



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Εκπαίδευση Νευρο-ασαφούς Ταξινομητή Προτύπων Με Τη Χρήση Τεχνικών Επιβλεπόμενης Μάθησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΡΙΣΤΕΙΔΗΣ Π. ΛΑΝΑΡΙΔΗΣ

Επιβλέπων : Ανδρέας – Γεώργιος Ν. Σταφυλοπάτης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2006



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Εκπαίδευση Νευρο-ασαφούς Ταξινομητή Προτύπων Με Τη Χρήση Τεχνικών Επιβλεπόμενης Μάθησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΡΙΣΤΕΙΔΗΣ Π. ΛΑΝΑΡΙΔΗΣ

Επιβλέπων : Ανδρέας-Γεώργιος Σταφυλοπάτης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 2^η Φεβρουαρίου 2006.

.....
Ανδρέας-Γεώργιος
Σταφυλοπάτης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Στέφανος Κόλλιας
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Παναγιώτης Τσανάκας
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2006

.....
© ΑΡΙΣΤΕΙΔΗΣ Π. ΛΑΝΑΡΙΔΗΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © ΑΡΙΣΤΕΙΔΗΣ Π. ΛΑΝΑΡΙΔΗΣ 2006

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η ασύρματη κατανεμημένη υλοποίηση ενός νευροασαφούς ταξινομητή προτύπων και η εκπαίδευση του με τη χρήση ενισχυτικής μάθησης. Απώτερος σκοπός είναι η δημιουργία μίας φορητής συσκευής που θα λαμβάνει πληροφορίες από έναν ασθενή, μέσω αισθητήρων που θα φέρει πάνω του, και θα εξάγει συμπεράσματα για την κατάσταση του.

Συγκεκριμένα, στο κεφάλαιο 1 γίνεται εισαγωγή στην ασαφή λογική, τις αρχές της ασαφούς συλλογιστικής και τα ασαφή συστήματα. Στο κεφάλαιο 2 εισάγονται βασικές έννοιες των νευρωνικών δικτύων και περιγράφεται η λειτουργία ενός ταξινομητή προτύπων. Επιπλέον, γίνεται εισαγωγή στο πρόβλημα της ομαδοποίησης προτύπων και στην ενισχυτική μάθηση. Στο κεφάλαιο 3 εξετάζεται μία προσέγγιση στο πρόβλημα της ομαδοποίησης προτύπων βασισμένη σε μία παραλλαγή του αλγορίθμου FCM. Στο κεφάλαιο 4 αναλύεται η αρχιτεκτονική του νευροασαφούς μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί, βασισμένη στο σύστημα SupFuNIS. Στο κεφάλαιο 5 περιγράφεται η διαδικασία της μάθησης, βασισμένη σε μία προσαρμογή των αλγορίθμων REINFORCE στην αρχιτεκτονική του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε. Στο κεφάλαιο 6 περιγράφεται το γραφικό περιβάλλον και η λειτουργία του προγράμματος. Στο κεφάλαιο 7 παρατίθενται τα πειραματικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χρήση του συστήματος.

Λέξεις Κλειδιά

ασαφής λογική, νευρωνικά δίκτυα, νευροασαφή συστήματα, ταξινόμηση προτύπων, ενισχυτική μάθηση, αλγόριθμοι REINFORCE, SuPFuNIS

Abstract

The purpose of the present diploma thesis is implementing a wireless distributed fuzzy-neural classification system and training the system using reinforcement learning techniques. The main purpose is programming a mobile device so as to collect data from sensors and use the data to infer a diagnosis relevant to the medical condition of a patient.

Specifically, Chapter 1 introduces fuzzy logic and fuzzy systems. Chapter 2 is an introduction to neural networks and pattern classification. Clustering and reinforcement learning are also introduced on this chapter. Chapter 3 describes a fuzzy clustering algorithm based on the FCM algorithm. Chapter 4 analyses the architecture of the classification system. Chapter 5 describes the reinforcement learning algorithm used, based on REINFORCE algorithms. Chapter 6 describes the user-interface of the resulting implementation. Finally, the results of the simulation experiments are presented on Chapter 7.

Key Words

fuzzy logic, neural networks, fuzzy-neural systems, pattern classification, reinforcement learning, REINFORCE, SuPFuNIS

Ευχαριστίες

Για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω κατά κύριο λόγο τον καθηγητή κ. Α. Γ. Σταφυλοπάτη, ο οποίος με τη συμπαράσταση και τις συμβουλές του υπήρξε ο κύριος καθοδηγητής μου στην μελέτη αυτή. Επίσης επιθυμώ να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα Χρ. Φερλέ για τις ώρες που διέθεσε βοηθώντας να ξεπεραστούν τα σημαντικά προβλήματα που προέκυψαν καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας.

Περιεχόμενα

Εισαγωγή	13
1. Ασαφής Λογική	17
1.1 Ασαφή σύνολα	17
1.1.1 Εισαγωγή	17
1.1.2 Βασικοί ορισμοί	18
1.1.3 Οι τρεις θεμελιώδεις πράξεις των ασαφών συνόλων	19
1.1.4 Συναρτήσεις συμμετοχής	20
1.2 Ασαφής συλλογιστική	21
1.2.1 Γλωσσικές μεταβλητές, και γλωσσικοί διαμορφωτές	21
1.2.2 Γενικευμένοι Κανόνες του Θέτειν και του Αναιρείν (Modus ponens και Modus Tollens)	22
1.2.3 Ασαφείς σχέσεις	23
1.3 Ασαφή συστήματα	26
1.3.1 Αρχιτεκτονική ασαφών συστημάτων	26
1.3.2 Μονάδα ασαφοποίησης	27
1.3.3 Μονάδα απο-ασαφοποίησης	27
1.3.4 Ασαφής βάση γνώσης	28
1.3.5 Μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού	29
2 Νευρωνικά δίκτυα	32
2.1 Βασικές έννοιες	32
2.1.1 Εισαγωγή	32
2.1.2 Το μοντέλο του τεχνητού νευρονίου	32
2.1.3 Αρχιτεκτονική νευρωνικών δικτύων	35
2.1.4 Μάθηση	37
2.1.5 Εφαρμογές	39
2.2 Ταξινόμηση προτύπων	39
2.2.1 Το πρόβλημα της ταξινόμησης	39
2.2.2 Το απλό perceptron	39
2.2.3 Πολυστρωματικό perceptron	41
2.3 Ομαδοποίηση προτύπων (Clustering)	43
2.3.1 Το πρόβλημα της ομαδοποίησης προτύπων	43
2.3.2 Είδη ομαδοποίησης προτύπων	43
2.3.3 Ιεραρχικοί αλγόριθμοι	43
2.3.4 Διαμεριστικοί αλγόριθμοι	44
2.3.4.1 Αλγόριθμος k-μέσων	44
2.3.4.2 Ομαδοποίηση QT (Quality Threshold)	45
2.3.4.3 Ομαδοποίηση FCM (Fuzzy c-means clustering)	45
2.4 Ενισχυτική μάθηση	46
2.4.1 Το πρόβλημα της ενισχυτικής μάθησης	46
2.4.2 Μοντέλο συστήματος ενισχυτικής μάθησης	47
2.4.3 Κριτήρια βέλτιστης συμπεριφοράς	48
2.4.4 Συνάρτηση αξιολόγησης (Value Function) και εξίσωση Bellman	49
2.4.5 Μάθηση Χρονικής Διαφοράς (Temporal Difference)	50
2.4.6 Μάθηση Q	51
2.4.7 Εξερεύνηση και εκμετάλλευση της υπάρχουσας γνώσης	52

3 Ομαδοποίηση προτύπων με τη χρήση ασαφών επικαλύψεων	54
3.1 Εισαγωγή	54
3.2 Ασαφής επικάλυψη (fuzzy cover)	55
3.3. Δημιουργία ομάδων με τη χρήση των ασαφών επικαλύψεων	57
3.3.1 Δημιουργία της ασαφούς επικάλυψης του κάθε δείγματος	58
3.3.2 Εύρεση του ελάχιστου αριθμού επικαλύψεων που περικλείουν το σύνολο δεδομένων	60
3.3.3 Συνένωση των ασαφών επικαλύψεων σε ομάδες	63
3.3.4 Καταλληλότητα του λ	64
3.3.5 Υπολογισμός συνάρτησης συμμετοχής	66
4 Νευροασαφές Σύστημα Εξαγωγής Συμπερασμάτων	68
4.1 Γενικά χαρακτηριστικά	68
4.2 Αρχιτεκτονική και τρόπος λειτουργίας του μοντέλου	70
4.2.1 Μετάδοση του σήματος στους κόμβους εισόδου	71
4.2.2 Μέτρο ομοιότητας	72
4.2.3 Μετάδοση σήματος βασισμένη στην ομοιότητα	75
4.2.4 Στρώμα κανόνων	77
4.2.5 Στρώμα εξόδου	78
4.3 Εξαγωγή κανόνων από εκπαιδευμένο δίκτυο	78
5 Μάθηση	81
5.1 Παραδοχές και συμβολισμοί	81
5.2 Κριτήριο επίδοσης της ενισχυτικής μάθησης	82
5.3 Αλγόριθμοι REINFORCE	83
5.3.1 Ενισχυτικό Σήμα	84
5.3.1.1 Ο αλγόριθμος k-NN	84
5.3.1.2 Υπολογισμός Ενισχυτικού Σήματος	84
5.3.2 Επιλογή του Reinforcement Baseline	85
5.3.3 Υπολογισμός της Characteristic Eligibility	85
5.3.3.1 Συνάρτηση πιθανότητας κόμβων εξόδου	85
5.3.3.2 Υπολογισμός μερικών παραγώγων	87
5.4 Επιβλεπόμενη μάθηση	93
6 Περιγραφή λειτουργίας	97
6.1 Server	97
6.1.1 Παράθυρο αρχικοποίησης	97
6.1.2 Παράθυρο εκπαίδευσης	98
6.2 P.D.A.	99
6.2.1 Παράθυρο επικοινωνίας με τον Server	99
6.2.2 Παράθυρο επικοινωνίας με τους αισθητήρες	100
6.3 Αισθητήρες	102
6.3.1 Μοναδικός αισθητήρας	103
6.3.2 Πολλαπλοί αισθητήρες	103
7 Πειραματικά Αποτελέσματα	106
7.1 Εισαγωγή	106
7.2 Σύνολα δεδομένων	106
7.3 Πειραματική μέθοδος	107
7.3.1 Εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων.	107

7.3.2 Εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα	108
7.4 Τερματισμός της εκπαίδευσης	108
7.5 Παράμετροι της εκπαίδευσης	110
7.5.1 Ρυθμός μάθησης	110
7.5.2 Σχέση μεταξύ exploration και exploitation	110
7.6 Γραφικές παραστάσεις	110
7.6.1 Πειράματα με μέρος του συνόλου δεδομένων	111
7.6.2 Πειράματα με αλλοιωμένα πρότυπα	116
7.7 Πίνακες αποτελεσμάτων	121
7.8 Πειραματικά αποτελέσματα ομαδοποίησης προτύπων	122
Βιβλιογραφία	130

Εισαγωγή

Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία μίας φορητής συσκευής η οποία θα λειτουργεί ως αυτο-εκπαιδευόμενο σύστημα διάγνωσης. Η συσκευή θα δέχεται δεδομένα από αισθητήρες που θα βρίσκονται πάνω στο σώμα ενός ασθενούς και θα επιτελεί δύο λειτουργίες. Η πρώτη είναι η διάγνωση : Το σύστημα θα πρέπει βάσει των τιμών των βιοσημάτων που δέχεται από τους αισθητήρες να εξάγει συμπεράσματα για την κατάσταση του ασθενούς. Η δεύτερη είναι η αυτο-εκπαίδευση : Το σύστημα θα είναι σε θέση να χρησιμοποιεί τα δεδομένα αυτά για την εκπαίδευση του, ώστε να αυξάνει μακροπρόθεσμα την ακρίβεια των διαγνώσεων του. Στην πράξη, τα παραπάνω θα επιτευχθούν με τη δημιουργία ενός νευροασαφούς ταξινομητή προτύπων και την εκπαίδευση του με τη χρήση τεχνικών ενισχυτικής μάθησης.

Η επιλογή να βασιστεί το σύστημα σε ένα νευροασαφή ταξινομητή προτύπων έγινε για του εξής λόγους :

- Η διάγνωση μπορεί να θεωρηθεί ως μία ειδική περίπτωση διαδικασίας ταξινόμησης, κατά την έννοια ότι κάθε ο ασθενής, βάσει ενός αριθμού παραμέτρων (βιοσημάτων), κατατάσσεται σε έναν προκαθορισμένο αριθμό κατηγοριών (πχ. υγιής η ασθενής). Κατά συνέπεια είναι εύλογη η χρήση ενός ταξινομητή προτύπων.
- Το σύστημα πρέπει να είναι σε θέση να ταξινομεί πρότυπα τα οποία δεν έχει γνωρίσει. Κατά συνέπεια είναι ενδεδειγμένη η χρήση νευρωνικών δικτύων λόγω της γενικευτικής ικανότητάς τους.
- Η διαδικασία εμπεριέχει λεκτική περιγραφή πολλών παραμέτρων, καθώς και έναν τρόπο συλλογισμού που προσεγγίζει την ανθρώπινη σκέψη. Γίνεται λοιπόν χρήση της ασαφούς λογικής για να αντιστοιχιστούν τα παραπάνω σε αριθμητικά μεγέθη.

Το νευροασαφές σύστημα που θα χρησιμοποιηθεί θα βασιστεί στο σύστημα SupFuNIS[4]. Το εν λόγω μοντέλο χρησιμοποιεί τη συνηθισμένη αρχιτεκτονική ενός νευροασαφούς συστήματος με ένα κρυμμένο στρώμα κανόνων, παρουσιάζει όμως ορισμένες ιδιαιτερότητες. Κατ' αρχάς, χρησιμοποιεί ένα εκπαιδευόμενο ασαφοποιητή εισόδου, ο οποίος μετατρέπει τα αριθμητικά δεδομένα εισόδου σε ασαφή σύνολα. Κατά τον τρόπο αυτό, όλες οι πληροφορίες που διαδίδονται από το στρώμα εισόδου προς το στρώμα κανόνων είναι ασαφείς. Ακολούθως, υπολογίζει την ενεργοποιήσεις των κόμβων χρησιμοποιώντας ένα μηχανισμού σύνθεσης βασισμένου σε κάποιο κριτηρίου ομοιότητας ασαφών συνόλων, εν αντιθέσει με τη συνηθισμένη προσέγγιση να χρησιμοποιείται ο τελεστής \min για να βρεθεί η τελική ενεργοποίηση. Τέλος, για τον υπολογισμό των εξόδων δε χρησιμοποιείται η συνηθισμένη μέθοδος του κέντρου βάρους, αλλά μία παραλλαγή της, η μέθοδος της ποσοτικής απο-ασαφοποίησης.

Για τη διαδικασία της εκπαίδευσης, κρίθηκε αναγκαία η χρήση τεχνικών ενισχυτικής μάθησης, καθώς ο ταξινομητής δέχεται μία σειρά από πρότυπα εισόδου προς ταξινόμηση, χωρίς να έχει καμμία ένδειξη για το σε ποια κατηγορία ανήκει το καθένα από αυτά. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για την εκπαίδευση, βασίστηκε σε μία προσαρμογή των μεθόδων της οικογένειας αλγορίθμων REINFORCE[8] στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του μοντέλου μας. Η επιλογή αυτή έγινε λαμβάνοντας υπ' όψην δύο βασικές ιδιαιτερότητες που παρουσιάζει το πρόβλημα της ταξινόμησης σε σχέση με τα συνηθισμένα προβλήματα ενισχυτικής μάθησης. Αφ' ενός είναι πρόβλημα συσχετιστικό, δηλαδή το ζητούμενο είναι η

αντιστοίχιση κάθε διάνυσματος εισόδου σε ένα διάνυσμα εξόδου, και αφ' ετέρου, είναι πρόβλημα στο οποίο το ενισχυτικό σήμα καθορίζεται μόνο από την πιο πρόσφατη ενέργεια του δικτύου. Οι αλγόριθμοι REINFORCE εκμεταλλεύονται τα δύο αυτά χαρακτηριστικά, παρέχοντας αυξημένες επιδόσεις.

Ο τελικός στόχος της εργασίας είναι η υλοποίηση του παραπάνω νευροασαφούς ταξινομητή σε λογισμικό, και η λειτουργία και εκπαίδευση του σε ένα μικρό, φορητό υπολογιστή (Personal Digital Assistant/P.D.A.). Ο χρήστης της τελικής εφαρμογής θα συνδέεται αρχικά με ένα εξυπηρετητή (server) από τον οποίο θα λαμβάνει ασύρματα τα δεδομένα του προβλήματος. Εν συνεχεία, θα δέχεται βιοσήματα ασθενών από αισθητήρες και βάσει αυτών θα εκτελεί τη διάγνωση και την εκπαίδευση. Αναλυτικότερα, η διαδικασία αποτελείται από τρία συνολικά στάδια :

- Κατά το πρώτο, γίνεται η αρχικοποίηση του ταξινομητή στον εξυπηρετητή. Προαιρετικά, κατά το στάδιο αυτό παρέχεται στο χρήστη και η δυνατότητα να χρησιμοποιήσει επιβλεπόμενη μάθηση για να εκπαιδεύσει το σύστημα για έναν ορισμένο αριθμό εποχών, διευκολύνοντας έτσι τη διαδικασία της ενισχυτικής μάθησης επακολουθεί.
- Στη συνέχεια, ο χρήστης του P.D.A., συνδέεται με τον εξυπηρετητή και λαμβάνει ασύρματα τις τιμές των βαρών που αποτελούν το δίκτυο, καθώς και το σύνολο δεδομένων (dataset) του προβλήματος.
- Τέλος, το P.D.A. λαμβάνει τιμές από αισθητήρες που βρίσκονται πάνω σε έναν ασθενή. Βάσει των τιμών αυτών εκτελεί διάγνωση, ενώ στη συνέχεια τις χρησιμοποιεί για να ανανεώσει τα βάρη του δικτύου με τη χρήση του αλγορίθμου ενισχυτικής μάθησης που χρησιμοποιείται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται κάθε φορά που το P.D.A. λαμβάνει νέες τιμές από τους αισθητήρες.

Όπως γίνεται εμφανές, το λογισμικό που αποτελεί την εφαρμογή αποτελείται από τέσσερα επιμέρους τμήματα:

- Το λογισμικό του εξυπηρετητή, το οποίο περιλαμβάνει τους αλγορίθμους αρχικοποίησης του δικτύου και της εκπαίδευσης με επιβλεπόμενη μάθηση.
- Το λογισμικό του P.D.A., το οποίο περιλαμβάνει τον αλγόριθμο ενισχυτικής μάθησης.
- Το λογισμικό που αφορά τη λειτουργία των αισθητήρων.
- Το λογισμικό που επιτελεί την ασύρματη επικοινωνία μεταξύ όλων των παραπάνω συσκευών.

Τέλος, ανεξάρτητα από τα παραπάνω, στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας εξετάζεται και ένας αλγόριθμος ασαφούς ομαδοποίησης προτύπων (fuzzy clustering). Ο αλγόριθμος υλοποιεί μια παραλλαγή του γνωστού αλγορίθμου FCM (Fuzzy-C-Means), βασισμένη σε μία γενίκευση της έννοιας της ασαφούς επικάλυψης (fuzzy cover) ενός ασαφούς συνόλου.

Στο κείμενο που ακολουθεί αναπτύσσονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν, περιγράφεται η λειτουργία του τελικού συστήματος, και παρατίθενται τα αποτελέσματα που εξάγονται με τη χρήση του. Αναλυτικά, στο κεφάλαιο 1 γίνεται εισαγωγή στην ασαφή λογική, τις αρχές της ασαφούς συλλογιστικής και τα ασαφή συστήματα. Στο κεφάλαιο 2 εισάγονται βασικές έννοιες των νευρωνικών δικτύων και περιγράφεται η λειτουργία ενός ταξινομητή προτύπων. Επιπλέον, γίνεται εισαγωγή στο πρόβλημα της ομαδοποίησης προτύπων και στην ενισχυτική μάθηση. Στο κεφάλαιο 3 εξετάζεται μία προσέγγιση στο πρόβλημα της ομαδοποίησης προτύπων βασισμένη σε μία παραλλαγή του αλγορίθμου FCM. Στο κεφάλαιο 4 αναλύεται η αρχιτεκτονική του νευροασαφούς μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί, βασισμένη στο

σύστημα SupFuNIS. Στο κεφάλαιο 5 περιγράφεται η διαδικασία της μάθησης, βασισμένη σε μία προσαρμογή των αλγορίθμων REINFORCE στην αρχιτεκτονική του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε. Στο κεφάλαιο 6 περιγράφεται το γραφικό περιβάλλον και η λειτουργία του προγράμματος. Στο κεφάλαιο 7 παρατίθενται τα πειραματικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χρήση του συστήματος. Τέλος, στο CD που συνοδεύει το κείμενο παρατίθεται ο πλήρης κώδικας Java που υλοποιεί το σύστημα που περιγράφηκε παραπάνω.

Κεφάλαιο 1
Ασαφής Λογική

1 ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ

Όπως έγινε σαφές από την εισαγωγή, σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η δημιουργία ενός συστήματος που θα χρησιμεύει στην ιατρική διάγνωση, της οποίας το πρόβλημα παρουσιάζει δύο ιδιαιτερότητες.

Η διάγνωση από τη φύση της είναι μία διαδικασία που εκτός από καθαρά αριθμητικά μεγέθη (παλμοί της καρδιάς, αρτηριακή πίεση, αιματοκρίτης κλπ.), περιέχει και άλλες παραμέτρους, οι οποίες δεν είναι δυνατόν να αντιστοιχιστούν μονοσήμαντα σε κάποια αριθμητική τιμή (όπως το αν ο ασθενής είναι νέος σε ηλικία, ή αν βρίσκεται σε καλή φυσική κατάσταση, ή αν είναι περισσότερο ή λιγότερο άρρωστος). Χρειάζεται λοιπόν ένας τρόπος για να αντιστοιχιστούν οι παράμετροι αυτές, που δίνονται με τρόπο περιγραφικό, σε αριθμητικά μεγέθη.

Επιπλέον, κατά τη διάγνωση, το σύστημα καλείται, λαμβάνοντας υπόψην του τις παραμέτρους που δίνονται, να βγάλει συμπεράσματα προσεγγίζοντας κατά το δυνατόν τη συλλογιστική που θα ακολουθούσε ένας άνθρωπος. Πρέπει δηλαδή να είναι σε θέση να επεξεργαστεί περιγραφικά δεδομένα και να βγάλει συμπεράσματα από αυτά βάσει της γνώσης που έχει για το πρόβλημα.

Τα παραπάνω καθιστούν κατάλληλο εργαλείο για την επίλυση του προβλήματος την ασαφή συλλογιστική, της οποίας οι βασικές έννοιες αναπτύσσονται στο κεφάλαιο αυτό. Αρχικά ορίζονται τα ασαφή σύνολα, τα οποία αποτελούν τη βάση της θεωρίας. Στη συνέχεια, περιγράφεται ο μηχανισμός του ασαφούς συλλογισμού. Τέλος δείχνεται πώς ο μηχανισμός αυτός αξιοποιείται στη δημιουργία ασαφών συστημάτων.

1.1 Ασαφή σύνολα

1.1.1 Εισαγωγή

Η έννοια του συνόλου κατέχει κεντρική θέση στην επιστήμη των Μαθηματικών και αποτελεί θεμελιώδη σύλληψη πάνω στην οποία δομείται το οικοδόμημα των Μαθηματικών και γενικότερα όλων των θετικών επιστημών. Όπως ακριβώς δεν μπορεί κανείς να ορίσει με αυστηρό τρόπο το τί είναι αριθμός ή ευθεία, έτσι δε μπορεί να ορίσει αυστηρά και το τί είναι σύνολο. Ο άνθρωπος μαθαίνει και κατανοεί τις έννοιες αυτές όχι μόνο μέσω ορισμών αλλά κυρίως μέσω παραδειγμάτων. Έτσι, χρειαζόμαστε να επιστρατεύσουμε την ικανότητά μας αυτή για να αντιληφθούμε την έννοια του συνόλου.

Έστω λοιπόν το σύνολο X και τυχαίο στοιχείο x . Τότε είναι προφανές ότι μόνο ένα από τα παρακάτω μπορεί να ισχύει :

Το x ανήκει στο X ή το x δεν ανήκει στο X

και συμβολικά :

$x \in X$ ή $x \notin X$

Τα μαθηματικά στηρίζονται κατά βάση στη συνολοθεωρία και αυτή στηρίζεται εξ'ολοκλήρου σε ένα αξίωμα βασισμένο στη διχοτομία (ανήκει ή δεν ανήκει). Αμφισβητώντας τη διχοτομία, η κλασική συνολοθεωρία καταρρέει από τα θεμέλια της και τη θέση της παίρνει μία άλλη προσέγγιση, η θεωρία των ασαφών συνόλων.

1.1.2 Βασικοί ορισμοί

Ένα σύνολο X περιγράφεται με δύο τρόπους :

- Απαριθμώντας τα στοιχεία του (μόνο για σύνολα με πεπερασμένο αριθμό στοιχείων) :

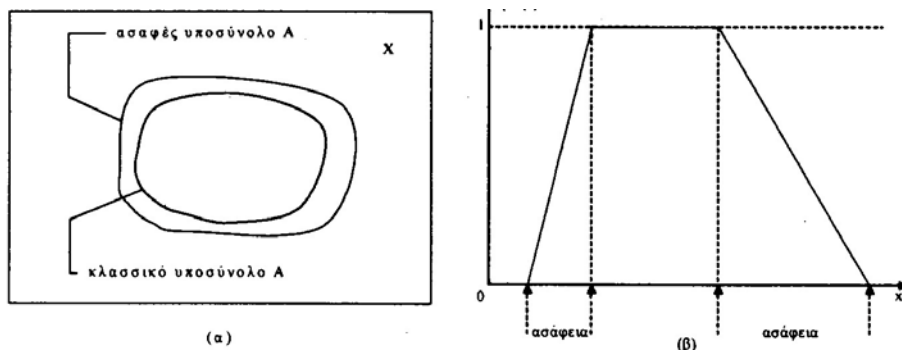
$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

- Ορίζοντας μία κοινή ιδιότητα που πρέπει να πληρούν τα στοιχεία του συνόλου. Βάσει αυτού του δεύτερου τρόπου, εξετάζονται όλα τα στοιχεία που ανήκουν στο υπερσύνολο αναφοράς. Εκείνα που πληρούν την κοινή ιδιότητα ανήκουν στο σύνολο, ενώ εκείνα που δεν την πληρούν, δεν ανήκουν.

Η έννοια του ασαφούς συνόλου βασίζεται στην ιδέα ότι ένα στοιχείο δεν είναι απαραίτητο να καθοριστεί μονοσήμαντα αν ανήκει ή όχι σε ένα σύνολο, αλλά μπορεί να ανήκει στο σύνολο σε κάποιο βαθμό που προσδιορίζεται από μία συνάρτηση συμμετοχής μ , η οποία παίρνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Έτσι, θεωρώντας ένα υπερσύνολο αναφοράς X , ένα ασαφές σύνολο A ορίζεται ως εξής :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, \mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]\}$$

Είναι φανερό ότι βάσει του ορισμού αυτού, ένα κλασικό σύνολο μπορεί να θεωρηθεί ως μία ειδική περίπτωση ενός ασαφούς συνόλου στο οποίο η συνάρτηση συμμετοχής παίρνει μόνο τις τιμές $\{0,1\}$.



Σχ.1.1: Γραφική παράσταση ασαφούς συνόλου A και της αντίστοιχης συνάρτησης συμμετοχής

Ένα ασαφές σύνολο A συμβολίζεται :

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \dots + \mu_A(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)/x_i$$

αν είναι πεπερασμένο και :

$$A = \int_X \mu_A(x)/x$$

αν είναι άπειρο .

Έστω το υπερσύνολο αναφοράς X και A ένα ασαφές υποσύνολο του X . Τότε :

- Το κλασικό υποσύνολο $\text{Supp}(A)$ του X καλείται στήριγμα (support) του ασαφούς υποσυνόλου όταν και μόνο όταν :

- $\text{supp}(A) = \{x \in X : \mu_A(x) \geq 0\}$

- Το κλασικό υποσύνολο $L_a A$ του X καλείται α -τομή (α -cut) του ασαφούς υποσυνόλου A , όταν και μόνο όταν :

$$L_a A = \{x \in X : \mu_A(x) \geq a\}$$

Εάν $A, B \subseteq X$, τότε :

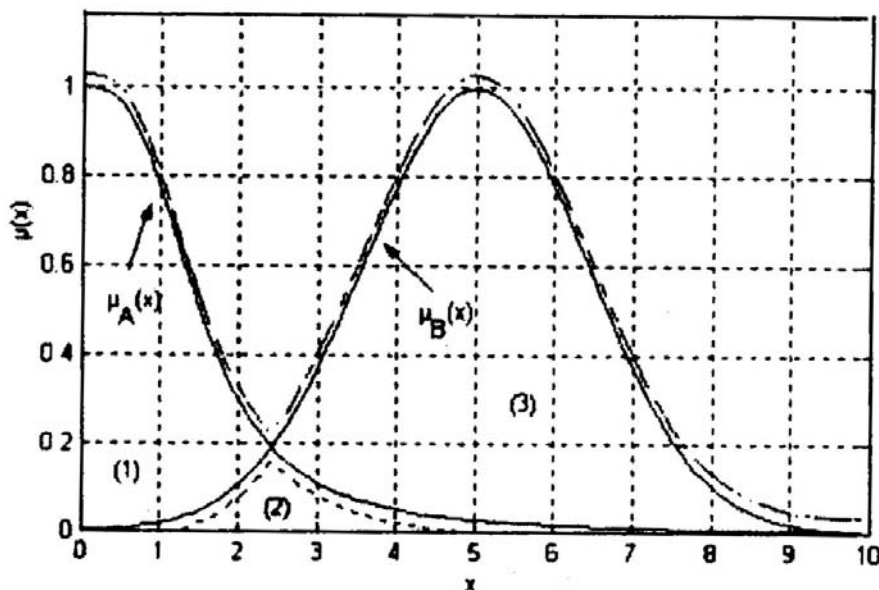
- $A = B$, όταν και μόνο όταν $\mu_A(x) = \mu_B(x)$
- $A \subseteq B$, όταν και μόνο όταν $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$
- $A \subset B$, όταν και μόνο όταν $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ και υπάρχει $y \in X$ τέτοιο ώστε $\mu_A(y) < \mu_B(y)$

1.1.3 Οι τρεις θεμελιώδεις πράξεις των ασαφών συνόλων

Κυρίαρχο ρόλο στην έννοια του ασαφούς συνόλου παίζει η συνάρτηση συμμετοχής (membership function), πάνω στην οποία δομούνται οι τρεις θεμελιώδεις πράξεις των ασαφών συνόλων:

- Τομή : $C = A \cap B = \{(x, \mu_C(x)) \mid x \in X, \mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))\}$
- Ένωση : $C = A \cup B = \{(x, \mu_C(x)) \mid x \in X, \mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))\}$
- Συμπλήρωμα : $A^c = \{(x, \mu_{A^c}(x)) \mid x \in X, \mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)\}$

Στο σχήμα 1.2 φαίνεται παράδειγμα της ένωσης και της τομής δύο ασαφών συνόλων



Σχ.1.2: Δύο ασαφή σύνολα, η τομή τους και η ένωσή τους

Για τις πράξεις αυτές ισχύουν οι γνωστές από τα κλασικά σύνολα ιδιότητες :

- De Morgan
- Αντιμετάθεση
- Προσεταιρισμός
- Επιμερισμός

1.1.4 Συναρτήσεις συμμετοχής

Όπως φάνηκε από τους παραπάνω ορισμούς, ένα ασαφές σύνολο περιγράφεται πλήρως από τη συνάρτηση συμμετοχής του. Αν και υπάρχουν άπειρες πιθανές μορφές της συνάρτησης αυτής, τρεις είναι οι συχνότερα χρησιμοποιούμενες :

i. Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής

Η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από τρεις παραμέτρους $\{a,b,c\}$. Ορίζεται από τη σχέση

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & , b \leq x \leq c \\ 0 & , c \leq x \end{cases}$$

ii. Τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής

Κατά αναλογία με την τριγωνική, η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από τέσσερις παραμέτρους $\{a,b,c,d\}$, και δίνεται από τη σχέση:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a \leq x \leq b \\ 1 & , b \leq x \leq c \\ \frac{c-x}{c-b} & , c \leq x \leq d \\ 0 & , d \leq x \end{cases}$$

iii. Συνάρτηση συμμετοχής Gauss

Η συνάρτηση συμμετοχής Gauss είναι η συχνότερα χρησιμοποιούμενη συνάρτηση συμμετοχής. Προσδιορίζεται από δύο παραμέτρους, το κέντρο c και τη διασπορά σ και δίνεται από τη σχέση :

$$\mu(x) = e^{-\frac{1(x-c)^2}{2\sigma}}$$

1.2 Ασαφής συλλογιστική

Ασαφής συλλογιστική ονομάζεται η μεθοδολογία εξαγωγής ασαφών συμπερασμάτων. Η ασαφής συλλογιστική βασίζεται σε τρεις θεμελιώδεις έννοιες :

- Γλωσσικές μεταβλητές
- Γενικευμένος κανόνας του θέτειν και του αναιρείν
- Ασαφείς σχέσεις

Οι τρεις αυτές έννοιες ορίζονται παρακάτω.

1.2.1 Γλωσσικές μεταβλητές και γλωσσικοί διαμορφωτές

Γλωσσική μεταβλητή είναι μια μεταβλητή η οποία παίρνει τιμές που εκφράζονται με λέξεις σε φυσική γλώσσα, σε αντιδιαστολή με τις απλές μεταβλητές, των οποίων οι τιμές εκφράζονται με αριθμούς. Παραδείγματα γλωσσικών μεταβλητών είναι η ηλικία, το μέγεθος, η ταχύτητα, το βάρος. Παραδείγματα αντίστοιχων τιμών είναι {μικρός, μεσαίος, μεγάλος}. Οι τιμές αυτές των γλωσσικών μεταβλητών παριστάνονται με τη χρήση ασαφών συνόλων και γι' αυτό ονομάζονται επίσης και ασαφείς μεταβλητές. Δηλώνονται, ως εξής :

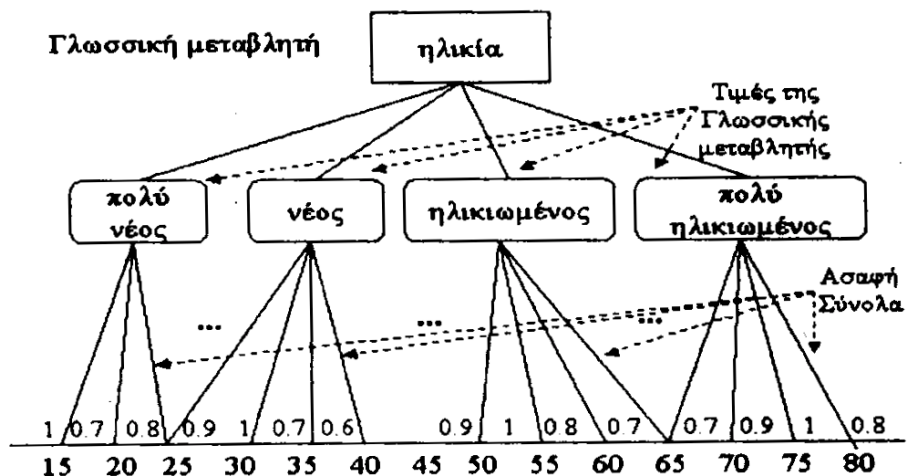
«X είναι A» , π.χ
 « η θερμοκρασία είναι υψηλή »
 «η ταχύτητα είναι χαμηλή»

Μαθηματικά, μια γλωσσική μεταβλητή περιγράφεται από την πεντάδα :

$\langle x, T(x), U, G, M \rangle$

όπου :

- x : Το όνομα της μεταβλητής
- $T(x)$: Το σύνολο των τιμών της
- U : Το υπερσύνολο αναφοράς πάνω στο οποίο δομείται το $T(x)$
- G : Ένας συντακτικός κανόνας που παράγει τα ονόματα των τιμών της x , δηλαδή τα ονόματα των ασαφών συνόλων
- M : Ένας σημασιολογικός κανόνας που αποδίδει νόημα στα ονόματα



Σχ.1.3: Γλωσσική μεταβλητή «ηλικία» και συναρτήσεις συμμετοχής των τιμών της

Γλωσσικός διαμορφωτής ονομάζεται ένας τελεστής που εφαρμοζόμενος σε μία τιμή (ασαφές σύνολο) μίας γλωσσικής μεταβλητής, μεταβάλλει το νόημα της. Έτσι, εάν A είναι το σύνολο τιμών της γλωσσικής μεταβλητής, τότε εφαρμόζοντας στα στοιχεία αυτού τον γλωσσικό τροποποιητή m προκύπτει ένα άλλο σύνολο τιμών B = m(A). Τυπικοί γλωσσικοί διαμορφωτές είναι :

$$\text{πολύ } A : \mu_{\text{πολύ}(A)}(x) = (\mu_A(x))^2$$

$$\text{σχεδόν } A : \mu_{\text{σχεδόν}(A)}(x) = (\mu_A(x))^{1/2}$$

$$\text{όχι } A : \mu_{\text{όχι}(A)}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

1.2.2 Γενικευμένοι Κανόνες του Θέτειν και του Αναιρείν (Modus ponens και Modus Tollens)

Είναι γνωστό ότι η κλασική λογική βασίζεται εξ'ολοκλήρου σε «λογικές ταυτολογίες». Οι κυριότερες από αυτές, στις οποίες ανάγονται όλες οι υπόλοιπες, είναι οι εξής :

$$\text{Modus Ponens} : \{A \wedge (A \rightarrow B)\} \rightarrow B \quad (\text{Κανόνας του θέτειν})$$

$$\text{Modus Tollens} : \{(A \rightarrow B) \wedge \sim B\} \rightarrow \sim A \quad (\text{Κανόνας του αναιρείν})$$

$$\text{Συλλογισμός} : \{(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)\} \rightarrow (A \rightarrow C) \quad (\text{Αλυσίδα})$$

$$\text{Αντιθετοαντιστροφή} : (A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$$

Οι κανόνες αυτοί αποτελούν τη βάση της κλασικής λογικής. Στην περίπτωση όμως της ασαφούς λογικής, είναι δυνατόν μία υπόθεση να μην ταυτίζεται με την υπόθεση της συνεπαγωγής αλλά να της μοιάζει αρκετά. Στην περίπτωση αυτή δε μπορεί να εφαρμοστεί ο κανόνας του θέτειν (Modus Ponens). Προκύπτει λοιπόν η ανάγκη ο κανόνας να γενικευθεί , ώστε να βρίσκει εφαρμογή και όταν τα A, B είναι ασαφή σύνολα.

Ο τροποποιημένος (ασαφής) κανόνας που προκύπτει ονομάζεται *γενικευμένος τρόπος του θέτειν* (Generalized Modus Ponens / GPM) και έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\text{Συνεπαγωγή} : \text{ΕΑΝ } x = A, \text{ ΤΟΤΕ } y = B$$

$$\text{Γεγονός} : x = A'$$

$$\text{Συμπέρασμα} : y = B'$$

όπου A , A' , B και B' είναι ασαφή σύνολα.

Ο κανόνας αυτός ονομάζεται επίσης και *ασαφής κανόνας του θέτειν* (fuzzy Modus Ponens).

Ο τροποποιημένος αυτός κανόνας μιμείται πολύ περισσότερο τον ανθρώπινο τρόπο σκέψης από ότι ο κλασικός, αφού λειτουργεί όχι μόνο κάτω από συνθήκες ταυτότητας, αλλά και κάτω από συνθήκες ομοιότητας. Το γεγονός αυτό έχει πολύ μεγάλη σημασία γιατί μειώνει δραστικά τον αριθμό κανόνων που επιβάλλεται να υπάρχει στη βάση γνώσης ενός ευφυούς συστήματος απόφασης ή ελέγχου.

Μια επέκταση του GMP είναι η εξής :

Συνεπαγωγή : R_1 : ΕΑΝ x_1 είναι A_1 ΚΑΙ... ΚΑΙ x_n είναι A_n , ΤΟΤΕ y είναι B

Γεγονός : x_1 είναι A'_1 ΚΑΙ... ΚΑΙ x_n είναι A'_n

Συμπέρασμα : y είναι B'

Όπου A_i , A'_i , B και B' είναι ασαφή σύνολα .

Μερικά εμπειρικά κριτήρια εφαρμογής του GMP, δηλαδή κριτήρια που συνδέουν το B' με το A_i , είναι τα ακόλουθα :

Κριτήριο	Γεγονός : x είναι A'	Συμπέρασμα : y είναι B'
1	x είναι A	y είναι B
2.1	x είναι πολύ A	y είναι πολύ B
2.2	x είναι πολύ A	y είναι B
3.1	x είναι περίπου A	y είναι περίπου B
3.2	x είναι περίπου A	y είναι B
4.1	x είναι όχι A	y είναι άγνωστο
4.2	x είναι όχι A	y είναι όχι B

Κατ' αναλογία με τον GMP προκύπτει ο γενικευμένος κανόνας του αναιρείν (Generalized Modus Tollens), ο οποίος έχει τη μορφή :

Συνεπαγωγή : ΕΑΝ x είναι A , ΤΟΤΕ y είναι B

Γεγονός : y είναι B'

Συμπέρασμα : x είναι A'

Ο κανόνας μεταπίπτει στον αντίστοιχο κλασικό όταν $A' = \sim A$, $B' = \sim B$. Οδηγεί σε αντίστροφο συλλογισμό (οδηγούμενο από το στόχο συμπέρασμα), ο οποίος εφαρμόζεται συνήθως σε προβλήματα διάγνωσης (έμπειρα διαγνωστικά συστήματα).

Μερικά εμπειρικά κριτήρια εφαρμογής του κανόνα :

Κριτήριο	Γεγονός : y είναι B'	Συμπέρασμα : x είναι A'
5	y είναι όχι B	x είναι όχι A
6	y είναι όχι πολύ B	x είναι όχι πολύ A
7	y είναι περίπου B	x είναι περίπου A
8.1	y είναι B	x είναι άγνωστο
8.2	y είναι B	x είναι A

1.2.3 Ασαφείς σχέσεις

Οι ασαφείς σχέσεις αποτελούν γενίκευση των συνήθων (κοφτών) σχέσεων και μας δίνουν τη δυνατότητα να χειριστούμε προβλήματα στα οποία υπάρχει αβεβαιότητα ή αμφιβολία , όπως π.χ. «το x είναι περίπου ίσο με το y » ή «το x είναι αρκετά όμοιο με το y ». Από μαθηματική σκοπιά, οι ασαφείς σχέσεις χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση ασαφών συνεπαγωγών και τη συλλογιστική με αυτές. Βρίσκουν εφαρμογή σε όλες τις περιοχές ασαφούς συλλογιστικής, όπως αναγνώριση προτύπων, λήψη αποφάσεων, αυτόματος έλεγχος κλπ.

i. Ασαφής σχέση

Εστω X και Y υπερσύνολα αναφοράς .Τότε , με τον όρο «ασαφής σχέση R » εννοούμε ένα ασαφές σύνολο στο Καρτεσιανό Γινόμενο $X \times Y = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$, το οποίο σύνολο χαρακτηρίζεται από τη συνάρτηση συμμετοχής μ_R :

$$\mu_R: X \times Y \rightarrow [0,1]$$

Στην ειδική περίπτωση που $X = Y$ έχουμε μία ασαφή σχέση επί του X . Η συνάρτηση συμμετοχής $\mu_R(x, y)$ παριστάνει για κάθε ζεύγος (x, y) το βαθμό σύνδεσης ανάμεσα στα x και y .

ii. Ασαφής σχεσιακή μήτρα

Αν τα υπερσύνολα αναφοράς X , Y είναι πεπερασμένα , δηλαδή $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ και $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$, τότε μία ασαφής σχέση R στο $X \times Y$ παριστάνεται και χρησιμοποιείται ως μήτρα $m \times n$:

$$R = [\mu_R(x_i, y_j)]$$

Η μήτρα αυτή ονομάζεται ασαφής σχεσιακή μήτρα και τα στοιχεία της έχουν τιμές μεταξύ 0 και 1.

iii. Πράξεις μεταξύ ασαφών σχέσεων

Οι πράξεις μεταξύ ασαφών σχέσεων ορίζονται κατ' αναλογία με τις πράξεις των ασαφών συνόλων. Έτσι , για τις ασαφείς σχέσεις R_1 και R_2 στο $X \times Y$ έχουμε :

$$\text{Τομή } R_1 \cap R_2 : \mu_{R_1 \cap R_2} = \min\{\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(x, y)\}$$

$$\text{Ένωση } R_1 \cup R_2 : \mu_{R_1 \cup R_2} = \max\{\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(x, y)\}$$

$$\text{Συμπλήρωμα } R_1^c : \mu_{R_1^c} = 1 - \mu_{R_1}(x, y)$$

$$\text{Έγκλειση } R_1 \subseteq R_2 : \mu_{R_1}(x, y) \leq \mu_{R_2}(x, y)$$

Οι πράξεις αυτές έχουν τις γνωστές ιδιότητες.

iv. Ασαφείς κανόνες

Ένας ασαφής κανόνας (συνεπαγωγή) :

$$A \rightarrow B$$

όπου A και B τα ασαφή σύνολα :

$$A = \{(x_i, \mu_A(x_i)) \mid x_i \in X\} \text{ και } B = \{(y_j, \mu_B(y_j)) \mid y_j \in Y\}$$

μπορεί να παρασταθεί με μια ασαφή σχέση :

$$R = \{(x_i, y_j), \mu_R(x_i, y_j) \mid x_i \in X, y_j \in Y\}$$

Το (i,j) στοιχείο της σχεσιακής μήτρας υπολογίζεται με τη χρήση διάφορων κανόνων. Οι πιο συνηθισμένοι από αυτούς είναι :

$$\text{Αριθμητικός κανόνας Zadeh : } \mu_R(x_i, y_j) = \min\{1, 1 - \mu_A(x_i), \mu_B(y_j)\}$$

$$\text{Κανόνας Mamdani : } \mu_R(x_i, y_j) = \min(\mu_A(x_i), \mu_B(y_j))$$

$$\text{Κανόνας μεγίστου (Zadex) : } \mu_R(x_i, y_j) = \max\{1 - \mu_A(x_i), \min(\mu_A(x_i), \mu_B(y_j))\}$$

v. Κανόνας ασαφούς συλλογιστικής Max-Min

Ο κανόνας ασαφούς συλλογιστικής max-min οφείλεται στον Zadeh και παρέχει έναν πολύ χρήσιμο τρόπο εξαγωγής συμπερασμάτων μέσα σε αβεβαιότητα. Η διατύπωσή του έχει ως εξής :

Δίνονται τα ασαφή σύνολα :

$$A = \{(x_i, \mu_A(x_i)) \mid x_i \in X\} \text{ και } B = \{(y_j, \mu_B(y_j)) \mid y_j \in Y\}$$

και μία ασαφής σχέση επί του $X \times Y$, δηλαδή :

$$R = \{(x_i, y_j), \mu_R(x_i, y_j) \mid x_i \in X, y_j \in Y\}$$

Τότε με δεδομένα τα A και R, το B δίνεται από τη σχέση :

$$B = A \circ R$$

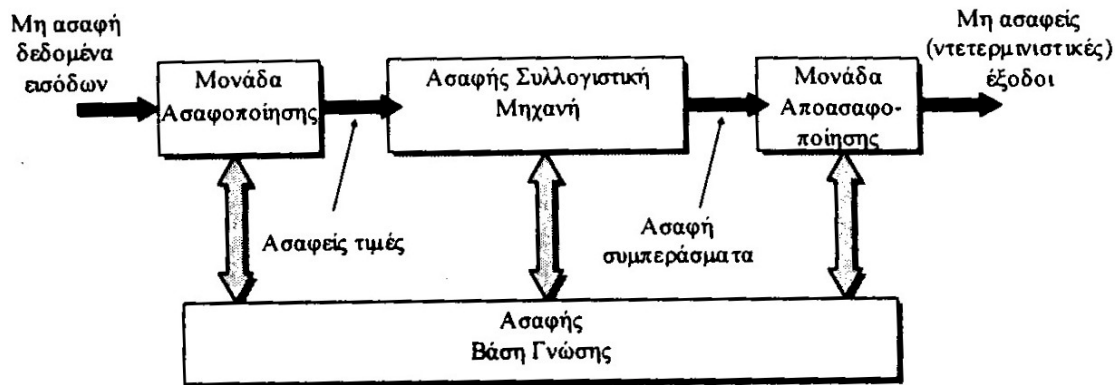
όπου : $\mu_B(x) = \max\{\min(\mu_A(x), \mu_R(x, y))\}$ και το \circ συμβολίζει τον τελεστή σύνθεσης max-min.

