανερό πως ο άνθρωπος αυτός θα είναι ο τέλειος στη μουσική τέχνη" [11]. Η φύση μιας *τέχνης* απαιτεί την εμπειρία και την εμπειρική εκμάθηση του *τεχνίτη*, μέρος της οποίας αποτελούν διεργασίες οι οποίες δεν μπορούν να περιγραφούν αποτελεσματικά από "επιστημονικής" πλευράς. Άρα η αναζήτηση μιας *τεκμηρίωσης* του μουσικού φαινομένου πιθανότατα στερείται νοήματος και σίγουρα δεν είναι (ή, τουλάχιστον, δεν θα έπρεπε να είναι) ο σκοπός της σύνταξης κάποιου συστήματος θεωρίας της μουσικής.

Μεγάλης σημασία χαρακτηριστικό της μουσικής πράξης, το οποίο εμπίπτει στα δύο τελευταία ζητήματα, είναι εκείνο της διακύμανσης του τονικού ύψους ενός φθόγγου. Παρότι μεγάλου ιστορικού ενδιαφέροντος, δεν μας ενδιαφέρει το κατά πόσο μεταβάλλεται το ονομαστικό ύψος ενός φθόγγου, αλλά το κατά πόσο μπορεί να μεταβάλλονται οι αποστάσεις μεταξύ των φθόγγων μιας κλίμακας. Σε ό,τι αφορά τη μουσική πράξη της μεσογειακής Ανατολής ο Μάριος Μαυροειδής γράφει: "Η υπόσταση της μουσικής κλίμακας δεν μπορεί στην πραγματικότητα να περιγραφεί από ένα ενιαίο και αμετακίνητο σχήμα ή ένα σώμα σχημάτων. [...] Μια αντικειμενική περιγραφή [...] της μουσικής κλίμακας θα έπρεπε να μπορεί να δίδει τις ιδιαίτερες διαστηματικές επιλογές, για κάθε στιγμή και περίσταση και για κάθε μουσικό ξεχωριστά. Κάτι που είναι απολύτως αδύνατον. Γι' αυτό και περιοριζόμαστε στις θεωρητικές περιγραφές, που είναι τόσο πιο επιτυχημένες όσο πιστότερα αποδίδουν τον "μέσον όρο" αυτού που συμβαίνει στη μουσική πράξη." [9]. Στη δυτική μουσική, ειδικά μετά τον *συγκερασμό*, έχουμε πολύ σαφέστερο και αυστηρότερο ορισμό των μουσικών διαστημάτων μέσα σε μία κλίμακα. Ωστόσο, πάντα στη μουσική πράξη υπάρχουν μικρές αποκλίσεις. Ορισμένες οφείλονται στα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά των οργάνων, άλλες στην αισθητική των μουσικών και σε κάθε περίπτωση διανθίζουν (στον ελάχιστο βαθμό που επιτρέπει το δυτικό μουσικό σύστημα) τη μουσική εκτέλεση. Στην παρούσα εργασία, εκλείπει η διακύμανση του τονικού ύψους που θα υπήρχε σε ένα φυσικό όργανο. Οι φθόγγοι που θα χρησιμοποιηθούν θα έχουν καθορισμένη συχνότητα.

3. Ιστορική Αναδρομή

Στο μέρος αυτό θα παρουσιαστεί η εξέλιξη των συστημάτων μουσικής θεωρίας που οδήγησε στο σύγχρονο δωδεκάφθογγο δυτικό μουσικό σύστημα. Θα ξεκινήσουμε από την αρχαιοελληνική μουσική θεωρία, στην οποία θα δοθεί και ιδιαίτερη έμφαση, αφενός γιατί έθεσε τα θεμέλια για όλες τις μετέπειτα κατασκευές της δυτικής μουσικής θεωρίας και, αφετέρου, γιατί η κατασκευή της παρούσας εργασίας αντλεί από αυτήν κατασκευαστικούς κανόνες. Ιδιαίτερα θα αναλυθεί το έργο του μέγιστου θεωρητικού της αρχαιότητας Αριστόξενου, ο οποίος διατύπωσε απόψεις ριζοσπαστικές όχι μόνο για την εποχή του αλλά και διαχρονικά, καθώς πολλές εξ αυτών δεν τις έχει ενστερνιστεί κανένας μεταγενέστερος δυτικός θεωρητικός. Η κατασκευή μας θα περιέχει βασικούς άξονες της φιλοσοφίας του Αριστόξενου. Αφού αφιερώσουμε την απαραίτητη μελέτη στους αρχαίους Έλληνες θεωρητικούς, θα ακολουθήσουμε την πορεία των μουσικών συστημάτων στη Δύση, όπου από το Μεσαίωνα αρχίζει να μορφοποιείται ο κορμός του συστήματος φθόγγων που φτάνει στις μέρες μας.

Διευκρινίσεις

1. Όταν γίνεται αναφορά στη **σύγχρονη ή/και δυτική μουσική θεωρία**, εννοείται το σύστημα μουσικής θεωρίας με το οποίο η πλειονότητα των μουσικών και συνθετών του δυτικού κόσμου επικοινωνεί σήμερα. Η αντίληψη των συστημάτων θεωρίας που δημιουργήθηκαν τον 20ο αιώνα ως σύγχρονων συστημάτων μουσικής θεωρίας θα ήταν παραπλανητική, καθώς ως σύγχρονο είναι χρησιμότερο να νοείται ένα σύστημα σε πλήρη ισχύ και λειτουργία.
2. Προκειμένου να γίνεται απόλυτα κατανοητή η παρουσίαση των μουσικών συστημάτων, είναι απαραίτητη η γνώση βασικών στοιχείων σύγχρονης δυτικής μουσικής. Τα απαραίτητα στοιχεία συνοψίζονται στο παράρτημα Α΄.
3. Κάποια συστήματα προκύπτουν ως *δυνατότητες κίνησης* από έναν φθόγγο προς άλλους. Σε αυτές τις περιπτώσεις, θα μελετηθούν οι κανόνες προκειμένου να συντεθούν τα συστήματα που περιγράφουν. Ωστόσο, στα πλαίσια της εργασίας μας, δεν θα ασχοληθούμε με συνθετικούς κανόνες. Θα περιοριστούμε στη μελέτη των χαρακτηριστικών διαστηματικών επιλογών του κάθε συστήματος.

Συμβάσεις απεικόνισης

Στους πίνακες που ακολουθούν, χρησιμοποιούνται τα Αγγλικά ονόματα των νοτών. Οι φθόγγοι που παρουσιάζονται αντιστοιχίζονται στις σύγχρονες ονομασίες των φθόγγων που βρίσκονται στην ίδια περιοχή, ενώ, στις περιπτώσεις που οι συγγραφείς τους έχουν ονοματίσει, τηρούνται οι ονομασίες που επέλεξαν. Στον *ίσο συγκερασμό*, οι *αλλοιώσεις* δεν ονοματίζονται, εφόσον έχουν δύο ονόματα. Οι φθόγγοι απεικονίζονται πάντα κατά σειρά αύξουσας συχνότητας από τα αριστερά προς τα δεξιά.

Με σκοπό την καλύτερη εμφάνιση των πινάκων, χρησιμοποιούνται συντομογραφίες. Η συντομογραφία "φ" αντιστοιχεί στον όρο "φθόγγοι". Οι συντομογραφίες "λ" και "c" αντιστοιχούν στους όρους "λόγοι συχνοτήτων" και "cents" αντίστοιχα και, εφόσον υφίστανται αυτούσιες, αναφέρονται στη θέση των φθόγγων, όπως είναι εμφανές και από τη δομή των πινάκων. Η συντομογραφία "α" αντιστοιχεί στον όρο "αποστάσεις" και αναφέρεται στις αποστάσεις μεταξύ των φθόγγων που βρίσκονται εκατέρωθεν της εκάστοτε τιμής του μεγέθους. Κατ' επέκταση, η συντομογραφία "λα" αντιστοιχεί στους "λόγους (ως εκφράσεις των) αποστάσεων" και είναι η έκφραση των αποστάσεων ως λόγων των συχνοτήτων του φθόγγου μεγαλύτερης συχνότητας προς το φθόγγο μικρότερης συχνότητας, για κάθε ζεύγος φθόγγων των οποίων η απόσταση περιγράφεται.

3.1 Αρχαοελληνική Μουσική Θεωρία

Δομική μονάδα του αρχαιοελληνικού μουσικού συστήματος είναι το *τετράχορδο*. Το τετράχορδο, έχοντας ως απτή υλική αναλογία την πρώτη μορφή της λύρας, που ήταν τετράχορδη, αποτελείται από δύο σταθερούς (ἑστώτες) φθόγγους, οι οποίοι είναι οι ακριανοί και δύο κινητούς φθόγγους, που είναι οι δύο ενδιάμεσοι. Η απόσταση των δύο ακραίων φθόγγων είναι μία τέταρτη (λόγος συχνοτήτων $\frac{4}{3}$). Η επιλογή των δύο κινητών φθόγγων καθορίζει το *γένος* του τετραχόρδου. Υπάρχουν τρία γένη: το *εναρμόνιο*, το *χρωματικό* και το *διατονικό*. Το χρωματικό και το διατονικό γένος είχαν διαφορετικές εκδοχές που αποκαλούνταν χροιές (χρόαι).

σταθερός	κινητός	κινητός	σταθερός
διάστημα 4ης			

Πίνακας 3.1: Τετραχορδία

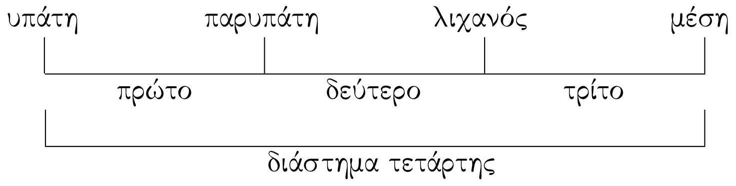
Η εξέλιξη του συστήματος επήλθε με την διαδοχική υπέρθεση (ως προς τον άξονα του τονικού ύψους) περισσότερων τετραχόρδων. Η πρώτη μορφή υπέρθεσης γινόταν με ταύτιση του ψηλότερου τονικά φθόγγου του χαμηλότερου τετραχόρδου με τον χαμηλότερο φθόγγο του ψηλότερου τετραχόρδου. Τα τετράχορδα που συνδέονταν με αυτόν τον τρόπο ονομάζονταν *συνημμένα*. Μία άλλη μέθοδος ήταν η παρεμβολή ενός *τόνου* ανάμεσα στην ψηλότερη νότα του χαμηλότερου τετραχόρδου και την χαμηλότερη νότα του ψηλότερου. Τα τετράχορδα που συνδέονταν με αυτόν τον τρόπο ονομάζονταν *διεζευγμένα*. Με τη διάζευξη δύο τετραχόρδων βρισκόμαστε στην *οκταχορδία*, της οποίας οι ακραίοι φθόγγοι απέχουν διάστημα οκτάβας (λόγος συχνοτήτων $\frac{2}{1}$). Στην *οκταχορδία*, το διάστημα μεταξύ των χαμηλότερων φθόγγων και των υψηλότερων φθόγγων των δύο τετραχόρδων είναι διάστημα πέμπτης (λόγος συχνοτήτων $\frac{3}{2}$). Μετέπειτα αναπτύχθηκαν μεγαλύτερα θεωρητικά σχήματα, όπως το Τέλειο Έλασσον σύστημα, που ήταν ενδεκάχορδο, το Τέλειο Μείζον, που εκτεινόταν σε δύο οκτάβες και ήταν δεκαπεντάχορδο και το Τέλειο Αμετάβλητο (Ἀμετάβολον), που ήταν σαν το Τέλειο Μείζον, με την προσθήκη μίας νότας ως υποδιαίρεσης (εκεί υπήρχε συνύπαρξη ενός συνημμένου κι ενός διεζευγμένου τετραχόρδου σε κάποιο σημείο).

πρώτο τετράχορδο			δεύτερο τετράχορδο			
σταθερός	κινητός	κινητός	σταθερός	κινητός	κινητός	σταθερός
διάστημα 4ης			διάστημα 4ης			
διάστημα 7ης						

πρώτο τετράχορδο					δεύτερο τετράχορδο			
σταθερός	κινητός	κινητός	σταθερός		σταθερός	κινητός	κινητός	σταθερός
διάστημα 4ης				τόνος	διάστημα 4ης			
διάστημα 5ης					διάστημα 4ης			
διάστημα 4ης			διάστημα 5ης					
διάστημα 8ης								

Πίνακας 3.2: Επταχορδία και Οκταχορδία

Από τη βαρύτερη τονικά προς την υψηλότερη, οι χορδές του τετραχόρδου ονομάζονται *υπάτη*, *παρυπάτη*, *λιχανός* και *μέση*. Ας θεωρηθούν τα τρία διαστήματα που προκύπτουν μέσα σε ένα τετράχορδο. Ας ονομαστούν, κατά αύξουσα σειρά συχνότητας, πρώτο, δεύτερο και τρίτο διάστημα τετραχορδίας.



Πίνακας 3.3: Τα τρία διαστήματα που προκύπτουν μέσα σε ένα Τετράχορδο

Οι κανόνες που διέπουν την αρχαιοελληνική μουσική επιβάλλουν το πρώτο διάστημα να είναι μικρότερο ή ίσο του δευτέρου και οπωσδήποτε μικρότερο του τρίτου. Σε κάποιες περιπτώσεις, το άθροισμα των δύο πρώτων διαστημάτων είναι μικρότερο από το τρίτο διάστημα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, τα δύο πρώτα διαστήματα ονομάζονται *πυκνό*. Έτσι, γίνεται αναφορά στο *πυκνό* και στα δύο μέρη του, ενώ (σε αυτές τις περιπτώσεις) η τετραχορδία αποτελείται από ένα πυκνό και το τρίτο κατά σειρά διάστημα.

Στην αρχαιοελληνική μουσική εμφανίζονται ποικίλα διαστήματα μικρότερα του *τόνου*. Το διάστημα του *τόνου* προκύπτει ως διαφορά των διαστημάτων τετάρτης και πέμπτης. Οι υποδιαιρέσεις του *τόνου* (ή, τα μικρότερα ή ίσα του ημιτονίου διαστήματα) ονομάζονται *διέσεις*. Ο Αριστόξενος ορίζει σαφώς τρεις, την ελάχιστη εναρμόνια δίεση, που αντιστοιχεί στο ένα τέταρτο του τόνου, την ελάχιστη χρωματική δίεση, που αντιστοιχεί στο ένα τρίτο του τόνου και το ημιτόνιο, που αντιστοιχεί στο μισό του τόνου. Ο όρος *δίεση* χρησιμοποιούταν για να δηλώσει την ελάχιστη εναρμόνια δίεση [13].

Σύμφωνα με τους αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς, υπάρχουν τρία βασικά είδη μαθηματικών λόγων. Τα τρία αυτά είδη είναι: ο *πολλαπλάσιος* λόγος (γενική μορφή $\frac{\kappa\nu}{\nu}$, όπου $\kappa, \nu \in \mathbb{N}^*$), ο *επιμόριος* λόγος (γενική μορφή $\frac{\nu+1}{\nu}$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$) και ο *επιμερής* (γενική μορφή $\frac{\nu+\rho\nu}{\nu}$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$ και $\rho \in \mathbb{Q}, \rho > 0$). Οι σύνθετοι λόγοι προκύπτουν από τον συνδυασμό των παραπάνω. Για τους αρχαίους Έλληνες, τα σύμφωνα (εύηχα) διαστήματα, ήταν διαστήματα που σχηματίζονταν από πολλαπλάσιους και επιμόριους λόγους.

Ο Αρχύτας ο Ταραντίνος (4ος π.Χ. αιώνας) αναφέρει τις τρεις πρώτες *μεσότητες* που ανακάλυψε ο Πυθαγόρας [14]: "Ο ένας είναι ο αριθμητικός μέσος, ο δεύτερος ο γεωμετρικός και ο τρίτος ο υπενάντιος, ο λεγόμενος "αρμονικός"." [15]. Στους ορισμούς που ακολουθούν, οι όροι αναφέρονται από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο, έστω $\alpha > \beta > \gamma$. "Μιλάμε για αριθμητικό μέσο, όταν τρεις οροι διαφέρουν μεταξύ τους κατά την ακόλουθη αναλογία: όσο υπερβαίνει ο πρώτος τον δεύτερο, τόσο υπερβαίνει και ο δεύτερος τον τρίτο." [14], δηλαδή $\alpha - \beta = \beta - \gamma \Leftrightarrow \beta = \frac{\alpha+\gamma}{2}$. Ο γεωμετρικός μέσος δεν μας αφορά. "Μιλάμε για υπενάντιο μέσο, τον λεγόμενο αρμονικό, όταν η αναλογία των τριών όρων είναι η ακόλουθη: ο πρώτος όρος υπερβαίνει κατά ένα του μέρος τον δεύτερο και ο μεσαίος υπερβαίνει τον τρίτρο κατά το ίδιο μέρος του τρίτου." [14], άρα $\frac{\alpha-\beta}{\alpha} = \frac{\beta-\gamma}{\gamma} \Leftrightarrow \beta = \frac{2\alpha\gamma}{\alpha+\gamma}$.

Σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, είναι πλέον προφανές ότι, για δύο φθόγγους που απέχουν διάστημα οκτάβας (άρα $\alpha = 2\gamma$), ο φθόγγος που απέχει διάστημα τετάρτης από τον χαμηλότερο αντιστοιχεί στον *αρμονικό μέσο* (εφόσον προκύπτει $\beta = \frac{4}{3}\gamma$) και ο φθόγγος που απέχει διάστημα πέμπτης από τον χαμηλότερο αντιστοιχεί στον *αριθμητικό μέσο* εφόσον προκύπτει $\beta = \frac{3}{2}\gamma$).

Η αρχαιοελληνική μουσική θεωρία μπορεί να χωριστεί σε τρεις παραδόσεις: την **Πυθαγόρεια** παράδοση, την παράδοση των **Αρμονικών** και την παράδοση του **Αριστόξενου**.

Γνώστης και κριτής των παραπάνω παραδόσεων, ο φυσικός φιλόσοφος **Κλαύδιος Πτολεμαίος** έχει πολύτιμη προσφορά στο σώμα της αρχαιοελληνικής θεωρίας με τις προσωπικές του προτάσεις, ενώ έχει επίσης απαριθμήσει, δίνοντας αριθμητικά στοιχεία, τις προγενέστερές του προσεγγίσεις.

3.1.1 Η Πυθαγόρεια Παράδοση

Οι Πυθαγόρειοι (6ος π.Χ. αιώνας απαρχές της σχολής) μελετούσαν τη θεωρία της μουσικής ως παρακλάδι της μαθηματικής επιστήμης. Για τους Πυθαγόρειους, τα μαθηματικά είχαν μεταφυσική λειτουργία, αποτελώντας το μέσο για την κατανόηση του σύμπαντος, τόσο του ορατού, όσου και του αόρατου. Δεν τους αφορούσε η μουσική πράξη, αλλά ενδιαφέρονταν να συναγάγουν κανόνες που να βασίζονται σε γοητευτικούς αριθμητικούς λόγους. Λόγω της μυστικιστικής προσέγγισής τους στους αριθμούς, φρόντισαν να εκφράσουν όλα τα διαστήματα της μουσικής τους θεωρίας χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τους αριθμούς 1, 2, 3 και τις δυνάμεις τους. Η Πυθαγόρεια προσέγγιση στη μουσική επιστήμη μας είναι γνωστή πρωτίστως από την *Κατατομή Κανόνος* και από γραπτά που έχουν συντάξει οι: Πλάτωνας, Αριστοτέλης, Πλούταρχος, Νικόμαχος ο Γερασηνός, Θέων ο Σμυρναίος, Κλαύδιος Πτολεμαίος και, στη μεταγενέστερη συγχώνευση της Πυθαγόρειας παράδοσης με το κίνημα του νεοπλατωνισμού, ο Πορφύριος, ο Αριστείδης Κοϊντιλιανός, ο Ιάμβλιχος και μεταγενέστεροι. [16]

Ο Μύθος

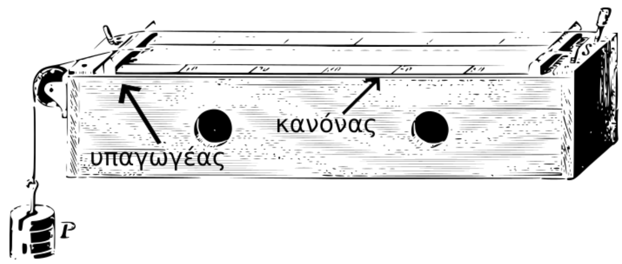
Ο μύθος αναφέρει ότι ο Πυθαγόρας, περνώντας έξω από ένα σιδηρουργείο, άκουσε τα χτυπήματα των σφυριών, οι συνδυασμοί των οποίων του ακούστηκαν εύηχοι. Ζυγίζοντας τα τέσσερα σφυριά που χρησιμοποιούσε ο σιδηρουργός, παρατήρησε ότι οι μάζες τους μπορούσαν να αντιστοιχηθούν στους αριθμούς 6, 8, 9 και 12. Από τους λόγους των μαζών τους συνήγαγε τους τρεις λόγους συχνοτήτων που εκφράζουν τα τρία σύμφωνα διαστήματα των αρχαίων Ελλήνων (η υπέρθεση σύμφωνων διαστημάτων παρήγαγε με τη σειρά της σύμφωνα διαστήματα, αλλά για τη σύγχρονη οπτική μας η ονοματοδοσία διαστημάτων μεγαλύτερων της οκτάβας στερείται νοήματος). Τα διαστήματα αυτά, κατά σειρά μεγέθους, είναι: η τέταρτη (δια τεσσάρων (ενν. χορδών συμφωνία), ήταν το διάστημα ανάμεσα στις ακραίες χορδές της πρώτης, τετράχορδης μορφής της λύρας) που αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων $\frac{4}{3}$, η πέμπτη (δια πέντε, ως η απόσταση ανάμεσα στην πρώτη και την πέμπτη χορδή της λύρας) που αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων $\frac{3}{2}$ και η οκτάβα (δια πασών για την οκτάχορδη λύρα) που αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων 2. Τα τρία αυτά διαστήματα εξακολουθούν να είναι, κατά προσέγγιση, πυλώνες της μεγάλης πλειονότητας της μουσικής που ακούγεται σήμερα παγκοσμίως.

Σε μαθηματική διατύπωση, οι όροι που αντιστοιχούν στις μάζες των σφυριών αποτελούνται από έναν όρο, τον διπλάσιό του και δύο μέσους των δύο προηγούμενων όρων, τον αριθμητικό και τον αρμονικό. Όπως είδαμε, αυτές οι μαθηματικές σχέσεις περιγράφουν τα τρία δομικά διαστήματα.

Για τον προσδιορισμό των τριών διαστημάτων απαιτούνται μόνο δύο εκ των τριών, καθώς η οκτάβα αποτελεί άθροισμα μιας πέμπτης και μιας τέταρτης ($2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3}$). Παρομοίως, η κατασκευή του δωδεκάφθογγου συστήματος που χρησιμοποιείται στη δυτική μουσική (κατά προσέγγιση, καθώς προσέγγιση αποτελεί και το ίδιο) μπορεί να πραγματοποιηθεί με οποιονδήποτε συνδυασμό δύο εξ αυτών. Ας μελετήσουμε λοιπόν ξανά το εγχείρημα που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο της εισαγωγής. Σκοπός είναι η δόμηση ενός μουσικού συστήματος που θα μπορεί να οριστεί μόνο με δύο διαστήματα (εφόσον είδαμε ότι το τρίτο θα προκύψει), με μόνο αξίωμα ότι οι φθόγγοι των οποίων οι συχνότητες σχηματίζουν λόγο πολλαπλάσιο του δύο θεωρούνται ο ίδιος φθόγγος. Ας ξεκινήσουμε με την οκτάβα και την πέμπτη. Ξεκινώντας από έναν φθόγγο και παίρνοντας 12 διαδοχικές πέμπτες καταλήγουμε σε έναν φθόγγο τον οποίο μπορούμε κατά προσέγγιση να θεωρήσουμε ίδιο με αυτόν από τον οποίο ξεκινήσαμε ($(\frac{3}{2})^{12} = 129.7463 \approx 128 = 2^7$). Συνεπώς, έχουμε διατρέξει δώδεκα διαφορετικούς φθόγγους. Προχωράμε στην οκτάβα και την τέταρτη. Εάν πάρουμε 12 διαδοχικές τέταρτες καταλήγουμε πάλι σε μία αρκετά κοντινή προσέγγιση δύναμης του δύο ($(\frac{4}{3})^{12} = 31.5693 \approx 32 = 2^5$). Καταλήγουμε στο λιγότερο διαισθητικό εγχείρημα, της κατασκευής με τα διαστήματα τετάρτης και πέμπτης. Η λύση είναι να πάρουμε, ξεκινώντας από τον ίδιο φθόγγο, πέντε διαδοχικές πέμπτες και επτά διαδοχικές τέταρτες. Τότε ($(\frac{3}{2})^5 = 7.5938 \approx 7.4915 = (\frac{4}{3})^7$) και έχουμε πάλι δώδεκα φθόγγους. Μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ότι δεν έχουμε διατρέξει τους ίδιους φθόγγους λόγω του Θεμελιώδους Θεωρήματος της Αριθμητικής, το οποίο επιλέγουμε πρακτικά πού θα "παραβιάσουμε" με μια προσέγγιση.

Η "Κατατομή Κανόνος"

Η *Κατατομή Κανόνος* είναι ένα έργο που αφορά τη θεωρία της μουσικής και αποδίδεται στον Ευκλείδη (3ος π.Χ. αιώνας), παρότι η πατρότητα του έργου έχει τεθεί αρκετές φορές υπό αμφισβήτηση. Αντλεί το όνομά του από τον *κανόνα* ή *μόνοχορδο*. Το μονόχορδο αποτελούνταν από μία τανυσμένη χορδή πάνω σε σταθερή βάση, στην οποία ήταν προσαρμοσμένος ένας χάρακας (κανόνας) από τον οποίο πήρε το όνομά του το όργανο. Ένα κινητός καβαλάρης (υπαγωγέας) χώριζε τη χορδή σε δύο τμήματα. Με τη βοήθεια του χάρακα, μπορούσαν να μελετηθούν οι λόγοι των μηκών των δύο τμημάτων της χορδής σε σχέση με το άκουσμά τους. Παρότι η ανακάλυψη του οργάνου αποδιδόταν στον Πυθαγόρα, δεν υπάρχουν καταγραφές που να μαρτυρούν την ύπαρξή του πριν τα τέλη του 4ου π.Χ. αιώνα. [15]



Σχήμα 3.1: Εκδοχή του μονόχορδου (η τάση μπορεί να μεταβληθεί και με αλλαγή του βαριδίου)

Η Κατατομή Κανόνος αποτελείται από μια σύντομη εισαγωγή και 20 προτάσεις. Η εισαγωγή συσχετίζει τους ήχους με την κίνηση και συμπεραίνει ότι, εφόσον ο αριθμός των κινήσεων (η συχνότητα) καθορίζει το ύψος του ήχου, οι ήχοι αποτελούνται από μέρη και άρα οι σχέσεις τους στηρίζονται σε μαθηματικούς λόγους. Οι σύμφωνοι ήχοι σχετίζονται με λόγους *πολλαπλάσιους* ή *επιμόριους*. Οι 9 πρώτες προτάσεις είναι θεωρήματα που αποδεικνύονται, τα οποία αφορούν τις ιδιότητες λόγων και διαστημάτων, χωρίς ακόμα να γίνεται συσχετισμός με το μουσικό φαινόμενο. Στις προτάσεις 10 έως 12 προσδιορίζονται οι λόγοι των σύμφωνων μουσικών διαστημάτων. Στην πρόταση 13 ορίζεται το διάστημα του *τόνου* ως επόγδοο. Καθώς ο τόνος είναι το διάστημα που προκύπτει όταν αφαιρέσουμε μία τέταρτη από μία πέμπτη, ο λόγος συχνοτήτων που του αντιστοιχεί είναι η διαφορά των δύο διαστημάτων, άρα ο λόγος των λόγων τους: $\frac{3}{2}/\frac{4}{3} = \frac{9}{8}$. Στις προτάσεις 14 έως 16, γίνεται υπεράσπιση της Πυθαγόρειας οπτικής, σύμφωνα με την οποία ο τόνος δεν μπορεί να χωριστεί σε ίσα μέρη (εφόσον η ρίζα του $\frac{9}{8}$ είναι άρρητος). Εδώ ο συγγραφέας κατά πάσα πιθανότητα καταφέρεται κατά των εμπειρικών μουσικών σχολών που ήθελαν τα σύμφωνα μουσικά διαστήματα να χωρίζονται σε ακέραιο αριθμό *τόνων* και *ημιτονίων*. Οι προτάσεις 17 και 18 ασχολούνται με τους κινούμενους φθόγγους του εναρμόνιου γένους. Τέλος, οι προτάσεις 19 και 20, προσδιορίζουν τη θέση σταθερών και κινητών φθόγγων για το Τέλειο Αμετάβλητο σύστημα. Πρακτικά, δεν δίνονται όλοι οι κινητοί φθόγγοι, αλλά ακριβώς αυτοί που αντιστοιχούν στο Τέλειο Μείζων. Να σημειωθεί ότι οι προτάσεις 17, 19 και 20 δεν αποτελούν θεωρήματα, αλλά προβλήματα που επιλύει ο συγγραφέας.

φ	A		B		C		D		E		F		G		A
λ	1		$\frac{9}{8}$		$\frac{3}{2}(\frac{8}{9})^2$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$2(\frac{8}{9})^2$		$\frac{16}{9}$		2
λα		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$	

Πίνακας 3.4: Διατονικό επτάφθογγο γένος όπως περιγράφεται στην Κατατομή Κανόνος

Το διάστημα του τόνου χωριζόταν σε δύο άνισα μέρη, την *αποτομή*, με λόγο συχνοτήτων $\frac{2187}{2048}$ και το *λείμμα*, με λόγο συχνοτήτων $\frac{256}{243}$. Το διατονικό γένος, στην επτάφθογγη εκδοχή του που παρουσιάζεται στην Κατατομή Κανόνος (πίνακας 3.4), αντιστοιχεί στη σύγχρονη μείζονα κλίμακα της δυτικής μουσικής, εάν αντιστοιχίσουμε στο διάστημα του συγκερασμένου τόνου (200 cents) τον λίγο μεγαλύτερο λόγο $\frac{9}{8}$ (203.91 cents) και στο διάστημα του συγκερασμένου ημιτονίου (100 cents) τον αρκετά μικρότερο λόγο $\frac{256}{243}$ (90.225 cents).

Ο "Τίμαιος"

Ο Πλάτωνας γεννήθηκε γύρω στο 427 π.Χ. στην Αθήνα ή την Αίγινα. Ήταν μαθητής του Σωκράτη, ιδρυτής της Ακαδημίας και από τους επιφανέστερους Έλληνες φιλοσόφους. Στο έργο του "Τίμαιος (ἤ Περί φύσεως)" πραγματεύεται κοσμολογικά ζητήματα περιπλέκοντας φιλοσοφικές, επιστημονικές και θεολογικές προσεγγίσεις. Πιστή στο Πυθαγόρειο πνεύμα και σύμφυτη με τις μαθηματικές σχέσεις της θεωρίας της μουσικής είναι η περιγραφή της δημιουργίας της ψυχής από τον θεό (ο Πλάτωνας αποδέχεται έναν "δημιουργό"). Στην ανάλυση του παρακάτω χωρίου, πολύτιμες ήταν οι προσεγγίσεις των Jean-François Mattéi [14] και Andrew Barker [15]. Παρατίθεται το κομμάτι που μπορεί να αντιστοιχηθεί αβίαστα με μουσικές σχέσεις:

"Στη συνέχεια άρχισε να διαιρεί το μείγμα ως εξής: Πρώτα χώρισε διπλάσια ποσότητα απ' αυτήν. Τρίτο, χώρισε ποσότητα μιάμιση φορά μεγαλύτερη από τη δεύτερη και τριπλάσια από την πρώτη. Τέταρτο, πήρε διπλάσια ποσότητα από τη δεύτερη. Πέμπτο, χώρισε ποσότητα τριπλάσια από την τρίτη. Έκτο, πήρε ποσότητα οκταπλάσια από την πρώτη. Και έβδομο χώρισε ποσότητα είκοσι εφτά φορές περισσότερη από την πρώτη. Στη συνέχεια γέμισε τα κενά που είχαν λόγο το δύο και τα κενά με λόγο το τρία, χωρίζοντας κι άλλες ποσότητες από το αρχικό μείγμα και βάζοντάς τες στη μέση των παραπάνω αναλογιών, με τρόπο ώστε να υπάρχουν δύο μέσοι όροι. Απ' αυτούς, ο πρώτος υπερέχει από το ένα άκρο ακριβώς όσο υπολείπεται από το άλλο (ταὐτῷ μέρει)˙ ο δεύτερος υπερέχει και υπολείπεται εξίσου, κατά τον ίδιο αριθμό. Επειδή όμως έτσι δημιουργήθηκαν νέα διαστήματα σ' εκείνα που υπήρχαν ήδη, δηλαδή αναλογίες τριών προς δύο, τεσσάρων προς τρία και εννέα προς οκτώ, συμπλήρωσε τις αναλογίες των τεσσάρων προς τρία με διαστήματα των εννέα προς οκτώ. Έτσι έμεινε τελικά ένα μικρό μέρος από τον καθένα τους, που μπορεί να παρασταθεί με την αναλογία διακόσια πενήντα έξι προς διακόσια σαράντα τρία. Έτσι χρησιμοποίησε όλο το αρχικό μείγμα" [17]

Θα εξετάσουμε το κείμενο χωρίς να αναρωτηθούμε για τη φύση των αριθμών (αν είναι μήκη ή όχι κτλ). Έτσι, στα πρώτα επτά βήματα έχουμε τους αριθμούς $1, 2, 3, 4, 9, 8, 27$. Στη συνέχεια, παρεμβάλλονται μεταξύ κάθε ζευγαριού με λόγο 2 ή 3 δύο μέσοι. Σύμφωνα με τους ορισμούς που δίνονται στη σελίδα 29, είναι προφανές ότι πρόκειται για τον αρμονικό και τον αριθμητικό μέσο. Κάθε ζεύγος αριθμών με λόγο 2 ή 3 δίνει ένα ζεύγος μέσων ως εξής: $(1, 2) \rightarrow (\frac{4}{3}, \frac{3}{2})$, $(2, 4) \rightarrow (\frac{8}{3}, 3)$, $(4, 8) \rightarrow (\frac{16}{3}, 6)$, $(1, 3) \rightarrow (\frac{3}{2}, 2)$, $(3, 9) \rightarrow (\frac{9}{2}, 6)$, $(9, 27) \rightarrow (\frac{27}{2}, 18)$. Εάν διαταχθούν κατά αύξουσα σειρά μοναδικής εμφάνισης, οι αριθμοί που έχουν συνολικά προκύψει είναι οι: $1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, 2, \frac{8}{3}, 3, 4, \frac{9}{2}, \frac{16}{3}, 6, 9, 8, \frac{27}{2}, 18, 27$.

φ	C_0	F_0	G_0	C_1	F_1	G_1	C_2	D_2	F_2	G_2	C_3	D_3	A_3	D_4	A_4
λ	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{1}$	2	$\frac{8}{3}$	3	4	$\frac{9}{2}$	$\frac{16}{3}$	6	8	9	$\frac{27}{2}$	18	27

Πίνακας 3.5: Πρώτο και Δεύτερο μέρος κατασκευής της ψυχής

Ήδη, κάνοντας μια αυθαίρετη αλλά λειτουργική αντιστοίχιση με τη σύγχρονη ονομασία των νοτών έχουμε την κατασκευή του πίνακα 3.5. Στο τρίτο μέρος της κατασκευής, ο δημιουργός *συμπληρώνει* τα διαστήματα τετάρτης με τόνους, αφήνοντας έτσι αποστάσεις διαστημάτων του μεγέθους του *λείμματος*. Η διατύπωση αυτή μας αφήνει εντελώς ελεύθερους να τοποθετήσουμε με όποια σειρά θέλουμε τα διαστήματα των *τόνων* και των *λειμμάτων*. Ακολουθώντας τη λογική με την οποία προβήκαμε στην παραπάνω αντιστοίχιση, μπορούμε να "γεμίσουμε" την κατασκευή μας με *φυσικούς* φθόγγους (φθόγγοι χωρίς αλλοιώσεις, δηλαδή διέσεις ή υφέσεις) και έτσι θα έχουμε ένα κατασκεύασμα που θα εκτείνεται στην ίδια έκταση με το παραπάνω και η δομή του οποίου θα ταυτίζεται με την Πυθαγόρεια κλίμακα που κατασκευάζεται στην "Κατατομής Κανόνος".

Φυσικά, η απόφασή μας να αντιστοιχίσουμε τους λόγους που περιγράφει ο Πλάτωνας με λόγους συχνοτήτων ήταν αυθαίρετη. Θα μπορούσαν να αντιστοιχηθούν σε λόγους μηκών χορδής, οπότε πάλι θα σχημάτιζαν μια παρεμφερή κατασκευή, απλώς λιγότερο διαισθητική. Γεγονός αποτελεί ότι ο Πλάτωνας, μέσω της χρήσης μαθηματικών σχέσεων της μουσικής θεωρίας, επιχειρεί σαφώς να συνδέσει την ανθρώπινη ψυχή με μια παγκόσμια αρχή *αρμονίας*, πεποίθηση καθαρά Πυθαγόρεια.

3.1.2 Οι Αρμονικοί

Για τους *Αρμονικούς*, οι οποίοι μεσολαβούν χρονολογικά μεταξύ των δύο άλλων παραδόσεων, γνωρίζουμε ελάχιστα πράγματα. Ενώ χρησιμοποιούσαν τα μαθηματικά για τη δόμηση των συστημάτων τους, έδιναν σημασία και στα φυσικά φαινόμενα. [16] Θα μπορούσαν λοιπόν να θεωρηθούν εν μέρει πρόδρομοι του Αριστόξενου, ωστόσο εκείνος τους κατηγορεί για αυθαιρεσία. [18] Κατακρίνει την εστίασή τους στη φύση του αυλού [16], αξιολογώντας ως "πολύ παράλογο ατόπημα το να στηρίξουμε σε ενα όργανο τη φύση της αρμονίας" [18], καθώς "κανένα από τα όργανα δεν διαμορφώνει την αρμονία, αλλά η αίσθηση είναι υπεύθυνη γι' αυτήν" [18]. Γνωστοί αρμονικοί είναι ο Πυθαγόρας από τη Ζάκυνθο, ο Αγήνωρ από τη Μυτιλήνη και ο θεωρητικός Ερατοκλής, ο οποίος επιχείρησε μια συστηματοποίηση των σχημάτων των μουσικών συστημάτων.

Παρότι υπάρχουν σκόρπιες αναφορές σε *αρμονικούς* σε έργα του Πλάτωνα, δεν είναι σαφές αν ο όρος περιλαμβάνει αποκλειστικά τη συγκεκριμένη σχολή θεωρητικών. Ωστόσο, μπορεί να συναχθεί με βεβαιότητα ότι στα μέσα του 4ου αιώνα ο όρος βρισκόταν σε ισχύ και δεν έχρηζε επεξέγησης, εφόσον ο Πλάτωνας φαίνεται να θεωρεί δεδομένο ότι οι αναγνώστες του γνώριζαν, τουλάχιστον σε γενικές γραμμές, το αντικείμενο ενασχόλησης των Αρμονικών. [15]

Ο Αριστόξενος γράφει:

> "Οι παλαιότεροι μελετητές, λοιπόν, της αρμονικής ήθελαν να είναι μόνο αληθινά *αρμονικοί*, γιατί ασχολούνταν μόνο με το εναρμόνιο γένος και δεν τους απασχολούσαν καθόλου τα άλλα γένη της μουσικής. Να η απόδειξη: έχουν παρουσιαστεί από αυτούς μόνο τα διαγράμματα των εναρμόνιων συστημάτων και ποτέ δεν έχει δει κανείς διαγράμματα διατονικών ή χρωματικών συστημάτων. Μολονότι τα διαγράμματά τους αναπαριστούσαν ολόκληρη τη διάταξη των διαστημάτων της μελωδίας, τα χρησιμοποιούσαν για να μιλήσουν μόνο για οκτάχορδα εναρμόνια συστήματα." [7]

Το *εναρμόνιο* μουσικό γένος αποτελείται από δύο συνεχόμενα πολύ μικρά διαστήματα (*πυκνό*) κι ένα πολύ μεγαλύτερο (κατά τον Αριστόξενο, αποτελείται από δύο συνεχόμενα τέταρτα του τόνου και ένα δίτονο, από κάτω προς τα πάνω). Ο Αριστόξενος αναφέρεται σε αυτό ως "μια μελωδία μάλιστα που δεν είναι η χειρότερη, αλλά σχεδόν η καλύτερη" [7], ενώ προσθέτει ότι είναι γνωστή σε όσους είναι εξοικειωμένοι με "την πρώτη και τη δεύτερη αρχαϊκή τεχνοτροπία" [7]. Τα διάφορα μουσικά γένη δεν είχαν κατηγοριοποιηθεί σύμφωνα με τις ονομασίες που χρησιμοποιεί ο Αριστόξενος (και που έχουν επικρατήσει) πριν τον 4ο αιώνα. [15]. Επίσης, κατά τον 5ο αιώνα το εναρμόνιο γένος επικρατούσε στη μουσική υψηλού πολιτιστικού γοήτρου και ιδιαίτερα στην Αθηναϊκή Τραγωδία. [15] Συνεπώς, είναι λογικό οι αρμονικοί να εστίασαν στη μελέτη του γένους που αργότερα ονομάστηκε εναρμόνιο.

Η βασική κατασκευή των Αρμονικών ήταν τα διαγράμματά τους, τα οποία δεν σώζονται και μόνο εικασίες μπορούν να γίνουν για τη μορφή τους. Ωστόσο, φαίνεται να ανταποκρίνονται περισσότερο σε μία σύγχρονη προσέγγιση μουσικού συστήματος, όπου γίνεται παρουσίαση όλων των πιθανών φθόγγων ή τονικών υψών και όχι μελέτη των λειτουργικών υποσυνόλων τους, όπως οι κλίμακες. Κατά της προσέγγισης αυτής καταφέρεται ο Αριστόξενος, λέγοντας ότι "εκείνοι φαίνεται να παραμελούν τη φυσική συνέχεια της μελωδίας και είναι φανερό από το πλήθος των διέσεων που τοποθετούν στη σειρά" [18], ενώ υποστηρίζει σθεναρά ότι "ο χωρισμός σε διέσεις είναι κάτι μη μελωδικό και οπωσδήποτε άχρηστο" [18](εδώ ως *δίεση* νοείται ένα κλάσμα του τόνου). Ο όρος που αποδίδει περιφραστικά ο μεταφραστής ως "χωρισμό σε διέσεις" είναι η *καταπύκνωσις*. Ο όρος *πυκνό* εδώ σημαίνει τα μικρά διαστήματα, όπως οι διέσεις [13]. Ο Αριστόξενος λοιπόν διαφωνούσε απόλυτα με την καταπύκνωση, η οποία στερούνταν μουσικής λειτουργικότητας, προσθέτοντας μάλιστα ότι "δεν θα μπορούσε κανείς να τραγουδήσει με τόσες διέσεις" [18], γιατί "οι δυνατότητες της ανθρώπινης φωνής σταματούν αμέσως πριν τις τρεις διέσεις" [18] και καταλήγοντας ότι "είναι φανερό ότι τη διαδοχή δεν πρέπει να την αναζητούμε διαρκώς ούτε στα ελάχιστα ούτε στα άνισα ούτε στα ίσα διαστήματα, αλλά πρέπει να παρακολουθούμε τη φύση της μελωδίας" [18].

