

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ
Διπλωματική εργασία

Αναλυτική μελέτη αλληλεπίδρασης παλμών, διασποράς σε οπτικές ίνες, φίλτρων και 2R συστήματα αναγέννησης

Ραμαντάνης Πέτρος (03101303)

Υπεύθυνος καθηγητής: Αβραμόπουλος Ηρακλής

Αθήνα, Ιούλιος 2006

Κεφάλαιο 1	3
1.1 Εισαγωγικά	3
1.2 Αναφορές	9
Κεφάλαιο 2	10
2.1 Γενικά.....	10
2.1.1 Ανάλυση και αξιολόγηση επίδρασης ντετερμινιστικού jitter	11
2.1.2 Μελέτη και ανάλυση επίδρασης τυχαίου jitter	22
2.2 Αναφορές	35
Κεφάλαιο 3	37
3.1 Γενικά.....	37
3.2 Παλμοί multi Gaussian	42
3.3 Περιγραφή του παλμού κατά τη διέλευσή του από το σύστημα	46
3.4 Ενέργειες, eye closure και προσέγγιση.....	62
3.5 Αναδρομικές σχέσεις και αλυσίδα.....	68
3.6 Αξιολόγηση του μοντέλου	93
3.7 Αναφορές	96
Παράρτημα Α	97
A.1 Προσαρμογή της μαθηματικής έκφρασης των multi Gaussian παλμών στο πρόβλημα	97
A.2 Απόδειξη τύπου (3.13).....	102
A.3 Αναφορές	103

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγικά

Ταυτόχρονα με την νέα δυναμική την οποία εισήγαγαν στον χώρο των οπτικών συστημάτων επικοινωνιών οι οπτικοί ενισχυτές παρέχοντας εξαιρετικά μεγάλες χωρητικότητες και μεγάλα μήκη μετάδοσης (πάνω από ένα Tbit/s ανά 10000 Km), η έρευνα στην περιοχή αυτή ήρθε αντιμέτωπη με σοβαρούς περιορισμούς που πηγάζουν από την παραμόρφωση που εισάγουν τα συστήματα μετάδοσης στο μεταδιδόμενο σήμα. Προκειμένου να ξεπεραστεί αυτή την υποβάθμιση του σήματος που εισάγει η μετάδοση, είναι αναγκαία η στροφή προς νέες ιδέες. Πολλά υποσχόμενες τεχνολογικές εξελίξεις στον τομέα της οπτοηλεκτρονικής (optoelectronic) καθώς και στον τομέα της πλήρως οπτικής αναγέννησης (all optical regeneration), κάνουν εφικτή την αποστολή δεδομένων σε πολύ μεγάλες αποστάσεις (βλ. [2])

Η επανάσταση της *οπτικής ενίσχυσης* μαζί με τις *τεχνικές πολυπλεξίας μήκους κύματος* (wavelength division multiplexing - WDM) και με την *διαχείριση διασποράς* (dispersion management) έκαναν δυνατή την εκμετάλλευση ενός πολύ σημαντικού τμήματος του εύρους ζώνης μιας οπτικής ίνας (αρκιτά Terahertz). Συστήματα τα οποία είναι βασισμένα σε 10 Gbit/s ανά κανάλι και παρουσιάζοντας τελικά αρκίτα Terabit/s με δυνατότητες μετάδοσης έως αρκίτων εκατοντάδων χιλιομέτρων, έχουν πλέον αρχίσει να γίνονται και εμπορικά διαθέσιμα. Παράλληλα, ενώ ακόμα μεγαλύτερες χωρητικότητες και καλύτερες αποδόσεις εύρους ζώνης θα μπορούσαν να επιτευχθούν με τις υπάρχουσες τεχνολογίες, είναι πιθανό να υπάρχει οικονομικό ενδιαφέρον να μειωθεί ο αριθμός των καναλιών ενός μήκους κύματος με ταυτόχρονα αύξηση της συνολικής χωρητικότητας του διαύλου. Ωστόσο, μια τέτοια αύξηση θα μπορούσε να αυξήσει σημαντικά και την υποβάθμιση την οποία υφίσταται το σήμα κατά την μετάδοση.

Αυτή η υποβάθμιση του σήματος προέρχεται από την συνδυασμένη δράση πολλών παραγόντων όπως η συσσώρευση θορύβου, η διασπορά και η μη γραμμικότητες της ίνας, οδηγώντας πρακτικά σε δυο ειδών επιμέρους υποβαθμίσεις. Η πρώτη αφορά κυρίως το πλάτος του παλμού, δηλαδή η ισχύς των παλμών όταν πρέπει να μεταδίδεται «1» ή η ισχύς της απουσίας παλμού όταν πρέπει να μεταδίδεται «0» (για NRZ ψηφιακά συστήματα) μεταβάλλεται τυχαία εξαιτίας αυτής ακριβώς της αλληλεπίδρασης μεταξύ σήματος και τυχαία ενισχυμένου θορύβου ή μεταξύ των διαφόρων καναλιών μέσα από την μηχανισμό της ετεροδιαμόρφωσης φάσης (Cross-phase modulation - XPM) σε συνδυασμό με την χρωματική διασπορά. Στην δεύτερη, η οποία αφορά την έκταση του παλμού στο πεδίο του χρόνου, το εύρος του παλμού διαρκώς μεταβάλλεται εξαιτίας της συνδυασμένης δράσης του θορύβου και των χαρακτηριστικών της ίνας (διασπορά, μη γραμμικότητα). Η διατήρηση μιας σημαντικής διαφοράς ανάμεσα στις ενέργειες του «1» και του «0» (σχετικό κλείσιμο ματιού) και η διατήρηση της διακύμανσης του πλάτους και της περιόδου σε χαμηλά επίπεδα

είναι υποχρεωτικά προκειμένου να επιτευχθεί καλή ποιότητα εκπομπής, καθώς αυτή μετράται μέσω του BER.

Προκειμένου να αυξηθεί περαιτέρω η ποιότητα του σήματος ή η απόσταση μετάδοσης, υπάρχουν γενικώς δυο διαφορετικές προσεγγίσεις. Η πρώτη προσέγγιση έχει να κάνει με τον χωρισμό του συστήματος σε ανεξάρτητα τμήματα ανάμεσα στα οποία παρεμβάλλονται ηλεκτρονικοί επαναλήπτες. Θα αναφερθούμε σ' αυτή την προσέγγιση ως *οπτοηλεκτρονική αναγέννηση* (optoelectronic regeneration). Η δεύτερη προσέγγιση είναι η υλοποίηση μιας *πλήρως οπτικής αναγέννησης*, η οποία ουσιαστικά επιτελεί την ίδια διαδικασία αποκατάστασης του σήματος όπως ακριβώς και η οπτοηλεκτρονική προσέγγιση, με μειωμένη ωστόσο πολυπλοκότητα, χωρίς ηλεκτρονικά στοιχεία περιορισμένου εύρους ζώνης, μεγαλύτερο οπτικό εύρος και γενικώς, καλύτερες ιδιότητες.

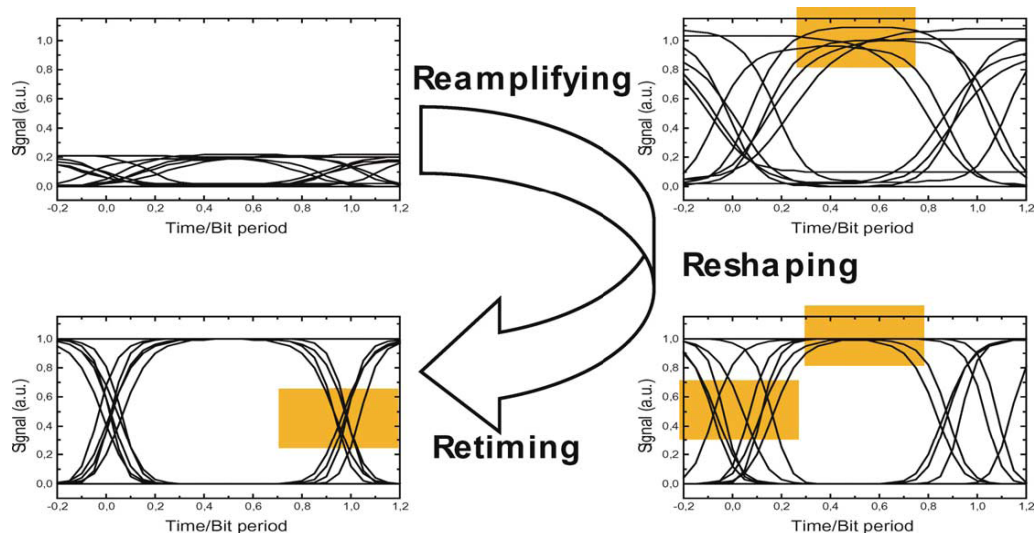
Και στις δυο προαναφερθείσες προσεγγίσεις οπτοηλεκτρονική και πλήρως οπτική, εμπλέκονται τρεις βασικές διεργασίες επεξεργασίας σήματος, η ενανενίσχυση (*re-amplifying*), η επανασχηματοποίηση (*re-shaping*) και η χρονική επαναφορά (*re-timing*), από τις οποίες προκύπτει και το ακρωνύμιο 3R (Σχήμα 1-1).

Η απλή οπτική ενίσχυση παρέχει μόνο μια "1R" αναγέννηση ή επεξεργασία του σήματος (*1R functionality*). Η διαδικασία αυτή γίνεται πλήρως οπτικά και το εισερχόμενο σήμα απλώς ενισχύεται από έναν ενισχυτή ερβίου (EDFA - Erbium doped Amplifier). Έτσι η αναγέννηση είναι διαφανής σε ότι αφορά στην διαμόρφωση (ψηφιακή ενδεχομένως) και μπορεί να χειριστεί και αναλογικά δεδομένα με την ίδια ευκολία. Ωστόσο, προστίθεται θόρυβος και η επίδραση των μη γραμμικοτήτων και της διασποράς στην ίνα δεν αναιρούνται.

Εναλλακτικά, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν ταυτόχρονα οι διαδικασίες του reamplifying και του reshaping, αλλά χωρίς να γίνει χρήση της διαδικασίας του retiming. Τότε λέμε ότι επιτελείται “2R” αναγέννηση και το σύστημα μας παρέχει 2R *functionality*. Η συγκεκριμένη διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε ψηφιακό σήμα, το οποίο ανασχηματίζεται στέλνοντας το μέσα από μια λογική πύλη. Επιπρόσθετη χρονική διαφορά φάσης (jitter) προστίθεται στο σήμα μέσω αυτής της διαδικασίας, κάτι το οποίο τελικά περιορίζει τον συνολικό αριθμό τέτοιων στοιχείων που μπορούμε να έχουμε στο σύστημά μας. Στην εργασία αυτή θα γίνεται αναφορά σ’ αυτόν τον περιορισμό με τον όρο *μέγιστη διαδοχική επανατοποθέτηση του συστήματος*.

Τέλος, όταν επιτελείται επιπρόσθετα και retiming με την χρήση κάποιου ειδικού κυκλώματος λέμε ότι έχουμε 3R επεξεργασία (3R *functionality*). Η διαδικασία αυτή αναιρεί εντελώς τα αποτελέσματα των μη γραμμικοτήτων της ίνας, της διασποράς και του θορύβου των ενισχυτών. Επιπρόσθετα δεν εισάγει καθόλου επιπλέον θόρυβο. Ωστόσο, η διαδικασία του retiming εξαρτάται από την ίδια την ακολουθία ψηφίων και χάνουμε έτσι την διαφάνεια. Αν η διαφάνεια είναι μια ιδιότητα που δε μας ενδιαφέρει ιδιαίτερα τότε η τελευταία προσέγγιση είναι αρκετά ελκυστική.

Οι παραπάνω διαδικασίες μπορούν να υλοποιηθούν είτε με την οπτοηλεκτρονική προσέγγιση είτε με την πλήρως οπτική προσέγγιση. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι η οπτική αναγέννηση δεν συνεπάγεται απαραίτητα και την έλλειψη ηλεκτρονικών κυκλωμάτων (π.χ. για έλεγχο, συγχρονισμό κ.τ.λ.), αλλά το βασικό στοιχείο είναι ότι αυτές οι «ηλεκτρονικές διεργασίες» είναι περιορισμένου εύρους ζώνης (σε αντίθεση με την ευρεία ζώνη στην περίπτωση της οπτοηλεκτρονικής αναγέννησης).



Σχήμα 1-1
Διαδικασίες 1R, 2R, 3R

Οι διεργασίες επεξεργασίας σήματος (1R, 2R, 3R) οι οποίες αναφέρθηκαν παραπάνω συνοδεύουν συνήθως την διαδικασία μετατροπής μήκους κύματος η οποία επιτελείται από στοιχεία τα οποία ονομάζονται μετατροπείς μήκους κύματος (*wavelength converters*). Ο μετατροπέας μήκους κύματος (βλ. [1], σελ. 216) είναι μια συσκευή η οποία μετατρέπει την οπτική πληροφορία από το εισερχόμενο μήκος κύματος σε ένα νέο εξερχόμενο μήκος κύματος. Οι μετατροπείς μήκους κύματος είναι ιδιαίτερα χρήσιμες συσκευές σε δίκτυα WDM (*wavelength division multiplexing*) για διάφορους λόγους, ο σημαντικότερος από τους οποίους είναι η βελτίωση της χρησιμοποίησης των διαθέσιμων μηκών κύματος στις γραμμές του δικτύου.

Στην εργασία αυτή θα γίνει μια προσπάθεια μελέτης του φυσικού στρώματος και της αλληλεπίδρασης των διαφόρων στοιχείων ενός οπτοηλεκτρονικού ή πλήρως οπτικού δικτύου με οπτικές ίνες και μετατροπείς μήκους κύματος που περιέχουν 2R αναγεννητές. Οι στόχοι μιας τέτοιας μελέτης αναλύονται στη συνέχεια και, εκτός προφανώς από την βαθύτερη κατανόηση των φυσικών και «συστημικών» μηχανισμών της διάταξης και πηγάζουν σε ένα σημαντικό βαθμό από το ενδιαφέρον να εξεταστεί αν σε κάποιες περιπτώσεις είναι

«επαρκής» η 2R αναγέννηση, δεν είναι δηλαδή απαραίτητη η αναζήτηση λύσης στην 3R, αφού η τελευταία όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, έχει εν γένει μειωμένη ταχύτητα (αφού είναι εξαρτώμενη από το περιεχόμενο της πληροφορίας, - bit specific), αυξημένη πολυπλοκότητα και ενδεχομένως αυξημένο κόστος.

Ένας πρώτος γενικός στόχος των κεφαλαίων που θα ακολουθήσουν είναι η εξαγωγή των βασικών νόμων και ο υπολογισμός με όσο το δυνατό μεγαλύτερη ακρίβεια των χαρακτηριστικών της κυματομορφής εξόδου, όταν εισέρχεται στο σύστημα ένας παλμός laser γνωστών χαρακτηριστικών. Επιπλέον, γίνεται προσπάθεια να αναλυθεί ποιοτικά και ποσοτικά η υποβάθμιση που επιφέρουν οι *επιμέρους συνιστώσες του συστήματος* (τα διάφορα δηλαδή «υποσυστήματα») στην ποιότητα του σήματος.