Η σύνθεση max-min είναι ένα από τα πιο σημαντικά αποτελέσματα της ασαφούς συλλογιστικής γιατί παρέχει ένα μαθηματικό τρόπο υλοποίησης του γενικευμένου κανόνα του θέτειν (modus ponens).

1.3 Ασαφή συστήματα

1.3.1 Αρχιτεκτονική ασαφών συστημάτων

Η γενική αρχιτεκτονική των ασαφών συστημάτων εικονίζεται στο σχήμα 1.4 και περιλαμβάνει τέσσερις μονάδες :



Σχ.1.4: Γενική αρχιτεκτονική ασαφούς συστήματος

1. Μία βάση κανόνων της μορφής EAN TOTE (ασαφής βάση γνώσης). Η βάση αυτή, περιέχει συνήθως, εκτός από τους ασαφείς κανόνες, και ένα τμήμα βάσης αριθμητικών δεδομένων τα οποία απαιτούνται για τη διαδικασία εξαγωγής των αποτελεσμάτων. Οι κανόνες της βάσης γνώσης λαμβάνονται συνήθως από εμπειρογνώμονες και πολλές φορές από διαδικασίες προσομοίωσης.

2. Μία ασαφή συλλογιστική μονάδα (μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων). Η μηχανή αυτή αποτελεί τον πυρήνα του ασαφούς συστήματος και περιέχει τη λογική λήψης αποφάσεων (π.χ. γενικευμένο κανόνα συναγωγής, κανόνα σύνθεσης min-max, κ.λπ).

3. Μία μονάδα ασαφοποίησης (ασαφοποιητική μονάδα διεπαφής), η οποία μετατρέπει τα δεδομένα εισόδου σε ασαφή σύνολα. Η μονάδα αυτή παραλαμβάνει τις μη ασαφείς τιμές εισόδου του συστήματος, απεικονίζει τις περιοχές μεταβολής των τιμών αυτών σε κατάλληλα υπερσύνολα αναφοράς και τέλος μετατρέπει τις τιμές αυτές σε ασαφή (ή γλωσσική) μορφή.

4. Μία μονάδα απο-ασαφοποίησης (απο-ασαφοποιητική μονάδα διεπαφής), η οποία μετατρέπει τα ασαφή συμπεράσματα/αποφάσεις σε σαφώς καθορισμένη μορφή. Η μονάδα αυτή απεικονίζει τις περιοχές μεταβολής των τιμών εξόδου σε κατάλληλα υπερσύνολα αναφοράς και μετατρέπει τα δεδομένα εξόδου σε ντετερμινιστική (μη ασαφή μορφή), για παραπέρα χρήση από επόμενα συστήματα ή διεργασίες απόφασης.

Παρακάτω αναλύονται καθένα από αυτά τα στοιχεία.

1.3.2 Μονάδα ασαφοποίησης

Ένας ασαφοποιητής υλοποιεί μία απεικόνιση από το σύνολο των πραγματικών τιμών εισόδου στο ασαφές σύνολο A του υπερσυνόλου αναφοράς X. Η απεικόνιση αυτή γίνεται με δύο τρόπους :

i. Μονότιμος ασαφοποιητής

Στον μονότιμο ασαφοποιητή (singleton fuzzifier), το ασαφές σύνολο A έχει στήριγμα , δηλαδή $\text{supp}A=x$, δηλαδή :

$$\mu_A(x') = \begin{cases} 1, x'=x \\ 0, x' \neq x \end{cases}$$

Αυτό σημαίνει μοναδιαία συνάρτηση συμμετοχής σε αυτό .

ii. Μη μονότιμος ασαφοποιητής

Σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε ότι $\mu_A(x)=1$ και ότι το $\mu_A(x')$ μικραίνει όσο το x' απομακρύνεται από το x . Παράδειγμα :

$$\mu_A(x') = \exp\left[-\frac{(x'-x)^T(x'-x)}{\sigma^2}\right]$$

όπου σ^2 είναι μία παράμετρος που καθορίζει τη μορφή του $\mu_A(x')$. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει τιμή του x που έχει τη μέγιστη συνάρτηση συμμετοχής (ίση με 1) στο ασαφές σύνολο A, αλλά όσο απομακρυνόμαστε από την τιμή αυτή , τόσο μειώνεται η τιμή της συνάρτησης συμμετοχής στο A. Στην πράξη χρησιμοποιείται συνήθως ο μονότιμος ασαφοποιητής, ενώ ο μη μονότιμος είναι καταλληλότερος όταν οι εισοδοί υπόκεινται σε θόρυβο.

1.3.3 Μονάδα απο-ασαφοποίησης

Απο-ασαφοποίηση είναι η διαδικασία της μετατροπής ενός ασαφούς συνόλου σε μία τιμή w_0 η οποία είναι η έξοδος του συστήματος. Οι κυριότερες μέθοδοι απο-ασαφοποίησης είναι οι εξής :

i. Μέθοδος κέντρου βάρους

Στη μέθοδο αυτή, η οποία είναι γνωστή ως μέθοδος COG (Center Of Gravity), η τιμή w_0 δίνεται από τη σχέση :

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i \mu_B(w_i)}{\sum_i \mu_B(w_i)}$$

ii. Μέθοδος μέσης τιμής μεγίστων

Στη μέθοδο αυτή το w_0 δίνεται από :

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i}{m}$$

όπου w_j είναι η τιμή που αντιστοιχεί στο j μέγιστο της συνάρτησης συμμετοχής. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή ως *μέθοδος MOM* (Mean Of Maxima).

iii. Μέθοδος του ύψους

Η μέθοδος αυτή υπολογίζει το w_0 ως μία μέση τιμή με βάρη h_i των αντιπροσωπευτικών σημείων w_i του B.

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i h_i}{\sum_i h_i}$$

Η επιλογή των αντιπροσωπευτικών σημείων w_i εξαρτάται από το εκάστοτε πρόβλημα και τη μορφή της συνάρτησης συμμετοχής.

iv. Τροποποιημένη μέθοδος κέντρου βάρους

Αποτελεί παραλλαγή της μεθόδου κέντρου βάρους. Το w_0 δίνεται από τη σχέση:

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i [\mu_B(w_i) / \delta_i]}{\sum_i \mu_B(w_i) / \delta_i}$$

όπου το δ_i χαρακτηρίζει το σχήμα της συνάρτησης συμμετοχής.

1.3.4 Ασαφής βάση γνώσης

Η ασαφής βάση γνώσης αποτελείται από μία σειρά κανόνων EAN - TOTE (IF - THEN) της μορφής :

$$R_1 : \text{EAN } x_1 \text{ είναι } A_1^l \text{ ΚΑΙ... ΚΑΙ } x_n \text{ είναι } A_n^l, \text{ TOTE } y \text{ είναι } B^l$$

όπου A_i^l και B^l είναι ασαφή σύνολα επί των $X \subset R$ και $Y \subset R$ αντίστοιχα και $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ και y είναι γλωσσικές μεταβλητές.

Εύκολα αποδεικνύεται ότι η παραπάνω μορφή των κανόνων εμπεριέχει τις περιπτώσεις των :

- Κανόνων με ελλιπείς συνθήκες
- Κανόνων με Ή (OR) στις συνθήκες τους
- Δηλώσεων γεγονότων (αφήνοντας το τμήμα της συνθήκης κενό)
- Κανόνων με ΕΚΤΟΣ EAN (UNLESS)
- Μη ασαφών κανόνων

Οι ασαφείς κανόνες κατασκευάζονται είτε από εμπειρογνώμονες, είτε από αλγόριθμους εκπαίδευσης βασισμένους σε δεδομένα μετρήσεων.

Για τον προσδιορισμό της μορφής των A'_i και B'_i , υπάρχουν οι ακόλουθες μέθοδοι :

- Αν οι κανόνες καθορίζονται από εμπειρογνώμονα, πρέπει αυτός να καθορίσει τη μορφή τους.
- Αν οι κανόνες καθορίζονται με βάση τα δεδομένα μετρήσεων, τότε χρησιμοποιούμε κάποια αυθαίρετη μορφή (συνήθως τριγωνικές, Gauss και τραπεζοειδείς). Κάθε τέτοια συνάρτηση συνοδεύεται από κάποιες παραμέτρους οι οποίες πρέπει να καθοριστούν βάσει των πειραματικών δεδομένων.

1.3.5 Μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού

Ο κυριότερος μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού είναι η μέθοδος Mamdani, η οποία λειτουργεί ως εξής :

Θεωρούμε μία ασαφή βάση γνώσης που αποτελείται από 2 κανόνες και 2 εισόδους.

Κανόνας 1 : ΕΑΝ x είναι A_1 ΚΑΙ y είναι B_1 ΤΟΤΕ z είναι C_1

Κανόνας 2 : ΕΑΝ x είναι A_2 ΚΑΙ y είναι B_2 ΤΟΤΕ z είναι C_2

Όπου A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 και C_2 είναι ασαφή σύνολα .

Θεωρώντας ένα διάνυσμα εισόδου (x_0, y_0) , η διαδικασία συλλογισμού ακολουθεί τα εξής βήματα :

- Βήμα 1 : Υπολογίζουμε την δύναμη (προσαρμοστικότητα) κάθε κανόνα για το διάνυσμα εισόδου :

$$\text{Προσαρμοστικότητα κανόνα 1 : } \mu_1 = \min\{\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0)\}$$

$$\text{Προσαρμοστικότητα κανόνα 2 : } \mu_2 = \min\{\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0)\}$$

- Βήμα 2 : Εφαρμόζουμε την προσαρμοστικότητα που προκύπτει από το Βήμα 1 στα ασαφή σύνολα της εξόδου κάθε κανόνα για να λάβουμε το συμπέρασμα του κανόνα :

$$\text{Συμπέρασμα κανόνα 1 : } \mu_{C_1}(x_0) = \min\{\mu_1, \mu_{C_1}(z)\} \forall z \in Z$$

$$\text{Συμπέρασμα κανόνα 2 : } \mu_{C_2}(x_0) = \min\{\mu_2, \mu_{C_2}(z)\} \forall z \in Z$$

- Βήμα 3 : Συνδυάζουμε τα αποτελέσματα των κανόνων για να λάβουμε το συνολικό (τελικό) αποτέλεσμα .

$$\text{Ολικό αποτέλεσμα : } \mu_C(z) = \min\{\mu_{C_1}(z), \mu_{C_2}(z)\}$$

Γενικεύοντας τα παραπάνω για m εισόδους και n κανόνες, ορίζουμε την προσαρμοστικότητα του i κανόνα ως εξής :

$$\mu_i = \min\{\mu_{A_1^i}(x_1), \dots, \mu_{A_m^i}(x_m), \mu_{B^i}(y)\}$$

Όπου A_1^i, \dots, A_m^i είναι τα ασαφή σύνολα εισόδου και B^i το ασαφές σύνολο εξόδου του κανόνα i , ενώ το τελικό συμπέρασμα δίνεται από τη σχέση :

$$\mu_C(z) = \min\{\mu_{C_1}(z), \mu_{C_2}(z), \dots, \mu_{C_n}(z)\}$$

Αντικαθιστώντας τον τελεστή \min με άλλους τελεστές, προκύπτουν διαφορετικοί μηχανισμοί συλλογισμού.

Κεφάλαιο 2
Νευρωνικά Δίκτυα

2 ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται οι βασικές έννοιες που σχετίζονται με το αντικείμενο της εργασίας. Συγκεκριμένα γίνεται αρχικά μία εισαγωγή στα νευρωνικά δίκτυα και στις ιδιότητες που τα καθιστούν κατάλληλα για την επίλυση του προβλήματος μας. Στη συνέχεια δίνονται οι βασικές αρχές στις οποίες βασίζεται η λειτουργία των ταξινομητών προτύπων. Ακολουθεί μία εισαγωγή στις βασικές αρχές της ομαδοποίησης προτύπων (clustering) και της ενισχυτική μάθησης.

2.1 Βασικές έννοιες

2.1.1 Εισαγωγή

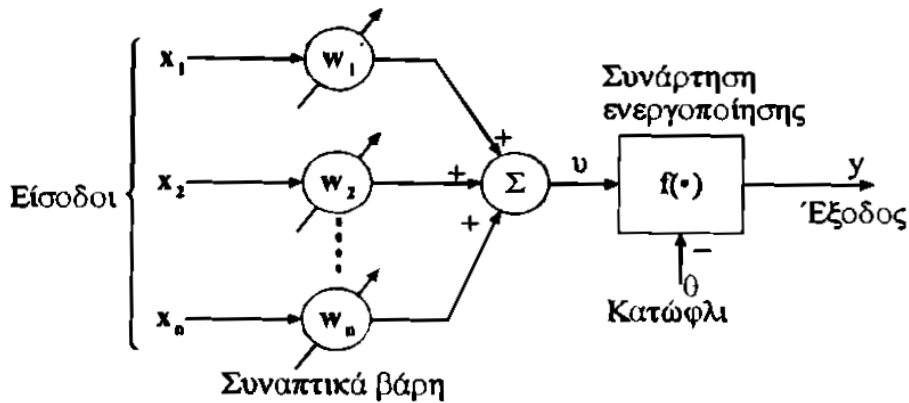
Τα νευρωνικά δίκτυα (ΝΔ) εκτελούν υπο-συμβολική επεξεργασία πληροφορίας, η οποία βασίζεται στη λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου και επικαλούνται την ιδέα της μοντελοποίησης του *μαύρου κουτιού*, χρησιμοποιώντας μοντέλα του ανθρώπινου εγκεφάλου τα οποία εμπνέονται από τη βιολογία και τη νευροφυσιολογία.

Για τη χρήση των μοντέλων αυτών διατίθενται μέθοδοι που υλοποιούν πολύπλοκες συναρτήσεις και λειτουργίες. Για την εφαρμογή των μεθόδων αυτών δεν απαιτείται ρητή γνώση, σε αντίθεση με ότι συμβαίνει κατά την εφαρμογή συμβολικών μεθόδων της τεχνητής νοημοσύνης, οι οποίες βασίζονται στη λογική. Στα συμβολικά συστήματα τεχνητής νοημοσύνης, η γνώση παριστάνεται ρητά π.χ. με κανόνες. Στην υποσυμβολική προσέγγιση δε δίνεται η υπό εξέταση σχέση ρητά, αλλά κωδικοποιείται στη δομή του νευρωνικού δικτύου.

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, είναι συστήματα μεγάλης κλίμακας τα οποία περιέχουν ένα μεγάλο αριθμό μη γραμμικών επεξεργαστών ειδικού τύπου, οι οποίοι καλούνται *νευρόνια*. Κάθε νευρωνικό δίκτυο χαρακτηρίζεται από μια κατάσταση, ένα σύνολο εισόδων με βάρη που προέρχονται από άλλα νευρόνια και μία εξίσωση, η οποία περιγράφει τη δυναμική λειτουργία του ΝΔ. Τα βάρη του ΝΔ ανανεώνονται (παιρνουν δηλαδή νέες τιμές) μέσω μίας διαδικασίας εκπαίδευσης, η οποία πραγματοποιείται με την ελαχιστοποίηση κάποιας συνάρτησης κόστους, ανανεώνοντας βήμα προς βήμα τα βάρη. Οι βέλτιστες τιμές των βαρών αποθηκεύονται (ως δυνάμεις των διασυνδέσεων μεταξύ των νευρονίων) και χρησιμοποιούνται κατά την εκτέλεση της εργασίας για την οποία προορίζεται το ΝΔ. Τα ΝΔ είναι κατάλληλα για προβλήματα στα οποία ο συνήθης υπολογισμός δεν είναι αποδοτικός, π.χ. μηχανική όραση, αναγνώριση προτύπων, αναγνώριση φωνής, αυτόματο έλεγχο κ.λπ.

2.1.2 Το μοντέλο του τεχνητού νευρονίου

Η δομική μονάδα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι, όπως προαναφέρθηκε, το νευρόνιο. Το βασικό μοντέλο τεχνητού νευρονίου, δημιουργήθηκε από τους McCulloch – Pitts και έχει τη δομή που φαίνεται στο σχήμα 2.1



Σχ.2.1: Βασικό μοντέλο τεχνητού νευρονίου

Το νευρόνιο αυτό είναι η θεμελιώδης μονάδα επεξεργασίας της πληροφορίας και αποτελείται από τα εξής βασικά στοιχεία :

- Ένα σύνολο κλάδων διασύνδεσης
- Ένα κόμβο γραμμικής άθροισης
- Μια συνάρτηση ενεργοποίησης (μη γραμμική)

Σε κάθε κλάδο διασύνδεσης (σύναψη), αντιστοιχεί ένα βάρος (weight). Ανάλογα με το αν η τιμή του βάρους αυτού είναι θετική ή αρνητική, η σύναψη χαρακτηρίζεται διεγερτικού ή αναχαιτιστικού τύπου αντίστοιχα. Τα σήματα εισόδου κάθε κλάδου πολλαπλασιασμένα με το βάρος που αντιστοιχεί στον κλάδο αυτό, εισάγονται στον κόμβο άθροισης. Ο κόμβος άθροισης δηλαδή, λειτουργεί ως μια μονάδα γραμμικού συνδυασμού των σημάτων εισόδου. Η τιμή της εξόδου του κόμβου άθροισης, ελαττωμένη κατά μία τιμή θ (κατώφλι) εφαρμόζεται στη συνάρτηση ενεργοποίησης (squashing function), η οποία περιορίζει το εύρος τιμών της εξόδου του νευρονίου σε ένα πεπερασμένο εύρος τιμών (συνήθως $[0,1]$ ή $[-1,1]$).

Σύμφωνα με τα παραπάνω λοιπόν, η έξοδος του νευρονίου περιγράφεται από τις παρακάτω εξισώσεις :

$$u = \sum_{i=1}^N w_i x_i$$

και

$$y = f(u - \theta) \quad , \theta > 0$$

όπου $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ είναι οι εισοδοι κάθε κόμβου, $w_i (i = 1, 2, \dots, n)$ τα βάρη που αντιστοιχούν σε κάθε κόμβο, u είναι η είσοδος του κόμβου άθροισης, θ η τιμή κατωφλιού, $f(\cdot)$ η συνάρτηση ενεργοποίησης και y η έξοδος του νευρονίου.

Προφανώς, καθοριστικό ρόλο για τη συμπεριφορά του νευρονίου έχει η συνάρτηση ενεργοποίησης, η οποία έχει συνήθως μία από τις ακόλουθες μορφές :

i. Συνάρτηση κατωφλίου

$$f(u) = \begin{cases} 1, u \geq 0 \\ 0, u < 0 \end{cases}$$

Το αντίστοιχο νευρόνιο έχει τις εξισώσεις :

$$u = \sum_{i=1}^N w_i x_i - \theta$$

και

$$y = \begin{cases} 1, u \geq 0 \\ 0, u < 0 \end{cases}$$

ii. Συνάρτηση γραμμική κατά τμήματα

$$f(u) = \begin{cases} 0, u \leq -1/2 \\ u, -1/2 < u < 1/2, \\ 1, u \geq 1/2 \end{cases}$$

Η συνάρτηση αυτή παριστάνει ένα γραμμικό ενισχυτή με κορεσμό και μεταπίπτει στη λογική κατωφλίου, αν η απολαβή του ενισχυτή γίνει πάρα πολύ μεγάλη (θεωρητικά άπειρη)

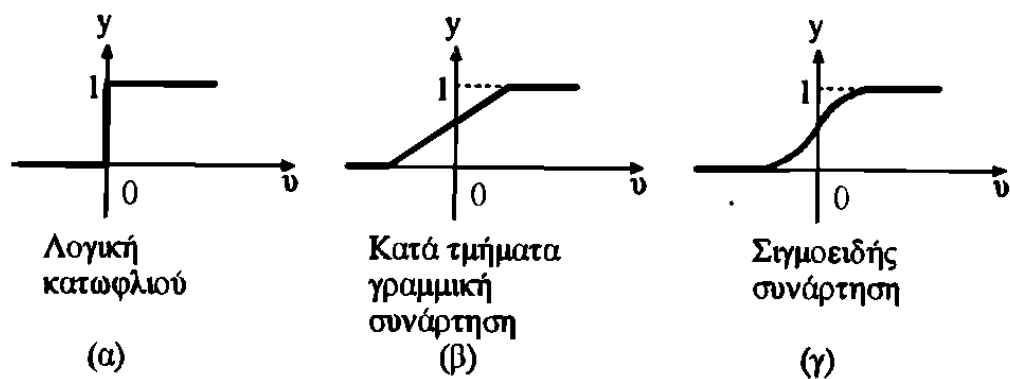
iii. Σιγμοειδής συνάρτηση

Η σιγμοειδής συνάρτηση είναι η ευρύτερα χρησιμοποιούμενη συνάρτηση ενεργοποίησης και μπορεί να οριστεί με πολλούς τρόπους. Ένας από αυτούς είναι η λογιστική συνάρτηση :

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda u}}$$

Για διαφορετικές τιμές του λ παίρνουμε συναρτήσεις ενεργοποίησης με διαφορετική κλίση.

Οι παραπάνω μορφές της συνάρτησης ενεργοποίησης φαίνονται στο σχήμα 2.2



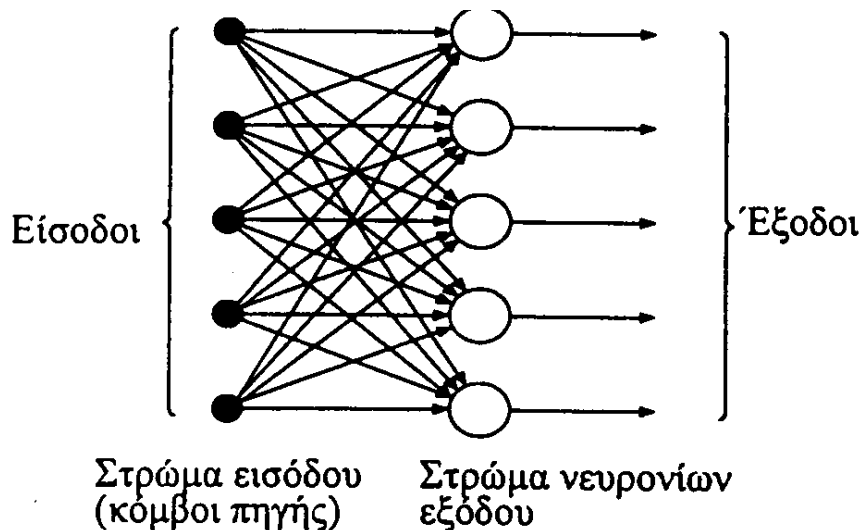
Σχ.2.2: Συνήθεις μορφές της συνάρτησης ενεργοποίησης

2.1.3 Αρχιτεκτονική νευρωνικών δικτύων

Το μοντέλο του τεχνητού νευρονίου που παρουσιάστηκε παραπάνω αποτελεί τη δομική μονάδα κάθε νευρωνικού δικτύου και κάθε νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα πλήθος τέτοιων νευρονίων οργανωμένων σε στρώματα. Κατά συνέπεια το κύριο χαρακτηριστικό που διαφοροποιεί ένα νευρωνικό δίκτυο από ένα άλλο είναι η τοπολογική δομή του, δηλαδή το πλήθος των στρωμάτων νευρονίων και ο τρόπος με τον οποίο αυτά συνδέονται μεταξύ τους. Ανάλογα με την τοπολογία αυτή, τα νευρωνικά δίκτυα χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες.

ι. Νευρωνικά δίκτυα προστροφοδότησης (feedforward)

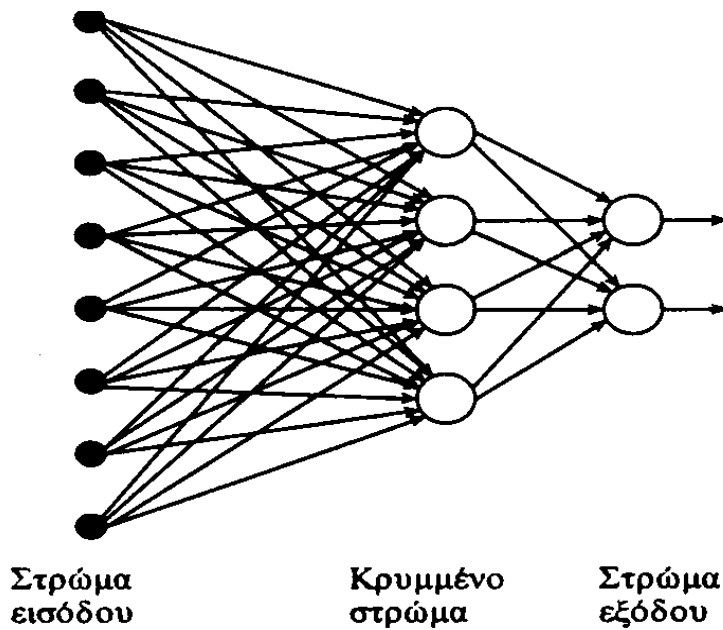
Η απλούστερη περίπτωση ενός τέτοιου νευρωνικού δικτύου, του οποίου τα νευρόνια είναι οργανωμένα σε στρώματα, είναι το δίκτυο του σχήματος 2.3. Το δίκτυο αυτό χαρακτηρίζεται *νευρωνικό δίκτυο προστροφοδότησης* ενός στρώματος (το στρώμα εισόδου δεν προσμετράται καθώς δε γίνεται σε αυτό κανένας υπολογισμός). Ένα τέτοιο δίκτυο συσχετίζει ουσιαστικά ένα πρότυπο εισόδου με ένα αντίστοιχο πρότυπο εξόδου και αποθηκεύει την πληροφορία στα βάρη.



Σχ.2.3: Μονοστρωματικό νευρωνικό δίκτυο προστροφοδότησης

Σε μία γενικευμένη εκδοχή του παραπάνω μοντέλου, ένα νευρωνικό δίκτυο προστροφοδότησης περιέχει, μεταξύ του στρώματος εισόδου και του στρώματος εξόδου, ένα ή περισσότερα ενδιάμεσα στρώματα νευρονίων τα οποία χαρακτηρίζονται «κρυμμένα στρώματα». Τα δίκτυα αυτά ονομάζονται πολυστρωματικά ΝΔ προστροφοδότησης. Οι τιμές των κόμβων εισόδου εισέρχονται στο πρώτο κρυμμένο στρώμα, οι εξοδοι του πρώτου ως είσοδοι στο δεύτερο κ.ο.κ, έως ότου το σήμα καταλήξει τελικά στο στρώμα εξόδου, το οποίο υπολογίζει τη συνολική απόκριση του δικτύου στο πρότυπο εισόδου που του δόθηκε.

Ανάλογα με το αν κάθε κόμβος ενός στρώματος του δικτύου συνδέεται με κάθε κόμβο των γειτονικών στρωμάτων ή όχι, το δίκτυο χαρακτηρίζεται πλήρως ή μερικά διασυνδεδεμένο αντίστοιχα. Στο σχήμα 2.4 φαίνεται ένα παράδειγμα ΝΔ προστροφοδότησης με ένα στρώμα εισόδου 8 κόμβων, ένα κρυμμένο στρώμα 4 κόμβων και ένα στρώμα εξόδου με 2 κόμβους.

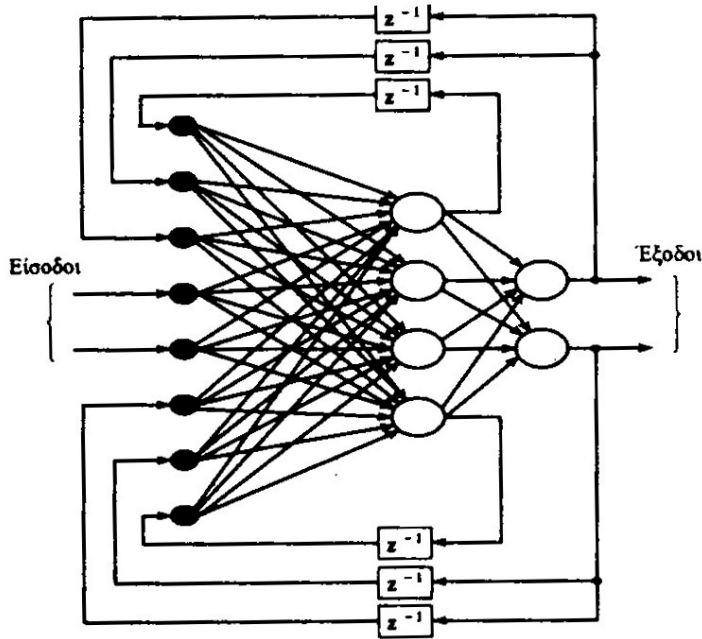


Σχ.2.4: Πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο προστροφοδότησης 8-4-2

ii. Νευρωνικά δίκτυα ανατροφοδότησης (recurrent)

Ένα ΝΔ το οποίο περιέχει τουλάχιστον ένα βρόχο, ο οποίος ανακυκλώνει πληροφορία μέσω του ίδιου ή των προηγούμενων στρωμάτων, ονομάζεται *αναδρομικό ΝΔ* ή *ΝΔ ανατροφοδότησης*. Η ύπαρξη βρόχων ανατροφοδότησης έχει ως αποτέλεσμα, όταν ένα πρότυπο εισόδου εισέρχεται στο αναδρομικό ΝΔ, να μην παράγεται μία έξοδος σε ένα πεπερασμένο αριθμό βημάτων όπως συμβαίνει στα ΝΔ προστροφοδότησης. Αντί αυτού, δρα κατά κυκλικό τρόπο και ενεργοποιεί επαναληπτικά τα ίδια στρώματα. Κατά τον τρόπο αυτό, αν το ΝΔ είναι ευσταθές, θα ταλαντωθεί για κάποιο πεπερασμένο χρονικό διάστημα και θα καταλήξει σε μία τελική σταθερή κατάσταση. Διαφορετικά, αν το ΝΔ είναι ασταθές, οι ταλαντώσεις θα συνεχιστούν επ' άοριστο. Συνεπώς, κατά την εκπαίδευση ενός τέτοιου δικτύου επιδιώκουμε να βρούμε το σύνολο των συνοπτικών βαρών που του επιτρέπουν να σταθεροποιεί τις επιθυμητές τιμές εξόδου.

Στο σχήμα 2.5 φαίνεται ένα παράδειγμα ΝΔ ανατροφοδότησης με ένα κρυμμένο στρώμα. Το δίκτυο αυτό είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα δικτύου τύπου *Hopfield*. Οι συνδέσεις ανατροφοδότησης μπορούν να ξεκινούν είτε από το κρυμμένο στρώμα είτε από το στρώμα εξόδου. Η ύπαρξη των βρόχων αυτών έχει ιδιαίτερα ευεργετική επίδραση στην ικανότητα μάθησης και στη συνολική συμπεριφορά του ΝΔ.



Σχ.2.5: Νευρωνικό δίκτυο ανατροφοδότησης με ένα κρυμμένο στρώμα

2.1.4 Μάθηση

Η μάθηση είναι μία θεμελιώδης ικανότητα των νευρωνικών δικτύων, η οποία τους επιτρέπει να μαθαίνουν από το περιβάλλον τους και να βελτιώνουν τη συμπεριφορά τους με το πέρασμα του χρόνου. Η μάθηση αναφέρεται στη διεργασία επίτευξης μίας επιθυμητής συμπεριφοράς μέσω της ανανέωσης των τιμών των συναπτικών βαρών. Αλγόριθμος μάθησης είναι ένα προκαθορισμένο σύνολο καλά ορισμένων κανόνων επίλυσης του προβλήματος μάθησης του ΝΔ. Ανάλογα με το περιβάλλον στο οποίο εργάζεται κάθε ΝΔ, οι αλγόριθμοι μάθησης που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευσή του χωρίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες :

i. Επιβλεπόμενη μάθηση

Η επιβλεπόμενη μάθηση βασίζεται σε δύο κύρια συστατικά : Το δάσκαλο και το σύστημα μάθησης .

Το κύριο χαρακτηριστικό της επιβλεπόμενης μάθησης είναι η ύπαρξη ενός εξωτερικού δασκάλου, ο οποίος είναι σε θέση να διδάξει στο ΝΔ τις επιθυμητές εξόδους που αντιστοιχούν σε ένα σύνολο εισόδων. Όταν το ΝΔ λαμβάνει ως είσοδο ένα διάνυσμα εισόδου, ο δάσκαλος δίνει στο ΝΔ μία έξοδο η οποία παριστάνει τη βέλτιστη ενέργεια που πρέπει να κάνει το δίκτυο. Η διαδικασία μάθησης συνίσταται στο να ανανεώνει το ΝΔ τα βάρη του κατά τέτοιο τρόπο ώστε σταδιακά η συμπεριφορά του να προσεγγίζει τη συμπεριφορά του δασκάλου.

Για να επιτευχθεί αυτό ορίζουμε μία συνάρτηση σφάλματος :

$$J = 1/2 \cdot E(y - d)^2$$

όπου y είναι η έξοδος που δίνει ως αποτέλεσμα το ΝΔ, d είναι η έξοδος που δίνει ο δάσκαλος ως προτεινόμενη λύση και w είναι το σύνολο των παραμέτρων του δικτύου

που ανανεώνονται κατά τη διαδικασία της μάθησης. Προφανώς, σκοπός της μάθησης είναι να μειωθεί σταδιακά η τιμή της συνάρτησης αυτής.

Για την εκπαίδευση ενός δικτύου βάσει αυτής της συνάρτησης χρησιμοποιούνται κυρίως δύο αλγόριθμοι : Ο αλγόριθμος Ελαχίστου Μέσου Τετραγώνου και ο αλγόριθμος Ανάστροφης Διάδοσης .

ii. Ενισχυτική μάθηση

Κατά την ενισχυτική μάθηση, το ΝΔ τροφοδοτείται με πρότυπα εισόδου αλλά δεν του δίνονται και οι επιθυμητές αποκρίσεις στο κάθε πρότυπο. Αντί αυτού, όταν το δίκτυο παράγει μία έξοδο, του δίνεται ως απάντηση ένας δείκτης που αποτιμά την συμπεριφορά του.

Η βασική ιδέα στην οποία βασίζεται η ενισχυτική μάθηση είναι ότι αν μία ενέργεια του συστήματος ακολουθείται από κάποιας μορφής επιβράβευση, η τάση του συστήματος να παράγει αυτή την ενέργεια ενισχύεται. Αντίθετα, αν κάποια ενέργειά του ακολουθείται από κάποιας μορφής τιμωρία, η τάση του να παράγει την ενέργεια αυτή εξασθενεί .

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η ενισχυτική μάθηση λειτουργεί ως εξής :

- Το δίκτυο δέχεται ως ερέθισμα ένα διάνυσμα εισόδου και παράγει ως αποτέλεσμα μία έξοδο, όπως αυτή προκύπτει με τις τρέχουσες τιμές των βαρών.
- Το σύστημα αξιολογεί την έξοδο και παράγει ως μέτρο της αξιολόγησης αυτής ένα ενισχυτικό σήμα, το οποίο τροφοδοτείται στο δίκτυο.
- Με βάση το ενισχυτικό σήμα, το σύστημα τείνει να αυξάνει τα βάρη εκείνα που συμβάλλουν στην καλή συμπεριφορά και να μειώνει εκείνα που προκαλούν κακή συμπεριφορά.
- Το δίκτυο αναζητά ένα σύνολο βαρών τα οποία τείνουν να αποφεύγουν να λαμβάνουν αρνητικά ενισχυτικά σήματα.

Η ενισχυτική μάθηση χωρίζεται σε συσχετιστική και μη-συσχετιστική. Στην πρώτη περίπτωση, το σύστημα, εκτός από το ενισχυτικό σήμα, τροφοδοτείται και με άλλες πληροφορίες από τις οποίες πρέπει να μάθει μια απεικόνιση με τη μορφή αιτίου-αποτελέσματος. Αντίθετα, στη δεύτερη περίπτωση, το δίκτυο τροφοδοτείται αποκλειστικά με το ενισχυτικό σήμα και σκοπός του δικτύου είναι να μάθει αποκλειστικά μία μοναδική βέλτιστη ενέργεια και όχι να συσχετίσει διάφορες ενέργειες με διαφορετικά ερεθίσματα.

iii. Μη επιβλεπόμενη μάθηση (αυτο-οργανούμενη μάθηση)

Σε αυτό τον τύπο μάθησης δεν χρησιμοποιείται εξωτερικός δάσκαλος για να επιβλέψει την εκπαίδευση του ΝΔ. Το δίκτυο, αντί να μάθει συγκεκριμένα ζευγάρια εισόδου – εξόδου, μαθαίνει ένα μέτρο της ποιότητας της παράστασης. Οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου, προσαρμόζονται έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το μέτρο αυτό. Πρακτικά αυτό που συμβαίνει είναι ότι το δίκτυο συντονίζεται στις στατιστικές ομαλότητες των δεδομένων εισόδου και δημιουργεί εσωτερικά παραστάσεις για την κωδικοποίηση των ιδιοτήτων εισόδου. Βάσει αυτών παράγει αυτόματα νέες κατηγορίες.

Η μη επιβλεπόμενη μάθηση μπορεί να συνδυαστεί με την επιβλεπόμενη μάθηση σε ένα πολυστρωματικό δίκτυο προσοτροφodότησης εκπαιδευόμενο με τον αλγόριθμο ανάστροφης διάδοσης για να επιταχύνει τη διαδικασία μάθησης.

2.1.5 Εφαρμογές

Ανάλογα με τη δομή και τον αλγόριθμο μάθησής του, ένα νευρωνικό δίκτυο είναι ικανό να λύσει ένα πλήθος προβλημάτων όπως :

- *Προσέγγιση συναρτήσεων* : Θεωρούμε μία άγνωστη μη γραμμική συνάρτηση $y = f(x)$, όπου $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ το διάνυσμα μεταβλητών εισόδου και Y είναι μία βαθμωτή μεταβλητή εξόδου. Δίνοντας στο σύστημα ένα σύνολο ζευγών εισόδου – εξόδου, το πρόβλημα είναι να βρεθεί νευρωνικό δίκτυο το οποίο να αναπαριστά τη συνάρτηση. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί με τη χρήση επιβλεπόμενης μάθησης.

- *Πρόβλημα αντιστοίχισης* : Χωρίζεται σε δύο υποκατηγορίες. Στο πρόβλημα αυτοσυσχέτισης, το ΝΔ αποθηκεύει ένα σύνολο διανυσμάτων που του έχουν παρουσιαστεί. Στη συνέχεια, του δίνονται ως εισοδοί ελλειπείς ή παραμορφωμένες από θόρυβο παραλλαγές των αρχικών διανυσμάτων και το ΝΔ καλείται να τις συσχετίσει με τα αποθηκευμένα πρότυπα. Το πρόβλημα της ετεροσυσχέτισης έγκειται στην αντιστοίχιση ενός διανύσματος εισόδου με ένα διάνυσμα εξόδου. Τα προβλήματα αυτά λύνονται με ενισχυτική και επιβλεπόμενη μάθηση αντίστοιχα.

- *Ταξινόμηση προτύπων* : Εδώ ζητείται να ταξινομηθεί ένας δεδομένος αριθμός εισόδων (προτύπων) σε ένα σταθερό σύνολο δεδομένων κατηγοριών. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί τόσο με επιβλεπόμενη όσο και με μη επιβλεπόμενη μάθηση. Στην πρώτη περίπτωση το νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύεται με ένα σύνολο ζευγών «πρότυπο εισόδου - κατηγορία » και ακολούθως καλείται να ταξινομήσει πρότυπα που δεν έχει δει προηγουμένως. Μη επιβλεπόμενη μάθηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν δεν διατίθεται προγενέστερη γνώση των κατηγοριών στις οποίες πρόκειται να ταξινομηθούν τα πρότυπα εισόδου.

- *Πρόβλημα ομαδοποίησης προτύπων (clustering)* : Το πρόβλημα της ομαδοποίησης προτύπων είναι ένα πρόβλημα μη επιβλεπόμενης ταξινόμησης προτύπων στο οποίο δεν είναι διαθέσιμα πρότυπα εκπαίδευσης. Οι αλγόριθμοι ταξινομούν τα πρότυπα σε ομάδες μέσω της φυσικής αντιστοίχισης, σύμφωνα με ορισμένα μέτρα ομοιότητας.

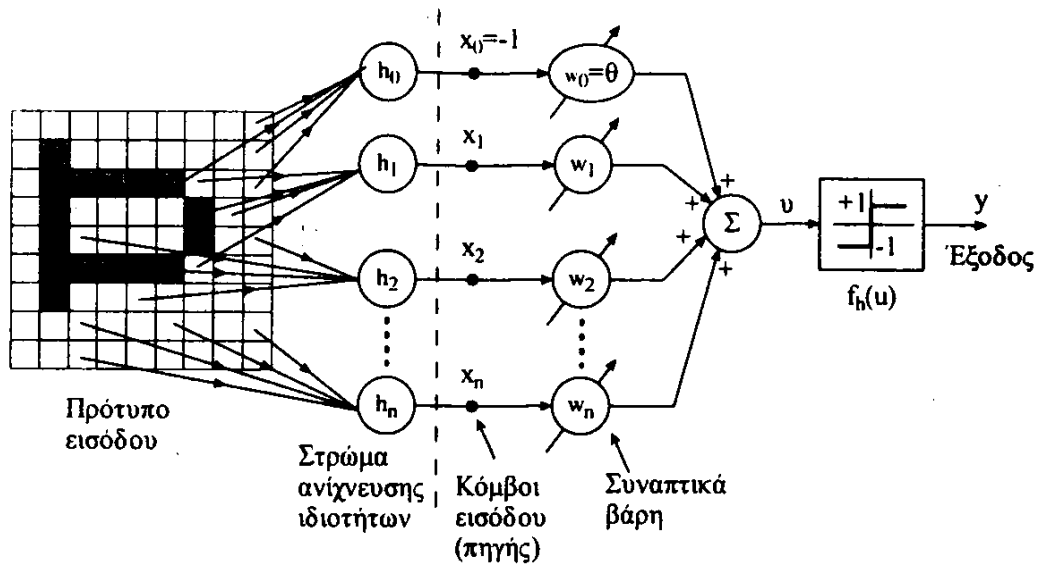
2.2 Ταξινόμηση προτύπων

2.2.1 Το πρόβλημα της ταξινόμησης

Το πρόβλημα της ταξινόμησης προτύπων αφορά την ταξινόμηση ενός διανύσματος εισόδου σε ένα σταθερό σύνολο κατηγοριών. Πρόκειται δηλαδή ουσιαστικά για ένα πρόβλημα απεικόνισης. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί ή με επιβλεπόμενη μάθηση (με την παρουσίαση ζευγών εισόδου -εξόδου), ή με ενισχυτική μάθηση, ή με μη επιβλεπόμενη μάθηση (πρόβλημα ομαδοποίησης προτύπων).