3.1.3 Η παράδοση του Αριστόξενου

Ο Αριστόξενος γεννήθηκε μεταξύ 375-360 π.Χ. στον Τάραντα της Κάτω Ιταλίας. Ο πατέρας του, μουσικός και μαθητής του Σωκράτη, του παρέδωσε τα πρώτα μαθήματα μουσικής και φιλοσοφίας. Οι σπουδές του στη φιλοσοφία συνεχίστηκαν υπό τον Πυθαγόρειο Ξενόφιλο τον Χαλκιδέα. Αφού ταξίδεψε στην Ελλάδα, μαθητεύοντας κοντά σε Πυθαγόρειους, πιθανότατα τους τελευταίους πιστούς στην επιστημονική πλευρά της παράδοσης, κατέληξε στην Αθήνα, ως μέλος της περιπατητικής σχολής και διακεκριμένος μαθητής του Αριστοτέλη. Προς απογοήτευσή του, δεν τον διαδέχθηκε ως διευθυντής του Λυκείου. Για την υπόλοιπη ζωή του δεν γνωρίζουμε περισσότερα, εικάζεται ότι παρέμεινε στην Αθήνα έως το τέλος της. Ήταν πολυγραφότατος (η *Σούδα* του αποδίδει 453 βιβλία) και τα έργα του περιελάμβαναν βιογραφίες του Σωκράτη και του Πλάτωνα, πραγματείες σχετικά με τους Πυθαγόρειους, πραγματείες σχετικά με εκπαιδευτικούς και πολιτικούς θεσμούς, καθώς και μία πραγματεία σχετικά με την ψυχή. Πλέον σημαντικό είναι το έργο του που αφορά τη μουσική, το οποίο τον κατατάσσει ανάμεσα στους σημαντικότερους, αν όχι το σημαντικότερο, θεωρητικό της αρχαιοελληνικής μουσικής. Δυστυχώς, όλη σχεδόν η παραγωγή του έχει χαθεί. Έχουν επιβιώσει σημαντικά αποσπάσματα μόνο από κάποια μουσικά έργα του. Στις μέρες μας φτάνουν εκτεταμένα αποσπάσματα από τα *Ρυθμικά στοιχεία* και μία συλλογή τριών βιβλίων, με τίτλο *Αρμονικά στοιχεία*. [19]

Τα "Αρμονικά Στοιχεία"

Κατά τους περισσότερους μελετητές, τα *Αρμονικά Στοιχεία* αποτελούν μία συλλογή έργων προερχόμενων από διαφορετικές γραμματείες. Η επικρατέστερη άποψη είναι ότι το πρώτο βιβλίο προέρχεται από μια πραγματεία με τίτλο *Ἀρχαί* και τα άλλα δύο από μια άλλη πραγματεία με τίτλο *Στοιχεία*. [13]

Στο πρώτο βιβλίο, ο Αριστόξενος αναλαμβάνει το έργο της διεξοδικής παρουσίασης της *αρμονικής* επιστήμης, η οποία σπεύδει να διευκρινίσει ότι δεν αποτελεί παρά τμήμα της μουσικής επιστήμης. Αφού παρουσιάσει τα στοιχεία της, εν μέσω σχολίων που αφορούν τους προγενέστερους θεωρητικούς και τις απόψεις του, κάνει μια μικρή εισαγωγή στις βασικές αρχές και στους ορισμούς που θα χρειαστούν ώστε να μελετηθεί η *συνέχεια*, όρος που ανταποκρίνεται σε συνθετικούς κανόνες.

Το δεύτερο βιβλίο ξεκινάει με τη διαβεβαίωση ότι η αρμονική επιστήμη αποτελεί, παρότι υπομονάδα της μουσικής επιστήμης, χρήσιμο εργαλείο. Επισημαίνει ότι "το θέμα μας είναι όλα τα είδη της μελωδίας" [18], "Διότι εμείς ισχυριζόμαστε ότι κατά την κίνησή της η φωνή ακολουθεί μια φυσική πορεία και δεν θέτει τυχαία τα διαστήματα." [18]. Αναφέρεται ότι το βιβλίο θα πραγματευτεί τα μουσικά *γένη*, τα *διαστήματα*, τους *φθόγγους*, τα *συστήματα*, τους *τόνους* (όχι το διάστημα του τόνου), τη *μετατροπία* και τη *μελοποιία*. Υπογραμμίζεται ότι θα υπάρξει ιδιαίτερη πραγματεία του αν οι φθόγγοι είναι ύψη ή *λειτουργίες*, όπως και του τι είναι η *λειτουργία*. Δυστυχώς, το βιβλίο τελειώνει κατά τη μελέτη των διαστημάτων.

Το τρίτο βιβλίο αρχίζει με τη μελέτη των τρόπων υπέρθεσης τετραχόρδων. Συνεχίζει με τη μελέτη των διαστημάτων και τους τρόπους που συντίθενται σχηματίζοντας τα διάφορα γένη. Οι τρόποι διαδοχής των διαστημάτων παρουσιάζονται ως κανόνες κίνησης της μελωδίας κατά διαστήματα, προς τα πάνω και προς τα κάτω. Το βιβλίο διακόπτεται απότομα κατά τη μελέτη των διαφορετικών ειδών των διαστημάτων τετάρτης που μπορούν να υπάρξουν. Ο τρόπος παρουσίασης του υλικού του έργου αυτού είναι η διατύπωση θεωρημάτων τα οποία αποδεικνύονται.

Η διαφορά των δύο τελευταίων βιβλίων ως προς το πρώτο σχετίζεται με τη δομή όσο και με το σκοπό που φαίνεται να έχουν. Ενώ το πρώτο έργο φαινομενικά περιορίζεται στην απαρίθμηση και στον ορισμό των σχημάτων που περιλαμβάνει η αρμονία, τα δύο άλλα, τόσο ως προς τη μορφή όσο και όσο προς το περιεχόμενο, φαίνεται να κατευθύνονται πιο στοχευμένα προς τη διατύπωση κανόνων σύνθεσης. Η έννοια της *δύναμης* και η διατύπωση των επιτρεπτών σχημάτων με τη μορφή κανόνων κίνησης της μελωδίας είναι δύο βασικές ενδείξεις. Η σχέση της *δύναμης* με τη *μετατροπία* και τη *μελοποιία* θα αναλυθεί αργότερα.

Σε αυτό το σημείο, πρέπει να διατυπωθούν δύο κανόνες που, τυπικά, δεν ανήκουν στο αντικείμενο της παρούσας μελέτης, ή, τουλάχιστον, όχι σε αυτό το σημείο της. Ωστόσο, ο ρόλος τους στην τεκμηρίωση των θέσεων που παρουσιάζονται είναι καθοριστικός (ο Αριστόξενος τους χρησιμοποιεί ως αξιώματα για τις αποδείξεις του), ενώ μοιάζουν σύμφυτοι με τις κατασκευές σε βαθμό που δεν είναι σαφές αν αποτελούν αρχές κατασκευής ή αρχές συμμόρφωσης της μουσικής σύνθεσης με αυτές.

Ο πρώτος κανόνας ("πρώτο και πλέον αναγκαίο παράγοντα που συμβάλλει στις μελωδικές συνθέσεις των διαστημάτων" [18]), που ενέχει θέση αξιώματος ("Πρέπει, λοιπόν, να τοποθετήσουμε στη θέση αρχικού αξιώματος αυτό το πράγμα, το οποίο, αν δεν υπάρχει, αναιρείται η αρμονία." [18]), είναι ο ακόλουθος: "Σε κάθε γένος, από όποιο φθόγγο κι αν ξεκινά, αν η μελωδία προχωρά με διαδοχικά διαστήματα, και προς τα πάνω και προς τα κάτω, ο τέταρτος στη σειρά πρέπει να σχηματίζει συμφωνία τετάρτης ή ο πέμπτος πέμπτης" [18]. Ο Αριστόξενος αμέσως προσθέτει ότι "αυτό που έχει ειπωθεί δεν είναι αρκετό για να είναι διαμορφωμένα μελωδικά τα συστήματα των διαστημάτων" [18], αλλά "αν δεν υπάρχει αυτό, δεν προκύπτει πλέον κανένα όφελος από τα υπόλοιπα. Ας ονομαστεί "Νόμος των Συμφωνιών" , στα πλαίσια της μελέτης αυτής. Ότι ο κανόνας αυτός δεν είναι άσχετος με την κατασκευή των κλιμάκων φαίνεται από την αμέσως επόμενη πρόταση του Αριστόξενου: "Παρόμοιο με αυτό είναι κατά κάποιο τρόπο και εκείνο που αφορά τις θέσεις των τετραχορδιών μεταξύ τους· πρέπει, δηλαδή σε δύο διαδοχικές τετραχορδίες του ίδιου συστήματος να υπάρχει ένα από τα δύο, είτε δηλαδή να δημιουργούν μεταξύ τους συμφωνία, ώστε κάθε φθόγγος της μιας να είναι σύμφωνος με κάθε αντίστοιχο φθόγγο της άλλης με βάση οποιαδήποτε συμφωνία, ή να σχηματίζουν συμφωνία με μια τρίτη τετραχορδία με την οποία καθεμιά από αυτές τις δύο θα είναι συνεχής, όχι όμως από την ίδια πλευρά." Όπως προαναφέρθηκε, δεν είναι σαφές αν οι κανόνες αυτοί που αφορούν την υπέρθεση των τετραχόρδων διαμορφώνονται έτσι ώστε να διευκολύνουν τη σύνθεση βάσει του Νόμου των Συμφωνιών, ή αν ο Νόμος των Συμφωνιών προκύπτει ως αποτέλεσμα των κανόνων υπέρθεσης των τετραχόρδων. Σίγουρα, όμως, έχουν σχέση που ανάγεται σε κοινή αρχή, η οποία θα μπορούσε να υποτεθεί ότι είναι η αντίληψη περί ευφωνίας μιας μελωδίας. Εάν υιοθετηθεί μια ψυχοακουστική προσέγγιση, η βάση είναι η ίδια η στήλη των αρμονικών και η αίσθηση οικειότητας που προξενούν φθόγγοι που απέχουν διαστήματα τετάρτης και πέμπτης.

Ο δεύτερος σημαντικός για την ανάλυση του Αριστόξενου κανόνας που πρέπει να αναφερθεί παρουσιάζεται στο πρώτο βιβλίο σαν ψυχοακουστικό πόρισμα, το οποίο διαμορφώνει αναγκαστικά τη δομή των μουσικών κλιμάκων. Ο Αριστόξενος διακηρύττει ότι: "η φωνή δεν έχει τη δυνατότητα να εκτελεί μελωδικά είκοσι οκτώ διέσεις στη σειρά, αλλά, ό,τι και να κάνει, δεν μπορεί να προσθέσει την τρίτη δίεση" [7]. Διακρίνει τις ικανότητες της φωνής ανάλογα με την κίνησή της και ορίζει ότι, κατά την κίνηση προς τα πάνω, η φωνή δεν μπορεί να εκτελέσει μετά τις δύο διέσεις διάστημα μικρότερο εκείνου που υπολείπεται για τη συμπλήρωση μιας τέταρτης (ή ελάχιστα μικρότερου, σχόλιο στο οποίο θα γίνει ανάλυση αργότερα), ενώ, κατά την κίνηση προς τα κάτω, δεν μπορεί να εκτελέσει μετά τις δύο διέσεις διάστημα μικρότερο του τόνου. Διατυπώνει λοιπόν με διαφορετική προσέγγιση τους κανόνες υπέρθεσης των τετραχόρδων, καθώς ένα *πυκνό* θα έχει από πάνω του ένα διάστημα που να συμπληρώνει το διάστημα τετάρτης και από κάτω του τόνο (εάν από κάτω του βρίσκεται συζευγμένο έντονο διατονικό τετράχορδο ή διεζευγμένο οποιοδήποτε τετράχορδο) ή κάποιο μεγαλύτερο διάστημα. Της θέση αυτής του Αριστόξενου προηγείται πάντα κατηγορία προς τους Αρμονικούς και τα διαγράμματά τους, οι οποίοι καταστρατηγούν την έννοια της *συνέχειας*, "παρουσιάζοντας ως διαδοχικούς μόνο αυτούς τους φθόγγους που απέχουν το ελάχιστο διάστημα μεταξύ τους" [7].

Στο τρίτο βιβλίο, οι κανόνες που προαναφέρθηκαν συσχετίζονται μέσα στην εξής πρόταση: "Ένα πυκνό δεν μπορεί να τραγουδηθεί μετά από ένα άλλο πυκνό, ούτε ολόκληρο ούτε μέρος του. Γιατί θα συμβεί οι τέταρτοι φθόγγοι να μη σχηματίζουν συμφωνία τετάρτης και οι πέμπτοι συμφωνία πέμπτης· και οι φθόγγοι που έχουν μια τέτοια σχέση είδαμε ότι είναι παράφωνοι" [20]. Το πυκνό μπορεί να περιέχει διαστήματα μεγαλύτερα των *διέσεων*. Συνεπώς, το θεώρημα που αποδεικνύεται εδώ είναι ευρύτερης ισχύος από την υποπρότασή του που αποτελεί, σύμφωνα με την πρότερη τοποθέτηση του Αριστόξενου, αρχή ψυχοακουστικής φύσεως. Καταδεικνύεται, όμως, για ακόμη μια φορά, ότι οι αρχές δόμησης των κλιμάκων και η *διαδοχή* είναι ζητήματα αλληλένδετα.

Οι *Τόνοι* του Αριστόξενου

Ο Αριστοξενικός Κλεωνίδης (2ος μ.Χ. αιώνας) διευκρινίζει: "Τόνος δε λέγεται τετραχώς και γαρ ως φθόγγος και ως διάστημα και ως τόπος φωνής και ως τάσις." [8]. Η έννοια που θα μελετηθεί εδώ υπό την ονομασία *τόνος* είναι εκείνη που ο Κλεωνίδης αποδίδει ως "τόπο φωνής".

Στο τρίτο βιβλίο των *Αρμονικών*, ο Αριστόξενος παρουσιάζει μια σειρά θεωρημάτων, τμήμα των διατυπώσεων και των αποδείξεων των οποίων αναμφισβήτητα [15] άπτεται της αλλαγής *τόνου*. Το δεύτερο κατά σειρά θεώρημα αναφέρει: "Από τους τόνους (εδώ με τη σημασία του φθόγγου) που περιέχουν το δίτονο, ο βαρύτερος είναι ο πιο ψηλός ενός *πυκνού* και ο οξύτερος είναι ο πιο βαρύς ενός *πυκνού*." [20]. Η τοποθέτηση αυτή φαινομενικά αποκλείει τη διάζευξη τετραχόρδων, αφού τότε η οξύτερη νότα ενός διτόνου θα ήταν η βαρύτερη του διαζευκτικού τόνου (εδώ με την έννοια του διαστήματος). Το επόμενο θεώρημα αναφέρει: "Και οι δύο φθόγγοι που περιέχουν τον τόνο (ενν. τον διαζευκτικό τόνο) είναι οι πιο βαριοί φθόγγοι ενός *πυκνού*" [20]. Πλέον, γίνεται σαφές ότι υπονοείται συνύπαρξη δύο διαφορετικών σχημάτων, μιας διάζευξης και μιας σύζευξης, όπως παρουσιάζεται στον πίνακα 3.6. Στη διάζευξη υφίσταται ο διαζευκτικός τόνος, στο άνω άκρο του οποίου εκκινεί το υψηλότερο διεζευγμένο τετράχορδο, κι άρα *πυκνό*, ενώ στη συνυπάρχουσα σύζευξη εκκινεί από το πέρας του βαρύτερου τετραχόρδου, άρα από το κάτω άκρο του διαζευκτικού τόνου, το *πυκνό* του υψηλότερου συζευγμένου τετραχόρδου.

συζ.	πυκνό	δίτονο	πυκνό	δίτονο	
διαζ.	πυκνό	δίτονο	τόνος	πυκνό	δίτονο

Πίνακας 3.6: Συνύπαρξη Σύζευξης και Διάζευξης

Στο τρίτο από το τέλος του σωζόμενου αποσπάσματος του βιβλίου θεώρημα, παρουσιάζεται μια θέση τόσο ιδιόμορφη, που σαφώς αφορά την αλλαγή κλιμάκων ή *τόνων*. Η διατύπωση: "Πρέπει να αποδείξουμε ότι δύο φθόγγοι που συμμετέχουν στο *πυκνό* σε ανόμοιες θέσεις δεν μπορούν να τοποθετηθούν στο ίδιο ύψος και να είναι μελωδικοί." [20] δεν μπορεί παρά να αναφέρεται σε αλλαγές, πιθανότατα μεταξύ διαφορετικών *τόνων*. Το θεώρημα αυτό έχει πολλές πιθανές προεκτάσεις.

Ο Αριστόξενος κατηγορεί τον προγενέστερό του Ερατοκλή ότι "επιχείρησε να απαριθμήσει τα σχήματα ενός συστήματος, του διαστήματος ογδόης, σε ένα γένος, καθορίζοντάς τα εμπειρικά και αναπόδεικτα με την περιοδική επανάληψη των διαστημάτων" [7], επισημαίνοντας ότι δίχως την απαραίτητη τεκμηρίωση, "αυτή η εμπειρική απόδειξη δεν θα μας δώσει επτά σχήματα αλλά αριθμό πολλαπλάσιο του επτά" [7]. Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος (αρχές 2ου μ.Χ. αιώνα) επιχειρηματολογεί υπέρ της ύπαρξης επτά μόνο *τόνων*, εφόσον ο ρόλος ενός *τόνου* είναι να απεικονίσει σε ένα δεδομένο τονικό εύρος ένα *είδος οκτάβας*, και υπάρχουν επτά μόνο *είδη οκτάβας* (*octave species*) [15]. Τι είναι τα είδη οκτάβας είναι πολύ απλό να περιγραφεί. Είναι οι κυκλικές μεταθέσεις των επτά διαστημάτων που συνιστούν ένα επτάφθογγο γένος. Καθώς η δομή των επτάφθογγων κλιμάκων είναι τέτοια που δεν προκύπτουν όμοιες μεταξύ τους μεταθέσεις, είναι συνολικά επτά.

Ωστόσο, ο Αριστόξενος (σύμφωνα με μαρτυρία του Κλεωνίδη) αναγνώριζε την ύπαρξη δεκατριών *τόνων*, καθένας εκ των οποίων απείχε από τον προηγούμενο ένα ημιτόνιο, έτσι ώστε ο πρώτος με τον δέκατο τρίτο να απέχουν διάστημα οκτάβας. [16] Σε αυτά τα πλαίσια, η υπό εξέταση θέση μπορεί κάλλιστα να εκληφθεί ως κανόνας που υποδεικνύει σε ποιους *τόνους* είναι νόμιμο να κινηθεί η μουσική σύνθεση. Έτσι, σύμφωνα με όσα υπόσχεται στην εισαγωγή του πρώτου βιβλίου και αντίθετα με τον Ερατοκλή, ο Αριστόξενος παράσχει τεκμηρίωση του αποκλεισμού κάποιων *τόνων* ως ακατάλληλων. Δυστυχώς, η συνέχεια του τρίτου βιβλίου, όπου θα άρμοζε να χρησιμοποιηθεί το θεώρημα ως γνώμονας επιλογής ή μη *τόνων* έχει χαθεί. Πάντως, το θεώρημα αυτό, εάν τηρηθεί (λαμβάνοντας υπόψη και το προαναφερθέν θεώρημα περί συνύπαρξης σύζευξης και διάζευξης), αποκλείει πέντε *τόνους*. Συνεπώς, δεδομένου ότι οι *τόνοι* με απόσταση οκτάβας μπορεί να θεωρηθεί ότι ταυτίζονται, απομένουν επτά *τόνοι* από τους δεκατρείς αρχικούς.

Ο *συγκερασμός* του Αριστόξενου

Ο όρος *συγκερασμός* αναφέρεται στον χωρισμό του διαστήματος του τόνου σε δύο ίσα μέρη. Ωστόσο, συνήθως χρησιμοποιείται για να εκφράσει τον χωρισμό της οκτάβας σε δώδεκα ίσα ημιτόνια. Είναι γεγονός ότι η αποδοχή της πρώτης θέσης οδηγεί (με τη συνδρομή κάποιων παραδοχών ακόμα) στη δεύτερη. Είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον ότι ο Αριστόξενος είχε ταχθεί υπέρ της πρακτικότητας αυτής της οπτικής, η οποία έχει επικρατήσει στη μουσική των ημερών μας.

Ο Αριστόξενος, σε συμφωνία με όλους τους προγενέστερους θεωρητικούς, ορίζει: "Τόνος είναι το διάστημα κατά το οποίο η πέμπτη υπερτερεί από την τέταρτη" [18]. Σε προφανή όμως διαφωνία με τους Πυθαγόρειους, συνεχίζει: "το διάστημα, μάλιστα, τετάρτης αποτελείται από δυόμιση τόνους" [18]. Η θέση αυτή οδηγεί άμεσα στον χωρισμό της οκτάβας σε δώδεκα ημιτόνια, εφόσον η οκτάβα αποτελείται από μία τέταρτη και μία πέμπτη. Το δεύτερο βιβλίο των *Αρμονικών* τελειώνει με την εξέταση της θέσης αυτής περί του μεγέθους της τέταρτης, εξέταση που αξίζει να μελετηθεί.

Πίνακας 3.7: Μελέτη του διαστήματος τετάρτης

Έστω διάστημα τετάρτης (ΑΒ) και από κάθε άκρο του λαμβάνονται δίτονα (ΑΔ, ΓΒ) προς το εσωτερικό του διαστήματος. Τότε προφανώς (ΑΓ)=(ΒΔ). Ακολούθως, λαμβάνονται διαστήματα τετάρτης από το σημείο Γ προς τα πάνω (ΓΕ) και από το σημείο Δ προς τα κάτω (ΖΔ). Προφανώς τώρα, (ΖΑ)=(ΑΓ)=(ΔΒ)=(ΒΕ). Σε αυτό το σημείο, ο Αριστόξενος ισχυρίζεται πως πρέπει να "επαναφέρουμε στην κρίση της αίσθησης τους ακραίους (Ζ, Ε)" [18] παρατηρώντας ότι, εάν μας φανούν σύμφωνοι, σχηματίζουν υποχρεωτικά διάστημα πέμπτης και άρα η θεώρησή του περί του μεγέθους της τέταρτης είναι σωστή. Πράγματι, εάν είναι σύμφωνο, το διάστημα αυτό δεν μπορεί να είναι άλλο από το διάστημα της πέμπτης, καθώς τα άλλα δύο διαστήματα, η τέταρτη και η οκτάβα είναι μαθηματικά μικρότερα και μεγαλύτερα αντίστοιχα. Τέλος, εάν το (ΖΕ) είναι πέμπτη, εξ ορισμού του τόνου τα (ΖΓ) και (ΔΒ) είναι τόνοι, τα (ΖΑ), (ΑΓ), (ΔΒ), (ΒΕ) ημιτόνια, η τετάρτη αποτελείται από δυόμισι τόνους, η πέμπτη από τρεισήμισι και η οκτάβα από έξι τόνους ή δώδεκα ημιτόνια.

Είναι το (ΖΕ) σύμφωνο διάστημα; Ας εξεταστεί μαθηματικά. Σύμφωνα με τις τοποθετήσεις των Πυθαγορείων, τις οποίες δεν αμφισβητεί κάπου ο Αριστόξενος, η τέταρτη αντιστοιχεί σε λόγο $\frac{4}{3}$, η πέμπτη σε λόγο $\frac{3}{2}$ και άρα ο τόνος, ως διαφορά τους, σε $\frac{9}{8}$. Συνεπώς, (ΑΒ)= $\frac{4}{3}$, (ΖΔ)= $\frac{4}{3}$ και (ΑΔ)= $(\frac{9}{8})^2$. Άρα, (ΖΑ)= $\frac{4}{3}/(\frac{9}{8})^2 = \frac{4 \cdot 8^2}{3 \cdot 9^2}$. Με παρόμοιο τρόπο εξάγεται ότι (ΒΕ)=(ΖΑ). Συνεπώς, (ΖΕ)= $\frac{4 \cdot 8^2}{3 \cdot 9^2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4 \cdot 8^2}{3 \cdot 9^2} = \frac{4^3 \cdot 8^4}{3^3 \cdot 9^4} \approx 1.47981$. Άρα, από καθαρά μαθηματική σκοπιά, το διάστημα δεν είναι σύμφωνο, εφόσον δεν μπορεί να εκφραστεί με επιμόριο λόγο. Είναι ελάχιστα μικρότερο από ένα διάστημα πέμπτης. Η έλλειψη μαθηματικής αρτιότητας είναι από μόνη της αρκετή ώστε να αποκλείσει τον συγκερασμό από πολλά θεωρητικά συστήματα, με πρώτο και κυριότερο εκείνο των Πυθαγορείων. Στην πράξη, ακόμα και ένα μη εκπαιδευμένο αφτί μπορεί να διακρίνει και να προτιμήσει την ακριβή πέμπτη των τριών δευτέρων, καθώς η μικρή απόκλιση από αυτή παράγει διακροτήματα.

Από την άλλη, δύσκολα η προσέγγιση της πέμπτης αυτής θα χαρακτηριζότανε *διάφωνη* από τον μέσο ακροατή, πόσο μάλλον που μια παρεμφερής προσέγγιση της πέμπτης έχει επικρατήσει στη σύγχρονη μουσική πρακτική. Προφανώς, η μαθηματική διένεξη που προκύπτει ήταν απολύτως σαφής στον Αριστόξενο, ο οποίος αποφασίζει ότι η διευθέτηση του ζητήματος πρέπει να προκύψει από την ίδια την λειτουργικότητα ή μη της σύμβασης, στην οποία άλλωστε αποσκοπεί η ίδια η σύμβαση του συγκερασμού. Όπως θα αναλυθεί παρακάτω, για τον Αριστόξενο η λειτουργικότητα των θεωρητικών κανόνων στη μουσική εκτέλεση και το αισθητηριακό κριτήριο ήταν πρωταρχικοί κριτές που καθοδηγούσαν την οικοδόμηση της μουσικής θεωρίας, θεώρηση που του επέτρεψε να προχωρήσει μακρύτερα από οποιονδήποτε άλλο "δυτικό" θεωρητικό της μουσικής.

Η *σχετικότητα* του Αριστόξενου

Προαναφέρθηκε ότι, προς το τέλος του πρώτου βιβλίου των *Αρμονικών*, ο Αριστόξενος αναφέρει ότι η φωνή αδυνατεί μετά από δύο διέσεις προς τα πάνω να αποδώσει διάστημα μικρότερο από "το οκταπλάσιο της ελάχιστης δίεσης είτε μικρότερο από το οκταπλάσιο κατά ένα διάστημα εντελώς μικρό και αδύνατον να εκτελεστεί από τη φωνή." [7] Δηλαδή, η φωνή μπορεί να εκτελέσει κάτι λιγότερο από αυτό που περισσεύει για τη συμπλήρωση της τέταρτης, αλλά το πόσο λιγότερο είναι αδύνατο (ή ανούσιο) να οριστεί, εφόσον δεν μπορεί η ελάχιστη αυτή διαφορά να αναπαραχθεί. Η παρατήρηση αυτή θα μπορούσε, εάν ήταν ένα μεμονωμένο περιστατικό, να εκληφθεί ίσως ως μία λεπτομέρεια που παρατίθεται χάριν πληρότητας. Ωστόσο, δύσκολα θα μπορούσε να διαψευσθεί με βεβαιότητα ότι ενδέχεται να υποβόσκει ο ισχυρισμός ότι είναι *νόμιμο* η φωνή να εκτελέσει κάτι μικρότερο από ό,τι υπολείπεται για τη συμπλήρωση της τέταρτης.

Στο δεύτερο πλέον βιβλίο, ο Αριστόξενος τοποθετείται σαφώς κατά του αυστηρού ορισμού των διαστημάτων που απαντώνται σε ένα γένος: "Επομένως, είναι φανερό ότι, ενώ αλλάζουν τα μεγέθη, συμβαίνει να παραμένει το γένος, γιατί, όταν τα μεγέθη αλλάζουν μέχρι ενός σημείου, δεν αλλάζει παρομοίως και το γένος, αλλά παραμένει· και όταν αυτό παραμένει, είναι φυσικό να παραμένουν και οι λειτουργίες των φθόγγων." [18] Λίγο νωρίτερα έχει οριοθετήσει τις περιοχές της επιτρεπόμενης κίνησης των κινητών φθόγγων του τετραχόρδου. Έτσι, ενώ προχωράει παρουσιάζοντας τις δικές του (αυστηρά ορισμένες) εκδοχές για τα διάφορα γένη τετραχόρδων και τις επιμέρους *χροιές* τους, έχει ήδη υπονομεύσει την αξία της επιμονής στη μαθηματική ακρίβεια των διαστημάτων.

Παρακάτω, ο Αριστόξενος παρατηρεί: "τα μεγέθη των σύμφωνων διαστημάτων είτε δεν έχουν καθόλου περιοχή μετακίνησης, αλλά είναι προσδιορισμένα από ένα μέγεθος, είτε έχουν μια εντελώς στιγμιαία, ενώ τα μεγέθη των ασύμφωνων διαστημάτων το έχουν πάθει αυτό πολύ λιγότερο" [18]. Σχετικά με τη διερώτηση για τη *νομιμότητα* της μη ακριβούς πλήρωσης του διαστήματος της τετάρτης που προαναφέρθηκε στην αρχή της μελέτης της *σχετικότητας* των διαστημάτων μπορεί τώρα να δοθεί η εξής απάντηση: εάν η διαφορά θεωρηθεί *στιγμιαία* μεταβολή του διαστήματος της τετάρτης, τότε είναι αποδεκτή. Δεν υφίσταται κάποια δέσμευση ως προς το μέγεθος του καθαυτού διαστήματος, εφόσον αυτό αποτελεί ένα *δίτονο*, διάστημα διάφωνο και άρα ευέλικτο. Μάλιστα, γι' αυτό το λόγο ο Αριστόξενος συνεχίζει τη μελέτη του προτείνοντας τον ορισμό ενός ακριβούς *διτόνου* μέσω συμφωνιών. Νωρίτερα έχει αποφανθεί ότι "Το να αξιώνουμε τα ίσα διαστήματα να προσδιορίζονται από τα ίδια ονόματα και τα άνισα από διαφορετικά, αποτελεί αντίθεση με τα φαινόμενα" [18]. Η θεώρηση αυτή εφαρμόζεται απολύτως στο τρίτο βιβλίο των *Αρμονικών*, όπου οι αποδείξεις δεν θεωρούν το *δίτονο* διάστημα καθορισμένου μεγέθους αλλά το διάστημα κατά του οποίου υπολείπεται ένα *πυκνό* από το σύμφωνο διάστημα της τετάρτης.

Η πόλωση του Αριστόξενου υπέρ της λειτουργικότητας των θεωρητικών σχημάτων, έναντι της μαθηματικής τους αρτιότητας (ή γοητείας, όπως θα ήταν πλέον αρμόζον να θεωρηθεί) τεκμηριώνεται περίτρανα από την τοποθέτησή του κατά της ύπαρξης "ελάχιστου διαστήματος": "δεν πιστεύουμε ότι γενικά υπάρχει κάποιο ελάχιστο διάστημα" [18]. Ο Αριστόξενος έχει επανειλημμένα διακηρύξει ότι διάστημα μικρότερο του τετάρτου του τόνου δεν νοηματοδοτείται. Αυτό που εννοεί εδώ είναι ότι καμιά θεωρητική άποψη δεν επιβάλλει την ύπαρξη ενός ελάχιστου διαστήματος, με βάση τα πολλαπλάσια του οποίου πιθανότατα θα οριστούν τα υπόλοιπα. Το μικρότερο διάστημα επιβάλλεται βάσει των δυνατοτήτων της ανθρώπινης φωνής και ακοής και είναι ένα μέγεθος που προκύπτει μέσα από επιστημονική μελέτη, όχι μια φιλοσοφική προσέγγιση στο ζήτημα της μουσικής. Οι Πυθαγόρειοι ασχολούνταν με τον αυστηρό μαθηματικό ορισμό των ελάχιστων διαστημάτων που προέκυπταν στις διαιρέσεις της οκτάβας που επιχειρούσαν. Οι Αρμονικοί αναζητούσαν το ελάχιστο διάστημα βάσει του οποίου θα υποδιαιρούσαν όλη την οκτάβα, παράγοντας όλους τους δυνατούς φθόγγους. Ο Αριστόξενος, λέγοντας ότι δεν υπάρχει ελάχιστο διάστημα, δεν ισχυρίζεται ότι έχει νόημα η μείωση ενός διαστήματος να συνεχίζεται επ' άπειρο. Ισχυρίζεται ότι η μη συμμόρφωση με τον αυστηρό ορισμό ενός διαστήματος δεν έχει νόημα να ποσοτικοποιηθεί, εφόσον δεν μπορεί να εκτελεστεί σαν διάστημα. Ό,τι δηλαδή παρατηρεί στο τέλος του πρώτου βιβλίο σχετικά με το *δίτονο*.

Η φιλοσοφία του Αριστόξενου

Η ιδιαίτερη φιλοσοφία του Αριστόξενου σχετικά με τη θεωρητική περιγραφή και τεκμηρίωση της μουσικής επιβάλλει να τον θεωρήσουμε "τον μέγιστο των θεωρητικών" [9]. Συντρέχουν πολλοί λόγοι για την άξια κτίση του τίτλου αυτού και ένας τρόπος να αποδοθούν εν συντομία τόσο οι λόγοι όσο και η πολλαπλότητά τους θα ήταν ίσως η ίδια η πολυδιάστατη προσέγγισή του στο ευαίσθητο φιλοσοφικό ζήτημα της αντιμετώπισης της μουσικής ως επιστημονικό τομέα.

Είναι λοιπόν η θεωρία της μουσικής επιστήμη για τον Αριστόξενο; Ναι, είναι επιστήμη. Έχει λοιπόν ως επιστήμη καθολικότητα ως προς τις αρχές της, όσο αυτές αφορούν το πεδίο ορισμού της: "η αρμονία είναι τέτοια και έχει αυτή τη διάταξη όχι εξαιτίας κανενός από όσα υπάρχουν στα όργανα[...] γιατί κάθε όργανο, όσο μπορεί, παίρνει γενικά μια θαυμαστή τάξη από τη φύση της αρμονίας, κάτω από την εποπτεία της αίσθησης προς την οποία απευθύνονται και αυτά και όλα τα υπόλοιπα στη μουσική" [20]. Μάλιστα, ο Αριστόξενος διατείνεται πως "στη σύσταση της μελωδίας υπάρχει θαυμαστή τάξη" [7], ενώ "τόση και τέτοια τάξη δεν έχει κανένα από τα αισθητά" [7].

Φυσικά, τον Αριστόξενο δεν τον ενδιαφέρει η επιστήμη αυτή να έχει προεκτάσεις σε άλλα επιστημονικά ή φιλοσοφικά πεδία, όπως τους Πυθαγόρειους που την αντιλαμβανόντουσαν ως αρχή του σύμπαντος. Μάλιστα, για εκείνον δεν αποτελεί καν ένα πεδίο πρόσφορο για μια τέτοια ιδανική αντιμετώπιση, εφόσον δεν απαρτίζεται από μαθηματικές σταθερές και αναλλοίωτες υπάρξεις πλατωνικής φύσεως. Υπογραμμίζει ότι: "Δεν πρέπει επίσης να ξεχνάμε ότι η γνώση της μουσικής συνεπάγεται την ταυτόχρονη γνώση ενός σταθερού και ενός μεταβλητού στοιχείου και ότι, με δυο λόγια, αυτό ισχύει σχεδόν για όλη τη μουσική και για κάθε κλάδο της." [18] Καθώς δεν αποτελείται από τέλειες ιδέες, αλλά πραγματικά αντικείμενα, η μελέτης της αρμονικής όχι μόνο προϋποθέτει την χρήση των αισθήσεων, αλλά απαιτεί την οξύτητά τους: "η μέθοδός μας βασίζεται σε δύο στοιχεία, στην ακοή και στη νόηση. Γιατί με την ακοή κρίνουμε τα μεγέθη των διαστημάτων και με τη νόηση καταλαβαίνουμε τις λειτουργίες των φθόγγων. Πρέπει λοιπόν να συνηθίσουμε να διακρίνουμε με ακρίβεια το καθετί· γιατί δεν είναι δυνατόν να ειπωθεί εδώ, όπως είθισται να λέγεται στα γεωμετρικά σχήματα: "έστω ότι αυτό είναι ευθεία γραμμή" [18]. Όπως πολύ εύστοχα παρατηρεί ο Barker: "όπως στη βοτανολογία ή τη ζωολογία ή οποιαδήποτε φυσική επιστήμη, τα γεγονότα σχετικά με τη συμπεριφορά του μέλους γενικά ανακαλύπτονται μέσω της αφαίρεσης και της επαγωγής από την παρατήρηση[...] ο τελικός σκοπός της επιστήμης είναι να διακρίνει ποια είναι η φύση αυτή και να δείξει πώς είναι υπεύθυνη για τις έμφυτες στη μελωδική κίνηση κανονικότητες." [15]. Ο Αριστόξενος λειτουργεί σαν φυσικός επιστήμονας, που εξάγει αρχές μέσω της παρατήρησης. Ωστόσο, η παρουσίαση των αποτελεσμάτων γίνεται όπως αρμόζει στο αριστοτελικό ύφος, μέσω σειράς αρχών και προτάσεων που απορρέουν από αυτές [15]. Ο ίδιος ο Αριστόξενος αναγνωρίζει ότι "σε κάθε επιστήμη, η οποία έχει συγκροτηθεί από πολλά θεωρήματα, αρμόζει να θέσουμε κάποια αρχικά αξιώματα" [18]. Ωστόσο, η δομή της παρουσίασής του δεν αναιρεί την οπτική του και αυτή είναι εκείνη του παρατηρητή επιστήμονα.

Το πιο ενδιαφέρον στην προσέγγιση του Αριστόξενου είναι ότι, παρά το εξαγγελτικό του ύφος, την απόλυτη τοποθέτησή του και την σκληρότητα με την οποία επισημαίνει τα κατά τη γνώμη του λάθη των άλλων θεωρητικών και μουσικών, ουσιωδώς σέβεται περισσότερο από οποιονδήποτε όχι μόνο την αρμονική επιστήμη, αλλά και τη μουσική. Ανάγοντάς τη σε τέχνη "Πράγματι, ο γεωμέτρης δεν χρησιμοποιεί καθόλου την ικανότητά της αίσθησής του, γιατί δεν εξασκεί την όρασή του να διακρίνει σωστά ή λάθος το ευθύ, το κυκλικό ή κάτι άλλο παρόμοιο, αλλά περισσότερο ο ξυλουργός, ο τορνευτής ή κάποιες άλλες τέχνες ασχολούνται με τέτοια πράγματα." δεν την υποτιμάει ως εμπειρική διαδικασία αλλά αντιθέτως σημαίνει: "Για τον μουσικό όμως η ακρίβεια της αισθητηριακής αντίληψης επέχει θέση αρχής, γιατί δεν υπάρχει περίπτωση, εάν η αισθητηριακή του αντίληψη είναι ελαττωματική, να μιλήσει σωστά για τα πράγματα που δεν αισθάνεται με κανέναν τρόπο." [18] Αποδεχόμενος τη μουσική ως φυσική πραγματικότητα, σιωπηρά παραδέχεται το ενδεχόμενο οι ίδιες οι θεωρίες του να αστοχήσουν ή η ίδια η πραγματικότητα να υποστεί αλλαγές. Έτσι, δεν διστάζει να δεχτεί μεταβλητά μεγέθη για τα διαστήματα, εφόσον συνεχίζουν να προξενούν το ίδιο φαινόμενο/αίσθηση. Παράλληλα, παραχωρεί έτσι στο μουσικό την πρωτοκαθεδρία του δημιουργού της φυσικής πραγματικότητας.

3.1.4 Κλαύδιος Πτολεμαίος

Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος έζησε τον 2ο μ.Χ. αιώνα στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου, η οποία τελούσε υπό Ρωμαϊκή κατοχή. Γνωστός κυρίως ως μαθηματικός, αστρονόμος και γεωγράφος, ο Πτολεμαίος συνέταξε κι ένα έργο θεωρίας της μουσικής, με τον τίτλο "Αρμονικά".

Στην αρχή του έργου διακηρύττει ότι "Τα κριτήρια της αρμονίας είναι η ακοή και η λογική" [21]. Έτσι, απορρίπτει τόσο την ακραία Πυθαγόρεια προσέγγιση που αδιαφορεί για τις αισθήσεις, όσο και την ακραία αριστοξένεια προσέγγιση που στον εμπειρισμό της χάνει τα απαραίτητα μαθηματικά θεμέλια. Αναπτύσσοντας τη συλλογιστική του αξιολογεί την αίσθηση ως ικανό κριτή μιας παρουσιαζόμενης φόρμας αλλά όχι ικανό κατασκευαστή της φόρμας (αυτός είναι η λογική), παρατηρώντας ότι είναι δυνατό να είναι κάποιος καλός κριτής ενός αντικειμένου στο οποίο δεν αποδίδει ο ίδιος επιτυχώς [21]. Το όργανο το οποίο γίνεται ο φορέας της (μαθηματικής) λογικής στην αρμονική επιστήμη είναι το γνωστό *μονόχορδο* ή *κανόνας*. Κατά τον Πτολεμαίο, ο ρόλος του θεωρητικού επιστήμονα είναι να εδραιώσει τις αρχές τάξης και συμμετρίας που υπάρχουν στο σύμπαν, έτσι ώστε να μην έρχονται σε σύγκρουση με τα φαινόμενα. Έτσι, όταν επισημαίνει τα κατ' αυτόν σφάλματα των Πυθαγόρειων θεωρητικών, δεν θέτει υπό αμφισβήτηση την ύπαρξη φυσικών αρχών στην αρμονική επιστήμη, αλλά τους κατηγορεί για λάθος εφαρμογή: "Δεν θα ήταν σωστό να αποδώσουμε αυτά τα σφάλματα στη δύναμη της λογικής, αλλά σε αυτούς που στηρίζονται σε εσφαλμένες υποθέσεις." [21].

Προκειμένου να αξιολογήσει τις κατασκευές των άλλων θεωρητικών και να προχωρήσει στις δικές του, ο Πτολεμαίος θέτει κάποιες αρχές με τη μορφή υποθέσεων, για ορισμένες εκ των οποίων αργότερα μπαίνει σε διαδικασία επαλήθευσης με μία αντίστροφη διαδικασία πειραματικής φύσεως. Θεμελιώδης είναι η θέση του ότι προκειμένου να είναι *μελωδικό* ένα διάστημα πρέπει να αντιστοιχεί σε έναν *επιμόριο* λόγο (συχνοτήτων ή μηκών χορδής). Προχωρεί στην εξής περαιτέρω αξιολόγηση των *μελωδικών* διαστημάτων: "Από αυτούς τους λόγους, επίσης, εκείνοι που δημιουργούν διαιρέσεις πιο κοντά στα μισά πρέπει να είναι πιο μελωδικοί, για τον ίδιο λόγο που είναι πιο μελωδικοί εκείνοι των οποίων η διαφορά περιέχει μεγαλύτερα απλά μέρη των πραγμάτων που υπερέχονται· γιατί εκείνοι, επίσης, είναι κοντύτερα στο ίσο, όπως το μισό είναι το κοντινότερο όλων, μετά το τρίτο και μετά όλα τα άλλα κατά σειρά.". Αυτό που εννοεί εδώ ο Πτολεμαίος είναι ότι οι προτιμότεροι λόγοι είναι εκείνοι των οποίων ο αριθμητής υπερβαίνει τον παρονομαστή κατά μεγαλύτερο μέρος του. Δεδομένου ότι αναφέρεται αποκλειστικά σε *επιμόριους* λόγους ($\frac{\nu+1}{\nu}, \nu \in \mathbb{N}^*$), είναι προφανές ότι αυτό συμβαίνει για τους μικρότερους δυνατούς όρους. Δηλαδή, κατά σειρά φθίνουσας "μελωδικότητας" προκύπτουν οι λόγοι $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}$ κοκ, εφόσον ο αριθμητής κάθε όρου υπερέχει του παρονομαστή κατά μικρότερου κλάσματός του (παρονομαστή) σε σχέση με τον προηγούμενο όρο. Οι πολλαπλάσιοι του δύο λόγοι, που εκφράζουν οκτάβες και πολλαπλάσιά τους, ονομάζονται από τον Πτολεμαίο *ομόφωνα* διαστήματα. Τα κοντινότερα σε αυτά είναι οι λόγοι $\frac{3}{2}$ και $\frac{4}{3}$, που αποτελούν τις *συμφωνίες*. Κατά τον τρόπο που οι *συμφωνίες* είναι οι κοντινότεροι στα *ομόφωνα* διαστήματα λόγοι, οι υπόλοιποι λόγοι είναι τόσο πιο *μελωδικοί* όσο πιο κοντά είναι στα *ομόφωνα*. Η γενική διαδικασία κατασκευής κλιμάκων του Πτολεμαίου είναι η διαίρεση του διαστήματος τέταρτης σε δύο κατά το δυνατό ίσα μέρη, ένα εκ των οποίων διαιρείται έπειτα σε τρία, εκ των οποίων τα δύο ενώνονται. Οι κλίμακες που κατασκεύασε καθώς και όλες οι κλίμακες που σχολιάζει παρουσιάζονται στο παράρτημα Β'.1.1.

Ο Πτολεμαίος πιστεύει στην καθολικότητα των αρχών της φύσης, οι οποίες μπορούν μέσω των μαθηματικών ("η επιστήμη που εναγκαλιάζει όλα τα είδη της επιστήμης που βασίζονται στη λογική" [21]) να μελετηθούν και να επιδειχθούν. Η αντίληψη της *Αρμονίας των Σφαιρών* που θέλει την αστρονομία και τη μουσική σύμφυτες: "Σχετική με την όραση και τις κινήσεις στον χώρο των πραγμάτων που είναι μόνο ορατά – τα ουράνια σώματα – είναι η αστρονομία· σχετική με την ακοή και τις κινήσεις στον χώρο, πάλι, των πραγμάτων που μπορούν μόνο να ακουστούν – οι ήχοι – είναι η αρμονία. Μεταχειρίζονται την αριθμητική και τη γεωμετρία, σαν εργαλεία αδιαμφισβήτητης αυθεντίας, για να ανακαλύψουν την ποσότητα και την ποιότητα των θεμελιωδών κινήσεων· και είναι σαν ξαδέρφια, γεννημένα από τις αδελφές όραση και ακοή και μεγαλωμένα από την αριθμητική και τη γεωμετρία σαν παιδιά της κοντινότερης καταγωγής." [21] αναπτύχθηκε αργότερα από τον Κέπλερ.

