



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Προσέγγιση Στοχαστικής Παραγωγής Αιολικών Πάρκων για Μακροπρόθεσμη  
Ανάλυση Ευστάθειας Τάσης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Ιωάννης-Άγγελος Τσούνης**

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Δ. Βουρνάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2018





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Προσέγγιση Στοχαστικής Παραγωγής Αιολικών Πάρκων για Μακροπρόθεσμη  
Ανάλυση Ευστάθειας Τάσης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Ιωάννης-Άγγελος Τσούνης**

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Δ. Βουρνάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 13<sup>η</sup> Μαρτίου 2018

(Υπογραφή)

.....

Κωνσταντίνος Δ. Βουρνάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Γεώργιος Κορρές

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Σταύρος Παπαθανασίου

Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2018

.....  
Ιωάννης-Άγγελος Τσούνης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Ιωάννης-Άγγελος Τσούνης, 2018

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Θα ήθελα σε αυτό το σημείο να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, κ. Κωνσταντίνο Βουρνά, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας. Τον ευχαριστώ που μου έδωσε τη δυνατότητα να ασχοληθώ με ένα ιδιαίτερα επιμορφωτικό, σύγχρονο και ενδιαφέρον θέμα της επιστήμης του ηλεκτρολόγου μηχανικού, καθώς και για το ότι ήταν πάντα διαθέσιμος και πρόθυμος να βοηθήσει και να μοιραστεί τις γνώσεις του.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Υποψήφιο Διδάκτορα, Θεόδωρο Σουξέ, για την άψογη συνεργασία, τον χρόνο που αφιέρωσε, το προσωπικό ενδιαφέρον που έδειξε όλο αυτό το διάστημα.

Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τη διαρκή και πολύτιμη στήριξη των αποφάσεων και των επιλογών μου.



## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά την προσεγγιστική αναπαράσταση χρονοσειρών αιολικής ισχύος με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις κι εν συνεχεία την επίδραση της μεταβλητότητας της ενεργού παραγωγής αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

Σκοπός αυτής της προσέγγισης είναι η δραστική μείωση του αριθμού των μεταβολών (σημείων) που απαιτούνται για την ικανοποιητική αναπαράσταση χρονοσειρών, ώστε να καθίσταται υλοποιήσιμη η χρήση τους για προσομοιώσεις στην μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα και στα αντίστοιχα λογισμικά πακέτα, όπως το WPSTAB που χρησιμοποιείται στην εργασία. Συγκεκριμένα, αναπτύσσονται τέσσερις μέθοδοι προσέγγισης χρονοσειρών με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις: η Μέθοδος Μέσου Όρου, η Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων, η Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακροτάτων και τέλος ένας συνδυασμός των δυο τελευταίων. Ακολούθως, επιλέγεται ως βέλτιστη η μέθοδος με την οποία επιτυγχάνεται η διατήρηση των ακραίων τιμών της αρχικής χρονοσειράς και ταυτόχρονα μικρή απόκλιση μεταξύ των τιμών της αρχικής και της προσεγγιστικής χρονοσειράς.

Το σύστημα δοκιμών που εξετάζεται αποτελείται από μία γραμμή μεταφοράς, στο μέσο της οποίας συνδέεται μέσω γραμμής διανομής Μέσης Τάσης η αιολική παραγωγή. Τα δεδομένα των γραμμών σύνδεσης προέρχονται από δύο πραγματικά Αιολικά Πάρκα που είναι συνδεδεμένα στο Ελληνικό σύστημα, στην περιοχή της Πελοποννήσου. Η γραμμή σύνδεσης κάθε πάρκου αποτελείται από τον υποσταθμό Υψηλής/Μέσης Τάσης και περιλαμβάνει μετασχηματιστή ισχύος εξοπλισμένο με ΣΑΤΥΦ. Στον ζυγό Μέσης Τάσης του υποσταθμού υπάρχουν αυτόματοι πυκνωτές αντιστάθμισης. Το αιολικό πάρκο και οι επί μέρους ελεγκτές των ανεμογεννητριών έχουν την δυνατότητα να ρυθμίζουν την έγχυση άεργου ισχύος στον ισοδύναμο ζυγό σύνδεσης του πάρκου. Η στρατηγική ελέγχου του ηλεκτρονικού μετατροπέα είναι ο ευφυής έλεγχος με εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης σε συνθήκες εκτάκτου ανάγκης.

Προσομοιώνεται αρχικά το σύστημα με ένα Α/Π, ώστε να διαπιστωθεί η σχέση μεταξύ της επίδρασης της αρχικής και της προσεγγιστικής χρονοσειράς στο όριο φόρτισης του συστήματος. Εν συνεχεία εξετάζεται το σύστημα δοκιμών με δύο διασυνδεδεμένες γραμμές διανομής των Αιολικών Πάρκων, θεωρώντας ως είσοδο τις προσεγγιστικές συσχετισμένες χρονοσειρές της επιλεγμένης μεθόδου (Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακροτάτων). Τέλος, πραγματοποιείται στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων της μεθόδου κι εξετάζονται τα χαρακτηριστικά της χρονικής διάρκειας, της μεταβολή ισχύος και της κλίσης των ευθύγραμμων τμημάτων της προσεγγιστικής χρονοσειράς.

**Λέξεις Κλειδιά:** Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς, Αιολικά Πάρκα, Αστάθεια Τάσης, Μεταβλητότητα Ανέμου, Προσεγγιστικές χρονοσειρές, Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις, Έλεγχος Αέργου Ισχύος, Στατιστική Ανάλυση.





## Abstract

This diploma thesis first investigates the approximation of Wind Farm active power time series with piecewise linear functions. Then, the effect of Wind Farm active power variability on the maximum power transfer and subsequently on the voltage stability limit of a weak power transfer system is examined.

The purpose of this approximation is to drastically reduce the number of changes (points) required for the representation of time series, in order to use them in long-term time scale simulations. The simulation software that is being used is the long-term time scale simulation program WPSTAB. In particular, four methods of approximation of the original time series with piecewise linear functions are developed: the Average Value Method, the Least Squares Method, the Fourier Filtering (Smoothing) and Local Extrema Method and finally a combination of the latter two. The method chosen for the simulations of the test system is the Fourier Filtering (Smoothing) and Local Extrema Method because it achieves preservation of the extreme values of the original time series and at the same time small deviation between the values of the original and the approximate time series.

The test system consists of a transmission corridor, in the middle of which wind generation is connected through a dedicated Medium Voltage distribution feeder. The detailed data for the feeders are taken from two Wind Farms connected to the Hellenic System, in the area of Peloponnese. Each Wind Farm feeder consists of a 20kV line connected to the HV/MV substation, which includes power transformer equipped with LTC. Automatic switched capacitors are connected to the Medium Voltage bus of the substation. The Wind Farm and the wind generator controllers have the ability to regulate the reactive power injected to the connection bus. The implemented control strategy of the Wind Farm converter is an intelligent emergency control with maximum reactive support command.

At first a comparative simulation of the system with one Wind Farm is performed, in order to examine the relationship between the effect of the original and the approximate time series on the system load limit. Then, the simultaneous control with both Wind Farm feeders connected to the grid is examined, considering the approximate associated time series of the Fourier Filtering (Smoothing) and Local Extrema Method as input. Finally, a statistical analysis of the results of the method is performed and the characteristics of the time duration, the power change and the slope of the linear parts of the approximate time series are examined.

**Keywords:** Maximum Power Transfer, Wind Farms, Voltage Instability, Wind Variability, Time Series Approach, Piecewise Linear Functions, Reactive Power Control, Statistical Analysis.



## Πίνακας Περιεχομένων

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Εισαγωγή</b> .....  | <b>15</b> |
| 1.1 Δομή Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας .....                     | 15        |
| 1.1.1 Σύστημα Παραγωγής .....                                      | 15        |
| 1.1.2 Σύστημα Μεταφοράς .....                                      | 15        |
| 1.1.3 Δίκτυο Διανομής.....   | 16        |
| 1.2 Ευστάθεια Τάσης .....  | 17        |
| 1.3 Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς και Καμπύλες PV .....               | 19        |
| 1.4 Δυναμικό Μοντέλο Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας .....         | 23        |
| 1.5 Μηχανισμοί Αστάθειας Τάσης.....                                | 25        |
| 1.5.1 Βραχυπρόθεσμη Αστάθεια Τάσης.....                            | 25        |
| 1.5.2 Μακροπρόθεσμη Αστάθεια Τάσης.....                            | 25        |
| 1.6 Οιονεί Στατική Προσέγγιση .....                                | 26        |
| 1.7 Πρόγραμμα WPSTAB για την μακροπρόθεσμη ανάλυση ευστάθειας..... | 27        |
| 1.8 Μηχανισμοί Ρύθμισης Άεργου Ισχύος.....                         | 27        |
| 1.8.1 Μετασχηματιστές με Συστήματα Αλλαγής Τάσης Υπό Φορτίο .....  | 27        |
| 1.8.2 Μηχανισμοί Άεργης Αντιστάθμισης .....                        | 28        |
| 1.9 Αιολική Παραγωγή .....   | 29        |
| 1.9.1 Αιολική Παραγωγή και Ανάπτυξη στην Ελλάδα .....              | 29        |
| 1.9.2 Επίδραση Μεταβλητότητας Αιολικής Παραγωγής .....             | 30        |
| 1.10 Αντικείμενο και Δομή της Εργασίας.....                        | 31        |
| <b>2 Βασικές Έννοιες Πιθανοτήτων και Στατιστικής</b> .....         | <b>35</b> |
| 2.1 Θεωρία Πιθανοτήτων .....                                       | 35        |
| 2.1.1 Η Έννοια της Πιθανότητας.....                                | 35        |
| 2.1.2 Τυχαίες Μεταβλητές και Κατανομές.....                        | 36        |
| 2.1.3 Μέση Τιμή .....  | 38        |
| 2.1.4 Ροπές Τυχαίων Μεταβλητών και Διακύμανση.....                 | 38        |
| 2.2 Ειδικές Κατανομές Πιθανότητας .....                            | 39        |
| 2.2.1 Κανονική Κατανομή.....                                       | 39        |
| 2.2.2 Κατανομή Γάμμα.....  | 40        |
| 2.2.3 Λογαριθμοκανονική Κατανομή.....                              | 41        |
| 2.2.4 Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή .....                         | 42        |
| 2.3 Στοχαστικές Διαδικασίες και Χρονοσειρές.....                   | 44        |
| 2.4 Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων .....                             | 45        |
| 2.4.1 Περιγραφική Στατιστική.....                                  | 45        |
| 2.4.1.1 Μέτρα Θέσης και Μεταβλητότητας .....                       | 47        |
| 2.4.2 Η Έννοια και ο Ρόλος της Στατιστικής Μοντελοποίησης.....     | 48        |

|   |           |
|---|-----------|
| 2.4.2.1 Κλασικές Μέθοδοι Εκτίμησης.....   | 48        |
| 2.4.2.2 Επιλογή και Εκτίμηση Στατιστικού Μοντέλου .....   | 50        |
| 2.4.3 Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος .....   | 51        |
| 2.5 Εκτίμηση Ελάχιστων Τετραγώνων .....   | 51        |
| <b>3 Ανάλυση Fourier και Επεξεργασία Σημάτων .....</b>  | <b>53</b> |
| 3.1 Μετασχηματισμός Fourier .....   | 53        |
| 3.1.1 Σειρά Fourier .....   | 53        |
| 3.1.2 Χρονοσυνεχής Μετασχηματισμός Fourier (FT).....  | 53        |
| 3.1.3 Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου (DTFT).....  | 54        |
| 3.1.4 Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT) .....   | 54        |
| 3.1.5 Υπολογιστική Πολυπλοκότητα DFT και Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier (FFT).....                 | 55        |
| 3.2 Δειγματοληψία .....   | 56        |
| 3.2.1 Εισαγωγή στη Δειγματοληψία Σημάτων .....  | 56        |
| 3.2.2 Θεώρημα Δειγματοληψίας Shannon .....  | 59        |
| 3.3 Ανάλυση Σημάτων με τον Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (DFT) .....                            | 59        |
| 3.3.1 Θεωρητική Ανάλυση .....   | 59        |
| 3.3.2 Εφαρμογή σε Matlab .....  | 61        |
| 3.4 Φίλτρα .....  | 62        |
| 3.4.1 Φίλτρα Επιλογής συχνοτήτων .....  | 62        |
| 3.4.2 Φίλτρο Κινούμενου Μέσου Όρου (Moving-Average Filter) .....                                  | 63        |
| 3.5 Εξομάλυνση Σημάτων μέσω Μετασχηματισμού Fourier .....   | 64        |
| <b>4 Μέθοδοι Προσέγγισης Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος με Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις.....</b>  | <b>65</b> |
| 4.1 Εξεταζόμενες Χρονοσειρές Ενεργού Ισχύος .....   | 65        |
| 4.2 Προσέγγιση με Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις .....   | 69        |
| 4.3 Μέθοδος Μέσου Όρου M1 .....   | 71        |
| 4.4 Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων M2.....  | 74        |
| 4.5 Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακροτάτων M3.....                           | 78        |
| 4.6 Συνδυασμός Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων και Μεθόδου Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων M4..... | 84        |
| 4.7 Ανακεφαλαίωση και Σύγκριση Μεθόδων .....  | 85        |
| <b>5 Προσομοίωση Δικτύου Δοκιμών με Προσεγγιστικές Χρονοσειρές.....</b>                           | <b>87</b> |
| 5.1 Σύστημα Δοκιμών με ένα Αιολικό Πάρκο .....  | 87        |
| 5.1.1 Δομή και Δεδομένα Συστήματος.....   | 87        |
| 5.1.2 Διατάξεις Ρύθμισης Αέργου Ισχύος .....  | 89        |
| 5.1.2.1 ΣΑΤΥΦ .....   | 89        |
| 5.1.2.2 Αυτόματοι Μηχανισμοί Ζεύξης-Απόζευξης Πυκνωτών .....                                      | 90        |

|   |            |
|---|------------|
| 5.1.2.3 Μετατροπείς Ηλεκτρονικών Ισχύος .....   | 91         |
| 5.1.3 Εξισώσεις Συστήματος .....  | 92         |
| 5.1.4 Αρχικοποίηση .....  | 95         |
| 5.1.5 Χρόνος Προσομοίωσης και Αγωγιμότητα Φορτίου .....                                     | 96         |
| 5.2 Συγκριτική Προσομοίωση Συστήματος για το Α/Π #1 .....                                   | 96         |
| 5.2.1 Περιγραφή Προσομοίωσης.....   | 97         |
| 5.2.2 Παρουσίαση και Σύγκριση Αποτελεσμάτων .....   | 97         |
| 5.3 Συγκριτική Προσομοίωση Συστήματος για το Α/Π #2.....                                    | 106        |
| 5.3.1 Παρουσίαση και Σύγκριση Αποτελεσμάτων .....   | 106        |
| 5.4 Λειτουργία Συστήματος δύο Α/Π με προσεγγιστικές χρονοσειρές .....                       | 115        |
| 5.4.1 Δομή και Δεδομένα Συστήματος.....   | 115        |
| 5.4.2 Δημιουργία Αρχείου Διαταραχών Ενεργού Ισχύος για Εφαρμογή στο<br>WPSTAB .....         | 117        |
| 5.4.3 Προσομοίωση Συστήματος δυο Α/Π με προσεγγιστική Μέθοδο M3 .....                       | 117        |
| 5.4.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων με διάφορες προσεγγιστικές χρονοσειρές.....                    | 124        |
| <b>6 Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων Προσέγγισης Χρονοσειρών Αιολικής<br/>Ισχύος .....</b> | <b>131</b> |
| 6.1 Ανάλυση Αποτελεσμάτων Μεθόδου Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων                         | 131        |
| 6.2 Στατιστική Ανάλυση Χρονικής Διάρκειας.....  | 133        |
| 6.3 Στατιστική Ανάλυση Μεταβολής Ισχύος.....  | 136        |
| 6.4 Στατιστική Ανάλυση Κλίσης .....   | 140        |
| 6.5 Επίδραση Φίλτρου αποκοπής.....  | 142        |
| 6.6 Συσχέτιση Κλίσης, Μεταβολής Ισχύος και Χρονικής Διάρκειας .....                         | 144        |
| <b>7 Συμπεράσματα-Προοπτικές .....</b>  | <b>147</b> |
| 7.1 Σύνοψη και Κύρια Συμπεράσματα.....  | 147        |
| 7.2 Προοπτικές για Μελλοντική Έρευνα .....  | 150        |
| <b>8 Βιβλιογραφία .....</b>   | <b>151</b> |



## *Εισαγωγή*

### **1.1 Δομή Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας**

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) ονομάζεται το σύνολο των εγκαταστάσεων, των μέσων και του εξοπλισμού που διατίθενται για την κάλυψη των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ιδιωτών και βιομηχανιών για χώρες ή περιοχές. Η λειτουργία ενός ΣΗΕ έγκειται στην παραγωγή, μεταφορά και διανομή της ηλεκτρικής ενέργειας στο σύνολο των αντίστοιχων καταναλωτών.

Βασικές προϋποθέσεις ορθής λειτουργίας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι να παρέχει ηλεκτρική ενέργεια ανταποκρινόμενο στις μεταβολές ζήτησης του φορτίου με το ελάχιστο δυνατό κόστος και τις ελάχιστες οικολογικές επιπτώσεις, εξασφαλίζοντας σταθερή συχνότητα, σταθερή τάση και υψηλή αξιοπιστία τροφοδότησης [1], [2].

Παρόλο που τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας διαφέρουν ανά τον κόσμο ως προς το μέγεθος και τα στοιχεία που τα απαρτίζουν, όλα διαθέτουν παρόμοια δομή και τα ίδια βασικά χαρακτηριστικά. Αποτελούνται από τρία διακριτά υποσυστήματα, το σύστημα παραγωγής, το σύστημα μεταφοράς και το δίκτυο διανομής. Η ηλεκτρική ενέργεια, από το σημείο που θα παραχθεί μέχρι και το σημείο που θα καταναλωθεί, βρίσκεται σε μια συνεχή ροή, και επειδή δεν είναι εύκολο ούτε και οικονομικό να αποθηκευτεί, πρέπει να παράγεται τη στιγμή ακριβώς που καταναλώνεται.

#### **1.1.1 Σύστημα Παραγωγής**

Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ονομάζεται η διαδικασία που απαιτείται για τη μετατροπή μιας μορφής πρωτογενούς ενέργειας (π.χ. θερμική, υδραυλική, αιολική) αρχικά σε κινητική μέσω κινητήριων μηχανών (π.χ. στροβίλων) και στη συνέχεια σε ηλεκτρική μέσω σύγχρονων γεννητριών [1]. Το σύστημα παραγωγής αποτελείται από θερμοηλεκτρικούς, υδροηλεκτρικούς και εναλλακτικούς σταθμούς παραγωγής. Στο σύστημα συμπεριλαμβάνονται και οι υποσταθμοί ανύψωσης σε υψηλή τάση (ΥΤ) για τη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας σε μεγάλες αποστάσεις.

Το σύνολο της ηλεκτρικής ενέργειας που παρέχεται στον καταναλωτή, προέρχεται από την θερμική ενέργεια των ορυκτών καυσίμων, από τη μηχανική ενέργεια των υδάτινων ροών και υδατοπτώσεων, από την πυρηνική σχάση και τα τελευταία χρόνια όλο και περισσότερο από εναλλακτικές πηγές ενέργειας, όπως η αιολική, η ηλιακή, η γεωθερμική, τα θαλάσσια ρεύματα.

#### **1.1.2 Σύστημα Μεταφοράς**

Με τον όρο μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας, νοείται το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά της από την έξοδο των σταθμών παραγωγής μέχρι τους υποσταθμούς που τροφοδοτούν τα μεγάλα κέντρα κατανάλωσης, η οποία γίνεται με τις γραμμές υψηλής

(YT) και υπερυψηλής (YYT) τάσης. Στη συνέχεια από αυτά τα κεντρικά σημεία του δικτύου, τους υποσταθμούς, ξεκινούν τα δίκτυα διανομής μέσης τάσης (MT). Ξεκινούν τα δίκτυα διανομής μέσης τάσης (MT). Επίσης, τροφοδοτούν τους μεγάλους καταναλωτές υψηλής τάσης, οι οποίοι κατασκευάζουν δικό τους υποσταθμό υποβιβασμού υψηλής σε μέση τάση (YT/MT) και εσωτερικά δίκτυα μέσης και χαμηλής τάσης (XT). Πρόκειται κυρίως μεγάλες βιομηχανικές εγκαταστάσεις, με εγκατεστημένη ισχύ πάνω από 10 MW. Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει εκτός από τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξης των δικτύων αυτών και τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων επιπέδων τάσης που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς.

Η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται με υψηλή τάση, διότι αυτό συνεπάγεται μικρότερες ηλεκτρικές απώλειες και συνεπώς οικονομικότερη λειτουργία. Η ισχύς η οποία μπορεί να μεταφερθεί από μια γραμμή μεταφοράς είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της τάσης και επομένως είναι προφανής ο ρόλος των υπερυψηλών τάσεων στην επίτευξη μεγάλων ισχύων μεταφοράς. Επιπλέον, οι μειωμένες απώλειες τις οποίες συνεπάγεται η μεταφορά με υπερυψηλές τάσεις, καθιστούν οικονομικότερη τη λειτουργία του συστήματος. Το κόστος μεταφοράς αποτελεί συνισταμένη του κόστους εγκατάστασης, του κόστους απωλειών και του κόστους συντήρησης της γραμμής. Κριτήριο για την εκλογή μιας τάσης μεταφοράς είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους.

Χρησιμοποιούνται διάφορες τιμές τάσης μεταφοράς, αναλόγως της απόστασης και της ποσότητας της ισχύος που πρέπει να μεταφερθεί. Οι εφαρμοζόμενες τάσεις μεταφοράς στα ΣΗΕ έχουν σήμερα τιμές 66 kV, 110 kV, 132 kV, 138 kV, 150 kV, 220 kV, 275 kV, 345 kV, 400 kV, 500 kV και 750 kV. Η διάταξη των δικτύων μεταφοράς είναι βροχοειδής, σε αντίθεση με την ακτινική δομή των δικτύων διανομής. Το σύστημα παραγωγής και μεταφοράς αναφέρεται συχνά ως διασυνδεδεμένο ηλεκτρικό σύστημα (bulk power system) [2].

### **1.1.3 Δίκτυο Διανομής**

Με τον όρο διανομή ηλεκτρικής ενέργειας νοείται το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου με τις οποίες αυτή διανέμεται στους καταναλωτές. Τα δίκτυα διανομής περιλαμβάνουν τις γραμμές, μέσω των οποίων η ηλεκτρική ενέργεια φτάνει στους καταναλωτές και τους υποσταθμούς υποβιβασμού τάσης, ενώ εκτείνονται έως και το μετρητή της παρεχόμενης στον καταναλωτή ενέργειας. Μετά το μετρητή, αρχίζει η εσωτερική ηλεκτρική εγκατάσταση, που περιλαμβάνει το εσωτερικό δίκτυο διανομής και τις συσκευές κατανάλωσης. Τα τελευταία χρόνια, ο όρος σύστημα διανομής καλύπτει όλη τη δραστηριότητα της διανομής και της χρήσης ηλεκτρικής ενέργειας, περιλαμβάνοντας τόσο τα δίκτυα διανομής όσο και τις εσωτερικές ηλεκτρικές εγκαταστάσεις.

Η συνεχής αύξηση της κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας και η παράλληλη τεχνολογική εξέλιξη των υλικών, οδήγησαν στη χρησιμοποίηση όλο και υψηλότερων τάσεων για τη διανομή και τη μεταφορά. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, δίκτυα που παλιότερα έπαιζαν το ρόλο μεταφοράς να χαρακτηρίζονται ως δίκτυα υπομεταφοράς και να αποτελούν ουσιαστικά μέρος της διανομής.

Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, η αξία των εγκαταστάσεων διανομής κυμαίνεται περίπου στο 30% του συνόλου των εγκαταστάσεων, ενώ ακόμη



μεγαλύτερη είναι η συμμετοχή στις δαπάνες εκμετάλλευσης, αφαιρουμένων των δαπανών καυσίμου.

Τα δίκτυα διανομής, ανάλογα με τον τύπο περιοχής που τροφοδοτούν, μπορούν να είναι είτε υπόγεια είτε εναέρια. Λόγω του μεγάλου πλήθους των στοιχείων που διαθέτουν, λειτουργούν ακτινικά χάριν απλότητας της προστασίας και της ροής ενέργειας [3].

## **1.2 Ευστάθεια Τάσης**

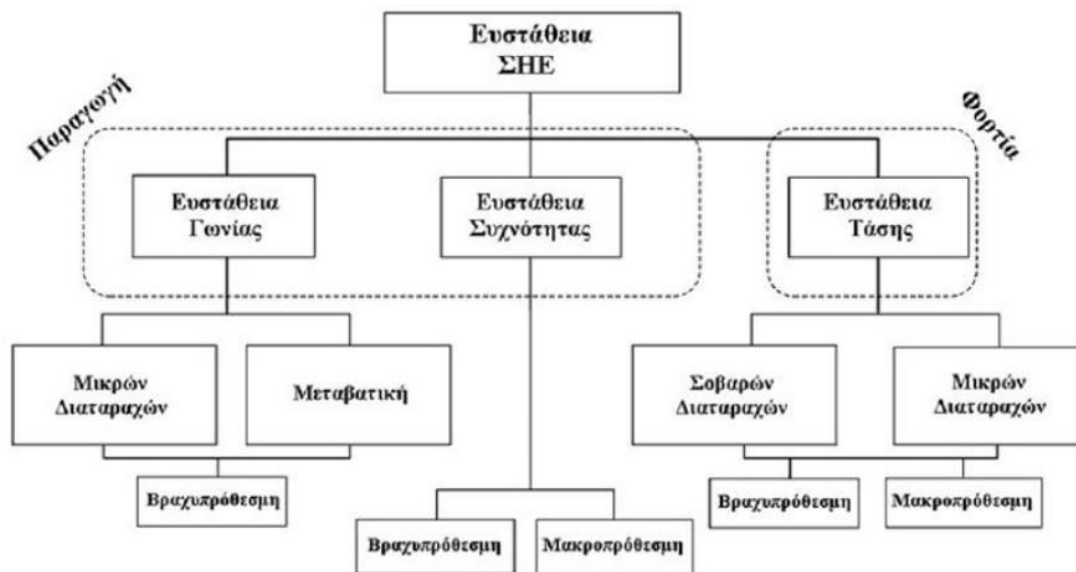
Ενώ η ευστάθεια ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας φαίνεται να αποτελεί ενιαίο πρόβλημα, θα ήταν δύσκολο και σχεδόν αδύνατο να μελετηθεί με έναν ενιαίο τρόπο. Η κατηγοριοποίηση της ευστάθειας σε διάφορες μορφές είναι αναγκαία, αφού η αστάθεια ενός ΣΗΕ μπορεί να οφείλεται σε πολλούς παράγοντες που ο καθένας επιδρά με διαφορετικό τρόπο στο σύστημα και απαιτεί διαφορετική αντιμετώπιση. Οι κατηγορίες αυτές φαίνονται στο Σχ. 1.1. Η κατηγοριοποίηση γίνεται σύμφωνα με τα παρακάτω κριτήρια [4]:

- Η φύση της αστάθειας.
- Το μέγεθος της διαταραχής που προκαλεί την αστάθεια.
- Ο εξοπλισμός, οι μηχανισμοί, οι διαδικασίες και το χρονικό διάστημα που πρέπει να ληφθούν υπόψη έτσι ώστε να μελετηθεί η αστάθεια.
- Η καταλληλότερη μέθοδος αντιμετώπισης και πρόβλεψης της αστάθειας.

Όπως και τα υπόλοιπα είδη ευστάθειας, η ευστάθεια τάσης μπορεί να διαχωριστεί σε κατηγορίες με βάση διαφορετικά κριτήρια. Ένα πολύ σημαντικό κριτήριο αποτελεί το μέγεθος της διαταραχής που προκάλεσε την απώλεια της ευστάθειας. Με βάση αυτό το κριτήριο, η ευστάθεια τάσης κατηγοριοποιείται σε ευστάθεια τάσης μεγάλων διαταραχών και μικρών διαταραχών [4]. Ο διαχωρισμός αυτός χρησιμοποιείται στην επιλογή της μεθόδου ανάλυσης των φαινομένων αστάθειας.

Η ευστάθεια τάσης μεγάλων διαταραχών αναφέρεται στην ικανότητα του συστήματος να διατηρεί το επίπεδο τάσης σε περιπτώσεις εμφάνισης σημαντικών διαταραχών όπως σφάλματα συστήματος, απώλεια γεννήτριας ή απώλεια γραμμής μεταφοράς. Η ικανότητα αυτή καθορίζεται από το μέγεθος του φορτίου που καλείται να καλύψει το σύστημα, καθώς και από τη λειτουργία και αλληλεπίδραση διαφόρων συνεχών ή διακριτών διατάξεων, όπως είναι τα ΣΑΤΥΦ. Ο εντοπισμός της αστάθειας τάσης πραγματοποιείται συνήθως με μη γραμμική δυναμική ανάλυση του συστήματος για αρκετό χρονικό διάστημα, ώστε να εντοπιστεί και η επίδραση τέτοιων διατάξεων [4].

Η ευστάθεια τάσης μικρών διαταραχών αναφέρεται στην ικανότητα του συστήματος να διατηρεί το επίπεδο τάσης σε συνθήκες μικρών διαταραχών, όπως σταδιακή αύξηση του φορτίου. Η ικανότητα αυτή εξαρτάται από το καταναλισκόμενο φορτίο και τις αλληλεπιδράσεις διατάξεων σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Η ανάλυση της ευστάθειας τάσης του συστήματος για περιπτώσεις εμφάνισης μικρών διαταραχών πραγματοποιείται με γραμμικοποίηση γύρω από ένα δεδομένο σημείο λειτουργίας, το οποίο χαρακτηρίζεται ευσταθές ή ασταθές [4].



Σχήμα 1.1 Κατηγοριοποίηση των μορφών Αστάθειας

Η ευστάθεια τάσης ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί να οριστεί ως η ικανότητα του ΣΗΕ να διατηρεί σταθερές αποδεκτές τάσεις σε όλους τους ζυγούς του, τόσο στην κανονική κατάσταση λειτουργίας, όσο και έπειτα από μια διαταραχή. Επίσης, για το πρόβλημα της αστάθειας τάσης έχει προταθεί ο παρακάτω ορισμός, ο οποίος περιγράφει τα βασικά χαρακτηριστικά του φαινομένου [5]:

*Η αστάθεια τάσης προκαλείται από την απόπειρα των δυναμικών φορτίων να απορροφήσουν ισχύ μεγαλύτερη από το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος του συνδυασμένου συστήματος παραγωγής και μεταφοράς.*

Τα συστήματα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας συναντούν ένα άνω όριο στην μέγιστη ισχύ που μπορούν να μεταφέρουν. Το όριο αυτό καθορίζει κατά πόσο ένα σύστημα κινδυνεύει να βρεθεί σε κατάσταση αστάθειας τάσης. Όταν το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος παραβιαστεί, ο οποιοσδήποτε μηχανισμός αποκατάστασης του φορτίου αντί να αυξήσει την καταναλισκόμενη ισχύ, τείνει να τη μειώσει. Στο φαινόμενο αυτό εντοπίζεται η ουσία της αστάθειας τάσης.

Η δυναμική συμπεριφορά των φορτίων είναι ένας από τους βασικούς λόγους εμφάνισης αστάθειας τάσης. Μετά την παρουσίαση διαταραχής στο σύστημα, τα φορτία τείνουν να αποκαταστήσουν την καταναλισκόμενη ισχύ είτε άμεσα, μεταβάλλοντας την αγωγιμότητά τους, είτε έμμεσα, μέσω διατάξεων του συστήματος, όπως είναι τα ΣΑΤΥΦ (συστήματα αλλαγής τάσης υπό φορτίο), οι κινητήρες επαγωγής και τα θερμοστατικά ελεγχόμενα φορτία.

Ένα φαινόμενο αστάθειας τάσης, εμφανίζεται με τη μορφή της ανεξέλεγκτης συνεχούς μείωσης (σπανιότερα ανόδου) των τάσεων σε ορισμένους ζυγούς του συστήματος. Η επιτάχυνση αυτού του φαινομένου προκαλεί τελικά απότομη βύθιση στις τάσεις, οδηγώντας στο φαινόμενο που ονομάζεται κατάρρευση τάσης. Η έννοια της κατάρρευσης ορίζεται ως εξής [5]:

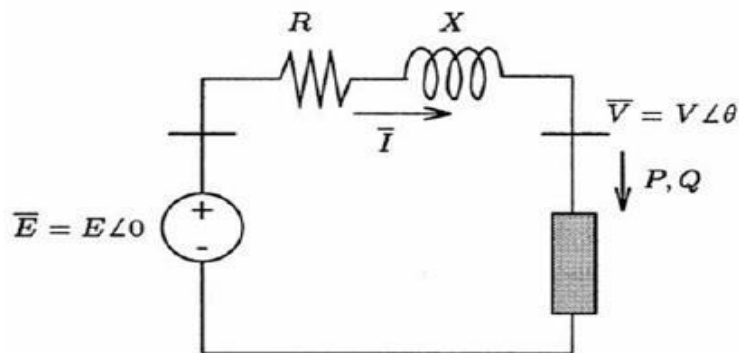
Με τον όρο κατάρρευση εννοείται μια απότομη καταστροφική μετάβαση της κατάστασης ενός συστήματος, η οποία οφείλεται συνήθως σε μία αστάθεια που εξελίσσεται σε ταχύτερη χρονική κλίμακα από την αρχικά θεωρούμενη.

Η αστάθεια τάσης ξεκινά ως ένα τοπικό φαινόμενο. Ωστόσο, οι συνέπειές της μπορεί να έχουν διαδεδομένο αντίκτυπο. Από την άλλη, η κατάρρευση τάσης είναι πιο περίπλοκη από μία απλή αστάθεια τάσης και συνήθως είναι το αποτέλεσμα μιας αλληλουχίας γεγονότων που συνοδεύουν την αστάθεια τάσης και οδηγούν ένα σημαντικό κομμάτι του ΣΗΕ να λειτουργεί με χαμηλές τάσεις. Η πιθανή αστάθεια τάσης μπορεί εύκολα να ευνοηθεί από τα χαρακτηριστικά και τις συνθήκες του συστήματος, με τα πιο σημαντικά να είναι [4]:

- Μεγάλες αποστάσεις μεταξύ παραγωγής και κατανάλωσης.
- Λειτουργία ΣΑΤΥΦ σε καταστάσεις χαμηλού επιπέδου τάσεων μεταφοράς.
- Κακός συντονισμός του συνόλου των συστημάτων προστασίας και ελέγχου.
- Δυσμενή χαρακτηριστικά φορτίων (συμπεριφορά σταθερής ισχύος).

### 1.3 Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς και Καμπύλες PV

Ένας βασικός παράγοντας στην πρόκληση αστάθειας τάσης αποτελεί η αδυναμία μεταφοράς της απαιτούμενης ισχύος για την κάλυψη της ζήτησης των φορτίων [5]. Το σύστημα έχει την ικανότητα να μεταφέρει μια μέγιστη ενεργό ή άεργο ισχύ, η οποία αποκαλείται μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Αυτή, προσδιορίζεται βάσει των διατάξεων και της τοπολογίας του εκάστοτε δικτύου. Η βασική ιδέα προκύπτει από την ανάλυση του ακτινικού δικτύου του Σχήματος 1.2, το οποίο αποτελείται από μια ιδανική πηγή τάσης, μια γραμμή μεταφοράς και ένα φορτίο. Για λόγους απλότητας, θεωρούνται μηδενικές ωμικές απώλειες ( $R = 0$ ) και ιδανική πηγή τάσης.



Σχήμα 1.2 Ακτινικό Δίκτυο

Σύμφωνα με το Σχήμα 1.2 προκύπτει:

$$\tilde{V} = \tilde{E} - jX\tilde{I} \quad (1.1)$$

Η φαινόμενη ισχύς που απορροφάται από το φορτίο είναι:

$$S = P + jQ = \tilde{V}\tilde{I}^* = \tilde{V} \frac{\tilde{E}^* - \tilde{V}^*}{-jX} = \frac{j}{X} (EV \cos \theta + jEV \sin \theta - V^2) \quad (1.2)$$

Με βάση την παραπάνω σχέση, οι εξισώσεις ροής ισχύος ή ροής φορτίου ενός δικτύου χωρίς απώλειες προκύπτουν ως εξής:

$$P = -\frac{EV}{X} \sin \theta \quad (1.3)$$

$$Q = -\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X} \cos \theta \quad (1.4)$$

Για δεδομένο φορτίου  $(P, Q)$ , οι παραπάνω εξισώσεις λύνονται ως προς  $V$  και  $\theta$ , με χρήση των οποίων μπορούν στη συνέχεια να προσδιοριστούν και τα υπόλοιπα μεγέθη. Απαλείφοντας την γωνία  $\theta$ , λαμβάνεται η γνωστή διτετράγωνη εξίσωση:

$$(V^2)^2 + (2QX - E^2)V^2 + X^2(P^2 + Q^2) = 0 \quad (1.5)$$

Για την ύπαρξη τουλάχιστον μιας ρίζας, πρέπει η διακρίνουσα να είναι μη αρνητική:

$$(2QX - E^2)^2 - 4X^2(P^2 + Q^2) \geq 0 \quad (1.6)$$

Η οποία απλοποιείται στην ακόλουθη ανίσωση:

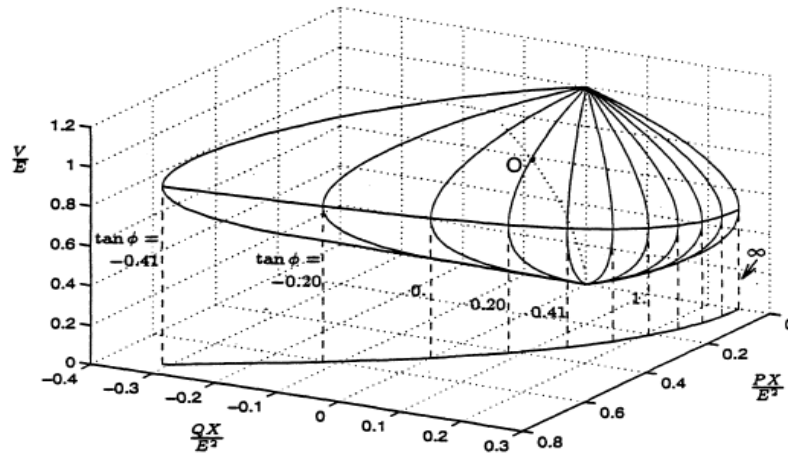
$$-P^2 - \frac{E^2}{X}Q + \left(\frac{E^2}{2X}\right)^2 \geq 0 \quad (1.7)$$

Υποθέτοντας στη συνέχεια ότι η παραπάνω ανίσωση ικανοποιείται, οι δύο λύσεις της διτετράγωνης εξίσωσης (1.5) δίνονται από τον ακόλουθο τύπο:

$$V = \sqrt{\frac{E^2}{2} - QX \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - X^2P^2 - XE^2Q}} \quad (1.8)$$

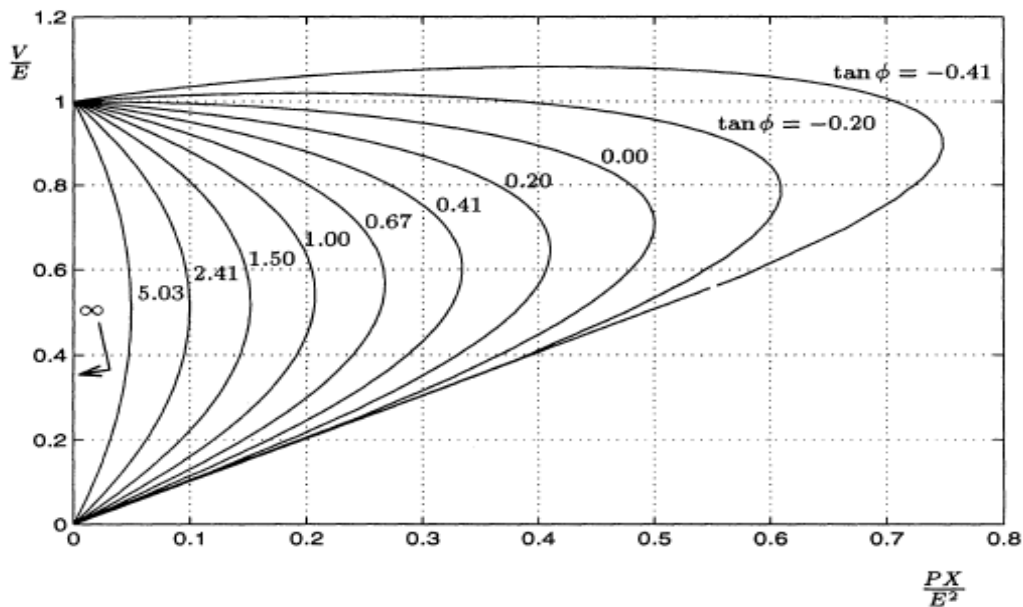
Στον τρισδιάστατο χώρο  $(P, Q, V)$ , η εξίσωση (1.8) ορίζει την επιφάνεια δυο διαστάσεων που φαίνεται στο Σχήμα 1.3, με το πάνω μέρος της επιφάνειας να αντιστοιχεί στη θετική ρίζα της εξίσωσης (1.8) ή αλλιώς ρίζα υψηλής τάσης, ενώ το κάτω μέρος αντιστοιχεί στην αρνητική ρίζα ή ρίζα χαμηλής τάσης. Ο Ισημερινός της επιφάνειας κατά μήκος του οποίου οι δυο λύσεις είναι όμοιες, αντιστοιχεί στα σημεία μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος.

Οι μεσημβρινοί του ίδιου σχήματος αντιστοιχούν σε τομές της επιφάνειας με το κατακόρυφο επίπεδο  $Q = P \tan \varphi$ , με το  $\varphi$  να μεταβάλλεται από  $-\pi/8$  έως  $\pi/2$  με βήμα  $\pi/16$ . Η προβολή αυτών των μεσημβρινών στο επίπεδο  $(P, V)$  δίνει της καμπύλες τάσης φορτίου  $V$  συναρτήσεως της ενεργού ισχύος  $P$ , με μεταβλητό συντελεστή ισχύος. Οι συγκεκριμένες καμπύλες φαίνονται στο Σχήμα 1.4 και ονομάζονται καμπύλες ισχύος τάσης ή αλλιώς καμπύλες  $PV$ . Διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην κατανόηση και την ανάλυση της αστάθειας τάσης.

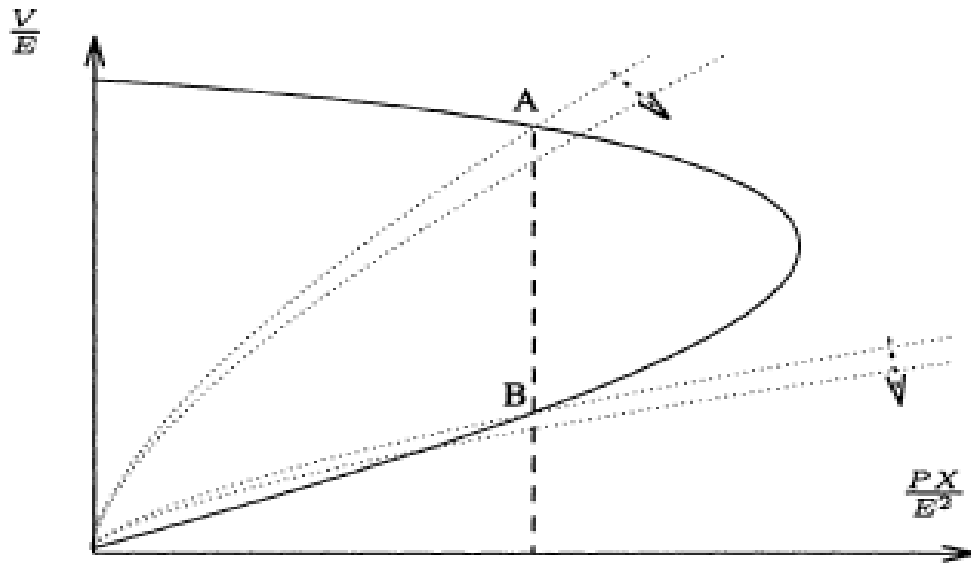


Σχήμα 1.3 Τάση Συναρτήσει Ενεργών και Αεργων Ισχύων Φορτίου

Από το Σχήμα 1.4 εξάγονται τα ακόλουθα συμπεράσματα [5]. Καταρχάς, για δεδομένη ενεργό ισχύ του φορτίου μικρότερης της Μέγιστης Μεταφερόμενης υπάρχουν δύο λύσεις: μια με υψηλή τάση και χαμηλό ρεύμα και μία με χαμηλή τάση και υψηλό ρεύμα. Η πρώτη αντιστοιχεί σε συνθήκες κανονικής λειτουργίας, με την τάση  $V$  σε πιο κοντινές τιμές με την τάση της γεννήτριας  $E$ . Η δεύτερη δεν είναι αποδεκτή για κατάσταση μόνιμης λειτουργίας, μιας και αντιστοιχεί σε ασταθές σημείο λειτουργίας. Αυτό γίνεται κατανοητό παρατηρώντας το Σχήμα 1.5.



Σχήμα 1.4 Καμπύλες PV



Σχήμα 1.5 Καμπύλη PV

Στο Σχήμα 1.5, η διακεκομμένη ευθεία είναι η καμπύλη ζήτησης ενεργού ισχύος του φορτίου συναρτήσει της τάσης θεωρούμενης σταθερής. Τα σημεία A και B αποτελούν δύο σημεία λειτουργίας τα οποία χαρακτηρίζονται από την ίδια ισχύ  $P_0$ , αλλά με διαφορετική αγωγιμότητα (εστιγμένες καμπύλες). Θεωρείται μια μικρή αύξηση της αγωγιμότητας του φορτίου. Στην περίπτωση που το σύστημα βρίσκεται στο σημείο A, η αυξημένη αγωγιμότητα προκαλεί μια πτώση τάσης και οδηγεί σε υψηλότερη καταναλισκόμενη ισχύ του φορτίου. Παρατηρείται με άλλα λόγια η αναμενόμενη απόκριση της λειτουργίας ενός ΣΗΕ. Στο σημείο B, παρόλα αυτά, η μεγαλύτερη αγωγιμότητα συνοδεύεται από ταυτόχρονη μείωση της τάσης και της καταναλισκόμενης ισχύος του φορτίου. Αν λοιπόν υποθεθεί ότι υπάρχει ένας μηχανισμός που τείνει να αυξήσει την αγωγιμότητα του φορτίου προκειμένου να επιτύχει μια συγκεκριμένη κατανάλωση, το σημείο B καθίσταται ασταθές.

Συνεχίζοντας, συμπεραίνεται ότι όσο αυξάνεται η αντιστάθμιση του φορτίου (που αντιστοιχεί σε μικρότερα έως αρνητικά  $\tan\phi$ ), αυξάνεται και η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς. Ταυτόχρονα, όμως, αυξάνεται και η τιμή της τάσης, στην οποία εμφανίζεται το μέγιστο. Αυτό είναι επικίνδυνο από την άποψη ότι, η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς επιτυγχάνεται σε υψηλές τιμές τάσης και κοντά στην ονομαστική, δυσκολεύοντας έτσι την ανίχνευση της αστάθειας τάσης.

Τέλος, για υπέρ-αντισταθμισμένα φορτία ( $\tan\phi < 0$ ), ένα τμήμα της καμπύλης PV δείχνει ότι η τάση αυξάνει με την αύξηση της ισχύος φορτίου. Αυτό συμβαίνει διότι υπό αρνητικό  $\tan\phi$ , όσο αυξάνεται η κατανάλωση της ενεργού ισχύος, τόσο αυξάνεται η παραγωγή αέργου ισχύος. Επομένως σε συνθήκες χαμηλής ισχύος φορτίου, η μείωση της τάσης που προκαλείται από την κατανάλωση της ενεργού ισχύος αντισταθμίζεται από την αντίστοιχη παραγωγή της αέργου. Όσο πιο αρνητικό το  $\tan\phi$ , τόσο μεγαλύτερο και το τμήμα της PV καμπύλης που συμβαίνει το παραπάνω φαινόμενο.

Αν το φορτίο θεωρηθεί ότι συμπεριφέρεται ως σύνθετη αγωγιμότητα και ότι μεταβάλλεται με σταθερό συντελεστή ισχύος, η αποδιδόμενη ισχύς στο φορτίο δίνεται από τη σχέση:

$$P = R_l I^2 = \frac{R_l E^2}{(R + R_l)^2 + (X + R_l \tan \varphi)^2} \quad (1.9)$$

Όπου  $Z_l = R_l + jX_l = R_l(1 + j \tan \varphi)$  είναι η σύνθετη αγωγιμότητα του φορτίου.

Η συνθήκη ακρότατου της (1.9) είναι:

$$\frac{\partial P}{\partial R_l} = 0 \Rightarrow R_l^2 (1 + \tan^2 \varphi) = R^2 + X^2 \quad (1.10)$$

Η παραπάνω σχέση είναι ισοδύναμη με:

$$|Z_l| = |Z| \quad (1.11)$$

Η δεύτερη παράγωγος της διτετράγωνης εξίσωσης (1.5) δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R_l^2} = -2R_l(1 + \tan^2 \varphi) \quad (1.12)$$

Η παραπάνω παράγωγος είναι πάντα αρνητική, που σημαίνει ότι η ενεργός ισχύς παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο μηδενισμού της παραγώγου της. Με βάση αυτό, διατυπώνεται το θεώρημα μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος που διακινείται σε μια γραμμή μεταφοράς, όταν ο συντελεστής ισχύος είναι σταθερός: Για σταθερό συντελεστή ισχύος, η ισχύς του φορτίου μεγιστοποιείται όταν η σύνθετη αντίσταση του φορτίου γίνει ίση με τη σύνθετη αντίσταση της γραμμής μεταφοράς.

Για μοναδιαίο συντελεστή ισχύος φορτίου και  $R=0$ , η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς προκύπτει με την αντικατάσταση της συνθήκης μέγιστου στη σχέση :

$$P_{max} = \frac{E^2}{4X} \quad (1.13)$$

#### **1.4 Δυναμικό Μοντέλο Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας**

Ένα συνεχές σύστημα το οποίο εμφανίζει δυναμική συμπεριφορά, μπορεί να περιγραφεί από ένα σύνολο  $N$  διαφορικών εξισώσεων, της μορφής:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (1.14)$$

όπου  $\mathbf{x}$  είναι το  $N \times 1$  διάνυσμα κατάστασης του συστήματος και κάθε  $f_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) είναι μια συνεχής μη γραμμική συνάρτηση όλων των  $x_i$ . Η χρονική απόκριση ενός φυσικού συστήματος συνδέεται με μία λύση της συνήθους διαφορικής εξίσωσης (1.14) για μια αρχική συνθήκη, η οποία δίνει το διάνυσμα κατάστασης τη χρονική στιγμή  $t = 0$ :

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0) \quad (1.15)$$

Η αρχική συνθήκη (1.15) και η διαφορική εξίσωση (1.14) συνιστούν ένα πρόβλημα αρχικών τιμών. Είναι αναμενόμενο ότι για κάθε αρχική συνθήκη υπάρχει μία λύση του μη γραμμικού συστήματος (1.14). Οι συνθήκες κάτω από τις οποίες αυτός ο ισχυρισμός είναι σωστός, ορίζονται στο θεώρημα ύπαρξης και μοναδικότητας της λύσης [5]. Ένα γενικό δυναμικό μοντέλο της μορφής που χρησιμοποιείται στην προσομοίωση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας περιγράφεται παρακάτω. Το μοντέλο περιγράφεται σε συμπυκνωμένη, διανυσματική μορφή, με πορεία από πιο τα γρήγορα προς τα πιο αργά δυναμικά φαινόμενα.

Αρχικά, τα μεταβατικά φαινόμενα ηλεκτρομαγνητικής φύσεως θεωρούνται πρακτικά ακαριαία μετά την εμφάνιση μιας διαταραχής ή αλλαγής στις μεταβλητές κατάστασης του συστήματος καθότι είναι πολύ γρήγορα συγκριτικά με το χρονικό διάστημα που παρουσιάζει ενδιαφέρον στις μελέτες ευστάθειας τάσης. Έτσι, για την παράσταση του δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας θεωρείται ακαριαία απόκριση και το δίκτυο περιγράφεται από ένα σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.16)$$

Όπου  $\mathbf{g}$  είναι  $m$  ομαλές συναρτήσεις και  $\mathbf{y}$  το  $(m \times 1)$  διάνυσμα των αλγεβρικών μεταβλητών (συνήθως τάσεις και γωνίες). Οι εξισώσεις αυτές παίζουν σημαντικό ρόλο στην ευστάθεια του συστήματος. Τα διανύσματα  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{z}_c$  και  $\mathbf{z}_d$  ορίζονται στη συνέχεια.

Τα δυναμικά φαινόμενα μετά από μια διαταραχή στην κλίμακα των σύγχρονων γεννητριών και των ρυθμιστών τους, των επαγωγικών κινητήρων και των συνδέσμων συνεχούς ρεύματος, διαρκούν συνήθως από ένα έως μερικά δευτερόλεπτα και συχνά αναφέρονται ως βραχυπρόθεσμα μεταβατικά φαινόμενα, ενώ η κλίμακα αυτή ονομάζεται βραχυπρόθεσμη χρονική κλίμακα. Τα βραχυπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα περιγράφονται από τις ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.17)$$

Όπου  $\mathbf{f}$  είναι  $n$  ομαλές συναρτήσεις και  $\mathbf{x}$  το  $(n \times 1)$  διάνυσμα των βραχυπρόθεσμων μεταβλητών κατάστασης του συστήματος.

Τέλος, η κλίμακα των φαινομένων, των ρυθμιστών και των διατάξεων προστασίας που δρουν συνήθως από μερικές δεκάδες δευτερόλεπτα έως μερικά λεπτά μετά από την εμφάνιση μιας διαταραχής είναι η μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα. Οι σχετικοί μηχανισμοί σχεδιάζεται να δρουν μετά από την απόσβεση των βραχυπρόθεσμων μεταβατικών φαινομένων, για την αποφυγή περιττών δράσεων ή ασταθών αλληλεπιδράσεων με τα δυναμικά φαινόμενα βραχυπρόθεσμης κλίμακας. Μερικά παραδείγματα μηχανισμών που περιλαμβάνονται σε αυτή την κατηγορία είναι τα συστήματα αλλαγής τάσης υπό φορτίο (ΣΑΤΥΦ), η δευτερεύουσα ρύθμιση συχνότητας, η ζεύξη συστοιχιών πυκνωτών. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις παραπάνω διατάξεις αποτελούνται από συνεχείς διαφορικές εξισώσεις μεγάλης χρονικής σταθεράς και από διακριτές εξισώσεις διαφορών, και έχουν την μορφή:

$$\dot{\mathbf{z}}_c = \mathbf{h}_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.18)$$

$$\mathbf{z}_d(k+1) = \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d(k)) \quad (1.19)$$

Όπου  $\mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d$  είναι τα διανύσματα κατάστασης για τα συνεχή και τα διακριτά μακροπρόθεσμα φαινόμενα αντίστοιχα. Ο δείκτης  $k$  εκφράζει τη χρονική στιγμή



$t_k = k\Delta T$  , όπου με  $\Delta T$  συμβολίζεται η περίοδος λειτουργίας του διακριτού συστήματος.

Το σύνολο των εξισώσεων (1.14)-(1.19) αποτελεί το πλήρες δυναμικό μοντέλο των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

### **1.5 Μηχανισμοί Αστάθειας Τάσης**

Με βάση το κριτήριο της χρονικής κλίμακας στην οποία εξελίσσονται τα δυναμικά φαινόμενα, η αστάθεια τάσης (και αντίστοιχα οι μηχανισμοί αστάθειας τάσης) χωρίζεται σε *βραχυπρόθεσμη* και *μακροπρόθεσμη* [5].

#### **1.5.1 Βραχυπρόθεσμη Αστάθεια Τάσης**

Αστάθεια τάσης προκαλείται από την απόπειρα των φορτίων να αποκαταστήσουν την ισχύ που καταναλώνουν έπειτα από μια διαταραχή. Στη βραχυπρόθεσμη κλίμακα, η συμπεριφορά αυτή εξελίσσεται εντός λίγων δευτερολέπτων, ένα χρονικό διάστημα εντός του οποίου εμφανίζεται και το φαινόμενο της αστάθειας γωνίας στις σύγχρονες γεννήτριες. Στο ίδιο διάστημα εξελίσσονται και φαινόμενα βραχυπρόθεσμης αστάθειας τάσης, που αφορούν κυρίως τις γρήγορες προσπάθειες αποκατάστασης φορτίου από κινητήρες επαγωγής και λιγότερο συχνά συνδέσμους υψηλής τάσης-συνεχούς ρεύματος (HVDC links). Η βραχυπρόθεσμη αστάθεια τάσης είναι επίσης γνωστή ως *μεταβατική κατάρρευση τάσης* [6].

Οι μηχανές επαγωγής παίζουν σημαντικό ρόλο στα φαινόμενα αστάθειας τάσης στη βραχυπρόθεσμη χρονική κλίμακα. Συγκεκριμένα, στα καινούργια Αιολικά Πάρκα εγκαθίστανται συνήθως ανεμογεννήτριες επαγωγής μεταβλητών στροφών, οι οποίες έχουν τη δυνατότητα ρύθμισης της τερματικής τάσης και επομένως της καταναλισκόμενης αέργου ισχύος, μέσω κατάλληλων μετατροπέων ηλεκτρονικών ισχύος. Πολλά Αιολικά Πάρκα, χρησιμοποιούσαν παλαιότερα γεννήτριες σταθερών στροφών. Οι τελευταίες, από πλευράς ευστάθειας τάσης, εμφανίζουν την ίδια σχεδόν συμπεριφορά με τους κινητήρες επαγωγής. Η διαφορά έγκειται στην επιτάχυνσή τους (αντί για επιβράδυνση), σε περίπτωση απώλειας σημείου ισορροπίας. Επιπλέον, εάν μία ασύγχρονη μηχανή οδηγηθεί σε αστάθεια ενώ παραμένει συνδεδεμένη στο δίκτυο, μπορεί να συμπαρασύρει σε αστάθεια και γειτονικές μηχανές, με αποτέλεσμα τη μερική ή ολική κατάρρευση του συστήματος. Το πρόβλημα της βραχυπρόθεσμης αστάθειας τάσης είναι ένα σύγχρονο ζήτημα, το οποίο αναμένεται να λάβει μεγαλύτερες διαστάσεις.

#### **1.5.2 Μακροπρόθεσμη Αστάθεια Τάσης**

Μετά από μια διαταραχή, θεωρείται ότι το σύστημα βρίσκεται σε βραχυπρόθεσμο σημείο ισορροπίας, όταν τα βραχυπρόθεσμα μεταβατικά φαινόμενα έχουν αποσβεσθεί, όταν δηλαδή στην εξίσωση (1.17) ισχύει:

$$f(x, y, z_c, z_d) = 0 \quad (1.20)$$

Μετά τη βραχυπρόθεσμη ισορροπία, οι μακροπρόθεσμες αργές δυναμικές καθορίζουν την εξέλιξη του συστήματος. Οι γρήγορες δυναμικές συνιστώσες του συστήματος θεωρούνται ότι ανταποκρίνονται ευσταθώς στις αλλαγές των μακροπρόθεσμων και επομένως, οι εξισώσεις (1.17) μπορούν να αντικατασταθούν από αλγεβρικές εξισώσεις ισορροπίας (1.20). Έτσι προκύπτει η λογική πίσω από την οιονεί στατική

προσέγγιση στη μακροπρόθεσμη κλίμακα, η οποία παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

Οι μηχανισμοί αστάθειας τάσης που εμφανίζονται από την εξέλιξη των παραπάνω αργών δυναμικών φαινομένων, είναι πιθανό να οδηγήσουν στην μακροπρόθεσμη αστάθεια τάσης [5]. Σημαντικό ρόλο στην εμφάνιση αυτού του είδους αστάθειας τάσης παίζουν τα ΣΑΤΥΦ των μετασχηματιστών, τα οποία με τις ρυθμιστικές τους λειτουργίες επηρεάζουν την απόκριση του συστήματος.

## 1.6 Οιονεί Στατική Προσέγγιση

Η μελέτη των ΣΗΕ από πλευράς αστάθειας τάσης γίνεται ολοένα και πιο σημαντική, κυρίως λόγω των επιπτώσεων που μπορεί να έχει. Οι αλγεβρικές-διαφορικές εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 1.4 αποτελούν ένα εργαλείο αναπαράστασης της συμπεριφοράς ενός ΣΗΕ και η επίλυσή τους δίνει τη δυνατότητα λεπτομερούς ανάλυσης των μηχανισμών αστάθειας. Παρά τη συνεχή αύξηση της υπολογιστικής δύναμης που μπορεί να προσφέρει η τεχνολογία, είναι απαραίτητο να γίνει κάποια απλοποίηση σε ένα μεγάλο σύστημα προκειμένου να αναλυθεί στη μακροπρόθεσμη κλίμακα.

Η ανάγκη για απλοποιημένη και γρήγορη επίλυση των εξισώσεων οδήγησε στο διαχωρισμό τους σε δυο συστήματα ελαττωμένης τάξης και πολυπλοκότητας, ανάλογα με τη χρονική κλίμακα στην οποία ανήκουν τα δυναμικά φαινόμενα που εξελίσσονται. Πρόκειται για το βραχυπρόθεσμο προσεγγιστικό σύστημα και το οιονεί στατικό σύστημα στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα, που προκύπτουν με εφαρμογή της τεχνικής των οιονεί στατικών μεταβολών [5].

Κατά την ανάλυση στη βραχυπρόθεσμη κλίμακα, χρησιμοποιείται το βραχυπρόθεσμο σύστημα. Το μοντέλο αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι τα αργά δυναμικά φαινόμενα, λόγω του αργού ρυθμού εξέλιξής τους, μπορούν να θεωρηθούν σταθερά, όταν τα γρήγορα βραχυπρόθεσμα φαινόμενα βρίσκονται σε διαδικασία μετάβασης. Επομένως, οι μακροπρόθεσμες μεταβλητές  $\mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d$  των εξισώσεων (1.18) και (1.19) θεωρούνται σταθερές και προκύπτει το απλοποιημένο μοντέλο:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.21)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.22)$$

Το οιονεί στατικό σύστημα χρησιμοποιείται για την ανάλυση του συστήματος στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα. Μιας και το ενδιαφέρον στρέφεται στα δυναμικά φαινόμενα που εξελίσσονται, τα βραχυπρόθεσμα μεταβατικά θεωρείται ότι βρίσκονται σε ισορροπία. Το μοντέλο της οιονεί στατικής προσέγγισης περιγράφεται ως εξής:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.23)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.24)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_c = \mathbf{h}_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.25)$$

$$\mathbf{z}_d(k+1) = \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d(k)) \quad (1.26)$$

Επειδή η μακροπρόθεσμη αστάθεια τάσης είναι συχνότερη από τη βραχυπρόθεσμη, ορισμένα λογισμικά πακέτα προσομοίωσης επιλέγουν αποκλειστικά το μοντέλο της οιονεί στατικής προσέγγισης για την επίλυση των εξισώσεων. Μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της τεχνικής είναι ο μειωμένος υπολογιστικός χρόνος επίλυσης που προσφέρει, καθιστώντας έτσι δυνατή και την εκτίμηση ασφάλειας συστήματος πραγματικού χρόνου.

### **1.7 Πρόγραμμα WPSTAB για την μακροπρόθεσμη ανάλυση ευστάθειας**

Το πρόγραμμα WPSTAB [7] χρησιμοποιείται για την προσομοίωση ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας στη μακροπρόθεσμη κλίμακα (από μερικά λεπτά της ώρας έως μερικές ώρες), εστιάζοντας στην ακριβή παράσταση των μακροπρόθεσμων μηχανισμών και διατάξεων του συστήματος που προκαλούν το πρόβλημα της αστάθειας τάσης. Το πρόγραμμα χρησιμοποιεί τη μέθοδο οιονεί στατικών μεταβολών για να παραστήσει τα γρήγορα μεταβατικά φαινόμενα με τις αντίστοιχες εξισώσεις ισορροπίας. Τα αργά μεταβατικά φαινόμενα από την άλλη, παριστάνονται συνήθως με εξισώσεις διαφορών.

Η διαδικασία προσομοίωση έχει ως εξής: Σε κάθε βήμα της προσομοίωσης επιλύονται οι εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος στη βραχυπρόθεσμη χρονική κλίμακα, ολοκληρώνονται οι διαφορικές εξισώσεις στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα, ενώ παράλληλα ανανεώνονται τα δεδομένα του συστήματος κάθε φορά που συμβαίνει μια αλλαγή σε διακριτές μεταβλητές ή σε παραμέτρους του συστήματος. Εάν δεν υπάρχουν μακροπρόθεσμες διαφορικές εξισώσεις (1.25), η επίλυση απλοποιείται.

Η επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας στη βραχυπρόθεσμη χρονική κλίμακα (συνθήκες ισορροπίας (1.21) και αλγεβρικές εξισώσεις (1.22)) πραγματοποιείται με την αριθμητική μέθοδο Newton-Raphson [7]. Οι διατάξεις του συστήματος στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα που παριστάνονται είναι τα συστήματα αλλαγής τάσης υπό φορτίο των μετασχηματιστών και οι αυτόματοι μηχανισμοί ζεύξης-απόζεύξης των στατών πυκνωτών. Το χρονικό βήμα  $\Delta t$  μετάβασης από τη μια χρονική στιγμή στην άλλη επιλέγεται έτσι ώστε αφενός, όλες οι διακριτές μεταβάσεις, οι οποίες εκφράζονται με τις εξισώσεις διαφορών (1.26) να λαμβάνουν χώρα σε χρονικά διαστήματα πολλαπλάσια του  $\Delta t$  (ώστε να εξασφαλίζεται η χρονική ακρίβεια των μεταβάσεων). Αφετέρου, ώστε το χρονικό βήμα  $\Delta t$  να είναι υποπολλαπλάσιο της μικρότερης σταθεράς χρόνου των διαφορικών εξισώσεων (1.25) για να εξασφαλίζει την ευστάθεια της αριθμητικής ολοκλήρωσης, στην περίπτωση που παριστάνονται μακροπρόθεσμες δυναμικές με διαφορικές εξισώσεις [7].

## **1.8 Μηχανισμοί Ρύθμισης Άεργου Ισχύος**

### **1.8.1 Μετασχηματιστές με Συστήματα Αλλαγής Τάσης Υπό Φορτίο**

Στα ΣΗΕ υπάρχουν διάφορα επίπεδα τάσης τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με την βοήθεια μετασχηματιστών και αυτομετασχηματιστών ισχύος. Οι μεγάλοι μετασχηματιστές ισχύος υπερυψηλής τάσης/υψηλής τάσης ή υψηλής τάσης/μέσης τάσης είναι εφοδιασμένοι συνήθως με μηχανισμούς μεταβολής της σχέσης μετασχηματισμού χωρίς διακοπή του φορτίου. Η μεταβολή αυτή γίνεται με αλλαγή της λήψεως στα τυλίγματα του μετασχηματιστή, δεδομένου ότι η επαγόμενη ανά σπείρα τάση είναι σταθερή. Έτσι διατηρείται μια κατά προσέγγιση σταθερή τάση

στους σπουδαιότερους ή και σε όλους τους ζυγούς των υποσταθμών διασυνδέσεως ή υποβιβασμού του δικτύου. Το Σύστημα Αλλαγής Τάσεως Υπό Φορτίο ή ΣΑΤΥΦ λειτουργεί με ηλεκτροκινητήρες και ο χειρισμός τους γίνεται αυτόματα. Συνήθως ο μηχανισμός αυτός είναι εγκατεστημένος στην πλευρά υψηλής τάσης του μετασχηματιστή, καθώς σε αυτήν την πλευρά κυκλοφορούν μικρότερα ρεύματα που επιτρέπουν ευκολότερες μεταγωγές και υπάρχουν περισσότερες σπείρες, δημιουργώντας την δυνατότητα ακριβέστερης ρύθμισης της τάσης. Οι μετασχηματιστές με ΣΑΤΥΦ ελέγχουν συνήθως την τάση στη πλευρά διανομής. Οι μετασχηματιστές αυτοί είναι αργοί, διακριτοί μηχανισμοί αποκατάστασης της τάσης, αλλάζοντας το λόγο μετασχηματισμού τους κατά ένα βήμα τη φορά.

### **1.8.2 Μηχανισμοί Άεργης Αντιστάθμισης**

Το μεγαλύτερο ποσοστό των φορτίων τα οποία τροφοδοτούνται από ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας είναι επαγωγικού χαρακτήρα. Συνεπώς απαιτείται χορήγηση αέργου ισχύος από το σύστημα. Επιπλέον, πρόσθετη άεργος ισχύς καταναλώνεται στις απώλειες αέργου ισχύος του δικτύου μεταφοράς και διανομής. Μια πολύ σημαντική συνέπεια από την κυκλοφορία αέργου ισχύος στο σύστημα είναι η πτώση τάσης από την παραγωγή προς το φορτίο [3].

Οι εγκάρσιοι πυκνωτές αντιστάθμισης παίζουν σημαντικό ρόλο στη διατήρηση των τάσεων του δικτύου σε ικανοποιητικά επίπεδα, εξαιτίας της ισχυρής εξάρτησης της τάσης από την παροχή αέργου ισχύος. Οι στατοί εγκάρσιοι πυκνωτές, χρησιμοποιούνται ευρέως ως πηγές αέργου ισχύος, λόγω του χαμηλού κόστους και των μικρών απωλειών που παρουσιάζουν. Η άεργος ισχύς που παρέχουν δεν μπορεί να μεταβάλλεται συνεχώς, αλλά μόνο κατά βήματα, ενώ εξαρτάται από το τετράγωνο της τάσης του ζυγού στο οποίο συνδέονται. Οι μηχανισμοί των στατών πυκνωτών είναι πολύ σημαντικοί στην αντιστάθμιση αέργου ισχύος στο σύστημα και διατηρούν τα επίπεδα των τάσεων και τις ροές αέργου ισχύος σε επιθυμητά επίπεδα, παίζοντας έτσι ένα σημαντικό ρόλο στη ρύθμιση τάσεως. Μέχρι και πριν από λίγα χρόνια αυτές οι συσκευές ήταν σχετικά αργές διότι ελέγχονταν μηχανικά. Είναι πολύ χρήσιμες στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας του ΣΗΕ, αλλά από πλευράς δυναμικού ελέγχου είναι πολύ αργές προκειμένου να ελαχιστοποιήσουν τις μεταβατικές ταλαντώσεις. Η πρόοδος που συντελέστηκε στα ηλεκτρονικά ισχύος οδήγησε στην ανάπτυξη των ευέλικτων συστημάτων μεταφοράς (Flexible AC Transmission Systems – FACTS). Τα ευέλικτα συστήματα μεταφοράς είναι συστήματα μεταφοράς εναλλασσόμενου ρεύματος που ενσωματώνουν ελεγκτές ηλεκτρονικών ισχύος και άλλους στατικούς ελεγκτές, προκειμένου να ενισχύσουν τη δυνατότητα ελέγχου και να αυξήσουν την ικανότητα μεταφοράς ισχύος [8]. Στα ευέλικτα συστήματα μεταφοράς που ελέγχονται από μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος, ανήκει ο ελεγχόμενος σύγχρονος αντισταθμιστής (STATic synchronous COMpensator – STATCOM). Ο μετατροπέας STATCOM έχει τη δυνατότητα να εξασφαλίζει χωρητική και επαγωγική αντιστάθμιση, να ελέγχει το ρεύμα εξόδου στην περιοχή λειτουργίας του και να παρέχει πλήρως χωρητικό ρεύμα υπό οποιαδήποτε τάση δικτύου (πρακτικά και μηδενική). Η μεταβολή της αέργου ισχύος από τον STATCOM, βασίζεται στη λειτουργία του μετατροπέα πηγής τάσης (Voltage Source Converter – VSC), όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια της εργασίας.

## **1.9 Αιολική Παραγωγή**

### **1.9.1 Αιολική Παραγωγή και Ανάπτυξη στην Ελλάδα**

Τα τελευταία χρόνια, η ανάγκη για μείωση των περιβαλλοντικών ρύπων από τη μία και η σταδιακή εξάντληση των ορυκτών καυσίμων από την άλλη, έχει οδηγήσει στη ραγδαία εξάπλωση και ανάπτυξη των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (ΑΠΕ). Μια από τις σπουδαιότερες εναλλακτικές μορφές ενέργειας, η οποία έχει διεισδύσει στα περισσότερα σύγχρονα συστήματα, φτάνοντας σε ποσοστά μέχρι και το 40% της συνολικής ζήτησης φορτίου (π.χ. Δανία), είναι η αιολική ενέργεια.