Σε πρώτη φάση, στο Κεφάλαιο 2 θα αναπτυχθεί ένα αναλυτικό μοντέλο για την περιγραφή της επίδρασης του θορύβου σε ένα σύστημα με 2R αναγεννητές και θα μελετηθούν οι βασικοί μηχανισμοί μέσω των οποίων υποβαθμίζεται η ποιότητα του μεταδιδόμενου σήματος. Στο Κεφάλαιο 3 θα ακολουθήσει μια εν γένει αναλυτική μελέτη της αλληλεπίδρασης της χρωματικής διασποράς που εισάγεται από την οπτική ίνα, των οπτικών και ηλεκτρικών φίλτρων και των μη γραμμικών στοιχείων των 2R αναγεννητών και την επίδραση τελικώς των παραπάνω παραγόντων στην ποιότητα του διαδιδόμενου σήματος. Στόχος της ανάλυσης θα είναι καταρχάς η ανάπτυξη μιας όσο το δυνατό ακριβέστερης μαθηματικής περιγραφής των παλμών που διαδίδονται σε ένα τυπικό σύστημα 2R αναγεννητών και κατ' επέκταση η εξαγωγή των βασικών νόμων για την εξέλιξη των βασικών χαρακτηριστικών των υπό μελέτη παλμών. Επιπλέον, θα γίνει προσπάθεια να διατυπωθούν ως ένα βαθμό και απλοί σχεδιαστικοί κανόνες που μπορούν να συνεισφέρουν στην *βελτιστοποίηση* του συστήματος - και κατ' επέκταση του δικτύου, στην *σχεδίαση* (επιλογή των στοιχείων π.χ. διασπορά – μήκος οπτικής ίνας, εύρος ζώνης φίλτρων κ.τ.λ.) και εν τέλει στον γενικότερο *έλεγχο* του δικτύου μέσα από την ευχέρεια που παρέχει η αναλυτική φύση

του μοντέλου. Τελικοί στόχοι μπορεί να είναι η δυνατότητα επιλογής των παραμέτρων και των επιμέρους χαρακτηριστικών με κατάλληλο τρόπο ώστε το σύστημα να βρίσκεται εντός των ορίων λειτουργίας, η εύρεση της μέγιστης δυνατής διαδοχικής επανατοποθέτησης ενός «βασικού συστήματος» με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, η ικανοποίηση συγκεκριμένων οικονομικών ή τεχνολογικών περιορισμών και γενικότερα, η διευκόλυνση της διαδικασίας ανάλυσης και μελέτης αντίστοιχων συστημάτων.

Τέλος, αξίζει να επισημανθεί ότι οι δυνατότητες που παρέχονται από το αναλυτικό μοντέλο του Κεφάλαιο 3 συνεισφέρουν στον εσωτερικό σχεδιασμό του δικτύου ή στην αποτελεσματική κατανομή των πόρων σε πραγματικό χρόνο εν αντιθέσει με τα αριθμητικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα και τα οποία εν γένει έχουν σημαντικές απαιτήσεις σε χρόνο και πόρους. Αυτή η δυνατότητα είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για εφαρμογές ευαίσθητες ως προς τον χρόνο. Για παράδειγμα, η εκ των προτέρων γνώση της υποβάθμισης του σήματος σε μια γραμμή ή ο υπολογισμός της σε πιθανές μεταβολές των χαρακτηριστικών του δικτύου, μπορεί να εισαχθεί στον αλγόριθμο επιλογής μονοπατιού δρομολόγησης (εισαγωγή π.χ. παραμέτρων στους αλγορίθμους δρομολόγησης Dijkstra) και αυτό μπορεί να επιτευχθεί δυναμικά, χωρίς μεγάλο υπολογιστικό κόστος, σε πραγματικό χρόνο. Η ικανοποίηση ή μη των παραπάνω στόχων, η αξιολόγηση του μοντέλου και οι προοπτικές μελλοντικής βελτίωσής του συζητούνται επίσης στο τέλος του Κεφάλαιο 3.

1.2 Αναφορές

[1] Rajiv Ramaswami, Kumar N. Sivarajan, Optical Networks, A practical Prospective

[2] O. Leclerc et al. C.R. Physique 4 (2003)

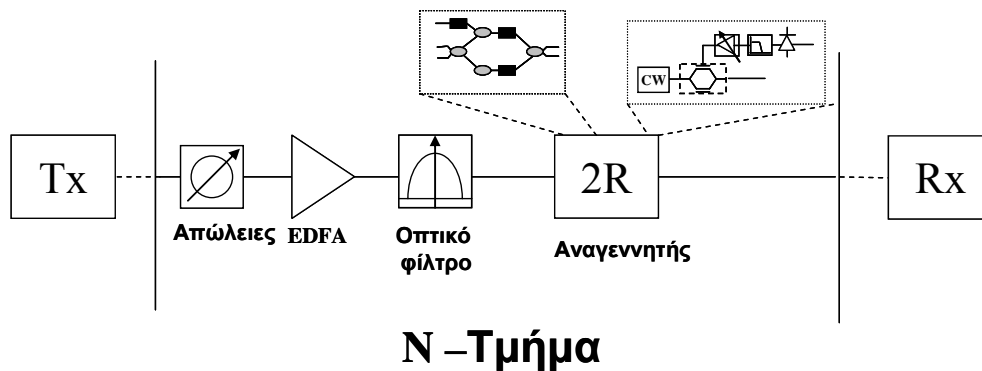
Κεφάλαιο 2

Ανάλυση φυσικού στρώματος σε αναγεννητική 2R αλυσίδα

2.1 Γενικά

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει ανάλυση των βασικών φυσικών μηχανισμών που υποβαθμίζουν την ποιότητα του διαδιδόμενου σήματος σε ένα 2R αναγεννητικό σύστημα. Η μελέτη πραγματοποιείται σε ένα αντιπροσωπευτικό σύστημα ομοιόμορφης αναγεννητικής αλυσίδας όπου μεταξύ δύο διαδοχικών μετατροπών μήκους κύματος υπάρχει παθητικό στοιχείο που αντιπροσωπεύει τις απώλειες διάδοσης καθώς και ένας ενισχυτής ερβίου για την εξισορρόπησή τους. Στο υπό μελέτη σύστημα αναπτύσσονται μηχανισμοί υποβάθμισης της φυσικής του επίδοσης, οι οποίοι δημιουργούν παραμόρφωση στο πλάτος και στη χρονική διάρκεια της διαδιδόμενης παλμοσειράς. Ανάλογα με τη φύση του κάθε μηχανισμού τα φαινόμενα αυτά ομαδοποιούνται σε επιμέρους κατηγορίες. Έτσι έχουμε το *ντετερμινιστικό jitter* το οποίο αποδίδεται στην επίδραση των οπτικών/ηλεκτρικών φίλτρων

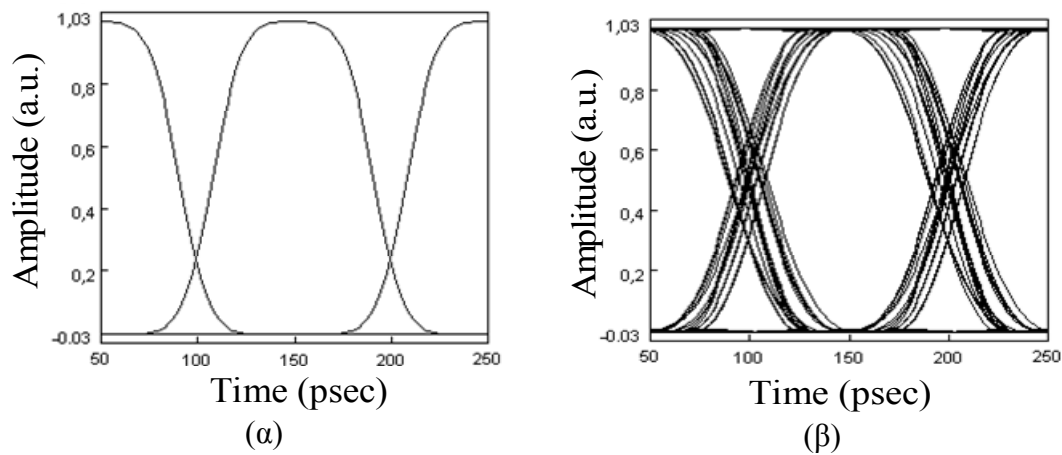
αλλά και στη συμπεριφορά των αναγεννητικών μετατροπέων, ενώ, στην επίδραση του θορύβου που εκπέμπεται από τους οπτικούς ενισχυτές αποδίδεται το *τυχαίο jitter* αλλά και η *θορυβική διαταραχή πλάτους*. Στις επόμενες ενότητες αναλύονται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια οι μηχανισμοί που δημιουργούν τα συγκεκριμένα φαινόμενα και γίνεται επίσης αξιολόγηση της σχετικής τους επίδρασης στο υπό μελέτη σύστημα. Η ανάλυση του ντετερμινιστικού jitter πραγματοποιείται με τη βοήθεια αριθμητικού μοντέλου ενώ αναπτύσσεται αναλυτικό μοντέλο για τη μελέτη της επίδρασης που έχουν το τυχαίο jitter και η θορυβική διαταραχή πλάτους στη πιθανότητα σφάλματος του συστήματος.



Σχήμα 2-1 : Ομοιόμορφο 2R αναγεννητικό σύστημα αλυσίδας

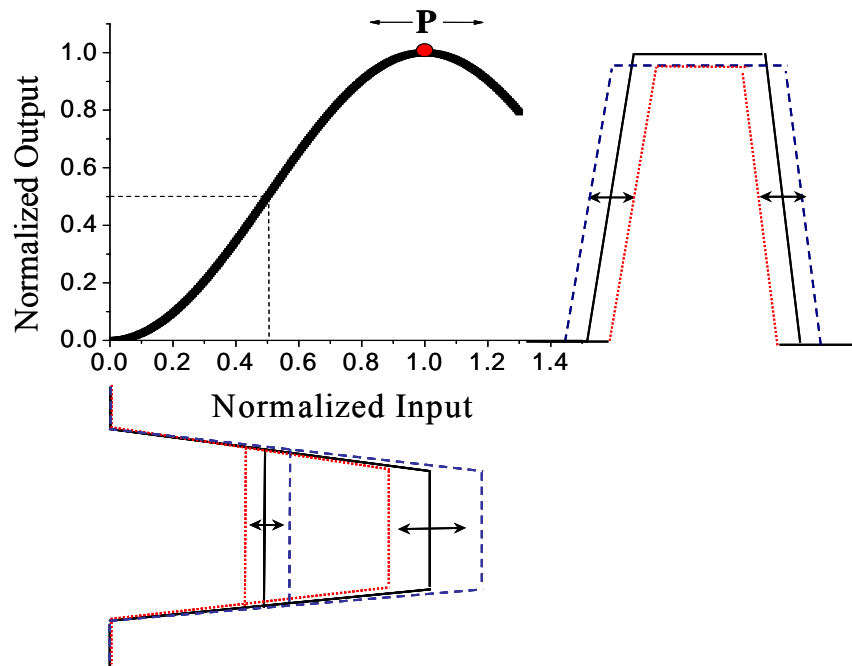
2.1.1 Ανάλυση και αξιολόγηση επίδρασης ντετερμινιστικού jitter

Αν και υπάρχουν αρκετοί διαφορετικοί τύποι ντετερμινιστικού jitter, στο παρόν σύστημα εμφανίζεται με τις μορφές της παραμόρφωσης του παράγοντα δράσης (*duty cycle*) του παλμού και του *διασυμβολικού jitter*. Στα διαγράμματα ματιού του επομένου σχήματος απεικονίζονται οι δύο αυτές κατηγορίες.



Σχήμα 2-2 : α) Παλμοσειρά που απεικονίζει τη παραμόρφωση του παράγοντα δράσης του παλμού ως μορφή jitter β) Παλμοσειρά με διασυμβολικό jitter

Η παραμόρφωση του παράγοντα δράσης του παλμού ως μορφή jitter σχετίζεται με τη διαφορετική χρονική διάρκεια που εμφανίζει ο παλμός του άσσου με το μηδέν σε ένα NRZ (Non-Return-to-Zero) σύστημα. Επιπλέον εμφανίζεται ανεξάρτητα με το προφίλ της διαδοχικής ακολουθίας ψηφίων. Ο μηχανισμός που το δημιουργεί αποδίδεται στην επίδραση που έχει ο αναγεννητής και πιο συγκεκριμένα το μη γραμμικό του στοιχείο πάνω στη κυματομορφή του σήματος. Αυτό όχι μόνο καταπιέζει τη διαταραχή πλάτους αλλά επιπλέον και ανάλογα με τη σχετική του κάθε παλμού στην είσοδό του μπορεί να προκαλέσει επανασχηματοποίησή του καθορίζοντας σε αυτόν μια νέα χρονική διάρκεια. Η διαδικασία αυτή απεικονίζεται με λεπτομέρεια στο σχήμα 2-3

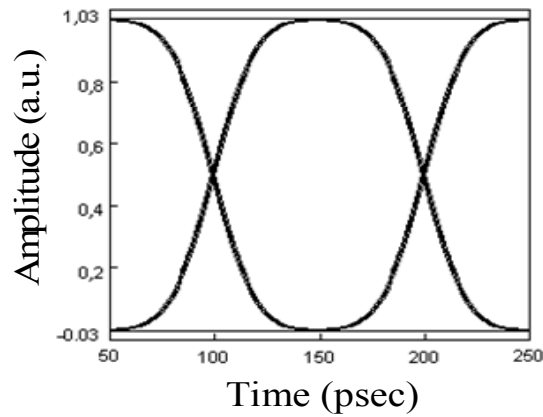


Σχήμα 2-3 : Η στατική συνάρτηση μεταφοράς ισχύος του αναγεννητή ανασηματίζει τη χρονική διάρκεια των παλμών ανάλογα με το πώς αυτοί εισέρχονται στο μη-γραμμικό στοιχείο του

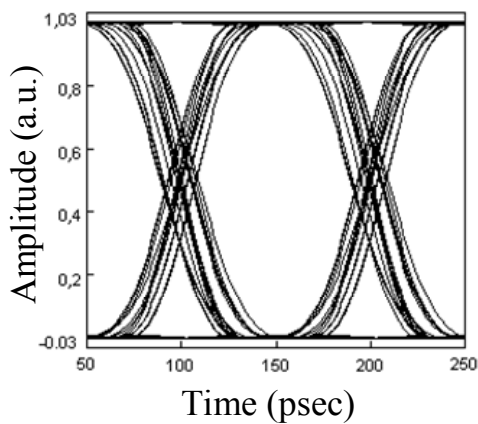
Στη συνάρτηση μεταφοράς ισχύος του μη γραμμικού στοιχείου υπάρχει ένα συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας P στο οποίο ο παλμός κατά την έξοδό του διατηρεί το χρονικό του εύρος. Στην περίπτωση ενός ιδανικού οπτοηλεκτρονικού μετατροπέα σαν αυτόν που περιγράφεται στις προηγούμενες παραγράφους το σημείο αυτό αντιστοιχεί στο μέγιστο της συνάρτησης μεταφοράς ισχύος. Αν ο παλμός εισέρχεται σε χαμηλότερο σημείο λειτουργίας τότε η χρονική του διάρκεια, η οποία ορίζεται από τα σημεία ημίσειας ισχύος, θα μειωθεί. Αντίστοιχα αν το σημείο λειτουργίας βρίσκεται υψηλότερα του P πάνω στη καμπύλη τότε ο παλμός κατά την έξοδό του θα έχει μεγαλύτερο εύρος. Το ποσοστό μεταβολής του παράγοντα δράσης του παλμού καθορίζεται τόσο από την απόκλιση του πραγματικού σημείου λειτουργίας από το βέλτιστο σημείο όσο και από την κλίση των πλευρικών του άκρων. Η μεταβολή της χρονικής διάρκειας σε έναν εκτεταμένο τραπεζοειδή παλμό είναι πολύ έντονη, ενώ σε ένα απόλυτα τετραγωνικό παλμό το φαινόμενο αυτό είναι αμελητέο. Συνεπώς είναι προφανής η συνεισφορά οποιασδήποτε βαθυπερατής διαδικασίας φιλτραρίσματος πάνω στο σήμα, είτε αυτή προέρχεται από τα οπτικά φίλτρα, είτε από τα

ηλεκτρικά φίλτρα των αναγεννητών είτε ακόμη αποδίδεται και στη πεπερασμένη απόκριση των ενισχυτών ημιαγωγού στους αμιγώς οπτικούς αναγεννητές.

