



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Ποιότητα Ισχύος : Μελέτη και θεραπεία των αρμονικών
συνιστωσών σε βιομηχανικό περιβάλλον**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΝΙΚΟΛΑΟΣ Α. ΤΑΣΙΟΣ

Επιβλέπων : ΣΤΕΦΑΝΟΣ Ν. ΜΑΝΙΑΣ

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, ΙΟΥΛΙΟΣ 2006



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Ποιότητα Ισχύος : Μελέτη και θεραπεία των αρμονικών
συνιστωσών σε βιομηχανικό περιβάλλον**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΝΙΚΟΛΑΟΣ Α. ΤΑΣΙΟΣ

Επιβλέπων : ΣΤΕΦΑΝΟΣ Ν. ΜΑΝΙΑΣ

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 25^η ΙΟΥΛΙΟΥ 2006

.....
Σ. ΜΑΝΙΑΣ

Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Α. ΚΛΑΔΑΣ

Αν. Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Π. ΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΥ

Επ. Καθηγήτρια ΕΜΠ

Αθήνα, ΙΟΥΛΙΟΣ 2006

.....
ΝΙΚΟΛΑΟΣ Α. ΤΑΣΙΟΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © ΝΙΚΟΛΑΟΣ Α. ΤΑΣΙΟΣ,

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	5
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	11
1	17
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	17
1.1 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	18
1.2 ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	19
1.3 ΓΡΑΜΜΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ WILLAMETTE FALLS.....	21
1.4 ΣΧΕΔΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ	22
1.5 ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ ΠΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΕΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩ	22
1.6 ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ ΤΗΛΕΦΩΝΙΚΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ.....	22
1.7 ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΕΣ ΦΙΛΤΡΩΝ	23
1.8 ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	23
1.9 ΟΙ ΕΠΟΧΕΣ ΑΛΛΑΖΟΥΝ	24
1.10 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ	25
1.11 ΠΡΟΤΥΠΑ	25
1.12 ΤΟ ΣΗΜΕΡΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	26
1.13 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ	26
2	27
ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΩΝ ΟΡΙΣΜΩΝ ΓΙΑ P,Q,D,S ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ	27
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	29
2.2 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΕ ΚΑΘΑΡΑ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΙΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	30
2.3 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΤΗΝ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΣΤΟ ΡΕΥΜΑ.....	31
2.3.1 «Συνιστώσες Ισχύος» όταν η τάση και το ρεύμα δίνονται στο πεδίο του χρόνου.....	31
2.3.2 Συνιστώσες Ισχύος σε περιβάλλον με αρμονικές όταν η τάση και το ρεύμα δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier	34
2.4 ΜΕΤΡΗΣΗ RMS ΤΙΜΩΝ ΓΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ.....	36
2.4.1 RMS Τιμές όταν τα σήματα τάσης και ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου	36
2.4.2 RMS Τιμές όταν τα σήματα τάσης και ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier	36
2.5 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΦΑΙΝΟΜΕΝΗΣ ΙΣΧΥΟΣ.....	37
2.5.1 Η Φαινόμενη Ισχύς όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου....	37
2.5.2 Η Φαινόμενη Ισχύς όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier	37
2.6 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (THD) :.....	37
2.6.1 Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD) όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δεν είναι περιοδικά.....	37
2.6.2 Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD) όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται μορφή συντελεστών Fourier	38

2.7	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΣΧΥΟΣ	38
2.7.1	<i>Συντελεστής Ισχύος όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου...</i>	38
2.7.2	<i>Συντελεστής Ισχύος όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier</i>	39
2.8	ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ P,Q,D,S ΣΤΟ ΜΑΤΛΑΒ ΓΙΑ ΣΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΜΟΡΦΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΦΟΥΡΙΕΡ.....	39
2.9	ΣΧΕΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΕΓΕΘΩΝ P,Q,S ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ 40	
3	41
ΠΗΓΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ		41
3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	43
3.2	ΓΕΝΙΚΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΗΓΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ.....	44
3.3	ΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ ΩΣ ΠΗΓΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ.....	44
3.3.1	<i>Οι μετασχηματιστές παράγουν αρμονικές λόγω του σχήματος της καμπύλης μαγνήτισης.....</i>	44
3.3.2	<i>Αρμονικές Συνιστώσες στον Μ/Σ λόγω υπερφόρτωσης τους.....</i>	46
3.4	ΟΙ ΜΗΧΑΝΕΣ ΠΑΡΑΓΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ	47
3.4.1	<i>Παραγωγή αρμονικών συνιστωσών λόγω κατανομής των πηνίων και των mmf.....</i>	47
3.4.2	<i>Συνολική mmf λόγω των τριών φάσεων όταν υπάρχουν αρμονικές συνιστώσες.....</i>	49
3.4.3	<i>Επίδραση αρμονικών mmf στην τάση.....</i>	50
3.4.4	<i>Αρμονικές που παράγονται από τις μηχανές Επαγωγής.....</i>	51
3.5	ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΥΨΙΚΑΜΙΝΟΥΣ.....	52
3.6	ΟΙ STATIC VAR COMPENSATORS ΠΑΡΑΓΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ	52
3.7	ΟΙ ΚΥΚΛΟΜΕΤΑΤΡΟΠΕΙΣ ΩΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ.....	53
3.8	ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΑΝΟΡΘΩΣΕΙΣ ΚΟΙΝΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ.....	53
3.8.1	<i>Επίδραση της αυτεπαγωγής L_c</i>	54
3.8.2	<i>Επίδραση της μηδενικής αυτεπαγωγής L_d στις αρμονικές συνιστώσες.....</i>	56
3.8.3	<i>Παράδειγμα 3.1.....</i>	58
3.8.4	<i>Επίδραση της μηδενικής αυτεπαγωγής L_d στο περιεχόμενο τάσης και ρεύματος σε αρμονικές συνιστώσες – Ειδική Περίπτωση $\alpha = 0$. (Περίπτωση Διόδου)</i>	60
3.8.5	<i>Μελέτη των αρμονικών στην περίπτωση μεγάλης αυτεπαγωγής L_d (ρεύμα φορτίου συνεχές, χωρίς να μηδενίζεται ούτε και στιγμιαίως (no zero crossing) με $\alpha = 60^\circ$)</i>	61
3.8.6	<i>Παράδειγμα 3.2.....</i>	63
3.9	ΤΡΙΦΑΣΙΚΗ ΑΝΟΡΘΩΣΗ ΚΟΙΝΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ	65
3.10	ΕΞΑΠΑΛΜΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΑΝΟΡΘΩΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ.....	67
3.10.1	<i>Δωδεκαπαλμικοί Μετατροπείς.....</i>	68
3.10.2	<i>P-Παλμικές ελεγχόμενες ανορθωτικές διατάξεις</i>	69
4	71
ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ		71
4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	72
4.2	ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ	72
4.3	ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΧΑΛΚΟΥ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ	72
4.4	ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΙΔΗΡΟΥ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ	73
4.4.1	<i>Απώλειες Υστέρησης:.....</i>	74
4.4.2	<i>Απώλειες Δινορευμάτων:</i>	75
4.5	ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ.....	76
4.6	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΤΡΑΠΕΖΕΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ	77
4.7	ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΕΞΑΙΤΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ	78
4.7.1	<i>Παράλληλος Συντονισμός.....</i>	81
4.7.2	<i>Συντονισμός Εν Σειρά.....</i>	83

4.8	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ.....	84
4.9	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ.....	86
4.10	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ.....	86
5	87
	ΘΕΡΑΠΕΙΑ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ.....	87
5.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	88
5.2	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΝΟΣ ΦΙΛΤΡΟΥ.....	88
5.3	ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ – ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ.....	90
5.4	ΦΙΛΤΡΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΕΝΑ ΣΕ ΜΙΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ.....	90
5.4.1	<i>Σχεδιασμός Μονοσυντονιζόμενων Φίλτρων Δεύτερης Τάξης.....</i>	<i>93</i>
5.5	ΦΙΛΤΡΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΠΟΥ ΚΑΤΑΣΤΕΛΛΟΥΝ ΕΥΡΟΣ ΥΨΗΛΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ (HIGH PASS SECOND ORDER FILTERS).....	94
5.5.1	<i>Σχεδιασμός Φίλτρων Δευτέρας Τάξης που καταστέλλουν εύρος ζώνης.....</i>	<i>94</i>
5.6	ΓΕΝΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΓΙΑ ΤΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	95
5.7	ΕΝ-ΣΕΙΡΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	96
5.8	ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΩΝ ΙΣΧΥΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ.....	97
5.9	ΧΡΗΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΥ ΠΟΛΙΚΟΥ ΒΗΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ.....	97
5.10	ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	98
6	103
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.....	103
6.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	105
6.2	ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΣΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.....	106
6.3	ΕΠΙΔΕΡΜΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ.....	106
6.4	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΣΗΣ.....	106
6.4.1	<i>Μοντελοποίηση Δικτύου Υψηλής Τάσης όταν υπάρχουν επαρκή στοιχεία.....</i>	<i>106</i>
6.4.2	<i>Μοντελοποίηση Δικτύου Υψηλής Τάσης όταν δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία.....</i>	<i>108</i>
6.5	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ.....	108
6.6	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΡΑΠΕΖΩΝ ΠΥΚΝΩΤΩΝ.....	108
6.6.1	<i>Μοντελοποίηση Τραπεζών πυκνωτών όταν υπάρχουν αρκετά στοιχεία.....</i>	<i>108</i>
6.6.2	<i>Απλό μοντέλο τραπεζών πυκνωτών.....</i>	<i>109</i>
6.7	ΜΟΝΤΕΛΑ ΦΟΡΤΙΩΝ.....	110
6.7.1	<i>«Σε σειρά» μοντελοποίηση φορτίων.....</i>	<i>110</i>
6.7.2	<i>«Παράλληλη» μοντελοποίηση φορτίων.....</i>	<i>111</i>
6.7.3	<i>Μονοφασικό ισοδύναμο φορτίο.....</i>	<i>111</i>
6.7.4	<i>Φορτία συνδεδεμένα κατά τρίγωνο(Δ).....</i>	<i>112</i>
6.7.5	<i>Φορτία συνδεδεμένα κατά αστέρα(Υ).....</i>	<i>113</i>
6.7.6	<i>Γενική Μοντελοποίηση Φορτίων.....</i>	<i>113</i>
6.8	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΕΠΑΡΚΗ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	114
6.9	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΛΙΓΟΣΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	116
6.10	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΚΑΛΩΔΙΩΝ.....	117
6.11	ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	117
7	119
	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	119
7.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	120
7.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ.....	121

7.2.1	Παράδειγμα 7.1.....	121
7.2.2	Παράδειγμα 7.2.....	123
7.2.3	Συμπεράσματα από τα παραδείγματα 7.1 και 7.2.....	123
7.3	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ.....	124
7.3.1	Παράδειγμα 7.4.....	126
7.4	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΩΣ ΛΟΓΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ.....	127
7.4.1	Παράδειγμα 7.5.....	129
7.5	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗΣ ΚΟΡΕΣΜΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	131
7.5.1	Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού με κατά τμήματα γραμμικοποίηση.....	132
7.5.2	Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού ως λόγο πολωνύμων.....	132
7.5.3	Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού με χρήση της υπερβολικής προσέγγισης Μη-Γραμμικής Χαρακτηριστικής.....	133
7.5.4	Απλή πολωνυμική προσέγγιση της μη-γραμμικής χαρακτηριστικής.....	134
7.6	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 7.6.....	135
8	139
ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....		139
8.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	140
8.2	ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΛΗΣ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	141
8.2.1	Παράδειγμα 8.1.....	142
8.3	ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	143
8.4	ΕΥΡΕΣΗ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ NORTON ΚΑΙ THEVENIN.....	144
8.4.1	Παράδειγμα 8.2.....	146
8.5	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΥΚΝΩΤΗ ΚΑΙ ΠΗΝΙΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	148
8.6	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	149
8.6.1	Παράδειγμα 8.3.....	150
8.6.2	Παράδειγμα 8.4.....	151
8.6.3	Παράδειγμα 8.5.....	153
8.7	ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	157
8.7.1	Παράδειγμα 8.7.....	158
8.8	ΕΝΑ ΓΕΝΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΜΙΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	162
9	167
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ.....		167
9.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	168
9.2	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ 9.1.....	168
9.3	ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΡΑΦΗΣ ΕΞΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΜΟΝΟΘΥΡΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	173
9.3.1	Στοιχεία Θεωρίας γραμμικών γράφων.....	173
9.3.2	Ορισμός Μήτρας Πρόπτωσης.....	175
9.4	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΔΙΚΤΥΟΥ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.....	179
9.5	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.1.....	185
9.5.1	Εξήγηση μεγάλης διαφοράς θεωρητικών και πειραματικών δεδομένων και Επαλήθευση των θεωρητικών αποτελεσμάτων.....	191
9.5.2	Οικονομική Μελέτη της εγκατάστασης πυκνωτών.....	192

9.6	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΕΝΑ ΓΡΑΦΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ	193
10	195
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ		
195		
10.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΠΥΚΝΩΤΩΝ.....	197
10.2	ΩΦΕΛΕΙΕΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΕΙΩΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΓΟΥ ΙΣΧΥΟΣ.....	199
10.2.1	<i>Έλεγχος τάσης</i>	199
10.2.2	<i>Αυξημένη ικανότητα μεταφοράς ισχύος</i>	199
10.2.3	<i>Μειωμένες Απώλειες του συστήματος ισχύος</i>	200
10.2.4	<i>Μειωμένο τιμολογιακό κόστος</i>	201
10.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΝΟΜΗΣ	201
10.4	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ (ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΩΝ ΚΟΜΒΩΝ) ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ ΓΙΑ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΕΧΕΙ ΗΔΗ ΑΠΟΦΑΣΙΣΤΕΙ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΟΣΟ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΘΕΙ	202
10.5	ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΤΟ ΑΝΑΛΥΟΜΕΝΟ ΔΙΚΤΥΟ ΤΗΣ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (ΣΧΗΜΑ 9.10).....	203
10.6	ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΟΣΟΝ ΑΦΟΡΑ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ.	211
11	213
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ		
213		
11.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	214
11.2	ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	215
11.2.1	<i>ΟΡΙΣΜΟΣ</i>	215
11.2.2	<i>ΜΕΘΟΔΟΣ ΛΥΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ</i>	216
11.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΥΠΟΔΙΚΤΥΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	216
11.4	ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΤΛΑΒ ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ ΟΛΗ ΤΗΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	222
12	224
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ		
224		
13	226
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....		
226		
13.1	ΟΡΙΣΜΟΙ-ΒΙΒΛΙΑ.....	227
13.2	ΑΡΘΡΑ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ	227
13.3	ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΜΕ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ	227
13.4	ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΜΕ ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	228
13.5	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ	229
13.6	ΓΕΝΙΚΑ	229
13.7	ΒΙΒΛΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ	229
13.8	ΓΕΝΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ	230
13.9	ΓΕΝΙΚΑ	230
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....		
231		
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....		
245		
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....		
265		

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία ενός εύκολου τρόπου για τον υπολογισμό των απωλειών στις διάφορες αρμονικές συχνότητες ενός οποιοδήποτε ηλεκτρικού δικτύου. Επιπλέον έχει γίνει οικονομοτεχνική μελέτη ως προς την αναγκαιότητα και το ενδεχόμενο κέρδος που προκύπτει από την μείωση των απωλειών. Επιπροσθέτως προτείνεται μέθοδος με την οποία γίνεται βέλτιστη οικονομική κατανομή των πυκνωτών στα διάφορα υποδίκτυα μιας βιομηχανικής εγκατάστασης, αλλά και βέλτιστη κατανομή εγκατάστασης πυκνωτών στους κόμβους ενός υποδικτύου.

Λέξεις Κλειδιά :

Αρμονικές ανάλυση, Δυναμικός Προγραμματισμός, Πυκνωτές, Εξοικονόμηση Ενέργειας, Φίλτρα, Απώλειες Ενέργειας

ABSTRACT:

In this thesis, the aim was the construction of an easy way-program for the assessment of the energy losses of any given network for every harmonic order. Furthermore, it has been done an economic evaluation about the necessity and the probable profit from the minimization of energy losses. Moreover, it is proposed a new method for the optimized allocation of capacitors (in terms of maximizing the probable profit) of a large electrical network in all the subnetworks that it contains. It is also proposed a new method for the optimized allocation of capacitors (in terms of maximizing the probable profit) at the nodes of the subnetwork.

Key Words:

Harmonic analysis, Dynamic Programming , Capacitors , Energy Saving , Filters , Energy Losses

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ο σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία ενός εύκολου τρόπου για τον υπολογισμό των απωλειών στις διάφορες αρμονικές συχνότητες ενός οποιοδήποτε ηλεκτρικού δικτύου. Επιπλέον έχει γίνει οικονομοτεχνική μελέτη ως προς την αναγκαιότητα και το ενδεχόμενο κέρδος που προκύπτει από την μείωση των απωλειών. Επιπροσθέτως σε αυτήν την εργασία προτείνεται μέθοδος με την οποία γίνεται βέλτιστη οικονομική κατανομή των πυκνωτών στα διάφορα υποδίκτυα μιας βιομηχανικής εγκατάστασης, αλλά και βέλτιστη κατανομή εγκατάστασης πυκνωτών στους κόμβους ενός υποδικτύου.

Αναλυτικά, στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας γίνεται μια ιστορική αναδρομή στο φαινόμενο των αρμονικών συνιστωσών από την εισαγωγή του εναλλασσόμενου ρεύματος μέχρι σήμερα .

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται η επέκταση όλων των ορισμών για τις διάφορες συνιστώσες της ισχύος όταν η τάση και το ρεύμα περιέχουν αρμονικές. Γίνεται η επέκταση των ορισμών της ενεργού και αέργου ισχύος, καθώς και ο ορισμός νέων μεγεθών όπως η ισχύς παραμόρφωσης και η ολική αρμονική παραμόρφωση (THD).

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις πηγές αρμονικών συνιστωσών που μπορούν να συναντηθούν σε ένα βιομηχανικό περιβάλλον. Αναλύονται οι μετασχηματιστές, οι μηχανές, οι SVCs, οι κυκλομετατροπείς και γενικότερα οι ανορθώσεις ως πηγές αρμονικών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναπτύσσονται οι επιπτώσεις των αρμονικών συνιστωσών στα διάφορα στοιχεία του ηλεκτρικού δικτύου και γίνεται αναφορά και ανάλυση του συντονισμού. Επίσης γίνεται και ποσοτικοποίηση των απωλειών με χρήση διαφόρων τύπων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναπτύσσονται διάφορες μέθοδοι για την θεραπεία των αρμονικών συνιστωσών από τα ηλεκτρικά δίκτυα. Επιπλέον γίνεται σχεδιασμός φίλτρων παθητικών ή ενεργών

Στο έκτο κεφάλαιο δίνονται μοντέλα των διαφόρων στοιχείων του ηλεκτρικού δικτύου στην περίπτωση των αρμονικών συνιστωσών.

Στο έβδομο κεφάλαιο και στο όγδοο κεφάλαιο δίνεται η αντιμετώπιση και ο χειρισμός του φαινομένου των αρμονικών στο πεδίο της συχνότητας. Κατ' αρχάς στο έβδομο κεφάλαιο δίνονται βασικοί ορισμοί που αφορούν στην διενέργεια υπολογισμών στο πεδίο της συχνότητας. Στο όγδοο κεφάλαιο δίνονται όλα τα απαραίτητα στοιχεία που χρειάζονται ώστε να γίνει ανάλυση

ηλεκτρικού δικτύου στο πεδίο της συχνότητας όταν από μετρήσεις υπάρχουν μόνο οι αρμονικές συνιστώσες του ρεύματος ή της τάσης για πηγή ρεύματος ή τάσης αντίστοιχα.

Στο ένατο κεφάλαιο γίνεται η ολοκλήρωση (integration) όλων των παραπάνω κεφαλαίων και προτείνεται πρόγραμμα για τον υπολογισμό των απωλειών των αρμονικών ενός ηλεκτρικού δικτύου για κάθε αρμονική συνιστώσα. Επιπλέον γίνεται η οικονομοτεχνική μελέτη που απαιτείται για την αναγκαιότητα η μη επέμβασης (π.χ. με εγκατάσταση πυκνωτών) σε μια εγκατάσταση καθώς επίσης και η σύγκριση με άλλες μορφές επενδύσεων.

Στο δέκατο κεφάλαιο προτείνεται μέθοδος βέλτιστης κατανομής πυκνωτών για την εξοικονόμηση ενέργειας μεταξύ των διαφόρων κόμβων ενός υποδικτύου χρησιμοποιώντας το διαφορικό κέρδος που προκύπτει από την εγκατάσταση των πυκνωτών σε κάθε κόμβο.

Στο ενδέκατο κεφάλαιο προτείνεται μέθοδος βέλτιστης κατανομής πυκνωτών για την εξοικονόμηση ενέργειας μεταξύ των διαφόρων ανεξάρτητων υποδικτύων ενός δικτύου μιας βιομηχανικής εγκατάστασης.

Στο δωδέκατο κεφάλαιο δίνονται όλες οι βιβλιογραφικές αναφορές σε άρθρα και βιβλία που χρησιμοποιήθηκαν στην διπλωματική εργασία αλλά και για περαιτέρω αναφορά σε επιμέρους θέματα.

Στο παράρτημα Α δίνεται η απόδειξη σε σχέση με την εξάρτηση της σύνθετης αντίστασης ενός φίλτρου δεύτερης τάξης από τον συντελεστή ποιότητας (Q).

Στο παράρτημα Β δίνονται όλα τα προγράμματα στο πρόγραμμα MatLab με μορφή m-files που χρησιμοποιήθηκαν στην διπλωματική εργασία.

Στο παράρτημα Γ δίνονται γενικές γνώσεις σε σχέση με τον ορισμό και τις ιδιότητες ενός ερμιτιανού πίνακα και ενός πίνακα που έχει δομή Toeplitz.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ τον καθηγητή Στέφανο Ν. Μανιά για την καθοδήγησή του και για το ότι ήταν πάντα πρόθυμος να βοηθήσει στην επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος ανέκυπτε καθ' όλη τη διάρκεια της συγγραφής της διπλωματικής εργασίας.

Τον κ. Π. Βαλλιανάτο, υποψήφιο διδάκτορα και μηχανικό για την βοήθεια, καθοδήγηση και συμπαράστασή του, καθώς και για την πολύ καλή συνεργασία που είχαμε κατά τη διάρκεια της διεξαγωγής της αυτής της εργασίας.

Τέλος, δε θα πρέπει να παραλείψω να ευχαριστήσω τους γονείς μου Απόστολο (Μ. Sc) και Αρετή και τον αδελφό μου Σταύρο για την ηθική και οικονομική συμπαράσταση που μου προσέφεραν όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου καθώς και για πολύτιμες συμβουλές σε ποικίλα θέματα.

Νικόλαος Α. Τασιός

1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.1	Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	18
1.2	ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	19
1.3	ΓΡΑΜΜΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ WILLAMETTE FALLS	21
1.4	ΣΧΕΔΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ	22
1.5	ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ ΠΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΕΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩ	22
1.6	ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ ΤΗΛΕΦΩΝΙΚΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ.....	22
1.7	ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΕΣ ΦΙΛΤΡΩΝ	23
1.8	ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	23
1.9	ΟΙ ΕΠΟΧΕΣ ΑΛΛΑΖΟΥΝ.....	24
1.10	Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ	25
1.11	ΠΡΟΤΥΠΑ	25
1.12	ΤΟ ΣΗΜΕΡΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	26
1.13	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ	26

1.1 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Το 1893, οι μηχανικοί ήρθαν αντιμέτωποι με το πρόβλημα θέρμανσης μιας μηχανής στο Hartford του Connecticut. Για να προσδιοριστεί η αιτία και για να λυθεί το πρόβλημα, εκείνοι οι μηχανικοί έκαναν αρμονικές αναλύσεις των διάφορων ηλεκτρικών κυματομορφών σε όλο το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας στο οποίο η μηχανή ήταν συνδεδεμένη. Η τεχνολογία των συστημάτων εναλλασσόμενου ρεύματος ήταν πολύ νέα το 1893, και αυτή ήταν η πρώτη φορά που ένα πρακτικό-«ηλεκτρικό» πρόβλημα εξετάστηκε χρησιμοποιώντας την αρμονική ανάλυση ως εργαλείο. Τελικά, η πηγή της θέρμανσης της μηχανής αποδόθηκε στον συντονισμό των γραμμών μεταφοράς. Αυτό το αποτέλεσμα διήγειρε ευρείας κλίμακας συζητήσεις και ανησυχίες για τέτοιους συντονισμούς μεταξύ των διαφόρων στοιχείων του ηλεκτρικού συστήματος. Τρία χρόνια νωρίτερα, οι ηλεκτρολόγοι στο Portland του Oregon, είχαν ασχοληθεί με ένα διαφορετικού τύπου πρόβλημα γραμμών μεταφοράς, που οφείλεται ενδεχομένως στις αρμονικές. Κανένα στοιχείο όμως δεν είναι γνωστό μέχρι σήμερα που να αποδίδει σε αυτούς τους ηλεκτρολόγους την πρώτη θεώρηση αρμονικής ανάλυσης. Εκείνη την εποχή αντιθέτως οι κατασκευαστές στην Ευρώπη δεν αντιμετώπισαν φαινόμενα συντονισμού των γραμμών μεταφοράς επειδή δεν χρησιμοποιούσαν υψηλή συχνότητα (125, 133, ή 140 Hz) στα συστήματα μεταφοράς ισχύος. Αυτό το πρόβλημα ήταν καθαρά αμερικάνικο.

Τα προβλήματα που συνδέονται με τις αρμονικές των κυματομορφών της τάσης ή/και του ρεύματος έχουν «βασανίσει» τους ενεργειακούς μηχανικούς από την αρχή. Αρχικά, δεν είχε γίνει αντιληπτό ότι αυτές όντως προκαλούν προβλήματα. Στην συνέχεια όμως, οι αρμονικές έχουν αναφερθεί ως πηγή για πολλά και μεγάλα προβλήματα, αν και η μορφή με την οποία αυτές εκδηλώνονται και επιλύονται συνεχώς αλλάζει.

Υπάρχει ένα συγκεκριμένο στερεότυπο για τις αρμονικές. Κάθε φορά που μια νέα εκδήλωση του φαινομένου των αρμονικών εμφανίζεται, φέρνει μια νέα εποχή, με νέα συμπτώματα, νέες τιμές σχετικά με τις επιτρεπόμενες ανοχές στα όρια, νέες μεθόδους μέτρησης, και περισσότερη συζήτηση για όλα αυτά τα θέματα. Αν και οι μορφές εκδήλωσης του φαινομένου μπορούν να αλλάξουν, οι θεμελιώδεις αρχές των αρμονικών παραμένουν αμετάβλητες. Με την εξέταση ιστορικών προτύπων με τα οποία οι μηχανικοί θεωρούν και προσεγγίζουν τα ζητήματα των αρμονικών, ίσως μπορούμε να ευελπιστούμε σε βελτιώσεις στο μέλλον.

Ο Frederic Bedell δημοσίευσε την ιστορία του εναλλασσόμενου ρεύματος το 1942. Όντας ένας από τους πρωτοπόρους, ήταν ο κατάλληλος για αυτήν την εργασία. Η εργασία του είναι μάλλον συμβατική, αρχίζοντας με τον William Stanley το 1886. Οι Αμερικανοί μηχανικοί συχνά θεωρούν τον William Stanley ως δημιουργό των συστημάτων εναλλασσόμενου ρεύματος, αν και η συγκεκριμένη θεωρία πρέπει να περιορίζεται στο γεωγραφικό χώρο της Βόρειο Αμερικής. Είναι σημαντικό να αναγνωριστεί πάντως ότι πολλοί άλλοι συνεισέφεραν σημαντικά στο θέμα των αρμονικών, στην Αμερική αλλά και τον υπόλοιπο κόσμο.

Ο Bedell «ανακάλυψε» το πεδίο του εναλλασσόμενου ρεύματος το 1890. Αρχίζοντας από εκείνη την πρώιμη περίοδο για τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, είναι σίγουρα πρωτοπόρος, και είναι λογικό να αναμένεται ότι θα είχε γνώση των περισσότερων σημαντικών εξελίξεων. Ακόμα όμως και των παραπάνω, ο απολογισμός του φαίνεται να έχει κενά. Αυτή η ιστορία στηρίζεται στην ιστορία του Bedell και δεν επαναλαμβάνει πολλά στοιχεία από την έκδοσή του. Μερικά όμως κύρια σημεία που έλλειπαν είναι:

- 1) 1888-Ο Tesla δημοσίευσε την εργασία του για τα πολυφασικά συστήματα.

- 2) 1890- Το πρώτο μεγάλης απόστασης σύστημα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας εγκαταστάθηκε στο Portland του Oregon (16,8 km και 133Hz)
- 3) 1893- Ο Steinmetz δουλεύει για τον Thomson-Houston στο Lynn της Massachusetts και άρχισε αμέσως λύνοντας ένα σοβαρό πρόβλημα αρμονικών στο Hartford του Connecticut.

Η εργασία στο Hartford πιθανώς ξεκίνησε ευρείες ανησυχίες-συζητήσεις για τον συντονισμό των γραμμών μεταφοράς ως πρόβλημα. Η εμπειρία που αποκτήθηκε από το πρόβλημα στο Hartford ανάγκασε επίσης την General Electric να σταματήσει τις περαιτέρω προσπάθειες για την προώθηση της υψηλής συχνότητας στα συστήματα ισχύος. Είναι σαφές ότι υπήρξαν ανησυχίες για τα προβλήματα συντονισμού των γραμμών μεταφοράς, αλλά μπορούμε μόνο να υποθέσουμε στο πώς ακριβώς αυτές οι ανησυχίες προέκυψαν.



Charles Proteus Steinmetz. (Schenectady County Historical Society—printed with permission.)

Σχήμα 1

1.2 ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Στο ξεκίνημα του προηγούμενου αιώνα, η βιβλιογραφία περιείχε διάφορες αναφορές για τον συντονισμό των γραμμών μεταφοράς ως πιθανό πρόβλημα, χωρίς εξήγηση όμως για το πώς ή γιατί αυτή η ανησυχία προέκυψε. Πραγματοποιώντας την έρευνα για το βιβλίο του για τον Steinmetz, ο Ron Kline ανακάλυψε πληροφορίες ότι ο Steinmetz εξέτασε τέτοια προβλήματα.

Εάν κάποιος αποδεχτεί ότι πράγματι υπήρξε "πρόβλημα" σε εκείνες τις πρώιμες ημέρες για τα συστήματα μεταφοράς και ψάχνει περισσότερες λεπτομέρειες για αυτό τον σκοπό, ένα πρότυπο-σχέδιο προκύπτει αργά-αργά για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Το πρόβλημα των αρμονικών εκείνη την εποχή ήταν σαν να προσπαθούσε κάποιος να παρακολουθήσει αγώνα ποδοσφαίρου από μια χαραμάδα του εξωτερικού φράχτη του γηπέδου. Απλά έβλεπε κάτι χωρίς να μπορεί να έχει πλήρη εικόνα του παιχνιδιού. Πρόσθετες πληροφορίες μη διαθέσιμες στην «ανοικτή» βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν σε διάφορα αρχεία. Σε μερικές περιπτώσεις, υπάρχουν προσωπικά έγγραφα παλαιών γνωστών μηχανικών που προσφέρονται για έρευνα. Ο Charles Proteus Steinmetz ήταν μια τέτοια προσωπικότητα, που ασχολήθηκε με τα πρώιμα συστήματα μεταφοράς ενέργειας και του οποίου τα έγγραφα είναι διαθέσιμα για έρευνα. Ο William Stanley ήταν επίσης ένας πρωτοπόρος, που ασχολήθηκε με τα πρώιμα συστήματα μεταφοράς ενέργειας υψηλής τάσεως, και τα έγγραφά του είναι διαθέσιμα για έρευνα .

Οι περισσότεροι σύγχρονοι ενεργειακοί μηχανικοί απορρίπτουν αμέσως οποιαδήποτε ιδέα ότι ο συντονισμός των συστημάτων μεταφοράς θα μπορούσε να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στα προβλήματα των πρώτων συστημάτων μεταφοράς (δεν ήταν το κύριο πρόβλημα). Το υποστηρίζουν αυτό στη βάση ότι ο συντονισμός των γραμμών μεταφοράς δεν εμφανίζεται σε

αυτές όταν είναι μόνο 14 έως 21 km. Δεν μπορούν όμως να εξετάσουν το τι θα συνέβαινε εάν η ονομαστική συχνότητα των συστημάτων ισχύος ήταν 125 ή 133 Hz αντί 50 ή 60Hz και οι κυματομορφές της τάσης των γεννητριών ήταν «πλούσιες» σε αρμονικές υψηλών συχνοτήτων αντί για μια «καλή» κυματομορφή όπως συμβαίνει στις σύγχρονες γεννήτριες.

Ένα πρόβλημα που αφορά την υψηλή τάση παρατηρήθηκε στην μηχανή της General Electric που εγκαταστάθηκε στο Hartford. Αυτό οφειλόταν πιθανώς στον συντονισμό. Ο Steinmetz πρότεινε τουλάχιστον δύο λύσεις για να «λύσει-εξηγήσει» αυτό που τελικά αποδείχτηκε ότι ήταν συντονισμός. Η πρώτη ήταν η μείωση της συχνότητας του συστήματος στο μισό της αρχικής τιμής της, δηλαδή να μειωθεί η αρχική τιμή της συχνότητας από 125 Hz σε νέα τιμή 62,5 Hz. Η δεύτερη επιλογή ήταν να επαναπροσδιοριστούν εκ νέου τα ελάσματα σιδήρου της μηχανής, για να αντέξει την υψηλότερη τάση. Πρέπει να τονιστεί ότι και η γεννήτρια και η μηχανή είχαν εξετασθεί στο εργοστάσιο πριν την εγκατάστασή τους και την λειτουργία τους, όπου και λειτουργούσαν αρκετά καλά.. Η διαφορά μεταξύ των συνθηκών λειτουργίας της μηχανής στο εργοστάσιο κατασκευής της και στο σημείο της εγκατάστασης ήταν η γραμμή μεταφοράς 14 km.

Η εγκατάσταση του Hartford περιγράφεται σε ένα βιβλίο από τον Glenn Weaver. Η επιχείρηση ηλεκτρισμού του Hartford κατασκεύασε υδροηλεκτρικούς σταθμούς παραγωγής στο Rainbow Falls στον ποταμό Farmington το 1890. Για αρκετά έτη, ο σταθμός ήταν περισσότερο ένα ηλεκτρικό εργαστήριο παρά ένας σταθμός εν λειτουργία. Οι περισσότερες από τις αλλαγές στον σταθμό Rainbow έγιναν με σχετικά μικρό κόστος στην εταιρία ηλεκτρισμού του Hartford επειδή ο A.C. Dunham μπόρεσε να πείσει την επιχείρηση Thomson-Houston για την αξία του σταθμού για πειραματικούς σκοπούς. Δεδομένου ότι ήταν πειραματικός σταθμός, πολλοί γνωστοί μηχανικοί επισκέφτηκαν τον σταθμό. Το 1892, η εταιρία Thomson-Houston ενώθηκε με την εταιρία Edison General Electric για να αποτελέσει τη General Electric Company. Αυτή ήταν η νέα GE στην οποία ο Steinmetz δούλευε τον Ιανουάριο του 1893 και η οποία παρείχε την 300 KW, 125 κύκλων, 3-φασική γεννήτρια για να αναβαθμίσει τον σταθμό Rainbow. Η ισχύς που παραγόταν στον σταθμό Rainbow μεταφερόταν στην πόλη Hartford όπου «κινούσε» μια σύγχρονη μηχανή η οποία με την σειρά της «οδηγούσε» DC γεννήτριες για τον σιδηρόδρομο.

Ο Steinmetz ήξερε ότι υπάρχει πιθανότητα αρμονικού συντονισμού και έκανε όλους τους αναγκαίους υπολογισμούς, καθώς εξέταζε τη θεωρία του με βάση τα παρατηρούμενα μεγέθη. Μια σελίδα στο περιοδικό του, της 18ης Μαΐου του 1893, περιέχει τα εξής μεταξύ άλλων:

- 1) ονομαστική τάση 3. 8 kV
- 2) συχνότητα συστήματος 125 Hz
- 3) μήκος γραμμής 14.18km
- 4) χαλκός αγωγών #4 που απείχαν μεταξύ τους 35,6cm.

Αυτός υπολόγισε τη συνολική αυτεπαγωγή και την σύγκρινε με μετρούμενη τιμή. Επίσης υπολόγισε την χωρητικότητα των γραμμών. Χρησιμοποιώντας την αυτεπαγωγή της γραμμής και παραμέτρους χωρητικότητας, πιθανώς με την αυτεπαγωγή των φορτίων, υπολόγισε ότι η γραμμή εμφάνιζε συντονισμό περίπου στα 1.600 Hz ή τη 13η αρμονική της θεμελιώδους συχνότητας των γραμμών (125 Hz). Η γεννήτρια που είχε εγκατασταθεί στο Rainbow Falls αλλά και η μηχανή που βρισκόταν στο κέντρο της πόλης του Hartford είχαν κυματομορφές τάσης με πολλά ποσά αρμονικών συνιστωσών

Το πιο αξιοπερίεργο γεγονός στις παραπάνω μετρήσεις είναι η θεώρηση για το πόσα πέτυχαν, παρά το ότι είχαν στην διάθεσή τους πολύ πρωτόγονα εργαλεία όργανα. Δεν είχαν στην

διάθεσή τους σύγχρονα όργανα όπως παλμογράφους ή αναλυτές φάσματος. Το 1893, δεν είχαν ούτε ένα καλό βολτόμετρο.

Οι παλμογράφοι δεν υπήρχαν τότε, και οι κυματομορφές παράγονταν με μια σημείο-προς-σημείο μέθοδο από μια συσκευή αποκαλούμενη μετρητή κυμάτων. Το 1890 υπήρχε ο μετρητής κυμάτων και χρησιμοποιούνταν στα εργοστάσια της GE and Westinghouse. Ο ανιχνευτής του μετρητή κυμάτων χρησιμοποιούσε ένα "null galvanometer" (γαλβανόμετρο) παρά ένα "galvanometer εκτροπής" (γνωστό ως βολτόμετρο), που σημαίνει ότι θα έπρεπε να «ισοροπηθεί» μια γέφυρα κάθε φορά που έπρεπε να παρθεί μια μέτρηση (αφού εκείνη την εποχή ήταν πιο ακριβές να επιζητείται το μηδέν σε ένα όργανο παρά η ακριβείς τιμή του μετρούμενου μεγέθους). Ακόμα ήταν σε θέση να κατασκευάσουν μορφές ηλεκτρικών κυμάτων και να διεξάγουν ανάλυση Fourier. Ο Steinmetz έφερε μαζί του στην GE το μαθηματικό υπόβαθρο για να διεξάγει αρμονική ανάλυση σε κυματομορφές βασισμένες στον χρόνο που παράγονται από τον μετρητή κυμάτων. Σύμφωνα με τις υπάρχουσες πληροφορίες, του έπαιρνε περίπου μια ώρα για να παράγει κάθε συντελεστή της ανάλυσης Fourier. Ο Steinmetz υπολόγισε τους συντελεστές Fourier μέχρι 15η τάξης για τις κυματομορφές.

Εκπληκτικά, με 36 σημεία-μετρήσεις ανά κύκλο της θεμελιώδους συχνότητας 125Hz, ο μετρητής κυμάτων παρήγαγε αποτελεσματικά έναν "παλμό" για να καταγράψει και άλλα δείγματα-μετρήσεις, 4.500 φορές ανά δευτερόλεπτο.

1.3 ΓΡΑΜΜΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ WILLAMETTE FALLS

Το ακόλουθο ανέκδοτο ανακαλύφθηκε στα αρχεία του κέντρου ιστορίας του Oregon.

Το 1890, η PGE (Portland General Electric) πρότεινε να εγκαταστήσει υδροηλεκτρικές γεννήτριες στον ποταμό Willamette για να παρέχει φωτισμό στην πόλη Portland. Από προηγούμενη εμπειρία, υπήρχε η ανάγκη να λειτουργήσει μια γραμμή μεταφοράς με ονομαστική τάση 4.000 βολτ και αυτό για να καλύψουν την απόσταση των 17 km από το Willamette Falls ως το κέντρο της πόλης Portland. Η PGE ρώτησε την Westinghouse Electric για κάποια πρόταση και έδωσε παραγγελία για τις γεννήτριες. Η Westinghouse αρνήθηκε να κατασκευάσει γεννήτριες σε μια τόσο υψηλή τάση. Εκείνη την περίοδο, η τυποποιημένη ονομαστική τάση κατασκευής για τις γεννήτριες εναλλασσόμενου ρεύματος ήταν 1.200, 2.400 3.600 βολτ. Η τυποποιημένη ονομαστική τάση κατασκευής για τους μετασχηματιστές ήταν 1.000, 2.000 και 3.000 βολτ, επιτρέποντας 20% πτώση στην τάση μεταξύ της πηγής και του φορτίου. Συστήματα μόνωσης που να ήταν τυποποιημένα στα 4.800 βολτ δεν είχαν αναπτυχθεί ακόμα για γεννήτριες. Ο Scott και άλλοι μηχανικοί στην Westinghouse πρότειναν στην PGE να συζητήσει το πρόβλημά της με τον William Stanley. Ο Stanley πραγματοποιούσε τότε έρευνα για την μεταφορά σε υψηλή τάση στο εργαστήριό του στο Great Barrington στην Massachusetts. Κατά τη διάρκεια της επίσκεψής τους, ο Stanley τους είπε ότι η έρευνά του έδειξε ότι ένα τέτοιο σύστημα θα μπορούσε να κατασκευαστεί στα 4000 βολτ όπως ήθελε η PGE. Με αυτά τα νέα δεδομένα, οι μηχανικοί της PGE επέστρεψαν στην Westinghouse ζητώντας να επανεξετάσουν την παραγγελία για την κατασκευή γεννήτριας 4000 βολτ. Η Westinghouse συμφώνησε να κατασκευάσει την γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος αλλά χωρίς καμία εγγύηση. Η PGE συμφώνησε με τους όρους και ο εξοπλισμός κατασκευάστηκε και εγκαταστάθηκε. Τα αρχεία λένε ότι υπήρξε ένα υψηλό σημείο (περίπου 150 μέτρα υψηλότερα από το μέσο ύψος της γραμμής) κατά μήκος της γραμμής μεταφοράς. Κατά τη διάρκεια της λειτουργίας, οι μονωτές έλαμπαν σε εκείνο το «αδύνατο»

σημείο. Η PGE τοποθέτησε ρίπους-σκόνη σε εκείνη την θέση και «εγκατέστησε» ένα άτομο εκεί με ένα φτυάρι κατά την διάρκεια της λειτουργίας (το σύστημα μεταφοράς χρησιμοποιείτο μόνο για μερικές ώρες το βράδυ για να παρέχει το φως). Όταν οι μονωτές έλαμπαν, τότε ήταν η εργασία του ατόμου με ένα φτυάρι για να ρίχνει ρύπους στους μονωτές και να σβήνει το τόξο. Νόμιζαν ότι αυτή ήταν η τέλεια λύση.

Διαβάζοντας κάποιος αυτήν την ιστορία, σκέφτεται ότι παρουσιάζει ένα σημαντικό σημείο με έναν θαυμάσιο τρόπο. Αυτό είναι ότι εάν θέλει κάποιος κάποιο σημαντικό στοιχείο για να λειτουργήσει μπορεί να υπερνικήσει σχεδόν οποιοδήποτε εμπόδιο. Εξετάζοντας την εμπειρία στο Hartford και την ομοιότητα των δύο εγκαταστάσεων, το Portland είχε επίσης πιθανώς ένα πρόβλημα συντονισμού αρμονικών. Το αποκαλούμενο "υψηλό σημείο" στο σύστημα μεταφοράς δεν ήταν τόσο πολύ υψηλότερο από το υπόλοιπο της γραμμής. Δεν έχει καμία επίδραση διηλεκτρική ικανότητα μια μικρή αύξηση στο υψόμετρο της γραμμής στην και δεν θα μπορούσε να προκαλέσει οποιαδήποτε σημαντική αδυναμία στη μόνωση και την στήριξη γραμμών. Οι μηχανές της Westinghouse εκείνης της εποχής είχαν μια σχετικά «φτωχή» κυματομορφή, παρόμοια με αυτή των μηχανών της GE. Επομένως, οι κυματομορφές της τάσης είχαν επίσης υψηλό αρμονικό περιεχόμενο. Ο συντονισμός λόγω αρμονικών στην γραμμή δίνει μια πιθανότερη και λογικότερη εξήγηση για την λαμπήρισμα των μονωτών των γραμμών από ότι το υψόμετρο.

1.4 ΣΧΕΔΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ

Το 1895, η GE και η Westinghouse εισήγαγαν έναν νέο σχεδιασμό γεννήτριας χρησιμοποιώντας διανεμημένο τύλιγμα για τον ρότορα-δρομέα ώστε να βελτιώσουν ουσιαστικά την κυματομορφή για να πλησιάσει την ημιτονοειδή μορφή. Το 1896, ένα άρθρο στο Electrical World περιγράφει και τους δύο τύπους μηχανών, όπως παράγονταν από τη GE. Ο παλαιότερος τύπος AT μηχανής περιγράφεται συγκεκριμένα ως "περιορισμένος για γραμμή μεταφοράς με μήκη 8 έως 16 km, λόγω της μορφής των κυμάτων". Αργότερα σε εκείνο το άρθρο, ο συντάκτης επαναλαμβάνει την αποστροφή του για τις μακριές γραμμές μεταφοράς λόγω των πιθανών φαινομένων συντονισμού. Η νεότερη AP μηχανή περιγράφεται ότι παράγει "περισσότερο ημιτονοειδή κύματα".

1.5 ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ ΠΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΕΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩ

Το επόμενο πρόβλημα αρμονικών που εμφανίστηκε στην βιβλιογραφία περιλάμβανε την κυματομορφή στην γεννήτρια. Προβλήματα είχαν αναφερθεί με το υπερβολικό ρεύμα ουδετέρου όταν οι γεννήτριες γειώνονταν απ' ευθείας και λειτουργούσαν εν παραλλήλω. Σήμερα, αυτό είναι ένα γνωστό πρόβλημα που περιλαμβάνει τα ρεύματα μηδενικής ακολουθίας 3^{ης} αρμονικής της τάσης σε μηχανές που είναι συνδεδεμένες κατά Υ(αστέρα). Αυτό το πρόβλημα υπήρχε από τότε ενώ τώρα λύνεται με τον προσεκτικό έλεγχο του βήματος (λίγο μικρότερο από 180^ο) του τυλίγματος του ρότορα ώστε να ελαχιστοποιηθούν κατά το μεγαλύτερο ποσοστό οι ενοχλητικές τρίτες αρμονικές στην τάση, όταν ο ουδέτερος της μηχανής πρόκειται να γειωθεί απ' ευθείας.

1.6 ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ ΤΗΛΕΦΩΝΙΚΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ

Το τρίτο πρόβλημα που εμφανίστηκε στην βιβλιογραφία αναφέρθηκε ως TIF (Telephone Interference Factor) (παράγοντας τηλεφωνικής παρεμβολής). Από αυτό το νέο πρόβλημα

αρμονικών το 1910 προέκυψε μια μακροχρόνια διαδικασία εξερεύνησης για να βρεθεί ένα κατάλληλο standard για τις κυματομορφές. Πολλοί παράγοντες που βασίζονται σε κυματομορφές εισήχθησαν, μερικοί από τους οποίους επέζησαν στα τεχνικά πρότυπα μέχρι την δεκαετία του 1980 (π.χ. παράγοντας παραμόρφωσης, παράγοντας απόκλισης, κ.λπ.). Στο TIF δόθηκε ακόμα η μεγαλύτερη ώθηση όταν οι ανορθωτές τόξων υδραργύρου χρησιμοποιήθηκαν περισσότερο και εφαρμόστηκαν σε μεγαλύτερες φορτίσεις.

1.7 ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΕΣ ΦΙΛΤΡΩΝ

Οι πυκνωτές έχουν χρησιμοποιηθεί για να βελτιώσουν τον συντελεστή ισχύος στα ηλεκτρικά συστήματα τουλάχιστον από τα χρόνια του William Stanley. Το 1960, υπήρχαν μεγάλα και πολυάριθμα βιομηχανικά συστήματα ισχύος με εγκαταστημένους πολλούς μεμονωμένους πυκνωτές, εκ των οποίων όλοι χωρίς ιδιαίτερη μελέτη για φαινόμενα συντονισμού. Σήμερα, πολλοί πυκνωτές είναι εξοπλισμένοι με μια εν σειρά αυτεπαγωγή, κάνοντας τους τράπεζες συντονισμένων φίλτρων. Οι περισσότεροι μηχανικοί στην πράξη σήμερα θυμούνται εποχές στην δεκαετία του 1960 όταν ίσχυε εκείνος ο τρόπος (η εισαγωγή πυκνωτών χωρίς ιδιαίτερη μελέτη). Αυτοί βλέπουν την πρόσφατη εισαγωγή των στατικών drives με τα δικά τους διακοπτικά χαρακτηριστικά και τις σχετιζόμενες με αυτά αρμονικές ως "το χάσιμο του παράδεισου". Ψάχνουν για κάποιο μαγικό «ελιξίριο-τρόπο» που θα ξαναφέρει τον παράδεισο (να εξαλειφθούν οι αρμονικές). Υπάρχουν σήμερα δύο ανταγωνιστικές-διαφορετικές έννοιες του κατάλληλου σχεδιασμού των συστημάτων ισχύος όσον αφορά την εφαρμογή των τραπεζών φίλτρων για την βελτίωση του συντελεστή ισχύος - κεντρική και διανεμημένη παροχή της αέργου ισχύος. Η έννοια της κεντρικής παροχής αέργου ισχύος (δηλαδή όλοι οι πυκνωτές να είναι εγκαταστημένοι σε ένα κεντρικό σημείο) υποστηρίζει ότι πρέπει να υπάρχει κάποιος γενικός τρόπος στο δίκτυο που να διορθώνει τον συντελεστή ισχύος για όλα τα φορτία που συνδέονται στον συγκεκριμένο ζυγό. Η έννοια της διανεμημένης παροχής αέργου ισχύος υποστηρίζει το αντίθετο: κάθε φορτίο στον ζυγό θα πρέπει να έχει και όλο τον αναγκαίο εξοπλισμό για την διόρθωση του συντελεστή ισχύος του σύμφωνα με τα πρότυπα.

1.8 ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Ως τμήμα των ερευνών του στην μετάδοση της θερμότητας το 1812, ο Γάλλος μαθηματικός Jean Fourier ανέπτυξε μια μαθηματική τεχνική για την αξιολόγηση και επεξεργασία των σύνθετων συναρτήσεων. Η μέθοδος της ανάλυσης Fourier ανάγει μια σύνθετη συνάρτηση σε μια σειρά συναρτήσεων ημιτόνου και συνημίτονου. Η αρμονική ανάλυση είναι το όνομα που δόθηκε από τον Thomson και Tait σε μια μέθοδο που πρωτοχρησιμοποιήθηκε στη μαθηματική φυσική και που αργότερα χρησιμοποιήθηκε από τον Bernoulli και τον Euler στα μέσα του 18ου αιώνα. Ο Maxwell την εφάρμοσε σε προβλήματα φυσικής όπου η πραγματική σύνθετη κατάσταση είναι η υπέρθεση άλλων απλούστερων καταστάσεων που μπορούν να συνυπάρξουν χωρίς να παρεμβαίνει η μία στην άλλη. Ο Steinmetz γνώριζε αυτές τις μεθόδους και τις έφερε στο Lynn.

Το 1904, ο Silvanus Thompson εισήγαγε τη μέθοδο «επιλεγμένων συντεταγμένων» ως ένα τρόπο για να επισπεύσει τον χειρωνακτικό υπολογισμό των συντελεστών Fourier από μια

χρονική σειρά. Σύμφωνα με τις υπάρχουσες πληροφορίες, αυτή η μέθοδος μείωνε τον απαιτούμενο χρόνο για να εκτελεστεί μια αρμονική ανάλυση κατά δέκα φορές. Είναι δύσκολο να γίνει πιστευτό ότι ο υπολογισμός των συντελεστών Fourier γινόταν κάποτε με άλλον τρόπο και όχι με τη χρησιμοποίηση των επιλεγμένων συντεταγμένων, όπου τα σημεία μέτρησης χωρίζονται σε διαστήματα, π.χ. 15 μοίρες για 24 σημεία μέτρησης.

Το 1965, μια παρόμοια αύξηση στον χρόνο υπολογισμού των συντελεστών Fourier πραγματοποιήθηκε όταν ο J.W.Cooley και ο J.W.Tukey εισήγαγαν τον γρήγορο μετασχηματισμό Fourier (FFT) ως μια μέθοδο για να αυξηθεί η ταχύτητα με την οποία ένας υπολογιστής υπολογίζει τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier μιας χρονικής σειράς σημείων. Τυχαία, ο Tukey επινόησε επίσης "το τεστ T του Student" που χρησιμοποιήθηκε στην στατιστική. Ο FFT είναι ένα πολύ διαδεδομένο και χρήσιμο εργαλείο.

1.9 ΟΙ ΕΠΟΧΕΣ ΑΛΛΑΖΟΥΝ

Ο συντονισμός των γραμμών μεταφοράς εμφανίστηκε ως θέμα στο AIEE αρκετές φορές πριν τον 20^ο αιώνα. Η πρώτη φορά που η λέξη αρμονικές εμφανιζόταν στον τίτλο ενός εγγράφου είναι το 1933. Το 1913, το θέμα παρουσιάστηκε επίσης στο British Institution of Electrical Engineers. Στην εναρκτήρια συνεδρίαση, ο William Duddell συζήτησε τις αυξήσεις της τιμής της τάσης και αναγνώρισε στον συντονισμό των γραμμών μεταφοράς μια από τις τρεις αιτίες. Συγκεκριμένα επισήμανε ότι οι υψηλότερες αρμονικές ήταν συχνά ένα απρόσμενο αποτέλεσμα του συντονισμού των γραμμών μεταφοράς. Αυτό δεν είναι κάτι σημαντικό εξετάζοντας το ρόλο που διαδραμάτισε ο Henry Hobart ως διανοητική «σύνδεση» μεταξύ των μηχανικών στην Αμερική και στην Ευρώπη στην αρχή του 20^{ου} αιώνα. Συγκεκριμένα, ο Henry Hobart δούλεψε στην Thomson-Houston στο Lynn μέχρι 1891, όταν μετακόμισε στο Λονδίνο όπου εκπαιδεύτηκε περαιτέρω.

Ένας τρόπος για να εκτιμηθεί πόσο οι εποχές έχουν αλλάξει είναι να προσεχτούν διάφοροι δείκτες-πίνακες που δημοσιεύονται από το AIEE/IEEE. Κατά τη διάρκεια των πρώτων 25 ετών, ο πίνακας των Transactions of the AIEE είχε δύο τρόπους για να ταξινομεί τα εξαιρέτα άρθρα, δείκτη με βάση το έγγραφο και τοπικό δείκτη. Για τα έτη 1884 έως 1900, επτά έγγραφα αναφέρονται για τις αρμονικές. Για τα έτη 1901 ως 1910, απαριθμούνται 12 έγγραφα για τις αρμονικές. Το 1911, η σχεδίαση του δείκτη άλλαξε, απαριθμώντας θέματα και συντάκτες. Εντούτοις, για τα έτη 1911 ως 1921, οι αρμονικές δεν απαριθμήθηκαν ως ένα από τα θέματα. Αντ' αυτού, έπρεπε κάποιος που έψαχνε για τις αρμονικές να ψάξει για κυματομορφές. Το θέμα των αρμονικών επέστρεψε στο δείκτη στην περίοδο 1922 ως 1938 με 13 καταχωρήσεις. Για τις επόμενες δεκαετίες, ο αριθμός των παραπομπών αργά αυξανόταν κάθε περίοδο, με 18 καταχωρήσεις για τη δεκαετία 1950 ως 1959. Αυτό που ήταν ένα καυτό θέμα το 1895 ήταν σχεδόν αόρατο 15 έτη αργότερα, για να επιστρέψει πάλι σε άλλα 15 έτη.

* Το 1925, η αρμονική ανάλυση ήταν μια τυπική διαδικασία που χρησιμοποιούνταν από τους μηχανικούς για να προσεγγίσουν τα προβλήματα, αλλά που θεωρήθηκε πιο πολύ ως ένα μαθηματικό στοιχείο παρά κάτι χρήσιμο. Τεχνικά έγγραφα εκείνης της εποχής επικέντρωναν σε νέα προβλήματα, αποτελέσματα και φαινόμενα ενώ η περιγραφή της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε γράφονταν στο τέλος σε ένα παράρτημα. Σήμερα, συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο. Πολλά έγγραφα γράφονται για να περιγράψουν μόνο μια νέα μέθοδο λύσης ενός παλαιού προβλήματος.

1.10 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ

Στις μέρες μας, η βιβλιογραφία είναι πλήρης άρθρων σχετικά με την υπέρταση και τα ανακλώμενα κύματα που συνδέονται με την τεχνική PWM που εφαρμόζεται στα IGBT. Η σημερινή κατάσταση με τα drives από IGBT είναι συγκρίσιμη με αυτή που αντιμετώπισε ο Steinmetz το 1893. Υπάρχουν όμως και μερικές διαφορές. Το 1893, δεν υπήρχαν παλμογράφοι ή συσκευές ανάλυσης φάσματος και drives με IGBT που χρησιμοποιούσαν την τεχνική PWM ήταν άγνωστα. Επίσης, η τάξη των αρμονικών που ενδιέφερε τότε τους μηχανικούς ήταν 13, και όχι 100 που είναι σήμερα αφού η συχνότητα λειτουργίας των IGBT είναι 5kHz ή και υψηλότερη.

1.11 ΠΡΟΤΥΠΑ

Το πρότυπο του IEEE 519 είναι ένα από τα πρότυπα που χρησιμοποιούνται από τους μηχανικούς για να αντιμετωπίσουν φαινόμενα αρμονικών ζητημάτων.

Πρόοδοι στα ηλεκτρονικά ισχύος και πρόσφατες εξελίξεις στις βιομηχανικές εφαρμογές έχουν φέρει τους μηχανικούς αντιμετώπους με έναν νέο τύπο φαινόμενων σχετιζόμενα με τις αρμονικές, τον αποκαλούμενο "inter-harmonics" (εμβόλιμες συχνότητες, αρμονικές συχνότητες σε όχι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους). Τι είναι inter-harmonics; Πώς μετρούνται; Ποια είναι τα αποτελέσματά τους; Ποια είναι τα λογικά όρια για να αποφευχθούν πιθανά προβλήματα; Μπορούμε να μάθουμε από το παρελθόν; Μερικές απαντήσεις μπορούν να βρεθούν στα πρότυπα IEC. Ίσως, μερικοί αναγνώστες απαντήσουν σε μερικά άλλα με την εμπειρία τους.

Τα πρότυπα IEC¹ είναι καλύτερα από τα αντίστοιχα του IEEE όσον αφορά στις inter-harmonics. Η Τεχνική Επιτροπή No. 77 του IEC έχει προετοιμάσει μια νέα σειρά προτύπων με το όνομα IEC Standard 61000: electromagnetic compatibility (EMC). Αποτελείται από διάφορα μέρη, και κάθε ένα εστιάζει σε συγκεκριμένες πτυχές της μεγάλης κατηγορίας του θέματος της ηλεκτρομαγνητικής συμβατότητας EMC. Επομένως, το IEC θεωρεί τις αρμονικές και τις inter-harmonics ως υποσύνολα ενός μεγαλύτερου θέματος και όχι ως ανεξάρτητα θέματα. Είναι τα καινούργια πρότυπα IEC επαρκή; Υπάρχουν πρόσθετες ανάγκες που δεν καλύπτονται από τα πρότυπα IEC;

Το IEC-1000-2-1 ορίζει τις inter-harmonics ως εξής:

"Μεταξύ των αρμονικών της τάσης και του ρεύματος, υπάρχουν και άλλες συχνότητες που μπορεί να παρατηρηθούν που δεν είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους. Δεν είναι αρμονικές. Μπορούν να εμφανιστούν ως ιδιαίτερες συχνότητες ή ως φάσμα συχνοτήτων".

Η εμπειρία έχει δείξει ότι οι inter-harmonics μπορούν να προκαλέσουν καταστροφή εξοπλισμού. Δεν υπάρχουν πολλά δημοσιευμένα έγγραφα για αυτό το θέμα, επιτείνοντας την ανησυχία για τα φαινόμενα που σχετίζονται με τις αρμονικές. Κατά έναν περιέργο τρόπο, μια ακριβής ερμηνεία του ορισμού του IEC των inter-harmonics παράγει ένα ασυμβίβαστο αποτέλεσμα. Η ανώτερη πλευρική ζώνη συχνοτήτων 65 Hz προερχόμενη από την διαμόρφωση κατά πλάτος με εύρος 5 Hz της θεμελιώδους συχνότητας των 60 Hz ανταποκρίνεται στον ορισμό των inter-harmonics ενώ η χαμηλότερη πλευρική ζώνη συχνοτήτων 55 Hz δεν ανταποκρίνεται στον ορισμό. Αυτή η εμπειρία δείχνει ότι πλάτη μικρά όπως 0,7% του ονομαστικού ρεύματος

¹ Πρέπει να διευκρινιστεί ότι τα πρότυπα του IEC είναι και πρότυπα EN (European Norms)

μπορεί να έχουν αντίθετα αποτελέσματα στον εξοπλισμό. Οι εμπορικά διαθέσιμες συσκευές ανάλυσης φάσματος ίσα-ίσα μπορούν να «βρουν» τους φασματικούς συντελεστές σε τέτοιο επίπεδο.

1.12 ΤΟ ΣΗΜΕΡΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η απελευθέρωση της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας φέρνει νέες προκλήσεις. Οι συμβάσεις ισχύος οι οποίες άλλοτε συζητούνταν και διαπραγματευόντουσαν μόνο για μερικές ώρες τώρα μπορεί απαιτούν σχεδόν ένα έτος για να συμφωνηθούν. Η σύμβαση μπορεί να απαιτεί την εγκατάσταση ειδικών οργάνων στο σημείο της κοινής σύζευξης (PCC) για να προστατευτεί το υπόλοιπο δίκτυο από διάφορα προβλήματα ποιότητας ισχύος, όπως απλές αρμονικές ή και από inter-harmonics. Μπορεί να απαιτείται η εγκατάσταση και χρήση ειδικού εξοπλισμού ελέγχου σε κρίσιμες μηχανές ή κρίσιμα συστήματα ώστε να προστατευτούν από διάφορα προβλήματα ποιότητας ισχύος από οποιαδήποτε πηγή. Αυτές οι περιστάσεις θα δημιουργήσουν σίγουρα τις απαιτήσεις για νέα, περιπλοκότερα όργανα, νέα όρια (συνήθως χαμηλότερα αλλά όχι πάντα), και πολύ συζήτηση. Όλα αυτά εμφανίζονται ενώ οι εταιρίες ηλεκτρικής ενέργειας το τεχνικό προσωπικό τους και εμπορεύονται χωρίς σύνεση τις υπηρεσίες τους. Αυτό είναι το σήμερα. Είστε προετοιμασμένοι;

1.13 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Οι κυματομορφές της τάσης και του ρεύματος στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας είναι σπάνια οι εξιδανικευμένες συναρτήσεις με τις οποίες δουλεύουν οι μηχανικοί. Η αρμονική ανάλυση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναλύσει τις σύνθετες βασισμένες στο χρόνο κυματομορφές στους φασματικούς συντελεστές. Η ιστορία μας διδάσκει ότι καθώς νέα προβλήματα με αρμονικές προκύπτουν, χρειάζονται νέα όργανα για να μετρήσουν το φαινόμενο και θα απαιτηθούν «σφιχτότερα» όρια στις επιτρεπόμενες αποκλίσεις. Τα παλαιά προβλήματα επιστρέφουν με νέα μορφή.

2

ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΩΝ ΟΡΙΣΜΩΝ ΓΙΑ P,Q,D,S ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	29
2.2	ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΕ ΚΑΘΑΡΑ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΙΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	30
2.3	ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΤΗΝ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΣΤΟ ΡΕΥΜΑ.....	31
2.3.1	«Συνιστώσες Ισχύος» όταν η τάση και το ρεύμα δίνονται στο πεδίο του χρόνου.....	31
2.3.2	Συνιστώσες Ισχύος σε περιβάλλον με αρμονικές όταν η τάση και το ρεύμα δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier.....	34
2.4	ΜΕΤΡΗΣΗ RMS ΤΙΜΩΝ ΓΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ.....	36
2.4.1	RMS Τιμές όταν τα σήματα τάσης και ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου.....	36
2.4.2	RMS Τιμές όταν τα σήματα τάσης και ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier.....	37
2.5	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΦΑΙΝΟΜΕΝΗΣ ΙΣΧΥΟΣ.....	37
2.5.1	Η Φαινόμενη Ισχύς όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου....	37
2.5.2	Η Φαινόμενη Ισχύς όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier.....	38
2.6	ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ(THD) :.....	38
2.6.1	Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD) όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δεν είναι περιοδικά.....	38

2.6.2	Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD) όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται μορφή συντελεστών Fourier	39
2.7	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΣΧΥΟΣ	39
2.7.1	Συντελεστής Ισχύος όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου....	39
2.7.2	Συντελεστής Ισχύος όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier	40
2.8	ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ P,Q,D,S ΣΤΟ ΜΑΤΛΑΒ ΓΙΑ ΣΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΜΟΡΦΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ FOURIER.....	40
2.9	ΣΧΕΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΕΓΕΘΩΝ P,Q,S ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ	41

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η φαινόμενη ισχύς, μετρούμενη σε kVA, που παρέχεται σε ένα δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας αποτελείται από την ενεργό ισχύ, που μετριέται σε kW, και την άεργο ισχύ, που μετριέται σε kVAR. Η ενεργός ισχύς είναι η ισχύς που παράγει πραγματικό έργο ενώ η άεργος ισχύς συνδέεται με την αποθήκευση ενέργειας στα μαγνητικά πεδία του ηλεκτρικού δικτύου. Η άεργος ισχύς ορίζεται ως :

$$kVA_r = \sqrt{kVA^2 - kW^2} \quad (2.1)$$

όπου kVA είναι η φαινόμενη ισχύς
kVA_r είναι η άεργη ισχύς και
kW είναι η ενεργός ισχύς.

Η άεργος ισχύς παίζει έναν πολύ σημαντικό ρόλο στην λειτουργία του δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας καθώς η επαγωγική φύση των περισσότερων δικτύων συνεπάγεται μια πολύ μεγάλη απαίτηση ροής αέργου ισχύος. Αυτό συμβαίνει κυρίως σε βιομηχανικό περιβάλλον όπου έχουμε μεγάλα επαγωγικά φορτία όπως οι μηχανές και οι μετασχηματιστές.

Η ροή της αέργου ισχύος διαμέσου του μετρητή της ΔΕΗ δεν επηρεάζει την μέτρηση αλλά έχει ως αποτέλεσμα αυξημένες ενεργειακές απώλειες σε όλη την γραμμή μέχρι την κατανάλωση. Εκτός όμως από αυτές τις επιπτώσεις η ροή της αέργου ισχύος προκαλεί πτώση στο μέγεθος της τάσης, λόγω του αυξημένου ρεύματος και της συνεπαγόμενης μεγάλης πτώσης τάσεως στις γραμμές μεταφοράς και στα υπόλοιπα στοιχεία του ηλεκτρικού δικτύου μέχρι την τελική κατανάλωση. Η μείωση της αέργου ισχύος (η οποία μετριέται σε kVAR) στο δίκτυο μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση της μεθόδου «αντιστάθμισης» στον καταναλωτή, δηλαδή την τοποθέτηση πυκνωτών στον καταναλωτή με αποτέλεσμα να μειώνονται τα kVA_r που παρέχονται από το δίκτυο (με αποτέλεσμα να μειώνονται και τα ζητούμενα KVA) και να αυξάνεται ο συντελεστής ισχύος.

Εντούτοις, τα μη-γραμμικά φορτία και ο ηλεκτρονικός εξοπλισμός όπως είναι τα drives των μηχανών παράγουν αρμονικές οι οποίες αυξάνουν την rms τιμή του ρεύματος και την κατανάλωση σε kVA αφού παράλληλα μειώνεται και ο συντελεστής ισχύος. Πρέπει όμως να αναφερθεί ότι δεν είναι μόνο οι αρμονικές που αυξάνουν την κατανάλωση σε kVA. Σύμφωνα με αυτές τις συνθήκες η χρήση μόνο τραπεζών πυκνωτών (η οποίες παρέχουν μέρος αέργου ισχύος προς το φορτίο) δεν είναι ικανή να «οδηγήσει» τον συντελεστή ισχύος προς την μονάδα. Οι δύο ορθογώνιες συνιστώσες της φαινόμενης ισχύος δεν είναι αρκετές όταν υπάρχουν αρμονικές, αφού όπως θα δειχτεί και παρακάτω όταν υπάρχουν αρμονικές στο δίκτυο τότε υπάρχει και μια επιπλέον συνιστώσα ισχύος πέρα από τις αναφερόμενες στην εξίσωση (2.1).

Οι ορισμοί της φαινόμενης ισχύος S, της ενεργού ισχύος P, και της άεργης ισχύος Q στα συστήματα που τροφοδοτούνται με ημιτονοειδή σήματα έχουν γίνει αποδεκτοί από την κοινότητα του Power Engineering για περισσότερο από έναν αιώνα χωρίς επιφυλάξεις.

Σήμερα, η αυξανόμενη χρήση όμως μετατροπέων ισχύος, adjustable-speed drives, ηλεκτρονικές συσκευές, κ.λπ., έχει συντελέσει στην παραμόρφωση των κυματομορφών της τάσης και του ρεύματος λόγω των αρμονικών. Γενικά, η πρόοδος και οι ευρείες εφαρμογές των ηλεκτρονικών συσκευών και των μικροεπεξεργαστών σε πολλές εφαρμογές συμβάλλουν σημαντικά στη παραμόρφωση των παραπάνω κυματομορφών.

Αυτό δημιούργησε την ανάγκη για μια ακριβή μέθοδο για τη μέτρηση των διαφορετικών συνιστωσών της ισχύος σε περιβάλλον με αρμονικές. Το ερώτημα όμως που ανακύπτει όταν λαμβάνονται υπόψη και οι αρμονικές σε ένα ηλεκτρικό δίκτυο είναι πώς αυτές οι συνιστώσες της

ισχύος ορίζονται σε τέτοιες καταστάσεις με αρμονικές δηλαδή όταν τα σήματα τάσεως και ρεύματος δεν είναι καθαρά ημιτονοειδή.

Οι μετρήσεις των διαφορών ποσοτήτων που ενδιαφέρουν ένα σύστημα ισχύος μπορούν να ληφθούν χρησιμοποιώντας μεθόδους για το πεδίο του χρόνου ή για το πεδίο της συχνότητας. Η χρονική ανάλυση περιλαμβάνει τις εξισώσεις του συστήματος ως χρονικές εξισώσεις, ενώ η ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας περιλαμβάνει ανάλυση για κάθε μία αρμονική της τάσης και του ρεύματος (μέθοδος της υπέρθεσης).

2.2 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΕ ΚΑΘΑΡΑ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΙΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Σε αυτή την περίπτωση η τάση και το ρεύμα είναι όπως :

$$v(t) = \sqrt{2}V \sin(\omega t) \quad (2.2)$$

όπου V είναι η rms τιμή της τάσης και

ω είναι η γωνιακή ταχύτητα που ορίζεται $\omega = 2\pi f$ με f να είναι η συχνότητα (50 Hz)

και το ρεύμα να είναι:

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) \quad (2.3)$$

όπου I είναι η rms τιμή του ρεύματος

ω είναι η γωνιακή ταχύτητα που ορίζεται $\omega = 2\pi f$ με f να είναι η συχνότητα (50 Hz) και

θ είναι η φασική διαφορά μεταξύ της τάσης και του ρεύματος.

Η εξίσωση ισχύος για ένα σύστημα συνδυάζει την ενεργή, την άεργη και την φαινόμενη ισχύ (P,Q,S) ως :

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (2.4)$$

όπου S είναι η φαινόμενη ισχύς,

P είναι η ενεργός ισχύς και

Q είναι η άεργη ισχύς.

Επιπλέον η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνει το φορτίο ορίζεται :

$$p(t) = v(t) * i(t) \quad (2.5)$$

Έτσι χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2.5), (2.2) και (2.3) προκύπτει :

$$\begin{aligned} p(t) &= \sqrt{2}V \sin(\omega t) * \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) = \\ &= 2VI \sin(\omega t) \sin(\omega t - \theta) = \\ &= VI(\cos \theta - \cos(2\omega t - \theta)) = \\ &= VI \cos(\theta) - VI(\cos(2\omega t) \cos \theta + \sin(2\omega t) \sin \theta) = \\ &= P[1 - \cos(2\omega t)] - Q * \sin(2\omega t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

όπου

P είναι η μέση-ενεργός ισχύς που ορίζεται ως $V * I * \cos(\theta)$ η οποία γενικότερα ορίζεται ως:

$$P = \frac{1}{T_o} * \int_{-\frac{T_o}{2}}^{\frac{T_o}{2}} p(t) dt \quad (2.7)$$

και ρέει από την πηγή προς το φορτίο

Q είναι η άεργη ισχύς που ορίζεται ως $V \cdot I \cdot \sin(\theta)$ και ταλαντεύεται μεταξύ της πηγής, πηνίων και πυκνωτών που είναι εγκαταστημένοι στο δίκτυο

θ είναι η φασική διαφορά μεταξύ της τάσης και του ρεύματος

Επιπλέον ισχύει ο τύπος $S = V_{rms} \cdot I_{rms}$ (2.8)

2.3 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΤΗΝ ΤΑΣΗ ΚΑΙ ΣΤΟ ΡΕΥΜΑ²

Αρκετές προσπάθειες έχουν γίνει ώστε να βρεθούν ακριβείς ορισμοί όλων των συνιστωσών της ισχύος για ένα σύστημα σε περιβάλλον με αρμονικές συνιστώσες στο ρεύμα ή/και στην τάση. Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που έχουν ανακύψει είναι ο ορισμός της άεργης ισχύος. Όπως όμως φάνηκε μια νέα «ισχύς» προέκυψε και η οποία ονομάζεται ισχύς παραμόρφωσης (distortion power). Αυτό το υποκεφάλαιο έχει σαν σκοπό να δείξει τον τρόπο με τον οποίο οι διάφορες «συνιστώσες» της ισχύος προκύπτουν από τον βασικό ορισμό της στιγμιαίας ισχύος για όλες τις αρμονικές συχνότητες.

2.3.1 «Συνιστώσες Ισχύος» όταν η τάση και το ρεύμα δίνονται στο πεδίο του χρόνου

Η κυματομορφή της τάσης και του ρεύματος σε αυτή την περίπτωση μπορούν να γραφτούν όπως παρακάτω. Δηλαδή ξεχωρίζεται η θεμελιώδης συνιστώσα από τις υπόλοιπες αρμονικές συνιστώσες.

$$v_1 = \sqrt{2}V_1 \sin(\omega t) \quad (2.9)$$

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \theta_1) \quad (2.10)$$

και

$$v_H = \sqrt{2} \sum_{h=1} V_h \sin(h\omega t) \quad (2.11)$$

$$i_H = \sqrt{2} \sum_{h=1} I_h \sin(h\omega t - \theta_h) \quad (2.12)$$

όπου V_1, V_h είναι η rms τιμή της τάσης στην θεμελιώδη συχνότητα και στην h αρμονική
 I_1, I_h είναι η rms τιμή του ρεύματος στην θεμελιώδη συχνότητα και στην h αρμονική
 α_1, α_h είναι η γωνία της τάσης σε σχέση με το μέγεθος αναφοράς στην θεμελιώδη συχνότητα και στην h αρμονική
 β_1, β_h είναι η γωνία του ρεύματος σε σχέση με το μέγεθος αναφοράς στην θεμελιώδη συχνότητα και στην h αρμονική
h αφορά μεγέθη αρμονικών

Η συνολική rms τιμή της τάσης και του ρεύματος είναι :

$$V^2 = V_1^2 + V_H^2 \quad (2.13)$$

και

$$I^2 = I_1^2 + I_H^2 \quad (2.14)$$

² Όπως είναι ορισμένα σε πρότυπα του IEEE [53]

όπου V_H και I_H είναι η συνολική συνεισφορά στην rms τιμή των αρμονικών.

Για υπολογιστικούς λόγους και χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι η τάση και το ρεύμα έχουν συγκεκριμένες αρμονικές συνιστώσες άρα:

Η κυματομορφή της τάσης για M αρμονικές στην τάση είναι :

$$v(t) = \sum_{m=1}^M \sqrt{2} * V_m \sin(m\omega t) \quad (2.15)$$

όπου V_m είναι η rms τιμή της τάσης
 ω είναι η γωνιακή συχνότητα και
 m είναι η τάξη της αρμονικής

Ομοίως, η κυματομορφή του ρεύματος για N αρμονικές στο ρεύμα είναι :

$$i(t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2} * I_n \sin(n\omega t - \theta_n) \quad (2.16)$$

όπου I_n είναι η rms τιμή του ρεύματος
 ω είναι η γωνιακή συχνότητα και
 n είναι η τάξη της αρμονικής

Η στιγμιαία ισχύς όπως φαίνεται και στην εξίσωση (2.5) είναι :

$$p(t) = v(t) * i(t) \quad (2.17)$$

Από την (2.17) προκύπτει:

$$p(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} 2 * V_m * I_n * \sin(m\omega t) * \sin(n\omega t - \theta_n) \quad (2.18)$$

Η εξίσωση (2.18) μπορεί γραφεί και διαφορετικά :

$$p(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m * I_n * (\cos((m-n)\omega t + \theta_n) - \cos((m+n)\omega t - \theta_n)) \quad (2.19)$$

Από την (2.19) προκύπτει :

$$p(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m I_m (\cos(\theta_m) - \cos(2m\omega t - \theta_m)) + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m * I_n * (\cos((m-n)\omega t + \theta_n) - \cos((m+n)\omega t - \theta_n)) \quad (2.20)$$

Έτσι η τελική έκφραση για την στιγμιαία ισχύ μπορεί να γραφτεί ως :

$$p(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m I_m \cos(\theta_m) (1 - \cos(2m\omega t)) - \sum_{m=1}^{\infty} V_m I_m \sin(\theta_m) \sin(2m\omega t) + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} 2 * V_m * I_n * \sin(m\omega t) * \sin(n\omega t - \theta_n) \quad (2.21)$$

Η εξίσωση (2.21) δείχνει ότι η στιγμιαία ισχύς μπορεί να διαχωριστεί σε 4 «συνιστώσες». Από αυτές η μία είναι η μέση τιμή. Οι άλλες δύο «συνιστώσες» μεταβάλλονται με την διπλάσια συχνότητα και είναι ορθογώνιες μεταξύ τους. Αυτές οι δύο «συνιστώσες» ονομάζονται μεταβαλλόμενη πραγματική ισχύς και μεταβαλλόμενη άεργη ισχύς αντίστοιχα. Η τελευταία

συνιστώσα είναι η ισχύς παραμόρφωσης. Η μεταβαλλόμενη πραγματική ισχύς είναι μια συνημιτονοειδής συνάρτηση η οποία προκύπτει από τον συνδυασμό των αρμονικών της τάσης και του ρεύματος πάνω στις αρμονικές της τάσης. Ομοίως, η μεταβαλλόμενη άεργος ισχύς είναι μια ημιτονοειδής συνάρτηση η οποία προκύπτει από τον συνδυασμό των αρμονικών της τάσης και των καθέτων ως προς αυτές (αρμονικές τάσης) προβολών των αρμονικών του ρεύματος. Ενώ, η ισχύς παραμόρφωσης περιέχει ημιτονοειδείς και συνημιτονοειδείς όρους οι οποίοι προκύπτουν από τον συνδυασμό διαφορετικών αρμονικών της τάσης και του ρεύματος.

Η κάθε μία από τις παραπάνω αναφερόμενες «συνιστώσες» της ισχύος είναι:

$$P_{dc} = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \cos(\theta_h) \quad (2.22)$$

όπου h είναι η τάξη της αρμονικής
 V_h είναι η rms τιμή της τάσης
 θ_h είναι η φασική διαφορά μεταξύ τάσης και ρεύματος και
 I_h είναι η rms τιμή του ρεύματος

Η μεταβαλλόμενη πραγματική ισχύς είναι :

$$p(t) = \sum_{h=1}^{\infty} -V_h I_h \cos(\theta_h) (\cos(2h\omega t)) \quad (2.23)$$

όπου h είναι η τάξη της αρμονικής
 V_h είναι η rms τιμή της τάσης
 θ_h είναι η φασική διαφορά μεταξύ τάσης και ρεύματος
 ω είναι η γωνιακή συχνότητα και
 I_h είναι η rms τιμή του ρεύματος

Η μεταβαλλόμενη ορθογώνια άεργη ισχύς είναι :

$$q(t) = -\sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \sin(\theta_h) (\sin(2h\omega t)) \quad (2.24)$$

όπου h είναι η τάξη της αρμονικής
 V_h είναι η rms τιμή της τάσης
 θ_h είναι η φασική διαφορά μεταξύ τάσης και ρεύματος
 ω είναι η γωνιακή συχνότητα και
 I_h είναι η rms τιμή του ρεύματος

και η ισχύς παραμόρφωσης είναι :

$$d(t) = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} 2 * V_m * I_n * \sin(m\omega t) * \sin(n\omega t - \theta_n) \quad (2.25)$$

όπου m, n είναι η τάξη της αρμονικής
 V_m και I_n είναι η rms τιμή της τάσης και του ρεύματος
 θ_n είναι η φασική διαφορά μεταξύ τάσης και ρεύματος και
 ω είναι η γωνιακή συχνότητα

Οι εξισώσεις (2.22) –(2.25) ορίζουν τις τέσσερις «συνιστώσες» της ισχύος.

2.3.2 Συνιστώσες Ισχύος σε περιβάλλον με αρμονικές όταν η τάση και το ρεύμα δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier³

Όλα τα παραπάνω ισχύουν στην περίπτωση που οι κυματομορφές της τάσης και του ρεύματος είναι οποιασδήποτε μορφής αλλά δίνονται στο πεδίο του χρόνου. Στην περίπτωση όπου έχω περιοδικές κυματομορφές αλλά δίνονται με την μορφή συντελεστών Fourier στο πεδίο της συχνότητας τότε έχω τις εξής παραστάσεις.

Η τάση:

$$v(t) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} V_m * e^{jm \omega_0 t} \quad (2.26)$$

όπου $V_m = \frac{V_{\max}}{2} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{2}}$ αφού το V_m είναι συντελεστής της μιγαδικής σειράς Fourier και όχι της ημιτονικής
 m είναι η τάξη της αρμονικής

Το ρεύμα:

$$i(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} I_n * e^{jn \omega_0 t} \quad (2.27)$$

όπου $I_n = \frac{I_{\max}}{2} = \frac{I_{rms}}{\sqrt{2}}$ αφού το I_n είναι συντελεστής της μιγαδικής σειράς Fourier και της ημιτονικής και
 n είναι η τάξη της αρμονικής

Η ενεργός ισχύς ορίζεται:

$$p(t) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} V_m * I_n * e^{j(m+n)\omega_0 t} \quad (2.28)$$

Και η μέση τιμή είναι

$$P = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} V_m * I_{-m} \quad (2.29)$$

αφού με βάση τον κανονικό ορισμό του P με χρήση του ολοκληρώματος οι μόνοι μη μηδενικοί παράγοντες είναι για $m = -n$.

Η φαινόμενη ισχύς όπως δίνεται από τον παρακάτω τύπο (2.30) μπορεί να αναπτυχθεί σε τρεις ορθογώνιες συνιστώσες ώστε να έχει πιο χρήσιμη μορφή για μια ενδεχόμενη μελέτη μιας εγκατάστασης για την βελτίωση του συντελεστή ισχύος. Έτσι προκύπτει η εξίσωση :

$$S^2 = S^2 - P^2 + P^2 = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (|V_m|^2 |I_n|^2 - V_m I_{-m} V_n I_{-n}) + P^2 \quad (2.30)$$

αφού

$$P^2 = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} V_m I_{-m} V_n I_{-n} \quad (2.31)$$

Ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους της εξίσωσης για το S γράφεται :

³ Για περαιτέρω ανάλυση βλ. [47]

$$\sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (|V_m|^2 |I_n|^2 - V_m I_{-m} V_n I_{-n}) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (|V_m|^2 |I_m|^2 - V_m I_{-m} V_m I_{-m})$$

$$+ \sum_{\substack{m=-\infty \\ |n| \neq |m|}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (|V_m|^2 |I_n|^2 - V_m I_{-m} V_n I_{-n}) \quad (2.32)$$

Και αντικαθιστώντας στην αρχική εξίσωση του S προκύπτει :

$$S^2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (|V_m|^2 |I_m|^2 - V_m I_{-m} V_m I_{-m})$$

$$+ \sum_{\substack{m=-\infty \\ |n| \neq |m|}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (|V_m|^2 |I_n|^2 - V_m I_{-m} V_n I_{-n}) + P^2 \quad (2.33)$$

Από τον παραπάνω τύπο (2.33) για την φαινόμενη ισχύ που είναι χρήσιμος μπορούν εύκολα τώρα να εξαχθούν οι τρεις διαφορετικές συνιστώσες ισχύος : η ενεργός ισχύς, η άεργος ισχύς και η ισχύς παραμόρφωσης.

Ο όρος

$$Q_H^2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (|V_m|^2 |I_m|^2 - V_m I_{-m} V_m I_{-m}) \quad (2.34)$$

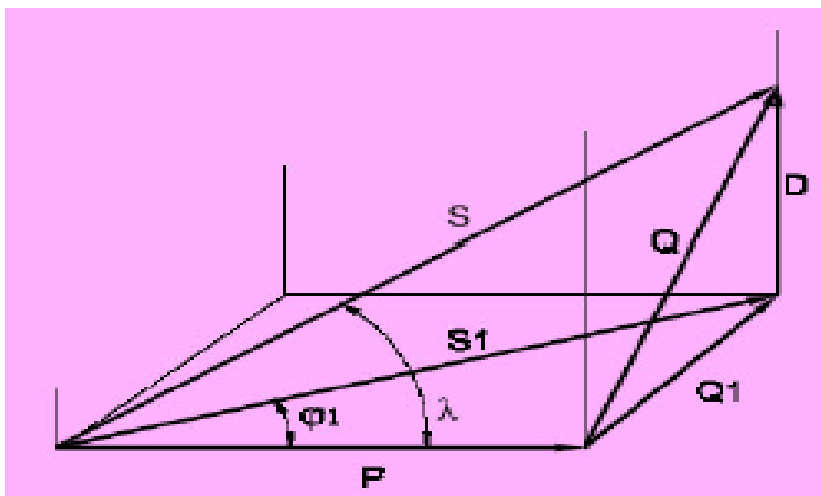
είναι η ολική άεργος ισχύς.

Ο όρος

$$D_H^2 = \sum_{\substack{m=-\infty \\ |n| \neq |m|}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (|V_m|^2 |I_n|^2 - V_m I_{-m} V_n I_{-n}) \quad (2.35)$$

είναι η ολική ισχύς παραμόρφωσης η οποία όπως φαίνεται και από τον τύπο δίνεται από τον πολλαπλασιασμό των αρμονικών τάσης και ρεύματος διαφορετικών συχνοτήτων.

Έτσι προκύπτει η γενική και γνωστή μορφή για το $S^2 = P^2 + Q_H^2 + D_H^2$. (2.36)



Σχήμα 2. 1: Το τρίγωνο ισχύος στον χώρο.

2.4 ΜΕΤΡΗΣΗ RMS ΤΙΜΩΝ ΓΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ

2.4.1 RMS Τιμές όταν τα σήματα τάσης και ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου

Με δεδομένο ότι η RMS τιμή ενός μεγέθους δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$F_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt = \frac{1}{2} \sum_{h=1} F_{h_{RMS}}^2 = \sum_{h=1} F_{h_{RMS}}^2 \quad (2.37)$$

όπου $F_{h_{rms}}$ είναι η rms τιμή της h αρμονικής του μεγέθους F.

Τότε για την τάση ισχύει :

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_{h_{RMS}}^2} \quad (2.38)$$

όπου $V_{h_{rms}}$ είναι η rms τιμή της h αρμονικής της τάσης.

Και για το ρεύμα :

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_{h_{RMS}}^2} \quad (2.39)$$

όπου $I_{h_{rms}}$ είναι η rms τιμή της h αρμονικής του ρεύματος

2.4.2 RMS Τιμές όταν τα σήματα τάσης και ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier

Σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό της τάσης (2.26), το $v^2(t)$ είναι :

$$v^2(t) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{m'=-\infty}^{m'=\infty} V_m V_{m'} e^{j(m+m')\omega_0 t} \quad (2.40)$$

Επειδή το ολοκλήρωμα του παραπάνω τετραγώνου είναι διάφορο του μηδενός μόνο όταν $m = -m'$, η RMS τιμή της τάσης δίνεται από τον τύπο :

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_{m=-\infty}^{m=\infty} V_m V_{-m}} = \sqrt{\sum_{m=-\infty}^{m=\infty} |V_m|^2} \quad (2.41)$$

όπου $V_m = \frac{V_{max}}{2} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{2}}$ αφού το V_m είναι συντελεστής της μιγαδικής σειράς Fourier και όχι της ημιτονικής

Με όμοιο ακριβώς τρόπο βρίσκεται και ο τύπος της RMS τιμής για το ρεύμα :

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} |I_n|^2} \quad (2.42)$$

όπου $I_n = \frac{I_{max}}{2} = \frac{I_{rms}}{\sqrt{2}}$ αφού το I_n είναι συντελεστής της μιγαδικής σειράς Fourier και όχι της ημιτονικής

2.5 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ ΦΑΙΝΟΜΕΝΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

2.5.1 Η Φαινόμενη Ισχύς όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου

Η φαινόμενη ισχύει είναι :

$$\begin{aligned}
 S &= V_{rms} I_{rms} = \\
 &= \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_{h,rms}^2 I_{h,rms}^2} \\
 &= V_{1,rms} I_{1,rms} \sqrt{1 + THD_V^2} \sqrt{1 + THD_I^2} \\
 &= S_1 \sqrt{1 + THD_V^2} \sqrt{1 + THD_I^2}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Όπου S_1 είναι η φαινόμενη ισχύς στην θεμελιώδη συχνότητα.

2.5.2 Η Φαινόμενη Ισχύς όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω αποτελέσματα (2.27 , 2.28) και με δεδομένο ότι $S = V_{rms} * I_{rms}$ προκύπτει :

$$S = \sqrt{\sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} |V_m|^2 |I_n|^2} \tag{2.44}$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί πιο αναλυτικά, όπως έχει παρουσιαστεί στην εξίσωση (2.33).

2.6 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (THD) :

2.6.1 Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD) όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δεν είναι περιοδικά.

Σε αυτήν την περίπτωση ο δείκτης THD της τάσης και του ρεύματος ορίζεται :

$$THD_V = \frac{1}{V_1} \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{rms}}{V_{1,rms}}\right)^2 - 1} \tag{2.45}$$

όπου V_h είναι η rms τιμή της h αρμονικής της τάσης,
 V_1 είναι η rms τιμή της θεμελιώδους συχνότητας της τάσης και
 V_{rms} είναι η (ολική) rms τιμή της τάσης

Και

$$THD_I = \frac{1}{I_1} \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2} = \sqrt{\left(\frac{I_{rms}}{I_{1,rms}}\right)^2 - 1} \tag{2.46}$$

όπου I_h είναι η rms τιμή της h αρμονικής του ρεύματος ,

I_1 είναι η rms τιμή της θεμελιώδους συχνότητας του ρεύματος και
 I_{rms} είναι η (ολική) rms τιμή του ρεύματος

2.6.2 Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD) όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται μορφή συντελεστών Fourier

Ο δείκτης THD για την τάση και το ρεύμα ορίζεται ως :

$$THD_V = \sqrt{\frac{\sum_{m=2}^{\infty} |V_m|^2}{|V_1|^2}} * 100\% \quad (2.47)$$

$$THD_I = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} |I_n|^2}{|I_1|^2}} * 100\% \quad (2.48)$$

όπου V_m είναι η rms τιμή της m αρμονικής της τάσης,
 V_1 είναι η rms τιμή της θεμελιώδους συχνότητας της τάσης,
 I_n είναι η rms τιμή της n αρμονικής του ρεύματος και
 I_1 είναι η rms τιμή της θεμελιώδους συχνότητας του ρεύματος

2.7 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΣΧΥΟΣ

2.7.1 Συντελεστής Ισχύος όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται στο πεδίο του χρόνου

Ο συντελεστής ισχύος είναι ο λόγος της πραγματικής ενεργού ισχύος προς την φαινόμενη ισχύ :

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{P}{S_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+THD_V^2} \sqrt{1+THD_I^2}} = pf_{disp} \cdot pf_{dist} \quad (2.49)$$

Με

$$pf_{disp} = \frac{P}{S_1} \quad (2.50)$$

$$pf_{dist} = \frac{1}{\sqrt{1+THD_V^2} \sqrt{1+THD_I^2}} = \frac{V_{1,rms}}{V_{rms}} \cdot \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}} = \frac{S_1}{S} \quad (2.51)$$

Όπου pf_{disp} είναι ο το μέρος του συντελεστή ισχύος που είναι ο συντελεστής μετατόπισης (displacement power factor).

pf_{dist} είναι ο το μέρος του συντελεστή ισχύος που είναι ο συντελεστής παραμόρφωσης (distortion power factor)

P είναι η ενεργός ισχύς

S_1 , $V_{1,rms}$, $I_{1,rms}$ είναι η φαινόμενη ισχύς, η rms τιμή της τάσης και η rms τιμή του ρεύματος στην θεμελιώδη συχνότητα

THD_V , THD_I είναι ο ολική αρμονική παραμόρφωση της τάσης και του ρεύματος όπως έχουν οριστεί στις (2.45), (2.46) και

S είναι η ολική φαινόμενη ισχύς

2.7.2 Συντελεστής Ισχύος όταν τα σήματα της τάσης και του ρεύματος δίνονται με μορφή συντελεστών Fourier

Ο γενικός τύπος για τον συντελεστή ισχύος είναι :

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n I_{-n}}{\sqrt{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |V_m|^2 |I_n|^2}} \quad (2.52)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο συντελεστής ισχύος δεν είναι τίποτα άλλο την ανισότητα Cauchy-Schwartz για μιγαδικά διανύσματα.

2.8 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ P,Q,D,S ΣΤΟ MATLAB ΓΙΑ ΣΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΜΟΡΦΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ FOURIER⁴

Όλοι οι παραπάνω τύποι μπορούν να γίνουν πρόγραμμα στο MatLab ώστε όταν στο πρόγραμμα παρέχονται οι συντελεστές Fourier της τάσης και του ρεύματος να μας δίνει όλα τα παραπάνω μεγέθη.