Η αξιοποίηση της αιολικής ενέργειας πραγματοποιείται από τα αιολικά πάρκα. Αυτά αποτελούνται από συστοιχίες ανεμογεννητριών που συνδέονται μεταξύ τους με ένα δίκτυο ΜΤ. Οι ανεμογεννήτριες (Α/Γ) μετατρέπουν την αιολική ενέργεια σε ηλεκτρική. Η παραγόμενη ισχύς εξαρτάται κυρίως από την ταχύτητα του ανέμου και είναι κατά προσέγγιση ανάλογη του κύβου της ταχύτητας [9]. Αιολικά πάρκα με εγκατεστημένη ισχύ πάνω από 15MW συνδέονται συνήθως σε υποσταθμούς ΥΤ/ΜΤ μέσω αποκλειστικών γραμμών διανομής μέσης τάσης.

Πολλές φορές, τα αιολικά πάρκα εγκαθίστανται για ενεργειακή υποστήριξη σε αυτόνομα δίκτυα που περιλαμβάνουν ντιζελοηλεκτρικούς σταθμούς με υψηλό κόστος καυσίμου, ενώ σε σπανιότερες περιπτώσεις είναι υπεύθυνα για την αποκλειστική τροφοδότηση απομονωμένων περιοχών [10].

Στην Ελλάδα, παρά το γεγονός ότι υπάρχει υψηλό αιολικό δυναμικό, η πραγματική διείσδυση αιολικής ενέργειας δεν είναι ανάλογα σημαντική. Σύμφωνα με στοιχεία της Ρυθμιστικής Αρχής Ενέργειας (ΡΑΕ), το 2008 μόνο το 3,7% της συνολικής ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας καλύφθηκε από την αιολική παραγωγή. Μέχρι το 2013, στο Ελληνικό Διασυνδεδεμένο Σύστημα είχαν εγκατασταθεί ανεμογεννήτριες ισχύος 1495MW, όταν η συνολική εγκατεστημένη ισχύς ήταν περίπου 17,4GW [11].

Οι περιοχές που έχουν προσελκύσει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον για εγκατάσταση αιολικής παραγωγής, με βάση τις αιτήσεις των ανεξάρτητων παραγωγών στην Ρυθμιστική Αρχή Ενέργειας, είναι η περιοχή της Εύβοιας, η Ανατολική Πελοπόννησος και η περιοχή της Θράκης. Παρά το γεγονός ότι υπάρχουν συγκεκριμένα σχέδια για ενίσχυση του δικτύου μεταφοράς προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι περιορισμοί και να εγκατασταθούν τα μελλοντικά αιολικά πάρκα, περιβαλλοντικοί, νομικοί και οικονομικοί λόγοι οδηγούν σε σημαντικές καθυστερήσεις. Τα μεγαλύτερα ποσοστά διείσδυσης παρατηρούνται κυρίως σε νησιωτικές περιοχές της χώρας, οι οποίες δεν είναι διασυνδεδεμένες με το ηπειρωτικό σύστημα. Για παράδειγμα στην Κρήτη, το μεγαλύτερο αυτόνομο σύστημα στην Ελλάδα, η παραγωγή Αιολικών Πάρκων καλύπτει το 20% περίπου της ετήσιας ζήτησης ενέργειας [10].

Χαρακτηριστική ιδιαιτερότητα της αιολικής ενέργειας είναι ότι δεν κατανέμεται ανάλογα με τη ζήτηση. Αυτό σημαίνει ότι το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας θα πρέπει να δέχεται, σε κάθε περίπτωση, το σύνολο της ισχύος που προσφέρουν τα αιολικά πάρκα. Για να αποφευχθεί η απόρριψη της παρεχόμενης ηλεκτρικής ισχύος σε περίπτωση πλεονάσματος, εξετάζεται η χρήση μηχανισμών αποθήκευσης της παραγόμενης ενέργειας. Τα πρώτα χρόνια ανάπτυξης της αιολικής ενέργειας, οι ανεμογεννήτριες αντιμετώπιζονταν καθαρά ως αρνητικά φορτία, καθώς το μικρό

ποσοστό συμμετοχής τους στην συνολική παραγωγή δεν είχε σημαντικό αντίκτυπο στην ομαλή λειτουργία των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Με τον καιρό, η συνεχής αύξηση της διείσδυσης της αιολικής παραγωγής άρχισε να κάνει αισθητή της επίδραση της, όχι μόνο στη λειτουργία αλλά και στο σχεδιασμό των ΣΗΕ. Ξεκίνησε επομένως μια διαδικασία αλληλεπίδρασης μεταξύ των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, των κανονισμών για τα αιολικά πάρκα που εκδίδουν οι διαχειριστές και των κατασκευαστών ανεμογεννητριών [12].

### **1.9.2 Επίδραση Μεταβλητότητας Αιολικής Παραγωγής**

Για τη διερεύνηση της επίδρασης της μεταβλητότητας ενεργού αιολικής παραγωγής στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ, σε προηγούμενη διπλωματική εργασία [10] εξετάστηκε η δυνατότητα βελτίωσης από άποψη ασφάλειας τάσης του Ελληνικού Διασυνδεδεμένου Συστήματος μέσω της διεσπαρμένης παραγωγής, με εφαρμογή στην περιοχή της Πελοποννήσου. Η εργασία έδειξε ότι είναι καταρχήν δυνατή η βελτίωση της ευστάθειας τάσης της Πελοποννήσου, με κατάλληλο έλεγχο των Αιολικών Πάρκων.

Στη συνέχεια, στη διπλωματική εργασία [13] εξετάστηκε το ενδεχόμενο αύξησης του περιθωρίου ασφαλείας ως προς τον κίνδυνο μακροπρόθεσμης αστάθειας τάσης, που μπορεί να προκύψει μέσω της άεργης υποστήριξης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς από διεσπαρμένες πηγές. Συγκεκριμένα, χρησιμοποίησε τα υπάρχοντα δεδομένα για δύο Αιολικά Πάρκα της Πελοποννήσου, τα οποία θεωρήθηκε ότι συνδέονται σ' ένα ασθενές ακτινικό δίκτυο μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας και λειτουργούν σε ένα στιγμιότυπο καλοκαιρινού φορτίου αιχμής, το οποίο συμπίπτει με περίοδο άπνοιας. Θεωρήθηκε δηλαδή ότι τα Αιολικά Πάρκα έχουν σταθερή χαμηλή ενεργό παραγωγή. Αξιολογήθηκε η επιρροή που ασκεί ο ενδεχόμενος συνεχής έλεγχος της υψηλής τάσης στο όριο φόρτισης του συστήματος, σε σχέση με την περίπτωση όπου δεν υπάρχει καμιά μορφή ελέγχου της υψηλής τάσης. Το γεγονός ότι η εφαρμογή του συνεχούς ελέγχου της υψηλής τάσης είναι πρακτικά ανέφικτη στις περισσότερες περιπτώσεις, δεδομένου ότι απαιτεί συνεχή κανάλια επικοινωνίας μεγάλης ταχύτητας, ακρίβειας και αξιοπιστίας, οδήγησε σε μία νέα απλουστευμένη προτεινόμενη στρατηγική. Η νέα στρατηγική, απαιτεί μόνο ένα διακριτό σήμα το οποίο ζητάει μέγιστη άεργη υποστήριξη από την διεσπαρμένη παραγωγή, σε περιπτώσεις εκτάκτου ανάγκης, όπως όταν η ΥΤ της γραμμής μεταφοράς παραβιάσει ένα κατώφλι ελάχιστης τάσης.

Στη διπλωματική εργασία [14] προσομοιώνεται το ίδιο σύστημα δοκιμών με σκοπό να αξιολογήσει την επίδραση της μεταβλητής ενεργού παραγωγής από τα δύο εξεταζόμενα Αιολικά Πάρκα, στο όριο φόρτισης του συστήματος. Για την εκτίμηση της συνεισφοράς κάθε Αιολικού Πάρκου, υλοποιούνται τρεις διαφορετικές στρατηγικές ελέγχου του ηλεκτρονικού μετατροπέα: α) ρύθμιση με μοναδιαίο συντελεστή ισχύος, β) ρύθμιση της τάσης του Αιολικού Πάρκου και γ) ευφυής έλεγχος με εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης σε συνθήκες εκτάκτου ανάγκης [10].

Στη διπλωματική εργασία [15] σκοπός ήταν η στατιστική ανάλυση της επίδρασης που έχει η μεταβλητότητα της ενεργού παραγωγής αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Επιχειρήθηκε η εύρεση κατάλληλων στοχαστικών μοντέλων για πιο βραχυχρόνιες χρονικές κλίμακες, σε επίπεδο ενός

δευτερολέπτου, ώστε να απομονωθεί η συμβολή των αιολικών πάρκων στο όριο ευστάθειας με πιθανοτικό τρόπο. Πιο συγκεκριμένα, μοντελοποιήθηκε η παραγωγή δυο αιολικών πάρκων κάνοντας χρήση στοχαστικών διαδικασιών Markov, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν στην προσομοίωση του συστήματος που υλοποιήθηκε στις διπλωματικές [13] και [14].

Στις παραπάνω εργασίες διαπιστώθηκε ότι η μεταβλητότητα της αιολικής παραγωγής επηρεάζει την ευστάθεια τάσεως του συστήματος αφενός λόγω της ενεργού ισχύος που εγχέεται από τα πάρκα στο σύστημα. Κι αφετέρου επηρεάζεται και η άεργος υποστήριξη των Αιολικών πάρκων, και κατά συνέπεια, η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς στη γραμμή μεταφοράς του συστήματος [14]. Για παράδειγμα, τις στιγμές που η αιολική ισχύς αυξάνεται σημαντικά η τάση στο ζυγό σύνδεσης του Αιολικού Πάρκου χρειάζεται να μειωθεί (όταν λειτουργεί ο περιοριστής ρεύματος) ώστε να μην παραβιάζεται το όριο του μέγιστου επιτρεπόμενου ρεύματος. Συνεπώς, η άεργη υποστήριξη του Αιολικού Πάρκου επίσης ελαττώνεται σε αυτές τις στιγμές και έτσι, η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς στη γραμμή μεταφοράς είναι μικρότερη. Σε στιγμές χαμηλής αιολικής ισχύος η πορεία είναι αντίστροφη [14]. Συμπεραίνεται λοιπόν ότι ενδιαφέρουν ιδιαίτερα οι ακραίες τιμές της αιολικής ισχύος. Στην εργασία [16] παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος προσέγγισης με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις, που διατηρεί τις ακραίες τιμές της αρχικής χρονοσειράς ή συνάρτησης. Στην παρούσα εργασία εξετάζεται μια διαφορετική κι απλούστερη μέθοδος για τη διατήρηση των ακραίων τιμών χρονοσειρών αιολικής ισχύος συγκεκριμένα.

### ***1.10 Αντικείμενο και Δομή της Εργασίας***

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η προσεγγιστική αναπαράσταση χρονοσειρών αιολικής ισχύος με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις για την εξέταση της μακροπρόθεσμης ευστάθειας τάσης και τη διερεύνηση της επίδρασης της μεταβλητότητας της ενεργού παραγωγής ενός ή περισσότερων αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ.

Μελετάται στην εργασία αν η μακροπρόθεσμη αστάθεια τάσης ενός συστήματος εξαρτάται σημαντικά από τη μεταβλητότητα της αιολικής παραγωγής. Για την προσομοίωση ευστάθειας τάσης ενός συστήματος στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα χρησιμοποιούνται διάφορα λογισμικά πακέτα, ένα εκ των οποίων είναι το WPSTAB, που περιγράφεται στην Ενότητα 1.7. Για την εισαγωγή της μεταβλητότητας της ενεργού παραγωγής ενός ή περισσότερων αιολικών πάρκων σε τέτοια προγράμματα είναι αναγκαίο να μοντελοποιηθεί κατάλληλα η αιολική παραγωγή, ώστε ο αριθμός των μεταβολών (σημείων) να περιοριστεί κατά το δυνατόν και ως εκ τούτου να αυξηθεί το χρονικό βήμα της προσομοίωσης, καθιστώντας υλοποιήσιμη τη μακροπρόθεσμη διερεύνηση. Για τον σκοπό αυτό, στην παρούσα διπλωματική επιχειρείται προσέγγιση των μεταβολών των χρονοσειρών αιολικής ισχύος με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία υλοποιείται η προσεγγιστική αναπαράσταση των διαθέσιμων χρονοσειρών που αξιοποιήθηκαν στις προαναφερθείσες διπλωματικές [13], [14], [15], με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις. Με τον τρόπο αυτό μειώνεται σημαντικά ο αριθμός των σημείων που απαιτούνται για την αναπαράσταση των χρονοσειρών. Αναπτύσσονται τέσσερις μέθοδοι προσέγγισης και εν συνεχεία επιλέγεται η Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακροτάτων, με

την οποία επιτυγχάνεται η διατήρηση των ακραίων τιμών της αρχικής χρονοσειράς και ταυτόχρονα μικρή απόκλιση μεταξύ των τιμών της αρχικής και της προσεγγιστικής χρονοσειράς. Οι ακραίες τιμές της αιολικής ισχύος επηρεάζουν κατά πολύ τις αποκρίσεις του Αιολικού Πάρκου σε εντολές ρύθμισης, ειδικά όταν λειτουργεί ο περιοριστή ρεύματος. Συνεπώς επηρεάζουν την μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσης του συστήματος, όπως φάνηκε και σε προηγούμενες εργασίες [14], [15].

Με τη Μέθοδο Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακροτάτων οι μεταβολές τοπικού μεγίστου-τοπικού ελαχίστου διάρκειας κάτω από 10-15 δευτερόλεπτα εξασθενούν μέσω φιλτραρίσματος. Η χρονοσειρά προσεγγίζεται από ευθύγραμμα τμήματα (μέσης διάρκειας 30-60 δευτερολέπτων) κάθε ένα εκ των οποίων έχει για αρχικό και τελικό σημείο ακρότατα (ακραίες τιμές) της αρχικής χρονοσειράς. Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης των προσεγγιστικών χρονοσειρών συγκρίνεται με αυτό των αρχικών. Το σύστημα δοκιμών που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση είναι το ίδιο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της εργασίας [13]. Επίσης, γίνεται στατιστική ανάλυση ορισμένων βασικών χαρακτηριστικών των προσεγγιστικών χρονοσειρών που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου.

Εξετάζονται συστήματα δοκιμών, με μια ή και δύο γραμμές διανομής που συνδέουν αντίστοιχα Αιολικά Πάρκα. Συγκεκριμένα χρησιμοποιείται το σύστημα της εργασίας [14]. Η ενεργός παραγωγή των Πάρκων δεν είναι σταθερή, αλλά μεταβλητή και χρησιμοποιείται πρόγραμμα προσομοίωσης στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα WPSTAB [7]. Εξετάζεται, η ταυτόχρονη συνεισφορά των δύο πάρκων στο όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσεως, θεωρώντας μεταβλητή αιολική παραγωγή.

Η εργασία διαρθρώνεται ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται η εισαγωγή στο θεωρητικό υπόβαθρο και δίνεται το πλαίσιο μέσα στο οποίο κινείται το περιεχόμενο της διπλωματικής εργασίας. Περιγράφεται η δομή και η λειτουργία ενός ΣΗΕ, εισάγεται η έννοια της ευστάθειας τάσης και αναλύονται τα όρια μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος του συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Ορίζεται το πρόβλημα της αστάθειας τάσης και γίνεται η διάκριση των χρονικών κλιμάκων στις οποίες εξελίσσεται το φαινόμενο. Επίσης, παρουσιάζεται η δυναμική παράσταση ενός ΣΗΕ και το οιονεί στατικό σύστημα, το οποίο χρησιμοποιείται για την ανάλυση του συστήματος στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα. Τέλος, γίνεται εκτεταμένη αναφορά στην Αιολική Παραγωγή.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται βασικές έννοιες πιθανοτήτων και στατιστικής, που αποτελούν το υπόβαθρο για την κατανόηση των στατιστικών αναλύσεων που θα υλοποιηθούν στη συνέχεια. Ορίζονται τα βασικά μεγέθη, οι τυχαίες μεταβλητές, οι κατανομές και οι στοχαστικές διαδικασίες και γίνεται παρουσίαση ειδικών κατανομών που θα φανούν χρήσιμες αργότερα. Εν συνεχεία, περιγράφονται ορισμένα χαρακτηριστικά που αφορούν την στατιστική ανάλυση δεδομένων και τη στατιστική μοντελοποίηση. Τέλος, παρουσιάζονται στατιστικοί δείκτες σφαλμάτων και το γραμμικό πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων, τα οποία είναι απαραίτητα για την κατανόηση του τετάρτου κεφαλαίου.



Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται βασικές έννοιες της Ανάλυσης Fourier και της Επεξεργασίας Σημάτων, που αποτελούν το υπόβαθρο για την κατανόηση των μεθόδων που αναπτύσσονται για την προσεγγιστική αναπαράσταση χρονοσειρών αιολικής παραγωγής. Παρουσιάζονται ο Μετασχηματισμός Fourier, ο Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT), η Δειγματοληψία Σημάτων, η Ανάλυση Σημάτων με τον Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (DFT), καθώς και τα Φίλτρα Επιλογής Συχνοτήτων. Τέλος περιγράφεται η Εξομάλυνση Σημάτων μέσω Μετασχηματισμού Fourier που αξιοποιείται σε επόμενο κεφάλαιο.

Στο Κεφάλαιο 4, αφού παρουσιαστούν οι εξεταζόμενες χρονοσειρές ενεργού ισχύος, ορίζεται η παρεμβολή με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις. Έπειτα προτείνονται κι αναλύονται τέσσερις μέθοδοι Προσέγγισης με Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις, η Μέθοδος Μέσου Όρου (M1), η Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων (M2), η Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακρότατων (M3) και τέλος ένας Συνδυασμός των M2 και M3 (M4). Σε κάθε μια αναλύεται τόσο ο τρόπος υλοποίησης, όσο και τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της. Για την αξιολόγηση τους παρατίθενται αρκετά σχήματα, καθώς και πίνακες με τους στατιστικούς δείκτες των προσεγγιστικών χρονοσειρών που προκύπτουν.

Στο Κεφάλαιο 5, επιλέγεται η Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακρότατων, M3, για την εξαγωγή των προσεγγιστικών χρονοσειρών που εισάγονται στο σύστημα δοκιμών για την προσομοίωση. Αρχικά παρουσιάζονται τα συγκριτικά με αρχικές και προσεγγιστικές χρονοσειρές για μια διάρκεια 5000 s αποτελέσματα της μεθόδου. Για την προσομοίωση του συστήματος χρησιμοποιείται το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab [13]. Έπειτα, οι προσεγγιστικές χρονοσειρές για τα παραπάνω τμήματα εισάγονται στην ταυτόχρονη λειτουργία των Αιολικών Πάρκων κι εξετάζεται η συνεισφορά τους στη μέγιστη μεταφορά ισχύος του συστήματος. Χρησιμοποιείται το πρόγραμμα προσομοίωσης στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα WPSTAB. Τέλος, προσομοιώνονται και άλλα συσχετισμένα τμήματα των εξεταζόμενων χρονοσειρών ενεργού ισχύος και συγκρίνεται η επίδραση της μεταβλητής αιολικής ισχύος σε σχέση με μια σταθερή χαμηλή αιολική παραγωγή στην ταυτόχρονη λειτουργία των Αιολικών Πάρκων.

Στο Κεφάλαιο 6, γίνεται στατιστική ανάλυση των προσεγγιστικών χρονοσειρών που προέκυψαν με τη Μέθοδο Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακρότατων. Συγκεκριμένα εξετάζονται: α) η χρονική διάρκεια, β) η μεταβολή ισχύος και γ) η κλίση των γραμμικών συναρτήσεων που συναποτελούν την προσεγγιστική χρονοσειρά. Επίσης, με χρήση συναρτήσεων σε περιβάλλον Matlab, βρίσκονται κατανομές πιθανότητας που ταιριάζουν σε ένα βαθμό με την εμπειρική κατανομή των δεδομένων του δείγματος. Τέλος, εξετάζεται η συσχέτιση των μεταβολών τόσο χρονικής διάρκειας-κλίσης όσο και χρονικής διάρκειας-μεταβολής ισχύος.

Κλείνοντας, στο Κεφάλαιο 7 συνοψίζονται τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προέκυψαν και από τις μεθόδους προσεγγιστικής αναπαράστασης και τις προσομοιώσεις κι αναλύσεις που ακολούθησαν. Επιπλέον, δίνονται οι προοπτικές για περαιτέρω διερεύνηση των ζητημάτων που εξετάζονται στην παρούσα εργασία.



# Βασικές Έννοιες Πιθανοτήτων και Στατιστικής

## 2.1 Θεωρία Πιθανοτήτων

### 2.1.1 Η Έννοια της Πιθανότητας

Ο κατά Kolmogorov ορισμός της πιθανότητας ως μέτρο έδωσε τη δυνατότητα αξιωματικής ανάπτυξης της Θεωρίας Πιθανοτήτων, κατά την οποία οι διάφορες ιδιότητες και θεωρήματα απορρέουν επαγωγικά από προτάσεις που θεωρούνται αληθείς [17].

Πείραμα τύχης ονομάζεται ένα πείραμα το οποίο εκτελούμενο υπό τις ίδιες συνθήκες, μπορεί να δώσει διαφορετικά αποτελέσματα. Εμπεριέχει συνεπώς αδυναμία πρόβλεψης του αποτελέσματος μιας εκτέλεσής του. Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης ονομάζεται δειγματικός χώρος και συμβολίζεται με  $\Omega$ . Ενδεχόμενο ονομάζεται ένα υποσύνολο  $A \subset \Omega$ . Λέγεται ότι αυτό πραγματοποιείται όταν το αποτέλεσμα  $\omega \subset \Omega$  του πειράματος τύχης ανήκει στο σύνολο  $A$ . Δυο ενδεχόμενα  $A, B$  ονομάζονται ξένα ή ασυμβίβαστα όταν και μόνο όταν ισχύει  $A \cap B = \emptyset$ . Δηλαδή, όταν είναι αδύνατη η ταυτόχρονη πραγματοποίησή τους. Αναφέρονται παρακάτω κάποιες βασικές έννοιες της Θεωρίας Μέτρου, που χρειάζονται για να οριστεί η πιθανότητα ως μέτρο.

Μια συνάρτηση  $P$  ονομάζεται μέτρο πιθανότητας ή απλά πιθανότητα, όταν ικανοποιούνται τα παρακάτω τρία αξιώματα [17]:

1.  $P(A) \geq 0, \forall A \in \Omega$
2. Αν  $A_i \in \Omega$  με  $i = 1, 2, \dots$  και  $A_i \cap A_j = \emptyset$  ( $i \neq j$ ), τότε  $P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$
3.  $P(\Omega) = 1$

Ο παραπάνω ορισμός είναι γνωστός ως αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας, ενώ τα αξιώματα ονομάζονται αντίστοιχα αξιώματα του Kolmogorov [17].

Άμεσες συνέπειες των παραπάνω αξιωμάτων είναι οι παρακάτω ιδιότητες της πιθανότητας [17], οι οποίες αναφέρονται πάντοτε σε ενδεχόμενα.

$$\begin{aligned}
 P(\emptyset) &= 0 \\
 P(\cup_{i=1}^n A_i) &= \sum_{i=1}^n P(A_i) \text{ για κάθε } n \in \mathbb{N} \text{ όταν } A_i \cap A_j = \emptyset \text{ (} i \neq j \text{)} \\
 P(A') &= 1 - P(A) \\
 0 &\leq P(A) \leq 1 \\
 P(A \cap B') &= P(A) - P(A \cap B) \\
 P(A) &\geq P(B) \text{ εάν } A \supset B \\
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ (αθροιστικός τύπος)}
 \end{aligned}$$

Τέλος, δυο ενδεχόμενα  $A, B$  λέγονται ανεξάρτητα μεταξύ τους όταν [17]:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (2.1)$$

### 2.1.2 Τυχαίες Μεταβλητές και Κατανομές

Η απεικόνιση  $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  ονομάζεται τυχαία μεταβλητή όταν [17]:

$$\{\omega \in \Omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.2)$$

όπου  $\mathcal{F}$  είναι το σύνολο των πιθανών ενδεχομένων. Αντιστρόφως, θεωρώντας ένα ενδεχόμενο  $A \in \mathcal{F}$  με  $P(A) = p$  όπου  $0 < p < 1$ , τότε η ακόλουθη συνάρτηση είναι τυχαία μεταβλητή.

$$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{όταν } \omega \in A \\ 0, & \text{όταν } \omega \notin A \end{cases} \quad (2.3)$$

Αυτό ισχύει καθώς ικανοποιείται η παραπάνω εξίσωση.

$$\{\omega \in \Omega: X(\omega) \leq x\} = \begin{cases} \emptyset, & \text{όταν } x < 0 \\ A', & \text{όταν } 0 \leq x < 1 \\ \Omega, & \text{όταν } 1 \leq x \end{cases} \quad (2.4)$$

Ως αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας ή απλά συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function –CDF) μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$ , ονομάζεται η συνάρτηση [20]:

$$F(x) = P(X \leq x), \quad x \in \mathbb{R} \quad (2.5)$$

Όπου  $P(X \leq x)$  εκφράζει την πιθανότητα μια τιμή της τυχαίας μεταβλητής  $X$  να είναι μικρότερη ή ίση μιας τιμής  $x \in \mathbb{R}$ .

Μερικές βασικές ιδιότητες της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας οι οποίες είναι άμεσες συνέπειες των ιδιοτήτων της πιθανότητας είναι οι παρακάτω:

$$\begin{aligned} 0 &\leq F(x) \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ F(x_1) &\leq F(x_2), \quad \text{όταν } x_1 \leq x_2 \\ &\text{Η } F(x) \text{ είναι δεξιά συνεχής} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) &= F(-\infty) = 0 \text{ και } \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = F(+\infty) = 1 \end{aligned}$$

Επομένως κάθε αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας είναι μη φθίνουσα και δεξιά συνεχής. Αντίστροφα, κάθε συνάρτηση η οποία είναι μη φθίνουσα και δεξιά συνεχής και ικανοποιεί την ιδιότητα  $iv$ , αποτελεί αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας [17].

Μια τυχαία μεταβλητή  $X$  έχει απολύτως συνεχή κατανομή πιθανότητας όταν υπάρχει πραγματική συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  τέτοια ώστε [17]:

$$f(x) \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.6)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(y)dy, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.7)$$

Η συνάρτηση  $f$  ονομάζεται συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function –PDF) της τυχαίας μεταβλητής  $X$ .

Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει επίσης ότι:

$$P(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \quad (2.8)$$

Δηλαδή, το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη  $f$  για το διάστημα  $(\alpha, \beta]$  δίνει την πιθανότητα να λάβει η τυχαία μεταβλητή  $X$  τιμή εντός του διαστήματος αυτού.

Μια ακόμα σημαντική ιδιότητα της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας είναι η λεγόμενη συνθήκη κανονικοποίησης [17]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \quad (2.9)$$

Η συνθήκη αυτή διασφαλίζει πως το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των πιθανών ενδεχομένων ισούται με τη μονάδα.

Μια τυχαία μεταβλητή  $X$  έχει διακριτή κατανομή πιθανότητας όταν και μόνο όταν υπάρχει αριθμήσιμο σύνολο  $C = \{x_1, x_2, \dots\} \in \mathbb{R}$  με:

$$P(X \in C) = 1 \quad (2.10)$$

Τα στοιχεία  $x_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) του αριθμήσιμου συνόλου  $C$  αποτελούν και τις δυνατές τιμές της τυχαίας μεταβλητής  $X$  με την έννοια ότι έχουν πιθανότητες  $p_k = p(X = x_k) > 0$ .

Η ακολουθία  $\{p_k: k \in \mathbb{N}\}$  καλείται συνάρτηση μάζας πιθανότητας (Probability Mass Function) της τυχαίας μεταβλητής  $X$  και συνδέεται με την αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας  $F$  με τις παρακάτω σχέσεις [17]:

$$F(x) = \sum_{i=1}^k p_k, \text{ για } x_k \leq x \quad (2.11)$$

$$p_k = F(x_k) - F(x_{k-1}) \quad (2.12)$$

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι κάθε συνάρτηση μάζας πιθανότητας  $\{p_k: k \in \mathbb{N}\}$  έχει τις εξής ιδιότητες [17]:

- i.  $p_k \geq 0, \forall k \in \mathbb{N}$
- ii.  $\sum_{i=1}^{+\infty} p_k = 1$

Η ιδιότητα (ii) αποτελεί τη συνθήκη κανονικοποίησης για διακριτές κατανομές. Αντίστροφα αν μια ακολουθία  $\{p_k\}$  πεπερασμένη ή όχι, ικανοποιεί τις παραπάνω ιδιότητες τότε αποτελεί συνάρτηση μάζας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής.

Κατ' αναλογία προς τις κατανομές, μια τυχαία μεταβλητή καλείται διακριτή όταν η κατανομή αυτής είναι επίσης διακριτή και συνεχής όταν η κατανομή αυτής είναι απολύτως συνεχής. Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι μια διακριτή τυχαία μεταβλητή έχει πεπερασμένο ή αριθμήσιμο πλήθος δυνατών τιμών, ενώ μια συνεχής δύναται να λάβει οποιαδήποτε τιμή στην ευθεία των πραγματικών αριθμών ή διάστημα αυτής.

### 2.1.3 Μέση Τιμή

Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των τυχαίων μεταβλητών είναι η μέση ή αναμενόμενη τιμή.

Μια διακριτή τυχαία μεταβλητή  $X$  με σύνολο τιμών  $C = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  λέγεται ότι έχει (πεπερασμένη) μέση τιμή όταν και μόνο όταν  $\sum_{j=1}^{\infty} x_j p_j < \infty$ , η οποία ορίζεται ως [17]:

$$E(X) = \sum_{j=1}^{\infty} x_j p_j \quad (2.13)$$

Μια απολύτως συνεχής τυχαία μεταβλητή  $X$  με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f$  λέγεται ότι έχει μέση τιμή όταν και μόνο όταν  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x|f(x)dx < +\infty$ , η οποία ορίζεται ως [17]:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \quad (2.14)$$

Σημαντική έννοια για τις τυχαίες μεταβλητές είναι αυτή της ανεξαρτησίας. Δυο τυχαίες μεταβλητές  $X, Y$  καλούνται ανεξάρτητες όταν για όλα τα διαστήματα  $A, B \subset \mathbb{R}$  ισχύει:

$$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B) \quad (2.15)$$

### 2.1.4 Ροπές Τυχαίων Μεταβλητών και Διακύμανση

Έστω  $X$  τυχαία μεταβλητή και συνάρτηση  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Τότε υπό την προϋπόθεση ότι  $\sum_{j=1}^{\infty} |g(x_j)|p_j < \infty$  και  $\int_{-\infty}^{+\infty} |g(x)|f(x)dx < \infty$ , ο ορισμός της μέσης τιμής γενικεύεται [17]:

$$E\{g(X)\} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{\infty} g(x_j)p_j, & \text{αν } X \text{ διακριτή} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx, & \text{αν } X \text{ συνεχής} \end{cases} \quad (2.16)$$

Λέγεται ότι υπάρχει ροπή  $\nu$ -τάξης περί την αρχή,  $\nu \in \mathbb{N}$ , όταν και μόνο όταν  $E(|X|^\nu) < \infty$ . Η ροπή  $\nu$ -τάξης περί την αρχή συμβολίζεται με  $\mu'_\nu$  και ορίζεται ως ακολούθως:

$$\mu'_\nu = E(X^\nu) \quad (2.17)$$

Έτσι, σύμφωνα με το προηγούμενο θεώρημα, για μια διακριτή τυχαία μεταβλητή  $X$  με σύνολο τιμών  $C = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  και συνάρτηση μάζας πιθανότητας  $p_j$  ( $j = 1, 2, \dots$ ), η ροπή  $\nu$ -τάξης περί την αρχή είναι [17]:

$$\mu'_\nu = \sum_{j=1}^{\infty} x_j^\nu p_j \quad (2.18)$$

Αντίστοιχα, για μια συνεχή τυχαία μεταβλητή  $X$  με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f$ , η ροπή  $\nu$ -τάξης περί την αρχή είναι [17]:

$$\mu'_\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} x^\nu f(x) dx \quad (2.19)$$

Σημειώνεται ότι για  $\nu = 1$ , η ροπή πρώτης τάξης περί την αρχή είναι η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής  $X$  όπως ορίσθηκε στις εξισώσεις (2.14) και (2.15).

Έστω μια τυχαία μεταβλητή  $X$  με πεπερασμένη μέση τιμή  $\mu = E(X)$ . Η κεντρική ροπή  $\nu$ -τάξης,  $\nu \in \mathbb{N}$ , ορίζεται όταν και μόνο όταν  $E\{|X - \mu|^\nu\} < \infty$  και ισούται με:

$$\mu_\nu = E\{(X - \mu)^\nu\} \quad (2.20)$$

Η κεντρική ροπή δεύτερης τάξης ονομάζεται διασπορά ή διακύμανση (variance) της τυχαίας μεταβλητής  $X$  και συμβολίζεται με  $V(X)$  ή  $\sigma^2$ . Δηλαδή είναι:

$$\sigma^2 = V(X) = E\{(X - \mu)^2\} \quad (2.21)$$

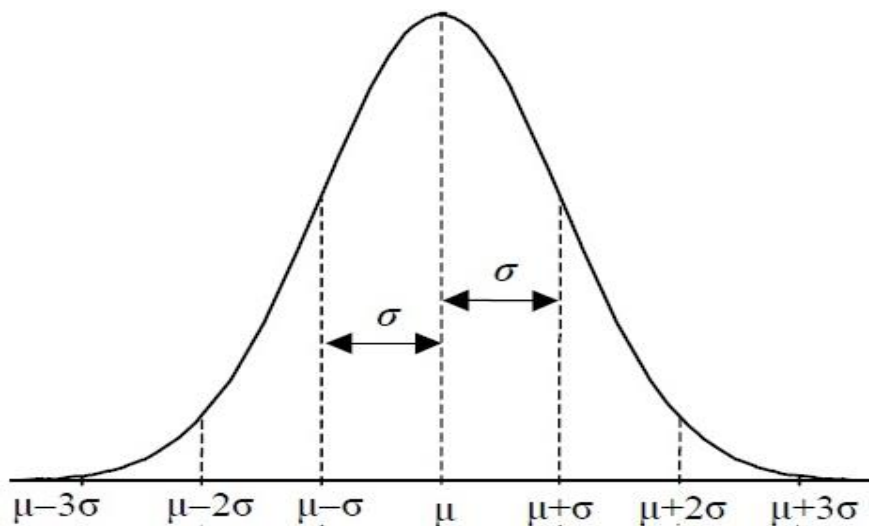
## 2.2 Ειδικές Κατανομές Πιθανότητας

### 2.2.1 Κανονική Κατανομή

Μία από τις πλέον χρήσιμες συνεχείς κατανομές στη Θεωρία Πιθανοτήτων αλλά και στη Στατιστική είναι η Κανονική κατανομή ή κατανομή Gauss.

Μια συνεχής τυχαία μεταβλητή  $X$  ακολουθεί την κατανομή Gauss με παραμέτρους  $\mu, \sigma$  ( $-\infty < \mu < +\infty, \sigma > 0$ ) και γράφεται  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  όταν έχει ως συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την [17]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}, x \in \mathbb{R} \quad (2.22)$$



**Σχήμα 2.1** Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κανονικής Τυχαίας Μεταβλητής

Είναι προφανές ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κανονικής τυχαίας μεταβλητής έχει κορυφή στο σημείο  $x = \mu$  και είναι συμμετρική ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο αυτό. Επίσης, στο διάστημα  $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$

περιέχονται σχεδόν όλες οι πιθανές τιμές της τυχαίας μεταβλητής  $X$ . Συγκεκριμένα,  $P(|X - \mu| > 3\sigma) \cong 0.003$ . Η παράμετρος  $\mu$  καθορίζει τη θέση της κατανομής πάνω στον οριζόντιο άξονα, γι' αυτό και ονομάζεται παράμετρος θέσης, ενώ η παράμετρος  $\sigma$  καθορίζει το πόσο απλώνεται η κατανομή πάνω στον οριζόντιο άξονα και ονομάζεται παράμετρος κλίμακας (scale parameter).

Όταν  $\mu = 0$  και  $\sigma = 1$  η κατανομή ονομάζεται τυποποιημένη Κανονική και η αντίστοιχη τυχαία μεταβλητή έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την [17]:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}, x \in \mathbb{R} \quad (2.23)$$

### 2.2.2 Κατανομή Γάμμα

Πρόκειται για μια οικογένεια συνεχών κατανομών με ευρύτατες εφαρμογές, μεταξύ άλλων, στη Θεωρία Αξιοπιστίας Συστημάτων, τη Θεωρία Αναμονής και τη Στατιστική. Ειδικές περιπτώσεις αυτής είναι: η Εκθετική κατανομή, η κατανομή Erlang και η  $\chi$ -τετράγωνο κατανομή. Συνήθως η κατανομή Γάμμα συμβολίζεται με  $G(a, p)$ , όπου  $a, p$  θετικές παράμετροι, και έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την [17]:

$$f(x) = \frac{a^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-ax}, \quad x > 0 \quad (2.24)$$

όπου  $\Gamma(\cdot)$  η συνάρτηση Γάμμα που ορίζεται ως ακολούθως:

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx, \quad (p > 0) \quad (2.25)$$

Επομένως ισχύουν ακόμη:

$$\Gamma(1) = \int_0^{+\infty} e^{-x} dx = 1 \quad (2.26)$$

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi} \quad (2.27)$$

$$\Gamma(p) = (p-1)\Gamma(p-1), \text{ για } p > 1 \quad (2.28)$$

Και επομένως για  $p = n$  (ακέραιος):

$$\Gamma(n) = (n-1)\Gamma(n-1) = (n-1)! \quad (n=1,2,\dots) \quad (2.29)$$

Σημειώνεται ότι συχνά και ιδιαίτερα στη Στατιστική, η κατανομή Γάμμα συμβολίζεται με  $G(a, \beta)$ , όπου  $a, \beta$  θετικές παράμετροι, και έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την [17]:

$$f(x) = \frac{\beta^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\beta x}, \quad x > 0 \quad (2.30)$$

Η παράμετρος  $a$  είναι γνωστή ως παράμετρος μορφής (shape) και η  $\beta$  γνωστή ως παράμετρος κλίμακας.

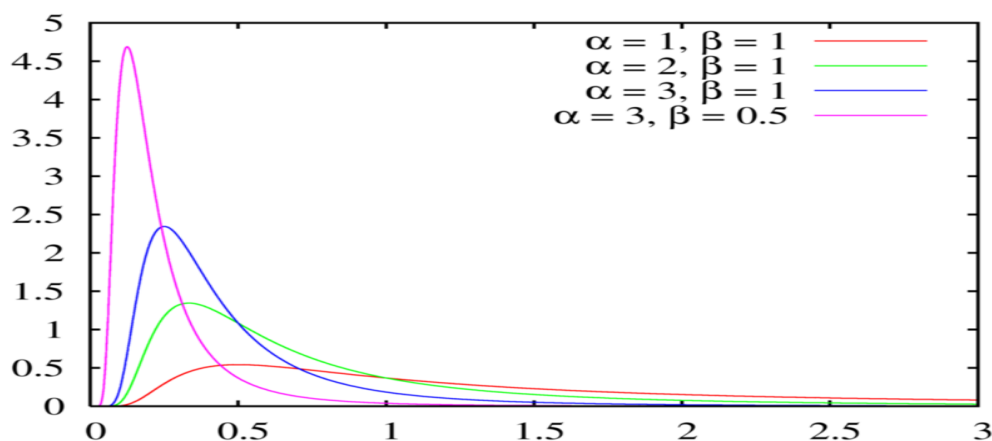


Η μέση τιμή ισούται με :

$$\mu = E(X) = \frac{a}{\beta} \quad (2.31)$$

Η διακύμανση (variance) ισούται με :

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{a}{\beta^2} \quad (2.32)$$



**Σχήμα 2.2** Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Τυχαίας Μεταβλητής που ακολουθεί κατανομή Γάμμα με παραμέτρους  $\alpha, \beta$ .

### 2.2.3 Λογαριθμοκανονική Κατανομή

Έστω μια τυχαία μεταβλητή  $X$  η οποία ακολουθεί Κανονική Κατανομή,  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Τότε η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής  $Y = e^X$  καλείται Λογαριθμοκανονική κατανομή (log-normal distribution) με παραμέτρους  $\mu, \sigma^2$  και συμβολίζεται  $Y \sim LN(\mu, \sigma^2)$ .

Επομένως, αν  $Y \sim LN(\mu, \sigma^2)$  τότε η τυχαία μεταβλητή  $\ln Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Λογαριθμοκανονικής κατανομής είναι [18]:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln(x)-\mu)^2}, \quad x > 0 \quad (2.33)$$

Και η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας:

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right), \quad x > 0 \quad (2.34)$$

Όπου  $\Phi$  η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της τυποποιημένης Κανονικής κατανομής  $N(0,1)$ .

Η μέση τιμή ισούται με:

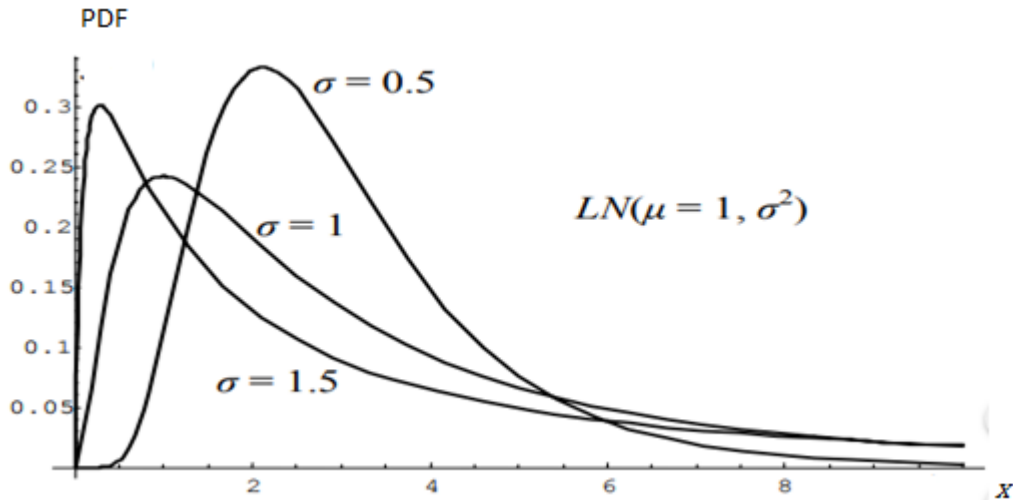
$$E(Y) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \quad (2.35)$$

Η διακύμανση (variance) ισούται με :

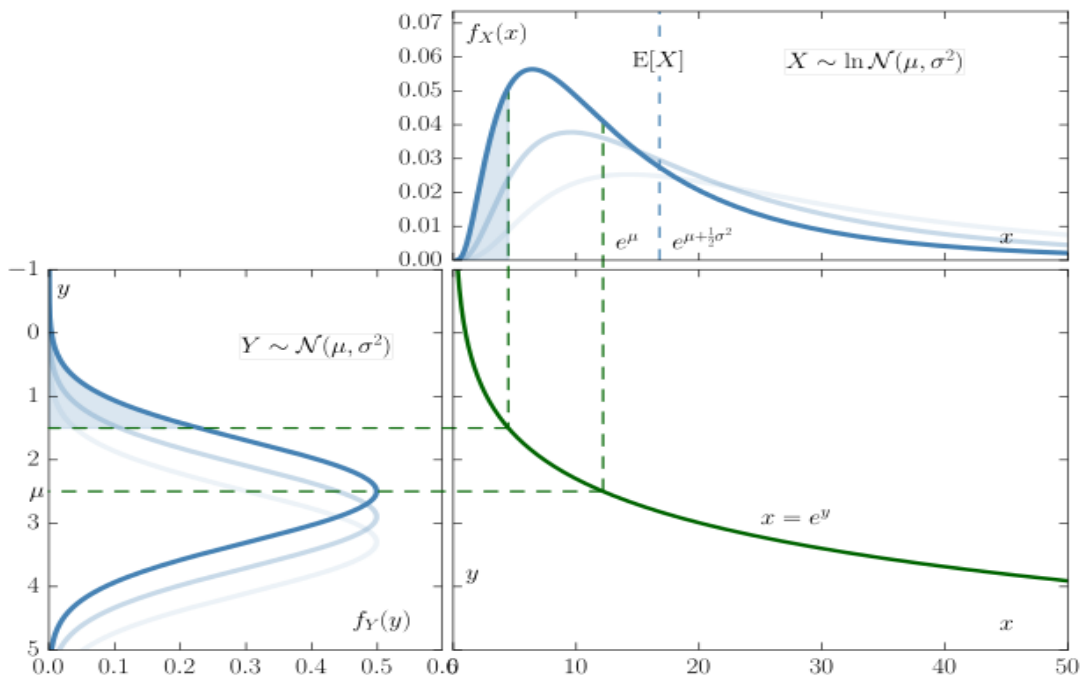
$$V(Y) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \quad (2.36)$$

Η λογαριθμοκανονική κατανομή εμφανίζεται σε πολλές εφαρμογές όπου μια ποσότητα προκύπτει με πολλαπλασιασμό πολλών ανεξάρτητων παραγόντων.

Σημειώνεται ότι η κατανομή αυτή εμφανίζεται πολύ συχνά στην στοχαστική χρηματοοικονομική ανάλυση.



**Σχήμα 2.3** Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Τυχαίας Μεταβλητής που ακολουθεί Λογαριθμοκανονική κατανομή



**Σχήμα 2.4** Σχέση μεταξύ Λογαριθμοκανονικής και Κανονικής κατανομής. Αν  $Y = \mu + \sigma Z$ , όπου  $Z \sim N(0,1)$ , τότε  $X = e^Y \sim LN(\mu, \sigma^2)$ .

### 2.2.4 Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή

Το όνομα της Αντίστροφης Γκαουσιανής κατανομής (Inverse Gaussian Distribution) οφείλεται στο ότι η γεννήτρια συνάρτηση αθροιστικών της (cumulant generating

function) είναι η αντίστροφη αυτής της κανονικής κατανομής. Η κατανομή ανακαλύφθηκε από τον διάσημο φυσικό Schrodinger για να περιγράψει τον χρόνο πρώτης διέλευσης της κίνησης Brown.

Αρχικά ορίζεται ότι η κίνηση Brown είναι μια στοχαστική διαδικασία (Ενότητα 2.3)  $B_t$  η οποία παίρνει τιμές στον  $\mathbb{R}$  και έχει τις ακόλουθες ιδιότητες [19]:

Αν  $t_0 < t_1 < \dots < t_n$  τότε οι τυχαίες μεταβλητές  $B_{t_0}, B_{t_1} - B_{t_0}, \dots, B_{t_n} - B_{t_{n-1}}$  είναι ανεξάρτητες (ανεξάρτητες μεταβολές).

Αν  $s, t \geq 0$ , τότε  $(B_{t+s} - B_s) \sim N(0, t)$ .

Οι τροχιές της κίνησης Brown είναι συνεχείς με πιθανότητα 1, δηλαδή η  $t \rightarrow B_t$  είναι συνεχής συνάρτηση του  $t$  σχεδόν βέβαια.

Η κίνηση Brown λέγεται και ανέλιξη Wiener. Έστω λοιπόν τώρα η στοχαστική διαδικασία  $X_t$ , που ορίζεται ως εξής:  $X_0 = 0$  και  $X_t = \mu t + \sigma W_t$ , όπου  $W_t$  είναι μια κίνηση Brown, όπως ορίστηκε παραπάνω. Ακόμη  $\mu > 0$ . Η  $X_t$  τότε καλείται κίνηση Brown (ή ανέλιξη Wiener) με κατεύθυνση (drift)  $\mu$  και παράμετρο διασποράς  $\sigma^2$  [20].

Τότε ο χρόνος πρώτης μετάβασης  $T_a$ , σε ένα καθορισμένο επίπεδο  $x = a > 0$  της  $X_t$  ακολουθεί Αντίστροφη Γκαουσιανή κατανομή, δηλαδή:

$$\text{Αν } T_a = \inf\{t > 0 \mid X_t = a\} \text{ τότε } T_a \sim IG\left(\frac{a}{\sigma}, \frac{a^2}{\sigma^2}\right).$$

Μια συνεχής τυχαία μεταβλητή  $X$  ακολουθεί την Αντίστροφη Γκαουσιανή κατανομή (Inverse Gaussian Distribution) με παραμέτρους  $\lambda, \mu$  και γράφεται  $X \sim IG(\mu, \lambda)$  όταν έχει ως συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας [18]:

$$f(x) = \left[\frac{\lambda}{2\pi x^3}\right]^{1/2} \exp\left\{-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}\right\}, \quad x > 0 \text{ και } \mu, \lambda > 0 \quad (2.37)$$

Και η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας:

$$F(x) = \Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu} - 1\right)\right) + e^{\frac{2\lambda}{\mu}} \Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu} + 1\right)\right), \quad x > 0 \quad (2.38)$$

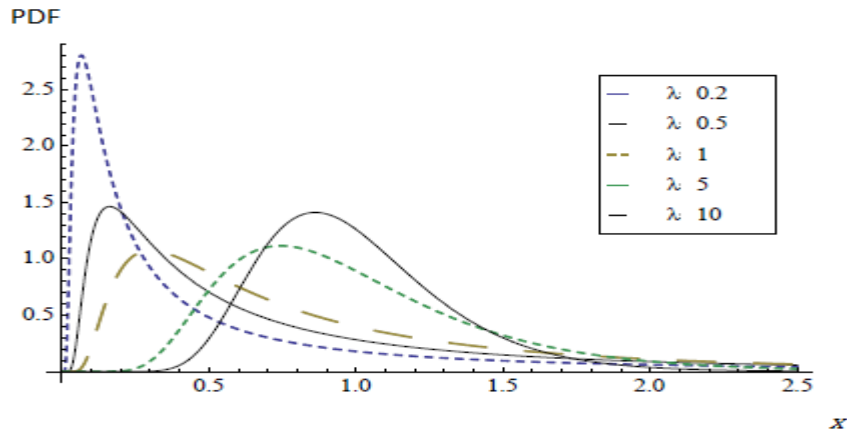
Όπου  $\Phi$  η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της τυποποιημένης Κανονικής κατανομής  $N(0,1)$ .

Η μέση τιμή ισούται με :

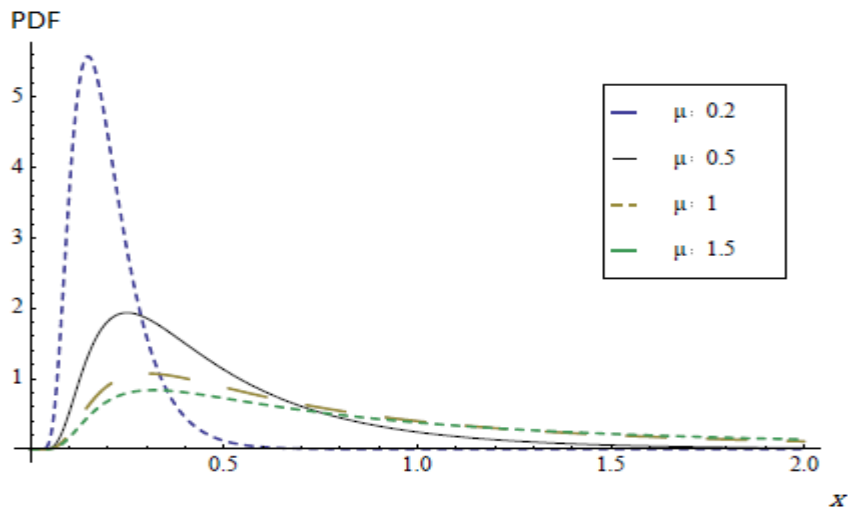
$$E(X) = \mu \quad (2.39)$$

Η διακύμανση (variance) ισούται με :

$$V(X) = \frac{\mu^3}{\lambda} \quad (2.40)$$



**Σχήμα 2.5(α)** Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Τυχαίας Μεταβλητής που ακολουθεί Αντίστροφη Γκαουσιανή κατανομή ( $\mu=1$ )



**Σχήμα 2.5(β)** Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Τυχαίας Μεταβλητής που ακολουθεί Αντίστροφη Γκαουσιανή κατανομή ( $\lambda=1$ )

### 2.3 Στοχαστικές Διαδικασίες και Χρονοσειρές

Για τη μοντελοποίηση και ανάλυση φαινομένων που εξελίσσονται στο χρόνο και εμφανίζουν κάποια τυχαιότητα, χρησιμοποιούνται οι στοχαστικές ανεξίτητες ή στοχαστικές διαδικασίες.

Υπάρχουν διάφοροι ισοδύναμοι τρόποι να ορίσει κανείς μια στοχαστική διαδικασία. Σε κάθε περίπτωση, χρειάζεται ένα σύνολο  $\mathcal{X}$ , που ονομάζεται χώρος καταστάσεων (state space) στον οποίο ανήκουν οι τιμές που παίρνει η στοχαστική ανέλιξη καθώς και ένα σύνολο  $T$  που είναι συνήθως ένα σύνολο χρόνων, όπως π.χ.  $T = [0, +\infty)$  ή  $T = \mathbb{N}_0 = \{0, 1, \dots\}$ . Ο απλούστερος τρόπος να ορίσει κανείς μια στοχαστική διαδικασία, στο σύνολο  $T$  και με τιμές στο  $\mathcal{X}$  είναι ως μια συλλογή από τυχαίες μεταβλητές  $\{X_t\}_{t \in T}$ , με τιμές στο  $\mathcal{X}$ . Σε αυτή την περίπτωση, για κάθε  $t \in T$ , η τυχαία μεταβλητή  $X_t : \Omega \ni \omega \rightarrow X_t(\omega) \in \mathcal{X}$  περιγράφει την κατάσταση του συστήματος προς μελέτη τη χρονική στιγμή  $t$ , ενώ η συλλογή τους περιγράφει την κατάσταση του συστήματος κάθε χρονική στιγμή [22]. Ένας διαφορετικός τρόπος να δει κανείς μια στοχαστική διαδικασία είναι να θεωρήσει για κάθε  $\omega \in \Omega$  την τροχιά

της διαδικασίας, καθώς ο δείκτης  $t$  μεταβάλλεται στο  $T$ , να δει δηλαδή την  $t \rightarrow X_t(\omega)$  ως μια συνάρτηση από το  $T$  στο  $\mathcal{X}$ . Σε αυτή την περίπτωση, η στοχαστική διαδικασία είναι μια τυχαία συνάρτηση, δηλαδή μια τυχαία μεταβλητή ορισμένη στο  $\Omega$  με τιμές στο σύνολο  $\mathcal{X}^T$  των συναρτήσεων από το  $T$  στο  $\mathcal{X}$ .

Με βάση λοιπόν τη θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων, η εξέλιξη ενός στοχαστικού συστήματος μπορεί να περιγραφεί πιθανοθεωρητικά μέσω μιας στοχαστικής ανελίξης. Οι χρονοσειρές αποτελούν ένα σύνολο διαδοχικών παρατηρήσεων της τιμής κάποιου φυσικού ή άλλου μεγέθους. Οι παρατηρήσεις αυτές αφορούν ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά των μονάδων ενός συνόλου που ονομάζεται πληθυσμός. Οι παρατηρήσεις γίνονται συνήθως με συγκεκριμένο χρονικό βήμα που λέγεται και χρόνος δειγματοληψίας (sampling time). Γενικά για κάθε χρονική στιγμή  $t$  θεωρούμε την τιμή  $X_t$  του παρατηρούμενου μεγέθους  $X$ . Το σύνολο των τιμών του μεγέθους,  $X_t$  για κάποια χρονική περίοδο  $n$  (σε μονάδες δειγματοληψίας), δηλαδή για χρονικές στιγμές  $t = 1, 2, \dots, n$ , αποτελεί τη χρονική σειρά ή χρονοσειρά (time series)  $\{X_t\}_{t=1}^n = \{x_1, \dots, x_n\}$  [23]. Ουσιαστικά, μια δεδομένη χρονοσειρά αποτελεί τροχιά της στοχαστικής αυτής ανελίξης. Τελικά, μελετάται ένα χαρακτηριστικό του πληθυσμού, η μέτρηση του οποίου σε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους  $n$  έδωσε τις παρατηρήσεις αυτές.

## 2.4 Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων

### 2.4.1 Περιγραφική Στατιστική

Περιγραφική Στατιστική είναι η συνοπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων μιας τυχαίας δειγματοληψίας. Η παρουσίαση αυτή γίνεται με κατάλληλες αριθμητικές και γραφικές μεθόδους ώστε να μπορούν να προκύψουν άμεσα συμπεράσματα όχι μόνο για το δείγμα αλλά και για ολόκληρο τον πληθυσμό (σύνολο) από τον οποίο προήλθε το δείγμα αυτό.

Έστω  $X$  το υπό μελέτη χαρακτηριστικό των μονάδων ενός πληθυσμού,  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  τυχαίο δείγμα μεγέθους  $n$  και  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  το αποτέλεσμα της καταγραφής του τυχαίου δείγματος. Για χαρακτηριστικά τα οποία αποτελούν διακριτές μεταβλητές, γίνεται καταγραφή του αριθμού επανεμφάνσεων κάθε τιμής του υπό μελέτη χαρακτηριστικού μέσα στο δείγμα. Για χαρακτηριστικά που αποτελούν συνεχείς μεταβλητές, η καταγραφή γίνεται μετά από ταξινόμηση των παρατηρήσεων σε υποδιαστήματα τιμών, επονομαζόμενα κλάσεις. Το εύρος των κλάσεων συνήθως διατηρείται σταθερό. Η παράθεση των αποτελεσμάτων της παραπάνω καταγραφής μπορεί να γίνει με τη μορφή ενός πίνακα, ο οποίος καλείται Πίνακας Συχνοτήτων.

Έστω ότι το χαρακτηριστικό  $X$  των μονάδων του πληθυσμού που ενδιαφέρει να μελετηθεί, είναι συνεχής μεταβλητή. Έστω επίσης,  $x_1, \dots, x_n$ , τα αποτελέσματα τυχαίας δειγματοληψίας από τον πληθυσμό αυτό, με  $x_i \in [\alpha, \beta)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Διαμερίζοντας το διάστημα  $[\alpha, \beta)$  σε  $k$  κλάσεις του αυτού εύρους,  $[\alpha_0, \alpha_1), \dots, [\alpha_{k-1}, \alpha_k)$  με  $\alpha_0 = \alpha$  και  $\alpha_k = \beta$ , και προσδιορίζοντας τις συχνότητες  $f_j$ , ( $j = 1, \dots, k$ ), το πλήθος δηλαδή των παρατηρήσεων που υπάρχουν μέσα σε κάθε κλάση, προκύπτει η αντιστοιχία  $[\alpha_{j-1}, \alpha_j) \rightarrow f_j$ , ( $j = 1, \dots, k$ ), που ονομάζεται κατανομή συχνοτήτων στο θεωρούμενο δείγμα. Ειδικότερα οι αριθμοί  $f_j$  ονομάζονται συχνότητες. Αντίστοιχα ορίζεται η κατανομή συχνοτήτων και στην περίπτωση όπου

το χαρακτηριστικό  $X$  των μονάδων του πληθυσμού που ενδιαφέρει να μελετηθεί, είναι διακριτή μεταβλητή.

Με ανάλογο τρόπο είναι δυνατή μια συνοπτική εικόνα του συνόλου των δειγματικών παρατηρήσεων μέσα από πίνακες σχετικών συχνοτήτων. Έστω  $x_i$ , ( $i = 1, \dots, n$ ), τα αποτελέσματα τυχαίας δειγματοληψίας μεγέθους  $n$  με κατανομή συχνοτήτων  $\{f_j : j = 1, \dots, k\}$ . Οι ποσότητες  $p_j = \frac{f_j}{n}$ , ( $j = 1, \dots, k$ ), ονομάζονται σχετικές συχνοότητες των αντίστοιχων τιμών ή κλάσεων στο δείγμα. Εύκολα διαπιστώνεται ότι  $\sum_{j=1}^k p_j = 1$ .

Οι αριθμοί  $F_j = \sum_{l=1}^j f_l$ , ( $j = 1, \dots, k$ ), ονομάζονται αθροιστικές συχνοότητες. Αντίστοιχα οι αριθμοί  $P_j = \sum_{l=1}^j p_l$ , ( $j = 1, \dots, k$ ), ονομάζονται σχετικές αθροιστικές συχνοότητες. Είναι προφανές ότι ισχύουν οι σχέσεις:  $F_k = \sum_{l=1}^k f_l = n$ ,  $P_k = \sum_{l=1}^k p_l = 1$ , και  $P_j = \frac{F_j}{n}$ , ( $j = 1, \dots, k$ ).

Ορίζεται η εμπειρική συνάρτηση κατανομής  $P(x)$  ως ακολούθως [17]:

$$P(x) = \frac{\{\text{αριθμός των } x_i \text{ που είναι } \leq x\}}{n}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (2.41)$$

Έτσι στη διακριτή περίπτωση με τιμές  $z_j$ , ( $j = 1, \dots, k$ ), έχουμε την κλιμακωτή συνάρτηση:

$$P(x) = \sum_{l=1}^j p_l \quad \mu\epsilon \quad j : z_j \leq x < z_{j+1}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad (2.42)$$

ενώ στη συνεχή περίπτωση χρησιμοποιείται η προσεγγιστική σχέση:

$$P(x) \cong \sum_{l=1}^j p_l + \frac{x - \alpha_j}{\delta} p_{j+1} \quad \mu\epsilon \quad j : \alpha_j \leq x < \alpha_{j+1}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad (2.43)$$

όπου  $\delta$  το εύρος των κλάσεων.

Στη συνέχεια, είναι δυνατή η γραφική παράσταση της κατανομής συχνοτήτων ενός τυχαίου δείγματος. Γενικά κάθε γραφική παράσταση κατανομής συχνοτήτων απαιτεί ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων με τον οριζόντιο άξονα να εκφράζει τις τιμές που λαμβάνει η τυχαία μεταβλητή  $X$  και τον κατακόρυφο να εκφράζει τις τιμές των συχνοτήτων (απόλυτων, σχετικών, αθροιστικών κλπ.). Ο τύπος γραφήματος που χρησιμοποιείται καλείται ιστόγραμμα. Όταν το  $X$  λαμβάνει διακριτές τιμές,  $z_1 < \dots < z_k$ , τότε το ιστόγραμμα απόλυτων, αντίστοιχα σχετικών, συχνοτήτων δίνεται από τα κάθετα ευθύγραμμα τμήματα με μήκη  $f_j$ , αντίστοιχα  $p_j$ , που υψώνονται στα σημεία  $z_j$  του οριζόντιου άξονα. Στη συνεχή περίπτωση το ιστόγραμμα απόλυτων, αντίστοιχα σχετικών, συχνοτήτων σχηματίζεται από ορθογώνια παραλληλόγραμμα με βάσεις  $[\alpha_{j-1}, \alpha_j]$  και ύψη τα  $f_j$ , αντίστοιχα  $p_j$ , ( $j = 1, \dots, k$ ). Γενικά θα πρέπει τα εμβαδά των παραλληλογράμμων να είναι ανάλογα των συχνοτήτων. Η πολυγωνική γραμμή που σχηματίζεται ενώνοντας διαδοχικά τα μέσα των άνω πλευρών των παραλληλόγραμμων και των ακραίων κατακόρυφων πλευρών, λέγεται πολύγωνο συχνοτήτων. Το ιστόγραμμα απόλυτων αθροιστικών συχνοτήτων είναι το διάγραμμα

της κλιμακωτής συνάρτησης  $F(x) = \sum_{\{i:\alpha_i \leq x\}} f_i, x \in \mathbb{R}$ . Αντίστοιχα, το ιστόγραμμα σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων είναι το διάγραμμα της κλιμακωτής συνάρτησης  $P(x) = \sum_{\{i:\alpha_i \leq x\}} p_i, x \in \mathbb{R}$ . Το πολύγωνο συχνοτήτων αντιστοιχεί στην προσεγγιστική έκφραση της εμπειρικής συνάρτησης κατανομής (2.45).

Τέλος, αν θεωρηθεί ως ύψος κάθε ορθογωνίου παραλληλογράμμου με βάση  $[\alpha_{j-1}, \alpha_j)$ , η τιμή  $v_j = \frac{f_j}{n\delta}$ , όπου  $\delta$  το εύρος των κλάσεων, τότε το ιστόγραμμα που προκύπτει αποτελεί μια εκτίμηση της εμπειρικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (PDF) στο θεωρούμενο δείγμα. Το εμβαδό κάθε ορθογωνίου είναι ίσο με τις σχετικές συχνότητες των αντίστοιχων κλάσεων,  $p_j$ . Το άθροισμα των εμβαδών όλων των ορθογωνίων συνεπώς είναι ίσο με 1.

#### 2.4.1.1 Μέτρα Θέσης και Μεταβλητότητας

Εκτός από τις προηγούμενες μεθόδους, υπάρχουν κι αριθμητικές ποσότητες κατάλληλες για τη συνοπτική παρουσίαση ενός τυχαίου δείγματος. Θεωρείται ότι υπάρχει μια διαθέσιμη χρονοσειρά  $X$  με πλήθος  $n$  παρατηρήσεων  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Ουσιαστικά, μελετάται ένα χαρακτηριστικό του πληθυσμού, η μέτρηση του οποίου σε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους  $n$  έδωσε τις παρατηρήσεις αυτές.

Τα μέτρα θέσης ή κεντρικής τάσης προσδιορίζουν ένα σημείο γύρω από το οποίο τείνουν να συγκεντρώνονται τα δεδομένα.

Το πιο διαδεδομένο από αυτά είναι η μέση τιμή ή αριθμητικός μέσος (mean) που δίνει και το κέντρο ισορροπίας των δεδομένων [24]:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.44)$$

Εάν είναι επιθυμητό να δοθεί διαφορετική βαρύτητα σε κάποιες τιμές, τότε το παραπάνω μέγεθος ονομάζεται σταθμισμένος μέσος.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2.45)$$

Ο αριθμητικός μέσος είναι ευαίσθητος σε ακραίες τιμές, καθώς λαμβάνει υπόψη το σύνολο των δεδομένων. Έτσι δεν αποκλείεται να δώσει μια παραπλανητική εικόνα για το δείγμα. Εφόσον γίνει ταξινόμηση των δεδομένων σε αύξουσα σειρά, μπορεί να ορισθεί και η διάμεσος, δηλαδή η τιμή που χωρίζει το ταξινομημένο σύνολο δεδομένων στην μέση. Σε αντίθεση με την μέση τιμή, δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη ακραίων τιμών. Τέλος, ορίζεται και η επικρατούσα τιμή ως η τιμή που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα στο δείγμα. Εφόσον υπάρχουν περισσότερες από μια τέτοιες τιμές, τότε όλες θεωρούνται επικρατούσες.

Στην περίπτωση που τα δεδομένα είναι συγκεντρωμένα γύρω από μια κεντρική τιμή, τότε αυτή από μόνη της αντιπροσωπεύει ικανοποιητικά τα δεδομένα, διαφορετικά όμως, δεν δίνει κατάλληλη περιγραφή. Η διασπορά ή διακύμανση (variance) μετράει την απόκλιση των παρατηρήσεων  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) γύρω από την μέση τιμή και είναι:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (2.46)$$

Επειδή η διακύμανση προκύπτει από τα τετράγωνα των αποκλίσεων, δεν εκφράζεται στην ίδια μονάδα μέτρησης με τα αρχικά δεδομένα. Για αυτό συχνά χρησιμοποιείται η τυπική απόκλιση (standard deviation) που ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της διασποράς:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (2.47)$$

## 2.4.2 Η Έννοια και ο Ρόλος της Στατιστικής Μοντελοποίησης

Η στατιστική μοντελοποίηση είναι ένα κρίσιμο ζήτημα στην ανάλυση δεδομένων. Τα μοντέλα χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν στοχαστικές δομές, να προβλέψουν μελλοντικές συμπεριφορές, και να εξάγουν χρήσιμες πληροφορίες από τα δεδομένα. Επομένως, διαδραματίζουν έναν κρίσιμο ρόλο στην ανάλυση των στατιστικών δεδομένων. Με την κατασκευή ενός μοντέλου, διάφορα συμπεράσματα, όπως πρόβλεψη, έλεγχος, εξαγωγή πληροφοριών, αξιολόγηση κινδύνων και λήψεις αποφάσεων μπορούν να πραγματοποιηθούν στο πλαίσιο της στατιστικής έρευνας. Επομένως έχει ιδιαίτερη σημασία για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων του πραγματικού κόσμου η ανάπτυξη και κατασκευή ενός κατάλληλου μοντέλου. Ένα στατιστικό μοντέλο, σύμφωνα με Konishi and Kitagawa (2008) [25], είναι μια κατανομή πιθανότητας που χρησιμοποιεί παρατηρούμενα δεδομένα, δηλαδή το δείγμα, ώστε να προσεγγίσει την αληθινή κατανομή αυτών που θέλει ο ερευνητής να αναλύσει. Άρα ο ρόλος της στατιστικής μοντελοποίησης είναι η κατασκευή ενός μοντέλου που να προσεγγίζει την πραγματική δομή, με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια με την χρήση των διαθέσιμων δεδομένων. Ακολουθεί πιο αναλυτική παρουσίαση.

### 2.4.2.1 Κλασικές Μέθοδοι Εκτίμησης

Μεγέθη όπως ο δειγματικός μέσος ή η δειγματική διασπορά, αποτελούν στατιστικές συναρτήσεις που αναφέρονται στα αποτελέσματα μιας τυχαίας δειγματοληψίας και χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του περιεχομένου που προέκυψαν από αυτή με τρόπο απλό και συνοπτικό.

Κάθε πραγματική ή διανυσματική συνάρτηση  $\mathbf{t}(x) = (t_1(x), \dots, t_k(x))$ , ( $1 \leq k \leq n$ ) της τιμής  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  ενός τυχαίου δείγματος  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  καλείται *δειγματοσυνάρτηση*.

Κάθε δειγματοσυνάρτηση  $\mathbf{T} = \mathbf{t}(X): \mathcal{X}^n \rightarrow \Theta$  ονομάζεται *εκτιμητήρια* (estimator) της παραμέτρου  $\theta \in \Theta$ . Η τιμή  $\mathbf{t}$  του  $\mathbf{T}$  για  $\mathbf{X} = \mathbf{x}$ , δηλαδή το σημείο  $\hat{\theta} = \mathbf{t}(X) \in \Theta$  αποτελεί την εκτίμηση της παραμέτρου.

Αν  $T = \mathbf{t}(X)$  είναι μια εκτιμητήρια της συνάρτησης  $\alpha = \alpha(\theta)$ ,  $\theta \in \Theta$ , τότε ονομάζεται (ομοιόμορφα) *αμερόληπτη* αν ισχύει [17]:

$$E(T|\theta) = E\{\mathbf{t}(X)|\theta\} = \alpha, \forall \theta \in \Theta \quad (2.48)$$



Οι δυο βασικές μέθοδοι κατασκευής εκτιμητριών για παραμέτρους είναι η μέθοδος των ροπών και η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας. Άλλη γνωστή μέθοδος είναι επίσης η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων, η οποία κάτω από ειδικές συνθήκες ταυτίζεται με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

Στην μέθοδο των ροπών, θεωρείται ένα τυχαίο δείγμα  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  από τον πληθυσμό  $\{X, \mathfrak{X}, p(x|\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_m)\} \in \boldsymbol{\theta} \subset \mathbb{R}^m$  με  $m \leq n$  και λαμβάνονται οι  $m$  δειγματικές ροπές περί την αρχή [17]:

$$m'_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k, \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (2.49)$$

Οι παραπάνω δειγματικές ροπές εξισώνονται με τις αντίστοιχες ροπές του πληθυσμού:

$$\mu'_k = E[X^k] = \int_{\mathfrak{X}} x^k p(x|\boldsymbol{\theta}) dx = g_k(\boldsymbol{\theta}), \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (2.50)$$

Έτσι σχηματίζεται το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων από την επίλυση του οποίου προκύπτει η εκτιμήτρια.

$$g_k(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k \quad (2.51)$$

Στην μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας, θεωρείται η συνάρτηση πιθανότητας ενός τυχαίου δείγματος  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  από πληθυσμό  $\{X, \mathfrak{X}, p(x|\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_m)\} \in \boldsymbol{\theta} \subset \mathbb{R}^m$  με  $m \leq n$  [17]:

$$p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\boldsymbol{\theta}) \quad (2.52)$$

Όταν είναι γνωστές οι τιμές  $x_i$  των τυχαίων μεταβλητών  $X_i, (i = 1, \dots, n)$  η συνάρτηση πιθανότητας  $p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$  μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση της παραμέτρου  $\boldsymbol{\theta}$  με  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  σταθερό σημείο του χώρου  $\mathfrak{X}^n \subset \mathbb{R}^n$ . Έτσι προκύπτει η συνάρτηση πιθανοφάνειας [17]:

$$L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}) = p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\boldsymbol{\theta}), \quad \boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\theta}. \quad (2.53)$$

Η συνάρτηση πιθανοφάνειας εκφράζει το πόσο πιθανοφανείς, δηλαδή πόσο σύμφωνες με το συγκεκριμένο δείγμα  $\mathbf{x}$ , είναι οι διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\boldsymbol{\theta}$ . Μεγιστοποιώντας τη συνάρτηση πιθανοφάνειας  $L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x})$  ως προς  $\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\theta}$  προκύπτει η Εκτιμήτρια Μέγιστης Πιθανοφάνειας (maximum likelihood estimator) της παραμέτρου  $\boldsymbol{\theta}$ , συμβολιζόμενη με  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ .

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m): L(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \mathbf{x}) = \sup_{\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\theta}} L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}). \quad (2.54)$$

### 2.4.2.2 Επιλογή και Εκτίμηση Στατιστικού Μοντέλου

Ένα μοντέλο δεν είναι κάτι που καθορίζεται μοναδικά για ένα δεδομένο αντικείμενο αλλά μπορεί να λάβει μία ποικιλία μορφών ανάλογα με την οπτική γωνία του δημιουργού του μοντέλου και των διαθέσιμων πληροφοριών. Σκοπός της στατιστικής μοντελοποίησης δεν είναι να εκτιμήσει ή να προσδιορίσει το «μοναδικό» ή το «τέλειο» μοντέλο, αλλά να κατασκευάσει ένα «καλό» μοντέλο, ως ένα εργαλείο για την εξαγωγή πληροφοριών, σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά του αντικειμένου και του σκοπού της μοντελοποίησης [25]. Ένα καλό μοντέλο θα δώσει γενικά καλά αποτελέσματα. Ωστόσο, δεν μπορεί κανείς να αναμένει να επιτύχει καλά αποτελέσματα, όταν χρησιμοποιείται ένα ακατάλληλο μοντέλο. Εδώ έγκειται η σημασία των κριτηρίων αξιολόγησης μοντέλων για την αξιολόγηση της «καλής προσαρμογής» ενός μοντέλου. Για την γενική αξιολόγηση της καλής προσαρμογής ενός στατιστικού μοντέλου είναι σημαντικό να αξιολογηθεί η εγγύτητα μεταξύ της κατανομής πρόβλεψης, η οποία ορίζεται από το μοντέλο και την πραγματική κατανομή [25].

Η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου γίνεται με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, η οποία στην ουσία δείχνει κατά πόσο οι τιμές των παραμέτρων ενός μοντέλου έχουν μεγάλη πιθανότητα να προσεγγίζουν τις αληθινές τιμές των παραμέτρων της πραγματικής κατανομής που ακολουθούν τα δεδομένα. Έτσι, η πιθανοφάνεια ( $L$ ) ταύτισης του μοντέλου με τα αρχικά δεδομένα είναι:

$$L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}) = p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\boldsymbol{\theta}), \quad \boldsymbol{\theta} \in \Theta.$$

Η εναλλακτικά, λογαριθμίζοντας την παραπάνω σχέση:

$$l(\boldsymbol{\theta}) \equiv \ln L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{x}) = \ln p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \ln p(x_i|\boldsymbol{\theta}), \quad \boldsymbol{\theta} \in \Theta. \quad (2.55)$$

Είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερη η λογαριθμική πιθανοφάνεια (log-likelihood) ενός μοντέλου τόσο καλύτερο είναι το μοντέλο.

Μια βασική παράμετρος επιλογής του καταλληλότερου μοντέλου έχει να κάνει με την πολυπλοκότητα. Όσο αυτή αυξάνεται με την προσθήκη νέων παραγόντων, τόσο μειώνεται η προκατάληψή του, οδηγώντας όμως σε συστηματική αύξηση της διακύμανσης των σφαλμάτων. Για τον καθορισμό του κατάλληλου αριθμού παραγόντων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια Akaike's Information Criterion (AIC) και Bayesian Information Criterion (BIC), με το BIC να δίνει μεγαλύτερο βάρος στην πολυπλοκότητα του μοντέλου. Οι δύο αυτοί δείκτες ορίζονται ως ακολούθως [26], [27]:

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (2.56)$$

$$BIC = k \ln(n) - 2 \ln(L) \quad (2.57)$$

Όπου  $k$  ο αριθμός των παραγόντων του μοντέλου,  $n$  ο αριθμός των παρατηρήσεων και  $L$  η προσδοκώμενη πιθανοφάνεια.

### 2.4.3 Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος

Για την ανάλυση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων που θα παρουσιαστούν στην συνέχεια, είναι απαραίτητη η χρήση ορισμένων δεικτών σφάλματος. Οι τιμές της πραγματικής χρονοσειράς συμβολίζονται με  $X_t$ , ενώ οι τιμές της προσεγγιστικής χρονοσειράς με  $Y_t$ .

Το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (Mean Absolute Error – MAE) εκφράζει ένα μέτρο ακρίβειας διατηρώντας τις μονάδες της αρχικής χρονοσειράς, χωρίς να δίνεται έμφαση στην κατεύθυνση του σφάλματος [15].

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T |X_t - Y_t| \quad (2.58)$$

Το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (Mean Squared Error – MSE) εκφράζει και αυτό ένα μέτρο ακρίβειας, το οποίο όμως δίνει πολύ μεγαλύτερο βάρος στις μεγάλες αποκλίσεις, αφού τα σφάλματα τετραγωνίζονται. Προκειμένου να προκύψει σφάλμα εκφρασμένο στις μονάδες της αρχικής χρονοσειράς, μπορεί να υπολογιστεί και η τετραγωνική ρίζα του MSE, που ονομάζεται Ρίζα Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Root Mean Squared Error - RMSE).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T (X_t - Y_t)^2 \quad (2.59)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^T (X_t - Y_t)^2} \quad (2.60)$$

Το Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error - MAPE) εκφράζει ένα μέτρο ακρίβειας σε καθαρά ποσοστιαία μορφή. Αυτός ο δείκτης είναι ιδιαίτερα χρήσιμος για την σύγκριση της ακρίβειας μεθόδων που εφαρμόζονται σε διαφορετικές χρονοσειρές, χωρίς να έχουν απαραίτητα το ίδιο επίπεδο μέσης τιμής.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T \left| \frac{X_t - Y_t}{X_t} \right| \quad (2.61)$$

## 2.5 Εκτίμηση Ελάχιστων Τετραγώνων

Σε αυτήν την ενότητα θα μελετηθεί το γραμμικό πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων. Πολύ συχνά εμφανίζεται στις εφαρμογές το εξής πρόβλημα: Δίνονται  $m$  σημεία  $t_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, n$  και  $n$  πραγματικοί αριθμοί  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , οι οποίοι παριστάνουν δεδομένα, φερ' ειπείν τιμές μιας μετρήσιμης ποσότητας στα αντίστοιχα σημεία  $t_i$ . Θεωρούνται  $m$  πραγματικές συναρτήσεις  $\varphi_1, \dots, \varphi_m$ , οι οποίες ορίζονται τουλάχιστον στα σημεία  $t_1, \dots, t_n$ . (Συνήθως το  $n$  είναι πολύ μεγαλύτερο του  $m$ .) Επιθυμείται ο προσδιορισμός πραγματικών σταθερών  $c_1, \dots, c_m$ , τέτοιων ώστε τα υπόλοιπα («σφάλματα») [28]:

$$\rho_i = f_i - \sum_{j=1}^m c_j \varphi_j(t_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.62)$$

να είναι όσο το δυνατόν «μικρότερα». Αν με τον όρο «μικρότερα» εννοηθεί η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγώνων  $\sum_{i=1}^n (\rho_i)^2$ , δηλαδή της ευκλείδειας νόρμας  $\|\rho\|_2^2$  του διανύσματος  $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)^T \in \mathbb{R}^n$ , τότε το πρόβλημα καταλήγει στο ακόλουθο πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\min_{c \in \mathbb{R}^m} \sum_{i=1}^n \left[ f_i - \sum_{j=1}^m c_j \varphi_j(t_i) \right]^2. \quad (2.63)$$

Υπόβαθρο αυτής της διαδικασίας αποτελεί η αναμονή ότι η συνάρτηση  $\sum_{j=1}^m c_j \varphi_j$  θα είναι καλή προσέγγιση της  $f$  και σε σημεία  $t \neq t_i$ .

Για το πρόβλημα ελαχιστοποίησης (2.63), ορίζοντας συνάρτηση  $E : \mathbb{R}^m \rightarrow [0, \infty)$  ως

$$E(c) = \sum_{i=1}^n \left[ f_i - \sum_{j=1}^m c_j \varphi_j(t_i) \right]^2, \quad (2.64)$$

Προκύπτουν ως αναγκαίες συνθήκες για ελαχιστοποίηση οι σχέσεις:

$$0 = \frac{\partial E}{\partial c_k} = 2 \sum_{i=1}^n \left[ f_i - \sum_{j=1}^m c_j \varphi_j(t_i) \right] \varphi_k(t_i), \quad 1 \leq k \leq m, \quad (2.65)$$

Οι οποίες οδηγούν στο γραμμικό σύστημα:

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=1}^n \varphi_k(t_i) \varphi_j(t_i) \right] c_j = \sum_{i=1}^n f_i \varphi_k(t_i), \quad 1 \leq k \leq m. \quad (2.66)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι το πρόβλημα ελαχιστοποίησης (2.63) που καταλήγει στο γραμμικό σύστημα (2.66) είναι παράδειγμα ενός πολύ σημαντικού προβλήματος της Γραμμικής Άλγεβρας, του λεγόμενου Γραμμικού Προβλήματος Ελαχίστων Τετραγώνων.

# Ανάλυση Fourier και Επεξεργασία Σημάτων

### 3.1 Μετασχηματισμός Fourier

Ο Μετασχηματισμός Fourier είναι το εργαλείο που μεταφέρει από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Η μορφή του εξαρτάται από το είδος του σήματος, στο οποίο εφαρμόζεται.

#### 3.1.1 Σειρά Fourier

Στην κατηγορία των Μετασχηματισμών Fourier μπορεί να συμπεριληφθεί και η Σειρά Fourier, η οποία παρέχει συχνοτική πληροφορία στην περίπτωση περιοδικών σημάτων στο χρόνο. Εάν  $x(t)$  περιοδικό σήμα περιόδου  $T$ , τότε [29]:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{-jn\Omega_0 t} \quad (3.1)$$

όπου  $\Omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  είναι η βασική (κυκλική) συχνότητα του σήματος και οι όροι της Σειράς Fourier  $x_n$  ορίζονται από τη σχέση:

$$x_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) e^{jn\Omega_0 t} dt \quad (3.2)$$

Όπου  $t_0$  οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός (η ολοκλήρωση γίνεται πάνω σε οποιαδήποτε περίοδο).

Η Σειρά Fourier αναλύει ένα περιοδικό σήμα στη βασική συχνότητα και στις αρμονικές της (οι μόνες συχνότητες που υπάρχουν σε ένα περιοδικό σήμα). Οι όροι  $x_n$  περιέχουν την πληροφορία του πλάτους και της φάσης κάθε αρμονικής.

#### 3.1.2 Χρονοσυνεχής Μετασχηματισμός Fourier (FT)

Με τις σειρές Fourier είναι δυνατή η αναπαράσταση περιοδικών σημάτων ως γραμμικών συνδυασμών μιγαδικών εκθετικών. Μη περιοδικά σήματα είναι επίσης δυνατό να αναπαρασταθούν με γραμμικό συνδυασμό μιγαδικών εκθετικών. Ενώ για περιοδικά σήματα οι «δομικοί λίθοι» των μιγαδικών εκθετικών συνδέονται αρμονικά, στα μη περιοδικά (απεριοδικά, aperiodic) σήματα έχουν απείρως γειτονικές συχνότητες και η αναπαράσταση βάσει ενός γραμμικού συνδυασμού λαμβάνει τη μορφή ολοκληρώματος κι όχι αθροίσματος [30]. Το προκύπτον φάσμα συντελεστών κατά την αναπαράσταση αυτή ονομάζεται μετασχηματισμός Fourier (Fourier Transform) και το ολοκλήρωμα της σύνθεσης αυτό καθ' εαυτό, το οποίο χρησιμοποιεί αυτούς τους συντελεστές για την αναπαράσταση του σήματος ως γραμμικό συνδυασμό μιγαδικών εκθετικών, ονομάζεται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier. Πιο αναλυτικά, όπως αιτιολόγησε ο Fourier, ένα απεριοδικό σήμα μπορεί να θεωρηθεί ως περιοδικό σήμα άπειρης περιόδου. Ακριβέστερα, στην αναπαράσταση ενός περιοδικού σήματος με σειρά Fourier, όσο

αυξάνει η περίοδος, η θεμελιώδης συχνότητα μειώνεται και οι αρμονικά συσχετισμένες συνιστώσες έχουν όλο και περισσότερο παραπλήσιες συχνότητες. Όταν η περίοδος γίνει άπειρη, οι συνιστώσες της συχνότητας σχηματίζουν ένα συνεχές (continuum) και το άθροισμα της σειράς Fourier τρέπεται σε ολοκλήρωμα.

Τα παραπάνω συνοψίζονται στις εξισώσεις (3.3) και (3.4), όπως φαίνονται ακολούθως. Συγκεκριμένα, για σήματα αναλογικού χρόνου ο Μετασχηματισμός Fourier ορίζεται ως [29]:

$$X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{j\Omega t} dt, \text{ Μετασχηματισμός Fourier} \quad (3.3)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\Omega)e^{j\Omega t} d\Omega, \text{ Αντίστροφος M. Fourier}, \quad (3.4)$$

όπου  $\Omega = 2\pi f$  η κυκλική συχνότητα, η οποία συμβολίζεται ως  $F\{x(t)\} = X(j\Omega)$ .

Όπως παρατηρείται από τον Αντίστροφο Μετασχηματισμό Fourier, ένα σήμα στο χρόνο εκφράζεται σαν γραμμικός συνδυασμός μιγαδικών ημιτόνων με τη συνάρτηση  $|X(j\Omega)|$  να δηλώνει το πλάτος της συχνότητας  $\Omega$  και τη συνάρτηση  $\angle X(j\Omega)$  τη φάση.

### 3.1.3 Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου (DTFT)

Για τα σήματα διακριτού χρόνου  $x_n$  ο Μετασχηματισμός Fourier ορίζεται ως [29]:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{-j\omega n}, \text{ Μετασχηματισμός Fourier} \quad (3.5)$$

$$x_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega, \text{ Αντίστροφος M. Fourier}, \quad (3.6)$$

όπου  $\omega = 2\pi\lambda$  η κυκλική συχνότητα και συμβολίζεται  $F\{x_n\} = X(e^{j\omega})$ .

Ο Μετασχηματισμός Fourier διακριτού χρόνου είναι περιοδική συνάρτηση του  $\omega$  με περίοδο  $2\pi$ , σε αντίθεση με τον Μετασχηματισμό Fourier αναλογικού χρόνου που είναι μια κανονική συνάρτηση του  $\Omega$  το οποίο εκτείνεται από το  $-\infty$  έως το  $\infty$ .

### 3.1.4 Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT)

Ο Μετασχηματισμός Fourier της πεπερασμένης ακολουθίας δειγμάτων  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$  είναι μια συνάρτηση της συχνότητας  $\omega$  που δίνεται από το ακόλουθο πεπερασμένο άθροισμα [29]:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j\omega n} \quad (3.7)$$

Στην πράξη, προκειμένου να εξαχθεί οποιοδήποτε συμπέρασμα από την προηγούμενη σχέση, είναι απαραίτητο να απεικονισθεί η συνάρτηση  $X(e^{j\omega})$  με κάποιο τρόπο. Εφόσον η  $X(e^{j\omega})$  είναι περιοδική συνάρτηση με περίοδο  $2\pi$ , αρκεί να απεικονιστεί μια περιόδός της. Εάν ο τρόπος απεικόνισης είναι ψηφιακός, τότε θα πρέπει να πραγματοποιηθεί δειγματοληψία της  $X(e^{j\omega})$  σε διακριτές συχνότητες και να απεικονιστούν τα αντίστοιχα συχνοτικά δείγματα. Ο συνηθέστερος τρόπος

δειγματοληψίας είναι φυσικά ο κανονικός, σε σημεία δηλαδή  $\omega_k$  τα οποία ισαπέχουν μεταξύ τους.

Πέρα από την καθαρά πρακτική χρήση των συχνοτικών δειγμάτων, προκύπτει επίσης το ερώτημα κατά πόσο είναι δυνατόν η δειγματοληψία στο πεδίο της συχνότητας να διαθέτει τη βασική ιδιότητα ισοδυναμίας πεδίου χρόνου-πεδίου συχνότητας που διακρίνει τον ίδιο τον Μετασχηματισμό Fourier. Με άλλα λόγια, κατά πόσο είναι δυνατή η ανάκτηση από τα συχνοτικά δείγματα των αντίστοιχων χρονικών, όπως ακριβώς συμβαίνει με τον κλασικό Μετασχηματισμό Fourier, όπου από την συνάρτηση  $X(e^{j\omega})$  μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού, υπολογίζονται τα δείγματα  $x_n$ . Οντως η ισοδυναμία αυτή είναι δυνατή και εκφράζεται μέσω της ακόλουθης πρότασης:

Πραγματοποιώντας δειγματοληψία στον Μετασχηματισμό Fourier μιας πεπερασμένης ακολουθίας  $N$  δειγμάτων με κανονικό τρόπο, σε τουλάχιστον  $N$  συχνότητες μέσα σε μια περίοδο, τότε, από τα συχνοτικά δείγματα μπορούν να ανακτηθούν ακριβώς τα  $N$  χρονικά δείγματα και το αντίστροφο.

Έστω τα  $N$  χρονικά δείγματα  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$  και  $X(e^{j\omega})$  ο αντίστοιχος Μετασχηματισμός Fourier. Μολονότι η συνάρτηση  $X(e^{j\omega})$  απεικονίζεται συνήθως στο διάστημα  $(-\pi, \pi]$ , για τον ορισμό του DFT έχει επικρατήσει στη βιβλιογραφία η απεικόνισή του στο διάστημα  $[0, 2\pi)$ . Ορίζονται, επομένως, τα ακόλουθα  $N$  συχνοτικά σημεία στο εν λόγω διάστημα:

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N}, \quad k = 0, \dots, N - 1. \quad (3.8)$$

Ο DFT δεν είναι παρά η δειγματοληψία του Μετασχηματισμού Fourier στις  $N$  αυτές συχνότητες. Τέλος αν χρησιμοποιηθεί για ευκολία ο συμβολισμός  $X_k = X(e^{j\omega_k})$  τότε προκύπτει από τη Σχέση (3.7) ο ορισμός του DFT της ακολουθίας  $x_n$ :

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W_N^{nk}, \quad k = 0, \dots, N - 1. \quad (3.9)$$

Όπου η μιγαδική ποσότητα  $W_N$  ορίζεται ως  $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ .

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός ορίζεται από τη σχέση:

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k W_N^{-nk}, \quad n = 0, \dots, N - 1. \quad (3.10)$$

### 3.1.5 Υπολογιστική Πολυπλοκότητα DFT και Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier (FFT)

Ο όγκος των αριθμητικών πράξεων που απαιτεί μια διαδικασία επεξεργασίας είναι κυρίαρχος παράγοντας για την πρακτική της εφαρμοσιμότητας. Τα πλέον ενδιαφέροντα προβλήματα στην Επεξεργασία Σημάτων εμφανίζονται σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, στις οποίες ο επεξεργαστής τροφοδοτείται, με σταθερό ρυθμό,

με δείγματα που πρέπει να επεξεργαστεί. Θα πρέπει επομένως να προλαβαίνει να εκτελεί τους απαραίτητους υπολογισμούς έτσι, ώστε να μη δημιουργείται συσσώρευση δεδομένων μια και αυτό θα απαιτούσε άπειρη μνήμη. Η μείωση της αριθμητικής πολυπλοκότητας μπορεί να προσφέρει σημαντικά οφέλη σε μια διαδικασία επεξεργασίας. Αφού ο DFT είναι ο πρακτικός τρόπος υπολογισμού του συχνοτικού περιεχομένου σημάτων, η ανάγκη υπολογισμού του σε πραγματικό χρόνο καθίσταται αναγκαία για πολλές εφαρμογές [29]. Είναι, ως εκ τούτου, σημαντικό να είναι γνωστή η υπολογιστική του πολυπλοκότητα. Εάν εξεταστεί η εξίσωση που αποτελεί και τον ορισμό του DFT, εύκολα συμπεραίνεται ότι, για να υπολογιστούν οι  $N$  τιμές  $X_k$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$ , απαιτούνται  $N^2$  πολλαπλασιασμοί και  $N(N - 1)$  προσθέσεις. Εάν ληφθεί υπόψη ότι μόνο η μεγαλύτερη δύναμη ως προς  $N$ , η οποία καθορίζει το ρυθμό αύξησης της πολυπλοκότητας ως προς  $N$ , τότε απαιτούνται τάξης  $N^2$  (συμβολίζεται  $O(N^2)$ ), πολλαπλασιασμοί και προσθέσεις. Ακόμα και με τη σημερινή τεχνολογία, για τα μεγέθη του  $N$  που εμφανίζονται στις εφαρμογές, η τάξη  $O(N^2)$  θεωρείται πολύ υψηλή, για επεξεργασία πραγματικού χρόνου. Αξιοσημείωτο είναι επίσης το γεγονός ότι την ίδια πολυπλοκότητα εμφανίζει ο DFT, καθώς και ο αντίστροφος (inverse) DFT, όταν η δειγματοληψία στο πεδίο συχνότητας δεν είναι κανονική.

Ο DFT στην περίπτωση που το  $N$  μπορεί να εκφραστεί σαν δύναμη του 2, υλοποιείται με ένα πολύ αποδοτικό τρόπο, με αποτέλεσμα η αντίστοιχη υπολογιστική πολυπλοκότητα να παρουσιάσει δραστική μείωση από την τιμή  $O(N^2)$ . Ο αντίστοιχος DFT είναι γνωστός σαν Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier (Fast Fourier Transform (FFT)) και προτάθηκε από τους Cooley και Tukey το 1965 [31]. Η συνολική πολυπλοκότητα είναι ίση προς  $O(N \log_2 N)$  που είναι πολύ μικρότερη της  $O(N^2)$  του απ' ευθείας υπολογισμού. Το γεγονός αυτό είναι και ο κύριος λόγος της ευρείας χρήσης του FFT σε πρακτικά προβλήματα. Εάν ο αριθμός  $N$  των δειγμάτων δεν αποτελεί δύναμη του 2, τότε με κατάλληλη προσαύξηση με μηδενικά είναι δυνατό να ικανοποιηθεί η εν λόγω ιδιότητα. Η Matlab προσφέρει τις εντολές `fft`, `ifft` για τον υπολογισμό του DFT και `inverse DFT`. Ο αντίστοιχος αλγόριθμος επιλέγει αυτόματα την πλέον κατάλληλη μέθοδο υπολογισμού για κάθε μήκος  $N$  της ακολουθίας δειγμάτων, δίχως να απαιτεί το  $N$  να είναι ακέραια δύναμη του δύο.

## 3.2 Δειγματοληψία

### 3.2.1 Εισαγωγή στη Δειγματοληψία Σημάτων

Τα περισσότερα σήματα που απαντώνται στη φύση είναι συνεχούς χρόνου και η τιμή τους σε κάθε χρονική στιγμή μπορεί να είναι ένας οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός. Τα σήματα αυτά καλούνται αναλογικά. Από την άλλη πλευρά, τα σήματα που αποτελούν αντικείμενο της ψηφιακής επεξεργασίας είναι διακριτού χρόνου και οι διαφορετικές τιμές που μπορούν να πάρουν είναι συνάρτηση της ακρίβειας αναπαράστασης (αριθμός διαθέσιμων bits) του ψηφιακού συστήματος. Τα σήματα αυτά καλούνται ψηφιακά. Είναι φανερό ότι, προκειμένου να επεξεργαστεί ένα αναλογικό σήμα με ένα ψηφιακό σύστημα, πρέπει να προηγηθεί κάποιο στάδιο μετατροπής του σε ψηφιακό. Η διαδικασία αυτή καλείται δειγματοληψία και η μονάδα επεξεργασίας που την υλοποιεί μετατροπέας αναλογικού σε ψηφιακό (ΜΑΨ). Βέβαια, θα πρέπει να επισημανθεί ότι ο ΜΑΨ δεν δειγματοληπτει απλώς το αναλογικό σήμα σε διακριτές χρονικές στιγμές αλλά επίσης μετατρέπει την τιμή του πλάτους του σήματος στην πλησιέστερη τιμή την οποία επιτρέπει η πεπερασμένη

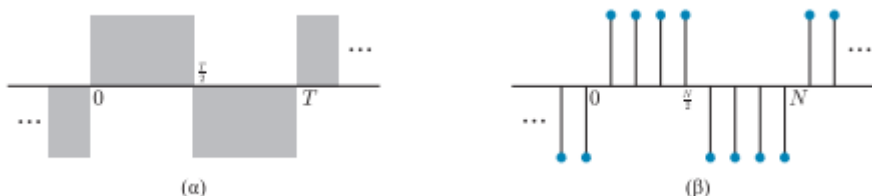


ακρίβεια του ψηφιακού συστήματος επεξεργασίας. Η προσέγγιση αυτή εισάγει προφανώς ένα σφάλμα αναπαράστασης το οποίο γίνεται μικρότερο όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των διαθέσιμων bits. Χάριν ευκολίας, θεωρείται ότι η ακρίβεια αυτή είναι άπειρη και επομένως είναι δυνατή η ακριβής αναπαράσταση των τιμών του αναλογικού σήματος στις στιγμές δειγματοληψίας. Στις περισσότερες εφαρμογές, μετά το πέρας (ή και κατά τη διάρκεια) της επεξεργασίας ενός σήματος είναι απαραίτητη η μετατροπή του ψηφιακού σήματος σε αναλογικό. Η διαδικασία αυτή καλείται ανακατασκευή. Η μονάδα που υλοποιεί την ανακατασκευή ενός ψηφιακού σήματος σε αναλογικό καλείται μετατροπέας ψηφιακού σε αναλογικό (ΜΨΑ). Ένα ψηφιακό σύστημα επεξεργασίας, πέρα από το ΜΑΨ και ΜΨΑ, περιλαμβάνει μερικές επιπλέον μονάδες. Επειδή η μετατροπή ενός σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί στιγμιαία, στο διάστημα που διαρκεί, είναι απαραίτητο να διατηρηθεί σταθερή η τιμή η οποία επιθυμείται να δειγματοληπτηθεί. Η μονάδα που υλοποιεί τη λειτουργία αυτή είναι η δειγματοληψίας και συγκράτησης (ΔκΣ). Η έξοδος, εξάλλου, του ΜΨΑ είναι συνήθως ένα κλιμακωτό (τμηματικά σταθερό) σήμα, με αποτέλεσμα να απαιτείται κάποιου είδους εξομάλυνση από ένα φίλτρο ανακατασκευής. Τέλος, προκειμένου να αποφευχθεί το ανεπιθύμητο φαινόμενο της αναδίπλωσης συχνότητας κατά τη διαδικασία της δειγματοληψίας, είναι απαραίτητο να εφαρμοστεί στο αναλογικό σήμα ένα φίλτρο αντιαναδίπλωσης. Στο Σχήμα 3.1 εμφανίζονται οι βασικές μονάδες ενός ψηφιακού συστήματος επεξεργασίας αναλογικού σήματος καθώς και η σειρά με την οποία εφαρμόζονται.



**Σχήμα 3.1** Βασικά τμήματα συστήματος ψηφιακής επεξεργασίας αναλογικού σήματος

Η βασικότερη ίσως διαφορά μεταξύ σημάτων συνεχούς και διακριτού χρόνου έγκειται στο γεγονός ότι οι συχνότητες των αναλογικών σημάτων παίρνουν τιμές στο διάστημα  $[0, \infty)$ , ενώ οι αντίστοιχες των ψηφιακών περιορίζονται στο  $[0, \frac{1}{2}]$ . Προκειμένου να γίνει κατανοητός ο λόγος στον οποίο οφείλεται η διαφορά αυτή, θα παρουσιαστεί ένα παράδειγμα περιοδικού σήματος για την περίπτωση του συνεχούς και του διακριτού χρόνου. Έστω η περιοδική παλμοσειρά του Σχήματος 3.2. Είναι φανερό ότι η δημιουργία συχνοτήτων στο εν λόγω σήμα οφείλεται στην αλλαγή των τιμών από θετικές σε αρνητικές.



**Σχήμα 3.2** Παλμοσειρά στον αναλογικό και διακριτό χρόνο

Ως γνωστόν, η βασική συχνότητα της παλμοσειράς είναι ίση προς το αντίστροφο της περιόδου. Ας επιχειρηθεί, επομένως, να προσδιοριστούν τα όρια της εν λόγω συχνότητας. Στον συνεχή χρόνο διαπιστώνεται ότι είναι πάντοτε δυνατό να

δημιουργηθεί εναλλαγή από θετικές σε αρνητικές τιμές, οσοδήποτε μικρή και να είναι η περίοδος. Επομένως, αφού η περίοδος  $T$  ικανοποιεί  $0 < T \leq \infty$ , συμπεραίνεται ότι η αναλογική συχνότητα  $f = 1/T$  βρίσκεται μεταξύ των ορίων  $0 \leq f < \infty$ . Στο διακριτό χρόνο η περίοδος  $N$  παίρνει ακέραιες τιμές. Ως εκ τούτου η μικρότερη δυνατή περίοδος που επιτρέπει εναλλαγή αντιστοιχεί στην επιλογή  $N = 2$ . Συνεπώς, για τον διακριτό χρόνο συμπεραίνεται ότι η περίοδος  $N$  βρίσκεται μεταξύ των ορίων  $2 \leq N \leq \infty$ , με αποτέλεσμα η αντίστοιχη συχνότητα  $\lambda = 1/N$  να περιορίζεται στα όρια  $0 \leq \lambda \leq 1/2$ . Εάν, αντί των κανονικών συχνοτήτων, θεωρήσουμε τις κυκλικές συχνότητες, τότε τις μεν αναλογικές θα τις συμβολίζουμε με  $\Omega$  όπου  $\Omega = 2\pi f$  ενώ αυτές του διακριτού χρόνου με  $\omega$  όπου  $\omega = 2\pi\lambda$ . Τα όρια των κυκλικών συχνοτήτων είναι αντίστοιχα  $0 \leq \Omega < \infty$  και  $0 \leq \omega \leq \pi$ . Εάν τέλος επιτρέψουμε και αρνητικές συχνότητες, πράγμα που επιβάλλεται από τον Μετασχηματισμό Fourier, τότε  $-\infty < f, \Omega < \infty$ , ενώ  $-1/2 < \lambda \leq 1/2$  και  $-\pi < \omega \leq \pi$ . Το σημαντικό επομένως συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι στα σήματα διακριτού χρόνου το βασικό συχνοτικό διάστημα είναι το  $(-1/2, 1/2]$  ή αντίστοιχα για κυκλικές συχνότητες το  $(-\pi, \pi]$ , σε αντίθεση με τα αναλογικά σήματα, στα οποία το συχνοτικό διάστημα είναι ολόκληρη η πραγματική γραμμή. Η διαφορά των αναλογικών και ψηφιακών σημάτων στο πεδίο της συχνότητας είναι αξιοπερίεργη και προκαλεί το εύλογο ερώτημα, κατά πόσο ψηφιακά σήματα που δημιουργούνται με δειγματοληψία αναλογικών σημάτων είναι σε θέση να αναπαραστήσουν ικανοποιητικά τα αναλογικά τους πρότυπα. Το θέμα αυτό θα αναπτυχθεί στη συνέχεια.

Στο σημείο αυτό θα ήταν σκόπιμο να οριστούν κάποιες βασικές έννοιες της δειγματοληψίας. Έστω ένα αναλογικό σήμα  $x(t)$ , το οποίο δειγματοληπτούμε με κανονική δειγματοληψία στις χρονικές στιγμές  $t_n = nT_s$ , όπου  $n$  ακέραιος, δημιουργώντας ένα ψηφιακό σήμα  $x_n$  που ικανοποιεί την σχέση [29]:

$$x_n = x(nT_s). \quad (3.11)$$

Το  $T_s$  καλείται περίοδος δειγματοληψίας και ο αντίστροφός του,  $f_s = \frac{1}{T_s}$ , συχνότητα δειγματοληψίας. Ως γνωστόν, στα αναλογικά σήματα, οι συχνότητες μετρούνται σε Hz (κύκλοι/sec). Στα σήματα διακριτού χρόνου οι συχνότητες είναι κανονικοποιημένες και δεν έχουν μονάδες, αφού δεν αναφέρονται σε πραγματικό χρόνο αλλά σε δείγματα. Όταν, ωστόσο, το διακριτό σήμα προέρχεται από δειγματοληψία αναλογικού σήματος, είναι δυνατό τις συχνότητες να τις μετράμε σε Hz, κάνοντας αναφορά στην χρονική κλίμακα του αναλογικού σήματος. Στην περίπτωση αυτή, η σχέση μιας κανονικοποιημένης συχνότητας  $\lambda$  στο διακριτό χρόνο και της αντίστοιχης έκδοσής της  $f$  στον αναλογικό είναι η ακόλουθη [29]:

$$f = \lambda f_s = \lambda \frac{1}{T_s}. \quad (3.12)$$

Παρατηρούμε ότι όλες οι συχνότητες  $f$  του δειγματοληπτημένου σήματος βρίσκονται στο διάστημα  $(-\frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{2}]$ , αφού οι κανονικοποιημένες εκδόσεις τους ανήκουν στο διάστημα  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ . Με άλλα λόγια, οι συχνότητες ενός δειγματοληπτημένου σήματος δεν μπορούν να υπερβούν το ήμισυ της συχνότητας δειγματοληψίας.

### 3.2.2 Θεώρημα Δειγματοληψίας Shannon

Όταν εφαρμόζεται δειγματοληψία, υπεύθυνο για την αλλοίωση του συχνοτικού περιεχομένου, είναι το φαινόμενο της αναδίπλωσης της συχνότητας, το γεγονός δηλαδή ότι οι συχνοτικές “ουρές” (δηλαδή τα κομμάτια του συχνοτικού περιεχομένου του φάσματος που εκτείνονται εκτός των ορίων του βασικού συχνοτικού διαστήματος του ψηφιακού κόσμου  $(-\pi, \pi]$ ) αναδιπλώνονται και εμφανίζονται σαν χαμηλές συχνότητες. Δημιουργείται το εύλογο ερώτημα, κατά πόσο είναι δυνατό, στην περίπτωση που ένα αναλογικό σήμα δεν έχει συχνοτικές ουρές, είναι δηλαδή πεπερασμένου εύρους ζώνης, το αντίστοιχο ψηφιακό σήμα να μην έχει καθόλου απώλεια πληροφορίας. Την απάντηση στο ερώτημα αυτό δίνει το Θεώρημα Δειγματοληψίας Shannon, το οποίο διατυπώνεται ως εξής [29]:

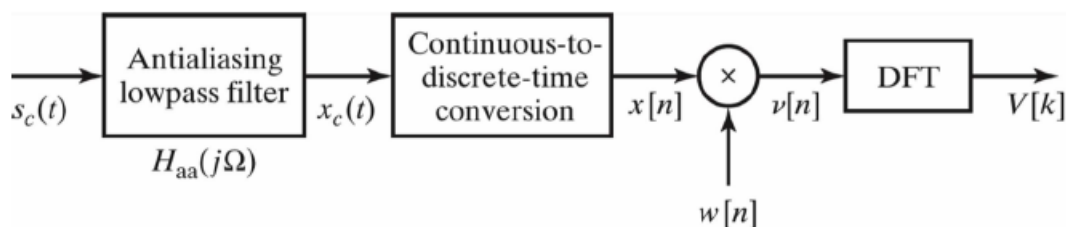
Θεώρημα Δειγματοληψίας Shannon : Ένα σήμα  $x(t)$  συνεχούς χρόνου το οποίο δεν περιέχει συχνότητες μεγαλύτερες της  $f_m$  μπορεί να ανακατασκευαστεί ακριβώς από τα δείγματα  $x_n = x(nT_s)$ , εάν η συχνότητα δειγματοληψίας ικανοποιεί  $f_s \geq 2f_m$ .

Η τιμή  $f_s = 2f_m$  καλείται όριο Nyquist και αποτελεί τη μικρότερη δυνατή συχνότητα δειγματοληψίας που επιτρέπει την ακριβή ανακατασκευή ενός αναλογικού σήματος, πεπερασμένου εύρους ζώνης, από τα δείγματά του. Θα πρέπει τέλος να σημειωθεί ότι, βάσει του θεωρήματος, δεν υπάρχει κανένα όφελος, εάν δειγματοληψήσουμε με μεγαλύτερη συχνότητα από το όριο Nyquist, αφού σε κάθε περίπτωση μπορούμε να ανακατασκευάσουμε ακριβώς το αρχικό αναλογικό σήμα.

### 3.3 Ανάλυση Σημάτων με τον Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (DFT)

#### 3.3.1 Θεωρητική Ανάλυση

Επειδή ο DFT μπορεί να υπολογιστεί αποδοτικά, διαδραματίζει κεντρικό ρόλο σε ευρύ φάσμα εφαρμογών επεξεργασίας σημάτων όπου περιλαμβάνονται το φιλτράρισμα και η φασματική ανάλυση. Σε εφαρμογές και αλγορίθμους που βασίζονται στην ρητή αποτίμηση του μετασχηματισμού Fourier, ιδανικά ζητείται ο DTFT, παρόλα αυτά ο DFT μπορεί στην πράξη να υπολογιστεί. Μία από τις κυριότερες εφαρμογές του DFT είναι στην ανάλυση συχνοτικού περιεχομένου συνεχούς χρόνου. Τα βασικά βήματα για την εφαρμογή του DFT σε σήματα συνεχούς χρόνου φαίνονται στο Σχήμα 3.3 [32], [33]:



Σχήμα 3.3 Βασικά Στάδια Εφαρμογής DFT.

Το αντιαναδιπλωτικό φίλτρο (Antialiasing lowpass filter) είναι ενσωματωμένο για να εξαλείψει ή να ελαχιστοποιήσει την αναδίπλωση όταν το σήμα συνεχούς χρόνου μετατρέπεται σε μια ακολουθία μέσω δειγματοληψίας (Continuous-to-discrete-time conversion). Η ανάγκη πολλαπλασιασμού του  $x_n = x[n]$  με το  $w[n]$ , δηλαδή της

παραθύρωσης, είναι μια συνέπεια της απαίτησης για σήματα πεπερασμένου μήκους του DFT. Σε πολλές περιπτώσεις πρακτικού ενδιαφέροντος, το  $s_c(t)$  και, συνεπώς, το  $x[n]$  είναι πολύ μεγάλα ή ακόμα και απροσδιόριστα μεγάλα σήματα. Επομένως, ένα πεπερασμένης διάρκειας παράθυρο  $w[n]$  εφαρμόζεται στο  $x[n]$  πριν τον υπολογισμό του DFT. Περαιτέρω εξέταση κι ανάλυση της σχεδίασης αντιαναδιπλωτικού φίλτρου και της παραθύρωσης ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας και των εφαρμογών που πραγματεύεται. Το Σχήμα 3.4 που ακολουθεί απεικονίζει τους μετασχηματισμούς Fourier των σημάτων του Σχήματος 3.3 των οποίων η εξέταση ενδιαφέρει περισσότερο για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας.

Το Σχήμα 3.4(α) δείχνει ένα συνεχούς χρόνου φάσμα το οποίο αντιστοιχεί στο σήμα  $x_c(t)$  και είναι ζωνοφρακτικό. Δείχνει επίσης την παρουσία κάποιας ενέργειας σήματος στενής ζώνης που αναπαρίσταται από τις στενές κορυφές. Η μετατροπή του  $x_c(t)$  σε ακολουθία δειγμάτων  $x_n$  αναπαρίσταται στο πεδίο της συχνότητας από περιοδική επανάληψη, κανονικοποίηση συχνότητας και κλιμάκωση πλάτους. Αυτά συνοψίζονται στη σχέση μεταξύ  $X_c(j\Omega)$  και  $X(e^{j\omega})$  [32]:

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi r}{T})) \quad (3.13)$$

Όπου η σχέση μεταξύ της κανονικοποιημένης μεταβλητής συχνότητας διακριτού χρόνου και της μεταβλητής συχνότητας συνεχούς χρόνου είναι  $\omega = \Omega T$ .  $T$  είναι η περίοδος δειγματοληψίας. Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 3.4(β). Η ακολουθία  $x[n]$  συνήθως πολλαπλασιάζεται με ένα πεπερασμένης διάρκειας παράθυρο  $w[n]$  διότι η είσοδος στον DFT πρέπει να είναι πεπερασμένης διάρκειας. Αυτό παράγει μια ακολουθία πεπερασμένου μήκους  $v[n] = w[n] * x[n]$ . Το αποτέλεσμα στο πεδίο της συχνότητας είναι μια περιοδική συνέλιξη, δηλαδή

$$V(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) W(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta. \quad (3.14)$$

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι η παραθύρωση, που αντιστοιχεί σε συνέλιξη του  $W(e^{j\omega})$  με το  $X(e^{j\omega})$ , τείνει να εξομαλύνει το φάσμα  $X(e^{j\omega})$ . Αυτό φαίνεται από την συνεχή καμπύλη του Σχήματος 3.4(γ).

Η τελευταία εργασία του Σχήματος 3.3 και 3.4 αντίστοιχα, είναι ο υπολογισμός του DFT. Ο DFT μιας παραθυρωμένης ακολουθίας  $v_n = v[n] = w[n] * x[n]$  είναι

$$V_k = V[k] = \sum_{n=0}^{N-1} v[n] e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (3.15)$$

Όπου θεωρείται ότι το μήκος του παραθύρου είναι μικρότερο ή ίσο του DFT μήκους  $N$ . Το  $V[k]$ , ο DFT της πεπερασμένου μήκους ακολουθίας  $v[n]$ , αντιστοιχεί σε δείγματα του DTFT του  $v[n]$  με ίσες αποστάσεις μεταξύ τους, δηλαδή [32],

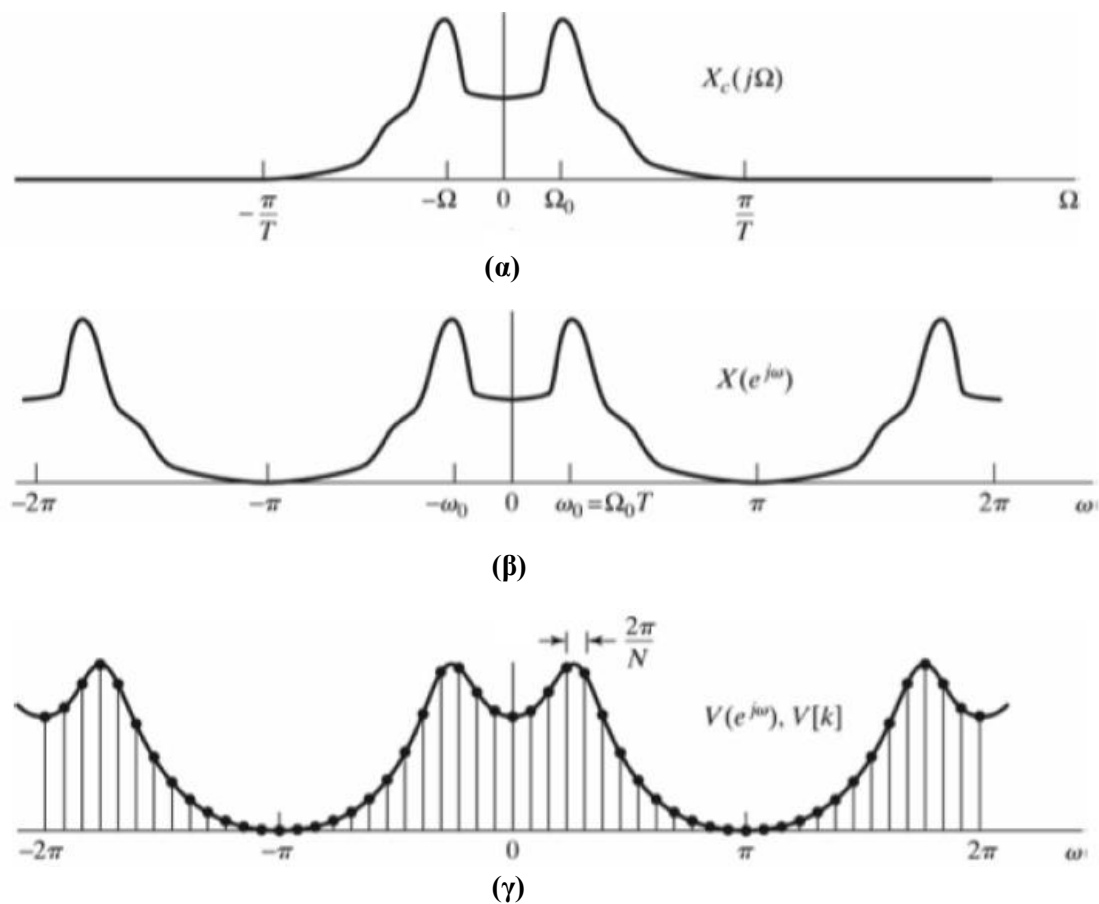
$$V[k] = V(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{N}}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (3.16)$$

Το Σχήμα 3.4(γ) δείχνει το  $V[k]$  σαν δείγματα του  $V(e^{j\omega})$ . Αφού το διάστημα μεταξύ των συχνοτήτων του DFT είναι  $\frac{2\pi}{N}$ , και η σχέση μεταξύ της κανονικοποιημένης μεταβλητής συχνότητας διακριτού χρόνου και της μεταβλητής

συχνότητας συνεχούς χρόνου είναι  $\omega = \Omega T$ , οι συχνότητες DFT αντιστοιχούν στις συχνότητες συνεχούς χρόνου [32]

$$\Omega_k = \frac{2\pi k}{NT_s}, \quad k = 0, \dots, N - 1. \quad (3.17)$$

Τέλος αξίζει να σημειωθεί ότι εάν το αρχικό αναλογικό σήμα περιέχει συχνότητες που εκτείνονται σε ολόκληρο το φάσμα  $(-\infty, \infty)$ , τότε το φαινόμενο της αναδίπλωσης εκδηλώνεται, οποιαδήποτε συχνότητα δειγματοληψίας και αν εφαρμοστεί. Στην πράξη, βέβαια, επειδή η ενέργεια ενός σήματος στις μεγάλες συχνότητες είναι συνήθως χαμηλή και φθίνει καθώς η συχνότητα αυξάνει, εάν χρησιμοποιηθεί αρκετά υψηλή συχνότητα δειγματοληψίας, θα εμφανιστούν ουρές με μικρή ενέργεια που θα προκαλέσουν ασήμαντες αλλοιώσεις. Από την άλλη πλευρά όμως, η συχνότητα δειγματοληψίας δεν είναι δυνατό να αυξηθεί απεριόριστα, αφού πρέπει να είναι μικρότερη του ρυθμού επεξεργασίας δειγμάτων του συστήματος επεξεργασίας.



Σχήμα 3.4 Μετασχηματισμοί Fourier των Σημάτων του Σχήματος 3.3

### 3.3.2 Εφαρμογή σε Matlab

Στην εργασία αυτή ο υπολογισμός των μετασχηματισμών FFT πραγματοποιήθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab. Στην βιβλιοθήκη της Matlab υπάρχουν έτοιμες συναρτήσεις οι οποίες εκτελούν ευθύ και αντίστροφο μετασχηματισμό. Όταν υπολογίζεται ο DFT στην Matlab χρησιμοποιείται η εντολή `fft`. Για σήμα μήκους  $N$  αυτή επιστρέφει το  $V[k]$ , για  $k = 0, \dots, N - 1$  που αντιστοιχεί σε συχνότητες [33]:

$$\Omega_k = 0, \frac{\Omega_s}{N}, \frac{2\Omega_s}{N}, \dots, \frac{(N-1)\Omega_s}{N}. \quad (3.18)$$

Όπου  $\Omega_s = 2\pi f_s$  και  $f_s$  η συχνότητα δειγματοληψίας. Ορισμένες φορές προτιμάται η αναπαράσταση στο φάσμα συχνοτήτων από  $-\frac{\Omega_s}{2}$  έως  $\frac{\Omega_s}{2}$ . Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η εντολή `fftshift` στην `MATLAB` ώστε να ανταλλαχθούν το αριστερό και δεξιό μισό του  $V[k]$ , ώστε [33]:

$$\Omega_k = \frac{-\frac{N}{2}\Omega_s}{N}, \frac{(-\frac{N}{2}+1)\Omega_s}{N}, \dots, \frac{(\frac{N}{2}+1)\Omega_s}{N}. \quad (3.19)$$

Τέλος, η συνάρτηση `fft` ( $\mathbf{X}, N$ ) υπολογίζει τον DFT  $N$  –σημείων [34]. Αν το μήκος του  $\mathbf{X}$  (το διάνυσμα που αντιστοιχεί στο σήμα στο πεδίο του χρόνου) είναι μικρότερο από  $N$ , το διάνυσμα  $\mathbf{X}$  συμπληρώνεται με μηδενικά έως ότου φτάσει το μήκος  $N$ . Αν από την άλλη, το μήκος του  $\mathbf{X}$  είναι μεγαλύτερο του  $N$ , τα στοιχεία του  $\mathbf{X}$  των οποίων οι δείκτες είναι μεγαλύτεροι του  $N$  δεν μετασχηματίζονται.

### 3.4 Φίλτρα

Σε διάφορες εφαρμογές μας ενδιαφέρει να αλλάζουν τα σχετικά πλάτη των συνιστωσών συχνοτήτων ενός σήματος ή και να απαλείφονται πλήρως κάποιες συχνότητες, μια διαδικασία η οποία ονομάζεται φιλτράρισμα (filtering) [30].

Τα γραμμικά χρονικώς αμετάβλητα συστήματα τα οποία αλλάζουν τη μορφή του φάσματος καλούνται φίλτρα διαμόρφωσης συχνοτήτων.

#### 3.4.1 Φίλτρα Επιλογής συχνοτήτων

Συστήματα τα οποία σχεδιάζονται ώστε να διέρχονται κάποιες συχνότητες ουσιαστικά χωρίς παραμόρφωση και να εξασθενούν ή να απαλείφουν άλλες ονομάζονται φίλτρα επιλογής συχνοτήτων [30].

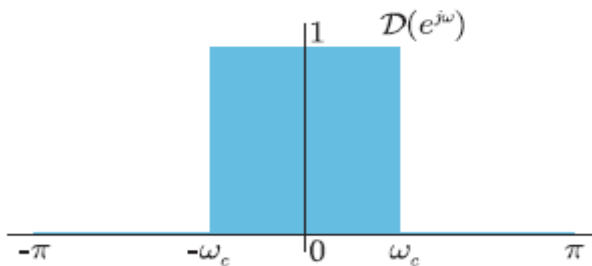
Τα φίλτρα επιλογής συχνοτήτων αποτελούν μία κατηγορία φίλτρων με σκοπό την ακριβή ή κατά προσέγγιση επιλογή ορισμένων ζωνών συχνοτήτων και την αποβολή άλλων. Χρησιμοποιούνται σε διάφορες περιπτώσεις όπως συστήματα ήχου, επικοινωνιών. Η μεγάλη σημασία της επιλογής συχνοτήτων έχει οδηγήσει στην αποδοχή αρκετών όρων οι οποίοι περιγράφουν τα χαρακτηριστικά των φίλτρων επιλογής συχνοτήτων. Συγκεκριμένα, παρότι η φύση των συχνοτήτων που πρέπει να διέλθουν από ένα φίλτρο επιλογής συχνοτήτων διαφέρει σημαντικά από εφαρμογή σε εφαρμογή, χρησιμοποιούνται αρκετά διαφορετικά είδη φίλτρων στα οποία έχουν δοθεί ονομασίες ενδεικτικές των λειτουργιών τους. Για παράδειγμα, το βαθυπερατό (χαμηλοπερατό, lowpass) φίλτρο είναι ένα φίλτρο από το οποίο διέρχονται χαμηλές συχνότητες, δηλαδή, συχνότητα γύρω από την  $\omega = 0$ , ενώ εξασθενεί ή απορρίπτει μεγαλύτερες συχνότητες. Υψιπερατό φίλτρο (highpass filter) είναι εκείνο από το οποίο διέρχονται υψηλές συχνότητες και εξασθενεί ή απορρίπτει τις χαμηλές. Ζωνοπερατό φίλτρο (bandpass filter) είναι εκείνο από το οποίο διέρχεται συγκεκριμένη ζώνη συχνοτήτων και εξασθενεί τόσο τις υψηλότερες όσο και τις χαμηλότερες συχνότητες από εκείνες της διερχόμενης ζώνης. Σε κάθε περίπτωση, οι συχνότητες αποκοπής (cutoff frequencies) είναι οι συχνότητες που καθορίζουν τα σύνορα μεταξύ των συχνοτήτων οι οποίες διέρχονται και των συχνοτήτων οι οποίες αποβάλλονται, δηλαδή, των συχνοτήτων στη ζώνη διέλευσης και στη ζώνη φραγής ή ζώνη αποκοπής (stopband). Τα πλέον συνηθισμένα φίλτρα που εμφανίζονται στην

πράξη είναι τα κλασικά 0–1 φίλτρα, τα οποία, είτε αποκόπτουν εντελώς, είτε αφήνουν αναλλοίωτη κάθε συχνότητα. Ακολουθεί το Σχήμα 3.5, ενός κλασικού φίλτρου, το οποίο, εάν και παρουσιάζεται για την περίπτωση των ψηφιακών φίλτρων, έχει το ακριβές αντίστοιχό του στην περίπτωση και των αναλογικών φίλτρων. Ορίζεται ως ακολούθως (βλέπε Σχέση 3.20).

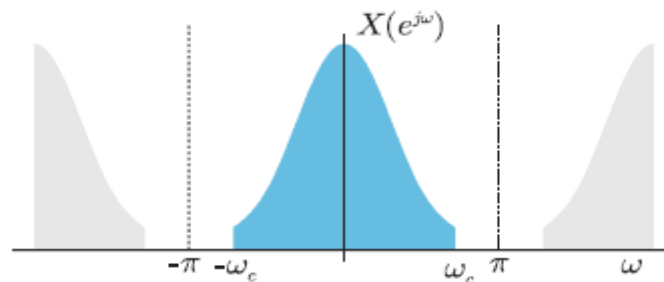
Κατωπερατά (Βαθυπερατά) ή Κατωδιαβατά Φίλτρα: Η ιδανική απόκριση συχνότητας ορίζεται [29]:

$$D(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq \omega_c \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (3.20)$$

όπου η συχνότητα  $\omega_c$  καλείται συχνότητα αποκοπής.



Σχήμα 3.5(α) Βαθυπερατό φίλτρο



Σχήμα 3.5(β) Εφαρμογή Βαθυπερατού φίλτρου

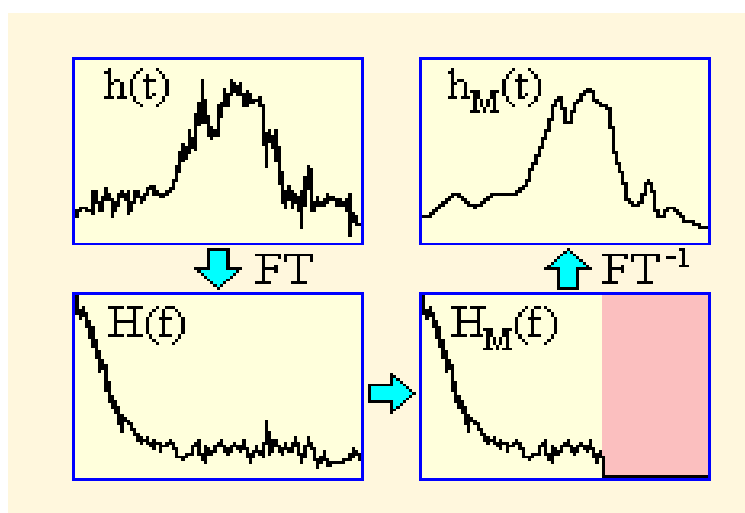
### 3.4.2 Φίλτρο Κινούμενου Μέσου Όρου (Moving-Average Filter)

Ένας τύπος φίλτρου διακριτού χρόνου είναι τα μη αναδρομικά φίλτρα διακριτού χρόνου. Συστήματα τέτοιας μορφής χρησιμοποιούνται σε πολλές περιπτώσεις φιλτραρίσματος, στις οποίες περιλαμβάνεται φιλτράρισμα επιλεγμένων συχνοτήτων. Ένα σύνηθες παράδειγμα τέτοιου φίλτρου αποτελεί το λεγόμενο Φίλτρο Κινούμενου Μέσου Όρου (moving-average filter). Σε αυτό η έξοδος  $y_n$  για κάθε  $n$ , λόγω χάρη  $n_0$ , είναι ο μέσος όρος των τιμών της εισόδου  $x_n$  στη γειτονία του  $n_0$ . Αυτή η διαδικασία οδηγεί στην εξομάλυνση της αρχικής ακολουθίας. Ένα τρισημειακό φίλτρο κινητού μέσου όρου έχει τη μορφή [30]:

$$y_n = \frac{1}{3} (x_{n-1} + x_n + x_{n+1}) \quad (3.21)$$

### 3.5 Εξομάλυνση Σημάτων μέσω Μετασχηματισμού Fourier

Η διαδικασία λήψης του φάσματος συχνοτήτων  $H(f)$  που απαρτίζουν κάθε χρονικά μεταβαλλόμενο σήμα  $h(t)$  ονομάζεται Ανάλυση Fourier και πραγματοποιείται με Μετασχηματισμό Fourier (Fourier Transform, FT). Είναι επίσης γνωστός ο Αντίστροφος Μετασχηματισμός Fourier ( $FT^{-1}$ ). Επιλεγμένα τμήματα του φάσματος συχνοτήτων  $H(f)$  μπορούν εύκολα να υποστούν (κατά τμήματα) μαθηματικούς χειρισμούς (εξασθένιση ή πλήρης απομάκρυνση). Οι χειρισμοί αυτοί οδηγούν στο τροποποιημένο ή "φιλτραρισμένο" φάσμα  $H_M(f)$ . Εφαρμόζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier ( $FT^{-1}$ ) στο  $H_M(f)$  προκύπτει το αντίστοιχο τροποποιημένο ή "φιλτραρισμένο" σήμα  $h_M(t)$ . Έτσι, ένα σήμα μπορεί να υποστεί εξομάλυνση με πλήρη αποκοπή των συχνοτήτων από μια συχνότητα και πέρα και διατήρηση των χρήσιμων (χαμηλών) συχνοτήτων στις οποίες εμπεριέχεται η επιθυμητή πληροφορία. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται σχηματικά με το Σχήμα 3.6 (η κοκκινωπή περιοχή αντιπροσωπεύει την περιοχή των συχνοτήτων που έχουν αποκοπεί) [35]:



Σχήμα 3.6 Διαδικασία Εξομάλυνσης σημάτων μέσω Μετασχηματισμού Fourier.



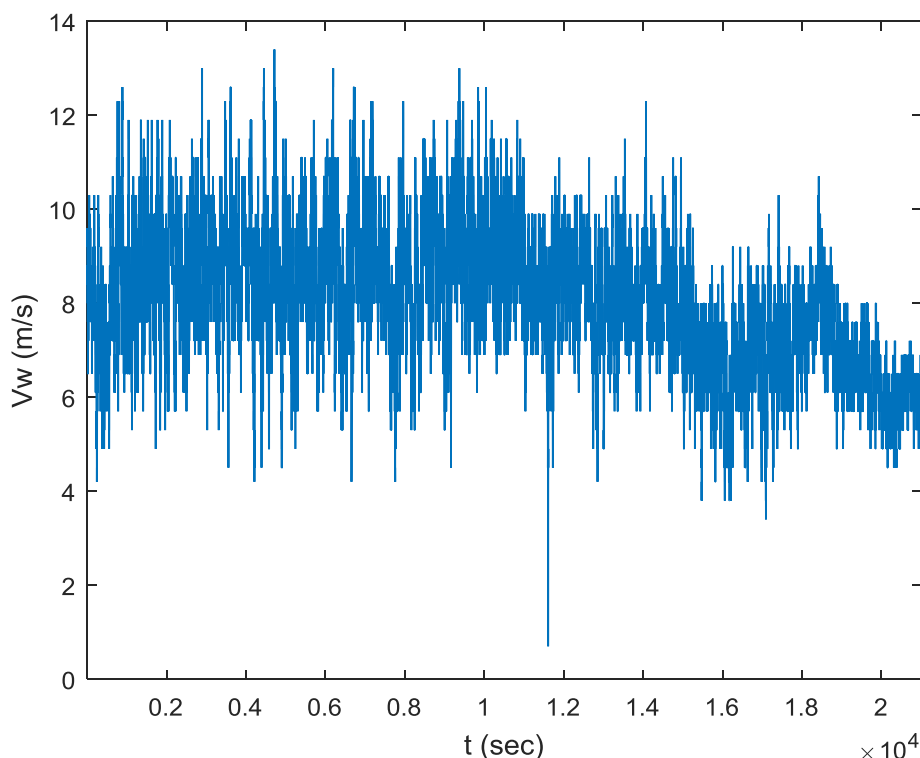
# Μέθοδοι Προσέγγισης Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος με Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις

### 4.1 Εξεταζόμενες Χρονοσειρές Ενεργού Ισχύος

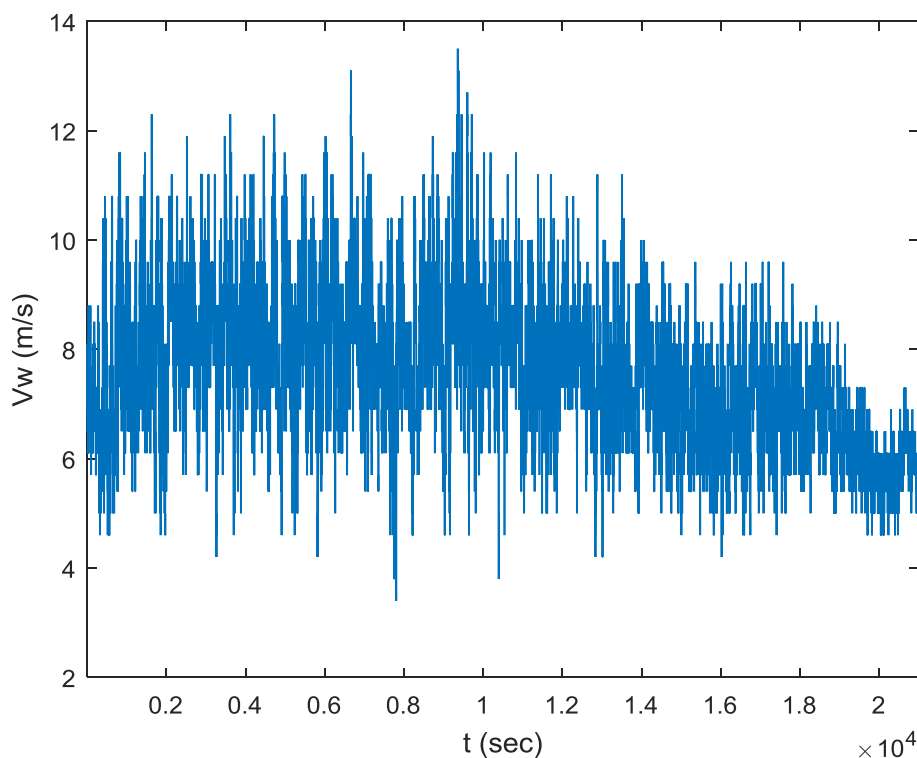
Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται οι δύο χρονοσειρές αιολικής ισχύος που θα αποτελέσουν τη βάση για να εφαρμοστούν οι μέθοδοι παρεμβολής με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις.

Στα Σχήματα 4.1 και 4.2 φαίνονται οι χρονοσειρές ταχύτητας ανέμου που έχουν προκύψει από ανεμολογικές μετρήσεις [36], σε κοντινή απόσταση και ως αποτέλεσμα οι χρονοσειρές είναι συσχετισμένες.

Η πρώτη χρονοσειρά λαμβάνει τιμές από 0,7 m/s έως 13,4 m/s, ενώ η δεύτερη από 3,4 m/s έως 13,5 m/s. Η ονομαστική ταχύτητα ανέμου στο μοντέλο μετατροπής έχει ληφθεί ίση με 11 m/s.



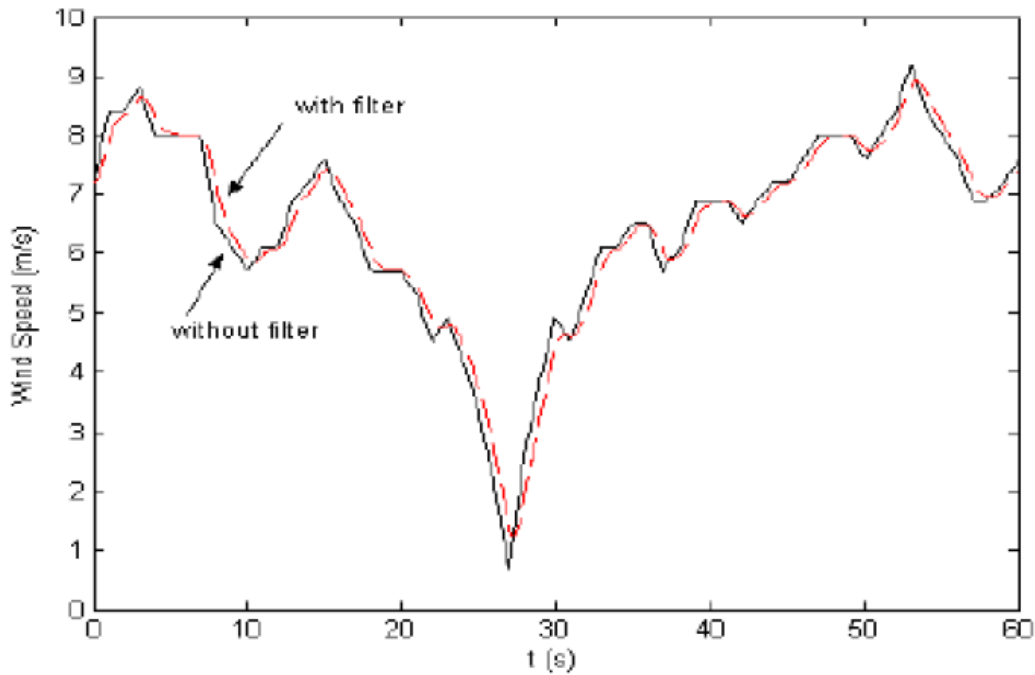
Σχήμα 4.1 Χρονοσειρά Ανέμου 1



**Σχήμα 4.2** Χρονοσειρά Ανέμου 2

Οι δυο χρονοσειρές ταχύτητας ανέμου δίνονται ως είσοδος στο μοντέλο μετατροπής που αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Simulink στην εργασία [12]. Πρόκειται για ένα μοντέλο ασύγχρονης ανεμογεννήτριας διπλής τροφοδότησης, που εμπεριέχει τη δράση των ρυθμιστών ενεργού ισχύος, το οποίο μετατρέπει (ενός μέρος) της αιολικής ισχύος σε μηχανική ισχύ του περιστρεφόμενου άξονα του ανεμοκινητήρα. Παρουσιάζεται συνοπτικά το μηχανικό μοντέλο ανεμοκινητήρα που χρησιμοποιείται.

Θεωρείται ότι οι ανεμογεννήτριες δέχονται ως είσοδο μια χρονοσειρά ταχυτήτων ανέμου. Οι χρονοσειρές έχουν συχνότητα δειγματοληψίας 1Hz και η μετατροπή του διακριτού σήματος σε συνεχές για τις ανάγκες της προσομοίωσης γίνεται με γραμμική παρεμβολή. Η ταχύτητα του ανέμου που χρησιμοποιείται στο μοντέλο είναι η ισοδύναμη «μέση» ταχύτητα που βλέπει ολόκληρος ο δρομέας της ανεμογεννήτριας και όχι η ταχύτητα σε ένα σημείο. Επίσης, η ανάλυση αφορά τη σύνδεση και λειτουργία Αιολικού Πάρκου και όχι μιας μεμονωμένης ανεμογεννήτριας. Επομένως, πριν την είσοδο του μοντέλου της γεννήτριας, παρεμβάλλεται συνάρτηση μεταφοράς πρώτης τάξεως (φίλτρο) με χρονική σταθερά  $T = 0,5s$  για την εξομάλυνση του σήματος. Στο Σχ. 4.3 διακρίνεται η επίδραση του εφαρμοζόμενου φίλτρου στη χρονοσειρά [14].

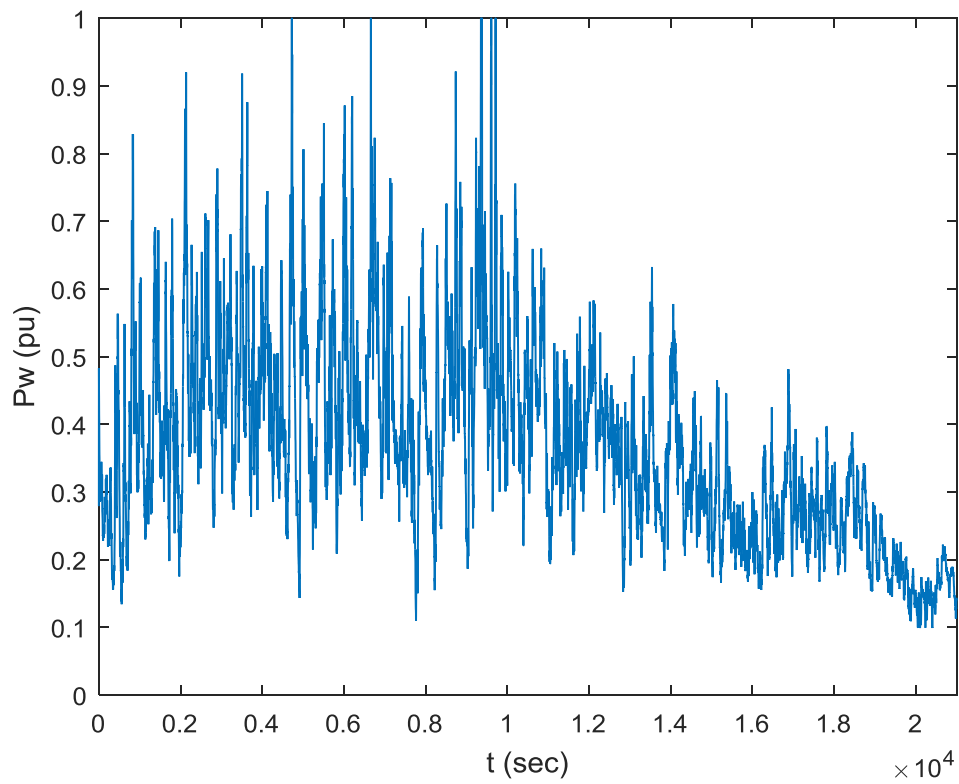


**Σχήμα 4.3** Επίδραση Φίλτρου Χρονικής Σταθεράς  $T = 0,5s$

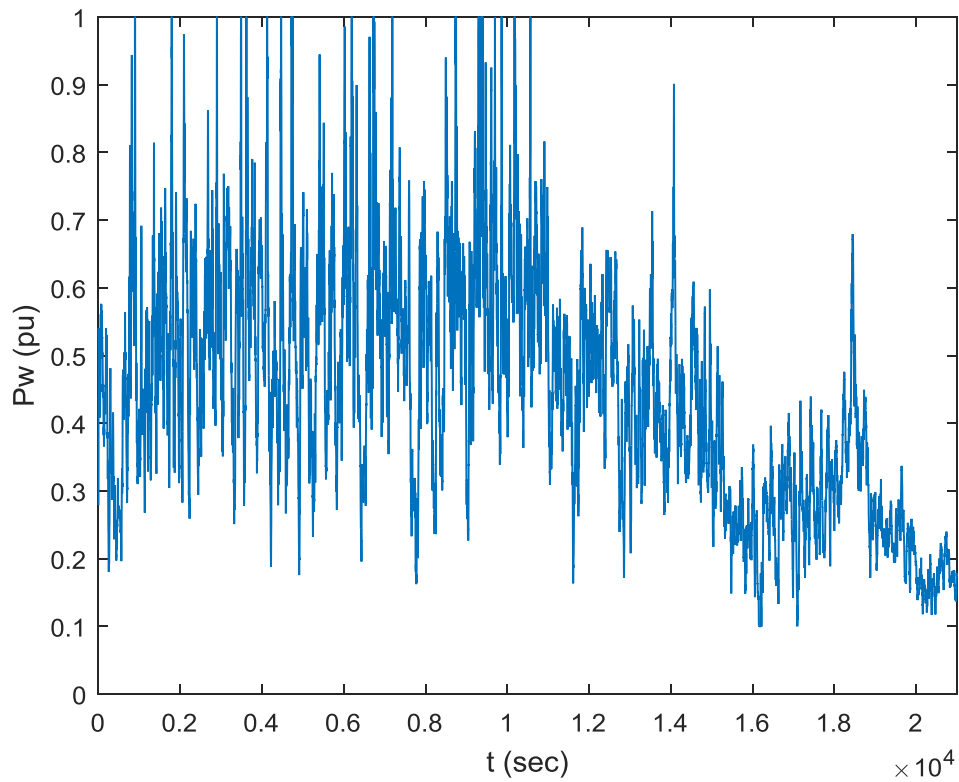
Η ισχύς μετατρέπεται στο ανά μονάδα σύστημα (αμ) με βάση την ονομαστική ισχύ της ανεμογεννήτριας. Οι παραγόμενες χρονοσειρές αιολικής ισχύος φαίνονται στα Σχήματα 4.4 και 4.5. Σε αυτά τα σχήματα γίνεται κατανοητό ότι η ίδια η ανεμογεννήτρια λειτουργεί ως βαθυπερατό φίλτρο, εξομαλύνοντας τις διακυμάνσεις μηχανικής ισχύος. Τα χαρακτηριστικά των δυο χρονοσειρών αιολικής παραγωγής, που αποτελούνται από 21000 τιμές η καθεμία, φαίνονται στον Πίνακα 4.1. Η ισχύς που φαίνεται στον Πίνακα 4.1, αναφέρεται στην ονομαστική ενεργό ισχύ ενός Αιολικού Πάρκου, αποτελούμενου από πολλές, ενδεχομένως ανεμογεννήτριες.

