



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Θερμική Ανάλυση Κινητήρα Επαγωγής

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Βασίλειος, Χ. Παππάς

Επιβλέπων : Αντώνιος Κλαδάς
Αν. Καθηγητής

Αθήνα, Απρίλιος 2004



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Θερμική Ανάλυση Κινητήρα Επαγωγής

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Βασίλειος, Χ. Παπάς

Επιβλέπων : Αντώνιος Κλαδάς
Αν. Καθηγητής

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 29^η Απριλίου 2004.

.....
Κλαδάς Αντώνιος
Αν.Καθηγητής

.....
Μανιάς Στέφανος
Καθηγητής

.....
Παπαθανασίου Σταύρος
Λέκτορας

Αθήνα, Απρίλιος 2004

.....
Βασίλειος, Χ. Παππάς
Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Βασίλειος, Χ. Παππάς, 2004.
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου, σε όλους όσους με βοήθησαν κατά τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας, η συμβολή των οποίων υπήρξε σημαντική για την ολοκλήρωσή της.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω το φίλο μου και υπογύφιο διδάκτορα κ. Φώτη Ξέπαπα για την συνεργασία του στα θέματα αριθμητικής προσομοίωσης θερμικών φαινομένων στις ηλεκτρικές μηχανές.

Επίσης θερμά ευχαριστώ τον καθηγητή μου κ. Αντώνη Κλαδά, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε κατά την ανάθεση του ενδιαφέροντος αυτού θέματος και την όλη επόπτευση κατά την εκπόνηση της εργασίας.

Ευχαριστώ ιδιαίτερος τους καθηγητές μου κκ. Στέφανο Μανιά και Σταύρο Παπαθανασίου για την συμμετοχή τους στην τριμελή εξεταστική επιτροπή της εργασίας καθώς και για τις παρατηρήσεις τους για την βελτίωσή της.

Τέλος, επιθυμώ να ευχαριστήσω για την βοήθεια και την συνεργασία τους όλο το προσωπικό και τους συναδέλφους που συνεργάστηκαν στο Εργαστήριο Ηλεκτρικών Μηχανών και Ηλεκτρονικών Ισχύος και ιδιαίτερος το μέλος ΕΤΕΠ κ. Παναγιώτη Ζάννη και τον συμφοιτητή μου Δημήτρη Ράπτη για την συνεργασία τους στη διάρκεια των πειραματικών εφαρμογών.

«Θερμική Ανάλυση Κινητήρα Επαγωγής»

Περίληψη

Η μετάδοση της θερμότητας σε διάφορα υλικά μέσα, αποτελεί πεδίο έρευνας για πολλούς κλάδους της επιστήμης. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των ηλεκτρικών μηχανών η μεταβολή στη θερμοκρασία του κινητήρα προκαλεί σημαντικές μεταβολές στην απόκρισή του σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας και γι αυτό αποτελεί σημαντική παράμετρο τόσο για τη σχεδίαση όσο και για την ανάλυση της συμπεριφοράς τους.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε μια αναλυτική αναφορά στα διάφορα θερμικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα μέσα στον κινητήρα κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του. Στη συνέχεια επιχειρήθηκε η θερμική ανάλυση ενός κινητήρα επαγωγής, με δυο τρόπους. Ο πρώτος είναι μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, σε δισδιάστατη γεωμετρία μέθοδος η οποία είναι πολύ ακριβής και λεπτομερειακά αποτελέσματα. Με τη μέθοδο αυτή αναλύονται με μαθηματικές εξισώσεις, το φαινόμενο της μετάδοσης θερμότητας, χρησιμοποιώντας κατάλληλες οριακές συνθήκες, την γεωμετρία και τα θερμικά χαρακτηριστικά των υλικών, οι πηγές θερμότητας και αφού το πρόγραμμα επεξεργάζεται τα δεδομένα, καταλήγει στην κατανομή της θερμοκρασίας με μεγάλη ακρίβεια.

Όπως αναφέρθηκε, για να γίνει η ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, χρησιμοποιήθηκε ηλεκτρονικός υπολογιστής και χρειάστηκε να επιλυθούν διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους προκειμένου να καταλήξουμε στο αποτέλεσμα. Επειδή σε περιπτώσεις εκτιμητών κατάστασης για τον έλεγχο κινητήρων δεν είναι πάντα διαθέσιμη η απαιτούμενη υπολογιστική ισχύς από μια τέτοια μέθοδο αναπτύξαμε ένα δεύτερο μοντέλο αναπαράστασης των θερμικών φαινομένων που βασίζεται σε ισοδύναμο κύκλωμα συγκεντρωμένων παραμέτρων. Κατά τη μέθοδο αυτή, το θερμικό μοντέλο του κινητήρα είναι αντίστοιχο με το ισοδύναμο ηλεκτρικά κύκλωμα που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση των ηλεκτρικών μεγεθών των μηχανών.. Η επίλυση αυτού του κυκλώματος γίνεται σχετικά εύκολα και γρήγορα αφού δεν υπάρχουν πολύπλοκοι μαθηματικοί τύποι, παρά μόνο λίγες αλγεβρικές εξισώσεις. Και σε αυτή την περίπτωση, τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με πειραματικές μετρήσεις που έγιναν στον κινητήρα και αποδείχθηκε ότι συμφωνούν ικανοποιητικά.

Η εργασία αυτή συνέκρινε τις δυο εναλλακτικές μεθόδους για τη θερμική μελέτη ενός επαγωγικού κινητήρα ως προς την ακρίβεια, την ευκολία και την ταχύτητα εξαγωγής των αποτελεσμάτων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την προτεινόμενη μέθοδο του ισοδύναμου θερμικού κυκλώματος συγκεντρωμένων παραμέτρων ανέδειξαν την καταλληλότητα του για χρήση σε εκτιμητές κατάστασης συστημάτων ελέγχου ασύγχρονων κινητήρων.

Λέξεις Κλειδιά

Ηλεκτρική μηχανή, κινητήρας επαγωγής, θερμικά φαινόμενα, ανάλυση μετάδοσης θερμότητας, πεπερασμένα στοιχεία, δισδιάστατη ανάλυση, συγκεντρωμένες παράμετροι, εκτιμητής κατάστασης,

“Thermal analysis of induction motor”

Summary

The heat transfer analysis in different materials constitutes an interesting field for various scientific branches. Particularly, in the case of electrical machines, the analysis of temperatures influences their response under different operating conditions that is why it constitutes an important investigation criterion for their design and operation analysis.

In the present diploma thesis the different thermal phenomena developed in asynchronous motors have been studied. The thermal analysis of a specific induction motor has been undertaken by using two methods. The first one uses the method of two dimensional finite elements and provides detailed and accurate results. This method analyses the thermal phenomena by solving the respective partial differential equations with adequate boundary conditions and by using data concerning geometry, thermal characteristics and thermal sources of the device. The program processes this data and provides results concerning the temperature distribution in the motor with high accuracy.

As mentioned already, the method of finite elements requires important computation means to provide accurate results. However, in cases of motor state estimator hardware such computation possibilities are not always available, that is why we have developed a second model for the presentation of the thermal phenomena based on thermal equivalent circuit with lumped parameters. The solution for such a circuit is fast and easy as it is based on a small number of algebraic equations. The results of this model have also been compared to measurements and presented good agreement.

The present work compared these two methods of thermal analysis of an induction motor with respect to their speed accuracy and complexity. The obtained results from the proposed method using a thermal equivalent circuit demonstrated its suitability for implementation in state estimators of induction motor drive systems.

Keywords

Electric machine, induction motor, heat, thermal phenomena, thermal analysis, finite elements, two dimensional analysis, state estimator, equivalent circuit with lumped parameters.

Κεφ1. Εισαγωγή

<u>1.1 Γενικά για τη θερμική ανάλυση ηλεκτρικών μηχανών</u>	11
<u>1.2 Σημασία για τη σχεδίαση και τον έλεγχο</u>	11
<u>1.3 Δομή εργασίας</u>	12

Κεφ.2 Θερμικά φαινόμενα

<u>2.1 Τρόποι μετάδοσης θερμότητας</u>	14
<u>2.1.1 Αγωγή</u>	14
<u>2.1.2 Συναγωγή</u>	15
<u>2.1.3 Ακτινοβολία</u>	15
<u>2.2 Αναλυτική παρουσίαση Αγωγής</u>	17
<u>2.2.1 Ανάλυση με νόμο Fourier</u>	18
<u>2.2.2 Θερμική αγωγιμότητα</u>	21
<u>2.2.3 Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας στα στερεά</u>	22
<u>2.2.4 Εξίσωση αγωγής</u>	23
<u>2.2.5 Οριακές και αρχικές συνθήκες</u>	27
<u>2.2.6 Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο χωρίς πηγές</u>	28
<u>2.3 Θερμική αντίσταση</u>	28
<u>2.3.1 Κύλινδρος</u>	29
<u>2.4 Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο με πηγές θερμότητας</u>	31
<u>2.5 Πτερύγια</u>	33
<u>2.5.1 Ανάλυση πτερυγίων</u>	34
<u>2.5.2 Απόδοση- αποτελεσματικότητα πτερυγίων</u>	36

Κεφ.3 Μοντέλα θερμικής ανάλυσης συγκεντρωμένων παραμέτρων και υπολογισμός απωλειών ηλεκτρικών μηχανών

<u>3.1 Μοντέλα συγκεντρωμένων παραμέτρων</u>	38
<u>3.2 Προτεινόμενο Κύκλωμα</u>	40
<u>3.3 Υπολογισμός Αντιστάσεων με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής</u>	41
<u>3.4 Υπολογισμός Χωρητικοτήτων με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής</u>	46
<u>3.5 Συγκεντρωτικός πίνακας με τα στοιχεία του κυκλώματος</u>	47

Κεφ.4 Δισδιάστατη θερμική ανάλυση κινητήρα επαγωγής

<u>4.1 Γενικά</u>	49
<u>4.2 Υπολογισμός παραμέτρων ισοδύναμου κυκλώματος, απωλειών γαλκού και σιδήρου κινητήρα επαγωγής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων</u>	49
<u>4.2.1 Ονομαστικά στοιχεία του κινητήρα</u>	49

4.2.2	Γεωμετρία του κινητήρα	49
4.2.3	Πλέγμα	50
4.2.4	Διέγερση	53
4.2.5	Περιπτώσεις λειτουργίας	54
4.2.6	Υπολογισμός της τάσης	55
4.3	Πειραματική επιβεβαίωση	57
4.4	Δισδιάστατη ανάλυση θερμοκρασιακού πεδίου	58
4.5	Το φαινόμενο της θερμικής αγωγής	59
4.6	Οριακές συνθήκες	61
4.7	Διαδικασία πραγματοποίησης της ανάλυσης	62
4.8	Περιπτώσεις λειτουργίας	62
4.9	Αναπαράσταση του κινητήρα για το θερμικό πρόβλημα	63
4.10	Υλικά και όγκοι υλικών του κινητήρα	63
4.11	Χαρακτηριστικά υλικών και θερμοπηγές	64
4.12	Καθορισμός οριακών συνθηκών	64
4.13	Αποτελέσματα αναλύσεων	66
4.13.1	Αποτελέσματα 1 ^{ης} ανάλυσης-ακίνητοποιημένος δρομέας	66
4.13.2	Αποτελέσματα 2 ^{ης} ανάλυσης-χωρίς ανεμισμό	70
4.13.3	Αποτελέσματα 3 ^{ης} ανάλυσης-με ανεμισμό	75
4.14	Πειραματική επιβεβαίωση	80
4.14.1	Περίπτωση 1 ^η -ακίνητοποιημένος δρομέας	80
4.14.2	Περίπτωση 2 ^η -χωρίς ανεμισμό	81
4.14.3	Περίπτωση 3 ^η -με ανεμισμό	82
4.15	Σύγκριση προσομοίωσης και πειραματικών αποτελεσμάτων	83

Κεφ.5 Εφαρμογή μοντέλου και πειραματική επιβεβαίωση

5.1	Πειραματική επιβεβαίωση προτεινόμενου μοντέλου στην περίπτωση εκκίνησης σε κενό φορτίο	85
5.2	Πειραματική επιβεβαίωση προτεινόμενου μοντέλου στην περίπτωση εκκίνησης σε πλήρες φορτίο	86

Κεφ.6 Συμπεράσματα

6.1	Κύρια Συμπεράσματα	89
6.2	Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση	90

Βιβλιογραφία	91
---------------------	-----------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



Κεφ.1 Εισαγωγή

1.1 Γενικά για τη θερμική ανάλυση ηλεκτρικών μηχανών

Η μετάδοση της θερμότητας αποτελεί μεγάλο σημαντικό πεδίο ενδιαφέροντος τόσο από επιστήμονες και ερευνητές, όσο και από σχεδιαστές και κατασκευαστές. Αξιοσημείωτη προσπάθεια έχει αφιερωθεί στην έρευνα παραδοσιακών εφαρμογών όπως χημικών διεργασιών, ενεργειακών συσκευών, συμπεριλαμβανομένων γενικά συστημάτων ισχύος, εναλλακτών θερμότητας και μεγάλης ισχύος αεροστροβίλων. Άλλωστε, ένας σημαντικός αριθμός εργασιών απευθύνεται σε θεμελιώδη έρευνα και σημαντικές εφαρμογές, όπως ροή σε μικροκανάλια, μεταφορά βιοθερμότητας, ψύξη ηλεκτρονικών, ημιαγωγών και ένα αριθμό φυσικών φαινομένων που έχουν εύρος από αποθέματα στους ωκεανούς έως τη μεταφορά θερμότητας σε αστρικές ατμόσφαιρες.

Όπως είναι αναμενόμενο, η ανάλυση των θερμικών φαινομένων παρουσιάζει σημαντικό ενδιαφέρον και στις ηλεκτρικές μηχανές όπου οι μεταβολές στη θερμοκρασία λαμβάνουν χώρα σε πολύ μεγάλη έκταση. Οι μεταβολές αυτές επηρεάζουν την απόδοση και την απόκριση των μηχανών και η θεώρησή τους είναι αναγκαία στον έλεγχο των μηχανών ο οποίος γίνεται ολοένα και περισσότερο απαραίτητος για τη βιομηχανία και γενικότερα για τα συστήματα ηλεκτρικής κίνησης που βρίσκουν εφαρμογή για παράδειγμα στα μετρό και τα ηλεκτρικά οχήματα. Οι εφαρμογές αυτές αναπτύχθηκαν λόγω της ραγδαίας εξέλιξης των ηλεκτρονικών ισχύος καθώς και των ηλεκτρονικών συστημάτων ελέγχου, των μικροεπεξεργαστών και των ψηφιακών επεξεργαστών.

1.2 Σημασία της θερμικής ανάλυσης για τη σχεδίαση και τον έλεγχο ηλεκτρικών μηχανών

Σε βιομηχανικά συστήματα μεγάλης ισχύος, όπως είναι οι ηλεκτρικές μηχανές που χρησιμοποιούνται σε γραμμές παραγωγής είναι φυσικό να υπάρχουν καταπονήσεις που προκαλούνται από τις συχνές μεταβολές των φορτίων και που σαν αποτέλεσμα έχουν τις υπερθερμάνσεις στα τυλίγματα των κινητήρων. Η αλλαγή στη συμπεριφορά τους είναι αναμενόμενη και όλες οι προσπάθειες γίνονται για τον έλεγχο αυτής της μεταβολής και τον εν δυνάμει περιορισμό της.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για την παρατήρηση της μεταβολής αυτής. Συνηθέστερες είναι αυτές που χρησιμοποιούν είτε ταχύμετρο για την μέτρηση των μεταβολών των στροφών, είτε αισθητήρες θερμότητας για τη μέτρηση των μεταβολών στη θερμοκρασία σε διάφορα μέρη της μηχανής. Καθεμία από αυτές όμως παρουσιάζει μειονεκτήματα τα οποία είναι δύσκολο να ξεπεραστούν. Τέτοια μειονεκτήματα είναι προβλήματα από την αλλοίωση αποτελεσμάτων λόγω σφάλματος του χειριστή ή του οργάνου, επίσης μειονέκτημα αποτελεί η διαδικασία που απαιτείται για να πάρουμε τις μετρήσεις και να τις επεξεργαστούμε, η οποία είναι χρονοβόρα και τέλος, είναι πολύ σύνθητες το γεγονός, να είναι δύσκολη η τοποθέτηση των αισθητήρων λόγω της θέσης που βρίσκεται η μηχανή οπότε και καθιστούν τη μέθοδο αυτή αδύνατη.

Σε αυτό το σημείο έρχεται η μέθοδος της θερμικής ανάλυσης ηλεκτρικών μηχανών με πεπερασμένα στοιχεία να μας δώσει λύσεις στο πρόβλημά μας. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, χρησιμοποιούμε αλγόριθμο εκτίμησης των στροφών με επίλυση μαθηματικών εξισώσεων του κινητήρα. Παράμετρο του κινητήρα θεωρούμε τη σταθερά χρόνου L/R και μέσω της επίλυσης των εξισώσεων προσπαθούμε να την υπολογίσουμε. Τα πειραματικά δεδομένα μας για αυτήν

την ανάλυση προέρχονται από τις μετρήσεις ενός βολτομέτρου και ενός αμπερομέτρου, τα οποία είναι πολύ εύκολο να τοποθετηθούν ενώ οι μετρήσεις τους, επειδή είναι απλές, μας δίνουν ασφαλή αποτελέσματα.

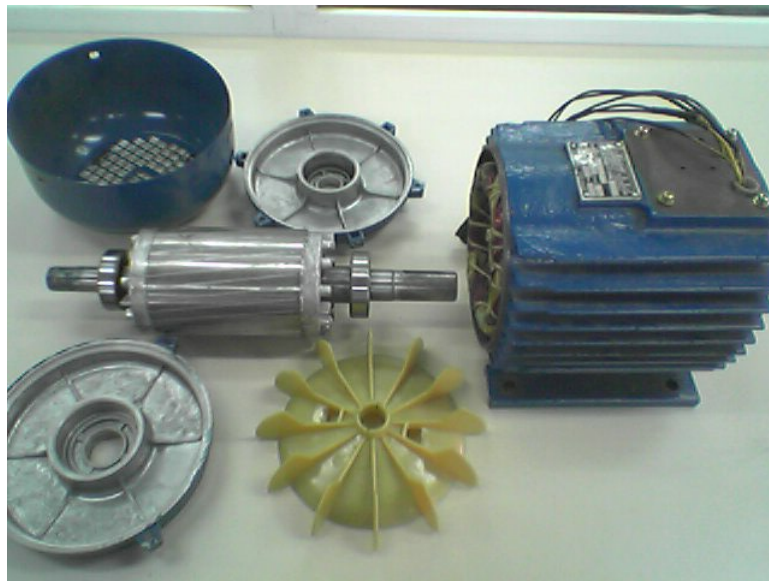
1.3 Δομή εργασίας

Η εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια μιας γενικότερης ερευνητικής δραστηριότητας προσδιορισμού ενός κατάλληλου μοντέλου εκτίμησης της σταθεράς χρόνου του δρομέα του κινητήρα για την πρόβλεψη της δυναμικής συμπεριφοράς του. Στη συγκεκριμένη εργασία θα επιχειρήσουμε μια λεπτομερή θερμική ανάλυση ενός κινητήρα για να δούμε τις μεταβολές της θερμοκρασίας στο εσωτερικό του σε διάφορες λειτουργικές συνθήκες.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο κεφάλαιο, κάνουμε μια γενική εισαγωγή στη θερμική ανάλυση των διατάξεων. Στο δεύτερο, ασχολούμαστε με συγκεκριμένα θερμικά φαινόμενα στις ηλεκτρικές μηχανές και τρόπους μετάδοσης θερμότητας. Στο τρίτο κεφάλαιο, αναλύουμε διάφορα μοντέλα θερμικής ανάλυσης ηλεκτρικών μηχανών, όπως είναι μοντέλα συγκεντρωμένων παραμέτρων, καθώς και τους αναλυτικούς υπολογισμούς των στοιχείων του προτεινόμενου κυκλώματος. Στο τέταρτο κεφάλαιο, κάνουμε εφαρμογή του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μέσω της δισδιάστατης ανάλυσης και του προγράμματος Femme τόσο για τα ηλεκτρομαγνητικά όσο και τα θερμικά φαινόμενα στον κινητήρα. Στο πέμπτο κεφάλαιο, πραγματοποιείται πειραματική επιβεβαίωση του μοντέλου. Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο αναφέρουμε τα συμπεράσματά που εξήχθησαν από την εργασία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΡΜΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ



Κεφ.2 Θερμικά φαινόμενα

Γενικά

Με τον όρο μετάδοση θερμότητας εννοούμε ενέργεια που μεταφέρεται λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς.

Τα κύρια αντικείμενα της μετάδοσης θερμότητας αφορούν στους τρόπους με τους οποίους μεταφέρεται η θερμότητα και στους ρυθμούς με τους οποίους πραγματοποιείται η μεταφορά αυτή. Συμπληρώνει δηλαδή τη θερμοδυναμική η οποία, όπως είναι γνωστό, ασχολείται με τις τελικές καταστάσεις των διαδικασιών κατά τις οποίες έχουμε αλληλεπίδραση ενός συστήματος με το περιβάλλον -κατά την αλληλεπίδραση αυτή πραγματοποιείται η μεταφορά ενέργειας- χωρίς όμως να παρέχει καμία πληροφορία τόσο για τον τρόπο (μηχανισμό) της αλληλεπίδρασης όσο και για τους ρυθμούς μεταφοράς της ενέργειας.

2.1 Τρόποι μετάδοσης θερμότητας

Οι μηχανισμοί με τους οποίους μεταδίδεται η θερμότητα είναι οι εξής [1]:

Αγωγή: είναι ο μηχανισμός με τον οποίο η θερμότητα διαχέεται σ' ένα στερεό ή σε ακίνητο ρευστό, όταν στο μέσο υπάρχει θερμοκρασιακή κλίση.

Συναγωγή: είναι η μετάδοση θερμότητας που πραγματοποιείται μεταξύ μιας επιφάνειας και ενός κινούμενου ρευστού σε επαφή με την επιφάνεια, όταν αυτά βρίσκονται σε διαφορετική θερμοκρασία.

Ακτινοβολία: είναι ο μηχανισμός μετάδοσης θερμότητας από ένα σώμα σε ένα άλλο μέσω ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

2.1.1 Αγωγή

Στην αγωγή έχουμε μεταφορά ενέργειας από σωματίδια μεγαλύτερης ενέργειας, σε σωματίδια χαμηλότερης ενέργειας ενός υλικού, λόγω αλληλεπιδράσεων μεταξύ των σωματιδίων.

Όταν δύο σώματα, ή σωματίδια, με διαφορετικές θερμοκρασίες έλθουν σε άμεση επαφή, πραγματοποιείται μετάδοση θερμότητας από το θερμότερο προς το ψυχρότερο. Η θερμοκρασία είναι μέτρο της κινητικής ενέργειας της τυχαίας κίνησης των μορίων ενός σώματος. Αύξηση της θερμοκρασίας σημαίνει αύξηση της κινητικής ενέργειας. Τα μόρια περιοχής μεγάλης θερμοκρασίας συγκρούονται με τα γειτονικά τους, μικρότερης θερμοκρασίας και μεταφέρουν σε αυτά ένα μέρος της κινητικής τους ενέργειας. Ο μηχανισμός αυτός μετάδοσης ενέργειας ονομάζεται *αγωγή* θερμότητας. Αποτελεί το μηχανισμό μετάδοσης θερμότητας στα στερεά σώματα. Στα μέταλλα συμβάλλουν στην αγωγή θερμότητας και τα ελεύθερα ηλεκτρόνια.

Μαθηματικά η μετάδοση θερμότητας με αγωγή περιγράφεται από τον εμπειρικό νόμο του Fourier σύμφωνα με τον οποίο :

Η πυκνότητα θερμορροής, q'' [W/m^2], που οφείλεται στην αγωγή θερμότητας είναι ανάλογη και αντιθέτου πρόσημου προς την κλίση της θερμοκρασίας. Αν λ ο συντελεστής αναλογίας, τότε για μονοδιάστατο πρόβλημα

$$q'' = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (2.1)$$

Η σταθερά αναλογίας λ , ονομάζεται συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας, έχει διαστάσεις $W/m.K$ και είναι χαρακτηριστικό του υλικού.

2.1.2 Συναγωγή

Η μετάδοση θερμότητας με συναγωγή είναι σύνθεση δύο μηχανισμών. Εκτός από τη μεταφορά ενέργειας με αγωγή μεταξύ των μορίων έχουμε και μεταφορά ενέργειας λόγω της μακροσκοπικής κίνησης του ρευστού.

Ανάλογα με τη ροή του ρευστού, η συναγωγή διακρίνεται σε :

- εξαναγκασμένη συναγωγή, αν η ροή προκαλείται από εξωτερικά μέσα (πχ ανεμιστήρες, αντλίες, κλπ)
- ελεύθερη (ή φυσική) συναγωγή, όταν η ροή προκαλείται από τις δυνάμεις άνωσης που οφείλονται στις διαφορετικές πυκνότητες λόγω των θερμοκρασιακών διαφορών στο ρευστό και
- συνδυασμένη συναγωγή, όταν συνυπάρχουν και οι δύο προηγούμενες μορφές. Αυτό συμβαίνει όταν η ταχύτητα του ρευστού, λόγω της εξαναγκασμένης κυκλοφορίας, είναι μικρή ενώ οι δυνάμεις της άνωσης είναι μεγάλες.

Ανεξάρτητα από τον τύπο της συναγωγής, αυτή περιγράφεται μαθηματικά από το νόμο ψύξης του Newton

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (2.2)$$

Η πυκνότητα θερμορροής q'' δηλαδή, είναι ανάλογη της διαφοράς θερμοκρασιών επιφανείας T_s και ρευστού T_∞ . Ο συντελεστής αναλογίας ονομάζεται συντελεστής συναγωγής και έχει διαστάσεις $W/m^2.K$. Ο συντελεστής αυτός εμπεριέχει όλες τις παραμέτρους που επηρεάζουν τη συναγωγή.

2.1.3 Ακτινοβολία

Όλα τα σώματα σε θερμοκρασία μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία του απολύτου μηδενός (0 K) εκπέμπουν ενέργεια υπό μορφή ακτινοβολίας. Η ενέργεια που ακτινοβολείται μπορεί να θεωρηθεί ότι μεταφέρεται με ηλεκτρομαγνητικά κύματα, σύμφωνα με την κλασσική ηλεκτρομαγνητική θεωρία, ή από φωτόνια (φορείς μεταφοράς ενέργειας) σύμφωνα με την κβαντομηχανική. Συνήθως για την εξήγηση των φαινομένων της ακτινοβολίας ακολουθείται η ηλεκτρομαγνητική θεωρία. Η ένταση της ροής ενέργειας που εκπέμπεται εξαρτάται από τη θερμοκρασία του σώματος και τη φύση της επιφάνειάς του. Σε αντίθεση με την αγωγή και την συναγωγή όπου για τη μεταφορά της ενέργειας απαιτείται η ύπαρξη μέσου, στην

ακτινοβολία κάτι τέτοιο δεν απαιτείται. Στο κενό μάλιστα η ακτινοβολία μεταφέρεται πιο αποτελεσματικά.

Η μέγιστη πυκνότητα θερμορροής εκπέμπεται από ιδεατό σώμα που ονομάζεται μέλαν και δίνεται από το νόμο των Stefan-Boltzmann:

$$q'' = \sigma T_s^4 \quad (2.3)$$

όπου T_s [K] είναι η απόλυτη θερμοκρασία του σώματος και σ είναι η σταθερά των Stefan-Boltzmann, και είναι $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$.

Η θερμορροή που εκπέμπεται από πραγματικό σώμα δίνεται από τη σχέση:

$$q'' = \varepsilon \sigma T_s^4 \quad (2.4)$$

όπου ε είναι ο συντελεστής εκπομπής $0 \leq \varepsilon \leq 1$

Αντίστροφα η ακτινοβολία που απορροφά ένα σώμα από την ακτινοβολία των σωμάτων που το περιβάλλον είναι:

$$q''_a = a q''_{in} \quad (2.5)$$

όπου a ο συντελεστής απορρόφησης $0 \leq a \leq 1$

Στην περίπτωση μιας τεφρής επιφάνειας για την οποία ισχύει $\varepsilon = a$, η καθαρή συναλλαγή θερμικής ακτινοβολίας μεταξύ της επιφάνειας αυτής και του περιβάλλοντος θα είναι:

$$q'' = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_p^4) \quad (2.6)$$

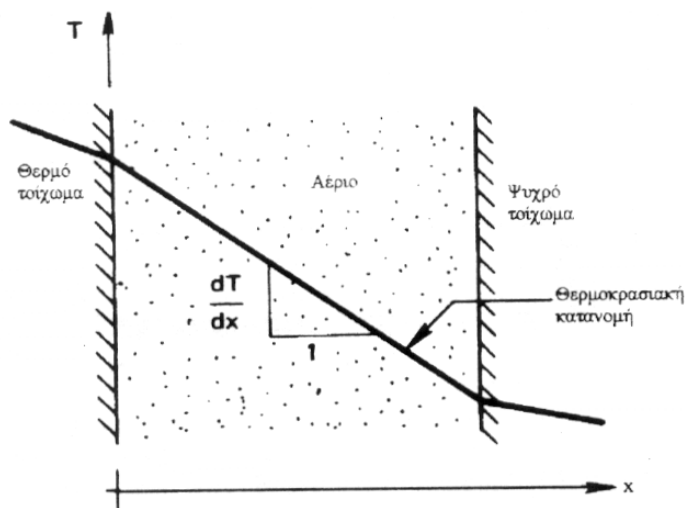
όπου T_p η θερμοκρασία περιβάλλοντος.

Συχνά η ακτινοβολούμενη θερμότητα από ψυχρά σώματα μπορεί να αγνοηθεί συγκρινόμενη με την αγωγή και τη συναγωγή. Οι διαδικασίες όμως μεταφοράς θερμότητας που λαμβάνουν χώρα σε υψηλές θερμοκρασίες περικλείουν σημαντικό ποσοστό ακτινοβολίας.

2.2 Αγωγή-αναλυτικά

Ο φυσικός μηχανισμός

Ο φυσικός μηχανισμός της αγωγής εξηγείται ευκολότερα αν θεωρήσουμε πως αυτή πραγματοποιείται σε ένα αέριο. Έστω λοιπόν αέριο που βρίσκεται μεταξύ δύο τοιχωμάτων, ενός θερμού και ενός, όπως φαίνεται στο σχήμα και έστω ότι αγνοείται η βαρύτητα



Σχήμα 2.1 Αγωγή θερμότητας μέσω αερίου που χωρίζει δυο στερεά τοιχώματα

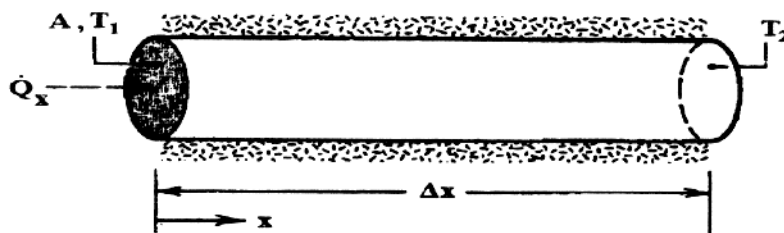
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η θερμοκρασία συνδέεται με την κινητική ενέργεια των μορίων. Όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία των μορίων τόσο μεγαλύτερη είναι και η κινητική τους ενέργεια άρα και η ταχύτητά τους. Τα μόρια κοντά στο θερμό τοίχωμα συγκρούονται μ' αυτό, παίρνουν ένα μέρος της κινητικής ενέργειας των μορίων του τοιχώματος, οπότε αποκτούν γενικά μεγαλύτερη ταχύτητα. Στη συνέχεια αυτά συγκρούονται με τα γειτονικά τους προς τα δεξιά, αυξάνοντας μ' αυτό τον τρόπο την ταχύτητα των γειτονικών αυτών μορίων. Το φαινόμενο συνεχίζεται μέχρι που τα μόρια στα δεξιά μεταβιβάζουν την κινητική τους ενέργεια στα μόρια του ψυχρού τοιχώματος. Έτσι η τυχαία αυτή κίνηση των μορίων προκαλεί μεταφορά (διάχυση) ενέργειας.

Παρόμοια είναι η κατάσταση και στα υγρά. Σ' αυτά όμως η μοριακή διάταξη είναι πυκνότερη, με αποτέλεσμα η διάχυση της ενέργειας να είναι ευκολότερη. Για το λόγο αυτό τα υγρά έχουν καλύτερη αγωγιμότητα από τα αέρια.

Περίπου όμοια μπορεί να θεωρηθεί και η κατάσταση στα στερεά. Σ' αυτά η διάχυση πραγματοποιείται μέσω των ταλαντώσεων των μορίων μέσα στο πλέγμα και των ταλαντώσεων του πλέγματος. Στη μετάδοση όμως μέσα σ' ένα στερεό, συμβάλλει και η κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων. Έτσι σε ένα μη αγώγιμο υλικό, η μετάδοση οφείλεται αποκλειστικά στις ταλαντώσεις του πλέγματος, ενώ στους αγωγούς οφείλεται και στην κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων. Η πυκνή διάταξη των μορίων στα στερεά σε συνδυασμό με την ελεύθερη κίνηση των ηλεκτρονίων δίνουν τις καλύτερες συνθήκες διάχυσης της ενέργειας. Γι' αυτό τα στερεά είναι οι καλύτεροι αγωγοί θερμότητας.

