



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Στατιστική Ανάλυση της Επίδρασης Αιολικών Πάρκων στην Ευστάθεια Τάσης
Δικτύων Ηλεκτρικής Ενέργειας**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ιωάννης-Μάριος Γρανίτσας

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Δ. Βουρνάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2017



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Στατιστική Ανάλυση της Επίδρασης Αιολικών Πάρκων σε Δίκτυα Ηλεκτρικής
Ενέργειας**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ιωάννης-Μάριος Γρανίτσας

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Δ. Βουρνάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 10^η Νοεμβρίου 2017

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....

.....

.....

Κωνσταντίνος Δ. Βουρνάς

Γεώργιος Κορρές

Σταύρος Παπαθανασίου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2017

.....
Ιωάννης-Μάριος Γρανίτσας

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Ιωάννης-Μάριος Γρανίτσας, 2017

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα σε αυτό το σημείο να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, κ. Κωνσταντίνο Βουρνά, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας. Τον ευχαριστώ που μου έδωσε τη δυνατότητα να ασχοληθώ με ένα ιδιαίτερα επιμορφωτικό, σύγχρονο και ενδιαφέρον θέμα της επιστήμης του ηλεκτρολόγου μηχανικού, καθώς και για το ότι ήταν πάντα διαθέσιμος και πρόθυμος να βοηθήσει και να μοιραστεί τις γνώσεις του.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Υποψήφιο Διδάκτορα, Θεόδωρο Σουξέ, για την άψογη συνεργασία, τον χρόνο που αφιέρωσε και το προσωπικό ενδιαφέρον που έδειξε όλο αυτό το διάστημα.

Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τη διαρκή και πολύτιμη στήριξη των αποφάσεων και των επιλογών μου.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά με χρήση στοχαστικών μοντέλων την επίδραση που έχει η μεταβλητότητα της ενεργού παραγωγής αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

Η μελέτη στηρίζεται στην πιθανοτική προσομοίωση ενός συστήματος δοκιμών που αποτελείται από μία γραμμή μεταφοράς, στο μέσο της οποίας συνδέεται μέσω αποκλειστικής γραμμής διανομής Μέσης Τάσης η αιολική παραγωγή. Τα δεδομένα των γραμμών σύνδεσης προέρχονται από δύο πραγματικά αιολικά πάρκα που είναι συνδεδεμένα στο Ελληνικό σύστημα, στην περιοχή της Πελοποννήσου. Η γραμμή σύνδεσης κάθε πάρκου αποτελείται από τον υποσταθμό Υψηλής/Μέσης Τάσης και περιλαμβάνει μετασχηματιστή ισχύος εξοπλισμένο με ΣΑΤΥΦ. Στον ζυγό Μέσης Τάσης του υποσταθμού υπάρχουν αυτόματοι πυκνωτές αντιστάθμισης. Το αιολικό πάρκο και οι επί μέρους ελεγκτές των ανεμογεννητριών έχουν την δυνατότητα να ρυθμίζουν την έγχυση αέργου ισχύος στον ισοδύναμο ζυγό σύνδεσης του πάρκου.

Στην εργασία αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών με χρήση στοχαστικών μοντέλων Markov. Αφού γίνει η διακριτοποίηση και η εξαγωγή του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης των δεδομένων χρονοσειρών που αντιστοιχούν σε πραγματικές μετρήσεις ταχύτητας ανέμου, διερευνάται η επίδραση των διαφόρων παραμέτρων στην αναπαραγωγή των συντελεστών αυτοσυσχέτισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, με σκοπό την καταλληλότερη επιλογή μοντέλου για κάθε χρονοσειρά. Περιγράφεται επίσης μια διαδικασία παραγωγής συσχετισμένων χρονοσειρών που βασίζεται στα μοντέλα ARIMA καθώς και στην Ανάλυση Θεμελιωδών Συνιστωσών.

Οι παραγόμενες συνθετικές χρονοσειρές από κάθε μοντέλο Markov χρησιμοποιούνται για την πιθανοτική προσομοίωση των αιολικών πάρκων. Για την εκτίμηση της συνεισφοράς κάθε πάρκου, υλοποιούνται δυο διαφορετικές στρατηγικές ελέγχου του ηλεκτρονικού μετατροπέα, συγκεκριμένα η ρύθμιση με μοναδιαίο συντελεστή ισχύος και ο ευφυής έλεγχος με εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης σε συνθήκες εκτάκτου ανάγκης. Για το πρώτο αιολικό πάρκο, πραγματοποιείται στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις με στόχο την μελέτη της επίδρασης της μεταβαλλόμενης αιολικής παραγωγής στο όριο φόρτισης του συστήματος. Επιπλέον, καταστρώνεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης για τον υπολογισμό της θεωρητικής μέγιστης τιμής της καταναλισκόμενης ισχύος φορτίου, καθώς και της αντίστοιχης αγωγιμότητας. Τέλος, για το δεύτερο αιολικό πάρκο μελετάται επιπρόσθετα η επίδραση της μεταβαλλόμενης αιολικής παραγωγής στην ευσταθή λειτουργία του μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος, δοσμένου ότι εμφανίστηκαν περιπτώσεις ασταθούς λειτουργίας και προτείνεται ένας μηχανισμός για τον περιορισμό του εν λόγω φαινομένου.

Λέξεις Κλειδιά: Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς, Αιολικά Πάρκα, Αστάθεια Τάσης, Μοντέλα Markov, Στατιστική Ανάλυση, Πιθανοτική Προσομοίωση, Συνθετικές Χρονοσειρές

Abstract

This diploma thesis investigates the effect of Wind Farm active power variability on the maximum power transfer, and thus the voltage stability limit of a weak power transmission system, with the use of stochastic models

The research is based on the probabilistic simulation of a test system that consists of a transmission corridor, in the middle of which wind generation is connected through a dedicated Medium Voltage distribution feeder. The detailed data for the feeders are taken from two Wind Farms connected to the Hellenic System, in the area of Peloponnese. Each Wind Farm feeder consists of a 20kV line connected to the HV/MV substation, which includes power transformer equipped with LTC. Automatic switched capacitors are connected to the Medium Voltage bus of the substation. The Wind Farm and the wind generator controllers have the ability to regulate the reactive power injected to the connection bus.

With the use of stochastic Markov models, an algorithm is developed for the production of synthetic time series. After the discretization and the extraction of the probability transition matrix of the original time series, which corresponds to real wind speed measurements, the effect of various parameters on the reproduction of autocorrelation factors and probability density function is examined, in order to choose the most fitting model for each time series. Also, a procedure for producing correlated time series is described, based on the ARIMA models and Principal Component Analysis (PCA).

The produced synthetic time series from each chosen Markov model are used for the probabilistic simulation of the Wind Farms. To assess the contribution from each Wind Farm, two different control strategies of the Wind Farm converter are implemented, more specifically the unity power factor control (UPF) and an intelligent emergency control with maximum reactive support command (EMRS). For Wind Farm #1, a statistical analysis of the probabilistic simulation results is carried out in order to investigate the effect of variable wind power on the maximum power transfer. Moreover, an optimization problem is constructed for the determination of the theoretical maximum power consumed by the load, as well as the corresponding conductance. Finally, for Wind Farm #2, the effect of variable wind power on the stable operation of the Wind Farm converter is investigated. A mechanism is proposed in order to prevent converter instability.

Keywords: Maximum Power Transfer, Wind Farms, Voltage Instability, Markov Models, Statistical Analysis, Probabilistic Simulation, Synthetic Time series.

Πίνακας Περιεχομένων

1 Εισαγωγή	15
1.1 Δομή Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας	15
1.1.1 Σύστημα Παραγωγής	15
1.1.2 Σύστημα Μεταφοράς	16
1.1.3 Δίκτυο Διανομής	17
1.2 Μετατροπείς Ηλεκτρονικών Ισχύος	17
1.2.1 Μετατροπείς DC/AC Πηγής Τάσης και Πηγής Ρεύματος	17
1.2.2 Μετατροπείς AC/DC/AC	18
1.2.3 Ρύθμιση Ενεργού και Αέργου Ισχύος AC Μετατροπέα	19
1.3 Αιολική Παραγωγή	19
1.3.1 Αιολική Παραγωγή και Ανάπτυξη στην Ελλάδα	19
1.3.2 Βασικοί Τύποι Ανεμογεννητριών	21
1.4 Ευστάθεια Τάσης	24
1.4.1 Η Έννοια της Ευστάθειας Τάσης	24
1.4.2 Μηχανισμοί Αστάθειας Τάσης	25
1.4.3 Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς και Καμπύλες PV	26
1.5 Δυναμικό Μοντέλο Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας	30
1.6 Οιονεί Στατική Προσέγγιση	32
1.7 Πιθανοτική Ανάλυση ΣΗΕ	33
1.8 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	35
1.9 Αντικείμενο και Δομή της Εργασίας	39
2 Βασικές Έννοιες Πιθανοτήτων και Στατιστικής	43
2.1 Θεωρία Πιθανοτήτων	43
2.1.1 Η Έννοια της Πιθανότητας	43
2.1.2 Τυχαίες Μεταβλητές και Κατανομές	44
2.1.3 Μέση Τιμή και Κανονική Κατανομή	46
2.1.4 Πολυδιάστατες Τυχαίες Μεταβλητές	48
2.1.5 Ροπές Τυχαίων Μεταβλητών	49
2.1.6 Περιθώριες Κατανομές	51
2.1.7 Δεσμευμένες Κατανομές	51
2.2 Στοχαστικές Διαδικασίες	52
2.3 Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων	53

2.3.1	Βασικά Στατιστικά Μεγέθη.....	53
2.3.1.1	Μέτρα Θέσης.....	54
2.3.1.2	Μέτρα Διασποράς.....	54
2.3.1.3	Μέτρα Ασυμμετρίας.....	55
2.3.2	Κλασικές Μέθοδοι Εκτίμησης.....	56
2.3.3	Ανάλυση Παλινδρόμησης.....	57
2.3.4	Στασιμότητα.....	60
2.3.4.1	Ορισμός Στασιμότητας.....	60
2.3.4.2	Στατιστικά Τεστ Στασιμότητας.....	61
2.3.5	Δείκτες Συσχέτισης.....	63
2.3.5.1	Αυτοσυσχέτιση.....	63
2.3.5.2	Μερική Αυτοσυσχέτιση.....	64
2.3.5.3	Συντελεστής Συσχέτισης.....	65
2.3.6	Κανονικότητα.....	65
2.3.6.1	Ορισμός και Μετασχηματισμός Κανονικότητας.....	65
2.3.6.2	Στατιστικά Τεστ Κανονικότητας.....	67
2.3.7	Δείκτες Σφάλματος.....	68
2.3.7.1	Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος.....	68
2.3.7.2	Δείκτες Σφάλματος Πιθανοτικών Μεθόδων.....	69
3	Στοχαστικά Μοντέλα Αιολικής Παραγωγής.....	71
3.1	Μοντέλο Markov.....	71
3.1.1	Μοντέλο Markov Πρώτης Τάξης.....	71
3.1.2	Μοντέλο Markov Ανώτερης Τάξης.....	72
3.1.3	Παράδειγμα Εξαγωγής Μοντέλου Markov Πρώτης Τάξης.....	72
3.1.4	Παράδειγμα Δημιουργίας Ψευδοτυχαίας Χρονοσειράς.....	76
3.2	Αυτοπαλινδρομικά Μοντέλα Κινητού Μέσου Όρου (ARIMA).....	78
3.2.1	Μοντέλα Αυτοπαλινδρόμησης (AR).....	78
3.2.2	Μοντέλα Κινητού Μέσου Όρου (MA).....	79
3.2.3	Μοντέλα ARIMA.....	79
3.2.4	Επιλογή και Εκτίμηση Μοντέλου.....	80
4	Αναπαραγωγή Συνθετικών Χρονοσειρών.....	83
4.1	Διαθέσιμες Χρονοσειρές.....	83
4.2	Διαδικασία Παραγωγής Χρονοσειρών.....	86

4.2.1	Διαδικασία Διακριτοποίησης.....	86
4.2.2	Παραγωγή Συνθετικών Χρονοσειρών	88
4.2.3	Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων	89
4.3	Επίδραση Αριθμού Καταστάσεων	93
4.4	Αλυσίδες Markov 2ης Τάξης με Μεταβλητή Δεύτερη Υστέρηση.....	97
4.4.1	Πίνακας Πιθανοτήτων Μετάβασης και Δεύτερη Υστέρηση.....	97
4.4.2	Μηχανισμός Αποφυγής Αδιέξοδων.....	97
4.4.3	Σύγκριση Αποτελεσμάτων Επεκταμένου Μοντέλου	98
5	Παραγωγή Σεναρίων από Συσχετισμένες Χρονοσειρές.....	101
5.1	Μετασχηματισμός Αρχικών Χρονοσειρών.....	102
5.1.1	Μετασχηματισμός Στασιμότητας	102
5.1.2	Μετασχηματισμός Κανονικότητας.....	103
5.2	Ανάλυση Θεμελιωδών Συνιστωσών (PCA).....	105
5.2.1	Θεωρητικό Υπόβαθρο	105
5.2.2	Εφαρμογή Ανάλυσης Θεμελιωδών Συνιστωσών	107
5.3	Μοντέλο ARIMA	108
5.3.1	Επιλογή Μοντέλου ARIMA	108
5.3.2	Αναπαραγωγή Θεμελιωδών Συνιστωσών	110
5.4	Ανακατασκευή Συσχετισμένων Χρονοσειρών	112
5.4.1	Διαδικασία Ανακατασκευής.....	112
5.4.2	Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων	114
6	Πιθανοτική Προσομοίωση Δικτύου Δοκιμών (Α/Π #1).....	119
6.1	Γενική Δομή Τυπικού Συστήματος Δοκιμών.....	119
6.1.1	Δομή και Δεδομένα Συστήματος.....	119
6.1.2	Διατάξεις Ρύθμισης Αέργου Ισχύος	121
6.1.2.1	ΣΑΤΥΦ	122
6.1.2.2	Αυτόματοι Μηχανισμοί Ζεύξης-Απόζευξης Πυκνωτών	123
6.1.2.3	Μετατροπείς Ηλεκτρονικών Ισχύος	124
6.1.3	Εξισώσεις Συστήματος	125
6.2	Πιθανοτική Προσομοίωση Συστήματος.....	129
6.2.1	Περιγραφή Προσομοίωσης και Χρονοσειρές Εισόδου.....	129
6.2.1.1	Χρονοσειρές Αιολικής Παραγωγής	129
6.2.1.2	Περιγραφή Προσομοίωσης.....	131

6.2.2	Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων	132
6.3	Σύγκριση Αποτελεσμάτων με το Θεωρητικό Μέγιστο	141
6.3.1	Κατάστροψη και Επίλυση Προβλήματος Βελτιστοποίησης.....	141
6.3.2	Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης.....	142
7	Πιθανοτική Προσομοίωση Δικτύου Δοκιμών Α/Π #2	147
7.1	Ευστάθεια Συστήματος με Διεσπαρμένη Παραγωγή.....	147
7.1.1	Όριο Ευστάθειας.....	147
7.1.2	Όριο Ευστάθειας υπό Σταθερό Ρεύμα.....	149
7.2	Περιγραφή Προσομοίωσης και Διαχωρισμός Σεναρίων Αιολικής Παραγωγής	150
7.3	Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων για Σενάρια Ευσταθούς Λειτουργίας Μετατροπέα.....	152
7.4	Πιθανοτική Προσομοίωση Σεναρίων Αστάθειας Μετατροπέα	159
7.4.1	Μηχανισμός Αντιμετώπισης Αστάθειας Μετατροπέα	159
7.4.2	Ενδεικτική Προσομοίωση Συστήματος με Μηχανισμό Προστασίας.....	161
7.4.3	Ανάλυση Μέγιστων Μεταβολών Αιολικής Ισχύος και Προσαρμογή Μηχανισμού Προστασίας.....	167
7.4.4	Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων	171
8	Συμπεράσματα-Προοπτικές	179
8.1	Σύνοψη και Κύρια Αποτελέσματα	179
8.2	Προοπτικές για Μελλοντική Έρευνα	182
9	Βιβλιογραφία	185

Εισαγωγή

1.1 Δομή Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ), ονομάζεται το σύνολο των εγκαταστάσεων, των μέσων και του εξοπλισμού που διατίθενται για την κάλυψη των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ιδιωτών και βιομηχανιών για χώρες ή περιοχές. Η λειτουργία ενός ΣΗΕ έγκειται στην παραγωγή, μεταφορά και διανομή της ηλεκτρικής ενέργειας στο σύνολο των αντίστοιχων καταναλωτών.

Βασικές αρχές και προϋποθέσεις ορθής λειτουργίας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι η ανταπόκριση στις μεταβολές ζήτησης του φορτίου με το μικρότερο δυνατό οικονομικό και περιβαλλοντικό κόστος [1],[2]. Παράλληλα πρέπει να εξασφαλίζεται σταθερή συχνότητα, τάση και υψηλό επίπεδο αξιοπιστίας.

Παρόλο που τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας διαφέρουν ανά τον κόσμο ως προς το μέγεθος και τα στοιχεία που τα απαρτίζουν, όλα διαθέτουν τα ίδια βασικά χαρακτηριστικά και παρόμοια δομή. Αποτελούνται από τρία διακριτά υποσυστήματα, το σύστημα παραγωγής, το σύστημα μεταφοράς και το δίκτυο διανομής.

1.1.1 Σύστημα Παραγωγής

Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ονομάζεται η διαδικασία που απαιτείται για τη μετατροπή μιας μορφής πρωτογενούς ενέργειας (θερμική, υδραυλική, αιολική) σε ηλεκτρική [1]. Το σύστημα παραγωγής αποτελείται από θερμοηλεκτρικούς, υδροηλεκτρικούς και εναλλακτικούς σταθμούς, ενώ περιλαμβάνει και τους υποσταθμούς ανύψωσης σε υψηλή τάση (ΥΤ) για τη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας σε μεγάλες αποστάσεις.

Στους θερμοηλεκτρικούς σταθμούς, η θερμότητα προερχόμενη από την καύση ορυκτών καυσίμων ή την πυρηνική σχάση, μετατρέπεται σε μηχανική ενέργεια μέσω κινητήριων μηχανών (στροβίλων) και στη συνέχεια σε ηλεκτρική μέσω γεννητριών. Ανάλογα με το μέσο που χρησιμοποιούν οι σταθμοί αυτοί, χωρίζονται σε ατμοηλεκτρικούς, ντιζελοηλεκτρικούς και πυρηνικούς.

Στους υδροηλεκτρικούς σταθμούς, γίνεται εκμετάλλευση της υδραυλικής ή δυναμικής ενέργειας του νερού, η οποία μέσω κατάλληλων διατάξεων

(υδροστρόβιλος - γεννήτρια), μετατρέπεται σε ηλεκτρική. Η παραγόμενη ενέργεια από έναν υδροηλεκτρικό σταθμό είναι ανάλογη της παροχής νερού, του χρόνου λειτουργίας, της καθαρής υψομετρικής διαφοράς υδατόπτωσης και του βαθμού απόδοσης της μονάδας. Ανάλογα με τον τρόπο χρήσης του νερού, γίνεται η διάκριση σε σταθμούς φυσικής ροής, σταθμούς ρυθμιζόμενης ροής, και αντλητικούς σταθμούς.

Στους εναλλακτικούς σταθμούς, γίνεται χρήση πηγών ενέργειας που παρέχονται σε αφθονία από τη φύση. Οι πιο διαδεδομένοι τύποι είναι οι φωτοβολταϊκοί και οι ανεμογεννήτριες. Ένας φωτοβολταϊκός σταθμός αποτελείται από ένα σύνολο πλαισίων που περιλαμβάνουν ένα πλήθος ηλιακών κυψελών (Solar Cells), σκοπός των οποίων είναι η μετατροπή της ηλιακής ενέργειας σε ηλεκτρική. Από την άλλη, τα αιολικά πάρκα περιλαμβάνουν συστοιχίες ανεμογεννητριών που συνδέονται στον ίδιο ζυγό του δικτύου και μετατρέπουν την αιολική ενέργεια σε ηλεκτρική. Καθώς οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις της ανθρώπινης δραστηριότητας γίνονται περισσότερο από αισθητές, αναμένεται η χρήση εναλλακτικών μορφών ενέργειας να αυξηθεί δραματικά τα επόμενα χρόνια.

1.1.2 Σύστημα Μεταφοράς

Με τον όρο *μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας*, νοείται το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά της από την έξοδο των σταθμών παραγωγής μέχρι τους υποσταθμούς που τροφοδοτούν τα μεγάλα κέντρα κατανάλωσης και απ' όπου ξεκινούν τα δίκτυα διανομής. Επίσης, τροφοδοτούν τους μεγάλους καταναλωτές υψηλής τάσης, που κατασκευάζουν δικό τους υποσταθμό υποβιβασμού σε μέση τάση και εσωτερικά δίκτυα μέσης και χαμηλής τάσης.

Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξης των δικτύων αυτών και τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων επιπέδων τάσης που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς. Με το σύστημα μεταφοράς, η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής στις περιοχές κατανάλωσης. Χρησιμοποιούνται διάφορες τάσεις μεταφοράς, ανάλογα με την απόσταση και τη ποσότητα ισχύος που πρέπει να μεταφερθεί.

Η διάταξη των δικτύων μεταφοράς είναι κατά κανόνα βροχοειδής, σε αντίθεση με τη ακτινική δομή των δικτύων διανομής. Το σύστημα μεταφοράς και παραγωγής αναφέρεται συχνά ως διασυνδεδεμένο ηλεκτρικό σύστημα (bulk power system) [2].

Η ισχύς η οποία μπορεί να μεταφερθεί από μια γραμμή μεταφοράς είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της τάσης και επομένως είναι προφανής ο ρόλος των υπερυψηλών τάσεων στην επίτευξη μεγάλων ισχύων μεταφοράς. Επιπλέον, οι μειωμένες απώλειες τις οποίες συνεπάγεται η μεταφορά με υπερυψηλές τάσεις, καθιστούν οικονομικότερη τη λειτουργία του συστήματος.

Το κόστος μεταφοράς αποτελεί συνισταμένη του κόστους εγκατάστασης, του κόστους απωλειών και του κόστους συντήρησης της γραμμής. Κριτήριο για την εκλογή μιας τάσης μεταφοράς είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους. Αυτό σημαίνει ότι η εξοικονόμηση κόστους λειτουργίας από μια περαιτέρω αύξηση της τάσης που επιλέγεται, αντισταθμίζεται από τις αναγκαίες πρόσθετες επενδύσεις στη γραμμή και στον υπόλοιπο εξοπλισμό.

1.1.3 Δίκτυο Διανομής

Με τον όρο *διανομή ηλεκτρικής ενέργειας* νοείται το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου με τις οποίες αυτή διανέμεται στους καταναλωτές. Τα δίκτυα διανομής περιλαμβάνουν τις γραμμές, μέσω των οποίων η ηλεκτρική ενέργεια φτάνει στους καταναλωτές και τους υποσταθμούς υποβιβασμού τάσης, ενώ εκτίνονται έως και το μετρητή της παρεχόμενης στον καταναλωτή ενέργειας. Μετά το μετρητή, αρχίζει η εσωτερική ηλεκτρική εγκατάσταση, που περιλαμβάνει το εσωτερικό δίκτυο διανομής και τις συσκευές κατανάλωσης. Τα τελευταία χρόνια, ο όρος σύστημα διανομής καλύπτει όλη τη δραστηριότητα της διανομής και της χρήσης ηλεκτρικής ενέργειας, περιλαμβάνοντας τόσο τα δίκτυα διανομής όσο και τις εσωτερικές ηλεκτρικές εγκαταστάσεις.

Η συνεχής αύξηση της κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας και η παράλληλη τεχνολογική εξέλιξη των υλικών, οδήγησαν στη χρησιμοποίηση όλο και υψηλότερων τάσεων για τη διανομή και τη μεταφορά. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, δίκτυα που παλιότερα έπαιζαν το ρόλο μεταφοράς να χαρακτηρίζονται ως δίκτυα υπομεταφοράς και να αποτελούν ουσιαστικά μέρος της διανομής.

Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, η αξία των εγκαταστάσεων διανομής κυμαίνεται γύρω στο 30% του συνόλου των εγκαταστάσεων, ενώ ακόμη μεγαλύτερη είναι η συμμετοχή στις δαπάνες εκμετάλλευσης, αφαιρουμένων των δαπανών καυσίμου.

1.2 Μετατροπείς Ηλεκτρονικών Ισχύος

1.2.1 Μετατροπείς DC/AC Πηγής Τάσης και Πηγής Ρεύματος

Υπάρχουν δύο βασικά είδη τριφασικών μετατροπέων, οι μετατροπείς πηγής τάσης (Voltage Source Converters –VSC) και οι μετατροπείς πηγής ρεύματος (Current Source Converters –CSC).

Οι μετατροπείς πηγής ρεύματος λειτουργούν με σταθερή τιμή ρεύματος, ενώ η διεύθυνση και η ποσότητα της ενεργού ισχύος που μεταφέρεται καθορίζεται από το πρόσημο και το μέτρο της συνεχούς τάσης αντίστοιχα. Από την πλευρά του δικτύου συνεχούς ρεύματος, ο μετατροπέας φαίνεται ως μια σταθερή πηγή ρεύματος που

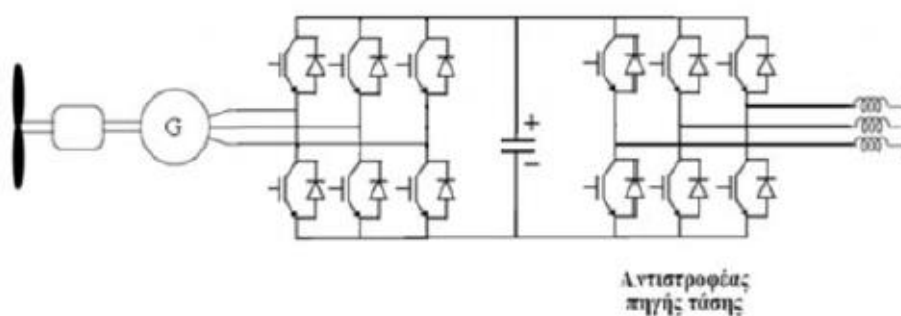
αλλάζει πρόσημο και μέτρο τάσης ανάλογα με την ισχύ που καλείται να μεταφέρει. Για τον λόγο αυτό, είναι απαραίτητη η χρήση πηνίου ως μέσου για τη διατήρηση του ρεύματος σε σταθερό επίπεδο, αλλά και φίλτρων συνεχούς ρεύματος για την εξομάλυνση της κυμάτωσης. Εξαιτίας του πηνίου, υπάρχει η δυνατότητα περιορισμού των ρευμάτων σφάλματος.

Οι μετατροπείς πηγής τάσης λειτουργούν με σταθερή τάση και μεταβλητό ρεύμα στη πλευρά εναλλασσομένου ρεύματος και αποτελούν ελεγχόμενες πηγές σταθερής τάσης. Μπορούν να λειτουργούν είτε με χωρητικό είτε με επαγωγικό συντελεστή ισχύος, δηλαδή έχουν τη δυνατότητα τόσο παραγωγής όσο και απορρόφησης αέργου ισχύος, ανάλογα με τις ανάγκες του δικτύου εναλλασσομένου ρεύματος. Αντίστοιχα, είναι ικανοί να παραγάγουν ή να απορροφούν ενεργό ισχύ, λειτουργώντας ως πηγή ή ως φορτίο. Έτσι, οι μετατροπείς VSC λειτουργούν και στα τέσσερα τεταρτημόρια, καθώς η ενεργός και η άεργος ισχύς μπορούν να έχουν οποιαδήποτε κατεύθυνση [3].

Από την πλευρά συνεχούς ρεύματος, γίνεται χρήση μιας χωρητικότητας, προκειμένου να διατηρείται η τάση σε σταθερό επίπεδο. Η χωρητικότητα αυτή, αποθηκεύει ή προσδίδει ενέργεια στο σύστημα αν η τάση είναι υψηλότερη ή χαμηλότερη της ονομαστικής αντίστοιχα. Ο ίδιος πυκνωτής λειτουργεί και ως φίλτρο αρμονικών χωρίς να επιβαρύνεται επιπλέον οικονομικά η διάταξη. Η αλλαγή της ροής ισχύος επιτυγχάνεται με την αντιστροφή της κατεύθυνσης του συνεχούς ρεύματος, ενώ η πολικότητα της συνεχούς τάσης παραμένει σταθερή [3].

1.2.2 Μετατροπείς AC/DC/AC

Οι μετατροπείς AC/DC/AC αποτελούνται συνήθως από έναν ανορθωτή AC/DC, ένα μετατροπέα DC/DC και έναν αντιστροφέα DC/AC. Η τοπολογία που είναι πιο συνηθισμένη, φαίνεται στο Σχήμα 1.1. Λόγω της σύνδεσης δυο όμοιων μετατροπέων τύπου πηγής τάσης, είναι γνωστή ως μετατροπέας back-to-back.



Σχήμα 1.1 Μετατροπέας AC/DC/AC με Σύνδεση back-to-back Αντιστροφέων

Ο μετατροπέας από την πλευρά της γεννήτριας λειτουργεί ως ανορθωτής, ενώ από την πλευρά του δικτύου ως αντιστροφέας. Προκειμένου να βελτιστοποιείται η εξαγόμενη ισχύς, η τάση του πυκνωτή πρέπει να παραμένει σταθερή, και παράλληλα

ο έλεγχος του μετατροπέα της γεννήτριας πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε αυτή να οδηγείται σε ταχύτητες περιστροφής που αντιστοιχούν σε βέλτιστη λειτουργία.

1.2.3 Ρύθμιση Ενεργού και Αέργου Ισχύος AC Μετατροπέα

Οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος μπορούν να ελέγχουν ξεχωριστά την ενεργό και την άεργο ισχύ που παράγουν ή καταναλώνουν και κατ' επέκταση τα ρεύματα ή τις τάσεις. Επειδή οι μετατροπείς στην πραγματικότητα συνθέτουν την κυματομορφή εναλλασσομένου ρεύματος ή τάσεως, έχουν πολύ γρήγορη αντίδραση, καθιστώντας δυνατή τη ρύθμιση εντός μιας περιόδου (20ms για σύστημα 50Hz). Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η ρύθμιση αυτή θεωρείται ακαριαία στη χρονικά κλίμακα που εξετάζεται (βήμα περίπου 1s).

Στη διάταξη του μετατροπέα DC/AC, ο έλεγχος ενεργού ισχύος εξασφαλίζει ότι η ισχύς που προέρχεται από την πηγή εισόδου μεταφέρεται στο δίκτυο εναλλασσομένου ρεύματος χωρίς να υπερφορτίζεται ο πυκνωτής στη πλευρά DC. Ο ανεξάρτητος έλεγχος αέργου ισχύος γίνεται με κατάλληλη μεταβολή της ενεργού τιμής εναλλασσόμενης τάσης, προκειμένου να ρυθμίζεται κάποια απομακρυσμένη τάση ή να διατηρείται ο συντελεστής ισχύος σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο.

Οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος δεν έχουν τη υπερφόρτιση. Σε περίπτωση που ζητηθεί από ρυθμιστή τάσεως/αέργου ισχύος τιμή ρεύματος που υπερβαίνει την ονομαστική, αυτή περιορίζεται αυτόματα. Στη συγκεκριμένη εργασία, ο ρυθμιστής υλοποιείται με μείωση της τάσης του μετατροπέα VSC έως ότου το ρεύμα επιστρέψει σε επιτρεπτό επίπεδο. Η δράση του ρυθμιστή θεωρείται ακαριαία.

1.3 Αιολική Παραγωγή

1.3.1 Αιολική Παραγωγή και Ανάπτυξη στην Ελλάδα

Τα τελευταία χρόνια, η ανάγκη για μείωση των περιβαλλοντικών ρύπων από τη μία και η σταδιακή εξάντληση των ορυκτών καυσίμων από την άλλη, έχει οδηγήσει στη ραγδαία εξάπλωση και ανάπτυξη των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (ΑΠΕ). Μια από τις σπουδαιότερες εναλλακτικές μορφές ενέργειας, η οποία έχει διεισδύσει στα περισσότερα σύγχρονα συστήματα, είναι η αιολική ενέργεια. Σε ορισμένες περιπτώσεις η διείσδυση υπερβαίνει το 40% της συνολικής ζήτησης φορτίου (πχ Δανία).

Η αξιοποίηση της αιολικής ενέργειας πραγματοποιείται από τα αιολικά πάρκα. Αυτά, αποτελούνται από ανεμογεννήτριες που συνδέονται μεταξύ τους σε ένα δίκτυο MT. Η παραγόμενη ισχύς εξαρτάται κυρίως από την ταχύτητα του ανέμου και είναι κατά προσέγγιση ανάλογη του κύβου της ταχύτητας [4].

Αιολικά πάρκα με εγκατεστημένη ισχύ πάνω από 15MW συνδέονται συνήθως σε υποσταθμούς ΥΤ/ΜΤ μέσω αποκλειστικών γραμμών διανομής μέσης τάσης. Πολλές φορές, τα αιολικά πάρκα εγκαθίστανται για ενεργειακή υποστήριξη σε αυτόνομα δίκτυα που περιλαμβάνουν ντιζελοηλεκτρικούς σταθμούς με υψηλό κόστος καυσίμου, ενώ σε σπανιότερες περιπτώσεις είναι υπεύθυνα για την αποκλειστική τροφοδότηση απομονωμένων περιοχών.

Στην Ελλάδα, παρά το γεγονός ότι υπάρχει υψηλό αιολικό δυναμικό, η πραγματική διείσδυση αιολικής ενέργειας δεν είναι ανάλογα σημαντική. Σύμφωνα με στοιχεία της Ρυθμιστικής Αρχής Ενέργειας (ΡΑΕ), το 2008 μόνο το 3.7% της συνολικής ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας καλύφθηκε από την αιολική παραγωγή. Μέχρι το 2013, στο Ελληνικό Διασυνδεδεμένο Σύστημα είχαν εγκατασταθεί ανεμογεννήτριες ισχύος 1495MW, όταν η συνολική εγκατεστημένη ισχύς ήταν περίπου 17.4GW [5].

Οι περιοχές που έχουν προσελκύσει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον για εγκατάσταση αιολικής παραγωγής, με βάση τις αιτήσεις των ανεξάρτητων παραγωγών στην Ρυθμιστική Αρχή Ενέργειας, είναι η περιοχή της Εύβοιας, η Ανατολική Πελοπόννησος και η περιοχή της Θράκης. Παρά το γεγονός ότι υπάρχουν συγκεκριμένα σχέδια για ενίσχυση του δικτύου μεταφοράς προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι περιορισμοί και να εγκατασταθούν τα μελλοντικά αιολικά πάρκα, περιβαλλοντικοί, νομικοί και οικονομικοί λόγοι οδηγούν σε σημαντικές καθυστερήσεις. Τα μεγαλύτερα ποσοστά διείσδυσης παρατηρούνται κυρίως σε νησιωτικές περιοχές της χώρας, οι οποίες δεν είναι διασυνδεδεμένες με το ηπειρωτικό σύστημα.

Χαρακτηριστική ιδιαιτερότητα της αιολικής ενέργειας είναι ότι δεν κατανέμεται ανάλογα με τη ζήτηση. Αυτό σημαίνει ότι το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας θα πρέπει να δέχεται, σε κάθε περίπτωση, το σύνολο της ισχύος που προσφέρουν τα αιολικά πάρκα. Για να αποφευχθεί η απόρριψη της παρεχόμενης ηλεκτρικής ισχύος σε περίπτωση πλεονάσματος, εξετάζεται η χρήση μηχανισμών αποθήκευσης της παραγόμενης ενέργειας.

Τα πρώτα χρόνια ανάπτυξης της αιολικής ενέργειας, οι ανεμογεννήτριες αντιμετωπίζονταν καθαρά ως αρνητικά φορτία, καθώς το μικρό ποσοστό συμμετοχής τους στην συνολική παραγωγή δεν είχε σημαντικό αντίκτυπο στην ομαλή λειτουργία των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Με τον καιρό, η συνεχής αύξηση της διείσδυσης της αιολικής παραγωγής άρχισε να κάνει αισθητή της επίδραση της, όχι μόνο στη λειτουργία αλλά και στο σχεδιασμό των ΣΗΕ. Ξεκίνησε επομένως μια διαδικασία αλληλεπίδρασης μεταξύ των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, των κανονισμών για τα αιολικά πάρκα που εκδίδουν οι διαχειριστές και των κατασκευαστών ανεμογεννητριών.

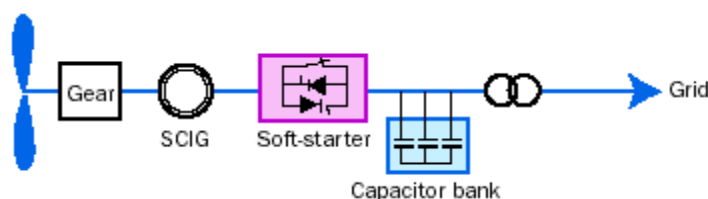
1.3.2 Βασικοί Τύποι Ανεμογεννητριών

Ανάλογα με τη μηχανολογική τους διαμόρφωση, οι ανεμογεννήτριες διακρίνονται σε δυο κατηγορίες, τις ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα που αποτελεί και την συνηθέστερη περίπτωση, και τις ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα. Για την πρώτη κατηγορία, ο ανεμοκινητήρας μετατρέπει την κινητική ενέργεια του ανέμου σε μηχανική, η οποία μεταφέρεται μέσω του άξονα και πιθανόν ενός κιβωτίου ταχυτήτων στον άξονα της γεννήτριας που βρίσκεται στον θάλαμο μηχανισμών στην κορυφή του πύργου. Ο άξονας περιστροφής του ανεμοκινητήρα διατηρείται παράλληλος ως προς το πεδίο ροής του ανέμου με τη βοήθεια του συστήματος προσανατολισμού (yaw system) [6].

Με βάση τη συμπεριφορά τους στις διακυμάνσεις του ανέμου, οι ανεμογεννήτριες διαχωρίζονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες, τις ανεμογεννήτριες σταθερών στροφών και τις ανεμογεννήτριες μεταβλητών στροφών. Οι ανεμογεννήτριες μεταβλητών στροφών διαθέτουν ρυθμιστή που επιτρέπει τη μεταβολή των στροφών του δρομέα, ανάλογα με την ταχύτητα του ανέμου, προκειμένου να απορροφούν διαρκώς τη μέγιστη δυνατή ενέργεια από τον άνεμο. Επομένως, αυτή η επιπρόσθετη ικανότητα των ανεμογεννητριών μεταβλητών στροφών να μεγιστοποιούν την απορροφούμενη αιολική ενέργεια, έχει οδηγήσει στην επικράτησή τους έναντι των ανεμογεννητριών σταθερών στροφών.

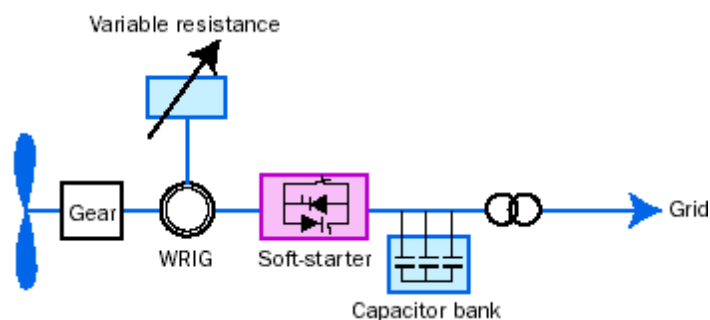
Η παροχή ισχύος στο σύστημα από τις γεννήτριες μεταβλητών στροφών πραγματοποιείται είτε μέσω ασύγχρονων γεννητριών διπλής τροφοδότησης, είτε μέσω σύγχρονων γεννητριών με πλήρη μετατροπέα ηλεκτρικής ισχύος. Ακολουθώντας, γίνεται μια αναλυτική περιγραφή των ανεμογεννητριών με βάση την τεχνολογία που χρησιμοποιούν.

Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι ανεμογεννήτριες σταθερών στροφών, οι οποίες παρουσιάστηκαν στην αγορά στις αρχές της δεκαετίας του 1980. Χαρακτηρίζονται από απλότητα και στιβαρότητα, ενώ ο δρομέας κινείται από την έλικα μέσω κιβωτίου ταχυτήτων. Από την άλλη, ο στάτης είναι απευθείας συνδεδεμένος στο δίκτυο. Γίνεται χρήση μιας απλής μηχανής επαγωγής, συνήθως τύπου κλωβού (Squirrel Cage Induction Generator –SCIG), απευθείας συνδεδεμένης στο δίκτυο. Οι ανεμογεννήτριες αυτές θεωρούνται σταθερών στροφών επειδή η ταχύτητα περιστροφής των μηχανών επαγωγής, παρότι μεταβάλλεται με το σημείο λειτουργίας, είναι πολύ κοντά στη σύγχρονη ταχύτητα, με μια απόκλιση της τάξης του 1%-2%.



Σχήμα 1.2 Α/Γ Σταθερών Στροφών

Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι ανεμογεννήτριες μεταβλητής αντίστασης δρομέα. Η μεταβολή πραγματοποιείται με τη χρήση ηλεκτρονικών ισχύος. Με τον τρόπο αυτό, η ταχύτητα του δρομέα μπορεί να πάρει τιμές εντός ενός εύρους 10% της σύγχρονης.



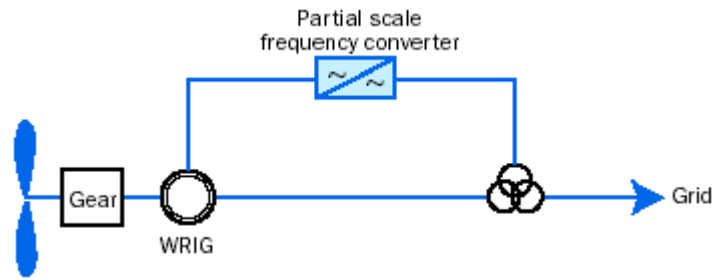
Σχήμα 1.3 A/T Μεταβλητής Αντίστασης Δρομέα

Στην τρίτη κατηγορία, η οποία είναι και η πιο διαδεδομένη σήμερα, ανήκουν οι ανεμογεννήτριες διπλής τροφοδότησης. Η ασύγχρονη μηχανή που χρησιμοποιείται είναι τυλιγμένου δρομέα, με το στάτη απευθείας συνδεδεμένο στο δίκτυο, ενώ το τριφασικό τύλιγμα του δρομέα συνδέεται μέσω ενός μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος AC/DC/AC.

Το 30-40% της ισχύος διέρχεται μέσα από τον μετατροπέα, ενώ το υπόλοιπο διοχετεύεται απευθείας στο δίκτυο. Ως αποτέλεσμα, ο μετατροπέας ισχύος είναι μικρότερης ονομαστικής ισχύος και κατ' επέκταση πιο οικονομικός σε σχέση με τον πλήρη.

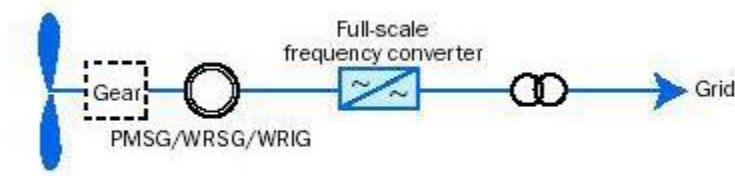
Με τον έλεγχο του μετατροπέα, η ταχύτητα της ανεμογεννήτριας μπορεί να ποικίλει έως και 40% από τη σύγχρονη. Ακόμη, υπάρχει η δυνατότητα ανεξάρτητου ελέγχου της ενεργού και της αέργου ισχύος. Σε αντίθεση με τις ανεμογεννήτριες σταθερών στροφών, μπορεί να επιλεγεί η ταχύτητα ώστε να μεγιστοποιείται η απολαβή ισχύος. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα ρύθμισης είτε του συντελεστή ισχύος είτε της τάσης ακροδεκτών ή του ζυγού σύνδεσης με το σύστημα, μέσω διάταξης ηλεκτρονικών ισχύος που συνδέει το δρομέα με το δίκτυο.

Όπως και στις απλές γεννήτριες επαγωγής, χρησιμοποιείται μειωτήρας στροφών. Οι ανεμογεννήτριες της κατηγορίας αυτής διαθέτουν έλεγχο γωνίας βήματος των περυγίων, προκειμένου να γίνεται περικοπή ισχύος σε υψηλές ταχύτητες ανέμου.



Σχήμα 1.4 Α/Γ Μεταβλητών Στροφών με Γεννήτρια Επαγωγής Διπλής Τροφοδότησης

Στην τέταρτη κατηγορία ανήκουν οι ανεμογεννήτριες μεταβλητών στροφών με πλήρη μετατροπέα, οι οποίες μπορεί να είναι εφοδιασμένες είτε με σύγχρονη πολυπολική γεννήτρια τυλιγμένου δρομέα (wound rotor synchronous generator –WRSG) ή μονίμων μαγνητών (permanent magnet synchronous generator –PMSG), είτε με μηχανή επαγωγής τυλιγμένου δρομέα (wound rotor induction generator –WRIG) ή τύπου κλωβού (squirrel cage induction generator –SCIG).



Σχήμα 1.5 Α/Γ Μεταβλητών Στροφών με Πλήρη Μετατροπέα

Ο στάτης συνδέεται στο δίκτυο μέσω ενός μετατροπέα πλήρους ισχύος. Η ανεμογεννήτρια, επειδή είναι τελείως απομονωμένη από το δίκτυο, μπορεί να λειτουργεί σε ένα πολύ μεγάλο εύρος ταχυτήτων. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα ρύθμισης σταθερού συντελεστή ισχύος ή τάσης, ενώ γίνεται έλεγχος της γωνίας βήματος των πτερυγίων προκειμένου να περιοριστεί η αποδιδόμενη ισχύς σε υψηλές ταχύτητες ανέμου.

Στην παρούσα εργασία, δεν χρησιμοποιείται συγκεκριμένως τύπος ανεμογεννητριών, αλλά θεωρείται ότι η έγχυση αέργου ισχύος στο δίκτυο γίνεται με απευθείας έλεγχο του μετατροπέα, έτσι ώστε να διατηρείται μια επιθυμητή τιμή τάσης.

Οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος DC/AC που χρησιμοποιούνται θεωρείται πως λειτουργούν ως πηγές τάσης. Η τάση εναλλασσόμενου ρεύματος του μετατροπέα θεωρείται σταθερή κατά μέτρο, αλλά μπορεί να μεταβάλλεται σύμφωνα με κάποια μορφή ελέγχου. Η ρύθμιση αυτή λογίζεται ως ακαριαία, δηλαδή πραγματοποιείται χωρίς να αυξηθεί ο χρόνος της προσομοίωσης.

1.4 Ευστάθεια Τάσης

1.4.1 Η Έννοια της Ευστάθειας Τάσης

Η αστάθεια τάσης αναφέρεται στην ικανότητα ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας να διατηρεί σταθερές αποδεκτές τάσεις σε όλους τους ζυγούς του, τόσο κάτω από ονομαστική κατάσταση λειτουργίας, όσο και έπειτα από μια διαταραχή. Στην αναφορά [7] προτάθηκε ο ακόλουθος ορισμός αστάθειας τάσης που περιγράφει τα βασικά χαρακτηριστικά του φαινομένου:

Η αστάθεια τάσης προκαλείται από την απόπειρα των φορτίων, μέσω της δυναμικής συμπεριφοράς τους, να απορροφήσουν ισχύ μεγαλύτερη από το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος του συνδεδεμένου συστήματος παραγωγής και μεταφοράς.

Τα συστήματα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας συναντούν ένα άνω όριο στην ισχύ που μπορούν να διακινήσουν. Όταν η ζήτηση φτάσει το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, ο οποιοσδήποτε μηχανισμός αποκατάστασης του φορτίου αντί να αυξήσει την καταναλισκόμενη ισχύ, τείνει να την μειώσει. Στο φαινόμενο αυτό βρίσκεται η ουσία της αστάθειας τάσης.

Η δυναμική συμπεριφορά των φορτίων είναι ένα από τα κύρια αίτια πρόκλησης της αστάθειας τάσης. Μετά την εμφάνιση μιας διαταραχής στο σύστημα, τα φορτία τείνουν να αποκαταστήσουν την καταναλισκόμενη ισχύ, είτε άμεσα μεταβάλλοντας την αγωγιμότητά τους, είτε έμμεσα μέσω διατάξεων όπως οι κινητήρες επαγωγής και τα θερμοστατικά φορτία.

Ένα φαινόμενο αστάθειας τάσης εμφανίζεται με τη μορφή διαρκούς των τάσεων σε ορισμένους ζυγούς του συστήματος. Η επιτάχυνση αυτού του φαινομένου προκαλεί εν τέλει απότομη βύθιση στις τάσεις, οδηγώντας στο φαινόμενο που ονομάζεται κατάρρευση τάσης. Με τον όρο κατάρρευση τάσης εννοείται μια απότομη (πρακτικά ακαριαία) καταστροφική μετάβαση της κατάστασης ενός συστήματος, η οποία συνήθως οφείλεται σε μια αστάθεια που εξελίσσεται σε ταχύτερη χρονική κλίμακα από την αρχικά θεωρούμενη. Ωστόσο, η κατάρρευση τάσης δεν είναι απαραίτητα το τελικό αποτέλεσμα της αστάθειας τάσης.

Η αστάθεια τάσης ξεκινά ως τοπικό φαινόμενο, με τις συνέπειές της όμως να έχουν διαδεδομένο αντίκτυπο. Η πιθανότητα εμφάνισης αστάθειας τάσης αυξάνεται κάτω από συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του συστήματος. Τέτοια μπορεί να είναι μεγάλες αποστάσεις μεταξύ παραγωγής και κατανάλωσης, δυσμενή χαρακτηριστικά φορτίων (συμπεριφορά σταθερής ισχύος) και κακός συντονισμός του συνόλου των συστημάτων προστασίας και ελέγχου.

1.4.2 Μηχανισμοί Αστάθειας Τάσης

Ένα πολύ σημαντικό κριτήριο διαχωρισμού των μηχανισμών αστάθειας τάσης αποτελεί η χρονική κλίμακα στην οποία εξελίσσονται τα δυναμικά φαινόμενα. Με βάση αυτό το κριτήριο, η αστάθεια τάσης χωρίζεται σε βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη [7].

Στη βραχυπρόθεσμη κλίμακα, η απόπειρα των φορτίων να αποκαταστήσουν την ισχύ που καταναλώνουν έπειτα από μια διαταραχή, εξελίσσεται εντός λίγων δευτερολέπτων και ταυτίζεται με το χρονικό διάστημα που εμφανίζεται το φαινόμενο της αστάθειας γωνίας στις σύγχρονες γεννήτριες. Στο διάστημα αυτό εξελίσσονται φαινόμενα βραχυπρόθεσμης αστάθειας τάσης, που αφορούν κυρίως τις γρήγορες προσπάθειες αποκατάστασης φορτίου από κινητήρες επαγωγής και λιγότερο συχνά συνδέσμους υψηλής τάσης-συνεχούς ρεύματος (HVDC). Η βραχυπρόθεσμη αστάθεια τάσης είναι επίσης γνωστή ως μεταβατική κατάρρευση τάσης.

Στα καινούργια αιολικά πάρκα εγκαθίστανται συνήθως ανεμογεννήτριες επαγωγής μεταβλητών στροφών, οι οποίες έχουν τη δυνατότητα ρύθμισης της τερματικής τάσης και επομένως της καταναλισκόμενης αέργου ισχύος μέσω κατάλληλων μετατροπών ηλεκτρονικών ισχύος. Εάν μια ασύγχρονη μηχανή οδηγηθεί σε αστάθεια ενώ παραμένει συνδεδεμένη στο δίκτυο, μπορεί να συμπαράσχει σε αστάθεια και γειτονικές μηχανές, με αποτέλεσμα τη μερική ή ολική κατάρρευση του συστήματος.

Το ζήτημα της βραχυπρόθεσμης αστάθειας τάσης αναμένεται να πάρει ακόμα μεγαλύτερες διαστάσεις λόγω διαφόρων γεγονότων όπως:

- Η αυξημένη χρήση κινητήρων επαγωγής, οι οποίοι εξοπλίζουν τα συστήματα ψύξης και κλιματισμού
- Η διείσδυση φορτίων των οποίων η κατανάλωση είναι ανεξάρτητη της τάσης και ελέγχεται με ηλεκτρονικά ισχύος
- Η εκτεταμένη χρήση συστημάτων πυκνωτών για αντιστάθμιση αέργου ισχύος
- Η αυξημένη χρήση γραμμών HVDC
- Η εντατικότερη χρήση των διαθέσιμων δικτύων μεταφοράς.

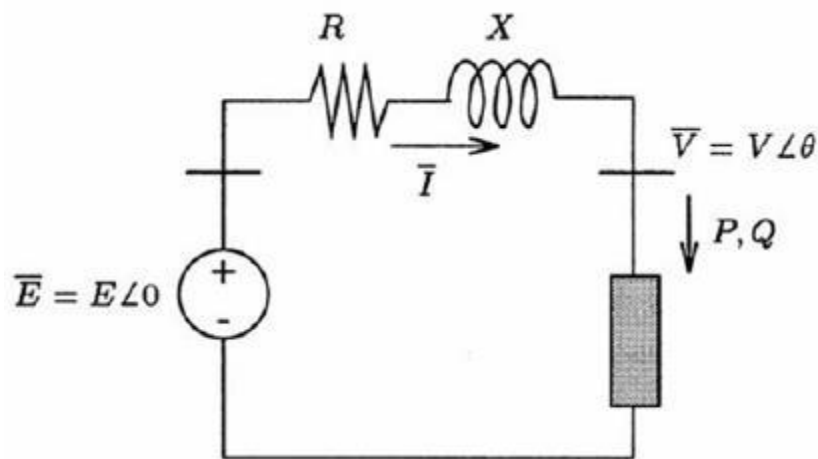
Έπειτα από μια διαταραχή, θεωρείται ότι το σύστημα βρίσκεται σε βραχυπρόθεσμο σημείο ισορροπίας, όταν τα βραχυπρόθεσμα μεταβατικά φαινόμενα έχουν αποσβεστεί. Μετά τη βραχυπρόθεσμη ισορροπία, οι μακροπρόθεσμες αργές δυναμικές καθορίζουν την εξέλιξη του συστήματος. Οι γρήγορες δυναμικές συνιστώσες του συστήματος θεωρούνται ότι ανταποκρίνονται ευσταθώς στις αλλαγές των μακροπρόθεσμων. Έτσι προκύπτει η λογική πίσω από την οιονεί στατική προσέγγιση στη μακροπρόθεσμη κλίμακα.

Οι μηχανισμοί αστάθειας τάσης που εμφανίζονται από την εξέλιξη των παραπάνω αργών δυναμικών φαινομένων μπορεί να οδηγήσουν στην μακροπρόθεσμη αστάθεια τάσης [7]. Σημαντικό ρόλο στην εμφάνιση αυτού του είδους αστάθειας τάσης παίζουν

τα ΣΑΤΥΦ των μετασχηματιστών, τα οποία με τις ρυθμιστικές τους λειτουργίες επηρεάζουν την απόκριση του συστήματος.

1.4.3 Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς και Καμπύλες PV

Ένας βασικός παράγοντας στην εμφάνιση αστάθειας τάσης αποτελεί η αδυναμία μεταφοράς της απαιτούμενης ισχύος για την κάλυψη των φορτίων [7]. Το σύστημα έχει την ικανότητα να μεταφέρει μια μέγιστη ενεργό ή άεργο ισχύ, η οποία αναφέρεται ως *μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς*. Αυτή, προσδιορίζεται βάσει των διατάξεων και της τοπολογίας του εκάστοτε δικτύου. Η βασική ιδέα προκύπτει από την ανάλυση του ακτινικού δικτύου του Σχήματος 1.6, το οποίο αποτελείται από μια ιδανική πηγή τάσης και ένα φορτίο. Για λόγους απλότητας, θεωρούνται μηδενικές ωμικές απώλειες ($R = 0$) και ιδανική πηγή τάσης.



Σχήμα 1.6 Ακτινικό Δίκτυο

Σύμφωνα με το Σχήμα 1.6 προκύπτει:

$$\tilde{V} = \tilde{E} - jX\tilde{I} \quad (1.1)$$

Η φαινόμενη ισχύς που απορροφάται από το φορτίο είναι:

$$S = P + jQ = \tilde{V}\tilde{I}^* = \tilde{V} \frac{\tilde{E}^* - \tilde{V}^*}{-jX} = \frac{j}{X} (EV \cos \theta + jEV \sin \theta - V^2) \quad (1.2)$$

Έτσι, προκύπτουν οι εξισώσεις ροής ισχύος ή ροής φορτίου ενός δικτύου χωρίς απώλειες:

$$P = -\frac{EV}{X} \sin \theta \quad (1.3)$$

$$Q = -\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \theta \quad (1.4)$$

Για δεδομένο φορτίου (P,Q), οι παραπάνω εξισώσεις λύνονται ως προς V και θ, με χρήση των οποίων μπορούν στη συνέχεια να προσδιοριστούν και τα υπόλοιπα μεγέθη. Απαλείφοντας την γωνία θ, λαμβάνεται η γνωστή διτετράγωνη εξίσωση:

$$(V^2)^2 + (2QX - E^2)V^2 + X^2(P^2 + Q^2) = 0 \quad (1.5)$$

Για την ύπαρξη τουλάχιστον μιας ρίζας στην παραπάνω εξίσωση, πρέπει η διακρίνουσα να είναι μη αρνητική:

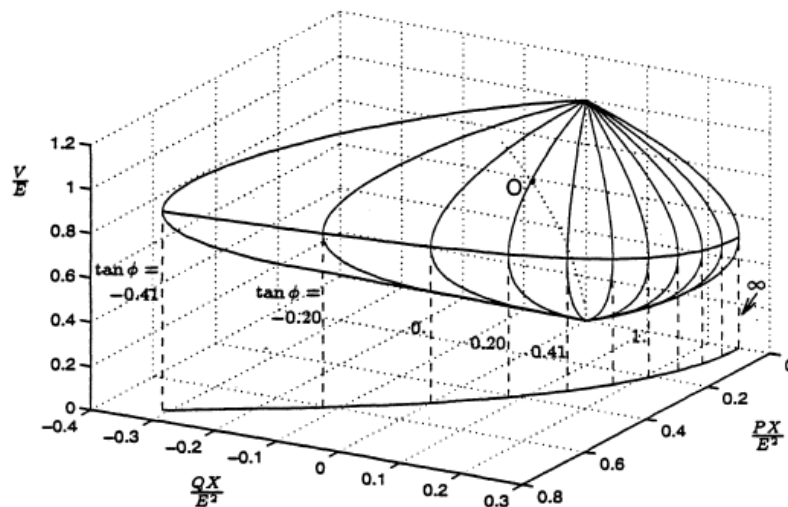
$$(2QX - E^2)^2 - 4X^2(P^2 + Q^2) \geq 0 \quad (1.6)$$

Η οποία μπορεί να διατυπωθεί και ως:

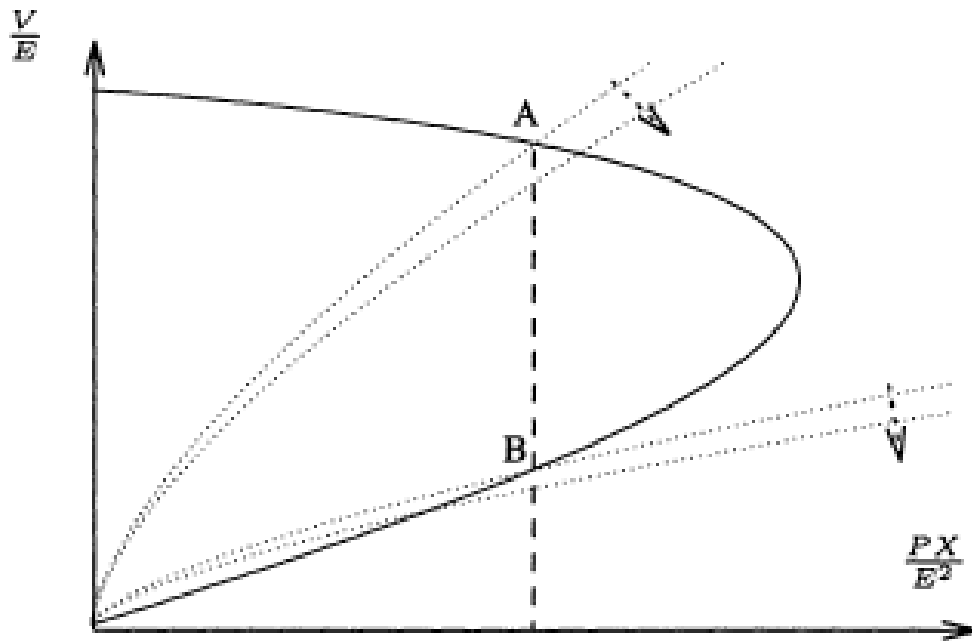
$$-P^2 - \frac{E^2}{X}Q + \left(\frac{E^2}{2X}\right)^2 \geq 0 \quad (1.7)$$

Υποθέτοντας εν συνεχεία ότι η παραπάνω ανίσωση ικανοποιείται, οι δύο λύσεις της διτετράγωνης εξίσωσης δίνονται από τον ακόλουθο τύπο:

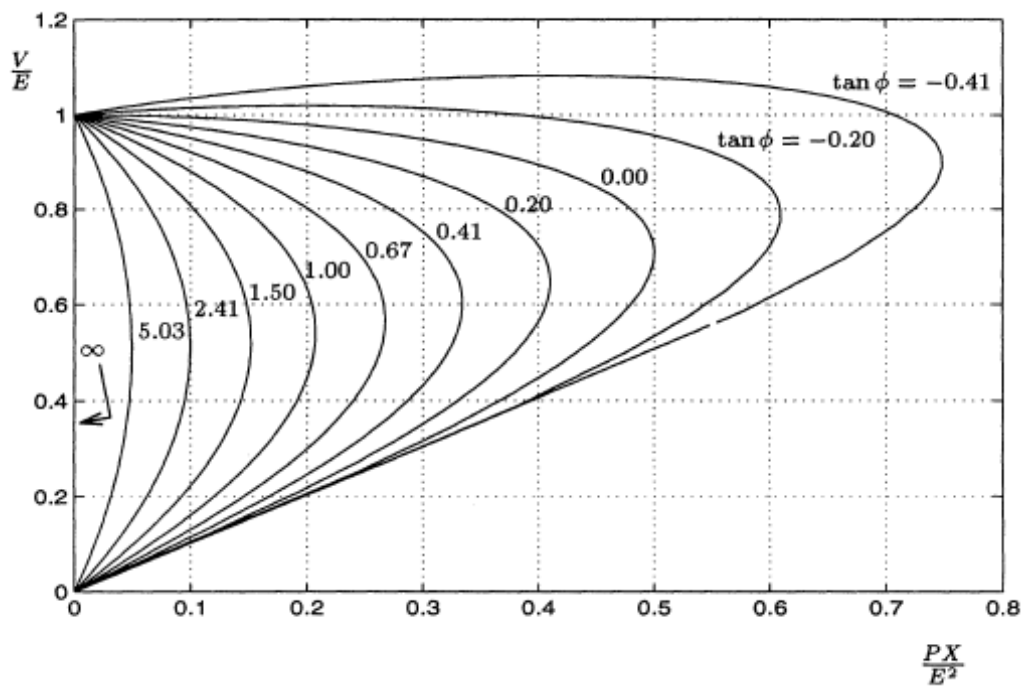
$$V = \sqrt{\frac{E^2}{2} - QX} \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - X^2P^2 - XE^2Q} \quad (1.8)$$



Σχήμα 1.7 Τάση Συναρτήσεως Ενέργων και Αεργών Ισχύων Φορτίου



Σχήμα 1.8 Καμπύλη PV



Σχήμα 1.9 Καμπύλες PV

Στον τρισδιάστατο χώρο (P,Q,V) , η εξίσωση (1.8) ορίζει την επιφάνεια δυο διαστάσεων που φαίνεται στο Σχήμα 1.7, με το πάνω μέρος της επιφάνειας να αντιστοιχεί στη θετική ρίζα της εξίσωσης (1.8) ή αλλιώς στη ρίζα υψηλής τάσης, ενώ το κάτω μέρος αντιστοιχεί στην αρνητική ρίζα ή αλλιώς στη ρίζα χαμηλής τάσης. Ο Ισημερινός της επιφάνειας κατά μήκος του οποίου οι δυο λύσεις είναι όμοιες, αντιστοιχεί στα σημεία μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος.

Οι μεσημβρινοί του ίδιου σχήματος αντιστοιχούν σε τομές της επιφάνειας με το κατακόρυφο επίπεδο $Q = P \tan \varphi$, με το φ να μεταβάλλεται από $-\pi/8$ έως $\pi/2$ με βήμα $\pi/16$. Η προβολή αυτών των μεσημβρινών στο επίπεδο (P,V) δίνει της καμπύλες τάσης φορτίου V συναρτήσει της ενεργού ισχύος P, με μεταβλητό συντελεστή ισχύος. Οι συγκεκριμένες καμπύλες φαίνονται στο Σχήμα 1.9 και ονομάζονται καμπύλες ισχύος τάσης ή αλλιώς καμπύλες PV. Διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην κατανόηση και την ανάλυση της αστάθειας τάσης.

Από το Σχήμα 1.9 μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα. Αρχικά, για δεδομένη ενεργό ισχύ φορτίου μικρότερη της μέγιστης τιμής, υπάρχουν δύο λύσεις, μια με υψηλή τάση και χαμηλό ρεύμα και μια με χαμηλή τάση και υψηλό ρεύμα. Η πρώτη αντιστοιχεί σε συνθήκες κανονικής λειτουργίας, ενώ η δεύτερη σε ασταθές σημείο, δηλαδή μη αποδεκτή κατάσταση μόνιμης λειτουργίας.

Όσο αυξάνεται η αντιστάθμιση του φορτίου, δηλαδή όσο μικραίνει η τιμή του $\tan\varphi$, αυξάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Ωστόσο, ταυτόχρονα η τάση όπου αυτό το μέγιστο λαμβάνει χώρα επίσης αυξάνεται. Αυτή η κατάσταση είναι επικίνδυνη από την άποψη ότι η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς επιτυγχάνεται σε τιμές τάσεων υψηλές, κοντά στην ονομαστική τιμή, με αποτέλεσμα να μειώνονται τα περιθώρια μεταβολής της τάσης. Επίσης, σε πολύ μεγάλο βαθμό αντιστάθμισης και σε ισχύ φορτίου που πλησιάζει τη μέγιστη τιμή της, οι δυο ρίζες της τάσης είναι πολύ κοντά μεταξύ τους, δυσκολεύοντας τον προσδιορισμό αυτής που αντιστοιχεί σε κανονική λειτουργία.

Για υπέρ-αντισταθμισμένα φορτία ($\tan\varphi < 0$), ένα τμήμα της άνω καμπύλης PV δείχνει ότι κατά μήκος της, η τάση αυξάνει με την αύξηση της ισχύος φορτίου. Αυτό συμβαίνει διότι, υπό αρνητικό $\tan\varphi$, όσο αυξάνεται η κατανάλωση ενεργού ισχύος, τόσο αυξάνεται η παραγωγή αέργου. Επομένως, σε συνθήκες χαμηλής ισχύος φορτίου, η μείωση της τάσης που προκαλείται από την κατανάλωση της ενεργού ισχύος αντισταθμίζεται από την αντίστοιχη παραγωγή της αέργου. Όσο πιο αρνητικό το $\tan\varphi$, τόσο μεγαλύτερο το τμήμα της καμπύλης PV στο οποίο εμφανίζεται το παραπάνω φαινόμενο.

Αν το φορτίο θεωρηθεί ότι συμπεριφέρεται ως σύνθετη αγωγιμότητα και ότι μεταβάλλεται με σταθερό συντελεστή ισχύος, η αποδιδόμενη ισχύς στο φορτίο δίνεται από τη σχέση:

$$P = R_l I^2 = \frac{R_l E^2}{(R + R_l)^2 + (X + R_l \tan \varphi)^2} \quad (1.9)$$

Όπου $Z_l = R_l + jX_l = R_l(1 + j \tan \varphi)$ είναι η σύνθετη αγωγιμότητα του φορτίου.

Η συνθήκη ακρότατου της παραπάνω εξίσωσης είναι:

$$\frac{\partial P}{\partial R_l} = 0 \Rightarrow R_l^2(1 + \tan^2 \varphi) = R^2 + X^2 \quad (1.10)$$

Η παραπάνω σχέση είναι ισοδύναμη με:

$$|Z_l| = |Z| \quad (1.11)$$

Η δεύτερη παράγωγος της διτετράγωνης εξίσωσης (1.5) δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R_l^2} = -2R_l(1 + \tan^2 \varphi) \quad (1.12)$$

Η παραπάνω παράγωγος είναι πάντοτε αρνητική, κάτι που σημαίνει ότι η ενεργός ισχύς παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο μηδενισμού της παραγώγου της. Με βάση αυτό, διατυπώνεται το θεώρημα μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος που διακινείται σε μια γραμμή μεταφοράς, όταν ο συντελεστής ισχύος είναι σταθερός:

Για σταθερό συντελεστή ισχύος, η ισχύς του φορτίου μεγιστοποιείται όταν η σύνθετη αντίσταση του φορτίου γίνει ίση με τη σύνθετη αντίσταση της γραμμής μεταφοράς.

Για μοναδιαίο συντελεστή ισχύος φορτίου και $R=0$, η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς προκύπτει με την αντικατάσταση της συνθήκης μεγίστου στη σχέση :

$$P_{max} = \frac{E^2}{4X} \quad (1.13)$$

1.5 Δυναμικό Μοντέλο Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας

Τα περισσότερα συστήματα των οποίων η δυναμική συμπεριφορά αποτελεί αντικείμενο μελέτης, περιγράφονται από ένα σύνολο N διαφορικών εξισώσεων της μορφής:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (1.14)$$

Όπου \mathbf{x} το $(N \times 1)$ διάνυσμα κατάστασης του συστήματος και \mathbf{f} οι N διανυσματικές, συνήθως μη γραμμικές συναρτήσεις του διανύσματος \mathbf{x} . Το διάνυσμα κατάστασης \mathbf{x} είναι συνάρτηση του χρόνου και λύση της διαφορικής εξίσωσης (1.14) για κάποιες αρχικές τιμές.

Σύμφωνα με τη γενική θεωρία διαφορικών εξισώσεων, γνωρίζοντας ένα σύνολο αρχικών συνθηκών \mathbf{x}_0 , είναι δυνατός ο προσδιορισμός μιας λύσης $x(t)$, με την προϋπόθεση ότι τα κριτήρια ύπαρξης και μοναδικότητας της λύσης ικανοποιούνται [7].

Τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας αποτελούν δυναμικά συστήματα, των οποίων η πολυπλοκότητα και η ποικιλομορφία δεν επιτρέπουν την εύκολη και ολοκληρωμένη περιγραφή τους μέσω των εξισώσεων (1.14). Αντί των εξισώσεων αυτών, καταστρώνονται αλγεβρικές-διαφορικές εξισώσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο στην ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς των ΣΗΕ. Στη συνέχεια γίνεται ο διαχωρισμός τους με βάση τη χρονική κλίμακα σε εξισώσεις ακαριαίας απόκρισης, βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης χρονικής κλίμακας [7].

Οι εξισώσεις ακαριαίας απόκρισης αναφέρονται στα γρήγορα δυναμικά φαινόμενα που έχουν διάρκεια λίγων δευτερολέπτων μετά από την εμφάνιση διαταραχής στο σύστημα. Οι μεταβολές που τις διέπουν αφορούν ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα που εξελίσσονται σε τόσο μικρά χρονικά διαστήματα, που θεωρούνται πρακτικά ακαριαία. Επομένως, παραλείπεται η μεταβατική τους ανάλυση και χρησιμοποιούνται μόνο οι εξισώσεις ισορροπίας, που αφορούν κυρίως το ισοζύγιο ενεργού και αέργου ισχύος στο σύστημα στην ημιτονοειδή μόνιμη κατάσταση. Οι αλγεβρικές αυτές εξισώσεις περιγράφονται ως:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.15)$$

Όπου \mathbf{g} είναι m ομαλές συναρτήσεις και \mathbf{y} το $(m \times 1)$ διάνυσμα των αλγεβρικών μεταβλητών (συνήθως τάσεις και γωνίες). Οι εξισώσεις αυτές παίζουν σημαντικό ρόλο στην ευστάθεια του συστήματος.

Οι εξισώσεις βραχυπρόθεσμης χρονικής κλίμακας αναφέρονται στα γρήγορα δυναμικά φαινόμενα που έχουν διάρκεια λίγων δευτερολέπτων μετά την εμφάνιση διαταραχής στο σύστημα. Αποτελούν διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης και οι σταθερές χρόνου που τις χαρακτηρίζουν είναι της τάξεως του δευτερολέπτου, δικαιολογώντας έτσι και τη βραχυπρόθεσμη απόκρισή τους. Συνήθως περιγράφουν την μεταβατική συμπεριφορά των σύγχρονων γεννητριών, των ρυθμιστών τάσης στους κινητήρες επαγωγής αλλά και των διατάξεων ηλεκτρονικών ισχύος όπως τα ευέλικτα συστήματα μεταφοράς. Τα αντίστοιχα φαινόμενα αναφέρονται ως βραχυπρόθεσμα μεταβατικά φαινόμενα, με τις διαφορικές εξισώσεις που τα περιγράφουν να είναι:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.16)$$

Όπου \mathbf{f} είναι n ομαλές συναρτήσεις και \mathbf{x} το $(n \times 1)$ διάνυσμα των βραχυπρόθεσμων μεταβλητών κατάστασης του συστήματος.

Οι εξισώσεις μακροπρόθεσμης χρονικής κλίμακας αναφέρονται στα πιο αργά δυναμικά φαινόμενα που εκδηλώνονται επί αρκετά δευτερόλεπτα μετά την ενδεχόμενη διαταραχή. Αφορούν κυρίως ελεγκτές και προστατευτικές διατάξεις που ενεργοποιούνται αρκετά μετά την απόσβεση των βραχυπρόθεσμων μεταβατικών φαινομένων, προκειμένου να αποφευχθούν περιττές δράσεις και τυχόν αλληλεπιδράσεις με τις διατάξεις βραχυπρόθεσμης κλίμακας. Μερικά παραδείγματα εξισώσεων που περιλαμβάνονται σε αυτή την κατηγορία είναι τα ΣΑΤΥΦ, η

δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας, το σύστημα προστασίας υπερδιέγερσης, η προστασία ρεύματος στάτη των σύγχρονων μηχανών και η ζεύξη συστοιχιών πυκνωτών. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις παραπάνω διατάξεις αποτελούνται από συνεχείς διαφορικές εξισώσεις με μεγάλες χρονικές σταθερές, αλλά και από διακριτές εξισώσεις διαφορών. Η μορφή τους είναι η ακόλουθη:

$$\dot{\mathbf{z}}_c = \mathbf{h}_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.17)$$

$$\mathbf{z}_d(k+1) = \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d(k)) \quad (1.18)$$

Όπου $\mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d$ είναι τα διανύσματα κατάστασης για τα συνεχή και τα διακριτά μακροπρόθεσμα φαινόμενα αντίστοιχα. Ο δείκτης k εκφράζει τη χρονική στιγμή $t_k = k\Delta T$, με ΔT να συμβολίζεται η περίοδος λειτουργίας του διακριτού συστήματος.