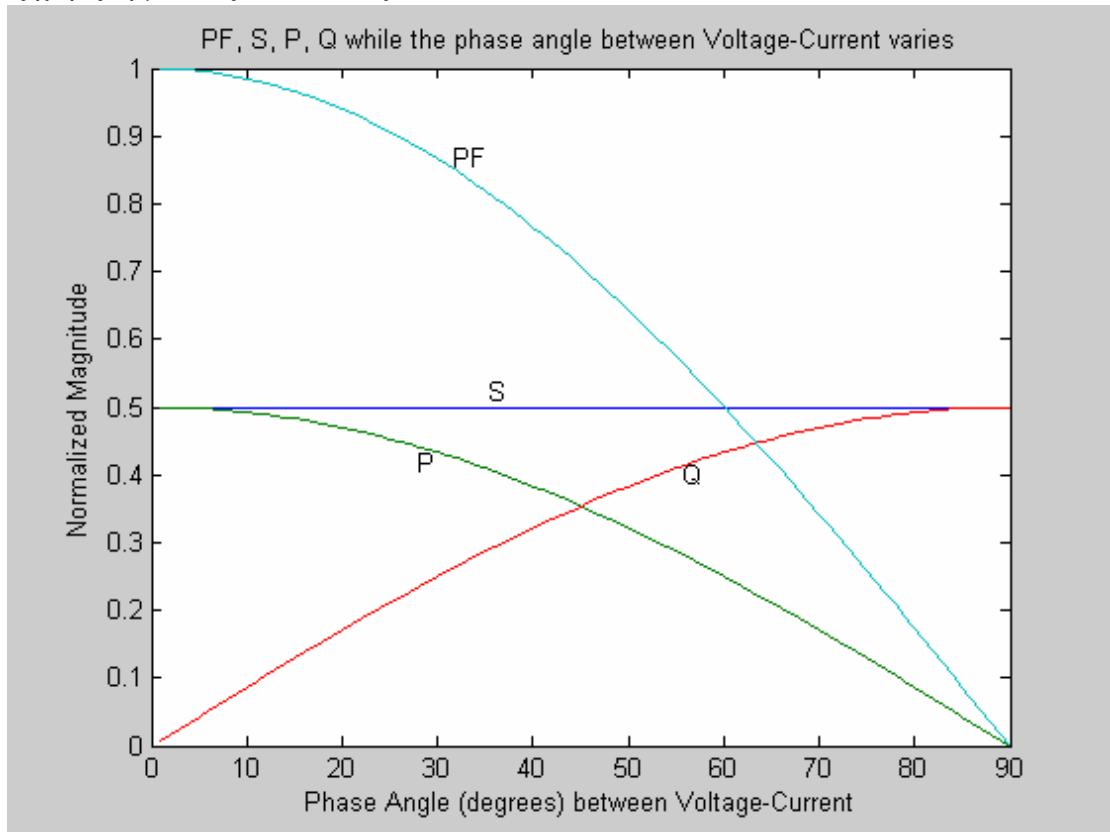
```
function [S,P,Q,D,Vrms,Irms,PF,VTHD,ITHD] = spqd(V,I,h)
%V :vector V = [-h ... -1 0 1 ... h]
%I :vector I = [-h ... -1 0 1 ... h]
%h :number of harmonics
Vrms = sqrt ( sum ( abs(V).^2));
Irms = sqrt ( sum ( abs(I).^2));
S = Vrms * Irms;
P = sum (V.*conj(I));
Q = sqrt ( sum ( abs(V).^2.*abs(I).^2 - V.*conj(I).*V.*conj(I)));
D = sqrt (S^2 - P^2 - Q^2);
PF = P/S;
VTHD = sqrt ( sum ( abs(V(h+3:2*h+1)).^2) / abs(V(h+2).^2))*100;
ITHD = sqrt ( sum ( abs(I(h+3:2*h+1)).^2) / abs(I(h+2).^2))*100;
```

Στο παρακάτω σχεδιάγραμμα παρουσιάζεται η μεταβολή των μεγεθών που δείχνονται σε σχέση με την φασική γωνία μεταξύ της τάσης και του ρεύματος.

⁴ Το πρόγραμμα δίνεται με μορφή συνάρτησης (με ορίσματα) στο πρόγραμμα MatLab

2.9 ΣΧΕΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΕΓΕΘΩΝ P,Q,S ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Στο παρακάτω σχεδιάγραμμα (Σχήμα 2. 2) φαίνεται η μεταβολή της ενεργού και αέργου ισχύος όταν ο συντελεστής ισχύος μειώνεται και η φαινόμενη ισχύς παραμένει σταθερή σε συνθήκες χωρίς αρμονικές συνιστώσες.



Σχήμα 2. 2 : Σχήμα στο οποίο φαίνονται η μεταβολή του συντελεστή ισχύος σε σχέση με την μεταβολή της ενεργού, αέργου και της φαινόμενης ισχύος ($D = 0$ αφού δεν υπάρχουν αρμονικές)

3

ΠΗΓΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	11
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	46
3.2 ΓΕΝΙΚΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΗΓΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ.....	47
3.3 ΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ ΩΣ ΠΗΓΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ.....	47
3.3.1 Οι μετασχηματιστές παράγουν αρμονικές λόγω του σχήματος της καμπύλης μαγνήτισης.....	47
3.3.2 Αρμονικές Συνιστώσες στον Μ/Σ λόγω υπερφόρτωσής τους.....	49
3.4 ΟΙ ΜΗΧΑΝΕΣ ΠΑΡΑΓΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.....	50
3.4.1 Παραγωγή αρμονικών συνιστωσών λόγω κατανομής των πηνίων και των mmf.....	50
3.4.2 Συνολική mmf λόγω των τριών φάσεων όταν υπάρχουν αρμονικές συνιστώσες.....	52
3.4.3 Επίδραση αρμονικών mmf στην τάση.....	53
3.4.4 Αρμονικές που παράγονται από τις μηχανές Επαγωγής.....	54
3.5 ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΥΨΙΚΑΜΙΝΟΥΣ.....	55
3.6 ΟΙ STATIC VAR COMPENSATORS ΠΑΡΑΓΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.....	55
3.7 ΟΙ ΚΥΚΛΟΜΕΤΑΤΡΟΠΕΙΣ ΩΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ.....	56
3.8 ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΑΝΟΡΘΩΣΕΙΣ ΚΟΙΝΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ.....	56
3.8.1 Επίδραση της αυτεπαγωγής L_c	57
3.8.2 Επίδραση της μηδενικής αυτεπαγωγής L_d στις αρμονικές συνιστώσες.....	59
3.8.3 Παράδειγμα 3.1.....	61
3.8.4 Επίδραση της μηδενικής αυτεπαγωγής L_d στο περιεχόμενο τάσης και ρεύματος σε αρμονικές συνιστώσες – Ειδική Περίπτωση $\alpha = 0$. (Περίπτωση Διόδου).....	63

3.8.5	Μελέτη των αρμονικών στην περίπτωση μεγάλης αυτεπαγωγής L_d (ρεύμα φορτίου συνεχές, χωρίς να μηδενίζεται ούτε και στιγμιαίως (no zero crossing) με $\alpha=60^\circ$)	64
3.8.6	Παράδειγμα 3.2.....	66
3.9	ΤΡΙΦΑΣΙΚΗ ΑΝΟΡΘΩΣΗ ΚΟΙΝΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ	68
3.10	ΕΞΑΠΑΛΜΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΑΝΟΡΘΩΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ.....	70
3.10.1	Δωδεκαπαλμικοί Μετατροπείς.....	71
3.10.2	P-Παλμικές ελεγχόμενες ανορθωτικές διατάξεις	72

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Πριν την εμφάνιση των ηλεκτρονικών ισχύος, η κύρια πηγή αρμονικών ήταν οι υψικάμινι, η σωρευμένη δράση των λαμπτήρων φθορισμού και σε μικρότερο βαθμό οι ηλεκτρικές μηχανές και οι μετασχηματιστές.

Η αυξημένη χρήση των ηλεκτρονικών ισχύος για τον έλεγχο των ηλεκτρικών μηχανών και συστημάτων έχει γίνει σήμερα ο κύριος λόγος για το αυξημένο ενδιαφέρον σχετικά με την παραμόρφωση της κυματομορφής της τάσης. Ένας μετατροπέας ηλεκτρικού ρεύματος μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι μια διάταξη από ηλεκτρονικά ισχύος που παρέχουν έναν εύκολο τρόπο διασύνδεσης της εισόδου με την έξοδο. Μέσω αυτών των ηλεκτρονικών ισχύος γίνεται δυνατή η μεταφορά ισχύος ανάμεσα στην είσοδο και στην έξοδο σε ίδιες ή διαφορετικές συχνότητες με απόλυτα ελεγχόμενο τρόπο.

Η κύρια συνδρομή των ηλεκτρονικών ισχύος είναι ο μονοφασικός ανορθωτής, ο οποίος χρησιμοποιείται σε πολλές συσκευές γραφείου και οικιακής χρήσης. Αν και ο κάθε ένας από αυτούς είναι πολύ μικρής ισχύος για να προκαλέσει προβλήματα στο δίκτυο, η συνδυασμένη χρήση τους όμως προκαλεί πολλά προβλήματα παραμόρφωσης της κυματομορφής του ρεύματος και της τάσης.

Οι τριφασικοί μετατροπείς ισχύος εξαιτίας της μεγάλης ονομαστικής ισχύος τους προκαλούν πολλά προβλήματα παραμόρφωσης των κυματομορφών του ρεύματος και της τάσης μέσω των αρμονικών που παράγουν και συναντώνται κυρίως σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις.

Οι αρμονικές συνιστώσες σε ένα βιομηχανικό περιβάλλον είναι γνωστές από την αρχική εισαγωγή του εναλλασσόμενου ρεύματος για την μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας. Σήμερα όμως έχει μεγιστοποιηθεί η επίδρασή τους εξαιτίας της ευρείας χρήσης μη-γραμμικών φορτίων (H/Y, ηλεκτρονικά ισχύος κτλ.). Μια μη-γραμμική συσκευή παράγει μη-γραμμικό ρεύμα όταν τροφοδοτείται από ημιτονοειδή τάση και αντιστρόφως.

Υπάρχουν πολλές πηγές που συμβάλλουν στην αρμονική παραμόρφωση στα συστήματα διανομής. Ο κορεσμός των μετασχηματιστών οδηγεί σε ένα μη ημιτονοειδές ρεύμα μαγνήτισης. Οι μηχανές προκαλούν αρμονικές λόγω της μεταβαλλόμενης μαγνητικής αντίστασης που υπάρχει στο διάκενο η οποία προκαλείται από τις αυλακώσεις στο στάτη και το δρομέα αλλά και από τους έκτυπους πόλους. Οι κάμινι τα λεγόμενα arc-furnances που δουλεύουν με την χρήση τόξου και ο εξοπλισμός συγκόλλησης τόξων (arc welding equipment) παράγουν αρμονικές λόγω τις μη γραμμικής χαρακτηριστικής τάσης-ρεύματος του τόξου. Επιπλέον ο εξοπλισμός ηλεκτρονικού ελέγχου και μετατροπής ισχύος παράγει αρμονικές εξαιτίας των ημιαγωγικών στοιχείων που περιέχει.

Εν περιλήψη, οι κυματομορφές της τάσης και του ρεύματος σε ένα σύστημα διανομής είναι πλούσιες σε υψηλής συχνότητας θόρυβο και αρμονικές. Είναι λογικό να αναμένεται ότι το επίπεδο αυτών των αρμονικών θα αυξηθεί στο μέλλον λόγω τις αυξανόμενης χρήσης των ηλεκτρονικών ισχύος και γενικότερα μη-γραμμικών φορτίων. Το φάσμα της συχνότητας αυτών των κυματομορφών έδειξε ότι η πέμπτη αρμονική είναι η κυρίαρχη.

Σε αυτό το κεφαλαίο θα αναπτυχθούν και θα μελετηθούν οι αιτίες των αρμονικών συνιστωσών τάσης και ρεύματος.

3.2 ΓΕΝΙΚΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΗΓΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

Ως πηγές αρμονικών, οι μη-γραμμικές συσκευές μπορούν να κατηγοριοποιηθούν στις ακόλουθες κατηγορίες :

«Παραδοσιακοί τύποι συσκευών που παράγουν αρμονικές.

- Μετασχηματιστές
- Μηχανές
- Υψικάμιννοι

«Μοντέρνοι» τύποι συσκευών που παράγουν αρμονικές.

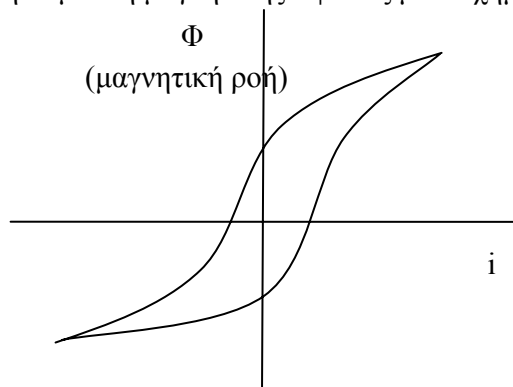
- Λάμπες Φθορισμού
- Ηλεκτρονικός Έλεγχος και συστήματα UPS που χρησιμοποιούνται ευρέως.
- Συσκευές Ελέγχου βασισμένες σε Thyristor και γενικότερα σε ημιαγωγικά στοιχεία.
- Ανορθωτές
- Αντιστροφείς
- SVC (Static VAR Compensators)
- Κυκλομετατροπείς
- Μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας σε υψηλή τάση με χρήση DC.

3.3 ΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ ΩΣ ΠΗΓΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

Οι μετασχηματιστές ισχύος είναι πηγές αρμονικών καθώς «χρησιμοποιούν» μαγνητικά υλικά τα οποία λειτουργούν κοντά ή/και μέσα στην περιοχή κορεσμού, που είναι μη-γραμμική.

3.3.1 Οι μετασχηματιστές παράγουν αρμονικές λόγω του σχήματος της καμπύλης μαγνήτισης⁵

Η χαρακτηριστική καμπύλη μαγνήτισης i - ϕ ενός μετασχηματιστή είναι :



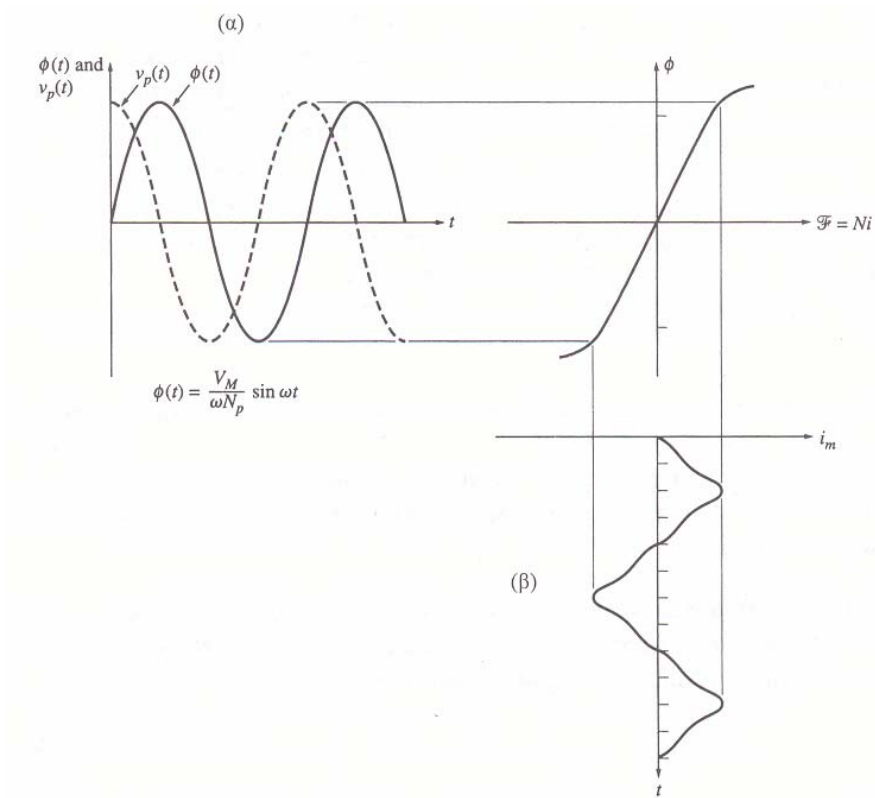
Σχήμα 3. 1: Τυπική χαρακτηριστική καμπύλη μαγνήτισης i - ϕ ενός Μ/Σ

Όπως παρατηρείται και από την παραπάνω χαρακτηριστική (Σχήμα 3. 1) ακόμα και αν η τάση είναι ημιτονοειδής (κάτι που συνεπάγεται ότι η μαγνητική ροή ϕ θα είναι συνιμητονοειδής ($v = \frac{d\phi}{dt}$)), το ρεύμα μαγνήτισης προκύπτει ότι είναι μη-γραμμικό με έντονη την τρίτη αρμονική. Σε έναν όμως 3-Φ μετασχηματιστή που είναι συνδεδεμένος κατά τρίγωνο ή είναι αγείωτος

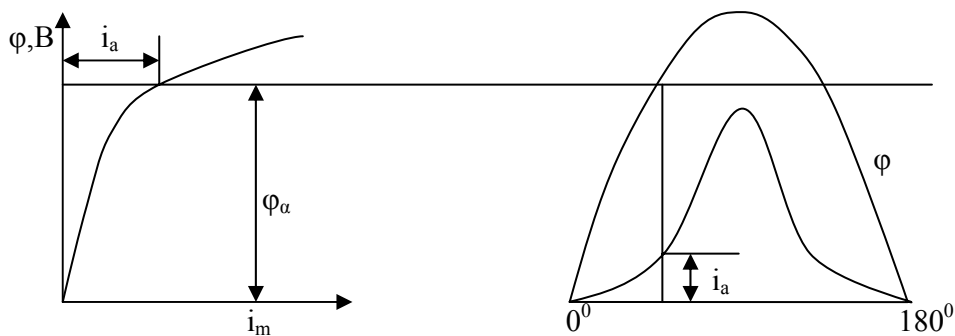
⁵ Περαιτέρω ανάλυση υπάρχει στο [8],[9],[51]

αστέρας τότε δεν υπάρχει ροή τρίτης αρμονικής αφού δεν υπάρχει κύκλωμα μηδενικής ακολουθίας για να ρεύσει το ρεύμα τρίτης (3ης) αρμονικής, οπότε σε αυτή την περίπτωση το ρεύμα παραμένει ημιτονοειδές ενώ η μη-γραμμικότητα μεταφέρεται στην τάση και συνεπακόλουθα στην μαγνητική ροή.

Σε έναν ιδανικό πυρήνα μετασχηματιστή χωρίς απώλειες υστέρησης η ροή ϕ και το ρεύμα μαγνήτισης που παράγει την ροή σχετίζονται μεταξύ τους με την καμπύλη μαγνήτισης του υλικού του πυρήνα. Με δεδομένο ότι η τάση θα είναι ημιτονοειδής θα πρέπει και η ροή να είναι ημιτονοειδής αφού $v = -\frac{d\phi}{dt}$ (το $-$ προκύπτει από τον κανόνα του Lenz) (για να δίνει και αυτή μια ημιτονοειδή αντί -ΗΕΔ), το ρεύμα μαγνήτισης σχεδιάζεται σε σχέση με τον χρόνο για κάθε τιμή της ϕ όπως φαίνεται και από τα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 3. 2 και Σχήμα 3. 3) :



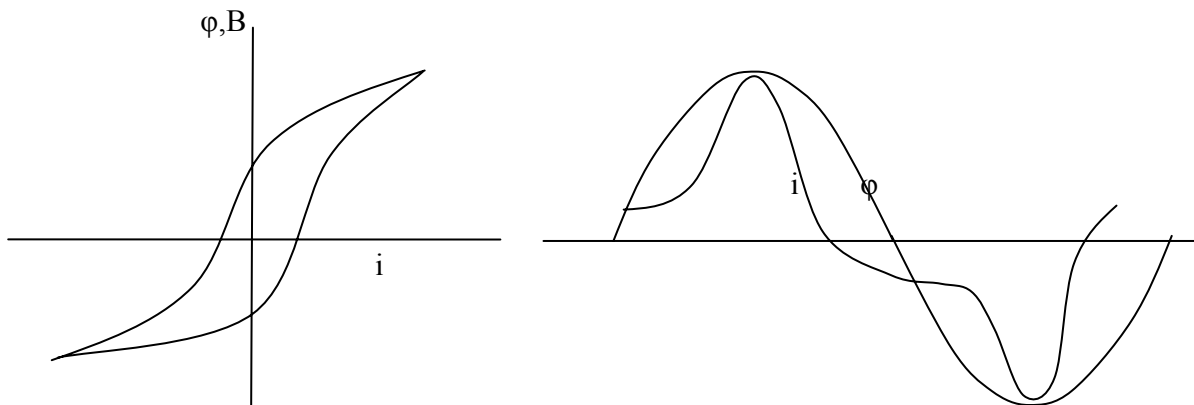
Σχήμα 3. 2 : Το ρεύμα μαγνήτισης με βάση την ροή ϕ και την χαρακτηριστική καμπύλη μαγνήτισης αγνοώντας την υστέρηση



Σχήμα 3. 3: Μια άλλη αναπαράσταση του σχήματος 3.2 [3]

Η κυματομορφή όπως φαίνεται (Σχήμα 3. 2 και Σχήμα 3. 3) δεν είναι καθόλου ημιτονοειδής. Επειδή όμως στο πλήρες φορτίο του μετασχηματιστή το ρεύμα μαγνήτισης είναι μόλις το 1%-2% του ονομαστικού ρεύματος (όπως αναφέρεται στο [3]) , δεν είναι έντονο το φαινόμενο. Πρέπει να σημειωθεί ότι το ρεύμα μαγνήτισης προκύπτει ύστερα από αντιστοίχιση τιμή προς τιμή της μαγνητικής ροής ϕ και της καμπύλης μαγνήτισης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. 3.

Όταν όμως λαμβάνεται υπόψη η υστέρηση τότε προκύπτει το παρακάτω σχήμα (Σχήμα 3. 4):



Σχήμα 3. 4 : Το ρεύμα μαγνήτισης με βάση την ροή ϕ και την χαρακτηριστική καμπύλη μαγνήτισης αγνοώντας την υστέρηση.[51]

Όπως παρατηρείται στο Σχήμα 3. 4 η μη-ημιτονοειδής κυματομορφή του ρεύματος μαγνήτισης δεν είναι συμμετρική όπως ήταν στην παραπάνω περίπτωση (περίπτωση χωρίς υστέρηση). Σε αυτή την περίπτωση πάλι το ρεύμα προκύπτει αντιστοιχώντας για κάθε τιμή της ημιτονοειδούς ροής μέσω της καμπύλης μαγνήτισης την αντίστοιχη τιμή του ρεύματος.

Όπως μπορεί εύκολα να προκύψει από μια ανάλυση Fourier της κυματομορφής του ρεύματος και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις η κυρίαρχη αρμονική πέρα από την θεμελιώδη είναι η τρίτη. Έτσι αν θέλουμε η τάση να παραμείνει ημιτονοειδής (η κυματομορφή της τάσης είναι της ίδιας μορφής με την κυματομορφή της ροής με διαφορά μόνο 90^0 και προηγείται η τάση) θα πρέπει η όλη επίδραση της μη-γραμμικότητας της καμπύλης μαγνήτισης να παραμείνει στην κυματομορφή του ρεύματος, δηλαδή το ρεύμα θα πρέπει να έχει τις τρίτες αρμονικές. Άρα θα πρέπει αυτές οι τρίτες αρμονικές να έχουν διαδρομή ροής οπότε αυτό επιτυγχάνεται μέσω της σύνδεσης των τυλιγμάτων κατά τρίγωνο ή γειωμένο αστέρα με ή χωρίς σύνθετη αντίσταση. Θα πρέπει ακόμα να αναφερθεί ότι αν δεν υπάρξει διαδρομή για το ρεύμα τρίτης αρμονικής τότε η μη-γραμμικότητα θα «εξαναγκαστεί» να εμφανιστεί στην τάση. Οπότε σε αυτή την περίπτωση το ρεύμα εμφανίζεται να είναι ημιτονοειδές ενώ η τάση εμφανίζεται να έχει τρίτες αρμονικές και γενικά να είναι παραμορφωμένη.

3.3.2 Αρμονικές Συνιστώσες στον Μ/Σ λόγω υπερφόρτωσής τους.

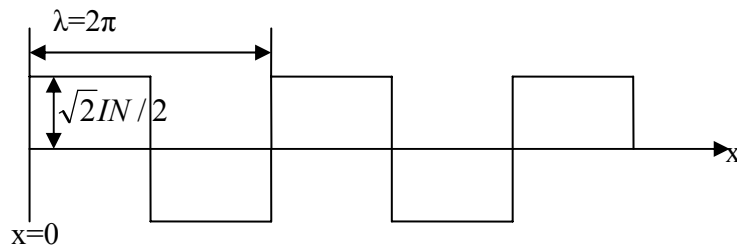
Για λόγους οικονομίας οι μετασχηματιστές σχεδιάζονται ώστε να χρησιμοποιούν στο έπακρον τις μαγνητικές ιδιότητες του υλικού του πυρήνα. Αυτό σημαίνει ότι ένας τυπικός μετασχηματιστής με υλικό πυρήνα από χάλυβα θα πρέπει να αναμένεται να δουλέψει με μέγιστη

πυκνότητα μαγνητικής ροής στην μόνιμη κατάσταση της τάξης 1,6-1,7 T [3]. Αν ένας μετασχηματιστής που «δουλεύει» σε αυτή την μέγιστη τιμή της πυκνότητας μαγνητικής ροής υποστεί μια αύξηση της τάσης κατά 30%, τότε στο υλικό του πυρήνα η πυκνότητα της μαγνητικής ροής μπορεί να ανέλθει σε επίπεδα 1,9-2,0 T , κάτι που θα «βάλει» τον μετασχηματιστή αρκετά στον κορεσμό, δημιουργώντας περαιτέρω προβλήματα όσον αφορά την παραμόρφωση της τάσης και του ρεύματος

3.4 ΟΙ ΜΗΧΑΝΕΣ ΠΑΡΑΓΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ

3.4.1 Παραγωγή αρμονικών συνιστωσών λόγω κατανομής των πηνίων και των mmf.

Σύμφωνα με τον Arrillaga[3] στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 3. 5) φαίνεται η κατανομή της mmf για μια φάση σε μια απλοποιημένη μηχανή με μια σχισμή ανά πόλο και φάση και με την υπόθεση ότι το διάκενο αέρος είναι σταθερό, αγνοώντας τον κορεσμό του σιδήρου.



Σχήμα 3. 5 : Κατανομή της mmf και της ροής για μια φάση σε μια απλοποιημένη μηχανή με μια σχισμή ανά πόλο και φάση [3]

όπου το I είναι το rms ρεύμα $I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$ ενός αγωγού του στάτη. (3. 1)

Με όλες τις παραπάνω απλοποιητικές παραδοχές η mmf στο διάκενο είναι ομοιόμορφη και έχει μέγιστη τιμή:

$$mmf_{\max} = \frac{\sqrt{2}IN}{2} \quad (3. 2)$$

όπου I είναι η rms τιμή του ρεύματος ενός αγωγού του στάτη και N είναι ο αριθμός των αγωγών ανά σχισμή.

Η αναπαράσταση στο πεδίο της συχνότητας της κατανομής της mmf στο διάκενο που φαίνεται στο πεδίο του χρόνου στο Σχήμα 3. 5 είναι :

$$F(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} \left\{ \sin \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{1}{3} \sin \left(3 \frac{2\pi x}{\lambda} \right) + \frac{1}{5} \sin \left(5 \frac{2\pi x}{\lambda} \right) + \dots \right\} \quad (3. 3)$$

όπου I και N είναι όπως στην εξίσωση (3.2) και

λ είναι το μήκος κύματος της συνολικής κυματομορφής.

Έτσι όπως παρατηρείται από την παραπάνω ανάπτυξη (εξίσωση (3.3)) στο πεδίο της συχνότητας, η κατανομή της mmf αποτελείται από την θεμελιώδη και άλλες αρμονικές συχνότητες όπως αναμενόταν. Ακόμα από την ανάπτυξη (εξίσωση (3.3)) προκύπτει ότι η h-οστη

αρμονική είναι $\frac{1}{h}$ φορές το μέγεθος της θεμελιώδους συχνότητας. Γενικά για εναλλασσόμενο ρεύμα με $\omega=2\pi f$ ισχύει :

$$F(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} \sin \omega t \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin\left(n \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad \text{για } h \text{ περιττό} \quad (3.4)$$

όπου λ είναι το μήκος κύματος

I είναι η rms τιμή του ρεύματος ενός αγωγού του στάτη και

h είναι η τάξη της αρμονικής συνιστώσας.

Στην πραγματικότητα τα τυλίγματα είναι κατανομημένα κατά μήκος της επιφάνειας του ρότορα με g σχισμές ανά πόλο και ανά φάση και οι mmf's των g πηνίων είναι μετατοπισμένες η μία από την άλλη στο χώρο.

Για μια m -φασική μηχανή, ο αριθμός των σχισμών ανά πόλο είναι:

$$Q = mg \quad (3.5)$$

όπου m είναι ο αριθμός των φάσεων και

g είναι ο αριθμός των σχισμών ανά πόλο.

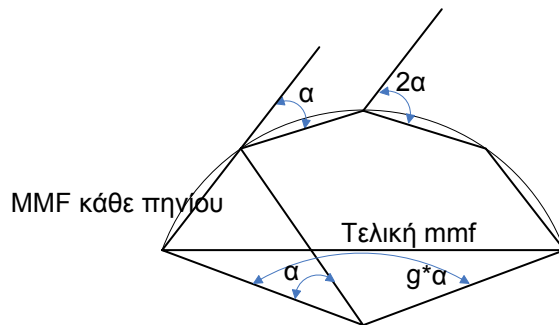
και η ηλεκτρική γωνία μεταξύ των σχισμών είναι:

$$\alpha = \pi/Q \quad (3.6)$$

Ο παράγων κατανομής (distribution factor) είναι :

$$k_d = \frac{\text{Τελική συνολική mmf}}{\text{Άθροισμα των mmf του κάθε πηνίου}} \quad (3.7)^6$$

Από την γεωμετρία του παρακάτω σχήματος (Σχήμα 3. 6) :



Σχήμα 3. 6 : Κατανομή mmf στον χώρο σε μια μηχανή [3]

προκύπτει ότι

$$k_d = \frac{\sin\left(\frac{g^* \alpha}{2}\right)}{g^* \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (3.8)$$

για την θεμελιώδη συχνότητα

Ενώ για την h -οστη συχνότητα προκύπτει :

⁶ Με κατάλληλη χρήση του είναι ιδιωντόν να κατασταλλούν συγκεκριμένες αρμονικές όπως παρουσιάζεται στην υποενότητα 5.9

$$k_{dh} = \frac{\sin\left(\frac{h^* g^* \alpha}{2}\right)}{g^* \sin\left(\frac{h^* \alpha}{2}\right)} \quad (3.9)$$

όπου g είναι ο αριθμός των σχισμών ανά πόλο
 h είναι η τάξη της αρμονικής και
 α είναι η ηλεκτρική γωνία μεταξύ των σχισμών.

Στο παραπάνω σχήμα (Σχήμα 3. 6) έχει αγνοηθεί η απλουστευτική προσέγγιση ότι η μαγνητική αντίσταση του υλικού του δρομέα είναι μηδενική οπότε και η μαγνητική ροή που προκαλεί το κάθε τύλιγμα στο διάκενο δεν είναι κάθετη στην επιφάνεια του δρομέα αλλά ακολουθεί τον κανόνα του δεξιού χεριού που αναφέρει ότι ο αντίχειρας δείχνει την φορά του ρεύματος και τα υπόλοιπα δάχτυλα την φορά της μαγνητικής ροής.

Έτσι ο παραπάνω τύπος για την mmf της μιας φάσης ενός πολυφασικού τυλίγματος είναι

$$F(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} * g^* \sin(\omega t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dh}}{h} \sin\left(h \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad \text{για } h \text{ περιττό} \quad (3.10)$$

όπου I είναι η rms τιμή του ρεύματος ενός αγωγού του στάτη
 N είναι ο αριθμός των αγωγών ανά σχισμή
 g είναι ο αριθμός των σχισμών ανά πόλο
 h είναι η τάξη της αρμονικής
 k_{dh} είναι ο συντελεστής κατανομής για την n αρμονική και
 λ είναι το μήκος κύματος

3.4.2 Συνολική mmf λόγω των τριών φάσεων όταν υπάρχουν αρμονικές συνιστώσες

Τα φασικά τυλίγματα μιας τριφασικής μηχανής είναι μετατοπισμένα στον χώρο κατά γωνία $2\pi/3$ και τα ρεύματα κατά $2\pi/3$ στον χρόνο. Η συνεπαγόμενη mmf είναι

$$F_1(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} * g^* \sin(\omega t) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dh}}{h} \sin\left(h \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \right\} \quad (3.11)$$

$$F_2(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} * g^* \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dh}}{h} \sin\left(h\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \right\} \quad (3.12)$$

$$F_3(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} * g^* \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dh}}{h} \sin\left(h\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \right\} \quad (3.13)$$

Η τελική συνολική mmf είναι $F(x) = F_1(x) + F_2(x) + F_3(x)$ και ο h-οστός όρος είναι :

$$\frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} * \frac{k_{dh}}{h} * g^* \left\{ \sin\left(h \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \sin(\omega t) + \sin\left(h\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(h\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right\} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} * \frac{k_{dh}}{2h} * g \left\{ \cos\left(h \frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right) - \cos\left(h \frac{2\pi x}{\lambda} + \omega t\right) + \right. \\
 &+ \cos\left(h \frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t - (h-1)\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(h \frac{2\pi x}{\lambda} + \omega t - (h+1)\frac{2\pi}{3}\right) + \\
 &\left. + \cos\left(h \frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t - (h-1)\frac{4\pi}{3}\right) - \cos\left(h \frac{2\pi x}{\lambda} + \omega t - (h+1)\frac{4\pi}{3}\right) \right\} \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας το $h = 1, 3, 5, \dots$ κλπ προκύπτει :

$$\begin{aligned}
 F(x) = \frac{3\sqrt{2}IN}{\pi} g \left\{ \left(K_{d1}\right) \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right) + \left(\frac{K_{d5}}{5}\right) \cos\left(5 \frac{2\pi x}{\lambda} + \omega t\right) + \right. \\
 \left. + \left(\frac{K_{d7}}{7}\right) \cos\left(7 \frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right) + \dots \right\} \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

όπου I είναι η rms τιμή του ρεύματος ενός αγωγού του στάτη

N είναι ο αριθμός των αγωγών ανά σχισμή

g είναι ο αριθμός των σχισμών ανά πόλο

k_{dn} είναι ο συντελεστής κατανομής για την n αρμονική και

λ είναι το μήκος κύματος

Έτσι μπορεί ναδειχτεί ότι το θεμελιώδες συχνότητας κύμα «ταξιδεύει» προς την θετική κατεύθυνση, οι αρμονικές πολλαπλασίων του τρία (3,9,15 κλπ) δεν υπάρχουν, οι πέμπτη αρμονική είναι ένα κύμα που «ταξιδεύει» προς την αρνητική κατεύθυνση, η έβδομη αρμονική «ταξιδεύει» προς την θετική κατεύθυνση κ.ο.κ.

3.4.3 Επίδραση αρμονικών mmf στην τάση

Στις υποενότητες (3.4.1 και 3.4.2) παρατέθηκαν οι πιο σημαντικοί τρόποι με τους οποίους παράγονται αρμονικές στην mmf. Σε αυτήν την υποενότητα θαδειχτεί πως αυτές οι αρμονικές στην mmf επηρεάζουν την τάση. Ως γνωστό για να παραχθεί τάση εξ επαγωγής σε έναν αγωγό θα πρέπει αυτός να κινείται σε μαγνητικό πεδίο ή το μαγνητικό πεδίο να είναι μεταβαλλόμενο. Έτσι συμπεραίνεται ότι η κάθε μία αρμονική της mmf παράγει και μια αντίστοιχη αρμονική στην τάση. Όταν το μαγνητικό πεδίο και η κίνηση του αγωγού είναι κάθετα τότε η επαγόμενη τάση είναι:

$$E_h = 4.44 f_h N \phi_h k_{wh} \quad (3.16)$$

όπου E_h είναι η rms τιμή της αναπτυσσόμενης τάσης στην h αρμονική συνιστώσα

f_h είναι η συχνότητα της h αρμονικής ($f_h = hf_0$)

ϕ_h είναι η μαγνητική ροή ανά πόλο και ανά φάση στην h αρμονική $\phi_h = \frac{H_h \phi_1}{h}$

$$H_h \text{ είναι } H_h = \frac{B_h}{B_1}$$

B_h είναι η πυκνότητα μαγνητικής ροής στην h αρμονική

h είναι η τάξη της αρμονικής και

$k_{wh} = k_{ph} k_{dh}$ με

$$k_{ph} = \frac{\sin\left(\frac{\beta h}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} \text{ με } \beta = s\alpha \text{ είναι το πολικό βήμα ενός πηνίου σε ηλεκτρικές}$$

μοίρες

s είναι το πολικό βήμα ενός πηνίου σε αριθμό σχισμών και

h είναι η τάξη της αρμονικής

k_{dh} είναι όπως στην εξίσωση (3.9)

3.4.4 Αρμονικές που παράγονται από τις μηχανές Επαγωγής.

Σύμφωνα με το [3], η ταχύτητα του περιστρεφόμενου πεδίου του στάτη μιας μηχανής επαγωγής είναι η (θεμελιώδης συχνότητα) * (το μήκος κύματος), δηλαδή $f_1\lambda$. Για ολίσθηση s, η ταχύτητα του δρομέα είναι $f_1\lambda(1-s)$ και η συχνότητα των ρευμάτων του δρομέα είναι sf_1 .

Οι αρμονικές που παράγονται από μια μηχανή Επαγωγής είναι το αποτέλεσμα των αρμονικών που υπάρχουν στην κατανομή της mmf και είναι εξαρτώμενες από την ταχύτητα.

Μια αρμονική τάξης h στην mmf του δρομέα :

$$1) \quad \text{έχει μήκος κύματος : } \frac{\lambda}{h} \quad (3.17)$$

$$2) \quad \text{«ταξιδεύει» με μια ταχύτητα } \pm (sf) \frac{\lambda}{h} \text{ σε σχέση με τον δρομέα} \quad (3.18)$$

$$3) \quad \text{«ταξιδεύει» με μια ταχύτητα } f\lambda(1-s) \pm (sf) \frac{\lambda}{h} \text{ σε σχέση με τον στάτη} \quad (3.19)$$

Αυτή η αρμονική επάγει ΗΕΔ στον στάτη σε μια συχνότητα ίση με τον λόγο ταχύτητα / μήκος κύματος.

$$f' = \frac{f\lambda(1-s) \pm (sf) \left(\frac{\lambda}{h}\right)}{\left(\frac{\lambda}{h}\right)} = f \{h - s(h \pm 1)\} \quad (3.20)$$

Το συν(+) στην παραπάνω εξίσωση ισχύει όταν η αρμονική της mmf του δρομέα «ταξιδεύει» στην αντίθετη κατεύθυνση από την θεμελιώδη.

Αρμονικές ακόμα μπορούν να εμφανιστούν και λόγω ηλεκτρικής ασυμμετρίας. Θεωρείστε ένα ηλεκτρικά ασύμμετρο τύλιγμα δρομέα με συμμετρικό τύλιγμα στάτη ώστε η τάση να παράγει ένα στρεφόμενο πεδίο που ταξιδεύει με ταχύτητα $f\lambda$. Τότε θα επαχθεί ΗΕΔ στην συχνότητα ολίσθησης στον δρομέα. Αφού όμως το τύλιγμα του δρομέα είναι ασύμμετρο, θα ρεύσουν ρεύματα και θετικής και αρνητικής ακολουθίας δίνοντας πεδία που στρέφονται και προς τις δύο κατευθύνσεις (με την ίδια φορά και αντίθετη σε σχέση με το πεδίο της θεμελιώδους συχνότητας). Αυτά τα πεδία θα κινηθούν με ταχύτητα $\pm sf\lambda$ σε σχέση με τον δρομέα και με $f\lambda(1-s) \pm sf\lambda$ σε σχέση με τον στάτη. Οι συχνότητες των ΗΕΔ του στάτη που επάγονται από αυτά τα πεδία είναι f και $f(1-2s)$, όπου το τελευταίο θεωρείται αρμονική συχνότητα. Αλληλεπίδραση της αρμονικής συχνότητας με την θεμελιώδη έχει ως αποτέλεσμα ταλαντώσεις της μηχανής σε συχνότητα $2sf$, κάτι που παρατηρείται.

Συμπερασματικά, οι περιστρεφόμενες μηχανές θεωρούνται πηγές αρμονικών αφού τα ελίγματα των πηνίων σε αυτές είναι έτσι τοποθετημένα που ποτέ δεν είναι ημιτονοειδώς κατανομημένα στις σχισμές με αποτέλεσμα να δημιουργείται παραμόρφωση στο κύμα της mmf. Αντιθέτως το άνοιγμα των πηνίων στις μηχανές χρησιμοποιείται ώστε να μειώνονται η πέμπτη και η έβδομη αρμονική. Επιπλέον οι μεγάλες γεννήτριες συνήθως συνδέονται στο ηλεκτρικό δίκτυο μέσω μετασχηματιστών συνδεδεμένων κατά τρίγωνο(Δ) οπότε καταστέλλεται η ροή ρευμάτων τρίτης αρμονικής στην γραμμή.

Έτσι ο γενικός κανόνας είναι ότι οι αρμονικές που παράγονται από τις μηχανές είναι γενικά αμελητέες.

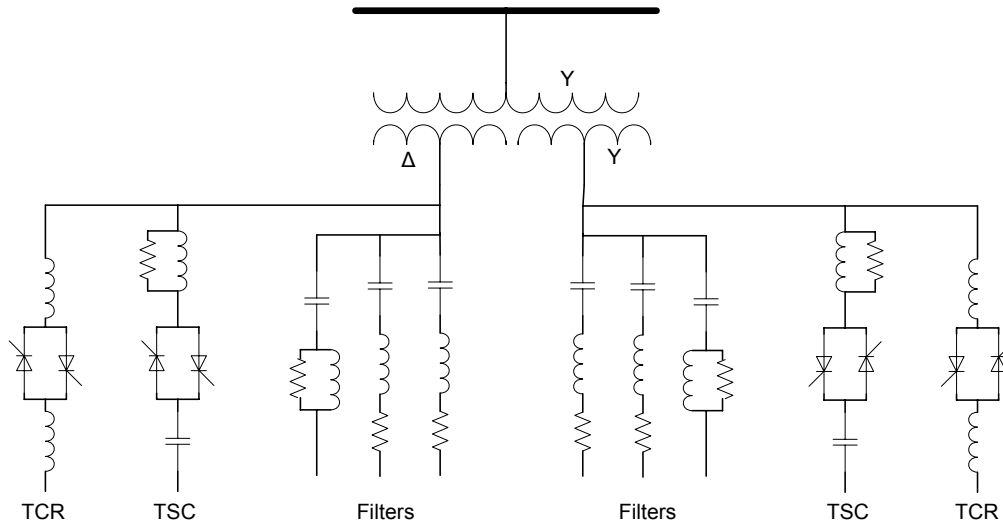
3.5 ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΥΨΙΚΑΜΙΝΟΥΣ

Η χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος μιας υψικαμίνου είναι εντόνως μη-γραμμική. Μετά την ανάφλεξη του τόξου η τάση μειώνεται εξαιτίας του ρεύματος βραχυκυκλώματος, η τιμή του οποίου περιορίζεται μόνο από την σύνθετη αντίδραση του συστήματος. Η χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος είναι κατά κάποιο τρόπο τραπεζοειδής (αφού όταν το ρεύμα είναι κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή τότε η τάση είναι όσο στο δίκτυο, ενώ όταν το ρεύμα ξεπεράσει ένα όριο τότε σημαίνει ότι έχει εκδηλωθεί το τόξο και η τάση είναι μηδέν) και το μέγεθος της είναι συνάρτηση του μήκους του τόξου. Το ρεύμα που περιορίζεται κυρίως από τις σύνθετες αντιστάσεις των καλωδίων και του μετασχηματιστή μπορεί να φτάσει και σε επίπεδα πάνω από 60kA. Αυτές οι σύνθετες αντιστάσεις έχουν τέτοια επίδραση στην τάση που κάνουν όλα τα φορτία-υψικαμίνους να «φαίνονται» ως πηγές σταθερού αρμονικού ρεύματος.

Αντιθέτως, οι πιθανές αλλαγές στην τάση εξαιτίας των απότομων αλλαγών στο μήκος του τόξου παράγουν μια πλειάδα συχνοτήτων κυρίως στην περιοχή 0,1-30Hz. Αυτό το αποτέλεσμα είναι περισσότερο εμφανές κατά την διάρκεια της περιόδου τήξης που προκαλείται από την συνεχιζόμενη κίνηση των αποβλήτων της τήξης και της αλληλεπίδρασης των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων μεταξύ των τόξων.

3.6 ΟΙ STATIC VAR COMPENSATORS ΠΑΡΑΓΟΥΝ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ

Τα SVC είναι συμμετρικές 3-Φ συσκευές οι οποίες χρησιμοποιούν Thyristors για να ελεγχθεί ο χρόνος αγωγής των πυκνωτών ή των πηνίων κατά την διάρκεια κάθε κύκλου ώστε να διατηρηθεί η επιθυμητή τερματική τάση. Έτσι όμως δημιουργούνται μη-ημιτονοειδή «διακοπτικά» ρεύματα. Στο σχήμα (Σχ. 3.7) φαίνεται ένα μονογραμμικό διάγραμμα ενός SVC που αποτελείται από TCR (Thyristor-controlled Reactors), TSC (Thyristor-switched capacitors) και από φίλτρα. Τα TCR είναι κανονικά συνδεδεμένα κατά τρίγωνο ώστε να φιλτράρουν και να περιορίζουν τις αρμονικές μηδενικής ακολουθίας.



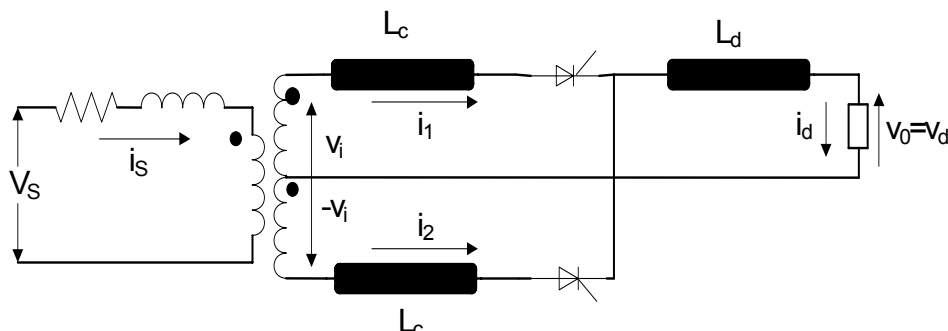
Σχήμα 3. 7 :Μονογραμμικό διάγραμμα ενός SVC

3.7 ΟΙ ΚΥΚΛΟΜΕΤΑΤΡΟΠΕΙΣ ΩΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

Όπως είναι γνωστό ένας κυκλομετατροπέας είναι ένα drive μεταβλητής συχνότητας για εναλλασσόμενη μηχανή που αποτελείται από τριφασικές γέφυρες. Δηλαδή μετατρέπει την εναλλασσόμενη ισχύ μιας κάποιας συχνότητας σε χαμηλότερη συχνότητα. Με την συχνότητα του δικτύου να είναι 50 Hz, η έξοδος του κυκλομετατροπέα είναι από 0Hz έως 10Hz. Έτσι όπως παρατηρείται ένας κυκλομετατροπέας παράγει εγγενώς αρμονικές αφού χρησιμοποιούνται ηλεκτρονικά ισχύος που είναι διακοπτικά μη-γραμμικά στοιχεία.

3.8 ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΑΝΟΡΘΩΣΕΙΣ ΚΟΙΝΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ⁷

Πρέπει να αναφερθεί ότι πολλοί εμπορικοί και οικιακοί χρήστες απαιτούν dc ρεύμα για την λειτουργία τους. Ένας μονοφασικός ελεγχόμενος μετατροπέας αναπαριστάνεται όπως στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3. 8 : Μονοφασικός ελεγχόμενος ανορθωτής κοινού σημείου.[1]

Η παραπάνω διάταξη είναι πολύ δημοφιλής για τις παραπάνω χρήσεις εξαιτίας και του μειωμένου κόστους και της μικρής ευαισθησίας στις μεταβολές της τάσης εισόδου.

⁷ Περαιτέρω ανάλυση βλ. [1]

Αν το φορτίο είναι μια μπαταρία, ο ανορθωτής τότε θα λέγεται φορτιστής μπαταρίας.

Αν το φορτίο είναι μια dc μηχανή τότε ο ανορθωτής θα είναι ένα drive για dc μηχανή το οποίο ελέγχει την τάση στα άκρα της μηχανής και έτσι την αντί-Ηλεκτρεγερτική Δύναμη και την ταχύτητα μέσω της γωνίας έναυσης του SCR α .

$$n = \frac{E_c}{k\phi} = \frac{V_a - I_a R_a}{k\phi} \quad (3.20)$$

$$V_a = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha \quad (3.21)$$

όπου n είναι η ταχύτητα της μηχανής σε ΣΑΛ (στροφές ανά λεπτό),
 E_c είναι η αντί-Ηλεκτρεγερτική Δύναμη της μηχανής,

$$k \text{ είναι σταθερά } k = \frac{Zp}{60a}$$

ϕ είναι η ροή ανά πόλο.

V_a είναι η τάση στα άκρα της μηχανής

I_a είναι το ρεύμα γραμμής της μηχανής

R_a είναι η αντίσταση του ρότορα

Z είναι ο αριθμός των «ενεργών» αγωγών

p είναι ο αριθμός των ζευγών πόλων

a είναι ο αριθμός των ζευγών των παράλληλων διαδρομών

V_m είναι η μέγιστη τάση του ac «κομματιού» της μηχανής.

α είναι η γωνία έναυσης του SCR (Thyristor).

Αν το α μειώνεται τότε το V_a , το E_c και το n θα αυξηθούν.

3.8.1 Επίδραση της αυτεπαγωγής L_c

Πρώτα θα πρέπει να αναφερθεί ότι με την χρήση αυτής της αυτεπαγωγής μειώνεται η μέση τιμή της τάσης κατά 5%. Η χρήση αυτής της αυτεπαγωγής όμως έχει το πλεονέκτημα ότι παρέχει προστασία στο SCR(Thyristor) από την γρήγορη αύξηση του ρεύματος (προστασία di/dt) κατά την διάρκεια της μεταγωγής.

Κατά την διάρκεια της μεταγωγής άγουν και τα δύο Thyristor με αποτέλεσμα κατά την διάρκεια της η τάση κατά μήκος της αυτεπαγωγής L_c να είναι :

$$v_i(t) = V_m \sin(\omega t) = L_c \frac{di_1}{dt} \text{ κατά την διάρκεια της μεταγωγής} \quad (3.21)$$

όπου $V_m = \sqrt{2}V_S$ είναι η μέγιστη τάση της ac πλευράς

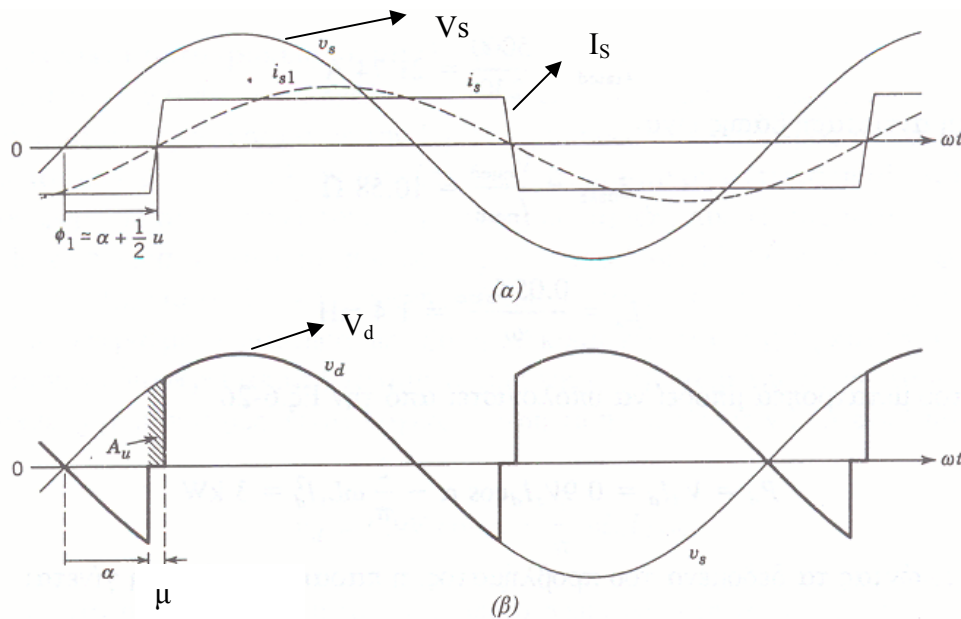
Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη με $d(\omega t)$ και ολοκληρώνοντας στο διάστημα μεταγωγής προκύπτει :

$$\int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \sqrt{2}V_S \sin(\omega t) d(\omega t) = \omega L_c \int_{-I_d}^{I_d} di_s = 2\omega L_c I_d \quad (3.22)$$

όπου I_d είναι το ρεύμα που θεωρείται σταθερό στην dc πλευρά και

V_S είναι η rms τιμή της τάσης στην ac πλευρά.

Έτσι σε αυτό το διάστημα μ που άγουν και τα δύο Thyristor, η τάση στην dc πλευρά είναι 0. Το αριστερό μέρος της παραπάνω εξίσωσης (3.22) είναι το εμβαδόν A της γραφικής παράστασης (Σχ. 3.9).



Σχήμα 3.9 : Κυματομορφές του Σχ. 3.8 [52]

Έτσι το εμβαδόν είναι :

$$A = \sqrt{2}V_s [\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)] = 2\omega L_c I_d \quad (3.23)$$

οπότε

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{2\omega L_c I_d}{\sqrt{2}V_s} \quad (3.24)$$

όπου I_d είναι το ρεύμα που θεωρείται σταθερό στην dc πλευρά

V_s είναι η rms τιμή της τάσης στην ac πλευρά

L_c είναι η αυτεπαγωγή που μπαίνει σε σειρά με το Thyristor για να το προστατεύσει από γρήγορες μεταβολές στο ρεύμα

α είναι η γωνία έναυσης των Thyristor και

$\alpha + \mu$ είναι η γωνία στην οποία έχει ολοκληρωθεί η μεταγωγή του ρεύματος από το ένα Thyristor στο άλλο.

Όλη η παραπάνω ανάλυση μπορεί να γίνει και με το ρεύμα, οπότε :

$$\begin{aligned} i_1(\alpha + \mu) &= i_d(\alpha) = I_d \\ &= \frac{1}{\omega L_c} \int_{\alpha}^{\alpha + \mu} \sqrt{2}V_s \sin(\omega t) d(\omega t) = \\ &= \frac{V_m}{\omega L_c} (\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu)) \Rightarrow \\ \cos(\alpha + \mu) &= \cos(\alpha) - \frac{\omega L_c I_d}{\sqrt{2}V_s} \end{aligned} \quad (3.25)$$

όπου το $\omega t = \alpha + \mu$ αναπαριστά το τέλος της μεταγωγής και με δεδομένο ότι το ρεύμα στην dc πλευρά παραμένει σταθερό.

Για έναν μονοφασικό πλήρους κύματος ανορθωτή με διόδους (γωνία έναυσης $\alpha = 0^\circ$), το $\omega t = \mu$ αναπαριστά το τέλος της μεταγωγής και

$$\cos \mu = 1 - \frac{\omega L_c I_d}{\sqrt{2} V_s} \quad (3.26)$$

όπου I_d είναι το ρεύμα που θεωρείται σταθερό στην dc πλευρά

V_s είναι η rms τιμή της τάσης στην ac πλευρά

L_c είναι η αυτεπαγωγή που μπαίνει σε σειρά με το Thyristor για να το προστατεύσει από γρήγορες μεταβολές στο ρεύμα

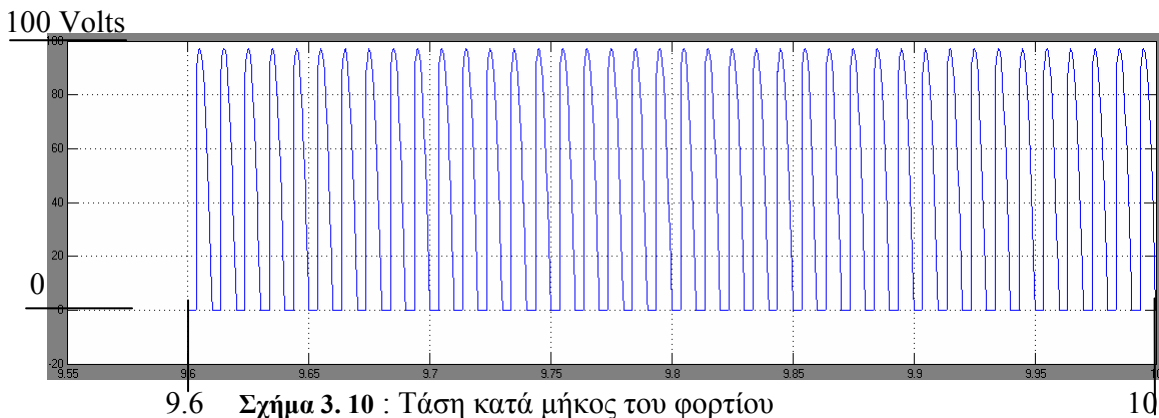
α είναι η γωνία έναυσης των Thyristor και

$\alpha + \mu$ είναι η γωνία στην οποία έχει ολοκληρωθεί η μεταγωγή του ρεύματος από το ένα Thyristor στο άλλο.

Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω γραφήματα το ρεύμα είναι αρκετά μη-γραμμικό με αποτέλεσμα την ύπαρξη αρμονικών.

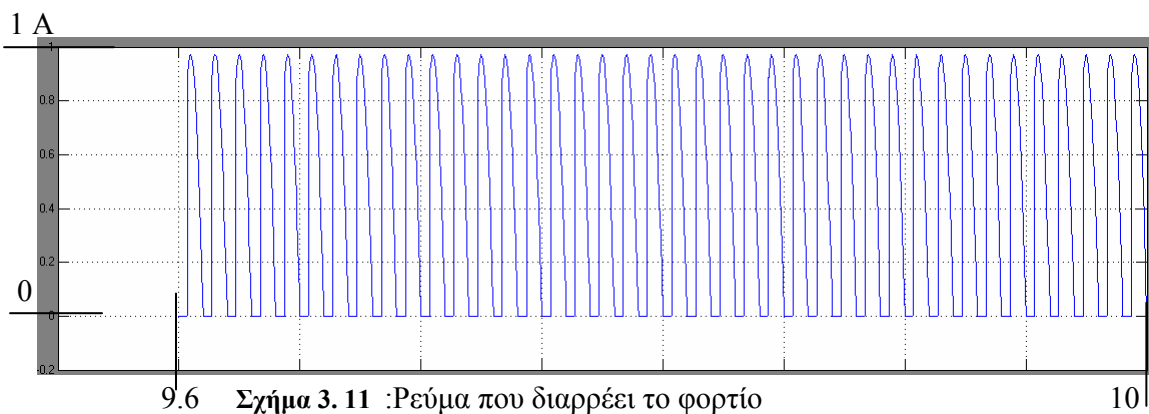
3.8.2 Επίδραση της μηδενικής αυτεπαγωγής L_d στις αρμονικές συνιστώσες

Για τον μονοφασικό ανορθωτή κοινού σημείου του Σχήματος 3.8, το SCR_1 (Thyristor) άγει κατά την διάρκεια του θετικού μισού κύκλου και το SCR_2 άγει κατά την διάρκεια του αρνητικού μισού κύκλου. Για γωνία έναυσης $\alpha = 60^\circ$, τάση φορτίου v_o και η τάση κατά μήκος του φορτίου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



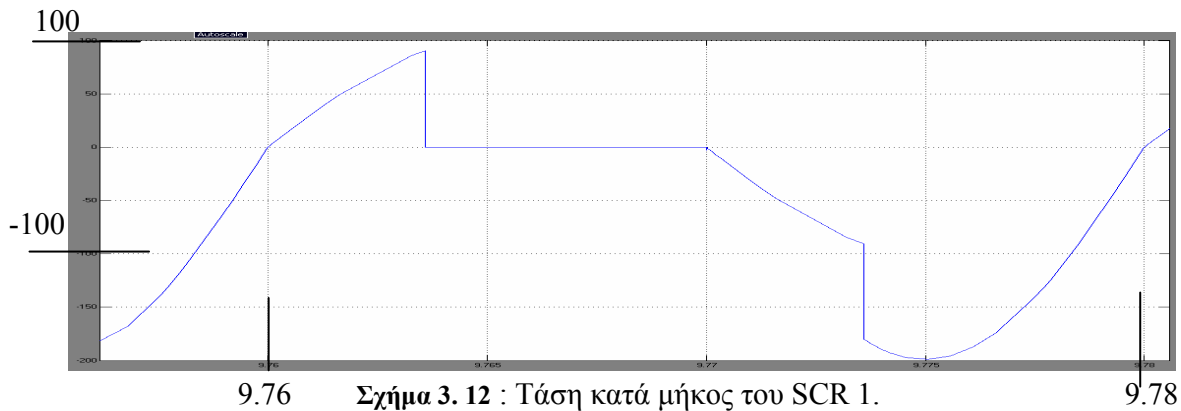
9.6 Σχήμα 3.10 : Τάση κατά μήκος του φορτίου

Και το ρεύμα είναι όπως :



9.6 Σχήμα 3.11 : Ρεύμα που διαρρέει το φορτίο

Η τάση κατά μήκος του SCR₁ είναι :



Σχήμα 3. 12 : Τάση κατά μήκος του SCR 1.

Τα ρεύματα στην ac και dc πλευρά είναι όπως :

$$i_{dc}(t) = i_1(t) + i_2(t) \quad (3.27)$$

$$i_{ac}(t) = i_1(t) - i_2(t) \quad (3.28)$$

όπου τα i_1 και i_2 είναι όπως στο Σχήμα 3. 8

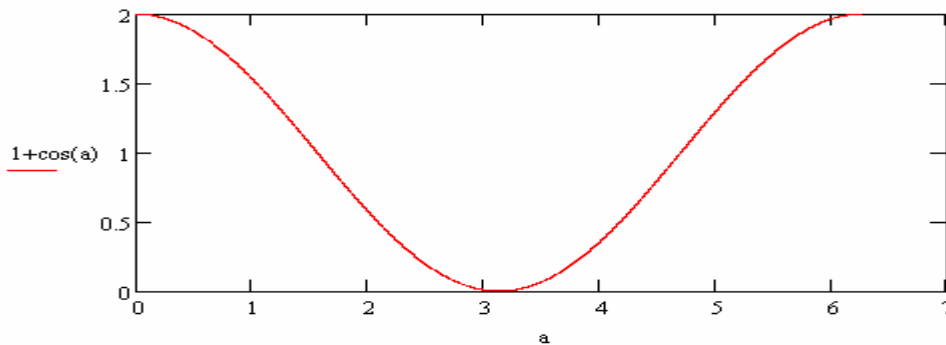
Με $L_d = 0$ η μέση τιμή της τάσης του φορτίου είναι :

$$\begin{aligned} V_a &= av\{v_o(t)\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{2}V_s \sin(\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\int_a^{\pi} \sqrt{2}V_s \sin(\omega t) d(\omega t) + \int_{a+\pi}^{2\pi} -\sqrt{2}V_s \sin(\omega t) d(\omega t) \right) \\ &= \frac{-\sqrt{2}V_s}{2\pi} \cos(\omega t) \Big|_a^{\pi} + \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi} \cos(\omega t) \Big|_{a+\pi}^{2\pi} \\ &= \frac{\sqrt{2}V_s}{\pi} (1 - \cos \alpha) \end{aligned} \quad (3.29)$$

όπου V_s είναι η rms τιμή της τάσης στην ac πλευρά και

α είναι η γωνία έναυσης των thyristor.

και η γραφική παράσταση του $(1+\cos\alpha)$:

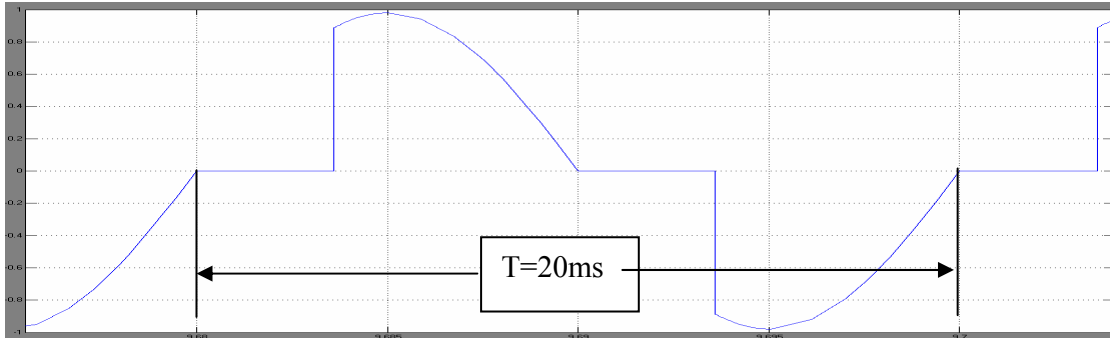


Σχήμα 3. 13 : Σχεδιάγραμμα της τιμής της παράστασης $1+\cos\alpha$ σε συνάρτησι με το α .

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί από τα σχήματα (Σχήμα 3.10-Σχήμα 3.11) η τάση και το ρεύμα του φορτίου είναι εντόνως μη-γραμμικά παρασύροντας έτσι και την τάση και το ρεύμα της ac πλευράς να είναι μη-γραμμικά. Το Παράδειγμα 3.1 είναι διαφωτιστικότατο ως προς τις αρμονικές που περιέχει το ρεύμα της ac πλευράς.

3.8.3 Παράδειγμα 3.1

Το ρεύμα της ac πλευράς του μονοφασικού ανορθωτή Σχ. 3.8 είναι :



Σχήμα Π3.1. 1 :Κυματομορφή ρεύματος ac πλευράς του μονοφασικού ελεγχόμενου ανορθωτή (Σχ. 3.8) κοινού σημείου για $\alpha=60^\circ$.

Να γίνει η εύρεση των συντελεστών Fourier της κυματομορφής του Σχήματος Π3.1. 1;

Η ανάπτυξη σε σειρά Fourier της παραπάνω κυματομορφής δείχνει ότι έχει μηδενική dc συνιστώσα όπως εύκολα φαίνεται και από την κυματομορφή. Επίσης δεν έχει καθόλου ζυγές αρμονικές αφού είναι συμμετρική ημίσεως κύματος ($f(t \pm T/2) = -f(t)$).

Χρησιμοποιώντας τις παρακάτω :

$$\sin(x)\sin(hx) = \frac{1}{2} [\cos((h-1)x) - \cos((h+1)x)] \quad (\text{Π3.1. 1})$$

$$\sin(x)\cos(hx) = \frac{1}{2} [\sin((h+1)x) - \sin((h-1)x)] \quad (\text{Π3.1. 2})$$

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2x)) \quad (\text{Π3.1. 3})$$

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x) \quad (\text{Π3.1. 4})$$

Άρα οι συντελεστές Fourier είναι :

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{\pi/3}^{\pi} \sqrt{2}I_s \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) + \int_{4\pi/3}^{2\pi} \sqrt{2}I_s \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \right) = 0 \quad (\text{Π3.1. 5})$$

$$\begin{aligned}
 A_h &= \frac{1}{\pi} \left(\int_{\pi/3}^{\pi} \sqrt{2}I_s \sin(\omega_o t) \cos(h\omega_o t) d(\omega_o t) + \int_{4\pi/3}^{2\pi} \sqrt{2}I_s \sin(\omega_o t) \cos(h\omega_o t) d(\omega_o t) \right) \\
 &= \frac{\sqrt{2}I_s}{2\pi} \left[\frac{1}{h+1} \begin{cases} -3 & h=6n+1=1,7,13,19\dots \\ -3 & h=6n-3=3,9,15\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{h-1} \begin{cases} 3 & h=6n-1=5,11,17\dots \\ 3 & h=6n-3=3,9,15\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \right] \\
 &= \frac{\sqrt{2}I_s}{2\pi} \begin{cases} \frac{-3}{h+1} & h=6n+1=1,7,13,19\dots \\ \frac{3}{h-1} & h=6n-1=5,11,17\dots \\ \frac{6}{h^2-1} & h=6n-3=3,9,15\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{Π3.1.6}$$

$$\begin{aligned}
 B_h &= \frac{1}{\pi} \left(\int_{\pi/3}^{\pi} \sqrt{2}I_s \sin(\omega_o t) \sin(h\omega_o t) d(\omega_o t) + \int_{4\pi/3}^{2\pi} \sqrt{2}I_s \sin(\omega_o t) \sin(h\omega_o t) d(\omega_o t) \right) \\
 &= \frac{\sqrt{2}I_s}{2\pi} \left[\frac{1}{h-1} \begin{cases} \frac{4\pi(h-1)}{3} & h=1 \\ \sqrt{3} & h=6n-1=5,11,17\dots \\ -\sqrt{3} & h=6n-3=3,9,15\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{h+1} \begin{cases} \sqrt{3} & h=6n+1=1,7,13,19\dots \\ -\sqrt{3} & h=6n-3=3,9,15\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \right] \Rightarrow
 \end{aligned} \tag{Π3.1.7}$$

$$B_h = \frac{\sqrt{2}I_s}{2\pi} \begin{cases} \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} & h=1 \\ \frac{\sqrt{3}}{h+1} & h=6n+1=7,13,19\dots \\ \frac{\sqrt{3}}{h-1} & h=6n-1=5,11,17\dots \\ -\frac{2\sqrt{3}h}{h^2-1} & h=6n-3=3,9,15\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \tag{Π3.1.8}$$

όπου I_s είναι η rms τιμή του ρεύματος της ac πλευράς.

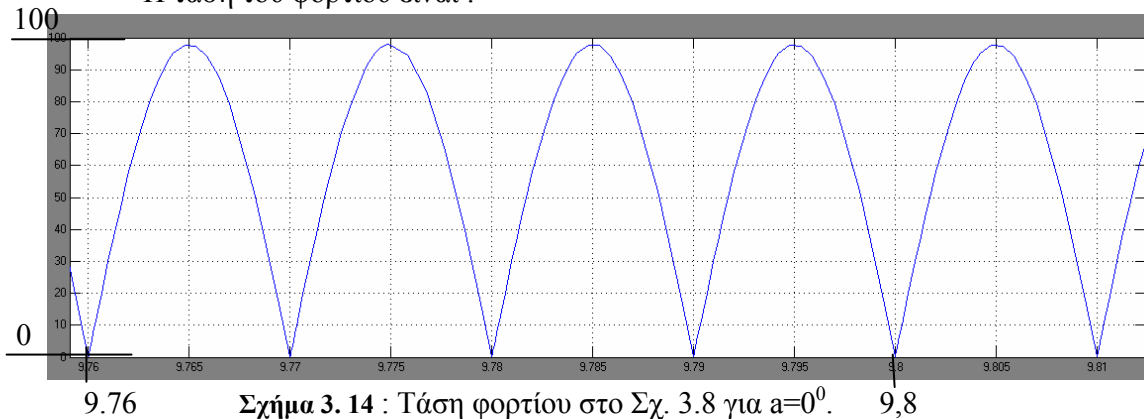
Οπότε οι συντελεστές Fourier είναι όπως :

$$i_{ac}(t) = \sum_{h=1} A_h \cos(h\omega_o t) + B_h \sin(h\omega_o t) \tag{Π3.1.9}$$

3.8.4 Επίδραση της μηδενικής αυτεπαγωγής L_d στο περιεχόμενο τάσης και ρεύματος σε αρμονικές συνιστώσες – Ειδική Περίπτωση $\alpha = 0^\circ$. (Περίπτωση Διόδου)

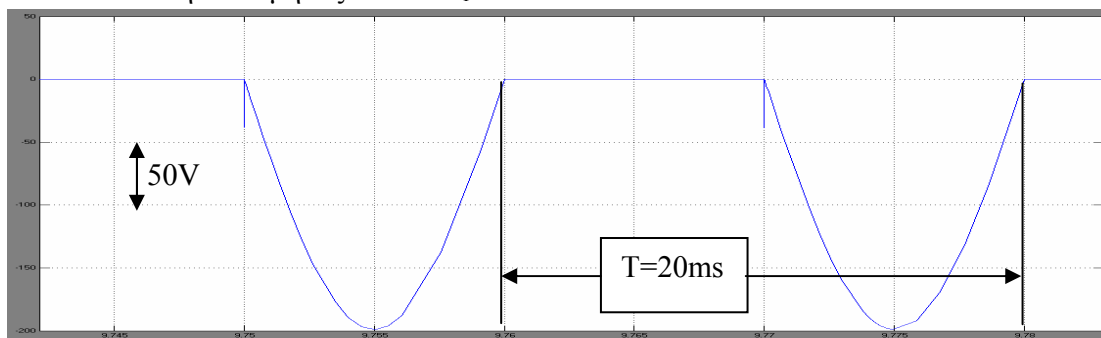
Στην ειδική περίπτωση που η γωνία έναυσης είναι $\alpha = 0^\circ$.

Η τάση του φορτίου είναι :



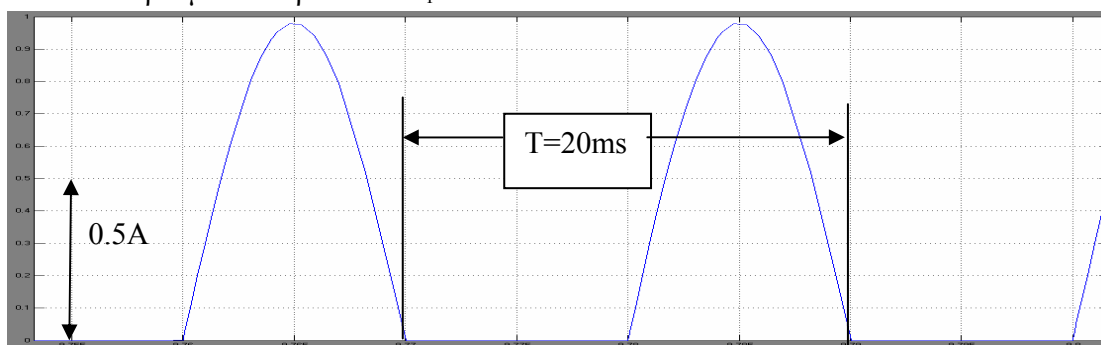
Σχήμα 3. 14 : Τάση φορτίου στο Σχ. 3.8 για $\alpha=0^\circ$.

Η τάση κατά μήκος του SCR₁ είναι :



Σχήμα 3. 15 : Τάση κατά μήκος του SCR 1 για $\alpha=0^\circ$.

Το ρεύμα στο πρώτο SCR₁ είναι :



Σχήμα 3. 16 : Ρεύμα που διαρρέει το SCR 1 για $\alpha=0^\circ$.

Το ρεύμα στο φορτίο είναι της ίδιας μορφής με την τάση που φαίνεται σε παραπάνω σχήμα (Σχ. 3.14). Η μέση τιμή της τάσης και το μέσο dc ρεύμα του φορτίου είναι :

$$V_o = av\{v_o(t)\}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^\pi \sqrt{2}V_s \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) + \int_\pi^{2\pi} -\sqrt{2}V_s \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \right) = \frac{2\sqrt{2}V_s}{\pi} \quad (3.30)$$

$$I_d = av\{i_d(t)\} = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\pi} \sqrt{2}I_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) + \int_{\pi}^{2\pi} -\sqrt{2}I_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \right) = \frac{2\sqrt{2}I_S}{\pi} \quad (3.31)$$

$$I_1 = av\{i_1(t)\} = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\pi} \sqrt{2}I_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \right) = \frac{\sqrt{2}I_S}{\pi} \quad (3.32)$$

$$I_{1rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\pi} (\sqrt{2}I_S)^2 \sin^2(\omega_o t) d(\omega_o t) \right)} = \frac{\sqrt{2}I_S}{2} \quad (3.33)$$

$$I_{ac} = av\{i_{ac}(t)\} = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{2\pi} \sqrt{2}I_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \right) = 0 \quad (3.34)$$

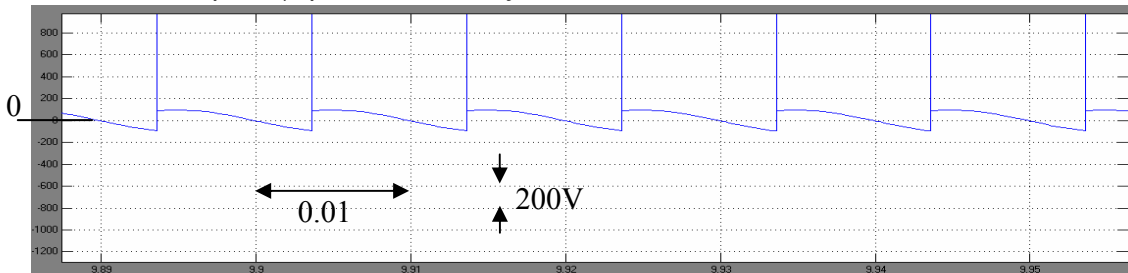
$$I_{ac\ rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{2\pi} (\sqrt{2}I_S)^2 \sin^2(\omega_o t) d(\omega_o t) \right)} = \frac{\sqrt{2}I_S}{\sqrt{2}} = I_S \quad (3.35)$$

όπου V_S και I_S είναι η rms τιμή της τάσης και του ρεύματος της ac πλευράς του Σχήματος 3. 8. το i_1 είναι όπως στο Σχήμα 3. 8.

3.8.5 Μελέτη των αρμονικών στην περίπτωση μεγάλης αυτεπαγωγής L_d (ρεύμα φορτίου συνεχές, χωρίς να μηδενίζεται ούτε και στιγμιαίως (no zero crossing) με $\alpha=60^\circ$).

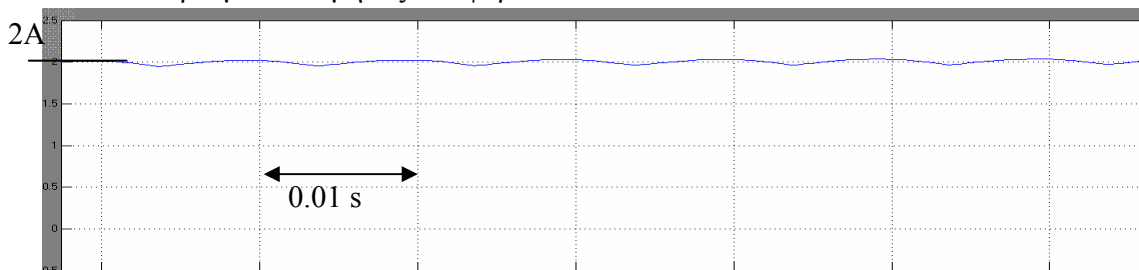
Σε αυτή την περίπτωση με μεγάλη αυτεπαγωγή του φορτίου, το ρεύμα του φορτίου i_d θα είναι συνεχές και συνεπώς και η τάση του συνεχής.

Η τάση του φορτίου είναι όπως :



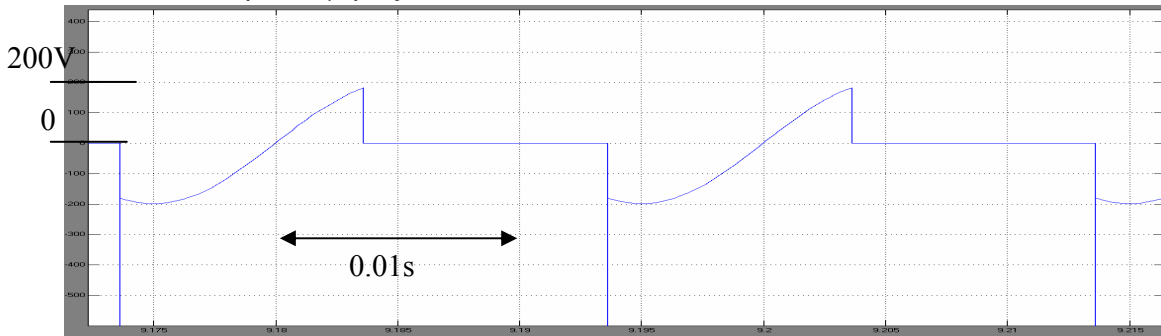
Σχήμα 3. 17 : Τάση φορτίου του Σχ. 3.8 για $\alpha=60^\circ$ και μεγάλη L_d .

Το ρεύμα κατά μήκος του φορτίου είναι :



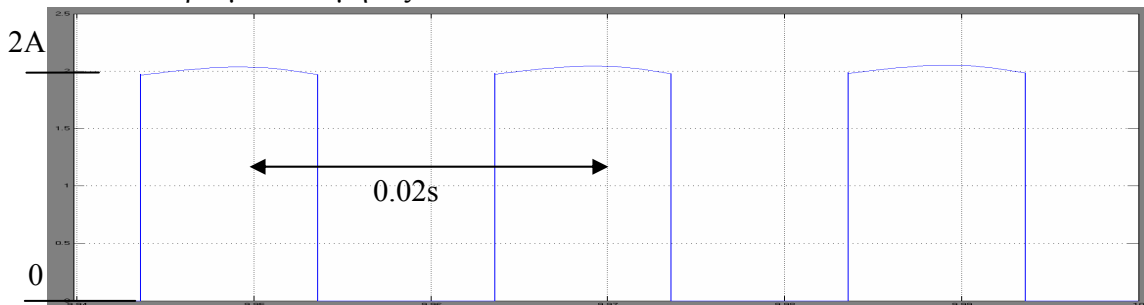
Σχήμα 3. 18 : Ρεύμα φορτίου του Σχ. 3.8 για $\alpha=60^\circ$ και μεγάλη L_d .

Η τάση κατά μήκος του SCR₁ είναι :



Σχήμα 3. 19 : Τάση κατά μήκος του SCR 1 για $a=60^{\circ}$ και μεγάλη L_d

Το ρεύμα κατά μήκος του SCR₁ είναι :



Σχήμα 3. 20 : Ρεύμα που διαρρέει το SCR 1 για $a=60^{\circ}$ και μεγάλη L_d

Η μέση τιμή της τάσης του φορτίου είναι :

$$\begin{aligned}
 V_o &= av\{v_o(t)\} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{2}V_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^a -\sqrt{2}V_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) + \right. \\
 &\quad \left. + \int_a^{\pi+a} \sqrt{2}V_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) + \int_{\pi+a}^{2\pi} -\sqrt{2}V_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \right) \\
 &= \frac{2\sqrt{2}V_S}{\pi} \cos a
 \end{aligned} \tag{3. 36}$$

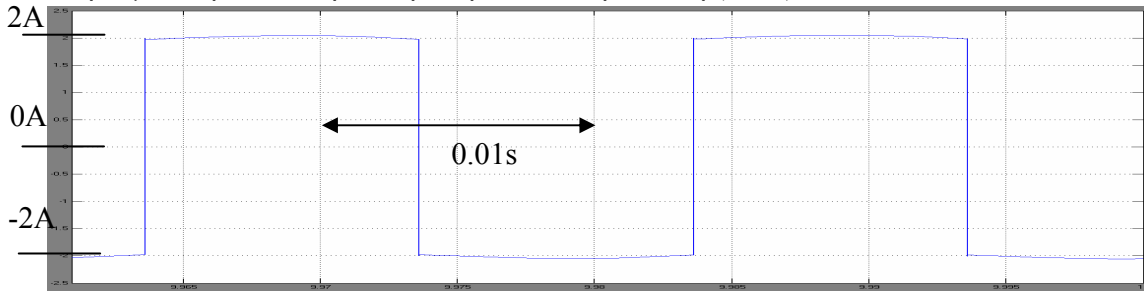
Η μέση τιμή της τάσης του SCR₁ είναι :

$$\begin{aligned}
 v_{SCR_1}(t) &= v_i(t) - v_o(t) \Rightarrow \\
 V_{SCR_1} &= av\{v_{SCR_1}(t)\} = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^a 2\sqrt{2}V_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) + \int_{\pi+1}^{2\pi} 2\sqrt{2}V_S \sin(\omega_o t) d(\omega_o t) \right) \\
 &= \frac{-2\sqrt{2}V_S \cos a}{\pi}
 \end{aligned} \tag{3. 37}$$

όπου V_S είναι η rms τιμή της τάσης της ac πλευράς του Σχήματος 3. 8 και a είναι η γωνία έναυσης των thyristor.

3.8.6 Παράδειγμα 3.2

Το ρεύμα στην ac πλευρά στην παραπάνω περίπτωση (3.8.5) είναι :



Σχήμα Π3.2. 1 : Ρεύμα ac πλευράς για το Σχήμα 3. 8 με τις συνθήκες της ενότητας 3.8.5

Όπως φαίνεται μπορεί να το θεωρήθει ως σταθερό I χωρίς τον ελαφρύ κυματισμό. Η ανάλυση σε σειρά Fourier της παραπάνω κυματομορφής δείχνει ότι η παραπάνω κυματομορφή δεν έχει dc συνιστώσα και δεν έχει ζυγές αρμονικές αφού είναι συμμετρική ημίσεως κύματος ($f(t \pm T/2) = -f(t)$).

Οι συντελεστές Fourier είναι :

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\pi/3} -I d(\omega_0 t) + \int_{\pi/3}^{4\pi/3} I d(\omega_0 t) + \int_{4\pi/3}^{2\pi} -I d(\omega_0 t) \right) = 0 \quad (\text{Π3.2. 1})$$

$$\begin{aligned} A_h &= \frac{2}{2\pi} \left(\int_0^{\pi/3} -I \cos(h\omega_0 t) d(\omega_0 t) + \int_{\pi/3}^{4\pi/3} I \cos(h\omega_0 t) d(\omega_0 t) + \int_{4\pi/3}^{2\pi} -I \cos(h\omega_0 t) d(\omega_0 t) \right) \\ &= \frac{2I}{\pi h} \left[\sin\left(\frac{4\pi h}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi h}{3}\right) \right] \\ &= \frac{2I}{\pi h} \begin{cases} -\sqrt{3} & h=1,7,13,19\dots \\ \sqrt{3} & h=5,11,17\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{Π3.2. 2})$$

$$\begin{aligned} B_h &= \frac{2}{2\pi} \left(\int_0^{\pi/3} -I \sin(h\omega_0 t) d(\omega_0 t) + \int_{\pi/3}^{4\pi/3} I \sin(h\omega_0 t) d(\omega_0 t) + \int_{4\pi/3}^{2\pi} -I \sin(h\omega_0 t) d(\omega_0 t) \right) \\ &= \frac{2I}{\pi h} \left[\cos\left(\frac{\pi h}{3}\right) - \cos\left(\frac{4\pi h}{3}\right) \right] \\ &= \frac{2I}{\pi h} \begin{cases} 1 & h=1,5,7,11,13,17,19\dots \\ -2 & h=3,9,15\dots \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{Π3.2. 3})$$

όπου I είναι το συνεχές σταθερό ρεύμα της dc πλευράς.

Επιπλέον

$$C_h = \sqrt{A_h^2 + B_h^2} = \frac{2I}{\pi h} \begin{cases} 0 & h = 2n = 2,4,6,8,10,12,14,\dots \\ 2 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (\text{Π3.2. 4})$$

$$\psi_h = \tan^{-1}\left(\frac{A_h}{B_h}\right) = \begin{cases} -\frac{\pi}{3} & h = 1,7,13,19,\dots \\ \frac{\pi}{3} & h = 5,11,17,\dots \\ 0 & h = 3,9,15,\dots \end{cases} \quad (\text{Π3.2.5})$$

Οπότε είναι :

$$\begin{aligned} i_{ac}(t) &= \sum_{h=1} A_h \cos(h\omega_o t) + B_h \sin(h\omega_o t) \\ &= \sum_{h=1} \frac{2I}{\pi h} \left[\left(\sin\left(\frac{4\pi h}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi h}{3}\right) \right) \cos(h\omega_o t) + \left(\cos\left(\frac{\pi h}{3}\right) - \cos\left(\frac{4\pi h}{3}\right) \right) \sin(h\omega_o t) \right] \end{aligned} \quad (\text{Π3.2.6})$$

Ή

$$i_{ac}(t) = \sum_{h=1} C_h \sin(h\omega_o t + \psi_h) = \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq 2n}} \frac{4I}{\pi h} \sin(h\omega_o t + \psi_h) \quad (\text{Π3.2.7})$$

Η RMS τιμή του ρεύματος είναι :

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \frac{C_h^2}{2}} = I \quad (\text{Π3.2.8})$$

Η θεμελιώδης συνιστώσα είναι :

$$\begin{aligned} i_{ac}^{(1)}(t) &= \frac{2I}{\pi} [\sin(\omega_o t) - \sqrt{3} \cos(\omega_o t)] = \frac{4I}{\pi} \sin(\omega_o t - 60^\circ) = \frac{4I}{\pi} \sin(\omega_o t - 150^\circ) \\ &= \frac{-4I}{\pi} \sin(\omega_o t + 30^\circ) \end{aligned} \quad (\text{Π3.2.9})$$

κι έχει RMS τιμή:

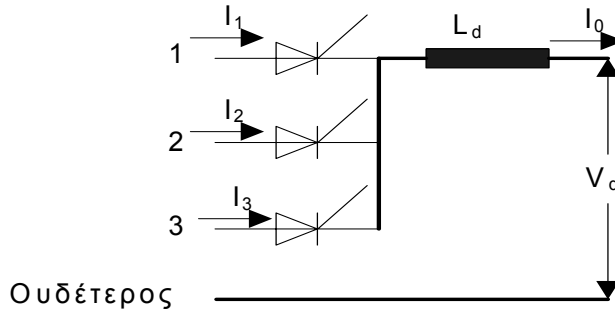
$$I_{1_{RMS}} = \frac{4I}{\pi\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}I}{\pi} \quad (\text{Π3.2.10})$$

Το THD του ρεύματος είναι :

$$THD_I = \frac{1}{I_1} \sqrt{\sum_{h=2} I_h^2} = \sqrt{\left(\frac{I_{rms}}{I_{1_{rms}}}\right)^2 - 1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 0,4834 = 48,34\% \quad (\text{Π3.2.11})$$

3.9 ΤΡΙΦΑΣΙΚΗ ΑΝΟΡΘΩΣΗ ΚΟΙΝΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ⁸

Στο Σχήμα 3. 21 παρουσιάζεται μια τριφασική ελεγχόμενη ανόρθωση κοινού σημείου. Η τάση εξόδου V_d έχει τρεις παλμούς σε κάθε κύκλο λειτουργίας



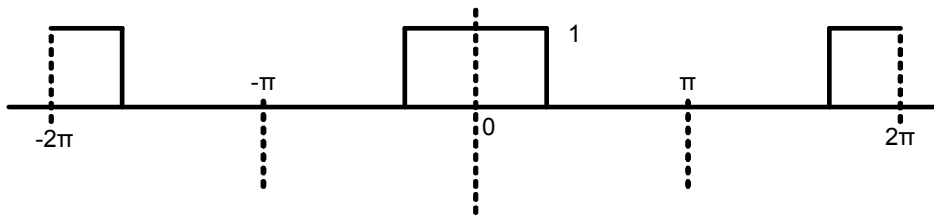
Σχήμα 3. 21 : Τριφασική ελεγχόμενη ανόρθωση κοινού σημείου

Είναι γνωστό ότι η μέση τιμή της τάσης εξόδου του Σχήματος 3. 21 είναι :

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{2\pi/3} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \sqrt{2}V_m \cos(\omega t) d(\omega t) = \sqrt{2}V_m \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\left(\frac{\pi}{3}\right)} \right) \quad (3.38)$$

όπου V_m είναι η rms τιμή της φασικής τάσης εισόδου

Το ρεύμα I_0 που διαρρέει το φορτίο στο Σχήμα 3.22 αποτελείται από θετικούς παλμούς:



Σχήμα 3. 22 : Θετικοί παλμοί. Ρεύμα I_0 . [3]

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα (Σχήμα 3. 22) το μηδέν θεωρείται ότι βρίσκεται στο μέσον ενός παλμού. Επειδή η συνάρτηση του I_0 είναι άρτια συνάρτηση άρα οι συντελεστές Fourier θα έχουν μόνο συνημιτονικούς όρους. Οι σχετιζόμενοι συντελεστές Fourier του ρεύματος είναι :

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} d(\omega t) = \frac{1}{3} \quad (3.39)$$

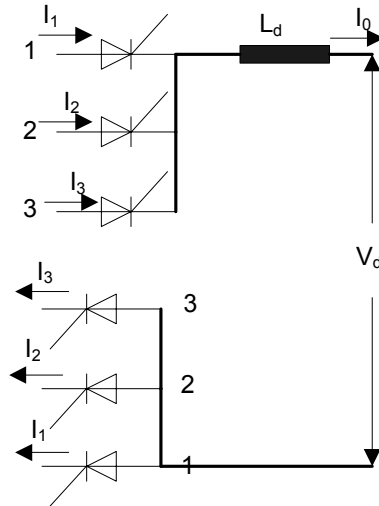
$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(n\omega t) d(\omega t) = \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) \quad (3.40)$$

Άρα η ανάλυση Fourier της συνάρτησης του Σχήματος 3. 22 είναι :

⁸ Για περαιτέρω ανάλυση βλ. [1]

$$i(t) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi}{6} + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cos(2\omega t) + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \sin(\pi) \cos(3\omega t) + \frac{1}{4} \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \cos(4\omega t) + \dots \right) \quad (3.41)$$

Στο παρακάτω Σχήμα 3. 23 παρουσιάζεται μια τριφασική ελεγχόμενη γέφυρα. Η τάση εξόδου V_d έχει έξι παλμούς σε κάθε κύκλο λειτουργίας αφού τα πάνω ημιαγωγικά στοιχεία χρησιμοποιούνται για την ανόρθωση του θετικού μέρους της τάσης ενώ τα κάτω για την ανόρθωση του αρνητικού μέρους.



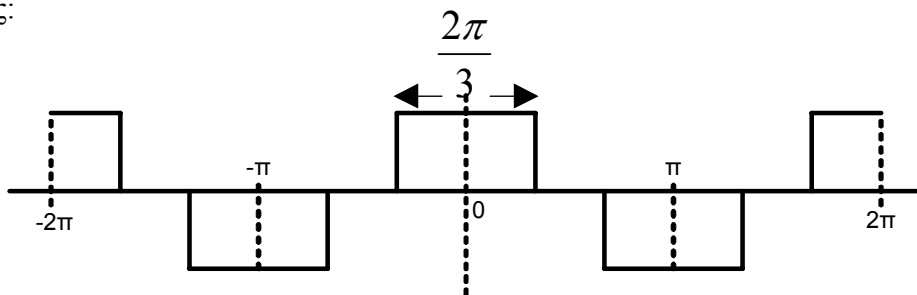
Σχήμα 3. 23 : Τριφασική ελεγχόμενη γέφυρα [1]

Είναι γνωστό ότι η μέση τιμή της τάσης εξόδου του Σχήματος 3. 23 είναι :

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{\pi/3} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sqrt{2}\sqrt{3}V_m \cos(\omega t) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}V_m}{\pi} \quad (3.42)$$

όπου V_m είναι η τιμή της rms τιμής της φασικής τάσης εισόδου.

