



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ**  
**& ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ**

**Σχεδιασμός και Ανάπτυξη Αυτοματοποιημένου Συστήματος**  
**Μέτρησης και Καταγραφής Οπτικών Ιδιοτήτων του**  
**Κολλαγόνου με Σύγχρονο Έλεγχο της Θερμοκρασίας**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

του

**ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥ Ν. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ**

Επιβλέπουσα: Διδώ Γιόβα  
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π

Αθήνα, Μάρτιος 2003

*Αυτή η σελίδα είναι σκόπιμα λευκή.*



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ  
ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ & ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

**Σχεδιασμός και Ανάπτυξη Αυτοματοποιημένου Συστήματος  
Μέτρησης και Καταγραφής Οπτικών Ιδιοτήτων του Κολλαγόνου με  
Σύγχρονο Έλεγχο της Θερμοκρασίας**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

**ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥ Ν. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ**

Επιβλέπουσα: Διδώ Γιόβα  
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π

Ενεκρίθη από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την ... Μαρτίου 2003.

Διδώ Γιόβα  
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π

Δημήτριος Κουτσούρης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Δημήτριος Τσαμάκης  
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Μάρτιος 2003

ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ Ν. ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ  
Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

© 2003 – All rights reserved

## Περίληψη

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι ο σχεδιασμός και ανάπτυξη ενός σύνθετου συστήματος για τη μελέτη των οπτικών ιδιοτήτων του κολλαγόνου συναρτήσει της θερμοκρασίας.

Το σύστημα περιλαμβάνει δύο παράλληλες λειτουργίες: Πρώτον, τον θερμοκρασιακό έλεγχο δείγματος κολλαγόνου, και δεύτερον, την καταγραφή του οπτικού σήματος του κολλαγόνου, κατά την ακτινοβόλησή του με laser, σε αρχείο του υπολογιστή. Το σύστημα ελέγχεται κεντρικά από πρόγραμμα υπολογιστή που υλοποιήθηκε στην γραφική γλώσσα προγραμματισμού LabView.

Το κλειστό σύστημα θερμοκρασιακού ελέγχου αποτελείται από το υπό έλεγχο σύστημα, τον απευθείας κλάδο και τον κλάδο ανατροφοδότησης.

Το υπό έλεγχο σύστημα είναι η βάση τοποθέτησης του δείγματος που θερμαίνεται μέσω θερμαντικής αντίστασης.

Ο απευθείας κλάδος περιλαμβάνει διακριτό PID ελεγκτή και παλμικό τροφοδοτικό. Η έξοδος του PID ελέγχει το παλμικό τροφοδοτικό μέσω ψηφιακής εξόδου της Data Acquisition κάρτας. Η έξοδος του παλμικού τροφοδοτικού συνδέεται με την θερμαντική αντίσταση.

Ο κλάδος ανατροφοδότησης περιλαμβάνει σύστημα μέτρησης της θερμοκρασίας τεσσάρων καναλιών, που συνίσταται κυρίως από θερμοζεύγη, ενίσχυση σήματος, αναλογικό και ψηφιακό φιλτράρισμα και υπολογισμό της θερμοκρασίας. Τα θερμοκρασιακά σήματα των καναλιών καταγράφονται σε αρχείο του υπολογιστή. Η λήψη των σημάτων θερμοκρασίας γίνεται μέσω των αναλογικών εισόδων της κάρτας Data Acquisition.

Επίσης, ο υπολογιστής επικοινωνεί μέσω κάρτας GPIB με τον παλμογράφο. Το οπτικό σήμα λαμβάνεται από τον παλμογράφο και τα δεδομένα της μέτρησης μεταφέρονται και αποθηκεύονται σε αρχείο του υπολογιστή μέσω του προγράμματος.

## **ABSTRACT**

The objective of this thesis is the design and development of a composite system for the study of collagen's optical properties in dependence upon temperature.

The system includes two parallel functions: The first function is the temperature control over collagen samples. The second function is the measurement of collagen's optical signal under laser radiation, and the storage of the signal to a computer file. The whole system is coordinated by a computer program implemented in LabView graphical programming language.

The control loop consists of the plant, the forward path and the feedback path. The plant is a metal base with a thermal resistance for positioning and heating the collagen sample.

The forward path includes a discrete PID controller and a switch-mode supply. The PID output controls the supply through a digital output channel of the Data Acquisition (DAQ) card, and the output of the switch-mode supply is connected to the thermal resistance.

The feedback path includes a measurement system of four temperature channels mainly consisting of thermocouples, amplifiers, analog and digital filters and a calculation subroutine. The thermal signals are being acquired by DAQ card analog input channels and then stored by the program to a file.

The computer also communicates through a GPIB card with the Oscilloscope. The optical signal is being acquired by the Oscilloscope and the measurement data are being transferred and stored by the program to a file.

## Πίνακας Περιεχομένων

Πρόλογος.....	10
<u>1. Εισαγωγή.....</u>	11
<u>1.1 Αντικείμενο και σκοπός.....</u>	11
<u>1.2 Θεωρητική επισκόπηση του κολλαγόνου.....</u>	11
<u>1.2.1 Γενικά.....</u>	11
<u>1.2.2 Η δομή του κολλαγόνου.....</u>	12
<u>1.2.3 Η σταθερότητα της έλικας του κολλαγόνου.....</u>	13
<u>1.3 Προηγούμενη πειραματική μελέτη.....</u>	14
<u>1.3.1 Μη γραμμικές οπτικές ιδιότητες κολλαγόνου (γένεση β' αρμονικής).....</u>	14
<u>1.3.2 Εξάρτηση των ιδιοτήτων του κολλαγόνου από την θερμοκρασία.....</u>	16
<u>1.4 Η αναγκαιότητα μίας βελτιωμένης πειραματικής διάταξης.....</u>	18
<u>2. BLOCK διαγράμματα και βασικά στοιχεία της πειραματικής διάταξης.....</u>	19
<u>2.1 Οι δύο διαδικασίες της πειραματικής διάταξης.....</u>	19
<u>2.2 Βασικές προδιαγραφές του πειράματος.....</u>	21
<u>2.3 Η βάση του δείγματος.....</u>	21
<u>2.4 Τα στοιχεία της διαδικασίας των οπτικών μετρήσεων (συμπλήρωμα).....</u>	23
<u>2.5 Τα στοιχεία του συστήματος ελέγχου θερμοκρασίας.....</u>	24
<u>3. Τα κανάλια μέτρησης θερμοκρασίας.....</u>	27
<u>3.1 Block διάγραμμα των καναλιών μέτρησης.....</u>	27
<u>3.2 Γενική μελέτη των στοιχείων των καναλιών.....</u>	28
<u>3.2.1 Το θερμοζεύγος και η συνδεσμολογία του.....</u>	28
<u>3.2.2 Ενισχυτής Οργάνου Μέτρησης (Instrumentational Amplifier).....</u>	32
<u>α. Ανάλυση Κυκλώματος.....</u>	32
<u>β. Λόγος απόρριψης κοινού σήματος.....</u>	33
<u>γ. Περίληψη και Συμπέρασμα.....</u>	35
<u>3.2.3 Αναλογικά Βαθυπερατά Φίλτρα.....</u>	36
<u>α. Γενικά.....</u>	36
<u>β. Η προσέγγιση Butterworth.....</u>	36
<u>γ. Τοπολογία θετικής ανάδρασης σε τελεστικό ενισχυτή.....</u>	38
<u>δ. Το κύκλωμα Sallen &amp; Key.....</u>	40
<u>δ. Ανάλυση Ευαισθησίας.....</u>	41
<u>3.2.4 Ψηφιακά Φίλτρα.....</u>	42
<u>α. Γενικά.....</u>	42
<u>β. Σχεδίαση FIR φίλτρου.....</u>	44
<u>3.3 Σχεδίαση και υλοποίηση θερμοκρασιακών καναλιών.....</u>	46
<u>3.3.1 Αναλογικό κύκλωμα ενισχυτή και LP φίλτρου.....</u>	46
<u>3.3.2 Το I.C. LM35 και το κύκλωμα οδήγησης γραμμής μεταφοράς.....</u>	51
<u>3.3.3 Κβαντισμός θερμοκρασιακού σήματος.....</u>	52
<u>3.3.4 Συχνότητα Μέτρησης Θερμοκρασίας (Υποδειγματοληψία).....</u>	53
<u>3.3.5 Συχνότητα Δειγματοληψίας.....</u>	54
<u>3.3.6 Υπολογισμός FIR φίλτρων με χρήση αλγορίθμου Parks&amp;McClellan.....</u>	54

4. Σύστημα υπολογισμού θερμοκρασίας .....	56
4.1 Μοντέλο υπολογισμού θερμοκρασίας (βάσει της τοπολογίας των καναλιών) ..	56
4.2 Το πολυωνυμικό μοντέλο υπολογισμού θερμοκρασίας .....	60
4.2.1 Αρχική προσέγγιση πολυωνύμου .....	60
4.2.2 Η διαδικασία των μετρήσεων .....	62
4.2.3 Η αριθμητική μέθοδος προσέγγισης .....	63
4.2.4 Οι συντελεστές της τετραγωνικής μορφής εκάστου καναλιού .....	64
4.2.5 Σφάλματα μέτρησης και ακρίβεια μεθόδου τετραγωνικής μορφής .....	64
4.3 Παράρτημα Κεφαλαίου .....	66
4.3.1 Μετρήσεις .....	66
4.3.2 Η αριθμητική μέθοδος στο MATLAB .....	67
5. Το σύστημα του ελεγκτή .....	70
5.1 Θεωρητικό μέρος .....	70
5.1.1 Θερμικά Συστήματα .....	70
α. Μεταφορά Θερμότητας σε Στερεά .....	70
β. Το Μοντέλο του Θερμικού Δικτύου .....	72
5.1.2 Αναγνώριση Συστημάτων (Identification) .....	74
5.1.3 Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου .....	75
α. Το Πρόβλημα Σχεδίασης .....	75
β. Σύγκριση Ανοικτών και Κλειστών Συστημάτων .....	76
γ. Ευστάθεια κλειστού συστήματος .....	78
δ. Το σφάλμα θέσης .....	78
ε. Ο Ελεγκτής PID .....	79
5.2 Διαδικασία προσδιορισμού του ελεγκτή .....	85
5.2.1 Προσδιορισμός μαθηματικού μοντέλου θερμικού συστήματος βάσης .....	85
α. Δημιουργία θερμικού δικτύου .....	85
β. Θερμοκρασιακές κατανομές στο σύστημα της βάσης .....	86
γ. Το μοντέλο του υπό έλεγχο θερμικού συστήματος .....	89
5.2.2 Επιλογή PID και προσδιορισμός συντελεστών με προσομοίωση .....	91
6. Το κύκλωμα του παλμικού τροφοδοτικού .....	97
6.1 Εισαγωγή .....	97
6.2 Τοπολογία «μείωσης τάσης» (step down) του παλμικού τροφοδοτικού .....	97
6.3 Το σήμα ελέγχου του PID και η οδήγηση του παλμικού τροφοδοτικού .....	99
6.4 Το πλήρες κύκλωμα του παλμικού τροφοδοτικού .....	99
7. Block διαγράμματα στο LabView .....	104
7.1 Γενικά .....	104
7.2 Το Block Diagram του θερμοκρασιακού ελέγχου στο LabView .....	104
7.3 Το Block Diagram της επικοινωνίας με τον παλμογράφο .....	106
Βιβλιογραφία .....	108
Προγράμματα .....	108



## Πίνακας σχημάτων

Σχήμα 1.1	Ελικοειδής διαμόρφωση κολλαγόνου .....	12
Σχήμα 1.2	Στερεοδιάταξη μονής αλυσίδας κολλαγόνου .....	12
Σχήμα 1.3	Διατομή μοντέλου του κολλαγόνου .....	13
Σχήμα 1.4	Τριπλή έλικα κολλαγόνου .....	13
Σχήμα 1.5	Καμπύλη τήξης μορίων κολλαγόνου σε διάλυμα .....	13
Σχήμα 1.6	Πειραματική διάταξη παραγωγής, ανίχνευσης και καταγραφής 2ης οπτικής αρμονικής συχνότητας (SHG) σε δείγματα κολλαγόνου ..	15
Σχήμα 1.7	Παραγωγή οπτικής 2 <sup>ης</sup> αρμονικής από κολλαγόνο σε διάστημα 300nm, για διάφορα μήκη κύματος διέγερσης .....	15
Σχήμα 1.8	Εξάρτηση της έντασης του σήματος β' αρμονικής (532nm) από κολλαγόνο τύπου I, συναρτήσει της έντασης θεμελιώδους ακτινοβολίας (1064nm) του laser διέγερσης (Nd:YAG) .....	16
Σχήμα 1.9	Κανονικοποιημένα φάσματα φθορισμού στα 400nm, 405nm, 410nm, 415nm, 420nm, 425nm και σήμα δεύτερης αρμονικής συναρτήσει της θερμοκρασίας .....	17
Σχήμα 2.1	Διαδικασία οπτικών μετρήσεων .....	19
Σχήμα 2.2	Σύστημα ελέγχου θερμοκρασίας .....	20
Σχήμα 2.3	Βάση δείγματος .....	22
Σχήμα 2.4	Θερμαντική αντίσταση βάσης .....	23
Σχήμα 2.5	(Εικόνα) Αναλογικά κυκλώματα θερμοκρασιακών καναλιών .....	24
Σχήμα 2.6	(Εικόνα) Ισοθερμική περιοχή ακροδεκτών θερμοζευγών .....	25
Σχήμα 2.7	(Εικόνα) Το παλμικό τροφοδοτικό .....	26
Σχήμα 3.1	Διάγραμμα καναλιών μέτρησης θερμοκρασίας .....	27
Σχήμα 3.2	Θερμοηλεκτρικό κύκλωμα με “cold junction” .....	29
Σχήμα 3.3	Το πραγματικό θερμοηλεκτρικό κύκλωμα μέτρησης .....	30
Σχήμα 3.4	Αναλογικό κύκλωμα εξόδου θερμοζεύγους .....	47
Σχήμα 3.5	Το κύκλωμα οδήγησης του καλωδίου της DAQ κάρτας.....	51
Σχήμα 5.1	Διάγραμμα βαθμίδων τυπικής δομής ΣΑΕ .....	76
Σχήμα 5.2	Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού συστήματος .....	76
Σχήμα 5.3	Θερμικό σύστημα βάσης δείγματος .....	85
Σχήμα 6.1	Τοπολογία μείωσης τάσης παλμικού τροφοδοτικού .....	97
Σχήμα 6.2	Το πλήρες κύκλωμα του παλμικού τροφοδοτικού .....	101
Σχήμα 7.1	Το Block Diagram του Measure&Control.vi .....	105
Σχήμα 7.2	Το Block Diagram του Oscilloscope.vi .....	107

## Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο εργαστήριο εφαρμοσμένης βιοφυσικής & οπτικών ακτινοβολιών. Ευελπιστούμε ότι το σύστημα που αναπτύξαμε θα είναι ωφέλιμο για τη βασική έρευνα που διεξάγεται στο εργαστήριο.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω την επιβλέπουσα Καθηγήτρια Διδώ Γιόβα και τον κ. Κώστα Πολιτόπουλο (Ε.Ε.ΔΙ.Π) για την πολύτιμη συνδρομή τους κατά την εκπόνηση της εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να πω ότι το περιβάλλον του εργαστηρίου ήταν ιδιαίτερα συναδελφικό και φιλικό, και γι αυτό ευχαριστώ όλα τα μέλη του εργαστηρίου.

Τέλος, θα ήταν παράλειψη να μην ευχαριστήσω την οικογένεια μου, η οποία μου συμπαραστάθηκε ηθικά και υλικά καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

# 1. Εισαγωγή

## 1.1 Αντικείμενο και σκοπός

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η σχεδίαση και ανάπτυξη αυτοματοποιημένου συστήματος για την μέτρηση και καταγραφή των οπτικών ιδιοτήτων του κολλαγόνου με σύγχρονο έλεγχο της θερμοκρασίας.

Ο σκοπός της πειραματικής μελέτης των οπτικών ιδιοτήτων του κολλαγόνου προκύπτει από προηγούμενες μελέτες (ειδικότερα από τα πειραματικά αποτελέσματα του προγράμματος «Αρχιμήδης»). Συγκεκριμένα μας ενδιαφέρει η ιδιαίτερη συμπεριφορά του κολλαγόνου κατά την οπτική του διέγερση από ακτινοβολία laser. Διεπιστώθη η μη γραμμική μετατροπή οπτικού σύμφωνου σήματος στην διπλάσια συχνότητά του σε μια συνεχή περιοχή μηκών κύματος (παραγωγή β' αρμονικής από το κολλαγόνο).

Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται πρώτα το κολλαγόνο και η ελικοειδής δομή των μακρομορίων του. Επίσης γίνεται αναφορά στο φαινόμενο της αποδόμησης των ελίκων του κολλαγόνου ύστερα από θερμική καταπόνηση του υλικού.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα του προγράμματος «Αρχιμήδης», όπου διεπιστώθη, η ύπαρξη της δεύτερης αρμονικής. Επί πλέον διεπιστώθη η εξασθένιση της β' αρμονικής ύστερα από θερμική καταπόνηση και αποδόμηση των ελίκων του κολλαγόνου.

Στο τέλος επισημαίνουμε ότι η αδυναμία του προγράμματος «Αρχιμήδης» ήταν η έλλειψη θερμοκρασιακού ελέγχου στις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν.

Συμπεραίνουμε ότι η παρούσα εργασία θα καταστήσει δυνατή τη διενέργεια νέων πειραμάτων που θα περιγράφουν την εξάρτηση των οπτικών ιδιοτήτων του κολλαγόνου από την θερμοκρασία. Απώτερος σκοπός είναι η εξαγωγή ενός θεωρητικού μοντέλου και η ενδεχόμενη αξιοποίησή του για μελλοντικές τεχνολογικές εφαρμογές των οπτικών ιδιοτήτων του κολλαγόνου.

## 1.2 Θεωρητική επισκόπηση του κολλαγόνου

### 1.2.1 Γενικά

Το κολλαγόνο ανήκει σε μια οικογένεια ινωδών πρωτεϊνών που εμφανίζεται σε όλους τους πολυκύτταρους οργανισμούς. Εμφανίζει την ιδιαιτερότητα να σχηματίζει αδιάλυτες ίνες με μεγάλη αντοχή στον εφελκυσμό. Είναι η πιο άφθονη πρωτεΐνη των θηλαστικών και αποτελεί το ένα τέταρτο της συνολικής πρωτεΐνης του οργανισμού. Το κολλαγόνο είναι το βασικό ινώδες συστατικό του δέρματος, των οστών, των τενόντων, του χόνδρου, των αγγείων και των δοντιών. Υπάρχει σε όλα σχεδόν τα όργανα και χρησιμεύει για να συγκρατεί τα κύτταρα σε ευδιάκριτες λειτουργικές κυτταρικές ομάδες. Η βασική δομική μονάδα τροποποιείται για να καλύψει εξειδικευμένες ανάγκες ιστών όπως τα οστά ή ο κερατοειδής χιτώνας. Πολλές τροποποιήσεις της βασικής δομής του κολλαγόνου έχουν χαρακτηριστεί. Εκτός από το δομικός παράγων στους ώριμους ιστούς, το κολλαγόνο είναι και «καθοδηγητικός» παράγων στους αναπτυσσόμενους ιστούς.

Η βασική μονάδα του κολλαγόνου λέγεται τροποκολλαγόνο. Το τροποκολλαγόνο αποτελείται από τρεις πολυπεπτιδικές αλυσίδες ίδιου μεγέθους, των οποίων η σύνθεση εξαρτάται από τον τύπο του κολλαγόνου. Στον πίνακα 1 φαίνονται οι πέντε πρώτοι (κύριοι) τύποι του κολλαγόνου και πού αυτοί κατανέμονται στον οργανισμό.

Τύπος	Κατανομή
I	Δέρμα, τένοντες, οστά, κερατοειδής χιτώνας
II	Χόνδρος, δίσκοι σπονδυλικής στήλης, υαλώδες σώμα
III	Δέρμα εμβρύων, κυκλοφοριακό σύστημα, δικτυωτές ίνες
IV	Βασική μεμβράνη
V	Πλακούντας, δέρμα

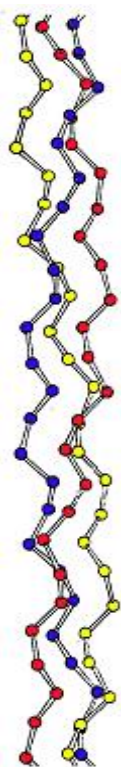
**Πίνακας 1: Τύποι του κολλαγόνου**

Ο τύπος I είναι ο πιο κοινός και αποτελείται από δύο όμοιες αλυσίδες και μία διαφορετική. Άλλοι τύποι κολλαγόνου έχουν τρεις όμοιες αλυσίδες. Κάθε μία από τις αλυσίδες του κολλαγόνου αποτελείται από 1000 περίπου αμινοξέα. Σε όλους τους τύπους κολλαγόνου το ποσοστό γλυκίνης είναι ιδιαίτερα υψηλό και αποτελεί σχεδόν το ένα τρίτο του συνόλου των αμινοξέων. Η αλληλουχία των αμινοξέων στο κολλαγόνο είναι πολύ κανονική, σχεδόν κάθε τρίτο αμινοξύ είναι γλυκίνη και πολύ συχνά εμφανίζεται η αλληλουχία Gly-Pro-Hyp (Γλυκίνη-Προλίνη-Υδροξυπρολίνη).

### 1.2.2 Η δομή του κολλαγόνου

Το τροποκολλαγόνο έχει σχήμα ράβδου μήκους 3000 Å και διαμέτρου 15 Å. Πρόκειται για μια από τις πιο επιμήκεις γνωστές πρωτεΐνες. Κάθε μία από τις τρεις πολυπεπτιδικές αλυσίδες έχει μια ελικοειδή διαμόρφωση (σχήμα 1.1).

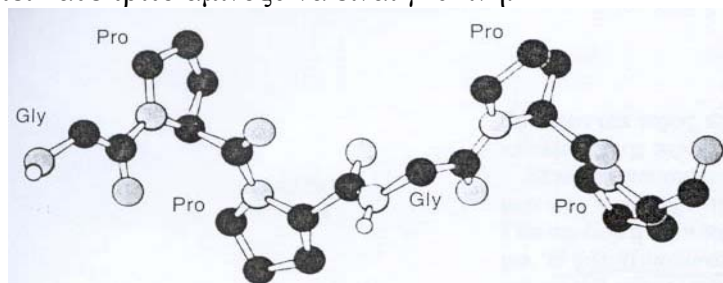
Οι τρεις ελικοειδείς αλυσίδες τυλίγονται η μία γύρω από την άλλη σχηματίζοντας ένα άκαμπτο καλώδιο. Η ανθεκτικότητα του κολλαγόνου είναι πράγματι αξιοσημείωτη αφού χρειάζεται φορτίο τουλάχιστον 10 κιλών για να διαρρήξει μία ίνα διαμέτρου 1 mm.



**Σχήμα 1.1**

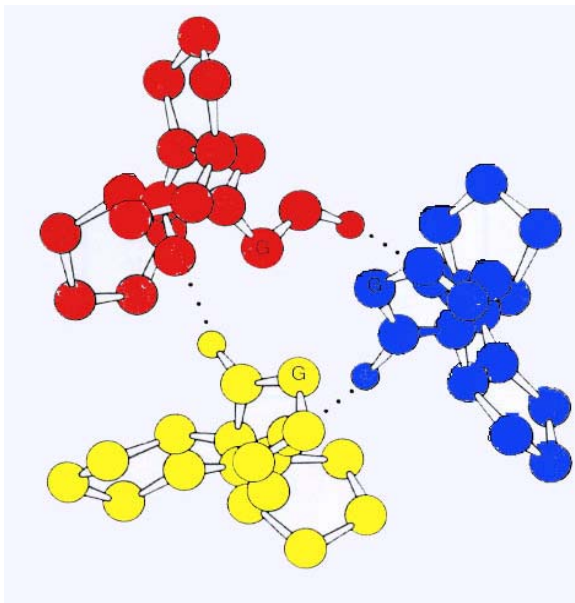
Στο σχήμα 1.2 φαίνεται η διαμόρφωση μιας από τις τρεις αλυσίδες της τριπλής έλικας του τροποκολλαγόνου. Οι τρεις αλυσίδες περιελίσσονται και δημιουργούν ένα υπερελικωμένο καλώδιο. Το βήμα της υπερέλικας είναι 2,9Å και ο αριθμός των αμινοξέων ανά στροφή είναι 3. Μεταξύ των τριών αλυσίδων δημιουργούνται δεσμοί υδρογόνου. Ένα μοντέλο της έλικας του κολλαγόνου που δείχνει τη διάταξή του στο χώρο φαίνεται στο σχήμα 1.4.

Ο τρόπος κατασκευής του κολλαγόνου εξηγεί και την ύπαρξη της γλυκίνης ανά τρία αμινοξέα. Όπως φαίνεται στο σχήμα 1.3, στο εσωτερικό της τριπλής έλικας υπάρχει πολύ λίγος χώρος, με αποτέλεσμα το μόνο αμινοξύ που «χωράει» σε μια εσωτερική θέση να είναι η γλυκίνη. Αφού υπάρχουν τρία αμινοξέα ανά στροφή της έλικας, θα πρέπει κάθε τρίτο αμινοξύ να είναι γλυκίνη.

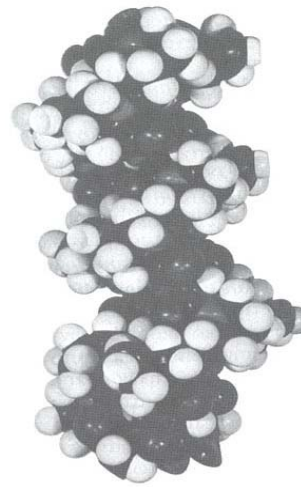


**Σχήμα 1.2. Στερεοδιάταξη μιας μονής αλυσίδας της τριπλής έλικας κολλαγόνου.**

Η γλυκίνη είναι πολύ σημαντικό αμινοξύ ακριβώς γιατί επιτρέπει στις πολυπεπτιδικές αλυσίδες να πλησιάσουν τόσο κοντά η μία στην άλλη, προσδίδοντας έτσι στο κολλαγόνο ανθεκτικότητα.



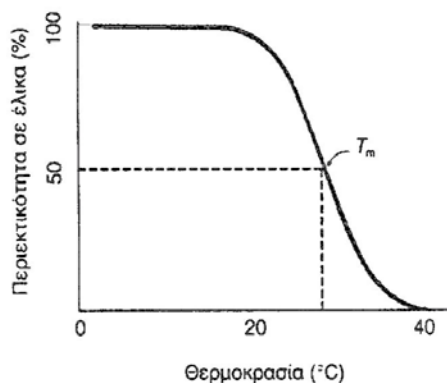
**Σχήμα 1.3. Διατομή μοντέλου του κολλαγόνου**



**Σχήμα 1.4. Τριπλή έλικα κολλαγόνου**

### 1.2.3 Η σταθερότητα της έλικας του κολλαγόνου

Αν θερμάνουμε διάλυμα τροποκολλαγόνου, παρατηρούμε μεγάλες αλλαγές στις φυσικές του ιδιότητες σε μια χαρακτηριστική θερμοκρασία (Σχήμα 1.5). Επί παραδείγματι, το ιζώδες του διαλύματος ελαττώνεται απότομα, γεγονός που αποτελεί ένδειξη ότι το μόριο έχει χάσει το σχήμα ράβδου. Η αλλαγή στις ιδιότητες στροφής του πολωμένου φωτός δεικνύει ότι η ελικοειδής δομή των μεμονωμένων αλυσίδων έχει καταστραφεί. Επομένως η θερμική ενέργεια υπερνικά τις δυνάμεις που σταθεροποιούν την έλικα των τριών αλυσίδων και έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ζελατίνης. Η χαρακτηριστική θερμοκρασία όπου χάνεται το ήμισυ της ελικοειδούς δομής ονομάζεται θερμοκρασία τήξης και συμβολίζεται με  $T_m$ . Η  $T_m$  του κολλαγόνου είναι κριτήριο σταθερότητας της ελικοειδούς δομής. Για τις άθικτες ίνες κολλαγόνου,



**Σχήμα 1.5. Καμπύλη τήξης μορίων κολλαγόνου σε διάλυμα**

η αντίστοιχη συγκρίσιμη σταθερά είναι η θερμοκρασία συρρίκνωσης  $T_s$ , στην οποία μια ίνα συρρικνώνεται αρκετά. Το κολλαγόνο από διαφορετικά είδη έχει διαφορετικές  $T_m$ . Οι σταθερές  $T_m$  και  $T_s$  του κολλαγόνου σχετίζονται με τη θερμοκρασία του σώματος του είδους από το οποίο προέρχεται το κολλαγόνο και αποτελούν κριτήρια της θερμικής σταθερότητας του κολλαγόνου. Όσο μεγαλύτερες οι τιμές τους τόσο σταθερότερη η έλικα.

## 1.3 Προηγούμενη πειραματική μελέτη

### 1.3.1 Μη γραμμικές οπτικές ιδιότητες κολλαγόνου (γένεση β' αρμονικής)

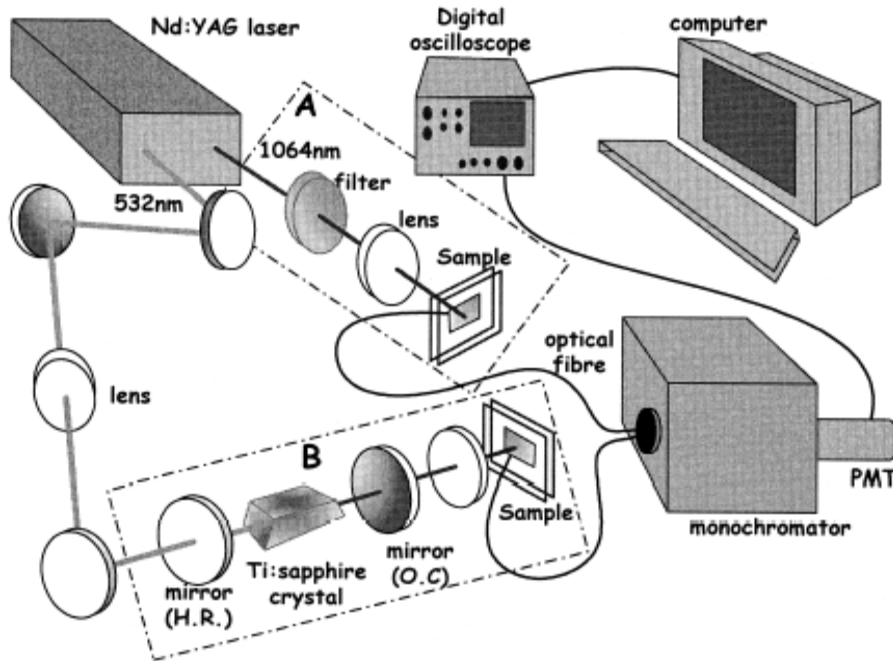
Στό πρόγραμμα «Αρχιμήδης» πραγματοποιήθηκε για το κολλαγόνο μελέτη της μη γραμμικής μετατροπής οπτικού σύμφωνου σήματος στην διπλάσια συχνότητά του σε μια συνεχή περιοχή μηκών κύματος.

Συγκεκριμένα διερευνήθηκε η γένεση 2ης οπτικής αρμονικής συχνότητας (SHG) στην περιοχή άντλησης 760-1064nm, χρησιμοποιώντας οπτική διέγερση με βραχείς παλμούς (διάρκειας τάξης nsec) λέιζερ μεταβλητού μήκους κύματος στην εν λόγω φασματική περιοχή, σε δείγματα ξηρού κολλαγόνου τύπου I προερχόμενα από Αχίλλειο τένοντα βοός. Η ανίχνευση της παραγόμενης β' αρμονικής έγινε στην περιοχή 380-532nm.

Τα δείγματα καθαρού κολλαγόνου τύπου I (Fluka 27662) σε ξηρή ινώδη μορφή τοποθετήθηκαν μεταξύ γυάλινων πλακιδίων (slides) μικροσκοπίου σε επιφάνεια δείγματος περίπου 1x1cm και πάχος περίπου 0.5mm. Ως πηγή σύμφωνης ακτινοβολίας για την οπτική διέγερση του δείγματος χρησιμοποιήθηκε η έξοδος διαφόρων παλμικών laser που καλύπτουν την επιζητούμενη φασματική περιοχή, και συγκεκριμένα:

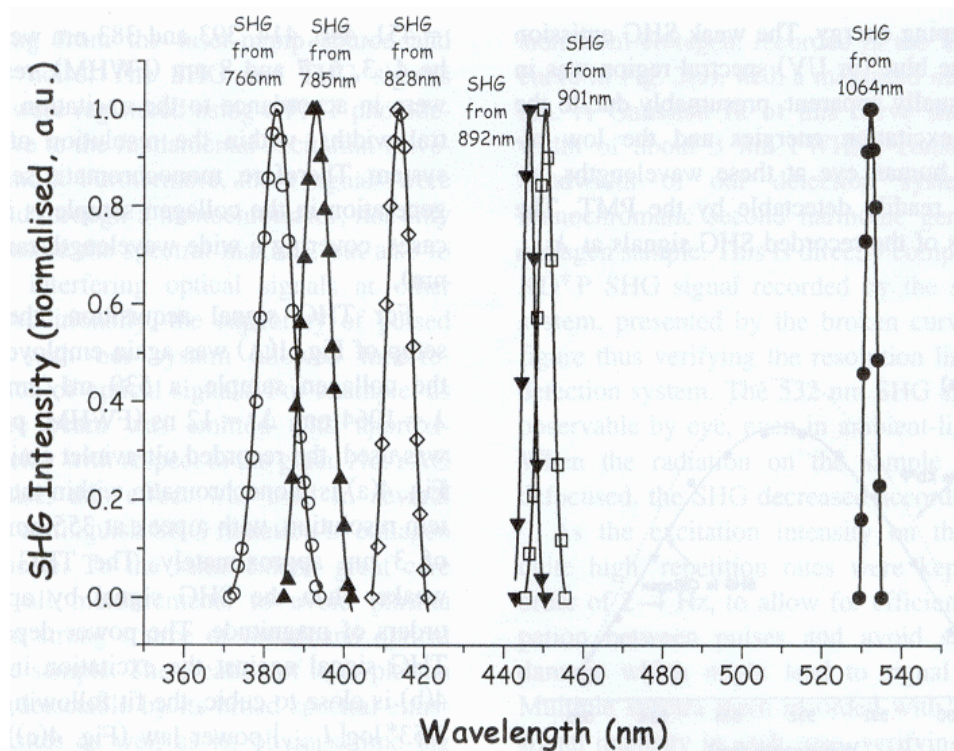
- laser Nd:YAG 1064nm Q-switched, μέγιστης εξόδου 250mJ/12nsec
- laser Ti:Sapphire 750-950nm Gain Switched, μέγιστης εξόδου 5mJ/10nsec, αντλούμενο από την έξοδο 532nm του προηγούμενου λέιζερ Nd:YAG μέσω κρυστάλλου KD\*P.

Κατά την εκτέλεση του πειράματος στο πρόγραμμα «Αρχιμήδης», η ακτινοβολία άντλησης (προερχόμενη είτε απ' ευθείας από την βασική έξοδο (1064nm) του Nd:YAG είτε από την έξοδο του laser Ti:S), προσπίπτει κάθετα στα δείγματα, όπου εστιάζεται με φακό  $f=+75\text{mm}$ . Η εκπομπή συλλέγεται σε  $45^\circ$  γωνία με οπτική ίνα διαμέτρου 600 $\mu\text{m}$  και οδηγείται σε φωτοπολλαπλασιαστή (PMT) Hamamatsu R4220 μέσω μονοχρωμάτορα Optometrics SDMC1-03. Το σήμα καταγράφεται σε ψηφιακό παλμογράφο αποθήκευσης Tektronix TDS 540D συνδεδεμένο σε υπολογιστή. Η φασματική διακριτική ικανότητα του μονοχρωμάτορα ανέρχεται σε 3nm, ενώ τα φάσματα των σημάτων β' αρμονικής κανονικοποιήθηκαν ως προς την απόκριση του PMT αφού προηγουμένως αφαιρέθηκε ο θόρυβος background.



Σχήμα 1.6: Πειραματική διάταξη παραγωγής, ανίχνευσης και καταγραφής 2ης οπτικής αρμονικής συχνότητας (SHG) σε δείγματα κολλαγόνου.

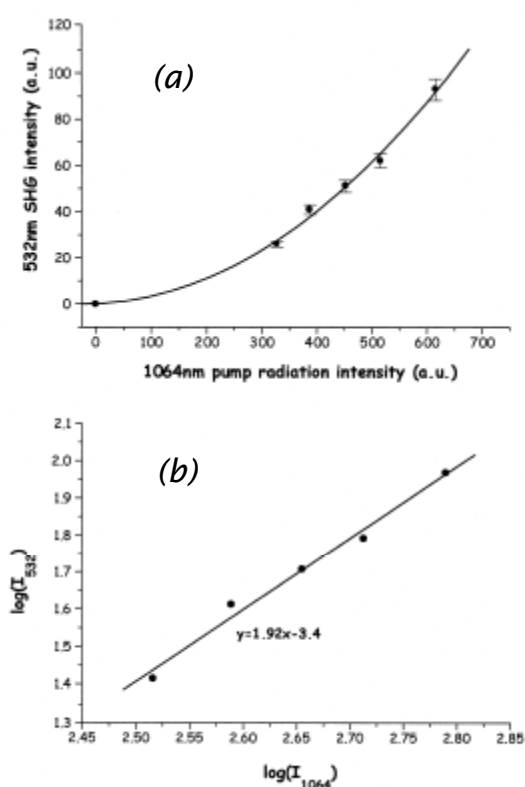
Τα αποτελέσματα της φασματικής καταγραφής των β' οπτικών αρμονικών που παράγονται από το κολλαγόνο για διάφορα μήκη κύματος διέγερσης παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 1.7.



Σχήμα 1.7 : Παραγωγή οπτικής 2<sup>ης</sup> αρμονικής από κολλαγόνο σε διάστημα 300nm, για διάφορα μήκη

Το καταγραφόμενο φασματικό εύρος σε κάθε περίπτωση ήταν αποτέλεσμα της περιορισμένης διακριτικής ικανότητας του συστήματος ανίχνευσης όπως αποδεικνύεται με σύγκριση με το αντίστοιχο “φάσμα” β’ αρμονικής κλασικού μη-γραμμικού κρυστάλλου.

Για την θεμελίωση του χαρακτηρισμού του ανιχνευόμενου σήματος ως «2ης αρμονικής» μετρήθηκε η εξάρτηση της έντασης του σήματος 532nm σαν συνάρτηση της έντασης της θεμελιώδους ακτινοβολίας άντλησης 1064nm. Οι σχετικές μετρήσεις φαίνονται στο διάγραμμα (a) του Σχήματος 1.8, ενώ σε λογαριθμική κλίμακα αξόνων (διάγραμμα (b)) η συνάρτηση εμφανίζεται γραμμική με συντελεστή κλίσης 1.92. Ο συντελεστής αυτός ευρίσκεται σε ικανοποιητική συμφωνία με τον θεωρητικό συντελεστή 2 μέσα στα περιθώρια των πειραματικών σφαλμάτων και συνεπώς αποδεικνύεται ότι το οπτικό μη-γραμμικό φαινόμενο είναι 2ης τάξης.



**Σχήμα 1.8 :** Εξάρτηση της έντασης του σήματος β’ αρμονικής (532nm) από κολλαγόνο τύπου I, συναρτήσει της έντασης θεμελιώδους ακτινοβολίας (1064nm) του laser διέγερσης (Nd:YAG).

### 1.3.2 Εξάρτηση των ιδιοτήτων του κολλαγόνου από την θερμοκρασία

Στό πρόγραμμα «Αρχιμήδης» διεπιστώθη επίσης συσχέτιση της απόδοσης του φαινομένου γένεσης β’ αρμονικής με την θερμική αποδιαμόρφωση της τριτοταγούς δομής του κολλαγόνου.

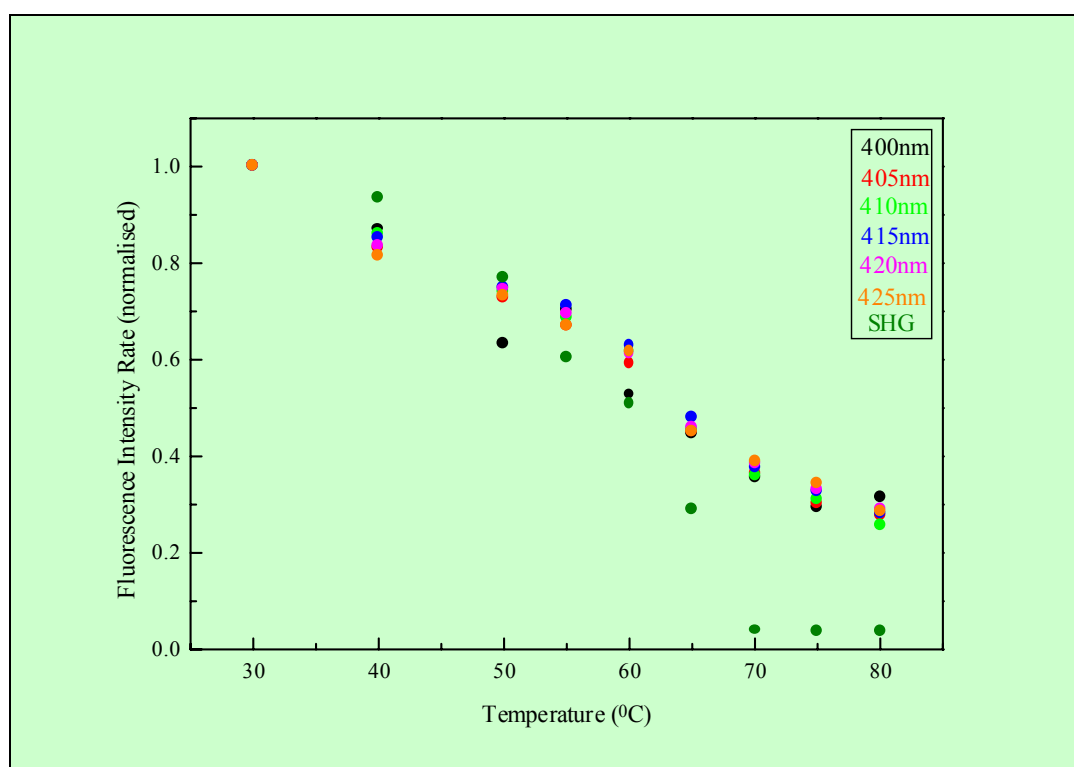
Συγκεκριμένα πραγματοποιήθηκε μελέτη της θερμοκρασιακής εξάρτησης του οπτικού σήματος δεύτερης αρμονικής (532nm), κατόπιν πρόσπτωσης παλμικής nanosecond ακτινοβολίας Laser Nd:YAG στα 1064nm, σε κολλαγόνο τύπου I (σε ινώδη μορφή) από Αχίλλειο τένοντα βοός. Παράλληλα γίνεται και η μελέτη επαγόμενου σήματος φθορισμού.



Για την μελέτη, κάθε δείγμα εμβαπτίζεται μέσα σε λουτρό απεσταγμένου νερού για 60min σε θερμοκρασία περιβάλλοντος (30°C) και στη συνέχεια ψύχεται στους 4°C για 15min. Για κάθε δείγμα συλλέγεται και καταγράφεται τόσο το σήμα δεύτερης αρμονικής όσο και το φάσμα φθορισμού του, σε συνθήκες θερμοκρασίας περιβάλλοντος (30°C).

Τα ίδια δείγματα εμβαπτίζονται ξανά σε λουτρό απεσταγμένου νερού σε διαφορετική θερμοκρασία το κάθε ένα (40°C, 50°C, 55°C, 60°C, 65°C, 70°C, 75°C, 80°C), για 60min και έπειτα ψύχονται στους 4°C, για 15min. Έπειτα, συλλέγεται το σήμα δεύτερης αρμονικής και το εκπεμπόμενο φάσμα φθορισμού κάθε δείγματος, αφού τα δείγματα έχουν πάλι έρθει σε θερμική ισορροπία με το περιβάλλον.

Τόσο για τη συλλογή του σήματος δεύτερης αρμονικής όσο και του εκπεμπόμενου φάσματος φθορισμού η γεωμετρία των πειραματικών διατάξεων παραμένει αυστηρά σταθερή, καθιστώντας δυνατή την σύγκριση. Για τον ίδιο λόγο πραγματοποιείται κανονικοποίηση τόσο του σήματος SHG όσο και των φασμάτων φθορισμού ως προς τα αντίστοιχα που ελήφθησαν στη θερμοκρασία των 30°C. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 1.9.



**Σχήμα 1.9 : Κανονικοποιημένα φάσματα φθορισμού στα 400nm, 405nm, 410nm, 415nm, 420nm, 425nm και σήμα δεύτερης αρμονικής συναρτήσει της θερμοκρασίας.**

Το κανονικοποιημένο σήμα SHG μειώνεται χαρακτηριστικά με την αύξηση της θερμοκρασίας. Πάνω από τους 70°C το σήμα SHG καταγράφεται πρακτικά μηδενικό, γεγονός που καταδεικνύει την πλήρη αποδιαμόρφωση του κολλαγόνου σε αυτή τη θερμοκρασία. Κατά αυτόν τον τρόπο το προκύπτον κανονικοποιημένο σήμα SHG μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της διαδικασίας αποδιαμόρφωσης του κολλαγόνου. Συγκεκριμένα το κολλαγόνο παρουσιάζει μικροκρυσταλλική δομή. Η γένεση δεύτερης αρμονικής είναι μια μη γραμμική οπτική ιδιότητα μέσω κρυσταλλικής διάταξης. Η αύξηση της θερμοκρασίας επιδρά στο μόριο του κολλαγόνου καταστρέφοντας την ελικοειδή τριτοταγή του δομή. Οι αλυσίδες

αμινοξέων τείνουν να διαταχθούν πλέον σχεδόν αυθαίρετα στο χώρο. Επομένως, η σταδιακή μείωση του σήματος της δεύτερης αρμονικής με την αύξηση της θερμοκρασίας, όπως επιβεβαιώθηκε και πειραματικά, ήταν αναμενόμενη, καθώς η καταστροφή της ελικοειδούς διάταξης σημαίνει και απώλεια της μικροκρυσταλλικής δομής. Το σήμα δεύτερης αρμονικής είναι ανάλογο με τον πληθυσμό των κρυσταλλικών μορίων του κολλαγόνου, οπότε προκύπτει η έκφραση:

$$\frac{SHG_i}{SHG_{30}} \propto \frac{N_i}{N_{30}} \quad (1-1)$$

όπου  $N_i$  είναι ο πληθυσμός των μορίων σε κρυσταλλική μορφή στην εκάστοτε θερμοκρασία  $i = 30^{\circ}C, 40^{\circ}C, \dots, 80^{\circ}C$ . Σε αυτό το σημείο, πρέπει να σημειωθεί ότι έχει γίνει η θεώρηση πως στη θερμοκρασία περιβάλλοντος των  $30^{\circ}C$ , που πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα, το κολλαγόνο βρίσκεται στη φυσική του κατάσταση. Δηλαδή, το καταγραφόμενο σήμα δεύτερης αρμονικής έχει τη μέγιστη τιμή του. Ο έλεγχος της πραγματικής θερμοκρασίας όπου το σήμα SHG είναι το μέγιστο δυνατό ήταν ανέφικτος, διότι κατά τη διάρκεια διεξαγωγής των πειραμάτων, η θερμοκρασία περιβάλλοντος μετρήθηκε στους  $30^{\circ}C$ . Παρ'όλα ταύτα το εισαγόμενο κατ'αυτόν τον τρόπο σφάλμα στις μετρήσεις μας δεν είναι σημαντικό όπως φαίνεται και από τις σταθερές τιμές για θερμοκρασίες μεγαλύτερες από  $70^{\circ}C$  του σχήματος 1.9. Από το ίδιο σχήμα και την σχέση (1-1) προσδιορίζεται το ποσοστό αποδιαμόρφωσης του δείγματος για κάθε θερμοκρασία.