3.2 Ανατολική Μεσόγειος

Πριν προχωρήσουμε στη μελέτη της ανάπτυξη του δυτικού μουσικού συστήματος, που εγκόλπωσε στη δομή του τις βάσεις της αρχαίας ελληνικής μουσικής θεωρίας, ας αναφερθούμε απλώς σε τρεις παραδόσεις που στηρίχθηκαν ουσιαστικά δομικά στην τελευταία. Οι παραδόσεις αυτές είναι η **βυζαντινή μουσική** και το **Μακάμ**, στην **αραβική** και στην **τούρκικη** εκδοχή του. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι η αυστηρή μαθηματική έκφραση των διαστημάτων που απαντώνται στα συστήματα αυτά έγινε σε πολύ μεταγενέστερο χρόνο.

Η βυζαντινή μουσική είχε μέχρι τον 9ο αιώνα διαμορφωθεί στο μεγαλύτερο μέρος της, αφομοιώνοντας από τα πρωτοβυζαντινά χρόνια στοιχεία της μουσικής παράδοσης της ύστερης αρχαιότητας. Ωστόσο, η πρώτη προσπάθεια μαθηματικής περιγραφής των διαστημάτων της έγινε στις αρχές του 19ου αιώνα, από τον Χρύσανθο εκ Μαδύτων, χωρίς μεγάλη επιτυχία. Τελικά, μετά από σύγκλιση της Μουσικής Επιτροπής του Οικουμενικού Πατριαρχείου στην Κωνσταντινούπολη, εκδόθηκε το εγχειρίδιο "Στοιχειώδης Διδασκαλία Της Εκκλησιαστικής Μουσικής", που αποτελεί θεωρητική βάση της εκκλησιαστικής μουσικής έως σήμερα. [9]

Το *Μακάμ* "είναι ένας μελωδικός πυρήνας, που υφίσταται μέσα σε μια ορισμένη περιοχή της γενικής κλίμακας. Έχει συγκεκριμένα συστατικά (βάση, φθόγγο έναρξης και κατάληξης, δεσπόζουσες βαθμίδες και διαστήματα), κυρίως όμως έχει συγκεκριμένη μελωδική πορεία και μουσικές φράσεις, που το κάνουν αναγνωρίσιμο." [10] "Κατά κάποιον τρόπο, το μακάμ δεν είναι τίποτε άλλο από την επιλογή, μέσα από το πλαίσιο μιας δεδομένης κλίμακας, ενός συγκεκριμένου υποσυνόλου από το σύνολο των εφικτών *τροπικών ερμηνειών* που η κλίμακα αυτή επιδέχεται." [9] Οι Άραβες, που κατά το Μεσαίωνα μελετούσαν τους Έλληνες συγγραφείς, άντλησαν από εκεί στοιχεία για την κατασκευή μιας θεωρητικής βάσης. Ωστόσο, το εκτενές έργο των θεωρητικών τους, ανάμεσα στους οποίους ξεχωρίζει ο Al-Farabi (τέλη 9ου, 10ος αιώνας) περιέχει πληθώρα διαφορετικών προσεγγίσεων. Το εγχείρημα του θεωρητικού προσδιορισμού όλων των κλιμάκων της τούρκικης μουσικής πραγματοποιείται στις αρχές του 20ου αιώνα από τον Rauf Yekta Bey, που δημοσιεύει το άρθρο "La musique turque", μέσα στην Encyclopedie de la musique et dictionnaire du Conservatoire του Albert Lavignac. [9]

Ο κοινός παρονομαστής των παραπάνω συστημάτων είναι *η διαίρεση της κλίμακας σε υπομονάδες*, βασισμένες στα *τετράχορδα* της αρχαιοελληνικής μουσικής. Χαρακτηριστικά όλων αυτών των παραδόσεων, στις οποίες ανήκει και η ελληνική παραδοσιακή μουσική, είναι η ποικιλομορφία και η ανομοιογένεια των μουσικών διαστημάτων, καθώς και η έλλειψη συγκερασμού. Απίστευτο για τη δυτική μας ματιά είναι πώς η μουσική αυτή συνεχίζει να υφίσταται και να είναι λειτουργική, διατηρώντας αναγνωρίσιμους και αναγνωρίσιμα μεταβλητούς τους δομικούς της λίθους. Αυτό σχετίζεται άμεσα με την έννοια του μουσικού συστήματος στους λαούς αυτούς, στο οποίο η λειτουργικότητα του κάθε στοιχείου μιας μουσικής δομής είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την παράδοση και το βιωματικό χαρακτήρα τόσο της εκμάθησης, όσο και της εκτέλεσης. Σημαντική διαφορά μεταξύ των συστημάτων αποτελεί, ωστόσο, το στοιχείο του αυτοσχεδιασμού. Η βυζαντινή εκκλησιαστική μουσική απαιτεί τη συμμόρφωση προς το εκκλησιαστικό ήθος, αντίληψη που προήχθη από την ανάπτυξη της μουσικής γραφής, που ήρθε να επισφραγίσει την ομοιογένεια υπό την αυθεντία του κειμένου. Αντιθέτως, η λειτουργία του αυτοσχεδιασμού στα ισλαμικά κοσμικά συστήματα προσδίδει έναν ευρύτερο αυτοσχεδιαστικό χαρακτήρα στα έργα, απελευθερώνοντας τη διάδοση και καθιστώντας προσφορότερη την προφορική παράδοση. Γι' αυτό και η ανάπτυξη μουσικής γραφής δεν απασχόλησε ιδιαίτερα κανένα από αυτά τα συστήματα, εφόσον η ακριβής αναπαραγωγή δεν αποτελεί αξία. [9]

Ο συνθέτης και μουσικός Ross Daly, που έχει διαγράψει και συνεχίζει να διαγράφει ιδιαιτέρως δημιουργική μουσική πορεία αξιοποιώντας στοιχεία από πολλές διαφορετικές μουσικές παραδόσεις διακηρύττει: "όλες οι παραλλαγές του συστήματος των μακάμ διαθέτουν μια εξαιρετική κομψότητα και αυτοσυνέπεια, απλώς αρνούνται να επιτρέψουν θεωρητικά σχήματα, να υπερσκελίσουν και να ακυρώσουν την ιδιωματική φύση της μουσικής που θέλει την ισότιμη συνύπαρξη έμπνευσης και δομής" [9].

3.3 Ευρωπαϊκός Μεσαίωνας

3.3.1 Πρώιμος Μεσαίωνας

Κορυφαίους ανάμεσα στους λογίους του Πρώιμου Μεσαίωνα, ο Ανίκιος Μάνλιος Σεβερίνος Βοήθιος γεννήθηκε περί το 480, λίγο μετά την εκθρόνιση του τελευταίου Ρωμαίου αυτοκράτορα από γερμανικά φύλα. Μετέφρασε στα λατινικά πληθώρα αρχαιοελληνικών έργων και άφησε παρακαταθήκη το έργο του *De institutione musica*, πλατωνικής προσέγγισης στη μουσική θεωρία. Για τους επόμενους αιώνες, ιδίως μέχρι τον 9ο όπου η Δύση τα γνώρισε εκ νέου, η διαφύλαξη της αρχαίας γραμματείας και η εξέλιξη μαθηματικών και αστρονομίας ανατέθηκε στους κατοίκους των επικρατειών του Ισλάμ. [22]

Προς το τέλος του 8ου και τις αρχές του 9ου αιώνα, η Ευρώπη γνώρισε μια πρωτόγνωρη πολιτιστική ομοιογένεια, υπό την κυριαρχία του Καρλομάγνου. Η συγκεντρωτική πολιτική στην εκκλησιαστική οργάνωση περιέλαβε τη συλλογή και ταξινόμηση εκκλησιαστικών μελωδιών. Το αποτέλεσμα ονομάστηκε *γρηγοριανό μέλος*, λόγω της σύνδεσης του με την εξουσία του Γρηγορίου του Α' [23]

Τον 9ο αιώνα εμφανίζεται το ανώνυμο σύγγραμμα *Musica enchiriadis*, με αναφορές στο έργο προγενέστερων θεωρητικών όπως ο Βοήθιος και σαφώς αρχαιοελληνική επιρροή, παρουσιάζοντας ως δομική μονάδα ένα τετράχορδο τόνου, ημιτονίου και τόνου. Καθοριστικό ήταν επίσης το έργο του Hucbald *Musica*, γραμμένο στο τέλους του 9ου αιώνα, όπου επιχειρείται η ανάλυση του εκκλησιαστικού μέλους σε συνέπεια με τις αριθμητικές αρχές του Βοηθίου. Μαζί με το έργο *Alia musica*, τα έργα αυτά πρόσφεραν μια πρώτη προσέγγιση στη λύση του προβλήματος. [24]

Οι θεωρητικοί του 10ου αιώνα αντιμετώπισαν επιτυχώς τις δύο πτυχές του προβλήματος που ανέκυπτε: πρώτον, πώς να εκφράσουν "νομίμως" ως προς τα αριθμητικά στοιχεία δεδομένες μελωδίες και, δεύτερον, πώς να "δικαιολογηθούν" οι χρωματικές μεταβολές, δηλαδή η πρόσβαση σε νότες που δεν ανήκαν στη θεμελιώδη δομή. Το πρώτο πρόβλημα λύθηκε με την αντιμετώπιση των φθόγγων ως λειτουργιών και την τοποθέτηση των μελωδιών σε θέσεις του Τέλειου Αμετάβλητου συστήματος που θα διατηρούσαν κατά το δυνατόν τη μελωδική τους δομή. Το δεύτερο με τη χρήση συνημμένων τετραχόρδων, που καθιστούσαν δυνατή την πρόσβαση στους "επιπλέον" φθόγγους. [24]

3.3.2 Ώριμος Μεσαίωνας

Η επόμενη και αρτιότερη προσπάθεια σύνδεσης της αρχαίας θεωρίας της μουσικής και της μουσικής πράξης στο εκκλησιαστικό μέλος ήρθε από δύο έργα ευρείας αποδοχής που εμφανίστηκαν στην Ιταλία στο πρώτο μισό του 11ου αιώνα. Τα έργα αυτά ήταν ο *Dialogus de musica* που λανθασμένα αποδιδόταν στον Odo da Arezzo και ο *Micrologus* του Guido d'Arezzo. Και τα δύο βασίζονται σε μια διαίρεση βάσει ενός μονοχόρδου, ενώ καταλήγουν σε ένα σύστημα με ονόματα φθόγγων που προϋποθέτουν περιοδικότητα οκτάβας. Το έργο του Guido d' Arezzo απομακρύνεται από τις πολύπλοκες αρχές και σχήματα της αρχαίας θεωρίας και συνδέεται με την μουσική πρακτική, δίνοντας ως δομική μονάδα ένα εξάχορδο, στον λειτουργικό πυρήνα του οποίου βρίσκεται το τετράχορδο του *Musica enchiriadis.* [24] Εφηύρε προς διευκόλυνση των τραγουδιστών μία αναπαράσταση των φθόγγων των εξαχόρδων στο ανθρώπινο χέρι (η αποκαλούμενη "γουϊδονική χειρ"), ενώ σε αυτόν οφείλουμε επίσης τη σύγχρονη μουσική σημειογραφία και τα "ιταλικά" ονόματα των νοτών.

Παράλληλα, από τον 10ο αιώνα ξεκινά η ευρεία επανασύνδεση της Δύσης με την κλασική γραμματεία, μέσω της ανάκτησης εκτάσεων της σημερινής Ισπανίας και της Πορτογαλίας, όπου η μακρόχρονη κυριαρχία φιλομαθών και θρησκευτικά ανεκτικών μουσουλμάνων είχε εξασφαλίσει τη μελέτη και διατήρηση των θησαυρών της αρχαίας γνώσης. [22] Η περίοδος ζύμωσης που ακολούθησε, με τον κλήρο να εμβαθύνει στη μελέτη των αρχαίων φιλοσόφων, εισήγαγε στον κορμό της εκκλησιαστικής σκέψης σημαντικό τμήμα της αρχαιοελληνικής φιλοσοφίας.

3.4 Από την Αναγέννηση έως σήμερα

Κατά το μέγιστο μέρος του Μεσαίωνα η κλίμακα του Πτολεμαίου και η παρεμφερής κλίμακα του Διδύμου του Αλεξανδρεύ ήταν άγνωστες. Η πρώτη εκ νέου μνεία του διαστήματος της *φυσικής* (just) τρίτης γίνεται από τον Άγγλο Walter Odington, Βενεδικτίνο του 14ου αιώνα, η μαρτυρία του οποίου θέλει τους τραγουδιστές να εκτελούν ενστικτωδώς τρίτες λόγων συχνοτήτων $\frac{5}{4}$ και $\frac{6}{5}$, για τη μεγάλη φυσική (just) και τη μικρή φυσική (just) τρίτη, αντίστοιχα. [25]

Από τον 15ο αιώνα και μέχρι τις μέρες μας, η μουσική πραγματικότητα της δυτικής μουσικής διέπεται από το φαινόμενο που στα ελληνικά αποδίδεται ως *συγκερασμός*. Το φαινόμενο αυτό στα αγγλικά περιγράφεται με δύο διαφορετικούς όρους, περισσότερο ενδεικτικούς των σκοπών των εφαρμογών, οι οποίοι είναι οι όροι "intonation" και "temperament". Ο πρώτος, ο οποίος δεν χρησιμοποιείται ποτέ μόνος του, αντιστοιχεί σε μια πιο "μουσική" προσπάθεια, ενώ ο δεύτερος καταδεικνύει εντονότερα την δραστική πρακτικότητα που λαμβάνει χώρα. Γενικά, ο πρώτος όρος χρησιμοποιείται, μαζί με τον όρο "tuning", για να περιγράψει μουσικά συστήματα που, σύμφωνα με τα Πυθαγόρεια πρότυπα, περιγράφονται αποκλειστικά από λόγους ακεραίων. Παρ' όλα αυτά, ο διαχωρισμός των χαρακτηρισμών δεν είναι πάντα σαφής και άρα ο ελληνικός όρος ίσως να είναι επαρκής. Μία κατά το δυνατόν απλή και διαισθητική προσέγγιση του φαινομένου παρουσιάζεται στο παράρτημα Α΄).

Είδαμε στην Εισαγωγή (κεφάλαιο 1), αλλά και στη σελίδα 30, ότι μπορούμε με βάση τα Πυθαγόρεια μεγέθη των συμφωνιών να κατασκευάσουμε δωδεκάφθογγο μουσικό σύστημα. Στο σύστημα αυτό, ωστόσο, τα διαστήματα τρίτης θα είναι εμφανώς διάφωνα. Σε κάθε περίπτωση, η προσπάθεια να κουρδιστεί ένα όργανο σταθερού κουρδίσματος όπως το εκκλησιαστικό όργανο ή κάποιο άλλο πληκτροφόρο με Πυθαγόρειες πέμπτες και οκτάβες θα απαιτούσε κάποιο είδος *συγκερασμού*. Ο Ιταλός συνθέτης και θεωρητικός Franchinus Gaffurius αναφέρει κοντά στο τέλος του 15ου αιώνα ότι οι οργανίστες (οι μουσικοί που παίζουν εκκλησιαστικό όργανο) διαβεβαιώνουν ότι οι πέμπτες υφίστανται μια μικρή ελάττωση που αποκαλείται *participara* (temperament στα αγγλικά). [25] Στο τέλος του 15ου αιώνα παρουσιάζεται επίσης η πρώτη δωδεκάφθογγη διαίρεση του μονοχόρδου που διαφοροποιούνταν από την Πυθαγόρεια κατάτμηση, από τον Ισπανό Bartolomé Ramos de Pareja.

Μέσα στον 16ο αιώνα τίθενται τα θεμέλια για όλα τα είδη συγκερασμού. Οι θεωρητικοί που πρωτοστατούν στις διατυπώσεις των προσεγγίσεων είναι, εκτός των δύο που μόλις προαναφέρθηκαν οι: Arnolt Schlick, Henricus Grammateus, Pietro Aaron, Francisco de Salinas, Gioseffo Zarlino, Vincenzo Galilei, Nicola Vicentino. Πρέπει να έχουμε κατά νου ότι μέγιστο πρόβλημα για εκείνη την εποχή ήταν η μαθηματική διατύπωση των κατατμήσεων που επιλεγόντουσαν, ώστε αυτές να μπορούν να εφαρμοστούν στο κούρδισμα των οργάνων κα την οργανοποιία. Θαυμαστή είναι η μαθηματική επίλυση του προβλήματος του *ίσου συγκερασμού* (equal temperament) από τον πρίγκηπα Zhu Zaiyu στα τέλη του 16ου αιώνα. Αποτελεί τη νεότερη εμφάνιση των ορθών μαθηματικών διατυπώσεων για τον ισοσυγκερασμό και, όπως υπογραμμίζει ο J. Murray Barbour, αποτελεί ένα αίνιγμα, καθώς η κινέζικη μουσική δεν απαιτεί κανενός είδους συγκερασμό. [25]

Παράλληλα με τις άλλες τέχνες, η μουσική του 15ου και 16ου αιώνα αποκτά πιο *ανθρωποκεντρικό* χαρακτήρα, με αξίες την απλότητα και τη φυσικότητα. Οι συνθέτες στρέφονται στη φύση για έμπνευση και επιχειρούν τη μίμησή της. Δομικά, η πολυφωνία δίνει τη θέση της σε πιο οριζόντια σχήματα, όπου εμφανίζονται και προτιμούνται για το γεμάτο και δυνατό τους ήχο οι *συγχορδίες*, θέτοντας τις βάσεις για τη σύγχρονη αρμονία. Οι συγχορδίες αποτελούνται από νότες που απέχουν διαδοχικά διαστήματα τρίτης, με τις ακραίες να απέχουν μεταξύ τους διάστημα πέμπτης. Αποτελούν μέχρι σήμερα το δομικό στοιχείο της δυτικής μουσικής, ιδιαίτερα της ευρέως διαδεδομένης μορφής της (δημοφιλή σύγχρονα τραγούδια, κλασικοί αλλά και ρομαντικοί συνθέτες κτλ). Η προέλαση των συγχορδιών γίνεται επιτρεπτή από το "μαλάκωμα" των διαστημάτων τρίτης και έκτης που επιφέρει η απομάκρυνση από το Πυθαγόρειο κούρδισμα. Ο κονστρουκτιβισμός της ισορρυθμίας και οι σύνθετοι αριθμοί απορρίπτονται και αντικαθίστανται από ρυθμούς γεμάτους ζωντάνια. [23]

Η επιθυμία σύνδεσης της τέχνης και της επιστήμης με τη φύση αποτυπώνεται και στην εμφάνιση επιστημονικών ανακαλύψεων συνδεδεμένων με την Πυθαγόρεια έννοια της *Musica universalis*. Το 16ο αιώνα, ο Κέπλερ, προωθώντας την προσέγγιση του Ιωάννη Σκώτου Εριγένη και του Τζόρτζιο Ανσέλμι της Πάρμας, βάδιζε στα χνάρια του Βοηθίου και του Πτολεμαίου, κατασκευάζοντας μια *πλανητική συγχορδία*. [22] Το έργο του *Harmonices Mundi* του 1619 απηχεί την ιδέα της *Μουσικής των Σφαιρών*, συσχετίζοντας τους λόγους των ταχυτήτων των πλανητών με τα σύμφωνα μουσικά διαστήματα, ενώ περιέχει επίσης τον 3ο του *νόμο της πλανητικής κίνησης*.

Το 17ο αιώνα εμφανίζεται η πιο πλήρης και σημαντική πραγματεία κουρδισμάτων και συγκερασμού, στο έργο του Γάλλου Marin Mersenne. Ο Mersenne μελετά όλο το εύρος της θεωρίας του κουρδίσματος, παρουσιάζοντας, μεταξύ άλλων, γεωμετρικές και μηχανικές λύσεις για τον ίσο συγκερασμό. Μάλιστα, εκφράζει την άποψη ότι ο συγκερασμός θα έπρεπε να εφαρμοστεί σε όλα τα έγχορδα με τάστα, όλα τα πνευστά, όλα τα πληκτροφόρα και ακόμα και κρουστά όπως οι καμπάνες. Γενικά, από το μέσο του 16ου αιώνα, όλοι οι θεωρητικοί συμφωνούν ότι τα έγχορδα με τάστα, όπως τα λαούτα και οι βιόλες ντα γκάμπα, κουρδίζονταν σε ίσο συγκερασμό. Τα πληκτροφόρα χρησιμοποιούσαν άλλο είδος συγκερασμού, γεγονός που καθιστούσε δύσκολη την παράλληλη παρουσία τους σε ορχήστρες. Ωστόσο, η μετάβαση των πληκτροφόρων οργάνων στον ίσο συγκερασμό δεν επισπεύθηκε, καθώς τα άταστα βιολιά έγιναν η ραχοκοκαλιά της ορχήστρας του 17ου αιώνα. [25]

Τα είδη συγκερασμού μπορούν να κατανεμηθούν στις εξής βασικές κατηγορίες: **just intonation**, **meantone temperament**, **ίσος συγκερασμός** (**equal temperament**), **μη κανονικά συστήματα** (**irregular systems**) και **συστήματα πολλαπλών διαιρέσεων**. Η φιλοσοφία τους και ιστορική πορεία της εξέλιξής τους θα παρουσιαστούν αναλυτικότερα παρακάτω.

Ο meantone temperament, μαζί με τον just intonation, παρέμειναν στο προσκήνιο της θεωρίας και της πρακτικής μέχρι τα μέσα του 19ου αιώνα. Παράλληλα με τη σταδιακή επικράτηση του ίσου συγκερασμού, οι βιολιστές άρχισαν από τον 19ο αιώνα να επιστρέφουν στο Πυθαγόρειο κούρδισμα, που προσέδιδε πιο "λαμπερό" ήχο. Καθοριστικός στην πορεία του συγκερασμού στάθηκε ο μουσικός ερασιτεχνισμός των μεσαίων τάξεων κατά τον 18ο και 19ο αιώνα, με την ανάγκη ύπαρξης μιας απλουστευμένης δομής που να εξυπηρετεί ένα κοινό ανίκανο να διαχωρίσει διατονικά και χρωματικά ημιτόνιο διαφορετικών μεγεθών. Παρότι ο ίσος συγκερασμός φαινομενικά επικράτησε και έχει εξέχουσα θέση στη μουσική θεωρία του *δωδεκαφθογγισμού*, που αναπτύχθηκε κατά τον 20ο αιώνα, η πραγματικότητα δεν είναι τόσο απόλυτη. Αφενός πληθώρα μουσικών και θεωρητικών του 19ου και του 20ου αιώνα, μεταξύ των οποίων ο Helmholtz, τον απορρίπτουν, αφετέρου ακόμα και σήμερα δεν εφαρμόζεται πρακτικά σε οριστικό βαθμό. Μία τεχνική που εμφανίστηκε στη μουσική για πιάνο του 20ου αιώνα, όπως τη jazz, ήταν η προσθήκη διαστημάτων έκτης, έβδομης και ενάτης, προς "μαλάκωμα" του ακούσματος που προκύπτει από τις "σκληρές" συγκερασμένες τρίτες. [3]

Εκείνο που μπορούμε να πούμε για τη σύγχρονη μουσική είναι ότι ο ίσος συγκερασμός έχει επικρατήσει σαν *άποψη*. Αυτό δεν σημαίνει ότι η μουσική πράξη είναι ισοσυγκερασμένη. Η ανθρώπινη φωνή πάντα αποζητά την αρτιότητα των διαστημάτων, όπως και το αφτί ενός μουσικού που κάνει bend σε μια ηλεκτρική κιθάρα. Τα κλασικά έγχορδα, όταν παίζουν σε κουαρτέτα, αξιοποιούν την ευχέρεια που τους προσδίδει η έλλειψη τάστων ώστε να "τελειοποιούν" τις μεταξύ τους συμφωνίες. Μεταξύ τους γίνεται λόγος για "σφιχτά" και "χαλαρά" ημιτόνια, παρότι η βασική μουσική θεωρία που διδάσκονται μιλάει για ίσα ημιτόνια. Οι κουρδιστές των πιάνων εμφανίζουν, ανάλογα με τη σχολή τους, μικροδιαφορές στον τρόπο που κουρδίζουν τα πιάνα. Έτσι, ο ίσος συγκερασμός κάθε άλλο παρά καθολικός αποδεικνύεται. Αποτελεί μάλλον μία σύμβαση που επιτρέπει τη συνεργασία μεταξύ διαφορετικών οργάνων και την ευκολία προσέγγισης για τους νέους μουσικούς και τους ερασιτέχνες. Κι όλα αυτά χωρίς να αναφερθούμε στην παραδοσιακή μουσική, όπου θεσμικά υφίστανται μεταβολές που δεν εμπίπτουν στον ίσο συγκερασμό, παρότι περιλαμβάνει όργανα με σταθερά τάστα, όπως στην ελληνική παραδοσιακή μουσική το ελληνικό λαούτο. Ο συγκερασμός ως κατασκευή δεν είναι, άλλωστε, παρά ένα ακόμα στοιχείο δομικής αυστηρότητας ή/και απλούστευσης, σύμφυτο με τη διαδικασία εξάπλωσης της δυτικής μουσικής θεωρίας.

3.4.1 Just Intonation

Το δρόμο για τον just intonation πρωτοχάραξαν ο Δίδυμος και ο Πτολεμαίος, τα έργα των οποίων όμως ήταν χαμένα κατά το Μεσαίωνα. Όπως προαναφέρθηκε, ο πρώτος γνωστός Ευρωπαίος που πρότεινε γραπτώς δωδεκάφθογγο σύστημα διαφορετικό του Πυθαγορείου ήταν ο Ramos de Pareja. Σκοπός του ήταν, κατά τον ίδιο, η απλούστευση του Πυθαγόρειου μονόχορδου, προς διευκόλυνση των τραγουδιστών και των μουσικών. Παρότι τεχνικά η διαίρεσή του δεν αποτελεί συγκερασμό σύμφωνα με τα σημερινά δεδομένα, έχει σημαντική θέση ανάμεσα στους πρώτους σύγχρονους μεταρρυθμιστές του κουρδίσματος. Συγκερασμένα, με την έννοια της συνειδητής τροποποίησης τέλειων διαστημάτων προκειμένου να προκύψει ένα δωδεκάφθογγο σύστημα, είναι τα συστήματα just intonation που παρουσίασε στις αρχές του 16ου αιώνα το Lodovico Fogliano. Δέκα χρόνια αργότερα, έχουμε το σύστημα του Martin Agricola και, στις αρχές του 17ου αιώνα, το ιδιαίτερα συμμετρικό σύστημα του μηχανικού Salomon de Caus. Ο Κέπλερ παρουσίασε επίσης δύο παρεμφερείς μεταξύ τους διαιρέσεις τις οποίες παραθέτει, μεταξύ δεκάδων άλλων, ο Mersenne, παρότι ο τελευταίος δεν ήταν υποστηρικτής του just intonation. Στον 18ο αιώνα, ο Friedrich Wilhelm Marpurg παρουσίασε τέσσερις διαιρέσεις, μία εκ των οποίων ήταν η πρώτη του Κέπλερ, ενώ την δεύτερη του Κέπλερ ξανασυναντάμε στο "Λεξικό" του Ρουσσώ, μαζί με μία του Σκωτσέζου Alexander Malcolm. Μία διαίρεση του μονόχορδου που αντιστοιχεί σε μια μορφή just intonation παρέδωσε κι ο Euler. Γενικά, η έννοια του just intonation είναι μία προσπάθεια να προσεγγιστεί το Πυθαγόρειο κούρδισμα συγκερασμένα και το πιο σωστό θα ήταν να μιλάμε για διαφορετικούς just intonation κι όχι για έναν και μοναδικό. [25] Απλούστερα διατυπωμένα, just intonation χαρακτηρίζουμε ένα είδος συγκερασμού που επιδιώκει την έκφραση των αποστάσεων των φθόγγων με λόγους μικρών φυσικών αριθμών.

Επιλογή από αυτά τα συστήματα παρουσιάζεται με αριθμητικά στοιχεία στο Β΄.1.2.

3.4.2 Meantone Temperament

Περισσότερο συνειδητό *συγκερασμό* αποτελούν τα είδη του meantone temperament, που πρωτοεμφανίζεται στις αρχές του 16ου αιώνα, από τον Pietro Aaron. Στην περιγραφή του κουρδίσματος που παραθέτει, προτείνει οι πέμπτες να ληφθούν λίγο μικρότερες από τις τέλειες. Ο συγκερασμός αυτός χαρακτηρίζεται ως "meantone" (ίσως θα μπορούσε να αποδοθεί ως "μεσοτονικός"), γιατί ο τόνος ντο - ρε είναι ακριβώς το μισό της τέλειας μεγάλης τρίτης ντο - μι. Χαρακτηρίζεται και "1/4 comma", καθώς όλες οι πέμπτες *συγκεράζονται* (ελαττώνονται, εν προκειμένω) κατά ένα τέταρτο του *συντονικού κόμματος*. Το *συντονικό κόμμα* (λόγος συχνοτήτων $\frac{81}{80}$) είναι η διαφορά ανάμεσα σε ένα Πυθαγόρειο δίτονο (λόγος συχνοτήτων $\frac{81}{64}$) και μιας φυσικής μεγάλης τρίτης (λόγος συχνοτήτων $\frac{5}{4}$). Ο meantone temperament χρησιμοποιούνταν εξαρχής αποκλειστικά στα πληκτροφόρα όργανα. Ο Zarlino (16ος αιώνας) τον χαρακτήριζε "πολύ ευχάριστο για κάθε χρήση" και πρότεινε την χρήση της Ευκλείδειας κατασκευής για το γεωμετρικό μέσο, ώστε να διαιρεθεί η φυσική μεγάλη τρίτη σε δύο τόνους και η φυσική μεγάλη ένατη σε δύο πέμπτες. Σημαντική συνεισφορά στην πρακτική εφαρμογή του είχαν τα έργα των: Michael Praetorius, Otto Gibel και Lemme Rossi. [25]

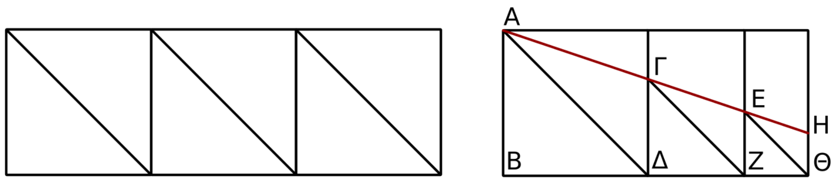
Παρότι κανονικά υπάρχει ένας και μοναδικός meantone temperament, αρκετά συστήματα συγκερασμού έχουν εισέλθει σε αυτή την κατηγορία, με πρώτο και καλύτερο εκείνο του Zarlino όπου κάθε πέμπτη ελαττώνεται κατά 2/7 του *συντονικού κόμματος*. Ο Francisco de Salinas παρουσίασε έναν 1/3 - comma, που όμως προόριζε για μια διαίρεση της οκτάβας σε 19 φθόγγους, όπου θα συνυπήρχαν τα τρία αρχαιοελληνικά γένη. Ο Claude François Milliet Dechales (17ος αιώνας) αναφέρει έναν 1/3 - comma, καθώς και ο Lemme Rossi (17ος αιώνας), ως έναν διαδεδομένο στον 16ο αιώνα. Ο τελευταίος περιγράφει επίσης έναν 2/9 - comma, σχήμα στο οποίο πλησιάζει και η διαίρεση του Cyriakus Schneegass (16ος αιώνας). Τέλος, πρέπει να αναφερθούμε στον 1/6 - comma που αποδίδεται στον Gottfried Silbermann, οργανοποιό πληκτροφόρων των αρχών του 18ου αιώνα. [25]

Επιλογή από αυτά τα συστήματα παρουσιάζεται με αριθμητικά στοιχεία στο Β΄.1.2.

3.4.3 Ίσος Συγκερασμός

Οι πρώτες οδηγίες κουρδίσματος που μπορούν να ερμηνευθούν στην κατεύθυνση του ισοσυγκερασμού βρίσκονται σε έργο του 1533, του Giovanni Maria Lanfranci, ο οποίος αναφέρεται σε μικρότερες πέμπτες και μεγαλύτερες τρίτες. Αρκετοί μεταγενέστεροι έδιναν παρεμφερείς πρακτικές οδηγίες, όπως ο Mersenne (17ος αιώνας), ο οργανοποιός Barthold Fritz (18ος αιώνας) και ο Alexander John Ellis (19ος αιώνας). Οι οδηγίες καθόριζαν πόσες φορές πρέπει να επαναλαμβάνεται το διακρότημα κάποιου διαστήματος μέσα σε μια καθορισμένη μονάδα χρόνου. Για παράδειγμα, οι οδηγίες του Ellis πρότειναν για την οκτάβα πάνω απ' το κεντρικό ντο (το μεσαίο ντο του πιάνου) το κούρδισμα με ανιούσες πέμπτες και κατιούσες τέταρτες, όπου το διακρότημα κάθε πέμπτης θα επαναλαμβάνεται μία φορά το δευτερόλεπτο, ενώ το διακρότημα κάθε τέταρτης τρεις φορές ανά δευτερόλεπτα. [25]

Εφόσον τα διαστήματα εκφράζονται από λόγους, ο χωρισμός σε ίσα μέρη ισοδυναμεί με την εύρεση ρίζας. Ο χωρισμός της οκτάβας σε τρεις ίσες τρίτες, που απαιτεί ο ισοσυγκερασμός, ισοδυναμεί με την εύρεση του κύβου του 2 (εφόσον η οκτάβα αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων 2), πρόβλημα ισοδύναμο με τον διπλασιασμό του κύβου. Η αναγωγή ενός κουρδίσματος σε μαθηματικά διατυπωμένους λόγους (συχνοτήτων ή μηκών χορδών, είναι ισοδύναμες εκφράσεις) είναι απαραίτητη για την οργανοποιία ή το κούρδισμα ενός πληκτροφόρου με βάση ένα μονόχορδο αναφοράς. Ο Francisco de Salinas προτείνει τη χρήση του *μεσολάβου* (*mesolabium*) για την εύρεση περισσότερων του ενός γεωμετρικών μέσων, η εφεύρεση του οποίου αποδίδεται με αρκετή αβεβαιότητα στον Αρχιμήδη. Ο μεσολάβος αποτελείται από τρία κινούμενα ως προς παράλληλες ράγες παραλληλόγραμμα με χαραγμένα τρίγωνα (σχήμα 3.2). Η εύρεση δύο γεωμετρικών μέσων (δηλαδή για αριθμούς α, β, εύρεση x_1, x_2 τέτοιων ώστε $\frac{\alpha}{x_1} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{\beta}$) γίνεται έως εξής: για να βρούμε τους δύο γεωμετρικούς μέσους των αριθμών που αντιστοιχούν στα μήκη (ΑΒ) και (ΗΘ), κινούμε τα παραλληλόγραμμα (το καθένα κάτω από το αριστερά του) έτσι ώστε τα σημεία τομής των υποτεινουσών των τριγώνων με τα παραλληλόγραμμα που βρίσκονται στα αριστερά τους να ευθυγραμμιστούν σε μια ευθεία που ενώνει τα σημεία Α και Η. Τότε, οι γεωμετρικοί μέσοι είναι τα μήκη (ΓΔ) και (ΕΖ). [25].



Σχήμα 3.2: Μεσολάβος και η εφαρμογή του στην εύρεση δύο γεωμετρικών μέσων

Ο Zarlino και ο Mersenne παρουσίασαν κι άλλους τρόπους εύρεσης δύο γεωμετρικών μέσων. Ο τελευταίος σε μια προσέγγισή του πρότεινε την εύρεση ενός διαστήματος με μηχανικά μέσα και την μετέπειτα εύρεση ενός μέσου με την Ευκλείδεια κατασκευή. Ωστόσο η πρώτη αριθμητική προσέγγιση προέρχεται από τον Κινέζο Ho Tchheng-thyen, στην αρχή του 5ου αιώνα. Ο Vincenzo Galilei (16ος αιώνα) πρότεινε για την κατασκευή λαούτου ένα μέγεθος ημιτονίου (18/17) προς επανάληψη δώδεκα φορές, τακτική που, σύμφωνα με τον Mersenne, εφάρμοζαν πολλοί οργανοποιοί. Ο πρώτος Ευρωπαίος που προσέγγισε τον ίσο συγκερασμό με τη δωδέκατη ρίζα του δύο ήταν ο Simon Stevin, τον ίδιο αιώνα. Παράλληλα ο Κινέζος πρίγκηπας Zhu Zaiyu πραγματοποιούσε με άγνωστη διαδικασία έναν πολύ καλύτερο υπολογισμό. Μια προσέγγιση με Πυθαγόρεια διαστήματα έγινε στις αρχές του 18ου αιώνα από τον Ισπανό συνθέτη Pablo Nassarre. Μία ενδιαφέρουσα γεωμετρική μέθοδο πρότεινε ο Daniel P. Strähle (18ος αιώνας), ενώ από το σύγχρονό του Christoph Gottlieb Schröter σώζονται τρεις διαιρέσεις διαδοχικών προσεγγίσεων. Πολλοί θεωρητικοί αναλώθηκαν στην αναζήτηση αυστηρής μαθηματικής διατύπωσης που να επιτρέπει το κούρδισμα ενός οργάνου σε ίσο συγκερασμό χωρίς χρήση της ακοής, προσέγγιση ανούσια για τον ένθερμο υποστηρικτή του Mersenne. [25]

Επιλογή από αυτά τα συστήματα παρουσιάζεται με αριθμητικά στοιχεία στο Β΄.1.2.

3.4.4 Μη Κανονικά (Irregular) Συστήματα

Μη κανονικά (irregular) συστήματα θεωρούμε εκείνα στα οποία πάνω από μία πέμπτη διαφέρει από τις υπόλοιπες. Ένας τρόπος οργάνωσης των αμέτρητων συστημάτων που μπορούν να υπαχθούν σε αυτή την κατηγορία είναι η κατηγοριοποίηση με βάση την προαναφερθείσα κατηγορία της οποίας τροποποίηση αποτελούν. Έτσι, προσπάθειες βελτίωσης του meantone temperament, ξεκινώντας από την απλούστερή όπου δύο πέμπτες γίνονται μεγαλύτερες, πραγματοποίησαν ο Mersenne, ο Rameau, ο J. E. Gallimard (18ος αιώνας) και ο Arnolt Schlick (15ος), που πρότεινε ένα σύστημα ενδιάμεσο του meantone και του ισοσυγκερασμού. Μία άλλη προσέγγιση ήταν εκείνη του Henricus Grammateus (16ος αιώνα), που κούρδισε τις φυσικές νότες Πυθαγόρεια και τοποθέτησε τις αλλοιώσεις στο μισό των μεταξύ τους αποστάσεων. Τον ίδιο αιώνα, οι Sylvestro di Ganassi dal Fontego και Giovanni Artusi έκαναν την ίδια διαδικασία, χρησιμοποιώντας όμως για τις φυσικές νότες just intonation και meantone temperament, αντίστοιχα. Μια άλλη κατηγορία αποτελούν τα κουρδίσματα που περιέχουν πολλές τέλειες πέμπτες, πλησιάζοντας πολύ το Πυθαγόρειο. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν συγκερασμοί του Andreas Ornitoparchus (16ος αιώνας) και του John Dowland (16ος και αρχές 17ου). Ιδιαίτερης αξίας είναι τα συστήματα μη κανονικής κατανομής της διαίρεσης του *συντονικού κόμματος*. Ο Johann Kirnberger παρουσίασε τον 18ο αιώνα έναν μη κανονικό 1/2 - comma temperament κι ο Charles Stanhope έναν μη κανονικό 1/3 - comma στις αρχές του 19ου. Ύψιστο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι μη κανονικοί 1/4 - comma temperaments, στην κατασκευή των οποίων πρωτοστατούν οι Johann Philipp Bendeler και Andreas Werckmeister του 17ου αιώνα και οι Johann Georg Neidhardt (παρέδωσε 20 κουρδίσματα) και Friedrich Wilhelm Marpurg του 18ου, ενώ υπάρχει πληθώρα μη κανονικών κατανομών μικρότερων διαιρέσεων του κόμματος ή παράλληλη ύπαρξη διαφορετικών του υποδιαιρέσεων. [25]

Επιλογή από αυτά τα συστήματα παρουσιάζεται με αριθμητικά στοιχεία στο B′.1.2.

Ο Neidhart, παρά την εξαντλητική του μελέτη και την παραγωγή ιδιαίτερα πολύπλοκων συγκερασμών θεωρούσε καλύτερο όλων τον ίσο. Ο Werckmeister, από την άλλη, θεωρούσε ότι ο συγκερασμός πρέπει να εξασφαλίζει ότι οι συχνότερα χρησιμοποιούμενες τονικότητες θα ακούγονται καλύτερα. Με τα δικά του λόγια, "καλά κουρδισμένο" σήμαινε "κατάλληλο να παιχτεί σε όλα τα πλήκτρα - αλλά καλύτερα στα πλήκτρα που χρησιμοποιούνται συχνότερα". [25]

3.4.5 Συστήματα Πολλαπλών Διαιρέσεων

Όπως είναι ίσως ήδη προφανές, τα προβλήματα που προκύπτουν από τον συγκερασμό μπορούν σχεδόν να εξαλειφθούν με τη χρήση περισσότερων νοτών ανά οκτάβα. Η πρώτη μαρτυρία για διπλά ή χωρισμένα (split) πλήκτρα έρχεται από την Ιταλία του 15ου αιώνα, όπου αναφέρεται όργανο με χωριστά πλήκτρα για τις νότες D♯ και E♭ και χωριστά πλήκτρα για τις νότες G♯ και A♭. Οι πολλαπλές διαιρέσεις ήταν δημοφιλείς στην Ιταλία κατά τον 16ο και 17ο αιώνα και στη Γερμανία προς το τέλος του 17ου και στις αρχές του 18ου. Είναι γνωστό ότι ο Georg Friedrich Händel (18ος αιώνας) έπαιζε σε Αγγλικά εκκλησιαστικά όργανα με διαιρεμένα πλήκτρα. Τα συστήματα πολλαπλών διαιρέσεων μπορούν να χωριστούν σε εκείνα που βασίζονται στην αντίληψη του just intonation και επεκτείνουν τους υπολογισμούς με διαδοχικά διαστήματα και σε εκείνα που αποτελούνται από πολλά ίσα μέρη. [25] Στην πρώτη κατηγορία ανήκει ο just intonation 43 φθόγγων ανά οκτάβα, έργο του συνθέτη και θεωρητικού του 20ου αιώνα Harry Partch. [5] Στην δεύτερη ανήκει η διαίρεση της οκτάβας σε 19 ίσα μέρη (ενδιαφέρουσα διότι υπάρχουν μαρτυρίες ύπαρξης τσεμπάλων με 19 πλήκτρα), εκείνη σε 22 που μιμείται το Ινδικό σύστημα και η αρχαιότερη των 31, καθώς και αμέτρητες άλλες περισσότερων και λιγότερων τμημάτων. Εκείνη των 31 αποτελεί επέκταση του 1/4 comma meantone temperament ώστε να αποτελεί κλειστό σύστημα και χρησιμοποιήθηκε στο *Archicembalo* του Nicola Vicentino (16ος αιώνας). [25] Την τελευταία πενηνταετία, με την πρόοδο της ψηφιακής τεχνολογίας, έχουν εμφανιστεί πολλά ηλεκτρονικά *generalized keyboards*, καθώς και προγράμματα που προσφέρουν ψηφιακά πληκτρολόγια πολλαπλών διαιρέσεων.

4. Στοιχεία Ψυχοακουστικής

Ο όρος "ψυχοακουστική" προσφέρει, λόγω των συνθετικών του, μία αρκετά εύστοχη διαίσθηση για το αντικείμενο που πραγματεύεται, όσο και για τον διεπιστημονικό του χαρακτήρα. Ας δούμε δύο ορισμούς της:

> "Η **ψυχοακουστική** ασχολείται με τη σχέση μεταξύ των φυσικών χαρακτηριστικών του ήχου (πχ πυκνότητα, φυσική τοποθεσία στο χώρο) και εκείνου που γίνεται αντιληπτό από τον ακροατή (πχ ένταση, αντιληπτή τοποθεσία στο χώρο). Ασχολείται επίσης με την ικανότητα διάκρισης μεταξύ διαφορετικών ήχων." [3]

> "Η **ψυχοακουστική** (ή *ψυχολογία της ακοής* ασχολείται αφ' ενός με την αντίληψη και αξιολόγηση των πληροφοριών κατά την ακοή, δηλαδή με την ψυχολογία των ακουστικών φαινομένων, αφ' ετέρου με τις ακουστικές διαδικασίες." [23]

Σύμφωνα με τη σύγχρονη καθεστηκυία οπτική, η ψυχοακουστική είναι τομέας της *μουσικής ψυχολογίας* ή *ψυχολογίας της μουσικής*.