2.2.2 Το απλό PERCEPTRON

Το ΝΔ τύπου Perceptron αποτελεί το απλούστερο ΝΔ που χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση προτύπων εισόδου σε μία κατηγορία μεταξύ n δεδομένων κατηγοριών, με τον περιορισμό οι κατηγορίες αυτές να είναι γραμμικά διαχωρίσιμες (δύο κατηγορίες ονομάζονται γραμμικά διαχωρίσιμες όταν τα πρότυπα που ανήκουν σε αυτές μπορούν να διαχωριστούν μεταξύ τους από ένα υπερεπίπεδο). Στο σχήμα 2.6 φαίνεται η δομή του απλούστερου δυνατού perceptron .



Σχ.2.6: Perceptron ενός νευρονίου

Η έξοδος του perceptron δίνεται από τις σχέσεις :

$$y(t) = f_h(v(t))$$

και

$$v(t) = \sum_{i=1}^n w_i x_i = w^T(t)x(t)$$

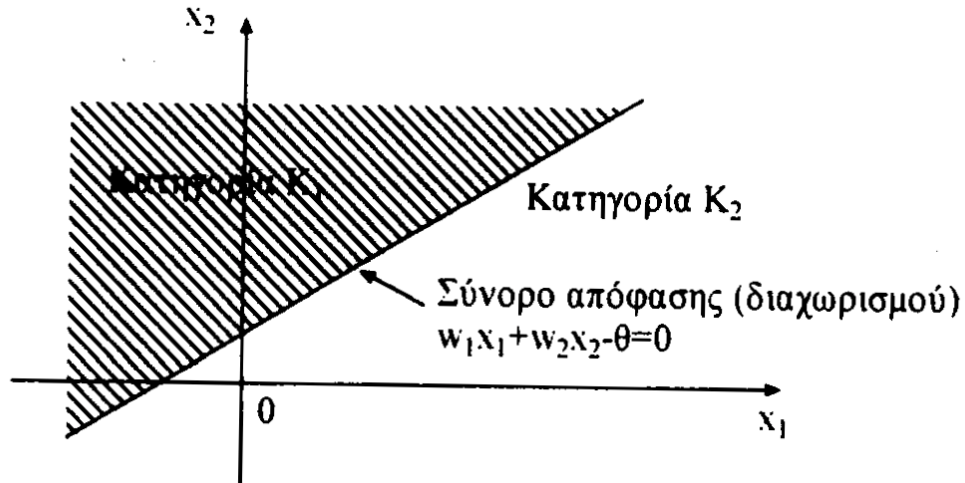
όπου $f_h(v(t))$ είναι η διπολική συνάρτηση και

$$x(t) = [-1, x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$$

$$w(t) = [\theta(t), w_1(t), \dots, w_n(t)]^T$$

Ο σκοπός του perceptron είναι να ταξινομήσει τα πρότυπα εισόδου x_1, x_2, \dots, x_n σε μία από τις δύο κατηγορίες K_1 ή K_2 . Αυτό επιτυγχάνεται εκχωρώντας ένα σημείο $[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ στην κατηγορία K_1 , αν η έξοδος είναι 1 και στην κατηγορία K_2 , αν η έξοδος είναι -1. Η διδασκαλία του perceptron γίνεται παρουσιάζοντάς του καλά παραδείγματα από κάθε κατηγορία.

Η αρχή λειτουργίας του ταξινομητή προτύπων με δύο εισόδους φαίνεται στο σχήμα 2.7.



Σχ.2.7: Γραμμικός διαχωρισμός δύο κατηγοριών σε χώρο δύο διαστάσεων

Οποιοδήποτε σημείο βρίσκεται πάνω από τη διαχωριστική γραμμή αποδίδεται στην κατηγορία K_1 , διαφορετικά αποδίδεται στην κατηγορία K_2 . Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης στηρίζεται στο γεγονός ότι εφόσον οι κλάσεις είναι γραμμικά διαχωρίσιμες, υπάρχει ένα διάνυσμα βαρών w τέτοιο ώστε :

$$w^T x \geq 0 \quad , \text{όταν το } x \text{ ανήκει στην } K_1$$

$$w^T x < 0 \quad , \text{όταν το } x \text{ ανήκει στην } K_2$$

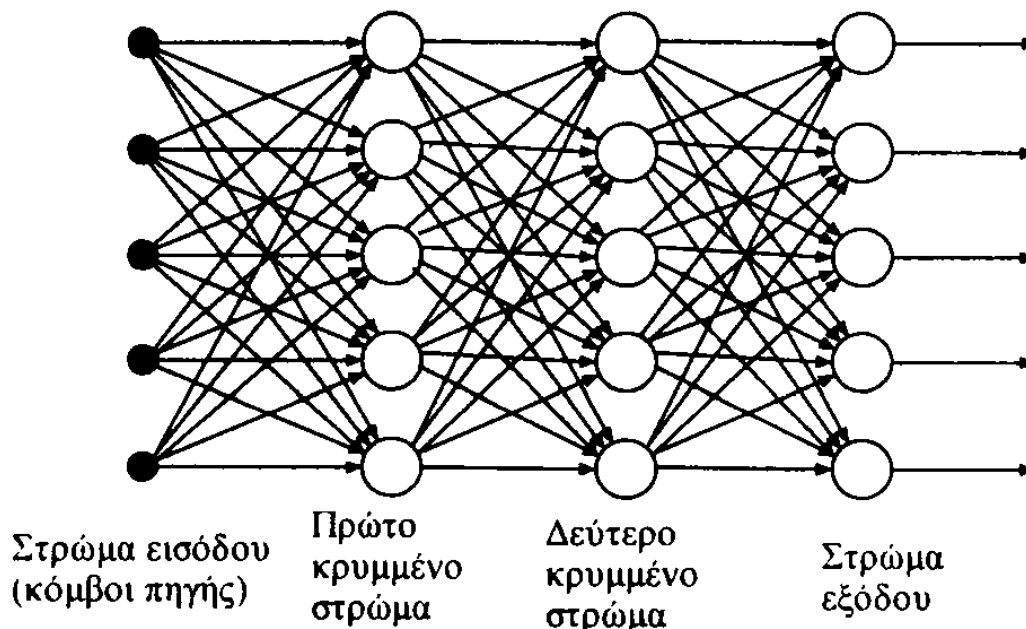
Κατά ανάλογο τρόπο, το perceptron είναι σε θέση να ταξινομήσει τα πρότυπα σε περισσότερες από δύο κατηγορίες. Αυτό επιτυγχάνεται με την προσθήκη περισσότερων του ενός κόμβων εξόδου .

2.2.3 Πολυστρωματικό perceptron

Η ικανότητα ταξινόμησης προτύπων του perceptron περιορίζεται σημαντικά από το γεγονός ότι οι κατηγορίες των προτύπων πρέπει να είναι γραμμικά διαχωρίσιμες. Ωστόσο, υπάρχουν προβλήματα, ακόμα και πολύ απλά, τα οποία δεν ικανοποιούν αυτό τον περιορισμό (χαρακτηριστικότερο παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι το πρόβλημα XOR). Ο περιορισμός αυτός αίρεται με την προσθήκη κρυμμένων στρωμάτων. Αποδεικνύεται ότι ένα ΝΔ με δύο κρυμμένα στρώματα (σχήμα 2.8) μπορεί να ταξινομήσει περιοχές αυθαίρετου σχήματος. Πραγματικά, το πρώτο κρυμμένο στρώμα παράγει επίπεδα ταξινόμησης τα οποία δεν υπερβαίνουν το πλήθος των κόμβων του. Τα επίπεδα αυτά συνδυάζονται από τα νευρόνια εξόδου και παράγουν κυρτές περιοχές. Προσθέτοντας ένα ακόμα κρυμμένο στρώμα κόμβων, αυτό συνδυάζει τα επίπεδα που δέχεται από τους κόμβους του πρώτου κρυμμένου στρώματος και στέλνει κυρτές περιοχές στα νευρόνια του στρώματος εξόδου, τα οποία παράγουν περιοχές στο χώρο των προτύπων οποιουδήποτε σχήματος. Η πολυπλοκότητα αυτών των περιοχών περιορίζεται μόνο από τον αριθμό κόμβων του δικτύου.

Το πολυστρωματικό perceptron παρουσιάζει την ικανότητα της γενίκευσης, την ικανότητα δηλαδή να ταξινομεί πρότυπα τα οποία δεν έχει γνωρίσει (με την

προϋπόθεση βέβαια ότι τα πρότυπα αυτά λαμβάνονται από τον ίδιο πληθυσμό με εκείνα που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευσή του και συνεπώς παρουσιάζουν ανάλογες ιδιότητες). Η γενίκευση επιτυγχάνεται ανιχνεύοντας τις ιδιότητες αυτές του προτύπου εισόδου που είναι σημαντικές και έχουν κωδικοποιηθεί στους εσωτερικούς κόμβους. Η γενικευτική ικανότητα επιτρέπει επίσης στο ΝΔ να ταξινομεί και ελλιπή, παραμορφωμένα ή αλλοιωμένα από θόρυβο, πρότυπα.



Σχ.2.8: Πολυστρωματικό Perceptron με δύο κρυμμένα στρώματα

Η γενικευτική ικανότητα του δικτύου επηρεάζεται από τους ακόλουθους παράγοντες :

- Το μέγεθος και την καταλληλότητα του συνόλου εκπαίδευσης
- Την αρχιτεκτονική του δικτύου
- Την πολυπλοκότητα του θεωρούμενου προβλήματος

Στην πράξη προσπαθούμε να βελτιώσουμε την ποιότητα της γενίκευσης επιλέγοντας το πιο κατάλληλο σύνολο εκπαίδευσης. Η καλύτερη αρχιτεκτονική του δικτύου επιλέγεται με προσεκτική μελέτη του υπό εξέταση προβλήματος.

2.3 Ομαδοποίηση προτύπων (Clustering)

2.3.1 Το πρόβλημα της ομαδοποίησης προτύπων

Η ομαδοποίηση προτύπων είναι μια κοινή τεχνική της στατιστικής ανάλυσης δεδομένων, η οποία χρησιμοποιείται σε πολλούς τομείς όπως : στην μάθηση, στην αναγνώριση προτύπων, στην εξόρυξη δεδομένων, στην επεξεργασία εικόνας και στη βιοπληροφορική.

Ομαδοποίηση προτύπων είναι η ταξινόμηση παρόμοιων αντικειμένων σε ομάδες, ώστε τα μέλη που ανήκουν σε κοινές ομάδες να μοιράζονται κάποια κοινά χαρακτηριστικά, συνήθως να είναι γειτονικά, βάσει κάποιου κριτηρίου απόστασης.

Από τη σκοπιά της μάθησης, η ομαδοποίηση προτύπων μπορεί να θεωρηθεί μία διαδικασία μη επιβλεπόμενης μάθησης.

2.3.2 Είδη ομαδοποίησης προτύπων

Οι αλγόριθμοι ομαδοποίησης προτύπων χωρίζονται σε *ιεραρχικούς* (hierarchical) και *διαμεριστικούς* (partitional). Με τους ιεραρχικούς αλγόριθμους, οι επόμενες ομάδες (clusters) βρίσκονται χρησιμοποιώντας τις ήδη υπάρχουσες, ενώ οι διαμεριστικοί αποφασίζουν για όλες τις ομάδες ταυτόχρονα.

Επιπλέον, οι ιεραρχικοί αλγόριθμοι χωρίζονται σε *συσσωρευτικούς* (agglomerative) και *διαιρετικούς* (divisive). Οι συσσωρευτικοί αλγόριθμοι ξεκινούν θεωρώντας κάθε στοιχείο ως ξεχωριστή ομάδα και συνενώνουν διαδοχικά τις αρχικές ομάδες σε μεγαλύτερες. Οι διαιρετικοί ξεκινούν θεωρώντας ολόκληρο το σύνολο δεδομένων ως μια ομάδα και διασπών την ομάδα αυτή σε μικρότερες.

2.3.3 Ιεραρχικοί αλγόριθμοι

Οι «ιεραρχικοί αλγόριθμοι ομαδοποίησης προτύπων» συσσωματώνουν ή διασπών μία ιεραρχία από ομάδες. Η ιεραρχία αυτή αναπαρίσταται συνήθως με ένα δένδρο του οποίου τα φύλλα αποτελούν τα μεμονωμένα στοιχεία, ενώ η ρίζα παριστάνει μία ομάδα που περιέχει όλα τα στοιχεία. Οι συσσωρευτικοί αλγόριθμοι ξεκινούν από τα φύλλα του δέντρου, ενώ οι διαιρετικοί από την κορυφή του. Κόβοντας το δένδρο σε συγκεκριμένο ύψος παίρνουμε μια ομαδοποίηση συγκεκριμένης ακρίβειας .

Οι συσσωρευτικοί αλγόριθμοι λειτουργούν ως εξής :

- Κάθε στοιχείο του συνόλου δεδομένων S θεωρείται αρχικά ξεχωριστή ομάδα δίνοντας ένα σύνολο ομάδων L όπου $L = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$
- Υπολογίζεται, βάσει κάποιας συνάρτησης κόστους, το ζεύγος των ομάδων που έχει μικρότερο κόστος συνένωσης (έστω S_i και S_j οι επιλεγόμενες ομάδες).
- Τα S_i και S_j αφαιρούνται από το L .
- Τα S_i και S_j συνενώνονται σε ένα νέο κόμβο S_{ij} , ο οποίος θεωρείται πατέρας των S_i, S_j στο δέντρο που προκύπτει.
- Επαναλαμβάνεται η διαδικασία μέχρι να μείνει μόνο ένα στοιχείο στο L .

Κατά ανάλογο τρόπο λειτουργούν και οι διαιρετικοί αλγόριθμοι, μόνο που σε αυτούς θεωρείται ως αρχική ομάδα μία ομάδα που περιλαμβάνει όλα τα στοιχεία και κάθε φορά αφαιρείται από αυτή το στοιχείο με τη μεγαλύτερη τιμή κόστους.

Όπως φαίνεται από την περιγραφή των παραπάνω αλγορίθμων, καθοριστική για τη συμπεριφορά των ιεραρχικών αλγορίθμων είναι η επιλογή της συνάρτησης κόστους. Συνήθως, ως τέτοια χρησιμοποιείται η απόσταση μεταξύ δύο ομάδων. Η απόσταση αυτή μπορεί να οριστεί με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Οι κυριότεροι είναι :

- Η μέγιστη απόσταση μεταξύ των στοιχείων των δύο ομάδων (complete linkage clustering)

$$\max \{d(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

- Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των στοιχείων των δύο ομάδων (single linkage clustering)

$$\min \{d(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

- Η μέση απόσταση μεταξύ των στοιχείων των δύο ομάδων (average linkage clustering)

$$\frac{1}{card(A)card(B)} \sum_{x \in A} \sum_{y \in B} d(x, y)$$

- Το άθροισμα της συνολικής απόκλισης των στοιχείων που αποτελούν μία ομάδα (intra-cluster variance)

- Η αύξηση της απόκλισης για τις ομάδες που συνενώνονται (κριτήριο Ward).

Κάθε συνένωση συμβαίνει μεταξύ ομάδων με μεγαλύτερη απόσταση από ότι η προηγούμενη και έτσι, μπορεί κανείς να σταματήσει ή όταν οι ομάδες είναι πολύ απομακρυσμένες για να ενωθούν (κριτήριο απόστασης), ή όταν ο αριθμός τους είναι επαρκώς μικρός (κριτήριο πλήθους).

2.3.4 Διαμεριστικοί αλγόριθμοι

2.3.4.1 Αλγόριθμος k-μέσων

Ο αλγόριθμος των k-μέσων αποδίδει το κάθε πρότυπο στην ομάδα της οποίας το κέντρο βρίσκεται πλησιέστερα σε αυτό. Ως κέντρο κάθε ομάδας θεωρείται ο μέσος όρος των στοιχείων που ανήκουν σε αυτή (δηλαδή οι συντεταγμένες του είναι ο αριθμητικός μέσος όλων των στοιχείων της ομάδας για κάθε διάσταση).

Ο αλγόριθμος λειτουργεί ως εξής :

- Επιλέγονται με τυχαίο τρόπο k ομάδες και υπολογίζονται τα κέντρα τους (ή επιλέγονται απ' ευθείας k τυχαία σημεία ως κέντρα)

- Κάθε σημείο του συνόλου δεδομένων αποδίδεται στην ομάδα που αντιστοιχεί στο πλησιέστερο κέντρο

- Επαναυπολογίζονται τα νέα κέντρα

- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι τα κέντρα να σταθεροποιηθούν (ή να ικανοποιηθεί κάποιο άλλο κριτήριο σύγκλισης)

Το κύριο πλεονέκτημα αυτού του αλγορίθμου είναι η απλότητα και η ταχύτητα, που κάνουν εύκολη την εφαρμογή του σε μεγάλα σύνολα δεδομένων. Ωστόσο δεν δίνει σταθερά τα ίδια αποτελέσματα με κάθε τρέξιμο. Αντίθετα, το τελικό

αποτέλεσμα επηρεάζεται σημαντικά από την (τυχαία) αρχικοποίηση. Επιπλέον, ο αλγόριθμος μεγιστοποιεί την μέση απόσταση μεταξύ των ομάδων (ή ελαχιστοποιεί τη μέση απόσταση μεταξύ των στοιχείων της ίδιας ομάδας), αλλά δεν εξασφαλίζει ότι η λύση που δίνεται δεν είναι απλά ένα τοπικό ελάχιστο (ή αντίστοιχα μέγιστο).

2.3.4.2 Ομαδοποίηση QT (Quality Threshold)

Ο αλγόριθμος QT είναι μία εναλλακτική μέθοδος ομαδοποίησης προτύπων. Είναι πολυπλοκότερος υπολογιστικά από τον αλγόριθμο k-μέσων, αλλά δεν απαιτεί να προσδιοριστεί εκ των προτέρων ο αριθμός των ομάδων και επιστρέφει τα ίδια αποτελέσματα σε κάθε εκτέλεσή του.

Ο αλγόριθμος λειτουργεί ως εξής :

- Επιλέγεται μία μέγιστη ακτίνα για τις ομάδες
- Δημιουργείται μία ομάδα για κάθε στοιχείο του συνόλου δεδομένων, το οποίο περιλαμβάνει το ίδιο το στοιχείο και όσα γειτονικά του βρίσκονται σε απόσταση μικρότερη από αυτήν που προσδιορίστηκε ως ακτίνα της ομάδας
- Η μεγαλύτερη σε μέγεθος ομάδα (αριθμό στοιχείων που περιλαμβάνει) αποθηκεύεται ως τελική και τα στοιχεία που περιλαμβάνει αφαιρούνται από το σύνολο δεδομένων
- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται με το νέο σύνολο δεδομένων .

Στα παραπάνω, η απόσταση μεταξύ ενός σημείου και ενός συνόλου σημείων υπολογίζεται ως το μέγιστο της απόστασης του σημείου από όλα τα στοιχεία του συνόλου (complete linkage distance).

2.3.4.3 Ομαδοποίηση FCM (Fuzzy c-means clustering)

Ένα από τα προβλήματα του αλγορίθμου k-μέσων είναι ότι αποδίδει το κάθε στοιχείο του συνόλου δεδομένων σε μία ακριβώς ομάδα (hard partitioning). Ωστόσο, μπορεί κανείς να θεωρήσει ότι τα στοιχεία που βρίσκονται στα άκρα της ομάδας ή κοντά σε άλλες ομάδες, δεν ανήκουν στην ομάδα στον ίδιο βαθμό που ανήκουν εκείνα που βρίσκονται κοντά στο κέντρο της.

Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζει η ασαφής ομαδοποίηση. Βάσει αυτής, κάθε στοιχείο δεν ανήκει σε μία μοναδική ομάδα, αλλά ανήκει σε όλες τις ομάδες, σε κάποιο διαφορετικό βαθμό στην κάθε μία (κατ' αναλογία με ότι συμβαίνει στην ασαφή λογική). Το στοιχείο x δηλαδή, ανήκει στην ομάδα k σε βαθμό $u_k(x)$.

Συνήθως ισχύει :

$$\forall x \sum_k u_k(x) = 1$$

Ωστε το $u_k(x)$ να υποδηλώνει την πιθανότητα το x να ανήκει στη συγκεκριμένη ομάδα.

Με τον αλγόριθμο fuzzy c-means, το κέντρο μίας ομάδας υπολογίζεται ως ο μέσος όρος όλων των στοιχείων του συνόλου δεδομένων, πολλαπλασιασμένου του καθενός με το βαθμό στον οποίο ανήκει στη συγκεκριμένη ομάδα, δηλαδή :

$$\kappa \acute{\epsilon} \nu \tau \rho \sigma_k = \frac{\sum_x u_k(x)x}{\sum_x u_k(x)}$$

Ο βαθμός στον οποίο ένα στοιχείο ανήκει σε μία ομάδα, υπολογίζεται ως το αντίστροφο της απόστασής του από το κέντρο της :

$$u_k(x) = \frac{1}{d(\kappa \acute{\epsilon} \nu \tau \rho \sigma_k, x)}$$

Στη συνέχεια, οι συντελεστές αυτοί κανονικοποιούνται και ασαφοποιούνται βάσει κάποιας πραγματικής παραμέτρου $m > 1$, ώστε το άθροισμά τους να είναι 1

$$u_k(x) = \frac{1}{\sum_j \left(\frac{d(\kappa \acute{\epsilon} \nu \tau \rho \sigma_k, x)}{d(\kappa \acute{\epsilon} \nu \tau \rho \sigma_j, x)} \right)^{1/(m-1)}}$$

Για $\mu = 2$, η παραπάνω σχέση κανονικοποιεί γραμμικά τους συντελεστές ώστε το άθροισμά τους να γίνει 1. Καθώς το m πλησιάζει το 1, στην πλησιέστερη στο κέντρο ομάδα αποδίδεται πολύ μεγαλύτερος συντελεστής από ότι στις υπόλοιπες και η συμπεριφορά του αλγορίθμου προσεγγίζει αυτή του αλγορίθμου k-μέσων.

Ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο αλγόριθμος μοιάζει αρκετά με τον αλγόριθμο k-μέσων :

- Επιλέγεται ένας αριθμός ομάδων
- Αποδίδεται τυχαία σε κάθε στοιχείο ένα βαθμός στον οποίο ανήκει σε κάθε ομάδα
- Υπολογίζεται το κέντρο κάθε ομάδας βάσει του προηγούμενου τύπου
- Για κάθε στοιχείο υπολογίζεται ο βαθμός στον οποίο ανήκει στην κάθε ομάδα, βάσει των νέων κέντρων
- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι ο αλγόριθμος να συγκλίνει.

Ο αλγόριθμος καταφέρνει ταυτόχρονα να μεγιστοποιήσει τη μέση απόσταση μεταξύ των ομάδων και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιήσει τη μέση απόσταση μεταξύ των στοιχείων της ίδιας ομάδας. Ωστόσο, παρουσιάζει τα ίδια προβλήματα με τον αλγόριθμο k-μέσων. Συγκεκριμένα, τα μέγιστα και τα ελάχιστα είναι τοπικά και τα αποτελέσματα εξαρτώνται σημαντικά από την αρχικοποίηση που γίνεται.

2.4 Ενισχυτική μάθηση

2.4.1 Το πρόβλημα της ενισχυτικής μάθησης

Όπως φάνηκε από τα παραπάνω, τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να εκπαιδευθούν και να χρησιμοποιηθούν σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών που εκτείνονται από την βελτιστοποίηση συναρτήσεων μέχρι τα προβλήματα αυτόματου ελέγχου. Σε πολλές

από τις παραπάνω εφαρμογές χρησιμοποιείται με ιδιαίτερη αποτελεσματικότητα η επιβλεπόμενη μάθηση.

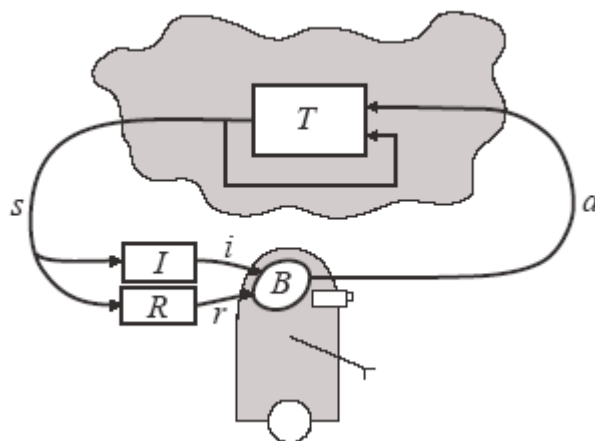
Ωστόσο, η χρήση της επιβλεπόμενης μάθησης περιορίζεται από το γεγονός ότι απαιτεί να παρουσιάζονται στο εκπαιδευόμενο δίκτυο ζεύγη εισόδων-εξόδων. Χρειάζεται δηλαδή να παρέχουμε στο δίκτυο ένα σύνολο ερωτήσεων μαζί με τις σωστές απαντήσεις.

Σε ένα μεγάλο πλήθος προβλημάτων, οι απαντήσεις αυτές δεν είναι εκ των προτέρων διαθέσιμες. Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα αυτόματου πιλότου, το ζητούμενο είναι το σύστημα, λαμβάνοντας υπόψη του τα δεδομένα των αισθητήρων κάθε στιγμή, να αποφασίζει για τις ενέργειές του. Σε μία τέτοια περίπτωση, δεν είναι εκ των προτέρων γνωστό ποιά είναι η σωστή ενέργεια σε κάθε κατάσταση του συστήματος, συνεπώς η επιβλεπόμενη μάθηση δε μπορεί να βοηθήσει.

Εξαιτίας της ανεπάρκειας της επιβλεπόμενης μάθησης σε τέτοιου είδους εφαρμογές, έχει δοθεί έμφαση τα τελευταία χρόνια σε μία διαφορετική προσέγγιση, την ενισχυτική μάθηση. Ο όρος είναι δανεισμένος από την ψυχολογία, αλλά χρησιμοποιείται εδώ με αρκετά διαφορετική έννοια. Από θεωρητική άποψη, η ενισχυτική μάθηση μπορεί να θεωρηθεί ένας συνδυασμός των αρχών του δυναμικού προγραμματισμού και της επιβλεπόμενης μάθησης. Στην πράξη, κατά την προσέγγιση αυτή δίνεται στο δίκτυο ένας στόχος που πρέπει να επιτύχει. Το σύστημα μαθαίνει πώς να επιτύχει αυτό το στόχο μέσω δοκιμών, αλληλεπιδρώντας με ένα δυναμικό περιβάλλον και μαθαίνοντας από τα λάθη του.

2.4.2 Μοντέλο συστήματος ενισχυτικής μάθησης

Το βασικό μοντέλο ενός συστήματος ενισχυτικής μάθησης είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα 2.9



Σχ.2.9: Βασικό μοντέλο συστήματος ενισχυτικής μάθησης

Σε κάθε χρονική στιγμή, το σύστημα δέχεται ως είσοδο i κάποια ένδειξη της κατάστασης s του περιβάλλοντος. Βάσει αυτής της εισόδου, το σύστημα επιλέγει κάποια ενέργεια a , η οποία αποτελεί και την έξοδο του συστήματος. Η ενέργεια αυτή αλλάζει την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το περιβάλλον. Η νέα αυτή κατάσταση του περιβάλλοντος δίνεται ως είσοδος στο σύστημα την επόμενη χρονική στιγμή. Επιπλέον το σύστημα λαμβάνει και ένα ενισχυτικό σήμα r . Το ενισχυτικό σήμα είναι ένα βαθμωτό μέγεθος, η τιμή του οποίου αξιολογεί την πιο πρόσφατη ενέργεια του

συστήματος. Σκοπός του συστήματος είναι να βρει μία συμπεριφορά τέτοια ώστε να αυξάνει το άθροισμα της τιμής των ενισχυτικών σημάτων που λαμβάνει σε βάθος χρόνου.

Με αυστηρότερη διατύπωση, το πρόβλημα αποτελείται από τα εξής στοιχεία :

- Ένα διακριτό σύνολο S των πιθανών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρεθεί το περιβάλλον
- Ένα διακριτό σύνολο A των ενεργειών που μπορεί να επιλέξει το σύστημα σε κάθε χρονική στιγμή
- Ένα σύνολο βαθμωτών ενισχυτικών σημάτων που μπορεί να λάβει το σύστημα (συνήθως το διάστημα $[0,1]$)

Σκοπός του συστήματος είναι να βρει μία πολιτική (policy) απεικόνισης καταστάσεων σε ενέργειες, τέτοια ώστε να αυξάνει τη μακροπρόθεσμη τιμή του ενισχυτικού σήματος που λαμβάνει, βάσει κάποιου από τα κριτήρια που θα αναλυθούν παρακάτω. Το περιβάλλον είναι εν γένει μη ντετερμινιστικό, δηλαδή όντας το σύστημα στην ίδια κατάσταση και επιλέγοντας την ίδια ενέργεια σε δύο διαφορετικές περιπτώσεις, δεν λαμβάνει υποχρεωτικά το ίδιο ενισχυτικό σήμα. Ωστόσο, το περιβάλλον θεωρείται στατικό, δηλαδή η πιθανότητα να λάβει το σύστημα μία συγκεκριμένη τιμή ενισχυτικού σήματος για μία συγκεκριμένη απεικόνιση κατάστασης – ενέργειας, δεν αλλάζει με το χρόνο.

2.4.3 Κριτήρια βέλτιστης συμπεριφοράς

Όπως αναφέρθηκε, σκοπός του συστήματος είναι να μεγιστοποιήσει το άθροισμα των ενισχυτικών σημάτων που λαμβάνει σε βάθος χρόνου, βάσει κάποιου κριτηρίου. Αν και το κριτήριο αυτό μπορεί να είναι μοναδικό για κάθε πρόβλημα, τρία είναι τα συχνότερα χρησιμοποιούμενα στην πράξη :

i. Πεπερασμένου χρόνου

Ξεκινώντας κάποια δεδομένη στιγμή, το σύστημα προσπαθεί να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη τιμή του αθροίσματος των ενισχυτικών σημάτων που θα λάβει τις επόμενες h στιγμές, δηλαδή την ποσότητα :

$$R = E\left(\sum_{t=0}^h r_t\right)$$

όπου r_t η τιμή του ενισχυτικού σήματος που λαμβάνει το σύστημα τη στιγμή t .

ii. Άπειρου χρόνου με γεωμετρική μείωση του ενισχυτικού σήματος

Εδώ το σύστημα προσπαθεί να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη τιμή του αθροίσματος των ενισχυτικών σημάτων που θα λάβει μακροπρόθεσμα, αλλά η βαρύτητα των μελλοντικών τιμών του ενισχυτικού σήματος μειώνεται γεωμετρικά με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή μας ενδιαφέρει η ποσότητα :

$$R = E\left(\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_t\right)$$

όπου $0 < \gamma < 1$.

iii. Μέσης ανταμοιβής

Το σύστημα προσπαθεί να μεγιστοποιήσει τη μέση τιμή του ενισχυτικού σήματος που λαμβάνει μακροπρόθεσμα, δηλαδή την ποσότητα :

$$R = E_{h \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{h} \sum_{t=0}^h r_t \right)$$

Από τα τρία αυτά μοντέλα, το δεύτερο είναι το γενικότερο και αυτό θα χρησιμοποιηθεί στους αλγορίθμους που θα αναλυθούν παρακάτω.

2.4.4 Συνάρτηση αξιολόγησης (Value Function) και εξίσωση Bellman

Έχοντας προσδιορίσει το κριτήριο του οποίου την τιμή θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε, απομένει να βρούμε την πολιτική βάσει της οποίας θα επιτύχουμε αυτή τη μεγιστοποίηση. Μια ευθεία προσέγγιση στο πρόβλημα θα ήταν να αναζητήσουμε το χώρο όλων των πιθανών πολιτικών και να επιλέξουμε εκείνη που δίνει τη μέγιστη τιμή σε αυτό το κριτήριο. Η προσέγγιση αυτή ωστόσο δεν είναι δυνατόν να ακολουθηθεί γιατί :

- Ο χώρος των δυνατών πολιτικών δεν είναι κατ' ανάγκη πεπερασμένος. Ακόμη όμως και αν είναι, συνήθως το μέγεθός του είναι τέτοιο που η εξαντλητική αναζήτησή του καθίσταται απαγορευτική από άποψη χρόνου
- Το περιβάλλον είναι γενικά στοχαστικό, κάτι που επιβάλλει να ακολουθηθεί κάθε πολιτική πολλές φορές για να εκτιμηθεί η μέση ανταμοιβή που δίνει.

Για τους λόγους αυτούς ακολουθείται μία διαφορετική προσέγγιση, αυτή της συνάρτησης αξιολόγησης. Ορίζουμε ως κόστος (value) μίας κατάστασης την αναμενόμενη τιμή που θα λάβει η ποσότητα R αν το σύστημα ξεκινήσει από την κατάσταση s και ακολουθήσει την πολιτική π . Δηλαδή:

$$V(s) = E\{R \mid s, \pi\}$$

Εναλλακτικά, όταν το σύστημα όντας στην κατάσταση s επιλέξει την ενέργεια a και εν συνεχεία ακολουθήσει την πολιτική π , ορίζεται η ποσότητα :

$$Q(s, a) = E\{R \mid s, a, \pi\}$$

Είναι προφανές ότι αν βρεθεί η τιμή του Q για τη βέλτιστη πολιτική, το πρόβλημα ουσιαστικά λύνεται, καθώς το μόνο που απομένει είναι να επιλέγουμε σε κάθε κατάσταση την ενέργεια με το μέγιστο κόστος.

Για να το επιτύχουμε αυτό με τη χρήση της V , χρειαζόμαστε ένα μοντέλο του περιβάλλοντος, με τη μορφή πιθανοτήτων $P(s'|s, a)$. Το μέγεθος αυτό εκφράζει την πιθανότητα να μεταβεί το σύστημα στην κατάσταση s' αν όταν βρεθεί στην κατάσταση s επιλέξει την ενέργεια a . Με δεδομένες αυτές τις πιθανότητες, μπορούμε να υπολογίσουμε το Q από τη σχέση :

$$Q(s, a) = \sum V(s')P(s'|s, a)$$

Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση δράσης – κριτικής. Σύμφωνα με αυτή, το μοντέλο χωρίζεται σε δύο μέρη. Εκείνο της δράσης, το οποίο επιλέγει σε κάθε κατάσταση του περιβάλλοντος την κατάλληλη ενέργεια και εκείνο της κριτικής, το οποίο υπολογίζει σε κάθε κατάσταση το κόστος της.

Με δεδομένη λοιπόν μία πολιτική, ο σκοπός είναι ο υπολογισμός του $E\{R\}$ (όπου $R = E\left(\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_t\right)$). Για $\gamma=0$ ο υπολογισμός είναι απλός, καθώς το μόνο που χρειάζεται είναι να βρεθεί ο μέσος όρος των άμεσων ενισχυτικών σημάτων που λαμβάνει το σύστημα. Η προσέγγιση αυτή ωστόσο δε μπορεί να γενικευθεί και για $\gamma>0$. Η λύση είναι να εκφραστεί το κόστος της κατάστασης αναδρομικά, βάσει της σχέσης :

$$E\{R | s_t\} = r_t + \gamma E\{R | s_{t+1}\}$$

Η σχέση αυτή είναι γνωστή ως εξίσωση Bellman. Από αυτή, ακολουθώντας το συμβολισμό που χρησιμοποιήθηκε παραπάνω, προκύπτει ότι το κόστος μιας κατάστασης, ξεκινώντας από αυτήν και ακολουθώντας κάποια πολιτική π , είναι :

$$V^\pi(s) = R(s) + \gamma \sum_{s'} P(s'|s, \pi) V^\pi(s')$$

ενώ αν ακολουθηθεί η βέλτιστη πολιτική, το κόστος που προκύπτει για την κατάσταση s είναι :

$$V^*(s) = R(s) + \max_a \gamma \sum_{s'} P(s'|s, \pi) V^*(s')$$

Αντικαθιστώντας τις αναμενόμενες τιμές του ενισχυτικού σήματος με τις συναρτήσεις αξιολόγησης που υπολογίσαμε παραπάνω και χρησιμοποιώντας κάποια παραλλαγή της μέθοδου κλίσης σε συνδυασμό με τη συνάρτηση τετραγωνικού σφάλματος σε μοντέλα δράσης - κριτικής, προκύπτουν διάφοροι αλγόριθμοι εύρεσης της βέλτιστης πολιτικής. Δύο από τους πιο διαδεδομένους εξετάζονται παρακάτω.

2.4.5 Μάθηση Χρονικής Διαφοράς (Temporal Difference)

Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί την προσέγγιση δράσης – κριτικής. Κατά την προσέγγιση αυτή το μοντέλο χωρίζεται σε δύο μέρη. Εκείνο της δράσης, το οποίο επιλέγει σε κάθε κατάσταση του περιβάλλοντος την κατάλληλη ενέργεια και εκείνο της κριτικής, το οποίο υπολογίζει σε κάθε κατάσταση το κόστος της.

Ο κριτής χρησιμοποιεί το εξωτερικό ενισχυτικό σήμα για να απεικονίσει μία κατάσταση σε μία αναμενόμενη τιμή κόστους, δεδομένης της πολιτικής που χρησιμοποιεί το μοντέλο δράσης. Διατηρώντας σταθερή την πολιτική που ακολουθεί το μοντέλο δράσης, ο κριτής μαθαίνει τελικά τη συνάρτηση αξιολόγησης που αντιστοιχεί στην πολιτική αυτή. Στη συνέχεια διατηρώντας σταθερή τη συνάρτηση αξιολόγησης που έχει βρει ο κριτής, προσπαθούμε να βρούμε μία νέα πολιτική που να μεγιστοποιεί αυτή τη συνάρτηση. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται εναλλάξ, μέχρι να συγκλίνει στη λύση.

Το βασικό πρόβλημα λοιπόν του αλγορίθμου είναι να βρεθεί το κόστος μιας

πολιτικής. Θεωρώντας ότι το δίκτυο μεταβαίνει από την κατάσταση s στην κατάσταση s' μέσω της ενέργειας a και λαμβάνει για αυτή τη μετάβαση ενισχυτικό σήμα r , το κόστος της κατάστασης s ανανεώνεται βάσει της σχέσης (αλγόριθμος TD(0)):

$$V(s) := V(s) + a(r + \mathcal{W}(s') - V(s))$$

όπου a ο ρυθμός μάθησης. Η βασική ιδέα αυτής της σχέσης είναι ότι η ποσότητα $r + \mathcal{W}(s')$ είναι ενδεικτική της τιμής της $V(s)$, αφού $V(s')$ είναι το κόστος της κατάστασης στην οποία μεταβαίνει το σύστημα και r το ενισχυτικό σήμα που λαμβάνει για αυτή τη μετάβαση. Κατά συνέπεια, η τιμή του $V(s)$ προσαρμόζεται έτσι που να πλησιάζει την τιμή του $r + \mathcal{W}(s')$. Αποδεικνύεται ότι ο αλγόριθμος αυτός συγκλίνει για κατάλληλη επιλογή του ρυθμού μάθησης.

Γενίκευση του αλγορίθμου TD(0) αποτελεί ο αλγόριθμος TD(λ). Βάσει αυτού ανανεώνεται το κόστος όχι μόνο της προηγούμενης κατάστασης, αλλά και όλων των προηγούμενων, βάσει μίας ποσότητας $e(u)$ που εκφράζει το πόσο πρόσφατα βρέθηκε το σύστημα σε αυτή την κατάσταση. Η ανανέωση γίνεται σύμφωνα με τη σχέση :

$$V(u) := V(u) + a(r + \mathcal{W}(s') - V(s))e(u)$$

Το $e(u)$ ορίζεται από τη σχέση :

$$e(u) = \sum_{k=1}^t (\lambda\gamma)^{t-k} \delta_{s,s_k}$$

όπου :

$$\delta_{s,s_k} = \begin{cases} 1, & s = s_k \\ 0, & s \neq s_k \end{cases}$$

Ο αλγόριθμος TD(λ), αν και υπολογιστικά πολυπλοκότερος του TD(0), συχνά συγκλίνει ταχύτερα για μεγάλες τιμές του λ .

2.4.6 Μάθηση Q

Έστω $Q^*(s, a)$ το κόστος μίας κατάστασης s , αν επιλεγεί η ενέργεια a και στη συνέχεια ακολουθηθεί η βέλτιστη πολιτική. Προφανώς, με αυτό το συμβολισμό ισχύει :

$$V^*(s) = \max_a Q^*(s, a)$$

Γράφοντας τη σχέση αυτή αναδρομικά έχουμε :

$$Q^*(s, a) = R(s, a) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s' | s, a) \max_a Q^*(s', a')$$

όπου $R(s, a)$ το ενισχυτικό σήμα που λαμβάνει το σύστημα επιλέγοντας στην κατάσταση s την ενέργεια a .

Κατά αναλογία με τη λογική του αλγορίθμου TD(λ), ο αλγόριθμος Q ανανεώνει τις τιμές βάσει της σχέσης :

$$Q(s, a) := Q(s, a) + a(r + \gamma \max_a Q^*(s', a') - Q(s, a))$$

Και πάλι, με κατάλληλη προσαρμογή του ρυθμού μάθησης, μπορούμε να επιτύχουμε τη σύγκλιση του αλγορίθμου.

2.4.7 Εξερεύνηση και εκμετάλλευση της υπάρχουσας γνώσης

Όπως προαναφέρθηκε, μία θεμελιώδης διαφορά της ενισχυτικής μάθησης από την επιβλεπόμενη, είναι ότι το σύστημα πρέπει να εξερευνήσει εκτεταμένα το περιβάλλον του. Το χαρακτηριστικό αυτό επιβάλλει να βρεθεί κατά την εκπαίδευση μία ισορροπία ανάμεσα στην τάση του συστήματος να εξερευνεί το περιβάλλον του (exploration) και στην τάση να αξιοποιεί τη γνώση που έχει ήδη αποκτήσει (exploitation). Το πρόβλημα αυτό μελετάται συνήθως μέσω του προβλήματος των n-κουλοχέρηδων. Το πρόβλημα αυτό είναι εξαιρετικά παραστατικό αλλά και σημαντικό από ερευνητική άποψη, καθώς πολλά άλλα πολυπλοκότερα προβλήματα ανάγονται σε αυτό.

Θεωρούμε ότι έχουμε n-κουλοχέρηδες και δικαιούμαστε να παίξουμε συνολικά k φορές, επιλέγοντας οποιονδήποτε από τους n κάθε φορά. Παίζοντας το i-οστό μηχανήμα, αυτό αποδίδει κέρδος 1 με πιθανότητα p_i ή κέρδος 0 με πιθανότητα $1 - p_i$. Οι πραγματικές τιμές των πιθανοτήτων p_i είναι άγνωστες, όμως το σύστημα μπορεί να κάνει μία εκτίμηση της τιμής αυτών των πιθανοτήτων. Το ερώτημα είναι ποιά θα πρέπει να είναι η στρατηγική που θα ακολουθήσει το σύστημα, βάσει αυτών των εκτιμήσεων, ώστε να μεγιστοποιήσει το συνολικό κέρδος.

Δεδομένου ότι το σύστημα διατηρεί μία εκτίμηση των πιθανοτήτων, κάθε στιγμή υπάρχει μία πιθανότητα που η τιμή της θεωρείται μέγιστη. Η προσέγγιση των άπληστων αλγορίθμων είναι να επιλέγεται η αντίστοιχη μηχανή. Σε αυτή την περίπτωση, το σύστημα εκμεταλλεύεται την υπάρχουσα γνώση του περιβάλλοντος (exploitation). Στην αντίθετη περίπτωση, το σύστημα μπορεί να επιλέξει να παίξει σε μία από τις υπόλοιπες μηχανές. Σε αυτή την περίπτωση, το σύστημα εξερευνά το περιβάλλον του, καθώς αυτό του επιτρέπει να βελτιώσει την αξιοπιστία των εκτιμήσεών του για τις τιμές των πιθανοτήτων.

Ο τρόπος με τον οποίο θα εξισορροπηθούν αυτές οι δύο εναλλακτικές προσεγγίσεις καθορίζεται από την τιμή του k. Για μικρές τιμές του k, η εκμετάλλευση της υπάρχουσας γνώσης είναι η πιο σωστή προσέγγιση. Για μεγάλες τιμές του k ωστόσο, η εξερεύνηση του περιβάλλοντος μπορεί να δώσει καλύτερα αποτελέσματα, καθώς το σύστημα εξερευνώντας μπορεί να ανακαλύψει ότι άλλα μηχανήματα έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να αποδώσουν κέρδος από ότι εκείνο που αρχικά θεωρούσε βέλτιστο. Γενικά, η εξερεύνηση δίνει μικρότερο κέρδος βραχυπρόθεσμα, αλλά μεγαλύτερο μακροπρόθεσμα, καθώς σε βάθος χρόνου το σύστημα εκμεταλλεύεται τη γνώση που προκύπτει από αυτή.

Είναι εμφανές, ότι σε κάθε βήμα το σύστημα πρέπει να επιλέξει ανάμεσα στο exploration και στο exploitation. Η επιλογή αυτή σε κάθε βήμα είναι μία σύνθετη διαδικασία που εξαρτάται από τις εκτιμήσεις του συστήματος και από το πόσες δοκιμές ακόμα έχει διαθέσιμες. Το ερώτημα αυτό μεταφέρεται και σε πολυπλοκότερα προβλήματα ενισχυτικής μάθησης και η απάντησή του δεν είναι συνήθως δυνατό να δοθεί με αυστηρά τεκμηριωμένο τρόπο, αλλά προκύπτει εμπειρικά για κάθε πρόβλημα.