## 1.4 Η αναγκαιότητα μίας βελτιωμένης πειραματικής διάταξης

Το πρωτόκολλο που ακολουθήθηκε στο πρόγραμμα «Αρχιμήδης» είχε την εξής αδυναμία: οι μετρήσεις που αφορούν τις οπτικές ιδιότητες του κολλαγόνου έγιναν όλες σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Εμελετώντο οι συνέπειες της θερμικής καταπόνησης του βιοϋλικού, αφού αυτό είχε έρθει σε θερμική ισορροπία με το περιβάλλον. Προκειμένου όμως να έχουμε μία πλήρη εικόνα της εξάρτησης των οπτικών ιδιοτήτων του κολλαγόνου από τη θερμοκρασία, είναι απαραίτητο οι μετρήσεις των οπτικών ιδιοτήτων να γίνονται σε θερμοκρασίες της επιλογής μας.

Γι αυτό κρίθηκε απαραίτητη η υλοποίηση μίας πειραματικής διάταξης με θερμοκρασιακό έλεγχο του δείγματος του κολλαγόνου. Η διάταξη αυτή πρέπει να καταγράφει αξιόπιστα τις οπτικές μετρήσεις ως συνάρτηση της θερμοκρασίας σε πραγματικό χρόνο.

## 2. BLOCK διαγράμματα και βασικά στοιχεία της πειραματικής διάταξης

### 2.1 Οι δύο διαδικασίες της πειραματικής διάταξης

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναφερθήκαμε στην ανάγκη της ανάπτυξης μίας πειραματικής διατάξεως, με την οποία θα μελετηθούν οι οπτικές ιδιότητες του κολλαγόνου με ταυτόχρονο θερμοκρασιακό έλεγχο. Συγκεκριμένα μας ενδιαφέρει το φαινόμενο της παραγωγής β' αρμονικής από το κολλαγόνο κατά την οπτική του διέγερση. Κυρίως μας ενδιαφέρει η εξάρτηση του φαινομένου αυτού από την θερμοκρασία.

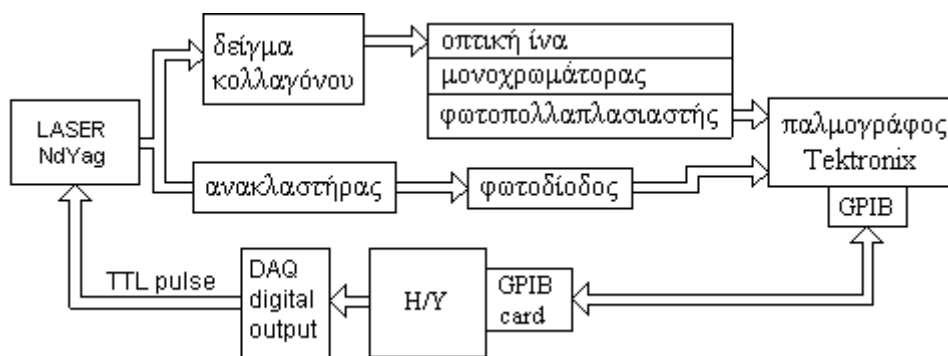
Η πειραματική διάταξη θα υλοποιεί τις εξής δύο βασικές διαδικασίες:

1. Οπτική διέγερση δείγματος κολλαγόνου με ακτινοβολία laser, λήψη οπτικών μετρήσεων και αυτόματη καταγραφή αυτών σε παλμογράφο και στη συνέχεια σε αρχείο υπολογιστή.
2. Σύγχρονος έλεγχος της θερμοκρασίας του δείγματος.

Οι παραπάνω απαιτήσεις προϋποθέτουν την επιλογή σχεδίασης και υλοποίησης ενός συστήματος που θα ελέγχεται κεντρικά από υπολογιστή.

Στην παρούσα εργασία αναπτύξαμε πλήρως το συνολικό θερμοκρασιακό σύστημα ελέγχου καθώς και το λογισμικό που αφορά την πρώτη διαδικασία. Τα υπόλοιπα στοιχεία διατίθενται από το εργαστήριο.

Παρουσιάζουμε τώρα το διάγραμμα της **πρώτης διαδικασίας** (λήψη και καταγραφή των οπτικών μετρήσεων, ύστερα από πρόκληση οπτικής διέγερσης του δείγματος με παλμό laser):



Σχήμα 2.1: Διαδικασία οπτικών μετρήσεων

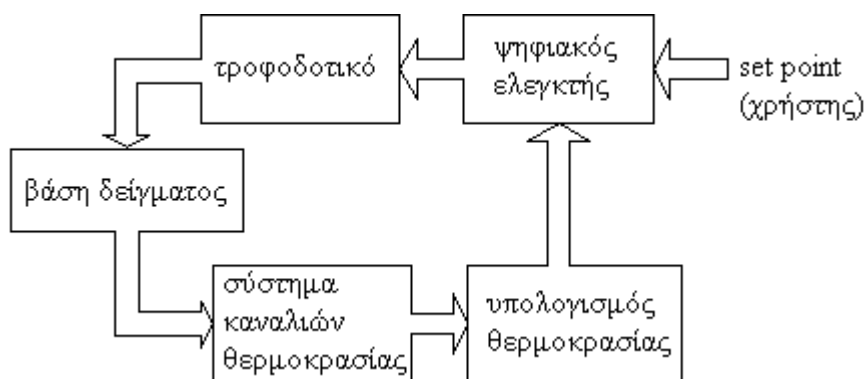
Το laser NdYag δέχεται trigger TTL παλμού από ψηφιακή έξοδο του υπολογιστή (DAQ digital output), ύστερα από εντολή του χρήστη. Ο εκπεμπόμενος παλμός laser προσπίπτει στο θερμαινόμενο υπό εξέταση δείγμα.

Στο εν λόγω διάγραμμα παρατηρούμε δύο κανάλια λήψης οπτικού σήματος. Το πρώτο αφορά τη δεύτερη αρμονική της ακτινοβολίας που παράγεται κατά την οπτική διέγερση του δείγματος. Η ακτινοβολία αυτή συλλέγεται με οπτική ίνα και οδηγείται στον μονοχρωμάτορα όπου επιλέγεται το επιθυμητό προς παρατήρηση μήκος κύματος. Επειδή το σήμα της δεύτερης αρμονικής είναι ασθενές, οδηγείται σε φωτοπολλαπλασιαστή. Στη συνέχεια το ηλεκτρικό σήμα του φωτοπολλαπλασιαστή λαμβάνεται από κανάλι του παλμογράφου.

Το δεύτερο κανάλι λήψης αφορά τη μέτρηση ισχύος του παλμού του laser. Αυτή η μέτρηση είναι αναγκαία καθόσον τα παρατηρούμενα φαινόμενα είναι ανάλογα της ισχύος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Τοποθετούμε κατάλληλη ανακλαστική επιφάνεια και φωτοδίοδο σε μία σταθερή θέση. Το ηλεκτρικό σήμα στην έξοδο λαμβάνεται από άλλο κανάλι του παλμογράφου.

Ο υπολογιστής διαθέτει κάρτα GPIB που παρέχει τη δυνατότητα επικοινωνίας με άλλες συσκευές. Ο παλμογράφος διαθέτει αντίστοιχη κάρτα, μέσω της οποίας μπορεί να δεχτεί εντολές χειρισμού από τον υπολογιστή. Τέλος, στο προγραμματιστικό περιβάλλον LabView, που είναι εγκατεστημένο στον υπολογιστή, περιέχονται βιβλιοθήκες για τον χειρισμό του συγκεκριμένου τύπου παλμογράφου. Με αυτά τα μέσα ήταν δυνατή η υλοποίηση προγράμματος για τη ρύθμιση του παλμογράφου και τη μεταφορά δεδομένων μετρήσεων προς αρχείο του υπολογιστή (κεφάλαιο 7).

Η **δεύτερη διαδικασία** είναι ο θερμοκρασιακός έλεγχος του δείγματος. Το διάγραμμα που ακολουθεί περιγράφει τη γενική δομή του κλειστού συστήματος ελέγχου που αναπτύξαμε στο εργαστήριο:



**Σχήμα 2.2: Σύστημα ελέγχου θερμοκρασίας**

Σε διάφορα σημεία της βάσης του δείγματος υπάρχουν υποδοχές για την τοποθέτηση στοιχείων μέτρησης θερμοκρασίας (συγκεκριμένα θερμοζευγών). Τα σήματα των θερμοστοιχείων άγονται μέσω αναλογικού κυκλώματος και δειγματοληπτούνται από κάρτα του υπολογιστή (data acquisition card). Έκαστο από τα δειγματοληπτούμενα σήματα περνά από ψηφιακό LP FIR φίλτρο. Οι βαθμίδες που περιγράψαμε ως τώρα (από τα θερμοστοιχεία ως τις εξόδους των FIR φίλτρων) συνθέτουν τα κανάλια της θερμοκρασίας (κεφάλαιο 3).

Τα σήματα των καναλιών αντιστοιχούν σε τιμές τάσεις και συνεπώς είναι απαραίτητη η μετατροπή τους σε τιμές θερμοκρασίας. Γι αυτό τον σκοπό προσδιορίσαμε τύπο υπολογισμού της θερμοκρασίας για κάθε κανάλι (κεφάλαιο 4) και προγραμματίσαμε αντίστοιχη ρουτίνα. (Η χρησιμότητα διαφορετικών καναλιών θα γίνει αντιληπτή σε επόμενες παραγράφους).

Τα κανάλια και ο τύπος υπολογισμού της θερμοκρασίας αντιστοιχούν στον κλάδο ανατροφοδότησης (feedback) του κλειστού συστήματος.

Η τρέχουσα τιμή της θερμοκρασίας του δείγματος και η τιμή σταθεροποίησης που έχει θέσει ο χρήστης οδηγούνται στην είσοδο του ψηφιακού ελεγκτή (κεφάλαιο 5). Ο ελεγκτής παράγει στην έξοδό του σήμα ελέγχου με το οποίο ρυθμίζει την ηλεκτρική ισχύ του τροφοδοτικού μέσω κατάλληλης ψηφιακής εξόδου που παρέχει η κάρτα DAQ.

Το τροφοδοτικό (κεφάλαιο 6) παρέχει την ισχύ στη θερμαντική αντίσταση που είναι ενσωματωμένη στη βάση για τη θέρμανση του δείγματος.

Ο ελεγκτής και το παλμικό τροφοδοτικό αντιστοιχούν στον *ευθύ κλάδο του κλειστού συστήματος ελέγχου*.

Οι υπολογιστικές διαδικασίες που προαναφέρθηκαν (FIR φίλτρα, υπολογισμός θερμοκρασίας, ελεγκτής) και ο συγχρονισμός τους με την δειγματοληψία της κάρτας προγραμματίστηκαν στο LabView (**κεφάλαιο 7**).

## 2.2 Βασικές προδιαγραφές του πειράματος

Πριν προχωρήσουμε σε λεπτομερή περιγραφή των στοιχείων της πειραματικής διάταξης θα θέσουμε προδιαγραφές που προκύπτουν από τις φυσικές ιδιότητες του κολλαγόνου και αφορούν κυρίως τη θερμοκρασία. Στο πρώτο κεφάλαιο διαπιστώσαμε ότι η καταστροφή της τριτοταγούς δομής του κολλαγόνου λόγω θερμικής καταπόνησης είναι γενικά μόνιμη. Συνεπώς η θερμοκρασία του δείγματος δεν πρέπει να ανεβαίνει υψηλότερα από την θερμοκρασία σταθεροποίησης (set point) σε καμία περίπτωση. Δεν είναι δηλαδή επιτρεπτή η υπερψύωση της θερμοκρασίας ούτε κατά τη μεταβατική φάση του ελέγχου.

Επίσης γνωρίζουμε ότι οι ιδιότητες του κολλαγόνου δεν μεταβάλλονται αισθητά για θερμοκρασιακές μεταβολές μικρότερες από  $\Delta\theta=1^{\circ}\text{C}$ . Ευλόγα απαιτούμε το συνολικό σφάλμα μέτρησης και ελέγχου της θερμοκρασίας να είναι μικρότερο από το προαναφερθέν  $\Delta\theta$ . Εκτιμούμε ως εφικτό στόχο σφάλματος  $0.1^{\circ}\text{C}$ . Απαιτήση μεγαλύτερης ακρίβειας δεν κρίνεται ρεαλιστική λόγω των διαταραχών του περιβάλλοντος, του ηλεκτρονικού θορύβου του συστήματός μας, και κυρίως λόγω του σφάλματος του θερμομέτρου αναφοράς, όπως θα εξηγήσουμε σε ειδικό κεφάλαιο.

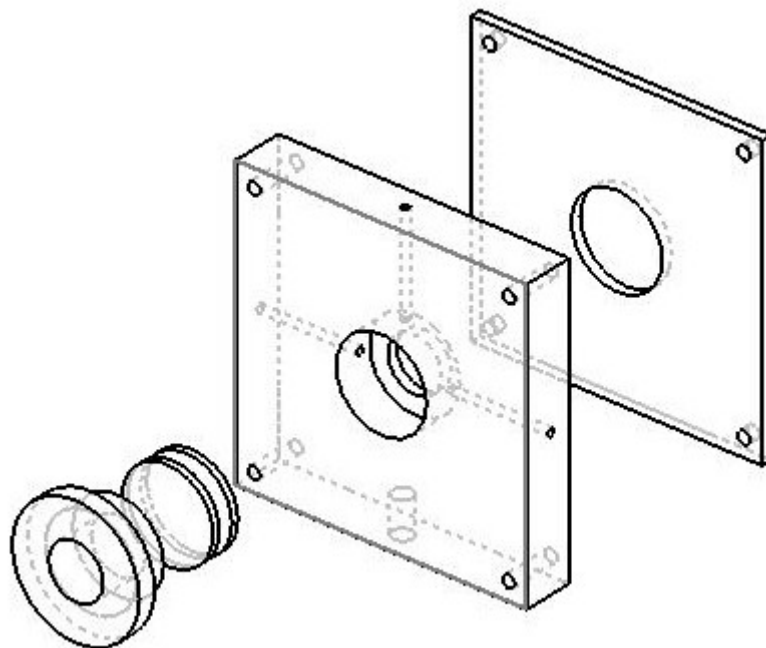
Στα διάφορα στάδια ανάπτυξης του συστήματος προκύπτουν και πολλές άλλες απαιτήσεις. Η επιλογή ενός στοιχείου λειτουργεί δεσμευτικά για την περαιτέρω ανάπτυξη του συστήματος και θέτει νέες επί μέρους προδιαγραφές σχεδίασης και κατασκευής. Μερικές από αυτές θα αναφερθούν στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου, αλλά κυρίως θα αναφερόμαστε σ' αυτές κατά την ανάλυση των επί μέρους θεμάτων.

## 2.3 Η βάση του δείγματος

Το σύστημα της βάσης μπορεί να περιγραφεί χονδρικά ως σύστημα στήριξης πλάκας (βλ. σχήμα 2.3) αποτελούμενης από διάφορα στρώματα (κυρίως μεταλλικά). Η πλάκα αυτή έχει στο κέντρο της μία διαμπερή κυκλική οπή. Εντός της οπής στερεώνονται δύο λεπτά παράλληλα γυάλινα πλακίδια (δισκία), που καταλαμβάνουν όλη την επιφάνειά της. Μεταξύ των πλακιδίων τοποθετείται το δείγμα. Αυτός ο τρόπος κατασκευής επιτρέπει την ακτινοβόληση του δείγματος και τη λήψη οπτικών μετρήσεων εκατέρωθεν της πλάκας από διαφορετικές γωνίες. Η βάση είναι φορητή και τοποθετείται εύκολα σε διάφορες θέσεις ως προς την πηγή εκπομπής.

Το σύστημα της βάσης πρέπει επίσης να είναι κατάλληλο θερμικό σύστημα για τον έλεγχο και την σταθεροποίηση της θερμοκρασίας. Περιλαμβάνει μία θερμαντική αντίσταση που καλύπτεται εκατέρωθεν από στρώματα ηλεκτρομονωτικού υλικού με μεγάλη θερμική αγωγιμότητα. Η θερμαντική αντίσταση είναι τοποθετημένη ανάμεσα σε μία πλάκα αλουμινίου με μεγάλο πάχος και μία λεπτότερη πλάκα σιδήρου. Τα γυάλινα δισκία και το δείγμα είναι τοποθετημένα προς την πλευρά του αλουμινίου.

Η πλάκα του αλουμινίου αντιστοιχεί στην κύρια θερμοχωρητικότητα του θερμικού συστήματος της βάσης. Η μεγάλη θερμοχωρητικότητα καθιστά το σύστημα πρακτικά αναίσθητο στις ελαφρές διαταραχές του περιβάλλοντος (ρεύματα αέρος) και επιτρέπει την καλύτερη σταθεροποίηση του συστήματος σε μία ορισμένη θερμοκρασία. Το αλουμίνιο έχει μεγάλη θερμική αγωγιμότητα, όπως και τα ειδικής κατασκευής κρυσταλλικά δισκία. Η μεγάλη θερμική αγωγιμότητα στην περιοχή του δείγματος αποσκοπεί στην ομοιόμορφη κατανομή θερμοκρασίας στο δείγμα. Για τον ίδιο σκοπό επελέγη συμμετρική σχεδίαση του συστήματος.



**Σχήμα 2.3: Βάση δείγματος**

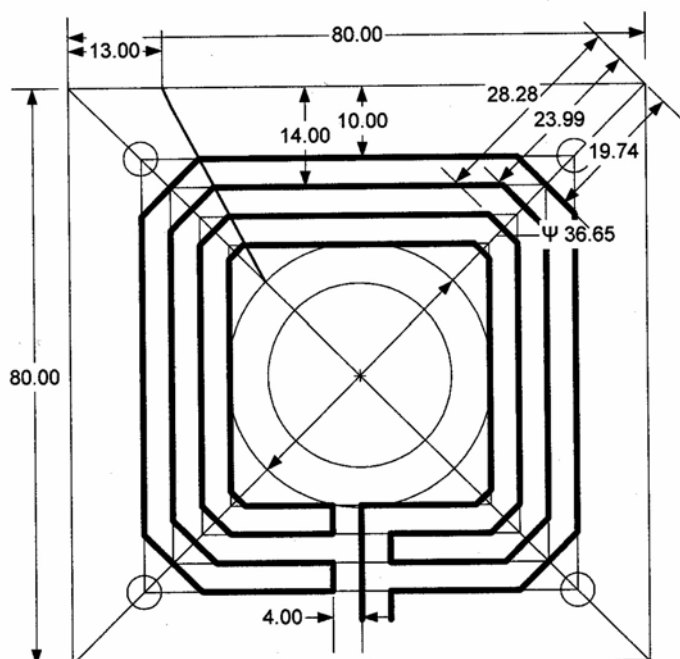
Η πλάκα του σιδήρου έχει μικρή θερμοχωρητικότητα και μεγάλη θερμική αντίσταση προς τον αέρα. Μειώνει τις θερμικές απώλειες προς τον αέρα και η θερμότητα μεταφέρεται κυρίως προς την πλευρά του αλουμινίου και του δείγματος. Μείωση των θερμικών απωλειών σημαίνει μικρότερη αναγκαία ισχύ για τη θέρμανση του συστήματος. (Θεωρητική αναφορά στα θερμικά συστήματα γίνεται στο πέμπτο κεφάλαιο).

Για την συγκράτηση των πλακιδίων και του δείγματος υπάρχει κατάλληλο βιδωτό στέλεχος. Η τοποθέτηση και απομάκρυνση του δείγματος είναι εύκολη, γιατί δεν χρειάζεται η αποσυναρμολόγηση όλης της βάσης, αλλά μόνον του στελέχους. Το στέλεχος βιδώνει όσο πρέπει για την καλή συγκράτηση του δείγματος. Μεταξύ των πλακιδίων και των μεταλλικών μερών υπάρχουν ροδέλλες που προστατεύουν τα γυάλινα πλακίδια από θρυμματισμό κατά την σύσφιγξη.

Η βάση πρέπει επίσης να παρέχει τη δυνατότητα τοποθέτησης κάποιου θερμομέτρου στην περιοχή του δείγματος. Η καλύτερη λύση ήταν η δημιουργία οπών μικρής διατομής στις πλαϊνές (μικρές) πλευρές της πλάκας αλουμινίου, οι οποίες διαπερνούν το σώμα του αλουμινίου ως την κοιλότητα τοποθέτησης του δείγματος. Αυτή η λύση οδήγησε στην επιλογή χρησιμοποίησης θερμοζευγών, επειδή είναι λεπτά, εύκαμπτα και λειτουργούν με ακρίβεια σε μεγάλο θερμοκρασιακό εύρος τιμών. Επίσης έχουν μικρή θερμική χωρητικότητα και συνεπώς δεν επηρεάζουν την μέτρηση.

Η σχεδίαση της θερμαντικής αντίστασης (βλ. σχήμα 2.4) έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε ανά ζεύγος γειτονικών περιελίξεων να έχουμε αντιπαράλληλη κατεύθυνση του

ρεύματος. Έτσι αλληλοαναιρούνται τα επαγόμενα μαγνητικά πεδία των διαρρεόμενων από ρεύμα περιελίξεων. Ελαχιστοποιούμε δηλαδή τη συνολική μαγνητική επαγωγή, η οποία είναι ανεπιθύμητη, αφού δεν γνωρίζουμε την επίδρασή της στο δείγμα.



Σχήμα 2.4: Θερμαντική αντίσταση βάσης

## 2.4 Τα στοιχεία της διαδικασίας των οπτικών μετρήσεων (συμπλήρωμα)

Το laser (NdYag): Στο σύστημά μας το laser δέχεται trigger από ψηφιακή έξοδο του DAQ μετά από εντολή του χρήστη στον υπολογιστή. Για το trigger του laser απαιτείται παλμός TTL διάρκειας από 1μsec ως 1msec. Η δυνατότητα επανάληψης εκπομπής του laser αντιστοιχεί σε ρυθμό μικρότερο των 10 εκπομπών ανά sec. Το Laser NdYag εκπέμπει παλμούς διάρκειας περίπου 100nsec.

Το δείγμα: Τα χρησιμοποιούμενα δείγματα έχουν διάμετρο περίπου 0.5cm και ινώδη ξηρή υφή. Είναι πιθανό να χρειάζεται η τοποθέτηση συγκεντρωτικού φακού μπροστά από το δείγμα για καλύτερη σύγκλιση της προσπίπτουσας δέσμης πάνω σε αυτό.

Το υποσύστημα λήψης (β' αρμονικής): Περιλαμβάνει οπτική ίνα λήψης, μονοχρωμάτορα και φωτοπολλαπλασιαστή. Η λήψη σήματος από την οπτική ίνα μπορεί να γίνει υπό διάφορες γωνίες. Ο μονοχρωμάτορας περιλαμβάνει ανακλαστική επιφάνεια με πυκνές παράλληλες χαράξεις. Οι χαράξεις προκαλούν περίθλαση της οπτικής ακτινοβολίας, οπότε δημιουργούνται κροσσοί συμβολής. Η θέση ανίχνευσης των κροσσών συμβολής εξαρτάται από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Κατ' αυτόν τον τρόπο μπορούμε να επιλέξουμε με τον μονοχρωμάτορα μία συγκεκριμένη αρμονική. Ταυτόχρονα με τη μέτρηση του σήματος της β' αρμονικής, πρέπει να μετράται και η ένταση της ακτινοβολίας του laser μέσω μίας σταθερής διάταξης. Μας ενδιαφέρει ο λόγος της έντασης του σήματος της β' αρμονικής προς την ένταση της ακτινοβολίας του laser, επειδή η ένταση του laser δεν

ρυθμίζεται ακρίβεια: η ένταση αυτή μεταβάλλεται από εκπομπή σε εκπομπή. Συνεπώς οδηγούμαστε στην απαίτηση της ταυτόχρονης λήψης και των δύο σημάτων. Παλμογράφος Tektronix 540: έχει μέγιστη συχνότητα δειγματοληψίας 2GS/sec και εύρος ζώνης (bandwidth) 500MHz, η οποία είναι αρκετή για την καταγραφή παλμών διάρκειας 100nsec. Ο παλμογράφος αυτός έχει ενσωματωμένη κάρτα επικοινωνίας NI488, μέσω της οποίας είναι δυνατός ο προγραμματιζόμενος χειρισμός του.

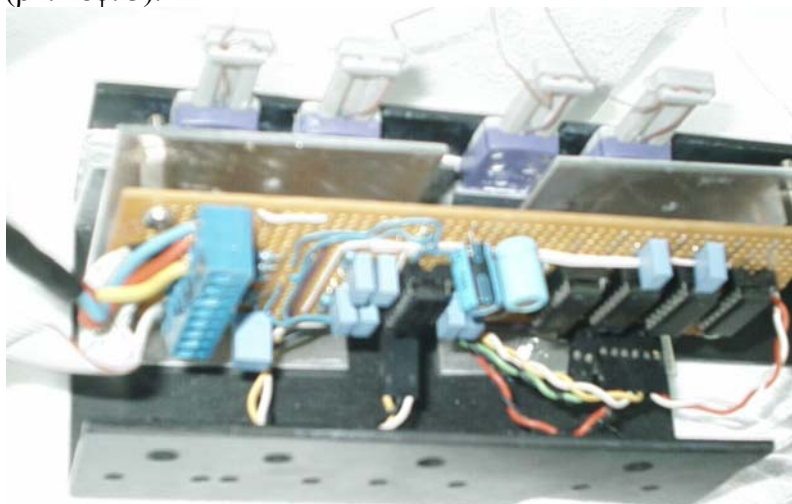
Ο προγραμματισμός της επικοινωνίας έγινε μέσω του LabView. Πρόκειται για visual γλώσσα προγραμματισμού ροής δεδομένων (data flow) κατάλληλη για εφαρμογές εργαστηρίου. Παρέχει ευκολίες για την επικοινωνία των μηχανημάτων και την μεταφορά δεδομένων από μετρήσεις.

Με εξαίρεση τον προγραμματισμό της επικοινωνίας, τα στοιχεία της διαδικασίας αυτής διατίθενται από το εργαστήριο και δεν θα αναφερθούμε σε αυτά περαιτέρω.

## 2.5 Τα στοιχεία του συστήματος ελέγχου θερμοκρασίας

Όπως αναφέραμε στην παράγραφο για την βάση του δείγματος, επιλέξαμε ως κατάλληλο είδος στοιχείου μέτρησης θερμοκρασίας το θερμοζεύγος. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε τέσσερα θερμοζεύγη για ισάριθμα κανάλια μέτρησης θερμοκρασίας. Από τη μελέτη για τα θερμοζεύγη στο κεφ. 3, προκύπτει η απαίτηση τοποθέτησης των ακροδεκτών των θερμοζευγών σε μία ισοθερμική περιοχή. Επίσης απαιτείται η μέτρηση της θερμοκρασίας της περιοχής αυτής με ένα επί πλέον θερμοστοιχείο (επιλέξαμε ένα ολοκληρωμένο LM35). Χρειάζεται δηλαδή και ένα συμπληρωματικό κανάλι με την ένδειξη θερμοκρασίας του ολοκληρωμένου (4+1 κανάλια συνολικά). Από την ένδειξη ενός θερμοζεύγους και την ένδειξη του ολοκληρωμένου μπορεί να υπολογιστεί η θερμοκρασία που αντιστοιχεί στο εν λόγω θερμοζεύγος.

Τα κανάλια των θερμοζευγών χρειάζονται αναλογικό κύκλωμα ενίσχυσης και βαθυπερατού φίλτρου, γιατί η ένδειξη της τάσης τους είναι ιδιαίτερα ασθενής και ευάλωτη στο θόρυβο. Το ολοκληρωμένο LM35 παρέχει στην έξοδό του ικανοποιητική τάση, είναι όμως πηγή πολύ μικρής ισχύος και γι αυτό πρέπει να προστατευτεί από ταλαντώσεις λόγω σύνδεσης με την γραμμή μεταφοράς προς τον υπολογιστή (βλ. κεφ. 3).

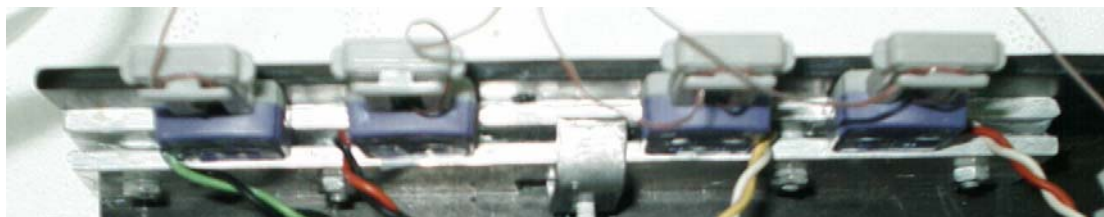


**Εικόνα 2.5: Αναλογικά κυκλώματα θερμοκρασιακών καναλιών**

Τα αναλογικά κυκλώματα για όλα τα κανάλια είναι ενσωματωμένα σε μία ενιαία κατασκευή (βλ. εικόνα 2.5). Έχουμε τα εξής μεταλλικά μέρη: Πρώτον, ψύκτρα, που είναι ταυτόχρονα και βάση τοποθέτησης για το σύστημα των



αναλογικών κυκλωμάτων. Δεύτερον, ισοθερμική περιοχή αποτελούμενη από δύο πλάκες αλουμινίου με ηλεκτρομονωτική κάλυψη θερμοαγώγιμου υλικού (εικόνα 2.6).



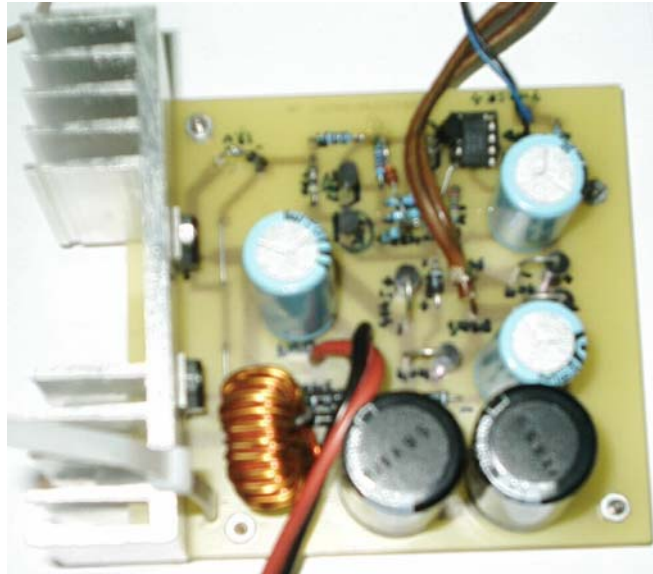
**Εικόνα 2.6: (λεπτομέρεια) ισοθερμική περιοχή ακροδεκτών θερμοζευγών**

Ανάμεσα στις πλάκες αλουμινίου συγκρατούνται οι ακροδέκτες των θερμοζευγών και το ολοκληρωμένο LM35. Ακόμη, η πλακέτα των αναλογικών κυκλωμάτων στερεώθηκε σε δύο κατακόρυφες πλάκες αλουμινίου (εικόνα 2.5) για να εμποδιστεί η εκπομπή θερμότητας από τα αναλογικά κυκλώματα προς την ισοθερμική περιοχή. Σε αυτήν την θέση, η απαγωγή της θερμότητας από τα αναλογικά κυκλώματα γίνεται από κατακόρυφα ρεύματα. Η τοποθέτηση αυτή ήταν αναγκαία, γιατί διαφορετικά δεν είχαμε τέλεια ισοθερμικότητα στην εν λόγω περιοχή. Επίσης, η αύξηση της θερμοκρασίας από τη λειτουργία των αναλογικών κυκλωμάτων (κυρίως των ενισχυτών) δεν είναι επιθυμητή για διάφορους λόγους. Επηρεάζει το offset των ενισχυτών, ενώ οι κατανομές θερμοκρασίας δημιουργούν και κατανομές δυναμικού στις εισόδους τους.

Τα σήματα των καναλιών στην έξοδο των αναλογικών κυκλωμάτων δειγματοληπτούνται από την DAQ κάρτα PCI-MIO-E-16-4. Περνούν από βαθυπερατό FIR ψηφιακό φίλτρο για να καταλήξουν στην ρουτίνα υπολογισμού της θερμοκρασίας.

Όπως προείπαμε, η θερμοκρασία μίας μέτρησης υπολογίζεται από την ένδειξη του αντίστοιχου καναλιού θερμοζεύγους και την ένδειξη του καναλιού του LM35. Ο υπολογισμός της θερμοκρασίας βασίζεται σε μοντέλο που προκύπτει από την τοπολογία των καναλιών και τις χαρακτηριστικές εισόδου-εξόδου των στοιχείων τους. Όμως, όπως θα δούμε στο 4ο κεφάλαιο, ήταν καταλληλότερη η εξαγωγή ενός πολυωνυμικού μοντέλου, του οποίου οι παράμετροι προσδιορίστηκαν με μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης βάσει ενός συνόλου μετρήσεων.

Το ψηφιακό σύστημα ρυθμιστή (ελεγκτή) της θερμοκρασίας λαμβάνει από τον χρήστη μία επιθυμητή τιμή σταθεροποίησης της θερμοκρασίας. Επίσης λαμβάνει από τη ρουτίνα υπολογισμού της θερμοκρασίας την τρέχουσα τιμή της. Με βάση αυτές τις δύο τιμές ο ελεγκτής ρυθμίζει την ισχύ εξόδου του τροφοδοτικού. Από πρόχειρο πειραματισμό εκτιμήσαμε, ότι η μέγιστη ισχύς του τροφοδοτικού δεν χρειάζεται να είναι μεγαλύτερη από 25~30Watt, ώστε να έχουμε ικανοποιητική θέρμανση της βάσης. Στο κεφάλαιο 5 μελετάται το θερμικό σύστημα της βάσης με σκοπό τον προσδιορισμό του ελεγκτή. Επιλέξαμε την σχεδίαση παλμικού τροφοδοτικού (εικόνα 2.7), κυρίως επειδή έχει μικρές θερμικές απώλειες.



**Εικόνα 2.7: Το παλμικό τροφοδοτικό**

Στα επόμενα κεφάλαια θα πραγματοποιηθεί εκτενής ανάλυση των επί μέρους θεμάτων του ελέγχου θερμοκρασίας.

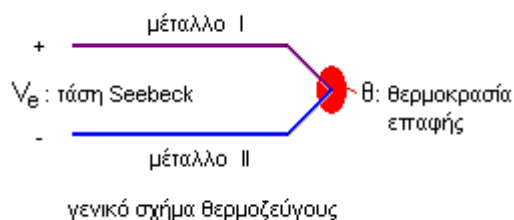


## 3.2 Γενική μελέτη των στοιχείων των καναλιών

Το παρόν υποκεφάλαιο αναφέρεται στα θερμοζεύγη, τους ενισχυτές οργάνου μέτρησης, τα βαθυπερατά αναλογικά και ψηφιακά φίλτρα. Τα στοιχεία αυτά μελετώνται θεωρητικά και αναλύονται γενικά πριν την χρησιμοποίησή τους στην συγκεκριμένη υλοποίηση. Κατά την μελέτη αυτή τίθενται επί μέρους προδιαγραφές για το σύστημα των καναλιών και τεκμηριώνεται ο τρόπος ανάπτυξης του εν λόγω συστήματος.

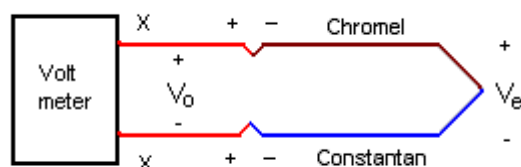
### 3.2.1 Το θερμοζεύγος και η συνδεσμολογία του

Ένα θερμοζεύγος αποτελείται από δύο καλώδια διαφορετικών μεταξύ τους μετάλλων που είναι ενωμένα στο ένα τους άκρο. Κατά την επαφή δύο διαφορετικών μετάλλων δημιουργείται διαφορά δυναμικού σε αυτά. Αυτή η τάση εξαρτάται από την θερμοκρασία επαφής. Στην βιβλιογραφία αναφέρεται ως τάση Seebeck.



Από την ανωτέρω ιδιότητα προκύπτει γενικά η δυνατότητα υπολογισμού της τάσης Seebeck από την θερμοκρασία επαφής και αντιστρόφως. Ειδικώς, σε έκαστο τύπο θερμοζεύγους, (όπου ο τύπος του θερμοζεύγους καθορίζεται από το είδος των μετάλλων του), αντιστοιχεί ένα ευθύ και ένα αντίστροφο πολυώνυμο προσέγγισης. Τα πολυώνυμα αυτά έχουν τυποποιηθεί με βάση το πρότυπο ITS-90.

Προκειμένου να διερευνηθεί η πρακτική χρήση των θερμοζευγών, θα επιχειρήσουμε να μετρήσουμε με βολτόμετρο την τάση Seebeck στους ακροδέκτες ενός θερμοζεύγους. Θα θεωρήσουμε θερμοζεύγος με κράμα Chromel στον θετικό πόλο και κράμα Constantan στον αρνητικό (τύπος E). Οι ακροδέκτες του βολτομέτρου θα είναι από κάποιο τρίτο μέταλλο X. Προκύπτει το εξής **απλό** θερμοηλεκτρικό κύκλωμα :



Διαπιστώνουμε ότι στο κύκλωμα υπεισέρχονται επί πλέον οι τάσεις Seebeck στις επαφές των ακροδεκτών του θερμοζεύγους με τους ακροδέκτες του βολτομέτρου.

Από εφαρμογή δεύτερου νόμου Kirchhoff στο ανωτέρω κύκλωμα έχουμε:

$$V_o = V_{X,Chromel} + V_e - V_{X,Constantan}$$

όπου:

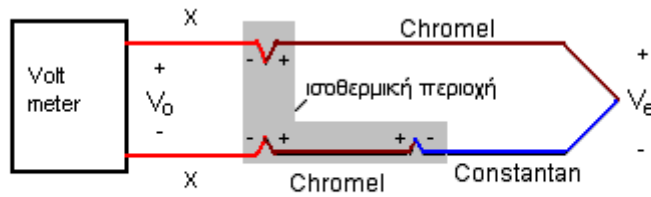
$V_o$  : τάση ακροδεκτών βολτομέτρου

$V_{X,Chromel}$  : τάση Seebeck επαφής μετάλλου X-Chromel

$V_{X,Constantan}$  : τάση Seebeck επαφής μετάλλου X-Constantan

$V_e$ : τάση Seebeck επαφής Chromel-Constantan

Είναι φανερό από την παραπάνω σχέση, ότι δεν είναι δυνατή η μέτρηση της τάσης Seebeck  $V_e$  στην ένωση του άκρου με αυτόν τον απλό τρόπο. Γι αυτό προτείνεται το ακόλουθο θερμοηλεκτρικό κύκλωμα:



Θερμοηλεκτρικό κύκλωμα με cold junction

### Σχήμα 3.2

Αυτό το θερμοηλεκτρικό κύκλωμα διαφοροποιείται από το προηγούμενο στα εξής: Έχει γίνει προσθήκη ενδιάμεσου κλάδου Chromel που διαχωρίζει τον αρνητικό ακροδέκτη του βολτομέτρου από τον ακροδέκτη Constantan του θερμοζεύγους. Αυτή η προσθήκη ονομάζεται “cold junction”. Επίσης έχουν τεθεί οι επαφές των ακροδεκτών του βολτομέτρου καθώς και η επαφή Chromel-Constantan του “cold junction” σε ισοθερμικό περιβάλλον.

Θα θεωρήσουμε θερμοκρασία ισοθερμικής περιοχής  $\theta_{ISO}$  και θερμοκρασία άκρου θερμοζεύγους  $\theta$ .

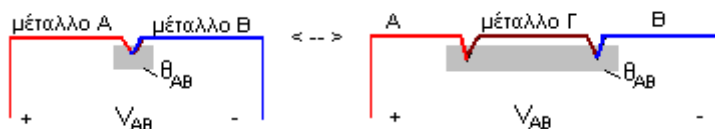
Το παραπάνω κύκλωμα έχει την εξής χρήσιμη ιδιότητα: και στους δύο ακροδέκτες του βολτομέτρου υπάρχει επαφή Chromel - μετάλλου X και μάλιστα στην ίδια θερμοκρασία. Συνεπώς οι αντίστοιχες τάσεις Seebeck είναι ίσες. Κατά την εφαρμογή β' νόμου Kirchhoff στο παραπάνω κύκλωμα οι τάσεις αυτές εμφανίζονται με αντίθετα πρόσημα και απαλείφονται. Απομένουν οι εξής όροι:

$$V_0 = V_e - V_{\text{Chromel, Cons tan tan}} \big|_{\theta_{ISO}} \Rightarrow$$

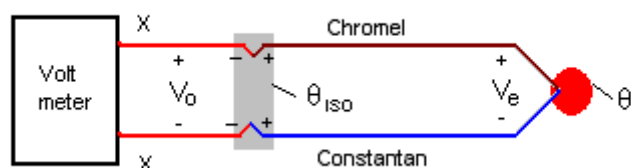
$$V_e = V_0 + V_{\text{Chromel, Cons tan tan}} \big|_{\theta_{ISO}} \quad (3-1)$$

Αν είναι γνωστή η θερμοκρασία  $\theta_{ISO}$  είναι δυνατόν να υπολογιστεί η τάση  $V_{\text{Chromel, Cons tan tan}} \big|_{\theta_{ISO}}$  με χρήση του ευθέως πολωνύμου ITS-90 για τύπο E. Η  $V_e$  προκύπτει τότε από το άθροισμα. Στη συνέχεια, μέσω του αντιστρόφου πολωνύμου υπολογίζουμε την θερμοκρασία  $\theta$ .

Καθώς έχουμε στην διάθεσή μας ένα θερμοηλεκτρικό κύκλωμα προς υπολογισμό της θερμοκρασίας, διαπιστώνεται ότι είναι δυνατή περαιτέρω βελτίωση. Αυτή η βελτίωση βασίζεται στον εμπειρικό «νόμο των ενδιάμεσων μετάλλων»: Συγκεκριμένα ας υποθέσουμε ότι δύο κλάδοι διαφορετικών μετάλλων A και B ενώνονται στο ένα τους άκρο, του οποίου η θερμοκρασία είναι  $\theta_{AB}$ . Τότε μεταξύ των δύο μετάλλων υπάρχει τάση Seebeck  $V_{AB}$ . Εάν, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, μεταξύ των μετάλλων A και B μεσολαβεί ένα τρίτο μέταλλο Γ, και οι δύο επαφές του μετάλλου αυτού βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία  $\theta_{AB}$ , τότε ισχύει ότι η τάση μεταξύ των μετάλλων A και B είναι και στις δύο περιπτώσεις η ίδια ( $=V_{AB}$ ).



Αφαιρούμε από το θερμοηλεκτρικό κύκλωμα με cold junction τον ενδιάμεσο κλάδο Chromel οπότε προκύπτει βάσει του νόμου των ενδιάμεσων μετάλλων το ακόλουθο **ισοδύναμο** κύκλωμα:



**Σχήμα 3.3: Το πραγματικό θερμοηλεκτρικό κύκλωμα μέτρησης**

Δηλαδή λαμβάνουμε πάλι το αρχικό απλό κύκλωμα με την πρόσθετη απαίτηση να έχουν οι ακροδέκτες του βολτομέτρου την ίδια θερμοκρασία ( $\theta_{ISO}$ ). Με εφαρμογή β' νόμου Kirchhoff:

$$V_o = V_e - V_{\text{Chromel}, X} \Big|_{\theta_{ISO}} + V_{\text{Cons tan tan}, X} \Big|_{\theta_{ISO}} \Rightarrow$$

$$V_e = V_o + V_{\text{Chromel}, X} \Big|_{\theta_{ISO}} - V_{\text{Cons tan tan}, X} \Big|_{\theta_{ISO}} \quad (3-2)$$

Από την σύγκριση των σχέσεων (3-1) και (3-2) για τα ισοδύναμα κυκλώματα προκύπτει η σχέση:

$$V_{\text{Chromel}, \text{Cons tan tan}} \Big|_{\theta_{ISO}} = V_{\text{Chromel}, X} \Big|_{\theta_{ISO}} - V_{\text{Cons tan tan}, X} \Big|_{\theta_{ISO}} \quad (3-3)$$

#### **Συμπέρασμα:**

Για πραγματικές μετρήσεις χρησιμοποιούμε το τελικό θερμοηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος 3.3. Ο υπολογισμός της θερμοκρασίας γίνεται όμως από την μέθοδο που προκύπτει από το ισοδύναμο θερμοηλεκτρικό κύκλωμα (του σχήματος 3.2) και την σχέση (3-1) που επαναλαμβάνεται εδώ:

$$V_e = V_o + V_{\text{Chromel}, \text{Cons tan tan}} \Big|_{\theta_{ISO}} \quad (3-1)$$

- Από την θερμοκρασία  $\theta_{ISO}$  υπολογίζεται η τάση  $V_{\text{Chromel}, \text{Cons tan tan}} \Big|_{\theta_{ISO}}$  με χρήση του ευθέως πολωνύμου ITS-90 για τύπο E. Η φυσική σημασία αυτής της τάσης στο τελικό κύκλωμα του σχήματος 3.3 δίνεται από την (3-3).
- Υπολογίζουμε την  $V_e$  μέσω της (3-1) από την ένδειξη  $V_o$  και την τάση  $V_{\text{Chromel}, \text{Cons tan tan}} \Big|_{\theta_{ISO}}$
- Από την  $V_e$  μέσω του αντιστρόφου πολωνύμου ITS-90 για τύπο E υπολογίζουμε την θερμοκρασία  $\theta$ .