**Πίνακας 4.1** Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος

| ΧΣ    | Μέση Τιμή (αμ) | Τυπική Απόκλιση | Μέγιστη Τιμή (αμ) | Ελάχιστη Τιμή (αμ) |
|-------|----------------|-----------------|-------------------|--------------------|
| ΧΣ #1 | 0,3680         | 0,1480          | 1                 | 0,0988             |
| ΧΣ #2 | 0,4432         | 0,1756          | 1                 | 0,0991             |



**Σχήμα 4.4** Χρονοσειρά Ενεργού Ισχύος 1



**Σχήμα 4.5** Χρονοσειρά Ενεργού Ισχύος 2

## 4.2 Προσέγγιση με Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 1, η μελέτη ενός μεγάλου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας από πλευράς αστάθειας τάσης στην μακροπρόθεσμη κλίμακα γίνεται ευκολότερη με προγράμματα που χρησιμοποιούν τη μέθοδο οιονεί στατικών μεταβολών για την προσομοίωση του συστήματος. Με αυτά ο υπολογιστικός χρόνος επίλυσης των εξισώσεων του συστήματος μειώνεται σημαντικά. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται το πρόγραμμα WPSTAB για την προσομοίωση ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας στη μακροπρόθεσμη κλίμακα (από μερικά λεπτά της ώρας έως μερικές ώρες), εστιάζοντας στην ακριβή παράσταση των μηχανισμών και διατάξεων του συστήματος που προκαλούν το πρόβλημα της αστάθειας τάσης. Έτσι ενώ για την προσομοίωση συστήματος όπου συνδέεται ένα Αιολικό Πάρκο, όπως αυτό που μελετάται στην εργασία [13] αρκεί το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab στην ίδια εργασία, όταν στο ίδιο σύστημα συνδεθούν ταυτόχρονα δυο ή περισσότερα Αιολικά Πάρκα, η προσομοίωση του συστήματος συμφέρει να γίνει στο WPSTAB, λόγω της αυξημένης πολυπλοκότητας του συστήματος.

Η μεταβλητή ενεργός ισχύς που εγχέεται στο σύστημα από τα Αιολικά Πάρκα παρουσιάζει πολύ μεγάλη διακύμανση όπως φαίνεται εύκολα και στα Σχήματα 4.4 και 4.5. Προκειμένου να εισαχθεί η μεταβλητή ενεργός ισχύς στο πρόγραμμα WPSTAB, χρειάζεται οι μεταβολές των τιμών της να είναι γραμμικές. Επιπλέον λόγω περιορισμών του προγράμματος, το πλήθος των διαταραχών (μεταβολών) πρέπει να είναι σχετικά μικρό. Κατά συνέπεια, οι εξεταζόμενες χρονοσειρές, οι οποίες αποτελούνται από δείγματα που έχουν προκύψει με συχνότητα δειγματοληψίας 1 Hz, αν εισαχθούν στο WPSTAB χωρίς άλλη επεξεργασία, θα οδηγήσουν σε πολύ μεγάλο πλήθος διαταραχών, μη διαχειρίσιμο από το πρόγραμμα. Λόγω των παραπάνω, εφαρμόζεται η προσέγγιση με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις των αρχικών χρονοσειρών. Έτσι η αρχική χρονοσειρά αναπαρίσταται από μια νέα χρονοσειρά ίδιας διάρκειας και παρόμοιας μορφής, η οποία αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα χωρίς ασυνέχειες μεταξύ τους. Επιπλέον ο παραπάνω τύπος προσέγγισης είναι υπολογιστικά οικονομικός και εύκολα εφαρμόσιμος. Υλοποιείται σε περιβάλλον Matlab.

Ένας επιπλέον λόγος που επιλέγεται η προσέγγιση με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις είναι ότι μέσα από στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων της είναι δυνατό να αναπτυχθούν αλγόριθμοι παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών για προσομοίωση στη μακροπρόθεσμη κλίμακα (από μερικά λεπτά της ώρας έως μερικές ώρες).

Αν η διάρκεια της χρονοσειράς, δηλαδή ο χρόνος παρατήρησης του ανέμου είναι  $N$  δευτερόλεπτα, τότε  $N$  θα είναι και το πλήθος των δειγμάτων, των σημείων δηλαδή της χρονοσειράς. Στα πλαίσια της προσέγγισης με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις, επιλέγονται  $M$  από αυτά τα  $N$  σημεία, όπου προφανώς  $M$  μικρότερο του  $N$ , τα οποία θα ορίσουν μια διαμέριση  $x_1 < \dots < x_M$  της αρχικής χρονοσειράς. Η νέα χρονοσειρά που προκύπτει, μετατρέπεται από διακριτό σε συνεχές σήμα ίσης χρονικής διάρκειας με το αρχικό με γραμμική παρεμβολή μεταξύ των επιμέρους  $M$  σημείων που ορίζονται.

Ιδιαίτερη σημασία για να είναι ουσιαστική η προσέγγιση, είναι αφενός το πλήθος  $M$  να είναι σημαντικά μικρότερο από το  $N$ , και αφετέρου η επιλογή των σημείων-χρονικών στιγμών  $x_1 < \dots < x_M$  της διαμέρισης να είναι τέτοια ώστε η νέα χρονοσειρά να είναι πολύ κοντά στην αρχική. Αυτό ισχύει πολύ περισσότερο για τις ακραίες τιμές της αρχικής χρονοσειράς, καθώς αυτές θα επηρεάζουν περισσότερο τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και την ευστάθεια τάσης.

Παρακάτω παρουσιάζεται πιο αναλυτικά η διαδικασία της προσέγγισης με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις, καθώς και η περίπτωση της παρεμβολής με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις.

Έστω  $\Delta : a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  μια διαμέριση ενός διαστήματος  $[a, b]$ , και  $S_1(\Delta)$  ο αντίστοιχος γραμμικός χώρος των συνεχών στο  $[a, b]$  και τμηματικά ως προς το διαμερισμό  $\Delta$  γραμμικών συναρτήσεων. Ορίζονται οι συναρτήσεις  $\varphi_0, \dots, \varphi_n$  από τους τύπους [28]:

$$\varphi_0(x) = \begin{cases} -\frac{x - x_1}{x_1 - x_0}, & x_0 \leq x \leq x_1, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & x_{i-1} \leq x \leq x_i, \\ -\frac{x - x_{i+1}}{x_{i+1} - x_i}, & x_i \leq x \leq x_{i+1}, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (4.2)$$

και

$$\varphi_n(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}, & x_{n-1} \leq x \leq x_n, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad (4.3)$$

όπου οι συναρτήσεις  $\varphi_0, \dots, \varphi_n$  είναι γραμμικά ανεξάρτητες, όπως αποδεικνύεται εύκολα [28]. Επιπλέον  $\varphi_i \in S_1(\Delta)$ .

Για κάθε συνάρτηση  $s \in S_1(\Delta)$  ισχύει ότι μπορεί να γραφεί στη μορφή [39]:

$$s(x) = \sum_{i=0}^n s(x_i) \varphi_i(x) \quad (4.4)$$

Το σύνολο λοιπόν  $\{\varphi_0, \dots, \varphi_n\}$  αποτελεί μια βάση του  $S_1(\Delta)$ , ο οποίος συνεπώς είναι γραμμικός χώρος με  $(n+1)$  διαστάσεις. Ο λόγος που επιλέγεται αυτή η βάση φαίνεται στη Σχέση (4.7).

Συμβολίζοντας με  $c_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , τις τιμές της συνάρτησης  $s$  στα σημεία  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , η συνάρτηση  $s$  γράφεται στη μορφή:

$$s(x) = \sum_{i=0}^n c_i \varphi_i(x) \quad (4.5)$$

Σε αυτή τη μορφή μπορούν να γραφούν οι συναρτήσεις των καμπυλών που προσεγγίζουν τις εξεταζόμενες χρονοσειρές.

Αν επιπλέον επιδιώκεται οι τιμές  $s(x_i)$  της συνάρτησης  $s$ , στα σημεία  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , να είναι ίσες με τις αντίστοιχες τιμές της συνάρτησης (η οποία επιθυμείται να προσεγγιστεί) σε αυτά τα σημεία, τότε η διαδικασία καλείται παρεμβολή με τμηματικές γραμμικές συναρτήσεις.

Εύκολα αποδεικνύεται ότι για κάθε συνάρτηση  $f$  συνεχή στο διάστημα  $[a, b]$ , υπάρχει ακριβώς μια συνάρτηση  $s \in S_1(\Delta)$ , η οποία παρεμβάλλεται στην  $f$  στα σημεία  $x_0, \dots, x_n$ , δηλαδή υπάρχει ακριβώς μια συνάρτηση  $s \in S_1(\Delta)$ , τέτοια ώστε [28]:

Τότε το γράφημα της  $s$  είναι η συνεχής τεθλασμένη γραμμή που διέρχεται από τα

$$s(x_i) = f(x_i), \quad i = 1, \dots, n - 1 \quad (4.6)$$

σημεία  $(x_i, f(x_i))$ ,  $0 \leq i \leq n$ . Η συνάρτηση  $s$  δίνεται για  $x \in [a, b]$ , από τον τύπο [28]:

$$s = \sum_{i=0}^n f(x_i) \varphi_i \quad (4.7)$$

Αν  $p_i$  είναι το γραμμικό πολώνυμο παρεμβολής της  $f$  στα σημεία  $x_i$  και  $x_{i+1}$ , δηλαδή αν

$$p_i(x) = f(x_i) + \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} (x_{i+1} - x_i), \quad (4.8)$$

τότε προφανώς ισχύει:

$$s(x) = p_i(x) \text{ για } x \in [x_i, x_{i+1}] \quad (4.9)$$

Η παρεμβολή με τμηματικά γραμμικές συνεχείς συναρτήσεις είναι μια τοπική υπολογιστικά οικονομική διαδικασία. Η παράγωγος  $s'$  της παρεμβάλλουσας δεν υπάρχει στους εσωτερικούς κόμβους και είναι μια κατά τμήματα σταθερή συνάρτηση.

Στην παρούσα εργασία προτείνονται τέσσερις μέθοδοι Προσέγγισης με Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις της αρχικής χρονοσειράς, οι οποίες θα αναλυθούν στη συνέχεια:

1. Μέθοδος Μέσου Όρου M1
2. Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων M2
3. Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών ακροτάτων M3
4. Συνδυασμός Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων και Μεθόδου Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων M4.

### 4.3 Μέθοδος Μέσου Όρου M1

Στη μέθοδο Μέσου Όρου M1 η αρχική χρονοσειρά παριστάνεται από το μέσο όρο της ανά διαστήματα (ίσου μήκους). Η συγκεκριμένη μέθοδος μοιάζει, χωρίς ωστόσο να είναι η ίδια, με το φιλτράρισμα με Φίλτρο Κινούμενου Μέσου Όρου που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.4.2. Έτσι προκύπτει εξομάλυνση της αρχικής χρονοσειράς μιας και κρατούνται οι χαμηλές συχνότητες. Επισημαίνεται λοιπόν ότι

δεν κρατούνται οι απότομες μεταβολές. Η διαδικασία περιγράφεται αναλυτικά στα παρακάτω βήματα:

(1) Επιλέγεται ένα χρονικό «παράθυρο» διάρκειας  $\Delta\tau$ . Στα σχήματα και τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε  $\Delta\tau = 50\text{ s}$ . Η αρχική χρονοσειρά διάρκειας  $N$  χωρίζεται σε  $M = \frac{N}{\Delta\tau}$  διαστήματα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε  $M = \frac{21000}{50} = 420$  διαστήματα.

(2) Για κάθε διάστημα υπολογίζεται ο μέσος όρος των τιμών ισχύος της αρχικής χρονοσειράς. Επομένως αν  $P_{w_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, \Delta\tau (= 50)$  οι αρχικές τιμές της ισχύος για κάθε ένα από τα  $M$  διαστήματα, προκύπτουν  $M$  μέσοι όροι  $\bar{P}_{w_j}$  για  $j = 1, 2, \dots, M$ .

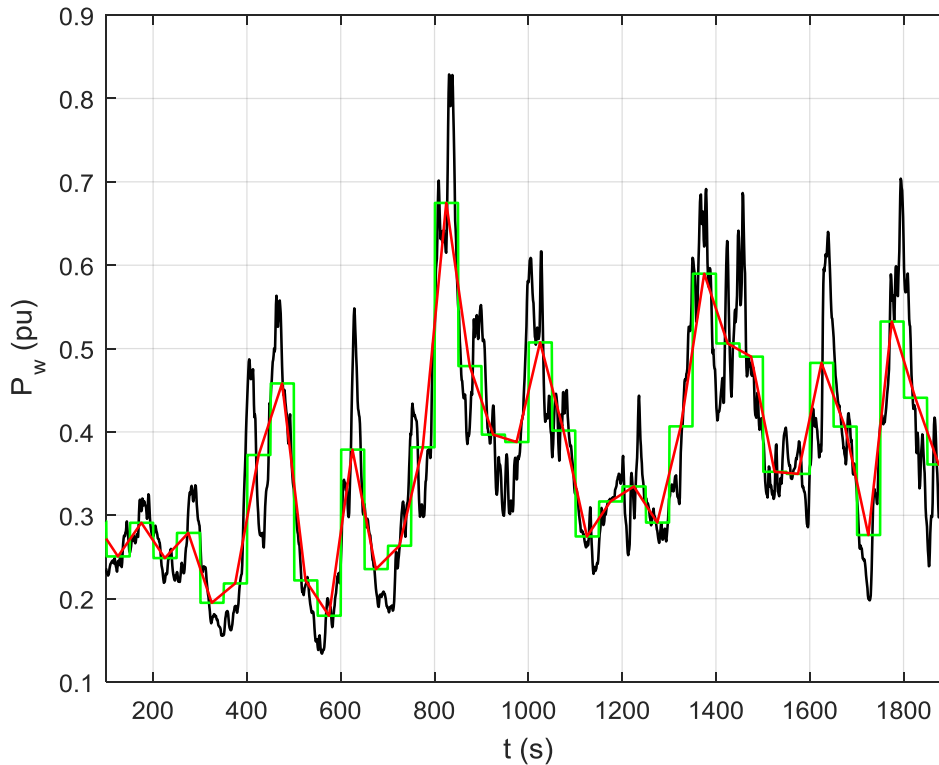
(3) Κάθε μέσος όρος  $\bar{P}_{w_i}$  αντιστοιχίζεται στο μέσο του κάθε διαστήματος. Με άλλα λόγια, στην χρονική στιγμή που αποτελεί το μέσο όρο της αρχικής και της τελικής στιγμής του διαστήματος. Προκύπτουν έτσι  $M$  νέα σημεία  $(t_i, P_{w_i})$ . Για παράδειγμα για το 1ο διάστημα της χρονοσειράς [ $t_1 = 1, t_{\Delta\tau} = 50$ ], θα προκύψει το σημείο με  $(t = 25, \bar{P}_{w_1} = \frac{(P_{w_1} + \dots + P_{w_{\Delta\tau}})}{\Delta\tau})$ , για το 2ο διάστημα [ $t_1 = 50, t_{\Delta\tau} = 100$ ] θα προκύψει το σημείο με  $(t = 75, \bar{P}_{w_2} = \frac{(P_{w_1} + \dots + P_{w_{\Delta\tau}})}{\Delta\tau})$  κοκ.

(4) Τα σημεία  $(t_j, \bar{P}_{w_j})$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$  που υπολογίστηκαν στο βήμα (3) ενώνονται από ευθύγραμμα τμήματα. Προκύπτουν λοιπόν  $M - 1$  ευθύγραμμα τμήματα τα οποία συναποτελούν μια πολυγωνική καμπύλη.

(5) Με την διαδικασία που περιγράφηκε, το πρώτο σημείο της προσεγγιστικής χρονοσειράς είναι στην χρονική στιγμή  $t = 25\text{ s}$  ενώ το τελευταίο στην  $t = (N - \frac{\Delta\tau}{2})$ . Για να είναι η προσεγγιστική χρονοσειρά λοιπόν ίσης διάρκειας με την αρχική πρέπει να προσδιοριστούν άλλα 2 σημεία  $(t_i, P_{w_i})$ , αρχικό και τελικό, από όπου θα προκύψουν άλλα δύο ευθύγραμμα τμήματα διάρκειας  $\frac{\Delta\tau}{2}$ . Μια εύκολη επιλογή για αυτά αποτελούν το πρώτο και το τελευταίο σημείο της αρχική χρονοσειράς. Για το αρχικό σημείο εναλλακτικά μπορεί να οριστεί άλλη τιμή  $P_w$  με βάση τις αρχικοποιήσεις του συστήματος που αφορά η προσομοίωση.

Στο Σχήμα 4.6 φαίνεται το αποτέλεσμα της μεθόδου M1 για ένα διάστημα 1800 δευτερολέπτων (30 λεπτά) της Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1, που φαίνεται στο Σχήμα 4.4 ολόκληρη. Το διάστημα που επιλέχθηκε τυχαία ώστε να φανεί με μεγαλύτερη ευκρίνεια το αποτέλεσμα της προσέγγισης είναι το: 100s-1900s. Στο Σχήμα 4.6(α) παριστάνονται με οριζόντια ευθύγραμμα τμήματα (πράσινου χρώματος) οι τιμές των μέσων όρων των ισχύων κάθε διαστήματος. Το κάθε οριζόντια ευθύγραμμο τμήμα έχει ύψος ίσο με την τιμή του μέσου όρου των τιμών του αντίστοιχου διαστήματος. Η συγκεκριμένη καμπύλη πράσινου χρώματος δεν χρησιμοποιείται, αλλά παρατίθεται απλώς για καλύτερη κατανόηση των βημάτων της παραπάνω διαδικασίας. Με κόκκινο χρώμα στο Σχήμα 4.6 παριστάνεται η προσεγγιστική χρονοσειρά από τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις που προέκυψε με την εφαρμογή της M1.





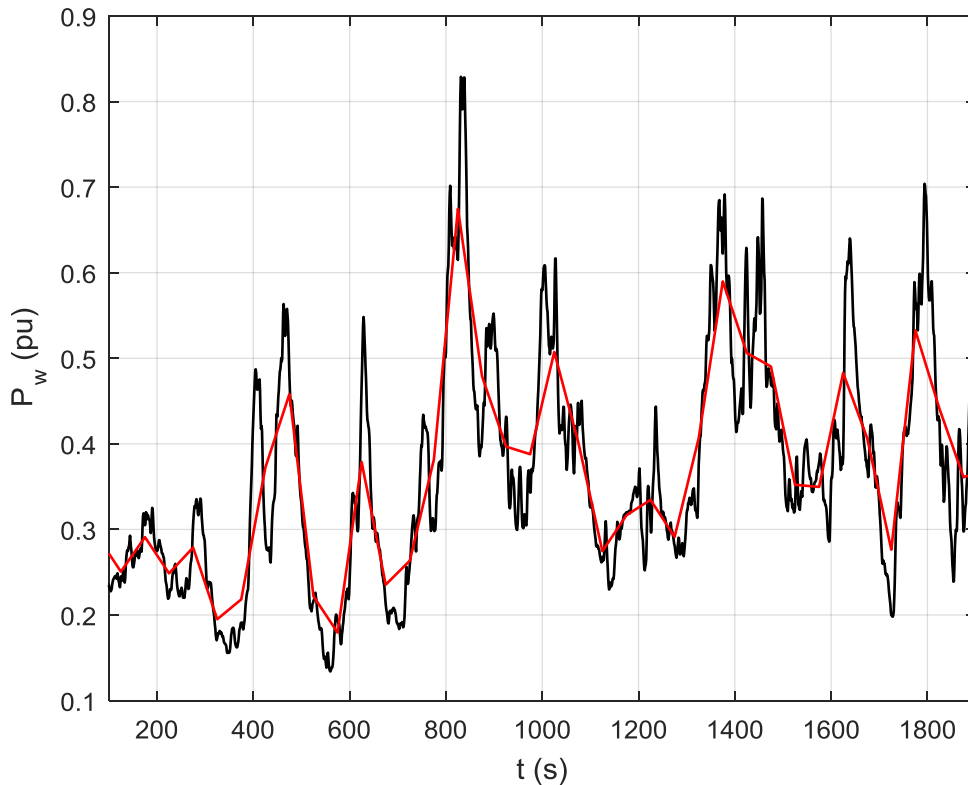
**Σχήμα 4.6(α)** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1, Χρονοσειράς με τη μέθοδο M1 και οριζόντια ευθύγραμμα τμήματα με τιμές μέσου όρου διαστήματος (πράσινο χρώμα).

Αν παρατηρηθεί το αποτέλεσμα τις μεθόδου, διαφαίνεται ότι η παραπάνω διαδικασία λειτουργεί και σαν ένα βαθυπερατό φίλτρο το οποίο κρατά μόνο τις πολύ βασικές συχνοτικές συνιστώσες τις χρονοσειράς. Έτσι οι ακραίες τιμές της αρχικής χρονοσειράς χάνονται.

Για να ελεγχθεί η απόκλιση της προσεγγιστικής χρονοσειράς από την αρχική του Σχήματος 4.4 και 4.5 αντίστοιχα, θα χρησιμοποιηθούν οι στατιστικοί δείκτες σφάλματος που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.2 και αφορούν τα δείγματα σε όλη τη διάρκεια των χρονοσειρών.

**Πίνακας 4.2** Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος Προσεγγιστικών Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος με M1.

| ΧΣ    | MAE<br>(αμ) | MSE    | RMSE<br>(αμ) | MAPE   |
|-------|-------------|--------|--------------|--------|
| ΧΣ #1 | 0,0360      | 0,0027 | 0,0522       | 0,0983 |
| ΧΣ #2 | 0,0450      | 0,0042 | 0,0646       | 0,1032 |



**Σχήμα 4.6(β)** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (μαύρο χρώμα) και Χρονοσειράς που προκύπτει με τη μέθοδο M1 (κόκκινο χρώμα).

Διαφαίνεται ότι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) μπορεί να μειωθεί, μιας κι είναι αρκετά υψηλό.

#### 4.4 Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων M2

Ένας δείκτης που χρησιμοποιήθηκε για να αξιολογηθεί η προηγούμενη μέθοδος είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων που παρουσιάζεται σε αυτήν την ενότητα αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση αυτού του σφάλματος.

Αρχικά υπενθυμίζεται ότι στην Ενότητα 2.5, παρουσιάστηκε αναλυτικά το πρόβλημα ελαχιστοποίησης (βλέπε Σχέση 2.63):

$$\min_{c \in \mathbb{R}^m} \sum_{i=1}^n \left[ f_i - \sum_{j=1}^m c_j \varphi_j(t_i) \right]^2,$$

Το οποίο καταλήγει στο γραμμικό σύστημα (βλέπε Σχέση 2.66):

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=1}^n \varphi_k(t_i) \varphi_j(t_i) \right] c_j = \sum_{i=1}^n f_i \varphi_k(t_i), \quad 1 \leq k \leq m.$$

Στο σύστημα (2.66) αν θεωρηθούν γνωστές οι συναρτήσεις  $\varphi_1, \dots, \varphi_m$ , τα  $n$  σημεία  $t_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, n$  και οι  $n$  πραγματικοί αριθμοί  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , οι οποίοι

παριστάνουν δεδομένα, είναι δυνατό να υπολογιστούν οι ζητούμενες σταθερές  $c_1, \dots, c_m$ .

Στην παρούσα εργασία, η συνάρτηση με την οποία επιδιώκεται προσέγγιση της  $f$ , δηλαδή της αρχικής χρονοσειράς ισχύος, είναι συνεχής, τμηματικά γραμμική και μπορεί να γραφεί στη μορφή που φαίνεται στη Σχέση (4.4), σαν άθροισμα δηλαδή συναρτήσεων, της μορφής που φαίνεται στις Σχέσεις (4.1)-(4.3). Συνεπώς, η συνάρτηση  $\sum_{j=1}^m c_j \varphi_j$  της σχέσης (2.63) είναι προφανώς της μορφής  $\sum_{i=0}^n c_i \varphi_i$  όπως ορίστηκε στη Σχέση (4.5).

Περιγράφεται η διαδικασία που ακολουθείται λοιπόν για την επίτευξη αυτής της προσέγγισης. Αρχικά επιλέγονται όλα τα (έστω  $N$ ) σημεία (δηλαδή χρονικές στιγμές) της αρχικής εξεταζόμενης χρονοσειράς ισχύος,  $t_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Επίσης επιλέγονται αντίστοιχα οι  $N$  πραγματικοί αριθμοί  $P_{w_i}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , οι οποίοι παριστάνουν τις τιμές ενεργού ισχύος που μετρήθηκαν στα αντίστοιχα σημεία  $t_i$ . Στη συνέχεια ορίζεται ο επιθυμητός διαμερισμός  $\Delta : t_1 = 1 = t'_1 < t'_2 < \dots < t'_M = t_N = N$ , της αρχικής χρονοσειράς.  $S_1(\Delta)$  είναι ο αντίστοιχος γραμμικός χώρος των συνεχών στο  $[1, N]$  και τμηματικά ως προς  $\Delta$  γραμμικών συναρτήσεων  $s$ . Έπειτα ορίζονται  $M$  πραγματικές συναρτήσεις  $\varphi_1, \dots, \varphi_M$ , στα σημεία  $t'_1, \dots, t'_M$ , με βάση τους τύπους (4.1), (4.2) και (4.3). Έτσι προσδιορίζεται η μορφή της συνάρτησης  $\sum_{j=1}^m c_j \varphi_j$  του προβλήματος (2.63), και συνακόλουθα η μορφή της καμπύλης που θα είναι μια τεθλασμένη γραμμή, όπως περιγράφηκε στην Ενότητα 4.2. Με την προηγούμενη διαδικασία λοιπόν καταστρώνεται γραμμικό σύστημα της μορφής του (2.66). Το σύστημα αυτό επιλύεται μέσω προγράμματος σε περιβάλλον Matlab που υλοποιήθηκε στην εργασία [37].

Το πρόγραμμα δέχεται ως είσοδο τις μετρήσεις (τιμές)  $P_{w_i}$  και τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές  $t_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Δέχεται ακόμη ως είσοδο ένα διάνυσμα που προσδιορίζει ποια και πόσα είναι τα σημεία της επιθυμητής διαμέρισης  $\Delta : t'_1 < t'_2 < \dots < t'_M$ . Στη συνέχεια με βάση τα τμήματα που ορίζει η διαμέριση, προσδιορίζεται εν μέρει η μορφή της καμπύλης-συνάρτησης που αναζητείται (ορίζονται οι συναρτήσεις  $\varphi$ ). Χρειάζεται να προσδιορισθεί όπως ειπώθηκε η τεθλασμένη γραμμή που περνάει όσο το δυνατόν «πλησιέστερα» από όλα τα σημεία  $K_i(t_i, P_{w_i})$ . Το πρόγραμμα επιλύει το σύστημα και επιστρέφει με τη μορφή διανύσματος τις ζητούμενες σταθερές  $c_1, \dots, c_M$ , οι οποίες είναι οι τιμές  $s(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, M$  της συνάρτησης  $s = \sum_{i=1}^M s(x_i) \varphi_i$ , που αναζητείται.

Με την εφαρμογή λοιπόν της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων προσδιορίζονται οι παράμετροι  $c_1, \dots, c_M$ , που λύνουν το πρόβλημα ελαχιστοποίησης και είναι ουσιαστικά οι τιμές ισχύος  $P_{w'_i}$ ,  $i = 1, \dots, M$  τις προσεγγιστικής καμπύλης που αντιστοιχούν στις χρονικές τιμές  $t'_i$ ,  $i = 1, \dots, M$  που δόθηκαν ως είσοδος.

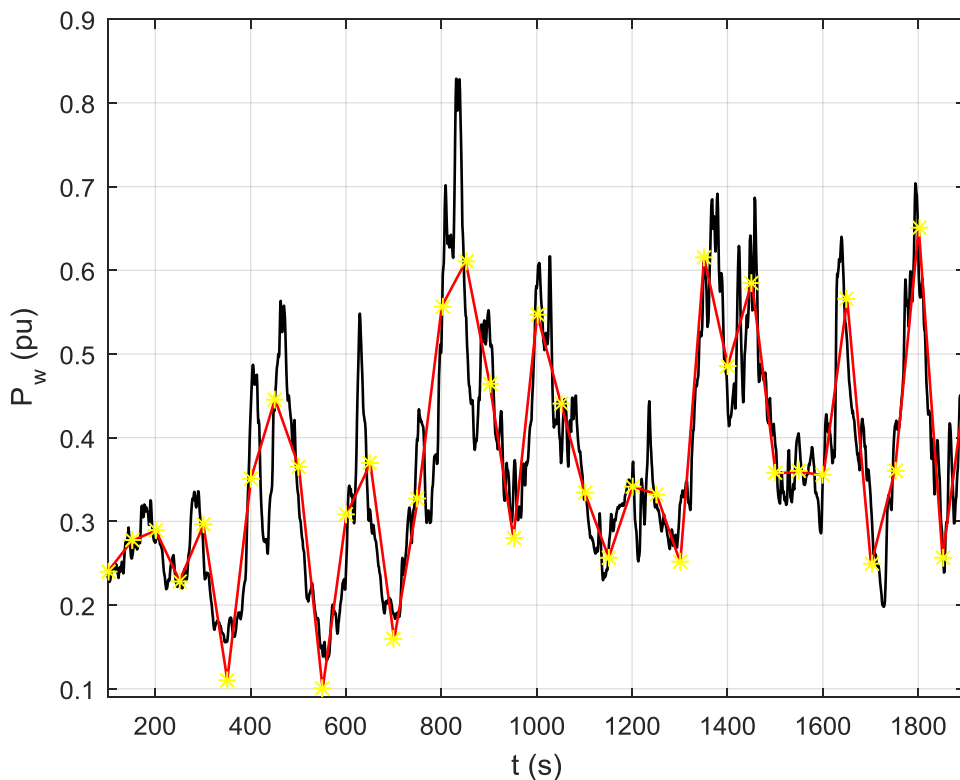
Έτσι από την αρχική χρονοσειρά  $\{P_{w_i}\}_{i=1}^N$  προκύπτει η προσεγγιστική χρονοσειρά  $\{P_{w'_i}\}_{i=1}^M$  που για δεδομένη διαμέριση  $t'_1 < t'_2 < \dots < t'_M$  ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Η προσεγγιστική χρονοσειρά καταλήγει να έχει κι αυτή διάρκεια  $N$  μιας και οι τιμές  $P_{w'_i}$  για  $t_i \neq t'_i$ ,  $i = 1, \dots, M$  προσδιορίζονται εύκολα από την ευθεία που ορίζει η συνάρτηση  $s$ , στο εκάστοτε διάστημα  $[t'_i, t'_{i+1}]$  που αντιστοιχεί.

Στο Σχήμα 4.7 φαίνεται το αποτέλεσμα της M2 για το ίδιο διάστημα τις χρονοσειράς που έγινε εστίαση και στο Σχήμα 4.6, αν θεωρηθεί η διαμέριση σε τμήματα ίσης διάρκειας 50 δευτερολέπτων, ξεκινώντας από την 1<sup>η</sup> χρονική στιγμή. Τα σημεία με κίτρινο χρώμα παριστάνουν τα σημεία της διαμέρισης.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση το διάνυσμα εισόδου που αφορά την διαμέριση  $\Delta 1$  αποτελείται από 421 ισαπέχοντα σημεία στις χρονικές στιγμές:

$$t'_j \in [t_1 = 1, t_N = 21000], \quad j = 1, 2, \dots, 421 \quad (4.10)$$

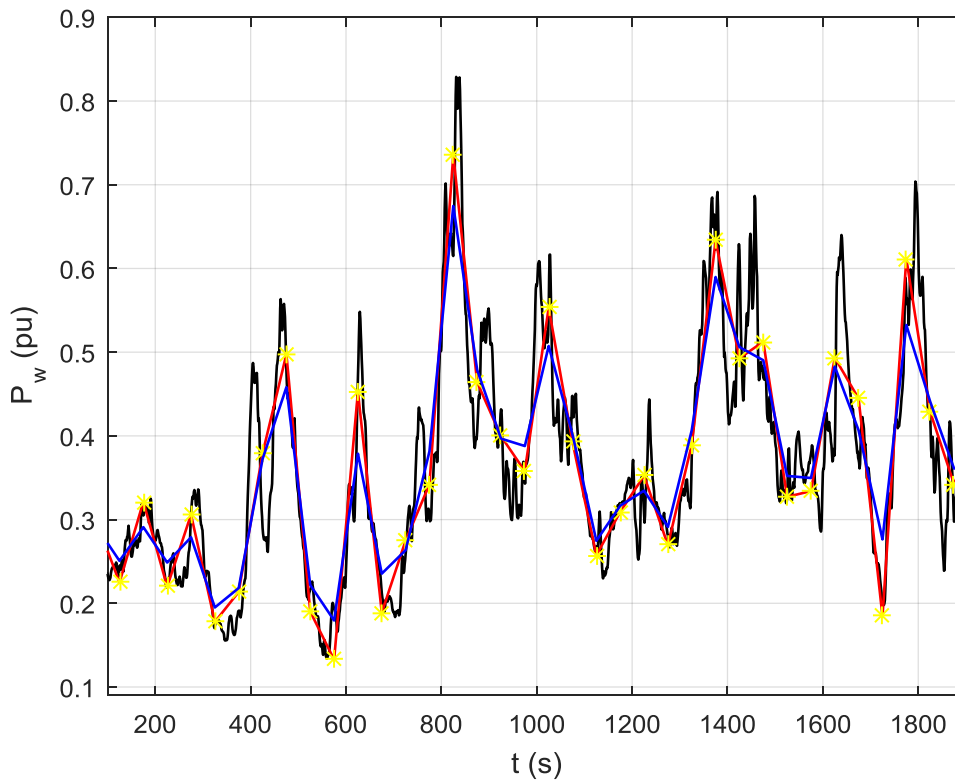
Όπου  $N = 21000$  η διάρκεια τις χρονοσειράς σε δευτερόλεπτα. Πιο αναλυτικά έχουμε  $t'_1=1$ ,  $t'_2 = 50$ , κοκ. Τα σημεία  $(t'_j, P_w'_j)$  φαίνονται με κίτρινο χρώμα στο προηγούμενο σχήμα.



**Σχήμα 4.7** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (με μαύρο χρώμα) και Χρονοσειράς που προκύπτει με τη μέθοδο M2 (κόκκινο χρώμα).

Αν ορίσουμε σαν διαμέριση  $\Delta 2$ , τις χρονικές στιγμές  $t'_1 = 1$ ,  $t'_2 = 25$ ,  $t'_3 = 75$ ,  $t'_4 = 125$  κ.ο.κ. ώστε να συμπίπτουν με τα σημεία που τοποθετούνταν οι μέσοι όροι των ισχύων στη μέθοδο M1 έχουμε το συγκριτικό Σχήμα 4.8. Τα σημεία με κίτρινο χρώμα παριστάνουν κι εδώ τα σημεία της διαμέρισης.

Παρατηρείται στο Σχήμα 4.8 ότι η M2 πλησιάζει πιο πολύ στις ακραίες τιμές σε σχέση με την M1, αλλά η μορφή και των δυο είναι παραπλήσια. Οι πραγματικές ακραίες τιμές της αρχικής χρονοσειράς δεν κρατούνται ούτε με αυτόν τον τύπο προσέγγισης.



**Σχήμα 4.8** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (με μαύρο χρώμα), Χρονοσειράς μεθόδου M2 (κόκκινο χρώμα), Χρονοσειράς μεθόδου M1 (μπλε χρώμα).

Τέλος, για να ελεγχθεί η απόκλιση της προσεγγιστικής χρονοσειράς από την αρχική, θα χρησιμοποιηθούν οι στατιστικοί δείκτες σφάλματος. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.3 κι αφορούν όλη τη διάρκεια των χρονοσειρών.

**Πίνακας 4.3(α)** Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος Προσεγγιστικών Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος με M2 (Διαμέριση Δ1).

| ΧΣ    | MAE<br>(αμ) | MSE    | RMSE<br>(αμ) | MAPE   |
|-------|-------------|--------|--------------|--------|
| ΧΣ #1 | 0,0321      | 0,0021 | 0,0454       | 0,0873 |
| ΧΣ #2 | 0,0410      | 0,0034 | 0,0580       | 0,0926 |

Παρατηρείται βελτίωση όλων των δεικτών, και κυρίως μείωση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, και στις δύο περιπτώσεις.

**Πίνακας 4.3(β)** Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος Προσεγγιστικών Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος με M2 (Διαμέριση Δ2).

| ΧΣ    | MAE<br>(αμ) | MSE    | RMSE<br>(αμ) | MAPE   |
|-------|-------------|--------|--------------|--------|
| ΧΣ #1 | 0,0326      | 0,0022 | 0,0473       | 0,0883 |
| ΧΣ #2 | 0,0416      | 0,0035 | 0,0596       | 0,0945 |

#### **4.5 Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακροτάτων M3**

Η M2 ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, αλλά όπως παρατηρείται στα Σχήματα 4.7 και 4.8, η προσεγγιστική καμπύλη δεν ακολουθεί σε ικανοποιητικό βαθμό τις αρχικές ακραίες τιμές της ισχύος. Οι ακραίες τιμές της αιολικής ισχύος επηρεάζουν κατά πολύ τις αποκρίσεις του Αιολικού Πάρκου σε εντολές ρύθμισης, ειδικά όταν επενεργεί ο περιοριστής ρεύματος, κι έτσι επηρεάζουν και την άεργο υποστήριξη που προσφέρει το πάρκο (βλέπε Ενότητα 1.9.2). Συνεπώς επηρεάζουν την μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσης του συστήματος. Γι' αυτό στην ενότητα αυτή αναπτύσσεται μια μέθοδος προσέγγισης με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις που κρατάει πολλές από τις ακραίες τιμές ισχύος. Μιας και η προσεγγιστική χρονοσειρά παρεμβάλλεται στα σημεία της αρχικής χρονοσειράς, πρόκειται επιπλέον για παρεμβολή με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις (βλέπε Σχέσεις (4.6)-(4.9)). Μειώνει επίσης σημαντικά τον αριθμό των σημείων που απαιτούνται για τον προσδιορισμό της χρονοσειράς, κάτι που αποτελεί ζητούμενο.

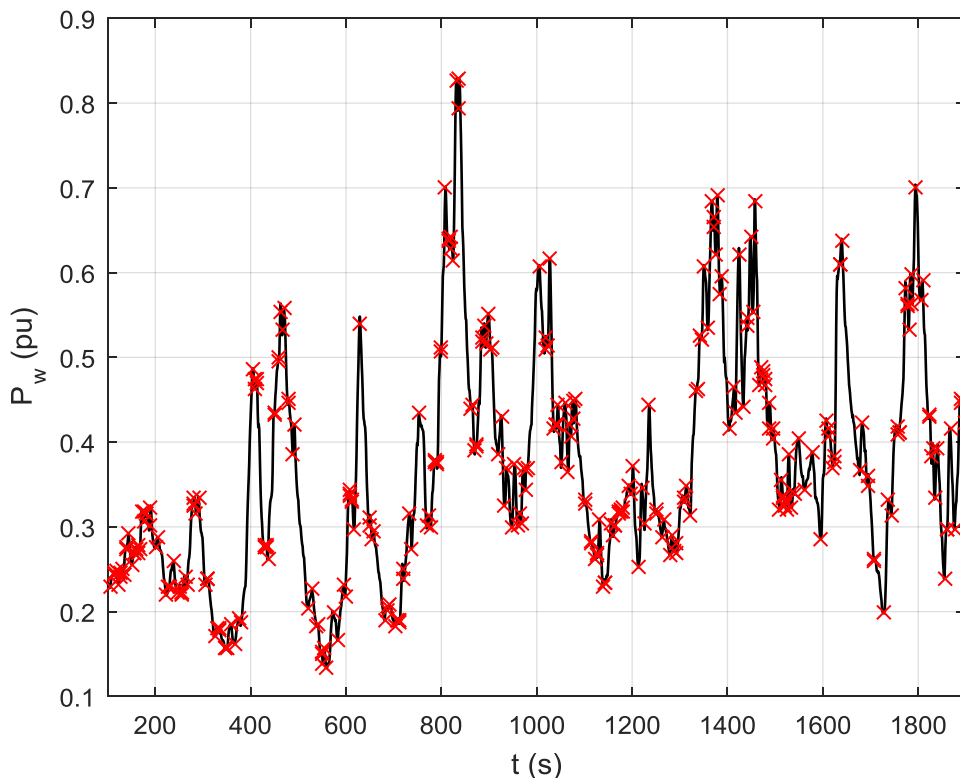
Συνεπώς, ενδιαφέρει ο εντοπισμός των τοπικών ακροτάτων της χρονοσειράς. Συχνή απαίτηση στην επεξεργασία επιστημονικών δεδομένων είναι να ανιχνεύονται ακρότατα σε ένα σήμα και να μετράται η θέση, το ύψος, το πλάτος και οι περιοχές τους. Ένας τρόπος ανίχνευσης ακροτάτων είναι ότι η πρώτη παράγωγος μηδενίζεται στα μέγιστα (κορυφές) περνώντας από θετικές τιμές σε αρνητικές στο μέγιστο της κορυφής ή αντίστοιχα στα ελάχιστα (κοιλιάδες) περνώντας από αρνητικές τιμές σε θετικές. Στη Matlab η διαδικασία αυτή υλοποιείται με τη συνάρτηση `findpeaksx` που υπάρχει στην εργασία [38].

Αν δοκιμαστεί η ανίχνευση των τοπικών ακροτάτων στην αρχική χρονοσειρά, ο αριθμός σημείων που προκύπτει είναι ιδιαίτερα μεγάλος. Αυτό δείχνεται στο σχήμα 4.9, όπου παριστάνονται με κόκκινο χρώμα τα ακρότατα.

Ο αριθμός των σημείων-ακροτάτων είναι αντίστοιχος με τον αριθμό των ευθύγραμμων τμημάτων που αποτελούν την προσεγγιστική χρονοσειρά και κατά συνέπεια αντίστοιχος με το πλήθος των διαταραχών της ισχύος. Οπότε, πρέπει αυτός να είναι περιορισμένος, για να έχει πρακτική εφαρμογή η μέθοδος. Για να μειωθεί ο αριθμός ακροτάτων που θα συγκρατηθούν είναι απαραίτητη η εξομάλυνση του αρχικού σήματος. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι εξομάλυνσης, για παράδειγμα με χρήση φίλτρου κινούμενου μέσου όρου. Επιλέγεται εδώ ο τρόπος εξομάλυνσης μέσω μετασχηματισμού Fourier που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.5.

Πρόκειται για φιλτράρισμα συχνοτήτων του σήματος. Στη Matlab υλοποιείται με τη συνάρτηση `FouFilter` που υπάρχει στην εργασία [38].

Πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός Fourier του αρχικού σήματος κι έπειτα ενισχύονται ή εξασθενούν συγκεκριμένες συχνότητες με χρήση φίλτρου που έχει γκαουσιανή μορφή. Τέλος εφαρμόζεται αντίστροφος μετασχηματισμός. Στο Σχήμα 4.10 παριστάνεται η μορφή του φίλτρου στο πεδίο της συχνότητας.

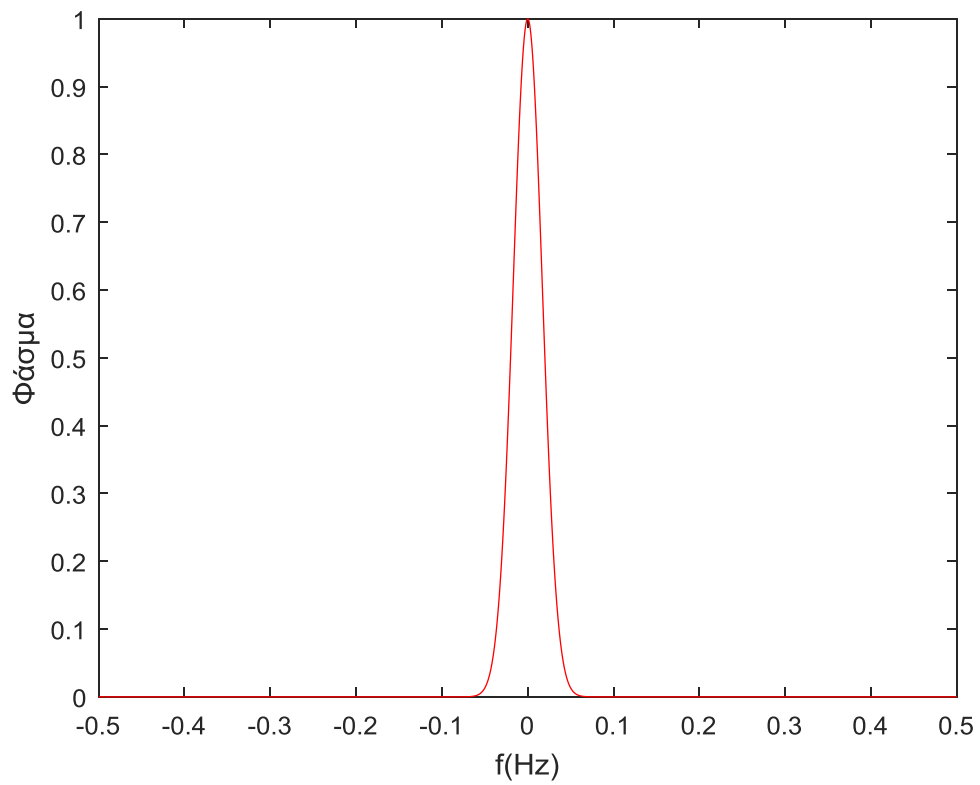


**Σχήμα 4.9** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (με μαύρο χρώμα) και Τοπικά Ακρότατα (κόκκινο χρώμα).

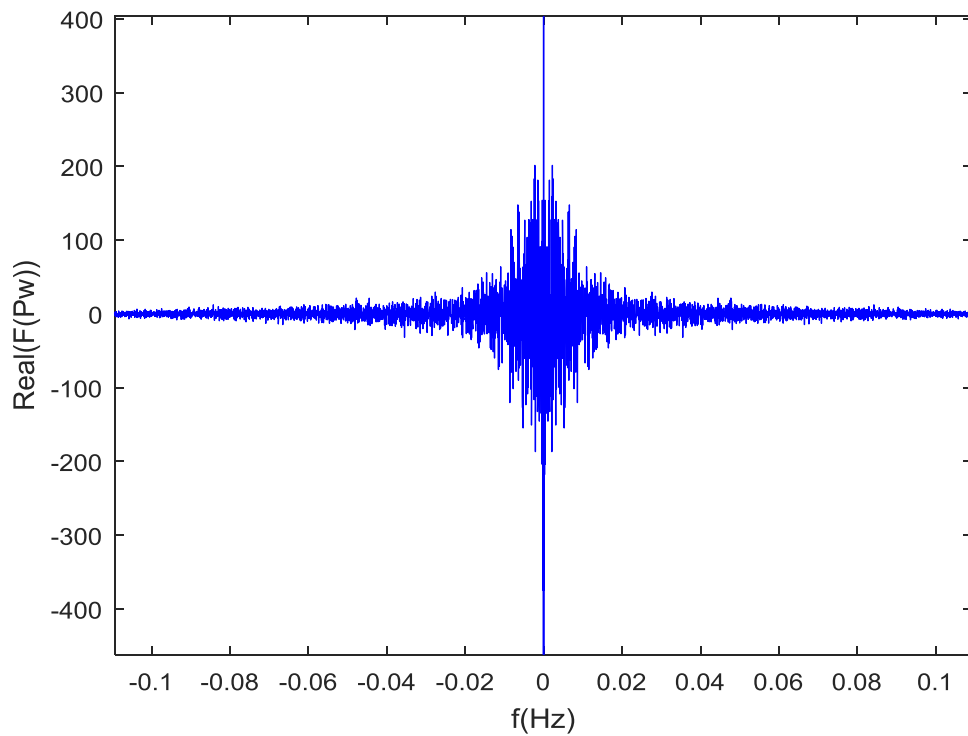
Με τον μετασχηματισμό Fourier, είναι δυνατό να παρασταθεί το φάσμα του σήματος. Να παρασταθεί δηλαδή το σήμα στο πεδίο της συχνότητας. Η μορφή που ακολουθεί το σήμα χρονοσειράς μεταβλητής αιολική ισχύος που εξετάζεται, όταν παριστάνεται στο πεδίο της συχνότητας δείχνει ότι η σημαντική πληροφορία του σήματος, δηλαδή η βασική μορφή του, είναι συγκεντρωμένη στις συχνότητες κοντά στα 0Hz. Στο Σχήμα 4.11 παριστάνεται το πραγματικό μέρος του φάσματος της χρονοσειράς, ενώ στο Σχήμα 4.12 παριστάνονται μαζί το φάσμα της χρονοσειράς πριν και μετά την επίδραση του φίλτρου. Το εύρος του φίλτρου που θα χρησιμοποιηθεί για να κρατηθούν οι συχνότητες γύρω από την κεντρική συχνότητα θα επιλεγεί με βάση την ακρίβεια της προσέγγισης της αρχικής χρονοσειράς που επιζητείται.

Το φίλτρο που επιλέγεται είναι ένα απλό φίλτρο γκαουσιανής μορφής. Αυτό που μένει να καθοριστεί είναι η συχνότητα αποκοπής. Είναι λογικό ότι όσο αυξάνεται αυτό το εύρος τόσο περισσότερη πληροφορία θα κρατήσουμε από το αρχικό σήμα, οπότε τόσο πιο κοντά θα είναι η τελική μορφή. Αν ελαττωθεί πολύ το εύρος θα χάσουμε σημαντική πληροφορία. Πρέπει να επιλεγθεί λοιπόν κατάλληλα η συχνότητα αποκοπής ώστε να έχουμε μια σχετική ομαλοποίηση του αρχικού σήματος χωρίς να χαθούν οι περισσότερες και σημαντικότερες διαταραχές.

Μετά από αρκετές δοκιμές επιλέχθηκε ως συχνότητα αποκοπής για το φάσμα της χρονοσειράς 1, η συχνότητα 0,04 Hz. Το εύρος λοιπόν είναι 0,04 Hz (τόσο στις θετικές όσο και στις αρνητικές προφανώς συχνότητες λόγω συμμετρίας). Η συχνότητα αυτή αντιστοιχεί σε περίοδο 25 s, δηλαδή σε μεταβολές μεγίστου-ελαχίστου (και αντίστροφα) διάρκειας πάνω από 12,5 s περίπου. Μεταβολές μεγίστου-ελαχίστου (και αντίστροφα) διάρκειας μικρότερης από το ήμισυ της περιόδου εξασθενούν ή και απορρίπτονται.

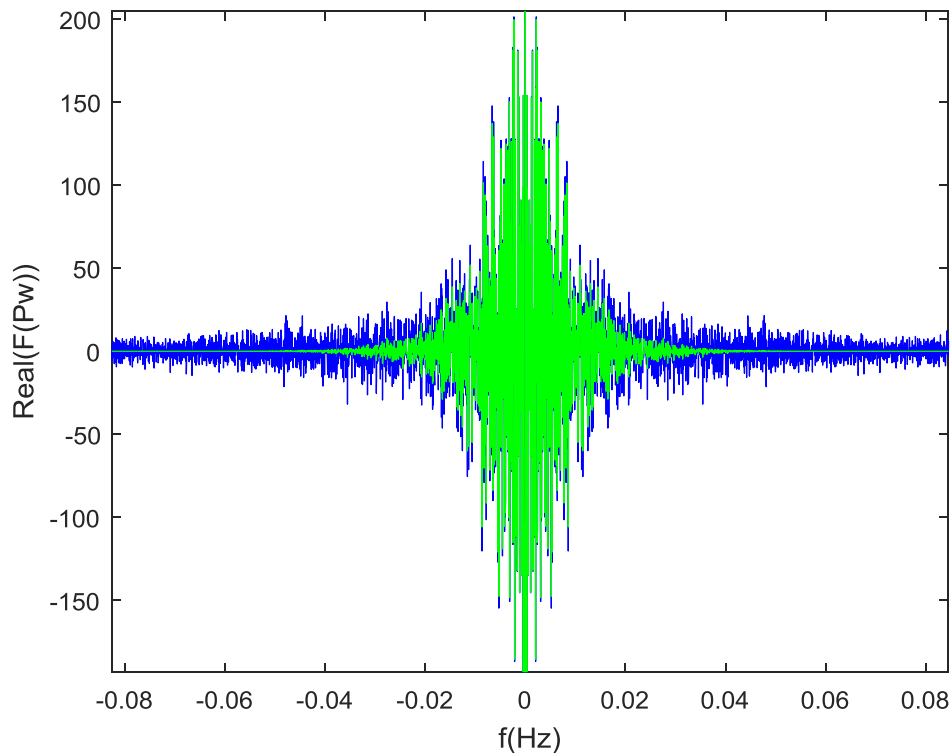


**Σχήμα 4.10** Γκαουσιανό Βαθυπερατό Φίλτρο με συχνότητα αποκοπής 0,04Hz.



**Σχήμα 4.11** Πραγματικό μέρος του Φάσματος της Χρονοσειράς 1.



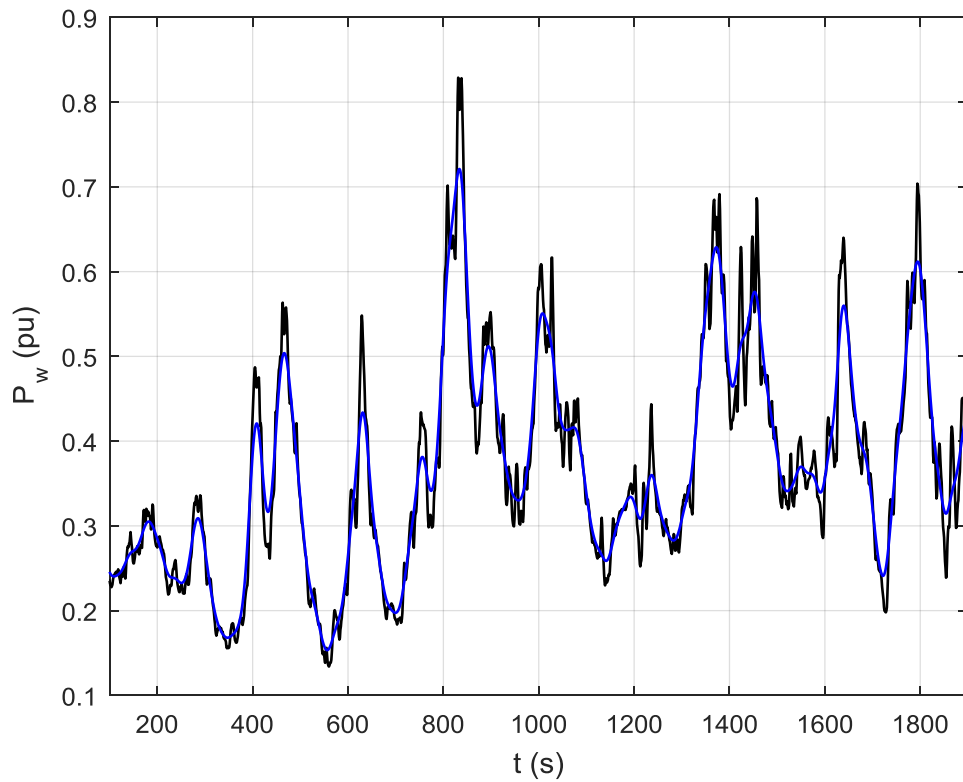


**Σχήμα 4.12** Πραγματικό μέρος του Φάσματος της Χρονοσειράς 1 (Μπλε χρώμα) και το αντίστοιχο Φιλτραρισμένο Φάσμα (πράσινο χρώμα).

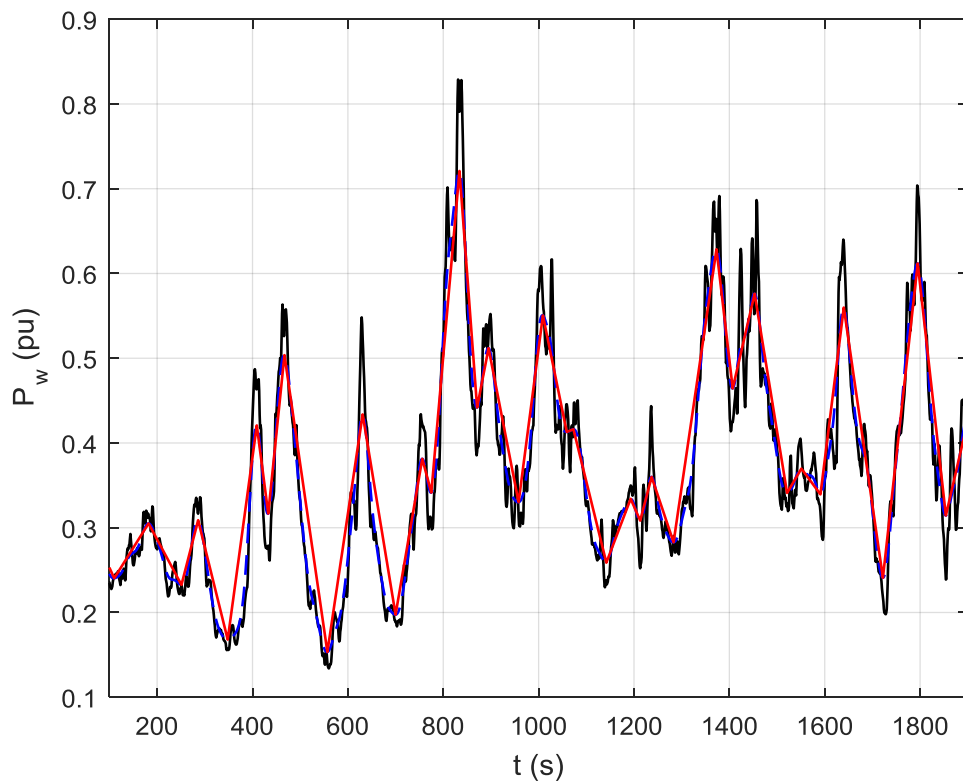
Σημειώνεται ότι στα σχήματα 4.10, 4.11 και 4.12 το φάσμα συχνοτήτων είναι από  $-0,5 \text{ Hz}$  μέχρι  $0,5 \text{ Hz}$ , όπως αναμενόταν εφόσον η συχνότητα δειγματοληψίας είναι  $1 \text{ Hz}$ . Στα σχήματα 4.11 και 4.12 έχει γίνει εστίαση για να υπάρχει μεγαλύτερη ευκρίνεια. Η όλη επεξεργασία έγινε με Ανάλυση με τον Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (DFT), όπως αναλύεται στην Ενότητα 3.3. Ο υπολογισμός του DFT έγινε συγκεκριμένα με τον αποδοτικό αλγόριθμο FFT, και στην MATLAB έγινε με τις εντολές `fft` και `fftshift`.

Αφού τροποποιηθούν οι επιλεγμένες συχνότητες, εφαρμόζεται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier, μέσω της εντολής `ifft` στην MATLAB. Έτσι γίνεται επιστροφή στο πεδίο του χρόνου όπου το σήμα έχει εξομαλυνθεί. Η εξομαλυνμένη χρονοσειρά φαίνεται στο σχήμα 4.13. Οι αντίστοιχοι στατιστικοί δείκτες φαίνονται στην πρώτη γραμμή του Πίνακα 4.4(α). Ωστόσο δεν είναι ορθή η σύγκριση με τη μέθοδο M3, γιατί η εξομαλυνμένη χρονοσειρά δεν είναι της επιθυμητής μορφής.

Η εξομαλυνμένη μπλε καμπύλη του σχήματος 4.13 δεν αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα όπως επιζητείται. Ωστόσο, στην εξομαλυνμένη μορφή της χρονοσειράς που προκύπτει μετά το φιλτράρισμα, πραγματοποιείται αποδοτικά η ανίχνευση των τοπικών ακροτάτων όπως παρουσιάστηκε παραπάνω. Είναι εμφανές ότι ο αριθμός των ακροτάτων έχει τώρα μειωθεί δραστικά. Επομένως αν καταγραφούν τα διαδοχικά ακρότατα και ενωθούν με ευθύγραμμα τμήματα προκύπτει πάλι μια προσεγγιστική καμπύλη, τμηματικά γραμμική και συνεχής, της αρχικής χρονοσειράς όπως αυτή φαίνεται στο Σχήμα 4.14. Οι αντίστοιχοι στατιστικοί δείκτες φαίνονται στη δεύτερη γραμμή του Πίνακα 4.4(α).

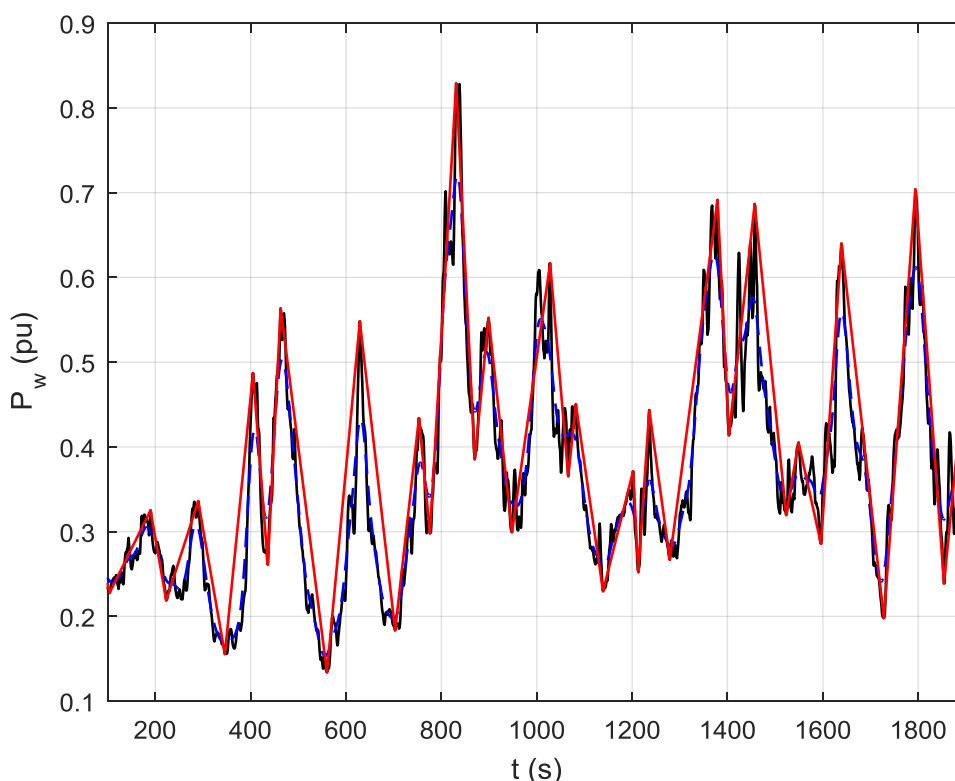


**Σχήμα 4.13** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (με μαύρο χρώμα), Χρονοσειράς που προκύπτει με τη μέθοδο εξομάλυνσης με φιλτράρισμα (μπλε χρώμα).



**Σχήμα 4.14** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (μαύρη), με μέθοδο εξομάλυνσης με φιλτράρισμα (μπλε), Τμηματικά Γραμμικής Προσεγγιστικής Χρονοσειράς (κόκκινη).

Παρατηρείται ότι οι ακραίες τιμές της προσεγγιστικής χρονοσειράς διαφέρουν σημαντικά από αυτές της αρχικής. Αυτό θα δημιουργήσει αποκλίσεις στην προσομοίωση. Για το λόγο αυτό θα επαναπροσδιοριστούν τα τοπικά ακρότατα της προσεγγιστικής χρονοσειράς με βάση αυτά της αρχικής. Η βασική ιδέα εδώ είναι ότι αφού προσδιοριστούν τα ακρότατα, εξετάζεται η περιοχή γύρω από αυτά με παράθυρο μικρού εύρους (συμμετρικά γύρω από την χρονική στιγμή του ακρότατου που έχει κρατηθεί) και αντικαθίσταται το ακρότατο. Πιο συγκεκριμένα αν πρόκειται για τοπικό μέγιστο με τιμή  $P_{w_p}$ , την χρονική στιγμή  $t_p$ , εξετάζεται η αρχική χρονοσειρά (πριν από οποιαδήποτε επεξεργασία) στο χρονικό διάστημα που ορίζεται από το αμέσως προηγούμενο ακρότατο και το αμέσως επόμενο και εντοπίζεται η μέγιστη τιμή της αρχική χρονοσειράς στο παρόν διάστημα, καθώς και η χρονική στιγμή που καταγράφεται. Εν συνεχεία αυτό το ζεύγος τιμών αντικαθιστά το προηγούμενο μέγιστο  $(t_p, P_{w_p})$ . Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για τον επαναπροσδιορισμό των τοπικών ελαχίστων, μόνο που αναζητείται η ελάχιστη τιμή της αρχική χρονοσειράς στο εξεταζόμενο διάστημα. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται για όλη τη χρονοσειρά. Να σημειωθεί ότι για τη συχνότητα αποκοπής που εξετάζουμε υπάρχει άμεση εναλλαγή μεγίστων ελαχίστων. Οπότε ενώ έχει εντοπιστεί με όλη την προηγηθείσα διαδικασία η περιοχή, όπου εντοπίζεται η χρήσιμη πληροφορία του σήματος, γίνεται μια τελική προσαρμογή των περιοχών αυτών στα αρχικά δεδομένα για μεγαλύτερη ακόμη ακρίβεια. Το τελικό αποτέλεσμα για το τμήμα της χρονοσειράς που παρουσιάζεται στα σχήματα που προηγήθηκαν, φαίνεται στο Σχήμα 4.15.



**Σχήμα 4.15** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (μαύρη), με μέθοδο εξομάλυνσης με φιλτράρισμα (μπλε), Τμηματικά Γραμμικής Προσεγγιστικής με τη M3 (κόκκινη).

Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να σημειωθεί ότι ο αριθμός ακροτάτων που προκύπτουν εξαρτάται από την συχνότητα αποκοπής. Για την Χρονοσειρά Ενεργού Ισχύος 1, επιλέχθηκε για το παράδειγμά μας, συχνότητα αποκοπής 0,04 Hz και προέκυψαν 494

ακρότατα. Αν προστεθούν σε αυτά το αρχικό και το τελικό σημείο, η προσεγγιστική χρονοσειρά προσδιορίζεται τελικά από 496 σημεία αντί για 21000 που απαιτούνταν για την αρχική. Για την Χρονοσειρά Ενεργού Ισχύος 2, επιλέχθηκε για τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.4, συχνότητα αποκοπής 0,037 Hz και προέκυψαν 502 ακρότατα. Η μικρή τροποποίηση στη συχνότητα αποκοπής έγινε για να περιοριστεί ο αριθμός των σημείων στα ίδια επίπεδα με τη Χρονοσειρά 1. Ο μεγαλύτερος αριθμός προέκυψε γιατί η διακύμανση της Χρονοσειρά 2 είναι ελαφρώς μεγαλύτερη. Αν προστεθούν στα σημεία-ακρότατα το αρχικό και το τελικό σημείο, η προσεγγιστική χρονοσειρά προσδιορίζεται τελικά από 504 σημεία αντί για 21000 που απαιτούνταν για την αρχική. Τέλος, για να ελεγχθεί η απόκλιση της προσεγγιστικής χρονοσειράς από την αρχική, θα χρησιμοποιηθούν οι στατιστικοί δείκτες σφάλματος. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.4(β).

**Πίνακας 4.4(α)** Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος Εξομαλυμένης Χρονοσειράς Αιολικής Ισχύος και της Παρεμβάλλουσάς της.

| ΧΣ #1                               | MAE<br>(αμ) | MSE     | RMSE<br>(αμ) | MAPE   |
|-------------------------------------|-------------|---------|--------------|--------|
| Εξομαλυμένη ΧΣ #1                   | 0,0185      | 0,00074 | 0,0272       | 0,0496 |
| Παρεμβάλλουσα<br>Εξομαλυμένης ΧΣ #1 | 0,0294      | 0,0018  | 0,0424       | 0,0813 |

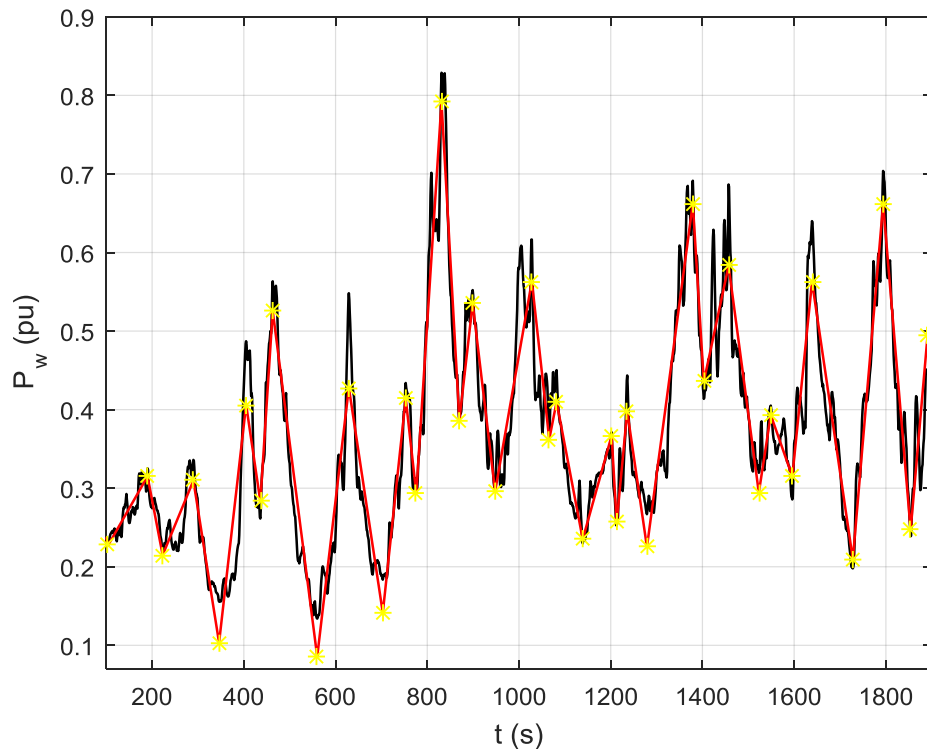
**Πίνακας 4.4(β)** Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος Προσεγγιστικών Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος με τη M3.

| ΧΣ    | MAE<br>(αμ) | MSE    | RMSE<br>(αμ) | MAPE   |
|-------|-------------|--------|--------------|--------|
| ΧΣ #1 | 0,0334      | 0,0030 | 0,0544       | 0,0894 |
| ΧΣ #2 | 0,0360      | 0,0033 | 0,0572       | 0,0804 |

Αν συγκριθεί το αποτέλεσμα της M3 για την ΧΣ 1 με το αντίστοιχο της προσεγγιστικής χρονοσειράς του Σχήματος 4.14 (βλέπε δεύτερη γραμμή Πίνακα 4.4(α)) παρατηρείται ότι προκειμένου να κρατηθούν οι ακραίες τιμές, τα σφάλματα αυξάνονται σημαντικά. Τέλος τα αποτελέσματα είναι συγκρίσιμα με αυτά της μεθόδου M2. Το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE) είναι περίπου ίδιο. Το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE) ομοίως. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) ωστόσο, είναι συγκρίσιμο αλλά παραμένει μεγαλύτερο από το σφάλμα της μεθόδου M2.

#### **4.6 Συνδυασμός Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων και Μεθόδου Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων M4**

Πρόκειται για έναν συνδυασμό των παραπάνω μεθόδων ο οποίος μειώνει ακόμη περισσότερο το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Καταρχάς, εφαρμόζεται όλη η διαδικασία της μεθόδου M3. Έπειτα κρατούνται τις τιμές που προσδιόρισε η M3 στον άξονα του χρόνου (τις χρονικές δηλαδή στιγμές στις οποίες εντόπισε τα ακρότατα που κράτησε) και τις «δίνουμε» σαν είσοδο στην μέθοδο M2 με τη μορφή του διανύσματος που αντιστοιχεί στο ποια σημεία ζητούνται ως όρια της καμπύλης που θα σχεδιαστεί. Στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος M2 όπως περιγράφηκε παραπάνω. Στο Σχήμα 4.16 φαίνεται η προσεγγιστική χρονοσειρά που προκύπτει. Στον Πίνακα 4.5 καταγράφονται οι δείκτες σφάλματος.



**Σχήμα 4.16** Τμήμα Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1 (μαύρο χρώμα), Τμηματικά Γραμμική Προσεγγιστική Χρονοσειρά με τη M4 (κόκκινο χρώμα).

Να σημειωθεί ότι η M3 και συνεπώς τα αποτελέσματά της σε ότι αφορά τα σημεία, εφαρμόστηκε με τις ίδιες παραμέτρους που είχαν οριστεί και στην εφαρμογή που έδωσε τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.4. Παρατηρείται σαφής βελτίωση όλων των δεικτών σε σύγκριση με τις M1, M2, M3.