2.2.1 Ανάλυση με νόμο Fourier

Ας θεωρήσουμε κυλινδρική ράβδο από κάποιο υλικό, μήκους Δx και διατομής A , της οποίας η παράπλευρη επιφάνεια είναι μονωμένη, ενώ οι δύο βάσεις διατηρούνται σε σταθερές θερμοκρασίες T_1 και T_2 αντίστοιχα. Αν $T_1 > T_2$ τότε από την εμπειρία μας ξέρουμε ότι θα υπάρξει ροή θερμότητας από την επιφάνεια θερμοκρασίας T_1 προς την επιφάνεια θερμοκρασίας T_2 . Αν μετρήσουμε το ανά



Σχήμα 2.2 Αγωγή σε στερεή κατάσταση

μονάδα χρόνου ποσό θερμότητας που ρέει από τη μια επιφάνεια προς την άλλη, συναρτήσει των παραμέτρων $-\Delta T = T_1 - T_2$, Δx και A θα παρατηρήσουμε ότι αυτό είναι ανάλογο της διατομής A , της θερμοκρασιακής μεταφοράς $-\Delta T$ και αντιστρόφως ανάλογο του μήκους Δx της ράβδου. Είναι δηλαδή:

$$Q_x \approx \left(-A \frac{\Delta T}{\Delta x} \right) \quad (2.7)$$

Αν τώρα πάρουμε μια ράβδο από διαφορετικό υλικό και επαναλάβουμε την ίδια διαδικασία, θα παρατηρήσουμε ότι η προηγούμενη αναλογία ισχύει μεν και πάλι αλλά για ίδια A , ΔT και Δx μετρούμε διαφορετικό ποσό θερμότητας. Πράγμα που σημαίνει ότι η ροή θερμότητας εξαρτάται και από το υλικό κατασκευής της ράβδου. Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε:

$$Q_x = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2.8)$$

Ο συντελεστής λ [W/m.K] ονομάζεται συντελεστής αγωγιμότητας και είναι ιδιότητα του υλικού.

Αν $\Delta x \rightarrow 0$ η σχέση γράφεται:

$$Q_x = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (2.9)$$

Η πυκνότητα θερμορροής q_x'' [W/m^2], δηλαδή το ανά μονάδα χρόνου και επιφάνειας ποσό θερμότητας που διασχίζει την επιφάνεια A (κάθετη στη διεύθυνση x) θα είναι:

$$q_x'' = \frac{Q_x}{A} = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (2.10)$$

Η εξίσωση (2.4) είναι η μαθηματική διατύπωση του βασικού νόμου της μετάδοσης θερμότητας με αγωγή, του νόμου Fourier, σύμφωνα με τον οποίο η πυκνότητα θερμορροής είναι ανάλογη και αντιθέτου πρόσημου με την κλίση της θερμοκρασίας dT/dx .

Η πυκνότητα θερμορροής είναι διανυσματικό μέγεθος. Από την εξίσωση (2.4) προκύπτει ότι αν η θερμοκρασία μειώνεται κατά τη διεύθυνση x τότε η πυκνότητα θερμορροής q'' είναι θετική, ρέει δηλαδή προς τη διεύθυνση x . Αν η θερμοκρασία αυξάνεται με το x , το q'' είναι αρνητικό, ρέει δηλαδή αντίθετα προς τη διεύθυνση x . Προφανώς σε κάθε περίπτωση η q'' ρέει από τις υψηλότερες προς τις χαμηλότερες θερμοκρασίες.

Η γενική έκφραση του νόμου του Fourier για τρισδιάστατο θερμοκρασιακό πεδίο $T(x,y,z)$ είναι:

$$\vec{q}'' = -\lambda \nabla T = -\lambda \left(\vec{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.11)$$

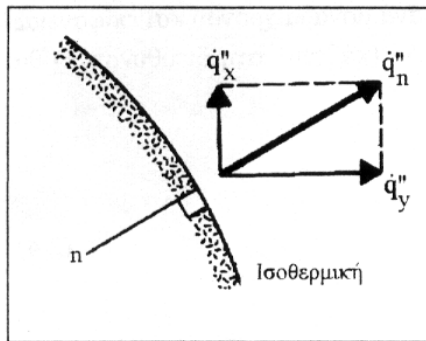
Η (2.11) υπονοεί ότι το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής είναι κάθετο στην ισοθερμοκρασιακή επιφάνεια.

Το διάνυσμα ∇T , η κλίση της θερμοκρασίας δηλαδή, έχει όπως είναι γνωστό το μέτρο και τη διεύθυνση της μέγιστης αύξησης της θερμοκρασίας σε κάθε σημείο. Το διάνυσμα αυτό επίσης, όπως φαίνεται από την (2.11), είναι κάθετο στις ισόθερμες επιφάνειες. Στη διεύθυνση λοιπόν την κάθετη στις ισόθερμες επιφάνειες, η θερμοκρασιακή κλίση παίρνει τη μέγιστή της τιμή και επομένως στη διεύθυνση αυτή που είναι και η διεύθυνση των γραμμών ροής της θερμότητας, η πυκνότητα θερμορροής θα παίρνει τη μέγιστη της τιμή, όπως προκύπτει από την εξίσωση (2.11) του νόμου του Fourier.

Ο νόμος του Fourier γράφεται και με τη μορφή:

$$\vec{q}_n'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \quad (2.12)$$

όπου \vec{q}_n'' είναι η πυκνότητα θερμορροής στη διεύθυνση \vec{n} την κάθετη σε μια ισόθερμη επιφάνεια. Για δισδιάστατο πρόβλημα αυτό απεικονίζεται στο Σχ. 2.3.



Σχήμα 2.3 Το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής είναι κάθετο στην ισόθερμη επιφάνεια

Το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής q μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες. Σε Καρτεσιανές συντεταγμένες θα είναι:

$$\vec{q}'' = \vec{i} q_x'' + \vec{j} q_y'' + \vec{k} q_z'' \quad (2.13)$$

όπου:

$$q_x'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.14)$$

Οι σχέσεις (2.13), (2.14) συνδέουν την πυκνότητα θερμορροής δια μέσου μιας επιφάνειας με τη θερμοκρασιακή κλίση στη διεύθυνση την κάθετη στην επιφάνεια.

Συνοψίζοντας λοιπόν για το νόμο του Fourier, το θεμελιώδη νόμο της μετάδοσης θερμότητας με αγωγή, μπορούμε να πούμε ότι:

- Δεν προκύπτει από βασικές αρχές, αλλά είναι γενίκευση πειραματικών ενδείξεων
- Είναι η έκφραση ορισμού της θερμικής αγωγιμότητας
- Είναι διανυσματική έκφραση και δείχνει ότι η ροή θερμότητας είναι κάθετη σε μια ισόθερμη επιφάνεια με κατεύθυνση αυτή της μείωσης της θερμοκρασίας και τέλος
- Ισχύει για όλα τα υλικά: στερεά, υγρά, αέρια.

2.2.2. Θερμική αγωγιμότητα

Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας είναι μια ένδειξη του ρυθμού μεταφοράς ενέργειας με τη διαδικασία της διάχυσης. Είναι ιδιότητα του υλικού που εξαρτάται από τη φυσική του δομή - μοριακή και ατομική, την πίεση και τη θερμοκρασία. Επειδή τα περισσότερα υλικά (αν και όχι όλα) είναι ομογενή και θεωρούνται ισότροπα, συνήθως δεν λαμβάνεται υπ' όψη η εξάρτηση του λ από τη θέση και τη διεύθυνση.

Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας μεταβάλλεται σχεδόν πάντα με τη θερμοκρασία (βλ. Σχ. 2.5). Αυξάνεται πάντα με την αύξηση της θερμοκρασίας στα αέρια σε χαμηλές πιέσεις αλλά μπορεί να αυξάνεται ή να μειώνεται στα στερεά και τα υγρά. Συνήθως δεχόμαστε γραμμική εξάρτηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας από τη θερμοκρασία, οπότε γράφουμε:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + b\Delta T) \quad (2.15)$$

όπου:

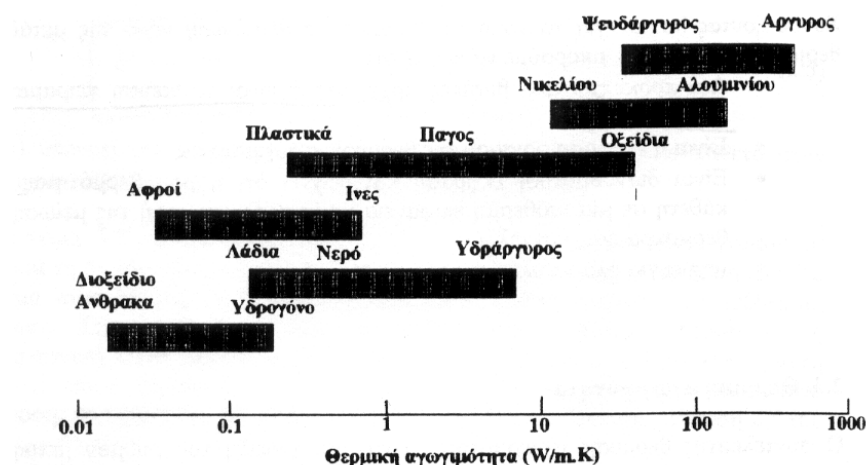
λ : ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας στη θερμοκρασία αναφοράς T_0 (0 ή 20°C)

b : σταθερά η οποία προσδιορίζεται πειραματικά.

ΔT : η διαφορά θερμοκρασίας $T - T_0$

Το πρόβλημα συνήθως είναι αν μπορεί ο λ να θεωρηθεί σταθερός στο εύρος της θερμοκρασιακής μεταβολής στο οποίο πραγματοποιείται κάποια διαδικασία. Αν αυτό δεν είναι μεγάλο, τότε ο λ θεωρείται σταθερός, πρακτικά δηλαδή ανεξάρτητος της θερμοκρασίας. Πχ αυτό ισχύει για το σίδηρο για μεταβολή θερμοκρασίας (βλ. Σχ 2.5) όχι όμως για μεταβολή από -100° ως 700°C . Όταν το ΔT είναι μεγάλο, τότε για το λ παίρνουμε την τιμή που αντιστοιχεί στο αριθμητικό μέσο των ακραίων θερμοκρασιών.

Το εύρος μεταβολής του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας λ για διάφορες κατηγορίες υλικών φαίνεται στο Σχ. 2.4. Όπως φαίνεται γενικά, τα μέταλλα έχουν μεγαλύτερο λ από τα υγρά και αυτά με τη σειρά τους από τα αέρια.



Σχήμα 2.4 Εύρος μεταβολής του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας για διάφορες κατηγορίες υλικών σε κανονικές θερμοκρασίες και πίεση

2.2.3. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας στα στερεά

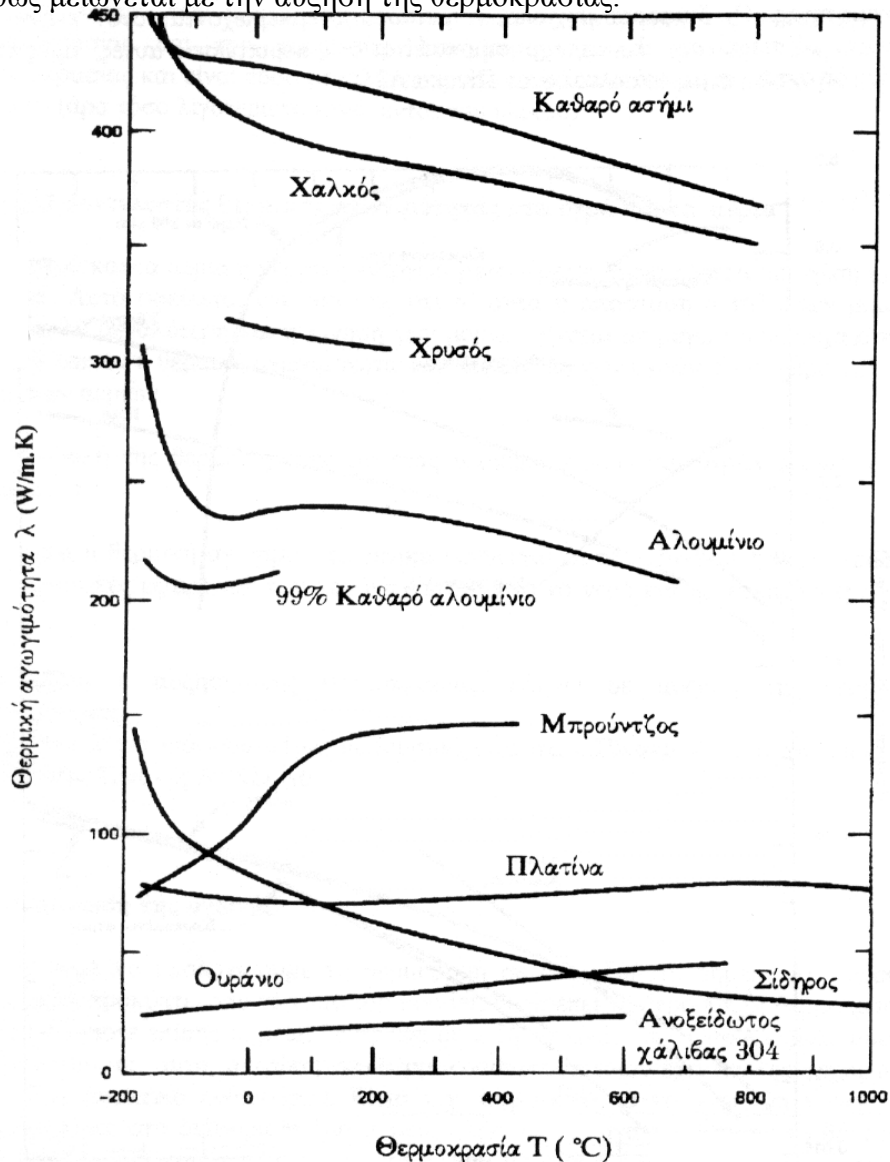
Στα στερεά η μεταφορά της θερμικής ενέργειας οφείλεται στην κίνηση των ηλεκτρονίων και τις ταλαντώσεις του κρυσταλλικού πλέγματος. Έτσι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ γράφεται:

$$\lambda = \lambda_e + \lambda_l \quad (2.16)$$

Στα μέταλλα επικρατεί ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας με ελεύθερα ηλεκτρόνια. Τα καθαρά μέταλλα έχουν υψηλούς συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας, οι τιμές των οποίων όμως μειώνονται σημαντικά αν υπάρχουν προσμίξεις. Στα καθαρά μέταλλα ο λ μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας (βλ. Σχ 2.5).

Τα κράματα έχουν συνήθως συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας μικρότερους από τους αντίστοιχους των συστατικών τους. Σε αντίθεση δε με τα καθαρά μέταλλα, ο λ των κραμάτων αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

Στα αμέταλλα ο λ καθορίζεται βασικά από τη συνιστώσα λ_l . Έχει χαμηλές τιμές και συνήθως μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.



Σχήμα 2.5 Μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας μεταλλικών στερεών σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας

Η εξάρτηση του λ από τη θερμοκρασία για μερικά χαρακτηριστικά μεταλλικά στερεά φαίνεται στο Σχήμα 2.5. Τιμές του λ για διάφορα υλικά δίνονται στους Πίνακες A1 (μέταλλα) και A2, A3 (μη μεταλλικά στερεά).

Θερμομονωτικά υλικά: Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η θερμική αγωγιμότητα των υλικών αυτών λόγω της ευρείας χρήσης τους. Τα υλικά αυτά χαρακτηρίζονται από την πορώδη ή ινώδη δομή τους και για το λόγο αυτό δεν μπορούν να θεωρηθούν συνεχή μέσα. Η μετάδοση της θερμότητας στα υλικά αυτά μπορεί να γίνεται με διάφορους μηχανισμούς: αγωγή στο στερεό μέρος, αγωγή ή συναγωγή στον αέρα που πληροί τους πόρους και αν η θερμοκρασία είναι αρκετά υψηλή και ακτινοβολία μεταξύ των τοιχωμάτων των πόρων. Παρά την πολυπλοκότητά της όμως η διαδικασία αυτή μεταφοράς θερμότητας αντιμετωπίζεται ως διαδικασία καθαρής θερμικής αγωγιμότητας. Οι διάφοροι μηχανισμοί μετάδοσης εμπεριέχονται στον *ενεργό ή φαινομενικό συντελεστή* λ_{eff} που χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις αυτές, τιμές του οποίου δίνονται για μερικά υλικά στον Πίνακα A3

Η μονωτική ικανότητα των μονωτικών υλικών οφείλεται στον αέρα που υπάρχει στους πόρους του και ο οποίος είναι κακός αγωγός της θερμότητας. Ο στόχος είναι ο περιορισμός της κίνησης του αέρα στους πόρους ή ακόμη και η πλήρης εκκένωση των πόρων για μείωση του ενεργού συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας. Αν αντίθετα οι πόροι γεμίσουν υγρασία λόγω της αυξημένης υγρασίας περιβάλλοντος, ο λ_{eff} αυξάνεται.

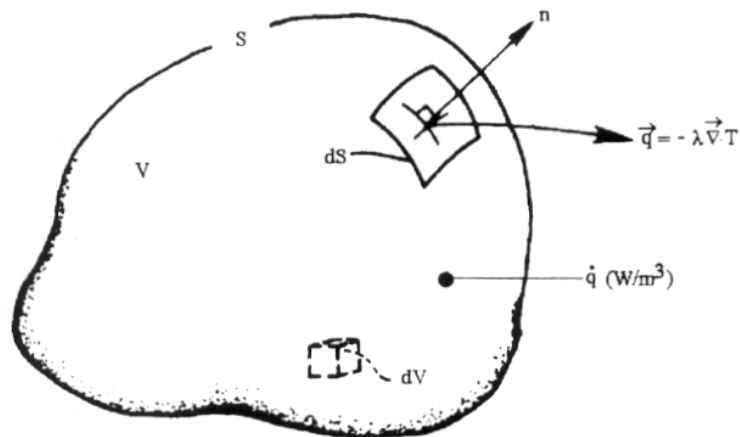
Ο λ_{eff} λοιπόν των υλικών αυτών είναι γενικά συνάρτηση της υγρασίας της θερμοκρασίας και του πορώδους. Συνήθως αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας και είναι τόσο μεγαλύτερος όσο μεγαλύτερο είναι το ειδικό βάρος του υλικού (άρα τόσο λιγότερα τα κενά εντός του υλικού)

2.2.4 Η εξίσωση της αγωγής

Αν θέλουμε να υπολογίσουμε τη θερμορροή σε οποιοδήποτε σημείο ενός μέσου, τότε, όπως προκύπτει από το νόμο του Fourier, θα πρέπει να ξέρουμε τη θερμοκρασία σε οποιοδήποτε επίσης σημείο, θα πρέπει δηλαδή να είναι γνωστό το θερμοκρασιακό πεδίο. Πέρα απ' αυτό, η γνώση του θερμοκρασιακού πεδίου έχει πολλές φορές από μόνη της πρακτικό ενδιαφέρον. είναι π.χ. σημαντικό το να γνωρίζει κανείς τις θερμοκρασίες στα διάφορα τμήματα μιας ηλεκτρικής μηχανής. Επίσης το βέλτιστο πάχος του μονωτικού υλικού σε ένα πρόβλημα μόνωσης, καθορίζεται από τη γνώση του θερμοκρασιακού πεδίου.

Το θερμοκρασιακό πεδίο υπολογίζεται από την εξίσωση της αγωγής. Ας δούμε λοιπόν στη συνέχεια ποια είναι και πώς προκύπτει η εξίσωση αυτή.

Ας θεωρήσουμε τυχαίο όγκο ελέγχου ο οποίος περικλείεται από κλειστή επιφάνεια S , όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Ο όγκος ελέγχου δηλαδή είναι ένα πεπερασμένο τμήμα αγωγίμου σώματος που θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση. Στην επιφάνεια S θεωρούμε ένα στοιχειώδες τμήμα ds στο οποίο είναι: \vec{n} το μοναδιαίο διάνυσμα το κάθετο στο στοιχειώδες αυτό τμήμα και $q = -\lambda \nabla T$ το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής.



Σχήμα 2.7 Όγκος ελέγχου για την ανάλυση της αγωγής

Θεωρούμε επίσης ότι στο συγκεκριμένο όγκο είναι δυνατόν να υπάρχουν πηγές θερμότητας q (W/m^3) διανεμημένες στο χώρο: Το q δηλαδή είναι η παραγωγή θερμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου και χρόνου και μπορεί να προκύπτει από χημικές ή πυρηνικές αντιδράσεις στο χώρο, από ηλεκτρική αντίσταση, από εξωτερική ακτινοβολία στην περιοχή ή από άλλα αίτια.

Θεωρούμε στη συνέχεια τη μάζα που περιέχεται στον όγκο ελέγχου V σαν μάζα ελέγχου και θα διατυπώσουμε το ενεργειακό ισοζύγιο σ' αυτή. Αν Q_g είναι η ανά μονάδα χρόνου παραγωγή θερμότητας μέσα στον όγκο V , Q_{out} το ποσό θερμότητας που διαφεύγει ανά μονάδα χρόνου από τον όγκο V προς το περιβάλλον δια μέσου της

εξωτερικής επιφάνειας S και $\frac{\partial E}{\partial t}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη μάζα

ελέγχου, τότε το ενεργειακό ισοζύγιο θα είναι (εφαρμογή 1ου Θερμοδυναμικού αξιώματος, της αρχής διατήρησης της ενέργειας δηλαδή):

$$\frac{\partial E}{\partial t} = Q_g - Q_{out} \quad (2.18)$$

$$\text{όπου } Q_g = \int_V q dV \quad (2.19)$$

Σχετικά τώρα με τη θερμότητα που διαφεύγει προς το περιβάλλον. Το ανά μονάδα χρόνου ποσό θερμότητας που διαφεύγει από τη στοιχειώδη επιφάνεια είναι:

$$dQ_{out} = \vec{q} \cdot (\vec{n} dS) = (-\lambda \nabla T) \cdot (\vec{n} dS) \quad (2.20)$$

Το σύνολο της θερμότητας που διαφεύγει από την επιφάνεια S θα είναι:

$$Q_{out} = \int_S (-\lambda \nabla T) \cdot (\vec{n} dS) \quad (2.21)$$

Μετατρέπουμε τώρα χρησιμοποιώντας το θεώρημα Gauss, το επιφανειακό ολοκλήρωμα της (2.14) σε ολοκλήρωμα όγκου, οπότε αυτή γράφεται:

$$Q_{out} = \int_S [\nabla \cdot (\lambda \nabla T)] dV \quad (2.22)$$

Αν τώρα ρ (Kg/m³) είναι η πυκνότητα του υλικού και c_p (kJ/Kg.K) η ειδική του θερμότητα, τότε η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = - \int_V \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \quad (2.23)$$

Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις (2.19), (2.20) και (2.23), το ενεργειακό ισοζύγιο (2.18) γράφεται

$$\int_V \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV = \int_V q dV + \int_V [\nabla \cdot (\lambda \nabla T)] dV$$

ή

$$\int_V \left[\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right] dV = 0 \quad (2.24)$$

Η έκφραση (2.24) προέκυψε από το ενεργειακό ισοζύγιο σε τυχαίο όγκο V , άρα ισχύει για οποιοδήποτε όγκο V . Για να συμβαίνει αυτό, θα πρέπει το όρισμα του ολοκληρώματος της (2.24) να είναι μηδέν. Άρα:

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.25)$$

Η εξίσωση (2.25) είναι η γενική εξίσωση αγωγής ή εξίσωση διάχυσης θερμότητας. Εκφράζει το ενεργειακό ισοζύγιο ανά μονάδα όγκου στην περίπτωση που ο μόνος μηχανισμός μετάδοσης θερμότητας είναι η αγωγή.

Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ , μπορεί γενικά να είναι συνάρτηση της θέσης $\lambda = \lambda(x, y, z)$. Σε ομογενές μέσο όπου το λ είναι ανεξάρτητο της θέσης η (2.25) γράφεται:

$$\lambda \nabla^2 T + q = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

ή πιο συχνά:

$$\nabla^2 T + \frac{q}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.26)$$

όπου: $\alpha \equiv \frac{\lambda}{\rho c_p}$, είναι ο συντελεστής θερμικής διάχυσης

Η (2.26) είναι η πιο γενική μορφή της εξίσωσης αγωγής για τρισδιάστατο πρόβλημα. Στην περίπτωση κατά την οποία έχουμε μόνιμη κατάσταση θα είναι $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ και η εξίσωση της αγωγής παίρνει τη μορφή (εξίσωση Poisson):

$$\text{Μόνιμη κατάσταση: } \nabla^2 T + \frac{q}{\lambda} = 0 \quad (2.27)$$

Αν δεν έχουμε πηγές θερμότητας ($q=0$) τότε η εξίσωση της αγωγής είναι (εξίσωση Fourier):

$$\text{Παραγωγή θερμότητας} = 0 : \quad \nabla^2 T = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.28)$$

Τέλος, αν έχουμε μόνιμη κατάσταση χωρίς πηγές θερμότητας, τότε (εξίσωση Laplace):

$$\text{Μόνιμη κατάσταση } q=0 : \quad \nabla^2 T = 0 \quad (2.29)$$

Η (2.26) σε καρτεσιανές συντεταγμένες γράφεται:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.30)$$

Αντίστοιχα για κυλινδρικές και σφαιρικές συντεταγμένες:

$$\text{Κυλινδρικές: } \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.31)$$

Σφαιρικές:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rT)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{q}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.32)$$

Συντελεστής θερμικής διάχυσης

Το μέγεθος:

$$a \equiv \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (2.33)$$

ονομάζεται συντελεστής θερμικής διάχυσης. Είναι φυσική ιδιότητα του υλικού με διαστάσεις $[m^2/s]$.

Όπως φαίνεται από την (2.26) αν $q = 0$ τότε ο α είναι το μοναδικό φυσικό μέγεθος που υπεισέρχεται στην εξίσωση αγωγής.

Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι ένα μέτρο της ικανότητας του υλικού να άγει θερμική ενέργεια σε σχέση με την ικανότητά του να αποθηκεύει θερμική ενέργεια. Όπως φαίνεται από την εξίσωση (2.33), ο α είναι μεγάλος όταν είναι μεγάλο το λ που εκφράζει την ικανότητα του υλικού για αγωγή θερμικής ενέργειας -ή και όταν είναι μικρή η ειδική θερμοχωρητικότητα ρc_p του υλικού- που εκφράζει την ικανότητα του υλικού για αποθήκευση θερμικής ενέργειας.

Μεγαλύτερους συντελεστές θερμικής διάχυσης έχουν τα μέταλλα.

2.2.5 Οριακές και αρχικές συνθήκες

Στην πράξη, το κεντρικό πρόβλημα είναι η επίλυση της εξίσωσης αγωγής για την εύρεση της θερμοκρασίας $T(x, y, z, t)$ σαν συνάρτηση της θέσης (x, y, z, t) και του χρόνου t . Για τον προσδιορισμό του πεδίου $T(x, y, z, t)$ είναι ακόμα απαραίτητο να έχουμε:

- Τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος, δηλαδή σχέσεις ή και μεγέθη του πεδίου τη χρονική στιγμή $t = 0$
- Τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, δηλαδή σχέσεις ή και μεγέθη του πεδίου σε συγκεκριμένες θέσεις (x, y, z) . Οι σχέσεις ή και τα μεγέθη αυτά αφορούν συνήθως σε οριακές επιφάνειες του πεδίου.

Στην περίπτωση μόνιμης κατάστασης τα μεγέθη του πεδίου είναι ανεξάρτητα του χρόνου, οπότε επαρκούν οι οριακές συνθήκες για τον προσδιορισμό του πεδίου $T(x, y, z)$

Επειδή η εξίσωση της αγωγής είναι 2ου βαθμού ως προς το χώρο και 1ου βαθμού ως προς το χρόνο, χρειαζόμαστε για την επίλυση της δύο οριακές και μια αρχική συνθήκη .

Στα προβλήματα μετάδοσης θερμότητας είναι δυνατόν να υπεισέλθουν οριακές συνθήκες τριών ειδών. Οι συνθήκες αυτές για μονοδιάστατο πρόβλημα και όπως ορίζονται για μια επιφάνεια στη θέση $x=0$, με τη ροή θερμότητας προς τη θετική κατεύθυνση x , συνοψίζονται και είναι:

- Οριακή συνθήκη 1ου είδους ή συνθήκη *Dirichlet*. Αντιστοιχεί στην κατάσταση στην οποία η θερμοκρασία T_s της επιφάνειας είναι σταθερή.
- Οριακή συνθήκη 2ου είδους ή συνθήκη *Neumann*. Αντιστοιχεί στην κατάσταση στην οποία η πυκνότητα θερμορροής q''_x στην επιφάνεια, είναι σταθερή. Ειδική περίπτωση της συνθήκης αυτής είναι η *μονωμένη πλήρως ή αδιαβατική επιφάνεια*.
- Οριακή συνθήκη 3ου είδους. Αντιστοιχεί στην κατάσταση θέρμανσης (ή ψύξης) της επιφάνειας με συναγωγή.

2.2.6 Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο χωρίς πηγές

Ο συντελεστής αγωγιμότητας λ είναι γενικά συνάρτηση της θερμοκρασίας. Σε πολλά προβλήματα στην πράξη παίρνουμε το λ ανεξάρτητο της θερμοκρασίας T σε κάποια, όχι μεγάλη, περιοχή θερμοκρασίας ΔT . Στα προβλήματα εφαρμογής που ακολουθούν θεωρούμε το λ σταθερό, ανεξάρτητο της θερμοκρασίας T . Θεωρούμε ακόμα ότι έχουμε μόνιμο πεδίο ($\partial T / \partial t = 0$). Όλα τα παραδείγματα είναι μονοδιάστατα, δηλαδή η θερμοκρασία T και οποιοδήποτε άλλο μέγεθος είναι συνάρτηση μιας μόνο μεταβλητής του χώρου.

Στόχος είναι ο καθορισμός εκφράσεων για τη θερμοκρασιακή κατανομή και τη ροή θερμότητας σε κάποιες κοινές γεωμετρίες.

2.3 Η θερμική αντίσταση

Κατ' αναλογία με την ηλεκτρική αντίσταση ορίζεται η θερμική αντίσταση. Όπως είναι γνωστό, η ηλεκτρική αντίσταση ορίζεται το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού (που είναι το αίτιο που προκαλεί τη ροή του ηλεκτρικού ρεύματος) προς την ένταση του ρεύματος. Το αίτιο που προκαλεί τη ροή θερμότητας, είναι η διαφορά θερμοκρασίας. Το πηλίκο των δύο αυτών μεγεθών είναι η *θερμική αντίσταση*. Για την περίπτωση μετάδοσης θερμότητας με αγωγή θα είναι:

$$R_{ay} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{Q} = \frac{L}{\lambda A} \quad [\text{K/W}] \quad (2.34)$$

Στην περίπτωση μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, όπου ως γνωστόν, ισχύει ο νόμος του Newton:

$$Q = hA(T_s - T_\infty) \quad (2.35)$$

η θερμική αντίσταση συναγωγής θα είναι:

$$R_{συν} \equiv \frac{T_s - T_\infty}{Q} = \frac{1}{hA} \quad [\text{K/W}] \quad (2.36)$$

Συναρτήσει της συνολικής θερμοκρασιακής διαφοράς και της συνολικής θερμικής αντίστασης, η θερμοροή θα είναι:

$$Q = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{ολ}} \quad (2.37)$$

Αποδεικνύεται εύκολα ότι:

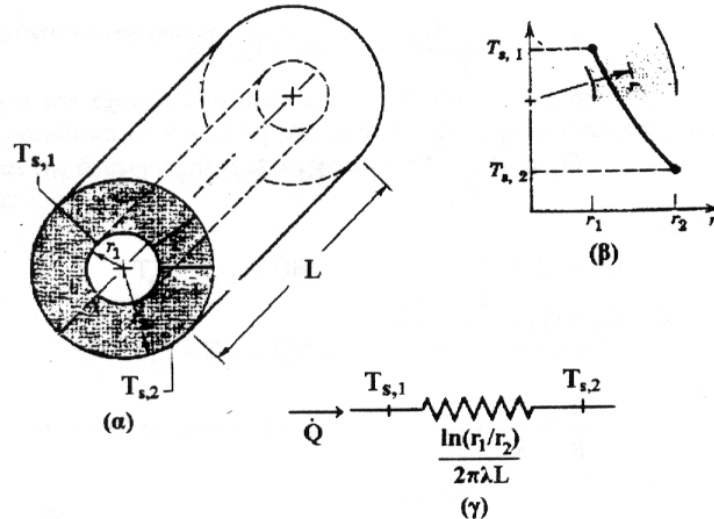
$$R_{ολ} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A} \quad (2.38)$$

ή

$$R_{ολ} = R_{1,συν} + R_{ay} + R_{2,συν} \quad (2.39)$$

2.3.1 Ο κύλινδρος

Ας θεωρήσουμε κυλινδρικό δακτύλιο (Σχήμα 2.11) του οποίου οι βάσεις είναι τελείως μονωμένες. Μπορούμε τότε να υποθέσουμε ότι έχουμε ροή θερμότητας μόνο κατά την ακτίνα r και ότι η θερμοκρασία είναι συνάρτηση μόνο της απόστασης r από τον άξονα του κυλίνδρου: $T = T(r)$. Στον κυλινδρικό δακτύλιο r_1 είναι η εσωτερική ακτίνα, r_2 η εξωτερική και $T_{s,1}$ και $T_{s,2}$ οι αντίστοιχες θερμοκρασίες.