Ύστερα από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει το εξής εύλογο ερώτημα: Για ποιόν λόγο χρησιμοποιείται το θερμοζεύγος, αν με αυτήν την μέθοδο μέτρησης είναι απαραίτητη η χρήση επί πλέον θερμοστοιχείου για την μέτρηση της  $\theta_{ISO}$ ;

Κατ' αρχάς οι συνθήκες μέτρησης της  $\theta_{ISO}$  είναι γενικά ευνοϊκότερες από αυτές της μέτρησης της  $\theta$ . Η  $\theta_{ISO}$  αφορά συνήθως μία μεταλλική ισοθερμική επιφάνεια εντός της διάταξης μέτρησης και έχει μικρό εύρος τιμών. Ενδείκνυται η μέτρησή της από κάποιο ολοκληρωμένο που ενσωματώνεται εύκολα στην διάταξη μέτρησης. Επίσης μπορούμε να έχουμε μία ισοθερμική περιοχή (αντιστοίχως ένα θερμοστοιχείο) για πολλά θερμοζεύγη.

Αντιθέτως η μέτρηση της  $\theta$  είναι γενικά πιο δυσχερής. Το θερμοζεύγος είναι ιδιαίτερος λεπτό και εύκαμπτο και τοποθετείται σε σημεία απρόσιτα από άλλα θερμοστοιχεία. Το άκρο του έχει μικρή θερμοχωρητικότητα και (εν αντιθέσει προς

τα ολοκληρωμένα) δεν παράγει θερμότητα· συνεπώς δεν επηρεάζει τη μέτρηση. Τέλος το θερμοζεύγος καλύπτει μεγάλο θερμοκρασιακό εύρος τιμών με μεγάλη ακρίβεια.

### Πολυώνυμα ITS-90 για θερμοζεύγη τύπου E.

**A.** Μετατροπή θερμοκρασίας σε τάση βάσει του τύπου (ευθύ πολυώνυμο):

$$E = \sum_i c_i \cdot \theta^i$$

όπου E σε  $\mu\text{V}$  και  $\theta$  σε  $^{\circ}\text{C}$ .

Περιοχή Θερμοκρασίας	-270 ως 0 $^{\circ}\text{C}$	0 ως 400 $^{\circ}\text{C}$
$c_0$	0	0
$c_1$	5,8665508708E1	5,8665508710E1
$c_2$	4,5410977124E-2	4,5032275582E-2
$c_3$	-7,7998048686E-4	2,8908407212E-5
$c_4$	-2,5800160843E-5	-3,3056896652E-7
$c_5$	-5,9452583057E-7	6,5024403270 E-10
$c_6$	-9,3214058667E-9	-1,9197495504E-13
$c_7$	-1,0287605534E-10	-1,2536600497E-15
$c_8$	-8,0370123621E-13	2,1489217569E-18
$c_9$	-4,3979497391E-15	-1,4388041782E-21
$c_{10}$	-1,6414776355E-17	3,5960899481E-25
$c_{11}$	-3,9673619516E-20	
$c_{12}$	-5,5827328721E-23	
$c_{13}$	-3,4657842013E-26	

**B.** Μετατροπή τάσης σε θερμοκρασία βάσει του τύπου (αντίστροφο πολυώνυμο):

$$\theta = \sum_i c_i \cdot E^i$$

όπου E σε  $\mu\text{V}$  και  $\theta$  σε  $^{\circ}\text{C}$ .

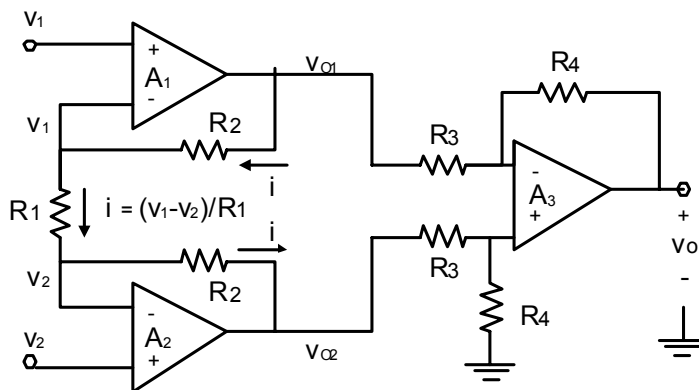
Περιοχή Θερμοκρασίας	-200 ως 0 $^{\circ}\text{C}$	0 ως 1000 $^{\circ}\text{C}$
Περιοχή Τάσης	-8825 ως 0 $\mu\text{V}$	0 ως 76373 $\mu\text{V}$
$c_0$	0	0
$c_1$	1,6977288E-2	1,7057035E-2
$c_2$	-4,3514970E-7	-2,3301759E-7
$c_3$	-1,5859697E-10	6,5435585E-12
$c_4$	-9,250287E-14	-7,3562749E-17
$c_5$	-2,6084314E-17	-1,7896001E-21
$c_6$	-4,1360199E-21	8,4036165E-26
$c_7$	-3,4034030E-25	-1,3735879E-30
$c_8$	-1,1564890E-29	1,0629823E-35
$c_9$		-3,2447087E-41
Περιοχή Σφάλματος	0,03 ως $-0,01^{\circ}\text{C}$	0,02 ως $-0,02^{\circ}\text{C}$

### 3.2.2 Ενισχυτής Οργάνου Μέτρησης (Instrumentational Amplifier)

#### α. Ανάλυση Κυκλώματος

Ο ενισχυτής οργάνου μέτρησης (Instrumentational Amplifier) αποτελείται από δύο στάδια. Το πρώτο περιλαμβάνει τού τελεστικούς  $A_1$  και  $A_2$  με τις αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  (δισ) και το δεύτερο είναι ενισχυτής διαφορών με τον τελεστικό  $A_3$  και τις αντιστάσεις  $R_3$  (δισ) και  $R_4$  (δισ).

Ακολουθεί σχετικό σχήμα:



Στην ανάλυση που ακολουθεί θα θεωρήσουμε ότι όλοι οι τελεστικοί ενισχυτές είναι ιδανικοί.

Θεωρώντας ιδανικούς τελεστικούς, στις εισόδους των  $A_1$  και  $A_2$  έχουμε «κατ' ουσίαν βραχυκυκλώματα», οπότε τα δυναμικά εισόδου  $v_1$  και  $v_2$  εμφανίζονται στα άκρα της αντίστασης  $R_1$ . Συνεπώς την  $R_1$  διαρρέει ρεύμα  $i = (v_1 - v_2) / R_1$ . Το ίδιο ρεύμα διαρρέει και τις αντιστάσεις με όνομα  $R_2$ , επειδή δεν ρέει ρεύμα στις εισόδους άπειρης αντίστασης των  $A_1$  και  $A_2$ . Συνεπώς μπορούμε να προσδιορίσουμε την διαφορά δυναμικού  $v_{01} - v_{02}$ :

$$v_{01} - v_{02} = (R_1 + 2R_2) * i$$

και αφού εισαγάγουμε την έκφραση για το  $i$ :

$$v_{01} - v_{02} = (1 + 2R_2/R_1) * (v_1 - v_2) \quad (3-4)$$

Ο ενισχυτής διαφορών δέχεται στην είσοδό του την διαφορά δυναμικού  $(v_{01} - v_{02})$ . Αποδεικνύεται ότι η τάση  $v_0$  στην έξοδό του δίδεται από την σχέση:

$$v_0 = -(R_4/R_3) * (v_{01} - v_{02}) \quad (3-5)$$

Από τις εξισώσεις (3-4) και (3-5) προκύπτει:

$$v_0 = (R_4/R_3) * (1 + 2R_2/R_1) * (v_2 - v_1) \quad (3-6)$$

Το διαφορικό κέρδος του ενισχυτή οργάνου μέτρησης ορίζεται ως εξής:

$$G_d \equiv v_0 / (v_2 - v_1)$$

και λόγω της (3-6)  $\Rightarrow$

$$G_d = (R_4/R_3) * (1 + 2R_2/R_1)$$

Θεωρούμε την συνήθη περίπτωση, όπου  $R_3 = R_4$ , όταν δηλαδή το δεύτερο στάδιο έχει μοναδιαίο διαφορικό κέρδος. Τότε το διαφορικό κέρδος του ενισχυτή οργάνου μέτρησης είναι:

$$G_d = (1 + 2R_2/R_1) \quad (3-7)$$



Διαπιστώνουμε ότι το διαφορικό κέρδος  $A_d$  μπορεί να ρυθμιστεί *μεταβάλλοντας μόνο μία αντίσταση*, συγκεκριμένα την  $R_1$ . Αυτό καθιστά το κύκλωμα ιδιαίτερος χρηστικό. Επίσης διαπιστώνουμε ότι *η αντίσταση εισόδου του ενισχυτή οργάνου μέτρησης είναι ιδανικά άπειρη*, αφού οι τελεστικοί  $A_1$  και  $A_2$  συνδέονται κατά την *μη αναστρέφουσα* συνδεσμολογία.

Αν στους δύο ακροδέκτες εισόδου του κυκλώματος έχουμε κοινό σήμα, δηλαδή  $v_1=v_2=v_{CM}$ , προκύπτει λόγω της (3-4) ότι:  $v_{o1}=v_{o2}=v_{CM}$ . Δηλαδή το πρώτο στάδιο μεταφέρει το κοινό σήμα στην έξοδό του και συνεπώς στην είσοδο του δευτέρου σταδίου.

Για  $v_{o1}=v_{o2}=v_{CM}$  προκύπτει από την σχέση (3-5) ότι  $v_o=0$ .

Δηλαδή ο ενισχυτής διαφορών με *ιδανικό τελεστικό* απορρίπτει πλήρως το κοινό σήμα.

### **β. Λόγος απόρριψης κοινού σήματος**

Στην ανάλυση με το ιδανικό μοντέλο του τελεστικού ενισχυτή θεωρείται ότι ο τελεστικός ενισχυτής έχει μηδενικό κέρδος κοινού σήματος (common mode gain).

Στην πράξη όμως έχει μη μηδενικό κέρδος κοινού σήματος.

Ας θεωρήσουμε έναν τελεστικό ενισχυτή με σήματα  $v_{op1}$  και  $v_{op2}$  εφαρμοζόμενα στον αναστρέφοντα και μη αναστρέφοντα ακροδέκτη εισόδου αντίστοιχα. Τότε έχουμε διαφορικό σήμα εισόδου:

$$V_{id} = v_{op1} - v_{op2}$$

Ο μέσος όρος των δύο σημάτων είναι το κοινό σήμα  $v_{Icm}$ .

$$v_{Icm} = (v_{op1} + v_{op2})/2$$

Η σχέση για την τάση εξόδου είναι η εξής:

$$v_o = A v_{id} + A_{cm} v_{Icm}$$

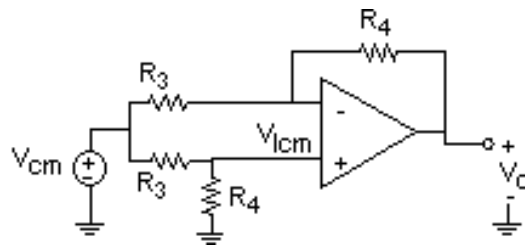
όπου  $A$  είναι το διαφορικό κέρδος και  $A_{cm}$  το κέρδος κοινού σήματος του τελεστικού.

Η ικανότητα ενός τελεστικού να απορρίπτει κοινά σήματα καθορίζεται από το λόγο απόρριψης κοινού σήματος (Common Mode Rejection Ratio –CMRR) που ορίζεται ως εξής:

$$CMRR = |A| / |A_{cm}|$$

Σ' έναν ιδανικό τελεστικό ο CMRR είναι άπειρος.

Σ' ένα πραγματικό κύκλωμα μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε πώς επιδρά ο πεπερασμένος CMRR του τελεστικού στον ενισχυτή διαφορών.  
Έστω ότι εφαρμόζουμε κοινό σήμα  $v_{CM}$  στην είσοδο του ενισχυτή διαφορών:



Βρίσκουμε ότι  $v_{Icm} = v_{CM} * R_4 / (R_3 + R_4)$  (3-8)

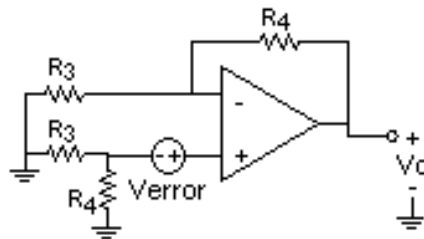
Το κοινό σήμα  $v_{Icm}$  στην είσοδο του τελεστικού προκαλεί μία συνιστώσα στην έξοδο του, ίση με  $A_{cm} v_{Icm}$ .

Ισοδύναμα μπορούμε να προκαλέσουμε την ίδια συνιστώσα στην έξοδο του κυκλώματος, εάν εφαρμόσουμε διαφορικό σήμα μεγέθους

$$v_{error} = (A_{cm} v_{Icm}) / A \quad (3-9)$$

στην είσοδο τελεστικού ενισχυτή με μηδενικό κέρδος κοινού σήματος.

Στην περίπτωση αυτή μηδενίζεται το κοινό σήμα  $v_{CM}$  και προστίθεται μία γεννήτρια σήματος σφάλματος  $v_{error}$  σε σειρά με τον μη αναστρέφοντα ακροδέκτη εισόδου ενός ιδανικού τελεστικού. Προκύπτει το παρακάτω κύκλωμα:



Ας προσδιορίσουμε πρώτα το  $v_{error}$ : Από τον ορισμό του CMRR του τελεστικού και την (3-9)  $\Rightarrow$

$$v_{error} = v_{Icm} / CMRR$$

και λόγω της (3-8):

$$v_{error} = (CMRR)^{-1} * v_{CM} * R_4 / (R_3 + R_4).$$

Από τον μη αναστρέφοντα ακροδέκτη του παραπάνω κυκλώματος δεν διέρχεται ρεύμα, συνεπώς από τις αντιστάσεις  $R_3$  και  $R_4$  διέρχεται το ίδιο ρεύμα. Αυτό ισούται με μηδέν (εφαρμογή β' νόμου Kirchhoff στον βρόχο που περιλαμβάνει τις  $R_3$  και  $R_4$ ). Άρα ο αρνητικός πόλος της γεννήτριας σφάλματος βρίσκεται σε μηδενικό δυναμικό, κι ο θετικός σε δυναμικό  $v_{error}$ . Λόγω «κατ' ουσίαν βραχυκυκλώματος» έχουμε δυναμικό  $v_{error}$  και στον αρνητικό ακροδέκτη εισόδου του τελεστικού. Προκύπτει εύκολα:

$$v_o = v_{error} * (R_4 + R_3) / R_3$$

Εισάγουμε την έκφραση για το  $v_{error}$  και υπολογίζουμε:

$$v_o = (CMRR)^{-1} * v_{CM} * R_4 / R_3$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει για το πραγματικό κύκλωμα:

$$v_o / v_{CM} = (CMRR)^{-1} * R_4 / R_3$$

Για  $R_3=R_4$  ισχύει ότι το κέρδος κοινού σήματος του ενισχυτή διαφορών ισούται με το αντίστροφο του λόγου απόρριψης κοινού σήματος του αντιστοίχου τελεστικού:

$$\text{CM gain} = (\text{CMRR})^{-1}$$

### γ. Περίληψη και Συμπέρασμα

Ο ενισχυτής οργάνου μέτρησης (Instrumentational Amplifier – IN.A.) ενισχύει την διαφορά δύο σημάτων εισόδου και απορρίπτει σε μεγάλο βαθμό το κοινό σήμα.

Το διαφορικό κέρδος ρυθμίζεται μέσω μίας αντίστασης.

Ο λόγος απόρριψης κοινού σήματος (Common Mode Rejection Ratio –CMRR) του ενισχυτή οργάνου μέτρησης ορίζεται ως εξής:

$$\text{CMRR (του IN.A.)} = |G_d| / |G_{cm}| \quad (3-10)$$

όπου  $G_d$  είναι το διαφορικό κέρδος και  $G_{cm}$  το κέρδος του κοινού σήματος.

Ο ενισχυτής οργάνου μέτρησης έχει επίσης πολύ μεγάλη αντίσταση εισόδου.

Το κύκλωμα αυτό είναι απαραίτητο για την λήψη μετρήσεων ασθενών σημάτων από πηγές με μικρή εσωτερική αντίσταση.

### 3.2.3 Αναλογικά Βαθυπερατά Φίλτρα

#### α. Γενικά

Η λειτουργία ενός βαθυπερατού (low-pass) φίλτρου είναι γενικά να επιτρέπει την διέλευση των χαμηλών συχνοτήτων και να απορρίπτει τις υψηλές συχνότητες. Στο πεδίο της συχνότητας, η ζώνη διέλευσης (passband) είναι το διάστημα από την μηδενική συχνότητα (dc) ως την συχνότητα αποκοπής  $\omega_p$  με προδιαγραφή μέγιστης απώλειας  $A_{\max}$  dB. Ακολουθεί η ζώνη μετάβασης (transition band) από  $\omega_p$  ως  $\omega_s$ . Από την συχνότητα  $\omega_s$  αρχίζει η ζώνη απόρριψης (stopband) με προδιαγραφή ελάχιστης απώλειας  $A_{\min}$  dB. Η συνάρτηση κέρδους ενός βαθυπερατού φίλτρου δεύτερης τάξης είναι της μορφής:

$$\text{Gain} = \frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{b}{s^2 + as + b} = \frac{\omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

Και η αντίστροφη συνάρτηση απώλειας:

$$\text{Loss} = \frac{V_{IN}}{V_o} = \frac{s^2 + as + b}{b}$$

#### β. Η προσέγγιση Butterworth

Οι ρητές συναρτήσεις που προσεγγίζουν βαθυπερατά φίλτρα είναι της μορφής:

$$|H(j\omega)|^2 = 1 + |K(j\omega)|^2 = 1 + \left| \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \right|^2$$

όπου  $H(s)$  η επιθυμητή συνάρτηση απώλειας και  $K(s)=N(s)/D(s)$  είναι μία ρητή συνάρτηση της  $s$ . Η συνάρτηση  $K(s)$  πρέπει να έχει όσο το δυνατόν μικρότερο πλάτος στην ζώνη διέλευσης, ώστε το πλάτος της  $H(j\omega)$  να προσεγγίζει την μονάδα. Στην ζώνη απόρριψης το πλάτος της  $K(s)$  πρέπει να είναι μεγάλο ώστε να ικανοποιεί την προδιαγραφή της ζώνης απόρριψης για την ελάχιστη εξασθένιση  $A_{\min}$ . Στην προσέγγιση Butterworth έχουμε:

$$K(s) = P_n(s) = \varepsilon \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^n$$

όπου  $\varepsilon$  είναι σταθερά,  $n$  είναι ο βαθμός του πολυωνύμου και  $\omega_p$  η επιθυμητή συχνότητα αποκοπής. Η αντίστοιχη συνάρτηση απώλειας είναι

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{V_{IN}(j\omega)}{V_o(j\omega)} \right| = \sqrt{1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n}} \quad (3-11)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει αμέσως ότι για  $\omega=0$  (στο dc) η συνάρτηση απώλειας είναι μονάδα (0 dB). Η κλίση της συνάρτησης στο dc μπορεί να βρεθεί αν την αναπτύξουμε σε διωνυμική σειρά.

Στην περιοχή  $\omega=0$  ισχύει:

$$\varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} \ll 1$$

συνεπώς:

$$\left[ 1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} \right]^{1/2} = 1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} - \frac{1}{8} \varepsilon^4 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{4n} + \frac{1}{16} \varepsilon^6 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{6n} + \dots$$

Από την ανεπτυγμένη μορφή της συνάρτησης προκύπτει ότι οι πρώτες  $2n-1$  παράγωγοι είναι μηδενικές στο σημείο  $\omega=0$ . Αυτό σημαίνει ότι έχουμε μία ιδιαιτέρως ικανοποιητική προσέγγιση του ιδανικού φίλτρου στην περιοχή  $\omega=0$ .

Από την εξίσωση (3-11) προκύπτει ότι η απώλεια σε dB δίνεται από την σχέση:

$$A(\omega) = 10 \log_{10} \left[ 1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} \right] dB$$

Αν θεωρήσουμε την κανονικοποιημένη συχνότητα ,

$$\Omega = \varepsilon^{1/n} \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)$$

τότε ως προς την κανονικοποιημένη συχνότητα η συνάρτηση απώλειας γίνεται:

$$A(\Omega) = 10 \log_{10}(1 + \Omega^{2n})$$

Ως τώρα έχουμε αναφερθεί στο πλάτος της συνάρτησης απώλειας  $|H(j\omega)|$ . Προσεχώς θα δείξουμε πώς προκύπτει η συνάρτηση απώλειας  $H(s)$  στο πεδίο  $s$  από την έκφραση της  $|H(j\omega)|$ . Έχουμε

$$\begin{aligned} |H(j\omega)| &= \text{Re } H(j\omega) + j \text{Im } H(j\omega) \Rightarrow \\ |H(j\omega)|^2 &= (\text{Re } H(j\omega))^2 + (\text{Im } H(j\omega))^2 \\ &= [\text{Re } H(j\omega) + j \text{Im } H(j\omega)] * [\text{Re } H(j\omega) - j \text{Im } H(j\omega)] \end{aligned}$$

Επίσης,

$$H(-j\omega) = \text{Re } H(j\omega) - j \text{Im } H(j\omega)$$

συνεπώς λαμβάνουμε:

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega) * H(-j\omega)$$

Ομοίως για την κανονικοποιημένη μεταβλητή  $\Omega$  έχουμε:

$$|H(j\Omega)|^2 = H(j\Omega) * H(-j\Omega)$$

Αποδεικνύεται ότι η παραπάνω σχέση γενικεύεται ως εξής:

$$|H(s)|^2 = H(s) * H(-s)$$

όπου  $s$  η κανονικοποιημένη μεταβλητή συχνότητας  $\Sigma + j\Omega$ . Επίσης είναι φανερό ότι οι ρίζες της  $H(s)$  είναι οι συμμετρικές των ριζών της  $H(-s)$  ως προς την αρχή των αξόνων του πεδίου  $s$ . Η επιθυμητή συνάρτηση για το φίλτρο πρέπει να έχει τους πόλους της στο αριστερό ημιεπίπεδο. Συνεπώς πρέπει να συσχετίσουμε τις ρίζες του αριστερού ημιεπιπέδου της  $|H(s)|^2$  με την  $H(s)$  και τις ρίζες του δεξιού ημιεπιπέδου με την  $H(-s)$ .

Ειδικώς για την προσέγγιση Butterworth:

$$|H(j\Omega)|^2 = 1 + \Omega^{2n} = 1 + [-(j\Omega)^2]^n$$

Επεκτείνοντας στο  $s$  πεδίο:

$$|H(s)|^2 = 1 + (-s^2)^n$$

Συνεπώς οι ρίζες της  $|H(s)|^2$  είναι οι εξής:

$$s_k = \exp\left[\frac{j\pi}{2} \left(\frac{2k+n-1}{n}\right)\right] \quad \text{όπου } k=1,2,\dots,2n$$

Οι ρίζες αυτές ( $2n$  τον αριθμό) βρίσκονται στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου και ισαπέχουν κατά  $\pi/n$  ακτίνια. Συνεπώς στο πεδίο  $s$  η συνάρτηση απώλειας δίνεται από την σχέση:

$$H(s) = \prod_j (s - s_j)$$

όπου  $s_j$  είναι οι ρίζες του αριστερού ημιεπιπέδου.

Με εφαρμογή του παραπάνω τύπου για  $s_k$  με  $n=2$  έχουμε:

$$s_1 = \exp\left(j\frac{3}{4}\pi\right), \quad s_2 = \exp\left(j\frac{5}{4}\pi\right), \quad s_3 = \exp\left(j\frac{7}{4}\pi\right), \quad s_4 = \exp\left(j\frac{1}{4}\pi\right)$$

Στο αριστερό ημιεπίπεδο βρίσκονται οι  $s_1$  και  $s_2$ .

$$\text{Έχουμε } s_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{και} \quad s_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Επειδή  $H(s) = (s-s_1)(s-s_2)$  προκύπτει εύκολα η **κανονικοποιημένη συνάρτηση απώλειας LP φίλτρου δευτέρου βαθμού με προσέγγιση Butterworth**:

$$H(s) = s^2 + s\sqrt{2} + 1 \quad (3.2-12)$$

### γ. Τοπολογία θετικής ανάδρασης σε τελεστικό ενισχυτή

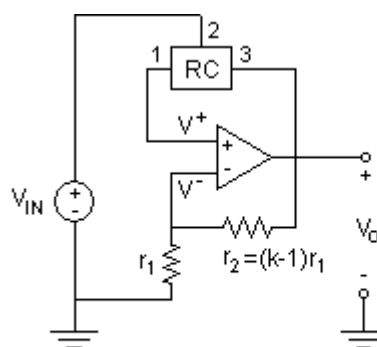
Η τοπολογία θετικής ανάδρασης παρουσιάζεται στο σχήμα δεξιά. Ονομάζεται έτσι επειδή το RC δίκτυο παρέχει ανάδραση στον θετικό ακροδέκτη του τελεστικού. (Παρατηρούμε βεβαίως ότι η τάση εξόδου αναδρά και στον αρνητικό ακροδέκτη μέσω του διαιρέτη τάσης που αποτελείται από τις  $r_1$  και  $r_2$ . Πρόκειται δηλαδή στην ουσία για μικτή τοπολογία).

Στα επόμενα οι τάσεις  $V_1, V_2, V_3$  αναφέρονται στα αντίστοιχα σημεία του σχήματος.

Ορίζονται τα εξής:

$$\text{Feedforward συνάρτηση μεταφοράς: } T_{FF} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{V_3=0}$$

$$\text{Feedback συνάρτηση μεταφοράς: } T_{FB} = \left. \frac{V_1}{V_3} \right|_{V_2=0}$$



Τοπολογία θετικής ανάδρασης

Από την ανάλυση του κυκλώματος εξόδου (για κέρδος τελεστικού A) προκύπτει η τάση:

$$V_0 = (V^+ - V^-)A$$

όπου

$$V^- = \frac{V_0 r_1}{r_1 + (k-1)r_1} = \frac{V_0}{k}$$

και

$$V^+ = V_{IN}T_{FF} + V_0T_{FB}$$

συνεπώς

$$V_0 = \left( V_{IN}T_{FF} + V_0T_{FB} - \frac{V_0}{k} \right) A$$

απ' όπου προκύπτει

$$T_V \equiv \frac{V_0}{V_{IN}} = \frac{kT_{FF}}{1 - kT_{FB} + \frac{k}{A}}$$

Αν θεωρήσουμε ιδανικό τελεστικό ( $A = \infty$ ), τότε

$$T_V = \frac{kT_{FF}}{1 - kT_{FB}}$$

Επίσης θεωρούμε

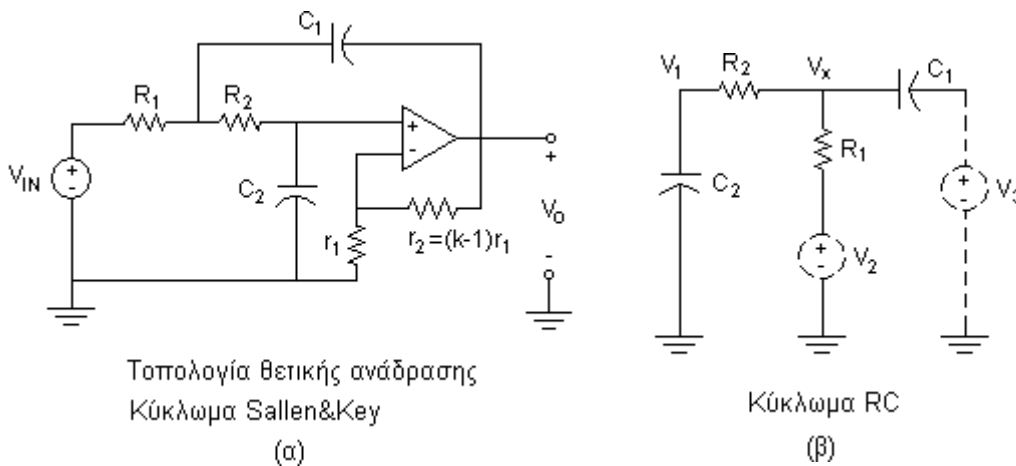
$$T_{FF} = \frac{N_{FF}}{D} \quad \text{και} \quad T_{FB} = \frac{N_{FB}}{D}$$

όπου τα  $N_{FF}$  και  $N_{FB}$  αντιπροσωπεύουν τα “μηδενικά” του RC δικτύου (που μπορούν να αντιστοιχούν σε μιγαδικές τιμές), και το D αντιπροσωπεύει τους πόλους του RC δικτύου (που πρέπει να αντιστοιχούν σε πραγματικές τιμές). Πρέπει να σημειώσουμε ότι ο παρονομαστής D (denominator) προκύπτει από την ορίζουσα των κόμβων του RC δικτύου, η οποία είναι ανεξάρτητη της επιλογής θυρών εισόδου και εξόδου.

Τελικά, η συνάρτηση μεταφοράς  $T_V$  προκύπτει ότι είναι:

$$T_V = \frac{kN_{FF}}{D - kN_{FB}} \quad (3-13)$$

### δ. Το κύκλωμα Sallen & Key



Μία περίπτωση τοπολογίας θετικής ανάδρασης είναι το κύκλωμα Sallen & Key που φαίνεται στο σχήμα (α).

Το RC δίκτυο του κυκλώματος σχεδιάζεται ξεχωριστά στο σχήμα (β):

Οι εξισώσεις κόμβων αυτού του RC δικτύου είναι:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1 & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + sC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sC_1 & \frac{1}{R_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Από το παραπάνω σύστημα προκύπτει:

$$T_{FF} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{V_3=0} = \frac{s/R_2 C_2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Συνεπώς από την εξίσωση (3-13) προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς:

$$T_V = \frac{k/R_1 R_2 C_1 C_2}{s^2 + s \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

όπου

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1}$$

Ας θεωρήσουμε την γενική περίπτωση LP συνάρτησης μεταφοράς:

$$T_{LP} = \frac{K}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$



Από την σύγκριση των παραπάνω σχέσεων προκύπτουν τα εξής:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$Q_p = \frac{\sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}}{\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2}}$$

$$K = \frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

Σκοπός μας είναι να προσδιορίσουμε τις τιμές των  $R_1, R_2, C_1, C_2$  και  $k$ . Από τα βασικότερα κριτήρια για τον υπολογισμό των τιμών των παθητικών στοιχείων είναι η ευαισθησία των παραμέτρων  $\omega_p, Q_p, K$  ως προς τις τιμές αυτές.

#### δ. Ανάλυση Ευαισθησίας

Σκοπός μας είναι να προσδιορίσουμε τις τιμές των  $R_1, R_2, C_1, C_2$  και  $k$ . Από τα βασικότερα κριτήρια για τον υπολογισμό των τιμών των παθητικών στοιχείων είναι η ευαισθησία των παραμέτρων  $\omega_p, Q_p, K$  ως προς τις τιμές αυτές.

Άς δώσουμε πρώτα τον ορισμό της ευαισθησίας μίας παραμέτρου  $p$  ως προς μία τιμή  $x$ :

$$S_x^p \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta p}{p}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{x}{p} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\ln p)}{\partial(\ln x)}$$

Ακολουθούν τα εξής αποτελέσματα:

$$S_{R_1, R_2, C_1, C_2}^{\omega_p} = -\frac{1}{2}$$

$$S_k^{\omega_p} = 0$$

$$S_{R_1}^{Q_p} = -\frac{1}{2} + Q_p \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}$$

$$S_{R_2}^{Q_p} = -\frac{1}{2} + Q_p \left( \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + (1-k) \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \right)$$

$$S_{C_1}^{Q_p} = -\frac{1}{2} + Q_p \left( \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \right)$$

$$S_{C_2}^{Q_p} = -\frac{1}{2} + (1-k)Q_p \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}}$$

$$S_{r_2}^{Q_p} = -S_{r_1}^{Q_p} = -(1-k)Q_p \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}}$$

$$S_{R_1, R_2, C_1, C_2}^K = -1$$

$$S_{r_2}^K = -S_{r_1}^K = -\left(\frac{1-k}{k}\right)$$

Μία επιλογή που περιορίζει σε χαμηλές τιμές τους όρους ευαισθησίας είναι η εξής:  
 $k=1 \quad R_1=R_2=R$

και επί πλέον από τις σχέσεις για  $\omega_p$  και  $Q_p$  προκύπτει για  $C_1$  και  $C_2$ :

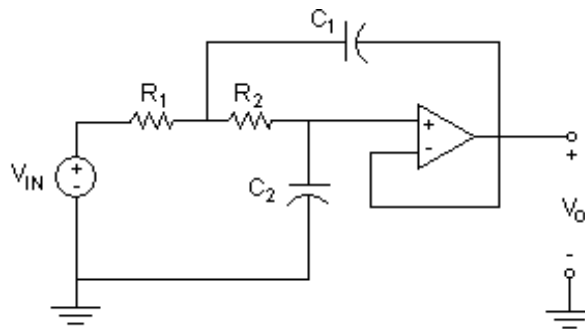
$$C_1 = \frac{2Q_p}{R\omega_p} \quad C_2 = \frac{1}{2R\omega_p Q_p}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ο λόγος:

$$\frac{C_1}{C_2} = 4Q_p^2 \quad (3-14)$$

Η καταλληλότητα της συγκεκριμένης σύνθεσης εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή ποιότητας  $Q_p$ . Για μεγάλο  $Q_p$  θα έχουμε  $C_1 \gg C_2$ , που δεν είναι επιθυμητή περίπτωση από κατασκευαστική άποψη.

Στην σύνθεσή μας επιλέξαμε  $k=1 \Rightarrow r_2=0$ . Συνεπώς βραχυκυκλώνουμε την έξοδο με τον αρνητικό ακροδέκτη του τελεστικού, ενώ απομακρύνουμε και την  $r_1$  που δεν έχει πλέον λόγο ύπαρξης.



Κύκλωμα Sallen&Key για  $k=1$

### 3.2.4 Ψηφιακά Φίλτρα

#### α. Γενικά

Η παρακάτω εξίσωση διαφορών περιγράφει την γενική μορφή ενός γραμμικού χρονικώς ανεξάρτητου ψηφιακού φίλτρου:

$$y(n) = \sum_{k=1}^K a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k)$$

όπου  $n$  είναι ο αύξων αριθμός του δείγματος.

Η εξίσωση διαφορών συνιστά επιπλέον έναν υπολογιστικό αλγόριθμο. Συνεπώς ένα ψηφιακό φίλτρο είναι δυνατόν να υλοποιηθεί μέσω προγράμματος ηλεκτρονικού υπολογιστή. Εάν υπάρχουν μη μηδενικοί όροι  $a_k$  στην παραπάνω εξίσωση, τότε η κρουστική απόκριση του συστήματος είναι άπειρης χρονικής διάρκειας και έχουμε την γενική μορφή ενός IIR (Infinite Impulse Response) φίλτρου.

Αν όμως θεωρήσουμε  $\forall k : a_k = 0$  τότε η κρουστική απόκριση του συστήματος είναι πεπερασμένης διάρκειας. Οι  $-N$  τον αριθμό- συντελεστές  $b_k$  ταυτίζονται με τα δείγματα  $h(k)$  της κρουστικής απόκρισης του φίλτρου. Σ' αυτήν την περίπτωση έχουμε ένα FIR (Finite Impulse Response) φίλτρο:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k}$$

όπου  $H(z)$  είναι πολυώνυμο του  $z^{-1}$  βαθμού  $N-1$ . Συνεπώς η  $H(z)$  έχει  $N-1$  «μηδενικά» οπουδήποτε στο πεπερασμένο πεδίο  $z$ , και  $N-1$  πόλους, όλους στο σημείο  $z = 0$ . Η απόκριση συχνότητας  $H(e^{j\omega})$  είναι το τριγωνομετρικό πολυώνυμο

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{-j\omega k}$$

Έστω ότι οι συντελεστές του φίλτρου πληρούν την συνθήκη:

$$b_k = b_{N-1-k}$$

Τότε, αν εισαγάγουμε την παραπάνω σχέση για  $b_k$  στην έκφραση απόκρισης συχνότητας προκύπτει:

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega((N-1)/2)} \left[ b_{(N-1)/2} + \sum_{k=0}^{(N-3)/2} 2b_k \cos\left(\omega\left(k - \frac{N-1}{2}\right)\right) \right], \text{ αν } N \text{ περιττός}$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega((N-1)/2)} \left[ \sum_{k=0}^{N/2-1} 2b_k \cos\left(\omega\left(k - \frac{N-1}{2}\right)\right) \right], \text{ αν } N \text{ άρτιος}$$

Και στις δύο περιπτώσεις για το  $N$ , ο παραγοντικός όρος στην αγκύλη είναι πραγματικός.

Συνεπώς και για τις δύο περιπτώσεις ισχύει:

$$\frac{\text{Im}\{H(e^{j\omega})\}}{\text{Re}\{H(e^{j\omega})\}} = \frac{\text{Im}\{e^{-j\omega((N-1)/2)}\}}{\text{Re}\{e^{-j\omega((N-1)/2)}\}} = \tan\left(\omega \cdot \frac{N-1}{2}\right)$$

Η μετατόπιση φάσης δίδεται από το τόξο εφαπτομένης της παραπάνω έκφρασης. Συνεπώς έχουμε:

$$\varphi(\omega) = \omega \cdot \frac{N-1}{2}$$

Πράγματι, διαπιστώνουμε ότι έχουμε γραμμική μετατόπιση φάσης.

Η χρονική μετατόπιση του σήματος δίδεται από την σχέση  $\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$ .

Συνεπώς η χρονική μετατόπιση είναι σταθερή ως προς την συχνότητα και αντιστοιχεί σε  $(N-1)/2$  δείγματα. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε συνολική χρονική μετατόπιση του σήματος που δεν προκαλεί παραμόρφωση.

Αντιθέτως τα IIR φίλτρα έχουν μετατόπιση φάσης εξόχως μη γραμμική. Συνεπώς εισάγουν παραμόρφωση στο σήμα.

### β. Σχεδίαση FIR φίλτρου

Κατά την σχεδίαση του φίλτρου πρέπει πρώτα να αποσαφηνιστεί η συχνότητα δειγματοληψίας. Σε προηγούμενο στάδιο επεξεργασίας πρέπει να έχουμε εξασφαλίσει ικανοποιητική απόσβεση των συχνοτήτων που υπερβαίνουν την συχνότητα Nyquist. Διαφορετικά το υψίσυγχο σήμα θα υπεισέλθει στο σύστημά μας ως θόρυβος.

Στη συνέχεια μπορούμε να ορίσουμε προδιαγραφές για τις διάφορες περιοχές συχνοτήτων. Το ψηφιακό φίλτρο της εφαρμογής μας είναι βαθυπερατό. Συνεπώς πρέπει να ορίσουμε προδιαγραφές για την ζώνη διέλευσης και την ζώνη αποκοπής που θα επιλέξουμε. Μας ενδιαφέρει να προσεγγίσουμε ένα φίλτρο με μοναδιαία απόκριση συχνότητας για την ζώνη διέλευσης και μηδενική για την ζώνη αποκοπής:

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 0, & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

όπου θεωρούμε  $\omega_s > \omega_p$ , ενώ η τιμή  $\omega = \pi$  αντιστοιχεί στην συχνότητα Nyquist.

Στην προσέγγιση ενός ιδανικού φίλτρου έχουμε οπωσδήποτε σφάλμα. Αποδεικνύεται ότι αν η διακύμανση του σφάλματος προσέγγισης κατανέμεται ομοιόμορφα σε μία ζώνη συχνοτήτων (equiripple approximation), τότε έχουμε βελτιστοποίηση της διακύμανσης αυτής ως προς την μέγιστη τιμή της.

Οι παράμετροι μίας equiripple προσέγγισης ενός FIR βαθυπερατού φίλτρου είναι οι τιμές  $\omega_p$  και  $\omega_s$ , και τα ποσοστιαία μέγιστα σφάλματα  $\delta_1$  και  $\delta_2$  της ζώνης διέλευσης και αποκοπής αντίστοιχα. Δηλαδή η απόκριση συχνότητας στην ζώνη διέλευσης κυμαίνεται στην περιοχή τιμών  $[1 + \delta_1, 1 - \delta_1]$ , και στην ζώνη αποκοπής κυμαίνεται στην περιοχή τιμών  $[\delta_2, -\delta_2]$ . Ορίζουμε  $K \equiv \delta_1 / \delta_2$ .

Επίσης στις παραμέτρους ενός FIR φίλτρου περιλαμβάνεται ο αριθμός  $N$  των συντελεστών του φίλτρου (αριθμός των "taps").

Οι Parks και McClellan απέδειξαν ότι για καθορισμένα  $N$ ,  $\omega_p$  και  $\omega_s$  το πρόβλημα σχεδίασης φίλτρου επιλογής συχνοτήτων ανάγεται σε πρόβλημα πολυωνυμικής προσέγγισης Chebyshev, για το οποίο υπάρχουν πολλά διαθέσιμα θεωρήματα και διαδικασίες.

Ας ορίσουμε την συνάρτηση σφάλματος προσέγγισης

$$E(\omega) = W(\omega) [H_d(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})]$$

όπου η  $E(\omega)$  υπολογίζεται στην ζώνη διέλευσης και αποκοπής (κι όχι στη ζώνη μετάβασης), και η  $W(\omega)$  είναι η αντίστοιχη συνάρτηση βάρους:

$$W(\omega) = \begin{cases} 1/K, & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 1, & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

όπου  $K$  είναι ο επιθυμητός λόγος  $\delta_1/\delta_2$ .

Σ' αυτήν την περίπτωση η διαδικασία σχεδίασης απαιτεί έναν αλγόριθμο ελαχιστοποίησης του όρου:

$$\max_{\substack{0 \leq \omega \leq \omega_p \\ \omega_s \leq \omega \leq \pi}} |E(\omega)|$$

Κατάλληλος αλγόριθμος είναι αυτός των Parks&McClellan, με τον οποίο επιτυγχάνεται μία βέλτιστη equiripple προσέγγιση για δεδομένες παραμέτρους  $N$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_s$  και  $K$ , ενώ η παράμετρος  $\delta_1$  (ή  $\delta_2$ ) είναι ελεύθερη και προκύπτει από την απόκριση πλάτους τού υπολογισμένου φίλτρου.

### 3.3 Σχεδίαση και υλοποίηση θερμοκρασιακών καναλιών

Στο παρόν υποκεφάλαιο προχωρούμε στην σχεδίαση και υλοποίηση των καναλιών μέτρησης θερμοκρασίας βασιζόμενοι στην μελετη του προηγούμενου υποκεφαλαίου.

#### 3.3.1 Αναλογικό κύκλωμα ενισχυτή και LP φίλτρου

Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζεται το γενικό διάγραμμα των καναλιών μέτρησης θερμοκρασίας. Στην παρούσα παράγραφο θα σχεδιάσουμε το αναλογικό κύκλωμα ενίσχυσης και βαθυπερατού (Low-Pass) φίλτρου για έκαστο θερμοζεύγος.

Η πρόβλεψη για ένα τέτοιο κύκλωμα προκύπτει από τα χαρακτηριστικά του σήματος του θερμοζεύγους. Πρόκειται για ιδιαίτερα ασθενές σήμα (αντιστοιχία 60μV ανά 1°C) που χρειάζεται προστασία από τον ηλεκτρονικό θόρυβο. Το θερμοκρασιακό σήμα είναι χαμηλού φασματικού περιεχομένου (0 ως 4Hz περίπου) και συνεπώς μπορούμε να θεωρήσουμε οποιαδήποτε υψηλότερη συχνότητα ως θόρυβο. Αυτό διευκολύνει την κατάσταση, αφού μέσω ενός βαθυπερατού φίλτρου μπορούμε να αποκόψουμε τον θόρυβο των υψηλότερων συχνοτήτων.

Στην υλοποίηση του σχήματος 3.4 (επόμενη σελίδα) το αναλογικό κύκλωμα περιλαμβάνει ολοκληρωμένο ενισχυτή οργάνου μέτρησης INA103 και LP φίλτρο δευτέρας τάξεως με τελεστικό ενισχυτή.

Στις εισόδους +INPUT και -INPUT του κυκλώματος εφαρμόζονται ο θετικός κι αρνητικός ακροδέκτης του θερμοζεύγους αντίστοιχα.

Το σήμα εξόδου OUT του κυκλώματος δειγματοληπτείται από την κάρτα DAQ.

Στην παράγραφο 3.2.2 διατυπώνεται η σχέση 3-7 για το διαφορικό κέρδος του ενισχυτή οργάνου μέτρησης. Διατυπώνεται μάλιστα η ειδική της μορφή για την περίπτωση μοναδιαίου διαφορικού κέρδους του δεύτερου σταδίου, όπως στον INA103. Προσαρμόζουμε την σχέση αυτή στα στοιχεία του παραπάνω σχήματος και λαμβάνουμε:

$$G_d = 1 + \frac{6K}{R_G}$$

όπου  $R_G = R_{G1} \parallel R_{G2}$ .