Το ρεύμα I_o που διαρρέει το φορτίο στο Σχήμα 3. 23 αποτελείται από θετικούς και αρνητικούς παλμούς:



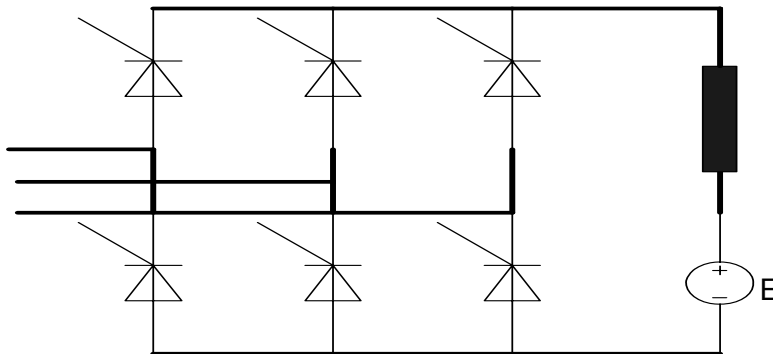
Σχήμα 3. 24 : Θετικοί παλμοί. Ρεύμα I_o . [3]

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα (Σχήμα 3.23) το μηδέν θεωρείται ότι βρίσκεται στο μέσον ενός παλμού. Επειδή η συνάρτηση του I_o είναι άρτια συνάρτηση άρα οι συντελεστές Fourier θα έχουν μόνο συνημιτονικούς όρους. Άρα η ανάλυση Fourier της συνάρτησης του Σχήματος 3.23 είναι :

$$i(t) = \frac{4}{\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(\pi) \cos(3\omega t) + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cos(5\omega t) + \dots \right) \quad (3.43)$$

3.10 ΕΞΑΠΑΛΜΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΑΝΟΡΘΩΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

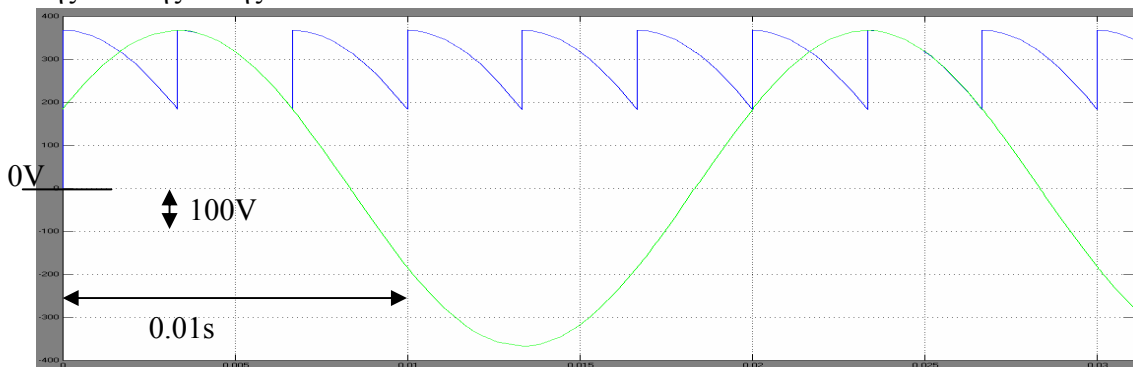
Ένας εξαπαλμικός μετατροπέας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Σχήμα 3. 25 :Μια τριφασική ελεγχόμενη ανορθωτική διάταξη

Μπορεί να λειτουργήσει ως ένας AC-> DC αν η E είναι θετική. Ωστόσο όταν το $E < 0$ και η γωνία έναυσης είναι μεγαλύτερη από 90° τότε ο μετατροπέας γίνεται αντιστροφείας δηλαδή μετατρέπει το dc σε ac. Κάθε ένα από τα Thyristor άγει για 120° ενώ κάθε ένα ζευγάρι Thyristor (1,6), (1,2), (3,2), (3,4), (5,4) και (5,6) άγει για 60° .

Για γωνία έναυσης $\alpha = 30^\circ$ η κυματομορφή της τάσης εξόδου μαζί με την κυματομορφή της πολικής τάσης AB είναι :



Σχήμα 3. 26 : Κυματομορφή της τάσης εξόδου και κυματομορφή της πολικής τάσης AB για γωνία έναυσης $\alpha = 30^\circ$

Η τάση εξόδου είναι :

$$V_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{3}\sqrt{2}V_{ph} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi/3} \int_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha} \sqrt{3}\sqrt{2}V_{ph} \sin(\omega t) d(\omega t) \quad (3.44)$$

$$= \frac{-3\sqrt{3}\sqrt{2}V_{ph}}{\pi} \cos(\omega t) \Big|_{\pi/3+\alpha}^{2\pi/3+\alpha} = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}V_{ph}}{\pi} \cos \alpha$$

με δεδομένο ότι V_{ph} είναι η φασική τάση της τάσης εισόδου.

Το τέλος της μεταγωγής για τον 3-Φ εξαπαλμικό μετατροπέα ισχύει :

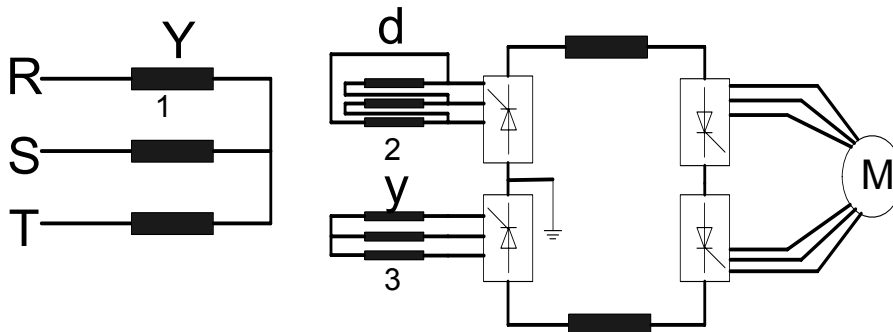
$$\cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{2\omega L_C i_{d_u}}{V_m} \quad (3.45)$$

Ανακεφαλαιώνοντας, ένας εξαπαλμικός τριφασικός μετατροπέας μπορεί να λειτουργήσει σε μια από τις δύο παρακάτω λειτουργίες.

- 1) Λειτουργία ανορθωτή με την ισχύ να ρέει από το δίκτυο προς το φορτίο με την γωνία να είναι $0 < \alpha < 90^\circ$.
- 2) Λειτουργία αντιστροφέα με την ισχύ να ρέει από το φορτίο προς το δίκτυο και η γωνία έναυσης μεταξύ $90 < \alpha < 180^\circ$.

3.10.1 Δωδεκαπαλμικοί Μετατροπείς

Θεωρείστε δύο ίδιους εξαπαλμικούς μετατροπείς που λειτουργούν εν παραλλήλω μέσω ενός Y-Y και ενός Y-Δ μετασχηματιστή όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3. 27 : Δύο εξαπαλμικοί μετατροπείς που οι εξοδοί τους συνδέονται σε σειρά για να δημιουργήσουν έναν δωδεκαπαλμικό μετατροπέα.[5]

Οι λόγοι τυλιγμάτων είναι τέτοιοι που το μέτρο της τάσης είναι το ίδιο και στους δύο μετατροπείς.

Με έναν εξαπαλμικό Y-Y μετατροπέα το ρεύμα φάσης έχει μια «ορθογωνική» μορφή. Το I_y μπορεί να εκφραστεί ως

$$I_y = I_1 \sin(\omega_0 t) - I_5 \sin(5\omega_0 t) - I_7 \sin(7\omega_0 t) + I_{11} \sin(11\omega_0 t) + I_{13} \sin(13\omega_0 t) + \dots \quad (3.46)$$

Με την τάση που εφαρμόζεται στον συνδεδεμένο κατά Δ μετατροπέα να υστερεί κατά 30° και υποθέτοντας ότι τα μέτρα είναι ίδια και στις δύο πλευρές του μετασχηματιστή, προκύπτει ότι το ρεύμα στο δευτερεύον του μετασχηματιστή που συνδέεται ως Y-Δ είναι :

$$I_d = I_1 \sin(\omega_0 t - 30^\circ) - I_5 \sin(5\omega_0 t - 150^\circ) - I_7 \sin(7\omega_0 t - 210^\circ) + I_{11} \sin(11\omega_0 t - 330^\circ) + I_{13} \sin(13\omega_0 t - 390^\circ) + \dots \quad (3.47)$$

Επειδή στους Υ-Δ μετασχηματιστές, η τάση ή το ρεύμα της πλευράς υψηλής τάσης για το κύκλωμα θετικής ακολουθίας θα πρέπει να προπορεύονται κατά 30° , ενώ τα αντίστοιχα μεγέθη του κυκλώματος αρνητικής ακολουθίας θα πρέπει να υστερούν κατά 30° των αντίστοιχών μεγεθών της χαμηλής τάσης, γι' αυτό στην πλευρά υψηλής τάσης, το I_y είναι το ίδιο σε ανά μονάδα, ενώ για το I_d στο κύκλωμα θετικής ακολουθίας υπάρχει προπορεία κατά 30° και για το κύκλωμα αρνητικής ακολουθίας μεταπορεία κατά 30° . Έτσι :

$$I_Y = \begin{cases} I_y + I_d \angle 30^\circ & h = 3n + 1 = 1, 4, 7, 10, \dots \\ I_y + I_d \angle -30^\circ & h = 3n - 1 = 2, 5, 8, 11, \dots \end{cases} \quad (3.48)$$

Οπότε το I_Y γράφεται:

$$\begin{aligned} I_Y &= I_1 \sin(\omega_o t) - I_5 \sin(5\omega_o t) - I_7 \sin(7\omega_o t) \\ &\quad + I_{11} \sin(11\omega_o t) + I_{13} \sin(13\omega_o t) + \dots \\ &= I_1 \sin(\omega_o t - 30^\circ + 30^\circ) - I_5 \sin(5\omega_o t - 150^\circ - 30^\circ) \\ &\quad - I_7 \sin(7\omega_o t - 210^\circ + 30^\circ) + I_{11} \sin(11\omega_o t - 330^\circ - 30^\circ) \\ &\quad + I_{13} \sin(13\omega_o t - 390^\circ + 30^\circ) + \dots \\ &= 2[I_1 \sin(\omega_o t) + I_{11} \sin(11\omega_o t) + I_{13} \sin(13\omega_o t) + \dots] \alpha\mu \end{aligned} \quad (3.49)$$

όπου I_y και I_d είναι τα ρεύματα στο δευτερεύον των δύο μετασχηματιστών και

I_Y είναι το ρεύμα στο πρωτεύον των δύο μετασχηματιστών

Η παραπάνω εξίσωση για το I_Y (3.49) δείχνει ότι υπάρχουν οι αρμονικές 11, 13, 23, 25, 35, 37, ... και γενικότερα οι αρμονικές

$$12n \pm 1 \quad (3.50)$$

όπου $n=1, 2, 3, \dots$

Γενικά ο κανόνας είναι ότι ένας p -παλμικός μετατροπέας «δίνει» αρμονικές :

$$h = pn \pm 1, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.51)$$

όπου n είναι απλά ένας ακέραιος.

3.10.2 Ρ-Παλμικές ελεγχόμενες ανορθωτικές διατάξεις⁹

Όπως αναφέρει και ο Wakileh, οι p -παλμικές ελεγχόμενες ανορθωτικές διατάξεις για $p > 12$ αποτελούνται συνήθως από δύο ή περισσότερους εξαπαλμικούς μετατροπείς που λειτουργούν μέσω παράλληλων μετασχηματιστών με κάποια μετατόπιση φάσης που είναι από πριν ορισμένη ώστε να μειώνονται οι συνολικές αρμονικές. Γενικά ένας p -παλμικός μετατροπέας μπορεί να «κατασκευαστεί» από $p/6$ 6-παλμικούς μετατροπείς που τροφοδοτούνται από τα δευτερεύοντα $p/6$ μετασχηματιστών που συνδέονται σε σειρά. Η μετατόπιση φάσης ανάμεσα στα δευτερεύοντα είναι $360^\circ/p$. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει εν περιλήψη την μετατόπιση φάσης μεταξύ των τυλιγμάτων των μετασχηματιστών.

⁹ Οι p -παλμικοί μετατροπείς μπορούν να συνεισφέρουν στην καταστολή των αρμονικών όπως αναφέρεται στην 5.8

Παλμοί	# 6-παλμικών ελεγχόμενων ανορθωτικών διατάξεων	Μετασχηματιστές			Μετατόπιση φάσης
		x-W	3-W	2-W	
12	2	3-W	1	2	30 ⁰
24	4	5-W	2	4	15 ⁰
36	6	7-W	3	6	10 ⁰
48	8	9-W	4	8	7.5 ⁰

Σχήμα 3. 28 : Μετατόπιση φάσης των δευτερευόντων των μετασχηματιστών για την κατασκευή p-παλμικών ελεγχόμενων ανορθωτικών διατάξεων από 6-παλμικές.

Πόσοι 6-παλμικοί μετατροπείς και μετασχηματιστές απαιτούνται για να κατασκευαστούν 18-, 30-, 42-παλμικοί μετατροπείς. Ποια είναι η απαραίτητη μετατόπιση φάσης στα δευτερεύοντα των μετασχηματιστών; Ο παρακάτω πίνακας δίνει την απάντηση :

Παλμοί	# 6-παλμικών ελεγχόμενων ανορθωτικών διατάξεων	Μετασχηματιστές		Μετατόπιση φάσης
		x-W	2-W	
18	3	4-W	3	20 ⁰
30	5	6-W	5	12 ⁰
42	7	8-W	7	8,57 ⁰

Σχήμα 3. 29 : Παράδειγμα εφαρμογής του Σχήματος 3.28

4

ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΣΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	72
4.2	ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ	72
4.3	ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΧΑΛΚΟΥ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ	72
4.4	ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΙΔΗΡΟΥ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ	73
4.4.1	<i>Απώλειες Υστέρησης:</i>	74
4.4.2	<i>Απώλειες Δινορευμάτων:</i>	75
4.5	ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ.....	76
4.6	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΤΡΑΠΕΖΕΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ	77
4.7	ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΕΞΑΙΤΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ	78
4.7.1	<i>Παράλληλος Συντονισμός</i>	81
4.7.2	<i>Συντονισμός Εν Σειρά</i>	83
4.8	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ.....	84
4.9	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	86
4.10	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ	86

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αυξανόμενη χρήση μη-γραμμικών φορτίων δημιουργεί συνεχώς αυξανόμενα προβλήματα αρμονικής παραμόρφωσης στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζονται οι επιπτώσεις των αρμονικών στις τράπεζες πυκνωτών, στους μετασχηματιστές και στις μηχανές.

Γενικά τα αποτελέσματα που προξενούν οι αρμονικές στο δίκτυο μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε τρεις κυρίως κατηγορίες :

- 1) Θερμική Καταπόνηση
- 2) Καταπόνηση των μονώσεων
- 3) Δυσλειτουργία του φορτίου

Οι αρμονικές γενικά αυξάνουν τις απώλειες των συστημάτων με αποτέλεσμα την θερμική καταπόνηση και την μειωμένη διάρκεια ζωής των διαφόρων στοιχείων ενός ηλεκτρικού δικτύου. Η μέγιστη τιμή της τάσης αυξάνεται επίσης με τις αρμονικές. Αυτή η αυξημένη τάση έχει ως αποτέλεσμα μεγάλη καταπόνηση της μόνωσης μέχρι και την καταστροφή της.

Οι αρμονικές που είναι πολλαπλάσια της τρίτης αρμονικής («τριπλές» αρμονικές, $3nf_0$) και λογαριάζονται σαν να είναι μηδενικής ακολουθίας όταν ρέουν σε ένα κύκλωμα έχουν σαν αποτέλεσμα την ύπαρξη ενός ρεύματος ουδετέρου αρκετά μεγάλου το οποίο μπορεί να ξεπεράσει ακόμα και το ρεύμα που ρέει στις φάσεις ακόμα και όταν τα φορτία είναι συμμετρικά κατανομημένα αφού οι τρίτες αρμονικές είναι σε φάση μεταξύ των φάσεων.

Το παραπάνω έχει σαν αποτέλεσμα την υπερδιαστασιολόγηση των γραμμών ουδετέρου, δηλαδή επιλέγονται καλώδια μεγαλύτερης διατομής από αυτά που υπολογίζονται χρησιμοποιώντας μόνο τη θεμελιώδη συνιστώσα.

Επιπλέον, οι αρμονικές και ένας πιθανός συντονισμός μπορεί να καταστρέψει πολλές συσκευές των ηλεκτρικών συστημάτων. Οι αρμονικές περαιτέρω μπορούν να αλληλεπιδράσουν με τους προστατευτικούς διακόπτες, τις συσκευές μέτρησης και τα συστήματα επικοινωνιών. Ακόμα, οι ευαίσθητες συσκευές μπορεί να δυσλειτουργούν μέχρι την καταστροφή τους από τις αρμονικές.

4.2 ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ

Οι αρμονικές έχουν σαν αποτέλεσμα να αυξάνουν τις απώλειες χαλκού και σιδήρου στις διάφορες εφαρμογές και έτσι να αυξάνουν την θερμική καταπόνηση. Ένας αποτελεσματικός τρόπος προστασίας από αυτόν τον κίνδυνο είναι η σωστή διαστασιολόγηση των συσκευών, δηλαδή οι συσκευές θα πρέπει να διαστασιολογούνται για περισσότερο ρεύμα από αυτό που προκύπτει από την ανάλυση στην θεμελιώδη συνιστώσα ρεύματος και μόνο.

4.3 ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΧΑΛΚΟΥ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ

Η ενεργός ισχύς που καταναλώνεται σε μια αντίσταση σε περιβάλλον με αρμονικές δίνεται από τον παρακάτω τύπο.

$$P_R = \frac{1}{2} \sum_{h=1} V_h I_h = \frac{1}{2} \sum_{h=1} I_h^2 R_h = \frac{1}{2} \sum_{h=1} \frac{V_h^2}{R_h} \quad (4.1)$$

όπου R_h είναι η αντίσταση στην h αρμονική,
 V_h είναι η rms τιμή τάση στην h αρμονική και

I_h είναι η rms τιμή του ρεύματος

Υποθέτοντας ότι η αντίσταση είναι σταθερή όσο στην περίπτωση του dc ρεύματος (αμελώντας το επιδερμικό φαινόμενο) ισχύει :

$$P_R = \frac{1}{2R} \sum_{h=1} V_h^2 = \frac{V_1^2}{2R} (1 + THD_V^2) = P_{R1} (1 + THD_V^2) = P_{R1} \sum_{h=1} V_{h_{pu}}^2 \quad (4.2)$$

Το παραπάνω εκφρασμένο με όρους ρεύματος :

$$P_R = \frac{R}{2} \sum_{h=1} I_h^2 = \frac{I_1^2 R}{2} (1 + THD_I^2) = P_{R1} (1 + THD_I^2) = P_{R1} \sum_{h=1} I_{h_{pu}}^2 \quad (4.3)$$

Στο ανά μονάδα σύστημα τα παραπάνω εκφράζονται ως :

$$\begin{aligned} P_{R_{pu}} &= \frac{P_R}{P_{R1}} = 1 + THD_V^2 = \sum_{h=1} V_{h_{pu}}^2 = \\ &= 1 + THD_I^2 = \sum_{h=1} I_{h_{pu}}^2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

όπου το P_R είναι οι ολικές απώλειες ισχύος στην αντίσταση ,

το P_{R1} είναι η απώλεια ισχύος στην αντίσταση στην θεμελιώδη συχνότητα,

το $P_{R_{pu}}$ είναι οι ολικές απώλειες ισχύος στην αντίσταση σε ανά μονάδα με βάση ισχύος τις απώλειες στην θεμελιώδη συχνότητα,

το $V_{h_{pu}}$ είναι η τάση της αντίστασης σε ανά μονάδα στην h^{th} αρμονική με βάση τάσης την ονομαστική τάση της αντίστασης.

το $I_{h_{pu}}$ είναι το ρεύμα της αντίστασης στην h^{th} αρμονική σε ανά μονάδα με βάση ρεύματος το ονομαστικό της αντίστασης.

THD_I και THD_V είναι η ολική αρμονική παραμόρφωση του ρεύματος και της τάσης.

Σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις η ανά μονάδα αύξηση των απωλειών χαλκού εξαιτίας των αρμονικών, αν αγνοηθεί το επιδερμικό φαινόμενο, είναι ίση με το THD_V^2 ή το THD_I^2 . Έτσι προκύπτει :

$$\Delta P_{R_{pu}} = \frac{\Delta P_R}{P_{R1}} = \frac{P_R - P_{R1}}{P_{R1}} = P_{R_{pu}} - 1 = THD_I^2 = THD_V^2 \quad (4.5)$$

όπου $\Delta P_{R_{pu}}$ είναι η ανά μονάδα αύξηση των απωλειών χαλκού.

Πρέπει να σημειωθεί ότι το $THD_V^2 = THD_I^2$ επειδή πρόκειται για R (αντίσταση) όπου η μορφή της τάσης είναι ίδια με την μορφή του ρεύματος (γραμμικό στοιχείο).

4.4 ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΙΔΗΡΟΥ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ¹⁰

Οι απώλειες σιδήρου είναι οι απώλειες οι οποίες ενυπάρχουν όταν ένας πυρήνας σιδήρου μαγνητίζεται με την εφαρμογή τάσης ή όταν περιστρέφεται σε ένα μαγνητικό πεδίο. Αυτές οι απώλειες (σύμφωνα με [51]) αποτελούνται από τις δύο παρακάτω υποκατηγορίες απωλειών :

- 1) απώλειες υστέρησης,
- 2) απώλειες δινορευμάτων

¹⁰ Αναλυτικά σχέσεις και ανάλυση όλων των τύπων υπάρχει στο [51]

οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα την μειωμένη απόδοση και αύξηση της θερμοκρασίας λειτουργίας

4.4.1 Απώλειες Υστέρησης:

Οι απώλειες υστέρησης οφείλονται στην συνεχή αντιστροφή της μαγνήτισης του σιδηρού πυρήνα και εξαρτώνται κυρίως από τον όγκο, την ποιότητα του χρησιμοποιούμενου υλικού του πυρήνα, από την μέγιστη τιμή της πυκνότητας ροής και την μέγιστη τιμή του ρεύματος. Τυπικές τιμές για την πυκνότητα της μαγνητικής ροής είναι $1,5 \text{Wb/m}^2$. Για αυτή την τιμή της πυκνότητας μαγνητικής ροής οι απώλειες υστέρησης στην θεμελιώδη συχνότητα δίνονται από τον τύπο :

$$P_{h_1} = \xi f_o B_{m_1}^v \quad (4.6)$$

όπου ξ είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τον όγκο και το υλικό του πυρήνα.

f_o είναι η θεμελιώδης συχνότητα λειτουργίας (50Hz)

B_{m_1} είναι η μέγιστη τιμή της πυκνότητας μαγνητικής ροής.

v είναι ένας εκθέτης που εξαρτάται από το υλικό του πυρήνα και είναι συνήθως 1,6.

Όταν λαμβάνονται υπόψη και οι αρμονικές τότε οι ανά μονάδα απώλειες των αρμονικών μπορούν να γραφούν ως :

$$P_{h_{h_{pu}}} = \frac{P_{h_h}}{P_{h_1}} = h \left(\frac{B_{m_h}}{B_{m_1}} \right)^v = h \left(\frac{I_h}{I_1} \right)^v = h I_{h_{pu}}^v \quad (4.7)$$

$$P_h = \sum_{h=1} P_{h_h} = P_{h_1} \sum_{h=1} h \left(\frac{I_h}{I_1} \right)^v \quad (4.8)$$

$$P_{h_{pu}} = \frac{P_h}{P_{h_1}} = \sum_{h=1} h \left(\frac{I_h}{I_1} \right)^v = \sum_{h=1} h I_{h_{pu}}^v \quad (4.9)$$

Όπου $P_{h_{h_{pu}}}$ είναι οι ανά μονάδα απώλειες υστέρησης της h αρμονικής, δηλαδή

$$P_{h_{h_{pu}}} = \frac{P_{h_h}}{P_{h_1}}, \quad (4.10)$$

P_{h_h} είναι οι απώλειες υστέρησης στην h αρμονική,

h είναι η τάξη της αρμονικής,

B_{m_h} είναι η μέγιστη πυκνότητα μαγνητικής ροής στην h αρμονική.

I_h είναι το μέγιστο ρεύμα μαγνήτισης στη αρμονική h ,

P_h είναι οι ολικές απώλειες υστέρησης,

$$P_{h_{pu}} \text{ είναι οι ολικές ανά μονάδα απώλειες υστέρησης, } P_{h_{pu}} = \frac{P_h}{P_{h_1}} \quad (4.11)$$

$I_{h_{pu}}$ είναι η ανά μονάδα τιμή του ρεύματος στην h αρμονική, με βασική τιμή το ονομαστικό ρεύμα $I_{h_1} = \frac{I_h}{I_1}$. (4.12)

4.4.2 Απώλειες Δινορευμάτων:

Οι απώλειες δινορευμάτων είναι οι απώλειες ισχύος σχετιζόμενες με την ροή δινορευμάτων. Αυτά τα δινορεύματα υπάρχουν εξαιτίας δύο καταστάσεων. Πρώτον, δινορεύματα αναπτύσσονται στον δρομέα μιας περιστρεφόμενης μηχανής επειδή κινείται-περιστρέφεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Δεύτερον, δινορεύματα αναπτύσσονται στον πυρήνα ενός μετασχηματιστή εξαιτίας της ac τάσης που εφαρμόζεται κάτι που συνεπάγεται και μεταβλητή μαγνητική ροή.

Οι απώλειες δινορευμάτων στην θεμελιώδη συνιστώσα βρίσκονται ως εξής :

$$P_{e_1} = \kappa f_o^2 B_{m_1}^2 \quad (4.13)$$

όπου το κ είναι μια σταθερά η οποία εξαρτάται από το υλικό του πυρήνα, τον όγκο και το πάχος των φύλλων-ελασμάτων του μετασχηματιστή, αφού ο μετασχηματιστής κατασκευάζεται από φύλλα υλικού και όχι από συμπαγές υλικό, ακριβώς για να μειώνονται τα δινορεύματα.

Στις αρμονικές οι απώλειες δινορευμάτων μπορούν να εκφραστούν ως εξής :

$$P_{e_{hpu}} = \frac{P_{e_h}}{P_{e_1}} = h^2 \left(\frac{B_{m_h}}{B_{m_1}} \right)^2 = h^2 \left(\frac{I_h}{I_1} \right)^2 = h^2 I_{h_{pu}}^2 \quad (4.14)$$

$$P_e = \sum_{h=1} P_{e_h} = P_{e_1} \sum_{h=1} h^2 \left(\frac{I_h}{I_1} \right)^2 \quad (4.15)$$

ή

$$P_{e_{hpu}} = \frac{P_e}{P_{e_1}} = \sum_{h=1} h^2 \left(\frac{I_h}{I_1} \right)^2 = \sum_{h=1} h^2 I_{h_{pu}}^2 \quad (4.16)$$

Όπου $P_{e_{hpu}}$ είναι οι ανά μονάδα απώλειες δινορευμάτων της h^{th} αρμονικής, δηλαδή

$$P_{e_{hpu}} = \frac{P_{e_h}}{P_{e_1}},$$

P_{e_h} είναι οι απώλειες δινορευμάτων στην h^{th} αρμονική,

h είναι η τάξη της αρμονικής,

B_{m_h} είναι η μέγιστη πυκνότητα μαγνητικής ροής στην h^{th} αρμονική.

I_e είναι το μέγιστο ρεύμα δινορευμάτων στη αρμονική h ,

P_e είναι οι ολικές απώλειες δινορευμάτων,

$P_{e_{pu}}$ είναι οι ολικές ανά μονάδα απώλειες δινορευμάτων, $P_{e_{pu}} = \frac{P_e}{P_{e_1}}$

$I_{e_{pu}}$ είναι η ανά μονάδα τιμή του ρεύματος στην h^{th} αρμονική, με βασική τιμή το ονομαστικό ρεύμα $I_{e_1} = \frac{I_e}{I_1}$.

Από τις παραπάνω σχέσεις για τις απώλειες υστέρησης και δινορευμάτων προκύπτει ένα πολύ χρήσιμο συμπέρασμα. Οι απώλειες υστέρησης είναι ανάλογες της τάξης της αρμονικής, ενώ αντίθετα οι απώλειες δινορευμάτων είναι ανάλογες του τετραγώνου της τάξης της αρμονικής.

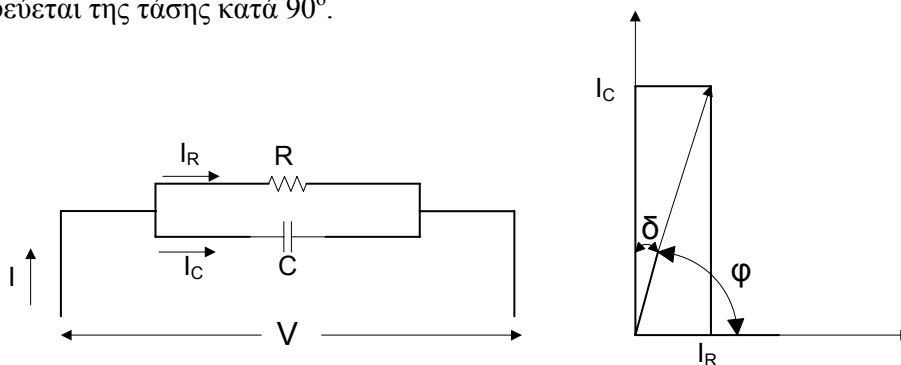
Οι ολικές απώλειες σιδήρου δίνονται από τον παρακάτω τύπο :

$$P_i = P_h + P_e \quad (4.17)$$

Βέβαια θα πρέπει να αναφερθεί ότι τα παραπάνω αποτελέσματα είναι προσεγγιστικά γιατί έχει υποτεθεί γραμμικό μαγνητικά κύκλωμα (αφού εφαρμόζεται η υπέρθεση μεταξύ των αρμονικών). Στην πραγματικότητα όμως τα μαγνητικά κυκλώματα δεν είναι γραμμικά με αποτέλεσμα να υπάρχει διαφορά μεταξύ των θεωρητικών και των πειραματικών αποτελεσμάτων.

4.5 ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ

Οι διηλεκτρικές απώλειες σε ένα πυκνωτή ή οι απώλειες μόνωσης σε ένα καλώδιο οφείλονται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει πρακτικά ιδανικός πυκνωτής στον οποίο το ρεύμα να προπορεύεται της τάσης κατά 90° .



Σχήμα 4.1 : Σχηματοποίηση διηλεκτρικών απωλειών (απωλειών μόνωσης)[5]

Σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα (Σχ. 4.1) ο συντελεστής ισχύος του πυκνωτή είναι :

$$pf = \cos \phi = \sin \delta \cong \delta \quad \text{όταν το } \delta \text{ είναι αρκετά μικρό.} \quad (4.18)$$

$$pf = \tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{V/R}{\omega_o CV} = \frac{1}{\omega_o CR} \Rightarrow \frac{V}{R} = \omega_o CV \tan \delta \quad (4.19)$$

όπου δ είναι η γωνιακή απόκλιση από τις 90° μοίρες του ρεύματος του πυκνωτή με το ρεύμα της αντίστασης.

R, C είναι στοιχεία του κυκλώματος όπως φαίνονται στο Σχήμα 4. 1

Οι διηλεκτρικές απώλειες στην θεμελιώδη συχνότητα είναι :

$$P_{d_1} = \frac{1}{2} V_1 I_1 \cos \phi_1 = \frac{1}{2} V_1 I_R = \frac{1}{2} V_1 \left(\frac{V_1}{R} \right) = \frac{1}{2} \omega_o C V_1^2 \tan \delta_1 \quad (4.20)$$

όπου V_1 είναι η rms τιμή της τάσης στα άκρα του Σχήματος 4. 1

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_C + \vec{I}_R \quad (\text{rms τιμές})$$

Για τις αρμονικές ισχύει ότι :

$$P_{d_{h_{pu}}} = \frac{P_{d_h}}{P_{d_1}} = h \left(\frac{V_h}{V_1} \right)^2 = h V_{h_{pu}}^2 \quad (4.21)$$

$$P_d = \sum_{h=1} P_{d_h} = P_{d_1} \sum_{h=1} h \left(\frac{V_h}{V_1} \right)^2 \quad (4.22)$$

$$P_{d_{pu}} = \frac{P_d}{P_{d_1}} = \sum_{h=1} h \left(\frac{V_h}{V_1} \right)^2 = \sum_{h=1} h V_{h_{pu}}^2 \quad (4.23)$$

όπου P_d είναι οι ολικές διηλεκτρικές απώλειες

P_{dh} είναι οι διηλεκτρικές απώλειες στην h αρμονική

$P_{d_{h_{pu}}}$ είναι οι διηλεκτρικές απώλειες ανά μονάδα ως προς τις διηλεκτρικές απώλειες στην θεμελιώδη συχνότητα

$P_{d_{h_{pu}}}$ είναι οι διηλεκτρικές απώλειες ανά μονάδα της h αρμονικής ως προς τις διηλεκτρικές απώλειες στην θεμελιώδη συχνότητα

V_h είναι η μέγιστη τιμή της τάσης στην h αρμονική και

h είναι η τάξη της αρμονικής

4.6 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΤΡΑΠΕΖΕΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ

Οι αρμονικές επιδρούν στις τράπεζες πυκνωτών με τους ακόλουθους τρόπους :

- 1) Με δεδομένο ότι η σύνθετη αντίσταση των πυκνωτών μειώνεται καθώς αυξάνεται η συχνότητα, τους κάνει σαν «καταβόθρες»-μαύρες τρύπες για τις υψηλές αρμονικές. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την υπερφόρτιση των πυκνωτών εξαιτίας των αρμονικών ρευμάτων αν δεν γίνει σωστή και προσεγμένη μελέτη για την τοποθέτησή τους στο δίκτυο.
- 2) Οι αρμονικές τείνουν να αυξάνουν τις διηλεκτρικές απώλειες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την μεγάλη θέρμανση και την μειωμένη διάρκεια ζωής των πυκνωτών.
- 3) Οι πυκνωτές σε συνδυασμό με πηνία δημιουργούν ένα κύκλωμα παράλληλου συντονισμού.

Η συχνότητα στην οποία αυτό το κύκλωμα συντονίζεται δίνεται από τον τύπο :

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_s C}} = \frac{\omega_o}{2\pi \sqrt{X_{s_{pu}} / X_{c_{pu}}}} = f_o \sqrt{\frac{X_{c_{pu}}}{X_{s_{pu}}}} = f_o \sqrt{\frac{SCC_{pu}}{Q_{C_{pu}}}} \quad (4.24)$$

και η τάξη της αρμονικής του συντονισμού είναι :

$$h_r = \frac{f_r}{f_o} = \sqrt{\frac{X_{C_{pu}}}{X_{S_{pu}}}} = \sqrt{\frac{SCC_{pu}}{Q_{C_{pu}}}} \quad (4.25)$$

όπου L_S είναι η αυτεπαγωγή του κυκλώματος του δικτύου μέχρι το σημείο όπου εγκαθίσταται ο πυκνωτής,

C είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή που εγκαθίσταται,

SCC_{pu} είναι η ισχύς βραχυκύκλωσης του δικτύου σε ανά μονάδα τιμή.

$Q_{C_{pu}}$ είναι η παραγωγή επαγωγικής αέργου ισχύος του πυκνωτή σε ανά μονάδα τιμή

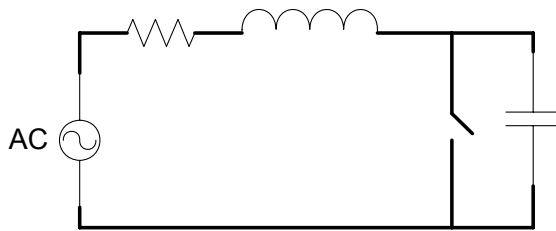
$X_{S_{pu}}$ είναι η ανά μονάδα σύνθετη αντίσταση του δικτύου μέχρι το σημείο εγκατάστασης του πυκνωτή και

$X_{C_{pu}}$ είναι η ανά μονάδα σύνθετη αντίσταση του πυκνωτή που εγκαθίσταται.

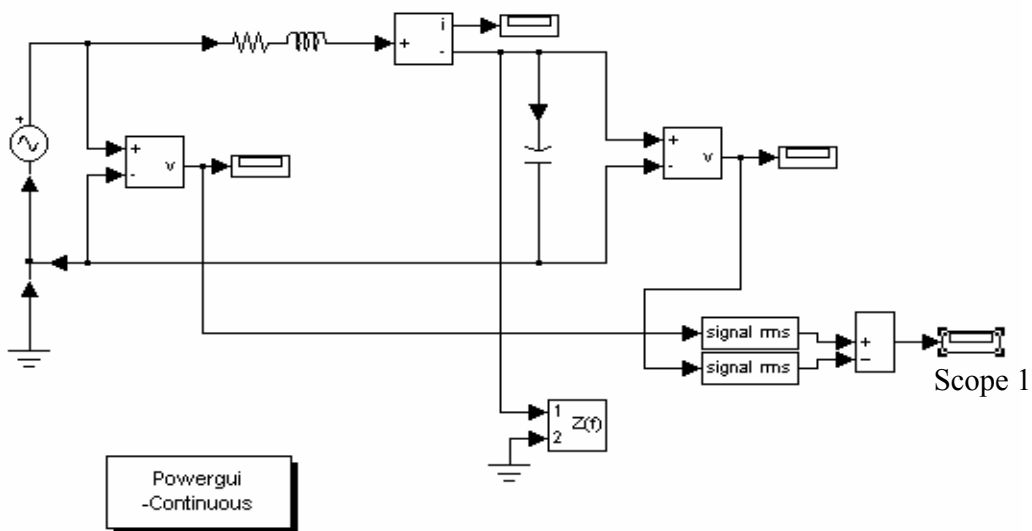
Στην περίπτωση του συντονισμού, οι αρμονικές μεγεθύνονται-ενισχύονται. Οι τάσεις που προκύπτουν σε τέτοια περίπτωση (με αρμονικές και συντονισμό) μπορούν να ξεπερνούν κατά πολύ τις ονομαστικές και οι τράπεζες πυκνωτών μπορούν σε τέτοια περίπτωση να καταστραφούν.

4.7 ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΕΞΑΙΤΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ

Η ενίσχυση των αρμονικών μπορεί να εξηγηθεί καλύτερα με τα ακόλουθα. Θεωρώντας το παρακάτω δίκτυο :



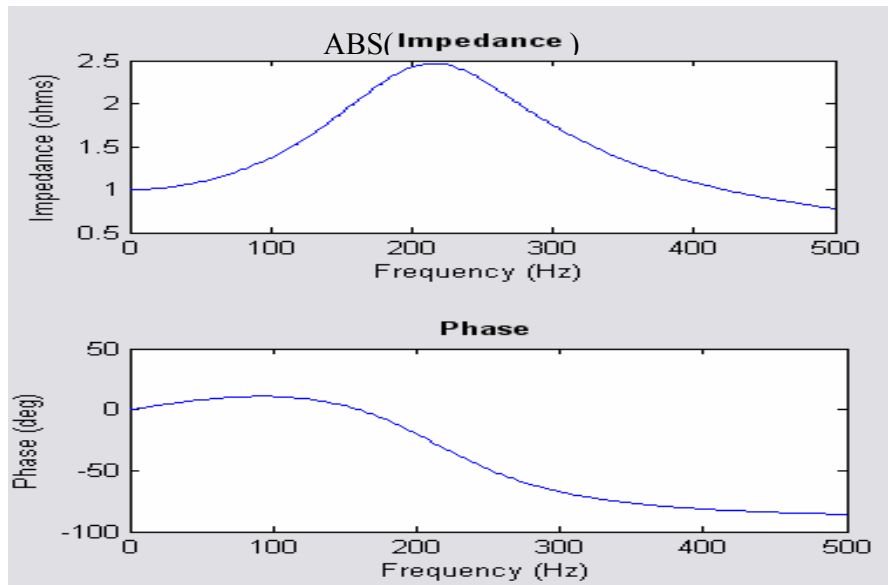
Σχήμα 4. 2 : Μελέτη φαινομένου συντονισμού σε ένα πραγματικό βιομηχανικό δίκτυο



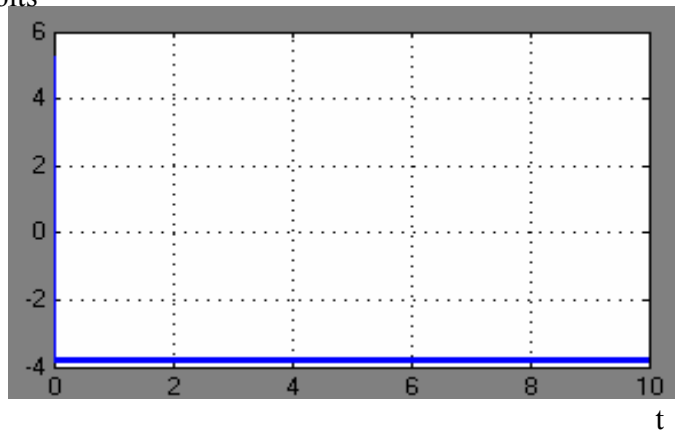
Σχήμα 4. 3 : Είναι το Σχήμα 4.2 στο πρόγραμμα MatLab ώστε να γίνουν οι απαραίτητοι υπολογισμοί

έχει συντονισμό στην συχνότητα :

Σχήμα 4.4 : Σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος του Σχ. 4.2 σε συνάρτησε με την συχνότητα



και η τάση αυξάνεται όταν συνδέεται ο πυκνωτής ως :

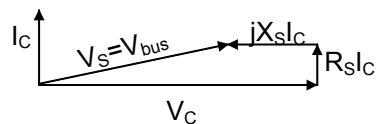
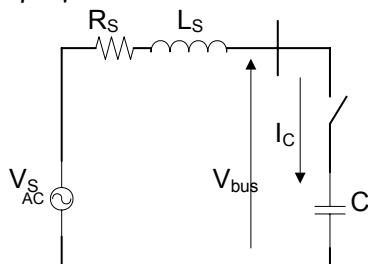


Σχήμα 4.5 : Αύξηση τάσης όταν συνδέεται ο πυκνωτής [Τάση που δείχνει το Scope 1]

Σημείωση:

Η τάση στο διπλανό σχήμα Σχ. 4.5 όπως παρατηρείται είναι αρνητική αφού γίνεται η αναίρεση της τάσης της πηγής μείον(-) την τάση στα άκρα του πυκνωτή.

Όπως παρατηρείται υπάρχει αύξηση της τάσης κατά 4V στον ζυγό του πυκνωτή. Γενικότερα για ένα δίκτυο :



Σχήμα 4.6 : Μεταβολή V,I όταν συνδέεται πυκνωτής.

Η τάση στον ζυγό όταν συνδεθεί ο πυκνωτής γίνεται :

$$V_C = V'_{bus} = \frac{-jX_C}{Z_S - jX_C} V_S = \frac{V_S}{1 - \omega_o^2 L_S C + j\omega_o C R_R} \quad (4.26)$$

όπου V'_{bus} είναι η τάση του ζυγού στον οποίο εγκαταστάθηκε ο πυκνωτής μετά την εγκατάσταση,

X_C είναι η σύνθετη αντίσταση του πυκνωτή

Z_S είναι σύνθετη αντίσταση του δικτύου μέχρι το σημείο στο οποίο εγκαθίσταται ο πυκνωτής

V_S είναι η τάση της πηγής

L_S είναι η αυτεπαγωγή του δικτύου μέχρι το σημείο που εγκαθίσταται ο πυκνωτής

C είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή.

Συντονισμό έχουμε στην συχνότητα :

$$\omega_r = h_r \omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_S C}} \quad (4.27)$$

όπου ω_o είναι η γωνιακή ταχύτητα στην θεμελιώδη συχνότητα

ω_r είναι η γωνιακή ταχύτητα στην συχνότητα συντονισμού και

h_r είναι η τάξη της συχνότητας συντονισμού.

Η τάξη της αρμονικής συντονισμού είναι :

$$h_r = \frac{\omega_r}{\omega_o} = \frac{1}{\omega_o \sqrt{L_S C}} = \sqrt{\frac{X_C}{X_S}} = \sqrt{\frac{SCC}{Q_C}} \quad (4.28)$$

όπου Q_C είναι τα χωρητικά KVA_r του πυκνωτή.

SCC είναι η ισχύς βραχυκύκλωσης του ζυγού.

Η τάση του πυκνωτή στον συντονισμό είναι :

$$V_{C_h} = \frac{V_S}{j\omega CR_S} = -j \frac{V_S}{R_S} \sqrt{\frac{L_S}{C}} = -j \frac{Z_C}{R_S} V_S = -j A_f V_S \quad (4.29)$$

όπου V_{C_h} είναι η τάση του πυκνωτή στην h αρμονική,

X_n είναι η χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση που ορίζεται ως :

$$X_n = \sqrt{\frac{L_S}{C}} = \sqrt{X_S X_C} \quad (4.30)$$

A_f είναι ο συντελεστής ενίσχυσης που ορίζεται ως

$$A_f = \frac{X_n}{R_S} \quad (4.31)$$

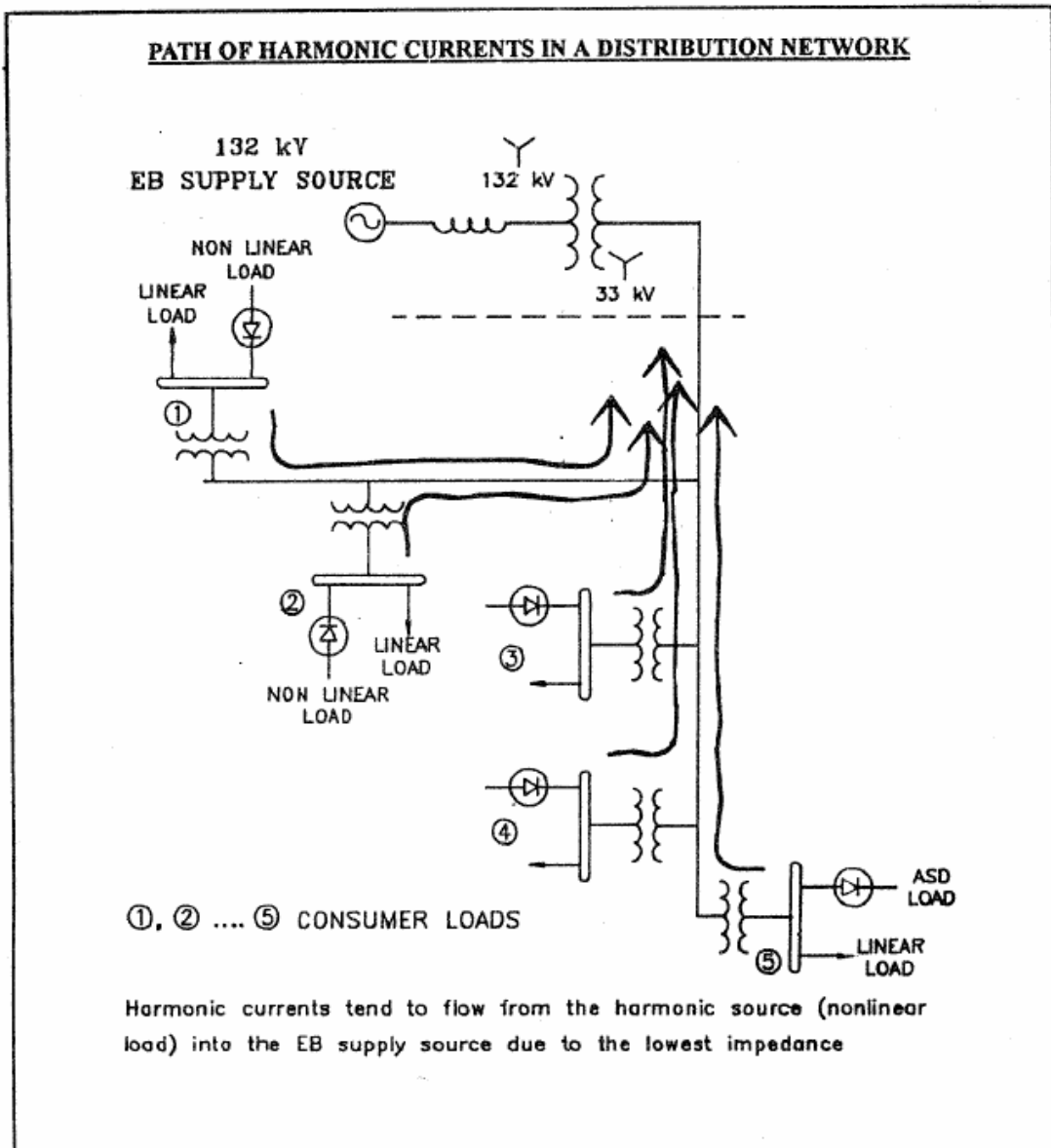
Αρα όπως παρατηρείται και από τον συντελεστή ενίσχυσης οι αρμονικές που είναι κοντά στην συχνότητα συντονισμού υφίστανται ενίσχυση. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ότι η τάση στον πυκνωτή να είναι μεγαλύτερη από την ονομαστική τάση που πρέπει να υφίσταται ο πυκνωτής, με αποτέλεσμα την δυσλειτουργία μέχρι και την καταστροφή του πυκνωτή. Ο συντελεστής ενίσχυσης μπορεί να οριστεί ως :

$$A_f = \frac{X_n}{R_S} = \frac{\sqrt{L_S/C}}{R_S} = \frac{\sqrt{X_S X_C}}{R_S} = \frac{X_S}{R_S} h_r \quad (4.32)$$

με δεδομένο ότι δημιουργείται συντονισμός μεταξύ της επαγωγικής σύνθετης αντίστασης του δικτύου και του πυκνωτή.

Ο εν σειρά και παράλληλος συντονισμός προκαλούν την ενίσχυση των αρμονικών ρεύματος και τάσης που είναι κοντά στην συχνότητα συντονισμού, κάτι το οποίο προκαλεί επιπλέον καταπόνηση στις μονώσεις των διαφόρων συσκευών του συστήματος μέχρι και

ολοκληρωτική καταστροφή της συσκευής. Παρακάτω φαίνεται ένα σχεδιάγραμμα με το οποίο δείχνεται η ροή των αρμονικών ρευμάτων σε ένα δίκτυο.



Σχήμα 4.7 : Ροή αρμονικών ρευμάτων σε ένα δίκτυο [50]

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα τα ρεύματα αρμονικών τείνουν να ρέουν από την πηγή τους, που είναι τα μη γραμμικά φορτία, προς το δίκτυο επειδή η ισοδύναμη αντίσταση του δικτύου είναι πολύ μικρότερη από την αντίσταση των άλλων γραμμικών φορτίων της εγκατάστασης.

4.7.1 Παράλληλος Συντονισμός

Οι τράπεζες πυκνωτών προκαλούν στο σύστημα φαινόμενα συντονισμού τα οποία επιδεινώνουν το πρόβλημα των αρμονικών. Ο συντονισμός εν παραλλήλω προκαλεί υψηλή αντίδραση σε μια συχνότητα. Όταν οι αρμονικές των τάσεων «βλέπουν» υψηλή αντίδραση εξαιτίας του παράλληλου συντονισμού, τότε προκύπτει σημαντική παραμόρφωση της τάσης και το ρεύμα ενισχύεται.

Στο παρακάτω σχήμα (Σχήμα 4. 8) φαίνεται η σχέση της ενίσχυσης των αρμονικών ρεύματος με την τάξη της αρμονικής.

Η συχνότητα στην οποία συμβαίνει ο συντονισμός προκύπτει από τον ακόλουθο τύπο:

$$f_p = f \sqrt{\left(\frac{S_{SCMVA}}{S_C}\right)} \quad (4.33)$$

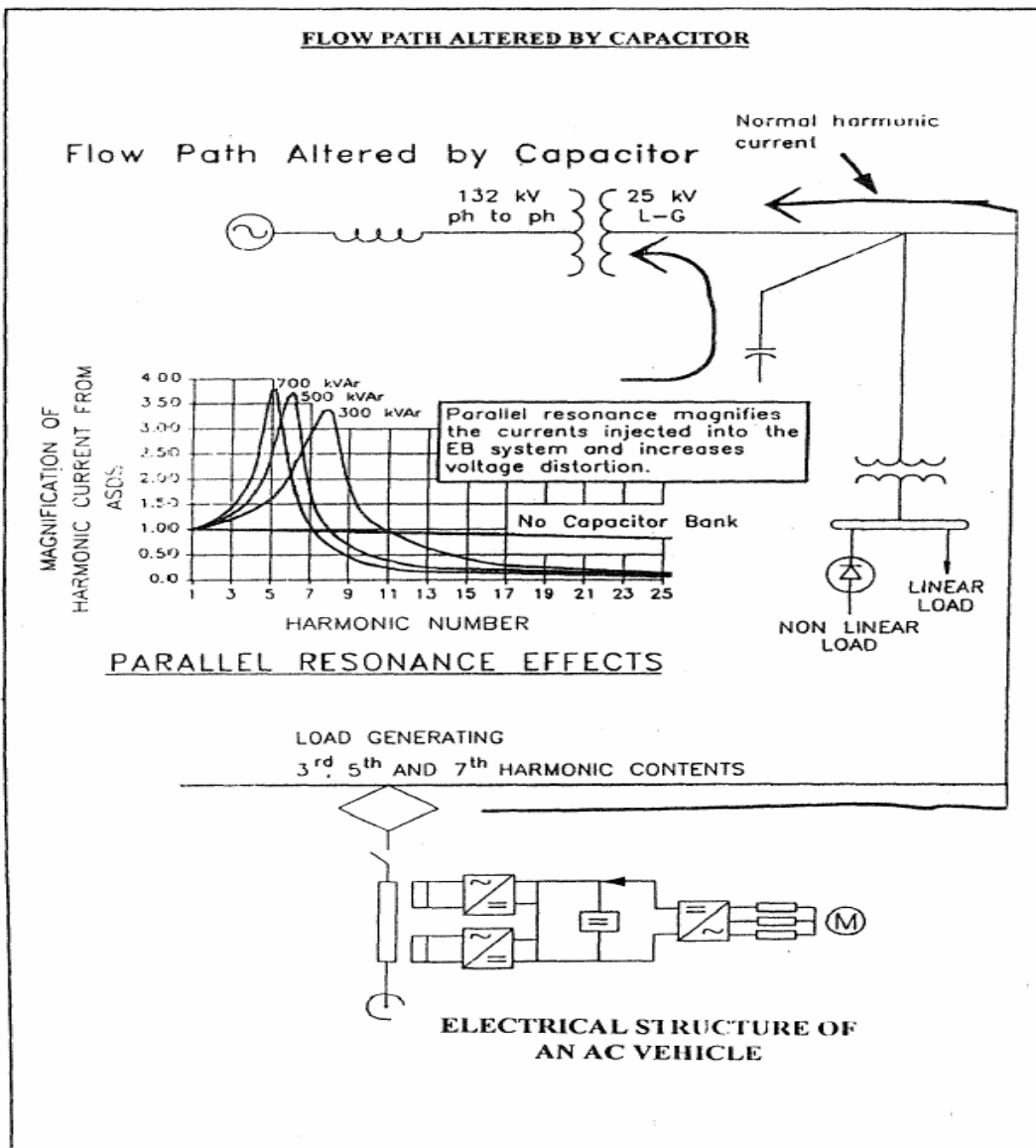
όπου f είναι η θεμελιώδης συχνότητα (Hz),

f_p είναι η συχνότητα συντονισμού,

S_{SCMVA} είναι η ισχύς βραχυκυκλώσεως στο σημείο όπου συνδέεται ο πυκνωτής και

S_C είναι τα χωρητικά KVA_r του πυκνωτή.

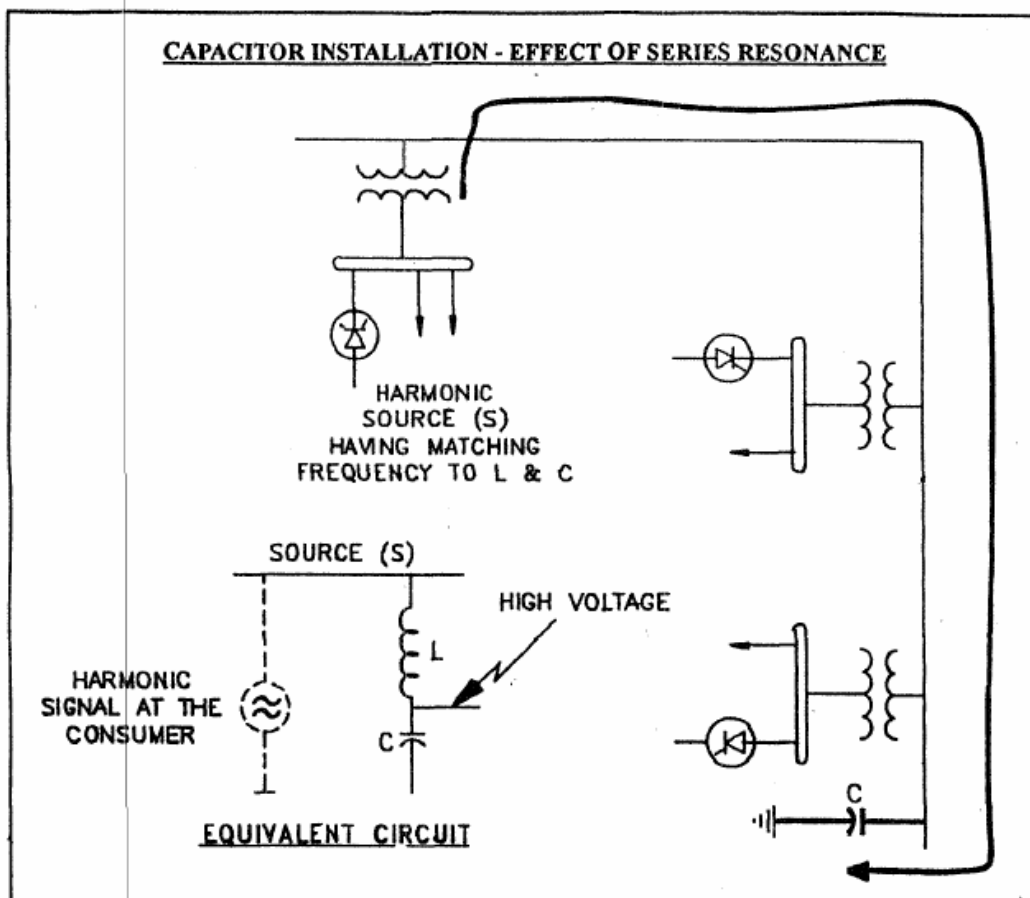
Ο παράλληλος συντονισμός μπορεί να συμβεί σε πληθώρα καταστάσεων. Η πιο διαδεδομένη και κοινή είναι η εγκατάσταση πυκνωτών σε έναν ζυγό όπου εγχέονται αρμονικά ρεύματα. Εκεί ο πυκνωτής «αντιδρά» με την σύνθετη αντίσταση του δικτύου και προκύπτει παράλληλος συντονισμός.



Σχήμα 4. 8 : Εγκατάσταση πυκνωτών σε ένα δίκτυο – Φαινόμενα παράλληλου συντονισμού [50]

4.7.2 Συντονισμός Εν Σειρά

Εξαιτίας του εν σειρά συντονισμού υπάρχει κίνδυνος για τις συσκευές αφού και ένα μικρό αρμονικό ρεύμα σε συχνότητα κοντά στην συχνότητα συντονισμού θα δώσει μεγάλη τάση η οποία θα καταπονήσει την συσκευή. Αυτό συμβαίνει όταν η αντίδραση του πυκνωτή είναι περίπου ίση με την επαγωγική αντίδραση του υπόλοιπου δικτύου όπως φαίνεται από την πηγή των αρμονικών (π.χ. ένα μη γραμμικό φορτίο). Έτσι αν οι δύο αντιδράσεις είναι (περίπου) ίσες τότε ως γνωστόν η χωρητική αντίδραση αφαιρείται από την επαγωγική και έτσι η συνολική αντίδραση του δικτύου για εκείνη την αρμονική θα είναι πολύ μικρή. Έτσι με μια μικρή σχετικά παραγωγή τάσης σε αυτήν την συχνότητα, το ρεύμα σε εκείνη την αρμονική θα είναι μεγάλο.



Σχήμα 4.9 : Εγκατάσταση πυκνωτή – Αποτελέσματα εν σειρά συντονισμού [50]

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα παρά το ότι η αρμονική τάση μπορεί να είναι μικρή επειδή η αντίδραση είναι μικρή εμφανίζεται ένα μεγάλο σχετικά ρεύμα, δηλαδή εμφανίζεται το φαινόμενο της ενίσχυσης της αντίστοιχης αρμονικής ρεύματος. Ο βαθμός της ενίσχυσης περιορίζεται από τον συντελεστή :

$$\frac{R}{2} * \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (4.34)$$

Μια ενισχυμένη αρμονική τάση, με τυπικές τιμές 6 έως 20 φορές, «μεταδίδεται» προς τον πυκνωτή. Αυτή η ενισχυμένη αρμονική τάση που «εφαρμόζεται» στον πυκνωτή τον επηρεάζει με τις αυξημένες διηλεκτρικές απώλειες. Το καθαρό αποτέλεσμα του συνδυασμού της ενισχυμένης

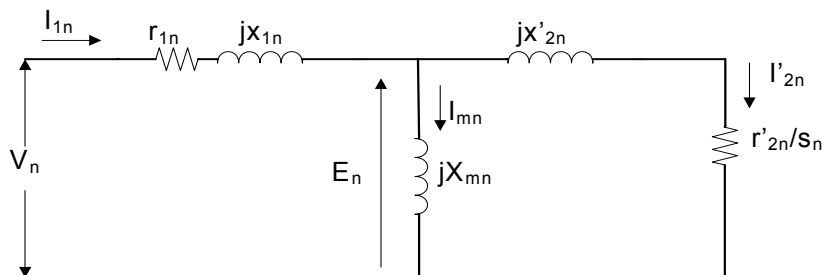
τάσης και των αυξημένων διηλεκτρικών απωλειών οδηγεί σε μερικές εκφορτίσεις και τελικά στην καταστροφή του πυκνωτή.

4.8 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

Η επιβολή μη-ημιτονοειδούς τάσης στις ηλεκτρικές μηχανές μπορεί να προκαλέσει την υπερθέρμανσή τους. Οι κινητήρες αντίθετα με τα άλλα στοιχεία του ηλεκτρικού δικτύου δεν υποδιαστασιολογούνται εφόσον η αρμονική παραμόρφωση είναι μικρότερη του 5%, όπως προτείνεται από τους κανονισμούς. Εάν τώρα η αρμονική παραμόρφωση ξεπεράσει το 5% τότε υπάρχουν φαινόμενα υπερθέρμανσης. Οι μηχανές πρέπει να αναφερθεί ότι βοηθούν στον περιορισμό των αρμονικών λόγω του υψηλού λόγου X/R του κυκλώματος του δρομέα (Το μεγάλο L προσφέρει εξομάλυνση των γρήγορων μεταβολών όπως κάνουν οι υψηλές αρμονικές).

Οι αρμονικές στην τάση ή στο ρεύμα έχουν ως αποτέλεσμα τις πρόσθετες απώλειες στα τυλίγματα του στάτη και στο κύκλωμα του δρομέα. Οι απώλειες των αρμονικών στο στάτη και στο δρομέα είναι επιπλέον και εξαιτίας του γεγονότος ότι οι σύνθετες αντιστάσεις αυξάνονται όσο αυξάνεται η συχνότητα αλλά και εξαιτίας των δινορευμάτων.

Το ισοδύναμο κύκλωμα μιας μηχανής επαγωγής είναι :



Σχήμα 4. 10 : Ισοδύναμο κύκλωμα μηχανής επαγωγής

Από το παραπάνω σχήμα προκύπτει ότι για κάθε αρμονική μπορεί να προκύψει και ένα διαφορετικό ισοδύναμο και να έχουμε τα ανάλογα αποτελέσματα.

Τα αρμονικά ρεύματα που υπάρχουν στον στάτη της ac μηχανής παράγουν εξ επαγωγής κινούσα δύναμη. Αυτή η κινούσα δύναμη οδηγεί στην ανάπτυξη ροπής προς την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα του πεδίου που παράγεται από τις αρμονικές. Έτσι όλες οι αρμονικές για τις οποίες θεωρείται το κύκλωμα θετικής ακολουθίας θα αναπτύξουν αρμονικές στην ροπή που θα βοηθούν την κίνηση από την θεμελιώδη συνιστώσα, ενώ αντίθετα οι αρμονικές με ισοδύναμο κύκλωμα το κύκλωμα αρνητικής ακολουθίας δημιουργούν ροπή που αντιτίθεται στην κύρια ροπή από την θεμελιώδη συνιστώσα.

Για ένα αρμονικό ρεύμα I_n , η ροπή ανά φάση δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{1}{\omega_n} I_n^2 \left(\frac{r'_{2n}}{s_n} \right) \text{ watt} \quad (4. 35)$$

όπου I_n είναι το αρμονικό ρεύμα

r_{2n} είναι η αντίσταση του δρομέα στην n-αρμονική και

s_n είναι η ολίσθηση του δρομέα στην n-αρμονική

στην αρμονική ταχύτητα.

Αναφερόμενο στην θεμελιώδη ταχύτητα αυτό γίνεται :

$$T_n = \left(\frac{I_n^2}{n} \right) \left(\frac{r'_{2n}}{s_n} \right) \left(\frac{1}{\omega} \right) \quad (4.36)$$

με το πρόσημο του n να δίνει την κατεύθυνση της ροπής. $\left(n = \frac{\omega_n}{\omega} \right)$

Επειδή το s_n είναι περίπου 1,0, η παραπάνω εξίσωση γίνεται

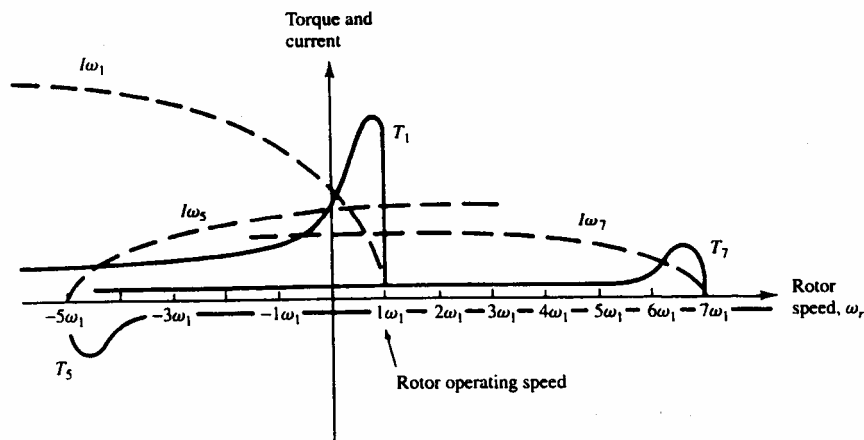
$$T_n = \left(\frac{I_n^2}{n} \right) r'_{2n} \left(\frac{1}{\omega} \right) \quad (4.37)$$

ανά μονάδα αν και το I_n και το r'_{2n} είναι ανά μονάδα.

Χρησιμοποιώντας την σχέση $V_n = I_n Z_n$ και $Z_n \sim n Z_1$, η ροπή μπορεί να εκφραστεί και με την χρήση της αρμονικής τάσης :

$$T_n = \left(\frac{V_n^2}{n^3} \right) \left(\frac{r'_{2n}}{X_1^2} \right) \left(\frac{1}{\omega} \right) \quad (4.38)$$

Επειδή η ολίσθηση στις αρμονικές συχνότητες είναι σχεδόν μονάδα, οι ροπές που παράγονται από τα πολύ μικρά ανά μονάδα αρμονικά ρεύματα είναι μικρές και επιπλέον αυτές οι ροπές συμβαίνουν ανά ζεύγη και τείνουν να αλληλοεξουδετερώνονται. Αυτό απεικονίζεται και στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.11 : Ανάπτυξη αρμονικών ροπών[3]

Όπου και παρατηρείται ότι η ροπή που παράγεται από τις αρμονικές συνιστώσες 5 και 7 αλληλοεξουδετερώνεται. Άρα η επίδραση των αρμονικών όσον αφορά την ροπή σε μια μηχανή μπορούν με μεγάλη ακρίβεια να αγνοηθούν.

Αν και οι αρμονικές έχουν πολύ μικρή έως και αμελητέα επίδραση στην συνολική ροπή που αναπτύσσεται στην μηχανή, δημιουργούν σημαντικούς «κλυδωνισμούς-κραδασμούς» στην μηχανή.

Ο τύπος με τον οποίο μπορούν να υπολογιστούν αυτοί οι «κλυδωνισμοί-κραδασμοί» στην μηχανή είναι όπως :

$$T_{3k} = \left[I_{n+}^2 + I_{n-}^2 - 2I_{n+}I_{n-} \cos(\phi_{n+} - \phi_{n-}) \right]^{1/2} \text{ ανά μονάδα} \quad (4.39)^{11}$$

όπου I_{n+} , ϕ_{n+} και I_{n-} , ϕ_{n-} είναι τιμές ρευμάτων ανά μονάδα και η φάση των I_{n+} και I_{n-} , το $n+$ αναπαριστά τις αρμονικές με τάξη $3k+1$ και το $n-$ αναπαριστά τις αρμονικές με τάξη $3k-1$. Αυτός ο τύπος μας δίνει την δυνατότητα να υπάρχει μια προκαταρκτική μελέτη των προβλημάτων κραδασμών στον άξονα της μηχανής εξαιτίας των αρμονικών.

4.9 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΙΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Η ροή των αρμονικών ρευμάτων στο δίκτυο μεταφοράς παράγει δύο κυρίως αποτελέσματα. Πρώτον προκαλούνται αυξημένες απώλειες στην γραμμή λόγω της αύξησης της rms τιμής του ρεύματος :

$$\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2 R_n \quad (4.40)$$

όπου I_n είναι η n -th αρμονική του ρεύματος και R_n είναι η αντίσταση του συστήματος στην αρμονική n . Το επιδερμικό φαινόμενο είναι κάτι που επιδρά αρνητικά στις απώλειες αφού αυξάνει την αντίσταση του καλωδίου όσο αυξάνει η συχνότητα με αποτέλεσμα να αυξάνουν και οι απώλειες.

Ένα άλλο πολύ σημαντικό αποτέλεσμα της ροής αρμονικών ρευμάτων στην γραμμή είναι η δημιουργία αρμονικών πτώσεων τάσης στο δίκτυο. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ένα «αδύναμο» σύστημα (μικρή ισχύς βραχυκύκλωσης) είναι ευαίσθητο σε αυτές τις αρμονικές της τάσης.

4.10 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΤΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ

Το κύριο αποτέλεσμα των αρμονικών στους μετασχηματιστές είναι η επιπλέον θερμική καταπόνησή τους λόγω αυξημένων απωλειών που δημιουργούνται από τα αρμονικά ρεύματα. Επιπλέον ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα που πρέπει να ληφθεί ιδιαίτερος υπόψη είναι η πιθανότητα να δημιουργηθεί συντονισμός μεταξύ της επαγωγικής σύνθετης αντίστασης του μετασχηματιστή και της χωρητικότητας του δικτύου. Όπως έχει αναφερθεί και σε άλλο κεφάλαιο αυξάνονται οι απώλειες δινορευμάτων, υστέρησης και σιδήρου. Η μόνωση του μετασχηματιστή καταπονείται ιδιαίτερος σε περιβάλλον με αρμονικές.

Οι μετασχηματιστές που είναι συνδεδεμένοι κατά Δ (τρίγωνο) καταπονούνται περισσότερο αφού μέσα σε αυτούς ρέουν και οι «τριπλές» αρμονικές-μηδενικής ακολουθίας.

Για όλους τους παραπάνω λόγους το IEEE έχει επιβάλει την υποδιαστασιολόγηση των μετασχηματιστών που λειτουργούν σε περιβάλλον με αρμονικές κατά τον συντελεστή :

$$K = \sqrt{\frac{\sum_h (I_h^2 h^2)}{\sum_h (I_h^2)}} = \sqrt{\frac{\sum_h \left(h \frac{I_h}{I_1} \right)^2}{1 + THD_I^2}} \quad (4.41)$$

¹¹ Όπως αναφέρεται στο [3]

5

ΘΕΡΑΠΕΙΑ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

5.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	91
5.2	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΝΟΣ ΦΙΛΤΡΟΥ.....	92
5.3	ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ – ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ.....	93
5.4	ΦΙΛΤΡΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΕΝΑ ΣΕ ΜΙΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ.....	94
5.4.1	<i>Σχεδιασμός Μονοσυντονιζόμενων Φίλτρων Δεύτερης Τάξης.....</i>	<i>96</i>
5.5	ΦΙΛΤΡΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΠΟΥ ΚΑΤΑΣΤΕΛΛΟΥΝ ΕΥΡΟΣ ΥΨΗΛΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ (HIGH PASS SECOND ORDER FILTERS).....	97
5.5.1	<i>Σχεδιασμός Φίλτρων Δεύτερας Τάξης που καταστέλλουν εύρος ζώνης.....</i>	<i>98</i>
5.6	ΓΕΝΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΓΙΑ ΤΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	99
5.7	ΕΝ-ΣΕΙΡΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	99
5.8	ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΩΝ ΙΣΧΥΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ.....	100
5.9	ΧΡΗΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΥ ΠΟΛΙΚΟΥ ΒΗΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ.....	101
5.10	ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	102

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα παθητικά φίλτρα είναι ευρέως χρησιμοποιούμενα αφού χρησιμοποιούνται στον περιορισμό των αρμονικών ρευμάτων. Αποτελούνται γενικά από τον εν σειρά συνδυασμό πυκνωτών και πηνίων. Τα παθητικά φίλτρα ακόμα ονομάζονται και «καταβόθρες» αρμονικών ρευμάτων επειδή απορροφούν αυτά τα ρεύματα. Τα φίλτρα αυτά παρουσιάζουν χαμηλή αντίσταση σε μια ή σε εύρος συχνοτήτων στις οποίες είναι συντονισμένα. Έτσι σε αυτές τις συχνότητες το κάθε φίλτρο έχει μικρή αντίσταση και έτσι «ελκύει» όλα τα ρεύματα αυτών των συχνοτήτων.

Παθητικά φίλτρα είναι εγκαταστημένα στην AC πλευρά ανορθωτών, σε drives μηχανών, σε συστήματα αδιάλειπτης παροχής ισχύος (UPS) και σε άλλα μη-γραμμικά φορτία για να μειώσουν / περιορίσουν την παραμόρφωση της τάσης ή/και του ρεύματος σε αποδεκτά επίπεδα στο σημείο της σύνδεσης με το δίκτυο παροχής της Ενέργειας. Η ανάλυση και η μελέτη για τα φίλτρα σε μια εγκατάσταση γίνεται με την προϋπόθεση ότι στο σύστημα έχω μόνιμη κατάσταση αν και στην πράξη τα φίλτρα θα πρέπει να λειτουργούν σε δυναμικές καταστάσεις (όπου κάποιοι από τους πυκνωτές ή και όλοι θα μπορούν να συνδέονται ή και να αποσυνδέονται από το δίκτυο). Παραδείγματα εφαρμογών όπου τα φίλτρα που βάζω είναι συνδεδεμένα/αποσυνδεδεμένα είναι τα drives των ασανσέρ, στους μετατροπείς σταθμών HVDC κτλ.

Σε συστήματα με πολλά φίλτρα είναι αναγκαίο να έχει γίνει πριν την εγκατάσταση μελέτη για το πόσα και ποια φίλτρα θα συνδέονται / αποσυνδέονται σε κάθε λειτουργική κατάσταση. Μια καλή πρακτική είναι πρώτα να αποσυνδέονται τα φίλτρα που αφορούν τις υψηλές αρμονικές και ύστερα αυτά που αφορούν τις πιο χαμηλές αρμονικές. Τα αντίθετα θα πρέπει να συμβαίνουν κατά την σύνδεση των φίλτρων στο δίκτυο. Γενικά όμως θα πρέπει να γίνεται μελέτη πριν την ένταξη ενός φίλτρου στο σύστημα επειδή η απόκρισή τους είναι άμεσα εξαρτώμενη με την συγκεκριμένη εκείνη την στιγμή κατάσταση του συστήματος. Αν οι τράπεζες πυκνωτών έχουν φίλτρα τότε είναι λογικό τα φίλτρα να είναι συνέχεια συνδεδεμένα με το σύστημα και οι τράπεζες να χρησιμοποιούνται για την ρύθμιση της τάσης και του συντελεστή ισχύος.

5.2 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΝΟΣ ΦΙΛΤΡΟΥ

Το μέγεθος ενός φίλτρου ορίζεται ως η άεργος ισχύς που το φίλτρο παρέχει στη θεμελιώδη συχνότητα. Είναι ουσιαστικά ίσο με την άεργη ισχύ που παρέχεται από τους πυκνωτές στην θεμελιώδη συχνότητα. Το συνολικό μέγεθος όλων των κλάδων ενός φίλτρου καθορίζεται από τις απαιτήσεις σε άεργη ισχύ της πηγής αρμονικών και από το πόσο αυτήν η απαίτηση μπορεί να καλυφθεί από το δίκτυο.

Το ιδανικό κριτήριο για την σχεδίαση φίλτρων είναι η εξάλειψη όλων των επιζήμιων αποτελεσμάτων που προκαλούνται από την παραμόρφωση της κυματομορφής, συμπεριλαμβανομένης της τηλεφωνικής παρεμβολής, η οποία είναι η δυσκολότερη επίδραση για να εξλειφθεί πλήρως. Εντούτοις, το παραπάνω ιδανικό κριτήριο είναι μη ρεαλιστικό για τεχνικούς και οικονομικούς λόγους. Από τεχνικής απόψεως, είναι πολύ δύσκολο να υπολογιστεί εκ των προτέρων η κατανομή των αρμονικών σε όλο το δίκτυο. Από οικονομικής πλευράς, η μείωση της τηλεφωνικής παρεμβολής μπορεί να επιτευχθεί οικονομικότερα με τη λήψη μερικών προληπτικών μέτρων στο τηλεφωνικό σύστημα και άλλων στο σύστημα ισχύος.

Μια πρακτικότερη προσέγγιση είναι να γίνει προσπάθεια να περιοριστεί το πρόβλημα σε ένα αποδεκτό επίπεδο στο σημείο κοινής ζεύξης (point of common coupling) με άλλους

καταναλωτές, με το πρόβλημα να εκφράζεται είτε με όρους αρμονικού ρεύματος, αρμονικής τάσης, είτε και των δύο. Ένα κριτήριο, βέβαια, που είναι βασισμένο στην αρμονική τάση είναι καταλληλότερο για τον σχεδιασμό φίλτρων, επειδή είναι ευκολότερο να παραμείνει η τάση μέσα σε ένα λογικό όριο από το να περιοριστεί το ρεύμα καθώς η σύνθετη αντίσταση του δικτύου αλλάζει.

Ο δείκτης THD της τάσης είναι περισσότερος αντιπροσωπευτικός από το αριθμητικό άθροισμα, επειδή αντιστοιχεί στην ισχύ των αρμονικών και συσχετίζεται επομένως περισσότερο με τη δριμύτητα-οξύτητα της διαταραχής. Τα συνιστώμενα κριτήρια για τα φίλτρα μετατροπέων H.V.d.c. είναι το ανώτατο όριο οποιασδήποτε αρμονικής και το THD. Γενικά είναι ικανοποιητικό να περιληφθούν όλες οι αρμονικές μέχρι την 25η τάξη αρμονικής. Οι μέγιστες τιμές των μεμονωμένων αρμονικών εμφανίζονται γενικά για διαφορετικές περιπτώσεις. Είναι επομένως απαραίτητο να διευκρινιστεί εάν για τον υπολογισμό του THD πρέπει να χρησιμοποιηθούν εκείνες οι τιμές των αρμονικών που μπορούν να εμφανιστούν ταυτόχρονα, ή εκείνες οι τιμές (οι μέγιστες για κάθε αρμονική) που είναι μη-συμπίπτουσες χρονικά. Όσον αφορά την τηλεφωνική παρεμβολή, αν και χρησιμοποιείται σε διάφορα προγράμματα, η χρήση του δείκτη IT σε έναν κόμβο ενός συστήματος μετάδοσης έχει λίγη σημασία. Εντούτοις, σε περιπτώσεις όπου η ειδική αντίσταση της γης είναι υψηλή είναι σωστό τα μεγέθη των αρμονικών ρευμάτων που ρέουν στις συγκεκριμένες γραμμές μεταφοράς που βρίσκονται κοντά στις τηλεφωνικές γραμμές να περιοριστούν.

Για να είναι δυνατή η συμμόρφωση με τους κανονισμούς, ο σχεδιασμός των φίλτρων περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

- 1) Το αρμονικό ρεύμα που παράγεται από το μη γραμμικό φορτίο κατευθύνεται σε ένα κύκλωμα που αποτελείται από φίλτρα παράλληλα με το κεντρικό δίκτυο και υπολογίζονται εκ νέου αρμονικές τάσεις.
- 2) Τα αποτελέσματα από το βήμα (1) χρησιμοποιούνται για να καθοριστούν συγκεκριμένες παράμετροι όπως το THD και το TIF.
- 3) Τα ρεύματα στα διάφορα στοιχεία των φίλτρων, δηλ. πυκνωτές, πηνία και αντιστάτες, υπολογίζονται και ύστερα υπολογίζονται η φόρτιση των φίλτρων και οι απώλειές τους.

Τρία συστατικά απαιτούν τη λεπτομερή θεώρηση στο σχεδιασμό φίλτρων: οι πηγές ρεύματος και οι αγωγιμότητες των φίλτρων και του συστήματος.

Ένας προφανής σχεδιασμός φίλτρων είναι ένα ζωνοπερατό ευρείας ζώνης ικανό να καταστείλει ολόκληρο το φάσμα των αρμονικών ρευμάτων (π.χ. από την πέμπτη και πάνω). Εντούτοις, η χωρητικότητα που απαιτείται για να εκπληρωθεί ένα τέτοιο σενάριο είναι πάρα πολύ μεγάλη, και είναι συνήθως πιο οικονομικό να κατασταλούν κάποιες χαμηλές αρμονικές με χρήση συντονιζόμενων σε μια συχνότητα φίλτρων.

Σε περιπτώσεις όμως όπου οι μη γραμμικές εγκαταστάσεις έχουν μια πολύ μεγάλη ισχύ, τότε τα παραπάνω κριτήρια δεν είναι ικανοποιητικά. Ο λόγος είναι ότι η παραπάνω αντιμετώπιση αγνοεί την αλληλεπίδραση που υπάρχει ανάμεσα στα μη-γραμμικά φορτία και στο υπόλοιπο δίκτυο. Η παραπάνω αλληλεπίδραση επηρεάζει τα αρμονικά ρεύματα καθώς και τις σύνθετες αντιστάσεις του δικτύου. Έτσι επιλέγεται μια λύση μέσω επαναληπτικής διαδικασίας.

Ο αναγνώστης για περισσότερες λεπτομέρειες μπορεί να ανατρέξει στην βιβλιογραφία [12]-[27].

5.3 ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ – ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ

Ένα μονοσυντονιζόμενο παθητικό φίλτρο «δημιουργεί» τεχνητό συντονισμό σε μια συχνότητα για την οποία το επαγωγικό και το χωρητικό μέρος αλληλοεξουδετερώνονται.

Ο συντελεστής ποιότητας του φίλτρου (Q) καθορίζει την οξύτητα την γραφικής παράστασης του μέτρου της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου. Όσο το Q αυξάνει τότε το φίλτρο είναι αυστηρά συντονισμένο σε μια και μόνο συχνότητα, ενώ όσο το Q μικραίνει τόσο η γραφική αναπαράσταση του μέτρου της σύνθετης αντίστασης χάνει την οξύτητά της.

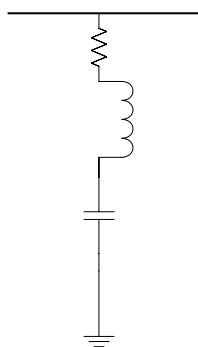
Στην περίπτωση ενός συντονισμένου φίλτρου το Q ορίζεται ως ο λόγος της επαγωγικής αντίδρασης του φίλτρου ως προς την αντίσταση του φίλτρου στην συχνότητα συντονισμού.

$$Q = \frac{X_o}{R} \quad (5.1)$$

όπου X_o είναι η επαγωγική αντίδραση του φίλτρου και
R είναι η αντίσταση του φίλτρου.

5.4 ΦΙΛΤΡΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΕΝΑ ΣΕ ΜΙΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Αυτά τα φίλτρα χρησιμοποιούνται κυρίως στις χαμηλές αρμονικές. Είναι τα πιο κοινά φίλτρα που χρησιμοποιούνται σήμερα και αποτελούνται την εν σειρά σύνδεση μιας αντίστασης, ενός πηνίου και ενός πυκνωτή όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα :

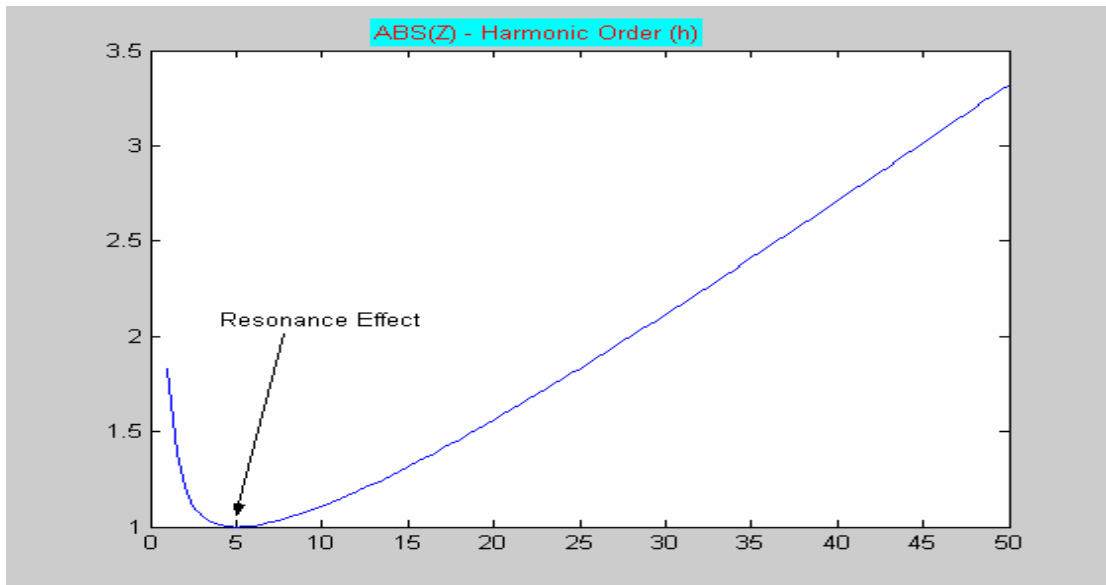


Σχήμα 5.1 : Μονοσυντονιζόμενο φίλτρο δεύτερης τάξης

Πρέπει να αναφερθεί ότι όλα τα φίλτρα που έχουν την ίδια διάταξη με το παραπάνω σχήμα είναι συντονισμένα σε μια και μόνο συχνότητα, δηλαδή καταστέλλουν μια και μόνο συχνότητα.

Κάποια χαρακτηριστικά των φίλτρων δεύτερης τάξης είναι τα ακόλουθα :

- 1) Αυτά όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω έχουν μια πολύ μικρή αντίσταση σε μια και μόνο συχνότητα αφού σε εκείνη την συχνότητα το επαγωγικό μέρος εξουδετερώνει το χωρητικό μέρος της σύνθετης αντίστασης.
- 2) Όταν η σύνθετη αντίσταση από την πηγή προς το φίλτρο είναι επαγωγική τότε ο συντονισμός συμβαίνει σε χαμηλότερη συχνότητα από την ονομαστική.
- 3) Υπάρχει έντονη και απότομη αύξηση στην σύνθετη αντίσταση κάτω από τον συντονισμό λόγω του ότι το χωρητικό μέρος αυξάνει πολύ έντονα.



Σχήμα 5.2 : Μέτρο σύνθετης αντίστασης μονοσυντονιζόμενου φίλτρου δεύτερης τάξης σε συνάρτηση με την συχνότητα

Όπως φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα η κλίση της καμπύλης είναι πολύ μεγαλύτερη στο κομμάτι κάτω από την συχνότητα συντονισμού.

4) η σύνθετη αντίσταση αυξάνει ανάλογα με την συχνότητα για το κομμάτι πάνω από την συχνότητα συντονισμού.

Η χαρακτηριστική συντονισμού περιγράφεται από τον συντελεστή ποιότητας :

$$Q = \frac{hX_L}{R} \quad (5.2)$$

όπου R είναι η αντίσταση του φίλτρου,

h είναι η αρμονική συντονισμού και

X_L είναι η ονομαστική αντίδραση του πηνίου και

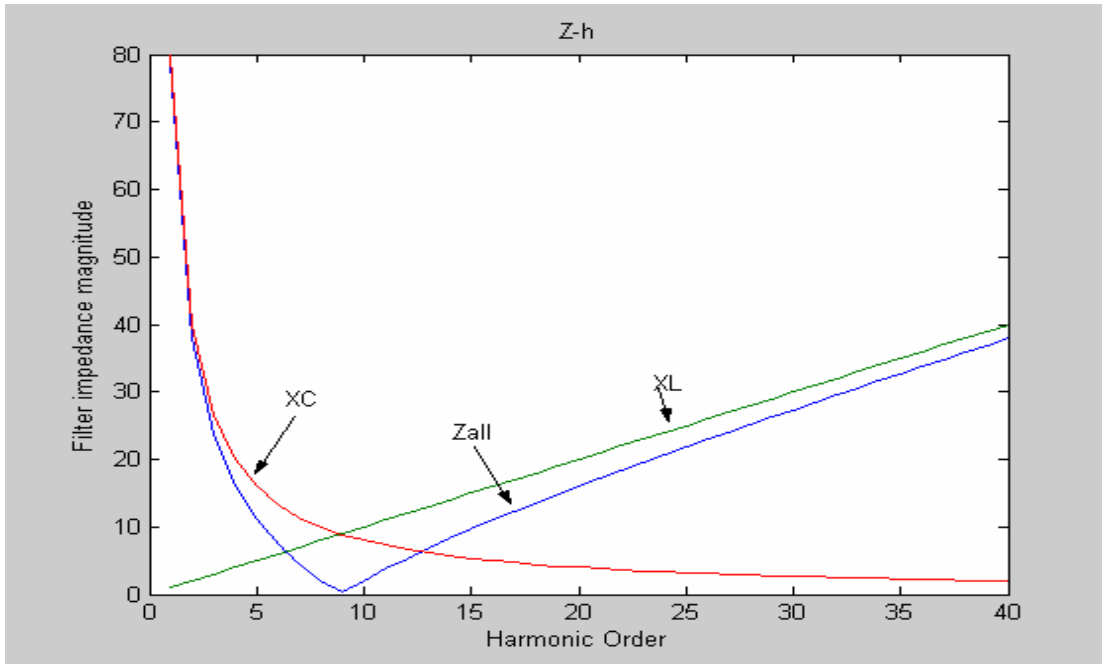
$h \cdot X_L$ είναι η χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση του φίλτρου

Τυπικά, η τιμή του R αποτελείται μόνο από την αντίσταση του πηνίου κάτι που έχει ως αποτέλεσμα μεγάλη τιμή για το Q και πολύ «οξεία» χαρακτηριστική. Η τιμή της αντίστασης προκύπτει επιλέγοντας μια κατάλληλη τιμή για τον συντελεστή ποιότητας:

$$20 < Q < 30. \quad (5.3)$$

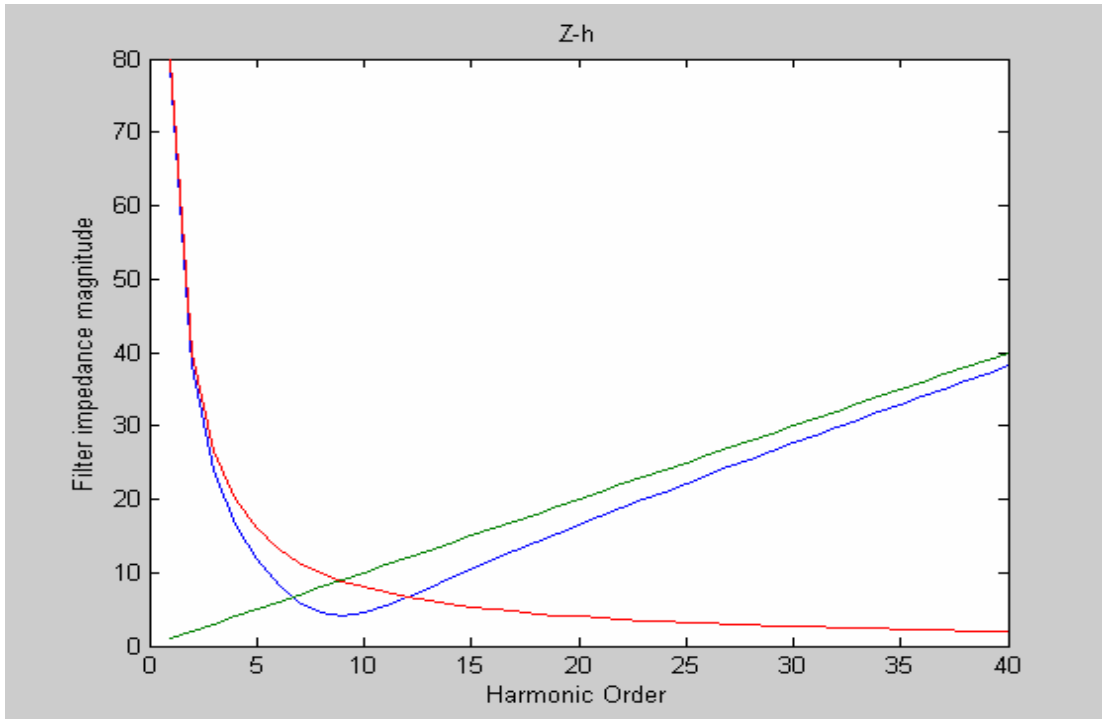
Το επόμενο σχήμα δείχνει τυπικές αποκρίσεις για αυτού του είδους τα φίλτρα για δύο συντελεστές ποιότητας :

Για $Q = 20$:



Σχήμα 5.3 : Σύνθετη αντίσταση φίλτρου Σχήματος 5. 1 για $Q=20$ σε συνάρτηση με την συχνότητα

Για $Q = 2$:



Σχήμα 5.4 :Σύνθετη αντίσταση φίλτρου Σχήματος 5. 1 για $Q=2$ σε συνάρτηση με την συχνότητα

Βέβαια τα παραπάνω γραφήματα είναι υπερβολικά αφού το $Q > 20$ όπως έχει αναφερθεί στην εξίσωση (5.3), αλλά έγιναν μόνο και μόνο για να φανεί η διαφορά και η οξύτητα του μέτρου της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου.

5.4.1 Σχεδιασμός Μονοσυντονιζόμενων Φίλτρων Δεύτερης Τάξης

Ένα μονοσυντονιζόμενο φίλτρο κατασκευαστικά είναι ένας πυκνωτής σε σειρά με ένα πηνίο και με αντίσταση. Μεταξύ αυτών των δύο προκύπτει συντονισμός σε μια προηγουμένως ορισμένη συχνότητα στην οποία $X_L = X_C$.

Βήματα :

1) Επιλογή του μεγέθους του πυκνωτή που χρειαζόμαστε Q_C σε MVar. Συνήθως είναι η απαίτηση του δικτύου σε άεργο ισχύ.

$$2) \text{ Η χωρητική αντίδραση του πυκνωτή είναι } X_C = \frac{kV^2}{Q_C} \quad (5.4)$$

3) Για «φιλτραριστέι» η αρμονική με τάξη h_n τότε η επαγωγική αντίδραση είναι

$$X_L = \frac{X_C}{h_n^2} \quad (5.5)$$

4) Η αντίσταση του φίλτρου θα είναι :

$$R = \frac{X_n}{Q} \quad (5.6)$$

με την τιμή του Q να κυμαίνεται μεταξύ 30 και 100.