Σχήμα 2.11 Μετάδοση θερμότητας με αγωγή σε κυλινδρικό δακτύλιο
α. Γεωμετρία β. θερμοκρασιακή κατανομή γ. ισοδύναμο θερμικό κύκλωμα

Η μεθοδολογία για τον υπολογισμό της θερμοκρασιακής κατανομής και της πυκνότητας θερμοροής είναι ίδια μ' αυτή του επιπέδου τοιχώματος. Η θερμοκρασιακή κατανομή δηλαδή, προκύπτει από την επίλυση της κατάλληλης μορφής της εξίσωσης αγωγής. Αυτή για την περίπτωση κυλινδρικού δακτυλίου, με ροή θερμότητας μόνο ακτινικά και χωρίς πηγές θερμότητας, όπως προκύπτει από τη (2.31) είναι:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (2.40)$$

Η γενική λύση αυτής είναι:

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \quad (2.41)$$

Αν λάβουμε υπ' όψη τις οριακές συνθήκες

$$T(r_1) = T_{s,1} \quad \text{και} \quad T(r_2) = T_{s,2}$$

υπολογίσουμε τις σταθερές C_1 και C_2 και αντικαταστήσουμε στη (2.41), η θερμοκρασιακή κατανομή θα δίνεται από την εξίσωση:

$$T(r) = T_{s,2} + \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) \quad (2.42)$$

Η θερμορροή θα προκύπτει από εφαρμογή του νόμου του Fourier:

$$Q = -\lambda A \frac{dT}{dr} = -\lambda(2\pi rL) \frac{dT}{dr}$$

και είναι

$$Q = \frac{2\pi L \lambda (T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2 - r_1)} \quad (2.43)$$

Η θερμική αντίσταση για κυλινδρική γεωμετρία θα είναι λοιπόν:

$$R_{\alpha\gamma} = \frac{\ln(r_2 - r_1)}{2\pi L \lambda}$$

οπότε:

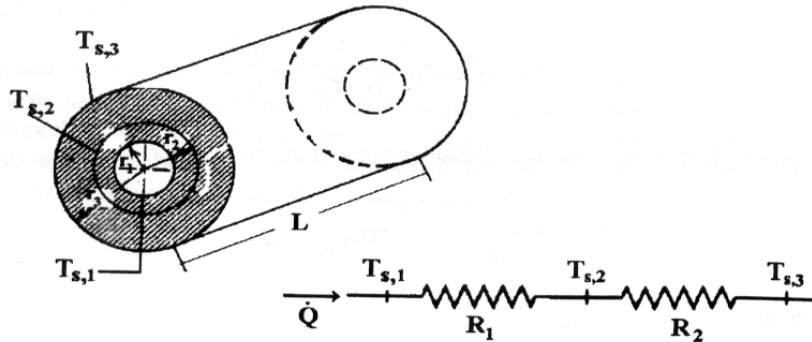
$$Q = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{R}$$

Στην περίπτωση κυλινδρικών δακτυλίων "εν σειρά", δακτυλίων δηλαδή που περιβάλλει ο επόμενος τον προηγούμενο, όπως στο σχήμα 2.12, $T_{s,1} \equiv T(r_1)$ είναι η θερμοκρασία στην εσωτερική επιφάνεια του εσωτερικού δακτυλίου, $T_{s,2} \equiv T(r_2)$ η θερμοκρασία στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο δακτυλίων και $T_{s,3} \equiv T(r_3)$ η θερμοκρασία στην εξωτερική επιφάνεια του εξωτερικού δακτυλίου. Στην περίπτωση αυτή έχουμε:

$$Q = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{R_1} = \frac{T_{s,2} - T_{s,3}}{R_2} = \frac{T_{s,1} - T_{s,3}}{R} \quad (2.44)$$

$$R_1 = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L\lambda_1} \quad R_2 = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L\lambda_2} \quad (2.45)$$

$$R = R_1 + R_2 \quad (2.46)$$



Σχήμα 2.12 Κυλινδρικοί δακτύλιοι σε σειρά

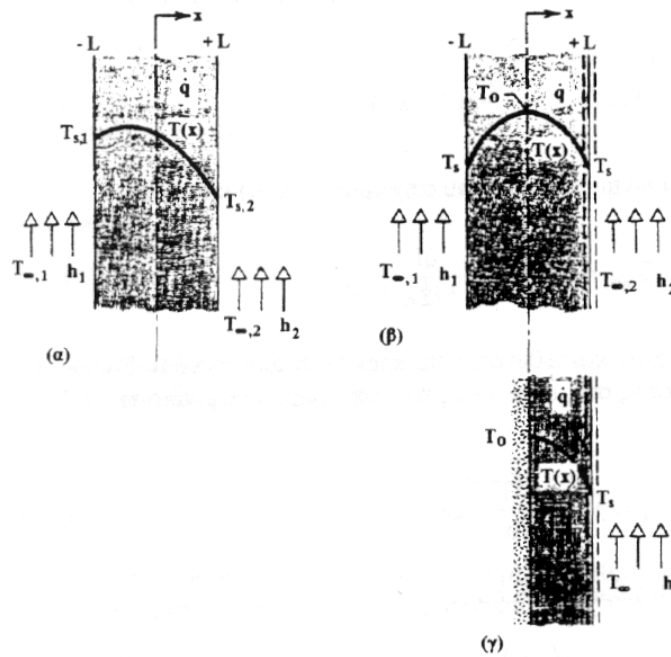
2.4 Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο με πηγές θερμότητας

Ας δούμε τώρα τι γίνεται όταν έχουμε παραγωγή θερμότητας μέσα στο μέσο που εξετάζουμε. Όπως είναι γνωστό, η παραγωγή θερμότητας μπορεί να προέρχεται π.χ. από χημικές ή πυρηνικές αντιδράσεις που γίνονται μέσα στο μέσο, από μια ηλεκτρική αντίσταση ή από άλλους λόγους. Αν π.χ. η πηγή θερμότητας είναι μια ηλεκτρική αντίσταση R που διαρρέεται από ρεύμα I , τότε η ισχύς που παράγεται είναι I^2R και η ανά μονάδα όγκου θερμική ισχύς θα είναι:

$$q = \frac{I^2 R}{V} \quad [\text{W/m}^3] \quad (2.47)$$

Η μεθοδολογία για τον υπολογισμό του θερμοκρασιακού πεδίου και της πυκνότητας θερμορροής είναι ίδια με τις προηγούμενες περιπτώσεις όταν δεν υπήρχαν πηγές θερμότητας. Το πρώτο βήμα δηλαδή είναι η επίλυση της κατάλληλης εξίσωσης αγωγής. Έτσι αν θεωρήσουμε ότι έχουμε επίπεδο τοίχωμα (Σχ. 2.14) άπειρο κατά τις δύο διαστάσεις x, z (οπότε η θερμοκρασία θα είναι συνάρτηση μόνο του x : $T = T(x)$), στο οποίο έχουμε ομοιόμορφη παραγωγή θερμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου και του οποίου οι επιφάνειες διατηρούνται σε σταθερές θερμοκρασίες $T_{s,1}$ και $T_{s,2}$, η γενική εξίσωση αγωγής (2.30) παίρνει τη μορφή (λ σταθερό):

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q}{\lambda} = 0 \quad (2.48)$$



Σχήμα 2.14 Αγωγή σε επίπεδο τοίχωμα με ομοιόμορφη παραγωγή θερμότητας
α. Μη συμμετρικές οριακές συνθήκες **β.** συμμετρικές οριακές συνθήκες
γ. αδιαβατική επιφάνεια στη μέση

Η γενική λύση της εξίσωσης αυτής είναι:

$$T = -\frac{q}{2\lambda}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2.49)$$

Οι σταθερές C_1 και C_2 υπολογίζονται από τις αρχικές συνθήκες:

$$T(-L)=T_{s,1} \quad \text{και} \quad T(L)=T_{s,2}$$

Και είναι:

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2L} \quad \text{και} \quad C_2 = \frac{q}{2\lambda}L^2 + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \quad (2.50)$$

Αντικατάσταση των (2.50) στη (2.48) δίνει τη θερμοκρασιακή κατανομή:

$$T(x) = \frac{q}{2\lambda}(L^2 - x^2) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2} \frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \quad (2.51)$$

Τα αποτελέσματα είναι απλούστερα στην περίπτωση κατά την οποία αμφότερες οι πλευρές του τοιχώματος έχουν την ίδια θερμοκρασία: $T_{s,1} = T_{s,2} = T_s$. Η θερμοκρασιακή κατανομή τότε θα είναι προφανώς συμμετρική ως προς το επίπεδο συμμετρίας ($x=0$) και είναι:

$$T(x) = T_s + \frac{q}{2\lambda}(L^2 - x^2) \quad (2.52)$$

Η μέγιστη θερμοκρασία θα είναι στο μέσο του τοιχώματος ($x=0$) και είναι:

$$T_{\max} = T(0) = T_s + \frac{qL^2}{2\lambda} \quad (2.53)$$

Η πυκνότητα θερμορροής στην κατεύθυνση x θα προκύπτει από το νόμο Fourier. Για τοίχωμα με ίδιες θερμοκρασίες στις επιφάνειές του, όπως προκύπτει από τη (2.52) θα είναι:

$$q''(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} = qx \quad (2.54)$$

οπότε στις επιφάνειες του τοιχώματος θα είναι:

$$q(\pm L) = qL \quad (2.55)$$

Στο μέσον $x=0$ του τοιχώματος είναι $q(0) = 0$ διότι στη θέση $x=0$ η κλίση της θερμοκρασίας είναι μηδέν:

$(dT/dx)_{x=0} = 0$. Το επίπεδο συμμετρίας επομένως μπορεί να θεωρηθεί σαν αδιαβατικό τοίχωμα (Σχήμα 2.13γ). Η εξίσωση (2.52) άρα ισχύει και για τοιχώματα με τέλεια μόνωση στη μια πλευρά ($x=0$) και σταθερή θερμοκρασία T_s στην άλλη ($x=L$).

2.5 Πτερύγια

Γενικά

Τα πτερύγια χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις εκείνες μεταφοράς θερμότητας στις οποίες ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι χαμηλός και απαιτείται ενίσχυση της θερμορροής.

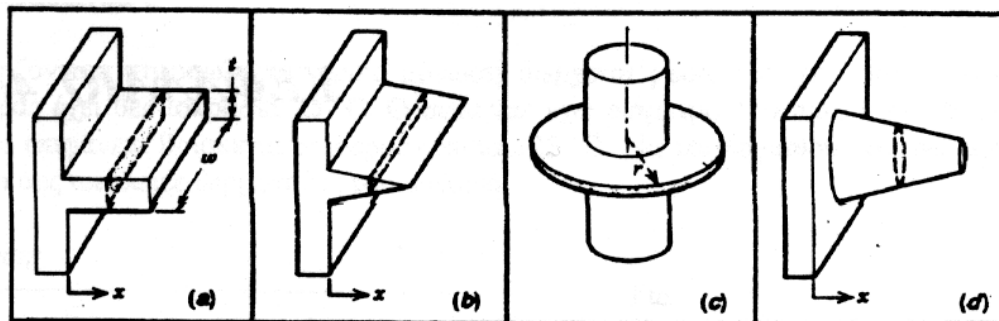
Όπως είναι γνωστό, ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας (θερμορροή) από μια επιφάνεια σταθερής θερμοκρασίας T_s προς ένα ρευστό θερμοκρασίας T_∞ δίνεται από τη σχέση:

$$Q = hA(T_s - T_\infty) \quad (2.56)$$

Από τους τρεις δυνατούς τρόπους ενίσχυσης της θερμορροής: αύξηση του συντελεστή μεταφοράς θερμότητας h , αύξηση της επιφάνειας μεταφοράς A , μείωση της θερμοκρασίας T_∞ του ρευστού, ο πιο συνήθης και πρακτικός είναι η αύξηση της επιφάνειας μεταφοράς A . (Η αύξηση του συντελεστή h είναι συνήθως ανεπαρκής και πολλές φορές αντιοικονομική ενώ η μείωση της θερμοκρασίας T_∞ δεν είναι πρακτική λύση). Η αύξηση αυτή της επιφάνειας γίνεται με την προσθήκη πτερυγίων.

Προφανώς στην περίπτωση των πτερυγίων έχουμε συνδυασμό μεταφοράς θερμότητας με αγωγή (μέσα στο πτερύγιο) και συναγωγή (έξω απ' αυτό). Σημαντικός παράγοντας στην ενίσχυση του ρυθμού μεταφοράς θερμότητας είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του υλικού κατασκευής του πτερυγίου. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας καθορίζει τις θερμοκρασιακές μεταβολές κατά μήκος του πτερυγίου. Στην οριακή περίπτωση άπειρου συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, ολόκληρο το πτερύγιο θα είχε ομοιόμορφη θερμοκρασία, αυτή της επιφάνειας στήριξής του, οπότε και θα είχαμε τη μέγιστη δυνατή ενίσχυση της θερμορροής.

Η χρήση των πτερυγίων είναι ευρέως διαδεδομένη π.χ. στις ηλεκτρικές μηχανές (γεννήτριες, κινητήρες, μετασχηματιστές), στα ψυγεία αυτοκινήτων, στους κινητήρες μοτοσυκλετών, σε μερικούς τύπους θερμικών σωμάτων, στους προθερμαντές νερού των ατμογεννητριών κ.λ.π. Η μορφή των πτερυγίων, όπως φαίνεται και στο Σχ. 2.14, ποικίλει.



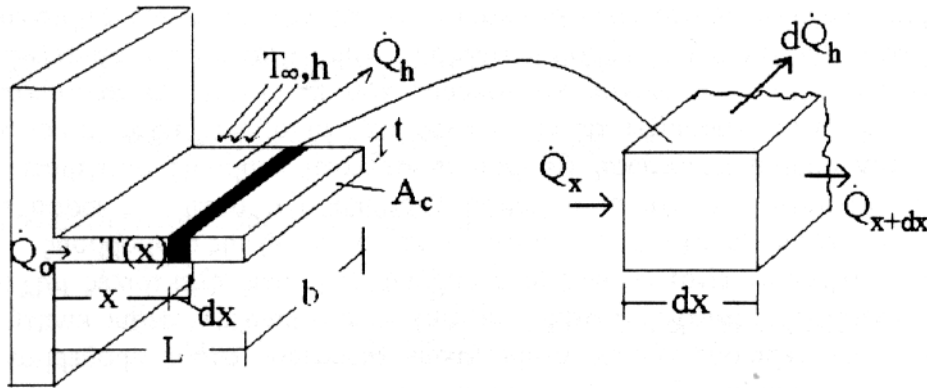
Σχήμα 2.14 Τύποι πτερυγίων α. πτερύγιο-πρόβολος σταθερής διατομής
β. πτερύγιο-πρόβολος μεταβλητής διατομής γ. περιφερειακό πτερύγιο
δ. βελονοειδές πτερύγιο

2.5.1 Ανάλυση πτερυγίων

Ο υπολογισμός του ρυθμού μεταφοράς θερμότητας από ένα πτερύγιο απαιτεί τη γνώση του θερμοκρασιακού πεδίου κατά μήκος του πτερυγίου. Η ανάλυση απλοποιείται αν γίνουν ορισμένες παραδοχές.

Έστω λοιπόν ότι θεωρούμε ορθογωνικό πτερύγιο σταθερής διατομής (Σχ. 2.15). Αν θεωρήσουμε ότι το πάχος t του πτερυγίου είναι πολύ μικρότερο από το πλάτος b ($t \ll b$) τότε μπορούμε να αγνοήσουμε τη μεταβολή της θερμοκρασίας κατά μήκος του πάχους t . Έχουμε δηλαδή μονοδιάστατη αγωγή κατά τη διεύθυνση x , οπότε και $T = T(x)$. Θεωρούμε επίσης σταθερή κατάσταση ($\partial T / \partial t = 0$) και υποθέτουμε ότι η θερμική αγωγιμότητα είναι σταθερή σ' ολόκληρο το πτερύγιο, η ακτινοβολία από την

επιφάνεια του περυγίου είναι αμελητέα, ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας h είναι ίδιος για ολόκληρη την επιφάνεια, ότι δεν έχουμε πηγές θερμότητας στο περύγιο και ότι οι θερμοκρασίες T_b στη βάση του περυγίου ($T_b = T(x=0)$) και περιβάλλοντος T_∞ είναι σταθερές.



Σχήμα 2.15 Ορθογωνικό περύγιο σταθερής διατομής

Το ενεργειακό ισοζύγιο σ'ένα στοιχειώδες τμήμα του περυγίου (μάζα ελέγχου) στη θέση x θα είναι:

$$Q_x = Q_{x+dx} + dQ_h \quad (2.57)$$

Όπου dQ_h ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας λόγω της συναγωγής από το στοιχειώδες τμήμα του περυγίου προς το περιβάλλον και Q_x ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας με αγωγή κατά μήκος του περυγίου. Από το νόμο Fourier είναι γνωστό:

$$Q_x = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} \quad (2.58)$$

όπου $A_c = b t$ η διατομή του περυγίου.

Στη θέση $x+dx$ ο ρυθμός μεταφοράς θα είναι:

$$Q_{x+dx} = Q_x + \frac{dQ_x}{dx} dx \quad (2.59)$$

2.5.2 Απόδοση - αποτελεσματικότητα πτερυγίου.

Με τον όρο αποτελεσματικότητα του πτερυγίου ε_{π} ορίζουμε το λόγο της θερμότητας που μεταφέρεται από το πτερύγιο προς το περιβάλλον, προς τη θερμότητα που θα μεταφερόταν αν έλλειπε το πτερύγιο. Θα είναι λοιπόν:

$$\varepsilon_{\pi} \equiv \frac{Q}{hA_{c,b}\theta_b} \quad (2.60)$$

όπου $A_{c,b}$ η διατομή του πτερυγίου στη βάση του (δηλαδή η επιφάνεια επαφής με τον κορμό).

Η αποτελεσματικότητα του πτερυγίου ενισχύεται με την εκλογή υλικού υψηλής θερμικής αγωγιμότητας. Για το λόγο αυτό συνήθως τα πτερύγια κατασκευάζονται από κράματα αλουμινίου τα οποία αν και έχουν χαμηλότερο συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας από τα χάλκινα πλεονεκτούν για λόγους αντοχής και βάρους.

Η αποτελεσματικότητα επίσης αυξάνεται με την αύξηση του λόγου περιμέτρου προς διατομή. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται συνήθως λεπτά πτερύγια, σε μικρή απόσταση το ένα από το άλλο.

Η χρήση των πτερυγίων ενδείκνυται περισσότερο στις περιπτώσεις μικρού συντελεστή μεταφοράς θερμότητας h . Όπως είναι γνωστό τα αέρια έχουν μικρότερο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας από τα υγρά και επομένως η αναγκαιότητα χρήσης πτερυγίων είναι μεγαλύτερη στα αέρια και ειδικότερα όταν συναγωγή είναι ελεύθερη. Έτσι σε επιφάνειες που διαχωρίζουν αέριο από υγρό, τα πτερύγια συνήθως τοποθετούνται στην πλευρά του αερίου (π.χ. μετασχηματιστές).

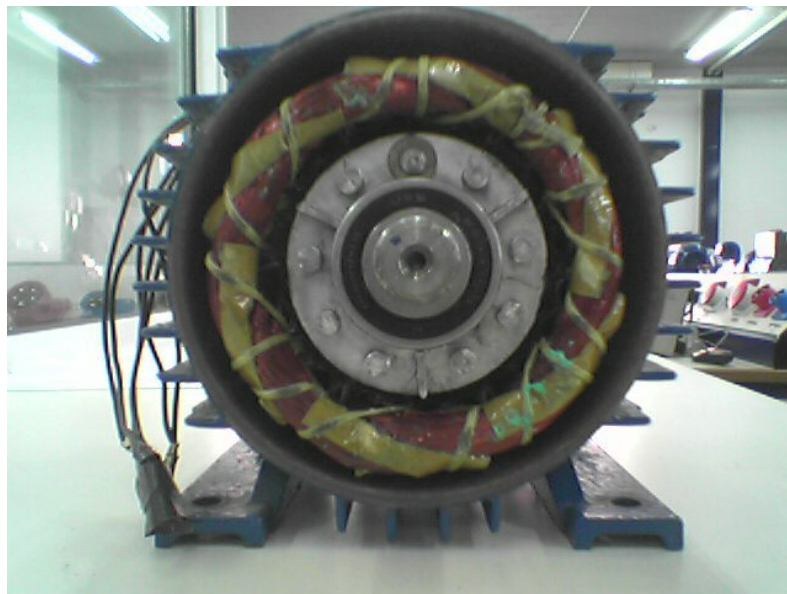
Ένα άλλο μέτρο της θερμικής λειτουργίας του πτερυγίου δίνεται από την απόδοση του πτερυγίου η_{π} . Με τον όρο απόδοση του πτερυγίου, ορίζουμε τον λόγο της θερμότητας που μεταφέρεται από το πτερύγιο προς τη μέγιστη που θα μπορούσε να μεταφερθεί. Είναι δηλαδή:

$$\eta_{\pi} \equiv \frac{Q_o}{Q_{\max}} < 1 \quad (2.61)$$

Η μέγιστη θερμότητα θα προέκυπτε αν σ' ολόκληρο το πτερύγιο είχαμε τη μέγιστη δυνατή θερμοκρασία T_b , αν δηλαδή το πτερύγιο είχε τη θερμοκρασία του κορμού T_b . Το σύνηθες κατώτερο όριο για την απόδοση είναι 0,35.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ



Κεφ3. Μοντέλα θερμικής ανάλυσης συγκεντρωμένων παραμέτρων και υπολογισμός απωλειών ηλεκτρικών μηχανών

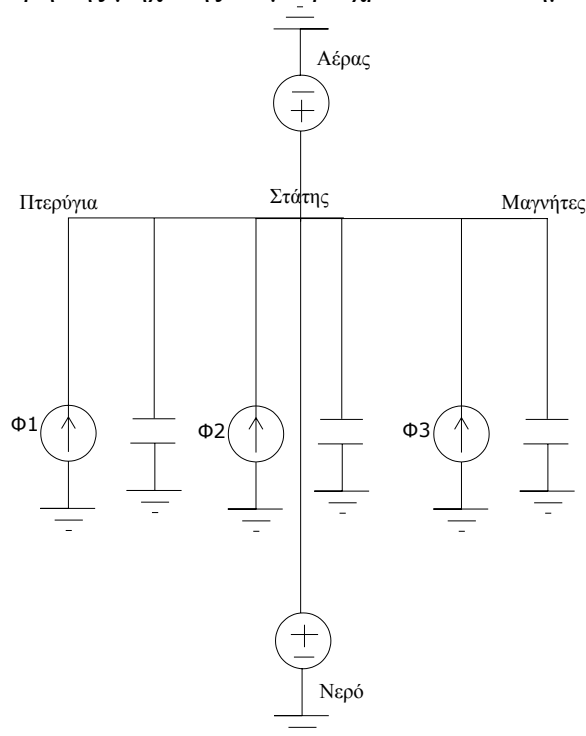
3.1 Μοντέλα συγκεντρωμένων παραμέτρων

Τα μοντέλα συγκεντρωμένων παραμέτρων, δημιουργήθηκαν προκειμένου να μπορέσουμε να αναλύσουμε με όσο το δυνατό ολοκληρωμένο και ταυτόχρονα απλό τρόπο σύνθετα συστήματα, στη μορφή ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών μηχανών, είναι ένα σημαντικό εργαλείο, για την επίλυση εξισώσεων τελικής κατάστασης που περιγράφουν το υπό εξέταση θερμικό μοντέλο. Χρησιμοποιούνται διαγράμματα θερμοκρασίας-χρόνου, προκειμένου να αποτιμηθούν οι απώλειες σε διάφορα μέρη της μηχανής. Χρησιμοποιώντας αυτές τις απώλειες, σαν εισόδους, για τα μοντέλα των συγκεντρωμένων παραμέτρων, πιο ακριβείς θερμικές αναλύσεις μπορούν να επιτευχθούν. Η αξιοπιστία και η ορθότητα των προτεινόμενων μεθόδων, ελέγχονται από τα αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί από πειράματα.

Η μέθοδος των συγκεντρωμένων παραμέτρων πρωτοεμφανίστηκε για να μελετήσει τη μόνιμη κατάσταση του πυρήνα του στάτη μεγάλων γεννητριών-τουρμπίνας των *Armor* και *Chari*. Ωστόσο, η δουλειά τους περιορίζεται στα σημεία του στάτη όπου είναι κοντύτερα στο κέντρο από ότι στα άκρα και δεν υπολογίζουν την επιρροή από τη θερμότητα που πηγάζει από το πηνίο του στάτη. Το 1980 ο *Armor*, σχεδίασε μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων τοξοειδούς σχήματος, προκειμένου να εξηγήσει τη μεταφορά της θερμότητας στο δρομέα μεγάλων γεννητριών τουρμπίνας.

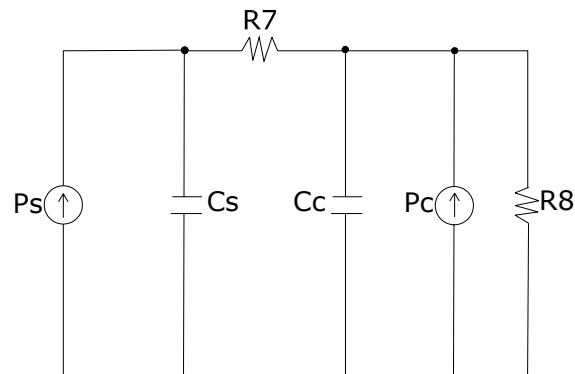
Αναλυτικότερα, προσπάθειες για να αναλυθεί θερμικά το κύκλωμα μιας μηχανής, έχουν γίνει με τη μέθοδο των συγκεντρωμένων παραμέτρων τις οποίες και παραθέτουμε παρακάτω.

- Η αναφορά αυτή [2], περιγράφει ένα σύγχρονο κινητήρα του οποίου ο στάτης ψύχεται από ένα σύστημα νερού και γλυκόλης, η οποία έγινε προκειμένου ο παρατηρητής να είναι σε θέση να αποκομίσει γρήγορα πληροφορίες θερμικού περιεχομένου για ευαίσθητα μέρη της μηχανής σε μικρό χρονικό διάστημα

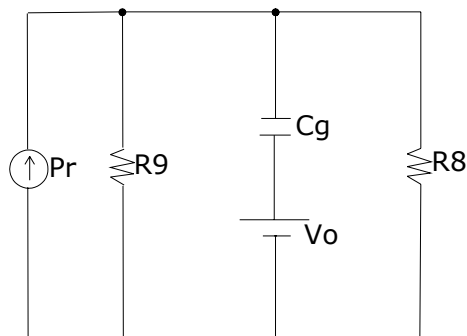


Σχήμα 3.1 Κύκλωμα συγκεντρωμένων παραμέτρων σύγχρονου κινητήρα

- Μια άλλη αναφορά [3], γίνεται για την εκτίμηση της θερμοκρασίας σε ένα επαγωγικό κινητήρα σε συνθήκες μεταβολής του φορτίου.



Θερμικό μοντέλο στάτη



Θερμικό μοντέλο δρομέα

P_s = Απώλειες επαφών στάτη
 P_c = Απώλειες πυρήνα
 Y = Αύξηση θερμοκρασίας πυρήνα
 X = Αύξηση θερμοκρασίας επαφών στάτη
 C_c = Θερμική χωρητικότητα πυρήνα
 C_s = Θερμική χωρητικότητα επαφών στάτη
 R_7 = Θερμική αντίσταση μόνωσης
 R_8 = Θερμική αντίσταση στο περιβάλλον
 P_r = Απώλειες επαφών δρομέα
 Z = Αύξηση θερμοκρασίας επαφών δρομέα
 C_r = Θερμική χωρητικότητα επαφών δρομέα
 R_9 = Θερμική αντίσταση δρομέα στο περιβάλλον
 V_o = Θερμοκρασία περιβάλλοντος

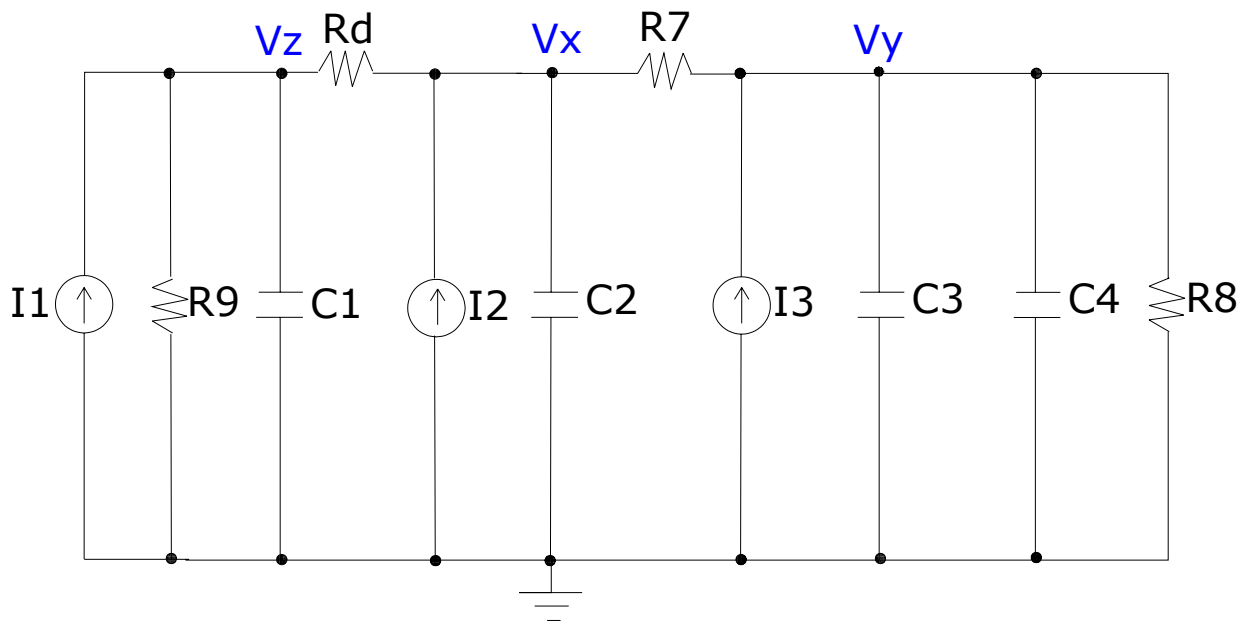
Σχήμα 3.2 Κύκλωμα συγκεντρωμένων παραμέτρων ασύγχρονου κινητήρα

3.2 Προτεινόμενο κύκλωμα

Στο κύκλωμα Συγκεντρωμένων Παραμέτρων, οι τάσεις αντιστοιχούν σε θερμοκρασίες, τα ρεύματα σε πηγές θερμότητας, οι αντιστάσεις στην δυσκολία που συναντά η θερμότητα για να εξαπλωθεί και οι πυκνωτές στην συσσωρευμένη θερμότητα των υλικών.

Η τάση V_z αντιστοιχεί στη θερμοκρασία του δρομέα, η V_x στη θερμοκρασία των δοντιών του στάτη και η V_y στη θερμοκρασία του πυρήνα του στάτη.

Η πηγή ρεύματος I_1 είναι η πηγή απωλειών στο δρομέα, η I_2 είναι η πηγή απωλειών των δοντιών στο στάτη, και I_3 είναι η πηγή απωλειών του πυρήνα του στάτη.



Σχήμα 3.3 Κύκλωμα Συγκεντρωμένων Παραμέτρων

Προκειμένου να υπολογίσουμε τις πηγές ρεύματος του προτεινόμενου κυκλώματος εξετάζουμε τρεις χαρακτηριστικές λειτουργίες του κινητήρα.