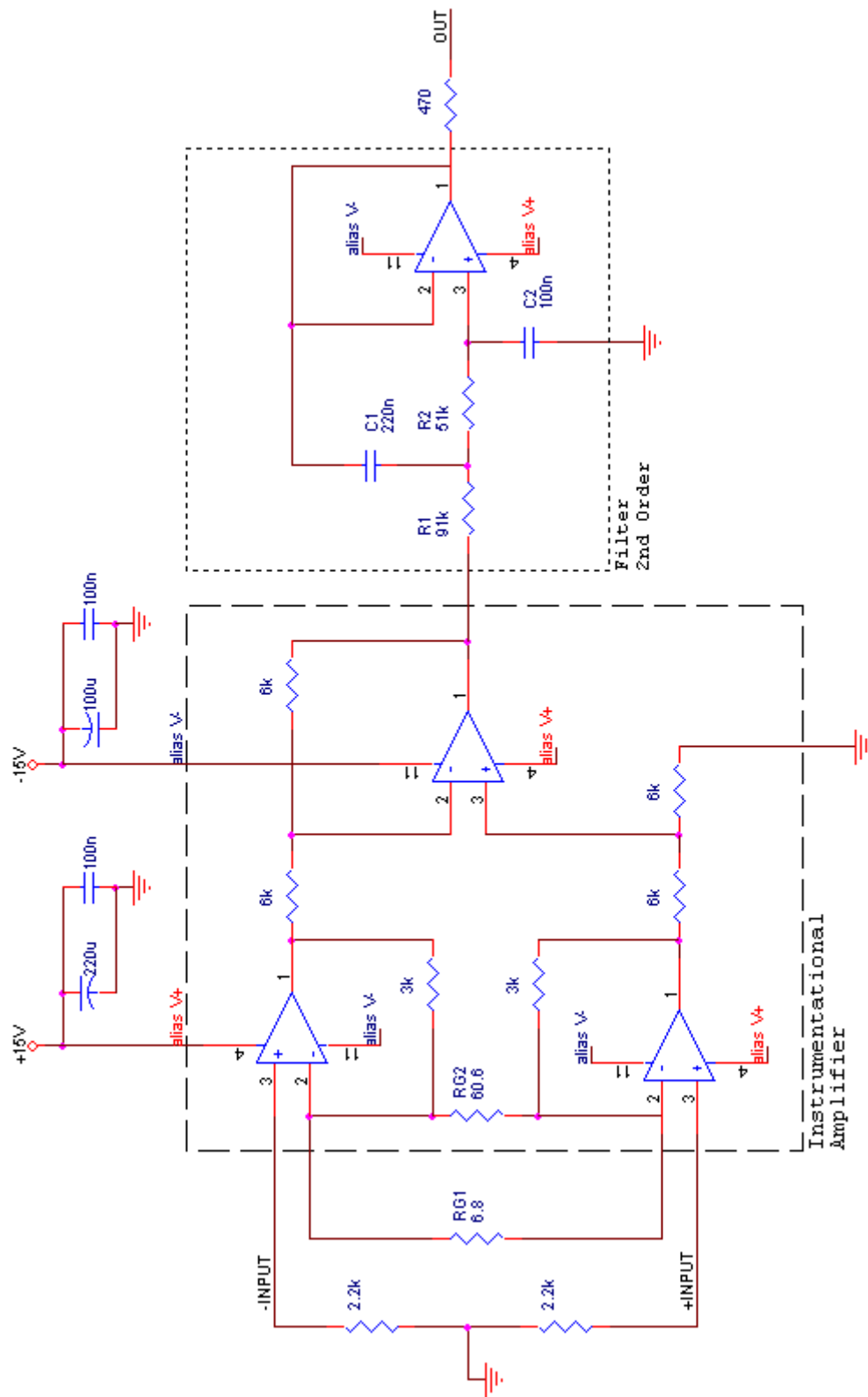
Συνεπώς

$$G_d = 1 + \frac{6K \cdot (R_{G1} + R_{G2})}{R_{G1} \cdot R_{G2}}$$

Εντός του ολοκληρωμένου υπάρχει αντίσταση  $R_{G2}=60.6\Omega$ . Έχει τεθεί εξωτερική αντίσταση  $R_{G1}=6.8\Omega$ , με ανοχή  $\pm 1\%$ . Προκύπτει για το διαφορικό κέρδος τυπική τιμή  $G_d \cong 982.4$

Αρχικώς δεν είχαμε συνδέσει εξωτερική αντίσταση  $R_{G1}$ . Ήταν  $R_G = R_{G2}$  και  $G_d=100$ . Σ' αυτήν την περίπτωση έχουμε στην έξοδο του ενισχυτή τάση με αντιστοιχία 6mV ανά 1°C. Διεπιστώθη ότι αυτή η αντιστοιχία δεν ήταν κατάλληλη, ώστε να προστατευτεί το δειγματοληπτούμενο σήμα από τον εσωτερικό θόρυβο του υπολογιστή. Συγκεκριμένα βραχυκυκλώσαμε την είσοδο του DAQ με την γείωση και μετρήσαμε θόρυβο περίπου 1mV, που αντιστοιχεί σε θερμοκρασιακό σφάλμα 1/6°C. Αυτό θα σήμαινε εξ αρχής εγκατάλειψη του στόχου ακρίβειας μέτρησης 0.1°C. Ήταν συνεπώς απαραίτητη η αύξηση του του διαφορικού κέρδους. Με διαφορική ενίσχυση

≈1000 έχουμε αντιστοιχία τάσης εξόδου και θερμοκρασίας περίπου 60mV ανά 1°C, και ο θόρυβος αντιστοιχεί σε θερμοκρασιακό σφάλμα 1/60°C.



Σχήμα 3-4: Αναλογικό κύκλωμα ενίσχυσης και φιλτραρίσματος εξόδου θερμοζεύγους

Επί πλέον τοποθετήσαμε αντιστάσεις 2.2K από τον θετικό κι αρνητικό ακροδέκτη του INA103 προς την γη για να προστατέψουμε το κύκλωμα του ενισχυτή από την επίδραση των ρευμάτων offset και bias εισόδου. Η σύνδεση μέσω αντιστάσεων των ακροδεκτών του INA103 με τη γη είναι κατά πρώτον απαραίτητη για τη διέλευση των φορτίων του bias εισόδου. Κατά δεύτερον, αν το offset ρεύμα εισόδου (τυπική τιμή 0.04μΑ) διέλθει μέσα από την αντίσταση εισόδου του ενισχυτή (60MΩ), θα έχουμε αντίστοιχη πτώση τάσης στην είσοδο του ενισχυτή 2.4V. Είναι προφανές ότι αυτή η τάση πολλαπλασιαζόμενη επί  $G_d$  μας δίνει μία απαγορευτική τιμή τάσης στην έξοδο, οπότε σε αυτήν την περίπτωση εμφανίζεται τάση εξόδου ίση με την τάση τροφοδοσίας. Γι αυτό παράλληλα στην αντίσταση εισόδου κάθε ακροδέκτη θέσαμε μία αντίσταση 2.2K ( $\ll 60M\Omega$ ), οπότε το offset ρεύμα εισόδου θα προκαλέσει στην είσοδο αντίστοιχη πτώση τάσης 88μV, η οποία επί  $G_d \approx 1000$  δίδει στην έξοδο τάση offset 88mV περίπου (αντίστοιχη τυπική τιμή). Η μεταβολή του offset ρεύματος εισόδου ως προς τη θερμοκρασία είναι 0.5nA/°C. Η αντίστοιχη μεταβολή της offset τάσης εξόδου είναι 1.1mV/°C. Όπως θα δούμε στο κεφάλαιο υπολογισμού της θερμοκρασίας η offset τάση εξόδου λαμβάνεται υπ' όψιν ώστε να μην έχουμε σφάλμα υπολογισμού. Ακόμη, η τιμή 2.2K ελήφθη, ώστε ταυτοχρόνως να είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίσταση του θερμοζεύγους και να μην προκαλεί διαίρεση τάσης της εξόδου του θερμοζεύγους.

Τοποθετήσαμε πυκνωτές μεταξύ θετικής τροφοδοσίας-γης και αρνητικής τροφοδοσίας-γης για να προστατέψουμε το κύκλωμα από τον θόρυβο της τροφοδοσίας του αναλογικού κυκλώματος. Οι μικρής χωρητικότητας πυκνωτές (100nF) τοποθετήθηκαν παράλληλα με τους μεγαλύτερους ηλεκτρολυτικούς για να προστατευτούν οι τελευταίοι από φαινόμενα αυτεπαγωγής στις υψηλές συχνότητες. Από τις προδιαγραφές του κατασκευαστή προκύπτει ότι ο λόγος απόρριψης κοινού σήματος για ενίσχυση περίπου ίση με 1000 είναι:

- από DC ως  $\cong 10\text{kHz}$ , CMRR  $\cong 130\text{dB}$
- από 10kHz ως 1MHz ο CMRR φθίνει, και για  $f=1\text{MHz}$  έχουμε CMRR  $\cong 95\text{dB}$

Για συχνότητες μεγαλύτερες από 1MHz δεν δίδεται κάποια προδιαγραφή. Από τον υψίσυχο θόρυβο του αναλογικού κυκλώματος εξασφαλίζομαστε με το βαθυτερατό φίλτρο που ακολουθεί.

Το κύκλωμα για το LP φίλτρο προέκυψε από τη συνδεσμολογία Sallen&Key για  $k=1$  που αναλύσαμε σε προηγούμενη παράγραφο. Για  $R_1=R_2$  καταλήξαμε στη συνθήκη 3-14:

$$\frac{C_1}{C_2} = 4Q_p^2$$

Αν ο προσδιορισμός του  $Q_p$  γίνει με βάση την προσέγγιση Butterworth (3-12), τότε θά έχουμε:

$$\frac{1}{Q_p} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$Q_p = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

οπότε έχουμε από την 3-14:

$$C_1 = 2C_2$$

Ενδιαφερόμαστε για μοναδιαία απόκριση πλάτους στην περιοχή 0~4Hz περίπου. Συνεπώς πρέπει να ισχύει για τη συχνότητα αποκοπής:  $f_p > 4\text{Hz}$ . Προκειμένου να επιτύχουμε μεγάλη ακρίβεια προσέγγισης στην περιοχή αυτή είναι συμφέρον να



θέσουμε  $f_p$  κάπως μεγαλύτερο ( $>10\text{Hz}$ ). Από την άλλη πλευρά, αν μας ενδιαφέρει απόσβεση τουλάχιστον  $40\text{dB}$  μετά τα  $200\text{Hz}$  για LP φίλτρο  $2^{\text{ος}}$  τάξεως ( $40\text{dB}/\text{δεκάδα}$ ), πρέπει  $f_p < 20\text{Hz}$ . Ας θέσουμε τιμή  $f_p \cong 15\text{Hz}$ .

Επιλέγουμε  $C_1=220\text{nF}$  και  $C_2=100\text{nF}$ . Η αναλογία αυτή δεν είναι ακριβώς 2:1. Μας ενδιαφέρει όμως να επιλέξουμε χωρητικότητες διαθέσιμων πυκνωτών για λόγους απλότητας. Από την σχέση

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

προκύπτει:

$$R_1 R_2 = \frac{1}{(2\pi \cdot f_p)^2 C_1 C_2}$$

Αντικαθιστούμε τιμές:  $R_1 R_2 = 5\,117\,231\,497\,\Omega^2$

Από συνθήκη  $R_1 = R_2 = R \Rightarrow R \cong 71.5\,\text{k}\Omega$

Αν θέσουμε αυτές τις τιμές ( $C_1=220\text{nF}$ ,  $C_2=100\text{nF}$ ,  $R_1 = R_2=71.5\,\text{k}\Omega$ ) τότε

$$Q_p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = \frac{\sqrt{2.2}}{2} \cong 0.7416$$

δηλαδή αποκλίνουμε σημαντικά από την προσέγγιση Butterworth για τον συντελεστή ποιότητας  $Q_p = \sqrt{2}/2 \cong 0.707$ , επειδή μεταβάλαμε τον λόγο των πυκνωτών. Συνεπώς πρέπει να μεταβάλλουμε και τον λόγο των αντιστάσεων.

Από την σχέση

$$Q_p = \frac{\sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}}{\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2}}$$

για  $k=1$ ,  $C_1=2.2C_2$ ,  $Q_p=\sqrt{2}/2$ , προκύπτει:

$$\frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_1 + R_2} = \frac{1}{\sqrt{4.4}} \cong 0.4767$$

Αν θέλουμε  $f_p \cong 15\text{Hz}$  θα πρέπει  $\sqrt{R_1 R_2} \cong 71.5\,\text{k}\Omega$

συνεπώς

$$R_1 + R_2 \cong \frac{71.5\text{k}\Omega}{0.4767} \cong 150\text{k}\Omega$$

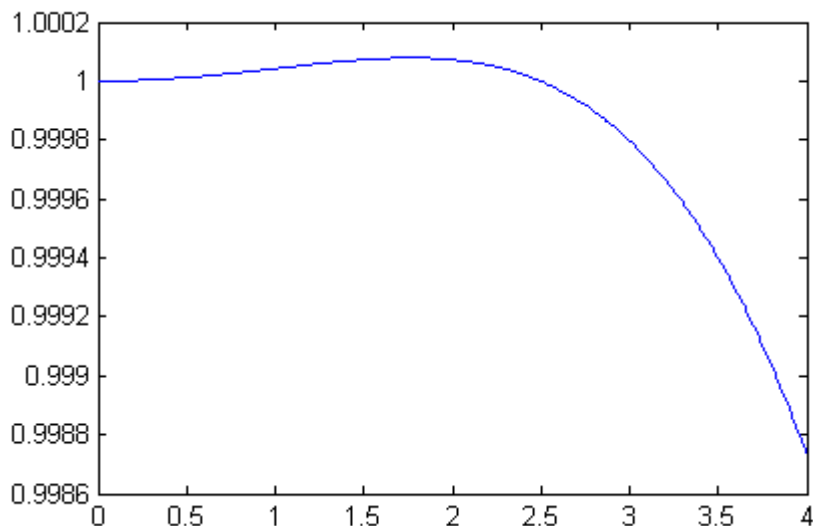
Από τις δύο τελευταίες συνθήκες συνεπάγεται:  $R_1 \cong 97.6\text{k}\Omega$  και  $R_2 \cong 52.4\text{k}\Omega$  ( $R_1$  και  $R_2$  αντιμεταθέσιμες).

Βάσει αυτών των τιμών μπορούμε να αναζητήσουμε διαθέσιμες τιμές αντιστάσεων. Η αυστηρή συνθήκη είναι για το  $Q_p$ , ενώ η συνθήκη για το  $f_p$  είναι χαλαρή. Υπολογίσαμε ότι για διαθέσιμες τιμές **91K** και **51K** έχουμε  $Q_p=0.7116$  και  $f_p=15.75\text{Hz}$ .

Προγραμματίσαμε τους σχετικούς υπολογισμούς σε μοντέλο του MATLAB. Εκτελέσαμε το μοντέλο για όλους του συνδυασμούς διαθέσιμων αντιστάσεων σε ένα εύλογο εύρος τιμών και διαπιστώσαμε ότι η ανωτέρω επιλογή είναι βέλτιστη.

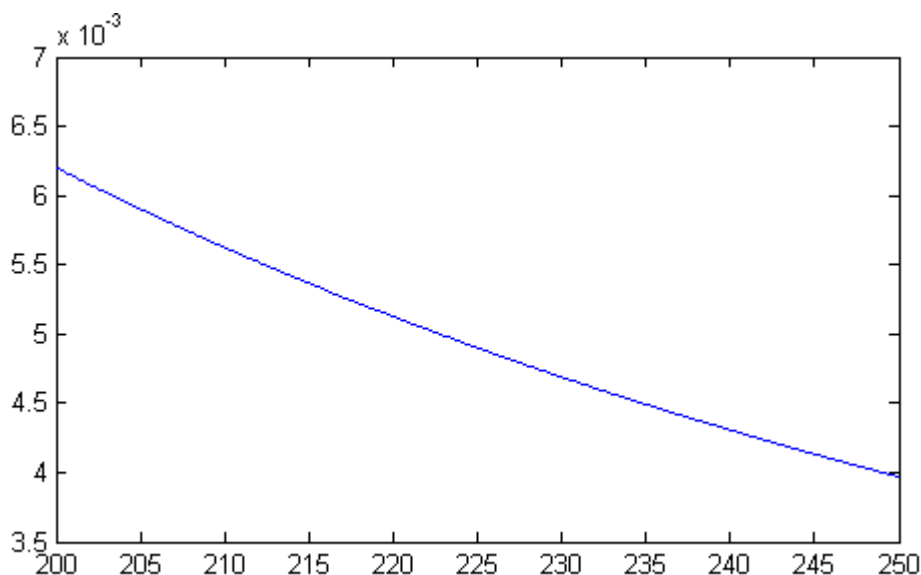
Επίσης εκτελέσαμε το μοντέλο για να απεικονίσουμε σε γράφημα την απόκριση πλάτους του LP φίλτρου στην περιοχή συχνοτήτων από 0 ως 250Hz.

Μεγεθύνουμε το γράφημα σε δύο περιοχές ενδιαφέροντος: 0 ως 4Hz και 200Hz ως 250Hz.



Διαπιστώνουμε ότι μέχρι τα 2.5Hz το ποσοστιαίο σφάλμα προσέγγισης της ιδανικής (μοναδιαίας) απόκρισης πλάτους είναι <0.0001 και μέχρι τα 4Hz είναι <0.0013

Επίσης μετά τα 200Hz έχουμε όντως απόσβεση μεγαλύτερη από 40dB:



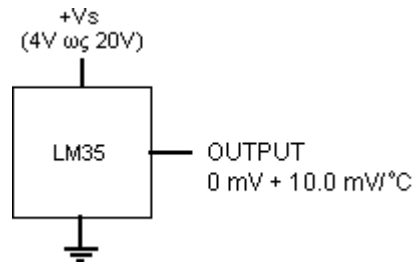
Συνεπώς η σχεδίαση αυτή, που υλοποιήθηκε με την απλούστερη δυνατή επιλογή παθητικών στοιχείων, είναι κατάλληλη.

### 3.3.2 Το I.C. LM35 και το κύκλωμα οδήγησης γραμμής μεταφοράς

Για θερμοστοιχείο μέτρησης ισοθερμικής περιοχής επιλέξαμε το ολοκληρωμένο LM35. Βασικό χαρακτηριστικό του LM35 είναι η αναλογική τάση έξοδου συναρτήσει της θερμοκρασίας σε βαθμούς °C. Από τις κατασκευαστικές προδιαγραφές του ολοκληρωμένου δίνεται η προσεγγιστική σχέση:

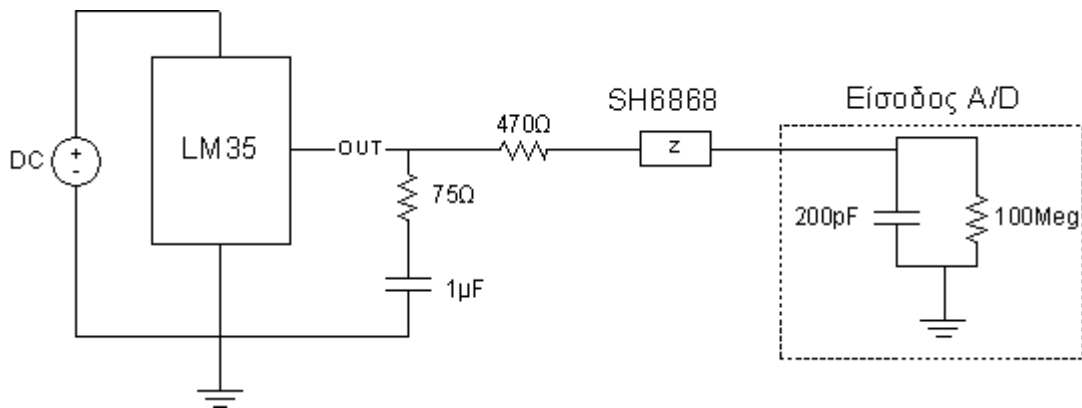
$$V_{LM} = 10 \frac{mV}{^{\circ}C} \cdot \theta_{ISO}$$

Η βασική του συνδεσμολογία είναι η εξής:



Αυτή η συνδεσμολογία επιτρέπει την μέτρηση θερμοκρασιών από +2 ως +150 °C. Σε θερμοκρασία δωματίου έχει σφάλμα  $\pm 1/4$  °C χωρίς καμιά άλλη ρύθμιση. Διαρρέεται από ρεύμα πηγής μόνον 60μΑ, οπότε παρουσιάζει ελάχιστη αυτοθέρμανση (λιγότερο από 0,1°C στον αέρα).

Ως κύκλωμα χαμηλής ισχύος έχει περιορισμένη δυνατότητα να οδηγήσει φορέα υψηλής χωρητικότητας. Σύμφωνα με τις προδιαγραφές του κατασκευαστή, στην βασική συνδεσμολογία το LM35 μπορεί να οδηγήσει φορέα ως 50pF. Από τα τεχνικά χαρακτηριστικά του καλωδίου SH6868 (του DAQ board) και του A/D converter προκύπτει ότι χωρητικότητα είναι σαφώς μεγαλύτερη. Γι αυτό προτείνεται η εξής συνδεσμολογία:



Σχήμα 3.5 : Το κύκλωμα οδήγησης καλωδίου DAQ

Ο κλάδος που συνδέει την έξοδο του ολοκληρωμένου -μέσω αντίστασης 75Ω και πυκνωτή 1μF- με την «γη» προστατεύει το κύκλωμα από φαινόμενα ταλάντωσης οφειλόμενα στην χωρητικότητα που συναντάει στην έξοδο. Η αντίσταση των 470Ω προστατεύει το LM35 από υπερβολικό ρεύμα σε περίπτωση βραχυκύκλωσης της εξόδου.

### 3.3.3 Κβαντισμός θερμοκρασιακού σήματος

Γνωρίζουμε ότι για την τάση Seebeck στους ακροδέκτες των θερμοζευγών ισχύει η προσεγγιστική σχέση  $\frac{\Delta V}{\Delta T} \cong \frac{60\mu V}{1^{\circ}C}$ .

Εφ'όσον η τάση αυτή ενισχύεται περίπου 1000 φορές, ο παραπάνω λόγος γίνεται για το σήμα εξόδου του ενισχυτή  $\frac{60mV}{1^{\circ}C}$  περίπου. Επιλογή input range  $\pm 2.5V$

συνεπάγεται μέτρηση θερμοκρασίας στην περιοχή  $\pm 41.6^{\circ}C$  ως προς την θερμοκρασία περιβάλλοντος. Επιλογή input range  $\pm 5V$  (επόμενη βαθμίδα) αντιστοιχεί θερμοκρασιακή περιοχή  $\pm 83.3^{\circ}C$  ως προς την θερμοκρασία περιβάλλοντος. Γι αυτήν την περιοχή έχουμε συνολικό εύρος  $166.6^{\circ}C$ . Το δείγμα κωδικοποιείται σε δυαδικό αριθμό 12 ψηφίων στην κάρτα DAQ και συνεπώς μας παρέχει  $2^{12}=4096$  επίπεδα κβαντισμού. Το διάστημα κβαντισμού ισούται με  $166^{\circ}C/4096 \cong 0.04^{\circ}C$ . Δηλαδή το σφάλμα κβαντισμού για τα θερμοζεύγη είναι  $\pm 0.02^{\circ}C$

Για το σήμα τάσεως εξόδου του LM35 ισχύει η προσεγγιστική σχέση

$$V_{LM}=10 \frac{mV}{^{\circ}C} \cdot \theta_{ISO}$$

Αν επιλέξουμε input range (unipolar) 0 ως 500mV θα μπορούμε να μετρήσουμε θερμοκρασία περιβάλλοντος στην θερμοκρασιακή περιοχή  $0^{\circ}C$  ως  $50^{\circ}C$ . Το διάστημα κβαντισμού θα είναι  $\frac{50^{\circ}C}{4096} \cong 0.012^{\circ}C$ . Σφάλμα κβαντισμού για την θερμοκρασία ισοθερμικής περιοχής:  $\pm 0.006^{\circ}C$ .

### 3.3.4 Συχνότητα Μέτρησης Θερμοκρασίας (Υποδειγματοληψία)

Ας θεωρήσουμε το απλούστερο δυνατό θερμοκρασιακό μοντέλο της βάσης του δείγματος. Εδώ μας ενδιαφέρουν οι τάξεις μεγέθους κι όχι ακριβείς τιμές. Σε μία πρώτη προσέγγιση το θερμοκρασιακό μοντέλο είναι ισοδύναμο με ένα RC βαθυπερατό φίλτρο.

Η μέγιστη ισχύς που μπορεί να δώσει το παλμικό τροφοδοτικό είναι περίπου 30W. Η θερμική αντίσταση προς τον αέρα είναι οπωσδήποτε μικρότερη από 10°C/W. Συνεπώς, για μέγιστη παροχή του τροφοδοτικού και σταθερή θερμική αντίσταση προς τον αέρα, η θερμοκρασία ισορροπίας της βάσης ως προς την θερμοκρασία περιβάλλοντος έχει μία διαφορά της τάξης των 300°C. Στην πραγματικότητα είναι μικρότερη, γιατί με την αύξηση της θερμοκρασίας της βάσης έναντι της θερμοκρασίας περιβάλλοντος, μειώνεται η θερμική αντίσταση προς τον αέρα. Αυτή η υπερτίμηση είναι θεμιτή γιατί εξασφαλίζει αυστηρότερη προδιαγραφή στη συνέχεια. Επίσης, από τις χρονικές καμπύλες θερμοκρασίας για γνωστή παρεχόμενη ισχύ, προκύπτει μία κύρια χρονική σταθερά της τάξεως των 2000sec.

Τελικά, για μέγιστη παρεχόμενη ισχύ προκύπτει η εξής απλοποιημένη συνάρτηση για την θερμοκρασία  $\theta$  ως προς τον χρόνο:

$$\theta - \theta_0 = 300^\circ\text{C} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{2000\text{sec}}} \right)$$

όπου  $\theta_0$ : θερμοκρασία περιβάλλοντος.

Ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας είναι μέγιστος για  $t=0$  και  $\theta - \theta_0 = 300^\circ\text{C}$ .

Έχουμε

$$\left. \frac{d(\theta - \theta_0)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{300^\circ\text{C}}{2000\text{sec}} = 0.15 \frac{^\circ\text{C}}{\text{sec}}$$

Αν μετρούμε θερμοκρασία ανά 0.1sec, θα έχουμε σ' αυτό το χρονικό διάστημα μέγιστη δυνατή μεταβολή  $\Delta\theta = 0.015^\circ\text{C}$  (αμελητέα). Η μεταβολή αυτή συγκλίνει στο μηδέν όσο η βάση πλησιάζει την θερμοκρασία ρύθμισης.

Όταν το τροφοδοτικό κλείνει έχουμε εκθετική πτώση της θερμοκρασίας. Δεν είναι δυνατή διαφορά θερμοκρασίας της βάσης από το περιβάλλον μεγαλύτερη από 100°C για λόγους προστασίας του οργανικού δείγματος. Έχουμε συνεπώς:

$$\theta - \theta_0 = 100^\circ\text{C} \cdot e^{-\frac{t}{2000\text{sec}}}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας είναι μέγιστος για  $t=0$  και  $\theta - \theta_0 = 100^\circ\text{C}$ :

$$\left. \frac{d(\theta - \theta_0)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{100^\circ\text{C}}{2000\text{sec}} = -0.05 \frac{^\circ\text{C}}{\text{sec}}$$

Για χρονικό διάστημα 0.1sec θα έχουμε μέγιστη δυνατή μεταβολή  $\Delta\theta = -0.005^\circ\text{C}$ .

Ακόμη, το 0.1sec είναι ικανός υπολογιστικός χρόνος για την εκτέλεση της διαδικασίας φιλτραρίσματος, υπολογισμού και ελέγχου της θερμοκρασίας.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι κατάλληλη περίοδος για μέτρηση θερμοκρασίας είναι το **0.1sec**.

### 3.3.5 Συχνότητα Δειγματοληψίας

Η συχνότητα δειγματοληψίας περιορίζεται από την χωρητικότητα του FIFO buffer (512 δείγματα) της κάρτας DAQ. Έστω ότι λαμβάνουμε μέτρηση θερμοκρασίας ανά 100msec. Εάν σ' αυτό το χρονικό διάστημα συγκεντρωθούν 500 δείγματα από 5 κανάλια (δηλαδή 100 δείγματα ανά κανάλι), τότε η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 1kHz. Αυτό είναι περίπου το ανώτατο όριο δειγματοληψίας. Μία δικλείδα ασφαλείας για την αποφυγή υπερχειλίσης του buffer κατά την εκτέλεση του προγράμματος, είναι να πληρούται ο buffer στο διάστημα των 100msec κατά ποσοστό μικρότερο από το ήμισυ της συνολικής χωρητικότητας του. Υπερχειλίση μπορεί να συμβεί αν η διεργασία ανάγνωσης των δεδομένων του buffer από το πρόγραμμα καθυστερήσει λόγω εκτέλεσης κάποιας άλλης διεργασίας στον επεξεργαστή. Συνεπώς η συχνότητα δειγματοληψίας πρέπει να είναι μικρότερη από 500Hz.

Για συχνότητες >200Hz έχουμε ικανοποιητική απόρριψη του θορύβου, λόγω του αναλογικού βαθυπερατού φίλτρου και της απόρριψης του κοινού σήματος στον INA103. Συνεπώς, συχνότητα Nyquist μεγαλύτερη από 200Hz είναι ικανοποιητική. Τελικά επιλέξαμε **συχνότητα δειγματοληψίας 410Hz** (συχνότητα Nyquist 205Hz).

### 3.3.6 Υπολογισμός FIR φίλτρων με χρήση αλγορίθμου Parks&McClellan

Σε προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι η συχνότητα υποδειγματοληψίας (μέτρησης θερμοκρασίας) είναι 10Hz. Συνεπώς χρειάζεται αποκοπή για συχνότητες μεγαλύτερες από 5Hz, ώστε να έχουμε αξιόπιστη μέτρηση θερμοκρασίας. Ο θόρυβος που αναμένουμε για συχνότητες μικρότερες από 200Hz προέρχεται κυρίως από το δίκτυο της Δ.Ε.Η. Ο θόρυβος αυτός επιδρά σε όλα τα συστήματα της διάταξης και γι αυτό ο καλύτερος τρόπος αποκοπής του είναι με υπολογιστικό τρόπο (ψηφιακό φίλτρο).

Η υστέρηση  $D$  ενός FIR φίλτρου είδαμε ότι δίνεται από τη σχέση  $D = \frac{N-1}{2}$  (δείγματα), όπου  $N$  (δείγματα-taps) ο αριθμός των συντελεστών του φίλτρου. Αν  $f_s$  η συχνότητα δειγματοληψίας:

$$D = \left( \frac{N-1}{2} \right) / f_s \quad (\text{σε sec})$$

#### Υπολογισμός FIR φίλτρου για τάση εξόδου του LM35 :

Ας θεωρήσουμε χονδρικά ότι η θερμοκρασία περιβάλλοντος μεταβάλλεται γραμμικά με ρυθμό 0.01°C/sec (=0.60°C/min =36°C/h), τον οποίο θέτουμε ως ανώτατο όριο. Αν θεωρήσουμε φίλτρο με 410×3=1230 “taps” και  $f_s=410\text{Hz}$ , θα έχουμε μία υστέρηση στην έξοδο σχεδόν 1.5sec, που θα αντιστοιχεί σε σφάλμα μικρότερο από 0.015°C.

Θέσαμε τις εξής τιμές για την εκτέλεση του αλγορίθμου:

$f_s=410\text{Hz}$

#taps=1230 (υστέρηση  $\cong 1.5\text{sec}$ )

Ζώνη διέλευσης: 0 ως 0.4Hz

Ζώνη αποκοπής: 2Hz ως 205Hz

Μοναδιαίος συντελεστής βάρους και για τις δύο ζώνες.

Με χρήση του LabView εκτελέσαμε τον αλγόριθμο Parks&McClellan και υπολογίσαμε το φίλτρο. Στη συνέχεια (πάλι με χρήση του LabView) απεικονίσαμε σε γράφημα την απόκριση πλάτους του φίλτρου.

Διαπιστώσαμε για τα equi-rippled σφάλματα προσέγγισης τα εξής:  
Για την ζώνη διέλευσης είναι μικρότερο από 0.0001 (1e-4).  
Για την ζώνη αποκοπής η απόρριψη είναι  $\cong 82\text{dB}$ .

**Υπολογισμός FIR φίλτρου για τα σήματα των θερμοζευγών :**

Στην παράγραφο για την υποδειγματοληψία είδαμε ότι στην φάση ανόδου, όταν το σύστημά μας απέχει πολύ από την θερμοκρασία ρύθμισης, δεν μπορούμε να έχουμε μεταβολή θερμοκρασίας μεγαλύτερη από  $0.15^\circ\text{C}/\text{sec}$ . Συνεπώς για φίλτρο 410 “taps” με υστέρηση σχεδόν 0.5sec, αντιστοιχεί σφάλμα λόγω υστέρησης  $<0.08^\circ\text{C}$ . Όταν το σύστημα φτάνει στην θερμοκρασία ρύθμισης το σφάλμα συγκλίνει στο μηδέν, και όταν το παλμικό τροφοδοτικό κλείνει, τότε το σφάλμα είναι  $<0.025^\circ\text{C}$ .

Θέσαμε τις εξής τιμές για την εκτέλεση του αλγορίθμου:

$f_s=410\text{Hz}$

#taps=410 (υστέρηση  $\cong 0.5\text{sec}$ )

Ζώνη διέλευσης: 0 ως 1Hz

Ζώνη αποκοπής: 5Hz ως 205Hz

Μοναδιαίος συντελεστής βάρους και για τις δύο ζώνες.

Ακολουθήσαμε την ίδια διαδικασία όπως προηγουμένως.

Διαπιστώσαμε για τα equi-rippled σφάλματα προσέγγισης τα εξής:  
για την ζώνη διέλευσης είναι μικρότερο από 0.0002 (2e-4).

Για την ζώνη αποκοπής η απόσβεση είναι  $\cong 76.5\text{dB}$ .

## 4. Σύστημα υπολογισμού θερμοκρασίας

### 4.1 Μοντέλο υπολογισμού θερμοκρασίας (βάσει της τοπολογίας των καναλιών)

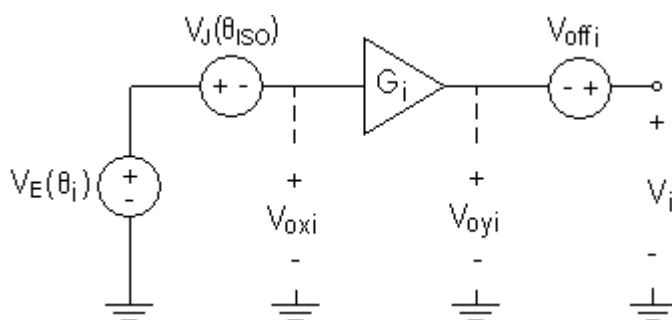
Όπως έχουμε προαναφέρει, για τον υπολογισμό της θερμοκρασίας που αντιστοιχεί στο θερμοζεύγος- $i$  ( $i=1:4$ ), απαιτούνται οι ενδείξεις τάσεις  $\alpha$ ) του αντίστοιχου καναλιού- $i$  και  $\beta$ ) του συμπληρωματικού καναλιού για το LM35.

Έκαστο κανάλι- $i$  περιλαμβάνει διάφορα στοιχεία, εκ των οποίων μόνο το θερμοζεύγος και ο ενισχυτής προκαλούν μετατροπή του σήματος, (δεν λαμβάνουμε υπ' όψιν θόρυβο και παραμόρφωση). Αφαιρώντας από την τοπολογία του καναλιού- $i$  τα στοιχεία που δεν εμπλέκονται στις μετατροπές του σήματος, εξάγουμε μία απλοποιημένη τοπολογία. Από την τοπολογία αυτή (των στοιχείων μετατροπής του σήματος) μπορεί να εξαχθεί ένα μοντέλο υπολογισμού της θερμοκρασίας.

Για το θερμοζεύγος, η σχέση της μετρούμενης θερμοκρασίας με την τάση των ακροδεκτών δίδεται από τη μέθοδο που περιγράφεται στην παράγραφο 3.2.1

Όσον αφορά τον ενισχυτή, μας ενδιαφέρει ο συντελεστής ενίσχυσης και η τάση offset εξόδου.

Το μοντέλο υπολογισμού έχει την εξής μορφή:



Το μοντέλο του σχήματος αφορά μεμονωμένο  $i$ -κανάλι μέτρησης θερμοκρασίας.

$V_E(\theta_i)$ : είναι η τάση Seebeck στην επαφή Chromel-Constantan στο σημείο μέτρησης της θερμοκρασίας  $\theta_i$ .

$V_J(\theta_{150})$  ("cold junction"): αντιστοιχεί στην τάση Seebeck  $V_{\text{Chromel, Constantan}}|_{\theta_{150}}$ , της επαφής Chromel-Constantan για θερμοκρασία  $\theta_{150}$ . Η πολυωνυμική συνάρτηση  $V_J$  ταυτίζεται με την  $V_E$ , αφού αντιστοιχούν στον τύπο E (Chromel-Constantan).

$V_{oxi}$ : η τάση στους ακροδέκτες του θερμοζεύγους

$G_i$ : κέρδος  $i$ -ενισχυτή INA103

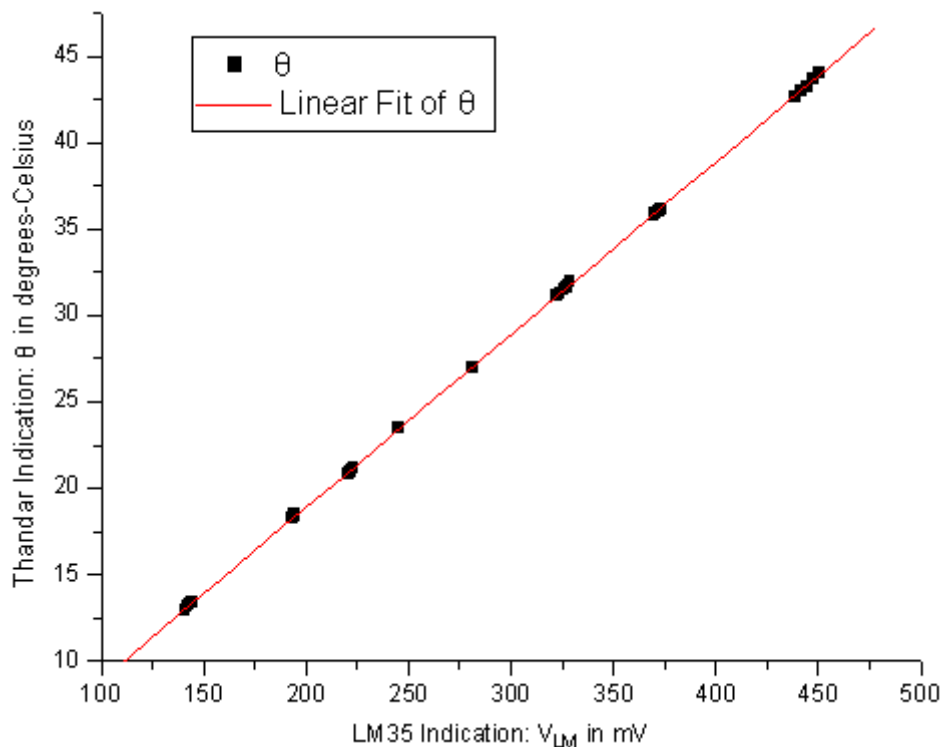
$V_{oyi}$ : η τάση στην έξοδο του ενισχυτή

$V_{offi}$ : το offset του INA103 (εξαρτάται από την θερμοκρασία λειτουργίας)

$V_i$ : έξοδος καναλιού- $i$  θερμοζεύγους.

Στο μοντέλο εμφανίζεται η θερμοκρασία ισοθερμικής περιοχής  $\theta_{150}$ , η οποία υπολογίζεται από την ένδειξη  $V_{LM}$ . Σύμφωνα με τις κατασκευαστικές προδιαγραφές υπάρχει αναλογική σχέση της τάσης εξόδου του ολοκληρωμένου και της θερμοκρασίας ( $10\text{mV}/^\circ\text{C}$ ). Πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις ώστε να προσδιοριστεί η ακριβής σχέση. Ακολουθεί το γράφημα της γραμμικής προσέγγισης των μετρήσεων από το Origin:





Συγκρίνοντας το ηλεκτρονικό θερμόμετρο Thandar TH302 των μετρήσεων με θερμόμετρο υδραργύρου μεγάλης ακρίβειας, διαπιστώθηκε ότι το ηλεκτρονικό θερμόμετρο έχει περίπου σταθερή απόκλιση κατά  $0.8^{\circ}\text{C}$  έναντι του θερμομέτρου υδραργύρου. Δηλαδή πρέπει στην τιμή του σταθερού όρου της προσέγγισης να προσθέσουμε  $0.8^{\circ}\text{C}$  περίπου.

Έχουμε γραμμική σχέση:

$$\theta_{\text{ISO}} = a_{\text{LM}} + b_{\text{LM}} \cdot V_{\text{LM}}$$

Με κατάλληλη μετατροπή από mV σε V προκύπτει:

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα	Ποσοστιαίο σφάλμα
$a_{\text{LM}}$	-0.258	$^{\circ}\text{C}$	0.213
$b_{\text{LM}}$	99.8	$^{\circ}\text{C}/\text{V}$	$1.75\text{e-}3$

Στο μοντέλο επίσης εμφανίζεται η τάση  $V_{\text{off}}$  εξόδου του INA103 που όπως θα δούμε εξαρτάται από την θερμοκρασία.

Η συσκευή που περιλαμβάνει τους τέσσερις INA 103 και την ισοθερμική περιοχή αλουμινίου εξετέθη σε διάφορες θερμοκρασίες, (μεταξύ άλλων τοποθετήθηκε μέσα σε ψυγείο). Κάθε φορά γινόταν μέτρηση της εξόδου  $V_i$  (για κάθε κανάλι), έχοντας τοποθετημένα τα θερμοζεύγη στην ισοθερμική περιοχή αλουμινίου ( $\theta_i = \theta_{\text{ISO}} \forall i$ ). Επειδή με αυτήν την τοποθέτηση  $V_E(\theta_i) = V_J(\theta_{\text{ISO}})$  προκύπτει  $V_{\text{oxi}} = V_{\text{oyi}} = 0$ , συνεπώς  $V_i = V_{\text{off}}$ . Από τις μετρήσεις αυτές προέκυψε γραμμική περίπου σχέση μεταξύ  $V_{\text{off}}$  και  $V_{\text{LM}}$ :

κανάλι 1:  $V_{\text{off1}} = a_{F1} + b_{F1} \cdot V_{LM}$

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα	Ποσοστιαίο σφάλμα
$a_{F1}$	-2.956e-3	V	0.181
$b_{F1}$	0.1292	[]	0.022

κανάλι 2:  $V_{\text{off2}} = a_{F2} + b_{F2} \cdot V_{LM}$

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα	Ποσοστιαίο σφάλμα
$a_{F2}$	9.043e-3	V	0.042
$b_{F2}$	0.1712	[]	0.012

κανάλι 3:  $V_{\text{off3}} = a_{F3} + b_{F3} \cdot V_{LM}$

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα	Ποσοστιαίο σφάλμα
$a_{F3}$	16.042e-3	V	0.013
$b_{F3}$	0.1012	[]	0.011

κανάλι 4:  $V_{\text{off4}} = a_{F4} + b_{F4} \cdot V_{LM}$

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα	Ποσοστιαίο σφάλμα
$a_{F4}$	-8.099e-3	V	0.026
$b_{F4}$	0.1557	[]	0.007

Οι μετρήσεις που οδήγησαν στα παραπάνω αποτελέσματα έγιναν μέσω VI (Virtual Instrument) που προγραμματίσαμε στο LabView.

Επίσης μας ενδιαφέρει ο ακριβής υπολογισμός του  $G_i$ . Για τον σκοπό αυτό είναι απαραίτητη μία ανεξάρτητη μέτρηση θερμοκρασίας  $\theta_i = \theta$ ,  $i=1:4$  στην περιοχή των θερμοζευγών από κάποιο άλλο σύστημα μέτρησης θερμοκρασίας (όπως το ηλεκτρονικό θερμόμετρο Thandar TH302), και η αντιστοίχιση με τις ενδείξεις  $V_i$  και  $V_{LM}$ .

Στην πραγματικότητα πήραμε σειρά μετρήσεων, επειδή μία μόνο μέτρηση για τον υπολογισμό του  $G_i$  θα ήταν ιδιαίτερα επισφαλής. Οι ενδείξεις  $V_i$  και  $V_{LM}$  κατεγράφησαν πάλι μέσω VI του LabView.

Βάσει των παραπάνω από την τιμή  $V_{LM}$  υπολογίζουμε την  $V_{\text{off}i}$ . Ύστερα από τις τιμές  $V_i$  και  $V_{\text{off}i}$  υπολογίζουμε την  $V_{\text{oy}i}$ :

$$V_{\text{oy}i} = V_{\text{OUT}i} - V_{\text{off}i}$$

επί ενός συνόλου μετρήσεων.

Μέσω του ευθέως πολωνύμου ITS-90 για την μετατροπή της θερμοκρασίας σε τάση Seebeck υπολογίζουμε τις τιμές της  $V_E(\theta)$  ( $\theta_i = \theta \forall i$ ) και της  $V_J(\theta_{\text{ISO}})$ . (Η  $\theta_{\text{ISO}}$  υπολογίζεται από την  $V_{LM}$ ).

Έχουμε:

$$V_{\text{ox}} = V_E(\theta) - V_J(\theta_{\text{ISO}})$$

Δηλαδή επί της σειράς των μετρήσεων υπολογίζουμε ζεύγη τιμών ( $V_{\text{ox}}$ ,  $V_{\text{oy}i}$ ) και συνεπώς τον λόγο  $G_i = V_{\text{oy}i} / V_{\text{ox}}$ . Η μέση τιμή του  $G_i$  επί του συνόλου των μετρήσεων μας έδωσε τυπικές τιμές  $G_1 \cong 965$ ,  $G_2 \cong 965$ ,  $G_3 \cong 960$ ,  $G_4 \cong 965$  με τυπική απόκλιση  $\sigma \cong 6$ . Θεωρούμε σφάλμα  $\pm 1\%$  (αρκετά μεγάλο).

Αφού υπολογίσαμε τις χαρακτηριστικές εισόδου-εξόδου των στοιχείων του μοντέλου, μπορούμε να περιγράψουμε την **διαδικασία υπολογισμού της θερμοκρασίας  $\theta_i$**  (στο άκρο εκάστου θερμοζεύγους) από τις ενδείξεις  $V_{OUTi}$  και  $V_{LM}$ :

- $V_{offi} = a_{Fi} + b_{Fi} \cdot V_{LM}$
- $V_{oxi} = (V_i - V_{offi}) / G_i$
- $\theta_{ISO} = a_{LM} + b_{LM} \cdot V_{LM}$
- $\theta_{ISO} \rightarrow V_J$  μέσω ευθέως πολυωνύμου ITS-90
- $V_E = V_J + V_{oxi}$
- $V_E \rightarrow \theta_i$  μέσω αντίστροφου πολυωνύμου ITS-90

Υλοποιήσαμε την παραπάνω διαδικασία με προγραμματισμό VI στο LabView. Από μετρήσεις διαπιστώσαμε ότι υπάρχει διακύμανση του σφάλματος της υπολογιζομένης (από το VI) θερμοκρασίας ως προς την μετρούμενη (από το Thandar TH302) ως και  $\pm 0.5^\circ\text{C}$ . Το αποτέλεσμα δεν κρίνεται ικανοποιητικό. Στην παραπάνω διαδικασία κάθε βήμα εισάγει το σφάλμα του στο επόμενο μεγιστοποιώντας το τελικό σφάλμα.

## 4.2 Το πολυωνυμικό μοντέλο υπολογισμού θερμοκρασίας

### 4.2.1 Αρχική προσέγγιση πολυωνύμου

Στο προηγούμενο υποκεφάλαιο (4.1) προσδιορίσαμε μία διαδικασία υπολογισμού της θερμοκρασίας βάσει της τοπολογίας των καναλιών. Κατά την διαδοχική εκτέλεση των βημάτων της διαδικασίας αυτής είχαμε άθροιση των σφαλμάτων προσέγγισης. Το τελικό σφάλμα δεν κρίθηκε ικανοποιητικό.