> "Η **ψυχολογία της μουσικής** είναι ο τομέας που μελετά την εξατομικευμένη ανθρώπινη μουσική σκέψη και συμπεριφορά από μία επιστημονική οπτική." [3]

Συνεπώς, η ψυχοακουστικής δεν είναι παρά μία από της πτυχές της επιστημονικής μελέτης του μουσικού φαινομένου. Η *ψυχολογία της μουσικής* περιλαμβάνει πληθώρα άλλων προσεγγίσεων, καθεμία από τις οποίες εστιάζει σε διαφορετικά χαρακτηριστικά της μουσικής πράξης και της αντίληψης της.

Η μελέτη του μουσικού φαινομένου παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες. Προφανέστερη στο ψυχοακουστικό επίπεδο είναι εκείνη που διαφαίνεται από τον πρώτο ορισμό της ψυχοακουστικής, που παρατίθεται παραπάνω. Η προσπάθεια σύνδεσης φυσικών μεγεθών με νοητικές διεργασίες γίνεται μέσω ψυχοφυσιολογικών μεγεθών, τα οποία ορίζονται από την κάθε θεωρία κατά το δοκούν. Μάλιστα, η επεξεργασία του ακουστικού σήματος από τον ανθρώπινο εγκέφαλο φαίνεται να γίνεται με προσθήκη και αφαίρεση πληροφορίας, γεγονός που περιπλέκει κατά πολύ την ανάλυση. Προχωρώντας στο ευρύτερο φάσμα της μουσικής ψυχολογίας, ανακύπτουν ζητήματα ποικιλομορφίας του ανθρώπινου αντικειμένου μελέτης ως προς παράγοντες όπως η ηλικία, η μουσική εμπειρία, τα πολιτισμικά ερεθίσματα ή η βιολογική ανάπτυξη. Βασική δυσκολία στη μελέτη της μουσικής είναι, επίσης, η πολυεπίπεδη φύση της. Η μελέτη χωριστών επιπέδων της έχει αποδώσει κατά καιρούς καρπούς, με τη μορφή θεωριών που ικανοποιούν τα δείγματα μεταβολής ενός συγκεκριμένου μεγέθους. Ωστόσο, κατά την προσπάθεια μελέτης του ενοποιημένου φαινομένου, η πολυπλοκότητα αυξάνεται τόσο που δυσχεραίνει σημαντικά την εφαρμογή των θεωριών που εξηγούν επιμέρους χαρακτηριστικά. [3]

Στην αρχή του κεφαλαίου 2 διευκρινίζεται ότι οι ορισμοί που θα παρουσιαστούν στο κεφάλαιο εκείνο δεν αποσκοπούν στην επιστημονική ανάλυση. Ωστόσο, οι όροι που παρουσιάζονται στην ενότητα 2.1 εμπίπτουν στο αντικείμενο της ψυχοακουστικής.

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα μελετηθούν επιλεκτικά κάποια από τα σημαντικότερα ζητήματα που πραγματεύεται ο κλάδος της ψυχοακουστικής. Ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί στο ζήτημα της **συμφωνίας** ή **αρμονίας** (πολύ ατυχής απόδοση στα ελληνικά λόγω πιθανής σύγχυσης με το μουσικό αντικείμενο της αρμονίας) (**consonance**) και της **διαφωνίας** ή **δυσαρμονίας** (**dissonance**). Βρίσκεται στον πυρήνα του αντικειμένου της ψυχοακουστικής, είναι το μεγάλο ερώτημα στο οποίο προσπάθησαν τελικά να δώσουν μια απάντηση όλες οι σημαντικές απόπειρες/μελέτες και είναι μία θεμελιώδης προσέγγιση στην προσπάθεια εξήγησης της δόμησης των μουσικών συστημάτων. Μάλιστα, η πλειονότητα των επιμέρους ζητημάτων που μελετά η ψυχοακουστική επιστρατεύονται στη μελέτη του. Θα εξετασθούν οι διαφορετικές τοποθετήσεις του ζητήματος, η ιστορία της εξέλιξης των θεωριών γύρω από αυτό και θα παρουσιαστούν οι πιο αποδεκτές/στεγανές εξ αυτών.

4.1 Ζητήματα - Φαινόμενα

4.1.1 Συντονισμός (Sympathetic Resonance)

Το φαινόμενο του *συντονισμού* (*sympathetic resonance* ή *sympathetic vibration*) ήταν γνωστό από την αρχαιότητα. Κατά το συντονισμό παρατηρείται μεταφορά ενέργειας μέσω ηχητικών κυμάτων από έναν ηχηρό ταλαντωτή σε έναν άλλο ταλαντωτή, ο οποίος ηχεί με τη σειρά του. Υπάρχουν αναφορές στο συντονισμό στη γραμματεία της αρχαίας Κίνας και του Ελληνο - Ρωμαϊκού κόσμου. Ωστόσο, οι παρατηρήσεις του φαινομένου δεν είχαν επεκταθεί πέραν των σχέσων ταυτοφωνίας και οκτάβας, μεταξύ του τονικού ύψους της πηγής και του τονικού ύψους του ταλαντωτή - δέκτη. Οι μελέτες των αναγεννησιακών Ιταλών όπως ο Leonardo da Vinci έθεσαν τα θεμέλια για τη μηχανική εξήγηση της *αρμονικής στήλης ή σειράς των αρμονικών*, ενώ είχε αρχίσει να εδραιώνεται η ιδέα των *ιδιοσυχνοτήτων*. Η μελέτη του φαινομένου οφείλεται, εν μέρει, στην εμφάνιση οργάνων με *συμπαθητικές* χορδές στην Ευρώπη του 17ου αιώνα, που αποτέλεσαν πηγή έμπνευσης και πειραματικές διατάξεις για τη μελέτη των ταλαντώσεων. [26]

4.1.2 Αρμονικές

Η συσχέτιση του ήχου με κάποιας μορφής ταλάντωση, ή, τουλάχιστον, κίνηση, διαφαίνεται ήδη στο έργο των αρχαίων Ελλήνων. Στην εισαγωγή της *Κατατομή Κανόνος* αναγράφεται: "Αν υπάρχει ηρεμία και ακινησία, θα υπάρχει σιωπή· κι αν υπάρχει σιωπή και δεν κινείται τίποτα, τίποτα δεν μπορεί να ακουστεί" [27]. Ο συγγραφέας προχωράει εξετάζοντας την έννοια της συχνότητας: "και επειδή άλλες από τις κινήσεις είναι συχνότερες και άλλες αραιότερες, και οι συχνότερες παράγουν οξύτερους ήχους και οι αραιότερες βαρύτερους, είναι ανάγκη άλλοι ήχοι να είναι οξύτεροι, επειδή ακριβώς έχουν συντεθεί από συχνότερες και περισσότερες κινήσεις, και άλλοι βαρύτεροι, επειδή ακριβώς έχουν συντεθεί από λιγότερες και αραιότερες κινήσεις." [27].

Καθοριστικό ρόλο στον συσχετισμό των διαφόρων όψεων του ήχου ως ταλάντωση και της έννοιας των *αρμονικών* είχε ο μαθηματικός και θεωρητικός της μουσικής του 17ου αιώνα Marin Mersenne, αποκαλούμενος "πατέρας της ακουστικής". Ο Mersenne χρησιμοποίησε μια ιδιοφυή πειραματική μέθοδο με την οποία κατέδειξε ότι η συχνότητα της ταλάντωσης μιας χορδής μεταβάλλεται αντίστροφα με το μήκος της. Έτσι, κατάφερε να συνδέσει το *τονικό ύψος* με την συχνότητα ταλάντωσης και να εκτιμήσει τη συχνότητα ταλάντωσης που αντιστοιχεί σε κάποιο συγκεκριμένο τονικό ύψος. [3]

Ο Ήχος ως Στάσιμο Κύμα

Ο Mersenne ήταν από τους πρώτους που παρατήρησε την ύπαρξη αρμονικών στον ήχο των καμπανών, καθώς και άλλων μουσικών πηγών. Καθώς οι καμπάνες παράγουν εκ φύσεως μη αρμονικές αρμονικές και απαιτούν κούρδισμα, δεν αποτελούν καλό δείγμα μελέτης. Οι χορδές, αντιθέτως, αποτέλεσαν πολύ καλό πειραματικό υλικό με αρκετά ομοιογενή συμπεριφορά και δυνατότητα οπτικής παρατήρησης. Ο Mersenne υιοθέτησε την άποψη της εποχής ότι η συνολική κίνηση της χορδής προκαλεί ταλάντωση του αέρα σε αρμονικά συσχετισμένες ταλαντώσεις. Παρότι κατάφερε με χρήση της τρομπέτας και του εγχόρδου trumpet marine να φτάσει σε μία καλή προσέγγιση της *σειράς των αρμονικών*, δεν έφτασε στην τοποθέτηση ότι οι αρμονικές απαντώνται στη χορδή και όχι στον παλλόμενο αέρα. Το 1677, ο μαθηματικός και αστρονόμος John Wallis ανέφερε την ύπαρξη *κόμβων* και *κοιλιών* στην ταλάντωση της χορδής, όροι που πρωτοχρησιμοποιήθηκαν το 1701 από τον Joseph Sauver. Πλέον, η χορδή αξιολογήθηκε ως πηγή των αρμονικών. Ωστόσο, χρειάστηκε η μελέτη των Brooke Taylor, Daniel Bernoulli και Jean Le Rond d' Alembert του 18ου αιώνα ώστε να μοντελοποιηθεί η παλλόμενη χορδή ως υπέρθεση ταλαντωτών. Η οριστική μαθηματική διατύπωση διαμορφώθηκε από τον κορυφαίο μαθηματικό και φυσικό Leonhard Euler (18ος αιώνας). [26]

Απούσα Θεμελιώδης (Missing Fundamental)

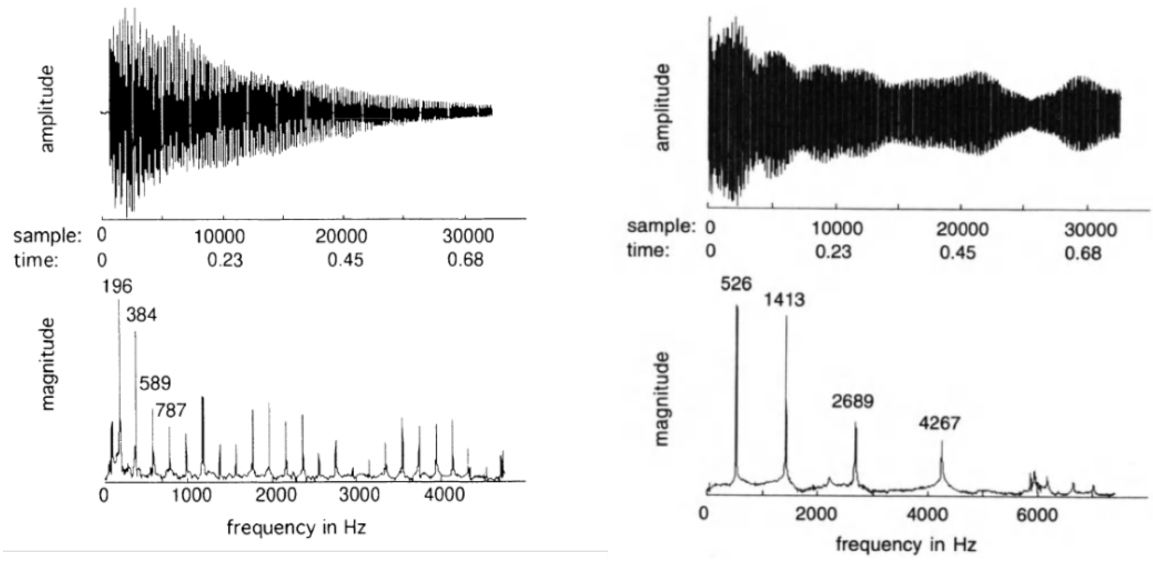
Εξαιρετικά ενδιαφέρον και ενδεικτικό για τη λειτουργία του συστήματος ανάλυσης ενός ηχητικού σήματος στον ανθρώπινο οργανισμό είναι το φαινόμενο κατά το οποίο το μυαλό μας "κατασκευάζει" τη θεμελιώδη συχνότητα που απουσιάζει από το φάσμα του μουσικού ήχου που ακούμε. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι "υπολογίζεται" το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των συχνοτήτων του σήματος. [3]

Φάσμα και Χροιά

Στην παράγραφο 2.1.1 γίνεται αναφορά στο συσχετισμό μεταξύ *συχνοτικού φάσματος* και *χροιάς* ενός μουσικού ήχου, καθώς και στο γεγονός ότι οι δύο όροι δεν είναι ισοδύναμοι. Σε αντίθεση με τα καθαρά ημίτονα, που έχουν μία και μοναδική συχνότητα, οι μουσικοί ήχοι αποτελούνται από την υπέρθεση πολλών ημιτόνων. Απλοποιώντας, τείνουμε να θεωρούμε ότι οι μουσικοί ήχοι αποτελούνται αποκλειστικά από συχνότητες που διαθέτουν ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο, το οποίο αποτελεί τη θεμελιώδη συχνότητα του ήχου που ακούμε. Βασιζόμενοι σε αυτή την απλοποιημένη σκοπιά, μπορούμε να επισημάνουμε ότι η χροιά του κλαρινέτου χαρακτηρίζεται από μία αδύναμη δεύτερη αρμονική και μία ισχυρή τρίτη αρμονική. Δηλαδή, να αποδώσουμε μεγάλο μέρος των χαρακτηριστικών που εμπίπτουν στην χροιά στην κατανομή της ισχύος στο φάσμα του ήχου του οργάνου. [3] Ωστόσο, κατά την εξέλιξη ενός μουσικού ήχου στο χρόνο υπάρχει μεταβολή των φασματικών χαρακτηριστικών του. Γι' αυτό, θα ήταν πιο σωστό να περιγράφεται ως "σχεδόν περιοδικό" (quasi-periodic) φαινόμενο. Οι εγγενείς στα μουσικά όργανα φυσικές ανωμαλίες προκαλούν μεταβατικά φαινόμενα, τα οποία καταστρατηγούν τη θεώρηση της περιοδικότητας. Τα μεταβατικά φαινόμενα διαμορφώνουν καθοριστικά τη χροιά ενός μουσικού ήχου και δεν πρέπει να παραβλέπονται κατά τη μελέτη του. [26]

Μετασχηματισμός Fourier

Ο μετασχηματισμός Fourier ήταν το μαθηματικό εργαλείο που έδωσε τη δυνατότητα στα σχετικά με τις αρμονικές ζητήματα, όπως αυτά που παρουσιάζονται σ' αυτή την παράγραφο, να εκφραστούν μαθηματικά και να τεκμηριωθούν. Πιο απλά, ο μετασχηματισμός Fourier παρέχει τα μέσα για την οπτική μαρτυρία αυτών των φαινομένων, σε συνδυασμό με την ακουστική παρατήρησή τους.



Σχήμα 4.1: Φάσματα διαφορετικών Μουσικών Οργάνων [5]

Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζονται δύο σήματα στο χρόνο και η Fourier ανάλυσή τους. Το ηχητικό σήμα εκτείνεται σε 0.75 δευτερόλεπτα και αποτελείται από $32,000$ δείγματα. Στα αριστερά, έχουμε σήμα που παράγεται από τη νύξη της χορδής μιας κιθάρας, ενώ, στα δεξιά, σήμα που παράγεται από την κρούση μιας μεταλλικής ράβδου. Ας σχολιάσουμε αρχικά το φάσμα της χορδής. Παρατηρούμε ότι είναι σαφώς αρμονικό, δηλαδή οι αρμονικές βρίσκονται σε πολλαπλάσια της θεμελιώδους με φυσικούς αριθμούς. Η δεύτερη αρμονική αποκλίνει λίγο από την ιδανική τιμή της, αφού το διπλάσιο της θεμελιώδους των 196 Hz είναι τα 392 Hz και όχι τα 384 Hz που παρατηρούμε στην ανάλυση Fourier. Η τρίτη αρμονική, ωστόσο, βρίσκεται πάρα πολύ κοντά στην θεωρητικά αναμενόμενη τιμή των 588 Hz, υπερβαίνοντάς την κατά ένα μόνο Hz. Να σημειωθεί εδώ ότι ο μετασχηματισμός αυτός, που διενεργήθηκε στην ηχογράφηση ενός φυσικού οργάνου από υπολογιστή, περιέχει τόσο σφάλματα θορύβου (η κορυφή πριν τη θεμελιώδη είναι κοντά στην τιμή της συχνότητας τους ρεύματος γραμμής στις ΗΠΑ) όσο και artifacts, δηλαδή ατέλειες που προκύπτουν μαθηματικά από τις υποθέσεις περιοδικότητας και άπειρης διάρκειας του σήματος. [5] Μεγάλο ενδιαφέρον έχει να παρατηρήσουμε το πλήθος των αρμονικών της χορδής. Η μεγάλη του τιμή είναι που προσφέρει στη χροιά της χορδής το αίσθημα ενός "γεμάτου ήχου".

Ας περάσουμε στη μελέτη της μεταλλικής ράβδου. Εδώ είναι σαφές ότι το φάσμα δεν μπορεί να θεωρηθεί με καμία θεμιτή προσέγγιση αρμονικό. Πράγματι, η θεωρητική μελέτη έχει καταδείξει ότι, για μια ιδανική μεταλλική ράβδο θεμελιώδους συχνότητας f, οι τρεις επόμενες αρμονικές απαντώνται στις συχνότητες $2.76f$, $5.4f$ και $8.93f$, σχέσεις στις οποίες ανταποκρίνονται ικανοποιητικά οι τιμές του παραδείγματος. Η φαινομενικά αδύνατη παράλληλη χρήση οργάνων αυτού του ακουστικού μέσου ταυτόχρονα με έγχορδα καθίσταται δυνατή λόγω της μικρής διάρκειας ήχησης που παρουσιάζουν και μέσω μεθόδων που αναιρούν μη αρμονικές αρμονικές τους (με σταθεροποίηση κοιλιών). [5] Παρατηρούμε ότι η ράβδος έχει λιγότερες αρμονικές από τη χορδή, άρα "φτωχότερο" ήχο.

4.1.3 Διακροτήματα

Κατά την ταυτόχρονη παρουσία δύο μονοσυχνοτικών ήχων με μικρή διαφορά συχνότητας, εμφανίζεται ένα ήχος του οποίου η ένταση μεταβάλλεται με συχνότητα ίση με τη διαφορά των συχνοτήτων των δύο ήχων. Ο ήχος αυτός ονομάζεται *διακρότημα*. Τα διακροτήματα ήταν γνωστά στους οργανίστες και τους κατασκευαστές εκκλησιαστικών οργάνων από την Αναγέννηση. Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 3.4.3, ήταν ένα χρήσιμο εργαλείο για την ποσοτικοποίηση του *συγκερασμού* των διαστημάτων κατά το κούρδισμα τσεμπάλων, οργάνων και, αργότερα, πιάνων. Η μέτρηση της συχνότητας των διακροτημάτων αποτελεί τμήμα της πρακτικής των κουρδιστών πιάνων έως σήμερα. Τα διακροτήματα που προκύπτουν κατά το κούρδισμα ενός οργάνου δεν περιορίζονται, ασφαλώς, σε εκείνα που αφορούν την ταυτοφωνία και πρέπει να εξαλειφθούν, αλλά επεκτείνονται σε εκείνα που στην ουσία προκύπτουν μεταξύ διαφορετικών αρμονικών των επιμέρους νοτών. [26]

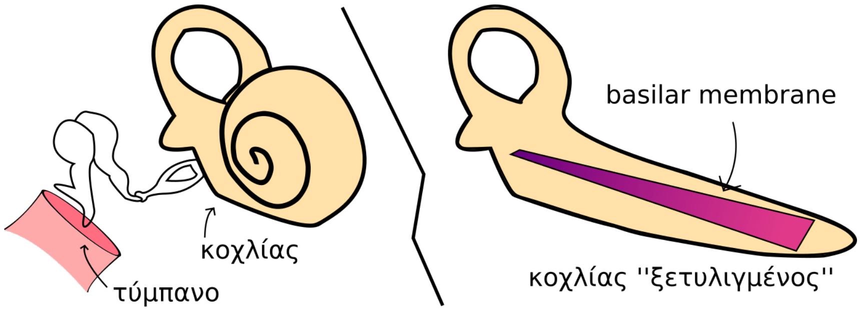
4.1.4 Difference Tones

Στην παράγραφο 2.1.2 αναφέρθηκε το φαινόμενο των *difference tones*. Όπως φαίνεται από την ονομασία τους, είναι το φαινόμενο κατά το οποίο η συνήχηση δύο τόνων (εδώ με την έννοια των μουσικών ήχων) προκαλεί την εμφάνιση ενός τρίτου, σε μία συχνότητα ίση με τη διαφορά των συχνοτήτων των δύο άλλων. Συνήθως αποδίδονται σε μη γραμμικές διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό του αφτιού. Σε ορισμένες περιπτώσεις, είναι πιθανόν να εμφανίζονται περισσότεροι του ενός, σε διάφορα πολλαπλάσια. Αν οι δύο αρχικοί τόνοι απέχουν διάστημα οκτάβας, οι difference tones αντιστοιχούν στις αρμονικές της νότας. Όσο η πολυπλοκότητα του λόγου που περιγράφει το διάστημα των δύο τόνων αυξάνεται, αυξάνεται και ο αριθμός των difference tones. [5] Οι difference tones, η ανακάλυψη των οποίων αποδίδεται στον Giuseppe Tartini (18ος αιώνας), ανήκουν, μαζί με τους *summation tones*, στην κατηγορία των *combination tones*. Σαν φαινόμενα είναι απολύτως υποκειμενικά, ενώ απαιτούν επαρκώς μεγάλη ένταση για να εμφανιστούν. [26]

4.2 Αντίληψη Τονικού Υψους

Η ενασχόληση με την αναπαράσταση των μουσικών ήχων ως υπέρθεση ημιτονικών σημάτων σχετίζεται με τη λειτουργία της ακοής, η οποία πραγματοποιεί μια παρεμφερή λειτουργία. Το ανθρώπινο ακουστικό σύστημα λειτουργεί σα να πραγματοποιεί μια φασματική ανάλυση περιορισμένης διακριτικής ικανότητας. [3] Πρώτος ο George Simon Ohm, το 1843, διατύπωσε την υπόθεση ότι οι διάφοροι μουσικοί ήχοι διακρίνονται από την κατανομή της ενέργειας στο φάσμα τους. Νωρίτερα, το 1822, ο Jean-Baptiste Joseph Fourier είχε αναπτύξει το θεώρημα σύμφωνα με το οποίο οποιαδήποτε σύνθετη περιοδική ταλάντωση μπορεί να αναλυθεί σε έναν αριθμό απλών αρμονικών ταλαντώσεων. Ο νόμος του Ohm παρακίνησε τον Hermann von Helmholtz να καταδείξει πειραματικά ότι το ανθρώπινο αφτί εφαρμόζει στο ακουστικό σήμα μετασχηματισμό Fourier. [26]

Σε επίπεδο φυσιολογίας του αφτιού (σχήμα 4.2), η ταλάντωση του τυμπάνου του αφτιού μεταδίδεται μέσω τριών μικρών οστών στον *κοχλία* του εσωτερικού αφτιού. Το σημείο σύνδεση που μπορεί να εκληφθεί ως είσοδος του σήματος στον κοχλία αποκαλείται *oval window*. Ο κοχλίας είναι γεμάτος υγρό και το εσωτερικό του διατρέχεται κατά μήκος από μία διαχωριστική μεμβράνη, που ονομάζεται *basilar membrane*. Τα υψηλής συχνότητας σήματα περιορίζονται στην ταλάντωση του τμήματος της basilar membrane που βρίσκεται πλησιέστερα στο oval window, ενώ χαμηλότερης συχνότητας σήματα ταλαντώνουν μεγαλύτερο μέρος της. Πάνω στην basilar membrane απαντώνται *hair cells*, νευρώνες που στέλνουν μήνυμα στον εγκέφαλο όταν διεγείρονται. [5]



Σχήμα 4.2: Στοιχεία Φυσιολογίας του Αφτιού

Το 1837, ο Johannes Peter Müller διατύπωσε το νόμο των ξεχωριστών ενεργειών νεύρων, σύμφωνα με τον οποίο κάθε ένα αισθητήριου νεύρου δεν προκαλεί παρά μία και μόνο αίσθηση. Βασισμένος στις θεωρίες των παραπάνω, ο Helmholtz παρουσίασε ένα εκλεπτυσμένο μοντέλο ακοής, στο οποίο θεωρούσε ότι οι ελαστικές αποφύσεις στα νεύρα της basilar membrane αντιδρούν σε συγκεκριμένες συχνότητες, μέσω συντονισμού. [26] Η θεωρία του, που χαρακτηρίζεται ως θεωρία "τόπου" αντίληψης του τονικού ύψους, ισχυριζόταν ότι υπάρχει ευθεία αντιστοιχία μεταξύ του τμήματος της basilar membrane που υφίσταται τη μέγιστη διέγερση και του τονικού ύψους που αντιλαμβανόμαστε. Όταν δύο μονοσυχνοτικοί ήχοι έχουν τόσο κοντινές συχνότητες ώστε οι αποκρίσεις στη basilar membrane να αλληλοεπικαλύπτονται, λέγεται ότι οι δύο ήχοι βρίσκονται στην ίδια *critical band*. Η θεωρία του Helholtz συσχετίζει τις critical bands με την ικανότητα διάκρισης διαφορετικών τονικών υψών. Το "πλάτος" της critical band είναι κατά προσέγγιση σταθερό στις χαμηλές συχνότητες, ενώ αυξάνεται προσεγγιστικά αναλογικά με τη συχνότητα στις υψηλότερες συχνότητες. Μία εναλλακτική προσέγγιση, χαρακτηριζόμενη ως θεωρία "περιοδικότητας" αντίληψης του τονικού ύψους, προτείνει ως πηγή πληροφορίας την ίδια την περίοδο του σήματος, δηλαδή το χρονικό διάστημα ανά το οποίο επαναλαμβάνεται. Κάθε θεωρία που έχει διατυπωθεί ερμηνεύει κάποια φαινόμενα και υστερεί σε άλλα, γεγονός που οδηγεί μάλλον σε ένα μοντέλο με στοιχεία από διαφορετικά μοντέλα, που λειτουργούν συμπληρωματικά. [5]

4.2.1 Όρια Αντίληψης

Ο Αριστόξενος γράφει για τα όρια της ανθρώπινης αντίληψης, σχετικά με το τονικό ύψος των μουσικών ήχων: "Κατά τη μείωση, λοιπόν, φαίνεται πως ταυτόχρονα τόσο η φωνή όσο και η ακοή φτάνουν σε ένα σημείο πέρα από το οποίο αδυνατούν, γιατί ούτε η φωνή μπορεί να παραγάγει διάστημα μικρότερο από τη μικρότερη δίεση ούτε η ακοή να το διακρίνει ώστε να συνειδητοποιήσει ποιο τμήμα της δίεσης ή κάποιου άλλου από τα γνωστά διαστήματα είναι. Κατά την αύξηση, μπορεί ίσως να θεωρηθεί ότι η ακοή ξεπερνάει τη φωνή, αλλά και πάλι όχι πολύ." [7]

Ο Αριστόξενος πραγματεύεται τα όρια της ανθρώπινης αντίληψης ως τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση μεταξύ ήχων. Εάν θεωρήσουμε, σύμφωνα με όσα λέγονται στη σελίδα 29, ότι η ελάχιστη εναρμόνια δίεση είναι το ένα τέταρτο του διαστήματος του *τόνου*, το οποίο αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων $\frac{9}{8}$, τότε η ελάχιστη απόσταση που ορίζει ο Αριστόξενος αντιστοιχεί σε 51 cents.

Προσεγγίζοντας το ζήτημα με πιο σύγχρονα μεγέθη, θα αναφερθούμε στο συχνοτικό εύρος (ως προς τα άκρα του) που παρουσιάζει η ανθρώπινη ακοή ως προς την **απόλυτη τιμή της συχνότητας** του σήματος και τα διακριτά μεγέθη της **frequency discrimination** και **frequency selectivity**.

Απόλυτη Συχνότητα

Η χαμηλότερη συχνότητα καθαρού ημιτόνου που μπορεί να αντιληφθεί ο άνθρωπος με "πραγματική" ακοή (όχι, πχ, με συντονισμό των οστών) βρίσκεται περίπου στα 16 Hz. Το ανώτατο όριο για ενήλικες βρίσκεται περίπου στα 15 kHz, παρότι τα παιδιά συχνά μπορούν να ακούσουν μέχρι και τα 20kHz. [3]

Frequency Discrimination

Η *Ελάχιστη Αντιληπτή Διαφορά* (*Just Noticeable Difference* ή JND) για τη συχνότητα είναι η μικρότερη αλλαγή στη συχνότητα που μπορεί να αντιληφθεί ένας ακροατής. [5] Αποκαλείται και *frequency discrimination.* [3] Εξαρτάται από την απόλυτη συχνότητα των ήχων, τη διάρκεια και την έντασή τους, καθώς και από την εκπαίδευση του ακροατή. Μπορεί να είναι της τάξης των 2 ή 3 cents. [5] Για δύο νότες που ακούγονται διαδοχικά, με διάρκεια 500 milliseconds και κέντρο της απόστασής τους το 1 kHz, η τιμή της ελάχιστης απόστασης είναι περίπου στα 3 Hz (και λιγότερο σε εκπαιδευμένους ακροατές). [3] Η τιμή αυτή αντιστοιχεί σε 5.19 cents. Γενικά, η ικανότητα του αφτιού να αντιληφθεί αλλαγή στη συχνότητα χειροτερεύει απότομα πάνω από τα 4 ή 5 kHz. [3] Μικρότερες τιμές ελάχιστης απόστασης παρατηρούνται εάν η αλλαγή μεταξύ των δύο ήχων γίνει πιο γρήγορα. Καθώς από μετρήσεις καταδεικνύεται ότι η JND για τη συχνότητα είναι πολύ μικρότερη από το μέγεθος της critical band, η critical band δεν μπορεί να είναι εξ ολοκλήρου υπεύθυνη για την ικανότητα τονικής αντίληψης. Ωστόσο, για μεγάλο εύρος συχνοτήτων, η JND για τη συχνότητα φαίνεται να είναι σταθερό ποσοστό της critical band. [5]

Frequency Selectivity

Ιδιαίτερα ενδιαφέρον μέγεθος είναι και η ελάχιστη απόσταση δύο μονοσυχνοτικών ήχων για την οποία γίνονται αντιληπτοί ως δύο διαφορετικά σήματα. Η ικανότητα αυτή ονομάζεται *frequency selectivity* ή *frequency resolution* και παίζει σημαντικό ρόλο στην αντίληψη των χαρακτηριστικών των μουσικών ήχων, όπως το τονικό ύψος και η χροιά. [3] Ερευνητές έχουν καταδείξει ότι η ικανότητα διαχωρισμού ταυτόχρονων μονοσυχοτικών σημάτων είναι κατά προσέγγιση ίση με την critical band. Δηλαδή, δύο διαφορετικοί μονοσυχνοτικοί ήχοι, ταυτόχρονα παρόντες, είναι διακριτοί εάν οι συχνότητες τους απέχουν τουλάχιστον το πλάτος μιας critical band. [5]

4.3 Συμφωνία και Διαφωνία

Πραγματευόμενοι την κορωνίδα της μελέτης της ψυχοακουστικής, υποχρεωτικά θα υπερβούμε τα όριά της. Όπως αναφέρθηκε στην αρχή του κεφαλαίου, η ψυχοακουστική δεν αποτελεί παρά μία από τις όψεις ή τους τομείς της *μουσικής ψυχολογίας*. Η τελευταία εκτείνεται σε πολύ πιο θαρραλέες υποθέσεις που περιλαμβάνουν φαινόμενα κοινωνιολογικά και πολιτιστικά, τα οποία η ψυχοακουστική δεν περιλαμβάνει ουσιαστικά στο αντικείμενό της.

4.3.1 Ιστορική Πορεία

Όπως θα αναμενόταν, η πρώτη ψυχοακουστική προσέγγιση στο μουσικό ζήτημα έχει τις ρίζες της στη φιλοσοφία του Πυθαγόρα. Για τον Πυθαγόρα και όσους ενστερνίστηκαν τις απόψεις του, τα μαθηματικά ήταν φορείς ή, τουλάχιστον, μέσο έκφρασης, της θείας αρμονίας που διατρέχει το σύμπαν. Ενδεικτική είναι η *κατασκευή της ψυχής* που περιγράφεται στον *Τίμαιο* του Πλάτωνα με βάση τους λόγους συχνοτήτων που περιέγραφαν τις διαστηματικές συμφωνίες (παρατίθεται αναλυτικά στην παράγραφο 3.1.1. Ο Πλούταρχος αναφέρει ότι ο Αριστοτέλης υποστήριζε ότι "Η αρμονία είναι ουράνια και η φύση της είναι θεϊκή, ανώτερη και δαιμονία." [11] Στα βήματα των προηγούμενων, αλλά χωρίς ανάμιξη του θεϊκού στοιχείου, η εισαγωγή της *Κατατομής Κανόνος*, που αποδίδεται στον Ευκλείδη, καταλήγει στην εξής τοποθέτηση: "Γνωρίζουμε ότι και από τους ήχους άλλοι είναι σύμφωνοι και άλλοι ασύμφωνοι, και ότι οι σύμφωνοι σχηματίζουν ένα κράμα αποτελούμενο και από τους δύο, ενώ οι ασύμφωνοι όχι. Και καθώς αυτά έχουν έτσι, είναι φυσικό οι σύμφωνοι ήχοι, επειδή σχηματίζουν ένα κράμα της φωνής αποτελούμενο και από τους δύο, να ανήκουν στους αριθμούς που ο μεταξύ τους λόγος περιγράφεται με μια απλή ονομασία, και να είναι πολλαπλάσιοι ή επιμόριοι." [27] Ο συγγραφέας εδώ ισχυρίζεται ότι η αίσθηση "ανάμιξης" μεταξύ σύμφωνων ήχων υποδηλώνει μια απλή μαθηματική σχέση μεταξύ τους (η ηχητική συγγένειά τους αποδίδεται σε "αριθμητική" συγγένεια). Μπορούμε να συνοψίσουμε την προσέγγιση αυτή στην εξής πρόταση: *Οι σύμφωνοι λόγοι περιγράφονται από απλούς μαθηματικούς λόγους*. Η πρόταση αυτή αποτελεί μία ψυχοακουστική υπόθεση, στην οποία στηρίζεται η κάπως πιο περίπλοκη ερμηνεία *μελωδικότητας* του Πτολεμαίου (ενότητα 3.1.4). Πάνω από δύο χιλιάδες χρόνια μετά, δεν έχει χάσει το γόητρό της.

Ο Vincenzo Galilei, τον 16ο αιώνα, κατέδειξε πειραματικά ότι τα σύμφωνα διαστήματα μπορούν πράγματι να αντιστοιχηθούν σε απλούς αριθμητικούς λόγους μηκών χορδών και σωλήνων, όχι όμως στο σχετικό βάρος σφυριών (καταρρίπτοντας τον μύθο του Νικόμαχου που παρατίθεται στην παράγραφο 3.1.1) ή τον όγκο σωλήνων. Ήταν πολέμιος της ορθολογιστικής προσέγγισης της μουσικής. [3]

Οι φυσικοί φιλόσοφοι που πίστευαν ότι η φύση υπακούει σε κάποιον "κανόνα συμφωνίας" δυσκολεύονταν να αξιοποιήσουν τη στήλη των αρμονικών, καθώς απαντώνται μεταξύ των υψηλότερων τιμών της λόγοι που δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε κανένα σύστημα just intonation. Ο Mersenne, όπως και μεταγενέστεροι θεωρητικοί και επιστήμονες του 17ου αιώνα, όπως ο Francis Roberts ή ο Joseph Sauver και ο Jean-Philippe Rameau στις αρχές του 18ου, παρά τη γνώση του περί αρμονικών αδυνατούσε να ξεπεράσει αυτή την "αντίφαση". Μόνο το 1760 ο Rameau επιτέλους συμπέρανε ότι οι συμφωνίες και οι διαφωνίες έχουν κοινή προέλευση. Παράλληλα, από τα τέλη του 17ου αιώνα είχαν αρχίσει να εμφανίζονται θεωρίες ερμηνείας της ακοής ως φαινόμενο συντονισμού αισθητήρων στο αφτί εξαιτίας της ηχητικής διέγερσης. Ωστόσο, πειραματικά δεδομένα δεν ήταν διαθέσιμα πριν τη δεκαετία του 1830, που η εμφάνιση του βελτιωμένου σύνθετου μικροσκοπίου επέτρεψε την παρατήρηση της ανατομίας του αφτιού. Στις δύο δεκαετίες που ακολούθησαν, ανατόμοι περιέγραψαν αναλυτικά την πολύπλοκη ανατομία της basilar membrane. Οι αρχές του 19ου αιώνα, εκτός από το θεώρημα του Fourier, το νόμο του Ohm και το νόμο του Müller (που σχολιάστηκαν παραπάνω), είδαν την ανάπτυξη και την ένταση της σχολαστικότητας των πειραματικών μεθόδων. [26] Το έδαφος είχε προετοιμαστεί για τον Helholtz.

Herman von Helmholtz

Ο Hermann von Helmholtz (1821 - 1894), γιος δασκάλου, έχοντας μαθητεύσει κοντά στον Johannes Müller και τρέφοντας θαυμασμό για την μαθηματική και πειραματική προσέγγιση του Νεύτωνα σε αισθητηριακά ζητήματα, ήταν στρατευμένος στην εμπειρική μεθοδολογία. Παρότι δεχόταν ότι το μυαλό αναπτύσσεται μέσα από την προσωπική εμπειρία, θεωρούσε την ψυχολογία κατά βάση φυσιολογικό φαινόμενο, άρα κατά βάση φυσικό και αποσκοπούσε στην εφαρμογή των νόμων της φυσικής στις φυσιολογικές πλευρές της αντίληψης. Μετά από την εφεύρεση του *οφθαλμοσκόπου* (συσκευής παρατήρησης του εσωτερικού του ματιού) και τη μελέτη των νευρικών ώσεων, στράφηκε στην ακουστική, καταλήγοντας στη σύνταξη ενός έργου τεραστίου εύρους μελέτης, στο οποίο γίνεται συνήθως αναφορά με τη συντετμημένη ονομασία *(On The) Sensations of Tone*. Στο έργο αυτό όχι μόνο μελέτησε τη φυσική και τη φυσιολογία της αντίληψης, αλλά προχώρησε στα αντικείμενα της αισθητικής και της μουσικής θεωρίας. Πέρα από την ανακάλυψη της λειτουργίας της ακοής, αποσκοπούσε στην παρουσίαση μιας φυσικής εξήγησης για το τονικό σύστημα της Δυτικής μουσικής. [26]

Ο Helmholtz βάσισε όλες τις ιδέες του, όπως την αντίληψή του για τη *χροιά*, στη στήλη των αρμονικών. Παρότι αποδεχόταν ότι ορισμένες χροιές περιέχουν μη αρμονικές συνιστώσες στο φάσμα τους, υποστήριζε ότι οι πιο ευχάριστες χροιές είναι εκείνες που δίνουν έμφαση στις πρώτες έξι αρμονικές. Απέδωσε ατέλειες στο ίδιο το αφτί, το οποίο θεώρησε μοναδική εστία της ακουστικής αίσθησης. Ο Helmholtz αντιλαμβανόταν τη *συμφωνία* ως φαινόμενο δύο παραγόντων, την "συμπάθεια" (affinity) μεταξύ των υψηλότερων αρμονικών δύο μουσικών ήχων και την απουσία διακροτημάτων μεταξύ αυτών των αρμονικών. Όσο απλούστερος είναι ο λόγος των συχνοτήτων δύο μουσικών ήχων, τόσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των αρμονικών που συμπίπτουν. Θεωρούσε λοιπόν τη *διαφωνία* μία αίσθηση "σκληρότητας" (roughness) που προξενείται από διακροτήματα, τα οποία μπορεί να προκύπτουν και μεταξύ των υψηλότερων αρμονικών. [26]

Παρότι ο Helmholtz επιχείρησε να μετατοπίσει το βάρος της θεωρίας της *συμφωνίας* από το πεδίο της θεωρίας των αριθμών, όπου βρισκόταν λόγων των αρχαίων Ελλήνων, στο πεδίο της φυσιολογίας, τελικά παρήγαγε μια αρμονική θεωρία με παρεμφερείς περιορισμούς. Για παράδειγμα, η θεωρία του δεν προέβλεπε το διάστημα της μικρής τρίτης, γεγονός που τον οδήγησε στην απόφαση ότι η μικρή τρίτη ήταν "κατώτερη" της μεγάλης και, κατ' επέκταση, η ελάσσονα κλίμακα "κατώτερη" της μείζονας. Ωστόσο, έδωσε δύο ερμηνείες στην ύπαρξή της. [26]

Οι απόψεις του Helmholtz ήταν σε μεγάλο βαθμό μηχανιστικές, αλλά σίγουρα προϊόν προσεκτικής μελέτης. Ήταν ιστορικά ο πιο πειστικός υπερασπιστής της "φυσικιστικής" (physicalist) οπτικής, σύμφωνα με την οποία η στήλη των αρμονικών είναι η θεμελιώδης φυσική δύναμη που διαμόρφωσε το Δυτικό μουσικό σύστημα. Η ιδιαιτερότητα της προσέγγισής του έγκειται στο ότι αναζήτησε την πηγή αυτής της αρχής στη λειτουργία και την ανατομία του ίδιου του ακουστικού οργάνου. [26]

Carl Stumpf

Ο Carl Stumpf (1848 - 1936) ακολούθησε διαφορετική πορεία από τον Helmholtz, που τον οδήγησε και σε μία πολύ διαφορετική προσέγγιση στο ζήτημα της *συμφωνίας* και της *διαφωνίας*. Μετά από σπουδές σε φυσική, φυσιολογία, φιλοσοφία και θεολογία, ακολούθησε τις φαινομενολογικές αρχές του μέντορά του, Franz Brentano, ο οποίος διατεινόταν ότι μελετά την καθαρή συνείδηση. Η άποψή του ήταν ότι, σε περίπτωση διένεξης μεταξύ αποτελεσμάτων αποστειρωμένων εργαστηριακών πειραμάτων και κριτικής ενδοσκόπησης ειδικού, τα πειράματα είναι ελαττωματικά. Όπως ο Helholtz, στράφηκε στη μελέτη της μουσικής αντίληψης κατά την τέταρτη και πέμπτη δεκαετία της ζωής του. Προϊόν της δεκαπενταετούς εργασίας του ήταν το δίτομο έργο του *Tonpsychologie*, ο τίτλος του οποίου αποτελούσε εφεύρεση του Stumpf, ως έκφραση του νέου πεδίου που δημιουργούσε, ο οποίος έθετε τη μουσική ακουστική και τη φυσιολογία στην υπηρεσία της ψυχολογίας. [26]

Ο Stumpf βάσισε τις έρευνές του στην προσωπική του κρίση και στην κρίση άλλων ακροατών. Τον ενδιέφερε κυρίως η πνευματική διαδικασία που υποβόσκει της μουσικής αντίληψης. Ισχυρίστηκε ότι εφόσον μπορούν ταυτόχρονοι μονοσυχνοτικοί ήχοι να χαρακτηριστούν *σύμφωνοι* ή *διάφωνοι*, το φαινόμενο είναι ανεξάρτητο ενδεχόμενων διακροτημάτων των υψηλότερων αρμονικών. Για να εξηγήσει αυτά τα φαινόμενα, εφηύρε την έννοια της "τονικής σύντηξης" (tonal fusion), που είναι το φαινόμενο ανάμιξης δύο μουσικών ήχων έτσι ώστε να γίνονται αντιληπτοί ως "μοναδιαίοι". [26] Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, δύο φθόγγοι είναι τόσο πιο *σύμφωνοι*, όσο περισσότερο ένας (μη ειδικός) ακροατής τους αντιλαμβάνεται ως έναν. [23] Το χαρακτηριστικό αυτό, κατά τον Stumpf, ήταν μια μη αναλύσιμη εντύπωση του μυαλού. Πειράματα κατέδειξαν ότι οι μουσικά απαίδευτοι ακροατές αντιλαμβάνονταν ως μοναδιαία, κατά σειρά φθίνουσας πιθανότητας, τα διαστήματα της οκτάβας, της πέμπτης, της τέταρτης, της μεγάλης και της μικρής τρίτης (και τις συμπληρωματικές ως προς την οκτάβα έκτες), της μεγάλης και της μικρής δευτέρας (και τα συμπληρώματα ως προς την οκτάβα) και τελευταίο το τρίτονο. Συνεπώς, η σειρά αξιολόγησης των διαστημάτων δεν διαφέρει και πολύ από εκείνη του Helmholtz, αλλά η προσέγγισή τους διαφέρει ριζικά. Ο Stumpf υποστήριζε μέχρι και ότι το φυσικό ερέθισμα και η φυσιολογική εμπειρία δεν είναι απαραίτητα για την αίσθηση της συμφωνίας ή της διαφωνίας, καθώς μπορούν να κριθούν οι "πνευματικές εικόνες" των ήχων. Η σημαντικότερη συμβολή του ήταν η συνειδητοποίηση ότι η αντίληψη των μουσικών σχέσεων καθοδηγείται από αντιληπτικές ικανότητες που έχουν διαμορφωθεί μέσα από κριτική εκμάθηση μουσικής. Συνεπώς, κανένα μοντέλο δεν έχει νόημα ελλείψει ανθρώπινης μαρτυρίας και αξιολόγησης. [26]