➤ Η πρώτη περίπτωση λειτουργίας γίνεται με ακινητοποιημένα δρομέα χωρίς καπάκια και ανεμιστήρα. Η τροφοδοσία των τυλιγμάτων του στάτη γίνεται με ονομαστικό ρεύμα $I=3,6A$. Στην περίπτωση αυτή η τάση τροφοδοσίας των τυλιγμάτων του στάτη είναι πολύ χαμηλή. Οι απώλειες ισχύος προέρχονται μόνο από απώλειες χαλκού του στάτη και απώλειες αλουμινίου του δρομέα, τις οποίες θεωρούμε περίπου ίσες. Οι απώλειες σιδήρου αμελούνται λόγω της χαμηλής τάσεως τροφοδοσίας.

$$P_{απ Cu} = P_{απ Al} = 3 I^2 R = 3 \cdot 3,6^2 \cdot 4,8 = 186,624 \text{ Watt}$$

➤ Η δεύτερη περίπτωση λειτουργίας γίνεται με τα ονομαστικά στοιχεία του κινητήρα (τάση, ένταση, φορτίο) αλλά χωρίς ανεμισμό. Οι απώλειες προέρχονται από απώλειες χαλκού του στάτη και απώλειες αλουμινίου του δρομέα, οι οποίες είναι περίπου ίσες καθώς και από απώλειες σιδήρου του πυρήνα του στάτη. Οι απώλειες σιδήρου του δρομέα θεωρούνται αμελητέες αφού η ολίσθηση είναι πολύ μικρή.

$$P_{\text{απ Cu}} = P_{\text{απ Al}} = 3 I^2 R = 3 \cdot 3,6^2 \cdot 4,8 = 186,624 \text{ Watt}$$

$$P_{\text{απ Fe στάτη}} = P_{\text{απωλ}} - (P_{\text{απ Cu}} + P_{\text{απ Al}}) = 400 - (186,624 + 186,624) = 28 \text{ Watt}$$

➤ Η τρίτη περίπτωση λειτουργίας γίνεται ακριβώς όπως η δεύτερη μόνο που έχουμε και εξαναγκασμένη ψύξη από τη φτερωτή του ίδιου του κινητήρα. Οι απώλειες είναι ίδιες όπως και στη δεύτερη περίπτωση.

$$P_{\text{απ Cu}} = P_{\text{απ Al}} = 3 I^2 R = 3 \cdot 3,6^2 \cdot 4,8 = 186,624 \text{ Watt}$$

$$P_{\text{απ Fe στάτη}} = P_{\text{απωλ}} - (P_{\text{απ Cu}} + P_{\text{απ Al}}) = 400 - (186,624 + 186,624) = 28 \text{ Watt}$$

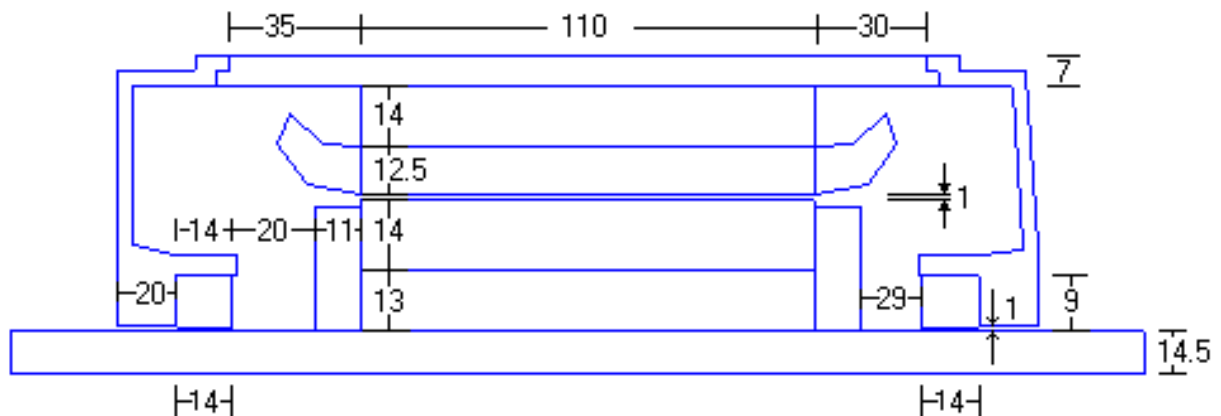
Στις τρεις περιπτώσεις που εξετάσαμε, υπολογίσαμε τις απώλειες στο δρομέα και στο στάτη. Αντιστοιχίζουμε με τις πηγές ρεύματος του κυκλώματός μας και έχουμε:

$$I_1 = I_{\text{απ,δρ}} = 186 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{\text{απ,δοντ στ}} = 186 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{\text{απ,πυρ στ}} = 28 \text{ A}$$

3.3 Υπολογισμός αντιστάσεων με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής



Σχήμα 3.4 Απλοποιημένη γεωμετρία του κινητήρα σε κυλινδρικές συντεταγμένες

Σιδηροπυρήνας Στάτη (Σχήματα 3.4, 3.5)

$$R = 62\text{mm} = 0,062\text{m}$$

$$L = 110\text{mm} = 0,11\text{m}$$

$$S = 2\pi RL = 0,0428\text{m}^2$$

$$\delta = 14\text{mm} = 0,014\text{m}$$

από πίνακα 4.3 Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας $\lambda=67\text{W/m}^\circ\text{C}$, για σίδηρο

$$R_{\Sigma\Sigma} = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S} = \mathbf{0,00488\Omega}$$

Δόντια Στάτη (Σχήματα 3.4, 3.5)

$$R = 48,75\text{mm} = 0,04875\text{m}$$

$$L = 110\text{mm} = 0,11\text{m}$$

$$S = 2\pi RL = 0,0337\text{m}^2$$

$$\delta = 12,5\text{mm} = 0,0125\text{m}$$

από πίνακα 4.3 Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας $\lambda=200\text{W/m}^\circ\text{C}$, για αλουμίνιο

$$R_{\Delta\Sigma} = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S} = \mathbf{0,00185\Omega}$$

Μόνωση μεταξύ τυλιγμάτων και σιδηροπυρήνα στάτη (Σχήματα 3.4, 3.5)

$$R = 55\text{mm} = 0,04875\text{m}$$

$$L = 110\text{mm} = 0,11\text{m}$$

$$S = 2\pi RL = 0,038\text{m}^2$$

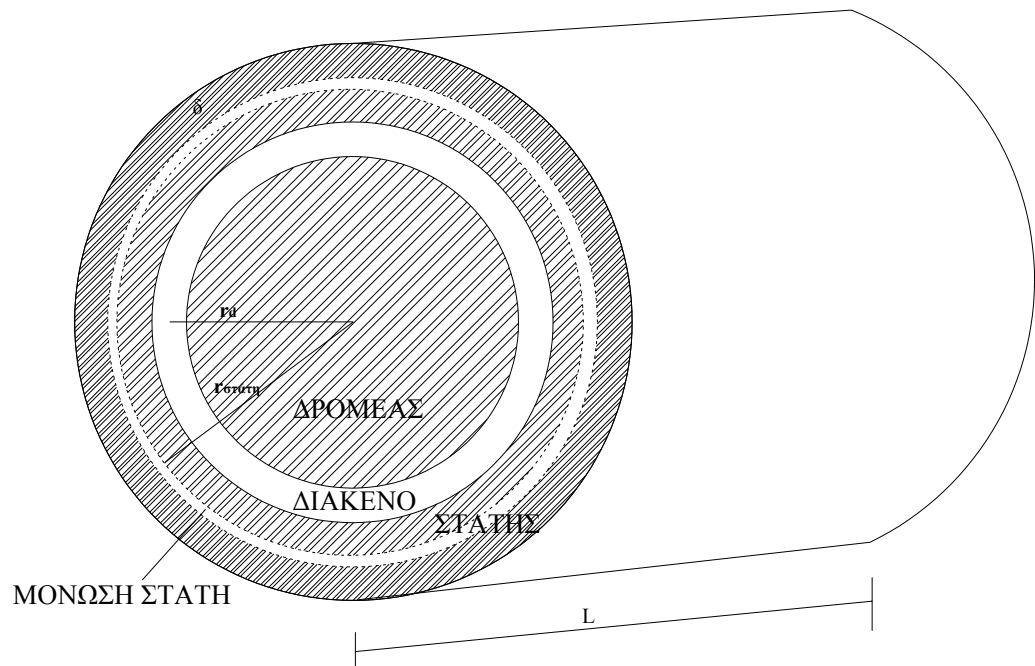
$$\delta = 0,1276\text{mm} = 0,0001276\text{m}$$

από πίνακα 4.3 Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας $\lambda=0,02\text{W/m}^\circ\text{C}$, για μονωτικό χαρτί

$$R_{\text{ΜΤΣ}} = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S} = 0,1679\Omega$$

Συνολική Αντίσταση Στάτη

$$R_{\Sigma} = R_{\Sigma\Sigma} + R_{\Delta\Sigma} + R_{\text{ΜΤΣ}} = 0,1747\Omega \Rightarrow \mathbf{R_7 = 0,1747\Omega}$$



Σχήμα 3.5 Απλοποιημένο σχήμα του κινητήρα

Δρομέας (Σχήματα 3.4, 3.5)

Σιδηροπυρήνας Δρομέα (Σχήμα 3.4)

$$R = 21\text{mm} = 0,021\text{m}$$

$$L = 110\text{mm} = 0,11\text{m}$$

$$S = 2\pi RL = 0,0145\text{m}^2$$

$$\delta = 13\text{mm} = 0,013\text{m}$$

από πίνακα 4.3 Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας $\lambda=67\text{W/m}^\circ\text{C}$, για σίδηρο

$$R_{\Sigma\Delta} = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S} = \mathbf{0,0133\Omega}$$

Δόντια Δρομέα (Σχήμα 3.4)

$$R = 34,5\text{mm} = 0,0345\text{m}$$

$$L = 110\text{mm} = 0,11\text{m}$$

$$S = 2\pi RL = 0,02384\text{m}^2$$

$$\delta = 14\text{mm} = 0,014\text{m}$$

από πίνακα 4.3 Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας $\lambda=150\text{W/m}^\circ\text{C}$, για σίδηρο-αλουμίνιο

$$R_{\Delta\Delta} = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S} = \mathbf{0,003915\Omega}$$

Η αντίσταση του δρομέα προκύπτει κατά ένα μεγάλο ποσοστό και από την ψύξη των πλαϊνών του κινητήρα
Άρα θα έχουμε:

$$S = 2 (E_1 + E_2 + E_3)$$

$$E_1 = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2) = 3,14 (69^2 - 14,5^2) = 14295,8 \text{ mm}^2$$

$$E_2 = \pi r^2 + 2\pi RL = 3,14 14,5^2 + 2 3,14 14,5 30 = 3393,7 \text{ mm}^2$$

$$E_3 = 2\pi rL = 2 3,14 69 35 = 15173,89 \text{ mm}^2$$

$$\text{Άρα } S = 2 (14295,8 + 3393,7 + 15173,89) = 65726 \text{ mm}^2 = 0,065726 \text{ m}^2$$

Στην περίπτωση χωρίς ανεμισμό έχουμε $h_1 = 16,5$, όπου h_1 συντελεστής ανεμισμού

$$R_9 = \frac{1}{h_1 \cdot S} = \frac{1}{16,5 \cdot 0,065726} = \mathbf{0,9221 \Omega}$$

Στην περίπτωση με ανεμισμό έχουμε $h_2 = 40$

$$R_9 = \frac{1}{h_2 \cdot S} = \frac{1}{40 \cdot 0,065726} = \mathbf{0,38 \Omega}$$

Κέλυφος (Σχήμα 3.4)

$$R = 76 \text{ mm} = 0,076 \text{ m}$$

$$L = 175 \text{ mm} = 0,175 \text{ m}$$

$$S = 2\pi RL = 0,08356 \text{ m}^2$$

Στην περίπτωση της περιστροφής χωρίς ανεμισμό: $h_1 = 16,65$

Οπότε θα έχω:

$$R_8 = \frac{1}{h_1 \cdot S} = \frac{1}{16,65 \cdot 0,08356} = \mathbf{0,72 \Omega}$$

Στην περίπτωση της περιστροφής με ανεμισμό: $h_2 = 40$. Επειδή όμως στο κέλυφος υπάρχει σημαντικά καλύτερος ανεμισμός (περίπου διπλάσιος) από ότι στο εσωτερικό, επιλέγεται $h_2 = 81$
Οπότε θα έχω:

$$R_8 = \frac{1}{h_2 \cdot S} = \frac{1}{81 \cdot 0,08356} = \mathbf{0,147 \Omega}$$

Διάκενο (Σχήματα 3.4, 3.5)

$$R = 42\text{mm} = 0,042\text{m}$$

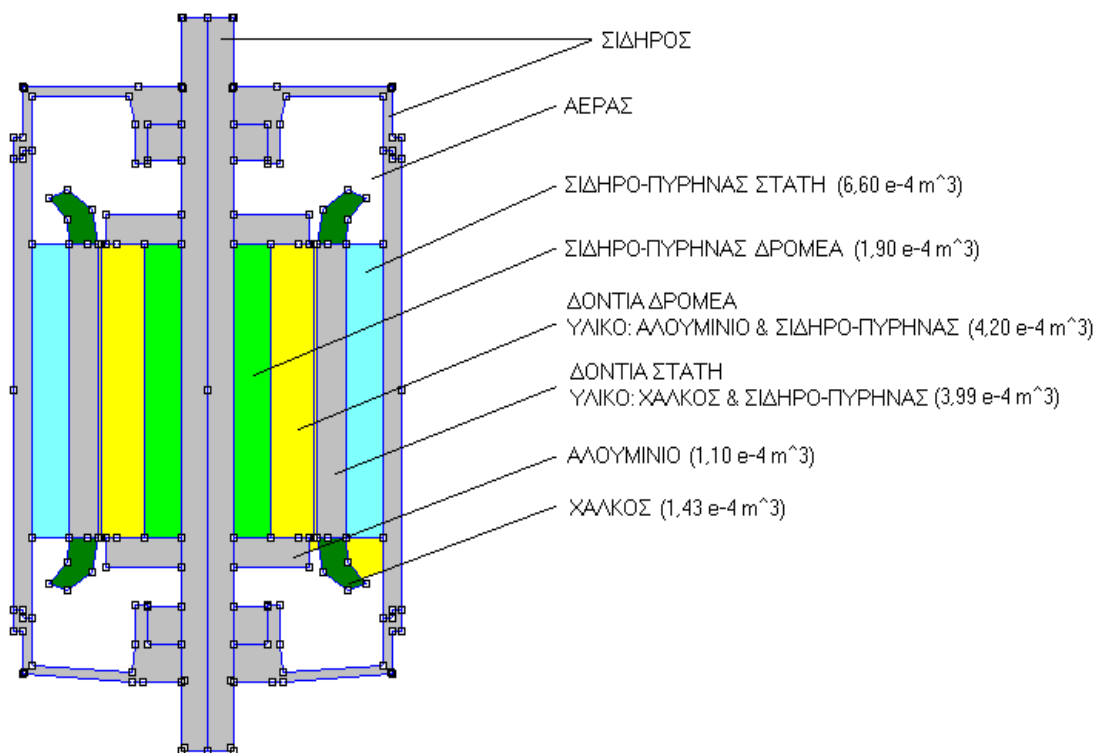
$$L = 110\text{mm} = 0,11\text{m}$$

$$S = 2\pi RL = 0,029\text{m}^2$$

$$\delta = 0,001\text{mm}$$

από πίνακα 4.3 Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας $\lambda=0,02\text{W/m}^\circ\text{C}$, για αέρα

$$R_\delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S} = 1,7241\Omega$$



Σχήμα 3.6 Παρουσίαση υλικών και αντιστοίχων όγκων στον υπό μελέτη κινητήρα

3.4 Υπολογισμός χωρητικότητας με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής**Χωρητικότητες δρομέα (C₁)**

	Αξονας	Σιδηροπυρήνας δρομέα	Δόντια δρομέα	Αλουμίνιο	Σύνολο
Όγκος (m ³)	0,0002	0,00019	0,00042	0,00011	0,00092
Ποσοστό (%) επί του συνολικού	21,74	20,65	45,65	11,96	100
ρ (kg/m ³)	8000	8000	8500	2707	
C _p	447	500	700	896	
J/kg°C	3576000	4000000	5950000	2425472	
Αναλογία	97	103,2	319,5	107,13	626,83
Συνολικά	777442,4	825600	2715750	290000	4608773,3

Χωρητικότητα δρομέα: $C_1 = 4608773,3 \cdot 0,00092 \Rightarrow C_1 = 4240,071F$

Χωρητικότητες επαφών στάτη (C₂)

	Δόντια στάτη (χαλκός & σιδηροπυρήνας)	Χαλκός	Σύνολο
Όγκος (m ³)	0,000399	0,000143	0,000542
Ποσοστό(%) επί του συνολικού	73,61	26,39	100
ρ (kg/m ³)	8500	8950	
C _p	450	384	
Αναλογία	331,27	101,31	432,58
Συνολικά	2815795	906724	3722519,5

Χωρητικότητα επαφών στάτη: $C_2 = 3722519,5 \cdot 0,000542 \Rightarrow C_2 = 2017,6F$

Χωρητικότητα Σιδηροπυρήνα στάτη (C₃)

$C_3 = 4000000 \cdot 0,00066 \Rightarrow C_3 = 2640F$

Χωρητικότητα Κελύφους (C₄)

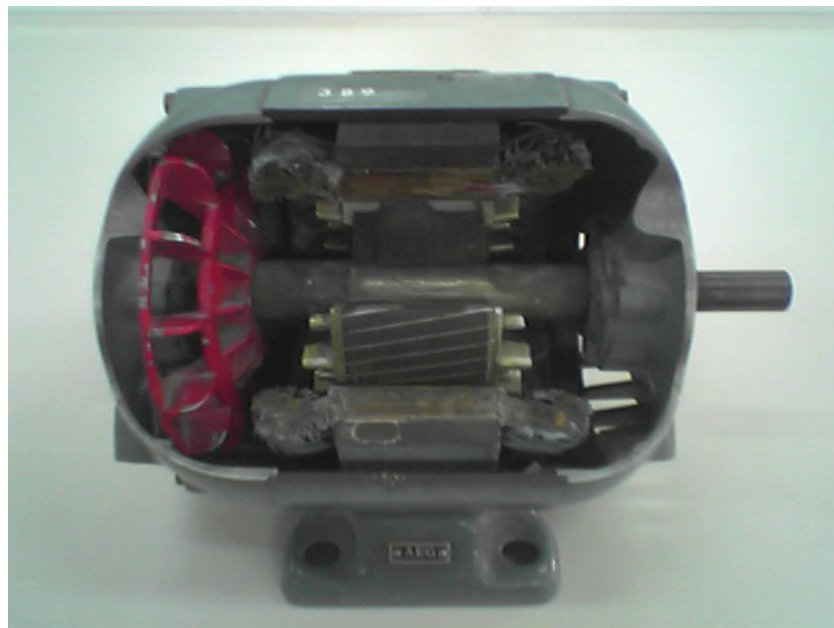
$C_4 = 4000000 \cdot 0,00066 \Rightarrow C_4 = 2640F$

3.5 Συγκεντρωτικός πίνακας με τα στοιχεία του κυκλώματος:

Στοιχείο	Χωρίς Ανεμισμό	Με ανεμισμό
I₁	186	186
I₂	186	186
I₃	28	28
Rd	1,7241	1,7241
R7	0,1747	0,1747
R8	0,725	0,1477
R9	0,9221	0,38
C₁	4240	4240
C₂	2017	2017
C₃	2640	2640
C₄	2640	2640

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΕΠΑΓΩΓΗΣ



Κεφ.4 Δισδιάστατη θερμική ανάλυση κινητήρα επαγωγής

4.1 Γενικά

Στο προηγούμενο κεφάλαιο δείξαμε ότι με απλό σχετικό τρόπο με τη μέθοδο των συγκεντρωμένων παραμέτρων μπορούμε να αναλύσουμε θερμικά ένα κινητήρα επαγωγής. Η διαδικασία αυτή μας οδηγεί σε μοντέλο του οποίου τα αποτελέσματα είναι συμβατά με τα πειραματικά. Στη συνέχεια, προκειμένου να προσδιοριστούν με ακρίβεια οι πηγές του θερμικού προβλήματος (απώλειες χαλκού, σιδήρου του κινητήρα) στις διάφορες περιπτώσεις λειτουργίας, θα χρησιμοποιηθεί σε ένα πρώτο βήμα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Σε ένα δεύτερο βήμα θα πραγματοποιηθεί η δισδιάστατη ανάλυση του ίδιου επαγωγικού κινητήρα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων η οποία είναι πιο ακριβής όσον αφορά τη μελέτη και τα αποτελέσματα, αλλά είναι πιο χρονοβόρος, πολύπλοκη και απαιτεί μεγάλη υπολογιστική ισχύ [4].

4.2 Υπολογισμός παραμέτρων ισοδύναμου κυκλώματος, απωλειών χαλκού και σιδήρου κινητήρα επαγωγής με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.

4.2.1 Ονομαστικά στοιχεία του κινητήρα

Ο κινητήρας που χρησιμοποιήθηκε ήταν ένας τριφασικός με τα εξής ονομαστικά στοιχεία:

- α) Τάση : $U=230/400$ V
- β) Ένταση : $I=3,6$ A
- γ) Συντελεστής ισχύος : $\cos\varphi=0,79$
- δ) Συχνότητα AC : $f=50$ Hz
- ε) Συχνότητα περιστροφής : 1410 σαλ.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι σε πλήρες φορτίο είναι:

1. ολίσθηση : $s = \frac{1500 - 1410}{1500} = 6\%$
2. Ηλεκτρική Ισχύς : $P_{\eta\lambda} = \sqrt{3} V_{\pi} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 3,6 \cdot 0,79 = 1970$ W .
3. Μηχανική Ισχύς : $P_{\mu\eta\chi} = 2$ HP = 1472 W
4. Απώλειες Ισχύος : $P_{\alpha\pi\omega\lambda} = P_{\eta\lambda} - P_{\mu\eta\chi} = 498$ W

4.2.2 Γεωμετρία του κινητήρα

Ο στάτης έχει 24 οδοντώσεις και ο δρομέας 30 αυλάκια όπως φαίνεται από το σχήμα 4.2. Η εξωτερική διάμετρος του στάτη είναι 136 mm και η εσωτερική 85 mm.

Το βάθος κάθε αυλακιού είναι 14 mm. Ο δρομέας έχει διάμετρο 84,5 mm. Άρα το διάκενο δρομέα - στάτη είναι 0,25 mm.

Για τα αυλάκια του δρομέα δεχθήκαμε ότι έχουν σχήμα σφηνοειδές με βάθος 16 mm περίπου και πλάτος 3 mm στο ανώτερο μέρος. Η διατομή του αλουμινίου που γεμίζει τα αυλάκια του δρομέα είναι $24,6 \text{ mm}^2$. Το μήκος του κινητήρα (μήκος αυλακιού) είναι 110 mm.

Ο κινητήρας είναι τετραπολικός ($P=2$ ζεύγη πόλων). Άρα κάθε φάση έχει 2 συγκροτήματα συγκεντρικού τυλίγματος. Κάθε συγκρότημα έχει 2 ομάδες μιας στρώσης σε κάθε αυλάκι ώστε συνολικά έχουμε 24 αυλάκια στο στάτη:

$$3 \text{ φάσεις} \times 2 \text{ συγκροτήματα} \times 2 \text{ ομάδες} \times 2 \text{ αυλάκια} = 24 \text{ αυλάκια.}$$

Το ανάπτυγμα του τυλίγματος του στάτη φαίνεται στο σχήμα 4.1. Σε κάθε ομάδα βρέθηκε (από την τάση εξ' επαγωγής που αναπτύσσεται σ' αυτήν όταν διεγείρεται από μαγνητικό κύκλωμα ορισμένης ΜΕΔ $N \cdot i$), ότι έχει 135 σπείρες περίπου. Σε κάθε φάση δεχθήκαμε ότι η εσωτερική ομάδα του ενός συγκροτήματος συνδέεται με την εξωτερική του άλλου συγκροτήματος και τα δυο αυτά συνδέονται παράλληλα για να αποτελέσουν το τυλίγμα της μιας φάσης (σχήμα 4.1)

Δεδομένου ότι η εξωτερική ομάδα έχει μήκος σπείρας:

$$2 \times 110 \text{ mm (μήκος στοιχείου)} + 120 \text{ mm (οπίσθια σύνδεση)} + 120 \text{ mm (μετωπική σύνδεση)} = 460 \text{ mm και η εσωτερική ομοίως έχει:}$$

$$2 \times 110 + 80 + 80 = 380 \text{ mm .}$$

Συνολικό μήκος αγωγού εσωτερικής και εξωτερικής ομάδας :

$$L = (460 + 380) \text{ mm} \times 135 \text{ σπείρες} = 0,84 \times 135 \text{ m} = 113,4 \text{ m}$$

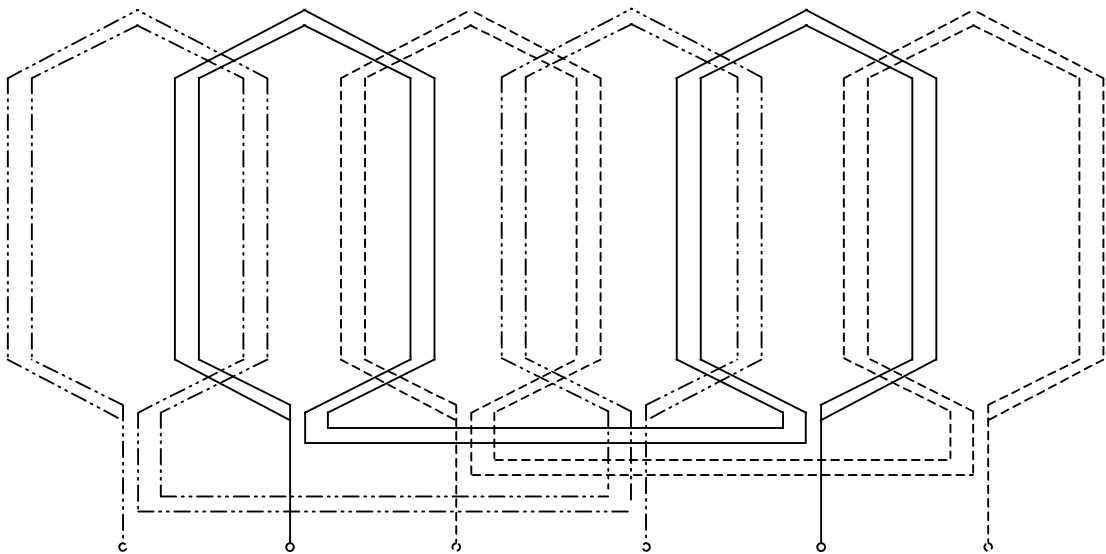
Η διάμετρος του χαλκού των τυλιγμάτων είναι $\delta = 0,5 \text{ χιλ.} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$ και έχουν αντίσταση :

$$R = \frac{L}{\sigma \cdot S} = \frac{4 \cdot 113,4 \text{ m}}{3,14 \cdot 5,7 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1} \cdot 25 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2} = 10,14 \Omega$$

Επειδή σε μια φάση δυο τέτοιοι αγωγοί είναι συνδεδεμένοι παράλληλα η ολική αντίσταση μιας φάσης είναι:

$$R_{\text{ολ}} = \frac{R}{2} = \frac{10,14}{2} \approx 5 \Omega$$

που είναι πολύ κοντά στη μετρηθείσα τιμή: $4,8 \Omega$



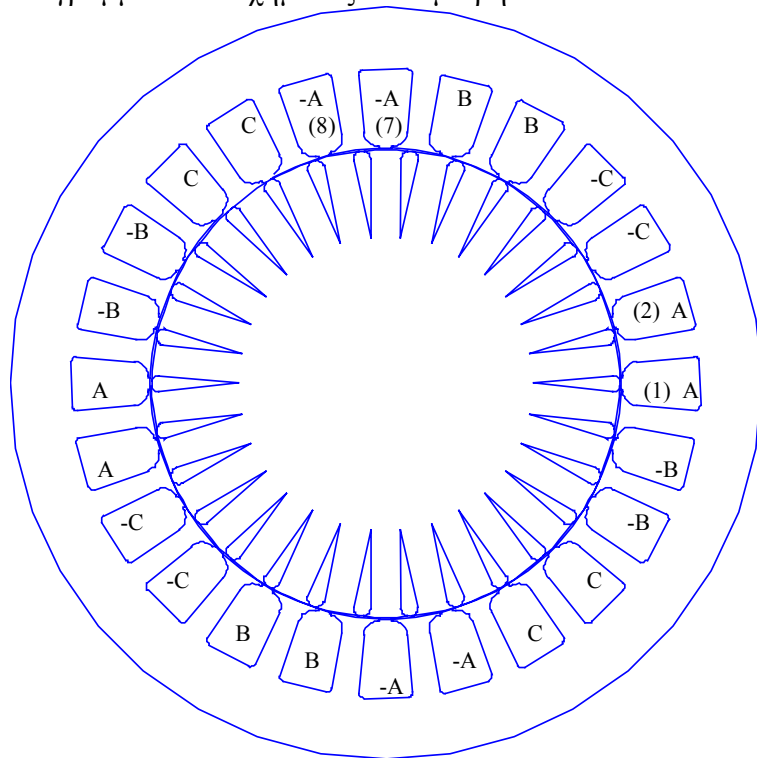
Σχήμα 4.1 Ανάπτυγμα του τυλίγματος του στάτη.

4.2.3 Πλέγμα

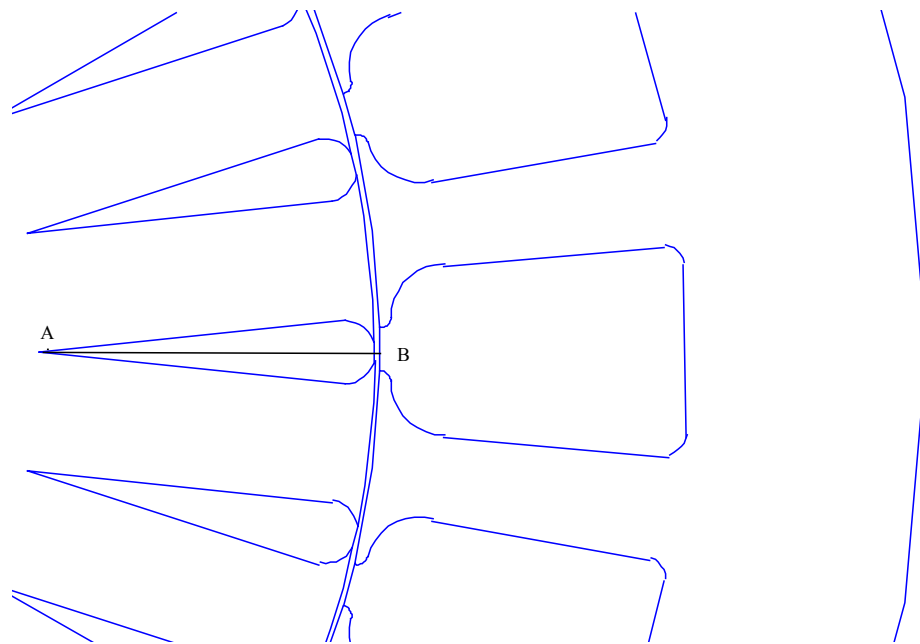
Στο σχήμα 4.3 φαίνεται το πλέγμα που δημιουργεί το πρόγραμμα στο μοντέλο του κινητήρα:

- Ο αριθμός των τριγώνων εξαρτάται από το μέγεθος των τμημάτων (segments) που ορίζονται πάνω στις γραμμές του σχήματος.
- Επί πλέον στο εσωτερικό του σχήματος κατά τον ορισμό των υλικών ορίζεται το μήκος της πλευράς του τριγώνου.

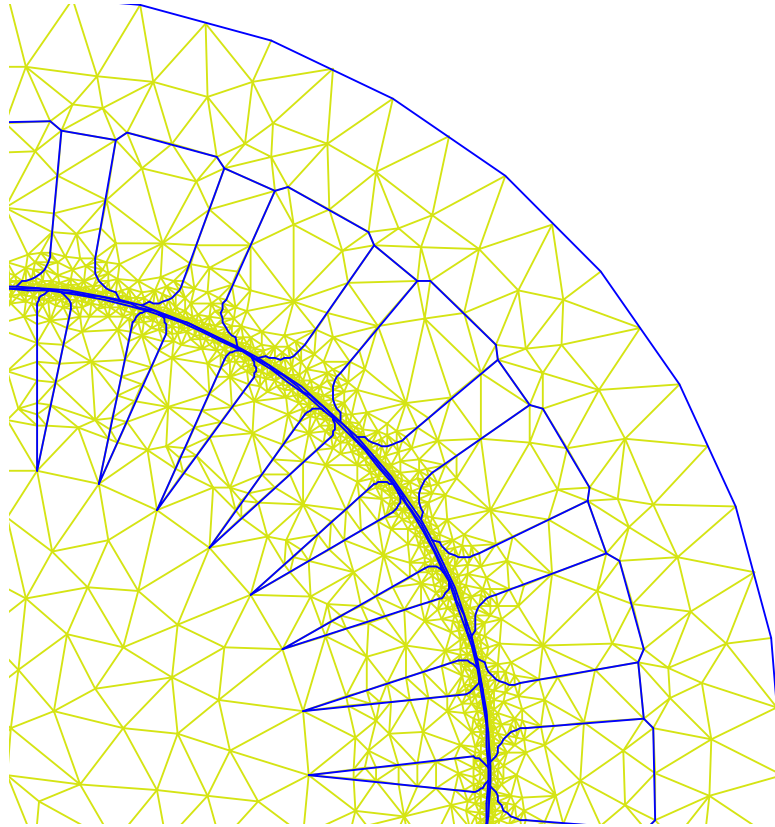
Στο σχήμα 4.5 παρατηρούμε ότι η πυκνότητα του πλέγματος είναι πολύ μεγάλη στο διάκενο όπου η απόσταση των γραμμών του σχήματος είναι μικρή.



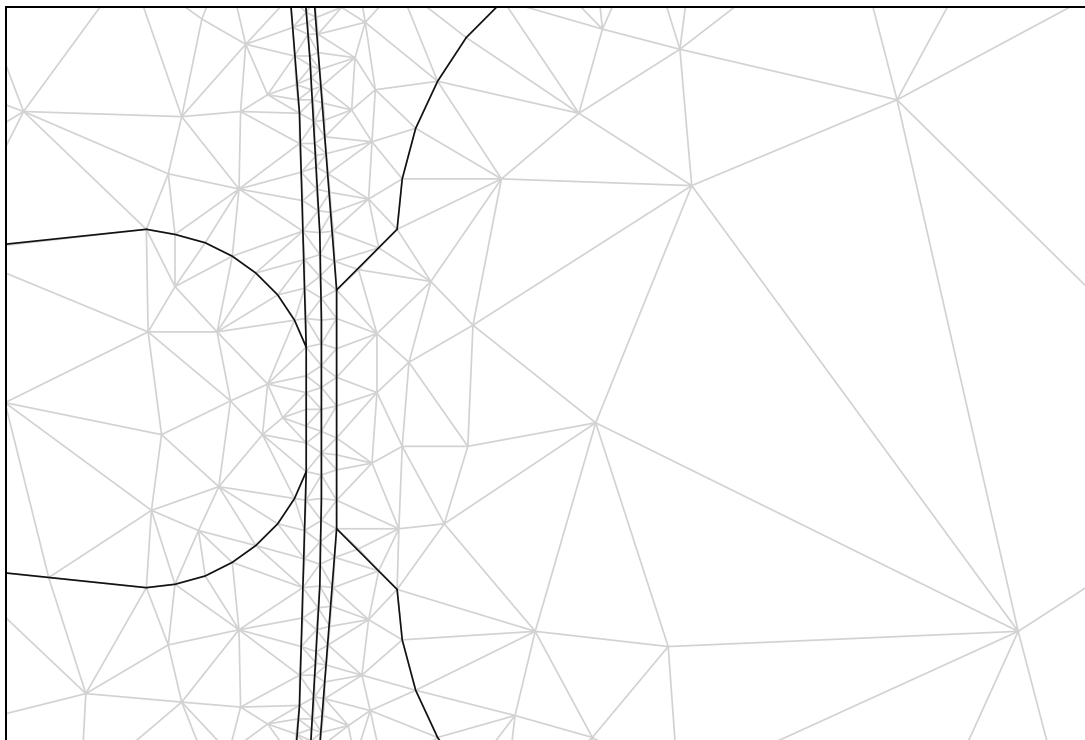
Σχήμα 4.2 Η γεωμετρία του κινητήρα. Τα ρεύματα των φάσεων A, B, C εξέρχονται από το επίπεδο του σχεδίου ενώ τα ρεύματα των φάσεων -A, -B, -C, εισέρχονται.



Σχήμα 4.3 Λεπτομέρεια του κινητήρα γύρω από το διάκενο.