5) Η χαρακτηριστική αντίδραση του φίλτρου δίνεται από τον παρακάτω τύπο :

$$X_n = X_{L_n} = X_{C_n} = \sqrt{X_L X_C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.7)$$

Η τάση κατά μήκος του πυκνωτή είναι :

$$\frac{V_{C_1}}{V_{bus_1}} = \frac{-jX_{C_1}}{j(X_{L_1} - X_{C_1})} = \frac{X_{C_1}/X_{L_1}}{X_{C_1}/X_{L_1} - 1} = \frac{h_n^2}{h_n^2 - 1} \quad (5.8)$$

και

$$\frac{V_{C_n}}{V_{bus_n}} = \frac{-jX_{C_n}}{R + j(X_{L_n} - X_{C_n})} = -j \frac{X_n}{R} = -jQ \quad (5.9)$$

όπου V_{C_1} είναι η θεμελιώδης συνιστώσα της τάσης κατά μήκος του πυκνωτή.

V_{bus_1} είναι η θεμελιώδης συνιστώσα της τάσης στον ζυγό στον οποίο συνδέεται το φίλτρο.

V_{C_n} είναι η συνιστώσα της τάσης κατά μήκος του πυκνωτή στην συχνότητα συντονισμού.

V_{bus_n} είναι η συνιστώσα της τάσης στον ζυγό στον οποίο συνδέεται το φίλτρο στην συχνότητα συντονισμού.

X_n είναι η χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση του φίλτρου και

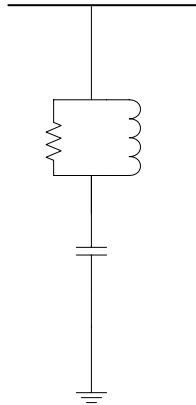
Q είναι ο συντελεστής ποιότητας του φίλτρου.

Η τάση στον ζυγό είναι

$$V_{bus_1} = \frac{h_n^2 - 1}{h_n^2} V_{C_1} = V_{C_1} - \frac{V_{C_1}}{h_n^2} = V_{C_1} - V_{L_1} \quad (5.10)$$

5.5 ΦΙΛΤΡΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΠΟΥ ΚΑΤΑΣΤΕΛΛΟΥΝ ΕΥΡΟΣ ΥΨΗΛΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ (HIGH PASS SECOND ORDER FILTERS)

Σε περιπτώσεις όπου στο κύκλωμα έχουμε ρεύματα υψηλής συχνότητας όπως $11^{η5}$ ή $13^{η5}$ αρμονικής τάξης, χρησιμοποιούνται τα φίλτρα που κόβουν τις υψηλές συχνότητες. Αυτά τα φίλτρα οφείλουν το όνομά τους στο γεγονός ότι έχουν μικρή σύνθετη αντίσταση για τις υψηλές συχνότητες σε αντίθεση με τις μικρές συχνότητες όπου η σύνθετη αντίσταση του φίλτρου εκεί είναι μεγάλη. Έτσι αυτού του είδους τα φίλτρα χρησιμοποιούνται για ένα εύρος των υψηλών αρμονικών και όχι για μια και μόνο συχνότητα.



Σχήμα 5. 5 : Φίλτρα δεύτερης τάξης για καταστολή εύρους συχνοτήτων

Δύο μόνο παράγοντες χρειάζονται προσοχή στην χρήση τέτοιου είδους φίλτρων :

- 1) Η ελάχιστη σύνθετη αντίσταση αυτού του είδους φίλτρων ποτέ δεν φτάνει τόσο χαμηλά όσο στα φίλτρα που συντονίζονται σε μια και μόνο συχνότητα.
- 2) Αν προσπαθούσαμε να καταστείουμε μεγάλο εύρος αρμονικών με την χρήση ενός συντονιζόμενου φίλτρου τότε θα απαιτούνταν το φίλτρο να ήταν υπερβολικά υπερφορτισμένο σε σχέση τα ονομαστικά του μεγέθη.

Σε αντίθεση με τα μονοσυντονιζόμενα φίλτρα, ο συντελεστής ποιότητας ενός φίλτρου που κόβει τις υψηλές συχνότητες δίνεται από την σχέση :

$$Q = \frac{R}{hX_L} \quad (5.11)$$

- όπου R είναι η αντίσταση του φίλτρου,
 h είναι η αρμονική συντονισμού και
 X_L είναι η ονομαστική αντίδραση του πηνίου και
 $h \cdot X_L$ είναι η χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση του φίλτρου

5.5.1 Σχεδιασμός Φίλτρων Δευτέρας Τάξης που καταστέλλουν εύρος ζώνης

Ένα φίλτρο δευτέρας τάξης κατασκευαστικά είναι ένας πυκνωτής σε σειρά με την παράλληλη σύνδεση ενός πηνίου και μιας αντίστασης.

Βήματα :

- 1) Επιλογή του μεγέθους του πυκνωτή που χρειαζόμαστε Q_C σε MVA. Συνήθως είναι η απαίτηση του δικτύου σε άεργο ισχύ.
- 2) Η χωρητική αντίδραση του πυκνωτή είναι $X_C = \frac{kV^2}{Q_C}$ (5.12)
- 3) Για να «φιλτραριστεί» η αρμονική με τάξη h_n τότε η επαγωγική αντίδραση είναι

$$X_L = \frac{X_C}{h_n^2} \quad (5.13)$$

4) Η αντίσταση του φίλτρου θα είναι :

$$R = X_n * Q \quad (5.14)$$

με την τιμή του Q να κυμαίνεται μεταξύ 0,5 και 5 και το X_n να είναι όπως στο επόμενο βήμα 5.

5) Η χαρακτηριστική αντίδραση του φίλτρου δίνεται από τον παρακάτω τύπο :

$$X_n = X_{L_n} = X_{C_n} = \sqrt{X_L X_C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.15)$$

Η αντίσταση του φίλτρου δευτέρας τάξης υπολογίζεται όπως :

$$Z_F(h) = \frac{jRhX_L}{R + jhX_L} - j\frac{X_C}{h} = \frac{R(hX_L)^2}{R + (hX_L)^2} + j\left(\frac{R^2 hX_L}{R + (hX_L)^2} - \frac{X_C}{h}\right) \quad (5.16)$$

όπου R, X_L και X_C είναι τα στοιχεία του φίλτρου.

Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι :

$$I_{L_h} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_{L_h}^2}} I_{F_h} = \frac{Q}{\sqrt{Q^2 + \left(\frac{h}{h_n}\right)^2}} I_{F_h} \quad (5.17)$$

ενώ το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση είναι :

$$I_{L_h} = \frac{X_{L_h}}{\sqrt{R^2 + X_{L_h}^2}} I_{F_h} = \frac{h/h_n}{\sqrt{Q^2 + \left(\frac{h}{h_n}\right)^2}} I_{F_h} = \frac{h}{h_n} \frac{I_{L_h}}{Q} = \frac{hX_L}{R} I_{L_h} \quad (5.18)$$

Οι απώλειες του φίλτρου πάνω στην αντίσταση είναι :

$$P_R = \sum_{h=1} R I_{R_h}^2 = \frac{X_L^2}{R} \sum_{h=1} \left(h I_{L_h}\right)^2 \quad (5.19)$$

Σε παράρτημα στο τέλος αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η απόδειξη για την εξάρτηση της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου σε σχέση με το Q.

5.6 ΓΕΝΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΓΙΑ ΤΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

Τέλος θα πρέπει να αναφερθεί για τα φίλτρα ότι η άεργος ισχύς που απορροφούν είναι :

$$Q_L = \sum_{h=1} V_{L_h} I_{L_h} = \sum_{h=1} hX_L I_{L_h}^2 = \sum_{h=1} \frac{V_{L_h}^2}{hX_L} \Rightarrow \frac{Q_L}{Q_{L_1}} = \sum_{h=1} h \left(\frac{I_{L_h}}{I_{L_1}}\right)^2 = \sum_{h=1} \frac{1}{h} \left(\frac{V_{L_h}}{V_{L_1}}\right)^2 \quad (5.20)$$

Ενώ η άεργος ισχύς που προσφέρεται από το φίλτρο προς το υπόλοιπο δίκτυο είναι :

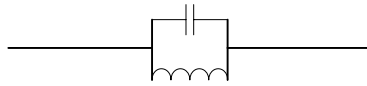
$$Q_C = \sum_{h=1} V_{C_h} I_{C_h} = \sum_{h=1} \frac{X_C}{h} I_{C_h}^2 = \sum_{h=1} \frac{h}{X_C} V_{C_h}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{Q_C}{Q_{C_1}} = \sum_{h=1} h \left(\frac{V_{C_h}}{V_{C_1}} \right)^2 = \sum_{h=1} \frac{1}{h} \left(\frac{I_{C_h}}{I_{C_1}} \right)^2 \quad (5.21)$$

5.7 ΕΝ-ΣΕΙΡΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

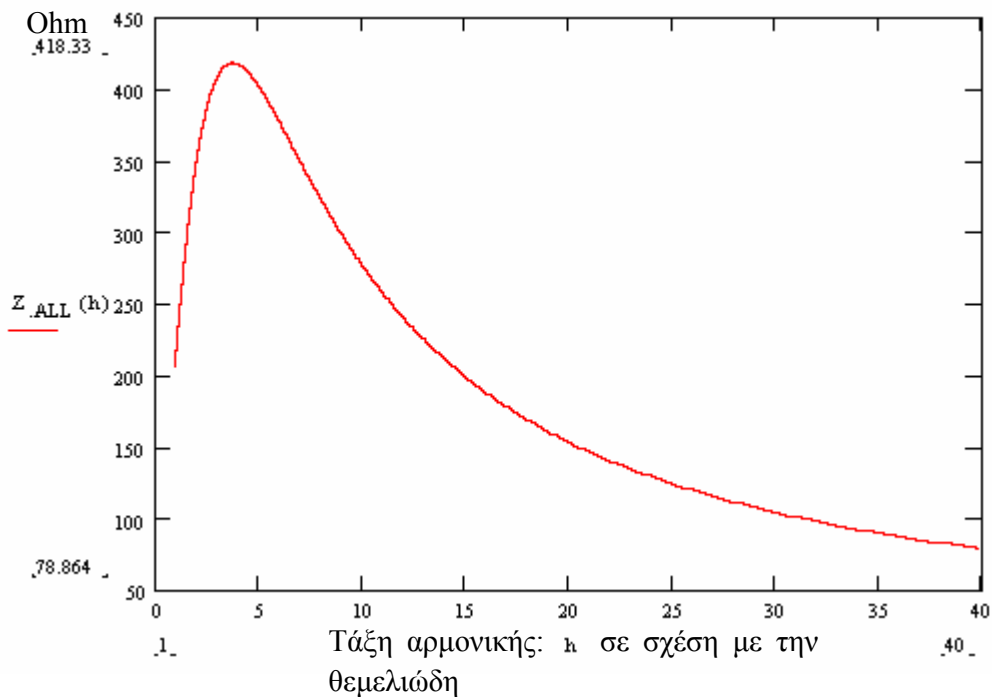
Όλες οι παραπάνω περιπτώσεις αναφέρονται σε φίλτρα που είναι συνδεδεμένα παράλληλα με το φορτίο ώστε τα φίλτρα να απορροφούν ορισμένες προεπιλεγμένες αρμονικές συχνότητες.

Πέρα όμως από αυτά τα είδη φίλτρων υπάρχουν και τα εν-σειρά φίλτρα. Αυτά τα φίλτρα έχουν την παρακάτω διάταξη :



Σχήμα 5. 6 : Εν-σειρά φίλτρο

Το πλάτος της παραπάνω διάταξης φίλτρου (Σχήμα 5. 6) είναι :



Σχήμα 5. 7 : Τυπική ποιοτική αναπαράσταση του μέτρου της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου Σχήμα 5. 6 σε σχέση με την τάξη της αρμονικής

Όπως φαίνεται και την παραπάνω γραφική παράσταση (Σχ.5.7) το πλάτος της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου έχει μέγιστο σε μια προϋπολογισμένη αρμονική συχνότητα. Έτσι τα ρεύματα της συγκεκριμένης αρμονικής συναντούν μια πολύ μεγάλη αντίσταση σε σχέση με την σύνθετη αντίσταση που συναντούν οι άλλες αρμονικές. Με αυτό τον τρόπο τα ρεύματα συγκεκριμένων αρμονικών εξαναγκάζονται σε καταστολή.

5.8 ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΩΝ ΙΣΧΥΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ

Είναι γνωστό ότι όσο αυξάνονται οι παλμοί σε έναν μετατροπέα τόσο μειώνονται και οι αρμονικές που αυτός παράγει. Έτσι με κατάλληλο συνδυασμό 6-παλμικών μετατροπέων είναι δυνατό να δημιουργηθούν μετατροπείς μεγαλύτερου αριθμού παλμών.

Παλμοί	# 6-παλμικών ελεγχόμενων ανορθωτικών διατάξεων	Μετασηματιστές			Μετατόπιση φάσης
		x-W	3-W	2-W	
12	2	3-W	1	2	30°
24	4	5-W	2	4	15°
36	6	7-W	3	6	10°
48	8	9-W	4	8	7.5°

Σχήμα 5. 8 : Κατάλληλος συνδυασμός εξαπαλμικών ελεγχόμενων ανορθωτικών διατάξεων για την καταστολή αρμονικών

Σύμφωνα με τα παραπάνω ένας 6-παλμικός μετατροπέας έχει αρμονικές σε $6n \pm 1$. Αντίθετα ένας 12-παλμικός μετατροπέας έχει αρμονικές σε $12n \pm 1$. Όπως παρατηρείται με αυτό τον τρόπο είναι δυνατή η καταστολή κάποιων αρμονικών.

5.9 ΧΡΗΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΥ ΠΟΛΙΚΟΥ ΒΗΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ

Για τις μηχανές είναι γνωστοί οι τύποι :

$$E_h = 4.44 f_h N \phi_h k_{wh} \quad (5.22)$$

όπου E_h είναι η rms τιμή της αναπτυσσόμενης τάσης στην h αρμονική συνιστώσα
 f_h είναι η συχνότητα της h αρμονικής ($f_h = hf_0$)

ϕ_h είναι η μαγνητική ροή ανά πόλο και ανά φάση στην h αρμονική $\phi_h = \frac{H_h \phi_1}{h}$

$$H_h \text{ είναι } H_h = \frac{B_h}{B_1}$$

B_h είναι η πυκνότητα μαγνητικής ροής στην h αρμονική

h είναι η τάξη της αρμονικής και

$$k_{wh} = k_{ph} k_{dh} \text{ με}$$

$$k_{ph} = \frac{\sin\left(\frac{\beta h}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} \text{ με } \beta = s a \text{ είναι το πολικό βήμα ενός πηνίου σε ηλεκτρικές}$$

μοίρες

s είναι το πολικό βήμα ενός πηνίου σε αριθμό σχισμών και

h είναι η τάξη της αρμονικής

k_{dh} είναι όπως στην εξίσωση (3.9)

Από τους παραπάνω τύπους γίνεται φανερό ότι παρότι αυτοί οι παραπάνω συντελεστές μειώνουν την θεμελιώδη συνιστώσα της τάσης, η μείωση που επιφέρουν στις αρμονικές είναι

ακόμα μεγαλύτερη. Δεδομένου ότι $k_{ph} = \frac{\sin\left(\frac{\beta h}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$ προκύπτει ότι με κατάλληλη επιλογή του

πολικού βήματος είναι δυνατή η μείωση μέχρι και η καταστολή κάποιας αρμονικής, αρκεί

$$k_{ph} \Rightarrow \sin\left(\frac{\beta h}{2}\right) = 0 \quad \text{για} \quad \beta = \frac{360^\circ}{h} \quad \text{ή} \quad \beta = \frac{720^\circ}{h}$$

Έτσι προκύπτει ότι εάν το πολικό βήμα είναι $\frac{4}{5}\pi$, δηλαδή 144° , τότε προκύπτει ότι θα κατασταλεί πλήρως η πέμπτη αρμονική. Η τρίτη αρμονική καταστέλλεται πλήρως εάν το πολικό βήμα είναι $\frac{2}{3}\pi$. Επιπλέον με κατάλληλη επιλογή του πολικού βήματος μπορούν να μειωθούν με μεγάλη ακρίβεια περισσότερες από μία αρμονική, π.χ. διαλέγοντας πολικό βήμα $\frac{5}{6}\pi$ μειώνονται σε μεγάλο βαθμό και η πέμπτη και η έβδομη αρμονική αφού $k_{p5} = k_{p7} = 0.2588$.

5.10 ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ ¹²

Αυτό που θα πρέπει να αναφερθεί κυρίως για ένα ενεργό φίλτρο είναι ότι είναι πολύ ακριβή λύση σε σχέση με τις άλλες εναλλακτικές λύσεις αλλά και πολύ πιο καλή και αποτελεσματική, γι' αυτό και στην βιομηχανία χρησιμοποιείται σε πολύ συγκεκριμένες και ειδικές περιπτώσεις όπου οι άλλες δυνατότητες δεν καλύπτουν τις απαιτήσεις.

Ένα ενεργό φίλτρο παράγει ένα τέτοιο φάσμα αρμονικών ώστε να είναι αντίθετο προς το περιεχόμενο αρμονικών που περιέχει το σήμα το οποίο επιτηρεί. Έτσι οι αρμονικές καταστέλλονται και το αποτέλεσμα είναι η κυματομορφή του επιτηρούμενου σήματος να είναι όσο το δυνατόν ημιτονοειδές. Έτσι με την χρήση ενός ενεργού φίλτρου είναι δυνατή η καταστολή περισσότερων της μιας αρμονικής συνιστώσας.

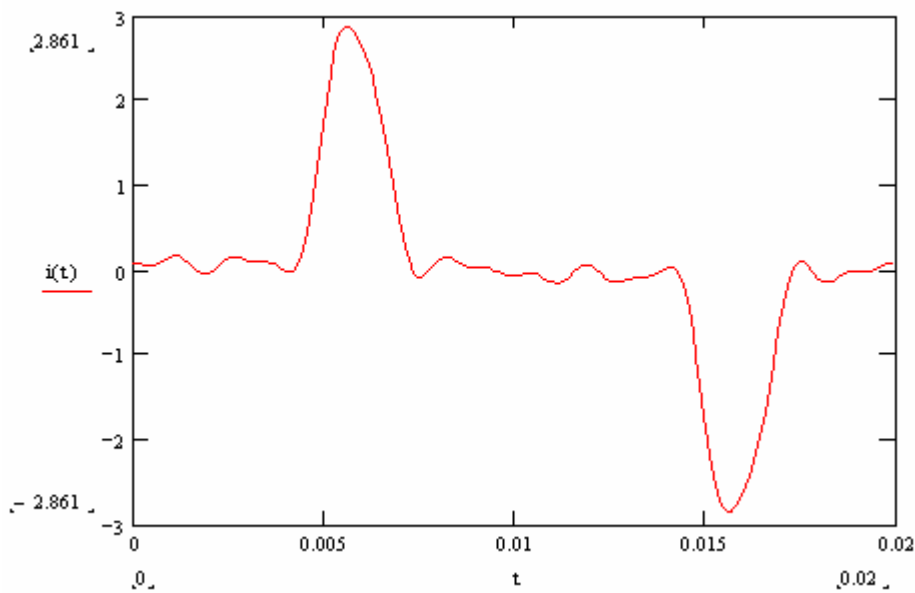
Στα επόμενα δίνονται κάποια παραδείγματα που καταδεικνύουν την χρήση και την λειτουργία των ενεργών φίλτρων.

Παράδειγμα 1 :

Ένας μονοφασικός ανορθωτής έχει το εξής φάσμα αρμονικών :

$$i(t) = \sin(\omega t - 12^\circ) + 0.8 \sin(3\omega t + 135^\circ) + 0.6 \sin(5\omega t - 70^\circ) + 0.4 \sin(7\omega t + 80^\circ) \\ + 0.16 \sin(9\omega t - 115^\circ) + 0.03 \sin(11\omega t + 170^\circ) + 0.06 \sin(13\omega t - 50^\circ) + 0.08 \sin(15\omega t + 110^\circ)$$

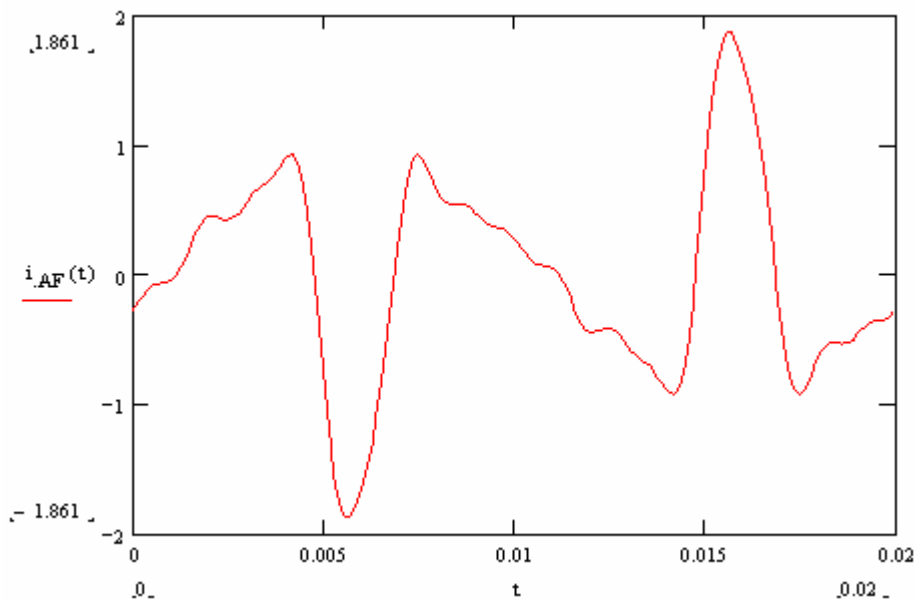
¹² Για περαιτέρω ανάλυση ο αναγνώστης μπορεί να απευθυνθεί στις αναφορές ενότητα 13.4 ([28]-[37])



Σχήμα 5. 9 : Ρεύμα που απορροφάει ένας μονοφασικός ανορθωτής

τότε το ενεργό φίλτρο θα πρέπει να «εγχύσει» στο δίκτυο τέτοια κυματομορφή ρεύματος ώστε η τελική να είναι ημιτονοειδής. Σύμφωνα με απλές σκέψεις προκύπτει ότι θα πρέπει το ενεργό φίλτρο να εγχύσει ρεύμα αρμονικών αντίθετο από αυτό που υπάρχει στο ρεύμα, δηλαδή :

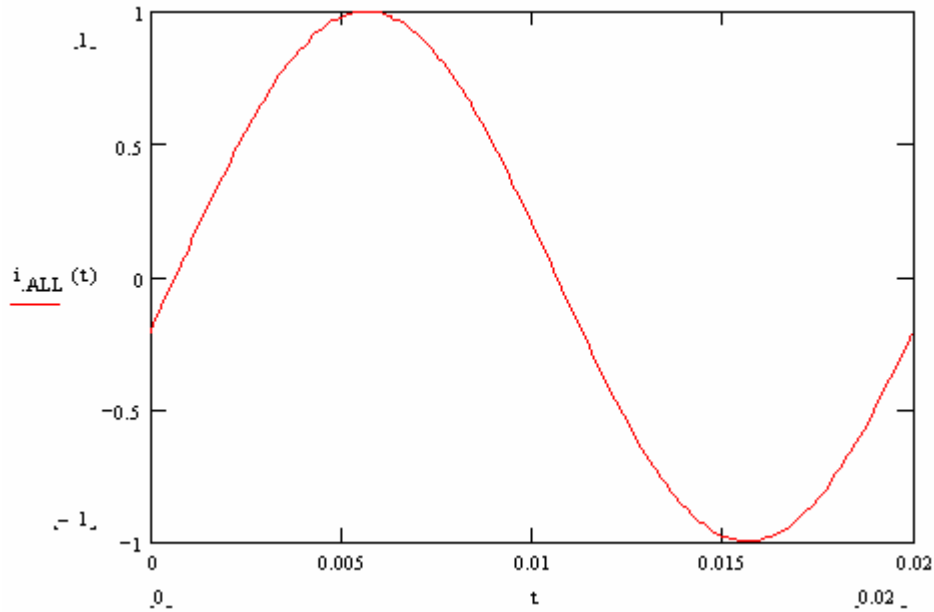
$$i_{AF}(t) = -0.8 \sin(3\omega t + 135^\circ) - 0.6 \sin(5\omega t - 70^\circ) - 0.4 \sin(7\omega t + 80^\circ) - 0.16 \sin(9\omega t - 115^\circ) - 0.03 \sin(11\omega t + 170^\circ) - 0.06 \sin(13\omega t - 50^\circ) - 0.08 \sin(15\omega t + 110^\circ)$$



Σχήμα 5. 10 : Εγχυόμενο ρεύμα από το ενεργό φίλτρο.

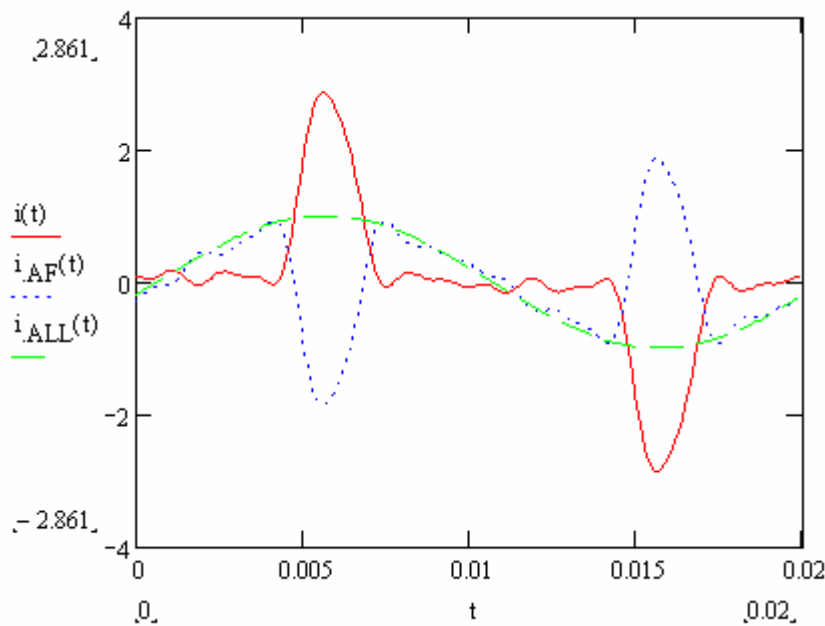
οπότε το συνολικό ρεύμα είναι :

$$i(t) + i_{AF}(t) = \sin(\omega t - 12^\circ)$$



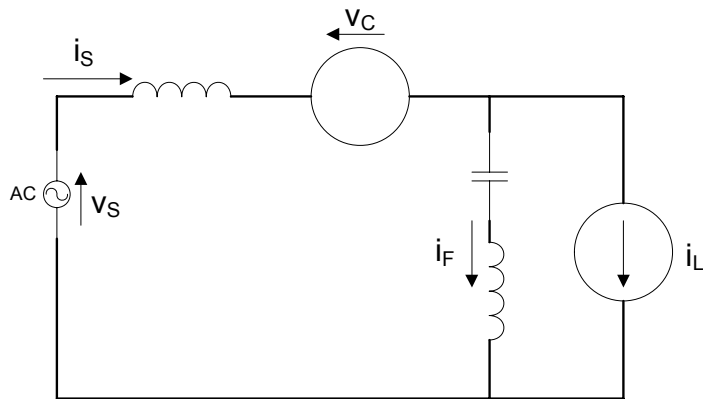
Σχήμα 5. 11 : Τελικό ρεύμα δικτύου μετά το ενεργό φίλτρο

και συνολικά όλα τα παραπάνω είναι όπως :



Σχήμα 5. 12 : Σε ένα σχήμα το ρεύμα που ζητάει ο μονοφασικός ανορθωτής, το ρεύμα που εγχέει το ενεργό φίλτρο και το τελικό ρεύμα δικτύου

Τέλος θα πρέπει να αναφερθεί ότι η όλη δυσκολία έγκειται στον σωστό σχεδιασμό του συστήματος ελέγχου του ενεργού φίλτρου. Επίσης ένα πολύ σημαντικό στοιχείο είναι ότι επειδή τα στοιχεία ελέγχου είναι ηλεκτρονικά μπορούν να ενσωματωθούν σε αυτά προχωρημένες τεχνικές.



Σχήμα 5. 13 : Ισοδύναμο κύκλωμα ενός ενεργού φίλτρου που εγγείει «αρμονικές» τάσεων ώστε να μειωθεί η παραμόρφωση της τάσης του δικτύου.

6

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

6.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	108
6.2	ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΣΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.....	109
6.3	ΕΠΙΔΕΡΜΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ	109
6.4	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΣΗΣ.....	110
6.4.1	<i>Μοντελοποίηση Δικτύου Υψηλής Τάσης όταν υπάρχουν επαρκή στοιχεία.....</i>	<i>110</i>
6.4.2	<i>Μοντελοποίηση Δικτύου Υψηλής Τάσης όταν δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία.....</i>	<i>111</i>
6.5	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ	111
6.6	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΡΑΠΕΖΩΝ ΠΥΚΝΩΤΩΝ.....	112
6.6.1	<i>Μοντελοποίηση Τραπεζών πυκνωτών όταν υπάρχουν αρκετά στοιχεία.....</i>	<i>112</i>
6.6.2	<i>Απλό μοντέλο τραπεζών πυκνωτών.....</i>	<i>113</i>
6.7	ΜΟΝΤΕΛΑ ΦΟΡΤΙΩΝ	113
6.7.1	<i>«Σε σειρά» μοντελοποίηση φορτίων.....</i>	<i>113</i>
6.7.2	<i>«Παράλληλη» μοντελοποίηση φορτίων.....</i>	<i>114</i>
6.7.3	<i>Μονοφασικό ισοδύναμο φορτίο</i>	<i>115</i>
6.7.4	<i>Φορτία συνδεδεμένα κατά τρίγωνο(Δ).</i>	<i>115</i>

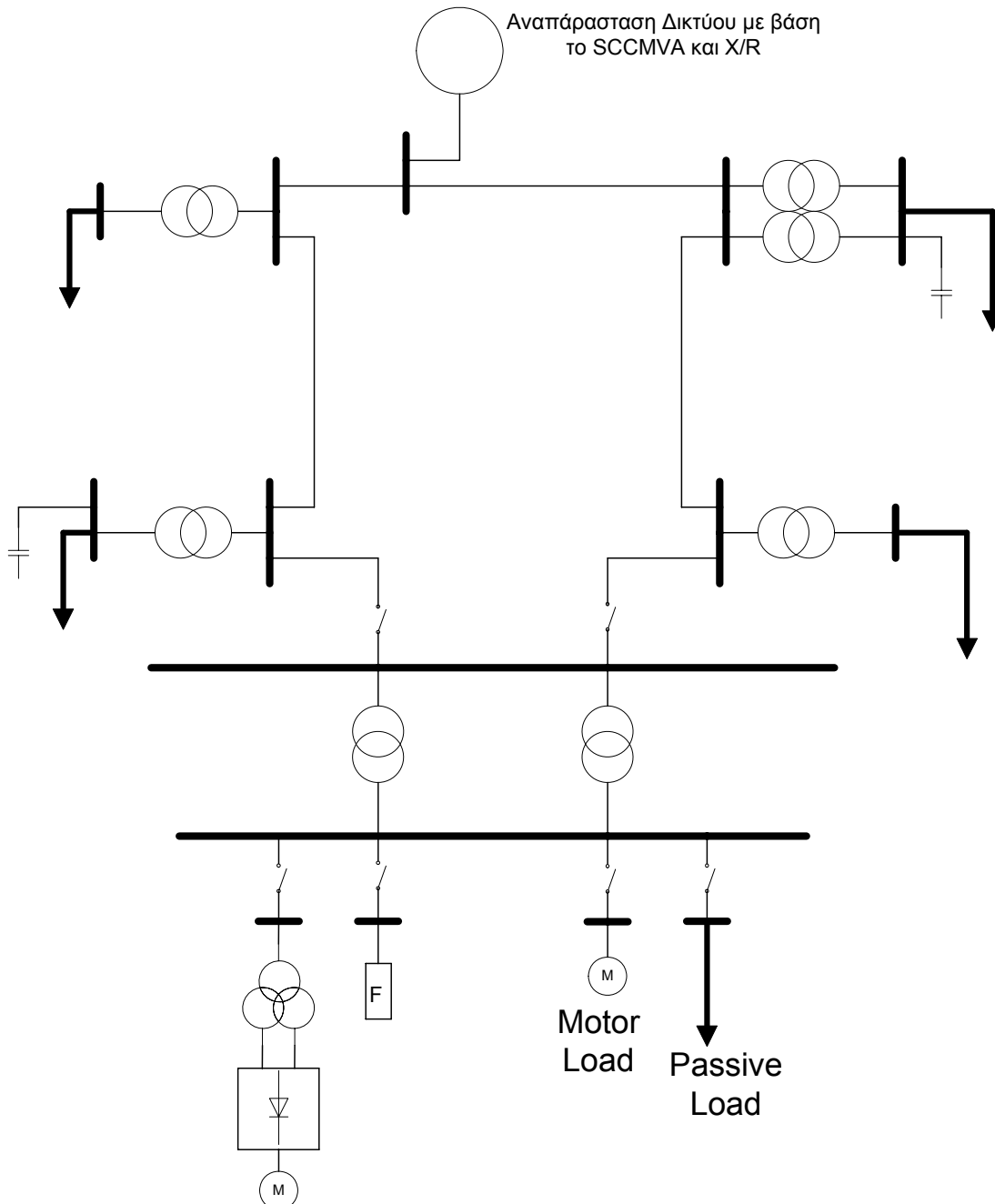
6.7.5	Φορτία συνδεδεμένα κατά αστέρα(Y).....	116
6.7.6	Γενική Μοντελοποίηση Φορτίων.....	117
6.8	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΕΠΑΡΚΗ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	117
6.9	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΛΙΓΟΣΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	119
6.10	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΚΑΛΩΔΙΩΝ.....	120
6.11	ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	120

6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μια προσπάθεια να για την σωστή μοντελοποίηση των διαφόρων στοιχείων ενός βιομηχανικού δικτύου ενός βιομηχανικού δικτύου.

Η αρμονική ανάλυση ενός δικτύου έχει σαν κύριο σκοπό της την εύρεση των αρμονικών συνιστωσών της τάσης και του ρεύματος, καθώς επίσης και τον δείκτη THD του ρεύματος και της τάσης. Επίσης θα πρέπει να καταδείξει τα διάφορα προβλήματα συντονισμού που μπορεί να υπάρξουν στο δίκτυο. Άρα όπως προκύπτει θα πρέπει τα διάφορα στοιχεία του δικτύου να είναι σωστά μοντελοποιημένα ώστε τα όποια αποτελέσματα να είναι αξιοποιήσιμα.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα τυπικό βιομηχανικό δίκτυο :



Σχήμα 6. 1 : Ένα τυπικό βιομηχανικό δίκτυο

Όσον αφορά την προσομοίωση του παραπάνω δικτύου για την «αρμονική» ανάλυση του, η σωστή μοντελοποίηση των στοιχείων που αποτελούν το δίκτυο είναι πολύ σημαντική ώστε να εξασφαλιστούν σωστά και χρήσιμα αποτελέσματα από μια αρμονική ανάλυση. Έτσι σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μια προσπάθεια ώστε να «βρεθούν» τα κατάλληλα μοντέλα των διαφόρων στοιχείων στις διάφορες αρμονικές συνιστώσες.

6.2 ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΣΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ

Ένα επαγωγικό στοιχείο με αντίσταση R και αντίδραση $X_L=2\pi f \cdot L$ έχει μιγαδική αντίσταση στην θεμελιώδη συχνότητα : $Z = R + jX_L$. Γενικά η σύνθετη αντίσταση ενός τέτοιου στοιχείου στην αρμονική συνιστώσα h είναι :

$$Z(h) = R + j \cdot h \cdot X_L \quad (6.1)$$

όπου το h είναι η τάξη της αρμονικής.

Σε ένα χωρητικό στοιχείο αντιθέτως η αντίδραση στην θεμελιώδη συνιστώσα είναι:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} \quad (6.2)$$

Ενώ στην αρμονική συνιστώσα h είναι :

$$X_C(h) = \frac{X_C}{h} \quad (6.3)$$

όπου h είναι η τάξη της αρμονικής.

6.3 ΕΠΙΔΕΡΜΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

Καθώς η συχνότητα αυξάνει, το ρεύμα που περνά μέσα από έναν αγωγό δεν ισοκατανέμεται σε όλη την διατομή του αγωγού αλλά συγκεντρώνεται στην επιφάνεια του αγωγού. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μειώνεται η «πραγματική» διατομή που χρησιμοποιεί το ρεύμα για να διαπεράσει τον αγωγό με αποτέλεσμα να το όλο αυτό φαινόμενο να «φαίνεται» σαν να αυξάνεται η αντίσταση του αγωγού. Αυτό είναι το λεγόμενο επιδερμικό φαινόμενο. Έτσι λαμβάνοντας το υπόψη προκύπτει :

$$Z(h) = \begin{cases} h \cdot (R + jX), & \text{για τον μετασχηματιστή} \\ \sqrt{h} \cdot R + jhX, & \text{για την γεννήτρια} \end{cases} \quad (6.4)$$

6.4 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΣΗΣ

6.4.1 Μοντελοποίηση Δικτύου Υψηλής Τάσης όταν υπάρχουν επαρκή στοιχεία

Πολλές φορές δεν είναι αρκετή η μοντελοποίηση του δικτύου υψηλής τάσης με μόνο το ισοδύναμο δίκτυο που προκύπτει από το SCMVA και το X/R. Η παρουσία διαφόρων στοιχείων στο δίκτυο αλλά η ανάγκη για ακριβή αποτελέσματα αναγκάζουν για μια πιο λεπτομερή αναπαράσταση του δικτύου υψηλής τάσης.

Έτσι με δεδομένα τα :

- 1) Τάση Δικτύου V_{sys} .
- 2) Τριφασικό ρεύμα βραχυκύκλωσης $I_{3\phi}$.

- 3) Ο λόγος X/R για το τριφασικό βραχυκύκλωμα : $(X/R)_{3\Phi}$
- 4) Το μονοφασικό ρεύμα βραχυκύκλωσης $I_{1\Phi}$.
- 5) Ο λόγος X/R για το μονοφασικό βραχυκύκλωμα : $(X/R)_{1\Phi}$

μπορεί να βρεθεί ένα πιο αξιόπιστο μοντέλο του δικτύου υψηλής τάσης.

Κατ' αρχάς υπολογίζονται οι γωνίες των ρευμάτων βραχυκύκλωσης στο μονο- και τριφασικό βραχυκύκλωμα :

$$1) \quad \phi_1 = \tan^{-1}(X/R)_{1\Phi} . \quad (6.5)$$

$$2) \quad \phi_3 = \tan^{-1}(X/R)_{3\Phi} \quad (6.6)$$

Στην συνέχεια χρειάζεται να υπολογιστούν τα ρεύματα βραχυκύκλωσης τα οποία εκφράζονται με τον ακόλουθο τύπο :

$$1) \quad I_{1\Phi} = |I_{1\Phi}| \angle -\phi_1 \quad (6.7)$$

$$2) \quad I_{3\Phi} = |I_{3\Phi}| \angle -\phi_3 \quad (6.8)$$

Οπότε στην συνέχεια υπολογίζονται οι ισχείς βραχυκύκλωσης :

$$1) \quad S_{1\phi} = \sqrt{3}V_{sys} I_{1\Phi}^* \quad (6.9)$$

$$2) \quad S_{3\phi} = \sqrt{3}V_{sys} I_{3\Phi}^* \quad (6.10)$$

Τα ρεύματα βραχυκύκλωσης που δίνονται από τους παρακάτω τύπους :

$$1) \quad I_{1\Phi} = \frac{3V_F}{2Z^+ + Z^0} \quad (6.11)$$

$$2) \quad I_{3\Phi} = \frac{V_F}{Z^+} \quad (6.12)$$

Δίνουν τις αντιστάσεις θετικής και μηδενικής ακολουθίας :

$$1) \quad Z^+ = \frac{V_F}{I_{3\Phi}} \quad (6.13)$$

$$2) \quad Z^0 = \frac{3V_F}{I_{1\Phi}} - Z^+ \quad (6.14)$$

Αν όμως όλη η εργασία γίνεται στο ανά μονάδα σύστημα τότε επειδή είναι :

$$V_F = V_{base} \Rightarrow V_F = 1,0 \alpha. \mu. \quad (6.15)$$

οπότε :

$$|S_{1\Phi}| = |I_{1\Phi}| \alpha. \mu. \quad (6.16)$$

$$|S_{3\Phi}| = |I_{3\Phi}| \alpha. \mu. \quad (6.17)$$

$$I_{1\Phi} \alpha. \mu = \frac{3,0}{2Z^+ + Z^0} \quad (6.18)$$

$$I_{3\Phi} \alpha. \mu = \frac{1,0}{Z^+} . \quad (6.19)$$

Από τους παραπάνω τύπους υπολογίζονται οι σύνθετες αντιστάσεις θετικής και αρνητικής ακολουθίας :

$$Z^+ = \frac{1,0}{I_{3\Phi} \alpha. \mu.} = \frac{1,0}{|I_{3\Phi}| \alpha. \mu.} \angle \phi_3 \quad (6.20)$$

$$Z^0 = \frac{3,0}{I_{1\phi} \alpha. \mu.} - 2Z^+ = \frac{3,0}{|I_{1\phi}| \alpha. \mu.} \angle \phi_1 - 2Z^+ \quad (6.21)$$

Άρα η σύνθετη αντίσταση του δικτύου υψηλής τάσης μπορεί να συνοψιστεί ότι είναι :

$$Z_{sys}(h) = \begin{cases} Z^0(h), & h = 3n = 3,6,9,12,15, \dots \\ Z^+(h), & h = 3n \pm 1 \end{cases} \quad (6.22)$$

6.4.2 Μοντελοποίηση Δικτύου Υψηλής Τάσης όταν δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία

Στην περίπτωση όμως που δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία τότε είναι αρκετό το απλό ισοδύναμο που προκύπτει από την χρήση του SCMVA και του X/R. Δηλαδή η ανά μονάδα σύνθετη αντίσταση του δικτύου προκύπτει ότι είναι :

$$|Z_{pu}| = \frac{1}{SCMVA_{pu}} \quad (6.23)$$

και ανάλογα με την τιμή του λόγου X/R προκύπτουν από τον τύπο 6.23 το ισοδύναμο X και R με τα οποία προσομοιώνεται το δίκτυο.

6.5 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ

Η σύνθετη αντίσταση μιας γεννήτριας στην περίπτωση των αρμονικών είναι :

$$Z(h) = \begin{cases} Z_o(h) = R_a + jhX_o, & h = 3n = 3,6,9,12,15, \dots \\ Z_1(h) = R_a + jhX_d'', & h = 3n + 1 = 1,4,7,10,13, \dots \\ Z_2(h) = R_a + jhX_2, & h = 3n - 1 = 2,5,8,11,14, \dots \end{cases} \quad (6.24)$$

Όπου R_a είναι η αντίσταση του τυλίγματος του δρομέα σε Ω ανά φάση
 X_d'' είναι η υπομεταβατική αντίδραση σε Ω ανά φάση
 X_2 είναι η αντίδραση αρνητικής ακολουθίας σε Ω ανά φάση
 X_o είναι η αντίδραση μηδενικής ακολουθίας σε Ω ανά φάση και
 h είναι η τάξη της αρμονικής.

Όπως έχει προαναφερθεί λαμβάνοντας υπόψη το επιδερμικό φαινόμενο η αντίσταση του δρομέα είναι :

$$R_a(h) = \sqrt{h} R_a \quad (6.25)$$

6.6 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΡΑΠΕΖΩΝ ΠΥΚΝΩΤΩΝ

6.6.1 Μοντελοποίηση Τραπεζών πυκνωτών όταν υπάρχουν αρκετά στοιχεία

Η μοντελοποίηση των τραπεζών πυκνωτών μπορεί να γίνει με χρήση του παρακάτω πίνακα :

$$C_{abc} = \begin{bmatrix} C_{aa} & -C_{ab} & -C_{ac} \\ -C_{ba} & C_{bb} & -C_{bc} \\ -C_{ca} & -C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix} F \quad (6.26)$$

όπου C_{ii} είναι η χωρητικότητα και

C_{ij} είναι η «αλληλεπαγωγή χωρητικότητας»

Τα μη διαγώνια στοιχεία είναι αρνητικά αφού με την εφαρμογή θετικής τάσης σε μια φάση επάγεται θετική φόρτιση στον πυκνωτή αυτής της φάσης και αρνητική φόρτιση στους πυκνωτές των άλλων φάσεων.

Αν οι πυκνωτές σε όλες τις φάσεις είναι όμοιοι τότε οι χωρητικότητες των πυκνωτών και οι αλληλεπαγωγές μεταξύ των πυκνωτών είναι :

$$C_{aa} = C_{bb} = C_{cc} = C_S \quad (6.27)$$

$$C_{ab} = C_{ac} = C_{bc} = C_m \quad (6.28)$$

Τότε προκύπτει ότι :

$$C_{abc} = \begin{bmatrix} C_S & -C_m & -C_m \\ -C_m & C_S & -C_m \\ -C_m & -C_m & C_S \end{bmatrix} F \quad (6.29)$$

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό προς τα ακολουθιακά μεγέθη ισχύει :

$$C_{012} = A^{-1} C_{abc} A = \begin{bmatrix} C_0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

όπου οι χωρητικότητες μηδενικής και θετικής ακολουθίας δίνονται από τους ακόλουθους τύπους :

$$C_0 = C_S - 2C_m \quad (6.31)$$

$$C_1 = C_2 = C_S + C_m = C_0 + 3C_m \quad (6.32)$$

Με δεδομένο ότι οι «ακολουθιακές» χωρητικότητες δίνονται όταν πρόκειται να εφαρμοστεί το παραπάνω μοντέλο τότε για τις χωρητικότητες C_S και C_m ισχύει :

$$C_S = C_o + 2C_m = \frac{C_o + 2C_1}{3} \quad (6.33)$$

$$C_m = C_1 - C_S = \frac{C_1 - C_0}{3} \quad (6.34)$$

Όπως παρατηρείται όλη η παραπάνω ανάλυση είναι πολύ ακριβής ως προς τον υπολογισμό των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν. Έχει όμως πολύ σημαντικό μειονέκτημα αφού τα δεδομένα που προαπαιτεί δεν είναι τις πιο πολλές φορές διαθέσιμα, οπότε είναι αναγκαίο να βρεθεί ένα πιο εύκολο και με λιγότερες απαιτήσεις μοντέλο (συνεπαγόμενο βεβαίως και μειωμένη ακρίβεια στα αποτελέσματα).

6.6.2 Απλό μοντέλο τραπεζών πυκνωτών

Αν θεωρήσουμε ότι μας δίνονται η τάση του ζυγού στον οποίο θα εγκατασταθεί η τράπεζα πυκνωτών σε kV και το μέγεθος Q_C σε MVAr τότε η χωρητική αντίδραση των πυκνωτών είναι :

$$X_C = \frac{kV^2}{Q_C} \Rightarrow X_C(h) = \frac{X_C}{h} \quad (6.35)$$

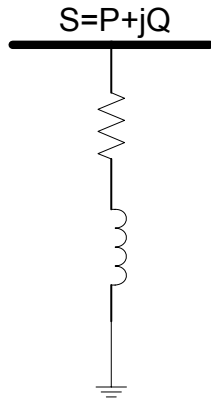
6.7 ΜΟΝΤΕΛΑ ΦΟΡΤΙΩΝ

Όσον αφορά τα φορτία υπάρχουν δύο είδη μοντελοποίησης:

- 1) Σε φορτία όπου η αντίσταση και η αντίδραση μοντελοποιούνται παράλληλα
- 2) Σε φορτία όπου η αντίσταση και η αντίδραση μοντελοποιούνται σε σειρά.

6.7.1 «Σε σειρά» μοντελοποίηση φορτίων.

Σε αυτή την περίπτωση η αντίσταση και η αντίδραση του φορτίου μοντελοποιούνται σε σειρά όπως :



Σχήμα 6. 2 : Μοντελοποίηση Φορτίου με εν σειρά R-L

Η σύνθετη αντίσταση του φορτίου σε αυτή την περίπτωση είναι :

$$Z_s = R_s + jX_s = \frac{V^2}{P - jQ} = \frac{V^2(P + jQ)}{P^2 + Q^2} = \frac{V^2(P + jQ)}{|S|^2} \quad (6.36)$$

ώστε

$$R_s = \frac{V^2}{|S|^2} P \quad (6.37)$$

και

$$X_s = \frac{V^2}{|S|^2} Q \quad (6.38)$$

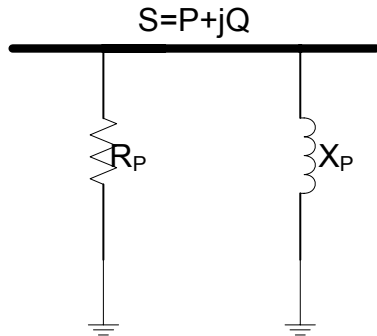
Στις αρμονικές συχνότητες η παραπάνω σύνθετη αντίσταση γίνεται :

$$Z_s(h) = R_s + jhX_s \quad (6.39)$$

όπου R_s και X_s είναι όπως στις εξισώσεις (6.37) και (6.38).

6.7.2 «Παράλληλη» μοντελοποίηση φορτίων.

Σε αυτή την περίπτωση η αντίσταση και η αντίδραση του φορτίου μοντελοποιούνται παράλληλα όπως :



Σχήμα 6.3 : Μοντελοποίηση Φορτίου με την παράλληλη σύνδεση R-L

Η σύνθετη αγωγιμότητα σε αυτή την περίπτωση είναι :

$$Y_P = \frac{1}{R_P} - j \frac{1}{X_P} = \frac{P - jQ}{V^2} \quad (6.40)$$

αφού $R_P = \frac{V^2}{P}$ (6.41)

$$X_P = \frac{V^2}{Q} \quad (6.42)$$

Στις αρμονικές συχνότητες η παραπάνω σύνθετη αγωγιμότητα γίνεται :

$$Y_P(h) = \frac{1}{R_P} - jh \frac{1}{X_P} \quad (6.43)$$

όπου R_S και X_S είναι όπως στις εξισώσεις (6.41) και (6.42).

6.7.3 Μονοφασικό ισοδύναμο φορτίο

Ένα μονοφασικό φορτίο μπορεί να αναπαρασταθεί από το μονοφασικό του ισοδύναμο Z_L για το κύκλωμα θετικής και αρνητικής ακολουθίας. Η σύνθετη αντίσταση για το κύκλωμα μηδενικής ακολουθίας είναι άπειρη είτε το φορτίο είναι συνδεδεμένο κατά τρίγωνο(Δ) είτε κατά αστέρα(Y).

Αν η φαινόμενη ισχύς του φορτίου είναι S_L σε MVA, ο συντελεστής ισχύος είναι pf και δουλεύοντας με βάση ισχύος S_b MVA τότε :

$$S_L = \frac{S_L}{S_b} \angle \cos^{-1}(pf) \quad \alpha.\mu. \quad (6.44)$$

$$Z_L^+ = \frac{1}{S_L^*} \quad \alpha.\mu. \quad (6.45)$$

$$Z_L^0 = \infty \quad \alpha.\mu. \quad (6.46)$$

όπου S_L είναι η φαινόμενη ισχύς του φορτίου και S_b είναι η βασική τιμή της φαινομένης ισχύος.

Άρα για την σύνθετη αντίσταση ενός μονοφασικού φορτίου προκύπτει ότι είναι :

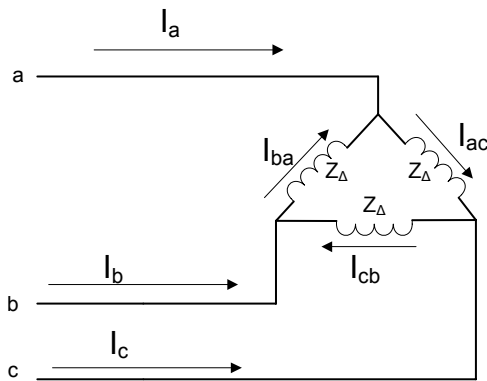
$$Z_L(h) = \begin{cases} \infty, & h = 3n = 3,6,9,12,15, \dots \\ Z_L^+(h), & h = 3n \pm 1 \end{cases} \quad (6.47)$$

και για την αγωγιμότητα προκύπτει

$$Y_L(h) = Z_L^{-1}(h). \quad (6.48)$$

6.7.4 Φορτία συνδεδεμένα κατά τρίγωνο(Δ).

Τα φορτία είναι όπως :



Τα ρεύματα που διαρρέουν τις τρεις φάσεις δίνονται από τους ακόλουθους τύπους :

$$I_a = \frac{V_a - V_b}{Z_\Delta} + \frac{V_a - V_c}{Z_\Delta} \quad (6.49)$$

$$I_b = \frac{V_b - V_a}{Z_\Delta} + \frac{V_b - V_c}{Z_\Delta} \quad (6.50)$$

$$I_c = \frac{V_c - V_b}{Z_\Delta} + \frac{V_c - V_a}{Z_\Delta} \quad (6.51)$$

Σχήμα 6. 4: Φορτίο συνδεδεμένο κατά τρίγωνο

Πρέπει να σημειωθεί ότι με Z_Δ συμβολίζεται η σύνθετη αντίσταση τριγώνου.

Σε μορφή πίνακα οι παραπάνω εξισώσεις γράφονται :

$$\begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \frac{1}{Z_\Delta} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} \quad (6.52)$$

Αν θεωρήσουμε τη γνωστή εξίσωση $I=YV$ τότε το Y_{abc} είναι :

$$Y_{abc} = \frac{1}{Z_\Delta} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (6.53)$$

Οπότε μετατρέποντας τα φασικά μεγέθη σε ακολουθιακά ισχύει :

$$Y_{012} = A^{-1}Y_{abc}A = \frac{1}{Z_\Delta} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \frac{3}{Z_\Delta} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.54)$$

Άρα η αγωγιμότητα μηδενικής, θετικής και αρνητικής ακολουθίας δίνεται από τους τύπους :

$$Y_0 = 0 \quad (6.55)$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{3}{Z_\Delta} \quad (6.56)$$

Και τα ίδια μεγέθη για την σύνθετη αντίσταση είναι :

$$Z_0 = \infty \quad (6.57)$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{Z_{\Delta}}{3} \quad (6.58)$$

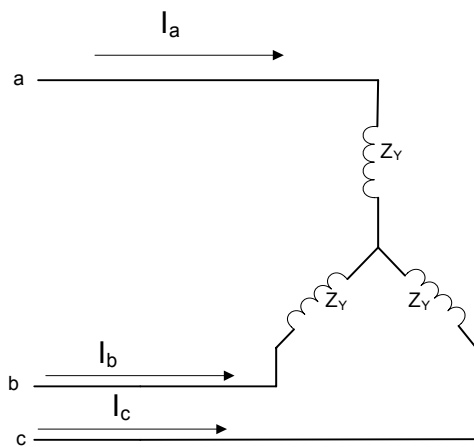
και σε μορφή πίνακα είναι :

$$Z_{012} = Y_{012}^{-1} = \frac{Z_{\Delta}}{3} \cdot \begin{pmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.59)$$

6.7.5 Φορτία συνδεδεμένα κατά αστέρα(Y).

Τα φορτίο είναι όπως :

Σχήμα 6. 5: Φορτία συνδεδεμένα κατά αστέρα



Με δεδομένο ότι δεν υπάρχει «δρόμος» ροής για το ρεύμα μηδενικής ακολουθίας τότε

$$Z_{012} = \begin{pmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & Z_Y & 0 \\ 0 & 0 & Z_Y \end{pmatrix} = Z_Y \cdot \begin{pmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.60)$$

Αντιστρέφοντας προκύπτει η μήτρα αγωγιμοτήτων :

$$Y_{012} = Z_{012}^{-1} = \frac{1}{Z_Y} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.61)$$

Οπότε τα φασικά μεγέθη της παραπάνω αγωγιμότητας είναι:

$$Y_{abc} = AY_{012}A^{-1} = \frac{1}{3Z_Y} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (6.62)$$

6.7.6 Γενική Μοντελοποίηση Φορτίων

Ένα τριφασικό φορτίο μπορεί να αναπαρασταθεί με την παρακάτω μήτρα σύνθετης αντίστασης :

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (6.63)$$

Για ένα συμμετρικό φορτίο που έχει ίσες αυτεπαγωγές και ίσες αμοιβαίες αυτεπαγωγές ισχύει :

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z_S \quad (6.64)$$

$$Z_{ab} = Z_{ac} = Z_{bc} = Z_m \quad (6.65)$$

Οπότε η μήτρα σύνθετης αντίστασης γράφεται ως :

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} Z_S & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_S & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_S \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

και στα ακολουθιακά μεγέθη ισχύει

$$Z_{012} = A^{-1} Z_{abc} A = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

με $Z_0 = Z_S + 2Z_m = Z_1 + 3Z_m$ (6.68)

$$Z_1 = Z_2 = Z_S - Z_m \quad (6.69)$$

Οπότε ισχύει :

$$Z_S = Z_0 - 2Z_m = \frac{Z_0 + 2Z_1}{3} \quad (6.70)$$

$$Z_m = Z_S - Z_1 = \frac{Z_0 - Z_1}{3} \quad (6.71)$$

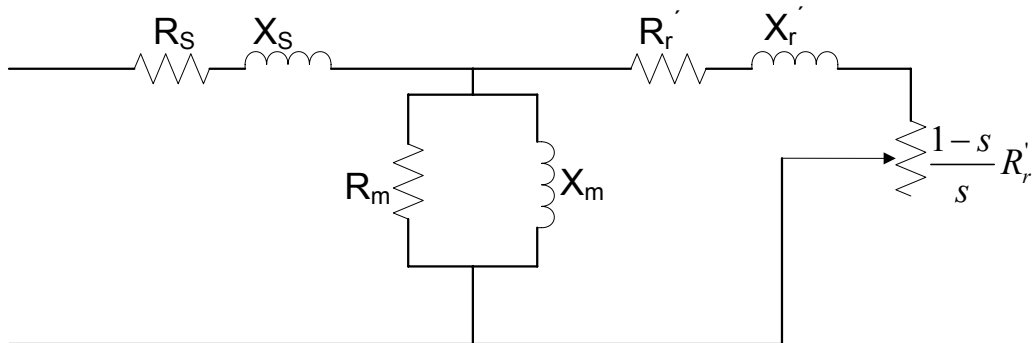
Για την ειδική περίπτωση όπου $Z_m = 0 \Rightarrow Z_0 = Z_1 = Z_2 = Z_S$ (6.72)

Για τις αρμονικές ισχύει :

$$Z_L(h) = \begin{cases} Z_o(h), & h = 3n = 3,6,9,12,15,\dots \\ Z_1(h), & h = 3n \pm 1 \end{cases} \quad (6.73)$$

6.8 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΕΠΑΡΚΗ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Το ισοδύναμο δίκτυο για μια μηχανή επαγωγής είναι :



Σχήμα 6.6 : Ισοδύναμο κύκλωμα μηχανής επαγωγής

Οι σύνθετες αντιστάσεις της μηχανής για τον στάτη, τον δρομέα και οι σύνθετες αντιστάσεις μαγνήτισης της μηχανής είναι :

$$Z_S = R_S + jX_S \quad (6.74)$$

$$Z_r'(s) = \frac{R_r'}{s} + jX_r' \quad (6.75)$$

$$Z_m = \frac{R_m \cdot jX_m}{R_m + jX_m} \quad (6.76)$$

όπου Z_S είναι η σύνθετη αντίσταση του στάτη

Z_r' είναι η σύνθετη αντίσταση του δρομέα και

Z_m είναι η σύνθετη αντίσταση που μοντελοποιεί το ρεύμα μαγνήτισης της μηχανής

Άρα μια μηχανή που συνδέεται κατά τρίγωνο ή κατά αστέρα έχει άπειρη σύνθετη αντίσταση μηδενικής ακολουθίας. Οι αντιστάσεις θετικής και αρνητικής ακολουθίας δίνονται από τους παρακάτω τύπους :

$$Z_0 = \infty \quad (6.77)$$

$$Z_1 = Z_s + \frac{Z_m \cdot Z_r'(s_1)}{Z_m + Z_r'(s_1)} \quad (6.78)$$

$$Z_2 = Z_s + \frac{Z_m \cdot Z_r'(s_2)}{Z_m + Z_r'(s_2)} \quad (6.79)$$

όπου s_1 είναι η ολίσθηση θετικής ακολουθίας $s_1 = 1 - \frac{n}{n_s}$ και (6.80)

s_2 είναι η ολίσθηση αρνητικής ακολουθίας $s_2 = 1 + \frac{n}{n_s} = 2 - s_1$ (6.81)

n είναι η ταχύτητα του δρομέα

n_s είναι η σύγχρονη ταχύτητα του δρομέα $n_s = \frac{60f}{p}$ (6.82)

f είναι η συχνότητα σε Hz και

p είναι ο αριθμός των ζευγών πόλων.

Οι ακολουθιακές σύνθετες αντιστάσεις είναι :

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (6.83)$$

και η αγωγιμότητα είναι :

$$Y_{012} = Z_{012}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_1 & 0 \\ 0 & 0 & Y_2 \end{bmatrix} \quad (6.84)$$

Τα αντίστοιχα φασικά μεγέθη είναι :

$$Y_{abc} = AY_{012}A^{-1} = \begin{bmatrix} Y_M & Y_{m1} & Y_{m2} \\ Y_{m2} & Y_M & Y_{m1} \\ Y_{m1} & Y_{m2} & Y_M \end{bmatrix} \quad (6.85)$$

όπου

$$Y_M = \frac{1}{3}(Y_1 + Y_2) \quad (6.86)$$

$$Y_{m1} = \frac{1}{3}(aY_1 + a^2Y_2) \quad (6.87)$$

$$Y_{m2} = \frac{1}{3}(a^2 Y_1 + a Y_2). \quad (6.88)$$

Άρα στις αρμονικές συχνότητες η σύνθετη αντίσταση μιας μηχανής επαγωγής είναι :

$$Z = \begin{cases} \infty, & h = 3n \\ R_S + jhX_S + \frac{jhX_m \cdot \left(\frac{R'_r}{s_1} + jhX'_r \right)}{\frac{R'_r}{s_1} + jh(X_m + X'_r)}, & s_1 = 1 - \frac{n}{hn_s} \\ & h = 3n + 1 \\ R_S + jhX_S + \frac{jhX_m \cdot \left(\frac{R'_r}{s_2} + jhX'_r \right)}{\frac{R'_r}{s_2} + jh(X_m + X'_r)}, & s_2 = 1 + \frac{n}{hn_s} \\ & h = 3n - 1 \end{cases} \quad (6.89)$$

που είναι αντίστοιχα η σύνθετη αντίσταση μηδενικής, θετικής και αρνητικής ακολουθίας.

6.9 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΛΙΓΟΣΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Τις πιο πολλές φορές όμως δεν είναι διαθέσιμα τόσα δεδομένα για μια μηχανή επαγωγής ώστε να είναι δυνατή η χρήση αυτού του μοντέλου οπότε επιλέγεται ένα μοντέλο απλοποιημένο. Επιλέγεται ένα μοντέλο με βάση την υπομεταβατική σύνθετη αντίσταση της μηχανής Z_M'' για την θετική και την μηδενική ακολουθία. Με δεδομένο ότι η σύνθετη αντίσταση μηδενικής ακολουθίας είναι άπειρη, ισχύει ότι :

$$Z_M(h) = \infty, \quad h = 3n \quad (6.90)$$

Η σύνθετη αντίσταση θετικής ακολουθίας είναι :

$$|S_M| = \frac{P_{\acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha}}{pf \cdot \eta} \quad (6.91)$$

$$X_M^+ = \frac{\%X_M''}{100} \frac{S_b}{|S_M|} \quad (6.92)$$

$$R_M^+ = \frac{X_M^+}{(X/R)_M} \quad (6.93)$$

$$Z_M^+ = R_M^+ + jhX_M^+ \quad (6.94)$$

$$Z_M^0 = \infty \quad (6.95)$$

$$Y_M = Z_M^{-1} \quad (6.96)$$

Άρα η σύνθετη αντίσταση στις αρμονικές συχνότητες γίνεται :

$$Z_M(h) = \begin{cases} \infty, & h = 3n = 3,6,9,12,15, \dots \\ R_M^+ + jhX_M^+, & h = 3n \pm 1 \end{cases} \quad (6.97)$$

όπου $P_{\acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha}$ είναι η ισχύς της μηχανής στον άξονα σε MW

p_f είναι ο συντελεστής ισχύος της μηχανής

η είναι η απόδοση της μηχανής

S_M είναι η φαινόμενη ισχύς στην είσοδο της μηχανής σε MVA

S_b είναι η βασική ισχύς σε MVA

Z_M είναι η σύνθετη αντίσταση της μηχανής σε ανά μονάδα μεγέθη: $Z_M = R_M + jX_M$

Y_M είναι η σύνθετη αγωγιμότητα της μηχανής σε ανά μονάδα μεγέθη: $Y_M = Z_M^{-1}$

h είναι η τάξη της αρμονικής και

X_M'' είναι η υπομεταβατική σύνθετη αντίσταση της μηχανής.

6.10 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΚΑΛΩΔΙΩΝ

Σύμφωνα με την βιβλιογραφία στην περίπτωση των αρμονικών η σύνθετη αντίσταση λαμβάνοντας υπόψη το επιδερμικό φαινόμενο είναι :

$$Z(h) = \sqrt{h} \cdot R + j * h * X \quad (6.98)$$

6.11 ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

Σε αυτό το κεφάλαιο έχουν αναπτυχθεί γενικά αναλυτικά μοντέλα για τα διάφορα στοιχεία ενός ηλεκτρικού δικτύου. Στην πράξη όμως δεν είναι διαθέσιμες όλες εκείνες οι πληροφορίες που χρειάζονται για την χρήση των αναλυτικών μοντέλων. Γι' αυτό χρησιμοποιούνται τα μοντέλα που απαιτούν λίγες πληροφορίες για κάθε στοιχείο του ηλεκτρικού δικτύου όπως έχουν αναφερθεί στο παρών κεφάλαιο.

7

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

7.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	123
7.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ	124
7.2.1	<i>Παράδειγμα 7.1.....</i>	<i>124</i>
7.2.2	<i>Παράδειγμα 7.2.....</i>	<i>126</i>
7.2.3	<i>Συμπεράσματα από τα παραδείγματα 7.1 και 7.2.....</i>	<i>127</i>
7.3	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ	127
7.3.1	<i>Παράδειγμα 7.4.....</i>	<i>130</i>
7.4	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΩΣ ΛΟΓΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ	131
7.4.1	<i>Παράδειγμα 7.5.....</i>	<i>133</i>
7.5	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗΣ ΚΟΡΕΣΜΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	134
7.5.1	<i>Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού με κατά τμήματα γραμμικοποίηση.....</i>	<i>135</i>
7.5.2	<i>Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού ως λόγο πολυωνύμων.....</i>	<i>136</i>
7.5.3	<i>Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού με χρήση της υπερβολικής προσέγγισης Μη-Γραμμικής Χαρακτηριστικής</i>	<i>137</i>
7.5.4	<i>Απλή πολυωνυμική προσέγγιση της μη-γραμμικής χαρακτηριστικής.....</i>	<i>138</i>
7.6	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 7.6.....	139

7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ¹³

Αυτό το κεφάλαιο αποτελεί μια ενότητα με το επόμενο που ακολουθεί (το 8^ο) όπου γίνεται μια προσέγγιση για την διεξαγωγή υπολογισμών ηλεκτρικού δικτύου (εύρεση ρευμάτων και τάσεων) στο πεδίο της συχνότητας απευθείας, και όχι στο πεδίο του χρόνου. Στο παρών κεφάλαιο δίνονται οι ορισμοί και οι μέθοδοι που θα χρησιμοποιηθούν στο επόμενο ώστε να γίνουν οι παραπάνω αναφερόμενοι υπολογισμοί.

Μεγάλη γκάμα μη-γραμμικών χαρακτηριστικών που σχετίζονται με τον ηλεκτρικό εξοπλισμό μπορούν να αναπαρασταθούν ακριβώς με τους τρεις παρακάτω τρόπους :

1) με την βοήθεια πολυωνυμικών εξισώσεων

$$u = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (7.1)$$

2) με την βοήθεια λόγου πολυωνύμων

$$w = \frac{b_0 + b_1y + b_2y^2 + \dots + b_p y^p}{c_0 + c_1z + c_2z^2 + \dots + c_q z^q} \quad (7.2)$$

3) με την βοήθεια διακοπτικών εξισώσεων

$$v = s * y \quad (7.3)$$

όπου το s είναι η διακοπτική συνάρτηση.

Με αυτές τις αναπαραστάσεις είναι δυνατοί οι υπολογισμοί στο πεδίο της συχνότητας απευθείας με χρήση της «διακριτής» συνέλιξης που είναι ένας πιο αποδοτικός τρόπος για την πραγματοποίηση «αρμονικών» υπολογισμών σε σχέση με την χρήση τεχνικών που χρησιμοποιούν τεχνικές και στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας. Το μεγαλύτερο μέρος αυτού του κεφαλαίου είναι αφιερωμένο σε υπολογισμούς απευθείας στο πεδίο της συχνότητας. Πρέπει όμως να αναφερθεί ότι είναι αναγκαία και η ύπαρξη ανάλογων δεδομένων ώστε να χρησιμοποιηθούν αυτές οι μέθοδοι στο πεδίο της συχνότητας, δηλαδή να υπάρχουν για όλες τις διεγέρσεις του ηλεκτρικού δικτύου (πηγές τάση ή ρεύματος) οι συντελεστές Fourier, ώστε να γίνει η ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας.

Ο κορεσμός και φαινόμενα υστέρησης είναι πολύ σημαντικά κομμάτια στο όλο κεφάλαιο των μη-γραμμικών χαρακτηριστικών, αφού εμφανίζονται στις περισσότερες ηλεκτρομαγνητικές συσκευές που λειτουργούν πάνω από το ονομαστικό τους σημείο λειτουργίας. Όπως θα φανεί προς το τέλος του κεφαλαίου αυτά τα δύο αναπαριστάνονται με πολύ καλή προσέγγιση με πολυωνυμικές εξισώσεις διαφόρων ειδών. Αυτό είναι σημαντικό από την άποψη της ανάλυσης δικτύου αφού η μέθοδος των επαναλαμβανόμενων συνελίξεων παρέχει μια αποτελεσματική μέθοδο για την πραγματοποίηση πολυωνυμικών υπολογισμών για τα προβλήματα αρμονικών. Από την άλλη, οι διακοπτικές συναρτήσεις χρησιμοποιούνται κυρίως για να περιγράψουν την λειτουργία των ηλεκτρονικών ισχύος και παρέχουν και αυτές έναν εύκολο και αποδοτικό τρόπο για τον υπολογισμό των αρμονικών.

¹³ Για περαιτέρω ανάλυση βλ. [47]

7.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Ο υπολογισμός αρμονικών με το χέρι είναι δυνατός όπως εύκολα γίνεται κατανοητό για πολύ απλές περιπτώσεις. Παρόλα αυτά είναι πολύ χρήσιμος γιατί εισάγει τον αναγνώστη στον τρόπο με τον οποίο γίνεται αυτός ο υπολογισμός των αρμονικών αλλά και στην έννοια και στην φύση τους. Είναι καλύτερα αυτή η μέθοδος να δείχτεί με ένα παράδειγμα αφού με αυτόν γίνεται πιο κατανοητή.

7.2.1 Παράδειγμα 7.1

Να γραμμικοποιηθεί η παρακάτω εξίσωση :

$$u = y + y^3 \quad (\text{Π7.1. 1})$$

$$\text{Στο σημείο λειτουργίας } y_o = \sin \omega_o t \quad (\text{Π7.1. 2})$$

Λύση:

Μέθοδος Πρώτη :

Πρώτα γίνεται αντικατάσταση του σημείου λειτουργίας στην μη-γραμμική εξίσωση και προκύπτει :

$$u_o = \sin \omega_o t + \sin^3 \omega_o t \quad (\text{Π7.1. 3})$$

Στην συνέχεια γίνεται ανάλυση των δυνάμεων του ημιτόνου και :

$$\sin^0 x = 1$$

$$\sin^1 x = \sin x$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\sin^3 x = \frac{1}{4}(3 \sin x - \sin 3x)$$

$$\sin^4 x = \frac{1}{8}(3 - 4 \cos 2x + \cos 4x)$$

$$\sin^5 x = \frac{1}{16}(10 \sin x - 5 \sin 3x + \sin 5x)$$

$$\sin^6 x = \frac{1}{32}(10 - 15 \cos 2x + 6 \cos 4x - \cos 6x)$$

$$\sin^7 x = \frac{1}{64}(35 \sin x - 21 \sin 3x + 7 \sin 5x - \sin 7x)$$

(Π7.1. 4)

Έτσι το αρμονικό περιεχόμενο της εξίσωσης $u(y)$ είναι :

$$u_o = \sin \omega_o t + \frac{1}{4}(3 \sin \omega_o t - \sin 3\omega_o t) = \frac{7}{4} \sin \omega_o t - \frac{1}{4} \sin 3\omega_o t \quad (\text{Π7.1. 5})$$

Έτσι οι συντελεστές της ανάπτυξης της παραπάνω εξίσωσης σε τριγωνομετρική σειρά είναι :

$$U_o = \begin{bmatrix} U_0^s \\ U_0^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.75 \\ 0 \\ -0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.1. 6})$$

Μέθοδος Δεύτερη :

Εναλλακτικά η εξίσωση $u(y)$ μπορεί να γραφεί και ως:

$$u_o = \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right) + \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right)^3 \quad (\text{Π7.1. 7})$$

αφού $\sin x = \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right)$.

Αναπτύσσοντας περαιτέρω την παραπάνω εξίσωση προκύπτει

$$u_o = j\frac{1}{8}e^{j3\omega_o t} - j\frac{7}{8}e^{j\omega_o t} + j\frac{7}{8}e^{-j\omega_o t} - j\frac{1}{8}e^{-j3\omega_o t} \quad (\text{Π7.1. 8})$$

Έτσι αν αναπτυχθεί η παραπάνω εξίσωση σε σειρά Fourier μιγαδικών εκθετικών όρων τότε οι συντελεστές θα είναι :

$$U_o = \begin{bmatrix} C_{-3} \\ C_{-2} \\ C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j0.125 \\ 0 \\ j0.875 \\ 0 \\ -j0.875 \\ 0 \\ j0.125 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.1. 9})$$

Οπότε προέκυψε η μιγαδική σειρά Fourier.

Τέλος θα πρέπει να γίνει η παρατήρηση ότι και οι δύο λύσεις είναι ισοδύναμες και δίνουν τα ίδια αποτελέσματα.

7.2.2 Παράδειγμα 7.2

Σε αυτό το παράδειγμα χρησιμοποιείται η δεύτερη μέθοδος του παραδείγματος 7.1 (ενότητα 7.2.1). Γραμμικοποιείστε την παρακάτω εξίσωση :

$$u = f(x, y) = xy^2(1 + y) \quad (\text{Π7.2. 1})$$

Στο σημείο λειτουργίας

$$\begin{aligned} x_o &= \sin \omega_o t + \sin 3\omega_o t \\ y_o &= \cos \omega_o t \end{aligned} \quad (\text{Π7.2. 2})$$

Λύση:

Με χρήση της αναπαράστασης του ημιτόνου με μιγαδικούς εκθέτες είναι :

$$x_o = \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right) + \left(\frac{e^{j3\omega_o t} - e^{-j3\omega_o t}}{2j} \right) \quad (\text{Π7.2. 3})$$

$$y_o = \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right) \quad (\text{Π7.2. 4})$$

Αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές των x_o , y_o στην εξίσωση $u=f(x,y)$ προκύπτει :

$$\begin{aligned} u_o &= \left\{ \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right) + \left(\frac{e^{j3\omega_o t} - e^{-j3\omega_o t}}{2j} \right) \right\} \left\{ \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right)^2 * \left\{ 1 + \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right) \right\} \right\} = \\ &= j \frac{1}{16} e^{-j6\omega_o t} + j \frac{1}{8} e^{-j5\omega_o t} + j \frac{3}{16} e^{-j4\omega_o t} + j \frac{3}{8} e^{-j3\omega_o t} + j \frac{1}{8} e^{-j2\omega_o t} + j \frac{1}{4} e^{-j\omega_o t} \\ &\quad - j \frac{1}{4} e^{j\omega_o t} - j \frac{1}{8} e^{j2\omega_o t} - j \frac{3}{8} e^{j3\omega_o t} - j \frac{3}{16} e^{j4\omega_o t} - j \frac{1}{8} e^{j5\omega_o t} - j \frac{1}{16} e^{j6\omega_o t} \end{aligned} \quad (\text{Π7.2. 5})$$

Η παραπάνω παράσταση για το $u=f(x,y)$ σε μορφή αναπτύγματος σε σειρά Fourier εκθετικών μιγαδικών είναι :

$$F_o = j \frac{1}{16} [1 \quad 2 \quad 3 \quad 6 \quad 2 \quad 4 \quad 0 \quad -4 \quad -2 \quad -6 \quad -3 \quad -2 \quad -1]^T \quad (\text{Π7.2. 6})$$

7.2.3 Συμπεράσματα από τα παραδείγματα 7.1 και 7.2

Με τα παραπάνω παραδείγματα έχει καταδειχτεί ότι η παραπάνω μέθοδος υπολογισμού του αρμονικού περιεχομένου μιας μη-γραμμικής συνάρτησης είναι μια διαδικασία ιδιαίτερα κουραστική. Ο αριθμός των υπολογισμών που χρειάζονται για τον τελικό υπολογισμό αυξάνει πολύ γρήγορα με βάση την τάξη του πολωνύμου. Έτσι αυτή η μέθοδος της αντικατάστασης των \sin και \cos με το μιγαδικό ισοδύναμό τους δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για «μεγάλους» υπολογισμούς.

Στην θεωρία οποιαδήποτε συνεχής συνάρτηση που ορίζεται σε ένα κλειστό και φραγμένο διάστημα μπορεί να προσεγγιστεί με οσοδήποτε μικρό σφάλμα από μια πολωνυμική συνάρτηση ανάλογης τάξης με βάση το θεώρημα προσέγγισης του Weierstrass. Αυτή είναι πολύ ενδιαφέρουσα δυνατότητα αφού «ανοίγει την πόρτα» σε λύση πολλών προβλημάτων ανάλυσης δικτύου με χρήση επαναλαμβανόμενων συνελίξεων. Η μέθοδος του πολωνυμικού υπολογισμού με χρήση επαναλαμβανόμενων συνελίξεων είναι στην πραγματικότητα η ίδια με την μέθοδο του πολωνυμικού υπολογισμού με το χέρι όπως παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο με την μόνη διαφορά ότι μπορεί να πραγματοποιηθεί από υπολογιστή με ότι αυτό συνεπάγεται.

7.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ¹⁴

Η διαδικασία του πολυωνυμικού υπολογισμού με χρήση επαναλαμβανόμενων συνελίξεων παρουσιάζεται χρησιμοποιώντας την μιγαδική σειρά Fourier. Για να είναι τα αποτελέσματα-παραδείγματα σύντομα και εύκολα αναγνώσιμα η τάξη των πολυωνύμων θα είναι μικρή (n=3) πρέπει όμως να διευκρινιστεί ότι αυτό δεν αποτελεί περιορισμό για την μέθοδο. Έτσι θεωρείται:

$$u = f(x) = \sum_{q=0}^3 b_q x(t)^q = b_0 x^0 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + b_3 x^3 \quad (7.4)$$

Υποθέτοντας ότι το x περιέχει μόνο την DC και την θεμελιώδη συνιστώσα (και αυτό πάλι μόνο για απλοποίηση των πράξεων) :

$$x(t) = \sum_{h=-1}^1 X_h e^{jh\omega_o t} \quad (7.5)$$

Ως πρώτο βήμα για τον υπολογισμό του αρμονικού περιεχομένου την συνάρτησης $u=f(x)$ θα γίνει ο υπολογισμός του x^2 με χρήση μιγαδικών εκθετικών όρων.

$$\begin{aligned} x^2(t) &= \sum_{h=-1}^1 X_h e^{jh\omega_o t} \sum_{h=-1}^1 X_h e^{jh\omega_o t} \\ &= (X_{-1} e^{-j\omega_o t} + X_0 + X_1 e^{j\omega_o t})(X_{-1} e^{-j\omega_o t} + X_0 + X_1 e^{j\omega_o t}) \\ &= (X_{-1} X_{-1}) e^{-j2\omega_o t} + (X_0 X_{-1} + X_{-1} X_0) e^{-j\omega_o t} + \\ &\quad + (X_1 X_{-1} + X_0 X_0 + X_{-1} X_1) \\ &\quad + (X_0 X_1 + X_1 X_0) e^{j\omega_o t} + (X_1 X_1) e^{j2\omega_o t} \end{aligned} \quad (7.6)$$

Ένας καλύτερος υπολογισμός του παραπάνω γίνεται ως :

$$x^2(t) \Rightarrow X^2 \equiv X \otimes X = \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{-1} X_{-1} \\ X_{-1} X_0 + X_0 X_{-1} \\ X_1 X_{-1} + X_0 X_0 + X_{-1} X_1 \\ X_1 X_0 + X_0 X_1 \\ X_1 X_1 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

Αφού το X είναι ο πίνακας με τους συντελεστές Fourier της συνάρτησης x(t) η παραπάνω εξίσωση δεν μπορεί να εξηγηθεί ως μια πράξη πινάκων αλλά ως η πράξη της συνέλιξης μεταξύ δύο διανυσμάτων, αφού ο πολλαπλασιασμός στο πεδίο του χρόνου γίνεται συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας. Αν το X έχει αρμονικούς συντελεστές (δηλαδή και άλλες συχνότητες πέραν της θεμελιώδους) τότε το X^2 είναι η συνέλιξη του X με τον εαυτό του. Η πράξη της συνέλιξης μπορεί να πραγματοποιηθεί και ως πράξη μεταξύ πινάκων ως εξής :

$$X^2 = \begin{bmatrix} X_0 & X_{-1} & & & \\ X_1 & X_0 & X_{-1} & & \\ & X_1 & X_0 & X_{-1} & \\ & & X_1 & X_0 & X_{-1} \\ & & & X_1 & X_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{-1} X_{-1} \\ X_{-1} X_0 + X_0 X_{-1} \\ X_1 X_{-1} + X_0 X_0 + X_{-1} X_1 \\ X_1 X_0 + X_0 X_1 \\ X_1 X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{-2}^{(2)} \\ X_{-1}^{(2)} \\ X_0^{(2)} \\ X_1^{(2)} \\ X_2^{(2)} \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

¹⁴ Για περαιτέρω ανάλυση για την συνέλιξη βλ. [54]

Η παραπάνω εξίσωση προκύπτει από το γεγονός ότι ο υπολογισμός της συνέλιξης δεν είναι τίποτα παραπάνω από :

ΑΝΑΚΛΑΣΗ, ΜΕΤΑΘΕΣΗ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ, ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΘΕΣΗ (Εσωτερικό Γινόμενο), ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ. [54]

Ο παραπάνω πίνακας :

$$\begin{bmatrix} X_0 & X_{-1} & & & & & \\ X_1 & X_0 & X_{-1} & & & & \\ & X_1 & X_0 & X_{-1} & & & \\ & & X_1 & X_0 & X_{-1} & & \\ & & & X_1 & X_0 & X_{-1} & \\ & & & & X_1 & X_0 & \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

είναι Hermitian και έχει δομή Toeplitz, αφού περιέχει ίσα στοιχεία σε όλες τις διαγώνιους. Στο τέλος αυτής της διπλωματικής εργασίας και στο παράρτημα Γ δίνονται οι ορισμοί και οι ιδιότητες του πίνακα Hermitian και της δομής Toeplitz.

Το επόμενο βήμα για τον υπολογισμό της εξίσωσης (7.4) είναι ο υπολογισμός της τρίτης δύναμης του X^3 η οποία είναι :

$$X^3 = X \otimes X^2 = \begin{bmatrix} X_0 & X_{-1} & & & & & \\ X_1 & X_0 & X_{-1} & & & & \\ & X_1 & X_0 & X_{-1} & & & \\ & & X_1 & X_0 & X_{-1} & & \\ & & & X_1 & X_0 & X_{-1} & \\ & & & & X_1 & X_0 & X_{-1} \\ & & & & & X_1 & X_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & & & & & & \\ & X_{-1}X_{-1} & & & & & \\ & X_{-1}X_0 + X_0X_{-1} & & & & & \\ X_1X_{-1} + X_0X_0 + X_{-1}X_1 & & & & & & \\ & X_1X_0 + X_0X_1 & & & & & \\ & X_1X_1 & & & & & \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

$$= \begin{bmatrix} X_{-3}^{(3)} \\ X_{-2}^{(3)} \\ X_{-1}^{(3)} \\ X_0^{(3)} \\ X_1^{(3)} \\ X_2^{(3)} \\ X_3^{(3)} \end{bmatrix}$$

Επιπλέον χρειάζεται και ο υπολογισμός του X^0 :

$$X^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

Τώρα ο υπολογισμός της εξίσωσης (7.4) στο πεδίο των συχνοτήτων είναι :

$$\begin{bmatrix} Y_{-3} \\ Y_{-2} \\ Y_{-1} \\ Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = b_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b_2 \begin{bmatrix} 0 \\ X_{-2}^{(2)} \\ X_{-1}^{(2)} \\ X_0^{(2)} \\ X_1^{(2)} \\ X_2^{(2)} \\ 0 \end{bmatrix} + b_3 \begin{bmatrix} X_{-3}^{(3)} \\ X_{-2}^{(3)} \\ X_{-1}^{(3)} \\ X_0^{(3)} \\ X_1^{(3)} \\ X_2^{(3)} \\ X_3^{(3)} \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

Έτσι όπως παρατηρείται όταν εφαρμόζεται ο παραπάνω αλγόριθμος (συνέλιξη) παρέχει έναν πολύ αποτελεσματικό τρόπο για τον υπολογισμό του αρμονικού περιεχομένου συναρτήσεων όταν είναι γνωστό το αρμονικό περιεχόμενο της διέγερσης.

Ένα παράδειγμα θα καταδείξει με περισσότερη σαφήνεια την όλη διαδικασία που ακολουθήθηκε.

7.3.1 Παράδειγμα 7.4

Η συνάρτηση

$$i = f(\psi) = 0.001 * \psi + 0.0743 * \psi^3 \quad (\text{Π7.4. 1})$$

υπόκειται σε διέγερση :

$$\psi_0 = \sin \omega_o t + \cos \omega_o t = \left(\frac{1}{2} - j \frac{1}{2} \right) e^{j\omega_o t} + \left(\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \right) e^{-j\omega_o t} \Rightarrow \Psi_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1+j \\ 0 \\ 1-j \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.4. 2})$$

Οι υπολογισμοί είναι :

$$\begin{aligned} \Psi^2 = \Psi \otimes \Psi &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1+j \\ 0 \\ 1-j \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1+j \\ 0 \\ 1-j \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1+j & & & \\ 1-j & 0 & 1+j & & \\ & 1-j & 0 & 1+j & \\ & & 1-j & 0 & 1+j \\ & & & 1-j & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1+j \\ 0 \\ 1-j \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} j \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ -j \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{Π7.4. 3})$$

Επίσης :

$$\Psi^3 = \Psi \otimes \Psi^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1+j \\ 0 \\ 1-j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 1+j & & & & & & & \\ 1-j & 0 & 1+j & & & & & & \\ & 1-j & 0 & 1+j & & & & & \\ & & 1-j & 0 & 1+j & & & & \\ & & & 1-j & 0 & 1+j & & & \\ & & & & 1-j & 0 & 1+j & & \\ & & & & & 1-j & 0 & 1+j & \\ & & & & & & 1-j & 0 & \\ & & & & & & & 1-j & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1+j \\ 0 \\ 3+3j \\ 0 \\ 3-3j \\ 0 \\ -1-j \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.4. 4})$$

Άρα το αρμονικό περιεχόμενο του i σύμφωνα με την εξίσωση (Π7.4.1) είναι :

$$\begin{bmatrix} I_{-3} \\ I_{-2} \\ I_{-1} \\ I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \frac{0.001}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1+j \\ 0 \\ 1-j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{0.0743}{4} \begin{bmatrix} -1+j \\ 0 \\ 3+3j \\ 0 \\ 3-3j \\ 0 \\ -1-j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0186 + 0.0186j \\ 0 \\ 0.0562 + 0.0562j \\ 0 \\ 0.0562 - 0.0562j \\ 0 \\ -0.0186 - 0.0186j \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.4. 5})$$

Άρα όπως φαίνεται όταν είναι γνωστό το αρμονικό περιεχόμενο της διέγερσης με τη χρήση της πολυωνυμικής προσέγγισης και της μεθόδου της συνέλιξης είναι δυνατόν να βρεθεί το αρμονικό περιεχόμενο του μεγέθους που επιθυμείται.

7.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΩΣ ΛΟΓΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί από την εισαγωγή οι μη-γραμμικές συναρτήσεις μπορούν να προσεγγιστούν από λόγο πολυωνύμων ως εξής :

$$z = \frac{\sum_{i=0}^p a_i x^i}{\sum_{k=0}^q a_k y^k} \quad (7. 13)$$

Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο ακόλουθος συμβολισμός (με βάση όσα έχουν αναφερθεί για την συνέλιξη):

$$Z = \frac{\sum_{i=0}^p a_i X^i}{\sum_{k=0}^q a_k Y^k} = \frac{V}{W} = \frac{V}{T_W} = T_W^{-1}V \quad (7.14)$$

όπου $V = a_0 X^0 + a_1 X^1 + \dots + a_p X^p$ (7.15)

$$W = b_0 Y^0 + b_1 Y^1 + \dots + b_q Y^q \quad (7.16)$$

Τα διανύσματα X,Y,Z,V και W είναι διανύσματα μιγαδικών :

$$X = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{-2} \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ X_{-2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{-2} \\ Y_{-1} \\ Y_0 \\ Y_1 \\ Y_{-2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_{-2} \\ Z_{-1} \\ Z_0 \\ Z_1 \\ Z_{-2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W_{-2} \\ W_{-1} \\ W_0 \\ W_1 \\ W_{-2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{-2} \\ V_{-1} \\ V_0 \\ V_1 \\ V_{-2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

ενώ το T_W είναι ένας Hermitian Toeplitz πίνακας ως εξής :

$$T_W = \begin{bmatrix} W_0 & W_{-1} & W_{-2} & & & & & & & & \\ W_1 & W_0 & W_{-1} & W_{-2} & & & & & & \ddots & \\ W_2 & W_1 & W_0 & W_{-1} & W_{-2} & & & & & & \\ & W_2 & W_1 & W_0 & W_{-1} & W_{-2} & & & & & \\ & & W_2 & W_1 & W_0 & W_{-1} & W_{-2} & & & & \\ & & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & W_{-2} & & \\ & \ddots & & & W_2 & W_1 & W_0 & W_{-1} & & & \\ & & & & & W_2 & W_1 & W_0 & & & \end{bmatrix} \quad (7.18)$$

Πρέπει να διευκρινιστεί ότι ο παραπάνω πίνακας (7.18) είναι Ερμιτιανός επειδή είναι γνωστό ότι για την μιγαδική σειρά Fourier ισχύει : $C_{-m} = C_m^*$.

Για να υπολογιστεί ο Toeplitz πίνακας ενός διανύσματος χρησιμοποιείται η παρακάτω συνάρτηση στο πρόγραμμα MatLab :

```
function Fm=calc_Fm(Fv,h)
%Fv vector with the form Fv=[-h...-1 0 1 ...h];
%Fm Toeplitz matrix
%h harmonic
Fm=zeros(2*h+1,2*h+1);
for k=-h:h
    for j=-h:h
```



```

    if abs(k-j)<=h
        pos=(h+1)+(k-j);
        x=(h+1)+k;
        y=(h+1)+j;
        Fm(x,y)=Fv(pos);
    end
end
end
end

```

7.4.1 Παράδειγμα 7.5

Βρείτε το αρμονικό περιεχόμενο της συνάρτησης :

$$z = \frac{x + x^3}{1 + y^2} \quad (\text{Π7.5. 1})$$

όταν υπόκειται σε διέγερση : $x_0 = \sin \omega_0 t = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \Rightarrow X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ 0 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix}$ (Π7.5. 2)

$$y_0 = \cos \omega_0 t = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} \Rightarrow X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.5. 3})$$

Ο υπολογισμός έχει ως εξής :

$$X^2 = X \otimes X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ 0 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ 0 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad (\text{Π7.5. 4})$$

$$X^3 = X \otimes X^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j \\ 0 \\ -j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{j}{8} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.5. 5})$$

Ομοίως για το :

$$Y^2 = Y \otimes Y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.5. 6})$$

Οπότε η σχέση $z = \frac{x+x^3}{1+y^2}$ γίνεται :

$$Z = \frac{\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j \\ 0 \\ -j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{j}{8} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}} = \frac{\frac{j}{8} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \\ -7 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 1/4 \\ 0 \\ 3/2 \\ 0 \\ 1/4 \\ 0 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 3/2 & 0 & 1/4 & & & & \\ 0 & 3/2 & 0 & 1/4 & & & \\ 1/4 & 0 & 3/2 & 0 & 1/4 & & \\ & 1/4 & 0 & 3/2 & 0 & 1/4 & \\ & & 1/4 & 0 & 3/2 & 0 & 1/4 \\ & & & 1/4 & 0 & 3/2 & 0 \\ & & & & 1/4 & 0 & 3/2 \end{bmatrix}^{-1} \frac{j}{8} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \\ -7 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.5. 7})$$

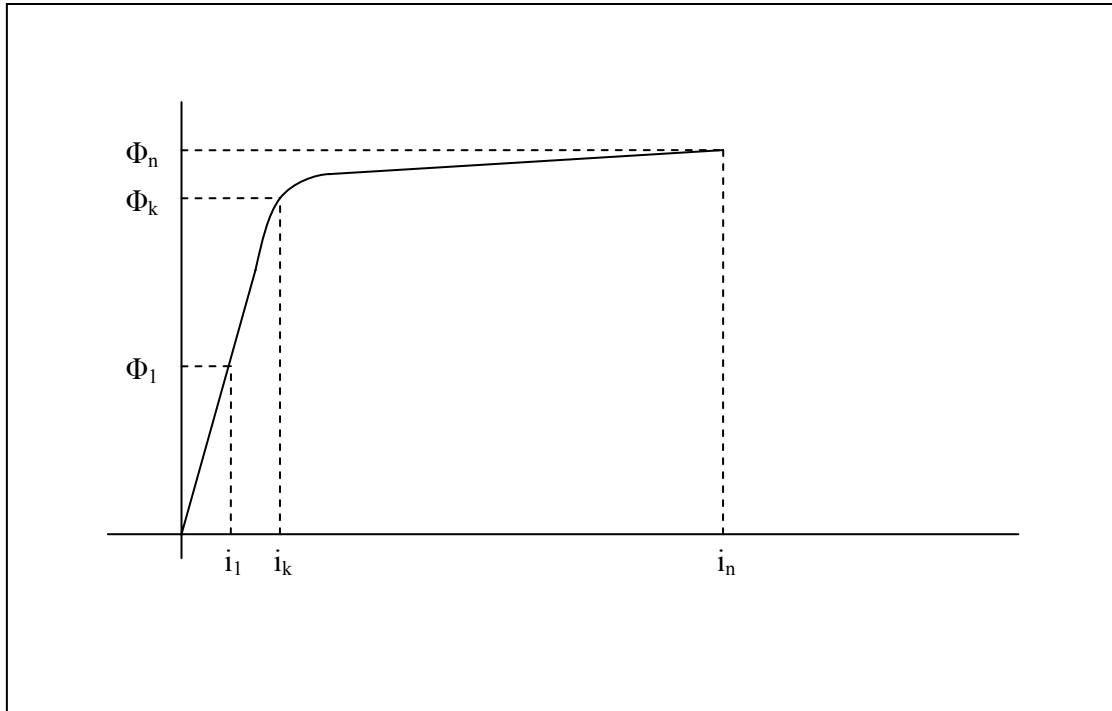
$$= \begin{bmatrix} 0.6863 & 0 & -0.1177 & 0 & 0.0202 & 0 & -0.0034 \\ 0 & 0.6863 & 0 & -0.1176 & 0 & 0.0196 & 0 \\ -0.1177 & 0 & 0.7065 & 0 & -0.1211 & 0 & 0.0202 \\ 0 & -0.1176 & 0 & 0.7059 & 0 & -0.1176 & 0 \\ 0.0202 & 0 & -0.1211 & 0 & 0.7065 & 0 & -0.1177 \\ 0 & 0.0196 & 0 & -0.1176 & 0 & 0.6863 & 0 \\ -0.0034 & 0 & 0.0202 & 0 & -0.1177 & 0 & 0.6863 \end{bmatrix} \times \frac{j}{8} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \\ -7 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -j0.2069 \\ 0 \\ j0.7414 \\ 0 \\ -j0.7414 \\ 0 \\ j0.2069 \end{bmatrix} \quad (\text{Π7.5. 8})$$

7.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗΣ ΚΟΡΕΣΜΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Για τους σκοπούς της αρμονικής ανάλυσης μονίμου καταστάσεως ενός δικτύου, ο μαγνητικός κορεσμός είναι μια σημαντική μη-γραμμικότητα η οποία όμως μπορεί να προσεγγιστεί με αναλυτική έκφραση.