1.6 Οιονεί Στατική Προσέγγιση

Η μελέτη των ΣΗΕ από πλευράς αστάθειας τάσης γίνεται ολοένα και πιο σημαντική, κυρίως λόγω των επιπτώσεων που μπορεί να έχει. Οι αλγεβρικές-διαφορικές εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 1.6 αποτελούν ένα εργαλείο αναπαράστασης της συμπεριφοράς ενός ΣΗΕ και η επίλυσή τους δίνει τη δυνατότητα λεπτομερούς ανάλυσης των μηχανισμών αστάθειας. Παρά τη συνεχή αύξηση της υπολογιστικής δύναμης που μπορεί να προσφέρει η τεχνολογία, είναι απαραίτητο να γίνει κάποια απλοποίηση σε ένα μεγάλο σύστημα προκειμένου να αναλυθεί στη μακροπρόθεσμη κλίμακα.

Αυτή η ανάγκη για μια απλοποιημένη και γρήγορη μέθοδο επίλυσης των εξισώσεων οδήγησε στο διαχωρισμό τους σε δυο συστήματα ελαττωμένης τάξης και πολυπλοκότητας, ανάλογα με τη χρονική κλίμακα στην οποία ανήκουν τα δυναμικά φαινόμενα που εξελίσσονται. Τα δυο αυτά υποσυστήματα προκύπτουν με εφαρμογή της τεχνικής των οιονεί στατικών μεταβολών [7] και είναι το βραχυπρόθεσμο προσεγγιστικό σύστημα και το οιονεί στατικό σύστημα στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα.

Κατά την ανάλυση στη βραχυπρόθεσμη κλίμακα, χρησιμοποιείται το βραχυπρόθεσμο σύστημα. Το μοντέλο αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι τα αργά δυναμικά φαινόμενα, λόγω του αργού ρυθμού εξέλιξής τους, μπορούν να θεωρηθούν σταθερά, όταν τα γρήγορα βραχυπρόθεσμα φαινόμενα βρίσκονται σε διαδικασία μετάβασης. Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι μακροπρόθεσμες μεταβλητές $\mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d$ των εξισώσεων (1.17) και (1.18) θεωρούνται σταθερές και επομένως προκύπτει το απλοποιημένο μοντέλο:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.19)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.20)$$

Το οιονεί στατικό σύστημα χρησιμοποιείται για την ανάλυση του συστήματος στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα. Εφόσον το ενδιαφέρον στρέφεται στα δυναμικά φαινόμενα που εξελίσσονται, τα βραχυπρόθεσμα μεταβατικά μπορούν να θεωρηθούν ότι βρίσκονται σε ισορροπία. Το μοντέλο της οιονεί στατικής προσέγγισης είναι το ακόλουθο:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.21)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.22)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_c = \mathbf{h}_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.23)$$

$$\mathbf{z}_d(k+1) = \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d(k)) \quad (1.24)$$

Επειδή η μακροπρόθεσμη αστάθεια τάσης είναι πιο συχνή από τη βραχυπρόθεσμη, ορισμένα λογισμικά πακέτα προσομοίωσης επιλέγουν αποκλειστικά το μοντέλο της οιονεί στατικής προσέγγισης για την επίλυση των εξισώσεων. Μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της τεχνικής είναι ο μειωμένος υπολογιστικός χρόνος επίλυσης που προσφέρει, καθιστώντας έτσι δυνατή και την εκτίμηση ασφάλειας συστήματος πραγματικού χρόνου.

1.7 Πιθανοτική Ανάλυση ΣΗΕ

Οι πιθανοτικές μέθοδοι έχουν συγκεντρώσει ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην ανάλυση των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας τα τελευταία χρόνια, κυρίως λόγω των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας και το πρόβλημα της απορρόφησής τους από το δίκτυο που αυξάνουν την αβεβαιότητα και την μεταβλητότητα του συστήματος. Εφαρμόζονται κυρίως σε προβλήματα προγραμματισμού του συστήματος, ευστάθειας και αξιοπιστίας.

Στοιχεία αβεβαιότητας και μεταβλητότητας προκύπτουν σε όλα τα επίπεδα λειτουργίας του συστήματος. Για παράδειγμα η ζήτηση ενέργειας μπορεί να παρουσιάσει απρόβλεπτες αυξομειώσεις, ενώ στην παραγωγή προκύπτουν μη προγραμματισμένα σφάλματα και κάποιες μονάδες χρειάζεται να τεθούν εκτός λειτουργίας. Αντίστοιχα σφάλματα και αστοχίες στοιχείων μπορούν να συμβούν στο σύστημα μεταφοράς και διανομής. Επιπλέον σε όλα αυτά τα στοιχεία αβεβαιότητας που προϋπήρχαν, η διείδυση των ΑΠΕ στην παραγωγή προσθέτει την αδυναμία πρόβλεψης της μέσης τιμής της συνολικής παραγωγής, αφού η παραγωγή τους σχετίζεται με μετεωρολογικά φαινόμενα. Σημειώνεται ότι με τον όρο μεταβλητότητα αναφέρονται οι αναμενόμενες μεταβολές της παραγωγής ή του φορτίου που προκύπτουν και εξελίσσονται σε χρονικά διαστήματα μικρότερα από τα χρονικά διαστήματα του αντίστοιχου προγραμματισμού, ενώ με τον όρο αβεβαιότητα νοείται η μεταβολή των παραμέτρων που καθορίζουν τη λειτουργία του ΣΗΕ και δεν μπορεί να προβλεφθεί [8].

Όπως αναφέρθηκε, η παραγωγή από ΑΠΕ αυξάνει την μεταβλητότητα και την αβεβαιότητα του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Ειδικά όταν εξετάζεται ένα μεμονωμένο αιολικό ή φωτοβολταϊκό πάρκο, οι μεταβολές που παρουσιάζουν είναι μεγάλες και απρόβλεπτες. Ειδικά στην περίπτωση τη ανεμοπαραγωγής, μια μονάδα που παράγει το 100% των δυνατοτήτων της, είναι πιθανό να οδηγηθεί σε αποσύνδεση για λόγους ασφαλείας, να η ταχύτητα του ανέμου αυξηθεί πέρα από το επιτρεπτό όριο. Αυτές οι μεταβολές αυξάνουν και τις απαιτήσεις για εφεδρείες [8].

Οι πιθανοτική ανάλυση προσφέρει αρκετά πλεονεκτήματα σε σχέση με τη ντετερμινιστική. Αρχικά, λαμβάνονται υπόψη οι πιθανότητες εμφάνισης των γεγονότων και όχι μόνο οι συνέπειες αυτών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η εκτίμηση κινδύνου (risk assessment) η οποία υπολογίζεται από το γινόμενο της πιθανότητας εμφάνισης ενός γεγονότος επί το αντίστοιχο κόστος που αυτό συνεπάγεται. Ακόμη, οι ντετερμινιστικές μέθοδοι επικεντρώνονται στο χειρότερο δυνατό σενάριο, το οποίο όμως μπορεί να είναι υπερβολικά απαισιόδοξο ή η πιθανότητα εμφάνισής του να είναι πάρα πολύ μικρή. Τέλος, σε πολλές περιπτώσεις το κριτήριο N-1 που χρησιμοποιείται δεν επαρκεί για την τήρηση ενός ικανοποιητικού επιπέδου αξιοπιστίας στο σύστημα [9].

Στο θέμα της αξιοπιστίας, χρησιμοποιείται συχνά πιθανοτική ανάλυση λόγω αναποτελεσματικότητας των αιτιοκρατικών μοντέλων. Τα πιθανοτικά μοντέλα έχουν τη δυνατότητα να λαμβάνουν υπόψη την πιθανότητα μη κάλυψης του φορτίου από τις μονάδες παραγωγής, καθώς επίσης και τα σφάλματα στην πρόβλεψη φορτίου. Επιπλέον, χρησιμοποιούνται και σε εφαρμογές δευτερεύουσας και τριτεύουσας εφεδρείας με αυξημένη αιολική παραγωγή.

Οι πιθανοτικές μέθοδοι για τον υπολογισμό της εφεδρείας, προσεγγίζουν το πρόβλημα χρησιμοποιώντας μοντέλα και υποθέσεις βασισμένες στην στατιστική συμπεριφορά των ΑΠΕ. Η ποσοτικοποίηση αυτή δεν είναι απλά προϊόν παρατήρησης ή ένας απλός κανόνας όπως τα αιτιοκρατικά μοντέλα, αλλά βασίζεται σε μια πιο ολοκληρωμένη μελέτη του ρίσκου και της αξιοπιστίας του συστήματος στις διαφορετικές καταστάσεις λειτουργίας. Πληθώρα δεικτών αξιοπιστίας και μέτρησης του κινδύνου χρησιμοποιούνται ανάλογα με την εφαρμογή, παρέχοντας συνήθως εκτιμήσεις για τη βεβαιότητα των συμπερασμάτων.

Μια άλλη πιθανοτική μέθοδος που χρησιμοποιείται έντονα στα ΣΗΕ είναι η πιθανοτική ροή φορτίου, που αποτελεί μέθοδο επίλυσης προβλημάτων ροής φορτίου λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών (φορτία, παραγωγή). Υπολογίζονται τα άγνωστα μεγέθη ως τυχαίες μεταβλητές με μια μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Καθιστά ένα τρόπο υπολογισμού όλων των δυνατών καταστάσεων του συστήματος, που αντιστοιχούν σε όλες τις δυνατές στατιστικές μεταβολές των φορτίων και της παραγωγής. Ως δεδομένα θεωρούνται οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας του μέτρου των γωνιών των τάσεων, των ενεργών και άεργων ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου, των απωλειών κτλ. Οι μέθοδοι που

χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος μπορεί να είναι αναλυτικές, αριθμητικές, ή συνδυασμός των δυο.

1.8 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Η αυξημένη διεύθυνση της αιολικής παραγωγής στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας έχει οδηγήσει στην ανάγκη για στοχαστικά μοντέλα και τη δημιουργία συνθετικών χρονοσειρών για πιθανοτική ανάλυση. Τα δυο πιο διαδεδομένα στοχαστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται σε τέτοιου είδους εφαρμογές είναι τα μοντέλα Markov και τα μοντέλα ARIMA.

Στην αναφορά [10] συγκρίνεται η χρήση μοντέλων Markov απευθείας πάνω σε δεδομένα αιολικής ισχύος και σε δεδομένα ταχύτητας ανέμου σε επίπεδο δεκάδων λεπτών, τα οποία στη συνέχεια μετασχηματίζονται χρησιμοποιώντας καμπύλης ισχύος. Όπως σε κάθε εφαρμογή μοντέλων Markov για παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών, υπολογίζονται αρχικά οι πιθανότητες μετάβασης των καθορισμένων καταστάσεων και στη συνέχεια με χρήση γεννήτριας τυχαίων αριθμών δημιουργούνται νέες χρονοσειρές. Η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων επικεντρώνεται στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης (ACF), ενώ γίνεται χρήση και του κριτηρίου Bayesian Information (BIC). Το συμπέρασμα που προκύπτει στη συγκεκριμένη εφαρμογή είναι πως η χρήση των μοντέλων Markov απευθείας σε δεδομένα αιολικής παραγωγής είναι αποτελεσματικότερη από την έμμεση μέθοδο με τις ταχύτητες ανέμου, αποφεύγοντας μάλιστα και τη διαδικασία μετασχηματισμού μέσω καμπύλης ισχύος.

Στην αναφορά [11] παράγονται συνθετικές χρονοσειρές με χρήση μοντέλων Markov και εφαρμόζονται σε ένα πρόβλημα καθορισμού εφεδρειών. Επιπλέον, τονίζεται η βελτίωση της αναπαραγωγής της αυτοσυσχέτισης που επιτυγχάνεται καθώς αυξάνεται η τάξη της Markovιανής Αλυσίδας. Ωστόσο, εκφράζεται η αδυναμία εφαρμογής των μοντέλων για δεδομένα που αφορούν χρονικές κλίμακες κάτω από 15 λεπτά, ενώ συμπεραίνεται ότι όλα τα μοντέλα αντικατοπτρίζουν ικανοποιητικά τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αλλά όχι και τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης. Τέλος, από την εφαρμογή των συνθετικών δεδομένων σε ένα δίκτυο που διαθέτει αποκλειστικά αιολική παραγωγή, φαίνεται ότι γίνεται υποτίμηση της απαιτούμενης εφεδρείας.

Στην αναφορά [12] επιχειρείται μια σύγκριση μοντέλων Markov πρώτης και δεύτερης τάξης πάνω σε ωριαία δεδομένα ταχύτητας ανέμου στην Μαλαισία. Όπως δείχνεται από τους πίνακες πιθανοτήτων μετάβασης, τα μη μηδενικά στοιχεία είναι συγκεντρωμένα γύρω από τη διαγώνιο. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των αρχικών δεδομένων προσεγγίζεται με την κατανομή Weibull και αναπαράγεται ικανοποιητικά. Ακόμη, όλα τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν οδηγούν σε συνθετικές χρονοσειρές με σημαντικά μικρότερο συντελεστή αυτοσυσχέτισης από τις αρχικές.

Στην αναφορά [13] προτείνεται μια διαφορετική μέθοδος παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών που βασίζεται σε Μαρκοβιανές Αλυσίδες δεύτερης τάξης, εισάγοντας μια μεταβλητή δεύτερη υστέρηση ο καθορισμός της οποίας αποτελεί παράμετρο του προβλήματος. Όπως επισημαίνεται, η υποτίμηση της απαραίτητης εφεδρείας που εντοπίστηκε στην αναφορά [11] οφείλεται στην μη ικανοποιητική αναπαραγωγή της τάσης των αρχικών χρονοσειρών και αντιμετωπίζεται με την χρήση μεταβλητής δεύτερης υστέρησης. Ακόμη, εφαρμόζεται ένα φίλτρο κινητού μέσου όρου προκειμένου να εξομαλυνθούν οι παραγόμενες συνθετικές χρονοσειρές, με το μέγεθος του παραθύρου να αποτελεί παράμετρο προς διερεύνηση. Τέλος, περιγράφεται και ένας μηχανισμός αποφυγής αδιεξόδων που προκύπτουν λόγω μηδενικών γραμμών στον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης. Συμπεραίνεται, ότι με το προτεινόμενο μοντέλο δεν γίνεται υποτίμηση των απαραίτητων εφεδρειών, ενώ παράλληλα η επίδοσή του είναι καλύτερη σε σχέση με τα συμβατικά μοντέλα Markov.

Στην αναφορά [14] χρησιμοποιούνται εμφωλευμένες Μαρκοβιανές Αλυσίδες για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών, οι οποίες χαρακτηρίζονται από τις εσωτερικές και τις εξωτερικές αλυσίδες. Οι καταστάσεις στην εξωτερική αλυσίδα προσδιορίζονται από τη μέση τιμή μιας ώρας, ενώ στην εσωτερική από μετρήσεις σε επίπεδο δευτερολέπτων. Έπειτα από σύγκριση με συμβατικά μοντέλα Markov αλλά και ARIMA, αναδεικνύεται η ανώτερη επίδοση της προτεινόμενης μεθόδου και η σημαντικά καλύτερη αναπαραγωγή της αυτοσυσχέτισης των αρχικών χρονοσειρών.

Στην αναφορά [15] εισάγεται ένα μοντέλο ARIMA με περιορισμό για όρια των τιμών που μπορεί να πάρει η αιολική παραγωγή (Limited ARIMA –LARIMA). Επειδή η αιολική παραγωγή περιορίζεται από τα ονομαστικά χαρακτηριστικά των ανεμογεννητριών, τα συμβατικά μοντέλα ARIMA αναπαράγουν ικανοποιητικά τις αρχικές χρονοσειρές. Για τον λόγο αυτό εφαρμόζεται ένας περιοριστής μέγιστης και ελάχιστης παραγωγής στα μοντέλα αυτά και εισάγεται κατάλληλος ντετερμινιστικός όρος τάσης έτσι ώστε να σταθεροποιηθεί η μέση τιμή και η διασπορά. Συμπεραίνεται ότι το προτεινόμενο μοντέλο LARIMA υπερτερεί έναντι των συμβατικών μοντέλων ARIMA και Markov.

Στην αναφορά [16] χρησιμοποιείται μια παραλλαγή της κλασικής μοντελοποίησης με ARIMA, αποσυνθέτοντας την αρχική χρονοσειρά που αποτελείται από μετρήσεις ταχύτητας ανέμου ανά δεκάλεπτο, σε δυο συνιστώσες, μια υψηλής συχνότητας και μια χαμηλής. Τονίζεται ότι σε αντίθεση με τα μοντέλα Markov, η συγκεκριμένη μεθοδολογία δεν απαιτεί μεγάλο όγκο δεδομένων για να εφαρμοσθεί. Η συχνότητα με βάση την οποία γίνεται ο διαχωρισμός των συνιστωσών (συχνότητα αποκοπής) καθορίζεται με τρόπο ώστε η συνιστώσα υψηλής συχνότητας να είναι στάσιμη χρονοσειρά. Αφότου η αρχική χρονοσειρά διασπαστεί σε συνιστώσες υψηλής και χαμηλής συχνότητας, ακολουθείται η κλασική διαδικασία για τον καθορισμό των κατάλληλων μοντέλων ARIMA σε κάθε μια από αυτές, με την συνιστώσα χαμηλής συχνότητας να απαιτεί ειδικούς μετασχηματισμούς καθώς δεν χαρακτηρίζεται από

στασιμότητα. Έπειτα από συνδυασμό των μοντέλων για τις δυο συνιστώσες, καθίσταται δυνατή η αναπαραγωγή των αρχικών χρονοσειρών.

Η αναφορά [17] πραγματεύεται την αναπαραγωγή συσχετισμένων χρονοσειρών που προέρχονται από διαφορετικά αιολικά πάρκα. Οι αρχικές χρονοσειρές μετασχηματίζονται σε στάσιμες και κανονικές προκειμένου να είναι στη συνέχεια δυνατή η περιγραφή τους με κατάλληλα επιλεγμένα μοντέλα ARIMA. Η συσχέτιση των αρχικών δεδομένων αναπαράγεται με χρήση θορύβου που ακολουθεί κανονική κατανομή πολλαπλασιαζόμενου με ένα πίνακα που προκύπτει από την αποσύνθεση Cholesky του αρχικού πίνακα συνδιακύμανσης. Έπειτα, εφαρμόζονται οι αντίστροφοι μετασχηματισμοί ώστε να προκύψουν ταχύτητες ανέμου, οι οποίες στη συνέχεια μετατρέπονται σε ισχύ με χρήση καμπυλών ισχύος.

Η αναφορά [18] παρουσιάζει μια διαφορετική μέθοδο για την αναπαραγωγή συσχετισμένων χρονοσειρών σε σχέση με την [17]. Και σε αυτή την περίπτωση, οι αρχικές χρονοσειρές μετασχηματίζονται σε στάσιμες και κανονικές. Η καινοτομία της συγκεκριμένης προσέγγισης έγκειται στην χρήση Ανάλυσης Θεμελιωδών Συνιστωσών (PCA) στα μετασχηματισμένα δεδομένα, προκειμένου να προκύψουν ασυσχέτιστες χρονοσειρές. Στη συνέχεια, επιλέγεται κατάλληλο μοντέλο ARIMA για κάθε συνιστώσα και με τη χρήση τυχαίου θορύβου παράγονται συνθετικές χρονοσειρές. Με τους αντίστροφους μετασχηματισμούς, προκύπτουν οι τελικές συνθετικές χρονοσειρές που αναπαράγουν ικανοποιητικά την συσχέτιση των αρχικών. Χάρη στην Ανάλυση Θεμελιωδών Συνιστωσών ο όγκος των αρχικών δεδομένων μπορεί να μειωθεί σημαντικά, καθιστώντας την συγκεκριμένη προσέγγιση ιδιαίτερα χρήσιμη.

Όσον αφορά στο πρόβλημα των εφεδρειών σε συνθήκες αυξημένης διείσδυσης ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, η εργασία [8] συνοψίζει της σύγχρονες πρακτικές για τον καθορισμό της. Αυτές διακρίνονται σε αιτιοκρατικές και πιθανοτικές. Οι πιθανοτικές μέθοδοι βασίζονται σε υποθέσεις σχετικά με την στατιστική συμπεριφορά των ΑΠΕ που δεν είναι πάντα απολύτως βάσιμες αλλά καταφέρνουν να μοντελοποιήσουν το πρόβλημα εφεδρειών με μεγαλύτερη ακρίβεια. Η μοντελοποίηση των ΑΠΕ γίνεται με χρήση τυχαίων μεταβλητών λόγω του στοχαστικού χαρακτήρα τους. Επιπλέον, μελετώνται εφαρμογές στοχαστικού προγραμματισμού, που καλύπτουν πληρέστερα το πρόβλημα του ενεργειακού προγραμματισμού και της οικονομικής κατανομής φορτίου, οδηγώντας όμως σε μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Προτάθηκε επίσης μια μέθοδος στατιστικής προσέγγισης της αιολικής παραγωγής, κατασκευάζοντας πέντε διαφορετικές κατανομές πυκνότητας πιθανότητας για κάθε ένα από τα πέντε επίπεδα παραγωγής, με τη λογική ότι η στατιστική συμπεριφορά της είναι διαφορετική σε συνθήκες ονομαστικής λειτουργίας σε σχέση με χαμηλή παραγωγή.

Το πρόβλημα που θα εξεταστεί στην παρούσα εργασία είναι η επίδραση της διασπαρμένης παραγωγής στο όριο φόρτισης ενός συστήματος μεταφοράς. Το πρόβλημα αυτό αποκτά όλο και μεγαλύτερο ενδιαφέρον λόγω της αυξημένης

διείσδυσης που παρουσιάζεται στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι τα πιθανοτικά μοντέλα έχουν έως τώρα μικρή εφαρμογή σε θέματα ανάλυσης ευστάθειας.

Στην εργασία [3], εξετάζεται η ενδεχόμενη αύξηση του περιθωρίου ασφάλειας, όσων αφορά στον κίνδυνο μακροπρόθεσμης αστάθειας τάσης, που μπορεί να προκύψει μέσω της άεργης υποστήριξης του συστήματος μεταφοράς από διεσπαρμένες πηγές. Η μελέτη γίνεται μέσω κατάλληλης προσομοίωσης ενός ασθενούς συστήματος, που διαθέτει τη δυνατότητα σύνδεσης ενός αιολικού πάρκου μέσω γραμμής διανομής και υποσταθμού ΥΤ/ΜΤ. Εξετάζονται τρία διαφορετικά σενάρια ελέγχου, αρχικά χωρίς την σύνδεση διεσπαρμένης παραγωγής, στη συνέχεια με το αιολικό πάρκο συνδεδεμένο και συνεχή επιτήρηση της υψηλής τάσης και τέλος με χρήση της Εντολής Άεργης Υποστήριξης. Τέλος, εξετάζεται η συμπεριφορά των δύο Αιολικών Πάρκων σε συνεχή μεταβολή του φορτίου και αναλύεται η ευστάθεια του συστήματος, η οποία συνδέεται με τη δυναμική του μετασχηματιστή με ΣΑΤΥΦ που προστίθεται στο ζυγό σύνδεσης του φορτίου.

Στην εργασία [19] διερευνάται η επίδραση της μεταβλητότητας της ενεργού παραγωγής αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας θεωρώντας δυο ακραία σενάρια σταθερής χαμηλής και υψηλής ενεργού παραγωγής. Το σύστημα δοκιμών που εξετάζεται είναι το ίδιο με αυτό της εργασίας [3] όπως επίσης και οι τρεις τεχνικές ελέγχου του ηλεκτρονικού μετατροπέα. Για την προσομοίωση της επίδρασης που έχει η μεταβλητότητα του ανέμου στην ικανότητα φόρτισης του συστήματος, θεωρούνται ως είσοδος στις ανεμογεννήτριες δυο συσχετισμένες χρονοσειρές ταχυτήτων ανέμου από την περιοχή της Πελοποννήσου. Όπως και στην εργασία [3] εξετάζεται μια νέα μορφή ελέγχου (Εντολή Άεργης Υποστήριξης) η οποία τελικά αυξάνει το όριο φόρτισης του συστήματος κατά σημαντικό βαθμό. Τέλος, μελετήθηκε ένα σύστημα μεταφοράς στο οποίο συνδέονται ταυτόχρονα δυο αιολικά πάρκα εφαρμόζοντας την Εντολή Άεργης Υποστήριξης, γεγονός που οδήγησε εκ νέου σε σημαντική αύξηση του ορίου φόρτισης.

Στην αναφορά [20] εξετάζεται η βραχυπρόθεσμη αστάθεια τάσης ενός συστήματος που βρίσκεται σε δυσμενής συνθήκες και περιέχει αιολική παραγωγή, η οποία αναπαρίσταται από μια γεννήτρια πλήρους μετατροπέα (Inverter-Based Generator – IBG). Η εν λόγω αστάθεια οφείλεται σε αδυναμία του συστήματος μεταφοράς και εμφανίζεται όταν μηδενιστεί η ευαισθησία ρεύματος-τάσης του μετατροπέα ενώ βρίσκεται σε λειτουργία ο περιοριστής ρεύματος. Για την αντιμετώπιση της συγκεκριμένης αστάθειας, προτείνεται μια μέθοδος προστασίας που περιλαμβάνει την μέτρηση της ευαισθησίας ρεύματος-τάσης του μετατροπέα και περικοπή αιολικής ισχύος εφόσον αυτή ξεπεράσει κάποιο κατώφλι. Έπειτα από προσομοίωση του συστήματος, φαίνεται ότι η προτεινόμενη μέθοδος προστασίας επιτυγχάνει να σταματήσει την εμφάνιση της αναφερόμενης αστάθειας.

1.9 Αντικείμενο και Δομή της Εργασίας

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η στατιστική ανάλυση της επίδρασης που έχει η μεταβλητότητα της ενεργού παραγωγής αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

Όπως έχει ήδη φανεί, το πρόβλημα της ευστάθειας τάσης εξαρτάται από τη μεταβλητότητα της παραγωγής του αιολικού πάρκου. Έχουν γίνει αρκετές προσπάθειες με χρήση πιθανοτικών μοντέλων προκειμένου να ληφθεί υπόψη η μεταβλητότητα του ανέμου, κυρίως σε θέματα εφεδρειών, εκτίμησης ρίσκου κτλ. Η χρονική κλίμακα στα θέματα αυτά κυμαίνεται από μερικές ώρες έως λίγα δεκάλεπτα. Στην παρούσα εργασία, επιχειρείται η εύρεση κατάλληλων στοχαστικών μοντέλων για πιο βραχυχρόνιες χρονικές κλίμακες, σε επίπεδο ενός δευτερολέπτου, ώστε να απομονωθεί η συμβολή των αιολικών πάρκων στο όριο ευστάθειας με πιθανοτικό τρόπο.

Πιο συγκεκριμένα, μοντελοποιήθηκε η παραγωγή δυο αιολικών πάρκων κάνοντας χρήση στοχαστικών διαδικασιών Markov [13], προκειμένου να χρησιμοποιηθούν στην προσομοίωση του συστήματος. Έπειτα από διερεύνηση των διαφόρων παραμέτρων, επιλέγεται το καταλληλότερο μοντέλο για δυο δοθείσες χρονοσειρές αιολικής παραγωγής, βάσει των μέσων τετραγωνικών σφαλμάτων που προέκυπταν στα μεγέθη της αυτοσυσχέτισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Επιπλέον, παρουσιάζεται μια διαδικασία παραγωγής συσχετισμένων χρονοσειρών [18], που στηρίζεται στα μοντέλα ARIMA και στην Ανάλυση Θεμελιωδών Συνιστωσών (PCA).

Αξιοποιώντας και επεκτείνοντας των κώδικα που αναπτύχθηκε στις εργασίες [3] και [19], πραγματοποιήθηκαν πιθανοτικές προσομοιώσεις για κάθε αιολικό πάρκο, θεωρώντας ως είσοδο τις παραγόμενες από τα μοντέλα Markov χρονοσειρές ισχύος. Το σύστημα που επιλέχθηκε περιλαμβάνει ένα ασθενές δίκτυο μεταφοράς, στο μέσο του οποίου θεωρήθηκε η δυνατότητα σύνδεσης ενός αιολικού πάρκου μέσω αποκλειστικής γραμμής διανομής και υποσταθμού μέσης/υψηλής τάσεως. Εξετάζονται δυο στρατηγικές έλεγχου του ηλεκτρονικού μετατροπέα, η ρύθμιση με μοναδιαίο συντελεστή ισχύος και ο ευφυής έλεγχος με εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης σε συνθήκες εκτάκτου ανάγκης.

Αφού πραγματοποιηθεί στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων για το πρώτο αιολικό πάρκο, καταστρώνεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης της μεταφερόμενης στο φορτίο ισχύς, προκειμένου να υπολογιστεί η θεωρητικά μέγιστη τιμή της και να προσδιοριστεί η αντίστοιχη τιμή αγωγιμότητας φορτίου. Οι θεωρητικές αυτές τιμές συγκρίνονται με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης.

Όσον αφορά το δεύτερο αιολικό πάρκο, αρχικά περιγράφεται μια μορφή αστάθειας του μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος του πάρκου που εμφανίζεται λόγω αδυναμίας μεταφοράς της ενεργού ισχύος στο δίκτυο μεταφοράς. Η συγκεκριμένη μορφή

αστάθειας δεν συναντάται στο πρώτο αιολικό πάρκο καθώς το όριο ρεύματος του μετατροπέα δεν παραβιάζόταν. Στη συνέχεια, αναλύονται ξεχωριστά τα σενάρια ανάλογα με την εμφάνιση της συγκεκριμένης μορφής αστάθειας του μετατροπέα. Στα σενάρια που αυτή παρατηρείται, αναπτύσσεται ένας μηχανισμός εντοπισμού και προστασίας που βασίζεται στην απόρριψη ενεργού παραγωγής από το αιολικό πάρκο.

Η εργασία διαρθρώνεται ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται η εισαγωγή σε θέματα που αφορούν την οργάνωση και την δομή των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας. Συνοψίζονται οι μηχανισμοί αστάθειας τάσης που μπορεί να εμφανίζονται σε ένα ΣΗΕ και ορίζεται το πρόβλημα της αστάθειας τάσης. Για την κατανόηση των μηχανισμών αυτών, αναλύονται τα όρια Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος σε συνδυασμό με τις καμπύλες PV του δικτύου και των φορτίων. Επιπλέον, εισάγεται η πιθανοτική ανάλυση στα ΣΗΕ, όπως για παράδειγμα ο καθορισμός των εφεδρειών, ενώ πραγματοποιείται βιβλιογραφική ανασκόπηση των αναφορών που σχετίζονται με την αναπαραγωγή συνθετικών χρονοσειρών και την επίδραση της διεσπαρμένης παραγωγής στο όριο φόρτισης του συστήματος.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες πιθανοτήτων και στατιστικής, που αποτελούν το υπόβαθρο για την κατανόηση των μοντέλων που θα αναπτυχθούν στα επόμενα κεφάλαια. Ορίζονται τα βασικά μεγέθη, οι τυχαίες μεταβλητές, οι κατανομές και οι στοχαστικές διαδικασίες. Εν συνεχεία, περιγράφονται ορισμένα χαρακτηριστικά που αφορούν την στατιστική ανάλυση δεδομένων.

Στο Κεφάλαιο 3 ορίζονται τα δυο μοντέλα πάνω στο οποία θα στηριχθούν οι αλγόριθμοι παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών. Για την κατανόηση της διαδικασίας μοντελοποίησης με αλυσίδες Markov, δίνεται ένα παράδειγμα εφαρμογής σε χρονοσειρά 100 παρατηρήσεων, αναλύοντας τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η διακριτοποίηση, η κανονικοποίηση και η εξαγωγή του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης. Για τα μοντέλα ARIMA, αφού ορισθούν όλες οι πιθανές μορφές τους, περιγράφεται η διαδικασία με την οποία γίνεται η επιλογή και η εκτίμηση του κατάλληλου μοντέλου για οποιαδήποτε δεδομένη χρονοσειρά.

Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφεται η προτεινόμενη διαδικασία παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών με μοντέλα Markov. Αφού αναπαρασταθούν οι αρχικές χρονοσειρές αιολικής ισχύος των δυο πάρκων, περιγράφεται η διαδικασία μοντελοποίησης για την απλούστερη περίπτωση μοντέλου πρώτης τάξης με 10 καταστάσεις. Στη συνέχεια, μελετάται η επίδραση του αριθμού καταστάσεων και της τάξης της αλυσίδας στα αποτελέσματα, υπολογίζοντας τα αντίστοιχα σφάλματα για τα μεγέθη της αυτοσυσχέτισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Στο Κεφάλαιο 5 περιγράφεται ο αλγόριθμος παραγωγής σεναρίων από συσχετισμένες χρονοσειρές. Αναλύονται οι απαραίτητοι μετασχηματισμοί στασιμότητας και κανονικότητας που πρέπει να εφαρμοστούν στις αρχικές χρονοσειρές και εν συνεχεία δίνεται το θεωρητικό υπόβαθρο της Ανάλυσης Θεμελιωδών Συνιστωσών. Αφού

δημιουργηθούν οι θεμελιώδεις συνιστώσες, επιλέγεται το κατάλληλο μοντέλο ARIMA για καθεμία από αυτές και τέλος πραγματοποιείται η ανακατασκευή των χρονοσειρών ώστε να ανταποκρίνονται στις αρχικές.

Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται η γενική δομή ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας με διεσπαρμένη παραγωγή και περιγράφονται τα δυο αιολικά πάρκα που θα χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά στην προσομοίωση. Έπειτα, γίνεται κατάστρωση και επίλυση των εξισώσεων του εξεταζόμενου συστήματος. Αναλύονται οι λειτουργίες όλων των διατάξεων αυτομάτου ελέγχου που περιλαμβάνονται στο σύστημα καθώς και οι τεχνικές ελέγχου του μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την πιθανοτική προσομοίωση για το πρώτο αιολικό πάρκο (Α/Π #1), πραγματοποιώντας την αντίστοιχη στατιστική ανάλυση. Τέλος, τα αποτελέσματα του ορίου φόρτισης συγκρίνονται με τις θεωρητικές μέγιστες τιμές της μεταφερόμενης ισχύος φορτίου, οι οποίες προκύπτουν από το πρόβλημα βελτιστοποίησης που ορίζεται και επιλύεται στο συγκεκριμένο κεφάλαιο.

Στο Κεφάλαιο 7 αναφέρεται αρχικά το θεωρητικό υπόβαθρο σχετικά με μια μορφή αστάθειας που μπορεί να προκύψει σε ένα μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος και η οποία συναντάται συγκεκριμένα στις προσομοιώσεις του δεύτερου αιολικού πάρκου (Α/Π #2). Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο προσομοιώνονται 5000 σενάρια που διαχωρίζονται ανάλογα με την εμφάνιση αστάθειας στον μετατροπέα. Αρχικά, πραγματοποιείται στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων για τα σενάρια ευσταθούς λειτουργίας του μετατροπέα. Στη συνέχεια, αφού περιγραφεί ο μηχανισμός προστασίας και αντιμετώπισης της συγκεκριμένης μορφής αστάθειας και ενσωματωθεί στον αλγόριθμο, παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα από μια προσομοίωση του συστήματος έτσι ώστε να γίνει κατανοητή η λειτουργία του προτεινόμενου μηχανισμού. Τέλος, γίνεται στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων για τα σενάρια αστάθειας μετατροπέα, έχοντας σε λειτουργία τον μηχανισμό προστασίας, προκειμένου να διαπιστωθεί η επίδραση στη Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύ αλλά και κατά πόσο επιτυγχάνεται ο περιορισμός του φαινομένου αστάθειας.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 8, συνοψίζονται τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προέκυψαν και από τους αλγορίθμους παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών και από τις πιθανοτικές προσομοιώσεις. Επιπροσθέτως, δίνονται οι προοπτικές για περαιτέρω διερεύνηση των ζητημάτων που εξετάζονται στην παρούσα εργασία.

Βασικές Έννοιες Πιθανοτήτων και Στατιστικής

2.1 Θεωρία Πιθανοτήτων

2.1.1 Η Έννοια της Πιθανότητας

Ο κατά Kolmogorov ορισμός της πιθανότητας ως μέτρο έδωσε τη δυνατότητα αξιωματικής ανάπτυξης της Θεωρίας Πιθανοτήτων, κατά την οποία οι διάφορες ιδιότητες και θεωρήματα απορρέουν επαγωγικά από προτάσεις που θεωρούνται αληθείς [21]. Προκειμένου να καταστεί δυνατή η ανάπτυξη αυτή, αλλά και να καταδειχθεί η λειτουργικότητά της, είναι απαραίτητο να ορισθούν πρώτα ορισμένα άλλα μεγέθη.

Πείραμα τύχης ονομάζεται ένα πείραμα το οποίο εκτελούμενο υπό τις ίδιες συνθήκες, μπορεί να δώσει διαφορετικά αποτελέσματα. Είναι προφανές ότι ένα πείραμα τύχης εμπεριέχει αδυναμία πρόβλεψης του αποτελέσματος μιας εκτέλεσής του. Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης ονομάζεται δειγματικός χώρος και συμβολίζεται ως Ω .

Ενδεχόμενο ονομάζεται ένα υποσύνολο $A \subset \Omega$ και λέγεται ότι αυτό πραγματοποιείται όταν το αποτέλεσμα $\omega \in \Omega$ του πειράματος τύχης ανήκει στο σύνολο A .

Δυο ενδεχόμενα A, B ονομάζονται *ξένα ή ασυμβίβαστα* όταν και μόνο όταν ισχύει $A \cap B = \emptyset$. Δηλαδή, όταν είναι αδύνατη η ταυτόχρονη πραγματοποίησή τους.

Πέρα από τους παραπάνω ορισμούς, είναι απαραίτητη και η παρουσίαση κάποιων βασικών εννοιών από τη Θεωρία Μέτρου.

Μια συνάρτηση P ονομάζεται *μέτρο πιθανότητας* ή απλά *πιθανότητα*, όταν ικανοποιούνται τα παρακάτω τρία αξιώματα [21]:

$$A1. P(A) \geq 0, \forall A \in \Omega$$

$$A2. \text{Αν } A_i \in \Omega \text{ με } i = 1, 2, \dots \text{ και } A_i \cap A_j = \emptyset (i \neq j), \text{ τότε } P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

$$A3. P(\Omega) = 1$$

Ο παραπάνω ορισμός είναι γνωστός ως αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας, ενώ τα αξιώματα ονομάζονται αντίστοιχα αξιώματα του Kolmogorov [21].

Το αξίωμα A2 είναι γνωστό ως αξίωμα της αριθμήσιμης ή σ-αθροιστικότητας. Το αντίστοιχο αξίωμα με πεπερασμένες ενώσεις $\bigcup_{i=1}^n A_i$ είναι γνωστό ως αξίωμα της πεπερασμένης αθροιστικότητας.

Άμεσες συνέπειες των παραπάνω αξιωμάτων είναι οι παρακάτω ιδιότητες της πιθανότητας [21]. Οι ιδιότητες αυτές αναφέρονται πάντοτε σε ενδεχόμενα.

- i. $P(\emptyset) = 0$
- ii. $P(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$ για κάθε $n \in \mathbb{N}$ όταν $A_i \cap A_j = \emptyset$ ($i \neq j$)
- iii. $P(A') = 1 - P(A)$
- iv. $0 \leq P(A) \leq 1$
- v. $P(A \cap B') = P(A) + P(A \cap B)$
- vi. $P(A) \geq P(B)$ εάν $A \supset B$
- vii. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (αθροιστικός τύπος)

Τέλος, δυο ενδεχόμενα A, B λέγονται *ανεξάρτητα* μεταξύ τους όταν [21]:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (2.1)$$

Προφανώς, κάθε ενδεχόμενο είναι ανεξάρτητο του αδύνατου ενδεχομένου \emptyset , αφού άλλωστε η πληροφορία ότι πραγματοποιήθηκε το \emptyset δεν έχει εννοιολογικό περιεχόμενο.

2.1.2 Τυχαίες Μεταβλητές και Κατανομές

Η απεικόνιση $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ ονομάζεται *τυχαία μεταβλητή* όταν [21]:

$$\{\omega \in \Omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.2)$$

Όπου \mathcal{F} είναι το σύνολο των πιθανών ενδεχομένων. Αντιστρόφως, θεωρώντας ένα ενδεχόμενο $A \in \mathcal{F}$ με $P(A) = p$ όπου $0 < p < 1$, τότε η ακόλουθη συνάρτηση είναι τυχαία μεταβλητή.

$$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{όταν } \omega \in A \\ 0, & \text{όταν } \omega \notin A \end{cases} \quad (2.3)$$

Αυτό ισχύει καθώς ικανοποιείται η παραπάνω εξίσωση.

$$\{\omega \in \Omega: X(\omega) \leq x\} = \begin{cases} \emptyset, & \text{όταν } x < 0 \\ A', & \text{όταν } 0 \leq x < 1 \\ \Omega, & \text{όταν } 1 \leq x \end{cases} \quad (2.4)$$

Ως *αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας* ή απλά *συνάρτηση κατανομής πιθανότητας* (Cumulative Distribution Function –CDF) μιας τυχαίας μεταβλητής X , ονομάζεται η συνάρτηση [21]:

$$F(x) = P(X \leq x), \quad x \in \mathbb{R} \quad (2.5)$$

Όπου $P(X \leq x)$ εκφράζει την πιθανότητα μια τιμή της τυχαίας μεταβλητής X να είναι μικρότερη ή ίση μιας τιμής $x \in \mathbb{R}$.

Μερικές βασικές ιδιότητες της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας οι οποίες είναι άμεσες συνέπειες των ιδιοτήτων της πιθανότητας φαίνονται παρακάτω:

- i. $0 \leq F(x) \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- ii. $F(x_1) \leq F(x_2), \quad \text{όταν } x_1 \leq x_2$
- iii. Η $F(x)$ είναι δεξιά συνεχής
- iv. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = F(-\infty) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = F(+\infty) = 1$

Κάθε αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας συνεπώς είναι μη φθίνουσα και δεξιά συνεχής. Αντίστροφα, κάθε συνάρτηση η οποία είναι μη φθίνουσα και δεξιά συνεχής και ικανοποιεί την ιδιότητα iv, αποτελεί αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας [21].

Μια τυχαία μεταβλητή X έχει απολύτως συνεχή κατανομή πιθανότητας όταν υπάρχει πραγματική συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} τέτοια ώστε [21]:

$$f(x) \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.6)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.7)$$

Η συνάρτηση f καλείται συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function –PDF) της τυχαίας μεταβλητής X .

Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει επίσης ότι:

$$P(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \quad (2.8)$$

Δηλαδή, το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη f για το διάστημα $(\alpha, \beta]$ δίνει την πιθανότητα να λάβει η τυχαία μεταβλητή X τιμή εντός του διαστήματος αυτού.

Μια ακόμα σημαντική ιδιότητα της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας είναι η λεγόμενη συνθήκη κανονικοποίησης, η οποία γράφεται ως [21]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (2.9)$$

Η συνθήκη αυτή διασφαλίζει πως το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των πιθανών ενδεχομένων ισούται με τη μονάδα.

Μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ονομάζεται *συμμετρική* αν και μόνο αν υπάρχει τιμή χ_0 τέτοια ώστε:

$$f(x_0 - \delta) = f(x_0 + \delta), \forall \delta \in \mathbb{R} \quad (2.10)$$

Μια τυχαία μεταβλητή X έχει διακριτή κατανομή πιθανότητας όταν και μόνο όταν υπάρχει αριθμήσιμο σύνολο $C = \{x_1, x_2, \dots\} \in \mathbb{R}$ με:

$$P(X \in C) = 1 \quad (2.11)$$

Τα στοιχεία x_k ($k = 1, 2, \dots$) του αριθμήσιμου συνόλου C αποτελούν και τις δυνατές τιμές της τυχαίας μεταβλητής X με την έννοια ότι έχουν πιθανότητες $p_k = p(X = x_k) > 0$.

Η ακολουθία $\{p_k: k \in \mathbb{N}\}$ καλείται συνάρτηση μάζας πιθανότητας (Probability Mass Function) της τυχαίας μεταβλητής X και συνδέεται με την αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας F με τις παρακάτω σχέσεις [21]:

$$F(x) = \sum_{i=1}^k p_k, \text{ για } x_k \leq x \quad (2.12)$$

$$p_k = F(x_k) - F(x_{k-1}) \quad (2.13)$$

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι κάθε συνάρτηση μάζας πιθανότητας $\{p_k: k \in \mathbb{N}\}$ έχει τις εξής ιδιότητες [21]:

- i. $p_k \geq 0, \forall k \in \mathbb{N}$
- ii. $\sum_{i=1}^{+\infty} p_k = 1$

Η ιδιότητα (ii) εκφράζει τη συνθήκη κανονικοποίησης για διακριτές κατανομές. Αντίστροφα αν μια ακολουθία $\{p_k\}$ πεπερασμένη ή όχι, ικανοποιεί τις παραπάνω ιδιότητες τότε αποτελεί συνάρτηση μάζας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής.

Κατ' αναλογία προς τις κατανομές, μια τυχαία μεταβλητή θα καλείται *διακριτή* όταν η κατανομή αυτής είναι επίσης διακριτή και *συνεχής* όταν η κατανομή αυτής είναι απολύτως συνεχής. Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι μια διακριτή τυχαία μεταβλητή έχει πεπερασμένο ή αριθμήσιμο πλήθος δυνατών τιμών, ενώ μια συνεχής δύναται να λάβει οποιαδήποτε τιμή στην ευθεία των πραγματικών αριθμών ή διάστημα αυτής.

2.1.3 Μέση Τιμή και Κανονική Κατανομή

Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των τυχαίων μεταβλητών είναι η μέση ή αναμενόμενη τιμή, ο ορισμός της οποίας διαφέρει μεταξύ συνεχών και διακριτών τυχαίων μεταβλητών.

Μια διακριτή τυχαία μεταβλητή X με σύνολο τιμών $C = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ λέγεται ότι έχει (πεπερασμένη) *μέση τιμή* όταν και μόνο όταν $\sum_{i=1}^{\infty} x_j p_j < \infty$, η οποία ορίζεται ως [21]:

$$E(X) = \sum_{j=1}^{\infty} x_j p_j \quad (2.14)$$

Μια απολύτως συνεχής τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f λέγεται ότι έχει μέση τιμή όταν και μόνο όταν $\int_{-\infty}^{+\infty} |x|f(x)dx < +\infty$, η οποία ορίζεται ως [21]:

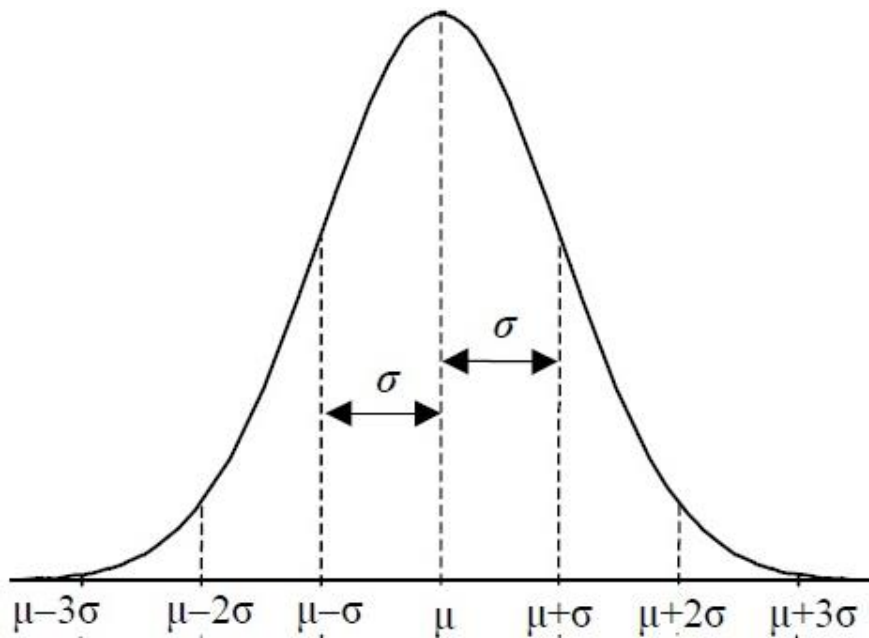
$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \quad (2.15)$$

Σημαντική έννοια για τις τυχαίες μεταβλητές είναι αυτή της ανεξαρτησίας. Δυο τυχαίες μεταβλητές X, Y καλούνται *ανεξάρτητες* όταν για όλα τα διαστήματα $A, B \subset \mathbb{R}$ ισχύει:

$$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B) \quad (2.16)$$

Μια από τις πλέον χρήσιμες συνεχείς κατανομές στη Θεωρία Πιθανοτήτων αλλά και στη Στατιστική είναι η *Κανονική κατανομή ή κατανομή Gauss*. Μια συνεχής τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κατανομή Gauss με παραμέτρους μ, σ ($-\infty < \mu < +\infty, \sigma > 0$) και γράφεται $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ όταν έχει ως συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την [21]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}, x \in \mathbb{R} \quad (2.17)$$



Σχήμα 2.1 Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κανονικής Τυχαίας Μεταβλητής

Είναι προφανές ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κανονικής τυχαίας μεταβλητής έχει κορυφή στο σημείο $x = \mu$ και είναι συμμετρική ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο αυτό. Της, στο διάστημα $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ περιέχονται σχεδόν όλες οι πιθανές τιμές της τυχαίας μεταβλητής X . Συγκεκριμένα, $P(|X - \mu| > 3\sigma) \cong 0.003$. Η παράμετρος μ καθορίζει τη θέση της κατανομής πάνω στον οριζόντιο άξονα, γι' αυτό και ονομάζεται παράμετρος θέσης, ενώ η παράμετρος σ καθορίζει το πόσο απλώνεται η κατανομή πάνω στον οριζόντιο άξονα και ονομάζεται παράμετρος κλίμακας (scale parameter).

Όταν $\mu = 0$ και $\sigma = 1$ η κατανομή ονομάζεται τυποποιημένη Κανονική και η αντίστοιχη τυχαία μεταβλητή έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την [21]:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}, x \in \mathbb{R} \quad (2.18)$$

2.1.4 Πολυδιάστατες Τυχαίες Μεταβλητές

Σε πολλές περιπτώσεις παρουσιάζεται η ανάγκη περιγραφής με δυο ή και περισσότερα ποσοτικά χαρακτηριστικά το αποτέλεσμα ενός πειράματος αλλά και προσδιορισμού ενδεχόμενων αλληλεξαρτήσεων μεταξύ των ποσοτήτων αυτών. Έτσι, γίνεται φανερό ότι για την πιθανοθεωρητική μελέτη τέτοιων προβλημάτων απαιτείται η χρησιμοποίηση κατανομών που αναφέρονται σε πολλές τυχαίες μεταβλητές ταυτόχρονα.

Η απεικόνιση $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ είναι τυχαίο διάνυσμα ή διανυσματική μεταβλητή αν και μόνο αν οι απεικονίσεις $X_i : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ ($i = 1, 2, \dots, n$) είναι τυχαίες μεταβλητές. Η συνάρτηση του $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (2.19)$$

Ονομάζεται από κοινού αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών X_1, X_2, \dots, X_n και ικανοποιεί τις τέσσερις βασικές ιδιότητες μιας συνάρτησης κατανομής που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα.

Η n -διάστατη τυχαία μεταβλητή $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ έχει διακριτή κατανομή πιθανότητας όταν υπάρχει αριθμησιμο σύνολο $C \in \mathbb{R}^n$ με πιθανότητα:

$$P(\mathbf{X} \in C) = 1 \quad (2.20)$$

Η n -διάστατη τυχαία μεταβλητή $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ έχει απολύτως συνεχή κατανομή πιθανότητας όταν υπάρχει πραγματική συνάρτηση f n μεταβλητών τέτοια ώστε [21]:

$$f(\mathbf{x}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (2.21)$$

$$F(\mathbf{x}) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (2.22)$$

Η συνάρτηση f καλείται από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών X_1, X_2, \dots, X_n και ισούται με τη n -τάξεως παράγωγο της F εφόσον υπάρχει [21]:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^n F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} \quad (2.23)$$

2.1.5 Ροπές Τυχαίων Μεταβλητών

Έστω X τυχαία μεταβλητή και συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Τότε υπό την προϋπόθεση ότι $\sum_{j=1}^{\infty} |g(x_j)| p_j < \infty$ και $\int_{-\infty}^{+\infty} |g(x)| f(x) dx < \infty$, ο ορισμός της μέσης τιμής μπορεί να γενικευτεί [21]:

$$E\{g(X)\} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{\infty} g(x_j) p_j, & \text{αν } X \text{ διακριτή} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) dx, & \text{αν } X \text{ συνεχής} \end{cases} \quad (2.24)$$

Λέγεται ότι υπάρχει ροπή ν -τάξης περί την αρχή, $\nu \in \mathbb{N}$, όταν και μόνο όταν $E(|X|^\nu) < \infty$. Η ροπή ν -τάξης περί την αρχή συμβολίζεται με μ'_ν και ορίζεται ως ακολούθως:

$$\mu'_\nu = E(X^\nu) \quad (2.25)$$

Έτσι, σύμφωνα με το προηγούμενο θεώρημα, για μια διακριτή τυχαία μεταβλητή X με σύνολο τιμών $C = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ και συνάρτηση μάζας πιθανότητας p_j ($j = 1, 2, \dots$), η ροπή ν -τάξης περί την αρχή υπάρχει όταν και μόνο όταν $\sum_{j=1}^{\infty} |x_j|^\nu p_j < \infty$ και είναι [21]:

$$\mu'_\nu = \sum_{j=1}^{\infty} x_j^\nu p_j \quad (2.26)$$

Αντίστοιχα, για μια συνεχή τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f , η ροπή ν -τάξης περί την αρχή υπάρχει όταν και μόνο όταν $\int_{-\infty}^{+\infty} |x|^\nu f(x) dx < \infty$ και είναι [21]:

$$\mu'_\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} x^\nu f(x) dx \quad (2.27)$$

Σημειώνεται ότι για $v=1$, η ροπή πρώτης τάξης περί την αρχή είναι η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής X όπως ορίσθηκε στις εξισώσεις (2.14) και (2.15).

Έστω μια τυχαία μεταβλητή X με πεπερασμένη μέση τιμή $\mu = E(X)$. Η *κεντρική ροπή v -τάξης*, $v \in \mathbb{N}$, ορίζεται όταν και μόνο όταν $E\{|X - \mu|^v\} < \infty$ και ισούται με:

$$\mu_v = E\{(X - \mu)^v\} \quad (2.28)$$

Η κεντρική ροπή δεύτερης τάξης ονομάζεται *διασπορά ή διακύμανση* (variance) της τυχαίας μεταβλητής X και συμβολίζεται με $V(X)$ ή σ^2 . Δηλαδή είναι:

$$\sigma^2 = V(X) = E\{(X - \mu)^2\} \quad (2.29)$$

Σημειώνεται, ότι εάν σε ένα διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$, διαθέτουν όλες την ίδια πεπερασμένη διασπορά, τότε το διάνυσμα αυτό έχει την ιδιότητα της *ομοσκεδαστικότητας*.

Η κεντρική ροπή τρίτης τάξης ονομάζεται *συντελεστής λοξότητας* της τυχαίας μεταβλητής X και συμβολίζεται με s :

$$s(X) = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (2.30)$$

Ο συντελεστής λοξότητας εκφράζει τη λοξότητα της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας εάν πρόκειται για συνεχή τυχαία μεταβλητή ή της συνάρτησης μάζας πιθανότητας εάν πρόκειται για διακριτή τυχαία μεταβλητή. Μηδενικός συντελεστής λοξότητας συνεπάγεται συμμετρία.

Η κεντρική ροπή τέταρτης τάξης ονομάζεται *συντελεστής κυρτότητας* της τυχαίας μεταβλητής X και είναι:

$$k(X) = \frac{E[(X - \mu)^4]}{\sigma^4} \quad (2.31)$$

Εάν η κυρτότητα μιας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας είναι μεγαλύτερη από 3 τότε αυτή ονομάζεται *λεπτόκυρτη*, ενώ εάν είναι μικρότερη ονομάζεται *πλατύκυρτη*. Στην περίπτωση που είναι ακριβώς ίση με 3 τότε καλείται *μεσόκυρτη*. Στην κατηγορία αυτή ανήκει και η κανονική κατανομή.

Ακόμη, θεωρώντας δυο τυχαίες μεταβλητές X, Y με πεπερασμένες μέσες τιμές $\mu_X = E(X), \mu_Y = E(Y)$, ορίζεται η *μικτή κεντρική ροπή (m, n) -τάξης* για $m, n \in \mathbb{N}$ ως η μέση τιμή $E\{(X - \mu_X)^m (Y - \mu_Y)^n\}$, όταν αυτή είναι πεπερασμένη.

Στην ειδική περίπτωση που $m = 1, n = 1$ η μικτή ροπή ονομάζεται *συνδιακύμανση* (covariance) των τυχαίων μεταβλητών X, Y . Δηλαδή [21]:

$$\text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = \sigma_{XY} \quad (2.32)$$

Σημειώνεται ότι:

$$\text{Cov}(X, X) = E\{(X - \mu_X)(X - \mu_X)\} = E\{(X - \mu_X)^2\} = V(X) \quad (2.33)$$

Στην περίπτωση ενός τυχαίου διανύσματος $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ αποτελούμενο από n τυχαίες μεταβλητές με ορίζεται ο πίνακας συνδιακύμανσης (covariance matrix) ως:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} E\{(X_1 - \mu_1)(X_1 - \mu_1)\} & \cdots & E\{(X_1 - \mu_1)(X_n - \mu_n)\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E\{(X_n - \mu_n)(X_1 - \mu_1)\} & \cdots & E\{(X_n - \mu_n)(X_n - \mu_n)\} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Ή ισοδύναμα:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Όπου $\mu_i = E(X_i)$.

2.1.6 Περιθώριες Κατανομές

Έστω η από κοινού συνάρτηση μάζας πιθανότητας μιας τυχαίας (διακριτής) διανυσματικής μεταβλητής $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$. Η περιθώρια συνάρτηση μάζας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X_i δίνεται από τη σχέση [21]:

$$p_{k_i} = P(X_i = x_{k_i}) = \sum_{k_1} \cdots \sum_{k_{i-1}} \sum_{k_{i+1}} \cdots \sum_{k_n} p_{k_1 \dots k_n} \quad (2.36)$$

Έστω ένα τυχαίο (συνεχές) διάνυσμα $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την $f(\vec{x})$. Η περιθώρια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X_i θα είναι [21]:

$$f_i(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{x}) dx_1 \cdots dx_{i-1} dx_{i+1} \cdots dx_n \quad (2.37)$$

2.1.7 Δεσμευμένες Κατανομές

Η μελέτη των πολυμετάβλητων κατανομών αποβλέπει κυρίως στον προσδιορισμό αλληλεξαρτήσεων μεταξύ των διαφόρων τυχαίων μεταβλητών καθώς και στην πρόβλεψη ορισμένων εξ αυτών όταν είναι γνωστές οι υπόλοιπες. Η δεσμευμένη κατανομή και πιο συγκεκριμένα η δεσμευμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για τη διακριτή ή η δεσμευμένη συνάρτηση μάζας πιθανότητας για τη συνεχή, έχει άμεση σχέση με τα προβλήματα αυτά.

Στην περίπτωση δυο διακριτών τυχαίων μεταβλητών X και Y με τιμές $\{x_k\}$, $\{y_l\}$ αντίστοιχα και από κοινού συνάρτηση μάζας πιθανότητας p_{kl} , η δεσμευμένη συνάρτηση μάζας πιθανότητας της X όταν είναι γνωστό ότι $Y = y_l$ θα είναι:

$$p_{k|l} = P(X = x_k | Y = y_l) = \frac{P(X = x_k, Y = y_l)}{P(Y = y_l)} = \frac{p_{kl}}{p_l} \quad (2.38)$$

Στην περίπτωση δυο συνεχών τυχαίων μεταβλητών X και Y θα ισχύει αντίστοιχα:

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)} \quad (2.39)$$

Αθροίζοντας ή ολοκληρώνοντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ο τύπος ολικής πιθανότητας για τις συναρτήσεις μάζας πιθανότητας και τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας αντίστοιχα:

$$p_k = \sum_l p_l p_{k|l} \quad (2.40)$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(y) f_{X|Y}(x|y) dy \quad (2.41)$$

2.2 Στοχαστικές Διαδικασίες

Για τη μοντελοποίηση και ανάλυση φαινομένων που εξελίσσονται στο χρόνο και εμφανίζουν κάποια τυχειότητα, χρησιμοποιούνται οι *στοχαστικές ανελίξεις* ή *στοχαστικές διαδικασίες*.

Υπάρχουν διάφοροι ισοδύναμοι τρόποι να ορίσει κανείς μια στοχαστική διαδικασία. Σε κάθε περίπτωση, χρειάζεται ένα σύνολο \mathfrak{X} , που ονομάζεται *χώρος καταστάσεων* (state space) στο οποίο ανήκουν οι τιμές που παίρνει η στοχαστική ανέλιξη καθώς και ένα σύνολο T που είναι συνήθως ένα σύνολο χρόνων όπως $T = [0, +\infty)$ ή $T = \mathbb{N}_0 = \{0, 1, \dots\}$ και ονομάζεται *παραμετρικός χώρος*.

Ο απλούστερος τρόπος να ορίσει κανείς μια *στοχαστική διαδικασία*, στο σύνολο T και με τιμές στο \mathfrak{X} είναι ως μια συλλογή από τυχαίες μεταβλητές $\{X_t : t \in T\}$, με τιμές στο \mathfrak{X} . Σε αυτή την περίπτωση, για κάθε $t \in T$, η τυχαία μεταβλητή $X_t : \Omega \ni \omega \rightarrow X_t(\omega) \in \mathfrak{X}$ περιγράφει την κατάσταση του συστήματος προς μελέτη τη χρονική στιγμή t , ενώ η συλλογή τους περιγράφει την κατάσταση του συστήματος κάθε χρονική στιγμή στο σύνολο T .

Ένας διαφορετικός τρόπος να δει κανείς μια στοχαστική διαδικασία είναι να θεωρήσει για κάθε $\omega \in \Omega$ την τροχιά της διαδικασίας, καθώς ο δείκτης t μεταβάλλεται στο T , να δει δηλαδή την $t \rightarrow X_t(\omega)$ ως μια συνάρτηση από το T στο \mathfrak{X} . Σε αυτή την περίπτωση, η στοχαστική διαδικασία είναι μια τυχαία συνάρτηση,

δηλαδή μια τυχαία μεταβλητή ορισμένη στο Ω με τιμές στο σύνολο \mathfrak{X}^T των συναρτήσεων από το T στο \mathfrak{X} .

Δυο στοχαστικές ανελίξεις που κάθε χρονική στιγμή $t \in T$ έχουν την ίδια κατανομή, μπορεί να έχουν τροχιές με πολύ διαφορετικά χαρακτηριστικά. Αυτό συμβαίνει γιατί περιγράφοντας μόνο την κατανομή των X_t για κάθε $t \in T$, δεν δίνεται καμία πληροφορία για τη μεταξύ τους εξάρτηση. Η πληροφορία για την αλληλεξάρτηση των τυχαίων μεταβλητών βρίσκεται στην από κοινού κατανομή τους. Επομένως, οποιαδήποτε πλήρης περιγραφή των στατιστικών ιδιοτήτων μιας στοχαστικής ανελίξης θα πρέπει να εμπεριέχει την από κοινού κατανομή των τυχαίων μεταβλητών $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k}$ για κάθε $k \in \mathbb{N}$ και για κάθε k -άδα χρόνων $F = \{t_1, t_2, \dots, t_k\} \subset T$. Κάθε τέτοια κατανομή έχει ένα μέτρο πιθανότητας μ_F στον \mathfrak{X}^k που ορίζεται για κατάλληλα σύνολα $A \in \mathfrak{X}^k$ ως εξής:

$$\mu_F[A] = P[(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k}) \in A] \quad (2.42)$$

Η συλλογή $\{\mu_F\}_{F \in \mathcal{S}(T)}$ όλων των κατανομών της παραπάνω εξίσωσης, είναι το σύνολο των πεπερασμένων υποσυνόλων του T και αποτελεί την οικογένεια των κατανομών πεπερασμένης διάστασης της στοχαστικής διαδικασίας $\{X_t : t \in T\}$. Αποδεικνύεται ότι η οικογένεια αυτή προσδιορίζει πλήρως της στατιστικές ιδιότητες της στοχαστικής διαδικασίας.

Σημειώνεται ότι οι χώροι \mathfrak{X} και T δεν είναι αναγκαστικά μονοδιάστατοι, αλλά ισχύει ότι $\mathfrak{X} \subset \mathbb{R}^n$ και $T \subset \mathbb{R}^m$. Ανάλογα με το εάν οι χώροι αυτοί είναι συνεχή ή διακριτά υποσύνολα των \mathbb{R}^n και \mathbb{R}^m η στοχαστική ανελίξη μπορεί να είναι συνεχής ή διακριτή με συνεχές ή διακριτό παραμετρικό χώρο. Στην παρούσα εργασία η στοχαστικές διαδικασίες που χρησιμοποιούνται είναι συνεχείς με διακριτό παραμετρικό χώρο.

2.3 Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων

2.3.1 Βασικά Στατιστικά Μεγέθη

Οι *χρονοσειρές* αποτελούν ένα σύνολο διαδοχικών παρατηρήσεων της τιμής κάποιου φυσικού ή άλλου μεγέθους. Οι παρατηρήσεις αυτές αφορούν ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά των μονάδων ενός συνόλου που ονομάζεται πληθυσμός. Με βάση την θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων, η εξέλιξη ενός στοχαστικού συστήματος μπορεί να περιγραφεί πιθανοθεωρητικά μέσω μιας στοχαστικής ανελίξης. Ουσιαστικά, μια δεδομένη χρονοσειρά αποτελεί τροχιά της στοχαστικής αυτής ανελίξης.

Για να είναι δυνατή η ανάλυση και η άντληση πληροφορίας από διαθέσιμα δεδομένα, είναι επιτακτική η ανάπτυξη ορισμένων στατιστικών μεγεθών. Θεωρείται ότι υπάρχει μια διαθέσιμη χρονοσειρά Y , με πλήθος n παρατηρήσεων (y_1, y_2, \dots, y_n) .

Ουσιαστικά, μελετάται ένα χαρακτηριστικό του πληθυσμού, η μέτρηση του οποίου σε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n έδωσε τις παρατηρήσεις αυτές.

2.3.1.1 Μέτρα Θέσης

Τα μέτρα θέσης ή κεντρικής τάσης προσδιορίζουν ένα σημείο γύρω από το οποίο τείνουν να συγκεντρώνονται τα δεδομένα.

Το πιο διαδεδομένο από αυτά είναι η μέση τιμή ή αριθμητικός μέσος (mean) που δίνει και το κέντρο ισορροπίας των δεδομένων [22]:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.43)$$

Εάν είναι επιθυμητό να δοθεί διαφορετική βαρύτητα σε κάποιες τιμές, τότε το παραπάνω μέγεθος ονομάζεται σταθμισμένος μέσος.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2.44)$$

Ο αριθμητικός μέσος είναι ευαίσθητος σε ακραίες τιμές, καθώς λαμβάνει υπόψη το σύνολο των δεδομένων. Στην περίπτωση αυτή μπορεί να δώσει μια παραπλανητική εικόνα για το δείγμα.

Εφόσον γίνει ταξινόμηση των δεδομένων σε αύξουσα σειρά, μπορεί να ορισθεί και η διάμεσος, δηλαδή η τιμή που χωρίζει το ταξινομημένο σύνολο δεδομένων στην μέση. Σε αντίθεση με την μέση τιμή, δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη ακραίων τιμών.

Τέλος, ορίζεται και η επικρατούσα τιμή ως η τιμή που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα στο δείγμα. Εφόσον υπάρχουν περισσότερες από μια τέτοιες τιμές, τότε όλες θεωρούνται επικρατούσες. Προφανώς, εάν το δείγμα δεν αποτελείται από διακεκριμένες επαναλαμβανόμενες τιμές, η επικρατούσα τιμή δεν έχει νόημα.

2.3.1.2 Μέτρα Διασποράς

Στην περίπτωση που τα δεδομένα είναι συγκεντρωμένα γύρω από μια κεντρική τιμή, τότε αυτή από μόνη της αντιπροσωπεύει ικανοποιητικά τα δεδομένα, διαφορετικά όμως, δεν δίνει κατάλληλη περιγραφή.

Η διασπορά ή διακύμανση (variance) μετράει την απόκλιση των παρατηρήσεων y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) γύρω από την μέση τιμή και είναι :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2 \quad (2.45)$$

Επειδή η διακύμανση προκύπτει από τα τετράγωνα των αποκλίσεων, δεν εκφράζεται στην ίδια μονάδα μέτρησης με τα αρχικά δεδομένα. Για αυτό συχνά χρησιμοποιείται η *τυπική απόκλιση* (standard deviation) που ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της διασποράς:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2} \quad (2.46)$$

Ένα κανονικοποιημένο μέτρο διασποράς είναι ο *συντελεστής μεταβλητότητας* (coefficient of variation - CV) που ορίζεται ως το πηλίκο της τυπικής απόκλισης προς την μέση τιμή [23]:

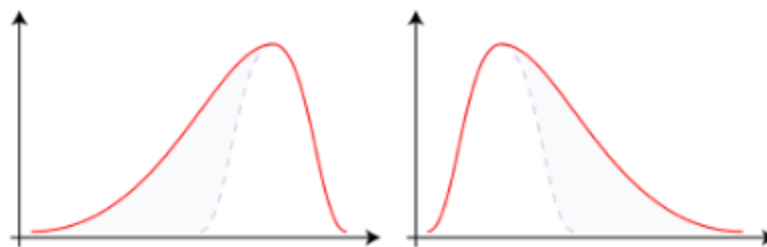
$$C_v = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2.47)$$

Ο συντελεστής μεταβλητότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη σύγκριση της διασποράς δειγμάτων που διαθέτουν αρκετά διαφορετικές μέσες τιμές.

2.3.1.3 Μέτρα Ασυμμετρίας

Για την περιγραφή της ασυμμετρίας χρησιμοποιούνται κυρίως δυο μεγέθη, η λοξότητα και η κυρτότητα.

Η λοξότητα (skewness) μπορεί να είναι είτε αρνητική είτε θετική. Στην πρώτη περίπτωση η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας γέρνει προς τα δεξιά ενώ στην δεύτερη προς τα αριστερά, όπως φαίνεται ενδεικτικά και στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 2.2 Παράδειγμα σ.π.π με Θετική και Αρνητική Λοξότητα

Η λοξότητα υπολογίζεται ως [24]:

$$s = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right)^3} \quad (2.48)$$

Από την άλλη, η κυρτότητα (kurtosis) ενός συνόλου δεδομένων ορίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$k = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right)^2} \quad (2.49)$$

2.3.2 Κλασικές Μέθοδοι Εκτίμησης

Μεγέθη όπως ο δειγματικός μέσος ή η δειγματική διασπορά, αποτελούν στατιστικές συναρτήσεις που αναφέρονται στα αποτελέσματα μιας τυχαίας δειγματοληψίας και χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του περιεχομένου που προέκυψαν από αυτή με τρόπο απλό και συνοπτικό.

Κάθε πραγματική ή διανυσματική συνάρτηση $\mathbf{t}(x) = (t_1(x), \dots, t_k(x))$, ($1 \leq k \leq n$) της τιμής $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ ενός τυχαίου δείγματος $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ καλείται *δειγματοσυνάρτηση*.

Κάθε δειγματοσυνάρτηση $\mathbf{T} = \mathbf{t}(X): \mathcal{X}^n \rightarrow \Theta$ ονομάζεται *εκτιμήτρια* (estimator) της παραμέτρου $\theta \in \Theta$. Η τιμή \mathbf{t} του \mathbf{T} για $\mathbf{X} = \mathbf{x}$, δηλαδή το σημείο $\hat{\theta} = \mathbf{t}(X) \in \Theta$ αποτελεί την εκτίμηση της παραμέτρου.

Αν $T = \mathbf{t}(X)$ είναι μια εκτιμήτρια της συνάρτησης $\alpha = \alpha(\theta)$, $\theta \in \Theta$, τότε ονομάζεται (ομοιόμορφα) *αμερόληπτη* αν ισχύει [21]:

$$E(T|\theta) = E\{\mathbf{t}(X)|\theta\} = \alpha, \forall \theta \in \Theta \quad (2.50)$$

Οι δυο βασικές μέθοδοι κατασκευής εκτιμητριών για παραμέτρους είναι η μέθοδος των ροπών και η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας. Άλλη γνωστή μέθοδος είναι επίσης η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων, η οποία κάτω από ειδικές συνθήκες ταυτίζεται με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας

Στην μέθοδο των ροπών, θεωρείται ένα τυχαίο δείγμα $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ από τον πληθυσμό $\{X, \mathcal{X}, p(x|\theta), \theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)\} \in \Theta \subset \mathbb{R}^m$ με $m \leq n$ και λαμβάνονται οι m δειγματικές ροπές περί την αρχή [21]:

$$m'_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k, \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (2.51)$$

Οι παραπάνω δειγματικές ροπές εξισώνονται με τις αντίστοιχες ροπές του πληθυσμού:

$$\mu'_k = E[X^k] = \int_{\mathfrak{X}} x^k p(x|\boldsymbol{\theta}) dx = g_k(\boldsymbol{\theta}), \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (2.52)$$

Έτσι σχηματίζεται το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων από την επίλυση του οποίου προκύπτει η εκτιμήτρια.

$$g_k(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k \quad (2.53)$$

Στην μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας, θεωρείται η συνάρτηση πιθανότητας ενός τυχαίου δείγματος $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ από πληθυσμό $\{X, \mathfrak{X}, p(x|\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_m)\} \in \boldsymbol{\theta} \subset \mathbb{R}^m$ με $m \leq n$ [21]:

$$p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\boldsymbol{\theta}) \quad (2.54)$$

Όταν είναι γνωστές οι τιμές x_i των τυχαίων μεταβλητών $X_i, (i = 1, \dots, n)$ η συνάρτηση πιθανότητας $p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση της παραμέτρου $\boldsymbol{\theta}$ με $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ σταθερό σημείο του χώρου $\mathfrak{X}^n \subset \mathbb{R}^n$. Έτσι προκύπτει η συνάρτηση πιθανοφάνειας [21]:

$$L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}) = p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\vec{\theta}), \quad \vec{\theta} \in \boldsymbol{\theta} \quad (2.55)$$

Η συνάρτηση πιθανοφάνειας εκφράζει το πόσο πιθανοφανείς, δηλαδή πόσο σύμφωνες με το συγκεκριμένο δείγμα \mathbf{x} , είναι οι διάφορες τιμές της παραμέτρου $\boldsymbol{\theta}$. Μεγιστοποιώντας τη συνάρτηση πιθανοφάνειας $L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x})$ ως προς $\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\theta}$ προκύπτει η Εκτιμήτρια Μέγιστης Πιθανοφάνειας (EMΠ) (maximum likelihood estimator) της παραμέτρου $\boldsymbol{\theta}$, συμβολιζόμενη με $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m): L(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \mathbf{x}) = \sup_{\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\theta}} L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}) \quad (2.56)$$

2.3.3 Ανάλυση Παλινδρόμησης

Η ανάλυση παλινδρόμησης εφαρμόζεται σε προβλήματα πρόβλεψης μιας εξαρτημένης μεταβλητής Y όταν είναι γνωστές οι τιμές των «ανεξάρτητων» μεταβλητών $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$.