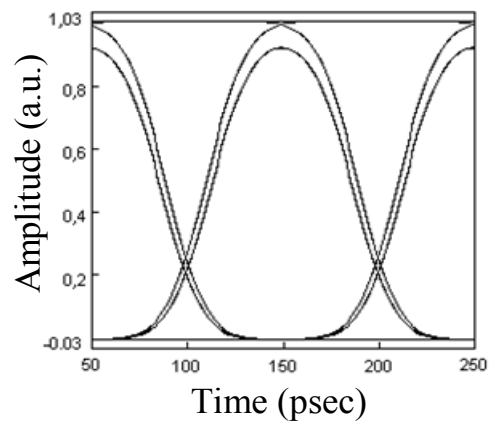
Επέκταση του παραπάνω φαινομένου αποτελεί το διασυμβολικό jitter. Στη περίπτωση αυτή οι μεταβάσεις 01 και 10 σε μια παλμοσειρά τυχαίων ψηφίων διαφέρουν χρονικά πάνω στο διάγραμμα ματιού ανάλογα με το προφίλ της ακολουθίας διφύων τα οποία προηγούνται ή έπονται του αντίστοιχου παλμού. Οι μηχανισμοί που το δημιουργούν σχετίζονται με την αλληλεπίδραση των βαθυπερατών διαδικασιών φιλτραρίσματος και μη-γραμμικότητας πάνω στο κάθε διαφορετικό προφίλ διαδοχικών διφύων της παλμοσειράς. Θα πρέπει ωστόσο να τονιστεί ότι το συχνοτικό εύρος της κάθε διαδικασίας φιλτραρίσματος δε μπορεί να θεωρηθεί ως η μοναδική παράμετρος, που μονοδιάστατα θα χαρακτήριζε την έκταση του jitter. Σημαντικό ρόλο έχει και η ακριβής συνάρτηση φασματικής απόκρισης καθώς επίσης και αν αυτή λαμβάνει χώρα στην πεδιακή κυματομορφή ή στην κυματομορφή ισχύος του σήματος. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το υπό μελέτη αναγεννητικό σύστημα του σχήματος 2-4 όπου αρχικά έχουμε αγνοήσει την ύπαρξη οπτικών φίλτρων, ενώ ο κάθε αναγεννητής είναι οπτοηλεκτρονικής τεχνολογίας και το φίλτρο του έχει πρώτης τάξης γκαουσιανή απόκριση. Δεδομένου ότι το σύστημα λειτουργεί υπό βέλτιστες συνθήκες και το φασματικό εύρος του φίλτρου είναι ίσο ή μεγαλύτερο από το εύρος του κεντρικού λοβού του παλμού δεν πρόκειται να παρατηρήσουμε την ανάπτυξη διασυμβολικού jitter. Στο σχήμα 2-4 παρουσιάζεται το διάγραμμα ματιού στην έξοδο του 20 αναγεννητή σε ένα τέτοιο σύστημα αλυσίδας. Η ταχύτητα διαμόρφωσης με NRZ παλμούς είναι στα $10Gb/s$, ενώ το 3dB φασματικό εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου είναι $7GHz$.



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 2-4 : α) Διάγραμμα ματιού όταν μόνο ηλεκτρικό φιλτράρισμα από 1^{ης} τάξης γκαουσιανό φίλτρο εύρους 7GHz λαμβάνει χώρα στον κάθε αναγεννητή. β) Αντίστοιχο διάγραμμα ματιού με 5^{ης} τάξης γκαουσιανό ηλεκτρικό φίλτρο ίδιου εύρους. γ) Διάγραμμα ματιού με 1^{ης} τάξης γκαουσιανό οπτικό φίλτρο εύρους 40GHz και αντίστοιχης τάξης ηλεκτρικό φίλτρο εύρους 7GHz

Η κατάσταση είναι εντελώς διαφορετική για τις υπόλοιπες δύο περιπτώσεις. Στη μια από αυτές το ηλεκτρικό φίλτρο έχει πιο «τετραγωνισμένη» απόκριση, η οποία εδώ μοντελοποιείται από 5^{ης} τάξης γκαουσιανή συνάρτηση, με το ίδιο 3dB φασματικό εύρος. Στην άλλη περίπτωση επαναφέρουμε την 1^{ης} τάξεως γκαουσιανή απόκριση του ηλεκτρικού φίλτρου, ενώ μεταξύ των δύο διαδοχικών αναγεννητών έχει τοποθετηθεί οπτικό φίλτρο 3dB εύρους 40GHz, με αποτέλεσμα το φιλτράρισμα να λαμβάνει εδώ χώρα πάνω στην πεδιακή κυματομορφή του σήματος. Τα διαγράμματα ματιού, μετρούμενα στην έξοδο του δέκατου τρίτου αναγεννητή της αλυσίδας παρουσιάζονται για αυτές τις δύο περιπτώσεις στα

αντίστοιχα σχήματα 5-7 (β , γ). Και στα δύο είναι εμφανής η ανάπτυξη του διασυμβολικού jitter, ενώ στη δεύτερη υπάρχει και jitter του παράγοντα δράσης του παλμού. Η αιτία και στις δύο τελευταίες περιπτώσεις αποδίδεται στην ιδιαίτερη απόκριση της βαθυπερατής διαδικασίας φιλτραρίσματος, η οποία είναι τέτοια ώστε να μειώνει το ημίσιο χρονικό εύρος των διερχόμενων παλμών. Η μείωση αυτή διαφέρει ανάλογα με το προφίλ της αλληλουχίας των διφύων στη παλμοσειρά και συνεπώς δε μπορεί να οριστεί ένα συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας πάνω στη μη γραμμική συνάρτηση μεταφοράς, έτσι ώστε να είναι δυνατή συνολικά η αναίρεσή της σύμφωνα με τον προαναφερθέντα μηχανισμό.

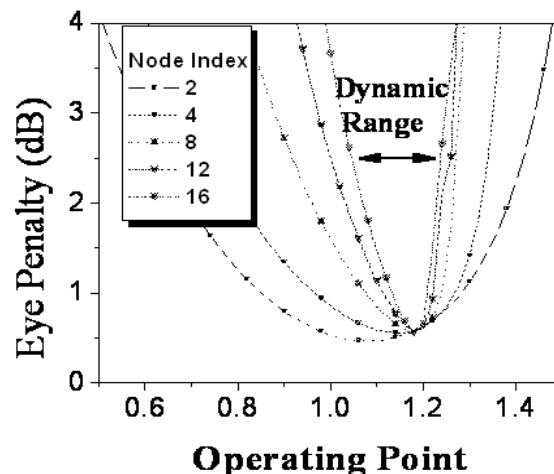
Είναι εμφανές από τα παραπάνω σχήματα ότι το διασυμβολικό jitter οδηγεί μόνο σε οριζόντια σμίκρυνση του διαγράμματος ματιού, δεδομένου ότι η αναγεννητική φύση του συστήματος διορθώνει κατά κάποιο τρόπο την παραμόρφωση πλάτους που υφίστανται οι διερχόμενοι παλμοί. Παρόλα αυτά δε παύει να αποτελεί παράγοντα δημιουργίας σφαλμάτων, αφού στον τελικό δέκτη οι σχετικές κυματομορφές θα υποστούν βαθυπερατό φιλτράρισμα με αποτέλεσμα η οριζόντια χρονική παραμόρφωση να οδηγήσει σε κατακόρυφη μείωση του πλάτους στο τελικό διάγραμμα ματιού. Το ποσοστό αυτού του κλεισίματος ορίζει και το μέγεθος που θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια της μελέτης για την αξιολόγηση της επίδρασης του ντετερμινιστικού jitter στην επίδοση του συστήματος.

$$EOP_n(dB) = -10 \log \left(\frac{I_{1,n} - I_{0,n}}{I_1 - I_0} \right) \quad (2.1)$$

όπου $I_{1,n}, I_{0,n}$ οι τιμές ρεύματος για τον άσσο και το μηδέν στο n-οστό στάδιο της αλυσίδας και I_1, I_0 οι αντίστοιχες τιμές στο αρχικό στάδιο του συστήματος. Σε όλες τις περιπτώσεις το ηλεκτρικό φίλτρο του τελικού δέκτη θεωρήσαμε ότι ήταν ολοκληρωτής ισχύος με χρονική σταθερά την περίοδο T του ρυθμού διαμόρφωσης.

Η εκδήλωση του ντετερμινιστικού jitter ως φαινόμενο εξαρτάται τόσο από τις διαδικασίες οπτικού ή ηλεκτρικού φιλτραρίσματος καθώς επίσης και από τη συνάρτηση μεταφοράς του αναγεννητή. Στις παραγράφους που ακολουθούν αναδεικνύεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια αυτός ο αλληλοσυσχετισμός της επίδρασης των διαδικασιών φιλτραρίσματος και της μη γραμμικής συνάρτησης μεταφοράς ισχύος.

Αρχικά θεωρούμε το αναγεννητικό σύστημα με οπτοηλεκτρονικούς μετατροπείς μήκους κύματος χωρίς την ύπαρξη ηλεκτρικών φίλτρων και όπου το μη-γραμμικό του στοιχείο βρίσκεται σε «εν φάση» λειτουργία. Επιπλέον στο κάθε τμήμα το ενδιάμεσο οπτικό φίλτρο έχει φασματικό εύρος 40GHz . Σε συνάρτηση του σημείου λειτουργίας πάνω στην κανονικοποιημένη καμπύλη του μη-γραμμικού στοιχείου του κάθε αναγεννητή στην αλυσίδα υπολογίζουμε το μέγιστο κλείσιμο ματιού που εμφανίζει η διερχόμενη τυχαία παλμοσειρά. Στο σχήμα 2-5 απεικονίζονται τα αποτελέσματα των υπολογισμών όπου παραμετρικά η κάθε καμπύλη αντιστοιχεί σε διαφορετικό στάδιο της αλυσίδας.

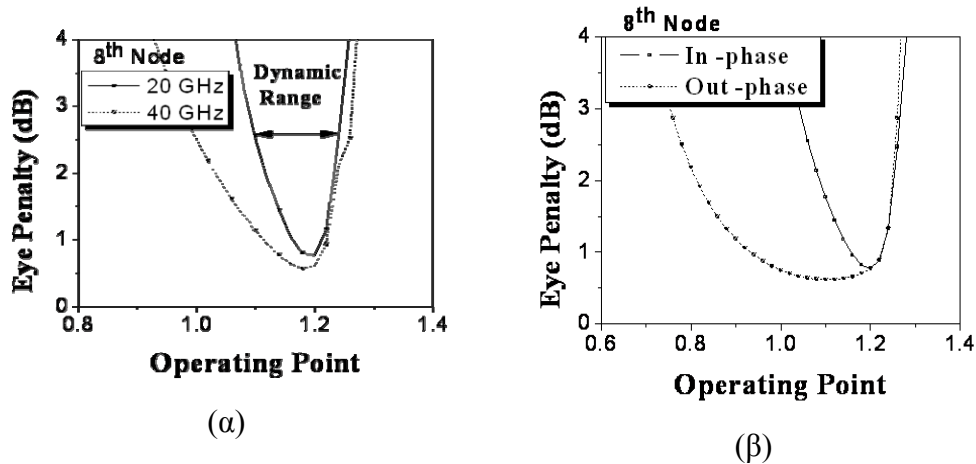


Σχήμα 2-5 : Καμπύλες κλεισίματος ματιού σε συνάρτηση του σημείου λειτουργίας του αναγεννητή. Κάθε μια από αυτές αντιστοιχεί σε διαφορετικό πλήθος κόμβων της αναγεννητικής αλυσίδας

Αρχικά αυτό που παρατηρούμε είναι ότι το βέλτιστο σημείο δεν αντιστοιχεί στο μέγιστο της συνάρτησης μεταφοράς ισχύος, αλλά είναι ελαφρώς εκτοπισμένο σε υψηλότερες τιμές. Όπως έχει είδη αναλυθεί προηγουμένως, αυτό αποδίδεται στη απαιτούμενη μορφοποίηση των παλμών του σήματος από το μη γραμμικό στοιχείο προκειμένου να αναιρεθεί η μείωση του ημίσιου χρονικού τους εύρους λόγω του οπτικού φιλτραρίσματος. Ο καθορισμός του σημείου λειτουργίας πάνω στη συνάρτηση μεταφοράς πραγματοποιείται με τη βοήθεια κατάλληλου κυκλώματος εξισορρόπησης ισχύος, το οποίο υπάρχει σε κάθε αναγεννητικό υποσύστημα. Από τις παραπάνω καμπύλες προκύπτει ότι οι απαιτήσεις να λειτουργεί το κάθε υποσύστημα σε στενότερη περιοχή αυξάνονται καθώς μεγαλώνει το μήκος της αλυσίδας. Το εύρος αυτής της περιοχής λειτουργίας ορίζει και το δυναμικό εύρος λειτουργίας (dynamic range) του υποσυστήματος. Σε ένα ρεαλιστικό υποσύστημα το κύκλωμα εξισορρόπησης δεν έχει την ικανότητα να καθορίζει με απόλυτη ακρίβεια το σημείο λειτουργίας χωρίς την ύπαρξη κάποιας σχετικής απόκλισης. Οι καμπύλες του παραπάνω σχήματος απεικονίζουν την χειρότερη περίπτωση μείωσης του δυναμικού εύρους, δεδομένου ότι όλοι οι αναγεννητές κατά μήκος της αλυσίδας δουλεύουν κάθε φορά στο ίδιο σημείο. Ωστόσο, είναι προφανές ότι όποια απόκλιση χαρακτηρίζει τη λειτουργία τους σε ένα πραγματικό σύστημα αυτή θα καθορίσει και το μέγιστο μήκος της αλυσίδας.

Η μείωση του δυναμικού εύρους λειτουργίας ως αποτέλεσμα συσσώρευσης ντετερμινιστικού jitter εξαρτάται από το ισοδύναμο φασματικό εύρος του συνολικού φιλτραρίσματος που λαμβάνει χώρα σε κάθε αναγεννητικό στάδιο της αλυσίδας. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα και στις καμπύλες του σχήματος 5-9. Η κάθε μια από αυτές απεικονίζει το σχετικό κλείσιμο ματιού στην έξοδο του 8^{ου} σταδίου της αλυσίδας σε συνάρτηση του σημείου λειτουργίας, για τις δύο περιπτώσεις όπου το φασματικό εύρος του οπτικού φίλτρου ήταν 20GHz και 40GHz. Είναι προφανές ότι οι τεχνολογικές απαιτήσεις των

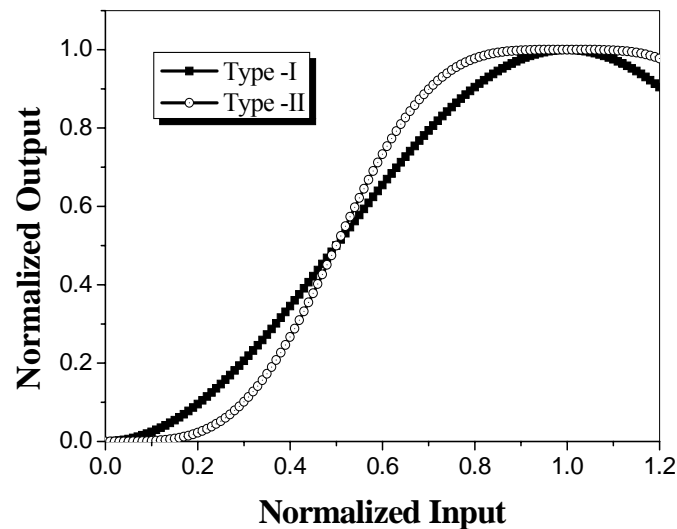
αναγεννητικών υποσυστημάτων αναφορικά με την ικανότητά τους να έχουν μικρή απόκλιση από τη βέλτιστη λειτουργία είναι υψηλότερες σε συστήματα στενότερου εύρους ζώνης.