Το επόμενο σχήμα δείχνει το πάνω μισό μιας τέτοιας χαρακτηριστικής κορεσμού.

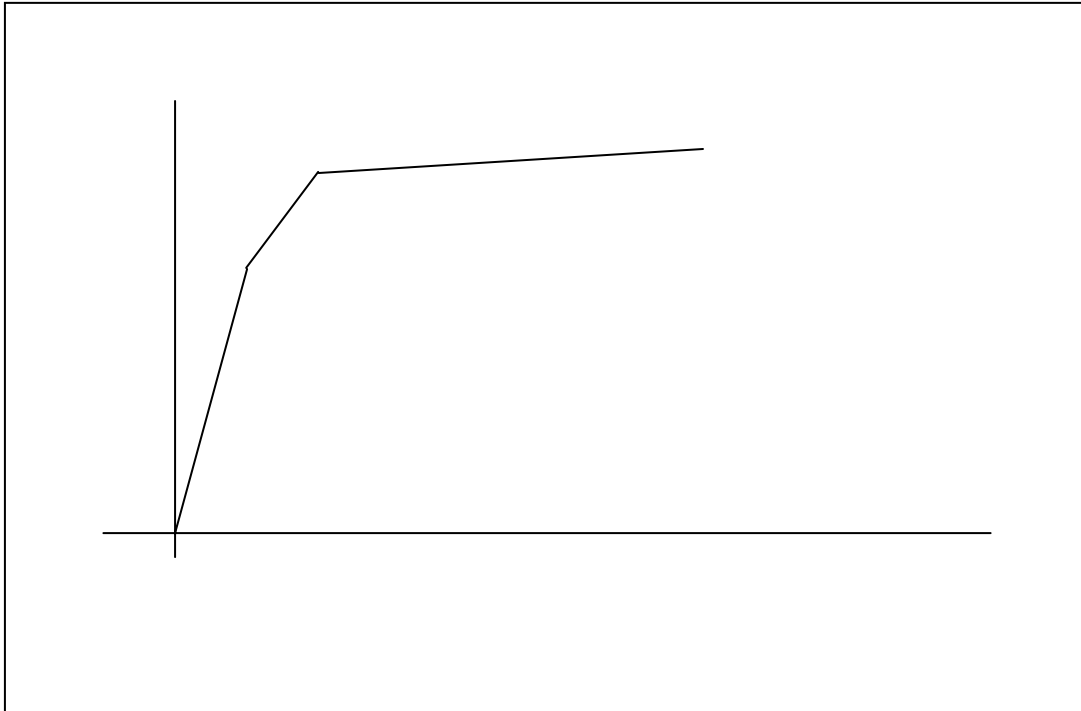


Σχήμα 7.1: Το «πάνω μισό» μιας χαρακτηριστικής κορεσμού.

Για να προσομοιωθεί η παραπάνω χαρακτηριστική υπάρχουν διάφορες δυνατότητες μερικές από τις οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

7.5.1 Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού με κατά τμήματα γραμμικοποίηση

Σε αυτήν την μέθοδο η χαρακτηριστική κορεσμού προσεγγίζεται από μια κατά τμήματα γραμμική συνάρτηση όπως δείχνεται με το παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 7.2: Κατά τμήματα γραμμικοποίηση χαρακτηριστικής κορεσμού.[47]

Σε αυτή την μέθοδο αναπαρίσταται η χαρακτηριστική κορεσμού με δύο, τρία ή και περισσότερα τμήματα γραμμικών συναρτήσεων τα οποία προσεγγίζουν με αρκετή ακρίβεια την πραγματική χαρακτηριστική κορεσμού. Βεβαίως όπως μπορεί εύκολα να εξαχθεί ότι αυτή η μέθοδος δεν είναι απαραίτητα η καλύτερη αφού το σφάλμα ιδίως στο «γόνατο» της χαρακτηριστικής είναι μεγάλο.

7.5.2 Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού ως λόγο πολυωνύμων

Μια άλλη μέθοδος είναι η προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού από λόγο πολυωνύμων.

$$i_k = \frac{a_0 + a_1\phi_k + a_2\phi_k^2 + \dots + a_q\phi_k^q}{1 + b_1\phi_k + b_2\phi_k^2 + \dots + b_q\phi_k^q} \quad k = 1, \dots, n \quad (7.19)$$

όπου $(i_1, \phi_1), \dots, (i_n, \phi_n)$ είναι οι τιμές που έχουν προκύψει πειραματικά και q είναι η τάξη της εξίσωσης. Η παραπάνω εξίσωση (7.19) μπορεί να ξαναγραφεί και ως:

$$i_k = a_0 + a_1\phi_k + a_2\phi_k^2 + \dots + a_q\phi_k^q + \dots - b_1i_k\phi_k - b_2i_k\phi_k^2 - \dots - b_qi_k\phi_k^q \quad (7.20)$$

ή σε μορφή πίνακα για όλες τις τιμές είναι :

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_k \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_1 & \phi_1^2 & \cdots & \phi_1^q & -i_1\phi_1 & -i_1\phi_1^2 & \cdots & -i_1\phi_1^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \phi_k & \phi_k^2 & \cdots & \phi_k^q & -i_k\phi_k & -i_k\phi_k^2 & \cdots & -i_k\phi_k^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \phi_n & \phi_n^2 & \cdots & \phi_n^q & -i_n\phi_n & -i_n\phi_n^2 & \cdots & -i_n\phi_n^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_q \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_q \end{bmatrix} \Rightarrow i = Ax \quad (7.21)$$

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς x υπάρχει η περίπτωση ανάλογα με τον αριθμό των σημείων που διαλέξαμε n και την τάξη της εξίσωσης q που επιλέχτηκε να προκύψει ένα υπέρ-ορισμένο σύστημα εξισώσεων ή να μην είναι δυνατή η αντιστροφή του πίνακα A. Σε αυτήν την περίπτωση ο ψευδό-αντίστροφος του A δίνεται από την :

$$A^+ = [A^T A A^T]^{-1} \quad (7.22)$$

Και $x = A^+ i$ (7.23)

7.5.3 Προσέγγιση της χαρακτηριστικής κορεσμού με χρήση της υπερβολικής προσέγγισης Μη-Γραμμικής Χαρακτηριστικής

Η εξίσωση της υπερβολής μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ως ένα αρκετά ακριβές μοντέλο για την αναπαράσταση μιας μη-γραμμικής χαρακτηριστικής όπως αυτής παραπάνω του μαγνητικού κορεσμού. Η εξίσωση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι :

$$\varepsilon\phi_k = (m_1 i_k + b_1 - \phi_k)(m_2 i_k + b_2 - \phi_k) - b_1 b_2 \quad (7.24)$$

όπου m_1 είναι η κλίση της γραμμικής περιοχής της χαρακτηριστικής.

m_2 είναι η κλίση του μη-γραμμικού κομματιού της χαρακτηριστικής.

b_1 είναι η συντεταγμένη της αρχής της ασύμπτωτης με κλίση m_1 .

b_2 είναι η συντεταγμένη της αρχής της ασύμπτωτης με κλίση m_2 .

ε είναι ο συντελεστής διόρθωσης.

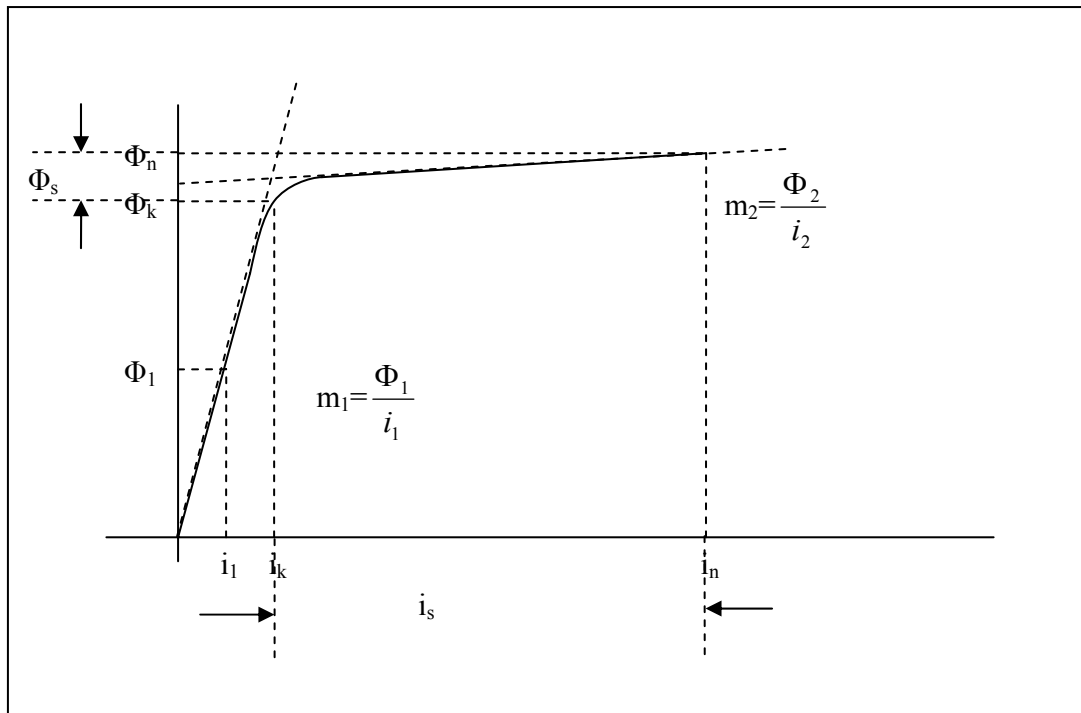
Αφού το b_1 είναι η αρχή των συντεταγμένων άρα θα ισούται με το μηδέν («0») και έτσι η παραπάνω εξίσωση μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω ως :

$$(m_1 i_k \phi_k - \phi_k^2) = (m_1 i_k^2 - i_k \phi_k) m_2 + (m_1 i_k - \phi_k) b_2 - \varepsilon \phi_k \quad (7.25)$$

ή σε μορφή πίνακα είναι :

$$\begin{bmatrix} m_1 i_1 \phi_1 - \phi_1^2 \\ \vdots \\ m_1 i_k \phi_k - \phi_k^2 \\ \vdots \\ m_1 i_n \phi_n - \phi_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 i_1^2 - i_1 \phi_1 & m_1 i_1 - \phi_1 & -\phi_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_1 i_k^2 - i_k \phi_k & m_1 i_k - \phi_k & -\phi_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_1 i_n^2 - i_n \phi_n & m_1 i_n - \phi_n & -\phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_2 \\ b_2 \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (7.26)$$

Τα m_1 και m_2 μπορούν να προκύψουν από τα πειραματικά δεδομένα με τυπικές τιμές $m_1 \gg m_2$, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 7.3: Υπερβολική προσέγγιση [47]

7.5.4 Απλή πολυωνυμική προσέγγιση της μη-γραμμικής χαρακτηριστικής

Μια απλή πολυωνυμική εξίσωση είναι ικανή να προσεγγίσει με αρκετή ακρίβεια μια μη-γραμμική χαρακτηριστική. Μια τέτοια εξίσωση θα μπορούσε να είναι η :

$$i = a\phi + b\phi^n \tag{7.27}$$

Οι τιμές για τα a, b, n θα μπορούσαν να προκύψουν από την απαίτηση να ελαχιστοποιείται το σφάλμα και από τα εξής :

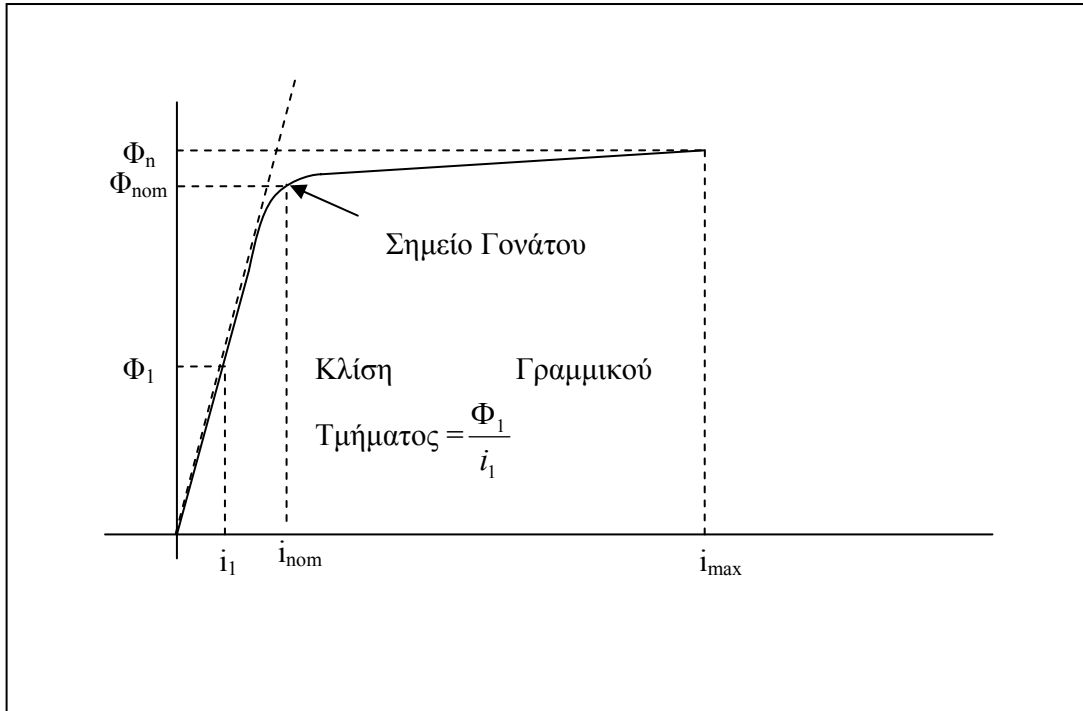
- 1) Θα πρέπει η εξίσωση να επαληθεύει τις συντεταγμένες του «γονάτου» της μη-γραμμικής χαρακτηριστικής (ϕ_{nom}, i_{nom}) .
- 2) Θα πρέπει η εξίσωση να επαληθεύει τις συντεταγμένες του μέγιστου σημείου της μη-γραμμικής χαρακτηριστικής (ϕ_{max}, i_{max}) .

- 3) Η κλίση M στο γραμμικό τμήμα της μη-γραμμικής χαρακτηριστικής είναι $a = \frac{1}{M}$

Αντικατάσταση του μέγιστου σημείου της μη-γραμμικής χαρακτηριστικής (ϕ_{max}, i_{max}) στην εξίσωση $i = a\phi + b\phi^n$ δίνει :

$$b = \frac{i_{max} - a\phi_{max}}{\phi_{max}^n} \tag{7.28}$$

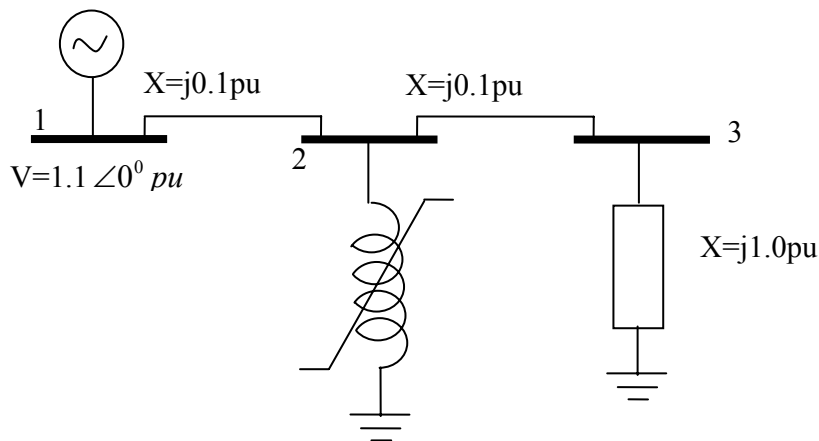
Από αυτή την εξίσωση αρχίζει μια επαναληπτική διαδικασία ξεκινώντας με μικρές και περιττές τιμές για το n ($n=3,5,\dots$) και παίρνουμε τιμές για το b και το ζεύγος τιμών n, b που δίνει την καλύτερη προσέγγιση για το i στο σημείο (ϕ_{nom}, i_{nom}) από την εξίσωση (7.27) επιλέγεται.



Σχήμα 7.4: Σχηματική αναπαράσταση των αναφερόντων στην υποενότητα 7.5.4 [47]

7.6 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 7.6

Φορτίο ευαίσθητο σε κακή ποιότητα ισχύος πρόκειται να εγκατασταθεί στον ζυγό 3 του ηλεκτρικού δικτύου του επόμενου σχήματος, το οποίο είναι το μονογραμμικό σχέδιο ενός συμμετρικού τριφασικού δικτύου :



Σχήμα Π7.6: Ηλεκτρικό Δίκτυο

Η μελέτη που θα ακολουθήσει, σκοπό έχει να καταδείξει την επίδραση που έχει στο ευαίσθητο φορτίο η σύνδεση μη-γραμμικού φορτίου στον ζυγό 2. Ύστερα από μετρήσεις έχει δειχτεί ότι η τάση στον ζυγό 1 είναι ημιτονοειδής. Οι σύνθετες αντιδράσεις για το κύκλωμα θετικής ακολουθίας στην θεμελιώδη συχνότητα είναι όπως φαίνονται στο σχήμα. Το μη-γραμμικό φορτίο αποτελείται από έναν κορεσμένο μαγνητικό πυρήνα για τον οποίο τα δεδομένα είναι ως :

- Γραμμικό τμήμα χαρακτηριστικής με $\phi_1=0,9$ α.μ. , $i_1=0,0009$ α.μ.
- Ονομαστική ροή και ρεύμα $\phi_{nom}=1,0$ α.μ. , $i_{nom}=0,08$ α.μ.
- Μέγιστη ροή και ρεύμα $\phi_{max}=1,1$ α.μ. , $i_{max}=0,1$ α.μ.

(α) Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω πληροφορίες για την χαρακτηριστική του μη-γραμμικού φορτίου υπολογίστε την πολυωνυμική εξίσωση $i = a\phi + b\phi^n$ που ταιριάζει καλύτερα σε αυτήν την χαρακτηριστική.

(β) Υπολογίστε τα αρμονικά ρεύματα (ρεύματα σε συχνότητα πολλαπλάσια της θεμελιώδους) που οφείλονται στο μη-γραμμικό φορτίο αν η τάση στον ζυγό του μη-γραμμικού φορτίου είναι

$$v = \frac{d\phi}{dt} = \cos \omega_o t$$

(γ) Υπολογίστε την τάση (όχι μόνο θεμελιώδους συχνότητας και αρμονικών συχνοτήτων) στους ζυγούς 2,3 καθώς και τα αρμονικά ρεύματα που εγχέονται από το μη-γραμμικό φορτίο προς το δίκτυο(ζυγός 1) και προς το ευαίσθητο φορτίο(ζυγός 3).

Λύση :

(α) Ο συντελεστής a υπολογίζεται ως εξής :

$$M = \frac{0.9}{0.0009} = 1000 \Rightarrow a = \frac{1}{1000} = 0.001 \quad (\text{Π7.6. 1})$$

Ο συντελεστής b υπολογίζεται αντικαθιστώντας τις τιμές για την μέγιστη ροή, το μέγιστο ρεύμα και το a στην εξίσωση

$$b = \frac{i_{max} - a\phi_{max}}{\phi_{max}^n} \quad (\text{Π7.6.2})$$

Από αυτή προκύπτει ότι η παρακάτω εξίσωση που λύνεται με επαναληπτική διαδικασία :

$$b = \frac{0.1 - 0.001 * 1.1}{1.1^n} \quad (\text{Π7.6. 3})$$

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω από αυτή την εξίσωση αρχίζει μια επαναληπτική διαδικασία ξεκινώντας με μικρές και περιττές τιμές για το n (n=3,5,...) μαζί με τιμές για το b. Το ζεύγος τιμών n,b που δίνει την καλύτερη προσέγγιση για το i στο σημείο (ϕ_{nom}, i_{nom}) από την εξίσωση $i = a\phi + b\phi^n$ επιλέγεται.

Για n=3 η παραπάνω εξίσωση δίνει b=0,0743 και για το i(ϕ_{nom})=0,0753 α.μ. που είναι πολύ κοντά στην τιμή $i_{nom}=0.08$ α.μ.

Στην συνέχεια δοκιμάζουμε τιμές για το n=5,7,... Όμως επειδή στην εξίσωση $b = \frac{0.1 - 0.001 * 1.1}{1.1^n}$ όσο αυξάνει το n τόσο το b μειώνεται και τόσο το i μειώνεται και αυτό και απομακρύνεται από το i_{nom} . Άρα δεκτό γίνεται το ζευγάρι τιμών (n=3,b=0.0743)

Οπότε η τελική πολυωνυμική εξίσωση που επιλέγεται να προσεγγίσει την μη-γραμμική χαρακτηριστική είναι η :

$$i = 0.001\phi + 0,0743\phi^3 \quad \alpha\mu \quad (\text{Π7.6. 4})$$

(β) Σε αυτό το σημείο λειτουργίας ισχύει :

$$v = \frac{d\phi}{dt} = \cos \omega_o t \Rightarrow \phi = \sin \omega_o t = \frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \quad (\text{Π7.6. 5})$$

Και αντικαθιστώντας στην εξίσωση

$$i = 0.001 \left(\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \right) + 0,0743 \left(\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \right)^3 \Rightarrow \quad (\text{Π7.6. 6})$$

$$i = j0.0093e^{j3\omega_0 t} - j0.0284e^{j\omega_0 t} + j0.0284e^{-j\omega_0 t} - j0.0093e^{-j3\omega_0 t}$$

Άρα το ρεύμα της θεμελιώδους συχνότητας και των αρμονικών συχνοτήτων είναι :

$$\begin{aligned} I_{(1)} &= -j0.0568 & \alpha.μ. \\ I_{(3)} &= j0.0186 & \alpha.μ. \end{aligned} \quad (\text{Π7.6. 7})$$

από όπου φαίνεται ότι τα ρεύμα της θεμελιώδους συχνότητας «μπαίνει» προς το μη-γραμμικό φορτίο ενώ το ρεύμα της τρίτης αρμονικής «βγαίνει»-«φεύγει» από το μη-γραμμικό φορτίο και κατευθύνεται προς το υπόλοιπο δίκτυο.

(γ) Ο πίνακας αγωγιμοτήτων που αναπαριστά το όλο δίκτυο στην θεμελιώδη συχνότητα έχει ως εξής :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ -I_2 \\ 0 \end{bmatrix}_{(1)} = \begin{bmatrix} -j10 & j10 & 0 \\ j10 & -j20 & j10 \\ 0 & j10 & -j11 \end{bmatrix}_{(1)} \begin{bmatrix} 1.1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}_{(1)} \quad (\text{Π7.6. 8})$$

Πρέπει να αναφερθεί ότι έχει γίνει η παραδοχή ότι το μη-γραμμικό φορτίο αναπαρίσταται μόνο ως πηγή αρμονικών ρευμάτων και μόνο. Ακόμα θετικό ρεύμα σημαίνει ότι έχουμε καθαρή έγχυση ρεύματος στον αντίστοιχο κόμβο ενώ αρνητικό ρεύμα σημαίνει ότι έχουμε καθαρή απομάκρυνση ρεύματος από τον αντίστοιχο κόμβο.

Από τον πίνακα αγωγιμοτήτων (Π7.6.8) μπορούν να εξαχθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}_{(1)} = \begin{bmatrix} j0.0917 & j0.0833 \\ j0.0833 & j0.1667 \end{bmatrix}_{(1)} \left\{ \begin{bmatrix} -I_2 \\ 0 \end{bmatrix} - 1.1 \begin{bmatrix} j10 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}_{(1)} \quad (\text{Π7.6. 9})$$

Ο πίνακας αγωγιμοτήτων που αναπαριστά το όλο δίκτυο στην τρίτη αρμονική συχνότητα έχει ως εξής :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ -I_2 \\ 0 \end{bmatrix}_{(3)} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -j10 & j10 & 0 \\ j10 & -j20 & j10 \\ 0 & j10 & -j11 \end{bmatrix}_{(3)} \begin{bmatrix} 1.1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}_{(3)} \quad (\text{Π7.6. 10})$$

Από τον οποίο μπορούν να εξαχθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}_{(3)} = 3 \begin{bmatrix} j0.0917 & j0.0833 \\ j0.0833 & j0.1667 \end{bmatrix}_{(3)} \begin{bmatrix} -j0.0186 \\ 0 \end{bmatrix}_{(3)} = \begin{bmatrix} 0.0051 \\ 0.0046 \end{bmatrix}_{(3)} \quad \alpha.μ. \quad (\text{Π7.6. 11})$$

Για να βρούμε πως διαμοιράζεται το ρεύμα τρίτης αρμονικής που παράγεται από το μη-γραμμικό φορτίο προς το δίκτυο και το ευαίσθητο φορτίο θα εφαρμοστεί η απλή θεωρία ενός διαιρέτη ρεύματος με το δεδομένο ότι ΣΗΕ είναι άπειρο και ως εκ τούτου έχει μηδενική σύνθετη αντίσταση. Έτσι το ρεύμα τρίτης αρμονικής που παράγεται στον ζυγό 2 μπορεί να ακολουθήσει δύο παράλληλους «δρόμους»:

- 1) προς το δίκτυο με σύνθετη αντίσταση $X=0,1j$ α.μ.
- 2) προς το ευαίσθητο φορτίο με συνολική σύνθετη αντίσταση $X=1,1j$ α.μ.

Έτσι η θεωρία του διαιρέτη ρεύματος δίνει ότι :

1) προς το δίκτυο κατευθύνεται ρεύμα:

$$I_{2-1} = -I_2 \frac{j1.1}{j1.2} = -j0.017 \Rightarrow I_{2-1} = 1.7 \angle -90^\circ. \quad (\text{Π7.6.12})$$

2) προς το ευαίσθητο φορτίο κατευθύνεται ρεύμα:

$$I_{2-3} = -I_2 \frac{j0.1}{j1.2} = -j0.0017 \Rightarrow I_{2-1} = 0.17 \angle -90^\circ. \quad (\text{Π7.6.13})$$

8

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

8.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	143
8.2	ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΛΗΣ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	144
8.2.1	<i>Παράδειγμα 8.1</i>	145
8.3	ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ 146	
8.4	ΕΥΡΕΣΗ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ NORTON ΚΑΙ THEVENIN	148
8.4.1	<i>Παράδειγμα 8.2</i>	149
8.5	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΥΚΝΩΤΗ ΚΑΙ ΠΗΝΙΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ	151
8.6	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	152
8.6.1	<i>Παράδειγμα 8.3</i>	153
8.6.2	<i>Παράδειγμα 8.4</i>	154
8.6.3	<i>Παράδειγμα 8.5</i>	156
8.7	ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	160
8.7.1	<i>Παράδειγμα 8.7</i>	161
8.8	ΕΝΑ ΓΕΝΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΜΙΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ.....	165

8.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Αυτό το κεφάλαιο αποτελεί συνέχεια του προηγούμενου και γίνεται προσπάθεια ώστε να γίνει ανάλυση ενός δικτύου στο πεδίο της συχνότητας ώστε στην περίπτωση που είναι γνωστοί από μετρήσεις οι συντελεστές Fourier των διεγέρσεων ενός δικτύου να είναι εύκολος ο υπολογισμός των συντελεστών Fourier των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν όπως πτώσεις τάσεων κλάδων, ρεύματα κλάδων και τάσεις κόμβων άμεσα στο πεδίο της συχνότητας χωρίς να είναι απαραίτητη η μεταφορά στο πεδίο του χρόνου.

Οι τάσεις και τα ρεύματα μονίμου καταστάσεως ενός ηλεκτρικού δικτύου μπορούν να θεωρηθούν ως οι τάσεις και τα ρεύματα θεμελιώδους συχνότητας με την υπέρθεση ενός «κυματισμού», αφού οι αρμονικές τάσεις και ρεύματα είναι μόνο ένα κλάσμα των θεμελιωδών μεγεθών και όντως μπορούν να εκληφθούν ως κυματισμός. Αυτό είναι ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό το οποίο δικαιολογεί την χρήση της γραμμικοποίησης για τις μη-γραμμικές εξισώσεις γύρω από το σημείο λειτουργίας. Η γραμμικοποίηση ενός εκάστου μη-γραμμικού στοιχείου του συστήματος γίνεται στο πεδίο της συχνότητας, όπως θα αναλυθεί και παρακάτω εκτενώς.

Για παράδειγμα η μαγνητική χαρακτηριστική που αναπαρίσταται από τις εξής εξισώσεις :

$$i = f(\phi) \tag{8.1}$$

και

$$v = \dot{\phi} \tag{8.2}$$

όπου ϕ είναι η μαγνητική ροή

i είναι το ρεύμα που περνά μέσα από το στοιχείο και

v είναι η τάση που εφαρμόζεται στο στοιχείο που έχει τις μη-γραμμικές περιγραφικές εξισώσεις (8.1) και (8.2).

όταν γραμμικοποιείται γύρω από το σημείο λειτουργίας :

$$\phi_b = \Phi_{b,max} \sin \omega_o t \Rightarrow v_b = V_{b,max} \cos \omega_o t \tag{8.3}$$

παίρνει την εξής μορφή :

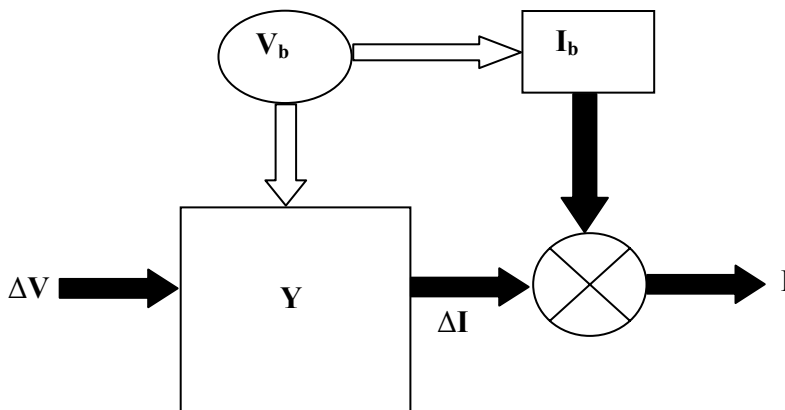
$$\Delta I = Y \Delta V \tag{8.4}$$

με ΔI είναι το διάνυσμα με τα μιγαδικά αρμονικά ρεύματα

ΔV είναι το διάνυσμα των υπερτεθειμένων αρμονικών τάσεων

Y είναι ο πίνακας αγωγιμοτήτων.

Το παρακάτω σχήμα δίνει μια γραφική απεικόνιση των παραπάνω :



Σχήμα 8.1: Σχηματική αναπαράσταση εξισώσεων (8.1) – (8.4)

8.2 ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΛΗΣ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Η μη-γραμμική σχέση (8.1) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως παράδειγμα για να καταδειχτούν οι βασικές αρχές της γραμμικοποίησης στο πεδίο της συχνότητας. Εάν οι μεταβλητές i και ϕ είναι περιοδικές τότε :

$$\phi(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Phi_m e^{jm\omega_o t} \quad (8.5)$$

και

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k e^{jk\omega_o t} \quad (8.6)$$

και με την υπόθεση ότι η μη-γραμμική σχέση $f(\phi)$ είναι διαφορίσιμη τότε για μικρές μεταβολές του ϕ και του i γύρω από το σημείο λειτουργίας ϕ_b και i_b ισχύει η επόμενη προσέγγιση :

$$\Delta i = \frac{df(\phi_b)}{d\phi} \Delta \phi \quad (8.7)$$

με
$$\Delta \phi(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Delta \Phi_m e^{jm\omega_o t} \quad (8.8)$$

$$\Delta i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta I_k e^{jk\omega_o t} \quad (8.9)$$

$$\frac{df(\phi_b)}{d\phi} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \xi_i e^{ji\omega_o t} \quad (8.10)$$

Εναλλακτικά η εξίσωση (8.7) μπορεί να γραφεί και με όρους αρμονικών συνιστωσών. Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της συνέλιξης (αφού η πράξη του πολλαπλασιασμού στο πεδίο του χρόνου ισοδυναμεί με την πράξη της συνέλιξης στο πεδίο της συχνότητας) που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο (7^ο). Έτσι η σχέση (8.7) γράφεται :

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta I_{-2} \\ \Delta I_{-1} \\ \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & \xi_0 & \xi_{-1} & \xi_{-2} & \xi_{-3} & & \\ & \xi_1 & \xi_0 & \xi_{-1} & \xi_{-2} & \xi_{-3} & \\ & \xi_2 & \xi_1 & \xi_0 & \xi_{-1} & \xi_{-2} & \\ & \xi_3 & \xi_2 & \xi_1 & \xi_0 & \xi_{-1} & \\ & & \xi_3 & \xi_2 & \xi_1 & \xi_0 & \\ & & & & & \ddots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \Psi_{-2} \\ \Delta \Psi_{-1} \\ \Delta \Psi_0 \\ \Delta \Psi_1 \\ \Delta \Psi_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8.11)$$

ή $\Delta I = F' \Delta \Phi$.

Αφού $\xi_{-i} = \xi_i^*$ (από την ιδιότητα του αναπτύγματος της μιγαδικής σειράς Fourier) τότε το F' μπορεί να γραφτεί και ως :

$$F' = \begin{bmatrix} \ddots & & & & & \\ & \xi_0 & \xi_1^* & \xi_2^* & \xi_3^* & \\ & \xi_1 & \xi_0 & \xi_1^* & \xi_2^* & \xi_3^* \\ & \xi_2 & \xi_1 & \xi_0 & \xi_1^* & \xi_2^* \\ & \xi_3 & \xi_2 & \xi_1 & \xi_0 & \xi_1^* \\ & & \xi_3 & \xi_2 & \xi_1 & \xi_0 \\ & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (8.12)$$

Όπως μπορεί να διαπιστωθεί ο παραπάνω πίνακας έχει τα χαρακτηριστικά ενός πίνακα Toeplitz που είναι και Hermitian αφού $\xi_{-i} = \xi_i^*$. Έτσι με την γνώση του πίνακα F' και των συντελεστών $\Delta\Phi$, βρίσκονται οι συντελεστές ΔI στο πεδίο συχνοτήτων. Με τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier βρίσκεται το Δi στο πεδίο του χρόνου. Οπότε με την σχέση $i + \Delta i$ βρίσκεται το πραγματικό ρεύμα που διαρρέει το στοιχείο.

8.2.1 Παράδειγμα 8.1

Για να δειχτεί η αξία της παραπάνω μεθόδου θα παρουσιαστεί ένα παράδειγμα. Να γραμμικοποιηθεί η παρακάτω εξίσωση :

$$i = f(\phi) = 0.001\phi + 0.0743\phi^3 \quad (\text{Π8.1.1})$$

Η γραμμικοποίηση να γίνει στο σημείο λειτουργίας

$$\phi_b = \sin \omega_o t \Rightarrow \phi_b = \frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \quad (\text{Π8.1.2})$$

Λύση :

Αντικαθιστώντας το βασικό σημείο λειτουργίας στην παράγωγο της συνάρτησης $f(\phi)$ προκύπτει :

$$\frac{df(\phi_b)}{d\phi} = 0.001 + 3(0.0743)\phi_b^2 = 0.001 + 3(0.0743) \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right)^2 \quad (\text{Π8.1.3})$$

και τελικά

$$\frac{df(\phi_b)}{d\phi} = -0.0557e^{-j2\omega_o t} + 0.1124 - 0.0557e^{j2\omega_o t} \quad (\text{Π8.1.4})$$

Οπότε το διάνυσμα με τους μιγαδικούς συντελεστές της παραγώγου είναι :

$$F' = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0557 \\ 0 \\ 0.1124 \\ 0 \\ -0.0557 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.1.5})$$

και ο πίνακας είναι :

$$F' = \begin{bmatrix} 0.1124 & 0 & -0.0557 & & & & & & \\ & 0 & 0.1124 & 0 & -0.0557 & & & & \\ -0.0557 & & 0 & 0.1124 & 0 & -0.0557 & & & \\ & & -0.0557 & 0 & 0.1124 & 0 & -0.0557 & & \\ & & & -0.0557 & 0 & 0.1124 & 0 & -0.0557 & \\ & & & & -0.0557 & 0 & 0.1124 & 0 & \\ & & & & & -0.0557 & 0 & 0.1124 & \\ & & & & & & -0.0557 & 0 & 0.1124 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.1. 6})$$

Άρα με βάση αυτόν τον πίνακα και τους συντελεστές του διανύσματος $\Delta\Phi$ βρίσκονται οι συντελεστές του διανύσματος ΔI . Με τον αντίστροφο Fourier βρίσκεται το Δi και από εκεί με χρήση της $i+\Delta i$ το πραγματικό ρεύμα που διαρρέει το στοιχείο με χαρακτηριστική (Π8.1.1)

8.3 ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ¹⁵

Σε αυτήν την ενότητα θαδειχτεί πως είναι δυνατόν να αναπαρασταθούν στο πεδίο συχνοτήτων ηλεκτρικά στοιχεία των οποίων οι περιγραφικές σχέσεις περιλαμβάνουν παραγώγους και ολοκληρώματα.

Μια τέτοια εξίσωση είναι :

$$v = \dot{\phi} \quad (8.13)$$

όπου v είναι η τάση που επιβάλλεται στο στοιχείο και

ϕ είναι η μαγνητική ροή που δημιουργείται-επάγεται.

όπου και οι δύο μεταβλητές είναι περιοδικές :

$$\phi(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Phi_m e^{jm\omega_o t} \quad (8.14)$$

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{jn\omega_o t} \quad (8.15)$$

Εναλλακτικά η εξίσωση (8.13) γράφεται και

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{jn\omega_o t} = \frac{d}{dt} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Phi_m e^{jm\omega_o t} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} jm\omega_o \Phi_m e^{jm\omega_o t} \quad (8.16)$$

Για μικρές μεταβολές στις μεταβλητές v και ϕ γύρω από το σημείο λειτουργίας v_b και ϕ_b προκύπτει ο παρακάτω πίνακας :

¹⁵ Για περαιτέρω ανάλυση βλ. [47]

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta V_{-2} \\ \Delta V_{-1} \\ \Delta V_0 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & -j2\omega_o & & & & & \\ & & -j\omega_o & & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & & j\omega_o & & \\ & & & & & j2\omega_o & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta\Phi_{-2} \\ \Delta\Phi_{-1} \\ \Delta\Phi_0 \\ \Delta\Phi_1 \\ \Delta\Phi_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8.17)$$

Ή σε πιο σύντομη γραφή : $\Delta V = D(jm\omega_o)\Delta\Phi$ όπου ο πίνακας $D(jm\omega_o)$ καλείται πίνακας διαφορίσης και ορίζεται ως :

$$D(jm\omega_o) = \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & -j2\omega_o & & & & & \\ & & -j\omega_o & & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & & j\omega_o & & \\ & & & & & j2\omega_o & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (8.18)$$

Έτσι από όλα τα παραπάνω οι δύο αρχικές εξισώσεις (8.1) και (8.2):

$$i = f(\phi)$$

και

$$v = \dot{\phi}$$

στο πεδίο της συχνότητας γίνονται :

$$\Delta I = F'\Delta\Phi \quad (8.19)$$

και

$$\Delta V = D(jm\omega_o)\Delta\Phi \quad (8.20)$$

ή ακόμα μπορούν να γίνουν :

$$\Delta I = F'D^{-1}(jm\omega_o)\Delta V = Y\Delta V \Rightarrow Y = F'D^{-1}(jm\omega_o) \quad \text{και} \quad \omega_o = 2\pi f_o \quad (8.21)$$

όπου Y: είναι ο πίνακας αγωγιμοτήτων.

ΔI είναι ο πίνακας των συντελεστών Fourier της μεταβολής Δi στο ρεύμα που διαρρέει το στοιχείο.

ΔV είναι ο πίνακας των συντελεστών Fourier της μεταβολής Δv στην εφαρμοζόμενη τάση του στοιχείου.

Στην περίπτωση του ολοκληρώματος η σχέση μεταξύ των μεγεθών θα είναι όπως:

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \Rightarrow i(t) = C * \frac{dv_C(t)}{dt}$$

οπότε πλέον ακολουθείται η παραπάνω διαδικασία για την παράγωγο.

8.4 ΕΥΡΕΣΗ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ NORTON ΚΑΙ THEVENIN

Η γραμμικοποίηση των παραπάνω εξισώσεων στο πεδίο της συχνότητας έγινε γύρω από κάποιο σημείο λειτουργίας. Αντιθέτως είναι πιο πρακτικό και εφαρμόσιμο αντί να

χρησιμοποιείται η μαγνητική ροή στις εξισώσεις και στις μετρήσεις, να χρησιμοποιείται η τάση. Έτσι σε αυτήν την περίπτωση έχουμε τις εξής εξισώσεις :

$$\Delta I = I - I_b \quad (8.22)$$

και

$$\Delta V = V - V_b \quad (8.23)$$

Αντικατάσταση αυτών των εξισώσεων στην εξίσωση (8.21):

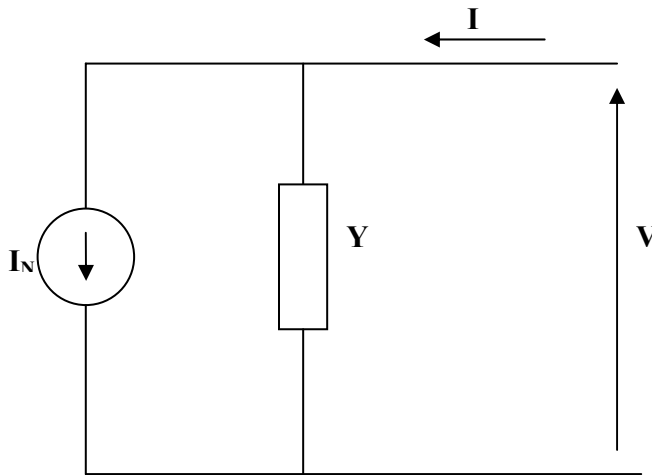
$$\Delta I = F'D^{-1}(jm\omega_o)\Delta V = Y\Delta V \Rightarrow Y = F'D^{-1}(jm\omega_o) \text{ προκύπτει το:}$$

$$I = YV + I_N \quad (8.24)$$

όπου $Y = F'D^{-1}(jm\omega_o)$

και $I_N = I_b - YV_b$. (8.25)

Από αυτές τις εξισώσεις (8.24) και (8.25) προκύπτει το εξής ισοδύναμο κύκλωμα (Σχήμα 8.2) :



Σχήμα 8.2: Γραφική αναπαράσταση ισοδύναμου κυκλώματος Norton εξίσωσης (8.24)

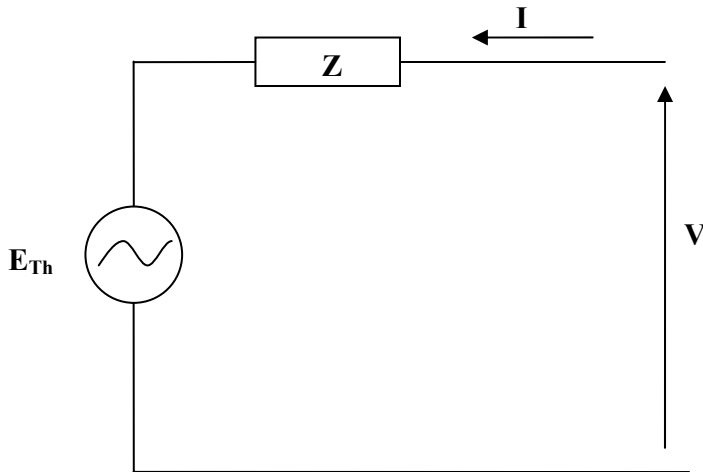
Εναλλακτικά οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να γραφούν και στην μορφή ισοδύναμου κυκλώματος Thevenin.

$$V = ZI + E_{Th} \quad (8.26)$$

όπου $E_{Th} = V_b - ZI_b$ (8.27)

$$Z = Y^{-1} \quad (8.28)$$

Οπότε σε αυτήν την περίπτωση το ισοδύναμο κύκλωμα είναι :



Σχήμα 8.3: Γραφική αναπαράσταση ισοδύναμου κυκλώματος Thevenin εξίσωσης (8.26)

8.4.1 Παράδειγμα 8.2

Για την μη-γραμμική εξίσωση

$$i = f(\phi) = 0.001\phi + 0.0743\phi^3 \quad (\text{Π8.2. 1})$$

βρείτε το ισοδύναμο Norton θεωρώντας ότι η ροή είναι ημιτονοειδής 1 αμ.

Λύση :

Αντικαθιστώντας ότι

$$\sin \omega_0 t = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \quad (\text{Π8.2.2})$$

στην παραπάνω εξίσωση (Π8.2.1) προκύπτει :

$$i_b = 0.001 \left[\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \right] + 0.0743 \left(\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \right)^3 \quad (\text{Π8.2. 3})$$

και ύστερα από πράξεις προκύπτει:

$$i_b = \frac{j}{2} \left(-0.0186e^{-j3\omega_0 t} + 0.0567e^{-j\omega_0 t} - 0.0567e^{j\omega_0 t} + 0.0186e^{j3\omega_0 t} \right) \quad (\text{Π8.2. 4})$$

Άρα το i_b σε μορφή πίνακα μιγαδικών συντελεστών σειράς Fourier είναι :

$$I_b = \begin{bmatrix} -j0.0093 \\ 0 \\ j0.0284 \\ 0 \\ -j0.0284 \\ 0 \\ j0.0093 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.2. 5})$$

το οποίο στο πεδίο του χρόνου είναι:

$$i_b(t) = 0.0567 \sin \omega_0 t - 0.0186 \sin 3\omega_0 t. \quad (\text{Π8.2. 6})$$

$$I = YV + I_N$$

$$\text{με } I = \begin{bmatrix} I_{-3} \\ I_{-2} \\ I_{-1} \\ I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad V = \begin{bmatrix} V_{-3} \\ V_{-2} \\ V_{-1} \\ V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.2. 11})$$

8.5 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΥΚΝΩΤΗ ΚΑΙ ΠΗΝΙΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Η απόκριση ενός «γραμμικού» πυκνωτή είναι στο πεδίο του χρόνου :

$$i_c = C \frac{dv}{dt} \quad (8. 29)$$

όπου i_c είναι το ρεύμα του πυκνωτή και v είναι η τάση στα άκρα του πυκνωτή

Αυτή η εξίσωση είναι όμοια με την εξίσωση (8.2): $v = \phi$ που έχει αναλυθεί προηγουμένως. Έτσι στο πεδίο της συχνότητας (δηλαδή την εύρεση των συντελεστών των αρμονικών συνιστωσών) η παραπάνω σχέση για τον πυκνωτή γίνεται :

$$I_C = CD(jm\omega_0)V \quad (8. 30)$$

$$\text{ή} \quad I_C = Y_C V \quad (8. 31)$$

με Y_C ο πίνακας αγωγιμοτήτων ο οποίος στο πεδίο της συχνότητας είναι :

$$Y_C = C \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & -j2\omega_0 & & & & & \\ & & -j\omega_0 & & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & & j\omega_0 & & \\ & & & & & j2\omega_0 & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (8. 32)$$

Ομοίως η απόκριση ενός «γραμμικού» πηνίου στο πεδίο του χρόνου είναι

$$v = L \frac{di_L}{dt} \quad (8. 33)$$

όπου i_L είναι το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο και v είναι η τάση στα άκρα του πηνίου.

$$\text{και στο πεδίο των συχνοτήτων } I_L = \frac{1}{L} D^{-1}(jm\omega_0)V = Y_L V \quad (8. 34)$$

και Y_L είναι ο πίνακας αγωγιμοτήτων του πηνίου για τις διάφορες συχνότητες.

$$Y_L = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & j/2\omega_o & & & & & \\ & & j/\omega_o & & & & \\ & & & \infty & & & \\ & & & & -j/\omega_o & & \\ & & & & & -j/2\omega_o & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (8.35)$$

8.6 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Η γραμμική σχέση

$$i = f(\phi) = \xi_o \phi \quad (8.36)$$

είναι μια ιδιαίτερη περίπτωση της γραμμικοποίησης της εξίσωσης (8.1): $i = f(\phi)$ για την οποία η γραμμικοποιημένη σχέση είναι

$$\Delta i = \frac{df(\phi)}{d\phi} \Delta \phi = \xi_o \Delta \phi . \quad (8.37)$$

Στο πεδίο της συχνότητας ο σταθερός όρος ξ_o μένει ως έχει και δεν επηρεάζεται από την συχνότητα (είναι ανεξάρτητος της συχνότητας). Οπότε η σχέση των μιγαδικών συντελεστών Fourier της περιοδικής συνάρτησης $\Delta \phi$ με αυτούς τις περιοδικής συνάρτησης Δi είναι :

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta I_{-2} \\ \Delta I_{-1} \\ \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & \xi_o & & & & & \\ & & \xi_o & & & & \\ & & & \xi_o & & & \\ & & & & \xi_o & & \\ & & & & & \xi_o & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \Phi_{-2} \\ \Delta \Phi_{-1} \\ \Delta \Phi_0 \\ \Delta \Phi_1 \\ \Delta \Phi_2 \\ \vdots \end{bmatrix} . \quad (8.38)$$

Πρέπει να παρατηρηθούν δύο χαρακτηριστικά :

- 1) Δεν υπάρχουν μη-διαγώνια στοιχεία οπότε υπάρχει πλήρης απόζευξη μεταξύ των αρμονικών συνιστωσών.
- 2) Όπως παρατηρείται κάθε συχνότητα από το διάνυσμα εισόδου $\Delta \phi$ «παράγει» μόνο μία συχνότητα του διανύσματος «εξόδου» Δi .

Η παραπάνω ανάλυση χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση της αντίστασης στο πεδίο της συχνότητας. Στο πεδίο του χρόνου η αντίσταση έχει απόκριση :

$$i_R = \frac{1}{R} v \quad (8.39)$$

όπου i_R είναι το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση και

v είναι η τάση στα άκρα της αντίστασης

Έτσι στο πεδίο της συχνότητας η αναπαράσταση για την παραπάνω εξίσωση σύμφωνα και με την παραπάνω ανάλυση είναι :

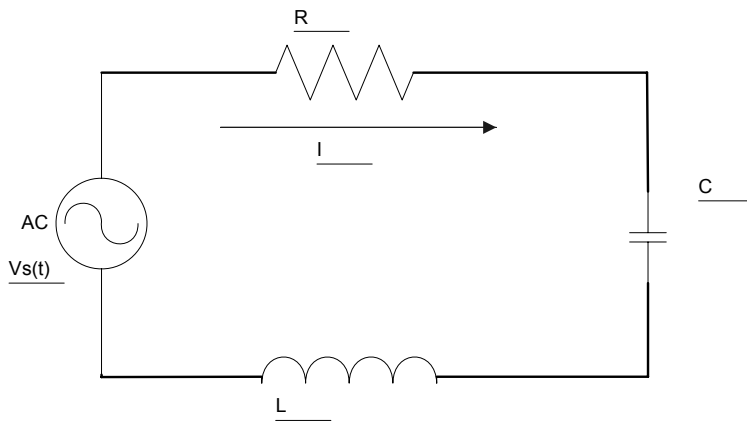
$$I_R = \frac{1}{R}UV = Y_R V \quad (8.40)$$

όπου U είναι ο μοναδιαίος πίνακας και

$$Y_R = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} \ddots & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (8.41)$$

8.6.1 Παράδειγμα 8.3

Να εφαρμοστεί ο νόμος τάσεων Kirchhoff στο παρακάτω κύκλωμα και να βρεθεί η απόκριση μονίμου καταστάσεως χρησιμοποιώντας τις τεχνικές ανάλυσης στο πεδίο της συχνότητας.



Σχήμα Π8.3.1: Εξεταζόμενο δίκτυο.

Λύση :

Στο πεδίο του χρόνου ισχύει η παρακάτω εξίσωση :

$$v_s(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (\text{Π8.3.1})$$

όπου R, L, C είναι τα στοιχεία που φαίνονται στο σχήμα Σχ. Π8.3.1

ενώ στο πεδίο της συχνότητας η παραπάνω εξίσωση γίνεται :

$$V_s = RUI + LD(jh\omega_o)I + \frac{1}{C} D^{-1}(jh\omega_o)I \Rightarrow \quad (8.41)$$

$$I = \left(RU + LD(jh\omega_o) + \frac{1}{C} D^{-1}(jh\omega_o) \right)^{-1} V_s \Rightarrow I = YV_s$$

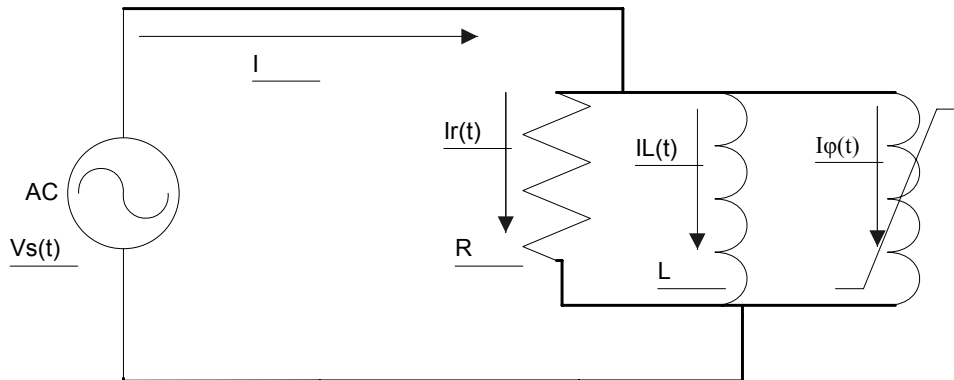
όπου Y είναι η μήτρα αγωγιμοτήτων του παραπάνω κυκλώματος :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{Y} = R^* & \begin{bmatrix} \dots & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & \dots \end{bmatrix} \\
 + L^* & \begin{bmatrix} \dots & & & & & & \\ & -j2\omega_0 & & & & & \\ & & -j\omega_0 & & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & & j\omega_0 & & \\ & & & & & j2\omega_0 & \\ & & & & & & \dots \end{bmatrix} + \\
 + \frac{1}{C}^* & \begin{bmatrix} \dots & & & & & & \\ & j/2\omega_0 & & & & & \\ & & j/\omega_0 & & & & \\ & & & \infty & & & \\ & & & & -j/\omega_0 & & \\ & & & & & -j/2\omega_0 & \\ & & & & & & \dots \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{Π8.3. 3}$$

όπου το ∞ δηλώνει έναν πολύ μεγάλο αριθμό.

8.6.2 Παράδειγμα 8.4

Χρησιμοποιώντας της θεωρία της γραμμικοποίησης στο πεδίο της συχνότητας να βρεθεί μια έκφραση για το ρεύμα που ρέει στο παρακάτω μη-γραμμικό κύκλωμα.



Σχήμα Π8.4.1: Εξεταζόμενο δίκτυο

Λύση :

Πάλι γράφονται οι εξισώσεις στο πεδίο του χρόνου και είναι :

$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_\phi(t) \quad (\text{Π8.4. 1})$$

με $i_R(t) = \frac{1}{R} v_s(t), \quad (\text{Π8.4. 2})$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v_s(t) \text{ και} \quad (\text{Π8.4. 3})$$

$$i_\phi(t) = f(\phi) \quad (\text{Π8.4. 4})$$

και

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = v_s(t) \quad (\text{Π8.4. 5})$$

Γραμμικοποιώντας την συνάρτηση γύρω από το σημείο λειτουργίας προκύπτει :

$$i_\phi(t) = \frac{df(\phi_b)}{d\phi} \phi(t) + i_N(t) \text{ και } i_N(t) = i_{\phi_b}(t) - \frac{df(\phi_b)}{d\phi} \phi_b(t) \quad (\text{Π8.4. 6})$$

Οπότε στο πεδίο της συχνότητας οι παραπάνω εξισώσεις γίνονται :

$$I = I_R + I_L + I_\phi = \left(\frac{1}{R} U + \frac{1}{L} D^{-1}(jh\omega_o) + F'D^{-1}(jh\omega_o) \right) V_s + I_N \quad (\text{Π8.4. 7})$$

όπου $I_R = \frac{1}{R} UV_s \quad (\text{Π8.4. 8})$

$$I_L = \frac{1}{L} D^{-1}(jh\omega_o) V_s \quad (\text{Π8.4. 9})$$

$$\Phi = D^{-1}(jh\omega_o) V_s \quad (\text{Π8.4. 10})$$

$$I_\phi = F'D^{-1}(jh\omega_o) V_s + I_N \text{ και } I_N = I_{\phi_b} - F'D^{-1}(jh\omega_o) V_{s_b} \quad (\text{Π8.4. 11})$$

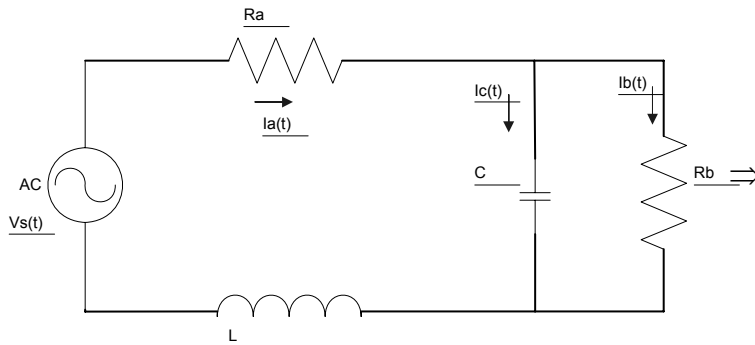
Η τελευταία εξίσωση (Π8.4.7) μπορεί να γραφτεί ακόμα και ως

$$I = YV_s + I_N \quad (\text{Π8.4. 12})$$

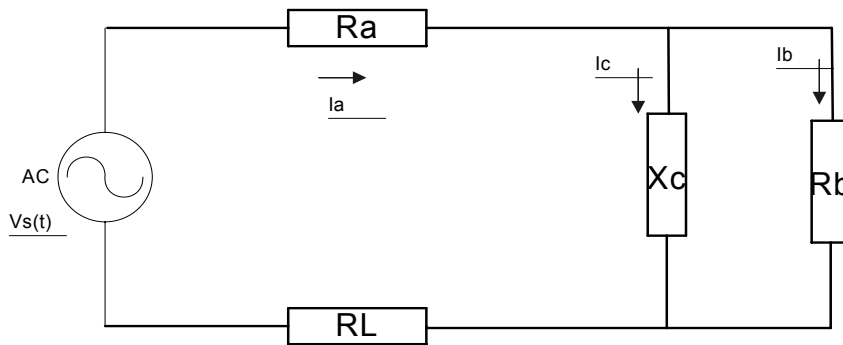
με $Y = \frac{1}{R} U + \frac{1}{L} D^{-1}(jh\omega_o) + F'D^{-1}(jh\omega_o).$

8.6.3 Παράδειγμα 8.5

Αυτό το παράδειγμα είναι πολύ διαφωτιστικό σε σχέση με τα άλλα. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα ηλεκτρικό δίκτυο και το ισοδύναμό του στο πεδίο της συχνότητας :



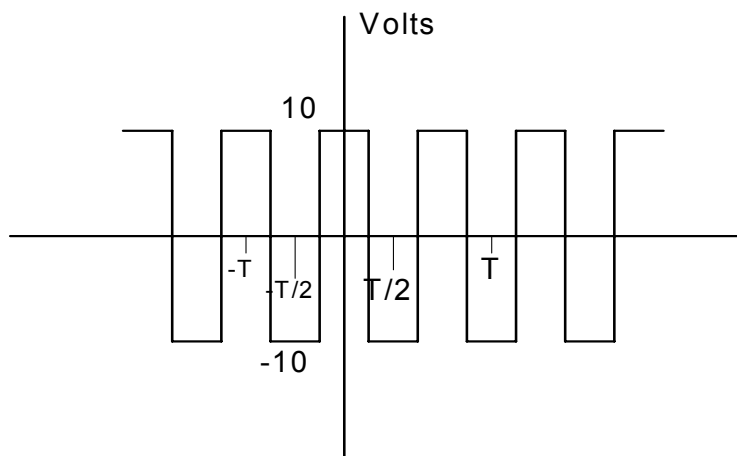
Σχήμα Π8.5.1: Εξεταζόμενο δίκτυο



Σχήμα Π8.5.2: Εξεταζόμενο δίκτυο στο πεδίο της συχνότητας με μορφή ισοδυνάμων στοιχείων.

Με δεδομένο ότι $R_a=4\Omega$, $R_b=2\Omega$, $L=1\text{mH}$ και $C=100\mu\text{F}$, βρείτε τα ρεύματα $i_a(t)$ και $i_b(t)$ στο πεδίο της συχνότητας για τις παρακάτω περιπτώσεις :

- (α) $v(t)=10\text{volts}$,
- (β) $v(t)=10\cos(\omega_0 t+45^\circ)$ volts,
- (γ) Η $v(t)$ είναι κυματομορφή όπως :



Σχήμα Π8.5.3: Κυματομορφή τάσης για την τρίτη περίπτωση

Λύση :

(α) Η πηγή τάσης είναι DC, οπότε η ανάλυση σε Fourier δίνει :

$$v = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.5. 1})$$

Η ανάλυση των άλλων στοιχείων του κυκλώματος στην μιγαδική σειρά Fourier δίνει :

$$R_a = 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{Π8.5. 2})$$

$$R_b = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{Π8.5. 3})$$

$$X_L = 10^{-3} \begin{bmatrix} -j\omega_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega_o \end{bmatrix} \text{ και} \quad (\text{Π8.5. 4})$$

$$X_C = \frac{1}{100 * 10^{-6}} \begin{bmatrix} j/\omega_o & 0 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & -j/\omega_o \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.5. 5})$$

Στην μηδενική συχνότητα το X_L – πηνίο είναι σαν βραχυκύκλωμα και το X_C – πυκνωτής είναι σαν ανοιχτοκύκλωμα. Οπότε σε αυτήν ισχύει :

$$I_a = I_b = (R_a + R_b)^{-1} V \quad \text{ή} \quad (\text{Π8.5. 6})$$

$$\begin{bmatrix} I_{a_1} \\ I_{a_0} \\ I_{a_1} \end{bmatrix} = \left\{ 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5/3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.5. 7})$$

Άρα $i_a = i_b = 5/3$.

(β) Χρησιμοποιώντας την ταυτότητα του Euler μπορούμε να μετατρέψουμε την τάση που είναι σε συνημιτονοειδή μορφή σε ανάπτυγμα μιγαδικής σειράς Fourier.

$$v(t) = 10 \cos(\omega_o t + 45^\circ) = \left(\frac{5}{\sqrt{2}} - j \frac{5}{\sqrt{2}} \right) e^{-j\omega_o t} + \left(\frac{5}{\sqrt{2}} + j \frac{5}{\sqrt{2}} \right) e^{j\omega_o t}. \quad (\text{Π8.5. 8})$$

Οπότε

$$V = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{5}{\sqrt{2}} - j \frac{5}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{5}{\sqrt{2}} + j \frac{5}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{Π8.5. 9})$$

$$R_a = 4U, \quad (\text{Π8.5. 10})$$

$$R_b = 2U, \quad (\text{Π8.5. 11})$$

$$X_L = 10^{-3} D(jn\omega_o) \text{ και} \quad (\text{Π8.5. 12})$$

$$X_C = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6}} D^{-1}(jn\omega_o). \quad (\text{Π8.5. 13})$$

Τώρα εφαρμόζοντας την μέθοδο των βρόγχων για να βρούμε τα ρεύματα αφού γνωρίζουμε τις τάσεις ισχύει :

$$\begin{aligned} V &= [5/\sqrt{2}-j*(5/\sqrt{2}); 0; 5/\sqrt{2}+j*(5/\sqrt{2}); 0; 0; 0]; \\ w &= 2*\pi*50; \\ Ra &= 4*\text{eye}(3,3); \\ Rb &= 2*\text{eye}(3,3); \\ Xl &= (10^{(-3)}) * [-j*w, 0, 0; 0, 0, 0; 0, 0, j*w]; \\ Xc &= (1/(100*10^{(-6)})) * [j/w, 0, 0; 0, 10^10, 0; 0, 0, -j/w]; \\ A &= [Ra+Xc+Xl, -Xc; -Xc, Xc+Rb]; \\ I &= (A^{(-1)}) * V; \end{aligned}$$

Οπότε το ρεύμα είναι

$$I = \begin{bmatrix} 0.6080 - j0.5709 \\ 0 \\ 0.6080 + j0.5709 \\ 0.6414 - j0.5306 \\ 0 \\ 0.6414 + j0.5306 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.5.14})$$

(γ) Σε αυτήν την περίπτωση όπως φαίνεται και από την κυματομορφή της τάσης, η τάση έχει πολλές και «σημαντικές»(μη αμελητέες) συχνότητες. Η ανάλυση σε σειρά Fourier της κυματομορφής δίνει :

$$v(t) = \dots + \frac{20}{5\pi} e^{-j5\omega_o t} - \frac{20}{3\pi} e^{-j3\omega_o t} + \frac{20}{\pi} e^{-j\omega_o t} + \frac{20}{\pi} e^{j\omega_o t} - \frac{20}{3\pi} e^{j3\omega_o t} + \frac{20}{5\pi} e^{j5\omega_o t} + \dots \quad (\text{Π8.5. 15})$$

Όπως παρατηρείται τώρα θα πρέπει να «χρησιμοποιήσουμε» μέχρι και την 5^η αρμονική στην τάση για να έχουμε κάποια ικανοποιητική ακρίβεια άρα το διάνυσμα με τους συντελεστές της τάσης είναι :

$$V = \begin{bmatrix} \frac{20}{5\pi} \\ 0 \\ \frac{20}{3\pi} \\ 0 \\ \frac{20}{\pi} \\ 0 \\ \frac{20}{\pi} \\ 0 \\ -\frac{20}{3\pi} \\ 0 \\ \frac{20}{5\pi} \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.5.16})$$

Οπότε για να λυθεί το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω συναρτήσεις :

```
function D=D(a,f)
% a is 2*(the number of harmonics)+1
% f is the frequency (f=50Hz for Europe)
w=2*pi*f;
D=zeros(a,a);
for n=(a-1)/2:-1:1
    D(n,n)=-i*(abs(n-((a-1)/2)-1))*w;
end
D((a-1)/2+1,(a-1)/2+1)=0;
for n=((a+3)/2):a
    D(n,n)=i*(n-((a-1)/2+1))*w;
End
```

```
function inv_D=inv_D(a,f)
% a is 2*(the number of harmonics)+1
% f is the frequency (f=50Hz for Europe)
w=2*pi*f;
inv_D=zeros(a,a);
for n=(a-1)/2:-1:1
    inv_D(n,n)=i/((abs(n-((a-1)/2)-1))*w);
end
inv_D((a-1)/2+1,(a-1)/2+1)=10^10;
for n=((a+3)/2):a
    inv_D(n,n)=-i/((n-((a-1)/2+1))*w);
end
```

και το τελικό πρόγραμμα :

```

a=11;
% a is 2*(the number of harmonics)+1
V=[20/(5*pi);0;-20/(3*pi);0;20/(pi);0;20/(pi);0;-20/(3*pi);0;20/(5*pi);0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
%V=[5/sqrt(2)-j*5/sqrt(2);0;5/sqrt(2)+j*5/sqrt(2)];
w=2*pi*50;
Ra=4*eye(a,a);
Rb=2*eye(a,a);
Xl=(10^(-3))*(D(a,50));
Xc=(1/(100*10^(-6)))*(inv_D(a,50));
A=[Ra+Xc+Xl,-Xc;-Xc,Xc+Rb];
I=(A^(-1))*V;
    
```

Οπότε

Ia=	Ib=
0.2125 + 0.0365i	0.1830 + 0.0940i
0	0
-0.3544 - 0.0346i	-0.3359 - 0.0979i
0	0
1.0614 + 0.0335i	1.0551 + 0.0998i
0	0
1.0614 - 0.0335i	1.0551 - 0.0998i
0	0
-0.3544 + 0.0346i	-0.3359 + 0.0979i
0	0
0.2125 - 0.0365i	0.1830 - 0.0940i

8.7 ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Στην περίπτωση που προς γραμμικοποίηση είναι μια μη-γραμμική σχέση με πολλές μεταβλητές όπως :

$$i_1 = f_1(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$$

$$\vdots$$
(8. 42)

$$i_m = f_m(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$$

Όταν η γραμμικοποίηση συμβαίνει γύρω από ένα σημείο λειτουργίας:

$$(\phi_1^0, \phi_2^0, \dots, \phi_n^0), (i_1^0, i_2^0, \dots, i_n^0)$$
(8. 43)

τότε ισχύουν οι ακόλουθες εξισώσεις :

$$\begin{aligned} \Delta i_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial \phi_1} \Delta \phi_1 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial \phi_n} \Delta \phi_n \\ &\quad \vdots \\ \Delta i_m &= \frac{\partial f_m}{\partial \phi_1} \Delta \phi_1 + \dots + \frac{\partial f_m}{\partial \phi_n} \Delta \phi_n \end{aligned} \quad (8.44)$$

Οι εξισώσεις (8.44) μπορούν να γραφούν και σε μορφή πίνακα :

$$\begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \vdots \\ \Delta I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \cdots & \xi_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{m,1} & \cdots & \xi_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi_1 \\ \vdots \\ \Delta \phi_n \end{bmatrix} \quad (8.45)$$

8.7.1 Παράδειγμα 8.7

Σε αυτό το παράδειγμα οι ακόλουθες εξισώσεις πολλών μεταβλητών γραμμικοποιούνται στο πεδίο της συχνότητας. Οι προς γραμμικοποίηση εξισώσεις είναι οι :

$$u = f(x, y) = xy^2(1 + y) \quad (\text{Π8.7.1})$$

$$v = g(x, y) = x(x^2 - y^2) \quad (\text{Π8.7.2})$$

γύρω από το σημείο λειτουργίας :

$$x_b = \sin \omega_o t = \frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \quad (\text{Π8.7.3})$$

$$y_b = \cos \omega_o t = \frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \quad (\text{Π8.7.4})$$

Και σε διανυσματική μορφή με τους μιγαδικούς συντελεστές της σειράς Fourier :

$$X_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad Y_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.7.5})$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές αυτές των X_b και Y_b στην παραπάνω δύο εξισώσεις προκύπτει :

$$\begin{aligned} u = f(x, y) = x_b y_b^2 (1 + y_b) &= \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right) \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right)^2 \left(1 + \frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right) = \\ &= \frac{j}{16} e^{-j4\omega_o t} + \frac{j}{8} e^{-j3\omega_o t} + \frac{j}{8} e^{-j2\omega_o t} + \frac{j}{8} e^{-j\omega_o t} - \frac{j}{8} e^{j\omega_o t} - \frac{j}{8} e^{j2\omega_o t} - \frac{j}{8} e^{j3\omega_o t} - \frac{j}{16} e^{j4\omega_o t} \end{aligned} \quad (\text{Π8.7.6})$$

$$v = g(x, y) = x_b(x_b^2 - y_b^2) = \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right) \left(\left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right)^2 - \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right)^2 \right) = \quad (\text{Π8.7. 7})$$

$$= -\frac{j}{4} e^{-j3\omega_o t} + \frac{j}{4} e^{-j\omega_o t} - \frac{j}{4} e^{j\omega_o t} + \frac{j}{4} e^{j3\omega_o t}$$

Η σε μορφή πινάκων τα παραπάνω γράφονται :

$$U_b = \frac{j}{8} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad V_b = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.7. 8})$$

Ομοίως κάνοντας τα ίδια και για τις παραγώγους βρίσκουμε :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^2(1+y) = \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right)^2 \left(1 + \frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right) = \quad (\text{Π8.7. 9})$$

$$= \frac{1}{8} e^{-j3\omega_o t} + \frac{1}{4} e^{-j2\omega_o t} + \frac{3}{8} e^{-j\omega_o t} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} e^{j\omega_o t} + \frac{1}{4} e^{j2\omega_o t} + \frac{1}{8} e^{j3\omega_o t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = xy(2+3y) = \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right) \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right) \left(2 + 3 * \frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right) = \quad (\text{Π8.7. 10})$$

$$= \frac{3j}{8} e^{-j3\omega_o t} + \frac{j}{2} e^{-j2\omega_o t} + \frac{3j}{8} e^{-j\omega_o t} - \frac{3j}{8} e^{j\omega_o t} - \frac{j}{2} e^{j2\omega_o t} - \frac{3j}{8} e^{j3\omega_o t}$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 3x^2 - y^2 = 3 * \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right)^2 - \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right)^2 = \quad (\text{Π8.7. 11})$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-j2\omega_o t} + 2 - \frac{1}{2} e^{j2\omega_o t}$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = -2xy = (-2) * \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j} \right) * \left(\frac{e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}}{2} \right) = \quad (\text{Π8.7. 12})$$

$$= -\frac{j}{2} e^{-j2\omega_o t} + \frac{1}{2} e^{j2\omega_o t}$$

Σε μορφή πινάκων όλα τα παραπάνω γράφονται :

$$G'_Y = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & & & & & & & & \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & & & & & & & \\ & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & & & & & & \\ & & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & & & & & \\ & & & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & & & & \\ & & & & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & & & \\ & & & & & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & & \\ & & & & & & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \\ & & & & & & & \frac{1}{2} & 0 & \\ & & & & & & & & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.7. 18})$$

Το τελικό ισοδύναμο Norton των δύο αρχικών εξισώσεων είναι :

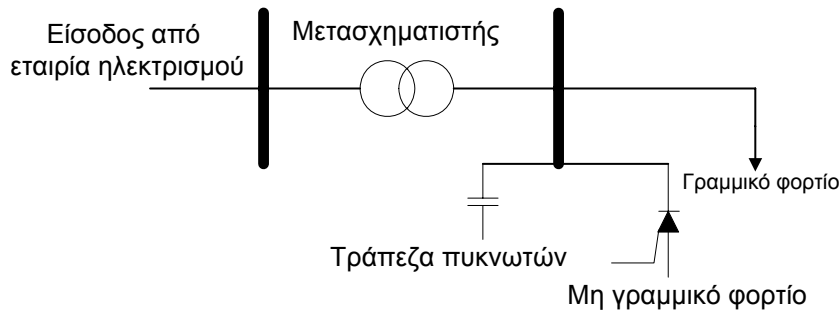
$$\begin{bmatrix} U_N \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_b \\ V_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F'_X & F'_Y \\ G'_X & G'_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.7. 19})$$

οπότε

$$U_N = \frac{j}{4} \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} \\ -1 \\ -\frac{3}{2} \\ -1 \\ 0 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{2} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad V_N = \frac{j}{4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -4 \\ 0 \\ 4 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.7. 20})$$

8.8 ΕΝΑ ΓΕΝΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΜΙΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

Χρησιμοποιώντας τις τεχνικές αρμονικής ανάλυσης που παρατέθηκαν στο 7^ο και στο παρών κεφάλαιο θα λυθεί το παρακάτω παράδειγμα μιας βιομηχανικής εγκατάστασης. Το μονογραμμικό σχέδιο της εγκατάστασης είναι το ακόλουθο :



Σχήμα Π8.8.1: Μονογραμμικό σχέδιο Εξεταζόμενου Βιομηχανικού Δικτύου

Για το παραπάνω δίκτυο ισχύουν τα παρακάτω δεδομένα :

Δίκτυο : 13.8kV, $MVA_{SC}=100MVA$. (Π8.8. 1)

Μετασχηματιστής : 500KVA, $Z=10\%$, 13.8kV / 480V, 60Hz (Π8.8. 2)

Τράπεζα Πυκνωτών : 100KVAr (Π8.8. 3)

Γραμμικό Φορτίο : 112KVA, $PF=0.89$ (επαγωγικό) (Π8.8. 4)

Μη-γραμμικό φορτίο : Συνολική Φαινόμενη Ισχύς 40KVA (Π8.8. 5)

Το παραπάνω δίκτυο είναι μια πραγματική εγκατάσταση όπου χρησιμοποιήθηκε ένας αρμονικός αναλυτής φάσματος για να μετρηθεί το ρεύμα στο μη-γραμμικό φορτίο, το οποίο έχει το παρακάτω φασματικό περιεχόμενο :

Harmonic	Value [A]
1	$79.7247 \angle 172.7759^\circ$
3	$5.6958 \angle 2.2619^\circ$
5	$30.2500 \angle 4.4351^\circ$
7	$9.6932 \angle 6.1747^\circ$

Η ονομαστική θεμελιώδης συνιστώσα της τάσης στην τράπεζα πυκνωτών είναι:

$$480 \sin \omega_o t \text{ V} \quad (\text{Π8.8. 6})$$

και το ρεύμα:

$$208.34 \cos \omega_o t \text{ A.} \quad (\text{Π8.8. 7})$$

Οπότε η τάση στην τράπεζα πυκνωτών με χρήση της μιγαδικής σειράς Fourier είναι :

$$V_s = j240e^{-j\omega_o t} - j240e^{j\omega_o t} \text{ V} \quad (\text{Π8.8. 8})$$

και το ρεύμα:

$$I_s = 104.17e^{-j\omega_o t} + 104.17e^{j\omega_o t} \text{ A} \quad (\text{Π8.8.9})$$

Ανάγοντας όλα τα δεδομένα σε κοινή βάση τάσης (480 Volt) και κοινή βάση ισχύος (100 MVA) προκύπτει :

$$\text{Σύνθετη Αντίσταση Δικτύου: } X_{sys} = \frac{(kV)^2}{MVA_{SC}} = \frac{(0.48)^2}{100} = 0.0023\Omega \quad (\text{Π8.8.10})$$

$$\text{Σύνθετη Αντίσταση Μετασχηματιστή: } X_{trans} = \frac{(Z\%)(kV)^2}{(100)(MVA)} = \frac{(10)(0.48)^2}{(100)(0.5)} = 0.04608\Omega \quad (\text{Π8.8. 11})$$

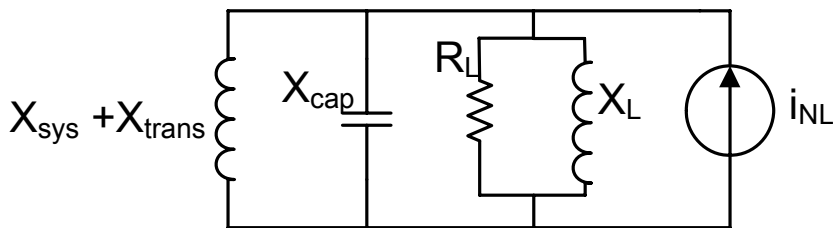
$$\text{Σύνθετη Αντίσταση Τράπεζας Πυκνωτών: } X_{cap} = \frac{(kV)^2}{MVA_r} = \frac{(0.48)^2}{0.1} = 2.3040\Omega. \quad (\text{Π8.8. 12})$$

Το γραμμικό φορτίο παριστάνεται με ένα παράλληλο ισοδύναμο κύκλωμα R_L - X_L και είναι :

$$\begin{aligned}
 P &= (S)(PF) = (112)(0.89) = 99.68kW \\
 Q &= \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{112^2 - 99.68^2} = 51.06kVAr \\
 R_L &= \frac{(kV)^2}{MW} = \frac{(0.48)^2}{0.09968} = 2.3114\Omega \\
 X_L &= \frac{(kV)^2}{MVAr} = \frac{(0.48)^2}{0.05106} = 4.5123\Omega
 \end{aligned}
 \tag{Π8.8. 13}$$

Το μη-γραμμικό φορτίο αναπαριστάνεται με μια πηγή ρεύματος i_{NL} . Σύμφωνα με όλα τα παραπάνω λύνεται το σύστημα.

Από το σημείο σύνδεσης του μη-γραμμικού φορτίου το όλο σύστημα αναπαρίσταται με το παρακάτω σχήμα :



Η συχνότητα συντονισμού του παραπάνω κυκλώματος είναι :

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 346.90Hz
 \tag{Π8.8. 14}$$

η οποία είναι κοντά στην 7^η αρμονική.

Στο πεδίο της συχνότητας η τάση στον πυκνωτή είναι η υπέρθεση της τάσης που «δίνει» κανονικά το δίκτυο δηλαδή η θεμελιώδης τάση $V_S = j240e^{-j\omega_0 t} - j240e^{j\omega_0 t}$ και η τάση που προκαλεί το αρμονικό ρεύμα από το μη-γραμμικό φορτίο δηλαδή :

$$V_C = -(Y_L + Y_C + Y_R)^{-1} I_{NL} + V_S =
 \begin{bmatrix}
 -11.1172 - j0.1646 \\
 0 \\
 -0.9888 + j7.2942 \\
 0 \\
 -0.0184 + j0.5011 \\
 0 \\
 0.2857 - j1.9268 \\
 0 \\
 0.2857 + j1.9268 \\
 0 \\
 -0.0184 - j0.5011 \\
 0 \\
 -0.9888 - j7.2942 \\
 0 \\
 -11.1172 + j0.1646
 \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 j240 \\
 0 \\
 -j240 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \tag{Π8.8. 15}$$

Αφού ισχύει η σχέση $C_n = |C_n| \angle \theta_n = \frac{1}{2} A_n \angle \theta_n$ το ρεύμα στην είσοδο του μη-γραμμικού φορτίου είναι :

$$I_{NL} = \begin{bmatrix} 4.8185 - j0.5213 \\ 0 \\ 15.0797 - j1.1696 \\ 0 \\ 2.8457 - j0.1124 \\ 0 \\ -39.5459 - j5.0127 \\ 0 \\ -39.5459 + j5.0127 \\ 0 \\ 2.8457 + j0.1124 \\ 0 \\ 15.0797 + j1.1696 \\ 0 \\ 4.8185 + j0.5213 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.8. 16})$$

Το ρεύμα στον πυκνωτή είναι :

$$I_C = -Y_C (Y_L + Y_C + Y_R)^{-1} I_{NL} + I_S = \begin{bmatrix} -0.5002 + j33.7762 \\ 0 \\ 15.8294 + j2.1457 \\ 0 \\ 0.6525 + j0.0240 \\ 0 \\ -0.8363 - j0.1240 \\ 0 \\ -0.8363 + j0.1240 \\ 0 \\ 0.6525 - j0.0240 \\ 0 \\ 15.8294 - j2.1457 \\ 0 \\ -0.5002 - j33.7762 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 104.17 \\ 0 \\ 104.17 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Π8.8. 17})$$

Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι στην τράπεζα πυκνωτών η 7^η αρμονική είναι που προκαλεί το μεγαλύτερο πρόβλημα σε αντίθεση με την 5^η

αρμονική που είναι η μεγαλύτερη στο μη-γραμμικό φορτίο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω ο συντονισμός είναι κοντά στην 7^η αρμονική .

9

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

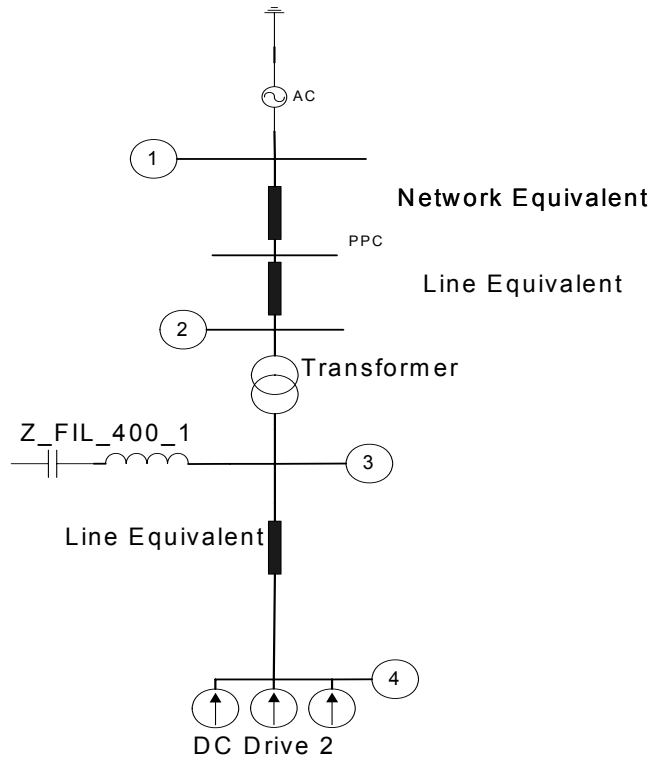
9.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	171
9.2	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ 9.1	172
9.3	ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΡΑΦΗΣ ΕΞΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΜΟΝΟΦΥΡΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	177
9.3.1	<i>Στοιχεία Θεωρίας γραμμικών γραφών.....</i>	<i>177</i>
9.3.2	<i>Ορισμός Μήτρας Πρόπτωσης</i>	<i>179</i>
9.4	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΔΙΚΤΥΟΥ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.....	183
9.5	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.1.....	188
9.5.1	<i>Εξήγηση μεγάλης διαφοράς θεωρητικών και πειραματικών δεδομένων και Επαλήθευση των θεωρητικών αποτελεσμάτων.....</i>	<i>194</i>
9.5.2	<i>Οικονομική Μελέτη της εγκατάστασης πυκνωτών.....</i>	<i>195</i>
9.6	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΕΝΑ ΓΡΑΦΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ	196

9.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το πρόγραμμα έχει γίνει προσπάθεια ώστε με έναν εύκολο και αξιόπιστο τρόπο να υπολογίζονται οι απώλειες λόγω αρμονικών. Έχει χρησιμοποιηθεί το symbolic toolbox του MatLab, γι' αυτό ως πρώτη δήλωση του προγράμματος είναι η :

```
syms h;
```

Το αναλυόμενο δίκτυο είναι το εξής :



Σχήμα 9.1 : Αναλυόμενο δίκτυο

Είναι ένα απλό δίκτυο αλλά πολύ χρήσιμο αφού είναι δυνατή η εξαγωγή πολύ χρήσιμων συμπερασμάτων.

9.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ 9.1

Αρχικά για να γίνει η προσομοίωση του βιομηχανικού δικτύου με το πρόγραμμα MatLab θα πρέπει να υπολογιστούν οι σύνθετες αντιστάσεις του δικτύου.

Πριν γίνει αναφορά στον καθεαυτό υπολογισμό των συνθέτων αντιστάσεων πρέπει να αιτιολογηθεί και να διευκρινιστεί ο τρόπος αναπαράστασης των διαφόρων στοιχείων του ηλεκτρικού δικτύου. Η αρχή ήταν ο αντικειμενοστραφής προγραμματισμός που χρησιμοποιείται σε γλώσσες προγραμματισμού όπως η Java και η C++. Σε αυτήν την μέθοδο προγραμματισμού κυρίαρχο ρόλο παίζουν τα αντικείμενα τα οποία είναι στιγμιότυπα των κλάσεων. Οι κλάσεις είναι σαν τις συναρτήσεις της Pascal με την διαφορά ότι δεν κάνουν τίποτα μέχρι να οριστεί από αυτές κάποιο αντικείμενο. Έτσι από κάθε κλάση μπορούν να οριστούν πολλά αντικείμενα, με την σημείωση ότι κάθε αντικείμενο μπορεί να ορίζει διαφορετικά τις μεταβλητές που αυτή η κλάση περιέχει. Έτσι μπορεί να θεωρηθεί ότι η κλάση είναι το πρότυπο και το αντικείμενο είναι ένα στιγμιότυπο αυτής της κλάσης που κάνει κάτι πολύ συγκεκριμένο σε κάποιο πρόγραμμα.

Σύμφωνα με τα αναφερόμενα παραπάνω για τον αντικειμενοστραφή προγραμματισμό, θα εξηγηθεί και θα αιτιολογηθεί ο τρόπος υπολογισμού των συνθέτων αντιστάσεων, χρησιμοποιώντας ένα παράδειγμα για την προσομοίωση του ανάντι δικτύου της βιομηχανικής εγκατάστασης, δηλαδή το δίκτυο της ηλεκτρικής εταιρίας για να καταδειχθεί ο τρόπος. Έτσι ισχύει:

Επειδή σε κάθε πρόγραμμα (ή ειδικά στην ενέργεια σε κάθε δίκτυο) θα πρέπει να γίνει μια προσομοίωση του δικτύου της εταιρίας ηλεκτρισμού (τα ανάντι της αναλυόμενης βιομηχανικής εγκατάστασης), με διαφορετικά για κάθε δίκτυο στοιχεία όσον αφορά την ισχύ βραχυκύκλωσης και το λόγο X/R, αντί να χρησιμοποιηθούν οι γνωστές σχέσεις στο πρόγραμμα απευθείας χρησιμοποιείται η συνάρτηση:

```
function Z_sys_function =  
Eq_NETWORK(SCC,X_R,V_NETWORK,S_BASE,V_NETWORK_BASE,h_sys) (9.1)
```

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί η παραπάνω συνάρτηση δέχεται ορίσματα για τα μεγέθη: την ισχύ βραχυκύκλωσης (SCC), τον λόγο X/R, την τάση που επικρατεί σε εκείνο το κομμάτι του δικτύου (V_NETWORK), την βασική τάση (V_NETWORK_BASE) και την βασική ισχύ (S_BASE). Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατό η παραπάνω συνάρτηση να δώσει την σύνθετη αντίσταση του ανάντι δικτύου της εταιρίας ηλεκτρισμού σε διαφορετικές περιπτώσεις για την ισχύ βραχυκύκλωσης, τον λόγο X/R και την τάση και έτσι να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλα τα προγράμματα στα οποία είναι επιθυμητή η προσομοίωση του ανάντι δικτύου παίρνοντας κάθε φορά και διαφορετικά ορίσματα ανάλογα με την περίπτωση.

Επιπλέον στην παραπάνω συνάρτηση υπάρχει ένα τελευταίο όρισμα το οποίο δεν είναι υποχρεωτικό να δίνεται. Στο παράρτημα που δίνεται ο κώδικας αυτής της συνάρτησης φαίνονται οι παρακάτω γραμμές κώδικα :

```
if nargin < 6  
    Z_sys_function = subs(Z_sys_function_sys,{R_X,X},{R_X_sys,X_sys});  
end  
if nargin == 6  
    Z_sys_function = subs(Z_sys_function_sys,{R_X,X,h},{R_X_sys,X_sys,h_sys});  
end
```

Με αυτές τις γραμμές κώδικα φαίνεται ότι τα ορίσματα στην συνάρτηση (9.1) μπορούν να είναι μεταβλητά, δηλαδή η τελευταία μεταβλητή μπορεί να δίνεται μπορεί και όχι. Έτσι αν δίνεται το τελευταίο όρισμα τότε σημαίνει ότι ο χρήστης επιθυμεί να βρει την σύνθετη αντίσταση του ανάντι δικτύου σε μια συγκεκριμένη τάξη αρμονικής συχνότητας την οποία και δίνει. Όταν όμως ο χρήστης επιθυμεί να έχει την σύνθετη αντίσταση με παράμετρο το h (δηλαδή την τάξη της αρμονικής) τότε δεν δίνει το τελευταίο όρισμα οπότε το πρόγραμμα επιστρέφει την σύνθετη αντίσταση με παράμετρο το h, την τάξη δηλαδή της αρμονικής ώστε να γίνει ο ανάλογος χειρισμός από τον χρήστη.

Στην συνέχεια γίνεται ο υπολογισμός των συνθέτων αντιστάσεων.

Καταρχάς εισάγονται οι βασικές τιμές του δικτύου, δηλαδή οι βασικές τιμές που αφορούν την ισχύ και την τάση σε όλες τις περιοχές όπως ορίζονται από τους μετασχηματιστές, αφού οι μετασχηματιστές είναι που καθορίζουν την βασική ισχύ σε κάθε κομμάτι του δικτύου. Στο πρόγραμμα αυτή η διαδικασία είναι η εξής :

```
S_BASE = 1000000;  
V_20_BASE = 20000;  
V_400_BASE = 400;
```

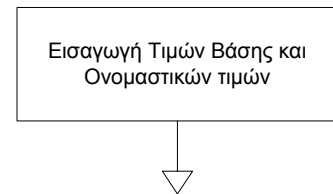
Επίσης εισάγονται και οι ονομαστικές τάσεις σε φυσικές μονάδες αλλά και σε ανά μονάδα τιμές :

$$V_{20}(1,1) = 20000;$$

$$V_{20_pu}(1,1) = 1;$$

$$V_{400}(1,1) = 400;$$

$$V_{400_pu} = 1;$$



Σχήμα 9. 2 :Πρώτο Μπλοκ του διαγράμματος ροής του προγράμματος.

Στην συνέχεια βρίσκονται οι σύνθετες αντιστάσεις με παράμετρο την τάξη της αρμονικής (h) του κάθε στοιχείου του δικτύου. Για να γίνει αυτό δημιουργήθηκαν ειδικές συναρτήσεις που υπολογίζουν αυτές τις αντιστάσεις όπως έχει εξηγηθεί και παραπάνω. Έτσι για το συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω συναρτήσεις. Περαιτέρω ανάλυση όλων των συναρτήσεων υπάρχει στο παράρτημα Β.

Για να βρεθεί η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του δικτύου με βάση τα στοιχεία που μας δίνονται για το SCMVA (ισχύς βραχυκύκλωσης), τον λόγο X/R, την ονομαστική τάση και τις βασικές τάσεις χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση:

$$Z_{sys} = Eq_Network(200000000,10,V_{20}(1,1),S_BASE,V_{20_BASE});$$

όπου το 1^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η ισχύς βραχυκύκλωσης που για το αναλυόμενο δίκτυο είναι 200 MVA,

το 2^ο όρισμα της συνάρτησης είναι ο λόγος X/R που μια τυπική τιμή είναι 10,

το 3^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τάση στο σημείο κοινής σύνδεσης με το δίκτυο της εταιρίας ηλεκτρισμού,

το 4^ο όρισμα είναι η βασική ισχύς,

το 5^ο όρισμα είναι η βασική τάση στο σημείο κοινής σύνδεσης με το δίκτυο της εταιρίας ηλεκτρισμού.