Συγκεκριμένα, για γνωστό $\mathbf{X} = \mathbf{x}$ θεωρείται ότι η εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι τυχαία μεταβλητή της οποίας η δεσμευμένη μέση τιμή συνδέεται με το \mathbf{x} ως ακολούθως [21]:

$$E[Y|\mathbf{x}] = g(\mathbf{x}; \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (2.57)$$

Όπου g συνάρτηση γνωστής μορφής και $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_m) \in \Theta$ άγνωστη παράμετρος. Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή ως *επιφάνεια* (ή καμπύλη για μονοδιάστατο x) *παλινδρόμησης* (regression) της Y επί της \mathbf{X} .

Ανάλογα με τη μορφή της συνάρτησης g η παλινδρόμηση μπορεί να είναι απλή γραμμική, γενική γραμμική, πολυωνυμική, λογαριθμική, εκθετική κτλ.

Επειδή η από κοινού κατανομή των Y και \mathbf{X} είναι άγνωστη, για να προσδιοριστεί η επιφάνεια παλινδρόμησης πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα σύνολο παρατηρήσεων $(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1), (\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2), \dots, (\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n)$. Αρχικά, με βάση θεωρητικές ή εμπειρικές γνώσεις σχετικά με τον τρόπο εξάρτησης της δεσμευμένης μέσης τιμής της Y από το \mathbf{x} , επιλέγεται η συναρτησιακή μορφή της g και ακολούθως από τις παρατηρήσεις $(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)$ ($i = 1, \dots, n$) εκτιμάται η παράμετρος $\boldsymbol{\theta}$ στη συνάρτηση g , έτσι ώστε να ικανοποιείται ένα κατάλληλο κριτήριο. Το κριτήριο αυτό είναι γνωστό ως κριτήριο ελαχίστων τετραγώνων, με βάση το οποίο η τιμή της παραμέτρου $\boldsymbol{\theta}$ προσδιορίζεται από την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος [21]:

$$Q(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \{y_i - g(\mathbf{x}_i; \hat{\boldsymbol{\theta}})\}^2 \quad (2.58)$$

Η τιμή της παραμέτρου $\boldsymbol{\theta}$ για την οποία ελαχιστοποιείται το παραπάνω άθροισμα ονομάζεται *εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων* (least squares estimate) και συμβολίζεται με $\hat{\boldsymbol{\theta}}$. Οι τιμές $\hat{\mathbf{y}} = g(\mathbf{x}_i; \hat{\boldsymbol{\theta}})$ αποτελούν τις προβλέψεις του Y για $\mathbf{X} = \mathbf{x}$.

Στο σημείο ελαχιστοποίησης του παραπάνω αθροίσματος ικανοποιούνται οι παρακάτω συνθήκες, που είναι γνωστές ως κανονικές εξισώσεις [21].

$$\frac{\partial Q(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (2.59)$$

Η επίλυση του συστήματος των κανονικών εξισώσεων δίνει τελικά την εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων της παραμέτρου $\boldsymbol{\theta}$.

Στην απλή γραμμική παλινδρόμηση θεωρείται ότι η ανεξάρτητη μεταβλητή x είναι συνεχής και μονοδιάστατη, ενώ η δεσμευμένη μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής Y συνδέεται μεταξύ της με τη σχέση [21]:

$$E[Y|x] = a + bx \quad (2.60)$$

Όπου a, b άγνωστες παράμετροι. Μετά τη λήψη του δείγματος (x_i, y_i) ($i = 1, \dots, n$) οι εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων των παραμέτρων αυτών θα δοθούν από τη λύση του παρακάτω συστήματος [21]:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 = 0 \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 = 0 \quad (2.62)$$

Η ισοδύναμα:

$$na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.63)$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (2.64)$$

Από την επίλυση του παραπάνω συστήματος προκύπτει τελικά [21]:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.65)$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \bar{x} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} \quad (2.66)$$

Συνεπώς η ευθεία παλινδρόμησης καθορίζεται από την $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ ή ισοδύναμα $\hat{y} = \bar{y} + \hat{b}(x - \bar{x})$. Οι ποσότητες $\hat{\epsilon}_i = y_i - \hat{y}$ αποτελούν εκτιμήσεις των σφαλμάτων των μετρήσεων. Σημειώνεται, ότι δεν υπάρχει άλλη ευθεία εκτός από την ευθεία παλινδρόμησης που βρέθηκε η οποία να αντιστοιχεί σε μικρότερο άθροισμα τετραγωνικών σφαλμάτων. Για αυτό, το συγκεκριμένο άθροισμα ονομάζεται υπολειπόμενο ή μη επεξηγούμενο άθροισμα τετραγώνων (residual sum of squares) και χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της διασποράς των σφαλμάτων, δηλαδή της διασποράς της τυχαίας μεταβλητής Y σε σχέση με την ευθεία παλινδρόμησης.

$$s_{y|x}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \quad (2.67)$$

Η παραπάνω ποσότητα, αποτελεί την αμερόληπτη εκτιμήτρια της δεσμευμένης διασποράς $V[Y|x]$, υπό την προϋπόθεση ότι η τελευταία παραμένει σταθερή για διάφορες τιμές του x , δηλαδή ισχύει η ιδιότητα της ομοσκεδαστικότητας.

Τέλος, εκτός από την εκτίμηση της τιμής μιας παραμέτρου θ , είναι ιδιαίτερα χρήσιμος ο προσδιορισμός ενός διαστήματος «λογικοφανών» τιμών της. Έτσι, μαζί με κάθε εκτίμηση της παραμέτρου θα πρέπει να δίνεται και ένα διάστημα τιμών (L, U) εντός του οποίου να περιέχεται η αληθής τιμή της παραμέτρου με υψηλή πιθανότητα (πχ $\gamma=0.9$). Τα όρια του διαστήματος αυτού δεν μπορεί παρά να προσδιορίζονται με βάση ένα τυχαίο δείγμα \mathbf{X} και κατά συνέπεια τα όρια αυτά είναι τυχαίες μεταβλητές που ορίζονται από κατάλληλα επιλεγμένες δειγματοσυναρτήσεις $L = l(\mathbf{X})$ και $U = u(\mathbf{X})$. Ταυτόχρονα πρέπει να διασφαλίζεται ότι το εύρος $U - L$ είναι το μικρότερο δυνατό.

Το διάστημα $(l(\mathbf{X}), u(\mathbf{X}))$ ονομάζεται διάστημα εμπιστοσύνης (confidence interval) της παραμέτρου θ με βαθμό εμπιστοσύνης (confidence level) γ εάν ισχύει [21]:

$$P \left[\theta \in \left(l(\vec{X}), u(\vec{X}) \right) \right] = \gamma \quad (2.68)$$

2.3.4 Στασιμότητα

2.3.4.1 Ορισμός Στασιμότητας

Μια στοχαστική ανέλιξη $\{X_t\}$ είναι *αυστηρώς ή ισχυρώς στάσιμη* αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $\tau, \kappa, t_1, \dots, t_\kappa$ ισχύει :

$$F(x_{t_1+\tau}, \dots, x_{t_\kappa+\tau}) = F(x_{t_1}, \dots, x_{t_\kappa}) \quad (2.69)$$

Όπου με F συμβολίζεται η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας.

Δηλαδή μια στοχαστική ανέλιξη ονομάζεται *αυστηρώς στάσιμη* όταν οι κατανομές πεπερασμένης διάστασης μένουν αναλλοίωτες σε χρονικές μεταθέσεις.

Εάν μια στοχαστική ανέλιξη έχει μέση τιμή και τυπική απόκλιση ανεξάρτητες του χρόνου τότε ονομάζεται *στάσιμη με την ευρεία έννοια* (Wide Sense Stationary). Έτσι η $\{X_t\}$ αποδεδουλευεται από την έννοια του χρόνου.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μια χρονοσειρά μπορεί να μετατραπεί σε στάσιμη, όπως η εφαρμογή λογαριθμικού μετασχηματισμού για την μείωση της διακύμανσης, η αφαίρεση της τάσης και της εποχικότητας. Η απλούστερη μέθοδος που μπορεί να εφαρμοστεί είναι η διαφορίση, σύμφωνα με την οποία :

$$z_t = y_t - y_{t-1} \quad (2.70)$$

Δηλαδή η νέα χρονοσειρά προκύπτει από τις διαφορές διαδοχικών τιμών y_t και y_{t-1} της αρχικής. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Διαφόριση πρώτης τάξης. Σε περίπτωση που η παραγόμενη χρονοσειρά z_t δεν είναι ούτε αυτή στάσιμη, μπορεί να εφαρμοσθεί εκ νέου διαφόριση που ονομάζεται Διαφόριση δεύτερης τάξης. Στην πράξη δεν εφαρμόζεται διαφόριση μεγαλύτερης τάξης από δεύτερη.

Πρέπει να τονισθεί ότι με τη χρήση διαφόρισης μειώνεται σημαντικά η αυτοσυσχέτιση των χρονοσειρών και ως συνέπεια αυξάνεται η τυχαιότητα και η πολυπλοκότητα των μοντέλων που ενδέχεται να χρησιμοποιηθούν [25]. Το φαινόμενο αυτό καλείται υπερδιαφόριση. Στην πράξη δεν εφαρμόζεται διαφόριση σε χρονοσειρές με συντελεστές αυτοσυσχέτισης μικρότερες του 0.5 και σε καμία περίπτωση περισσότερες από δύο φορές.

2.3.4.2 Στατιστικά Τεστ Στασιμότητας

Οι στοχαστικές ανελίξεις που δεν είναι στάσιμες χωρίζονται σε δυο κατηγορίες, τις διαδικασίες με τάση (trend) και τις διαδικασίες μοναδιαίας ρίζας (unit root process).

Για τις διαδικασίες που ανήκουν στην πρώτη κατηγορία, η αφαίρεση της τάσης οδηγεί σε στασιμότητα. Η τάση αυτή μπορεί να είναι γραμμική, εκθετική, τετραγωνική κτλ. Ένα παράδειγμα διαδικασίας με γραμμική τάση είναι το ακόλουθο: [27]:

$$y_t = \alpha + \delta t + \psi(B)\varepsilon_t \quad (2.71)$$

Όπου $\alpha + \delta t$, η ντετερμινιστική τάση, ε_t λευκός θόρυβος και $\psi(B)$ το ακόλουθο πολυώνυμο :

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots + \psi_q B^q \quad (2.72)$$

Ο λευκός θόρυβος ε_t ορίζεται ως μια στοχαστική διαδικασία με μηδενική μέση τιμή και πεπερασμένη διασπορά, για την οποία οι τυχαίες μεταβλητές που την αποτελούν είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους.

Σημειώνεται ότι B είναι ο τελεστής ολίσθησης, για τον οποίο ισχύει :

$$By_t = y_{t-1} \quad (2.73)$$

Από την άλλη, μια γραμμική στοχαστική διαδικασία, δηλαδή μια στοχαστική διαδικασία που μπορεί να περιγραφεί από ένα γραμμικό μοντέλο, ονομάζεται μοναδιαίας ρίζας, αν η χαρακτηριστική της εξίσωση έχει λύση την μονάδα. Για παράδειγμα, μια τέτοια διαδικασία μπορεί να περιγραφεί από την παρακάτω εξίσωση διαφορών:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.74)$$

Ενώ, η χαρακτηριστική της εξίσωση είναι :

$$m^p - m^{p-1}a_1 - m^{p-2}a_2 - \dots - a_p = 0 \quad (2.75)$$

Αν το $m=1$ αποτελεί ρίζα της παραπάνω εξίσωσης, τότε η συγκεκριμένη διαδικασία είναι μοναδιαίας ρίζας.

Ένα, σύστημα που περιγράφεται από διαδικασία μοναδιαίας ρίζας δεν μπορεί να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση έπειτα από μία διαταραχή, σε αντίθεση με κάποιο που περιγράφεται από διαδικασία με τάση.

Ένα στατιστικό τεστ που ελέγχει την υπόθεση ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας σε μια στοχαστική διαδικασία, είναι το Επαυξημένο Dickey-Fuller τεστ (ADF), το οποίο στηρίζεται στο παρακάτω μοντέλο, το οποίο ανάλογα με τις απαιτήσεις της εφαρμογής μπορεί να διαφοροποιείται [28] :

$$y_t = \beta D_t + \varphi y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \psi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.76)$$

Όπου D_t ο όρος που περιγράφει το ντετερμινιστικό περιεχόμενο της διαδικασίας (σταθερά, γραμμική τάση κτλ), Δ ο τελεστής διαφορίσης τέτοιος ώστε $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, ε_t λευκός θόρυβος, ψ_j συντελεστές που δείχνουν την βαρύτητα των διαφορών Δy_{t-j} και εκτιμούνται με τον υπολογισμό της προσδοκώμενης πιθανοφάνειας.

Στην συνέχεια, υπολογίζεται ο στατιστικός δείκτης t :

$$ADF_t = \frac{\hat{\varphi} - 1}{SE(\hat{\varphi})} \quad (2.77)$$

Όπου $\hat{\varphi}$ η εκτιμώμενη τιμή του φ που προκύπτει από τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και SE το τυπικό σφάλμα της εκτίμησης αυτής.

Τέλος, ο παραπάνω στατιστικός δείκτης συγκρίνεται με τις αντίστοιχες κρίσιμες τιμές για το μοντέλο που έχει επιλεγθεί, οι οποίες μπορούν να βρεθούν σε σχετικούς στατιστικούς πίνακες. Σε περίπτωση που είναι μικρότερος από την κρίσιμη τιμή τότε η ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας διαψεύδεται.

Ένα δεύτερο αρκετά διαδεδομένο στατιστικό τεστ είναι το Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin (KPSS) τεστ, το οποίο ελέγχει την υπόθεση στασιμότητας μιας χρονοσειράς που μοντελοποιείται από την ακόλουθη διαδικασία [29] :

$$y_t = \beta D_t + \mu_t + u_t \quad (2.78)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.79)$$

Όπου D_t ο όρος που περιγράφει το ντετερμινιστικό περιεχόμενο της διαδικασίας (σταθερά, γραμμική τάση κτλ), ε_t στοχαστική διαδικασία (τυχαίου περιπάτου) με

μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση σ_ε και u_t μια στάσιμη στοχαστική διαδικασία.

Σε περίπτωση που η τυπική απόκλιση σ_ε ισούται με μηδέν, ο όρος μ_t εκφυλίζεται σε σταθερά και η υπόθεση στασιμότητας επιβεβαιώνεται. Για τον έλεγχο της μηδενικής τυπικής απόκλισης χρησιμοποιείται ο ακόλουθος στατιστικός δείκτης (KPSS) που ονομάζεται και πολλαπλασιαστής Lagrange :

$$KPSS = \frac{1}{s^2 T^2} \sum_{t=1}^T S_t^2 \quad (2.80)$$

Όπου S_t τα σφάλματα που προκύπτουν από την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για την παράμετρο β , s^2 η εκτιμώμενη διακύμανση [30] και T το μέγεθος του δείγματος.

2.3.5 Δείκτες Συσχέτισης

2.3.5.1 Αυτοσυσχέτιση

Έστω μια στοχαστική διαδικασία $\{X_t\}$. Η αυτοσυσχέτιση (autocorrelation) μεταξύ δυο χρονικών στιγμών t, s ορίζεται ως η παρακάτω ποσότητα :

$$R_{s,t} = \frac{E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)]}{\sigma_t \sigma_s} \quad (2.81)$$

Όπου μ_t, μ_s και σ_t, σ_s οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις τις χρονικές στιγμές t, s αντίστοιχα.

Εάν η στοχαστική διαδικασία $\{X_t\}$ είναι στάσιμη, δηλαδή η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση είναι ανεξάρτητες του χρόνου, τότε η αυτοσυσχέτιση εξαρτάται μόνο από την χρονική υστέρηση $\tau = s-t$.

$$R_{s,t} = \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+\tau} - \mu)]}{\sigma^2} \quad (2.82)$$

Στην περίπτωση των χρονοσειρών χρησιμοποιείται ο όρος Συντελεστής Αυτοσυσχέτισης (Autocorrelation Factor – ACF). Έτσι για μια στάσιμη χρονοσειρά ο ACF για υστέρηση k ορίζεται ως εξής [25]:

$$ACF(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)}{\sum_{t=1}^T (y_t - \mu)^2} \quad (2.83)$$

Όπου y_t η τιμή της χρονοσειράς την χρονική στιγμή t και T το μήκος της χρονοσειράς.

Ουσιαστικά ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης δείχνει κατά πόσο η τιμή της χρονοσειράς σε μια περίοδο εξαρτάται από την τιμή της παρατήρησης k περιόδων

πίσω. Παίρνει τιμές στο διάστημα $[-1,+1]$ οι οποίες δηλώνουν απόλυτα θετική ή αρνητική συσχέτιση αντίστοιχα, ενώ σε περίπτωση που δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των δυο τιμών ο ACF ισούται με μηδέν.

Η αρχική υπόθεση αναφέρει ότι τα σφάλματα του μοντέλου δεν χαρακτηρίζονται από αυτοσυσχέτιση. Για τον έλεγχο της υπόθεσης αυτής υπολογίζεται ο ακόλουθος στατιστικός δείκτης [26]:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2} \quad (2.84)$$

Όπου T ο αριθμός των παρατηρήσεων και e_t το σφάλμα του μοντέλου που ορίζεται ως: $e_t = y_t - \hat{y}_t$, με \hat{y}_t την εκτιμώμενη τιμή που προκύπτει από την παλινδρόμηση.

Στη συνέχεια αυτός ο δείκτης συγκρίνεται με τις αντίστοιχες κρίσιμες τιμές $d_{L,\alpha}$ και $d_{U,\alpha}$ που βρίσκονται στους στατιστικούς πίνακες Durbin-Watson για επίπεδο σημαντικότητας α . Σημειώνεται ότι το α αντιπροσωπεύει την πιθανότητα η διαδικασία που ακολουθήθηκε να απορρίψει την αρχική υπόθεση, ενώ προηγουμένως την έχει επιβεβαιώσει. Ουσιαστικά το α ισούται με $1-\gamma$, όπου γ ο βαθμός εμπιστοσύνης. Η πιο συνηθισμένη τιμή για το α είναι 5%.

Για τον έλεγχο θετικής αυτοσυσχέτισης, εάν η τιμή του δείκτη d είναι μεγαλύτερη από την άνω κρίσιμη τιμή $d_{U,\alpha}$ τότε η αρχική υπόθεση επιβεβαιώνεται. Εάν το d βρίσκεται ανάμεσα στις δυο κρίσιμες τιμές, δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα από το συγκεκριμένο τεστ.

Αντίστοιχα, για τον έλεγχο αρνητικής αυτοσυσχέτισης, εάν η τιμή του $4-d$ είναι μεγαλύτερη από την άνω κρίσιμη τιμή $d_{U,\alpha}$, τότε δεν υπάρχει στατιστική ένδειξη για να απορριφτεί η αρχική υπόθεση. Εάν η τιμή του $4-d$ βρίσκεται ανάμεσα στις δυο κρίσιμες τιμές, δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα από το συγκεκριμένο τεστ.

2.3.5.2 Μερική Αυτοσυσχέτιση

Σε πολλές περιπτώσεις χρησιμοποιείται και ο *Συντελεστής Μερικής Αυτοσυσχέτισης* (Partial Autocorrelation Factor – PACF), ο οποίος δείχνει κατά πόσο η τιμή της χρονοσειράς σε μια περίοδο εξαρτάται από την τιμή της παρατήρησης k περιόδων πίσω, αμελώντας όμως την επίδραση που μπορούν ενδεχομένως να επιφέρουν οι ενδιάμεσες τιμές.

Ο πιο ακριβής τρόπος υπολογισμού των PACF είναι ο υπολογισμός μιας σειράς συντελεστών παλινδρόμησης ελαχίστων τετραγώνων. Για μια στάσιμη χρονοσειρά [25]:

$$PACF(1) = \varphi_{1,1} = ACF(1) \quad (2.85)$$

$$PACF(k) = ACF(k) - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\varphi_{k-1,j} ACF(k-j)}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_{k-1,j} ACF(j)} \text{ για } k = 2, 3, \dots \quad (2.86)$$

Όπου $\varphi_{k,j} = \varphi_{k-1,j} - \varphi_{k-1,k-j} PACF(k)$ για $k = 3, 4, \dots$ και $j = 1, 2, \dots$

2.3.5.3 Συντελεστής Συσχέτισης

Έστω δυο στάσιμες στοχαστικές διαδικασίες $\{X_t\}$ και $\{Y_t\}$ με μέσες τιμές μ_X, μ_Y και τυπικές αποκλίσεις σ_X και σ_Y αντιστοίχως. Ο συντελεστής συσχέτισης για υστέρηση τ ορίζεται ως :

$$\rho_{XY}(\tau) = \frac{1}{\sigma_X \sigma_Y} E[(X_t - \mu_X)(Y_{t+\tau} - \mu_Y)] = \frac{1}{\sigma_X \sigma_Y} Cov(X_t, Y_{t+\tau}) \quad (2.87)$$

Σημειώνεται ότι επειδή οι στοχαστικές διαδικασίες είναι στάσιμες η συσχέτιση εξαρτάται μόνο από την χρονική υστέρηση τ .

Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές αυστηρά στο διάστημα $[-1, +1]$, κάτι που προκύπτει από εφαρμογή της ανισότητας Cauchy-Schwarz [21]. Εάν ο συντελεστής ισούται με μηδέν τότε οι διαδικασίες είναι ασυσχέτιστες. Τονίζεται όμως ότι αυτό δεν συνεπάγεται και ανεξαρτησία.

Στο πλαίσιο των χρονοσειρών ο παραπάνω συντελεστής παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\rho_{XY}(k) = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})(y_{i+k} - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (2.88)$$

Εκφράζει τη συγκέντρωση των σημείων ενός διαγράμματος διασποράς γύρω από την ευθεία παλινδρόμησης, δίνοντας ένα μέτρο της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των δυο χρονοσειρών X, Y .

2.3.6 Κανονικότητα

2.3.6.1 Ορισμός και Μετασχηματισμός Κανονικότητας

Μια στοχαστική διαδικασία $\{X_t\}$ ονομάζεται κανονική ή *Gaussian* εάν οποιοδήποτε τυχαίο διάνυσμα $(x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_n})$ πεπερασμένης διάστασης ακολουθεί πολυμετάβλητη τυχαία κανονική κατανομή [31].

Ένα τυχαίο διάνυσμα (X_1, \dots, X_n) λέμε ότι ακολουθεί *πολυμετάβλητη κανονική κατανομή* με παραμέτρους μ και Σ εάν έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την f_x :

$$f_x = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu)} \quad (2.89)$$

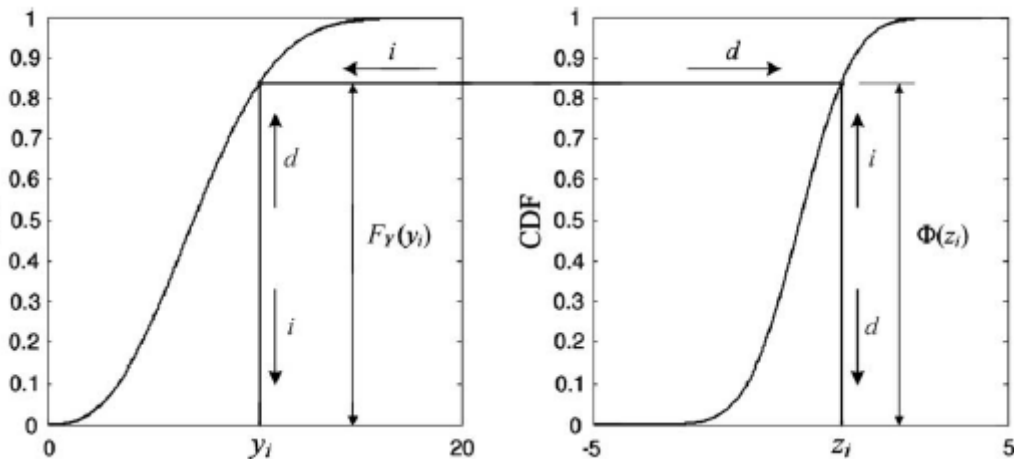
Όπου $\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}$ και $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \ddots & \sigma_{2n} \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$ ο πίνακας συνδιακύμανσης

Σημειώνεται ότι ο Σ είναι συμμετρικός και γνήσια θετικός ($n \times n$) πίνακας.

Μια στοχαστική διαδικασία $\{Y_t\}$ μπορεί να μετατραπεί σε Gaussian $\{Z_t\}$ με την βοήθεια το ακόλουθου μετασχηματισμού [32] :

$$Z_t = \Phi^{-1}[F_{Y_t}(Y_t)] \quad (2.90)$$

Όπου F_{Y_t} η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της στοχαστικής διαδικασίας Y_t και Φ η αντίστοιχη της τυποποιημένης κανονικής κατανομής. Ο μετασχηματισμός αυτός φαίνεται σχηματικά στο παρακάτω διάγραμμα σε κάποια δεδομένα ταχύτητας ανέμου.



Σχήμα 2.3 Σχηματική Απεικόνιση Μετασχηματισμού Κανονικότητας σε Δεδομένα Ταχύτητας Ανέμου

Με χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού προκύπτει πάλι η αρχική στοχαστική διαδικασία

$$Y_t = F_{Y_t}^{-1}[\Phi(Z_t)] \quad (2.91)$$

Στο παραπάνω διάγραμμα ο ευθύς μετασχηματισμός επισημαίνεται με το γράμμα d ενώ ο αντίστροφος με το γράμμα i.

2.3.6.2 Στατιστικά Τεστ Κανονικότητας

Το στατιστικό τεστ Jarque-Bera ελέγχει κατά πόσο η λοξότητα (skewness) και κύρτωση (kurtosis) ενός συγκεκριμένου δείγματος συμπίπτουν με τις αυτές της κανονικής κατανομής. Βασίζεται στον παρακάτω στατιστικό δείκτη [33]:

$$JB = \frac{n}{6} \left(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4} \right) \quad (2.92)$$

Όπου n το μέγεθος του δείγματος, s η λοξότητα και k η κύρτωση.

Ο παραπάνω στατιστικός δείκτης συγκλίνει στην κατανομή χ^2 με δυο βαθμούς ελευθερίας εάν το δείγμα προέρχεται από κανονική κατανομή. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να διερευνηθεί και η υπόθεση της κανονικότητας του δείγματος.

Σημειώνεται, ότι η αρχική υπόθεση ισοδυναμεί με μηδενική λοξότητα και κύρτωση ίση με 3, χαρακτηριστικά που διαθέτουν τα δείγματα που προέρχονται από κανονικές κατανομές. Για τον λόγο αυτό, όσο περισσότερο αποκλίνουν τα υπολογιζόμενα μεγέθη του δείγματος από τις τιμές αυτές, τόσο αυξάνει η τιμή του στατιστικού δείκτη JB.

Ένα δεύτερο στατιστικό τεστ που εξετάζει την υπόθεση κανονικότητας του δείγματος είναι το τεστ Lilliefors [34]. Αρχικά υπολογίζεται η μέση τιμή (μ) και η τυπική απόκλιση (σ) των δεδομένων. Με βάση αυτά κανονικοποιείται το διαθέσιμο δείγμα αφαιρώντας την μέση τιμή και διαιρώντας με την τυπική απόκλιση :

$$Z_t = \frac{y_t - \mu}{\sigma} \quad (2.93)$$

Το τεστ στηρίζεται στον υπολογισμό του ακόλουθου στατιστικού δείκτη :

$$T = \max |F_Z - \Phi_Z| \quad (2.94)$$

Όπου F η εμπειρική αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των τιμών Z_t και Φ αντίστοιχη της τυπικής κανονικής.

Τέλος, ο παραπάνω στατιστικός δείκτης συγκρίνεται με την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή που προκύπτει από τους στατιστικούς πίνακες Lilliefors. Σε περίπτωση που είναι μεγαλύτερος από την κρίσιμη τιμή, η υπόθεση για κανονικότητα του αρχικού δείγματος διαψεύδεται.

2.3.7 Δείκτες Σφάλματος

2.3.7.1 Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος

Για την ανάλυση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων που θα παρουσιαστούν στην συνέχεια, είναι απαραίτητη η χρήση ορισμένων δεικτών σφάλματος. Οι παρακάτω ορισμοί θα διατυπωθούν στο πλαίσιο της πρόβλεψης χρονοσειρών, χωρίς όμως αυτό να αποτρέπει την γενίκευσή τους και σε άλλες εφαρμογές όπως η παραγωγή σεναρίων.

Οι πραγματικές τιμές της χρονοσειράς συμβολίζονται με Y_t , ενώ οι τιμές που υπολογίζονται από ένα τυχαίο μοντέλο πρόβλεψης με F_t .

Το *Μέσο Απόλυτο Σφάλμα* (Mean Absolute Error – MAE) εκφράζει ένα μέτρο ακρίβειας διατηρώντας τις μονάδες της αρχικής χρονοσειράς, χωρίς να δίνεται έμφαση στην κατεύθυνση του σφάλματος.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T |Y_t - F_t| \quad (2.95)$$

Το *Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα* (Mean Squared Error – MSE) εκφράζει και αυτό ένα μέτρο ακρίβειας, το οποίο όμως δίνει πολύ μεγαλύτερο βάρος στις μεγάλες αποκλίσεις, αφού τα σφάλματα τετραγωνίζονται. Προκειμένου να προκύψει σφάλμα εκφρασμένο στις μονάδες της αρχικής χρονοσειράς, μπορεί να υπολογιστεί και η τετραγωνική ρίζα του MSE, που ονομάζεται *Ρίζα Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος* (Root Mean Squared Error - RMSE).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T (Y_t - F_t)^2 \quad (2.96)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^T (Y_t - F_t)^2} \quad (2.97)$$

Το *Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα* (Mean Absolute Percentage Error - MAPE) εκφράζει ένα μέτρο ακρίβειας σε καθαρά ποσοστιαία μορφή. Αυτός ο δείκτης είναι ιδιαίτερα χρήσιμος για την σύγκριση της ακρίβειας μεθόδων που εφαρμόζονται σε διαφορετικές χρονοσειρές, χωρίς να έχουν απαραίτητα το ίδιο επίπεδο μέσης τιμής.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T \left| \frac{Y_t - F_t}{Y_t} \right| \quad (2.98)$$

2.3.7.2 Δείκτες Σφάλματος Πιθανοτικών Μεθόδων

Έστω ένα πιθανοτικό μοντέλο πρόβλεψης ενός φαινομένου. Το σύνολο τιμών χωρίζεται σε n διαστήματα. Ο δείκτης *Ranked Probability Score* (RPS) ορίζεται ως [18], [36]:

$$RPS = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_{f,c} - F_{o,c})^2 \quad (2.99)$$

Όπου $F_{f,c}$ και $F_{o,c}$ οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των προβλέψεων και των παρατηρήσεων αντίστοιχα σε κάθε διάστημα $c = 1, 2, \dots, n$.

Ο δείκτης αυτός παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$ και χρησιμοποιείται κυρίως για την αξιολόγηση της συνάρτησης μάζας πιθανότητας ή της αθροιστικής συνάρτησης. Όσο μεγαλύτερος ο δείκτης RPS τόσο χειρότερη η απόδοση του πιθανοτικού μοντέλου.

Στην περίπτωση της αξιολόγησης ενός μοντέλου παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών συχνά χρησιμοποιείται και ο δείκτης *Continuous Ranked Probability Score* (CRPS) [37] :

$$CRPS = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\int_0^1 (F_{f,t}(x) - F_{o,t}(x))^2 dx \right) \quad (2.100)$$

Όπου T το πλήθος των συνθετικών χρονοσειρών προς αξιολόγηση, $F_{f,t}$ και $F_{o,t}$ οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των συνθετικών και πραγματικών χρονοσειρών αντίστοιχα.

Στοχαστικά Μοντέλα Αιολικής Παραγωγής

3.1 Μοντέλο Markov

3.1.1 Μοντέλο Markov Πρώτης Τάξης

Μια στοχαστική διαδικασία $\{X_n\}$ ονομάζεται *Μαρκοβιανή αλυσίδα* (Markov Chain) ή *Διαδικασία Markov* αν για κάθε φυσικό αριθμό n , η δεσμευμένη κατανομή της τυχαίας μεταβλητής X_{n+1} δοθέντων των (X_0, X_1, \dots, X_n) , ταυτίζεται με τη δεσμευμένη κατανομή της X_{n+1} , με μόνη δοθείσα την X_n [38]. Δηλαδή :

$$P[X_{n+1} = y | X_0 = s_0, \dots, X_{n-1} = s_{n-1}, X_n = x] = P[X_{n+1} = y | X_n = x] \quad (3.1)$$

Το συγκεκριμένο μοντέλο χρησιμοποιείται πολύ συχνά σε συστήματα στα οποία η δυναμική τους εξαρτάται μόνο από την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο με τον οποίο βρέθηκε σε αυτή.

Σε ένα διακριτό χώρο κατάστασης $S = \{1, 2, \dots, n\}$ ορίζεται η πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση i στην κατάσταση j :

$$p_{ij} = P\{X_t = s_j | X_{t-1} = s_i\} \quad \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.2)$$

Έτσι προκύπτει ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης P διαστάσεων $(n \times n)$ μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας Πρώτης τάξης :

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Για οποιαδήποτε γραμμή του παραπάνω πίνακα θα ισχύει :

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1 \quad (3.4)$$

Ουσιαστικά κάθε γραμμή του πίνακα αποτελεί μια συνάρτηση μάζας πιθανότητας της αντίστοιχης τρέχουσας κατάστασης.

3.1.2 Μοντέλο Markov Ανώτερης Τάξης

Σε μια Μαρκοβιανή αλυσίδα Δεύτερης τάξης, για τον προσδιορισμό της επόμενης κατάστασης απαιτείται η γνώση πέρα από της τρέχουσας και της προηγούμενης κατάστασης. Έτσι ορίζεται πλέον η πιθανότητα μετάβασης στην κατάσταση k ως εξής:

$$p_{ijk} = P\{X_{t-1} = s_i | X_{t-2} = s_j | X_t = s_k\} \quad \forall i, j, k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.5)$$

Ως συνέπεια, ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης έχει πλέον διαστάσεις $(n^2 \times n)$ και παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$P = \begin{pmatrix} p_{111} & p_{112} & \dots & p_{11n} \\ p_{121} & p_{122} & \dots & p_{12n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1n1} & p_{1n2} & \dots & p_{1nn} \\ p_{211} & p_{212} & \dots & p_{21n} \\ p_{221} & p_{222} & \dots & p_{22n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{nn1} & p_{nn2} & \dots & p_{nnn} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Γενικότερα, η πιθανότητα μετάβασης σε μια κατάσταση k μπορεί να ορισθεί με χρήση μεταβλητής δεύτερης υστέρησης ως εξής:

$$p_{ijk} = P\{X_{t-1} = s_i | X_{t-L} = s_j | X_t = s_k\} \quad \forall i, j, k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.7)$$

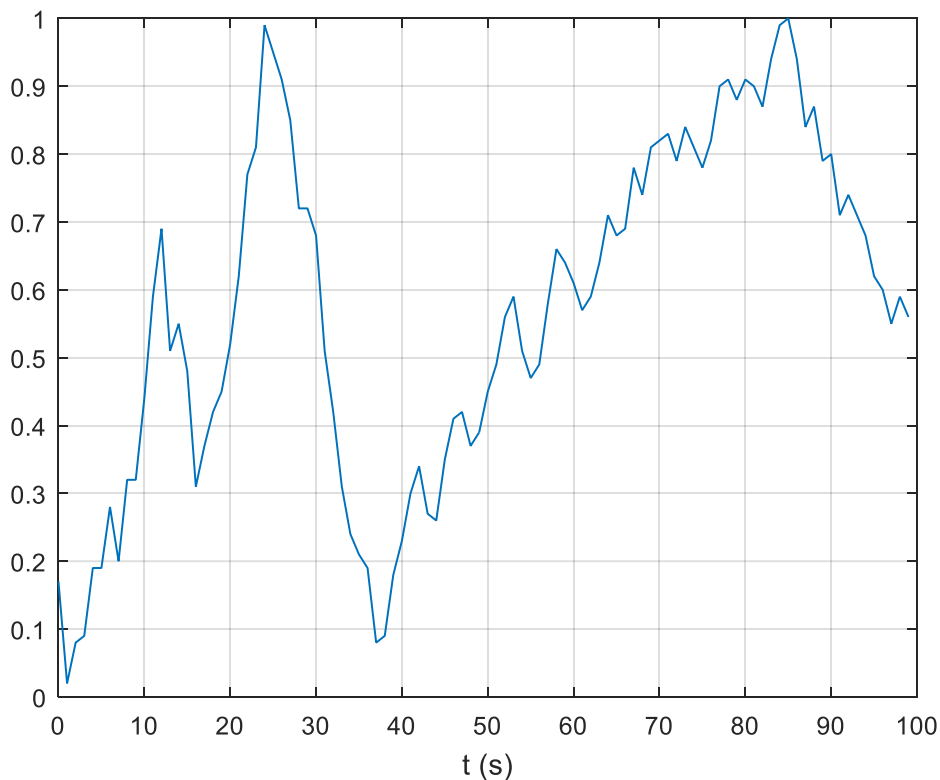
Όπου L είναι ο χρονικός ορίζοντας δεύτερης υστέρησης.

Με ανάλογο τρόπο ορίζονται τα παραπάνω μεγέθη για μια Μαρκοβιανή αλυσίδα μεγαλύτερης τάξης. Αξίζει να σημειωθεί ότι όσο αυξάνεται η τάξη της αλυσίδας τόσο αυξάνεται η αποδοτικότητα του μοντέλου αλλά και η πολυπλοκότητά του. Έτσι πρέπει να γίνεται συμβιβασμός ανάμεσα στην επιθυμητή ακρίβεια μοντελοποίησης και στον υπολογιστικό φόρτο που αυτή συνεπάγεται.

3.1.3 Παράδειγμα Εξαγωγής Μοντέλου Markov Πρώτης Τάξης

Στη συγκεκριμένη ενότητα, δίνεται ένα παράδειγμα μοντελοποίησης μιας τυχαίας χρονοσειράς με χρήση μοντέλου Markov πρώτης τάξης και 10 καταστάσεων, προκειμένου να παρουσιαστούν λεπτομερώς τα επιμέρους στάδια της διαδικασίας.

Η χρονοσειρά προς μοντελοποίηση φαίνεται στο Σχήμα 3.1 και αποτελείται από 100 παρατηρήσεις με τιμές στο διάστημα $[0, 1]$.



Σχήμα 3.1 Τυχαία Χρονοσειρά προς Μοντελοποίηση

Το μοντέλο που χρησιμοποιείται στηρίζεται στις στοχαστικές διαδικασίες Markov διακριτού χρόνου. Επομένως, το πρώτο βήμα που πρέπει να γίνει είναι η διακριτοποίηση της αρχικής χρονοσειράς. Με σκοπό να προκύψουν δέκα καταστάσεις, θεωρούνται διαστήματα (bins) μήκους 0.1 για την κάλυψη όλων το πιθανών τιμών. Τα άκρα (edges -e) αυτών των διαστημάτων αναπαρίστανται με το παρακάτω διάνυσμα :

$$e = (0 \quad 0.1 \quad 0.2 \quad \dots \quad 1) \quad (3.1)$$

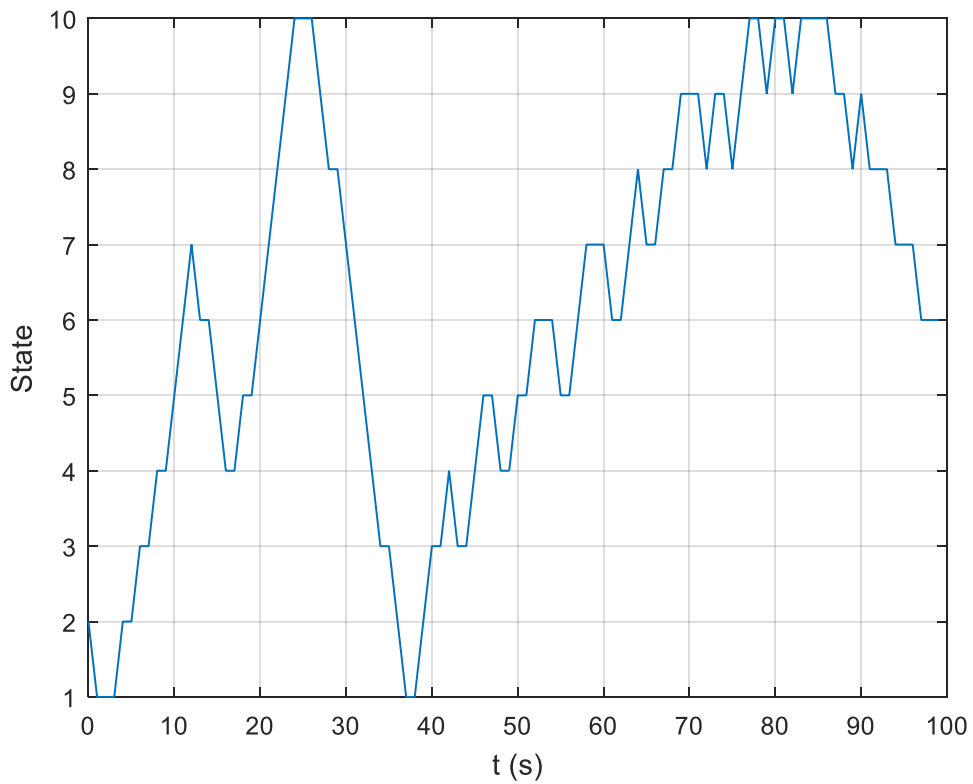
Ένα στοιχείο Y της χρονοσειράς, ανήκει στο j διάστημα, με $1 \leq j \leq 10$ εάν :

$$e(j) \leq Y < e(j + 1) \quad (3.2)$$

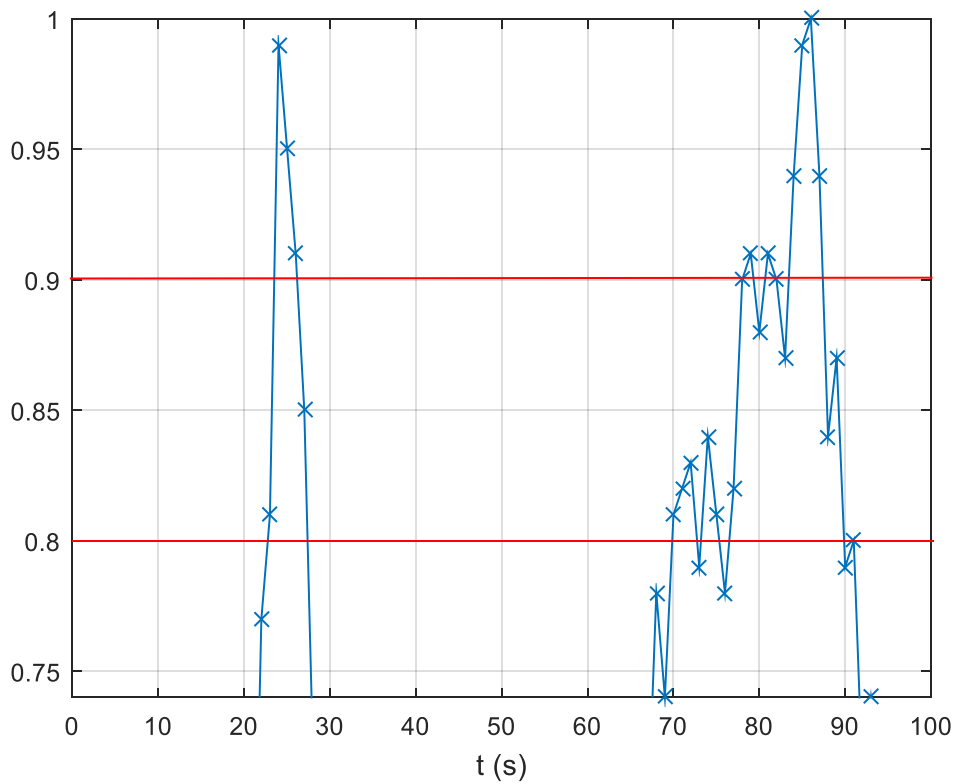
Ενώ, για το τελευταίο διάστημα ισχύει:

$$e(j) \leq Y \leq e(j + 1) \quad (3.3)$$

Για τη διαδικασία διακριτοποίησης χρησιμοποιείται η εντολή `discretize` της γλώσσας προγραμματισμού Matlab.



Σχήμα 3.2 Διακριτοποιημένη Χρονοσειρά



Σχήμα 3.3 Μεγέθυνση Αρχικής Χρονοσειράς

Σημειώνεται, ότι ο καθορισμός των καταστάσεων με βάση ισομήκη διαστήματα αποτελεί την πιο συνηθισμένη μέθοδο που ακολουθείται. Τα διαστήματα αυτά, θα μπορούσαν να είχαν χωριστεί με τέτοιο τρόπο ώστε η συχνότητα εμφάνισης τιμών της χρονοσειράς στο καθένα να ήταν ίση (πχ 10%) [39]. Ωστόσο η διαδικασία αυτή δεν υλοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία. Η διακριτοποιημένη χρονοσειρά φαίνεται στο Σχήμα 3.2.

Έχοντας διακριτοποιήσει τη χρονοσειρά, είναι πλέον εφικτός ο υπολογισμός του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης, διαστάσεων (10 x 10).

Αρχικά καταγράφεται σε κάθε στοιχείο p_{ij} του πίνακα, ο αριθμός μεταβάσεων από την κατάσταση i στην κατάσταση j . Οι μεταβάσεις αυτές αναγράφονται στον Πίνακα 3.1. Όπως είναι φανερό, σε οποιαδήποτε κατάσταση και αν βρίσκεται η αλυσίδα, δεν γίνεται μετάβαση σε κατάσταση που δεν είναι γειτονική με την τρέχουσα

Πίνακας 3.1 Πίνακας Μεταβάσεων

State	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0
3	0	2	4	2	0	0	0	0	0	0
4	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0
5	0	0	0	4	4	3	0	0	0	0
6	0	0	0	0	4	6	4	0	0	0
7	0	0	0	0	0	4	5	3	0	0
8	0	0	0	0	0	0	3	4	5	0
9	0	0	0	0	0	0	0	5	4	4
10	0	0	0	0	0	0	0	0	4	7

Για να γίνουν καλύτερα αντιληπτά τα αποτελέσματα, παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.3 η μεγεθυμένη αρχική χρονοσειρά, ώστε να φανούν καλύτερα οι μεταβάσεις που σχετίζονται με την ένατη κατάσταση, τα όρια της οποίας σχεδιάζονται με κόκκινη γραμμή. Τονίζεται ότι οι τιμές που είναι ίσες με το πάνω άκρο κάποιας κατάστασης, θεωρείται ότι ανήκουν στη αμέσως επόμενη, με εξαίρεση φυσικά την τελευταία κατάσταση.

Προκειμένου να προκύψουν οι πιθανότητες μετάβασης, ο πίνακας πρέπει να κανονικοποιηθεί. Έτσι, κάθε στοιχείο διαιρείται με το άθροισμα της γραμμής στην οποία ανήκει.

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_{j=1}^{10} n_{ij}} \quad (3.4)$$

Οι πιθανότητες μετάβασης παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2:

Πίνακας 3.2 Πίνακας Πιθανοτήτων Μετάβασης

State	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.60	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.50	0.25	0.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.25	0.50	0.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.33	0.33	0.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.36	0.36	0.27	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.29	0.43	0.29	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.33	0.42	0.25	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.33	0.42	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.38	0.31	0.31
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.36	0.64

Κάθε γραμμή του πίνακα αποτελεί την συνάρτηση μάζας πιθανότητας της αντίστοιχης κατάστασης. Σε οποιαδήποτε κατάσταση, η πιθανότητα για μετάβαση σε κάποια μη γειτονική κατάσταση είναι μηδενική. Προφανώς, το άθροισμα ανά γραμμή των στοιχείων του πίνακα P ισούται με την μονάδα.

$$\sum_{j=1}^{10} p_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{1,2, \dots, 10\} \quad (3.5)$$

3.1.4 Παράδειγμα Δημιουργίας Ψευδοτυχαίας Χρονοσειράς

Ο Πίνακας 3.2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή ψευδοτυχαίων χρονοσειρών. Για το μοντέλο Markov πρώτης τάξης που εξετάζεται σε αυτή την ενότητα, είναι απαραίτητη μονάχα μια αρχική τιμή, η οποία επιλέγεται ίση με την πρώτη κατάσταση της χρονοσειράς που μελετάται (Σχήμα 3.1). Με δεδομένη αυτή την αρχική τιμή, σχηματίζεται η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης, δηλαδή από την συνάρτηση μάζας πιθανότητας της αντίστοιχης κατάστασης.

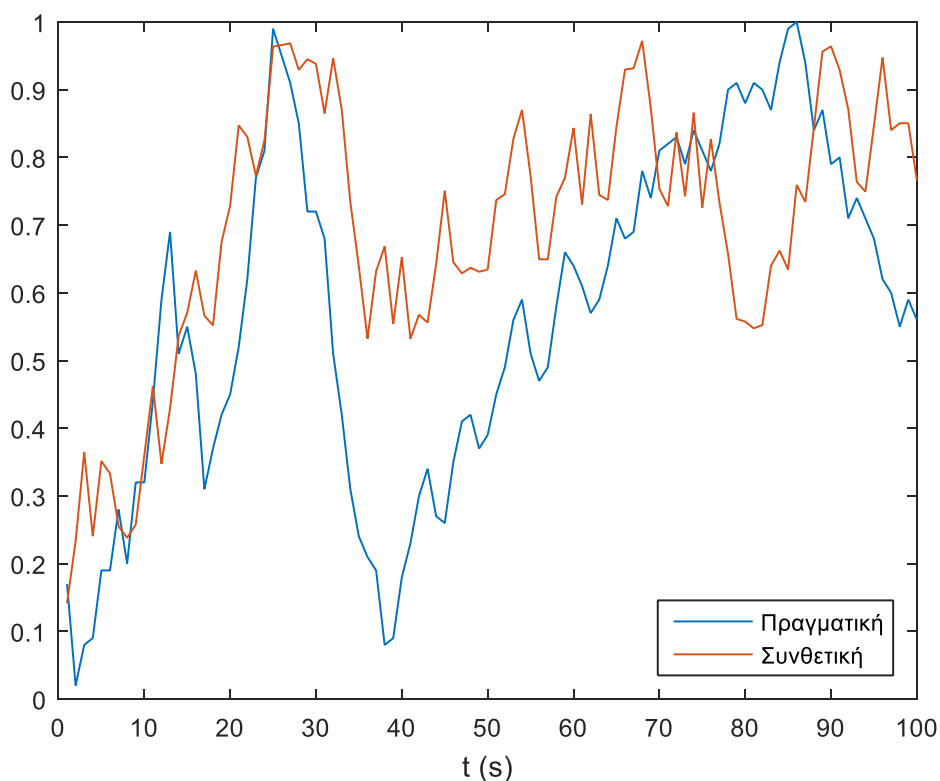
Στη συνέχεια, κάνοντας χρήση μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών, ομοιόμορφα κατανομημένων στο διάστημα $[0,1]$, παράγεται ένας τυχαίος αριθμός ο οποίος συγκρίνεται με κάθε ένα από τα δέκα στοιχεία της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας, έως ότου βρεθεί κάποιο στοιχείο $F[j]$ που είναι μεγαλύτερο από τον αριθμό αυτό. Ο αριθμός του στοιχείου αυτού (δηλαδή το j) αποτελεί την επόμενη κατάσταση της αλυσίδας.

Τέλος, επειδή η χρονοσειρά που προκύπτει από την παραπάνω διαδικασία είναι διακριτή, προστίθεται στην κεντρική τιμή της κατάστασης που επιλέχθηκε, ένας νέος τυχαίος αριθμός ο οποίος παράγεται από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών, ομοιόμορφα κατανομημένων στο διάστημα $[-0.05,0.05]$. Η επιλογή ομοιόμορφης κατανομής για τους αριθμούς αυτούς έγινε με αυθαίρετο τρόπο, καθώς θεωρήθηκε

ότι εντός μιας κατάστασης οι μεταβάσεις δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη κατανομή. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να προκύψουν όλες οι τιμές εντός οποιουδήποτε διαστήματος.

Ένα παράδειγμα συνθετικής χρονοσειράς που παράγεται από την παραπάνω διαδικασία φαίνεται στο Σχήμα 3.4, σε σύγκριση με την αρχική. Όπως είναι φανερό, οι τιμές των δυο χρονοσειρών διαφέρουν σημαντικά, ωστόσο στόχος της συγκεκριμένης διαδικασίας είναι η αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών.

Πρέπει να τονισθεί ότι ενώ η μέγιστη διαφορά δυο διαδοχικών τιμών της αρχικής χρονοσειράς ισούται με 0.18, από τη διαδικασία αναπαραγωγής είναι πιθανό να προκύψει διαφορά έως 0.2, στην περίπτωση που υπάρξει μετάβαση από το κάτω άκρο ενός διαστήματος στο πάνω άκρο του επόμενου. Το γεγονός αυτό έχει αρκετά μικρή πιθανότητα εμφάνισης και οφείλεται στον τυχαίο αριθμό που προστίθεται σε κάθε τιμή της αλυσίδας εντός των καταστάσεων, που αποσκοπεί στην δημιουργία συνεχούς φάσματος τιμών.



Σχήμα 3.4 Αρχική και Συνθετική Χρονοσειρά

3.2 Αυτοπαλινδρομικά Μοντέλα Κινητού Μέσου Όρου (ARIMA)

Τα αυτοπαλινδρομικά μοντέλα κινητού μέσου όρου (ARIMA) είναι στοχαστικά μαθηματικά μοντέλα τα οποία βοηθάνε στην ανάλυση και την πρόβλεψη της εξέλιξης διαφόρων χρονοσειρών.

Η εφαρμογή των μοντέλων ARIMA προϋποθέτει να πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις. Αρχικά, χρονοσειρά πρέπει να είναι διακριτή, δηλαδή οι παρατηρήσεις της να αναφέρονται σε ισαπέχουσες χρονικές στιγμές. Εκτός αυτού, η χρονοσειρά πρέπει να είναι στάσιμη ούτως ώστε τα χαρακτηριστικά της να μην εξαρτώνται από τη χρονική στιγμή στην οποία εξετάζεται. Τέλος, η εφαρμογή των μοντέλων ARIMA πρέπει να γίνεται για την εξαγωγή βραχυπρόθεσμων προβλέψεων.

3.2.1 Μοντέλα Αυτοπαλινδρόμησης (AR)

Τα μοντέλα αυτοπαλινδρόμησης θεωρούν γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στην παρατήρηση της χρονοσειράς που εξετάζεται και στις προηγούμενες τιμές αυτής. Έτσι, ένα τέτοιο μοντέλο τάξης p ορίζεται ως εξής [25] :

$$y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + e_t \quad (3.6)$$

Όπου φ_i οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης του μοντέλου AR για υστέρηση i και e_t το σφάλμα πρόβλεψης. Η σταθερά c ισούται με :

$$c = \mu(1 - \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_p) \quad (3.7)$$

Όπου μ η μέση τιμή της χρονοσειράς.

Ουσιαστικά, κάθε τιμή υπολογίζεται ως γραμμικός συνδυασμός των προηγούμενων παρατηρήσεων, προσαυξάνοντας, εάν υπάρχει, την σταθερά c .

Χρησιμοποιώντας τον τελεστή ολίσθησης B , ένα μοντέλο AR μπορεί να γραφτεί και ως :

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p) \bar{y}_t = e_t \quad (3.8)$$

Σημειώνεται ότι η χρονοσειρά $\bar{y}_t = y_t - \mu$, έχει τις ίδιες στατιστικές ιδιότητες με την αρχική, θεωρώντας μηδενική μέση τιμή. Η χρήση της γίνεται προκειμένου να τονιστούν οι στοχαστικές συνιστώσες της χρονοσειράς.

Για ένα μοντέλο AR(p) οι τιμές των συντελεστών αυτοσυσχέτισης ACF φθίνουν προς το μηδέν ακολουθώντας εκθετική ή ημιτονοειδή πορεία, ενώ οι τιμές των συντελεστών μερικής αυτοσυσχέτισης PACF μηδενίζονται απότομα μετά από p περιόδους υστέρησης.

3.2.2 Μοντέλα Κινητού Μέσου Όρου (MA)

Τα μοντέλα κινητού μέσου όρου θεωρούν γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στην παρατήρηση της χρονοσειράς που εξετάζεται και στα σφάλματα που εμφάνισε το μοντέλο MA σε προηγούμενες περιόδους. Ένα τέτοιο μοντέλο τάξης q γράφεται ως εξής:

$$y_t = c - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_p e_{t-p} + e_t \quad (3.9)$$

Όπου θ_i οι συντελεστές μερικής αυτοσυσχέτισης του μοντέλου MA για υστέρηση i και e_t το σφάλμα πρόβλεψης. Η σταθερά c ισούται με την μέση τιμή της χρονοσειράς μ .

Ουσιαστικά, κάθε τιμή υπολογίζεται ως γραμμικός συνδυασμός των σφαλμάτων του μοντέλου στις προηγούμενες χρονικές στιγμές, προσαυξάνοντας την σταθερά c .

Χρησιμοποιώντας τον τελεστή ολίσθησης B , ένα μοντέλο MA μπορεί να γραφτεί και ως :

$$\bar{y}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) e_t \quad (3.10)$$

Για ένα μοντέλο MA(q) οι τιμές των συντελεστών αυτοσυσχέτισης ACF μηδενίζονται απότομα μετά από q περιόδους υστέρησης, ενώ οι τιμές των συντελεστών μερικής αυτοσυσχέτισης PACF φθίνουν προς το μηδέν ακολουθώντας εκθετική ή ημιτονοειδή πορεία.

3.2.3 Μοντέλα ARIMA

Τα αυτοπαλινδρομικά μοντέλα κινητού μέσου όρου (ARIMA) αποτελούν ένα συνδυασμό των AR και MA, με την προσθήκη του παράγοντα διαφορίσης για τη διασφάλιση της στασιμότητας. Με χρήση του τελεστή ολίσθησης B το συνολικό μοντέλο αναπαρίσταται ως εξής :

$$(1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p)(1 - B)^p y_t = c + (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) e_t \quad (3.11)$$

Ο πρώτος όρος του πρώτου μέλους της εξίσωσης αντιπροσωπεύει το μοντέλο AR(p), ο δεύτερος την διαφορίση, ενώ ο όρος στο δεύτερο μέλος της εξίσωσης το μοντέλο MA (q).

Θεωρώντας ως μ την μέση τιμή των δεδομένων, η σταθερά c ισούται με :

$$c = \mu(1 - \varphi_1 - \dots - \varphi_p) \quad (3.12)$$

Η σταθερά αυτή προστίθεται και σε χρονοσειρές που έχουν υποστεί διαφορίση, καθώς η προκύπτουσα χρονοσειρά από τη διαφορίση δεν είναι ποτέ απολύτως στάσιμη γύρω από το μηδέν.

Σημειώνεται ότι η διαφορίση Πρώτης τάξης ($d=1$) συνεπάγεται ύπαρξη σταθερής τάσης στη χρονοσειρά, ενώ η διαφορίση Δεύτερης τάξης ($d=2$) χρονικά μεταβαλλόμενης. Στην δεύτερη περίπτωση, κρίνεται άσκοπη η εισαγωγή σταθεράς c .

Για ένα μοντέλο ARIMA (p,d,q), οι τιμές των συντελεστών ACF φθίνουν προς το μηδέν μετά από $q-p$ περιόδους υστέρησης, ενώ του PACF μετά από $p-q$ περιόδους αντίστοιχα.

3.2.4 Επιλογή και Εκτίμηση Μοντέλου

Είναι σύνηθες, περισσότερα από ένα μοντέλα να ταυτίζονται ή κάποιο να προσαρμόζεται καλύτερα από ένα άλλο, έχοντας όμως σημαντικά μεγαλύτερη πολυπλοκότητα. Έτσι, η επιλογή του καταλληλότερου μοντέλου ARIMA δεν είναι πάντα προφανής.

Ένα πρώτο βήμα για την κατάλληλη επιλογή του μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί είναι η ανάλυση των προς μελέτη χρονοσειρών και η εφαρμογή μετασχηματισμών, εφόσον αυτοί είναι αναγκαίοι. Ενδεικτικά, σε περίπτωση που η χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη μπορεί να εφαρμοσθεί διαφορίση, ενώ σε περίπτωση που απαιτείται η σταθεροποίηση της διασποράς στον χρόνο μπορεί να γίνει χρήση των μετασχηματισμών Box-Cox [41], [42].

Σε δεύτερο στάδιο πρέπει να γίνει η αναγνώριση του μοντέλου ARIMA που θα χρησιμοποιηθεί με βάση τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης. Η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου γίνεται με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, η οποία στην ουσία δείχνει κατά πόσο οι τιμές ενός μοντέλου με συγκεκριμένες παραμέτρους έχουν μεγάλη πιθανότητα να προσεγγίζουν τις πραγματικές τιμές της χρονοσειράς. Έτσι, η πιθανοφάνεια (L) ταύτισης του μοντέλου με τα αρχικά δεδομένα θα είναι [25]:

$$L = \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{2\pi\sigma_t^2} \right)^{1/2} e^{-\sum_{t=1}^T \frac{(X_t - F(X_t))^2}{2\sigma_t^2}} \quad (3.13)$$

Η εναλλακτικά, λογαριθμίζοντας την παραπάνω σχέση [25]:

$$-2\log L = n \left[\log(2\pi) + 1 + \log \left(\frac{RSS}{n} \right) \right] \quad (3.14)$$

Όπου n το πλήθος των παρατηρήσεων και RSS το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων του μοντέλου. Δηλαδή, συμβολίζοντας με σ^2 την διακύμανση των σφαλμάτων του μοντέλου και e_t το σφάλμα πρόβλεψης, το RSS θα είναι :

$$RSS = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad (3.15)$$

Φυσικά, για τον υπολογισμό των παραμέτρων μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα κριτήρια ελαχιστοποίησης σφαλμάτων, όπως μέσο τετραγωνικό σφάλμα, μέσο ποσοστιαίο σφάλμα κτλ.

Το τελευταίο στάδιο αφορά τον διαγνωστικό έλεγχο, προκειμένου να διερευνηθεί αν τα μοντέλα που επιλέχθηκαν είναι στατιστικά έγκυρα. Στα πλαίσια αυτού, εφαρμόζονται στατιστικά τεστ για την μελέτη της κατανομής των σφαλμάτων πρόβλεψης. Αν το μοντέλο είναι κατάλληλο τότε τα σφάλματα που παράγει πρέπει να οφείλονται αποκλειστικά στην τυχαιότητα και συνεπώς να μην συσχετίζονται μεταξύ τους.

Προφανώς τα σφάλματα δεν μπορεί να είναι τελείως ασυσχέτιστα, όσο ακριβές και αν είναι το μοντέλο. Είναι λοιπόν αναμενόμενο για κάποιες υστερήσεις να υπάρχουν μη μηδενικοί δείκτες συσχέτισης. Για τον έλεγχο της σημασίας αυτής της απόκλισης υπολογίζονται οι κατά προσέγγιση t-τιμές του τυπικού σφάλματος $S(r_k(e))$:

$$t_{r_k} = \frac{r_k}{S(r_k(e))} = \frac{r_k}{\frac{n^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j^2}}} \quad (3.16)$$

Όπου r_k οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (ACF και PACF) των σφαλμάτων του μοντέλου για υστέρηση k .

Προκειμένου να θεωρήσουμε ότι μια υστέρηση δεν είναι σημαντική, η τιμή του δείκτη t δεν πρέπει θεωρητικά να ξεπερνά την τιμή 2.

Μια άλλη βασική παράμετρος επιλογής του καταλληλότερου μοντέλου έχει να κάνει με την πολυπλοκότητα. Όσο αυτή αυξάνεται με την προσθήκη νέων παραγόντων, τόσο μειώνεται η προκατάληψή του, οδηγώντας όμως σε συστηματική αύξηση της διακύμανσης των σφαλμάτων. Ουσιαστικά, το μοντέλο υπερπροσαρμόζεται (over fitting) στην δεδομένη χρονοσειρά, παρουσιάζοντας μειωμένη ακρίβεια πρόβλεψης. Για τον καθορισμό του κατάλληλου αριθμού παραγόντων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια Akaike's Information Criterion (AIC) και Bayesian Information Criterion (BIC), με το BIC να δίνει μεγαλύτερο βάρος στην πολυπλοκότητα του μοντέλου. Οι δύο αυτοί δείκτες ορίζονται ως ακολούθως [35], [43]:

$$AIC = 2k - 2 \log(L) \quad (3.17)$$

$$BIC = k \log(n) - 2 \log(L) \quad (3.18)$$

Όπου k ο αριθμός των παραγόντων του μοντέλου, n ο αριθμός των παρατηρήσεων και L η προσδοκώμενη πιθανοφάνεια.

Έτσι, με τα κριτήρια αξιολόγησης μοντέλων καθώς και με τα κριτήρια βελτιστοποίησης παραμέτρων που παρουσιάστηκαν, μπορεί να γίνει η επιλογή του καταλληλότερου μοντέλου ARIMA για κάθε χρονοσειρά.

Τα συγκεκριμένα μοντέλα θα χρησιμοποιηθούν στο Κεφάλαιο 5 για την αναπαραγωγή συσχετισμένων χρονοσειρών.

Αναπαραγωγή Συνθετικών Χρονοσειρών

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μια μέθοδος για την αναπαραγωγή συνθετικών χρονοσειρών, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η συσχέτιση μεταξύ των δυο αρχικών χρονοσειρών, με τη χρήση των μοντέλων Markov που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3 και αναλύθηκαν στο παράδειγμα που δόθηκε στις Ενότητες 3.1.3 και 3.1.4. Ξεκινώντας από το πιο απλό μοντέλο 10 καταστάσεων διερευνάται η επίδραση των διαφόρων παραγόντων στα αποτελέσματα.

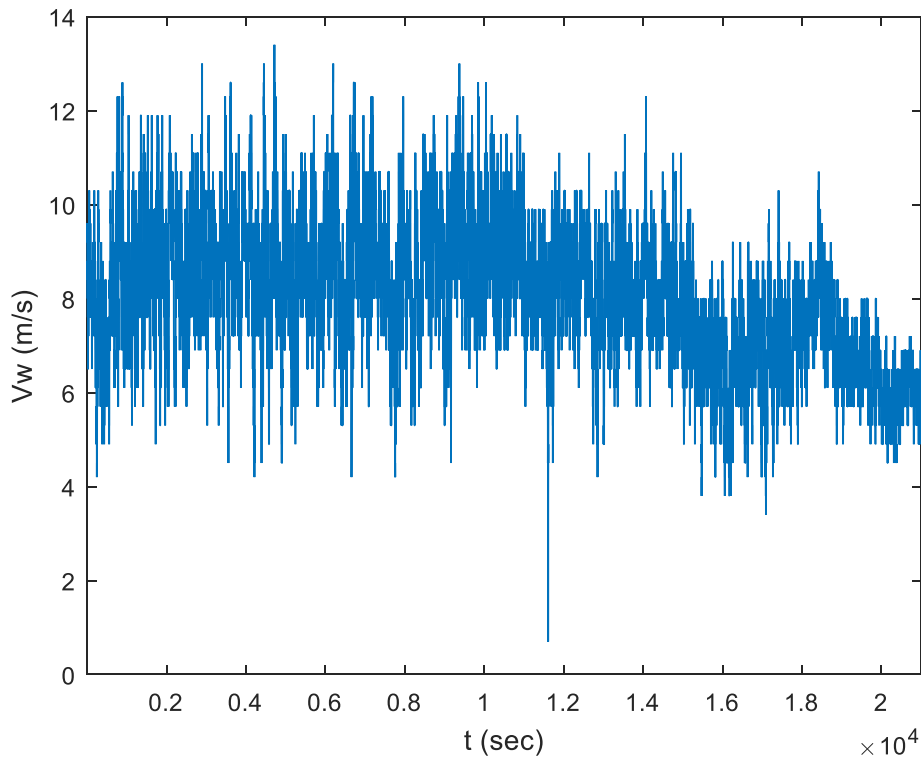
4.1 Διαθέσιμες Χρονοσειρές

Στην ενότητα αυτή περιγράφεται ο τρόπος με τον οποίο προέκυψαν οι δυο χρονοσειρές αιολικής ισχύος που θα αποτελέσουν στην συνέχεια αφετηρία για την παραγωγή σεναρίων.

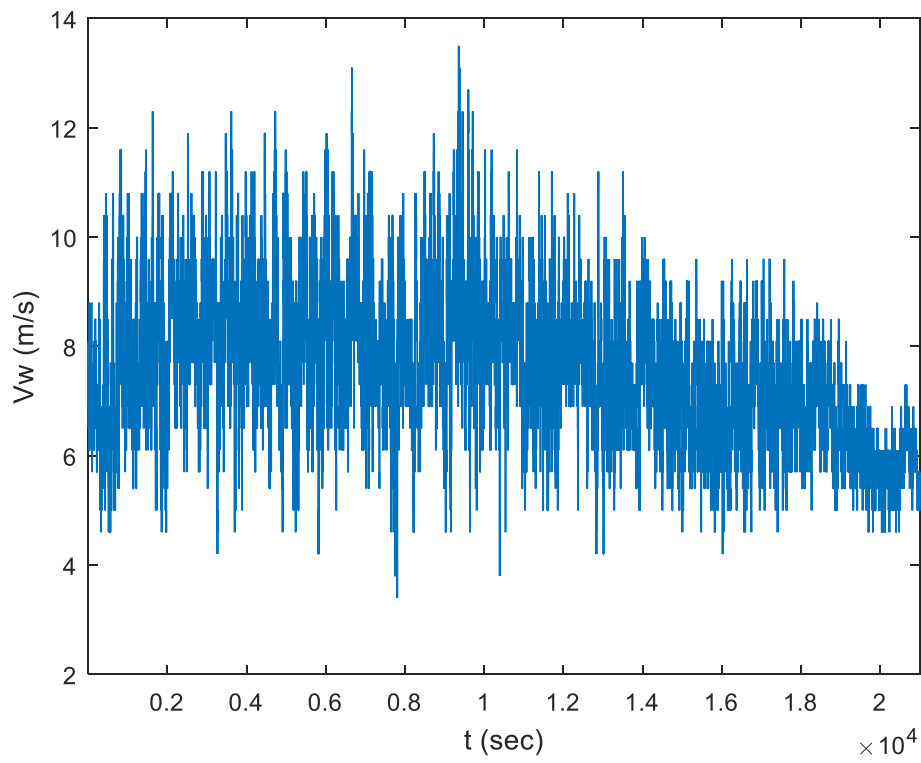
Στα Σχήματα 4.1 και 4.2 φαίνονται οι χρονοσειρές ταχύτητας ανέμου που προέκυψαν από ανεμολογικές μετρήσεις σε δυο αιολικά πάρκα της Πελοποννήσου [44], τα οποία βρίσκονται σε κοντινή απόσταση και ως αποτέλεσμα οι αντίστοιχες χρονοσειρές είναι συσχετισμένες.

Η πρώτη χρονοσειρά λαμβάνει τιμές από 0.7 m/s έως 13.4 m/s, ενώ η δεύτερη από 3.4 m/s έως 13.5 m/s. Η ονομαστική ταχύτητα ανέμου στο μοντέλο μετατροπής έχει ληφθεί ίση με 11 m/s. Σημειώνεται ότι οι ακραίες τιμές των χρονοσειρών εξομαλύνονται από το φίλτρο που έχει ενσωματωθεί στο μοντέλο.

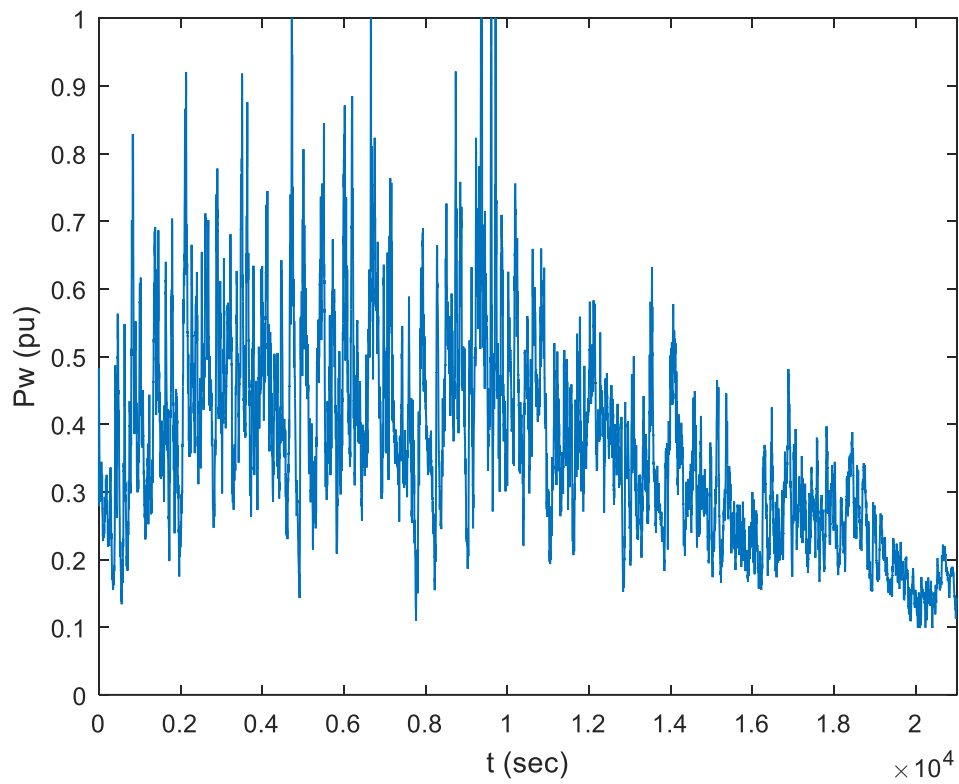
Οι επιλεγμένες χρονοσειρές ταχύτητας ανέμου δίνονται ως είσοδος στο μοντέλο μετατροπής που αναπτύχθηκε στην εργασία [45]. Πρόκειται για ένα μοντέλο ασύγχρονης ανεμογεννήτριας διπλής τροφοδότησης, που εμπεριέχει τη δράση των ρυθμιστών. Οι εξαγόμενες χρονοσειρές αιολικής ισχύος φαίνονται στα Σχήματα 4.3 και 4.4.