Ωστόσο, όπως και η M2, έτσι κι η M4 χάνει τις πραγματικές ακραίες τιμές. Αυτός είναι ο λόγος που για τις προσομοιώσεις προτιμάται τελικά η M3.

**Πίνακας 4.5** Στατιστικοί Δείκτες Σφάλματος Προσεγγιστικών Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος με τη M4.

| ΧΣ    | MAE<br>(αμ) | MSE    | RMSE<br>(αμ) | MAPE   |
|-------|-------------|--------|--------------|--------|
| ΧΣ #1 | 0,0238      | 0,0012 | 0,0353       | 0,0641 |
| ΧΣ #2 | 0,0277      | 0,0017 | 0,0408       | 0,0613 |

#### 4.7 Ανακεφαλαίωση και Σύγκριση Μεθόδων

Συγκεφαλαιώνοντας, αναπτύχθηκαν ουσιαστικά 4 μέθοδοι προσέγγισης χρονοσειρών ισχύος με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις, με στόχο την μείωση του αριθμού των σημείων που απαιτούνται για την αναπαράσταση της χρονοσειράς. Η πρώτη μέθοδος, M1 είναι η πιο σύντομη κι εύκολη στην υλοποίηση, αλλά και αυτή που εμφανίζει το χειρότερο αποτέλεσμα σε ότι αφορά τους δείκτες σφάλματος. Η δεύτερη μέθοδος, η Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων, είναι πιο σύνθετη, αλλά μειώνει κατά πολύ το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της προσέγγισης. Η συνδυαστική μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων M4 που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 4.7, είναι η βέλτιστη σε ότι αφορά τους στατιστικούς δείκτες, καθώς φαίνεται ότι αυτός ο τύπος διαμέρισης (που

προκύπτει από εφαρμογή της M3) μειώνει ακόμη περισσότερο το MSE. Παρόλα αυτά καμία από τις προαναφερθείσες 3 δεν κρατά τις ακραίες τιμές της αρχικής χρονοσειράς. Αυτό επιτυγχάνεται με τη M3, η οποία επιπλέον εμφανίζει ικανοποιητικά αποτελέσματα στους δείκτες σφάλματος, εφόσον η εξομάλυνση (φιλτράρισμα) γίνει με αρκετά υψηλή συχνότητα αποκοπής. Έτσι επιλέγεται η M3 για τις προσομοιώσεις του επόμενου κεφαλαίου.

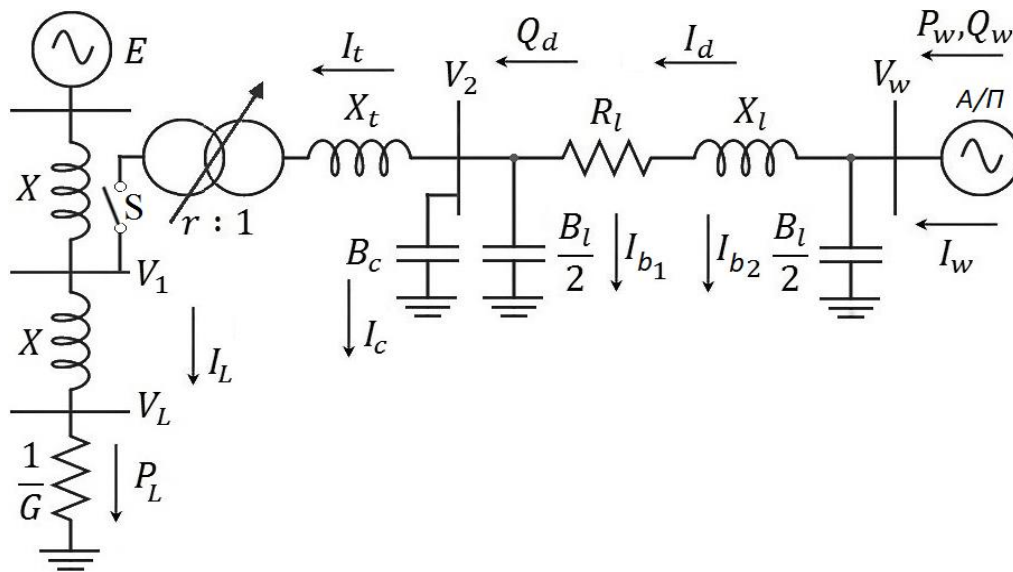
### *Προσομοίωση Δικτύου Δοκιμών με Προσεγγιστικές Χρονοσειρές*

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται αρχικά το σύστημα δοκιμών που χρησιμοποιείται στις προσομοιώσεις της εργασίας. Παρουσιάζονται τα δεδομένα των γραμμών σύνδεσης και των Αιολικών Πάρκων, ενώ επίσης αναλύεται ο τρόπος λειτουργίας των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου (ΣΑΤΥΦ, συστοιχίες πυκνωτών, ρυθμιστής ενεργού και αέργου ισχύος του Αιολικού Πάρκου). Στην συνέχεια, πραγματοποιείται η προσομοίωση του συστήματος θεωρώντας ως είσοδο τις αρχικές και τις προσεγγιστικές χρονοσειρές αιολικής ισχύος που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθόδου M3 του προηγούμενου κεφαλαίου. Αρχικά εξετάζεται σύστημα δοκιμών με ένα αιολικό πάρκο συνδεδεμένο, ενώ έπειτα εξετάζεται και η λειτουργία με ταυτόχρονη σύνδεση δυο Αιολικών Πάρκων.

#### **5.1 Σύστημα Δοκιμών με ένα Αιολικό Πάρκο**

##### **5.1.1 Δομή και Δεδομένα Συστήματος**

Το υπό εξέταση σύστημα έχει την μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 5.1. Αποτελείται από ένα ακτινικό δίκτυο διανομής που περιλαμβάνει έναν υποσταθμό Υψηλής Τάσης/Μέσης Τάσης, καθώς και την αποκλειστική γραμμή σύνδεσης του αιολικού πάρκου, το οποίο συνδέεται στο μέσο ενός ασθενούς δικτύου μεταφοράς που αντιπροσωπεύεται από δυο ίσες αντιδράσεις  $X$  στην πλευρά της πηγής και του φορτίου του σημείου κοινής σύνδεσης αντίστοιχα. Το σύστημα μεταφοράς αποτελείται από μια σταθερή πηγή τάσης  $E$ , η οποία αντιπροσωπεύει το ισοδύναμο Thevenin ενός διασυνδεδεμένου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς και από ένα φορτίο μεταβλητής αγωγιμότητας  $Y$  που είναι απευθείας συνδεδεμένο στον ζυγό υψηλής τάσης  $V_L$ . Για λόγους απλότητας, θεωρείται μοναδιαίος συντελεστής ισχύος φορτίου, δηλαδή πλήρης αντιστάθμιση της αέργου ισχύος του φορτίου. Προκειμένου να εντοπισθούν οι συνθήκες μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, προσομοιώνεται μια συνεχής αύξηση της ωμικής αγωγιμότητας του φορτίου σε μορφή ράμπας, με ρυθμό 0,1% ανά δευτερόλεπτο. Τέλος, μέσω του διακόπτη  $S$  που φαίνεται στο Σχήμα 5.1 δίνεται η δυνατότητα εξέτασης του συστήματος μεταφοράς χωρίς την συμμετοχή της διεσπαρμένης παραγωγής.



**Σχήμα 5.1** Μονογραμμικό Διάγραμμα Συστήματος Δοκιμών

Τα δεδομένα των Α/Π και των γραμμών σύνδεσης ανηγμένα στη βάση  $S_B = 100$  MVA φαίνονται στον Πίνακα 5.1.

**Πίνακας 5.1** Δεδομένα Γραμμών Σύνδεσης Αιολικών Πάρκων (Βάση ισχύος  $S_B=100$ MVA)

| A/Π | $S_n$<br>(MVA) | $X$<br>(αμ) | $X_t$<br>(αμ) | $R_l$<br>(αμ) | $X_l$<br>(αμ) | $B_l$<br>(αμ) |
|-----|----------------|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| #1  | 18,9           | 0,2         | 0,4           | 0,43          | 1             | 0,004         |
| #2  | 36             | 0,2         | 0,4           | 0,02          | 0,2           | 0             |

Το Α/Π #2 είναι περίπου διπλάσιας ονομαστικής ισχύος και συνδέεται πολύ κοντά στον υποσταθμό Υψηλής Τάσης/Μέσης Τάσης. Αντίθετα, το Α/Π #1 διαθέτει μια γραμμή διανομής μήκους 15 χιλιομέτρων. Επομένως οι συνολικές αντιδράσεις γραμμής έχουν μεγαλύτερη ανά μονάδα τιμή από αυτές του Α/Π #2. Και στις δυο περιπτώσεις ο υποσταθμός περιλαμβάνει μετασχηματιστή 150/20 kV εξοπλισμένο με Σύστημα Αλλαγής Τάσης Υπό Φορτίο (ΣΑΤΥΦ), ονομαστικής ισχύος 50 MVA και επαγωγικής αντίδρασης 0,2 αμ, ανηγμένης στα ονομαστικά του μεγέθη. Στο ζυγό ΜΤ του υποσταθμού υπάρχουν αυτόματοι πυκνωτές αντιστάθμισης τριών βαθμίδων, ισχύος 4 MVAr εκάστη βαθμίδα.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.1, τα αιολικά πάρκα συνδέονται με το σύστημα μεταφοράς μέσω γραμμής διανομής μέσης τάσης και υποσταθμού Υψηλής Τάσης/Μέσης Τάσης. Οι επιμέρους ανεμογεννήτριες του πάρκου αναπαρίστανται από μια ισοδύναμη μηχανή, η οποία συνδέεται στο σημείο κοινής σύνδεσης (ζυγός μέσης τάσης του αιολικού πάρκου) μέσω της σύνθετης αντίστασης  $Z_{iσ}$ . Ο ζυγός μέσης τάσης του αιολικού πάρκου συνδέεται στη συνέχεια με γραμμή ή καλώδιο μέσης τάσης σύνθετης αντίστασης  $Z_{line}$  στον υποσταθμό ΜΤ/ΥΤ, ο μετασχηματιστής του οποίου έχει σύνθετη αντίσταση  $Z_T$ . Δεν αναπαρίσταται ξεχωριστά ο μετασχηματιστής ανύψωσης της ανεμογεννήτριας, διότι περιλαμβάνεται στη σύνθετη αντίσταση  $Z_{iσ}$ . Για τον προσδιορισμό της σύνθετης αντίστασης του συνολικού κλάδου μεταξύ υποσταθμού ΜΤ/ΥΤ και γεννήτριας αιολικού πάρκου λαμβάνονται υπόψη τα δεδομένα του εκάστοτε αιολικού πάρκου.



Ο λόγος μεταξύ της ισχύος βραχυκύκλωσης στο σημείο σύνδεσης της αποκλειστικής γραμμής και της ονομαστικής ισχύος του αιολικού πάρκου ( $S_{SCR}$ ), δίνει μια ιδέα για το κατά πόσο το δίκτυο που εξετάζεται είναι ασθενές.

$$S_{SCR} = \frac{S_{B/K}}{S_n} = \frac{E^2}{XS_n} \quad (5.1)$$

Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ότι όταν ο λόγος  $S_{SCR}$  είναι μικρότερος του 20, το σύστημα χαρακτηρίζεται ως ασθενές [42]. Στη συγκεκριμένη μελέτη, ενδιαφέρει η επίδραση που ασκεί η μεταβλητότητα του φορτίου στη λειτουργία του συστήματος. Επειδή στην (5.1) δεν λαμβάνεται υπόψη το φορτίο, υπολογίζεται η ισχύς βραχυκύκλωσης στο φορτίο ως ακολούθως:

$$S_{B/K Load} = \frac{E^2}{2X} \approx 240 MVA \quad (5.2)$$

Η τιμή αυτή είναι συγκρίσιμη με τις ονομαστικές τιμές ισχύος των δυο αιολικών πάρκων και δίνει λόγους βραχυκύκλωσης κοντά στο 10. Επομένως, όπου αναφέρεται ότι το σύστημα που εξετάζεται είναι ασθενές, εννοείται ότι υπάρχει περιορισμένη ικανότητα φόρτισης του δικτύου και ότι κάθε μεταβολή στο φορτίο έχει σημαντική επίδραση στη λειτουργία του συστήματος.

### 5.1.2 Διατάξεις Ρύθμισης Αέργου Ισχύος

Το εξεταζόμενο σύστημα του Σχήματος 5.1 διαθέτει τρεις αυτόματες διατάξεις ρύθμισης αέργου ισχύος: το ΣΑΤΥΦ, τις αυτόματες συστοιχίες πυκνωτών και το μετατροπέα ηλεκτρονικών ισχύος του αιολικού πάρκου. Οι μηχανισμοί αυτοί δεν μπορούν να δρουν ανεξάρτητα μεταξύ τους, αλλά απαιτείται κατάλληλος συντονισμός. Ακολούθως, γίνεται αναλυτική περιγραφή και μοντελοποίηση των εν λόγω διατάξεων, τα δεδομένα των οποίων φαίνονται στον Πίνακα 5.2, ενώ στον Πίνακα 5.3 φαίνονται οι οριακές τιμές των τάσεων, στις οποίες ενεργοποιούνται οι διατάξεις.

**Πίνακας 5.2** Δεδομένα Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου Συστήματος

| $r_{min}$ | $r_{max}$ | $d$     | $\Delta r$<br>(%) | LTC<br>steps | $\Delta B_c$<br>(MVar) | $B_c$<br>steps | $T_{LTC}$<br>(s) | $T_{Bc}$<br>(s) | $T_{EMRS}$<br>(s) | $\Delta V, \varepsilon$<br>(pu) |
|-----------|-----------|---------|-------------------|--------------|------------------------|----------------|------------------|-----------------|-------------------|---------------------------------|
| 0,8       | 1,1       | 0,00625 | 0,625             | 48           | 4                      | 3              | 10               | 60              | 2                 | 0,001                           |

**Πίνακας 5.3** Πρόσθετα Δεδομένα Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου Συστήματος (pu)

| $V_{Imin}$ | $V_{Imax}$ | $V_I^{lim}$ | $V_W^{lim}$ |
|------------|------------|-------------|-------------|
| 0,95       | 1,05       | 0,9         | 1,1         |

#### 5.1.2.1 ΣΑΤΥΦ

Ένας επιπρόσθετος ρόλος των μεγάλων μετασχηματιστών στους υποσταθμούς διανομής, πέρα από τον υποβιβασμό του επιπέδου τάσης διανομής, είναι και ο έλεγχός του. Για το σκοπό αυτό, είναι εφοδιασμένοι με λήψεις για την αλλαγή του λόγου μετασχηματισμού. Το σύστημα αλλαγής τάσης υπό φορτίο (ΣΑΤΥΦ) λειτουργεί με ηλεκτροκινητήρες, ενώ ο χειρισμός γίνεται αυτόματα μέσω

ηλεκτρονόμου που συγκρίνει την τάση δευτερεύοντος με μια προκαθορισμένη τιμή αναφοράς. Σε περίπτωση που ανιχνευθεί διαφορά, δίνεται κατάλληλη εντολή ανύψωσης ή μείωσης της σχέσης μετασχηματισμού.

Σύμφωνα με το διακριτό μοντέλο για το ΣΑΤΥΦ, θεωρείται ότι ο λόγος μετασχηματισμού αλλάζει ακαριαία με ένα βήμα  $\Delta r$ , σε διακριτές τιμές χρόνου  $t_k$ . Η ρύθμιση αυτή, περιορίζεται από το άνω και κάτω όριο  $r_{min}$  και  $r_{max}$ , τα οποία αντιστοιχούν στην εξάντληση των διαθέσιμων λήψεων του τυλίγματος του μετασχηματιστή. Επιπρόσθετα, η χρονική καθυστέρηση που μεσολαβεί για την αρχική αλλαγή λήψης ισούται με  $T_{D0}$ , ενώ για τις επόμενες είναι ίση με  $T_{D1}$ , με την πρώτη να είναι συνήθως μεγαλύτερη για να αποφεύγονται περιττές αλλαγές κατά τη διάρκεια μεταβατικών φαινομένων. Σημειώνεται ότι στη συγκεκριμένη υλοποίηση θεωρείται ότι οι δυο αυτές χρονικές καθυστερήσεις είναι ίσες.

Όπως προαναφέρθηκε, ρόλος του ΣΑΤΥΦ είναι ο έλεγχος της τάσης διανομής  $V_2$ , προκειμένου να βρίσκεται εντός μιας νεκρής ζώνης  $V_{2min}$  έως  $V_{2max}$ , όπου ισχύει :

$$V_{2min} = V_{2_0} - \frac{d}{2} \text{ και } V_{2max} = V_{2_0} + \frac{d}{2} \quad (5.3)$$

Όπου  $V_{2_0}$  είναι η τάση αναφοράς του δευτερεύοντος και  $d$  το εύρος νεκρής ζώνης ρύθμισης του ΣΑΤΥΦ.

Ο διακριτός έλεγχος μοντελοποιείται μέσω της ακόλουθης εξίσωσης διαφορών :

$$r_{k+1} = \begin{cases} r_k + \Delta r, & \text{αν } V_2 > V_{2max} \text{ και } r_k > r_{max} \\ r_k - \Delta r, & \text{αν } V_2 < V_{2min} \text{ και } r_k < r_{min} \\ r_k, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (5.4)$$

Προκειμένου να αλλάξει η λήψη του ΣΑΤΥΦ, πρέπει για όλη τη διάρκεια χρονικής καθυστέρησης του ΣΑΤΥΦ να παραβιάζεται ο ανισοτικός περιορισμός που φαίνεται στην (5.4).

### 5.1.2.2 Αυτόματοι Μηχανισμοί Ζεύξης-Απόζευξης Πυκνωτών

Οι μηχανισμοί ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην αντιστάθμιση αέργου ισχύος στο σύστημα, διατηρώντας τα επίπεδα τάσεων και τις ροές αέργου ισχύος σε επιθυμητά επίπεδα.

Στο εξεταζόμενο σύστημα δοκιμών του Σχήματος 5.1 οι πυκνωτές αντιστάθμισης είναι τριών βαθμίδων, αγωγιμότητας  $B_c$  η καθεμία και είναι συνδεδεμένοι στο ζυγό ΜΤ του υποσταθμού. Η διαδικασία σύνδεσης και αποσύνδεσης των πυκνωτών χαρακτηρίζεται από χρονική καθυστέρηση  $T_{msc}$ , η οποία είναι συνήθως αρκετών δευτερολέπτων προκειμένου να αποφεύγονται ανεπιθύμητες ή άσκοπες ρυθμίσεις και παράλληλα να υπάρχει επαρκές χρονικό διάστημα για τη ρύθμιση τάσης από άλλους μηχανισμούς όπως τα ΣΑΤΥΦ.

Η άεργος υποστήριξη υλοποιείται με την αυτόματη ζεύξη κάθε βαθμίδας, ανάλογα με την τιμή της τάσης στο πρωτεύον του μετασχηματιστή. Σημειώνεται ότι σε προηγούμενες εργασίες [13], [14], η σύνδεση των πυκνωτών γινόταν με βάση την άεργο ισχύ. Ωστόσο διαπιστώθηκε ότι δεν γινόταν πλήρης αξιοποίησή τους, αφού υπήρχαν περιπτώσεις που δεν είχαν συνδεθεί και οι τρεις βαθμίδες μέχρι το σημείο

μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος [40]. Έτσι, επιτυγχάνεται η καλύτερη αξιοποίησή τους για τη ρύθμιση της τάσης πρωτεύοντος.

Ο διακριτός έλεγχος των μηχανισμών ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών γίνεται με βάση την παρακάτω εξίσωση διαφορών :

$$B_{c,k+1} = \begin{cases} B_{c,k} + \Delta B_c, & \text{αν } V_1 < V_{1min} \text{ και } B_{c,k} < B_{c,max} \\ B_{c,k} - \Delta B_c, & \text{αν } V_1 > V_{1max} \text{ και } B_{c,k} > B_{c,min} \\ B_{c,k}, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (5.5)$$

Όπου  $V_{1min}$  και  $V_{1max}$  τα όρια της τάσης πρωτεύοντος.

### 5.1.2.3 Μετατροπείς Ηλεκτρονικών Ισχύος

Στην παρούσα εργασία οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος θεωρούνται πως λειτουργούν ως ρυθμιζόμενες πηγές εναλλασσόμενης τάσεως, ενώ ο έλεγχός τους θεωρείται ότι γίνεται ακαριαία, χωρίς χρονική καθυστέρηση.

Υπάρχει δυνατότητα για δύο στρατηγικές ελέγχου της αέργου ισχύος από τους μετατροπείς. Η πρώτη είναι η λειτουργία ρύθμισης της τάσης του ζυγού MT του αιολικού πάρκου (Constant Voltage Control – CVC), μέσω της προσαρμογής της εγχεόμενης αέργου ισχύος του ελεγχόμενου ζυγού. Με τον τρόπο αυτό διατηρείται σταθερή η τάση  $V_w$  σε μια τιμή αναφοράς που έχει οριστεί από το σύστημα.

Η δεύτερη λειτουργία ονομάζεται Έκτακτη Υποστήριξη Μέγιστης Αέργου Ισχύος (Emergency Maximum Reactive Support –EMRS) και έχει αναπτυχθεί στις αναφορές [13], [40], [41]. Για την ενεργοποίησή της απαιτείται ένα διακριτό σήμα που ζητά μέγιστη άεργο υποστήριξη το οποίο στέλνεται σε περίπτωση που η υψηλή τάση  $V_1$  του υποσταθμού πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο  $V_1^{lim}$ . Όταν το σήμα αέργου υποστήριξης ληφθεί από το αιολικό πάρκο, η ελεγχόμενη τάση  $V_w$  παίρνει την μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της  $V_w^{lim}$ . Σημειώνεται ακόμη, ότι τίθεται μια χρονική καθυστέρηση  $T_{EMRS}$  από τη στιγμή που εντοπισθεί παραβίαση του ορίου  $V_1^{lim}$ , προκειμένου να εξασφαλιστεί ότι ενδεχόμενες μεταβολές της τάσης  $V_1$  που επανέρχονται εντός ορίου, δεν ενεργοποιούν τον έλεγχο μέγιστης αέργου υποστήριξης. Μια τροποποίηση ως προς τη λειτουργία της εντολής που υλοποιείται στην παρούσα εργασία σε σχέση με τις προηγούμενες αναφορές, παρουσιάζεται στην ενότητα 5.4.1, όσον αφορά αιολικά πάρκα της ίδιας περιοχής.

Μια ακόμη σημαντική θεώρηση, είναι πως οι μετατροπείς ηλεκτρονικών ισχύος δεν έχουν τη δυνατότητα έστω χρονικά περιορισμένης υπερφόρτισης. Για τον λόγο αυτό υλοποιείται ένας περιοριστής ρεύματος, ο οποίος μεταβάλλει ακαριαία την τάση  $V_w$  εάν διαπιστώσει υπέρβαση του μέγιστου επιτρεπόμενου ρεύματος  $I_{lim}$ . Η μέγιστη τιμή του ρεύματος οφείλει να καλύπτει την ονομαστική φαινόμενη ισχύ υπό ονομαστική τάση. Συνεπώς θεωρώντας  $S_n$  ονομαστική φαινόμενη ισχύ και  $V_n$  ονομαστική τάση του μετατροπέα (στο ανά μονάδα σύστημα), το μέγιστο όριο του ρεύματος είναι  $I_{lim}(α.μ.) = S_n/V_n$ . Η λειτουργία του περιοριστή σταματά όταν επιτευχθεί η επαναφορά του ρεύματος εντός του επιθυμητού ορίου. Συγκεκριμένα, δοσμένου ότι πρόκειται για ανάλογα μεγέθη, η τάση  $V_w$  του μετατροπέα μειώνεται όταν το πρόσημο (sign) της αέργου ισχύος  $Q_w$  είναι θετικό. Με αυτόν τον τρόπο η μείωση  $Q_w$  (άρα και μείωσή της κατά απόλυτη τιμή) συνεπάγεται μείωση του ρεύματος  $I_w$ , αφού  $I_w = \sqrt{P_w^2 + Q_w^2}/V_w$ . Απεναντίας, στην περίπτωση που η άεργος ισχύς

$Q_w$  είναι αρνητική, αύξηση της τάσεως του μετατροπέα  $V_w$  συνεπάγεται αύξηση της αέργου ισχύος, ωστόσο μείωσή της κατά απόλυτη τιμή (και ως επακόλουθο εκ νέου μείωση του ρεύματος).

Συνεπώς, η λογική ελέγχου του περιοριστή ρεύματος φαίνεται στην (5.6) :

$$V_{w,i} = V_{w,i} - \text{sign}(Q_w)\Delta V, \text{ \acute{o}\sigma\sigma\iota } I_{w,i} > I_{lim} \quad (5.6)$$

όπου  $i$  ο αριθμός των επαναλήψεων. Σημειώνεται πως η σχέση (5.6) εφαρμόζεται πολλές φορές εάν χρειαστεί για να ικανοποιηθεί η ανισότητα με αμελητέα χρονική καθυστέρηση.

Εάν ο περιοριστής ρεύματος ενεργοποιηθεί μετά την εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης, τότε αφότου το ρεύμα επανέλθει στο επιθυμητό επίπεδο, εφαρμόζεται ο παρακάτω έλεγχος προκειμένου να επανέλθει η τάση του αιολικού πάρκου στην μέγιστη τιμή της. Σημειώνεται ότι η σταθερά  $\varepsilon$  λαμβάνεται ίση με το βήμα μεταβολής τάσης  $\Delta V$ .

$$V_{w,i} = V_{w,i} + \Delta V, \text{ \acute{o}\tau\alpha\upsilon\upsilon } I_{w,i} < I_{lim} - \varepsilon \text{ \kappa\alpha\iota } V_{w,i} < V_w^{lim} \quad (5.7)$$

Σε περίπτωση που παραβιαστεί εκ νέου η ανισότητα που αφορά το ρεύμα, ο περιοριστής ενεργοποιείται ξανά (Σχέση 5.6).

Τέλος, ο ρυθμιστής ενεργού ισχύος φροντίζει ώστε η ενεργός ισχύς του μετατροπέα να είναι ίση με την ενεργό παραγωγή του πάρκου. Εξαιρούνται οι περιπτώσεις που το σύστημα κινδυνεύει να οδηγηθεί σε αστάθεια. Τότε ενεργοποιείται ο Μηχανισμός Αντιμετώπισης Αστάθειας Μετατροπέα, όπως παρουσιάζεται σε [40], [15] και η ενεργός ισχύς που εγγχεί το αιολικό πάρκο στο δίκτυο προσαρμόζεται κατάλληλα μέχρις ότου παρέλθει ο κίνδυνος αστάθειας.

### 5.1.3 Εξισώσεις Συστήματος

Μεταβλητές κατάστασης του συστήματος του Σχ. 5.1 θεωρούνται τα μεγέθη  $V_w$ ,  $r$  και  $B_c$ . Η ενεργός ισχύς  $P_w$  του Α/Π και η αγωγιμότητα του φορτίου θεωρούνται είσοδοι και προέρχονται από τις χρονοσειρές ισχύος που αναφέρθηκαν στην Ενότητα 4.1 και μια γραμμική αύξηση ζήτησης φορτίου που εφαρμόζεται για τη μελέτη της μέγιστη μεταφερόμενης ισχύος αντίστοιχα. Έτσι, οι αλγεβρικές εξισώσεις του

$$V_1 = g_1(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (5.8)$$

$$V_2 = g_2(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (5.9)$$

$$Q_w = g_3(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (5.10)$$

$$I_w = g_4(V_w, r, B_c, P_w, G) \quad (5.11)$$

δικτύου μπορούν να συμβολιστούν ως εξής :

Σε κάθε χρονική στιγμή της προσομοίωσης, το αιολικό πάρκο που εξετάζεται έχει δεδομένη παραγωγή ενεργού ισχύος και τάση. Επομένως μπορεί να θεωρηθεί ως ζυγός παραγωγής (PV). Ως εκ τούτου, για τον υπολογισμό των μεγεθών που φαίνονται στις εξισώσεις (5.8) έως (5.11) γίνεται αναγωγή στην πλευρά ΜΤ και

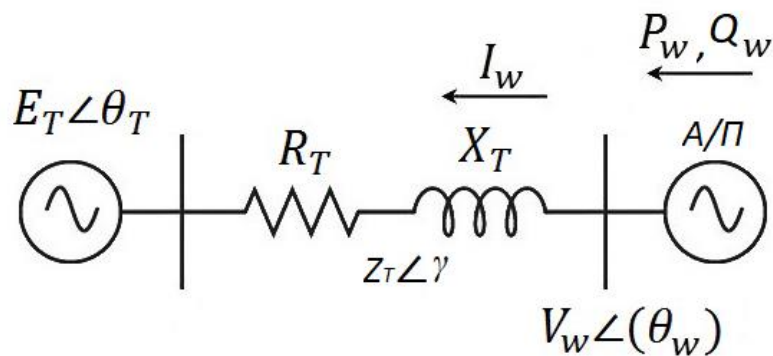
υπολογίζεται το ισοδύναμο Thevenin που φαίνεται από το ζυγό του αιολικού πάρκου (Σχήμα 5.3). Ο αναλυτικός προσδιορισμός της τάσης και σύνθετης αντίστασης Thevenin πραγματοποιήθηκε στην εργασία [13]. Τα στοιχεία του ισοδύναμου κυκλώματος παρουσιάζονται ως συναρτήσεις :

$$E_T = f_E(E, Y_L, r, B_c) \quad (5.12)$$

$$\theta_T = f_\theta(E, Y_L, r, B_c) \quad (5.13)$$

$$R_T = f_R(E, Y_L, r, B_c) \quad (5.14)$$

$$X_T = f_X(E, Y_L, r, B_c) \quad (5.15)$$



Σχήμα 5.3 Ισοδύναμο Thevenin στην Πλευρά του Α/Π

Στο Σχήμα 5.3 η σύνθετη αντίσταση έχει τη μορφή:

$$Z_T \angle \gamma = R_T + jX_T \quad (5.16)$$

Η γωνία απωλειών ορίζεται ως:

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad (5.17)$$

Από την εργασία [13], η ενεργός ισχύς που παράγει το αιολικό πάρκο γράφεται ως:

$$P_w = \frac{V_w^2}{Z_T} \sin \beta - \frac{V_w E_T}{Z_T} \sin(\Delta\theta + \beta) \quad (5.18)$$

Με τη γωνία  $\Delta\theta$  να είναι:

$$\Delta\theta = \theta_T - \theta_w = \sin^{-1} \left( \frac{-P_w + R_T \frac{V_w^2}{Z_T}}{\frac{V_w E_T}{Z_T}} \right) - \beta \quad (5.19)$$

Η άεργος ισχύς που παράγει το αιολικό πάρκο θα είναι [10]:

$$Q_w = \frac{V_w^2}{Z_T} \cos \beta - \frac{V_w E_T}{Z_T} \cos(\Delta\theta + \beta) \quad (5.20)$$

Μετά τον υπολογισμό της γωνίας  $\Delta\theta$ , καθίσταται εύκολη η εύρεση της αέργου ισχύος και της γωνίας του αιολικού πάρκου:

$$\theta_w = \theta_T - \Delta\theta \quad (5.21)$$

Μετά τον υπολογισμό των  $Q_w, \theta_w$ , το κύκλωμα του Σχήματος 5.1 μπορεί να επιλυθεί προκειμένου να προσδιορισθούν τα υπόλοιπα μεγέθη του συστήματος.

Το ρεύμα του μετατροπέα, του πρώτου παράλληλου κλάδου αγωγιμότητας και της γραμμής του αιολικού πάρκου υπολογίζονται ως εξής [13]:

$$\tilde{I}_w = \frac{P_w - jQ_w}{\tilde{V}_w^*} \quad (5.22)$$

$$\tilde{I}_{b2} = j \frac{B_l \tilde{V}_w}{2} \quad (5.23)$$

$$\tilde{I}_d = \tilde{I}_w - \tilde{I}_{b2} \quad (5.24)$$

Ενώ η τάση στο ζυγό MT του υποσταθμού ισούται με [13]:

$$\tilde{V}_2 = \tilde{V}_w - \tilde{I}_d (R_l + jX_l) \quad (5.25)$$

Το ρεύμα που διέρχεται από τις συστοιχίες πυκνωτών, το ρεύμα του δεύτερου παράλληλου κλάδου αγωγιμότητας και το ρεύμα που διαρρέει τον μετασχηματιστή είναι αντίστοιχα [13]:

$$\tilde{I}_c = jB_c \tilde{V}_2 \quad (5.26)$$

$$\tilde{I}_{b1} = j \frac{B_l \tilde{V}_2}{2} \quad (5.27)$$

$$\tilde{I}_t = \tilde{I}_d - \tilde{I}_{b1} - \tilde{I}_c \quad (5.28)$$

Η υψηλή τάση ισούται με [13]:

$$\tilde{V}_1 = r \tilde{V}_1'' = r(\tilde{V}_2 - j\tilde{I}_t X_t) \quad (5.29)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η ενεργός ισχύς που εγχέεται στον ζυγό υψηλής τάσης [13]:

$$P_1 = P_w - I_d^2 R_l \quad (5.30)$$

Τα ρεύματα φορτίου και δικτύου καθώς και οι αντίστοιχες τιμές ενεργού ισχύος βρίσκονται ως ακολούθως [13]:

$$\tilde{I}_L = \frac{\tilde{V}_1}{\frac{1}{G} + jX} \quad (5.31)$$

$$\tilde{I}_e = \frac{\tilde{I}_t}{r} - \tilde{I}_L \quad (5.32)$$

$$P_L = I_L^2 \frac{1}{G} \quad (5.33)$$

$$P_e = P_L - P_1 \quad (5.34)$$

Τέλος, η τάση του ζυγού φορτίου είναι:

$$\tilde{V}_L = \tilde{V}_1 - j\tilde{I}_L X \quad (5.35)$$

Συνεπώς, όλες οι αλγεβρικές εξισώσεις του δικτύου, δηλαδή οι Σχέσεις (5.8)-(5.11) προσδιορίζονται μετά την επίλυση της (5.19) που είναι συνάρτηση της  $V_w$  και του ισοδύναμου Thevenin, μέσω των σχέσεων (5.12)-(5.15). Στον Πίνακα 5.4 φαίνεται η αρχικοποίηση του συστήματος για τα δυο αιολικά πάρκα [13], [14]. Όλα τα μεγέθη είναι εκφρασμένα σε βάση ισχύος  $S_B = 100\text{MVA}$ .

**Πίνακας 5.4** Αρχικοποίηση Δικτύου (α.μ. σε βάση ισχύος  $S_B$ )

| A/Π | $E$    | $r$    | $P_1$  | $Q_1$  | $V_{10}$ | $V_{20}$ | $V_{2max}$ | $V_{2min}$ | $V_{w0}$ |
|-----|--------|--------|--------|--------|----------|----------|------------|------------|----------|
| #1  | 0,9703 | 0,9938 | 0,0210 | 0,0091 | 0,9722   | 0,9821   | 0,9883     | 0,9758     | 1,0008   |
| #2  | 0,9778 | 0,9875 | 0,0176 | 0,0144 | 0,9808   | 0,9990   | 1,0052     | 0,9927     | 1,0022   |

#### 5.1.4 Αρχικοποίηση

Οι αρχικές τιμές της υψηλής τάσης  $V_{10}$  του υποσταθμού και της ενεργού και αέργου ισχύος στο ζυγό υψηλής τάσης του υποσταθμού ( $P_1$  και  $Q_1$  αντίστοιχα) είναι δεδομένες από ένα στιγμιότυπο του συστήματος για κάθε ένα από τα δύο Αιολικά Πάρκα.

Θεωρήθηκε αρχικά ότι η τάση του αιολικού πάρκου  $V_w$  είναι ίση με τη μονάδα, ενώ τα μεγέθη  $P_1, Q_1, V_{10}$  στην υψηλή τάση είναι γνωστά. Στη συνέχεια, επιλύθηκε η ακόλουθη διτετράγωνη εξίσωση μεταξύ των ζυγών υψηλής τάσης και αιολικού πάρκου για τον προσδιορισμό της τάσης  $V_{10}''$ .

$$[(V_{10}'')^2]^2 + [2Q_1(X_t + X_l) - 2P_1R_l - V_w^2](V_{10}'')^2 + [(R_l^2 + (X_t + X_l)^2)](P_1^2 + Q_1^2) = 0 \quad (5.36)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο λόγος μετασχηματισμού  $r$  από την εξίσωση (5.37), στρογγυλοποιώντας έτσι ώστε να είναι συμβατός με τις διακριτές τιμές που μπορεί να πάρει.

$$r = \frac{V_{10}}{V_{10}''} \quad (5.37)$$

Η ανηγμένη τάση  $V_1''$  επαναπροσδιορίζεται στη συνέχεια, με στρογγυλοποιημένη τιμή του  $r$  διαφέρει που προέκυψε από την (5.37).

$$\tilde{V}_{10}'' = \frac{\tilde{V}_{10}}{r} \quad (5.38)$$

Έπειτα, υπολογίζεται εκ νέου η τάση  $V_w$  από τις παρακάτω εξισώσεις. Σημειώνεται ότι οι εγκάρσιες αγωγιμότητες  $B_l, B_c$  θεωρούνται στο σημείο αυτό αμελητέες και συνεπώς δεν διαρρέονται από ρεύμα.

$$\tilde{I}_t = \tilde{I}_d = \frac{P_1 - jQ_1}{\tilde{V}_1''^*} \quad (5.39)$$

$$\tilde{V}_{20} = \tilde{V}_1'' + \tilde{I}_t(jX_t) \quad (5.40)$$

$$\tilde{V}_{w0} = \tilde{V}_{20} + \tilde{I}_d(R_l + jX_l) \quad (5.41)$$

Τέλος, υπολογίζεται η τάση του άπειρου ζυγού:

$$\tilde{E} = \tilde{V}_{10} - \frac{(P_1 + jQ_1)}{\tilde{V}_{10}}(jX) \quad (5.42)$$

### 5.1.5 Χρόνος Προσομοίωσης και Αγωγιμότητα Φορτίου

Σημειώνεται σε αυτό το σημείο ότι ο χρόνος της προσομοίωσης αντιστοιχεί στην τιμή της αγωγιμότητας του φορτίου ως ακολούθως:

$$G(\alpha\mu) = \frac{t(s)}{1000s} \quad (5.43)$$

Συγκεκριμένα, η σχέση (5.43) που συνδέει τον χρόνο προσομοίωσης με την αγωγιμότητα φορτίου του συστήματος ισχύει σε όλες τις προσομοιώσεις της παρούσας εργασίας.

## 5.2 Συγκριτική Προσομοίωση Συστήματος για το Α/Π #1

Έχοντας παρουσιάσει τα βασικά χαρακτηριστικά και τις εξισώσεις του συστήματος δοκιμών, στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης σε περιβάλλον Matlab, για την περίπτωση όπου το Αιολικό Πάρκο #1 προσφέρει υπηρεσίες αέργου υποστήριξης στο σύστημα μεταφοράς. Συγκεκριμένα, αναλύεται το σενάριο όπου ο ρυθμιστής αέργου ισχύος διατηρεί σταθερή την τάση του Α/Π μέχρις ότου η υψηλή τάση  $V_1$  του υποσταθμού πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο  $V_1^{lim}$ , οπότε και ενεργοποιείται η λειτουργία Έκτακτης Υποστήριξης Μέγιστης Αέργου Ισχύος (Emergency Maximum Reactive Support –EMRS), όπως παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.1.2.3. Επίσης επενεργεί κι ο περιοριστής του μέγιστου ρεύματος του μετατροπέα. Στην εργασία αυτή, θεωρείται ότι η μέγιστη δυνατή τάση του Αιολικού Πάρκου  $V_w^{lim}$  είναι ίση με 110% της ονομαστικής, ενώ το  $V_1^{lim}$  θεωρείται ίσο με 90% της ονομαστικής.

Ως ενεργός παραγωγή του Α/Π #1 λαμβάνεται αρχικά η χρονοσειρά ισχύος του Σχήματος 5.4 (μαύρο χρώμα), η οποία έχει ληφθεί από την εργασία [14]. Στη συνέχεια, ως ενεργός παραγωγή του Α/Π #1 λαμβάνεται η προσεγγιστική χρονοσειρά



με τμηματικές γραμμικές συναρτήσεις που προκύπτει αν εφαρμοστεί η μέθοδος M3 που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4 στην προαναφερθείσα χρονοσειρά ισχύος. Αυτή φαίνεται στο Σχήμα 5.5 με κόκκινο χρώμα. Θεωρώντας λοιπόν δεδομένη την τάση  $V_w$  και την ενεργό ισχύ κάθε χρονική στιγμή, γίνεται ο υπολογισμός της αέργου ισχύος του Α/Π ( $Q_w$ ), όπως περιγράφηκε στην εξίσωση (5.20).

Στόχος είναι η εξέταση του κατά πόσο η επίδραση της έγχυσης αέργου ισχύος στο όριο φόρτισης του συστήματος, όταν εισάγεται η προσεγγιστική χρονοσειρά ισχύος στο σύστημα, συμπίπτει σε ικανοποιητικό βαθμό με την αντίστοιχη επίδραση όταν εισάγεται στο σύστημα η αρχική χρονοσειρά. Έτσι, παρουσιάζονται γραφικά τα αποτελέσματα της ανάλυσης του συστήματος και των δυο περιπτώσεων και συγκρίνονται μεταξύ τους.

### 5.2.1 Περιγραφή Προσομοίωσης

Η προσομοίωση του συστήματος που παρουσιάστηκε έγινε με βάση το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε στις εργασίες [13] και [14] στο περιβάλλον Matlab.

Το χρονικό βήμα της προσομοίωσης είναι ίσο με 1s. Σε κάθε χρονικό βήμα επιλύονται οι αλγεβρικές εξισώσεις, θεωρώντας δεδομένες τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης  $V_w$ ,  $r$ ,  $B_c$ . Η ενεργός παραγωγή του αιολικού πάρκου  $P_w$  και η αγωγιμότητα του φορτίου  $G$  λαμβάνονται ως είσοδοι του προγράμματος, με την πρώτη να προκύπτει από τις χρονοσειρές που παρουσιάζονται στην ενότητα που ακολουθεί και την δεύτερη να προέρχεται από την ράμπα φορτίου που εφαρμόζεται στο σύστημα.

Κάθε φορά που παραβιάζεται το όριο μέγιστου επιτρεπόμενου ρεύματος, ενεργοποιείται ο περιοριστής ρεύματος, σύμφωνα με τον οποίο μεταβάλλεται η τάση  $V_w$  του αιολικού πάρκου χωρίς να αλλάζει ο χρόνος της προσομοίωσης, έως ότου επανέλθει το ρεύμα σε επιθυμητά επίπεδα. Σημειώνεται ότι μετά από κάθε μεταβολή στη μεταβλητή κατάσταση  $V_w$  επιλύονται εκ νέου οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος.

Ακολούθως, επιλύεται η εξίσωση λειτουργίας του ΣΑΤΥΦ, μέσω του ελέγχου της τάσης διανομής  $V_2$ . Αυτό γίνεται μονάχα μια φορά σε κάθε χρονικό βήμα της προσομοίωσης. Αφού ολοκληρωθούν οι ενέργειες του ΣΑΤΥΦ, επιλύονται εκ νέου οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος σε περίπτωση που έχει αλλάξει ο λόγος μετασχηματισμού.

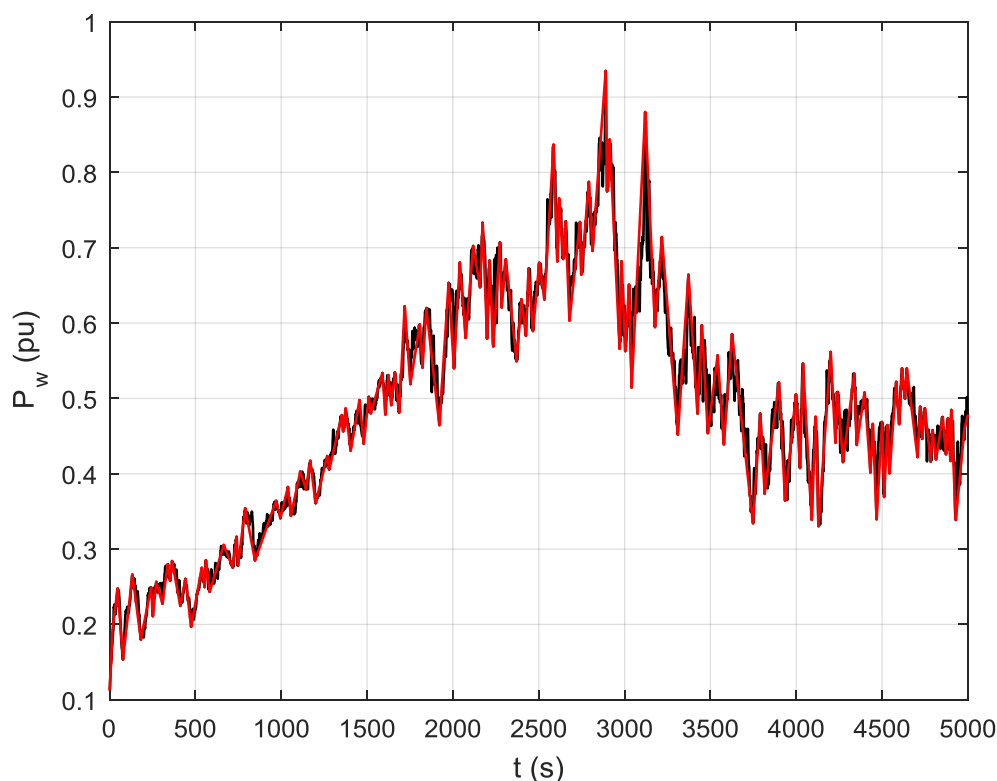
Τέλος, επιλύεται η εξίσωση λειτουργίας του αυτόματου μηχανισμού ζεύξης-απόζευξης πυκνωτών, μέσω του ελέγχου της υψηλής τάσης  $V_1$ . Το βήμα αυτό πραγματοποιείται μόνο μια φορά σε κάθε χρονική στιγμή της προσομοίωσης. Στην συνέχεια, επιλύονται για τελευταία φορά οι αλγεβρικές εξισώσεις του συστήματος και ολοκληρώνεται μια περίοδος της προσομοίωσης. Μια προσομοίωση αποτελείται από 4500 χρονικές στιγμές, δηλαδή από 4500 δευτερόλεπτα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στη συνέχεια.

### 5.2.2 Παρουσίαση και Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Στο σχήμα 5.4 παριστάνεται η αρχική χρονοσειρά ισχύος του Α/Π #1 με μαύρο χρώμα, ενώ η πολυγωνική καμπύλη κόκκινου χρώματος αντιπροσωπεύει την προσεγγιστική χρονοσειρά που εξάγεται με τη μέθοδο Τμηματικής Γραμμικής

Προσέγγιση με Εξομάλυνση και Τοπικά Ακρότατα. Παρατηρείται, ότι υπάρχει αρκετά πιστή αναπαράσταση της αρχικής χρονοσειράς. Η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου ρυθμίζεται ίδια με αυτήν του Κεφαλαίου 4, δηλαδή 0,04 Hz. Μέσω της εξομάλυνσης από το φίλτρο και την ανίχνευση ακροτάτων, εντοπίζονται 148 ακρότατα, 74 τοπικά μέγιστα και 74 τοπικά ελάχιστα, τα οποία εναλλάσσονται, δηλαδή μετά από κάθε μέγιστο ακολουθεί ένα ελάχιστο. Στην συνέχεια θεωρούνται άλλα δυο σημεία, ένα αρχικό κι ένα τελικό, στις χρονικές στιγμές 1 s και 5000 s αντίστοιχα. Για αυτά επιλέγονται τα αντίστοιχα σημεία της αρχικής χρονοσειράς. Στη συνέχεια, τα 150 σημεία συνδέονται σειριακά με ευθύγραμμα τμήματα. Προκύπτουν έτσι 149 ευθύγραμμα τμήματα, που σχηματίζουν μια συνεχή πολυγωνική καμπύλη. Η νέα χρονοσειρά λοιπόν προσδιορίζεται από 150 μόνο σημεία έναντι 5000, δηλαδή ως ποσοστό 3% των σημείων της αρχικής χρονοσειράς, ενώ έχει χρονική διάρκεια 5000 δευτερολέπτων όπως κι η αρχική. Τέλος, επισημαίνεται ότι με την δεδομένη εστίαση του Σχήματος 5.4 δεν γίνονται αντιληπτές οι λιγότερο σημαντικές αιχμές και κοιλάδες (ελάχιστα) που παραλείπονται λόγω της εξομάλυνσης.

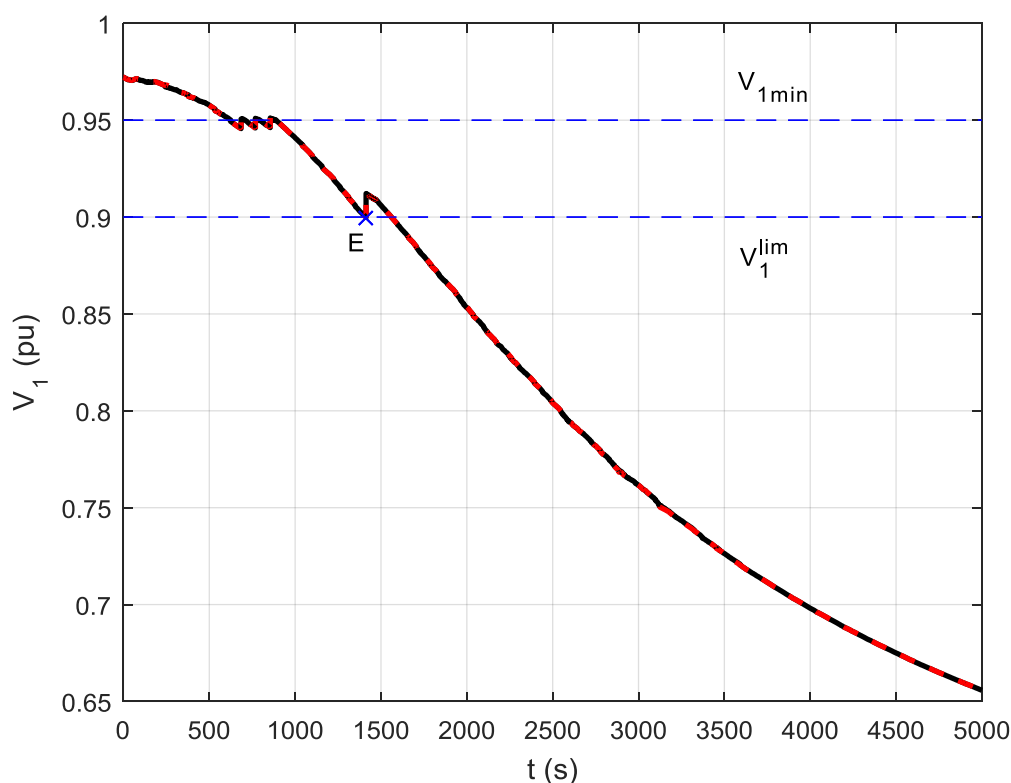
Ο ίδιος χρωματικός κώδικας ακολουθείται και για τα υπόλοιπα σχήματα, δηλαδή με μαύρο παριστάνονται τα αποτελέσματα της αρχικής και με κόκκινο (διακεκομμένο) της προσεγγιστικής χρονοσειράς. Στα Σχ. 5.5-5.13 παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του συστήματος σε περιβάλλον Matlab, όπως εξηγήθηκε στην Ενότητα 5.1, για τη λειτουργία του Αιολικού Πάρκου #1 με μεταβλητή ενεργό παραγωγή.



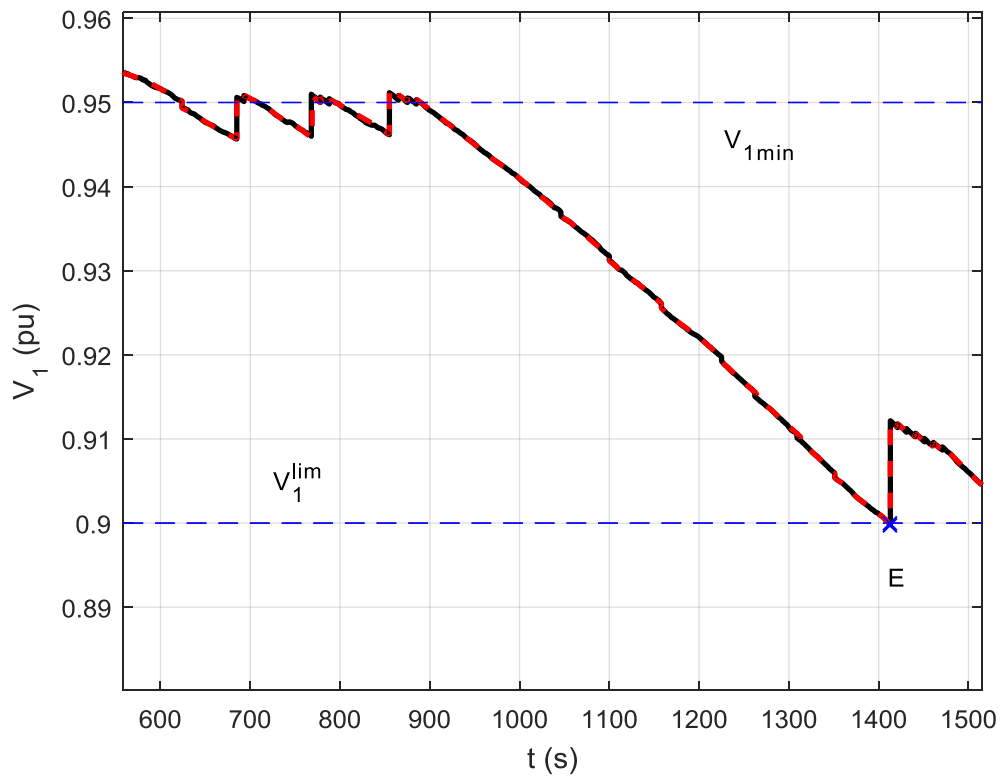
**Σχήμα 5.4** Χρονοσειρά Παραγωγής Ενεργού Ισχύος Α/Π #1 (Αρχική-μαύρο και Προσεγγιστική-κόκκινο)

Πιο συγκεκριμένα στα Σχ. 5.5-5.7 αναπαρίστανται οι χρονικές μεταβολές της υψηλής τάσης  $V_1$ , της τάσης και του ρεύματος του Α/Π,  $V_w$  και  $I_w$  αντίστοιχα. Παρατηρείται η σταδιακή μείωση της  $V_1$  με την αύξηση του φορτίου από την αρχή μέχρι το τέλος

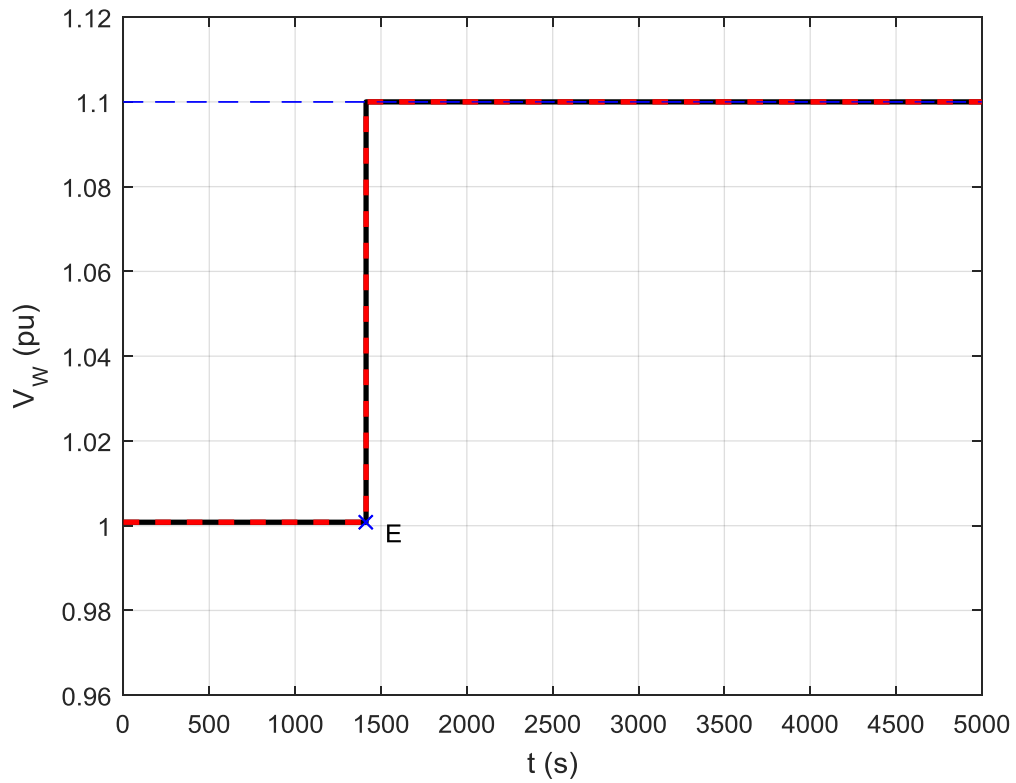
της προσομοίωσης. Η μείωση αυτή επιβραδύνεται μέσω των διαφόρων μηχανισμών του συστήματος που επενεργούν. Το σημείο E αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή κατά την οποία ενεργοποιείται η μέγιστη άεργη υποστήριξη. Το σημείο E ταυτίζεται στις δύο χρονοσειρές. Αυτό βελτιώνει την προσέγγιση των αποτελεσμάτων. Η υψηλή τάση ( $V_1$ ) στο σημείο κοινής σύνδεσης, φτάνει το κάτω όριο  $V_1^{lim}=0,9$  αμ τη χρονική στιγμή 1411 s. Με καθυστέρηση 2 s, αποστέλλεται η εντολή άεργης υποστήριξης εκτάκτου ανάγκης, με αποτέλεσμα η τάση  $V_w$  του πάρκου να οδηγηθεί στην τιμή  $V_w^{lim}=1,1$  αμ, στηρίζοντας έτσι την υψηλή τάση  $V_1$  (Σχ. 5.5-5.6). Το ρεύμα του μετατροπέα (Σχ. 5.7) αυξάνεται απότομα με την εντολή υποστήριξης, ενώ στη συνέχεια ακολουθεί τις μεταβολές της  $P_w$ . Από τη στιγμή 3591 s για τη μαύρη καμπύλη και τη στιγμή 3545 s για την κόκκινη κι έπειτα, όπου ο λόγος μετασχηματισμού του ΣΑΤΥΦ φτάνει στο κάτω του όριο (Σχ. 5.9 και 5.10, σημείο τομής με την κάτω οριακή μπλε διακεκομμένη γραμμή), το ρεύμα αρχίζει να αυξάνεται συνεχώς έως και το τέλος της προσομοίωσης, λόγω της μεγάλης αύξησης της άεργου παραγωγής στο ίδιο διάστημα (Σχ. 5.11). Βλέπουμε μια απόκλιση σε αυτό το σημείο στο αποτέλεσμα της προσέγγισης της αρχικής χρονοσειράς. Παρ' όλα αυτά, το όριο μεγίστου επιτρεπόμενου ρεύματος δεν παραβιάζεται στη διάρκεια της προσομοίωσης. Οι οριακές τιμές στα σχήματα συμβολίζονται με διακεκομμένες μπλε ευθείες.



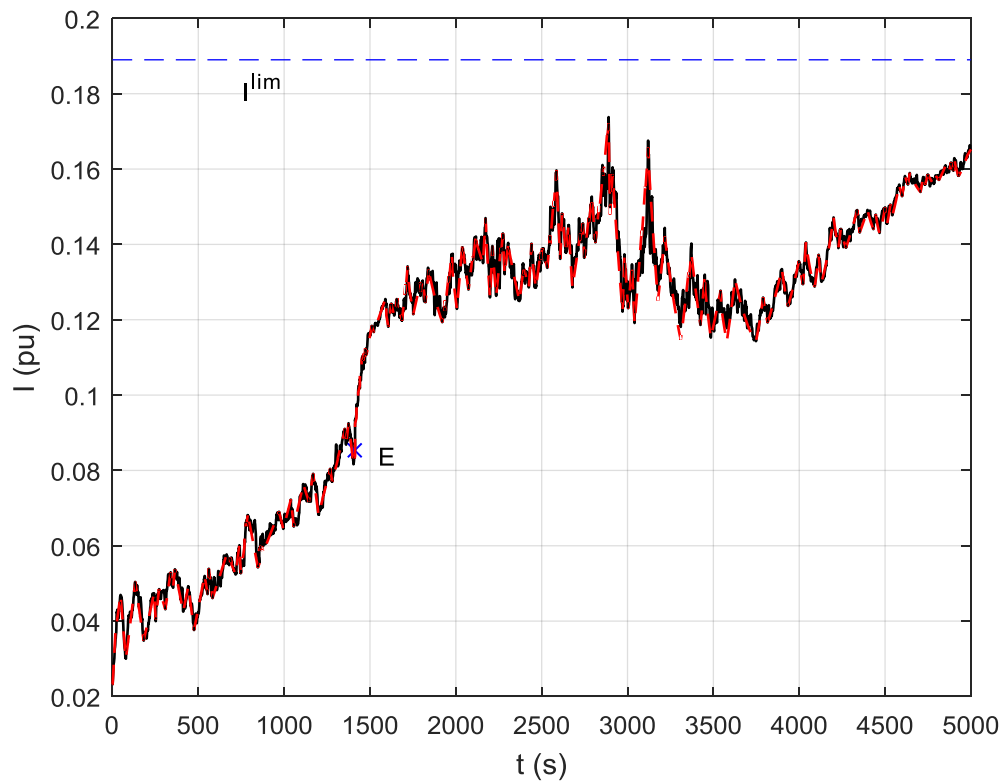
**Σχήμα 5.5(α)** Υψηλή Τάση Υ/Σ σύνδεσης Α/Π #1 (Αρχική-μαύρη, Προσεγγιστική-κόκκινη διακεκομμένη).



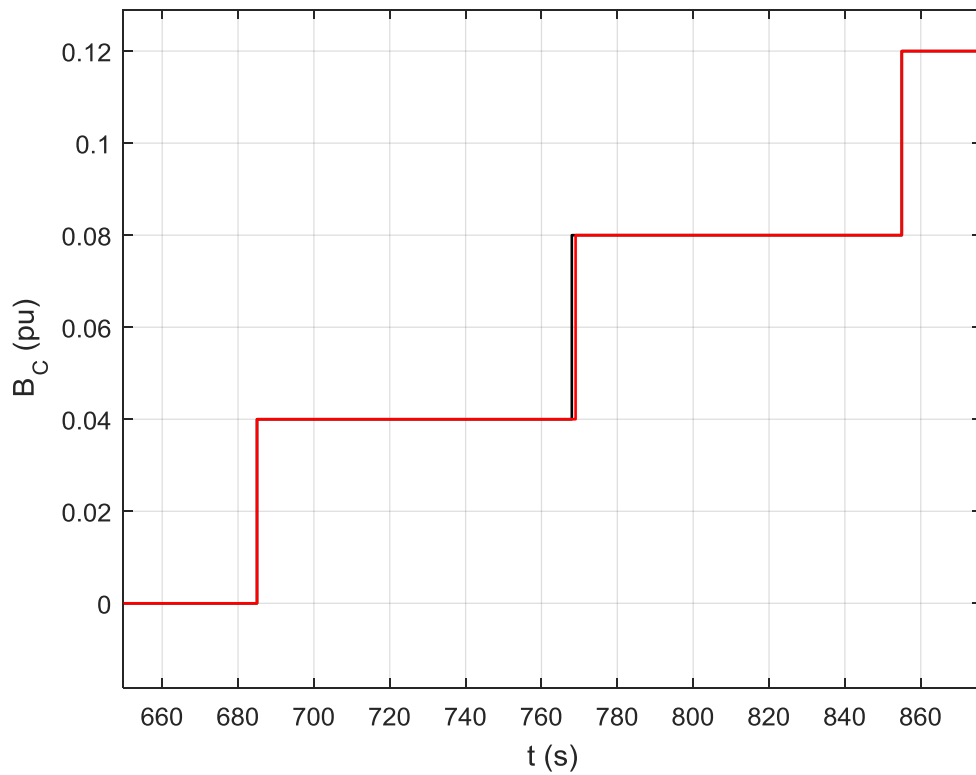
**Σχήμα 5.5(β)** Υψηλή Τάση Υ/Σ σύνδεσης Α/Π #1 (λεπτομέρεια)



**Σχήμα 5.6** Τάση στο ζυγό σύνδεσης του Α/Π #1



**Σχήμα 5.7** Ενεργός Τιμή Ρεύματος του Α/Π #1



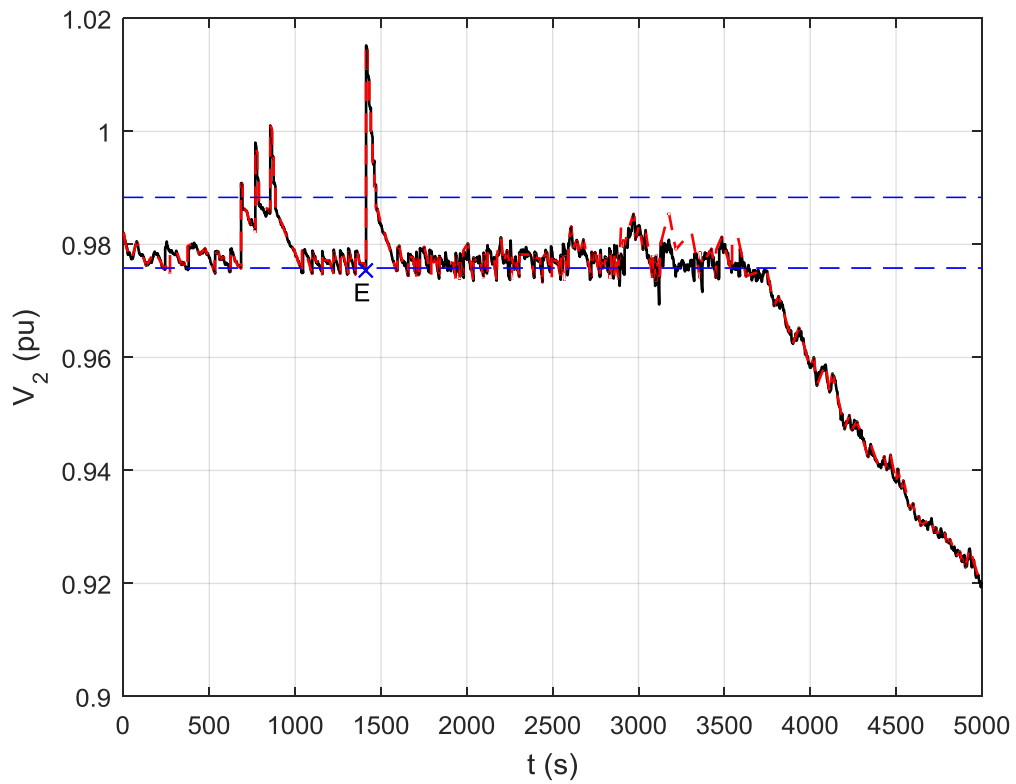
**Σχήμα 5.8** Χωρητική Αγωγιμότητα Πυκνωτών του Α/Π #1

Στο σχήμα 5.8 φαίνονται οι χρονικές στιγμές της ζεύξης κάθε μιας εκ των τριών συστοιχιών πυκνωτών (καθώς και η ποσότητα αέργου ισχύος που εγχέεται) προκειμένου να αυξηθεί η υψηλή τάση ( $V_1$ ). Η συνθήκη ζεύξης είναι η υψηλή τάση να βρίσκεται κάτω από το όριο 0,95 αμ για χρονικό διάστημα 60 s. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5(β), η τάση  $V_1$  πέφτει κάτω από το όριο τη χρονική στιγμή 624 s (και στις δυο χρονοσειρές) και την χρονική στιγμή 685 s γίνεται η ζεύξη της πρώτης συστοιχίας. Η ζεύξη της δεύτερης συστοιχίας γίνεται τη στιγμή 768 s για την αρχική χρονοσειρά και τη στιγμή 769 s για την προσεγγιστική. Η ζεύξη της τρίτης γίνεται και στις δυο περιπτώσεις τη στιγμή 855 s. Οι πολύ μικρές διαφορές που οδηγούν στην καθυστέρηση 1s στην 2<sup>η</sup> ζεύξη αλλά και στην χρονική ταύτιση ξανά στην 3<sup>η</sup> ζεύξη, οφείλονται σε μικρές χρονικές διαφορές στην εφαρμογή του ΣΑΤΥΦ που δεν φαίνονται στο σχήμα 5.5. Ωστόσο είναι προφανές ότι τόσο μικρές διαφορές είναι αμελητέες.

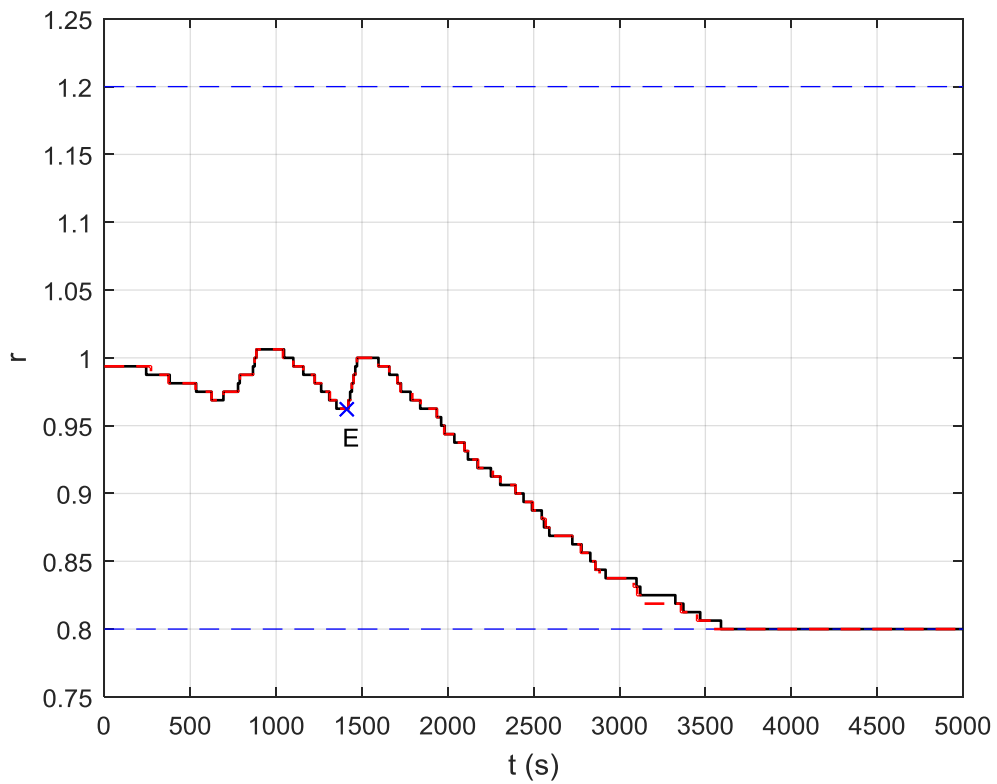
Στα Σχ. 5.9-5.10 παρουσιάζονται η μέση τάση του υποσταθμού  $V_2$  και οι μεταβολές βήματος του ΣΑΤΥΦ, αντίστοιχα. Το ΣΑΤΥΦ ενεργοποιείται για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή 243 s (μαύρη καμπύλη) και τη στιγμή 271 s (κόκκινη), δηλαδή με 10 s καθυστέρηση από τη στιγμή που η τάση  $V_2$  παραβιάζει το κάτω όριό της (233 s και 261 s αντίστοιχα). Επομένως, ο λόγος μετασχηματισμού αρχίζει να μειώνεται συνεχώς, προκειμένου να διατηρηθεί η  $V_2$  σε σταθερά επίπεδα.

Με τη ζεύξη των πυκνωτών η  $V_2$  ξεπερνά το πάνω όριό της κι ο λόγος μετασχηματισμού αρχίζει να αυξάνεται, με στόχο την επαναφορά της εντός ορίων. Με τη μέγιστη άεργη υποστήριξη του πάρκου από τη στιγμή 1413 s, η  $V_2$  ξεπερνά πάλι απότομα το πάνω όριό της. Από το σημείο αυτό, ο λόγος μετασχηματισμού αρχίζει και πάλι να αυξάνεται, με στόχο την επαναφορά της  $V_2$  εντός ορίων.