Κεφάλαιο 3

Ομαδοποίηση προτύπων με τη χρήση ασαφών επικαλύψεων

3 ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΑΣΑΦΩΝ ΕΠΙΚΑΛΥΨΕΩΝ

3.1 Εισαγωγή

Η ομαδοποίηση προτύπων είναι μία από τις θεμελιώδεις ανθρώπινες γνωστικές δραστηριότητες και έχει χρησιμοποιηθεί εκτεταμένα στην αναγνώριση προτύπων. Ανάμεσα στις μεθόδους που χρησιμοποιούνται, η ασαφής ομαδοποίηση προτύπων (fuzzy clustering) προσεγγίζει το πρόβλημα αποδίδοντας το κάθε δείγμα σε όλες τις ομάδες (clusters), σε διαφορετικό όμως βαθμό στην καθεμία, αντί να το αποδώσει σε μία μόνο ομάδα. Ο αλγόριθμος fuzzy c-means (FCM) είναι μία από τις γνωστότερες προσεγγίσεις ασαφούς ομαδοποίησης και η χρήση του για διάφορες εφαρμογές έχει μελετηθεί λεπτομερώς. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη βελτιστοποίηση μίας συγκεκριμένης συνάρτησης κόστους και δουλεύει καλά όταν οι ομάδες είναι ισοτροπικές.

Μία άλλη προσέγγιση στην ασαφή ομαδοποίηση είναι να επιλέγονται οι διαμερίσεις του συνόλου δεδομένων από δυαδικές ασαφείς σχέσεις μεταξύ ζευγών δειγμάτων του συνόλου αυτού, χρησιμοποιώντας την τεχνική της μεταβατικής κλειστότητας. Σε αυτή την προσέγγιση, κάθε ομάδα μπορεί να οριστεί ως ένα ασαφές σύνολο του οποίου τα στοιχεία είναι παρόμοια το ένα με το άλλο και ο βαθμός ομοιότητας μεταξύ κάθε ζεύγους στοιχείων δεν είναι μικρότερος από ένα ορισμένο επίπεδο. Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι ότι κάθε ασαφής σχέση ισοδυναμίας (μία σχέση που είναι ανακλαστική, συμμετρική και μεταβατική) δημιουργεί μία διαμέριση (partition) σε κάθε α -τομή και ο αριθμός των ομάδων δε χρειάζεται να προσδιοριστεί εκ των προτέρων.

Το μειονέκτημα ωστόσο, είναι ότι αυτές οι ασαφείς σχέσεις δεν είναι εύκολο να προσδιοριστούν, καθώς οι παραπάνω περιορισμοί είναι τόσο δεσμευτικοί που πολύ λίγες συναρτήσεις τους ικανοποιούν.

Η προσέγγιση που περιγράφεται εδώ παρουσιάζει μια τροποποίηση της έννοιας της ασαφούς επικάλυψης (fuzzy cover) και περιγράφει μία νέα αντιμετώπιση στο πρόβλημα της ομαδοποίησης, βασισμένη σε δυαδικές ασαφείς σχέσεις. Σε αυτή την προσέγγιση, χρησιμοποιείται η έννοια της ασαφούς επικάλυψης και συνάρτησης κόστους για να ομαδοποιήσει τα δεδομένα στις κατάλληλες ομάδες.

Ασαφής επικάλυψη είναι ένα ασαφές σύνολο στο οποίο η ασαφής σχέση κάθε σημείου που ανήκει σε αυτήν, ως προς το κεντρικό σημείο, είναι μεγαλύτερη από έναν ορισμένο βαθμό. Η δυαδική ασαφής σχέση στην περίπτωση μας δεν περιορίζεται σε συμμετρικές, ανακλαστικές και μεταβατικές σχέσεις ισοδυναμίας, πράγμα το οποίο μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε καταλληλότερες ασαφείς σχέσεις ομοιότητας σε διαφορετικές εφαρμογές. Ενσωματώνουμε λοιπόν τη συνάρτηση κόστους για να αναζητήσουμε τις βέλτιστες ασαφείς επικαλύψεις που μπορούν να καλύψουν ολόκληρο το σύνολο δεδομένων. Η συνάρτηση κόστους αντανάκλα τη φυσική ομαδοποίηση των ασαφών επικαλύψεων και κάνει τα αποτελέσματα της ομαδοποίησης πιο εύλογα. Στη συνέχεια, ο προτεινόμενος αλγόριθμος εντοπίζει εκείνες τις ασαφείς επικαλύψεις που τα κέντρα τους δημιουργούν στήριγμα για το σύνολο του συνόλου δεδομένων. Τα κέντρα αυτά διαμορφώνουν το σκελετό των τελικών ομάδων, μετά τη συνένωση των ασαφών επικαλύψεων σε λογικές ομάδες. Ο αριθμός των τελικών ομάδων καθορίζεται από την ασαφή σχέση που έχουμε ορίσει και δε χρειάζεται να προσδιοριστεί εκ των προτέρων. Στη συνέχεια μελετάται το θεωρητικό πλαίσιο του αλγορίθμου Fuzzy Covers Clustering (FCC) και αναλύεται η μεθοδολογία που ακολουθεί.

3.2 Ασαφής επικάλυψη (fuzzy cover)

Έστω $X = \{x_j \mid R(x_j, y) \geq \lambda\}$ ένα σύνολο από δείγματα, πεπερασμένου πλήθους, σε ένα πεδίο ορισμού D . Ο Zadeh ορίζει μία ασαφή σχέση ισοδυναμίας R για κάθε δείγμα X και ένα ασαφές υποσύνολο που βασίζεται στη σχέση και συμβολίζεται ως $R(x_j) = R(x_j, y)$, όπου $y \in X$. Για $\lambda \in [0,1]$, το λ -level-set που βασίζεται στη ασαφή σχέση R συμβολίζεται :

$$R_\lambda(x_j) = \{(x_j, y) \mid R(x_j, y) \geq \lambda\} \quad (1)$$

όπου x_j είναι το κέντρο του υποσυνόλου αυτού.

Στη διατύπωση αυτή, $R_\lambda(x_j)$ είναι ένα υποσύνολο του συνόλου R , που ονομάζεται ασαφής επικάλυψη του x_j από τον Zadeh ή ασαφής διαμέριση από τον Onchhnikov.

Έστω p_j αντιπροσωπεύει μία ασαφή επικάλυψη με κέντρο x_j τότε :

$$\begin{cases} p_j(x_k) = 1, R(x_j, x_k) \geq \lambda \\ p_j(x_k) = 0, R(x_j, x_k) < \lambda \end{cases} \\ j = 1, 2, \dots, n \\ k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Η ομάδα \sum είναι το δυναμοσύνολο του $\{p_j\}$, που συμβολίζεται με $\sum P\{p_j\}$. Είναι φανερό ότι η ομοιομορφία αυτής της διαμέρισης, δεν καθορίζει το πεδίο αλλά μόνο μία επικάλυψη. Στον παραδοσιακό ορισμό της ασαφούς επικάλυψης, η σχέση R πρέπει να ικανοποιεί το μεταβατικό, ανακλαστικό και συμμετρικό χαρακτήρα της σχέσης ισοδυναμίας. Εδώ γενικεύουμε τον ορισμό της ασαφούς επικάλυψης, το οποίο σημαίνει ότι θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν περισσότερες σχέσεις. Ο ακόλουθος ορισμός αποσαφηνίζει την έννοια :

Ορισμός 1 : (Ασαφής επικάλυψη) Δεδομένου ενός υποσυνόλου p_j με κέντρο x_j στο X και

$$p_j = \{y \mid r(x_j, y) = h(y \mid x_j) \geq \lambda, y \in X\} \quad (3)$$

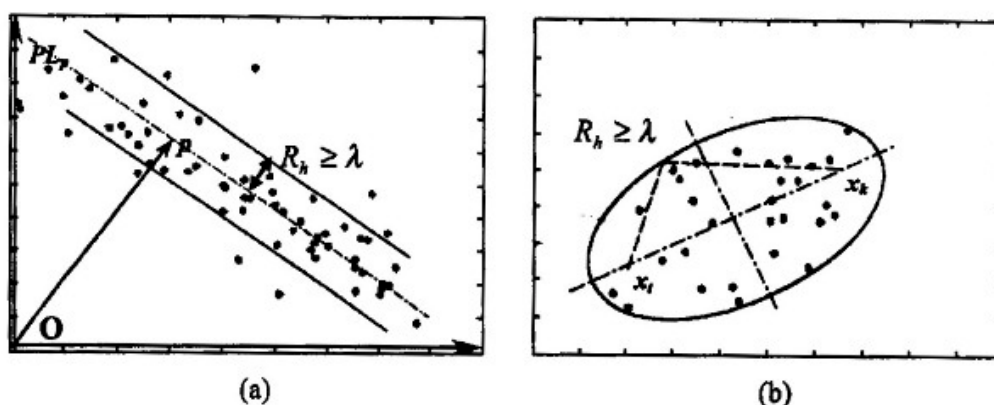
όπου λ η τιμή του κατωφλιού, r είναι η ασαφής σχέση μεταξύ ενός ζεύγους προτύπων, h είναι το κριτήριο απόστασης που έχει επιλεγεί για το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων (ορίζεται παρακάτω) και οι τιμές και των δύο βρίσκονται στο διάστημα $[0,1]$. Η οικογένεια \sum είναι το δυναμοσύνολο του $\{p_j\}$ και $X = \bigcup_{j \in \sum} p_j$, οπότε \sum είναι ένα σύνολο από ασαφείς επικαλύψεις στο X .

Σε αυτή την ασαφή επικάλυψη, μπορεί κανείς εύκολα να επιλέξει ένα ασαφές κριτήριο απόστασης h για ένα σύνολο δεδομένων, όπου το h δεν χρειάζεται να

ικανοποιεί τη σχέση ισοδυναμίας. Δείχνουμε εδώ τη βασική ιδέα, χρησιμοποιώντας δύο παραδείγματα με διαφορετικά κριτήρια απόστασης.

Ένα πιθανό κριτήριο απόστασης, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1(a) , είναι το :

$$h(y | p) = \exp\left(-\frac{d(PL_p, y)}{\xi}\right), y \in X, \xi > 0$$



Σχ.3.1: Δύο ασαφείς επικαλύψεις διαφορετικού σχήματος που διαμορφώνονται από διαφορετικά κριτήρια απόστασης (a) Υπερεπίπεδο (b) Έλλειψη

όπου $d(\cdot)$ είναι η Ευκλείδεια απόσταση και ξ μία σταθερά. Το σχήμα της ασαφούς επικάλυψης που διαμορφώνεται βάσει αυτού του κριτηρίου είναι ένα υπερεπίπεδο (hyperplane). Το υπερεπίπεδο PL_p περνάει μέσα από το δείγμα p και είναι κάθετο στο \overline{op} . Η διακεκομμένη γραμμή είναι το υπερεπίπεδο PL_p με το κανονικό διάνυσμα \overline{op} . Αν ένα δείγμα y ανήκει σε αυτή την ασαφή επικάλυψη, τότε πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση $h(y | p) = \exp\left(-\frac{d(PL_p, y)}{\xi}\right) \geq \lambda$, διαφορετικά το δείγμα δεν ανήκει στην εν λόγω ασαφή επικάλυψη. Οι δύο συνεχείς γραμμές είναι τα όρια της ασαφούς επικάλυψης σε σχέση με το κατώφλι λ και ο βαθμός της ασαφούς σχέσης των δειγμάτων μέσα σε αυτές τις γραμμές με το κέντρο είναι μεγαλύτερος από λ .

Στο σχήμα 3.1(b) φαίνεται ένα διαφορετικό κριτήριο :

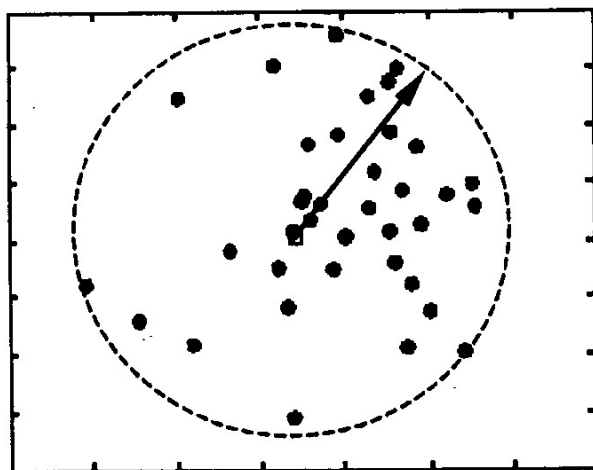
$$h(y | x_t, x_k) = \exp\left(-\frac{d(y, x_t) + d(y, x_k)}{2\xi}\right), y \in X, \xi > 0$$

Το κριτήριο αυτό ορίζει μία έλλειψη, το όριο της οποίας έχει βαθμό ασαφούς σχέσης ίσο με λ .

Αυτές οι δύο μορφές ασαφών επικαλύψεων προκύπτουν από δύο διαφορετικά κριτήρια απόστασης. Είναι φανερό ότι το πλεονέκτημα της προτεινόμενης προσέγγισης είναι ότι δεν περιορίζεται κατ'ανάγκη σε σχέσεις ισοδυναμίας. Ακόμα καταλληλότερες σχέσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή των ασαφών επικαλύψεων, τις οποίες εν συνεχεία θα χρησιμοποιήσουμε για την κατασκευή των τελικών ομάδων. Στην ακόλουθη παράγραφο περιγράφεται ο αλγόριθμος λεπτομερώς.

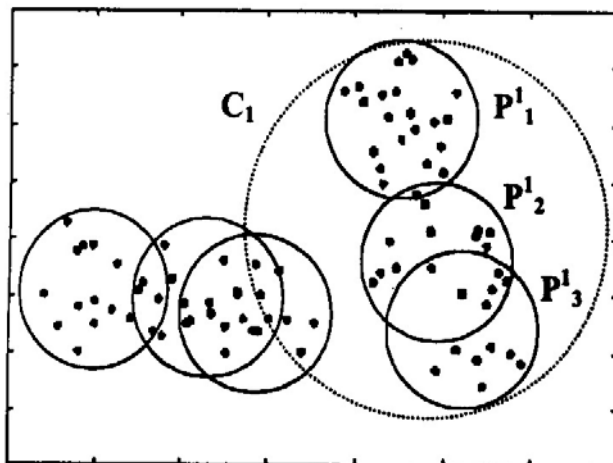
3.3. Δημιουργία ομάδων με τη χρήση των ασαφών επικαλύψεων

Σε αυτή την παράγραφο περιγράφονται πολλές σημαντικές ιδιότητες των ασαφών επικαλύψεων, καθώς και οι διαδικασίες βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται στον προτεινόμενο αλγόριθμο. Στο σχήμα 3.2 φαίνεται η ελάχιστη σφαιρική επικάλυψη που μπορεί να ενσωματώσει όλα τα στοιχεία του συνόλου δεδομένων και της οποίας το κέντρο είναι το κέντρο της ομάδας. Κατά αυτό τον τρόπο μπορούμε εύκολα να επιλέξουμε ένα εύλογο κέντρο για την ομάδα, ακόμα και αν η κατανομή είναι ασύμμετρη και το κέντρο της αντίστοιχης ασαφούς επικάλυψης αποτελεί σημείο του σκελετού (holding point) των τελικών ομάδων (η έννοια του holding point ορίζεται παρακάτω).



Σχ.3.2: Σύνολο δεδομένων που περικλείεται σε μία μόνο ομάδα

Αν ωστόσο μία ομάδα δεν έχει σφαιρική κατανομή, τότε δεν υπάρχει ένα μοναδικό τέτοιο σημείο. Σε αυτή την περίπτωση τα σημεία που αποτελούν το σκελετό της τελικής ομάδας λαμβάνονται από περισσότερες της μίας ασαφείς επικαλύψεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα των παραπάνω φαίνεται στο σχήμα 3.3.



Σχ.3.3: Δύο μη σφαιρικού σχήματος ομάδες

Είναι προφανές ότι δε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μία σφαιρικού σχήματος ασαφή επικάλυψη, π.χ. την C_1 , για να περικλείσουμε το δεξιό cluster. Πολλά δείγματα που δεν ανήκουν σε αυτή την ομάδα περιλαμβάνονται στο C_1 . Είναι λογικό να χρησιμοποιήσουμε 3 σφαιρικές ασαφείς επικαλύψεις (P_1, P_2, P_3) για καλύψουμε όλα τα δείγματα. Τα κέντρα αυτών αποτελούν το σκελετό της ομάδας.

Σε αυτό το παράδειγμα, ο σκελετός της ομάδας μπορεί να εξαχθεί από τις ασαφείς επικαλύψεις. Με άλλα λόγια, αν μπορούμε να βρούμε τα δείγματα που είναι πλησιέστερα στο σκελετό αυτό, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα δείγματα αυτά για να συμβολίσουμε την ίδια την ομάδα. Τα υπόλοιπα δείγματα θα αποδοθούν αυτόματα στις κατάλληλες ομάδες βάσει της απόστασης. Κατά συνέπεια, στον προτεινόμενο αλγόριθμο ομαδοποίησης, αναζητούμε πρώτα τα δείγματα που θα χρησιμεύσουν ως σκελετός της ομάδας χρησιμοποιώντας τις ασαφείς επικαλύψεις.

Ακολουθεί η περιγραφή των επιμέρους σταδίων της παραπάνω διαδικασίας (σε ψευδο-κώδικα) και η θεωρητική τεκμηρίωση του καθενός από αυτά τα στάδια .

3.3.1 Δημιουργία της ασαφούς επικάλυψης του κάθε δείγματος

Η διαδικασία που ακολουθείται σε αυτό το στάδιο είναι η ακόλουθη :

Αλγόριθμος CFC (Construct Fuzzy Covers)

- Θεωρούμε ένα σύνολο δεδομένων $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
- Επιλέγουμε το κριτήριο απόστασης h
- Επιλέγουμε το κατώφλι λ
- Για κάθε δείγμα του X :

- Κατασκευάζουμε την αντίστοιχη ασαφή επικάλυψη $P = \{p_j\}, j=1,2,\dots,n$
- Βρίσκουμε τα στοιχεία που ανήκουν σε αυτή $\rho_j = \{y \mid h(y \mid x_j) \geq \lambda, y \in X\}$
- Για κάθε ασαφή επικάλυψη που προκύπτει :
 - Βρίσκουμε όλες τις επικαλύψεις που περιέχουν ένα στοιχείο και δημιουργούμε το σύνολο A_1
 - Βρίσκουμε όλες τις επικαλύψεις που είναι υποσύνολα άλλων και δημιουργούμε το σύνολο A_2
- Ορίζουμε $A = A_1 \cup A_2$
- Το σύνολο $A = A_1 \cup A_2 \sum = \{P - A\}$ περιέχει τις επικαλύψεις που θα χρησιμοποιηθούν στο επόμενο βήμα

Σε αυτό το πρώτο βήμα χρησιμοποιούμε το κριτήριο απόστασης για να βρούμε τις ασαφείς επικαλύψεις. Το κατώφλι λ καθορίζει πόσα δείγματα θα εμπεριέχονται σε κάθε μία από αυτές. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά δύο κριτήρια απόστασης.

Το πρώτο είναι σφαιρικού σχήματος :

$$h(x_i \mid x_k) = 1 - \frac{d_{jk}}{d_{\max}}, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

όπου x_k είναι το κέντρο, d_{\max} είναι η μέγιστη απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε ζευγών στο X και d_{jk} είναι η απόσταση μεταξύ των x_i και x_k . Αυτό το σφαιρικού σχήματος κριτήριο ικανοποιεί τη συμμετρική αλλά όχι τη μεταβατική ιδιότητα.

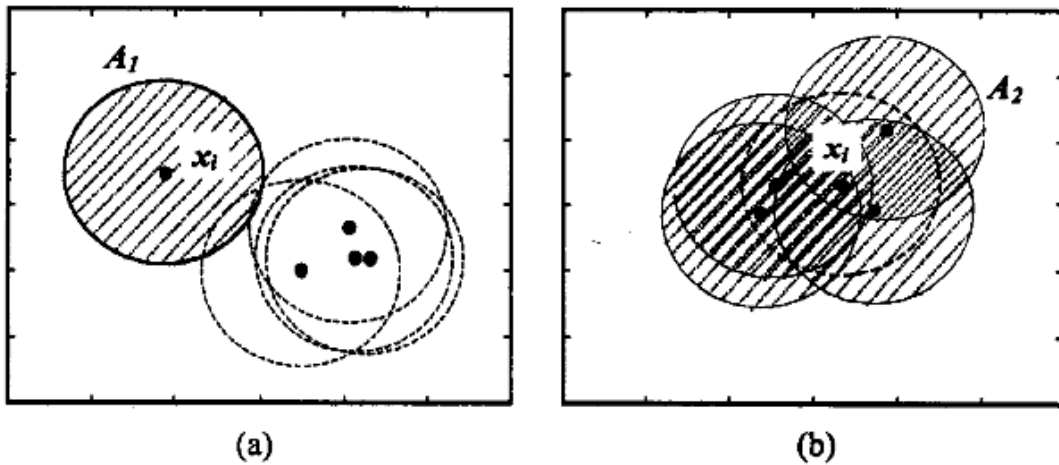
Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί το υπερεπίπεδο :

$$h(x_j \mid x_p) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{d(PL_p, x_j)}{\eta}\right)}, \xi = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

όπου PL_p είναι το υπερεπίπεδο που περνάει από το δείγμα x_p και έχει κανονικό διάνυσμα $\overrightarrow{ox_p}$, $d(PL_p, x_j)$ είναι η απόσταση ανάμεσα στο δείγμα x_j και το υπερεπίπεδο PL_p και η είναι μία σταθερά. Αυτή η σχέση δεν ικανοποιεί ούτε τη συμμετρική, ούτε τη μεταβατική ιδιότητα.

Δεδομένου ότι τα χρησιμοποιούμενα κριτήρια δεν είναι απαραίτητα να ικανοποιούν τους 3 περιορισμούς των ασαφών σχέσεων ισοδυναμίας, μπορούμε να επιλέξουμε διαφορετικά τέτοια κριτήρια για διαφορετικά σύνολα δεδομένων. Εδώ, το κατώφλι λ είναι σημαντική παράμετρος, δεδομένου ότι αν είναι πολύ μικρό, μία μόνο ομάδα θα εμπεριέχει ολόκληρο το σύνολο δεδομένων, ενώ αν είναι πολύ μεγάλο θα δημιουργηθούν πολλές περιττές ομάδες.

Στον παραπάνω αλγόριθμο ορίζονται τα σύνολα A_1 και A_2 , τα οποία θα αφαιρεθούν για να μειώσουν την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου. Οι σκιασμένες περιοχές του σχήματος 3.4 δείχνουν τα A_1 και A_2 αντίστοιχα.



Σχ.3.4: Σύνολα A_1 και A_2 του αλγορίθμου CFC (a) Ομάδα ενός στοιχείου (b) Ομάδα που επικαλύπτει τις υπόλοιπες

Υπάρχουν πολλές άλλες σχέσεις ισοδυναμίας που περιγράφονται από κλασικές ασαφείς σχέσεις. Ωστόσο, οι περισσότερες από αυτές έχουν πολλούς περιορισμούς που περιορίζουν την έκτασή τους. Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε μια διευρυμένη ασαφή σχέση ισοδυναμίας που βασίζεται στον τελεστή t-norm, η οποία αποδεικνύεται ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο απόστασης.

3.3.2 Εύρεση του ελάχιστου αριθμού επικαλύψεων που περικλείουν το σύνολο δεδομένων

Η εύρεση του ελάχιστου αριθμού δειγμάτων επιτυγχάνεται με την ακόλουθη διαδικασία :

Αλγόριθμος MCS (Minimal Covers to include Samples)

- Συμβολίζουμε τις επικαλύψεις που έδωσε ο προηγούμενος αλγόριθμος με p'_j , $j=1,2,\dots,K$
- Ορίζουμε το διάνυσμα $s = \{0\}^k$
- Ορίζουμε p'_{anchor} εκείνο με το μεγαλύτερο πλήθος στοιχείων
- Σημειώνουμε ότι έχουμε επισκευθεί το p'_{anchor}
- Για όσο υπάρχει σύνολο Φ επικαλύψεων που δεν έχουμε επισκευθεί και οι οποίες έχουν κοινά σημεία με το p'_{anchor}
 - Για κάθε στοιχείο του Φ

- Αν $p'_{pioneer} \in \Phi$ και το $|p'_{pioneer} \cap p'_{anchor}|$ είναι το ελάχιστο
 - $s[pioneer] = 1$
 - Σημειώνουμε ότι έχουμε επισκευθεί το $p'_{pioneer}$
 - Ορίζουμε ως νέο p'_{anchor} το $p'_{pioneer}$

Ο σκοπός της παραπάνω διαδικασίας είναι να βρεθούν τα σημεία που σχηματίζουν το σκελετό των ομάδων (holding points), χρησιμοποιώντας τις ασαφείς επικαλύψεις που βρήκαμε παραπάνω. Δεδομένου ότι τα σημεία αυτά βρίσκονται πάντα σε πυκνές περιοχές του συνόλου δεδομένων, σημειώνουμε αυτές τις περιοχές και στη συνέχεια εντοπίζουμε τα σημεία που βρίσκονται κοντά τους και τα θεωρούμε σημεία του σκελετού των ομάδων. Ο ορισμός του holding point είναι ο εξής :

Ορισμός 2 : Δεδομένου ενός συνόλου ασαφών επικαλύψεων που περικλείουν το σύνολο δεδομένων και ενός κατωφλίου λ , ορίζουμε τα κέντρα των επικαλύψεων ως holding points των πιθανών ομάδων, αν ικανοποιούν τα εξής :

- Ο αριθμός των ομάδων είναι ελάχιστος
- Ο αριθμός των κοινών δειγμάτων μεταξύ δύο ομάδων είναι ελάχιστος

Η πρώτη συνθήκη εξασφαλίζει ότι τα κέντρα βρίσκονται γύρω από πυκνές περιοχές του X . Η δεύτερη μειώνει την ομοιότητα μεταξύ δύο ομάδων.

Όπως φαίνεται από τον ορισμό, τα σημεία του σκελετού των ομάδων βρίσκονται πάντα σε πυκνές περιοχές του X . Αν μπορούμε να βρούμε ένα πεπερασμένο σύνολο επικαλύψεων που να περικλείει όλα τα στοιχεία του X , ορίζουμε το μέσο αριθμό στοιχείων σε κάθε μία ως :

$$mean_p = \frac{n}{n_p} \quad (6)$$

όπου n_p είναι ο αριθμός των επικαλύψεων. Προφανώς, μικρότερο n_p σημαίνει μεγαλύτερο $mean_p$. Μπορούμε εύκολα να βρούμε το σκελετό των ομάδων μεγιστοποιώντας το $mean_p$. Η προσέγγιση αυτή είναι ανάλογη με το να βρούμε τον ελάχιστο αριθμό επικαλύψεων που περικλείουν όλα τα δείγματα και αυτό είναι ένα κλασικό πρόβλημα vertex cover. Δεδομένου ότι αυτό είναι ένα NP-hard πρόβλημα, υπάρχουν πολλές μέθοδοι βελτιστοποίησης που μπορούν να το λύσουν.

Το να λυθεί το πρόβλημα vertex cover είναι το ίδιο με το να βρεθεί ο βέλτιστος αριθμός επικαλύψεων στον αλγόριθμό μας. Ο ορισμός του vertex cover είναι ο εξής :

$$\min \left\{ \sum_{i \in \Sigma} w_i s_i \mid A s \geq b, s \in \{0,1\}^{|\Sigma|} \right\} \quad (7)$$

όπου Σ είναι ένα σύνολο κόμβων και s_i το χαρακτηριστικό διάνυσμα. Το w_i είναι ένα μη αρνητικό κόστος που σχετίζεται με το Σ και το οποίο είναι πάντα 1.0 στον αλγόριθμό μας, A είναι ένας 0-1 πίνακας και $b = \hat{1}$. Το πρόβλημα αναζητά το

ελάχιστο κόστος για ένα σύνολο κόμβων. Η συνάρτηση κόστους εύρεσης βέλτιστων κόμβων γίνεται :

$$\min \left\{ \sum_{i \in \Sigma} w_i s_i + \mu \sum_{\substack{\rho_i, \rho_l \in \Sigma \\ i \neq l}} |\rho_i \cap \rho_l| \right\} s \quad (8)$$

$$s \in \{0,1\}^{|\Sigma|}, As \geq b$$

όπου ρ_i και ρ_l είναι δύο κόμβοι από το σύνολο Σ . Υπάρχει ένας επιπλέον όρος στη σχέση, ο οποίος δηλώνει ότι η συνάρτηση κόστους θα πρέπει να περιλαμβάνει τον ελάχιστο αριθμό κοινών στοιχείων μεταξύ των κόμβων. Ο όρος αυτός σχετίζεται με τη δεύτερη συνθήκη του ορισμού 2.

Η παραπάνω εξίσωση είναι η συνάρτηση κόστους που θα χρησιμοποιηθεί για τον αλγόριθμό μας και τα τελικά κέντρα που ικανοποιούν τη συνάρτηση αποτελούν το σκελετό των τελικών ομάδων. Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου, στη χειρότερη περίπτωση, είναι : $O\left(\left(\sum |\rho_j| + \sum_{j=1}^K |\rho_j|\right) \times \log |\Sigma|\right)$, όπου $\rho_j \in \Sigma, j = 1, 2, \dots, K$

Τα κέντρα των ασαφών επικαλύψεων που προκύπτουν από τον παραπάνω αλγόριθμο διαμορφώνουν το σκελετό των πιθανών ομάδων. Αλλά πολλές από αυτές τις πιθανές ομάδες θα συνενωθούν σε μία τελική ομάδα με τον τρόπο που φαίνεται παρακάτω.

3.3.3 Συνένωση των ασαφών επικαλύψεων σε ομάδες

Αλγόριθμος SCC (Splice Covers into Clusters)

Έστω $\{\pi\}$ το σύνολο των τελικών ομάδων

Αρχικά θέτουμε $\{\pi\} = \{\}$ και $c=0$

Έστω $\{\rho_k^i\}, k=1, 2, \dots, m$ που έδωσε ο αλγόριθμος MCS

Κατατάσσουμε τα $\{\rho_k^i\}$ σε $\{\rho_j^{\prime\prime}\}, j=1, 2, \dots, m$ έτσι ώστε $|\rho_1^{\prime\prime}| \leq |\rho_2^{\prime\prime}| \leq \dots \leq |\rho_m^{\prime\prime}|$

$\rho_m^{\prime\prime} \rightarrow \pi_1$

Για κάθε $\rho_j^{\prime\prime}, j=m-1$ έως 1

Αν υπάρχει $\rho_w^{\prime\prime} \rightarrow \pi_u$ και τα $\rho_j^{\prime\prime}$ και $\rho_w^{\prime\prime}$ ικανοποιούν την (9) ή (10)

$\rho_j^{\prime\prime} \rightarrow \pi_u$

διαφορετικά

$c=c+1$

$\rho_k^i = \pi_c$

Αποκτάμε m ασαφείς επικαλύψεις $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο MCS, όπου κάθε μία αντιπροσωπεύει μία πιθανή τελική ομάδα. Σε αυτή την παράγραφο, συζητάμε πώς οι πιθανές ομάδες θα συνενωθούν στις τελικές ομάδες. Το κριτήριο συνένωσης που θα χρησιμοποιηθεί για να αποφασιστεί πόσες πιθανές ομάδες θα συνενωθούν σε μία τελική, θα βασιστεί στο κριτήριο απόστασης που χρησιμοποιήθηκε στον αλγόριθμο CFC. Προκύπτουν δύο κριτήρια συνένωσης, για τα δύο κριτήρια απόστασης που μελετήθηκαν, αντίστοιχα.

Για το σφαιρικό κριτήριο (4), ρ_i και ρ_j είναι δύο σφαιρικού σχήματος ασαφείς επικαλύψεις. Για να συνενωθούν σε μία τελική ομάδα, πρέπει να έχουν κοινά στοιχεία. Επιπλέον πρέπει να ικανοποιούν και την ακόλουθη σχέση:

$$\max_{\rho_{\rho_i \cap \rho_j}} |\rho_{\rho_i \cap \rho_j}| \geq \psi \min\{|\rho_i|, |\rho_j|\} \quad (9)$$

όπου $\rho_{\rho_i \cap \rho_j}$ είναι μία ασαφής επικάλυψη, της οποίας το κέντρο είναι ένα από τα κοινά στοιχεία των ρ_i και ρ_j . $|\rho_{\rho_i \cap \rho_j}|$ είναι ο αριθμός των δειγμάτων που περικλείει το $\rho_{\rho_i \cap \rho_j}$. ψ είναι μία σταθερά της οποίας η τιμή είναι μικρότερη από τη μονάδα αλλά κοντά σε αυτήν. Η σχέση (9) υπολογίζει την πυκνότητα της ασαφούς επικάλυψης. Αν ο αριθμός των στοιχείων του $\rho_{\rho_i \cap \rho_j}$ είναι παρόμοιος με τον αριθμό των στοιχείων των ρ_i και ρ_j , τότε είναι κομμάτια της ίδιας ομάδας, διαφορετικά είναι ανεξάρτητα. Όλες οι σφαιρικού σχήματος ασαφείς επικαλύψεις που ικανοποιούν το κριτήριο (9), μπορούν να συνενωθούν σε μία τελική ομάδα.

Το αντίστοιχο κριτήριο συνένωσης σε περίπτωση που χρησιμοποιηθούν υπερεπίπεδα για το σχήμα των ασαφών επικαλύψεων, είναι :

$$\cos(\angle(\rho_i \cap \rho_j)) \times \frac{|\rho_i \cap \rho_j|}{|\rho_i| + |\rho_j|} \geq t \quad (10)$$

Όπου $\angle(\rho_i \cap \rho_j)$ είναι η γωνία μεταξύ ρ_i και ρ_j . Αν η τιμή του (10) είναι μεγαλύτερη από ένα κατώφλι t , τα ρ_i και ρ_j μπορούν να συνενωθούν. Διαφορετικά είναι ανεξάρτητα. Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου ως προς το χρόνο είναι στη χειρότερη περίπτωση $O(m^2)$, όπου m είναι ο αριθμός των ομάδων που δίνει ο αλγόριθμος MCS. Παρότι η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου ως προς το χρόνο εξαρτάται από το τετράγωνο του m , η εκτέλεση του αλγορίθμου δε χρειάζεται πολύ χρόνο, καθώς ο αριθμός των ασαφών επικαλύψεων που απομένουν μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου MCS είναι πολύ μικρότερος από το μέγεθος του αρχικού συνόλου δεδομένων ($n \geq K \gg m$)

Μετά τη διαδικασία αυτή, παίρνουμε τις τελικές ομάδες (c σε πλήθος). Απομένει να αποτιμήσουμε την αξιοπιστία της ομαδοποίησης.

3.3.4 Καταλληλότητα του λ

Όπως φάνηκε από τα παραπάνω, η απόδοση του αλγορίθμου καθορίζεται από την τιμή της παραμέτρου λ . Είναι συνεπώς αναγκαίο να καθοριστεί μία μέθοδος βάσει της οποίας θα επιλεγεί η τιμή του λ για την οποία ο αλγόριθμος παρουσιάζει τη βέλτιστη συμπεριφορά. Για πειράματα που παρατίθενται στο κεφάλαιο 7 χρησιμοποιήθηκαν 3 διαφορετικά τέτοια κριτήρια, τα οποία αναλύονται παρακάτω.

Κριτήριο 1

Βάσει του κριτηρίου αυτού, η αποτίμηση της καταλληλότητας του λ θα γίνει με τη χρήση της σχέσης :

$$v(\lambda) = \sum_{i=1}^c \frac{S_w^i + d_m}{S_b^i + d_m} \quad (11)$$

όπου S_w είναι η μέση απόσταση των στοιχείων που ανήκουν στην ίδια τελική ομάδα, S_b είναι η μέση απόσταση μεταξύ των στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες και d_m είναι η μέση απόσταση μεταξύ των δειγμάτων του συνόλου δεδομένων.

Κριτήριο 2

Το κριτήριο αυτό, όπως και το προηγούμενο, βασίζεται στο λόγο της απόστασης μεταξύ των στοιχείων διαφορετικών ομάδων και της απόστασης μεταξύ στοιχείων της ίδιας ομάδας. Ωστόσο, εδώ οι αποστάσεις αυτές ορίζονται διαφορετικά. Συγκεκριμένα, θεωρώντας ότι για ορισμένη τιμή του λ προκύπτουν k ομάδες, η μέση απόσταση μεταξύ των ομάδων ορίζεται ως :

$$B = \sum_{i=1}^K nr_i (\bar{c}_i - \bar{x})(\bar{c}_i - \bar{x})^T$$

όπου r_i πλήθος των στοιχείων που περιλαμβάνει η i -οστή ομάδα, \bar{c}_i το κέντρο της ομάδας αυτής, και \bar{x} το κέντρο όλων των στοιχείων που αποτελούν το σύνολο δεδομένων.

Η απόσταση μεταξύ των στοιχείων της ίδιας ομάδας ορίζεται ως :

$$W = \sum_{i=1}^K (x_{c_i} - \bar{x}_{c_i})(x_{c_i} - \bar{x}_{c_i})^T$$

όπου x_{c_i} ένας πίνακας που περιλαμβάνει όλα τα στοιχεία της i -οστής ομάδας, και \bar{x}_{c_i} ένας πίνακας ίδιων διαστάσεων με τον προηγούμεο του οποίου η κάθε στήλη απεικονίζει το κέντρο της ομάδας.

Η τελική εκτίμηση της καταλληλότητας του λ δίνεται από την ποσότητα:

$$\frac{\text{trace}(B) \frac{1}{(K-1)}}{\text{trace}(W) \frac{1}{(n-K)}}$$

όπου n το πλήθος των στοιχείων που αποτελούν το σύνολο δεδομένων.

Κριτήριο 3

Ως τελευταίο κριτήριο επιλέχθηκε η καμπύλη L-curve: Για κάθε τιμή του λ , υπολογίζεται για τις ομάδες που προκύπτουν η μέση απόσταση μεταξύ των στοιχείων κάθε ομάδας (inter-cluster variance), και η μέση απόσταση μεταξύ στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες (intra-cluster variance). Στη συνέχεια, απεικονίζεται γραφικά η intra-cluster απόσταση συναρτήσει της inter-cluster απόστασης. Τέλος επιλέγεται ως βέλτιστη τιμή του λ εκείνη που αντιστοιχεί στο σημείο εκείνο για το οποίο η κλίση της καμπύλης σταθεροποιείται.

3.3.5 Υπολογισμός συνάρτησης συμμετοχής

Τέλος μελετάμε το βαθμό συμμετοχής του δείγματος x_j στην ομάδα π_i (membership) όπως αυτό προκύπτει από τον αλγόριθμο FCC. Ο βαθμός συμμετοχής μ_{ij} δίνεται από τη σχέση :

$$\begin{aligned} \mu_{ij} &= \mu(x_j, \pi_i) = \max_{\{\rho_k \in \pi_i\}} \{h(x_j, x_k)\} \\ i &= 1, 2, \dots, c \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

όπου x_k είναι το κέντρο του ρ_k^i . Υπολογίζουμε το βαθμό αυτό στο $U = \{u_{ij}\}$ χρησιμοποιώντας τη (12). Τα σημεία που αποτελούν το σκελετό των ομάδων στο X είναι τα δείγματα για τα οποία $u_{ij} = 1.0$

Κεφάλαιο 4

Νευροασαφές Σύστημα Εξαγωγής Συμπερασμάτων

4 ΝΕΥΡΟ-ΑΣΑΦΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ

Όπως αναφέρθηκε από την εισαγωγή, το κύριο αντικείμενο του συστήματος είναι η εξαγωγή συμπερασμάτων. Αυτό θα επιτευχθεί με τη χρήση ενός νευροασαφούς συστήματος, βασισμένου στο νευροασαφές σύστημα SupFunis. Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζονται αρχικά ορισμένα γενικά χαρακτηριστικά των νευροασαφών συστημάτων και ο τρόπος με τον οποίο το συγκεκριμένο μοντέλο διαφοροποιείται από αυτά. Στη συνέχεια αναπτύσσεται λεπτομερώς η αρχιτεκτονική του δικτύου και ο τρόπος εξαγωγής συμπερασμάτων. Τέλος, παρουσιάζεται ένας τρόπος εξαγωγής κανόνων από το εκπαιδευμένο δίκτυο (ο τρόπος με τον οποίο θα γίνει η εκπαίδευση του δικτύου εξετάζεται σε επόμενο κεφάλαιο).

4.1 Γενικά χαρακτηριστικά

Η ανάπτυξη των νευροασαφών συστημάτων γενικά, στηρίζεται σε ορισμένες κοινές απαιτήσεις, οι κυριότερες από τις οποίες είναι:

- Να ενσωματωθεί η γνώση που προκύπτει από τα δεδομένα στην αρχιτεκτονική του δικτύου ώστε να επιταχύνεται η διαδικασία της μάθησης
- Να σχεδιαστεί ένας κατάλληλος μηχανισμός σύνθεσης και συσώρευσης συμπερασμάτων ο οποίος να είναι σε θέση να χειρίζεται ταυτόχρονα αριθμητικές και γλωσσικές εισόδους για να εξάγει τα συμπεράσματα
- Να ενσωματωθεί ένας μηχανισμός ο οποίος θα ρυθμίζει τις παραμέτρους του δικτύου βάσει της εκπαίδευσης από αριθμητικά δεδομένα
- Να εξάγει, από την γνώση που προκύπτει από την εκπαίδευση, μία βάση κανόνων

Τα χαρακτηριστικά αυτά αναπτύσσονται εκτενέστερα παρακάτω :

ι. Ενσωμάτωση γνώσης που προκύπτει από δεδομένα

Τα περισσότερα υβριδικά μοντέλα ενσωματώνουν γνώση που προκύπτει από τα δεδομένα με τη μορφή ασαφών κανόνων EAN – TOTΕ, οι οποίοι απεικονίζονται στη δομή του δικτύου. Αυτή η ενσωμάτωση της γνώσης επιτυγχάνεται θεωρώντας ότι τα στοιχεία, τόσο της υπόθεσης όσο και του συμπεράσματος, παρουσιάζονται ως συναπτικά βάρη στο δίκτυο. Έχει αποδειχθεί ότι τα δίκτυα που βασίζονται στη γνώση απαιτούν μικρότερο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης και επιτυγχάνουν καλύτερη γενίκευση. Όταν η γνώση αυτού του είδους προκύπτει από αριθμητικά δεδομένα, συνηθίζεται να χρησιμοποιείται είτε ομαδοποίηση είτε διαμερισμός για να προκύψουν οι κανόνες. Με τη χρήση ομαδοποίησης, τα κέντρα των ασαφών κανόνων αρχικοποιούνται ως διανύσμα των ομάδων που προκύπτουν από το σύνολο δεδομένων. Κατά συνέπεια, ο αλγόριθμος μάθησης πρέπει να ρυθμίζει αυτούς τους κανόνες βάσει των διαθέσιμων δεδομένων εκπαίδευσης που περιγράφουν το πρόβλημα. Οι τεχνικές διαμέρισης διαιρούν αναδρομικά το σύνολο δεδομένων εισόδου – εξόδου σε μικρότερες περιοχές βάσει κάποιου τοπικού κριτηρίου τετραγωνικού σφάλματος. Από κάθε διαμέριση προκύπτει ένας κανόνας EAN –

TOTE. Και στις δύο περιπτώσεις, η εύρεση του βέλτιστου αριθμού κανόνων ακολουθεί μία ευριστική προσέγγιση.

ii. Σύνθεση και συσώρευση αποτελεσμάτων

Το θέμα της σύνθεσης δεδομένων εισόδου με βάση την ενσωματωμένη βάση κανόνων, εξαρτάται από το αν τα χαρακτηριστικά των εισόδων είναι αριθμητικά ή γλωσσικά. Με αριθμητικές εισόδους, η συνηθισμένη προσέγγιση είναι να χρησιμοποιούνται τιμές που υπολογίζονται από τις συναρτήσεις συμμετοχής των ασαφών συνόλων που απεικονίζουν τα βάρη του δικτύου. Για το χειρισμό ασαφών εισόδων, γίνεται κβαντισμός του συνόλου αναφοράς σε προκαθορισμένα ασαφή σύνολα.

iii. Μάθηση

Το θέμα αυτό αντιμετωπίζεται είτε με τη μέθοδο κλίσης και παραλλαγές της, μη επιβλεπόμενη μάθηση, ενισχυτική μάθηση και ευριστικές μεθόδους, είτε με γενετικούς αλγορίθμους.

iv. Ερμηνεία κανόνων

Η ερμηνεία των ασαφών βαρών επιτυγχάνεται αναθέτοντας σε κάθε ένα από τα ασαφή βάρη μία γλωσσική τιμή η οποία καθορίζεται βάσει της σύγκρισης της ομοιότητας με μία προκαθορισμένη συλλογή ασαφών συνόλων. Η προσέγγιση αυτή βοηθάει στη δημιουργία μιας βάσης κανόνων που είναι εύκολα κατανοητή. Το νευροασαφές σύστημα που θα χρησιμοποιηθεί στην εφαρμογή μας είναι αναγκαίο να έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Να ενσωματώνει ένα μηχανισμό ο οποίος θα είναι σε θέση να χειρίζεται κατά τον ίδιο τρόπο αριθμητικές και γλωσσικές εισόδους
- Να περιορίζει κατά το δυνατόν τον αριθμό των παραμέτρων που χρειάζεται για να λύσει ένα πρόβλημα
- Να ενσωματώνει τη γνώση που προκύπτει είτε από τα δεδομένα, είτε από την εμπειρία, στη δημιουργία ενός συνόλου κανόνων της μορφής EAN- TOTE
- Να τροποποιεί τη βάση των κανόνων βάσει της γνώσης που προκύπτει από τα δεδομένα
- Να είναι σε θέση να ερμηνεύσει ένα εκπαιδευμένο νευροασαφές σύστημα

Το σύστημα που περιγράφεται παρακάτω επιτυγχάνει σε μεγάλο βαθμό αυτούς τους στόχους. Χρησιμοποιεί τη συνηθισμένη αρχιτεκτονική ενός νευροασαφούς δικτύου που ενσωματώνει κανόνες μορφής EAN – TOTE ως κρυμμένο στρώμα. Αυτό επιτυγχάνεται αντιστοιχίζοντας τα μέλη της υπόθεσης των κανόνων με τα προσυναπτικά βάρη του κρυμμένου στρώματος και τα μέλη συμπεράσματος με τα μετασυναπτικά βάρη. Ωστόσο, παρουσιάζει κάποιες ιδιαιτερότητες που το διαφοροποιούν από τα υπόλοιπα νευροασαφή δίκτυα :

- Χρησιμοποιεί έναν εκπαιδευμένο ασαφοποιητή εισόδου ο οποίος είναι υπεύθυνος για την ασαφοποίηση των αριθμητικών δεδομένων. Κάθε αριθμητική είσοδος ασαφοποιείται βάσει μίας συνάρτησης Gauss που αντιστοιχεί σε κάθε χαρακτηριστικό του προβλήματος.
- Όλες οι πληροφορίες που διαδίδονται από το στρώμα εισόδου είναι ασαφείς. Κατά αυτό τον τρόπο, το μοντέλο χρησιμοποιεί ένα μηχανισμό σύνθεσης βασισμένο σε κάποιο κριτήριο ομοιότητας ασαφών συνόλων. Αυτό το

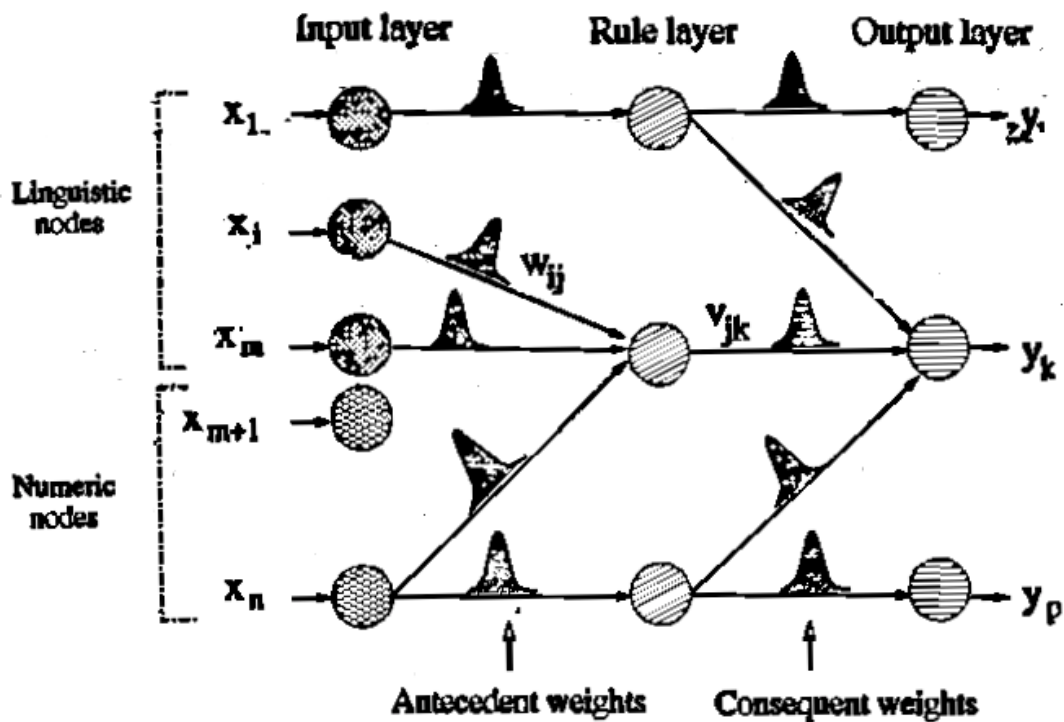
διαφοροποιεί από τη συνηθισμένη προσέγγιση να χρησιμοποιείται ο τελεστής \min για να βρεθεί η τελική ενεργοποίηση.