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση για την γραμμή μεταφοράς από το δίκτυο μέχρι τον μετασχηματιστή η οποία δίνεται από τον παρακάτω τύπο :

$$Z_{transmissionLine_20_1} = Eq_TRANSMISSION_LINE(0,15,0.09,0.07,1,V_{20}(1,1),S_BASE,V_{20_BASE});$$

όπου το 1^ο όρισμα της συνάρτησης είναι το μήκος της γραμμής μεταφοράς σε χιλιόμετρα (km),

το 2^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τιμή της αντίστασης της γραμμής μεταφοράς σε φυσικές μονάδες(Ω) ανά km,

το 3^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τιμή της επαγωγικής αντίδρασης της γραμμής μεταφοράς σε φυσικές μονάδες(Ω) ανά km,

το 4^ο όρισμα είναι ο αριθμός των παράλληλων κυκλωμάτων τα οποία τροφοδοτούν το συγκεκριμένο κομμάτι το οποίο προσομοιώνεται ως γραμμή μεταφοράς,

το 5^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τάση της γραμμής μεταφοράς,

το 6^ο όρισμα είναι η βασική ισχύς και

το 7^ο όρισμα είναι η βασική τάση που έχει επιλεγεί στο κομμάτι του δικτύου που είναι η γραμμή μεταφοράς.

Έτσι βρίσκεται συνολικά η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του δικτύου όπως «φαίνεται» από τον ζυγό 2 και προς τα «πάνω» και ονομάζεται Z_{sys} του Σχήματος 9.1. Όλες οι σύνθετες αντιστάσεις που έχουν υπολογιστεί μέχρι τώρα έχουν σαν παράμετρο την τάξη της αρμονικής h , ώστε να είναι δυνατή η εύρεση της σύνθετης αντίστασης στην ανάλογη αρμονική που μας ενδιαφέρει.

Στην συνέχεια βρίσκεται η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του μετασχηματιστή και της γραμμής μεταφοράς που τροφοδοτούν το μη-γραμμικό φορτίο 1.

Για τον μετασχηματιστή η συνάρτηση που δίνει την σύνθετη αντίσταση στον μετασχηματιστή είναι :

$$Z_{T_1} = \text{Eq_Transformer}(0.05, 5, 1000000, V_{20}(1,1), V_{400}(1,1), S_{BASE}, V_{20_BASE}, V_{400_BASE});$$

όπου το 1^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τάση βραχυκύκλωσης. Αυτή η τιμή δίνεται με τον εξής τρόπο : Αν είναι 5% τότε στο πρόγραμμα δίνεται 0,05,
το 2^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τιμή του λόγου X/R του μετασχηματιστή,
το 3^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η ονομαστική ισχύς του μετασχηματιστή,
το 4^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τάση στο πρωτεύον του μετασχηματιστή όπως αυτό προκύπτει από την θεμελιώδη συχνότητα,
το 5^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τάση στο δευτερεύον του μετασχηματιστή όπως αυτό προκύπτει από την θεμελιώδη συχνότητα,
το 6^ο όρισμα είναι η βασική ισχύς,
το 7^ο όρισμα είναι η βασική τάση για το πρωτεύον του μετασχηματιστή και
το 8^ο όρισμα είναι η βασική τάση για το δευτερεύον του μετασχηματιστή.

Η σύνθετη αντίσταση της γραμμής μεταφοράς μετά τον μετασχηματιστή προσομοιώνεται με την παρακάτω συνάρτηση:

$$Z_{transmissionLine_400_1} = \text{Eq_TRANSMISSION_LINE}(0.2, 0.09, 0.07, 1, V_{400}(1, S_{BASE}), V_{400_BASE});$$

Έτσι φαίνεται στην πράξη η αξία της χρήσης συναρτήσεων για την προσομοίωση των συνθέτων αντιστάσεων και όχι η απευθείας χρήση των εξισώσεων. Αφού ενώ χρειάστηκε να βρεθεί η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση για γραμμή μεταφοράς ξανά, απλά χρησιμοποιήθηκε η ίδια συνάρτηση με άλλα νούμερα αυτή την φορά για τις παραμέτρους.

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι σύνθετες αντιστάσεις του πυκνωτή που έχει χρησιμοποιηθεί στο Σχήμα 9. 1 και που είναι πυκνωτής με πηνίο (detuned capacitor). Επίσης υπολογίζονται και τα ονομαστικά ρεύματα που διαρρέουν αυτούς τους πυκνωτές σε ονομαστικές συνθήκες (ονομαστική ισχύς, ονομαστική τάση).

Για τον detuned πυκνωτή χρησιμοποιείται η παρακάτω συνάρτηση:

$$[Z_{FIL_400_1}, I_{FIL_1}] = \text{Eq_FILTER}(4.2, 170000, 50, V_{400}(1,1), S_{BASE}, V_{400_BASE});$$

όπου το 1^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η συχνότητα συντονισμού, η οποία ορίζεται ως:

$$h_n X_L = \frac{X_C}{h_n} \Rightarrow X_L = \frac{X_C}{h_n^2}$$

το 2^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τιμή του των kVAr που μπορεί να δώσει ο πυκνωτής,

το 3^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η ο συντελεστής ποιότητας,

το 4^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τάση στα άκρα του detuned capacitor,

το 5^ο όρισμα είναι η βασική ισχύς και

το 6^ο όρισμα είναι η βασική τάση στο σημείο που ο πυκνωτής είναι συνδεδεμένος.

Στην συνέχεια υπολογίζονται τα ρεύματα στην θεμελιώδη και στις αρμονικές συχνότητες που παράγονται από το μη-γραμμικό φορτίο καθώς επίσης και η σύνθετη αντίστασή του στην θεμελιώδη συχνότητα. Για να επιτευχθεί αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση του που αφορά του μη-γραμμικό φορτίο. Για να χρησιμοποιηθεί όμως αυτή η συνάρτηση θα πρέπει να γίνει κατάλληλη εισαγωγή δεδομένων σε αυτή την συνάρτηση. Αυτό γίνεται με την χρήση δύο πινάκων. Στον πρώτο πίνακα εισάγονται οι αρμονικές για τις οποίες θα γίνει η ανάλυση ενώ στον δεύτερο πίνακα εισάγονται τα ποσοστά των αρμονικών συνιστωσών σε σχέση με την θεμελιώδη συχνότητα τα οποία παράγει το μη-γραμμικό φορτίο και έχουν προέλθει είτε από πειραματικά δεδομένα είτε από τον κατασκευαστή. Η συνάρτηση με την οποία υπολογίζονται τα ρεύματα και η σύνθετη αντίσταση (για την θεμελιώδη συχνότητα) του μη-γραμμικού φορτίου είναι :

$$[I_NONLINEAR_LOAD_1,Z_LOAD_1] = Eq_NONLINEAR_LOAD_mtrx(3,0.25,860000,0.46,1,V_400(1,1),S_BASE,V_400_BASE,7,Harmonics_Estimated,Portion_Of_Harmonics);$$

- όπου το 1^ο όρισμα της συνάρτησης είναι ο λόγος X/R,
 το 2^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η τιμή της τάσεως βραχυκυκλώσεως του φορτίου που προσομοιώνεται με αυτή την συνάρτηση,
 το 3^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η ονομαστική ισχύς του μη-γραμμικού φορτίου,
 το 4^ο όρισμα της συνάρτησης είναι ο συντελεστής ισχύος του φορτίου που αναπαρίσταται,
 το 5^ο όρισμα της συνάρτησης είναι η απόδοση του φορτίου,
 το 6^ο όρισμα είναι η τάση στα άκρα του φορτίου,
 το 7^ο όρισμα είναι η βασική ισχύς,
 το 8^ο όρισμα είναι η βασική τάση,
 το 9^ο όρισμα είναι ο αριθμός των αρμονικών για τις οποίες θα γίνει η ανάλυση,
 το 10^ο όρισμα είναι ο πίνακας με τις αρμονικές για τις οποίες γίνεται η ανάλυση,
 το 11^ο όρισμα είναι ο πίνακας με τα ποσοστά των αρμονικών σε σχέση με την θεμελιώδη.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η συνάρτηση χρησιμοποιείται ως εξής:

- 1) Μη-γραμμικό φορτίο 1 :
 - a) Πρώτα εισάγεται ο πίνακας των αρμονικών συνιστωσών για τις οποίες επιθυμείται η ανάλυση:

$$Harmonics_Estimated = [1,2,3,4,5,6,7];$$
 - b) Στην συνέχεια εισάγεται ο πίνακας που έχει αποθηκευμένα τα ποσοστά της κάθε αρμονικής συνιστώσας σε σχέση με την θεμελιώδη:

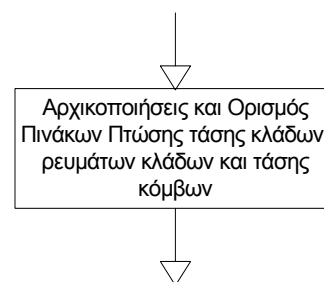
$$Portion_Of_Harmonics = [1,0,0,0,0.26,0,0.024];$$
 - c) Τέλος καλείται η συνάρτηση που υπολογίζει όλα τα απαιτούμενα (σύνθετη αντίσταση για την θεμελιώδη συχνότητα και ρεύματα αρμονικών για τις αρμονικές συνιστώσες) :

$$[I_NONLINEAR_LOAD_1,Z_LOAD_1] = Eq_NONLINEAR_LOAD_mtrx(3,0.25,860000,0.46,1,V_400(1,1),S_BASE,V_400_BASE,7,Harmonics_Estimated,Portion_Of_Harmonics);$$

Οι συναρτήσεις μοντελοποίησης όλων των παραπάνω στοιχείων (μετασχηματιστής, αναπαράσταση δικτύου εταιρίας ηλεκτρισμού, γραμμή μεταφοράς και μη-γραμμικό φορτίο) που υπολογίζουν απαραίτητα μεγέθη για κάθε στοιχείο δίνονται στο τέλος (βλ. Παράρτημα Β.).

Επίσης στο παράρτημα Β δίνονται μοντελοποιήσεις επιπλέον στοιχείων όπως είναι τα παθητικά φορτία, οι μηχανές, κ.α.

Στην συνέχεια του προγράμματος γίνεται η απαραίτητη δέσμευση χώρου μνήμης για όλα τα μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν στο πρόγραμμα. Δηλαδή γίνεται δέσμευση μνήμης για του πίνακες πτώσεων τάσης και ρευμάτων για όλους τους κλάδους, όπως επίσης και τον πίνακα των τάσεων σε κάθε κόμβο.



Σχήμα 9.3 : Δεύτερο μπλοκ του διαγράμματος ροής του προγράμματος.

Μέχρι αυτό το σημείο έχει δοθεί ο τρόπος της μοντελοποίησης κάθε στοιχείου του δικτύου για το οποίο ζητείται η ανάλυση.

9.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΡΑΦΗΣ ΕΞΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΜΟΝΟΦΥΡΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ¹⁶

9.3.1 Στοιχεία Θεωρίας γραμμικών γράφων

Οι περιορισμοί των μεταβλητών τάσης και των μεταβλητών έντασης ενός ηλεκτρικού δικτύου που οφείλονται στις αρχές της συμβιβαστότητας και της συνέχειας, μπορούν να γραφούν με διάφορες μεθόδους. Οι συστηματικές μέθοδοι, που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, βασίζονται στη θεωρία των γράφων, κατά την οποία το σύστημα παριστάνεται με μία αφηρημένη εικόνα, που παρέχει όλες τις πληροφορίες για την αλληλοσύνδεση των στοιχείων του.

Όταν οι νόμοι του Kirchhoff εφαρμοστούν κατά ένα συστηματικό τρόπο στο γράφο ενός συστήματος, λαμβάνεται ένα σύνολο ανεξάρτητων εξισώσεων από τις οποίες προκύπτουν οι τάσεις και οι εντάσεις των στοιχείων του.

Πριν να παρουσιαστούν όμως οι συστηματικές αυτές μέθοδοι, εκτίθενται, στοιχεία από τη θεωρία των γραμμικών γράφων.

Με τη γενική ονομασία "τοπολογία δικτύων" αναφέρεται το σύνολο ιδιοτήτων του δικτύου, που προκύπτουν από τη δομή ή τη γεωμετρία του. Οι τοπολογικές ιδιότητες του δικτύου είναι ανεξάρτητες από τον τύπο των στοιχείων που αλληλοσυνδέονται. Συνεπώς είναι χρήσιμο να αντικατασταθεί κάθε στοιχείο του δικτύου με ένα γραμμικό τμήμα, που δεν δηλώνει τη φύση του (πχ χωρητικότητα, πηνίο κ.λ.π.) αλλά μόνο την παρουσία του και τον τρόπο αλληλοσύνδεσης του με τα άλλα στοιχεία του δικτύου. Είναι προφανές ότι το μήκος ή η καμπυλότητα των γραμμικών τμημάτων δεν έχουν σημασία. Ο κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με τις ιδιότητες τέτοιων δομών καλείται θεωρία των γραμμικών γράφων.

¹⁶ Για περαιτέρω ανάλυση βλ. [48],[49]

Ορισμός 2.1

Γραμμικός γράφος καλείται ένα σύνολο σημείων, που καλούνται κόμβοι και γραμμικών τμημάτων, που καλούνται κλάδοι και ενώνουν τους κόμβους και αποτελεί μια αναπαράσταση του δικτύου.

Ορισμός 2.2

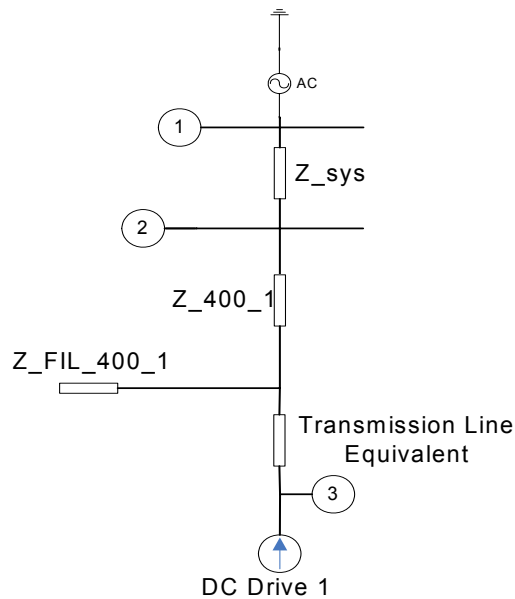
Γράφος ενός δικτύου καλείται ο προσανατολισμένος (όταν οι κλάδοι του γράφου έχουν βέλη που δείχνουν την φορά των ρευμάτων και των τάσεων) γραμμικός γράφος που προκύπτει, εάν τα στοιχεία του δικτύου αντικατασταθούν με προσανατολισμένα γραμμικά τμήματα.

Ο προσανατολισμός του γραμμικού τμήματος ταυτίζεται με τη φορά αναφοράς του ρεύματος που ρέει στον κλάδο και τη φορά αναφοράς της τάσης στα διάφορα στοιχεία του δικτύου. Στον παρακάτω πίνακα (Σχήμα 9. 4) φαίνονται οι αντιστοιχίες των μονόθυρων στοιχείων του δικτύου και των κλάδων του γράφου.

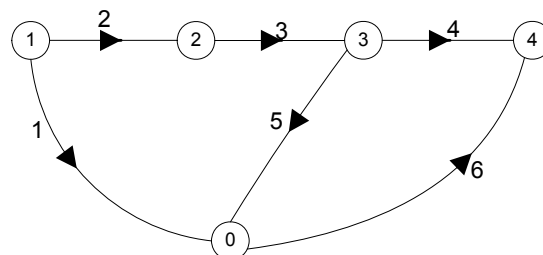
ΣΤΟΙΧΕΙΟ	ΣΥΜΒΟΛΟ	ΚΛΑΔΟΣ ΓΡΑΦΟΥ (Σύμβολο στοιχείου στην «γραφική» αναπαράσταση του δικτύου)
Ανεξάρτητη Πηγή Γενικευμένης Τάσης		
Ανεξάρτητη Πηγή Γενικευμένης Έντασης		
Αντίσταση		
Πυκνωτής		
Πηνίο		

Σχήμα 9. 4 : Αντιστοιχίες των μονόθυρων στοιχείων του δικτύου και των κλάδων του γράφου.

Σύμφωνα με τα παραπάνω το αναλυόμενο δίκτυο είναι όπως :



Σχήμα 9.5 : Αναπαράσταση δικτύου με την μορφή ισοδυνάμων αντιστάσεων
Οπότε ο γράφος του είναι :



Σχήμα 9.6 : Γράφος αναλυόμενου δικτύου

9.3.2 Ορισμός Μήτρας Πρόσπτωσης

Για ένα γράφο που έχει n κόμβους και b κλάδους η μήτρα πρόσπτωσης $A_\alpha = [a_{ij}]$ είναι μια $(n-1) \times b$ μήτρα της οποίας τα στοιχεία έχουν τις ακόλουθες τιμές.

- 1) $a_{ij} = 1$, εάν ο κλάδος j συνδέεται στον κόμβο i και ο προσανατολισμός του απομακρύνεται από αυτόν .
 - 2) $a_{ij} = -1$, εάν ο κλάδος j συνδέεται στον κόμβο i και ο προσανατολισμός του κατευθύνεται προς αυτόν .
 - 3) $a_{ij} = 0$, εάν ο κλάδος j δεν συνδέεται στον κόμβο i .
- όπου n είναι ο αριθμός των κόμβων και
 b είναι ο αριθμός των κλάδων του δικτύου.

Άρα για τον παραπάνω γράφο η μήτρα πρόσπτωσης είναι :

	Κλάδος	1	2	3	4	5	6	
	Κόμβος							
$A =$	1	1	1	0	0	0	0	\Rightarrow
	2	0	-1	1	0	0	0	
	3	0	0	-1	1	1	0	
	4	0	0	0	-1	0	-1	

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

Αυτή η μήτρα πρόσπτωσης είναι πολύ κρίσιμη γιατί με την χρήση της είναι δυνατή η γραφή των εξισώσεων του Kirchhoff με συστηματικό τρόπο ώστε να μπορεί να γίνει εύκολη η ανάλυση με την βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Όπως συμπεραίνεται με την χρήση της μήτρας πρόσπτωσης δεν χρειάζεται πλέον ο χρήστης του προγράμματος να δώσει περαιτέρω στοιχεία που να αφορούν τον τρόπο συνδέσεων των διαφόρων στοιχείων του ηλεκτρικού δικτύου. Απλά το μόνο που χρειάζεται να δώσει είναι τον κόμβο αρχής και πέρατος για κάθε κλάδο και στην συνέχεια το πρόγραμμα κατασκευάζει την μήτρα πρόσπτωσης στην οποία ουσιαστικά είναι «αποθηκευμένος» ο τρόπος σύνδεσης των διαφόρων στοιχείων του ηλεκτρικού δικτύου.

Αν συμβολιστεί με

$$i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

όπου i_i είναι το ρεύμα στον κλάδο i .

το διάνυσμα των γενικευμένων μεταβλητών έντασης των κλάδων, τότε ο νόμος ρευμάτων Kirchhoff με συστηματικό τρόπο μπορεί να γραφεί ως :

$$Ai = 0 \quad (9.4)$$

όπου A είναι η μήτρα πρόσπτωσης και

i είναι το διάνυσμα των ρευμάτων των κλάδων από την εξίσωση 9.2.

Πρέπει να αναφερθεί ότι η παραπάνω εξίσωση (9.4) αντιπροσωπεύει την γραφή των εξισώσεων που προκύπτουν από τον νόμο ρευμάτων Kirchhoff για κάθε κόμβο. Η χρήση πινάκων κάνει δυνατή την επίλυση αλλά και την περαιτέρω επεξεργασία με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή της παραπάνω εξίσωσης (9.4).

Το διάνυσμα πτώσεων τάσης για κάθε κλάδο είναι

$$V_b = \begin{bmatrix} V_{b1} \\ V_{b2} \\ V_{b3} \\ V_{b4} \\ V_{b5} \\ V_{b6} \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

όπου v_{bi} είναι η πτώση τάσης στον κλάδο i .
Ενώ το διάνυσμα των τάσεων των κόμβων είναι

$$V_n = \begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \\ V_{n4} \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

όπου v_{ni} είναι η τάση στον κόμβο i .
Με ανάλογο συμβολισμό το διάνυσμα των πτώσεων τάσεων των κλάδων σε συνάρτηση με το διάνυσμα των τάσεων των κόμβων είναι

$$V_b = A^T V_n \quad (9.7)$$

όπου V_b είναι το διάνυσμα των πτώσεων τάσης των κλάδων από την εξίσωση (9.5) και V_n είναι το διάνυσμα των τάσεων των κόμβων από την εξίσωση (9.6)

Η παραπάνω εξίσωση είναι η γραφή με συστηματικό τρόπο των εξισώσεων τάσης που ισχύουν για κάθε κλάδο, δηλαδή ότι η πτώση τάσης στον κλάδο είναι η διαφορά των τάσεων των κόμβων αρχής και πέρας του κλάδου. Έτσι προκύπτει ότι για τον κλάδο ij (που ξεκινά από τον κόμβο i και περατώνεται στον κόμβο j ισχύει :

$$V_{bij} = V_{ni} - V_{nj} \quad (9.8)$$

Στην μέθοδο του αραιού πίνακα όλες οι εξισώσεις που περιγράφουν ένα σύστημα συγκεντρώνονται σε μια μητρική εξίσωση που ικανοποιεί την αρχή της συμβιβαστότητας των τάσεων, την αρχή της συνέχειας ρευμάτων και τις περιγραφικές σχέσεις. Άγνωστοι είναι οι τάσεις και οι εντάσεις των κλάδων του γράφου καθώς και οι τάσεις των κόμβων του συγκεκριμένου γράφου.

Η περιγραφική σχέση του εκάστοτε στοιχείου είναι

$$Y_b V_b + Z_b I_b = W_b \quad (9.9)$$

όπου Y_b είναι η αγωγιμότητα του στοιχείου,
 Z_b είναι η σύνθετη αντίσταση του στοιχείου και
 W_b είναι η τιμή ενός χαρακτηριστικού του στοιχείου (όπως π.χ. η τιμή της τάσης για πηγή τάσης που έχει περιγραφική σχέση $V=E$).

ενώ οι αρχές της συνέχειας των ρευμάτων και συμβιβαστότητας των τάσεων γράφονται :

$$A I_b = 0$$

$$V_b = A^T V_n$$

όπως προκύπτει από τις εξισώσεις (9.4) και (9.7).

Όλα τα παραπάνω μπορούν να συνοψιστούν στην παρακάτω μητρική εξίσωση :


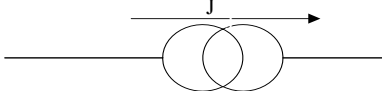
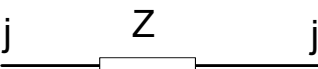
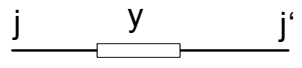
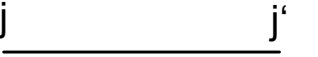
$$TX = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -A^T \\ Y_b & Z_b & 0 \\ 0 & A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_b \\ I_b \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ W_b \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow T^* X = W \quad (9.10)$$

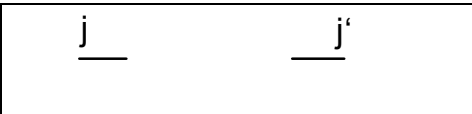
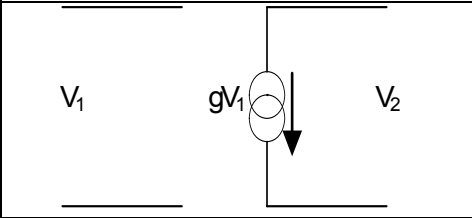
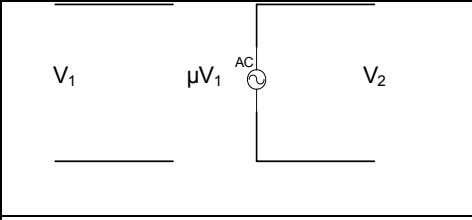
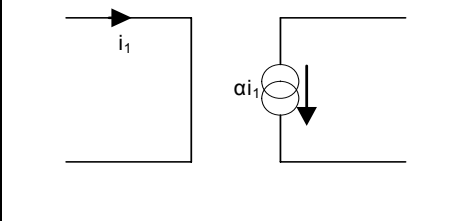
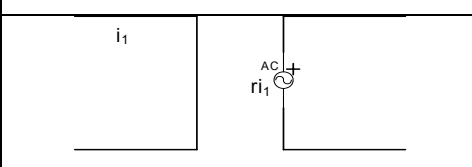
όπου

- I** είναι ο μοναδιαίος πίνακας (έχει μόνο μη-μηδενικά στοιχεία στην κύρια διαγώνιο που ισούνται με 1) με διαστάσεις $b \times b$,
- Y_b** είναι η μήτρα στοιχείων αγωγιμότητας του κάθε στοιχείου του δικτύου με διαστάσεις $b \times b$,
- Z_b** είναι η μήτρα στοιχείων αντίστασης του κάθε στοιχείου του δικτύου με διαστάσεις $b \times b$,
- A** είναι η μήτρα πρόσπτωσης του ηλεκτρικού δικτύου όπως έχει υπολογιστεί στην εξίσωση (9.2),
- V_b** είναι το διάνυσμα των πτώσεων τάσης των κλάδων από την εξίσωση (9.5) που είναι άγνωστο,
- V_n** είναι το διάνυσμα των τάσεων των κόμβων από την εξίσωση (9.6) που επίσης είναι άγνωστο,
- I_b** είναι το διάνυσμα των ρευμάτων των κλάδων από την εξίσωση (9.3) που είναι άγνωστο,
- W** είναι όπως στην εξίσωση (9.9)

Η επίλυση της παραπάνω εξίσωσης (9.10) εξασφαλίζει την γνώση των πτώσεων τάσεων των κλάδων, των ρευμάτων των κλάδων καθώς και των τάσεων των κόμβων. Η εξίσωση προσομοιώνεται στο πρόγραμμα με την συνάρτηση SPARSE_MATRIX_all η οποία δίνεται στο παράρτημα. Αυτή η συνάρτηση έχει ως ορίσματα όλα τα πρωτογενή δεδομένα που έχει εισαγάγει ο χρήστης (φύση στοιχείων των κλάδων, κόμβοι αρχής και πέρατος των κλάδων) και βρίσκει τις πτώσεις τάσεων κλάδων, ρεύματα κλάδων και τάσεις κόμβων. Επίσης σε αυτήν την συνάρτηση βρίσκονται όλοι οι πίνακες που απαιτούνται σύμφωνα με την εξίσωση (9.10), δηλαδή η μήτρα πρόσπτωσης, οι πίνακες Y_b και Z_b . Επιπλέον η συνάρτηση SPARSE_MATRIX_all απαιτεί τις περιγραφικές σχέσεις των διαφόρων στοιχείων οι οποίες δίνονται στον παρακάτω πίνακα (Σχήμα 9. 7).

Οι περιγραφικές σχέσεις που απαιτούνται για κάθε στοιχείο αντίθετα έχουν ως εξής :

ΣΤΟΙΧΕΙΟ	ΣΥΜΒΟΛΟ	ΚΛΑΔΟΣ ΓΡΑΦΟΥ
Ανεξάρτητη Πηγή Τάσης		$V = E$
Ανεξάρτητη Πηγή Έντασης		$I = J$
Σύνθετη Αντίσταση		$V - ZI = 0$
Σύνθετη Αγωγιμότητα		$YV - I = 0$
Βραχυκύκλωμα		$V = 0$

Ανοιχτοκύκλωμα		$I = 0$
Μετατροπέας Τάσης σε Ρεύμα		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Μετατροπέας Τάσης σε Τάση		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Μετατροπέας Ρεύματος σε Ρεύμα		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Μετατροπέας Ρεύματος σε Τάση		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

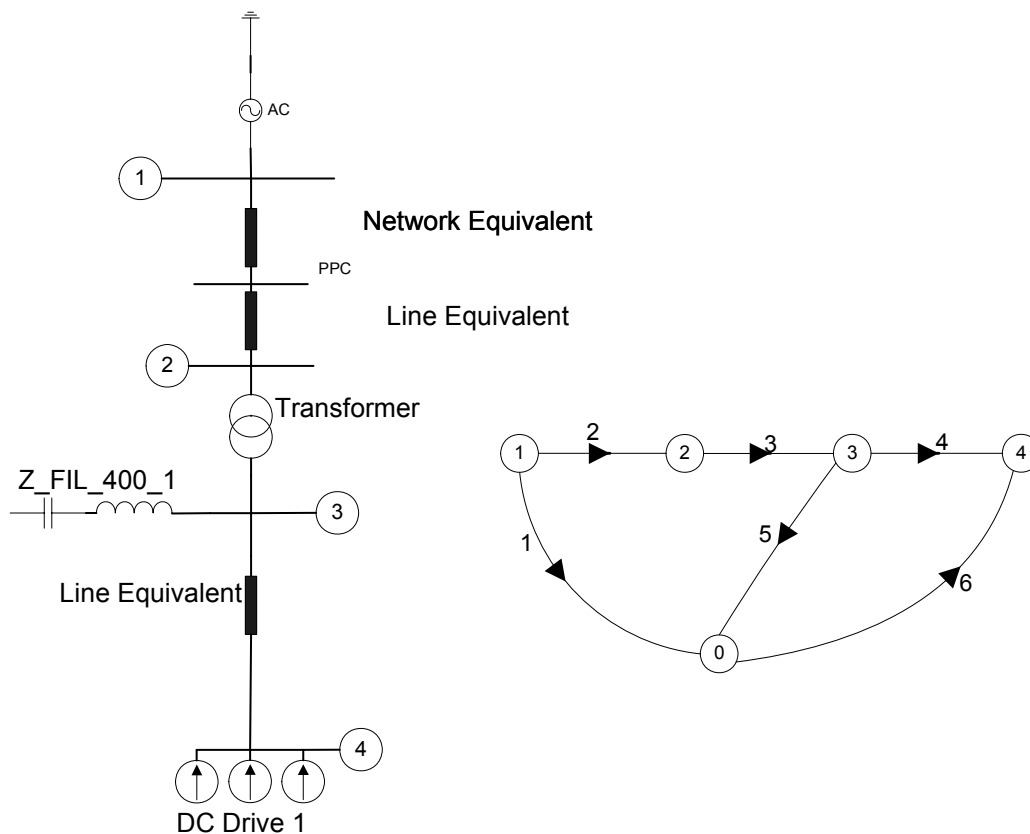
Σχήμα 9.7 : Περιγραφικές σχέσεις διαφόρων στοιχείων ενός ηλεκτρικού δικτύου

Οπότε σύμφωνα με τα παραπάνω μπορεί να προκύψει εύκολα ο «αραιός» πίνακας όπως ονομάζεται (πίνακας T εξίσωσης (9.10)) από τον οποίο μπορούμε να βρούμε τις τάσεις και τις εντάσεις των κλάδων και τις τάσεις των κόμβων.

Σύμφωνα με όσα αναφέρονται παραπάνω η εύρεση των απαραίτητων πινάκων είναι μια επίπονη αλλά συστηματική ταυτόχρονα διαδικασία η οποία εκμεταλλεύεται στο έπακρο τις δυνατότητες του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

9.4 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΔΙΚΤΥΟΥ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ

Ας δούμε όμως με ένα παράδειγμα το πως είναι δυνατόν όλα τα παραπάνω για την θεωρία αραιών πινάκων να είναι χρήσιμα. Πρώτα-πρώτα παρουσιάζεται το σχήμα του δικτύου που θα αναλυθεί μαζί με τον γράφο που το αναπαριστά :



Σχήμα 9.8 : Το Αναλυόμενο δίκτυο και ο γράφος του

Πρέπει να διευκρινιστεί ότι ο κόμβος 0 του παραπάνω δικτύου είναι η γη, οπότε η τάση θεωρείται μηδέν σε εκείνο τον κόμβο.

Τώρα θα δούμε τα βήματα που απαιτούνται ώστε να επιλυθεί το παραπάνω δίκτυο.

Βήμα 1:

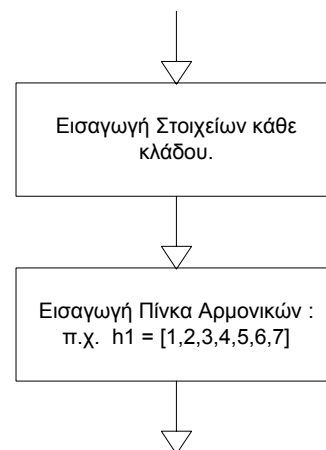
Πρώτα αριθμούνται οι κλάδοι που είναι πηγές τάσης, ύστερα οι κλάδοι που αντιπροσωπεύουν σύνθετες αντιστάσεις και τέλος οι κλάδοι που αντιπροσωπεύουν πηγές έντασης.

Βήμα 2:

Στην συνέχεια κατασκευάζεται ένας πίνακας ο οποίος έχει για κάθε κλάδο του γράφου την φύση του στοιχείου που αντιπροσωπεύει. Αν, δηλαδή ο κλάδος με αριθμό i είναι μια πηγή τάσης τότε στο αντίστοιχο στοιχείο $(1,i)$ του εν λόγω πίνακα βάζουμε E , αν το στοιχείο i αντιπροσωπεύει μια σύνθετη αντίσταση τότε στον πίνακα βάζουμε Z , ενώ τέλος αν αντιπροσωπεύει μια πηγή ρεύματος τότε βάζουμε J . Ο πίνακας για το παραπάνω δίκτυο είναι

$$\text{ELEMENT} = ['E', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z', 'J']$$

Επίσης σε αυτό το βήμα δίνονται σε μορφή πίνακα ο αριθμός των αρμονικών για τις οποίες θα γίνει η προσομοίωση: $h1 = [1,2,3,4,5,6,7]$



Βήμα 3:

Σε αυτό το βήμα δίνεται σε μορφή πινάκων η τοπολογία του δικτύου. Δηλαδή κατασκευάζονται δύο πίνακες που αφορούν τα στοιχεία του πίνακα **ELEMENT**. Ο πρώτος πίνακας είναι

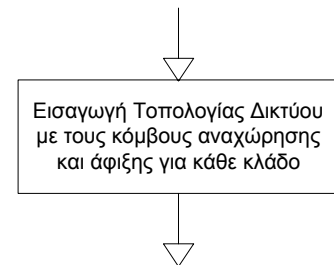
Node_1 = [1,1,2,3,3,0].

Σε αυτόν δίνονται οι κόμβοι από τους οποίους ξεκινούν τα εκάστοτε στοιχεία του πίνακα **ELEMENT**.

Ο δεύτερος πίνακας είναι

Node_2 = [0,2,3,4,0,4].

Σε αυτόν δίνονται οι κόμβοι στους οποίους καταλήγουν τα εκάστοτε στοιχεία του πίνακα **ELEMENT**.

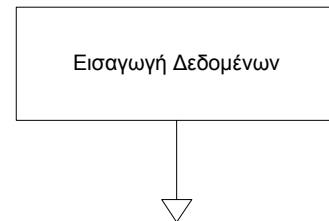


Βήμα 4:

Σε αυτό το βήμα γίνεται η εισαγωγή ορισμένων χρήσιμων μεταβλητών που αφορούν τον αριθμό των κλάδων και τον αριθμό των κόμβων που αντιπροσωπεύουν το παραπάνω δίκτυο που αναλύεται.

Graph_Branches = 6;

Graph_Nodes = 4;



Μέχρι αυτό το σημείο έχουν εισαχθεί όλα τα γενικά απαραίτητα στοιχεία που χρειάζονται ώστε να γίνει η εκτέλεση του προγράμματος για την θεμελιώδη συχνότητα.

Βήμα 5:

Σε αυτό το βήμα γίνεται η εύρεση των μεγεθών (πτώσεις τάσεων κλάδων, ρεύματα κλάδων και τάσεις κόμβων) τα οποία χρειάζονται για την θεμελιώδη συχνότητα. Σε αυτήν την περίπτωση όμως (θεμελιώδη συχνότητα) τα μη-γραμμικά φορτία συμβολίζονται ως σύνθετες αντιστάσεις, έτσι ο πίνακας με τα στοιχεία κάθε κλάδου είναι : **ELEMENT = ['E','Z','Z','Z','Z','Z'];**

Στην συνέχεια κατασκευάζεται ο πίνακας των στοιχείων των κλάδων για κάθε συχνότητα. Δηλαδή το στοιχείο (3,1) του πίνακα είναι το στοιχείο του κλάδου 3 στην θεμελιώδη συχνότητα (1*50Hz), ενώ το (3,3) είναι το στοιχείο του κλάδου 3 στην συχνότητα 3*50=150Hz (3^η αρμονική). Βέβαια θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι όταν λέγεται το στοιχείο στην ανάλογη συχνότητα είναι:

- Αν το στοιχείο είναι μια αντίσταση τότε με βάση όσα αναφέρονται στο κεφάλαιο 6 περί προσομοίωσης και μοντελοποίησης των διαφόρων στοιχείων ενός Ηλεκτρικού Δικτύου στις αρμονικές συνιστώσες βρίσκεται και η ανάλογη τιμή για την συχνότητα που ζητείται.
- Αν το στοιχείο είναι μια πηγή ρεύματος τότε το i-στοιχείο της γραμμής που αντιπροσωπεύει την πηγή ρεύματος είναι το ρεύμα που δίνει αυτή η πηγή στις διάφορες αρμονικές συνιστώσες.
- Ενώ αν το στοιχείο είναι μια πηγή τάσης τότε το i-στοιχείο της γραμμής που αντιπροσωπεύει την πηγή τάσης είναι η τάση που δίνει αυτή η πηγή στις διάφορες αρμονικές συνιστώσες.

Βήμα 6:

Εκτελείται η συνάρτηση SPARSE_MATRIX_all με την οποία βρίσκονται τα :

- 1) πτώσεις τάσης σε όλους τους κλάδους
- 2) ρεύματα σε όλους τους κλάδους
- 3) τάσεις σε όλους τους κόμβους του δικτύου.

Σε αυτή την συνάρτηση προσομοιώνεται η εξίσωση 9.10.

Βήμα 7:

Σε αυτό το βήμα ανανεώνονται τα ρεύματα που εγγεί το μη-γραμμικό φορτίο στο δίκτυο, με βάση τα ποσοστά που έχουν δοθεί σε πίνακα στον ορισμό του μη-γραμμικού. Αφού τα ρεύματα που εγγεί το μη-γραμμικό είναι ποσοστά της θεμελιώδους άρα τώρα που βρέθηκε με το προηγούμενο βήμα (βήμα 6) το ρεύμα που «τραβάει» το μη-γραμμικό φορτίο στην θεμελιώδη συχνότητα, βρίσκονται τα ρεύματα που εγγεί το μη-γραμμικό φορτίο στις διάφορες αρμονικές συχνότητες.

Βήμα 8:

Σε αυτό το βήμα ανανεώνεται ο πίνακας

ELEMENT = ['E','Z','Z','Z','Z','Z'] και γίνεται **ELEMENT** = ['E','Z','Z','Z','Z','J'];

ώστε το μη-γραμμικό φορτίο στις αρμονικές συχνότητες να αναπαρίσταται ως πηγή ρεύματος.

Βήμα 9:

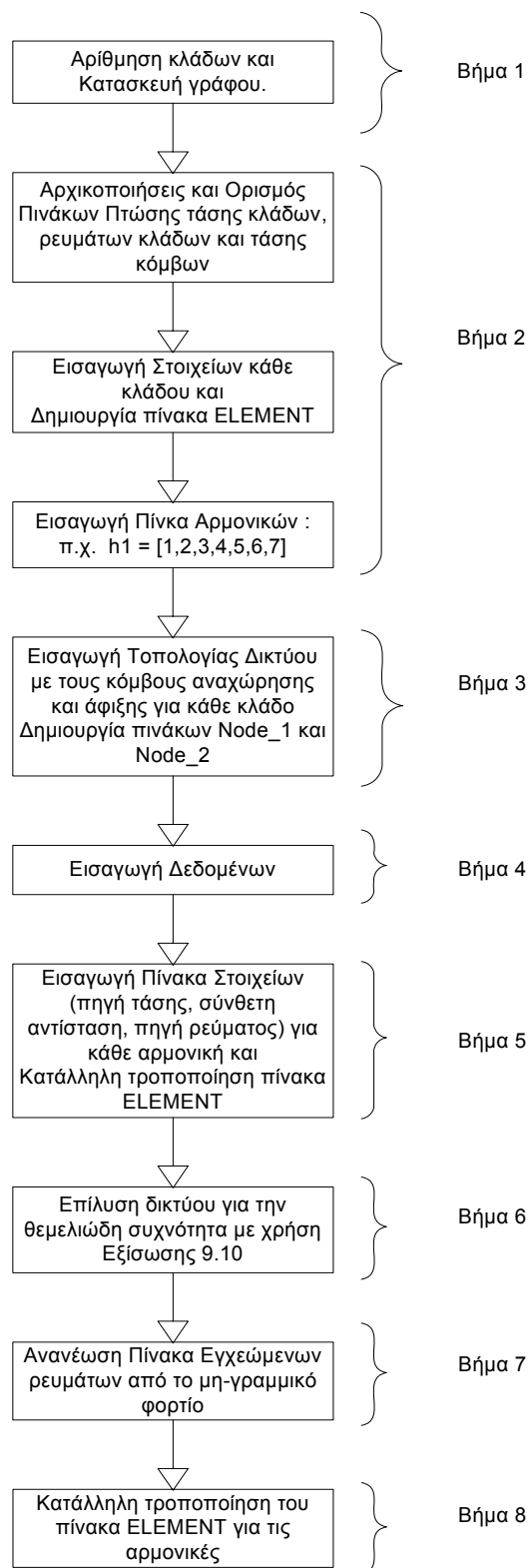
Σε αυτό το βήμα επαναλαμβάνονται τα βήματα 5 και 6 (με κατάλληλα αλλαγμένο τον πίνακα **ELEMENT** όπως αναφέρεται στο βήμα 8) για όλες τις αρμονικές συχνότητες (2,...) ώστε να αποκτήθούν για κάθε αρμονική οι πτώσεις τάσεων, τα ρεύματα κάθε κλάδου και κάθε αρμονικής συχνότητας καθώς και τις τάσεις για κάθε αρμονική σε κάθε κόμβο του δικτύου με εφαρμογή της εξίσωσης 9.10 για κάθε συχνότητα.

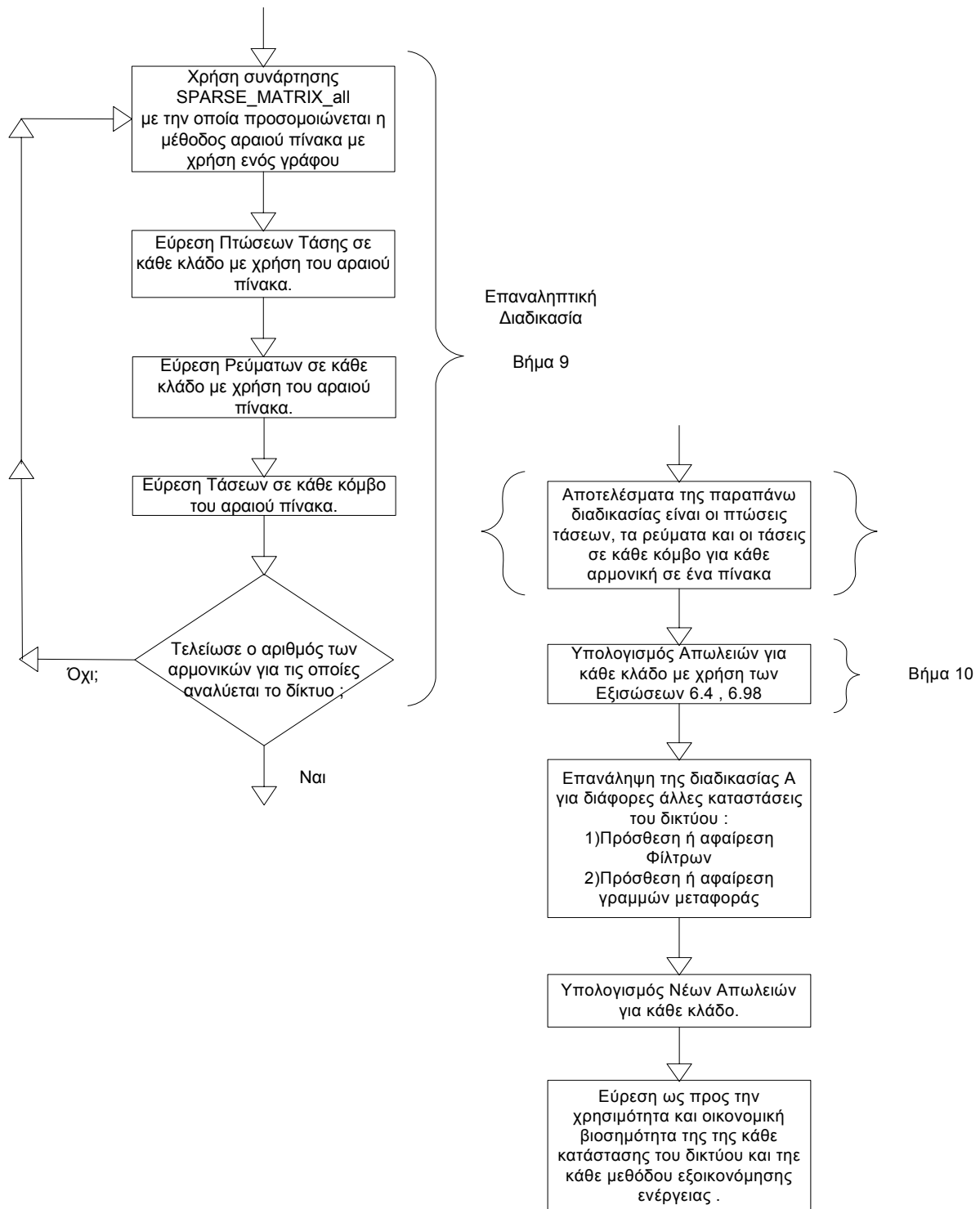
Βήμα 10:

Σε αυτό το βήμα γίνεται υπολογισμός των απωλειών για κάθε κλάδο με χρήση όσων αναφέρονται για τις προσομοιώσεις (ιδιαίτερα για την μεταβολή στην αντίσταση R σε σχέση με την συχνότητα για κάθε αρμονική) στο κεφάλαιο 6 (Εξισώσεις 6.4 , 6.98).

Γενικότερα θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι στην ουσία εφαρμόζεται η μέθοδος της υπέρθεσης για κάθε αρμονική συνιστώσα.

Το διάγραμμα ροής της παραπάνω διαδικασίας είναι :

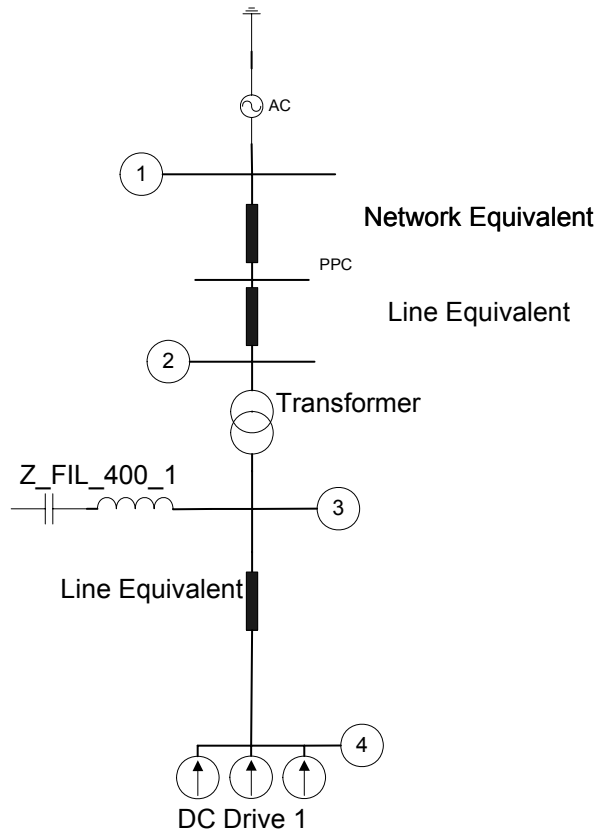




Σχήμα 9.9 : Διάγραμμα ροής διαδικασίας βημάτων 1 μέχρι και 10.

9.5 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.1

Σε αυτό το παράδειγμα θα μελετηθεί το παρακάτω δίκτυο :

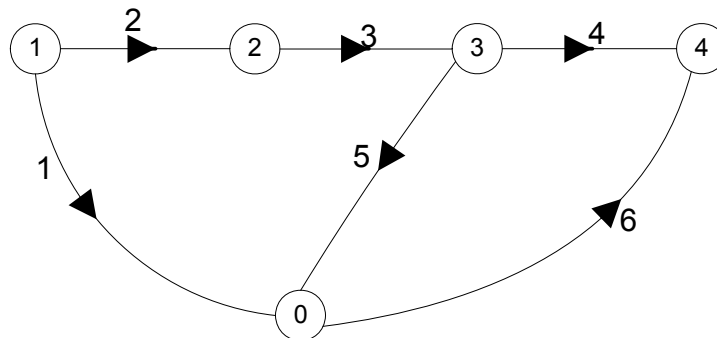


Σχήμα 9.10 : Αναλυόμενο Δίκτυο

Για την μελέτη του παραπάνω δικτύου θα εφαρμοσθεί η παραπάνω διαδικασία βημάτων. Ακόμα θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο επιβαλλόμενος πυκνωτής 5.67%, δηλαδή το επαγωγικό κομμάτι είναι το 5.67% του χωρητικού.

Βήμα 1:

Ο γράφος του παραπάνω δικτύου με την αρίθμηση των κλάδων είναι :



Σχήμα 9.11 : Γράφος του δικτύου του Σχήμα 9.10

Όπως φαίνεται και από τον παραπάνω γράφο (Σχήμα 9.11), πρώτα έχουν αριθμηθεί οι κλάδοι του δικτύου που αναπαριστούν πηγή τάσης (1) , μετά οι κλάδοι που

αναπαριστούν σύνθετες αντιστάσεις (2-5) και τέλος οι κλάδοι που αναπαριστούν πηγές έντασης (6).

Βήμα 2:

Σε αυτό το βήμα κατασκευάζεται ένας πίνακας στον οποίο καταγράφεται ο κάθε κλάδος του δικτύου τι αντιπροσωπεύει. Έτσι για τον κλάδο 1 που αντιπροσωπεύει πηγή τάσης στο αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα μπαίνει ένα E. Για τους κλάδους 2,3,4,5 που είναι σύνθετες αντιστάσεις (είτε προσομοιώνουν γραμμές μεταφοράς, είτε προσομοιώνουν μετασχηματιστές είτε τράπεζες πυκνωτών) μπαίνει στο αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα μπαίνει ένα Z. Για τον κλάδο 6 που είναι μη-γραμμικό φορτίο που προσομοιώνεται ως πηγή τάσης στο αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα μπαίνει ένα J. Έτσι ο πίνακας είναι :

$$\text{ELEMENT} = ['E', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z', 'J'];$$

Ακόμα σε αυτό το βήμα δίνεται στο πρόγραμμα και ο αριθμός των αρμονικών για τις οποίες επιδιώκεται ανάλυση σε μορφή πίνακα :

$$h = [1,2,3,4,5,6,7];$$

Όπου h είναι η τάξη της αρμονικής

Βήμα 3:

Σε αυτό το βήμα δίνεται με χρήση δύο πινάκων η τοπολογία του δικτύου. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής. Στον πρώτο πίνακα δίνονται οι κόμβοι του δικτύου από τους οποίους ξεκινά το κάθε στοιχείο του πίνακα του βήματος 1. Έτσι αυτός ο πίνακας είναι όπως :

$$\text{Node}_1 = [1,1,2,3,3,0];$$

Στον δεύτερο πίνακα δίνονται οι κόμβοι του δικτύου στους οποίους καταλήγει το κάθε στοιχείο του πίνακα του βήματος 1. Έτσι ο πίνακας είναι όπως :

$$\text{Node}_2 = [0,2,3,4,0,4];$$

Βήμα 4:

Σε αυτό το βήμα εισάγονται στοιχεία για τον αριθμό των κλάδων και των κόμβων. Έτσι :

$$\text{Graph_Branches} = 6;$$

$$\text{Graph_Nodes} = 4;$$

Βήμα 5:

Σε αυτό το βήμα γίνεται η ανάλυση του κυκλώματος στην θεμελιώδη συχνότητα . Σε αυτήν την περίπτωση τα μη-γραμμικά φορτία θεωρούνται ως κανονικά φορτία R-L (για την θεμελιώδη συχνότητα και μόνο). Έτσι ο πίνακας ELEMENT γίνεται:

$$\text{ELEMENT_temp} = ['E', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z', 'Z'];$$

Ακόμα σε αυτό το βήμα κατασκευάζεται ο πίνακας των στοιχείων κάθε κλάδου για κάθε αρμονική συχνότητα. Ο πίνακας αυτός έχει την σύνθετη αντίσταση, τάση (για πηγές τάσης) ή ρεύμα (για πηγές ρεύματος) κάθε στοιχείου για κάθε αρμονική. Για το παραπάνω δίκτυο είναι όπως :

ELEMENT_value =
Columns 1 through 4

1.0000	0	0	0
0.0005 + 0.0050i	0.0005 + 0.0100i	0.0005 + 0.0149i	0.0005 + 0.0199i
0.0074 + 0.0368i	0.0074 + 0.0735i	0.0074 + 0.1103i	0.0074 + 0.1471i
0.0084 + 0.0066i	0.0084 + 0.0131i	0.0084 + 0.0197i	0.0084 + 0.0262i
0.0049 - 1.6854i	0.0049 - 0.6435i	0.0049 - 0.2076i	0.0049 + 0.0767i
0.2280 + 1.1402i	0.2280 + 2.2804i	0.2280 + 3.4206i	0.2280 + 4.5608i

Columns 5 through 7

0	0	0
0.0005 + 0.0249i	0.0005 + 0.0299i	0.0005 + 0.0348i
0.0074 + 0.1839i	0.0074 + 0.2206i	0.0074 + 0.2574i
0.0084 + 0.0328i	0.0084 + 0.0394i	0.0084 + 0.0459i
0.0049 + 0.3004i	0.0049 + 0.4938i	0.0049 + 0.6699i
0.2280 + 5.7011i	0.2280 + 6.8413i	0.2280 + 7.9815i

Άρα όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα η πρώτη σειρά αφορά τον 1^ο κλάδο και δίνει την τάση που παράγει η πηγή τάσης σε κάθε αρμονική συνιστώσα, που είναι οι στήλες. Δηλαδή το στοιχείο (1,5) είναι η τάση που δίνει η πηγή τάσης στην 5^η αρμονική. Για τις γραμμές 2-5, οι κλάδοι αυτών των γραμμών αντιπροσωπεύουν σύνθετες αντιστάσεις. Οι στήλες των γραμμών αυτών δίνουν την σύνθετη αντίσταση στην αρμονική συνιστώσα που καθορίζεται από την στήλη. Δηλαδή το στοιχείο (3,5) είναι η σύνθετη αντίσταση του κλάδου 3 στην 5^η αρμονική συνιστώσα.

Πρέπει να τονιστεί ότι για τον κλάδο 6 υπάρχει σύνθετη αντίσταση και όχι πηγή ρεύματος (όπως αναμένεται για ένα μη-γραμμικό φορτίο) αφού στην θεμελιώδη συχνότητα ένα μη-γραμμικό φορτίο προσομοιώνεται με R-L ενώ αντίθετα στις αρμονικές συνιστώσες συχνότητας προσομοιώνεται ως πηγή ρεύματος.

Βήμα 6:

Σε αυτό το βήμα εκτελείται η συνάρτηση που επιλύει το δίκτυο για την θεμελιώδη συχνότητα, δηλαδή βρίσκονται οι πτώσεις τάσεων και τα ρεύματα όλων των κλάδων καθώς και οι τάσεις όλων των κόμβων.

Βήμα 7:

Σε αυτό το βήμα γίνεται ανανέωση των ρευμάτων που εγχέονται από το μη-γραμμικό φορτίο προς το δίκτυο. Αφού τα ρεύματα που εγχέει το μη-γραμμικό είναι ποσοστά της θεμελιώδους, τώρα που αυτό το ρεύμα θεμελιώδους συχνότητας που «τραβάει» το μη-γραμμικό φορτίο βρέθηκε με το προηγούμενο βήμα (βήμα 6), βρίσκονται τα ρεύματα που εγχέει το μη-γραμμικό φορτίο στις διάφορες αρμονικές συχνότητες.

Βήμα 8:

Σε αυτό το βήμα ανανεώνεται ο πίνακας

ELEMENT = ['E','Z','Z','Z','Z','Z']; και γίνεται **ELEMENT** = ['E','Z','Z','Z','Z','J'];

Επίσης ανανεώνεται και ο πίνακας **ELEMENT_value** αφού στις αρμονικές συνιστώσες το μη-γραμμικό φορτίο προσομοιώνεται ως πηγή ρεύματος. Ο πίνακας **ELEMENT_value** είναι όπως στο βήμα 5 με την διαφορά ότι η τελευταία γραμμή στις αρμονικές συνιστώσες δεν αντιπροσωπεύει ένα R-L φορτίο αλλά μια πηγή ρεύματος και το στοιχείο (6,5) είναι το ρεύμα που εγχέει το μη-γραμμικό φορτίο στο όλο σύστημα στην 5^η αρμονική.

Βήμα 9:

Σε αυτό το βήμα επαναλαμβάνονται τα βήματα 5 και 6 (με κατάλληλα αλλαγμένο τον πίνακα **ELEMENT** όπως αναφέρεται στο βήμα 8) για όλες τις αρμονικές συχνότητες (2,...,7) ώστε να αποκτήθούν για κάθε αρμονική οι πτώσεις τάσεων κάθε κλάδου, τα ρεύματα κάθε κλάδου και κάθε αρμονικής συχνότητας καθώς και οι τάσεις για κάθε αρμονική σε κάθε κόμβο του δικτύου με εφαρμογή της εξίσωσης 9.10 για κάθε συχνότητα

Βήμα 10:

Σε αυτό το βήμα γίνεται υπολογισμός των απωλειών για κάθε κλάδο με χρήση όσων αναφέρονται για τις προσομοιώσεις (ιδιαίτερα για την μεταβολή στην αντίσταση R σε σχέση με την συχνότητα για κάθε αρμονική στις γραμμές μεταφοράς και στον μετασχηματιστή) στο κεφάλαιο 6 (Εξισώσεις 6.4 , 6.99). Έτσι οι απώλειες του αναλυόμενου δικτύου για κάθε αρμονική συνιστώσα είναι :

$$1000 * (6.7571 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1.0096 \quad 0 \quad 0.0156) \text{ [W]}$$

Και αθροίζοντας προκύπτει 7782W.

Για να εξεταστεί το όφελος που προκύπτει από την εγκατάσταση του πυκνωτή στα άκρα του μη-γραμμικού φορτίου θα πρέπει να εκτελεστούν όλα τα παραπάνω βήματα χωρίς τον πυκνωτή. Αυτό είναι εύκολο χωρίς να χρειαστεί να αλλάξει τίποτα στα δεδομένα απλά αλλάζεται ο πίνακας **ELEMENT = ['E','Z','Z','Z','Z','Z'];** και γίνεται **ELEMENT = ['E','Z','Z','Z','O','Z'];** . Το 'O' στην θέση του πυκνωτή σημαίνει ανοιχτοκύκλωμα (open-circuit) δηλαδή ότι ο πυκνωτής έχει αποσυνδεθεί από το δίκτυο. Στην συνέχεια επαναλαμβάνονται όλα τα βήματα από το βήμα 5 και μετά. Έτσι προκύπτουν οι νέες απώλειες για κάθε αρμονική συνιστώσα και συνολικά που είναι:

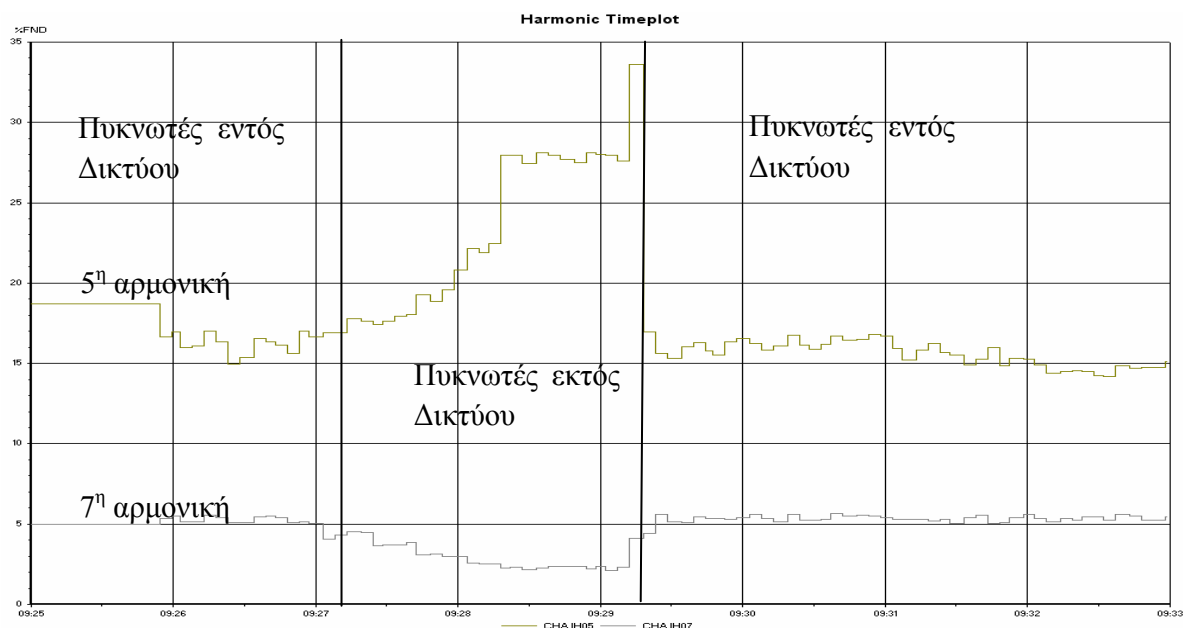
$$1.0e+004 * (1.1064 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.2837 \quad 0 \quad 0.0032) \text{ [W]}$$

Αθροίζοντας προκύπτει : 13933 W.

Όπως φαίνεται και από το δίκτυο του Σχήματος 9. 10, ο πυκνωτής που έχει τοποθετηθεί είναι 5,67%, δηλαδή ισχύει $X_L = 0.0567 * X_C$ για κάθε συχνότητα. Κάτι που σημαίνει ότι η

συχνότητα συντονισμού είναι $h_n = \sqrt{\frac{1}{0.0567}} = 4.2$, αφού ισχύει : $X_L = \frac{X_C}{h_n^2}$. Σε αυτή την

περίπτωση οι αρμονικές με την επιβολή του πυκνωτή μειώνονται (μείωση THD) σε σχέση με την ποσότητα αρμονικών (THD) χωρίς τον πυκνωτή. Αυτό πιστοποιείται και από τις πραγματικές μετρήσεις που ελήφθησαν στο πραγματικό Δίκτυο αλλά και από το πρόγραμμα προσομοίωσης (επιβεβαιώνεται μόνο η ποιοτική περιγραφή του φαινομένου) κάτι που αποδεικνύει επιπλέον την ακρίβεια του προγράμματος προσομοίωσης.



Σχήμα 9. 12 : Πραγματικές μετρήσεις 5ης και 7ης αρμονικής του δικτύου του Σχήματος 9. 10

Αποτελέσματα από τις πραγματικές μετρήσεις :

Αρμονικές	Πυκνωτές εντός Δικτύου		Πυκνωτές εκτός Δικτύου	
	5 th	7 th	5 th	7 th
Δίκτυο (% της θεμελιώδους)	16,3%	5,3%	27,8%	2,6%
Τάση στον κόμβο 3	0.98 α.μ.		0.95 α.μ.	

Αποτελέσματα από το πρόγραμμα προσομοίωσης :

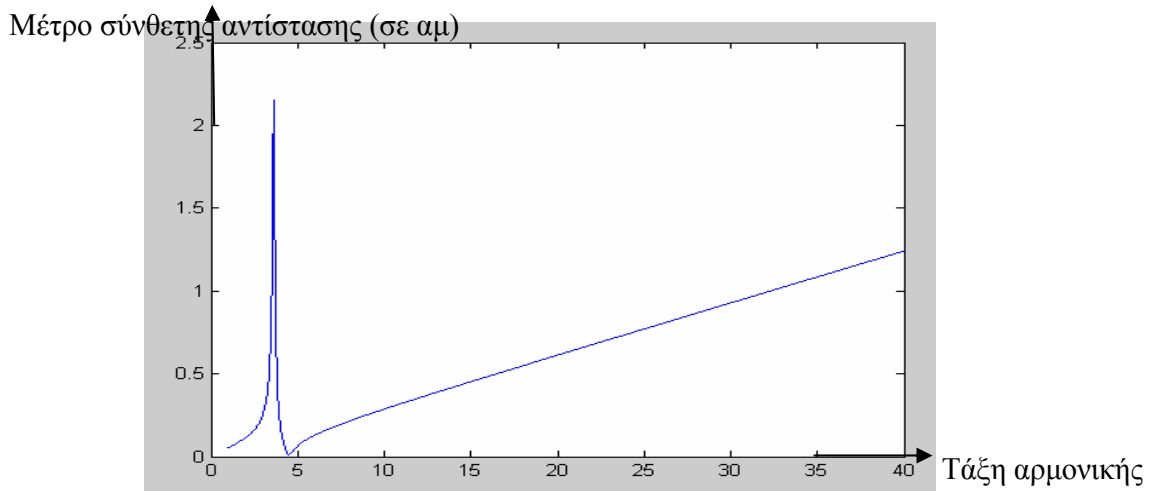
Αρμονικές	Πυκνωτές εντός Δικτύου		Πυκνωτές εκτός Δικτύου	
	5 th	7 th	5 th	7 th
Δίκτυο (% της θεμελιώδους)	22%	3,7%	25%	2,7%

Όπως παρατηρείται η τοποθέτηση πυκνωτών στο παραπάνω δίκτυο για την βελτίωση του Συντελεστή Ισχύος (ΣΙ) βελτιώνει-μειώνει την ποσότητα των αρμονικών (δείκτης THD) στο δίκτυο επειδή μέρος των αρμονικών που παράγονται από το μη-γραμμικό φορτίο απορροφούνται από τον πυκνωτή ο οποίος είναι σε σειρά με το πηνίο που γίνεται συντονισμένο φίλτρο για συγκεκριμένης τάξης αρμονικής αρμονικές συνιστώσες του ρεύματος.

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί και από τα παραπάνω διαγράμματα όταν ο πυκνωτής αποσυνδέεται από το δίκτυο, τότε η 5^η αρμονική αυξάνει δραματικά ενώ η 7^η μειώνεται. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως έχει εξηγηθεί ο πυκνωτής μαζί με το πηνίο σε σειρά δημιουργούν ένα συντονιζόμενο φίλτρο κοντά στην 5^η αρμονική (έτσι έχει σχεδιαστεί), το οποίο απορροφά μεγάλο μέρος της 5^{ης} αρμονικής. Έτσι όταν αυτό το φίλτρο «βγαίνει εκτός» τότε αυτό το μέρος της 5^{ης} αρμονικής που απορροφούσε το φίλτρο αναγκάζεται να ρεύσει προς την γραμμή. Έτσι φαίνεται ότι αυξάνει η 5^η αρμονική όταν ο πυκνωτής αποσυνδέεται από το δίκτυο. Αντίθετα η 7^η αρμονική σε φυσικές μονάδες παραμένει περίπου σταθερή, ενώ ως ποσοστό φαίνεται ότι υπάρχει μείωση. Αυτό συμβαίνει επειδή με την σύνδεση του πυκνωτή στο δίκτυο η 7^η αρμονική μειώνεται με

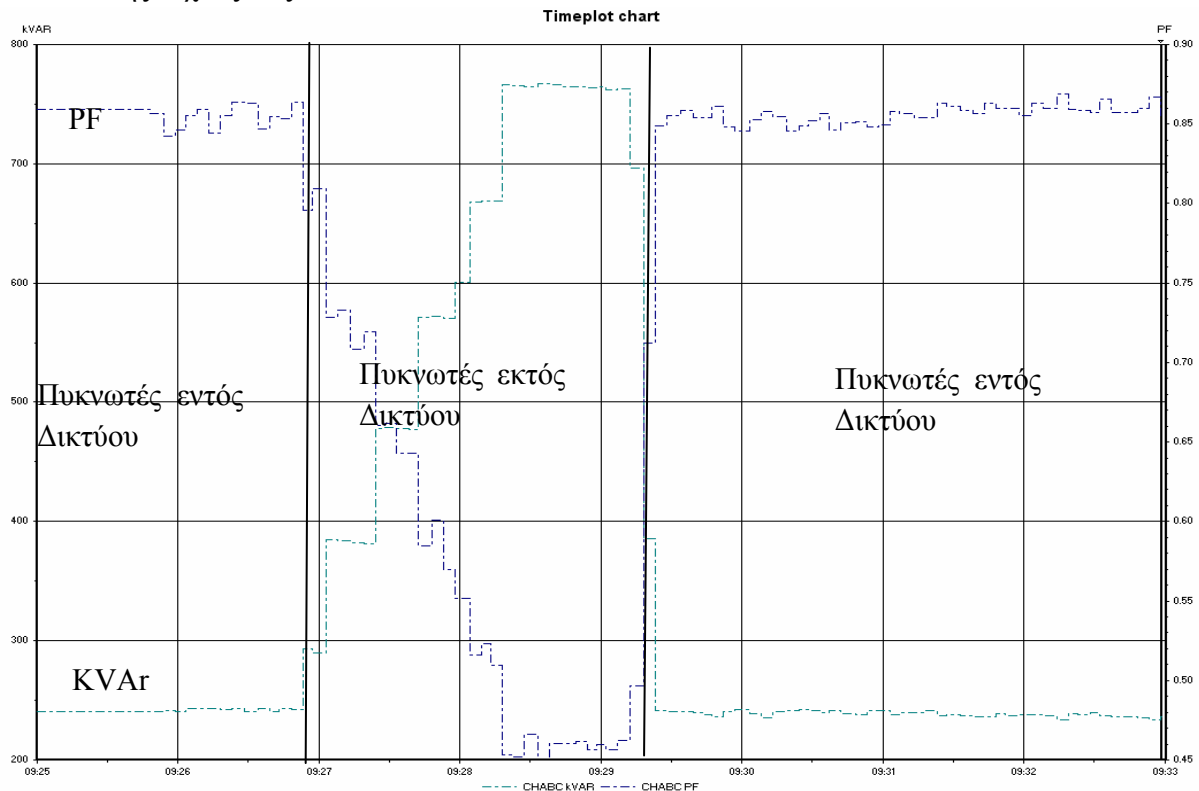
μικρότερο ρυθμό από ότι η θεμελιώδης και έτσι φαίνεται ότι το ποσοστό της 7^{ης} αρμονικής μειώνεται .

Το επόμενο διάγραμμα δείχνει την σύνθετη αντίσταση όπως φαίνεται από τον κόμβο του μη-γραμμικού φορτίου όταν οι πυκνωτές αποσυνδέονται από το δίκτυο :



Σχήμα 9. 13 : Μέτρο σύνθετης αντίστασης του δικτύου του Σχήμα 9. 10 όπως προκύπτει από τον κόμβο 4 (κόμβος μη-γραμμικού φορτίου).

Το επόμενο διάγραμμα επιβεβαιώνει ότι καθώς οι πυκνωτές συνδέονται στο δίκτυο, ο Συντελεστής Ισχύος αυξάνει.

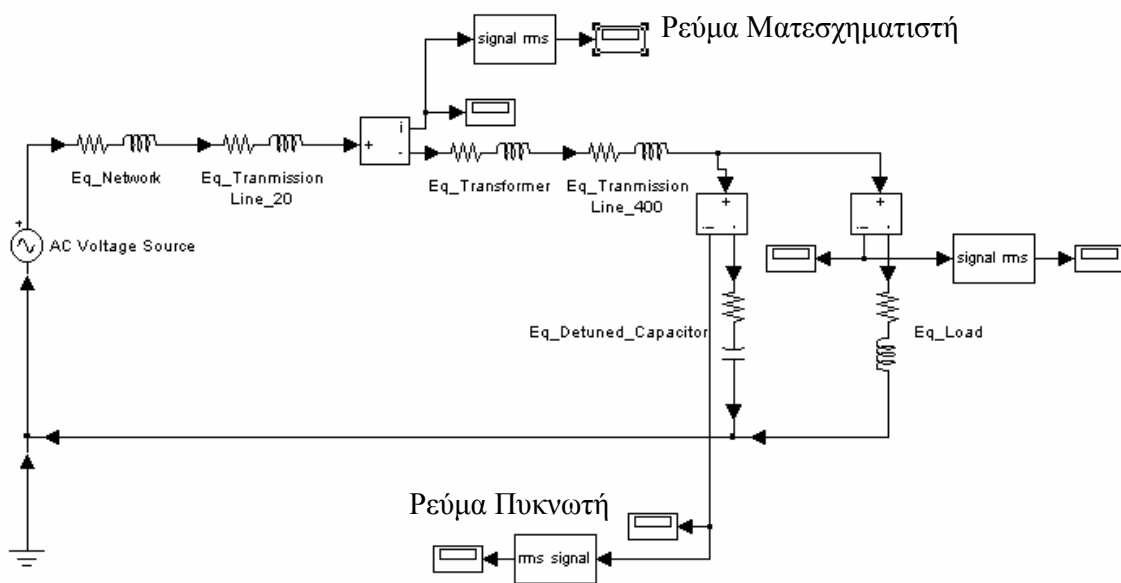


Σχήμα 9. 14: Πραγματική μέτρηση της μεταβολής του συντελεστή ισχύος και των KVAR που απορροφά το δίκτυο από το κεντρικό δίκτυο της εταιρίας ηλεκτρισμού.

9.5.1 Εξήγηση μεγάλης διαφοράς θεωρητικών και πειραματικών δεδομένων και επαλήθευση των θεωρητικών αποτελεσμάτων.

Τα πειραματικά δεδομένα είναι αρκετά διαφορετικά σε σχέση με τα θεωρητικά. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν υπάρχουν σαφή στοιχεία για το δίκτυο. Έτσι η μόνη αξία που έχουν οι γραφικές παραστάσεις (9.12) και (9.14) είναι ως προς την ποιοτική ανάλυση του δικτύου, δηλαδή ότι καθώς συνδέονται πυκνωτές στο δίκτυο το ποσοστό της 5^{ης} που ρέει στον μετασχηματιστή όπου έχει γίνει η μέτρηση αυξάνει ενώ το ποσοστό της 7^{ης} αρμονικής μειώνεται.

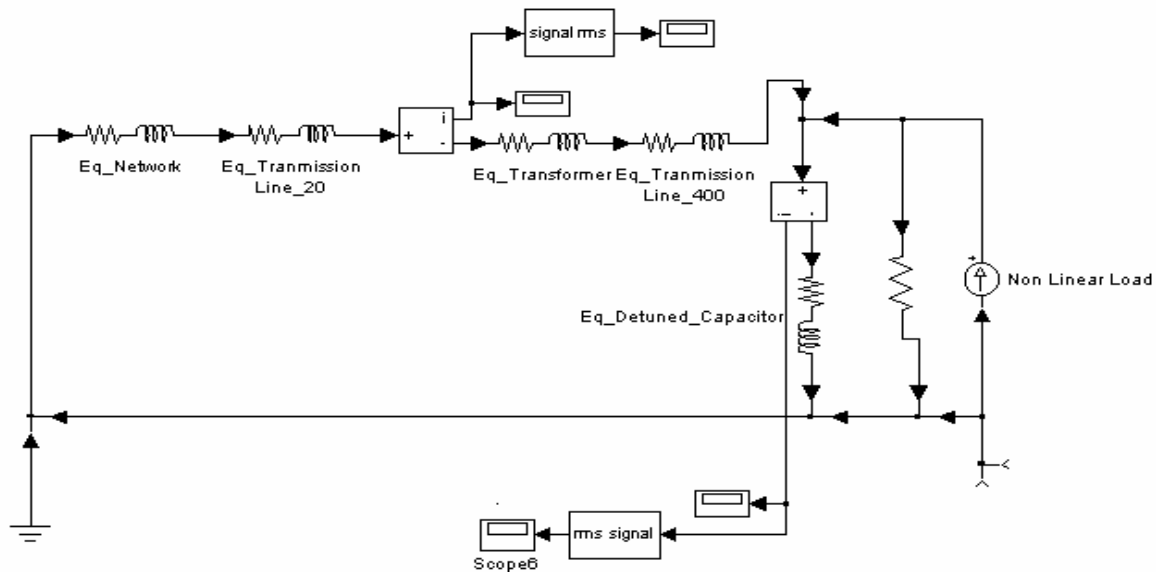
Σε αυτό το σημείο και εξαιτίας της μεγάλης διαφοράς των θεωρητικών και των πειραματικών δεδομένων θα γίνει η επαλήθευση των αποτελεσμάτων του προγράμματος ύστερα από υπολογισμούς στο πρόγραμμα MatLab/Simulink. Το δίκτυο του Σχήματος 9. 10 στην θεμελιώδη συχνότητα είναι :



Σχήμα 9. 15 : Ανάλυση του Σχήματος 9. 10 στην θεμελιώδη συχνότητα

Το ρεύμα στο μετασχηματιστή όπως προκύπτει από το Σχήμα 9. 15 είναι 0,37αμ (rms τιμή) ενώ το ρεύμα στον πυκνωτή είναι 0,54αμ (rms τιμή). Από την ανάλυση με την χρήση του προγράμματος το ρεύμα στον μετασχηματιστή προκύπτει ότι είναι 0,37αμ και το ρεύμα στον πυκνωτή 0,54 αμ.. Άρα όπως παρατηρείται οι τιμές που δίνει το πρόγραμμα και οι τιμές που δίνει η ανάλυση με το χέρι είναι σχεδόν ταυτόσημες και οι όποιες διαφορές οφείλονται σε στρογγυλοποιήσεις.

Αντίστοιχα είναι τα αποτελέσματα και για την 5^η αρμονική. Το δίκτυο σε αυτή την περίπτωση είναι:



Σχήμα 9. 16 : Αναλυόμενο δίκτυο Σχήμα 9. 10 για την 5η αρμονική

Το ρεύμα του μετασχηματιστή από την ανάλυση με το χέρι (Σχήμα 9.16) είναι 0,07αμ ενώ το ρεύμα στον πυκνωτή είναι 0,135αμ. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την ανάλυση του προγράμματος είναι 0,08αμ και 0,13αμ. Άρα όπως προκύπτει και στην 5^η αρμονική τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση του προγράμματος και από την ανάλυση στο χέρι ταυτίζονται.

Αντίστοιχα είναι τα αποτελέσματα και για την 7^η αρμονική. Το δίκτυο σε αυτή την περίπτωση είναι όπως και στο Σχήμα 9. 16. Αλλάζουν μόνο οι τιμές των στοιχείων. Το ρεύμα του μετασχηματιστή από την ανάλυση με το χέρι είναι 0,012αμ ενώ το ρεύμα στον πυκνωτή είναι 0,01αμ. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την ανάλυση του προγράμματος είναι 0,013αμ και 0,009αμ. Άρα όπως προκύπτει και στην 7^η αρμονική τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση του προγράμματος και από την ανάλυση στο χέρι ταυτίζονται.

Άρα όπως την παραπάνω διαδικασία επαλήθευσης προκύπτει ότι τα αποτελέσματα του προγράμματος και το ίδιο το πρόγραμμα είναι σωστά.

9.5.2 Οικονομική Μελέτη της εγκατάστασης πυκνωτών

Υποτίθεται ότι το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας(kW-h) είναι 0,056€. και το κάθε KVAγ ενός πυκνωτή κοστίζει 12€. Με αυτές τις υποθέσεις η ισχύς που μπορεί να εξοικονομηθεί με την εγκατάσταση των πυκνωτών είναι 6151W (όταν οι πυκνωτές είναι εγκαταστημένοι στο δίκτυο) όπως έχει προκύψει από το βήμα 10 του παραπάνω παραδείγματος αφού οι απώλειες χωρίς τους πυκνωτές είναι 13933W και με τους πυκνωτές είναι 7782W (13933-7782=6151W) . Σε ετήσια βάση το παραπάνω γίνεται 43057 kWh, το οποίο είναι 2411€ με δεδομένο ότι η λειτουργία των πυκνωτών είναι περίπου 7000h ετησίως. Αλλά αν θεωρηθεί ότι ο ρυθμός αύξησης των τιμολογίων είναι $i=5\%$ και ότι η διάρκεια ζωής των πυκνωτών είναι $N=10$ χρόνια τότε με βάση τον τύπο

$$\text{ΟΛΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΟΦΕΛΟΥΣ} = (\text{ΕΤΗΣΙΑ ΑΞΙΑ ΟΦΕΛΟΥΣ}) * \frac{[(1+i)^N - 1]}{i(1+i)^N}$$

όπου i είναι ο ρυθμός αύξησης των τιμολογίων και
 N είναι τα εκτιμώμενα χρόνια ζωής του πυκνωτή.

προκύπτει κέρδος 18620€.

Ο πυκνωτής που εγκαθίσταται στο δίκτυο είναι 550KVAr που ισοδυναμεί με 6600€. Άρα όπως προκύπτει η εγκατάσταση των πυκνωτών είναι ιδιαίτερα συμφέρουσα.

Ακόμα θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι η εγκατάσταση του πυκνωτή μπορεί να εκληφθεί και ως πολύ συμφέρουσα επένδυση. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι αν επενδυθούν 6600€, για να προκύψουν 18610€ σε 10 χρόνια θα πρέπει το επιτόκιο να είναι 11% περίπου. Έτσι η εγκατάσταση του πυκνωτή μπορεί να εκληφθεί ως μια επένδυση με 11% επιτόκιο. Όπως πολύ εύκολα φαίνεται αυτό πολύ συμφέρον συγκρινόμενο με το επιτόκιο αυτή την στιγμή στην αγορά που είναι μόλις και μετά βίας 1,5% για ποσό 6600€.. Αυτά προέκυψαν από τον τύπο (Παρούσα Κατάθεση) * $(1+i)^{10} = 18620$ € από όπου προκύπτει ότι $i \approx 11\%$.

9.6 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΕΝΑ ΓΡΑΦΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

Η μεγάλη χρησιμότητα της παραπάνω μεθόδου (συστηματική γραφή των εξισώσεων δικτύου και εύρεση απωλειών) έγκειται στο γεγονός ότι είναι γραμμένη σε γλώσσα προγραμματισμού (αρκετά χαμηλού επιπέδου, το MatLab είναι βασισμένο στην γλώσσα προγραμματισμού C) οπότε μπορεί να γίνει χρήση πολύ δυνατών στοιχείων προγραμματισμού, τα οποία δεν είναι δυνατόν να υπάρξουν σε γραφικά περιβάλλοντα..

Επιπλέον πρέπει να αναφερθεί ότι η χρήση m-file για την ανάλυση του δικτύου και όχι η χρήση άλλων μεθόδων πιο φιλικών προς τον χρήστη, όπως είναι το Simulink είχε ακριβώς σκοπό να αναδείξει τις πολύ μεγάλες δυνατότητες που υπάρχουν όταν η ανάλυση γίνεται μέσω προγραμματισμού.

Το MatLab ως κατεξοχήν πρόγραμμα προγραμματισμού και επίλυσης προβλημάτων διαθέτει πληθώρα συναρτήσεων και εντολών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τον χρήστη. Από αυτές τις συναρτήσεις πολύ λίγες υπάρχουν στο Simulink ή σε άλλο γραφικό περιβάλλον ανάλυσης δικτύων.

10

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

10.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΠΥΚΝΩΤΩΝ.....	200
10.2	ΩΦΕΛΕΙΕΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΕΙΩΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΓΟΥ ΙΣΧΥΟΣ.....	202
10.2.1	<i>Έλεγχος τάσης.....</i>	202
10.2.2	<i>Αυξημένη ικανότητα μεταφοράς ισχύος.....</i>	203
10.2.3	<i>Μειωμένες Απώλειες του συστήματος ισχύος.....</i>	204
10.2.4	<i>Μειωμένο τιμολογιακό κόστος.....</i>	204
10.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΝΟΜΗΣ.....	205

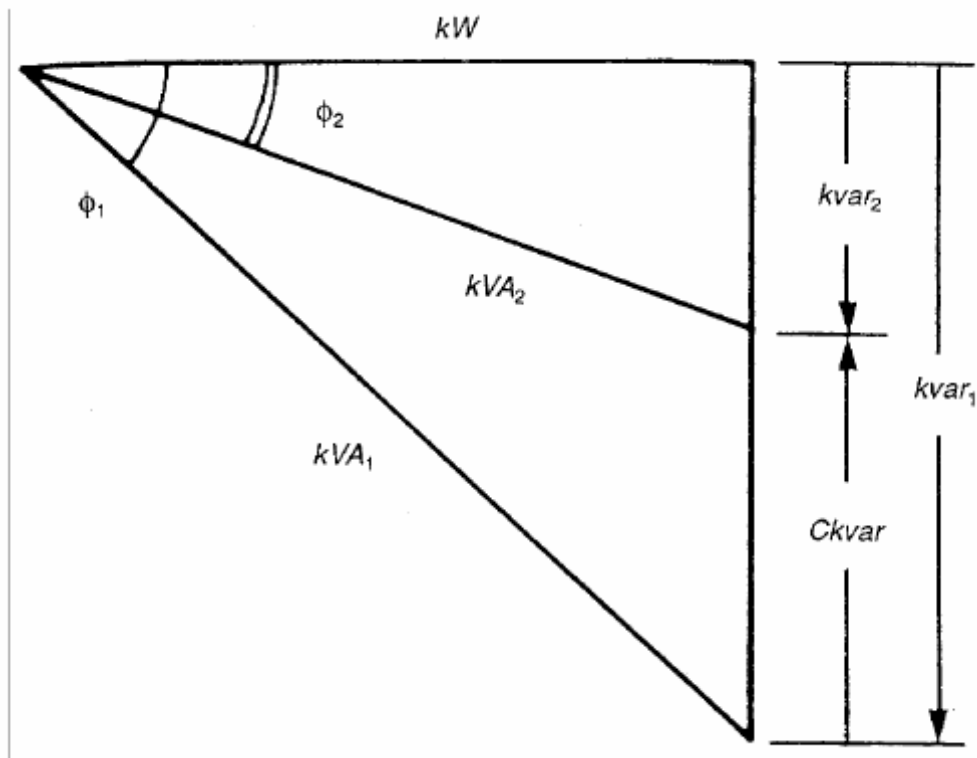
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

10.4	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ (ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΩΝ ΚΟΜΒΩΝ) ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ ΓΙΑ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΕΧΕΙ ΗΔΗ ΑΠΟΦΑΣΙΣΤΕΙ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΟΣΟ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΘΕΙ	205
10.5	ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΤΟ ΑΝΑΛΥΟΜΕΝΟ ΔΙΚΤΥΟ ΤΗΣ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (ΣΧΗΜΑ 9.10).....	206
10.6	ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΟΣΟΝ ΑΦΟΡΑ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ.	214

10.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΠΥΚΝΩΤΩΝ

Τα περισσότερα φορτία του συστήματος αλλά και τα ίδια τα στοιχεία διανομής (γραμμές μεταφοράς και μετασχηματιστές) είναι επαγωγικά και γι'αυτό ο συντελεστής ισχύος τους είναι επαγωγικός, δηλαδή το διάνυσμα του ρεύματος έπεται του διανύσματος της τάσης. Όταν όμως το σύστημα λειτουργεί με επαγωγικό συντελεστή ισχύος τότε απαιτείται άεργος ισχύς. Αυτή έχει ως αποτέλεσμα να μειώνει την δυνατότητα μεταφοράς ενεργού ισχύος από τις γραμμές μεταφοράς και να αυξάνει τις απώλειες του συστήματος αλλά και να μειώνει την τάση που φτάνει στους καταναλωτές.

Το παρακάτω σχήμα δείχνει πώς με την εφαρμογή εγκάρσιων πυκνωτών αυξάνεται η συνολική ενεργός ισχύς που μπορεί να μεταφέρει το σύστημα και να μειώνονται οι απώλειες. Αυτό γίνεται γιατί με την εγκατάσταση εγκάρσιων πυκνωτών κοντά στα φορτία ένα μέρος της άεργου ισχύος που ζητούν τα φορτία δεν παρέχεται από το σύστημα αλλά από τους πυκνωτές οι οποίοι είναι εγκαταστημένοι όπως έχει προαναφερθεί κοντά στα φορτία. Έτσι η άεργος ισχύς που έρχεται από το σύστημα είναι μικρότερη και οι απώλειες πάνω στην αντίσταση των αγωγών που αυτή προκαλεί το αυξημένο ρεύμα είναι μικρότερες. Έτσι πετυχαίνουμε μείωση απωλειών. Με την μείωση όμως της άεργου ισχύος που έρχεται από το σύστημα μπορούμε να μεταφέρουμε περισσότερη ενεργό ισχύ και έτσι αυξάνουμε την μέγιστη μεταφερόμενη «χρήσιμη» ισχύ, με αποτέλεσμα σε αυτήν την περίπτωση να υπάρχει ακόμα μεγαλύτερη μείωση στο κόστος αφού μπορεί μετά την εγκατάσταση των πυκνωτών σε μια εγκατάσταση να μην χρειάζεται επιπλέον γραμμή μεταφοράς για την τροφοδότηση του φορτίου, αφού έχει αυξηθεί η μέγιστη μεταφερόμενη ενεργός ισχύς.



Σχήμα 10.1 : Επίδραση της εγκατάστασης πυκνωτών [52]

Όλα όσα προαναφέρθηκαν φαίνονται στο παραπάνω σχήμα (Σχήμα 10. 1) στο οποίο παρατηρούμε ότι με την εγκατάσταση των εγκάρσιων πυκνωτών κοντά στα φορτία πετυχαίνουμε μείωση της απαιτούμενης αέργου ισχύος που θα πρέπει να έρθει μέσω του συστήματος με αποτέλεσμα να μειώνεται η συνολική μεταφερόμενη ισχύς και μαζί με αυτή και οι απώλειες. Βέβαια θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο πρωτεύον σκοπός της εγκατάστασης των πυκνωτών είναι η μείωση της αέργου ισχύος που έρχεται από το σύστημα αλλά και η υποστήριξη της τάσης στους κόμβους κοντά στα φορτία.

Παρακάτω είναι ένας πίνακας στον οποίο συνοψίζονται όλες οι ωφέλειες (πρωτεύουσες και δευτερεύουσες) που προέρχονται από την εγκατάσταση των εγκάρσιων πυκνωτών.

Table 1—Summary of benefits of applying shunt power capacitors

Benefits	Transmission system	Distribution system
Var support	*	†
Voltage control	*	*
Increase system capacity	†	*
Reduce system power loss	†	*
Reduce billing charges	—	*

*This is generally a primary benefit.

†This is generally a secondary benefit.

Σχήμα 10. 2 : Συνοπτικός πίνακας απαρίθμησης ωφελειών από την εγκατάσταση πυκνωτών [52]

10.2 ΩΦΕΛΕΙΕΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΕΙΩΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΓΟΥ ΙΣΧΥΟΣ

Η μείωση της παρεχόμενης αέργου ισχύος μέσω των γραμμών μεταφοράς που μπορεί να επετευχθεί μέσω της εγκατάστασης των πυκνωτών έχει πολλά πλεονεκτήματα όπως ο καλύτερος έλεγχος της τάσης στους κόμβους των φορτίων, ο αυξημένος συντελεστής ισχύος, οι μειωμένες απώλειες του συστήματος, οι μειωμένες απαιτήσεις αέργου ισχύος στις γεννήτριες καθώς και αυξημένα όρια στατικής ευστάθειας. Όλα αυτά συμβαίνουν αφού ένα μέρος της ροής της αέργου ισχύος που «ζητούν» τα φορτία παρέχεται από τους πυκνωτές.

10.2.1 Έλεγχος τάσης

Εγκαθιστώντας σε ένα σύστημα πυκνωτές, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μια αύξηση της τάσης του συστήματος σε όλους τους κόμβους από τον κόμβο εγκατάστασης των πυκνωτών μέχρι και τους κόμβους των γεννητριών. Σε ένα σύστημα με επαγωγικό συντελεστή ισχύος έχουμε ανύψωση τάσης με την εγκατάσταση πυκνωτών επειδή οι πυκνωτές μειώνουν την απαιτούμενη άεργο ισχύ που έρχεται από τις γεννήτριες προς τα φορτία με αποτέλεσμα μειωμένο ρεύμα και έτσι μειωμένη πτώση τάσης στην σύνθετη αντίσταση των γραμμών μεταφοράς.

Υπάρχουν διάφοροι τύποι με τους οποίους μπορεί να εκτιμηθεί η ανύψωση της τάσης που οφείλεται στην εγκατάσταση των πυκνωτών. Ένας πολύ διαδεδομένος τύπος είναι ο εξής :

$$\Delta V = \frac{(k \text{ var})(X_L)}{10(kV)^2} \quad (10.1)$$

όπου ΔV είναι η ποσοστιαία αύξηση της τάσης στο σημείο της εγκατάστασης των πυκνωτών.

kV είναι η πολική τάση του συστήματος χωρίς την επίδραση των πυκνωτών.

$kvar$ είναι η ονομαστική 3-Φ άεργος ισχύς που μπορεί να δώσει η τράπεζα των πυκνωτών

X_L είναι η επαγωγική αντίδραση του συστήματος στο σημείο της εγκατάστασης των πυκνωτών (σε Ohm).

Οι τράπεζες πυκνωτών οι οποίες εγκαθίστανται για υποστήριξη-αύξηση της τάσης στους ζυγούς φορτίου γενικά ελέγχονται από διακοπτικά στοιχεία δηλαδή κατά την χρονική διάρκεια του μέγιστου φορτίου είναι συνδεδεμένοι με το δίκτυο ενώ κατά την χρονική διάρκεια του ελάχιστου φορτίου η τράπεζα πυκνωτών αποσυνδέεται από το δίκτυο αφού η τάση στο χαμηλό φορτίο είναι σε ικανοποιητικά επίπεδα.

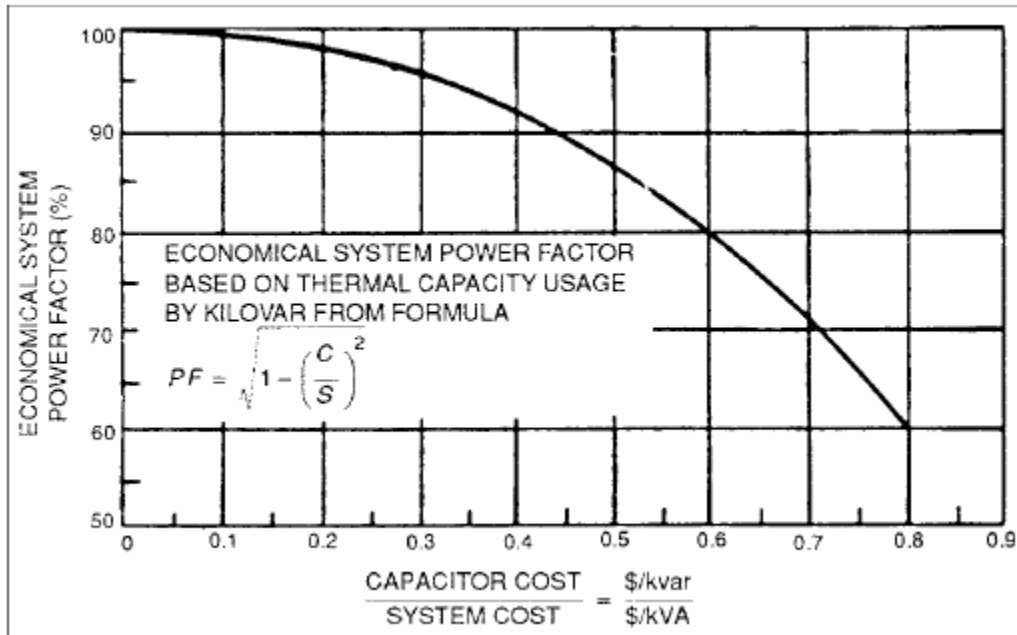
10.2.2 Αυξημένη ικανότητα μεταφοράς ισχύος

Η αυξημένη ικανότητα μεταφοράς ισχύος είναι συχνά ο πιο σημαντικός λόγος για την εφαρμογή εγκάρσιων πυκνωτών σε ένα σύστημα ισχύος. Αυτός ο λόγος γίνεται ακόμα πιο σημαντικός αν σκεφτεί κανείς ότι τα φορτία προς τροφοδότηση αυξάνουν. Έτσι αυτή η αυξημένη ικανότητα μεταφοράς ισχύος που πετυχαίνουμε με τους πυκνωτές πετυχαίνει την απαλλαγή ή την αναβολή επενδύσεων για την προσθήκη επιπλέον γραμμών μεταφοράς. Ο βέλτιστος οικονομικά συντελεστής ισχύος για ένα σύστημα όσον αφορά την ικανότητα μεταφοράς ισχύος δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$PF = \sqrt{1 - \left(\frac{C_i}{S_i}\right)^2} \quad (10.2)$$

όπου C είναι το κόστος ανά kilovar της τράπεζας πυκνωτών,
S είναι το κόστος ανά kilovoltampere του εξοπλισμού του συστήματος,
PF είναι ο βέλτιστος συντελεστής ισχύος.