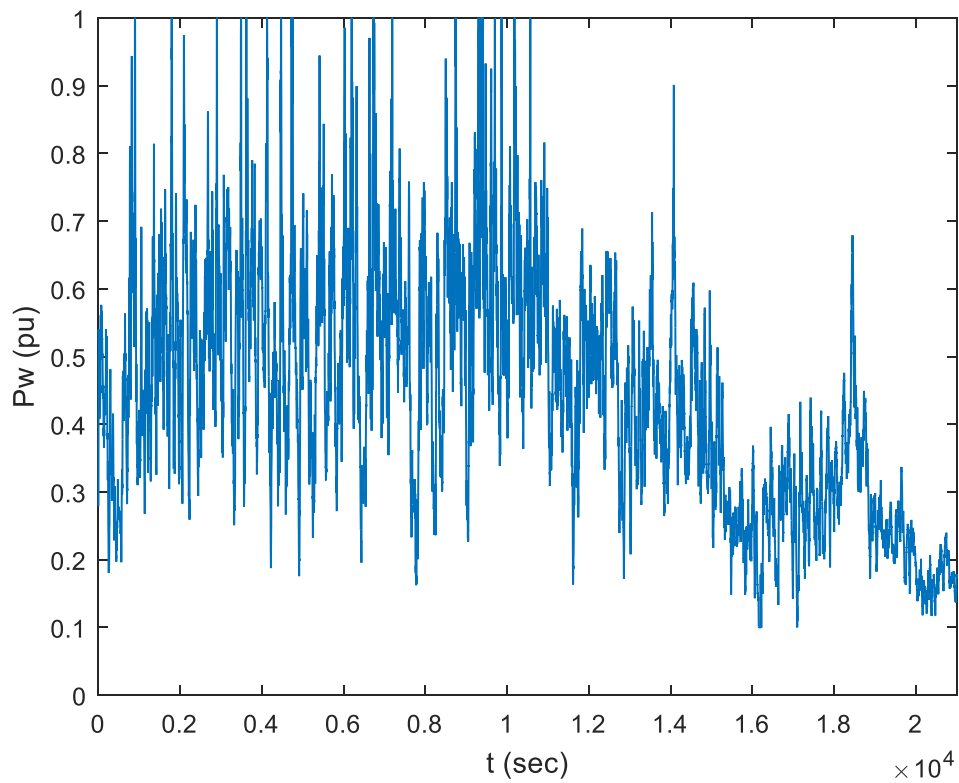
Σχήμα 4.1 Χρονοσειρά Ανέμου 1



Σχήμα 4.2 Χρονοσειρά Ανέμου 2



Σχήμα 4.3 Χρονοσειρά Ενεργού Ισχύος Α/Π 1



Σχήμα 4.4 Χρονοσειρά Ενεργού Ισχύος Α/Π 2

Όπως γίνεται αντιληπτό, η ίδια η ανεμογεννήτρια λειτουργεί ως βαθυπερατό φίλτρο, εξομαλύνοντας τις διακυμάνσεις μηχανικής ισχύος. Τα χαρακτηριστικά των δυο χρονοσειρών αιολικής παραγωγής, που αποτελούνται από 21000 τιμές η καθεμία, φαίνονται στον Πίνακα 4.1:

Πίνακας 4.1 Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος

	Μέση Τιμή (αμ)	Τυπική Απόκλιση	Μέγιστη Τιμή (αμ)	Ελάχιστη Τιμή (αμ)
A/Π #1	0.368	0.148	1	0.0988
A/Π #2	0.4432	0.1756	1	0.0991

Οι παραπάνω χρονοσειρές αιολικής παραγωγής θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια ως βάση για την ανάπτυξη και αξιολόγηση των στοχαστικών μοντέλων. Η ίδια μεθοδολογία θα μπορούσε να εφαρμοστεί και σε χρονοσειρές ανέμου. Σε αυτή την περίπτωση όμως, ένα σφάλμα στην ταχύτητα μεταφράζεται σε αντίστοιχο σφάλμα ισχύος υψωμένο στον κύβο, κάτι που δεν είναι επιθυμητό.

4.2 Διαδικασία Παραγωγής Χρονοσειρών

Οι αλυσίδες Markov αποτελούν ίσως τον απλούστερο τρόπο μοντελοποίησης αιολικής παραγωγής. Ωστόσο, όπως έχει επισημανθεί [11], [12], παρουσιάζουν αδυναμία σε χρονικό ορίζοντα δευτερολέπτου. Όπως θα διαπιστωθεί στην συνέχεια, ο ισχυρισμός αυτός δεν είναι ορθός στα πλαίσια της μεθόδου που χρησιμοποιείται.

Το αρχικό μοντέλο Markov που θα εξετασθεί είναι πρώτης τάξης και αποτελείται από 10 καταστάσεις. Στην συνέχεια θα γίνει επέκταση αυτού προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση των διαφόρων παραμέτρων στα αποτελέσματα της μεθόδου. Σημειώνεται ότι μια βασική απαίτηση των μοντέλων Markov είναι η ύπαρξη μεγάλου πλήθους δεδομένων για τον ικανοποιητικό υπολογισμό των πιθανοτήτων μετάβασης [16]. Στην συγκεκριμένη περίπτωση γίνεται χρήση 21000 τιμών αιολικής ισχύος για κάθε πάρκο.

4.2.1 Διαδικασία Διακριτοποίησης

Το μοντέλο που χρησιμοποιείται στηρίζεται στις στοχαστικές διαδικασίες Markov διακριτού χρόνου. Επομένως, το πρώτο βήμα που πρέπει να γίνει είναι η διακριτοποίηση των αρχικών χρονοσειρών. Με σκοπό να προκύψουν δέκα καταστάσεις, θεωρούνται διαστήματα (bins) μήκους 0.1 για την κάλυψη όλων το πιθανών τιμών ισχύος, από μηδέν έως 1 ανά μονάδα. Η διαδικασία αυτή περιγράφηκε στην Ενότητα 3.1.3.

Σημειώνεται, ότι ο καθορισμός των καταστάσεων με βάση ισομήκη διαστήματα αποτελεί την πιο συνηθισμένη μέθοδο που ακολουθείται. Τα διαστήματα αυτά, θα μπορούσαν να είχαν χωριστεί με τέτοιο τρόπο ώστε η συχνότητα εμφάνισης τιμών της χρονοσειράς στο καθένα να ήταν ίση (πχ 10%) [39], κάτι που δεν υλοποιήθηκε στην παρούσα εργασία.

Έχοντας διακριτοποιήσει τη χρονοσειρά, είναι πλέον εφικτός ο υπολογισμός του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης, διαστάσεων (10 x 10).

Πίνακας 4.2 Πίνακας Πιθανοτήτων Μετάβασης A/Π #1

Edges	State									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0-0.1	0.938	0.062	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1-0.2	0.009	0.962	0.029	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2-0.3	0.000	0.022	0.941	0.037	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.3-0.4	0.000	0.000	0.041	0.925	0.034	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4-0.5	0.000	0.000	0.000	0.058	0.901	0.041	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5-0.6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.075	0.874	0.051	0.000	0.000	0.000
0.6-0.7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.130	0.823	0.047	0.000	0.000
0.7-0.8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.156	0.766	0.078	0.000
0.8-0.9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.197	0.711	0.092
0.9-1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.206	0.794

Πίνακας 4.3 Πίνακας Πιθανοτήτων Μετάβασης A/Π #2

Edges	State									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0-0.1	0.902	0.098	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1-0.2	0.011	0.960	0.029	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2-0.3	0.000	0.021	0.944	0.035	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.3-0.4	0.000	0.000	0.034	0.917	0.049	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4-0.5	0.000	0.000	0.000	0.048	0.897	0.054	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5-0.6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.063	0.886	0.052	0.000	0.000	0.000
0.6-0.7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.112	0.839	0.049	0.000	0.000
0.7-0.8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.164	0.749	0.086	0.000
0.8-0.9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.177	0.688	0.134
0.9-1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.180	0.820

Αρχικά καταγράφεται σε κάθε στοιχείο p_{ij} του πίνακα, ο αριθμός μεταβάσεων από την κατάσταση i στην κατάσταση j . Προκειμένου να προκύψουν οι πιθανότητες μετάβασης, ο πίνακας πρέπει να κανονικοποιηθεί. Έτσι, κάθε στοιχείο διαιρείται με το άθροισμα της γραμμής στην οποία ανήκει.

Οι πιθανότητες μετάβασης για τα δύο αιολικά πάρκα φαίνονται στους Πίνακες 4.2 και 4.3. Όπως γίνεται φανερό από τους παραπάνω πίνακες, σε δυο διαδοχικές χρονικές στιγμές δεν μπορεί να γίνει μεταπήδηση σε κατάσταση που δεν είναι γειτονική με την τρέχουσα. Για αυτό και τα μη μηδενικά στοιχεία είναι συγκεντρωμένα στις διαγώνιους των δυο πινάκων.

4.2.2 Παραγωγή Συνθετικών Χρονοσειρών

Για να παραχθούν οι συνθετικές χρονοσειρές με τη χρήση των αλυσίδων Markov, απαιτούνται κάποιες αρχικές τιμές. Στο μοντέλο Markov πρώτης τάξης που χρησιμοποιείται σε αυτή την ενότητα χρειάζεται μονάχα μια αρχική τιμή, η οποία και επιλέγεται σε ένα μεσαίο επίπεδο παραγωγής. Σημειώνεται ότι στην παρούσα εργασία δεν έχουν ληφθεί υπόψη οι καταστάσεις ένταξης και αποκοπής των ανεμογεννητριών (Cut in – Cut off), ενώ δίνεται βαρύτητα στις μεσαίες τιμές αιολικής ισχύος. Εξάλλου σε αυτές τις τιμές παρουσιάζεται και η μεγαλύτερη τυχαιότητα, ενώ στις ακραίες συνθήκες ανέμου η λειτουργία είναι περισσότερο «ντετερμινιστική». Έχοντας αυτή την αρχική τιμή, σχηματίζεται η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης, δηλαδή από την συνάρτηση μάζας πιθανότητας της αντίστοιχης κατάστασης.

Στην συνέχεια γίνεται χρήση μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών (random number generator), ομοιόμορφα κατανομημένων στο διάστημα $[0,1]$. Ο παραγόμενος τυχαίος αριθμός συγκρίνεται με κάθε ένα από τα δέκα στοιχεία της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας, έως ότου βρεθεί κάποιο στοιχείο $F[j]$ που είναι μεγαλύτερο από τον τυχαίο αριθμό. Ο αριθμός του στοιχείου αυτού (δηλαδή το j) αποτελεί την επόμενη κατάσταση της αλυσίδας. Τέλος, προστίθεται στην κεντρική τιμή του αντίστοιχου διαστήματος, ένας τυχαίος αριθμός που παράγεται από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών ομοιόμορφα κατανομημένων στο διάστημα $[-0.05,+0.05]$. Η επιλογή ομοιόμορφης κατανομής για τους αριθμούς αυτούς έγινε με αυθαίρετο τρόπο, καθώς θεωρήθηκε ότι εντός μιας κατάστασης οι μεταβάσεις δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη κατανομή. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να προκύψουν όλες οι τιμές εντός οποιουδήποτε διαστήματος.

Σε περίπτωση, που κάποια γραμμή του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης περιέχει μόνο μηδενικά, η παραπάνω διαδικασία οδηγεί σε αδιέξοδο. Αυτό γίνεται όταν αυξάνεται σημαντικά ο αριθμός των καταστάσεων ή η τάξη της αλυσίδας, δηλαδή το μέγεθος του πίνακα P . Ως αποτέλεσμα, υπάρχουν συγκεκριμένες μεταβάσεις που δεν εμφανίζονται στο δείγμα και οι αντίστοιχες γραμμές του πίνακα πιθανοτήτων

μετάβασης προκύπτουν μηδενικές. Το πρόβλημα αυτό θα διερευνηθεί σε επόμενη ενότητα, καθώς για το μοντέλο πρώτης τάξης δεν εμφανίζεται.

4.2.3 Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων

Όπως είναι λογικό, κάθε εφαρμογή του αλγορίθμου που περιγράφηκε παραπάνω θα παράγει και διαφορετικές χρονοσειρές. Αυτό συμβαίνει επειδή γίνεται χρήση γεννήτριας τυχαίων αριθμών για τον προσδιορισμό των καταστάσεων αλλά και για την υπέρθεση θορύβου.

Για τον λόγο αυτό η αξιολόγηση δεν μπορεί να βασιστεί στα αποτελέσματα μιας μόνο επανάληψης της μεθόδου. Για αυτό θα παρουσιασθούν τα σφάλματα που προκύπτουν για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων, προκειμένου να δοθεί μια πλήρης εικόνα της απόδοσης του συγκεκριμένου αλγορίθμου.

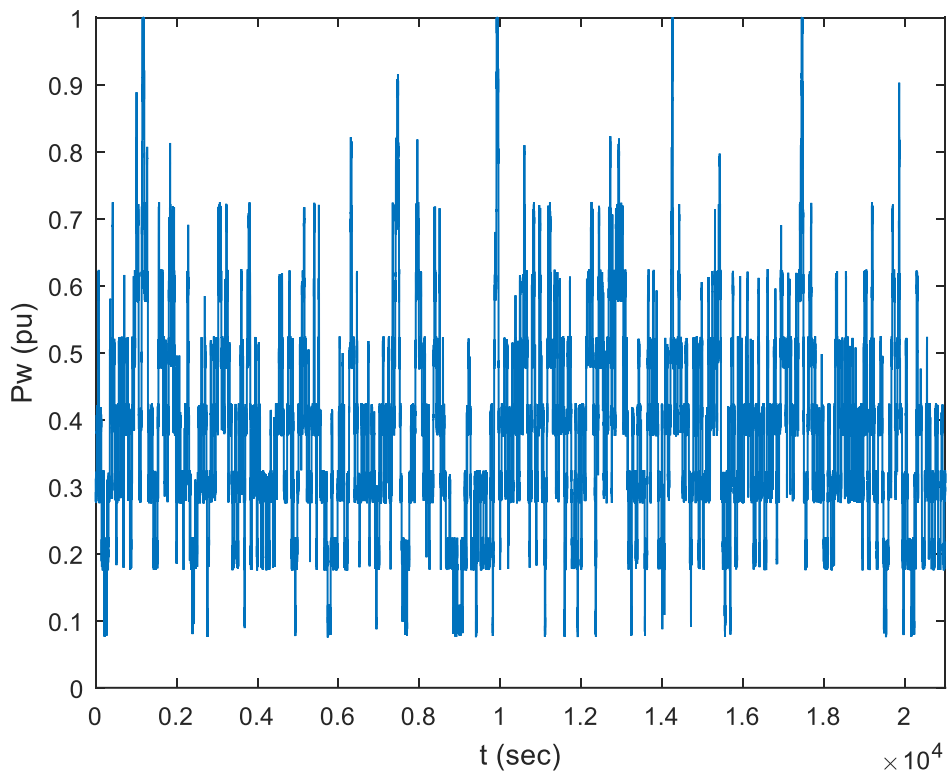
Για εποπτικούς λόγους, παρατίθενται στα Σχήματα 4.5 και 4.6 οι χρονοσειρές για κάθε ένα αιολικό πάρκο, έπειτα από μια τυχαία επανάληψη της μεθόδου.

Η αξιολόγηση θα επικεντρωθεί στα μεγέθη της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, καθώς και της αυτοσυσχέτισης. Για την ποσοτικοποίηση της απόδοσης του μοντέλου υπολογίζονται τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα (RMSE).

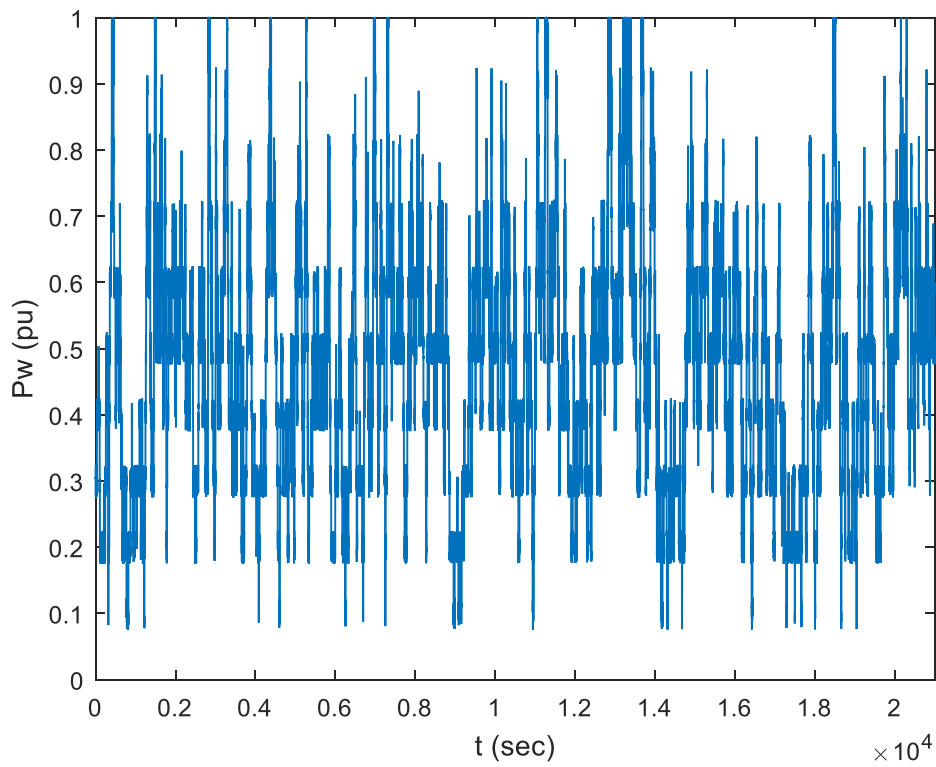
$$RMSE_{ACF} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (ACF_{synthetic}[i] - ACF_{real}[i])^2}{n}} \quad (4.6)$$

$$RMSE_{PDF} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (PDF_{synthetic}[i] - PDF_{real}[i])^2}{m}} \quad (4.7)$$

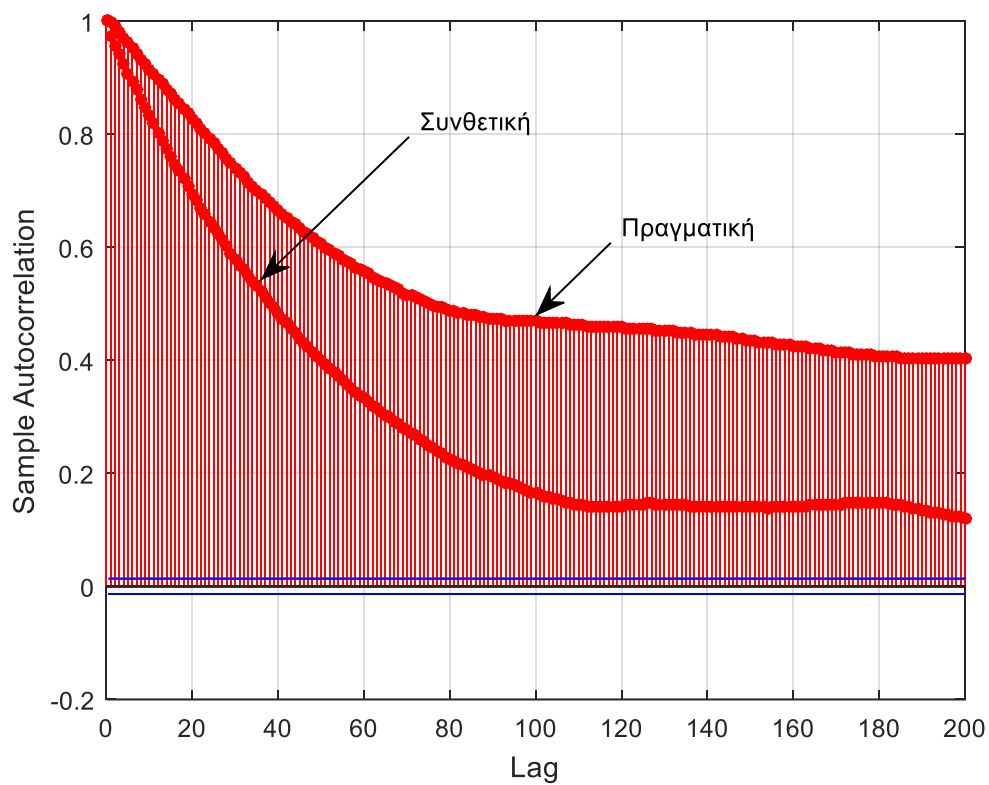
Όπου n το πλήθος των υστερήσεων για τις οποίες υπολογίζονται οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης και m το πλήθος των σημείων στα οποία υπολογίζεται η πυκνότητα πιθανότητας. Για την ίδια επανάληψη με πριν, παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.7 και 4.8 τα διαγράμματα ACF για κάθε αιολικό πάρκο.



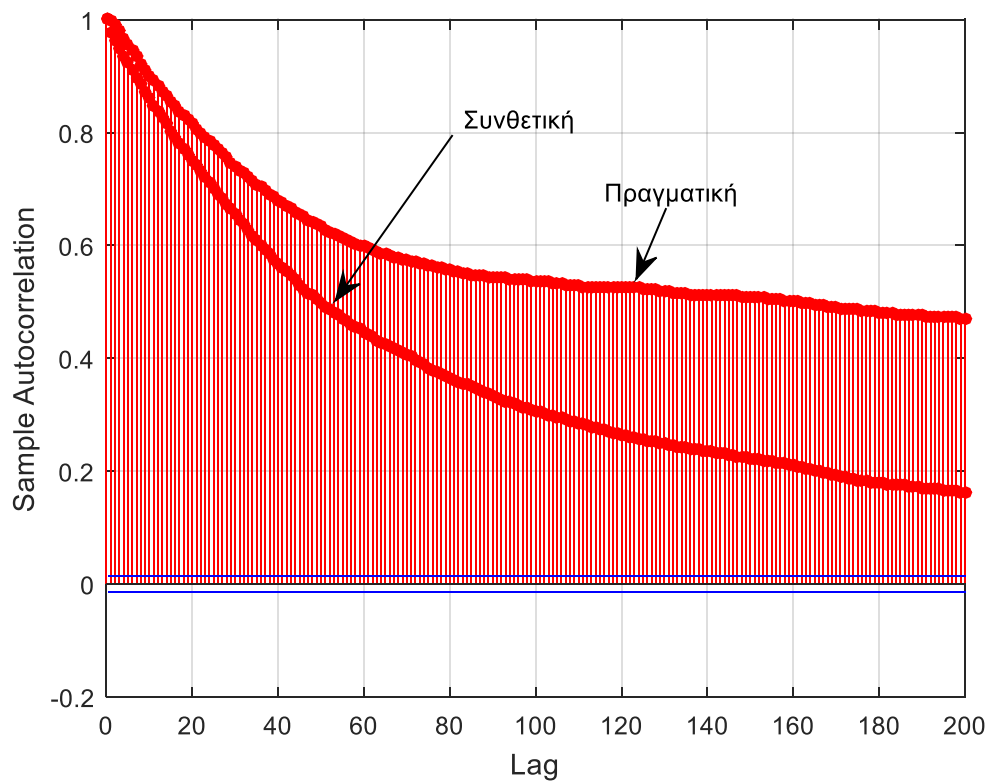
Σχήμα 4.5 Συνθετική Χρονοσειρά Α/Π #1



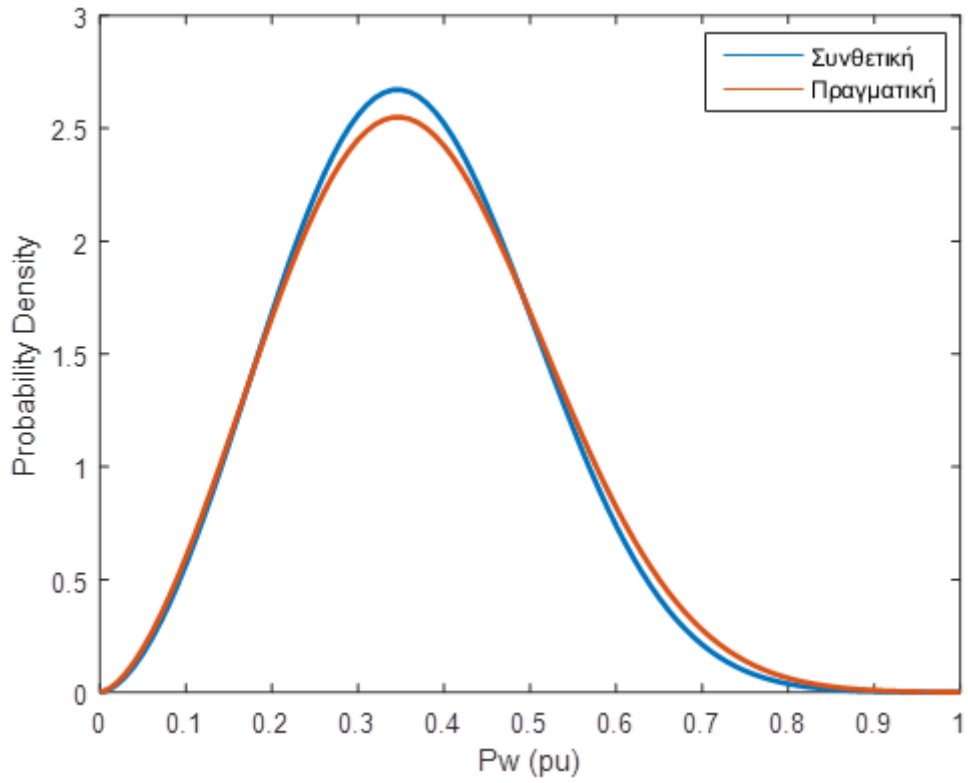
Σχήμα 4.6 Συνθετική Χρονοσειρά Α/Π #2



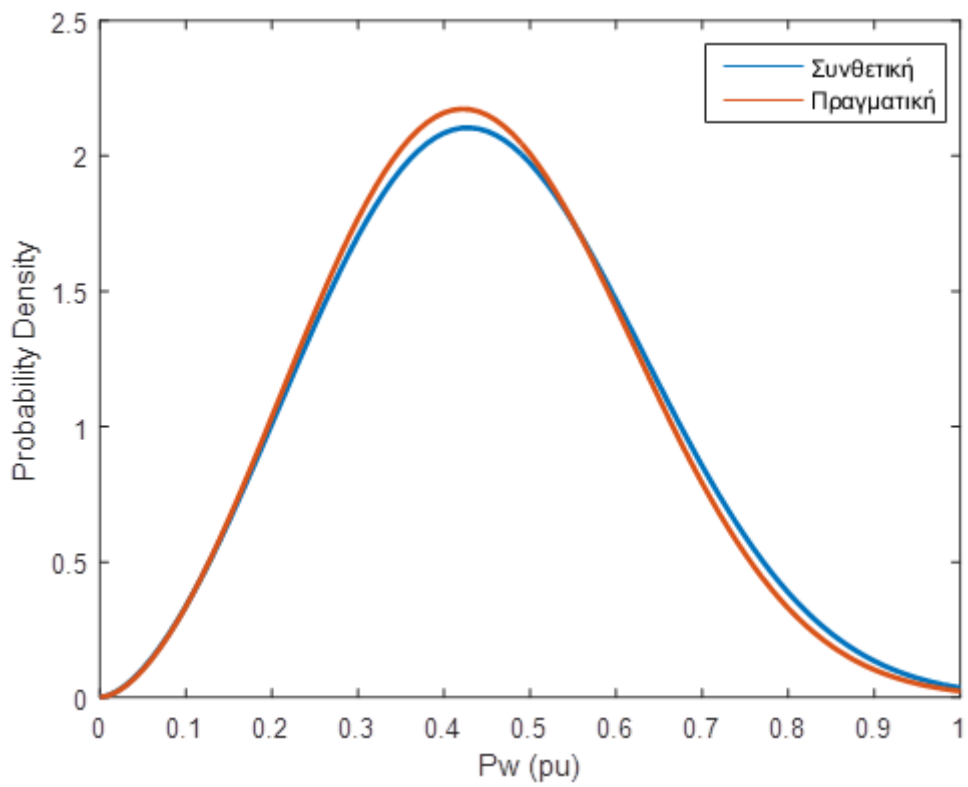
Σχήμα 4.7 Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης Χρονοσειρών Α/Π #1



Σχήμα 4.8 Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης Χρονοσειρών Α/Π #2



Σχήμα 4.9 Διάγραμμα Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας για το Α/Π #1



Σχήμα 4.10 Διάγραμμα Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας για το Α/Π #2

Όπως είναι φανερό, το μοντέλο αδυνατεί να αναπαράγει την αυτοσυσχέτιση των αρχικών χρονοσειρών, αφού οδηγεί επανειλημμένα σε μικρότερες τιμές ACF για κάθε υστέρηση και φθίνει σημαντικά γρηγορότερα [11]. Το γεγονός αυτό αναδεικνύεται και από το σφάλμα $RMSE_{ACF}$ το οποίο κυμαίνεται μεταξύ 20 με 30 επί τις εκατό. Το μέγεθος του σφάλματος σε αυτή την περίπτωση είναι αρκετά σημαντικό και χρήζει αντιμετώπισης, όπως θα διερευνηθεί σε επόμενη ενότητα.

Ο δεύτερος παράγοντας αξιολόγησης του μοντέλου είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των παραγόμενων χρονοσειρών. Όπως γίνεται φανερό στα Σχήματα 4.9 και 4.10, η συνάρτηση αυτή αναπαράγεται σε αξιόλογο βαθμό και για τα δυο αιολικά πάρκα. Αυτό αναδεικνύεται και από το σφάλμα $RMSE_{PDF}$ το οποίο κυμαίνεται στο ικανοποιητικό επίπεδο του 7%.

4.3 Επίδραση Αριθμού Καταστάσεων

Μια πρώτη προσπάθεια προκειμένου να περιορισθεί το σφάλμα στην αναπαραγωγή της αυτοσυσχέτισης, είναι η αύξηση του αριθμού των καταστάσεων της αλυσίδας Markov. Σε περίπτωση που αριθμός καταστάσεων αυξηθεί σε 20 οι πίνακες πιθανοτήτων μετάβασης θα έχουν πλέον διαστάσεις (20 x 20).

Όπως είναι φανερό, τα μη μηδενικά στοιχεία εξακολουθούν να βρίσκονται κοντά στην διαγώνιο, ενώ παρόλο που διπλασιάστηκε ο αριθμός των καταστάσεων, δεν υπάρχει γραμμή που να περιέχει αποκλειστικά μηδενικά στοιχεία.

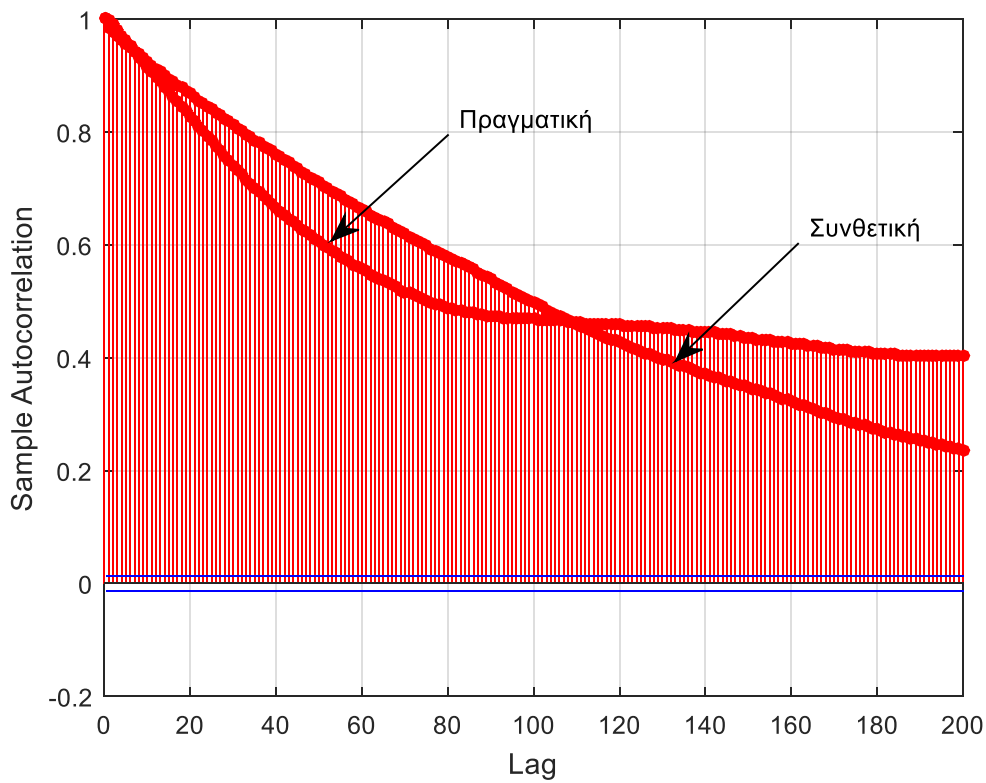
Όπως και πριν, παρουσιάζονται τα διαγράμματα της αυτοσυσχέτισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για μια τυχαία εκτέλεση του αλγορίθμου.

Πίνακας 4.4 Πίνακας Πιθανοτήτων Μετάβασης Α/Π #1 για 20 Καταστάσεις

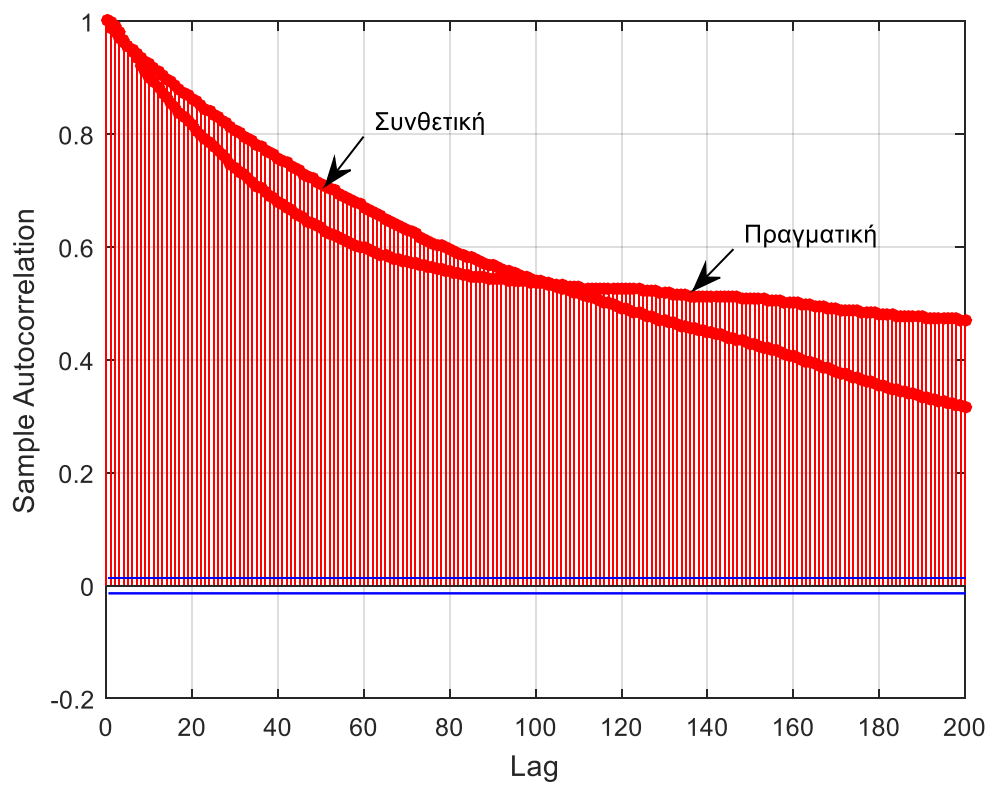
States	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.84	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.01	0.93	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.02	0.93	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.04	0.91	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.05	0.89	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.86	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07	0.85	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.84	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.82	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.76	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.75	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16	0.72	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.66	0.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.23	0.64	0.11	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.24	0.61	0.14	0.01	0.00	0.00	0.00
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.28	0.51	0.18	0.01	0.00	0.00
17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.30	0.52	0.16	0.02	0.00
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.31	0.46	0.15	0.08
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.30	0.10	0.40
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.17	0.75

Πίνακας 4.5 Πίνακας Πιθανοτήτων Μετάβασης Α/Π #2 για 20 Καταστάσεις

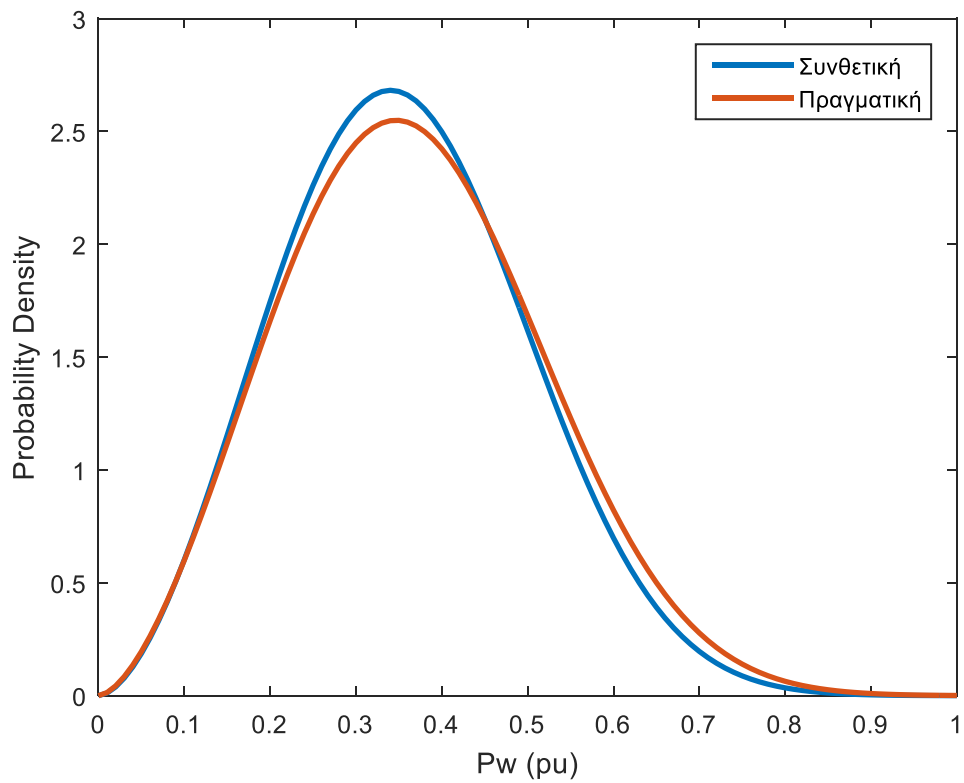
States	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.95	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.01	0.88	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.03	0.93	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.03	0.93	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.04	0.91	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.88	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07	0.85	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.83	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.81	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.80	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.12	0.77	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.76	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.17	0.72	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.66	0.13	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.26	0.56	0.17	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.25	0.53	0.18	0.02	0.00	0.00	0.00
17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.26	0.48	0.23	0.02	0.00	0.00
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07	0.23	0.43	0.22	0.06	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.31	0.39	0.25	0.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.23	0.74	0.00



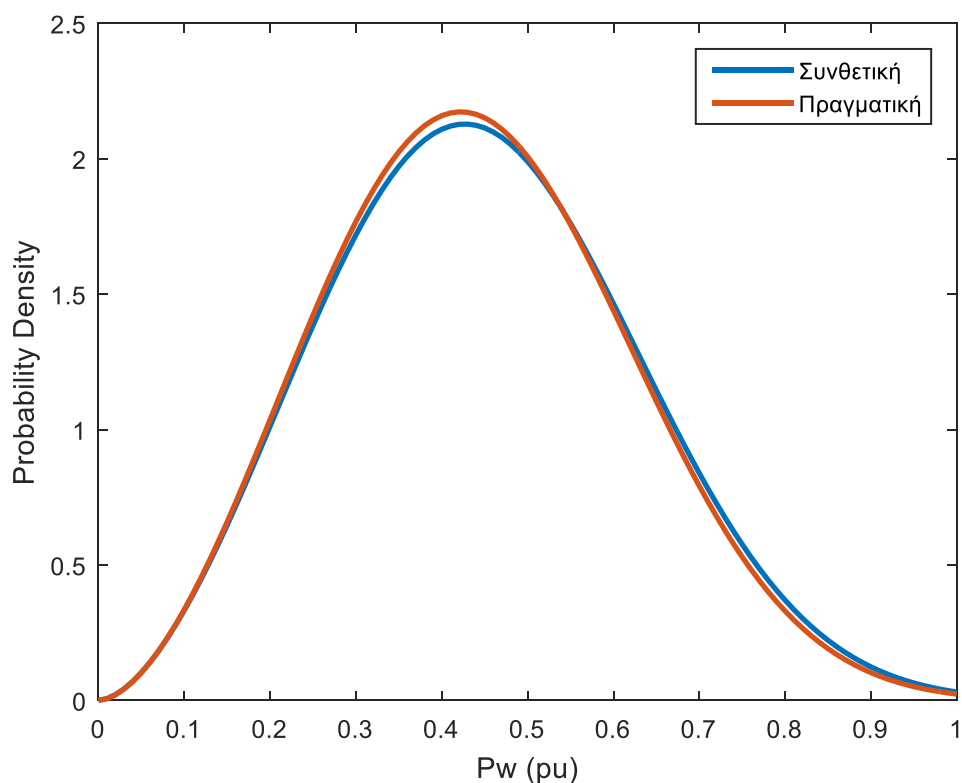
Σχήμα 4.11 Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης Χρονολογιών Α/Π #1 με 20 Καταστάσεις



Σχήμα 4.12 Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης Χρονοσειρών Α/Π #2 για 20 Καταστάσεις



Σχήμα 4.13 Διάγραμμα σ.π.π Α/Π #1 για 20 καταστάσεις



Σχήμα 4.14 Διάγραμμα σ.π.π Α/Π #2 για 20 καταστάσεις

Παρατηρώντας τα Σχήματα 4.11 και 4.12 είναι εμφανής η βελτίωση στην αναπαραγωγή της αυτοσυσχέτισης της αρχικής χρονοσειράς, κάτι που αποτελούσε και το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου με τις δέκα καταστάσεις.

Όσον αφορά την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας διαπιστώνεται από τα Σχήματα 4.13 και 4.14 μια μικρή χειροτέρευση της αναπαραγωγής της συγκριτικά με μοντέλο Markov δέκα καταστάσεων.

Προκειμένου να δοθεί μια ακριβέστερη εικόνα της επίδρασης του αριθμού καταστάσεων, παρατίθενται στους Πίνακες 4.6 και 4.7 οι μέσες τιμές των υπολογιζόμενων RMSE σφαλμάτων αυτοσυσχέτισης και συνάρτησης πυκνότητας για 1000 εκτελέσεις του αλγορίθμου.

Πίνακας 4.6 Μέσες Τιμές RMSE Αυτοσυσχέτισης και σ.π.π Α/Π #1 για Διαφορετικούς Αριθμούς Καταστάσεων

Αριθμός Καταστάσεων	ACF RMSE	PDF RMSE
10	28.02%	7.43%
20	12.61%	10.06%
40	11.88%	13.18%

Πίνακας 4.7 Μέσες Τιμές RMSE Αυτοσυσχέτισης και σ.π.π Α/Π #2 για Διαφορετικούς Αριθμούς Καταστάσεων

Αριθμός Καταστάσεων	ACF RMSE	PDF RMSE
10	29.03%	7.36%
20	12.06%	10.52%
40	11.10%	14.20%

Όπως είναι φανερό, η αύξηση του αριθμού καταστάσεων από 10 σε 20 οδήγησε σε σημαντική βελτίωση της αυτοσυσχέτισης, με κόστος την μικρή αύξηση του σφάλματος στην συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Εάν αυξηθούν περαιτέρω οι καταστάσεις σε 40, οι μεταβολές έχουν την ίδια κατεύθυνση με πριν, με το κέρδος στην ακρίβεια της αυτοσυσχέτισης όμως να είναι πολύ μικρό.

4.4 Αλυσίδες Markov 2ης Τάξης με Μεταβλητή Δεύτερη Υστέρηση

4.4.1 Πίνακας Πιθανοτήτων Μετάβασης και Δεύτερη Υστέρηση

Μια δεύτερη παράμετρος που χρήζει διερεύνησης είναι η τάξη του μοντέλου Markov που χρησιμοποιείται. Καθώς οι Μαρκοβιανές αλυσίδες υψηλότερης τάξης παρουσιάζουν αυξημένη πολυπλοκότητα, χρησιμοποιούνται συνηθέστερα μοντέλα έως και δεύτερης τάξης.

Ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης λαμβάνει πλέον την μορφή που περιγράφηκε στην Ενότητα 3.1.2, με την ίδια διαδικασία όπως και στο μοντέλο πρώτης τάξης, έχοντας όμως πλέον διαστάσεις $(n^2 \times n)$. Και σε αυτή την περίπτωση γίνεται κανονικοποίηση, έτσι ώστε το άθροισμα ανά γραμμή να ισούται με τη μονάδα, ενώ τα μη μηδενικά στοιχεία είναι και πάλι συγκεντρωμένα κοντά στη διαγώνιο, λόγω των μικρών μεταβολών ανά δευτερόλεπτο. Πρέπει να τονισθεί ότι οι πίνακες πιθανοτήτων μετάβασης σε αυτή την περίπτωση περιέχουν μηδενικές γραμμές. Το γεγονός αυτό θα σχολιασθεί στην επόμενη ενότητα.

Ο χρονικός ορίζοντας L της δεύτερης υστέρησης ποικίλει, και θα διερευνηθεί στην συνέχεια η τιμή του για την οποία ελαχιστοποιούνται τα RMSE σφάλματα. Σημειώνεται ότι σε αντίθεση με το μοντέλο πρώτης τάξης που χρειαζόταν μονάχα μια αρχική τιμή για την κατασκευή της αλυσίδας, πλέον απαιτούνται L αρχικές τιμές. Αυτές λαμβάνονται ίσες με τις πρώτες L τιμές των δεδομένων χρονοσειρών.

4.4.2 Μηχανισμός Αποφυγής Αδιέξοδων

Λόγω του περιορισμένου όγκου δεδομένων και της πληθώρας καταστάσεων, πολλοί συνδυασμοί μεταβάσεων δεν πραγματοποιούνται στα διαθέσιμα δεδομένα. Ως

επακόλουθο, ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης θα περιέχει αρκετές μηδενικές γραμμές. Είναι λοιπόν πιθανό, κατά τη δημιουργία της αλυσίδας και για συγκεκριμένα i, j να μην υπάρχει μη μηδενική συνάρτηση μάζας πιθανότητας. Σε αυτή την περίπτωση η μέθοδος οδηγείται σε αδιέξοδο (dead end) [13].

Για την αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος, μεταβάλλεται το j κατά $\pm k$, με $k = 1, 2, 3 \dots$, έως ότου ο συνδυασμός i, j να αντιστοιχεί σε μη μηδενική γραμμή του πίνακα μεταβάσεων. Το i παρέμεινε σταθερό προκειμένου να δοθεί μεγαλύτερη βαρύτητα στην πιο κοντινή προηγούμενη κατάσταση της αλυσίδας, καθώς η επίδραση της κατάστασης που προηγήθηκε κατά L χρονικές στιγμές και αντιπροσωπεύεται από το j είναι μικρότερη.

Τονίζεται, ότι ο μηχανισμός που περιγράφηκε ενεργοποιείται περίπου 0.5% του μήκους της παραγόμενης αλυσίδας, δηλαδή αρκετά σπάνια. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό, καθώς όσο περισσότερες φορές επιστρατεύεται, τόσο περισσότερο αποκλίνουν οι παραγόμενες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας και αυτοσυσχετίσεις από τις αρχικές.

4.4.3 Σύγκριση Αποτελεσμάτων Επεκταμένου Μοντέλου

Όπως έγινε στην Ενότητα 4.3, παρουσιάζονται οι Πίνακες Πίνακας 4.8 και Πίνακας 4.9 με τις μέσες τιμές των RMSE σφαλμάτων αυτοσυσχέτισης και συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας που υπολογίσθηκαν έπειτα από 1000 εκτελέσεις του αλγορίθμου που περιγράφηκε.

Πίνακας 4.8 Μέσες Τιμές RMSE Αυτοσυσχέτισης και σ.π.π Α/Π #1 για Διαφορετικούς Αριθμούς Καταστάσεων και Χρονικό Ορίζοντα Δεύτερης Υστέρησης

Αριθμός Καταστάσεων	L	ACF RMSE	PDF RMSE
10	0	28.02%	7.43%
10	2	24.65%	8.30%
10	3	22.18%	8.77%
10	5	17.61%	8.91%
10	7	15.51%	9.78%
10	10	13.88%	9.89%
20	0	12.61%	10.06%
20	2	11.50%	10.10%
20	3	11.21%	10.23%
20	4	11.63%	9.80%
20	5	11.46%	10.17%
20	7	26.10%	69.41%
20	10	10.78%	10.42%
40	0	11.88%	13.18%

Πίνακας 4.9 Μέσες Τιμές RMSE Αυτοσυσχέτισης και σ.π.π A/Π #2 για Διαφορετικούς Αριθμούς Καταστάσεων και Χρονικό Ορίζοντα Δεύτερης Υστέρησης

Αριθμός Καταστάσεων	L	ACF RMSE	PDF RMSE
10	0	29.03%	7.36%
10	2	25.60%	8.00%
10	3	23.91%	8.37%
10	5	21.12%	8.70%
10	7	19.87%	8.91%
10	10	17.66%	9.18%
20	0	12.06%	10.52%
20	2	10.89%	10.62%
20	3	12.33%	10.28%
20	4	12.94%	10.14%
20	5	13.85%	9.98%
20	7	15.02%	9.93%
20	10	14.07%	10.45%
40	0	11.10%	14.20%

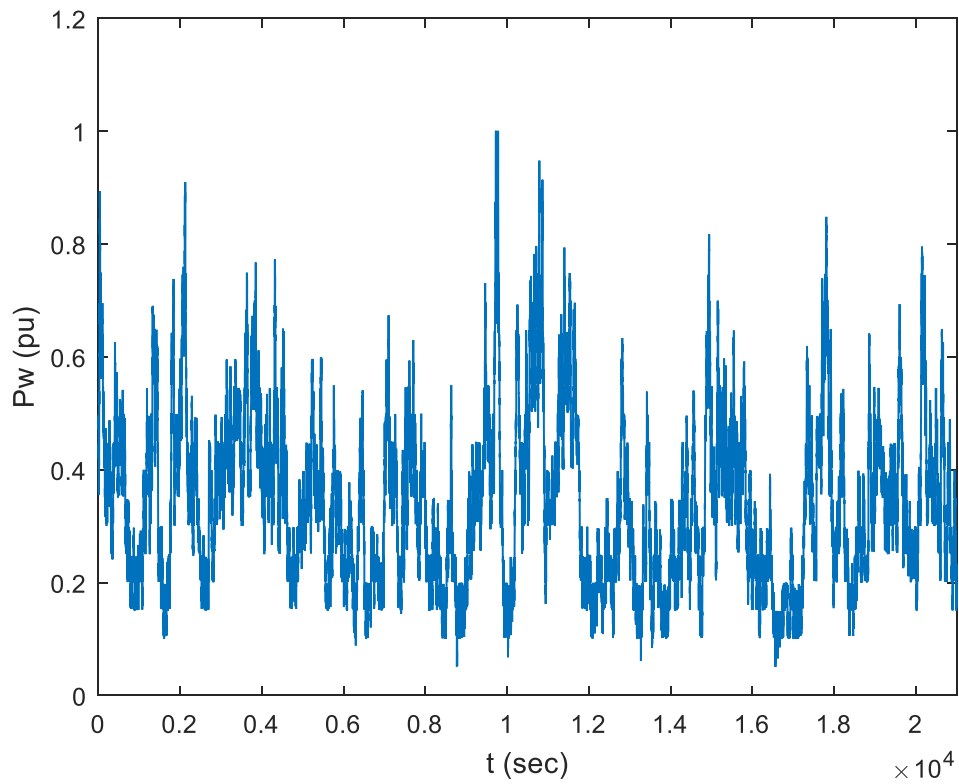
Όπως γίνεται αντιληπτό, η ικανότητα των αλυσίδων Markov να αναπαράγουν επαρκώς την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των αρχικών δεδομένων διατηρείται με την εισαγωγή της μεταβλητής δεύτερης υστέρησης, ενώ από την άλλη το σφάλμα στην αυτοσυσχέτιση περιορίζεται σε λογικά επίπεδα. Ειδικότερα, όσο μεγαλύτερος ο χρονικός ορίζοντας δεύτερης υστέρησης, τόσο μικρότερο το σφάλμα στην αναπαραγωγή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Σημειώνεται ότι θα μπορούσαν ενδεχομένως να επιτευχθούν καλύτερα αποτελέσματα σε περίπτωση που γινόταν εισαγωγή και τρίτης υστέρησης. Σε αυτό το ενδεχόμενο, η πολυπλοκότητα του μοντέλου θα αυξανόταν σημαντικά, ενώ η χρήση του μηχανισμού αποφυγής αδιέξοδων θα γινόταν πιο συχνή, καθιστώντας το κέρδος της επιπλέον πολυπλοκότητας αβέβαιο.

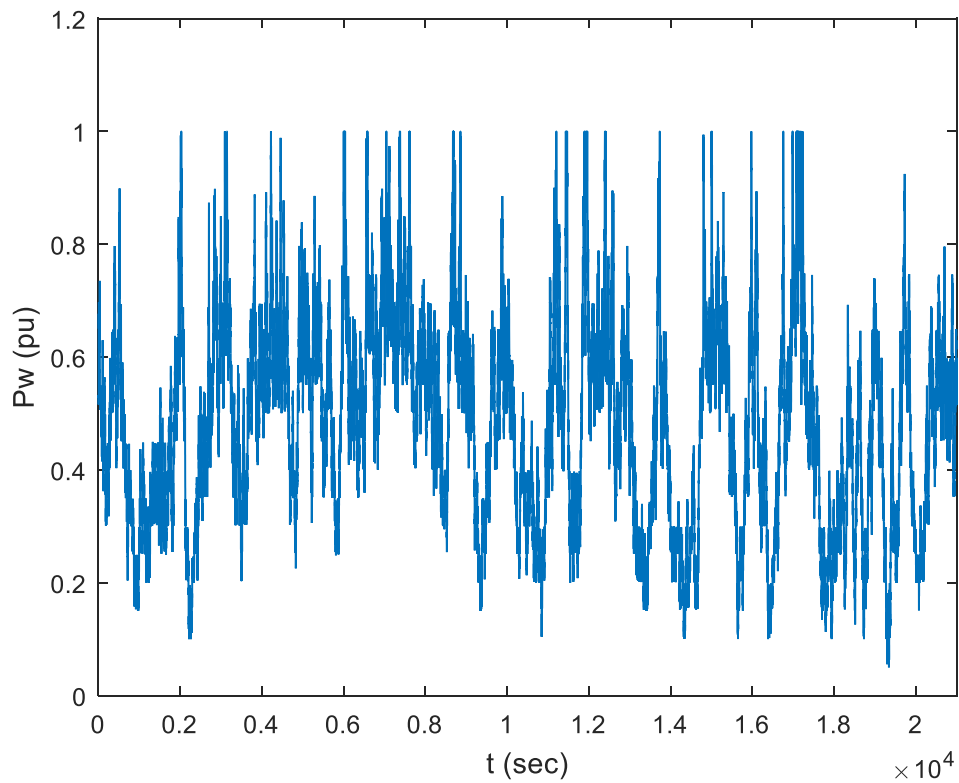
Στοχεύοντας σε μέσες τιμές σφαλμάτων που δεν ξεπερνούν το 11% , θεωρούνται καταλληλότερα τα μοντέλα με 20 καταστάσεις και χρονικό ορίζοντα δεύτερης υστέρησης (L) ίσο με 10 και 2 για τα A/Π #1 A/Π #2 αντίστοιχα.

Για την καλύτερη εποπτεία των αποτελεσμάτων, παρατίθεται μια τυχαία συνθετική χρονοσειρά για κάθε αιολικό πάρκο χρησιμοποιώντας τα βέλτιστα μοντέλα που επιλέχθηκαν.

Σημειώνεται ότι με αυτά τα καταλληλότερα μοντέλα για κάθε αιολικό πάρκο, θα παραχθούν οι συνθετικές χρονοσειρές που θα χρησιμοποιηθούν στις πιθανοτικές προσομοιώσεις των Κεφαλαίων 6 και 7.



Σχήμα 4.15 Συνθετική Χρονοσειρά A/Π #1 με Μοντέλο 20 Καταστάσεων και $L = 10$



Σχήμα 4.16 Συνθετική Χρονοσειρά A/Π #2 με Μοντέλο 20 Καταστάσεων και $L = 2$

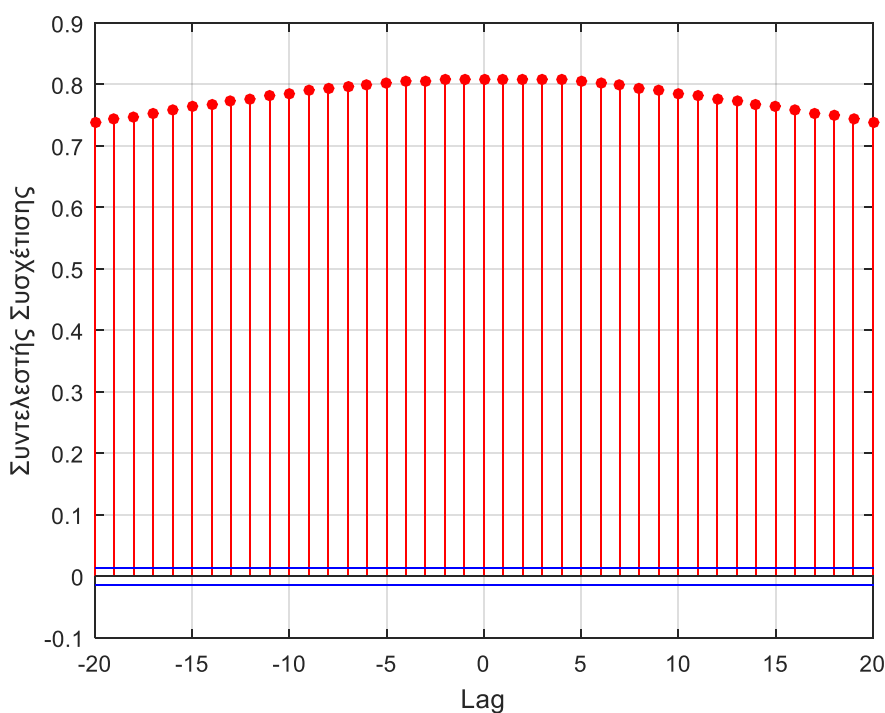
Παραγωγή Σεναρίων από Συσχετισμένες Χρονοσειρές

Τα δυο αιολικά πάρκα βρίσκονται σε κοντινές περιοχές και ως επακόλουθο οι παραγωγές τους παρουσιάζουν κάποια εξάρτηση.

Το γεγονός αυτό γίνεται εμφανές στο παρακάτω διάγραμμα συσχέτισης (cross correlation) των δυο χρονοσειρών αιολικής ισχύος. Οι συντελεστές συσχέτισης έχουν ιδιαίτερα υψηλές τιμές για υστέρηση από -20 έως 20.

Για τον λόγο αυτό ανακύπτει η ανάγκη για παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών με παρόμοιους συντελεστές συσχέτισης έτσι ώστε να είναι δυνατή η μοντελοποίηση και των δύο αιολικών πάρκων ταυτόχρονα.

Προς την επίτευξη αυτού του στόχου θα αναπτυχθεί και ο ακόλουθος αλγόριθμος κάνοντας χρήση των μοντέλων ARIMA αλλά και της Ανάλυσης Θεμελιωδών Συνιστωσών.



Σχήμα 5.1 Συντελεστές Συσχέτισης Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος

5.1 Μετασχηματισμός Αρχικών Χρονοσειρών

5.1.1 Μετασχηματισμός Στασιμότητας

Το πρώτο βήμα για την εφαρμογή του αλγορίθμου είναι η εξασφάλιση της στασιμότητας, αφού πρώτα διαπιστωθεί ότι οι αρχικές χρονοσειρές δεν είναι στάσιμες.

Για τον σκοπό αυτό, μπορεί γίνεται χρήση των στατιστικών τεστ επαυξημένου Dickey-Fuller (ADF) [28], [40] και Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) [29], τα οποία και επιβεβαιώνουν τη μη στασιμότητα των αρχικών χρονοσειρών.

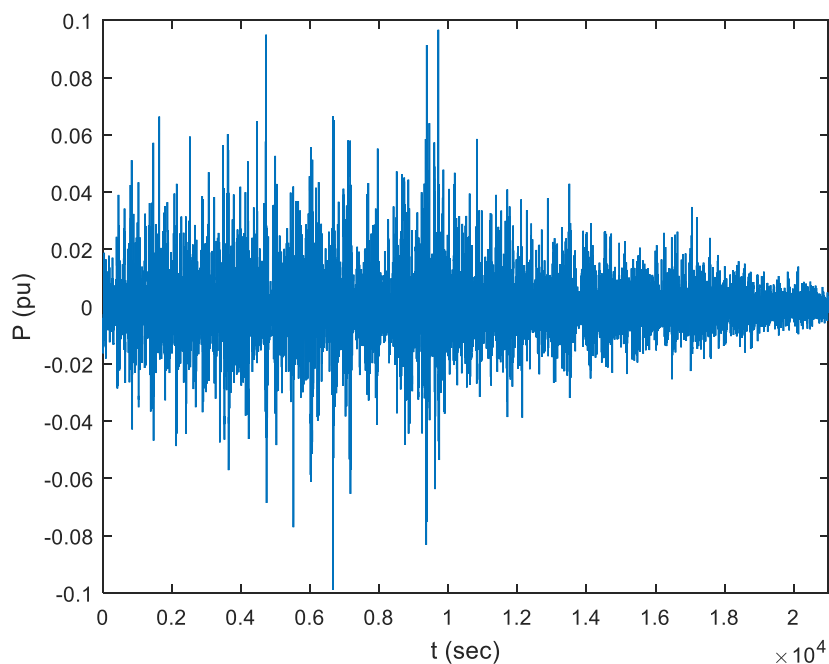
Προκειμένου να προκύψουν στάσιμες χρονοσειρές, εφαρμόζεται διαφώριση πρώτου βαθμού στα αρχικά δεδομένα :

$$y'_t = y_t - y_{t-1} \quad (5.1)$$

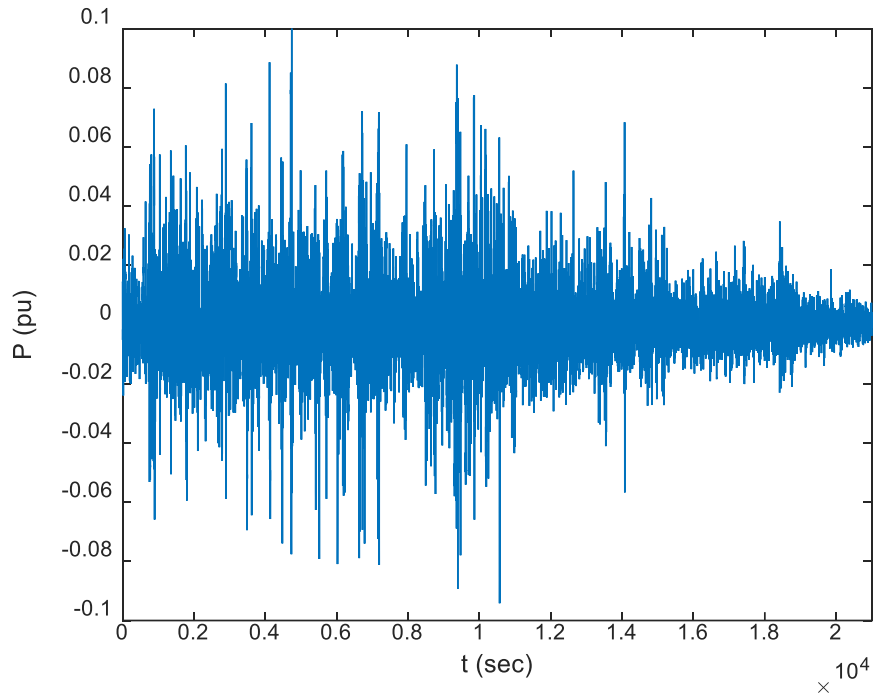
Με τον τρόπο αυτό παράγονται δυο νέες χρονοσειρές, ενώ με εκ νέου χρήση των παραπάνω στατιστικών τεστ επιβεβαιώνεται η στασιμότητά τους.

Πρέπει να σημειωθεί ότι εφόσον υπήρχε εποχικότητα στις αρχικές χρονοσειρές, θα έπρεπε να αφαιρεθεί. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή επειδή οι τιμές αφορούν μετρήσεις ανά δευτερόλεπτο, δεν παρουσιάζεται εποχικότητα.

Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνονται οι προκύπτουσες από την διαφώριση χρονοσειρές ισχύος για τα δυο αιολικά πάρκα.



Σχήμα 5.2 Στάσιμη Χρονοσειρά Ισχύος Α/Π #1 Έπειτα από Διαφώριση



Σχήμα 5.3 Στάσιμη Χρονοσειρά Ισχύος Α/Π #2 Έπειτα από Διαφορίση

5.1.2 Μετασχηματισμός Κανονικότητας

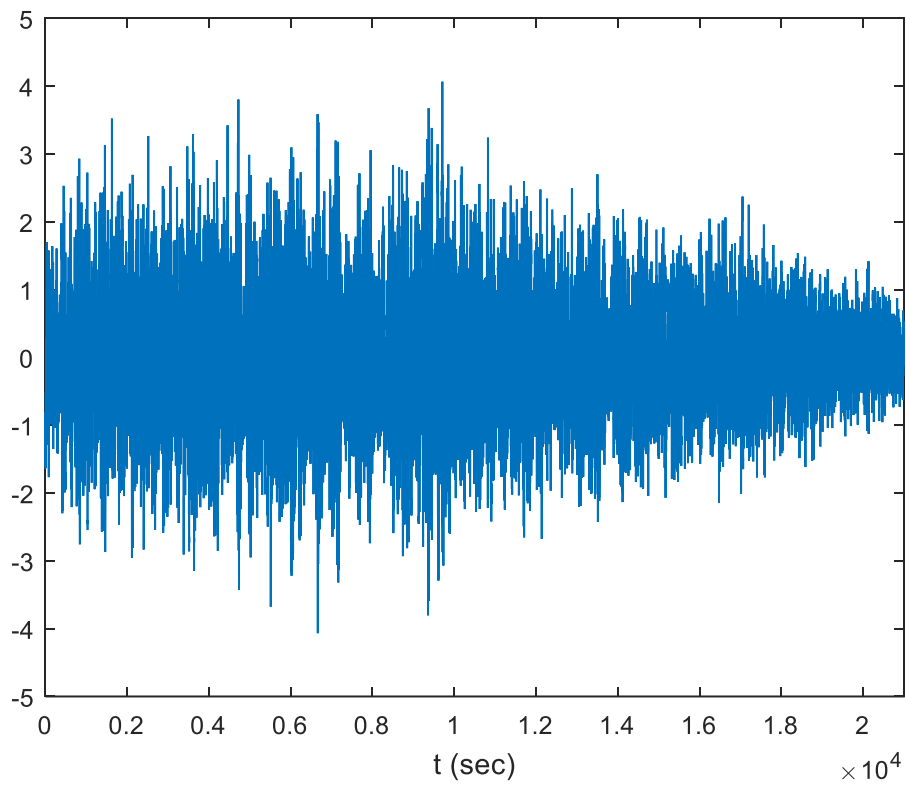
Παρόλο που η εφαρμογή των μοντέλων ARIMA δεν προϋποθέτει την κανονικότητα της χρονοσειράς προς μοντελοποίηση, θα φανεί στην συνέχεια ότι η παραγόμενες Θεμελιώδεις Συνιστώσες εκτός από ασυσχέτιστες θα είναι και ανεξάρτητες.

Αρχικά διαπιστώνεται ότι οι στάσιμες χρονοσειρές του προηγούμενου βήματος δεν είναι Gaussian με χρήση των στατιστικών τεστ Lilliefors [34] και Jarque-Bera [40]. Για τον λόγο αυτό εφαρμόζεται ο ακόλουθος μετασχηματισμός [17], [46] :

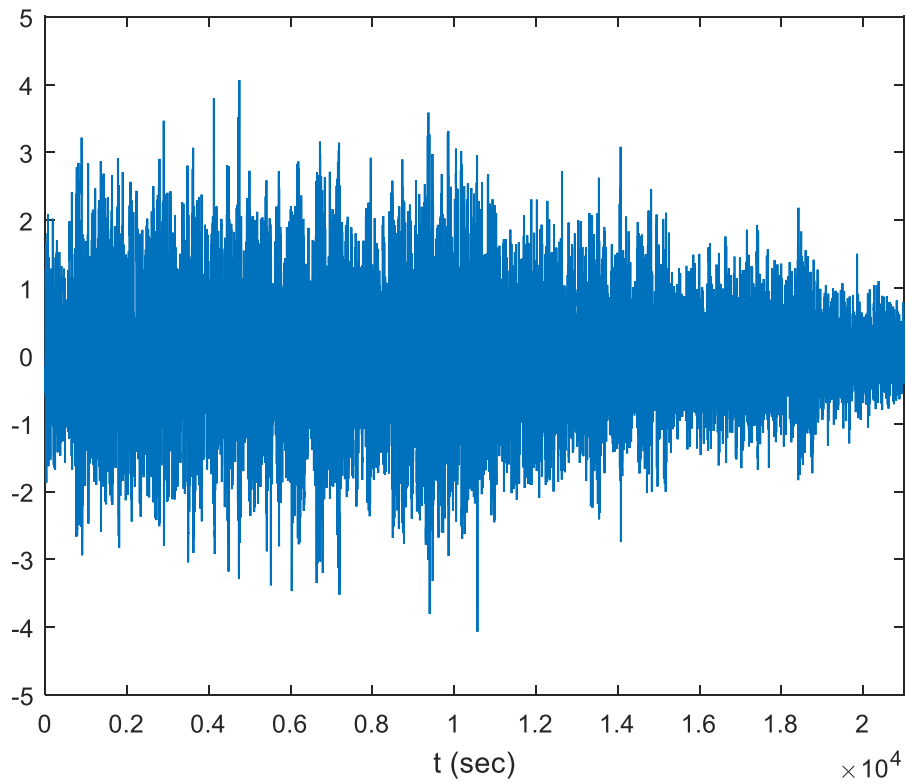
$$y_t'' = \Phi^{-1}[F_t(y_t')] \quad (5.2)$$

Όπου F_t η εμπειρική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της στάσιμης χρονοσειράς και Φ^{-1} η αντίστροφη αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής.

Ο μετασχηματισμός (5.2) υλοποιήθηκε στη γλώσσα προγραμματισμού Matlab με χρήση των εντολών `ecdf` και `norminv`. Η εντολή `ecdf` δημιουργεί την εμπειρική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας των στάσιμων χρονοσειρών υπολογίζοντας τις αντίστοιχες πιθανότητες, ενώ η εντολή `norminv` υπολογίζει τις τιμές που αντιστοιχούν στην τυπική κανονική κατανομή των πιθανοτήτων που προέκυψαν από την `ecdf`.



Σχήμα 5.4 Στάσιμη και Κανονική Χρονοσειρά A/Π #1



Σχήμα 5.5 Στάσιμη και Κανονική Χρονοσειρά A/Π #2

Με εκ νέου χρήση των παραπάνω στατιστικών τεστ διαπιστώνεται ότι οι προκύπτουσες χρονοσειρές είναι πράγματι Gaussian. Αυτές, φαίνονται στα Σχήματα 5.4 και 5.5. Όπως είναι φανερό, οι τιμές των χρονοσειρών έχουν ξεφύγει από το διάστημα $[0,1]$ λόγω του μετασχηματισμού που εφαρμόστηκε.

5.2 Ανάλυση Θεμελιωδών Συνιστωσών (PCA)

5.2.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο

Η Ανάλυση Θεμελιωδών Συνιστωσών (Principal Component Analysis –PCA) εφαρμόζει ένα ορθογώνιο μετασχηματισμό σε συσχετισμένα δεδομένα με σκοπό να παράγει νέα, τα οποία είναι ασυσχέτιστα.

Αρχικά, σχηματίζεται ο πίνακας W , κάθε σειρά του οποίου αποτελείται από τα δεδομένα της χρονοσειράς ισχύος για ένα συγκεκριμένο αιολικό πάρκο. Δηλαδή έχει στοιχεία τα w_s^t όπου s ο αριθμός του αιολικού πάρκου και t η κάθε χρονική στιγμή [47].

$$W = \begin{pmatrix} w_1^1 & \cdots & w_1^N \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_s^1 & \cdots & w_s^N \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Ουσιαστικά, κάθε στοιχείο του πίνακα W αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή της στοχαστικής διαδικασίας που σχετίζεται με το πάρκο s την χρονική στιγμή t .

Έπειτα, ο παραπάνω πίνακας κεντράρεται αφαιρώντας από κάθε γραμμή την μέση τιμή της χρονοσειράς που αντιπροσωπεύει. Με αυτό τον τρόπο προκύπτει ένας νέος πίνακας [47]:

$$W_c = W - \mu \quad (5.4)$$

Όπου $\mu = \text{diag}[\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s] * I$ ο διαγώνιος πίνακας διαστάσεων $(S \times S)$ με τις μέσες τιμές των χρονοσειρών κάθε αιολικού πάρκου επί τον μοναδιαίο πίνακα διαστάσεων $(S \times N)$. Δηλαδή ο μ είναι :

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_1 & \cdots & \mu_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_s & \mu_s & \cdots & \mu_s \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

Στην συνέχεια γίνεται χρήση του πίνακα συνδιακύμανσης, ο οποίος είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος. Σημειώνεται ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ο πίνακας συσχέτισης, κυρίως σε περιπτώσεις που οι χρονοσειρές δεν είναι συγκρίσιμες μεταξύ τους.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2}^2 & \cdots & \sigma_{1,s}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{s,1}^2 & \sigma_{s,2}^2 & \cdots & \sigma_s^2 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Όπου σ_s^2 η διασπορά της χρονοσειράς του αιολικού πάρκου s και $\sigma_{i,j}^2$ η συνδιακύμανση των αιολικών πάρκων i και j .