20ος αιώνας

Από τη δεύτερη δεκαετία του 20ού αιώνα, ο στρουκτουραλισμός και η αναλυτική ενδοσκόπηση έδωσαν τη θέση τους στη Γκεστάλτ ψυχολογία στην Ευρώπη και στον συμπεριφορισμό στην Αμερική. Στο πρώτο μισό του αιώνα ο πιο γνωστός Ευρωπαίος μουσικός ψυχολόγος είναι ο Géza Révész, ο οποίος διέκρινε το τονικό ύψος στο "καθαρά" *ύψος* (tone height) που αυξάνει συνεχώς και τον *τονικό χαρακτήρα* (tonal quality) ή "χρώμα", που επανεμφανίζεται σε κάθε οκτάβα. Στην Αμερική έχουμε τον Carl Seashore, ο οποίος μελέτησε τη μουσική εκτέλεση. Πολέμιος του Helmholtz, πίστευε ότι το τονικό ύψος διαμορφώνεται άμεσα από την ακουστική συχνότητα, με τη σχέση τους να καθορίζεται αποκλειστικά από τις δυναμικές των περιφερειακών ακουστικών μηχανισμών. [3]

Από το 60 και μετά η κυρίαρχη δύναμη που διαμορφώνει τις ψυχολογικές έρευνες στη μουσική είναι η *γνωστική ψυχολογία*. Η πιο ουσιώδης έρευνα, στην κατεύθυνση του *γνωστικού στρουκτουραλισμού*, αναπτύχθηκε αρχικά από τους Roger Shepard και Carol L. Krumhansl και επεκτάθηκε από τον τελευταίο και άλλους. Η βασική οπτική είναι ότι πίσω από την αντίληψη και την κρίση μας για τις σχέσεις τονικού ύψους υπάρχει μια μορφή *σχήματος* (μια πνευματική δομή που οργανώνει την πληροφορία που δέχονται οι αισθήσεις μας και, με τη σειρά της, μεταβάλλεται από αυτήν) που διαμορφώνει τις ερμηνείες των αισθήσεών μας και καθορίζει τη φύση των εμπειριών μας. Μελέτες θέλησαν να καταδείξουν ότι η *τονική αντίληψη* προκύπτει μέσα από μακροχρόνια έκθεση σε μουσική με τονικά χαρακτηριστικά, που καθορίζονται από παράγοντες όπως η συχνότητα εμφάνισης ενός φθόγγου, η συνολική διάρκεια της εμφάνισής του, η θέση του σε μετρικά ισχυρά σημεία ή σε καταλήξεις φράσεων. Ορισμένοι, μεταξύ των οποίων και ο Arnold Schoenberg, θέλησαν να αποδείξουν ότι το διατονικό γένος είναι, ωστόσο, πιο *φυσικό*. [3]

Παρά την επικράτηση της γνωστικής ψυχολογίας, πολλοί βάδισαν στο δρόμο της *ψυχοακουστικής*. Ο Ernst Terhardt πρότεινε μια θεωρία σύμφωνα με την οποία ένας μουσικός ήχος αναλύεται στις φασματικές συνιστώσες του οι οποίες ζυγίζονται και επανασυντίθενται παράγοντας ένα "εικονικό" τονικό ύψος. Την άποψή του ότι οι διαδικασίες της ακοής ενός μουσικού ήχου ή μιας συγχορδίας είναι παρεμφερείς ανέπτυξε ο Richard Parncutt, σύμφωνα με τον οποίο σε κάθε συγχορδία, μετά το "ζύγισμα" των συστατικών της τονικών υψών, αντιστοιχίζεται ένας αριθμός πιθανών "εικονικών ριζών". Αν μία "ρίζα" έχει σαφώς μεγαλύτερο βάρος από τις άλλες πιθανές, η συγχορδία είναι μάλλον *σταθερή*. [3]

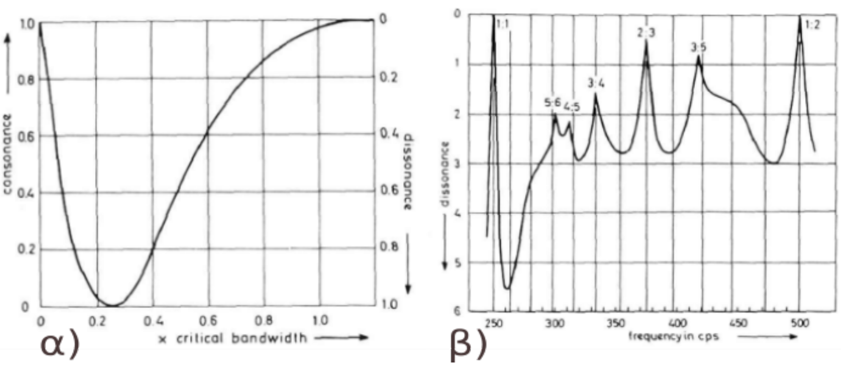
Οι δύο προσεγγίσεις της ψυχοακουστικής και της γνωστικής ψυχολογίας καλύπτουν μαζί μεγάλο τμήμα του αντικειμένου της μουσικής πράξης και αντίληψης. Ωστόσο, υπάρχουν ζητήματα που καμιά τους δεν πραγματεύεται, όπως η προσέγγιση της μελωδίας σαν αυθύπαρκτη οντότητα και όχι διαδοχή μεμονωμένων ηχητικών γεγονότων. Αυτό είναι ένα από τα κύρια ζητήματα που μελετά η "Ανάλυση Ακουστικής Σκηνής" (Auditory Scene Analysis ή ASA), με σημαντικότερο εκφραστή της τον Albert Bregman. Την ορίζει ως "τη διαδικασία μέσω της οποίας όλη η ακουστική ένδειξη που έρχεται, στην πορεία του χρόνου, από μία περιβαλλοντική πηγή συνενώνεται σαν μία αντιληπτική μονάδα". [3]

4.3.2 Συζήτηση

Έως αυτό το σημείο, έχουμε συστηματικά αποφύγει να ορίσουμε τη *συμφωνία* και τη *διαφωνία*. Οι όροι αυτοί ορίζονται κατ' ανάγκην στο πλαίσιο ενός μουσικού συστήματος ή μιας ψυχοακουστικής ή ψυχομουσικολογικής προσέγγισης. Η ιστορική εξέλιξη των αντικειμένων αυτών έχει οδηγήσει στην κατά καιρούς και κατά θεωρία αντικατάσταση ή επεξήγηση των όρων από πιο γλαφυρούς ή πιο αρμόζοντες στη σκοπιά και την ερμηνεία τους. Εδώ θα περιοριστούμε σε μία απλουστευτική κατηγοριοποίηση των μορφών που μπορεί να λάβουν. Καταρχάς, μπορούμε να διακρίνουμε δύο κατηγορίες που αφορούν τις συνθήκες εμφάνισης των ήχων των οποίων τη συμφωνία ή διαφωνία μελετάμε. Η πρώτη είναι η κατά σειρά εμφάνιση, όπου δεν έχουμε χρονική σύμπτωση και η δεύτερη η χρονική συνύπαρξη. Για την ομοφωνική Δυτική μουσική, η δεύτερη είναι σίγουρα πιο θεμελιώδης.

Τα πειράματα των Plomp και Levelt

Στα μέσα της δεκαετίας του 60, οι R. Plomp και W. J. M. Levelt πραγματοποίησαν μια σειρά πειραμάτων σε μουσικά απαίδευτους ακροατές, στους οποίους ζητήθηκε να αξιολογήσουν, με βάση μια κλίμακα τιμών, διαστήματα μονοσυχνοτικών ήχων ως προς το κατά πόσο είναι *σύμφωνα* (σε όσους ρώτησαν, ερμηνεύτηκε ως *όμορφα* και *εύφωνα*). Στην ταυτοφωνία παρατηρήθηκε μέγιστος βαθμός συμφωνίας. Με την απομάκρυνση των δύο συχνοτήτων ο βαθμός συμφωνίας μειωνόταν, ώσπου έφτανε σε ένα ελάχιστο, από το οποίο και πέρα αυξανόταν και πάλι, χωρίς όμως να φτάνει ποτέ στο βαθμό συμφωνίας της ταυτοφωνίας (σχήμα 4.3.α)). Στο διάγραμμα απουσιάζουν τα μουσικά σύμφωνα διαστήματα. Συνθέτοντας όμως το φάσμα ενός μουσικού ήχου, με την υπέρθεση των δεδομένων για τις έξι πρώτες αρμονικές του, κατέληξαν στο γράφημα του σχήματος 4.3.β). [5]



Σχήμα 4.3: Αποτελέσματα των Plomp και Levelt [28]

Καταλήγοντας, οι αντιλήψεις περί *συμφωνίας* και *διαφωνίας* είναι σίγουρα προϊόντα πολιτιστικής διαμόρφωσης. Ωστόσο, τουλάχιστον σε ό,τι αφορά την έννοια της *συμφωνίας* ως εύηχη ταυτόχρονη συνύπαρξη δύο ή περισσότερων *μουσικών ήχων*, είναι βέβαιο ότι, για τους ακροατές του Δυτικού κόσμου τουλάχιστον, οι λόγοι συχνοτήτων μικρών αριθμών είναι μία εγγύηση. Φυσικά, αυτό ισχύει για όργανα με αρμονικό φάσμα, όπως αυτά που συνηθίζονται στη Δυτική μουσική πρακτική.

5. Μεθοδολογία

Αντικείμενο της εργασίας αυτής είναι η κατασκευή μιας γεννήτριας δωδεκάφθογγων μουσικών συστημάτων που να προσφέρουν διαστηματικές επιλογές μικρότερες του *ημιτονίου* (θεμελιώδεις γνώσεις μουσικής θεωρίας παρουσιάζονται στο παράρτημα Α΄). Τα συστήματα που παράχθηκαν χαρακτηρίζονται από "συνέπεια οκτάβας", δηλαδή οι νότες με απόσταση οκτάβας θεωρούνται ομώνυμες, ενώ το διαστηματικό μοτίβο επαναλαμβάνεται αυτούσιο ανά οκτάβα. Οι κανόνες δόμησης των συστημάτων (για έκταση μίας οκτάβας, εφόσον τα παραγόμενα συστήματα έχουν περιοδικότητα οκτάβας) αντλήθηκαν από τους κανόνες της αρχαιοελληνικής μουσικής θεωρίας και, πιο συγκεκριμένα, από το έργο του Αριστόξενου. Όπως αναφέρεται και στην εισαγωγή της εργασίας (ενότητα 1.2 τα συστήματα επιλέχθηκε να είναι δωδεκάφθογγα, ώστε να μπορεί να γίνεται άμεση εφαρμογή τους σε δωδεκάφθογγα πλήκτρα. Η αξιολόγηση της λειτουργικότητας σε αισθητικό επίπεδο (που δεν εμπίπτει στην εργασία μας) γίνεται εκθετικά δυσκολότερη αν το κούρδισμα δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε ένα όργανο με το οποίο να μπορεί να πειραματιστεί ένας μουσικός ή συνθέτης. Η εργασία μας αποσκοπεί στην άμεση εφαρμογή ενός πειραματικού κουρδίσματος σε ένα δοκιμαστικό όργανο. Επίσης, η δυνατότητα παρουσίας διαστημάτων μικρότερων του ημιτονίου, που δεν εμφανίζονται στη σύγχρονη δυτική μουσική, ήταν πρωτεύων προβληματισμός και άξονας της πειραματικής διαδικασίας.

Στόχοι αναφορικά με τα χαρακτηριστικά της λειτουργίας της γεννήτριας ήταν:

1. ο μικρός αριθμός εισόδων
2. η ύπαρξη της εναρκτήριας δομής στο τελικό σύστημα
3. η δυνατότητα διαχείρισης συνεχούς εύρους τιμών εισόδου

Οι στόχοι αυτοί συνοψίζουν, κατά σειρά, τις αρχές ευχρηστίας της γεννήτριας, συνέπειας ως προς την επιθυμία του χρήστη και ευρύτητας πειραματικού πεδίου.

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι η εξής:

- Ως εναρκτήρια δομή για την κατασκευή συστημάτων επιλέχθηκε η επτάφθογγη εκδοχή αρχαιοελληνικής κλίμακας που προκύπτει από τη *διάζευξη* δύο όμοιων *τετραχόρδων* που περιέχουν *πυκνό* (περισσότερα για τις δομές της αρχαιοελληνικής μουσικής θεωρίας παρατίθενται στην ενότητα 3.1). Κάθε τετράχορδο αποτελείται από τρία διαστήματα με σταθερό άθροισμα, ενώ το διάστημα διάζευξης έχει σταθερό μέγεθος, οπότε η αρχική κατασκευή απαιτεί δύο μόνο εισόδους, ανταποκρινόμενη στον πρώτο στόχο.

- Η δομή του τετραχόρδου συνοδεύεται από κανόνες που αφορούν τα μεγέθη που μπορούν να λάβουν τα τρία του διαστήματα, το ένα σε συνάρτηση με το άλλο, αλλά και το καθένα μόνο του. Οι κανόνες αυτοί διατυπώθηκαν μαθηματικά και προσαρμόστηκαν διαμορφώνοντας συνθήκες περιορισμού του εύρους τιμών των δύο εισόδων.

- Ιδιαίτερη αναφορά πρέπει να γίνει στον κανόνα του ελάχιστου μουσικού διαστήματος. Η τιμή του προσδιορίστηκε με βάση τον Αριστόξενο και η απαίτηση να μην εμφανίζεται διάστημα μικρότερό του αποτέλεσε απαράβατο κανόνα και κατευθυντήρια γραμμή της κατασκευής.

- Αναζητήθηκαν κανόνες που να οδηγούν στην κατασκευή νέων φθόγγων. Στο σημείο αυτό, για την αναπαράσταση των δομών, αναπτύχθηκε κώδικας matlab που να ευνοεί τον πειραματισμό. Τα σταθερά μεγέθη της εναρκτήριας δομής εξισώθηκαν προσωρινά με τα *ισοσυγκερασμένα* αντίστοιχά τους. Μετά από αναζήτηση και δοκιμές, υιοθετήθηκαν δύο κανόνες βασιζόμενοι στο έργο του Αριστόξενου. Στη γενική περίπτωση, οδηγούν σε πάνω από δώδεκα φθόγγους.

- Αναζητήθηκαν κανόνες που να αποκλείουν κάποιους από τους παραγόμενους φθόγγους, ώστε η διαδικασία να καταλήγει πάντα σε δωδεκάφθογγο σύστημα. Η αναζήτηση κατέληξε στο συμπέρασμα ότι, εάν περιοριστεί περαιτέρω το εύρος των εισόδων και χωριστεί σε δύο περιοχές, αρκεί ένας κανόνας για κάθε περιοχή. Οι κανόνες διαμορφώθηκαν με κριτήρια τη διατήρηση θεμελιωδών δομών, την ισχυρή παρουσία διαστημάτων μικρότερων του ημιτονίου στο σύστημα και τη συμμετρία, ενώ πρωτεύουσα ήταν η διασφάλιση του δεύτερου στόχου. Στο άνω άκρο του προσαρμοσμένου εύρους των εισόδων υπάρχει συνολική παραγωγή δώδεκα φθόγγων (ορισμένοι παραγόμενοι ταυτίζονται με τους αρχικούς και με τους άλλους παραγόμενους), οπότε δεν υπάρχει ανάγκη εφαρμογής κανόνων αποκλεισμού φθόγγων.

- Από τους κανόνες που χρειάστηκε να διατυπωθούν (τους κανόνες αποκλεισμού φθόγγων), εκείνος που αφορά την μικρότερου μεγέθους (των διαστημάτων) περιοχή ορισμού των εισόδων απαιτείται για τον περιορισμό του αριθμού των φθόγγων σε δώδεκα. Ο κανόνας που αφορά τη μεγαλύτερου μεγέθους περιοχή ορίζει την επικράτηση των φθόγγων του εναρκτήριου συστήματος σε περίπτωση "διένεξης" (η ταυτόχρονη παρουσία δύο φθόγγων δημιουργεί απαγορευτικά μικρό διάστημα) με παραγόμενους φθόγγους.

- Οι παραπάνω κανόνες (πλην αυτών που αφορούν την είσοδο) κωδικοποιήθηκαν σε μορφή συναρτήσεων matlab, έτσι ώστε η γεννήτρια να λειτουργεί με είσοδο τις τιμές δύο διαστημάτων, εκφρασμένων σε cents.

- Προκειμένου η είσοδος να αποτελείται από δύο μόνο παραμέτρους, έπρεπε τα σταθερά διαστήματα της εναρκτήριας δομής να λάβουν συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές. Για λόγους πρακτικότητας και όχι σε σύγκρουση με την Αριστοξένεια προσέγγιση, επιλέχθηκαν οι τιμές τους που αντιστοιχούν σε *ίσο συγκερασμό*. Η απόφαση αυτή διευκολύνθηκε επειδή αφενός τα συγκεκριμένα διαστήματα δεν πλήττονται στον ισοσυγκεραμό όσο άλλα και, αφετέρου, επειδή η επέμβαση στον κώδικα για την αλλαγή τους είναι τόσο απλή διαδικασία που μπορεί να πραγματοποιηθεί οποιαδήποτε στιγμή από οποιονδήποτε επιθυμεί διαφορετικό ορισμό τους.

- Προκειμένου να απαιτούνται όσο το δυνατόν λιγότερα βήματα από την έναρξη της λειτουργίας της γεννήτριας έως την πραγματική δοκιμή του παραγόμενου συστήματος σε ένα midi πρόγραμμα ή πληκτρολόγιο ή ψηφιακό όργανο, αποφασίστηκε η έξοδος της γεννήτριας να γίνεται με τη μορφή αρχείου Scala scale. Το πρότυπο του αρχείου αυτού, κατασκευασμένο για την ανταλλαγή μουσικών κλιμάκων, αποτελεί πρακτικά ένα αρχείο κειμένου (με συγκεκριμένους κανόνες σύνταξης) και είναι συμβατό με την πλειονότητα των ψηφιακών οργάνων και προγραμμάτων σύνθεσης. Έτσι, προστέθηκε στον κώδικα matlab η παραγωγή του αρχείου κειμένου με επέκταση .scl, ώστε το εκάστοτε κούρδισμα που προκύπτει από τη γεννήτρια να είναι έτοιμο για χρήση. Κατ' αντιστοιχία, προστέθηκε στις παραμέτρους εισόδου της γεννήτριας το όνομα του αρχείου που θα περιέχει το παραγόμενο κούρδισμα.

6. Κατασκευή της Γεννήτριας

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την κατασκευή της γεννήτριας. Η πορεία ξεκινάει από την αναζήτηση δομικών αρχών, συνεχίζει στην θέσπιση λειτουργικών κανόνων και καταλήγει στην υλοποίηση της θεωρητικής κατασκευής σε μορφή κώδικα matlab με έξοδο το έτοιμο προς χρήση κούρδισμα. Επισημαίνεται ότι θεμελιακές αρχές των παραγόμενων συστημάτων είναι **να αποτελούνται από δώδεκα φθόγγους** και **να προσφέρουν διαστηματικές επιλογές μικρότερες του ημιτονίου**. Επίσης, ο σχεδιασμός κατευθύνθηκε με στόχους το μικρό αριθμό εισόδων, την ύπαρξη της εναρκτήριας δομής στο τελικό σύστημα και τη δυνατότητα διαχείρισης συνεχούς εύρους τιμών εισόδου.

6.1 Εναρκτήρια Δομή

Ως εναρκτήρια δομή για την κατασκευή των συστημάτων επιλέχθηκε το επτάφθογγο μουσικό γένος που δημιουργείται από τη *διάζευξη* δύο όμοιων *τετραχόρδων*. Όπως αναφέρεται και στην αρχή της ενότητας 3.1, το τετράχορδο αποτελείται από τρία διαδοχικά διαστήματα με σταθερό άθροισμα. Από αυτό το σημείο και πέρα, θα αναφερόμαστε σε αυτά με τις ονομασίες Α, Β και Γ, σύμφωνα με τη σειρά εμφάνισής τους κατά τη φορά αύξησης του τονικού ύψους, όπως παρουσιάζεται στον πίνακα 6.1. Στον πίνακα αναφέρονται επίσης τα ονόματα των χορδών - φθόγγων, τα οποία θα χρειαστούν για την εξαγωγή των μαθηματικών κανόνων από το κείμενο του Αριστόξενου.

υπάτη		παρυπάτη		λιχανός		μέση
	Α		Β		Γ	

Πίνακας 6.1: Το Τετράχορδο

Η εναρκτήρια δομή μας θα αποτελείται από δύο όμοια τετράχορδα, *διαζευγμένα*. Δηλαδή, από δύο όμοια τετράχορδα, μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα διάστημα *τόνου*. Το διάστημα του τόνου, το οποίο ειναι σταθερό, θα συμβολίζεται πλέον με το γράμμα Τ. Έτσι, η εναρκτήρια δομή είναι εκείνη που απεικονίζεται στον πίνακα 6.2. Όπως φαίνεται και στον πίνακα 3.2, η δομή αυτή εκτείνεται σε μία οκτάβα, άρα ο πρώτος φθόγγος (αριστερότερη κατακόρυφη γραμμή) ταυτίζεται με τον τελευταίο (δεξιότερη κατακόρυφη γραμμή). Συνεπώς, πρόκειται πράγματι για ένα επτάφθογγο σύστημα. Η εναρκτήρια δομή θα συμβολίζεται πλέον με το λατινικό γράμμα I.

Α	Β	Γ	Τ	Α	Β	Γ

Πίνακας 6.2: Εναρκτήρια Δομή (I)

Στο σύστημα αυτό, όπως επίσης εικονίζεται στον πίνακα 3.2, υπάρχουν κι άλλα σταθερά διαστήματα πλην της οκτάβας και του τόνου. Αυτά είναι το διάστημα της τετάρτης και το διάστημα της πέμπτης, τα οποία διαφέρουν κατά ένα τόνο. Σύμφωνα με τον κανόνα που αναφέρεται στο σχολιασμό του Νόμου των Συμφωνιών στη σελίδα 35, κάθε φθόγγος απέχει διάστημα τετάρτης από τον τέταρτο κατά σειρά από αυτόν και διάστημα πέμπτης από τον πέμπτο κατά σειρά από τον ίδιο. Φυσικά, αυτό είναι αποτέλεσμα της δομής του τετραχόρδου, που απαιτεί σταθερό το άθροισμα των διαστημάτων Α, Β και Γ και του γεγονότος ότι ο Τ αποτελεί σταθερά ορισμένο διάστημα για κάθε εκδοχή του τετραχόρδου. Το υποσύνολο των γενών με τα οποία θα ασχοληθούμε είναι εκείνα τα οποία περιέχουν *πυκνό*. *Πυκνό* χαρακτηρίζονται τα δύο πρώτα διαστήματα του τετραχόρδου (τα Α και Β) όταν το άθροισμά τους είναι μικρότερο ή ίσο του τρίτου (του Γ).

6.1.1 Μαθηματική Έκφραση

Προκειμένου να προχωρήσουμε στην κατασκευή πρέπει να εκφράσουμε μαθηματικά όλους τους ορισμούς και περιορισμούς αναφορικά με τα μεγέθη των διαστημάτων. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει να οριστούν τα μεγέθη των σταθερών διαστηματικών δομών και να εκφραστούν μαθηματικά οι περιορισμοί των μεταβλητών διαστημάτων που προέρχονται από τους αρχαιοελληνικούς κανόνες. Αργότερα, θα προστεθούν περαιτέρω περιορισμοί σύμφωνα με τις ανάγκες της κατασκευής και τις κατασκευαστικές αρχές της γεννήτριας.

Στο πλαίσιο της κατασκευής, όλα τα διαστηματικά μεγέθη εκφράζονται σε cents. Το cent, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 2.3.1, είναι λογαριθμική μονάδα η οποία αντιστοιχίζει την οκτάβα σε 1200 cents. Το πλεονέκτημα μιας λογαριθμικής μονάδας είναι ότι, εφόσον η πρωτεύουσα αναπαράσταση ενός διαστήματος ισοδυναμεί με το λόγο των συχνοτήτων των φθόγγων που το αποτελούν, ο χειρισμός των διαστημάτων γίνεται γραμμικός. Για παράδειγμα, ο χωρισμός του διαστήματος του τόνου σε δύο ίσα μέρη ήταν αδύνατος για τους Πυθαγόρειους, εφόσον ισοδυναμούσε με την εύρεση της δεύτερης ρίζας του λόγου 9/8, που αντιστοιχούσε στο διάστημα του τόνου (διαδικασία που κατέληγε στον άρρητο $\sqrt{2}$, απαράδεκτο για την προσέγγισή τους). Εάν τα διαστήματα εκφραστούν σε cents, ο λογάριθμος της ρίζας ενός λόγου ισοδυναμεί με τον εκθέτη του λόγου επί τον λογάριθμο του λόγου (που αποτελεί το αρχικό διάστημα εκφρασμένο σε cents). Έτσι, εφόσον το διάστημα του τόνου εκφρασμένο σε cents ισούται με $1200\log_2(\frac{9}{8})$ cents, το ημιτόνιο εκφρασμένο σε cents είναι $1200\log_2\sqrt{(\frac{9}{8})}$ cents $= 1200\log_2(\frac{9}{8})^{\frac{1}{2}}$ cents $= \frac{1}{2}1200\log_2(\frac{9}{8})$ cents, άρα το μισό του τόνου (και τα δύο διαστήματα εκφρασμένα σε cents). Το ίδιο ισχύει και για το ένα τρίτο ή το ένα τέταρτο, του τόνου ή οποιουδήποτε άλλου διαστήματος. Ο Αριστόξενος αναφέρεται στο ένα τρίτο και στο ένα τέταρτο του τόνου, μεγέθη τα οποία δεν μπορούμε να φανταστούμε πώς μπορεί να είχε μετρήσει, εφόσον η εύρεση της κυβικής ρίζας (για το ένα τρίτο) ενός αριθμού δεν γνωρίζουμε να είχε συστηματοποιηθεί στην Ευρώπη πριν τον Αρχιμήδη. Ωστόσο, εμείς θα πάρουμε τις δηλώσεις του κατά λέξη, προσέγγιση για την οποία μας νομιμοποιεί η αποδοχή του συγκερασμού από τον Αριστόξενο.

Σταθερά Μεγέθη

Όπως αναλυτικά σχολιάζεται στη σελίδα 37, ο Αριστόξενος αποδεχόταν κάποια μορφή συγκερασμού. Αποφασίστηκε τα σταθερά μεγέθη να αντιστοιχηθούν στις συγκερασμένες τιμές τους. Στην απόφαση αυτή συνέβαλε η μικρή απόκλισή τους από τις "τέλειες" τιμές τους.

Όπως έχει πολλές φορές προαναφερθεί, το διάστημα της καθαρής τέταρτης, που ορίζει την απόσταση των ακραίων σταθερών φθόγγων ενός τετραχόρδου, αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων $\frac{4}{3}$. Συνεπώς, ένα "τέλειο" διάστημα καθαρής τέταρτης αντιστοιχεί σε 498.044999 cents. Το διάστημα μιας καθαρής πέμπτης αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων $\frac{3}{2}$, που αντιστοιχεί σε 701.955001 cents. Το διάστημα του τόνου, τέλος, που ορίζεται ως "η ως προς το μέγεθος διαφορά των πρώτων σύμφωνων διαστημάτων" [7], αντιστοιχεί σε λόγο συχνοτήτων $\frac{9}{8}$, αντιστοιχώντας σε 203.910002 cents. Παρατηρούμε ότι οι διαφορές από τις συγκερασμένες τιμές των 500, 700 και 200 cents είναι πολύ μικρές και στα όρια των τιμών της frequency discrimination (περισσότερα στη σελίδα 54). Φυσικά, ένα εκπαιδευμένο αφτί μπορεί, υπό συνθήκες, να διακρίνει το πολύ μικρό διακρότημα που προκύπτει κατά τη συνήχηση μιας τέτοιας πέμπτης ή τέταρτης. Ωστόσο, οι τέταρτες και οι πέμπτες δεν είναι από τα διαστήματα που έχουν πληγεί ουσιαστικά από τον συγκερασμό. Και, επιλέγοντας τη συγκερασμένη τιμή για ένα από αυτά τα δύο, είμαστε αναγκασμένοι να επιλέξουμε και τη συγκερασμένη τιμή του T, εφόσον ο ίδιος ο Αριστόξενος διαβεβαιώνει ότι "το διάστημα, μάλιστα, τετάρτης αποτελείται από δυόμιση τόνους" [18]. Άρα, αν λάβουμε την τέταρτη ίση με 500 cents, ο T ισούται υποχρεωτικά με 200 cents και η πέμπτη με 700 cents, ως άθροισμά τους. Αν λάβουμε την πέμπτη ίση με 700 cents, πρέπει να ισούται με τρεισήμισι τόνους (εφόσον ο τόνος είναι η διαφορά μεταξύ τέταρτης και πέμπτης), άρα ο τόνος ισούται με 200 cents και η τέταρτη με 500 cents.

Συνεπώς, η μαθηματική έκφραση των σχέσεων που προκύπτουν με βάση τον ορισμό των σταθερών μεγεθών συνοψίζεται στις εξής δύο εξισώσεις:

- Τ= 200 (1)
- Α+Β+Γ= 500 (2)

Υπενθυμίζουμε ότι τα μεγέθη είναι εκφρασμένα σε cents, οπότε δεν χρειάζεται να το προσδιορίζουμε σε κάθε έκφραση. Επίσης, είναι προφανές ότι οι δύο αυτές σχέσεις επαρκούν για την περιγραφή των παραπάνω κανόνων, εφόσον από αυτές εύκολα προκύπτει ότι Α+Β+Γ+Τ= 700 ή ότι το άθροισμα όλων των διαστημάτων μας δίνει μία οκτάβα (1200 cents).

Ελάχιστο Διάστημα

Όπως αναφέρεται στο τέλος της σελίδας 38, ο Αριστόξενος δεν πιστεύει στην ύπαρξη *ελάχιστου διαστήματος*, σαν φιλοσοφικό μέγεθος που αντιστοιχεί σε κάτι *αδιαίρετο* ή *άτμητο*, το οποίο νοηματοδοτείται να χρησιμοποιηθεί ως μονάδα κατάτμησης του μουσικού χώρου. Ωστόσο, όπως σχολιάζεται στην παράγραφο 4.2.1, δηλώνει απερίφραστα ότι διάστημα μικρότερο της μικρότερης *δίεσης* (υποδιαίρεσης του τόνου) δεν νοείται, καθώς "ούτε η φωνή μπορεί να παραγάγει διάστημα μικρότερο από τη μικρότερη δίεση ούτε η ακοή να το διακρίνει ώστε να συνειδητοποιήσει ποιο τμήμα της δίεσης ή κάποιου άλλου από τα γνωστά διαστήματα είναι" [7]. Δηλαδή, διάστημα νοείται να είναι κάτι το οποίο να μπορεί να είναι αναγνωρίσιμο από τον ακροατή. Λαμβάνοντας την συγκερασμένη τιμή του Τ και σύμφωνα με όσα εξηγήσαμε περί δυνατότητας γραμμικής μεταχείρισης του τέταρτου του τόνου που ο Αριστόξενος ορίζει σαν ελάχιστη δίεση, ως ελάχιστη τιμή διαστήματος ορίστηκαν τα 50 cents. Άρα έχουμε τις ανισώσεις:

- 50 ≤Α & 50 ≤Β & 50 ≤Γ (3)

Ο προσδιορισμός του ελάχιστου διαστήματος έχρηζε ιδιαίτερης μνείας καθώς δεν αποτελεί απλώς όριο κίνησης των φθόγγων της εναρκτήριας δομής. Αποτελεί μέγεθος που καθοδηγεί τη δημιουργία κανόνων επιλογής φθόγγων, ώστε να εξασφαλίζεται η απουσία διαστημάτων μικρότερών του στο τελικό σύστημα.

Όρια Κίνησης

Πριν την αναλυτική περιγραφή των περιοχών κίνησης ο Αριστόξενος κάνει την εξής εισαγωγή: "Πρέπει να επικεντρώσουμε στο ελάχιστο σύμφωνο διάστημα, η έκταση του οποίου καταλαμβάνεται ως επί το πλείστον από τέσσερις φθόγγους, απ' όπου έλαβε και την ονομασία του από τους παλαιούς. [Δεδομένου ότι τέτοιες διατάξεις υπάρχουν περισσότερες από μία, σε ποια πρέπει να επικεντρώσουμε την προσοχή μας; Σε αυτή κατά την οποία οι μεταβλητοί φθόγγοι και οι σταθεροί κατά τις διαφοροποιήσεις των γενών είναι ίσοι. Αυτό συμβαίνει, λόγου χάρη, στο διάστημα μεταξύ *μέσης* και *υπάτης*, διότι σ' αυτό το διάστημα οι δυο ακραίοι φθόγγοι παραμένουν σταθεροί κατά τις διαφοροποιήσεις των γενών, ενώ οι δύο φθόγγοι που περιέχονται μεταξύ των ακραίων μεταβάλλονται.] Ας είναι λοιπόν αυτά δεδομένα. Ενώ υπάρχουν περισσότερες συγχορδίες που καταλαμβάνουν την προαναφερθείσα διάταξη του διαστήματος τετάρτης και καθεμιά τους διακρίνεται με δικη της ονομασία, υπάρχει μία, η οποία είναι η πιο γνωστή στους σπουδαστές της μουσικής, αυτή της *μέσης*, της *λιχανού*, της *παρυπάτης* και της *υπάτης*, στην οποία πρέπει να εξετάσουμε πώς προκύπτουν οι διαφορές των γενών. Είναι βέβαια φανερό ότι οι αιτίες της διαφοροποίησης των γενών είναι το ανέβασμα και το κατέβασμα των εκ φύσεως κινητών φθόγγων· ωστόσο, πρέπει να μιλήσουμε για την περιοχή της κίνησης καθενός από αυτούς." [7]. Εδώ ο Αριστόξενος εξηγεί ότι, παρότι, όπως αναφέραμε στη σελίδα 61, το διάστημα της τετάρτης (το "ελάχιστο σύμφωνο διάστημα") υπάρχει σε πολλές εκδοχές, η δομή στην οποία πρέπει να εστιάσουμε είναι το γνωστό τετράχορδο, όπως απεικονίζεται στον πίνακα 6.1.

Στο πλαίσιο της εργασίας, δεν έχει κάποια χρησιμότητα να υπεισέλθουμε στις διαφορές μεταξύ των γενών. Ωστόσο, η κατασκευή μας αναπτύχθηκε γύρω από την έννοια του *πυκνού* διαστήματος και πρέπει να επιβάλλουμε περιορισμούς που να εξασφαλίζουν την ύπαρξή του. Ο Αριστόξενος γράφει: "Ας ονομάσουμε *πυκνό* το διάστημα που συνίσταται από δύο διαστήματα, το άθροισμα των οποίων είναι μικρότερο από το διάστημα που λείπει για να συμπληρωθεί το διάστημα τετάρτης." [7] Συνεπώς, η ύπαρξη *πυκνού* διαστήματος διασφαλίζεται από τον περιορισμό Α+Β≤Γ, ο οποίος, εάν συνδυαστεί με τη σχέση (2), δίνει τη σχέση:

- Α+Β≤ 250 (4)

Εδώ πρέπει να σχολιαστεί ότι η ανίσωση αυτή εξασφαλίζει ότι 50 ≤Γ, αφαιρώντας την ανάγκη να ασχοληθούμε με την εξασφάλιση αυτού του τμήματος του περιορισμού (3), εφόσον τηρείται ο (4).

Επιστρέφοντας στην περιγραφή των περιοχών κίνησης των χορδών από τον Αριστόξενο, έχουμε: "Για τη *λιχανό*, λοιπόν, ολόκληρη η περιοχή στην οποία κινείται είναι ο τόνος, διότι ούτε πλησιάζει ποτέ τη *μέση* σε απόσταση μικρότερη από τόνο ούτε απομακρύνεται από αυτή περισσότερο από δύο τόνους." [7] Συμβουλευόμενοι τον πίνακα 6.1, αντιλαμβανόμαστε ότι η συγκεκριμένη πληροφορία δεν προσφέρει κάτι στους περιορισμούς μας. Ο περιορισμός 100 ≤Α+Β διασφαλίζεται από τη σχέση (3), ενώ ο περιορισμός Α+Β≤ 300 διασφαλίζεται από τη σχέση (4).

Παρακάτω, ο Αριστόξενος γράφει: "Ας υποτεθεί λοιπόν [...] η περιοχή της *παρυπάτης* ίση με το ένα τέταρτο του τόνου, γιατί ούτε πλησιάζει την *υπάτη* περισσότερο από ένα τέταρτο του τόνου, ούτε απομακρύνεται περισσότερο από μισό τόνο." [7]. Όπως φαίνεται στον πίνακα 6.1, ασχολούμαστε με το Α. Παρατηρούμε ότι το κάτω όριο του Α ταυτίζεται με το ελάχιστο διάστημα και άρα ο περιορισμός έχει ήδη διατυπωθεί. Μένει ο περιορισμός που αφορά το άνω όριο του Α:

- Α≤ 100 (5)

Ας προχωρήσουμε στους περιορισμούς που αφορούν το σχετικό μέγεθος των διαστημάτων. Ο Αριστόξενος γράφει: "Από τα διαστήματα, το μεταξύ *υπάτης* και *παρυπάτης* είναι είτε ίσο με το διάστημα μεταξύ *παρυπάτης* και *λιχανού* είτε μικρότερο, ενώ το διάστημα μεταξύ *παρυπάτης* και *λιχανού* είναι είτε ίσο είτε μεγαλύτερο είτε μικρότερο από το διάστημα μεταξύ *λιχανού* και *μέσης*." [7]. Συμβουλευόμενοι τον πίνακα 6.1, εξάγουμε τη σχέση:

- Α≤Β (6)

Συνοψίζοντας τις ανισώσεις που προηγούνται στις εκφράσεις που αρκούν για την ικανοποίησή τους, καταλήγουμε στις εξής τρεις:

- 50 ≤Α≤ 100 (α)
- Α≤Β (β)
- Α+Β≤ 250 (γ)

Από τη σχέση (2) ήταν προφανές ότι θα καταλήγαμε σε εκφράσεις που θα περιέχουν αποκλειστικά τα Α και Β. Άλλωστε, η ικανότητα πλήρους ορισμού του επτάφθογγου συστήματος που αποτελείται από δύο διαζευγμένα τετράχορδα από δύο μόνο διαστήματα - εισόδους είναι ένα από τα πλεονεκτήματά του ως εναρκτήρια δομή. Όπως θα δούμε παρακάτω, θα εξασφαλιστεί από τους κανόνες που θα θεσπιστούν τα Α και Β να είναι μοναδικές είσοδοι της γεννήτριας. Έτσι, όσοι ανισωτικοί κανόνες αφορούν τον χρήστη πρέπει να εκφραστούν συναρτήσει των εισόδων Α και Β. Φυσικά, ο κανόνας του ελάχιστου διαστήματος είναι καθολικός και θα τηρηθεί για κάθε ανακύπτον κατά την κατασκευή διάστημα. Επίσης, σύμφωνα με τους στόχους της κατασκευής, η εναρκτήρια δομή, πλήρως ορισμένη από τα σταθερά μεγέθη και τις εισόδους Α και Β του χρήστη, θα υπάρχει στο τελικό σύστημα.

6.1.2 Περί Συνέχειας

Η αντίληψη του Αριστόξενου περί συνέχειας του τονικού χώρου σχολιάζεται αναλυτικά στη σελίδα 38. Παρ' όλα αυτά, είναι αδύνατον να μην αναφερθούμε και πάλι σε αυτή τη μοναδική του προσέγγιση. Γράφει: "Διότι πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι οι *λιχανοί* είναι άπειρες στον αριθμό γιατί σε όποιο σημείο της περιοχής της *λιχανού* που έχει αποδειχτεί στήσεις τη φωνή, το αποτέλεσμα θα είναι *λιχανός*, καθώς δεν υπάρχει κανένα κενό στην περιοχή των *λιχανών*, κενό δηλαδή που να μην επιδέχεται *λιχανό*." [7]. Επισημαίνει: "Η σημασία του θέματος που συζητάμε δεν είναι μικρή. Γιατί οι άλλοι ερίζουν μόνο για το διάστημα, κατά πόσον δηλαδή η *λιχανός* απέχει δύο τόνους ή είναι ακόμα ψηλότερη από τη *μέση*, λες και είναι μία η εναρμόνια *λιχανός*, ενώ εμείς όχι μόνο λέμε ότι σε κάθε γένος υπάρχουν περισσότερες από μία *λιχανοί*, αλλά προσθέτουμε ότι είναι και άπειρες τον αριθμό." [7].

Ο Αριστόξενος διαφοροποιείται όχι μόνο από οποιονδήποτε σύγχρονό του θεωρητικό, αλλά και από οποιονδήποτε μεταγενέστερό του θεωρητικό της αρχαιοελληνικής μουσικής. Επίσης, διαφοροποιείται από το σύνολο σχεδόν των μεταγενέστερων δυτικών θεωρητικών. Βασικά, η προσέγγισή του στο ζήτημα αυτό δεν συνάδει με την προσέγγιση ενός θεωρητικού της μουσικής, αν κρίνουμε από το σύνολο των υπόλοιπων θεωρητικών. Όλοι σχεδόν οι θεωρητικοί της μουσικής που έχουν ασχοληθεί με τον προσδιορισμό των μουσικών συστημάτων φθόγγων έχουν ασχοληθεί με το *πού ακριβώς* βρίσκονται οι φθόγγοι και όχι με το *σε ποια περιοχή* απαντώνται. Φυσικά, ο Αριστόξενος προσδιορίζει πέντε βασικά είδη διαιρέσεων του τετραχόρδου. Ευθαρσώς, όμως, αποδέχεται συνεχείς περιοχές κίνησης για τους κινητούς φθόγγους του τετραχόρδου, οι οποίες αποφέρουν, όπως πολύ σωστά παρατηρεί, *άπειρα* συστήματα. Άρα, η μουσική θεωρία του Αριστόξενου αποτελεί, κατά κάποιον τρόπο, *γεννήτρια* από μόνη της.

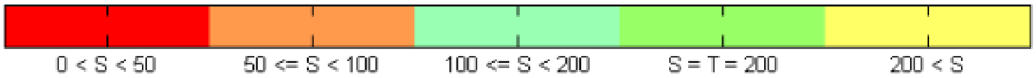
Ίσως το βασικό προτέρημα του Αριστόξενου να είναι η ισχυρή παρουσία της φύσης του μουσικού μέσα στον ψυχισμό του. Η προσέγγιση του μουσικού είναι εκείνη που του επιτρέπει να απαγκιστρωθεί από το γόητρο της αναζήτησης μιας αλήθειας με μαθηματικά μέσα. Φυσικά, δεν μπορούμε να υποβαθμίσουμε τη διαφορετική φιλοσοφική προσέγγιση που ενέχει μια τέτοια οπτική. Απλώς προσπαθούμε να προσεγγίσουμε τα αίτια της διαφοροποίησής του από την κοινή οπτική. Ο Μαυροειδής Μάριος, που έχει αναφερθεί συχνά στην πορεία της εργασίας, καταφέρεται κατά της Πυθαγόρειας οπτικής και της υιοθέτησής της από κάθε θεωρητικό που ανέλαβε τα περιγράψει ένα μουσικό σύστημα. Είναι πράγματι ενδιαφέρον πώς προσπάθειες σύνταξης κανόνων αναφορικά με μουσικές της ανατολικής Μεσογείου, όπου στην μουσική πράξη απαντάται ανεξάντλητη ποικιλία μουσικών διαστημάτων και παραλλαγών τους, κατέληξαν σε γοητευτικούς, πλην υπεραπλουστευτικούς μαθηματικούς λόγους. Πιθανότατα ο Αριστόξενος είχε τη δυνατότητα να εργαστεί σε μία εποχή που μπορούσε να ορθώσει το ανάστημά του έναντι των υπόλοιπων θεωριών, έχοντας ως στήριγμα και τεκμήριο τη σύγχρονή του μουσική πρακτική.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της μουσικής άποψης του Αριστόξενου, που ενδεχομένως του "έλυνε τα χέρια" ήταν η, αντάξια μουσικού, προσήλωσή του στο ζήτημα της *μελωδίας*. Όπως έχει σχολιαστεί διαμέσου του κεφαλαίου 2, στην ανάλυση των ορισμών του, τον απασχολούσε οι ορισμοί του να είναι χρηστικοί και να πραγματεύονται μόνο δομές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη σύσταση μιας *μελωδίας*. Δυστυχώς δεν μας σώζονται τα τμήματα των βιβλίων του όπου πραγματευόταν τις αρχές δόμησης μιας μελωδίας. Ίσως όμως αυτή του η στόχευση του επέτρεπε να μην εστιάζει στις διαστηματικές επιλογές, αφού η δική του *θεία* συστηματοποίηση θα αφορούσε τις κατασκευαστικές αρχές της μελωδίας κι όχι τα διαστήματα. Απουσία των σχετικών κειμένων, δεν έχουμε τη δυνατότητα να δούμε αν η δική του αίσθηση "τάξης" θα καταδεικνυόταν τόσο αυστηρή στη μελωδία όσο αυτή των υπόλοιπων θεωρητικών στα διαστήματα. Ωστόσο, τα κείμενά του αναδίδουν μια άποψη παρόμοιας αυτής του Μάριου Μαυροειδή: "Δεν είναι λοιπόν οι διαστηματικές επιλογές που δίδουν στην ανατολική μουσική την ουσιαστική ταυτότητά της. Είναι ο τρόπος διαχείρισης αυτών των διαστημάτων μέσα στο πλαίσιο του τροπικού συστήματος που την υπηρετεί." [9]. Άρα, σαν σύγχρονους αναγνώστες, μας εξωθεί σε πειραματισμό με τις δομές που περιγράφει.