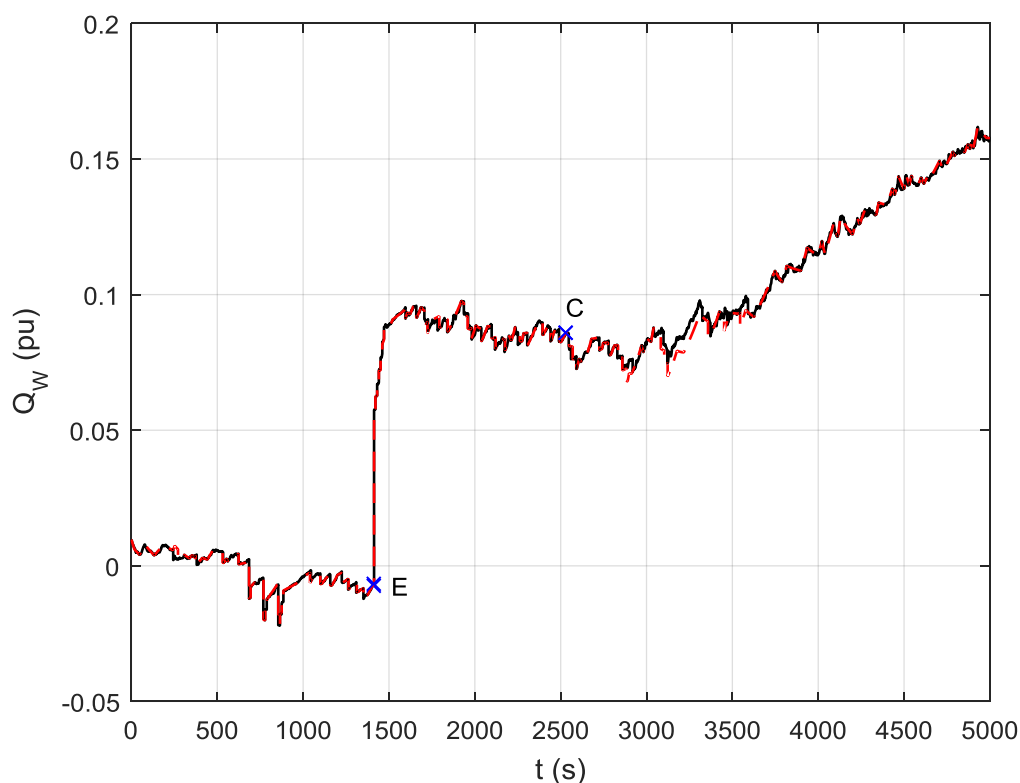
Τη στιγμή 1584 s και 1585 s (μαύρη και κόκκινη καμπύλη), η τάση  $V_2$  παραβιάζει εκ νέου το κάτω όριό της. Από αυτό το σημείο, ο λόγος μετασχηματισμού μειώνεται διαρκώς, μέχρι και την εξάντληση των διαθέσιμων λήψεων. Στο Σχ. 5.9 φαίνεται ότι ο έλεγχος του ΣΑΤΥΦ διατηρεί σε γενικές γραμμές σταθερή την τάση  $V_2$ . Από τη στιγμή όμως που εξαντλούνται οι διαθέσιμες λήψεις και επομένως δεν υπάρχει η δυνατότητα αλλαγής του λόγου μετασχηματισμού, η τάση  $V_2$  μειώνεται συνεχώς.



**Σχήμα 5.9** Τάση ζυγού ΜΤ Υ/Σ του Α/Π #1



**Σχήμα 5.10** Λόγος Μετασχηματισμού ΣΑΤΥΦ του Α/Π #1

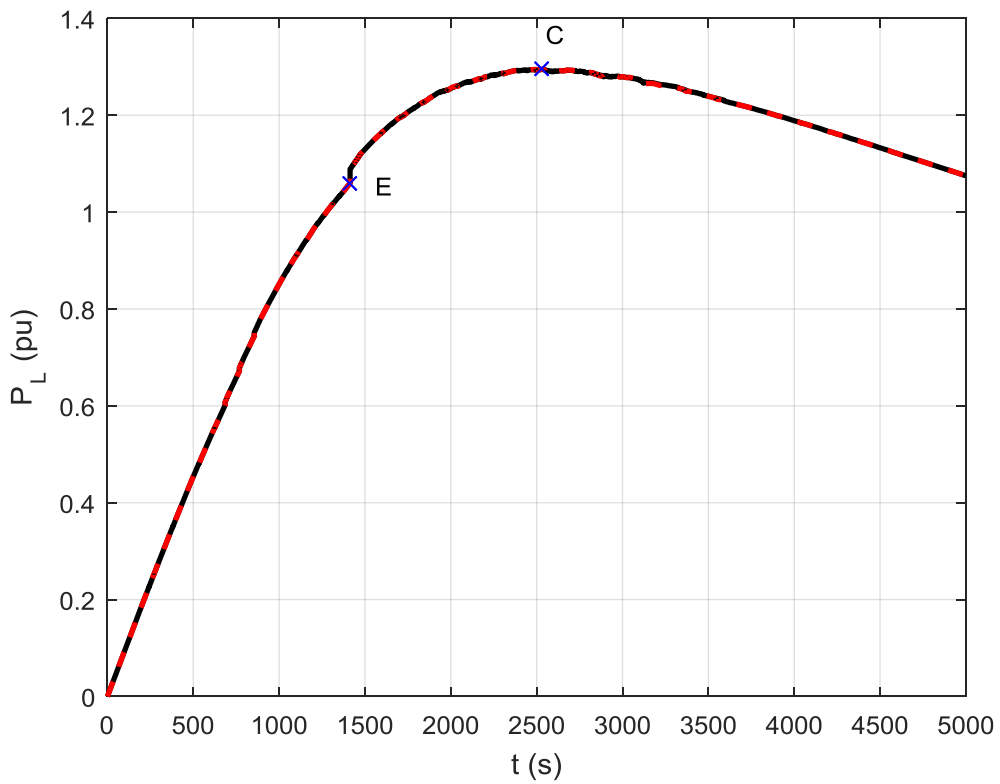


**Σχήμα 5.11** Εγχεόμενη Άεργος Ισχύς του Α/Π #1

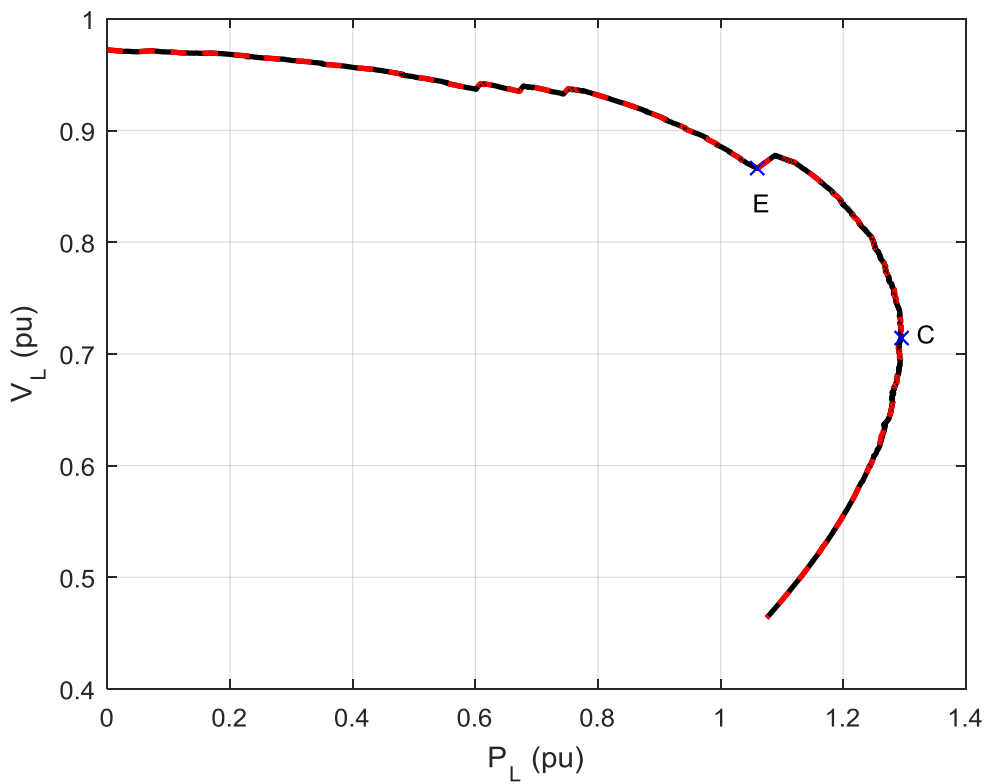
Η γραφική παράσταση της εγχεόμενης αέργου ισχύος  $Q_w$  του Α/Π παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.11. Φαίνονται εύκολα οι στιγμές ζεύξης των πυκνωτών και ενεργοποίησης της εντολής EMRS. Από τη χρονοσειρά της  $Q_w$ , μπορεί κανείς εύκολα να αντιληφθεί τη συνεισφορά αέργου ισχύος που οφείλεται στην λειτουργία υπό τη μέγιστη δυνατή τάση, μέσω της εντολής υποστήριξης.

Το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος (σημείο C) συναντάται τη χρονική στιγμή 2533 s (Σχ. 5.12), μετά δηλαδή από την σύνδεση των διαθέσιμων αυτομάτων πυκνωτών και την ενεργοποίηση της εντολής μέγιστης υποστήριξης. Το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος είναι 129,483 MW. Η άεργος παραγωγή από το Α/Π #1 στο όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος είναι  $Q_w = 8,615$  MVA<sub>r</sub>. Αυτά ισχύουν και για τις δυο χρονοσειρές. Συνεπώς η προσέγγιση με τη μέθοδο M3 δίνει πολύ καλά και κοντινά αποτελέσματα. Το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος παριστάνεται και στην καμπύλη PV του Σχήματος 5.13, όπου η ισχύς του φορτίου σχεδιάζεται συναρτήσει της τάσης του ζυγού του φορτίου.





Σχήμα 5.12 Ενεργός Ισχύς του Φορτίου (Α/Π #1)



Σχήμα 5.13 Καμπύλη PV Φορτίου (Α/Π #1)

### **5.3 Συγκριτική Προσομοίωση Συστήματος για το Α/Π #2**

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης σε περιβάλλον Matlab, για τις περίπτωση όπου το Αιολικό Πάρκο #2 προσφέρει υπηρεσίες αέργου υποστήριξης στο σύστημα μεταφοράς.

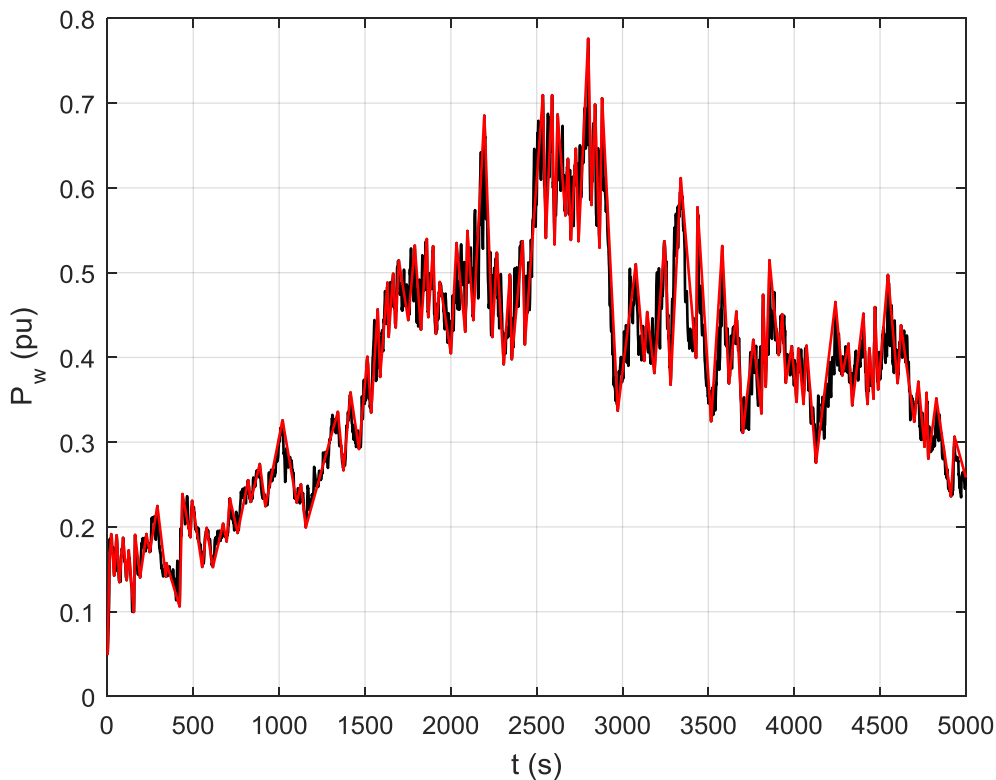
Στόχος είναι, όπως και για το προηγούμενο πάρκο, η εξέταση του κατά πόσο η επίδραση της έγχυσης αέργου ισχύος στο όριο φόρτισης του συστήματος όταν εισάγεται η προσεγγιστική χρονοσειρά ισχύος στο σύστημα συμπίπτει σε ένα ικανοποιητικό βαθμό με την αντίστοιχη επίδραση όταν εισάγεται στο σύστημα η αρχική χρονοσειρά. Γι'αυτό παρουσιάζονται γραφικά τα αποτελέσματα της ανάλυσης του συστήματος και των δυο περιπτώσεων και συγκρίνονται μεταξύ τους.

Η προσομοίωση του συστήματος που παρουσιάζεται έγινε με βάση το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε στις εργασίες [13] και [14] σε περιβάλλον Matlab.

#### **5.3.1 Παρουσίαση και Σύγκριση Αποτελεσμάτων**

Στο σχήμα 5.14 παριστάνεται η αρχική χρονοσειρά ισχύος του Α/Π #1 με μαύρο χρώμα, ενώ η πολυγωνική καμπύλη κόκκινου χρώματος αναπαριστά την προσεγγιστική χρονοσειρά που εξάγεται με τη μέθοδο Τμηματικής Γραμμικής Προσέγγισης με Εξομάλυνση και Τοπικά Ακρότατα. Παρατηρείται, ότι υπάρχει ικανοποιητική αναπαράσταση της αρχικής χρονοσειράς. Η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου ρυθμίζεται ίδια με αυτήν του κεφαλαίου 4, δηλαδή 0,037 Hz. Μέσω της εξομάλυνσης από το φίλτρο και την ανίχνευση ακρότατων, εντοπίζονται 134 ακρότατα, 67 τοπικά μέγιστα και 67 τοπικά ελάχιστα, τα οποία εναλλάσσονται. Στην συνέχεια θεωρούμε άλλα δυο σημεία, ένα αρχικό κι ένα τελικό, στις χρονικές στιγμές 1 s και 5000 s αντίστοιχα, τα οποία επιλέγονται να είναι τα αντίστοιχα σημεία της αρχικής χρονοσειράς. Στη συνέχεια αυτά τα 136 σημεία συνδέονται σειριακά με ευθύγραμμα τμήματα. Προκύπτουν έτσι 135 ευθύγραμμα τμήματα, που σχηματίζουν μια συνεχή καμπύλη. Η νέα χρονοσειρά λοιπόν προσδιορίζεται από 135 μόνο σημεία αντί των 5000, ενώ έχει χρονική διάρκεια 5000 δευτερολέπτων όπως κι η αρχική. Αντίστοιχα λοιπόν με το Α/Π #1, το πλήθος των σημείων μειώνεται περίπου στο 3% σε σύγκριση με την αρχική χρονοσειρά.

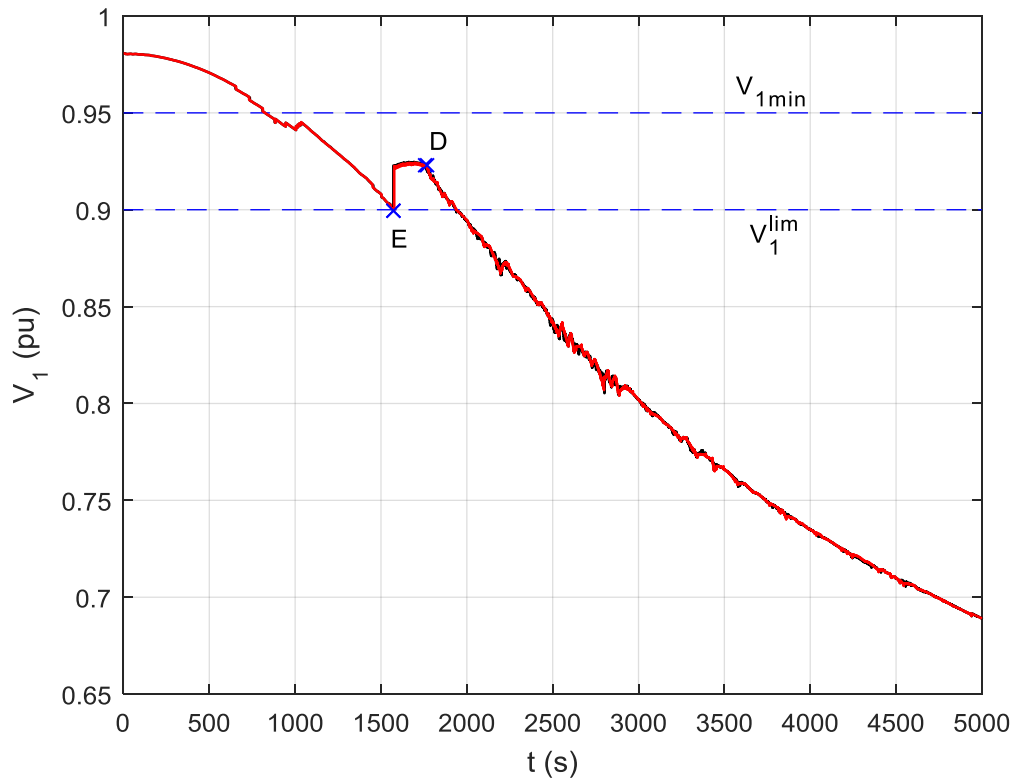
Ο ίδιος χρωματικός κώδικας ακολουθείται και για τα υπόλοιπα σχήματα, δηλαδή με μαύρο παριστάνονται τα αποτελέσματα της αρχικής και με κόκκινο της προσεγγιστικής χρονοσειράς. Στα ακόλουθα σχήματα παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του συστήματος σε περιβάλλον Matlab, όπως εξηγήθηκε στην Ενότητα 5.1, για τη λειτουργία του Αιολικού Πάρκου #2 με μεταβλητή ενεργό παραγωγή.



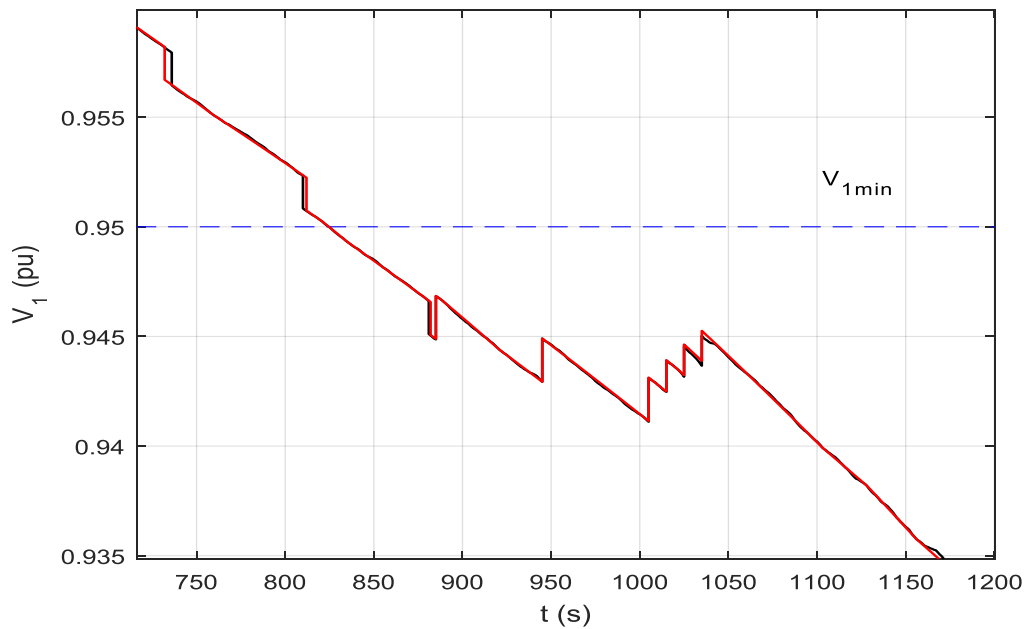
**Σχήμα 5.14** Χρονοσειρά Παραγωγής Ενεργού Ισχύος Α/Π #2 (Αρχική-μαύρο και Προσεγγιστική-κόκκινο)

Στα Σχ. 5.15-5.17 αναπαρίστανται οι χρονικές μεταβολές της υψηλής τάσης  $V_1$ , της τάσης και του ρεύματος του Α/Π,  $V_w$  και  $I_w$  αντίστοιχα. Παρατηρείται η σταδιακή μείωση της  $V_1$  με την αύξηση του φορτίου από την αρχή μέχρι το τέλος της προσομοίωσης. Η μείωση αυτή επιβραδύνεται μέσω των διαφόρων μηχανισμών του συστήματος που επενεργούν. Το σημείο Ε αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή κατά την οποία ενεργοποιείται η μέγιστη άεργη υποστήριξη στην αρχική χρονοσειρά. Το σημείο EM3 αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή κατά την οποία ενεργοποιείται η μέγιστη άεργη υποστήριξη στην προσεγγιστική χρονοσειρά, που εδώ δεν ταυτίζεται με το προηγούμενο, ωστόσο βρίσκεται αρκετά κοντά. Η υψηλή τάση ( $V_1$ ) στο σημείο κοινής σύνδεσης, φτάνει το κάτω όριο  $V_1^{lim}=0,9$  αμ τη χρονική στιγμή 1570 s (μαύρη καμπύλη) και 1575 s (κόκκινη καμπύλη) αντίστοιχα. Με καθυστέρηση  $T_{EMRS}$ , αποστέλλεται η εντολή άεργης υποστήριξης εκτάκτου ανάγκης, με αποτέλεσμα η τάση  $V_w$  του άρκου να οδηγηθεί στην τιμή  $V_w^{lim}=1,1$  αμ, στηρίζοντας έτσι την υψηλή τάση  $V_1$  (Σχ. 5.15-5.16). Το ρεύμα του μετατροπέα (Σχ. 5.17) αυξάνεται απότομα με την εντολή υποστήριξης, ενώ στη συνέχεια ακολουθεί τις μεταβολές της  $P_w$  σε κάθε περίπτωση, οπότε πάλι υπάρχει σύγκλιση λόγω του τρόπου που προέκυψε η προσεγγιστική χρονοσειρά της ενεργού ισχύος του Α/Π. Αυτό επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι ο περιοριστής ρεύματος ενεργοποιείται σε πολύ κοντινές στιγμές. Συγκεκριμένα στην μαύρη γραμμή το ρεύμα χτυπάει το όριο τη στιγμή 1762 s (σημείο D) και στην κόκκινη, τη στιγμή 1767 s (σημείο DM3). Ο λόγος μετασχηματισμού του ΣΑΤΥΦ δεν φτάνει στο κάτω του όριο (Σχ. 5.19 και 5.20) στη διάρκεια της προσομοίωσης, ενώ το ρεύμα παραμένει από το σημείο D και μετά συνεχώς στο όριο έως και το τέλος της προσομοίωσης, λόγω και της μεγάλης

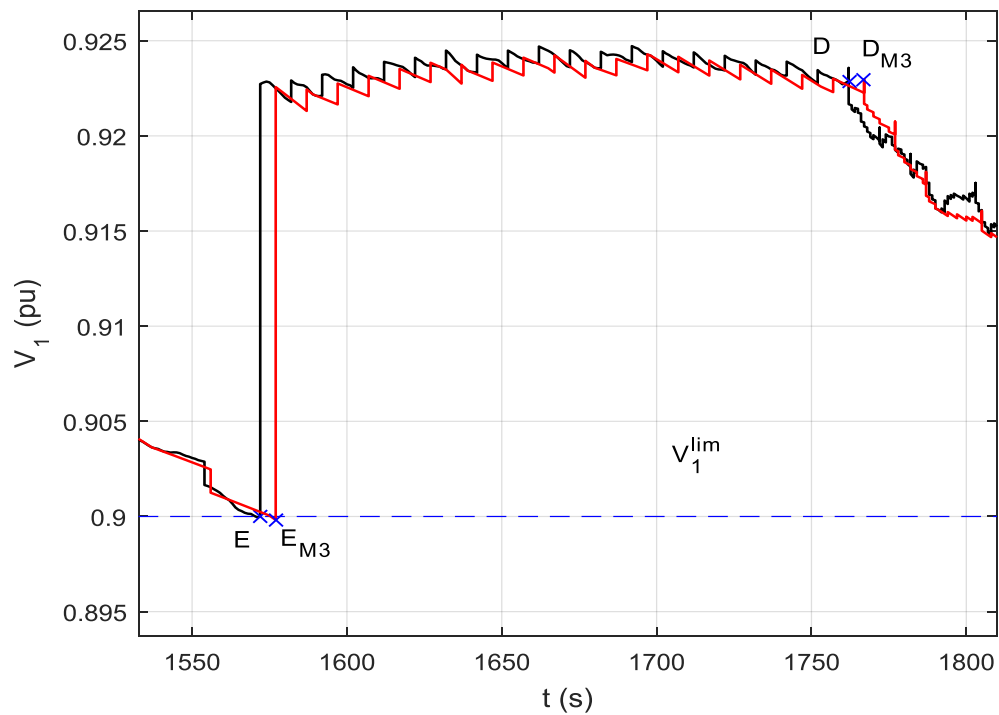
αύξησης της αέργου παραγωγής στο ίδιο διάστημα (Σχ. 5.21). Οι οριακές τιμές στα σχήματα συμβολίζονται με διακεκομμένες μπλε ευθείες.



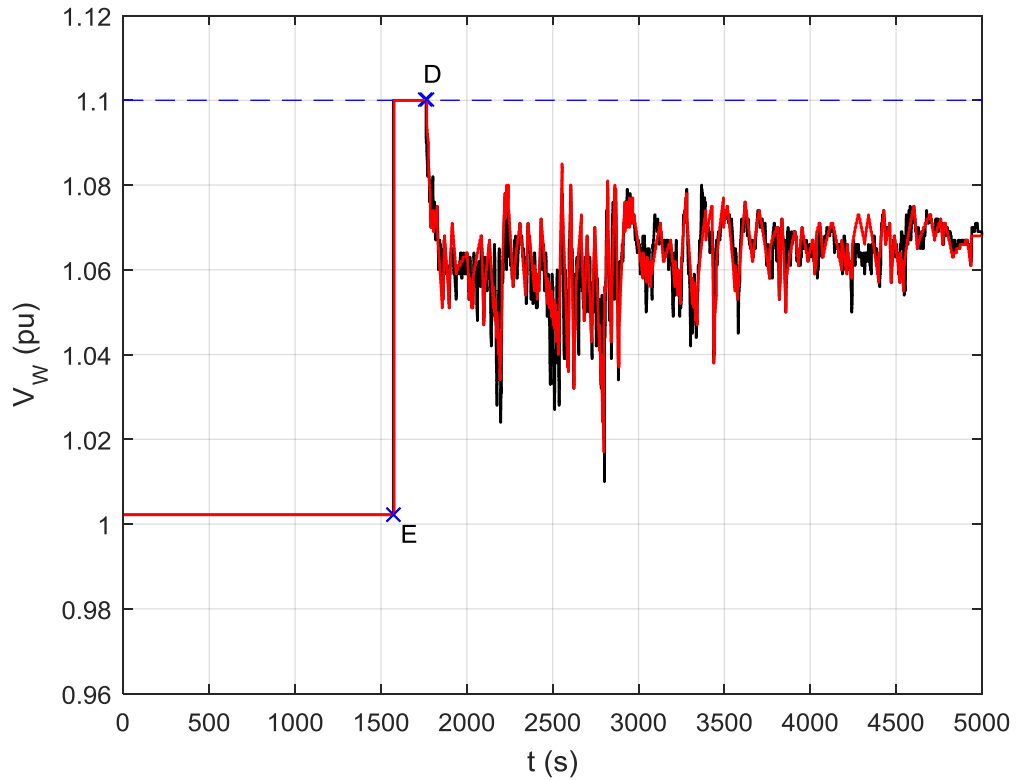
**Σχήμα 5.15(α)** Υψηλή Τάση Υ/Σ σύνδεσης Α/Π #2



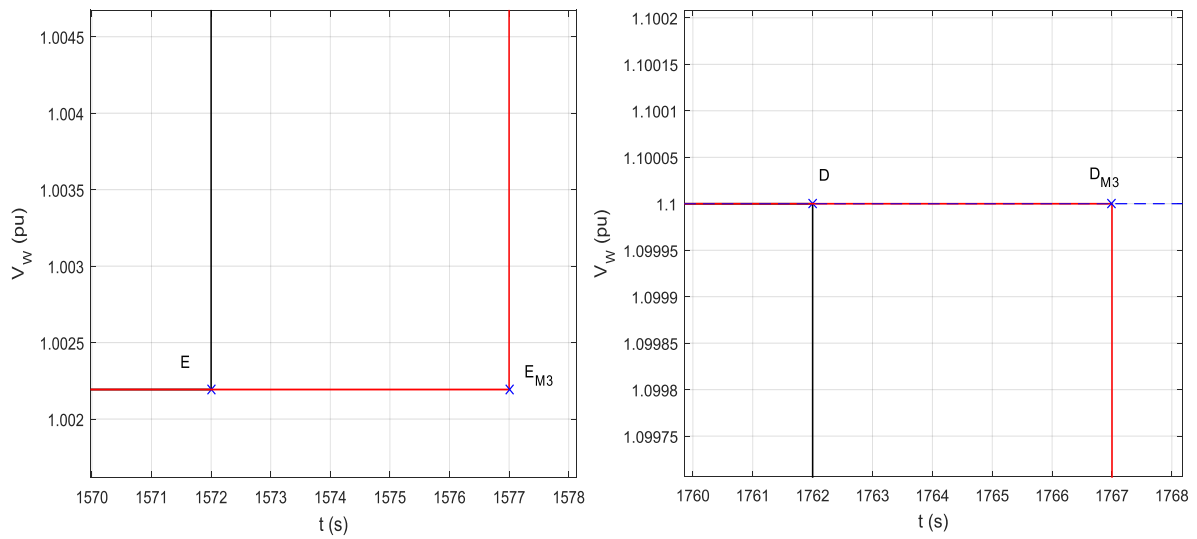
**Σχήμα 5.15(β)** Υψηλή Τάση Υ/Σ σύνδεσης του Α/Π #2 -Εστίαση στο διάστημα ζεύξης των πυκνωτών



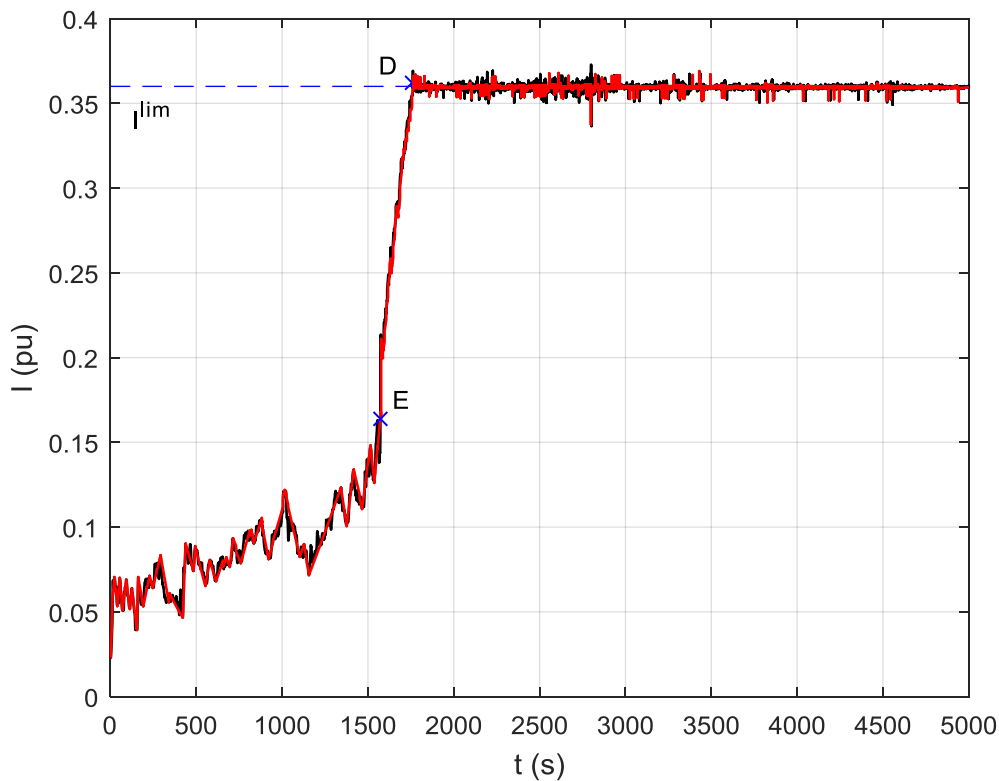
**Σχήμα 5.15(γ)** Υψηλή Τάση Υ/Σ σύνδεσης Α/Π #2. Εστίαση στις στιγμές ενεργοποίησης της εντολή EMRS και του περιοριστή ρεύματος



**Σχήμα 5.16(α)** MT στο ζυγό σύνδεσης του Α/Π #2 (Αρχική-μαύρο και Προσεγγιστική-κόκκινο)



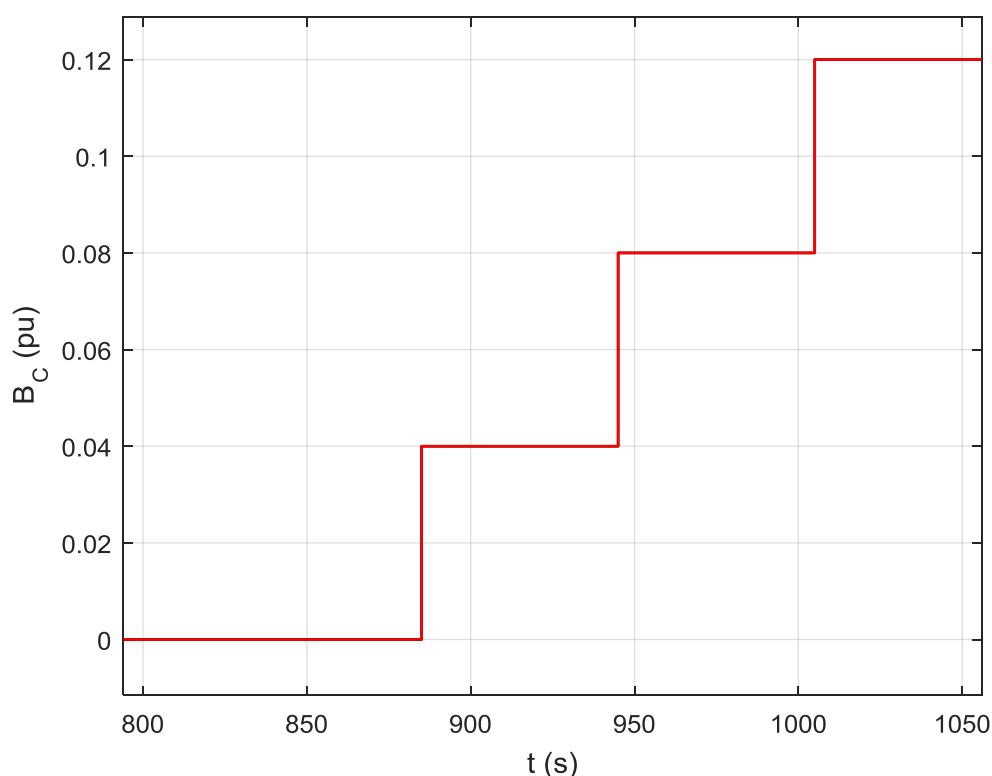
**Σχήμα 5.16(β)** ΜΤ στο ζυγό σύνδεσης του Α/Π #2 (Αρχική-μαύρο και Προσεγγιστική-κόκκινο). Εστίαση στις στιγμές ενεργοποίησης της εντολή EMRS και του περιοριστή ρεύματος



**Σχήμα 5.17** Ενεργός Τιμή Ρεύματος του Α/Π #2

Στο Σχήμα 5.18 φαίνονται οι χρονικές στιγμές της ζεύξης κάθε μιας εκ των τριών συστοιχιών πυκνωτών (καθώς και η ποσότητα αέργου ισχύος που εγχέεται) προκειμένου να αυξηθεί η υψηλή τάση ( $V_1$ ). Η συνθήκη ζεύξης είναι η υψηλή τάση να βρίσκεται αδιαλείπτως κάτω από το όριο 0,95 αμ για χρονικό διάστημα 60 s. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.15(β) η τάση πέφτει κάτω από το όριο τη χρονική στιγμή 824,5 s (και στις δυο χρονοσειρές) και την χρονική στιγμή 885 s γίνεται η ζεύξη της πρώτης συστοιχίας. Η ζεύξη της δεύτερης συστοιχίας γίνεται τη στιγμή 945 s για την

αρχική χρονοσειρά και για την προσεγγιστική. Η ζεύξη της τρίτης γίνεται και στις δυο περιπτώσεις τη στιγμή 1005 s. Είναι προφανές ότι τόσο μικρές διαφορές στην τάση  $V_1$  οδηγούν σε ταυτόσημες στιγμές ζεύξης για τις δυο χρονοσειρές.



**Σχήμα 5.18** Χωρητική Αγωγιμότητα Πυκνωτών του Α/Π #2

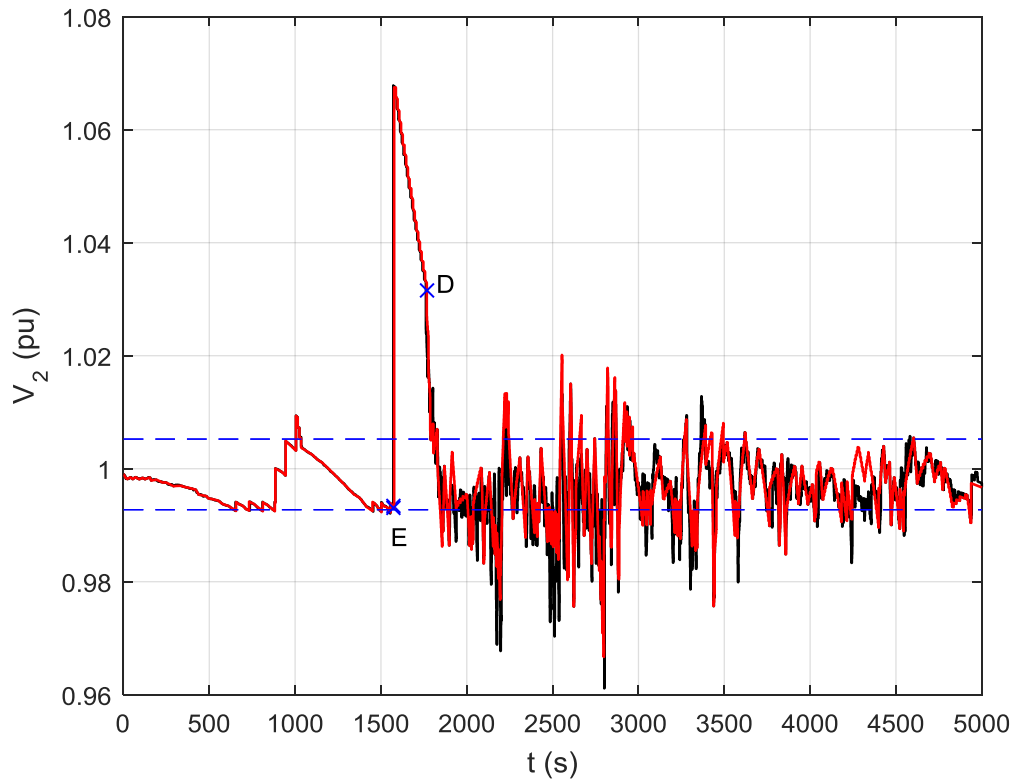
Όπως είναι εμφανές στα Σχ. 5.16, 5.17, 5.19 από τη χρονική στιγμή που συναντά το ρεύμα τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή του (σημείο D), ο ελεγκτής αέργου ισχύος αντιμετωπίζει την υπερφόρτιση, συγκρατώντας το ρεύμα στη μέγιστη τιμή, μέσω της μείωσης της  $V_w$ .

Στα Σχ. 5.19-5.20 παρουσιάζονται η μέση τάση του υποσταθμού  $V_2$  και οι μεταβολές βήματος του ΣΑΤΥΦ, αντίστοιχα. Το ΣΑΤΥΦ ενεργοποιείται για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή 653 s (μαύρη καμπύλη) και τη στιγμή 656 s (κόκκινη), δηλαδή με 10 s καθυστέρηση από τη στιγμή που η τάση  $V_2$  παραβιάζει το κάτω όριο της (643 s και 646 s αντίστοιχα). Επομένως, ο λόγος μετασχηματισμού αρχίζει να μειώνεται συνεχώς, προκειμένου να διατηρηθεί η  $V_2$  σε σταθερά επίπεδα.

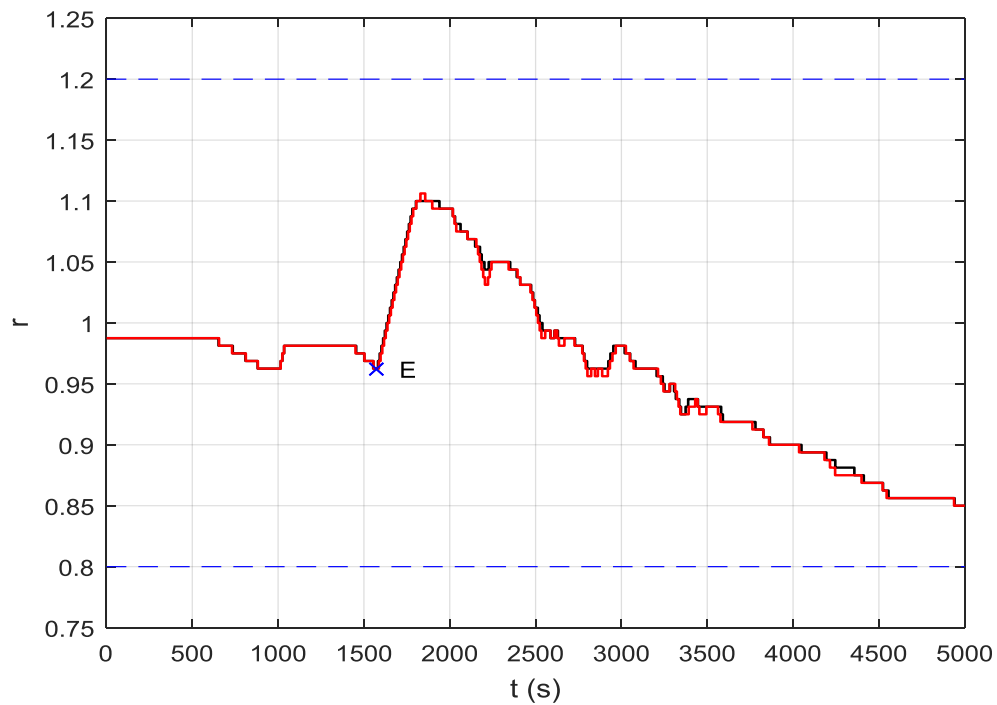
Με τη ζεύξη και των τριών συστοιχιών πυκνωτών η  $V_2$  ξεπερνά το πάνω όριο της κι ο λόγος μετασχηματισμού αρχίζει να αυξάνεται, με στόχο την επαναφορά της εντός ορίων. Με τη μέγιστη άεργη υποστήριξη του πάρκου από τη στιγμή 1572 s και 1577 s αντίστοιχα, η  $V_2$  ξεπερνά πάλι απότομα το πάνω όριο της. Από το σημείο αυτό, ο λόγος μετασχηματισμού αρχίζει και πάλι να αυξάνεται, με στόχο την επαναφορά της  $V_2$  εντός ορίων.

Τη στιγμή 1584 s και 1585 s (μαύρη και κόκκινη καμπύλη), η τάση  $V_2$  παραβιάζει εκ νέου το κάτω όριο της. Από αυτό το σημείο, ο λόγος μετασχηματισμού μειώνεται διαρκώς, μέχρι το τέλος της διάρκειας της προσομοίωσης μιας και δεν μεσολαβεί

εξάντληση των διαθέσιμων λήψεων. Στο Σχ. 5.19 φαίνεται ότι ο έλεγχος του ΣΑΤΥΦ διατηρεί σε γενικές γραμμές σταθερή την τάση  $V_2$ .

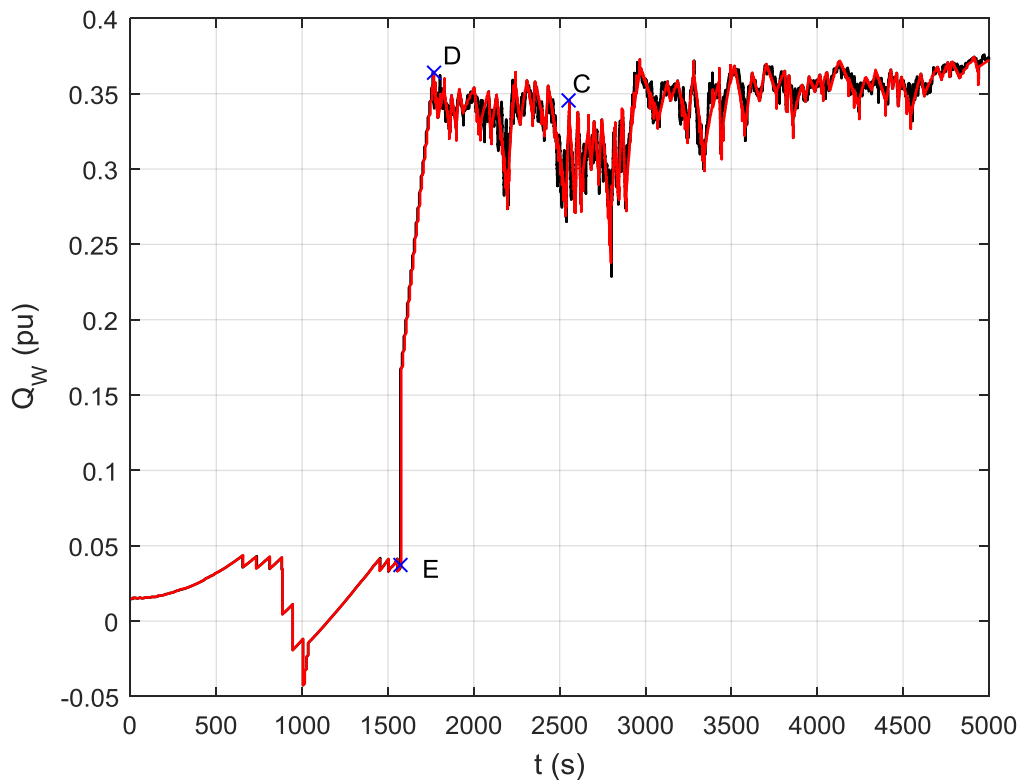


Σχήμα 5.19 Τάση ζυγού ΜΤ Υ/Σ του Α/Π #2



Σχήμα 5.20 Λόγος Μετασχηματισμού ΣΑΤΥΦ του Α/Π #2

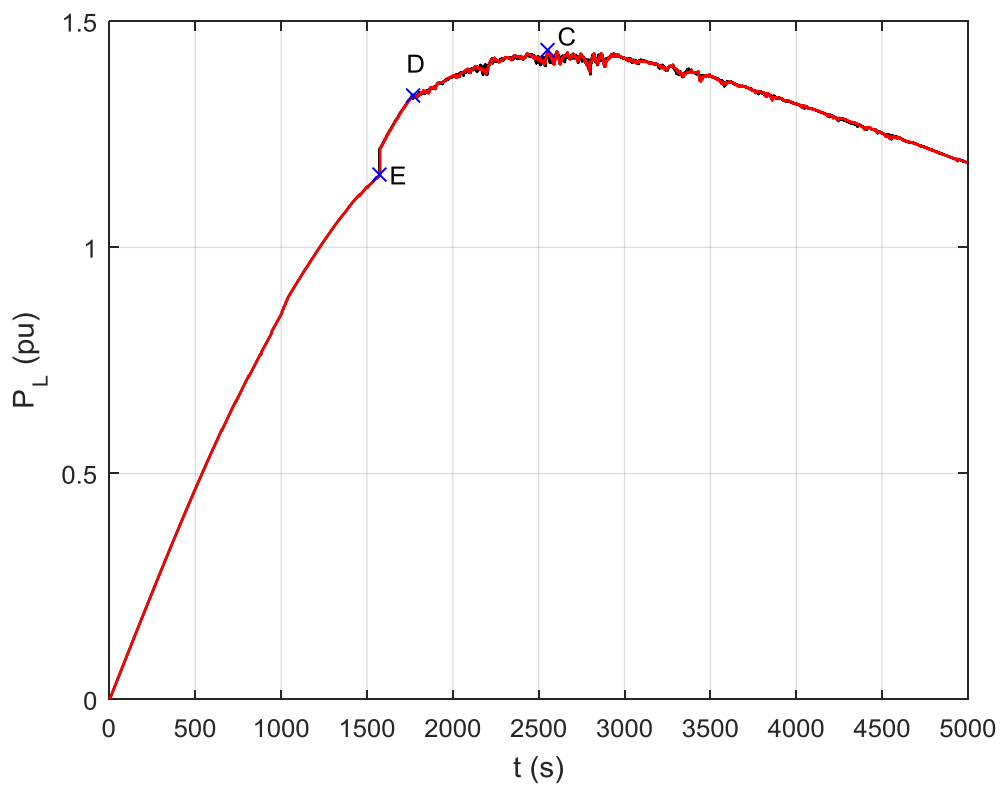




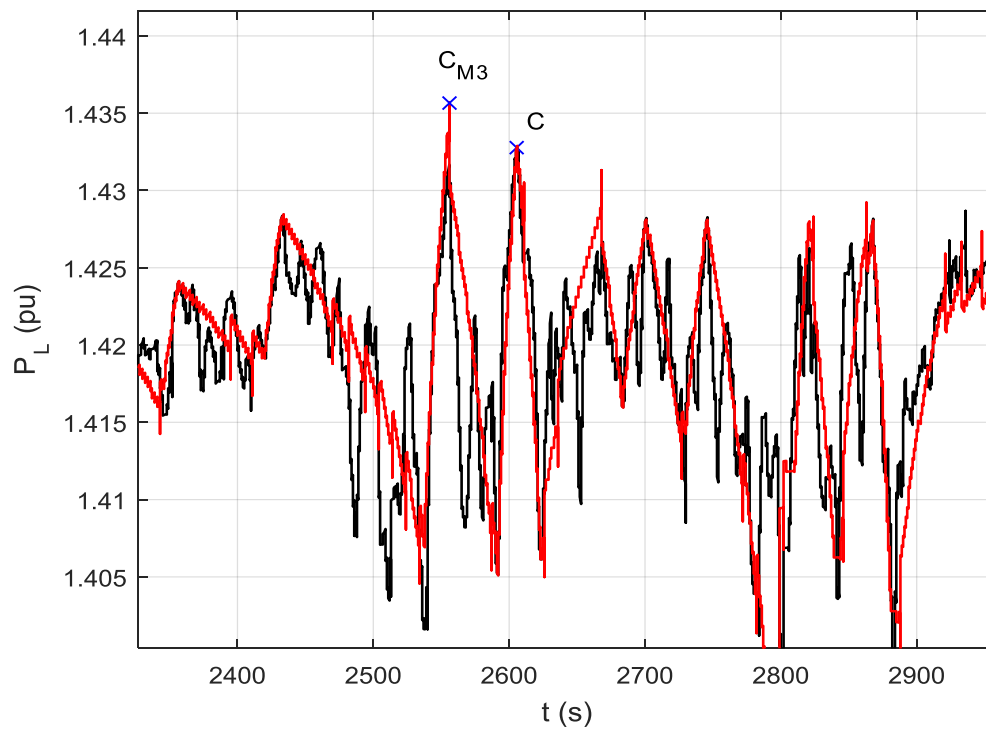
**Σχήμα 5.21** Εγχεόμενη Αέργος Ισχύς του Α/Π #2

Η γραφική παράσταση της εγχεόμενης αέργου ισχύος  $Q_w$  του Α/Π παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.21. Φαίνονται εύκολα οι στιγμές ζεύξης των πυκνωτών και ενεργοποίησης της EMRS. Από τη χρονοσειρά της  $Q_w$ , μπορεί κανείς εύκολα να αντιληφθεί τη συνεισφορά αέργου ισχύος που οφείλεται στην λειτουργία υπό τη μέγιστη δυνατή τάση, μέσω της εντολής υποστήριξης.

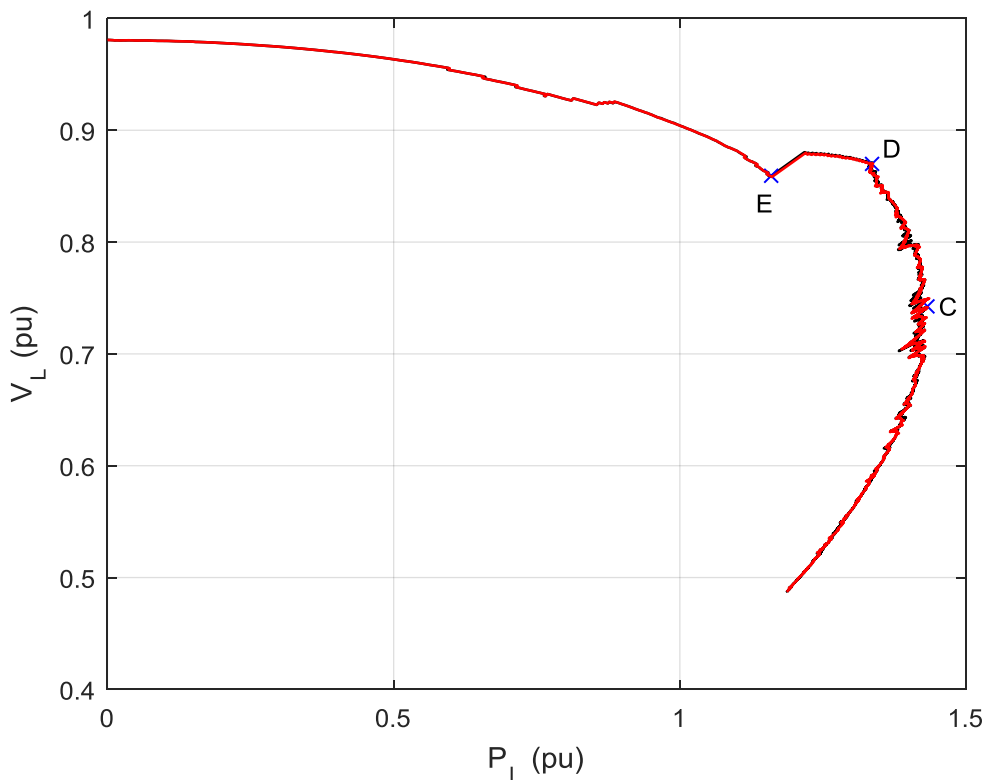
Το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος (σημείο C) συναντάται τη χρονική στιγμή 2606 s (Σχ. 5.22) στην αρχική και 2556 s (σημείο  $C_{M3}$ ) στην προσεγγιστική χρονοσειρά. Επομένως, εμφανίζεται μετά από την σύνδεση των διαθέσιμων αυτομάτων πυκνωτών και την ενεργοποίηση της εντολής μέγιστης υποστήριξης. Προηγείται ωστόσο στην προσέγγιση κατά 50 s. Η διαφορά δεν είναι μικρή, δεδομένης όμως της σχέσης (5.44) οι αντίστοιχες αγωγιμότητες για τις οποίες έχουμε μέγιστη μεταφορά είναι αρκετά πλησιέστερες. Το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος είναι 143,57 MW αντί 143,277 MW της αρχικής. Έχουμε λοιπόν μια ασήμαντη διαφορά 0,293 MW, της τάξης του 0,8% της ονομαστικής ισχύος του Α/Π #2. Η διαφορά αυτή είναι επομένως αποδεκτή, και η προσέγγιση με τη μέθοδο M3 δίνει ικανοποιητικό αποτέλεσμα. Το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος παριστάνεται και στην καμπύλη PV του Σχήματος 5.23, όπου η ισχύς του φορτίου σχεδιάζεται συναρτήσει της τάσης του ζυγού του φορτίου.



**Σχήμα 5.22(α)** Ενεργός Ισχύς του Φορτίου του Α/Π #2



**Σχήμα 5.22(β)** Εστιασμένη Ενεργός Ισχύς του Φορτίου του Α/Π #2



Σχήμα 5.23 Καμπύλη PV του Φορτίου του Α/Π #2

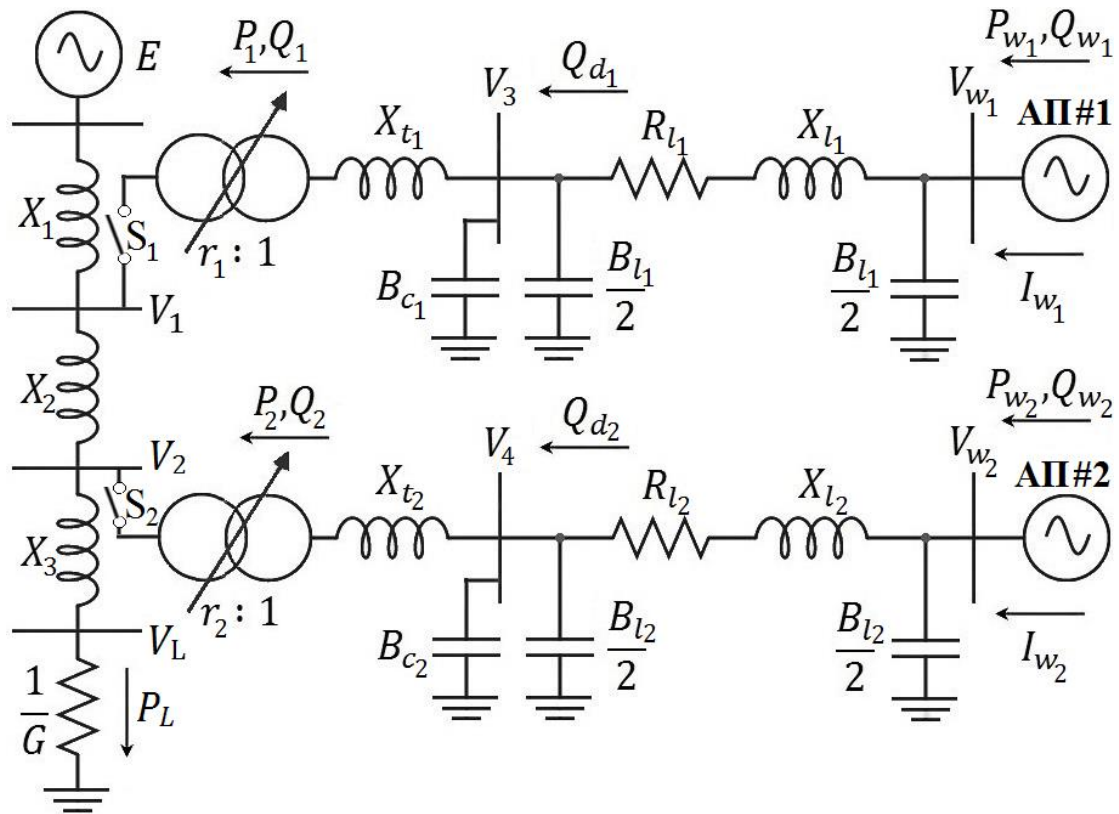
## 5.4 Λειτουργία Συστήματος δύο Α/Π με προσεγγιστικές χρονοσειρές

### 5.4.1 Δομή και Δεδομένα Συστήματος

Στην ενότητα αυτή θεωρείται ότι και τα δύο Αιολικά Πάρκα συνδέονται στο ίδιο δίκτυο μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας και λειτουργούν ταυτόχρονα. Εξετάζεται δηλαδή η επίδραση της σύνδεσης ενός δεύτερου πάρκου στο όριο φόρτισης του συστήματος. Η υλοποίηση γίνεται στο πρόγραμμα WPSTAB, που είναι σχεδιασμένο για τη μακροπρόθεσμη ανάλυση ευστάθειας τάσεως και του οποίου η περιγραφή δόθηκε στο Κεφ. 1. Το μονογραμμικό διάγραμμα του συστήματος παρουσιάζεται στο Σχ. 5.24. Όπως φαίνεται στον Πιν. 5.5, η γραμμή μεταφοράς έχει τα ίδια χαρακτηριστικά όπως και στο σύστημα του Σχ. 5.1 που χρησιμοποιήθηκε στην προηγούμενη ενότητα (βλ. Ενότητα 5.1), δεδομένου ότι οι επαγωγικές αντιδράσεις ( $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ) που την αντιπροσωπεύουν έχουν το ίδιο άθροισμα (0,4 αμ). Οι γραμμές διανομής των δύο πάρκων συνδέονται σε κοντινά σημεία του δικτύου, αφού μεταξύ τους υπάρχει μια μικρή επαγωγική αντίδραση (0,04 αμ).

Πίνακας 5.5 Αντιδράσεις Δικτύου Μεταφοράς (αμ για  $S_B=100$  MVA)

| $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ |
|-------|-------|-------|
| 0,18  | 0,04  | 0,18  |



Σχήμα 5.24 Μονογραμμικό Διάγραμμα Συστήματος Δοκιμών με δύο Αιολικά Πάρκα.

Τα Α/Π #1 και Α/Π #2 θεωρείται αρχικά ότι λαμβάνουν ως είσοδο τη μεταβλητή ενεργό παραγωγή που δόθηκε στις ενότητες 5.2 και 5.3 αντίστοιχα σε βήματα δευτερολέπτου. Εν συνεχεία, ως ενεργός παραγωγή του κάθε αιολικού πάρκου λαμβάνονται οι δυο χρονοσειρές των 21000 s που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 4.1, ανά τμήματα των 4500 s. Ως εκ τούτου, εξετάζονται και προσομοιώνονται 5 διαφορετικά σενάρια συσχετισμένων αιολικών χρονοσειρών ισχύος. Η μεταβολή που προσομοιώνεται σε αυτή την ενότητα είναι εκ νέου η αύξηση της αγωγιμότητας του φορτίου με την αργή ράμπα που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.1.

Τέλος όπως και στην προσομοίωση με ένα Α/Π, έτσι κι εδώ ο ρυθμιστής αέργου ισχύος κάθε Α/Π διατηρεί σταθερή την τάση του Α/Π μέχρις ότου η υψηλή τάση  $V_1$  του υποσταθμού πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο  $V_1^{lim}$ , οπότε και ενεργοποιείται η λειτουργία Έκτακτης Υποστήριξης Μέγιστης Αέργου Ισχύος (Emergency Maximum Reactive Support –EMRS), όπως παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.1.2.3.

Αλγοριθμικά, σε κάθε χρονική στιγμή  $t$ , ο έλεγχος Μέγιστης Άεργης Υποστήριξης (EMRS - σενάριο (β) άεργης υποστήριξης) μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως ( $n$ : αριθμός αιολικών πάρκων περιοχής ελέγχου, δηλαδή στη συγκεκριμένη περίπτωση των  $n=2$  Α/Π και  $flag_{EMRS_0} = 1$ ):

## ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

```
Εάν ( $flag_{EMRS} = 1$ )
  Για  $j = 1$  έως  $n$ 
    Εάν ( $V_{1,j} \leq V_1^{lim}$ )
      Εάν ( $V_{w,j} = 1.1$ )
         $flag_{EMRS} = 0$ 
      αλλιώς
         $V_{w,j} = 1.1$ 
    τέλος
  τέλος
αλλιώς
  Για  $i = 1$  έως  $n$ 
     $V_{w,j} = 1.1$ 
  τέλος
τέλος
```

Δηλαδή, η εντολή EMRS αποστέλλεται από ένα Α/Π, όταν παραβιαστεί το κατώφλι υψηλής τάσεως που ελέγχει. Ωστόσο, εάν μία εκ των ΥΤ που ελέγχονται πέσει κάτω από το όριο της για δεύτερη φορά, η εντολή μέγιστης αέργου υποστήριξης ενεργοποιείται σε όλα τα υπόλοιπα Α/Π της περιοχής.

### 5.4.2 Δημιουργία Αρχείου Διαταραχών Ενεργού Ισχύος για Εφαρμογή στο WPSTAB

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως (Ενότητα 4.2) ο κύριος λόγος που προτιμάται η προσέγγιση μιας χρονοσειράς ισχύος με διαδοχή από γραμμικές μεταβολές μεγαλύτερης διάρκειας, έναντι ακριβέστερης παράστασης σημείου προς σημείο, είναι η ευκολία εφαρμογής της σε μελέτες μακροπρόθεσμης ευστάθειας τάσεως. Ειδικότερα, στο πρόγραμμα WPSTAB οι διαταραχές στην ισχύ μπορούν να είναι γραμμικές ή βηματικές κι ως εκ τούτου διευκολύνονται οι προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν. Η Μέθοδος Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων M3 που παρουσιάστηκε λοιπόν στο Κεφάλαιο 4, εφαρμόζεται στην αρχική χρονοσειρά ισχύος κάθε πάρκου και προκύπτουν οι προσεγγιστικές χρονοσειρές που αποτελούν τμηματική γραμμική αναπαράσταση κάθε αρχικής.

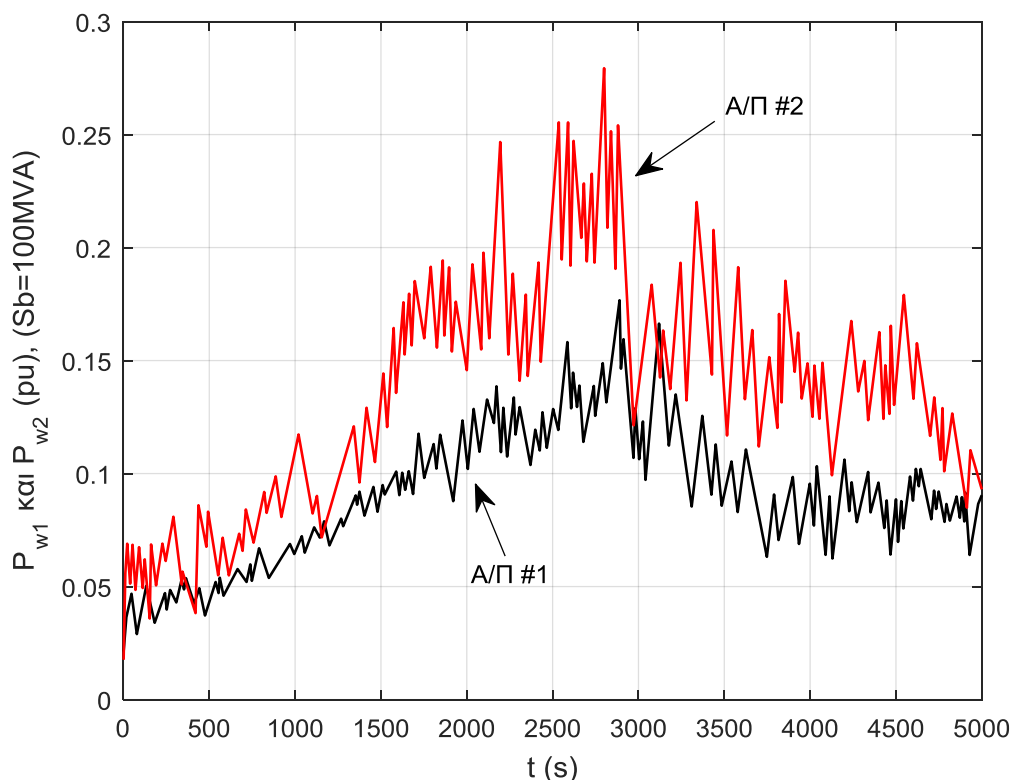
Στη συνέχεια, υλοποιείται σε περιβάλλον Matlab αλγόριθμος, ο οποίος δημιουργεί με βάση την προσεγγιστική αυτή χρονοσειρά, ένα αρχείο διαταραχών για το πρόγραμμα μακροπρόθεσμης ευστάθειας τάσεως. Αυτό γίνεται με την επιμέρους εξέταση κάθε ράμπας και την καταγραφή της διάρκειας, της κλίσης και της χρονικής στιγμής εκκίνησης, στο αρχείο διαταραχών. Έτσι, καθίσταται δυνατή η είσοδος της μεταβλητής ενεργού παραγωγής στο σύστημα που προσομοιώνεται με το πρόγραμμα WPSTAB. Τέλος, καθίσταται ευκολότερη η προσομοίωση συστήματος με δυο ή και περισσότερα αιολικά πάρκα με μεταβλητή ενεργό παραγωγή.

### 5.4.3 Προσομοίωση Συστήματος δυο Α/Π με προσεγγιστική Μέθοδο M3

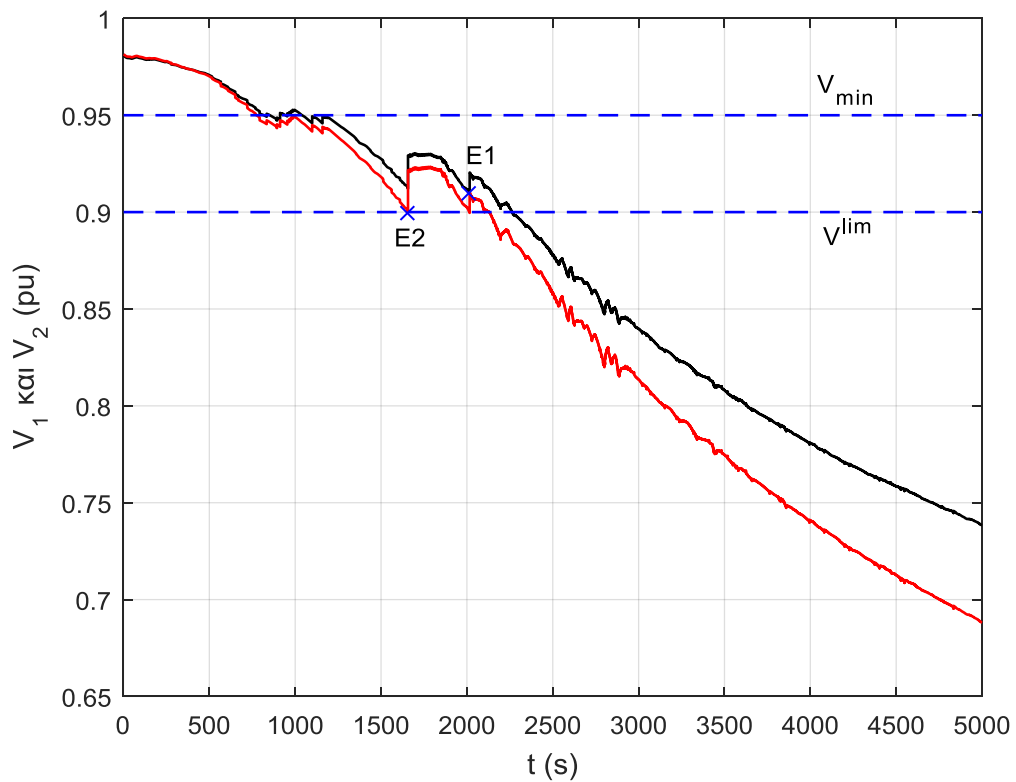
Στην ενότητα αυτή αναλύεται η ταυτόχρονη λειτουργία των δύο Αιολικών Πάρκων στο σύστημα του Σχ. 5.15, εφαρμόζοντας τη μέθοδο Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων M3 στην χρονοσειρά ισχύος κάθε πάρκου. Η εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης θεωρείται ενεργή και στα δυο πάρκα με τις ίδιες ρυθμίσεις όπως

παραπάνω. Η μεταβλητή ενεργός ισχύς κάθε Αιολικού Πάρκου φαίνεται στα Σχήματα 5.4 και 5.14. Στο σχήμα 5.25 ανάγονται η ενεργός παραγωγή κάθε πάρκου στην ίδια βάση ισχύος (100MVA) και αναπαρίστανται στο ίδιο σύστημα αξόνων.