Σχήμα 4.4 Το πλέγμα ενός τεταρτημορίου. Ολόκληρη η μηχανή έχει 9605 κόμβους



**Σχήμα 4.5 Λεπτομέρεια του πλέγματος στην περιοχή του διακένου
Συνολικά το σχήμα έχει χωριστεί σε 9605 κόμβους**

4.2.4 Διέγερση

Σε κάθε αυλάκι υπάρχουν $w=135$ αγωγοί. Το ρεύμα I (ενεργός τιμή) που διαρρέει κάθε φάση διαιρείται σε δυο κλάδους όπως είπαμε προηγουμένως. Άρα σε κάθε αυλάκι έχουμε συνολικά ρεύμα $w \cdot I / 2$ (ενεργός τιμή) και πλάτους:

$$\frac{\sqrt{2} \cdot w \cdot I}{2} = \frac{w \cdot I}{\sqrt{2}}$$

Η πυκνότητα ρεύματος στο αυλάκι (εμβαδού $S=118,7 \text{ mm}^2=118,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$) έχει πλάτος :

$$\hat{J} = \frac{w \cdot I}{\sqrt{2} \cdot S} = 0,786 \cdot I \quad (\text{MA/m}^2)$$

Για την ονομαστική τιμή του ρεύματος $I=3,6 \text{ A}$ έχουμε :

$$\hat{J} = 2,88 \text{ MA/m}^2.$$

Παριστάνουμε τα τρία εισερχόμενα και τα τρία εξερχόμενα τριφασικά ρεύματα με περιστρεφόμενα διανύσματα (σχήμα 4.6). Αναλύοντας τα 6 αυτά ρεύματα I_A, I_B, I_C και $-I_A, -I_B, -I_C$ στους δύο άξονες όπου ο οριζόντιος άξονας είναι ο πραγματικός και ο κατακόρυφος είναι ο φανταστικός. Θεωρούμε ότι το ρεύμα I_A βρίσκεται τη δεδομένη στιγμή στο μέγιστο της τιμής του, άρα το διάνυσμα I_A συμπίπτει με τον άξονα x .

Τα τρία ρεύματα I_A, I_B, I_C έχουν διαφορά φάσης 120° όπως φαίνεται στο σχήμα 4.6, ενώ τα ρεύματα $-I_A, -I_B, -I_C$ είναι αντιστοίχως αντίθετα διανύσματα των προηγουμένων.

Όλο το σύστημα των 6 ρευμάτων περιστρέφεται αντίθετα με την κίνηση των δεικτών του ωρολογίου. Οι προβολές των διανυσμάτων αυτών στον πραγματικό και τον φανταστικό άξονα είναι η τιμή του ρεύματος αυτού τη δεδομένη στιγμή και μετά $T/4$ αντίστοιχα.

Έτσι αν το ρεύμα που διαρρέει κάθε φάση έχει ενεργό τιμή I τότε στα αυλάκια του στάτη όπου εξέρχεται η φάση A έχουμε πυκνότητα ρεύματος με πλάτος:

$$\hat{J}_A = 0,804 \cdot I$$

και τη δεδομένη στιγμή η πυκνότητα του ρεύματος είναι:

$$J_{Areal} = 0,804 \cdot I \cdot \cos 0^\circ = 0,804 \cdot I \text{ MA/m}^2$$

και μετά από χρόνο $T/4$ η πυκνότητα ρεύματος θα είναι :

$$J_{Aim} = 0,804 \cdot I \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ MA/m}^2$$

Αντίθετα στο αυλάκι που εισέρχεται η φάση A είναι :

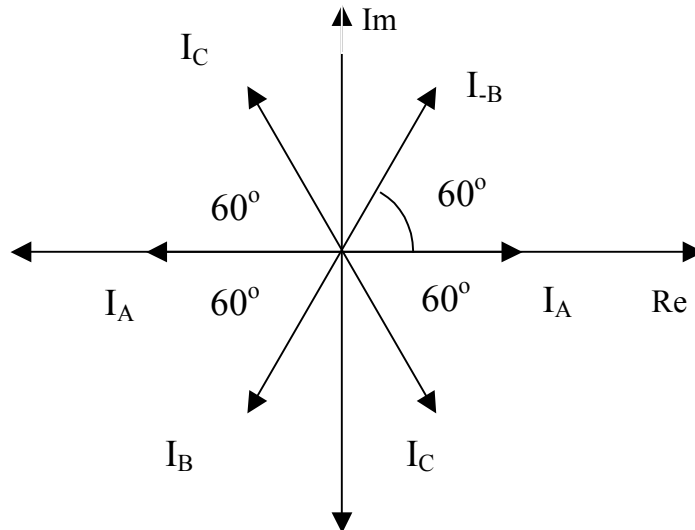
$$J_{-Areal} = -0,804 \cdot I \cdot \cos 0^\circ = -0,804 \cdot I \text{ MA/m}^2$$

και μετά από χρόνο $T/4$ η πυκνότητα ρεύματος θα είναι :

$$J_{-Aim} = -0,804 \cdot I \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ MA/m}^2$$

Ομοίως για τα αυλάκια των δύο άλλων φάσεων είναι σε μορφή πίνακα :

Φάση B	Εξερχόμενο ρεύμα	$J_{Breal} = -0,804 \cdot I \cdot \cos 60^\circ = -0,402 \cdot I$	$J_{Bim} = -0,804 \cdot I \cdot \sin 60^\circ = -0,696 \cdot I$
Φάση B	Εισερχόμενο ρεύμα	$J_{-Breal} = 0,804 \cdot I \cdot \cos 60^\circ = 0,402 \cdot I$	$J_{-Bim} = 0,804 \cdot I \cdot \sin 60^\circ = 0,696 \cdot I$
Φάση C	Εξερχόμενο ρεύμα	$J_{Creal} = -0,804 \cdot I \cdot \cos 60^\circ = -0,402 \cdot I$	$J_{Cim} = 0,804 \cdot I \cdot \sin 60^\circ = 0,696 \cdot I$
Φάση C	Εισερχόμενο ρεύμα	$J_{-Creal} = 0,804 \cdot I \cdot \cos 60^\circ = 0,402 \cdot I$	$J_{-Cim} = -0,804 \cdot I \cdot \sin 60^\circ = -0,696 \cdot I$



Σχήμα 4.6 Τα ρεύματα των τριών φάσεων στο μιγαδικό επίπεδο.

4.2.5 Περιπτώσεις λειτουργίας

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις λειτουργίας: Κενού φορτίου, χαμηλού φορτίου, πλήρους φορτίου

Ως γνωστόν η ολίσθηση είναι:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

όπου n_r και n_s οι ΣΑΛ (στροφές ανά λεπτό) του δρομέα και του ρεύματος του στάτη αντίστοιχα.

Η συχνότητα του προβλήματος f_2 είναι:

$$f_2 = s \cdot f_s$$

Αν πχ. είναι : $f_s = 50 \text{ Hz}$ και $s = 6\% = 0,06$ τότε : $f_2 = 50 \cdot 0,06 = 3 \text{ Hz}$

όπου f_s η συχνότητα του ρεύματος που επιβάλλεται στον στάτη. Αυτής της συχνότητας είναι τα ρεύματα που επάγονται στο δρομέα.

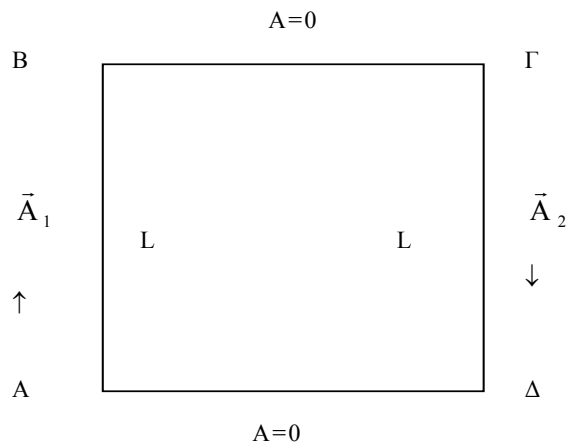
Τα μέταλλα που επιλέγονται είναι:

α) Για τη μαγνητική λαμαρίνα δρομέα και στάτη πυριτιούχος σίδηρος με σταθερή διαπερατότητα $\mu = 7000$ (γραμμική σχέση B–H) , χωρίς δινορρεύματα.

β) Το μέταλλο του κλωβού του δρομέα είναι αλουμίνιο 1100 με αγωγιμότητα $\sigma = 34,45 \text{ MS/m}$

Οριακή συνθήκη. Στο εξωτερικό σύνορο του κινητήρα τίθεται η συνθήκη: $A = 0$

Με τα δεδομένα αυτά το πρόγραμμα FEMME υπολογίζει τα μαγνητικά μεγέθη A, B, H καθώς και τα ρεύματα στο εσωτερικό του κινητήρα (ρεύματα στον κλωβό του δρομέα) .



Σχήμα 4.7 Μια σπείρα του στάτη.

4.2.6 Υπολογισμός της τάσης

Για τον υπολογισμό της τάσης στα άκρα κάθε τυλίγματος χρησιμοποιούμε το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό A . Ισχύει:

$$\oint_1 \vec{A} dl = \int_S (\nabla \times \vec{A}) dS = \int_S \vec{B} dS = \Phi_{ολ.}$$

Αν ΑΒΓΔ μια σπείρα του τυλίγματος, με ΑΒ και ΓΔ τα στοιχεία της ομάδας μήκους $L = 0,11$ m όπου οι αλγεβρικές τιμές του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού (το οποίο ως γνωστόν είναι κάθετο στο επίπεδο της τομής του κινητήρα και επομένως παράλληλο με το στοιχείο L) είναι A_1 και A_2 αντίστοιχα, καθώς και ΒΓ, ΔΑ είναι η οπίσθια και η μετωπική σύνδεση όπου το $A=0$ τότε η μαγνητική ροή μέσα από το τύλιγμα θα είναι:

$$\begin{aligned} \Phi &= \oint_1 \vec{A} dl = \int_A^B A_1 dl + \int_B^{\Gamma} 0 dl - \int_{\Gamma}^{\Delta} A_2 dl - \int_{\Delta}^A 0 dl = \\ &= A_1 \cdot L + 0 - A_2 \cdot L - 0 = A_{1real} \cdot L + jA_{1im} \cdot L - A_{2real} \cdot L - jA_{2im} \cdot L = \\ &= (A_{1real} - A_{2real}) \cdot L + j(A_{1im} - A_{2im}) \cdot L \end{aligned}$$

Άρα το πλάτος της ροής μέσα από το τύλιγμα είναι:

$$\Phi_{max} = \sqrt{(A_{1real} - A_{2real})^2 + (A_{1im} - A_{2im})^2} \cdot L$$

Όταν η μαγνητική ροή μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο :

$$\Phi = \Phi_{max} \cdot \cos \omega t$$

τότε η επαγωγική τάση στα άκρα μιας σπείρας είναι:

$$V = \frac{d\Phi}{dt} = \Phi_{max} \cdot \omega \cdot \sin \omega t = V_{max} \cdot \sin \omega t$$

Άρα το πλάτος της επαγόμενης ηλεκτρεγερτικής δύναμης σε μια σπείρα είναι:

$$V_{\max} = \omega \cdot \Phi_{\max} = 2 \pi n \cdot \Phi_{\max}$$

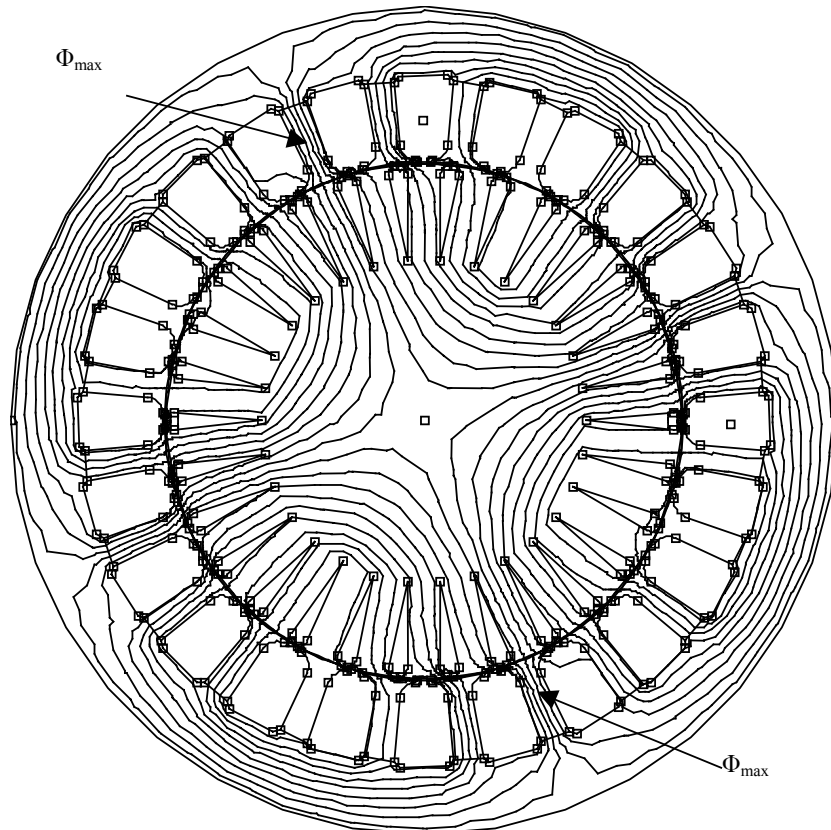
Αν το τύλιγμα έχει n σπείρες η ενεργός τάση είναι:

$$E_{\text{rms}} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot n \cdot v \cdot \Phi_{\max} = 4,44 \cdot n \cdot v \cdot \Phi_{\max}$$

όπου v είναι η συχνότητα του ρεύματος που επιβάλλεται στο στάτη η οποία δημιουργεί τη μαγνητική ροή.

Αυτή η ηλεκτρεγερτική δύναμη έχει αντίθετη φορά της επιβαλλόμενης στο τύλιγμα τάσης. Αν προσθέσουμε και την πτώση τάσης στο τύλιγμα $R I$ έχουμε την επιβαλλόμενη τάση V :

$$V = R \cdot I + E_{\text{rms}} = R \cdot I + 4,44 \cdot n \cdot v \cdot \Phi_{\max}$$



Σχήμα 4.8 Οι δυναμικές γραμμές στο εσωτερικό του κινητήρα. Τα βέλη δείχνουν τα σημεία που η πυκνότητα της μαγνητικής ροής γίνεται μέγιστη.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

Σύγκριση πειραματικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης

Τύπος φορτίου	Μέγιστο πυκνότη. μαγνητικ. ροής (Tesla)	Ταχύτητα περιστροφ. (ΣΑΛ)	Πλάτος ρεύματος θεμελιώδους (A)	Υπολογιζόμενο πλάτος τάσης (Volt)	πλάτος από- κλιση θεμελιώδους (Volt)	από- κλιση %	Ροπή μετρημένη (N*m)	Ροπή υπολογ. από το προγρ. (N*m)	Διαφορά δύο ροπών (N*m)
	(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)	(ζ)	(η)	(θ)	(ι)
Κενό Φορτίο	2,2	1497	2,74	312	316	-1	0,29	0,32	0,03
Χαμηλό Φορτίο	2,2	1477	3,18	328	316	4	3,92	3,64	-0,29
Πλήρες Φορτίο	2,2	1447	4,31	317	315	1	8,04	7,52	-0,52

Μειονεκτήματα του προγράμματος είναι κατά την επίλυση αρμονικού προβλήματος δεν λαμβάνεται υπ' όψιν το μη γραμμικό τμήμα της χαρακτηριστικής B-H διότι το πρόγραμμα θεωρεί τη διαπερατότητα σταθερή σ' αυτή την περίπτωση. Έτσι για μεγάλα ρεύματα το μοντέλο θεωρεί ότι η λαμαρίνα δεν φθάνει σε κορεσμό άρα η πυκνότητα της μαγνητικής ροής B φθάνει σε μεγάλες τιμές πολύ μεγαλύτερες από ότι φθάνει στην πραγματικότητα. Για να περιορίσουμε το B στα πραγματικά του επίπεδα (1,5 - 2 Tesla) θέτουμε στο μοντέλο, πλασματικά, υλικό μικρής διαπερατότητας (πχ. $\mu_r=130$ αντί 7000) σε περιοχές όπου το πεδίο είναι πολύ ισχυρό π.χ. τα δόντια του στάτη. Έγινε έλεγχος της τιμής του B σ' αυτές τις περιοχές (που φαίνονται στο σχήμα 4.7) και το μέγιστο που βρέθηκε γράφεται στη στήλη (α) του πίνακα 4.1. Παρατηρούμε ότι το B είναι σταθερό 2,2T. Τούτο συμβαίνει γιατί με την αύξηση του ρεύματος του στάτη αυξάνει και το ρεύμα του δρομέα το οποίο έχει τέτοια φορά (σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz) ώστε να αντιτίθεται στο πεδίο του στάτη που το δημιουργεί. Επομένως το B περιορίζεται σε σταθερή τιμή.

Όσον αφορά την ροπή ήταν αναμενόμενη μια διαφορά μεταξύ της υπολογιζόμενης από το πρόγραμμα που είναι η μαγνητική ροπή (δηλαδή αυτή που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στο δρομέα) και της μετρημένης που είναι η μηχανική ροπή που παίρνουμε από τον άξονα της μηχανής. Αυτή η διαφορά είναι οι τριβές στον άξονα του κινητήρα και ο ανεμισμός. Πράγματι σε μερικές περιπτώσεις η διαφορά αυτή έχει μικρές θετικές τιμές περίπου 0,3 N·m. Σε άλλες όμως περιπτώσεις κυρίως σε πλήρες φορτίο οι τιμές αυτές αποκλίνουν περίπου κατά 10%. Τούτο οφείλεται στο ότι το πλέγμα στο διάκενο δεν ελήφθη τόσο πυκνό όσο έπρεπε.

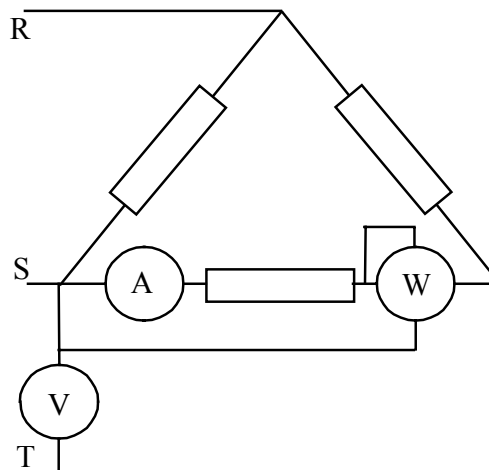
4.3 Πειραματική επιβεβαίωση

Οι περιπτώσεις λειτουργίας που αναφέρθηκαν προηγουμένως εξετάστηκαν πειραματικά με την συνδεσμολογία που φαίνεται στο σχήμα 4.9. Σε κάθε περίπτωση η τάση ήταν 220 V (συνδεσμολογία τριγώνου), επιβαλλόταν διάφορα φορτία και μετρούνταν η ταχύτητα περιστροφής, το ρεύμα και η ηλεκτρική ισχύς ενός τυλίγματος. Επίσης καταγράφονταν ψηφιακά μέσω του παλμογράφου οι κυματομορφές της τάσης και του ρεύματος. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων φαίνονται στον πίνακα 4.2.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2

Τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν καθώς και εκείνων που υπολογίστηκαν από το πείραμα.

Τύπος φορτίου	Ρεύμα Ταχύτητα		Ροπή	Ενεργ. τάση θεμελ.	Ενεργ. Ρμηχ		Ρηλ	Ραπ	συνφ	από- δοση	ολίς- θηση
	τυλιγμ.	(ΣΑΛ)			(Α)	(W)					
	(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)	(ζ)	(η)	(θ)	(ι)	(κ)	(λ)
Κενό φορτίο	1,86	1497	3	223	1,94	46	315	269	0,26	14,6	0,2
Χαμηλό φορτίο	2,17	1477	40	223	2,25	607	900	293	0,63	67,4	1,5
Πλήρες φορτίο	3	1447	82	223	3,05	1219	1590	371	0,80	76,6	3,5



Σχήμα 4.9 Το κύκλωμα που χρησιμοποιήθηκε για να πάρουμε τις μετρήσεις του πίνακα 4.2

4.4 Δισδιάστατη ανάλυση θερμοκρασιακού πεδίου

Οι τεχνικές αριθμητικής ανάλυσης με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων [4], χρησιμοποιούν απ' ευθείας τη γεωμετρία του κινητήρα και τις θερμικές εξισώσεις που περιγράφουν τη λειτουργία του, για να υπολογίσουν τη χωρική κατανομή της θερμότητας στα διάφορα σημεία του. Οι υπολογισμοί αυτού του είδους μπορούν να γίνουν είτε με τεχνικές χρονικού βήματος (time stepping techniques), στις οποίες λαμβάνεται υπ' όψιν η χρονική μεταβολή των μεγεθών κατά τη λειτουργία του κινητήρα είτε με τεχνικές μιγαδικών μεταβλητών, στις οποίες θεωρείται ημιτονοειδής χρονική μεταβολή και είναι κατάλληλη για την ανάλυση μόνο της λειτουργίας μόνιμης κατάστασης. Οι τεχνικές χρονικού βήματος απαιτούν φυσικά μεγάλη υπολογιστική ισχύ και μεγάλους χρόνους προκειμένου να ολοκληρώσουν τους υπολογισμούς. Για την εκτίμηση όμως των παραμέτρων του ισοδύναμου κυκλώματος, είναι φανερό πως απαιτείται μόνο η γνώση των μεγεθών στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας. Επομένως, η δεύτερη κατηγορία τεχνικών αριθμητικής ανάλυσης είναι η προσηφορότερη από πλευράς απαιτήσεων.

Η μεθοδολογία την οποία ακολουθούν οι τεχνικές πεπερασμένων στοιχείων στις δύο διαστάσεις θα μπορούσε να περιγραφεί συνοπτικά ως εξής:

Η θερμότητα θεωρείται ότι κατανέμεται ακτινικά στο διάκενο, μία παραδοχή αποδεκτή στις επαγωγικές μηχανές, λόγω του μικρού μήκους διακένου, και αναλύεται το πεδίο σε μία εγκάρσια διατομή αγνοώντας τα φαινόμενα των άκρων του κινητήρα. Σαν πεδίο επίλυσης λαμβάνεται ένα αντιπροσωπευτικό τμήμα του υπό ανάλυση κινητήρα, όπως η γεωμετρία που αντιστοιχεί σε ένα πόλο με αντιπεριοδικές πλευρικές οριακές συνθήκες, η οποία διακριτοποιείται σε πολλά μικρότερα τμήματα (πλεγματοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία). Το πλήθος των στοιχείων αυτών θα καθορίσει την ακρίβεια των υπολογισμών αλλά και τις απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ. Στα τμήματα του κινητήρα που αναμένεται μεγάλη συγκέντρωση δυναμικών γραμμών του πεδίου χρησιμοποιείται μεγαλύτερη πυκνότητα στοιχείων. Στη συνέχεια, για καθένα από αυτά τα στοιχεία του πλέγματος, πρέπει να επιλυθεί η εξίσωση διάχυσης της θερμότητας της μορφής.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

Η συναρτησιακή μορφή της σχέσης είναι:

$$F(T) = 2\pi \int \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} \lambda \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] - \left(q - \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \right) \right\} r dr dz + 2\pi \int_L h_e \left(\frac{1}{2} T^2 - T_a T \right) r dl \quad (4.2)$$

Η επίλυση των παραπάνω εξισώσεων δίνει τις τιμές των αγνώστων διανυσμάτων \bar{A} και \bar{J} σε κάθε στοιχείο (κόμβο) του πλέγματος. Σε μητρική μορφή, το σύστημα που πρέπει να επιλυθεί είναι της μορφής:

$$[H][T] + [P] \left[\frac{\partial T}{\partial t} \right] - [K] = 0 \quad (4.3)$$

όπου:

$$H_{ij}^e = H_{ij}^E + H_{ij}^L$$

$$H_{ij}^E = \int \int_{\Omega_e} \lambda \left(\frac{\partial a_i}{\partial r} \frac{\partial a_j}{\partial r} + \frac{\partial a_i}{\partial z} \frac{\partial a_j}{\partial z} \right) r dr dz$$

$$H_{ij}^L = \int_l h_e a_i a_j r dl$$

$$P_{ij} = \int \int_{\Omega_e} \rho C_p a_i a_j r dr dz$$

$$K_i^e = K_i^E + K_i^L$$

$$K_i^E = \int \int_{\Omega_e} q a_i r dr dz$$

$$K_i^L = \int_l h_e a_i T_a r dl$$

4.5 Το φαινόμενο της θερμικής αγωγής

Αν θέλουμε να υπολογίσουμε τη θερμορροή σε οποιαδήποτε σημείο ενός μέσου, τότε, θα πρέπει να γνωρίζουμε τη θερμοκρασία σε οποιοδήποτε επίσης σημείο, θα πρέπει δηλαδή να είναι γνωστό το θερμοκρασιακό πεδίο. Πέρα απ' αυτό, η γνώση του θερμοκρασιακού πεδίου είναι απαραίτητη για τη θερμική σχεδίαση του κινητήρα. Είναι σημαντικό το να γνωρίζει κανείς τις θερμοκρασίες στα διάφορα τμήματα μιας ηλεκτρικής μηχανής. Το θερμοκρασιακό πεδίο σε ένα μέσο υπολογίζεται από την εξίσωση της αγωγής. Ας θεωρήσουμε τυχαίο όγκο ο οποίος περικλείεται από κλειστή επιφάνεια S. Ο όγκος ελέγχου είναι ένα πεπερασμένο τμήμα αγωγίμου σώματος που θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση. Στην επιφάνεια S θεωρούμε ένα στοιχειώδες

τμήμα ds στο οποίο είναι: \vec{n} το μοναδιαίο διάνυσμα το κάθετο στο στοιχειώδες αυτό τμήμα και $\vec{q} = -\lambda \nabla T$ το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής, όπου λ η θερμική αγωγιμότητα και T η θερμοκρασία. Θεωρούμε επίσης ότι στο συγκεκριμένο όγκο είναι δυνατόν να υπάρχουν πηγές θερμότητας \dot{q} (W/m^3) διανεμημένες στο χώρο. Το \dot{q} δηλαδή είναι η παραγωγή θερμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου και χρόνου. Θεωρούμε στη συνέχεια τη μάζα που περιέχεται στον όγκο ελέγχου V σαν μάζα ελέγχου και θα διατυπώσουμε το ενεργειακό ισοζύγιο σ' αυτή. Αν \dot{Q}_g είναι η ανά μονάδα χρόνου παραγωγή θερμότητας μέσα στον όγκο V , \dot{Q}_{out} το ποσό θερμότητας που διαφεύγει ανά μονάδα χρόνου από τον όγκο V προς το περιβάλλον δια μέσου της εξωτερικής επιφάνειας S και $\frac{\partial E}{\partial t}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη μάζα ελέγχου, τότε από το ενεργειακό ισοζύγιο προκύπτει:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q}_g - \dot{Q}_{out} \quad (4.4)$$

Στην (4.4) ο όρος των πηγών \dot{Q}_g είναι:

$$\dot{Q}_g = \int_V \dot{q} dV \quad (4.5)$$

Το ανά μονάδα χρόνου ποσό θερμότητας που διαφεύγει από τη στοιχειώδη επιφάνεια dS είναι:

$$d\dot{Q}_{out} = \vec{q} \cdot (\vec{n} dS) = (-\lambda \nabla T) \cdot (\vec{n} dS) \quad (4.6)$$

Το σύνολο της θερμότητας που διαφεύγει από την επιφάνεια S είναι:

$$\dot{Q}_{out} = \int_S (-\lambda \nabla T) \cdot (\vec{n} dS) \quad (4.7)$$

Μετατρέπουμε τώρα, χρησιμοποιώντας το θεώρημα Gauss, το επιφανειακό ολοκλήρωμα της (4.7) σε ολοκλήρωμα όγκου, οπότε αυτή γίνεται:

$$\dot{Q}_{out} = - \int_V [\nabla \cdot (\lambda \nabla T)] dV \quad (4.8)$$

Αν τώρα ρ (Kg/m^3) είναι η πυκνότητα του υλικού και c_p ($kJ/Kg.K$) η ειδική του θερμότητα, τότε η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int_V (\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}) dV \quad (4.9)$$

Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις (4.5), (4.6) και (4.8), το ενεργειακό ισοζύγιο (4.4) γράφεται:

$$\int_V (\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}) dV = \int_V \dot{q} dV + \int_V [\nabla \cdot (\lambda \nabla T)] dV$$

ή

$$\int_V [\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q} - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}] dV = 0 \quad (4.10)$$

Η έκφραση (4.9) προέκυψε από το ενεργειακό ισοζύγιο σε τυχαίο όγκο V , άρα ισχύει για οποιοδήποτε όγκο V . Για να συμβαίνει αυτό, θα πρέπει το όρισμα του ολοκληρώματος της (4.9) να είναι μηδέν. Άρα:

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.11)$$

Η εξίσωση (4.11) είναι η γενική εξίσωση θερμικής αγωγής ή εξίσωση διάχυσης θερμότητας. Εκφράζει το ενεργειακό ισοζύγιο ανά μονάδα όγκου στην περίπτωση που ο μόνος μηχανισμός μετάδοσης θερμότητας είναι η αγωγή. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ , μπορεί γενικά

να είναι συνάρτηση της θέσης: $\lambda=\lambda(x,y,z)$. Σε ομογενές μέσο όπου το λ είναι ανεξάρτητο της θέσης, η (4.10) γράφεται:

$$\lambda \nabla^2 T + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

ή πιο συχνά:

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.12)$$

όπου:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad [\text{m}^2 / \text{s}] \quad (4.13)$$

είναι ο συντελεστής θερμικής διάχυσης.

Η (4.12) είναι η πιο γενική μορφή της εξίσωσης της θερμικής αγωγής για τρισδιάστατο πρόβλημα.

- Στην περίπτωση κατά την οποία έχουμε μόνιμη κατάσταση θα είναι $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ και η εξίσωση της αγωγής παίρνει τη μορφή (εξίσωση Poisson):

$$\text{μόνιμη κατάσταση} \quad \nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{\lambda} = 0 \quad (4.14)$$

- Αν δεν έχουμε πηγές θερμότητας ($\dot{q} = 0$) τότε η εξίσωση αγωγής είναι (εξίσωση Fourier):

$$\text{παραγωγή θερμότητας}=0: \nabla^2 T = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.15)$$

- Τέλος αν έχουμε μόνιμη κατάσταση χωρίς πηγές θερμότητας, τότε (εξίσωση Laplace):
μόνιμη κατάσταση, $\dot{q}=0$: $\nabla^2 T = 0$ (4.16)

4.6 Οριακές συνθήκες

Στα προβλήματα μετάδοσης θερμότητας είναι δυνατόν να υπεισέλθουν οριακές συνθήκες διφόρων ειδών. Οι συνθήκες αυτές για μονοδιάστατο πρόβλημα και όπως ορίζονται για μια επιφάνεια στη θέση $x=0$, με τη ροή θερμότητας προς τη θετική κατεύθυνση x , συνοψίζονται παρακάτω:

1. Σταθερή θερμοκρασία επιφάνειας: $T(0,t)=T_s$ (4.17)

2. Σταθερή πυκνότητα θερμορροής στη επιφάνεια:

α. Πεπερασμένη πυκνότητα θερμορροής $-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \dot{q}_x''$ (4.18)

β. Αδιαβατική ή θερμικά μονωμένη επιφάνεια $\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ (4.19)

3. Συναγωγή στην επιφάνεια: $-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h(T_\infty - T(0,t))$ (4.20)

λ : θερμική αγωγιμότητα, h : συντελεστής συναγωγής

4. Ακτινοβολία στο περιβάλλον: $-\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \sigma \cdot \varepsilon \cdot (T_\infty^4 - T^4(0,t))$ (4.21)

σ : σταθερά Stephan-Boltzman, ε : συντελεστής ακτινοβολίας

4.7 Διαδικασία πραγματοποίησης της ανάλυσης

Όπως έχουμε αναφέρει στην εισαγωγή, σε αυτή την εργασία θα πραγματοποιήσουμε τη θερμική ανάλυση ενός επαγωγικού κινητήρα. Η ανάλυση θα γίνει με το πρόγραμμα Femme. Αρχικά θα θέσουμε δεδομένα για τρεις διαφορετικές λειτουργίες του κινητήρα και θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα. Οι τρεις διαφορετικές λειτουργίες είναι:

1. Ακίνητοποιημένος δρομέας με ονομαστικό ρεύμα στο στάτη
2. Ονομαστική λειτουργία κινητήρα χωρίς ανεμιστήρα
3. Ονομαστική λειτουργία κινητήρα με ανεμιστήρα

4.8 Περιπτώσεις λειτουργίας

Προκειμένου να εξασφαλιστεί ολοκληρωμένη και κατά το δυνατόν ακριβέστερη ανάλυση θα εξετάσουμε τρεις χαρακτηριστικές λειτουργίες του κινητήρα.