Αφού βρεθούν οι ιδιοτιμές του πίνακα συνδιακύμανσης, διατάσσονται κατά φθίνουσα σειρά με σκοπό να σχηματιστεί ο πίνακας U που αποτελείται από τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα :

$$U = [u_1 | u_2 | \dots | u_s] \quad (5.7)$$

Τέλος, σχηματίζεται ο πίνακας Z διαστάσεων $(S \times N)$, οι σειρές του οποίου αποτελούν τις θεμελιώδεις συνιστώσες (Principal Components –PC).

$$Z = U^T W_c \quad (5.8)$$

Κάθε σειρά του πίνακα Z , δηλαδή κάθε θεμελιώδης συνιστώσα, είναι μια χρονοσειρά ασυσχέτιστη με τις υπόλοιπες. Τονίζεται, ότι εάν οι αρχικές χρονοσειρές είναι κανονικές, τότε οι παραγόμενες θεμελιώδεις συνιστώσες είναι ανεξάρτητες, οδηγώντας σε σημαντική βελτίωση των αποτελεσμάτων.

Ένα μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου, είναι η δυνατότητα μείωσης του αρχικού όγκου δεδομένων [48]. Αυτό γίνεται με την αξιοποίηση μόνο κάποιων από τις θεμελιώδεις συνιστώσες, με στόχο να συμπεριληφθεί ένα μεγάλο μέρος της συνολικής διακύμανσης.

Η διασπορά κάθε θεμελιώδης συνιστώσας ισούται με την ιδιοτιμή από την οποία πηγάζει. Έτσι, υπολογίζεται η συνεισφορά κάθε μιας από αυτές στην συνολική διασπορά των δεδομένων :

$$\gamma_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{\kappa=1}^S \lambda_{\kappa}} 100\% \quad (5.9)$$

Προφανώς, η πρώτη θεμελιώδης συνιστώσα διαθέτει το μεγαλύτερο ποσοστό της συνολικής διασποράς, καθώς οι ιδιοτιμές έχουν διαταχθεί από την μεγαλύτερη προς την μικρότερη.

Με αυτό τον τρόπο μπορεί να μειωθεί ο αριθμός των θεμελιωδών συνιστωσών που θα χρησιμοποιηθούν, συγκρίνοντας το άθροισμα των συνεισφορών γ_i με κάποιο κατώφλι (πχ 90%). Τέλος, η ανακατασκευή των αρχικών δεδομένων από τις θεμελιώδεις συνιστώσες γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο [18]:

$$W = \mu + UZ \quad (5.10)$$

5.2.2 Εφαρμογή Ανάλυσης Θεμελιωδών Συνιστωσών

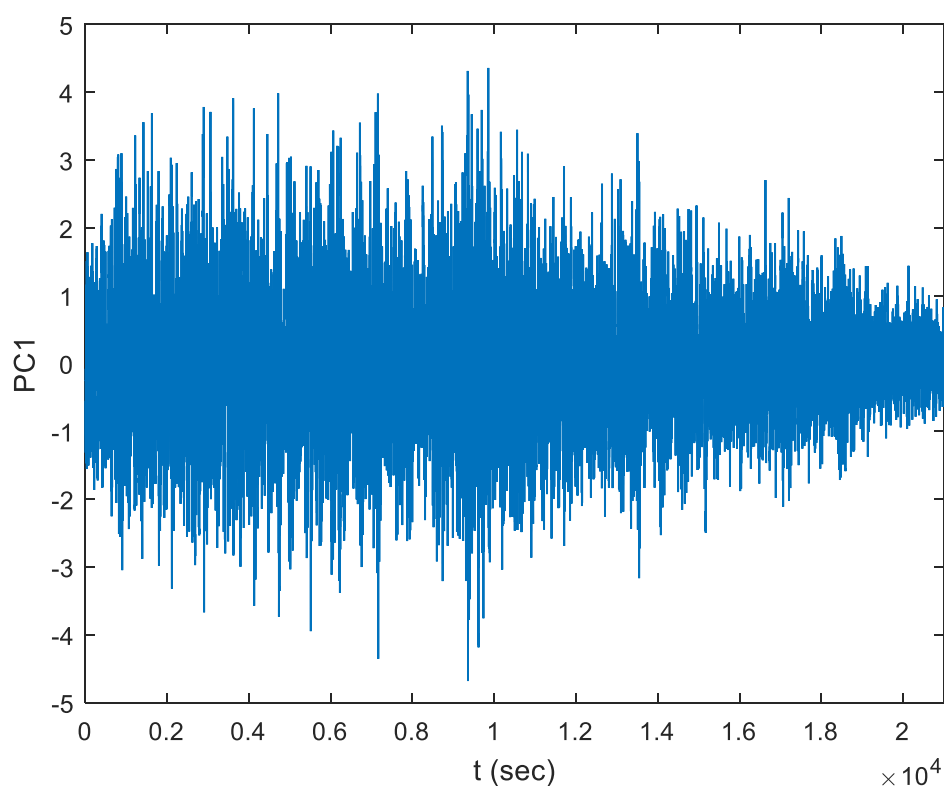
Εφαρμόζοντας τη διαδικασία που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, εξάγονται δυο θεμελιώδεις συνιστώσες για τα αιολικά πάρκα που φαίνονται στα Σχήματα 5.6 και 5.7.

Οι δυο αυτές θεμελιώδεις συνιστώσες είναι ασυσχέτιστες, κάτι που φαίνεται και από τον πίνακα συνδιακύμανσης :

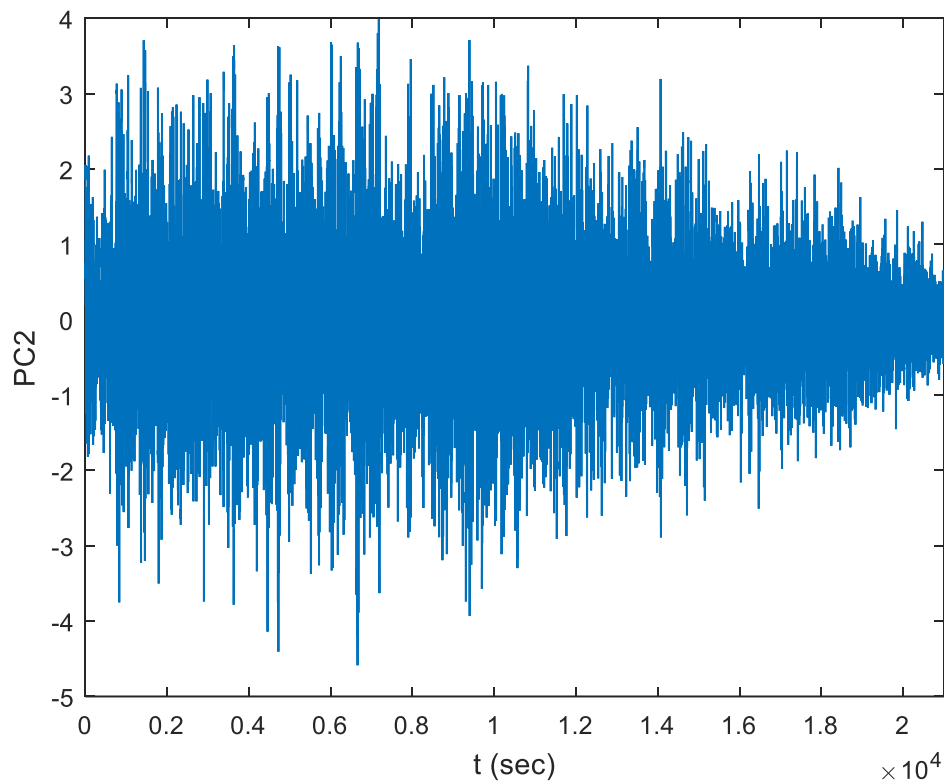
$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1.031 & 0 \\ 0 & 0.969 \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Τα δυο στοιχεία της διαγωνίου αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές σε φθίνουσα σειρά, ενώ τα υπόλοιπα μηδενικά στοιχεία δηλώνουν την απουσία συσχέτισης των παραγόμενων θεμελιωδών συνιστωσών. Ακόμη, είναι και ανεξάρτητες, καθώς η μέθοδος εφαρμόστηκε σε κανονικές χρονοσειρές [49].

Σημειώνεται ότι στη συγκεκριμένη εφαρμογή, η ιδιότητα της ανάλυσης θεμελιωδών συνιστωσών για μείωση του όγκου των δεδομένων δεν μπορεί να τεθεί σε ισχύ, καθώς διαθέτονται μονάχα δυο χρονοσειρές από τις οποίες παράγονται και οι θεμελιώδεις συνιστώσες. Ως αποτέλεσμα, και οι δυο συνιστώσες διαθέτουν σημαντική διακύμανση, καθιστώντας άστοχη την απλοποίηση.



Σχήμα 5.6 Πρώτη Θεμελιώδης Συνιστώσα



Σχήμα 5.7 Δεύτερη Θεμελιώδης Συνιστώσα

5.3 Μοντέλο ARIMA

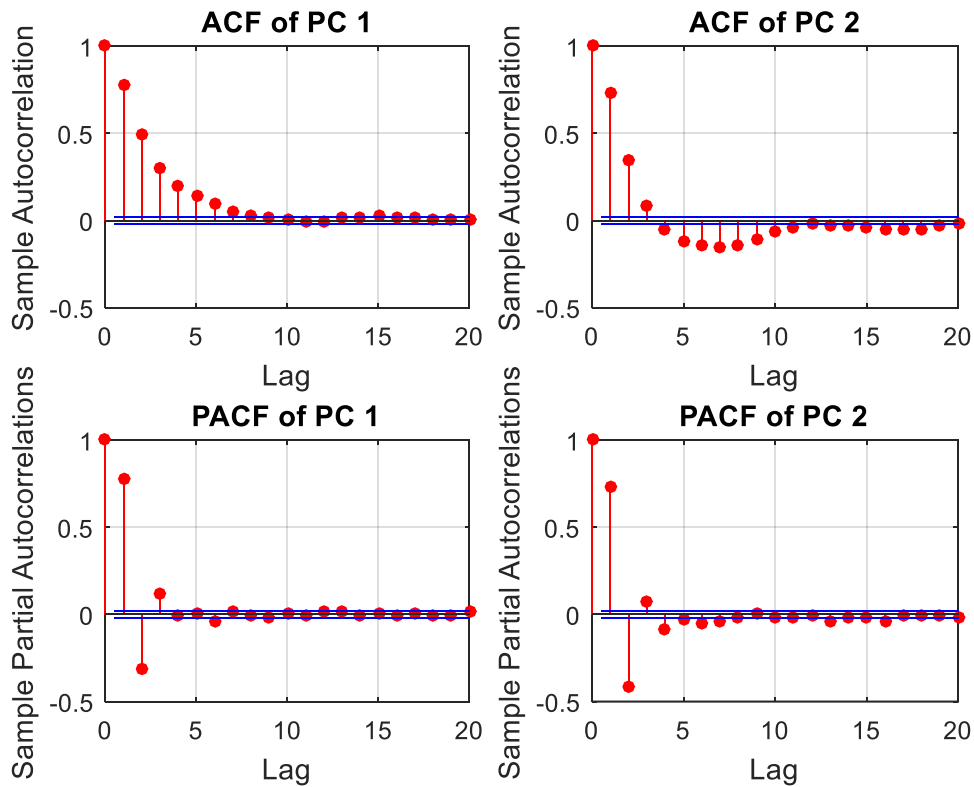
5.3.1 Επιλογή Μοντέλου ARIMA

Για να είναι δυνατή η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών ισχύος, πρέπει κάθε θεμελιώδης συνιστώσα που βρέθηκε στην προηγούμενη παράγραφο να περιγραφεί με κάποιο μοντέλο ARIMA.

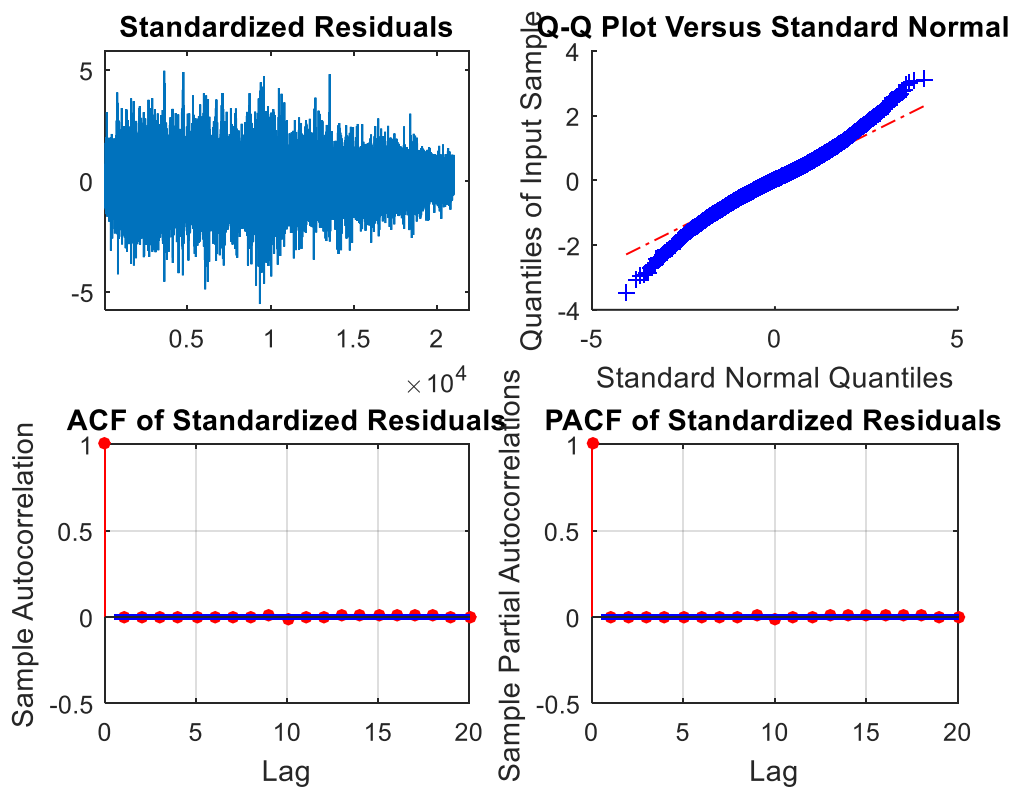
Σημειώνεται ότι οι θεμελιώδεις συνιστώσες είναι στάσιμες χρονοσειρές, γεγονός που επιβεβαιώνεται με χρήση των στατιστικών τεστ στασιμότητας που περιγράφηκαν.

Στο Σχήμα 5.8 φαίνονται οι συντελεστές ACF και PACF για τις δυο θεμελιώδεις συνιστώσες.

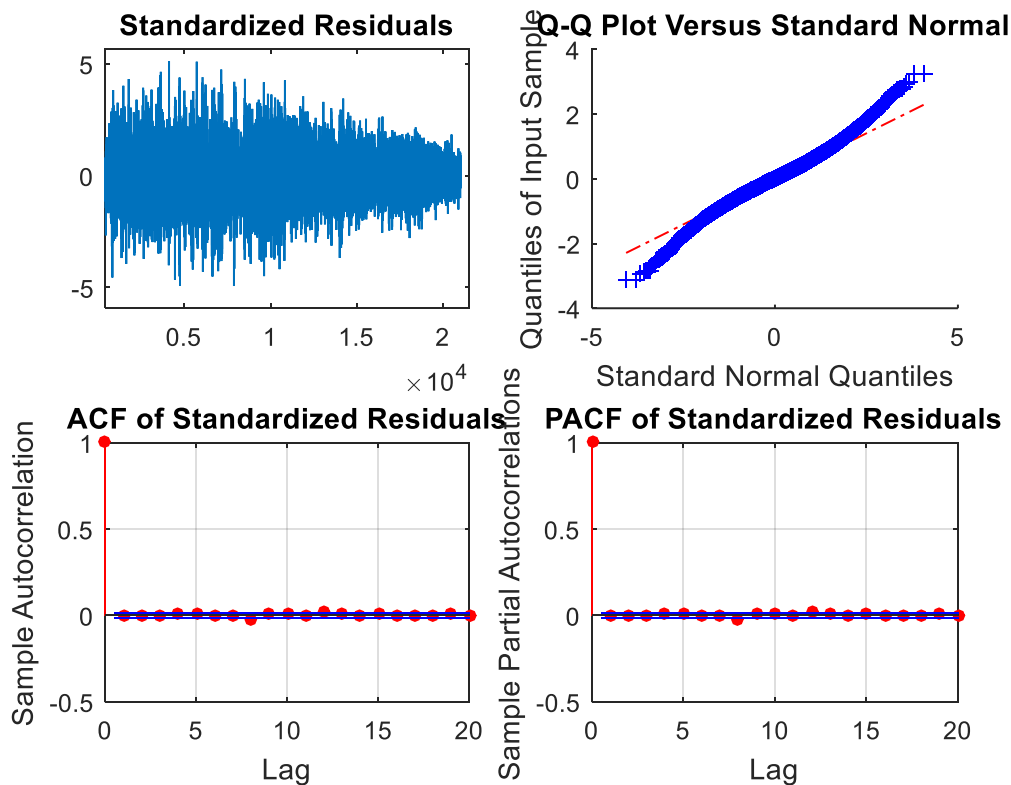
Από τους συντελεστές ACF και PACF φαίνεται ότι τα υποψήφια μοντέλα είναι ARMA με p, q από 6 έως 10. Με χρήση των κριτηρίων AIC και BIC προκύπτει πως τα ιδανικότερα είναι ARMA(6,7) και ARMA(8,7) για τα αιολικά πάρκα #1 και #2 αντίστοιχα.



Σχήμα 5.8 Διαγράμματα ACF και PACF των Θεμελιωδών συνιστωσών



Σχήμα 5.9 Κανονικοποιημένα Σφάλματα Μοντέλου ARIMA για 1^η Θεμελιώδη Συνιστώσα



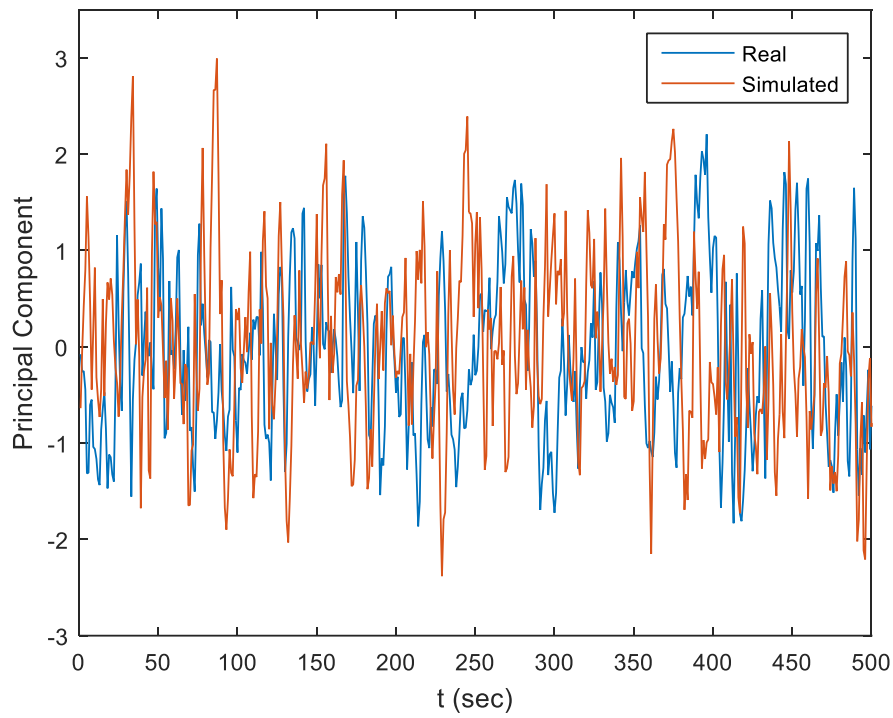
Σχήμα 5.10 Κανονικοποιημένα Σφάλματα Μοντέλου ARIMA για 2^η Θεμελιώδη Συνιστώσα

Στα Σχήματα 5.9 και 5.10 υπολογίζονται τα κανονικοποιημένα σφάλματα των μοντέλων (standardized residuals), δηλαδή το πηλίκο των σφαλμάτων δια την τυπική απόκλιση.

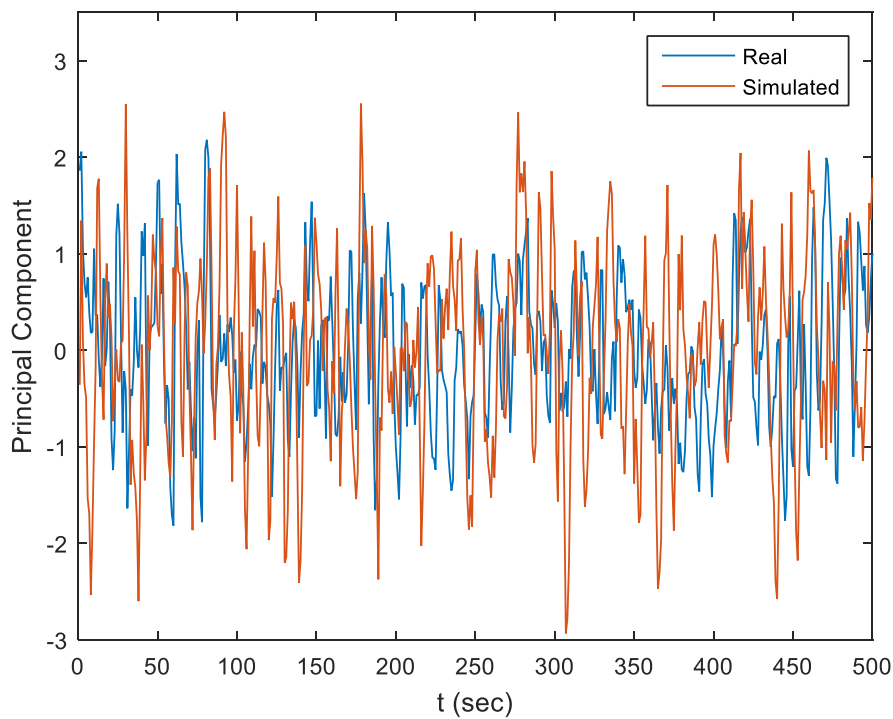
Από τα διαγράμματα ACF και PACF φαίνεται ότι τα σφάλματα είναι ασυσχέτιστα, δηλαδή μπορούν να ερμηνευτούν ως λευκός θόρυβος. Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί και με τη χρήση του στατιστικού τεστ Durbin-Watson. Ακόμη, τα διαγράμματα Q-Q μαρτυρούν ικανοποιητική προσέγγιση της τυπικής κανονικής κατανομής για τα κανονικοποιημένα σφάλματα.

5.3.2 Αναπαραγωγή Θεμελιωδών Συνιστωσών

Έχοντας πλέον διασταυρώσει την εγκυρότητα των δυο επιλεχθέντων μοντέλων, είναι εφικτή η παραγωγή πληθώρας νέων χρονοσειρών χρησιμοποιώντας γεννήτρια τυχαίων αριθμών για την υπέρθεση λευκού θορύβου. Πιο συγκεκριμένα, οι απαιτούμενες αρχικές τιμές για το μοντέλο AR θεωρούνται ίσες με αυτές των αρχικών θεμελιωδών συνιστωσών, ενώ τα σφάλματα προκύπτουν από την γεννήτρια τυχαίων κανονικά κατανομημένων αριθμών. Εναλλακτικά, θα μπορούσαν να ληφθούν αρχικές τιμές ίσες με το μέσο όρο των θεμελιωδών συνιστωσών.



Σχήμα 5.11 Συγκριτικό Διάγραμμα Πραγματικής και Συνθετικής 1^{ης} Θεμελιώδους Συνιστώσας



Σχήμα 5.12 Συγκριτικό Διάγραμμα Πραγματικής και Συνθετικής 2^{ης} Θεμελιώδους Συνιστώσας

Ένα μοντέλο MA(q) μπορεί να προκύψει επαγωγικά από μια σειρά τυχαίων αριθμών που λαμβάνονται ως σφάλματα με τον παρακάτω τρόπο [49]:

$$Z_t = e_t - \sum_{i=1}^q \theta_i e_{t-i} \quad (5.12)$$

Τα σφάλματα e_t αποτελούν λευκό θόρυβο.

Με την παραπάνω διαδικασία καθίσταται δυνατή η παραγωγή πληθώρας διαφορετικών θεμελιωδών συνιστωσών.

5.4 Ανακατασκευή Συσχετισμένων Χρονοσειρών

5.4.1 Διαδικασία Ανακατασκευής

Κάθε ζεύγος από θεμελιώδεις συνιστώσες που παράχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, μπορεί να ανακατασκευαστεί χρησιμοποιώντας την παρακάτω σχέση:

$$W = \mu + UZ \quad (5.13)$$

Ο πίνακας μ είναι διαγώνιος διαστάσεων (2 x 2), στον οποίο η πρώτη σειρά ισούται με την μέση τιμή (μ_1) της στάσιμης και κανονικής χρονοσειράς που σχετίζεται με το Α/Π #1, ενώ η δεύτερη με την αντίστοιχη του Α/Π #1 (μ_2).

Ο πίνακας W περιέχει τα συνθετικά ζευγάρια στάσιμων και κανονικών χρονοσειρών που παρήχθησαν από την προαναφερθείσα διαδικασία για τα δυο αιολικά πάρκα. Οι μετασχηματισμένες αυτές χρονοσειρές πρέπει να επαναφερθούν στις αρχικές μονάδες μέτρησης. Για το σκοπό αυτό εφαρμόζεται πρώτα αποδιαφόριση:

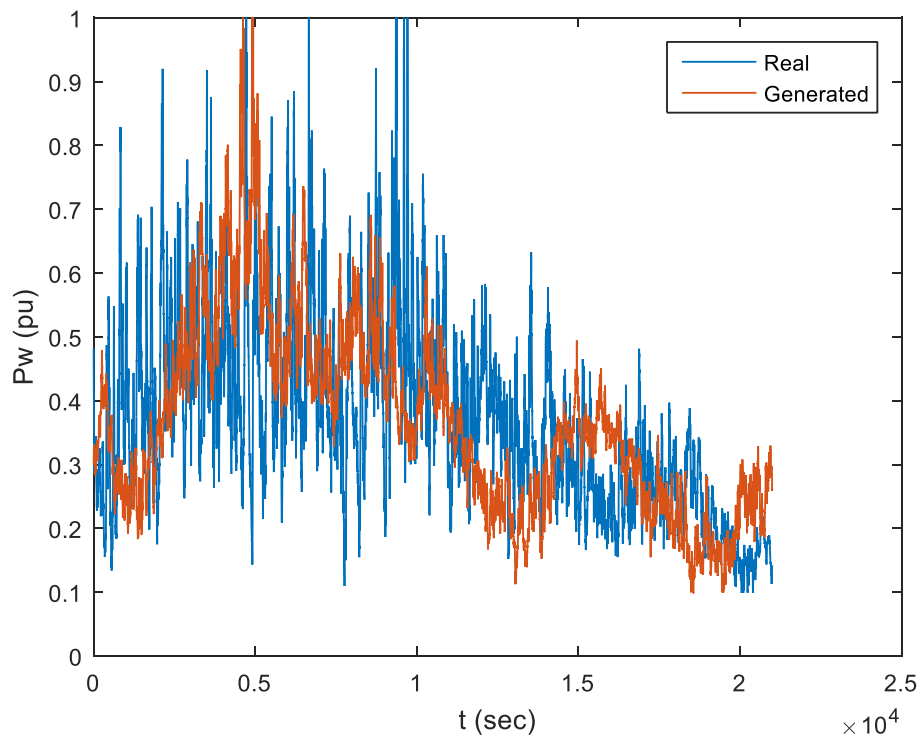
$$y'_s(t) = y'_s(t-1) + y''_s(t) \quad (5.14)$$

Σημειώνεται ότι η πρώτη τιμή για κάθε παραγόμενη χρονοσειρά θεωρείται ίση με αυτή των αρχικών, αφότου εφαρμοστεί ο μετασχηματισμός κανονικότητας.

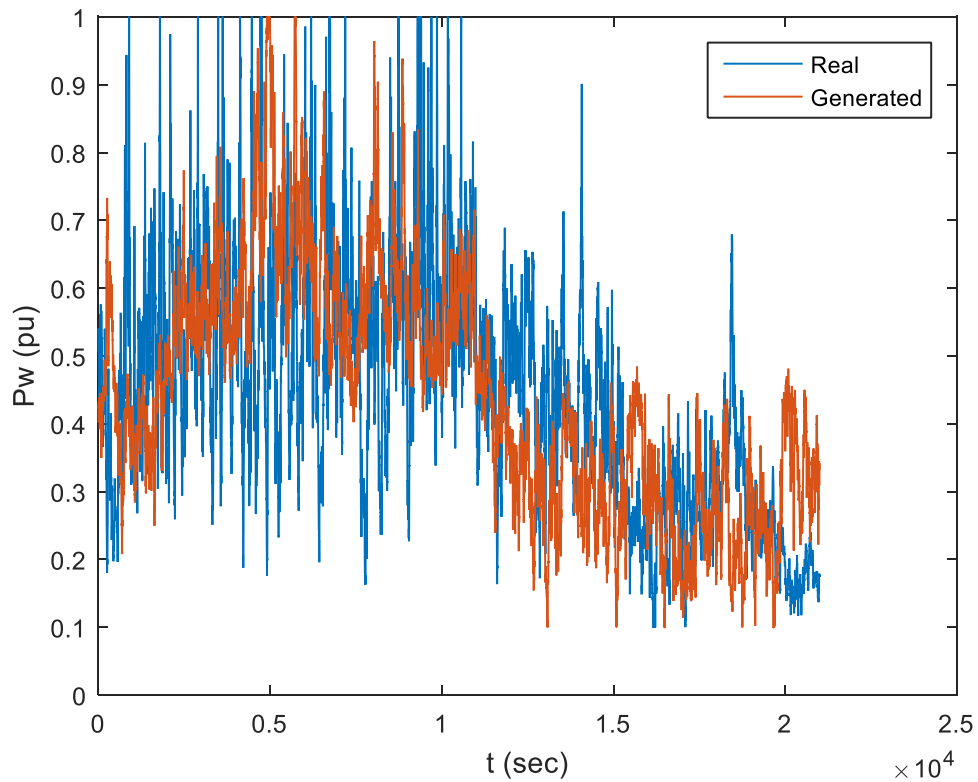
Και στην συνέχεια εφαρμόζεται ο ακόλουθος μετασχηματισμός προκειμένου να προκύψουν εκ νέου μη κανονικές χρονοσειρές :

$$y_s = F_s^{-1}[\Phi(y'_s)] \quad (5.15)$$

Όπου Φ η αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυποποιημένης κανονικής κατανομής και F η αντίστοιχη των αρχικών δεδομένων για κάθε αιολικό πάρκο.



Σχήμα 5.13 Πραγματική και Παραγόμενη Χρονοσειρά για το Α/Π #1



Σχήμα 5.14 Πραγματική και Παραγόμενη Χρονοσειρά για το Α/Π #2

Ο μετασχηματισμός (5.15) υλοποιείται στη γλώσσα προγραμματισμού Matlab με χρήση της εντολής `ecdf`, ενώ για τον προσδιορισμό των τελικών τιμών εφαρμόζεται παρεμβολή με την εντολή `interp` στην αθροιστική συνάρτηση κατανομής της αρχικής χρονοσειράς.

Αποτέλεσμα της παραπάνω διαδικασίας είναι χρονοσειρές εκφρασμένες στην ίδια μονάδα μέτρησης με τις αρχικές, δηλαδή ανά μονάδα ισχύ.

Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνονται κάποιες ενδεικτικές παραγόμενες χρονοσειρές για τα δυο συσχετιζόμενα αιολικά πάρκα.

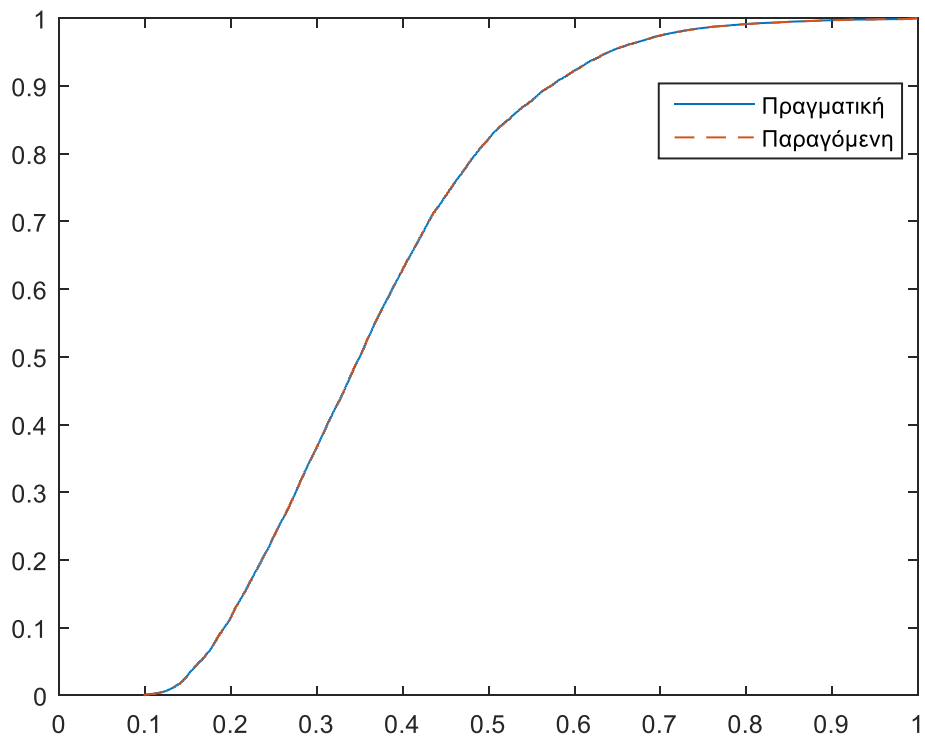
5.4.2 Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων

Αρχικά, θα παρουσιαστούν διαγράμματα που θα αφορούν δυο τυχαίες συσχετισμένες χρονοσειρές που προέκυψαν από την εφαρμογή του παραπάνω αλγορίθμου. Προφανώς, δεν μπορούν να βγουν ξεκάθαρα συμπεράσματα από ένα μεμονωμένο αποτέλεσμα καθώς απαιτείται στατιστική ανάλυση, αλλά η παρουσίασή τους γίνεται για εποπτικούς λόγους.

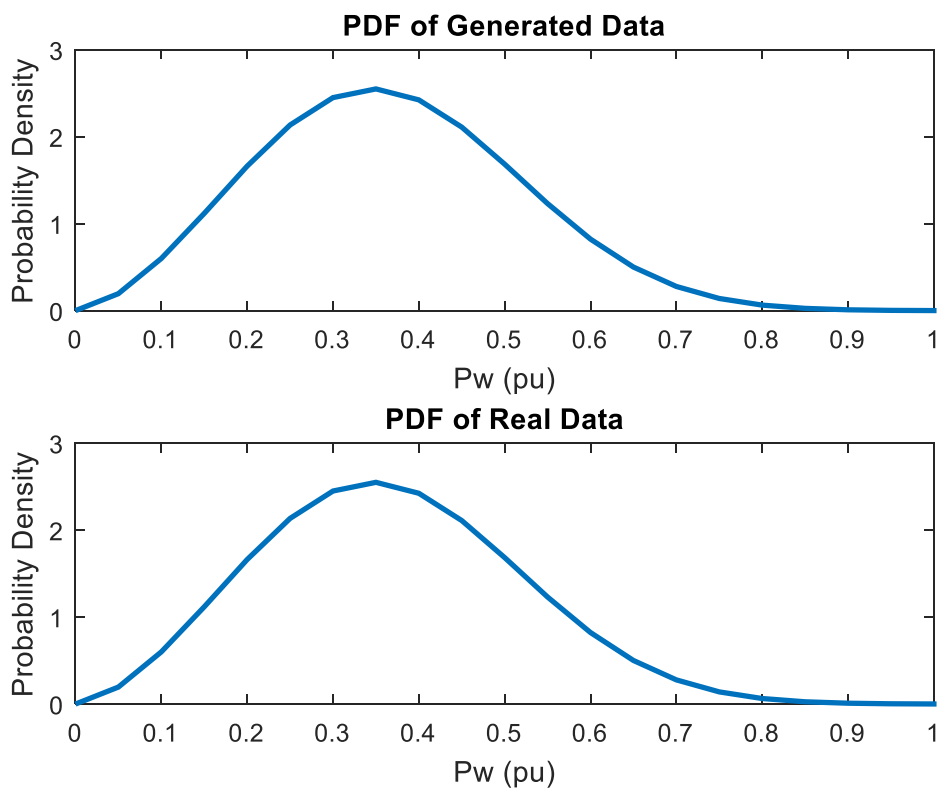
Όπως γίνεται φανερό από τα παρακάτω διαγράμματα, η διαδικασία που περιγράφηκε οδηγεί σε ακριβή αναπαραγωγή της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας όσο και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Προκειμένου να αποκτηθεί μια πιο γενική εικόνα σχετικά με τις προκύπτουσες αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής του μοντέλου, υπολογίζεται για 1000 παραγόμενες χρονοσειρές, ο δείκτης CRPS που ορίστηκε στο 2^ο κεφάλαιο:

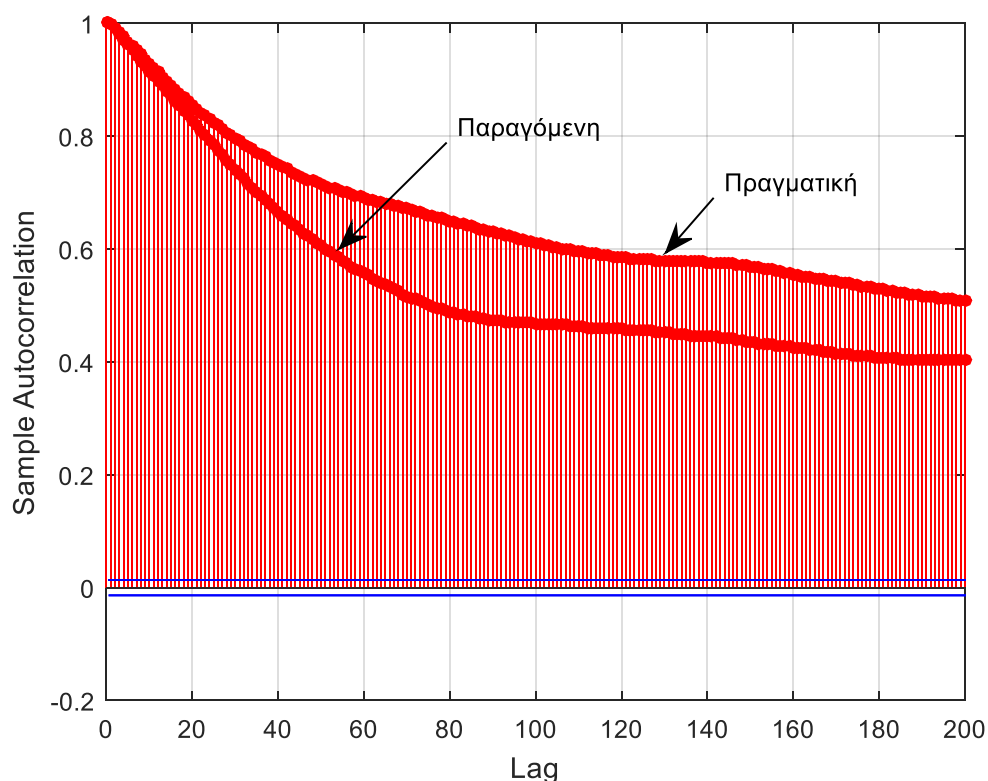
$$CRPS = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\int_0^1 (F_{f,t}(x) - F_{o,t}(x))^2 dx \right) = 0.087 \quad (5.16)$$



Σχήμα 5.15 Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής μιας Τυχαίας Παραγόμενης Χρονοσειράς σε σύγκριση με την Αρχική



Σχήμα 5.16 Σύγκριση Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας Πραγματικής και Παραγόμενης Χρονοσειράς



Σχήμα 5.17 Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης Πραγματικής και Παραγόμενης Χρονοσειράς

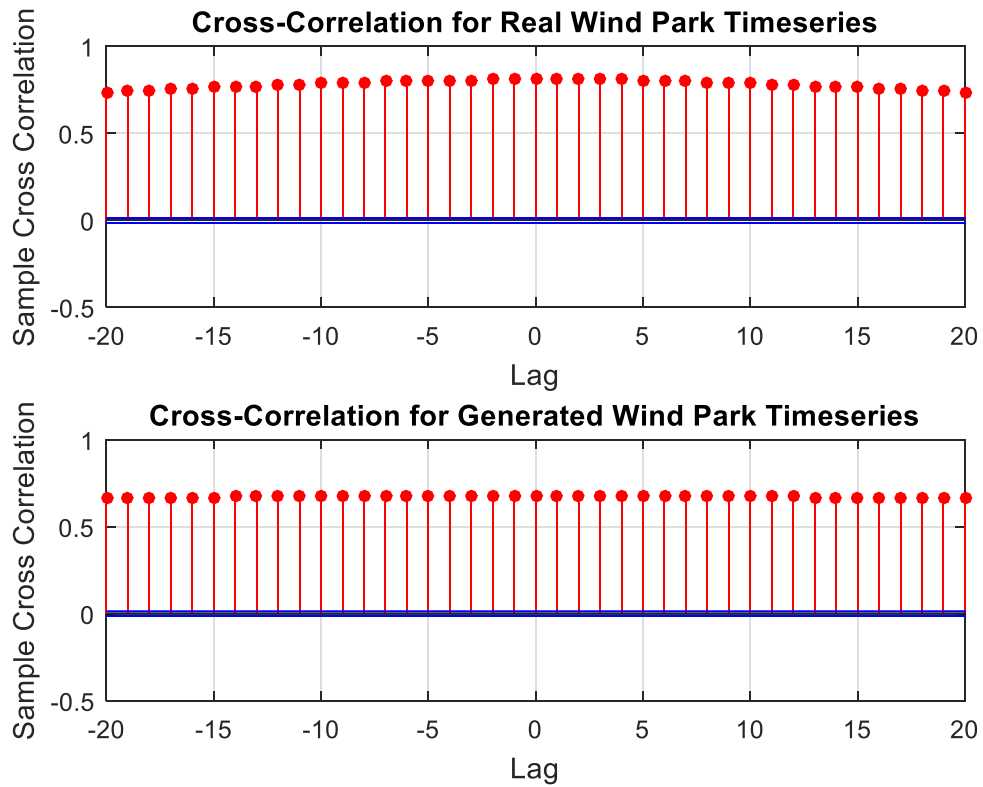
Όσον, αφορά την αυτοσυσχέτιση, από το Σχήμα 5.17 φαίνεται ότι επιτυγχάνεται σχετικά ικανοποιητική αναπαραγωγή αυτής. Ωστόσο, υπολογίζοντας τις μέσες τιμές για τα μέσα τετραγωνικά σφάλματα των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για 1000 παραγόμενες χρονοσειρές παρατηρούνται αρκετά μεγάλες τιμές σφαλμάτων :

Πίνακας 3.9 Μέσες Τιμές RMSE Σφαλμάτων Αυτοσυσχέτισης

	A/Π #1	A/Π #2
Μέσος Όρος RMSE Αυτοσυσχέτισης	26.05%	23.11%

Τέλος, παρατίθεται το Σχήμα 5.18 που αφορά την συσχέτιση δυο παραγόμενων σεναρίων για τα προς μελέτη αιολικά πάρκα.

Η υπολογιζόμενη μέση τιμή των RMSE σφαλμάτων είναι 29.8%. Η τιμή αυτή δεν είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική, ωστόσο πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι οι αρχικές χρονοσειρές χαρακτηρίζονται από υψηλή μεταβλητότητα, καθώς αντιπροσωπεύουν ισχύ ανά δευτερόλεπτο, κάτι που δυσκολεύει ιδιαίτερα την εξαγωγή πιο αξιόλογων αποτελεσμάτων. Πρέπει να τονισθεί όμως, ότι για μηδενική υστέρηση οι τιμές των συντελεστών υστέρησης παραγόμενων και πραγματικών χρονοσειρών παρουσιάζουν μικρή διαφορά.



Σχήμα 5.18 Διαγράμματα Συντελεστών Συσχέτισης Πραγματικών και Παραγόμενων Χρονοσειρών

Σημειώνεται ότι το συγκεκριμένο μοντέλο για την αναπαραγωγή συσχετισμένων χρονοσειρών δεν εφαρμόστηκε για την προσομοίωση δυο συσχετισμένων πάρκων, κάτι που μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικής έρευνας.

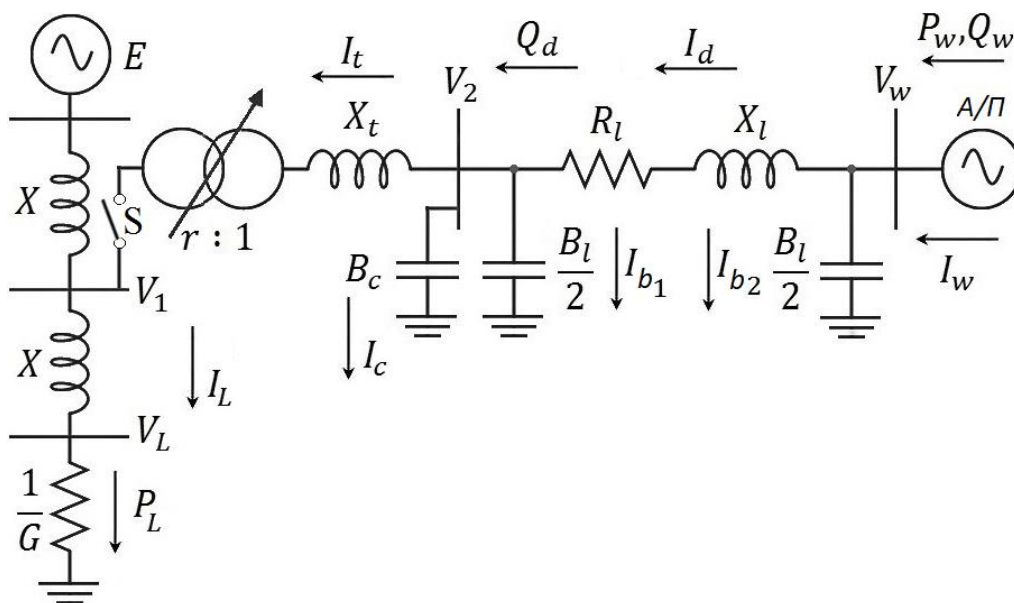
Πιθανοτική Προσομοίωση Δικτύου Δοκιμών (Α/Π #1)

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αρχικά το σύστημα δοκιμών που θα χρησιμοποιηθεί στις προσομοιώσεις. Γίνεται αναλυτική περιγραφή των δεδομένων του συστήματος καθώς και της λειτουργίας των διαφόρων διατάξεων αυτομάτου ελέγχου. Στην συνέχεια, πραγματοποιείται η προσομοίωση του συστήματος θεωρώντας ως είσοδο τις παραγόμενες χρονοσειρές αιολικής παραγωγής από το μοντέλο Markov του προηγούμενου κεφαλαίου.

6.1 Γενική Δομή Τοπικού Συστήματος Δοκιμών

6.1.1 Δομή και Δεδομένα Συστήματος

Το εξεταζόμενο σύστημα έχει την μορφή του Σχήματος 6.1. Αποτελείται από ένα ακτινικό δίκτυο διανομής, που περιλαμβάνει έναν υποσταθμό ΥΤ/ΜΤ, καθώς και την αποκλειστική γραμμή σύνδεσης του αιολικού πάρκου και συνδέεται στο μέσο ενός ασθενούς δικτύου μεταφοράς που αντιπροσωπεύεται από δυο ίσες αντιδράσεις X στην πλευρά της πηγής και του φορτίου του σημείου κοινής σύνδεσης αντίστοιχα.



Σχήμα 6.1 Μονογραμμικό Διάγραμμα Συστήματος Δοκιμών

Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει μια σταθερή πηγή τάσης E , η οποία αντιπροσωπεύει το ισοδύναμο Thevenin ενός διασυνδεδεμένου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς και ένα φορτίο μεταβλητής αγωγιμότητας Y που είναι απευθείας συνδεδεμένη στον ζυγό υψηλής τάσης V_L . Για λόγους απλότητας, υποτίθεται μοναδιαίος συντελεστής ισχύος φορτίου, δηλαδή πλήρης αντιστάθμιση της αέργου ισχύος του φορτίου. Προκειμένου να εντοπισθούν οι συνθήκες μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, προσομοιώνεται μια συνεχής αύξηση της ωμικής αγωγιμότητας του φορτίου σε μορφή ράμπας, με ρυθμό 0.1% ανά δευτερόλεπτο. Τέλος, ο διακόπτης S που φαίνεται στο Σχήμα 6.1 δίνει τη δυνατότητα εξέτασης του συστήματος μεταφοράς χωρίς την συμμετοχή της διεσπαρμένης παραγωγής.

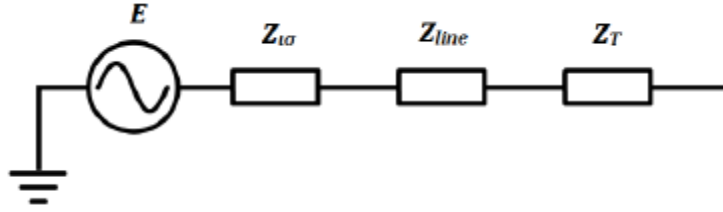
Τα δεδομένα των γραμμών σύνδεσης ανηγμένα στη βάση $S_B = 100MVA$ φαίνονται στον Πίνακα 6.1. Σημειώνεται ότι οι αντιδράσεις X_1, X_2 έχουν θεωρηθεί ίσες και η τιμή τους συμβολίζεται με X .

Πίνακας 6.1 Δεδομένα Γραμμών Σύνδεσης Αιολικών Πάρκων (Βάση ισχύος $S_B=100MVA$)

A/Π	S_n (MVA)	X (αμ)	X_t (αμ)	R_l (αμ)	X_l (αμ)	B_l (αμ)
#1	18.9	0.2	0.4	0.43	1	0.004
#2	36	0.2	0.4	0.02	0.2	0

Το A/Π #2 είναι περίπου διπλάσιας ονομαστικής ισχύος και συνδέεται πολύ κοντά στον υποσταθμό YT/MT. Από την άλλη, το A/Π #1 διαθέτει μια μακρά γραμμή διανομής μήκους 15 χιλιομέτρων και ως εκ τούτου οι συνολικές αντιδράσεις γραμμής έχουν μεγαλύτερη ανά μονάδα τιμή από αυτές του A/Π #2. Και στις δυο περιπτώσεις ο υποσταθμός περιλαμβάνει μετασχηματιστή 150/20kV εξοπλισμένο με Σύστημα Αλλαγής Τάσης Υπό Φορτίο (ΣΑΤΥΦ), ονομαστικής ισχύος 50MVA και επαγωγικής αντίδρασης 0.2αμ ανηγμένη στα ονομαστικά του μεγέθη. Στο ζυγό MT του υποσταθμού υπάρχουν αυτόματοι πυκνωτές αντιστάθμισης τριών βαθμίδων, ισχύος 4MVAr η κάθε μια.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1, τα αιολικά πάρκα συνδέονται με το σύστημα μεταφοράς μέσω γραμμής διανομής μέσης τάσης και υποσταθμού YT/MT. Οι επιμέρους ανεμογεννήτριες του πάρκου αναπαρίστανται από μια ισοδύναμη μηχανή η οποία συνδέεται στο σημείο κοινής σύνδεσης (ζυγός μέσης τάσης του αιολικού πάρκου) μέσω της σύνθετης αντίστασης $Z_{i\sigma}$. Ο ζυγός μέσης τάσης του αιολικού πάρκου συνδέεται στη συνέχεια με γραμμή ή καλώδιο μέσης τάσης σύνθετης αντίστασης Z_{line} στον υποσταθμό MT/YT, ο μετασχηματιστής του οποίου έχει σύνθετη αντίσταση Z_T . Δεν αναπαρίσταται ξεχωριστά ο μετασχηματιστής ανύψωσης της ανεμογεννήτριας, διότι περιλαμβάνεται στη σύνθετη αντίσταση $Z_{i\sigma}$. Για τον προσδιορισμό της σύνθετης αντίστασης του συνολικού κλάδου μεταξύ υποσταθμού MT/YT και γεννήτριας αιολικού πάρκου λαμβάνονται υπόψη τα δεδομένα του εκάστοτε αιολικού πάρκου.



Σχήμα 6.2 Ισοδύναμο Κύκλωμα Διασυνδέσεων Α/Π

Ο λόγος μεταξύ της ισχύος βραχυκύκλωσης στο σημείο σύνδεσης της αποκλειστικής γραμμής και της ονομαστικής ισχύος του αιολικού πάρκου (S_{SCR}), δίνει μια ιδέα για το κατά πόσο το δίκτυο που εξετάζεται είναι ασθενές.

$$S_{SCR} = \frac{S_{B/K}}{S_n} = \frac{E^2}{XS_n} \quad (6.1)$$

Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ότι όταν ο λόγος S_{SCR} είναι μικρότερος του 20, το σύστημα χαρακτηρίζεται ως ασθενές [50]. Στη συγκεκριμένη μελέτη, ενδιαφέρον παρουσιάζει η επίδραση που ασκεί η μεταβλητότητα του φορτίου στη λειτουργία του συστήματος. Επειδή η (6.1) δεν λαμβάνει υπόψη το φορτίο, υπολογίζεται η ισχύς βραχυκύκλωσης στο φορτίο:

$$S_{B/K Load} = \frac{E^2}{2X} \approx 240MVA \quad (6.2)$$

Η τιμή αυτή είναι συγκρίσιμη με τις ονομαστικές τιμές ισχύος των δυο αιολικών πάρκων και δίνει λόγους βραχυκύκλωσης κοντά στο 10. Επομένως, όπου αναφέρεται ότι το σύστημα που εξετάζεται είναι ασθενές, εννοείται ότι υπάρχει περιορισμένη ικανότητα φόρτισης του δικτύου και ότι κάθε μεταβολή στο φορτίο έχει σημαντική επίδραση στη λειτουργία του συστήματος.

6.1.2 Διατάξεις Ρύθμισης Αέργου Ισχύος

Στο εξεταζόμενο σύστημα του Σχήματος 6.1 υπάρχουν τρεις αυτόματες διατάξεις που καλούνται να ρυθμίσουν την άεργο ισχύ, το ΣΑΤΥΦ, οι αυτόματες συστοιχίες πυκνωτών και ο μετατροπέας ηλεκτρονικών ισχύος του αιολικού πάρκου. Οι μηχανισμοί αυτοί δεν μπορούν να δρουν ανεξάρτητα μεταξύ τους, αλλά απαιτείται κατάλληλος συντονισμός. Ακολούθως, γίνεται αναλυτική περιγραφή και μοντελοποίηση των εν λόγω διατάξεων, τα δεδομένα των οποίων φαίνονται στον Πίνακα 6.2.

Πίνακας 6.2 Δεδομένα Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου Δοκιμαστικού Συστήματος

r_{min}	r_{max}	Δr (%)	LTC steps	ΔB_c (MVar)	B_c steps	T_{LTC} (s)	T_{B_c} (s)	V_{wmax} (pu)	$\Delta V, \varepsilon$ (pu)
0.8	1.1	0.625	48	4	3	10	60	1.1	0.001

Πίνακας 6.3 Πρόσθετα Δεδομένα Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου Δοκιμαστικού Συστήματος

d	V_{1min}	V_{1max}	V_1^{lim}	V_w^{lim}
0.00625	0.95	1.05	0.9	1.1

6.1.2.1 ΣΑΤΥΦ

Ένας επιπρόσθετος ρόλος των μεγάλων μετασχηματιστών στους υποσταθμούς διανομής, πέρα από τον υποβιβασμό του επιπέδου τάσης διανομής, είναι και ο έλεγχός του. Για το σκοπό αυτό, είναι εφοδιασμένοι με λήψεις για την αλλαγή του λόγου μετασχηματισμού. Το σύστημα αλλαγής τάσης υπό φορτίο (ΣΑΤΥΦ) λειτουργεί με ηλεκτροκινητήρες, ενώ ο χειρισμός γίνεται αυτόματα μέσω ηλεκτρονόμου που συγκρίνει την τάση δευτερεύοντος με μια προκαθορισμένη τιμή αναφοράς. Σε περίπτωση που ανιχνευθεί διαφορά, δίνεται κατάλληλη εντολή ανύψωσης ή μείωσης της σχέσης μετασχηματισμού.

Σύμφωνα με το διακριτό μοντέλο για το ΣΑΤΥΦ, θεωρείται ότι ο λόγος μετασχηματισμού αλλάζει ακαριαία με ένα βήμα Δr , σε διακριτές τιμές χρόνου t_k . Η ρύθμιση αυτή, περιορίζεται από το άνω και κάτω όριο r_{min} και r_{max} , τα οποία αντιστοιχούν στην εξάντληση των διαθέσιμων λήψεων του τυλίγματος του μετασχηματιστή. Επιπρόσθετα, η χρονική καθυστέρηση που μεσολαβεί για την αρχική αλλαγή λήψης ισούται με T_{D0} , ενώ για τις επόμενες είναι ίση με T_{D1} , με την πρώτη να είναι συνήθως μεγαλύτερη για να αποφεύγονται περιττές αλλαγές κατά τη διάρκεια μεταβατικών φαινομένων. Σημειώνεται ότι στη συγκεκριμένη υλοποίηση, θεωρείται ότι οι δυο αυτές χρονικές καθυστερήσεις είναι ίσες.

Όπως προαναφέρθηκε, ρόλος του ΣΑΤΥΦ είναι ο έλεγχος της τάσης διανομής V_2 , προκειμένου να βρίσκεται εντός μιας νεκρής ζώνης V_{2min} έως V_{2max} για τα οποία ισχύει :

$$V_{2min} = V_{2_0} - \frac{d}{2} \text{ και } V_{2max} = V_{2_0} + \frac{d}{2} \quad (6.3)$$

Όπου V_{2_0} είναι η τάση αναφοράς του δευτερεύοντος και d το εύρος νεκρής ζώνης ρύθμισης του ΣΑΤΥΦ.

Ο διακριτός έλεγχος μοντελοποιείται μέσω της παρακάτω εξίσωσης διαφορών :

$$r_{k+1} = \begin{cases} r_k + \Delta r, & \text{αν } V_2 > V_{2max} \text{ και } r_k > r_{max} \\ r_k - \Delta r, & \text{αν } V_2 < V_{2min} \text{ και } r_k < r_{min} \\ r_k, & \text{δαιφορετικά} \end{cases} \quad (6.4)$$

Προκειμένου να αλλάξει η λήψη του ΣΑΤΥΦ, πρέπει για όλη τη διάρκεια χρονικής καθυστέρησης του ΣΑΤΥΦ να παραβιάζεται ο ανισωτικός περιορισμός (6.4).

6.1.2.2 Αυτόματοι Μηχανισμοί Ζεύξης-Απόζευξης Πυκνωτών

Οι μηχανισμοί ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών παίζουν καθοριστικό ρόλο στην αντιστάθμιση αέργου ισχύος στο σύστημα, διατηρώντας τα επίπεδα τάσεων και τις ροές αέργου ισχύος σε επιθυμητά επίπεδα.

Στο εξεταζόμενο σύστημα δοκιμών του Σχήματος 6.1 οι πυκνωτές αντιστάθμισης είναι τριών βαθμίδων, αγωγιμότητας B_c η καθεμία και είναι συνδεδεμένοι στο ζυγό ΜΤ του υποσταθμού. Η διαδικασία σύνδεσης και αποσύνδεσης των πυκνωτών χαρακτηρίζεται από χρονική καθυστέρηση T_{msc} , η οποία είναι συνήθως αρκετών δευτερολέπτων προκειμένου να αποφεύγονται ανεπιθύμητες ή άσκοπες ρυθμίσεις και παράλληλα να υπάρχει επαρκές χρονικό διάστημα για τη ρύθμιση τάσης από άλλους μηχανισμούς όπως τα ΣΑΤΥΦ.

Η άεργος υποστήριξη πραγματοποιείται με την αυτόματη ζεύξη κάθε βαθμίδας, ανάλογα με την τιμή της τάσης στο πρωτεύον του μετασχηματιστή. Σημειώνεται ότι σε προηγούμενες εργασίες [3], [19], η σύνδεση των πυκνωτών γινόταν με βάση την άεργο ισχύ. Ωστόσο διαπιστώθηκε ότι δεν γινόταν πλήρης αξιοποίησή τους, αφού υπήρχαν περιπτώσεις που δεν είχαν συνδεθεί και οι τρεις βαθμίδες μέχρι το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος [20]. Έτσι, επιτυγχάνεται η καλύτερη αξιοποίησή τους για τη ρύθμιση της τάσης πρωτεύοντος.

Ο διακριτός έλεγχος των μηχανισμών ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών γίνεται με βάση την παρακάτω εξίσωση διαφορών :

$$B_{c,k+1} = \begin{cases} B_{c,k} + \Delta B_c, & \text{αν } V_1 < V_{1min} \text{ και } B_{c,k} < B_{c,max} \\ B_{c,k} - \Delta B_c, & \text{αν } V_1 > V_{1max} \text{ και } B_{c,k} > B_{c,min} \\ B_{c,k}, & \text{δαιφορετικά} \end{cases} \quad (6.5)$$

Όπου V_{1min} και V_{1max} τα όρια της τάσης πρωτεύοντος.

6.1.2.3 Μετατροπείς Ηλεκτρονικών Ισχύος

Στην παρούσα εργασία οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος θεωρούνται πως λειτουργούν ως ρυθμιζόμενες πηγές εναλλασσόμενης τάσεως, ενώ ο έλεγχός τους θεωρείται ότι γίνεται ακαριαία, χωρίς χρονική καθυστέρηση.

Εξετάζονται δύο στρατηγικές ελέγχου της αέργου ισχύος από τους μετατροπείς. Η πρώτη είναι η λειτουργία μοναδιαίου συντελεστή ισχύος (Unity Power Factor –UPF), σύμφωνα με την οποία η τάση του αιολικού πάρκου V_w αλλάζει στιγμιαία προκειμένου να διατηρείται μηδενική άεργος ισχύς. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται ελαχιστοποίηση των απωλειών καθώς δεν υπάρχει ροή αέργου ισχύος στις επαγωγικές αντιδράσεις μέχρι τον υποσταθμό.

Η δεύτερη λειτουργία ονομάζεται Έκτακτη Υποστήριξη Μέγιστης Αέργου Ισχύος (Emergency Maximum Reactive Support –EMRS) και έχει αναπτυχθεί στις αναφορές [3], [20], [51]. Για την ενεργοποίησή της απαιτείται ένα διακριτό σήμα που ζητά μέγιστη άεργο υποστήριξη το οποίο στέλνεται σε περίπτωση που η υψηλή τάση V_1 του υποσταθμού πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο V_1^{lim} . Όταν το σήμα αέργου υποστήριξης ληφθεί από το αιολικό πάρκο, η ελεγχόμενη τάση V_w παίρνει την μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της V_w^{lim} . Σημειώνεται ακόμη, ότι τίθεται μια χρονική καθυστέρηση δέκα δευτερολέπτων από τη στιγμή που εντοπισθεί παραβίαση του ορίου V_1^{lim} , προκειμένου να εξασφαλιστεί ότι ενδεχόμενες μεταβολές της τάσης V_1 που επανέρχονται εντός ορίου, δεν ενεργοποιούν τον έλεγχο μέγιστης αέργου υποστήριξης.

Μια ακόμη σημαντική θεώρηση, είναι πως οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος δεν έχουν τη δυνατότητα έστω χρονικά περιορισμένης υπερφόρτισης. Για τον λόγο αυτό υλοποιείται ένας περιοριστής ρεύματος, ο οποίος μειώνει ακαριαία την τάση V_w εάν διαπιστώσει υπέρβαση του μέγιστου επιτρεπόμενου ρεύματος I_{lim} . Η λειτουργία του περιοριστή σταματά όταν επιτευχθεί η επαναφορά του ρεύματος εντός του επιθυμητού ορίου. Συνεπώς, η λογική ελέγχου του ρεύματος φαίνεται στην (6.6) :

$$V_{w,i} = V_{w,i} - \Delta V, \text{ όσο } I_{w,i} > I_{lim} \quad (6.6)$$

Εάν ο περιοριστής ρεύματος ενεργοποιήθηκε μετά την εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης, τότε αφότου το ρεύμα επανέλθει στο επιθυμητό επίπεδο εφαρμόζεται ο παρακάτω έλεγχος προκειμένου να επανέλθει η τάση του αιολικού πάρκου στην μέγιστη τιμή της. Σημειώνεται ότι η σταθερά ε λαμβάνεται ίση με το βήμα μεταβολής τάσης ΔV .

$$V_{w,i} = V_{w,i} + \Delta V, \text{ όταν } I_{w,i} < I_{lim} - \varepsilon \text{ και } V_{w,i} < V_w^{lim} \quad (6.7)$$

Σε περίπτωση που παραβιαστεί εκ νέου η ανισότητα που αφορά το ρεύμα, ο περιοριστής ενεργοποιείται ξανά.

Τέλος, ο ρυθμιστής ενεργού ισχύος φροντίζει ώστε η ενεργός ισχύς του μετατροπέα να είναι ίση με την ενεργό παραγωγή του πάρκου. Αυτή αποτελεί είσοδο του συστήματος και παράγεται από το μοντέλο Markov που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

6.1.3 Εξισώσεις Συστήματος

Μεταβλητές κατάστασης του συστήματος θεωρούνται τα μεγέθη V_w, r και B_c . Η ενεργός ισχύς P_w και η αγωγιμότητα Y_L θεωρούνται είσοδοι και προέρχονται από τις παραγόμενες χρονοσειρές ισχύος του μοντέλου Markov και τη ράμπα φορτίου που εφαρμόζεται για τη μελέτη της μέγιστη μεταφερόμενης ισχύος αντίστοιχα. Έτσι, οι αλγεβρικές εξισώσεις του δικτύου μπορούν να συμβολιστούν ως εξής :

$$V_1 = g_1(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (6.8)$$

$$V_2 = g_2(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (6.9)$$

$$Q_w = g_3(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (6.10)$$

$$I_w = g_4(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (6.11)$$

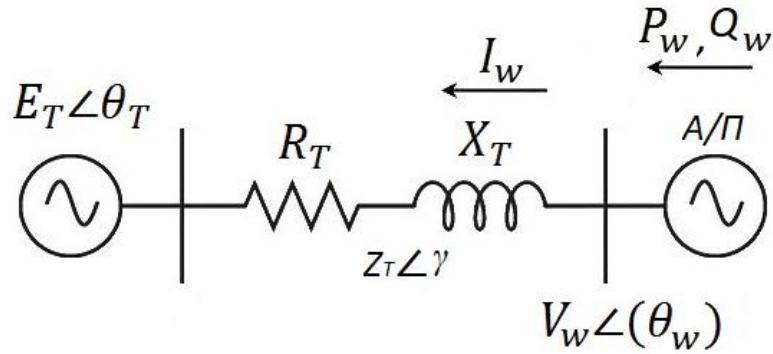
Σε κάθε χρονική στιγμή της προσομοίωσης, το αιολικό πάρκο που εξετάζεται έχει δεδομένη παραγωγή ενεργού ισχύος και τάση. Επομένως μπορεί να θεωρηθεί ως ζυγός παραγωγής (PV). Ως εκ τούτου, για τον υπολογισμό των μεγεθών που φαίνονται στις εξισώσεις (6.6) έως (6.11) γίνεται αναγωγή στην πλευρά MT και υπολογίζεται το ισοδύναμο Thevenin που φαίνεται από το ζυγό του αιολικού πάρκου (Σχήμα 6.3). Ο αναλυτικός προσδιορισμός της τάσης και σύνθετης αντίστασης Thevenin πραγματοποιήθηκε στην εργασία [3]. Τα στοιχεία του ισοδύναμου κυκλώματος παρουσιάζονται ως συναρτήσεις :

$$E_T = f_E(E, Y_L, r, B_c) \quad (6.12)$$

$$\theta_T = f_\theta(E, Y_L, r, B_c) \quad (6.13)$$

$$R_T = f_R(E, Y_L, r, B_c) \quad (6.14)$$

$$X_T = f_X(E, Y_L, r, B_c) \quad (6.15)$$



Σχήμα 6.3 Ισοδύναμο Thevenin στην Πλευρά του Α/Π

Στο Σχήμα 6.3 η σύνθετη αντίσταση έχει τη μορφή:

$$Z_T \angle \gamma = R_T + jX_T \quad (6.16)$$

Η γωνία απωλειών ορίζεται ως:

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad (6.17)$$

Από την εργασία [3], η ενεργός ισχύς που παράγει το αιολικό πάρκο γράφεται ως:

$$P_w = \frac{V_w^2}{Z_T} \sin \beta - \frac{V_w E_T}{Z_T} \sin(\Delta\theta + \beta) \quad (6.18)$$

Με τη γωνία $\Delta\theta$ να είναι:

$$\Delta\theta = \theta_T - \theta_w = \sin^{-1} \left(\frac{-P_w + R_T \frac{V_w^2}{Z_T}}{\frac{V_w E_T}{Z_T}} \right) - \beta \quad (6.19)$$

Η άεργος ισχύς που παράγει το αιολικό πάρκο θα είναι [3]:

$$Q_w = \frac{V_w^2}{Z_T} \cos \beta - \frac{V_w E_T}{Z_T} \cos(\Delta\theta + \beta) \quad (6.20)$$

Έχοντας υπολογίσει την γωνία $\Delta\theta$, καθίσταται εύκολη η εύρεση της άεργου ισχύος και της γωνίας του αιολικού πάρκου :

$$\theta_w = \theta_T - \Delta\theta \quad (6.21)$$

Μετά τον υπολογισμό των Q_w, θ_w , το κύκλωμα του Σχήματος 6.1 μπορεί να επιλυθεί προκειμένου να προσδιορισθούν τα υπόλοιπα μεγέθη του συστήματος.

Το ρεύμα του μετατροπέα, του πρώτου παράλληλου κλάδου αγωγιμότητας και της γραμμής του αιολικού πάρκου υπολογίζονται ως εξής [3]:

$$\tilde{I}_w = \frac{P_w - jQ_w}{\tilde{V}_w^*} \quad (6.24)$$

$$\tilde{I}_{b2} = j \frac{B_l \tilde{V}_w}{2} \quad (6.25)$$

$$\tilde{I}_d = \tilde{I}_w - \tilde{I}_{b2} \quad (6.26)$$

Ενώ η μέση τάση ισούται με [3]:

$$\tilde{V}_2 = \tilde{V}_w - \tilde{I}_d (R_l + jX_l) \quad (6.27)$$

Το ρεύμα που διέρχεται από τις συστοιχίες πυκνωτών, το ρεύμα του δεύτερου παράλληλου κλάδου αγωγιμότητας και το ρεύμα που διαρρέει τον μετασχηματιστή είναι αντίστοιχα [3]:

$$\tilde{I}_c = jB_c \tilde{V}_2 \quad (6.28)$$

$$\tilde{I}_{b1} = j \frac{B_l \tilde{V}_2}{2} \quad (6.29)$$

$$\tilde{I}_t = \tilde{I}_d - \tilde{I}_{b1} - \tilde{I}_c \quad (6.30)$$

Η υψηλή τάση V_1 ισούται με [3]:

$$\tilde{V}_1 = r \tilde{V}_1'' = r(\tilde{V}_2 - j\tilde{I}_t X_t) \quad (6.31)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η ενεργός ισχύς που εγχέεται στον ζυγό υψηλής τάσης [3]:

$$P_1 = P_w - I_d^2 R_l \quad (6.32)$$

Τα ρεύματα φορτίου και δικτύου καθώς και οι αντίστοιχες τιμές ενεργού ισχύος βρίσκονται ως ακολούθως [3]:

$$\tilde{I}_L = \frac{\tilde{V}_1}{\frac{1}{G} + jX} \quad (6.33)$$

$$\tilde{I}_e = \frac{\tilde{I}_t}{r} - \tilde{I}_L \quad (6.34)$$

$$P_L = I_L^2 \frac{1}{G} \quad (6.35)$$

$$P_e = P_L - P_1 \quad (6.36)$$

Τέλος, η τάση του ζυγού φορτίου είναι :

$$\tilde{V}_L = \tilde{V}_1 - j\tilde{I}_L X \quad (6.37)$$

Στον Πίνακα 6.4 φαίνεται η αρχικοποίηση του συστήματος για τα δυο αιολικά πάρκα [3], [19]. Όλα τα μεγέθη είναι εκφρασμένα σε βάση ισχύος $S_B = 100\text{MVA}$.

Πίνακας 6.4 Αρχικοποίηση Δικτύου

A/Π	E	r_0	V_{10}	V_{20}	$V_{2\max}$	$V_{2\min}$	V_{w0}
#1	0.9703	0.9938	0.9722	0.9821	0.9883	0.9758	1.0008
#2	0.9778	0.9875	0.9808	0.999	1.0052	0.9927	1.0022

Για την αρχικοποίηση, θεωρήθηκε αρχικά ότι η τάση του αιολικού πάρκου V_w είναι ίση με τη μονάδα, ενώ τα μεγέθη P_1, Q_1, V_1 στην υψηλή τάση είναι γνωστά. Στη συνέχεια, επιλύθηκε η διτετράγωνη εξίσωση (6.38) μεταξύ των ζυγών υψηλής τάσης και αιολικού πάρκου για τον προσδιορισμό της τάσης V_{10}'' .

$$[(V_{10}'')^2]^2 + [2Q_1(X_t + X_l) - 2P_1R_l - V_w^2](V_{10}'')^2 + [(R_l^2 + (X_t + X_l)^2)](P_1^2 + Q_1^2) = 0 \quad (6.38)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο λόγος μετασχηματισμού r_0 από την εξίσωση (6.39), στρογγυλοποιώντας έτσι ώστε να είναι συμβατός με τις διακριτές τιμές που μπορεί να πάρει.

$$r_0 = \frac{V_{10}}{V_{10}''} \quad (6.39)$$

Η ανηγμένη τάση V_1'' επαναπροσδιορίζεται από την εξίσωση (6.40), αφού η τιμή στρογγυλοποιημένη τιμή του r_0 διαφέρει από αυτή που προέκυψε από την (6.39).

$$\tilde{V}_{10}'' = \frac{\tilde{V}_{10}}{r_0} \quad (6.40)$$

Έπειτα, από τις εξισώσεις (6.41)-(6.43) υπολογίζεται εκ νέου η τάση V_w . Σημειώνεται ότι οι εγκάρσιες αγωγιμότητες B_l, B_c θεωρούνται στο σημείο αυτό αμελητέες και συνεπώς δεν διαρρέονται από ρεύμα.

$$\tilde{I}_t = \tilde{I}_d = \frac{P_1 - jQ_1}{\tilde{V}_1''^*} \quad (6.41)$$

$$\tilde{V}_{20} = \tilde{V}_1'' + \tilde{I}_t(jX_t) \quad (6.42)$$

$$\tilde{V}_{w0} = \tilde{V}_{20} + \tilde{I}_d(R_l + jX_l) \quad (6.43)$$

Τέλος, από την εξίσωση (6.44) υπολογίζεται η τάση του άπειρου ζυγού:

$$E = \tilde{V}_{10} - \frac{(P_1 + jQ_1)}{\tilde{V}_{10}}(jX) \quad (6.44)$$

Σημειώνεται ότι η αρχική μέση τάση του υποσταθμού V_{20} βρέθηκε επιλύοντας την ακόλουθη διτετράγωνη εξίσωση, ενώ τα υπόλοιπα μεγέθη υπολογίζονται σύμφωνα με τις εξισώσεις που περιγράφηκαν.