Αντί της προηγούμενης διαδικασίας, αναζητούμε μία πολυωνυμική προσέγγιση της θερμοκρασίας  $\theta_i$  εκάστου καναλιού με ορίσματα τις ενδείξεις  $V_i$  και  $V_{LM}$ :

$$\theta_i = P(V_i, V_{LM})$$

Από την διαδικασία υπολογισμού του προηγούμενου υποκεφαλαίου μπορούμε να εκτιμήσουμε τον ελάχιστο βαθμό των  $V_i$  και  $V_{LM}$ , ώστε το πολυώνυμο να έχει αποδεκτό σφάλμα προσέγγισης. Οι συντελεστές του πολυωνύμου θα προσδιοριστούν με μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης, βάσει ενός συνόλου μετρήσεων (“grill”) για διαφορετικούς συνδυασμούς  $\theta_i$  και  $\theta_{ISO}$ .

Ακολουθεί η εκτίμηση του βαθμού των  $V_i$  και  $V_{LM}$ . Μέχρι τώρα έχουμε τις εξής προσεγγίσεις:

- $V_{offi} = a_{Fi} + b_{Fi} \cdot V_{LM}$
- το κέρδος  $G_i$  είναι σταθερό μέγεθος
- $\theta_{ISO} = a_{LM} + b_{LM} \cdot V_{LM}$

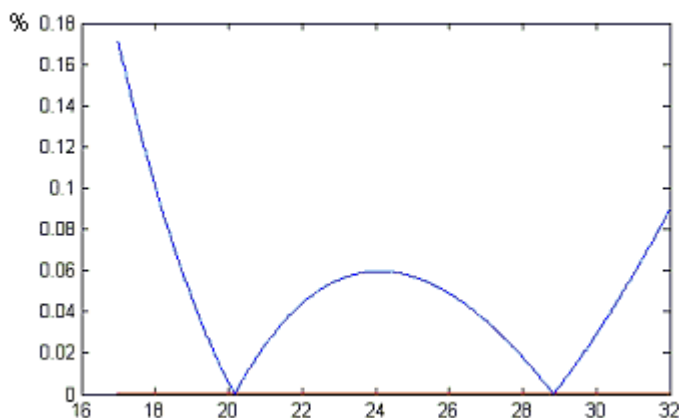
Απομένει να προσεγγίσουμε δύο πολυώνυμα:

*Πρώτον*, την προσέγγιση χαμηλότερου βαθμού του ευθέως πολυωνύμου ITS-90 στην περιοχή θερμοκρασίας περιβάλλοντος για την μετατροπή από  $\theta_{ISO}$  σε  $V_J$ .

*Δεύτερον*, την προσέγγιση χαμηλότερου βαθμού του αντιστρόφου πολυωνύμου ITS-90 στην περιοχή 1V ~ 5V (αντιστοίχως 16°C ~ 83°C περίπου) για την μετατροπή από  $V_E$  σε  $\theta$ .

Για την προσέγγιση της πρώτης περίπτωσης (μετατροπή από  $\theta_{ISO}$  σε  $V_J$ ) υλοποιήσαμε MATLAB model.

Στο επόμενο σχήμα παρατηρούμε το επί τοις εκατό σφάλμα της γραμμικής προσέγγισης (<0.1%) στην περιοχή 18~32°C, το οποίο κρίνεται ικανοποιητικό:



Θεωρούμε συνεπώς γραμμική προσέγγιση:

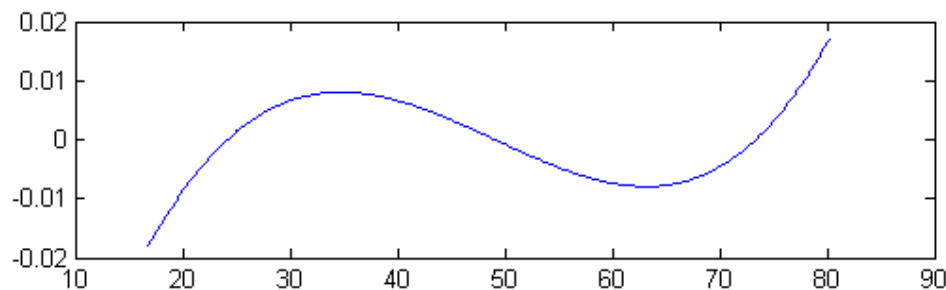
$$V_J = a_J + b_J \cdot \theta_{ISO}$$

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα	Ποσοστιαίο σφάλμα
$a_j$	-2.6568E-5	V	9.7E-3
$b_j$	6.0906E-5	V/°C	1.7E-4

R	SD	N	P
1	7.8126E-7	301	<0.0001

Για την προσέγγιση της δεύτερης περίπτωσης (μετατροπή από  $V_E$  σε  $\theta$ ) υλοποιήσαμε πάλι MATLAB model.

Διαπιστώνουμε ότι για την προσέγγιση δεύτερου βαθμού το μέγιστο σφάλμα είναι  $\pm 0.02^\circ\text{C}$  :



Θεωρούμε συνεπώς τετραγωνική προσέγγιση:

$$\theta = a_T + b_T \cdot V_E + c_T \cdot V_E^2$$

Παράμετρος	Τιμή	Μονάδα	Ποσοστιαίο σφάλμα
$a_T$	0.1134	°C	2.1E-3
$b_T$	16913.42	°C/V	1.02E-4
$c_T$	-178800.8	°C/V <sup>2</sup>	1.58E-3

R-Square(COD)	SD	N	P
1	0.00678	401	<0.0001

Τελικά, οι προσεγγίσεις ελαχίστου βαθμού του ITS-90 για τις δύο περιπτώσεις είναι οι εξής:

- $V_J = a_J + b_J \cdot \theta_{\text{ISO}}$
- $\theta = a_T + b_T \cdot V_E + c_T \cdot V_E^2$

Εισάγουμε τις προσεγγίσεις αυτές στη διαδικασία υπολογισμού θερμοκρασίας της προηγούμενης παραγράφου και λαμβάνουμε την εξής **απλοποιημένη διαδικασία**:

- $V_{\text{offi}} = a_{\text{Fi}} + b_{\text{Fi}} \cdot V_{\text{LM}}$
- $V_{\text{oxi}} = (V_i - V_{\text{offi}}) / G_i$
- $\theta_{\text{ISO}} = a_{\text{LM}} + b_{\text{LM}} \cdot V_{\text{LM}}$
- $V_J = a_J + b_J \cdot \theta_{\text{ISO}}$
- $V_{\text{Ei}} = V_J + V_{\text{oxi}}$
- $\theta_i = a_T + b_T \cdot V_{\text{Ei}} + c_T \cdot V_{\text{Ei}}^2$

Παρατηρούμε ότι όλα τα βήματα είναι γραμμικοί μετασχηματισμοί με εξαίρεση το τελευταίο, όπου υπεισέρχεται ο όρος  $V_{\text{Ei}}^2$ . Ο όρος  $V_{\text{Ei}}$  περιέχει και τα δύο ορίσματα  $V_i$  και  $V_{\text{LM}}$ , συνεπώς καταλήγουμε σε τετραγωνική μορφή.

Στα κανάλια  $i=1$  ως 4 αντιστοιχούν οι ακόλουθες τετραγωνικές μορφές:

$$\theta_i = a_{i1} \cdot V_i^2 + a_{i2} \cdot V_{LM}^2 + a_{i3} \cdot V_i \cdot V_{LM} + a_{i4} \cdot V_i + a_{i5} \cdot V_{LM} + a_{i6}$$

Οι συντελεστές των τετραγωνικών μορφών θα υπολογιστούν με αριθμητική μέθοδο. Όμως για την επιτυχή εκτέλεση της αριθμητικής μεθόδου χρειάζονται κατάλληλες αρχικές τιμές των συντελεστών. Αν αντικαταστήσουμε στην ανωτέρω απλοποιημένη διαδικασία τις παραμέτρους της προσεγγίσεως κάθε στοιχείου λαμβάνουμε :

	$a_{i1}$ σε °C/V <sup>2</sup>	$a_{i2}$ σε °C/V <sup>2</sup>	$a_{i3}$ σε °C/V <sup>2</sup>	$a_{i4}$ σε °C/V	$a_{i5}$ σε °C/V	$a_{i6}$ σε °C
i=1	-1.920E-1	-6.318	-1.101	1.753E+1	1.006E+2	-5.502E-1
i=2	-1.920E-1	-6.226	-1.093	1.754E+1	9.986E+1	-7.607E-1
i=3	-1.940E-1	-6.378	-1.112	1.763E+1	1.011E+2	-8.850E-1
i=4	-1.920E-1	-6.260	-1.096	1.753E+1	1.001E+2	-4.600E-1

Οι παραπάνω τιμές συντελεστών θεωρούνται ενδεικτικές. Θα χρησιμοποιηθούν ως **αρχικές τιμές της αριθμητικής μεθόδου** στο MATLAB για τον υπολογισμό των τιμών, οι οποίες ελαχιστοποιούν το θερμοκρασιακό σφάλμα.

#### 4.2.2 Η διαδικασία των μετρήσεων

Προκειμένου να εκτελέσουμε αριθμητική μέθοδο υπολογισμού των συντελεστών της τετραγωνικής μορφής εκάστου καναλιού χρειαζόμαστε σειρά μετρήσεων. Πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις σε διαφορετικές θερμοκρασίες νερού. Για θερμοκρασίες πάνω από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος χρησιμοποιήθηκε ζεσταμένο νερό, οπότε λαμβάναμε μετρήσεις κατά την πτώση της θερμοκρασίας, ενώ για θερμοκρασίες χαμηλότερες αυτής του περιβάλλοντος λαμβάναμε μετρήσεις κατά την άνοδο της θερμοκρασίας ψυγμένου νερού. Σε κάθε περίπτωση το νερό τοποθετήθηκε σε αδιαβατικό δοχείο, ώστε ο ρυθμός μεταβολής θερμοκρασίας να είναι ο ελάχιστος δυνατός.

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι ο ενδείκτης του θερμομέτρου αναφοράς Thandar διαθέτει μόνο ένα δεκαδικό ψηφίο (ακρίβεια 0.1°C) και κατά την λήψη των μετρήσεων ακολουθήσαμε την εξής τακτική:

Όταν μία ένδειξη ήταν σταθεροποιημένη για κάποιο χρονικό διάστημα, λαμβάναμε τη μέτρηση στο χρονικό μέσο του διαστήματος. Αυτό ήταν ως έναν βαθμό δυνατό επειδή η φθίνουσα (ή αυξουσα) αλλαγή των ενδείξεων είχε ένα σχεδόν σταθερό ρυθμό για κάθε επίπεδο θερμοκρασίας. Δεν λαμβάναμε μετρήσεις, όταν υπήρχαν γρήγορες ή μη αναμενόμενες αλλαγές ένδειξης θερμοκρασίας από το θερμομέτρο αναφοράς. Πρόσθετη δυσκολία για την επιλογή του χρόνου λήψης μέτρησης σε κάθε περίπτωση ήταν η χρονική καθυστέρηση του θερμομέτρου αναφοράς Thandar.

Ακόμη διαπιστώσαμε μία σημαντική απόκλιση περίπου 0.8°C της ένδειξης του Thandar σε σύγκριση με την ένδειξη θερμομέτρου ακριβείας (υδραργύρου) σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Η απόκλιση αυτή ήταν σχεδόν σταθερή, γεγονός που επέτρεπε τη διόρθωση σε μεγάλο βαθμό. Εκτιμούμε όμως ότι η διόρθωση δεν ήταν πλήρης, γιατί διαπιστώναμε ελαφρές μεταβολές της απόκλισης (της τάξεως των 0.05°C). Από τα ανωτέρω είναι εμφανές ότι μία ανακρίβεια της τάξης 0.1°C είναι αναμενόμενη στις μετρήσεις με το Thandar.

Επίσης χρησιμοποιήθηκε αναδευτήρας, ώστε να επιτευχθεί ισοκατανομή θερμοκρασίας στο νερό του δοχείου. Καλύψαμε με νιτροκυτταρίνη τις άκρες των θερμοζευγών για να τα προστατέψουμε από τυχούσες επιδράσεις του νερού στην τάση των άκρων των θερμοζευγών.

Επίσης κατέστη δυνατό να πλησιάσουμε τα θερμοζεύγη και το Thandar TH302 σε ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους, ώστε να βρίσκονται όσο το δυνατόν στην ίδια θερμοκρασία ( $i=1..4$ ,  $\theta_i=\theta$ ).

Η σειρά των μετρήσεων έχει μορφή πίνακα όπου κάθε γραμμή είναι της μορφής:

$$[V_1, V_2, V_3, V_4, V_{LM}, \text{ένδειξη } \theta].$$

Πήραμε 43 μετρήσεις (αρχείο thmetriseis.txt) για τον υπολογισμό των συντελεστών της τετραγωνικής μορφής κάθε καναλιού, και 15 μετρήσεις (αρχείο thver.txt) για επαλήθευση (βλ. παράρτημα).

### 4.2.3 Η αριθμητική μέθοδος προσέγγισης

Από τον πίνακα μετρήσεων εξάγουμε για κάθε κανάλι- $i$  πίνακα xdata με γραμμές της μορφής :

$$[V_i^2, V_{LM}^2, V_i \cdot V_{LM}, V_i, V_{LM}, 1]$$

Από την στήλη των θερμοκρασιακών ενδείξεων του πίνακα μετρήσεων εξάγουμε το διάνυσμα-στήλη ydata των πραγματικών τιμών θερμοκρασίας.

Το διάνυσμα  $x$  είναι το εκτιμώμενο διάνυσμα των συντελεστών της τετραγωνικής μορφής για κανάλι- $i$ .

Το γινόμενο  $xdata \cdot x$  (πίνακας επί διάνυσμα) μάς δίνει ένα διάνυσμα-στήλη των υπολογιζομένων τιμών θερμοκρασίας.

Συνεπώς  $f = xdata \cdot x - ydata$  είναι το διάνυσμα σφαλμάτων των υπολογιζομένων τιμών θερμοκρασίας ως προς τις πραγματικές μετρήσεις για κανάλι- $i$ .

Θα εφαρμόσουμε αριθμητική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων: Μας ενδιαφέρει η τιμή του  $x$  για την οποία

$$\|f\|^2 = \sum_{i=1}^m f^2(i) = \min$$

όπου  $m$ : αριθμός στοιχείων του  $f$  (=αριθμός μετρήσεων).

Στο MATLAB υπάρχει η συνάρτηση lsqnonlin (least squares **non linear**), η οποία επιλύει το πρόβλημα αυτό. Στο παράρτημα παρουσιάζεται αναλυτικά όλη η σχετική διαδικασία.

Στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εκτέλεσης της αριθμητικής μεθόδου.

#### 4.2.4 Οι συντελεστές της τετραγωνικής μορφής εκάστου καναλιού

Ακολουθούν πίνακες αποτελεσμάτων των συντελεστών της τετραγωνικής μορφής κάθε καναλιού  $i$ :

$$\theta_i = a_{i1} \cdot V_{outi}^2 + a_{i2} \cdot V_{LM}^2 + a_{i3} \cdot V_{outi} \cdot V_{LM} + a_{i4} \cdot V_{outi} + a_{i5} \cdot V_{LM} + a_{i6}$$

$i=1$		$i=2$	
$a_{i1}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-9.810911677629820e-2	$a_{i1}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-1.009473290209936e-1
$a_{i2}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-6.799999999999928	$a_{i2}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-6.799999999999825
$a_{i3}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-1.034148215601719e-1	$a_{i3}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-6.078600571435052e-2
$a_{i4}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.683277988615481e+1	$a_{i4}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.684548169223528e+1
$a_{i5}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.036521761681680e+2	$a_{i5}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.025082947062589e+2
$a_{i6}$ σε $^{\circ}\text{C}$	-1.397544658822974	$a_{i6}$ σε $^{\circ}\text{C}$	-1.494728470441633

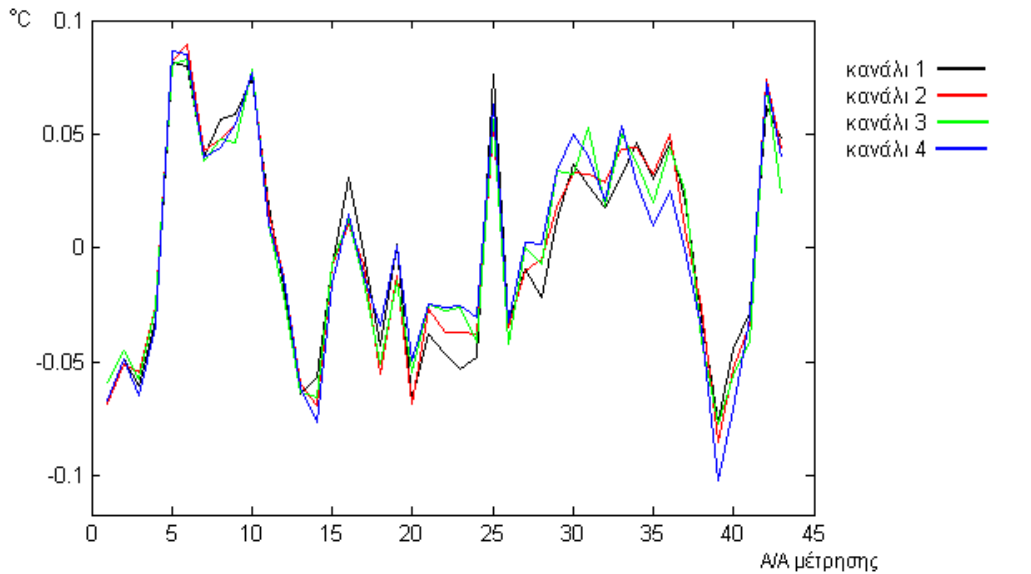
$i=3$		$i=4$	
$a_{i1}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-9.955148186245542e-2	$a_{i1}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-1.011744164802472e-1
$a_{i2}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-6.799999999999765	$a_{i2}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-6.799999999999976
$a_{i3}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-6.168669342751616e-2	$a_{i3}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}^2$	-6.835517705278293e-2
$a_{i4}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.694816608018055e+1	$a_{i4}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.682342387212858e+1
$a_{i5}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.036790883529112e+2	$a_{i5}$ σε $^{\circ}\text{C}/\text{V}$	1.030022049076768e+2
$a_{i6}$ σε $^{\circ}\text{C}$	-1.615322400197118	$a_{i6}$ σε $^{\circ}\text{C}$	-1.277760574805152

#### 4.2.5 Σφάλματα μέτρησης και ακρίβεια μεθόδου τετραγωνικής μορφής

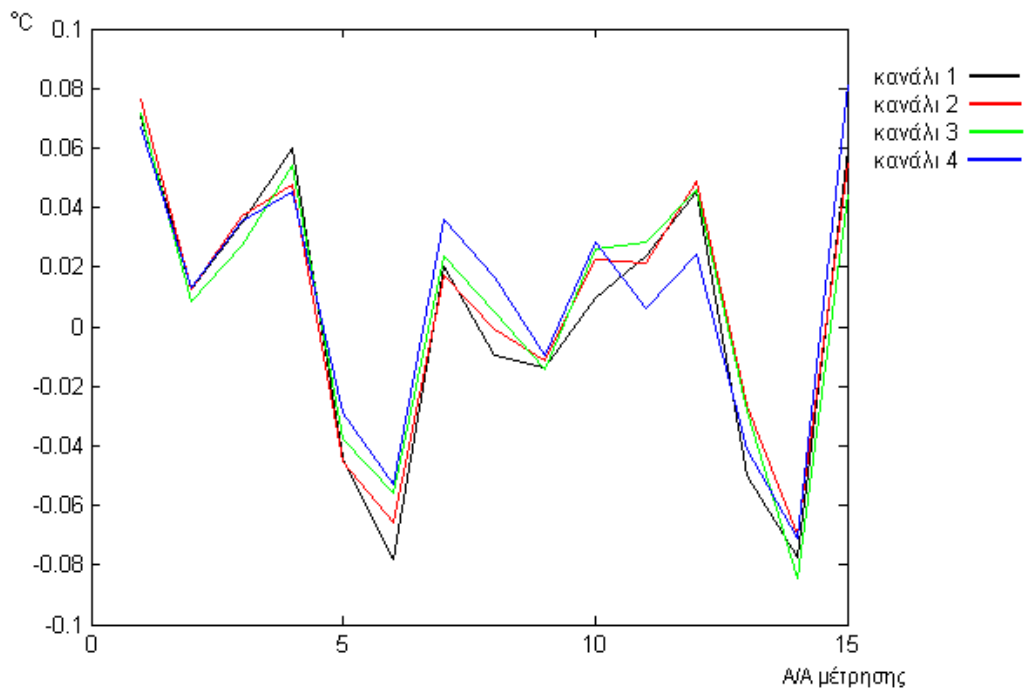
Αφού προσδιορίσαμε τους συντελεστές της τετραγωνικής μορφής εκάστου καναλιού, πρέπει να ελέγξουμε την ακρίβεια αυτής της μεθόδου υπολογισμού της θερμοκρασίας (βλ. παράρτημα).

Η γραφική παράσταση που ακολουθεί παρουσιάζει το σφάλμα της υπολογιζόμενης θερμοκρασίας έναντι της θερμοκρασίας μέτρησης, για τις (43) μετρήσεις που περιέχονται στο αρχείο "thmetriseis.txt".



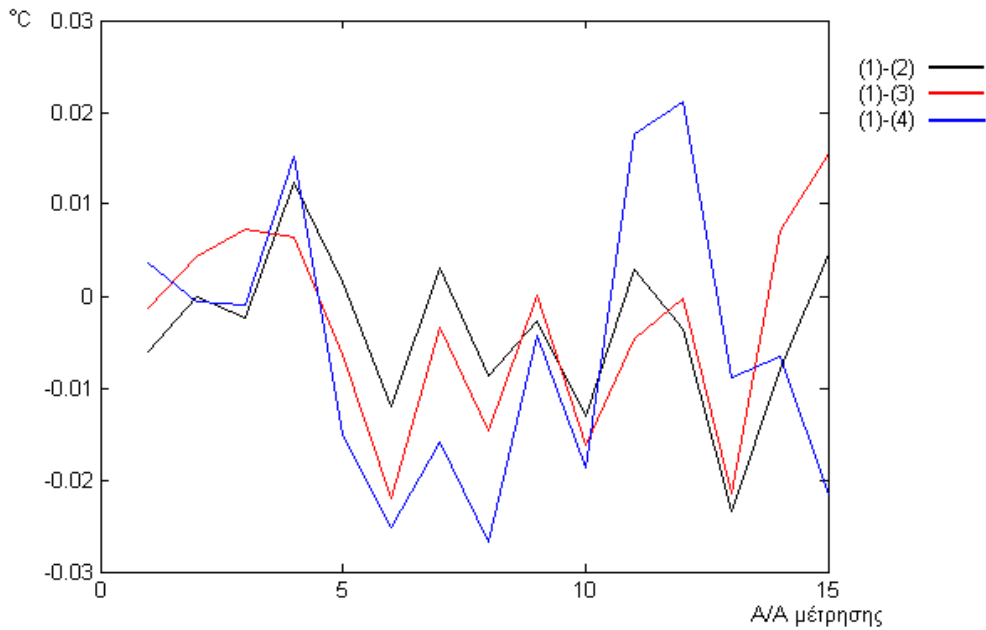


Επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία για το σύνολο των (15) μετρήσεων επαλήθευσης που περιέχονται στο αρχείο “thver.txt”.



Διαπιστώνουμε από τις προηγούμενες γραφικές παραστάσεις, ότι το σφάλμα προσέγγισης της θερμοκρασίας κυμαίνεται εντός της περιοχής (-0.08°C , +0.08°C). Αυτό ήταν αναμενόμενο με βάση όσα προαναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.2.2 («διαδικασία των μετρήσεων») σχετικά με την ανακρίβεια του θερμομέτρου αναφοράς Thandar. Εκτιμούμε δηλαδή ότι η ανακρίβεια αυτή δεν είναι προέρχεται κατά κύριο λόγο από το σύστημά μας, αλλά από το θερμομέτρο αναφοράς.

Η παρατήρηση που ενισχύει αυτή την εκτίμηση είναι ότι τα διαφορετικά κανάλια μέτρησης έχουν ομοιότροπη διακύμανση, δηλαδή οι υπολογιζόμενες τιμές θερμοκρασίας για διαφορετικά κανάλια συμπίπτουν σε μεγάλο βαθμό μεταξύ τους. Αυτό φαίνεται παραστατικότερα στο επόμενο διάγραμμα, όπου απεικονίζονται οι διαφορές μεταξύ των καναλιών για τις μετρήσεις επαλήθευσης:



Οι διαφορές αυτές κυμαίνονται περίπου εντός της περιοχής (-0.025°C , +0.025°C) και μπορούν να οφείλονται είτε σε κατανομή θερμοκρασίας μεταξύ των θερμοζευγών, είτε θόρυβο. Σύμφωνα με τον θόρυβο του σήματος λήψης των θερμοζευγών (καθώς και τον κβαντικό θόρυβο του A/D), δεν αναμέναμε ακρίβεια καλύτερη από 0.02°C. Από τα ανωτέρω προκύπτει ότι έχουμε φτάσει στα όρια της εφικτής ακρίβειας.

## 4.3 Παράρτημα Κεφαλαίου

### 4.3.1 Μετρήσεις

#### Σύνολο 43 μετρήσεων για υπολογισμό (thmetriseis.txt)

$V_1[V]$	$V_2[V]$	$V_3[V]$	$V_4[V]$	$V_{LM}[V]$	ένδειξη $\theta$
-0.3226	-0.3014	-0.3072	-0.3212	0.2228	15.2
-0.1969	-0.1759	-0.1827	-0.1955	0.2228	17.3
-0.0841	-0.0628	-0.0708	-0.083	0.2227	19.2
0.2028	0.2238	0.2142	0.2041	0.2228	24
0.3564	0.377	0.3663	0.3582	0.2232	26.5
0.7473	0.7681	0.7546	0.7493	0.2234	33.1
0.9853	1.0055	0.9906	0.9871	0.2234	37.1
1.0519	1.0714	1.0563	1.053	0.2235	38.2
1.2305	1.2501	1.2334	1.2322	0.2234	41.1
1.472	1.4919	1.4741	1.4743	0.2236	45.1
1.5546	1.5741	1.5554	1.5563	0.2234	46.5
2.0147	2.0344	2.0124	2.0175	0.2233	54.1
2.1337	2.1534	2.1309	2.1366	0.2233	56.1
2.9911	3.0097	2.9816	2.9936	0.2235	70.1
3.1785	3.1979	3.1683	3.182	0.2231	73
-0.611	-0.5877	-0.5953	-0.6089	0.2654	14.5
-0.4544	-0.4305	-0.4395	-0.452	0.2646	17.1
0.8154	0.8377	0.8212	0.8192	0.2683	38.8
0.886	0.9082	0.8908	0.8893	0.269	40
1.095	1.1178	1.1	1.0995	0.2696	43.6
1.1866	1.2101	1.191	1.1909	0.2697	45.1
1.2863	1.3097	1.2903	1.2911	0.2701	46.8
1.3941	1.4178	1.3978	1.3994	0.2702	48.6

1.4713	1.4946	1.4732	1.476	0.2705	49.9
1.6291	1.6504	1.6283	1.6321	0.2712	52.5
1.967	1.9894	1.9644	1.9711	0.271	58.1
2.0361	2.0585	2.0341	2.0409	0.2709	59.2
2.1506	2.174	2.1481	2.1562	0.271	61.1
2.3396	2.3623	2.3362	2.3453	0.2714	64.2
2.5904	2.6125	2.5836	2.5958	0.2717	68.3
2.8706	2.8932	2.8636	2.8763	0.2715	72.9
-0.6789	-0.6521	-0.6617	-0.6747	0.2888	15.7
-0.6466	-0.6198	-0.6286	-0.6413	0.28847	16.2
1.039	1.063	1.043	1.042	0.2881	44.4
1.443	1.467	1.444	1.446	0.28803	51.1
1.504	1.528	1.505	1.507	0.28812	52.1
1.557	1.58	1.558	1.56	0.28812	53
1.578	1.602	1.578	1.582	0.28814	53.4
1.935	1.958	1.933	1.938	0.28791	59.3
1.985	2.008	1.982	1.988	0.28802	60.1
2.665	2.688	2.657	2.67	0.28799	71.2
2.854	2.878	2.846	2.86	0.28815	74.2
2.984	3.007	2.973	2.989	0.2884	76.4

### Σύνολο 15 μετρήσεων για επαλήθευση (thver.txt)

<u>V<sub>1</sub>[V]</u>	<u>V<sub>2</sub>[V]</u>	<u>V<sub>3</sub>[V]</u>	<u>V<sub>4</sub>[V]</u>	<u>V<sub>LM</sub>[V]</u>	<u>ένδειξη θ</u>
0.829	0.8495	0.8356	0.8305	0.2232	34.4
1.53	1.5497	1.5312	1.5322	0.2234	46.1
2.0751	2.0947	2.0722	2.0778	0.2234	55.1
3.3051	3.3237	3.2935	3.3083	0.2233	75.1
0.9771	1	0.9826	0.9814	0.2694	41.6
1.3267	1.3502	1.3306	1.3318	0.2701	47.5
1.5572	1.5797	1.5583	1.5619	0.271	51.3
2.2484	2.2713	2.2452	2.2543	0.2711	62.7
2.4298	2.4523	2.4244	2.4345	0.2714	65.7
-0.6662	-0.6393	-0.6482	-0.6611	0.28857	15.9
1.013	1.037	1.018	1.016	0.28819	44
1.528	1.552	1.529	1.531	0.28815	52.5
1.843	1.868	1.843	1.848	0.2878	57.7
2.019	2.043	2.016	2.024	0.28811	60.7
2.78	2.803	2.771	2.7866	0.28816	73

Πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι οι παραπάνω ενδείξεις θερμοκρασίας του Thandar TH302 πρέπει να διορθωθούν με την πρόσθεση 0.8°C, ώστε να ανταποκρίνονται στην πραγματική τιμή.

### 4.3.2 Η αριθμητική μέθοδος στο MATLAB

(Συνέχεια από παράγραφο 4.2.3)

Υλοποιήσαμε στο MATLAB την συνάρτηση dthermo:

```
function [f,J]=dthermo(x)
global xdata ydata
f=xdata*x-ydata;
J=xdata;
```

Εκτός από το διάνυσμα σφαλμάτων  $f$ , η  $dthermo$  επιστρέφει μία δεύτερη έξοδο  $J$ , που είναι ο ιακωβιανός πίνακας (Jacobian matrix) στο σημείο  $x$ . Αν η  $tho$  επιστρέφει διάνυσμα σφαλμάτων  $f$   $m$ -στοιχείων (εδώ  $m=43$ ) και το  $x$  έχει μήκος  $n$  (εδώ  $n=6$ ), τότε  $J$  είναι ένας πίνακας  $m \times n$ , όπου  $J(i,j)$  είναι η μερική παράγωγος της  $f(i)$  ως

προς  $x(j)$ . Συνεπώς στην περίπτωση μας  $J=xdata$ . Η αριθμητική μέθοδος χρησιμοποιεί την ιακωβιανή για την επιλογή κατεύθυνσης τού βήματος του αλγορίθμου.

Στο MATLAB υπάρχει η συνάρτηση `lsqnonlin` (**l**east **s**quares **n**on **l**inear), η οποία επιλύει το πρόβλημα αυτό.

Πριν την εκτέλεση της συνάρτησης `lsqnonlin` είναι απαραίτητη η εκτέλεση εντολών με τις οποίες αρχικοποιούνται τα ορίσματα της. Οι εντολές αυτές περιέχονται στα MATLAB models `mysets1.m`, `mysets2.m`, `mysets3.m` και `mysets4.m` για τα κανάλια 1,2,3 και 4 αντιστοίχως.

Στα μοντέλα αυτά δημιουργούνται οι προαναφερθείσες δομές `xdata` και `ydata` (απαραίτητες για την εκτέλεση της αριθμητικής μεθόδου), καθώς επίσης οι αντίστοιχες `xdataver` και `ydataver` (απαραίτητες για την επαλήθευση της τετραγωνικής μορφής).

Η δομή (structure) `myopt` αφορά τα `options` κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου της `lsqnonlin`. Προκύπτει από την εκτέλεση της συνάρτησης `optimset` (**o**ptimization **o**ptions **s**etting) με τα κατάλληλα ορίσματα:

`MaxIter`: μέγιστος επιτρεπτός αριθμός επαναλήψεων αλγορίθμου

`MaxFunEval`: μέγιστος επιτρεπτός αριθμός υπολογισμών τιμής συνάρτησης

`TolX`: κριτήριο τερματισμού που αφορά το βήμα μεταβολής του διανύσματος συντελεστών  $x$ .

`TolFun`: κριτήριο τερματισμού που αφορά το βήμα μεταβολής της  $f$ .

`Jacobian`: αφορά την χρήση της ιακωβιανής (ναι ή όχι).

Ακολουθεί το `mysets1.m`:

```
load -ascii 'thmetriseis.txt';
```

```
vi=thmetriseis(:,1);
```

```
v1m=thmetriseis(:,5);
```

```
theta=[thmetriseis(:,6)];
```

```
theta=theta+ones(size(t))*0.8;
```

```
global xdata ydata;
```

```
ydata=theta;
```

```
xdata=[vi.^2,v1m.^2,vi.*v1m,vi,v1m,ones(size(v1m))];
```

```
ai=ones(6,1);
```

```
ai(1)=-0.192;
```

```
ai(2)=-6.32;
```

```
ai(3)=-1.1;
```

```
ai(4)=17.5;
```

```
ai(5)=100.6;
```

```
ai(6)=-0.55;
```

```
lb=abs(ai)*(-100);
```

```
lb(2)=-6.8;
```

```
ub=abs(ai)*(100);
```

```
ub(2)=-5.8;
```

```
myopt=optimset('MaxFunEvals',1e5,'maxiter',1e4,'largescale','on','tolcon',1e-6);
```

```
myopt=optimset(myopt,'tolfun',1e-15,'tolx',1e-12,'jacobian','on');
```

```
%xx=lsqnonlin(@dthermo,ai,lb,ub,myopt)
```

```
load -ascii 'thver.txt';
```

```
viver=thver(:,1);
```

```
v1mver=thver(:,5);
```

```
thetaver=[thver(:,6)];
```

```

thetaver=thetaver+ones(size(tver))*0.8;
xdataver=[viver.^2,vlmver.^2,viver.*vlmver,viver,vlmver,ones(size(vlmver))];
ydataver=thetaver;

```

Ομοίως και τα MATLAB “models” mysets2.m, mysets3.m και mysets4.m, με εξαίρεση τα στοιχεία που σημειώνονται με “bold” χαρακτήρες: Σε κάθε κανάλι αντιστοιχεί διαφορετικό (αν και ελάχιστα διαφοροποιημένο) αρχικό διάνυσμα συντελεστών  $a_i$ . Επίσης, σε κανάλι- $i$  αντιστοιχεί η στήλη- $i$  του αρχείου μετρήσεων.

Στη συνέχεια, εκτελούμε στο MATLAB για έκαστο κανάλι:

```
xx=lsqnonlin(@dthermo,ai,lb,ub,myopt);
```

όπου:

xx: διάνυσμα συντελεστών που υπολογίστηκαν για το κανάλι.

ai: αρχικό διάνυσμα συντελεστών για το κανάλι.

lb: (lower bound): κάτω όριο των συντελεστών.

ub: (upper bound): άνω όριο των συντελεστών.

myopt: δομή παραμέτρων βελτιστοποίησης που αντικαθιστούν τις default τιμές.

Στη συνέχεια μπορούμε να διαπιστώσουμε την ακρίβεια της μεθόδου μας:

```
err=xdata*xx-ydata;
```

ή

```
err=xdataver*xx-ydataver;
```

Σχετικά με την εκτέλεση της αριθμητικής μεθόδου που χρησιμοποιήσαμε, πρέπει να αναφέρουμε το εξής: η εκτέλεση της αριθμητικής μεθόδου ήταν αρχικά ασταθής ως προς τον συντελεστή  $a_{i2}$  (του όρου  $V_{LM}^2$ ), γιατί στις μετρήσεις μας έχουμε μικρό εύρος τιμών για την  $V_{LM}$  (που αντιστοιχεί σε μικρό εύρος τιμών της θερμοκρασίας περιβάλλοντος). Γι αυτό δεν πρέπει να επιτρέψουμε την μεταβολή του συγκεκριμένου συντελεστή ως προς την αρχική του τιμή, παρά μόνο στα πλαίσια ενός εκτιμώμενου σφάλματος. Το MATLAB παρέχει αυτήν την δυνατότητα, που καθιστά την εκτέλεση της αριθμητικής μεθόδου ευσταθή.

## 5. Το σύστημα του ελεγκτή

Το συνολικό θερμοκρασιακό σύστημα ελέγχου του διαγράμματος 2.2 είναι ένα κλειστό σύστημα ελέγχου διακριτού χρόνου και αποτελείται από:

- το υπό έλεγχο θερμικό σύστημα βάσης δείγματος
- το σύστημα καναλιών μέτρησης θερμοκρασίας
- σύστημα υπολογισμού θερμοκρασίας
- τον ελεγκτή
- και το τροφοδοτικό.

Ο ελεγκτής είναι το κυριότερο υποσύστημα του ελέγχου. Στην είσοδό του δέχεται α) την τιμή της τρέχουσας θερμοκρασίας επιλεγμένου σημείου της βάσης, και β) το “set point” (θερμοκρασία σταθεροποίησης) από εντολή του χρήστη. Η έξοδός του είναι η υπολογιζόμενη τιμή ισχύος με την οποία οδηγείται το τροφοδοτικό.

Το σύστημα του ελεγκτή είναι διακριτού χρόνου (αφού είναι μέρος του συνολικού διακριτοποιημένου συστήματος ελέγχου). Έχει υλοποιηθεί προγραμματιστικά στο LabView.

Η διαδικασία προσδιορισμού του ελεγκτή είναι σύνθετη. Προϋποθέτει μία εκτίμηση της φυσικής συμπεριφοράς του συστήματος που θέλουμε να ελέγξουμε. Αρχικά γίνεται μία προσπάθεια μοντελοποίησης (modelling) του υπό έλεγχο συστήματος βάσει των φυσικών του χαρακτηριστικών. Στην περίπτωση του θερμικού συστήματος της βάσης η μοντελοποίηση γίνεται μέσω ενός θερμικού δικτύου. Όμως η μορφή του θερμικού δικτύου δεν προκύπτει κατά τρόπο μονοσήμαντο από το πραγματικό σύστημα, αλλά εξαρτάται από τις παραδοχές που έχουμε θεωρήσει και το βαθμό απλοποίησης που μπορούμε να επιτύχουμε. Σε κάθε περίπτωση θα έχουμε ένα γενικό μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε κατά την αναγνώριση (identification) του θερμικού συστήματος. Η αναγνώριση συνίσταται στον προσδιορισμό των παραμέτρων του γενικού μοντέλου που έχουμε επιλέξει. Οι παράμετροι αυτές μπορούν να προσδιοριστούν με μετρήσεις της εξόδου (δηλ. της θερμοκρασίας) ύστερα από κατάλληλη διέγερση του συστήματος.

Μετά τον προσδιορισμό συγκεκριμένου μοντέλου για το υπό έλεγχο (θερμικό) σύστημα γίνεται επιλογή του ελεγκτή (γενική μορφή) και προσδιορισμός των συντελεστών του βάσει των προδιαγραφών που έχουμε θέσει για τον έλεγχο.

### 5.1 Θεωρητικό μέρος

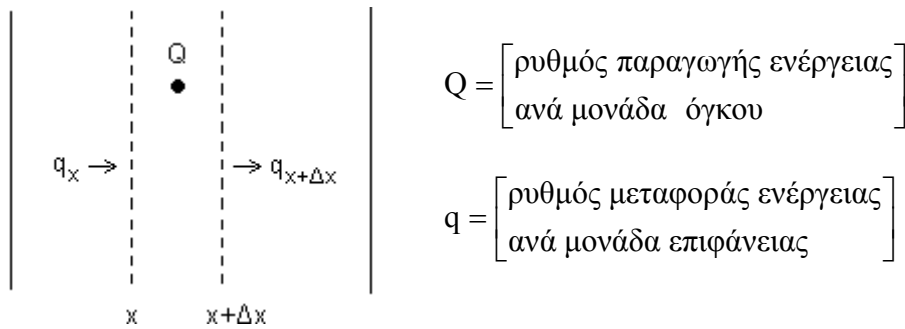
Για την κατάλληλη επιλογή ελεγκτή χρειάζεται η γνώση του μαθηματικού μοντέλου του υπό έλεγχο συστήματος. Γι αυτό το λόγο στο παρόν υποκεφάλαιο αναπτύσσουμε απαραίτητα στοιχεία από τη θεωρία των θερμικών συστημάτων, των θερμικών δικτύων και την θεωρία αναγνώρισης συστημάτων. Επίσης κάνουμε μία εισαγωγή στον αυτόματο έλεγχο και αναλύουμε τους ελεγκτές PID.

#### 5.1.1 Θερμικά Συστήματα

##### α. Μεταφορά Θερμότητας σε Στερεά

Όταν ένα σώμα έχει διαφορετικές θερμοκρασίες σε δύο σημεία του τότε υπάρχει μεταφορά θερμότητας από το θερμότερο στο ψυχρότερο σημείο. Για τον υπολογισμό των φυσικών σχέσεων χρησιμοποιούμε το ισοζύγιο ενεργειών σε στοιχειώδη όγκο.

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση κατακόρυφης πλάκας, της οποίας οι διαστάσεις YZ είναι πολύ μεγάλες συγκριτικά με το πάχος της (διάσταση X).



Η εξίσωση για την μεταφορά θερμότητας σε αυτό το απλοποιημένο σύστημα προκύπτει από την ισορροπία ενέργειας σε ένα στοιχειώδες διάστημα (πάχος)  $\Delta x$ . Θεωρούμε σταθερό εμβαδό  $A = \Delta y \Delta z$  και στοιχειώδη όγκο  $V = A \cdot \Delta x$ . Αυτή η ισορροπία ενέργειας εκφράζεται ως εξής:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{ρυθμός μεταβολής} \\ \text{ενέργειας εντός } V \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{συνολικός ρυθμός ροής} \\ \text{ενέργειας προς } V \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{ρυθμός παραγωγής} \\ \text{ενέργειας εντός } V \end{array} \right]$$

Διευκρινίζεται ότι ο «συνολικός ρυθμός ροής ενέργειας προς  $V$ » αντιστοιχεί στη διαφορά εισόδου-εξόδου ροής της ενέργειας προς και από  $V$ .

Αν  $\rho$ : η πυκνότητα του στερεού  
και  $e$ : η ενέργεια ανά μονάδα μάζας,  
τότε το γινόμενο  $\rho \cdot e$  είναι η ενέργεια ανά μονάδα όγκου. Συνεπώς έχουμε:

$$\frac{d}{dt}(\rho e \cdot A \Delta x) = q_x A - q_{x+\Delta x} A + Q \cdot A \Delta x$$

Αν διαιρέσουμε με  $A \Delta x$  και λάβουμε το όριο για  $\Delta x \rightarrow 0$ , προκύπτει:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\frac{\partial}{\partial x} q + Q$$

Στα στερεά σώματα δεν έχουμε μεταφορά μάζας και συνεπώς αγνοούμε όρους κινητικής και δυναμικής ενέργειας. Μπορούμε να θεωρήσουμε  $e \approx c \cdot \theta$ , όπου  $c$  είναι η ειδική θερμότητα του υλικού και  $\theta$  η θερμοκρασία. Θεωρώντας αυτήν την απλοποίηση και γενικεύοντας στις τρεις διαστάσεις λαμβάνουμε:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c \theta) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + Q$$

Από τον νόμο διάδοσης θερμότητας του Fourier:  $\vec{q} = -k \cdot \vec{\nabla} \theta$ , όπου  $k$  είναι ο συντελεστής θερμικής διάδοσης, προκύπτει τελικά:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c \theta) = \vec{\nabla} \cdot k \vec{\nabla} \theta + Q$$

Η γνώση των  $\rho(x,y,z)$ ,  $c(x,y,z)$ ,  $k(x,y,z)$  και  $Q(x,y,z,t)$  δεν είναι συνήθως εφικτή στις πρακτικές εφαρμογές, γι αυτό αναζητούνται απλοποιημένα θερμικά μοντέλα.

Επίσης σε πρακτικές εφαρμογές (όπως η δική μας) το στερεό σώμα είναι εκτεθειμένο στον περιβάλλοντα αέρα, ο οποίος αποτελεί μέρος του θερμικού συστήματος και το επηρεάζει Συνεπώς η ανάλυση για την περίπτωση στερεού συστήματος δεν μας καλύπτει πλήρως.

### β. Το Μοντέλο του Θερμικού Δικτύου

Σε περιπτώσεις πρακτικών εφαρμογών απαιτείται μία πιο μακροσκοπική θεώρηση του θερμικού μοντέλου. Συγκεκριμένα, αντί να θεωρήσουμε πεπερασμένο όγκο που τείνει στο μηδέν, ώστε να προκύψει η διαφορική εξίσωση της προηγούμενης ενότητας, θεωρούμε ευρύτερους χώρους με σχετικά ομοιογενή και συμμετρικά θερμικά χαρακτηριστικά.

Σε κάθε τέτοιο χώρο αντιστοιχεί τιμή *θερμοκρασίας* και *θερμικής χωρητικότητας*. Μεταξύ των χώρων υπάρχει *θερμική αντίσταση* και *ροή θερμότητας*. Αντικαθιστούμε δηλαδή τις συνεχείς χωρικές κατανομές των φυσικών ιδιοτήτων του συστήματος με τις μακροσκοπικές ιδιότητες των επιλεγμένων χώρων που είναι διακριτές.

Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να σχηματίσουμε ένα θερμικό δίκτυο κατ' αντιστοιχία με τα ηλεκτρικά δίκτυα. Η θερμοκρασία αντιστοιχεί σε ηλεκτρικό δυναμικό. Η θερμική χωρητικότητα ενός επιλεγμένου χώρου αντιστοιχεί σε ένα πυκνωτή. Το ένα άκρο του πυκνωτή είναι δυνατόν να συνδέεται με την «γη» (θερμοκρασία αναφοράς), ενώ το άλλο άκρο αντιστοιχεί σε κόμβο με συγκεκριμένο δυναμικό ως προς τη «γη» (διαφορά θερμοκρασίας του χώρου ως προς τη θερμοκρασία αναφοράς). Μεταξύ των κόμβων υπάρχει θερμική/ωμική αντίσταση και ροή θερμότητας/ηλεκτρικό ρεύμα. Η αντιστοιχία μεταξύ θερμικού και ηλεκτρικού συστήματος συνοψίζεται ως εξής:

Μέγεθος	Θερμικό Σύστημα	Ηλεκτρικό Σύστημα
δυναμικό	διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta$	τάση $v$
ροή	ροή θερμότητας $q$ (ρυθμός μεταφοράς ενέργειας)	ρεύμα $i$
αντίσταση	θερμική: $R = \Delta\theta/q$	ωμική: $R = v/i$
χωρητικότητα	θερμική: $C = (\int qdt)/\Delta\theta$	πυκνωτή: $C = (\int idt)/v$

Η σχέση ενεργειακής ισορροπίας στον  $i$ -οστό χώρο του θερμικού δικτύου:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{ρυθμός μεταβολής ενέργειας} \\ \text{χώρου } i \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{ροή θερμότητας} \\ \text{προς χώρο } i \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{ρυθμός παραγωγής ενέργειας} \\ \text{εντός χώρου } i \end{array} \right]$$

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι η θερμική ενέργεια του  $i$ -οστού χώρου ισούται με  $C_i \cdot T_i$ , όπου  $T_i$  η θερμοκρασία του ως προς κάποια θερμοκρασία αναφοράς. Συνεπώς ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ισούται με  $C_i \cdot \frac{d}{dt} \theta_i$ .