➤ Η πρώτη περίπτωση λειτουργίας γίνεται με ακίνητοποιημένα δρομέα χωρίς καπάκια και ανεμιστήρα. Η τροφοδοσία των τυλιγμάτων του στάτη γίνεται με ονομαστικό ρεύμα $I=3,6A$. Στην περίπτωση αυτή η τάση τροφοδοσίας των τυλιγμάτων του στάτη είναι πολύ χαμηλή. Οι απώλειες ισχύος προέρχονται μόνο από απώλειες χαλκού του στάτη και απώλειες αλουμινίου του δρομέα, τις οποίες θεωρούμε περίπου ίσες. Οι απώλειες σιδήρου αμελούνται λόγω της χαμηλής τάσεως τροφοδοσίας.

$$P_{\text{απ Cu}} = P_{\text{απ Al}} = 3 I^2 R = 3 \cdot 3,6^2 \cdot 4,8 = 186,624 \text{ Watt}$$

➤ Η δεύτερη περίπτωση λειτουργίας γίνεται με τα ονομαστικά στοιχεία του κινητήρα (τάση, ένταση, φορτίο) αλλά χωρίς ανεμιστήρα. Οι απώλειες προέρχονται από απώλειες χαλκού του στάτη και απώλειες αλουμινίου του δρομέα, οι οποίες είναι περίπου ίσες καθώς και από απώλειες σιδήρου του πυρήνα του στάτη. Οι απώλειες σιδήρου του δρομέα θεωρούνται αμελητέες αφού η ολίσθηση είναι πολύ μικρή.

$$P_{\text{απ Cu}} = P_{\text{απ Al}} = 3 I^2 R = 3 \cdot 3,6^2 \cdot 4,8 = 186,624 \text{ Watt}$$

$$P_{\text{απ Fe στάτη}} = P_{\text{απωλ}} - (P_{\text{απ Cu}} + P_{\text{απ Al}}) = 400 - (186,624 + 186,624) = 28 \text{ Watt}$$

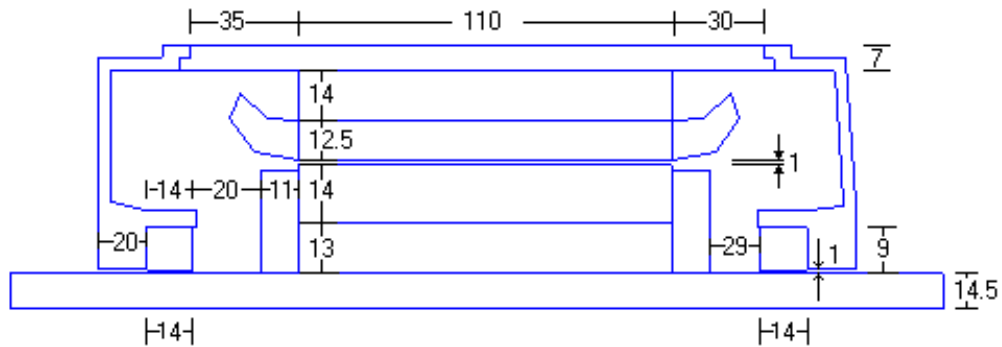
➤ Η τρίτη περίπτωση λειτουργίας γίνεται ακριβώς όπως η δεύτερη μόνο που έχουμε και εξαναγκασμένη ψύξη από τη φτερωτή του ίδιου του κινητήρα. Οι απώλειες είναι ίδιες όπως και στη δεύτερη περίπτωση.

$$P_{\text{απ Cu}} = P_{\text{απ Al}} = 3 I^2 R = 3 \cdot 3,6^2 \cdot 4,8 = 186,624 \text{ Watt}$$

$$P_{\text{απ Fe στάτη}} = P_{\text{απωλ}} - (P_{\text{απ Cu}} + P_{\text{απ Al}}) = 400 - (186,624 + 186,624) = 28 \text{ Watt}$$

4.9 Αναπαράσταση του κινητήρα για το θερμικό πρόβλημα

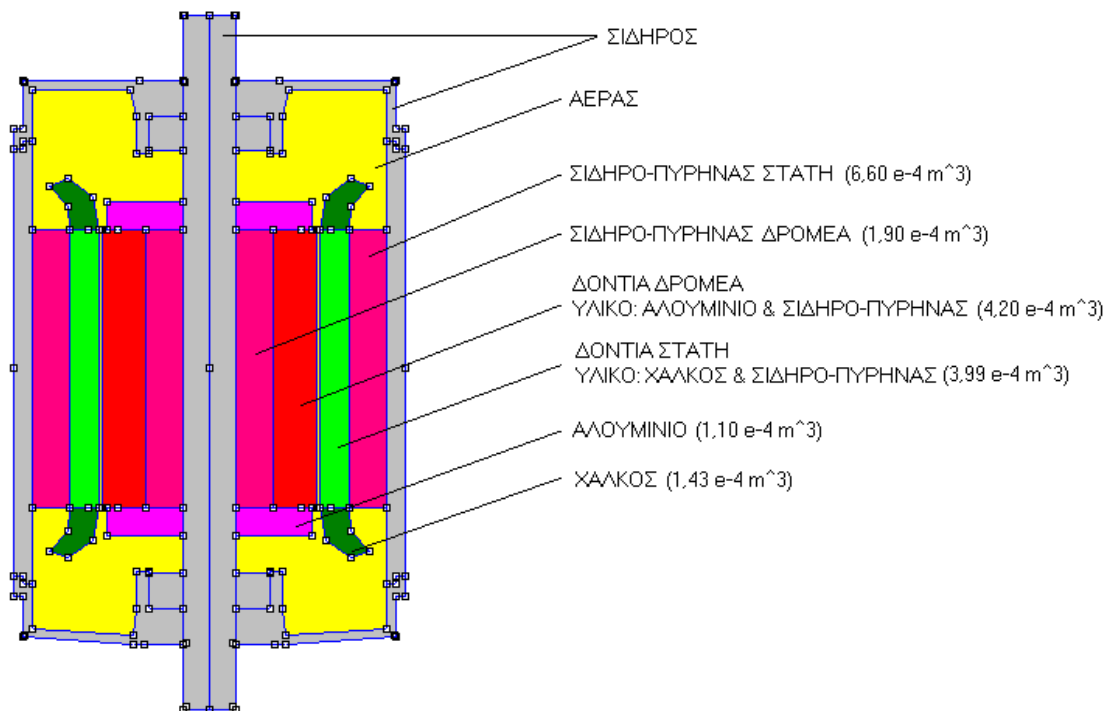
Η γεωμετρία του επαγωγικού κινητήρα απλοποιήθηκε σε δυο διαστάσεις (αξονική συμμετρία) καθώς αυτό δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα της θερμικής ανάλυσης. Το απλοποιημένο σχέδιο φαίνεται στο σχήμα 4.10.



Σχήμα 4.10 Απλοποιημένη γεωμετρία του κινητήρα σε κυλινδρικές συντεταγμένες

4.10 Υλικά και όγκοι υλικών του κινητήρα

Αυτό που μας ενδιαφέρει για να πραγματοποιήσουμε την θερμική ανάλυση είναι να ξέρουμε τα υλικά που βρίσκονται στον κινητήρα, για να θέσουμε τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά, καθώς και τους όγκους των υλικών που παρουσιάζονται οι απώλειες για να υπολογίσουμε τις θερμοπηγές στο μοντέλο. Στο σχήμα 4.11 παρουσιάζονται τα υλικά στον κινητήρα καθώς και οι γεωμετρικοί όγκοι των υλικών που παρουσιάζονται απώλειες.



Σχήμα 4.11 Παρουσίαση υλικών και αντιστοιχών όγκων στον υπό μελέτη κινητήρα

4.11 Χαρακτηριστικά υλικών και θερμοπηγές

Στον πίνακα 4.3 παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα χαρακτηριστικά των υλικών του κινητήρα καθώς και οι θερμοπηγές σε κάθε περίπτωση ανάλυσης.

	Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ (Watt/ m °C)	Γεωμετρικός όγκος υλικού (m ³)	Θερμοπηγές (MWatt/m ³)		
			1 ^η περίπτωση ανάλυσης	2 ^η περίπτωση ανάλυσης	3 ^η περίπτωση ανάλυσης
Αέρας	0,02	-	0	0	0
Χαλκός	390	1,434 10 ⁻⁴	0,34	0,34	0,34
Αλουμίνιο	200	1,106 10 ⁻⁴	0,35	0,35	0,35
Σίδηρος	80	-	0	0	0
Σίδηρο-πυρήνας στάτη	67	6,6 10 ⁻⁴	0	0,051	0,051
Δόντια στάτη Σίδηρος-Χαλκός	200	3,99 10 ⁻⁴	0,34	0,34	0,34
Σίδηρο-πυρήνας δρομέα	67	1,9 10 ⁻⁴	0	0	0
Δόντια δρομέα Σίδηρος- Αλουμίνιο	150	4,2 10 ⁻⁴	0,35	0,35	0,35

Πίνακας 4.3 Χαρακτηριστικά υλικών και θερμοπηγές

4.12 Καθορισμός οριακών συνθηκών

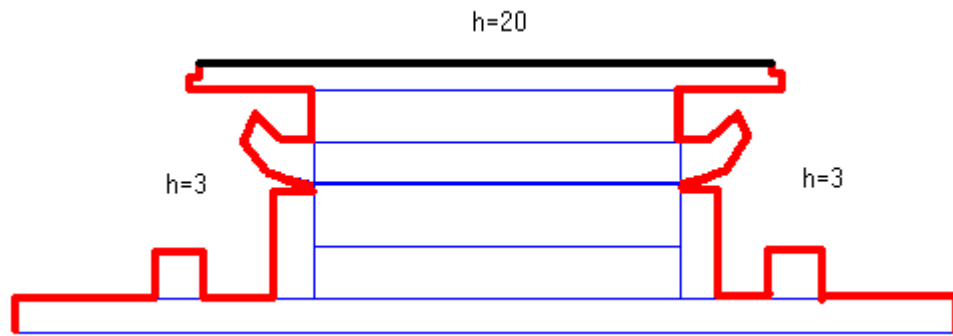
Οι οριακές συνθήκες που θα εφαρμόσουμε αναφέρονται στον τρόπο ψύξης των επιφανειών του κινητήρα με συναγωγή. Η οριακή συνθήκη ψύξης (θέρμανσης) περιγράφεται από την εξίσωση συναγωγής σε επιφάνεια.

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h(T_{\infty} - T) \quad (4.22)$$

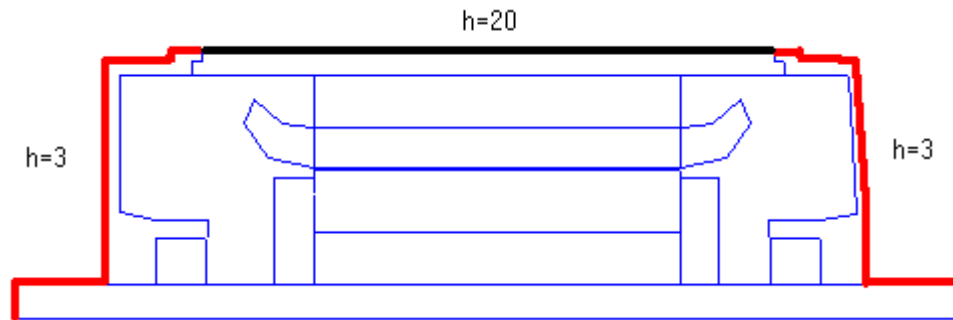
Όπου λ είναι η θερμική αγωγιμότητα του υλικού που ρέει η θερμότητα και h ο συντελεστής συναγωγής του μέσου που ψύχει (θερμαίνει) το υλικό, όπου στην περίπτωσή μας είναι ο αέρας. T_{∞} είναι η θερμοκρασία περιβάλλοντος $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$.

Ο συντελεστής συναγωγής του αέρα κυμαίνεται από 2 έως 25 για ελεύθερη ροή και από 25 έως 200 για εξαναγκασμένη ροή. Επειδή το απλοποιημένο σχέδιο του κινητήρα δεν περιλαμβάνει τα περύγια ψύξης του στάτη θέτουμε το συντελεστή συναγωγής σε αυτή την επιφάνεια μεγαλύτερο. Στα σχήματα 4.12, 4.13 και 4.14 παρουσιάζονται οι επιφάνειες που

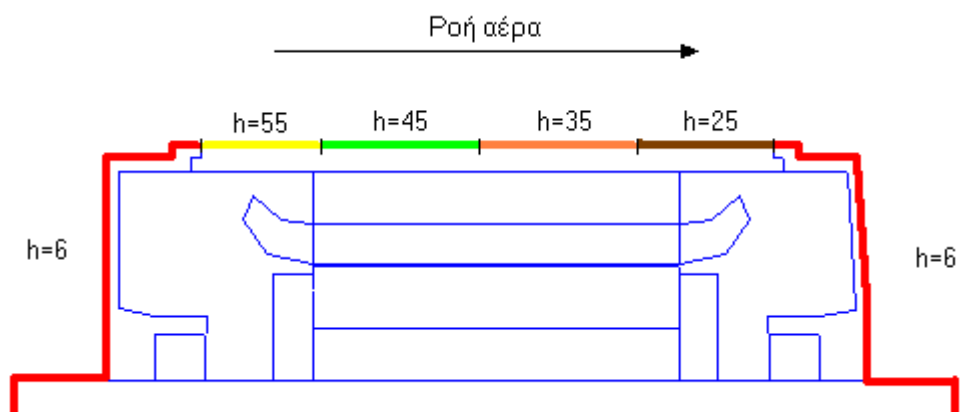
θέσαμε οριακές συνθήκες ψύξης και οι συντελεστές συναγωγής που προσδιορίστηκαν για κάθε μια από τις τρεις περιπτώσεις ανάλυσης.



Σχήμα 4.12 Οριακές συνθήκες ψύξης και συντελεστές συναγωγής αέρα στην 1^η περίπτωση ανάλυσης



Σχήμα 4.13 Οριακές συνθήκες ψύξης και συντελεστές συναγωγής αέρα στην 2^η περίπτωση ανάλυσης

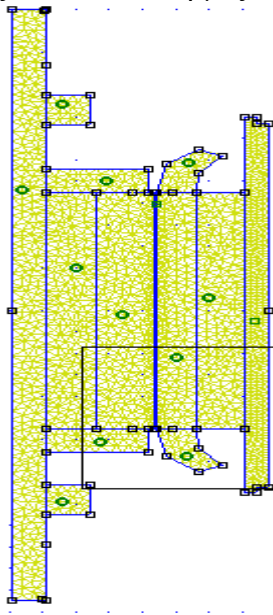


Σχήμα 4.14 Οριακές συνθήκες ψύξης και συντελεστές συναγωγής αέρα στην 3^η περίπτωση ανάλυσης

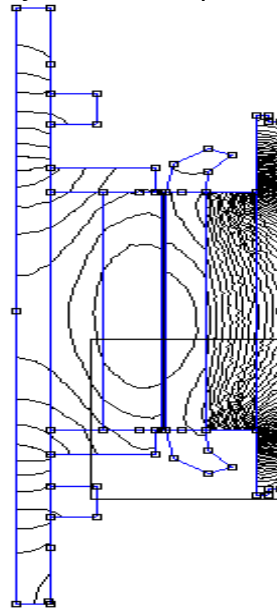
4.13 Αποτελέσματα αναλύσεων

4.13.1 Αποτελέσματα 1^{ης} ανάλυσης-ακίνητοποιημένος δρομέας

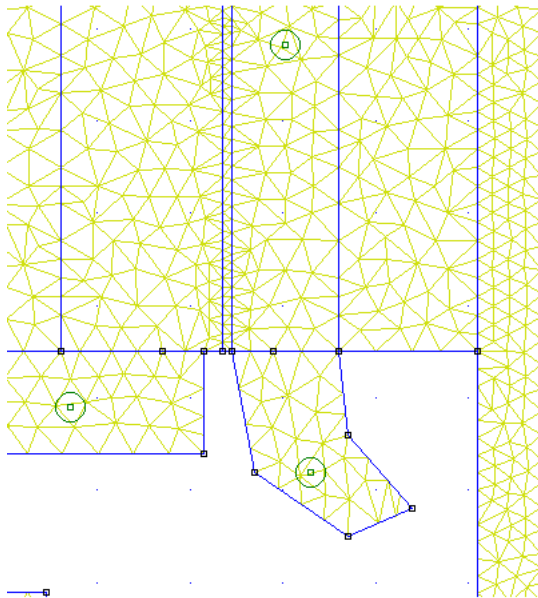
Το πλέγμα που δημιουργήσαμε περιλαμβάνει 1930 κόμβους και 3519 στοιχεία (τριγωνικά στοιχεία 1^{ου} βαθμού) και φαίνεται στα σχήματα 4.15α, 4.15β. Στα σχήματα 4.16α, 4.16β παρουσιάζονται οι ισόθερμες καμπύλες που σχηματίζονται κατά την ανάλυση.



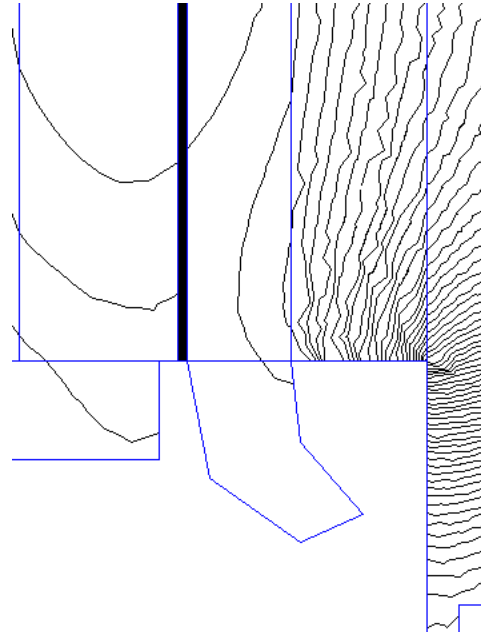
Σχήμα 4.15α Πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση



Σχήμα 4.16α Ισόθερμες καμπύλες

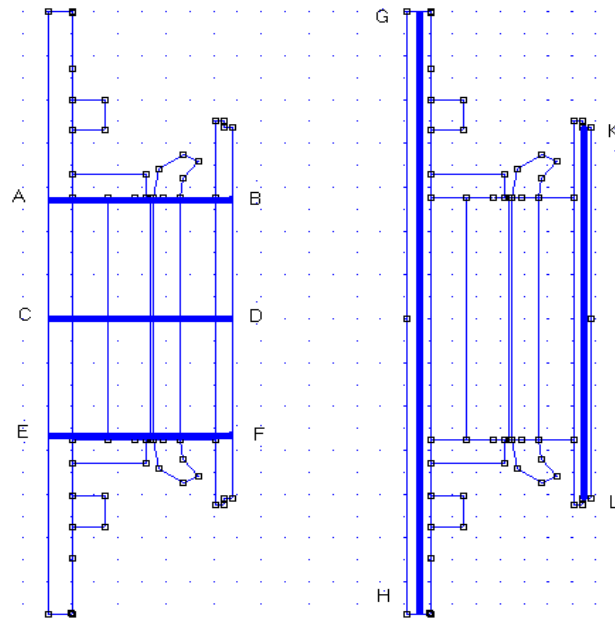


Σχήμα 4.15β Λεπτομέρεια πλέγματος



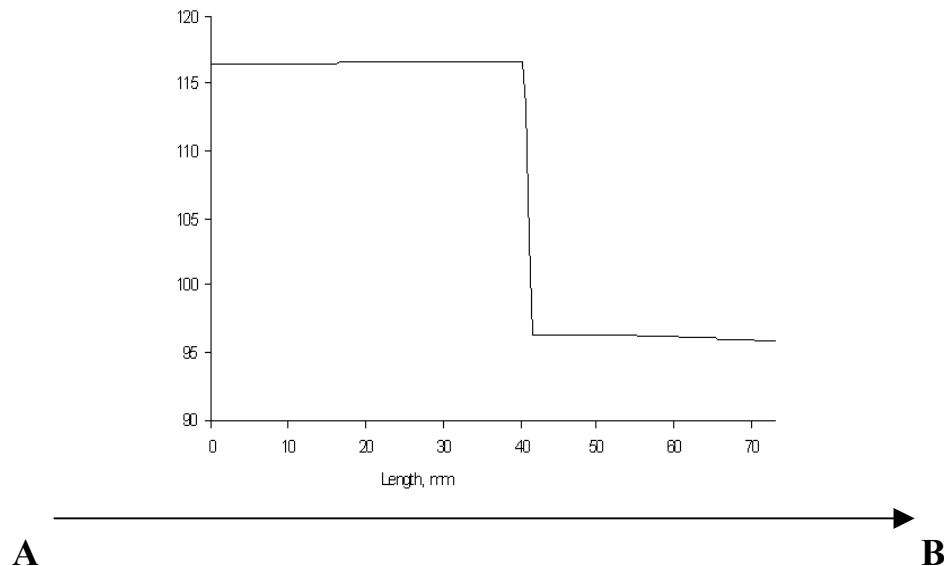
Σχήμα 4.16β Λεπτομέρεια ισόθερων καμπυλών

Μετά την ανάλυση το πρόγραμμα ήταν σε θέση να μας δώσει τις θερμοκρασίες του μοντέλου σε κάθε σημείο. Επιλέξαμε χαρακτηριστικές ευθείες AB, CD, EF, GH, KL σχήμα 4.17, κατά μήκος των οποίων αναλύθηκε η μεταβολή της θερμοκρασίας.



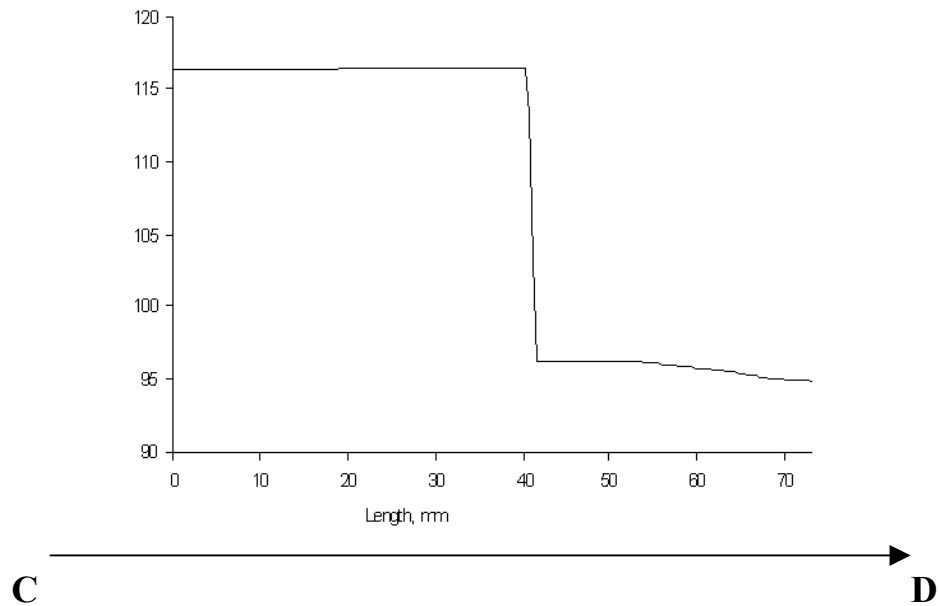
Σχήμα 4.17 Επιλογή ευθειών κατά μήκος των οποίων θα δούμε τη μεταβολή της θερμοκρασίας στη μόνιμη κατάσταση

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1: ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΔΡΟΜΕΑΣ ΚΑΙ ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ ΜΕ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΡΕΥΜΑ. (ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΝΕΜΙΣΜΟΣ)



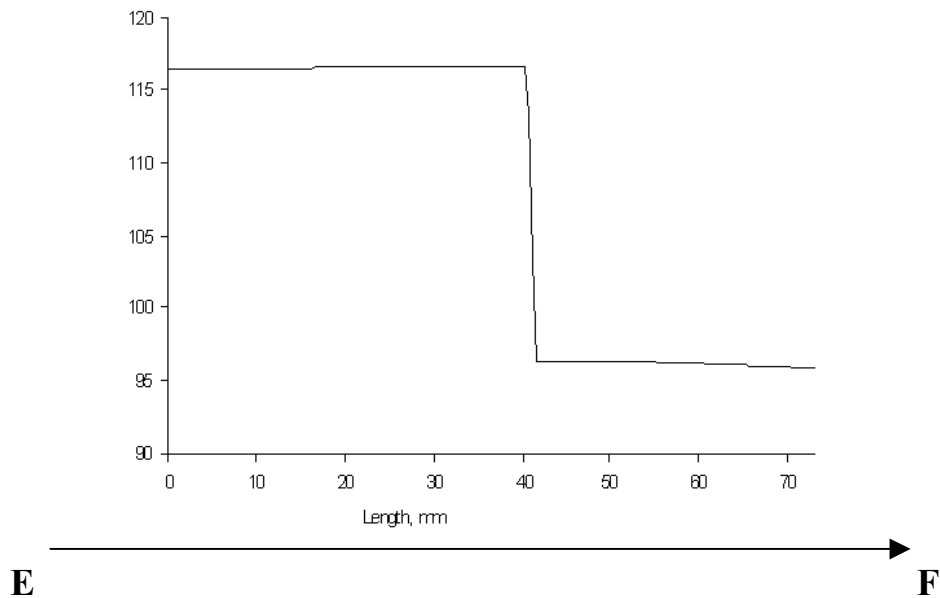
Σχήμα 4.18 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB (βλέπε σχήμα 4.17)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1: ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΔΡΟΜΕΑΣ ΚΑΙ ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ ΜΕ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΡΕΥΜΑ. (ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΝΕΜΙΣΜΟΣ)



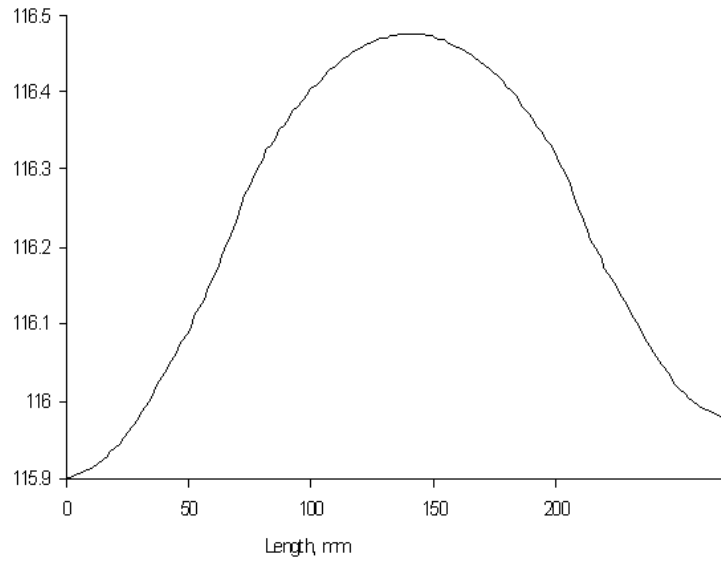
Σχήμα 4.19 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος CD (βλέπε σχήμα 4.17)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1: ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΔΡΟΜΕΑΣ ΚΑΙ ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ ΜΕ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΡΕΥΜΑ. (ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΝΕΜΙΣΜΟΣ)



Σχήμα 4.20 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EF (βλέπε σχήμα 4.17)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1: ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΔΡΟΜΕΑΣ ΚΑΙ ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ ΜΕ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΡΕΥΜΑ. (ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΝΕΜΙΣΜΟΣ)

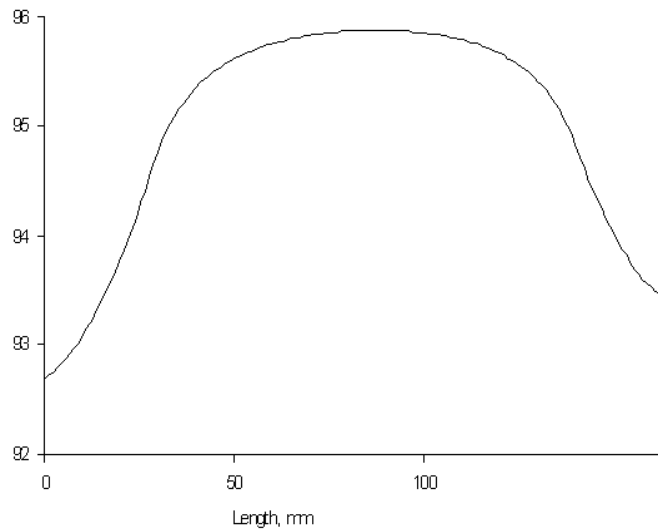


G

H

Σχήμα 4.21 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος GH (βλέπε σχήμα 4.17)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1: ΑΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΔΡΟΜΕΑΣ ΚΑΙ ΤΡΟΦΟΔΟΣΙΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ ΜΕ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΡΕΥΜΑ. (ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΝΕΜΙΣΜΟΣ)



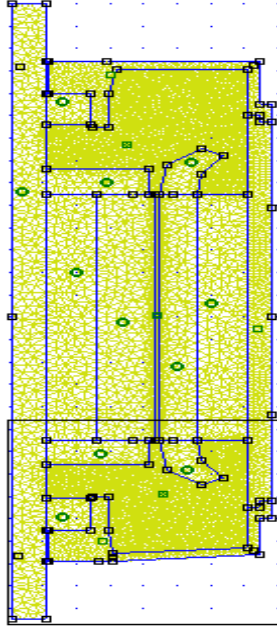
K

L

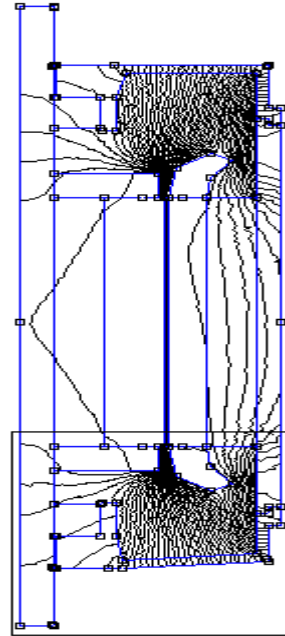
Σχήμα 4.22 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος KL (βλέπε σχήμα 4.17)

4.13.2 Αποτελέσματα 2^{ης} ανάλυσης-χωρίς ανεμισμό

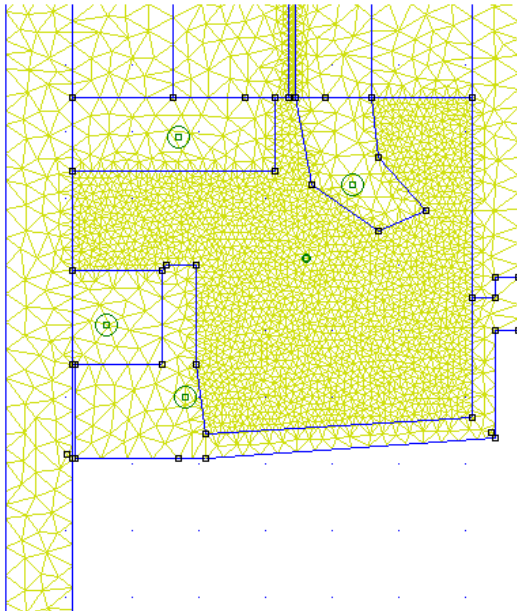
Το πλέγμα που δημιουργήσαμε περιλαμβάνει 7144 κόμβους και 14019 στοιχεία (τριγωνικά στοιχεία 1^{ου} βαθμού) και φαίνεται στα σχήματα 4.23α, 4.23β. Στα σχήματα 4.24α, 4.24β παρουσιάζονται οι ισόθερμες καμπύλες που σχηματίζονται κατά την ανάλυση.



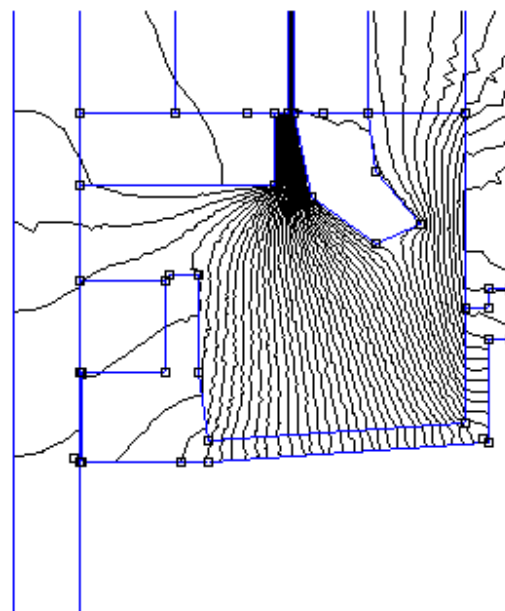
Σχήμα 4.23α Πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση



Σχήμα 4.24α Ισόθερμες καμπύλες

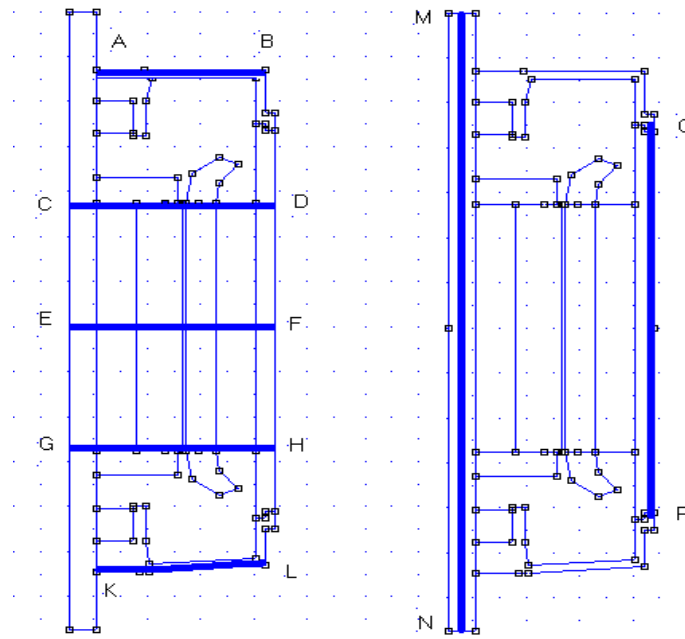


Σχήμα 4.23β Λεπτομέρεια πλέγματος



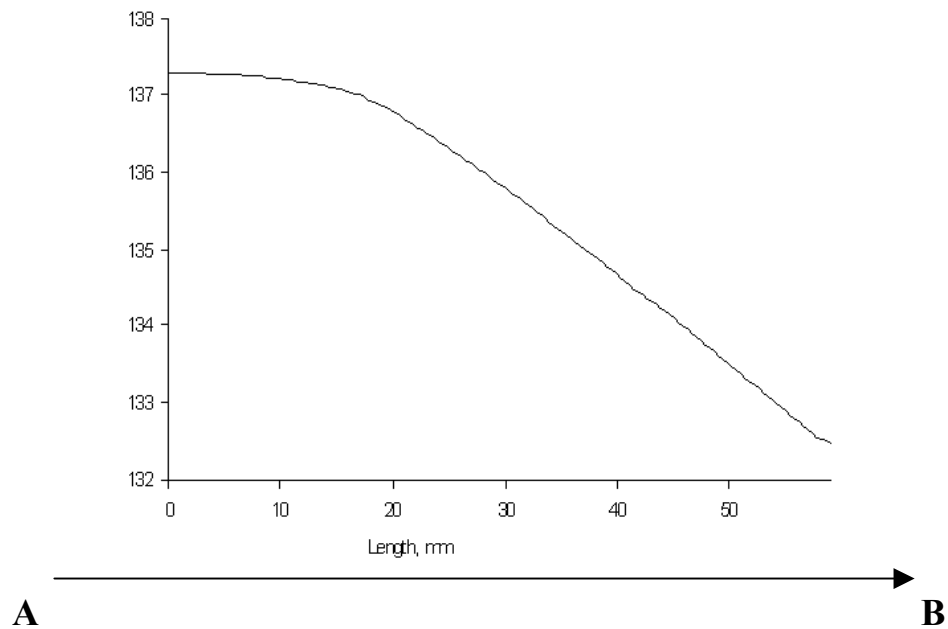
Σχήμα 4.24β Λεπτομέρεια ισόθερμων καμπυλών

Μετά την ανάλυση το πρόγραμμα ήταν σε θέση να μας δώσει τις θερμοκρασίες του μοντέλου σε κάθε σημείο. Επιλέξαμε χαρακτηριστικές ευθείες AB, CD, EF, GH, KL, MN, OP, σχήμα 4.25, κατά μήκος των οποίων αναλύθηκε η μεταβολή της θερμοκρασίας.