6.2 Πιθανοτική Προσομοίωση Συστήματος

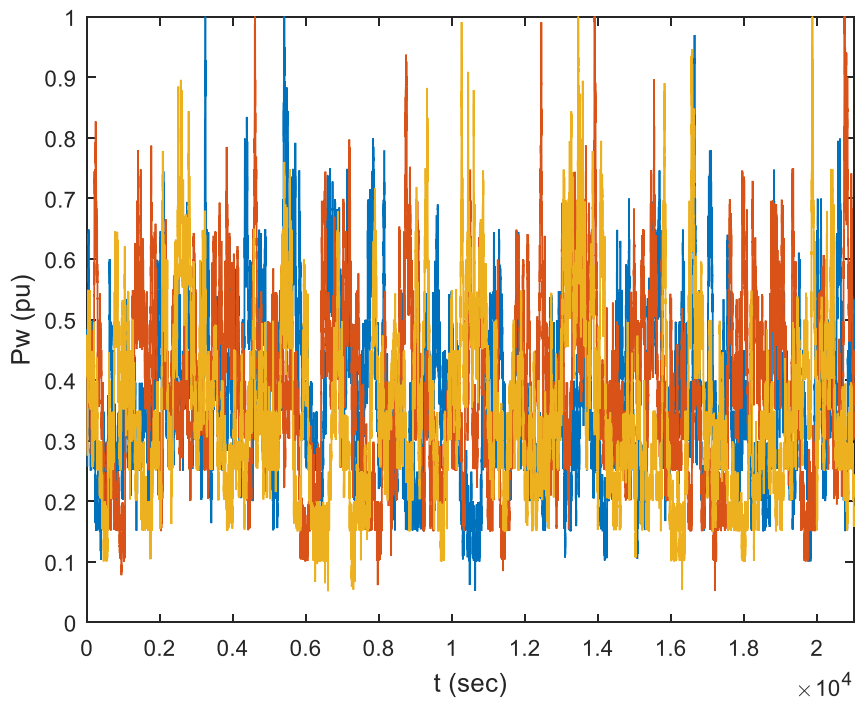
Έχοντας παρουσιάσει τα βασικά χαρακτηριστικά και τις εξισώσεις του συστήματος δοκιμών, καθίσταται δυνατή η εφαρμογή του μοντέλου Markov που αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 4 προκειμένου να πραγματοποιηθούν προσομοιώσεις θεωρώντας διαφορετικές χρονοσειρές αιολικής παραγωγής.

6.2.1 Περιγραφή Προσομοίωσης και Χρονοσειρές Εισόδου

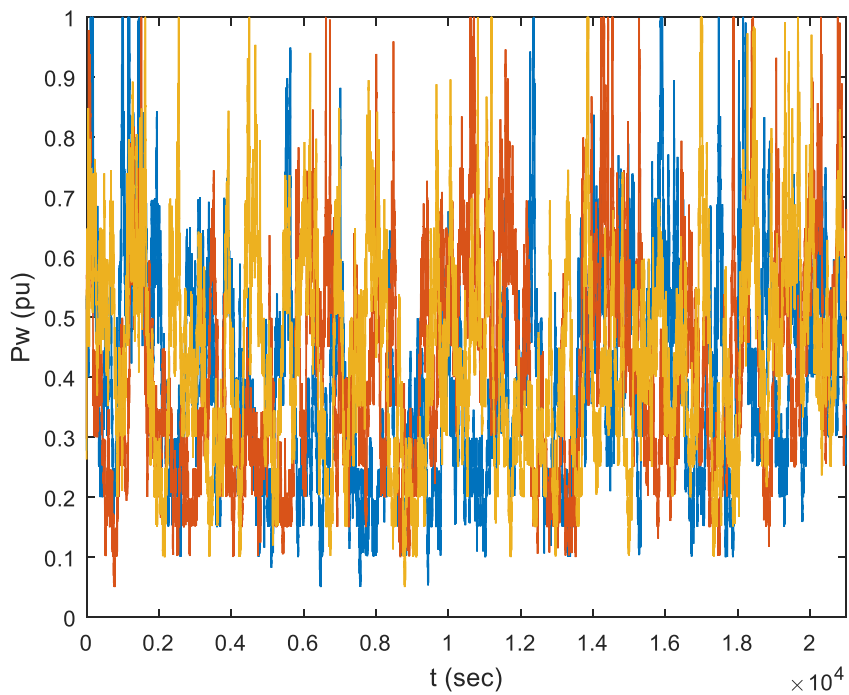
6.2.1.1 Χρονοσειρές Αιολικής Παραγωγής

Στο Κεφάλαιο 5, έπειτα από σύγκριση των σφαλμάτων για μοντέλα Markov με διαφορετικές παραμέτρους, βρέθηκαν τα καταλληλότερα για κάθε αιολικό πάρκο. Συγκεκριμένα, τα μοντέλα 20 καταστάσεων και χρονικό ορίζοντα δεύτερης υστέρησης ίσο με 10 και 2 για τα Α/Π #1 και #2 αντίστοιχα, παρουσίασαν τα μικρότερα σφάλματα έπειτα από πολυάριθμες επαναλήψεις του αλγορίθμου. Στα Σχήματα 6.4 και 6.5 φαίνονται ορισμένες ενδεικτικές χρονοσειρές για κάθε πάρκο.

Στον Πίνακα 6.5 φαίνονται τα χαρακτηριστικά (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, μέγιστη και ελάχιστη τιμή) για τις μέσες τιμές και τις τυπικές αποκλίσεις των 1000 διαφορετικών χρονοσειρών που θα εφαρμοστούν σε κάθε αιολικό πάρκο. Όλα τα μεγέθη είναι εκφρασμένα στα ονομαστικά χαρακτηριστικά κάθε πάρκου.



Σχήμα 6.4 Ενδεικτικές Συνθετικές Χρονοσειρές Α/Π #1



Σχήμα 6.5 Ενδεικτικές Συνθετικές Χρονοσειρές Α/Π #2

Πίνακας 6.5 Χαρακτηριστικά Μέσων Τιμών και Τυπικών Αποκλίσεων Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος

Α/Π	Μέση Τιμή P_w (αμ)				Τυπική Απόκλιση P_w (αμ)			
	$E(\mu)$	$\sigma(\mu)$	μ_{\min}	μ_{\max}	$E(\sigma)$	$\sigma(\sigma)$	σ_{\min}	σ_{\max}
#1	0.3659	0.0161	0.3169	0.4159	0.1462	0.0071	0.1261	0.1744
#2	0.4417	0.0221	0.3718	0.5035	0.176	0.0071	0.1542	0.2016

Όπως γίνεται φανερό από τα Σχήματα 6.4 και 6.5, και για τα δυο αιολικά πάρκα, οι χρονοσειρές αιολικής ισχύος που παράγονται, αντιστοιχούν σε ένα μέσο επίπεδο ανέμου, καθώς οι μέσες τιμές δεν ξεπερνούν το 0.5αμ. Θα φανεί στη συνέχεια, ότι παρόλο που οι μέσες τιμές δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερη διακύμανση, οι μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς εμφανίζει μεταβλητότητα. Σημειώνεται ότι σε κάθε περίπτωση, οι απαιτούμενες αρχικές τιμές θεωρήθηκαν περίπου ίσες με 0.4.

6.2.1.2 Περιγραφή Προσομοίωσης

Η προσομοίωση του συστήματος που παρουσιάστηκε έγινε με βάση το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε στις εργασίες [3] και [19] στο περιβάλλον Matlab.

Η χρονική περίοδος της προσομοίωσης είναι ίση με 1 δευτερόλεπτο. Σε κάθε χρονικό βήμα επιλύονται οι αλγεβρικές εξισώσεις, θεωρώντας δεδομένες τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης V_w, r, B_c . Η ενεργός παραγωγή του αιολικού πάρκου P_w και η αγωγιμότητα του φορτίου G λαμβάνονται ως είσοδοι του προγράμματος, με την πρώτη να προκύπτει από το μοντέλο Markon που αναπτύχθηκε και την δεύτερη να προέρχεται από την ράμπα φορτίου που εφαρμόζεται στο σύστημα.

Κάθε φορά που παραβιάζεται το όριο μέγιστου επιτρεπόμενου ρεύματος, ενεργοποιείται ο περιοριστής ρεύματος, σύμφωνα με τον οποίο μειώνεται η τάση V_w του αιολικού πάρκου χωρίς να αλλάζει το χρονικό βήμα της προσομοίωσης, έως ότου επανέλθει το ρεύμα σε επιθυμητά επίπεδα. Σημειώνεται ότι μετά από κάθε μεταβολή στη μεταβλητή κατάσταση V_w επιλύονται εκ νέου οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος.

Ακολούθως, επιλύεται η εξίσωση λειτουργίας του ΣΑΤΥΦ, μέσω του ελέγχου της τάσης διανομής V_2 . Αυτό γίνεται μονάχα μια φορά σε κάθε χρονικό βήμα της προσομοίωσης. Αφού ολοκληρωθούν οι ενέργειες του ΣΑΤΥΦ, επιλύονται εκ νέου οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος.

Τέλος, επιλύεται η εξίσωση λειτουργίας του αυτόματου μηχανισμού ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών, μέσω του ελέγχου της υψηλής τάσης V_1 . Το βήμα αυτό πραγματοποιείται μόνο μια φορά σε κάθε χρονική στιγμή της προσομοίωσης. Στην συνέχεια, επιλύονται για τελευταία φορά οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος

και ολοκληρώνεται μια περίοδος της προσομοίωσης. Μια προσομοίωση αποτελείται από 5000 χρονικές στιγμές, δηλαδή από 5000 δευτερόλεπτα.

Τα αποτελέσματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια προέκυψαν από την επανάληψη της προσομοίωσης που περιγράφηκε για 1000 φορές. Σε κάθε προσομοίωση θεωρείται μια διαφορετική χρονοσειρά αιολικής παραγωγής ως είσοδος του συστήματος, που προκύπτει έπειτα από εφαρμογή του μοντέλου Markov.

6.2.2 Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών επιτρέπει τη δημιουργία ενός «δειγματικού χώρου» πολλαπλών προσομοιώσεων για την ίδια «ντετερμινιστική» διαταραχή της ράμπας φορτίου.

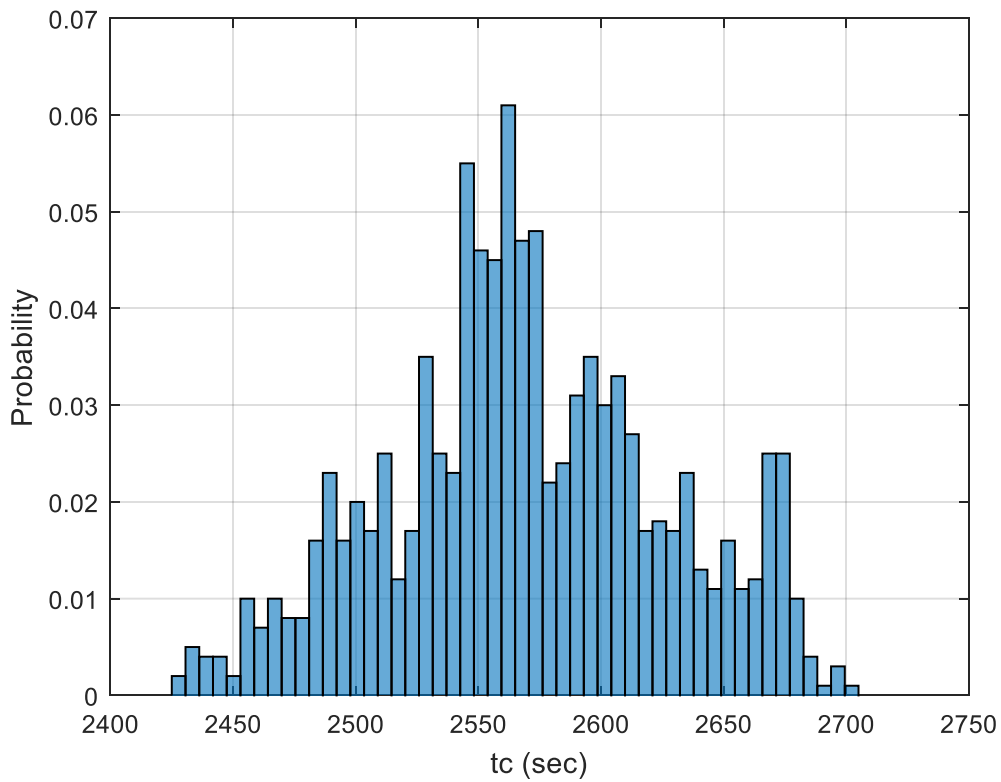
Σημειώνεται ότι ο χρόνος της προσομοίωσης αντιστοιχεί στην τιμή της αγωγιμότητας του φορτίου ως:

$$G(\alpha\mu) = \frac{t(s)}{1000s} \quad (6.45)$$

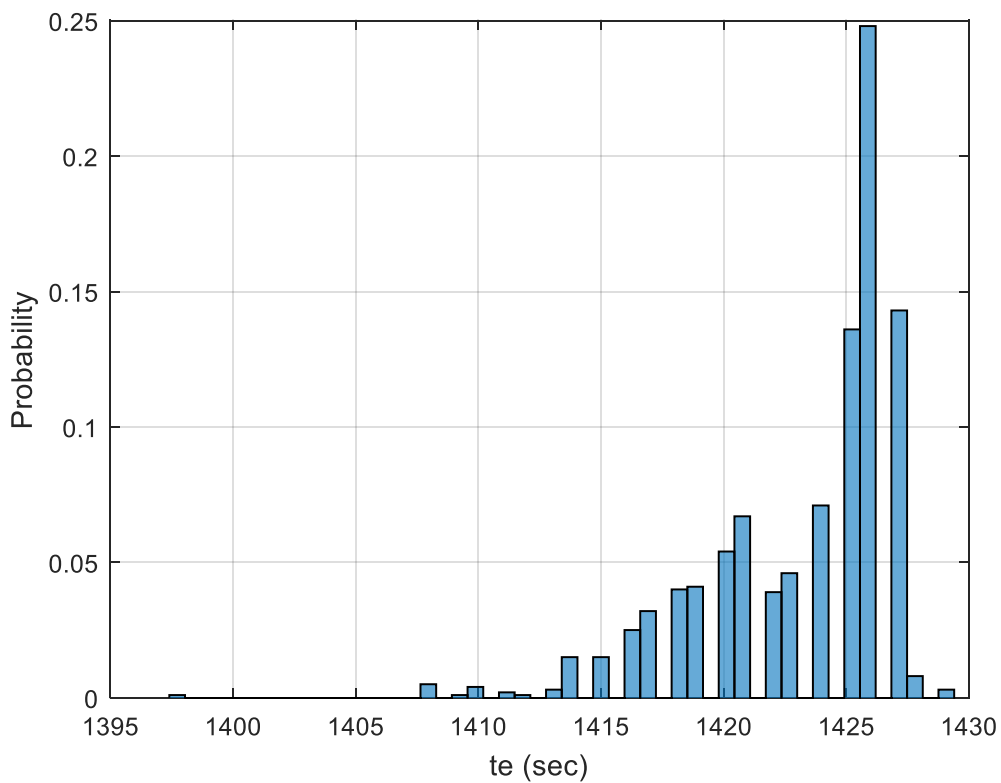
Στη συνέχεια παρατίθεται στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις του συστήματος δοκιμών, καθώς και οι αντίστοιχες εμπειρικές κατανομές πιθανότητας.

Κάθε επανάληψη της προσομοίωσης χαρακτηρίζεται και από τη χρονική στιγμή κατά την οποία επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς στο φορτίο και συμβολίζεται με t_c . Προφανώς, η χρονική στιγμή αυτή διαφέρει σε κάθε επανάληψη.

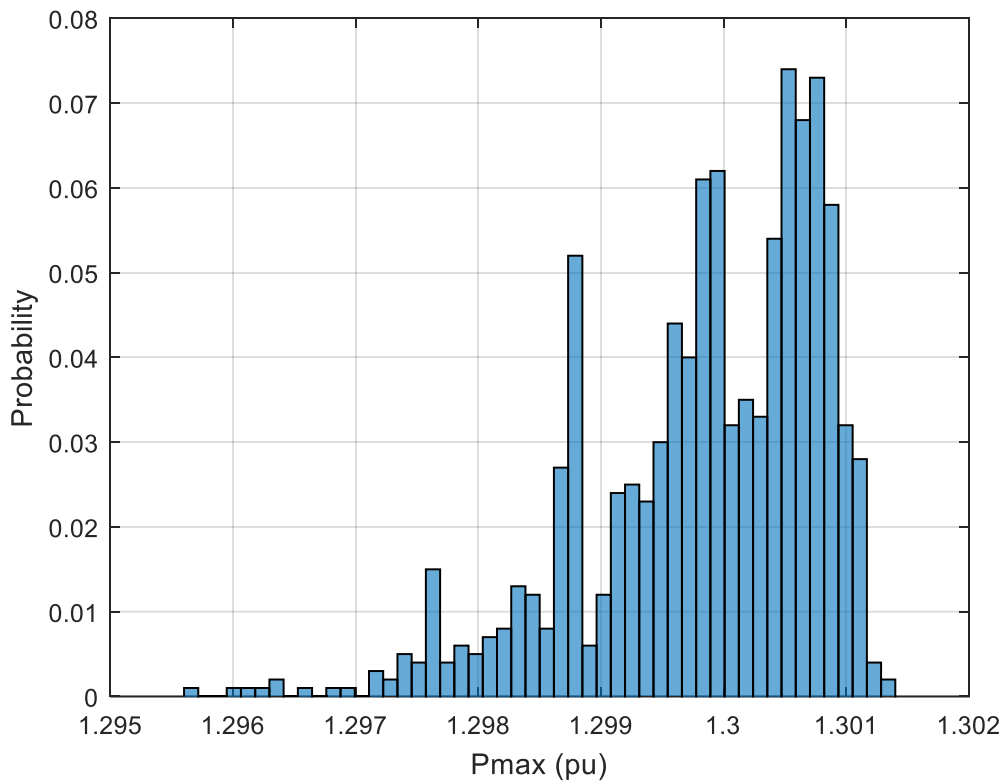
Το Σχήμα 6.6 αναπαριστά την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για τη χρονική στιγμή t_c . Όπως φαίνεται, οι μεγαλύτερες πιθανότητες συγκεντρώνονται γύρω από την τιμή 2550s, ενώ φθίνουν μακριά από αυτή. Ακόμη, αναδεικνύεται η επίδραση που έχει η μεταβαλλόμενη αιολική παραγωγή στην χρονική στιγμή t_c , καθώς αυτή παίρνει τιμές εντός διαστήματος εύρους σχεδόν 300 δευτερολέπτων.



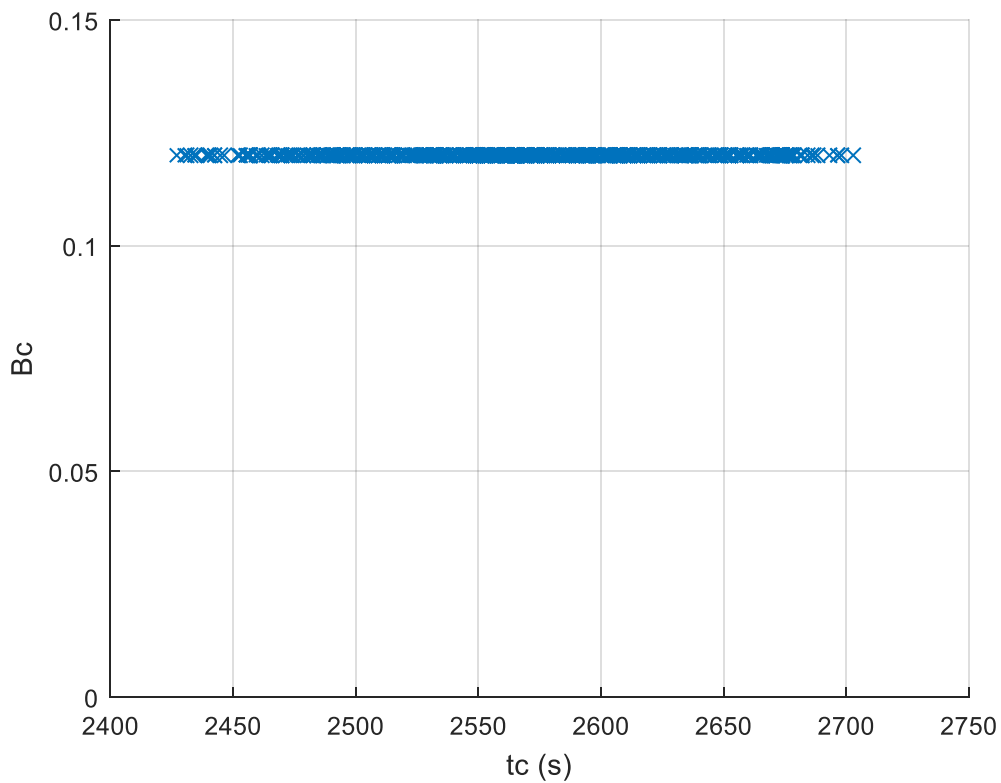
Σχήμα 6.6 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Χρονικής Στιγμής t_c



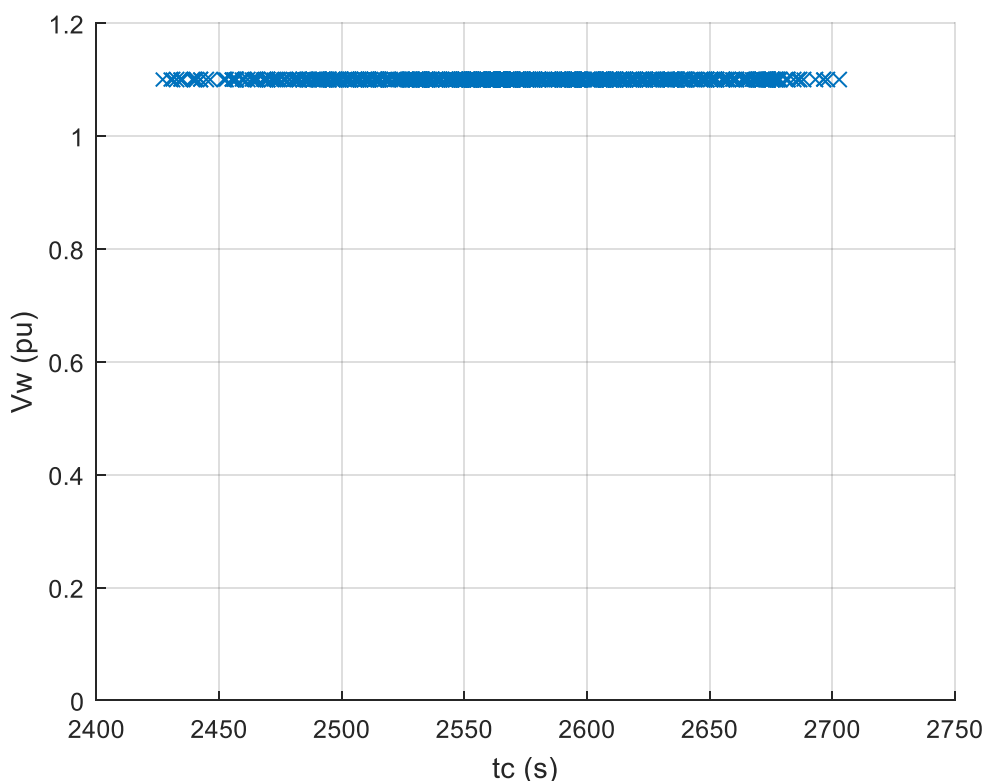
Σχήμα 6.7 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Χρονικής Στιγμής t_e



Σχήμα 6.8 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος



Σχήμα 6.9 Διάγραμμα Διασποράς Αγωγιμότητας Συνδεδεμένων Πυκνωτών και Χρονικής Στιγμής t_c



Σχήμα 6.10 Διάγραμμα Διασποράς Τάσης Αιολικού Πάρκου και Χρονικής Στιγμής t_c

Όσον αφορά τη χρονική στιγμή κατά την οποία ενεργοποιείται η λειτουργία μέγιστης αέργου υποστήριξης (EMRS), η οποία συμβολίζεται ως t_e , φαίνεται από το Σχήμα 6.7 ότι συγκεντρώνεται κυρίως γύρω από την τιμή 1425. Η πιθανότητα να βρεθεί εκτός του διαστήματος [1415s,1428s] είναι πολύ μικρή.

Στο Σχήμα 6.8 φαίνεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος P_{max} . Οι τιμές που μπορεί να πάρει δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερο εύρος και περιορίζονται εντός του διαστήματος [1.2955αμ, 1.301αμ]. Με άλλα λόγια, η μεταβλητή παραγωγή του αιολικού πάρκου δεν διαφοροποιεί σημαντικά την τιμή της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος στο σύνολο των προσομοιώσεων.

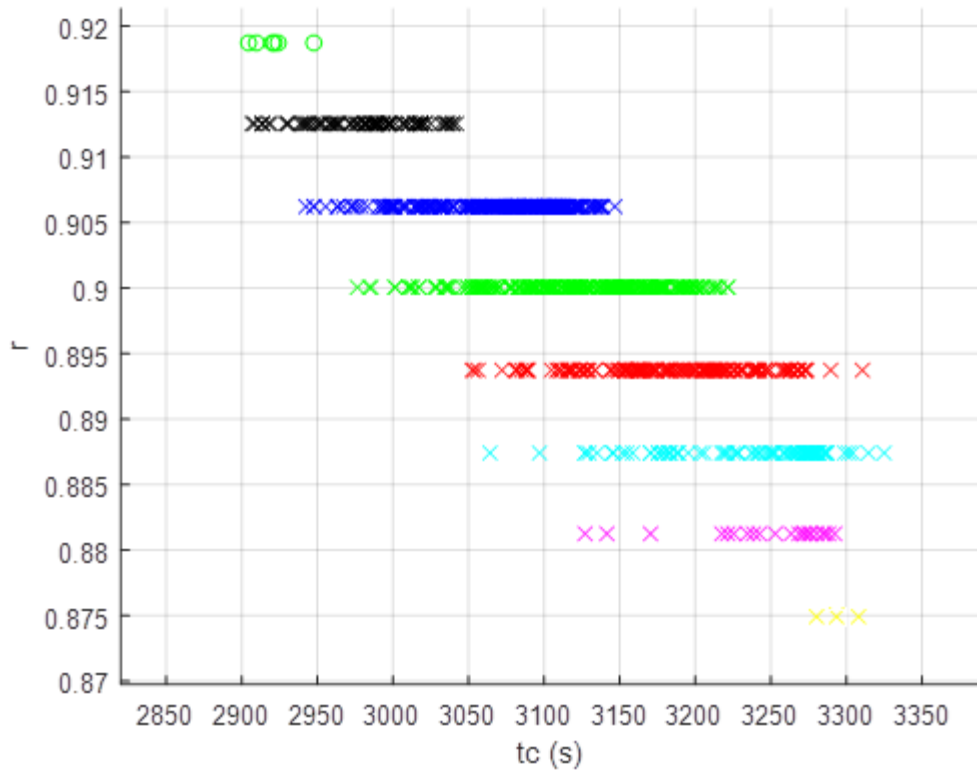
Στο Σχήμα 6.9 παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς που περιλαμβάνει την συνολική χωρητικότητα των πυκνωτών αντιστάθμισης που έχουν συνδεθεί στον υποσταθμό ΜΤ, τη χρονική στιγμή t_c που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Είναι εμφανές, ότι όλοι οι διαθέσιμοι πυκνωτές, έχουν επιστρατευτεί μέχρι τη στιγμή t_c σε κάθε επανάληψη της προσομοίωσης. Το γεγονός αυτό, δικαιώνει την νέα λογική ελέγχου των αυτόματων μηχανισμών ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών, δηλαδή την επιτήρηση της υψηλής τάσης V_2 αντί της αέργου ισχύος που διαρρέει τον υποσταθμό.

Ένα ακόμα ενδιαφέρον συμπέρασμα για τη συμπεριφορά του συστήματος μπορεί να εξαχθεί από το διάγραμμα διασποράς στο Σχήμα 6.10. Κατά τη χρονική στιγμή t_c , η

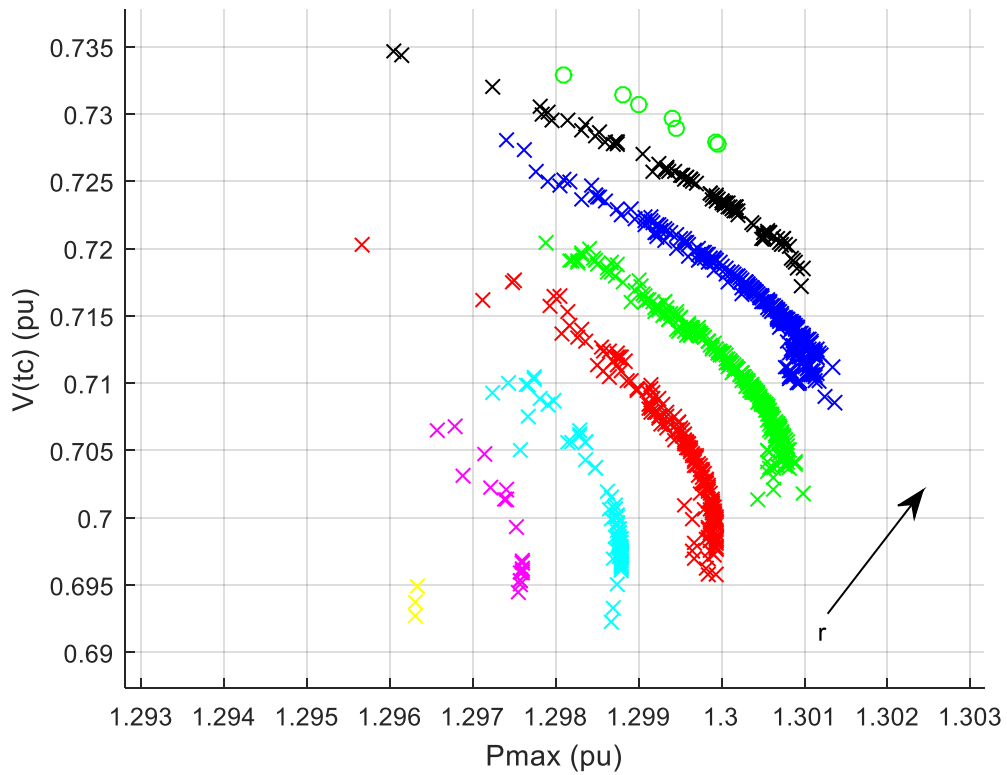
τάση του αιολικού πάρκου είναι διαρκώς ίση με 1.1αμ, σε κάθε επανάληψη της προσομοίωσης. Το γεγονός αυτό, οφείλεται στην εντολή μέγιστης αέργου υποστήριξης, η οποία βρίσκεται σε λειτουργία κάθε φορά που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς και οδηγεί την τάση V_w στην μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της. Βασική προϋπόθεση για τα παραπάνω, αποτελεί η τιμή του ρεύματος να είναι εντός ορίων, αφού σε διαφορετική περίπτωση ο περιοριστής ρεύματος θα προχωρούσε σε μείωση της τάσης προκειμένου να επανέλθει το ρεύμα σε επιθυμητά επίπεδα.

Στο Σχήμα 6.11 γίνεται φανερό, ότι στις προσομοιώσεις, ο μεταβλητός λόγος μετασχηματισμού του ΣΑΤΥΦ παίρνει οκτώ διακριτές τιμές κατά τη χρονική στιγμή t_c , εντός του διαστήματος $[0.875, 0.92]$. Όπως είναι λογικό, οι τιμές αυτές προσεγγίζουν το κάτω όριο του ΣΑΤΥΦ (0.8αμ), αφού στην προσπάθειά του να περιορίσει την πτώση τάσης στο ζυγό του υποσταθμού, αναγκάζεται να μειώνει τον λόγο μετασχηματισμού.

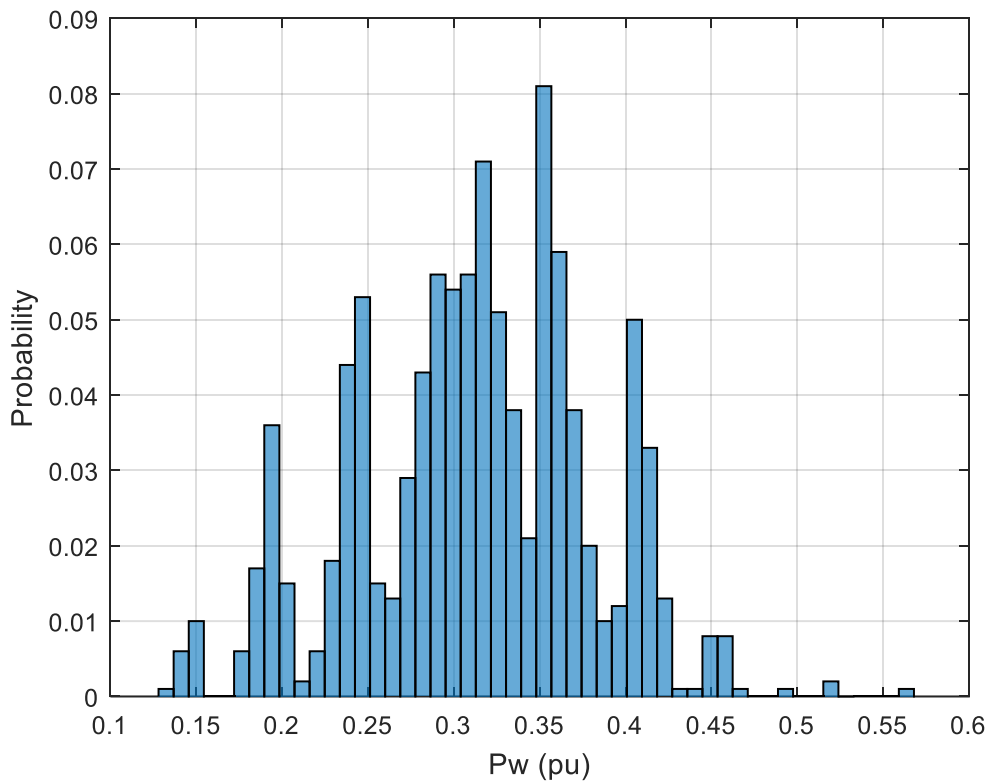
Το διάγραμμα διασποράς στο Σχήμα 6.12 απεικονίζει την μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ καθώς και την τάση στο φορτίο όταν αυτή επιτυγχάνεται, δηλαδή κατά τη χρονική στιγμή t_c . Τα σημεία του διαγράμματος, φαίνεται ότι ανήκουν σε καμπύλες, που θυμίζουν τις κλασικές καμπύλες P-V, ενώ σημειώνονται με διαφορετικό χρώμα ανάλογα με την τιμή του λόγου μετασχηματισμού r κατά τη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ που αντιστοιχεί σε καθένα από αυτά. Έτσι, κάθε θεωρητική καμπύλη, χαρακτηρίζεται από την αντίστοιχη τιμή του r , η τιμή του οποίου αυξάνεται κατά την κίνηση προς πάνω και δεξιά στο διάγραμμα. Δηλαδή, για μια συγκεκριμένη τιμή μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, μεγαλύτερη τιμή του r συνεπάγεται και αυξημένη τάση στο φορτίο, γεγονός που είναι λογικό, καθώς η ρύθμιση του ΣΑΤΥΦ βρίσκεται στο πρωτεύον του μετασχηματιστή. Επιπρόσθετα, για μια συγκεκριμένη τιμή του r , οι τιμές της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος κυμαίνονται εντός ενός στενού εύρους 0.003αμ. Τέλος, οι καμπύλες που παρουσιάστηκαν, θα αποδειχθούν σε επόμενη ενότητα και θεωρητικά με τη χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης.



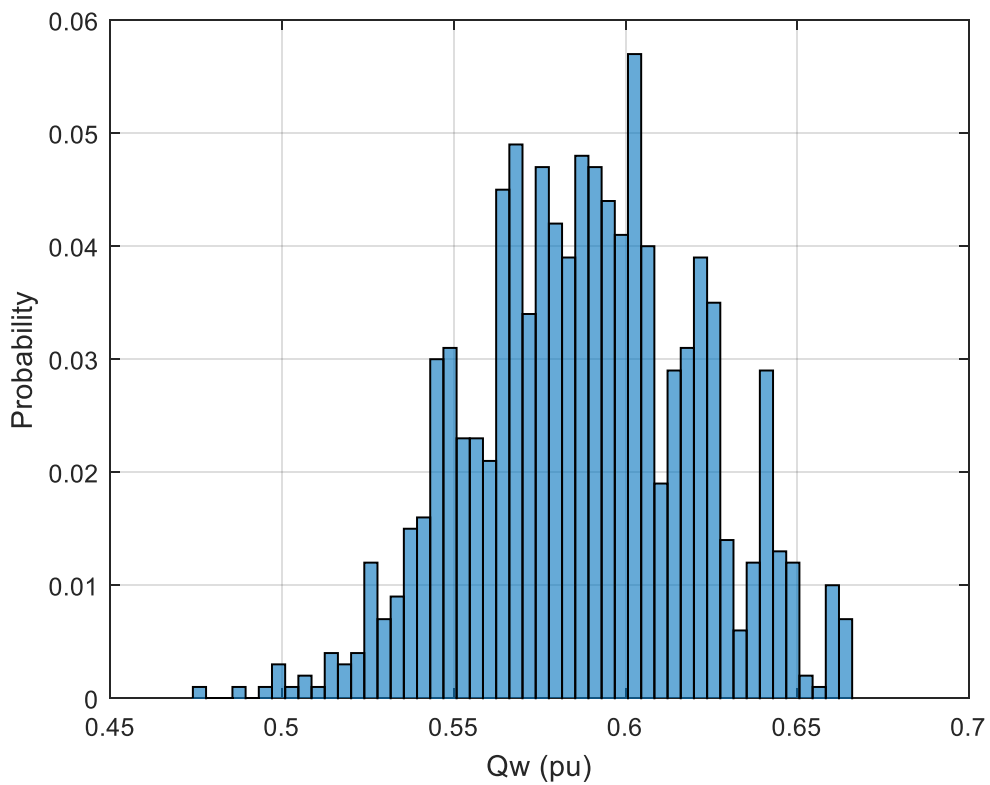
Σχήμα 6.11 Διάγραμμα Διασποράς Λόγου Μετασχηματισμού και Χρονικής Στιγμής t_c



Σχήμα 6.12 Διάγραμμα Διασποράς Τάσης Φορτίου και Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος



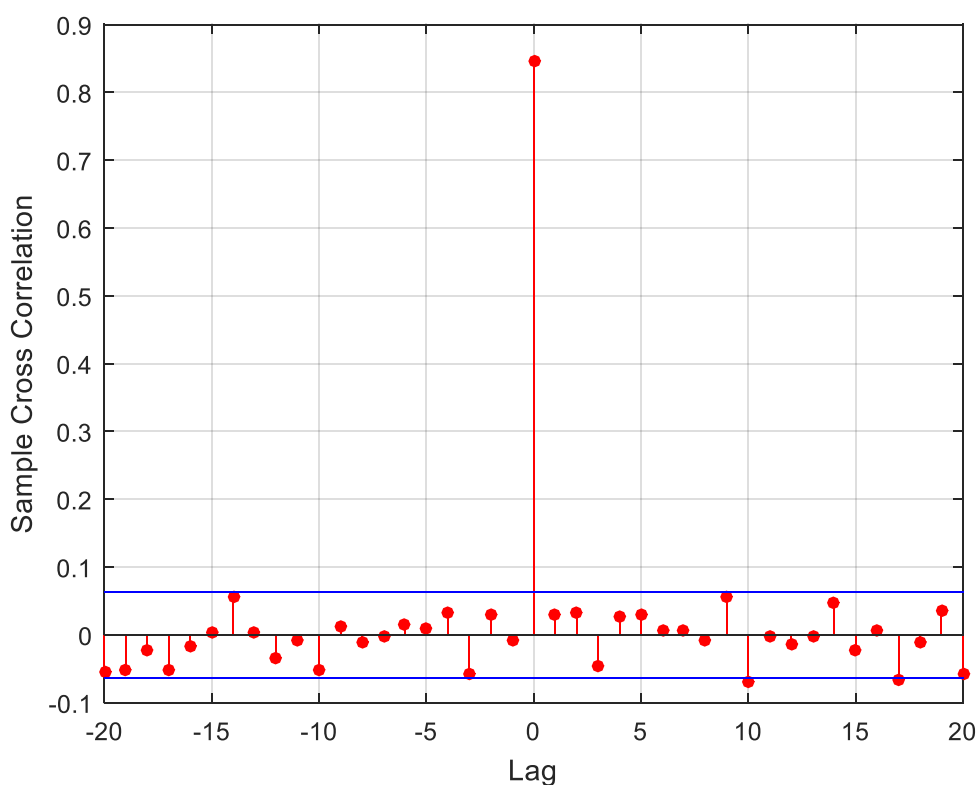
Σχήμα 6.13 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Αιολικής Παραγωγής στη ΜΜΙ



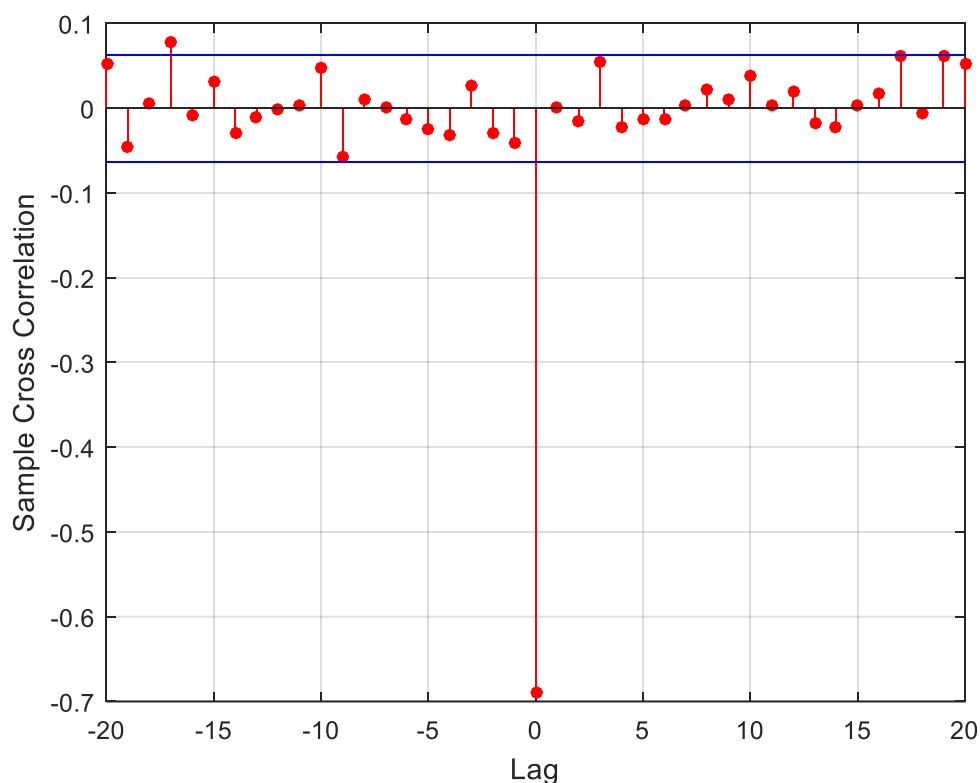
Σχήμα 6.14 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Αέργου Ισχύος Α/Π στη ΜΜΙ

Όσον αφορά την αιολική παραγωγή, στο Σχήμα 6.13 φαίνεται η κατανομή που ακολουθεί, τη χρονική στιγμή που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Εμφανίζει μεγαλύτερη πιθανότητα γύρω από την τιμή 0.325αμ, ενώ σε καμιά περίπτωση δεν ξεπερνά το 0.56αμ. Αντιθέτως, η άεργος ισχύς τη στιγμή t_c , παρουσιάζει υψηλότερες τιμές και κυμαίνεται κατά βάση κοντά στο 0.6αμ, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.14. Το γεγονός αυτό, οφείλεται στην εντολή μέγιστης αέργου υποστήριξης, που ενεργοποιείται πριν το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος και παραμένει σε λειτουργία όταν αυτό συναντάται, όπως σχολιάστηκε και στο διάγραμμα διασποράς της τάσης αιολικού πάρκου.

Προκειμένου να αναδειχθεί η επίδραση της ενεργού αλλά και της αέργου ισχύος του αιολικού πάρκου στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ, παρατίθενται τα διαγράμματα 6.15 και 6.16. Σε αυτά απεικονίζονται οι συντελεστές συσχέτισης των διανυσμάτων που περιέχουν τη μέγιστη ισχύ που μεταφέρεται στο φορτίο, καθώς και την ενεργό-άεργο παραγωγή την αντίστοιχη χρονική στιγμή. Όπως φαίνεται, η άεργος ισχύς παρουσιάζει πολύ υψηλή θετική συσχέτιση, σε αντίθεση με την ενεργό που επιδεικνύει σημαντικά αρνητική τιμή. Έτσι, αναδεικνύεται η αρνητική επίδραση που έχει η ενεργός παραγωγή του αιολικού πάρκου στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ, κάτι που επισημάνθηκε και στη δημοσίευση [51]. Σημειώνεται, ότι οι συντελεστές συσχέτισης για υστέρηση διαφορετική από μηδέν, παραμένουν εντός της νεκρής ζώνης και δεν παρουσιάζουν ενδιαφέρον από τη στιγμή που οι επαναλήψεις της προσομοίωσης είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.



Σχήμα 6.15 Συντελεστές Συσχέτισης Τιμών MMI και Αέργου Ισχύος Α/Π



Σχήμα 6.16 Συντελεστές Συσχέτισης Τιμών MMI και Ενεργού Ισχύος Α/Π

Στους πίνακες 6.6 και 6.7 παρατίθενται συγκριτικά αποτελέσματα για τα σενάρια χωρίς αιολικό πάρκο, λειτουργία μοναδιαίου συντελεστή ισχύος (UPF) και εντολής μέγιστης αέργου υποστήριξης (EMRS). Όταν η διεσπαρμένη παραγωγή βρίσκεται εκτός λειτουργίας, προκύπτει η ελάχιστη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Στην περίπτωση (a), παρατηρείται μια αύξηση αυτής κατά 7.68MW, η οποία οφείλεται κυρίως στον αυτόματο μηχανισμό ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών και αντιστοιχεί στο 64% της ονομαστικής τους αέργου ισχύος (12MVAR). Κατά την λειτουργία μέγιστης αέργου υποστήριξης (b), η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς αυξάνεται εκ νέου κατά 4.6MW, ποσότητα που αντιστοιχεί στο 24.3% της ονομαστικής δυνατότητας των ηλεκτρονικών ισχύος που χρησιμοποιούνται (18.9MVA) και οφείλεται στην άεργο ισχύ με την οποία το αιολικό πάρκο υποστηρίζει στο σύστημα. Τέλος, και στις δυο περιπτώσεις (a) και (b), το εύρος και τυπική απόκλιση σχεδόν ταυτίζονται, σε αντίθεση με τη μέση τιμή και τις ακραίες τιμές που είναι μεγαλύτερες όταν εφαρμόζεται η εντολή μέγιστης αέργου υποστήριξης.

Πίνακας 6.6 Μέση Τιμή Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος για Διαφορετικές Λειτουργίες Α/Π #1

Χωρίς Α/Π	UPF (a)	Αύξηση MMI	EMRS (b)	Αύξηση MMI
119.69MW	127.37MW	7.68MW (64% Qcap)	131.97MW	4.6MW (24.3% Sinv)

Πίνακας 6.7 Χαρακτηριστικά Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος για τις Λειτουργίες UPF και EMRS

P _{max} (MW)	UPF	EMRS
Μέση Τιμή (MW)	125.37	129.97
Τυπική Απόκλιση	0.1037	0.0968
Μέγιστη Τιμή (MW)	125.52	130.13
Ελάχιστη Τιμή (MW)	125.02	129.59

6.3 Σύγκριση Αποτελεσμάτων με το Θεωρητικό Μέγιστο

6.3.1 Κατάσθρωση και Επίλυση Προβλήματος Βελτιστοποίησης

Στην ενότητα αυτή επιχειρείται η θεωρητική ανάλυση και επαλήθευση των καμπυλών που φαίνεται να ακολουθούν τα σημεία του διαγράμματος διασποράς στο Σχήμα 6.12. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, επιλέγεται η κατάσθρωση και η επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης.

Στα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις της Ενότητας 6.2, παρατηρήθηκε ότι στο σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, πολλές μεταβλητές παρουσιάζουν μοναδική τιμή και συνεπώς μπορούν να θεωρηθούν ως σταθερές. Πιο συγκεκριμένα, σε όλα τα σενάρια που εξετάστηκαν, και οι τρεις βαθμίδες πυκνωτών είχαν συνδεθεί πριν το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος. Το ίδιο συνέβη και με την λειτουργία μέγιστης αέργου υποστήριξης, καθώς παρατηρήθηκε ότι η τάση του αιολικού πάρκου είχε σε κάθε επανάληψη τη μέγιστη τιμή της (1.1αμ). Συνεπώς, θα θεωρηθεί στη συνέχεια σταθερή τιμή για την αγωγιμότητα πυκνωτών $B_c = 0.12\alpha\mu$, όπως και για την τάση του πάρκου $V_w = 1.1\alpha\mu$.

Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου βελτιστοποίησης υπολογίζεται ένα σημείο των θεωρητικών καμπυλών. Για την παραγωγή μιας καμπύλης, ο μεταβλητός λόγος μετασχηματισμού r του ΣΑΤΥΦ λαμβάνει μια από της οκτώ διακριτές τιμές που παρατηρήθηκαν κατά την εκτέλεση των προσομοιώσεων. Επιπλέον, κάθε σημείο της εκάστοτε καμπύλης αναφέρεται σε μια διαφορετική τιμή ενεργού ισχύος P_w του αιολικού πάρκου, από 0 έως 1αμ, στα ονομαστικά μεγέθη του μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος, ή από 0 έως 0.189αμ σε βάση ισχύος $S_b = 100MVA$. Επομένως, σε κάθε εκτέλεση του αλγορίθμου τα μεγέθη r και P_w είναι σταθερά.

Το μέγεθος προς μεγιστοποίηση είναι η ενεργός ισχύς P_L που διαρρέει το φορτίο, η οποία είναι συνάρτηση πέντε μεταβλητών:

$$P_L = f(P_w, V_w, G, r, B_c) \quad (6.46)$$

Από τις μεταβλητές αυτές, οι τέσσερεις είναι σταθερές (P_w, V_w, r, B_c) και έτσι η ενεργός ισχύς P_L είναι συνάρτηση μόνο της ωμικής αγωγιμότητας του φορτίου G :

$$P_L = f(G) = I_L^2 \frac{1}{G} \quad (6.47)$$

Το πρόβλημα καταστρώνεται με χρήση των εξισώσεων (6.17)-(6.37) αφού πρώτα υπολογιστεί το ισοδύναμο Thevenin που φαίνεται από το ζυγό του αιολικού πάρκου.

Με την παραπάνω διαδικασία και με τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 6.1.3, το πρόβλημα έχει αναχθεί στη βελτιστοποίηση μη γραμμικής συνάρτησης μιας μεταβλητής, χωρίς περιορισμούς. Για όλες τις τιμές ενεργού ισχύος, προκύπτει η μέγιστη ισχύς για το φορτίο, καθώς και η αντίστοιχη τιμή του G για την οποία αυτή επιτυγχάνεται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται και για τις οκτώ διαφορετικές τιμές του μεταβλητού λόγου μετασχηματισμού r .

Για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Nelder-Mead [52], που βασίζεται στον αλγόριθμο Simplex, ενώ υλοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Η εύρεση του βέλτιστου σημείου εντός του προγράμματος πραγματοποιήθηκε με χρήση της εντολής `fminsearch`. Αρχική τιμή για τη μεταβλητή G θεωρήθηκε $G_0 = 2.5\alpha\mu$, καθώς από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων παρατηρήθηκε ότι η αγωγιμότητα του φορτίου κατά την μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ είναι κοντά στη συγκεκριμένη τιμή.

6.3.2 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

Στο Σχήμα 6.17 παρατίθενται οι καμπύλες που προέκυψαν από τον αλγόριθμο. Η μορφή τους είναι παρόμοια με αυτή που παρατηρήθηκε στο διάγραμμα διασποράς της προηγούμενης ενότητας.

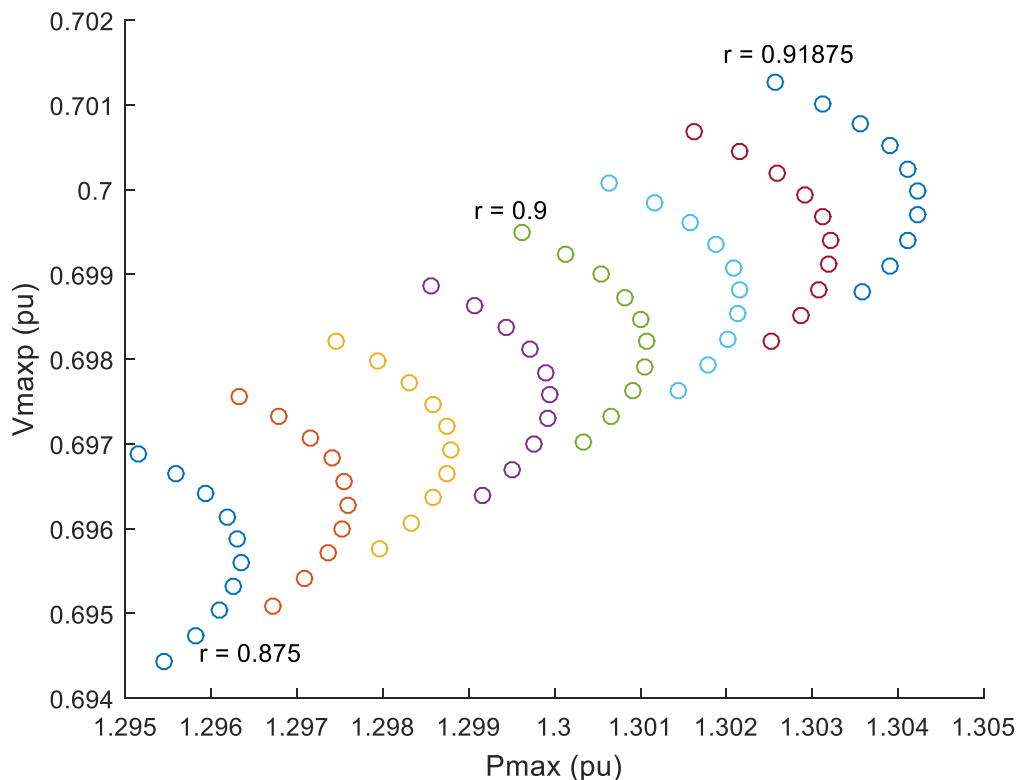
Όσο μεγαλώνει η τιμή του μεταβλητού λόγου μετασχηματισμού r , οι παραγόμενες καμπύλες μετακινούνται προς πάνω και δεξιά. Η μέγιστη ισχύς που υπολογίζεται είναι αρκετά κοντά στην αντίστοιχη της προσομοίωσης, ωστόσο υπάρχει απόκλιση στην τάση φορτίου κατά τη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ, η οποία οφείλεται στις αυξημένες τιμές αγωγιμότητας φορτίου που προκύπτουν από τη βελτιστοποίηση.

Στο Σχήμα 6.18 παρουσιάζονται η θεωρητική καμπύλη για λόγο μετασχηματισμού ίσο με $0.9\alpha\mu$ καθώς και τα αντίστοιχα σημεία που προέκυψαν από την πιθανοτική προσομοίωση του συστήματος. Όπως φαίνεται, ότι ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης υπολογίζει συστηματικά χαμηλότερες τιμές τάσης φορτίου V_{maxp} σε συνθήκες μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος.

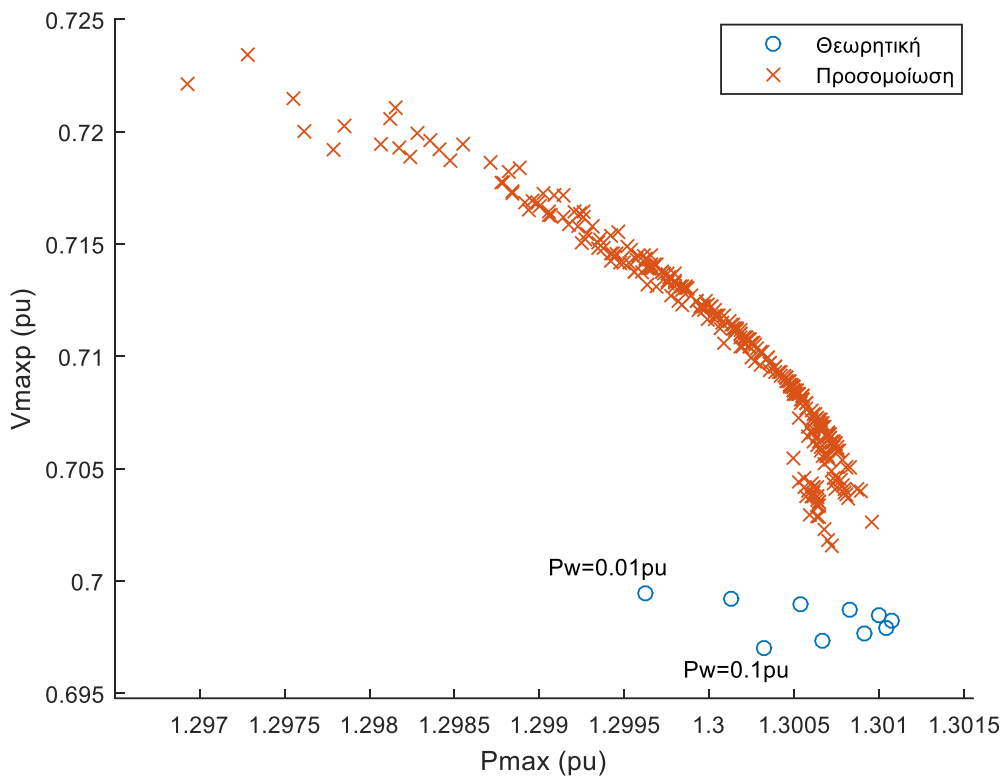
Τα σχήματα 6.19 και 6.20, περιέχουν συγκριτικά διαγράμματα διασποράς για την μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ καθώς και την ενεργό ισχύ του αιολικού πάρκου την αντίστοιχη χρονική στιγμή. Τα σημεία που αναγράφονται με κόκκινο χρώμα προέρχονται από τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης, ενώ τα αντίστοιχα με πράσινο από εκείνα της προσομοίωσης. Κάθε διάγραμμα αντιστοιχεί σε διαφορετική τιμή του μεταβλητού λόγου μετασχηματισμού r . Όπως είναι φανερό, η μέγιστη

μεταφερόμενη ισχύς για κάθε τιμή αιολικής παραγωγής που προκύπτει από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης, είναι ίση ή μεγαλύτερη συγκριτικά με την αντίστοιχη που απορρέει από την προσομοίωση του συστήματος.

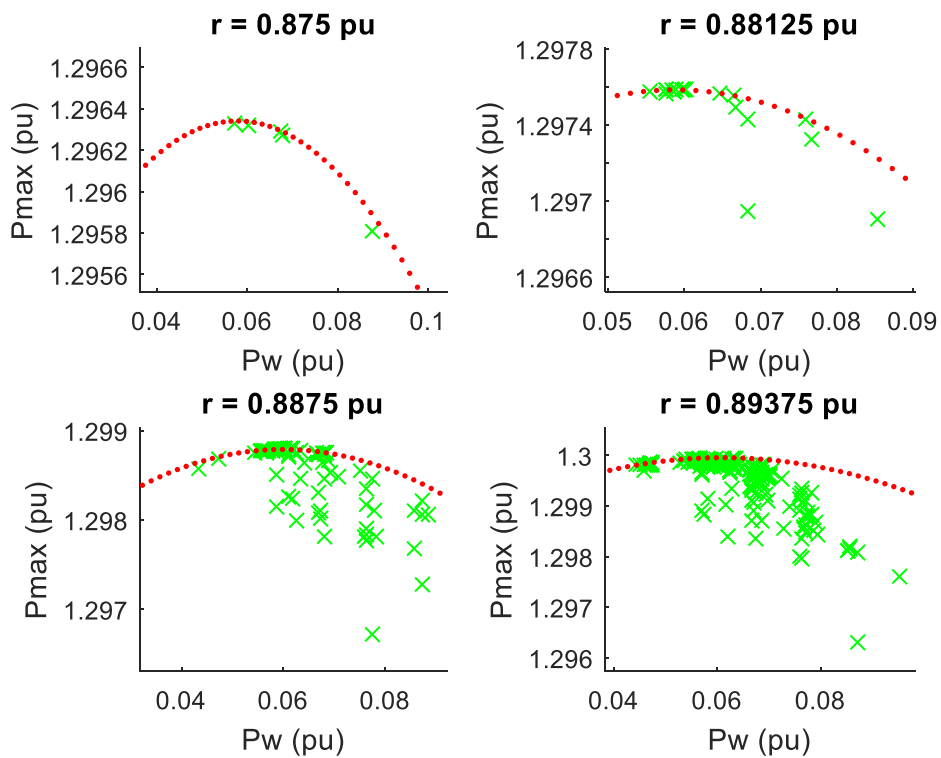
Τα σχήματα 6.21 και 6.22 περιλαμβάνουν συγκριτικά διαγράμματα διασποράς για την τιμή της αγωγιμότητας φορτίου G_{maxp} τη στιγμή που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς καθώς και την αντίστοιχη αιολική παραγωγή P_w . Τα σημεία που αναγράφονται με κόκκινο χρώμα προέρχονται από τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης, ενώ τα αντίστοιχα με πράσινο από εκείνα της προσομοίωσης. Γίνεται αντιληπτό ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης οδηγεί για κάθε τιμή αιολικής παραγωγής σε μεγαλύτερη ή ίση τιμή αγωγιμότητας φορτίου G_{maxp} , σε σχέση με την πιθανοτική προσομοίωση. Από την στιγμή που οι δυο προσεγγίσεις δίνουν πολύ κοντινές τιμές μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος και από την βελτιστοποίηση προκύπτουν μεγαλύτερες τιμές αγωγιμότητας συμπεραίνεται ότι το ρεύμα που διαρρέει το φορτίο είναι μικρότερο στην πιθανοτική προσομοίωση. Λόγω αυτού η πτώση τάσης είναι μικρότερη και έτσι δικαιολογούνται οι μεγαλύτερες τιμές τάσης φορτίου κατά την μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ.



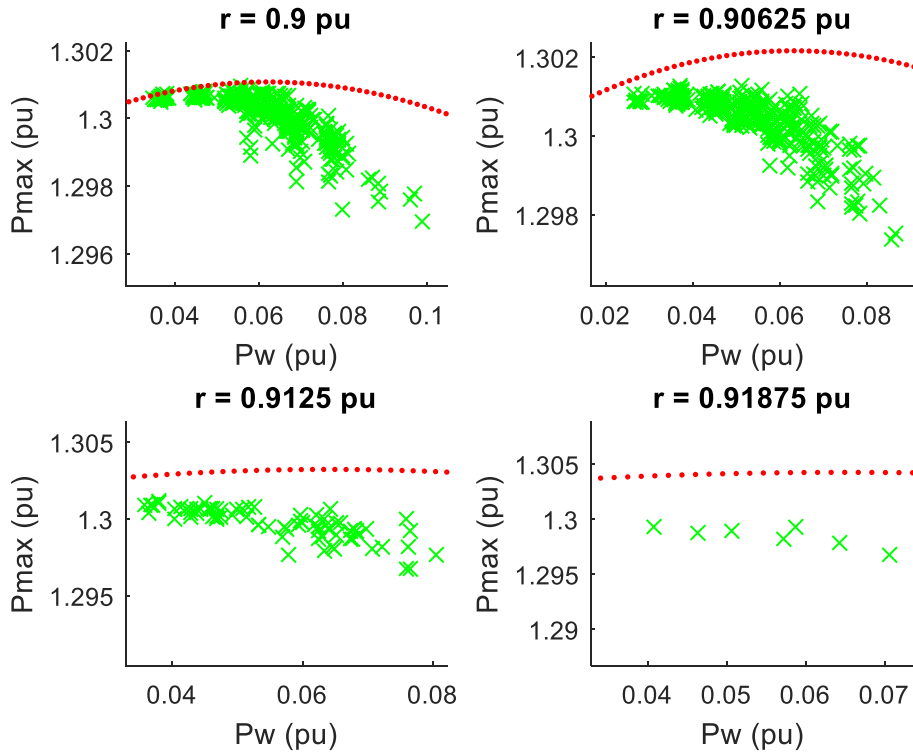
Σχήμα 6.17 Καμπύλες Τάσης και Ισχύς Φορτίου Αλγορίθμου Βελτιστοποίησης



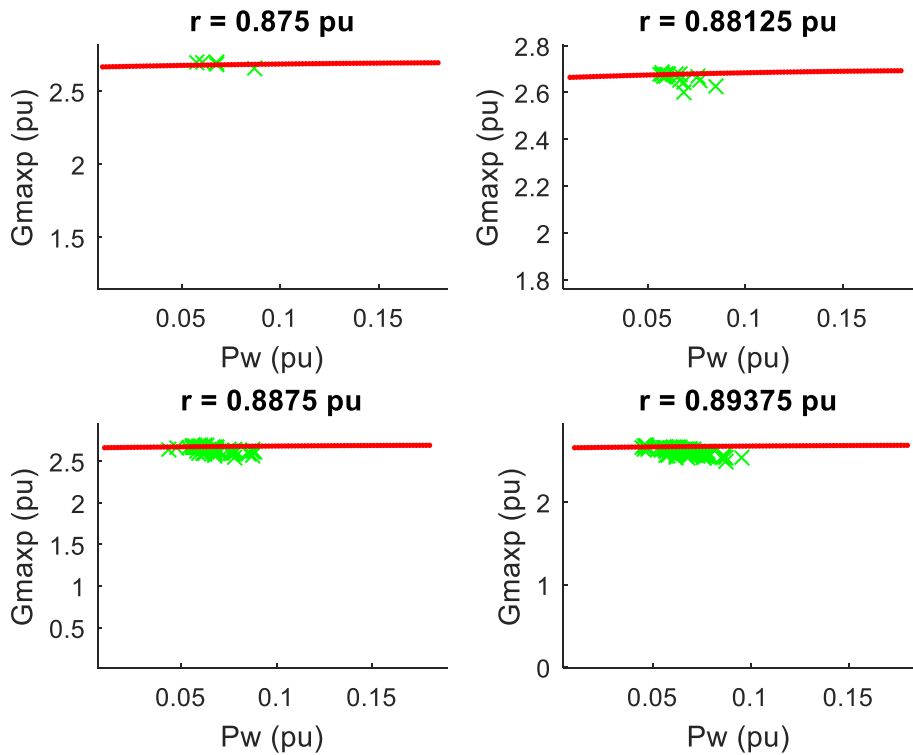
Σχήμα 6.18 Συγκριτικό Διάγραμμα Αποτελεσμάτων Προσομοίωσης και Βελτιστοποίησης για $r = 0.9\text{pu}$



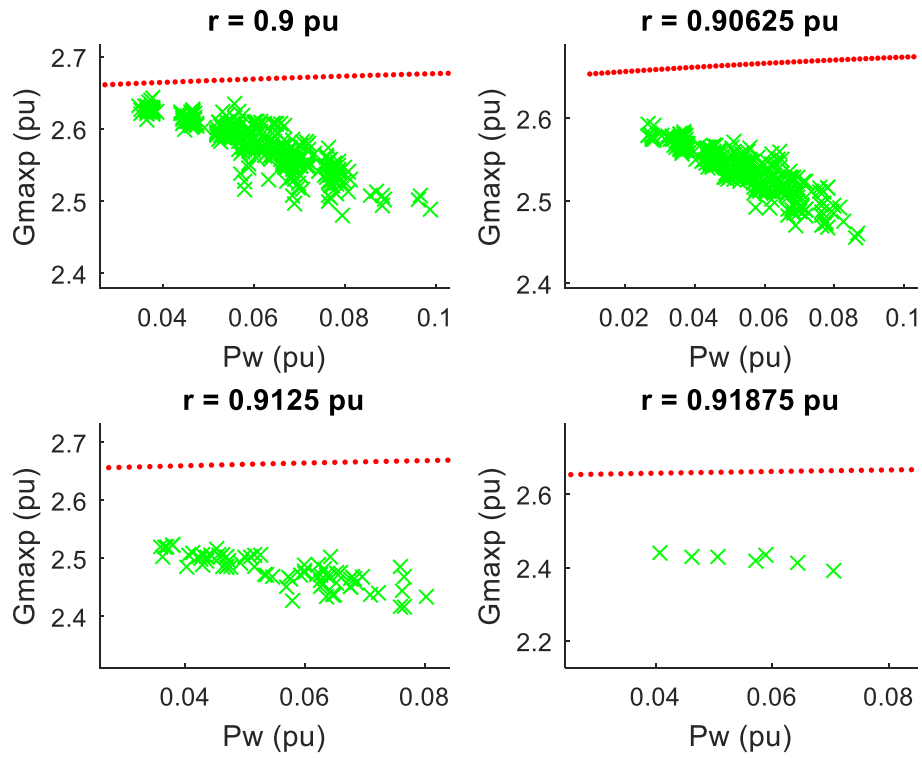
Σχήμα 6.19 Διαγράμματα Διασποράς MMI και Ενεργού Ισχύος Α/Π για Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης και Προσομοιώσεων (α)



Σχήμα 6.20 Διαγράμματα Διασποράς ΜΜΙ και Ενεργού Ισχύος Α/Π για Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης και Προσομοιώσεων (β)



Σχήμα 6.21 Διαγράμματα Διασποράς ΜΜΙ και Αγωγιμότητας Φορτίου για Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης και Προσομοιώσεων (α)



Σχήμα 6.22 Διαγράμματα Διασποράς ΜΜΙ και Αγωγιμότητας Φορτίου για Αλγόριθμο Βελτιστοποίησης και Προσομοιώσεων (β)

Πιθανοτική Προσομοίωση Δικτύου Δοκιμών Α/Π #2

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, αφού αναλυθούν ορισμένα θέματα ευστάθειας σε ένα σύστημα που περιλαμβάνει διεσπαρμένη παραγωγή, πραγματοποιείται πιθανοτική προσομοίωση του συστήματος δοκιμών κάτω από δυσμενείς συνθήκες δικτύου μεταφοράς για περιπτώσεις ευσταθούς και ασταθούς λειτουργίας του μετατροπέα. Τα αποτελέσματα αναλύονται στατιστικά προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση της μεταβλητής παραγωγής ενός αιολικού πάρκου στο σύστημα.

7.1 Ευστάθεια Συστήματος με Διεσπαρμένη Παραγωγή

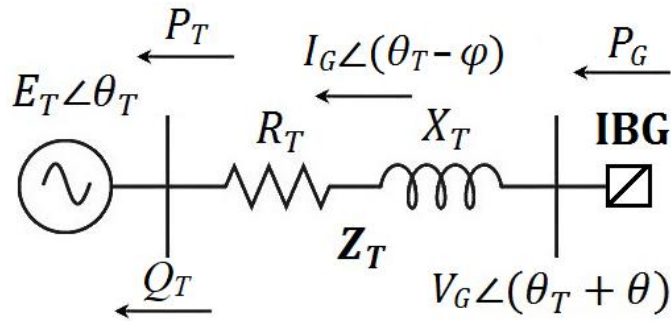
7.1.1 Όριο Ευστάθειας

Στο Σχήμα 7.1 φαίνεται ένα σύστημα δυο ζυγών, το οποίο αποτελείται από μια γεννήτρια συνδεδεμένη με πλήρη μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος (Inverter-Based Generator –IBG) καθώς και την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση και τάση Thevenin του συστήματος με το οποίο συνδέεται [20]. Στο Σχήμα 7.1, η γωνία του συντελεστή ισχύος παριστάνεται με φ ενώ η διαφορά φάσης της τάσης V_G του μετατροπέα με την ισοδύναμη τάση Thevenin E_T συμβολίζεται με θ . Η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση Thevenin συμβολίζεται με Z_T , ενώ η γωνία απωλειών της Z_T είναι:

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{R_T}{Z_T}\right) \quad (7.1)$$

Η ενεργός ισχύς P_G που παράγεται από την γεννήτρια IBG είναι [53]:

$$P_G = \frac{E_T V_G}{Z_T} \sin(\theta - \beta) + \frac{V_G^2}{Z_T^2} R_T \quad (7.2)$$



Σχήμα 7.1 Ισοδύναμο Thevenin από τον Ζυγό του Μετατροπέα

Για σταθερή τάση V_G και σύνθετη αντίσταση Thevenin, η ενεργός ισχύς της γεννήτριας μεγιστοποιείται όταν το ημίτονο στην Εξίσωση (7.2) γίνει ίσο με τη μονάδα. Έτσι, η μέγιστη ενεργός ισχύς όταν ο μετατροπέας της γεννήτριας ελέγχει την τάση του ζυγού που συνδέεται, επιτυγχάνεται για γωνία:

$$\theta_{max P_G} = \frac{\pi}{2} + \beta \quad (7.3)$$

Η μέγιστη ενεργός ισχύς ισούται με:

$$P_{Gmax} = \frac{E_T V_G}{Z_T} + \frac{V_G^2}{Z_T^2} R_T \quad (7.3)$$

Έτσι, ενώ ο μετατροπέας ελέγχει την γωνία της τάσης V_G προκειμένου να εξάγει την παραγόμενη ισχύ, σε περίπτωση που η ισχύς P_G ξεπεράσει το όριο που ορίζεται από τη σχέση (7.3), το σύστημα θα οδηγηθεί σε αστάθεια και ο μετατροπέας θα αποσυνδεθεί. Σημειώνεται ότι η μέγιστη ισχύς P_{Gmax} μπορεί να μειωθεί λόγω κάποιας διαταραχής στο σύστημα όπως πχ απώλεια γραμμή μεταφοράς.