Το σχετικό διάγραμμά που αφορά τον παραπάνω τύπο είναι :



Σχήμα 10.3 : Βέλτιστος Συντελεστής Ισχύος [52]

Για να υπολογιστούν τα kilovar που θα πρέπει να δώσει η τράπεζα πυκνωτών ώστε να επιτευχθεί ένας νέος αυξημένος συντελεστής ισχύος, θα πρέπει να αφαιρεθούν τα επαγωγικά kvar του νδιορθωμένου (με τους πυκνωτές) συντελεστή ισχύος από αυτά του παλιού του παλιού ΣΙ. Αυτή η διαφορά είναι τα χωρητικά kvar που θα πρέπει να δώσει η τράπεζα πυκνωτών ώστε να επιτευχθεί ο αυξημένος ΣΙ. Ο επόμενος τύπος συμπυκνώνει όλα τα παραπάνω :

$$k \text{ var} = kW * A \quad (10.3)$$

$$A = \left[\tan(\cos^{-1} PF_{old}) - \tan(\cos^{-1} PF_{new}) \right] \quad (10.4)$$

όπου kW είναι τα ολικά kW του συστήματος και
kvar είναι τα kvar που θα πρέπει να δώσει η τράπεζα των πυκνωτών.

Στην βιβλιογραφία μπορούν να αναζητηθούν ειδικοί πίνακες οι οποίες δίνουν ενδικτικές τιμές για το A.

10.2.3 Μειωμένες Απώλειες του συστήματος ισχύος

Σε μερικά συστήματα μεταφοράς και διανομής μπορεί να επιτευχθεί σημαντική μείωση στις απώλειες με την εγκατάσταση πυκνωτών σε συγκεκριμένα σημεία. Η εγκατάσταση των

πυκνωτών μπορεί να μειώσει το ρεύμα που ρέει μέσω του συστήματος από την παραγωγή προς στην κατανάλωση μέχρι το σημείο που έχουν εγκατασταθεί οι πυκνωτές. Αφού οι απώλειες ισχύος είναι ευθέως ανάλογες του τετραγώνου του ρεύματος άρα μια οποιαδήποτε μείωση του ρεύματος έχει ως αποτέλεσμα μια ακόμα μεγαλύτερη μείωση των απωλειών. Έτσι για αυτόν τον λόγο οι πυκνωτές εγκαθίστανται όσον το δυνατόν πιο κοντά στο φορτίο ώστε το μειωμένο ρεύμα να αφορά (να «μπλέκει» πιο σωστά) όσο τον δυνατόν περισσότερο δίκτυο διανομής και μεταφοράς. Βέβαια ποτέ όμως δεν θα πρέπει να ξεπερνώνται τα όρια που αφορούν την παραμόρφωση της τάσης ή/και του ρεύματος αλλά και διάφοροι άλλοι περιορισμοί όπως αυτοί τίθενται από τα πρότυπα διεθνών οργανισμών.

Ο λόγος των απωλειών του συστήματος που συνδέονται με την τροφοδότηση ενός συγκεκριμένου φορτίου με και χωρίς πυκνωτές μπορεί να εκτιμηθεί με τον επόμενο τύπο προσεγγιστικά. Ο παρακάτω τύπος ισχύει όταν τα kilowatt που ζητούνται (δηλαδή η ενεργός ισχύς) είναι σταθερά ενώ και η τάση είναι σταθερή στο φορτίο :

$$\text{Λόγος Απωλειών} = \frac{\text{Απώλειες με πυκνωτές}}{\text{Απώλειες χωρίς πυκνωτές}} = \left(\frac{PF_{\text{παλιό}}}{PF_{\text{νέο}}} \right)^2 \quad (10.5)$$

όπου PF_{old} είναι ο συντελεστής ισχύος χωρίς τους πυκνωτές ενώ

PF_{new} είναι ο νέος διορθωμένος συντελεστής ισχύος μετά την εγκατάσταση των πυκνωτών.

Η παραπάνω μείωση στις απώλειες έχει ως αποτέλεσμα μειωμένη παροχή καυσίμου στις γεννήτριες για να τροφοδοτηθεί το ίδιο με πριν την εγκατάσταση των πυκνωτών φορτίο καθώς επίσης και στοιχεία δικτύου με μικρότερα ονομαστικά μεγέθη αφού θα περνά μικρότερη ισχύς από αυτά.

10.2.4 Μειωμένο τιμολογιακό κόστος

Από την στιγμή που η εφαρμογή των εγκάρσιων πυκνωτών σε ένα εργοστάσιο έχει ως αποτέλεσμα την μειωμένη ζήτηση αέργου ισχύος αυτό θα σημαίνει και μικρότερο λογαριασμό.

10.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΝΟΜΗΣ

Οι τράπεζες πυκνωτών των γραμμών διανομής μπορούν είτε να συνδέονται και να αποσυνδέονται από το δίκτυο είτε να είναι συνέχεια συνδεδεμένοι με το δίκτυο. Γενικά, για τον καθορισμό του τύπου της τράπεζας πυκνωτών που απαιτείται, εξετάζονται οι ακόλουθες οδηγίες:

- α) Οι τράπεζες πυκνωτών που είναι σταθερά συνδεδεμένες με το δίκτυο είναι σχεδιασμένες για το ελάχιστο φορτίο. Ενώ
- β) Οι τράπεζες πυκνωτών που μπορούν να συνδέονται και να αποσυνδόνται από το δίκτυο σχεδιάζονται για τα επίπεδα φορτίων επάνω από το ελάχιστο με άνω όριο το μέγιστο φορτίο. Δηλαδή ουσιαστικά αναλαμβάνουν τις διακυμάνσεις στην «ζήτηση» αέργου ισχύος.

10.4 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

ΠΥΚΝΩΤΩΝ (ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΩΝ ΚΟΜΒΩΝ) ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ ΓΙΑ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΕΧΕΙ ΗΔΗ ΑΠΟΦΑΣΙΣΤΕΙ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΟΣΟ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΘΕΙ

Σύμφωνα με αυτήν την μέθοδο είναι δυνατή η βέλτιστη κατανομή πυκνωτών από την άποψη του χρηματικού οφέλους στους διάφορους κόμβους ενός ηλεκτρικού υποδίκτυου. Γενικά, η μέθοδος περιγράφεται ως εξής.

1. Στην αρχή αποφασίζεται με όποιον τρόπο το ποσό των πυκνωτών που θα εγκατασταθούν στο συγκεκριμένο υποδίκτυο.
2. Στην συνέχεια αποφασίζεται ποιοι κόμβοι θα είναι υποψήφιοι για την εγκατάσταση των πυκνωτών.
3. Στην συνέχεια επιλέγονται τα βήματα εγκατάστασης των πυκνωτών σε κάθε κόμβο, δηλαδή πόσα kVAr θα προστίθενται σε κάθε βήμα στον αντίστοιχο κόμβο.
4. Στην συνέχεια επιλύεται το δίκτυο για την εγκατάσταση πυκνωτών σε κάθε κόμβο (ξεχωριστά στον έναν από τον άλλο) με βάση τα βήματα που έχουν αποφασιστεί στο βήμα 3 και σε ένα άλλο m-file γράφονται με μορφή πίνακος το χρηματικό όφελος για κάθε βήμα. Δηλαδή για να εξηγηθεί ακόμα καλλίτερα το παραπάνω δίνεται με ένα παράδειγμα. Ας υποθεθεί ότι οι κόμβοι στους οποίους είναι δυνατή η εγκατάσταση πυκνωτών είναι οι κόμβοι 2,3 και 4 ενός ηλεκτρικού δικτύου και ότι το μέγεθος των πυκνωτών προς εγκατάσταση είναι 500kVAr. Σε αυτό το βήμα γίνεται η επίλυση του υποδίκτυου στις περιπτώσεις:
 - a) Εγκατάσταση πυκνωτών μόνο στον κόμβο 2 (στους άλλους δύο κόμβους το Q_C_i (το μέγεθος των πυκνωτών) είναι 0 kVAr) από 0 kVAr μέχρι 500 kVAr με βήμα 50 kVAr.
 - b) Εγκατάσταση πυκνωτών μόνο στον κόμβο 3 (στους άλλους δύο κόμβους το Q_C_i (το μέγεθος των πυκνωτών) είναι 0 kVAr) από 0 kVAr μέχρι 500 kVAr με βήμα 50 kVAr και
 - c) Εγκατάσταση πυκνωτών μόνο στον κόμβο 3 (στους άλλους δύο κόμβους το Q_C_i (το μέγεθος των πυκνωτών) είναι 0 kVAr) από 0 kVAr μέχρι 500 kVAr με βήμα 50 kVAr.

Για κάθε παραπάνω περίπτωση βρίσκεται το χρηματικό όφελος που προκύπτει από την εγκατάσταση πυκνωτών και γράφεται σε ένα m-file.

5. Στην συνέχεια βρίσκεται η παράγωγος της γραφικής παράστασης του χρηματικού οφέλους που έχει προκύψει για κάθε κόμβο.
6. Έτσι σε αυτό το στάδιο αποφασίζεται η εγκατάσταση ενός ποσού πυκνωτών στον κόμβο για τον οποίο ισχύει ότι το διαφορικό κέρδος από την εγκατάσταση πυκνωτών σε αυτόν είναι μεγαλύτερο από οποιοδήποτε άλλο κόμβο.
7. Στην συνέχεια αφαιρείται από το συνολικό ποσό πυκνωτών που πρέπει να εγκατασταθούν στο συγκεκριμένο υποδίκτυο το ποσό πυκνωτών που έχει εγκατασταθεί σε κάποιο κόμβο στο βήμα 6.
8. Στην συνέχεια επαναλαμβάνεται η παραπάνω διαδικασία από το βήμα 3 και μετά μέχρι να εγκατασταθεί ολόκληρη η ποσότητα πυκνωτών.

Παρακάτω δίδεται ένα παράδειγμα ώστε να αποσαφινιστεί αυτή η μέθοδος.

10.5 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΤΟ ΑΝΑΛΥΟΜΕΝΟ ΔΙΚΤΥΟ ΤΗΣ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (ΣΧΗΜΑ 9.10).

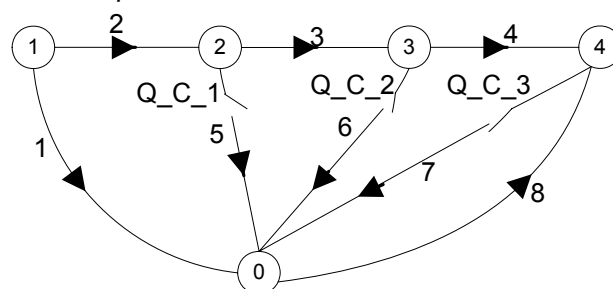
Σε επόμενο κεφάλαιο αναλύεται η μέθοδος βελτιστοποίησης της εγκατάστασης πυκνωτών σε επιμέρους ανεξάρτητα υποδίκτυα μιας βιομηχανικής εγκατάστασης με χρήση του δυναμικού προγραμματισμού. Τα υποδίκτυα θα πρέπει να είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους επειδή στον δυναμικό προγραμματισμό υποτίθεται ότι τα διάφορα στάδια εφαρμογής του είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα. Δηλαδή με βάση όσα αναφέρονται σε επόμενο κεφάλαιο γίνεται η κατανομή ενός συγκεκριμένου αριθμού πυκνωτών που επιθυμεί μια εταιρία να εγκαταστήσει στο δίκτυο της ανάμεσα στα επιμέρους υποδίκτυα που αυτή η εγκατάσταση έχει (δηλαδή τις αναχωρήσεις από το σημείο κοινής σύνδεσης ή ακόμα για μεγαλύτερες βιομηχανίες τα διάφορα σημεία κοινής σύνδεσης που έχει η συγκεκριμένη εταιρία με την εταιρία ηλεκτρισμού). Σε αυτό όμως το υποκεφάλαιο θα γίνει η χρήση της μεθόδου ανάλυσης δικτύου όπως περιγράφεται στο προηγούμενο κεφάλαιο (9^ο) (εξίσωση 9.10) για την βελτιστοποίηση σε σχέση με τον κόμβο εγκατάστασης των πυκνωτών ως προς το όφελος (χρηματικό) από την εγκατάσταση τους στο υποδίκτυο, δηλαδή γίνεται προσπάθεια να ευρεθεί ο κόμβος (ή κόμβοι) στον οποίο αν εγκατασταθούν οι πυκνωτές προκύπτει το μεγαλύτερο χρηματικό όφελος χωρίς να παραβιάζονται οι διάφοροι περιορισμοί όπως έχουν θεσπισθεί από διεθνείς οργανισμούς.

Για να γίνει ξεκάθαρο με την μέθοδο που αναφέρεται σε επόμενο κεφάλαιο (11^ο) γίνεται η κατανομή των πυκνωτών ανάμεσα στα διάφορα υποδίκτυα, ενώ με την μέθοδο αυτού του κεφαλαίου (εφαρμογή εξίσωσης 9.10) γίνεται η βέλτιστη κατανομή στους διάφορους κόμβους του υποδικτύου.

Για το παρακάτω δίκτυο (Σχήμα 10.4) θα γίνει ανάλυση ανάμεσα στους κόμβους για την προσφορότερη θέση εγκατάστασης πυκνωτών. Θα θεωρηθεί ότι το μέγεθος των πυκνωτών που έχει προγραμματιστεί να εγκατασταθεί στο συγκεκριμένο υποδίκτυο είναι 550 kVAr.

Το πρόγραμμα που επιλύει αναλυτικά το παρακάτω υποδίκτυο (και το οποίο έχει παρουσιασθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο(9^ο)) τροποποιείται κατάλληλα ώστε να είναι δυνατή η εξαγωγή συμπερασμάτων. Δηλαδή τοποθετούνται οι συνδέσεις για τους πυκνωτές σε κάθε υποψήφιο κόμβο και απλά μέσω ενός άλλου προγράμματος θα ελέγχεται το μέγεθος των πυκνωτών που εγκαθίσταται σε κάθε κόμβο

Έτσι προκύπτει το παρακάτω δίκτυο



Σχήμα 10.4 : Παραλλαγή δικτύου ώστε να γίνει βελτιστοποίηση εγκατάστασης πυκνωτών

Για την εξαγωγή συμπερασμάτων το πρόγραμμα που έχει χρησιμοποιηθεί στην υποενότητα 9.4 γίνεται πλέον συνάρτηση με αγνώστους τα αναφερόμενα στο δίκτυο του σχήματος 10.4 ως αγνώστους, δηλαδή τα Q_C_1 , Q_C_2 και Q_C_3 (το ποσό πυκνωτών που εγκαθίσταται αντίστοιχα στους κόμβους 2,3 και 4).

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Η μέθοδος που ακολουθήθηκε αναλύεται παρακάτω. Πρώτα συνδέονται σε κάθε ζυγό ξεχωριστά όλη η ποσότητα των πυκνωτών που έχει αποφασιστεί να εγκατασταθεί σε αυτό το υποδίκτυο. Δηλαδή αν στο συγκεκριμένο υποδίκτυο που αναλύεται έχει προκύψει (με την μέθοδο βελτιστοποίησης με χρήση του δυναμικού προγραμματισμού κεφ.11^ο) ότι το μέγεθος των πυκνωτών για το μεγαλύτερο δυνατό όφελος είναι 550 kVA_r τότε βάζω ξεχωριστά σε κάθε κόμβο όλα τα διαθέσιμα για αυτό το υποδίκτυο kVA_r με βήματα των 50 kVA_r και παρατηρώ το όφελος σε χρήματα που υπάρχει σε κάθε περίπτωση(case). Σύμφωνα με αυτήν την ανάλυση προκύπτει σε ξεχωριστό m-file ο παρακάτω πίνακας

Q_C_1	Όφελος από την εγκα- τάσταση του πυκνωτή (€)	Κόστος Πυκνωτών(€)
START		
START Q_C_1:		
0.0001	0.0000	0.0000
50000.0001	2471.2572	600.0000
100000.0001	4766.5231	1200.0000
150000.0001	6887.2842	1800.0000
200000.0001	8834.7211	2400.0000
250000.0001	10609.7609	3000.0000
300000.0001	12213.1186	3600.0000
350000.0001	13645.3306	4200.0000
400000.0001	14906.7831	4800.0000
450000.0001	15997.7347	5400.0000
500000.0001	16918.3348	6000.0000
550000.0001	17668.6398	6600.0000
END Q_C_1:		

Q_C_2	Όφελος από την εγκα- τάσταση του πυκνωτή(€)	Κόστος Πυκνωτών(€)
START Q_C_2:		
0.0001	0.0000	0.0000
50000.0001	4276.0081	600.0000
100000.0001	7955.0096	1200.0000
150000.0001	11189.8920	1800.0000
200000.0001	14065.3029	2400.0000
250000.0001	16630.5726	3000.0000
300000.0001	18915.4772	3600.0000
350000.0001	20938.3538	4200.0000
400000.0001	22710.5309	4800.0000
450000.0001	24238.8703	5400.0000
500000.0001	25527.2875	6000.0000
550000.0001	26577.6934	6600.0000

```

END Q_C_2:
  Q_C_3      Όφελος      Κόστος
             από την εγκα- Πυκνωτών(€)
             τάσταση του
             πυκνωτή(€)

START Q_C_3:
  0.0001      0.0000      0.0000
  50000.0001  7222.3262      600.0000
  100000.0001 13407.4296      1200.0000
  150000.0001 18854.1022      1800.0000
  200000.0001 23717.9558      2400.0000
  250000.0001 28085.2105      3000.0000
  300000.0001 32005.6233      3600.0000
  350000.0001 35508.5055      4200.0000
  400000.0001 38611.0734      4800.0000
  450000.0001 41323.0546      5400.0000
  500000.0001 43649.3545      6000.0000
  550000.0001 45591.6617      6600.0000

END Q_C_3:
END

```

Στην συνέχεια όλα αυτά τα μεγέθη εντάσσονται σε έναν πίνακα ώστε να είναι δυνατός ο εύκολος χειρισμός τους. Έτσι με τις ακόλουθες γραμμές κώδικα

```

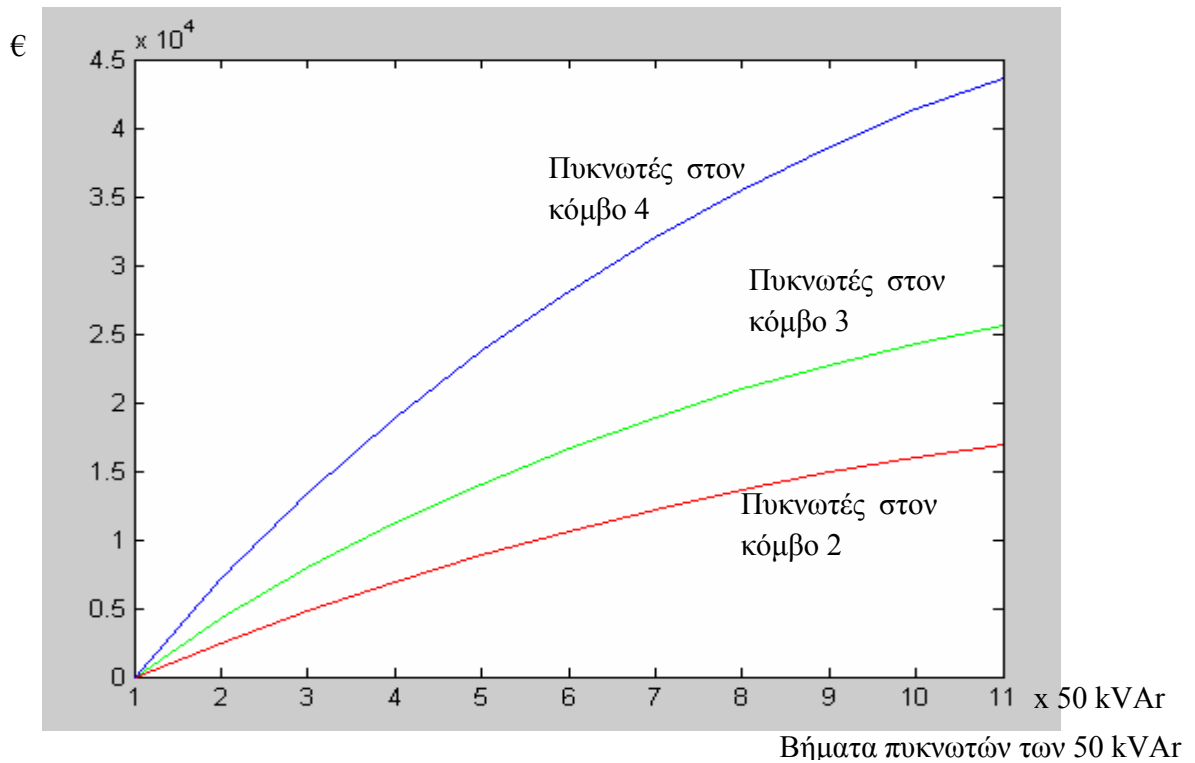
%Τώρα διαβάζω το αρχείο
fid = fopen('data_C_sub_network.m','r');
line = fgetl(fid); % Διαβάζει το START
for temp_Q_C = 1:3 % oso o arithmos tvn diaforetikon piknoton pou vazou
  temp_x = 1;
  line = fgetl(fid); % Διαβάζει το START Q_C_I
  while (temp_x <= x)
    line = fgetl(fid);
    A_temp = sscanf(line,'\t %g \t %g \t %g');
    A_temp = A_temp';
    [rows_A_temp , cols_A_temp] = size(A_temp);
    for temp_i = 1 : cols_A_temp
      DATA(temp_x,temp_i,temp_Q_C) = A_temp(1,temp_i);
    end
    temp_x = temp_x + 1;
  end
  line = fgetl(fid); % Διαβάζει το END Q_C_I
  %telos = input('telos = ');
End

```

προκύπτει ο πίνακας DATA ο οποίος έχει όλα τα δεδομένα του m-file σε μορφή τρισδιάστατου πίνακα, όπου η πρώτη διάσταση είναι ο αριθμός των βημάτων που έχουν γίνει για κάθε κόμβο (550kVAr / 50 kVAr), η δεύτερη διάσταση είναι ο αριθμός των στηλών του m-file και η τρίτη διάσταση έχει τον κόμβο στον οποίο αναφέρεται. Παρακάτω φαίνεται σε μορφή σχηματικής αναπαράστασης το όφελος που προκύπτει από την εγκατάσταση των πυκνωτών (ανάλογως το

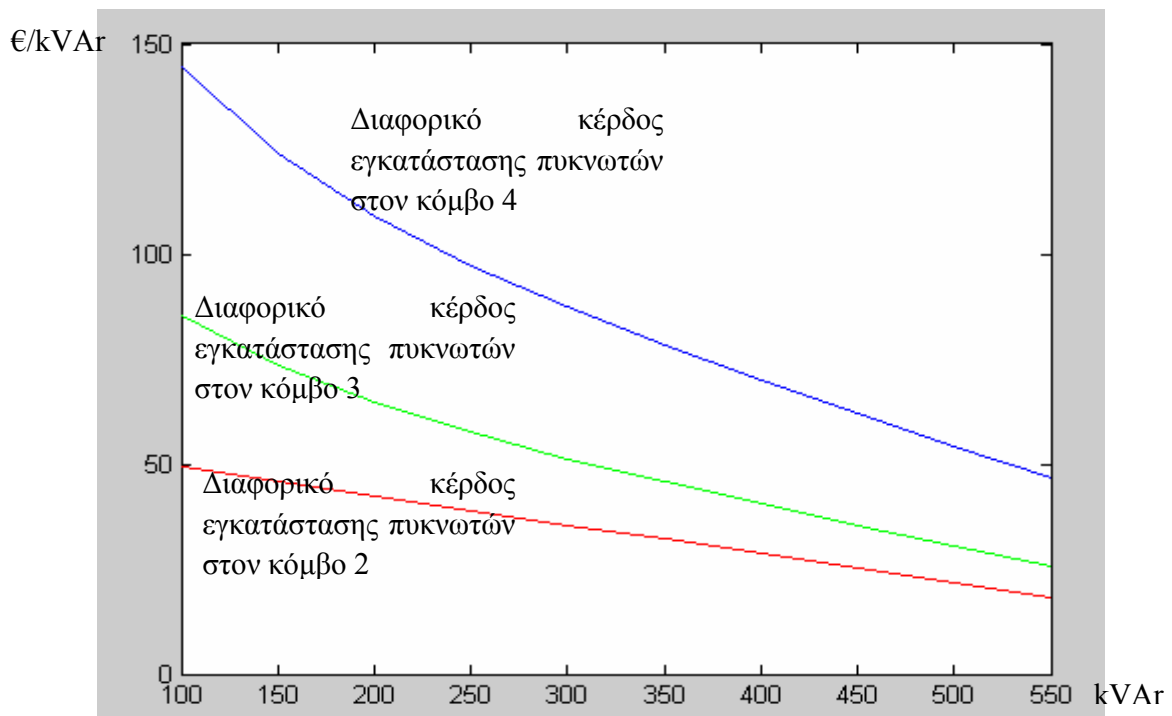
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

μέγεθος των πυκνωτών) σε κάθε κόμβο. Δηλαδή όπως έχει εξηγηθεί έχει προκύψει με ανάλυση (όπως στο κεφάλαιο 11) ότι στο αναλυόμενο δίκτυο πρέπει να εγκατασταθούν 550kVAr. Σε κάθε κόμβο εγκαθίστανται όλα αυτά τα kVAr με βήματα των 50 kVAr ώστε να παρατηρηθεί το χρηματικό όφελος που προκύπτει. Κάνοντας αυτό για το δίκτυο του Σχήματος 9. 10 προκύπτει η κάτωθι γραφική παράσταση



Σχήμα 10.5 : Χρηματικό όφελος (σε €) από την εγκατάσταση πυκνωτών σε κάθε κόμβο για κάθε βήμα 50 kVAr

Στην συνέχεια υπολογίζεται για κάθε κόμβο το διαφορικό κέρδος που προκύπτει συνολικά από την εγκατάσταση και των 550 kVAr με βήματα των 50 kVAr σε κάθε κόμβο. Δηλαδή υπολογίζεται για κάθε γραμμή η παράγωγος της και είναι



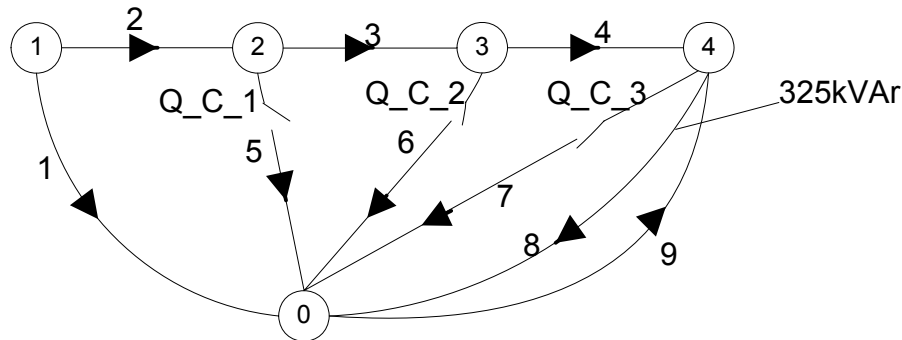
Σχήμα 10. 6 : Διαφορικό κέρδος (σε €/kVAr) από την εγκατάσταση (με βήματα) πυκνωτών σε κάθε κόμβο

Έτσι όπως προκύπτει από την παραπάνω γραφική παράσταση (Σχήμα 10. 6) είναι συμφέρουσα, δηλαδή αποδίδει-αποφέρει πιο πολλά χρήματα η εγκατάσταση πυκνωτών μέχρι το ποσό των 325 kVAr στον κόμβο 4 (στον ζυγό του φορτίου), αφού όπως προκύπτει με οπτική παρατήρηση κάθε kVAr που εγκαθίστανται στον κόμβο 4 αποδίδει πιο πολύ από οπουδήποτε αλλού (άλλο κόμβο) και να εγκατασταθεί.

Στην συνέχεια παρατηρείται ότι γίνεται συμφέρουσα η επιλογή εγκατάστασης πυκνωτών στον κόμβο 3. Πρέπει όμως να διευκρινιστεί ότι οι απώλειες που προκύπτουν στις γραμμές μεταφοράς και στον μετασχηματιστή είναι ανάλογες του τετραγώνου του ρεύματος και όχι του ρεύματος απλά στην πρώτη δύναμη. Αυτό δημιουργεί πολλά προβλήματα ως προς την βέλτιστη κατανομή των πυκνωτών ή επιλογή άλλων δράσεων για την εξοικονόμηση ενέργειας. Αυτό συμβαίνει επειδή η μείωση που προκύπτει στις απώλειες εξαρτάται από το επίπεδο στο οποίο γίνεται η μείωση. Για να γίνει πιο κατανοητό θα δοθεί το παρακάτω παράδειγμα. Αν έχω την συνάρτηση $y=x^2$, τότε για $\Delta x=1$ όταν το $x=10$ ($x=10 \rightarrow x=11$) τότε το $\Delta y=21$, ενώ όταν το $x=2 \rightarrow x=3$ τότε $\Delta y=5$. Οπότε όπως φαίνεται και από το παράδειγμα παίζει πολύ σημαντικό ρόλο το επίπεδο από το οποίο ξεκινά η μείωση. Με δεδομένο ότι η κάθε επανάληψη της παραπάνω ανάλυσης χρηματικής οφέλειας έχει γίνει όταν εγκαθίσταται μόνο σε έναν κόμβο κάθε φορά ποσοστό των συνολικών 550kVAr (από 0 μέχρι 550kVAr) πυκνωτών. Πρέπει να αναμένεται ότι αν επιλεχθούν χωρίς πολύ σκέψη και μελέτη ότι μετά τα 325kVAr με συμφέρει να βάλω πυκνωτές στον κόμβο 3 τότε γίνεται πολύ μεγάλο λάθος, αφού η εγκατάσταση των πυκνωτών στον κόμβο 3 λογαριάζεται στην περίπτωση που αυτοί εγκαθίστανται χωρίς να υπάρχουν άλλοι πυκνωτές στο δίκτυο, αφού όπως έχει εξηγηθεί το χρηματικό όφελος έχει προκύψει ανεξάρτητα για κάθε κόμβο. Βέβαια αυτό δεν ισχύει αφού όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω, έχει ήδη κριθεί συμφέρουσα η εγκατάσταση πυκνωτών 325kVAr στον κόμβο 4.

Έτσι για να ξεπεραστεί το παραπάνω αναφερθέν πρόβλημα γίνεται το εξής. Εγκαθίστανται στο δίκτυο τα 325kVAr στον κόμβο 4 και γίνεται πάλι η ίδια διαδικασία. Σε αυτή την περίπτωση όμως το μέγεθος πυκνωτών που πρόκειται να εγκατασταθούν είναι $550-325\text{kVAr} = 225\text{kVAr}$ τώρα αφού έχουν ήδη εγκατασταθεί τα 325kVAr στον κόμβο 4 στο προηγούμενο βήμα.

Σε αυτήν την περίπτωση ξανασχεδιάζεται το δίκτυο ώστε αυτή την φορά να είναι εγκατεστημένοι στον ζυγό 4 325kVAr. Επαναλαμβάνεται πάλι όλη η παραπάνω διαδικασία



Σχήμα 10.7 : Το δίκτυο μετά την πρώτη επανάληψη

Επίσης αλλάζει ανάλογα και το πρόγραμμα (σύμφωνα με τα βήματα όπως αναφέρονται στην ενότητα 9.4) (ώστε να είναι μονίμως εγκατεστημένοι τα 325kVAr των πυκνωτών στον ζυγό 4) ώστε να είναι δυνατός ο σωστός υπολογισμός εκ νέου των απωλειών. Έτσι εκτελείται το πρόγραμμα για την εγκατάσταση των 225kVAr πυκνωτών σε κάθε κόμβο με βήματα των 25 kVAr. Έτσι προκύπτει σε κάθε περίπτωση το αντίστοιχο χρηματικό όφελος. Σύμφωνα με την ανάλυση όπως έχει εξηγηθεί και παραπάνω προκύπτει σε ξεχωριστό m-file ο παρακάτω πίνακας

Q_C_1	Όφελος από την εγκα- τάσταση του πυκνωτή(€)	Κόστος Πυκνωτών(€)
START		
START Q_C_1:		
0.0001	0.0000	0.0000
25000.0001	702.7597	300.0000
50000.0001	1364.2171	600.0000
75000.0001	1984.3437	900.0000
100000.0001	2563.1075	1200.0000
125000.0001	3100.4735	1500.0000
150000.0001	3596.4035	1800.0000
175000.0001	4050.8568	2100.0000
200000.0001	4463.7902	2400.0000
225000.0001	4835.1581	2700.0000
END Q_C_1:		
Q_C_2	Όφελος από την εγκα- τάσταση του πυκνωτή(€)	Κόστος Πυκνωτών(€)


```
START Q_C_2:
    0.0001      0.0000      0.0000
    25000.0001  974.6128    300.0000
    50000.0001  1888.6635   600.0000
    75000.0001  2743.0892   900.0000
    100000.0001 3538.5824   1200.0000
    125000.0001 4275.6404   1500.0000
    150000.0001 4954.6032   1800.0000
    175000.0001 5575.6829   2100.0000
    200000.0001 6138.9875   2400.0000
    225000.0001 6644.5386   2700.0000
END Q_C_2:
```

Q_C_3	Όφελος από την εγκα- τάσταση του πυκνωτή(€)	Κόστος Πυκνωτών(€)
0.0001	0.0000	0.0000
25000.0001	1700.5428	300.0000
50000.0001	3301.1205	600.0000
75000.0001	4803.1107	900.0000
100000.0001	6207.5276	1200.0000
125000.0001	7515.0919	1500.0000
150000.0001	8726.2850	1800.0000
175000.0001	9841.3918	2100.0000
200000.0001	10860.5343	2400.0000
225000.0001	11783.6990	2700.0000

```
START Q_C_3:
    0.0001      0.0000      0.0000
    25000.0001  1700.5428    300.0000
    50000.0001  3301.1205    600.0000
    75000.0001  4803.1107    900.0000
    100000.0001 6207.5276    1200.0000
    125000.0001 7515.0919    1500.0000
    150000.0001 8726.2850    1800.0000
    175000.0001 9841.3918    2100.0000
    200000.0001 10860.5343   2400.0000
    225000.0001 11783.6990   2700.0000
END Q_C_3:
END
```

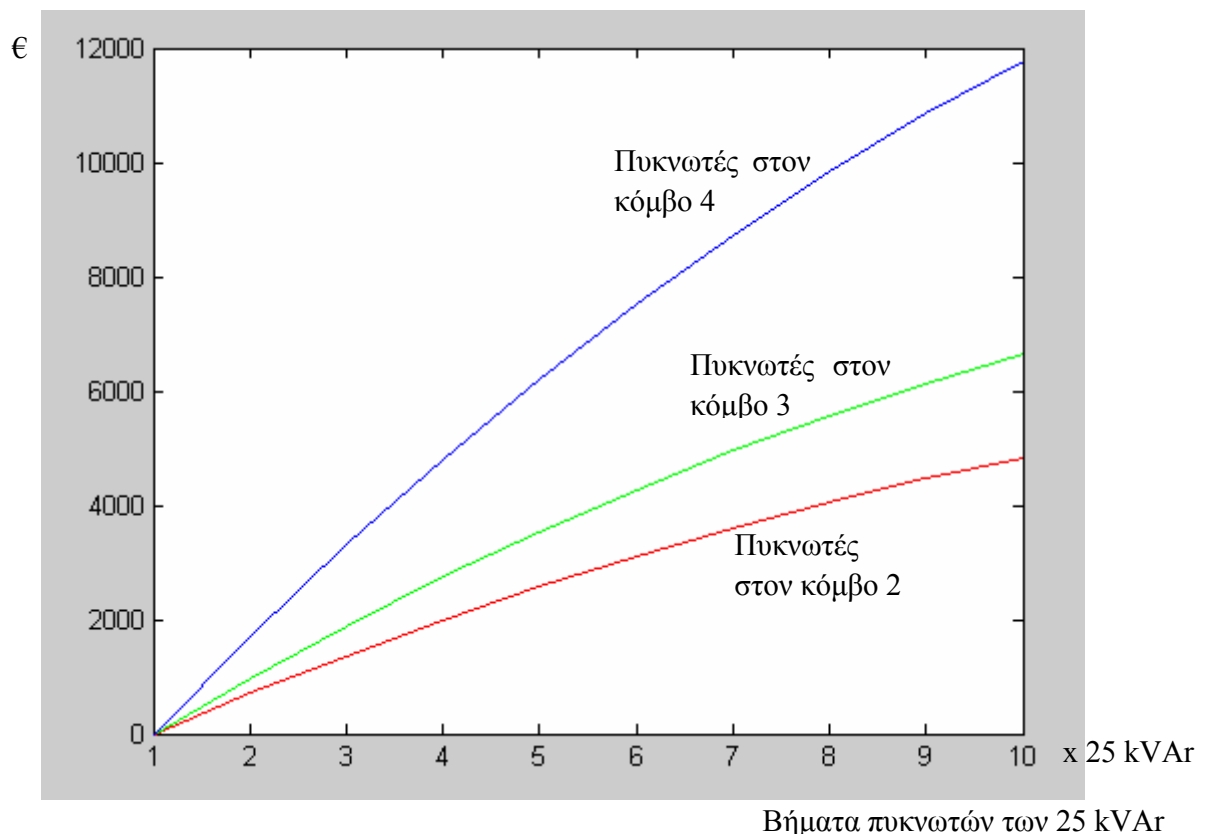
Στην συνέχεια όλα αυτά τα μεγέθη εντάσσονται σε έναν πίνακα ώστε να είναι δυνατός ο εύκολος χειρισμός τους. Έτσι με τις ακόλουθες γραμμές κώδικα

```
%Τώρα διαβάζω το αρχείο
fid = fopen('data_C_sub_network.m','r');
line = fgetl(fid); % Διαβάζει το START
for temp_Q_C = 1:3 % oso o arithmos tvn diaforetikon piknoton pou vazo
    temp_x = 1;
    line = fgetl(fid); % Διαβάζει το START Q_C_I
    while (temp_x <= x)
        line = fgetl(fid);
        A_temp = sscanf(line, '%g \t %g \t %g');
        A_temp = A_temp';
        [rows_A_temp , cols_A_temp] = size(A_temp);
        for temp_i = 1 : cols_A_temp
            DATA(temp_x,temp_i,temp_Q_C) = A_temp(1,temp_i);
```

```

end
temp_x = temp_x + 1;
end
line = fgetl(fid); % Διαβάζει το END Q_C_I
%telos = input('telos = ');
End
    
```

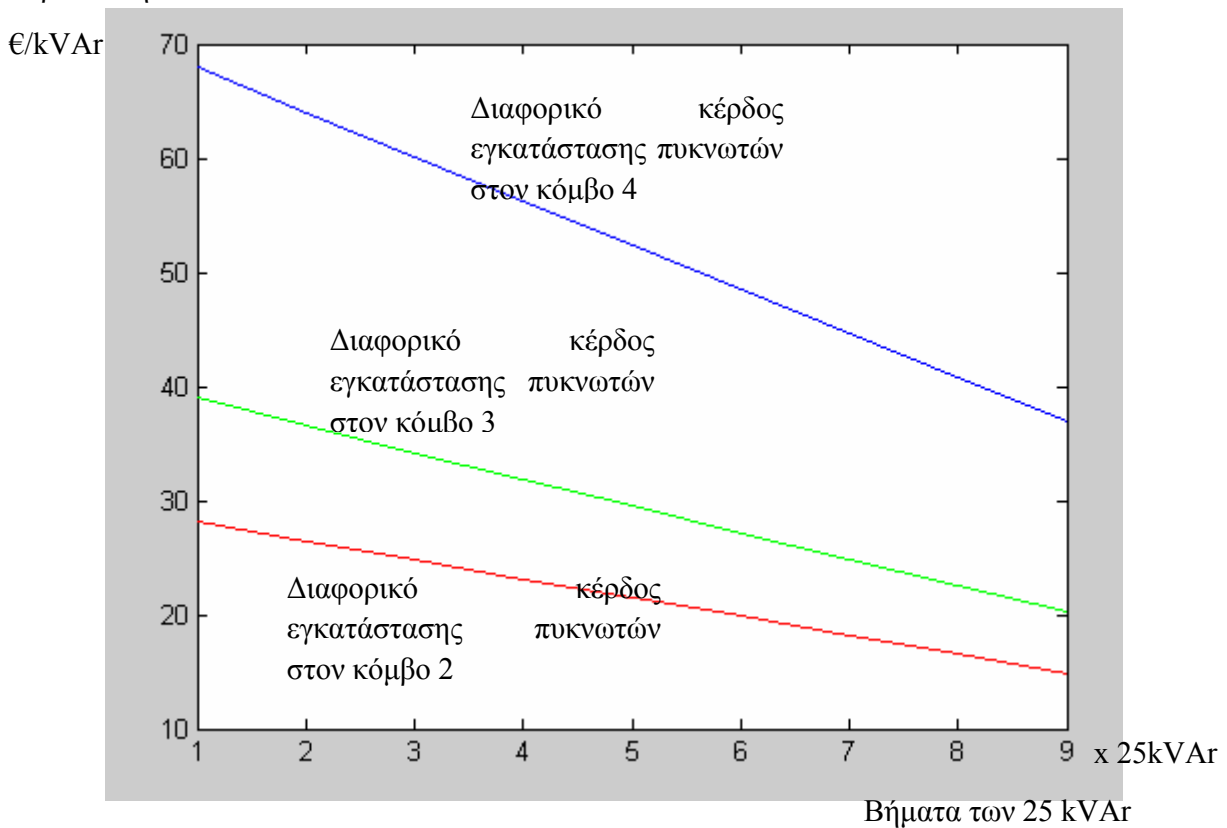
προκύπτει ο πίνακας DATA ο οποίος έχει όλα τα δεδομένα του m-file σε μορφή τρισδιάστατου πίνακα, όπου η πρώτη διάσταση είναι ο αριθμός των βημάτων που έχουν γίνει για κάθε κόμβο (225kVAr / 25 kVAr), η δεύτερη διάσταση είναι ο αριθμός των στηλών του m-file και η τρίτη διάσταση έχει τον κόμβο στον οποίο αναφέρεται. Παρακάτω φαίνεται σε μορφή σχηματικής αναπαράστασης το όφελος που προκύπτει από την εγκατάσταση των πυκνωτών με βήματα των 25kVAr για κάθε κόμβο. Δηλαδή όπως έχει εξηγηθεί έχει προκύψει με ανάλυση (όπως στο κεφάλαιο 11) ότι στο αναλυόμενο δίκτυο πρέπει να εγκατασταθούν 225kVAr (550kVAr - 325kVAr (όπως έχει προκύψει από την προηγούμενη επανάληψη αυτής της μεθόδου)). Σε κάθε κόμβο εγκαθίστανται όλα αυτά τα kVAr με βήματα των 25 kVAr ώστε να παρατηρηθεί το χρηματικό όφελος που προκύπτει. Κάνοντας αυτό για το δίκτυο του Σχήματος 10.7 προκύπτει η κάτωθι γραφική παράσταση



Σχήμα 10.8 : Χρηματικό όφελος (σε €) από την εγκατάσταση πυκνωτών (225kVAr) (2^η επανάληψη) σε κάθε κόμβο για κάθε βήμα των 25kVAr

Στην συνέχεια υπολογίζεται για κάθε κόμβο το διαφορικό κέρδος που προκύπτει συνολικά από την εγκατάσταση και των 225 kVAr με βήματα των 25 kVAr για κάθε κόμβο.

Δηλαδή υπολογίζεται για κάθε γραμμή η παράγωγος της. Οπότε προκύπτει η κάτωθι γραφική παράσταση



Σχήμα 10.9 : Διαφορικό κέρδος από την εγκατάσταση πυκνωτών σε κάθε κόμβο και για κάθε βήμα των 25kVAr.

Έτσι όπως προκύπτει από την παραπάνω γραφική παράσταση (Σχήμα 10. 9) είναι συμφέρουσα , δηλαδή αποδίδει-αποφέρει πιο πολλά χρήματα η εγκατάσταση και των επιπλέον 225kVAr πυκνωτών στον κόμβο 4 πάλι (στον ζυγό του φορτίου).

Έτσι προέκυψε ότι το οφελιμότερο είναι η εγκατάσταση όλου του ποσού των 550kVAr στον κόμβο 4,δηλαδή τον ζυγό του φορτίου. Αυτό είναι αναμενόμενο αφού όσο πιο κοντά εγκαθίστανται οι πυκνωτές στο φορτίο που απαιτεί άεργη ισχύ τόσο περισσότερο θα είναι το όφελος αφού πολύ λιγότερο άεργο ρεύμα θα ρεύσει από την εταιρία ηλεκτρισμού προς το φορτίο και έτσι καθώς θα είναι μειωμένο το ρεύμα συνεπακολουθώς θα είναι και οι απώλειες.

10.6 ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΟΣΟΝ ΑΦΟΡΑ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΥΠΟΔΙΚΤΥΟ.

Βέβαια θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι θα πρέπει κάθε φορά πέρα από το οικονομικό όφελος να εξετάζονται φαινόμενα όπως ο συντονισμός ή η τήρηση όλων των απαιτήσεων όσον αφορά την παραμόρφωση της τάσης και του ρεύματος (THD_V και THD_I). Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα στο πρόγραμμα χρησιμοποιώντας κάθε φορά τις συναρτήσεις όπως THD για όποιο σήμα επιθυμείται να βρεθεί το THD του ή η εύρεση του συντονισμού χρησιμοποιώντας την driving point impedance από την μήτρα αντιστάσεων ($Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$) (σύνθετη αντίσταση Thevenin).

Έτσι όταν στην βέλτιστη κατανομή πυκνωτών επιθυμείται να υπάρχουν κριτήρια πέρα μόνο από το οικονομικό όφελος, αλλά και κριτήρια όπως η παραμόρφωση ρεύματος ή/και τάσης (THD) ή ο συντονισμός τότε η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ακόλουθη. Για κάθε βήμα εγκατάστασης πυκνωτών (σε κάποιο κόμβο του δικτύου) εξετάζεται το/τα επιπλέον κριτήριο/κριτήρια. Αν κάποιο από αυτά τα κριτήρια βγαίνει εκτός προδιαγραφών όπως αυτές οι προδιαγραφές έχουν οριστεί από διεθνείς οργανισμούς τότε σε αυτή την περίπτωση επιλέγεται η δεύτερη προσφορότερη οικονομικά μέθοδος (καταρχήν μειώνεται το ποσό των πυκνωτών που εγκαθίστανται στον αντίστοιχο κόμβο και στην συνέχεια μπορεί να γίνει η εγκατάσταση σε άλλο κόμβο) κοκ μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη οικονομικά κατανομή πυκνωτών που δεν παραβιάζει τα όρια. Δηλαδή αν σε κάποια επανάληψη της μεθόδου που έχει αναπτυχθεί σε αυτό το κεφάλαιο και σε κάποιο βήμα εγκατάστασης πυκνωτών σε κάποιον κόμβο παρατηρηθεί ότι κάποιο μέγεθος βγαίνει εκτός ορίων τότε εγκαθίστανται σε εκείνον τον κόμβο οι πυκνωτές που προκύπτουν από το προηγούμενο βήμα εγκατάστασης πυκνωτών (μέχρι να καλυφθούν τα όρια ή εγκαθίστανται οι πυκνωτές σε άλλον κόμβο) και προχωρά η μέθοδος στην επόμενη επανάληψη.

Κανονικά θα πρέπει να γίνεται αυτός ο έλεγχος σε κάθε βήμα ή σε κάθε μεταβολή του δικτύου καλλίτερα, ώστε να αποφευχθούν δυσάρεστα φαινόμενα.

11

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

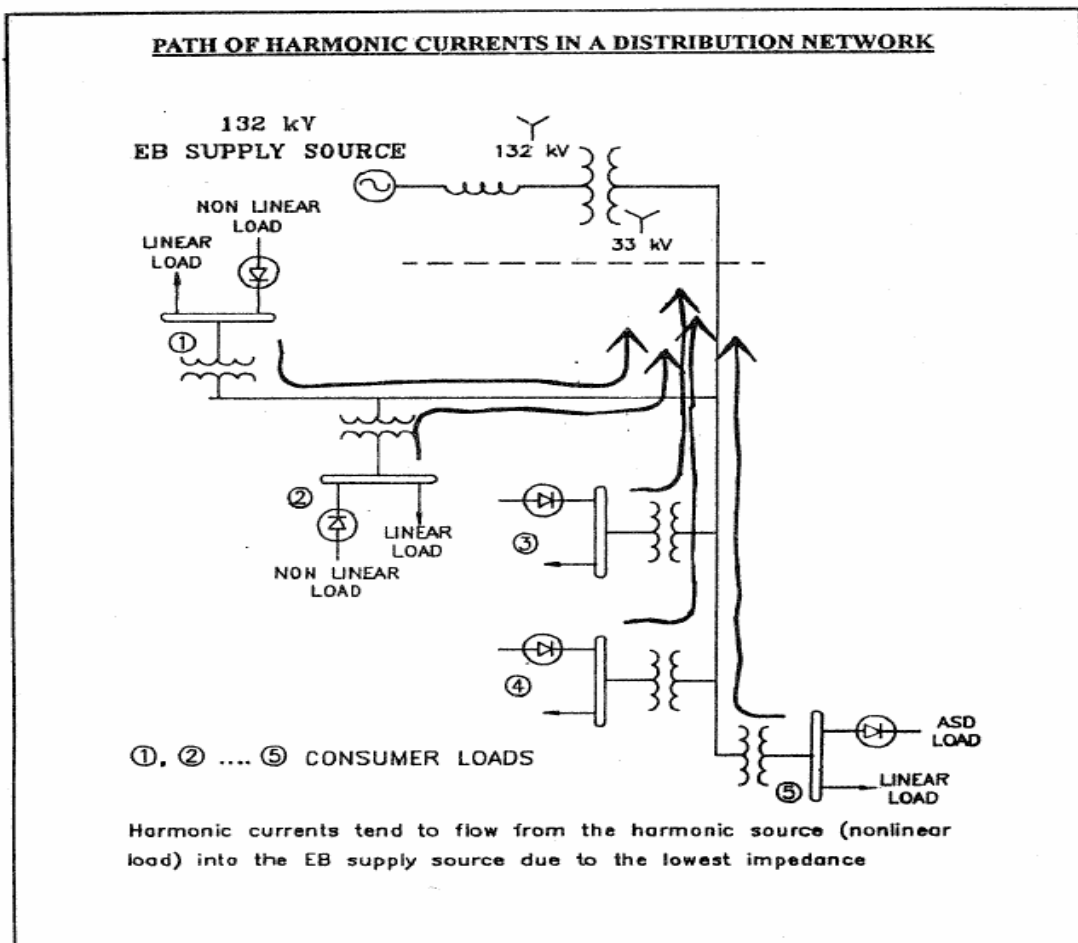
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

11.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	217
11.2	ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	219
11.2.1	ΟΡΙΣΜΟΣ	219
11.2.2	ΜΕΘΟΔΟΣ ΛΥΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	219
11.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΥΠΟΔΙΚΤΥΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	220
11.4	ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ MATLAB ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ ΟΛΗ ΤΗΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	225

11.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύθηκε μια μέθοδος με την οποία είναι δυνατή η εύρεση της εγκατάστασης συγκεκριμένου ποσού πυκνωτών κατά τέτοιο βέλτιστο τρόπο ώστε να γίνεται μέγιστο το χρηματικό όφελος στο υποδίκτυο. Σε αυτό το κεφάλαιο προτείνεται μια μέθοδος για την βέλτιστη κατανομή πυκνωτών μεταξύ ανεξάρτητων υποδικτύων μιας βιομηχανικής εγκατάστασης.

Υποτίθεται ότι είναι δυνατό στα πλαίσια μιας μεγάλης βιομηχανικής εγκατάστασης να οριστούν ανεξάρτητα υποδίκτυα. Αυτό μπορεί να υποτεθεί για δύο πιθανούς λόγους. Πρώτον επειδή μπορεί όταν η εταιρία είναι αρκετά μεγάλη και απλωμένη σε μεγάλη έκταση να δέχεται ενέργεια από την εταιρία ηλεκτρισμού από περισσότερα από ένα σημεία. Δεύτερον στα πλαίσια μιας μεγάλης βιομηχανικής εγκατάστασης μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητα υποδίκτυα επειδή η σύνθετη αντίσταση με την οποία προσομοιώνεται το δίκτυο της εταιρίας παροχής ηλεκτρισμού είναι πολύ μικρή οπότε μπορεί να θεωρηθεί ότι όσες αναχωρήσεις της βιομηχανικής εγκατάστασης ξεκινούν από το σημείο κοινής σύνδεσης με την εταιρία ηλεκτρισμού είναι και ανεξάρτητα υποδίκτυα αφού το ένα δεν θα επιδρά το άλλο. Αυτό συμβαίνει αφού λόγω της πολύ μικρής σύνθετης αντίστασης με την οποία προσομοιώνεται το δίκτυο της εταιρίας ηλεκτρισμού ότι παραμόρφωση στην τάση ή/και στο ρεύμα «φτάσει» σε εκείνο το σημείο (Point of common Coupling)) τότε δεν θα επηρεάσει τις άλλες αναχωρήσεις της βιομηχανικής εγκατάστασης αλλά θα ρεύσει προς το δίκτυο της εταιρίας ηλεκτρισμού. Αυτό προκύπτει και από το παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 11.1) για την ροή των αρμονικών σε μια τέτοια περίπτωση



Σχήμα 11.1: Ροή αρμονικών ρευμάτων σε ένα Δίκτυο [50]

Πρέπει να γίνει η διευκρίνιση ότι το παραπάνω δίκτυο (Σχήμα 11. 1) είναι για ένα δίκτυο διανομής. Όμως ακριβώς ίδια είναι η κατάσταση στην περίπτωση μιας μεγάλης βιομηχανικής εγκατάστασης. Έτσι όπως φαίνεται οι αναχωρήσεις από το σημείο κοινής σύνδεσης με την εταιρία ηλεκτρισμού μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητες.

Επιπλέον ένας άλλος λόγος για τον οποίο είναι δυνατόν να θεωρηθούν ανεξάρτητα για τους σκοπούς της ανάλυσης όλες οι αναχωρήσεις από το σημείο κοινής σύνδεσης με την εταιρία ηλεκτρισμού είναι ότι αφού η σύνθετη αντίσταση με την οποία προσομοιώνεται το δίκτυο της εταιρίας ηλεκτρισμού είναι πολύ μικρή τότε και η συμβολή της στον υπολογισμό των απωλειών θα είναι πολύ μικρή.

Έτσι τελικά φαίνεται ότι οι αναχωρήσεις από το σημείο κοινής σύνδεσης με την εταιρία ηλεκτρισμού μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητες.

Ένας πρόσφορος τρόπος ανάλυσης βέλτιστης κατανομής πυκνωτών μεταξύ των ανεξάρτητων υποδικτύων είναι με την χρήση του δυναμικού προγραμματισμού.

Πριν εφαρμοστεί όμως ο δυναμικός προγραμματισμός είναι απαραίτητο να αναφερθεί το εξής. Επειδή ο δυναμικός προγραμματισμός για να εφαρμοστεί σωστά πρέπει τα διάφορα στάδια της μεθόδου να είναι ανεξάρτητα. Αυτό ισχύει όπως έχει εξηγηθεί και παραπάνω. Επίσης απαιτεί να υπάρχει μια «βάση δεδομένων» ώστε να επιλεγεί η βέλτιστη κατανομή των πυκνωτών μεταξύ των ανεξάρτητων υποδικτύων. Έτσι εφαρμόζεται η μέθοδος που έχει αναφερθεί στο κεφάλαιο 10 για κάθε υποδίκτυο. Έτσι για κάθε ανεξάρτητο υποδίκτυο της βιομηχανικής εγκατάστασης δημιουργείται μια «βάση δεδομένων» με το βέλτιστο χρηματικό όφελος που μπορεί να αποδώσει αν εγκατασταθεί σε αυτό για ένα μεγάλο εύρος τιμών πυκνωτών. Έτσι έχει προκύψει για κάθε υποδίκτυο και για κάθε βήμα πυκνωτών που μπορεί να εγκατασταθεί σε αυτό η βέλτιστη χρηματική απόδοση που μπορεί αυτό το υποδίκτυο να δώσει. Τώρα σε αυτόν τον πίνακα που έχει προκύψει εφαρμόζεται η μέθοδος του δυναμικού προγραμματισμού, ενώ τα διάφορα στάδια του δυναμικού προγραμματισμού είναι τα ανεξάρτητα υποδίκτυα.

11.2 ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι μία μαθηματική τεχνική με την οποία συχνά αντιμετωπίζονται προβλήματα λήψης μιας ακολουθίας αλληλοσχετιζόμενων αποφάσεων (πολυσταδιακές αποφάσεις). Ο Δυναμικός Προγραμματισμός εφαρμόζεται συχνά σε προβλήματα προγραμματισμού επενδύσεων, διατήρησης αποθεμάτων, κατανομής, αντικατάστασης-συντήρησης εξοπλισμού και βέλτιστης διαδρομής.

Σε αυτή την υποενότητα παρουσιάζεται η τεχνική του Δυναμικού Προγραμματισμού[55].

11.2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ

Ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μια μαθηματική τεχνική με την οποία συχνά αντιμετωπίζονται προβλήματα λήψης μιας ακολουθίας αλληλοσχετιζόμενων αποφάσεων (πολυσταδιακές αποφάσεις). Παρέχει μια συστηματική διαδικασία εύρεσης εκείνου του συνδυασμού των αποφάσεων, που βελτιστοποιεί τη συνολική απόδοση σύμφωνα με κάποιο επιλεγμένο κριτήριο.

11.2.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΛΥΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ¹⁷

Η μέθοδος λύσης ενός προβλήματος με χρήση του δυναμικού προγραμματισμού με την μορφή βημάτων είναι :

1. Το πρόβλημα χωρίζεται, σε διαδοχικά στάδια. Σε κάθε τέτοιο στάδιο απαιτείται η λήψη μιας απόφασης
2. Κάθε στάδιο έχει ένα αριθμό από καταστάσεις που συνδέονται με αυτό. Αυτές είναι οι διάφορες θέσεις που μπορεί να βρεθεί το σύστημα σε αυτό το στάδιο του προβλήματος. Καθορίζονται με τις τιμές μιας μεταβλητής ή ενός διανύσματος
3. Η απόφαση που λαμβάνεται σε κάποιο στάδιο έχει σαν αποτέλεσμα τη «μεταφορά» του συστήματος από την παρούσα κατάσταση σε μια άλλη που συνδέεται με το επόμενο στάδιο.
4. Όταν δίνεται η κατάσταση του συστήματος σε κάποιο στάδιο, η βέλτιστη πολιτική για τα επόμενα στάδια είναι ανεξάρτητη από την πολιτική που ακολουθήθηκε στα προηγούμενα στάδια. (Σύστημα χωρίς μνήμη. Ιδιότητα Markov).
5. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης αρχίζει με την εύρεση της βέλτιστης πολιτικής για κάθε δυνατή κατάσταση του τελευταίου σταδίου. Η λύση αυτού του μονοσταδιακού προβλήματος είναι συνήθως προφανής (αν έχει γίνει σωστά η διαδικασία).
6. Στη συνέχεια ορίζεται μια αναδρομική σχέση που καθορίζει τη βέλτιστη πολιτική για κάθε κατάσταση όταν απομένουν ακόμα n στάδια (x_n), με δεδομένη τη βέλτιστη πολιτική για κάθε κατάσταση όταν απομένουν ακόμη $n-1$ στάδια. (Σημ. : Η αρίθμηση των σταδίων γίνεται από το τέλος προς την αρχή). Η αναδρομική σχέση είναι της μορφής :

$$F_n(s_n, x_n) = c_{s_n x_n} + F_{n-1}^*(s_n, x_n) \quad \text{και} \quad (11.1)$$

$$F_n^*(s_n) = \max/\min_{x_n} \{F_n(s_n, x_n)\} \quad (11.2)$$

όπου F_n είναι η συνάρτηση βελτιστοποίησης για τα n τελευταία στάδια

F_n^* είναι η τιμή της F_n για τη βέλτιστη απόσταση x_n^*

s_n είναι η μεταβλητή κατάστασης στο n -οστό στάδιο

x_n είναι η μεταβλητή απόφασης στο n -οστό στάδιο.

7. Με την χρήση της αναδρομικής σχέσης η διαδικασία βελτιστοποίησης προχωρεί από το τέλος προς την αρχή κατά στάδια. Σε κάθε στάδιο προσδιορίζεται η βέλτιστη πολιτική για όλες τις δυνατές καταστάσεις μέχρι να προσδιοριστεί η βέλτιστη πολιτική για το αρχικό στάδιο και κατάσταση του συστήματος.

11.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΥΠΟΔΙΚΤΥΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Σύμφωνα με αυτή την μέθοδο όπως έχει αναφερθεί και στην εισαγωγή θα πρέπει να υπάρχει μια «βάση δεδομένων» με το βέλτιστο χρηματικό όφελος για την εγκατάσταση διαφόρων τιμών πυκνωτών (τιμές Q_c) σε κάθε υποδίκτυο.

¹⁷ Για περαιτέρω ανάλυση βλ. [55]

Για να γίνει εμφανής η μέθοδος διαχείρισης-κατανομής πυκνωτών μεταξύ ανεξαρτήτων υποδικτύων θα παρουσιαστεί με ένα παράδειγμα.

Ας υποθεθεί ότι έχει γίνει η εφαρμογή της μεθόδου του κεφαλαίου 10 (εύρεση βέλτιστου οικονομικού οφέλους από την εγκατάσταση διαφόρων τιμών πυκνωτών) σε τρία διαφορετικά υποδίκτυα μιας μεγάλης βιομηχανικής εγκατάστασης και το χρηματικό όφελος είναι όπως παρουσιάζεται παρακάτω.

Εφαρμογή της μεθόδου στο πρώτο δίκτυο. Χρηματικό όφελος :

1.0e+004 * [

Columns 1 through 8

0 0.2471 0.4767 0.6887 0.8835 1.0610 1.2213 1.3645

Columns 9 through 15

1.4907 1.5998 1.6918 1.7669 1.8249 1.8658 1.8897]

Εφαρμογή της μεθόδου στο δεύτερο δίκτυο. Χρηματικό όφελος :

1.0e+004 * [

Columns 1 through 8

0 0.4276 0.7955 1.1190 1.4065 1.6631 1.8915 2.0938

Columns 9 through 15

2.2711 2.4239 2.5527 2.6578 2.7391 2.7966 2.8301]

Εφαρμογή της μεθόδου στο τρίτο δίκτυο. Χρηματικό όφελος :

1.0e+004 * [

Columns 1 through 8

0 0.7222 1.3407 1.8854 2.3718 2.8085 3.2006 3.5509

Columns 9 through 15

3.8611 4.1323 4.3649 4.5592 4.7149 4.8321 4.9102]

Σύμφωνα με την μέθοδο που αναλύθηκε στην υποενότητα 11.2.2 τα βήματα με τα οποία αναλύεται και βρίσκεται η βέλτιστη κατανομή πυκνωτών μεταξύ των ανεξάρτητων υποδικτύων μιας μεγάλης βιομηχανικής εγκατάστασης παρουσιάζονται παρακάτω.

Κατ' αρχήν ορίζεται η μεταβλητή απόφασης x_n ($n=1,2,3$). Η μεταβλητή αυτή είναι ο αριθμός του ποσού (Q_c) πυκνωτών που πρόκειται να εγκατασταθεί στο 4-n υποδίκτυο. Δηλαδή όπως προκύπτει το πρώτο στάδιο (απόφαση x_1) αναφέρεται στο πόσοι πυκνωτές (Q_c) θα εγκατασταθούν στο τελευταίο υποδίκτυο, δηλαδή το τρίτο.

Μεταβλητή κατάστασης ορίζεται το s_n . Αυτή η μεταβλητή είναι ο αριθμός του ποσού των πυκνωτών που είναι διαθέσιμος στο στάδιο n . Ισχύει $s_{n-1} = s_n - x_n$, δηλαδή ο αριθμός των πυκνωτών που είναι διαθέσιμοι στο στάδιο $n-1$ είναι οι διαθέσιμοι πυκνωτές στο στάδιο n μείον τους πυκνωτές που εγκαταστάθηκαν στο στάδιο n .

Στην συνέχεια ορίζεται η αναδρομική σχέση. Αν συμβολιστεί με $p_i(x)$ το βέλτιστο κέρδος από την εγκατάσταση x ποσού (Q_c) πυκνωτών στο υποδίκτυο i , τότε η ποσότητα που θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί είναι το άθροισμα $p_1(x_3) + p_2(x_2) + p_3(x_1)$ με τον περιορισμό τον συνολικό αριθμό πυκνωτών (Q_c) που έχει αποφασίσει η βιομηχανία να εγκαταστήσει στο δίκτυό της ($x_1 + x_2 + x_3 =$ απαιτούμενος αριθμός kVA r που πρέπει να εγκατασταθεί στην βιομηχανία ώστε στο PCC (point of common coupling) να μην παραβιάζονται όρια που έχουν τεθεί από την εταιρία παροχής ηλεκτρικής ενέργειας). Ορίζεται το κέρδος $F_n(s_n, x_n)$ που αντιστοιχεί στην βέλτιστη

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

πολιτική εγκατάστασης πυκνωτών στο στάδιο n όταν υπάρχουν s_n (Qc) διαθέσιμοι πυκνωτές για τα τελευταία n δίκτυα και αποφασίζεται η εγκατάσταση x_n kVAr πυκνωτών στο επόμενο δίκτυο.

Έτσι ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις :

$$F_n(s_n, x_n) = p_{4-n}(x_n) + F_{n-1}^*(s_n - x_n) \quad (11.3)$$

$$F_n^*(s_n) = \max_{x_n} F_n(s_n, x_n) \quad (11.4)$$

όπου $p_{4-n}(x_n)$ είναι το κέρδος από την εγκατάσταση κατά το στάδιο n (4-n υποδίκτυο) ποσού πυκνωτών x_n (Qc) και

$F_{n-1}^*(s_{n-1})$ είναι το κέρδος από την βέλτιστη πολιτική μέχρι το στάδιο n-1 αν το διαθέσιμο ποσό (Qc) πυκνωτών είναι $s_{n-1} = s_n - x_n$.

Η αναδρομική σχέση που συνδέει όλου τους παραπάνω τύπους είναι

$$F_n^*(s_n) = \max_{x_n} \{p_{4-n}(x_n) + F_{n-1}^*(s_n - x_n)\} \quad (11.5)$$

Οπότε ξεκινώντας από το τελευταίο έτος προκύπτει :

n=1			
	s_1 (kVAr)	$F_1(s_1)$	x_1^* (kVAr)
	0	0	0
	50	7222	50
	100	13407	100
	150	18854	150
	200	23718	200
	250	28085	250
	300	32006	300
	350	35509	350
	400	38611	400
	450	41323	450
	500	43649	500
	550	45592	550
	600	47149	600
	650	48321	650
	700	49102	700

Σχήμα 11.2 : Βέλτιστη κατανομή σταδίου 1 Δυναμικού Προγραμματισμού

Για άλλη μια φορά εξηγείται ότι η μεταβλητή s_1 αναφέρεται στο ποσό (σε kVAr) των πυκνωτών που είναι διαθέσιμοι στο n=1 στάδιο, ενώ η μεταβλητή x_1^* αναφέρεται στο ποσό (σε kVAr των πυκνωτών) που εγκαθίστανται στο 4-n υποδίκτυο (n-στάδιο). Έτσι με δεδομένο ότι το στάδιο 1 αναφέρεται στο υποδίκτυο 4-1=3 που είναι το τελευταίο άρα όσοι πυκνωτές είναι διαθέσιμοι σε αυτό το στάδιο θα πρέπει να διατεθούν, για αυτό το λόγο το x_1^* ταυτίζεται με το s_1 .

Στην συνέχεια γίνεται η παραπάνω διαδικασία για το n=2 στάδιο. Οπότε προκύπτει ο πίνακας

n=2								
	$F_2(s_2, x_2) = p_2(x_2) + F_1^*(s_2 - x_2)$							
x_2 (kVAr)	0	50	100	150	200	250	300	350
s_2 (kVAr)								
0	0	0						
50	7222	4276	0					
100	13407	11498	7955	0				
150	18854	17683	15177	11190	0			
200	23718	23130	21362	18412	14065	0		
250	28085	27994	26809	24597	21288	16631	0	
300	32006	32361	31673	30044	27473	23853	18915	0
350	35509	36282	36040	34908	32919	30038	26138	20938
400	38611	39785	39961	39275	37783	35485	32323	28161
450	41323	42887	43464	43196	42151	40349	37770	34346
500	43649	45599	46566	46698	46071	44716	42633	39792
550	45592	47925	49278	49801	49574	48636	47001	44656
600	47149	49868	51604	52513	52676	52139	50921	49024
650	48321	51425	53547	54839	55388	55242	54424	52944
700	49102	52597	55104	56782	57715	57954	57527	56447

Σχήμα 11.3 : Στάδιο 2 Δυναμικού Προγραμματισμού

Και

n=2	(Συνέχεια από πριν)						
	$F_2(s_2, x_2) = p_2(x_2) + F_1^*(s_2 - x_2)$						
x_2 (kVAr)	400	450	500	550	600	650	700
s_2 (kVAr)							
0							
50							
100							
150							
200							
250							
300							
350	0						
400	22711	0					
450	29933	24239	0				
500	36118	31461	25527	0			

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΥΚΝΩΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

550	41565	37646	32750	26578	0		
600	46428	43093	38935	33800	27391	0	
650	50796	47957	44381	39985	34613	27966	0
700	54716	52324	49245	45432	40798	35188	28301

Σχήμα 11.3(Συνέχεια) : Στάδιο 2 Δυναμικού Προγραμματισμού

Για άλλη μια φορά εξηγείται ότι η μεταβλητή s_2 αναφέρεται στο ποσό (σε kVAr) των πυκνωτών που είναι διαθέσιμοι στο $n=2$ στάδιο, ενώ η μεταβλητή x_2 αναφέρεται στο ποσό (σε kVAr των πυκνωτών) που εγκαθίστανται στο 4- n υποδίκτυο (n -στάδιο). Έτσι με δεδομένο ότι το στάδιο 2 αναφέρεται στο υποδίκτυο 4-2=2 προκύπτει ότι σε αυτό το στάδιο είναι δυνατόν να έχω όλους τους δυνατούς συνδυασμούς διαθεσιμότητας και εγκατάστασης πυκνωτών.

Έτσι προκύπτει η βέλτιστη εγκατάσταση πυκνωτών ανάλογα με το πόσοι είναι οι διαθέσιμοι πυκνωτές. Έτσι

$n=2$		
s_2 (kVAr)	$F_2^*(s_2)$	x_2^* (kVAr)
0	0	0
50	7222	0
100	13407	0
150	18854	0
200	23718	0
250	28085	0
300	32361	50
350	36282	50
400	39961	100
450	43464	100
500	46698	150
550	49801	150
600	52676	200
650	55388	200
700	57954	250

Σχήμα 11.4 : Βέλτιστη κατανομή Σταδίου 2 δυναμικού Προγραμματισμού

Στην συνέχεια γίνεται όλη η παραπάνω διαδικασία για το στάδιο n=3 ή το υποδίκτυο 4-3=1. Σε αυτή την περίπτωση επειδή είναι ουσιαστικά το πρώτο υποδίκτυο είναι διαθέσιμοι όλοι οι πυκνωτές, δηλαδή $Q_c=700\text{kVAr}$ και $s_3=700\text{kVAr}$. Άρα προκύπτει ο παρακάτω πίνακας

n=3								
	$F_3(s_3, x_3) = p_1(x_3) + F_2^*(s_3 - x_3)$							
x_3 (kVAr)	0	50	100	150	200	250	300	350
s_3 (kVAr)								
700	57954	57860	57443	56688	55533	54073	52174	49927

Σχήμα 11.5 : Στάδιο 3 Δυναμικού Προγραμματισμού

Και

n=3	(Συνέχεια από πριν)							
	$F_3(s_3, x_3) = p_1(x_3) + F_2^*(s_3 - x_3)$							
x_3 (kVAr)	400	450	500	550	600	650	700	
s_3 (kVAr)								
700	47268	44083	40636	36523	31656	25881	18897	

Σχήμα 11.5(Συνέχεια) : Στάδιο 3 Δυναμικού Προγραμματισμού

Με

n=3		
s_3 (kVAr)	$F_3^*(s_3)$	x_3^* (kVAr)
700	57954	0

Σχήμα 11.6 : Βέλτιστη Κατανομή Σταδίου 3 Δυναμικού Προγραμματισμού

Άρα όπως φαίνεται η λύση που δίνει το βέλτιστο χρηματικό όφελος (57954€) είναι όταν εγκαθίστανται 0 kVAr στο πρώτο υποδίκτυο (στάδιο 3), 250kVAr στο δεύτερο υποδίκτυο (στάδιο 2) και 450kVAr στο τρίτο υποδίκτυο (στάδιο 1). Στην συνέχεια με βάση την μέθοδο που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 10 προκύπτει και η βέλτιστη κατανομή των πυκνωτών σε κάθε κόμβο του κάθε υποδικτύου.

Πρέπει ακόμα να αναφερθεί ότι θα πρέπει πρώτα να υπάρχει μια βάση δεδομένων με την βέλτιστη κατανομή διαφόρου εύρους πυκνωτών για κάθε υποδίκτυο και στην συνέχεια να γίνει η εφαρμογή του δυναμικού προγραμματισμού.

11.4 ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΤΛΑΒ ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ ΟΛΗ ΤΗΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Πρέπει να αναφερθεί ότι για να γίνει η εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου με το πρόγραμμα MatLab θα πρέπει να υπάρχει ήδη ένας διδιάστατος πίνακας. Αυτός ο πίνακας θα έχει το βέλτιστο χρηματικό όφελος για κάθε υποδίκτυο που «μπαίνει» στην ανάλυση. Έτσι αν το δίκτυο μιας βιομηχανίας μπορεί να χωριστεί σε 5 ανεξάρτητα υποδίκτυα τότε θα πρέπει για κάθε υποδίκτυο και για ένα μεγάλο εύρος τιμών πυκνωτών να υπάρχει το βέλτιστο οικονομικό όφελος. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την μέθοδο όπως έχει αναλυθεί στο κεφάλαιο 10. Στην συνέχεια όλοι οι πίνακες για κάθε υποδίκτυο μαζεύονται σε έναν μεγάλο διδιάστατο πίνακα του οποίου οι στήλες αναφέρονται στα διάφορα υποδίκτυα ενώ οι γραμμές σε τιμές Q_c που εγκαθίστανται σε κάθε υποδίκτυο. Ένα παράδειγμα τέτοιου πίνακα για την περίπτωση όπως έχει αναπτυχθεί στην υπενότητα 11.3 είναι

	n=1	n=2	n=3
Q_c	Υποδίκτυο 1	Υποδίκτυο 2	Υποδίκτυο 3
0	0	0	0
50	2471	4276	7222
100	4767	7955	13407
150	6887	11190	18854
200	8835	14065	23718
250	10610	16631	28085
300	12213	18915	32006
350	13645	20938	35509
400	14907	22711	38611
450	15998	24239	41323
500	16918	25527	43649
550	17669	26578	45592
600	18249	27391	47149
650	18658	27966	48321
700	18897	28301	49102

Σχήμα 11.7 : Βέλτιστη κατανομή εύρους τιμών πυκνωτών σε κάθε υποδίκτυο.

```

for SUB_NETWORK = 1:3
    for temp_x = 1 : x
        SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING(SUB_NETWORK-1,temp_x) = DATA(temp_x,
SUB_NETWORK);
    end
end
[rows_SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING , cols_SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING] =
size(SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING);
NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1 = 4;
for temp_i=1:1:cols_SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING
    for temp_j=1:1:(NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1-1)
        F_star(temp_i,temp_j) = 0;
    end
end

```

```
end

s_n = [ 0,50,100,150,200,250,300,350,400,450,500,550,600,650,700];
x_n = [ 0,50,100,150,200,250,300,350,400,450,500,550,600,650,700];
for n = 1 : 1 : (NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1-1)
    if (n == 1)
        for temp_i = 1 : 1 : cols_SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING
            F_star(temp_i,n) = SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING(NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1-1,temp_i);
        end
        F_star
    elseif ( (n~=1) && (n~=(NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1-1)) )
        [F_star] = Dynamic_Programming_Matrix_Creation(n,NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1,s_n,x_n,SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING,F_star);
    elseif (n==(NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1-1))
        s_n = max(s_n);
        [F_star] = Dynamic_Programming_Matrix_Creation(n,NUMBER_OF_SUBNETWORKS_plus_1,s_n,x_n,SOURCE_DYNAMIC_PROGRAMMING,F_star);
    end
end
end
```

Με το παραπάνω πρόγραμμα κατασκευάζονται όλοι οι παραπάνω πίνακες Σχήμα 11. 2 έως και Σχήμα 11. 7. Έτσι είναι δυνατόν να γίνει βέλτιστη κατανομή πυκνωτών μεταξύ ανεξάρτητων υποδικτύων σε μια βιομηχανική εγκατάσταση.

12

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας έγινε μια ιστορική αναδρομή στο φαινόμενο των αρμονικών συνιστωσών από την εισαγωγή του εναλλασσόμενου ρεύματος μέχρι σήμερα .

Στο δεύτερο κεφάλαιο αυτής της διπλωματικής εργασίας έγινε η επέκταση όλων των ορισμών για τις διάφορες συνιστώσες της ισχύος όταν η τάση και το ρεύμα περιέχουν αρμονικές. Έγινε η επέκταση των ορισμών της ενεργού και αέργου ισχύος, καθώς και ο ορισμός νέων μεγεθών όπως η ισχύς παραμόρφωσης και η ολική αρμονική παραμόρφωση (THD).

Στο τρίτο κεφάλαιο έγινε αναφορά στις πηγές αρμονικών συνιστωσών που μπορούν να συναντηθούν σε ένα βιομηχανικό περιβάλλον. Αναλύονται οι μετασχηματιστές, οι μηχανές, τα SVCs, οι κυκλομετατροπείς και γενικότερα οι ανορθώσεις ως πηγές αρμονικών. Εξηγήθηκαν όλα τα παραπάνω ώστε να γίνει αντιληπτός ο τρόπος δημιουργίας των αρμονικών σε ένα δίκτυο.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναπτύχθηκαν οι επιπτώσεις των αρμονικών συνιστωσών στα διάφορα στοιχεία του ηλεκτρικού δικτύου και γίνεται αναφορά και ανάλυση του συντονισμού. Επίσης χρησιμοποιώντας συγκεκριμένους τύπους έγινε ποσοτικοποίηση των απωλειών ώστε να γίνει δυνατή η οικονομική αξιολόγηση των απωλειών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναπτύχθηκαν διάφορες μέθοδοι για την θεραπεία των αρμονικών συνιστωσών από τα ηλεκτρικά δίκτυα. Επιπλέον παρουσιάστηκαν όλα τα αναγκαία βήματα για τον σχεδιασμό φίλτρων παθητικών ή ενεργών.

Στο έκτο κεφάλαιο δόθηκαν μοντέλα αναπάραστασης των διαφόρων στοιχείων ενός ηλεκτρικού δικτύου στην περίπτωση των αρμονικών συνιστωσών.

Στο έβδομο κεφάλαιο και στο όγδοο κεφάλαιο δόθηκε η αντιμετώπιση και ο χειρισμός του φαινομένου των αρμονικών στο πεδίο της συχνότητας. Κατ' αρχάς στο έβδομο κεφάλαιο δόθηκαν βασικοί ορισμοί που αφορούν στην διενέργεια υπολογισμών στο πεδίο της συχνότητας. Στο όγδοο κεφάλαιο δόθηκαν όλα τα απαραίτητα στοιχεία που χρειάζονται ώστε να γίνει ανάλυση ηλεκτρικού δικτύου στο πεδίο της συχνότητας όταν από μετρήσεις υπάρχουν μόνο οι αρμονικές συνιστώσες του ρεύματος ή της τάσης για πηγή ρεύματος ή τάσης αντίστοιχα.

Στο ένατο κεφάλαιο έγινε η ολοκλήρωση (integration) όλων των παραπάνω κεφαλαίων και προτάθηκε πρόγραμμα για τον υπολογισμό των απωλειών ενός ηλεκτρικού δικτύου για κάθε αρμονική συνιστώσα. Επιπλέον έγινε η οικονομοτεχνική μελέτη που απαιτείται για την

αναγκαιότητα η μη επέμβασης (π.χ. με εγκατάσταση πυκνωτών) σε μια εγκατάσταση καθώς επίσης και η σύγκριση με άλλες μορφές επενδύσεων.

Στο δέκατο κεφάλαιο προτάθηκε μέθοδος βέλτιστης κατανομής πυκνωτών για την εξοικονόμηση ενέργειας μεταξύ των διαφόρων κόμβων ενός υποδικτύου χρησιμοποιώντας το διαφορικό κέρδος που προκύπτει από την εγκατάσταση των πυκνωτών σε κάθε κόμβο.

Στο ενδέκατο κεφάλαιο προτάθηκε μέθοδος βέλτιστης κατανομής πυκνωτών για την εξοικονόμηση ενέργειας μεταξύ των διαφόρων ανεξάρτητων υποδικτύων ενός δικτύου μιας βιομηχανικής εγκατάστασης.

Έτσι, σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας ήταν η δημιουργία ενός εύκολου τρόπου για την εκτίμηση των απωλειών στις διάφορες αρμονικές συχνότητες ενός οποιοδήποτε ηλεκτρικού δικτύου μαζί με οικονομοτεχνική μελέτη ως προς την αναγκαιότητα και το ενδεχόμενο κέρδος (από διάφορες δράσεις) που προκύπτει από την μείωση των απωλειών. Έτσι είναι δυνατή η σύγκριση του ενδεχόμενου κέρδους από διάφορες δράσεις.

Στις μέρες μας είναι αναγκαία η εξοικονόμηση ενέργειας και η διόρθωση του συντελεστή ισχύος λόγω των μεγάλων προβλημάτων που δημιουργούνται από την μη τήρηση των ορίων. Η εγκατάσταση πυκνωτών ενώ είναι αναγκαία για πολλούς λόγους στα δίκτυα διανομής και σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις (μείωση απωλειών και διόρθωση συντελεστή ισχύος) θα πρέπει να γίνεται ύστερα από σοβαρή και ενδελεχή μελέτη ώστε να αυξηθεί το ενδεχόμενο κέρδος και να τηρούνται όλα τα όρια όπως είναι θεσμοθετημένα από διεθνείς οργανισμούς.

Αρα όπως φαίνεται από όλα τα παραπάνω σε αυτήν την διπλωματική εργασία έχουν δοθεί προγράμματα με τα οποία μπορεί να γίνει εύκολος υπολογισμός απωλειών σε κάθε αρμονική συνιστώσα για οποιοδήποτε δίκτυο καθώς και οικονομική αξιολόγησή τους. Επιπλέον προτείνεται μέθοδος και πρόγραμμα ώστε να είναι δυνατή η βέλτιστη εγκατάσταση πυκνωτών σε μια βιομηχανική εγκατάσταση, αφού οι πυκνωτές είναι το κύριο μέσο που χρησιμοποιείται για την διόρθωση του συντελεστή ισχύος.

13

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

13.1	ΟΡΙΣΜΟΙ-ΒΙΒΛΙΑ.....	227
13.2	ΑΡΘΡΑ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ	227
13.3	ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΜΕ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ	227
13.4	ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΜΕ ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	228
13.5	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ	229
13.6	ΓΕΝΙΚΑ	229
13.7	ΒΙΒΛΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ	229
13.8	ΓΕΝΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΔΙΤΚΥΩΝ	230
13.9	ΓΕΝΙΚΑ	230

13.1 ΟΡΙΣΜΟΙ-ΒΙΒΛΙΑ

- [1] Σ.Ν. ΜΑΝΙΑΣ, “ Ηλεκτρονικά Ισχύος”
- [2] Σ.Ν. ΜΑΝΙΑΣ, “ Ανώτερα Κεφάλαια Ηλεκτρονικών Ισχύος”, Εκδόσεις Παπασωτηρίου
- [3] J. Arrilaga, D.A. Bradley, and P.S. Bodger, ‘‘Power System Harmonics’’,New York: Wiley, 1985.
- [4] N. Shepherd and P. Zand, ‘‘Energy flow and power factor in nonsinusoidal circuits’’, Cambridge University Press, 1979.
- [5] George Wakileh, ‘‘Power System Harmonics’’, Springer
- [6] State Estimation In electric Power Systems, A. Monticelli, Kluwer Academic Publishers

13.2 ΑΡΘΡΑ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ

- [7] J.M. Bowyer, ‘‘Three-Part Harmony: System Interactions Leading to a Divergent Resonant System’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 31, No. 6, Nov/Dec 1995, pp. 1341-1349.
- [8] R.D. Hondenson and P.J. Rose, ‘‘Harmonics: the Effects on power Quality and Transformers’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 30, No.3, May/June 1994, pp. 528-532.
- [9] J.S. Subjak and J. S. McQuilkin, ‘‘Harmonics-Causes, effects, Measurements and Analysis: An Update’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 26, No. 6, Nov/Dec 1990, pp. 103-1042.
- [10] P.Y. Keskar, ‘‘Specification of Variable Frequency Drive Systems to Meet the New IEEE 51 Standard’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol.32, No.2, March/April 1996, pp. 393-402.
- [11] T.S. Key, ‘‘Cost and Benefits of Harmonic Current Reduction for Switch-Mode Power Supplies in a Commercial Building’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 32, No. 5, September/October 1996, pp. 1017-1025.

13.3 ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΜΕ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

- [12] M.F. McGranaghan and D.R. Mueller, ‘‘Designing Harmonic Filters for Adjustable-Speed Drives to comply with IEEE-519 Harmonic limits’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 35, No 2, March/April 1999, pp. 312-18.
- [13] F.Z. Peng, ‘‘Harmonic Sources and filtering Approaches’’, IEEE Industry Applications Magazine, July/August 2001, pp. 18-25.
- [14] J.K. Phipps, ‘‘A transfer Function Approach to Harmonic Filter Design’’, IEEE Industry Applications Magazine March/April 1997.
- [15] S.M. Peeran, ‘‘Application, Design, and Specification of Harmonic Filters for Variable frequency Drives’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 31, No. 4, July/August 1995, pp. 841-847.
- [16] J. Lai and T.S. Key, ‘‘Effectiveness of Harmonic Mitigation Equipment for Commercial Office Buildings’’, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 33, No. 4, July/August 1997, pp. 1104-1110.

- [17] D.E. Rice, "A Detailed Analysis of Six-Pulse Converter harmonic Currents", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 30, No. 2, March/April 1994, pp. 294-304.
- [18] R.L. Almonte and Ashley, "Harmonics at the Utility Industrial Interface: A Real World Example", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 31, No. 6, November/December 1995, pp. 1419-1426.
- [19] K. A. Puskarich, W.E. Reid and P. S. Hamer, "Harmonic Experiments with a large load-Commutated inverter drive", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 37, No. 1, Jan/Feb. 2001, pp. 129-136.
- [20] L.S. Czarnecki and O. T. Tan, "Evaluation and Reduction of Harmonic Distortion Caused by Solid State Voltage Controller of Induction Motors", IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 9, No. 3, Sept. 1994, pp. 528-421.
- [21] R.G. Ellis, "Harmonic Analysis of Industrial power Systems", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 32, No. 2, March/April 1996, pp. 417-421.
- [22] D. Adrews et al, "Harmonic Measurements, Analysis and Power factor Correction in a Modern Steel Manufacturing Facility", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 32, No. 3, May/June 1996, pp. 617-624.
- [23] D. Shipp and W. S. Vilcheck, "Power Quality and Line Considerations for Variable Speed AC Drivers", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol.32, No.2, March/April 1996, pp. 403-410.
- [24] J. A Bonner et al, "Selecting ratings for Capacitors and Reactors In Applications Involving Multiple Single-Tuned Filters", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 10, No. 1, Jan. 1995, pp. 547-555.
- [25] E. J. Currence, J.E Plizga, and H. N. Nelson, "Harmonic Resonance at a medium-sized Industrial Plant", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 31, No. 4, July/August 1995, pp. 682-690.
- [26] G. Lemieux, "Power system harmonic resonance. A document case", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 26, No. 3, pp. 483-487, May/June 1990.
- [27] D. D. Shipp, "Harmonic Analysis and Suppression for electrical systems", IEEE Trans. on Industry Applications Vol. 15, No. 5, Sept./Oct. 1979.

13.4 ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΜΕ ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ

- [28] H. Akagi, "New trends in active filters for Power conditioning", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 32, Nov/Dec. 1996, pp. 1312-1322.
- [29] Bhim Singh et al, "A Review of Active Filters for Power Quality Improvement", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 46, No. 5, Oct. 1999, pp. 960-971.
- [30] F. Z. Peng, "Application Issues of Active Power Filters", IEEE Industry Applications Magazine, Sep./Oct. 1998, pp. 22-30.
- [31] S. Bhattacharga et al, "Active Filter Systems Implementation", IEEE Industry Applications Magazine, Sep./Oct. 1998, pp. 47-63.
- [32] S. Bhattacharya et al, "Hybrid Solutions for improving Passive Filter Performance in high power Applications", IEEE, Trans. on Industry Applications, Vol. 33, No. 3, May/June 1997, pp. 732-747.

- [33] H. Akagi, "Control Strategy and site selection of a shunt active filter for damping of harmonics propagation in power distribution systems", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 12, Jan. 1997, pp.354-363.
- [34] H. Fujita, T. Yamasaki, and H. Akagi, "A Hybrid Active Filter for Damping of Harmonic Resonance in Industrial Power Systems", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 15, No. 2, March 2000, pp. 215-222.
- [35] H. Akagi et al, " A shunt Active Filter Based on Voltage Detection for Harmonic Termination of a Radial power Distribution Line", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 35, No. 3, May/June 1999, pp. 638-645.
- [36] D. Rivas et al, " A simple control scheme for hybrid Active Power Filter", IEE PESC-00, pp. 991-996.
- [37] L. Zhou and Zi Li, "A Novel Active Power filter Based on the Least compensation Current Control Method", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 15, No. 4, July 2000, pp. 655-659.

13.5 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ (ΓΕΝΙΚΑ ΑΡΘΡΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΑΝΑΦΟΡΑΣ)

- [38] IEEE Task Force on Modeling and Simulation, "Modeling and Simulation of the propagation of harmonics in electric power networks, Part I: Concepts, models, and simulation techniques", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 11, No. 1, Jan. 1996, pp. 452-465.
- [39] IEEE Task Force on Modeling and Simulation "Modeling and Simulation of the propagation of harmonics in electric power networks, Part II: Sample systems and examples", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 11, No. 1, Jan. 1996, pp. 466-474.
- [40] W. Jewel et al, "Filtering Dispersed harmonic Sources on Distribution", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 15, No. 3, July 2000, pp. 1045-1051.
- [41] N.K. Madora and A. Kusko, "Computer-Aided Design and Analysis of Power-Harmonic Filters" IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 36, No. 2, March/April 2000, pp.604-613.

13.6 ΓΕΝΙΚΑ

- [42] Πρακτικά Συνεδρίου International Conference on Harmonics and Quality of Power 1998
- [43] Πρακτικά Συνεδρίου International Conference on Harmonics and Quality of Power 2000
- [44] Πρακτικά Συνεδρίου International Conference on Harmonics and Quality of Power 2002
- [45] Πρακτικά Συνεδρίου International Conference on Harmonics and Quality of Power 2004
- [46] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery, "Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing Second Edition", Cambridge University Press, 1992

13.7 ΒΙΒΛΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

- [47] Enrique Acha and Manuel Madrigal, "Power System Harmonics, Computer Modelling and Analysis", John Wiley & Sons, 2001.

13.8 ΓΕΝΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΗΛΕΚΤΤΡΙΚΩΝ ΔΙΤΚΥΩΝ

[48] John J. Grainger and William D. Stevenson, Jr. , “Power System Analysis”, McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS Electrical Engineering Series, 1994

[49] Τ.Γ Κουσιουρής, Θεωρία Ανάλυσης Συστημάτων και Κυκλωμάτων.

13.9 ΓΕΝΙΚΑ

[50] K.S.MURTHY, “Impact of Capacitor Installations on Networks and Systems”

[51] Ι.Α. ΤΕΓΟΠΟΥΛΟΣ, “ Ηλεκτρικές μηχανές (Μέρος Β)”, Εκδόσεις Συμμετρία

[52] N.MOHAN, T. UNDELAND, W.ROBBINS, “Power Electronics: Converters, Applications and Design”, New York, John Wiley and Sons 2nd Edition

[52] IEEE Std1036-1992, “IEEE Guide for Application of Shunt Power Capacitors”

[53] IEEE Std 1459-2000 “Trial-Use Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions”

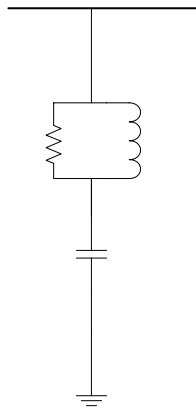
[54] Γ. ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ, Κ. ΤΖΙΤΖΙΠΑΧΟΥ, “Εισαγωγή στα Σήματα και Συστήματα” , Εκδόσεις Παπασωτηρίου

[55] R. Bellman, S. Dreyfus, “Applied Dynamic Programming”, Princeton University Press, 1962

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΕΞΑΡΤΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΕΝΟΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΦΙΛΤΡΟΥ ΑΠΟ ΤΟ Q(ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ)

Για ένα φίλτρο δευτέρας τάξης



ισχύει :

1) Αποφασίζουμε το μέγεθος του πυκνωτή Q_c σε MVar .

2) Η σύνθετη αντίσταση του πυκνωτή είναι : $X_c = \frac{kV^2}{Q_c}$

3) Για να μπορέσω να καταστείλω την συχνότητα h_n η σύνθετη αντίσταση του πηνίου που θα υπάρχει θα είναι : $X_L = \frac{X_c}{h_n^2}$

4) Η αντίσταση που θα υπάρχει στο φίλτρο θα έχει μέγεθος $R = X_n Q$ όπου Q είναι ο συντελεστής ποιότητας που θα πρέπει να είναι $0,5 < Q < 5$.