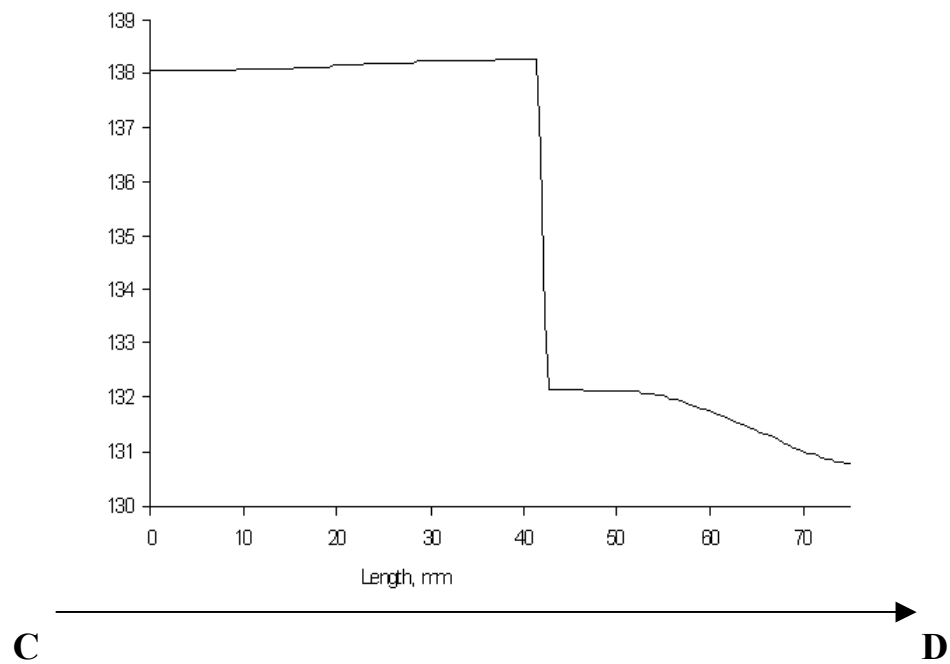
Σχήμα 4.25 Επιλογή ευθειών κατά μήκος των οποίων θα δούμε τη μεταβολή της θερμοκρασίας στη μόνιμη κατάσταση.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



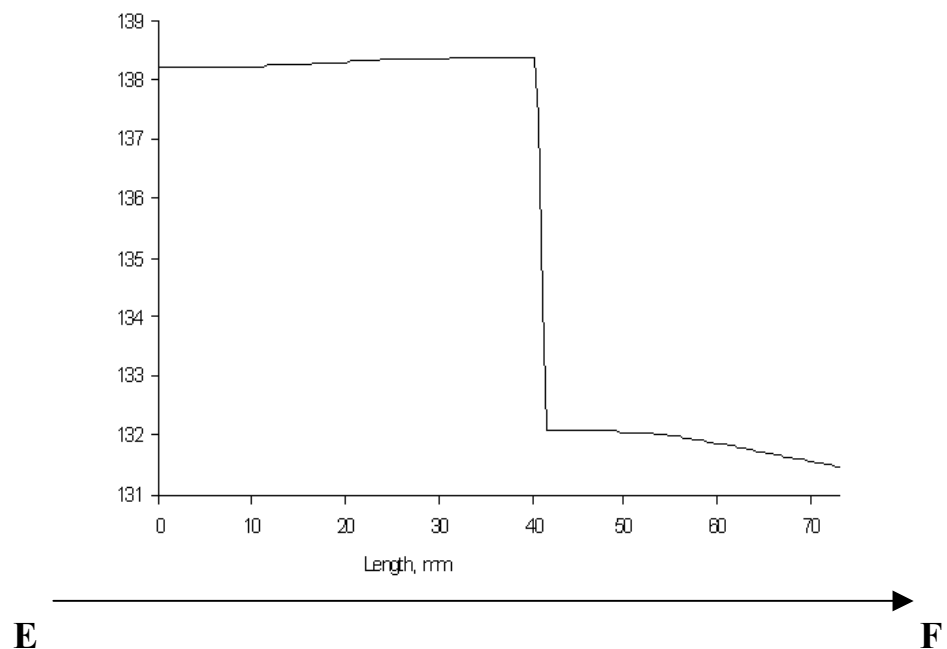
Σχήμα 4.26 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB (βλέπε σχήμα 4.25)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



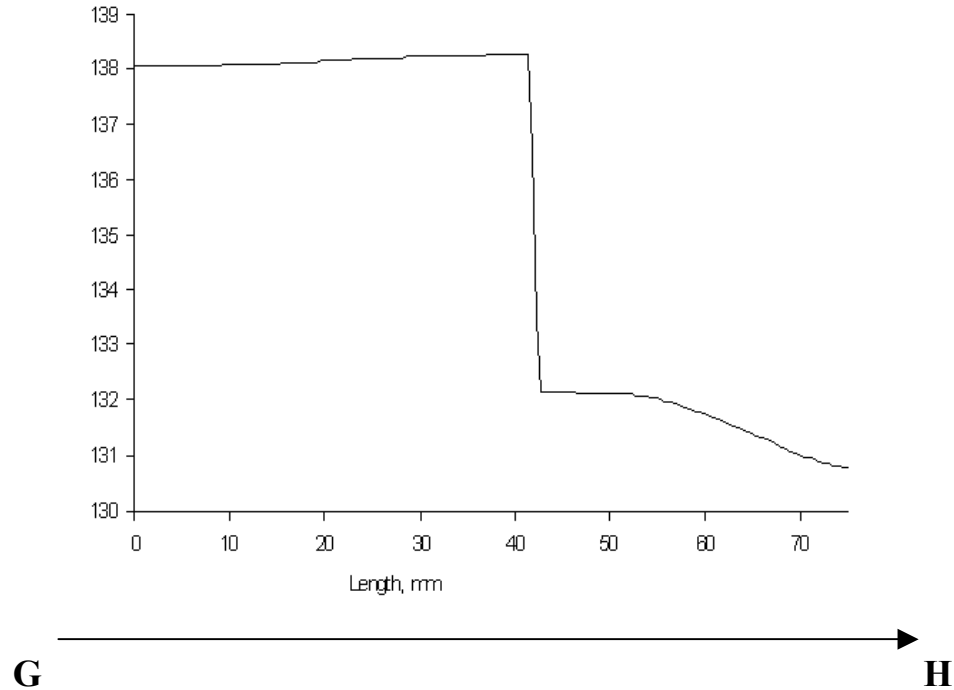
Σχήμα 4.27 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος CD (βλέπε σχήμα 4.25)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



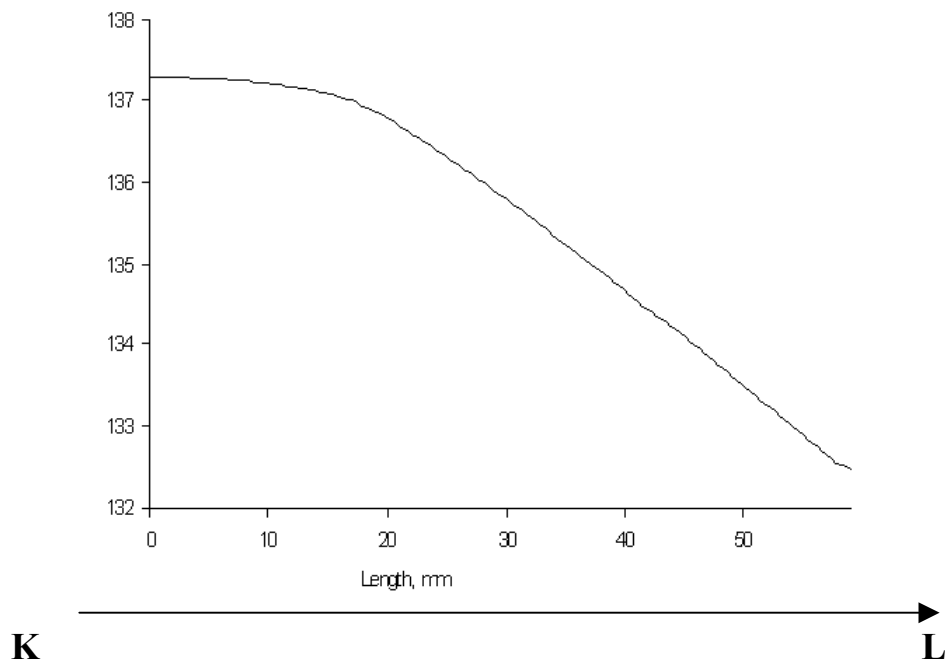
Σχήμα 4.28 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EF (βλέπε σχήμα 4.25)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



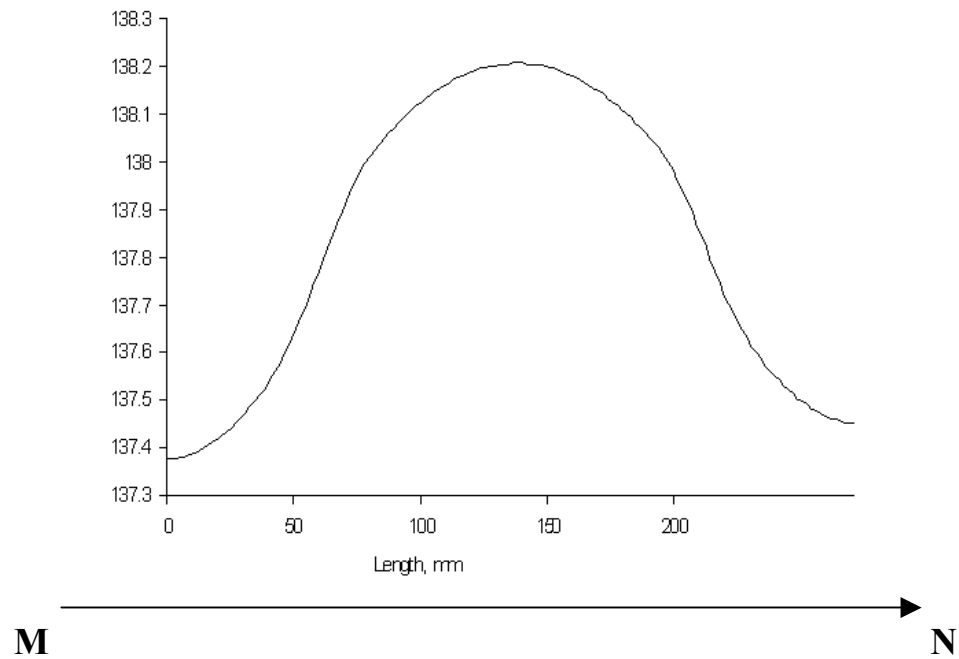
Σχήμα 4.29 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος GH (βλέπε σχήμα 4.25)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



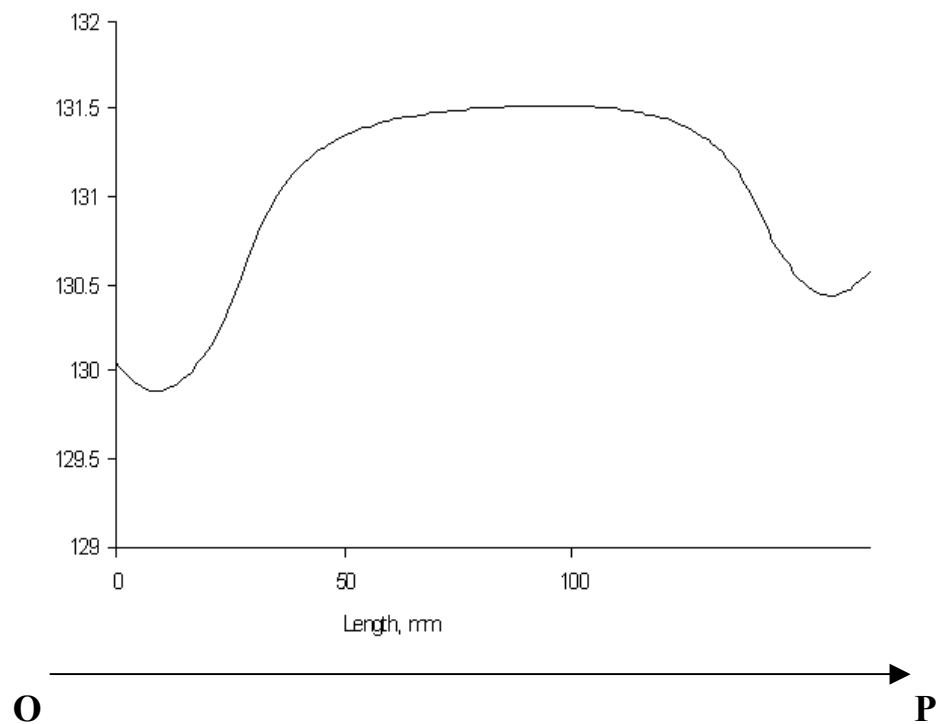
Σχήμα 4.30 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος KL (βλέπε σχήμα 4.25)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



Σχήμα 4.31 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος MN (βλέπε σχήμα 4.25)

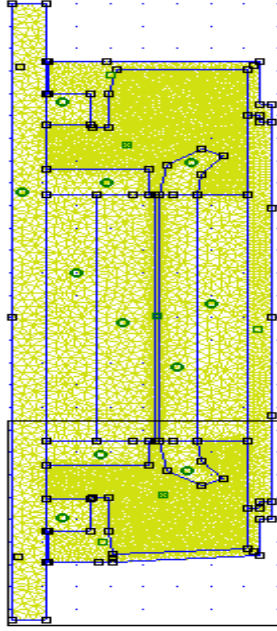
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΧΩΡΙΣ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



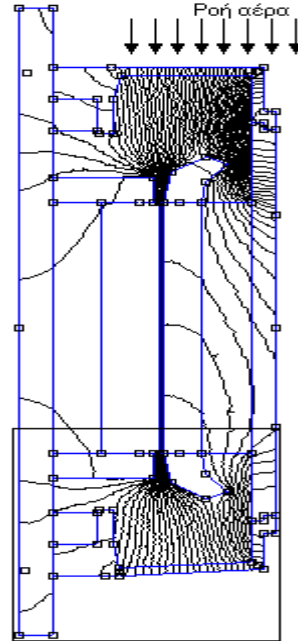
Σχήμα 4.32 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος OP (βλέπε σχήμα 4.25)

4.13.3 Αποτελέσματα 3^{ης} ανάλυσης-με ανεμισμό

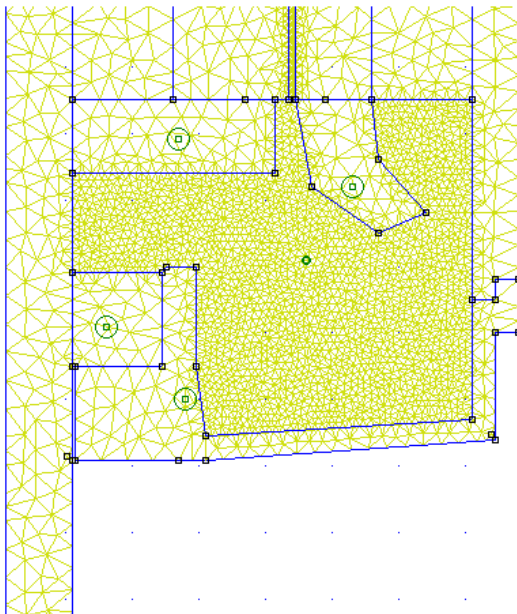
Το πλέγμα που δημιουργήσαμε περιλαμβάνει 7437 κόμβους και 14594 στοιχεία (τριγωνικά στοιχεία 1^{ου} βαθμού) και φαίνεται στα σχήματα 4.33α, 4.33β. Στα σχήματα 4.34α, 4.34β παρουσιάζονται οι ισόθερμες καμπύλες που σχηματίζονται κατά την ανάλυση.



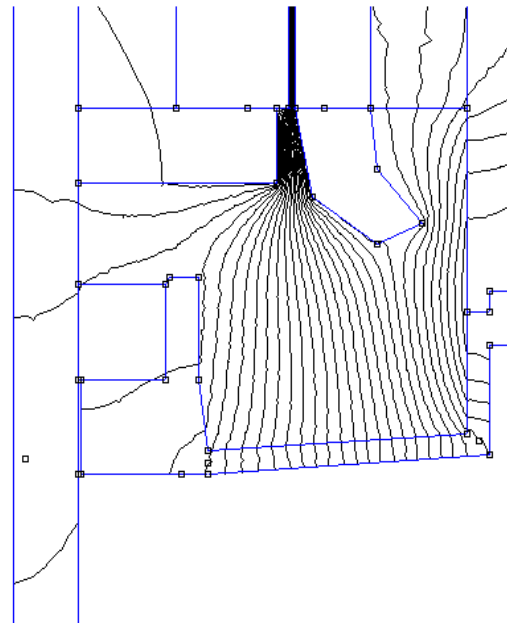
Σχήμα 4.33α: Πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση



Σχήμα 4.34α: Ισόθερμες καμπύλες

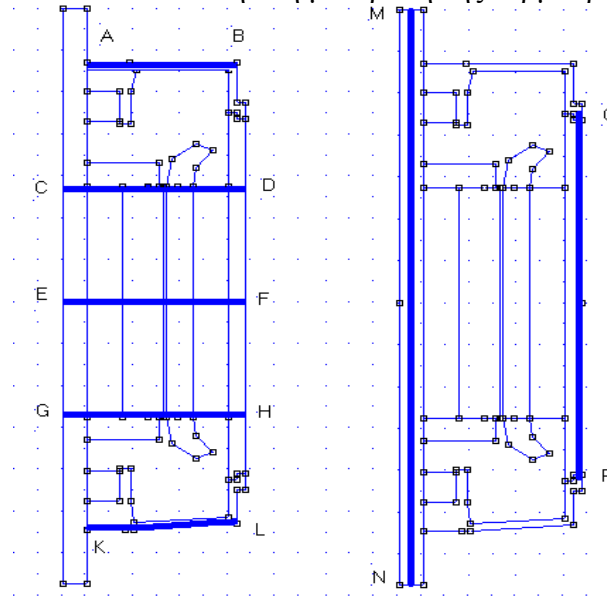


Σχήμα 4.33β: Λεπτομέρεια πλέγματος



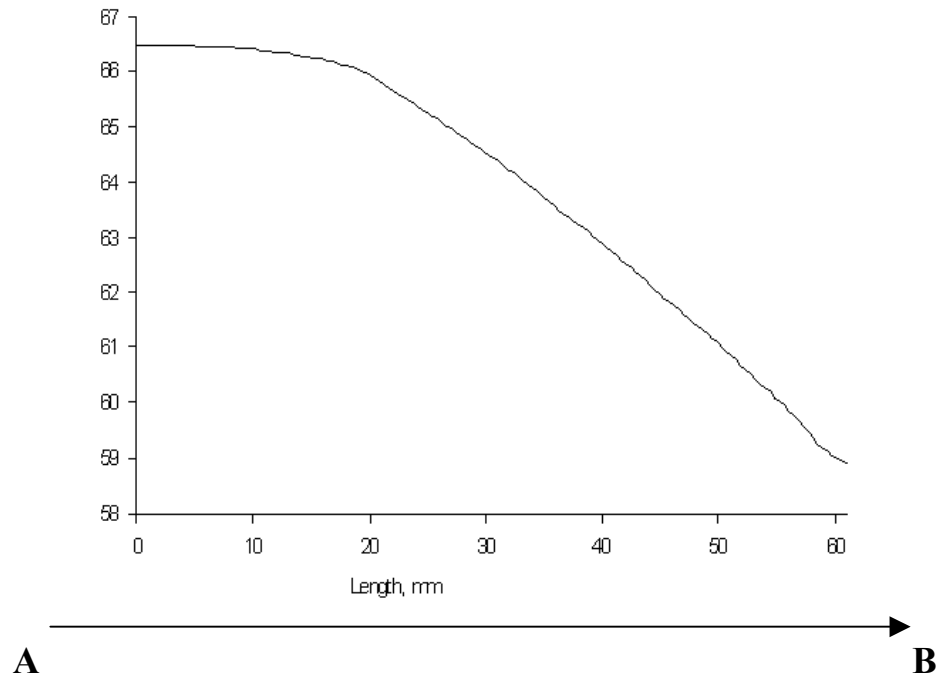
Σχήμα 4.34β: Λεπτομέρεια ισόθερμων καμπυλών

Μετά την ανάλυση το πρόγραμμα ήταν σε θέση να μας δώσει τις θερμοκρασίες του μοντέλου σε κάθε σημείο. Επιλέξαμε χαρακτηριστικές ευθείες AB, CD, EF, GH, KL, MN, OP, σχήμα 4.35, κατά μήκος των οποίων αναλύθηκε η μεταβολή της θερμοκρασίας.



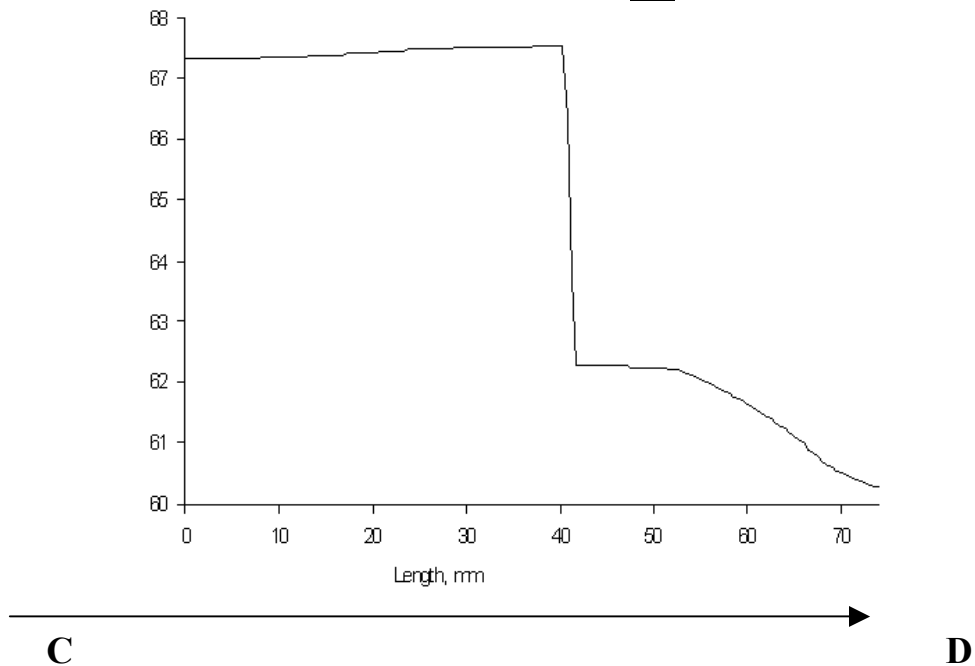
Σχήμα 4.35 Επιλογή ευθειών κατά μήκος των οποίων θα δούμε τη μεταβολή της θερμοκρασίας στη μόνιμη κατάσταση.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΜΕ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



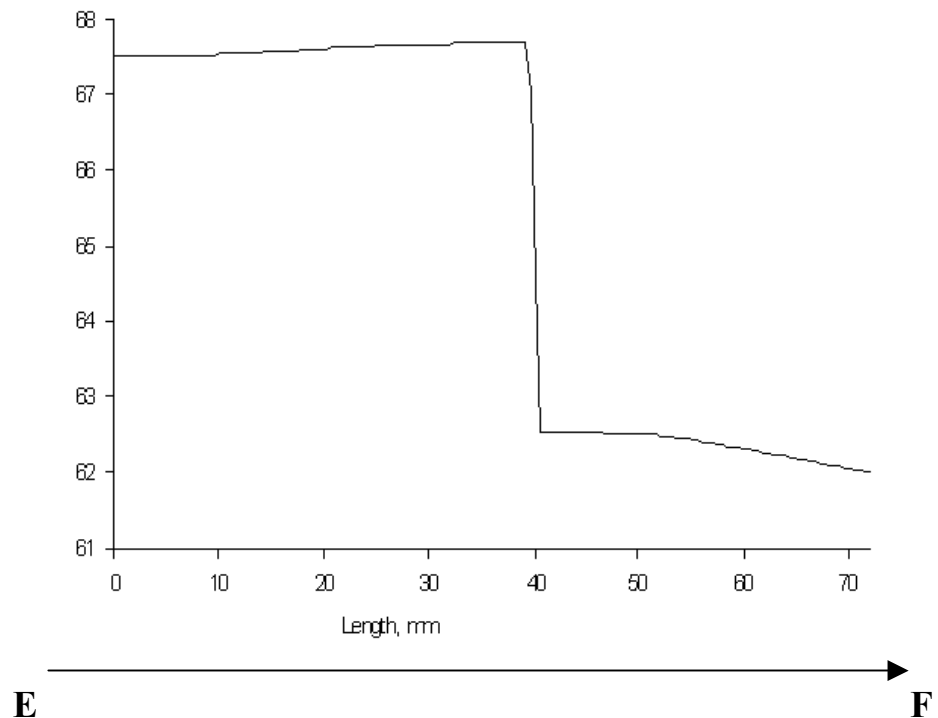
Σχήμα 4.36 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB (βλέπε σχήμα 4.35)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΜΕ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



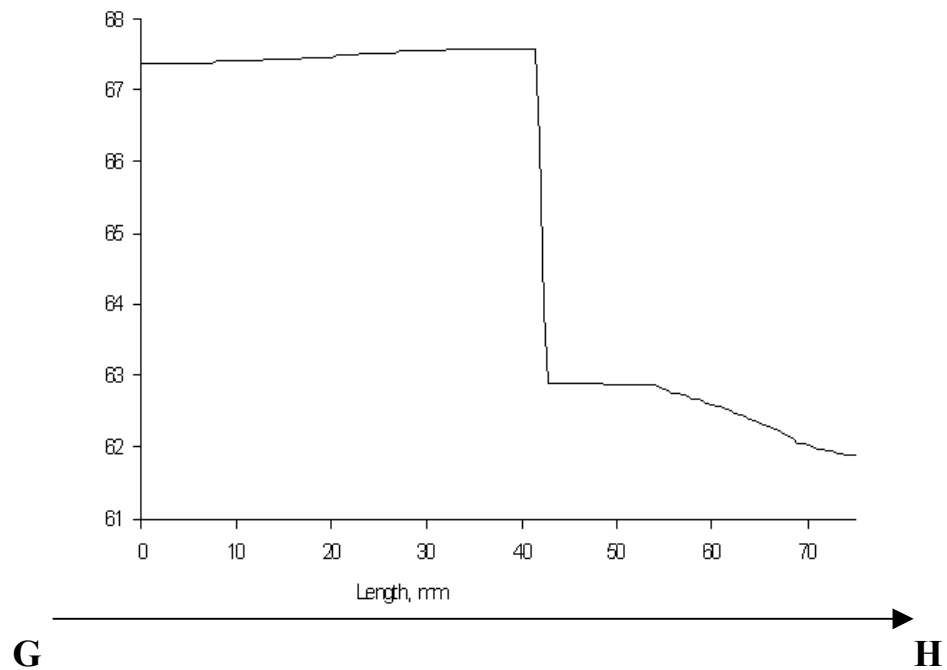
Σχήμα 4.37 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος CD (βλέπε σχήμα 4.35)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΜΕ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



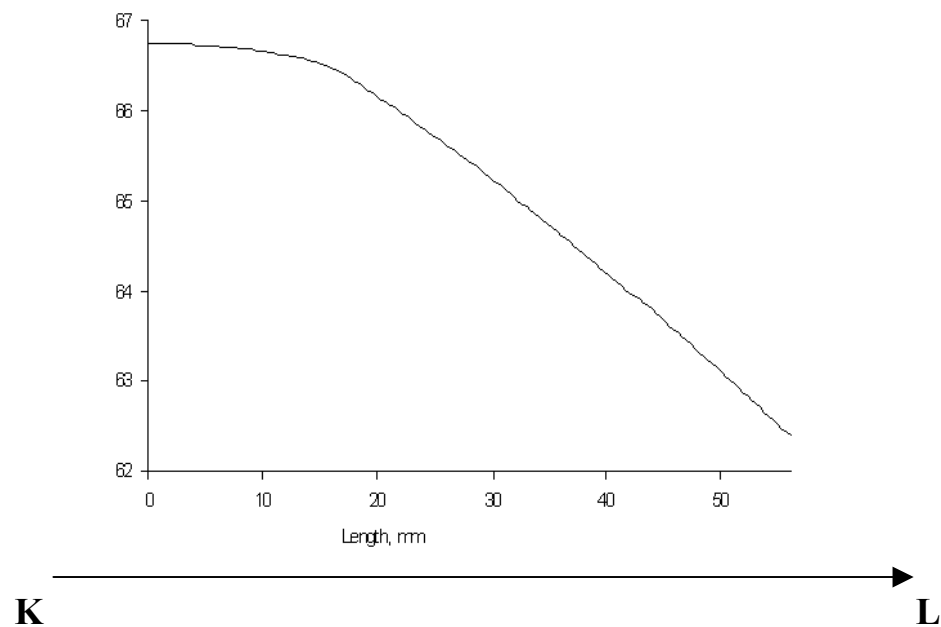
Σχήμα 4.38 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EF (βλέπε σχήμα 4.35)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΜΕ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



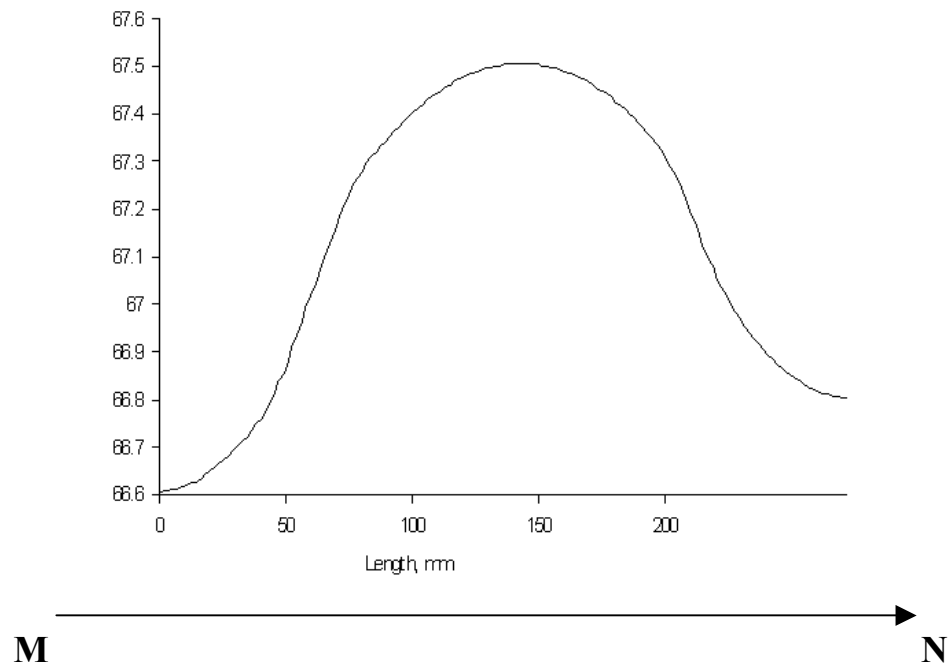
Σχήμα 4.39 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος GH (βλέπε σχήμα 4.35)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΜΕ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



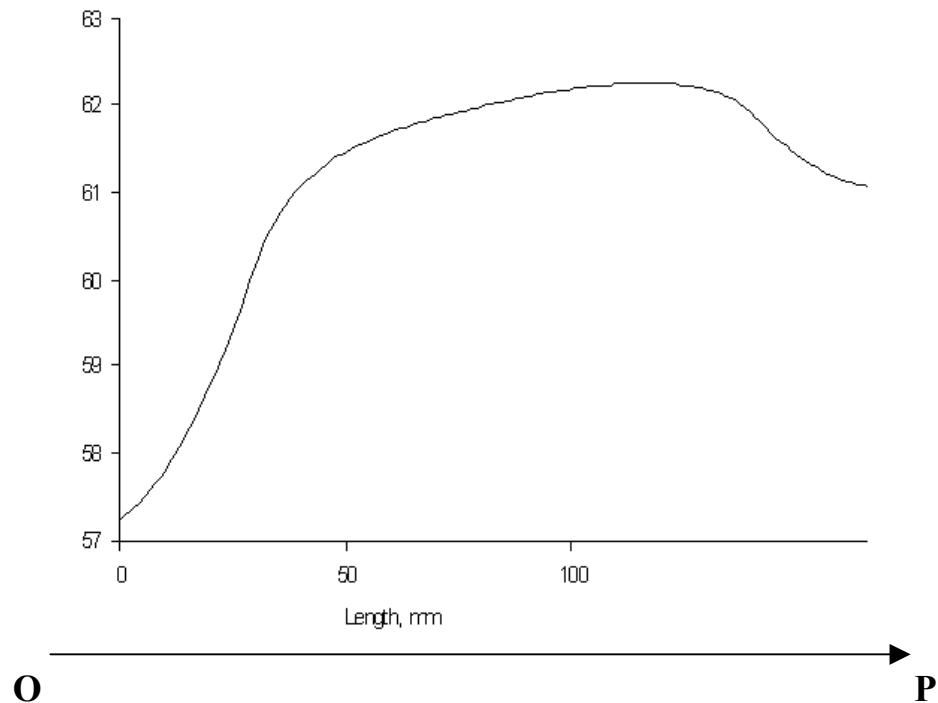
Σχήμα 4.40 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος KL (βλέπε σχήμα 4.35)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΜΕ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



Σχήμα 4.41 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος MN (βλέπε σχήμα4.35)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΜΕ ΑΝΕΜΙΣΜΟ.