- Οι έξοδοι παράγονται με τη μέθοδο της ποσοτικής απο-ασαφοποίησης (volume de-fuzzification), η οποία είναι παραλλαγή της συνηθισμένης μεθόδου κέντρου βάρους.

Τα τέσσερα παραπάνω χαρακτηριστικά προσδίδουν στο μοντέλο ταυτόχρονα υψηλές επιδόσεις και οικονομία παραμέτρων.

4.2 Αρχιτεκτονική και τρόπος λειτουργίας του μοντέλου

Η αρχιτεκτονική του χρησιμοποιούμενου μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 4.1.



Σχ.4.1: Αρχιτεκτονική του μοντέλου SupFuNIS

Το μοντέλο εμπεριέχει ασαφείς κανόνες της μορφής

Αν το x_1 είναι ΧΑΜΗΛΟ και το x_2 ΥΨΗΛΟ, τότε το y είναι ΜΕΣΑΙΟ

όπου ΧΑΜΗΛΟ, ΜΕΣΑΙΟ, ΥΨΗΛΟ είναι ασαφή σύνολα που ορίζονται στο υπερσύνολο αναφοράς των κόμβων εισόδου ή εξόδου αντίστοιχα. Οι κόμβοι εισόδου

αντιπροσωπεύουν μεταβλητές ή χαρακτηριστικά του πεδίου ορισμού και οι κόμβοι εξόδου μεταβλητές ή χαρακτηριστικά του πεδίου τιμών.

Κάθε κρυμμένος κόμβος αντιπροσωπεύει έναν κανόνα και οι συνάψεις μεταξύ των κόμβων εισόδου και των κόμβων κανόνων αντιπροσωπεύουν τα προσυναπτικά βάρη του ασαφούς κανόνα. Κατά ανάλογο τρόπο, οι συνάψεις μεταξύ των κόμβων κανόνων και των κόμβων εξόδου αντιπροσωπεύουν τα μετασυναπτικά βάρη του ασαφούς κανόνα.

Ασαφή σύνολα που αντιστοιχούν σε γλωσσικές μεταβλητές (όπως ΧΑΜΗΛΟ, ΜΕΣΑΙΟ, ΥΨΗΛΟ), ορίζονται στα υπερσύνολα αναφοράς εισόδου και εξόδου και αντιπροσωπεύονται από συμμετρικές συναρτήσεις συμμετοχής Gauss που χαρακτηρίζονται από το κέντρο και τη διασπορά τους.

Κατά συνέπεια τα ασαφή βάρη w_{ij} από τους κόμβους εισόδου i προς τους κόμβους κανόνων j παριστάνονται από το κέντρο w_{ij}^c και τη διασπορά w_{ij}^σ και συμβολίζονται $w_{ij} = (w_{ij}^c, w_{ij}^\sigma)$. Κατά ανάλογο τρόπο, τα μετασυναπτικά βάρη από τους κόμβους κανόνων j προς τους κόμβους εξόδου k συμβολίζονται με $v_{kj} = (v_{kj}^c, v_{kj}^\sigma)$. Η γεγονοδηγούμενη γνώση ενσωματώνεται κατά τον τρόπο αυτό απευθείας στην αρχιτεκτονική του δικτύου.

Το δίκτυο μπορεί να δεχτεί ταυτόχρονα ως εισόδους αριθμητικές τιμές και ασαφείς ποσότητες. Οι αριθμητικές τιμές ασαφοποιούνται ώστε όλες οι εισοδοί του δικτύου να έχουν ασαφή χαρακτήρα. Καθώς και τα προσυναπτικά βάρη είναι επίσης ασαφείς μεταβλητές, χρειάζεται να καθοριστεί ο τρόπος μετάδοσης ενός ασαφούς σήματος μέσω μίας ασαφούς σύναψης.

Στις περισσότερες περιπτώσεις νευρωνικών δικτύων το σήμα εισόδου πολλαπλασιάζεται απευθείας με μία ποσότητα ανάλογη του βάρους και οι τιμές που προκύπτουν αθροίζονται για να δώσουν την τιμή ενεργοποίησης ενός κόμβου. Στο συγκεκριμένο δίκτυο, για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί το μέτρο ομοιότητας.

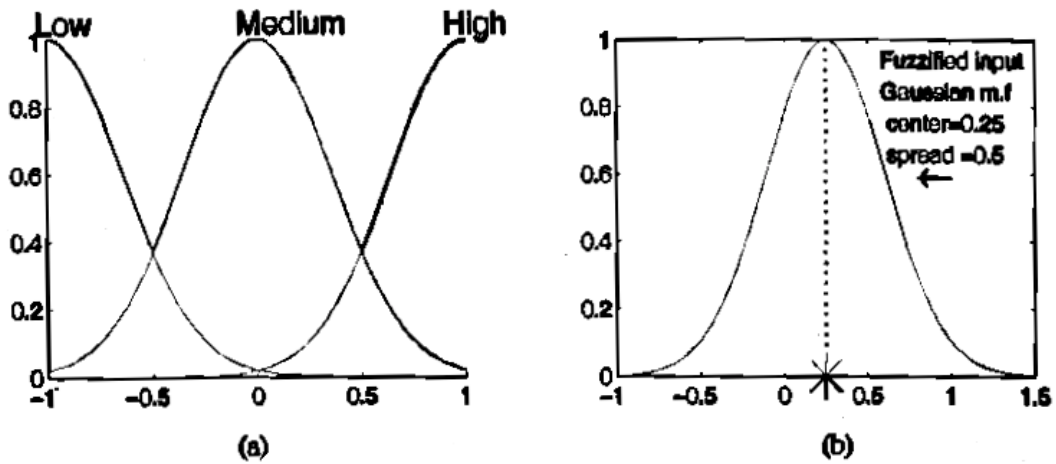
4.2.1 Μετάδοση του σήματος στους κόμβους εισόδου

Καθώς το διάνυσμα εισόδου $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ μπορεί να περιλαμβάνει είτε αριθμητικές είτε γλωσσικές μεταβλητές, υπάρχουν δύο είδη κόμβων στο στρώμα εισόδου.

Οι γλωσσικοί κόμβοι δέχονται μία γλωσσική είσοδο που αναπαριστάται από ένα ασαφές σύνολο με μία συνάρτηση συμμετοχής Gauss και μοντελοποιείται από το κέντρο w_{ij}^c και τη διασπορά w_{ij}^σ . Αυτές οι συναρτήσεις συμμετοχής επιλέγονται από έναν προκαθορισμένο αριθμό ασαφών συνόλων, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2(a), όπου τρία ασαφή σύνολα έχουν οριστεί σε ένα υπερσύνολο αναφοράς $[-1,1]$. Κατά αυτό τον τρόπο, η γλωσσική μεταβλητή x_i αναπαριστάται από $x_i = (x_i^c, x_i^\sigma)$. Το ίδιο αυτό σήμα $S(x_i) = x_i$ μεταδίδεται από τον γλωσσικό κόμβο, εφόσον οι εισοδοί δεν υφίστανται καμία επεξεργασία στο στρώμα εισόδου.

Οι αριθμητικοί κόμβοι είναι εκπαιδευόμενοι ασαφοποιητές. Δέχονται αριθμητικές εισόδους και τις ασαφοποιούν χρησιμοποιώντας ασαφή σύνολα Gauss. Η αριθμητική είσοδος ασαφοποιείται αντιμετωπίζοντάς την ως κέντρο x_i^c μίας συνάρτησης συμμετοχής Gauss με ρυθμιζόμενη απόκλιση x_i^σ . Αυτό φαίνεται στο σχήμα 4.2(b) όπου μία αριθμητική είσοδος με τιμή 0.25 έχει ασαφοποιηθεί σε μία συνάρτηση συμμετοχής Gauss με απόκλιση 0.5. Το σχήμα Gauss επιλέγεται για να

ταιριάζει με το σχήμα των ασαφών συνόλων, καθώς αυτό διευκολύνει τους υπολογισμούς ομοιότητας που φαίνονται στο σχήμα 4.3.



Σχ.4.2: (α) Προκαθορισμένα ασαφή σύνολα για ασαφείς εισόδους. (β) Παράδειγμα ασαφοποίησης αριθμητικής εισόδου.

4.2.2 Μέτρο ομοιότητας

Δεδομένου ότι και το σήμα και τα βάρη είναι ασαφή σύνολα τα οποία αντιπροσωπεύονται από συναρτήσεις συμμετοχής Gauss, φαίνεται εύλογο να επιλεγεί ως σήμα προς μετάδοση ο βαθμός ομοιότητας των δύο ασαφών συνόλων. Ο βαθμός αυτός ορίζεται παρακάτω :

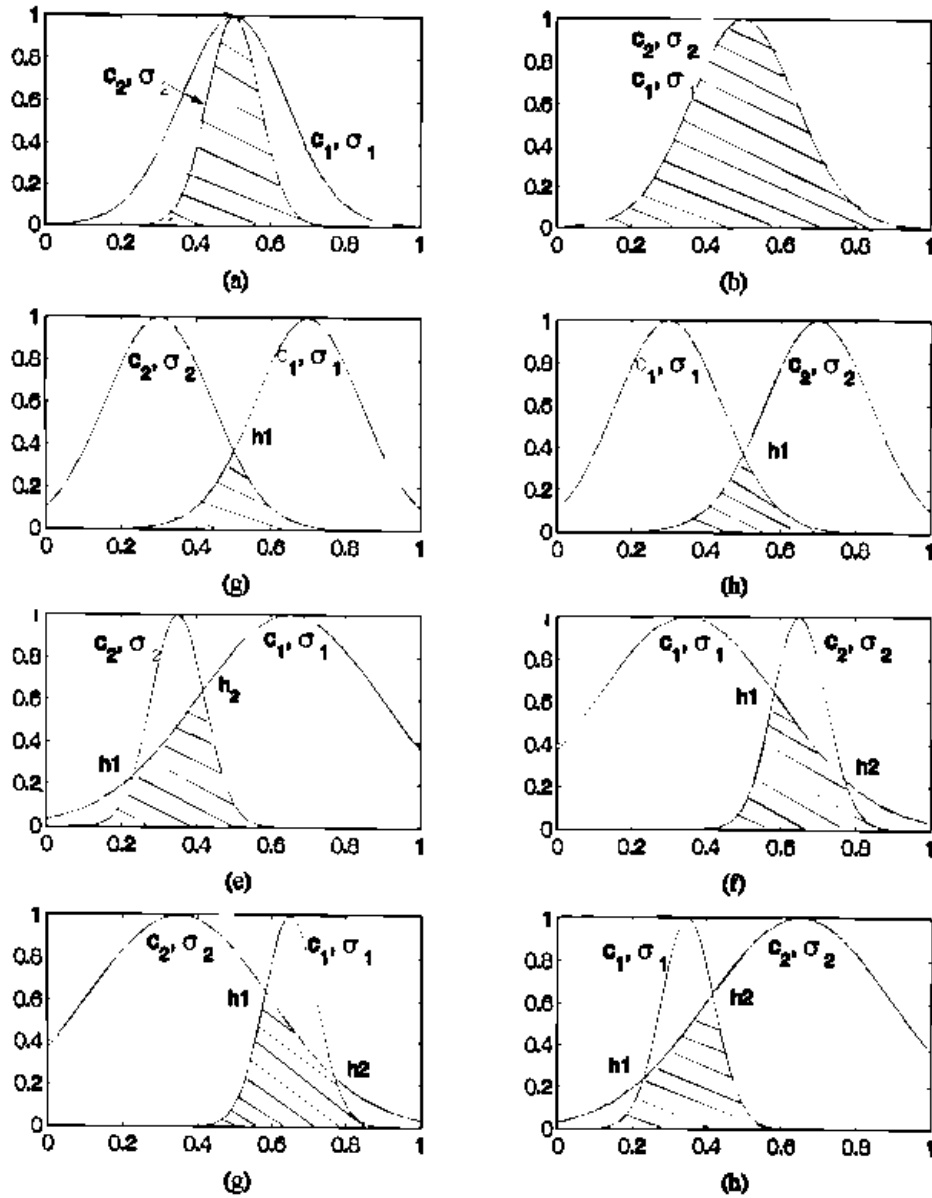
Έστω δύο ασαφή σύνολα A και B που περιγράφονται από συναρτήσεις συμμετοχής Gauss με κέντρα c_1, c_2 και αποκλίσεις σ_1, σ_2 :

$$a(x) = e^{-((x-c_1)/\sigma_1)^2}$$

$$b(x) = e^{-((x-c_2)/\sigma_2)^2}$$

Το πλήθος των στοιχείων του συνόλου A ορίζεται ως εξής:

$$C(A) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-((x-c_1)/\sigma_1)^2} dx$$



Σχ.4.2: Τεσσερις περιπτώσεις ως προς σχετικές τιμές των $c_1, c_2, \sigma_1, \sigma_2$. Περίπτωση 1: $c_1=c_2, \sigma_1>\sigma_2$ (a), $c_1=c_2, \sigma_1=\sigma_2$ (b). Περίπτωση 2: $c_1>c_2, \sigma_1=\sigma_2$ (c), $c_1<c_2, \sigma_1=\sigma_2$ (d). Περίπτωση 3: $c_1>c_2, \sigma_1>\sigma_2$ (e), $c_1<c_2, \sigma_1>\sigma_2$ (f). Περίπτωση 4: $c_1>c_2, \sigma_1<\sigma_2$ (g), $c_1<c_2, \sigma_1<\sigma_2$ (h).

Η ομοιότητα $\varepsilon(A, B)$ παριστάνει το βαθμό στον οποίο δύο ασαφή σύνολα A και B είναι ίσα :

$$\varepsilon(A, B) = \text{βαθμός}(A = B) = \text{βαθμός}(A \subseteq B \text{ και } B \subset A)$$

Και μπορεί να δοθεί από τη σχέση :

$$\varepsilon(A, B) = \frac{C(A \cap B)}{C(A \cup B)} = \frac{C(A \cap B)}{C(A) + C(B) - C(A \cap B)} \subset [0, 1]$$

Ανάλογα με τις τιμές των c_1, c_2 και σ_1, σ_2 , προκύπτουν τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις για τον υπολογισμό της ομοιότητας:

Περίπτωση 1 : $c_1 = c_2$

Περίπτωση 2 : $c_1 \neq c_2, \sigma_1 = \sigma_2$

Περίπτωση 3 : $c_1 \neq c_2, \sigma_1 > \sigma_2$

Περίπτωση 4 : $c_1 \neq c_2, \sigma_1 < \sigma_2$

Τα σημεία στα οποία τέμνονται οι δύο καμπύλες είναι τα :

$$h_1 = \frac{c_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} c_2}{1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$$

και

$$h_2 = \frac{c_1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} c_2}{1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$$

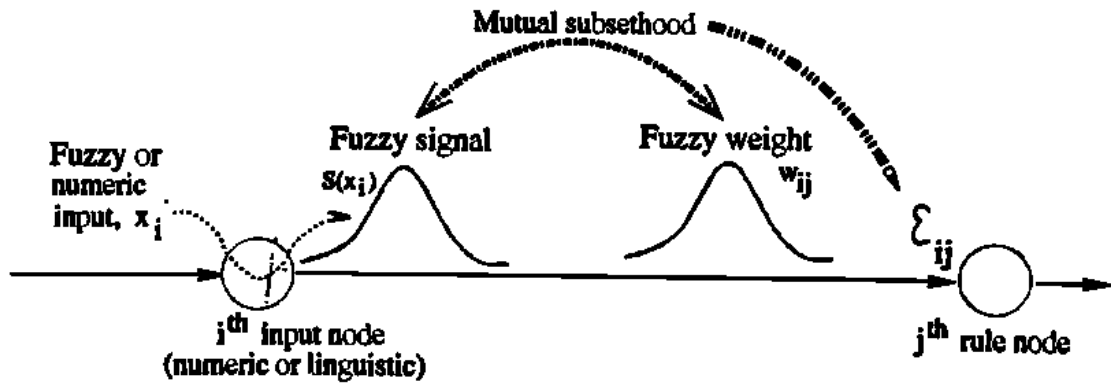
Για τον υπολογισμό του μέτρου ομοιότητας, θα χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό της συνάρτησης σφάλματος, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\text{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-(1/2)t^2} dt$$

4.2.3 Μετάδοση σήματος βασισμένη στην ομοιότητα

Όπως φαίνεται παραστατικά στο σχήμα 4.4, το μοντέλο μεταδίδει το ασαφές σήμα εισόδου κατά μήκος ενός επίσης ασαφούς προσυναπτικού βάρους. Η ποσότητα που μεταδίδεται τελικά μέσω του βάρους αυτού στο στρώμα κανόνων του δικτύου είναι το μέτρο ομοιότητας μεταξύ του βάρους και του ασαφούς σήματος εισόδου. Συμβολίζοντας το σήμα εισόδου $x_i = S(x_i) = (x_i^c, x_i^\sigma)$ και το αντίστοιχο προσυναπτικό βάρος $w_{ij} = (w_{ij}^c, w_{ij}^\sigma)$ η μεταξύ τους ομοιότητα θα είναι :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon(s_i, w_{ij}) = \frac{C(s_i \cap w_{ij})}{C(s_i) + C(w_{ij}) - C(s_i \cap w_{ij})}$$



Σχ.4.4: Μετάδοση ασαφούς σήματος.

Η μορφή που παίρνει η αναλυτική έκφραση για τον υπολογισμό της ομοιότητας εξαρτάται από τη σχέση μεταξύ των c, σ και προκύπτουν 4 συνολικά περιπτώσεις :

Περίπτωση 1 : $x_i^c = w_{ij}^c$. Αν $x_i^c < w_{ij}^c$ το ασαφές σύνολο σήματος καλύπτεται πλήρως από το ασαφές βάρος w_{ij}^c όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.3(a) και το μέτρο $C(s_i \cap w_{ij}) = C(s_i \cap w_{ij})$ δίνεται από :

$$C(s_i \cap w_{ij}) = C(s_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx = x_i^\sigma \sqrt{\pi} [erf(\infty) - erf(-\infty)] = x_i^\sigma \sqrt{\pi}$$

Παρόμοια $C(s_i \cap w_{ij}) = C(w_{ij})$ αν $x_i^c > w_{ij}^c$ και $C(s_i \cap w_{ij}) = w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi}$.

Αν $x_i^c = w_{ij}^c$ τα δύο σύνολα είναι ίσα όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3(b). Συνοψίζοντας

$$C(s_i \cap w_{ij}) = \begin{cases} C(s_i) = x_i^\sigma \sqrt{\pi}, x_i^\sigma < w_{ij}^\sigma \\ C(w_{ij}) = w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi}, x_i^\sigma > w_{ij}^\sigma \\ C(s_i) = C(w_{ij}) = x_i^\sigma \sqrt{\pi} = w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi}, x_i^\sigma = w_{ij}^\sigma \end{cases}$$

Περίπτωση 2 : $x_i^c \neq w_{ij}^c, x_i^\sigma = w_{ij}^\sigma$. Στην περίπτωση αυτή υπάρχει ακριβώς ένα σημείο τομής h_1 , όπως φαίνεται στο 4.3(c)

Αν $x_i^c < w_{ij}^c$

$$C(s_i \cap w_{ij}) = \int_{-\infty}^{h_1} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{-\infty} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx =$$

$$w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right] + x_i^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) \right]$$

Αν $x_i^c > w_{ij}^c$ τότε

$$C(s_i \cap w_{ij}) = \int_{-\infty}^{h_1} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{-\infty} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx =$$

$$x_i^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) \right] + w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right]$$

Περίπτωση 3 : $x_i^c \neq w_{ij}^c, x_i^\sigma < w_j^\sigma$. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν δύο σημεία τομής h_1 και h_2 . Θεωρούμε ότι $h_1 < h_2$ και $x_i^\sigma < w_j^\sigma$ οπότε έχουμε :

$$C(s_i \cap w_{ij}) = \int_{-\infty}^{h_1} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{-\infty} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx =$$

$$x_i^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) \right] + x_i^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) \right] +$$

$$+ w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right]$$

Όμοια είναι η έκφραση και αν $x_i^\sigma > w_j^\sigma$

Περίπτωση 4 : $x_i^c \neq w_{ij}^c, x_i^\sigma > w_{ij}^\sigma$. Όπως και στην περίπτωση 3 έχουμε δύο σημεία τομής h_1 και h_2 ($h_1 < h_2$). Θεωρώντας ότι $x_i^\sigma < w_j^\sigma$ έχουμε

$$C(s_i \cap w_{ij}) = \int_{-\infty}^{h_1} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{-\infty} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx =$$

$$w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right] + w_{ij}^\sigma \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right] +$$

$$+ x_i^\sigma \sqrt{\pi} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) \right]$$

Ομοίως υπολογίζεται η ομοιότητα και αν $x_i^\sigma > w_j^\sigma$

4.2.4 Στρώμα κανόνων

Υπολογίζοντας όλες τις τιμές ομοιότητας $E_j = (\varepsilon_{1j}, \dots, \varepsilon_{nj})$ για τον κόμβο κανόνων j , αποτιμούμε την συμβατότητα του διανύσματος εισόδου $S = (s_1, \dots, s_n)$ και του διανύσματος $W_j = (w_{1j}, \dots, w_{nj})$. Κάθε κόμβος κανόνων συσσωρεύει ουσιαστικά αυτό το διάνυσμα, κατά τρόπο που η τιμή ενεργοποίησης που προκύπτει να αντικατοπτρίζει αυτή τη συμβατότητα. Με άλλα λόγια, ο βαθμός στον οποίο πυροδοτείται ο κανόνας, όπως αυτός παρουσιάζεται μέσα από την ενεργοποίηση του αντίστοιχου κόμβου, μετρά το βαθμό στον οποίο η είσοδος $S = (s_1, \dots, s_n)$ αντιστοιχεί στο προσυναπτικό βάρος του κανόνα.

Ο τελεστής \min που χρησιμοποιείται συνήθως στα ασαφή συστήματα, θα αντικατασταθεί εδώ με τον τελεστή γινομένου, με σκοπό να αθροιστούν οι τιμές ενεργοποίησης ενός κόμβου κανόνων. Έτσι, η τιμή ενεργοποίησης z_j του κόμβου j είναι ένα γινόμενο βασισμένο στην ομοιότητα. Η διαφορισμότητα της ποσότητας αυτής επιτρέπει στο σύστημα να εκπαιδευτεί με τη χρήση της μεθόδου κλίσης.

Η τιμή ενεργοποίησης του j -οστού κανόνα είναι το ασαφές εσωτερικό γινόμενο, δηλαδή :

$$z_j = \prod_{i=1}^n \varepsilon_{ij} = \prod_{i=1}^n \varepsilon(s_i, w_{ij}) \in [0,1]$$

Ο τελεστής εσωτερικού γινομένου παρουσιάζει τις εξής ιδιότητες : Παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1, είναι αύξουσα συνάρτηση, είναι συνεχής και παίρνει μη μοναδιαίες τιμές. Τα χαρακτηριστικά αυτά προσδίδουν βελτιωμένη συμπεριφορά στο μοντέλο.

Η αντικατάσταση του τελεστή \min από τον τελεστή γινομένου παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι δεν αγνοεί τη διάσταση του διανύσματος εισόδου (όπως κάνει ο τελεστής \min). Επιπλέον, παρέχει μία καλύτερη εκτίμηση της συνεκτικής ισχύος των εισόδων. Τέλος, παρουσιάζει αυξημένη ικανότητα να διαχωρίσει τις εισόδους που μοιάζουν με το διάνυσμα βάρους από εκείνες που διαφέρουν.

Η συνάρτηση ενεργοποίησης του κόμβου κανόνων είναι γραμμική, και δίνεται από τη σχέση :

$$S(z_j) = z_j$$

Συνεπώς οι τιμές μεταδίδονται χωρίς καμία μεταβολή στις μετασυναπτικές συνδέσεις.

4.2.5 Στρώμα εξόδου

Το σήμα κάθε κόμβου εξόδου υπολογίζεται με την τροποποιημένη μέθοδο αποασαφοποίησης του κέντρου βάρους. Ονομάζοντας V_{jk} το χώρο των μετασυναπτικών βαρών και ξ_{jk} τα βάρη που αντιστοιχούν στο z_i , η τιμή του k -οστού κόμβου εξόδου δίνεται από τη σχέση :

$$y_k = \frac{\sum_{j=1}^q z_i v_{jk}^c V_{jk} \xi_{jk}}{\sum_{j=1}^q z_i V_{jk} \xi_{jk}}$$

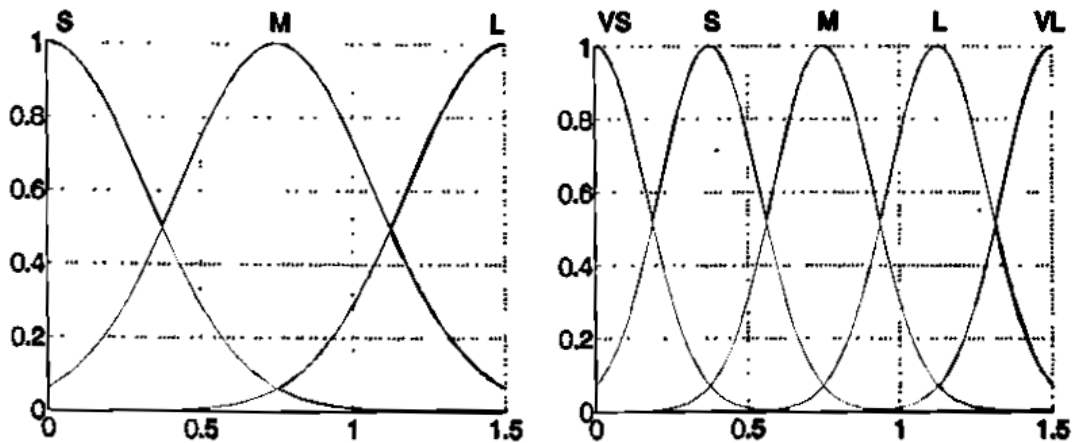
όπου q ο αριθμός των κανόνων. Τα V_{jk} παριστάνουν ασαφή σύνολα Gauss, συνεπώς $V_{jk} = v_{jk}^\sigma \sqrt{\pi}$. Τα βάρη ξ_{jk} έχουν θεωρηθεί μοναδιαία, οπότε η τελική έκφραση γίνεται :

$$y_k = \frac{\sum_{j=1}^q z_i v_{jk}^c v_{jk}^\sigma}{\sum_{j=1}^q z_i v_{jk}^\sigma}$$

Ο απο-ασαφοποιητής αυτός υπολογίζει το κυρτό άθροισμα του συνόλου των μετασυναπτικών κέντρων.

4.3 Εξαγωγή κανόνων από εκπαιδευμένο δίκτυο

Για να ερμηνεύσουμε το σύνολο κανόνων, θεωρούμε ασαφείς διαμερίσεις (fuzzy interpretation sets), τέτοιες που να παρέχουν αναλυτική γλωσσική αναπαράσταση του συνόλου αναφοράς του προβλήματος μας. Συνήθως, οι γλωσσικοί διαμορφωτές αναπαρίστανται από κανονικοποιημένες συναρτήσεις συμμετοχής Gauss με όμοιες διασπορές και ισαπέχοντα κέντρα. Ενδεικτικά δίνονται στο σχήμα 4.5 δύο τέτοιες ασαφείς διαμερίσεις, με τρεις και με πέντε γλωσσικές μεταβλητές αντίστοιχα.



Σχ.4.5 Ασαφείς διαμερίσεις του συνόλου αναφοράς.

Για να εξαχθεί ένας γλωσσικός κανόνας από ένα εκπαιδευμένο δίκτυο, βάσει των ασαφών διαμερίσεων που έχουν επιλεγεί, υπολογίζεται η ασαφής τομή ανάμεσα σε κάθε προσυναπτικό μέρος του κανόνα και σε κάθε ασαφές σύνολο της ασαφούς διαμέρισης και αντίστοιχα ανάμεσα σε κάθε μετασυναπτικό μέρος του κανόνα και σε κάθε ασαφές σύνολο της ασαφούς διαμέρισης. Εν συνεχεία, το προσυναπτικό ή μετασυναπτικό μέρος του κανόνα συσχετίζεται με την ασαφή διαμέριση, στην οποία παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή της ασαφούς τομής. Το σύνολο ενσωματωμένων κανόνων που προκύπτει, μπορεί να παρασταθεί από ένα πίνακα ο οποίος θα έχει ως στήλες τις εισόδους και τις εξόδους του κανόνα και ως γραμμές τον ίδιο τον κανόνα. Αν σε αυτόν τον πίνακα παρατηρηθούν ομοιότητες ανάμεσα σε γραμμές του, αυτό σημαίνει ότι το σύστημα μπορεί να αναπαρασταθεί από μικρότερο αριθμό κανόνων.

Αν παρατηρηθεί ότι υπάρχουν κανόνες που για τις ίδιες εισόδους παράγουν διαφορετικά αποτελέσματα (γλωσσικές τιμές), τότε απαιτείται αύξηση του πλήθους των συνόλων της ασαφούς διαμέρισης που χρησιμοποιήθηκαν. Ο ελάχιστος αριθμός τέτοιων ασαφών διαμερίσεων του υπερσυνόλου αναφοράς, είναι εκείνος για τον οποίο δεν θα παρατηρούνται τέτοια φαινόμενα. Έτσι, η ερμηνεία των κανόνων διευκολύνεται με άμεσο τρόπο, υιοθετώντας σαφείς τομές σε συνδυασμό με ασαφείς διαμερίσεις συγκεκριμένου αριθμού γλωσσικών τιμών.

Κεφάλαιο 5

Μάθηση

5 ΜΑΘΗΣΗ

Όπως έγινε σαφές από την εισαγωγή, ο κυριότερος στόχος της παρούσας εργασίας είναι να εμπλουτιστεί το νευροασαφές μοντέλο Surfunis με τη δυνατότητα να εκπαιδεύει τον εαυτό του χρησιμοποιώντας τα πρότυπα εισόδου που του δίνονται προς ταξινόμηση. Δεδομένου ότι το σύστημα δε γνωρίζει την κατηγορία στην οποία ανήκουν τα πρότυπα αυτά, είναι αναγκαίο η εκπαίδευση αυτή να γίνει με τη χρήση ενισχυτικής μάθησης.

Η έννοια της ενισχυτικής μάθησης περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων, που εκτείνονται από την προσέγγιση συναρτήσεων μέχρι τον αυτόματο έλεγχο. Παρότι σε όλα αυτά τα προβλήματα ακολουθούνται οι ίδιες βασικές αρχές, η έρευνα έχει δείξει ότι για μεγαλύτερη αποτελεσματικότητα, πρέπει κανείς να εστιάσει στις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε προβλήματος.

Στην περίπτωση του προβλήματος της ταξινόμησης, οι κυριότερες ιδιαιτερότητες που παρουσιάζονται είναι οι εξής :

- Το πρόβλημα είναι συσχετιστικό, δηλαδή το ζητούμενο είναι η απεικόνιση ενός διάνυσματος εισόδου σε ένα διάνυσμα εξόδου
- Το ενισχυτικό σήμα καθορίζεται μόνο από την τελευταία ενέργεια (έξοδο) του δικτύου

Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι το νευροασαφές σύστημα που θα χρησιμοποιηθεί βασίζεται σε ένα συνεκτικό δίκτυο, καθιστούν του αλγόριθμους της οικογένειας REINFORCE κατάλληλους για την εκπαίδευση του δικτύου. Οι αλγόριθμοι της εν λόγω οικογένειας αξιοποιούν τα παραπάνω χαρακτηριστικά συνδυάζοντας τις βασικές αρχές της ενισχυτικής μάθησης με τη μέθοδο κλίσης. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται μερικά βασικά χαρακτηριστικά των αλγορίθμων REINFORCE και γίνεται προσαρμογή τους στις ιδιαιτερότητες του προβλήματος της ταξινόμησης και στην αρχιτεκτονική του μοντέλου που χρησιμοποιούμε. Επιπρόσθετα, γίνεται αναφορά στη δυνατότητα εκπαίδευσης του μοντέλου με επιβλεπόμενη μάθηση.

5.1 Παραδοχές και συμβολισμοί

Τα παρακάτω θεωρούμε ότι αφορούν ένα συνεκτικό δίκτυο προσοτροφodότησης, που αποτελείται από κόμβους οι οποίοι λειτουργούν στοχαστικά, ενώ θα εξετάσουμε και την περίπτωση που υπάρχουν στο δίκτυο ντετερμινιστικοί κόμβοι. Το δίκτυο λαμβάνει ένα διάνυσμα εισόδου από το περιβάλλον, διαδίδει τις τιμές ενεργοποίησης μέσω των κόμβων του δικτύου και στέλνει τις τιμές που παράγονται από τους κόμβους εξόδου στον περιβάλλον για αξιολόγηση. Το κριτήριο αξιολόγησης είναι ένα βαθμωτό ενισχυτικό σήμα, το οποίο διαδίδεται εν συνεχεία σε όλους τους κόμβους του δικτύου. Στο σημείο αυτό, ο κάθε κόμβος προσαρμόζει τα βάρη του, κατά τον τρόπο που καθορίζεται από τον αλγόριθμο μάθησης και εν συνεχεία η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Ο συμβολισμός που θα χρησιμοποιηθεί είναι ο ακόλουθος : Έστω y_i η έξοδος του i -οστού κόμβου του δικτύου και x_i το διάνυσμα εισόδου που αντιστοιχεί στον κόμβο. Το x_i είναι ένα διάνυσμα του οποίου τα στοιχεία (x_i) προέρχονται είτε από εξόδους άλλων κόμβων του δικτύου, είτε απευθείας από το περιβάλλον. Η έξοδος y_i του i -οστού κόμβου του δικτύου προκύπτει από το διάνυσμα εισόδου x_i και τα βάρη

w_{ij} που συνδέουν την είσοδο με την έξοδο. Για κάθε i , έστω w_i το διάνυσμα που αποτελείται από όλα τα w_{ij} . Έστω W το διάνυσμα που αποτελείται από όλα τα βάρη w_{ij} του δικτύου. Κατά μία γενικότερη έννοια, το διάνυσμα w_i μπορεί να ιδωθεί ως το σύνολο των παραμέτρων που επηρεάζουν τη συμπεριφορά του i -οστού κόμβου του δικτύου, ενώ το W ως το σύνολο των παραμέτρων που επηρεάζουν τη συνολική συμπεριφορά του δικτύου.

Επιπλέον, για κάθε i , έστω $g_i(\xi, w_i, x_i) = \Pr\{y_i = \xi | w_i, x_i\}$, δηλαδή η g_i είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που καθορίζει την τιμή της y_i συναρτήσει των παραμέτρων του κόμβου και της εισόδου του. Δεδομένου ότι το διάνυσμα w_i περιέχει όλες τις παραμέτρους που σχετίζονται με τη συμπεριφορά του i -οστού κόμβου, μπορούμε ισοδύναμα να χρησιμοποιήσουμε το συμβολισμό $g_i(\xi, w_i, x_i) = \Pr\{y_i = \xi | W, x_i\}$

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι τιμές πολλών από τα μεγέθη που αναφέρθηκαν, όπως r, y_i, x_i εξαρτώνται από το χρόνο, πράγμα που δεν φαίνεται σαφώς στο συμβολισμό χάριν συντομίας. Πάντως, στα παρακάτω, θεωρούμε ότι όπου περισσότερες από μία τέτοιες παράμετροι αναφέρονται στην ίδια σχέση, αναφέρονται στην ίδια χρονική στιγμή t . Θεωρούμε ότι κάθε χρονική στιγμή t αρχίζει τη στιγμή που μία νέα είσοδος x_i παρουσιάζεται στο δίκτυο.

5.2 Κριτήριο επίδοσης της ενισχυτικής μάθησης

Προτού μελετηθεί ο κυρίως αλγόριθμος, πρέπει να οριστεί ένα μέτρο της επίδοσης του συστήματος, του οποίου η βελτιστοποίηση θα είναι ο στόχος. Για ένα οποιοδήποτε σύστημα, συσχετιστικό ή όχι, στο οποίο εκείνο που ενδιαφέρει είναι η άμεση ανταμοιβή, είναι εύλογο ως τέτοιο να χρησιμοποιηθεί η αναμενόμενη τιμή του ενισχυτικού σήματος, όπως αυτή υπολογίζεται βάσει των παραμέτρων του συστήματος. Συνεπώς, ως μέτρο επίδοσης του δικτύου θα χρησιμοποιήσουμε το $E\{r | W\}$, όπου το E υποδηλώνει αναμενόμενη τιμή, το r είναι το ενισχυτικό σήμα και W ο πίνακας με τα βάρη του δικτύου.

Είναι αναγκαίο να χρησιμοποιηθεί η αναμενόμενη τιμή λόγω των εξής απροσδιόριστων παραμέτρων :

- Του διανύσματος εισόδου το οποίο δίνει το περιβάλλον στο δίκτυο
- Της εξόδου που το δίκτυο παράγει ως αποτέλεσμα αυτού του διανύσματος εισόδου
- Της τιμής του ενισχυτικού σήματος για οποιοδήποτε ζεύγος εισόδου – εξόδου

Πρέπει να σημειωθεί ότι για να μελετήσουμε το $E\{r | W\}$ ως ποσότητα ανεξάρτητη του χρόνου, πρέπει ο πρώτος και τρίτος από τους παραπάνω παράγοντες να θεωρηθεί ότι καθορίζονται από στατικές κατανομές και ότι η επιλογή του διανύσματος εισόδου που δίνει το περιβάλλον δεν εξαρτάται από το χρόνο. Αν οι προϋποθέσεις αυτές δεν πληρούνται, το $E\{r | W\}$ δίνεται ως συνάρτηση της παρούσας χρονικής στιγμής καθώς και των προηγούμενων. Ωστόσο, στην περίπτωση του προβλήματος μας, οι δύο προϋποθέσεις αυτές ικανοποιούνται.

Πρέπει να σημειωθεί ότι υπό αυτούς του όρους, το $E\{r | W\}$ είναι μία καλά ορισμένη, ντετερμινιστική συνάρτηση του W , την οποία όμως το σύστημα δεν γνωρίζει. Κατά συνέπεια, ο σκοπός του συστήματος ενισχυτικής μάθησης είναι να

αναζητήσει όλο τον χώρο καταστάσεων και να βρει το W εκείνο που μεγιστοποιεί την τιμή του $E\{r | W\}$.

5.3 Αλγόριθμοι REINFORCE

Θεωρούμε ένα δίκτυο που αντιμετωπίζει ένα συσχετιστικό πρόβλημα στο οποίο το ζητούμενο είναι η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης τιμής του ενισχυτικού σήματος. Υπενθυμίζεται ότι τα βάρη ενός τέτοιου δικτύου επαναπροσαρμόζονται σε κάθε βήμα ανάλογα με την τιμή του ενισχυτικού σήματος.

Υποθέτουμε ότι ο αλγόριθμος μάθησης είναι τέτοιος που σε κάθε βήμα κάθε ένα από τα βάρη του δικτύου αυξάνεται κατά την ποσότητα :

$$\Delta w_{ij} = \alpha_{ij} (r - b_{ij}) e_{ij}$$

όπου α_{ij} ο ρυθμός μάθησης, b_{ij} το reinforcement baseline και $e_{ij} = \partial \ln g_i / \partial w_{ij}$ η characteristic eligibility του w_{ij} . Επιπλέον, υποθέτουμε ότι το reinforcement baseline b_{ij} είναι ανεξάρτητο από το y_i , δεδομένων των W και x_i και ο ρυθμός μάθησης α_{ij} είναι μη αρνητικός και μπορεί να εξαρτάται μόνο από τα w_i και t . (Στις περισσότερες περιπτώσεις το α_{ij} θα θεωρείται σταθερό). Οι αλγόριθμοι μάθησης που θα έχουν την παραπάνω μορφή ονομάζονται REINFORCE, από τα αρχικά των λέξεων

REward Increment = (Nonnegative Factor) • (Offset Reinforcement) • (Characteristic Eligibility)

Η συμπεριφορά των αλγορίθμων αυτή της κατηγορίας καθορίζεται από το παρακάτω θεώρημα :

Για κάθε αλγόριθμο τύπου REINFORCE, το εσωτερικό γινόμενο των ποσοτήτων $E\{\Delta W | W\}$ και $\nabla_w E\{r | W\}$ είναι μη αρνητικό. Επιπλέον, αν $\alpha_{ij} > 0$ για κάθε i και j , το εσωτερικό γινόμενο είναι μηδενικό μόνο όταν $\nabla_w E\{r | W\} = 0$. Επιπλέον, αν το $\alpha_{ij} = a$ για κάθε i και j , τότε $E\{\Delta W | W\} = a \nabla_w E\{r | W\}$.

Αυτό το αποτέλεσμα συσχετίζει την $\nabla_w E\{r | W\}$ (την παράγωγο του μέτρου απόδοσης στο χώρο των βαρών), με το $E\{\Delta W | W\}$, για κάθε αλγόριθμο τύπου REINFORCE. Πιο συγκεκριμένα, λέει ότι για κάθε τέτοιο αλγόριθμο η μεταβολή των βαρών του δικτύου βρίσκεται προς την κατεύθυνση προς την οποία το μέτρο επίδοσης αυξάνει. Ισοδύναμα, για κάθε βάρος w_{ij} η ποσότητα $(r - b_{ij}) \partial \ln g_i / \partial w_{ij}$ αντιπροσωπεύει μία εκτίμηση της ποσότητας $\partial E\{r | W\} / \partial w_{ij}$.

Είναι προφανές ότι ο τρόπος με τον οποίο συμπεριφέρονται οι παραπάνω αλγόριθμοι καθορίζεται από το ενισχυτικό σήμα που λαμβάνει το σύστημα, την επιλογή του reinforcement baseline και τον τρόπο υπολογισμού της characteristic eligibility κάθε παραμέτρου. Ο τρόπος με τον οποίο θα υπολογιστούν κάθε μία από αυτές τις παραμέτρους στο σύστημά μας αναλύεται παρακάτω.

5.3.1 Ενισχυτικό Σήμα

Ο υπολογισμός του ενισχυτικού σήματος που θα λαμβάνει το δίκτυο βασίζεται στον αλγόριθμο των k-πλησιέστερων γειτόνων (k-Nearest Neighbors / k-NN). Κατά συνέπεια, πρώτα περιγράφεται αυτός ο αλγόριθμος και στη συνέχεια, ο τρόπος υπολογισμού του ενισχυτικού σήματος.