6.2 Απεικόνιση

Προς τη διευκόλυνση της αναζήτησης κανόνων δόμησης των συστημάτων, αλλά και ως τελική ανάγκη της γεννήτριας, συντάχθηκε κώδικας matlab με σκοπό την ευνόητη απεικόνιση των παραγόμενων δομών. Η αναζήτηση του σωστού τύπου διαγράμματος οδήγησε στην επιλογή της συνάρτησης barh και της επιλογής 'stacked'. Ο συνδυασμός αυτός απεικονίζει δύο ή περισσότερα διανύσματα ως οριζόντιες μπάρες, με το πάχος κάθε κατακόρυφης κατάτμησης να αντιστοιχεί στην εκάστοτε τιμή του διανύσματος. Έτσι, εάν κάθε διάνυσμα περιέχει τα διαδοχικά διαστήματα μίας κλίμακας, ενός γένους ή μιας υπομονάδας τους, η διαδικασία αυτή θα απεικονίσει τα διαστήματα διαδοχικά στον οριζόντιο άξονα, με σειρά αυξανόμενου ύψους προς τα δεξιά.

Θεωρήθηκε σκόπιμο να χρησιμοποιηθεί χρωματικός κώδικας για τα μεγέθη των διαστημάτων. Όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 6.1, η αντιστοιχία που επιλέχθηκε είναι η εξής: κόκκινο για διαστήματα μικρότερα από τα ελάχιστα διαστήματα, ανοιχτό πορτοκαλί για τα διαστήματα που κυμαίνονται από το ελάχιστο διάστημα έως το ημιτόνιο (T/2), γαλάζιο για τα διαστήματα που κυμαίνονται από το ημιτόνιο έως το διάστημα του τόνου, ανοιχτό πράσινο για το διάστημα του τόνου (T) και ανοιχτό κίτρινο για τα μεγαλύτερα του τόνου διαστήματα.



Σχήμα 6.1: Χρωματικός κώδικας μεγέθους των διαστημάτων

Ο προφανής ρόλος του κόκκινου χρώματος είναι να υποδεικνύει τα διαστήματα που απαγορεύεται να ανήκουν στο τελικό σύστημα, είτε αυτά προκύπτουν από λάθος του χρήστη είτε κατά την παραγωγή φθόγγων. Το πορτοκαλί χρησιμοποιείται για να περιγραφεί η σχετική "ένταση" που προξενούν στο αυτί του δυτικού ακροατή τα μικρότερα του ημιτονίου διαστήματα.

Ο κώδικας matlab για την παραγωγή του γραφήματος του χρωματικού κώδικα είναι ο ακόλουθος:

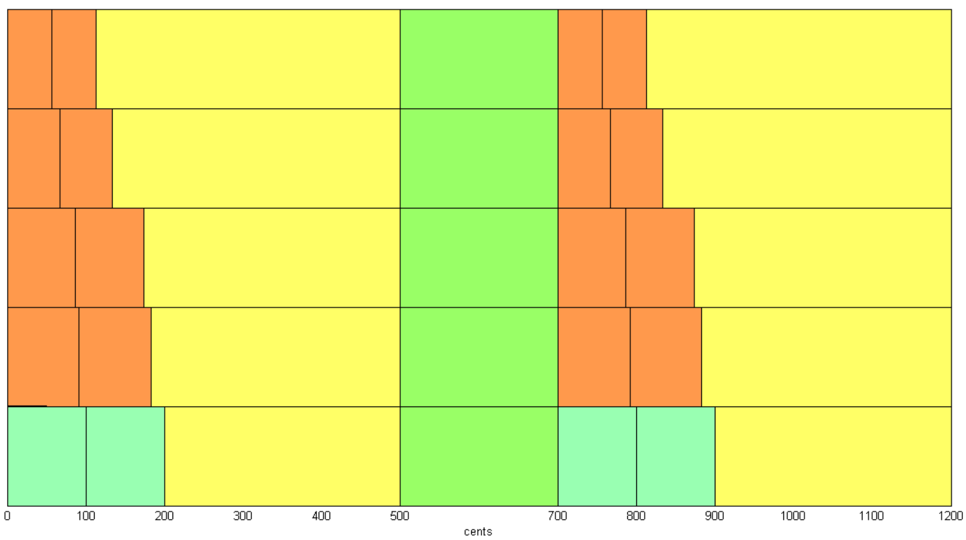
```
function []=colorcode()
figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 0.3])
axis off
mycolor=[1 0 0; 1 0.6 0.3; 0.6 1 0.7; 0.6 1 0.4; 1 1 0.4];
colormap(mycolor)
colorbar('north', 'XTick',[1.5,2.5,3.5,4.5,5.5],...
         'XTickLabel',{'0 < S < 50','50 <= S < 100',...
         '100 <= S < 200','S = T = 200','200 < S'})
end
```

Η συγγραφή του κώδικα για τα διαγράμματα των κλιμάκων, η μορφή των οποίων περιεγράφη παραπάνω, βασίστηκε στον κώδικα του χρήστη/μέλους της κοινότητας του MathWorks Bearli Ubuku. Ο κώδικας αυτός δίνει τη δυνατότητα παραμετροποίησης του χρώματος των κατατμήσεων του οριζόντιου μήκους σύμφωνα με την τιμή των στοιχείων των διανυσμάτων. Άρα, στην περίπτωση των δομών που απεικονίζουμε, μας επιτρέπει να παραμετροποιήσουμε το χρώμα της απεικόνισης του κάθε διαστήματος, ανάλογα με το μέγεθός του. Ο κώδικας επεξεργάστηκε έτσι ώστε το colormap (οι διαφορετικές χρωματικές επιλογές) να συμβαδίζουν με την κατανομή τιμών που περιγράψαμε και να παρουσιάζουν τα αντίστοιχα χρώματα.

Ο πυρήνας του κώδικα matlab για την απεικόνιση των διαστηματικών δομών (γενών, κλιμάκων, συστημάτων, αλλά και μικρότερου αριθμού διαστημάτων σε συγκεκριμένο σημείο) είναι ο ακόλουθος:

```
function []=diagram(mydata)
figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
bar_h=barh(mydata,1,'stack');
mycolor=[1 0 0; 1 0.6 0.3; 0.6 1 0.7; 0.6 1 0.4; 1 1 0.4];
colormap(mycolor)
bar_child=cell2mat(get(bar_h,'Children'));
for i=1:size(bar_child,1)
    set(bar_child(i),'CData',mydata(:,i));
    set(bar_child(i),'CDataMapping','direct');
end
for i=1:size(bar_child,1)
    for iCount=1:size(mydata,1)
        if (mydata(iCount,i)<50)
            index(iCount,i)=1;
        elseif (mydata(iCount,i)>=50&&mydata(iCount,i)<100)
            index(iCount,i)=2;
        elseif(mydata(iCount,i)>=100&&mydata(iCount,i)<200)
            index(iCount,i)=3;
        elseif(mydata(iCount,i)==200)
            index(iCount,i)=4;
        else
            index(iCount,i)=5;
        end
    end
      set(bar_child(i), 'CData',index(:,i)');
end
end
```

Η απεικόνιση πέντε διαφορετικών εναρκτήριων δομών παρουσιάζεται στο σχήμα 6.2. Σύμφωνα με όσα έχουν θεσπιστεί έως τώρα, οι εναρκτήριες δομές έχουν το μοτίβο [A B (400-(A+B)) T A B (400-(A+B))]. Στα συγκεκριμένα παραδείγματα, τα A είναι ίσα με τα B. Παρατηρούμε ότι όσο είναι μικρότερα του ημιτονίου είναι πορτοκαλί, ενώ μόλις γίνονται ίσα με το ημιτόνιο γίνονται γαλάζια.



Σχήμα 6.2: Παραδείγματα απεικόνισης

6.3 Κανόνες Παραγωγής

Δεδομένης της εναρκτήριας δομής, η κατασκευαστική ανάγκη που ακολουθεί είναι η θέσπιση κανόνων/μεθόδων παραγωγής φθόγγων. Οι κανόνες αυτοί πρέπει να εξασφαλίζουν ότι οι παραγόμενοι φθόγγοι θα είναι σε κάθε περίπτωση τουλάχιστον δώδεκα. Και οι δύο κανόνες παραγωγής φθόγγων πηγάζουν από το έργο του Αριστόξενου.

6.3.1 Πρώτος Κανόνας Παραγωγής

Στο τρίτο βιβλίο των *Αρμονικών* ο Αριστόξενος γράφει: "Πρέπει να αποδείξουμε ότι δύο φθόγγοι που συμμετέχουν στο *πυκνό* σε ανόμοιες θέσεις δεν μπορούν να τοποθετηθούν στο ίδιο ύψος και να είναι μελωδικοί." [20]. Όπως αναφέρεται και στη σελίδα 36, το θεώρημα αυτό έχει πολλές πιθανές προεκτάσεις. Σύμφωνα και με την προσέγγιση του Andrew Barker στο [15], το θεώρημα αυτό αποτελεί το δίχως άλλο κανόνα που αφορά την αλλαγή κλιμάκων ή *τόνων*. Οι *τόνοι*, που δεν πρέπει να συγχέονται με το διάστημα του τόνου (T), αποτελούν τις πιθανές κυκλικές μεταθέσεις ενός επτάφθογγου γένους. Όπως σχολιάζεται στην ίδια σελίδα, ο Αριστόξενος φαίνεται να δεχόταν δεκατρείς διαφορετικούς τόνους, με τον καθένα τους να απέχει ένα ημιτόνιο από τον προηγούμενο και τον επόμενο. Ωστόσο, η κατάλληλη εφαρμογή του παραπάνω κανόνα μπορεί να περιορίσει τους δεκατρείς αυτούς τόνους και, άλλωστε, ο τρόπος με τον οποίο θα εφαρμοστεί το θεώρημα δεν επηρεάζεται από την εξέταση μεγαλύτερου αριθμού πιθανών *τόνων*.

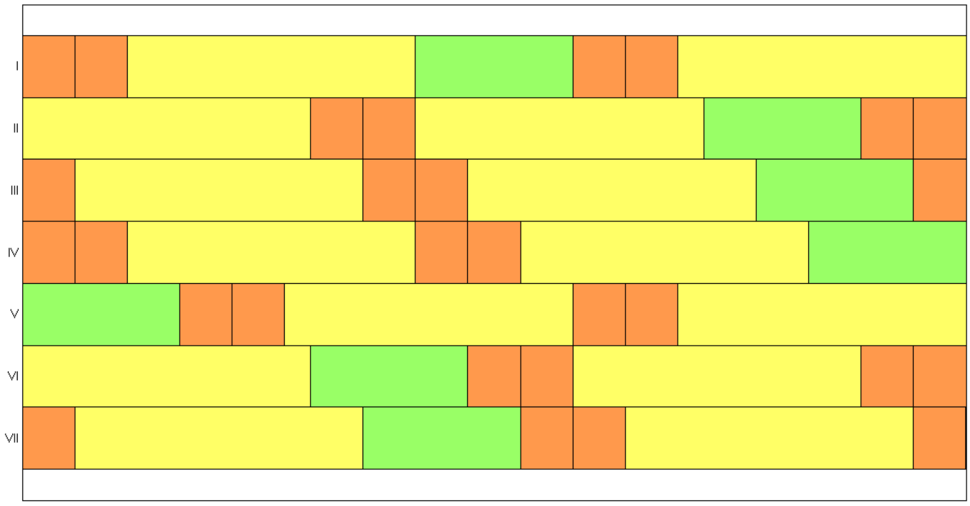
Από τι μας αποτρέπει λοιπόν εδώ ο Αριστόξενος; Μας απαγορεύει να *τοποθετήσουμε* στο ίδιο ύψος φθόγγους που συμμετέχουν σε ανόμοιες θέσεις του *πυκνού*. Τι σημαίνει όμως η *τοποθέτηση*; Η καλύτερη ερμηνεία είναι η *μετατροπία*, δηλαδή η αλλαγή *τόνου*. Ο Αριστόξενος μας αποδεικνύει ότι η μετάβαση σε έναν *τόνο* του οποίου το *πυκνό* δεν θα είναι "στοιχισμένο" με εκείνο του αρχικού είναι λανθασμένη. Εκφραζόμενοι με βάση τα διαστήματα της κατασκευής μας, η μετάβαση σε έναν *τόνο* του οποίου το A θα ακολουθεί το A του αρχικού μας ή του οποίου το A θα ακολουθεί το B του αρχικού μας ή αντίστροφα, απαγορεύεται.

Ορμώμενοι από αυτόν τον αποκλεισμό, θα διατυπώσουμε έναν θετικό κανόνα. Όχι πλέον ένα κανόνα αποκλεισμού, αλλά έναν κανόνα παραγωγής. Ποιοι *τόνοι* μπορεί να είναι οι πιο πρόσφοροι για να μεταβεί η μελωδία σε αυτούς; Ο Αριστόξενος αναφέρει ότι οι απαγορευμένες μεταβάσεις είναι εκείνες κατά τις οποίες έχουμε ταύτιση φθόγγων που ανήκουν σε διαφορετικά σημεία του *πυκνού*. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι οι καλύτερες μεταβάσεις είναι εκείνες που έχουμε ταύτιση αυτών των φθόγγων. Πιο απλά, ας θεωρήσουμε βέλτιστους *τόνους* για μετατροπία εκείνους οι οποίοι έχουν ταύτιση ενός *πυκνού* με ένα *πυκνό* του αρχικού. Θεσπίζουμε λοιπόν τον Πρώτο Κανόνα Παραγωγής:

> **Πρώτος Κανόνας Παραγωγής**: Λαμβάνουμε τους φθόγγους των κυκλικών μεταθέσεων της εναρκτήριας δομής (I) οι οποίες παρουσιάζουν κοινό πυκνό με την I.

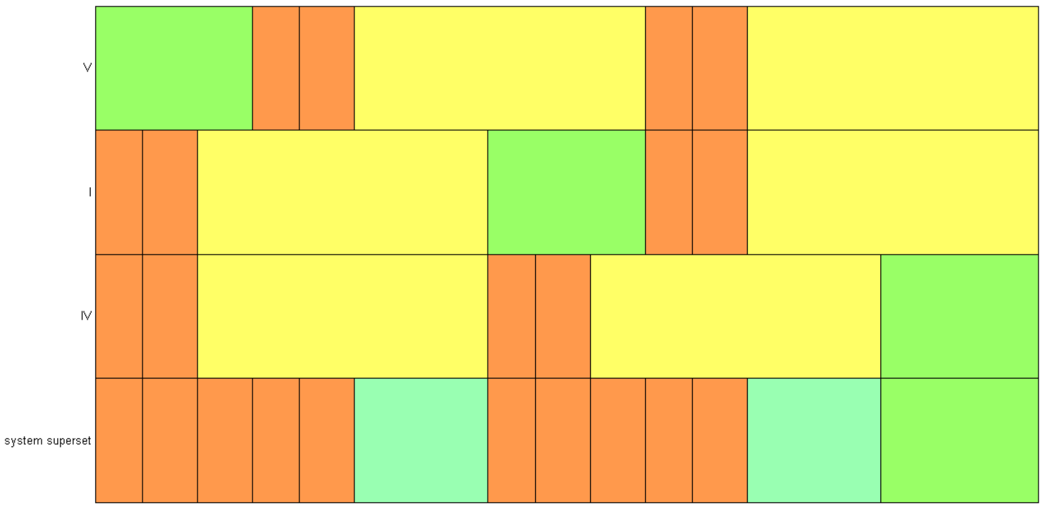
Οι επτά διαφορετικοί *τόνοι* που προκύπτουν για μια δεδομένη εναρκτήρια δομή (I) απεικονίζονται στο σχήμα 6.3. Η ονομασία των υπολοίπων (πλην της εναρκτήριας δομής) γίνεται με βάση τον αριθμό του φθόγγου (ή του διαστήματος) της νέας δομής από το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ότι ξεκινάει η εναρκτήρια δομή. Έτσι, για παράδειγμα, στον *τόνο* II η εναρκτήρια δομή παρουσιάζεται με την ίδια σειρά διαστημάτων, ξεκινώντας όμως όχι από το πρώτο διάστημα (ή φθόγγο), αλλά από το δεύτερο διάστημα (ή τον δεύτερο φθόγγο). Έτσι, έχουμε συνολικά επτά *τόνους*, εφόσον ο όγδοος θα ήταν ίδιος με τον πρώτο.

Μπορούμε λοιπόν να παρατηρήσουμε ότι οι *τόνοι* ή οι κυκλικές μεταθέσεις για τις οποίες συμβαίνει αυτό είναι δύο. Φυσικά, αυτό προκύπτει και μαθηματικά και διαισθητικά, εφόσον έχουμε μία μη περιοδική δομή με δύο εμφανίσεις του στοιχείου ταύτισης. Οι δύο δομές που προστίθενται, λοιπόν, για κάθε I είναι οι αντίστοιχες IV και V.



Σχήμα 6.3: Οι επτά *τόνοι*

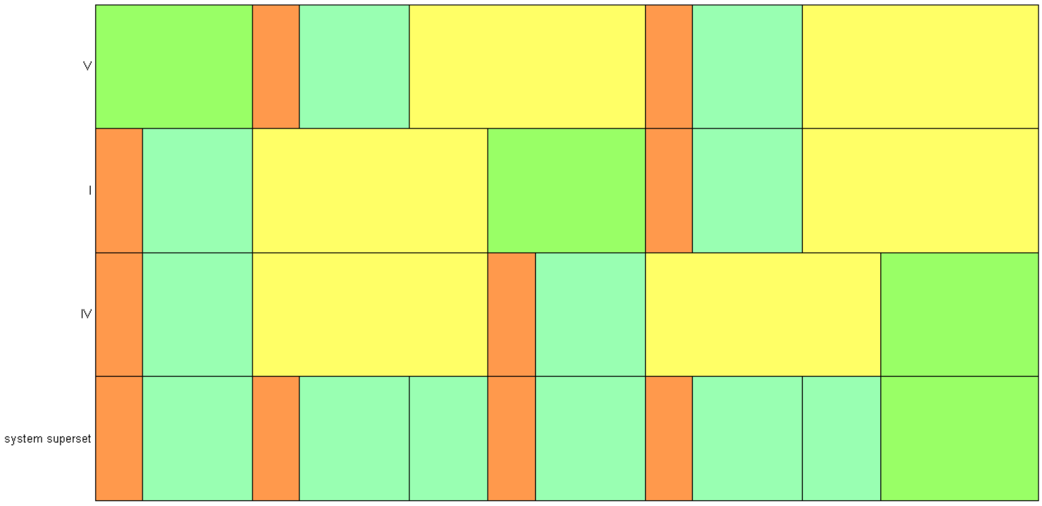
Σε αυτό το σημείο, ένας γνώστης της μουσικής θα παρατηρήσει ότι η επιλογή δεν είναι καθόλου τυχαία, καθώς, δεδομένης μιας μουσικής κλίμακας, οι κλίμακες που αντιστοιχούν στην IV και στην V βαθμίδα είναι πράγματι *γειτονικές* κλίμακες. Επίσης, δεν γίνεται να μην παρατηρηθεί ότι τα διαστήματα τέταρτης και πέμπτης, τα οποία είναι θεμέλια κάθε δομής, εξακολουθούν να αποτελούν εργαλείο ανεύρεσης σχέσεων "συγγένειας". Φυσικά, οι ιδιότητες αυτές δεν αποτελούν παρά αποτέλεσμα των κανόνων δόμησης των επτάφθογγων μουσικών συστημάτων που αποτελούνται από δύο διαζευγμένα γένη. Εφόσον το *πυκνό* επανεμφανίζεται στον πέμπτο και στον όγδοο φθόγγο (που είναι στην ουσία ο πρώτος), είναι απολύτως λογικό η έναρξη της δομής από τον τέταρτο φθόγγο να οδηγεί σε σύμπτωση της δεύτερης εμφάνισής του στη δεύτερη δομή με την πρώτη εμφάνισή του στην πρώτη, ενώ η έναρξη της δομής από τον πέμπτο φθόγγο οδηγεί (προφανώς) σε σύμπτωση της πρώτης εμφάνισής του στη δεύτερη δομή με τη δεύτερη εμφάνισή του στην πρώτη.



Σχήμα 6.4: Εφαρμογή του ΠΚΠ

Στο σχήμα 6.4, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα εφαρμογής του ΠΚΠ. Η εναρκτήρια δομή (I) έχει τοποθετηθεί στη μέσα, έτσι ώστε να "ισαπέχει" από τις εκατέρωθές τις. Τέλος, κάτω βρίσκεται, υπό την ονομασία "υπερσύνολο συστήματος" (system superset) το σύνολο όλων των φθόγγων που έχουν παραχθεί από τα τρία επτάφθογγα γένη (πιο σωστά, από τους τρεις *τόνους*, αφού το γένος είναι το ίδιο και στις τρεις περιπτώσεις).

Παρατηρούμε ότι σε αυτή την περίπτωση έχουν παραχθεί αρκετοί φθόγγοι και μάλιστα περισσότεροι των δώδεκα. Σημαντικό μειονέκτημα της κατασκευής στην τρέχουσα μορφή της είναι η σταθερή παρουσία ενός διαστήματος T στο δεξί άκρο της. Ωστόσο, δεν είναι το μόνο. Το σχήμα 6.5 καταδεικνύει φανερά την ανεπάρκεια του ΠΚΠ ως μόνου κανόνα παραγωγής φθόγγων.



Σχήμα 6.5: Ανεπάρκεια του ΠΚΠ

Στο σχήμα 6.5 έχουμε μόλις έντεκα φθόγγους, δηλαδή έναν λιγότερο από το επιθυμητό. Μάλιστα, η αδυναμία φαίνεται να σχετίζεται με την "παραμέληση" του τελευταίου διαστήματος του τόνου (T), το οποίο παραμένει αδιαίρετο (δεν εμφανίζεται υπό καμία συνθήκη φθόγγος ανάμεσα των άκρων του). Υπάρχει λοιπόν ανάγκη για έναν ακόμη (τουλάχιστον) κανόνα παραγωγής, ο οποίος θα διασφαλίζει ότι το υπερσύνολο του συστήματος θα περιέχει δώδεκα τουλάχιστον φθόγγους.

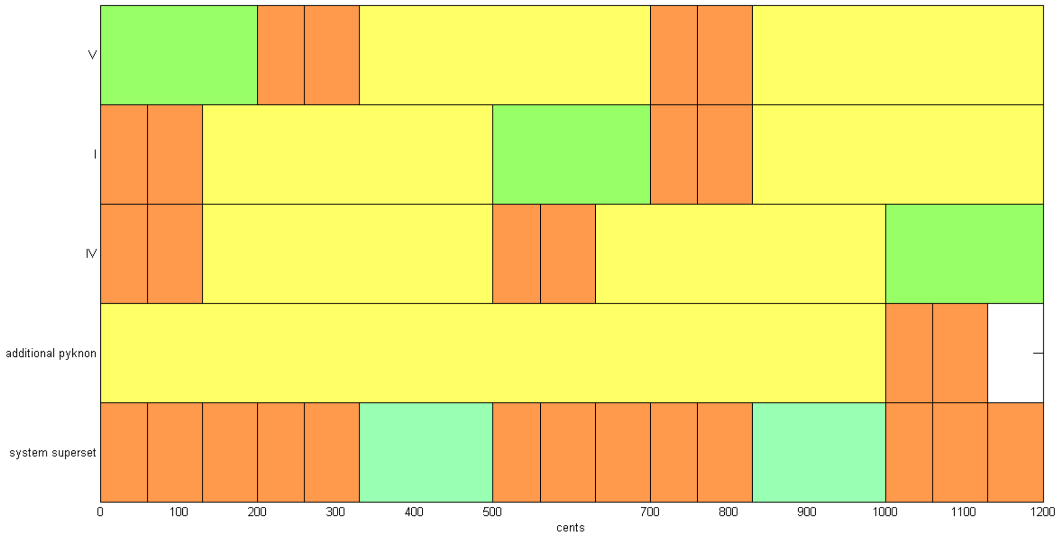
6.3.2 Δεύτερος Κανόνας Παραγωγής

Στη σελίδα 36 αναλύεται ένα ακόμη θεώρημα που παρουσιάζεται στο τρίτο βιβλίο των *Αρμονικών* του Αριστόξενου. Το θεώρημα αυτό είναι το ακόλουθο: "Και οι δύο φθόγγοι που περιέχουν τον τόνο (ενν. τον διαζευκτικό τόνο T) είναι οι πιο βαριοί φθόγγοι ενός *πυκνού*" [20]. Στην ανάλυσή του περιγράφεται τόσο η ερμηνεία του ως πτυχή του φαινομένου συνύπαρξης *σύζευξης* και *διάζευξης*, όσο και η προσέγγισή του ως κανόνα αναφορικά με το φαινόμενο των *μετατροπιών*. Φυσικά, ο ανώτερος φθόγγος εκ των δύο που περιέχουν τον T αποτελεί τον κατώτερο ενός *πυκνού*. Εάν ανατρέξουμε στο σχήμα 6.3, παρατηρούμε ότι, για κάθε δομή, η δομή που αντιστοιχεί στον αριθμό της συν τρία εξασφαλίζει την ύπαρξη *πυκνού* που να εκκινεί από τον κάτω φθόγγο του T της αρχικής δομής. Μπορούμε να το παρατηρήσουμε και στις εφαρμογές του ΠΚΠ, όπου η κάθε δομή προκύπτει ως ο αριθμός που αντιστοιχεί στην από πάνω συν τρία. Συνεπώς, τα *πυκνά* των δύο πρώτων (από πάνω προς τα κάτω) δομών ικανοποιούν το θεώρημα. Το πρόβλημα προκύπτει στο *πυκνό* της δομής IV. Ωστόσο, εάν προσθέταμε ακόμα μία δομή, θα προέκυπτε ένα άλλο *πυκνό* που δεν θα ικανοποιούσε το θεώρημα.

Αποφασίζουμε λοιπόν να ικανοποιήσουμε το θεώρημα καθαυτό, προσθέτοντας ένα *πυκνό* που να ξεκινάει στον κάτω φθόγγο του T που δεν έχει *πυκνό* που να ξεκινάει από τον κάτω φθόγγο του. Θεσπίζουμε λοιπόν τον Δεύτερο Κανόνα Παραγωγής:

> **Δεύτερος Κανόνας Παραγωγής**: Λαμβάνουμε τους φθόγγους που προκύπτουν από την έναρξη πυκνών στον κατώτερο φθόγγο όλων των διαζευκτικών τόνων T.

Φυσικά, όπως παρατηρήσαμε ο ΔΚΠ, εφόσον εφαρμοστεί μετά τον πρώτο, ισοδυναμεί με την προσθήκη ενός *πυκνού* στο κάτω άκρο του διαζευκτικού τόνου της δομής IV. Παράδειγμα της διαδοχικής εφαρμογής των δύο κανόνων παραγωγής παρουσιάζεται στο σχήμα



Σχήμα 6.6: Εφαρμογή των δύο ΚΠ

Για την αποφυγή παρερμηνείας, πρέπει σε αυτό το σημείο να επισημάνουμε ότι το διάστημα του τόνου ως διάστημα θα μπορούσε θεωρητικά να προκύψει κάποια στιγμή σε κάποια διαστηματική επιλογή. Ωστόσο, αυτό που πραγματευόμαστε εδώ είναι το συγκεκριμένο διάστημα του *διαζευκτικού τόνου* που χωρίζει τα τετράχορδα. Εκείνο είναι που φροντίζουμε να έχει ως άκρα εναρκτήριους φθόγγους *πυκνών*.

Οι δύο κανόνες παραγωγής εξασφαλίζουν την παραγωγή δώδεκα τουλάχιστον φθόγγων. Στην περίπτωση που παρουσιάστηκε παραπάνω, όπου ο ΠΚΠ υστερεί, αφήνοντας αδιαίρετο τον τελευταίο τόνο, βρίσκει ιδανική εφαρμογή ο ΔΚΠ, διαιρώντας τον. Μάλιστα, ο ΔΚΠ εξασφαλίζει, όπως μπορεί να παρατηρηθεί, μία καλύτερη αίσθηση συμμετρίας στην κατασκευή.

Προκειμένου να μην διακοπεί η πορεία της κατασκευής, ο κώδικας matlab που βρίσκεται πίσω από την παραγωγή των δομών που παρουσιάζονται στα διαγράμματα θα σχολιαστεί αργότερα. Πρώτα θα παρουσιαστούν οι υπόλοιποι κανόνες και μετά θα αναλυθεί η έκφρασή τους σε κώδικα.

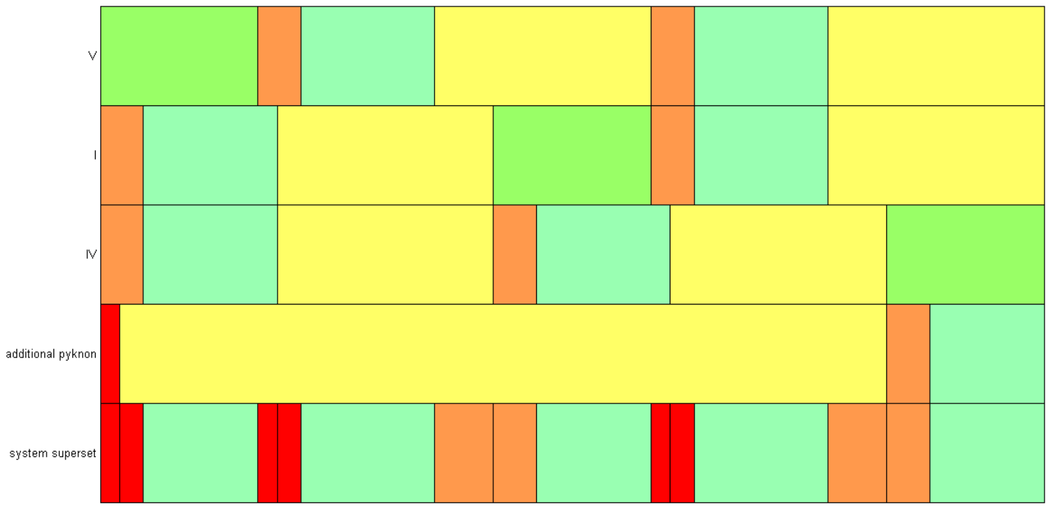
Είδαμε ότι οι δύο κανόνες παραγωγής αρκούν για την παραγωγή. Πρέπει να προχωρήσουμε στη θέσπιση κανόνων αποκλεισμού, οι οποίοι θα διασφαλίζουν ότι το τελικό σύστημα θα έχει πάντα δώδεκα ακριβώς φθόγγους. Πριν όμως διατυπώσουμε τους κανόνες αποκλεισμού, θα ασχοληθούμε με την προσθήκη ενός επιπλέον περιορισμού, ο οποίος εξασφαλίζει την εύρυθμη λειτουργία της γεννήτριας.

6.4 Πρόσθετος Περιορισμός

Στο τέλος της σελίδας 64 παρουσιάστηκαν οι ανισωτικοί περιορισμοί που επιβάλλονται από την ίδια την εναρκτήρια δομή (επτάφθογγο αρχαιοελληνικό γένος αποτελούμενο από τη διάζευξη δύο όμοιων τετραχόρδων με *πυκνό* διάστημα). Με στόχο την απλότητα και την καθολικότητα των κανόνων λειτουργίας της γεννήτριας, αποφασίστηκε να επιβληθεί ένας παραπάνω περιορισμός. Πρακτικά, αποτελεί περαιτέρω περιορισμό του άνω ορίου του αθροίσματος των διαστημάτων A και B, δηλαδή τροποποίηση της σχέσης (γ).

Είναι δεδομένο ότι η πορεία κατασκευής ενός αντικειμένου έρευνας δεν πραγματοποιείται ποτέ με γραμμική εξέλιξη των ιδεών και των διαφορετικών μορφών που το ίδιο λαμβάνει σε κάθε φάση της διαδικασίας. Έτσι, κατά την παρουσίαση των κανόνων που θεσπίστηκαν δεν είναι δυνατό και ούτε έχει νόημα να τηρηθεί μια αυστηρά χρονολογική σειρά δημιουργίας. Η αξία του συγκεκριμένου περιορισμού και το πόσο αλληλένδετος είναι με τα υπόλοιπα στοιχεία της κατασκευής θα γίνουν εμφανέστερα αφού θα έχει διατυπωθεί το σύνολο των κανόνων. Ωστόσο, επιλέγεται αυτό το σημείο για τη διατύπωσή του, γιατί είναι προτιμότερο να θεωρηθεί σχετικά αυθαίρετος, παρά τα παρουσιαζόμενα αποτελέσματα και πειράματα να βασίζονται πρακτικά σε αυτόν, χωρίς ο ίδιος να έχει διατυπωθεί. Θεσπίζουμε λοιπόν τον Πρόσθετο Περιορισμό:

- $A+B \leq T = 200$ (γ')



Σχήμα 6.7: Ανάγκη περιορισμού

Μία βασική πτυχή των προβλημάτων που προκύπτουν ελλείψει του περιορισμού αυτού εικονίζεται το σχήμα 6.7. Όπως φαίνεται, η παρουσία του φθόγγου που προκύπτει από την υπέρβαση του άνω άκρου του διαζευκτικού T από το άνο άκρο του B, δημιουργεί δύο διαστήματα μικρότερα του ελάχιστου επιτρεπτού διαστήματος. Αυτό είναι ένα δυσεπίλυτο πρόβλημα, το οποίο δεν μπορεί να επιλυθεί με τον αποκλεισμό κάποιου φθόγγου που να μην ανήκει στην εναρκτήρια δομή. Όμως, όπως έχει επανειλημμένα επισημανθεί, βασική αρχή της λειτουργίας της γεννήτριας είναι η διατήρηση της εναρκτήριας δομής. Όπως διαφαίνεται και από την ορολογία, οι κανόνες αποκλεισμού φθόγγων είναι κανόνες αποκλεισμού φθόγγων και όχι μετακίνησης. Στην προκειμένη περίπτωση, η αφαίρεση των φθόγγων που δημιουργούν πρόβλημα και δεν ανήκουν στην εναρκτήρια δομή θα άφηνε το υπερσύνολο του συστήματος με λιγότερους των δώδεκα φθόγγους. Η λύση που επιλέχθηκε είναι ο περιορισμός του αθροίσματος των A και B στο διάστημα του T.

6.5 Κανόνες Αποκλεισμού

Όπως υποδεικνύει το όνομά τους, οι κανόνες αποκλεισμού αποτελούν μέσα αφαίρεσης φθόγγων από το υπερσύνολο του συστήματος, ώστε το τελικό σύστημα να έχει δώδεκα φθόγγους. Φυσικά, στην περίπτωση που το υπερσύνολο έχει ήδη δώδεκα φθόγγους, η εφαρμογή των κανόνων δεν έχει νόημα και παραλείπεται. Όπως έχει ίσως ήδη γίνει αντιληπτό, η κατηγορία των περιπτώσεων που δεν απαιτείται εφαρμογή των κανόνων αποκλεισμού προκύπτει στο άνω όριο του πρόσθετου περιορισμού. Η υπόλοιπη περιοχή κίνησης του αθροίσματος των δύο πρώτων διαστημάτων (του *πυκνού*) χωρίζεται σε δύο περιοχές, για την κάθε μία εκ των δύο απαιτείται ένας κανόνας.

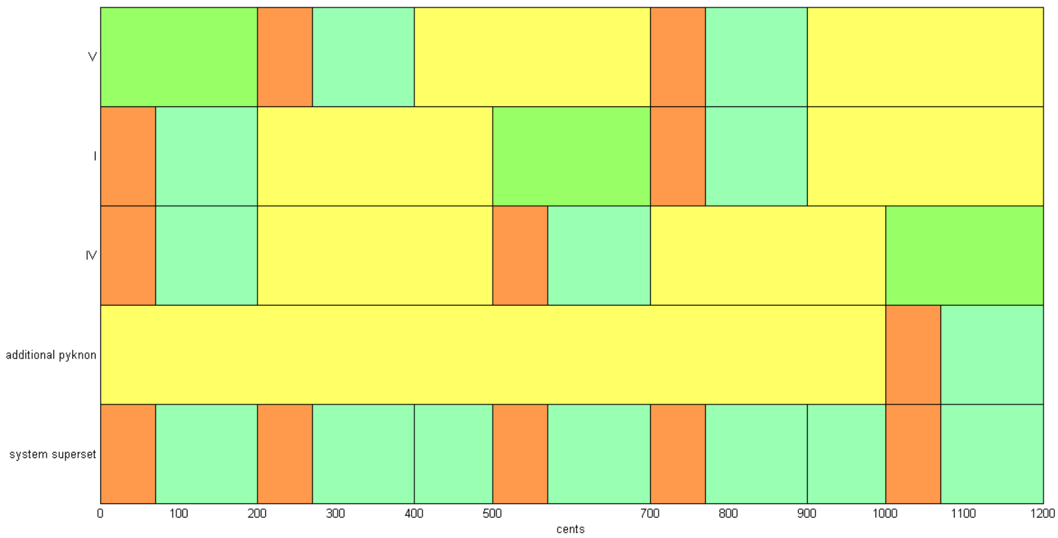
Να σημειωθεί ότι ρόλος των κανόνων δεν είναι η επίλυση των προβλημάτων που προκύπτουν από το μη σεβασμό των περιορισμών από τον χρήστη. Οι κανόνες λειτουργούν ικανοποιητικά όσο ο χρήστης σέβεται τους περιορισμούς που αφορούν τις εισόδους.

Με βάση την ανάγκη ή μη ύπαρξης κανόνα αποκλεισμού και την ανάγκη διαφορετικού κανόνα διακρίνονται τρεις περιοχές:

- το σημείο $A+B=T=200$
- η περιοχή $150 < A+B \leq T=200$
- η περιοχή $100 < A+B \leq 150$

Απουσία Ανάγκης Αποκλεισμού

Σημείο ενδιαφέροντος: $A+B=T=200$



Σχήμα 6.8: Υπερσύνολο δώδεκα φθόγγων

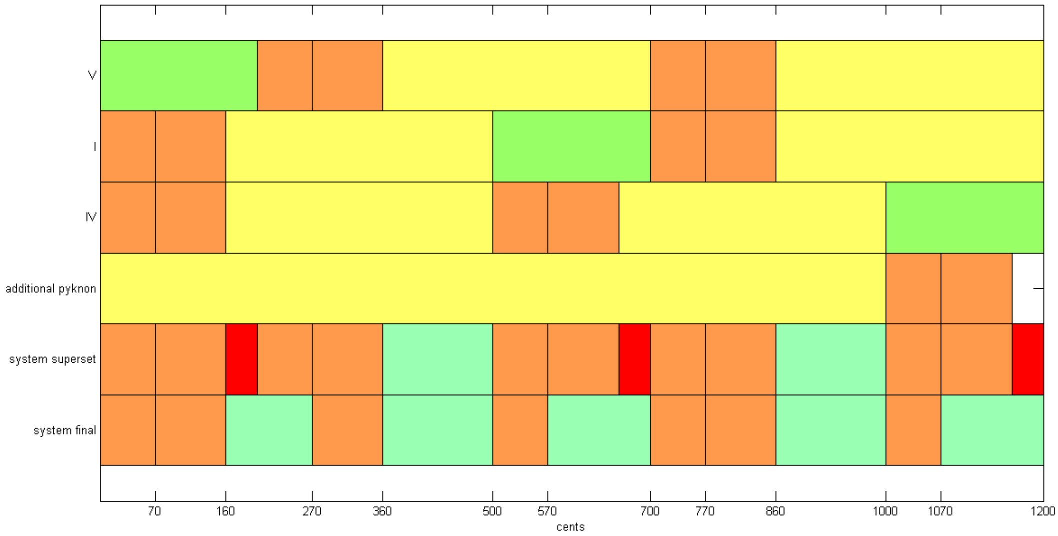
Παρατηρούμε πράγματι ότι η ταύτιση φθόγγων που προκύπτει οδηγεί σε ένα υπερσύνολο συστήματος με δώδεκα φθόγγους. Άρα, σύμφωνα και με τα όσα προαναφέρθηκαν, δεν υπάρχει ανάγκη εφαρμογής κανόνων αποκλεισμού φθόγγων. Πρακτικά, τα συστήματα αυτής της κατηγορίας διαφοροποιούνται ως προς τα μεγέθη των μερών στα οποία χωρίζουν τα διαστήματα των διαζευκτικών τόνων (T).

6.5.1 Κανόνας Αποκλεισμού Διένεξης

Περιοχή ενδιαφέροντος: 150 $<$A+B$\leq$T= 200

Για να δοθεί μια πιο παραστατική εξήγηση της λειτουργίας δύο φθόγγων, θα εισάγουμε την έννοια της **διένεξης**. Θα ορίσουμε ως *διένεξη* μεταξύ δύο φθόγγων "την παρουσία τους σε απόσταση μικρότερη της ελάχιστης επιτρεπτής". Έτσι, μπορούμε να θεσπίσουμε τον Κανόνα Αποκλεισμού Διένεξης:

> **Κανόνας Αποκλεισμού Διένεξης**: Οι διενέξεις επιλύονται με επικράτηση των φθόγγων που ανήκουν στην εναρκτήρια δομή.



Σχήμα 6.9: Επίλυση Διένεξης

Στο σχήμα 6.9 μπορούμε να παρακολουθήσουμε τη διαδικασία εφαρμογής του κανόνα αποκλεισμού διένεξης. Παρατηρούμε ότι, με τη διατήρηση όλων των παραγόμενων φθόγγων, προκύπτουν τρία διαστήματα μικρότερα του ελάχιστου επιτρεπτού διαστήματος. Μάλιστα, τρεις περισσότεροι από τους δώδεκα επιθυμητούς είναι και οι συνολικοί φθόγγοι του υπερσυνόλου του συστήματος. Κάθε διένεξη προκύπτει μεταξύ ενός φθόγγου της εναρκτήριας δομής και ενός φθόγγου ενός διαφορετικού εκ των τριών άλλων δομών. Με άλλα λόγια, η εναρκτήρια δομή συμμετέχει με τρεις διαφορετικούς φθόγγους της σε τρία απαγορευτικά μικρά διαστήματα, καθένα εκ των οποίων σχηματίζεται με φθόγγους μίας, ξεχωριστής κάθε φορά, εκ των τριών άλλων δομών. Η διένεξη, σύμφωνα με τον ΚΑΔ, θα επιλυθεί με υπερίσχυση των φθόγγων που ανήκουν στην εναρκτήρια δομή. Έτσι, από το τελικό σύστημα απουσιάζουν οι φθόγγοι που αποτελούν το άνω όριο των *διαζευκτικών τόνων*. Με την αφαίρεσή τους, λύνονται και τα δύο προβλήματα: και όλα τα διαστήματα είναι μεγαλύτερα του ελάχιστου επιτρεπτού και το τελικό σύστημα έχει δώδεκα ακριβώς φθόγγους.