Η ροή θερμότητας προς τον χώρο  $i$  ισούται με  $\sum_j q_{ij}$

όπου:  $q_{ij} = (\theta_j - \theta_i)/R_{ij} =$  ροή θερμότητας από κόμβο  $j$  προς κόμβο  $i$



και  $R_{ij}$  = θερμική αντίσταση μεταξύ κόμβου  $i$  και  $j$

Αν ακόμη  $Q_i$  είναι ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας εντός χώρου  $i$ , έχουμε τελικά:

$$C_i \frac{d}{dt} \theta_i = \sum_j \frac{\theta_j - \theta_i}{R_{ij}} + Q_i$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι ένας τρόπος αναπαράστασης του θερμικού συστήματος που αναφέρεται ως μοντέλο θερμικού δικτύου.

Για στερεό θερμικό σύστημα θεωρούμε ότι οι εσωτερικές του αντιστάσεις είναι αντιστάσεις θερμικής διάδοσης. Αν θεωρήσουμε διάδοση κατά τον  $x$ -άξονα σε μία επιφάνεια  $A$ , τότε η αντίσταση διάδοσης (conduction resistance) είναι:

$$R_{\text{cond}} = \frac{\Delta x}{k \cdot A}$$

όπου  $k$  είναι ο συντελεστής θερμικής διάδοσης.

Αν το σύστημα είναι εκτεθειμένο στον αέρα έχουμε επί πλέον αντίσταση φυσικής απαγωγής προς τον αέρα (natural convection). Για σύστημα κατακόρυφης πλάκας με ύψος  $H$  και πλάτος  $W$  ( $A = W \times H$ ) η αντίσταση φυσικής απαγωγής είναι:

$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{h \cdot A}$$

όπου  $h$  είναι ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας (heat transfer coefficient):

$$h = 0.59 \cdot \frac{\sqrt[4]{Ra} \cdot k}{H}$$

όπου  $Ra$ : αριθμός Rayleigh και  $k$ : συντελεστής θερμικής διάδοσης

Ο αριθμός Rayleigh είναι *ανάλογος* της διαφοράς  $\theta - \theta_0$  της θερμοκρασίας του συστήματος της πλάκας με τη θερμοκρασία περιβάλλοντος. Συνεπώς ισχύουν οι αναλογίες:

$$h \propto \sqrt[4]{\theta - \theta_0}$$

και

$$R_{\text{conv}} \propto \frac{1}{\sqrt[4]{\theta - \theta_0}}$$

Προκύπτει δηλαδή ότι η  $R_{\text{conv}}$  είναι *φθίνουσα* συνάρτηση της διαφοράς  $\theta - \theta_0$ . Αντιστρόφως, η θερμική αγωγιμότητα προς τον αέρα μεγαλώνει με την αύξηση της θερμοκρασίας (εννοούμε πάντοτε διαφορά  $\theta - \theta_0$ ). Η απαγόμενη θερμική ισχύς είναι

$$q = \frac{\theta - \theta_0}{R_{\text{conv}}}$$

και συνεπώς

$$q \propto (\theta - \theta_0)^{5/4}$$

Η φυσική ερμηνεία των παραπάνω σχετίζεται με το γεγονός ότι η πλάκα θερμαίνει τον αέρα που την περιβάλλει. Ως συνέπεια αυτού προκαλούνται ανοδικά ρεύματα αέρα. Έχουμε δηλαδή απαγωγή θερμότητας μέσω μεταφοράς μάζας του θερμαινόμενου αέρα, φαινόμενο που εξαρτάται από το επίπεδο θερμοκρασίας της πλάκας. Συνεπώς δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο περιβάλλον αέρας είναι ένα αμετάβλητο και ανεξάρτητο σύστημα, αλλά συμμετέχει στο διευρυμένο σύστημα της πλάκας.

Γι αυτό, η αντίσταση θερμικής αγωγιμότητας σε ένα θερμικό δίκτυο δεν είναι αμετάβλητη αλλά εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Συνεπώς ένα θερμικό δίκτυο που περιέχει την  $R_{conv}$  δεν είναι γραμμικό.

Παρ' όλα αυτά είναι δυνατόν να θεωρήσουμε, ότι για μία περιορισμένη θερμοκρασιακή περιοχή δεν έχουμε αισθητές μεταβολές της ροής του αέρα. Τότε είναι δυνατή η μοντελοποίηση του θερμικού συστήματος (για ορισμένη περιοχή) με γραμμικό θερμικό δίκτυο.

### 5.1.2 Αναγνώριση Συστημάτων (Identification)

Έστω ότι σ' ένα σύστημα έχουμε σήμα διέγερσης  $u(t)$  και σήμα απόκρισης  $y(t)$ . Το πρόβλημα αναγνώρισης τίθεται γενικά ως ο προσδιορισμός ενός μαθηματικού μοντέλου με βάση τις μετρήσεις εισόδου  $u(t)$  και εξόδου  $y(t)$ , το οποίο να περιγράφει ικανοποιητικά το σύστημα.

Ειδικότερα, η διατύπωση του προβλήματος αναγνώρισης για δεδομένο σύστημα εξαρτάται από τρία στοιχεία: Το σήμα εισόδου  $u(t)$ , τη μορφή του μοντέλου  $M$  και το κριτήριο κόστους  $J$ . Σε κάθε πρόβλημα αναγνώρισης εμφανίζεται επομένως το ζήτημα της κατάλληλης επιλογής του τρίπτυχου  $(u, M, J)$  προκειμένου η αναγνώριση να είναι η καλύτερη δυνατή. Η επιλογή αυτή επηρεάζεται από δύο παράγοντες: Από τις εκ των προτέρων γνώσεις που έχουμε για το σύστημα και από τον σκοπό για τον οποίο κάνουμε την αναγνώριση.

Κατά την αναγνώριση του μοντέλου αντιμετωπίζεται κατ' αρχάς το πρόβλημα του προσδιορισμού της μορφής του μαθηματικού μοντέλου  $M$ . Με τον όρο αυτό αναφερόμαστε στην γραμμικότητα ή μη του μοντέλου, αν είναι συνήθης ή μερική διαφορική εξίσωση κ.ο.κ. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί αν έχουμε *a priori* (εκ των προτέρων) πληροφορίες για το σύστημα. Αν π.χ. γνωρίζουμε εκ των προτέρων ότι το σύστημα είναι γραμμικό, μη χρονικά μεταβαλλόμενο, συνεχούς χρόνου και με συγκεντρωμένες παραμέτρους, τότε το μαθηματικό μοντέλο είναι της μορφής:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)} + a_0y = b^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \dots + b_1u^{(1)} + b_0u$$

με αρχικές συνθήκες  $y(0), y^{(1)}(0), \dots, y^{(n-1)}(0)$ . Στην παρούσα περίπτωση και για δεδομένο  $n$  το πρόβλημα αναγνώρισης συνίσταται στην εκτίμηση των παραμέτρων  $a_{n-1}, \dots, a_0, b_{m-1}, \dots, b_0$  και των αρχικών συνθηκών  $y(0), y^{(1)}(0), \dots, y^{(n-1)}(0)$  με βάση τις μετρήσεις εισόδου-εξόδου.

Μετά την επιλογή του μοντέλου  $M$ , θα πρέπει να καθορισθεί και το κριτήριο κόστους  $J$ . Υπάρχουν πολλά κριτήρια κόστους. Το πιο διαδεδομένο είναι το κριτήριο του τετραγώνου του σφάλματος, δηλαδή

$$J = \int_0^T e^2(t) dt$$

όπου το διάστημα  $(0, T)$  είναι το διάστημα μετρήσεων. Δηλαδή το μαθηματικό μοντέλο πρέπει να προσδιορισθεί, ώστε να ελαχιστοποιεί το κριτήριο κόστους  $J$ . Κατά βάση το πρόβλημα αναγνώρισης συστήματος είναι ένα πρόβλημα προσέγγισης.

Τέλος, πρέπει να επιλεγεί η κατάλληλη διέγερση  $u(t)$ . Όσο πιο μεγάλο είναι το φασματικό περιεχόμενο της διέγερσης, τόσο πιο ασφαλής είναι η αναγνώριση. Συνεπώς από θεωρητική άποψη καταλληλότερη διέγερση είναι η κρουστική, γιατί  $L\{\delta(t)\}=1$ . Στις πρακτικές εφαρμογές κατάλληλη διέγερση είναι ο τετραγωνικός παλμός και ιδιαίτερα η τετραγωνική παλμοσειρά με (τυχαία) μεταβαλλόμενο duty cycle.

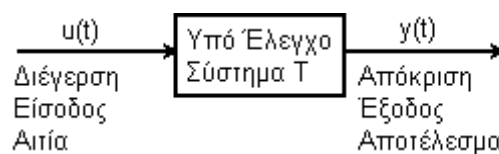
Η προτεινόμενη μέθοδος αναγνώρισης για παραμετρικά γραμμικά συστήματα συνεχούς χρόνου περιέχει τα εξής κύρια βήματα:

1. Τη μετατροπή της διαφορικής εξίσωσης σε ολοκληρωτική.
2. Τη διατύπωση του κριτηρίου κόστους και στη συνέχεια την ελαχιστοποίηση του κόστους αυτού.
3. Τη λύση μιας κανονικής εξίσωσης.

### 5.1.3 Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου

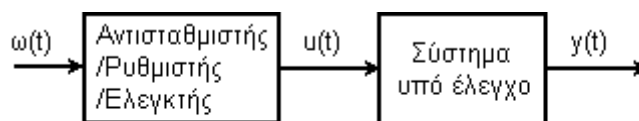
#### α. Το Πρόβλημα Σχεδίασης

Το πρόβλημα σχεδίασης συστήματος αυτομάτου ελέγχου (Σ.Α.Ε.) ορίζεται ως εξής: Η σχεδίαση συστήματος αυτομάτου ελέγχου είναι το πρόβλημα στο οποίο δίδεται το υπό έλεγχο σύστημα  $T$  και προδιαγραφές της επιθυμητής συμπεριφοράς της εξόδου του,  $y(t)$ , και ζητείται να βρεθεί μία είσοδος  $u(t)$ , τέτοια ώστε, αν αυτή εφαρμοστεί στο σύστημα ( $T$ ), η έξοδος  $y(t)$  να ανταποκρίνεται στις προδιαγραφές επιθυμητής συμπεριφοράς.



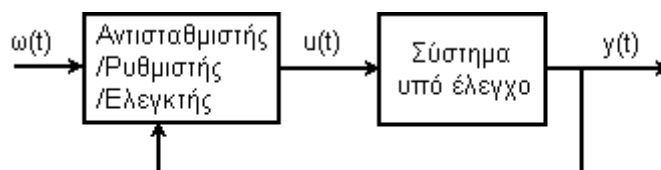
Σε ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου το σήμα εισόδου  $u(t)$  δεν παράγεται απ' ευθείας από μία γεννήτρια, αλλά είναι έξοδος ενός πρόσθετου συστήματος που ονομάζεται αντισταθμιστής ή ρυθμιστής ή ελεγκτής (controller). Το πρόβλημα σχεδιασμού ενός Σ.Α.Ε ανάγεται στην σχεδίαση του ελεγκτή.

Ο ελεγκτής διεγείρεται από μία εξωτερική πηγή  $\omega(t)$  (π.χ. ανθρώπινος παράγων). Αν η  $u(t)$  δεν είναι συνάρτηση της εξόδου  $y(t)$ , τότε έχουμε ανοικτό Σ.Α.Ε:



Ανοικτό Σύστημα

Αν η  $u(t)$  είναι συνάρτηση της εξόδου  $y(t)$ , τότε έχουμε κλειστό Σ.Α.Ε:

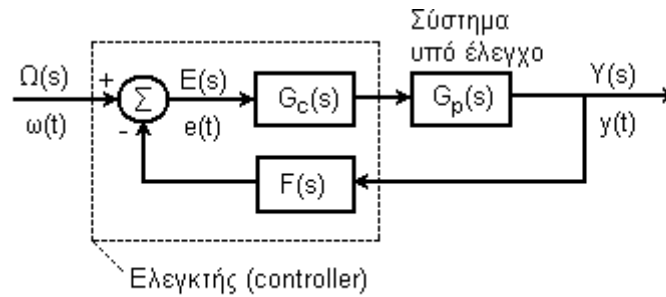


Κλειστό Σύστημα

Ο ελεγκτής διεγείρεται σε κάθε περίπτωση από ένα εξωτερικό σήμα  $\omega(t)$ . Στο κλειστό σύστημα ο ελεγκτής διεγείρεται και από την έξοδο  $y(t)$ . Έχουμε δηλαδή ανάδραση ή ανατροφοδότηση (feedback). Ο ελεγκτής είναι κατασκευασμένος έτσι ώστε να παράγει κατάλληλο σήμα  $u(t)$  που θα προκαλεί την επιθυμητή έξοδο  $y(t)$ .

Το πρόβλημα σχεδίασης ορίζεται ειδικότερα χρησιμοποιώντας διαγράμματα βαθμίδων. Κάθε βαθμίδα χαρακτηρίζεται από το σήμα εισόδου και το σήμα εξόδου και περιγράφεται συνήθως με την αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς. Παρουσιάζουμε

στο σχήμα που ακολουθεί το διάγραμμα βαθμίδων μίας τυπικής δομής συστήματος ελέγχου (μίας εισόδου-μίας εξόδου).



Διάγραμμα βαθμίδων τυπικής δομής ΣΑΕ

Σχήμα 5.1

Το διακεκομμένο περίγραμμα ορίζει το σύστημα του ελεγκτή που περιλαμβάνει τον ελεγκτή σε σειρά  $G_c$  και τον παράλληλο ελεγκτή ή ελεγκτή ανατροφοδότησης  $F$ . Ο συγκριτής  $\Sigma$  υπολογίζει το σφάλμα  $e(t)$  που προκύπτει ως η διαφορά του εξωτερικού σήματος  $\omega(t)$  και του σήματος εξόδου τού  $F$ .

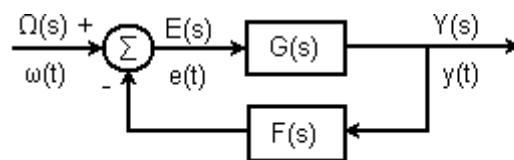
Αν  $F(s)=0$  έχουμε ανοικτό σύστημα ελέγχου, σε διαφορετική περίπτωση έχουμε κλειστό σύστημα ελέγχου.

### β. Σύγκριση Ανοικτών και Κλειστών Συστημάτων

Η ανάλυση που ακολουθεί έχει σκοπό να δείξει την υπεροχή των κλειστών συστημάτων ελέγχου έναντι των ανοικτών. Συγκεκριμένα θαδειχθεί ότι η μεταβολή των παραμέτρων του απευθείας κλάδου καθώς και ο θόρυβος επηρεάζουν σε μικρότερο βαθμό την έξοδο του συστήματος, αν υπάρχει ανατροφοδότηση.

#### Μεταβολές των παραμέτρων του απευθείας κλάδου

Έστω το απλοποιημένο διάγραμμα βαθμίδων για κλειστό σύστημα που ακολουθεί:



Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού συστήματος

Σχήμα 5.2

$G(s)$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς του απευθείας κλάδου και  $F(s)$  είναι η συνάρτηση μεταφοράς του κλάδου ανατροφοδότησης. Η έξοδος  $Y(s)$  του ανοικτού συστήματος (για  $F(s)=0$ ) είναι:

$$Y(s)=G(s)\Omega(s)$$

Η έξοδος  $Y^*(s)$  του κλειστού συστήματος είναι:

$$Y^*(s)=\left[\frac{G(s)}{1+G(s)F(s)}\right]\cdot\Omega(s)$$

Μεταβολή της  $G(s)$  θα προκαλέσει μεταβολή της εξόδου  $Y(s)$ . Συγκεκριμένα για το ανοικτό σύστημα θα έχουμε:

$$dY(s)=\Omega(s)dG(s)$$

ενώ για το κλειστό:

$$dY^*(s) = \frac{\Omega(s)}{[1 + G(s)F(s)]^2} dG(s)$$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις προηγούμενες σχέσεις για το ανοικτό σύστημα:

$$\frac{dY(s)}{Y(s)} = \frac{dG(s)}{G(s)} \Rightarrow \left| \frac{dY(s)}{Y(s)} \right| = \left| \frac{dG(s)}{G(s)} \right|$$

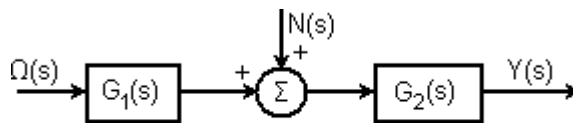
Αντιστοίχως για το κλειστό σύστημα:

$$\frac{dY^*(s)}{Y^*(s)} = \left[ \frac{1}{1 + G(s)F(s)} \right] \frac{dG(s)}{G(s)} \Rightarrow \left| \frac{dY^*(s)}{Y^*(s)} \right| = \frac{1}{|1 + G(s)F(s)|} \left| \frac{dG(s)}{G(s)} \right| \quad (5-1)$$

Επειδή συνήθως  $|G(s)F(s)| \gg 1$  στις χαμηλές συχνότητες, έπεται από σύγκριση των παραπάνω σχέσεων, ότι τυχούσα μεταβολή της συνάρτησης μεταφοράς  $G(s)$  γίνεται λιγότερο αισθητή στην έξοδο του κλειστού συστήματος, έναντι του αντίστοιχου ανοικτού.

### Επίδραση του θορύβου

Έστω το ανοικτό σύστημα του παρακάτω σχήματος, όπου λαμβάνουμε υπ' όψιν και επίδραση θορύβου.

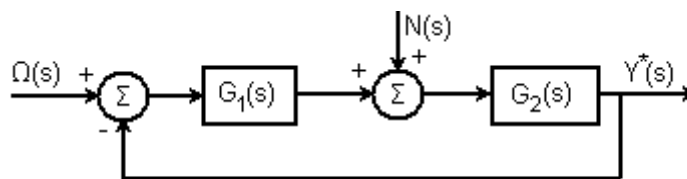


Ανοικτό σύστημα με θόρυβο

Το μέρος της εξόδου  $Y_N(s)$  που οφείλεται στο σήμα θορύβου  $N(s)$  θα είναι:

$$Y_N(s) = G_2(s)N(s)$$

Εξετάζουμε τώρα την επίδραση του θορύβου αν έχουμε ανατροφοδότηση:



Κλειστό σύστημα με θόρυβο

Το μέρος της εξόδου  $Y_N^*(s)$  που οφείλεται στο σήμα θορύβου  $N(s)$  στο κλειστό σύστημα θα είναι:

$$Y_N^*(s) = \left[ \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)} \right] \cdot N(s)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$$Y_N^*(s) = \left[ \frac{1}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)} \right] \cdot Y_N(s)$$

Εάν υποθέσουμε ότι  $|G_1(s) \cdot G_2(s)| \gg 1$  (συνήθης περίπτωση), τότε

$$|Y_N^*(s)| \ll |Y_N(s)|$$

Προκύπτει δηλαδή ότι η συμπεριφορά ενός κλειστού συστήματος είναι λιγότερο ευαίσθητη στην επίδραση του θορύβου, συγκρινόμενη με την συμπεριφορά του αντίστοιχου ανοικτού συστήματος.

### γ. Ευστάθεια κλειστού συστήματος

Έστω το κλειστό σύστημα του σχήματος 5.2. Η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$  του κλειστού συστήματος είναι:

$$H(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)F(s)} = \frac{G(s)}{W(s)}$$

Ως συνάρτηση μεταφοράς βρόχου κλειστού συστήματος ορίζεται το γινόμενο  $G(s)F(s)$ . Το κλειστό σύστημα είναι «τύπου  $j$ », όταν η  $G(s)F(s)$  έχει την ακόλουθη μορφή:

$$G(s)F(s) = K \frac{\prod_{k=1}^m (T'_k \cdot s + 1)}{s^j \cdot \prod_{k=1}^q (T_k \cdot s + 1)}$$

Τότε έχουμε  $W(s) = 1 + G(s)F(s)$

$$= \frac{s^j \cdot \prod_{k=1}^q (T_k \cdot s + 1) + K \cdot \prod_{k=1}^m (T'_k \cdot s + 1)}{s^j \cdot \prod_{k=1}^q (T_k \cdot s + 1)} = \frac{p_c(s)}{p_\beta(s)}$$

Τα πολυώνυμα  $p_c(s)$  και  $p_\beta(s)$  είναι τα χαρακτηριστικά πολυώνυμα των συστημάτων με συναρτήσεις  $H(s)$  και  $G(s)F(s)$  αντίστοιχα.

Για γραμμικό μη χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα ισχύει, ότι η ευστάθεια συνδέεται με τη θέση των πόλων (ισοδύναμα με τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου) της συνάρτησης μεταφοράς στο μιγαδικό επίπεδο. Στην περίπτωση αυτή, αν όλες οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου είναι στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο, τότε το σύστημα είναι ευσταθές. Αν έστω μία ρίζα είναι στο δεξιό μιγαδικό ημιεπίπεδο το σύστημα είναι ασταθές.

Αξίζει να σημειώσουμε ότι αν το σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)F(s)$  είναι ασταθές, είναι δυνατόν το κλειστό σύστημα να είναι ευσταθές.

### δ. Το σφάλμα θέσης

Θεωρούμε το απλοποιημένο διάγραμμα βαθμίδων του σχήματος 5.2. Θεωρούμε επίσης, ότι το κλειστό σύστημα είναι «τύπου  $j$ ».

Η σταθερά σφάλματος θέσης  $K_{pos}$  ορίζεται ως:

$$K_{pos} \equiv \lim_{s \rightarrow 0} G(s)F(s)$$

Επομένως η τιμή της σταθεράς  $K_{pos}$  θα είναι:

$$K_{pos} \equiv \lim_{s \rightarrow 0} G(s)F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} K \frac{\prod_{k=1}^m (T'_k \cdot s + 1)}{s^j \cdot \prod_{k=1}^q (T_k \cdot s + 1)} = \begin{cases} K & \text{όταν } j = 0 \\ \infty & \text{όταν } j > 0 \end{cases}$$

Το σφάλμα  $e(t)$  στη μόνιμη κατάσταση συμβολίζεται με  $e_{\mu\text{ov}}(t)$  και είναι:

$$e_{\mu\text{ov}}(t) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

Λόγω του θεωρήματος της τελικής τιμής έχουμε (με την προϋπόθεση να είναι οι πόλοι της  $sE(s)$  στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο):

$$e_{\mu\text{ov}}(t) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Προκύπτει εύκολα από το σχήμα ότι  $E(s) = \frac{\Omega(s)}{1 + G(s)F(s)}$

συνεπώς:

$$e_{\mu\text{ov}}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \Omega(s)}{1 + G(s)F(s)}$$

Στην περίπτωση που το εξωτερικό σήμα  $\omega(t)$  είναι βηματική συνάρτηση τότε το  $e_{\mu\text{ov}}(t)$  ονομάζεται **σφάλμα θέσης**.

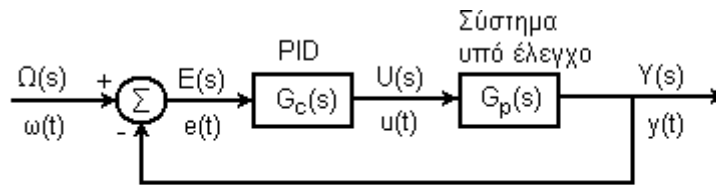
Έστω  $\omega(t) = \begin{cases} P, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \Omega(s) = \frac{P}{s}$

Θα έχουμε την τελική σχέση για το σφάλμα θέσης:

$$e_{\mu\text{ov}}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot (P/s)}{1 + G(s)F(s)} = \frac{P}{1 + K_{\text{pos}}} = \begin{cases} P/(1 + K) & \text{όταν } j = 0 \\ 0 & \text{όταν } j > 0 \end{cases}$$

### ε. Ο Ελεγκτής PID

Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η δομή ενός Σ.Α.Ε με ελεγκτή PID:



Διάγραμμα ΣΑΕ με ελεγκτή PID

Ο ελεγκτής (controller) PID είναι εν σειρά με το υπό έλεγχο σύστημα και έχει την εξής γενική μορφή:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + s \cdot K_d$$

όπου οι παράμετροι  $K_p$ ,  $K_i$  και  $K_d$  αντιστοιχούν στον αναλογικό (proportional), ολοκληρωτικό (integral) και διαφορικό (derivative) συντελεστή.

Άλλος τρόπος παράστασης της  $G_c(s)$  είναι ο εξής:

$$G_c(s) = K_p \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

όπου σταθερά  $T_i$ : χρόνος ολοκλήρωσης και σταθερά  $T_d$ : χρόνος διαφορίσης.

Από την σύγκριση των δύο εκφράσεων:

$$K_i = K_p / T_i \text{ και } K_d = K_p \cdot T_d$$

Για τον ελεγκτή ανατροφοδότησης ισχύει  $F(s)=1$ .

Η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$  του κλειστού συστήματος είναι:

$$H(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$

Προκειμένου να διευκολύνουμε τη μελέτη του ελεγκτή PID, θα εξετάσουμε πρώτα την επίδραση ειδικών περιπτώσεων στο κλειστό σύστημα.

### **Αναλογικός ελεγκτής (ενισχυτής)**

Έχουμε  $G_c(s)=K_p$ . Θα θεωρήσουμε για το υπό έλεγχο σύστημα συνάρτηση μεταφοράς της μορφής:

$$G_p(s) = K' \cdot \frac{\prod_{k=1}^m (T_k' \cdot s + 1)}{\prod_{k=1}^q (T_k \cdot s + 1)}$$

Τότε η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου θα είναι:

$$G(s)F(s) = G_c(s)G_p(s) = K_p K' \cdot \frac{\prod_{k=1}^m (T_k' \cdot s + 1)}{\prod_{k=1}^q (T_k \cdot s + 1)}$$

Ας θεωρήσουμε ακόμη ότι το εξωτερικό σήμα  $\omega(t)$  είναι βηματική συνάρτηση πλάτους  $\theta_{set}$ . Τότε η έκφραση για το σφάλμα θέσης παίρνει τη μορφή:

$$e_{\mu\omicron\nu}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\theta_{set}}{1 + G_c(s)G_p(s)} = \frac{\theta_{set}}{1 + K_{pos}} = \begin{cases} \theta_{set} / (1 + K_p K') & \text{όταν } j = 0 \\ 0 & \text{όταν } j > 0 \end{cases}$$

με την προϋπόθεση να είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $1+G_c(s)G_p(s)=0$  στο αριστερό μιγαδικό ημιπίεδο, όπου η προϋπόθεση ισχύει για ευσταθές κλειστό σύστημα.

Επειδή το σύστημα είναι «τύπου 0», από τα συμπεράσματα της προηγούμενης παραγράφου προκύπτει ότι ισχύει για το σφάλμα θέσης:

$$e_{\mu\omicron\nu}(t) = \theta_{set} / (1 + K_p \cdot K)$$

Έχουμε  $e_{\mu\omicron\nu}(t) = \theta_{set} - y_{\mu\omicron\nu}(t)$ . Δηλαδή η τιμή της εξόδου του συστήματος στην μόνιμη κατάσταση  $y_{\mu\omicron\nu}(t)$  αποκλίνει από την επιθυμητή τιμή  $\theta_{set}$  (set point).

Το συμπέρασμα αυτό είναι και διαισθητικά αντιληπτό, αφού μηδενικό σφάλμα θέσης θα σήμαινε και μηδενική έξοδο του ενισχυτή στη μόνιμη κατάσταση. Αυτό όμως δεν θα ήταν δυνατό, γιατί στην κατάσταση ισορροπίας πρέπει να παρέχεται κάποια ισχύς στο υπό έλεγχο σύστημα για να αντισταθμίζονται οι ενεργειακές του απώλειες.

Όσο αυξάνεται η σταθερά  $K_p$ , μειώνεται το σφάλμα θέσης, αλλά μετατοπίζονται οι πόλοι του συστήματος προς τα δεξιά (μέχρι το σύστημα να οδηγηθεί σε αστάθεια).

### **Ελεγκτής PI (αναλογικός και ολοκληρωτικός)**

Στην περίπτωση του ελεγκτή PI η συνάρτηση μεταφοράς του είναι:

$$G_c(s) = K_p \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου γίνεται:

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_i(T_i s + 1)}{s} \cdot G_p(s)$$

Θέτουμε δηλαδή επί πλέον ένα μηδενικό στο  $s = -(1/T_i)$  και έναν πόλο στο  $s=0$ . Λόγω του πόλου της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου στο  $s=0$ , το σύστημα είναι τώρα



«τύπου 1». (Διατηρήσαμε την ίδια μορφή για την  $G_p(s)$ ). Από τα συμπεράσματα της σχετικής παραγράφου προκύπτει ότι το σφάλμα θέσης είναι μηδέν και  $y(t) = \theta_{\text{set}}$ .

Ενώ το σφάλμα  $e(t)$  τείνει στο μηδέν, το ολοκλήρωμα  $\int_0^{\infty} K_i e(t) dt$  συγκλίνει σε μία τιμή, που είναι η έξοδος του ελεγκτή PI στην ισορροπία. Στην ισορροπία ο αναλογικός όρος μηδενίζεται.

Από την άλλη πλευρά ο πόλος της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου στο  $s=0$  έχει βλαπτική επίπτωση στην ευστάθεια. Η επίπτωση αυτή όμως δεν κρίσιμη στην περίπτωση που η  $G_p(s)$  είναι πρώτης τάξης. Έστω

$$G_p(s) = \frac{K_a}{Ts + 1}$$

Θεωρούμε για τη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου του κλειστού συστήματος:

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_i K_a (T_i s + 1)}{s(Ts + 1)}$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση του κλειστού συστήματος είναι:

$$1 + G_c(s)G_p(s) = 0$$

Αντικαθιστώντας παίρνουμε τελικά:

$$s^2 + \left( \frac{1 + K_p K_a}{T} \right) \cdot s + \frac{K_p K_a}{T_i T} = 0$$

Το κλειστό σύστημα είναι δεύτερης τάξης και οι πόλοι του είναι οι ρίζες του δευτεροβάθμιου χαρακτηριστικού πολυωνύμου. Αν οι επιθυμητοί πόλοι του συστήματος χαρακτηρίζονται από κυκλική ιδιοσυχνότητα  $\omega_0$  και σταθερά απόσβεσης  $\zeta$ , η επιθυμητή χαρακτηριστική εξίσωση είναι:

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 \cdot s + \omega_0^2 = 0$$

Εξισώνοντας τους συντελεστές των δύο παραπάνω πολυωνύμων, διαπιστώνουμε ότι για οποιαδήποτε επιλογή των  $\omega_0$  και  $\zeta$  (άρα και των επιθυμητών πόλων του κλειστού συστήματος) μπορούμε να επιλύσουμε ως προς  $K_p$  και  $T_i$ .

Συπεραίνουμε δηλαδή ότι για  $G_p(s)$  πρώτης τάξης μπορούμε να τοποθετήσουμε κατά βούληση τους πόλους του κλειστού συστήματος με κατάλληλη επιλογή των συντελεστών ελεγκτή PI.

Στη συνέχεια θα αποδείξουμε ότι για  $G_p(s)$  δεύτερης τάξης μπορούμε να επιτύχουμε το ίδιο με χρήση ελεγκτή PID.

### **Πλήρης μορφή ελεγκτή PID (αναλογικός, ολοκληρωτικός και διαφορικός)**

Υπενθυμίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή PID:

$$G_c(s) = K_p \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

Ο διαφορικός όρος εισάγει μηδενικό στην συνάρτηση μεταφοράς βρόχου και μετατοπίζει τους πόλους του κλειστού συστήματος προς τα αριστερά, δηλαδή επιδρά ευεργετικά στην ευστάθεια του κλειστού συστήματος. Γι αυτό, ο διαφορικός όρος στο PID είναι αναγκαίος για τον έλεγχο συστημάτων ανώτερης τάξης.

Έστω τώρα το υπό έλεγχο σύστημα δεύτερης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς:

$$G_p(s) = \frac{K_\beta}{(T_1s + 1) \cdot (T_2s + 1)}$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση του κλειστού συστήματος είναι:

$$1 + G_c(s)G_p(s) = 0$$

Αντικαθιστώντας και κατόπιν πράξεων παίρνουμε τελικά την χαρακτηριστική εξίσωση:

$$s^3 + \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{K_\beta K_p T_d}{T_1 T_2} \right) s^2 + \left( \frac{1 + K_\beta K_p}{T_1 T_2} \right) s + \frac{K_\beta K_p}{T_1 T_2 T_i} = 0$$

Το κλειστό σύστημα είναι τώρα τρίτης τάξης. Αν θέλουμε να τοποθετήσουμε κατά βούληση τους τρεις πόλους του κλειστού συστήματος, η χαρακτηριστική του εξίσωση πρέπει να πάρει τη μορφή:

$$(s + \tau \cdot \omega) (s^2 + 2\zeta\omega_0 \cdot s + \omega_0^2) = 0$$

ή ισοδύναμα:

$$s^3 + (\tau + 2\zeta) \omega_0 \cdot s^2 + (1 + 2\zeta\tau) \omega_0^2 \cdot s + \omega_0^3 \tau = 0$$

Εξισώνοντας τους συντελεστές των δύο παραπάνω πολυωνύμων, διαπιστώνουμε ότι για οποιαδήποτε επιλογή των  $\tau$ ,  $\omega_0$  και  $\zeta$  (άρα και των επιθυμητών πόλων του κλειστού συστήματος) μπορούμε να επιλύσουμε ως προς  $K_p$ ,  $T_i$  και  $T_d$ :

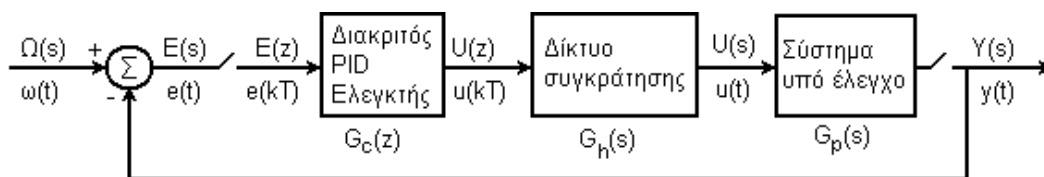
$$K_p = \frac{T_1 T_2 \omega_0^2 (1 + 2\zeta\tau) - 1}{K_\beta}$$

$$T_i = \frac{T_1 T_2 \omega_0^2 (1 + 2\zeta\tau) - 1}{T_1 T_2 \tau \omega_0^3}$$

$$T_d = \frac{T_1 T_2 \omega_0 (\tau + 2\zeta) - T_1 - T_2}{T_1 T_2 \omega_0^2 (1 + 2\zeta\tau) - 1}$$

Αφού το σύστημα έχει πάντα λύση, μπορούμε να τοποθετούμε κατά βούληση τους πόλους του κλειστού συστήματος με κατάλληλη επιλογή των συντελεστών του PID.

### Ελεγκτής PID σε διακριτοποιημένο σύστημα



ΣΑΕ με διακριτό σύστημα ελεγκτή PID

Στο παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ένα κλειστό σύστημα ελέγχου, το οποίο περιλαμβάνει διακριτό σύστημα ελεγκτή PID και συνεχές υπό έλεγχο σύστημα.

Με τον όρο «διακριτό σύστημα» εννοούμε σύστημα που εκ κατασκευής λειτουργεί μόνο με σήματα διακριτού χρόνου. Συνήθης περίπτωση διακριτού συστήματος είναι ένα πρόγραμμα που εκτελείται σε ψηφιακό υπολογιστή.

Ο απευθείας κλάδος δέχεται στην είσοδό του δειγματοληπτούμενο σήμα. Ως εκ τούτου ο απευθείας κλάδος είναι *σύστημα διακριτού χρόνου* ή *διακριτοποιημένο σύστημα*. Σ' ένα σύστημα διακριτού χρόνου είναι δυνατόν να υπάρχουν διάφοροι συνδυασμοί διακριτών και συνεχών υποσυστημάτων.

Στην έξοδο του ελεγκτή PID έχουμε σήμα διακριτού χρόνου. Ακολουθεί δίκτυο συγκράτησης, το οποίο μετατρέπει το σήμα διακριτού χρόνου σε τμηματικά συνεχές σήμα. Σ' ένα δίκτυο συγκράτησης μηδενικής τάξης μία τιμή δείγματος μετατρέπεται σε συνεχές σήμα σταθερού πλάτους (ίσου με την τιμή του δείγματος) ως το επόμενο σημείο δειγματοληψίας. Με αυτόν τον τρόπο παρέχεται στην είσοδο του υπό έλεγχο συστήματος σήμα συνεχούς χρόνου. Εν συνεχεία η έξοδος του απευθείας κλάδου δειγματοληπτείται.

### **Περιγραφή ελεγκτή PID στον διακριτό χρόνο**

Είδαμε ότι ο ελεγκτής PID απαρτίζεται από αναλογικό, ολοκληρωτικό και διαφορικό όρο.

Για συστήματα συνεχούς χρόνου ο αναλογικός ελεγκτής (ενισχυτής) περιγράφεται από την σχέση

$$u(t) = K_p e(t)$$

ενώ για συστήματα διακριτού χρόνου έχουμε

$$u(k) = K_p e(k)$$

και επομένως (στο πεδίο z)

$$G_c(z) = K_p$$

Ο ολοκληρωτικός ελεγκτής για συστήματα συνεχούς χρόνου περιγράφεται από την ολοκληρωτική εξίσωση

$$u(t) = \frac{K_p}{T_i} \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau$$

Για συστήματα διακριτού χρόνου η παραπάνω ολοκληρωτική εξίσωση προσεγγίζεται από την εξίσωση διαφορών ( $T_s$ : περίοδος δειγματοληψίας)

$$\begin{aligned} \frac{u(k) - u(k-1)}{T_s} &= \frac{K_p}{T_i} e(k) \\ \Rightarrow u(k) &= u(k-1) + \frac{K_p T_s}{T_i} e(k) \\ \Rightarrow u(k) &= \frac{K_p T_s}{T_i} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) \end{aligned}$$

Στο πεδίο z:

$$G_c(z) = \frac{K_p T_s z}{T_i (z-1)}$$

Ο διαφορικός ελεγκτής για συστήματα συνεχούς χρόνου περιγράφεται από τη διαφορική εξίσωση

$$u(t) = K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

που για συστήματα διακριτού χρόνου προσεγγίζεται από την εξίσωση διαφορών:

$$u(k) = K_p T_d \left[ \frac{e(k) - e(k-1)}{T_s} \right]$$

και επομένως

$$G_c(z) = \frac{K_p T_d}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο ελεγκτής PID για συστήματα διακριτού χρόνου δίνεται από την εξίσωση διαφορών:

$$u(k) = K_p \left[ e(k) + \frac{T_s}{T_i} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + \frac{T_d}{T_s} [e(k) - e(k-1)] \right]$$

Η παραπάνω εξίσωση διαφορών υλοποιείται πολύ εύκολα σε πρόγραμμα ψηφιακού υπολογιστή, γι αυτό προτιμάται από την περιγραφή του PID στο πεδίο  $z$ .

## 5.2 Διαδικασία προσδιορισμού του ελεγκτή

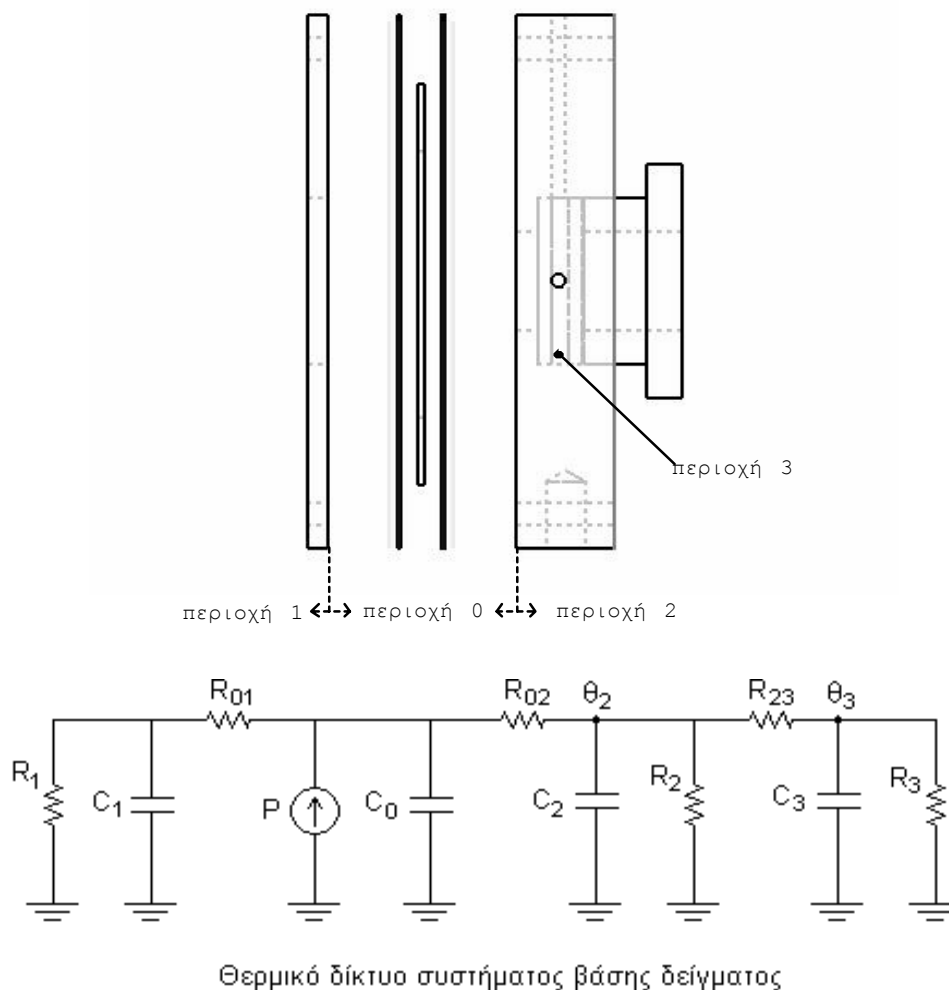
Στο παρόν υποκεφάλαιο θα προσδιορίσουμε το σύστημα του ελεγκτή με προσομοίωση του συνολικού θερμοκρασιακού συστήματος ελέγχου στο MATLAB. Για την προσομοίωση αυτή προαπαιτούνται το μαθηματικό μοντέλο του υπό έλεγχο θερμικού συστήματος και η γενική μορφή του ελεγκτή:

### 5.2.1 Προσδιορισμός μαθηματικού μοντέλου θερμικού συστήματος βάσης

#### α. Δημιουργία θερμικού δικτύου

Σε στερεά θερμικά συστήματα (όπως αυτό της βάσης) μπορούμε να εξαγάγουμε ένα γενικό μοντέλο από το αντίστοιχο θερμικό δίκτυο.

Ένα θερμικό δίκτυο αποτελείται από διακριτά στοιχεία. Συνεπώς είναι απαραίτητη η διαίρεση της βάσης του δείγματος σε διακριτές περιοχές με όσο το δυνατόν ομοιογενή θερμικά χαρακτηριστικά. Η διαίρεση των περιοχών στο σύστημα της βάσης θα γίνει κατά τον άξονα συμμετρίας, ως προς τον οποίο θεωρούμε μονοδιάστατη ροή θερμότητας και κατανομή θερμοκρασίας. Η επιλογή των περιοχών θα γίνει επίσης με κριτήριο τα σημεία μέτρησης θερμοκρασίας που ενδιαφέρουν.



Σχήμα 5.3

Χωρίσαμε το σύστημα της βάσης σε τέσσερις περιοχές:

Την «περιοχή-0», που περιλαμβάνει την θερμαντική αντίσταση, το ηλεκτρομονωτικό υλικό που την περιβάλλει, το διάκενο και τα εσωτερικά τοιχώματα των πλακών αλουμινίου και σιδήρου. Η θερμοκρασιακή κατανομή σ' αυτήν περιοχή αυτή δεν ενδιαφέρει, γι αυτό την θεωρήσαμε ενιαία.

Την «περιοχή-1», που αντιστοιχεί στην πλάκα σιδήρου.

Την «περιοχή-2», που αντιστοιχεί στην πλάκα αλουμινίου.

Την «περιοχή-3», που αντιστοιχεί στα γυάλινα πλακίδια τοποθέτησης του δείγματος.

Στο παραπάνω θερμικό δίκτυο έχουμε τα εξής στοιχεία:

Την πηγή θερμικής ισχύος  $P$  (ηλεκτρική ισχύς που μετατρέπεται σε θερμική μέσω θερμαντικής αντίστασης).

Τις θερμοχωρητικότητες  $C_i$ ,  $i=0..3$ , όπου έκαστη αντιστοιχεί στην περιοχή  $i$ .

Τις αντιστάσεις θερμικής διάδοσης μεταξύ γειτονικών περιοχών,

$R_{01}$ : αντίσταση διάδοσης μεταξύ περιοχών 0 και 1.

$R_{02}$ : αντίσταση διάδοσης μεταξύ των περιοχών 0 και 2.

$R_{23}$ : αντίσταση διάδοσης μεταξύ των περιοχών 2 και 3.

Επίσης έχουμε τις αντιστάσεις φυσικής απαγωγής προς τον αέρα,

$R_1$ : αντίσταση της πλάκας σιδήρου προς τον αέρα.

$R_2$ : αντίσταση της πλάκας αλουμινίου προς τον αέρα.

$R_3$ : αντίσταση των γυάλινων πλακιδίων προς τον αέρα.

Οι αντιστάσεις φυσικής απαγωγής δεν είναι σταθερές αλλά εξαρτώνται από την διαφορά θερμοκρασίας της περιοχής από την θερμοκρασία περιβάλλοντος. Γι αυτό όπως θα δούμε, το θερμικό δίκτυο προσεγγίζεται γραμμικά (θεωρούμε δηλαδή σταθερές τιμές στοιχείων) για ορισμένη θερμοκρασιακή περιοχή.