5.3.1.1 Ο αλγόριθμος k-NN

Έστω ένα σύνολο από πρότυπα $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \subseteq R^n$, των οποίων η κατηγοριοποίηση είναι εκ των προτέρων γνωστή. Κατά συνέπεια κάθε ένα από τα παραπάνω πρότυπα θεωρείται ότι ανήκει σε μία ακριβώς από τις κλάσεις $W = \{w_1, w_2, \dots, w_p\}$. Έστω D η Ευκλείδεια απόσταση δύο προτύπων στο R^n .

Ο αλγόριθμος k-NN κατηγοριοποιεί ένα άγνωστο πρότυπο z, λαμβάνοντας υπόψη του την κατηγορία στην οποία ανήκουν οι k πλησιέστεροι γείτονες του (όπως αυτοί καθορίζονται μέσω της D).

Έστω ότι $t_i, i = 1, 2, \dots, s$ είναι το πλήθος των γειτόνων (από τους k γείτονες του z) που

ανήκουν στην κατηγορία i (προφανώς ισχύει $\sum_{i=1}^p t_i = k$). Τότε το άγνωστο πρότυπο

αντιστοιχίζεται στην κατηγορία j αν ισχύει $t_j = \max_{1 \leq i \leq s} \{t_i\}$

Η γενικότερη συμπεριφορά του αλγορίθμου καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από την επιλογή του k. Έχει αποδειχθεί εμπειρικά ότι η βέλτιστη τιμή του k είναι $k = \sqrt{N}$, όπου N ο αριθμός των προτύπων που ανήκουν σε γνωστές κατηγορίες.

5.3.1.2 Υπολογισμός Ενισχυτικού Σήματος

Θεωρούμε ότι ένα άγνωστο πρότυπο εισόδου x, αποδίδεται από το δίκτυο, βάσει της εξόδου του, στην κατηγορία j. Η τιμή του ενισχυτικού σήματος που θα λάβει το σύστημα για αυτή την έξοδο θα είναι :

$$r = \frac{t_m}{k} = \frac{t_m}{\sum_{i=1}^p t_i}$$

διατηρώντας το συμβολισμό που χρησιμοποιήθηκε παραπάνω.

Είναι προφανές ότι με τον τρόπο που ορίζεται το ενισχυτικό σήμα, η περιοχή τιμών του είναι το διάστημα [0,1]. Το γεγονός αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να το μεταφράσουμε άμεσα σε πιθανότητα.

5.3.2 Επιλογή του Reinforcement Baseline

Το θεώρημα που παρουσιάστηκε παραπάνω ισχύει για κάθε τιμή του Reinforcement Baseline και συνεπώς δεν δίνει κανένα κριτήριο για την επιλογή του. Ομοίως, η περαιτέρω θεωρητική διερεύνηση του θέματος δεν έχει καταλήξει σε σαφή συμπεράσματα. Ωστόσο, η ερευνητική εμπειρία έχει δείξει ότι η επιλογή του

reinforcement baseline είναι καθοριστικής σημασίας για την απόδοση του αλγορίθμου.

Ένας από τους πιο συνηθισμένους τρόπους υπολογισμού της τιμής του b_{ij} μπορεί να προκύψει με τη μέθοδο reinforcement comparison (Sutton, 1984) η οποία βρίσκεται σε συμφωνία με τους REINFORCE αλγορίθμους. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, το b_{ij} αντικαθίσταται με r' , όποτε η σχέση γίνεται :

$$\Delta w_{ij} = a_{ij}(r - r')e_{ij},$$

όπου r' υπολογίζεται μέσω της σχέσης :

$$r'(t) = \gamma \bullet r(t-1) + (1 - \gamma) \bullet r'(t-1), \quad 0 < \gamma \leq 1 \text{ (exponential averaging)}$$

Η τιμή αυτή του reinforcement baseline θα χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση μας.

5.3.3 Υπολογισμός της Characteristic Eligibility

5.3.3.1 Συνάρτηση πιθανότητας κόμβων εξόδου

Στην περίπτωση του συστήματός μας, ο σκοπός του είναι η ταξινόμηση προτύπων σε κατηγορίες. Θεωρούμε ότι η ταξινόμηση επιτυγχάνεται με τη δημιουργία ενός δικτύου το οποίο έχει αριθμό εξόδων p , ίσο με τον πλήθος των κατηγοριών. Το κάθε πρότυπο εισόδου, θεωρείται ότι αποδίδεται στην κατηγορία της οποίας η αντίστοιχη έξοδος δίνει την μέγιστη τιμή (λογική winner takes all).

Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η πιθανότητα το διάνυσμα εξόδου του δικτύου να πάρει την τιμή y είναι :

$$g(y) = \frac{y_i}{\sum_{k=1}^p y_k}$$

όπου i ο κόμβος-νικητής που αντιστοιχεί στο εν λόγω διάνυσμα εξόδου.

Υπολογίζοντας τις μερικές παραγώγους αυτής της πιθανότητας προς τον κάθε κόμβο εξόδου χωριστά, έχουμε :

$$\frac{\partial \ln g(y)}{\partial y_k} = \begin{cases} -\frac{1}{\sum_{k=1}^p y_k} \cdot \frac{y_i}{\left(\sum_{k=1}^p y_k\right)^2} & , a \nu \quad k \neq i \\ \frac{1}{\sum_{k=1}^p y_k} \cdot \frac{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^p y_k}{\left(\sum_{k=1}^p y_k\right)^2} & , a \nu \quad k = i \end{cases}$$

όπου με k συμβολίζεται ο τυχαίος κόμβος και με i ο κόμβος-νικητής.

Προσαρμόζοντας τα όσα ειπώθηκαν παραπάνω για τους αλγορίθμους REINFORCE στην αρχιτεκτονική του δικτύου μας, όπως αυτή αναλύθηκε στο κεφάλαιο 4 και κάνοντας τις παραδοχές ότι ο ρυθμός μάθησης και το reinforcement baseline είναι κοινά για όλους τους κόμβους του δικτύου, η ανανέωση των βαρών θα γίνεται βάσει των σχέσεων :

$$w_{ij}^c := w_{ij}^c + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial w_{ij}^c}$$

$$w_{ij}^\sigma := w_{ij}^\sigma + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial w_{ij}^\sigma}$$

$$v_{jk}^c := v_{jk}^c + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial v_{jk}^c}$$

$$v_{jk}^\sigma := v_{jk}^\sigma + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial v_{jk}^\sigma}$$

$$x_i^\sigma := x_i^\sigma + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial x_i^\sigma}$$

Έχοντας υπολογίσει παραπάνω το $\frac{\partial \ln g(y)}{\partial y_k}$, μπορούμε να εκφράσουμε αυτές τις σχέσεις με τη χρήση του κανόνα αλυσίδας, ως εξής :

$$w_{ij}^c := w_{ij}^c + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial w_{ij}^c}$$

$$w_{ij}^\sigma := w_{ij}^\sigma + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial w_{ij}^\sigma}$$

$$v_{jk}^c := v_{jk}^c + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial v_{jk}^c}$$

$$v_{jk}^\sigma := v_{jk}^\sigma + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial v_{jk}^\sigma}$$

$$x_i^\sigma := x_i^\sigma + a(r-b) \frac{\partial \ln g(y)}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial x_i^\sigma}$$

Απομένει να γίνει ο υπολογισμός των μερικών παραγώγων.

5.3.3.2 Υπολογισμός μερικών παραγώγων

Η μερική παράγωγος του k-οστού κόμβου της εξόδου ως προς το κέντρο και την απόκλιση των μετασυναπτικών βαρών δίνεται αντίστοιχα από τις σχέσεις :

$$\frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^c} = \frac{z_i v_{jk}^\sigma}{\sum_{j=1}^q z_i v_{jk}^\sigma}$$

και

$$\frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^\sigma} = \frac{z_i v_{jk}^c \sum_{j=1}^q z_i v_{jk}^\sigma - z_i \sum_{j=1}^q z_i v_{jk}^c v_{jk}^\sigma}{\left(\sum_{j=1}^q z_i v_{jk}^\sigma \right)^2}$$

Αντίστοιχα, η μερική παράγωγος του k-οστού κόμβου της εξόδου προς το κέντρο και την απόκλιση των προσυναπτικών βαρών, δίνεται από τις σχέσεις :

$$\frac{\partial y_k}{\partial w_{ij}^c} = \sum_{k=1}^p \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^c}$$

και

$$\frac{\partial y_k}{\partial w_{ij}^\sigma} = \sum_{k=1}^p \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^\sigma}$$

Τέλος, η μερική παράγωγος του k-οστού κόμβου της εξόδου, ως προς την απόκλιση της εισόδου, δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{\partial y_k}{\partial x_i^\sigma} = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^p \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_i^\sigma}$$

Για τον περαιτέρω υπολογισμό των ανωτέρω παραγώγων, χρειαζόμαστε τις αναλυτικές εκφράσεις για τις $\frac{\partial y_k}{\partial z_i}$, $\frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}}$ και $\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^c}$, $\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^\sigma}$, $\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_i^\sigma}$

Έχουμε διαδοχικά :

$$\frac{\partial y_k}{\partial z_i} = \frac{v_{jk}^\sigma v_{jk}^c \sum_{j=1}^q x_i v_{jk}^\sigma - v_{jk}^\sigma \sum_{j=1}^q x_i v_{jk}^c v_{jk}^\sigma}{\left(\sum_{j=1}^q z_j v_{jk}^\sigma \right)^2} = v_{jk}^\sigma \left[\frac{v_{jk}^c \sum_{j=1}^q x_i v_{jk}^\sigma - \sum_{j=1}^q x_i v_{jk}^c v_{jk}^\sigma}{\left(\sum_{j=1}^q z_j v_{jk}^\sigma \right)^2} \right] = \frac{v_{jk}^\sigma (v_{jk}^c - y_k)}{\left(\sum_{j=1}^q z_j v_{jk}^\sigma \right)^2}$$

και

$$\frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \varepsilon_{ij}$$

Οι μερικές παράγωγοι $\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^c}$, $\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^\sigma}$, $\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_i^\sigma}$ δίνονται από τις σχέσεις :

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^c} = \frac{\left(\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} (\sqrt{\pi}(x_i^\sigma + w_{ij}^\sigma)) - C(s_i \cap w_{ij}) \right) - \left(\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} C(s_i \cap w_{ij}) \right)}{\left(\sqrt{\pi}(x_i^\sigma + w_{ij}^\sigma) - C(s_i \cap w_{ij}) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^\sigma} = \frac{\left(\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} (\sqrt{\pi}(x_i^\sigma + w_{ij}^\sigma)) - C(s_i \cap w_{ij}) \right) - \left(\sqrt{\pi} - \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} \right) C(s_i \cap w_{ij})}{\left(\sqrt{\pi}(x_i^\sigma + w_{ij}^\sigma) - C(s_i \cap w_{ij}) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial x_i^\sigma} = \frac{\left(\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma} (\sqrt{\pi}(x_i^\sigma + w_{ij}^\sigma)) - C(s_i \cap w_{ij}) \right) - \left(\left(\sqrt{\pi} - \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma} \right) C(s_i \cap w_{ij}) \right)}{\left(\sqrt{\pi}(x_i^\sigma + w_{ij}^\sigma) - C(s_i \cap w_{ij}) \right)^2}$$

Όπως φαίνεται από τις παραπάνω εκφράσεις, για τον υπολογισμό των παραγώγων πρέπει πρώτα να υπολογιστούν οι :

$$\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c}, \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} \text{ και } \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma}$$

Για τον υπολογισμό των παραγώγων αυτών πρέπει να διακρίνουμε, κατ'αντιστοιχία με τα όσα αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, 4 περιπτώσεις ανάλογα με τις τιμές των $w_{ij}^c, x_i^c, w_{ij}^\sigma, x_i^\sigma$.

Περίπτωση 1 : $x_i^c = w_{ij}^c$

Η τιμή του $C(s_i \cap w_{ij})$ δεν εξαρτάται από το w_{ij}^c , συνεπώς $\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} = 0$.

Η παράγωγος ως προς το w_{ij}^σ είναι :

$$\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} = \begin{cases} \sqrt{\pi}, w_{ij}^\sigma \leq x_i^\sigma \\ 0, w_{ij}^\sigma > x_i^\sigma \end{cases}$$

και η παράγωγος ως προς το x_i^σ είναι :

$$\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma} = \begin{cases} 0, w_{ij}^\sigma < x_i^\sigma \\ \sqrt{\pi}, w_{ij}^\sigma \geq x_i^\sigma \end{cases}$$

Περίπτωση 2 : $x_i^c \neq w_{ij}^c, x_i^\sigma = w_{ij}^\sigma$

Διακρίνουμε δύο υποπεριπτώσεις ανάλογα με τη σχέση των w_{ij}^c, x_i^c .

Αν $w_{ij}^c > x_i^c$, τότε :

$$\begin{aligned}\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx = \\ &\int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx = e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx = \\ &-\frac{h_1 - w_{ij}^c}{w_{ij}^\sigma} e^{-((h_1 - w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx = \\ &\frac{h_1 - x_i^c}{x_i^\sigma} e^{-((h_1 - x_i^c)/x_i^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) \right]\end{aligned}$$

Av $w_{ij}^c < x_i^c$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx = \\ &e^{-((h_1 - w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx = \\ &\frac{h_1 - w_{ij}^c}{w_{ij}^\sigma} e^{-((h_1 - w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx = \\ &= -\frac{h_1 - x_i^c}{x_i^\sigma} e^{-((h_1 - x_i^c)/x_i^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[\frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma} \right) \right] \end{aligned}$$

Περίπτωση 3 : $x_i^c \neq w_{ij}^c, x_i^\sigma < w_{ij}^\sigma$.

Διακρίνουμε και πάλι δύο υποπεριπτώσεις ανάλογα με τη σχέση των w_{ij}^c, x_i^c .

Αν $w_{ij}^c > x_i^c$, τότε :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \\ &+ \int_{h_2}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx = -e^{-((h_2 - w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + e^{-((h_1 - w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx = \\ &= \frac{h_1 - w_{ij}^c}{w_{ij}^\sigma} e^{-((h_1 - w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} - \frac{h_2 - w_{ij}^c}{w_{ij}^\sigma} e^{-((h_2 - w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[-\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx = \\ &= -\frac{h_1 - x_i^c}{x_i^\sigma} e^{-((h_1-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} + \frac{h_2 - x_i^c}{x_i^\sigma} e^{-((h_2-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^\sigma}\right) \right] \end{aligned}$$

Αν $w_{ij}^c < x_i^c$, τότε :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx = \\ &= -e^{-((h_2-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + e^{-((h_1-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} \end{aligned}$$

Συνεπώς, ανεξάρτητα από τη σχέση μεταξύ των w_{ij}^c, x_i^c , καταλήγουμε στις ίδιες εκφράσεις για τις μερικές παραγώγους.

Περίπτωση 4 : $x_i^c \neq w_{ij}^c, x_i^\sigma > w_{ij}^\sigma$

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, διακρίνουμε δύο υποπεριπτώσεις ($w_{ij}^c > x_i^c$ και $w_{ij}^c < x_i^c$) για τις οποίες καταλήγουμε στις ίδιες εκφράσεις και συγκεκριμένα :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^c} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^c} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx = \\ &= -e^{-((h_1-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + e^{-((h_2-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^\sigma} &= \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial w_{ij}^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx = \\ &= -\frac{h_1 - w_{ij}^c}{w_{ij}^\sigma} e^{-((h_1-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + \frac{h_2 - w_{ij}^c}{w_{ij}^\sigma} e^{-((h_2-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^\sigma}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial C(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^\sigma} = \int_{-\infty}^{h_1} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} dx + \int_{h_2}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial x_i^\sigma} e^{-((x-w_{ij}^c)/w_{ij}^\sigma)^2} dx =$$

$$\frac{h_1 - x_i^c}{x_i^\sigma} e^{-((h_1-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} - \frac{h_2 - x_i^c}{x_i^\sigma} e^{-((h_2-x_i^c)/x_i^\sigma)^2} + \sqrt{\pi} \left[-\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(h_1 - x_i^c)}{x_i^\sigma}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^\sigma}\right) \right]$$

5.4 Επιβλεπόμενη μάθηση

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, της εκπαίδευσης του δικτύου με ενισχυτική μάθηση είναι δυνατό να προηγηθεί και ένα στάδιο εκπαίδευσης με επιβλεπόμενη μάθηση. Η επιβλεπόμενη μάθηση θα βασιστεί στον αλγόριθμο ανάστροφης διάδοσης. Ο αλγόριθμος βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, δηλαδή της ποσότητας :

$$e(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (d_k(t) - S(y_k(t)))^2$$

Στην παραπάνω σχέση τα d και y είναι διανύσματα που συμβολίζουν την επιθυμητή και την πραγματική έξοδο του δικτύου αντίστοιχα, για τη χρονική στιγμή t .

Δεδομένου ότι το επιθυμητό είναι η ελαχιστοποίηση του e , η ανανέωση των βαρών θα γίνει βάσει των σχέσεων :

$$w_{ij}^c(t+1) = w_{ij}^c(t) - \eta \frac{\partial e(t)}{\partial w_{ij}^c(t)} + \alpha \Delta w_{ij}^c(t-1)$$

$$v_{jk}^c(t+1) = v_{jk}^c(t) - \eta \frac{\partial e(t)}{\partial v_{jk}^c(t)} + \alpha \Delta v_{jk}^c(t-1)$$

$$w_{ij}^\sigma(t+1) = w_{ij}^\sigma(t) - \eta \frac{\partial e(t)}{\partial w_{ij}^\sigma(t)} + \alpha \Delta w_{ij}^\sigma(t-1)$$

$$v_{jk}^\sigma(t+1) = v_{jk}^\sigma(t) - \eta \frac{\partial e(t)}{\partial v_{jk}^\sigma(t)} + \alpha \Delta v_{jk}^\sigma(t-1)$$

$$x_i^\sigma(t+1) = x_i^\sigma(t) - \eta \frac{\partial e(t)}{\partial x_i^\sigma(t)} + \alpha \Delta x_i^\sigma(t-1)$$

όπου η είναι ο ρυθμός μάθησης, α ο παράγοντας ορμής και επιπλέον :

$$\Delta w_{ij}^c(t-1) = w_{ij}^c(t) - w_{ij}^c(t-1)$$

$$\Delta v_{jk}^c(t-1) = v_{jk}^c(t) - v_{jk}^c(t-1)$$

$$\Delta w_{ij}^\sigma(t-1) = w_{ij}^\sigma(t) - w_{ij}^\sigma(t-1)$$

$$\Delta v_{jk}^\sigma(t-1) = v_{jk}^\sigma(t) - v_{jk}^\sigma(t-1)$$

$$\Delta x_j^\sigma(t-1) = x_j^\sigma(t) - x_j^\sigma(t-1)$$

Ο υπολογισμός των μερικών παραγώγων θα γίνει από τις σχέσεις :

$$\begin{aligned}\frac{\partial e}{\partial v_{ij}^c} &= \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^c} = -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^c} \\ \frac{\partial e}{\partial v_{ij}^\sigma} &= \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^\sigma} = -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^\sigma} \\ \frac{\partial e}{\partial w_{ij}^c} &= \sum_{k=1}^p \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^c} = \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^c} \\ \frac{\partial e}{\partial w_{ij}^\sigma} &= \sum_{k=1}^p \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^\sigma} = \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^\sigma} \\ \frac{\partial e}{\partial x_i^\sigma} &= \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^p \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_i^\sigma} = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_i^\sigma}\end{aligned}$$

όπου ο τρόπος υπολογισμού των $\frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^c}$, $\frac{\partial y_k}{\partial v_{ij}^\sigma}$, $\frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^c}$, $\frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial w_{ij}^\sigma}$ και

$\frac{\partial y_k}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_i^\sigma}$ έχει δειχθεί στην παράγραφο 5.3.3.2.

Κεφάλαιο 6

Περιγραφή λειτουργίας

6 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η λειτουργία του λογισμικού που αποτελεί την υλοποίηση των όσων αναπτύχθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια. Όπως φάνηκε από την εισαγωγή, η υλοποίηση αυτή αποτελείται από τρία επιμέρους στοιχεία :

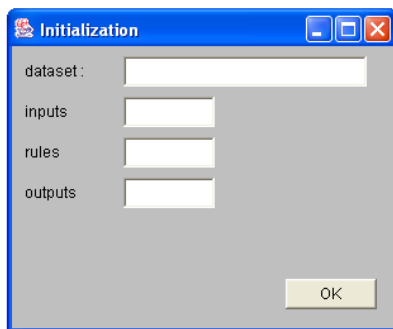
- Την εφαρμογή επιβλεπόμενης μάθησης του Server
- Την εφαρμογή ταξινόμησης και ενισχυτικής μάθησης του P.D.A.
- Την εφαρμογή προσομοίωσης των αισθητήρων

Καθένα από τα στοιχεία αυτά περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω.

6.1 Server

6.1.1 Παράθυρο αρχικοποίησης

Το παράθυρο στο οποίο γίνεται αρχικοποίηση του προβλήματος φαίνεται στο σχήμα 6.1:



Σχ.6.1: Παράθυρο αρχικοποίησης του Server

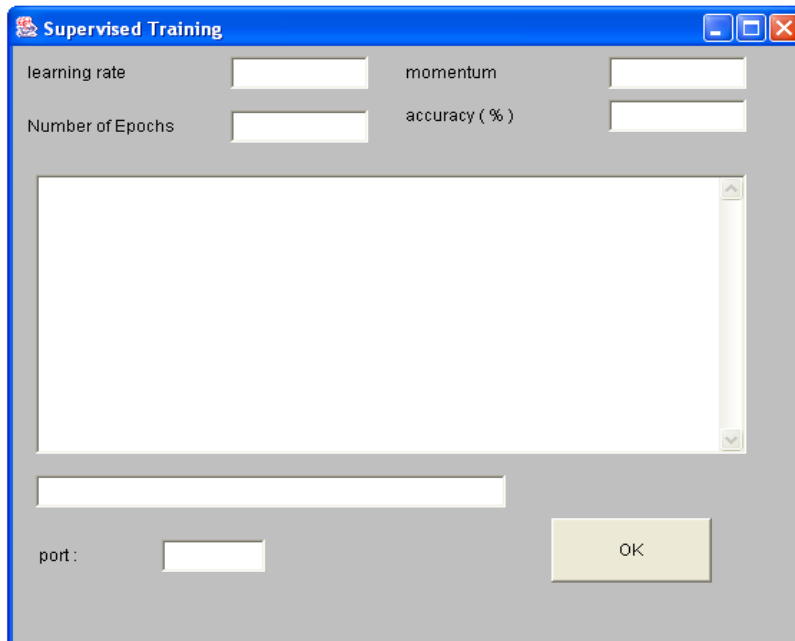
Στο συγκεκριμένο παράθυρο ο χρήστης εισάγει τα δεδομένα που χρειάζονται για την αρχικοποίηση του προβλήματος και συγκεκριμένα :

- **Dataset** : Το path και το όνομα του αρχείου στο οποίο βρίσκεται το σύνολο δεδομένων του προβλήματος
- **Inputs** : Τον αριθμό των εισόδων από τις οποίες αποτελείται κάθε πρότυπο
- **Rules** : Τον αριθμό των κανόνων του δικτύου
- **Outputs** : Τον αριθμό των κατηγοριών

Στη συνέχεια ο χρήστης πατάει OK και μεταβαίνει στο παράθυρο εκπαίδευσης.

6.1.2 Παράθυρο εκπαίδευσης

Στο παράθυρο του σχήματος 6.2 λαμβάνουν χώρα δύο λειτουργίες : Η εκπαίδευση του δικτύου και η αποστολή δεδομένων στο P.D.A.



Σχ.6.2: Παράθυρο εκπαίδευσης του Server

Η εκπαίδευση του δικτύου γίνεται με τη χρήση επιβλεπόμενης μάθησης. Για την εκπαίδευση πρέπει να προσδιοριστούν οι εξής παράμετροι :

- **Learning rate** : Ο ρυθμός μάθησης
- **Momentum** : Ο παράγοντας αδράνειας
- **Number of Epochs & Accuracy** : Το κριτήριο τερματισμού της εκπαίδευσης

Η εκπαίδευση συνεχίζεται είτε μέχρι να συμπληρωθεί ο αριθμός εποχών που προσδιορίζεται από το *Number of Epochs*, είτε μέχρι το σύστημα να επιτύχει το ποσοστό σωστών κατηγοριοποιήσεων που προσδιορίζεται από το *Accuracy*.

Είναι φανερό ότι μέσω αυτών των δύο παραμέτρων ο χρήστης μπορεί να επιλέξει ή να παραλείψει εντελώς το στάδιο της επιβλεπόμενης μάθησης (θέτοντας οποιοδήποτε από τα παραπάνω κριτήρια ίσο με 0) ή να εκπαιδεύσει το σύστημα εξ ολοκλήρου με τη χρήση επιβλεπόμενης μάθησης (δίνοντας στα παραπάνω κριτήρια μεγάλες τιμές). Ωστόσο, το ενδιαφέρον της εφαρμογής μας εστιάζεται σε περιπτώσεις που ένα δίκτυο το οποίο έχει εκπαιδευτεί σε κάποιο βαθμό με επιβλεπόμενη μάθηση εκπαιδεύεται περαιτέρω με ενισχυτική μάθηση. Συνεπώς στις περισσότερες περιπτώσεις η τιμή του accuracy είναι σκόπιμο να οριστεί μεταξύ 60 % και 80 %.

Εκτός των παραμέτρων που αφορούν τη διαδικασία της εκπαίδευσης, ο χρήστης πρέπει να προσδιορίσει στο πεδίο Port τον αριθμό της θύρας που θα χρησιμοποιηθεί για την αποστολή των δεδομένων.

Στη συνέχεια πατώντας OK αρχίζει η διαδικασία της εκπαίδευσης. Κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης εμφανίζονται στην οθόνη σε κάθε εποχή :

- Ο αύξων αριθμός της εποχής
- Ο αριθμός σωστών κατηγοριοποιήσεων που πέτυχε το σύστημα κατά την εποχή αυτή
- Το τετραγωνικό σφάλμα για την εποχή αυτή

Η εκπαίδευση συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί ένα από τα δύο κριτήρια τερματισμού (*Number of Epochs / Accuracy*). Όταν η διαδικασία της εκπαίδευσης ολοκληρωθεί, ο Server μεταπίπτει σε μία κατάσταση στην οποία περιμένει από Clients να συνδεθούν (εμφανίζεται το μήνυμα *Waiting for connections...*). Κάθε φορά που συνδέεται στο Server ένας πελάτης, αυτός του στέλνει τα βάρη του δικτύου και το σύνολο δεδομένων του προβλήματος και όταν βεβαιωθεί ότι ο πελάτης τα έλαβε, διακόπτει τη σύνδεση. Κατά τη διαδικασία αυτή, στην οθόνη εμφανίζονται διαδοχικά τα μηνύματα :

Client Connected...
Sending Weights...
Sending Dataset...
Completed

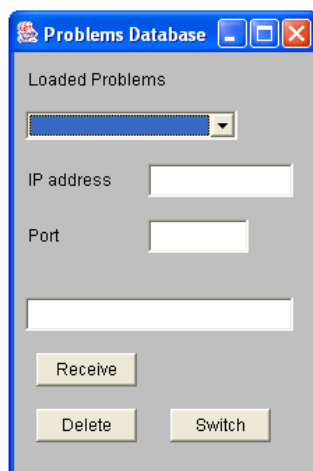
Ο Server παραμένει επ' αόριστον σε αυτή την κατάσταση αναμονής, επιτρέποντας σε απεριόριστο αριθμό πελατών να συνδεθούν μαζί του και να λάβουν τα δεδομένα.

6.2 P.D.A.

Η εφαρμογή του P.D.A. αποτελεί το κυριότερο τμήμα της υλοποίησης, καθώς οι λειτουργίες της ταξινόμησης και της εκπαίδευσης, με τη χρήση ενισχυτικής μάθησης, λαμβάνουν χώρα σε αυτό. Η εφαρμογή αποτελείται από δύο επιμέρους τμήματα :

6.2.1 Παράθυρο επικοινωνίας με τον Server

Το παράθυρο αυτό φαίνεται στο σχήμα 6.3, και αποτελείται από τα εξής στοιχεία :

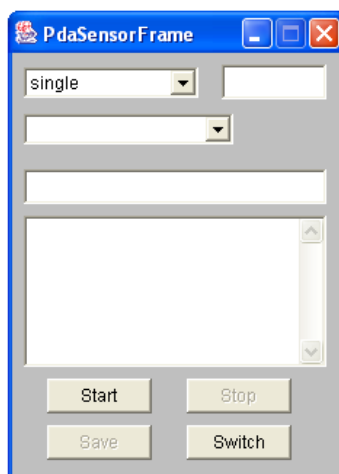


Σχ.6.3: Παράθυρο επικοινωνίας του P.D.A. με τον Server

- **Loaded Problems** : Ο κατάλογος με τα προβλήματα που βρίσκονται αποθηκευμένα στο P.D.A. Θεωρούμε ότι ένα πρόβλημα είναι αποθηκευμένο όταν το P.D.A. έχει αποθηκεύσει το όνομά του, το σύνολο δεδομένων που αντιστοιχεί σε αυτό και τα βάρη του (εν μέρει) εκπαιδευμένου, με επιβλεπόμενη μάθηση, δικτύου που λαμβάνει από το Server. Στον κατάλογο αυτό προστίθεται αυτόματα κάθε νέο πρόβλημα που το P.D.A. λαμβάνει από κάποιον Server και αφαιρείται αυτόματα από αυτόν κάθε πρόβλημα που ο χρήστης επιλέγει να διαγράψει.
- **IP address** : Η IP διεύθυνση του Server από τον οποίο το P.D.A. θα λάβει τα δεδομένα του προβλήματος
- **Port** : Ο αριθμός της θύρας μέσω της οποίας το P.D.A. θα επικοινωνήσει με το Server
- **Πεδίο μηνυμάτων** : Στο χώρο αυτό εμφανίζονται διάφορα μηνύματα προς το χρήστη κατά τη λειτουργία της εφαρμογής
- **Receive** : Πατώντας αυτό το πλήκτρο, το P.D.A. λαμβάνει ένα πρόβλημα από το Server. Κατά τη διάρκεια της επικοινωνίας με το Server, εμφανίζονται στο πεδίο μηνυμάτων τα εξής :
Establishing Connection...
Connected...
Receiving Weights...
Receiving Dataset...
Problem Received
- **Delete** : Πατώντας αυτό το πλήκτρο, το P.D.A. διαγράφει το επιλεγμένο πρόβλημα από τη λίστα με τα διαθέσιμα προβλήματα, καθώς και τα αρχεία που αντιστοιχούν στο σύνολο δεδομένων του προβλήματος και στο αποθηκευμένο δίκτυο. Κατά τη διαγραφή εμφανίζονται τα ακόλουθα μηνύματα :
Deleting Weights...
Deleting Dataset...
Problem Deleted...
- **Switch** : Πατώντας αυτό το πλήκτρο, ο χρήστης διακόπτει την επικοινωνία με το Server και μεταβαίνει στο παράθυρο επικοινωνίας με τους αισθητήρες.

6.2.2 Παράθυρο επικοινωνίας με τους αισθητήρες

Η επικοινωνία με τους αισθητήρες, η διάγνωση και η εκπαίδευση του δικτύου λαμβάνουν χώρα στο παράθυρο που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 6.4 :



Σχ.6.4: Παράθυρο επικοινωνίας του P.D.A. με τους αισθητήρες

Το παράθυρο αυτό αποτελείται από τα εξής στοιχεία :

- Ένα πεδίο στο οποίο επιλέγεται αν το P.D.A θα λαμβάνει τα δεδομένα από ένα μοναδικό αισθητήρα ή από πολλαπλούς αισθητήρες. Ο χρήστης επιλέγει αντίστοιχα μεταξύ *single* και *multiple*.
- Ένα πεδίο στο οποίο προσδιορίζεται ο αριθμός της θύρας μέσω της οποίας θα γίνει η επικοινωνία με τον αισθητήρα (ή τους αισθητήρες). Ο αριθμός αυτός μπορεί να είναι οποιοσδήποτε έγκυρος αριθμός θύρας. Στην περίπτωση που το P.D.A. λαμβάνει τα δεδομένα από ένα μοναδικό αισθητήρα, η επικοινωνία με αυτόν γίνεται μέσω αυτής της θύρας. Στην περίπτωση που υπάρχουν πολλαπλοί αισθητήρες, ο πρώτος επικοινωνεί με το P.D.A. μέσω της θύρας αυτής και οι υπόλοιποι μέσω των επόμενων, κατά αύξοντα αριθμό θυρών.
- Ένα πεδίο στο οποίο ο χρήστης επιλέγει το πρόβλημα. Ο κατάλογος των προβλημάτων μεταξύ των οποίων καλείται να επιλέξει ο χρήστης αυξομοιώνεται ανάλογα με νέα προβλήματα που λαμβάνει το P.D.A. από τον Server ή τα προβλήματα που ο χρήστης επιλέγει να διαγράψει.
- Ένα πεδίο στο οποίο εμφανίζονται μηνύματα προς το χρήστη κατά τη λειτουργία της εφαρμογής
Classifying & Training ...
Saving Weights...
- Ένα πεδίο στο οποίο εμφανίζονται μηνύματα που αφορούν την εκπαίδευση του P.D.A.

Αφού ο χρήστης προσδιορίσει τον αριθμό των αισθητήρων από τον οποίο θα λαμβάνει δεδομένα, τον αριθμό της θύρας επικοινωνίας και το πρόβλημα, πατάει Start. Το P.D.A. μεταπίπτει σε μία κατάσταση αναμονής, κατά την οποία περιμένει να συνδεθούν οι αισθητήρες (εμφανίζει το μήνυμα *Waiting for sensors...*). Όταν οι αισθητήρες συνδεθούν, εμφανίζεται το μήνυμα *Sensors connected...* και αρχίζει η λειτουργία του συστήματος.

Κατά τη λειτουργία συμβαίνουν τα εξής :

- Το P.D.A. λαμβάνει ένα πρότυπο εισόδου από τον αισθητήρα (ή συνθέτει ένα πρότυπο εισόδου από τα δεδομένα που λαμβάνει από τους πολλαπλούς αισθητήρες)
- Χρησιμοποιώντας τις τρέχουσες τιμές των βαρών του δικτύου, παράγει μία έξοδο για το εν λόγω πρότυπο. Βάσει αυτής της εξόδου το πρότυπο κατατάσσεται σε κάποια κατηγορία
- Εμφανίζει στην οθόνη έναν ακέραιο αριθμό μεταξύ 1 και p, ο οποίος αντιστοιχεί στην κατηγορία στην οποία κατατάσσεται το πρότυπο
- Χρησιμοποιεί το πρότυπο για την ανανέωση των βαρών του δικτύου, βάσει όσων αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 5
- Υπολογίζει, με τα νέα βάρη του δικτύου, τον αριθμό σωστών κατηγοριοποιήσεων και το τετραγωνικό σφάλμα για το σύνολο δεδομένων που χρησιμοποιείται ως σύνολο αναφοράς
- Εμφανίζει στην οθόνη τις δύο αυτές τιμές (με αυτή τη σειρά)

Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου ο χρήστης να πατήσει Stop στο παράθυρο της εφαρμογής (αν πατηθεί Stop σε κάποιον από τους αισθητήρες, το P.D.A. δε σταματάει τη λειτουργία του αλλά μεταπίπτει σε κατάσταση αναμονής).

Όταν πατηθεί Stop, ο χρήστης έχει διαθέσιμες τις εξής επιλογές :

- **Start** : Επανεκκίνηση της διαδικασίας «Κατηγοριοποίησης / Εκπαίδευσης»
- **Save** : Αποθήκευση των νέων βαρών του δικτύου
- **Switch** : Μετάβαση στο παράθυρο επικοινωνίας με τον Server

6.3 Αισθητήρες

Σε συνθήκες πραγματικής λειτουργίας, σκοπός της λειτουργίας του συστήματος είναι να λαμβάνει δεδομένα από αισθητήρες που θα είναι συνδεδεμένοι σε αυτό. Οι αισθητήρες αυτοί τοποθετημένοι στον ασθενή θα λαμβάνουν βιοσήματα και θα διοχετεύουν τις τιμές τους στις εισόδους του PDA. Εν συνεχεία, το PDA θα χρησιμοποιεί τις τιμές αυτές για να εξάγει συμπεράσματα σχετικά με την κατάσταση της υγείας του ασθενούς, αλλά και θα τις επεξεργάζεται βάσει των αλγορίθμων που αναλύθηκαν στο [5] για την αυτοεκπαίδευσή του.

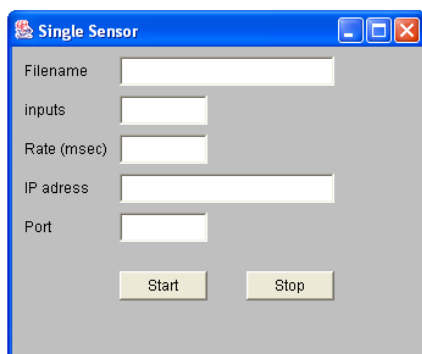
Ωστόσο, ο τρόπος αυτός λειτουργίας του συστήματος παρουσιάζει αυξημένες απαιτήσεις σε υλικό (hardware) και ξεφεύγει από τους σκοπούς της παρούσας εργασίας. Για το λόγο αυτό, η λειτουργία των αισθητήρων θα εξομοιωθεί από λογισμικό που αναπτύχθηκε για αυτό το σκοπό.

Το λογισμικό αυτό παρέχει στο P.D.A. τη δυνατότητα να λαμβάνει τα δεδομένα ή από ένα μοναδικό αισθητήρα ή από πολλαπλούς αισθητήρες (ίσους σε πλήθος με τον αριθμό των εισόδων του εκάστοτε προβλήματος). Στην πρώτη περίπτωση, ο μοναδικός αισθητήρας θα επιλέγει τυχαία ένα πρότυπο εισόδου από κάποιο σύνολο δεδομένων που θα βρίσκεται αποθηκευμένο σε αυτόν και θα το στέλνει στο P.D.A. Στη δεύτερη περίπτωση, ο καθένας από τους n αισθητήρες, θα παράγει κάποια τυχαία τιμή (μέσα σε κάποιο εύρος τιμών που προσδιορίζει ο χρήστης) και θα τη στέλνει στο P.D.A. ως τιμή του. Εν συνεχεία το P.D.A. θα συνθέτει ένα πρότυπο εισόδου από τις τιμές που λαμβάνει από του n αισθητήρες και θα το χρησιμοποιεί για ταξινόμηση και εκπαίδευση.

Είναι εμφανή τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που παρουσιάζει κάθε μία από τις παραπάνω προσεγγίσεις. Στην περίπτωση του μοναδικού αισθητήρα, τα δεδομένα εισόδου που λαμβάνονται είναι περισσότερο κατάλληλα για τη λειτουργία του προβλήματος, αφού επιλέγονται από ένα σύνολο ειδικά κατασκευασμένο για το σκοπό αυτό. Ωστόσο, η λειτουργία με ένα μοναδικό αισθητήρα ξεφεύγει από τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας, από άποψη του τρόπου που χρησιμοποιεί το διαθέσιμο υλικό. Αντίθετα, η λειτουργία με πολλαπλούς αισθητήρες προσεγγίζει περισσότερο τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας, από άποψη υλοποίησης. Ωστόσο, παρουσιάζει τον περιορισμό ότι, λόγω της ασύγχρονης μετάδοσης των τιμών των αισθητήρων, δεν είναι δυνατό να επιλεγούν οι τιμές αυτές από το ίδιο πρότυπο εισόδου για όλους τους αισθητήρες. Για το λόγο αυτό οι αισθητήρες είναι αναγκασμένοι να εκπέμπουν τυχαίες τιμές, σε ένα εύρος τιμών που τους προσδιορίζουμε. Είναι φανερό ότι για να επιλέξει κανείς το κατάλληλο εύρος τιμών για κάθε αισθητήρα, πρέπει να έχει οπτική αντίληψη του χώρου του προβλήματος, πράγμα που περιορίζει αυτό τον τρόπο λειτουργίας σε προβλήματα με τρεις το πολύ διαστάσεις.

6.3.1 Μοναδικός αισθητήρας

Το παράθυρο λειτουργίας της εφαρμογής που εξομοιώνει τη λειτουργία του μοναδικού αισθητήρα είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα 6.5 :



Σχ.6.5: Παράθυρο μοναδικού αισθητήρα

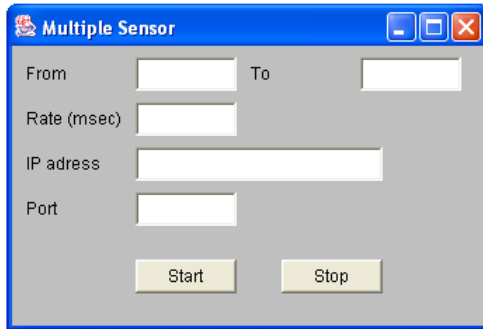
Ο χρήστης καλείται να ρυθμίσει τις εξής παραμέτρους :

- **Filename** : Στο πεδίο αυτό, λοιπόν, ορίζεται το path και το όνομα του αρχείου που περιέχει το σύνολο δεδομένων του προβλήματος
- **Inputs** : Ο αριθμός των παραμέτρων που αποτελούν κάθε πρότυπο εισόδου του προβλήματος
- **Rate** : Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών εκπομπών του αισθητήρα (σε msec)
- **IP address** : Η IP διεύθυνση του P.D.A. στο οποίο ο αισθητήρας αποστέλλει τα δεδομένα (στην περίπτωσή μας η IP διεύθυνση του P.D.A. στο τοπικό δίκτυο)
- **Port** : Ο αριθμός της θύρας μέσω της οποίας θα γίνει η αποστολή των δεδομένων

Αφού προσδιορίσει τις παραμέτρους αυτές, ο χρήστης πατά Start και ο αισθητήρας αρχίζει την αποστολή δεδομένων προς το P.D.A. Η αποστολή συνεχίζεται μέχρις ότου ο χρήστης να πατήσει Stop ή μέχρι το P.D.A. να στείλει σήμα στον αισθητήρα ότι δε χρειάζεται να λάβει άλλα δεδομένα.

6.3.2 Πολλαπλοί αισθητήρες

Το παράθυρο της εφαρμογής που εξομοιώνει τη λειτουργία καθενός από τους n αισθητήρες φαίνεται στο σχήμα 6.6 :



Σχ.6.6: Παράθυρο πολλαπλού αισθητήρα

Στα πεδία εισόδου του ο χρήστης καλείται να προσδιορίσει τις εξής παραμέτρους :

- **From , to** : Στα δύο αυτά πεδία καθορίζεται το εύρος των τυχαίων τιμών που στέλνει ο αισθητήρας (From : ελάχιστη τιμή, To : μέγιστη τιμή)
- **Rate** : Ο ρυθμός με τον οποίο οι αισθητήρες εκπέμπουν τα δεδομένα. Ο ρυθμός αυτός είναι δυνατό να είναι διαφορετικός για κάθε αισθητήρα, αλλά εν γένει επιλέγεται κοινός για όλους τους αισθητήρες
- **IP address** : Η IP διεύθυνση του P.D.A.
- **Port** : Η θύρα μέσω της οποίας ο αισθητήρας στέλνει τα δεδομένα στο P.D.A.

Στην περίπτωση της λειτουργίας με πολλαπλούς αισθητήρες χρησιμοποιείται η εξής σύμβαση : Ο αισθητήρας που αντιστοιχεί στο πρώτο χαρακτηριστικό του διανύσματος εισόδου μπορεί να επιλέξει αυθαίρετα τη θύρα στην οποία στέλνει τα δεδομένα. Οι υπόλοιποι αισθητήρες όμως θα πρέπει να επιλέξουν τις επόμενες, κατά αύξοντα αριθμό, θύρες για την αποστολή των δικών τους δεδομένων. Αν δηλαδή ο πρώτος αισθητήρας εκπέμπει μέσω της θύρας x , ο δεύτερος πρέπει να εκπέμπει μέσω της θύρας $x+1, \dots$ και ο n -οστός μέσω της θύρας $x+(n-1)$.

Εν συνεχεία ο χρήστης πατά Start και η αποστολή δεδομένων αρχίζει, έως ότου διακοπεί ή από το πλήκτρο Stop ή με εντολή του P.D.A..

Κεφάλαιο 7

Πειραματικά Αποτελέσματα

7 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

7.1 Εισαγωγή

Όπως φάνηκε από τα προηγούμενα κεφάλαια, το κύριο αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία ενός συστήματος διάγνωσης το οποίο θα είναι σε θέση να εκπαιδεύεται on-line από τα πειραματικά δεδομένα. Οι δύο βασικές λειτουργίες που πρέπει να επιτελεί το σύστημα είναι:

- Ταξινόμηση αγνώστων προτύπων σε προκαθορισμένες κατηγορίες.
- Αυτο-εκπαίδευση του δικτύου on-line, με τη χρήση των προτύπων που του δίνονται προς ταξινόμηση.

Υπό ιδανικές συνθήκες, το κατά πόσο επιτυγχάνονται ή όχι τα παραπάνω, θα έπρεπε να διερευνηθεί χρησιμοποιώντας το σύστημα σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας. Ωστόσο, κάτι τέτοιο θα ήταν πρακτικά ανέφικτο, καθώς αφ' ενός το σύστημα δεν είναι σε θέση να εγγυηθεί από μόνο του για την ορθότητα των συμπερασμάτων του και συνεπώς θα έπρεπε η εκπαίδευση του να γίνει υπό την επίβλεψη γιατρών, αφ' ετέρου θα απαιτούνταν ένας μεγάλος αριθμός ασθενών των οποίων τα βιοσήματα θα χρησιμοποιούνταν για την εκπαίδευση. Επιπλέον, είναι γενικά επιθυμό για έναν ταξινομητή προτύπων να εξετάζεται η λειτουργία του σε περισσότερα του ενός προβλήματα, ώστε να διερευνάται η ικανότητά του να προσαρμόζεται στις ιδιαιτερότητες του κάθε προβλήματος.