6.5.2 Κανόνας Αποκλεισμού Επιλογής

Περιοχή ενδιαφέροντος: 100 $\leq$A+B$\leq$ 150

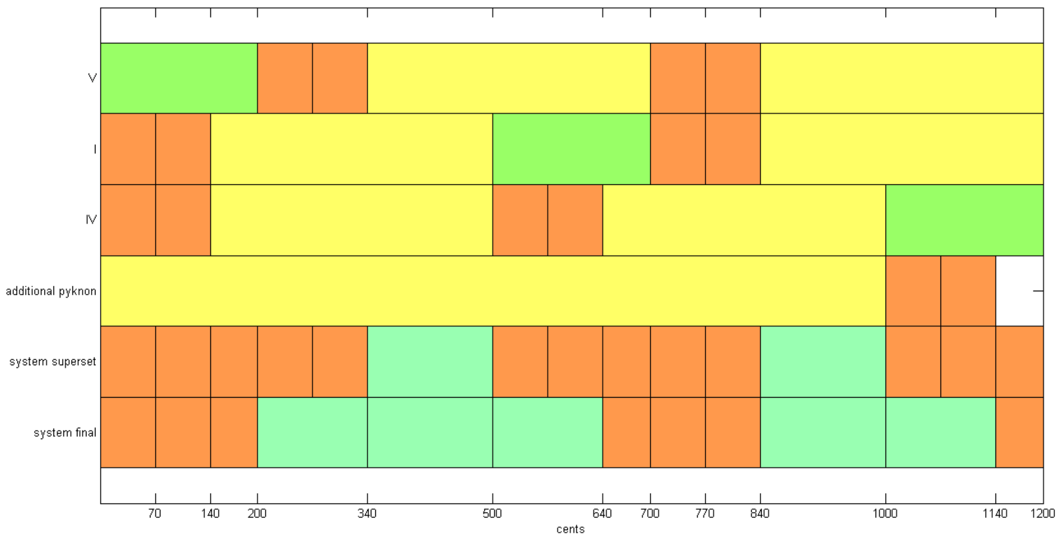
Στην περιοχή αυτή, ο αποκλεισμός φθόγγων δεν επιβάλλεται από *διένεξη* μεταξύ φθόγγων, αλλά αποκλειστικά από την ανάγκη περιορισμού του αριθμού τους σε δώδεκα. Η αρχή που καθοδηγεί τον κανόνα αυτόν είναι η προσπάθεια διατήρησης επιμέρους *λειτουργικών δομών*.

Παρατηρούμε ότι κάθε μία από τις παραγόμενες σε δεύτερο χρόνο δομές δεν μοιράζεται με την εναρκτήρια δομή δύο ψηλότερους φθόγγους από τα *πυκνά* τους. Άρα, ένας καθολικός κανόνας θα μπορούσε να αφορά τη διαχείριση των φθόγγων αυτών.

Ο Πλούταρχος αναφέρει: "Ο Όλυμπος, όπως λέει ο Αριστόξενος, θεωρείται από τους μουσικούς ότι υπήρξε επινοητής του εναρμόνιου γένους [...]. Υποθέτουν πως η επινόηση προέκυψε περίπου ως εξής: καθώς ο Όλυμπος κινούταν στο διατονικό γένος και έκανε τη μελωδία να περνάει πολλές φορές στη διατονική παρυπάτη, πότε από την παράμεση, πότε από τη μέση, πηδώντας τη διατονική λιχανό, ένιωσε την ομορφιά του ήθους και έτσι [...] το υιοθέτησε [...]. Αργότερα το ημιτόνιο διαιρέθηκε" [11].

Από το παραπάνω χωρίο μπορούμε να κρατήσουμε ότι, στο κατώτατο όριο της συγκεκριμένης περιοχής, η διαίρεση του *πυκνού* δεν είναι απαραίτητη. Μία τέτοια αρχή συμπίπτει με την οπτική διαίσθηση, ότι η συνένωση ενός από τα διαστήματα του *πυκνού* με ένα γειτονικό του που δεν ανήκει στο *πυκνό* παράγει μια δομή αμφιβόλου συνοχής. Αντιθέτως, η συνένωση των διαστημάτων του *πυκνού* διατηρεί εμφανώς, τουλάχιστον για τις δομές IV και V, λειτουργικές δομές με φανερή διατήρηση δομικών χαρακτηριστικών, όπως τα σταθερά διαστήματα της τετάρτης και της πέμπτης. Θεσπίζουμε λοιπόν τον Κανόνα Αποκλεισμού Επιλογής:

> **Κανόνας Αποκλεισμού Επιλογής**: Οι μεσαίοι φθόγγοι των πυκνών που δεν ανήκουν στην εναρκτήρια δομή αφαιρούνται.



Σχήμα 6.10: Εφαρμογή του ΚΑΕ

Στο σχήμα 6.10 μπορούμε να παρακολουθήσουμε την εφαρμογή του κανόνα αποκλεισμού επιλογής. Στην ουσία, όλα τα *πυκνά* που δεν ανήκουν στην εναρκτήρια δομή υποβάλλονται σε ένωση των διαστημάτων τους, διαδικασία που οδηγεί στην εμφάνιση αρκετών μεγαλύτερων διαστημάτων στο τελικό σύστημα.

Τα συστήματα που προκύπτουν από τη χρήση του κανόνα αυτού είναι τα δυσκολότερα στο άκουσμα. Λόγω της συγκεκριμένης περιοχής εισόδων, περιέχουν τα μικρότερα διαστήματα στην εναρκτήρια δομή, σε σύγκριση με τα υπόλοιπα διαστήματα. Ωστόσο, αυτά δεν είναι τα μόνα μικρά διαστήματα που περιέχουν. Η επιλογή φθόγγων που πραγματοποιείται από τον κανόνα αποκλεισμού επιλογής επιτρέπει τη διατήρηση των μικρών διαστημάτων που εμφανίζονται μεταξύ του άνω άκρου κάθε *διαζευκτικού τόνου* και του άνω άκρου του πυκνού που εκκινεί στο κάτω άκρο του. Έτσι, καταλήγουμε σε ένα σύστημα με εν δυνάμει τρία διαφορετικά διαστήματα μικρότερα του ημιτονίου, μία τεράστια πρόκληση για τον δυτικό ακροατή.

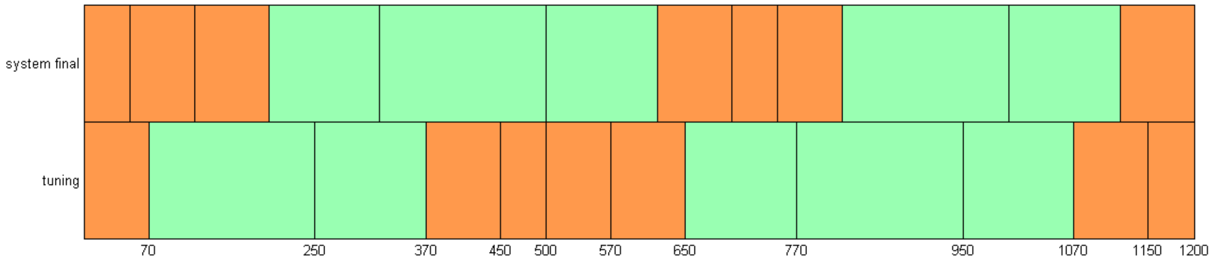
6.6 Τελική Δομή και Έξοδος

Έχοντας θεσπίσει την εναρκτήρια δομή, τους περιορισμούς της εισόδου και έχοντας καταλήξει στους κανόνες παραγωγής και αποκλεισμού φθόγγων, η γεννήτρια είναι σχεδόν ολοκληρωμένη. Μένει να ληφθούν κάποιες αποφάσεις για τη μορφοποίηση της εξόδου.

6.6.1 Επιλογή Εναρκτήριου Φθόγγου

Στην ουσία, δεν είναι απαραίτητο να επιλέξουμε σε ποιον φθόγγο/πλήκτρο ενός δωδεκάφθογγου πληκτροφόρου θα αντιστοιχηθεί ο κάθε φθόγγος της παραγόμενης δομής. Αυτό είναι αντικείμενο πειραματισμού του χρήστη, ο οποίος μπορεί να δοκιμάσει τις δώδεκα διαφορετικές χαρτογραφήσεις που προσφέρονται, έτσι ώστε να δει ποια τον εξυπηρετεί καλύτερα. Για μία τόσο πειραματική δομή, η ακριβής συχνότητα του συστήματος δεν έχει νόημα να καθοριστεί. Οι σχετικές αποστάσεις των φθόγγων έχουν τόσο ιδιαίτερο χαρακτήρα που η απόλυτη συχνοτική τοποθέτηση του συστήματος πιθανότατα λίγο επηρεάζει το ηχητικό αποτέλεσμα. Φυσικά, αυτή η θέση μπορεί να τεθεί υπό αμφισβήτηση, αφού άλλωστε αφορά αισθητηριακά ζητήματα.

Πάντως, επειδή η έξοδος της γεννήτριας θα είναι έτοιμη προς χρήση και το πρόγραμμα (και όχι μόνο αυτό) που σχετίζεται με το είδος του παραγόμενου αρχείου θεωρεί ότι η χαρτογράφηση ενός μουσικού συστήματος φθόγγων εκκινεί από τη νότα ντο (ή C) και, πιο συγκεκριμένα, από το "κεντρικό" ντο (C_4), θα προτείνουμε μία αντιστοίχιση. Το έντονο διατονικό γένος, το οποίο δεν απαντάται σαν εναρκτήρια δομή στη γεννήτριά μας, καθώς η γεννήτριά μας λειτουργεί με είσοδο γένη με *πυκνό* (και μάλιστα περαιτέρω περιορισμένα, σύμφωνα με τον πρόσθετο περιορισμό), αποτελείται από την εξής ακολουθία τόνων (T) και ημιτονίων (H): HTTTHTT. H δομή αυτή δεν αποτελεί παρά κυκλική μετάθεση της μείζονας κλίμακας. Έτσι, απαντάται στα λευκά πλήκτρα του πιάνου (άρα στις φυσικές νότες), εάν ξεκινήσουμε από τη νότα μι (E). Ακολουθώντας αυτή τη διαισθητική αντιστοίχιση, θα υποθέσουμε ότι τα παραγόμενα συστήματά μας εκκινούν από τη νότα μι. Συνεπώς, προκειμένου η έξοδός μας να εκκινεί από τη νότα ντο, θα ορίσουμε ως έξοδο της γεννήτριας την κυκλική μετάθεση του συστήματος που ξεκινάει από τον ένατο φθόγγο (εάν ο πρώτος "είναι" μι, ο ένατος είναι ντο). Στις γραφικές παραστάσεις, η έξοδος περιγράφεται ως "κούρδισμα" (tuning).



Σχήμα 6.11: Τελικό Κούρδισμα

Η κυκλική μετάθεση του τελικού συστήματος που πραγματοποιείται ώστε διαισθητικά να εκκινεί από τη νότα ντο το παραγόμενο κούρδισμα παρουσιάζεται στο σχήμα 6.11. Επισημαίνεται για ακόμη μία φορά ότι η απόφαση αυτή δεν δεσμεύει τον πειραματισμό, καθώς ο χρήστης της γεννήτριας μπορεί είτε με απλούστατο τρόπο να επέμβει στον κώδικα matlab είτε να πραγματοποιήσει άλλη χαρτογράφηση στο πρόγραμμα Scala ή σε κάποιο άλλο πρόγραμμα. Το ένα ζήτημα που μπορεί να απασχολεί τον χρήστη είναι η πρακτικότητα της αντιστοίχισης, ώστε να εξυπηρετείται διαισθητικά από το όργανο που έχει μπροστά του. Το άλλο, που είναι το ζήτημα της απόλυτης συχνότητας, έρχεται ούτως ή άλλως σε δεύτερο χρόνο από την παραγωγή του "κουρδίσματος" και μπορεί επίσης να καθοριστεί με το πάτημα ενός κουμπιού στην πλειονότητα των προγραμμάτων χρήσης του κουρδίσματος.

6.6.2 Ο τύπος αρχείου Scala scale

Η έξοδος της γεννήτριας αποφασίστηκε να είναι με τη μορφή αρχείου Scala scale. Το πρότυπο του αρχείου αυτού, όπως περιγράφεται αναλυτικά στην ιστοσελίδα `http://www.huygens-fokker.org/scala/scl_format.html`, αποτελεί ένα αρχείο κειμένου με συγκεκριμένους κανόνες σύνταξης. Χρησιμοποιείται για τον πειραματισμό με κουρδίσματα και μουσικές κλίμακες και έχει πολύ απλή δομή. Υποστηρίζεται από πολύ μεγάλο αριθμό προγραμμάτων σύνθεσης και ψηφιακών οργάνων.

Παρατίθεται ένα παράδειγμα αρχείου Scala scale, από την ίδια ιστοσελίδα:

```
! meanquar.scl
!
1/4-comma meantone scale. Pietro Aaron's temperament (1523)
 12
!
 76.04900
 193.15686
 310.26471
 5/4
 503.42157
 579.47057
 696.57843
 25/16
 889.73529
 1006.84314
 1082.89214
 2/1
```

Το κούρδισμα που απεικονίζεται είναι είδος του meantone temperament, που μελετάται στην παράγραφο 3.4.2, ενώ τα αριθμητικά στοιχεία παρουσιάζονται στον πίνακα Β΄.45. Μπορούμε εδώ να παρατηρήσουμε τις βασικές αρχές του προτύπου. Οι γραμμές που αρχίζουν με ! αποτελούν σχόλια, ενώ η πρώτη γραμμή χωρίς σχόλιο αποτελεί την περιγραφή της κλίμακας και η δεύτερη γραμμή χωρίς σχόλιο περιέχει τον αριθμό των φθόγγων της κλίμακας. Στη συνέχεια, ακολουθούν οι εκφράσεις της θέσης στην οποία βρίσκεται ο κάθε φθόγγος. Ο πρώτος φθόγγος βρίσκεται στα 0 cents ή λόγο συχνοτήτων 1/1 και οι επόμενοι φθόγγοι ορίζονται με βάση την απόστασή τους από τον πρώτο. Παρατηρούμε ότι η έκφραση της απόστασης από τον πρώτο φθόγγο είναι αποδεκτή εκφρασμένη είτε ως cents είτε ως λόγος της συχνότητας του εκάστοτε φθόγγου προς τον πρώτο. Έτσι, ο συντάκτης του συγκεκριμένου αρχείου επιλέγει να εκφράσει πχ την οκτάβα ως λόγο συχνοτήτων, ενώ θα μπορούσε να την έχει εκφράσει ως 1200 cents. Τοποθετώντας στη δωδέκατη γραμμή (άρα στον δέκατο τρίτο φθόγγο, αφού ο πρώτος βρίσκεται στο 0) το διάστημα της οκτάβας, ο συντάκτης δίνει στο εκάστοτε πρόγραμμα να καταλάβει ότι το κούρδισμα έχει περιοδικότητα οκτάβας. Έτσι, το πρόγραμμα που θα "διαβάσει" το συγκεκριμένο αρχείο θα εφαρμόσει περιοδικά αυτή την κατάτμηση σε κάθε οκτάβα του ψηφιακού οργάνου (που μπορεί να έχει και αναλογικό χειρισμό).

Ιδιαίτερα χρήσιμο για την παραγωγή, την επεξεργασία και τη δοκιμή κλιμάκων είναι το ίδιο το πρόγραμμα Scala, η ιστοσελίδα του οποίου είναι η ακόλουθη: `http://www.huygens-fokker.org/scala/`. Το πρόγραμμα αυτό, έχοντας μία τεράστια βάση δεδομένων διαστηματικών επιλογών, είναι ικανό να αναγνωρίζει σε πραγματικό χρόνο τα εισαγόμενα διαστήματα και να επισημαίνει πού απαντώνται. Επίσης, περιέχει πολλές μεθόδους παραγωγής φθόγγων (όπως ο κύκλος των πεμπτών ή η επιλογή από τη στήλη των αρμονικών) και πολλές μεθόδους απεικόνισης, τόσο των φθόγγων όσο και πιθανών κατανομών σε πλήκτρα (με διάφορες διατάξεις και αριθμό), στα οποία μπορεί να δοκιμαστεί το κούρδισμα σε πραγματικό χρόνο. Προσφέρει επίσης δυνατότητα διαμόρφωσης της χαρτογράφησης, επιλογής απόλυτης συχνοτικής θέσης και επικοινωνίας με synthesizer.

6.7 Επισκόπηση κώδικα

Πριν μελετήσουμε την κύρια συνάρτηση της γεννήτριας, θα αναφερθούμε σε μερικές μικρότερες, απαραίτητες για τη διαχείριση των δεδομένων.

Οι διαστηματικές δομές που διαχειρίζεται η γεννήτρια μπορούν να παρασταθούν με δύο διαφορετικούς τρόπους, καθένας εκ των οποίων εξυπηρετεί διαφορετικές μεθόδους απεικόνισης και επεξεργασίας. Οι δύο αυτοί τρόποι είναι οι εξής: η αναπαράσταση ως διαδοχικά διαστήματα και η αναπαράσταση ως αποστάσεις φθόγγων από τον πρώτο φθόγγο. Ο πρώτος τρόπος αναπαράστασης αντιστοιχεί σε ένα διάνυσμα που περιέχει ως τιμές τα διαστήματα που σχηματίζονται μεταξύ διαδοχικών φθόγγων. Ο δεύτερος τρόπος αναπαράστασης αντιστοιχεί σε διάνυσμα που περιέχει ως τιμές τα διαστήματα που σχηματίζονται μεταξύ του εκάστοτε φθόγγου και του πρώτου φθόγγου, που βρίσκεται στη θέση 0 (εφόσον άλλωστε μετράμε σε cents). Η μετατροπή από τον πρώτο τρόπο αναπαράστασης στον δεύτερο γίνεται με τη συνάρτηση barstobar:

```
function y=barstobar(x)
for i=1:numel(x)
    y(i)=sum(x(1:i));
end
end
```

Προφανώς, η εύρεση της απόστασης/διαστήματος μεταξύ ενός φθόγγου και του πρώτου φθόγγου είναι το άθροισμα των διαστημάτων μέχρι εκείνον το φθόγγο. Η μετατροπή από τον δεύτερο τρόπο αναπαράστασης στον πρώτο γίνεται με τη συνάρτηση bartobars:

```
function y=bartobars(x)
y(1)=x(1);
for i=1:numel(x)
    for j=1:i-1
    y(i)=sum(x(i)-x(j));
    end
end
end
```

Πρακτικά, ο δεύτερος τρόπος αναπαράστασης δείχνει τη θέση των φθόγγων, ενώ ο πρώτος τρόπος αναπαράστασης τα διαδοχικά διαστήματα.

Ένα άλλο ζήτημα που πρέπει να αντιμετωπιστεί κατά την σύγκριση και επιλογή τιμών (φθόγγων) από τα διανύσματα είναι η ανοχή ως προς την ισότητα. Γι' αυτό το λόγο, αναπτύχθηκε η συνάρτηση uniqueNdecim, η οποία βασίζεται στη συνάρτηση unique του matlab:

```
function [y]=uniqueNdecim(x, n)
y=(10^n)*x;
y=round(y);
y=(unique(y))/(10^n);
end
```

Η συνάρτηση unique χρησιμοποιείται για τη σύνθεση όλων των διαστηματικών επιλογών στο υπερσύνολο του συστήματος. Η προσθήκη της διαδικασίας στρογγυλοποίησης των τιμών σε αριθμούς n δεκαδικών στοιχείων μετά την υποδιαστολή, εξασφαλίζει ότι φθόγγοι που προκύπτουν από υπολογισμούς και έχουν πολύ μικρή διαφορά λόγω ακρίβειας πράξεων του matlab θα θεωρούνται οι ίδιοι. Και πράγματι ίδιοι είναι, απλά η στρογγυλοποίηση σε διαφορετικό σημείο διαφορετικών πράξεων που πραγματοποιείται από το matlab μπορεί να παράγει απειροελάχιστες διαφορές.

Μπορούμε τώρα να περάσουμε στη μελέτη της κύριας συνάρτησης της γεννήτριας:

```
function []=scale(A, B, scalename)
T=200;
fourth=500;
C=fourth-A-B;
I=[A B C T A B C];
IV=(circshift(I.',3)).';
V=(circshift(I.',4)).';
add.pyknon=[1000 A B];

Ndecim=1;

colorcode;

systemSum=([barstobar(I) barstobar(IV) barstobar(V)...
    barstobar(add.pyknon)]);
system=uniqueNdecim(systemSum, Ndecim);
notenumber=numel(system);
systeminterv=bartobars(system);
g=[systeminterv; [add.pyknon zeros(1,notenumber-3)];...
    [IV zeros(1,notenumber-7)];[I zeros(1,notenumber-7)];...
    [V zeros(1,notenumber-7)]];
diagram(g);

if notenumber==12
    systemFinal=system;
elseif A+B+50<=T
    systemFinal=[system(1:3) system(5:6) system(8:12)...
        system(14:15)];
else
    systemFinal=[system(1:2) system(4:7) system(9:13)...
        system(15)];
end

systemFinalinterv=bartobars(systemFinal);
tuning=(circshift(systemFinalinterv.',4)).';
h=[[tuning zeros(1,notenumber-12)]; zeros(1,notenumber);...
    [systemFinalinterv zeros(1,notenumber-12)]; systeminterv;...
    [I zeros(1,notenumber-7)]];
diagramFinal(h);

createscala(barstobar(tuning), scalename, Ndecim)

end
```

Οι είσοδοι της γεννήτριας είναι τα διαστήματα A και B, καθώς και το όνομα του παραγόμενου αρχείου - κουρδίσματος. Μετά από ορισμό των σταθερών μεγεθών, σχηματίζεται η εναρκτήρια δομή. Στη συνέχεια, με κυκλική μετάθεση της I, παράγονται τα IV και V, ενώ ορίζεται η δομή του επιπλέον *πυκνού* έτσι ώστε το *πυκνό* να εκκινεί στον *διαζευκτικό τόνο* του IV. Στη συνέχεια ορίζεται η τιμή της μεταβλητής Ndecim, που αντιστοιχεί στον αριθμό των δεκαδικών ψηφίων που επιθυμούμε στις τελικές εκφράσεις των τιμών. Καλείται η συνάρτηση colorcode, που έχει παρουσιαστεί στη σελίδα 66, και προχωράμε στη σύνθεση του υπερσυνόλου του συστήματος.

Η σύνθεση του υπερσυνόλου του συστήματος γίνεται με το συνδυασμό των συναρτήσεων bartobars και uniqueNdecim που περιγράψαμε παραπάνω. Η bartobars μετατρέπει τα διαδοχικά διαστήματα σε πίνακα με αύξουσες τιμές οι οποίες αντιστοιχούν στις θέσεις όπου απαντώνται φθόγγοι στην εκάστοτε δομή. Στη συνέχεια, η uniqueNdecim διατάσσει όλους τους φθόγγους σε αύξουσα σειρά, κρατώντας τον καθένα μία φορά. Όπως αναλύθηκε παραπάνω, χρησιμοποιεί προσέγγιση ώστε να αποφευχθεί η διπλή αποθήκευση τιμών/φθόγγων που διαφοροποιούνται λόγω διαφορετικής ακρίβειας πράξεων. Χρησιμοποιείται η ενδιάμεση μεταβλητή systemSum που περιέχει όλα τα στοιχεία φθόγγων και η μεταβλητή που αντιστοιχεί στο υπερσύνολο του συστήματος ονομάζεται system, καθώς δεν γνωρίζουμε εάν τελικά αντιστοιχεί στο σύστημα ή όχι. Προς αυτή την κατεύθυνση, με τη συνάρτηση numel μετριέται ο αριθμός των φθόγγων που έχουν δημιουργηθεί και αποθηκεύεται στη μεταβλητή notenumber. Το υπερσύνολο του συστήματος, προκειμένου να απεικονιστεί, μετατρέπεται από διάνυσμα θέσεων φθόγγων σε διάνυσμα τιμών διαδοχικών διαστημάτων, το οποίο ονομάζεται systeminterv. Εφόσον έχουν εφαρμοστεί οι κανόνες παραγωγής και έχει προκύψει το υπερσύνολο του συστήματος, γίνεται μια πρώτη απεικόνιση της έως εδώ πορείας. Η απεικόνιση γίνεται με τη συνάρτηση diagram, η οποία βασίζεται στον κώδικα της σελίδας 67. Η απεικόνιση απαιτεί τη χρήση της ενδιάμεσης μεταβλητής g, επειδή η συνάρτηση απεικόνισης δρα σε δισδιάστατο πίνακα.

Στη συνέχεια, εξετάζεται το κατά πόσο χρειάζεται να εφαρμοστούν κανόνες αποκλεισμού φθόγγων. Εάν το υπερσύνολο του συστήματος έχει δώδεκα φθόγγους, δεν υπάρχει ανάγκη εφαρμογής κανόνων αποκλεισμού φθόγγων. Εάν έχει περισσότερους, πρέπει να δούμε σε ποια περιοχή βρισκόμαστε. Αν $A+B+50 \leq 100 \Leftrightarrow A+B \leq 150$, βρισκόμαστε στην περιοχή εφαρμογής του κανόνα αποκλεισμού επιλογής (παράγραφος 6.5.2). Αλλιώς, βρισκόμαστε στην περιοχή εφαρμογής του κανόνα αποκλεισμού διένεξης (παράγραφος 6.5.1). Σε κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις, κρατάμε τους φθόγγους που αντιστοιχούν στην εφαρμογή του αντίστοιχου κανόνα. Το τελικό σύστημα υφίσταται κυκλική μετάθεση, όπως εξηγείται στην παράγραφο 6.6.1. Στη συνέχεια, με τις κατάλληλες μετατροπές ανάμεσα στους τρόπους αναπαράστασης και την απαραίτητη χρήση μιας ενδιάμεσης μεταβλητής, απεικονίζεται η διαδικασία εφαρμογής των κανόνων αποκλεισμού. Πιο συγκεκριμένα, απεικονίζονται το τελικό κούρδισμα, το τελικό σύστημα, το υπερσύνολο του συστήματος και η εναρκτήρια δομή, ώστε να φαίνεται ποιοι φθόγγοι ανήκουν σε αυτήν. Μένει μόνο η παραγωγή του αρχείου του κουρδίσματος, η οποία πραγματοποιείται από τη συνάρτηση createscala:

```
function []= createscala(scala, name, n)
file=fopen(strcat(name,'.scl'),'w');
fprintf(file, '%s', '! ');
fprintf(file, strcat(name, '.scl\n'));
fprintf(file, '%s\n', '!');
fprintf(file, '%s\n', ' random scale');
fprintf(file, '%s\n', ' 12');
fprintf(file, '%s\n', '!');
for i=1:length(scala)
    fprintf(file, '%s', ' ');
    d=num2str((10^n)*scala(i));
    fprintf(file, '%s', d(1:(length(d)-n)));
    fprintf(file, '%s\n', strcat('.', d((length(d)-n+1):length(d))));
end
```

Προκειμένου να είναι διακριτοί οι λόγοι συχνοτήτων και τα cents, το πρότυπο Scala scale δίνει έμφαση στην υποδιαστολή (.). Οι τελευταίες γραμμές της συνάρτησης εξασφαλίζουν την εμφάνιση όλων των τιμών με τόσα δεκαδικά ψηφία όσα προσδιορίζονται από την ενδιάμεση μεταβλητή n. Η συνάρτηση καλείται, όπως και η uniqueNdecim, με όρισμα το Ndecim, που αντιστοιχεί στον αριθμό των δεκαδικών ψηφίων που επιθυμούμε.

Όλες οι συναρτήσεις matlab παρατίθενται στο παράρτημα Γ′.

6.8 Είσοδοι και Σταθερές

Σκοπός μας ήταν, μεταξύ άλλων, η γεννήτρια να έχει μικρό αριθμό εισόδων. Έτσι, περιορίσαμε τις εισόδους στα δύο διαστήματα Α και Β (πρακτικά, και στην ονομασία του παραγόμενου αρχείου, αλλά αυτό δεν αποτελεί λειτουργική είσοδο που να καθορίζει τη μορφή του συστήματος. Κλείνοντας την παρουσίαση της κατασκευής και πριν παρουσιαστούν παραδείγματα λειτουργίας, θα ασχοληθούμε λίγο με τη διάκριση μεταξύ σταθερών μεγεθών και εισόδων και θα υπενθυμίσουμε τους περιορισμούς που αφορούν τις εισόδους.

6.8.1 Τροποποίηση Σταθερών

Ως σταθερό μέγεθος στα πλαίσια της συνάρτησης δίνεται στο σώμα του κώδικα ο αριθμός των δεκαδικών ψηφίων των αριθμητικών τιμών. Σύμφωνα και με όσα γράφονται στη σελίδα 54, θεωρήσαμε ότι ένα δεκαδικό ψηφίο είναι αρκετό. Ωστόσο, ο χρήστης που επιθυμεί μεγαλύτερη ακρίβεια μπορεί να επέμβει, αλλάζοντας απλά την τιμή της μεταβλητής Ndecim. Η μεταβλητή αυτή θα επιβάλλει την επιθυμητή ακρίβεια τόσο στα αποτελέσματα των πράξεων, όσο και στο τελικό αρχείο Scala scale.

Σταθερά μεγέθη της δομή αποτελούν ο τόνος (Τ), το διάστημα της καθαρής τέταρτης και το διάστημα της καθαρής πέμπτης. Όπως σχολιάσαμε, ο ορισμός δύο εκ των τριών αρκεί, καθώς το τρίτο μπορεί να προκύψει συναρτήσει τους. Η επέμβαση στον κώδικα και η αντικατάστασή τους από άλλες προσεγγίσεις είναι απλούστατη. Ωστόσο, πρέπει να δοθεί προσοχή ώστε, ανεξάρτητα από την προσέγγιση, το άθροισμα μιας τετάρτης και μιας πέμπτης να είναι ακριβώς μία οκτάβα, δηλαδή 1200 cents. Επίσης, έχει επισημανθεί ότι η γεννήτρια λειτουργεί σύμφωνα με τις προδιαγραφές της όταν το άθροισμα των διαστημάτων Α και Β είναι μικρότερο του τόνου (Τ). Οπότε, τυχόν αλλαγή του διαστήματος του τόνου θα μεταβάλει το φράγμα του αθροίσματος των εισόδων, το οποίο εκ κατασκευής βρίσκεται στη συγκερασμένη τιμή του Τ, δηλαδή τα 200 cents.

6.8.2 Υπενθύμιση Περιορισμών Εισόδων

Σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, η γεννήτρια φέρει περιορισμούς των διαστημάτων από τα οποία σχηματίζονται οι δομές τις. Οι περισσότεροι περιορισμοί προέρχονται από τις καταβολές των δομών της και θεωρήθηκε σκόπιμο να παραμείνουν σεβαστοί. Ωστόσο, σύμφωνα με τις αρχές κατασκευής της γεννήτριας και με σκοπούς την απλότητα, την καθολικότητα και τη συμμετρία, χρειάστηκε να επιβληθεί ένα πρόσθετος περιορισμός. Οι συνολικοί περιορισμοί που αφορούν τις εισόδους της γεννήτριας και, ως εκ τούτου, πρέπει να φροντίζει να τηρεί ο χρήστης είναι οι τέσσερις ακόλουθοι:

1. $50 \leq$A
2. A$\leq$B
3. A+B$\leq$ 200

Να σημειωθεί, τέλος, ότι οι τρεις πρώτοι περιορισμοί δεν επηρεάζουν τη λειτουργία της γεννήτριας. Ωστόσο, εφόσον η εναρκτήρια δομή είναι "δανεική" από το αρχαιοελληνικό μουσικό σύστημα, θεωρούμε ότι πρέπει να σεβαστούμε τους θεμελιώδεις κανόνες που διέπουν τη σύστασή της. Επίσης, τα διαστήματα πρέπει να είναι αυστηρά μεγαλύτερα του μηδενός. Η γεννήτρια δεν θα λειτουργήσει σωστά εάν κάποιο από τα διαστήματα εισόδου είναι ίσο ή μικρότερο του μηδενός.

Ο τρίτος κανόνας εξασφαλίζει τη σωστή λειτουργία των θεσπισμένων κανόνων. Σε περίπτωση μη σεβασμού του τέταρτου κανόνα, η γεννήτρια δεν θα λειτουργήσει σύμφωνα με τις προβλεπόμενες αρχές και το παραγόμενο αποτέλεσμα δεν θα ανταποκρίνεται στις προδιαγραφές.

6.9 Παραδείγματα Λειτουργίας

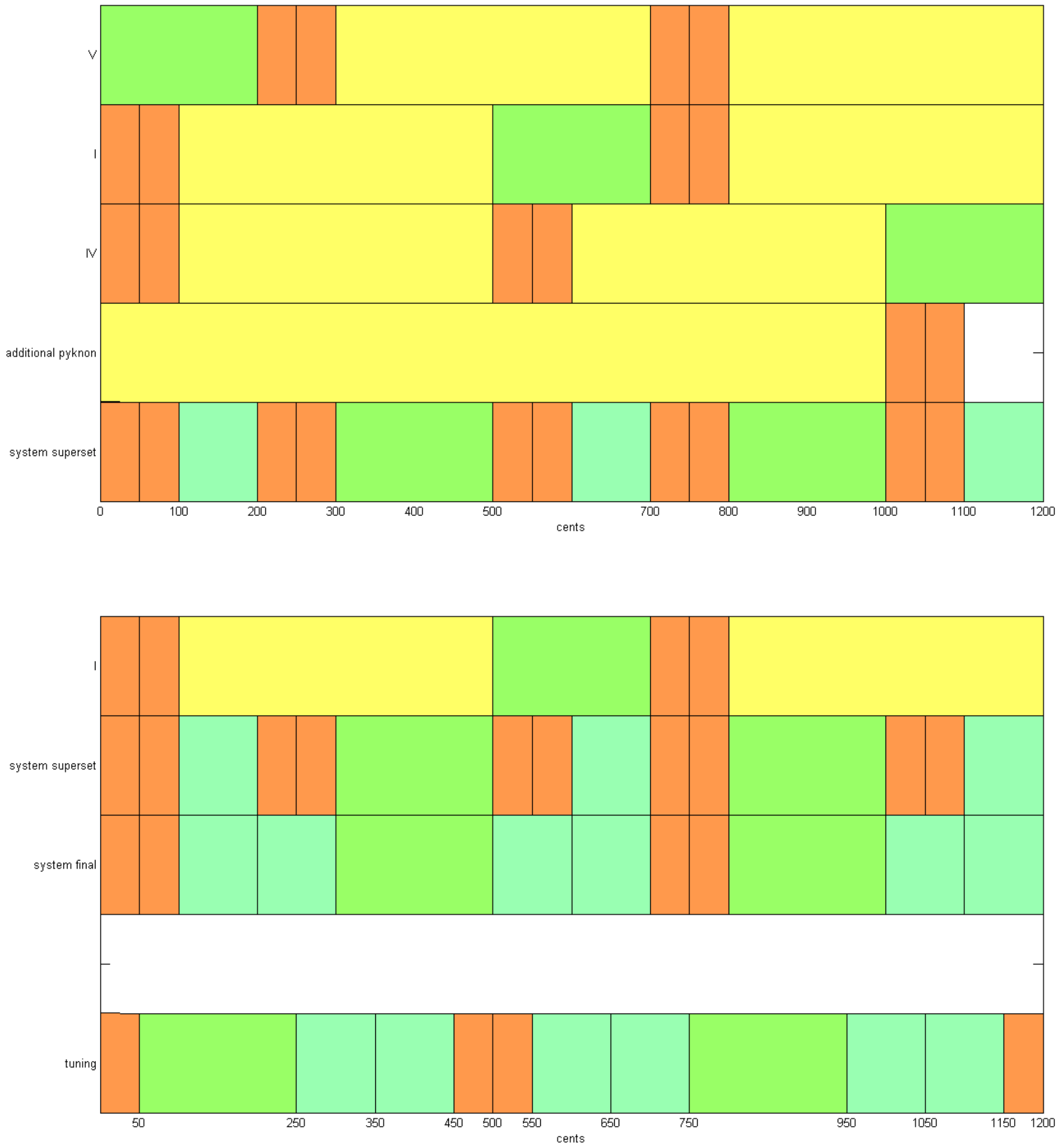
Τα συστήματα που παράγονται σ’ αυτή την ενότητα παρουσιάζονται και στο Β΄.2.

6.9.1 Εναρμόνιο

Το εναρμόνιο γένος, το γένος με το μικρότερο *πυκνό*, διέθετε, κατά τον Αριστόξενο, *πυκνό* αποτελούμενο από δύο τέταρτα του τόνου (Τ). Καλούμε λοιπόν τη συνάρτηση με τα εξής ορίσματα:

```
>> scale(50,50,'enarmonio')
```

Κι έχουμε τις γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 6.12: Σύστημα βασισμένο στο Εναρμόνιο Γένος

Και το περιεχόμενο του αρχείου Scala scale είναι:

```
! enarmonio.scl
!
 random scale
 12
!
 100.0
 300.0
 400.0
 500.0
 550.0
 600.0
 800.0
 900.0
 1000.0
 1050.0
 1100.0
 1200.0
```

6.9.2 Απαλό Χρωματικό

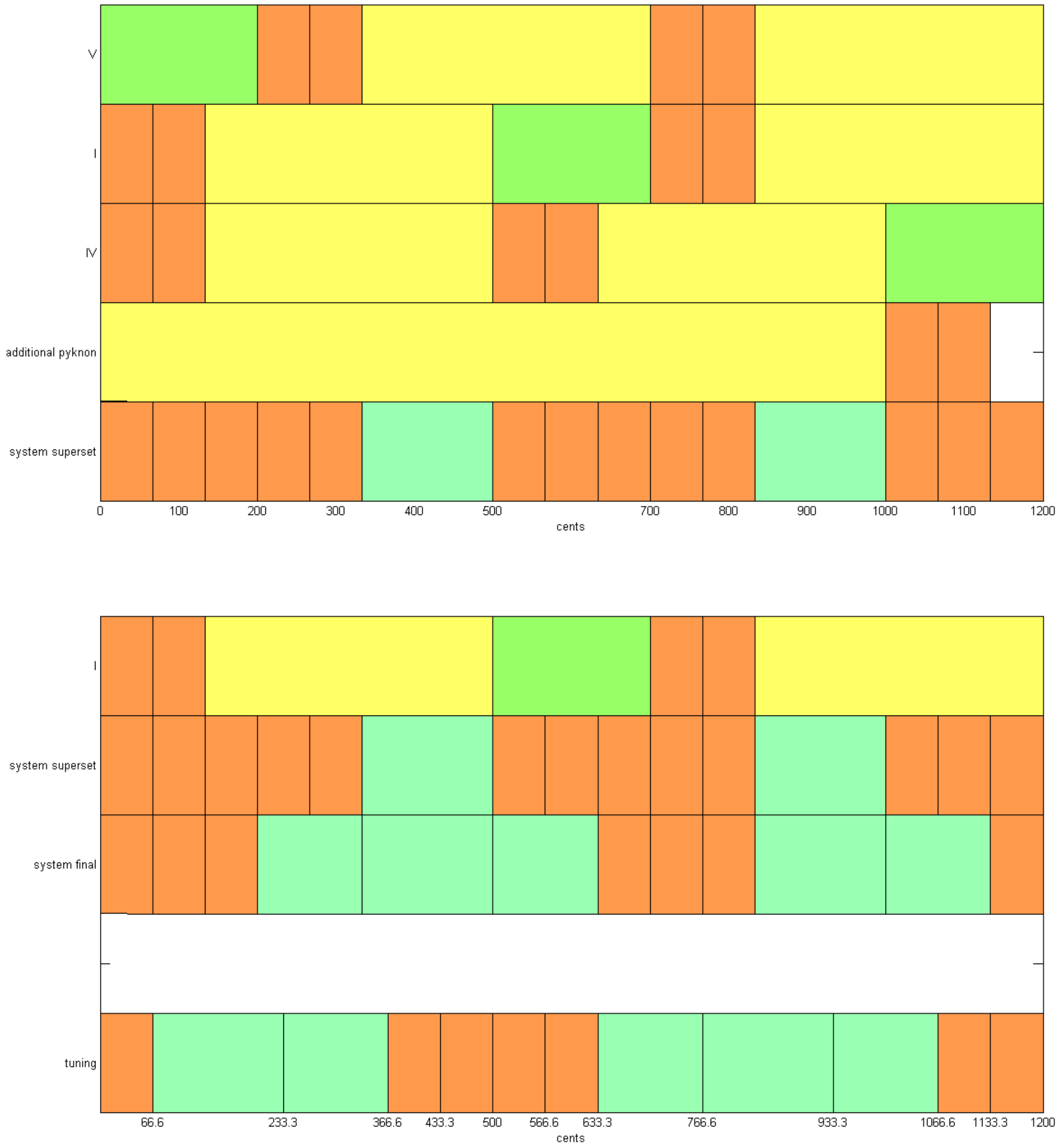
Το *πυκνό* του απαλού χρωματικού γένους αποτελείται, κατά τον Αριστόξενο, από δύο τρίτα του τόνου (T). Καλούμε λοιπόν τη συνάρτηση με τα εξής ορίσματα:

```
>> scale(200/3,200/3,'apalo')
```

Και το περιεχόμενο του αρχείου Scala scale είναι:

```
! apalo.scl
!
 random scale
 12
!
 133.3
 300.0
 433.3
 500.0
 566.7
 633.3
 800.0
 933.3
 1000.0
 1066.7
 1133.3
 1200.0
```

Κι έχουμε τις γραφικές παραστάσεις:



Σχήμα 6.13: Σύστημα βασισμένο στο Απαλό Χρωματικό Γένος

6.9.3 Ημιόλιο Χρωματικό

Το *πυκνό* του ημιόλιου χρωματικού γένους αποτελείται, κατά τον Αριστόξενο, από δύο ίσα διαστήματα των τριών ογδόων του τόνου (T). Καλούμε λοιπόν τη συνάρτηση με τα εξής ορίσματα:

```
>> scale(75,75,'hmiolio')
```

Κι έχουμε τις γραφικές παραστάσεις:

Σχήμα 6.14: Σύστημα βασισμένο στο Ημιόλιο Χρωματικό Γένος

Και το περιεχόμενο του αρχείου Scala scale είναι:

```
! hmiolio.scl
!
 random scale
 12
!
 150.0
 300.0
 450.0
 500.0
 575.0
 650.0
 800.0
 950.0
 1000.0
 1075.0
 1150.0
 1200.0
```

6.9.4 Τονιαίο Χρωματικό

Το *πυκνό* του απαλού χρωματικού γένους αποτελείται, κατά τον Αριστόξενο, από δύο ημιτόνια (μισά του τόνου (Τ)). Καλούμε λοιπόν τη συνάρτηση με τα εξής ορίσματα:

```
>> scale(100,100,'toniaio')
```

Και το περιεχόμενο του αρχείου Scala scale είναι:

```
! toniaio.scl
!
 random scale
 12
!
 100.0
 200.0
 300.0
 400.0
 500.0
 600.0
 700.0
 800.0
 900.0
 1000.0
 1100.0
 1200.0
```

Κι έχουμε τις γραφικές παραστάσεις:

Σχήμα 6.15: Σύστημα βασισμένο στο Τονιαίο Χρωματικό Γένος

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, το αποτέλεσμα δεν είναι άλλο από τον γνωστό μας *ίσο συγκερασμό.*

Τα παραδείγματα που παρατέθηκαν κάθε άλλο παρά εξαντλούν τις δυνατότητες πειραματισμού που προσφέρει η γεννήτρια. Ας σημειωθεί ότι σε όλα τα παραδείγματα τα διαστήματα A και B ήταν ίσα, οπότε ούτε καν αξιοποιήθηκε η ύπαρξη δύο εισόδων. Θεωρήθηκε όμως σκόπιμο οι πρώτοι πειραματισμοί να γίνουν στα χνάρια των εναρκτήριων δομών που περιγράφει ο Αριστόξενος, αφού, άλλωστε, το έργο του ενέπνευσε και στήριξε την κατασκευή αυτής της γεννήτριας.

7. Συμπεράσματα

7.1 Συμπεράσματα Εργασίας

Η εργασία μας ξεκίνησε με στόχο την κατασκευή μιας γεννήτριας δωδεκάφθογγων μουσικών συστημάτων, που να προσφέρουν διαστηματικές επιλογές μικρότερες του ημιτονίου και να μπορούν να διαχειριστούν συνεχή κατάτμηση της οκτάβας.

Σε γενικές γραμμές, οι στόχοι της εργασίας επιτεύχθηκαν. Η γεννήτριά μας είναι ικανή να παράξει άπειρο αριθμό συστημάτων, όλα εκ των οποίων (πλην ενός, που αντιστοιχεί στον ισοσυγκερασμό) περιέχουν διαστήματα μικρότερα του ημιτονίου.

Η χρήση δομών και κανόνων της αρχαιοελληνικής μουσικής προσφέρει μία εγγύηση ότι τμήμα τουλάχιστον των παραγόμενων συστημάτων θα μπορέσει, για έναν κατάλληλα εκπαιδευμένο ακροατή, να αποβεί λειτουργικό στοιχείο της μουσικής σύνθεσης. Η διατήρηση των διαστημάτων της καθαρής τέταρτης, καθαρής πέμπτης, τόνου (και, προφανώς, οκτάβας) διευκολύνει περαιτέρω έναν τέτοιο πειραματισμό. Φυσικά, η αξιολόγηση μιας τέτοιας εφαρμογής είναι αφενός αισθητικό και, άρα, υποκειμενικό ζήτημα. Αφετέρου, προϋποθέτει τον πειραματισμό συνθετών και τη διενέργεια οργανωμένης διαδικασίας εκπαίδευσης και κατάστρωσης μεθόδων έρευνας και συλλογής στατιστικών στοιχείων από ικανό αριθμό δειγμάτων. Σε κάθε περίπτωση, δεν εμπίπτει στο αντικείμενο αυτής της εργασίας, που είναι η κατασκευή μιας γεννήτριας προτάσεων. Ωστόσο, οι ανάγκες αυτές λήφθηκαν κατά το δυνατόν υπόψη, όπως διαφαίνεται από τα προλεγόμενα. Μάλιστα, η συνεχής λειτουργία της γεννήτριας ως προς τα διαστηματικά μεγέθη αποτελεί σημαντικό βήμα προς την ικανοποίηση αυτών των αναγκών, επιτρέποντας ποσοτικό έλεγχο του χρήστη στον βαθμό της "πειραματικότητας" του παραγόμενου συστήματος. Επισφράγιση της προσπάθειας αυτής και κάποιας "καθολικότητας" των αρχών που επιλέχθηκαν είναι η ικανότητα της γεννήτριας να παράξει την κατάτμηση του ίσου συγκερασμού. Παρότι δεν κατασκευάστηκε με αυτό τον σκοπό, η γεννήτρια μπορεί, ιδίως μετά από μεταβολή των "σταθερών μεγεθών" της (παράγραφος 6.8.1) να παράξει αρκετά και να προσεγγίσει πολλά περισσότερα είδη συγκερασμών (temperaments). Η δυνατότητα αυτή, που δεν επιδιώχθηκε, ενισχύει την άποψη ότι οι αρχές λειτουργίας που θεσπίστηκαν ήταν προς τη σωστή κατεύθυνση.