Σχήμα 2-6 : α) Σχετικό κλείσιμο ματιού στην έξοδο του 8^{ου} σταδίου της αλυσίδας σε συνάρτηση του σημείου λειτουργίας, για τιμές εύρους οπτικού φίλτρου 20GHz και 40GHz β) Σχετικό κλείσιμο ματιού για «εν-φάση» και «εκτός φάση» λειτουργία του αναγεννητή

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις είχαμε θεωρήσει ότι το αναγεννητικό υποσύστημα βρίσκεται σε «εν φάση» (in-phase) λειτουργία, δηλαδή δεν υπάρχει λογική αντιστροφή της διερχόμενης δυαδικής πληροφορίας. Η κατάσταση είναι διαφορετική όταν οι αναγεννητές λειτουργούν «εκτός φάσης» (out-of-phase). Η περίπτωση αυτή συγκριτικά με την προηγούμενη παρουσιάζεται στο σχήμα 2-6 β). Και εδώ οι μετρήσεις αφορούσαν το σχετικό κλείσιμο ματιού στην έξοδο του 8^{ου} σταδίου σε συνάρτηση του σημείου λειτουργίας τους θεωρώντας ότι το φασματικό εύρος των ενδιάμεσων οπτικών φίλτρων ήταν 40GHz. Από τις καμπύλες του σχήματος είναι προφανές ότι το σύστημα αποκτά συντριπτικά μεγαλύτερο δυναμικό εύρος όταν η αναγεννητική λειτουργία βρίσκεται σε «εκτός φάσης» τρόπο εν συγκρίσει με τον «εν φάση». Το γεγονός αυτό εξηγείται ως εξής. Σε κάθε στάδιο του συστήματος και ανάλογα με την απόκλιση του πραγματικού λειτουργικού σημείου από το βέλτιστο πάνω στη μη γραμμική συνάρτηση μεταφοράς έχουμε αντίστοιχα μείωση της χρονικής διάρκειας είτε του άσσου είτε του μηδενός στην παλμική κυματομορφή του σήματος. Στη περίπτωση όπου οι αναγεννητές βρίσκονται «εν φάση», με κοινό σημείο

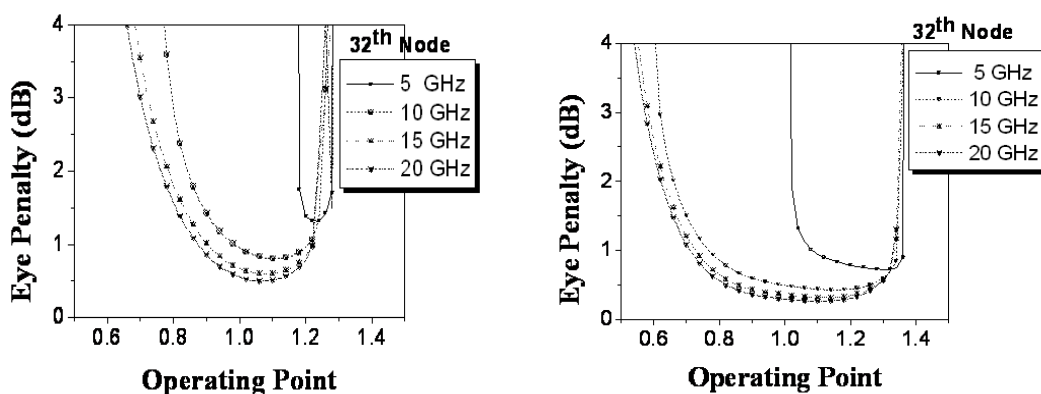
λειτουργίας, τότε η συγκεκριμένη παραμόρφωση δρα προσθετικά είτε μόνο στον άσο είτε μόνο στο μηδέν, με αποτέλεσμα την ταχύτερη συσσώρευσή της και την γρήγορη κατάρρευση του συστήματος. Στην αντίθετη περίπτωση, όπου έχουμε «εκτός φάσης» τρόπο λειτουργίας και άρα παλμικό μετασχηματισμό του κάθε διφύου από '1' σε '0' και αντίστροφα, η συσσώρευση της παραμόρφωσης δε είναι μόνο προσθετική αλλά εναλλάξ αναιρετική. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα την πιο αργή συρρίκνωση του δυναμικού εύρους λειτουργίας κατά μήκος της αλυσίδας και άρα τη βελτίωση της μέγιστης διαδοχικής επανατοποθέτησης του συστήματος.



Σχήμα 2-7 : Καμπύλες μεταφορά ισχύος μετατροπέων. Η τύπου -I αντιστοιχεί σε ιδανικό συμβολόμετρο Mach-Zehnder, ενώ η τύπου -II προκύπτει από τη διαδοχική τοποθέτηση δύο ιδανικών Mach-Zehnder.

Στη συνέχεια θα μελετηθεί η επίδραση που έχει η μορφή της αναγεννητικής συνάρτησης μεταφοράς του μετατροπέα στη διαδικασία ανασχηματισμού της παλμοσειράς και άρα στη συσσώρευση ντετερμινιστικού jitter κατά μήκος της αλυσίδας. Δυο περιπτώσεις θα τύχουν συγκριτικής μελέτης εδώ. Στην πρώτη θεωρούμε τη κλασική συνάρτηση μεταφοράς που αντιστοιχεί σε ιδανικό συμβολόμετρο Mach-Zehnder, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η μη-γραμμική συνάρτηση προκύπτει από την εν σειρά διαδοχική τοποθέτηση

των δύο αυτών διατάξεων. Στο σχήμα 2-7 απεικονίζονται σε κανονικοποιημένη μορφή οι αντίστοιχες καμπύλες, ονομαστικά ως τύπου –I και τύπου –II. Είναι φανερό ότι η τύπου –II καμπύλη είναι περισσότερο πεπλατυσμένη εν συγκρίσει με την τύπου –I. Σε συνάρτηση του σημείου λειτουργίας των αναγεννητών πάνω στη συνάρτηση μεταφοράς ισχύος λάβαμε μετρήσεις του σχετικού κλεισίματος ματιού, στην έξοδο του 32^{ου} τμήματος. Τα αποτελέσματα για τις δύο αυτές περιπτώσεις παρουσιάζονται στα αντίστοιχα σχήματα 5-11 (α, β). Ο τρόπος λειτουργίας των αναγεννητικών στοιχείων ήταν «εκτός φάσης», ενώ η κάθε καμπύλη αντιστοιχούσε σε διαφορετικό φασματικό εύρος ηλεκτρικού φίλτρου. Το εύρος ζώνης του οπτικού φίλτρου στο κάθε στάδιο της αλυσίδας παρέμενε σταθερό, ίσο με 40GHz.



Σχήμα 2-8 Μετρήσεις σχετικού κλεισίματος ματιού στην έξοδο του 32ου αναγεννητή της αλυσίδας για διαφορετικές τιμές εύρους ηλεκτρικού φίλτρου α) για την τύπου-I συνάρτηση μεταφοράς β) για την τύπου –II συνάρτηση μεταφοράς του αναγεννητή.

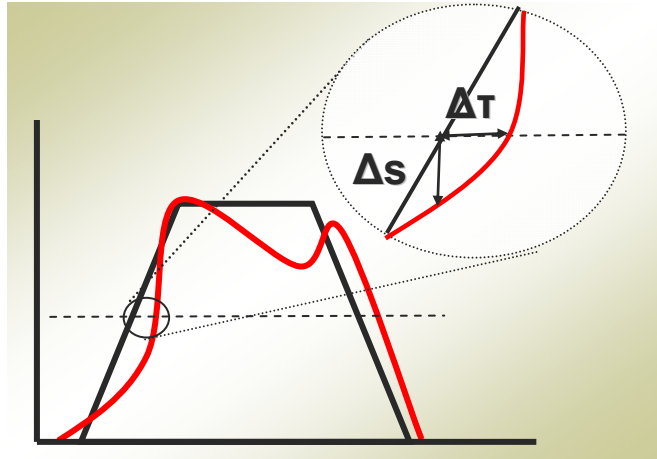
Η πρώτη παρατήρηση που μπορούμε να κάνουμε συγκρίνοντας τα παραπάνω διαγράμματα είναι ότι με την τύπου-II καμπύλη οδηγούμαστε σε σημαντική βελτίωση του εύρους λειτουργίας κατά μήκος του συστήματος. Το γεγονός αυτό αποδίδεται στον πιο πεπλατυσμένο χαρακτήρα της τύπου-II συνάρτησης μεταφοράς. Έτσι, οι παλμοί που δημιουργούνται στην έξοδο του κάθε αναγεννητή είναι πιο τετραγωνισμένοι και αυτό κάνει το σύστημα πιο ανθεκτικό στη δημιουργία και συσσώρευση του νετερομινιστικού jitter. Η

δεύτερη παρατήρηση αφορά την επίδραση που έχει το ηλεκτρικό φίλτράρισμα στη μέγιστη διαδοχική επανατοποθέτηση της αλυσίδας. Είναι εμφανές ότι όταν το εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου είναι πάνω από 10GHz τότε το μήκος του συστήματος φθάνει και στις δύο περιπτώσεις τα 32 στάδια. Γενικότερα όμως θα μπορούσαμε να πούμε ότι η επίδραση του ηλεκτρικού φίλτρου είναι αμελητέα στη συσσώρευση ντετερμινιστικού jitter, σε ένα σύστημα των 10GHz , μόνο όταν το εύρος του ξεπερνά τα 15GHz . Όπως έχει είδη τονιστεί προηγουμένως σε έναν ρεαλιστικό μετατροπέα μήκους κύματος το μέγιστο εύρος της βαθυπερατής του απόκρισης συνδέεται στενά με την τεχνολογική του επάρκεια.

Σε ένα οπτοηλεκτρονικό αναγεννητή, για παράδειγμα, αυτό καθορίζεται όχι μόνο από το σχεδιασμένο ηλεκτρικό φίλτρο αλλά και από την ταχύτητα των επιμέρους ηλεκτρονικών του υποσυστημάτων. Αντίστοιχα, σε έναν αμιγώς οπτικό αναγεννητή, βασισμένο στη τεχνολογία των ενισχυτών ημιαγωγού SOA, ο ενεργός χρόνος επανασύνδεσης των φορέων τους θα καθορίσει το εύρος της ισοδύναμης βαθυπερατής απόκρισης.

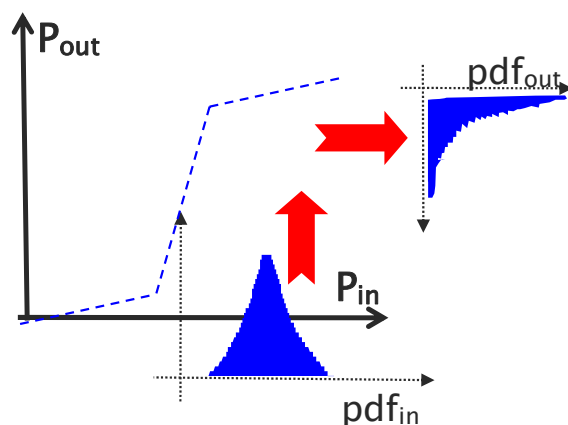
2.1.2 Μελέτη και ανάλυση επίδρασης τυχαίου jitter

Σε αυτή την ενότητα μελετάται η επίδραση του θορυβικού παράγοντα στην επίδοση ενός 2R αναγεννητικού συστήματος. Βασικός στόχος αποτελεί η ανάλυση των σχετικών μηχανισμών μείωσης της ποιότητας του διαδιδόμενου σήματος καθώς και η αναλυτική μοντελοποίηση τους για τον υπολογισμό της συνολικής πιθανότητας σφάλματος.



Σχήμα 2-9 : Ο θόρυβος που εισάγουν οι οπτικοί ενισχυτές δημιουργεί παραμόρφωση τόσο στο πλάτος όσο και στα πλευρικά άκρα του κάθε παλμού.

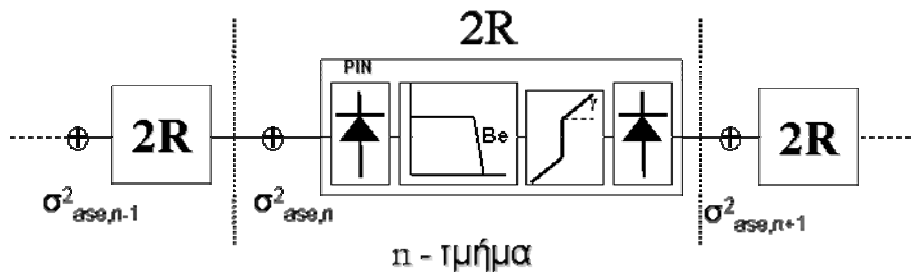
Γενικότερα ένας παράγοντας δρα παραμορφωτικά σε έναν παλμό όταν μειώνει είτε το πλάτος του είτε τη χρονική του διάρκεια. Ο θόρυβος που εισάγεται από τους οπτικούς ενισχυτές δημιουργεί παραμόρφωση και στις δύο αυτές συντεταγμένες του σήματος, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2-9. Η θορυβική διαταραχή πλάτους είναι εμφανής στον παλμό, ενώ, ο θόρυβος που εμφανίζεται στα πλευρικά του άκρα δημιουργεί μια αντίστοιχη τυχαιότητα στην χρονική του διάρκεια ορίζοντας το φαινόμενο του τυχαίου jitter. Σε ένα σύστημα το οποίο δεν υφίσταται αναγέννηση η αξιολόγησή του λόγω θορύβου γίνεται λαμβάνοντας υπόψη μόνο τη διαταραχή πλάτους και αγνοώντας το jitter. Αυτό αποδίδεται στο ότι ο πρώτος παράγοντας είναι και ο καθοριστικός στην επίδοσή του. Οπότε, πριν φτάσουμε στο σημείο να παρατηρούμε την επίδραση του τυχαίου jitter ουσιαστικά το σύστημα βρίσκεται εκτός των ανεκτών ορίων λειτουργίας. Η ανάλυση σε αυτή τη περίπτωση βασίζεται στο θεωρητικό υπόβαθρο των [1], [2]. Εκεί, αφενός αποδεικνύεται η ακρίβεια της γκαουσιανής προσέγγισης των στατιστικών ιδιοτήτων της διαταραχής, αφετέρου επιτυγχάνεται και συσχετισμός της πιθανότητας σφάλματος με τον οπτικό και ηλεκτρικό σηματοθορυβικό λόγο.