Για τους παραπάνω λόγους, η ικανότητα μάθησης του δικτύου θα επιδειχθεί μέσω προσομοίωσης, με τη χρήση των εξής συνόλων δεδομένων:

- Iris Plants Classification
- Wisconsin Breast Cancer Database
- Spiral Dataset
- Clouds Database
- Ionosphere Database

τα οποία περιγράφονται παρακάτω.

7.2 Σύνολα δεδομένων

i. Iris Plants Classification

Το σύνολο δεδομένων αποτελείται από 150 πρότυπα. Το καθένα από αυτά χαρακτηρίζεται από 4 εισόδους, οι οποίες περιγράφουν γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενός φυτού της ποικιλίας *iris*. Βάσει αυτών των χαρακτηριστικών εισόδου, το φυτό κατατάσσεται σε μία από τις 3 κατηγορίες: *Iris Setosa*, *Iris Versicolour* και *Iris Virginica*, με 50 δείγματα να αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία.

Σημειώνεται ότι η δεύτερη και η τρίτη κατηγορία μπορούν να διαχωριστούν γραμμικά από την πρώτη, όχι όμως και μεταξύ τους.

ii. Wisconsin Breast Cancer Database

Το σύνολο δεδομένων αποτελείται από 683 δείγματα με 9 χαρακτηριστικά εισόδου το καθένα, βάσει των οποίων τα δείγματα κατατάσσονται σε 2 κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία αντιστοιχούν 451 δείγματα ενώ στη δεύτερη 232 δείγματα. Το κάθε δείγμα αφορά τα χαρακτηριστικά του όγκου που παρουσιάζει ένας ασθενής και η κατηγοριοποίηση κατατάσσει αυτό τον όγκο σε καλοήγη ή κακοήγη αντίστοιχα.

Οι δύο κατηγορίες είναι γραμμικά διαχωρίσιμες.

iii. Spiral Database

Το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων αποτελείται από 1000 πρότυπα, με δύο χαρακτηριστικά εισόδου το καθένα, τα οποία κατατάσσονται σε 2 κατηγορίες που περιέχουν από 500 πρότυπα η κάθε μία. Το σύνολο απεικονίζει σημεία σε ένα επίπεδο τα οποία διαχωρίζονται από μία γραμμή σχήματος σπирάλ.

iv. Clouds Database

Το σύνολο δεδομένων Clouds αποτελείται από 5000 πρότυπα, που βάσει δύο χαρακτηριστικών εισόδου κατατάσσονται σε 2 κατηγορίες, με 2500 δείγματα να αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία. Τα δεδομένα που το αποτελούν είναι δημιουργημένα με τεχνητό τρόπο και δεν έχουν καμία φυσική σημασία.

v. Ionosphere Database

Το σύνολο δεδομένων αποτελείται από 351 δείγματα τα οποία ανήκουν σε 2 κατηγορίες. Στην πρώτη ανήκουν 225 δείγματα ενώ στη δεύτερη 126 δείγματα. Το κάθε δείγμα αποτελείται από 34 χαρακτηριστικά. Τα δεδομένα προκύπτουν από εκπομπή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και η κατηγοριοποίησή τους περιγράφει το αν διαπερνούν την ιονόσφαιρα ή όχι.

7.3 Πειραματική μέθοδος

Για καθένα από τα παραπάνω σύνολα δεδομένων θα διενεργηθούν δύο πειράματα.

7.3.1 Εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων.

Κατά το πείραμα αυτό το σύνολο δεδομένων θα χωριστεί σε δύο τμήματα, καθένα από τα οποία θα περιλαμβάνει το 50% των προτύπων.

Το πρώτο τμήμα, θα θεωρηθεί ότι περιλαμβάνει τα γνωστά πρότυπα (εκείνα δηλαδή των οποίων η κατηγοριοποίηση είναι ήδη γνωστή). Τα πρότυπα αυτά θα χρησιμοποιηθούν από τον αλγόριθμο των k-πλησιέστερων γειτόνων για τον υπολογισμό του ενισχυτικού σήματος που λαμβάνει το δίκτυο, όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 5.3.1.

Το δεύτερο τμήμα, θα θεωρηθεί ότι περιλαμβάνει τα άγνωστα πρότυπα (εκείνα για τα οποία είναι άγνωστη η κατηγορία στην οποία ανήκουν). Τα πρότυπα αυτά θα χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση του δικτύου.

Η εκπαίδευση θα γίνει κατά on-line τρόπο : Το δίκτυο λαμβάνει ένα πρότυπο εισόδου το οποίο επιλέγεται τυχαία από τα άγνωστα πρότυπα και το κατατάσσει σε μία από τις προκαθορισμένες κατηγορίες. Στη συνέχεια ανανεώνει τα βάρη του σύμφωνα με όσα αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο 5. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να σταματήσει η εκπαίδευση (είτε με εντολή του χρήστη, είτε αυτόματα βάσει του κριτηρίου που αναπτύσσεται παρακάτω).

Η ικανότητα μάθησης του δικτύου ελέγχεται με τη χρήση των γνωστών προτύπων. Συγκεκριμένα, στο τέλος κάθε εποχής, θα γίνεται υπολογισμός των σωστών ταξινομήσεων που επιτυγχάνει το δίκτυο για τα γνωστά πρότυπα και θα υπολογίζεται το συνολικό τετραγωνικό σφάλμα. Οι δύο αυτές ποσότητες απεικονίζονται γραφικά, συναρτήσει του αριθμού εποχών. (Είναι προφανές ότι με τον τρόπο που γίνεται η εκπαίδευση, δεν έχει καμμία έννοια να χωριστεί η διαδικασία σε εποχές. Ωστόσο, στα παρακάτω θεωρούμε, καταχρηστικά, ότι μία εποχή

ολοκληρώνεται όταν παρουσιαστούν στο δίκτυο τόσα σε πλήθος άγνωστα πρότυπα, όσα είναι και αυτά που έχει αποθηκευμένα ως γνωστά. Η σύμβαση αυτή γίνεται μόνο για να είναι περισσότερο παραστατική η απεικόνιση των γραφικών παραστάσεων και δεν υπεισέρχεται κατά κανένα τρόπο στις διαδικασίες της ταξινόμησης και της εκπαίδευσης)

7.3.2 Εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα

Κατά το πείραμα αυτό, όλα τα πρότυπα του συνόλου δεδομένων θεωρήθηκε ότι αποτελούν το σύνολο των γνωστών προτύπων.

Ως σύνολο άγνωστων προτύπων χρησιμοποιήθηκαν τα πρότυπα του αρχικού συνόλου δεδομένων, αλλοιωμένα όμως με την προσθήκη θορύβου Gauss. Συγκεκριμένα, σε κάθε χαρακτηριστικό κάθε προτύπου του συνόλου δεδομένων, προστέθηκε μία τυχαία ποσότητα, η τιμή της οποίας ακολουθούσε κατανομή Gauss με κέντρο 0 και τυπική απόκλιση το 5% της τιμής του. Τα αλλοιωμένα πρότυπα που προέκυψαν από αυτή τη διαδικασία αποθηκεύτηκαν ως σύνολο άγνωστων προτύπων. Και πάλι η εκπαίδευση του δικτύου έγινε on-line, παρουσιάζοντας διαδοχικά στο δίκτυο πρότυπα, τυχαία επιλεγμένα, από το σύνολο των άγνωστων προτύπων. Ο υπολογισμός της αξιοπιστίας του δικτύου έγινε βάσει του αριθμού σωστών ταξονομήσεων και του σφάλματος αντικατάστασης για το γνωστό σύνολο δεδομένων.

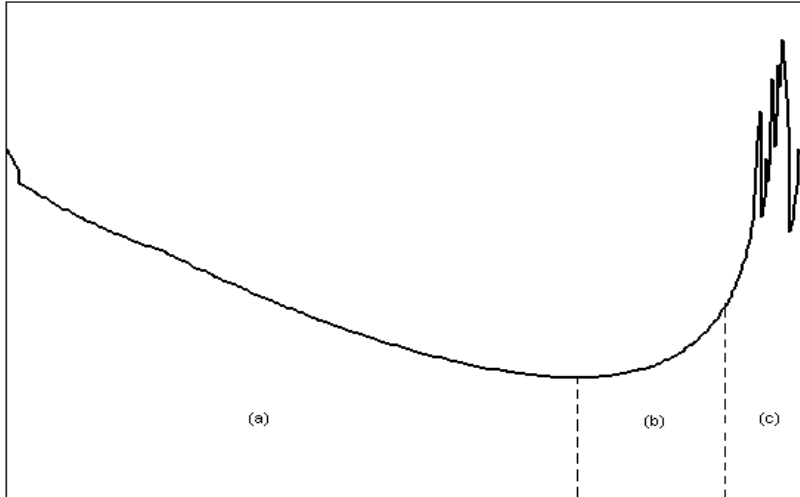
7.4 Τερματισμός της εκπαίδευσης

Είναι γνωστό από ότι παρά τις αυξημένες επιδόσεις που παρουσιάζουν οι αλγόριθμοι της οικογένειας REINFORCE, η σύγκλιση τους δεν είναι εξασφαλισμένη. Παρά τις έρευνες που έχουν γίνει προς αυτή την κατεύθυνση, δεν έχει γίνει δυνατό να εξαχθούν σαφή θεωρητικά αποτελέσματα και ως εκ τούτου είναι αναγκαίο η συμπεριφορά τους να μελετηθεί κατά περίπτωση, μέσω πειραματικών δεδομένων.

Στην περίπτωση του αλγορίθμου που υλοποιήθηκε εδώ, παρατηρήθηκε ότι αυτός δε συγκλίνει σε κάθε εκτέλεσή του και για κάθε σύνολο δεδομένων. Σε πολλές περιπτώσεις παρατηρήθηκε ότι η τιμή του τετραγωνικού σφάλματος μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης κατά τρόπο παρόμοιο με αυτόν που φαίνεται στο σχήμα 7.1.

Όπως είναι φανερό από το σχήμα, μπορεί κανείς να διαχωρίσει την εκπαίδευση, ως προς την τιμή του τετραγωνικού σφάλματος αντικατάστασης, σε τρεις περιόδους :

- Μια περίοδο (a) μείωσης του σφάλματος : Κατά την περίοδο αυτή ο ταξινομητής παρουσιάζει σταθερή βελτίωση των επιδόσεών του.
- Μια περίοδο (b) αργής αύξησης του σφάλματος : Κατά την περίοδο αυτή οι επιδόσεις του ταξινομητή παραμένουν στάσιμες ή παρουσιάζουν μικρή βελτίωση.
- Μια περίοδο (c) απότομης αύξησης του σφάλματος : Κατά την περίοδο αυτή οι επιδόσεις του ταξινομητή μειώνονται σημαντικά .



Σχ.7.1: Μεταβολή του τετραγωνικού σφάλματος κατά την εκπαίδευση

Προφανώς είναι επιθυμητό να διακοπεί η λειτουργία της εκπαίδευσης του ταξινομητή προτού η τιμή του σφάλματος αρχίσει να αυξάνεται απότομα. Αν και δεν υπάρχει κάποιο σαφές κριτήριο βάσει του οποίου να μπορεί κανείς να διαχωρίσει το πότε η αύξηση του σφάλματος γίνεται σημαντική, διαπιστώθηκε εμπειρικά, παρατηρώντας ένα μεγάλο αριθμό πειραμάτων σε διαφορετικά σύνολα δεδομένων, ότι τα ικανοποιητικότερα αποτελέσματα τα παίρνουμε διακόπτοντας την εκπαίδευση

όταν το σφάλμα υπερβεί την τιμή $e_{\min} + \frac{1}{2}(e_0 - e_{\min})$,

όπου e_0 η αρχική τιμή του τετραγωνικού σφάλματος και e_{\min} η ελάχιστη τιμή που έχει πάρει το σφάλμα ως εκείνη τη στιγμή.

Αναλυτικότερα, η διαδικασία ελέγχου που ακολουθείται είναι η εξής :

- Αποθηκεύεται η αρχική τιμή e_0 του τετραγωνικού σφάλματος αντικατάστασης (πριν την εκπαίδευση). Επίσης θέτουμε $e_{\min} = e_0$
- Για κάθε πρότυπο που λαμβάνει ο ταξινομητής
 - Ανανεώνει τα βάρη του δικτύου
 - Υπολογίζει το τετραγωνικό σφάλμα e
 - Αν $e < e_{\min}$ τότε $e_{\min} = e$
 - Αν $e \geq e_{\min} + \frac{1}{2}(e_0 - e_{\min})$ η εκπαίδευση διακόπτεται

Σημειώνεται ότι στις περιπτώσεις που δεν παρατηρήθηκε το παραπάνω φαινόμενο, η εκπαίδευση συνεχίστηκε για 500 εποχές.

7.5 Παράμετροι της εκπαίδευσης

7.5.1 Ρυθμός μάθησης

Σε όλα τα παρακάτω πειράματα ο ρυθμός μάθησης ορίστηκε για όλα τα σύνολα δεδομένων $\alpha=0.0001$. Διαπιστώθηκε ότι μεγαλύτερες τιμές του ρυθμού μάθησης δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα σε αρχικά στάδια της εκπαίδευσης αλλά προκαλούν ασταθή συμπεριφορά αργότερα, ενώ μικρότερες τιμές καθυστερούν υπερβολικά τη διαδικασία.

7.5.2 Σχέση μεταξύ exploration και exploitation

Όπως αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 5, η τιμή της παραμέτρου γ στη σχέση:

$$r'(t) = \gamma \cdot r(t-1) + (1 - \gamma) \cdot r'(t-1)$$

καθορίζει τη σχέση μεταξύ exploration και exploitation. Συγκεκριμένα, τιμές του γ κοντά στη μονάδα ενισχύουν το exploitation, ενώ μικρότερες τιμές δίνουν έμφαση στο exploration.

Εμπειρικά διαπιστώθηκε ότι όταν η τιμή του γ βρίσκεται κοντά στο 0, η τάση για exploration είναι υπερβολικά μεγάλη, με αποτέλεσμα η λειτουργία του συστήματος να είναι εξαιρετικά ασταθής. Τιμές κοντά στο 0.5 δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα σε αρχικά στάδια της εκπαίδευσης, αλλά προκαλούν αστάθεια καθώς οι επιδόσεις του συστήματος βελτιώνονται. Τέλος, για τιμές κοντά στο 1 παρατηρείται πιο αργή συμπεριφορά κατά το αρχικό στάδιο της εκπαίδευσης αλλά σταθερότερη συμπεριφορά καθώς οι επιδόσεις βελτιώνονται.

Συνδυάζοντας τις παραπάνω διαπιστώσεις, έγινε η επιλογή να μεταβάλλεται η τιμή του γ κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα, κάθε φορά που υπολογίζεται το ποσοστό p σωστών ταξινομήσεων που επιτυγχάνει το δίκτυο, η τιμή του γ θα ανανεώνεται σύμφωνα με τη σχέση :

$$\gamma = \begin{cases} 0.5, & p < 0.5 \\ p, & 0.5 \leq p \leq 0.9 \\ 0.9, & p > 0.9 \end{cases}$$

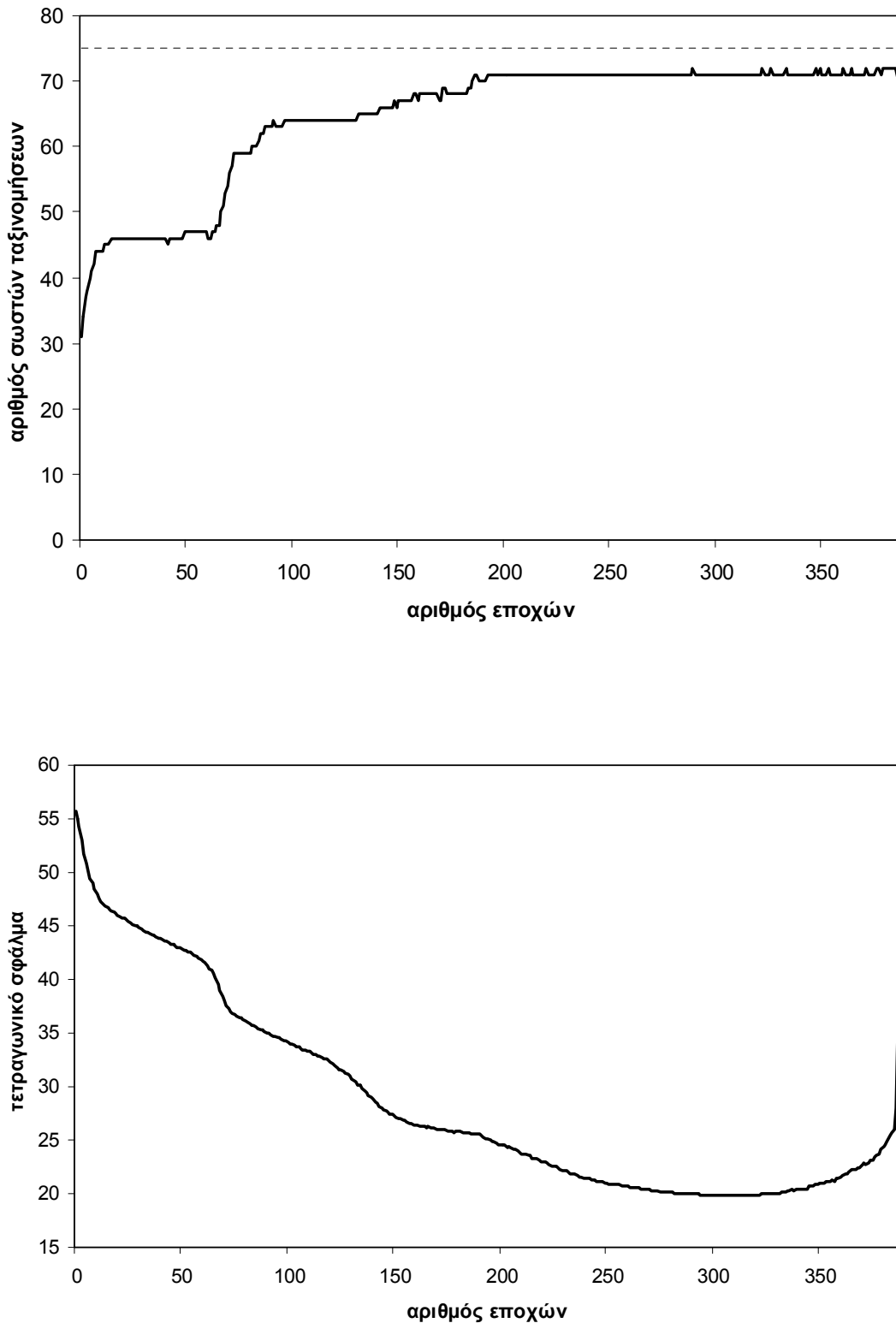
Κατά αυτό τον τρόπο, στο αρχικό στάδιο της εκπαίδευσης ακολουθείται μία ισορροπία μεταξύ exploration και exploitation. Καθώς όμως οι επιδόσεις του συστήματος βελτιώνονται, δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στο exploitation.

7.6 Γραφικές παραστάσεις

Στο σημείο αυτό παρατίθενται οι γραφικές παραστάσεις που προέκυψαν κατά την εφαρμογή των δύο πειραματικών μεθόδων στα σύνολα δεδομένων που περιγράφηκαν παραπάνω.

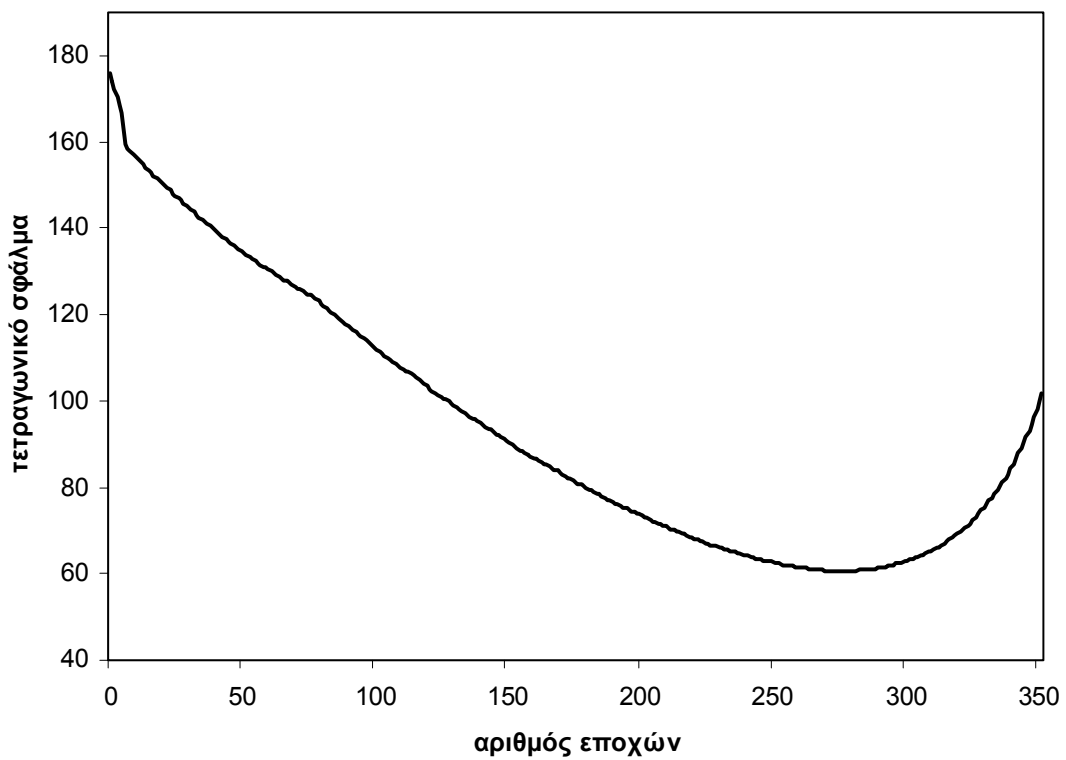
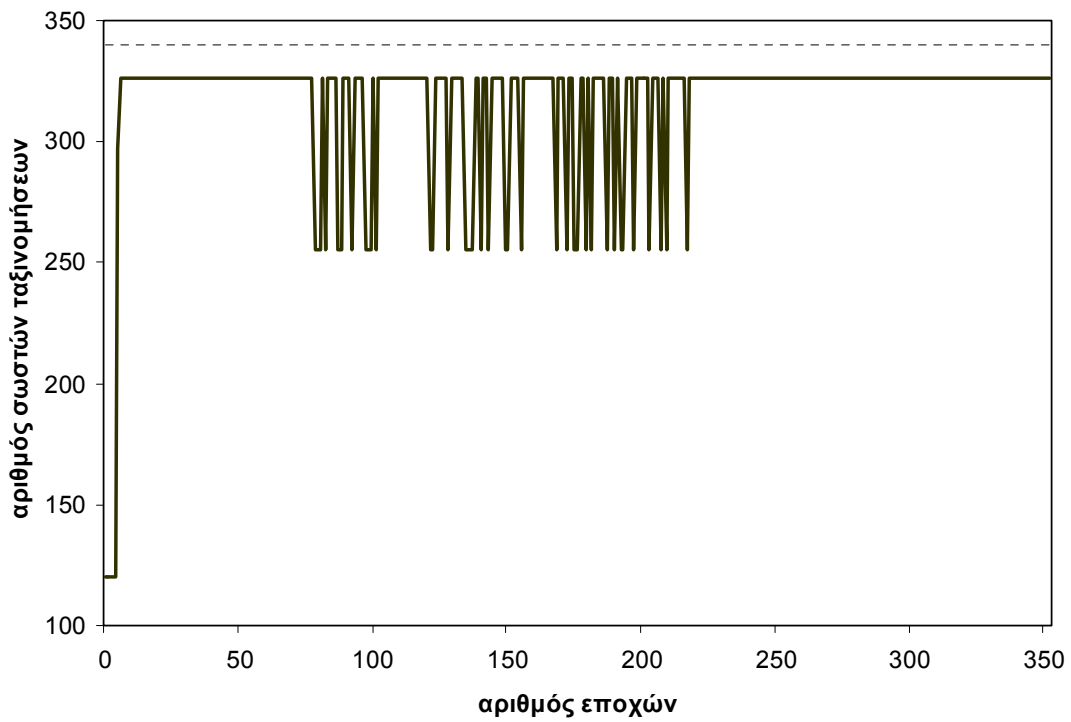
7.6.1 Πειράματα με μέρος του συνόλου δεδομένων

Iris Plants Classification



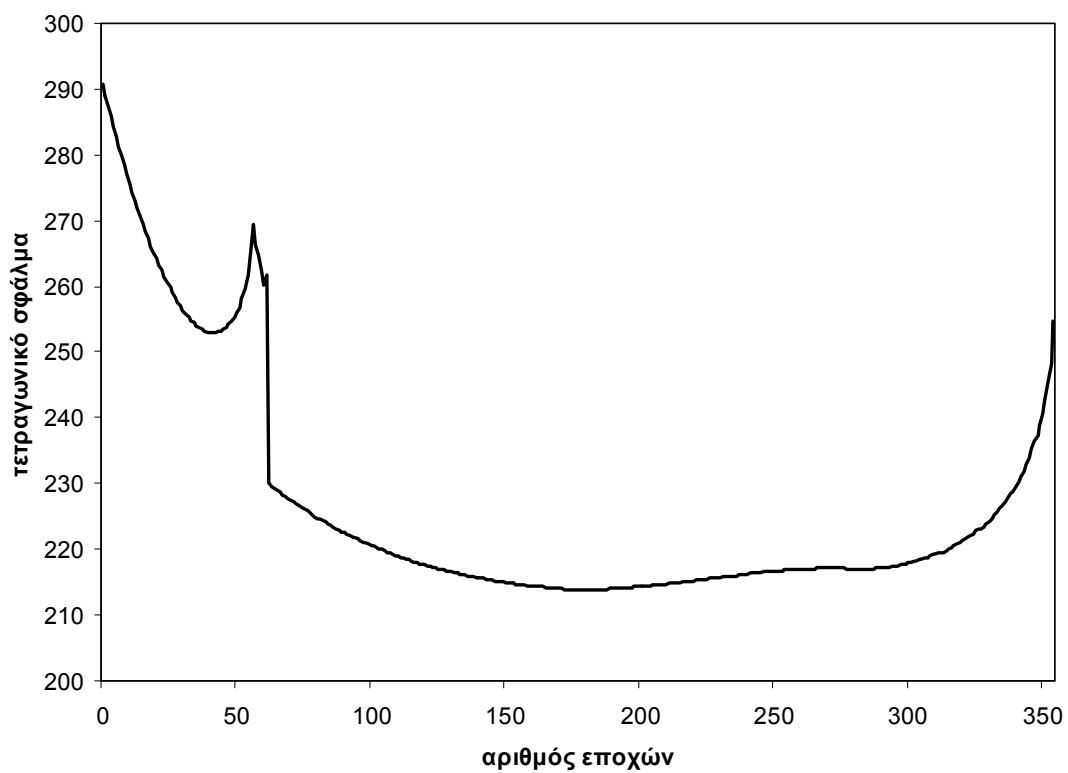
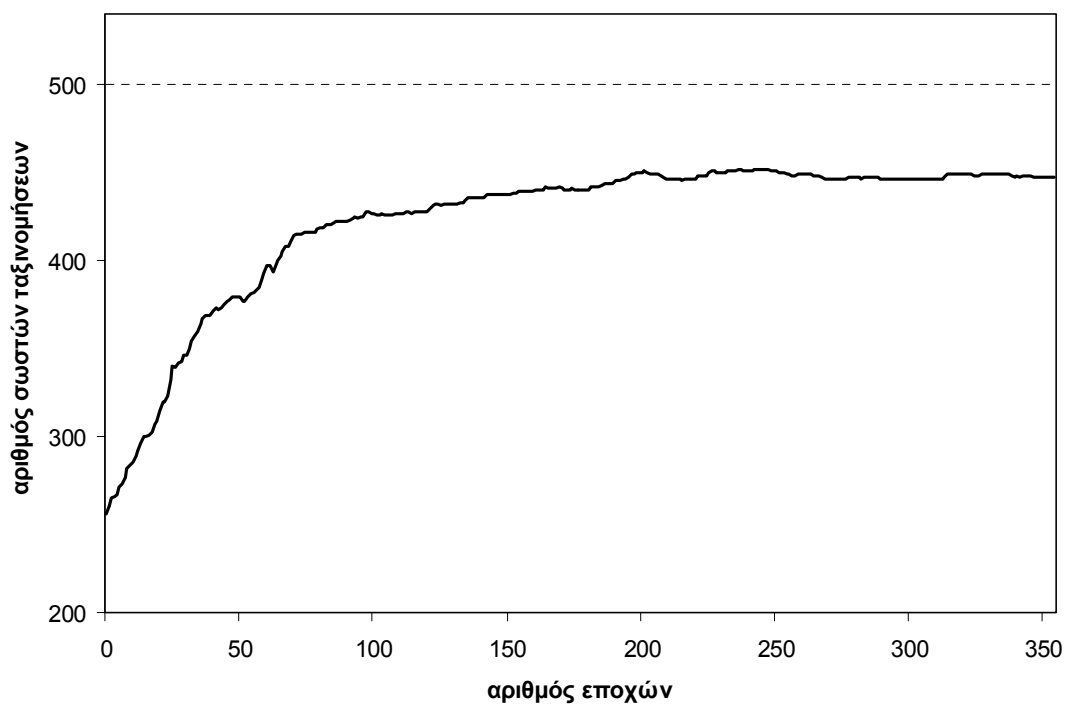
Σχ 7.1: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Iris κατά την εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων

Wisconsin Breast Cancer



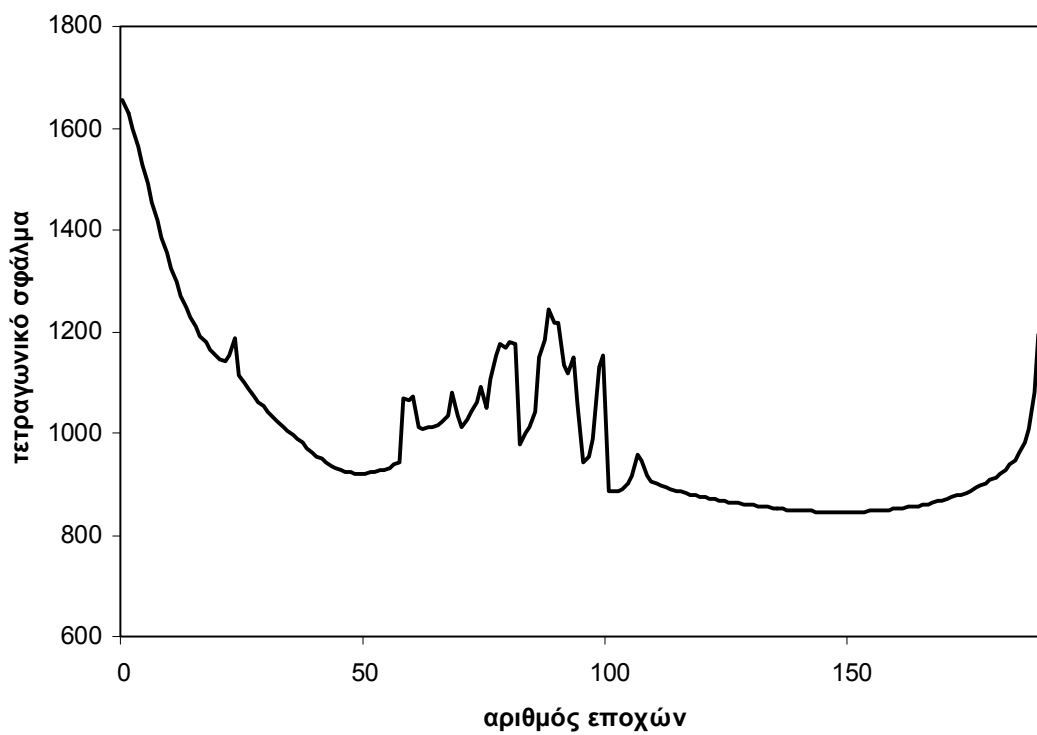
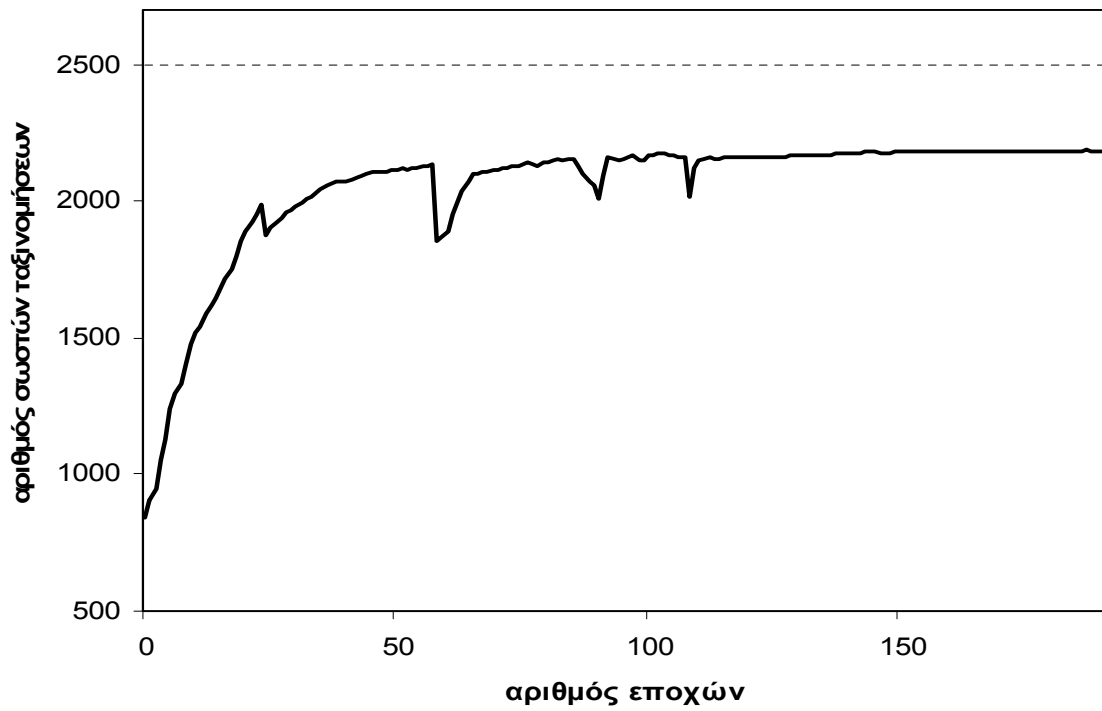
Σχ. 7.2: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Wisconsin κατά την εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων

Spiral dataset



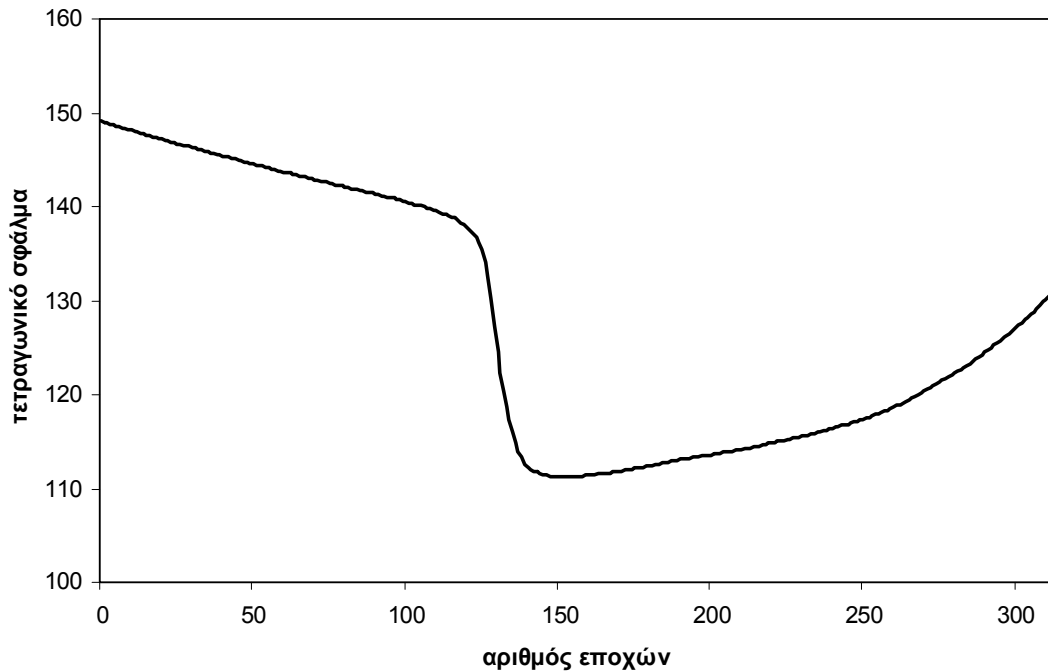
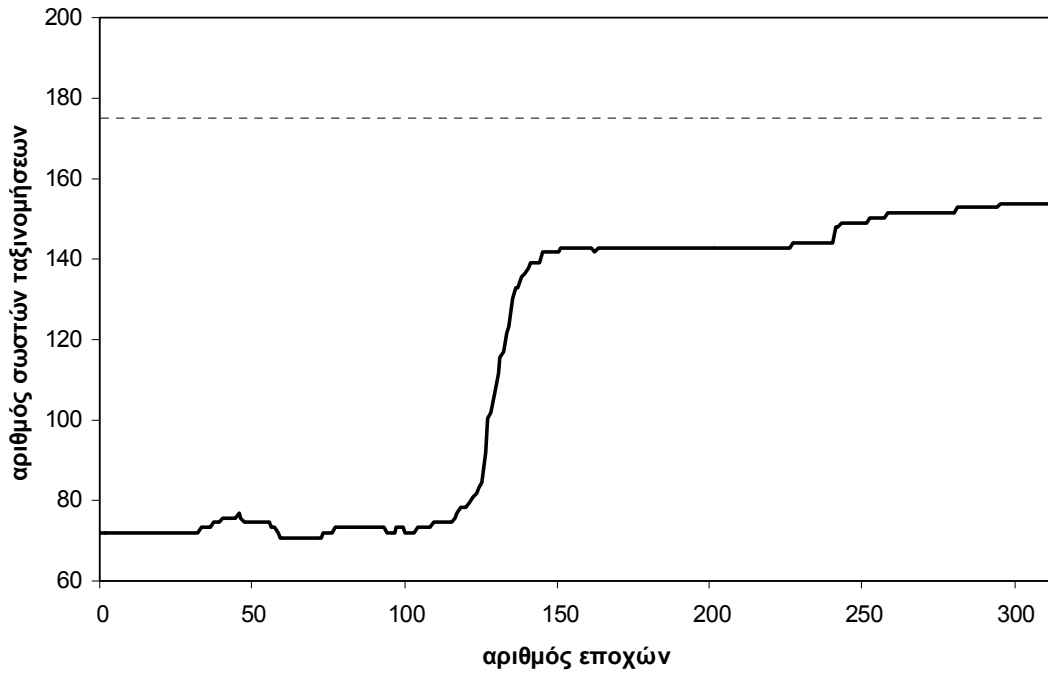
Σχ 7.3: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων spiral κατά την εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων

Clouds Database



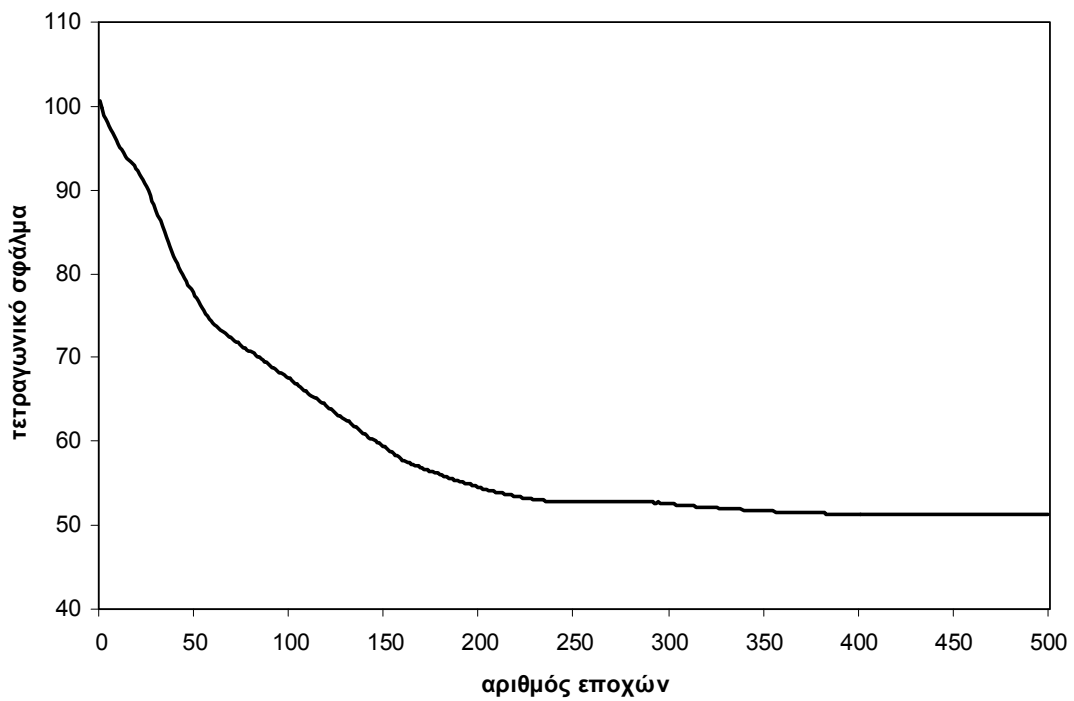
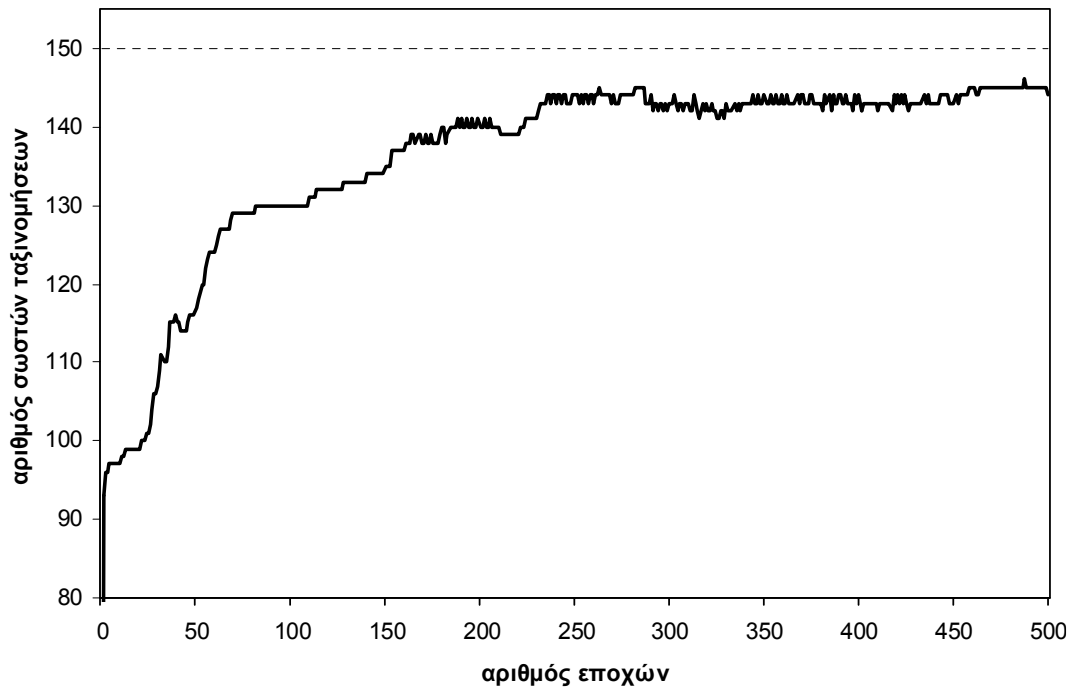
Σχ 7.4: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Clouds κατά την εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων

Ionosphere Database



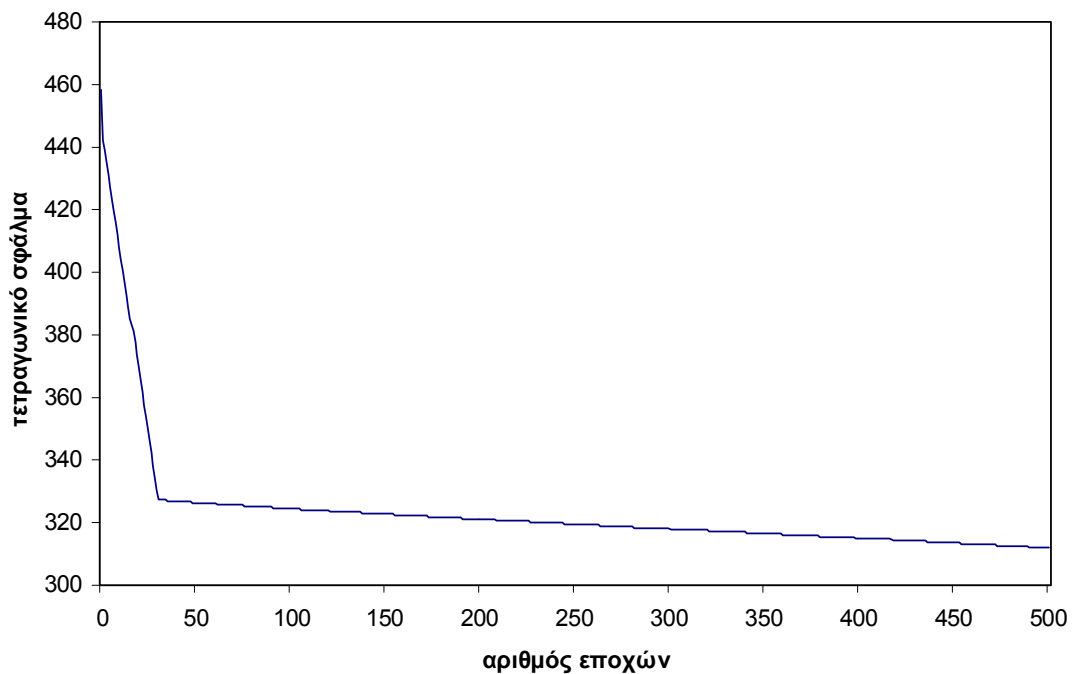
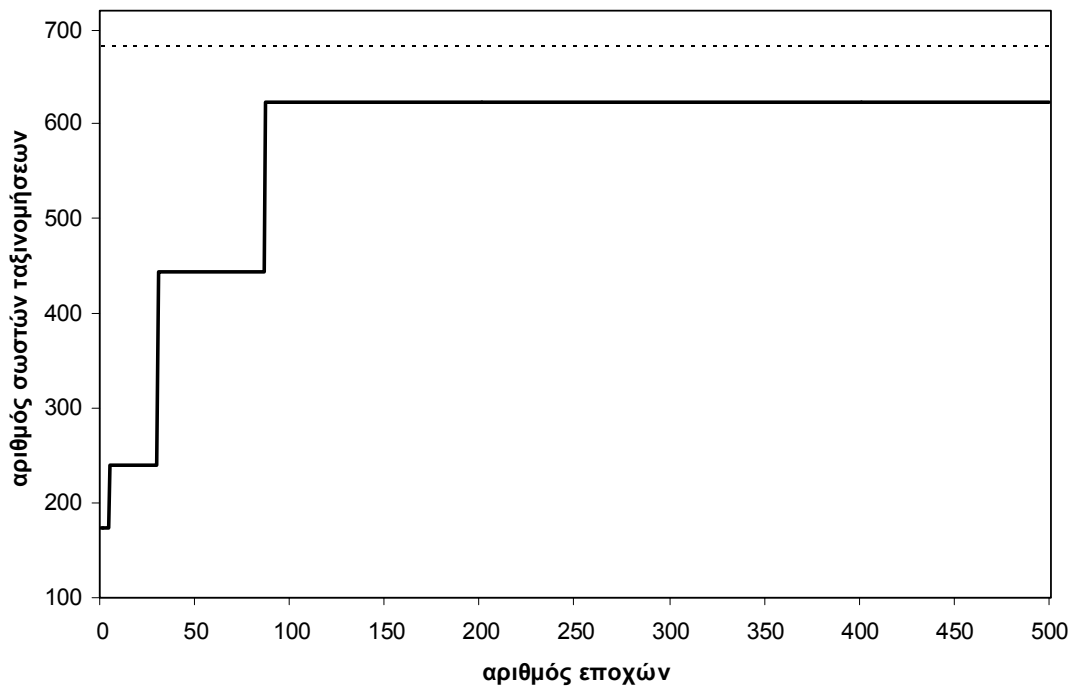
Σχ 7.5: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Ionosphere κατά την εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων

7.6.2 Πειράματα με αλλοιωμένα πρότυπα Iris



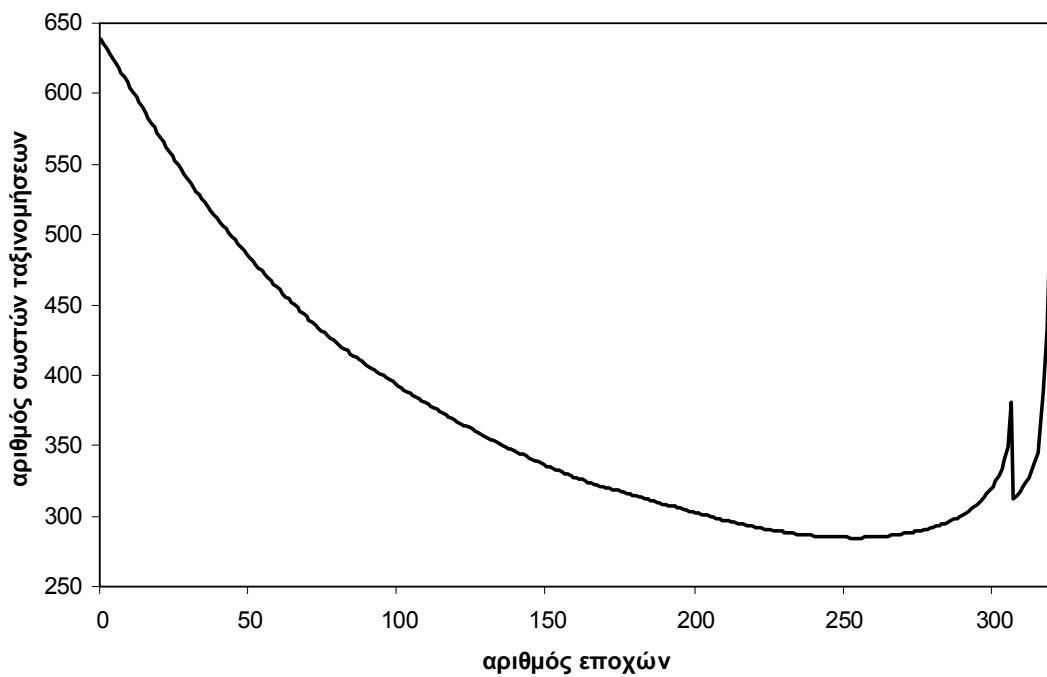
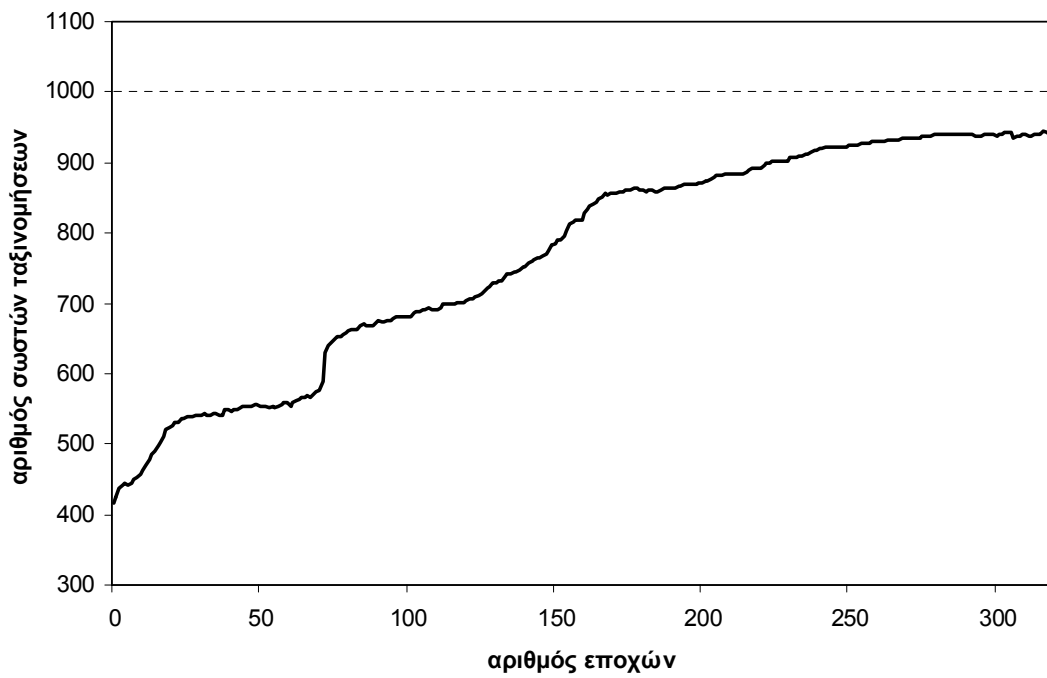
Σχ 7.6: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Iris κατά την εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα

Wisconsin



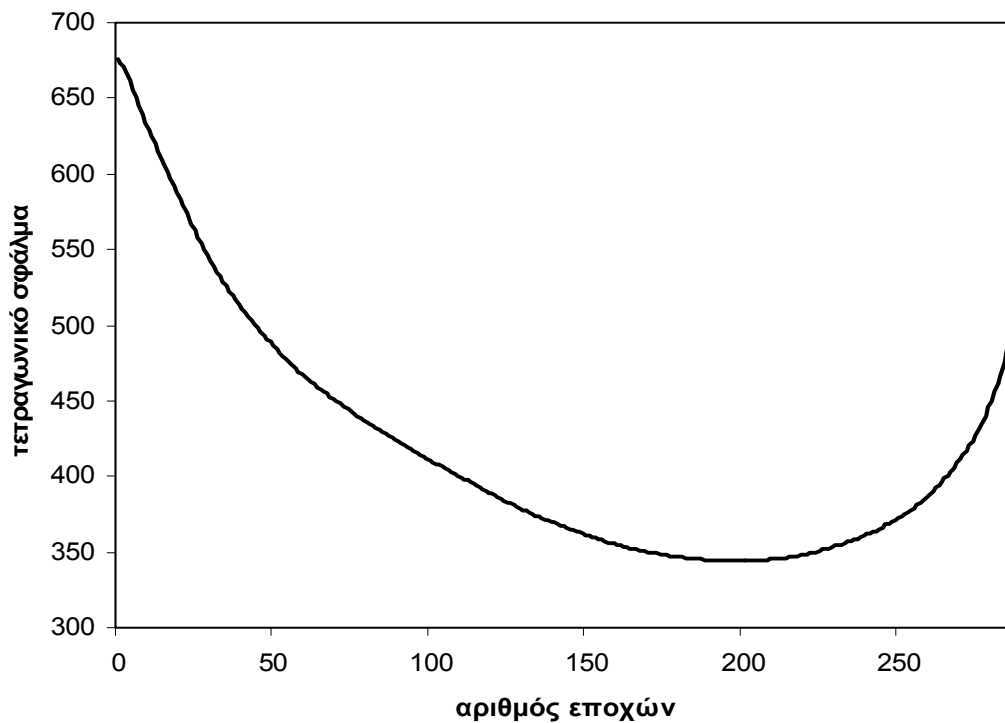
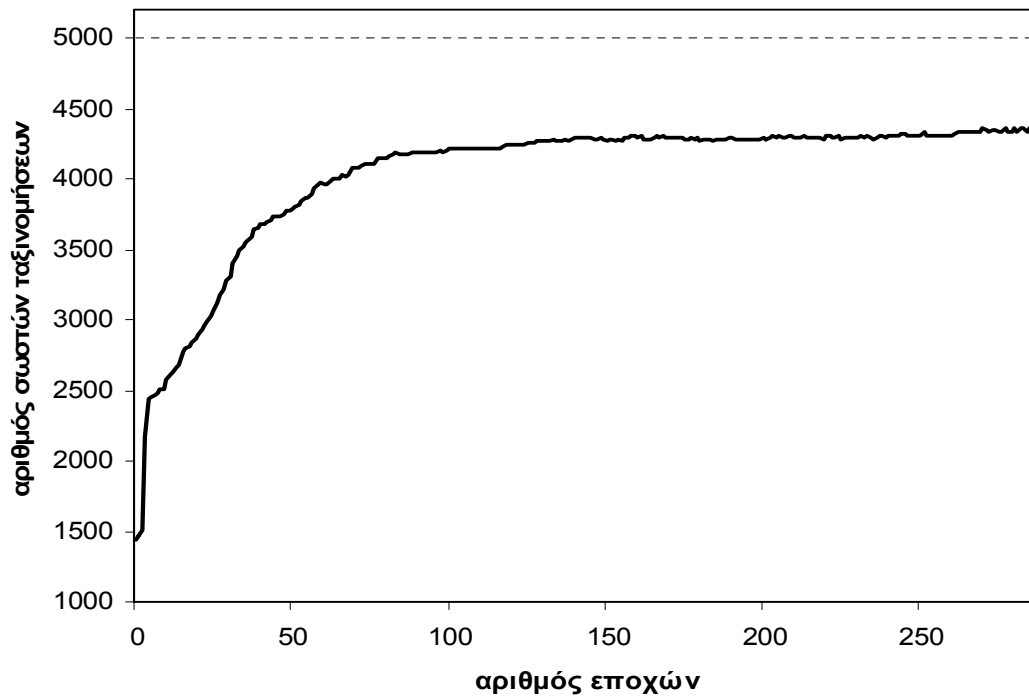
Σχ 7.7: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Wisconsin κατά την εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα

Spiral Dataset



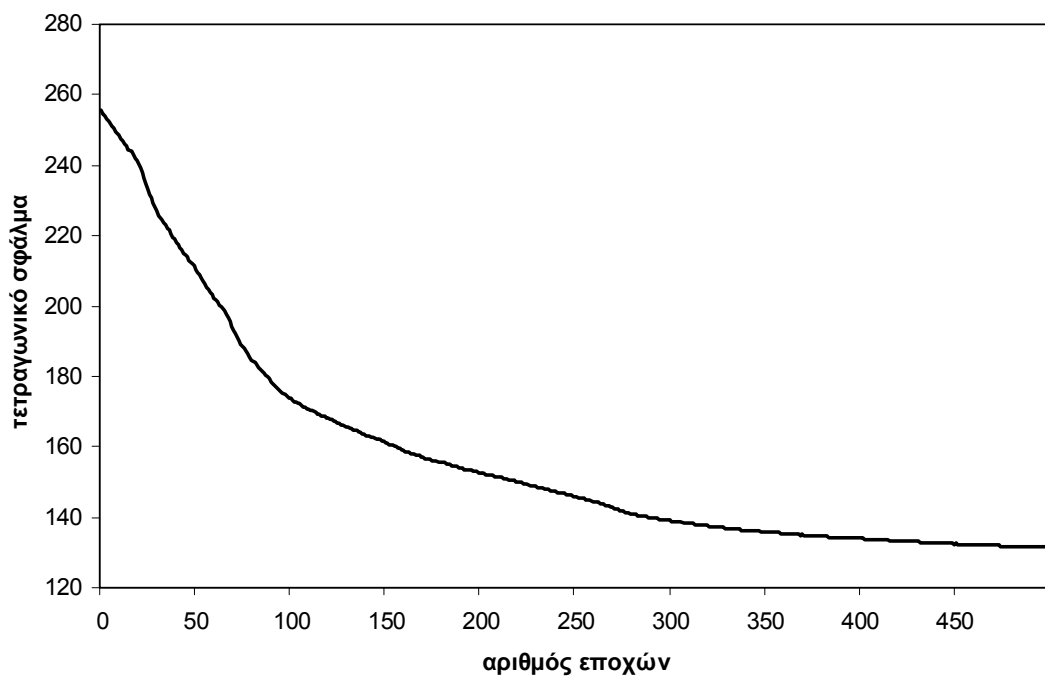
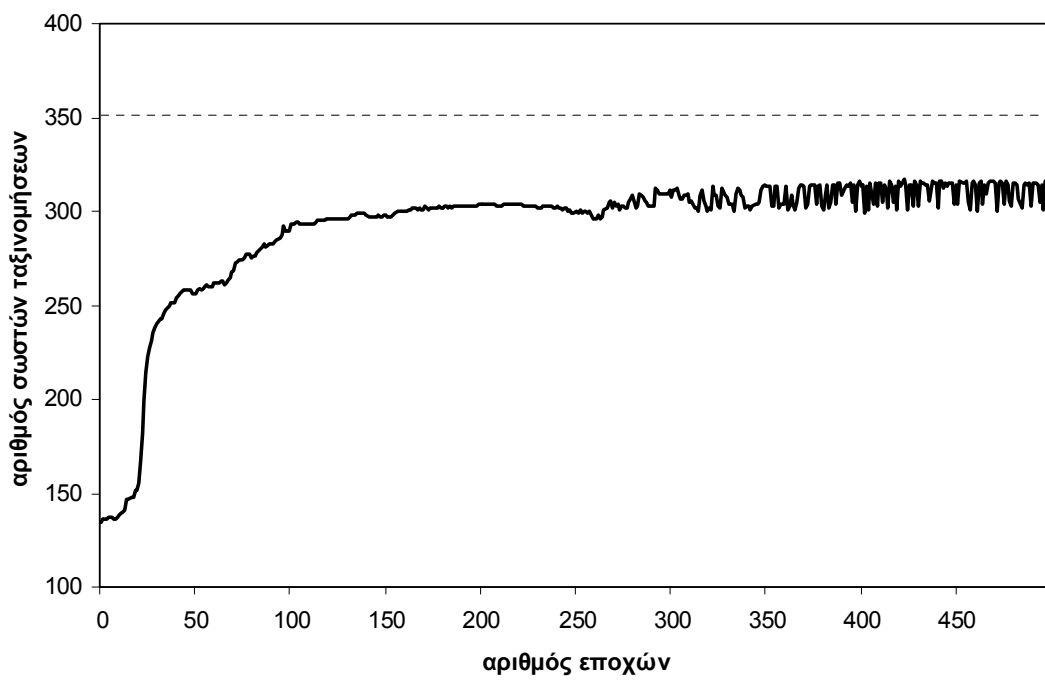
Σχ 7.8: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Spiral κατά την εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα

Clouds Database



Σχ 7.9: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Clouds κατά την εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα.

Ionosphere Database



Σχ 7.10: Μεταβολή του αριθμού σωστών ταξινομήσεων και του τετραγωνικού σφάλματος για το σύνολο δεδομένων Ionosphere κατά την εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα

7.7 Πίνακες αποτελεσμάτων

Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις αποδεικνύουν ότι το βασικό ζητούμενο, δηλαδή η on-line εκπαίδευση του ταξινομητή από τα πρότυπα που δέχεται προς ταξινόμηση, επιτυγχάνεται, καθώς το σύστημα παρουσιάζει σημαντική αύξηση των επιδόσεων του κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης.

Τα κυριότερα στοιχεία που εξάγονται από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις, παρατίθενται συγκεντρωτικά στους πίνακες 7.1 και 7.2, στους οποίους φαίνονται στοιχεία που αφορούν την εκπαίδευση με μέρος του συνόλου δεδομένων και την εκπαίδευση με αλλοιωμένα πρότυπα αντίστοιχα.

Αναλυτικά, στους πίνακες παρατίθεται, για κάθε σύνολο δεδομένων, ο αριθμός των προτύπων που το αποτελούν, ο αριθμός και το ποσοστό σωστών ταξινομήσεων που επιτυγχάνει το δίκτυο για το εν λόγω σύνολο, πριν και μετά την εκπαίδευση και η διάρκεια της εκπαίδευσης σε εποχές.

Σύνολο δεδομένων	Αριθμός προτύπων	Αριθμός σωστών ταξινομήσεων πριν την εκπαίδευση	Ποσοστό(%) σωστών ταξινομήσεων πριν την εκπαίδευση	Αριθμός σωστών ταξινομήσεων μετά την εκπαίδευση	Ποσοστό(%) σωστών ταξινομήσεων μετά την εκπαίδευση	Διάρκεια εκπαίδευσης (σε εποχές)
Iris	75	31	41.3	72	96	388
Spiral	500	255	51	452	90.4	356
Clouds	2500	833	33.32	2136	85.44	188
Wisconsin	341	120	35.19	326	95.6	353
Ionosphere	175	72	41.14	154	88.0	312

Πίνακας 7.1: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πειραμάτων με μέρος του συνόλου δεδομένων

Σύνολο δεδομένων	Αριθμός προτύπων	Αριθμός σωστών ταξινομήσεων πριν την εκπαίδευση	Ποσοστό(%) σωστών ταξινομήσεων πριν την εκπαίδευση	Αριθμός σωστών ταξινομήσεων μετά την εκπαίδευση	Ποσοστό(%) σωστών ταξινομήσεων μετά την εκπαίδευση	Διάρκεια εκπαίδευσης (σε εποχές)
Iris	150	88	58.66	145	96.66	500
Spiral	1000	477	47.7	932	93.2	318
Clouds	5000	1434	28.68	4338	86.76	281
Wisconsin	681	173	25.4	624	91.63	500
Ionosphere	351	134	38.17	315	89.74	500

Πίνακας 7.2: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα πειραμάτων με αλλοιωμένα πρότυπα

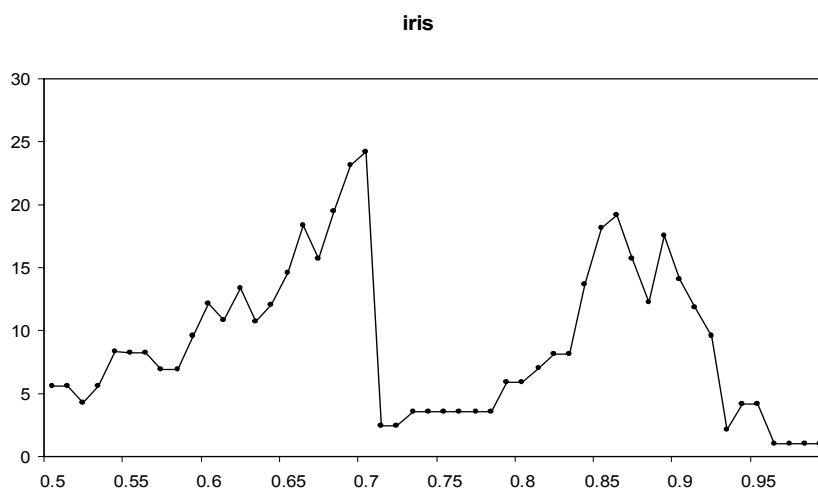
7.8 Πειραματικά αποτελέσματα ομαδοποίησης προτύπων

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα του αλγορίθμου ομαδοποίησης προτύπων που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 3. Τα αποτελέσματα αυτά αφορούν την εφαρμογή του αλγορίθμου σε 5 σύνολα δεδομένων, και συγκεκριμένα τα :

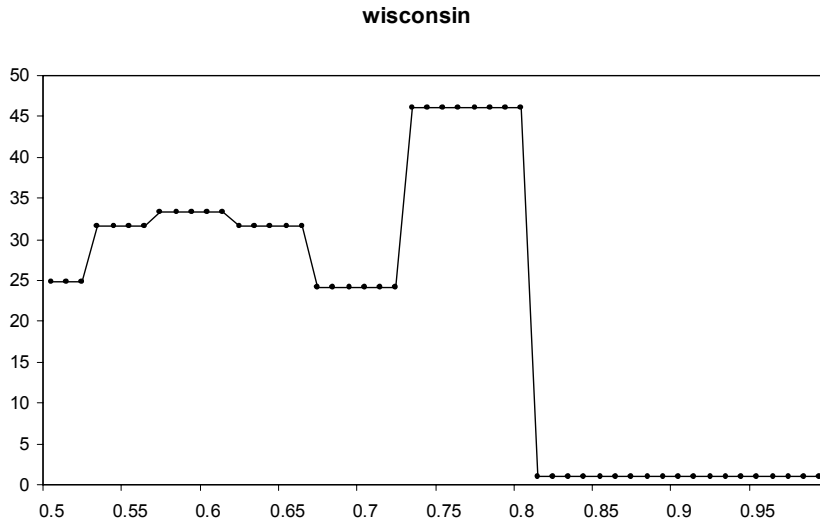
- Iris Plants Classification
- Wisconsin Breast Cancer Database
- Spiral Dataset
- Clouds Database
- Ionosphere Database

Για καθένα από τα παραπάνω σύνολα δεδομένων διενεργήθηκαν 50 πειράματα, για 50 ισαπέχουσες τιμές του λ μεταξύ 0.50 και 0.99. Τα αποτελέσματα του κάθε πειράματος αξιολογήθηκαν με τρία διαφορετικά κριτήρια, τα οποία αναπτύχθηκαν στη παράγραφο 3.4. Παρακάτω παρατίθενται οι γραφικές παραστάσεις που προκύπτουν από τις τιμές που έδωσαν τα κριτήρια αυτά.

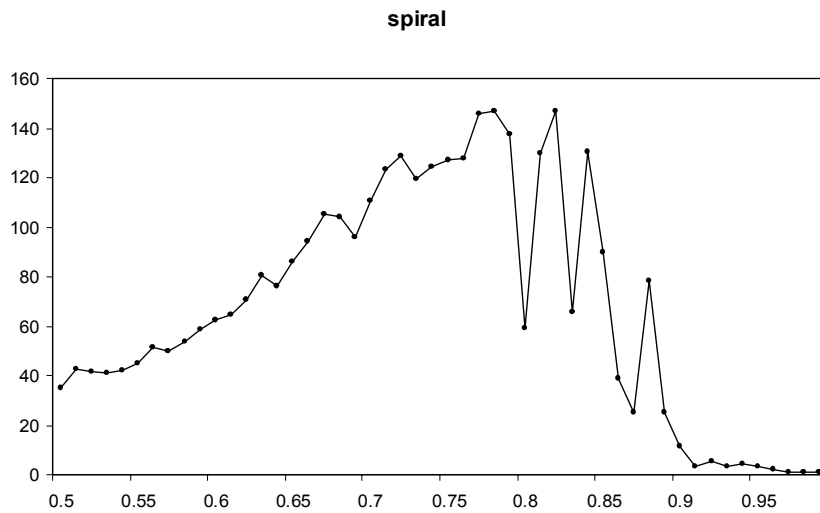
7.8.1 Κριτήριο 1



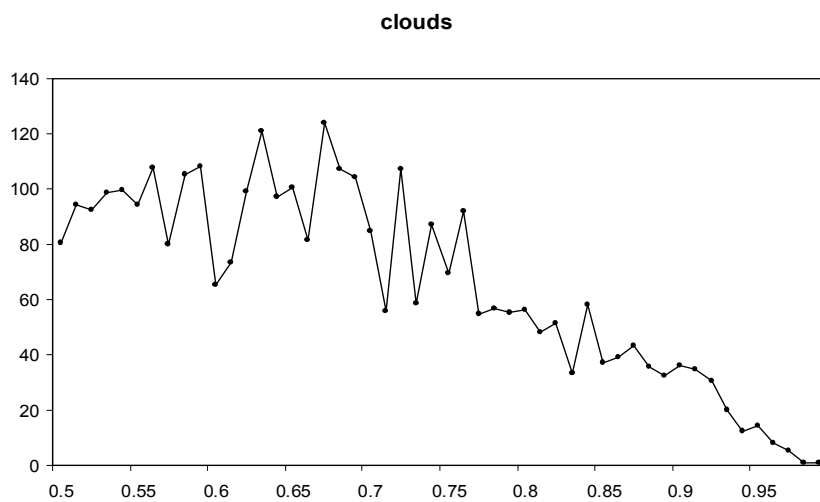
Σχ 7.11 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 1 για το σύνολο δεδομένων Iris



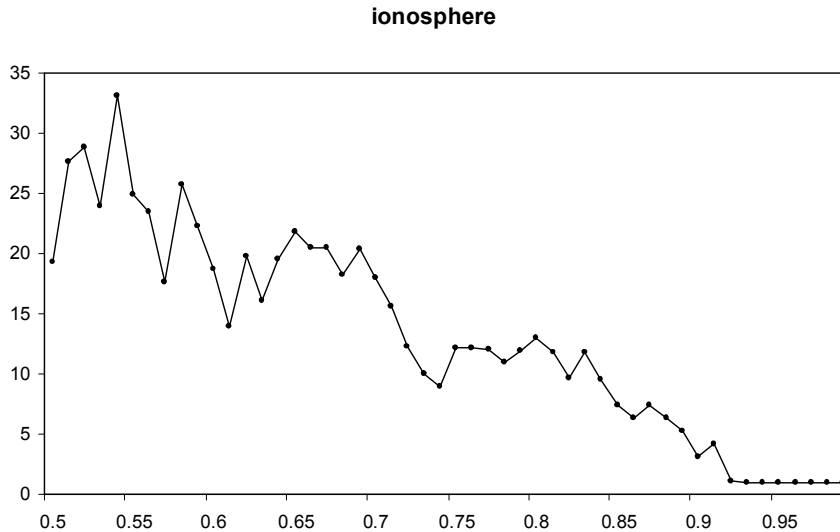
Σχ 7.12 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 1 για το σύνολο δεδομένων Wisconsin



Σχ 7.13 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 1 για το σύνολο δεδομένων Spiral



Σχ 7.14 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 1 για το σύνολο δεδομένων Clouds



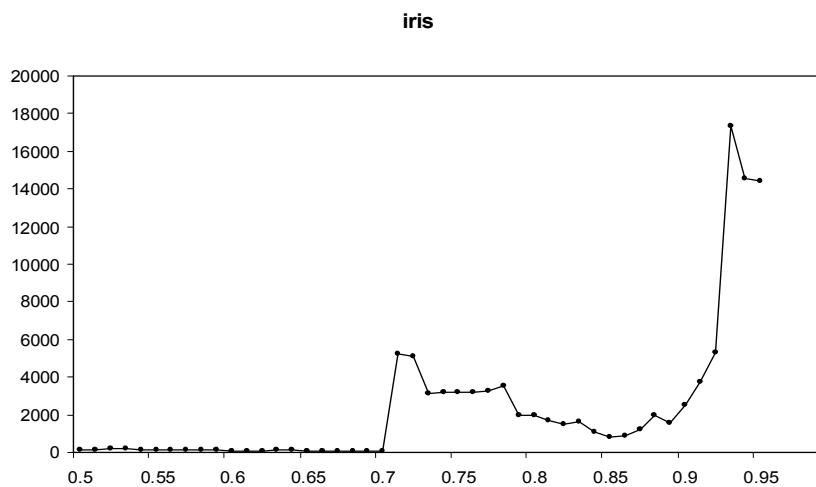
Σχ 7.15 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 1 για το σύνολο δεδομένων Ionosphere

Επιλέγοντας για κάθε σύνολο δεδομένων το λ που μεγιστοποιεί την τιμή του κριτηρίου παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα :

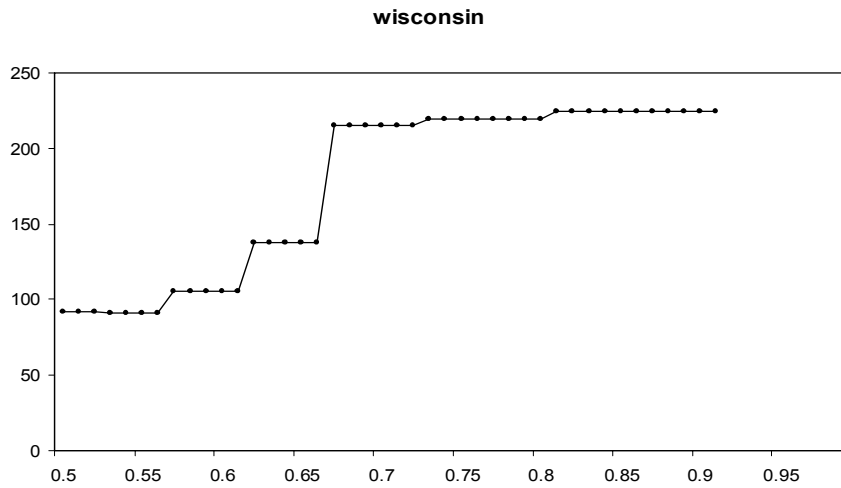
- Iris : 18 ομάδες
- Wisconsin : 21 ομάδες
- Spiral : 44 ομάδες
- Clouds : 51 ομάδες
- Ionosphere : 28 ομάδες

Οι παραπάνω αριθμοί κρίνονται γενικά υπερβολικά μεγάλοι (για όλα τα σύνολα δεδομένων εκτός από το Ionosphere για το οποίο ο αριθμός 28 ομάδων κρίνεται ικανοποιητικός). Συνεπώς, το κριτήριο αυτό δεν είναι κατάλληλο για την επιλογή της βέλτιστης τιμής του λ .

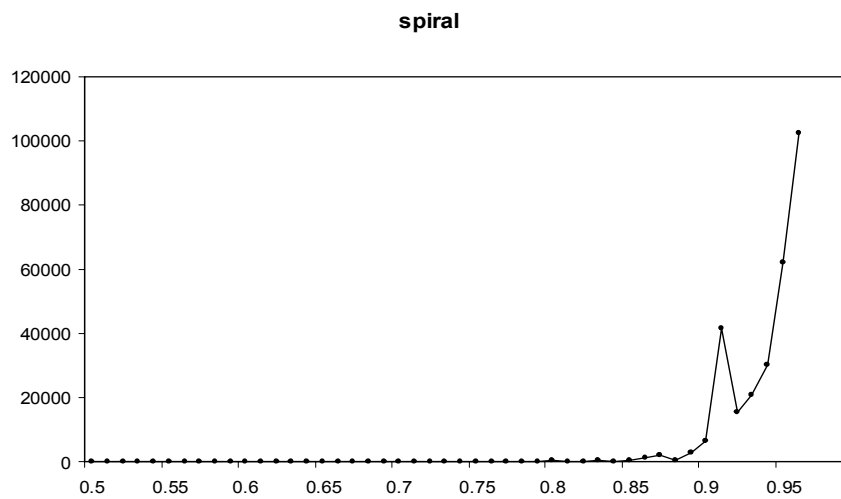
7.8.2 Κριτήριο 2



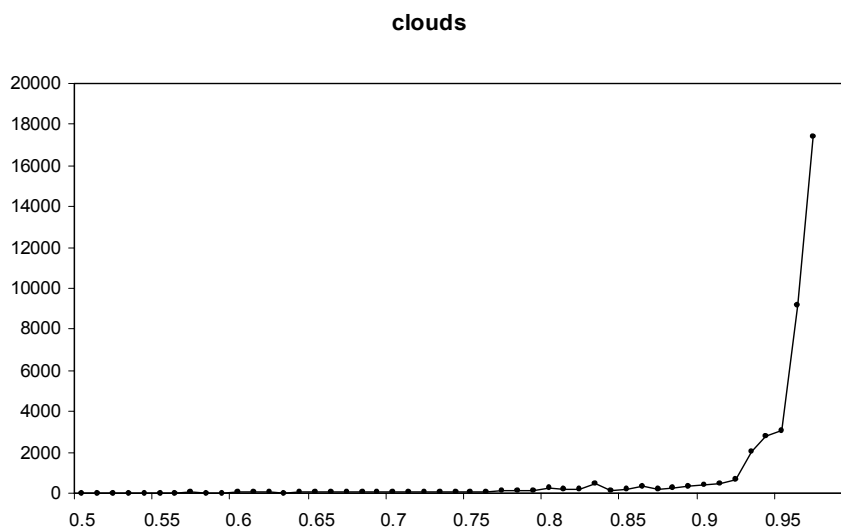
Σχ 7.16 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 2 για το σύνολο δεδομένων Iris



Σχ 7.17 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 2 για το σύνολο δεδομένων Wisconsin

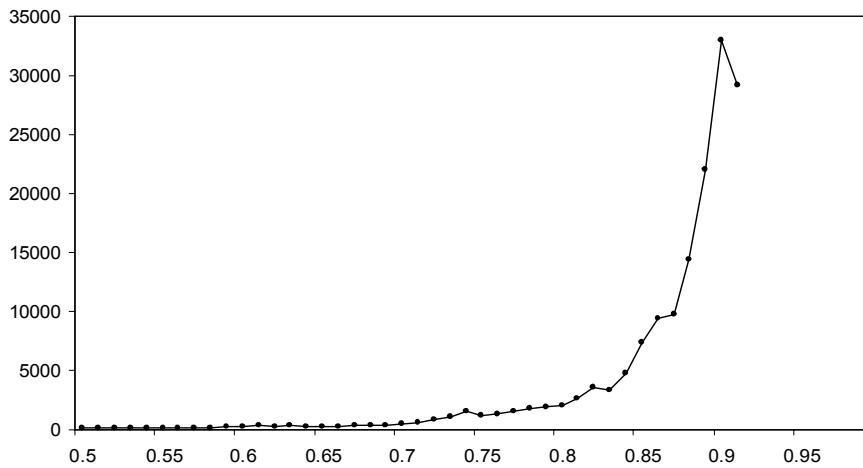


Σχ 7.18 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 2 για το σύνολο δεδομένων Spiral



Σχ 7.19 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 2 για το σύνολο δεδομένων Clouds

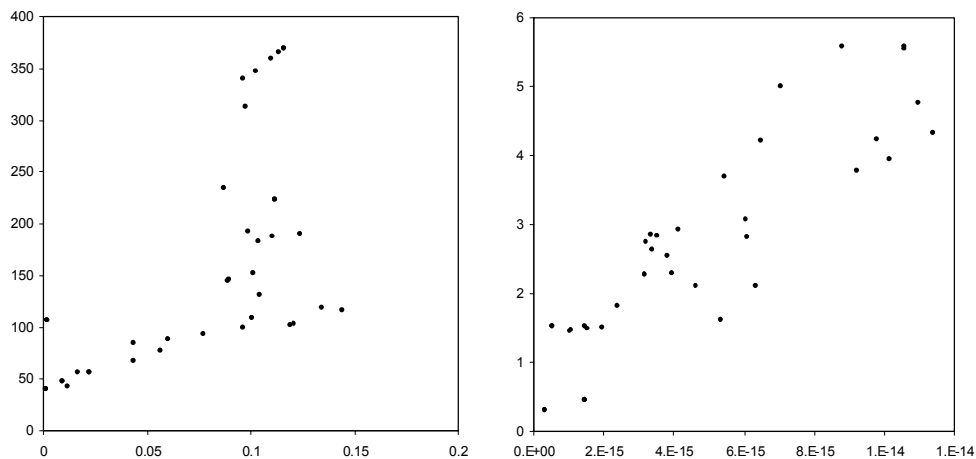
ionosphere



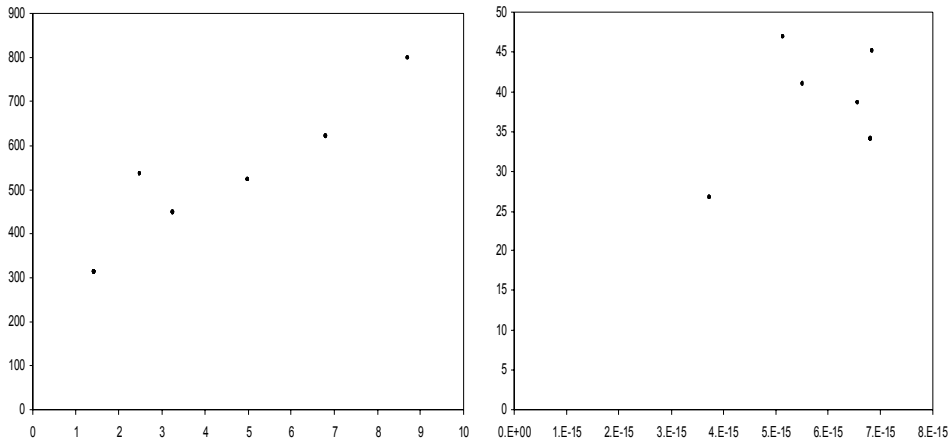
Σχ 7.20 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου 2 για το σύνολο δεδομένων Ionosphere

Από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις φαίνεται ότι οι τιμές που δίνει το 2^ο κριτήριο παρουσιάζουν την τάση να αυξάνονται με την αύξηση της τιμής του λ, τείνοντας στο άπειρο για τιμές κοντά στη μονάδα. Η τιμή που επιστρέφει το κριτήριο δεν παρουσιάζει λοιπόν κάποιο σαφές μέγιστο και συνεπώς δεν είναι δυνατή η εξαγωγή συμπερασμάτων από αυτήν.

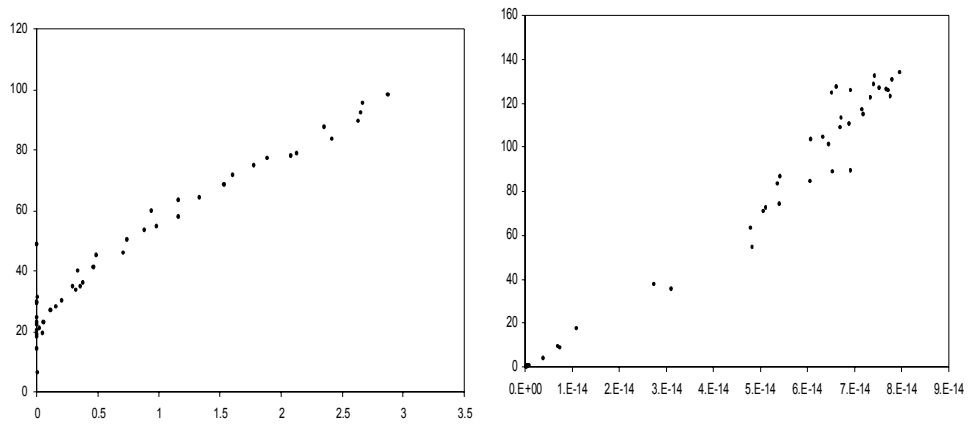
7.8.3 Κριτήριο 3



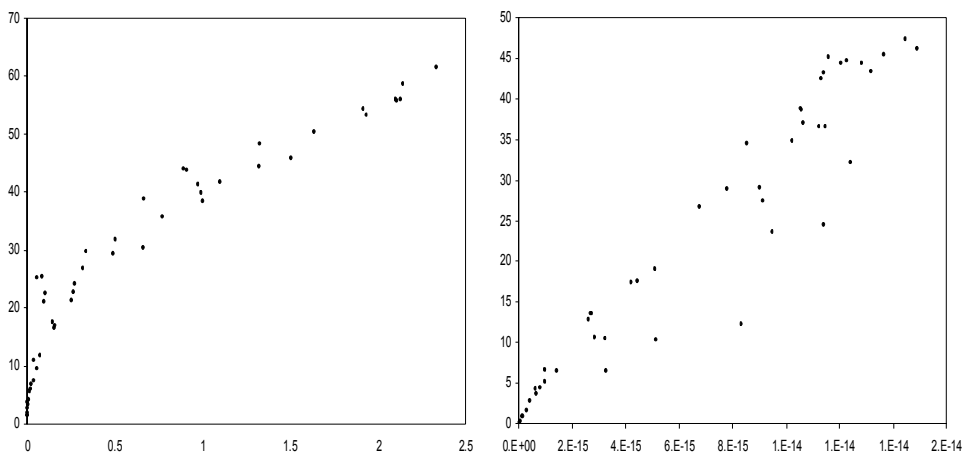
Σχ 7.21 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου L-curve για το σύνολο δεδομένων Iris



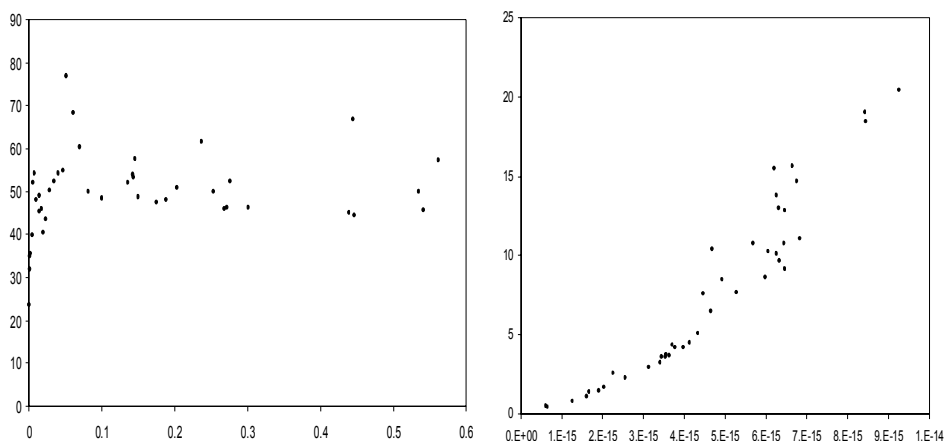
Σχ 7.22 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου L-curve για το σύνολο δεδομένων Wisconsin



Σχ 7.23 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου L-curve για το σύνολο δεδομένων Spiral



Σχ 7.24 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου L-curve για το σύνολο δεδομένων Clouds



Σχ 7.25 Αξιολόγηση πειραμάτων ομαδοποίησης προτύπων βάσει του κριτηρίου *L-curve* για το σύνολο δεδομένων *Ionosphere*

Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις απεικονίζουν την καμπύλη *L-curve* για τα διάφορα σύνολα δεδομένων, χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικούς ορισμούς της απόστασης για κάθε σύνολο. Είναι εμφανές ότι οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις δεν παρουσιάζουν την απαιτούμενη μορφή, και συνεπώς δεν είναι δυνατή η εξαγωγή συμπερασμάτων από αυτές.

Βιβλιογραφία

Βιβλιογραφία

- [1] Σπύρος Τζαφέστας : “ Υπολογιστική Νοημοσύνη”
- [2] Mance E. Harmon, Stephanie S. Harmon : “Reinforcement Learning : A Tutorial”
- [3] Leslie Pack Kaelbling, Michael L.Littman, Andrew W. Moore : “Reinforcement Learning: A Survey”
- [4] Sandeep Paul, Satish Kumar : “Subsethood-Product Fuzzy Neural Inference System”
- [5] Hamid R. Berenji, Pratap Khedkar : “Learning and Tuning Fuzzy Logic Controllers through Reinforcements”
- [6] Cheng-Jian Lin, Cihh-Teng Lin : “Reinforcement Learning for an ART-Based Fuzzy Adaptive Learning Control Network”
- [7] Cang Ye, Nelson H. Yung, Danwei Wang : “A Fuzzy Controller with Supervised Learning Assisted Reinforcement Learning Algorithm for Obstacle Avoidance”
- [8] Ronald J. Williams : “Simple Statistical Gradient-Following Algorithms for Connectionist Reinforcement Learning”
- [9] Jiang-She Zhang, Yiu-Wing Leung : “Improved Possibilistic C-Means Clustering Algorithms”
- [10] Jung-Hsien Chiang, Shihong Yue, Zog-Xian Yin : “A New Fuzzy Cover Approach to Clustering”
- [11] Herbert Schildt : “Java 2: The Complete Reference”