Η διαπίστωση αυτή, μαζί με τη συνεχή ως προς το τονικό ύψος λειτουργία της γεννήτριας, χαράζουν δύο κατευθύνσεις πιθανών εφαρμογών: εκείνη του πειραματισμού με ένα νέο μουσικό σύστημα και εκείνη του πειραματισμού πάνω στο καθεστώς μουσικό σύστημα. Προφανώς, η ικανότητα να παράγουμε διαφορετικά είδη συγκερασμού σχετίζεται περισσότερο με τη δεύτερη κατεύθυνση. Η πρώτη κατεύθυνση διαγράφεται σαφέστερα από τους πειραματισμούς που ξεκινούν με απαρχή αρχαιοελληνικά συστήματα με υποδιαιρέσεις του τόνου σαφώς μικρότερες του ημιτονίου. Φυσικά, τα όρια των δύο κατευθύνσεων δεν είναι ευδιάκριτα και η δεύτερη κατεύθυνση μπορεί εύκολα να οδηγήσει στην πρώτη, ενώ η πρώτη θα έχει οπωσδήποτε στοιχεία της δεύτερης. Δηλαδή, το "πείραγμα" ενός συστήματος κάποια στιγμή οδηγεί σε ένα διαφορετικό σύστημα, ενώ ο συνθετικός πειραματισμός σε ένα ξένο σύστημα δανείζεται μοτίβα κατασκευασμένα σε ένα γνωστό.

Η μεγάλη πρόκληση που αντιμετωπίζει η παραχθείσα γεννήτριά είναι η επιλογή δώδεκα μόνο φθόγγων από μία μουσική πρακτική (την αρχαιοελληνική) που, ακόμα και περιοριζόμενη σε ένα σαφώς ορισμένο γένος ανά σύνθεση (πρακτική που δεν είναι ο κανόνας) θα απαιτούσε, ακόμα και στη συγκερασμένη εκδοχή του, πολλαπλάσιο αριθμό φθόγγων. Σκοπός, όμως, δεν ήταν η κατασκευή δωδεκάφθογγων συστημάτων ικανών για αναπαραγωγή αρχαιοελληνικής μουσικής. Ήταν η χρήση των δομών της αρχαιοελληνικής μουσική ως αφορμή και γνώμονα για την κατασκευή πειραματικών συστημάτων, που να εισαγάγουν όσο το δυνατόν λειτουργικότερα διαστηματικές επιλογές ασυνήθιστες στο αυτί του δυτικού ακροατή. Συνεπώς, η γεννήτρια ανταποκρίνεται στο σκοπό της.

7.2 Προτάσεις Μελλοντικής Έρευνας

Η γεννήτρια αποτελεί ένα λειτουργικό εργαλείο, το οποίο διέπουν καθορισμένοι κανόνες και αρχές. Κατά την κατασκευή του πραγματοποιήθηκαν επιλογές υπέρ της απλότητας και της ευχρηστίας. Η εξερεύνηση των επιλογών που απορρίφθηκαν ή η μεταβίβαση της δυνατότητας αυτής στο χρήστη αποτελούν τομείς μελλοντικής έρευνας. Επίσης, η δόμηση των συστημάτων βασίστηκε σε δομές όσο το δυνατόν πιο τεκμηριωμένες, ώστε το αποτέλεσμα να είναι κατά το δυνατόν στεγανό. Η επέκταση της διαδικασίας δημιουργίας συστημάτων σε πιο πολύπλοκες παραγωγές φθόγγων και, κατ' επέκταση, κανόνων επιλογής φθόγγων, είναι μία πρόκληση για μελλοντικές εφαρμογές. Συγκεκριμένες προτάσεις έρευνας ή/και βελτίωσης της υπάρχουσας γεννήτριας αποτελούν οι εξής:

- Η επέκταση του ορίου του αθροίσματος των εισόδων μέχρι το διατονικό γένος. Πρώτο μέρος της επιδίωξης αυτής θα είναι η επέκταση του ορίου του αθροίσματος των εισόδων πέραν του πρόσθετου περιορισμού, μέχρι το όριο του πυκνού. Δεύτερο μέρος θα είναι η επέκταση από τα όρια του πυκνού μέχρι και τον ενάμιση τόνο (για το άθροισμα των διαστημάτων - εισόδων).

- Η μελέτη της δυνατότητας επέκτασης των κανόνων παραγωγής με την προσέγγιση της συνύπαρξης *σύζευξης* και *διάζευξης* τετραχόρδων. Στην κατασκευή μας εφαρμόζεται μερικώς.

- Η μελέτη της δυνατότητας επέκτασης των κανόνων παραγωγής σε άλλους *τόνους*. Στην παρούσα μορφή της γεννήτριας, οι παραγόμενοι φθόγγοι προέρχονται από δύο και "μισό" "γειτονικούς" *τόνους*. Η "γειτνίαση" και των δώδεκα *τρόπων* που υφίσταται στον συγκερασμό δεν μπορεί φυσικά να επιτευχθεί. Μπορεί όμως ίσως να προσεγγιστεί με τον επιμέρους "συγκερασμό" μερικών διαφορετικών *τρόπων* ή *τόνων* σε διαφορετικά γένη (για κάποιους αρχαίους θεωρητικούς, όπως τον Αριστόξενο, ο *τόνος* δεν έχει γένος). Στη γεννήτριά μας, ανεξάρτητα από το τελικό σύστημα, όπου μπορούν να εμφανιστούν άλλα διαστήματα, οι παραγόμενες δομές ανήκουν στο ίδιο γένος. Βέβαια, για το σκοπό αυτό θα απαιτηθεί ανάπτυξη των κανόνων αποκλεισμού φθόγγων και, πιθανότατα, κανόνες μετακίνησης φθόγγων μέσω προσεγγίσεων.

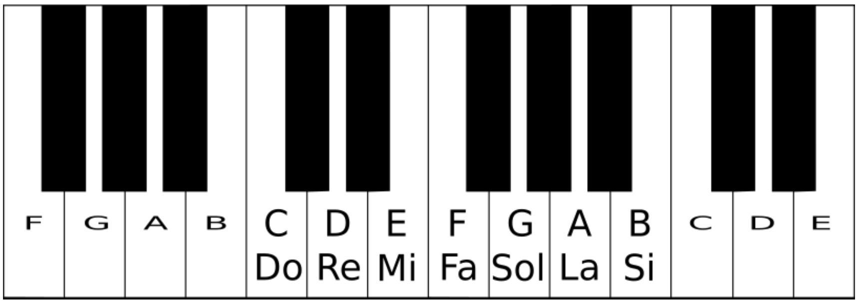
- Η διερεύνηση διαφορετικών κανόνων επιλογής φθόγγων, που να περιλαμβάνουν την επέμβαση/επιλογή του χρήστη.

- Η ψυχοακουστική μελέτη των μικρότερων του ημιτονίου διαστημάτων και των αρχαιοελληνικών τετράχορδων γενών. Οι αρχαίοι είχαν ασχοληθεί εκτενώς με αυτό το ζήτημα, με τον Αριστόξενο να ισχυρίζεται ότι το εναρμόνιο (δύο τέταρτα του τόνου και ένα διάστημα δύο τόνων) είναι μεν το "δυσκολότερο" στο άκουσμα, αλλά και το "ανώτερο" ("τρίτο και κορυφαίο το εναρμόνιο, γιατί αυτό το συνηθίζει η ακοή μετά από πολύ κόπο." [7]). Άρα, η ταχύτητα απόρριψης ενός "δύσκολου" ακούσματος θα έπρεπε να μας προβληματίσει. Κατ' επέκταση, θα είχε μεγάλη επιστημονική αξία η ενασχόληση με το αντικείμενο και τη μορφή που θα μπορούσε να έχει μια τέτοια εκπαίδευση εξοικείωσης του ακροατή με τόσο μικρά διαστήματα (ιδιαίτερα όταν απαντώνται δίπλα σε τόσο μεγαλύτερά τους, όπως συμβαίνει στο εναρμόνιο γένος).

Οφείλουμε μία εξήγηση στον αναγνώστη για την απουσία, ανάμεσα στις προτάσεις, της πρότασης αύξησης του αριθμού των φθόγγων. Ο λόγος είναι ότι, παρά την ανάπτυξη των ψηφιακών οργάνων, το κυρίαρχο μέσο με το οποίο ο εκάστοτε μουσικός μπορεί να πειραματιστεί σε πραγματικό χρόνο, είναι το περιοδικό ανά οκτάβα δωδεκάφθογγο κλαβιέ. Φυσικά, η παραγωγή πληκτροφόρων διαφορετικής διάταξης και αριθμού πλήκτρων δεν είναι ιδιαίτερα δύσκολη, ενώ μπορεί να γίνει αντιστοίχιση φθόγγων και πλήκτρων κατά παράβαση της οπτικά επιβαλλόμενης στοιχειοθεσίας. Εάν όμως στόχος παραμένει η προσφορά της δυνατότητας πειραματισμού με διαφορετικές διαστηματικές επιλογές στο μέγιστο δυνατό πλήθος χρηστών, είναι σκόπιμο τα κουρδίσματα να περιέχουν δώδεκα φθόγγους και περιοδικότητα ως προς την οκτάβα. Έτσι, οποιοσδήποτε διαθέτει έναν υπολογιστή και ένα midi keyboard, μπορεί με το πάτημα ενός κουμπιού να δοκιμάσει να συνθέσει μουσική σε ένα κούρδισμα διαφορετικό του καθιερωμένου.

Α΄. Στοιχεία Μουσικής Θεωρίας

Ονοματολογία Νοτών



Σχήμα Α΄.1: Αγγλικά και Νεο - Λατινικά Ονόματα Νοτών

Στο παραπάνω σχήμα, όπου απεικονίζεται το κλαβιέ ενός πιάνου και θεωρώντας το *ισοσυγκερασμένο*, έννοια που θα αναλυθεί παρακάτω, θα παρουσιάσουμε τις βασικές αρχές της σύγχρονης δυτικής μουσικής θεωρίας. Υπάρχουν λοιπόν επτά διαφορετικά λευκά πλήκτρα, τα οποία επαναλαμβάνονται διαδοχικά σε κάθε οκτάβα (σύνολο οκτώ νοτών (λευκών)). Τα μαύρα πλήκτρα προσδιορίζονται βάσει των λευκών πλήκτρων. Οι νότες των λευκών πλήκτρων χαρακτηρίζονται "φυσικές" νότες. Οι "ψηλότερες" νότες είναι εκείνες που βρίσκονται δεξιότερα (η συχνότητα αυξάνεται προς τα δεξιά).

Στον ίσο συγκερασμό, δύο διαδοχικά πλήκτρα (για να αντιληφθούμε ποια πλήκτρα είναι διαδοχικά κοιτάμε στο πάνω μέρος των πλήκτρων) απέχουν ακουστικά το μουσικό διάστημα του ημιτονίου (μισό του τόνου). Έτσι, για παράδειγμα, οι νότες ρε και μι απέχουν δύο ημιτόνια ή έναν τόνο, καθώς μεταξύ τους παρεμβάλλεται ένα μαύρο πλήκτρο, ενώ οι νότες μι και φα απέχουν ένα ημιτόνιο, καθώς αποτελούν διαδοχικά πλήκτρα. Τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται για την έκφραση της νότας που βρίσκεται ένα ημιτόνιο ψηλότερα (άρα δεξιότερα στο πιάνο) ή της νότας που βρίσκεται ένα ημιτόνιο χαμηλότερα (άρα αριστερότερα στο πιάνο) από της νότα της οποίας το όνομα χρησιμοποιούμε είναι η δίεση (♯) και η ύφεση (♭), αντίστοιχα. Έτσι, λοιπόν, προκειμένου να αναφερθούμε στο μαύρο πλήκτρο που βρίσκεται ανάμεσα στις νότες ντο και ρε χρησιμοποιούμε την ονομασία ντο δίεση (ντο♯) ή ρε ύφεση (ρε♭). Παρομοίως, η νότα μι μπορεί να εκφραστεί ως ρε♭ και η νότα φα ως μι♯. Οι διέσεις, οι υφέσεις και οι επεκτάσεις τους (διπλή δίεση, διπλή ύφεση κτλ) ονομάζονται *αλλοιώσεις*.

Ονοματολογία Διαστημάτων

Η ονοματοδοσία των μουσικών διαστημάτων βασίζεται αποκλειστικά στα επτά ονόματα και γίνεται με βάση κανόνες λειτουργικότητας της μουσικής αρμονίας. Το όνομα των διαστημάτων αποτελείται από τον αριθμό των νοτών που διατρέχονται ονομαστικά και από έναν χαρακτηρισμό του μεγέθους του, σχετικά με τις συμβάσεις που αφορούν τη χρήση του. Έτσι, για παράδειγμα το διάστημα ντο - φα είναι ένα διάστημα τετάρτης, αφού "αποτελείται" από τέσσερις νότες (ντο, ρε, μι, φα), αλλά και το ντο - φα♯ είναι διάστημα τετάρτης. Το ντο - φα όμως χαρακτηρίζεται καθαρή τέταρτη, ενώ το ντο φα♯ διάστημα τετάρτης αυξημένης. Ας μελετήσουμε το διάστημα μεταξύ του ντο και της νότας του μαύρου πλήκτρου μεταξύ ρε και μι. Εάν το διάστημα αυτό εκφραστεί ως ντο - ρε♯, είναι διάστημα δευτέρας (ντο, ρε) αυξημένης, ενώ εάν εκφραστεί ως ντο - μι♭, είναι διάστημα τρίτης (ντο, ρε, μι(♭)) μικρής. Φυσικά, δεν νοηματοδοτούνται όλα τα μεγέθη για κάθε διάστημα. Έτσι, για παράδειγμα, δεν ορίζεται διάστημα δευτέρας μεγαλύτερο των τριών ημιτονίων. Προκειμένου να γίνει περισσότερο κατανοητή η σύνδεση της ονοματολογίας των διαστημάτων με τη λειτουργία τους, πρέπει να γίνει αναφορά σε *κλίμακες* και *τονικότητες*.

Κλίμακες και Τονικότητες

Μία *μείζονα* κλίμακα αποτελείται από οκτώ (επτά διαφορετικές) διαδοχικές νότες που απαντώνται εάν, εκκινώντας από μία νότα (η οποία δίνει και το όνομα στη σκάλα) πάρουμε διαδοχικά τα εξής επτά διαστήματα (όπου Τ το διάστημα του τόνου και Η το ημιτόνιο): ΤΤΗΤΤΤΗ. Παρατηρούμε λοιπόν ότι η ντο μείζονα κλίμακα περιέχει ακριβώς τα λευκά πλήκτρα ή τις φυσικές νότες, εφόσον εκκινώντας από το ντο και διανύοντας διάστημα τόνου καταλήγουμε στο ρε, εκκινώντας εν συνεχεία από το ρε διανύοντας διάστημα τόνου στο μι, από το μι διανύοντας διάστημα ημιτονίου στο φα κοκ.

Πρέπει στο σημείο αυτό να εισαχθεί η έννοια της *τονικότητας*. Ένα κομμάτι ή ένα τμήμα του ανήκει σε μία τονικότητα, όταν μας δίνει την *αίσθηση ότι ανήκει* σε αυτή την τονικότητα. Η ασαφής αυτή περιγραφή εμπεριέχει πληθώρα αρχών που υποσυνείδητα κατέχει η πληθώρα των ακροατών της δυτικής μουσικής. Η θεμελιώδης αρχή που μπορεί να διατυπωθεί ως πλέον οφθαλμοφανής είναι ότι ένα κομμάτι *ανήκει σε μια τονικότητα, όταν χρησιμοποιεί (σχεδόν) αποκλειστικά τους φθόγγους της τονικότητας αυτής*. Ήδη η διατύπωση αυτή είναι προβληματική από πολλές πλευρές, καθώς η συνεπαγωγή που μπορεί να υπονοείται είναι απολύτως υπό αμφισβήτηση, ενώ ούτε η επαγωγή δεν λειτουργεί, απουσία κάποιων εκ των αρχών που προαναφέρθηκαν. Έχοντας παραδεχτεί την απλουστευτικότητα της προσέγγισής μας, θα ισχυριστούμε ότι, για έναν ακροατή δυτικής μουσικής, η παραπάνω φράση είναι επαρκώς κατατοπιστική. Συνεπώς, ένα κομμάτι γραμμένο στην τονικότητα ντο μείζονα, αναμένουμε να χρησιμοποιεί τις νότες της ντο μείζονας, δηλαδή τα λευκά πλήκτρα. Ένα κομμάτι γραμμένο στην τονικότητα της σολ μείζονας, αναμένουμε να χρησιμοποιεί, σύμφωνα με την ακολουθία κατασκευής μιας μείζονας κλίμακας, τις νότες σολ, λα, σι, ντο, ρε, μι, φα♯, δηλαδή τα άσπρα πλήκτρα πλην του φα, συν το πλήκτρο που βρίσκεται ανάμεσα σε φα και σολ.

Συγκερασμός

Εάν παίξετε τη ντο μείζονα κλίμακα σε ένα ισοσυγκερασμένο πιάνο και αν την ακούσετε από έναν βιολιστή, πιθανότατα θα προτιμήσετε τη δεύτερη εκδοχή και ο λόγος θα είναι ότι δεν θα έχετε παίξει ακριβώς την ίδια κλίμακα. Η μείζονα κλίμακα, όπως έχει ιστορικά διαμορφωθεί και με βάση την ψυχοακουστική προσέγγιση των διαστημάτων της, δεν αποτελείται από τους τόνους και τα ημιτόνια που περιγράψαμε, αλλά από τόνους και ημιτόνια ελαφρώς διαφορετικών μεγεθών και πάντως όχι όλων μεταξύ τους ίσων, στη δομή μιας κλίμακας. Ίσως μπορείτε να διαισθανθείτε ότι το οικοδόμημα καταρρέει, ήδη από την προσπάθεια δόμησης της σολ μείζονας κλίμακας, εφόσον δεν υπάρχει η εγγύηση ότι οι αποστάσεις των φυσικών νοτών που ορίστηκαν από τη ντο μείζονα κλίμακα θα εξυπηρετούν τη διαδοχή τους που απαιτεί η σολ μείζονα. Παρότι είναι γεγονός ότι αυτό συμβαίνει, δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το σύστημα καταρρέει τόσο νωρίς. Η ιστορική πορεία της ονομασίας των νοτών αντιστοιχεί πρακτικά στην αντοχή ή ανοχή του συστήματος σε ό,τι αφορά τις *φυσικές νότες*. Προκειμένου να ενταθεί το πρόβλημα, πρέπει να επεκταθούμε στις *αλλοιώσεις*.

Έστω η σι μείζονα κλίμακα (σι, ντο♯, ρε♯, μι, φα♯, σολ♯, λα♯, σι) και η φα μείζονα κλίμακα (φα, σολ, λα, σι♭, ντο, ρε, μι, φα). Η αυθαίρετη (σύμφωνα με την έως τώρα πορεία) επιλογή του σι♭ αντί του λα♯ στη φα μείζονα μπορεί να δικαιολογηθεί πρακτικά με έναν κανόνα που υπονοήθηκε, ότι κάθε κλίμακα πρέπει να περιέχει όλα τα ονόματα των νοτών από μία φορά το καθένα. Στην ουσία, όμως αυτό ακριβώς αποτελεί το υπό μελέτη ζήτημα: **το σι♭ δεν ταυτίζεται με το λα♯**. Εάν η χρήση ενός κουρδίσματος μπορεί να ικανοποιήσει την εκτέλεση κομματιών στις τονικότητες της ντο και σολ μείζονας, ωστόσο η χρήση ενός κουρδίσματος δώδεκα πλήκτρων δεν μπορεί να είναι εξίσου ικανοποιητική για όλες τις τονικότητες. Ωστόσο, ιστορικά, η χρήση περισσότερων πλήκτρων αποδείχθηκε μη πρακτική. Έτσι, όπως θα μπορούσαμε πρακτικά να διατυπώσουμε, **ταυτίσαμε το σι♭ με το λα♯**, αποδεχόμενοι το παραγόμενο σφάλμα. Η διαφορετική κατανομή του σφάλματος σύμφωνα με διαφορετικές αρχές, όπως η επιθυμία το πιάνο να λειτουργεί ιδιαιτέρως ικανοποιητικά για κάποιες τονικότητες εις βάρος εκείνων με πολλές αλλοιώσεις ή η επιθυμία ισοκατανομής του σφάλματος ώστε όλες οι τονικότητες να είναι ίδιες οδήγησαν σε διαφορετικούς συγκερασμούς.

B′. Κλίμακες και Συστήματα

B′.1 Ιστορικά κουρδίσματα

Τα αριθμητικά δεδομένα για τα ιστορικά κουρδίσματα προέρχονται από την αρτιότατη εργασία του J. Murray Barbour ([25]). Ισχύουν οι συμβάσεις απεικόνισης που περιγράφονται στη σελίδα 27.

B′.1.1 Αρχαιοελληνικά επτάφθογγα γένη

Χρησιμοποιείται το σύμβολο "-" για τις εκφράσεις της "μισής" ύφεσης.

Εναρμόνια γένη

φ	E	F-	F	A	B	C-	C	E
λα		$\frac{28}{27}$	$\frac{36}{35}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{28}{27}$	$\frac{36}{35}$	$\frac{5}{4}$
c	0	63	112	498	702	765	814	1200

Πίνακας B′.1: Εναρμόνιο του Αρχύτα

φ	E	F-	F	A	B	C-	C	E
c	0	44	89	498	702	746	791	1200

Πίνακας B′.2: Εναρμόνιο του Αριστόξενου

φ	E	F-	F	A	B	C-	C	E
λα		$\frac{46}{45}$	$\frac{24}{23}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{46}{45}$	$\frac{24}{23}$	$\frac{5}{4}$
c	0	38	112	498	702	740	814	1200

Πίνακας B′.3: Εναρμόνιο του Ερατοσθένη

Χρωματικά γένη

φ	E	F	G♭	A	B	C	D♭	E
λα		$\frac{28}{27}$	$\frac{243}{224}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{28}{27}$	$\frac{243}{224}$	$\frac{32}{27}$
c	0	63	204	498	702	765	906	1200

Πίνακας B′.4: Χρωματικό του Αρχύτα

φ	E	F	G♭	A	B	C	D♭	E
c	0	59	119	498	702	761	821	1200

Πίνακας B′.5: Μαλακό Χρωματικό του Αριστόξενου

φ	E	F	G♭	A	B	C	D♭	E
c	0	66	135	498	702	768	837	1200

Πίνακας Β′.6: Ημιόλιο Χρωματικό του Αριστόξενου

φ	E	F	G♭	A	B	C	D♭	E
c	0	89	182	498	702	791	884	1200

Πίνακας Β′.7: Τονικό Χρωματικό του Αριστόξενου

φ	E		F		G♭		A		B		C		D♭		E
λα		$\frac{20}{19}$		$\frac{19}{18}$		$\frac{6}{5}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{20}{19}$		$\frac{19}{18}$		$\frac{6}{5}$	
c	0		89		182		498		702		791		884		1200

Πίνακας Β′.8: Χρωματικό του Ερατοσθένη

φ	E		F		G♭		A		B		C		D♭		E
λα		$\frac{16}{15}$		$\frac{25}{24}$		$\frac{6}{5}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{25}{24}$		$\frac{6}{5}$	
c	0		112		182		498		702		814		884		1200

Πίνακας Β′.9: Χρωματικό του Διδύμου

φ	E		F		G♭		A		B		C		D♭		E
λα		$\frac{28}{27}$		$\frac{15}{14}$		$\frac{6}{5}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{28}{27}$		$\frac{15}{14}$		$\frac{6}{5}$	
c	0		63		182		498		702		765		884		1200

Πίνακας Β′.10: Μαλακό Χρωματικό του Πτολεμαίου

φ	E		F		G♭		A		B		C		D♭		E
λα		$\frac{22}{21}$		$\frac{12}{11}$		$\frac{7}{6}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{22}{21}$		$\frac{12}{11}$		$\frac{7}{6}$	
c	0		81		231		498		702		783		933		1200

Πίνακας Β′.11: Σύντονο Χρωματικό του Πτολεμαίου

Διατονικά γένη

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{28}{27}$		$\frac{8}{7}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{28}{27}$		$\frac{8}{7}$		$\frac{9}{8}$	
c	0		63		294		498		702		765		996		1200

Πίνακας Β′.12: Διατονικό του Αρχύτα

φ	E	F	G	A	B	C	D	E
c	0	89	231	498	702	791	933	1200

Πίνακας Β′.13: Μαλακό Διατονικό του Αριστόξενου

φ	E	F	G	A	B	C	D	E
c	0	89	281	498	702	791	983	1200

Πίνακας Β΄.14: Σύντονο Διατονικό του Αριστόξενου

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$	
c	0		90		294		498		702		792		996		1200

Πίνακας Β΄.15: Διατονικό του Ερατοσθένη

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{16}{15}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$	
c	0		112		294		498		702		814		996		1200

Πίνακας Β΄.16: Διατονικό του Διδύμου

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{21}{20}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{8}{7}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{21}{20}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{8}{7}$	
c	0		85		265		498		702		787		969		1200

Πίνακας Β΄.17: Μαλακό Διατονικό του Πτολεμαίου

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{28}{27}$		$\frac{8}{7}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{28}{27}$		$\frac{8}{7}$		$\frac{9}{8}$	
c	0		63		294		498		702		765		996		1200

Πίνακας Β΄.18: Τονιαίο Διατονικό του Πτολεμαίου

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$	
c	0		90		294		498		702		792		996		1200

Πίνακας Β΄.19: Διτονιαίο Διατονικό του Πτολεμαίου

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$	
c	0		112		316		498		702		814		1018		1200

Πίνακας Β΄.20: Σύντονο Διατονικό του Πτολεμαίου

φ	E		F		G		A		B		C		D		E
λα		$\frac{12}{11}$		$\frac{11}{10}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{12}{11}$		$\frac{11}{10}$		$\frac{10}{9}$	
c	0		151		316		498		702		853		1018		1200

Πίνακας Β΄.21: Ημιόλιο Διατονικό του Πτολεμαίου

Β′.1.2 Δωδεκάφθογγα μουσικά συστήματα

Συστήματα Just Intonation

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	A♭	A	B♭	B	C
c	0	114	204	294	408	498	612	702	816	906	996	1110	1200

Πίνακας Β′.22: Πυθαγόρειο κούρδισμα

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	A♭	A	B♭	B	C
c	0	92	182	294	386	498	590	702	792	884	996	1088	1200

Πίνακας Β′.23: Διαίρεση του Ramos de Pareja

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	70	182	316	386	498	568	702	772	884	996	1088	1200

Πίνακας Β′.24: 1η Διαίρεση του Lodovico Fogliano

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	92	204	296	408	498	590	702	794	906	996	1110	1200

Πίνακας Β′.25: Διαίρεση του Martin Agricola

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	70	182	274	386	498	568	702	772	884	996	1088	1200

Πίνακας Β′.26: Διαίρεση του Salomon de Caus

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	92	204	316	386	498	590	702	794	906	1018	1088	1200

Πίνακας Β′.27: 1η Διαίρεση του Κέπλερ

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	A♭	A	B♭	B	C
c	0	92	204	316	386	498	590	702	814	906	1018	1088	1200

Πίνακας Β′.28: 2η Διαίρεση του Κέπλερ

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	70	204	316	386	498	590	702	772	884	1018	1088	1200

Πίνακας Β′.29: 1η Διαίρεση του Friedrich Wilhelm Marpurg

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	A♭	A	B♭	B	C
c	0	112	204	316	386	498	590	702	814	884	996	1088	1200

Πίνακας Β′.30: Διαίρεση του Alexander Malcolm

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	A♭	A	B♭	B	C
c	0	70	204	274	386	498	590	702	772	884	976	1088	1200

Πίνακας Β′.31: Διαίρεση του Euler

Συστήματα Meantone Temperament

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	76	193	310	386	503	579	697	773	890	1007	1083	1200

Πίνακας Β′.32: 1/4 - Comma Meantone Temperament του Pietro Aaron

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	70	191	313	383	504	574	696	817	887	1008	1078	1200

Πίνακας Β′.33: 2/7 - Comma Temperament του Gioseffo Zarlino

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	64	190	316	379	505	569	695	758	884	1010	1074	1200

Πίνακας Β′.34: 1/3 - Comma Temperament του Francisco de Salinas

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	83	195	307	390	502	586	698	781	893	1005	1088	1200

Πίνακας Β′.35: 1/5 - Comma Temperament του Lemme Rossi

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	85	194	312	395	502	587	696	808	893	1009	1090	1200

Πίνακας Β′.36: 1/5 - Comma Temperament του Claude François Milliet Dechales

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	89	197	305	394	502	590	698	787	895	1003	1092	1200

Πίνακας Β′.37: 1/6 - Comma Temperament του Gottfried Silbermann

Συστήματα Ίσου Συγκερασμού

φ	C	x	D	x	E	F	x	G	x	A	x	B	C
c	0	121	200	297	398	493	596	699	791	897	985	1091	1200

Πίνακας Β′.38: Προσέγγιση του Ho Tchheng-thyen

φ	C	x	D	x	E	F	x	G	x	A	x	B	C
c	0	99	198	297	396	495	594	693	792	891	990	1089	1200

Πίνακας Β′.39: Προσέγγιση του Vincenzo Galilei

φ	C	x	D	x	E	F	x	G	x	A	x	B	C
c	0	99.7	199.6	300.2	400.0	499.6	600.0	699.8	799.6	900.3	1000.1	1099.7	1200

Πίνακας Β′.40: 1η Διαίρεση του Simon Stevin

φ	C	x	D	x	E	F	x	G	x	A	x	B	C
c	0	100.4	200.9	301.3	401.8	501.6	601.3	701.1	800.9	900.6	1000.4	1100.2	1200.0

Πίνακας Β′.41: 1η Γεωμετρική Προσέγγιση του Marin Mersenne

φ	C	x	D	x	E	F	x	G	x	A	x	B	C
c	0	99	204	303	408	507	612	711	816	915	1020	1107	1200

Πίνακας Β′.42: Διαίρεση με τα ίσα ημιτόνια του Pablo Nassare

φ	C	x	D	x	E	F	x	G	x	A	x	B	C
c	0	101	202	302	401	500	600	699	798	897	997	1098	1200

Πίνακας Β′.43: Συγκερασμός του Daniel P. Strähle υπολογισμένος από τον J. Murray Barbour

φ	C	x	D	x	E	F	x	G	x	A	x	B	C
c	0	99.9	199.9	299.7	400.0	500.2	600.3	700.3	800.1	900.0	999.7	1099.9	1200

Πίνακας Β′.44: 2η Προσέγγιση του Christoph Gottlieb Schröter

Μη Κανονικά Συστήματα

φ	C	C♯	D	D♯	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	76	193	310	386	503	579	697	793	890	1007	1083	1200

Πίνακας Β′.45: Meantone Temperament με δύο μεγαλύτερες Πέμπτες

φ	C	C♯	D	D♯	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	84	193	297	386	504	582	696	789	890	1007	1083	1200

Πίνακας Β′.46: 1ος τροποποιημένος Meantone Temperament του J. E. Gallimard

φ	C	C♯	D	D♯	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	102	204	306	408	498	600	702	804	906	1008	1110	1200

Πίνακας Β′.47: Διαίρεση του Henricus Grammateus

φ	C	D♭	D	E♭	E	F	F♯	G	A♭	A	B♭	B	C
c	0	90	204	294	386	498	590	702	792	895	996	1088	1200

Πίνακας Β′.48: Συγκερασμός του Johann Kirnberger (1/2 - Comma)

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	96	192	294	396	498	594	696	798	894	996	1092	1200

Πίνακας Β′.49: 3ος Συγκερασμός του Johann Philipp Bendeler (1/4 - Comma)

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	96	198	300	396	498	600	696	798	900	996	1098	1200

Πίνακας Β′.50: 4ος Κύκλος Πεμπτών του Johann Georg Neidhardt (1/4 - Comma)

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	90	192	294	390	498	588	696	792	888	996	1092	1200

Πίνακας Β′.51: 1ος Σωστός/Καλός Συγκερασμός του Andreas Werckmeister (1/4 - Comma)

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	106	204	302	400	506	604	702	800	906	1004	1102	1200

Πίνακας Β′.52: 1ος Συγκερασμός του Friedrich Wilhelm Marpurg (1/4 - Comma)

Β′.2 Προϊόντα της Γεννήτριας

φ	C	C♯	E♭	E	F	F♯-	F♯	G♯	A	B♭	B-	B	C
c	0	100	300	400	500	550	600	800	900	1000	1050	1100	1200

Πίνακας Β′.53: Σύστημα με εναρκτήρια δομή το Εναρμόνιο

φ	C	C♯	E♭	E	F	F♯-	G-	G♯	A	B♭	B-	C-	C
c	0	133.3	300	433.3	500	566.7	633.3	800	933.3	1000	1066.7	1133.3	1200

Πίνακας Β′.54: Σύστημα με εναρκτήρια δομή το Απαλό Χρωματικό

φ	C	D♭-	E♭	F-	F	F♯	G-	G♯	B♭-	B♭	B	C-	C
c	0	150	300	450	500	575	650	800	950	1000	1075	1150	1200

Πίνακας Β′.55: Σύστημα με εναρκτήρια δομή το Ημιόλιο Χρωματικό

φ	C	C♯	D	E♭	E	F	F♯	G	G♯	A	B♭	B	C
c	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200

Πίνακας Β′.56: Σύστημα με εναρκτήρια δομή το Τονιαίο Χρωματικό (ισοσυγκεραμός)

Γ΄. Συναρτήσεις Matlab

```
function []=scale(A, B, scalename)
T=200;
fourth=500;
C=fourth-A-B;
I=[A B C T A B C];
IV=(circshift(I.',3)).';
V=(circshift(I.',4)).';
add.pyknon=[1000 A B];

Ndecim=1;

colorcode;

systemSum=([barstobar(I) barstobar(IV) barstobar(V)...
    barstobar(add.pyknon)]);
system=uniqueNdecim(systemSum, Ndecim);
notenumber=numel(system);
systeminterv=bartobars(system);
g=[systeminterv; [add.pyknon zeros(1,notenumber-3)];...
    [IV zeros(1,notenumber-7)];[I zeros(1,notenumber-7)];...
    [V zeros(1,notenumber-7)]];
diagram(g);

if notenumber==12
    systemFinal=system;
elseif A+B+50<=T
    systemFinal=[system(1:3) system(5:6) system(8:12)...
        system(14:15)];
else
    systemFinal=[system(1:2) system(4:7) system(9:13)...
        system(15)];
end

systemFinalinterv=bartobars(systemFinal);
tuning=(circshift(systemFinalinterv.',4)).';
h=[[tuning zeros(1,notenumber-12)]; zeros(1,notenumber);...
    [systemFinalinterv zeros(1,notenumber-12)]; systeminterv;...
    [I zeros(1,notenumber-7)]];
diagramFinal(h);

createscala(barstobar(tuning), scalename, Ndecim)

end
```

```
function []=colorcode()
figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 0.3])
axis off
mycolor=[1 0 0; 1 0.6 0.3; 0.6 1 0.7; 0.6 1 0.4; 1 1 0.4];
colormap(mycolor)
colorbar('north', 'XTick',[1.5,2.5,3.5,4.5,5.5],...
         'XTickLabel',{'0 < S < 50','50 <= S < 100',...
         '100 <= S < 200','S = T = 200','200 < S'})
end

function []=diagram(mydata)
figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
bar_h=barh(mydata,1,'stack');
mycolor=[1 0 0; 1 0.6 0.3; 0.6 1 0.7; 0.6 1 0.4; 1 1 0.4];
colormap(mycolor)
bar_child=cell2mat(get(bar_h,'Children'));
for i=1:size(bar_child,1)
    set(bar_child(i),'CData',mydata(:,i));
    set(bar_child(i),'CDataMapping','direct');
end
for i=1:size(bar_child,1)
    for iCount=1:size(mydata,1)
        if (mydata(iCount,i)<50)
            index(iCount,i)=1;
        elseif (mydata(iCount,i)>=50&&mydata(iCount,i)<100)
            index(iCount,i)=2;
        elseif(mydata(iCount,i)>=100&&mydata(iCount,i)<200)
            index(iCount,i)=3;
        elseif(mydata(iCount,i)==200)
            index(iCount,i)=4;
        else
            index(iCount,i)=5;
        end
    end
      set(bar_child(i), 'CData',index(:,i)');
end
set(gca,'YTick', [1 2 3 4 5]);
set(gca,'YTickLabel', {'system superset', 'additional pyknon',...
    'IV', 'I', 'V'});
set(gca,'XTick', 100*round(linspace(0,12,12)));
xlabel('cents')
end

function y=barstobar(x)
for i=1:numel(x)
    y(i)=sum(x(1:i));
end
end
```

```
function [y]=uniqueNdecim(x, n)
y=(10^n)*x;
y=round(y);
y=(unique(y))/(10^n);
end

function y=bartobars(x)
y(1)=x(1);
for i=1:numel(x)
    for j=1:i-1
    y(i)=sum(x(i)-x(j));
    end
end
end

function []=diagramFinal(mydata)
figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
bar_h=barh(mydata,1,'stack');
mycolor=[1 0 0; 1 0.6 0.3; 0.6 1 0.7; 0.6 1 0.4; 1 1 0.4];
colormap(mycolor)
bar_child=cell2mat(get(bar_h,'Children'));
for i=1:size(bar_child,1)
    set(bar_child(i),'CData',mydata(:,i));
    set(bar_child(i),'CDataMapping','direct');
end
for i=1:size(bar_child,1)
    for iCount=1:size(mydata,1)
        if (mydata(iCount,i)<50)
            index(iCount,i)=1;
        elseif (mydata(iCount,i)>=50&&mydata(iCount,i)<100)
            index(iCount,i)=2;
        elseif(mydata(iCount,i)>=100&&mydata(iCount,i)<200)
            index(iCount,i)=3;
        elseif(mydata(iCount,i)==200)
            index(iCount,i)=4;
        else
            index(iCount,i)=5;
        end
    end
      set(bar_child(i), 'CData',index(:,i)');
end
set(gca,'YTick', [1 2 3 4 5]);
set(gca,'YTickLabel', {'tuning', '', 'system final', ...
    'system superset', 'I'});
set(gca,'XTick', barstobar(mydata(1,1:12)));
xlabel('cents')
end
```

```
function []= createscala(scala, name, n)
file=fopen(strcat(name,'.scl'),'w');
fprintf(file, '%s', '! ');
fprintf(file, strcat(name, '.scl\n'));
fprintf(file, '%s\n', '!');
fprintf(file, '%s\n', ' random scale');
fprintf(file, '%s\n', ' 12');
fprintf(file, '%s\n', '!');
for i=1:length(scala)
    fprintf(file, '%s', ' ');
    d=num2str((10^n)*scala(i));
    fprintf(file, '%s', d(1:(length(d)-n)));
    fprintf(file, '%s\n', strcat('.', d((length(d)-n+1):length(d))));
end
```

Βιβλιογραφία

[1] Τηλέμαχος Τάτσης. *Θέματα Μουσικής Μορφολογίας (σε συνάρτηση με τη Φυσική και τα Μαθηματικά).* Κ.Παπαγρηγορίου – Χ.Νάκας, 1st edition, 1986.

[2] Αμάραντος Αμαραντίδης. *Το Τονικό Μουσικό Σύστημα*, volume 1. Κ.Παπαγρηγορίου – Χ.Νάκας, 1st edition, 1990.

[3] Sadie Stanley. *The new Grove dictionary of music and musicians.* Oxford University Press, 2nd edition, 2001.

[4] R.L. Pratt and P.E. Doak. A subjective rating scale for timbre. *Journal of Sound and Vibration*, 45:317–328, April 1976.

[5] William A. Sethares. *Tuning, timbre, spectrum, scale.* Springer Science and Business Media, 2nd edition, 2005.

[6] Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης. Δόμηση όλων των δυνατόν να υπάρξουν επτάνοτων Μουσικών Κλιμάκων από αλληλουχίς ημιτονίων, τόνων ή/και τριημιτονίων και ο Μαθηματικός Προσδιορισμός του Οπλισμού τους, 1995.

[7] Αριστόξενος ο Ταραντίνος. Αρμονικών Στοιχείων Α'. In *Άπαντα Μουσικά Έργα.* Κάκτος, 2005.

[8] Νίκος Ξανθούλης. *Τέχνη Μουσικής.* Δαίδαλος–Ι.Ζαχαρόπουλος, 1st edition, 2005.

[9] Μάριος Μαυροειδής. *Οι μουσικοί τρόποι στην Ανατολική Μεσόγειο.* Fagotto, 1st edition, 1999.

[10] Χρίστος Τσιαμούλης. *Αριθμητικό Τροπικό Σύστημα της Ελληνικής Μουσικής.* Κ.Παπαγρηγορίου– Χ.Νάκας, 1st edition, 2010.

[11] Πλούταρχος. Περί μουσικῆς. In *Ηθικά*, volume 29. Κάκτος, 1997.

[12] Αμάραντος Αμαραντίδης. *Το Τονικό Μουσικό Σύστημα*, volume 2. Κ.Παπαγρηγορίου – Χ.Νάκας, 1st edition, 1990.

[13] Φιλολογική Ομάδα Κάκτου. Εισαγωγή στα Αρμονικά Στοιχεία. In *Αριστόξενος: Άπαντα Μουσικά Έργα.* Κάκτος, 2005.

[14] Jean-François Mattéi. *Ο Πυθαγόρας και οι Πυθαγόρειοι.* Ινστιτούτο του Βιβλίου Μ. Καρδαμίτσα, 1st edition, 1995.

[15] Andrew Barker. *The Science of Harmonics in Classical Greece.* Cambridge University Press, 1st edition, 2007.

[16] Thomas J. Mathiesen. Greek music theory. In Thomas Christensen, editor, *The Cambridge history of Western music theory*, pages 109–35. Cambridge University Press, 2002.

[17] Πλάτων. Τίμαιος. In *Τίμαιος, Κριτίας.* Κάκτος, 1992.

[18] Αριστόξενος ο Ταραντίνος. Αρμονικών Στοιχείων Β'. In *Άπαντα Μουσικά Έργα.* Κάκτος, 2005.

[19] Φιλολογική Ομάδα Κάκτου. Εισαγωγή. In *Άπαντα Μουσικά Έργα.* Κάκτος, 2005.

[20] Αριστόξενος ο Ταραντίνος. Αρμονικών Στοιχείων Γ'. In *Άπαντα Μουσικά Έργα.* Κάκτος, 2005.

[21] Andrew Barker. *Scientific Method in Ptolemy's Harmonics*. Cambridge University Press, 1st edition, 2000.

[22] Kitty Ferguson. *Η Μουσική του Πυθαγόρα*. Εκδοτικός Οίκος ΤΡΑΥΛΟΣ, 1st edition, 2009.

[23] Ulrich Michels. *Άτλας της Μουσικής*, volume 1. Φίλιππος Νάκας, 2nd edition, 2001.

[24] Calvin M. Bower. The transmission of ancient music theory into the Middle Ages. In Thomas Christensen, editor, *The Cambridge history of Western music theory*, pages 136–167. Cambridge University Press, 2002.

[25] J. Murray Barbour. *Tuning and Temperament: A Historical Survey*. Michigan State College Press, 1st edition, 1951.

[26] Burdette Green and David Butler. From acoustics to Tonpsychologie. In Thomas Christensen, editor, *The Cambridge history of Western music theory*, pages 246–271. Cambridge University Press, 2002.

[27] Ευκλείδης. Κατατομή Κανόνος. In *Άπαντα*, volume 12. Κάκτος, 2011.

[28] R. Plomp and W. J. M. Levelt. Tonal Consonance and Critical Bandwidth. *The journal of the Acoustical Society of America*, 38:548–560, October 1965.

[29] Erich Neuwirth. *Musical Temperaments*. Springer Science and Business Media, 1st edition, 2012.

[30] Edward G. Dunne. This note's for you: A mathematical temperament., 2000.