Τέλος, έχουμε τις θερμοκρασίες

$\theta_2$ : η θερμοκρασία της πλάκας αλουμινίου

$\theta_3$ : η θερμοκρασία των πλακιδίων

Οι τιμές των  $\theta_2$  και  $\theta_3$  αναφέρονται σε *διαφορά θερμοκρασίας από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος*, όπου η τελευταία θεωρείται ίση με μηδέν («γείωση» δικτύου).

### **β. Θερμοκρασιακές κατανομές στο σύστημα της βάσης**

Μετά από την αρχική εκτίμηση της μορφής του μοντέλου, το επόμενο βήμα είναι να πραγματοποιήσουμε σειρά μετρήσεων θερμοκρασίας σε επιλεγμένα σημεία της βάσης, για κατάλληλο σήμα διέγερσης  $u(t)$ .

Επιλέξαμε για σήμα διέγερσης τετραγωνική παλμοσειρά με τυχαία μεταβαλλόμενο duty cycle λόγω του «πλούσιου» φασματικού περιεχομένου αυτού του σήματος. Σε κατάσταση "ON" έχουμε (περίπου)  $u(t)=11W$ . Σε σταθεροποιημένη κατάσταση, αυτή η παροχή ισχύος αντιστοιχεί σε *διαφορά* θερμοκρασίας της βάσης από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος της τάξης των  $60^\circ C$ . Επειδή τα πειράματα θα διεξάγονται γενικά σε θερμοκρασίες με διαφορά μικρότερη των  $60^\circ C$  από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος, οι μετρήσεις αυτές θα αναδείξουν τις *μέγιστες δυνατές θερμοκρασιακές κατανομές στην βάση* κατά την διεξαγωγή των πειραμάτων. Υλοποιήσαμε στο LabView το Virtual Instrument "ident.vi", με το οποίο οδηγείται το παλμικό τροφοδοτικό, ώστε να παρέχει στο θερμικό σύστημα την επιθυμητή διέγερση.

Επίσης με το "ident.vi" καταγράψαμε σε αρχείο Excell τις μετρήσεις θερμοκρασίας από τα τέσσερα θερμοζεύγη. Κατά *a/a* καναλιού:

1. θερμοκρασία κέντρου γυάλινων πλακιδίων
2. θερμοκρασία περιβάλλοντος
3. θερμοκρασία περιφέρειας γυάλινων πλακιδίων
4. θερμοκρασία αλουμινίου (κοντά στο γυαλί)

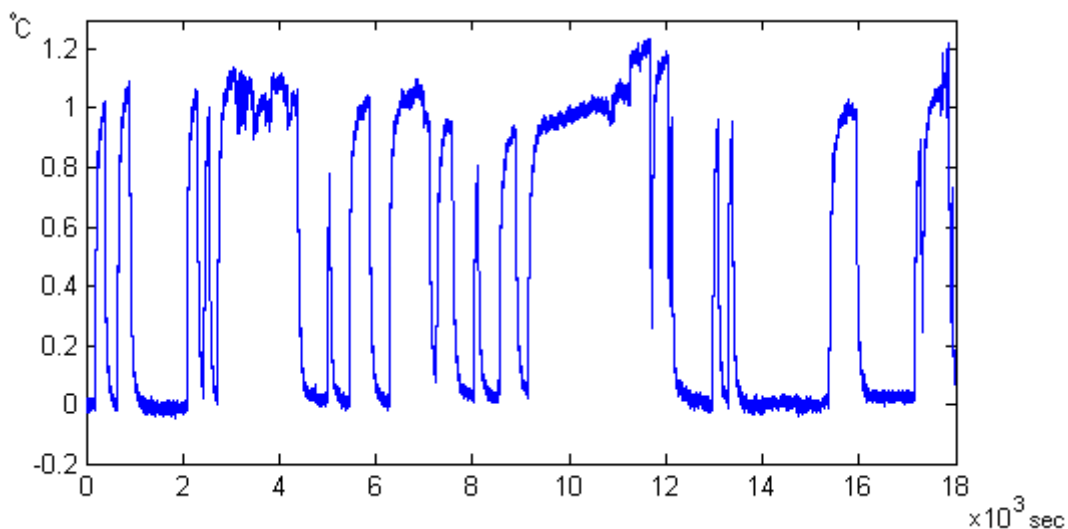
Στο αρχείο αυτό περιέχονται μετρήσεις διάρκειας  $5h = 18000\text{sec}$  ή 180000 δειγμάτων/κανάλι.

Μας ενδιαφέρει κυρίως η θερμοκρασία του υποσυστήματος των πλακιδίων, γιατί εκεί θα τοποθετηθεί το βιολογικό δείγμα. Όμως, η τοποθέτηση θερμοζεύγους σ' αυτό το σημείο κατά την διεξαγωγή των πειραμάτων παρουσιάζει διάφορα πρακτικά προβλήματα. Κυρίως αυξάνει την πιθανότητα καταστροφής του θερμοζεύγους κατά την σύσφιξη των πλακιδίων κάθε φορά που τοποθετείται καινούργιο δείγμα. Ακόμη, δεν θα έχουμε ένα σταθερό σημείο επαφής για το θερμοζεύγος, και τέλος ενδέχεται η ακτινολογία laser να έχει σημαντική θερμική επίδραση πάνω σε αυτό.

Γι αυτό θα μελετηθεί η δυνατότητα εκτίμησης της θερμοκρασίας του υποσυστήματος μέσω της θερμοκρασίας αλουμινίου  $\theta_2$ , η οποία μετράται πολύ κοντά στα γυάλινα πλακίδια (δισκία), σε σημείο κατάλληλο για την τοποθέτηση θερμοζεύγους.

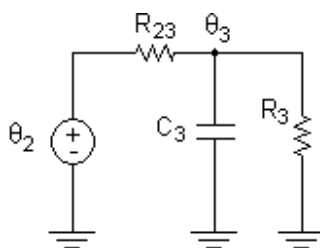
Γι αυτό μας ενδιαφέρει η μετρηθείσα διαφορά της  $\theta_2$  και της θερμοκρασίας του κέντρου των δισκίων στο σύνολο των δειγμάτων. Αρχικά υποθέτουμε ότι τα δισκία έχουν εσωτερικά μηδενική θερμική αντίσταση και συνεπώς εντός τους θεωρούμε ισοκατανομή της θερμοκρασίας ( $\theta_3$ ).

Στο σύνολο των 180000 δειγμάτων διαπιστώνεται, ότι όταν η παλμοσειρά της διέγερσης είναι σε κατάσταση "ON", τότε η θερμοκρασία του αλουμινίου γίνεται περίπου κατά  $1^\circ\text{C}$  μεγαλύτερη έναντι της θερμοκρασίας του κέντρου των πλακιδίων. Όταν όμως η παλμοσειρά της διέγερσης είναι σε κατάσταση "OFF", τότε οι θερμοκρασίες αυτές καθίστανται ίσες.



**Γράφημα: διαφορά θερμοκρασίας αλουμινίου – κέντρου δισκίων**

Από το θερμικό δίκτυο του συστήματος της βάσης (σχήμα 5.3) εξάγουμε το θερμικό δίκτυο του υποσυστήματος των δισκίων με είσοδο την  $\theta_2$  και έξοδο την  $\theta_3$ . (Υπενθυμίζουμε ότι οι  $\theta_2$  και  $\theta_3$  αναφέρονται σε διαφορά θερμοκρασίας από την θερμοκρασία περιβάλλοντος).



Θερμικό δίκτυο υποσυστήματος δισκίων

Αν τα στοιχεία  $R_{23}$ ,  $C_3$  και  $R_3$  έχουν σταθερές τιμές τότε το θερμικό δίκτυο είναι γραμμικό πρώτης τάξης και η συνάρτηση μεταφοράς του υποσυστήματος των δισκίων έχει τη μορφή:

$$H(s) = \frac{R_3}{R_3 C_3 R_{23} \cdot s + R_3 + R_{23}}$$

Οι τιμές των στοιχείων  $R_{23}$ ,  $R_3$ ,  $C_3$  δεν είναι γνωστές εκ των προτέρων. Όμως από τη γενική μορφή του μοντέλου (γραμμικό σύστημα πρώτης τάξης) και τις διαθέσιμες μετρήσεις, είναι δυνατός ο προσδιορισμός της συνάρτησης μεταφοράς με χρήση μεθόδων αριθμητικής ανάλυσης. Για αυτό το σκοπό χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα MATLAB, και συγκεκριμένα το System Identification Toolbox (θα αναφερθούμε σ' αυτό στη συνέχεια). Λάβαμε την εξής συνάρτηση μεταφοράς:

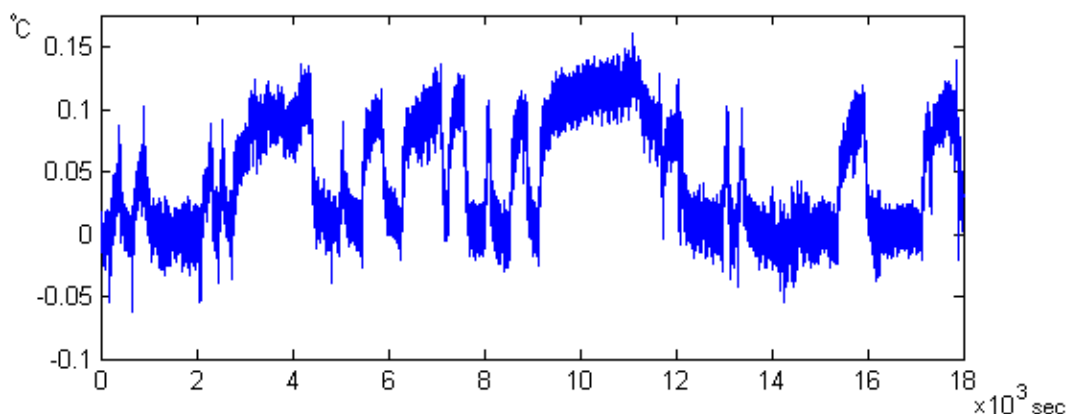
$$H(s) = \frac{0.9847}{26.8 s + 1}$$

Το υποσύστημα των δισκίων έχει μία χρονική σταθερά  $T_1=26.8\text{sec}$ . Στην υποθετική περίπτωση κατά την οποία η διέγερση  $\theta_2$  είναι βηματική συνάρτηση (ασυνεχής την χρονική στιγμή μηδέν), η  $\theta_3$  θα ισορροπίσει σε χρόνο περίπου  $3T_1 \cong 80\text{sec}$ . Στην πραγματικότητα θα δούμε ότι ο έλεγχος πλησιάζει στο σημείο σταθεροποίησης ασυμπτωτικά και κατά συνεχή τρόπο, οπότε οι θερμοκρασίες  $\theta_2$  και  $\theta_3$  σταθεροποιούνται σχεδόν ταυτόχρονα. Αν εξασφαλίσουμε μονότονη άνοδο για την  $\theta_2$  (χωρίς υπερύψωση και ταλαντώσεις), το ίδιο συμβαίνει και για τη  $\theta_3$ . **Είναι λοιπόν δυνατόν να έχουμε ως μεταβλητή ελέγχου τη θερμοκρασία του αλουμινίου**, διασφαλίζοντας ταυτόχρονα την απαίτηση να μην υπάρχει υπερύψωση της θερμοκρασίας του δείγματος έναντι της τιμής σταθεροποίησης.

Στην μόνιμη κατάσταση ( $s \rightarrow 0$ ) θα έχουμε  $\theta_3 = 0.9847 \cdot \theta_2$ . Το ταίριασμα (fit) στη συνολική διάρκεια των μετρήσεων (5h) και για θερμοκρασιακό εύρος  $60^\circ\text{C}$  είναι 99.52%. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε ένα σφάλμα περίπου 0.5%. Για  $\theta_2=50^\circ\text{C}$  (διαφορά από θερμοκρασία περιβάλλοντος) αντιστοιχεί σφάλμα  $0.25^\circ\text{C}$ . Το σφάλμα αυτό δεν είναι μικρό συγκρινόμενο με τη μέγιστη διαφορά των  $\theta_3$  και  $\theta_2$  που είναι της τάξεως του  $1^\circ\text{C}$ . Αυτό συμβαίνει επειδή η  $R_3$  είναι αντίσταση φυσικής απαγωγής (προς τον αέρα) και συνεπώς δεν είναι σταθερή. Για την ακριβέστερη εκτίμηση της θερμοκρασίας των δισκίων σε κατάσταση σταθεροποίησης χρειάζεται να αντικαταστήσουμε την αναλογική σχέση  $\theta_3 = 0.9847 \cdot \theta_2$  με ένα πολυώνυμο προσέγγισης. Αυτό είναι μία απλή διαδικασία, αφού διαθέτουμε σύστημα ελέγχου και αυτόματης καταγραφής μετρήσεων τεσσάρων καναλιών θερμοκρασίας. Μπορούμε δηλαδή να πάρουμε μετρήσεις για αύξον επίπεδο σταθεροποίησης θερμοκρασίας με βήμα  $\Delta\theta$ . Για να είμαστε όμως σίγουροι ότι πράγματι θα επιτύχουμε περαιτέρω διόρθωση, προτείνεται να τοποθετηθεί και ένα τυπικό δείγμα ανάμεσα στα δισκία, ώστε η τελική προσέγγιση να είναι πιο αξιόπιστη.



Τώρα θα ασχοληθούμε με την υπόθεση της ισοθεμικότητας των γυάλινων δισκίων: Στο κανάλι 1 καταγράψαμε μετρήσεις θερμοκρασίας του κέντρου των δισκίων, ενώ στο κανάλι 3 μετρήσεις θερμοκρασίας της περιφέρειας. Διεπιστώθη, ότι όταν η παλμοσειρά της διέγερσης είναι σε κατάσταση “ON”, τότε η θερμοκρασία στην περιφέρεια γίνεται κατά 0.1°C μεγαλύτερη έναντι της θερμοκρασίας του κέντρου των δισκίων. Όταν όμως η παλμοσειρά της διέγερσης είναι σε κατάσταση “OFF”, τότε οι θερμοκρασίες περιφέρειας και κέντρου των δισκίων καθίστανται ίσες.



**Γράφημα: διαφορά θερμοκρασίας περιφέρειας-κέντρου δισκίων**

Εκτιμούμε ότι η παραπάνω διαφορά θα είναι ακόμη μικρότερη κατά την εκτέλεση των πειραμάτων, πρώτον επειδή η παρεχόμενη ισχύς θα είναι γενικά μικρότερη, και δεύτερον επειδή η παρουσία του δείγματος θα αυξήσει την αγωγιμότητα στο σύστημα των δισκίων.

Μπορούμε να θεωρήσουμε δηλαδή, ότι υπάρχει *θερμοκρασιακή ισοκατανομή στο υποσύστημα των κρυστάλλων*.

### **γ. Το μοντέλο του υπό έλεγχο θερμικού συστήματος**

Από τα αποτελέσματα της προηγούμενης παραγράφου κρίνεται σκόπιμο να μην συμπεριλάβουμε το υποσύστημα των γυάλινων δισκίων στο κλειστό σύστημα ελέγχου. Ως σήμα εξόδου του κλειστού συστήματος και μεταβλητή ελέγχου θεωρούμε την θερμοκρασία επιλεγμένου σημείου στο αλουμίνιο. Είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, ότι η θερμοκρασία των γυάλινων δισκίων δεν διατρέχει τον κίνδυνο της υπερύψωσης, και ακόμη, ότι είναι δυνατή η εκτίμηση της θερμοκρασίας αυτής.

Στην παρούσα παράγραφο θα προσδιορίσουμε το μαθηματικό μοντέλο του υπό έλεγχο συστήματος με είσοδο  $u(t)$  και έξοδο  $\theta_2$ . Όπως είδαμε στην αρχή της προηγούμενης παραγράφου (5.2.1β), στο κανάλι μέτρησης 4 κατεγράφη σειρά ενδείξεων 180000 δειγμάτων της θερμοκρασίας αλουμινίου. Συγχρόνως κατεγράφησαν ισάριθμες ενδείξεις του καναλιού 2 (της θερμοκρασίας περιβάλλοντος). Εισήγαμε τα δεδομένα αυτά σε .sid αρχείο του System Identification Toolbox στο MATLAB. Το πρόγραμμα αυτό παρέχει τη δυνατότητα αναγνώρισης συστημάτων βάσει μετρήσεων εισόδου-εξόδου σύμφωνα με τα γνωστά από την θεωρία. Έχουμε κριτήριο κόστους τετραγωνικού σφάλματος  $J = \int_0^T e^2(t)dt$  όπου  $(0,T)$  είναι το διάστημα των μετρήσεων που ενδιαφέρουν. Σύμφωνα με όσα έχουμε αναφέρει στο θεωρητικό μέρος, πριν την εκτέλεση της διαδικασίας αναγνώρισης απαιτείται η γνώση της γενικής μορφής του μοντέλου. Στη συνέχεια η διαδικασία (το

πρόγραμμα) υπολογίζει τις παραμέτρους του μοντέλου ελαχιστοποιώντας το κριτήριο κόστους.

Μία εκτίμηση της γενικής μορφής του μοντέλου μπορούμε να έχουμε από το θερμικό δίκτυο (σχήμα 5.3) της παραγράφου 5.2.1. Δοκιμάσαμε στο System Identification Toolbox μορφές γραμμικών μοντέλων ως και τρίτης τάξης σε διάφορες θερμοκρασιακές περιοχές μετρήσεων. Διαπιστώσαμε ότι για εύρος θερμοκρασίας μεγαλύτερο από 25°C κανένα γραμμικό μοντέλο δεν προσεγγίζει ικανοποιητικά το σύστημα. Γι αυτό χωρίσαμε το σύνολο των μετρήσεων σε τρεις θερμοκρασιακές περιοχές, με 20°C εύρος εκάστης.

Βάσει των αποτελεσμάτων καταλήξαμε σε προσέγγιση γραμμικού μοντέλου δεύτερης τάξης για κάθε περιοχή. Αν θεωρήσουμε δύο πόλους κι ένα μηδενικό, η μορφή της συνάρτησης μεταφοράς είναι

$$H(s) = \frac{K_{\omega} (s + \omega_{\mu})}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)}$$

ή ισοδύναμα η μορφή που αναδεικνύει τις χρονικές σταθερές του συστήματος:

$$H(s) = \frac{K_t (T_{\mu}s + 1)}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

Ακολουθεί ο προσδιορισμός των παραμέτρων για κάθε θερμοκρασιακή περιοχή:

- Θερμοκρασιακή περιοχή-1 (διαφορά από θερμοκρασία περιβάλλοντος 0~20°C):

Ο υπολογισμός του μοντέλου έγινε στο χρονικό διάστημα μετρήσεων [0 , 700]sec, κατά το οποίο η θερμοκρασία κυμαίνεται μεταξύ 0 και 7°C πάνω από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος. (Κάθε αναφερόμενη τιμή θερμοκρασίας θα δηλώνει διαφορά από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος). Το ταίριασμα (“fit”) στο αντίστοιχο σύνολο δειγμάτων είναι 99,74%. Το μοντέλο αυτό ελέγχθη επιπλέον στο διάστημα [0 , 2900]sec (διακύμανση 0~20°C) με ταίριασμα 98.05%. Ο λόγος για τον οποίο περιορισθήκαμε σε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες (ως 7°C ) για τον υπολογισμό αυτού του μοντέλου θα γίνει αντιληπτός όταν συζητηθεί το θέμα της ευστάθειας του συστήματος ελέγχου.

Οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου της «θερμοκρασιακής περιοχής-1» («μοντέλο-1») είναι οι εξής:

$K_{\omega}=0.0025018$	$K_t=7.2371$
$\omega_{\mu}=0.01724$	$T_{\mu}=58$
$\omega_1=0.01222$	$T_1=81.8$
$\omega_2=0.0004877$	$T_2=2050$

Ο πόλος  $s = -\omega_2$  βρίσκεται πιο κοντά στον άξονα των φανταστικών αριθμών του μιγαδικού ημιεπιπέδου σε σύγκριση με τον πόλο  $s = -\omega_1$ . Συνεπώς ο πόλος  $s = -\omega_2$  επηρεάζει περισσότερο το σύστημα. Από την άποψη του χρόνου, χαρακτηρίζεται ως «βραδύς πόλος», γιατί αντιστοιχεί στη μεγάλη χρονική σταθερά  $T_2$ . Αυτό σημαίνει ότι ο αντίστοιχος εκθετικός όρος στο πεδίο του χρόνου αποσβήνει αργά. Αντίθετα ο πόλος  $s = -\omega_1$  επηρεάζει λιγότερο το σύστημα, αντιστοιχεί στη μικρή χρονική σταθερά  $T_1$  και χαρακτηρίζεται ως «γρήγορος πόλος».

- Θερμοκρασιακή περιοχή-2 (διαφορά από θερμοκρασία περιβάλλοντος 20~40°C):

Ο υπολογισμός του μοντέλου έγινε στο χρονικό διάστημα μετρήσεων [7800 , 9500]sec με ταίριασμα 98.73%.

Υπολογίστηκαν οι τιμές παραμέτρων που ακολουθούν («μοντέλο-2»):

$$\begin{array}{ll} K_o=0.0022907 & K_t=6.3147 \\ \omega_\mu=0.02732 & T_\mu=36.6 \\ \omega_1=0.01877 & T_1=53.3 \\ \omega_2=0.000528 & T_2=1894 \end{array}$$

Διαπιστώνουμε ότι στην περιοχή-2 το σύστημα και οι δύο πόλοι είναι πιο απομακρυσμένοι από τον άξονα των φανταστικών αριθμών σε σύγκριση με τους πόλους του συστήματος στην χαμηλότερη θερμοκρασιακή περιοχή.

- Θερμοκρασιακή περιοχή-3 (διαφορά από θερμοκρασία περιβάλλοντος 40~60°C):

Ο υπολογισμός του μοντέλου έγινε στο χρονικό διάστημα μετρήσεων [10000, 12500]sec με ταίριασμα 99.05%.

Υπολογίστηκαν οι εξής τιμές παραμέτρων («μοντέλο-3»):

$$\begin{array}{ll} K_o=0.0027998 & K_t=5.5762 \\ \omega_\mu=0.003155 & T_\mu=317 \\ \omega_1=0.002185 & T_1=457.7 \\ \omega_2=0.000725 & T_2=1379 \end{array}$$

Παρατηρούμε ότι ο βραδύς πόλος που επηρεάζει περισσότερο το σύστημα μετατοπίζεται ακόμη περισσότερο προς τα αριστερά.

Διαπιστώνουμε ότι ξεκινώντας από το μοντέλο-1 και καταλήγοντας στο μοντέλο-3 έχουμε μετατόπιση του επικρατέστερου πόλου (βραδέως πόλου) προς τα αριστερά. Από τη θεωρία των συστημάτων γνωρίζουμε, ότι αυτή η μετατόπιση προς τα αριστερά συνεπάγεται την βελτίωση της ευστάθειας του συστήματος. Ακόμη γνωρίζουμε, ότι όταν το σύστημα είναι πιο ευσταθές, οδηγείται δυσκολότερα σε υπερύψωση.

Ας δούμε τώρα πώς συσχετίζονται τα ανωτέρω με τις θερμικές απώλειες του συστήματος της βάσης: Για μη γραμμικό σύστημα κατακόρυφης πλάκας με αντίσταση φυσικής απαγωγής προς τον αέρα, ισχύει (βλ. παράγραφο 5.1.1β):

$$q \propto \theta \cdot \sqrt[4]{\theta}$$

όπου q: η απώλεια θερμικής ισχύος,

και  $\theta$ : η θερμοκρασία του συστήματος (ως προς τη θερμοκρασία περιβάλλοντος).

Στην περίπτωση γραμμικού συστήματος (όταν δηλαδή έχουμε σταθερούς πόλους) ισχύει  $q \propto \theta$ . Ο επί πλέον παράγων της 4<sup>ης</sup> ρίζας του  $\theta$  δείχνει τη σημασία της μετατόπισης των πόλων από την άποψη των θερμικών απωλειών του εν λόγω συστήματος. Με μεγαλύτερες θερμικές απώλειες το σύστημα οδηγείται δυσκολότερα σε υπερύψωση.

## 5.2.2 Επιλογή PID και προσδιορισμός συντελεστών με προσομοίωση

Από την προηγούμενη παράγραφο συμπεραίνουμε, ότι το «μοντέλο-1» αντιστοιχεί στην κατάσταση με την μεγαλύτερη ευκολία υπερύψωσης (μικρότερη ευστάθεια). Για να διατηρήσουμε την προδιαγραφή να μην υπάρχει καθόλου υπερύψωση, πρέπει να προσδιορίσουμε τον ελεγκτή για τη χειρότερη περίπτωση, δηλαδή το μοντέλο-1.

Για να εξασφαλίσουμε την απαίτηση να μην υπάρχει υπερύψωση ούτε στις πολύ μικρές θερμοκρασίες, υπολογίσαμε το γραμμικό «μοντέλο-1» σε περιοχή μικρού εύρους (0 ως 7°C ως προς θερμοκρασία περιβάλλοντος) με ταίριασμα 99.74%. Σε αυτήν την θερμοκρασιακή περιοχή μπορούμε να θεωρήσουμε αμετάβλητη ευστάθεια λόγω γραμμικότητας.

Θεωρούμε λοιπόν τη συνάρτηση μεταφοράς του «μοντέλου-1»:

$$G_p(s) = \frac{K_t \cdot (T_\mu s + 1)}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)}$$

όπου

$$K_t = 7.2371$$

$$T_\mu = 58$$

$$T_1 = 81.8$$

$$T_2 = 2050$$

Στην παράγραφο 5.1.3ε διαπιστώσαμε ότι για υπό έλεγχο συστήματα γραμμικά, δεύτερης τάξης (χωρίς μηδενικό) μπορούμε με κατάλληλη επιλογή των συντελεστών ενός PID ελεγκτή να τοποθετήσουμε τους πόλους του κλειστού συστήματος κατά βούληση. Δηλαδή μπορούμε να ορίσουμε τους συντελεστές του PID, ώστε να μην υπάρχει καθόλου υπερύψωση. Αυτό ισχύει και για υπό έλεγχο συστήματα δεύτερης τάξης με μηδενικό, αφού το μηδενικό στη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου αυξάνει την ευστάθεια του κλειστού συστήματος.

Επίσης μας ενδιαφέρει η επίδραση της μεταβολής των παραμέτρων του υπό έλεγχο συστήματος στην έξοδο του κλειστού συστήματος. Στην παρούσα περίπτωση θεωρούμε ότι έχουμε το γραμμικό μοντέλο δεύτερης τάξης ενός θερμικού συστήματος, του οποίου οι παράμετροι μεταβάλλονται. Η εξίσωση (5-1) της παραγράφου 5.1.3β, για την περίπτωση κλειστού συστήματος με ελεγκτή PID, παίρνει τη μορφή:

$$\left| \frac{dY(s)}{Y(s)} \right| = \frac{1}{|1 + G_c(s)G_p(s)|} \left| \frac{dG_p(s)}{G_p(s)} \right|$$

όπου

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s$$

Σ' αυτήν την περίπτωση έχουμε

$$1 + G_c(s)G_p(s) = 1 + \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \cdot \frac{K_t (T_\mu s + 1)}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)}$$

Διαπιστώνουμε εύκολα ότι για  $s \rightarrow 0$  ο όρος  $1 + G_c(s)G_p(s)$  απειρίζεται λόγω του ολοκληρωτικού όρου του PID και συνεπώς  $dY(s) \rightarrow 0$ . Δηλαδή για σύστημα ελέγχου με PID η μεταβολή των παραμέτρων του συστήματος δεν επηρεάζει την έξοδο στη μόνιμη κατάσταση.

Ακόμη υπενθυμίζουμε (βλ. παράγραφο 5.1.3δ) ότι: εάν το υπό έλεγχο σύστημα είναι γραμμικό, και το σύστημα ελέγχου με PID είναι ευσταθές, τότε το σφάλμα θέσης είναι μηδέν.

Συμπεραίνουμε δηλαδή ότι, αν εξασφαλίσουμε την ευστάθεια, το σφάλμα θέσης ενός συστήματος με PID είναι πάντοτε μηδέν. Αυτό ήταν αναμενόμενο αφού ο ολοκληρωτικός όρος δεν είναι δυνατόν να συγκλίνει σε τιμή μικρότερη από την επιθυμητή τιμή σταθεροποίησης.

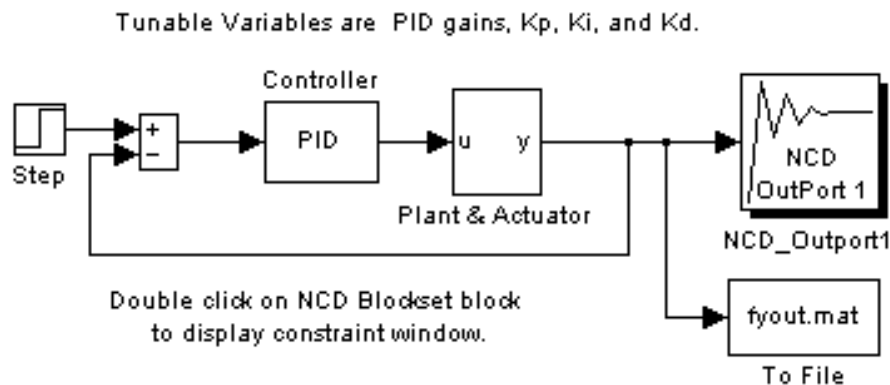
Όσον αφορά τον χρόνο ανύψωσης της θερμοκρασίας της βάσης, δεν επιθυμούμε ένα απότομο μέτωπο θερμότητας το οποίο θα μπορούσε να επηρεάσει επί πλέον το οργανικό υλικό του δείγματος. Για μέγιστη τιμή παρεχόμενης ισχύος από το παλμικό τροφοδοτικό 30Watt, δεν διατρέχουμε τέτοιο κίνδυνο. Για δεδομένη μέγιστη ισχύ, επιθυμούμε ελαχιστοποίηση του χρόνου σταθεροποίησης της θερμοκρασίας για διευκόλυνση κατά την διεξαγωγή των πειραμάτων, χωρίς όμως αυτό να αποτελεί αυστηρή προδιαγραφή του πειράματος.

Το επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός των συντελεστών του PID. Για τον υπολογισμό των συντελεστών του PID της παρούσας εφαρμογής πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν τα εξής:



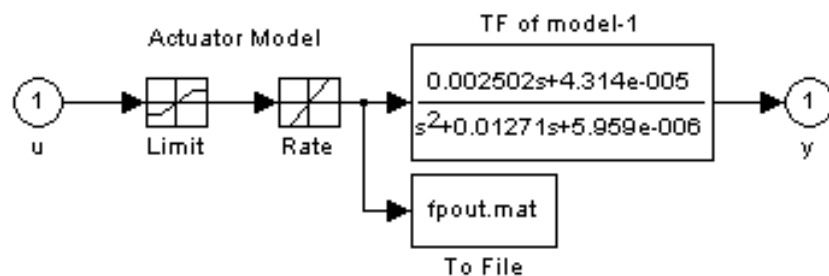
- Το εξωτερικό σήμα  $\omega(t)$  είναι βηματική συνάρτηση που αντιστοιχεί στο “set point” της επιθυμητής θερμοκρασίας  $\theta_{set}$ .
- Το σήμα ελέγχου  $u(t)$  έχει πεδίο τιμών από 0.05 ως 30W.
- Ως μαθηματικό μοντέλο του υπό έλεγχο συστήματος θεωρούμε το «μοντέλο-1».
- Η έξοδος  $y(t)$  συγκλίνει στην επιθυμητή θερμοκρασία χωρίς υπερένωση και στον ελάχιστο δυνατό χρόνο ανύψωσης.

Για να ικανοποιήσουμε αυτές τις απαιτήσεις κατά τον υπολογισμό των συντελεστών του PID, προσομοιώσαμε το σύστημα ελέγχου στο MATLAB με το Simulink Model “SimControl.mdl” που ακολουθεί:



Το SimControl.mdl προσομοιώνει το διάγραμμα βαθμίδων του συστήματος ελέγχου (περιλαμβάνοντας και κάποια επί πλέον στοιχεία). Συγκεκριμένα:

Στο “Step” block υλοποιείται η βηματική συνάρτηση εισόδου και ορίζεται η περίοδος δειγματοληψίας για το διακριτοποιημένο σύστημα. Στη συνέχεια έχουμε το block του συγκριτή του κλειστού συστήματος. Το “PID Controller” block υλοποιεί τον PID ελεγκτή με μεταβλητούς συντελεστές  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ . Στο “NCD Outport” block θέτουμε τα όρια για το σήμα εξόδου, με τα οποία αποτρέπουμε την υπερένωση. Το “To File” block απλά σώζει το σήμα εξόδου για το προκαθορισμένο χρονικό διάστημα στο fyout.mat αρχείο. “To Plant&Actuator” block είναι Subsystem του Simulink, το οποίο αναλύεται στο επόμενο διάγραμμα, και αντιστοιχεί στη βαθμίδα του υπό έλεγχο συστήματος.

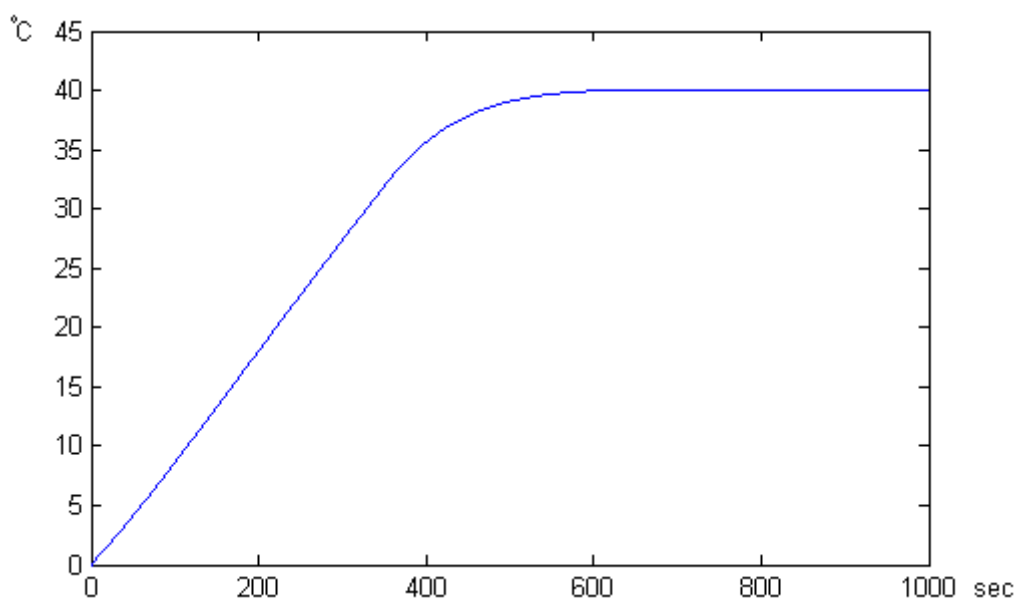


Το “Inport” block (u) είναι η είσοδος του υποσυστήματος, ενώ το “Outport” block (y) η έξοδος. Το “Saturate” block (Limit) θέτει το πεδίο τιμών και το “RateLimiter” block (Rate) καθορίζει το slew rate του σήματος ελέγχου. Το “To File” block απλά σώζει το σήμα ελέγχου για το προκαθορισμένο χρονικό διάστημα στο frount.mat αρχείο. Το “TransferFcn” block υλοποιεί την συνάρτηση μεταφοράς του «μοντέλου-1».

Για τον χρόνο ανύψωσης δεν μπορεί να τεθεί εκ των προτέρων περιοριστικό όριο. Το SimControl.mdl εκτελεί επαναληπτικό αλγόριθμο προς επίλυση «του προβλήματος του ελαχίστου χρόνου». Δηλαδή αναζητά την κατάλληλη (βέλτιστη) τριάδα παραμέτρων  $K_p$ ,  $K_i$  και  $K_d$ , ώστε ο χρόνος σύγκλισης στην επιθυμητή τιμή εξόδου να είναι ελάχιστος.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε το εξής: Ύστερα από δοκιμές στο πραγματικό σύστημα, διαπιστώσαμε ότι για μεγάλες τιμές του διαφορικού όρου  $K_d$  εμφανίζεται ταλάντωση στην έξοδο του PID, λόγω της παραγωγίσις του θορύβου. Γι αυτό επιβάλαμε για το διαφορικό συντελεστή  $K_d < 30$ .

Στην παρούσα περίπτωση εκτέλεσης του SimControl.mdl επιλέξαμε ως επιθυμητή τιμή θερμοκρασίας (set point)  $\theta_{set} = 40^\circ\text{C}$  (πάντοτε εννοούμε διαφορά από θερμοκρασία περιβάλλοντος). Πρόκειται για ενδεικτική επιλογή που δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα. Στο “NCD Outport” block θέσαμε ως ανώτατο όριο θερμοκρασίας  $40.05^\circ\text{C}$ . Επιτρέψαμε δηλαδή πρακτικά αμελητέα υπερέψωση  $0.05^\circ\text{C}$  στην προσομοίωση με υπό έλεγχο σύστημα το μοντέλο-1. Υπενθυμίζουμε ότι το μοντέλο-1 υπολογίστηκε για θερμοκρασίες  $0 \sim 7^\circ\text{C}$ . Στις υψηλότερες θερμοκρασίες, όπου το σύστημα είναι πιο ευσταθές, η υπερέψωση εξαφανίζεται. Στο παρακάτω γράφημα παρουσιάζεται η έξοδος  $y(t)$  του συστήματος ελέγχου, όπως αυτή προέκυψε κατά την εκτέλεση του μοντέλου προσομοίωσης SimControl.mdl για τις υπολογισθείσες τιμές των συντελεστών του PID.



Γράφημα: Δεδομένα εξόδου y από το αρχείο frount.mat

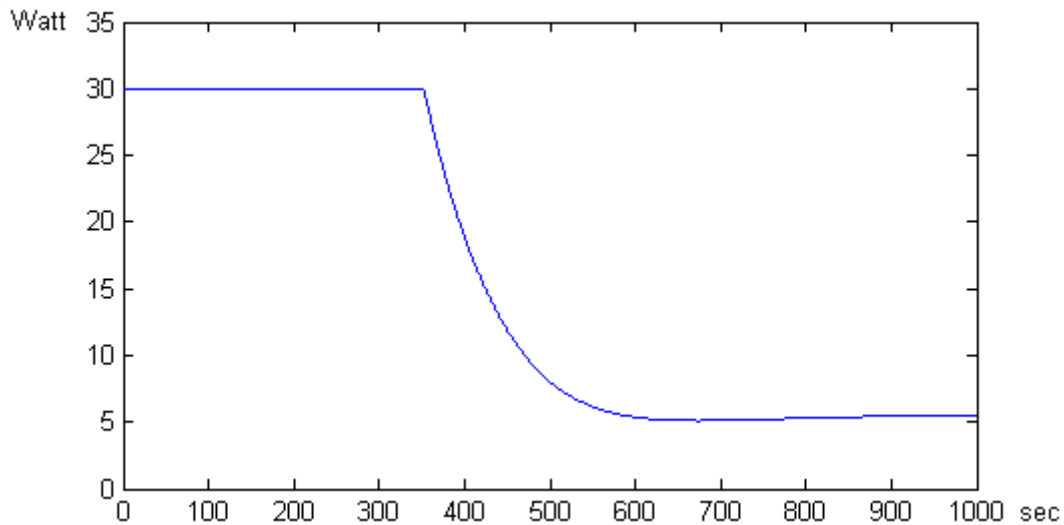
Οι συντελεστές του PID ελεγκτή έχουν τελικά τις εξής τιμές:

$$K_p = 3.5$$

$$K_i = 5.83414\text{E-}04$$

$$K_d = 29.64$$

Ενδιαφέρον επίσης παρουσιάζει το σήμα ελέγχου  $u(t)$ :



**Γράφημα: Δεδομένα αρχείου frount.mat για το σήμα ελέγχου  $u$**

Στην αρχή της διαδικασίας ελέγχου ( $t=0$ ) η έξοδος του PID (χωρίς φραγή) είναι

$$K_p \times e(t) = 3.5 \times 40 = 140 \text{ W}$$

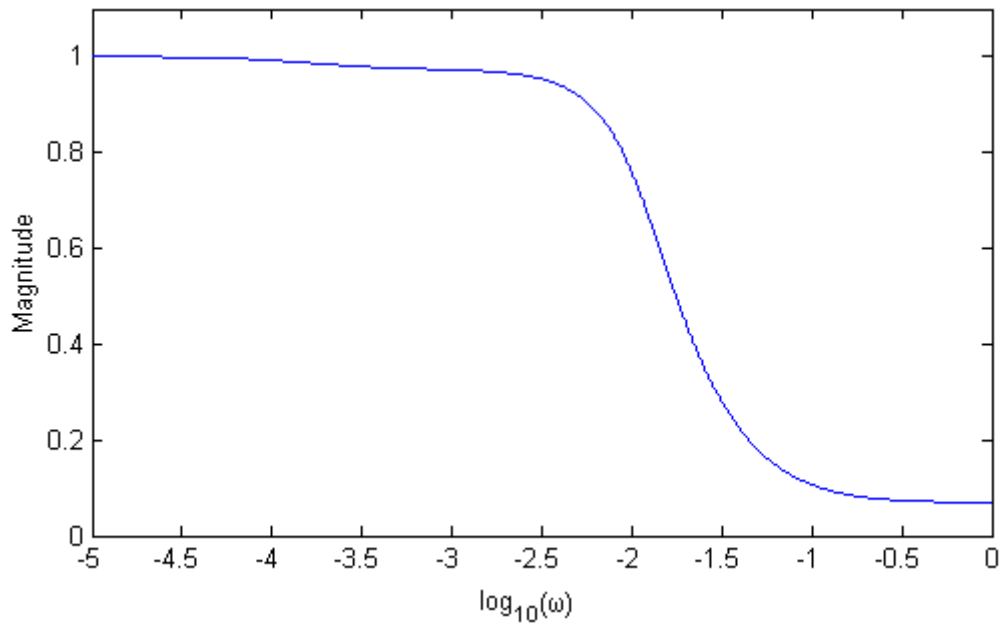
όπου  $e(t)$ : η διαφορά της επιθυμητής από την πραγματική τιμή εξόδου.

Το σήμα αυτό φθίνει λόγω του διαφορικού όρου και σε 350sec περίπου φτάνει στην τιμή των 30W. Στο χρονικό αυτό διάστημα το σήμα ελέγχου διατηρεί ένα επίπεδο ισχύος 30W, λόγω της φραγής που έχουμε επιβάλει. Μετά τα 350sec γίνεται αντιληπτή η πτώση και στο σήμα ελέγχου  $u(t)$ . Η πτώση του  $u(t)$  οφείλεται στην μείωση του γινομένου  $K_p \times e(t)$  (καθώς μειώνεται το  $e(t)$ ), αλλά και στον διαφορικό συντελεστή  $K_d$ . Ο συντελεστής  $K_d$  καθιστά την πτώση του  $u(t)$  αρκετά απότομη ώστε η έξοδος  $y(t)$  να προστατεύεται από υπερύψωση. Ενώ το  $e(t)$  συνεχίζει να μειώνεται ο διαφορικός όρος υπερισχύει του αναλογικού και το σήμα ελέγχου κατεβαίνει (λίγο) κάτω από το επίπεδο ισορροπίας του. Όταν το  $e(t)$  (ιδανικά) μηδενιστεί στη μόνιμη κατάσταση, ο αναλογικός όρος  $K_p \times e(t)$  και ο διαφορικός όρος  $K_d \times de(t)/dt$  μηδενίζονται, και η τιμή του σήματος ελέγχου ισούται με την τιμή του ολοκληρώματος που σταθεροποιείται.

Στο SimControl.mdl θέσαμε περίοδο δειγματοληψίας  $T_s=0.1\text{sec}$ . Από τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του προγράμματος προσομοίωσης διαπιστώνουμε, ότι ο ελεγκτής PID λειτουργεί πολύ ικανοποιητικά στον διακριτό χρόνο.

Όπως θα εξηγήσουμε ευθύς αμέσως αυτό το γεγονός ήταν αναμενόμενο: Ισχύει εμπειρικός νόμος, βάσει του οποίου το PID πρέπει να λειτουργεί με συχνότητα δειγματοληψίας τουλάχιστον είκοσι φορές μεγαλύτερη από το εύρος ζώνης του συστήματος. Το εύρος ζώνης  $\omega_b$  ορίζεται ως η συχνότητα για την οποία  $M(\omega_b)=0.707$  ( $M$ : Magnitude –συνάρτηση πλάτους). Προκύπτει ότι  $\omega_b=0.0113\text{rad/sec}$ .

Αφού έχουμε συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s=10\text{Hz}$  ή  $\omega_s=62.83\text{rad/sec}$  συνεπάγεται λόγος  $\omega_s/\omega_b \cong 5560 \gg 20$ .



**Η καμπύλη πλάτους του κλειστού συστήματος ελέγχου**

Δηλαδή υπερκαλύπτεται η απαίτηση του εμπειρικού νόμου για ικανοποιητική συχνότητα δειγματοληψίας.



## 6. Το κύκλωμα του παλμικού τροφοδοτικού

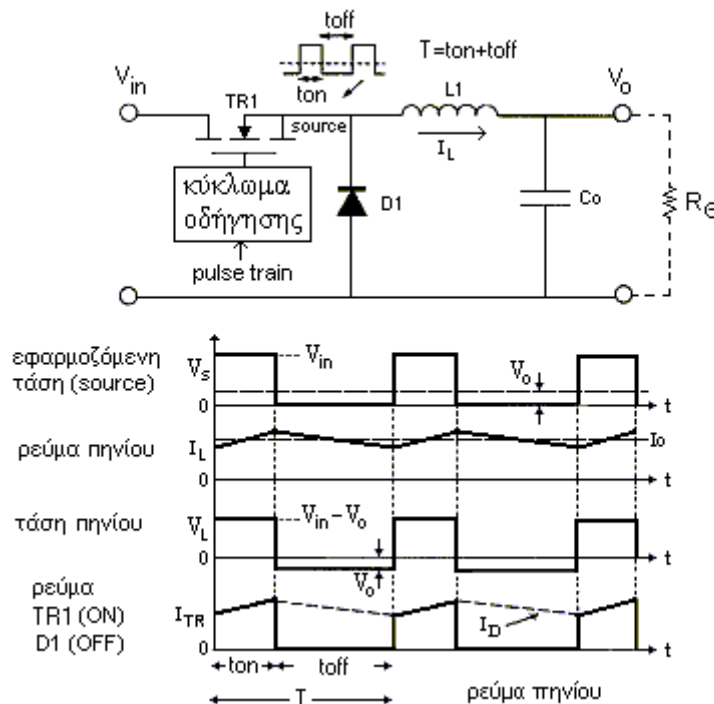
### 6.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε ότι το σήμα ελέγχου στην έξοδο του ψηφιακού PID αντιστοιχεί σε χρονικά μεταβαλλόμενη τιμή ισχύος. Για την μετατροπή του σήματος ελέγχου σε πραγματική ισχύ είναι απαραίτητη η λειτουργία ενός τροφοδοτικού ελεγχόμενου από το PID.