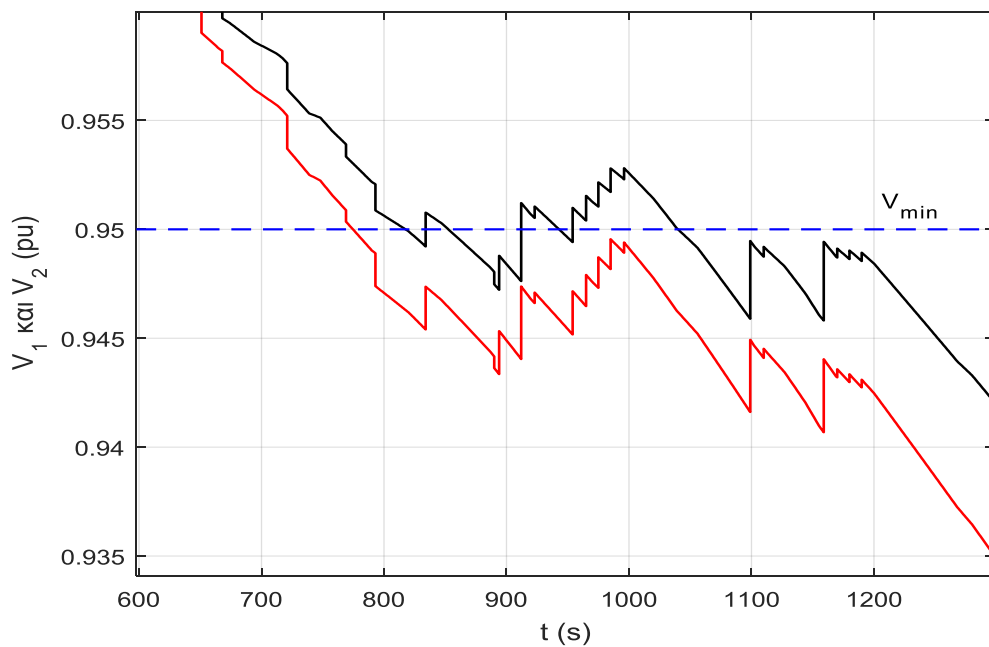
Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρουσιάζονται στα Σχ. 5.26-5.33. Τη χρονική στιγμή 1655 s, η υψηλή τάση  $V_2$  του υποσταθμού σύνδεσης του Α/Π #2 παραβιάζει το κάτω όριο της  $V_2^{lim}$ . Με  $T_{EMRS}$  καθυστέρηση, αποστέλλεται η εντολή μέγιστης αέργου υποστήριξης στον ηλεκτρονικό μετατροπέα ισχύος του Α/Π #2, όπως φαίνεται στο Σχ. 5.26 (σημείο E2). Αντίστοιχα, η παραβίαση του ορίου για το Α/Π #1 γίνεται τη χρονική στιγμή 2014s (Σχ. 5.26-σημείο E1) και οδηγεί στα 2016 s το Α/Π #1 να προσφέρει τη μέγιστη δυνατή άεργη υποστήριξη μέσω αύξησης της τάσης  $V_{w1}$ . Πρέπει να παρατηρηθεί ότι στο Σχήμα 5.26 δεν διακρίνεται παραβίαση του ορίου 0,9 αμ από την  $V_1$  αλλά μόνο από την  $V_2$ , ωστόσο η εντολή EMRS ενεργοποιείται και στα δύο πάρκα, καθώς όπως εξηγήθηκε στην Ενότητα 5.4.1, εάν μία εκ των ΥΤ που ελέγχονται πέσει κάτω από το όριο της για δεύτερη φορά, όπως συμβαίνει εδώ με την  $V_2$ , η εντολή μέγιστης αέργου υποστήριξης ενεργοποιείται σε όλα τα υπόλοιπα Α/Π της περιοχής, δηλαδή εδώ στο Α/Π 1.



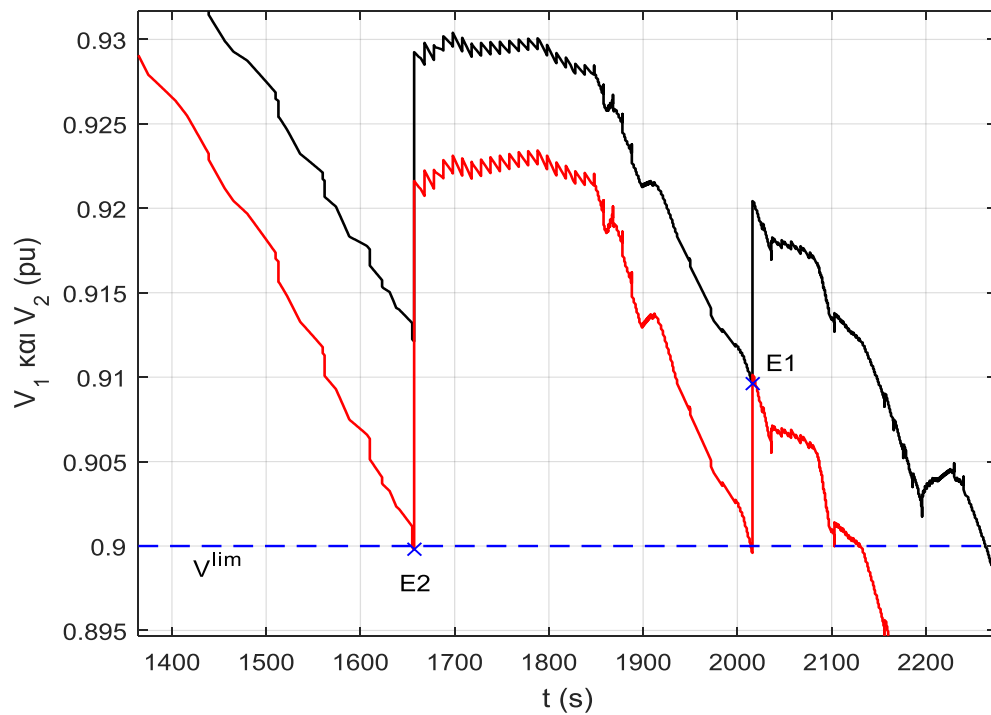
**Σχήμα 5.25** Προσεγγιστικές Χρονοσειρές Παραγωγής Ενεργού Ισχύος (Α/Π #1-μαύρο, Α/Π #2-κόκκινο)



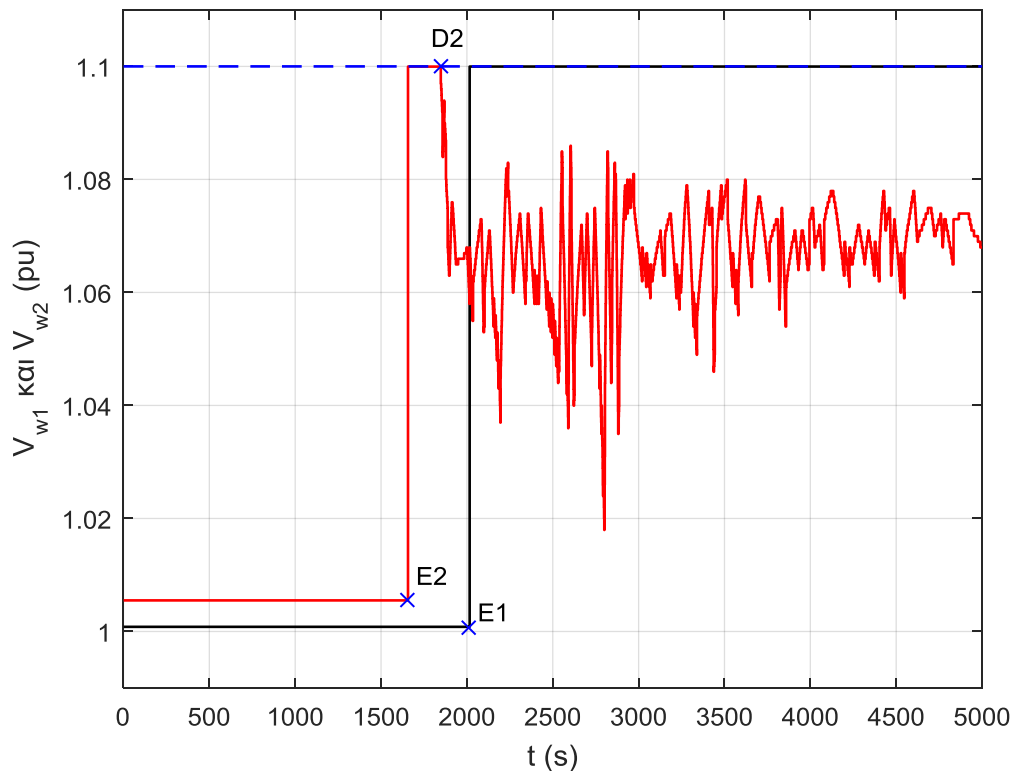
**Σχήμα 5.26(α)** Υψηλή Τάση  $V_1$  Υ/Σ σύνδεσης του Α/Π (#1-μαύρο, #2 -κόκκινο)



**Σχήμα 5.26(β)** Υψηλή Τάση  $V_1$  Υ/Σ σύνδεσης του Α/Π (#1-μαύρο, #2 -κόκκινο)- Εστίαση στο διάστημα ζεύξης των πυκνωτών



**Σχήμα 5.26(γ)** Υψηλή Τάση  $V_1$   $Y/\Sigma$  σύνδεσης του  $A/\Pi$  (#1-μαύρο, #2 -κόκκινο)- Εστίαση στο διάστημα ζεύξης των πυκνωτών



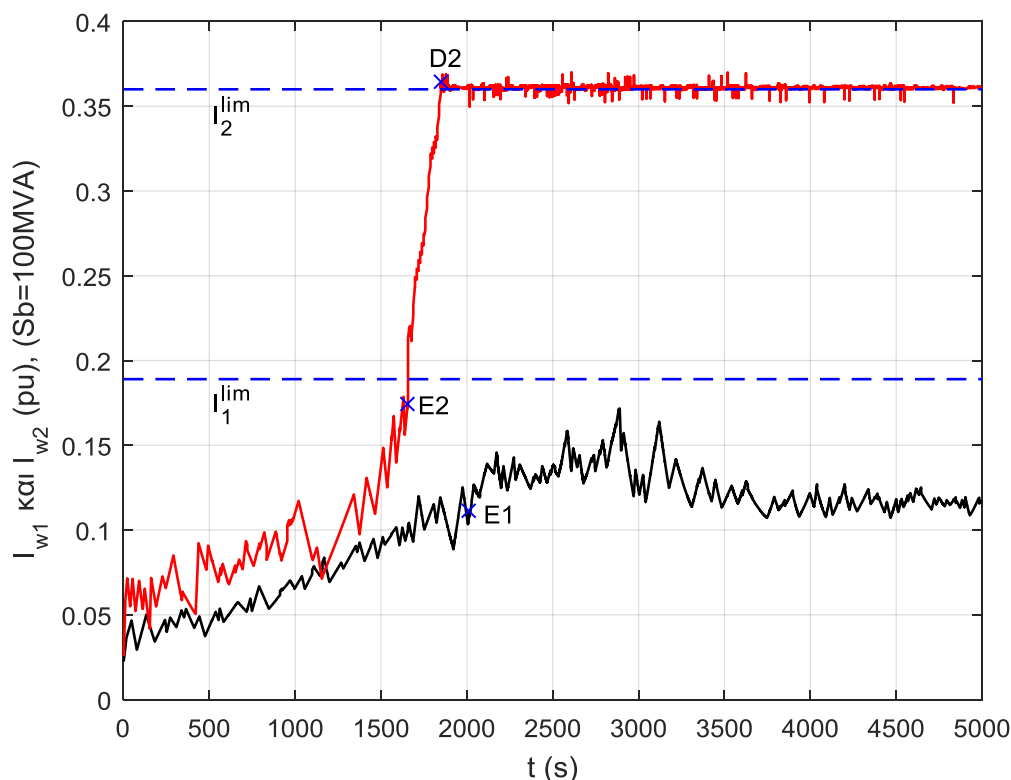
**Σχήμα 5.27** ΜΤ στο ζυγό σύνδεσης του  $A/\Pi$  (#1 -μαύρο, #2 -κόκκινο)

Στο Σχ. 5.27 αναπαρίστανται οι τάσεις στους ζυγούς σύνδεσης των  $A/\Pi$  #1 και #2. Όπως είναι εμφανές, από τη χρονική στιγμή 1848 s που το ρεύμα του  $A/\Pi$  #2 συναντά το όριό του (σημείο D2), ο ελεγκτής άεργου ισχύος αντιμετωπίζει την



υπερφόρτιση, συγκρατώντας το ρεύμα στη μέγιστη τιμή, μέσω της μείωσης της  $V_{w2}$ . Η ενεργοποίηση του περιοριστή ρεύματος αποτυπώνεται χαρακτηριστικά και στο σχήμα που αναπαρίστανται οι ενεργές τιμές των ρευμάτων των Αιολικών Πάρκων.

Οι τιμές των ρευμάτων που εγγχεί κάθε Α/Π στη γραμμή σύνδεσης φαίνονται στο σχήμα 5.28.

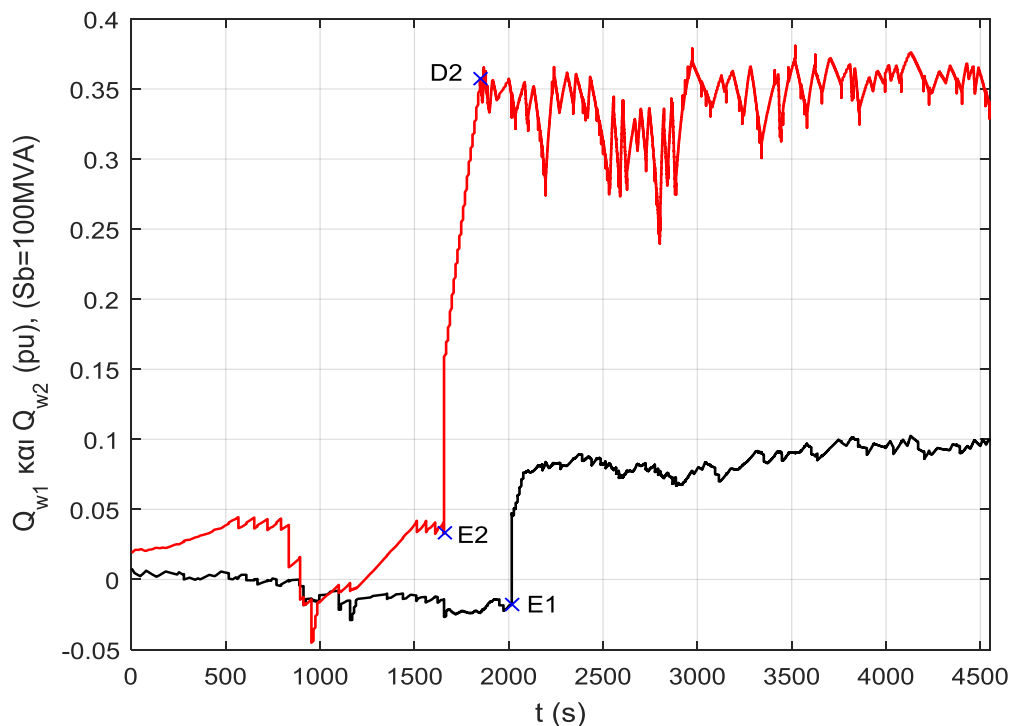


**Σχήμα 5.28** Ενεργός Τιμή Ρεύματος (Α/Π #1 -μαύρο, Α/Π #2 -κόκκινο)

Όπως προαναφέρθηκε, η ζεύξη των πυκνωτών ενεργοποιείται όταν η υψηλή τάση βρεθεί κάτω από το όριο 0,95 αμ για 60 δευτερόλεπτα αδιαλείπτως. Για την διασυνδετική γραμμή του Α/Π #1 έχουμε ζεύξεις των τριών συστοιχιών στις χρονικές στιγμές 912 s, 1099 s, 1159 s. Για την διασυνδετική γραμμή του Α/Π #2 έχουμε ζεύξεις των αντίστοιχων τριών συστοιχιών στις χρονικές στιγμές 834 s, 894 s, 954 s. Τόσο η ζεύξη των πυκνωτών, όσο και οι αποστολές της εντολής EMRS φαίνονται και στο γράφημα της άεργης παραγωγής των δύο Α/Π (Σχ. 5.29). Στο Σχήμα 5.29 επισημαίνεται ότι η άεργος ισχύς  $Q_w$  μετά την ενεργοποίηση της εντολής EMRS, είναι οριακά ίση με τα ονομαστικά μεγέθη ( $S_n=36MVA$ ) του μετατροπέα του Α/Π 2, δηλαδή  $Q_w=0,36$  αμ, ενώ η ελάχιστη τιμή της ενεργού ισχύος που λαμβάνεται, είναι περίπου 0,1 αμ (βλ. Σχ. 5.25). Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, έχοντας ταυτόχρονα συναντήσει το όριο ρεύματος  $I = I_{lim}$  και τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της τάσης του μετατροπέα  $V_w = V_w^{lim}$  (λόγω EMRS), η φαινόμενη ισχύς του μετατροπέα του Α/Π 2 ισούται με  $S_{n_{max}} = V_w^{lim} * I_{lim} = 1,1 * 0,36$  αμ = 0,396 αμ (μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή). Συνεπώς η  $Q_{w_{max}}$  μπορεί να λάβει και τιμές μεγαλύτερες του 0,36 αμ και συγκεκριμένα  $Q_{w_{max}}=0,38$  αμ, όπως υπολογίζεται και από τη Σχέση (5.44) και παρατηρείται στο Σχ. 5.29. Σημειώνεται ότι όλα τα μεγέθη είναι ανηγμένα στη βάση  $S_B = 100 MVA$ .

$$Q_{wmax} = \sqrt{S_{nmax}^2 - P_{wmin}^2} \quad (5.44)$$

Στο Σχ. 5.30 είναι εμφανές ότι η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς συναντάται τη χρονική στιγμή 2557 s και ισούται με 155,48 MW. Σημειώνεται ότι οι συστοιχίες των στατών πυκνωτών και των δύο υποσταθμών συνδέονται πριν το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, συμβάλλοντας έτσι σημαντικά στη διαμόρφωσή του. Το ίδιο γίνεται και με την ενεργοποίηση της μέγιστης αέργου υποστήριξης. Υπενθυμίζεται εδώ ότι με τη σύνδεση μόνο του Α/Π #1 στο μέσο της γραμμής μεταφοράς, η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς με σταθερή χαμηλή ενεργό παραγωγή ήταν 129,483 MW, ενώ με τη σύνδεση μόνο του Α/Π #2 ήταν 143,57 MW. Το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος φαίνεται επίσης στην καμπύλη PV στο σχήμα 5.31.

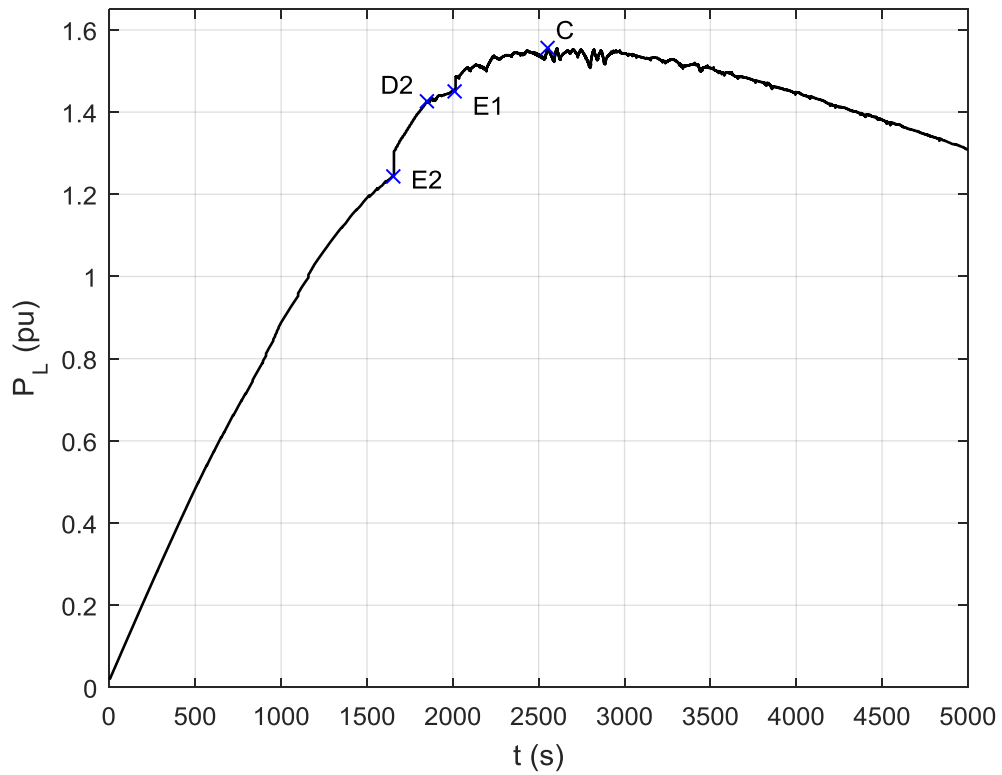


**Σχήμα 5.29** Εγχεόμενη Αεργος Ισχύς (Α/Π #1-μαύρο, Α/Π #2-κόκκινο)

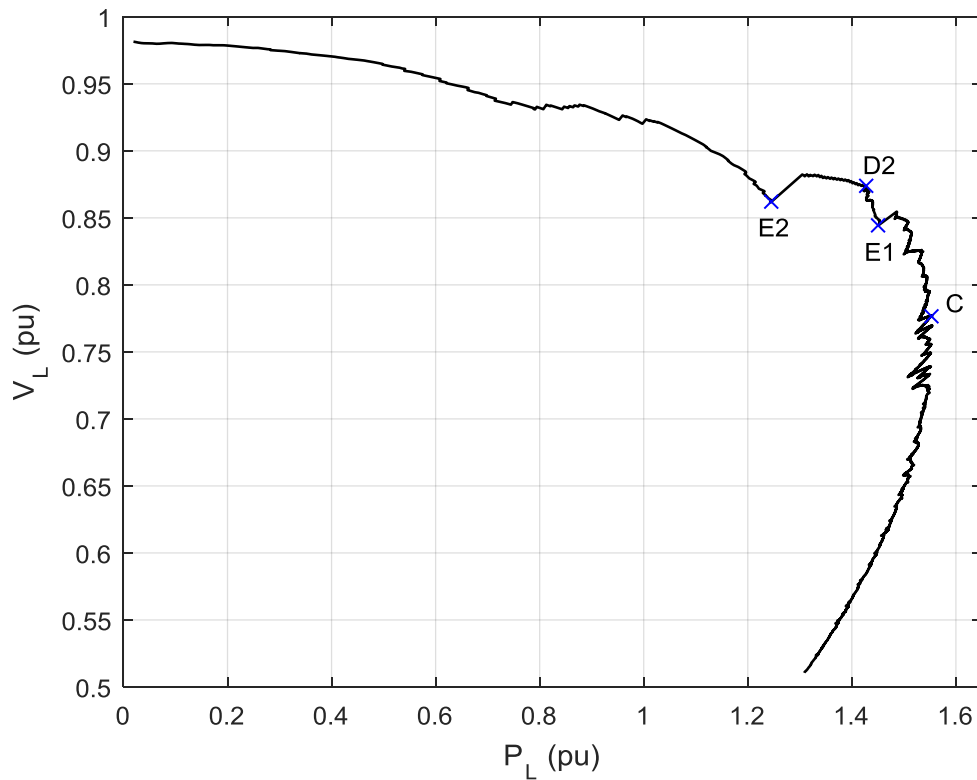
Συμπερασματικά, όπως συνοψίζεται και στον Πίνακα 5.6, η δυνατότητα φόρτισης του συστήματος αυξάνεται σημαντικά σε σχέση με την σύνδεση μόνο του ενός από τα δύο Αιολικά Πάρκα. Συγκεκριμένα, αξίζει να σημειωθεί πως η αύξηση στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ είναι παραπλήσια σε όλες τις περιπτώσεις και πάντα πάνω από το 60% της συνολικής εγκατεστημένης ισχύος των μετατροπέων των Α/Π.

**Πίνακας 5.6** Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς για μεταβλητή αιολική παραγωγή

| Α/Π       | Χωρίς Σύνδεση<br>Α/Π<br>(MW) | Έλεγχος με Εντολή<br>Μέγιστης Υποστήριξης<br>(MW) | Αύξηση MMI |       |
|-----------|------------------------------|---|------------|-------|
|           |                              |   | (MW)       | (%)   |
| #1        | 117,69                       | 129,483   | 11,793     | 62,40 |
| #2        | 119,51                       | 143,570   | 24,060     | 66,83 |
| #1 και #2 | 119,07                       | 155,480   | 36,410     | 66,32 |



**Σχήμα 5.30** Ενεργός Ισχύς Φορτίου (ταυτόχρονη λειτουργία Α/Π #1 και Α/Π #2)



**Σχήμα 5.31** Καμπύλη PV του Φορτίου (ταυτόχρονη λειτουργία Α/Π #1 και Α/Π #2)

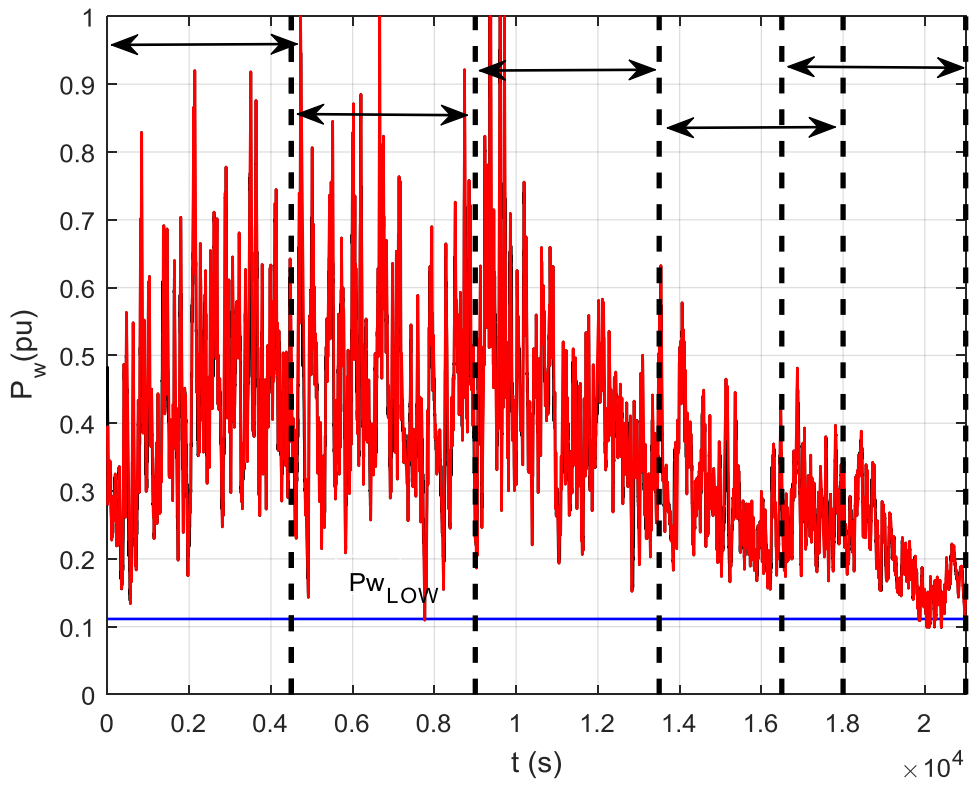
#### 5.4.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων με διάφορες προσεγγιστικές χρονοσειρές

Σε αυτή την ενότητα προσομοιώνεται το σύστημα του Σχήματος 5.24 για πέντε συσχετισμένα τμήματα των αρχικών χρονοσειρών ισχύος (5 διαφορετικές προσομοιώσεις) και συγκρίνονται με την περίπτωση σταθερής χαμηλής έγχυσης ενεργού ισχύος των αιολικών πάρκων. Δεδομένου ότι οι αρχικές χρονοσειρές είναι συσχετισμένες, λαμβάνονται πάντα ταυτόχρονες αιολικές παραγωγές των δυο πάρκων. Πρόκειται για τις χρονοσειρές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4 (ενότητα 4.2). Η Χρονοσειρά 1 δίνεται ως ενεργός παραγωγή του Α/Π 1, και η χρονοσειρά 2 του Α/Π 2 αντίστοιχα. Οι χρονοσειρές διαιρούνται στα ακόλουθα τμήματα: 1s-4500s, 4501s-9000s, 9001s-13500s, 13501s-18000s, 16501s-21000s. Πριν εισαχθούν στο WPSTAB, εφαρμόζεται η Μέθοδος Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων (M3). Οι χρονοσειρές των δύο πάρκων και η διαμέρισή τους στα παραπάνω τμήματα φαίνονται στα Σχήματα 5.32 και 5.33(α). Με κόκκινο παριστάνεται η προσεγγιστική χρονοσειρά που προκύπτει από την αρχική με την εφαρμογή της μεθόδου M3. Η αρχική ΧΣ παριστάνεται με μαύρο χρώμα. Η διάκρισή τους είναι ευκολότερη στο Σχήμα 5.33(β). Καθώς κάθε χρονοσειρά ξεκινά από διαφορετικό σημείο λειτουργίας, χρησιμοποιείται η ίδια αρχικοποίηση που παρουσιάστηκε στον πίνακα 5.4, ώστε να μην γίνεται υπολογισμός των αρχικοποιήσεων κάθε φορά που αλλάζουν οι χρονοσειρές, αλλά και για λόγους σύγκρισης στις καμπύλες  $PV$  (κοινό αρχικό σημείο). Για να γίνει αυτό, προστίθεται με τη βοήθεια του περιβάλλοντος Matlab μια ράμπα στην χρονοσειρά, μήκους ολίγων δευτερολέπτων, με αρχή το σημείο  $P_{w0}$  της αρχικοποίησης και τέλος το πραγματικό αρχικό σημείο λειτουργίας της εξεταζόμενης χρονοσειράς. Αυτός ο τρόπος αρχικοποίησης φαίνεται για εφαρμογή στο τελευταίο διάστημα 16501s-21000s της χρονοσειράς ισχύος 2 στο Σχήμα 5.33(β). Εδώ η ράμπα που προστίθεται έχει διάρκεια 10s. Τα αρχεία για τις διαταραχές της ενεργού ισχύος που αναπαριστούν τις αρχικές χρονοσειρές, εξάγονται με τον τρόπο που περιγράφηκε στην ενότητα 5.4.2.

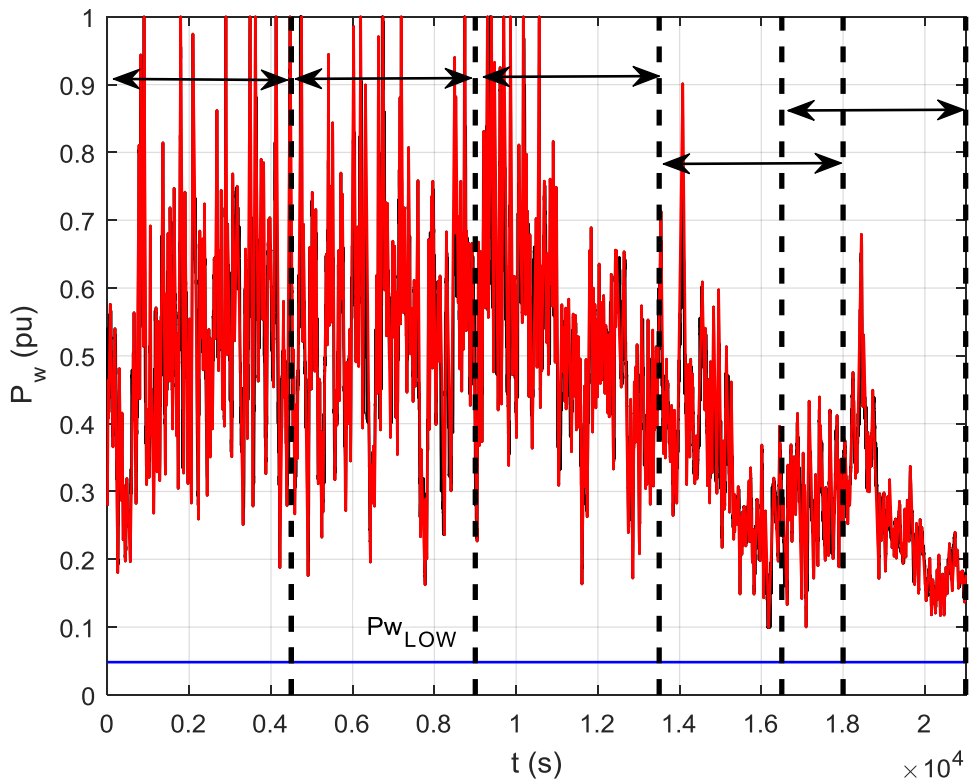
Με τον τρόπο αυτό λαμβάνονται αρκετά αποτελέσματα που δείχνουν που κυμαίνεται το σημείο Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος (MMI), καθώς και η ίδια η τιμή της Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος, αφού προσομοιώνονται αρκετές διαφορετικές χρονοσειρές διάρκειας 4510 δευτερολέπτων η κάθε μια.

Επίσης είναι δυνατό με την εφαρμογή της μεθόδου M3 σε πλήθος διαφορετικών χρονοσειρών, να προκύψει ένας δειγματικός χώρος δεδομένων κατάλληλος για περαιτέρω στατιστική ανάλυση. Αυτή η ανάλυση γίνεται στο επόμενο κεφάλαιο.

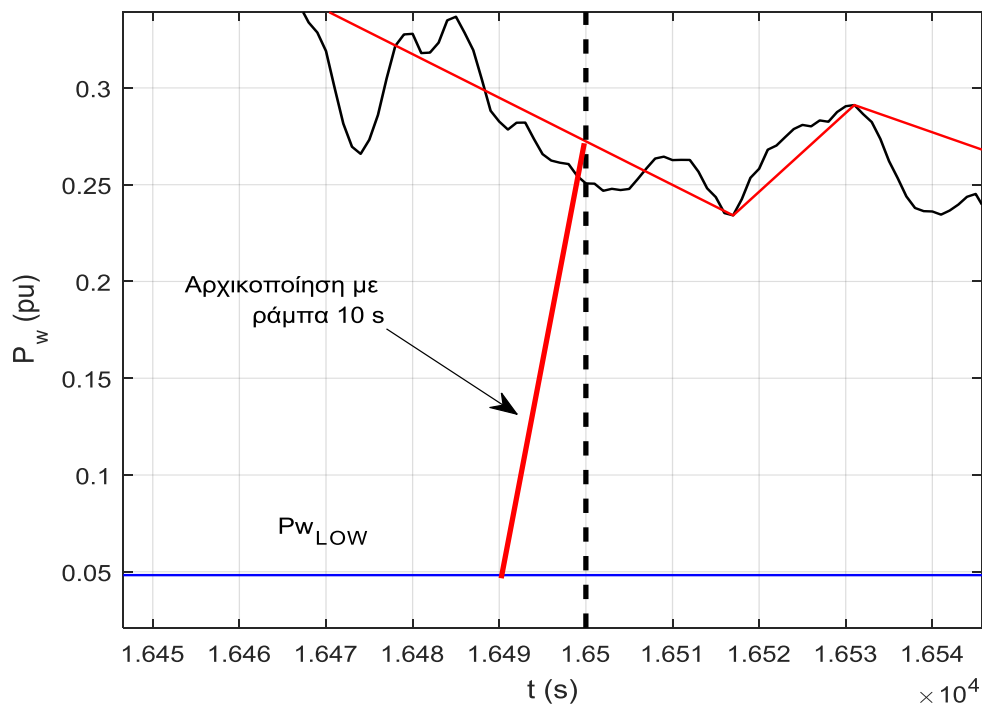
Τέλος συγκρίνεται η Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς που προκύπτει από τις χρονοσειρές μεταβλητής αιολικής παραγωγής με αυτήν που προκύπτει όταν εξετάζεται σταθερή χαμηλή αιολική παραγωγή. Η περίπτωση σταθερής χαμηλής ενεργού παραγωγής των Α/Π εξετάστηκε και στην εργασία [14].



Σχήμα 5.32 Διαμέριση Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 1



Σχήμα 5.33(α) Διαμέριση Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 2

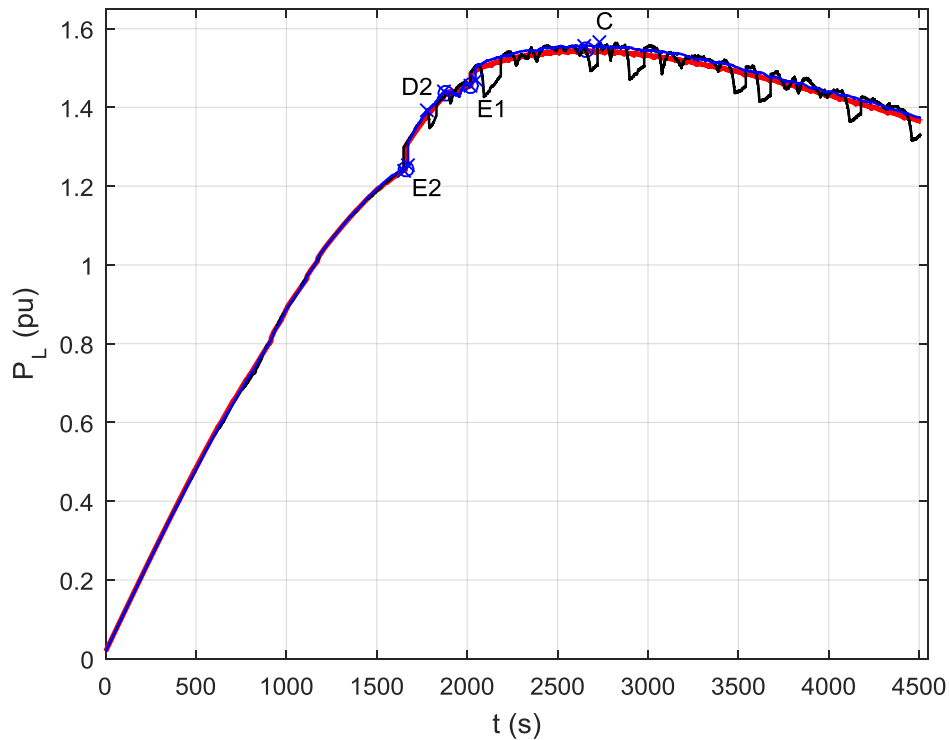


**Σχήμα 5.33(β)** Αρχικοποίηση Τμήματος Χρονοσειράς Ενεργού Ισχύος 2

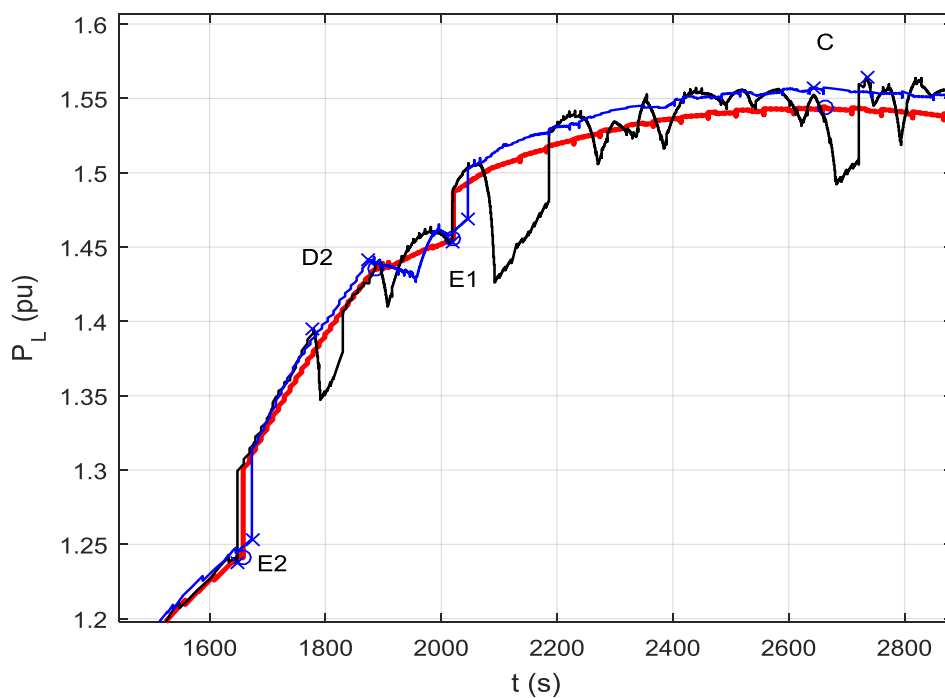
Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 5.7, ενώ χαρακτηριστικά είναι και τα σχήματα 5.34 και 5.35, όπου αναπαρίστανται η ενεργός ισχύς του φορτίου και η καμπύλη φορτίου  $PV$  για τρία ενδεικτικά ζεύγη συσχετισμένων χρονοσειρών. Με έντονη κόκκινη καμπύλη αναπαρίσταται στα Σχ. 5.34 και 5.35 το αποτέλεσμα για Σταθερή Χαμηλή Αιολική Παραγωγή (η οποία φαίνεται στο Σχ. 5.33 με μπλε γραμμή). Με μαύρο χρώμα φαίνεται το αποτέλεσμα για το τμήμα 1s-4500s το οποίο αντιστοιχεί σε Υψηλή Μεταβλητή Ενεργό Ισχύ. Με μπλε χρώμα αναπαρίσταται το αποτέλεσμα για το τμήμα 16501s-21000s το οποίο αντιστοιχεί σε Χαμηλή Μεταβλητή Ενεργό Ισχύ, ενώ τα υπόλοιπα τμήματα μεταβλητής αιολικής παραγωγής δεν αναπαρίστανται για λόγους ευκολότερης ερμηνείας των σχημάτων που ακολουθούν, ωστόσο τα αποτελέσματά τους φαίνονται στον πίνακα 5.7.

**Πίνακας 5.7** MMI για μεταβλητή αιολική παραγωγή

| Α/Π #1 και #2                   | Έλεγχος με Εντολή Μέγιστης Υποστήριξης |                              |
|---------------------------------|--|------------------------------|
|                                 | MMI (MW)                               | Χρονική στιγμή MMI $t_c$ (s) |
| Σταθερή Χαμηλή Αιολική Παραγωγή | 154,45                                 | 2662                         |
| 1s-4500s                        | 156,44                                 | 2735                         |
| 4501s-9000s                     | 156,30                                 | 2608                         |
| 9001s-13500s                    | 156,32                                 | 2882                         |
| 13501s-18000s                   | 155,55                                 | 2818                         |
| 16501s-21000s                   | 155,74                                 | 2643                         |



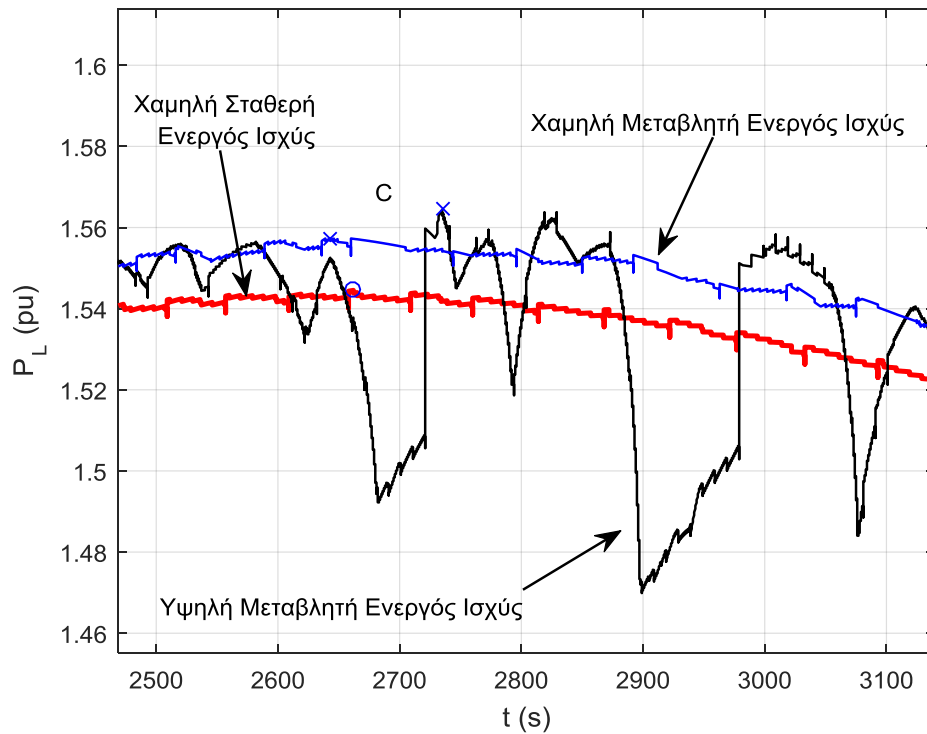
**Σχήμα 5.34(α)** Ενεργός Ισχύς Φορτίου Διαφορετικών Συσχετισμένων Χρονοσειρών



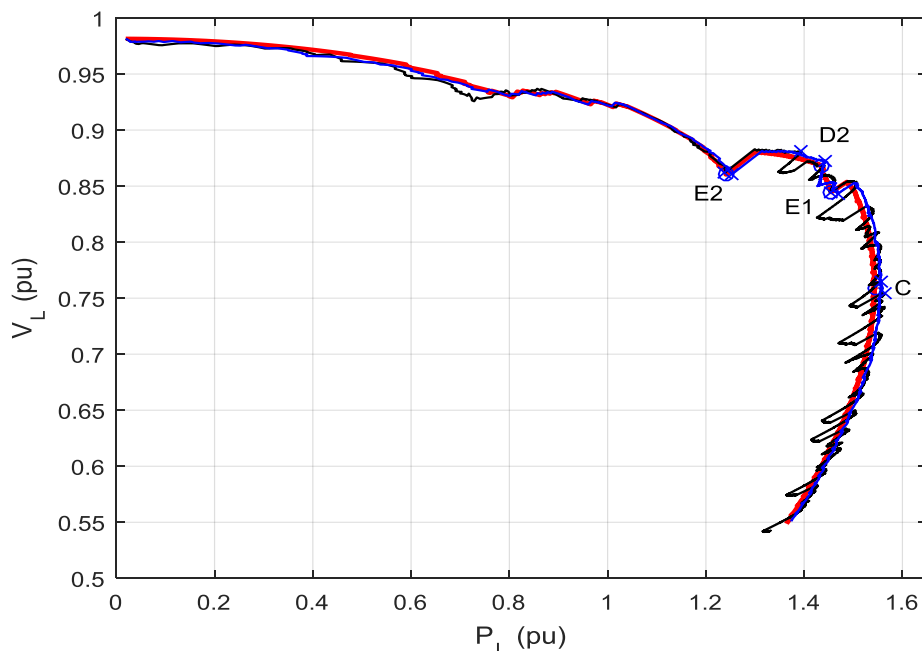
**Σχήμα 5.34(β)** Ενεργός Ισχύς Φορτίου Διαφορετικών Συσχετισμένων Χρονοσειρών – Εστίαση στα σημεία C, E1, E2, D2

Παρατηρείται ότι οι τιμές της Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος είναι κοντά μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, οι μεγαλύτερες τιμές και διακυμάνσεις στη μεταφερόμενη ισχύ συναντώνται στα κομμάτια της χρονοσειράς που έχουν πιο υψηλές τιμές ενεργού ισχύος και μεγαλύτερη διακύμανση. Επίσης σημειώνεται ότι είναι κατά μέσο όρο 1,62 MW (από 1,29 MW μέχρι 1,99 MW) υψηλότερη η MMI της μεταβλητής παραγωγής από την σταθερή χαμηλή παραγωγή (βλέπε Πίνακα 5.7). Με ‘x’

συμβολίζονται τα σημεία μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος (Σημεία C), ενεργοποίησης εντολής EMRS (Σημεία E1 για A/Π 1, E2 για A/Π 2) και ενεργοποίησης του περιοριστή ρεύματος (σημείο D2 για A/Π 2) με μεταβλητή ενεργό παραγωγή, ενώ με 'ο' τα αντίστοιχα σημεία με σταθερή χαμηλή παραγωγή (Σημεία C, E1, E2, D2).

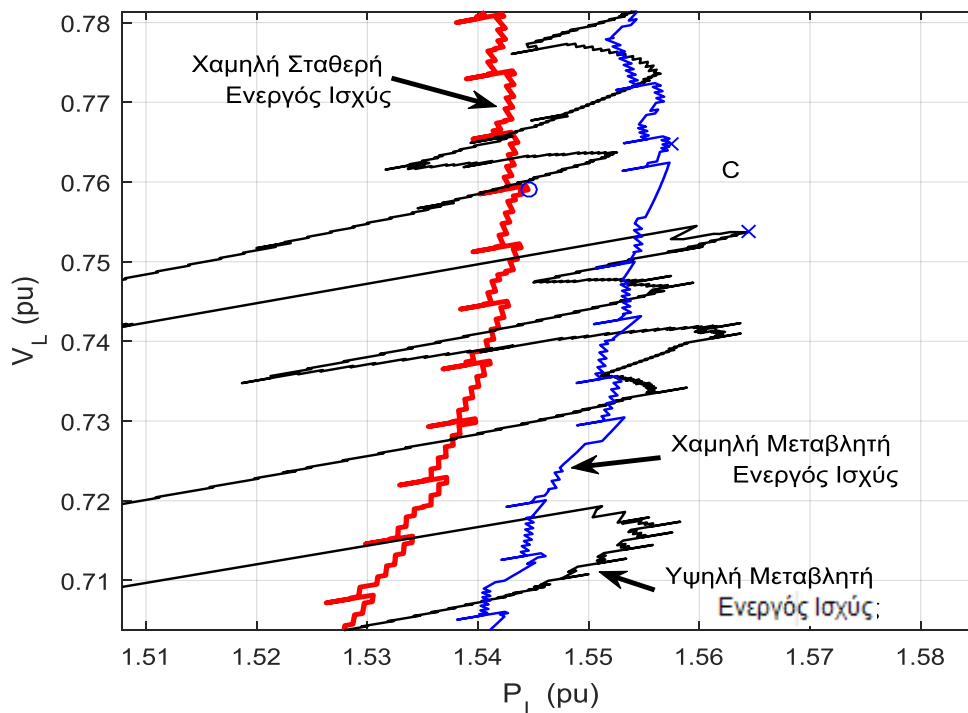


**Σχήμα 5.34(γ)** Ενεργός Ισχύς Φορτίου Διαφορετικών Συσχετισμένων Χρονοσειρών – Εστίαση στο σημείο MMI, C



**Σχήμα 5.35(α)** Καμπύλη PV Φορτίου για διαφορετικές συσχετισμένες χρονοσειρές





**Σχήμα 5.35(β)** Εστιασμένη Καμπύλη PV Φορτίου για διαφορετικές συσχετισμένες χρονοσειρές

Συμπερασματικά, η διαφορά στην Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύ (ΜΜΙ), ανάμεσα στη λειτουργία με Χαμηλή σταθερή Αιολική παραγωγή και στη λειτουργία με Μεταβλητή Αιολική Παραγωγή είναι αρκετά μικρή και δείχνει ότι η μεταβλητότητα του ανέμου δεν έχει τον καθοριστικό ρόλο στην αύξηση της ΜΜΙ. Επομένως εξέταση της λειτουργίας του συστήματος με σταθερή χαμηλή αιολική παραγωγή φαίνεται να δίνει μια αρκετά καλή συντηρητική εκτίμηση του ορίου Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος.

Επιπλέον παρατηρείται ότι ανάμεσα στις 5 διαφορετικές περιπτώσεις Μεταβλητής Παραγωγής, παρά τις μεγάλες διαφορές μεταξύ τους στη μορφή της χρονοσειράς, οι τιμές της ΜΜΙ είναι πολύ κοντά. Μεγαλύτερη διαφοροποίηση εμφανίζεται στις χρονικές στιγμές ΜΜΙ, που αντιστοιχούν στην εκάστοτε αγωγιμότητα του φορτίου, όπως εξηγείται από την Σχέση (5.43).

Είναι επίσης εμφανές στα Σχήματα 5.34-5.35 ότι η ισχύς στο ζυγό του φορτίου στο σενάριο Χαμηλής Μεταβλητής Ενεργού Ισχύος είναι σταθερά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη στο σενάριο Χαμηλής Σταθερής Ενεργού Ισχύος (όπου το σενάριο χαμηλής μεταβλητής ενεργού ισχύος λαμβάνει καθ' όλη τη διάρκεια τιμές αιολικής ισχύος ελαφρώς μεγαλύτερες από το σενάριο χαμηλής σταθερής παραγωγής). Αυτό δεν συμβαίνει όμως για την ισχύ στο ζυγό φορτίου στο σενάριο Υψηλής Μεταβλητής Ενεργού Ισχύος, η οποία γύρω από το σημείο ΜΜΙ, παρουσιάζει βυθίσεις μέχρι και 7 MW (περίπου) κάτω από την ισχύ στο ζυγό φορτίου για το σενάριο της Χαμηλής Σταθερής Ενεργού Ισχύος, που διαρκούν μέχρι και 90 δευτερόλεπτα (βλέπε Σχήμα 5.34(γ)).

Συμπερασματικά, τα σενάρια χαμηλής ενεργού παραγωγής αυξάνουν την Μεταφερόμενη Ισχύ στο ζυγό του φορτίου σε σχέση με τα σενάρια σταθερής χαμηλής αιολικής παραγωγής. Συνεπώς, χαμηλή μεταβλητή αιολική ισχύς επιδρά θετικά στην μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσεως (όπου η χαμηλή μεταβλητή αιολική ισχύς λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες από την σταθερή χαμηλή). Αντιθέτως, η υψηλή μεταβλητή ενεργός ισχύς προσδίδει αβεβαιότητα ως προς το σημείο μεγίστου ορίου φόρτισης (μεγάλη διακύμανση), και δεν επιτρέπει ασφαλή εκτίμηση της Μέγιστης Μεταφερόμενης Ισχύος.

# Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων Προσέγγισης Χρονοσειρών Αιολικής Ισχύος

## 6.1 Ανάλυση Αποτελεσμάτων Μεθόδου Εξομάλυνσης και Τοπικών Ακροτάτων

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται στατιστική επεξεργασία των προσαρμοσμένων χρονοσειρών διάρκειας 21000 δευτερολέπτων για την εξαγωγή στοχαστικού μοντέλου.

Συγκεκριμένα με την εφαρμογή της Μεθόδου M3 προκύπτει η προσεγγιστική χρονοσειρά που παρουσιάστηκε και χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις στα δυο προηγούμενα Κεφάλαια (Ενότητες 4.6 και 5.4.4). Η προσεγγιστική χρονοσειρά ΧΣ 1 προσδιορίζεται από 496 σημεία και ως εκ τούτου αποτελείται από 495 ευθύγραμμα τμήματα. Αυτές οι 495 γραμμικές συναρτήσεις αποτελούν το χώρο από τον οποίο εξάγονται τα δείγματα για τη στατιστική ανάλυση. Πιο συγκεκριμένα, κάθε ένα από αυτά τα ευθύγραμμα τμήματα έχει χρονική διάρκεια ορισμένων δευτερολέπτων, μεταβολή ισχύος και κλίση ορισμένη σε τιμές ισχύος (MW ή ανά μονάδα) ανά δευτερόλεπτο (s). Παρόμοια για την προσεγγιστική χρονοσειρά ΧΣ 2 προκύπτουν 503 ευθύγραμμα τμήματα με τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά.

Σε κάθε έναν από τους τρεις δειγματικούς χώρους που εξετάζονται, δηλαδή το δειγματικό χώρο της διάρκειας των γραμμικών μεταβολών, της μεταβολής ισχύος, καθώς και των κλίσεων, υπολογίζονται ορισμένα στατιστικά μεγέθη. Πιο αναλυτικά, υπολογίζεται αρχικά η μέση τιμή και η διασπορά των δεδομένων. Επιπλέον, με βάση τη συχνότητα εμφάνισης των μετρήσεων (χρονική διάρκεια, μεταβολή ισχύος και κλίση) προκύπτουν αντίστοιχες εμπειρικές κατανομές πιθανότητας, που συμπυκνώνουν παραστατικά τα στατιστικά αποτελέσματα και τα χαρακτηριστικά του δείγματος. Χρησιμοποιείται η απεικόνιση με ιστογράμματα για την παράσταση της εμπειρικής κατανομής πιθανότητας και της εμπειρικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (PDF). Αυτά υπολογίζονται και απεικονίζονται με χρήση της συνάρτησης histogram που υπάρχει στη βιβλιοθήκη της Matlab. Διεξοδική παρουσίαση των παραπάνω τρόπων Περιγραφικής Στατιστικής Ανάλυσης έγινε στο Κεφάλαιο 2.

Με κατάλληλη στατιστική μοντελοποίηση σε περιβάλλον Matlab, είναι δυνατή η εξεύρεση κάποιων γνωστών κατανομών πιθανότητας που προσαρμόζονται στα δεδομένα και τις αντίστοιχες εμπειρικές κατανομές που ακολουθούν. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η συνάρτηση της Matlab, fitdist, η οποία χρησιμοποιεί τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας. Με κατάλληλη υλοποίηση, υπολογίζεται η συνάρτηση πιθανοφάνειας που εκφράζει, όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2, το πόσο πιθανοφανείς, δηλαδή πόσο σύμφωνες με το συγκεκριμένο δείγμα, είναι οι διάφορες τιμές των παραμέτρων της κατανομής του μοντέλου που επιλέγεται. Μεγιστοποιώντας τη συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας  $L$  ως προς τις

παραμέτρους αυτές προκύπτει η Εκτιμήτρια Μέγιστης Πιθανοφάνειας (maximum likelihood estimator) των παραμέτρων. Στη συνέχεια είναι δυνατή η σχεδίαση της κατανομής πιθανότητας (πιο συγκεκριμένα η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας-PDF). Στα σχήματα που ακολουθούν παριστάνονται μαζί τόσο η εμπειρική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (με τη μορφή ιστογράμματος) όσο και οι εκτιμώμενες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας που προέκυψαν με την παραπάνω μέθοδο. Σημειώνεται ότι η fitdist παίρνει ως είσοδο τα δεδομένα-παρατηρήσεις που προέκυψαν από τη M3 χωρίς να γίνει πρώτα ομαδοποίηση και διαχωρισμός τους σε κλάσεις (διαστήματα).

Για την επιλογή του μοντέλου, δηλαδή της κατανομής πιθανότητας που ταιριάζει στα δεδομένα, έγινε χρήση της συνάρτησης της Matlab που παρουσιάζεται στην εργασία [42]. Η συγκεκριμένη συνάρτηση εξετάζει μια σειρά από γνωστές κατανομές, ορισμένες εκ των οποίων παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2. Η κατάλληλη επιλογή μπορεί να γίνει με βάση ένα συγκεκριμένο κριτήριο, όπως αυτά παρουσιάστηκαν στην υποενότητα 2.4.2.2, δηλαδή μέσω κριτηρίου μεγαλύτερης λογαριθμικής πιθανοφάνειας, καθώς και των Akaike's Information Criterion (AIC) και Bayesian Information Criterion (BIC). Με την εναλλαγή των τριών αυτών κριτηρίων, η σειρά καταλληλότητας των κατανομών δεν παρουσίασε αλλαγές. Αυτό εξηγείται μιας και το πλήθος παραμέτρων των κατανομών που εξετάζονται είναι παραπλήσιο. Συνεπώς η τιμή της λογαριθμικής πιθανοφάνειας επηρεάζει κατά κύριο λόγο το αποτέλεσμα, όπως φαίνεται παρατηρώντας τις Σχέσεις (2.56)-(2.57), που επαναλαμβάνονται παρακάτω στις σχέσεις :

$$AIC = 2k - 2 \ln(L)$$

$$BIC = k \ln(n) - 2 \ln(L)$$

Όπου  $k$  ο αριθμός των παραγόντων του μοντέλου,  $n$  ο αριθμός των παρατηρήσεων και  $L$  η προσδοκώμενη πιθανοφάνεια.

Συνεπώς για την επιλογή του μοντέλου γίνεται αρχικά η εκτίμηση των παραμέτρων  $\theta$  του μοντέλου με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, η οποία στην ουσία δείχνει κατά πόσο οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου έχουν μεγάλη πιθανότητα να προσεγγίζουν τις αληθινές τιμές των παραμέτρων της πραγματικής κατανομής που ακολουθούν τα δεδομένα  $x$ . Έτσι, η πιθανοφάνεια ( $L$ ) ταύτισης του μοντέλου με τα αρχικά δεδομένα είναι όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2:

$$L(\theta; x) = p(x|\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\theta), \quad \theta \in \theta.$$

Η εναλλακτικά, λογαριθμίζοντας την παραπάνω σχέση, προκύπτει η Σχέση (2.55) η οποία είχε παρουσιαστεί στο Κεφάλαιο 2 κι επαναλαμβάνεται κι εδώ:

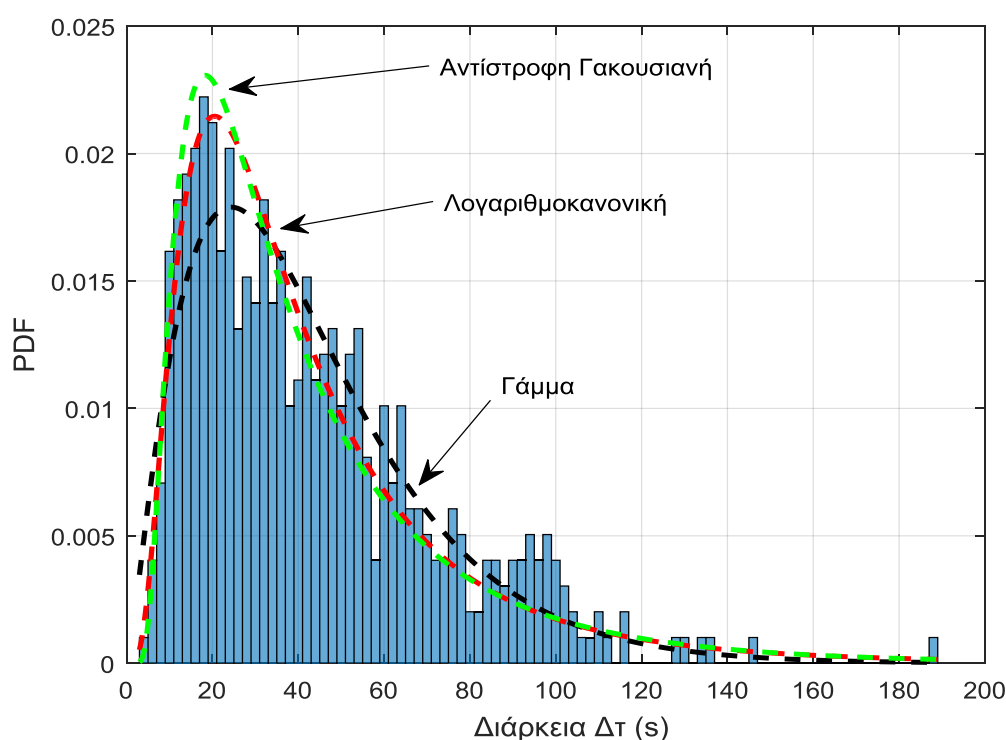
$$l(\theta) \equiv \ln L(\theta; x) = \ln p(x|\theta) = \sum_{i=1}^n \ln p(x_i|\theta), \quad \theta \in \theta.$$

Μεγιστοποιώντας τη συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας  $\ln L(\theta; x)$  ως προς  $\theta$ , μεγιστοποιείται προφανώς και η συνάρτηση πιθανοφάνειας  $L(\theta; x)$  ως προς  $\theta$  (αφού η λογαριθμική συνάρτηση  $\ln x$  είναι αύξουσα) και προκύπτει η Εκτιμήτρια Μέγιστης Πιθανοφάνειας της παραμέτρου  $\theta$ . Είναι προφανές λοιπόν ότι όσο μεγαλύτερη η λογαριθμική πιθανοφάνεια (log-likelihood) ενός μοντέλου τόσο καλύτερο είναι το

μοντέλο. Περαιτέρω εξέταση της καταλληλότητας των μοντέλων ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

## 6.2 Στατιστική Ανάλυση Χρονικής Διάρκειας

Όπως προαναφέρθηκε, με βάση τη μέθοδο M3 προκύπτουν διαφορετικής χρονικής διάρκειας γραμμικές μεταβολές για την προσέγγιση της χρονοσειράς αιολικής ισχύος. Με την εντολή histogram, προκύπτει η εμπειρική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που αντιστοιχεί στα δεδομένα, που φαίνεται στο Σχήμα 6.1, και δείχνει την πιθανότητα της κάθε διάρκειας. Το εύρος των κλάσεων στο Σχήμα 6.1, για τη σχεδίαση του ιστογράμματος, είναι 2 δευτερόλεπτα. Τα δεδομένα προέκυψαν όπως προαναφέρθηκε από τα 495 ευθύγραμμα τμήματα από τα οποία αποτελείται η προσεγγιστική χρονοσειρά ΧΣ 1.



**Σχήμα 6.1** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Διάρκειας και Κατανομές που ταιριάζουν στα Δεδομένα (ΧΣ #1)

Με τη βοήθεια της εντολής fitdist, όπως παρουσιάστηκε παραπάνω, υπολογίζονται οι παράμετροι των κατανομών που προσεγγίζουν τα δεδομένα του δείγματος. Ο υπολογισμός αυτό γίνεται με βάση τις αρχικές παρατηρήσεις διάρκειας, χωρίς περαιτέρω ομαδοποίηση και διαχωρισμό σε κλάσεις. Οι τιμές των παραμέτρων των κατανομών φαίνονται στον Πίνακα 6.1. Στη συνέχεια σχεδιάζονται μαζί με την εμπειρική κατανομή στο Σχήμα 6.1 για λόγους σύγκρισης. Με βάση τη συνάρτηση της εργασίας [42], προέκυψαν ως καταλληλότερες, με τη σειρά που αναφέρονται, η Κατανομή Γάμμα, η Λογαριθμοκανονική Κατανομή και η Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή, από όσες γνωστές κατανομές εξετάστηκαν. Οι τιμές της μέγιστης λογαριθμικής πιθανοφάνειας τους είναι αντίστοιχα -2268, -2272, -2274.

Η επικρατέστερη χρονική διάρκεια είναι αυτή των 17 δευτερολέπτων, ενώ γύρω από αυτήν συγκεντρώνονται και οι επόμενες σε συχνότητα εμφάνισης διάρκειες. Η

μικρότερη χρονική διάρκεια που εμφανίζεται στο δείγμα είναι τα 3 δευτερόλεπτα, ενώ η μεγαλύτερη τα 189 δευτερόλεπτα. Οι τιμές είναι συγκεντρωμένες γύρω από την επικρατέστερη (17 s) και κοντά στην μικρότερη (3 s), ενώ η συχνότητα εμφάνισης πέφτει, εμφανίζοντας ωστόσο διακυμάνσεις, μέχρι και την μεγαλύτερη διάρκεια (189 s).

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω της δειγματοληψίας ο χρόνος λαμβάνει διακριτές τιμές. Συνεπώς και η διάρκεια των γραμμικών μεταβολών λάμβανε επίσης ακέραιες τιμές. Ωστόσο, μιας και στην πραγματικότητα ο χρόνος είναι συνεχής, η διάρκεια κάθε μεταβολής μπορεί να θεωρηθεί συνεχής μεταβολή. Μπορεί να εξεταστεί λοιπόν σαν δείγμα συνεχούς τυχαίας μεταβλητής.

Παρατηρείται ότι η Λογαριθμοκανονική και η Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή μοιάζουν πολύ και μεταξύ τους ενώ ακολουθούν αρκετά καλά και την εμπειρική κατανομή, ειδικά σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές και την κορυφή που αντιστοιχεί στις επικρατέστερες τιμές. Σημειώνεται ότι η κορυφή της Αντίστροφης Γκαουσιανής Κατανομής είναι ελαφρώς ψηλότερη. Η κατανομή Γάμμα που κρίνεται καταλληλότερη έχει πιο χαμηλή κορυφή από τις άλλες δυο, και αποκλίνει από την εμπειρική ελαφρώς σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές. Ωστόσο, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 6.1, η διακύμανση που εμφανίζει είναι πολύ πλησιέστερη στην αντίστοιχη των μετρήσεων σε σχέση με τις άλλες. Και οι τρεις προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια την μέση τιμή των δεδομένων. Αποκλίσεις όπως προκύπτει γραφικά, εμφανίζουν και οι τρεις σε σχέση με την εμπειρική, όπως φαίνεται χαρακτηριστικά και στην περιοχή γύρω από τα 90 δευτερόλεπτα, μεταξύ άλλων. Σημειώνεται ότι τόσο στο Σχήμα 6.1, όσο και στα υπόλοιπα του Κεφαλαίου, η Κατανομή Γάμμα θα παριστάνεται με μαύρη διακεκομμένη, η Λογαριθμοκανονική με κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη και η Αντίστροφη Γκαουσιανή με διακεκομμένη πράσινη. Τέλος η σειρά αναφοράς των κατανομών (από πάνω προς τα κάτω) σε όλους τους πίνακες του κεφαλαίου δίνεται βάση της καταλληλότητάς τους.

**Πίνακας 6.1** Μέση Τιμή, Διακύμανση και Παράμετροι Κατανομών για τη Διάρκεια Μεταβολών (ΧΣ#1)

| ΧΣ #1   | Διάρκεια Ράμπας Δτ (s) |            |            |        |
|---|------------------------|------------|------------|--------|
|   | Μέση Τιμή (s)          | Διακύμανση | Παράμετροι |        |
| Εμπειρική Κατανομή-<br>Δεδομένα                         | 42,42                  | 791,89     |            |        |
| Κατανομή Γάμμα<br>$G(a, \beta)$                         | 42,42                  | 766,48     | $a$        |        |
|   |                        |            | $\beta$    |        |
| Λογαριθμοκανονική<br>Κατανομή<br>$LN(\mu, \sigma^2)$    | 43,34                  | 1213,8     | $\mu$      |        |
|   |                        |            | $\sigma$   |        |
| Αντίστροφη<br>Γκαουσιανή Κατανομή<br>$IG(\mu, \lambda)$ | 42,42                  | 1135,8     | $\mu$      |        |
|   |                        |            | $\lambda$  |        |
|   |                        |            | 42,422     | 67,214 |

Ακολουθούν στο Σχ. 6.2 και τον Πίνακα 6.2, τα αποτελέσματα της ίδιας διαδικασίας για τη χρονοσειρά 2. Τα συμπεράσματα είναι παρόμοια.

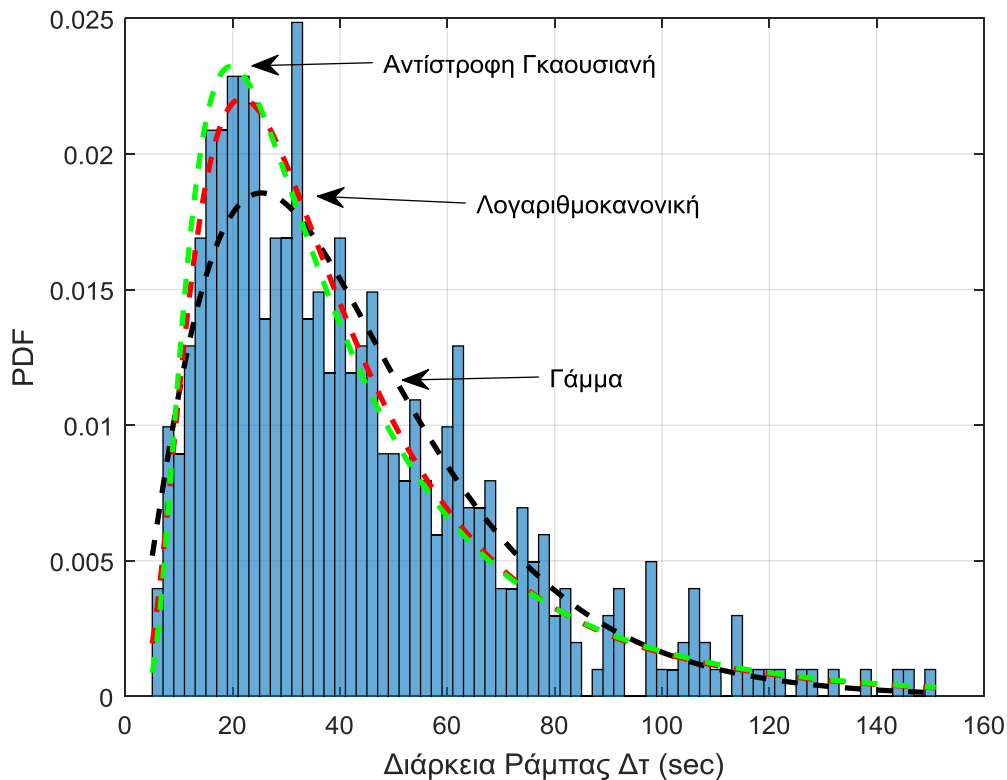
Η επικρατέστερη χρονική διάρκεια για τη ΧΣ 2 είναι αυτή των 39 δευτερολέπτων, ενώ γύρω από αυτήν συγκεντρώνονται και οι επόμενες σε συχνότητα εμφάνισης

διάρκειες. Η μικρότερη χρονική διάρκεια που εμφανίζεται είναι τα 5 δευτερόλεπτα, ενώ η μεγαλύτερη τα 151 δευτερόλεπτα. Οι τιμές με μεγάλη συχνότητα εμφάνισης είναι συγκεντρωμένες ανάμεσα στην επικρατέστερη και τις αρχικές, ενώ η συχνότητα εμφάνισης πέφτει μέχρι τη μεγαλύτερη διάρκεια. Αν γίνει σύγκριση με τη χρονοσειρά 1, παρατηρείται ότι το εύρος της διάρκειας μεταβολών που εμφανίζει μεγάλη συχνότητα εμφάνισης είναι μεγαλύτερο στη ΧΣ 2. Μεταξύ των 15 και 40 δευτερολέπτων καταγράφονται αρκετές μεγάλες συχνότητες. Η εμπειρική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που αντιστοιχεί στα δεδομένα φαίνεται στο Σχήμα 6.2. Το εύρος των κλάσεων για το ιστόγραμμα στο Σχήμα 6.2 είναι 2 δευτερόλεπτα.