Σχήμα 2-10 Η μη-γραμμική συνάρτηση μεταφοράς του αναγεννητικού στοιχείου μετασχηματίζει τις

Η ύπαρξη μετατροπών μήκους κύματος σε κάποιες από τις προτεινόμενες αρχιτεκτονικές πολυπλέκει το πρόβλημα για το πώς πρέπει να αξιολογείται η επίδοσή τους στο φυσικό στρώμα. Αυτό αποδίδεται στις αναγεννητικές ικανότητες των συγκεκριμένων στοιχείων. Η μη γραμμική τους συμπεριφορά καταπιέζει τη θορυβική διαταραχή των εισερχόμενων παλμών ενώ παράλληλα μετασχηματίζει και τις στατιστικές της ιδιότητες. Υπολογίζοντας τη πιθανότητα σφάλματος με βάσει τη γνωστή μεθοδολογία [1], όπου θεωρούμε ότι η θορυβική διαταραχή διατηρεί την γκαουσιανή της φύση, μπορεί να οδηγήσει σε υποτίμηση της πραγματικής επίδοσης του συστήματος., ειδικότερα αν ο υπολογισμός αυτός γίνει ακριβώς στην έξοδο του αναγεννητικού στοιχείου. Μια πιο ακριβής ανάλυση έχει παρουσιαστεί στην [1], όπου υπολογίζεται η πυκνότητα πιθανότητας της θορυβικής διαταραχής στην έξοδο του μετατροπέα μήκους κύματος προσεγγίζοντας τη συνάρτηση μεταφοράς του με μια αντίστοιχη τμηματικώς γραμμική συνάρτηση. Μια διαφορετική προσέγγιση έχει δοθεί από τους [5], η οποία βασίζεται στον απευθείας υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος, καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι σε ένα σύστημα αναγεννητικής αλυσίδας η συνολική πιθανότητα σφάλματος μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα των αντίστοιχων πιθανοτήτων που εισάγουν τα επιμέρους τμήματά της. Θα πρέπει να σημειωθεί, ωστόσο, ότι στη συγκεκριμένη ανάλυση αγνοείται η επίδραση του

jitter. Αν το αναγεννητικό σύστημα δεν παρέχει χρονική επαναδιευθέτηση των εισερχόμενων παλμών, όπως στη περίπτωση που μελετάμε, τότε η συσσώρευση του παράγοντα jitter κυριαρχεί μετά από ένα πλήθος σταδίων δημιουργώντας έναν διαφορετικό κανόνα μείωσης της πιθανότητας σφάλματος. Η ανάπτυξη μιας πλήρους αναλυτικής μοντελοποίησης για αυτά τα συστήματα παρουσιάζεται στη συνέχεια. Το αντίστοιχο μαθηματικό μοντέλο για τον υπολογισμό της συνολικής πιθανότητας σφάλματος πραγματοποιείται θεωρώντας ένα ομοιόμορφο σύστημα 2R αναγεννητικής αλυσίδας, το μπλοκ διάγραμμα της οποίας παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2-11 : Μπλοκ διάγραμμα 2R συστήματος αναγεννητικής αλυσίδας

Αυτό αποτελείται από μια αλυσίδα αναγεννητών όπου σε κάθε ενδιάμεσο στάδιο προστίθεται οπτικός θόρυβος. Το κάθε αναγεννητικό υποσύστημα μοντελοποιείται από έναν τετραγωνιστή, ένα βαθυπερατό ηλεκτρικό φίλτρο εύρους Be, και ένα μη γραμμικό-στοιχείο. Η συνάρτηση μεταφοράς του μη γραμμικού στοιχείου θεωρούμε ότι έχει βηματικό χαρακτήρα και σε κανονικοποιημένο σύστημα δίδεται από :

$$f(x) = \begin{cases} \gamma \cdot x & , x < 1/2 \\ \gamma \cdot (x-1) + 1 & , x > 1/2 \end{cases} \quad (2.2)$$

όπου γ η κλίση των γραμμικών της τμημάτων. Στη συνολική πιθανότητα σφάλματος συνεισφέρουν τόσο η διαταραχή πλάτους όσο και η συσσώρευση τυχαίου jitter στον κάθε παλμό του σήματος. Στην ανάλυση που ακολουθεί η βασική παραδοχή που γίνεται θεωρεί τα δύο αυτά φαινόμενα είναι στατιστικώς ανεξάρτητα.

Η ισχύς του θορύβου που προστίθεται σε κάθε i -στάδιο καθορίζεται από την αντίστοιχη παράμετρο οπτικού σηματοθορυβικού λόγου $OSNR_i$

$$OSNR_i = \frac{P_{aver}}{2S_{ASE}B_o} \quad (2.3)$$

όπου P_{aver} η μέση ισχύς του διαμορφωμένου μήκους κύματος και S_{ASE} η φασματική ποσότητα ισχύος του προστιθέμενου θορύβου. Ο παράγοντας διπλασιασμού στον παρανομαστή της σχέσης χρησιμεύει στο να λαμβάνονται υπόψη και οι δύο ορθογώνιες θορυβικές πολώσεις. Η μέτρηση του σηματοθορυβικού λόγου πραγματοποιείται στην έξοδο οπτικού φίλτρου εύρους B_o , το οποίο έχει τιμή $12.5GHz$ σε ένα σύστημα των $10Gb/s$. Η αντίστοιχη διασπορά $\sigma_{ase,i}^2$ της θορυβική διαταραχή ισχύος στην κορυφή του κάθε παλμού, μετά την έξοδο του από το ηλεκτρικό φίλτρο δίδεται προσεγγιστικά από:

$$\sigma_{ase,n}^2 = 4 \frac{P_{ave}^2}{OSNR_n} \frac{Be}{Bo} \quad (2.4)$$

όπου μόνο η κρουστικός όρος σήματος-θορύβου έχει ληφθεί υπόψη. Η ποσότητα αυτή εισάγεται από το κάθε τμήμα της αλυσίδας επιπρόσθετα στην παραμένουσα ισχύ από προηγούμενα στάδια, η οποία έχει υποστεί καταπίεση από το μη-γραμμικό στοιχείο του αντίστοιχου αναγεννητή. Η γενικότερη αναδρομική σχέση που ορίζει το μέγεθος αυτό στο υπό μελέτη σύστημα είναι η ακόλουθη:

$$\sigma_{ase}^2(n) = \gamma^2 \sigma_{ase}^2(n-1) + \sigma_{ase,n}^2 \quad (2.5)$$

Στην ειδική περίπτωση ενός ομοιόμορφου συστήματος, η ίδια ποσότητα θορύβου προστίθεται σε κάθε n -στάδιο της αλυσίδας ($OSNR_n = OSNR$), οπότε η (5.5) έχει αναγωγική λύση της μορφής :

$$\sigma_{ase}^2(n) = 4 \frac{\gamma^{2n} - 1}{\gamma^2 - 1} \frac{P_{ave}^2}{OSNR} \frac{Be}{Bo} \quad (2.6)$$

Με βάση την παραπάνω σχέση ο αντίστοιχος ηλεκτρικός σηματοθροβικός λόγος, γνωστός και ως Q-παράγοντας (Q-factor) γίνεται :

$$Q_{ampl}(n) = \frac{2P_{aver}}{\sigma_{ase}(n)} = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^{2n} - 1}} OSNR \frac{Bo}{Be} \quad (2.7)$$

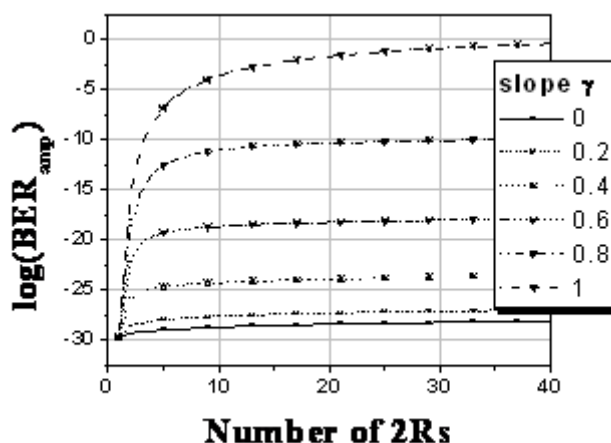
Η παραπάνω σχέση του Q-παράγοντα δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση της επίδοσης του συστήματος, με τον ίδιο τρόπο που θα συνέβαινε σε ένα γραμμικό σύστημα, δηλαδή $BER = 10^{-9}$ να ισοδυναμεί με $Q = 6$. Ένας ακριβής υπολογισμός της πιθανότητας σφάλματος που οφείλεται αποκλειστικά στο θόρυβο πλάτους των διαδιδόμενων παλμών προϋποθέτει αντίστοιχη γνώση της πυκνότητας πιθανότητας αυτής της διαταραχής. Μια διαδικασία αναλυτικού προσδιορισμού της, παρόμοια με την [1], είναι αρκετά πολύπλοκη προκειμένου να χρησιμοποιηθεί σε ένα γενικότερο αναγεννητικό σύστημα. Αντιθέτως, είναι δυνατό με συγκεκριμένες παραδοχές να απλουστευθεί σημαντικά η ανάλυση υπολογισμού της πιθανότητας σφάλματος [1]. Ειδικότερα, το κατώφλι που χαρακτηρίζει το μη-γραμμικό στοιχείο μπορεί να θεωρηθεί ότι του προσδίδει συμπεριφορά ανάλογη με αυτή ενός συστήματος απόφασης σε έναν πλήρες δέκτη. Οπότε κατά την δίοδο της παλμοσειράς στο μη-γραμμικό στοιχείο και εξαιτίας της θορυβικής της διαταραχής δημιουργούνται λογικά σφάλματα, τα οποία μεταφέρονται και στα επόμενα στάδια. Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία στο κάθε στάδιο δημιουργείται μια συσσώρευση σφαλμάτων. Έτσι, η συνολική επίδοση του συστήματος μπορεί να καθοριστεί από το άθροισμα των πιθανοτήτων σφάλματος των επιμέρους σταδίων της αλυσίδας.

$$BER_{amp,N} = \sum_{n=1}^N BER(n) \quad (2.8)$$

Για τη θορυβική διαταραχή στην είσοδο του κάθε αναγεννητή μπορεί κανείς να κάνει τη παραδοχή ότι έχει γκαουσιανή στατιστική, δεδομένου ότι σε αυτή υπερισχύει συντριπτικά ο θόρυβος που προστίθεται από τους ενισχυτές του αντίστοιχου σταδίου. Επιπλέον εξετάζοντας την ειδική περίπτωση όπου έχουμε ομοιόμορφο σύστημα αλυσίδας η σχέση (5.8) καταλήγει σε :

$$BER_{amp,N} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \text{Erfc} \left(\frac{Q_{amp}(n)}{\sqrt{2}} \right) \quad (2.9)$$

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει ένας σχεδιαστικός κανόνας, ο οποίος ορίζει ότι η πιθανότητα σφάλματος, που αποδίδεται αποκλειστικά στη διαταραχή πλάτους των διαδιδόμενων παλμών, αυξάνει γραμμικά με το πλήθος των σταδίων του αναγεννητικού συστήματος. Στο σχήμα 2-12 απεικονίζονται σχετικές καμπύλες μείωσης της πιθανότητας σφάλματος σε συνάρτηση των αναγεννητικών σταδίων σε ένα ομοιόμορφο σύστημα αλυσίδας. Οι καμπύλες πάρθηκαν παραμετρικά για διαφορετικές τιμές της κλίσης του μη-γραμμικού στοιχείου. Ο οπτικός σηματοθορυβικός λόγος στο κάθε τμήμα του συστήματος ήταν $20dB/0.1nm$, ενώ το εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου του αναγεννητή επιλέχθηκε στα $10GHz$.



Σχήμα 2-12 : Καμπύλες BER για διαφορετικές τιμές της γ παραμέτρου κλίσης

Η κλίση γ του μη-γραμμικού στοιχείου χαρακτηρίζει την ποιότητα της αναγέννησης. Για $\gamma=1$ το σύστημά μας είναι γραμμικό χωρίς αναγεννητικές ιδιότητες οπότε μέσα στα πρώτα 5 στάδια η επίδοσή του έχει πέσει πολύ κάτω από τα επιτρεπτά όρια. Για όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις υπάρχει μια αρχική τάση αύξησης των σφαλμάτων. Αυτή συνδέεται με την ανάπτυξη της παραμένουσας θορυβικής ποσότητας που συσσωρεύεται μεταξύ των διαδοχικών σταδίων της αλυσίδας. Έπειτα η πιθανότητα σφάλματος σταθεροποιείται σε μια συγκεκριμένη περιοχή, η οποία καθορίζεται από τη τιμή της κλίσης γ . Γενικότερα παρατηρούμε ότι αρκεί η ύπαρξη μιας «ελαφριάς» μη- γραμμικότητας ώστε να επιτευχθεί υψηλή ποιότητα στην αναγέννηση των παλμών.

Στην παραπάνω ανάλυση η πιθανότητα σφάλματος αφορούσε μόνο την επίδραση της θορυβικής διαταραχής πλάτους στους διερχόμενους παλμούς. Επιπλέον προκύπτει ότι το συγκεκριμένο φαινόμενο δε μπορεί να αποτελεί ουσιαστικό παράγοντα μείωσης της διαδοχικής επανατοποθέτησης του συστήματος. Τον ρόλο αυτό τον έχει στη συγκεκριμένη περίπτωση η επίδραση του jitter εξαιτίας της συσσωρευτικής του φύσης. Εν συνεχεία ακολουθεί αναλυτική μοντελοποίηση του φαινομένου και ο υπολογισμός της αντίστοιχης πιθανότητας σφάλματος στο υπό μελέτη 2R σύστημα.

Η διαταραχή πλάτους Δs στο σημείο ημίσιας ισχύος του κάθε πλευρικού άκρου του παλμού μετασχηματίζεται σε χρονική ασάφεια $\Delta \tau$ κατά την διέλευση του από το μη-γραμμικό στοιχείο (σχήμα 2-9). Η σχέση η οποία ορίζει αυτό το μετασχηματισμό είναι :

$$\Delta \tau = \Delta s \frac{1}{ds/dt|_{P/2}} = \Delta s \frac{T}{kP} \quad (2.10)$$

όπου P είναι η ισχύ κορυφής του παλμού, T είναι η χρονική διάρκεια διφύου, k η κανονικοποιημένη παράγωγος του παλμού στο σημείο ημίσιας ισχύος. Κατά μήκος της αλυσίδας ο υπολογισμός της θορυβικής διασποράς πλάτους στην κορυφή του παλμού γίνεται σύμφωνα με τις σχέσεις (5.5) και (5.6). Ανάλογες σχέσεις ισχύουν και για τα σημεία ημίσιας ισχύος των πλευρικών άκρων του παλμού. Βάσει αυτών και με τη βοήθεια της (5.10) προκύπτει ότι η χρονική διασπορά του jitter, η οποία αναπτύσσεται στο n -τμήμα μιας ομοιόμορφης αλυσίδας για το κάθε πλευρικό άκρο του παλμού δίδεται από :

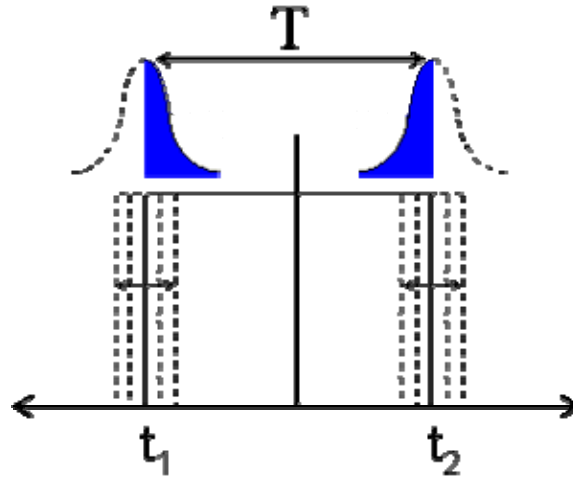
$$\langle \Delta \tau_n^2 \rangle = \frac{\gamma^{2n} - 1}{\gamma^2 - 1} \frac{T^2}{k^2 OSNR} \frac{Be}{4Bo} \quad (2.11)$$

Οι ποσότητες jitter που συσσωρεύονται στο κάθε τμήμα της αλυσίδας είναι μεταξύ τους στατιστικά ανεξάρτητες. Οπότε σε ένα σύστημα N σταδίων η συνολική χρονική διασπορά είναι :

$$\langle \Delta \tau_{total,N}^2 \rangle = \sum_{n=1}^N \langle \Delta \tau_n^2 \rangle = \sum_{n=1}^N \frac{\gamma^{2n} - 1}{\gamma^2 - 1} \frac{T^2}{k^2 OSNR} \frac{Be}{4Bo} \quad (2.12)$$

Το επόμενο βήμα στην ανάλυση είναι ο υπολογισμός της επίδρασης του συγκεκριμένου φαινομένου στη πιθανότητα σφάλματος του συστήματος. Αγνοώντας τον θόρυβο πλάτους και λαμβάνοντας μόνο το jitter υπόψη, ο παλμός στην έξοδο του τελικού αναγεννητή σε ένα σύστημα N σταδίων απεικονίζεται στο σχήμα 2-13. Επειδή η χρονική ασάφεια των πλευρικών άκρων του παλμού είναι βάσει της (5.10) γραμμικός μετασχηματισμός της

θορυβικής διαταραχής πλάτους θεωρούμε ότι διατηρεί τις ίδιες στατιστικές ιδιότητες. Έτσι οι χρονικές στιγμές t_1, t_2 αποτελούν τυχαίες μεταβλητές με γκαουσιανής μορφής πυκνότητα πιθανότητας.