Η ενεργός ισχύς P_T που εγχέεται στον ζυγό της ισοδύναμης πηγής τάσης Thevenin θα είναι ίση με [53]:

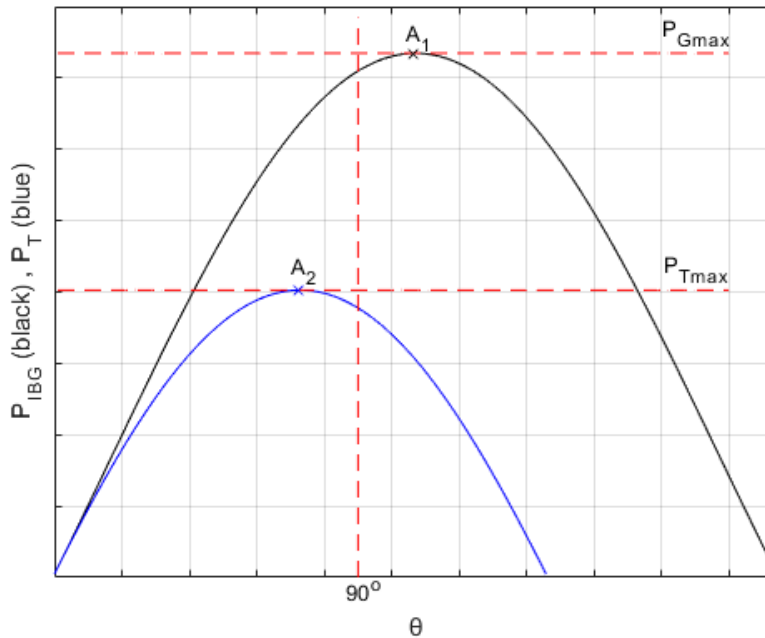
$$P_T = \frac{E_T V_G}{Z_T} \sin(\theta + \beta) - \frac{E_T^2}{Z_T^2} R_T \quad (7.4)$$

Συγκεκριμένα, η ενεργός ισχύς της σχέσης (7.4) μεγιστοποιείται πριν το όριο ευστάθειας της (7.3) και για γωνία:

$$\theta_{max P_T} = \frac{\pi}{2} - \beta \quad (7.5)$$

Έτσι, προτού ξεπερασθεί το όριο ευστάθειας της ενεργού παραγωγής (7.3), η εξαγόμενη ενεργός ισχύς στο δίκτυο έχει ήδη ξεπεράσει το σημείο μεγιστοποίησης (7.5) με αποτέλεσμα η επιπλέον ισχύς να αυξάνει απλά τις απώλειες. Η συγκεκριμένη αστάθεια δεν αναμένεται συνεπώς να παρουσιασθεί σε ένα δίκτυο υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας, αφού προκύπτει για μη πρακτικές τιμές της γωνίας θ .

Στο Σχήμα 7.2 αναπαρίσταται η ενεργός ισχύς του μετατροπέα καθώς και η ενεργός ισχύς που μεταφέρεται στο δίκτυο, ως συναρτήσεις της γωνίας θ . Το σημείο A_1 αντιπροσωπεύει το όριο ευστάθειας (7.3) για την P_G , ενώ το σημείο A_2 το όριο μεταφοράς (7.5) για την P_T . Είναι φανερό, ότι προτού εμφανιστεί το όριο ευστάθειας (7.3), η εξαγόμενη στο δίκτυο ισχύς P_T έχει ήδη ξεπεράσει το όριο (7.5).



Σχήμα 7.2 Ενεργός Ισχύς Μετατροπέα και Μεταφερόμενη Ισχύς ως Συνάρτηση της Διαφοράς Φάσης θ των Τάσεων

7.1.2 Όριο Ευστάθειας υπό Σταθερό Ρεύμα

Όταν ο μετατροπέας χρησιμοποιείται για να ελέγχει την τερματική τάση της γεννήτριας, είναι πιθανό κάτω από δυσμενείς συνθήκες λειτουργίας, η αυξημένη απαίτηση αέργου παραγωγής για τη στήριξη της τάσης να οδηγήσει σε τιμές ρεύματος που υπερβαίνουν τις ονομαστικές. Στην περίπτωση αυτή, ο μετατροπέας θα λειτουργήσει υπό σταθερό ρεύμα ίσο με το ονομαστικό, έτσι ώστε να αποφύγει τον κίνδυνο υπερθέρμανσης.

Σε συνθήκες λειτουργίας υπό σταθερό ρεύμα, η ενεργός ισχύς P_T που μεταφέρεται στο ισοδύναμο Thevenin είναι:

$$P_T = E_T I_G \cos \varphi \quad (7.6)$$

Όπου φ η γωνία συντελεστή ισχύος μεταξύ του διανύσματος του ρεύματος μετατροπέα I_G και της ισοδύναμης τάσης Thevenin E_T .

Η παραγόμενη από τη γεννήτρια ενεργός ισχύς P_G καλύπτει και τις απώλειες στην ωμική αντίσταση R_T :

$$P_G = E_T I_G \cos \varphi + I_G^2 R_T \quad (7.7)$$

Επομένως, κατά την λειτουργία με σταθερό ρεύμα, η μέγιστη παραγόμενη ενεργός ισχύς παρατηρείται για μοναδιαίο συντελεστή ισχύος στο ισοδύναμο Thevenin, δηλαδή για $\cos \varphi = 1$. Θεωρώντας ότι το ρεύμα είναι ίσο με την οριακή τιμή του I^{lim} , η μέγιστη αυτή ισχύς θα είναι:

$$P_G^{lim} = I^{lim} (E_T + I^{lim} R_T) \quad (7.8)$$

Εάν η ενεργός ισχύς ξεπεράσει το όριο (7.8), ανεξάρτητα από το είδος του ελέγχου που χρησιμοποιείται, το σύστημα οδηγείται σε αστάθεια.

Στην περίπτωση που ο μετατροπέας λειτουργεί ως πηγή τάσης (Voltage Source Converter –VSC), όταν ο περιοριστής ρεύματος είναι ενεργός η τάση V_G ελέγχεται προκειμένου να διατηρηθεί το ρεύμα κάτω από το όριο I^{lim} . Όσο η παραγόμενη ενεργός ισχύς διατηρείται κάτω από το όριο P_G^{lim} , μείωση της τάσης V_G συνεπάγεται μείωση της αέργου ισχύος και συνεπώς μείωση του ρεύματος. Ωστόσο, εάν ξεπεραστεί το όριο P_G^{lim} , η ρυθμιζόμενη τάση δεν μπορεί να διατηρήσει πλέον το ρεύμα εντός ορίων, το οποίο αυξάνεται ανεξαρτήτως ρύθμισης. Ο μηχανισμός αυτός αστάθειας μπορεί να διατυπωθεί με την ακόλουθη συνθήκη ευαισθησίας:

$$\frac{\partial I_G}{\partial V_G} = 0 \quad (7.9)$$

Η συνθήκη (7.9) είναι ισοδύναμη με την (7.8) όπως αποδεικνύεται στην αναφορά [20].

7.2 Περιγραφή Προσομοίωσης και Διαχωρισμός Σεναρίων Αιολικής Παραγωγής

Η προσομοίωση του συστήματος για το αιολικό πάρκο #2 πραγματοποιείται με ανάλογο τρόπο με αυτόν που περιγράφηκε στην Ενότητα 6.2.1.2. Η χρονική περίοδος της προσομοίωσης είναι ίση με 1 δευτερόλεπτο. Σε κάθε χρονικό βήμα επιλύονται οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος, θεωρώντας δεδομένες τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης V_w, r, B_c . Η ενεργός παραγωγή του αιολικού πάρκου P_w και η αγωγιμότητα του φορτίου G λαμβάνονται ως είσοδοι του προγράμματος, με την πρώτη να προκύπτει από το μοντέλο Markov που αναπτύχθηκε και την δεύτερη να προέρχεται από την ράμπα φορτίου που εφαρμόζεται στο σύστημα.

Κάθε φορά που παραβιάζεται το όριο μέγιστου επιτρεπόμενου ρεύματος, ενεργοποιείται ο περιοριστής ρεύματος, σύμφωνα με τον οποίο μειώνεται η τάση V_w του αιολικού πάρκου χωρίς να αλλάζει το χρονικό βήμα της προσομοίωσης, έως ότου

επανέλθει το ρεύμα σε επιθυμητά επίπεδα. Ακολούθως, επιλύεται η εξίσωση λειτουργίας του ΣΑΤΥΦ, μέσω του ελέγχου της τάσης διανομής V_2 . Αυτό γίνεται μονάχα μια φορά σε κάθε χρονικό βήμα της προσομοίωσης. Αφού ολοκληρωθούν οι ενέργειες του ΣΑΤΥΦ, επιλύονται εκ νέου οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος.

Τέλος, επιλύεται η εξίσωση λειτουργίας του αυτόματου μηχανισμού ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών, μέσω του ελέγχου της υψηλής τάσης V_1 . Το βήμα αυτό πραγματοποιείται μόνο μια φορά σε κάθε χρονική στιγμή της προσομοίωσης. Στην συνέχεια, επιλύονται για τελευταία φορά οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος και ολοκληρώνεται μια περίοδος της προσομοίωσης.

Όπως και στις προσομοιώσεις του Κεφαλαίου 6, εφαρμόζεται η λειτουργία Έκτακτης Υποστήριξης Μέγιστης Αέργου Ισχύος (EMRS). Για την ενεργοποίησή της απαιτείται ένα διακριτό σήμα που ζητά μέγιστη άεργο υποστήριξη το οποίο στέλνεται σε περίπτωση που η υψηλή τάση V_1 του υποσταθμού πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο V_1^{lim} . Όταν το σήμα αέργου υποστήριξης ληφθεί από το αιολικό πάρκο, η ελεγχόμενη τάση V_w παίρνει την μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της V_w^{lim} . Σημειώνεται ακόμη, ότι τίθεται μια χρονική καθυστέρηση δέκα δευτερολέπτων από τη στιγμή που εντοπισθεί παραβίαση του ορίου V_1^{lim} , προκειμένου να εξασφαλιστεί ότι ενδεχόμενες μεταβολές της τάσης V_1 που επανέρχονται εντός ορίου, δεν ενεργοποιούν τον έλεγχο μέγιστης αέργου υποστήριξης.

Σε αντίθεση με το αιολικό πάρκο #1 που προσομοιώθηκε στο Κεφάλαιο 6, το αποτέλεσμα της προσομοίωσης για το αιολικό πάρκο #2 εξαρτάται σημαντικά από την χρονοσειρά αιολικής παραγωγής. Η χρονοσειρά αυτή προκύπτει από εφαρμογή του βέλτιστου μοντέλου Markov που βρέθηκε στην Ενότητα 4.4, 20 καταστάσεων και υστέρησης δεύτερης τάξης $L = 2$.

Το σύστημα προσομοιώθηκε για 5000 διαφορετικές χρονοσειρές αιολικής παραγωγής προκειμένου να γίνει διαχωρισμός σε δυο κατηγορίες ανάλογα με το εάν προκύπτει αστάθεια στο μετατροπέα για λειτουργία σταθερού ρεύματος (Ενότητα 7.1.2). Η αστάθεια αυτή εντοπίζεται με βάση την σχέση (7.9), δηλαδή σε περίπτωση που σε μια προσομοίωση η ευαισθησία ρεύματος προς τάση μηδενιστεί ή πάρει αρνητική τιμή, θεωρείται ότι η συγκεκριμένη προσομοίωση αντιστοιχεί σε ασταθή λειτουργία του μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος.

Έπειτα, πραγματοποιείται πρώτα η προσομοίωση για τα σενάρια στα οποία δεν συναντάται αστάθεια στον μετατροπέα και στην συνέχεια για τα υπόλοιπα, έτσι ώστε να υλοποιηθεί στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων ξεχωριστά για τις δυο κατηγορίες σεναρίων αιολικής παραγωγής. Στη δεύτερη περίπτωση, αναπτύσσεται ένας μηχανισμός πρόβλεψης και αντιμετώπισης της συγκεκριμένης μορφής αστάθειας.

Σημειώνεται, ότι από τα 5000 σενάρια που προσομοιώθηκαν μόνο στα 153 δεν παρατηρήθηκε αστάθεια στον μετατροπέα. Ο αυξημένος αριθμός σεναρίων (4847)

στα οποία προέκυψε αστάθεια στον μετατροπέα δικαιολογείται από το γεγονός ότι το σύστημα προσομοιώνεται σε εξαιρετικά δυσμενείς συνθήκες.

Η αρχικοποίηση του δικτύου παρουσιάστηκε στην Ενότητα 6.1.3 και φαίνεται στον Πίνακα 6.4. Οι λειτουργίες των διαφόρων διατάξεων παραμένουν όπως περιγράφηκαν στην Ενότητα 6.1.2.

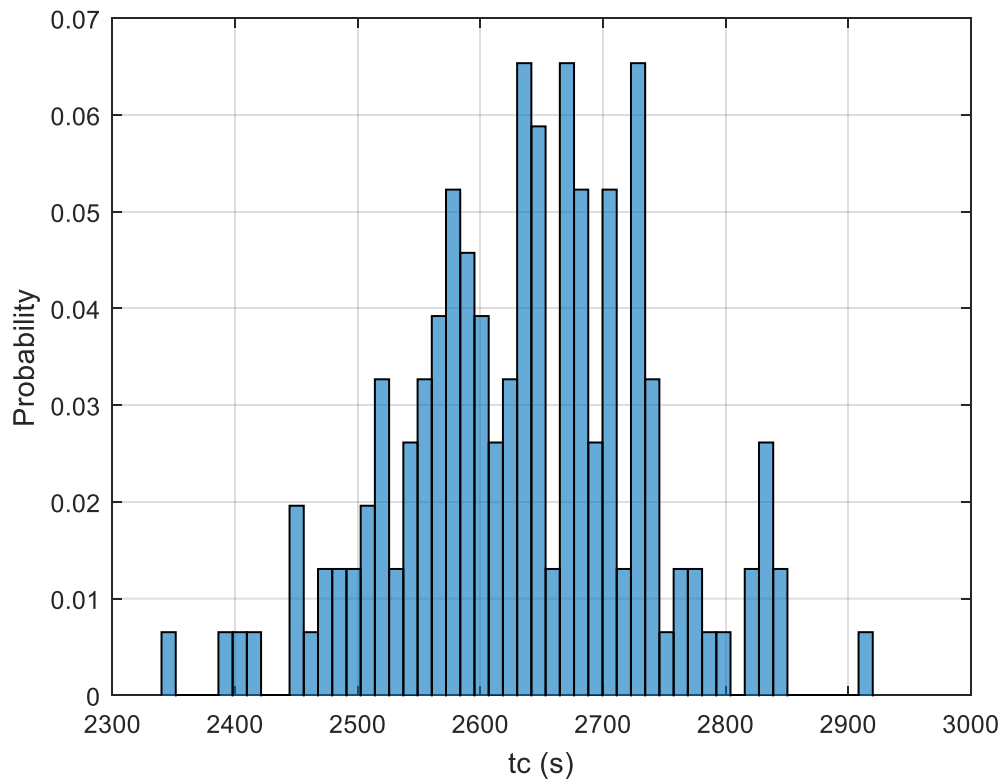
7.3 Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων για Σενάρια Ευσταθούς Λειτουργίας Μετατροπέα

Κάθε επανάληψη της προσομοίωσης χαρακτηρίζεται από τη χρονική στιγμή κατά την οποία επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς στο φορτίο και συμβολίζεται με t_c . Στο Σχήμα 7.3 αναπαρίσταται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της χρονικής στιγμής t_c . Όπως φαίνεται, οι μεγαλύτερες πιθανότητες συγκεντρώνονται στο διάστημα [2550s,2750s]. Ακόμη, αναδεικνύεται η επίδραση που έχει η μεταβαλλόμενη αιολική παραγωγή στην χρονική στιγμή t_c , καθώς αυτή παίρνει τιμές εντός διαστήματος εύρους σχεδόν 600 δευτερολέπτων. Σημειώνεται ότι εφαρμόζεται ράμπα αγωγιμότητας φορτίου σταθερού ρυθμού και επομένως ο χρόνος της προσομοίωσης συνδέεται με την αγωγιμότητα φορτίου σύμφωνα με τη σχέση (6.45).

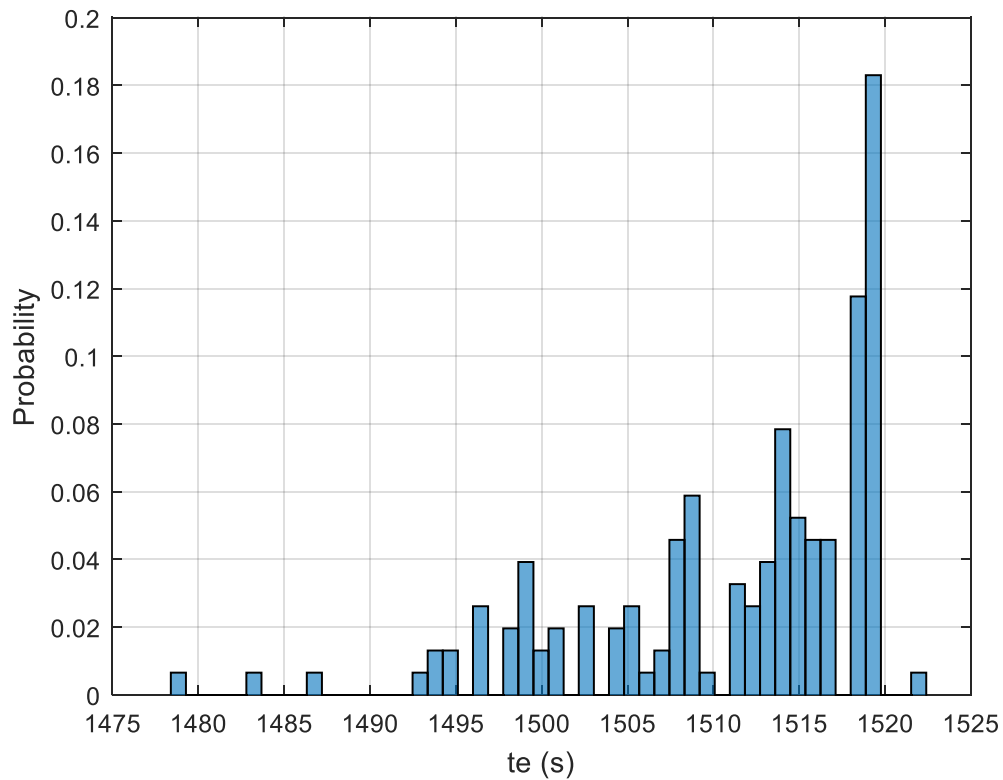
Όσον αφορά τη χρονική στιγμή κατά την οποία ενεργοποιείται η λειτουργία μέγιστης αέργου υποστήριξης (EMRS) που περιγράφηκε στην Ενότητα 6.1.2.3, η οποία συμβολίζεται ως t_e , φαίνεται από το Σχήμα 7.4 ότι κυμαίνεται εντός εύρους 20 δευτερολέπτων, μεταξύ 1500s και 1520s. Η πιθανότητα να βρεθεί εκτός αυτού του διαστήματος είναι πολύ μικρή.

Στο Σχήμα 7.5 φαίνονται οι καμπύλες PV των προσομοιώσεων, οι οποίες είναι μεταξύ τους παρόμοιες. Οι χρονικές στιγμές σύζευξης των πυκνωτών και σήματος EMRS δεν διαφέρουν ιδιαίτερο σε κάθε προσομοίωση. Τα σημεία μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος σημειώνονται με κόκκινους σταυρούς. Στο Σχήμα 7.6 παρίσταται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των σημείων αυτών P_{max} . Οι τιμές μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος παρουσιάζουν ιδιαίτερα μικρό εύρος και περιορίζονται εντός του διαστήματος [1.43αμ,1.443αμ]. Με άλλα λόγια, η μεταβλητή παραγωγή του αιολικού πάρκου δεν διαφοροποιεί σημαντικά την τιμή της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, αλλάζει όμως την αγωγιμότητα του φορτίου στην αντίστοιχη χρονική στιγμή.

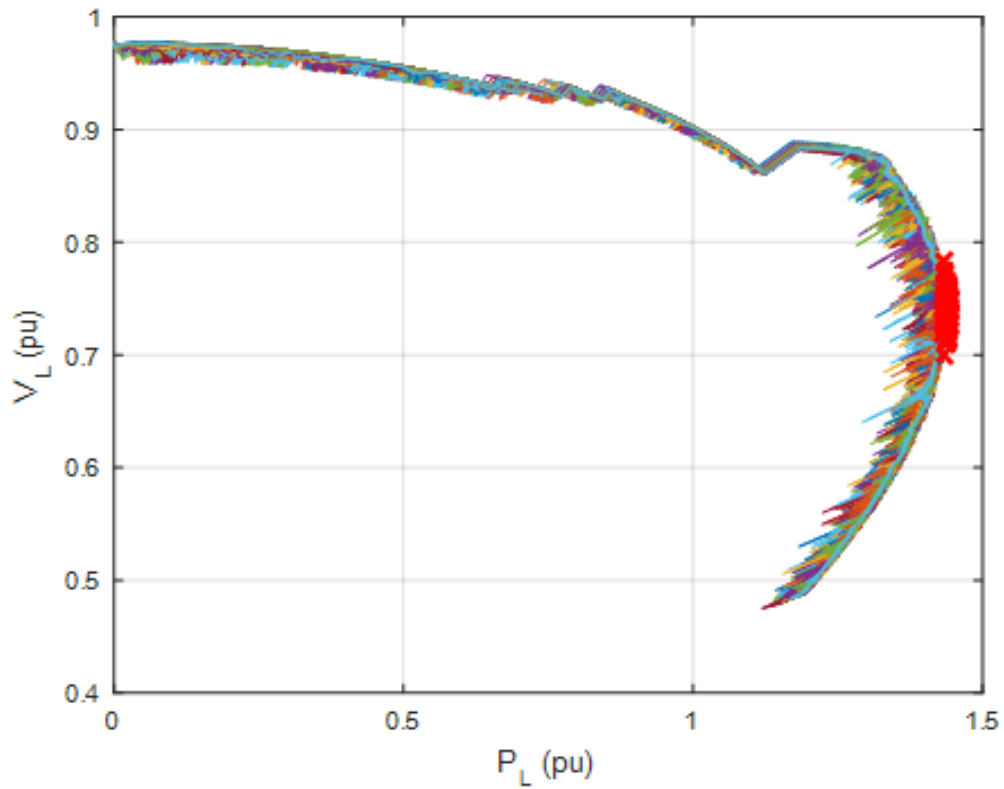
Στο Σχήμα 7.7 παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς που περιλαμβάνει την συνολική χωρητικότητα των πυκνωτών αντιστάθμισης που έχουν συνδεθεί στον υποσταθμό MT, τη χρονική στιγμή t_c που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Είναι εμφανές, ότι όλοι οι διαθέσιμοι πυκνωτές, έχουν συνδεθεί μέχρι τη στιγμή t_c σε κάθε επανάληψη της προσομοίωσης. Το γεγονός αυτό, δικαιώνει τη λογική ελέγχου των αυτόματων μηχανισμών ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών, δηλαδή την επιτήρηση της υψηλής τάσης V_2 .



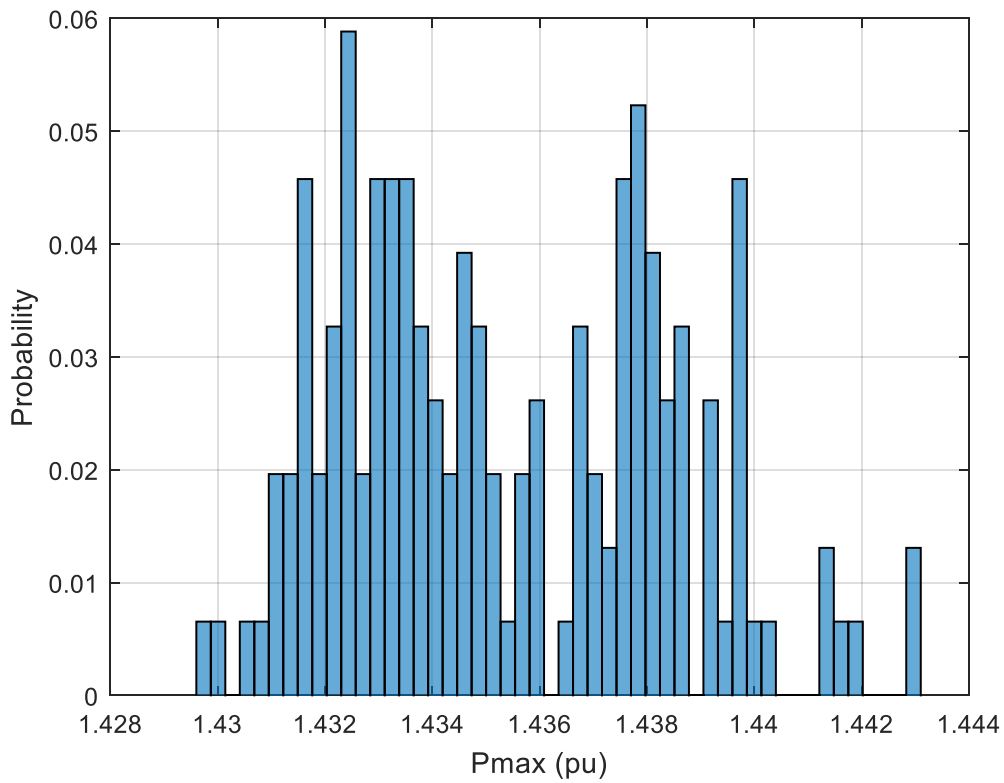
Σχήμα 7.3 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Χρονικής Στιγμής t_c



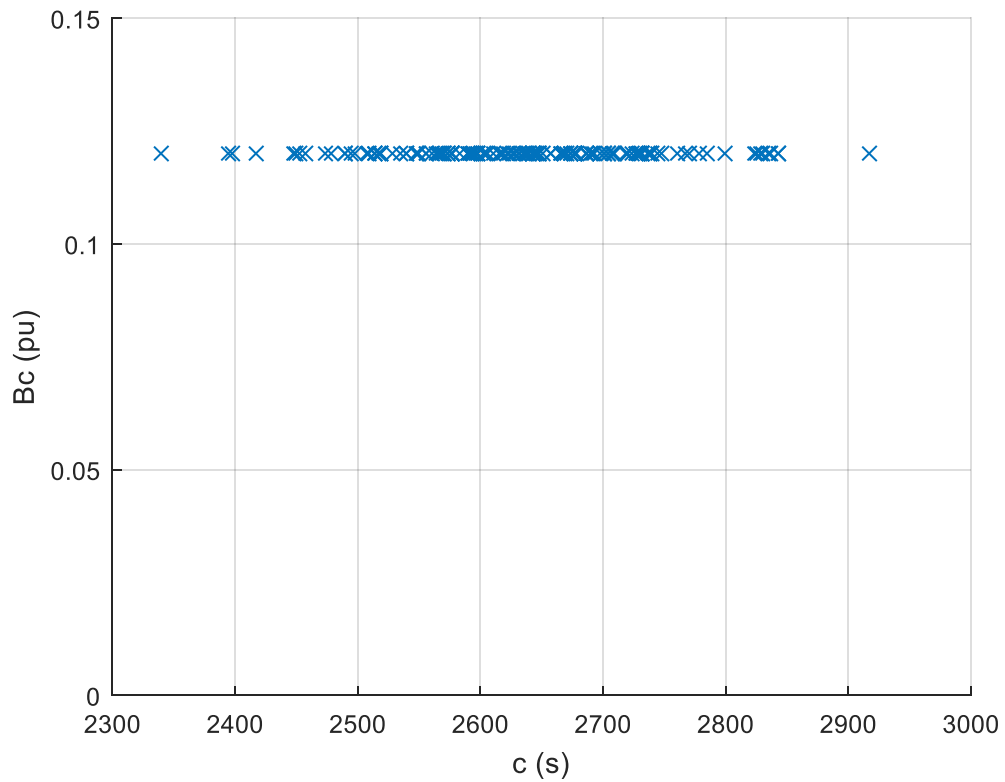
Σχήμα 7.4 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Χρονικής Στιγμής t_e



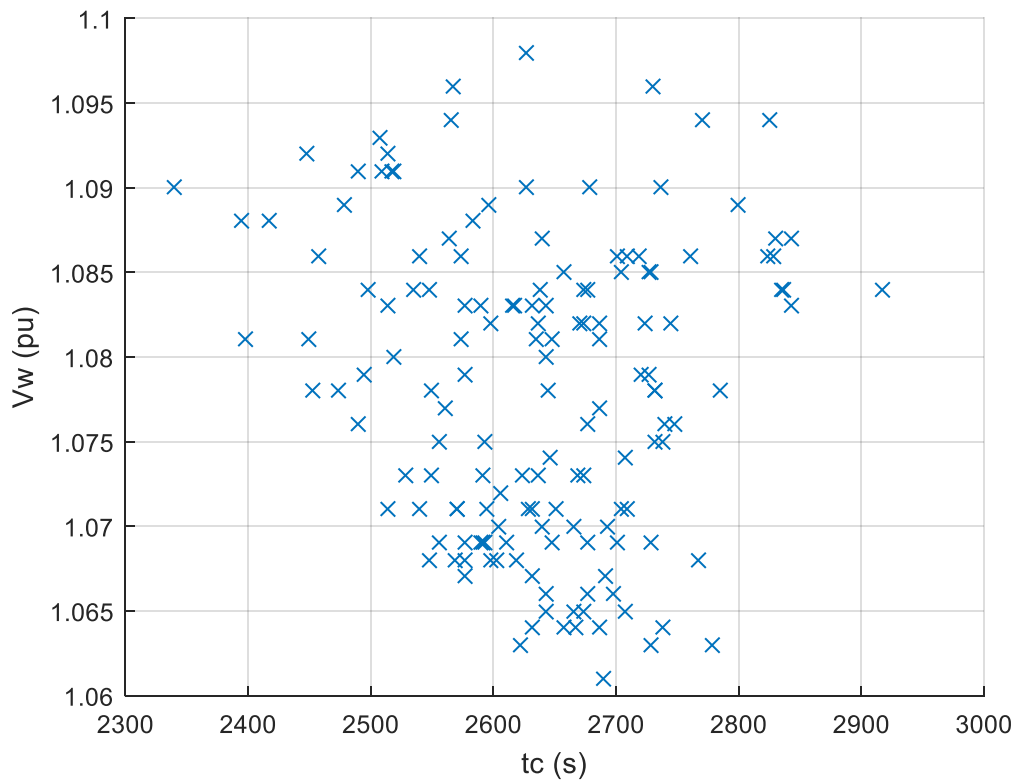
Σχήμα 7.5 Καμπύλες PV Προσομοιώσεων Ευσταθών Σεναρίων για το Α/Π #2



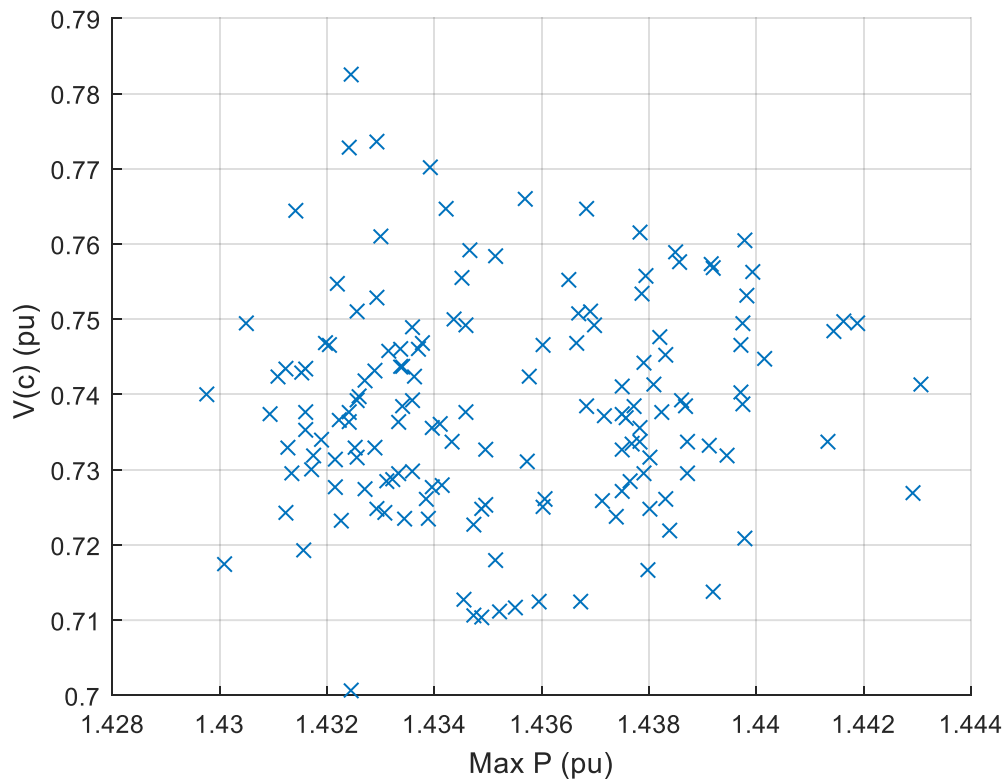
Σχήμα 7.6 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος



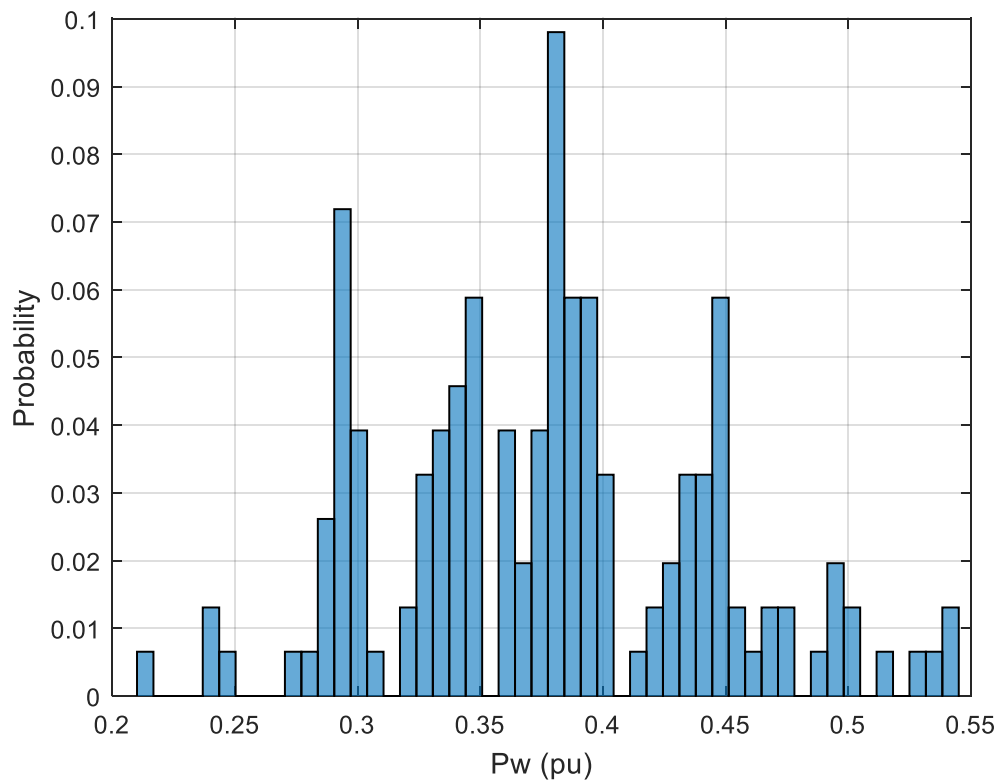
Σχήμα 7.7 Διάγραμμα Διασποράς Αγωγιμότητας Συνδεδεμένων Πυκνωτών και Χρονικής Στιγμής t_c



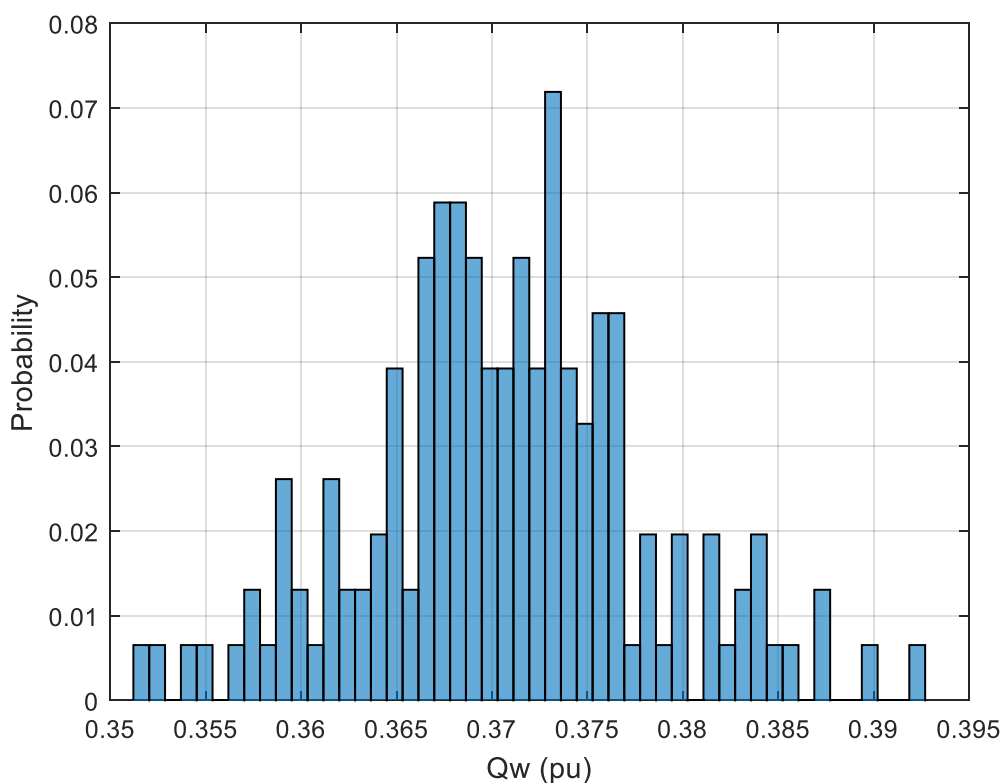
Σχήμα 7.8 Διάγραμμα Διασποράς Τάσης Αιολικού Πάρκου και Χρονικής Στιγμής t_c



Σχήμα 7.10 Διάγραμμα Διασποράς Τάσης Φορτίου και Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος



Σχήμα 7.11 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Αιολικής Παραγωγής στη ΜΜΙ



Σχήμα 7.12 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Αέργου Ισχύος Α/Π στη ΜΜΙ

Όσον αφορά την αιολική παραγωγή, στο Σχήμα 7.11 φαίνεται η κατανομή που ακολουθεί, τη χρονική στιγμή που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Εμφανίζει μεγαλύτερη πιθανότητα στο διάστημα $[0.3, 0.45]$, ενώ σε καμιά περίπτωση δεν ξεπερνά το 0.55αμ. Από την άλλη, η αέργος ισχύς τη στιγμή t_c , παρουσιάζει μικρότερο εύρος πιθανών τιμών και κυμαίνεται κατά βάση κοντά στο 0.37αμ, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.12. Παρόλο που η εντολή Μέγιστης Αέργου Υποστήριξης τίθεται σε λειτουργία πριν την επίτευξη μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, όπως ήδη επισημάνθηκε την χρονική στιγμή t_c ο περιοριστής ρεύματος βρίσκεται σε λειτουργία, με αποτέλεσμα οι τιμές αέργου ισχύος να είναι μικρότερες από ότι στην περίπτωση του Α/Π #1.

Στους πίνακες 7.1 και 7.2 παρατίθενται συγκριτικά αποτελέσματα για τα σενάρια χωρίς αιολικό πάρκο, λειτουργία μοναδιαίου συντελεστή ισχύος (UPF) και εντολής Μέγιστης Αέργου Υποστήριξης (EMRS). Όταν η διεσπαρμένη παραγωγή βρίσκεται εκτός λειτουργίας, προκύπτει η ελάχιστη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς, όπως είναι και αναμενόμενο. Στην περίπτωση (α), παρατηρείται μια αύξηση κατά 8.92MW, η οποία οφείλεται κυρίως στον αυτόματο μηχανισμό ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών και αντιστοιχεί στο 74.3% της ονομαστικής τους αέργου ισχύος (12MVAR). Κατά την λειτουργία μέγιστης αέργου υποστήριξης (β), η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς αυξάνεται εκ νέου κατά 15.1MW, ποσότητα που αντιστοιχεί στο 41.9% της ονομαστικής δυνατότητας των ηλεκτρονικών ισχύος που χρησιμοποιούνται (36MVA)

και οφείλεται στην άεργο ισχύ με την οποία το αιολικό πάρκο υποστηρίζει στο σύστημα. Τα συγκεκριμένα αποτελέσματα βρίσκονται αρκετά κοντά στα αντίστοιχα που προέκυψαν από την προσομοίωση του συστήματος στην αναφορά [20]. Τέλος, η τυπική απόκλιση στην περίπτωση μοναδιαίου συντελεστή ισχύος (a) είναι σημαντικά μικρότερη σε σχέση με την περίπτωση Μέγιστης Αέργου Υποστήριξης (b).

Πίνακας 7.1 Μέση Τιμή Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος για Διαφορετικές Λειτουργίες Α/Π #2

Χωρίς Α/Π	UPF(a)	Αύξηση ΔΡ	EMRS(b)	Αύξηση ΔΡ (b-a)
119.51MW	128.43MW	8.92MW (74.3% Q _{cap})	143.53MW	15.1MW (41.9% Sinv)

Πίνακας 7.2 Χαρακτηριστικά Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος για τις Λειτουργίες UPF και EMRS

P _{max} (MW)	UPF	EMRS
Μέση Τιμή (MW)	128.53	143.53
Τυπική Απόκλιση	0.002	0.0968
Μέγιστη Τιμή (MW)	128.71	144.31
Ελάχιστη Τιμή (MW)	127.71	142.97

7.4 Πιθανοτική Προσομοίωση Σεναρίων Αστάθειας Μετατροπέα

Όπως αναφέρθηκε, η συντριπτική πλειονότητα των εξεταζόμενων σεναρίων καταλήγουν σε αστάθεια του μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος καθώς και σε κατάρρευση τάσης, εάν δεν παρθούν μέτρα προστασίας. Για τον λόγο αυτό αναπτύχθηκε ένας μηχανισμός πρόωρου εντοπισμού και αντιμετώπισης της συγκεκριμένης μορφής αστάθειας [20]. Αφού περιγραφεί ο συγκεκριμένος μηχανισμός και ενσωματωθεί στο σύστημα, παρουσιάζονται κάποια ενδεικτικά αποτελέσματα από μια προσομοίωση για την κατανόηση του μηχανισμού προστασίας και στην συνέχεια διεξάγονται εκ νέου οι προσομοιώσεις των σεναρίων που οδήγησαν σε αστάθεια μετατροπέα με σκοπό να πραγματοποιηθεί στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων αλλά και να διαπιστωθεί εάν το σύστημα προστατεύτηκε αποτελεσματικά από κατάρρευση.

7.4.1 Μηχανισμός Αντιμετώπισης Αστάθειας Μετατροπέα

Όπως προαναφέρθηκε, θεωρείται ότι ο μετατροπέας λειτουργεί ως πηγή τάσης (VSC), δηλαδή όταν είναι ενεργοποιημένος ο περιοριστής ρεύματος μειώνει την τάση του αιολικού πάρκου προκειμένου να επαναφέρει το ρεύμα σε επιθυμητά επίπεδα. Κάνοντας χρήση των μετρήσεων ρεύματος μετατροπέα πριν και μετά ($I_{w(i-1)}, I_{wi}$)

από την i -οστή μείωση ΔV της τάσης, προσδιορίζεται η ευαισθησία του μέτρου του ρεύματος ως προς την τάση του μετατροπέα:

$$n_i = \frac{I_{w(i-1)} - I_{wi}}{\Delta V} = \frac{\Delta I_{wi}}{\Delta V} \quad (7.10)$$

Η ευαισθησία (7.10) είναι θετική όταν το ρεύμα μειώνεται προκειμένου να επανέλθει εντός ορίου, ενώ όταν γίνει ίση με το μηδέν το σύστημα γίνεται ασταθές. Για τον έγκαιρο εντοπισμό μιας ενδεχόμενης αστάθειας, ορίζεται ένα κατώφλι ευαισθησίας n_{min} . Όταν η ευαισθησία (7.10) βρεθεί κάτω από αυτό το κατώφλι για ένα χρονικό διάστημα T_{prot} , η εγχεόμενη ενεργός ισχύς από το αιολικό πάρκο μειώνεται κατά ένα προκαθορισμένο ποσοστό δ . Τα δεδομένα του μηχανισμού προστασίας φαίνονται στον Πίνακα 7.3:

Πίνακας 7.3 Δεδομένα Μηχανισμού Προστασίας

n_{min}	n_{nom}	δ	T_{prot}
0.6	1	10%	1

Η ενεργός ισχύς του αιολικού πάρκου εξαρτάται από την οροφή ισχύος (set point) P_{set} και από την χρονοσειρά αιολικής ισχύος P_{inp} που παράγεται από το μοντέλο Markov και δίνεται ως είσοδος στο σύστημα.

$$P_w = \begin{cases} P_{set}, & \text{όταν } P_{inp} > P_{set} \\ P_{inp}, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (7.11)$$

Σύμφωνα με τον μηχανισμό προστασίας που περιγράφηκε, το σημείο ρύθμισης της οροφής ισχύος P_{set} της ενεργού ισχύος που εγγχεί το αιολικό πάρκο στο δίκτυο θα είναι:

$$P_{set}^{(k+1)} = \begin{cases} (1 - \delta)P_w^{(k)}, & \text{εάν } n \leq n_{min} \\ (1 + \delta)P_{set}^{(k)}, & \text{εάν } n \geq n_{nom} \text{ και } P_{set}^{(k)} < \frac{S_n}{(1 + \delta)} \\ P_{set}^{(k)}, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (7.12)$$

Όπου $P_{set}^{(0)} = S_n$ η αρχική οροφή ισχύος που είναι ίση με την ονομαστική ισχύ του πάρκου, $P_w^{(k)} = P(t_k)$ και $P_{set}^{(k)} = P_{set}(t_k)$ η ενεργός ισχύς και η οροφή ισχύος την χρονική στιγμή $t_k = kT_{prot}$ και n_{nom} η ονομαστική τιμή της ευαισθησίας.

Έτσι, κάθε φορά που παραβιάζεται το κατώφλι n_{min} , πραγματοποιείται μια μείωση της αιολικής ισχύος κατά 10% μέσω του σημείου ρύθμισης P_{set} . Όταν η ευαισθησία επανέλθει στην ονομαστική της τιμή n_{nom} , το σημείο ρύθμισης αυξάνεται βαθμιαία κατά 10% σε κάθε χρονική στιγμή της προσομοίωσης, έως ότου γίνει ίσο με την ονομαστική ισχύ του μετατροπέα S_n .

7.4.2 Ενδεικτική Προσομοίωση Συστήματος με Μηχανισμό Προστασίας

Προκειμένου να γίνει κατανοητή η λειτουργία του μηχανισμού προστασίας που περιγράφηκε στην Ενότητα 7.3.1, παρουσιάζονται στην υποενότητα αυτή τα αποτελέσματα από μια μεμονωμένη προσομοίωση με και χωρίς μηχανισμό προστασίας, δίνοντας ως είσοδο μια χρονοσειρά αιολικής παραγωγής που οδηγεί το σύστημα στην εξεταζόμενη μορφή αστάθειας. Όλα τα μεγέθη αναφέρονται σε βάση ισχύος $S_n = 36MVA$, δηλαδή στην ονομαστική τιμή του μετατροπέα.

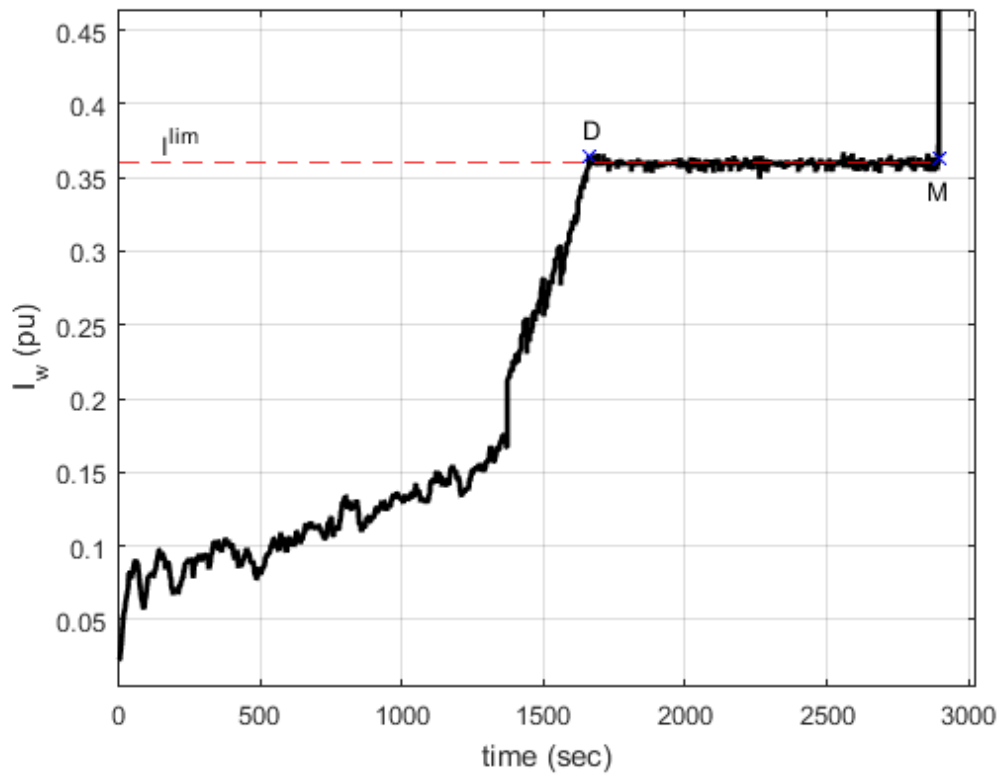
Στο Σχήμα 7.13 αναπαρίσταται το ρεύμα του αιολικού πάρκου. Έπειτα από την ενεργοποίηση του περιοριστή ρεύματος τη χρονική στιγμή $t = 1720s$ (σημείο D), το ρεύμα διατηρείται επιτυχώς στη μέγιστη επιτρεπτή τιμή έως ότου φτάσει το όριο ευστάθειας (7.8) (σημείο M). Από εκεί και πέρα, το σύστημα αδυνατεί να βρει λύση ώστε να περιορίσει το ρεύμα με αποτέλεσμα να οδηγείται σε αστάθεια την χρονική στιγμή $t = 2896s$. Η διαδικασία αυτή γίνεται εμφανής στο Σχήμα 7.14.

Στο Σχήμα 7.15 φαίνεται η ενεργός ισχύς που παράγεται από το αιολικό πάρκο, καθώς και το όριο ευστάθειας που υπολογίζεται από τη σχέση (7.8) για κάθε χρονική στιγμή. Το όριο μεταβάλλεται καθώς αλλάζει το ισοδύναμο Thevenin λόγω της ράμπας φορτίου που εφαρμόζεται. Οι οριακές τιμές ενεργού ισχύος που προκύπτουν από την (7.3) είναι μικρότερες κάθε χρονική στιγμή από τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την (7.8), όπως ήταν αναμενόμενο. Το σημείο M αντιπροσωπεύει την χρονική στιγμή κατά την οποία παραβιάζεται το όριο ευστάθειας για την παραγόμενη ισχύ. Η αδυναμία ελέγχου του ρεύματος από τον μετατροπέα μπορεί να φανεί και στο Σχήμα 7.16 όπου αναπαρίσταται η ευαισθησία ρεύματος-τάσης (7.10).

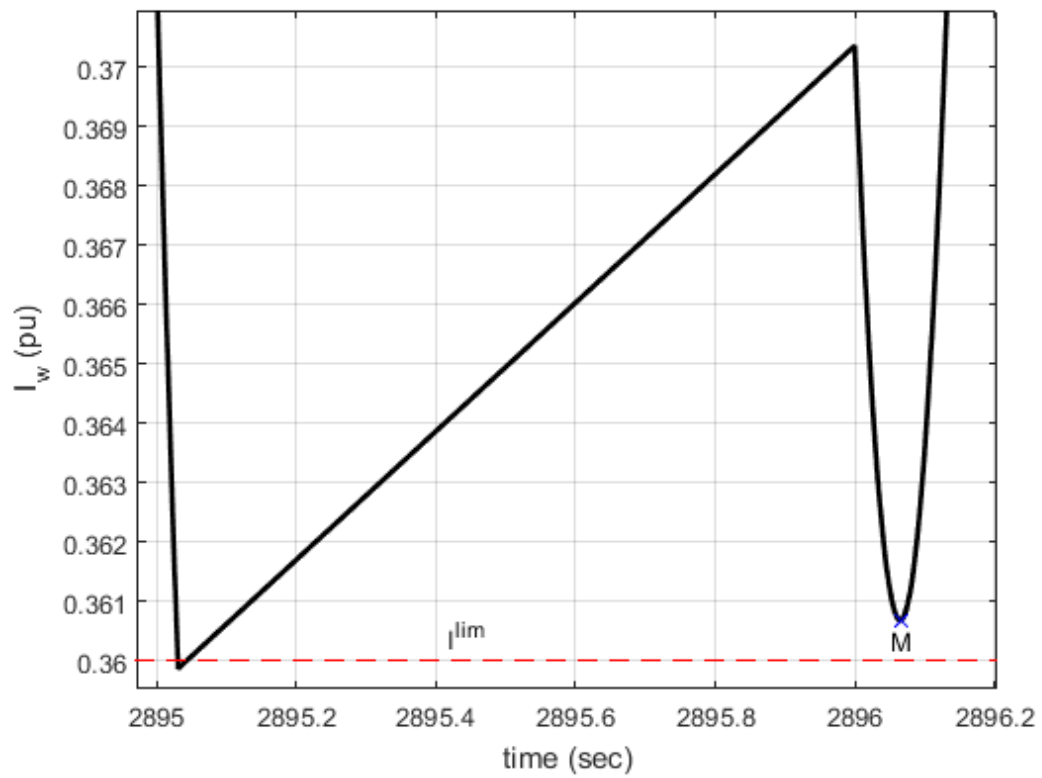
Η παραπάνω ανάλυση αφορούσε τη λειτουργία του συστήματος χωρίς τον μηχανισμό προστασίας. Προκειμένου να αντιμετωπιστεί η μορφή αστάθειας που περιγράφηκε εισάγεται στην προσομοίωση ο μηχανισμός προστασίας που αναλύθηκε στην Ενότητα 7.3.1.

Στο Σχήμα 7.17 αναπαρίσταται το ρεύμα του μετατροπέα κάθε χρονική στιγμή. Το σημείο N αντιπροσωπεύει τη στιγμή κατά την οποία εντοπίζεται η παραβίαση του ορίου ευαισθησίας, δηλαδή τη χρονική στιγμή που η ευαισθησία πέφτει κάτω από το όριο η_{min} . Σε αντίθεση με την περίπτωση χωρίς μηχανισμό προστασίας, το ρεύμα πλέον διατηρείται στο επιτρεπόμενο όριο μέχρι το τέλος της προσομοίωσης.

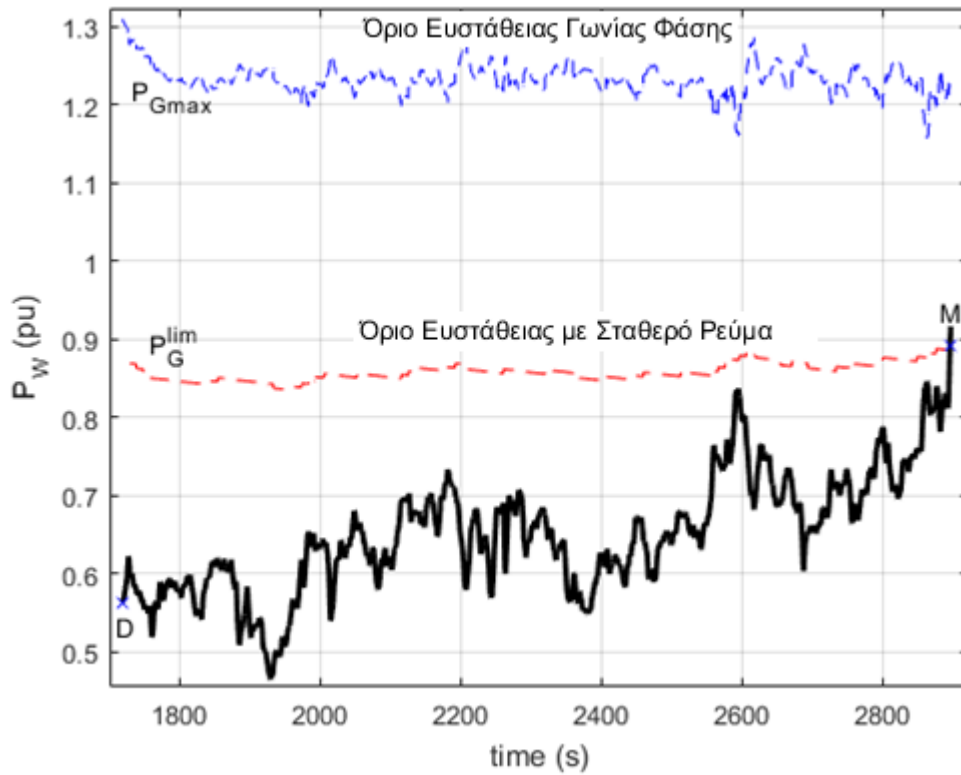
Στα Σχήματα 7.18 και 7.19 παρουσιάζεται η ελεγχόμενη από τον μετατροπέα τάση V_w και η ελεγχόμενη από το ΣΑΤΥΦ μέση τάση V_2 αντιστοίχως. Η διαφανόμενη αστάθεια εντοπίζεται από τον μηχανισμό προστασίας καθώς ο περιοριστής ρεύματος μειώνει την τάση προκειμένου να επανέλθει το ρεύμα σε επιθυμητά επίπεδα.. Επίσης, όσο η τάση V_2 διατηρείται εντός της νεκρής ζώνης, η τάση V_w σταθεροποιείται στην τιμή 1.06αμ.



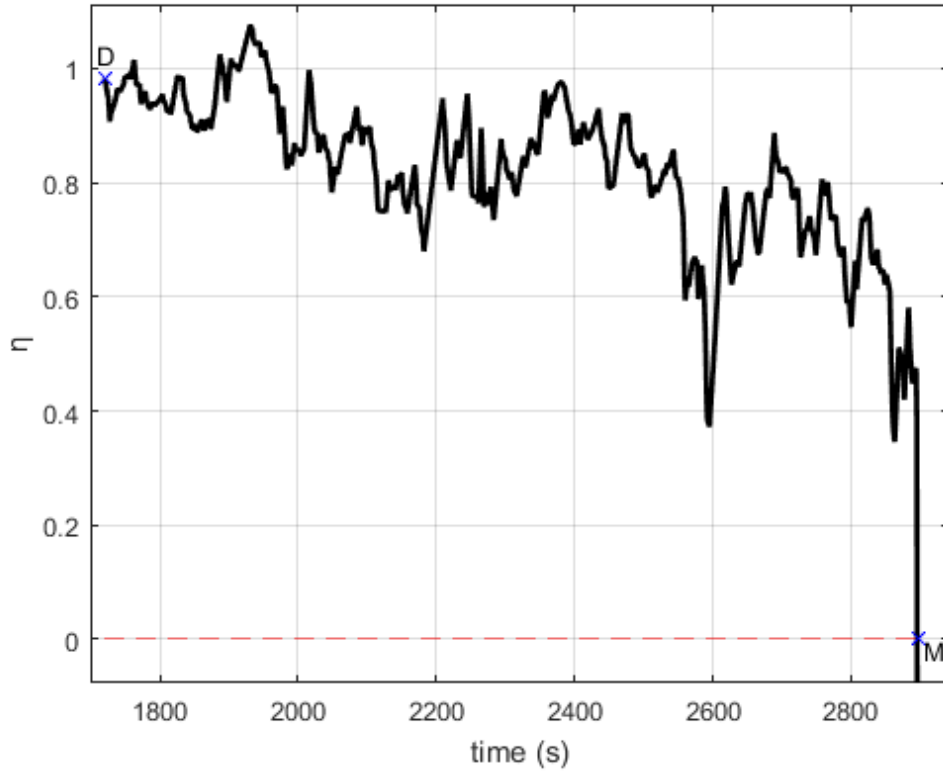
Σχήμα 7.13 Ρεύμα Μετατροπέα κατά την Προσομοίωση



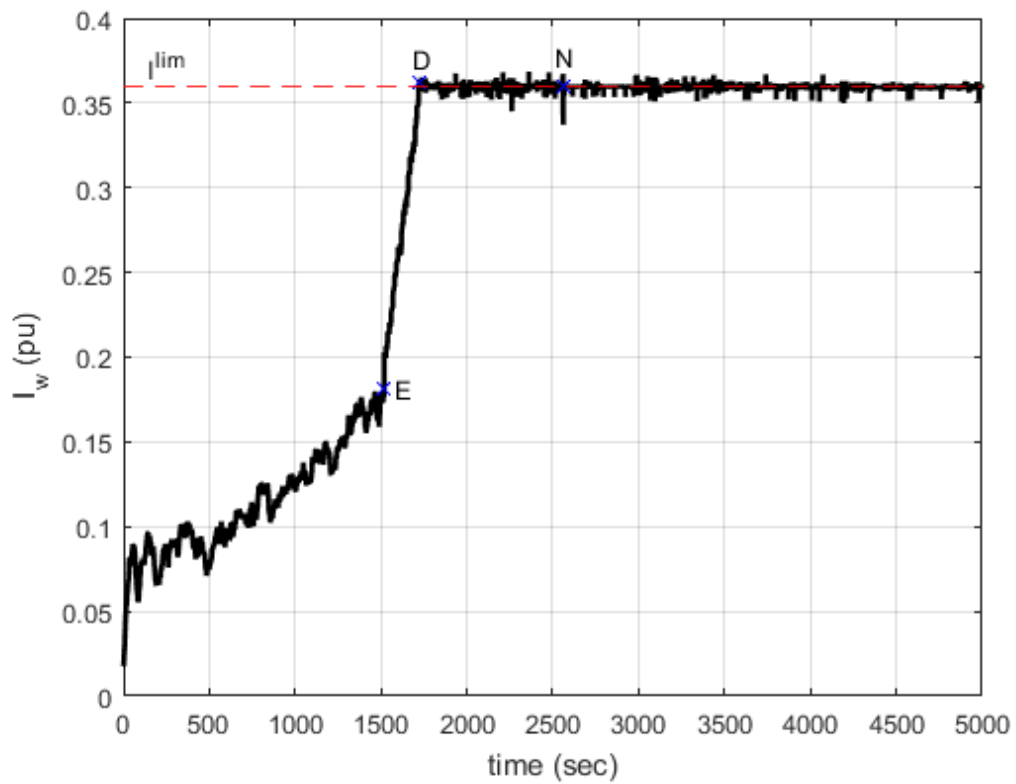
Σχήμα 7.14 Ρεύμα Μετατροπέα σε Μεγέθυνση



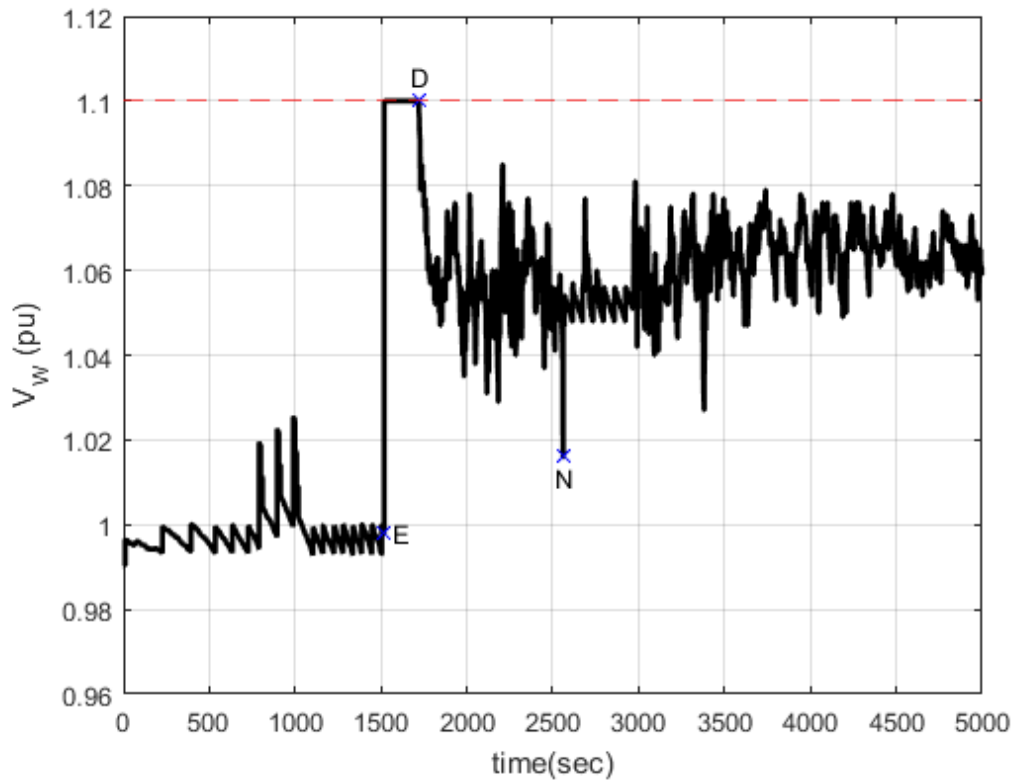
Σχήμα 7.15 Ενεργός Ισχύς Αιολικού Πάρκου και Όρια Ευστάθειας



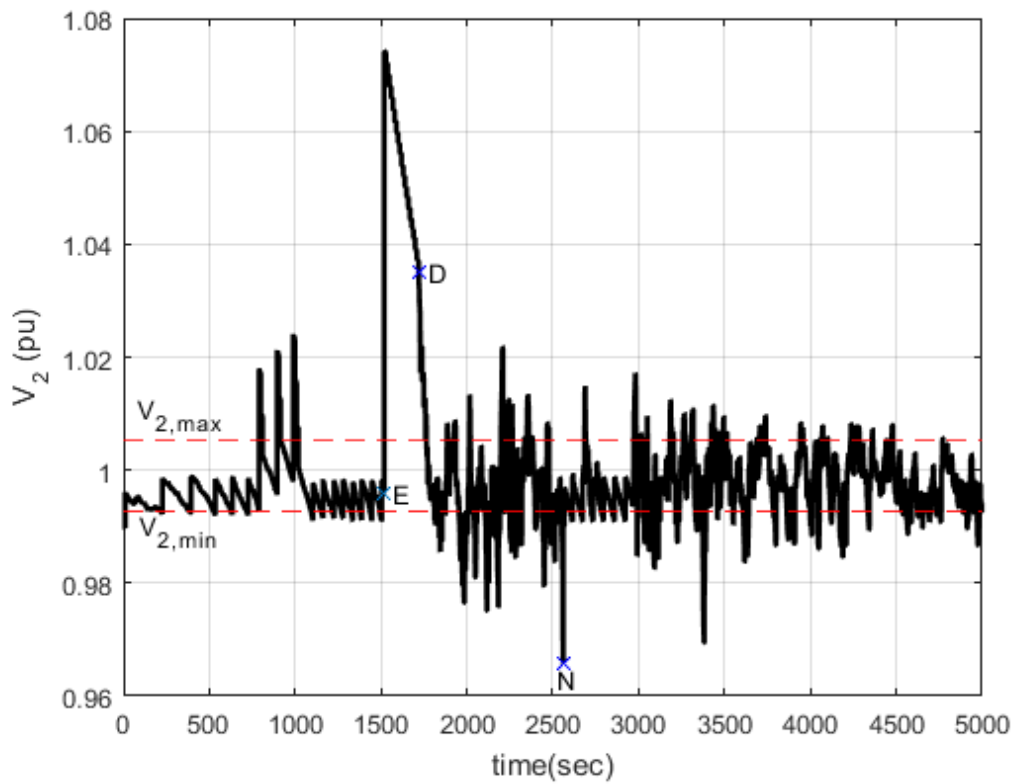
Σχήμα 7.16 Ευαισθησία Ρεύματος-Τάσης



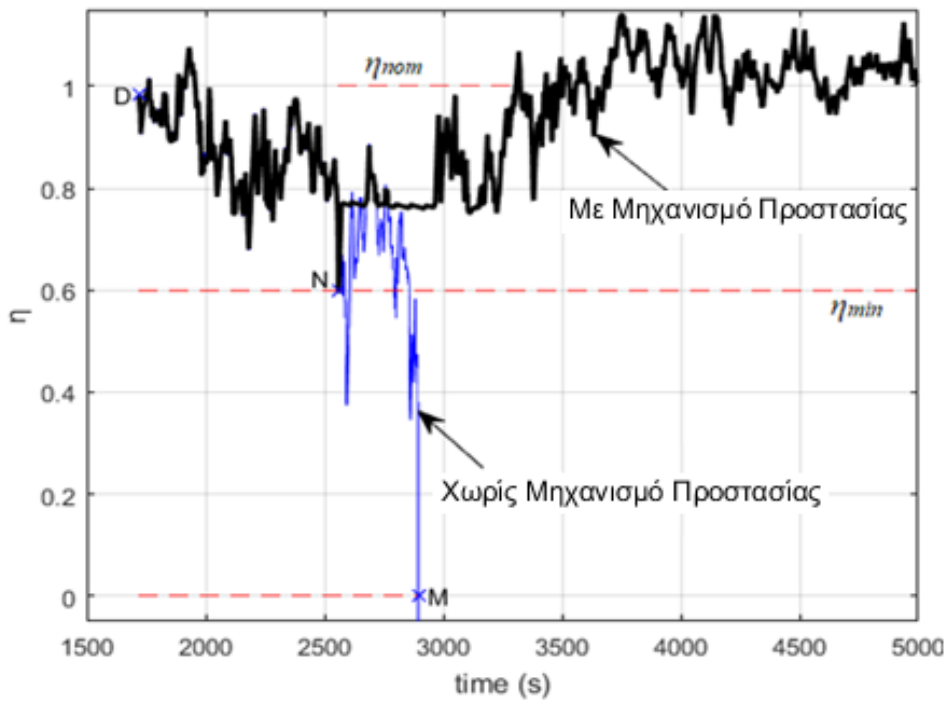
Σχήμα 7.17 Ρεύμα Μετατροπέα με Μηχανισμό Προστασίας Αστάθειας Μετατροπέα



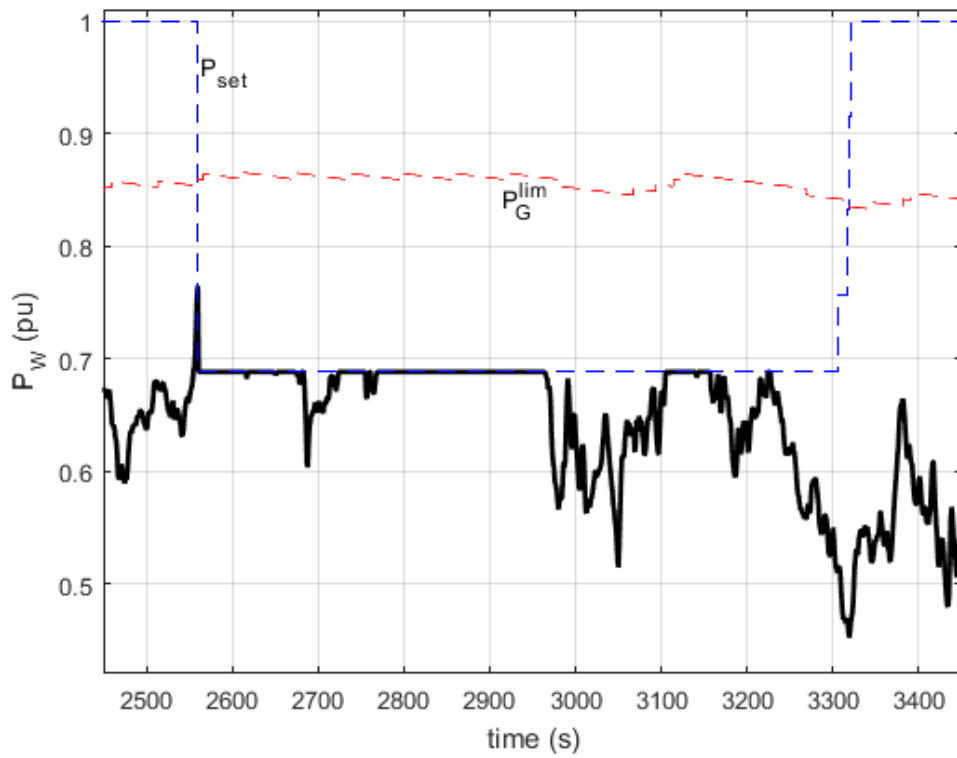
Σχήμα 7.18 Τάση Μετατροπέα με Μηχανισμό Προστασίας Αστάθειας Μετατροπέα



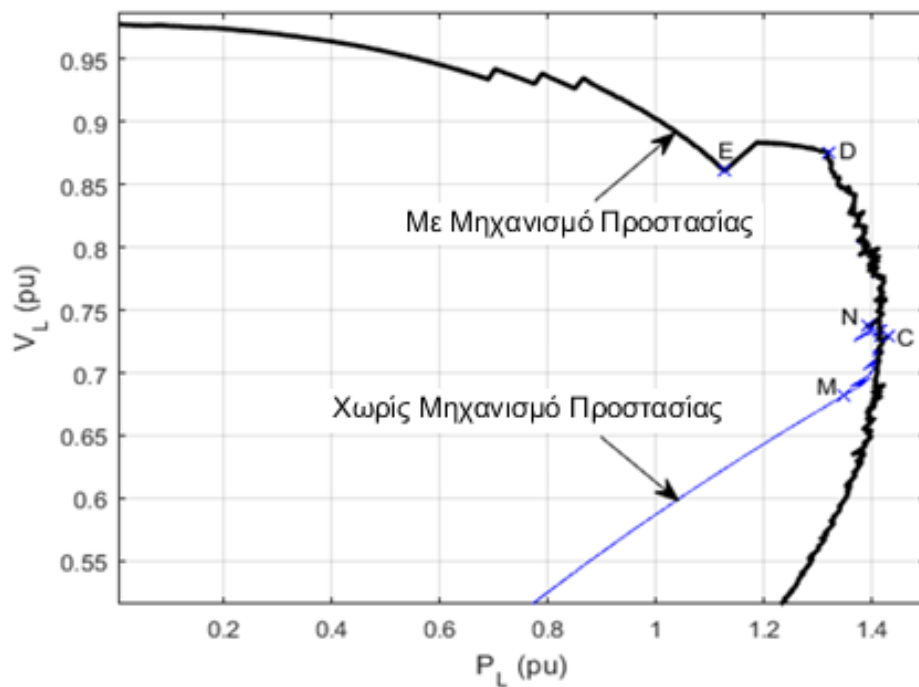
Σχήμα 7.19 Τάση Δευτερεύοντος του ΣΑΤΥΦ με Μηχανισμό Προστασίας Αστάθειας Μετατροπέα



Σχήμα 7.20 Ευαισθησία Ρεύματος-Τάσης με Μηχανισμό Προστασίας Αστάθειας Μετατροπέα



Σχήμα 7.21 Ενεργός Ισχύς Α/Π #2 με Οροφή P_{set} του Μηχανισμού Προστασίας Αστάθειας Μετατροπέα



Σχήμα 7.22 Καμπύλη PV Με και Χωρίς Μηχανισμό Προστασίας Αστάθειας Μετατροπέα

Στο Σχήμα 7.20 αναπαρίσταται η ευαισθησία ρεύματος-τάσης η για την περίπτωση με μηχανισμό προστασίας (μαύρη γραμμή) αλλά και χωρίς (μπλε γραμμή). Το κατώφλι ευαισθησίας παραβιάζεται για πρώτη φορά την χρονική στιγμή $t = 2560s$. Ως αποτέλεσμα, πραγματοποιείται περικοπή της ενεργού ισχύος που παράγει το αιολικό πάρκο μέσω της οροφής ισχύος P_{set} που ενεργοποιείται μετά από χρονική καθυστέρηση T_{prot} . Η αλλαγή αυτή γίνεται εμφανής και στο Σχήμα 7.21 όπου παρουσιάζονται η οροφή ισχύος P_{set} και η παραγόμενη ενεργός ισχύς P_w κάθε χρονική στιγμή με μαύρη και μπλε γραμμή αντίστοιχα. Στο ίδιο διάγραμμα, φαίνεται με κόκκινο χρώμα και το όριο ενεργού ισχύος που προκύπτει από την (7.8). Όταν η ευαισθησία επανέλθει στην τιμή η_{nom} τη χρονική στιγμή $t = 3306s$, η οροφή ισχύος P_{set} αυξάνεται διαδοχικά κατά 10% έως ότου γίνει ίση με την ονομαστική του τιμή S_n , τη χρονική στιγμή $t = 3320s$.