Για τη ΧΣ 2 προέκυψαν ως καταλληλότερες κατανομές, με τη σειρά που αναφέρονται, η Λογαριθμοκανονική Κατανομή, η Κατανομή Γάμμα και η Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή. Οι μέγιστες τιμές της λογαριθμικής πιθανοφάνειας είναι αντίστοιχα -2282, -2283, -2284. Οι παράμετροι των κατανομών φαίνονται στον Πίνακα 6.2. Παρατηρείται ξανά ότι η Λογαριθμική και η Αντίστροφη Γκαουσιανή μοιάζουν πολύ μεταξύ τους ενώ ακολουθούν αρκετά καλά και την εμπειρική κατανομή. Σημειώνεται ότι η κορυφή της Αντίστροφης Γκαουσιανής Κατανομής είναι ελαφρώς υψηλότερη. Ενώ οι περισσότερες επικρατέστερες διάρκειες συγκεντρώνονται γύρω από την κορυφή που εντοπίζουν οι δύο κατανομές, η πιο συχνά εμφανιζόμενη (επικρατέστερη) συχνότητα βρίσκεται εκτός του προηγούμενου διαστήματος. Η κατανομή Γάμμα που βρίσκεται δεύτερη σε σειρά καταλληλότητας έχει πιο χαμηλή κορυφή από τις άλλες δυο, και αποκλίνει από την εμπειρική ελαφρώς σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές. Η κορυφή της Κατανομής Γάμμα βρίσκεται επίσης πιο κοντά στην κορυφή της εμπειρικής κατανομής από ότι οι άλλες δυο, ως προς τον οριζόντιο άξονα. Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 6.2, η διακύμανση που εμφανίζει η κατανομή είναι πλησιέστερη στην αντίστοιχη των μετρήσεων σε σχέση με τις άλλες. Και οι τρεις προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια την μέση τιμή των δεδομένων.

**Πίνακας 6.2** Μέση Τιμή, Διακύμανση και Παράμετροι Κατανομών για τη Διάρκεια Μεταβολών (ΧΣ#2)

| ΧΣ #2   | Διάρκεια Ράμπας Δτ (s) |            |            |
|---|------------------------|------------|------------|
|   | Μέση Τιμή (s)          | Διακύμανση | Παράμετροι |
| Εμπειρική Κατανομή-<br>Δεδομένα                         | 41,75                  | 739,77     |            |
| Κατανομή Γάμμα<br>$G(a, \beta)$                         | 42,33                  | 1005,2     | $a$        |
|   |                        |            | $\beta$    |
| Λογαριθμοκανονική<br>Κατανομή<br>$LN(\mu, \sigma^2)$    | 41,75                  | 683,23     | $\mu$      |
|   |                        |            | $\sigma$   |
| Αντίστροφη<br>Γκαουσιανή Κατανομή<br>$IG(\mu, \lambda)$ | 41,75                  | 960,54     | $\mu$      |
|   |                        |            | $\lambda$  |
|   |                        |            | 41,75      |
|   |                        |            | 75,75      |



**Σχήμα 6.2** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας και Κατανομές που προσεγγίζουν τα αποτελέσματα της Διάρκειας (ΧΣ #2)

Συμπερασματικά διαπιστώνεται ότι για το χαρακτηριστικό της χρονικής διάρκειας των γραμμικών μεταβολών η Κατανομή Γάμμα προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα του δείγματος και για τις δυο προσεγγιστικές χρονοσειρές.

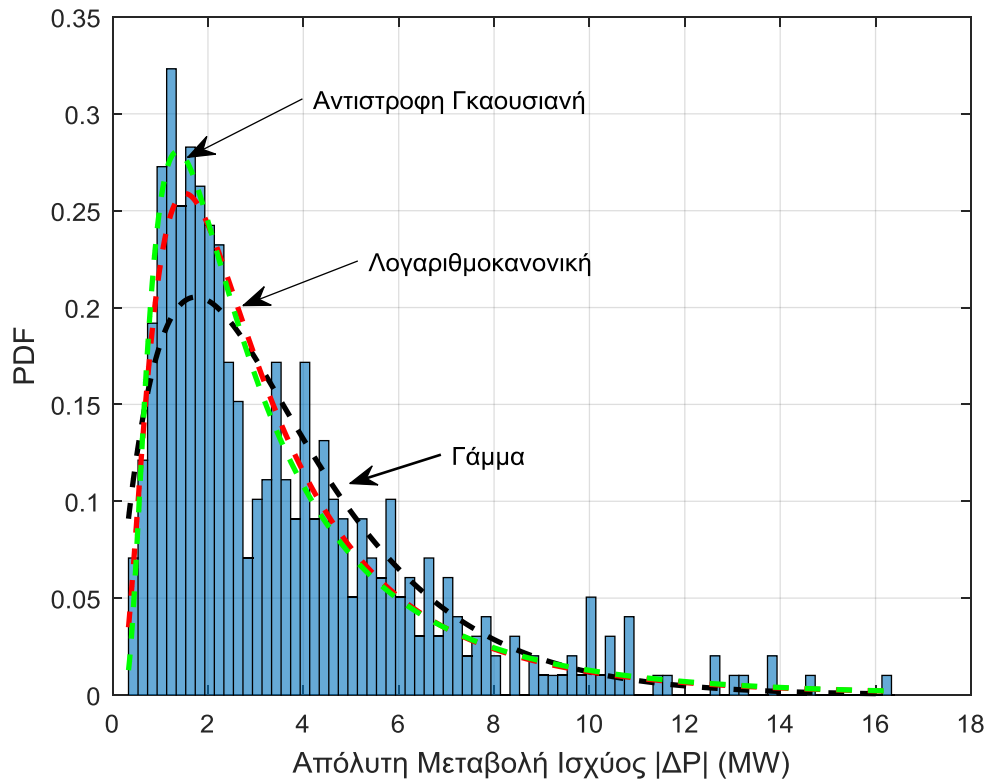
### 6.3 Στατιστική Ανάλυση Μεταβολής Ισχύος

Στην παρούσα ενότητα εξετάζεται η διαφορά των ισχύων στην αρχή και στο τέλος κάθε γραμμικής μεταβολής:  $\Delta P_i = |P_{i+1} - P_i|$ . Είναι λογικό ότι το πλήθος των μεταβολών ισχύος, που θα αποτελέσουν το δείγμα, είναι ίσο με το πλήθος των γραμμικών συναρτήσεων. Θεωρείται η απόλυτη τιμή των μεταβολών όπως φαίνεται στο Σχ. 6.4. Σημειώνεται ότι με τη μέθοδο M3 (με τη δεδομένη συχνότητα αποκοπής) το πλήθος των θετικών μεταβολών είναι ίσο με αυτό των αρνητικών, μιας και τα ευθύγραμμα τμήματα με θετική κλίση είναι ίσα με αυτά με αρνητική, δεδομένου ότι το μοντέλο έχει υλοποιηθεί μέσω της σειριακής γραμμικής ένωσης κορυφών και κοιλάδων.

Στο Σχήμα 6.3 απεικονίζεται η εμπειρική κατανομή πυκνότητας πιθανότητας καθώς και οι πλέον κατάλληλες κατανομές από όσες εξετάζονται, για τη χρονοσειρά 1 που χρησιμοποιήθηκε στην προσομοίωση του Κεφαλαίου 5, η οποία αποτελεί την ενεργό παραγωγή του Α/Π 1. Το εύρος τιμών που λαμβάνει η μεταβολή της ισχύος είναι από 0,3 MW (1,8 % της ονομαστικής ισχύος του Α/Π 1) μέχρι 16,2 MW (85,7 % της ονομαστικής ισχύος του Α/Π 1), ενώ η μέση τιμή των μεταβολών είναι 3,57 MW. Όπως φαίνεται από την επικρατέστερη τιμή, η μεταβολή ισχύος (απόλυτη) που έχουν οι περισσότερες ράμπες είναι μεταξύ 1,1 MW και 1,35 MW. Σημειώνεται ότι για το εύρος κάθε κλάσης στο ιστόγραμμα επιλέχθηκε η τιμή 0,2 MW. Επίσης η εντολή



fitdist για τον υπολογισμό της κατανομής που αντιστοιχεί στα δεδομένα, χρησιμοποίησε τις αρχικές παρατηρήσεις χωρίς ομαδοποίηση σε κλάσεις.



**Σχήμα 6.3** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας της Μεταβολής Ισχύος και Κατανομές που ταιριάζουν στα Δεδομένα (Α/Π #1,  $S_{n,I}=18.9$  MW)

Με τη βοήθεια της εντολής fitdist υπολογίζονται οι παράμετροι των κατανομών που προσεγγίζουν τα δεδομένα του δείγματος οι οποίοι φαίνονται στον Πίνακα 6.3. Με βάση τη συνάρτηση της εργασίας [42], προέκυψαν ως καταλληλότερες, με τη σειρά που αναφέρονται, η Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή, η Λογαριθμοκανονική Κατανομή και η Κατανομή Γάμμα. Το κριτήριο ήταν η τιμή της μέγιστης λογαριθμικής πιθανοφάνειας κάθε κατανομής, που είναι αντίστοιχα -1056, -1059, -1071.

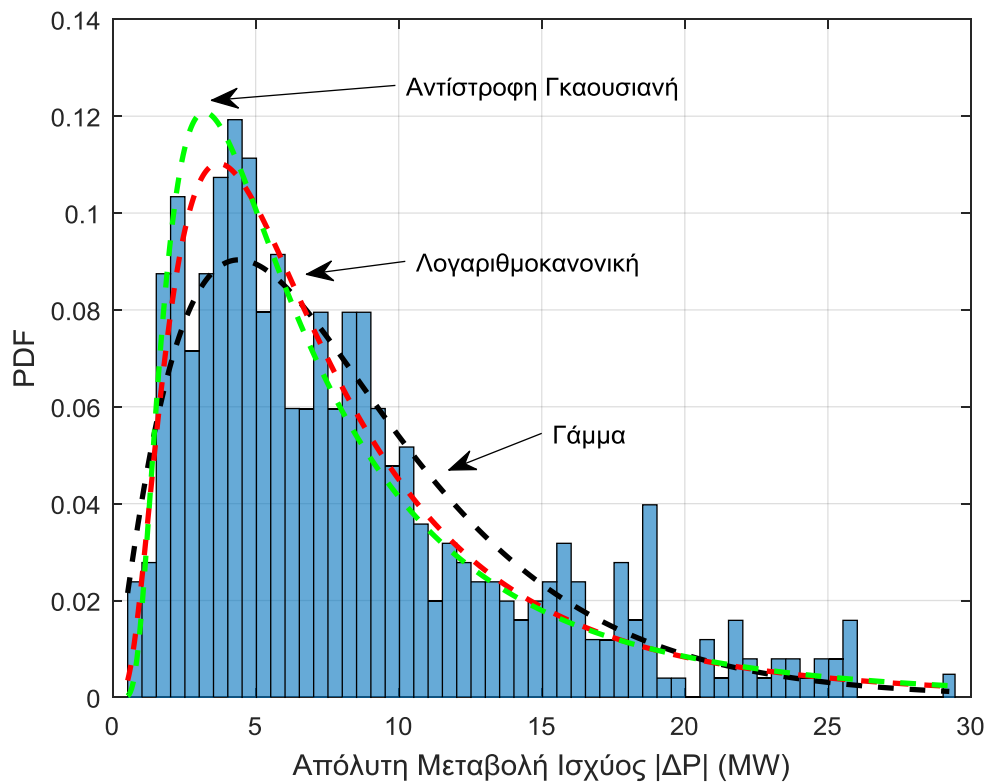
**Πίνακας 6.3** Μέση Τιμή, Διακύμανση και Παράμετροι Κατανομών για τη Μεταβολή Ισχύος (για Α/Π #1)

| Α/Π #1  | Μεταβολή Ισχύος Ράμπας $ \Delta P $ (MW) |            |            |
|---|--|------------|------------|
|   | Μέση Τιμή (MW)                           | Διακύμανση | Παράμετροι |
| Εμπειρική Κατανομή-Δεδομένα                       | 3,57                                     | 7,5855     |            |
| Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή $IG(\mu, \lambda)$ | 3,57                                     | 9,5567     | $\mu$      |
|   |  |            | $\lambda$  |
| Λογαριθμοκανονική Κατανομή $LN(\mu, \sigma^2)$    | 3,61                                     | 10,1558    | $\mu$      |
|   |  |            | $\sigma$   |
| Κατανομή Γάμμα $G(a, \beta)$                      | 3,57                                     | 6,5037     | $a$        |
|   |  |            | $\beta$    |

Οι δυο πρώτες ακολουθούν αρκετά καλά και την εμπειρική κατανομή, ειδικά σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές και την κορυφή που αντιστοιχεί στις επικρατέστερες τιμές. Σημειώνεται ότι η κορυφή της Αντίστροφης Γκαουσιανής Κατανομής είναι υψηλότερη από της Λογαριθμικής και πιο κοντά στην αντίστοιχη της εμπειρικής. Η κατανομή Γάμμα δεν εμφανίζει τόσο καλά αποτελέσματα σε αυτήν την περίπτωση. Έχει πολύ πιο χαμηλή κορυφή και ταυτόχρονα αποκλίνει από την εμπειρική σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές. Ωστόσο, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 6.3, η διακύμανση που εμφανίζει δεν απέχει πολύ από την αντίστοιχη των μετρήσεων. Και οι τρεις προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια την μέση τιμή των δεδομένων.

Στο Σχήμα 6.4 απεικονίζεται η εμπειρική κατανομή πυκνότητας πιθανότητας καθώς και οι πλέον κατάλληλες κατανομές από όσες εξετάζονται, για τη χρονοσειρά αιολικής παραγωγής του Α/Π 2. Το εύρος τιμών που λαμβάνει η απόλυτη τιμή της ισχύος είναι από 0,5 MW (1,5 % της ονομαστικής ισχύος του Α/Π 2) μέχρι 29,2 MW (81,2 % της ονομαστικής ισχύος του Α/Π 2), ενώ η μέση τιμή των μεταβολών είναι 8,25 MW. Όπως φαίνεται από την επικρατέστερη τιμή, η μεταβολή ισχύος (απόλυτη) δηλαδή που έχουν οι περισσότερες ράμπες είναι μεταξύ 4 MW και 4,6 MW. Σημειώνεται ότι για το εύρος κάθε κλάσης στο ιστόγραμμα επιλέχθηκε η τιμή 0,5 MW, καθώς και ότι το σύνολο δυνατών τιμών της μεταβολής ισχύος είναι συνεχές σύνολο.

Προέκυψαν ως καταλληλότερες, με τη σειρά που αναφέρονται, η Κατανομή Γάμμα, η Λογαριθμοκανονική Κατανομή και η Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή. Οι αντίστοιχες λογαριθμικές πιθανοφάνειες είναι -1495, -1499, -1506. Οι δυο τελευταίες ακολουθούν αρκετά καλά και την εμπειρική κατανομή, ειδικά σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές και την κορυφή που αντιστοιχεί στις επικρατέστερες τιμές. Σημειώνεται ότι η κορυφή της Αντίστροφης Γκαουσιανής Κατανομής είναι ψηλότερη από της Λογαριθμικής αλλά εμφανίζεται νωρίτερα από την αντίστοιχη της εμπειρικής, αν και στο ίδιο ύψος σχεδόν. Η Λογαριθμική, αν και χαμηλότερη, είναι πιο κοντά στη σωστή μεταβολή ισχύος. Η κατανομή Γάμμα εμφανίζει πιο καλά αποτελέσματα σε αυτήν την περίπτωση. Έχει πιο χαμηλή κορυφή, αλλά πλησιέστερη στην κορυφή της εμπειρικής κατανομής ως προς τον οριζόντιο άξονα. Σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές τις προσεγγίζει καλύτερα σε αυτήν την περίπτωση. Ακόμη, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 6.4, η διακύμανση που εμφανίζει είναι πολύ κοντά στην αντίστοιχη των μετρήσεων, σε αντίθεση με τις άλλες δυο κατανομές. Και οι τρεις προσεγγίζουν με ακρίβεια την μέση τιμή των δεδομένων.



**Σχήμα 6.4** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας της Μεταβολής Ισχύος και Κατανομές που ταιριάζουν στα Δεδομένα (Α/Π #2,  $S_{n,2}=36.0$  MW)

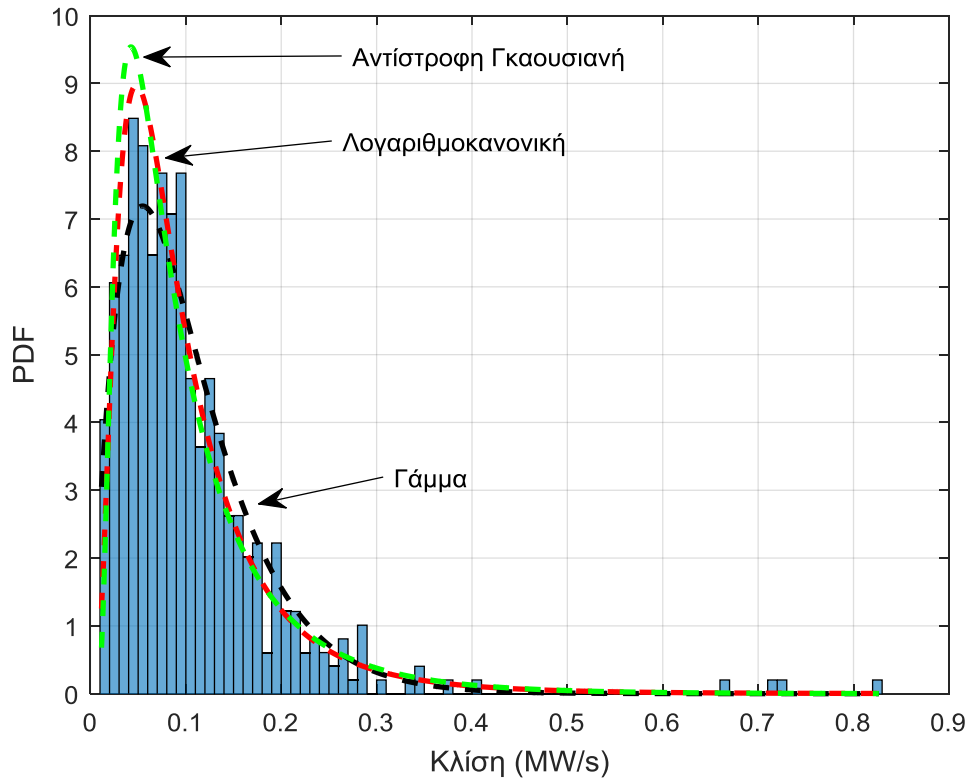
**Πίνακας 6.4** Μέση Τιμή, Διακύμανση και Παράμετροι Κατανομών για τη Μεταβολή Ισχύος (για Α/Π #2)

| Α/Π #2   | Μεταβολή Ισχύος Ράμπας $ \Delta P $ (MW) |            |            |
|--|--|------------|------------|
|  | Μέση Τιμή (MW)                           | Διακύμανση | Παράμετροι |
| Εμπειρική Κατανομή-Δεδομένα                          | 8,25                                     | 33,20      |            |
| Κατανομή Γάμμα<br>$G(\alpha, \beta)$                 | 8,25                                     | 31,62      | $\alpha$   |
|  |  |            | $\beta$    |
| Λογαριθμοκανονική Κατανομή<br>$LN(\mu, \sigma^2)$    | 8,46                                     | 52,49      | $\mu$      |
|  |  |            | $\sigma$   |
| Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή<br>$IG(\mu, \lambda)$ | 8,25                                     | 49,4       | $\mu$      |
|  |  |            | $\lambda$  |
|  |  |            | 8,249      |
|  |  |            | 11,357     |

Συμπερασματικά σε ότι αφορά τη μεταβολή ισχύος η σειρά καταλληλότητας των κατανομών εναλλάσσεται, με την Αντίστροφη Γκαουσιανή να είναι η καλύτερη για το Α/Π 1 αλλά η χειρότερη για το Α/Π 2, και την Κατανομή Γάμμα να είναι η καλύτερη για το Α/Π 2 αλλά η χειρότερη εκ των τριών για το Α/Π 1. Θα μπορούσε λοιπόν να προκριθεί, λαμβάνοντας υπόψη την προσαρμογή στα δείγματα και για τα δυο αιολικά πάρκα, η δεύτερη καλύτερη και στις δυο περιπτώσεις, η Λογαριθμοκανονική Κατανομή.

## 6.4 Στατιστική Ανάλυση Κλίσης

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται το χαρακτηριστικό της κλίσης κάθε γραμμικής μεταβολής στις προσεγγιστικές ΧΣ ισχύος. Πρόκειται για τον λόγο της μεταβολής της ισχύος προς τη χρονική διάρκεια της μεταβολής. Θεωρείται εκ νέου η απόλυτη τιμή των λόγων αυτών, όπως αναλύθηκε στην Ενότητα 6.3. Είναι προφανές ότι τα ζεύγη κλίση και διάρκεια, μεταβολή ισχύος και διάρκεια, είναι ισοδύναμα, ωστόσο η ανάλυση γίνεται για να φανεί ποια προσεγγίζει καλύτερα, η  $\Delta P$  ή η κλίση.



**Σχήμα 6.5** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κλίσης και Λογαριθμική Κατανομή που ταιριάζει στα Δεδομένα (Α/Π #1,  $S_{n,l}=18.9$  MW)

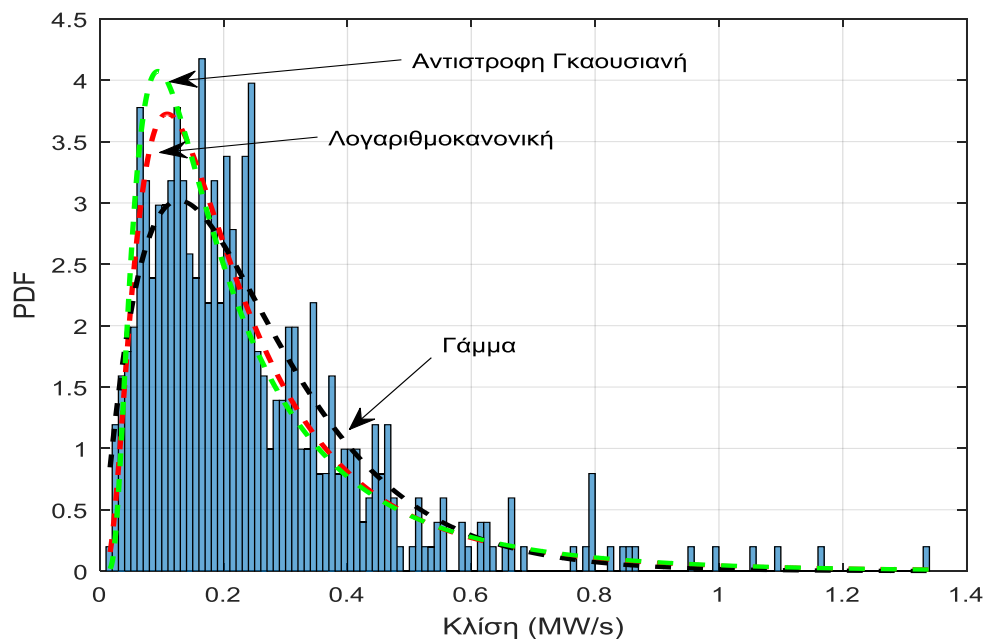
Στο Σχήμα 6.5 απεικονίζεται η εμπειρική κατανομή πυκνότητας πιθανότητας καθώς και η Λογαριθμοκανονική, η Αντίστροφη Γκαουσιανή και η Κατανομή Γάμμα που προσαρμόζονται στα δεδομένα, για τη χρονοσειρά του Α/Π 1. Το εύρος τιμών που λαμβάνει η απόλυτη τιμή της κλίσης είναι από 0,012 MW/s μέχρι 0,827 MW/s, ενώ η μέση τιμή είναι 0,1034 MW/s. Όπως φαίνεται από την επικρατέστερη τιμή, η κλίση που έχουν οι περισσότερες ράμπες κυμαίνεται μεταξύ 0,04 MW/s και 0,05 MW/s. Σημειώνεται ότι για το εύρος κάθε κλάσης στο ιστόγραμμα επιλέχθηκε η τιμή 0,01 MW/sec, καθώς και ότι το σύνολο δυνατών τιμών της κλίσης είναι συνεχές σύνολο.

Με τη βοήθεια της εντολής `fitdist` υπολογίζονται οι παράμετροι των κατανομών που προσεγγίζουν τα δεδομένα του δείγματος. Με βάση τη συνάρτηση της εργασίας [42], προέκυψε ως καταλληλότερη η Λογαριθμοκανονική Κατανομή, με κριτήριο την μέγιστη λογαριθμική πιθανοφάνεια. Ακολουθεί αρκετά καλά την εμπειρική κατανομή, ειδικά σε ότι αφορά τις αρχικές τιμές και την κορυφή που αντιστοιχεί στις επικρατέστερες τιμές. Σημειώνεται ότι η κορυφή της είναι ψηλότερη από την

αντίστοιχη της εμπειρικής. Η Αντίστροφη Γκαουσιανή μοιάζει αρκετά με την Λογαριθμοκανονική ενώ η Κατανομή Γάμμα δεν εμφανίζει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε αυτήν την περίπτωση. Οι τιμές της μέγιστης λογαριθμικής πιθανοφάνειας είναι 712 για τη Λογαριθμοκανονική, 707 για την Αντίστροφη Γκαουσιανή και 695 για την Κατανομή Γάμμα. Η διακύμανση που εμφανίζει η Λογαριθμική Κατανομή δεν απέχει πολύ από την αντίστοιχη των μετρήσεων. Προσεγγίζεται ακόμη με μεγάλη ακρίβεια την μέση τιμή των δεδομένων και από τις τρεις κατανομές. Οι τιμές αυτές όπως και οι παράμετροι των κατανομών φαίνονται στον Πίνακα 6.5.

**Πίνακας 6.5** Μέση Τιμή, Διακύμανση Κατανομών και Παράμετροι Λογαριθμοκανονικής Κατανομής για την Κλίση (για Α/Π #1)

| Α/Π #1  | Κλίση Ράμπας $ \Delta P /\Delta t$ ( $\frac{MW}{s}$ ) |            |            |
|---|---|------------|------------|
|   | Μέση Τιμή ( $\frac{MW}{s}$ )                          | Διακύμανση | Παράμετροι |
| Εμπειρική Κατανομή-Δεδομένα                       | 0,1034  | 0,0076     |            |
| Λογαριθμοκανονική Κατανομή $LN(\mu, \sigma^2)$    | 0,1037  | 0,0072     | $\mu$      |
|   |   |            | $\sigma$   |
| Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή $IG(\mu, \lambda)$ | 0,1034  | 0,0072     | $\mu$      |
|   |   |            | $\lambda$  |
| Κατανομή Γάμμα $G(a, \beta)$                      | 8,25  | 49,4       | $\alpha$   |
|   |   |            | $\beta$    |



**Σχήμα 6.6** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κλίσης και Λογαριθμική Κατανομή που ταιριάζει στα Δεδομένα (Α/Π #2,  $S_{n,2}=36.0$  MW)

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία για τη χρονοσειρά ισχύος του Α/Π 2. Στο Σχήμα 6.6 απεικονίζεται η εμπειρική κατανομή πυκνότητας πιθανότητας, καθώς και η

Λογαριθμοκανονική, η Κατανομή Γάμμα και η Αντίστροφη Γκαουσιανή, για τη χρονοσειρά του Α/Π 2. Το εύρος τιμών που λαμβάνει η απόλυτη τιμή της κλίσης είναι από 0,017 MW/s μέχρι 1,34 MW/s, ενώ η μέση τιμή είναι 0,2454 MW/s.

Όπως φαίνεται από την επικρατέστερη τιμή, η κλίση (απόλυτη) που έχουν οι περισσότερες ράμπες κυμαίνεται μεταξύ 0,16 MW/s και 0,17 MW/s. Σημειώνεται ότι για το εύρος κάθε κλάσης στο ιστόγραμμα επιλέχθηκε η τιμή 0,01 MW/s. Πρέπει να σημειωθεί ότι η απόκλιση μεταξύ κατανομών που προσαρμόζονται στα δεδομένα κι εμπειρικής Κατανομής είναι εδώ μεγαλύτερη σε σχέση με το Α/Π 1. Οι τιμές της μέγιστης λογαριθμικής πιθανοφάνειας είναι 271 για τη Λογαριθμοκανονική, 268 για την Κατανομή Γάμμα και 263 για την Αντίστροφη Γκαουσιανή. Με βάση αυτές τις τιμές προσδιορίζεται και η σειρά καταλληλότητας. Οι τιμές των παραμέτρων καθώς και η μέση τιμή και η διακύμανση φαίνονται στον Πίνακα 6.6.

**Πίνακας 6.6** Μέση Τιμή, Διακύμανση Κατανομών και Παράμετροι Λογαριθμοκανονικής Κατανομής για την Κλίση (για Α/Π #2)

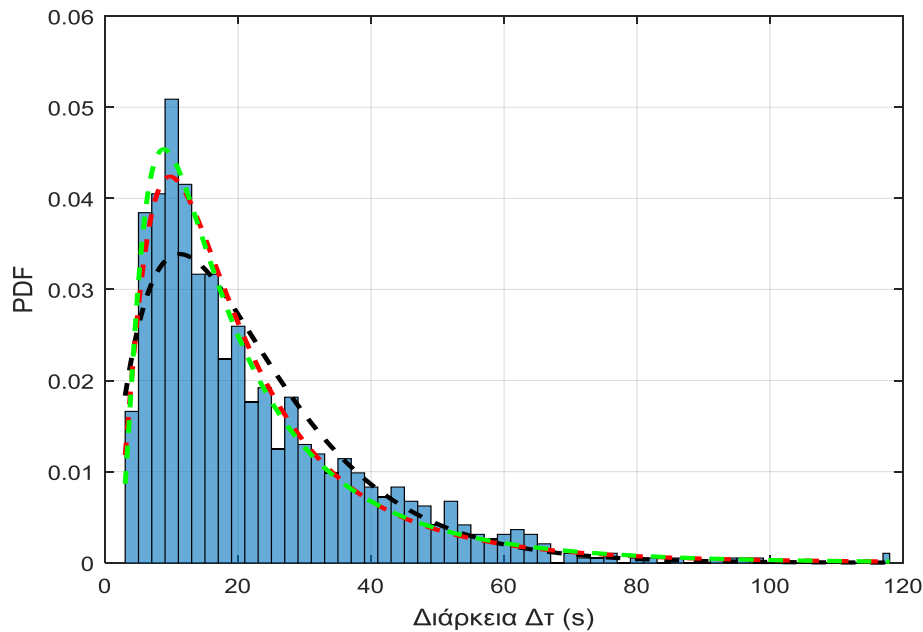
| Α/Π #2   | Κλίση Ράμπας $ \Delta P /\Delta t$ ( $\frac{MW}{s}$ ) |            |            |
|--|---|------------|------------|
|  | Μέση Τιμή ( $\frac{MW}{s}$ )                          | Διακύμανση | Παράμετροι |
| Εμπειρική Κατανομή-Δεδομένα                          | 0,2454  | 0,0347     |            |
| Λογαριθμοκανονική Κατανομή<br>$LN(\mu, \sigma^2)$    | 0,2503  | 0,0465     | $\mu$      |
|  |   |            | $\sigma$   |
| Κατανομή Γάμμα<br>$G(\alpha, \beta)$                 | 0,2454  | 0,0289     | -1,663     |
|  |   |            | 0,745      |
| Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή<br>$IG(\mu, \lambda)$ | 0,2454  | 0,0447     | $\alpha$   |
|  |   |            | $\beta$    |
|  |   |            | 2,087      |
|  |   |            | 8,5        |
|  |   |            | $\mu$      |
|  |   |            | $\lambda$  |
|  |   |            | 0,245      |
|  |   |            | 0,331      |

Συμπερασματικά προκύπτει ότι για τις χρονοσειρές ισχύος και των δυο αιολικών πάρκων η Λογαριθμοκανονική Κατανομή ήταν η καταλληλότερη κατανομή πιθανότητας. Ως προς το ερώτημα λοιπόν, αν προσεγγίζει καλύτερα η  $\Delta P$  ή η κλίση διαπιστώνεται ότι για την κλίση προκύπτει μια κατανομή που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα λαμβάνοντας υπόψη και τα δυο πάρκα, ενώ στην  $\Delta P$  δεν προέκυψε κάτι τέτοιο.

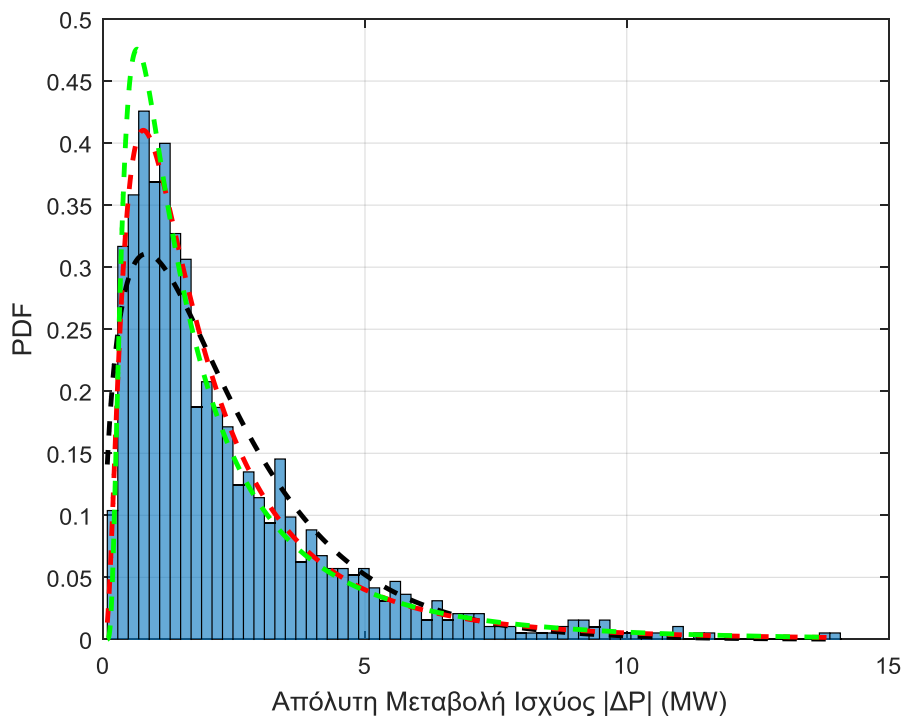
### 6.5 Επίδραση Φίλτρου αποκοπής

Οι τιμές που προέκυψαν σαν δείγμα για τα υπό εξέταση χαρακτηριστικά της προσεγγιστικής χρονοσειράς του Αιολικού Πάρκου 1 (που εμφάνισε καλύτερα αποτελέσματα ως προς την προσαρμογή από τις τρεις κατανομές), προέκυψαν από την M3, όπου η εξομάλυνση της αρχικής χρονοσειράς έγινε με φίλτρο με συχνότητα αποκοπής 0,04 Hz. Με αυτόν τον τρόπο εξομαλύνθηκε σημαντικά το αρχικό σήμα και μειώθηκε σημαντικά ο αριθμός σημείων που απαιτούνται για την αναπαράσταση της αρχικής χρονοσειράς. Στη συνέχεια επιχειρείται μικρότερη εξομάλυνση της αρχικής χρονοσειράς, δηλαδή ακριβέστερη αναπαράστασή της. Ρυθμίζεται λοιπόν η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου σε διπλάσια τιμή, 0,08 Hz. Κατά τα λοιπά εφαρμόζεται η ίδια μέθοδος, η M3. Ο αριθμός των σημείων σε αυτήν την περίπτωση

αυξάνεται σημαντικά, όπως αναμενόταν. Έπειτα εξετάζονται πάλι τα χαρακτηριστικά που εξετάστηκαν και προηγουμένως. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα Σχήματα 6.7-6.9.



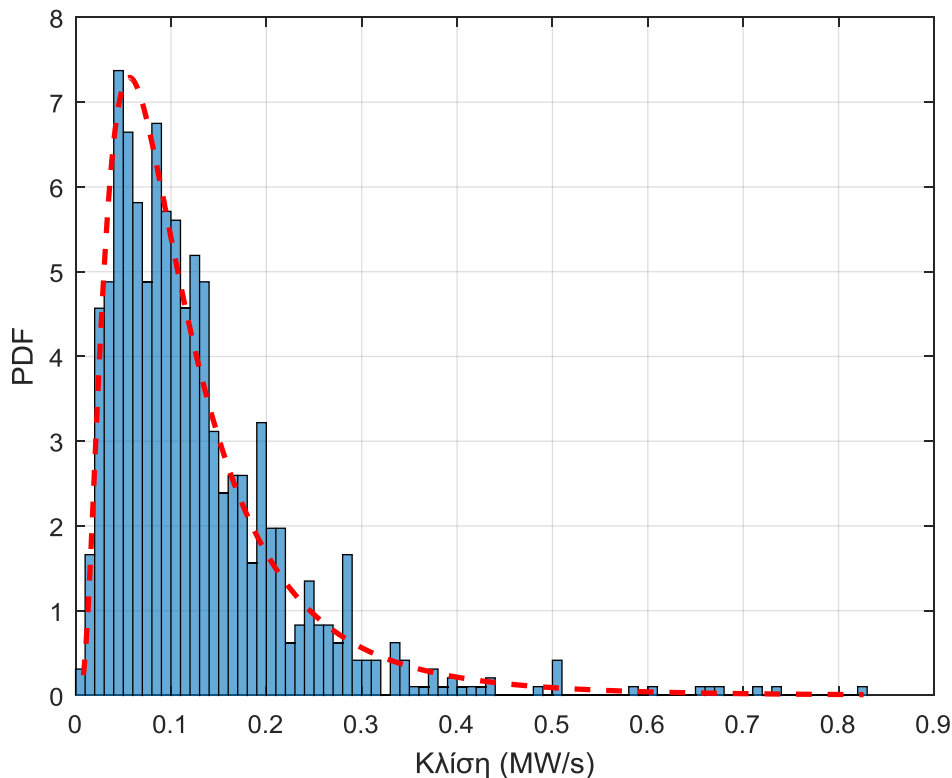
**Σχήμα 6.7** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας της Διάρκειας και Κατανομές που ταιριάζουν στα Δεδομένα (ΧΣ #1, 0.08Hz)



**Σχήμα 6.8** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας της Μεταβολής Ισχύος και Κατανομές που ταιριάζουν στα Δεδομένα (Α/Π #1,  $S_{n,l}=18.9$  MW, 0.08Hz)

Παρατηρείται ότι με την αύξηση του πλήθους των γραμμικών μεταβολών για την προσέγγιση της αρχικής χρονοσειράς οι κατανομές που είχαν προκύψει στις Ενότητες 6.2, 6.3 και 6.4 παραμένουν οι καταλληλότερες με βάση τη μέγιστη λογαριθμική πιθανοφάνεια. Αυτές είναι η Λογαριθμοκανονική (κόκκινο), η Αντίστροφη

Γκαουσιανή (πράσινο) και η κατανομή Γάμμα (μαύρο). Στο Σχήμα 6.9 που εξετάζεται η κλίση απεικονίζεται η εμπειρική κατανομή και η Λογαριθμοκανονική Κατανομή μόνο, η οποία αποδίδει τα καλύτερα αποτελέσματα.



**Σχήμα 6.9** Εμπειρική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κλίσης και Λογαριθμικής Κατανομής που ταιριάζει στα Δεδομένα (Α/Π #1,  $S_{n,t}=18.9$  MW, 0.08 Hz)

## 6.6 Συσχέτιση Κλίσης, Μεταβολής Ισχύος και Χρονικής Διάρκειας

Με δεδομένες τις παραπάνω κατανομές πιθανότητας που ταιριάζουν στα δεδομένα που προέκυψαν από την εφαρμογή της M3 στις εξεταζόμενες χρονοσειρές ισχύος, είναι δυνατή η δημιουργία νέων ψευδοτυχαίων χρονοσειρών. Αυτές οι ψευδοτυχαίες χρονοσειρές θα πρέπει να έχουν παρόμοια χαρακτηριστικά με τις αρχικές, ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για δοκιμαστικές προσομοιώσεις. Ένας τρόπος δημιουργίας παρουσιάστηκε στην εργασία [15]. Σε αυτήν προτάθηκε και περιγράφηκε η διαδικασία παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών με μοντέλα Markov. Η διαδικασία αφορούσε σε δημιουργία σημείο προς σημείο της συνθετικής χρονοσειράς (ένα σημείο-δείγμα ανά δευτερόλεπτο).

Με βάση την στατιστική ανάλυση που παρουσιάστηκε στην παρούσα εργασία, είναι εφικτή η σύνθεση νέων χρονοσειρών από γραμμικές μεταβολές μέσης διάρκειας από 30 έως 60 δευτερόλεπτα περίπου. Πιο συγκεκριμένα, μέσω της επαναληπτικής δημιουργίας ευθύγραμμων τμημάτων στοχαστικής διάρκειας και κλίσης (ή στοχαστικής μεταβολής ισχύος) με βάση τις κατανομές που προέκυψαν ότι ταιριάζουν κατάλληλα, είναι δυνατή η δημιουργία ψευδοτυχαίων χρονοσειρών. Η δυσκολία στο παραπάνω εγχείρημα έγκειται στο γεγονός ότι είναι απαραίτητη η εξέταση της ανεξαρτησίας και συσχέτισης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών διάρκειας και κλίσης.



Ο βαθμός συσχέτισης δυο μεταβλητών  $X$  και  $Y$  με διασπορά  $\sigma_X^2$  και  $\sigma_Y^2$  αντίστοιχα και συνδιακύμανση  $\sigma_{XY} = Cov(X, Y) = E(X, Y) - E(X)E(Y)$ , μετριέται με τον συντελεστή συσχέτισης  $\rho$  που ορίζεται ως ακολούθως [43]:

$$\rho = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (6.1)$$

Ο συντελεστή συσχέτισης εκφράζει το βαθμό και τον τρόπο που οι δυο μεταβλητές συσχετίζονται, δηλαδή πως η μια μεταβάλλεται ως προς την άλλη. Ο συντελεστής  $\rho$  παίρνει τιμές στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Όταν  $\rho = 0$ , δεν υπάρχει καμιά (γραμμική) συσχέτιση μεταξύ των  $X$  και  $Y$ . Όταν  $\rho = \pm 1$ , υπάρχει τέλεια συσχέτιση μεταξύ των  $X$  και  $Y$  (θετική ή αρνητική) και η σχέση είναι αιτιοκρατική, διότι γνωρίζοντας την τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής γνωρίζουμε και την τιμή της άλλης ακριβώς. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι κοντά στο  $-1$  ή  $1$  η γραμμική συσχέτιση των δύο τυχαίων μεταβλητών είναι ισχυρή (συνήθως χαρακτηρίζονται ισχυρές οι συσχετίσεις όταν  $|\rho| > 0.9$ ) ενώ όταν είναι κοντά στο  $0$  οι τ.μ. είναι πρακτικά ασυσχέτιστες.

Τέλος για τις παρατηρήσεις δυο τυχαίων μεταβλητών  $X$  και  $Y$  κατά ζεύγη  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  μπορεί να εκτιμηθεί η συσχέτιση τους ποιοτικά από το διάγραμμα διασποράς, που είναι η απεικόνιση των σημείων  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

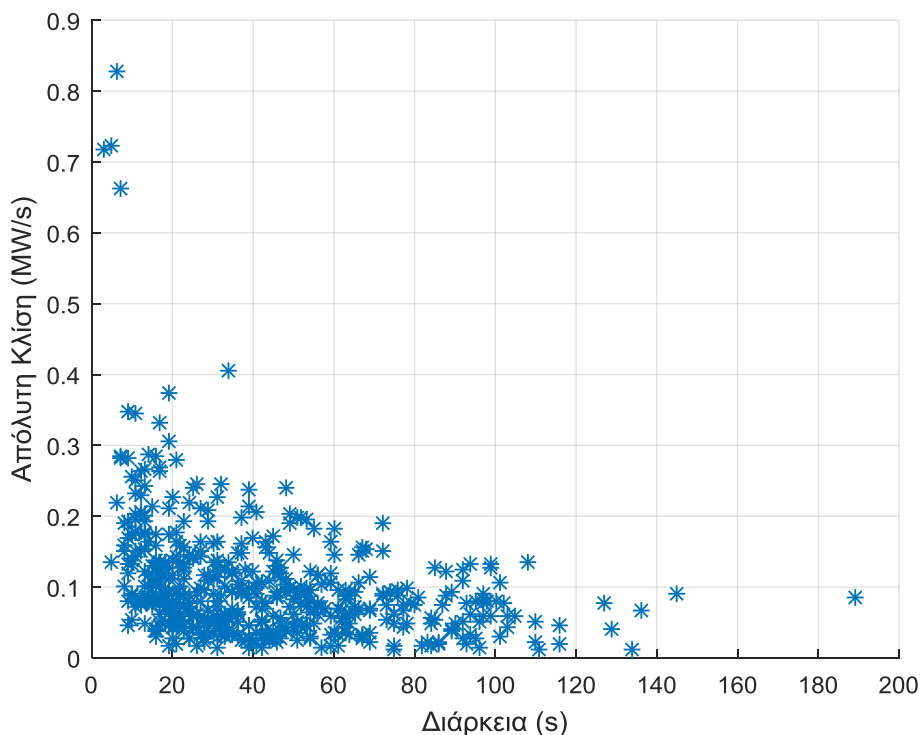
Στον Πίνακα 6.7 υπολογίζεται ο συντελεστής συσχέτισης για τα ακόλουθα ζεύγη μεταβλητών: διάρκεια-κλίση και διάρκεια-μεταβολή ισχύος (όπου η κλίση και η μεταβολή ισχύος είναι κατά απόλυτη τιμή υπολογισμένες, όπως αναφέρθηκε στις Ενότητες 6.2-6.4). Επισημαίνεται ότι η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου ήταν 0,04Hz.

**Πίνακας 6.7** Συντελεστής Συσχέτισης Κλίσης, Μεταβολής Ισχύος και Χρονικής Διάρκειας

| $X$      | $Y$             | $\rho$  |
|----------|-----------------|---------|
| Διάρκεια | Κλίση           | -0,3332 |
| Διάρκεια | Μεταβολή Ισχύος | 0,5636  |

Παρατηρείται ότι για τα ζεύγη διάρκεια-κλίση ο συντελεστής συσχέτισης λαμβάνει τιμή (απόλυτη) κάτω από το 0,5 που μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι η γραμμική συσχέτιση των δύο μεταβλητών είναι μικρή. Ωστόσο, η συσχέτιση δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Αντίθετα η διάρκεια και η μεταβολή ισχύος είναι γραμμικά συσχετισμένες αφού  $|\rho| > 0,5$ . Συνεπώς η δημιουργία τεχνητών χρονοσειρών που να διατηρούν τα ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά με τις εξεταζόμενες στην παρούσα εργασία δεν είναι προφανής, μιας και υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στις μεταβλητές, και αφήνεται για περαιτέρω έρευνα.

Στο Σχήμα 6.10 φαίνεται το διάγραμμα διασποράς για το ζεύγος μεταβλητών διάρκεια-κλίση.



**Σχήμα 6.10** Διάγραμμα Διασποράς Διάρκειας-Κλίσης

Από το διάγραμμα του Σχ. 6.10 διαφαίνεται ότι δεν υπάρχει ισχυρή γραμμική συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών. Επιπλέον, παρατηρείται ότι οι περισσότερες τιμές κάθε μεταβλητής είναι συγκεντρωμένες γύρω από τις αντίστοιχες μέσες τιμές τους. Ακόμη για τις ακραίες τιμές της διάρκειας προκύπτει ότι για μεγάλες τιμές διάρκειας η κλίση λαμβάνει μικρές (κατά απόλυτη τιμή) τιμές και το αντίστροφο. Τέλος η περιοχή συγκέντρωσης των σημείων φράσσεται από δυο νοητές καμπύλες, και συγκεκριμένα (ισοσκελείς) υπερβολές. Η μια καμπύλη αποτελείται από τα σημεία των οποίων οι συντεταγμένες έχουν γινόμενο ίσο με την μέγιστη τιμή (16,2 MW) της μεταβολή ισχύος. Η άλλη καμπύλη αποτελείται από τα σημεία των οποίων το γινόμενο των συντεταγμένων ισούται με την ελάχιστη τιμή (0,3 MW) της μεταβολή ισχύος. Μιας και οι εξεταζόμενες μεταβλητές για ακραίες τιμές είναι αντιστρόφως ανάλογες, είναι λογικό ο συντελεστής συσχέτισης να προκύπτει αρνητικός.

### *Συμπεράσματα-Προοπτικές*

#### *7.1 Σύνοψη και Κύρια Συμπεράσματα*

Στη παρούσα διπλωματική διερευνήθηκε μια προσεγγιστική αναπαράσταση χρονοσειρών αιολικής ισχύος με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις. Στη συνέχεια αναλύθηκε η επίδραση της μεταβλητότητας της ενεργού παραγωγής αιολικών πάρκων στη μέγιστη μεταφερόμενη ισχύ και κατά συνέπεια στο όριο ευστάθειας τάσης ενός ασθενούς συστήματος μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

Για την ανάλυση της ευστάθειας τάσεως χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα των γραμμών σύνδεσης δύο Αιολικών Πάρκων συνδεδεμένων στην περιοχή της Πελοποννήσου. Το Α/Π 1 είναι ονομαστικής ισχύος 18,9 MVA και συνδέεται μέσω μιας γραμμής διανομής μεγάλου μήκους στον υποσταθμό ΥΤ/ΜΤ. Το Α/Π 2 είναι σχεδόν διπλάσιας ισχύος (36 MVA) και συνδέεται πολύ κοντά στον υποσταθμό. Για την προσομοίωση της μεταβλητότητας της αιολικής ισχύος αναπτύχθηκαν στην εργασία, κάνοντας χρήση μεθόδων επεξεργασίας σήματος, τέσσερις μέθοδοι προσέγγισης με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις. Με τον τρόπο αυτό οι χρονοσειρές ισχύος παριστάνονται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα αντί σημείο προς σημείο. Στόχος είναι η κατά το δυνατόν πιστή, αλλά ταυτόχρονα εύκολη αναπαράσταση των χρονοσειρών, ώστε να καταστεί δυνατή η εισαγωγή τους σε ένα πρόγραμμα μακροπρόθεσμης προσομοίωσης ευστάθειας τάσεως, όπως το WPSTAB. Επιλέχθηκε η μέθοδος που κρατούσε τις ακραίες τιμές της χρονοσειράς, ενώ ταυτόχρονα είχε μικρή απόκλιση αποτελεσμάτων συγκριτικά με την αρχική χρονοσειρά. Επιπλέον, με κατάλληλη στατιστική επεξεργασία καθίσταται πιο προσιτή η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών από ευθύγραμμα τμήματα μέσης διάρκειας μεταξύ μισού κι ενός λεπτού, για προσομοιώσεις συστήματος σε μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα.

Για να εξεταστεί η προσεγγιστική αναπαράσταση με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις θεωρήθηκαν δύο συσχετισμένες χρονοσειρές ταχυτήτων ανέμου, συνολικής διάρκειας 21000 δευτερολέπτων, από τις οποίες μέσω προσομοίωσης προέκυψαν οι αντίστοιχες χρονοσειρές αιολικής παραγωγής. Σε αυτές τις χρονοσειρές αιολικής παραγωγής που αναπαρίστανται σημείο προς σημείο (ένα δείγμα ανά δευτερόλεπτο) εφαρμόστηκαν οι τέσσερις μέθοδοι που προτάθηκαν. Η πρώτη, η μέθοδος Μέσου Όρου, δημιουργεί ευθύγραμμα τμήματα σταθερής διάρκειας 50 δευτερολέπτων των οποίων τα άκρα τοποθετούνται στο μέσο του διαστήματος διάρκειας 50 δευτερολέπτων και σε ύψος ίσο με το μέσο όρο όλων των τιμών που λαμβάνει η χρονοσειρά στο συγκεκριμένο διάστημα. Στη συνέχεια, η δεύτερη μέθοδος, η μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων, προσδιορίζει τα ευθύγραμμα τμήματα με βάση την ελαχιστοποίηση της μέσης τετραγωνικής απόστασης των σημείων της προσεγγιστικής τμηματικά γραμμικής χρονοσειράς από τα σημεία της αρχικής χρονοσειράς. Με αυτήν την μέθοδο το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα ελαχιστοποιείται για συγκεκριμένο πλήθος ευθυγράμμων τμημάτων και συγκεκριμένη

προαποφασισμένη διαμέριση. Στη συνέχεια παρουσιάστηκε μια τρίτη μέθοδος, η Μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακρότατων. Σε αυτήν τη μέθοδο τα άκρα των ευθύγραμμων τμημάτων που αποτελούν την προσεγγιστική χρονοσειρά είναι σημεία της αρχικής χρονοσειράς και μάλιστα κορυφές και κοιλάδες (ακρότατα) της αρχικής. Για την υλοποίηση αυτής της μεθόδου πραγματοποιήθηκε πρώτα εξομάλυνση της αρχικής χρονοσειράς με φίλτρο που κράτησε τις χαμηλές συχνότητες και εξασθένησε τις υψηλές. Συγκεκριμένα, επιδιώχθηκε η αποκοπή των συχνοτήτων που αντιστοιχούσαν σε μεταβολές τοπικού μεγίστου-τοπικού ελαχίστου (στο πεδίο του χρόνου) μικρότερες των 10-15 δευτερολέπτων περίπου. Έπειτα, ανιχνεύθηκαν οι κορυφές και οι κοιλάδες στην εξομαλυμένη χρονοσειρά, και στη συνέχεια αντικαταστάθηκε καθεμία από αυτές με αντίστοιχη της αρχικής χρονοσειράς σε παραπλήσια χρονική στιγμή. Με την παραπάνω μέθοδο, μετά από κάθε κοιλάδα ακολουθεί κορυφή και το αντίστροφο. Τέλος, προτάθηκε μια τέταρτη μέθοδος που αποτελεί συνδυασμό των δυο προηγούμενων και επιτυγχάνει σημαντική βελτίωση των στατιστικών δεικτών σφάλματος σε σχέση με τις προηγούμενες τρεις. Ωστόσο, καμία πλην της τρίτης μεθόδου M3 δεν κρατά τις ακραίες τιμές της αρχικής χρονοσειράς, και για αυτόν τον λόγο επιλέχθηκε η τρίτη μέθοδος Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακρότατων (M3) για τις προσομοιώσεις του συστήματος δοκιμών, καθώς οι ακραίες τιμές επηρεάζουν τις αποκρίσεις του Αιολικού Πάρκου σε εντολές ρύθμισης, ειδικά όταν λειτουργεί ο περιοριστής ρεύματος και συνεπώς και την προσφερόμενη άεργο υποστήριξη του πάρκου και τη μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσης του συστήματος.

Για τη σύγκριση της επίδρασης στην ευστάθεια του συστήματος της προσεγγιστικής χρονοσειράς ισχύος σε σχέση με την αντίστοιχη επίδραση της αρχικής χρονοσειράς, έγινε προσομοίωση μιας συνεχούς μεταβολής της αγωγιμότητας του φορτίου σε μορφή ράμπας, με ρυθμό αύξησης 0,1% ανά 1 s. Η ανάλυση επικεντρώθηκε στις χρονικές στιγμές που ενεργοποιούνται οι μηχανισμοί αυτομάτου ελέγχου και τη χρονική στιγμή που επιτυγχάνεται το όριο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος.

Η προσομοίωση έγινε αρχικά με πρόγραμμα σε περιβάλλον Matlab, στο οποίο οι εξισώσεις ροής φορτίου έχουν αντικατασταθεί με ένα διευρυμένο σύστημα εξισώσεων, διότι στο σύστημα υπάρχουν και δρουν αυτόματοι μηχανισμοί ελέγχου, των οποίων ενδιαφέρει η συμπεριφορά και η μεταξύ τους συνεργασία, δεδομένου ότι ρυθμίζουν διαφορετικά μεγέθη του συστήματος. Η στρατηγική ελέγχου του ηλεκτρονικού μετατροπέα που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο έλεγχος με εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης σε συνθήκες εκτάκτου ανάγκης (EMRS). Μέχρι να εκδοθεί το σήμα για την εντολή μέγιστης άεργης υποστήριξης, η στρατηγική ελέγχου άεργου ισχύος του μετατροπέα είναι η ρύθμιση της τάσης του Αιολικού Πάρκου. Σημειώνεται ότι η αύξηση της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, αναφέρεται στη συγκεκριμένη ράμπα αύξησης του φορτίου και στις εφαρμοζόμενες χρονοσειρές, για δεδομένη τοπολογία δικτύου στην οποία τα Αιολικά Πάρκα συνδέονται στο μέσο μιας ασθενούς γραμμής μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

Από την συγκριτική προσομοίωση μεταξύ της αρχικής χρονοσειράς και της προσεγγιστικής (μέθοδος M3) προέκυψε ότι οι χρονικές στιγμές στις οποίες γίνεται η ζεύξη των πυκνωτών, συναντάται το όριο ρεύματος και ενεργοποιείται ο μηχανισμός μέγιστης άεργης υποστήριξης είναι παραπλήσιες για την αρχική και την προσεγγιστική χρονοσειρά. Επίσης η διαφορά στο όριο μέγιστης μεταφοράς ισχύος

του συστήματος είναι μηδενική στο A/Π 1 και ίση με 0,8% της ονομαστικής ισχύος του A/Π 2, δηλαδή οριακά αμελητέα.

Στη συνέχεια, εξετάστηκε στο πρόγραμμα WPSTAB ένα σύστημα μεταφοράς στο οποίο συνδέονται ταυτόχρονα δύο A/Π μέσω γραμμών διανομής. Χάρη στην προσέγγιση με Τμηματικά Γραμμικές Συναρτήσεις (μέθοδος M3), ο αριθμός των διαταραχών-μεταβολών που έχουν οι αρχικές χρονοσειρές μειώνεται δραστικά. Συγκεκριμένα αντί για 21000 σημεία για την αναπαράσταση της μεταβλητής ενεργού ισχύος αρκούν τώρα 496 για το A/Π 1 και 504 για το A/Π 2. Με άλλα λόγια το πλήθος των σημείων (κι άρα διαταραχών) είναι κάτω από 2,5% του αρχικού. Έτσι είναι δυνατό να εξεταστεί η ταυτόχρονη λειτουργία περισσότερων πάρκων συνδεδεμένων στο σύστημα, με μεταβλητή ενεργό παραγωγή.

Η δυνατότητα φόρτισης του συστήματος με τα δυο A/Π αυξήθηκε κατά 26 MW και 12 MW σε σχέση με την σύνδεση μόνο του A/Π #1 ή του A/Π #2 αντίστοιχα. Οι αυξήσεις αυτές είναι ίσες με το 47,4% και 21,9% της αθροιστικής ονομαστικής ισχύος των δύο πάρκων (54,9 MW). Επίσης, παρατηρήθηκε ότι στην ταυτόχρονη λειτουργία δύο πάρκων με μεταβλητή ενεργό παραγωγή η Μέγιστη Μεταφορά Ισχύος είναι από 1 MW μέχρι 2 MW περίπου μεγαλύτερη από την λειτουργία με σταθερή χαμηλή ενεργό ισχύ. Ας σημειωθεί ότι οι αρχικές τιμές ισχύος λήφθηκαν ίσες στις περιπτώσεις μεταβλητής και σταθερής ενεργού ισχύος για λόγους σύγκρισης.

Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι στις προσομοιώσεις όπου η μεταβλητή ενεργός ισχύς ήταν σχετικά χαμηλή, η ισχύς στο ζυγό φορτίου ήταν σταθερά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη στην προσομοίωση με σταθερή χαμηλή παραγωγή. Αντίθετα, όταν η μεταβλητή ενεργός εμφάνιζε πιο υψηλές τιμές, κοντά στις συνθήκες μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος, και για μεγαλύτερη διάρκεια, η ισχύς στο ζυγό φορτίου εμφάνιζε διακυμάνσεις κι έπεφτε και κάτω από την ισχύ στο ζυγό φορτίου για σταθερή χαμηλή ενεργό ισχύ. Συνεπώς η παραδοχή μικρής σταθερής αιολικής παραγωγής φαίνεται να δίνει μια αρκετά καλή συντηρητική εκτίμηση.

Τέλος, με βάση το θεωρητικό υπόβαθρο που παρουσιάστηκε στα πρώτα κεφάλαια, πραγματοποιήθηκε στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν με την εφαρμογή της Μεθόδου Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακρότατων (M3) στις εξεταζόμενες χρονοσειρές. Πιο συγκεκριμένα, εξετάστηκαν τα στατιστικά χαρακτηριστικά της διάρκειας, της μεταβολής ισχύος και της κλίσης των ευθύγραμμων τμημάτων που συναποτελούν τη προσεγγιστική χρονοσειρά κάθε A/Π. Προέκυψε λοιπόν ότι η μέση τιμή της διάρκειας των ευθύγραμμων τμημάτων είναι περίπου 42 δευτερόλεπτα και για τις δυο χρονοσειρές. Διάρκειες κάτω από 10 δευτερόλεπτα εμφανίζουν μικρή πιθανότητα, αλλά όχι αμελητέα. Επιπλέον, με κριτήριο την τιμή μέγιστης λογαριθμικής πιθανοφάνειας εξετάζονται τρεις γνωστές κατανομές πιθανότητας, η Λογαριθμοκανονική Κατανομή, η Αντίστροφη Γκαουσιανή Κατανομή και η Κατανομή Γάμμα που ταιριάζουν στα δεδομένα διάρκειας, κλίσης και μεγέθους μεταβολής, και προσεγγίζουν τις αντίστοιχες εμπειρικές κατανομές πιθανότητας. Για την διάρκεια προέκυψε καταλληλότερη η Κατανομή Γάμμα, για την κλίση η Λογαριθμοκανονική Κατανομή, ενώ για τη μεταβολή ισχύος δεν προέκυψε κοινό αποτέλεσμα για τα δυο A/Π. Επομένως είναι προτιμότερη η μελέτη της κλίσης αντί της μεταβολής ισχύος, δεδομένου ότι οι δύο μεταβλητές είναι ισοδύναμες. Τέλος, έγινε μια διερεύνηση της συσχέτισης μεταξύ των χαρακτηριστικών της διάρκειας, της μεταβολής ισχύος και της κλίσης, ώστε να

ληφθεί υπόψη με βάση τις κατανομές πιθανότητας που επιλέχθηκαν η πιθανότητα αναπαραγωγής συνθετικών ψευδοτυχαίων χρονοσειρών σε μακροπρόθεσμη κλίμακα με τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις.

## **7.2 Προοπτικές για Μελλοντική Έρευνα**

Όπως είναι φανερό, υπάρχουν πολλά περιθώρια για περαιτέρω ανάπτυξη της παρούσας εργασίας σε μελλοντική έρευνα.

Η εργασία διερευνά κάποια πρώτα δεδομένα για την επίπτωση της μεταβλητότητας παραγωγής αιολικών πάρκων στην ευστάθεια τάσεως. Εξετάστηκε ο τρόπος αναπαράστασης των χρονοσειρών αιολικής ισχύος με προσέγγιση από τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις. Με βάση τη στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων της μεθόδου M3 που έγινε στο Κεφάλαιο 6, έχει ενδιαφέρον να εξεταστεί η δημιουργία νέων ψευδοτυχαίων χρονοσειρών. Αυτές οι συνθετικές χρονοσειρές θα πρέπει να έχουν παρόμοια χαρακτηριστικά με τις αρχικές, ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για δοκιμαστικές προσομοιώσεις (μέθοδος Monte Carlo) [44]. Στην εργασία [15] περιγράφηκε η διαδικασία παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών με μοντέλα Markov, η οποία αφορούσε σε δημιουργία σημείο προς σημείο της συνθετικής χρονοσειράς. Κάτι τέτοιο ωστόσο αυξάνει πολύ την πολυπλοκότητα και τον χρόνο υλοποίησης για προσομοιώσεις μακροπρόθεσμης χρονικής κλίμακας. Με βάση τα στατιστικά αποτελέσματα και τις κατανομές πιθανότητας που προέκυψαν για τη μέθοδο Εξομάλυνσης με Φίλτρο Fourier και Τοπικών Ακρότατων (M3), θα μπορούσε να κατασκευασθεί ένα μοντέλο παραγωγής ψευδοτυχαίων χρονοσειρών τμηματικά γραμμικής μορφής (σαν αυτές που εξάγονται με την εφαρμογή της μεθόδου). Ως πιθανή προοπτική προτείνεται να κληρώνεται η κλίση (σε MW/s) σύμφωνα με την Λογαριθμοκανονική κατανομή, όπως φάνηκε στην εργασία, και να γίνεται συσχέτιση με την αντίστοιχη διάρκεια της μεταβολής, σύμφωνα με τον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης που θα έχει δημιουργηθεί. Η προσομοίωση με τέτοιες χρονοσειρές θα εξυπηρετούσε περισσότερο για στοχαστική εξέταση ευστάθειας τάσεως στη μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα, δεδομένου ότι η μέση διάρκεια των ευθύγραμμων τμημάτων είναι μεταξύ 30 και 60 δευτερολέπτων.

Τέλος, στην παρούσα εργασία εξετάστηκε ένα απλό ακτινικό δίκτυο, στο οποίο θεωρήθηκε ότι το διασυνδεδεμένο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας αντιπροσωπεύεται από μία σταθερή ισοδύναμη πηγή Thevenin. Στην πράξη, όμως, τα δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας είναι βροχοειδή και εμφανίζουν μεγάλη πολυπλοκότητα. Αυτή η πολυπλοκότητα των δικτύων μπορεί να επηρεάσει σε σημαντικό βαθμό τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που εξετάστηκαν. Επομένως, η προσομοίωση με δύο Αιολικά Πάρκα σε ταυτόχρονη λειτουργία που εξετάστηκε στο Κεφάλαιο 5, μπορεί να διευρυνθεί για περισσότερα πάρκα και πιο σύνθετα δίκτυα, με βάση το μεγάλο εύρος δυνατοτήτων που προσφέρει το πρόγραμμα WPSTAB, εισάγοντας όμως κατάλληλα πιθανοτικά μοντέλα για την Αιολική Παραγωγή.

### *Βιβλιογραφία*

- [1] Κ. Βουρνά, Γ. Κονταζή, “Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Αθήνα 2001.
- [2] P. Kundur, “Power System Stability and Control”, EPRI Power System Engineering Series, McGraw-Hill, 1994.
- [3] Β. Κ. Παπαδιά, “Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής ενέργειας”, Τόμοι I, II, Αθήνα 1985.
- [4] P. Kundur, “Power System Stability and Control”, EPRI Power System Engineering Series, McGraw-Hill, 1994.
- [5] T. Van Cutsem and C. Vournas, “Voltage Stability of Electric Power Systems”, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [6] C.W. Taylor, “Power System Voltage Stability”, EPRI Power System Engineering Series, McGraw Hill, 1994.
- [7] Κ. Βουρνάς, (Επιστημονικός Υπεύθυνος), “Ανάπτυξη Λογισμικού για την Ανάλυση Ευστάθειας Τάσεως - Εφαρμογή στο Ελληνικό Διασυνδεδεμένο Σύστημα”, Αθήνα, Απρίλιος 1999.
- [8] Π. Γεωργιλάκης, “Σύγχρονα Συστήματα Μεταφοράς και Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας”, ΣΕΑΒ, 2015.
- [9] T. Burton, D. Sharpe, N. Jenkins and E. Bossanyi, “Wind Energy Handbook”, John Wiley & Sons Ltd, 2001.
- [10] Ι. Α. Αναγνωστόπουλος, “Επίδραση Άεργης Υποστήριξης από Αιολικά Πάρκα στο Όριο Φόρτισης Συστήματος”, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, Φεβρουάριος 2015.
- [11] ΑΔΜΗΕ, “Μελέτη Επάρκειας Ισχύος για την περίοδο 2013-2020”, Αθήνα, Οκτώβριος 2013.
- [12] Γ. Τσουράκη, “Συμβολή της Αιολικής Διείσδυσης στην Ευστάθεια των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διδακτορική Διατριβή, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, Μάρτιος 2010.
- [13] Θ. Σουξές, “Άεργος Υποστήριξη συστήματος μεταφοράς από διεσπαρμένες πηγές”, Διπλωματική Εργασία, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, Οκτώβριος 2015.

- [14] Γ. Τζούνας, “Επίδραση Αιολικής Παραγωγής στη Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύ Συστήματος Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διπλωματική Εργασία, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, 2016.
- [15] Ι. Μ. Γρανίτσας, “Στατιστική Ανάλυση της Επίδρασης Αιολικών Πάρκων στην Ευστάθεια Τάσης Δικτύων Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διπλωματική Εργασία, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, 2017.
- [16] F. Gritzali, G. Papakonstantinou, “A FAST PIECEWISE LINEAR APPROXIMATION ALGORITHM”, N.R.C. “Democritos”, Department of Computers, Aghia Paraskevi, Athens, Greece, 1982.
- [17] Γ. Κοκολάκης, Ι. Σπηλιώτης, “Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική με Εφαρμογές”, Αθήνα 2010.
- [18] Μ. Μπούτσικας, “Αξιοπιστία συστημάτων / μονάδων στο χρόνο - Κατανομές χρόνων ζωής”, Θεωρία Αξιοπιστίας, Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
- [19] Α. Ν. Γιαννακόπουλος, “Εισαγωγή στα Στοχαστικά Χρηματοοικονομικά”, Τμήμα Στατιστικής ΟΠΑ, 10 Νοεμβρίου 2011.
- [20] Δ. Ε. Στογιάννη, “Στατιστικά μοντέλα για δεδομένα διάρκειας ζωής”, Διδακτορική Διατριβή, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ, Αθήνα, Οκτώβριος 2012.
- [21] Σ. Λοσίδης, “Συνελίξεις κατανομών με βαριά ουρά”, Διπλωματική Διατριβή, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ, Αθήνα, Απρίλιος 2014.
- [22] Μ. Λουλάκης, “Εισαγωγή στις Στοχαστικές Ανελίξεις”, 2016.
- [23] Δ. Κουγιουμτζής, “ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ”, Μάθημα του μεταπτυχιακού προγράμματος ειδίκευσης “Στατιστική και Μοντελοποίηση” του Τμήματος Μαθηματικών ΑΠΘ.
- [24] Medhi, Jyotiprasad, “Statistical Methods: An Introductory Text”, New Age International, 1992.
- [25] Ν. Ελευθερίου, “Επιλογή μοντέλων βάσει μεθόδων Bootstrap και Jackknife”, Διπλωματική Εργασία, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ, Αθήνα, Φεβρουάριος 2015.
- [26] M.B. Priestley, Spectral Analysis and Time Series, 1981.
- [27] H. Akaike, “A new look at the statistical model identification”, IEEE Transactions on Automatic Control, December 1974, Pages: 716-723.
- [28] Γ. Δ. Ακρίβη, Β. Α. Δουγαλή, “Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση”, Ηράκλειο, 2010.
- [29] Γ. Β. Μουστακίδης, “Βασικές Τεχνικές Ψηφιακής Επεξεργασίας Σημάτων”, Πανεπιστήμιο Πατρών.



- [30] A. V. Oppenheim, A. S. Willksy, H. Nawab, “Signals and Systems”, Prentice-Hall, 1997.
- [31] J. W. Cooley, J. W. Tuckey, “An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series”, 1965.
- [32] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, J. R. Buck, “Discrete-Time Signal Processing”, Prentice-Hall, 2009.
- [33] D. Richard Brown III, “Digital Signal Processing Fourier Analysis of Continuous- Time Signals with the Discrete Fourier Transform”, 2014, [Online] Available: <http://spinlab.wpi.edu/index.html>
- [34] Μ. Α. Κοτλιδά, “Ανάλυση Διασυνδεδεμένων Ταλαντώσεων Βαλκανικού Συστήματος και Κατασκευή Ισοδύναμου Εξωτερικού Δικτύου”, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, Ιούνιος 2014.
- [35] “Fourier Analysis and Signal Filtering”, [http://195.134.76.37/applets/AppletFourAnal/App1\\_FourAnal2.html](http://195.134.76.37/applets/AppletFourAnal/App1_FourAnal2.html)
- [36] Γ.Σ. Μάρκου, “Ανάλυση Ευστάθειας Διασυνδεδεμένου Συστήματος υπό μεγάλη Αιολική Διείσδυση και Αξιολόγηση Μεταβατικής Συμπεριφοράς Ανεμογεννητριών σε βυθίσεις τάσεως”, Διπλωματική Εργασία, ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ, Αθήνα, 2007.
- [37] “Piecewise linear least square fit”, [Online] Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/40913-piecewise-linear-least-square-fit>
- [38] “A Pragmatic Intorduction to Signal Processing”, [Online] Available: <https://terpconnect.umd.edu/~toh/spectrum/>
- [39] M.F. Farias, P.E. Battaiotto, M.G. Cendoya, "Wind Farm to Weak-Grid Connection using UPQC Custom Power Device", IEEE ICIT, 2010.
- [40] T. Souxes, C. Vournas, “System Stability Issues Involving Distributed Sources under Adverse Network Conditions”, IREP, 2017.
- [41] T. Souxes, G. Tzounas, C.Vournas, “Effect of Wind Variability in the Emergency Reactive Support provided by Wind Farms”, PowerTech, Manchester, 2017.
- [42] “Fit all valid parametric probability distributions to data”, [Online] Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/34943-fit-all-valid-parametric-probability-distributions-to-data>
- [43] Alfredo H., Ang S., Tang W.H., Μετάφραση-Επιμέλεια Δ. Παναγιωτακόπουλος, “Εφαρμογές Πιθανοτήτων και Στατιστικής στη μελέτη και προγραμματισμό τεχνικών έργων”, 2003.

- [44] Eckhardt, Roger, “Stan Ulam, John Von Neumann, and the Monte Carlo method”, 1987.