Σχήμα 2-13 : Παλμός με τυχαίο jitter

Εν συνεχεία αυτός εισέρχεται στον τελικό δέκτη όπου συνελίσσεται με το βαθυπερατό ηλεκτρικό φίλτρο και η χρονική διαταραχή των πλευρών του μετατρέπεται σε διαταραχή πλάτους. Για λόγους απλοποίησης της ανάλυσής μας θεωρούμε ότι το συγκεκριμένο φίλτρο είναι ένας ολοκληρωτής χρονικής σταθεράς ίσης με τη διάρκεια ενός διφύου T . Η δειγματοληφθείσα τιμή, που εισάγεται στο σύστημα απόφασης του δέκτη ουσιαστικά αντιπροσωπεύει τη μέση ισχύ του παλμού στη χρονική διάρκεια του διφύου. Έτσι, εύκολα υπολογίζεται ότι η θορυβική της διασπορά δίδεται από :

$$\sigma_{jitter,N}^2 = 2 \left(\frac{P}{T} \right)^2 \langle \Delta \tau_{total,N}^2 \rangle \quad (2.13)$$

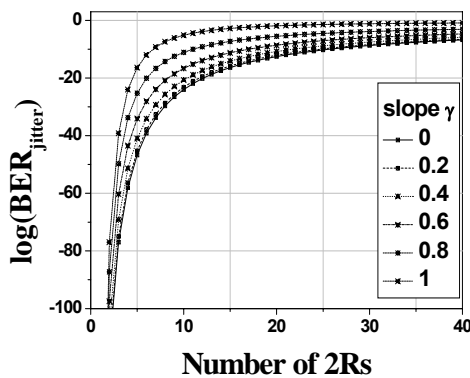
Μπορούμε να ορίσουμε έναν ηλεκτρικό σηματοθορυβικό λόγο, δηλαδή έναν Q-παράγοντα οπού μόνο η διαταραχή λόγω jitter λαμβάνεται υπόψη:

$$Q_{jitter}(N) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \frac{\gamma^{2n} - 1}{\gamma^2 - 1} \frac{2}{k^2 OSNR} \frac{Be}{4Bo}}} \quad (2.14)$$

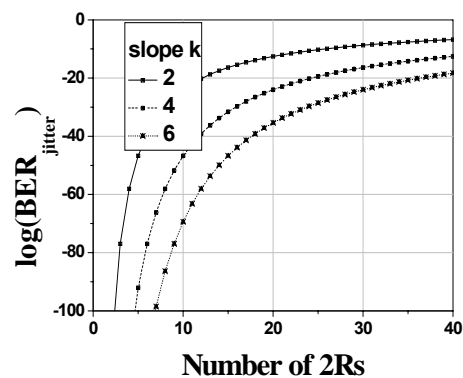
Με απλή αντικατάσταση η αντίστοιχη σχέση της πιθανότητας σφάλματος δίδεται από :

$$BER_{jitter,N} = \frac{1}{2} \operatorname{Erfc} \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \frac{\gamma^{2n} - 1}{\gamma^2 - 1} \frac{4}{k^2 OSNR} \frac{Be}{4Bo}}} \quad (2.15)$$

Η παραπάνω σχέση αποκαλύπτει και τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται το φαινόμενο. Καταρχάς είναι η ποσότητα του θορύβου που γεννάται από τους οπτικούς ενισχυτές σε κάθε τμήμα της αλυσίδας καθώς επίσης και η ποσότητα του παραμένουστος θορύβου που συσσωρεύεται μεταξύ διαδοχικών σταδίων. Δεύτερος εξίσου σημαντικός παράγοντας είναι η κλίση k των πλευρικών άκρων του παλμού, η οποία κυρίως καθορίζεται από το συχνοτικό εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου του αναγεννητή. Στις περιπτώσεις ηλεκτρικών φίλτρων με εύρος ζώνης 10GHz , 20GHz και 30GHz οι αντίστοιχες τιμές της κλίσης k είναι 2, 4 και 6. Στην ιδανική περίπτωση όπου δεν υπάρχει φιλτράρισμα και έχουμε τετραγωνικό παλμό τότε δεν υπάρχει ανάπτυξη τυχαίου jitter.



(α)



(β)

Σχήμα 2-14 : Πιθανότητα σφάλματος λόγω Jitter κατά μήκος της αλυσίδας για διαφορετικές τιμές α) της κλίσης γ του μη γραμμικού τμήματος και β) της κανονικοποιημένης παραμέτρου κλίσης k των πλευρικών άκρων του παλμού.

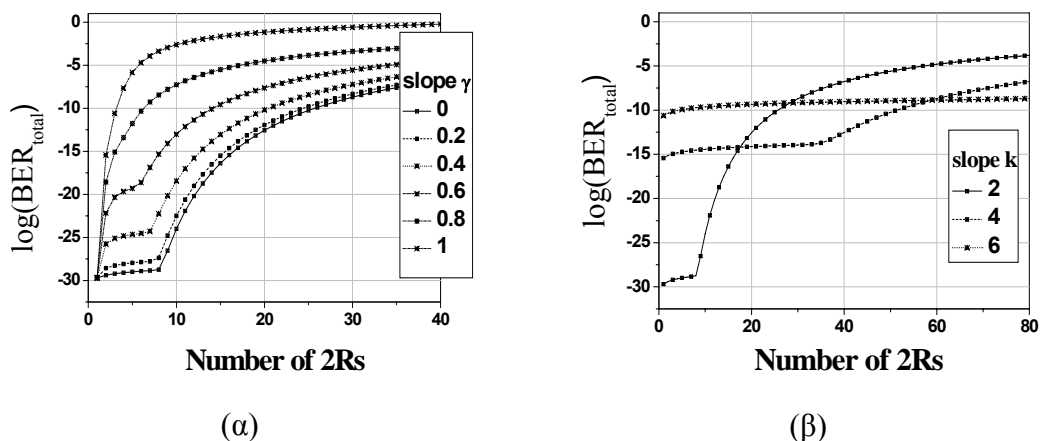
Αριθμητική εφαρμογή της σχέσης (5.15) κατά μήκος της αλυσίδας παρουσιάζεται στα σχήματα 5-17 (α, β). Στο πρώτο η πιθανότητα σφάλματος λόγω jitter μετράται παραμετρικά για διαφορετικές τιμές της κλίσης γ του μη γραμμικού τμήματος. Ο οπτικός σηματοθορυβικός λόγος στο κάθε τμήμα του συστήματος ήταν $20dB/0.1nm$, ενώ το εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου του αναγεννητή επιλέχθηκε στα $10GHz$. Συγκρίνοντας αυτές τις καμπύλες με τις αντίστοιχες του σχήματος 5-15 παρατηρούμε πόσο καθοριστικό ρόλο έχει η επίδραση του jitter στην μείωση της επίδοσης του συστήματος. Εδώ, ουσιαστικά η γραμμικότητα ισχύει στη συσσώρευση της θορυβικής ισχύος, και όχι στη μεταβολή της πιθανότητας. Έτσι το σύστημα, ανεξάρτητα από την τιμή της κλίσης γ , μέσα στα πρώτα 20 στάδια έχει οδηγηθεί έξω από τα ανεκτά όρια λειτουργίας. Ωστόσο, στα πρώτα 5 στάδια η επίδραση του jitter είναι πολύ λιγότερη σε σύγκριση με αυτή που δημιουργεί η διαταραχή πλάτους. Σημαντικά συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν από τις καμπύλες του σχήματος 5-17 β) αναφορικά με την ισχύ του φαινομένου για διαφορετικές εύρους ζώνης του συστήματος. Αυξάνοντας το φασματικό εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου του αναγεννητή οι διαδιδόμενοι παλμοί αποκτούν πιο κάθετα πλευρικά άκρα με αποτέλεσμα η ποσότητα του jitter που αναπτύσσεται σε κάθε αναγεννητικό στάδιο να μειώνεται σημαντικά. Αν και αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε βελτίωση του μέγιστου μήκους του συστήματος ακριβή συμπεράσματα θα μπορούσαν να εξαχθούν μόνο με παράλληλη μέτρηση της πιθανότητας σφάλματος εξαιτίας της διαταραχής πλάτους των παλμών. Ένα ενοποιημένο μοντέλο μελέτης και των δύο φαινομένων παρουσιάζεται εν συνεχεία.

Το πώς η επίδραση του jitter και της διαταραχής πλάτους μπορούν να παντρευτούν σε μια συνολική έκφραση πιθανότητας σφάλματος συνδέεται άμεσα με το σημείο του συστήματος όπου γίνεται ο σχετικός υπολογισμός. Γενικότερα όμως η πιθανότητα σφάλματος μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο όρων. Ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τα λογικά σφάλματα που δημιουργούνται στη δυαδική πληροφορία κατά τη διέλευση της

κυματομορφής από τα μη γραμμικά στοιχεία των αναγεννητών και αποδίδεται αποκλειστικά στη θορυβική διαταραχή πλάτους. Ο δεύτερος όρος σχετίζεται με την ποιότητα του σήματος στο σημείο μέτρησης, όπου τα δύο αυτά φαινόμενα εισάγονται ως στατιστικά ανεξάρτητες θορυβικές διαταραχές γκαουσιανής φύσης. Έτσι, στην ειδική περίπτωση όπου ο υπολογισμός πραγματοποιείται στην έξοδο του N-οστού αναγεννητή της αλυσίδας, η συνολική πιθανότητα σφάλματος δίδεται από :

$$BER_{TOTAL,N} = BER_{ampl,N} + \frac{1}{2} \operatorname{Erfc} \left(\frac{P}{\sqrt{2(\sigma_{y,N}^2 + \gamma^2 \sigma_{ase}^2 (n-1))}} \right) \quad (2.16)$$

όπου ο όρος $BER_{ampl,N}$ δίδεται από τη σχέση (5.9) και αντιπροσωπεύει τη πιθανότητα των λογικών σφαλμάτων της ακολουθίας. Ο δεύτερος όρος στο δεξί μέρος της (5.16) αντιπροσωπεύει την πιθανότητα σφαλμάτων που προκύπτουν από τις θορυβικές διαταραχές του συσσωρευμένου jitter, ο οποίος εισάγεται από τον όρο $\sigma_{y,N}^2$, καθώς και του υπολειπόμενου θορύβου πλάτους, αντίστοιχα μέσω του όρου $\gamma^2 \sigma_{ase}^2 (n-1)$.



Σχήμα 2-15 : Καμπύλες συνολικής πιθανότητα σφάλματος συναρτήσει του πλήθος των αναγεννητικών σταδίων α) για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου γ και β) για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου κλίσης k

Στα διαγράμματα των σχημάτων 5-18 (α, β) παρουσιάζεται η συνολική πιθανότητα σφάλματος σε συνάρτηση του πλήθους των αναγεννητικών σταδίων ενός ομοιόμορφου συστήματος. Στο πρώτο οι καμπύλες πάρθηκαν παραμετρικά για διαφορετικές τιμές της κλίσης γ του μη γραμμικού στοιχείου, έχοντας επιλέξει το εύρος ζώνης του ηλεκτρικού φίλτρου να είναι $10GHz$. Ενώ, στο δεύτερο σχήμα οι καμπύλες αφορούσαν τρεις διαφορετικές τιμές κλίσης των πλευρικών άκρων του παλμού που προέκυπταν για αντίστοιχα για αντίστοιχο ηλεκτρικό φίλτρο εύρους $10GHz$, $20GHz$ και $30GHz$. Σε όλες τις περιπτώσεις ο οπτικός σηματοθορυβικός λόγος για το κάθε τμήμα του συστήματος ήταν $20dB/0.1nm$. Κοινό συμπέρασμα που προκύπτει από όλες τις παραπάνω καμπύλες είναι ότι σε ένα αλυσιδωτό σύστημα η επίδοσή του στα πρώτα στάδια καθορίζεται από την πιθανότητα σφάλματος λόγω της διαταραχής πλάτους. Ωστόσο, το μέγιστο μήκος του καθορίζεται από τη πιθανότητα σφάλματος λόγω της συσσώρευσης jitter.

2.2 Αναφορές

- [1] D. Marcuse: “Derivation for analytic expressions for the bit-error probability in lightwave systems with optical amplifiers”, IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol. 8 , pp.1816-1823, Dec. 1990
- [2] N. A. Olsson “ Lightwave Systems with optical Amplifiers”, IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol. 7, pp. 1071-1082, July 1989
- [3] P. Öhlen and E. Berglind, “Noise accumulation and BER estimates in concatenated nonlinear optoelectronic repeaters,” IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 9, pp. 1011–1013, July 1997.

- [4] R. Hainberger, T. Hoshida, S.Watanabe, H. Onaka, “BER Estimation in Optical Fiber Transmission Systems Employing All-Optical 2R Regenerators”, IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol. 22, pp. 746-754, March 2004
- [5] J. Mørk, F. Öhman, S. Bishop “Analytical Expression for the Bit Error Rate of Cascaded All-Optical Regenerators.” IEEE Photonics Technology Letters. .vol. 15, pp 1479-1481 October 2003

Κεφάλαιο 3

Αναλυτική μελέτη αλληλεπίδρασης φίλτρων με στοιχεία 2R αναγέννησης

3.1 Γενικά

Σκοπός του συγκεκριμένου κεφαλαίου είναι η παρουσίαση μιας αναλυτικής μελέτης για την αλληλεπίδραση των διαδικασιών διέλευσης ενός οπτικού παλμού από μια ίνα με διασπορά (dispersive fiber), φιλτραρίσματος (οπτικού και ηλεκτρικού) και 2R αναγέννησης, πάνω στην ποιότητα του μεταδιδόμενου σήματος. Στα πλαίσια αυτά, θα γίνει λεπτομερής παρουσίαση και ανάλυση, σε επίπεδο φυσικού στρώματος, ποιοτικά και ποσοτικά, των μηχανισμών εκείνων που οδηγούν σε μειωμένη επίδοση του συστήματος και περιορίζουν την ικανότητα μέγιστης διαδοχικής επανατοποθέτησής του.

Πιο συγκεκριμένα, μελετάται η περίπτωση ενός συστήματος χωρίς θόρυβο, αποτελούμενο από μια αλυσίδα *βασικών συστημάτων*. Κάθε τέτοιο *βασικό σύστημα* αποτελείται από 5 διαδοχικά στοιχεία: μια οπτική ίνα με διασπορά, ένα οπτικό φίλτρο, έναν φωρατή ένα ηλεκτρικό φίλτρο και ένα μη γραμμικό στοιχείο, το οποίο επιτελεί την διαδικασία της 2R επανενίσχυσης (*reamplifying*) και επανασηματοποίησης (*reshaping*). Τα παραπάνω στοιχεία αντιπροσωπεύουν συγκεκριμένες φυσικές διεργασίες οι οποίες λαμβάνουν χώρα σε ένα τυπικό σύστημα 2R αναγεννητών και εξηγούνται με περισσότερη λεπτομέρεια παρακάτω. Επίσης, αναλύονται οι διάφορες παραδοχές που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διάρκεια της μαθηματικής μοντελοποίησης έτσι ώστε να οριστεί με ακρίβεια και σαφήνεια το μαθηματικό πρόβλημα.