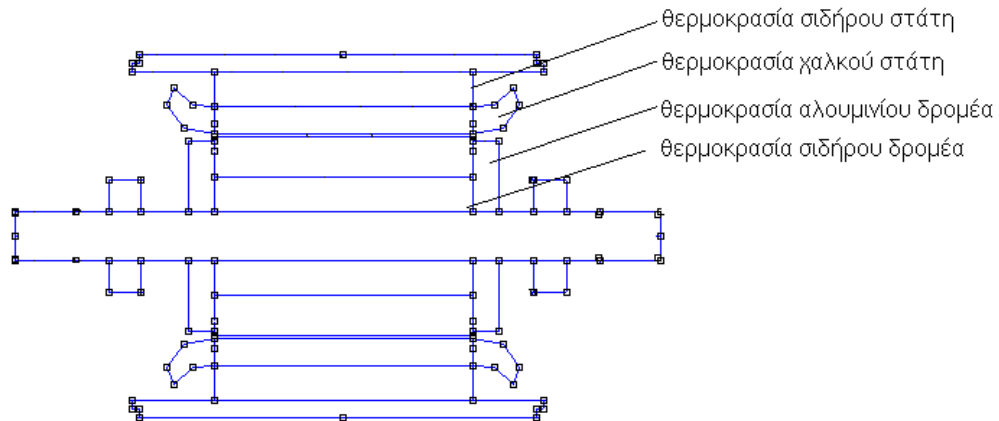
Σχήμα 4.42 Μεταβολή θερμοκρασίας κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος OP (βλέπε σχήμα4.35)

4.14 Πειραματική επιβεβαίωση

4.14.1 Περίπτωση 1^η -ακίνητοποιημένος δρομέας

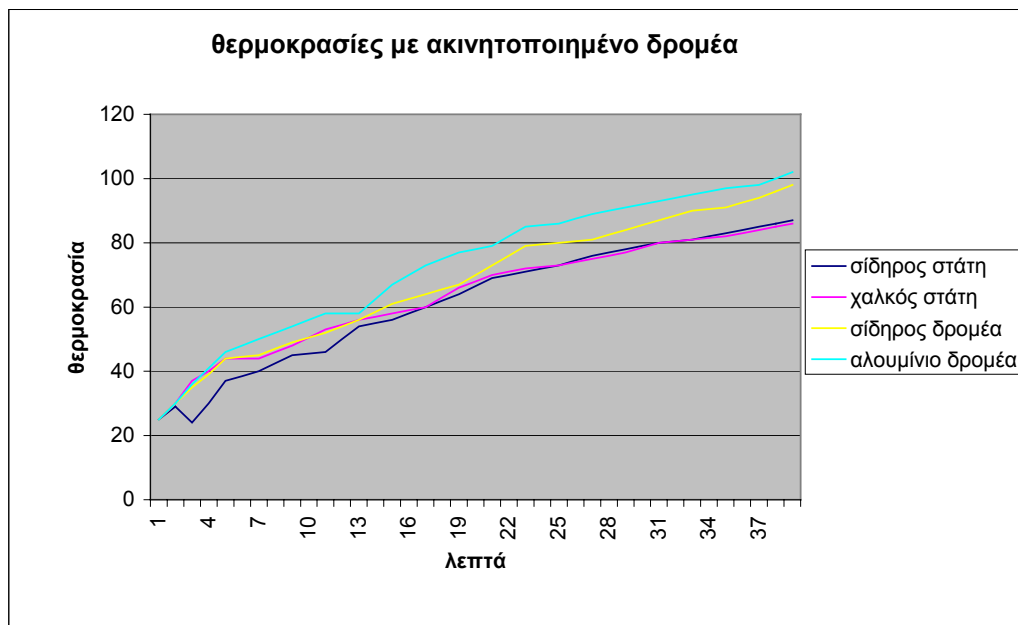
Κατά το πείραμα του ακίνητοποιημένου δρομέα μετρήσαμε τις θερμοκρασίες σε τέσσερα σημεία του κινητήρα ως προς το χρόνο, όπως δείχνονται στο σχήμα 4.43.

1. Θερμοκρασία του σιδήρου του στάτη
2. Θερμοκρασία του χαλκού του στάτη
3. Θερμοκρασία του σιδήρου του δρομέα
4. Θερμοκρασία του αλουμινίου του δρομέα



Σχήμα 4.43 Σημεία στα οποία μετρήθηκαν οι θερμοκρασίες

Οι μετρήσεις παρουσιάζονται συνοπτικά στο διάγραμμα 4.1



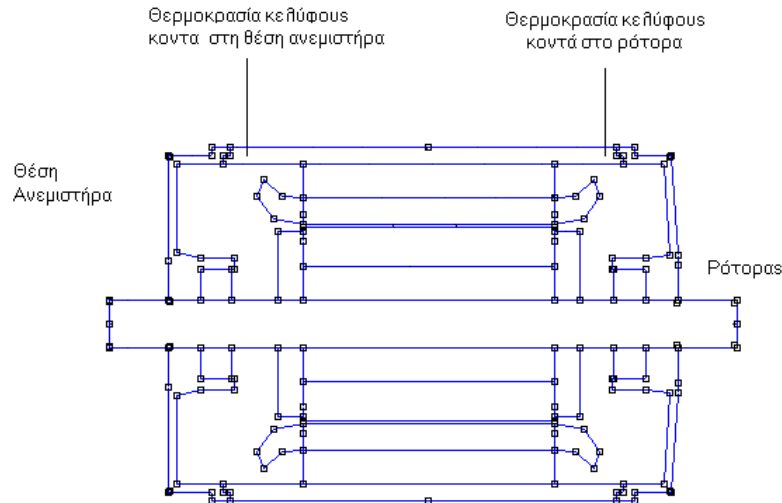
Διάγραμμα 4.1 Μεταβολή της θερμοκρασίας του κινητήρα σε τέσσερα σημεία

Από τη μεταβολή της θερμοκρασίας μπορούμε να εκτιμήσουμε με βάση την εφαπτομένη ανόδου θερμοκρασίας, ότι στην κατάσταση ισορροπίας η θερμοκρασία σιδήρου και χαλκού στάτη θα κυμαίνεται στους 100°C και η θερμοκρασία σιδήρου και αλουμινίου δρομέα θα κυμαίνεται στους 120°C.

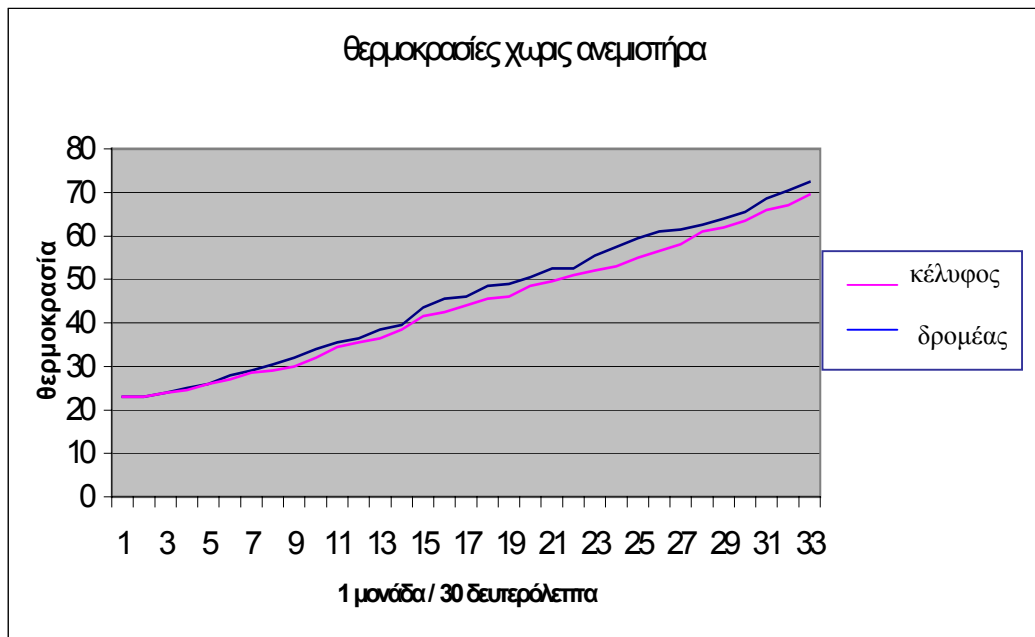
4.14.2 Περίπτωση 2^η -χωρίς ανεμισμό

Κατά το πείραμα της ονομαστικής λειτουργίας χωρίς ανεμιστήρα μετρήσαμε τη θερμοκρασία σε δύο σημεία του κινητήρα ως προς το χρόνο.

1. Θερμοκρασία κελύφους στη μεριά του ανεμιστήρα
2. Θερμοκρασία κελύφους στη μεριά του δρομέα



Οι μετρήσεις παρουσιάζονται συνοπτικά στο διάγραμμα 4.2



Διάγραμμα 4.2 Μεταβολή της θερμοκρασίας του κινητήρα σε δύο σημεία

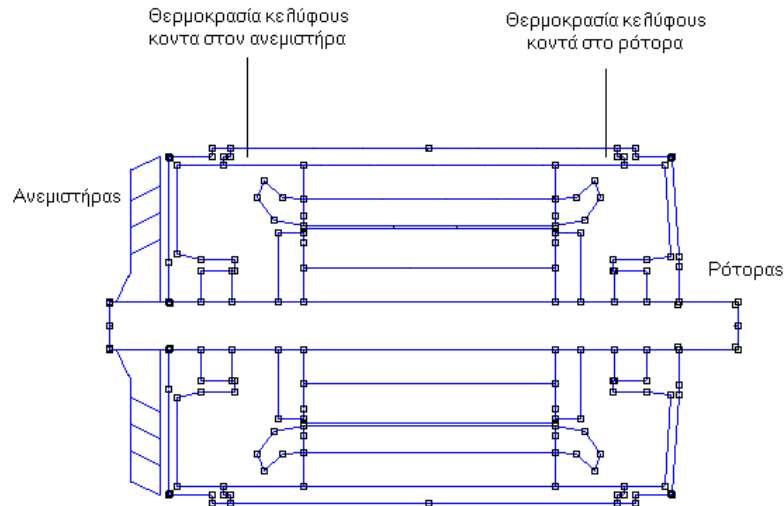
Ίσως από την καμπύλη μόνο να μην μπορέσουμε να βγάλουμε σαφή συμπεράσματα. Παρατηρώντας όμως την κλίση της καμπύλης στην προηγούμενη περίπτωση (διάγραμμα 1) και την κλίση της καμπύλης σε αυτή την περίπτωση (διάγραμμα 4.2) έχω: $\epsilon\phi\phi_1 = 2,2$ και $\epsilon\phi\phi_2 = 3$ αντίστοιχα. Μπορούμε λοιπόν να εκτιμήσουμε μια τελική θερμοκρασία της τάξης των

$$\frac{3}{2,2} \cdot 100^\circ\text{C} = 130^\circ\text{C}.$$

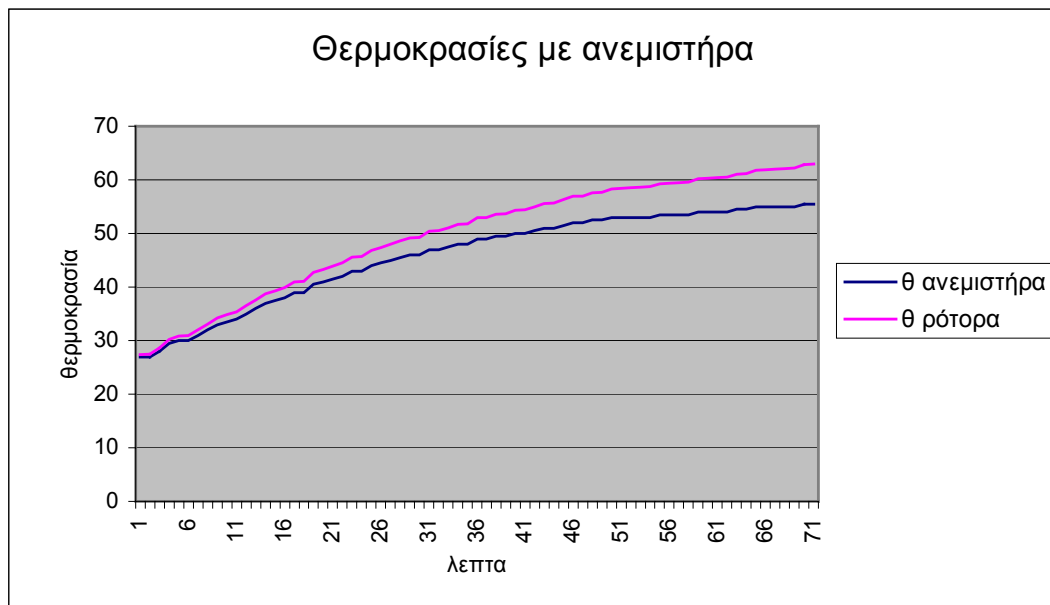
4.14.3 Περίπτωση 3^η -με ανεμισμό

Κατά το πείραμα της ονομαστικής λειτουργίας με ανεμιστήρα μετρήσαμε τη θερμοκρασία σε δύο σημεία του κινητήρα ως προς το χρόνο.

1. Θερμοκρασία κελύφους στη μεριά του ανεμιστήρα
2. Θερμοκρασία κελύφους στη μεριά του δρομέα



Οι μετρήσεις παρουσιάζονται συνοπτικά στο διάγραμμα 4.3



Διάγραμμα 4.3 Μεταβολή της θερμοκρασίας του κινητήρα σε τέσσερα σημεία

Από τη μεταβολή της θερμοκρασίας μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι στην κατάσταση ισορροπίας η θερμοκρασία κελύφους κοντά στον ανεμιστήρα θα είναι περίπου 57°C και η θερμοκρασία κοντά στο δρομέα περίπου 64°C .

4.15 Σύγκριση προσομοίωσης και πειραματικών αποτελεσμάτων

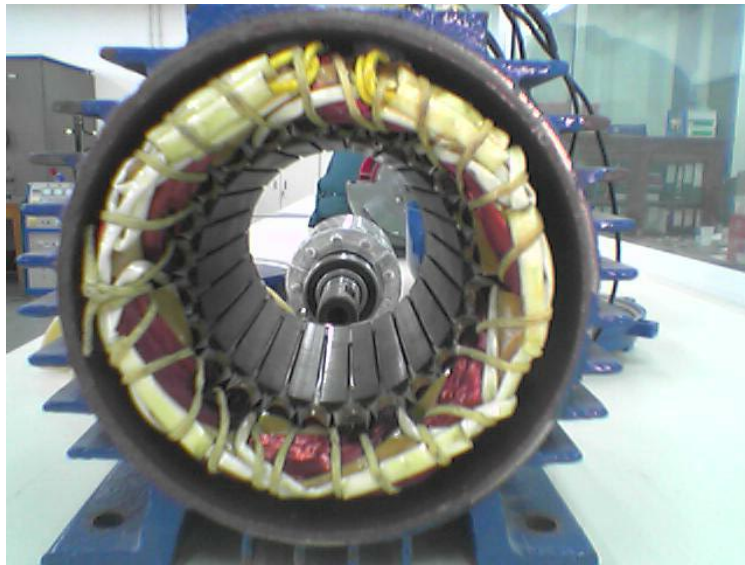
Στον πίνακα 4.2 παρουσιάζονται συνοπτικά οι τελικές θερμοκρασίες της αριθμητικής ανάλυσης και τα πειραματικά αποτελέσματα για κάθε περίπτωση ανάλυσης. Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι τα αποτελέσματα των αναλύσεων είναι πολύ κοντά στα πειραματικά δεδομένα που μετρήθηκαν.

	Υλικά	Αποτελέσματα ανάλυσης	Πειραματικά δεδομένα
1^η περίπτωση	<i>Σιδήρου σιάτη</i>	96°C σχ. 4.18	εκτίμηση 100°C διάγραμμα 4.1
	<i>Χαλκού σιάτη</i>	96°C σχ. 4.18	εκτίμηση 100°C διάγραμμα 4.1
	<i>Σιδήρου δρομέα</i>	116°C σχ. 4.18	εκτίμηση 120°C διάγραμμα 4.1
	<i>Αλουμινίου δρομέα</i>	116°C σχ. 4.18	εκτίμηση 120°C διάγραμμα 4.1
2^η περίπτωση	<i>Κελύφους κοντά στη θέση ανεμιστήρα</i>	130°C σχ. 4.32	εκτίμηση 130°C διάγραμμα 4.2
	<i>Κελύφους κοντά στο δρομέα</i>	130,5°C σχ. 4.32	εκτίμηση 130°C διάγραμμα 4.2
3^η περίπτωση	<i>Κελύφους κοντά στη θέση ανεμιστήρα</i>	59°C σχ. 4.42	57°C διάγραμμα 4.3
	<i>Κελύφους κοντά στο δρομέα</i>	62°C σχ. 4.42	64°C διάγραμμα 4.3

Πίνακας 4.2 Αποτελέσματα αριθμητικής ανάλυσης και πειραματικά αποτελέσματα για τις θερμοκρασίες

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΗ

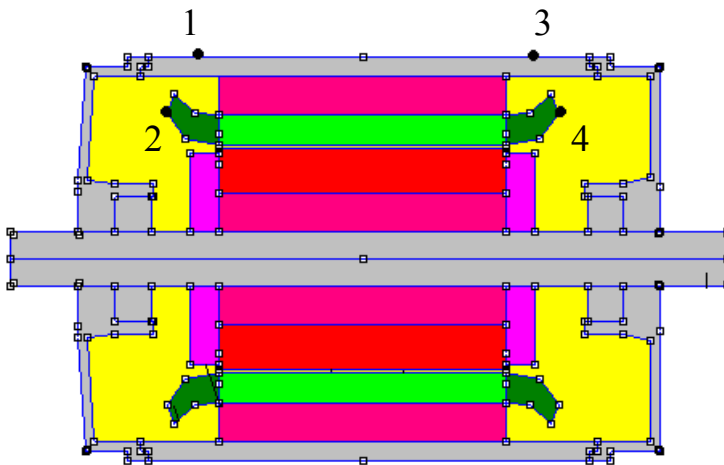


Κεφ.5 Εφαρμογή μοντέλου και πειραματική επιβεβαίωση

5.1 Πειραματική επιβεβαίωση προτεινόμενου μοντέλου στην περίπτωση εκκίνησης σε κενό φορτίο

Προκειμένου να επιβεβαιωθούν πειραματικά τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις κατά την εκκίνηση σε κενό φορτίο.

Με βάση τις τιμές των αντιστάσεων και των χωρητικότητων που υπολογίσαμε στο Κεφ.3, του μοντέλου συγκεντρωμένων παραμέτρων που θεωρήσαμε αρχικά, επιλύουμε το κύκλωμα. Προκειμένου να αποδείξουμε ότι το κύκλωμα που σχεδιάσαμε ισοδυναμεί στον κινητήρα που διαθέτουμε, πραγματοποιήσαμε μια σειρά πειραμάτων στα οποία κάναμε εκκίνηση κινητήρα με κενό φορτίο και στη συνέχεια όταν η θερμοκρασία σταθεροποιήθηκε, βάλαμε φορτίο. Σε όλη τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας, μετρούσαμε με αισθητήρες θερμοκρασίας πάνω σε συγκεκριμένα σημεία του κινητήρα τις θερμοκρασίες κάθε 30 δευτερόλεπτα. Οι θέσεις αυτές των αισθητήρων, φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:

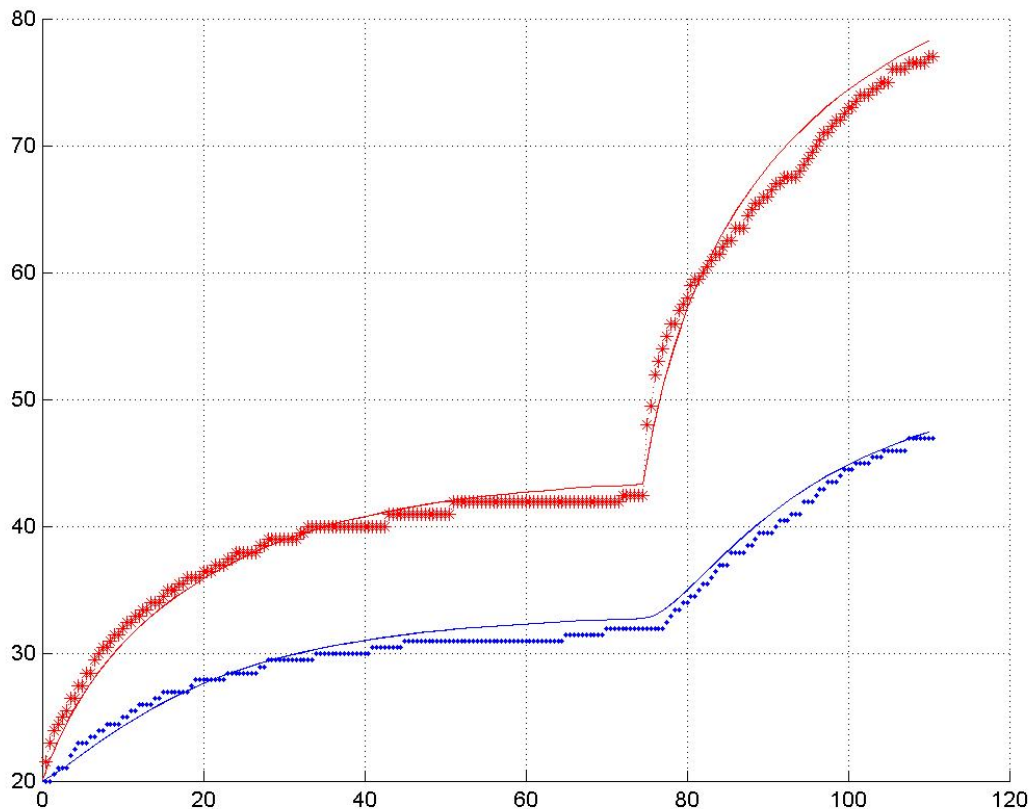


Σχήμα 5.1 Θέση αισθητηρίων θερμοκρασίας επάνω στον κινητήρα

Οι μετρήσεις των χρονικών μεταβολών των θερμοκρασιών των τεσσάρων σημείων που προαναφέρθηκαν, φαίνονται στο διάγραμμα 5.1.

Στο διάγραμμα 5.1 συγκρίνονται οι πειραματικές τιμές που απεικονίζονται με αστερίσκους, με τις τιμές του ισοδύναμου κυκλώματος που αναπτύχθηκε, από μια συνεχή γραμμή. Στο διάγραμμα αυτό, με κόκκινο είναι χρωματισμένες οι τιμές του τυλίγματος, ενώ με μπλε οι θερμοκρασίες του κελύφους.

Με ανεμισμό



Διάγραμμα 5.1 Χαρακτηριστικές θερμοκρασίας-χρόνου κατά την εκκίνηση με κενό φορτίο

Όπως παρατηρούμε στα διαγράμματα, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης προσεγγίζουν πολύ καλά τις πειραματικές τιμές, γεγονός που αποδεικνύει ότι το προτεινόμενο κύκλωμα είναι ικανό να περιγράψει θερμικά τον κινητήρα.

5.2 Πειραματική επιβεβαίωση προτεινόμενου μοντέλου στην περίπτωση εκκίνησης σε πλήρες φορτίο

Προκειμένου να διερευνηθεί περαιτέρω το προτεινόμενο κύκλωμα, επαναλάβαμε το πείραμα με την εκκίνηση του κινητήρα με πλήρες φορτίο από την αρχή. Σ' αυτήν την περίπτωση, αισθητήρες θερμοκρασίας τοποθετήσαμε μόνο στο κέλυφος του κινητήρα.

Εξετάσαμε δυο περιπτώσεις: Την ψύξη του κινητήρα με ανεμισμό από την πτερωτή του και εναλλακτικά την περίπτωση χωρίς ανεμισμό.

Στα διαγράμματα που ακολουθούν έχουμε απεικονίσει τις πειραματικές τιμές των θερμοκρασιών του κινητήρα με μπλε κουκκίδες και στις δυο περιπτώσεις είτε με ανεμισμό είτε χωρίς. Τις θεωρητικές τιμές, τις απεικονίζουμε με συνεχείς γραμμές, τις θερμοκρασίες στον δρομέα, με κόκκινο, τις θερμοκρασίες στο στάτη με μαύρο και τις τιμές στο κέλυφος με μπλε χρώμα.

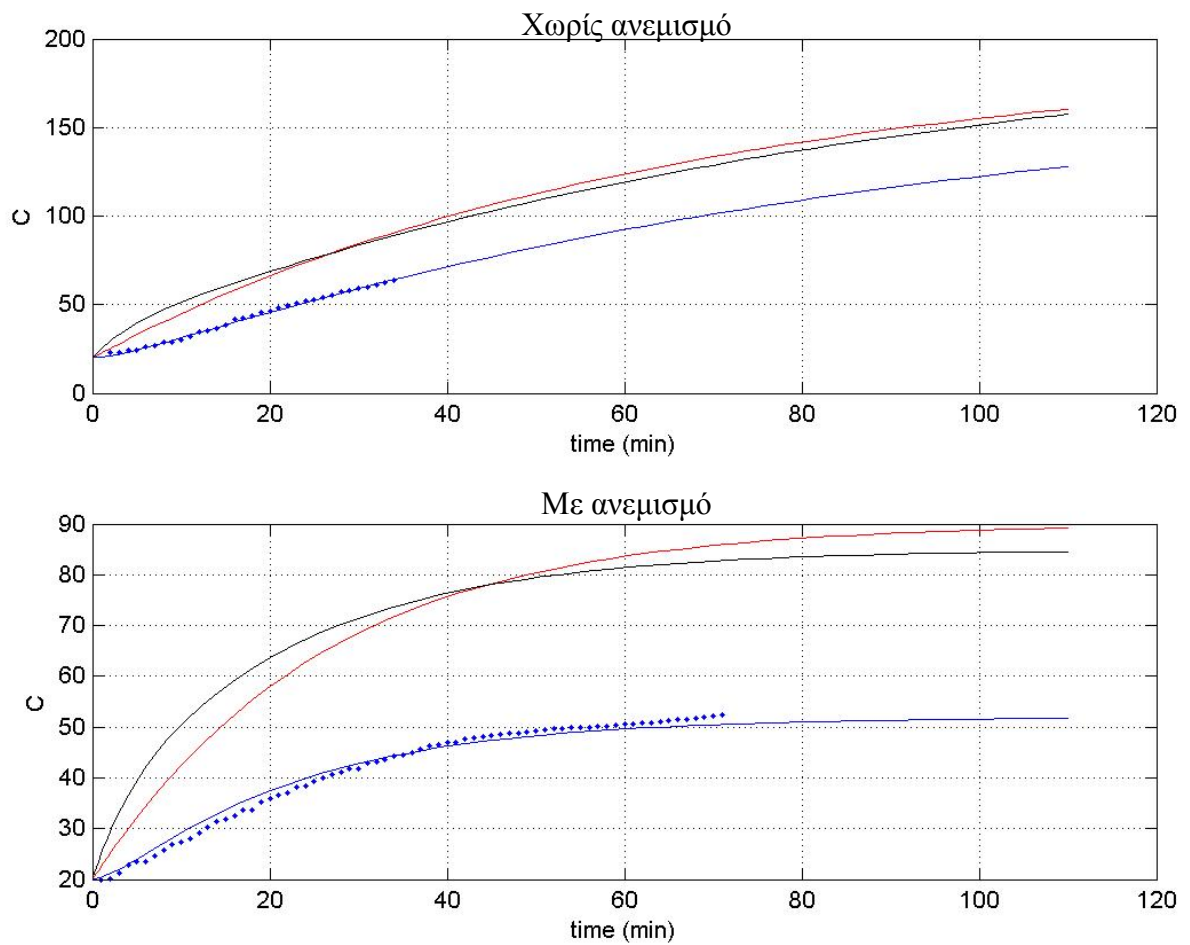
Οι τελικές πειραματικές θερμοκρασίες με ανεμισμό, αποδεικνύεται ότι πειραματικά είναι ίσες με αυτές που μας έδειξε η προσομοίωση, ενώ χωρίς ανεμισμό είναι κατ' εκτίμηση και αυτό επειδή είναι πολύ υψηλές, άνω των 100 °C, εάν προσπαθήσουμε να τις προσεγγίσουμε πειραματικά, υπάρχει κίνδυνος να καταστραφούν οι μονώσεις του κινητήρα.

Παίρνουμε τις παρακάτω μετρήσεις για τις τελικές θερμοκρασίες με ανεμισμό:

$$V_z = 52 \text{ V}$$

$$V_x = 85 \text{ V}$$

$$V_y = 90 \text{ V}$$



Διάγραμμα 5.2 Χαρακτηριστικές θερμοκρασίας-χρόνου κατά την εκκίνηση με πλήρες φορτίο α. Χωρίς ανεμισμό β. Με ανεμισμό

Παρατηρούμε ότι και στα δύο διαγράμματα οι θεωρητικές τιμές είναι πολύ κοντά στις πειραματικές, πράγμα που αποδεικνύει ακόμα μια φορά την ακρίβεια του προτεινόμενου μοντέλου ακόμα και στην περίπτωση της περιστροφής χωρίς ανεμισμό, όπου η ψύξη του κινητήρα είναι πολύ μειωμένη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ



Κεφ.6 Συμπεράσματα

6.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία επιχειρήθηκε η θερμική ανάλυση ενός κινητήρα επαγωγής χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και αναπτύσσοντας ένα μοντέλο ισοδυνάμου κυκλώματος με συγκεντρωμένες παραμέτρους. Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάστηκε μια γενική εισαγωγή στη θερμική ανάλυση των ηλεκτρικών μηχανών. Στο δεύτερο, αναλύθηκαν τα θερμικά φαινόμενα στις ηλεκτρικές μηχανές και οι τρόποι μετάδοσης θερμότητας. Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάστηκε η θερμική ανάλυση μέσω ισοδυνάμων κυκλωμάτων συγκεντρωμένων παραμέτρων και υπολογίστηκαν αναλυτικά τα στοιχεία του προτεινόμενου κυκλώματος. Στο τέταρτο κεφάλαιο, εκτίθεται η εφαρμογή του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μέσω της δισδιάστατης ανάλυσης και του προγράμματος Femme. Στο πέμπτο κεφάλαιο επιβεβαιώθηκαν πειραματικά τα αποτελέσματα του προτεινόμενου μοντέλου σε διάφορες λειτουργικές συνθήκες.

Τα κυριότερα συμπεράσματα που εξήχθηκαν είναι:

- Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων επιτρέπει λεπτομερή αναπαράσταση των θερμοκρασιών μέσα στον κινητήρα αλλά απαιτεί σημαντική υπολογιστική ισχύ με αποτέλεσμα να μην είναι κατάλληλη για τη χρήση της σε εκτιμητή κατάσταση του κινητήρα επαγωγής για εφαρμογές συστημάτων ελέγχου ταχύτητας χωρίς αισθητήρες.
- Για το λόγο αυτό, αναπτύχθηκε ένα ισοδύναμο κύκλωμα συγκεντρωμένων παραμέτρων το οποίο επιτρέπει με πολύ περιορισμένο υπολογιστικό κόστος να εκτιμηθεί ικανοποιητικά η θερμοκρασία του κινητήρα σε όλες τις λειτουργικές συνθήκες που εξετάστηκαν.
- Στο προαναφερόμενο μοντέλο, κρίθηκε απαραίτητη η διάκριση των περιοχών των τυλιγμάτων και του σιδηροπυρήνα του στάτη, λόγω της σημαντικής διαφοράς θερμοκρασίας, η οποία οφείλεται στη μόνωση που τοποθετείται μεταξύ τυλιγμάτων και μαγνητικής λαμαρίνας στα αυλάκια του στάτη.
- Σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό των παραμέτρων του προτεινόμενου μοντέλου έπαιξαν επίσης, η θεώρηση της ψύξης μέσω του ανεμιστήρα και η θερμική αναπαράσταση του διακένου.
- Το μειονέκτημα που παρατηρήθηκε στο προτεινόμενο μοντέλο είναι η θεώρηση της μέσης θερμοκρασίας κατά μήκος του άξονα της μηχανής, ενώ στις μετρήσεις παρατηρήθηκε σημαντική διαφορά θερμοκρασίας σε αυτή την κατεύθυνση λόγω της πλευρικής κατεύθυνσης του ανεμισμού. Παρόλα αυτά, αυτή η θεώρηση, δεν αναμένεται να επηρεάσει την ακρίβεια της εκτίμησης της αντίστασης του δρομέα.

6.2 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση

Με την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής, αναδείχθηκαν τα ακόλουθα θέματα που χρειάζονται περαιτέρω διερεύνηση:

- Επιβεβαίωση της ικανοποιητικής πρόβλεψης μεταβολής της αντίστασης του δρομέα του κινητήρα με χρήση του προτεινόμενου απλουστευμένου ισοδύναμου κυκλώματος συγκεντρωμένων παραμέτρων, ενσωματώνοντάς το σε εκτιμητή κατάστασης συστήματος ηλεκτρικής κίνησης.
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων του μοντέλου για διαφορετικούς κινητήρες, ώστε να επιβεβαιωθεί η αξιοπιστία της αναλυτικής μεθοδολογίας προσδιορισμού των παραμέτρων.