Η χαρακτηριστική αντίδραση είναι :

$$X_n = X_{L_n} = X_{C_n} = \sqrt{X_L X_C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\text{Το μέγεθος του φίλτρου είναι } Q_{Filter} = \frac{kV^2}{X_C - X_L} = \frac{h_n^2}{h_n^2 - 1} Q_c$$

Για ένα δευτέρας τάξης φίλτρο, η σύνθετη αντίσταση σε οποιαδήποτε τάξη αρμονική h είναι

$$Z_F(h) = \frac{jRhX_L}{R + jhX_L} - j\frac{X_C}{h} = \frac{R(hX_L)^2}{R^2 + (hX_L)^2} + j\left(\frac{R^2 hX_L}{R^2 + (hX_L)^2} - \frac{X_C}{h}\right)$$

Το ρεύμα στο πηνίο είναι : $I_{Lh} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_{Lh}^2}} I_{Fh} = \frac{Q}{\sqrt{Q^2 + \left(\frac{h}{h_n}\right)^2}} I_{Fh}$.

Το ρεύμα στην αντίσταση είναι :

$$I_{Rh} = \frac{X_{Lh}}{\sqrt{R^2 + X_{Lh}^2}} I_{Fh} = \frac{\left(\frac{h}{h_n}\right)}{\sqrt{Q^2 + \left(\frac{h}{h_n}\right)^2}} I_{Fh} = \frac{h}{h_n} \frac{I_{Lh}}{Q} = \frac{hX_L}{R} I_{Lh}.$$

Οι απώλειες ισχύος στην αντίσταση είναι :

$$P_R = \sum_{h=1} RI_{Rh}^2 = \frac{X_L^2}{R} \sum_{h=1} (hI_{Lh})^2$$

Παράδειγμα :

Ένα φίλτρο δευτέρας τάξης είναι συντονισμένο με $h_n \geq 17$. Ξέροντας ότι $X_C = 1,734\Omega$ υπολογίστε τα στοιχεία του φίλτρου και σχεδιάστε σε γραφική παράσταση το μέτρο της σύνθετης του αντίστασης.

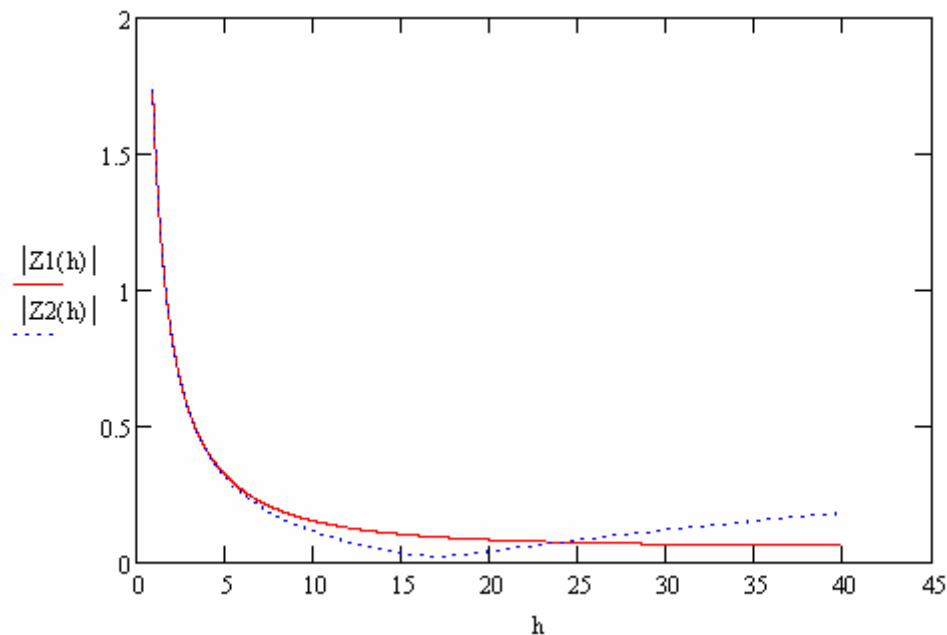
Λύση :

Το πηνίο είναι $X_L = \frac{X_C}{h_n^2} = 0.006\Omega$. Η χαρακτηριστική αντίδραση του φίλτρου είναι

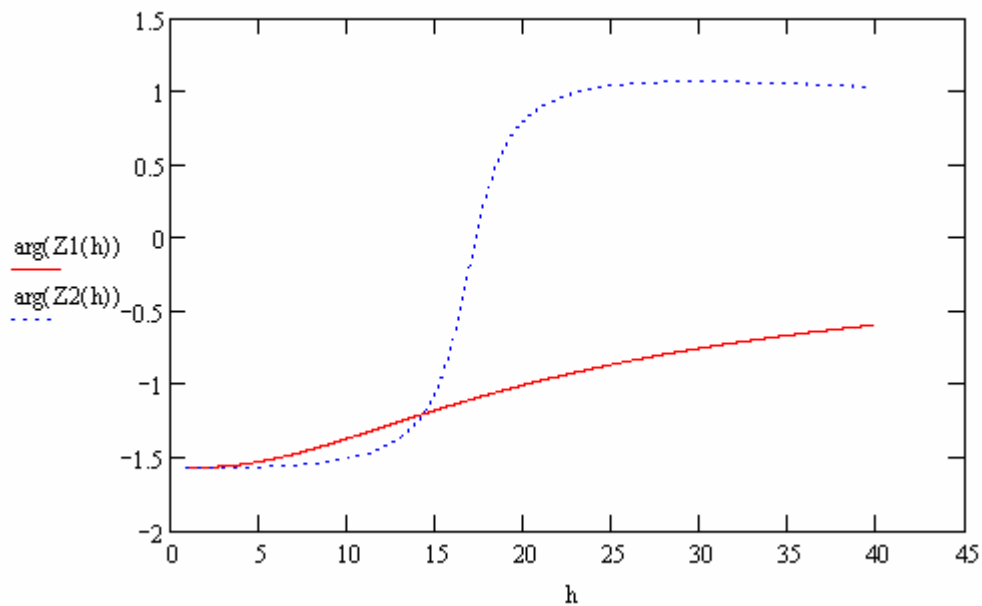
$X_n = \sqrt{X_L X_C} = 0.102\Omega$. Για ένα συντελεστή ποιότητας 0,5 και 5, αντίσταση είναι

$$R = X_n Q = \begin{cases} 0.051\Omega & \text{για } Q = 0.5 \\ 0.51\Omega & \text{για } Q = 5 \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση με το μέτρο της σύνθετης αντίστασης του παραπάνω φίλτρου για τις δύο διαφορετικές τιμές του Q.



Και



Όπου στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις η Z_1 είναι η σύνθετη αντίσταση για $Q=0.5$ και Z_2 για $Q=5$.

Παράδειγμα :

Μια τράπεζα πυκνωτών 33kV , 6.8MVAr πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ως δευτέρας τάξης φίλτρο συντονισμένο σε $h_n \geq 4$. Βρείτε τα στοιχεία του φίλτρου.

Λύση :

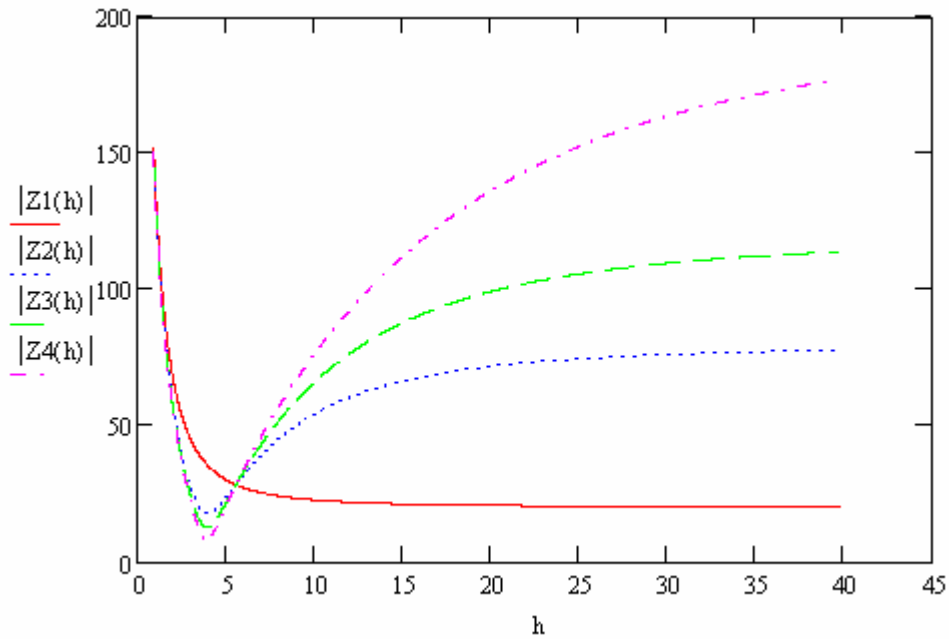
Τα στοιχεία του φίλτρου υπολογίζονται με βάση τους παραπάνω τύπους :

$$X_C = \frac{33^2}{6.8} = 160\Omega, \quad X_L = \frac{X_C}{h_n^2} = 10\Omega, \quad X_n = \frac{X_C}{h_n} = h_n X_L = \sqrt{X_L X_C} = 40\Omega \text{ και}$$

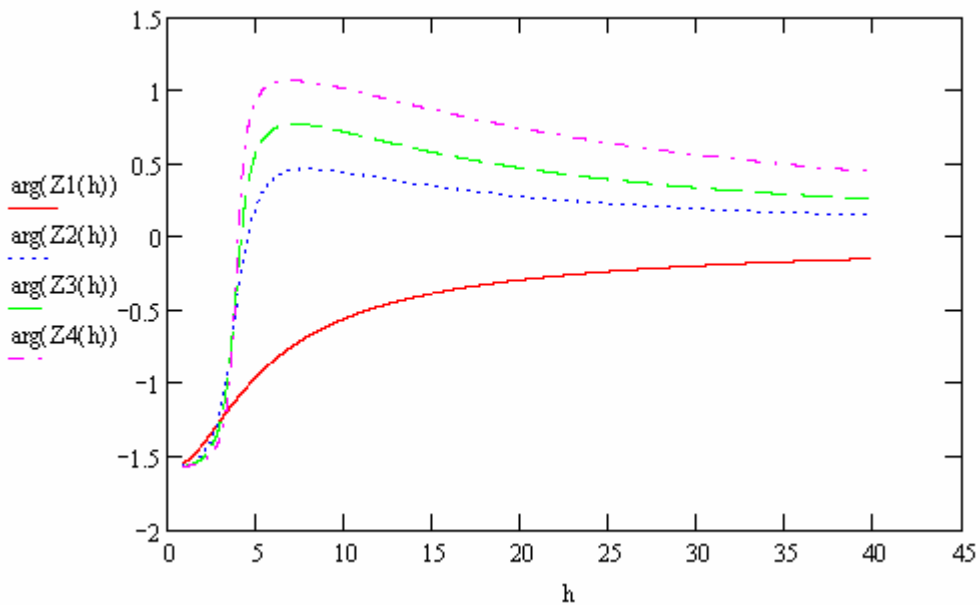
$$R = X_n Q = 20\Omega, \quad 80\Omega, \quad 120\Omega, \quad 200\Omega \quad \text{για} \quad Q = 0.5, 2, 3, 5$$

$$\text{Και το } Q_{Filter} = \frac{kV^2}{X_C - X_L} = \frac{h_n^2}{h_n^2 - 1} Q_C = 7.25MVAr$$

Οι γραφικές παραστάσεις είναι ως εξής :



Και



όπου η Z1 είναι το μέτρο της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου για Q=0,5

η Z2 είναι το μέτρο της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου για Q=2

η Z3 είναι το μέτρο της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου για Q=3

η Z4 είναι το μέτρο της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου για Q=5.

Όπως μπορεί να εξαχθεί από τα παραπάνω παρατηρείται ότι το μέτρο της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου δευτέρας τάξης έχει κάποια εξάρτηση από το Q. Αυτή η σχέση θα αναπτυχθεί παρακάτω περισσότερο.

$$\text{Σχέση } |Z_F(h)| = \left| \frac{jRhX_L}{R + jhX_L} - j\frac{X_C}{h} \right| = \left| \frac{R(hX_L)^2}{R^2 + (hX_L)^2} + j \left(\frac{R^2 hX_L}{R^2 + (hX_L)^2} - \frac{X_C}{h} \right) \right| - -Q$$

Τώρα θα γίνει προσπάθεια να αποδειχθεί η σχέση του μέτρου της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου και του Q .

$$\text{Ισχύει } \frac{d|Z(h)|}{dh} = \frac{d}{dh} \left[\left(\frac{R \cdot X_L^2 \cdot h^2}{R^2 + h^2 X_L^2} \right)^2 + \left(\frac{R^2 \cdot X_L \cdot h}{R^2 + h^2 X_L^2} - \frac{X_C}{h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Ακόμα θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι ισχύει $R = h_n X_L Q$ και $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ και

$$(\sqrt{g(x)})' = \frac{1}{2\sqrt{g(x)}} \cdot g'(x).$$

Αρα η παραπάνω εξίσωση γίνεται :

$$\begin{aligned} (|Z(h)|)' &= 2 \left(\frac{R \cdot X_L^2 \cdot h^2}{R^2 + h^2 X_L^2} \right) \cdot \left(\frac{2hR^3 X_L^2 + 2h^3 R X_L^4 - 2h^3 R X_L^4}{(R^2 + h^2 X_L^2)^2} \right) + \\ &+ 2 \left(\frac{R^2 \cdot X_L \cdot h}{R^2 + h^2 X_L^2} - \frac{X_C}{h} \right) \cdot \left(\frac{R^4 X_L + h^2 R^2 X_L^3 - 2h^2 R^2 X_L^3}{(R^2 + h^2 X_L^2)^2} + \frac{X_C}{h^2} \right) \end{aligned}$$

Όμως το $\frac{1}{2\sqrt{g(x)}} \geq 0$ είναι ταυτότητα άρα το πρόσημο του $(|Z(h)|)'$ καθορίζεται από το $g'(x)$.

Το πρώτο μέλος της παραπάνω εξίσωσης για το μέτρο της σύνθετης αντίστασης ενός φίλτρου δευτέρας τάξης :

$$\begin{aligned} &2 \left(\frac{h_n X_L Q X_L^2 h^2}{h_n^2 X_L^2 Q^2 + X_L^2 h^2} \right) \left(\frac{2hh_n^3 X_L^3 Q^3 X_L^2 + 2h^3 h_n X_L Q X_L^4 - 2h^3 h_n X_L Q X_L^4}{(h_n^2 X_L^2 Q^2 + X_L^2 h^2)^2} \right) = \\ &= 2 \left(\frac{h^2 h_n Q}{h_n^2 Q^2 + h^2} \right) \left(\frac{2hh_n^3 Q^3 + 2h^3 h_n Q - 2h^3 h_n Q}{(h_n^2 Q^2 + h^2)^2} \right) X_L^2 = \\ &\quad \left. \begin{aligned} &\gamma = \frac{h}{h_n Q} \end{aligned} \right\} = \\ &= 2 \left(\frac{\gamma^2 h_n^3 Q}{h_n^2 Q^2 + \gamma^2 h_n^2 Q^2} \right) \left(\frac{2\gamma h_n^4 Q^4 + 2\gamma^3 h_n^4 Q^4 - 2\gamma^3 h_n^4 Q^4}{(h_n^2 Q^2 + \gamma^2 h_n^2 Q^2)^2} \right) X_L^2 = \\ &= 2 \left(\frac{\gamma^2 h_n Q}{1 + \gamma^2} \right) \left(\frac{2\gamma}{(1 + \gamma^2)^2} \right) X_L^2 = \\ &= \frac{4\gamma^3 h_n Q X_L^2}{(1 + \gamma^2)^3} \quad \langle 1 \rangle \end{aligned}$$

Πρέπει να υπενθυμιστεί ότι $R = h_n X_L Q$ και $\gamma = \frac{h}{h_n Q}$.

Το δεύτερο μέλος της εξίσωσης για το μέτρο της σύνθετης αντίστασης ενός φίλτρου δευτέρας τάξης δίνει :

$$\begin{aligned}
& 2 \left(\frac{R^2 \cdot X_L \cdot h}{R^2 + h^2 \cdot X_L^2} - \frac{X_C}{h} \right) \cdot \left(\frac{R^4 \cdot X_L - h^2 \cdot R^2 \cdot X_L^3}{(R^2 + h^2 \cdot X_L^2)^2} + \frac{X_C}{h^2} \right) = \\
& = 2 \left(\frac{h \cdot h_n^2 \cdot X_L^2 \cdot Q^2 \cdot X_L}{h_n^2 \cdot X_L^2 \cdot Q^2 + h^2 \cdot X_L^2} - \frac{X_C}{h} \right) \left(\frac{h_n^4 \cdot X_L^4 \cdot Q^4 \cdot X_L - h^2 \cdot h_n^2 \cdot X_L^2 \cdot Q^2 \cdot X_L^3}{(h_n^2 \cdot X_L^2 \cdot Q^2 + h^2 \cdot X_L^2)^2} + \frac{X_C}{h^2} \right) = \\
& = 2 \left(\frac{h \cdot Q^2 \cdot X_L \cdot h_n^2}{h_n^2 \cdot Q^2 + h^2} - \frac{X_C}{h} \right) \left(\frac{h_n^4 \cdot Q^4 \cdot X_L - h^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2 \cdot X_L}{(h_n^2 \cdot Q^2 + h^2)^2} + \frac{X_C}{h^2} \right) \quad \langle 2 \rangle
\end{aligned}$$

Τώρα θεωρούμε ότι $\beta = \frac{h}{h_n}$ και με δεδομένο ότι $\gamma = \frac{h}{h_n Q}$. Άρα $\gamma = \frac{\beta}{Q}$.

Άρα η παραπάνω εξίσωση (2) γίνεται :

$$\begin{aligned}
& 2 \left(\frac{\gamma \cdot X_L \cdot h_n^3 \cdot Q^3}{h_n^2 \cdot Q^2 + \gamma^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2} - \frac{X_C}{h} \right) \left(\frac{h_n^4 \cdot Q^4 \cdot X_L - \gamma^2 \cdot X_L \cdot h_n^4 \cdot Q^4}{(h_n^2 \cdot Q^2 + \gamma^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2)^2} + \frac{X_C}{h^2} \right) = \\
& = 2 \left(\frac{\gamma \cdot X_L \cdot h_n \cdot Q}{1 + \gamma^2} - \frac{X_C}{h} \right) \left(\frac{X_L - \gamma^2 \cdot X_L}{(1 + \gamma^2)^2} + \frac{X_C}{h^2} \right) = \\
& = \left(\frac{2 \cdot X_L^2 \cdot \gamma \cdot h_n \cdot Q \cdot (1 - \gamma^2)}{(1 + \gamma^2)^3} + \frac{2 \cdot X_L \cdot \gamma \cdot X_C \cdot h_n \cdot Q}{h^2 (1 + \gamma^2)} - \right. \\
& \quad \left. - \frac{2 \cdot X_L \cdot X_C \cdot (1 - \gamma^2)}{h (1 + \gamma^2)^2} - \frac{2 \cdot X_C^2}{h^3} \right) \quad \langle 3 \rangle
\end{aligned}$$

Αν τώρα προσθέσουμε πάλι τις εξισώσεις (1)+(3) ώστε να έχουμε το μέτρο της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου δευτέρας τάξης προκύπτει :

$$\begin{aligned}
& (Z(h))' = \\
& = \frac{2 \cdot X_L^2 \cdot \gamma \cdot h_n \cdot Q \cdot (1 - \gamma^2)}{(1 + \gamma^2)^3} + \frac{2 \cdot X_L \cdot X_C}{(1 + \gamma^2) \cdot \gamma \cdot h_n \cdot Q} - \\
& \quad - \frac{2 \cdot X_L \cdot X_C \cdot (1 - \gamma^2)}{\gamma \cdot h_n \cdot Q \cdot (1 + \gamma^2)^2} - \frac{2 \cdot X_C^2}{\gamma^3 \cdot h_n^3 \cdot Q^3} + \frac{2 \cdot \gamma^3 \cdot X_L^2 \cdot h_n \cdot Q}{(1 + \gamma^2)^3} \quad \langle 4 \rangle
\end{aligned}$$

Με δεδομένο ότι $\gamma = \frac{\beta}{Q}$ και $\beta = \frac{h}{h_n}$, η (4) γίνεται :

$$\begin{aligned}
 (Z(h))' &= \\
 &= \frac{2 \cdot X_L^2 \cdot \beta \cdot h_n}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3} + \frac{2 \cdot X_L \cdot X_C}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right) \cdot h_n \cdot \beta} - \\
 &\quad - \frac{2 \cdot X_L \cdot X_C \cdot \left(1 - \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)}{\beta \cdot h_n \cdot \left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^2} - \frac{2 \cdot X_C^2}{\left(\frac{\beta}{Q}\right)^3 \cdot h_n^3} + \frac{2 \cdot \beta^3 \cdot X_L^2 \cdot h_n}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3 \cdot Q^2} \quad \langle 5 \rangle
 \end{aligned}$$

Η (5) ως ένα κλάσμα μπορεί να γραφεί :

$$\begin{aligned}
 (Z(h))' &= \\
 &= \frac{2 \cdot X_L^2 \cdot \beta^4 \cdot h_n^4 \cdot Q^2}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3 \cdot \beta^3 \cdot h_n^3 \cdot Q^2} + \frac{2 \cdot X_L \cdot X_C \cdot \left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^2 \cdot \beta^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3 \cdot \beta^3 \cdot h_n^3 \cdot Q^2} - \\
 &\quad - \frac{2 \cdot X_L \cdot X_C \cdot \left(1 - \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right) \cdot \beta^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3 \cdot \beta^3 \cdot h_n^3 \cdot Q^2} \\
 &\quad - \frac{2 \cdot X_C^2 \cdot \left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3 \cdot Q^2}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3 \cdot \beta^3 \cdot h_n^3 \cdot Q^2} + \frac{2 \cdot \beta^6 \cdot X_L^2 \cdot h_n^4}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{Q}\right)^2\right)^3 \cdot \beta^3 \cdot h_n^3 \cdot Q^2} \quad \langle 5a \rangle
 \end{aligned}$$

Ο παρανομαστής της (5a) είναι μεγαλύτερος του μηδέν για κάθε $h > 0$, άρα το πρόσημο εξαρτάται από τον αριθμητή του παραπάνω κλάσματος. Άρα προκύπτει ότι :

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot X_L^2 \cdot \beta^4 \cdot h_n^4 \cdot Q^2 + 2 \cdot X_C \cdot X_L \cdot \beta^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2 + 4 \cdot X_C \cdot X_L \cdot \frac{\beta^2}{Q^2} \cdot \beta^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2 + \\
& + 2 \cdot X_C \cdot X_L \cdot \frac{\beta^4}{Q^4} \cdot \beta^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2 - 2 \cdot X_C \cdot X_L \cdot \beta^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2 + \\
& + 2 \cdot X_C \cdot X_L \cdot \frac{\beta^4}{Q^4} \cdot \beta^2 \cdot h_n^2 \cdot Q^2 - 2 \cdot X_C^2 \cdot Q^2 - 2 \cdot X_C^2 \cdot Q^2 \cdot \frac{\beta^6}{Q^6} \\
& - 6 \cdot X_C^2 \cdot Q^2 \cdot \frac{\beta^2}{Q^2} - 6 \cdot X_C^2 \cdot Q^2 \cdot \frac{\beta^4}{Q^4} + 2 \cdot X_L^2 \cdot \beta^6 \cdot h_n^4 = \\
& 2 \cdot \beta^4 \cdot Q^2 \cdot X_C^2 + 4 \cdot \beta^4 \cdot X_C^2 + 4 \cdot X_C^2 \cdot \frac{\beta^6}{Q^2} - 2 \cdot X_C^2 \cdot Q^2 - 2 \cdot X_C^2 \cdot \frac{\beta^6}{Q^4} - \\
& - 6 \cdot X_C^2 \cdot \beta^2 - 6 \cdot X_C^2 \cdot \frac{\beta^4}{Q^2} + 2 \cdot \beta^6 \cdot X_C^2 = \\
& \beta^6 \cdot \left(\frac{4 \cdot X_C^2}{Q^2} - \frac{2 \cdot X_C^2}{Q^4} + 2 \cdot X_C^2 \right) + \beta^4 \cdot \left(2 \cdot Q^2 \cdot X_C^2 - 4 \cdot X_C^2 - \frac{6 \cdot X_C^2}{Q^2} \right) - 2 \cdot X_C^2 \cdot Q^2 = \\
& X_C^2 \cdot \left[\beta^6 \cdot \left(\frac{4}{Q^2} - \frac{2}{Q^4} + 2 \right) + \beta^4 \cdot \left(2Q^2 - 4 - \frac{6}{Q^2} \right) - 2 \cdot Q^2 \right] \quad \langle 6 \rangle
\end{aligned}$$

Θέτω $\beta^4 = \alpha$, άρα

$$(6) \Rightarrow f(\alpha) = \alpha^2 \left(\frac{4}{Q^2} - \frac{2}{Q^4} + 2 \right) + \alpha \left(2Q^2 + 4 - \frac{6}{Q^2} \right) - 2Q^2 = 0. \text{ Η διακρίνουσα της παραπάνω}$$

$$\begin{aligned}
\text{εξίσωσης είναι } \Delta &= \left(2Q^2 + 4 - \frac{6}{Q^2} \right)^2 + 4 \left(2Q^2 \right) \left(\frac{4}{Q^2} - \frac{4}{Q^4} + 2 \right) = \\
&= 4Q^4 + 8Q^2 - 12 + 8Q^2 + 16 - \frac{24}{Q^2} - 12 - \frac{24}{Q^2} + \frac{36}{Q^4} + 32 - \frac{12}{Q^2} + 16Q^2 = \\
&= 4Q^4 + 32Q^2 + 24 - \frac{60}{Q^2} + \frac{36}{Q^4}
\end{aligned}$$

$$\text{Άρα } \alpha_{1,2} = \frac{-2Q^2 - 4 + \frac{6}{Q^2} \pm \sqrt{\Delta}}{\frac{8}{Q^2} - \frac{4}{Q^4} + 4} = (\beta)_{1,2}^4. \text{ Η παραπάνω εξίσωση για να μην αλλάξει πρόσημο}$$

και η συνάρτηση του μέτρου της σύνθετης αντίστασης ενός δευτέρας τάξης φίλτρο να είναι συνεχώς φθίνουσα θα πρέπει η $\Delta=0$ και ο συντελεστής του δευτεροβάθμιου όρου να είναι μικρότερος του μηδενός :

$$\left. \frac{4}{Q^2} - \frac{2}{Q^4} + 2 < 0 \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 4Q^4 + 32Q^2 + 24 - \frac{60}{Q^2} + \frac{36}{Q^4} = 0 \\ \frac{4}{Q^2} - \frac{2}{Q^4} + 2 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

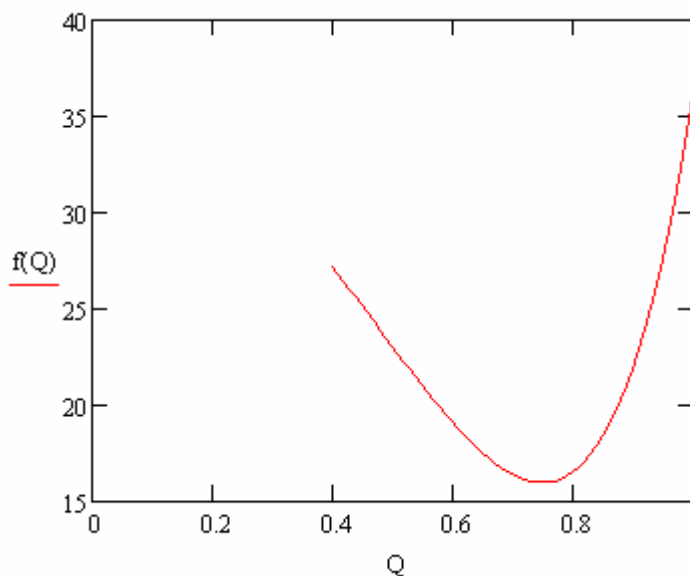
$$\left. \begin{aligned} 4Q^8 + 32Q^6 + 24Q^4 - 60Q^2 + 36 = 0 \\ 4Q^2 - 2 + 2Q^4 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 4Q^8 + 32Q^6 + 24Q^4 - 60Q^2 + 36 = 0 \\ 2Q^4 + 4Q^2 - 2 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 4Q^8 + 32Q^6 + 24Q^4 - 60Q^2 + 36 = 0 \\ Q^4 + 2Q^2 - 1 < 0 \Rightarrow Q^4 + 2Q^2 < 1 \end{aligned} \right\}$$

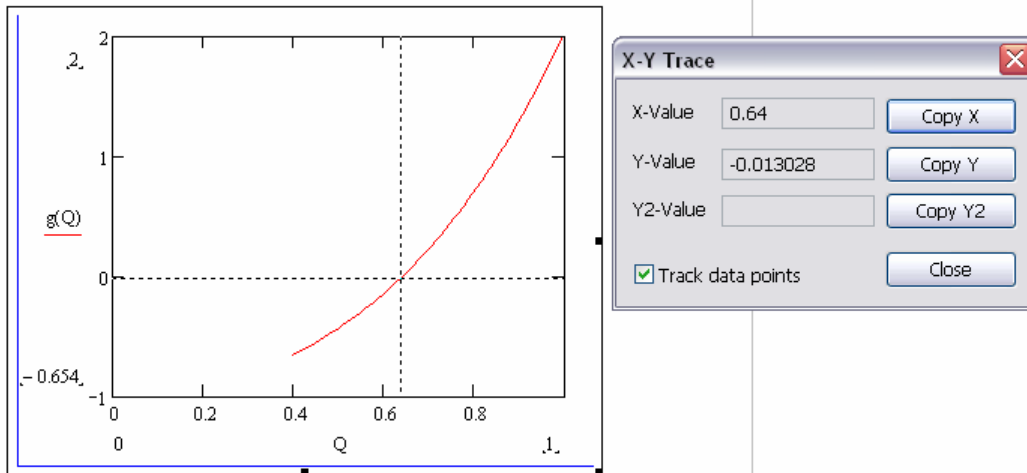
Ακόμα θα πρέπει ότι το $(\beta^4)_{1,2} > 0 \quad \forall \quad Q$ άρα :

$$\beta^4 = \frac{-2Q^2 - 4 + \frac{6}{Q^2} + \sqrt{\Delta}}{\frac{8}{Q^2} - \frac{4}{Q^4} + 4} \quad \langle 8 \rangle$$

Η γραφική παράσταση όμως του $f(Q) = 4Q^8 + 32Q^6 + 24Q^4 - 60Q^2 + 36$ και του $g(Q) = Q^4 + 2Q^2 - 1$ είναι όπως παρακάτω :



Και του :



Όπως φαίνεται και από το παραπάνω διάγραμμα η τιμή του Q για την οποία το $g(Q)$ είναι μικρότερο ή ίσο του 0 (μηδενός) είναι το $Q = 0,64$ και ακριβέστερα το $Q = 0,643$. Για το β η λύση είναι $\beta = 0,896$ αφού το β θα πρέπει να είναι πραγματικό και μεγαλύτερο του μηδενός. Αντίθετα από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις φαίνεται ότι το $f(Q)$ είναι πάντα μεγαλύτερο του μηδενός. Με βάση τον τύπο :

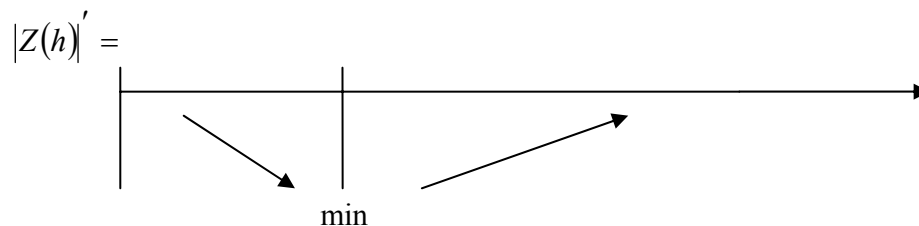
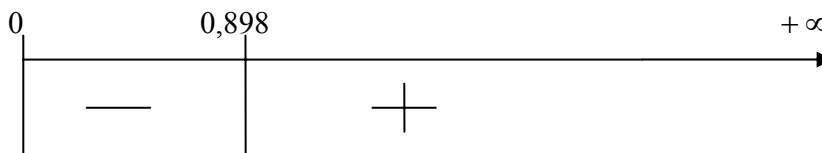
$$\alpha_{1,2} = \frac{-2Q^2 - 4 + \frac{6}{Q^2} \pm \sqrt{\Delta}}{\frac{8}{Q^2} - \frac{4}{Q^4} + 4} = (\beta)_{1,2}^4$$

το α είναι 0,898 αφού θα πρέπει να είναι θετικό και πραγματικό.

Άρα για $Q < 0,643$ το $|Z(h)'| \downarrow$ αφού $\text{sign}\left(\frac{4}{Q^2} - \frac{2}{Q^4} + 2\right) < 0$ (η πρώτη παράγωγός φθίνει)

και το $f(0) = -50$ (ξεκινά δηλαδή η πρώτη παράγωγός από αρνητικές τιμές) οπότε $f(\alpha) \forall \alpha < 0$. Άρα για $Q < 0,643 \Rightarrow |Z(h)'| \downarrow$

Για $Q > 0,643$ τότε $\beta = 0,896$ και $\alpha = 0,898$ αφού θα πρέπει να είναι πραγματικά και θετικά. Άρα ανατρέχοντας στην άλγεβρα παρατηρούμε ότι το πρόσημο της $f(\alpha)$ θα αλλάζει αφού έχει λύση (έχω τέσσερις λύσεις διαφορετικές εκ των οποίων κρατώ μόνο την θετική και πραγματική). Άρα $\alpha =$

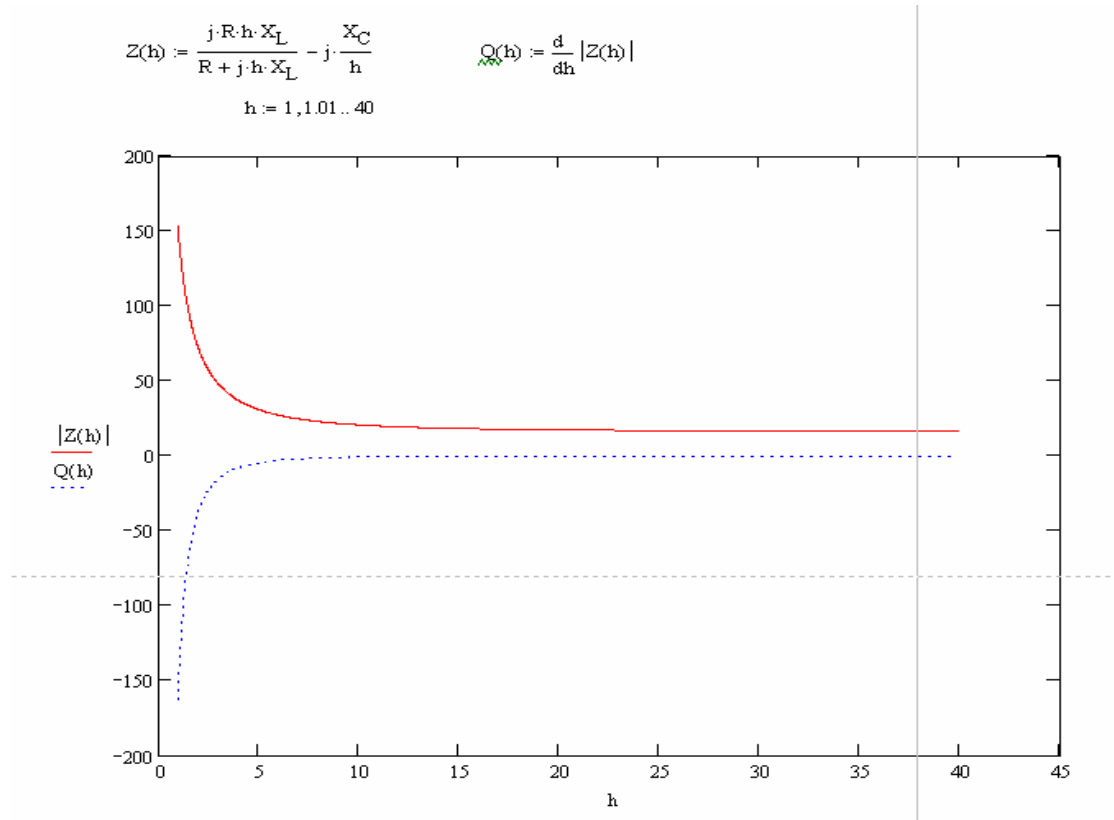


Για $f(0.5) < 0 \Rightarrow |Z(h)|' \downarrow$.

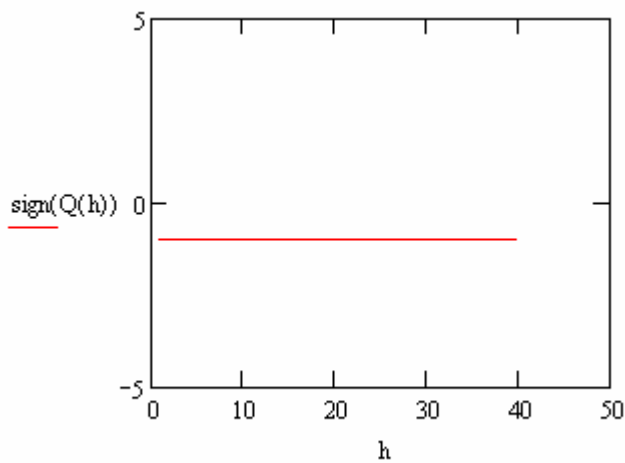
Για $f(1) > 0 \Rightarrow |Z(h)|' \uparrow$.

Άρα το αν η γραφική παράσταση ενός φίλτρου δευτέρας τάξης θα είναι συνεχώς φθίνουσα ή όχι εξαρτάται από την τιμή του Q.

Το $|Z(h)|$ μαζί την παράγωγό του και την συνάρτηση προσήμου για την παράγωγο για $Q=0.4 < 0.643$ είναι :



Η συνάρτηση προσήμου είναι :

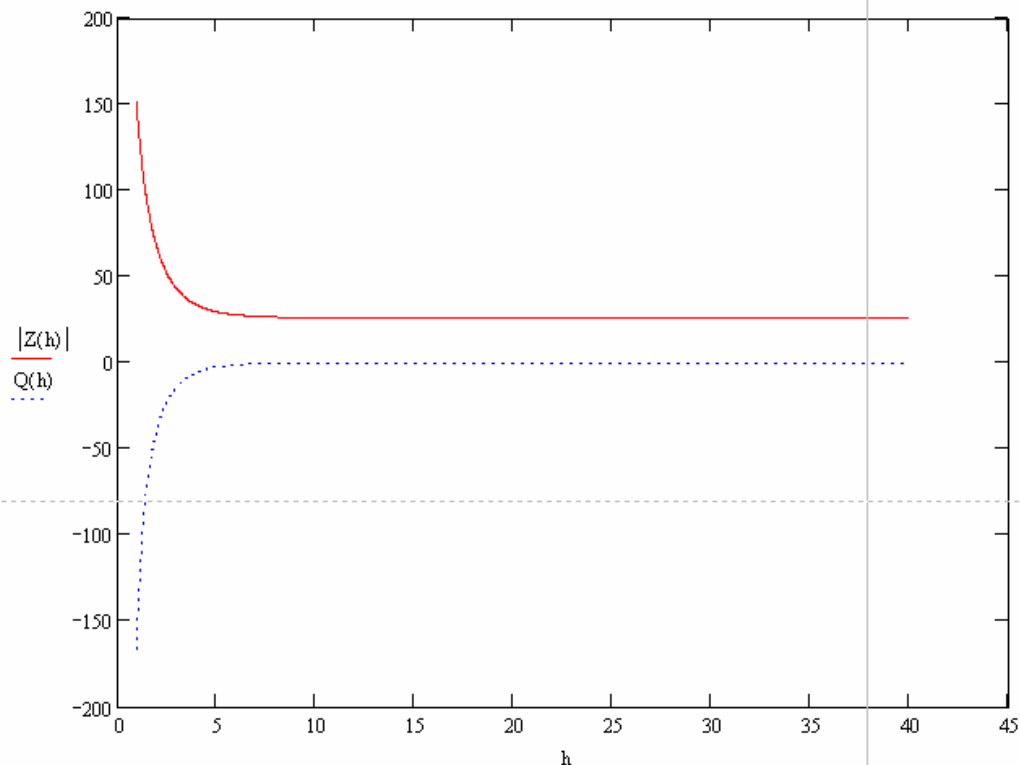


όπου καθαρά φαίνεται ότι η παράγωγός είναι αρνητική οπότε και η συνάρτησης του μέτρου φθίνουσα.

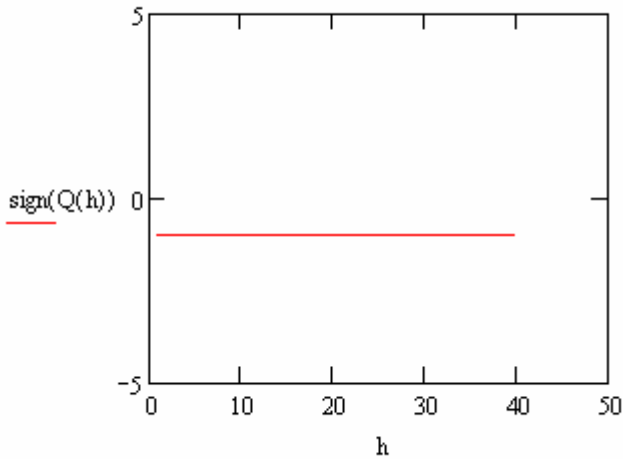
Το $|Z(h)|$ μαζί την παράγωγό του και την συνάρτηση προσήμου για την παράγωγο για $Q=0,643 = 0.643$ είναι :

$$Z(h) := \frac{j \cdot R \cdot h \cdot X_L}{R + j \cdot h \cdot X_L} - j \cdot \frac{X_C}{h} \quad Q(h) := \frac{d}{dh} |Z(h)|$$

$h := 1, 1.01 \dots 40$



Η συνάρτηση προσήμου είναι :

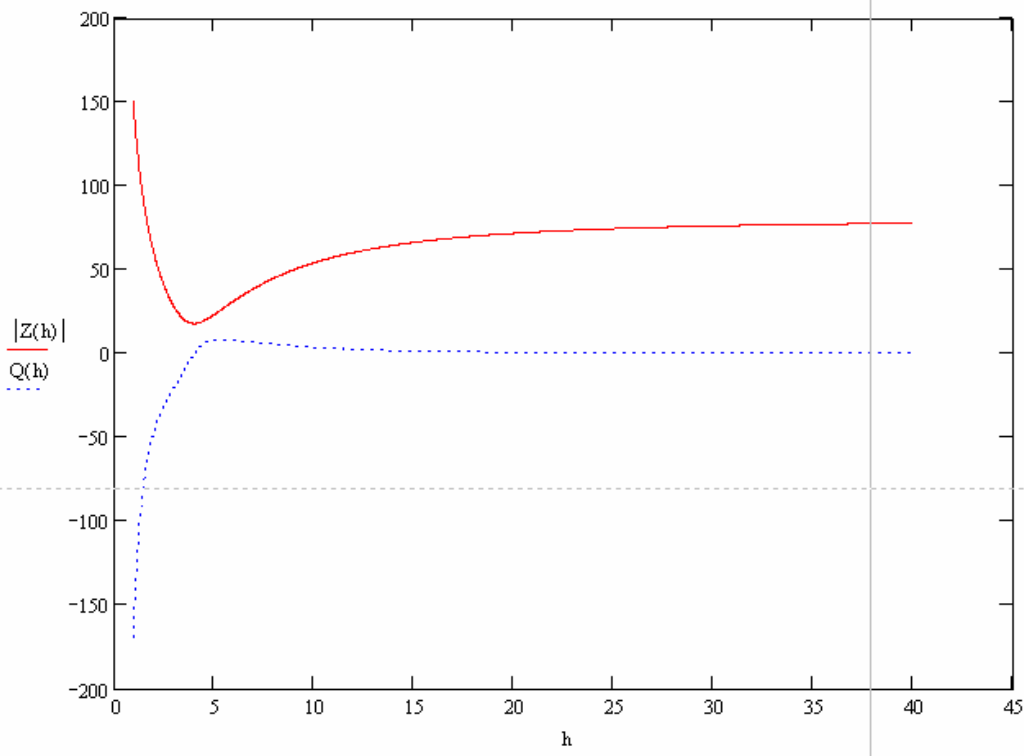


όπου καθαρά φαίνεται ότι η παράγωγός είναι αρνητική αλλά όπως φαίνεται και από την παραπάνω γραφική παράσταση επειδή $Q=0.643$ αυτό σημαίνει ότι είμαι στο όριο και φαίνεται ότι μετά από κάποια αρμονική και μετά τιμή του μέτρου της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου δευτέρας τάξης σταθεροποιείται.

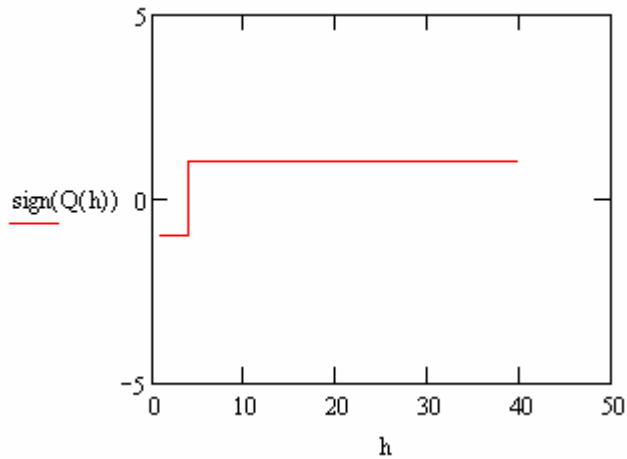
Το $|Z(h)|$ μαζί την παράγωγό του και την συνάρτηση προσήμου για την παράγωγο για $Q=2 > 0.643$ είναι :

$$Z(h) = \frac{j \cdot R \cdot h \cdot X_L}{R + j \cdot h \cdot X_L} - j \cdot \frac{X_C}{h} \quad Q(h) := \frac{d}{dh} |Z(h)|$$

$h := 1, 1.01 \dots 40$



Η συνάρτηση προσήμου είναι :



όπου καθαρά φαίνεται ότι η παράγωγός είναι αρνητική στην αρχή αλλά μετά όπως φαίνεται και από την παραπάνω γραφική παράσταση επειδή $Q=2 > 0.643$ αυτό σημαίνει μετά το ελάχιστο στο οποίο φτάνει η συνάρτηση του μέτρου της σύνθετης αντίστασης του φίλτρου δευτέρας τάξης μετά αρχίζει και αυξάνει. Αυτό φαίνεται και από την συνάρτηση προσήμου που το πρόσημο της παραγώγου του μέτρου μετά το ελάχιστο γίνεται θετική και το μέτρο αρχίζει και αυξάνει.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕΓΕΘΩΝ (ΤΑΣΗΣ ΚΟΜΒΩΝ - ΠΤΩΣΗ ΤΑΣΗΣ ΣΕ ΚΛΑΔΟΥΣ – ΡΕΥΜΑΤΑ ΚΛΑΔΩΝ) ΣΤΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΑΤΛΑΒ ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ :

```
function                                Z_sys_function                                =  
Eq_NETWORK(SCC,X_R,V_NETWORK,S_BASE,V_NETWORK_BASE,h_sys)  
% SCC είναι η ισχύς βραχυκυκλώσης  
% X_R είναι ο λόγος X/R του δικτύου  
% V_NETWORK είναι η τάση του δικτύου  
% S_BASE είναι η βασική ισχύς  
% V_NETWORK_BASE είναι η βασική τάση  
% h_sys είναι η συχνότητα στην οποία επιθυμεί ο χρήστης (αν επιθυμεί) να  
% βρεθεί η συνθετή αντίσταση  
%This function gives the pu value of the system impedance.  
V_NETWORK_pu = (V_NETWORK)/(V_NETWORK_BASE);  
Z_BASE_NETWORK = ((V_NETWORK_BASE)^2)/(S_BASE);  
phi_rad = atan(X_R);  
phi_deg = phi_rad*180/pi;  
syms R_X X Z_MAX Z_sys_function;  
Z_sys_function_sys = sym('X*R_X + i*X*h');  
R_X_sys = 1/X_R;  
Z_MAX_sys = (S_BASE)/SCC;  
X_sys = Z_MAX_sys/(sqrt(1+(R_X_sys^2)));  
if nargin < 6  
    Z_sys_function = subs(Z_sys_function_sys,{R_X,X},{R_X_sys,X_sys});  
end  
if nargin == 6  
    Z_sys_function = subs(Z_sys_function_sys,{R_X,X,h},{R_X_sys,X_sys,h_sys});  
End
```

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ MATLAB ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΤΟΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ :

```

function Z_TRANSFORMER_function = Eq_TRANSFORMER(Xsc_TRANSFORMER,...
X_R_TRANSFORMER,S_TRANSFORMER,V_TRANSFORMER_HIGH,V_TRANSFORMER_LOW,...
S_BASE,V_TRANSFORMER_HIGH_BASE,V_TRANSFORMER_LOW_BASE,h_temp)
% Xsc_TRANSFORMER είναι η τάση βραχυκυκλώσεως του μετασχηματιστή
% X_R_TRANSFORMER είναι ο λόγος X/R του μετασχηματιστή
% S_TRANSFORMER είναι η ισχύς του μετασχηματιστή
% V_TRANSFORMER_HIGH είναι η υψηλή τάση στο αναλόγο τυλιγμά του
% μετασχηματιστή
% V_TRANSFORMER_LOW είναι η χαμηλή τάση στο αναλόγο τυλιγμά του
% μετασχηματιστή
% S_BASE είναι η βασική ισχύς
% V_TRANSFORMER_HIGH_BASE είναι η βασική τάση στο τυλιγμά υψηλής τάσης
% V_TRANSFORMER_LOW_BASE είναι η βασική τάση στο τυλιγμά χαμηλής τάσης
% h_temp είναι η συχνότητα στην επιθυμεί ο χρήστης (αν επιθυμεί) να βρεθεί
% η συνθετή αντίσταση
%This function gives the pu value of the system impedance.
V_TRANSFORMER_HIGH_pu = (V_TRANSFORMER_HIGH)/(V_TRANSFORMER_HIGH_BASE);
V_TRANSFORMER_LOW_pu = (V_TRANSFORMER_LOW)/(V_TRANSFORMER_LOW_BASE);
syms R_X_TRANSFORMER X_TRANSFORMER Z_MAX_TRANSFORMER
Z_TRANSFORMER_function X R_X h;
Z_TRANSFORMER_function_temp = sym('X*R_X + i*X*h');
R_X_TRANSFORMER = 1/X_R_TRANSFORMER;
Z_MAX_TRANSFORMER = (Xsc_TRANSFORMER)*(S_BASE)/S_TRANSFORMER;

X_TRANSFORMER = Z_MAX_TRANSFORMER / (sqrt(1+((1/X_R_TRANSFORMER)^2)));
if nargin<9
    Z_TRANSFORMER_function =
subs(Z_TRANSFORMER_function_temp,{R_X,X},{R_X_TRANSFORMER,X_TRANSFORMER});
end
if nargin == 9
    Z_TRANSFORMER_function =
subs(Z_TRANSFORMER_function_temp,{R_X,X,h},{R_X_TRANSFORMER,X_TRANSFORMER,h_temp})
;
end

```

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ MATLAB ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΤΗΝ ΓΡΑΜΜΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ:

```
function Z_TRANSMISSION_LINE_function =  
Eq_TRANSMISSION_LINE(LENGTH_IN_KM,R_TRANSMISSION_LINE,...  
X_TRANSMISSION_LINE,numberOfCircuits,V_TRANSMISSION_LINE,S_BASE,V_TRANSMISSION  
_LINE_BASE,h_temp)  
% LENGTH_IN_KM είναι το μήκος της γραμμής μεταφοράς σε km  
% R_TRANSMISSION_LINE είναι η αντίσταση της γραμμής σε Ohm  
% X_TRANSMISSION_LINE είναι η αντίδραση της γραμμής σε Ohm  
% numberOfCircuits είναι ο αριθμός παραλληλών κυκλωμάτων  
% V_TRANSMISSION_LINE είναι η τάση της γραμμής  
% S_BASE είναι η βασική ισχύς του δικτύου  
% V_TRANSMISSION_LINE_BASE είναι η βασική τάση που ισχύει για την γραμμή  
% h_temp είναι η συχνότητα στην επιθυμεί ο χρήστης (αν επιθυμεί) να βρεθεί  
% η συνθετή αντίσταση  
% This function gives the pu value of the system impedance.  
Z_TRANSMISSION_LINE_BASE = (V_TRANSMISSION_LINE_BASE^2)/S_BASE;  
syms LENGTH_TRANSMISSION_LINE_IN_KM R_TRANSMISSION_LINE_pu  
X_TRANSMISSION_LINE_pu;  
syms Z_TRANSMISSION_LINE_function LENGTH R_pu X_pu h;  
Z_TRANSMISSION_LINE_function_temp = sym('LENGTH*R_pu+i*LENGTH*X_pu*h');  
R_TRANSMISSION_LINE_pu = (R_TRANSMISSION_LINE / Z_TRANSMISSION_LINE_BASE) /  
numberOfCircuits;  
X_TRANSMISSION_LINE_pu = (X_TRANSMISSION_LINE / Z_TRANSMISSION_LINE_BASE) /  
numberOfCircuits;  
V_TRANSMISSION_LINE_pu = V_TRANSMISSION_LINE / V_TRANSMISSION_LINE_BASE;  
if nargin < 8  
Z_TRANSMISSION_LINE_function = subs(Z_TRANSMISSION_LINE_function_temp,...  
{LENGTH,R_pu,X_pu},...  
{LENGTH_IN_KM,R_TRANSMISSION_LINE_pu,X_TRANSMISSION_LINE_pu});  
end  
if nargin == 8  
Z_TRANSMISSION_LINE_function = subs(Z_TRANSMISSION_LINE_function_temp,...  
{LENGTH,R_pu,X_pu,h},...  
{LENGTH_IN_KM,R_TRANSMISSION_LINE_pu,X_TRANSMISSION_LINE_pu,h_temp});  
end
```

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ MATLAB ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΕΝΑ ΠΑΘΗΤΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ:

```

function [Z_PASSIVE_LOAD_function,I_PASSIVE_LOAD] =
Eq_PASSIVE_LOAD(S_PASSIVE_LOAD,Xsc_PASSIVE_LOAD,...
    pf_PASSIVE_LOAD,X_R_PASSIVE_LOAD,Efficiency_PASSIVE_LOAD,V_PASSIVE_LOAD,...
    S_BASE,V_PASSIVE_LOAD_BASE,h_sys)
% S_PASSIVE_LOAD είναι η ισχύς του παθητικού φορτίου
% Xsc_PASSIVE_LOAD είναι η υπομεταβατική αντίδραση του φορτίου
% pf_PASSIVE_LOAD είναι ο συντελεστής ισχύος του γραμμικού φορτίου
% X_R_PASSIVE_LOAD είναι ο λόγος X/R του φορτίου
% Efficiency_PASSIVE_LOAD είναι η αποδοχή του φορτίου
% V_PASSIVE_LOAD είναι η τάση του φορτίου
% S_BASE είναι ισχύς του φορτίου
% V_PASSIVE_LOAD_BASE είναι η βασική τάση που ισχύει για το φορτίο
% h_sys είναι η συχνότητα στην επιθυμεί ο χρήστης (αν επιθυμεί) να βρεθεί
% η συνθετή αντίσταση
syms X_R X X_PASSIVE_LOAD Z_MAX_PASSIVE_LOAD h;
V_PASSIVE_LOAD_pu = (V_PASSIVE_LOAD)/(V_PASSIVE_LOAD_BASE);
thita_PASSIVE_LOAD = ( - acos(pf_PASSIVE_LOAD) );
I_PASSIVE_LOAD =
(conj((S_PASSIVE_LOAD/S_BASE)/(V_PASSIVE_LOAD/V_PASSIVE_LOAD_BASE))) * (
cos(thita_PASSIVE_LOAD) + i*sin(thita_PASSIVE_LOAD));
Z_PASSIVE_LOAD_function_temp = sym('X*(1/X_R) + i*X*h');
Z_MAX_PASSIVE_LOAD = (Xsc_PASSIVE_LOAD)*(S_BASE)/S_PASSIVE_LOAD;
X_PASSIVE_LOAD = Z_MAX_PASSIVE_LOAD / (sqrt(1+((1/X_R_PASSIVE_LOAD)^2)));
if nargin < 9
    Z_PASSIVE_LOAD_function =
subs(Z_PASSIVE_LOAD_function_temp,{X_R,X},{X_R_PASSIVE_LOAD,X_PASSIVE_LOAD});
end
if nargin == 9
    Z_PASSIVE_LOAD_function =
subs(Z_PASSIVE_LOAD_function_temp,{X_R,X,h},{X_R_PASSIVE_LOAD,X_PASSIVE_LOAD,h_sys});
end

```


Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ MATLAB ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΕΝΑ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ:

```

function [I_NONLINEAR_LOAD,Z_NONLINEAR_LOAD_function] =
Eq_NONLINEAR_LOAD_mtrx(X_R_NONLINEAR_LOAD,Xsc_NONLINEAR_LOAD,...
    S_NONLINEAR_LOAD,pf_NONLINEAR_LOAD,...
    Efficiency_NONLINEAR_LOAD,V_NONLINEAR_LOAD,...
    S_BASE,V_NONLINEAR_LOAD_BASE,numberOfHarmonics,Harmonics_Estimated,Portion_Of_
Harmonics,h_sys)
% X_R_NONLINEAR_LOAD ειναι ο λογος X/R του φορτιου
% Xsc_NONLINEAR_LOAD ειναι η υπομεταβατικη αντιδραση του φορτιου
% S_NONLINEAR_LOAD ειναι η ισχυς του μη-γραμμικου φορτιου
% pf_NONLINEAR_LOAD ειναι ο συντελεστης ισχυος του μη-γραμμικου φορτιου
% Efficiency_NONLINEAR_LOAD ειναι η αποδοση του φορτιου
% V_NONLINEAR_LOAD ειναι η ταση του φορτιου
% S_BASE ειναι ισχυς του φορτιου
% V_NONLINEAR_LOAD_BASE ειναι η βασικη ταση που ισχυει για το φορτιο
% numberOfHarmonics ειναι ο αριθμος αρμονιων για τις οποιες γινεται η
% αναλυση
% Harmonics_Estimated ειναι ο πινακας με τις αρμονικες για τις οποιες
% γινεται η αναλυση
% Portion_Of_Harmonics ειναι τα ποσοστα των αρμονικων σε σχεση με την
% θεμελιωδη συνιστωσα
% h_sys ειναι η συχνοτητα στην επιθυμει ο χρηστης (αν επιθυμει) να βρεθει
% η συνθετη αντισταση
%7->8
thita_NONLINEAR_LOAD = ( angle(V_NONLINEAR_LOAD) - acos(pf_NONLINEAR_LOAD) );
thita_NONLINEAR_LOAD * 180 / pi;
for i = 1 : numberOfHarmonics
    if i == 1
        I_NONLINEAR_LOAD(1,Harmonics_Estimated(1,i)) =
(Portion_Of_Harmonics(1,i))*(S_NONLINEAR_LOAD/S_BASE)*(cos(Harmonics_Estimated(1,i)*thita_NON
LINEAR_LOAD) + j*sin(Harmonics_Estimated(1,i)*thita_NONLINEAR_LOAD));
    else
        I_NONLINEAR_LOAD(1,Harmonics_Estimated(1,i)) =
(Portion_Of_Harmonics(1,i))*(S_NONLINEAR_LOAD/S_BASE)*(cos(Harmonics_Estimated(1,i)*thita_NON
LINEAR_LOAD) + j*sin(Harmonics_Estimated(1,i)*thita_NONLINEAR_LOAD));
        %I_NONLINEAR_LOAD(1,Harmonics_Estimated(1,i)) =
(Portion_Of_Harmonics(1,i))*(S_NONLINEAR_LOAD/S_BASE)*(cos(thita_NONLINEAR_LOAD)
j*sin(thita_NONLINEAR_LOAD));
    end
end
syms X_R X X_NONLINEAR_LOAD Z_MAX_NONLINEAR_LOAD h;
V_NONLINEAR_LOAD_pu = (V_NONLINEAR_LOAD)/(V_NONLINEAR_LOAD_BASE);
thita_NONLINEAR_LOAD = ( angle(V_NONLINEAR_LOAD) + acos(pf_NONLINEAR_LOAD) );
Z_NONLINEAR_LOAD_function_temp = sym('X*(1/X_R) + i*X*h');
Z_MAX_NONLINEAR_LOAD = (Xsc_NONLINEAR_LOAD)*(S_BASE)/S_NONLINEAR_LOAD;
X_NONLINEAR_LOAD = Z_MAX_NONLINEAR_LOAD /
(sqrt(1+((1/X_R_NONLINEAR_LOAD)^2)));
if nargin < 12

```

```

        Z_NONLINEAR_LOAD_function                                     =
subs(Z_NONLINEAR_LOAD_function_temp,{X_R,X},{X_R_NONLINEAR_LOAD,X_NONLINEAR_LOAD});
elseif nargin == 12
        Z_NONLINEAR_LOAD_function                                     =
subs(Z_NONLINEAR_LOAD_function_temp,{X_R,X,h},{X_R_NONLINEAR_LOAD,X_NONLINEAR_LOAD,h_sys});
end

```

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ MATLAB ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΜΙΑ ΜΗΧΑΝΗ:

```

function [Z_MOTOR_LOAD_function,I_MOTOR_LOAD] =
Eq_MOTOR_LOAD(P_MOTOR_LOAD,Xsc_MOTOR_LOAD,...
pf_MOTOR_LOAD,X_R_MOTOR_LOAD,Efficiency_MOTOR_LOAD,V_MOTOR_LOAD,...
S_BASE,V_MOTOR_LOAD_BASE,h_sys)
% P_MOTOR_LOAD είναι η ενεργός ισχύς του παθητικού φορτίου
% Xsc_MOTOR_LOAD είναι η υπομεταβατική αντίδραση του φορτίου
% pf_MOTOR_LOAD είναι ο συντελεστής ισχύος του γραμμικού φορτίου
% X_R_MOTOR_LOAD είναι ο λόγος X/R του φορτίου
% Efficiency_MOTOR_LOAD είναι η αποδοχή του φορτίου
% V_MOTOR_LOAD είναι η τάση του φορτίου
% S_BASE είναι ισχύς του φορτίου
% V_MOTOR_LOAD_BASE είναι η βασική τάση που ισχύει για το φορτίο
% h_sys είναι η συχνότητα στην επιθυμεί ο χρήστης (αν επιθυμεί να βρεθεί
% η συνθετή αντίσταση
S_MOTOR_LOAD = P_MOTOR_LOAD / (pf_MOTOR_LOAD*Efficiency_MOTOR_LOAD);
S_MOTOR_LOAD_pu = S_MOTOR_LOAD / S_BASE ;
thita_MOTOR_LOAD = ( angle(V_MOTOR_LOAD) - acos(pf_MOTOR_LOAD) );
I_MOTOR_LOAD =
(conj((S_MOTOR_LOAD/S_BASE)/(V_MOTOR_LOAD/V_MOTOR_LOAD_BASE))) * (
cos(thita_MOTOR_LOAD) + i*sin(thita_MOTOR_LOAD));
syms X_R Xsc Sm_pu h;
V_MOTOR_LOAD_pu = (V_MOTOR_LOAD)/(V_MOTOR_LOAD_BASE);
Z_MOTOR_LOAD_function_temp = sym('Xsc*(1/Sm_pu)*(1/X_R) + i*Xsc*(1/Sm_pu)*h');
if nargin < 9
Z_MOTOR_LOAD_function =
subs(Z_MOTOR_LOAD_function_temp,{Xsc,Sm_pu,X_R},{Xsc_MOTOR_LOAD,S_MOTOR_LOAD_pu,X_
R_MOTOR_LOAD});
end
if nargin == 9
Z_MOTOR_LOAD_function =
subs(Z_MOTOR_LOAD_function_temp,{Xsc,Sm_pu,X_R,h},{Xsc_MOTOR_LOAD,S_MOTOR_LOAD_pu,
X_R_MOTOR_LOAD,h_sys});
end

```

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΑΤΛΑΒ ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΜΙΑ ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΥΚΝΩΤΩΝ:

```

function [Z_CAPACITOR_BANK_function,I_CAPACITOR] =
Eq_CAPACITOR_BANK(Q_C,V_CAPACITOR_BANK,S_BASE,V_CAPACITOR_BANK_BASE,h_sys)
% Q_C είναι η χωρητική αεργός ισχύς που δίνει η τραπεζα πυκνωτών στο δίκτυο
% στην θεμελιώδη συνιστώσα
% V_CAPACITOR_BANK είναι η τάση της τραπεζας πυκνωτών
% S_BASE είναι ισχύς του φορτίου
% V_CAPACITOR_BANK_BASE είναι η βασική τάση που ισχύει για την τραπεζα πυκνωτών
% h_sys είναι η συχνότητα στην επιθυμεί ο χρήστης (αν επιθυμεί) να βρεθεί
% η συνθετη αντίσταση
thita_CAPACITOR = (90) * pi /180;
Z_CAPACITOR_BANK_BASE = (V_CAPACITOR_BANK_BASE^2)/S_BASE;
V_CAPACITOR_BANK_pu = (V_CAPACITOR_BANK)/(V_CAPACITOR_BANK_BASE);
I_CAPACITOR = (conj((Q_C/S_BASE)/(V_CAPACITOR_BANK/V_CAPACITOR_BANK_BASE))) *
( cos(thita_CAPACITOR) + i*sin(thita_CAPACITOR));
syms X_R Xsc Sm_pu h Xc;
Q_C_pu = Q_C / S_BASE;
%X_CAP = (V_CAPACITOR_BANK^2) / (Q_C);
%X_CAP_pu = X_CAP / Z_CAPACITOR_BANK_BASE;
X_CAP_pu = (S_BASE / Q_C)*(V_CAPACITOR_BANK_pu^2);
Z_CAPACITOR_BANK_function_temp = sym('(10^(-3))-(Xc/h)*i');
if nargin < 5
    Z_CAPACITOR_BANK_function =
subs(Z_CAPACITOR_BANK_function_temp,{Xc},{X_CAP_pu});
end
if nargin == 5
    Z_CAPACITOR_BANK_function =
subs(Z_CAPACITOR_BANK_function_temp,{Xc,h},{X_CAP_pu,h_sys});
end

```

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΑΤLAB ΠΟΥ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΕΝΑ ΦΙΛΤΡΟ:

```

function [Z_FILTER_function,I_FILTER] =
Eq_FILTER(h_n,Q_C,Q,V_FILTER,S_BASE,V_FILTER_BASE,h_sys)
% h_n είναι η τάξη της συχνότητας συντονισμού
% Q_C είναι η χωρητική αεργός ισχύς που δίνει το φίλτρο στο δίκτυο
% στην θεμελιώδη συνιστώσα
% Q είναι ο συντελεστής ποιότητας του φίλτρου
% V_FILTER είναι η τάση του φίλτρου
% S_BASE είναι ισχύς του φίλτρου
% V_FILTER_BASE είναι η βασική τάση που ισχύει για το φίλτρο
% h_sys είναι η συχνότητα στην επιθυμεί ο χρήστης (αν επιθυμεί) να βρεθεί
% η συνθετή αντίσταση
Z_FILTER_BASE = (V_FILTER_BASE^2)/S_BASE;
V_FILTER_pu = (V_FILTER)/(V_FILTER_BASE);
Q_C_pu = Q_C / S_BASE;
syms X_C X_L R h;
Z_FILTER_function_temp = sym('R+(h*X_L-X_C/h)*i');
X_C_temp = (V_FILTER_BASE^2) / Q_C;
X_L_temp = (X_C_temp) / (h_n^2);
R_temp = (h_n*X_L_temp)/Q;
X_C_temp_pu = X_C_temp / Z_FILTER_BASE;
X_L_temp_pu = X_L_temp / Z_FILTER_BASE;
R_temp_pu = R_temp / Z_FILTER_BASE;
if nargin < 7
    Z_FILTER_function =
subs(Z_FILTER_function_temp,{R,X_L,X_C},{R_temp_pu,X_L_temp_pu,X_C_temp_pu});
end
if nargin == 7
    Z_FILTER_function =
subs(Z_FILTER_function_temp,{R,X_L,X_C,h},{R_temp_pu,X_L_temp_pu,X_C_temp_pu,h_sys});
end
thita_FILTER = ( - atan((X_L_temp-X_C_temp)/R_temp) );
atan((X_L_temp-X_C_temp)/R_temp)*180/pi;
Q_FILTER = Q_C / (X_C_temp - X_L_temp);
I_FILTER = (conj((Q_FILTER/S_BASE)/(V_FILTER/V_FILTER_BASE))) * ( cos(thita_FILTER) +
i*sin(thita_FILTER));

```

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ MATLAB ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΤΙΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ:

```

function [P_Losses] =
Loss_Estimation_Exact(V_branches,I_branches,INPUT_Z,BranchesParticipatingInLosses,BranchesParticipatingInLosses_KIND);
% V_branches είναι ο πίνακας με τις πτώσεις τάσεων των κλαδών
% I_branches είναι ο πίνακας με τα ρεύματα των κλαδών
% INPUT_Z είναι ο πίνακας με όλες τις συνθετες αντιστάσεις που χρειάζονται
% για τον υπολογισμό των απωλειών
% BranchesParticipatingInLosses είναι ο πίνακας με τους κλαδούς του δικτύου
% που συμμετεχουν στις απωλειες (οπως οι γραμμες μεταφορας)
% BranchesParticipatingInLosses_KIND είναι ο πίνακας με το είδος των
% στοιχείων που συμμετεχουν στις απωλειες
syms h;
[rows_V_branches,cols_V_branches] = size(V_branches); %With this i have the number of harmonics
(cols_V_branches).
[rows_BranchesParticipatingInLosses,cols_BranchesParticipatingInLosses] =
size(BranchesParticipatingInLosses);
for temp_h = 1 : cols_V_branches
    P_Losses(1,temp_h) = 0;
end
for temp_h = 1 : cols_V_branches
    for temp_i=1:cols_BranchesParticipatingInLosses
        temp = BranchesParticipatingInLosses(1,temp_i);
        temp_KIND = BranchesParticipatingInLosses_KIND(temp_i,:);
        if strcmp(temp_KIND,'IMD')
            P_Losses(1,temp_h) = P_Losses(1,temp_h) + ...
                (abs(I_branches(temp,temp_h))^2) * sqrt(temp_h) * real(subs(INPUT_Z(temp,1),temp_h)) ;
            % skin effect
        end
        if strcmp(temp_KIND,'TRF')
            %P_Losses(1,temp_h) = P_Losses(1,temp_h) + ...
            % (abs(I_branches(temp,temp_h))^2) * ( (real(subs(INPUT_Z(temp,1),1))) + 1.4 );
            %P_Losses(1,temp_h) = P_Losses(1,temp_h) + ...
            % (abs(I_branches(temp,temp_h))^2) * ( ((temp_h)*real(subs(INPUT_Z(temp,1),temp_h))) + 0.1
            * ((temp_h)*real(subs(INPUT_Z(temp,1),temp_h))) * ((temp_h)^2) );
            P_Losses(1,temp_h) = P_Losses(1,temp_h) + ...
                (abs(I_branches(temp,temp_h))^2) * ( ((temp_h)*real(subs(INPUT_Z(temp,1),temp_h))));
            % skin effect + eddy currents
        end
    end
end
end
end

```

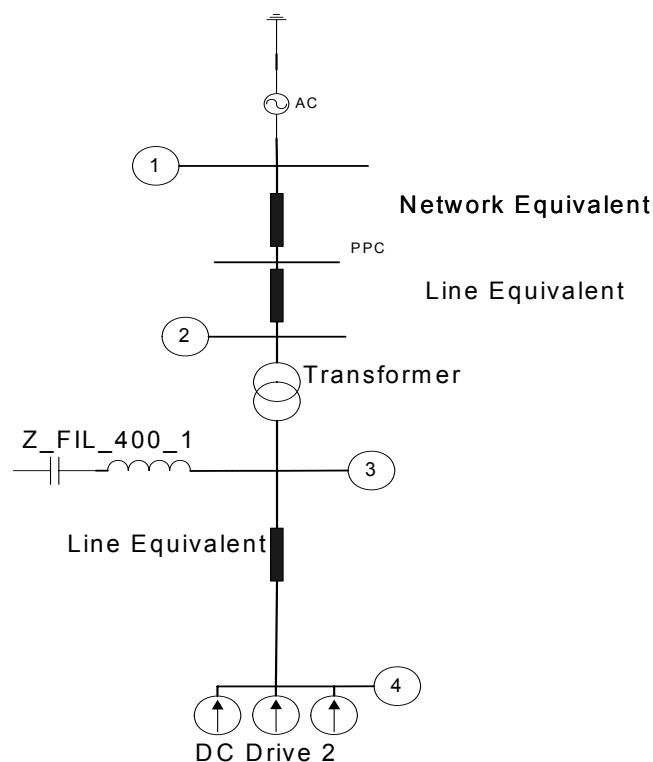
**Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ MATLAB ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΟΛΑ ΤΑ ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ
ΜΕΓΕΘΗ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ ΑΡΑΙΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΕΝΟΣ
ΓΡΑΦΟΥ:**

```
function [V_branches,I_branches,V_nodes] =  
SPARSE_MATRIX_function(HarmonicOrder,Graph_Branches,Graph_Nodes,ELEMENTs  
,ELEMENTs_value,Node_1,Node_2,V_branches,I_branches,V_nodes)
```

```
% All the input matrices are matrix-row.  
syms h;  
[ rows_ELEMENTs , cols_ELEMENTs ] = size(ELEMENTs);  
A = zeros(Graph_Nodes,Graph_Branches);  
[ rows_Node_1 , cols_Node_1 ] = size(Node_1);  
for temp_i = 1 : cols_Node_1  
if Node_1(1,temp_i) ~= 0  
A(Node_1(1,temp_i),temp_i) = 1;  
end  
if Node_2(1,temp_i) ~= 0  
A(Node_2(1,temp_i),temp_i) = -1;  
end  
end  
Yb = zeros(Graph_Branches,Graph_Branches);  
Zb = zeros(Graph_Branches,Graph_Branches);  
for temp_i = 1 : Graph_Branches  
if ELEMENTs(1,temp_i) == 'E'  
Yb(temp_i,temp_i) = 1;  
elseif ELEMENTs(1,temp_i) == 'Z'  
Yb(temp_i,temp_i) = 1 / ELEMENTs_value(temp_i,1);  
ELEMENTs_value(temp_i,1) = 0;  
Zb(temp_i,temp_i) = -1;  
elseif ELEMENTs(1,temp_i) == 'O'  
Yb(temp_i,temp_i) = 0;  
ELEMENTs_value(temp_i,1) = 0;  
Zb(temp_i,temp_i) = 1;  
elseif ELEMENTs(1,temp_i) == 'S'  
Yb(temp_i,temp_i) = 1;  
ELEMENTs_value(temp_i,1) = 0;  
Zb(temp_i,temp_i) = 0;  
elseif ELEMENTs(1,temp_i) == 'J'  
Zb(temp_i,temp_i) = 1;  
end  
end  
SPARSE_MATRIX =  
[eye(Graph_Branches,Graph_Branches),zeros(Graph_Branches,Graph_Branches),-A';...  
Yb,Zb,zeros(Graph_Branches,Graph_Nodes);...
```

```
zeros(Graph_Nodes,Graph_Branches),A,zeros(Graph_Nodes,Graph_Nodes) ];  
INPUT = [zeros(Graph_Branches,1);ELEMENTs_value;zeros(Graph_Nodes,1)];  
ELEMENTs = (SPARSE_MATRIX^(-1)) * INPUT;  
for temp_i = 1 : Graph_Branches  
V_branches(temp_i,HarmonicOrder) = ELEMENTs(temp_i,1);  
end  
for temp_i = 1 :Graph_Branches  
I_branches(temp_i,HarmonicOrder) = ELEMENTs(temp_i+Graph_Branches,1);  
end  
for temp_i = 1 : Graph_Nodes  
V_nodes(temp_i,HarmonicOrder) = ELEMENTs(temp_i+2*Graph_Branches,1);  
end
```


ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΤΟΥ ΜΑΤLAB ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΟΛΑ ΤΑ ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΕΓΕΘΗ ΓΙΑ ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ :



```

%the + to the current is when the current is directed towards the node
% as in generation mode.
clear all;
syms h;
S_BASE = 1000000;
V_20_BASE = 20000;
V_400_BASE = 400;
V_20(1,1) = 20000;
V_20_pu(1,1) = 1;
%line to line voltage
V_400(1,1) = 400;
V_400_pu = 1;
%V_400(1,1) = 400*0.9775*(cos(pi*32.5/180)-i*sin(pi*32.5/180));
Z_BASE = (V_400_BASE^2)/S_BASE;
I_BASE = (S_BASE / ( sqrt(3) * V_400_BASE ) );

Z_sys = Eq_Network(200000000,10,V_20(1,1),S_BASE,V_20_BASE);
Y_sys = 1/Z_sys;
Z_transmissionLine_20_1
Eq_TRANSMISSION_LINE(0.15,0.009,0.007,1,V_400(1,1),S_BASE,V_400_BASE);
%Z_transmissionLine_20_1 = 0;
Z_sys = Z_sys + Z_transmissionLine_20_1;
y_sys = 1/Z_sys;

Z_T_1 = Eq_Transformer(0.06,10,1600000,V_20(1,1),V_400(1,1),S_BASE,V_20_BASE,V_400_BASE);
Y_T_1 = 1/Z_T_1;

```

```

Z_transmissionLine_400_1
Eq_TRANSMISSION_LINE(0.15,0.009,0.007,1,V_400(1,1),S_BASE,V_400_BASE);
Y_transmissionLine_400_1 = 1 / Z_transmissionLine_400_1;
%Z_transmissionLine_400_1 = 0;
%Z_400_1 = Z_T_1 + Z_transmissionLine_400_1;
%Y_400_1 = 1/(Z_400_1);

FIL_1_in = 1;
%Q_C_1 = 750000;
%Q_C_1 = 400000;
Q_C_1 = 520000;
[Z_FIL_400_1,I_FIL_1] = Eq_FILTER(4.2,Q_C_1,10e+2,V_400(1,1),S_BASE,V_400_BASE);
%[Z_FIL_400_1,I_FIL_1] = Eq_CAPACITOR_BANK(Q_C_1,V_400(1,1),S_BASE,V_400_BASE);
Y_FIL_400_1 = 1 / Z_FIL_400_1;
Harmonics_Estimated = [1,2,3,4,5,6,7];
Portion_Of_Harmonics = [1,0,0,0,0.25,0,0.027];
[I_NONLINEAR_LOAD_1,Z_LOAD_1]
Eq_NONLINEAR_LOAD_mtx(3,1,860000,0.46,1,V_400(1,1),S_BASE,V_400_BASE,7,Harmonics_Estimate
d,Portion_Of_Harmonics);
Y_LOAD_1 = 1 / Z_LOAD_1;

ELEMENT_temp = ['E','Z','Z','Z','Z','J'];
[rows_ELEMENT_temp,cols_ELEMENT_temp] = size(ELEMENT_temp);
h1 = [1,2,3,4,5,6,7]; %Harmonics
[rows_h1,cols_h1] = size(h1);
Node_1_temp = [1,1,2,3,3,0];
Node_2_temp = [0,2,3,4,0,4];
Graph_Branches = 6;
Graph_Nodes = 4;
%Initializations
for temp_i = 1 : Graph_Branches
    V_branches(temp_i,1) = 0;
end
for temp_i = 1 : Graph_Branches
    I_branches(temp_i,1) = 0;
end
for temp_i = 1 : Graph_Nodes
    V_nodes(temp_i,1) = 0;
end

%Fundamental
ELEMENT_temp = ['E','Z','Z','Z','Z','Z'];
INPUT_E = [1,0,0,0,0,0];
INPUT_Z = [0;Z_sys;Z_T_1;Z_transmissionLine_400_1;Z_FIL_400_1;Z_LOAD_1];
ZEROs_Harmonics = [0,0,0,0,0,0];
INPUT_J = [ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;...
    ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;...
    ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;...
    ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics];
ELEMENT_value
Construction_ELEMENT_value(ELEMENT_temp,cols_h1,INPUT_E,INPUT_Z,INPUT_J);
HarmonicOrder = h1(1,1);

```

```

%ELEMENT_value_HMC =
[0,Z_sys,Z_400_1,Z_FIL_400_1,Z_400_2,Z_FIL_400_2,I_NONLINEAR_LOAD_1(1,HarmonicOrder),I_NON
LINEAR_LOAD_2(1,HarmonicOrder)];
[V_branches,I_branches,V_nodes] =
SPARSE_MATRIX_all(HarmonicOrder,Graph_Branches,Graph_Nodes,...

ELEMENT_temp,ELEMENT_value(:,HarmonicOrder),Node_1_temp,Node_2_temp,V_branches,I_branches,V_
nodes);

%Εδώ γίνεται ενημερωση σχετικά με το ποσοστό της 5ης και 7ης αρμονικής του μη-γραμμικού φορτίου
I_NONLINEAR_LOAD_1(1,1) = I_branches(6,1) ;
for temp_i=2:cols_h1
    if I_NONLINEAR_LOAD_1(1,temp_i) ~= 0
        temp_thita = temp_i * angle(I_NONLINEAR_LOAD_1(1,1));
        I_NONLINEAR_LOAD_1(1,temp_i) = - ( Portion_Of_Harmonics(1,temp_i) * abs(
I_NONLINEAR_LOAD_1(1,1) ) * (cos(temp_i*temp_thita) + j*sin(temp_i*temp_thita) ) );
    end
end

ELEMENT_temp = ['E','Z','Z','Z','Z','J'];
%This is the voltage that is observed at the network. The input from the network.
% If the network had a second input from the network then that would be the same as having
% a second voltage source and the matrix INPUT_E would have two rows.
INPUT_E = [1,0,0,0,0,0];
%This matrix has as many zero's in the beginning as is the number of the E in
% the beginning of the matrix ELEMENT_temp
INPUT_Z = [0;Z_sys;Z_T_1;Z_transmissionLine_400_1;Z_FIL_400_1];
%This is the current that is produced by the nonlinear Loads.
% If we have two nonLinear Loads then the next matrix has two rows.
%Generally, the rows of the next matrix are equal to the number of J's of the matrix ELEMENT_temp
ZEROs_Harmonics = [0,0,0,0,0,0];
INPUT_J = [ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;...
ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;I_NONLINEAR_LOAD_1];
% Construction of the matrix ELEMENT_value
ELEMENT_value =
Construction_ELEMENT_value(ELEMENT_temp,cols_h1,INPUT_E,INPUT_Z,INPUT_J);

[rows_h1,cols_h1] = size(h1);
for cols_h1_i = 2 : cols_h1
    HarmonicOrder = h1(1,cols_h1_i);
    %ELEMENT_value_HMC =
[0,Z_sys,Z_400_1,Z_FIL_400_1,Z_400_2,Z_FIL_400_2,I_NONLINEAR_LOAD_1(1,HarmonicOrder),I_NON
LINEAR_LOAD_2(1,HarmonicOrder)];
[V_branches,I_branches,V_nodes] =
SPARSE_MATRIX_all(HarmonicOrder,Graph_Branches,Graph_Nodes,...

ELEMENT_temp,ELEMENT_value(:,HarmonicOrder),Node_1_temp,Node_2_temp,V_branches,I_branches,V_
nodes);
end
V_nodes_C = V_nodes;

```

```

V_branches_C = V_branches;
I_branches_C = I_branches;
BranchesParticipatingInLosses = [2,3,4];
BranchesParticipatingInLosses_KIND = ['IMD','TRF','IMD'];
S_Lossess_with_C = Loss_Estimation(V_branches,I_branches,BranchesParticipatingInLosses);
P_Lossess_with_C =
Loss_Estimation_Exact(V_branches,I_branches,INPUT_Z,BranchesParticipatingInLosses,BranchesParticipating
InLosses_KIND);
P_Lossess_with_C * S_BASE;
P_Lossess_with_C = sum (P_Lossess_with_C);
P_Lossess_with_C * S_BASE
S_Lossess_with_C;
abs(S_Lossess_with_C);

%Fundamental
ELEMENT_temp = ['E','Z','Z','Z','O','Z'];
INPUT_E = [1,0,0,0,0,0];
INPUT_Z = [0;Z_sys;Z_T_1;Z_transmissionLine_400_1;Z_FIL_400_1;Z_LOAD_1];
ZEROs_Harmonics = [0,0,0,0,0,0];
INPUT_J = [ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;...
ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics];
ELEMENT_value =
Construction_ELEMENT_value(ELEMENT_temp,cols_h1,INPUT_E,INPUT_Z,INPUT_J);
HarmonicOrder = h1(1,1);
%ELEMENT_value_HMC =
[0,Z_sys,Z_400_1,Z_FIL_400_1,Z_400_2,Z_FIL_400_2,I_NONLINEAR_LOAD_1(1,HarmonicOrder),I_NON
LINEAR_LOAD_2(1,HarmonicOrder)];
[V_branches,I_branches,V_nodes] =
SPARSE_MATRIX_all(HarmonicOrder,Graph_Branches,Graph_Nodes,...

ELEMENT_temp,ELEMENT_value(:,HarmonicOrder),Node_1_temp,Node_2_temp,V_branches,I_branches,V_
nodes);

%Εδώ γίνεται ενημερωση σχετικά με το ποσοστό της 5ης και 7ης αρμονικής του μη-γραμμικού φορτίου
I_NONLINEAR_LOAD_1(1,1) = I_branches(6,1);
for temp_i=2:cols_h1
if I_NONLINEAR_LOAD_1(1,temp_i) ~= 0
temp_thita = temp_i * angle(I_NONLINEAR_LOAD_1(1,1));
I_NONLINEAR_LOAD_1(1,temp_i) = - ( Portion_Of_Harmonics(1,temp_i) * abs(
I_NONLINEAR_LOAD_1(1,1) ) * (cos(temp_i*temp_thita) + j*sin(temp_i*temp_thita) ) );
end
end

ELEMENT_temp = ['E','Z','Z','Z','O','J'];
INPUT_E = [1,0,0,0,0,0];
INPUT_Z = [0;Z_sys;Z_T_1;Z_transmissionLine_400_1;Z_FIL_400_1];
ZEROs_Harmonics = [0,0,0,0,0,0];
INPUT_J = [ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;...
ZEROs_Harmonics;ZEROs_Harmonics;I_NONLINEAR_LOAD_1];
ELEMENT_value =
Construction_ELEMENT_value(ELEMENT_temp,cols_h1,INPUT_E,INPUT_Z,INPUT_J);

```

```

    for cols_h1_i = 2 : cols_h1
        HarmonicOrder = h1(1,cols_h1_i);
        %ELEMENT_value_HMC
    [0,Z_sys,Z_400_1,Z_FIL_400_1,Z_400_2,Z_FIL_400_2,I_NONLINEAR_LOAD_1(1,HarmonicOrder),I_NON
    LINEAR_LOAD_2(1,HarmonicOrder)];
        [V_branches,I_branches,V_nodes]
    SPARSE_MATRIX_all(HarmonicOrder,Graph_Branches,Graph_Nodes,...

ELEMENT_temp,ELEMENT_value(:,HarmonicOrder),Node_1_temp,Node_2_temp,V_branches,I_branches,V_
nodes);
    end
    V_nodes_NoNC = V_nodes;
    V_branches_NoNC = V_branches;
    I_branches_NoNC = I_branches;
    S_Lossess_without_C = Loss_Estimation(V_branches,I_branches,BranchesParticipatingInLosses);
    P_Lossess_without_C
    Loss_Estimation_Exact(V_branches,I_branches,INPUT_Z,BranchesParticipatingInLosses,BranchesParticipating
    InLosses_KIND);
    P_Lossess_without_C * S_BASE;
    P_Lossess_without_C = sum(P_Lossess_without_C);
    P_Lossess_without_C * S_BASE
    S_Lossess_without_C;
    abs(S_Lossess_without_C);

    Difference_S_without_C_S_with_C = S_Lossess_without_C - S_Lossess_with_C;
    Profit_from_C = real(sum(Difference_S_without_C_S_with_C)) * S_BASE * 7000 / 1000 * 0.056;
    N = 10;
    interest = 0.05;
    Profit_from_C_N = Profit_from_C * ((1+interest)^N-1) / (interest*(1+interest)^N);
    Cost_C = (Q_C_1) / 1000 * 12;

    %The next takes into account the skin effect and the eddy currents.
    Difference_P_without_C_P_with_C = P_Lossess_without_C - P_Lossess_with_C;
    Difference_P_without_C_P_with_C;
    Profit_from_C_P = real(Difference_P_without_C_P_with_C) * S_BASE * 7000 / 1000;
    Profit_from_C_P = real(Difference_P_without_C_P_with_C) * S_BASE * 7000 / 1000 * 0.056;
    N = 10;
    interest = 0.03;
    Profit_from_C_P;
    Profit_from_C_N_P = Profit_from_C_P * ((1+interest)^N-1) / (interest*(1+interest)^N);
    Profit_from_C_N_P;
    Cost_C = (Q_C_1) / 1000 * 12

    %
    %

    % Plotting all the waveforms of the voltage.
    t = 0:0.000001:0.04;
    subplot(4,2,1); title('V_node_1'); rms2Plot(V_nodes(1,:),t);
    subplot(4,2,2); title('V_node_2'); rms2Plot(V_nodes(2,:),t);
    subplot(4,2,3); title('V_node_3'); rms2Plot(V_nodes(3,:),t);
    
```

```

subplot(4,2,4); title('V_node_4'); rms2Plot(V_nodes(4,:),t);
%rms2Plot(V_nodes(4,:),t);
%hold on ;

Z_400_1 = Z_T_1 + Z_transmissionLine_400_1;
Y_400_1 = 1/(Z_400_1);

%Equivalent impedance looking from bus 3
Z_3_1 = Z_sys + Z_T_1;
Y_3_1 = 1 / Z_3_1;
if FIL_1_in == 1
    Y_3 = Y_3_1 + Y_FIL_400_1;
    Y_3a = Y_3_1 ;
    %Y_3 = Y_3_1 + Y_FIL_400_1;
elseif FIL_1_in == 0
    Y_3 = Y_3_1 ;
end
Z_3 = 1 / Y_3;
Z_3a = 1 / Y_3a ;
Z_4_1 = Z_transmissionLine_400_1 + Z_3 ;
Z_4_1a = Z_transmissionLine_400_1 + Z_3a ;
Y_4_1 = 1 / Z_4_1;
Y_4_1a = 1 / Z_4_1a;
h = 1:0.01:40;
%subplot(4,2,5); plot(h,abs(subs(Z_4_1,h)));
%%subplot(4,2,7); plot(h,(angle(subs(Z_4_1,h))*90/pi));
%hold on;
%subplot(4,2,5); plot(h,abs(subs(Z_4_1a,h)), 'r');
%hold on;
subplot(4,2,5); plot(h,abs(subs(Z_3_1,h)), 'b');
hold on;
subplot(4,2,5); plot(h,abs(subs(Z_FIL_400_1,h)), 'g');
hold on;
subplot(4,2,5); plot(h,abs(subs(Z_3,h)), 'r');
hold on;
subplot(4,2,7); plot(h,(angle(subs(Z_4_1,h))*90/pi));

%hold on;
%subplot(4,2,5); plot(h,abs(subs(Z_4_1a,h)) / abs(subs(Z_4_1,h)), 'g');
%subplot(4,2,7); plot(h,(angle(subs(Z_4_1a,h))*90/pi));

%I_branches as %
for cols_h1_i = 1 : cols_h1
    I_branches_C_3_percent(1,cols_h1_i) = abs(I_branches_C(3,cols_h1_i)) / abs(I_branches_C(3,1));
end
for cols_h1_i = 1 : cols_h1
    I_branches_NoNC_3_percent(1,cols_h1_i) = abs(I_branches_NoNC(3,cols_h1_i)) /
abs(I_branches_NoNC(3,1));
end
I_branches_C_3_percent

```

```
I_branches_NoNC_3_percent  
V_nodes_C_3 = abs(V_nodes_C(3,1));  
V_nodes_NoNC_3 = abs(V_nodes_NoNC(3,1));  
V_nodes_C_3  
V_nodes_NoNC_3  
%abs(V_nodes_C(3,1));  
%abs(V_nodes_NoNC(3,1));  
  
%RMS(V_nodes_NoNC(3,:)) * RMS(I_branches_NoNC(3,:))
```


ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Σε αυτό το παράρτημα θα γίνει μια ανάλυση σχετικά με τον ορισμό ενός Ερμιτιανού πίνακα και της δομής Toeplitz.

Ερμιτιανός πίνακας :

Σε αυτήν την ενότητα θα μελετηθεί ο ορισμός και οι ιδιότητες ενός Ερμιτιανού πίνακα. Ο Ερμιτιανός πίνακας είναι ένας τετραγωνικός πίνακας ο οποίος ισούται με τον αναστροφοσυζυγή του. Δηλαδή ισχύει:

$$a_{i,j} = \overline{a_{j,i}} \quad \text{ή} \quad A = A^*$$

για κάθε στοιχείο του Ερμιτιανού πίνακα.

Για παράδειγμα ο πίνακας :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2+i \\ 2-i & 1 \end{bmatrix}$$

είναι Ερμιτιανός. Όπως προκύπτει τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου πρέπει υποχρεωτικά να είναι πραγματικοί αριθμοί.

Ιδιότητες Ερμιτιανού πίνακα:

Κάθε Ερμιτιανός πίνακας μπορεί να διαγωνιοποιηθεί και οδιαγώνιος πίνακας έχει μόνο πραγματικά στοιχεία. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι ιδιοτιμές ενός Ερμιτιανού πίνακα είναι πραγματικές

Το άθροισμα οποιονδήποτε δύο Ερμιτιανών πινάκων είναι και αυτό Ερμιτιανός πίνακας, ενώ το γινόμενο δύο Ερμιτιανών πινάκων είναι και αυτό Ερμιτιανός πίνακας μόνο όταν ισχύει η ακόλουθη σχέση : $AB = BA$.

Εάν A είναι ένας Ερμιτιανός πίνακας και το n είναι ένας θετικός αριθμός τότε το A^n είναι επίσης Ερμιτιανός πίνακας.

Το άθροισμα ενός τετραγωνικού πίνακα και του συζυγούς του είναι και αυτό ένας Ερμιτιανός πίνακας

Δομή Toeplitz :

Ένας πίνακας λέγεται ότι έχει Δομή Toeplitz όταν τα στοιχεία σε κάθε διαγώνιο είναι τα ίδια (μπορεί να είναι διαφορετικά για διαφορετικές διαγωνίους) και σταθερά. Ο παρακάτω πίνακας έχει Δομή Toeplitz :

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & a & b \\ e & d & a \end{bmatrix}$$

Ιδιότητες Δομή Toeplitz:

Γενικά μια μητρική εξίσωση $Ax = b$ είναι στην γενική περίπτωση ένα πρόβλημα n γραμμικών εξισώσεων με $n \cdot n$ αγνώστους. Στην ειδική περίπτωση όμως που ο πίνακας A έχει Δομή Toeplitz τότε το σύστημα έχει μόνο $2n-1$ αγνώστους παρά n^2 . Έτσι πετυχαίνετε μεγάλη απλούστευση στις πράξεις και στους υπολογισμούς που χρειάζονται ώστε να επιλυθεί το σύστημα.