Η πρώτη παραδοχή, είναι η θεώρηση του γραμμικού προβλήματος, αγνοούνται δηλαδή πλήρως οι μη γραμμικότητες της ίνας και πιο συγκεκριμένα θα εξεταστεί μόνο το φαινόμενο της διασποράς. Αυτό ωστόσο δεν είναι απλοποιητική παραδοχή αφού είναι δυνατό αργότερα να συμπεριληφθεί και η ενδοδιαμόρφωση φάσης (*self phase modulation - SPM*) στο μοντέλο μέσω του υπολογισμού ενός κατάλληλου παράγοντα διαμόρφωσης φάσης (*prechirping*) ο οποίος να «υπερτεθεί» στα αποτελέσματα του γραμμικού προβλήματος, αντιπροσωπεύοντας την επίδραση των μη γραμμικοτήτων. Η συγκεκριμένη μέθοδος, ωστόσο, ξεφεύγει από τους στόχους της συγκεκριμένης εργασίας στην οποία θα θεωρηθεί ότι το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε είναι γραμμικό.

Μια δεύτερη βασική παραδοχή είναι ότι το σήμα που εισέρχεται στο σύστημα είναι ιδανικό, δηλαδή δεν εμπεριέχει παραμόρφωση ούτε στο πλάτος του αλλά ούτε και χρονική παραμόρφωση στα άκρα του κάθε παλμού. Συνεπώς όποια παραμόρφωση μελετάται εδώ αποδίδεται εξολοκλήρου στο ίδιο το σύστημα μετάδοσης.

Τα στοιχεία που θεωρούμε ότι αποτελούν το σύστημα, αντιπροσωπεύουν με απλουστευμένο τρόπο ένα πολύ πιο σύνθετο φάσμα λειτουργιών που λαμβάνουν χώρα σε μια περίπτωση ρεαλιστικού συστήματος. Το *οπτικό φίλτρο*, αρχικά, θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει τη φυσική διαδικασία διέλευσης του σήματος από έναν οπτικό πολυπλέκτη/αποπολυπλέκτη και η συχνοτική συνάρτηση μεταφοράς του θεωρείται ότι έχει γκαουσιανή μορφή, συγκεκριμένου εύρους ζώνης.

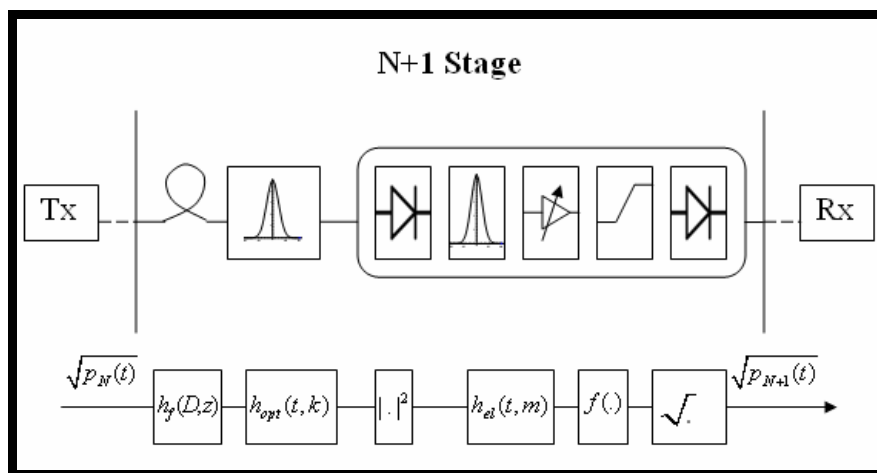
Στην περίπτωση ενός οπτοηλεκτρονικού αναγεννητή υπάρχουν μικροκυματικά και ηλεκτρονικά συστήματα που σχετίζονται με λειτουργίες όπως η ηλεκτρονική ενίσχυση του σήματος ή η εξισορρόπηση της ισχύος του, και τα οποία χαρακτηρίζονται από μία συγκεκριμένη χρονική απόκριση. Μέρος αυτής της απόκρισης μοντελοποιείται από το *ηλεκτρικό φίλτρο* του αναγεννητή, του οποίου την συχνοτική απόκριση θεωρούμε επίσης γκαουσιανή. Αντίστοιχα όμως και για την περίπτωση ενός αμιγώς οπτικού αναγεννητή, για παράδειγμα ενός Mach-Zehnder συμβολόμετρου βασισμένου στην τεχνολογία των SOA, το ηλεκτρικό φίλτρο του παραπάνω μοντέλου μπορεί να αντιπροσωπεύσει κατά ισοδύναμο τρόπο την βαθυπερατή χρονική απόκριση που αποδίδεται στην καθυστέρηση ανάκτησης του κέρδους των ενισχυτών.

Το *μη γραμμικό στοιχείο* το οποίο επιτελεί τελικώς την διαδικασία της επανασχηματοποίησης (reshaping) θα θεωρηθεί ότι χαρακτηρίζεται από 2 παραμέτρους: Το κατώφλι L με το οποίο ελέγχουμε την λειτουργία του reshaping και η κλίση στο μεταβατικό του τμήμα, την οποία θεωρούμε πεπερασμένη. Η συγκεκριμένη θεώρηση έχει εκτεταμένα χρησιμοποιηθεί στην βιβλιογραφία για τη μελέτη οπτικών δικτύων που περιλαμβάνουν διαδικασίες 2R αναγέννησης.

Τέλος, θεωρείται ότι όλα τα ενεργά στοιχεία (πηγές/φωρατές) είναι ιδανικά και δεν εισαγάγουν καθόλου θόρυβο.

Με τη βοήθεια του συγκεκριμένου μοντέλου επιτυγχάνεται η άμεση διασύνδεση των απαιτούμενων παραμέτρων του συστήματος με την επιθυμητή δυνατότητα διαδοχικής επανατοποθέτησης του συστήματος. Συνεπώς, ακολουθώντας την αντίστροφη διαδικασία μπορούν να εξαχθούν κάποιοι χρήσιμοι γενικοί κανόνες σε ότι αφορά στον *σχεδιασμό* του αναγεννητικού συστήματος, οπτοηλεκτρονικού ή αμιγώς οπτικού, ακόμα και αν και στις δύο περιπτώσεις η ακριβής μορφή της απόκρισης είναι διαφορετική από την γαουσιανή.

Το πλήρες υπό μελέτη σύστημα περιλαμβάνει μια αλυσίδα στοιχειωδών 2R αναγεννητικών συστημάτων, το καθένα από τα οποία αποτελείται από ένα «βασικό σύστημα» όπως το περιγράψαμε στην αρχή της ενότητας. Το κατώφλι L της συνάρτησης του μη γραμμικού στοιχείου αποτελεί παράμετρο του συστήματος, η βέλτιστη τιμή της οποίας θα προκύψει από την ανάλυση που θα ακολουθήσει.



Σχήμα 3-1: Στο σχήμα αυτό φαίνονται οι συναρτήσεις των διαφόρων υποσυστημάτων του συνολικού συστήματος το οποίο διαπραγματευόμαστε.

Στο τέλος της αλυσίδας θεωρούμε ένα κλασικό σύστημα δέκτη, του οποίου το ηλεκτρικό φίλτρο είναι ένας ολοκληρωτής με χρονική απόκριση ίση με τη διάρκεια ενός

διφύου, ενώ θεωρούμε ότι ο πομπός είναι ένας κλασικός πομπός laser. Το πλήρες σύστημα φαίνεται στο Σχήμα 3-1.

Όπως αναφέρθηκε και στο εισαγωγικό κεφάλαιο στην τοποθέτηση των στόχων της αναλυτικής μοντελοποίησης, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να προκύψει μια περιγραφή του παλμού κατά τη διέλευσή του από το σύστημα, όσο το δυνατό πιο ακριβής. Από το παραπάνω είναι εμφανές ότι η επιλογή της μαθηματικής συνάρτησης για την περιγραφή του παλμού εισόδου είναι ιδιαίτερα κρίσιμη.

Αρκετοί μελετητές έχουν προτείνει για μια ρεαλιστική περιγραφή οπτικών παλμών που παράγονται από οπτικούς πομπούς (laser) Super Gaussian συναρτήσεις της μορφής $\exp[-\frac{(1+iC)}{2}(T/T_0)^{2m}]$, όπου το C εκφράζει το αρχικό chirp που έχει ο παλμός και το m, που και ονομάζεται και τάξη του super Gaussian παλμού, εκφράζει την κλίση των άκρων του (βλ. [1]). Οι συναρτήσεις Super Gaussian είναι όντως πολύ αποτελεσματικές στην περιγραφή των συγκεκριμένων οπτικών παλμών laser και είναι αναλυτικές σε κάθε σημείο τους, ωστόσο δυστυχώς, το αποτέλεσμα της συνέλιξής τους με την απόκριση μιας οπτικής ίνας ή ενός φίλτρου δεν έχει αναλυτική περιγραφή, κάτι το οποίο καθιστά τις συγκεκριμένες συναρτήσεις ακατάλληλες για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Από την άλλη, είναι γνωστό ότι ένας Gaussian παλμός (super Gaussian πρώτης τάξης) έχει τα χαρακτηριστικά που επιθυμούμε αφού η συνέλιξη με τα την απόκριση της ίνας και των φίλτρων δίνει αναλυτικό αποτέλεσμα. Όμως, όπως θα φανεί ξεκάθαρα και από την ανάλυση αυτού του κεφαλαίου, το 2R αναγεννητικό σύστημα σε κάθε στάδιο παράγει έναν παλμό πεπλατυσμένο στο κέντρο του, με απότομες κλίσεις άκρων, που περιγράφεται με επιτυχία από έναν super Gaussian παλμό ανώτερης τάξης αλλά όχι από έναν απλό Gaussian παλμό.

Στην προσπάθεια να βρεθεί μια μαθηματική μορφή που να έχει τις επιθυμητές ιδιότητες του super Gaussian, όπως την αποτελεσματική περιγραφή παλμών που παράγουν οι οπτικοί πομποί, χωρίς όμως να έχει τις ανεπιθύμητες για το πρόβλημά μας ιδιότητες της μη αναλυτικότητας του αποτελέσματος της συνέλιξης με τις αποκρίσεις των στοιχείων, προτάθηκαν διάφορες συναρτήσεις όπως ο παλμός των Wen & Breazeale, ο παλμός polynomial-Gaussian, ο Laguerre-Gaussian κ.τ.λ. με διάφορα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα για την κάθε περίπτωση (βλ. [2]). Ωστόσο, η μορφή που συγκεντρώνει τις καλύτερες ιδιότητες για το συγκεκριμένο πρόβλημα και θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση αυτού του κεφαλαίου, είναι ο “multi Gaussian” παλμός, ο οποίος αποτελείται από ένα άθροισμα πολλών απλών Gaussian παλμών με κατάλληλη χαρακτηριστικά.

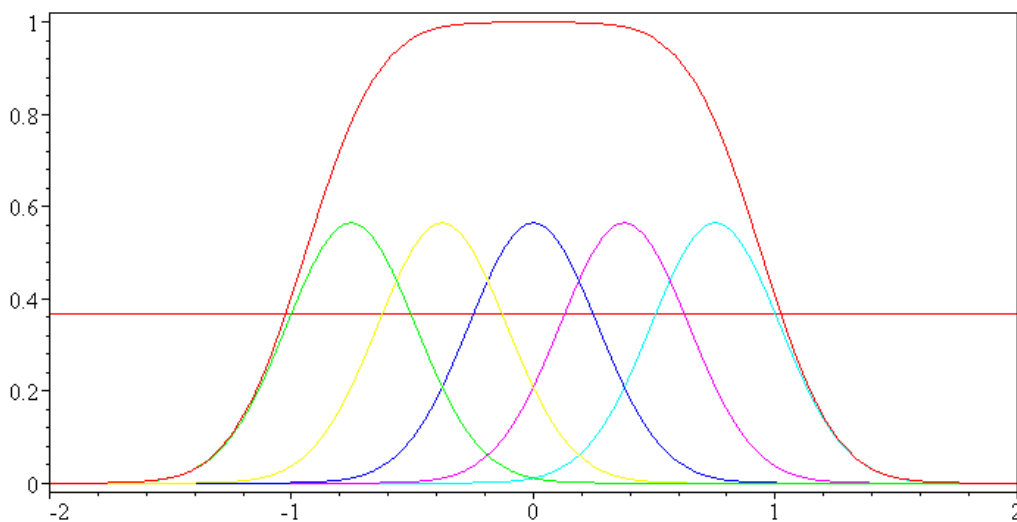
Αρχικά λοιπόν, στην ενότητα 3.2 θα γίνει μια συνοπτική παρουσίαση των “multi Gaussian” παλμών, θα γίνει η προσαρμογή του μαθηματικού εργαλείου στις απαιτήσεις του προβλήματος και θα δοθούν οι διάφορες μαθηματικές ιδιότητες που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια. Στην ενότητα 3.3 θα γίνει η συστημική ανάλυση (διέλευση του παλμού από τα διάφορα στοιχεία και εξαγωγή της μαθηματικής του έκφρασης μετά από κάθε βήμα), στην 3.4 θα δοθούν κάποιοι χρήσιμοι τύποι έτσι ώστε να δοθεί η δυνατότητα στην 3.5 να μελετηθεί μια αλυσίδα παρεμφερών συστημάτων (cascade), και τέλος, στην ενότητα 3.6 θα γίνει μια αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου και μια γενική συζήτηση βγάζοντας συμπεράσματα σε ότι αφορά στη μέθοδο που ακολουθήθηκε.