Τέλος, στο Σχήμα 2.22 αναπαρίστανται οι καμπύλες PV για τις περιπτώσεις με και χωρίς μηχανισμό προστασίας αστάθειας μετατροπέα. Σε αυτό γίνεται εμφανής η επίδραση του μηχανισμού, προκειμένου να αποφευχθεί η αστάθεια στον μετατροπέα.

7.4.3 Ανάλυση Μέγιστων Μεταβολών Αιολικής Ισχύος και Προσαρμογή Μηχανισμού Προστασίας

Έπειτα από ενσωμάτωση του μηχανισμού προστασίας που περιγράφηκε στην Ενότητα 7.3.1, διεξάγεται εκ νέου η προσομοίωση των 4847 σεναρίων που αρχικά οδηγούσαν σε αστάθεια μετατροπέα. Από αυτά, τα 247, δηλαδή ένα ποσοστό περίπου 5%, οδηγήθηκαν εκ νέου σε αστάθεια μετατροπέα παρά την χρήση του μηχανισμού προστασίας. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην απότομη μεταβολή της ενεργού ισχύος του αιολικού πάρκου που είχε ως αποτέλεσμα την σημαντική μείωση σε διάστημα ενός δευτερολέπτου της ευαισθησίας που βρισκόταν ήδη σε σχετικά χαμηλό επίπεδο. Για τα σενάρια αυτά χρειάζεται να οριστούν επιπλέον μέτρα προστασίας.

Στην αρχική χρονοσειρά αιολικής παραγωγής του Α/Π #2 η μέγιστη μεταβολή σε διάστημα ενός δευτερολέπτου ισούται με $0.10156355\alpha\mu$ ή $3.656MW$. Από την άλλη, στο μοντέλο Markov 20 καταστάσεων που χρησιμοποιείται, δείχθηκε στο Κεφάλαιο 4 ότι για οποιοδήποτε διαδοχικές χρονικές στιγμές $t, t + 1$, θα ισχύει:

$$|\max(S_{t+1} - S_t)| = 2 \quad (7.13)$$

Όπου S_{t+1}, S_t οι καταστάσεις τις χρονικές στιγμές $t + 1, t$.

Δεδομένου ότι το εύρος δυνατών τιμών κάθε κατάστασης ισούται με $0.05\alpha\mu$, η μέγιστη μεταβολή που μπορεί να προκύψει από το συγκεκριμένο μοντέλο Markov για δυο διαδοχικές χρονικές στιγμές είναι:

$$|\max(Y_{t+1} - Y_t)| = 0.15\alpha\mu = 5.4MW \quad (7.14)$$

Όπου Y_{t+1} , Y_t οι τιμές τις παραγόμενης από το μοντέλο Markov χρονοσειράς τις χρονικές στιγμές $t + 1$, t .

Επομένως, προκύπτει πιθανότητα υπέρβασης της μέγιστης μεταβολής μεταξύ δυο διαδοχικών δευτερολέπτων της αρχικής χρονοσειράς, κάτι που οφείλεται στην επιλογή της τιμής του τυχαίου αριθμού που υπερθέτεται σε κάθε παραγόμενη τιμή ώστε να καλύπτεται όλο το εύρος κάθε κατάστασης. Η ομοιόμορφη κατανομή των τυχαίων αυτών αριθμών επιλέχθηκε αυθαίρετα καθώς θεωρήθηκε ότι οι μεταβάσεις εντός μιας κατάστασης δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη κατανομή.

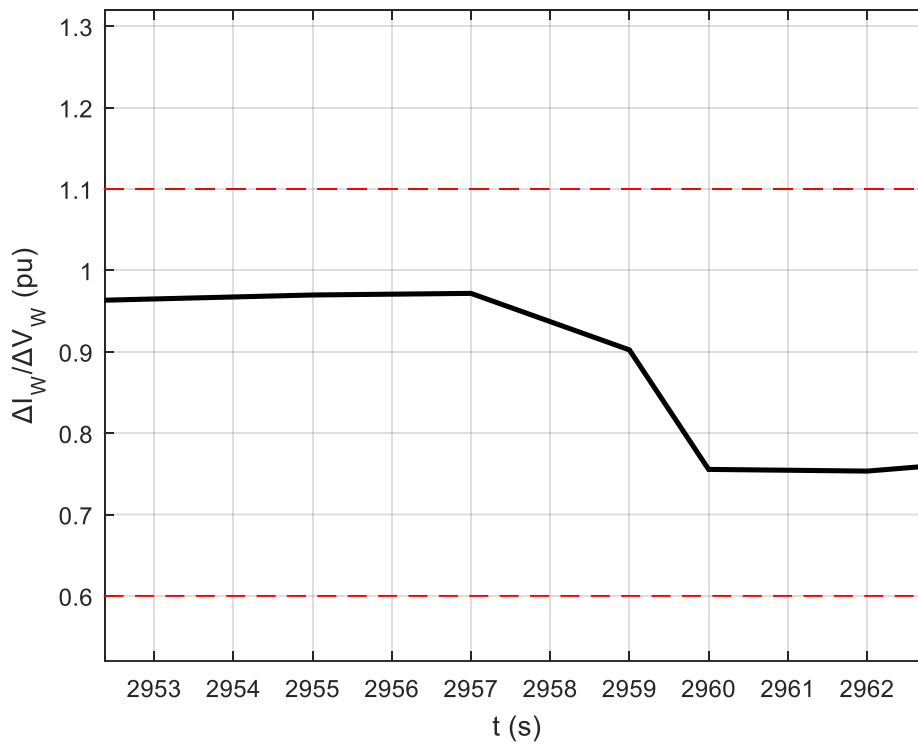
Μεταβολές μεγαλύτερες από 0.10156355αμ ή 3.656MW παρατηρούνται στις 4161 από τις 4847 χρονοσειρές που παρήχθησαν. Στον Πίνακα 7.4 φαίνονται τα χαρακτηριστικά των μέγιστων μεταβολών για τα 4847 σενάρια που εξετάστηκαν. Φαίνεται ότι η μέση τιμή των μέγιστων αυτών μεταβολών υπερβαίνει την μέγιστη διαφορά που εντοπίστηκε στην αρχική χρονοσειρά. Ωστόσο, μόνο στα 247 σενάρια εμφανίζεται αστάθεια στον μετατροπέα παρά την χρήση του μηχανισμού προστασίας, αφού είναι απαραίτητο την ίδια χρονική στιγμή που μεταβάλλεται σημαντικά η αιολική παραγωγή, η ευαισθησία ρεύματος προς τάσης να έχει σχετικά χαμηλή τιμή.

Πίνακας 7.4 Χαρακτηριστικά Μέγιστων Μεταβολών Αιολικής Παραγωγής

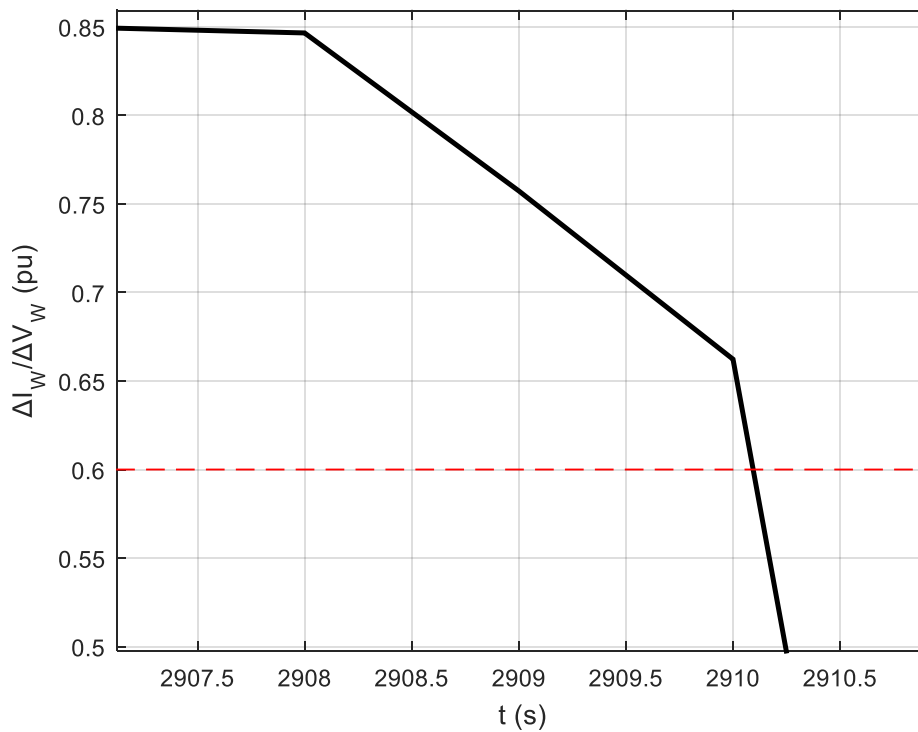
Μέγιστη Μεταβολή Pw	
Μέση Τιμή	0.1204αμ (4.33MW)
Ελάχιστη Τιμή	0.09αμ (3.25MW)
Μέγιστη Τιμή	0.149αμ (5.37MW)

Στο Σχήμα 7.23 φαίνονται οι τιμές της ευαισθησίας ρεύματος-τάσης μετατροπέα για ένα σενάριο στο οποίο ο μηχανισμός προστασίας αποτρέπει την εμφάνιση αστάθειας στον μετατροπέα. Την χρονική στιγμή $t = 2959s$ η ενεργός ισχύς του πάρκου αυξάνεται σημαντικά (0.105αμ), ενώ η ευαισθησία βρισκόταν σε ένα σχετικά υψηλό επίπεδο (0.9).

Στο Σχήμα 7.24 φαίνονται οι τιμές της ευαισθησίας ρεύματος-τάσης μετατροπέα για ένα σενάριο στο οποίο ο μηχανισμός προστασίας δεν καταφέρνει να αποτρέψει την εμφάνιση αστάθειας στον μετατροπέα. Την χρονική στιγμή $t = 2910s$ η ενεργός ισχύς του πάρκου αυξάνεται σημαντικά (0.126αμ), με αποτέλεσμα η ευαισθησία να μηδενίζεται ακαριαία και να διακόπτεται η προσομοίωση.



Σχήμα 7.23 Ευαισθησία Ρεύματος-Τάσης για Ενδεικτικό Σενάριο Ευσταθούς Λειτουργίας Μετατροπέα



Σχήμα 7. 24 Ευαισθησία Ρεύματος-Τάσης για Ενδεικτικό Σενάριο Ασταθούς Λειτουργίας Μετατροπέα

Στον Πίνακα 7.5 φαίνονται τα χαρακτηριστικά για τις μεταβολές αιολικής ισχύος και τις ευαισθησίες ρεύματος-τάσης την χρονική στιγμή που το σύστημα οδηγείται σε αστάθεια, έπειτα από την προσομοίωση για τις 247 χρονοσειρές στις οποίες δεν αντιμετωπίζεται η αστάθεια του μετατροπέα παρά την χρήση του μηχανισμού προστασίας.

Πίνακας 7.5 Χαρακτηριστικά Μεταβολών Αιολικής Παραγωγής και Ευαισθησίας την Χρονική Στιγμή Αστάθειας Μετατροπέα

ΔPw		η	
Μέση Τιμή	0.1089αμ (3.92MW)	Μέση Τιμή	0.653
Ελάχιστη Τιμή	0.0339αμ (1.22MW)	Ελάχιστη Τιμή	0.6
Μέγιστη Τιμή	0.149αμ (5.37MW)	Μέγιστη Τιμή	0.748

Η μέση τιμή των αποκλίσεων ενεργού ισχύος ξεπερνούν την μέγιστη απόκλιση που παρατηρείται στην αρχική χρονοσειρά (3.656MW), ενώ σε αρκετές περιπτώσεις η απόκλιση στις προσομοιώσεις ξεπερνά τα 5MW. Όπως αναφέρθηκε, η διαφορά αυτή οφείλεται στον τυχαίο αριθμό που προστίθεται εντός των καταστάσεων του μοντέλου Markov. Η μεγάλη διαφορά στην αιολική παραγωγή μεταξύ δύο διαδοχικών δευτερολέπτων σε συνδυασμό με την αντίστοιχη σχετικά χαμηλή τιμή της ευαισθησίας οδηγούν τον μετατροπέα σε αστάθεια.

Για την αντιμετώπιση των συγκεκριμένων σεναρίων αστάθειας, θεωρείται υψηλότερο κατώφλι ευαισθησίας $n_{min} = 0.75$, ίσο δηλαδή με την μέγιστη τιμή των ευαισθησιών που παρατηρήθηκαν στα σεναρία που ο μηχανισμός αδυνατούσε να αποτρέψει την αστάθεια στον μετατροπέα. Με τον τρόπο αυτό η αστάθεια αντιμετωπίζεται επιτυχώς. Ωστόσο η επιλογή υψηλής τιμής κάτω άκρου n_{min} οδηγεί σε αποκοπή αιολικής ισχύος χωρίς ενδεχομένως να υπάρχει ανάγκη σε πολλές περιπτώσεις. Η μέση τιμή των μέγιστων μεταφερόμενων ισχύων για αυτή την περίπτωση μειώνεται κατά 0.06MW.

Πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχουν λίγες περιπτώσεις (29 στις 247) στις οποίες δημιουργείται αστάθεια προτού ενεργήσει ο περιοριστής ρεύματος και επομένως χωρίς να έχει μετρηθεί η ευαισθησία ρεύματος-τάσης. Σε αυτές, η αύξηση της ευαισθησίας δεν είναι επαρκής για την αντιμετώπιση της αστάθειας. Ωστόσο, το συγκεκριμένο φαινόμενο παρατηρήθηκε μονάχα στις 29 από τις 5000 προσομοιώσεις, δηλαδή σε ένα ποσοστό περίπου 0.5%. Στο πολύ μικρό αυτό ποσοστό, η μέθοδος προστασίας αδυνατεί να αποτρέψει την αστάθεια στο σύστημα και άλλα μέτρα πρέπει να ληφθούν.

Τα 247 σεναρία στα οποία το σύστημα οδηγείται σε αστάθεια παρά την χρήση του μηχανισμού προστασίας, δεν θα συμπεριληφθούν στη στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων.

7.4.4 Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων

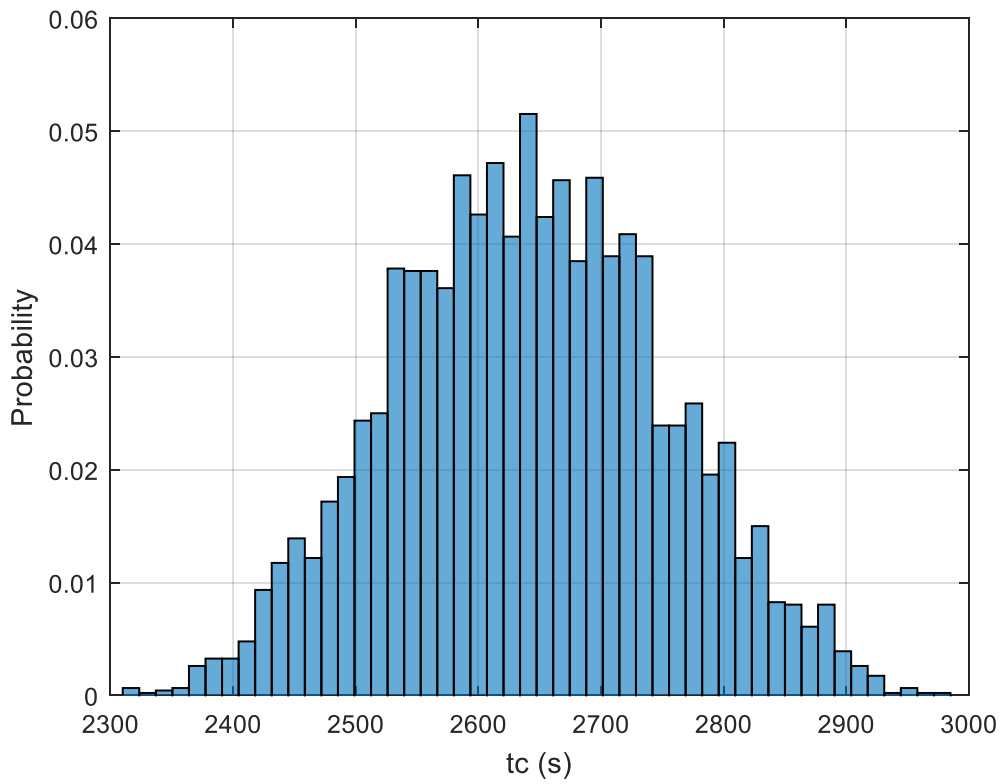
Στην ενότητα αυτή αναλύονται τα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις των 4600 σεναρίων για τα οποία ο μηχανισμός προστασίας με την αρχική τιμή οροφής ενεργού ισχύος (0.6αμ), αποτρέπει την εμφάνιση αστάθειας στον μετατροπέα.

Στο διάγραμμα διασποράς του Σχήμα 7.25 φαίνεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της χρονικής στιγμής t_c . Το διάστημα στο οποίο κυμαίνεται είναι περίπου το ίδιο με το αντίστοιχο που προέκυψε για τα ευσταθή σενάρια, δηλαδή 2300s έως 3000s.

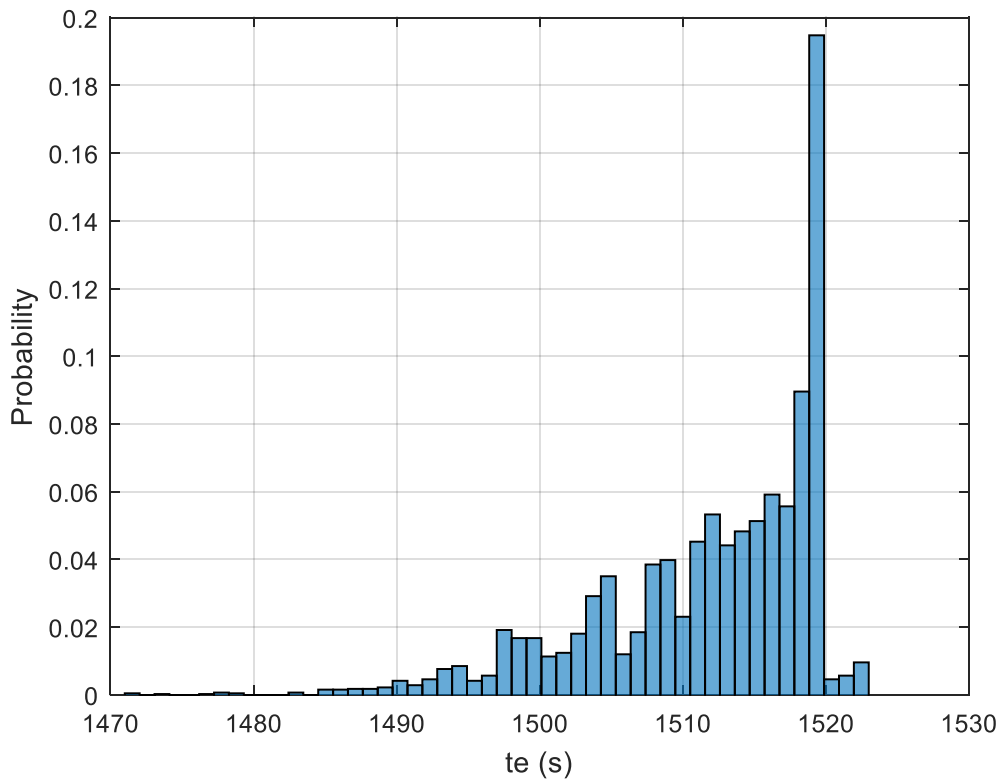
Όσον αφορά τη χρονική στιγμή κατά την οποία ενεργοποιείται η λειτουργία Μέγιστης Αέργου Υποστήριξης (EMRS), η οποία συμβολίζεται ως t_e , φαίνεται από το Σχήμα 7.26 ότι κυμαίνεται εντός εύρους 20 δευτερολέπτων, μεταξύ 1500 και 1520 sec. Η πιθανότητα να βρεθεί εκτός αυτού του διαστήματος είναι πολύ μικρή.

Συμπεραίνεται λοιπόν ότι ο μηχανισμός προστασίας δεν επηρέασε σημαντικά τις χρονικές στιγμές επίτευξης μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος και ενεργοποίησης της εντολής Μέγιστη Αέργου Υποστήριξης.

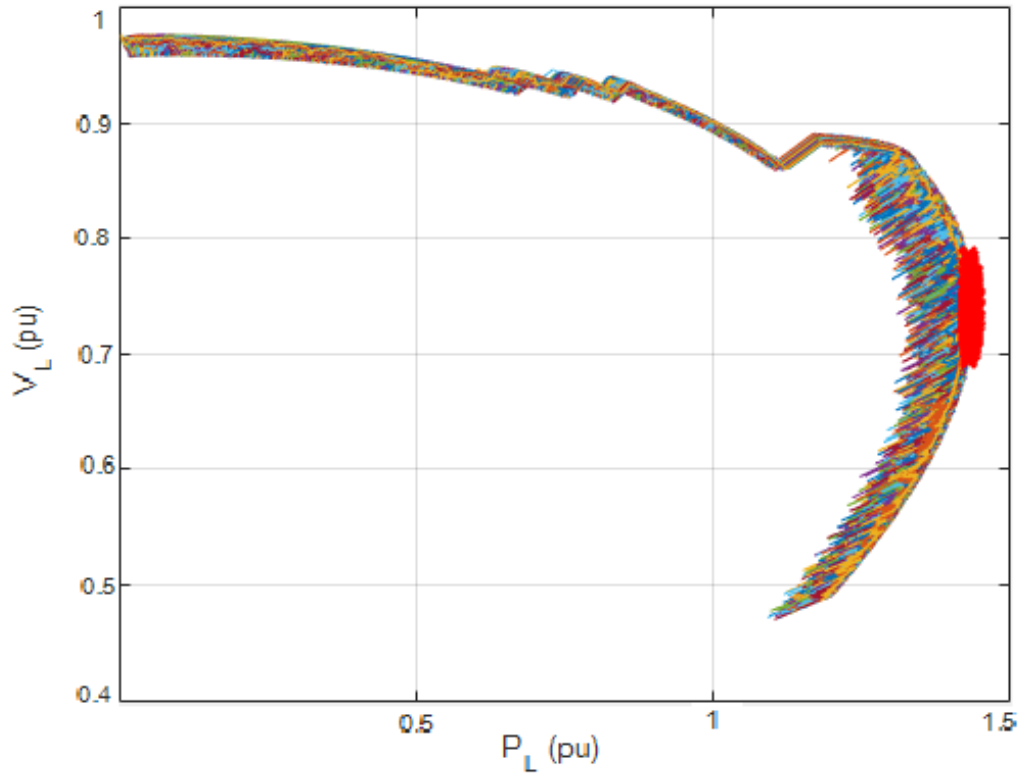
Στο Σχήμα 7.27 φαίνονται οι καμπύλες PV των προσομοιώσεων, οι οποίες ακολουθούν παρόμοια πορεία.. Τα σημεία μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος σημειώνονται με κόκκινους σταυρούς. Το συγκεκριμένο σχήμα δεν διαφέρει σημαντικά από το αντίστοιχο που παρουσιάστηκε για τα σενάρια χωρίς αστάθεια μετατροπέα. Στο Σχήμα 7.28 φαίνεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των σημείων αυτών P_{max} . Οι τιμές μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος παρουσιάζουν ιδιαίτερα μικρό εύρος και περιορίζονται εντός του διαστήματος [1.428,1.446]. Με άλλα λόγια, η μεταβλητή παραγωγή του αιολικού πάρκου δεν διαφοροποιεί σημαντικά την τιμή της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος στο σύνολο των προσομοιώσεων.



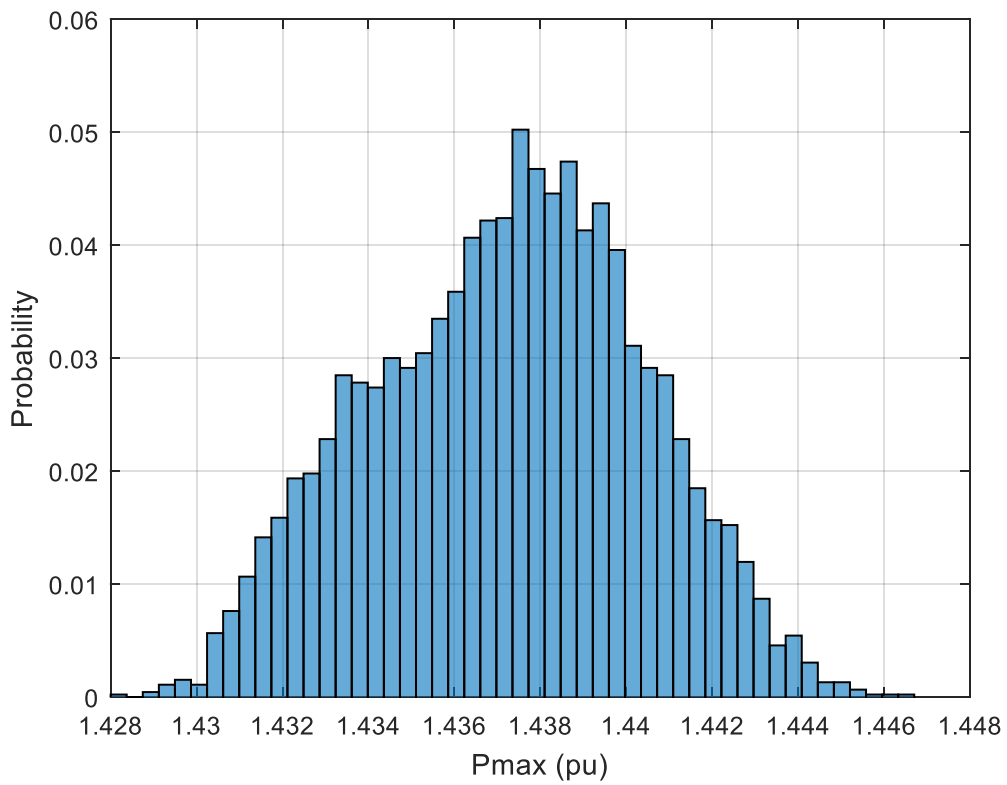
Σχήμα 7.25 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Χρονικής Στιγμής t_c



Σχήμα 7.26 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Χρονικής Στιγμής t_e



Σχήμα 7.27 Καμπύλες PV Προσομοιώσεων με Μηχανισμό Προστασίας για το Α/Π #2



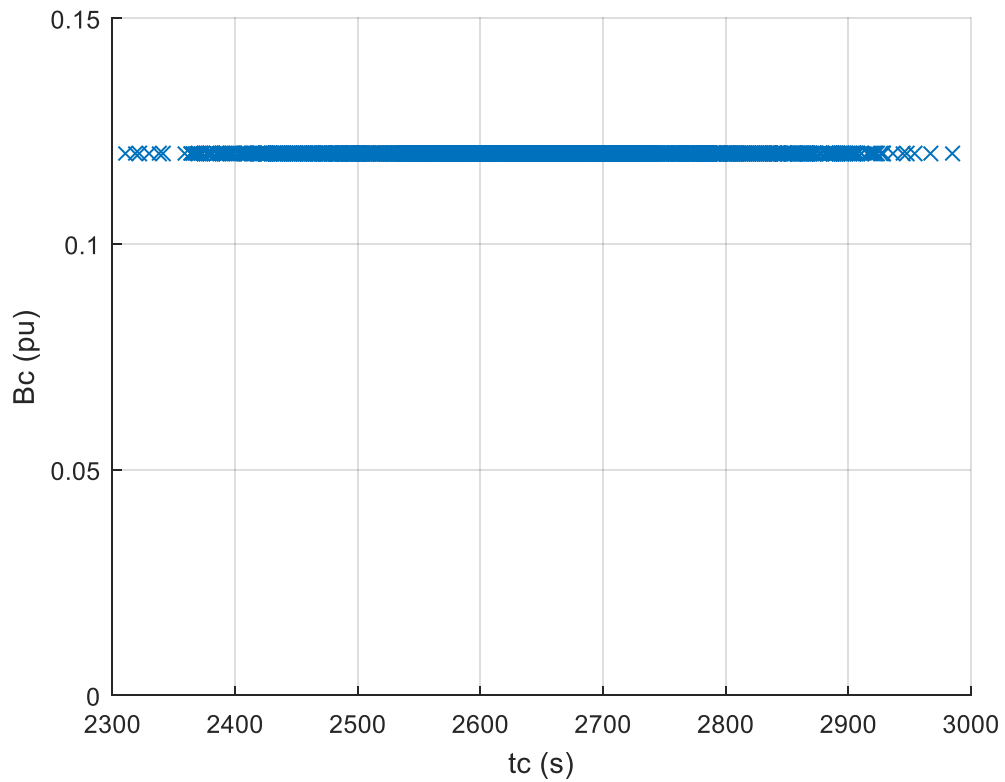
Σχήμα 7.28 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος

Στο Σχήμα 7.29 παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς που περιλαμβάνει την συνολική χωρητικότητα των πυκνωτών αντιστάθμισης που έχουν συνδεθεί στον υποσταθμό ΜΤ, τη χρονική στιγμή t_c που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Είναι εμφανές, ότι όλοι οι διαθέσιμοι πυκνωτές, έχουν επιστρατευτεί μέχρι τη στιγμή t_c σε κάθε επανάληψη της προσομοίωσης.

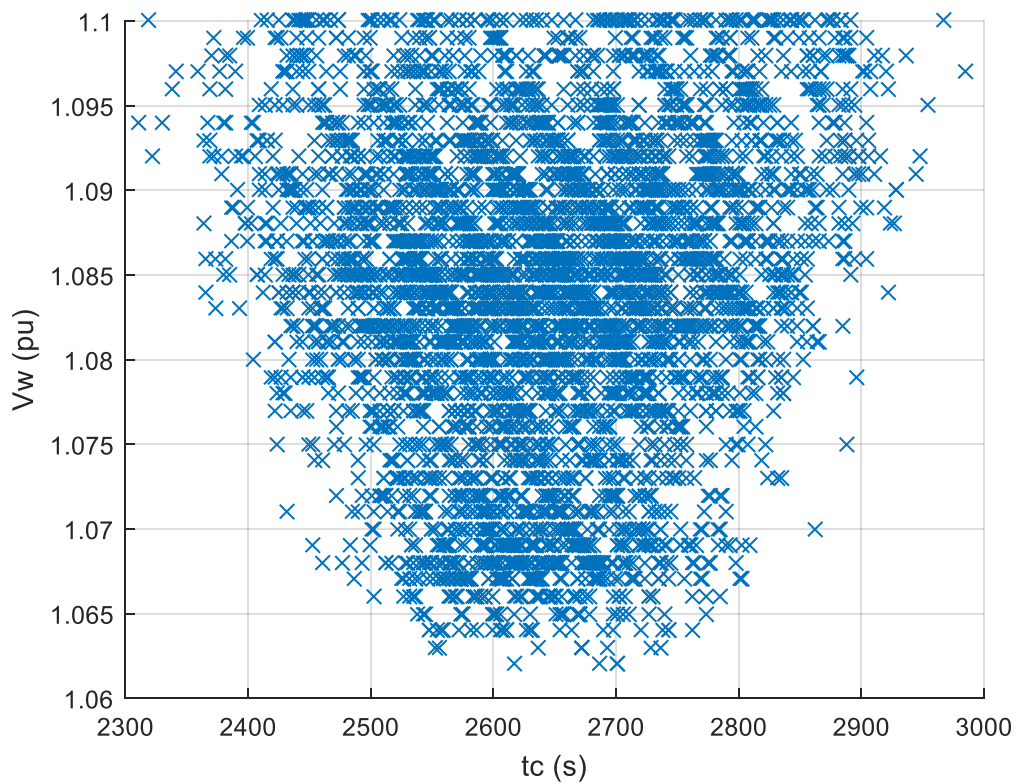
Παρατηρώντας το διάγραμμα διασποράς του Σχήματος 7.30 γίνεται αντιληπτό ότι σε αντίθεση με την περίπτωση του Α/Π #1 που εξετάστηκε στο Κεφάλαιο 6, η τάση του αιολικού πάρκου την χρονική στιγμή t_c διαφέρει από την τιμή 1.1αμ στο σύνολο των προσομοιώσεων, παρότι έχει σταλεί η εντολή Μέγιστης Αέργου Υποστήριξης πριν την επίτευξη της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος. Αυτό συμβαίνει λόγω παραβίασης του ορίου ρεύματος, με αποτέλεσμα ο περιοριστής ρεύματος να μειώνει την τάση V_w του αιολικού πάρκου έως ότου επανέλθει το ρεύμα σε επιθυμητά επίπεδα.

Στο διάγραμμα διασποράς του Σχήματος 7.31 μπορούν να παρατηρηθούν οι 19 διακριτές τιμές που λαμβάνει ο μεταβλητός λόγος μετασχηματισμού r κατά την χρονική στιγμή t_c . Οι τιμές αυτές είναι σημαντικά μεγαλύτερες και παρουσιάζουν μεγαλύτερη ποικιλία συγκριτικά με τις αντίστοιχες που προέκυψαν για το Α/Π #1, ενώ φτάνουν σε ακόμη μικρότερο επίπεδο σε σχέση με τα σενάρια χωρίς αστάθεια μετατροπέα του Α/Π #2. Διαφορά παρατηρείται και στο διάγραμμα διασποράς του Σχήματος 7.32 καθώς τα σημεία πλέον δεν ανήκουν σε συγκεκριμένες καμπύλες ανάλογα με την τιμή του μεταβλητού λόγου μετασχηματισμού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η τάση του αιολικού πάρκου δεν είναι πλέον ίση με 1.1αμ ως απόρροια της λειτουργίας του περιοριστή ρεύματος. Ακόμη, η τάση του φορτίου στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ βρίσκεται σε υψηλότερα επίπεδα, κάτι που σε ένα βαθμό οφείλεται στις συγκριτικά μικρότερες τιμές R_L, X_L του Α/Π #2 που έχουν ως αποτέλεσμα μειωμένες πτώσεις τάσης στο φορτίο. Τέλος, οι τιμές είναι παρόμοιες με αυτές που παρατηρήθηκαν στην προσομοίωση των σεναρίων χωρίς αστάθεια μετατροπέα.

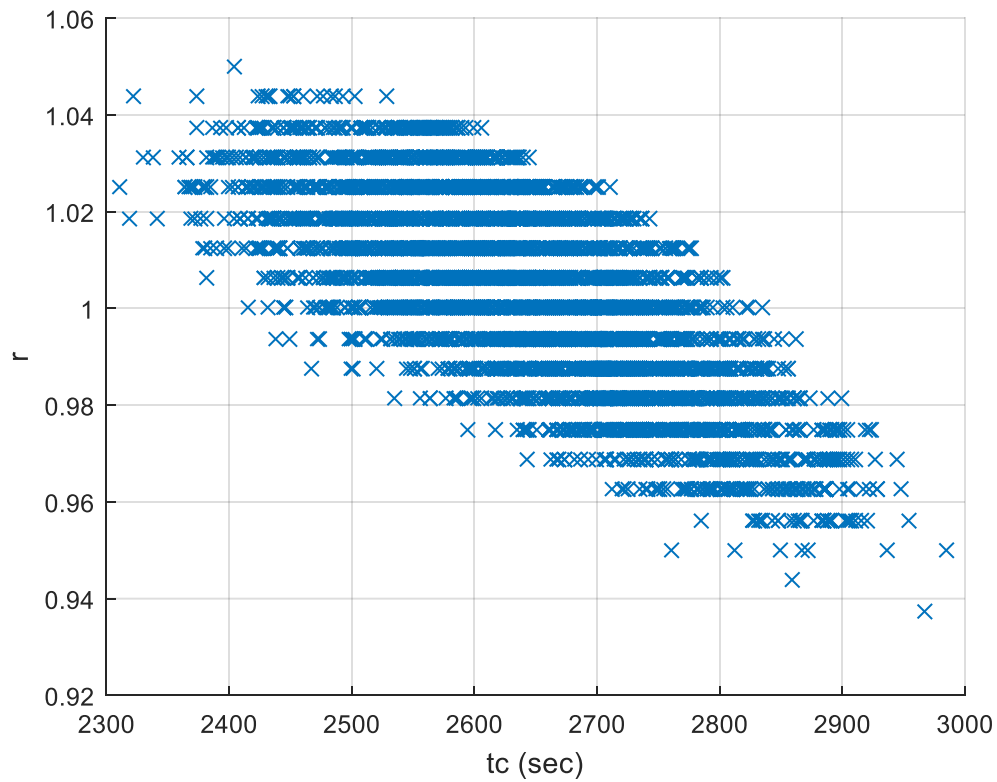
Όσον αφορά την αιολική παραγωγή, στο Σχήμα 7.33 φαίνεται η κατανομή που ακολουθεί, τη χρονική στιγμή που επιτυγχάνεται η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Εμφανίζει μεγαλύτερη πιθανότητα στο διάστημα $[0.35, 0.50]$, ενώ σε καμιά περίπτωση δεν ξεπερνά το 0.65αμ. Όπως και στην περίπτωση των ευσταθών σεναρίων, το εύρος των δυνατών τιμών είναι μεγάλο. Από την άλλη, η άεργος ισχύς τη στιγμή t_c , παρουσιάζει μικρότερο εύρος πιθανών τιμών και κυμαίνεται κατά βάση κοντά στο 0.375αμ, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.34. Παρόλο που η εντολή Μέγιστης Αέργου Υποστήριξης τίθεται σε λειτουργία πριν την επίτευξη μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, όπως ήδη επισημάνθηκε την χρονική στιγμή t_c ο περιοριστής ρεύματος βρίσκεται σε λειτουργία, με αποτέλεσμα οι τιμές αέργου ισχύος να είναι μικρότερες από ότι στην περίπτωση του Α/Π #1. Η μορφή και το εύρος των πιθανών τιμών αέργου ισχύος είναι παρόμοια με αυτά που βρέθηκαν για τα σενάρια χωρίς αστάθεια μετατροπέα, με τη διαφορά ότι η κατανομή είναι ομαλότερη λόγω του σημαντικά μεγαλύτερου αριθμού σεναρίων.



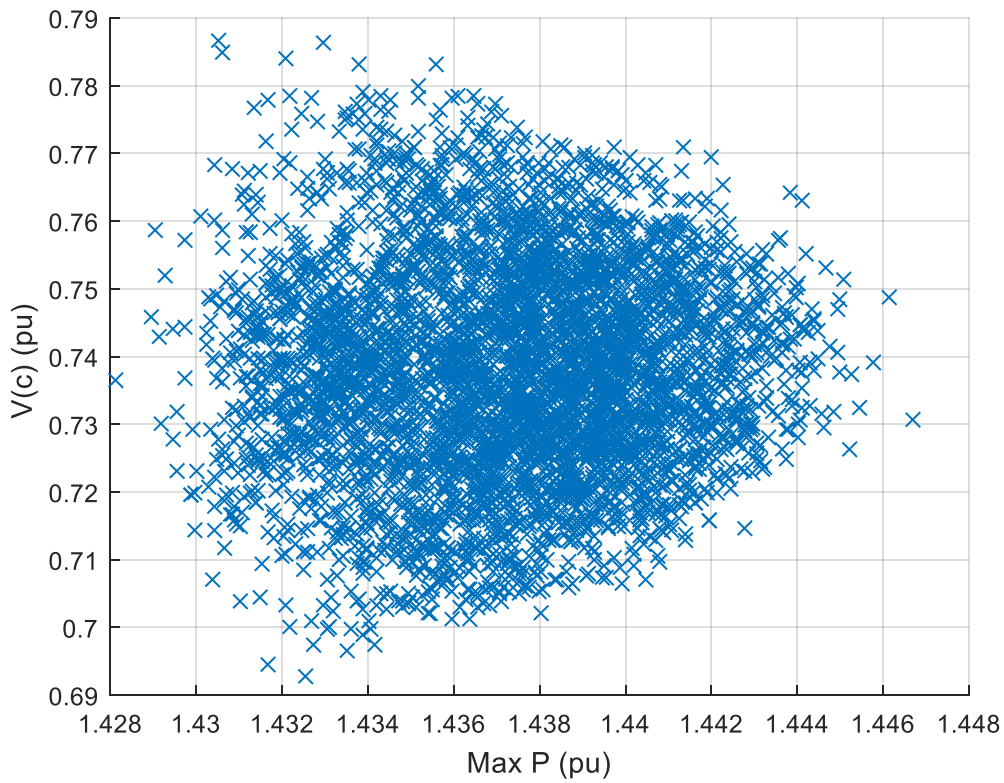
Σχήμα 7.29 Διάγραμμα Διασποράς Αγωγιμότητας Συνδεδεμένων Πυκνωτών και Χρονικής Στιγμής t_c



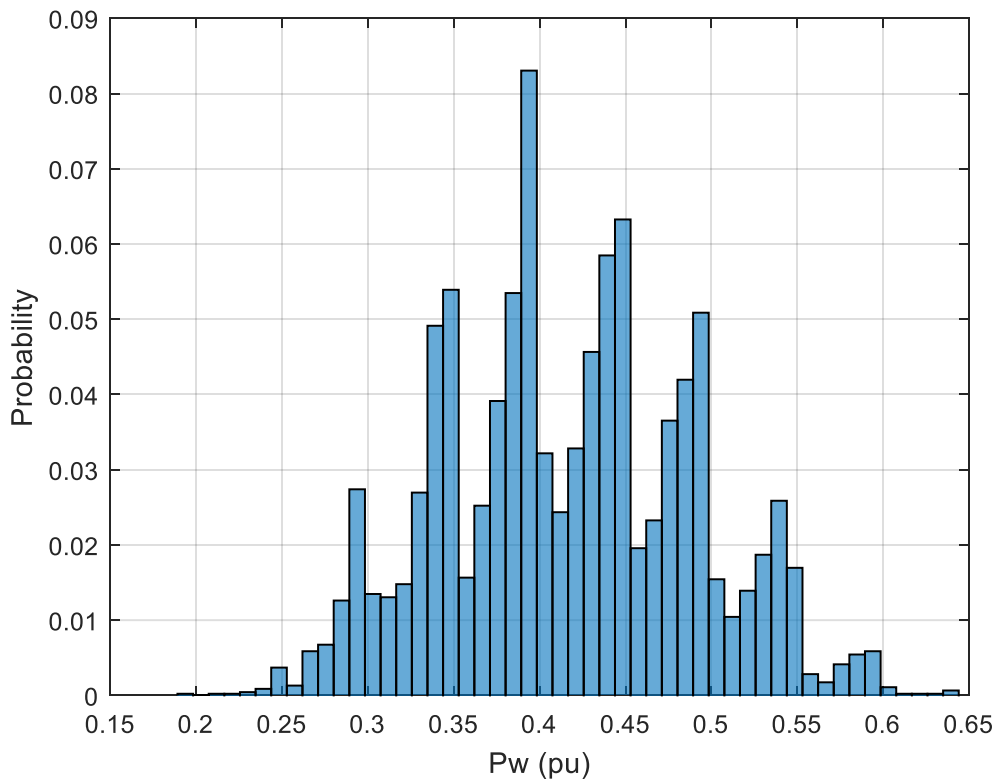
Σχήμα 7.30 Διάγραμμα Διασποράς Τάσης Αιολικού Πάρκου και Χρονικής Στιγμής t_c



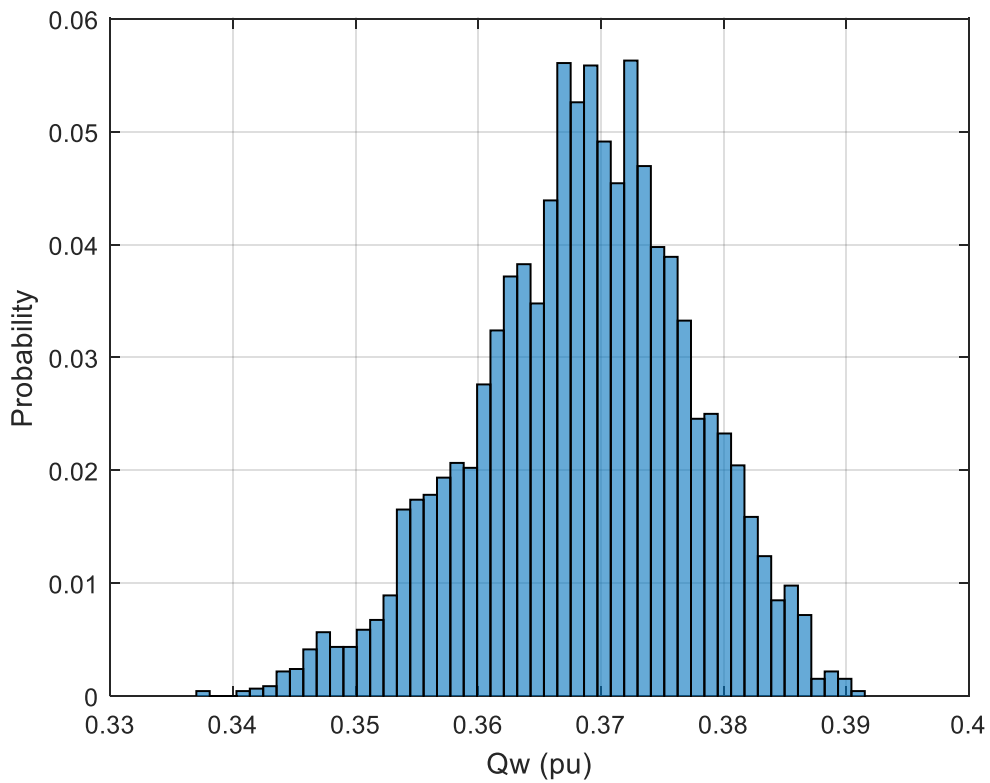
Σχήμα 7.31 Διάγραμμα Διασποράς Λόγου Μετασχηματισμού και Χρονικής Στιγμής t_c



Σχήμα 7.32 Διάγραμμα Διασποράς Τάσης Φορτίου και Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος



Σχήμα 7.33 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Αιολικής Παραγωγής στη ΜΜΙ



Σχήμα 7.34 Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Αέργου Ισχύος Μετατροπέα στη ΜΜΙ

Συμπεράσματα-Προοπτικές

8.1 Σύνοψη και Κύρια Αποτελέσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η επίδραση που έχει η μεταβλητότητα της ενεργού ισχύος αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Το δίκτυο που επιλέχθηκε περιλαμβάνει ένα αιολικό πάρκο συνδεδεμένο μέσω γραμμής διανομής και υποσταθμού μέσης/υψηλής τάσεως, ενώ για τον καθορισμό των συνθηκών Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος υλοποιείται μια συνεχής μεταβολή της αγωγιμότητας φορτίου σε μορφή ράμπας. Για την προσομοίωση της μεταβλητότητας της αιολικής ισχύος αναπτύχθηκαν δυο μοντέλα παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών, με το πρώτο να στηρίζεται στις στοχαστικές διαδικασίες Markov και το δεύτερο στα μοντέλα ARIMA και στην Ανάλυση Θεμελιωδών Συνιστωσών (PCA). Στόχος των συγκεκριμένων μοντέλων είναι η αναπαραγωγή δεδομένων χρονοσειρών με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρούνται τα στατιστικά τους χαρακτηριστικά.

Η στατιστική ανάλυση βασίστηκε σε δυο συσχετισμένες χρονοσειρές ανέμου συνολικής διάρκειας 21000 δευτερολέπτων, από τις οποίες μέσω προσομοίωσης προέκυψαν οι αντίστοιχες χρονοσειρές αιολικής παραγωγής. Τονίζεται ότι οι συγκεκριμένες τιμές αναφέρονται σε ένα μεσαίο επίπεδο ισχύος (μεταξύ ελάχιστης και ονομαστικής τιμής ισχύος).

Περιγράφηκε αναλυτικά η διαδικασία μοντελοποίησης με αλυσίδες Markov, που περιλαμβάνει την διακριτοποίηση των αρχικών χρονοσειρών και την εξαγωγή του πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης. Τα συγκεκριμένα μοντέλα επεκτάθηκαν, εισάγοντας μια δεύτερη υστέρηση μεταβλητού χρονικού ορίζοντα, ο οποίος αποτέλεσε παράμετρο προς καθορισμό. Ακολούθως, μελετήθηκε η επίδραση του αριθμού καταστάσεων και της τάξης της αλυσίδας Markov στην ικανότητα αναπαραγωγής των αρχικών μεγεθών της αυτοσυσχέτισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Για την ποσοτικοποίηση της εν λόγω συνεισφοράς, υπολογίστηκαν τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα σε πλήθος χιλίων συνθετικών χρονοσειρών. Ως συμπέρασμα προέκυψε ότι τα καταλληλότερα μοντέλα, που οδηγούν σε σφάλματα της τάξης του 10%, αποτελούνται από 20 καταστάσεις ενώ ο χρονικός ορίζοντας δεύτερης υστέρησης ισούται με 10 και 2 για κάθε αιολικό πάρκο αντιστοίχως.

Όσον αφορά τον αλγόριθμο παραγωγής συσχετισμένων χρονοσειρών, περιγράφηκαν αναλυτικά οι απαραίτητοι μετασχηματισμοί στασιμότητας και κανονικότητας που πρέπει να εφαρμοστούν στις αρχικές χρονοσειρές και εν συνεχεία δόθηκε το θεωρητικό υπόβαθρο της Ανάλυσης Θεμελιωδών Συνιστωσών. Εν συνεχεία, με βάση τα στατιστικά κριτήρια AIC, BIC καθώς και τα διαγράμματα συντελεστών αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης, επιλέχθηκαν τα μοντέλα ARMA(6,7) και ARMA(8,7) για τα δύο αιολικά πάρκα αντιστοίχως. Με χρήση τυχαίου θορύβου, παρήχθησαν διαφορετικά ζευγάρια σεναρίων των δυο συνιστωσών τα οποία ανακατασκευάστηκαν ώστε να ανταποκρίνονται στα αρχικά δεδομένα.

Έπειτα από την ανάλυση των αλγορίθμων παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών, παρουσιάστηκε η γενική δομή ενός απλού ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας με διεσπαρμένη παραγωγή και περιγράφηκαν τα δυο αιολικά πάρκα που θα χρησιμοποιηθούν στην προσομοίωση. Η γραμμή σύνδεσης του κάθε πάρκου περιλαμβάνει τρεις βαθμίδες πυκνωτών αντιστάθμισης, συνδεδεμένων στο ζυγό μέσης τάσης του υποσταθμού. Η άεργος υποστήριξη πραγματοποιείται με την αυτόματη ζεύξη κάθε βαθμίδας, ανάλογα με την τιμή της τάσης στο πρωτεύον του μετασχηματιστή. Ακόμη, ο μετασχηματιστής στον υποσταθμό διανομής είναι εφοδιασμένος με λήψεις για την αλλαγή του λόγου μετασχηματισμού, έτσι ώστε να διατηρείται η τάση διανομής σε εντός μιας νεκρής ζώνης.

Εξετάστηκαν δύο στρατηγικές ελέγχου της αέργου ισχύος από τους μετατροπείς. Η πρώτη είναι η λειτουργία μοναδιαίου συντελεστή ισχύος (Unity Power Factor –UPF), σύμφωνα με την οποία η τάση του αιολικού πάρκου αλλάζει στιγμιαία προκειμένου να διατηρείται μηδενική άεργος ισχύς. Η δεύτερη λειτουργία ονομάζεται Έκτακτη Υποστήριξη Μέγιστης Αέργου Ισχύος (Emergency Maximum Reactive Support – EMRS) και για την ενεργοποίησή της απαιτείται ένα διακριτό σήμα που ζητά μέγιστη άεργο υποστήριξη το οποίο στέλνεται σε περίπτωση που η υψηλή τάση του υποσταθμού πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο. Επιπλέον, θεωρήθηκε ότι οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος δεν έχουν τη δυνατότητα έστω χρονικά περιορισμένης υπερφόρτισης. Για τον λόγο αυτό, υλοποιήθηκε ένας περιοριστής ρεύματος, ο οποίος μειώνει ακαριαία την τάση του αιολικού πάρκου εάν διαπιστώσει υπέρβαση του μέγιστου επιτρεπόμενου ρεύματος.

Από την στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων για τις 1000 προσομοιώσεις του πρώτου αιολικού πάρκου, χρησιμοποιώντας τις συνθετικές χρονοσειρές από το μοντέλο Markov που αναπτύχθηκε στην εργασία, φάνηκε ότι η Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς δεν μεταβάλλεται σημαντικά λόγω της μεταβλητότητας του ανέμου. Αντιθέτως, υπάρχει διαφοροποίηση στην χρονική στιγμή που η ισχύς αυτή εμφανίζεται και κατ' επέκταση στην αντίστοιχη αγωγιμότητα φορτίου. Παρατηρήθηκε, ότι σε όλες τις περιπτώσεις, και οι τρεις συστοιχίες πυκνωτών έχουν συνδεθεί στον ζυγό μέσης τάσης την στιγμή που επιτυγχάνεται η Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς, ενώ αντίστοιχα ο περιοριστής ρεύματος δεν είναι ενεργοποιημένος, με αποτέλεσμα το αιολικό πάρκο να παρέχει μέγιστη άεργο υποστήριξη υπό σταθερή ισχύ. Στην ίδια χρονική στιγμή, ο μεταβλητός λόγος

μετασχηματισμού του ΣΑΤΥΦ λαμβάνει οκτώ διακριτές τιμές, με βάση τις οποίες τα σημεία στο διάγραμμα διασποράς της Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος και της αντίστοιχης τάσης φορτίου κατανέμονται σε καμπύλες που θυμίζουν τις κλασικές καμπύλες PV. Επιπλέον, υπολογίζοντας τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης των διανυσμάτων που περιέχουν τη μέγιστη ισχύ που μεταφέρεται στο φορτίο, καθώς και την ενεργό-άεργο παραγωγή την αντίστοιχη χρονική στιγμή, αναδείχθηκε η αρνητική επίδραση που έχει η ενεργός παραγωγή του αιολικού πάρκου στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο καθώς κατά την λειτουργία των πάρκων υπό σταθερή τάση, η αύξηση της ενεργού παραγωγής τους συνεπάγεται μικρότερο περιθώριο άεργης υποστήριξης. Οι ίδιες χρονοσειρές αιολικής παραγωγής που παρήχθησαν από το μοντέλο Markov, αξιολογούνται και για την προσομοίωση των σεναρίων χωρίς αιολικό πάρκο, λειτουργία μοναδιαίου συντελεστή ισχύος (UPF) και εντολής Μέγιστης Αέργου Υποστήριξης (EMRS), ώστε να διαπιστωθεί η αύξηση της Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος λόγω της διεσπαρμένης παραγωγής αλλά και της εντολής EMRS.

Για την ανάλυση της μορφής των διαγραμμάτων Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος-τάσης φορτίου, καταστρώθηκε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης για τον υπολογισμό της θεωρητικής μέγιστης τιμής της καταναλισκόμενης ισχύος φορτίου, καθώς και της αντίστοιχης αγωγιμότητας. Η συγκεκριμένη διαδικασία είναι ανεξάρτητη του χρόνου και πραγματοποιείται για σταθερές τιμές του λόγου μετασχηματισμού του ΣΑΤΥΦ. Όπως παρατηρήθηκε, η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς για κάθε τιμή αιολικής παραγωγής που προκύπτει από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης, είναι ίση ή μεγαλύτερη συγκριτικά με την αντίστοιχη που απορρέει από την προσομοίωση του συστήματος. Ακόμη, η διαδικασία βελτιστοποίησης οδηγεί για κάθε τιμή αιολικής παραγωγής σε μεγαλύτερη ή ίση τιμή αγωγιμότητας φορτίου, σε σχέση με την πιθανοτική προσομοίωση. Από την στιγμή που οι δυο προσεγγίσεις δίνουν πολύ κοντινές τιμές μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος και από την βελτιστοποίηση προκύπτουν μεγαλύτερες τιμές αγωγιμότητας, συμπεραίνεται ότι το ρεύμα που διαρρέει το φορτίο είναι μικρότερο στην πιθανοτική προσομοίωση. Λόγω αυτού η πτώση τάσης είναι μικρότερη και έτσι δικαιολογούνται οι μεγαλύτερες τιμές τάσης φορτίου κατά την μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ.

Πριν την προσομοίωση του δεύτερου αιολικού πάρκου, αναλύθηκε το θεωρητικό υπόβαθρο σχετικά με τη μορφή αστάθειας που μπορεί να προκύψει σε ένα μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος. Το φαινόμενο αυτό δεν εμφανίστηκε στο πρώτο πάρκο, καθώς ο περιοριστής ρεύματος παρέμενε ανενεργός. Η συγκεκριμένη αστάθεια εντοπίζεται όταν ο μετατροπέας λειτουργεί υπό σταθερό ρεύμα ίσο με το ονομαστικό και η ευαισθησία ρεύματος-τάσης του μετατροπέα μηδενιστεί. Αφού προσομοιώθηκαν αρχικά 5000 σενάρια, έγινε διαχωρισμός ανάλογα με την εμφάνιση αστάθειας στον μετατροπέα έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί στατιστική ανάλυση σε κάθε κατηγορία χωριστά. Τα σενάρια στα οποία δεν εμφανιζόταν η αναφερόμενη αστάθεια, παρουσίαζαν παρόμοια αποτελέσματα με τα αντίστοιχα του πρώτου αιολικού πάρκου.

Για τα σενάρια εμφάνισης αστάθειας στον μετατροπέα (4847 από τα 5000), που αποτελούσαν και την συντριπτική πλειονότητα, περιγράφηκε και υλοποιήθηκε ένας μηχανισμός προστασίας και αντιμετώπισής της. Μέσα από στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων, φάνηκε ότι ο μηχανισμός προστασίας δεν επηρέασε σημαντικά τις χρονικές στιγμές επίτευξης μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος και ενεργοποίησης της εντολής Μέγιστη Αέργου Υποστήριξης. Και σε αυτές τις περιπτώσεις, η Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς δεν άλλαζε σημαντικά λόγω της μεταβλητότητας του ανέμου. Αντιθέτως, υπήρχε διαφοροποίηση στην χρονική στιγμή που η ισχύς αυτή εμφανιζόταν και κατ' επέκταση στην αντίστοιχη αγωγιμότητα φορτίου. Επιπροσθέτως, σε όλες τις περιπτώσεις, και οι τρεις συστοιχίες πυκνωτών έχουν συνδεθεί στον ζυγό μέσης τάσης την στιγμή που επιτυγχάνεται η Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς. Σε αντίθεση με το πρώτο αιολικό πάρκο, ο περιοριστής ρεύματος βρισκόταν σε λειτουργία την αντίστοιχη χρονική στιγμή, με αποτέλεσμα η τάση του πάρκου να μην λαμβάνει την μέγιστη τιμή της, ενώ οι τιμές του μεταβλητού λόγου μετασχηματισμού παρουσίασαν μεγαλύτερη ποικιλία. Ακόμη, η τάση του φορτίου στη Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύ προέκυψε υψηλότερη σχετικά με το πρώτο αιολικό πάρκο, κάτι που σε ένα βαθμό οφείλεται στις συγκριτικά μικρότερες τιμές αντιστάσεων του δευτέρου που έχουν ως αποτέλεσμα μειωμένες πτώσεις τάσης στο φορτίο.

8.2 Προοπτικές για Μελλοντική Έρευνα

Όπως είναι φανερό από τα παραπάνω, υπάρχουν περιθώρια για περαιτέρω ανάπτυξη της παρούσας εργασίας σε μελλοντική έρευνα.

Όσον αφορά το μοντέλο Markov που χρησιμοποιήθηκε, δεν λήφθηκε υπόψη η συμπεριφορά του πάρκου όταν η ταχύτητα ανέμου είναι κοντά στην ταχύτητα ένταξης (Cut In) ή στην ταχύτητα για την οποία παράγεται η ονομαστική ισχύς. Η μελέτη επικεντρώθηκε δηλαδή στο μέρος της λειτουργίας των αιολικών πάρκων από την ταχύτητα ένταξης έως την ονομαστική. Με την προσθήκη της στοχαστικής συμπεριφοράς κοντά στις ταχύτητες αυτές, το μοντέλο θα προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική λειτουργία των ανεμογεννητριών. Ακόμη, παρά τις διαφορές που παρουσιάζονταν στις παραγόμενες χρονοσειρές, όλες είχαν περίπου την ίδια μέση τιμή. Σε περίπτωση εισαγωγής μιας μεθόδου για την αλλαγή της μέσης τιμής, θα είναι δυνατή η λεπτομερέστερη ανάλυση των συστημάτων δοκιμών που εξετάστηκαν κάτω από συνθήκες αρκετά υψηλής αιολικής παραγωγής. Επιπλέον, η εύρεση πρόσθετων δεδομένων αιολικής παραγωγής ή ταχυτήτων ανέμου, θα καθιστούσε εφικτή την χρήση Εμφωλευμένων Αλυσίδων Markov (Nested Markov Chains) και ενδεχομένως θα οδηγούσε σε μικρότερα σφάλματα αυτοσυσχέτισης και συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Επίσης, όπως φάνηκε στα Κεφάλαια 3 και 7, το προτεινόμενο μοντέλο μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερη μεταβολή μεταξύ δυο διαδοχικών τιμών από την αντίστοιχη μέγιστη μεταβολή παραγόμενης ισχύος της αρχικής χρονοσειράς. Για τον περιορισμό των συγκεκριμένων μεταβολών θα μπορούσε να εξετασθεί η εφαρμογή

πιθανοτήτων μετάβασης που έχουν διαφορετική μορφή από την ομοιόμορφη (πχ τριγωνική μορφή), έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η πιθανότητα μετάβασης από το κάτω άκρο μιας κατάστασης στο πάνω άκρο της επόμενης.

Όπως δείχθηκε στο Κεφάλαιο 5, ο αλγόριθμος που εφαρμόστηκε για την αναπαραγωγή συσχετισμένων χρονοσειρών δεν έδωσε ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα. Προκύπτει έτσι η ανάγκη βελτίωσης της προτεινόμενης μεθόδου έτσι ώστε να επιτευχθεί ακριβέστερη αποτύπωση των στατιστικών χαρακτηριστικών που διέπουν τις αρχικές χρονοσειρές. Επιπρόσθετα, οι παραγόμενες συσχετισμένες χρονοσειρές θα ήταν χρήσιμο να εφαρμοστούν για την πιθανοτική προσομοίωση ενός συστήματος που περιλαμβάνει δυο ή περισσότερα αιολικά πάρκα.

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε ένα απλό ακτινικό δίκτυο, στο οποίο θεωρήθηκε ότι το διασυνδεδεμένο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας αντιπροσωπεύεται από μία σταθερή ισοδύναμη πηγή Thevenin. Στην πράξη όμως τα δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας είναι βροχοειδή και εμφανίζουν μεγάλη πολυπλοκότητα. Αυτή η πολυπλοκότητα των δικτύων μπορεί να επηρεάσει σε σημαντικό βαθμό τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που εξετάστηκαν. Ωστόσο, η δυνατότητα προσομοίωσης τυχαίων χρονοσειρών μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί για την προσομοίωση ενός μεγάλου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας.

Στο Κεφάλαιο 7, αναπτύχθηκε ένας μηχανισμός προστασίας για την αντιμετώπιση της αστάθειας που εμφανιζόταν στον μετατροπέα του δεύτερου αιολικού πάρκου. Ωστόσο, δείχθηκε ότι σε ορισμένα σενάρια ο μηχανισμός αυτός αδυνατεί να αποτρέψει το συγκεκριμένο φαινόμενο. Θα ήταν επομένως χρήσιμη η περαιτέρω διερεύνηση των σεναρίων αυτών αλλά και η προσαρμογή του προτεινόμενου μηχανισμού. Επιπλέον, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, σε περίπτωση που ο μετατροπέας οδηγούταν τελικά σε αστάθεια, η προσομοίωση τερματιζόταν. Κρίνεται συνεπώς αναγκαία η εξέταση των προσομοιώσεων με αποκοπή του πάρκου από το σύστημα.

Βιβλιογραφία

- [1] Κ. Βουρνά, Γ. Κονταξή, “Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Αθήνα 2001.
- [2] P. Kundur, “Power System Stability and Control”, EPRI Power System Engineering Series, McGraw-Hill, 1994.
- [3] Θ. Σουξές, "Άεργος Υποστήριξη συστήματος μεταφοράς από διεσπαρμένες πηγές", Διπλωματική Εργασία, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, Οκτώβριος 2015.
- [4] T. Burton, D. Sharpe, N. Jenkins and E. Bossanyi, "Wind Energy Handbook", John Wiley & Sons Ltd, 2001.
- [5] ΑΔΜΗΕ, "Μελέτη Επάρκειας Ισχύος για την περίοδο 2013-2020", Αθήνα, Οκτώβριος 2013.
- [6] Μ. Παπαδόπουλος, "Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας από Ανανεώσιμες Πηγές", ΕΜΠ, ΣΗΜΜΥ, 1997.
- [7] T. Van Cutsem, C. Vournas, “Voltage Stability of Electric Power Systems”, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [8] Κ. Πολυμενάκος, “Πιθανοτικός Προσδιορισμός Εφεδρειών λόγω Αιολικής Παραγωγής”, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2015.
- [9] W. Li, “Framework of probabilistic power system planning,” CSEE J. Power Energy Syst., vol. 1, pp. 1–8, 2015.
- [10] G. Papaefthymiou, B. Klockl, “MCMC for wind power simulation,” IEEE Trans. Energy Convers., vol. 23, no. 1, pp. 234–240, Mar. 2008.
- [11] K. Brokish, J. Kirtley. “Pitfalls of modeling wind power using Markov chains.” Power Systems Conference and Exposition, 2009.

- [12] A. Shamshad, M. Bawadi, W. WanHussin, T. Majid, S. Sanusi, “First and second order Markov chain models for synthetic generation of wind speed time series”, *Energy* 30(5), 693–708, 2005.
- [13] T. Pesch, S. Schröders, HJ. Allelein, J. F. Hake , “A new Markov-chain-related statistical approach for modeling synthetic wind power time series”, *New Journal of Physics*, Volume 17, May 2015.
- [14] F. Tagliaferri, B.P. Hayes, I.M. Viola, S.Z. Djokic, “Wind modeling with nested Markov chains”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 157, pp. 118-124, 2016.
- [15] P. Chen, T. Pedersen, B. Bak-Jensen, Z. Chen, “ARIMA-based time series model of stochastic wind power generation,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 25, no. 2, pp. 667–676, May 2010.
- [16] K. Yanus, T. Thiringer, P. Chen, “ARIMA-Based Frequency-Decomposed Modeling of Wind Speed Time Series”, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol.31, no.4, pp. 2546 – 2556, 2016.
- [17] A. Papavasiliou, S.S. Oren, ”Stochastic Modeling of Multi-Area Wind Power Production”, 12th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Istanbul, Turkey - June 10-14, 2012.
- [18] D.D. Le, G. Gross, A. Berizzi, "Probabilistic modeling of multisite wind farm production for scenario-based applications", *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 6, no. 3, pp. 748-758, 2015.
- [19] Γ. Τζούνας, “Επίδραση Αιολικής Παραγωγής στη Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύ Συστήματος Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διπλωματική Εργασία, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, 2016.
- [20] T. Souxes, C. Vournas, “System Stability Issues Involving Distributed Sources under Adverse Network Conditions”, IREP, 2017.
- [21] Γ. Κοκολάκης, Ι. Σπηλιώτης, “Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική με Εφαρμογές”, Αθήνα 2010.
- [22] Medhi, Jyotiprasad, “Statistical Methods: An Introductory Text”, New Age International, 1992.
- [23] Φ. Πετρόπουλος, Β. Ασημακόπουλος, “Επιχειρησιακές Προβλέψεις”, 2013.

- [24] D.N. Joanes, C.A. Gill, "Comparing measures of sample skewness and kurtosis", *Journal of the Royal Statistical Society (Series D): The Statistician*, 1998.
- [25] Β. Ασημακόπουλος, "Αυτοπαλινδρομικά Μοντέλα Κινητού Μέσου Όρου (ARIMA)", *Σημειώσεις για το μάθημα 'Τεχνικές Προβλέψεων'*, 2016.
- [26] Chatterjee, Samprit, Simonoff, Jeffrey, "Handbook of Regression Analysis", John Wiley & Sons, 2013.
- [27] J.D. Hamilton, "Time Series Analysis", Princeton University Press, 1994.
- [28] S.E. Said, D. Dickey, "Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving-Average Models with Unknown Order," *Biometrika*, 71, 599-607 , 1984.
- [29] D. Kwiatkowski, P.C.B. Phillips, P. Schmidt, Y. Shin, "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root," *Journal of Econometrics*, vol. 54, pp. 159-178.
- [30] W.K. Newey, K.D. West, "A Simple, Positive Semidefinite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, Vol. 55, pp. 703–708, 1987.
- [31] D. Castanon, W. C.karl, "Stochastic Processes- Class Notes", Boston University, 2004.
- [32] P-L Liu, D.A. Kiureghian. "Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances", *Probab Eng Mech*, 1986.
- [33] C.M. Jarque, A.K. Bera, "A Test for Normality of Observations and Regression Residuals", *International Statistical Review*, Vol. 55, No. 2, 1987.
- [34] H. W. Lilliefors,"On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 62, pp. 399-402, 1967.
- [35] M.B. Priestley, *Spectral Analysis and Time Series*, 1981.
- [36] I.T. Jolliffe, D.B. Stephenson, *Forecast Verification - A Practitioner's Guide in Atmospheric Science*, Chap. 7. New York: Wiley, 2003.
- [37] P. Pinson, R. Girard, "Evaluating the quality of scenarios of short-term wind power generation", *Appl Energy*, 96:12–20, 2012.

- [38] Μ. Λουλάκης, “Εισαγωγή στις Στοχαστικές Ανελιξίες”, 2016.
- [39] E. Denaxas, R. Bandyopadhyay, D. Patino-Echeverri, N. Pitsianis, "SynTiSe: A modified multi-regime MCMC approach for generation of wind power synthetic time series", IEEE Systems Conference, Vancouver, Canada, 2014.
- [40] J.B. Cromwell, W.C. Labys, M. Terraza, "Univariate Tests for Time Series Models", Thousand Oaks, California: Sage.
- [41] G.E.P. Box, G.M. Jenkins, G.C. Reinsel, Time Series Analysis: Forecasting and Control. Hoboken, NJ, USA: Wiley, May 2013.
- [42] Chuang, "Time series analysis: Univariate and multivariate methods," Technometrics, vol. 33, no. 1, pp. 108–109, Feb. 1991.
- [43] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification", IEEE Transactions on Automatic Control, 1974.
- [44] Γ.Σ. Μάρκου, "Ανάλυση Ευστάθειας Διασυνδεδεμένου Συστήματος υπό μεγάλη Αιολική Διείσδυση και Αξιολόγηση Μεταβατικής Συμπεριφοράς Ανεμογεννητριών σε βυθίσεις τάσεως", Διπλωματική Εργασία, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, 2007.
- [45] Γ. Τσουράκη, "Συμβολή της Αιολικής Διείσδυσης στην Ευστάθεια των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας", Διδακτορική Διατριβή, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, Μάρτιος 2010.
- [46] J.M. Morales, R. Minguez, A.J. Conejo, "A methodology to generate statistically dependent wind speed scenarios," Applied Energy, vol. 87, pp. 843-855, 2010.
- [47] J.E. Jackson, "A Users Guide to Principal Component Analysis", New York: Wiley, 1991.
- [48] I.T. Jolliffe, "Principal Component Analysis", New York: Springer, 2002.
- [49] Dunne, "Time Series Simulation", Journal of the Royal Statistical Society, Series D (The Statistician), Vol. 41, 1992.
- [50] M.F. Farias, P.E. Battaiotto, M.G. Cendoya, "Wind Farm to Weak-Grid Connection using UPQC Custom Power Device", IEEE ICIT, 2010.

- [51] T. Souxes, G. Tzounas, C. Vournas, “Effect of Wind Variability in the Emergency Reactive Support provided by Wind Farms”, PowerTech, Manchester, 2017.
- [52] J. Nelder, R. Mead, "A simplex method for function minimization", Computer Journal, 7: 308–313, 1965.
- [53] C. Vournas, “Maximum Power Transfer in the Presence of Network Resistance”, IEEE/PES, November 2014.