Επιλέξαμε την ανάπτυξη παλμικού τροφοδοτικού (switch-mode supply). Το βασικό πλεονέκτημα των τροφοδοτικών αυτού του τύπου είναι οι μικρές θερμικές τους απώλειες εν συγκρίσει με τα αναλογικά τροφοδοτικά (linear supply).

Αυτή είναι μία επιθυμητή ιδιότητα, γιατί δεν θέλουμε κατά την εκτέλεση των πειραμάτων να υπάρχει στον περιβάλλοντα χώρο κάποια πηγή εκπομπής θερμότητας. Επίσης, δεν είναι επιθυμητή γενικά η σπατάλη ισχύος και η χρήση πολύ μεγάλης ψύκτρας. Τέλος, η παρεχόμενη ισχύς του παλμικού τροφοδοτικού ελέγχεται εύκολα από τον υπολογιστή. Συμπεραίνουμε ότι για την εφαρμογή μας το παλμικό τροφοδοτικό είναι μία εύχρηστη και πρακτική λύση.

### 6.2 Τοπολογία «μείωσης τάσης» (step down) του παλμικού τροφοδοτικού



Σχήμα 6.1 Τοπολογία μείωσης τάσης παλμικού τροφοδοτικού

Η λειτουργία του παλμικού τροφοδοτικού βασίζεται στην παροχή παλμών ισχύος μέσω ενός διακόπτη. Στο κύκλωμα του σχήματος 6.1 έχουμε στην είσοδο σταθερή παροχή τάσης  $V_{in}$ . Το τρανζίστορ ( $TR1$ ) λειτουργεί ως διακόπτης αυτής της τάσης, ελεγχόμενος από παλμοσειρά (pulse train) στην είσοδο του κυκλώματος οδήγησης. (Όταν η παλμοσειρά εισόδου είναι σε κατάσταση ON το τρανζίστορ άγει,

ενώ στην κατάσταση OFF δεν άγει). Στην έξοδο του διακόπτη (source του MOSFET) παράγεται συνεπώς αντίστοιχη παλμοσειρά μεγαλύτερης ισχύος.

Στην κατάσταση αγωγής (ON) το τρανζίστορ μεταφέρει στο “source” την τάση  $V_{in}$ . Τότε το ρεύμα του πηνίου  $I_L$  αυξάνει σύμφωνα με την σχέση (νόμος του Faraday για το πηνίο):

$$V_{in} - V_o = L \frac{dI_L}{dt}$$

όπου  $V_o$  είναι η τάση εξόδου.

Όταν το τρανζίστορ περιέλθει σε κατάσταση μη αγωγής (OFF) η πολικότητα της τάσης του πηνίου αντιστρέφεται ( $V_L = -V_o$  για ιδανική δίοδο). Η διακοπή του ρεύματος διαμέσου του διακόπτη προκαλεί αντίδραση της αυτεπαγωγής του πηνίου με διέγερση ρεύματος διαμέσου της  $D1$  προς το πηνίο. Στην κατάσταση αυτή μεταβιβάζεται αποθηκευμένη μαγνητική ενέργεια από το πηνίο στην έξοδο. Στην κατάσταση OFF έχουμε επίσης μεταβολή του ρεύματος του πηνίου σύμφωνα με τη σχέση:

$$-V_o = L \frac{dI_L}{dt}$$

Το LC φίλτρο στην έξοδο σταθεροποιεί την  $V_o$  για σταθερό duty cycle (λόγος  $t_{on}/T$ ). Συνεπώς οι παραπάνω σχέσεις για το πηνίο δηλώνουν γραμμική άνοδο και γραμμική πτώση του ρεύματος πηνίου  $I_L$  για τις καταστάσεις ON και OFF αντίστοιχα.

Αν ολοκληρώσουμε το  $dI_L$  για περίοδο  $T$  μίας παλμοσειράς θεωρώντας σταθερό  $V_o$  λαμβάνουμε:

$$L \cdot \int_0^T dI_L = V_{in} \cdot t_{on} - V_o \cdot T \quad (6-1)$$

Σε σταθεροποιημένη κατάσταση το παραπάνω ολοκλήρωμα θα πρέπει να ισούται με μηδέν (διαφορετικά θα έχουμε αύξηση του ρεύματος πηνίου από κύκλο σε κύκλο). Στην ισορροπία έχουμε:

$$V_{in} \cdot t_{on} - V_o \cdot T = 0 \quad (6-2\alpha) \Leftrightarrow$$

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{t_{on}}{T} = \text{duty cycle} \quad (6-2\beta)$$

Δηλαδή ο λόγος της σταθεροποιημένης τάσης εξόδου  $V_o$  του παλμικού τροφοδοτικού προς την είσοδο παροχής τάσης  $V_{in}$  ισούται με το ποσοστό του duty cycle της παλμοσειράς εισόδου.

Αυτό συνεπάγεται ότι η τάση εξόδου  $V_o$  είναι πάντοτε μικρότερη από την  $V_{in}$ . Γι αυτό το λόγο η τοπολογία του σχήματος 6.1 ονομάζεται “step down” (μείωση τάσης). Όπως είδαμε στο 5ο κεφάλαιο, ο χρόνος διακριτοποίησης του ελέγχου (άρα και ο χρόνος κατά τον οποίο το duty cycle διατηρεί την ίδια τιμή) είναι 0.1sec. Αυτό το χρονικό διάστημα είναι επαρκές για την σταθεροποίηση της  $V_o$  στην τιμή που προκύπτει από την (6-2β). Αυτό μπορεί να τεκμηριωθεί ως εξής:

Αν διαταράξουμε την κατάσταση ισορροπίας αλλάζοντας την τιμή του  $t_{on}$  σε  $t'_{on} = t_{on} + \Delta t$ , τότε από την (6-1) λαμβάνουμε:

$$L \cdot (I_2 - I_1) = V_{in} \cdot t'_{on} - V_o \cdot T \Rightarrow$$

$$L \cdot (I_2 - I_1) = V_{in} \cdot \Delta t + V_{in} \cdot t_{on} - V_o \cdot T \stackrel{(6-2\alpha)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = \frac{V_{in}}{L}$$

όπου  $I_1$  αρχική και  $I_2$  τελική τιμή του ρεύματος πηνίου στην περίοδο  $T$ . Προς το παρόν υποθέτουμε ότι η μεταβολή της  $V_o$  για χρόνο  $T$  είναι αμελητέα.

Για  $L=5\text{mH}$  (βλ. πλήρες κύκλωμα παλμικού τροφοδοτικού σχήματος 6.2) και  $V_{in}=15\text{V}$  είναι  $(I_2-I_1)/\Delta t = 15\text{V}/5\text{mH} = 3000\text{A}/\text{sec}$  ή  $3\text{A}/\text{msec}$ . Για μία εκτίμηση της χρονικής καθυστέρησης του  $V_o$  πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν την χρονική σταθερά  $RC = 1000\mu\text{F} \cdot 4\Omega = 4\text{msec}$ . Το χρονικό αυτό διάστημα είναι 100 φορές μεγαλύτερο από περίοδο παλμοσειράς  $T=40\mu\text{sec}$  (αντίστοιχη συχνότητα  $25\text{kHz}$ ) και συνεπώς η υπόθεση για σχεδόν σταθερό  $V_o$  σε μία περίοδο  $T$  ήταν βάσιμη. Συμπεραίνουμε τελικά ότι η χρονική καθυστέρηση του  $V_o$  οφείλεται κυρίως στην σταθερά χρόνου  $RC=4\text{msec}$ . Ισχύει ότι  $RC \ll 0.1\text{sec}$ . Συνεπώς ο χρόνος διακριτοποίησης επαρκεί για την σταθεροποίηση του  $V_o$  στην τιμή που προκύπτει από την (6-2β).

### 6.3 Το σήμα ελέγχου του PID και η οδήγηση του παλμικού τροφοδοτικού

Πριν προχωρήσουμε στην περαιτέρω ανάλυση του κυκλώματος πρέπει να διευκρινίσουμε την σχέση μεταξύ σήματος ελέγχου του PID και του σήματος οδήγησης του παλμικού τροφοδοτικού. Όπως εξηγήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο η έξοδος του PID ελεγκτή αντιστοιχεί σε ισχύ. Όμως η παράμετρος που οδηγεί την έξοδο του παλμικού τροφοδοτικού είναι το duty cycle της παλμοσειράς εισόδου. Γι αυτό είναι απαραίτητη η μετατροπή της τιμής ισχύος του σήματος ελέγχου σε ποσοστό duty cycle. Σε πρώτη φάση μπορούμε να μετατρέψουμε την τιμή της ισχύος σε τιμή τάσης για γνωστή τιμή θερμαντικής αντίστασης ( $V = \sqrt{P \cdot R}$ ). Άρα χρειαζόμαστε την αντιστοιχία τάσεως εξόδου του τροφοδοτικού και duty cycle.

Είδαμε ότι στην τοπολογία «μείωσης τάσης» το duty cycle και η τάση εξόδου του παλμικού τροφοδοτικού έχουν αναλογική σχέση. Στο πραγματικό κύκλωμα η αναλογική σχέση απέχει από την ιδανική και εκλείπει εντελώς για χαμηλές τιμές του duty cycle (<5%). Αυτό οφείλεται στην αποκοπή των υψηλών συχνοτήτων της παλμοσειράς λόγω του πεπερασμένου εύρους ζώνης του κυκλώματος, το οποίο δεν επιτρέπει την διέλευση παλμών πολύ μικρής διάρκειας και φιλτράρει τις ακμές των παλμών. Για να διαπιστώσουμε την ακριβή σχέση τάσης εξόδου και duty cycle, αναπτύξαμε ειδικό λογισμικό (Virtual Instrument στο LabView) για μέτρησεις τιμών τάσης για διάφορες τιμές duty cycle. Από τις μετρήσεις αυτές διαπιστώσαμε ότι έχουμε πολύ καλή προσέγγιση με πολυώνυμο τετάρτου βαθμού (του οποίου ο κυριώτερος όρος είναι ο γραμμικός).

Στη συνέχεια δημιουργήσαμε λογισμικό (VI) για την μετατροπή της εξόδου του PID (τιμή ισχύος) σε τάση και στη συνέχεια σε τιμή duty cycle. Στο DAQ υπάρχει κατάλληλη ψηφιακή έξοδος μετρητή που παράγει παλμοσειρά 0 και 5V με duty cycle ρυθμιζόμενο από το λογισμικό που αναπτύξαμε.

### 6.4 Το πλήρες κύκλωμα του παλμικού τροφοδοτικού

Στην παράγραφο 6.2 περιγράψαμε την λειτουργία του παλμικού τροφοδοτικού θεωρώντας δεδομένη την λειτουργία του κυκλώματος οδήγησης και του κυκλώματος παροχής τάσης. Στη συνέχεια θα αναλύσουμε αυτά ακριβώς τα κυκλώματα.

Τα στοιχεία του κύκλωματος οδήγησης – βασική λειτουργία:

Η παλμοσειρά της ψηφιακής εξόδου του DAQ εφαρμόζεται στο κύκλωμα οδήγησης δια μέσου οπτοζεύγους (optocoupler). Βασικό πλεονέκτημα του οπτοζεύγους, που απορρέει από την αρχή λειτουργίας του, είναι η ηλεκτρική μόνωση

εισόδου-εξόδου. Η χρήση οπτοζεύγους προτιμήθηκε διότι μας ενδιαφέρει η προστασία της DAQ κάρτας από τον θόρυβο του τροφοδοτικού, αφού αυτή χρησιμοποιείται ταυτοχρόνως και για την λήψη ευαίσθητων μετρήσεων. Είναι απαραίτητο το οπτοζεύγος να έχει μεγάλο εύρος ζώνης, γιατί έτσι εξασφαλίζεται απότομο μέτωπο παλμών στην επόμενη βαθμίδα του τροφοδοτικού. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέξαμε το διαθέσιμο στοιχείο optocoupler 6N136 με εύρος ζώνης 2MHz (high-speed). Στην πράξη διαπιστώσαμε ότι ο ελάχιστης διάρκειας παλμός που διέρχεται το 6N136 είναι της τάξης του 1μsec.

Το ρεύμα εξόδου του 6N136 είναι πολύ μικρό για να οδηγήσει τα MOSFET. Συνεπώς χρειάζεται ένα κύκλωμα οδήγησης, το οποίο να ενισχύει την παλμοσειρά εξόδου του 6N136 χωρίς παραμόρφωση. Το κύκλωμα οδήγησης περιλαμβάνει (εκτός του 6N136) τα διπολικά τρανζίστορ  $Q_1, Q_2, Q_3$ , ωμικές αντιστάσεις και διόδους. Η λειτουργία αυτού του κυκλώματος είναι: α) να οδηγεί τα MOSFET σε κατάσταση αγωγής (“ON”), όταν υπάρχει παλμός στην είσοδο του τροφοδοτικού, και β) να οδηγεί τα MOSFET σε κατάσταση μη αγωγής (“OFF”), όταν δεν υπάρχει παλμός στην είσοδο.

Τα τρανζίστορ του παλμικού τροφοδοτικού λειτουργούν εναλλάξ στην περιοχή κόρου και στην περιοχή αποκοπής. Στην ενεργό περιοχή λειτουργούν μόνο κατά το μικρό χρονικό διάστημα μετάβασης από την μία κατάσταση στην άλλη. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο το παλμικό τροφοδοτικό έχει μικρές θερμικές απώλειες.

#### **Τάση τροφοδοσίας (DC) για το κύκλωμα παλμικού τροφοδοτικού:**

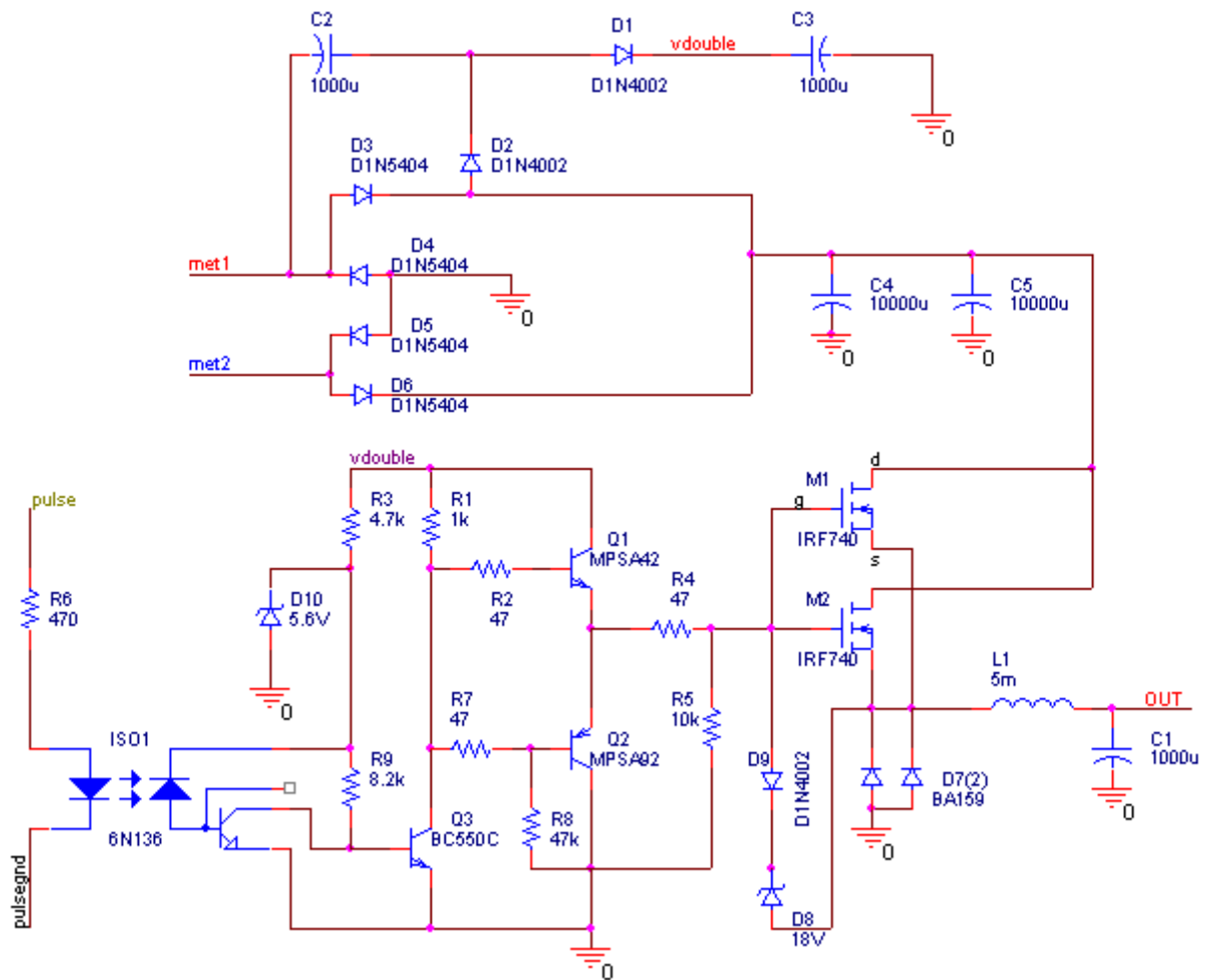
Για παροχή θερμικής ισχύος 30W, το ρεύμα που διέρχεται θερμαντική αντίσταση τεσσάρων Ohms (4Ω) είναι 2.74A και η αντίστοιχη πτώση τάσης  $\approx 11V$ . Η αντίσταση αγωγής του MOSFET IRF740 είναι περίπου 0.5Ω. Αν συνδέσουμε δύο IRF740 παράλληλα θα έχουμε αντίσταση αγωγής  $R_{on}=0.25\Omega$ . Άρα κατά την αγωγή θα έχουμε στα IRF740 πτώση τάσης  $2.74 \times 0.25 \approx 0.7V$  (και κατανάλωση ισχύος  $\approx 1.9W$ ). Συνεπώς χρειαζόμαστε σταθερή τάση τροφοδοσίας για το drain του MOSFET τουλάχιστον 12V.

Γνωρίζουμε επίσης ότι για καλή λειτουργία των MOSFET IRF740 (μικρή  $R_{on}$ ) απαιτείται μία διαφορά δυναμικού μεταξύ gate και source  $V_{gs} > 10V$ . Αν θεωρήσουμε  $V_{out}=11V$ , τότε  $V_{gs} + V_{out} > (10+11)V=21V$ . Συνεπώς για το κύκλωμα οδήγησης χρειάζεται διπλασιασμός τάσης.

#### **Το κύκλωμα ανόρθωσης, σταθεροποίησης και διπλασιασμού τάσης:**

Επιλέξαμε μετασχηματιστή 50VA με ενεργό τιμή τάσης 12V. Το κύκλωμα ανόρθωσης της εναλλασσόμενης τάσης περιλαμβάνει τις διόδους  $D_3:D_6$ , ενώ το κύκλωμα σταθεροποίησης τους πυκνωτές  $C_4$  και  $C_5$ .

Η διάδος  $D_2$  δεν επιτρέπει στο δυναμικό του αρνητικού της ακροδέκτη να κατέλθει χαμηλότερα από αυτό του θετικού (αν θεωρήσουμε ιδανική διάοδο). Αυτό σημαίνει ότι ο θετικός ακροδέκτης του  $C_2$  βρίσκεται σε επίπεδο τάσης τουλάχιστον όσο η τάση της απλής τροφοδοσίας. Στην θετική φάση του, το εναλλασσόμενο ρεύμα φορτίζει τον  $C_2$  διπλασιάζοντας την τάση του θετικού ακροδέκτη, όπως και την τάση στον θετικό ακροδέκτη του  $C_3$ . Η διάδος  $D_1$  αποτρέπει τη ροή του ρεύματος προς τα «πίσω» κατά την αρνητική φάση του εναλλασσόμενου. Συνεπώς ο  $C_3$  διατηρεί περίπου σταθερή την διπλάσια τάση. Η ένδειξη vdouble στους κλάδους σημαίνει ότι αυτοί βρίσκονται σε ηλεκτρική επαφή μεταξύ τους. Το κύκλωμα οδήγησης τροφοδοτείται με διπλάσια τάση έναντι του drain των MOSFET.



Σχήμα 6.2: Το πλήρες κύκλωμα του παλμικού τροφοδοτικού

### Περιγραφή λειτουργίας κυκλώματος στις δύο καταστάσεις Κατάσταση αγωγής (“ON”)

Όταν έρχεται παλμός στην είσοδο του 6N136 το LED ανάβει και η φωτοδίοδος άγει. Το τρανζίστορ του 6N136 λειτουργεί στην περιοχή κόρου. Το δυναμικό του συλλέκτη (ως προς τη γη) κατεβαίνει λόγω των αντιστάσεων  $R_3$  και  $R_9$  στην τάση κορεσμού  $\cong 0.2V$ .

Η τάση αυτή είναι ίση με την τάση βάσης-εκπομπού του  $Q_3$ . Άρα μεταξύ βάσης-εκπομπού δεν υπάρχει η απαιτούμενη για αγωγή τάση των  $0.6V$ . Συνεπώς το  $Q_3$  δεν άγει. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι το ρεύμα που δεν μπορεί να περάσει διαμέσου του  $Q_3$  θα περάσει αναγκαστικά διαμέσου της μεγάλης αντίστασης  $R_8$ . Τότε, λόγω των  $R_1, R_2, R_7, R_8$  τα δυναμικά των βάσεων των  $Q_1$  και  $Q_2$  θα ανέβουν υψηλότερα από το δυναμικό των εκπομπών τους, αφού οι τελευταίοι συνδέονται μέσω της  $R_4$  με τις πύλες των IRF740 που αρχικώς είναι αφόρτιστες. Το δυναμικό (ως προς γη) των πυλών όταν είναι αφόρτιστες είναι περίπου ίσο με την τάση εξόδου (οποσδήποτε  $< 12V$ ).

Αφού  $V_{BQ_1} > V_{EQ_1}$  και το  $Q_1$  είναι npn transistor συνάγεται άγει. Ακόμη ισχύει:  $V_{BQ_2} > V_{EQ_2}$ , και επειδή το  $Q_2$  είναι pnp transistor δεν θα άγει. Συνεπώς το  $Q_2$  θα βρίσκεται σε αποκοπή.

Η αγωγή του  $Q_1$  φορτίζει την χωρητικότητα της πύλης (gate) εκάστου IRF740. Όταν η τάση gate-source υπερβεί τα 5V έχουμε αγωγή του IRF740. Η διόδος Zener D8 (18V) προστατεύει τα IRF740 από τάση gate-source μεγαλύτερη από 20V, οπότε θα είχαμε διάσπαση (break). Συνολικά οι διόδοι D8 και D9 δεν επιτρέπουν η εν λόγω τάση να ξεπεράσει τα 19V περίπου. Η δε διόδος D9 δεν επιτρέπει την αγωγή από την έξοδο (OUT) προς το κύκλωμα εισόδου των MOSFET.

Κατά την αγωγή των IRF740 διέρχεται ρεύμα από το τροφοδοτικό διαμέσου του πηνίου (κι όχι διαμέσου των διόδων D7 ή D9).

#### **Κατάσταση μη αγωγής (“OFF”)**

Όταν δεν υπάρχει παλμός στην είσοδο του φωτοστοιχείου ( $I_F=0$ ) το ρεύμα συλλέκτη του ενσωματωμένου τρανζίστορ είναι μηδέν. Ακόμη, ο εκπομπός του τρανζίστορ  $Q_3$  βρίσκεται στην γη. Άρα από την τάση 5.6V στο άκρο της διόδου Zener D10 διαμέσου της αντίστασης  $R_9$  περνά ρεύμα στην βάση του τρανζίστορ  $Q_3$ . Συνεπώς το  $Q_3$  άγει. Το ρεύμα συλλέκτη του  $Q_3$  προκαλεί πτώση τάσης στην  $R_1$  και το  $Q_3$  φτάνει στον κόρο. Το δυναμικό του συλλέκτη του  $Q_3$  είναι  $\cong 0.2V$ . Συνεπώς και το δυναμικό της βάσης του  $Q_1$  βρίσκεται πολύ κοντά στο μηδέν. Επίσης ο εκπομπός του  $Q_1$  συνδέεται μέσω της  $R_4$  με έκαστη πύλη (gate) των IRF740, και ως εκ τούτου το δυναμικό του είναι οπωσδήποτε μεγαλύτερο/ίσο του μηδενός. Συνεπώς το  $Q_1$  δεν άγει.

Το δυναμικό της βάσης του  $Q_2$  είναι περίπου μηδέν, ενώ ο συλλέκτης βρίσκεται στην γη. Συνεπώς το  $Q_2$  άγει και εκφορτίζει ταχύως τις πύλες των IRF740. Με την εκφόρτιση των πυλών διακόπτεται η αγωγή των IRF740. Η διακοπή του ρεύματος εξόδου των IRF740 προκαλεί αντίδραση της αυτεπαγωγής του πηνίου και συνεπώς διεύλωση ρεύματος από τη γη διαμέσου της  $D_7$  προς το πηνίο. Όσο το πηνίο έχει μαγνητική ενέργεια, διέρχεται ρεύμα από την διόδο  $D_7$  και η τάση του source είναι  $\cong -0.7V$ .

Απλοποιημένη περιγραφή λειτουργίας:

Στην κατάσταση ON άγουν τα εξής στοιχεία: το φωτοστοιχείο, το  $Q_1$  και τα IRF740. Το  $Q_1$  φορτίζει τις πύλες των IRF740 και καθιστά δυνατή την αγωγή.

Στην κατάσταση OFF άγουν τα εξής στοιχεία: το  $Q_3$  και συνεπώς το  $Q_2$  το οποίο εκφορτίζει τις πύλες των IRF740.

Η παλμοσειρά στην έξοδο μετατρέπεται μέσω του LC σε σχεδόν σταθερή τάση, η τιμή της οποίας εξαρτάται περίπου αναλογικά από το duty cycle της παλμοσειράς εισόδου.

#### **Επιλογή συχνότητας παλμοσειράς:**

Η επιλογή συχνότητας περιορίζεται από δύο παράγοντες. Από την θέρμανση του πηνίου στις χαμηλές συχνότητες και την μειωμένη ακρίβεια ρύθμισης της τάσης (ή ισχύος) εξόδου στις υψηλές συχνότητες.

Το πηνίο λειτουργεί κανονικά στην γραμμική περιοχή όπου  $H \approx n \cdot I$ . Όταν το ρεύμα του πηνίου ξεπεράσει μία ορισμένη τιμή, τότε το πηνίο οδηγείται σε μη γραμμική περιοχή. Το πηνίο τότε φτάνει σε κατάσταση κορεσμού ως προς τη δυνατότητα αποθήκευσης μαγνητικής ενέργειας και αρχίζει να θερμαίνεται με γρήγορο ρυθμό. Ενώ η τυπική λειτουργία των πηνίων αντιστοιχεί σε τιμή μαγνητικής επαγωγής  $B \approx 0.1 \text{ Tesla}$  ( $B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H$ ), ο κορεσμός συμβαίνει στα 0.3~0.5 Tesla περίπου. Στην συγκεκριμένη περίπτωση διαπιστώθηκε κορεσμός στα 5kHz με duty cycle 90%. Η αντίστοιχη περίοδος είναι 200μsec και η κατάσταση ON 180μsec. Για να επανέλθουμε στην τυπική τιμή των 0.1 Tesla πρέπει να μειώσουμε αυτόν τον χρόνο 4~5 φορές ή αντίστοιχα να αυξήσουμε την συχνότητα στα 20kHz~25kHz.

Το ρολόι του DAQ έχει συχνότητα 20MHz (περίοδο 50nsec). Για να έχουμε παλμοσειρά 25kHz πρέπει να ορίσουμε μετρητή με ανώτατη τιμή 800. Δηλαδή μετρώνται 800 περίοδοι ρολογιού που αντιστοιχούν σε 40μsec περίοδο μετρητή ( $800 \times 50\text{nsec} = 40\mu\text{sec}$ ) και συχνότητα 25kHz. Αυτή η περίοδος των 800 περιόδων ρολογιού διαιρείται σε  $X$  περιόδους ρολογιού κατάστασης OFF και  $(800-X)$  περιόδους ρολογιού κατάστασης ON. Με αυτόν τον τρόπο ορίζουμε το ποσοστό του duty cycle με διαβάθμιση  $1/800$  που κρίνεται ιδιαίτερα ικανοποιητική. Αντίστοιχη είναι η διαβάθμιση και για την τάση εξόδου. Δεδομένου ότι η ελάχιστη διάρκεια παλμού είναι  $\approx 1\mu\text{sec}$ , η διαβάθμιση αυτή αποκτά νόημα για χρόνους κατάστασης ON μεγαλύτερους από 20 περιόδους ρολογιού.

Τελικά: Η επιλεγείσα **συχνότητα** παλμοσειράς οδήγησης είναι **25kHz**.

#### **Πρόγραμμα επίλυσης κυκλώματος και σχεδίασης πλακέτας παλμικού τροφοδοτικού:**

Το κύκλωμα επιλύθηκε στο PSpice του Orcad 9.1 και η πλακέτα σχεδιάστηκε επίσης στο Orcad 9.1.

## 7. Block διαγράμματα στο LabView

### 7.1 Γενικά

Το LabView είναι μία γλώσσα προγραμματισμού γραφικού περιβάλλοντος που χρησιμοποιείται κυρίως στην ανάπτυξη εργαστηριακών εφαρμογών. Ενδείκνυται για την καταγραφή και ανάλυση σημάτων από μετρήσεις, όπως και για τον έλεγχο οργάνων. Τα προγράμματα στο LabView ονομάζονται Virtual Instruments (VIs).

Η επικοινωνία ενός VI με τον χρήστη (interface) γίνεται μέσω του “Front Panel”. Στο Front Panel υπάρχουν διαφόρων ειδών γραφικά αντικείμενα που αντιστοιχούν σε διακόπτες, κουμπιά, ποτενσιόμετρα, ενδείκτες οργάνου κ.ο.κ (όπως σε ένα πραγματικό όργανο εργαστηρίου). Τα αντικείμενα που αφορούν τον χειρισμό ονομάζονται Controls, ενώ αυτά που αφορούν ενδείξεις Indicators.

Η λειτουργία ενός VI ορίζεται από το “Block Diagram”. Στο Block Diagram υπάρχουν κόμβοι που συνδέονται μεταξύ τους, αλλά και με τα Controls και Indicators, μέσω γραμμών (“wires”) μεταφοράς δεδομένων. Κάθε VI είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ως subVI, δηλαδή ως κόμβος (με εισόδους και εξόδους) στο Block Diagram ενός άλλου VI. Η εκτέλεση του VI ακολουθεί την ροή δεδομένων του Block Diagram. Κάθε κόμβος εκτελείται όταν λάβει στις εισόδους όλα τα απαιτούμενα δεδομένα, και με την ολοκλήρωση της εκτέλεσης παράγει δεδομένα στις εξόδους. Οι διαφορετικές ροές δεδομένων του Block Diagram εκτελούνται ψευδοπαράλληλα από τον επεξεργαστή. Μπορούμε να επέμβουμε στον έλεγχο ροής του προγράμματος μέσω ειδικών δομών (Structures), όπως While ή Case Structure. Επίσης μπορούμε να ορίσουμε βαθμό προτεραιότητας εκτέλεσης για κάθε VI.

### 7.2 Το Block Diagram του θερμοκρασιακού ελέγχου στο LabView.

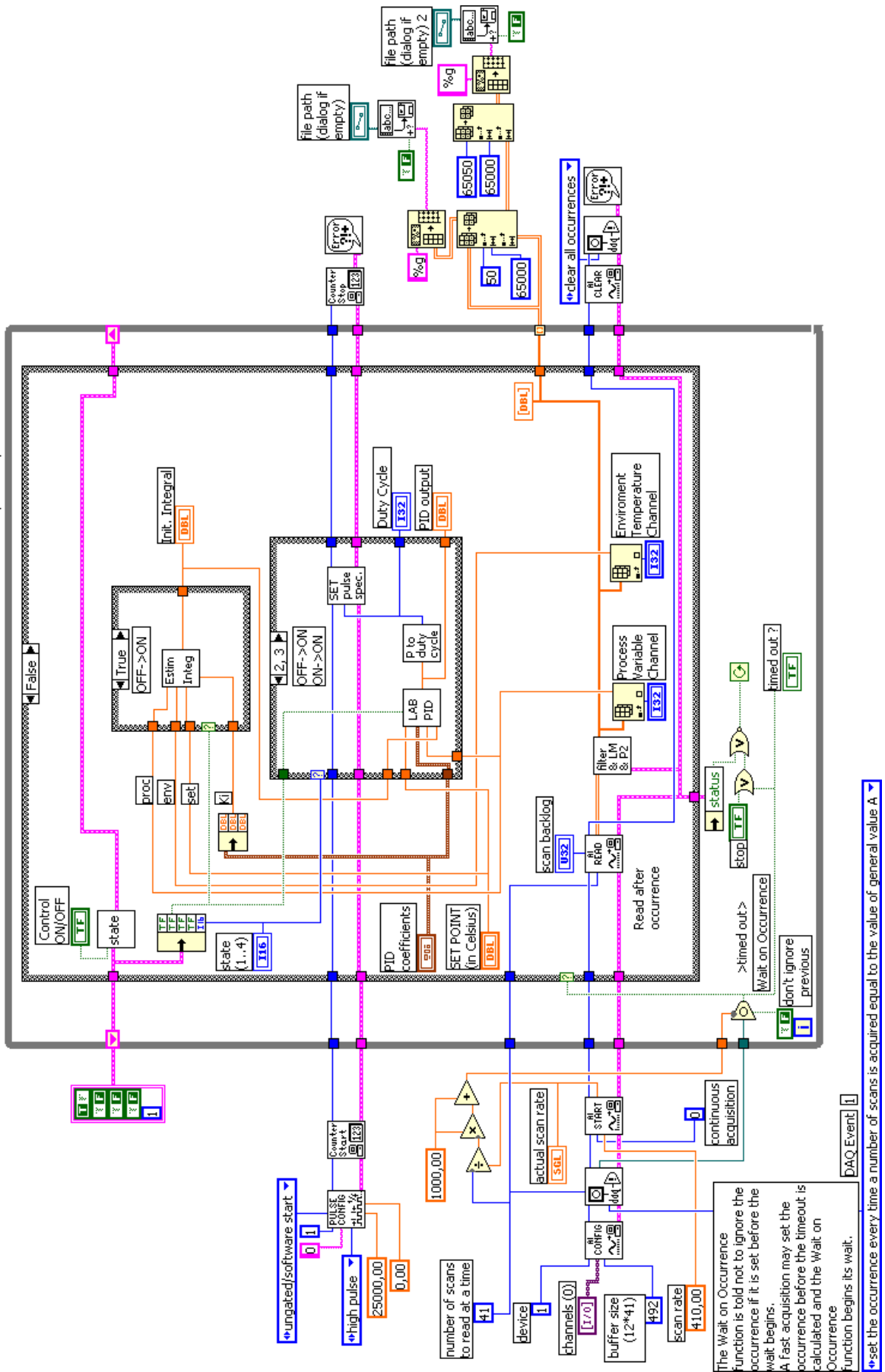
Στο σχήμα 7.1 παρουσιάζεται το “Block Diagram” του Measure&Control.vi που αφορά τον θερμοκρασιακό έλεγχο. Σ’ αυτό το Block Diagram υπάρχουν δύο βασικές ροές δεδομένων.

Η πρώτη αφορά τον κλάδο ανατροφοδότησης (κανάλια μέτρησης και υπολογισμός θερμοκρασίας). Αρχικά πρέπει να οριστούν για την κάρτα DAQ τα κανάλια αναλογικών εισόδων και το μέγεθος του buffer για την προσωρινή αποθήκευση των δειγμάτων (AI Config.vi). Η κάρτα DAQ δειγματοληπτεί συνεχώς δεδομένα (continuous acquisition) με συχνότητα δειγματοληψίας 410 δείγματα/sec για κάθε κανάλι (AI Start.vi). Για να μην υπάρξει υπερχειλίση του buffer πρέπει να γίνεται περιοδική ανάγνωση των δεδομένων.

Ο συγχρονισμός της εκτέλεσης του Measure&Control.vi με την δειγματοληψία της κάρτας γίνεται μέσω διακοπών προγράμματος. Όταν το LabView ανιχνεύει ένα “event” στο DAQ, τότε ενεργοποιεί ένα “occurrence”, και εκτελεί οτιδήποτε μέσα στο πρόγραμμα αναμένει αυτό το occurrence. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το occurrence ενεργοποιείται κάθε φορά που στον buffer συγκεντρώνονται 41 δείγματα ανά κανάλι (δηλαδή κάθε 100msec για ομαλή λειτουργία). Η συνάρτηση “Wait on Occurrence” διατηρεί την δομή (structure) του While-loop (μεγάλο πλαίσιο) σε αδρανή κατάσταση, ώσπου να ενεργοποιηθεί το occurrence. Αν η ενεργοποίηση γίνει μέσα στα αποδεκτά χρονικά πλαίσια (timed out = false), τότε εκτελείται η δομή Case (εσωτερικό πλαίσιο του While-loop).



Read & chart data until an error occurs, or the stop button pressed.



Σχίμα 7.1 To Block Diagram του Measure&Control.vi

Γίνεται η ανάγνωση δεδομένων από τον buffer (AI Read.vi), το ψηφιακό φιλτράρισμα του σήματος και ο υπολογισμός θερμοκρασίας για κάθε κανάλι (LAB Filter&P2proc.vi). Μετά το πέρας του While-loop, όλες οι αποθηκευμένες στη μνήμη μετρήσεις θερμοκρασίας καταγράφονται σε αρχείο (Write Characters To File.vi).

Με τα AI Clear.vi και DAQ Occurrence Config.vi (option: clear all occurrences) τερματίζεται προφανώς η ροή των καναλιών μέτρησης θερμοκρασίας.

Η δεύτερη ροή δεδομένων αφορά τον απευθείας κλάδο ελέγχου (που καταλήγει στην ψηφιακή έξοδο μετρητή της κάρτας DAQ). Θέτουμε συχνότητα παλμοσειράς 25kHz και αρχικοποιούμε το duty cycle με μηδενική τιμή (Continuous Pulse Generator Config.vi). Στη συνέχεια ενεργοποιείται ο μετρητής (Counter Start.vi). Στο LAB PID.vi υλοποιήθηκε το σύστημα του ελεγκτή. Το Power to Duty Cycle.vi μετατρέπει μέσω πολωνύμου την έξοδο του PID στην αντίστοιχη τιμή του duty cycle. Στη συνέχεια το SET Pulse Spec.vi ρυθμίζει την έξοδο του μετρητή, βάσει της υπολογισθείσας τιμής του duty cycle, καλώντας VIs βιβλιοθήκης του LabView. Το Estimate Integral.vi αρχικοποιεί τον ολοκληρωτικό όρο του VI με μία εκτιμώμενη τιμή, όταν ο έλεγχος δεν ξεκινά από κατάσταση ισορροπίας. Τέλος, το Control State.vi είναι μία αλγοριθμική μηχανή καταστάσεων για τον έλεγχο ροής του συγκεκριμένου προγράμματος.

Για το πρόγραμμα του θερμοκρασιακού ελέγχου Measure&Control.vi έχει τεθεί η υψηλότερη δυνατή προτεραιότητα εκτέλεσης (time critical), ώστε να αποφευχθεί η υπερχείλιση του buffer.

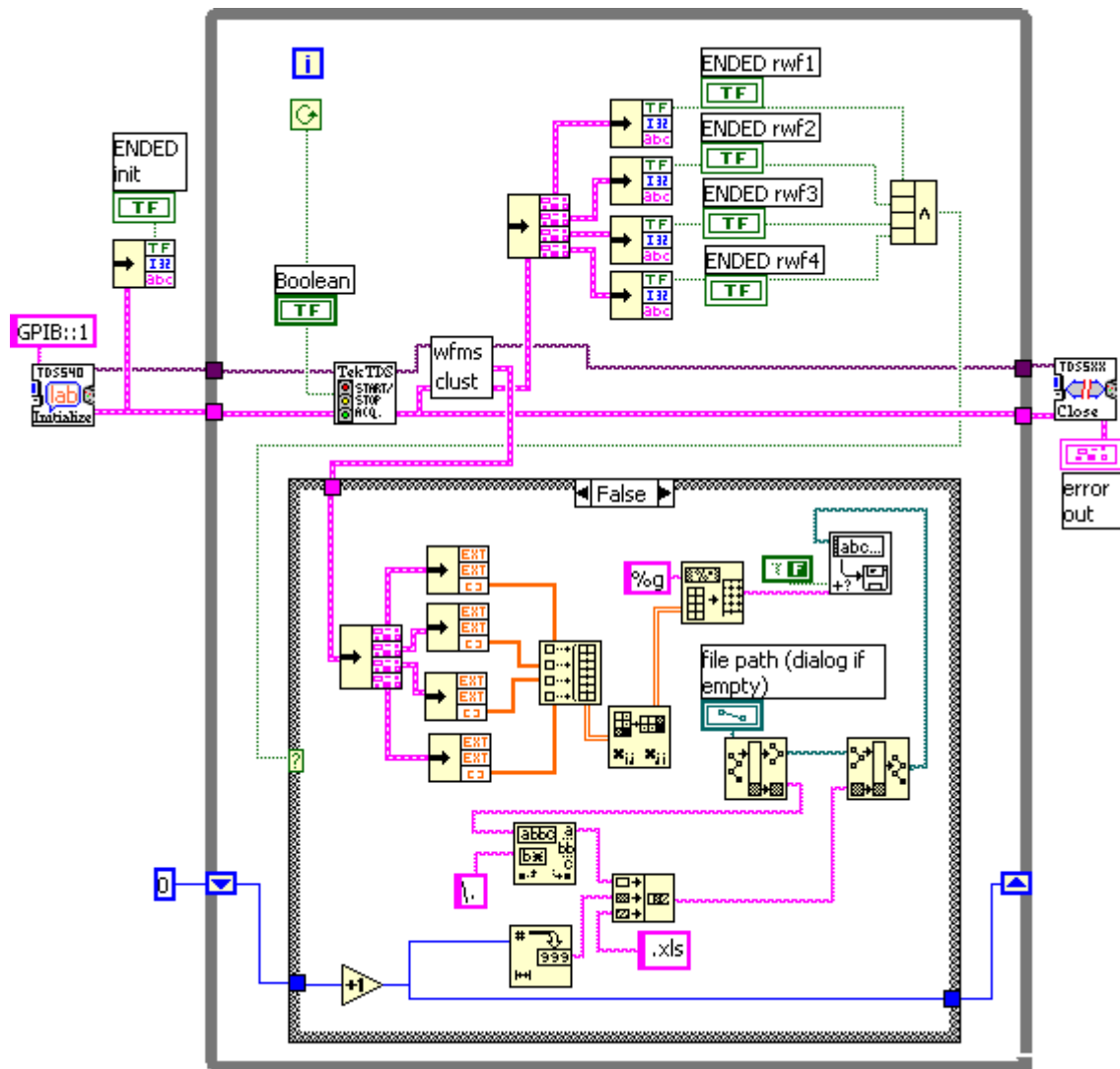
### **7.3 Το Block Diagram της επικοινωνίας με τον παλμογράφο.**

Στο σχήμα 7.2 παρουσιάζεται το Block Diagram του Oscilloscope.vi. Με την εκτέλεση αυτού του VI μεταφέρονται δεδομένα μετρήσεων από τον παλμογράφο στον υπολογιστή και στην συνέχεια μεταφέρονται σε αρχείο. Η επικοινωνία μεταξύ υπολογιστή και παλμογράφου γίνεται μέσω GPIB (General Purpose Interface Bus).

Πρώτα εκτελείται το TKTDS 540 Initialize.vi το οποίο (προαιρετικά) αρχικοποιεί τα settings του παλμογράφου. Ύστερα η ροή του προγράμματος εισέρχεται σε επαναληπτική διαδικασία (While-loop), στην οποία συμβαίνουν τα εξής:

Ο παλμογράφος αναμένει το εισερχόμενο σήμα να υπερβεί μία τιμή κατωφλίου, ώστε να ενεργοποιηθεί το trigger. Όταν συμβεί αυτό, ο παλμογράφος κάνει μία μόνο καταγραφή ενός ορισμένου αριθμού δειγμάτων του σήματος. Για τον σκοπό αυτό η εκτέλεση του TKTDS Start-Stop Acqui.vi θέτει τον παλμογράφο σε κατάσταση “run” για Single Acquisition Mode. Το Oscillo Wfms Clusters.vi μεταφέρει το σύνολο των δειγμάτων για κάθε κανάλι στη μνήμη του υπολογιστή. Στη συνέχεια το Write Characters To File.vi γράφει τα δεδομένα σε αρχείο. Κάθε φορά η ονομασία του αρχείου αλλάζει κατά τον αύξοντα αριθμητικό δείκτη στο τέλος του ονόματος. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι τον τερματισμό της από τον χρήστη.

Η προτεραιότητα της εκτέλεσης αυτού του VI δεν είναι υψηλή, καθώς ο παλμογράφος παραμένει σε κατάσταση αναμονής για όσο χρόνο χρειάζεται να διαβάσει ο υπολογιστής τα δεδομένα. Ο παλμογράφος τίθεται ξανά σε κατάσταση “run” στον επόμενο κύκλο εκτέλεσης του While-loop.



Σχήμα 7.2 Το Block Diagram του Oscilloscope.vi

## **Βιβλιογραφία**

1. «Εισαγωγή στον Αυτόματο Έλεγχο», Π.Ν. Παρασκευόπουλος, 1991
2. «Έλεγχος Συστημάτων με Υπολογιστές τόμος Α΄: θεωρία», Π.Ν Παρασκευόπουλος, 2001
3. «Αναγνώριση Συστημάτων και Προσαρμοστικός Έλεγχος», Π.Ν. Παρασκευόπουλος, 1992
4. “Digital Signal Processing”, Alan V. Oppenheim / Ronald W. Schaffer, Prentice-Hall International Editions, 1975
5. “Principles of Active Network Synthesis and Design”, Gobind Daryanani, Bell Telephone Laboratories
6. “Learning with LabView 6i”, Robert H. Bishop, Prentice Hall, 2001
7. “Linear/Switch Mode Voltage Regulator Handbook”, Motorola
8. “Power MOSFET HEXFET Databook”, International Rectifier
9. “Power Semiconductor Applications”, Philips
10. “Linear Applications Databook”, National Semiconductor
11. “Integrated Circuits Databook”, BURR-BROWN
12. “Theory and Applications of Thermocouples”, Omega

## **Προγράμματα**

1. LabView 6i
2. Orcad 9.1-PSpice
3. MATLAB R12
4. Origin
5. SolidWorks 2003
6. Visio 2000