3.2 Παλμοί multi Gaussian

Η γενική μορφή ενός multi Gaussian παλμού είναι η ακόλουθη:

$$MG(x) = \frac{\sum_{m=-n}^n \exp\left[-\left(\frac{x-m \cdot w}{w}\right)^2\right]}{\sum_{m=-n}^n \exp[-m^2]} \quad (3.1)$$

Ο multi Gaussian παλμός δεν είναι τίποτα άλλο παρά ένα άθροισμα Gaussian παλμών με την ίδια περίοδο w και με μετατοπίσεις που αποτελούν ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου w , κανονικοποιημένος έτσι ώστε $MG(0)=1$. Από αυτό το πρώιμο σημείο ακόμα, θα μπορούσε να επισημανθεί ότι οι εκφράσεις της εξέλιξης απλών Gaussian παλμών που διέρχονται από μια οπτική ίνα με διασπορά έχουν ήδη μελετηθεί και μπορούν να δοθούν σε κλειστή μορφή (βλ. [3], σελ. 66). Επίσης, εύκολα μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι και η συνέλιξη μιας Gaussian συνάρτησης με την απόκριση Gaussian φίλτρων, δίνει πάντα αναλυτικό αποτέλεσμα με τη μορφή αθροίσματος και πάλι Gaussian συναρτήσεων

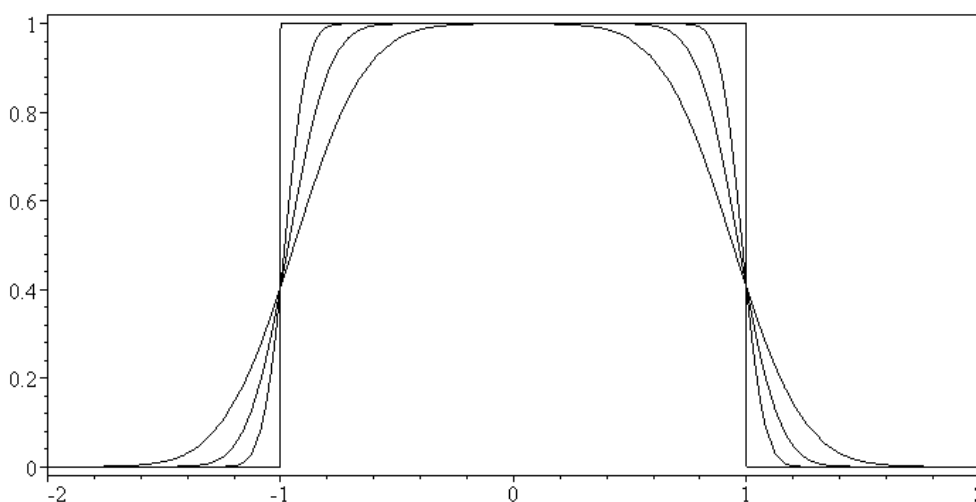


Σχήμα 3-2: Παλμός multi Gaussian και οι Gaussian συνιστώσες του

Αν οι παραπάνω διαπιστώσεις προστεθούν στο γεγονός ότι η οπτική ίνα και τα φίλτρα είναι γραμμικά και χρονικά αμετάβλητα συστήματα και επιδρούν με τον ίδιο τρόπο πάνω

στις μετατοπισμένες ειδοχές του ίδιου σήματος και εν προκειμένω στις μετατοπισμένες Gaussian συνιστώσες του multi Gaussian παλμού, λαμβάνει κανείς μια πολύ ενθαρρυντική εικόνα σχετικά με την ικανότητα του συγκεκριμένου μαθηματικού εργαλείου να περιγράψει αναλυτικά το πεδίο εισόδου του συστήματος. Στο Σχήμα 3-2 φαίνεται μια ενδεικτική απεικόνιση ενός παλμού multi Gaussian για $n=2$ ενώ ταυτόχρονα φαίνονται και οι Gaussian συνιστώσες που συνθέτουν τον συνολικό παλμό. Για το συγκεκριμένο σχήμα η παράμετρος w έχει τεθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε $MG(-1) = e^{-1}$.

Σε πλήρη αντιστοιχία με τους super Gaussian παλμούς, φαίνεται ότι η κλίση των άκρων ενός multi Gaussian παλμού αυξάνεται αν αυξηθεί η παράμετρος n – η οποία θα αποκαλείται από το σημείο αυτό *τάξη* του multi Gaussian παλμού - μειώνοντας όμως κατά κάποιον τρόπο που θα δούμε στη συνέχεια, αντίστοιχα το w . Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι αν απλώς αυξηθεί η παράμετρος n , το αποτέλεσμα θα είναι να αυξηθεί ο αριθμός των Gaussian συνιστωσών του παλμού και κατά συνέπεια να αυξηθεί απλώς το εύρος του.



Σχήμα 3-3: Παλμός multi Gaussian για διάφορες τιμές τάξης n

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται αυτή ακριβώς η αύξηση της κλίσης των άκρων της συνάρτησης καθώς αυξάνεται η τάξη, ενώ προσαρμόζεται ανάλογα η παράμετρος w σε κάθε περίπτωση. Για μεγάλες τιμές κλίσης, ο παλμός τείνει να εκφυλιστεί σε τραπέζιο ή όταν $n \rightarrow \infty$ σε τετραγωνικό παλμό.

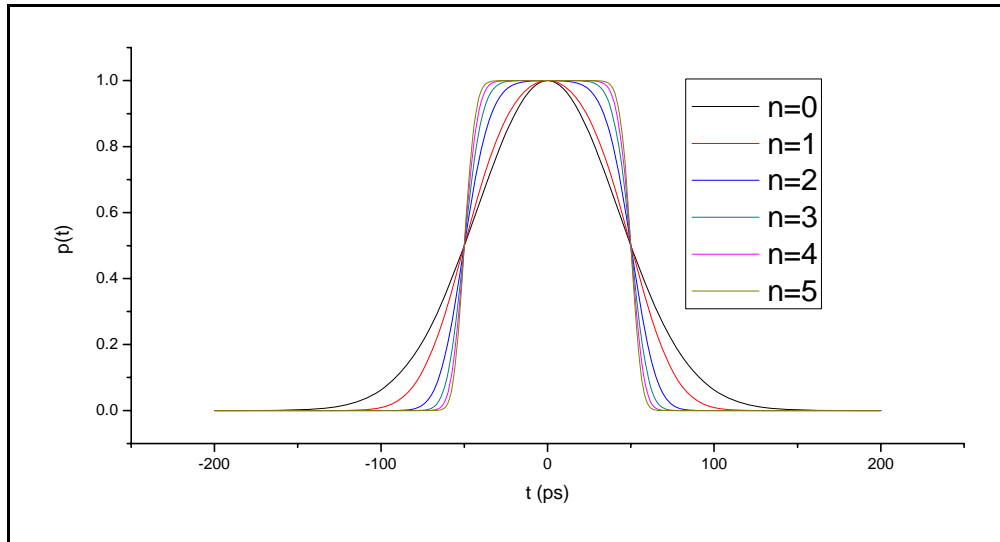
Από τα παραπάνω είναι πλέον εμφανές ότι ο multi Gaussian παλμός είναι κατάλληλος για την περιγραφή του οπτικού πεδίου. Ωστόσο, η μορφή (3.1) αποτελεί απλώς μια μαθηματική περιγραφή ενώ θα ήταν επιθυμητό να μετασχηματιστεί η έκφραση του παλμού σε μια λιγότερο μαθηματική και περισσότερο “engineering-oriented” μορφή (π.χ. μας ενδιαφέρει να εκφράζεται ο αρχικός παλμός συναρτήσει της περιόδου του). Η πλήρης προσαρμογή της (3.1) στο πρόβλημα, οι μετασχηματισμοί παραμέτρων και μια μαθηματική ιδιότητα των παλμών που θα χρησιμοποιηθεί κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, περιγράφονται με λεπτομέρεια στο Παράρτημα Α και τελικώς προκύπτει ότι η οπτική ισχύς μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από τον τύπο:

$$p(t, T, n, P) = P \left(\frac{\sum_{m=-n}^n \exp \left[- \left(\frac{t - m \cdot T_1(T, n)}{T_1(T, n)} \right)^2 \right]}{\sum_{m=-n}^n \exp[-m^2]} \right)^2 \quad (3.2)$$

, όπου $T_1(T, n) = \frac{T}{2(n + x(n))}$ και $x(n) \approx 0.15$ με εξαίρεση το $x(0)$ που είναι περίπου

ίσο με 0.59.

Γραφικές παραστάσεις κανονικοποιημένων ως προς την ισχύ παλμών με $T=100$ ps και για διάφορες τιμές τάξης n παρατίθενται στο Σχήμα 3-4.

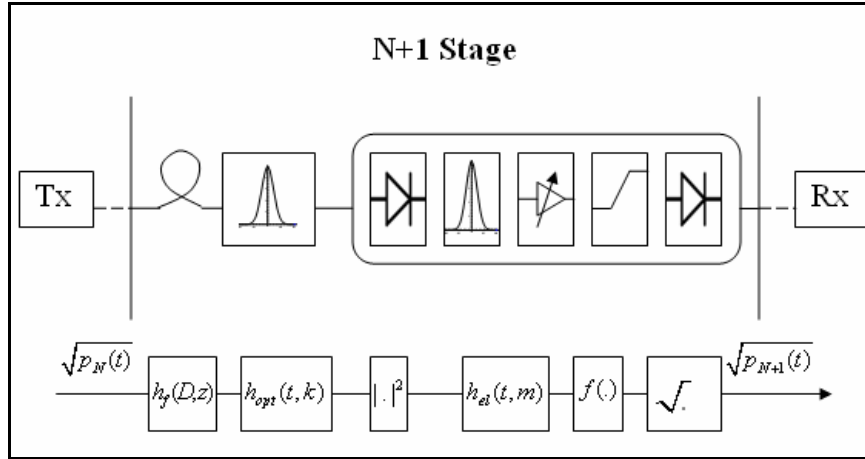


Σχήμα 3-4: Κανονικοποιημένος παλμός ισχύος για διάφορες τιμές της τάξης n και για σταθερή περίοδο $T=100 \text{ ps}$

3.3 Περιγραφή του παλμού κατά τη διέλευσή του από το σύστημα

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί η σταδιακή εξέλιξη του παλμού κατά τη διέλευσή του από το σύστημα, το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 3-5. Ο παλμός ισχύος εισόδου, σύμφωνα με την ανάλυση της προηγούμενης ενότητας, περιγράφεται από την σχέση (3.2) και το πεδίο θα προκύψει από την ρίζα της ισχύος, δηλαδή,

$$E(t, T, n, P) = \sqrt{P} \frac{\sum_{m=-n}^n \exp \left[- \left(\frac{t - m \cdot T_1(T, n)}{T_1(T, n)} \right)^2 \right]}{\sum_{m=-n}^n \exp[-m^2]} \quad (3.3)$$



Σχήμα 3-5: Μελετώμενο σύστημα

Η χρονική απόκριση της οπτικής ίνας δίνεται από τον τύπο

$$h_f(t, F) = \frac{\exp(j \cdot t^2)}{\sqrt{2\pi} \sqrt{-j \cdot F}} \quad (3.4)$$

, όπου λ είναι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που χρησιμοποιείται, c η ταχύτητα του φωτός και F μια παράμετρος η οποία συγκεντρώνει όλα τα χαρακτηριστικά της ίνας

$$F = \beta_2 \cdot z = -\frac{\lambda^2}{2\pi \cdot c} D \cdot z, \quad D \text{ η διασπορά του μέσου και } z \text{ το μήκος της ίνας. Συνελλίσσοντας}$$

την (3.3) με την (3.4) παίρνουμε:

$$e_1(t, T, n, P, F) = \sqrt{P} \sum_{m=-n}^n \frac{\exp\left(\frac{(t - m \cdot T_1(T, n))^2}{-j \cdot 2F + T_1^2(T, n)}\right)}{\sqrt{1 + \frac{-j2F}{T_1^2(T, n)}}} \quad (3.5)$$

Σε ότι αφορά στο οπτικό φίλτρο, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω θα θεωρηθεί ότι έχει βαθυπερατή απόκριση και πιο συγκεκριμένα αντιστοιχεί σε ένα γκαουσιανό φίλτρο πρώτης τάξης. Ένα γκαουσιανό φίλτρο πρώτης τάξης έχει γενικά στο πεδίο της συχνότητας την

μορφή: $G(f) = \exp\left(-\frac{\ln 2}{2} \left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2\right)$, όπου f_{3db} είναι η συχνότητα που αντιστοιχεί στο

3dB φασματικό εύρος του φίλτρου. Αν θέσουμε $k = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{2}B_{opt}}$, όπου $B_{opt} = 2f_{3db}$ είναι το

3dB φασματικό εύρος του φίλτρου, προκύπτει η έκφραση για την απόκριση στο πεδίο του χρόνου:

$$h_{opt}(t, k) = \frac{\sqrt{\pi}}{k} \exp\left(-\frac{(\pi^2 \cdot t^2)}{k^2}\right) \quad (3.6)$$

Διαισθητικά, περιμένουμε το φίλτρο να «κόψει» τις πολύ απότομες μεταβολές του οπτικού σήματος και ανάλογα και με την εύρος μισής ισχύος του, να επιδράσει πάνω στην περίοδο του παλμού και στην κλίση των άκρων του.

Συνελλίσσοντας την (3.6) με την (3.5) προκύπτει η παρακάτω έκφραση για το πεδίο που εξέρχεται από το οπτικό φίλτρο:

$$e_2(t, T, n, P, k, F) = \frac{\sqrt{P}\pi \cdot T_1(T, n)}{\sum_{m=-n}^n \exp(-m^2)} \sum_{m=-n}^n \frac{\exp\left(-\frac{(t - mT_1(T, n))^2}{\frac{k^2}{\pi^2} + (-2jF + T_1^2(T, n))}\right)}{\sqrt{k^2 + \pi^2 T_1^2(T, n) - j \cdot 2F\pi^2}} \quad (3.7)$$

Και πάλι όπως φαίνεται, το αποτέλεσμα είναι ένας multi Gaussian παλμός - με μιγαδικές ωστόσο παραμέτρους.

Εν συνέχεια, ο φωρατής μας δίνει το μέτρο της μιγαδικής έκφρασης του παλμού εισόδου στο τετράγωνο. Αυτή τη φορά το αποτέλεσμα δεν είναι ένας νέος multi Gaussian παλμός, ωστόσο, επειδή τα γινόμενα Gaussian συναρτήσεων μας δίνουν πάλι Gaussian

συνάρτηση, το αποτέλεσμα που προκύπτει γράφεται και πάλι ως άθροισμα (διπλό) Gaussian συναρτήσεων. Ορίζοντας για ευκολία τις νέες σταθερές:

$$\begin{aligned}
 T_2(T, n, k, F) &= \sqrt{\frac{4F^2 \pi^4 + (k^2 + \pi^2 T_1^2(T, n))^2}{2\pi^2 (k^2 + \pi^2 T_1^2(T, n))}}, \\
 A(T, n, k, F) &= \frac{\pi^2 T_1^2(T, n)}{\sqrt{(4F^2 \pi^4 + (k^2 + \pi^2 T_1^2(T, n))^2) \left(\sum_{r=-n}^n \exp(-r^2) \right)^2}}, \\
 d_{pq} &= \frac{(p+q)T_1(T, n)}{2} + \frac{jF\pi^2(p-q)T_1^2(T, n)}{k^2 + \pi^2 T_1^2(T, n)}, \\
 c_{pq} &= \exp\left(-\frac{\pi^2(p-q)^2 T_1^2(T, n)}{2(k^2 + \pi^2 T_1^2(T, n))}\right)
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

, προκύπτει τελικά η έκφραση του παλμού:

$$p_3(t, T, n, P, k, F) = P \cdot A(T, n, k, F) \cdot \sum_{p=-n}^n \sum_{q=-n}^n c_{pq} \exp\left(-\frac{(t-d_{pq})^2}{T_2^2(T, n, k, F)}\right) \tag{3.9}$$

Στην έκφραση (3.9) υπενθυμίζεται ότι η παράμετρος d_{pq} είναι εν γένει μιγαδικό μέγεθος πράγμα που σημαίνει ότι οι παλμοί έχουν «μιγαδική μετατόπιση» ως προς την αρχή των αξόνων. Παρά το γεγονός ότι, το τελικό άθροισμα αυτών των όρων είναι πραγματικό αφού προκύπτει ως το μέτρο στο τετράγωνο ενός μιγαδικού αριθμού, δε θα επιχειρήσουμε να γράψουμε αυτή τη συνάρτηση ως άθροισμα πραγματικών όρων αφού η μορφή του παλμού είναι κατάλληλη για το επόμενο βήμα του ηλεκτρικού φιλτραρίσματος.

Τελευταίο στάδιο αυτής της διαδικασίας – πριν το μη γραμμικό στοιχείο- είναι η διέλευση του παλμού από το ηλεκτρικό φίλτρο, η κρουστική απόκριση του οποίου δίνεται από την εξίσωση (3.10) και αντιστοιχεί σε γκαουσιανή συνάρτηση πρώτης τάξης (που δρα στην κυματομορφή ισχύος, σε αντίθεση με το οπτικό φίλτρο το οποίο δρα στην κυματομορφή του πεδίου).

$$h_{el}(t, m) = \frac{\sqrt{\pi}}{m} \exp \left[-\frac{(\pi^2 \cdot t^2)}{m^2} \right] \quad (3.10)$$

Όπου $m = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{B_{el}}$ και B_{el} είναι το 3db φασματικό εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου.

Συνελλίσοντας την (3.10) με την (3.9) προκύπτει η έκφραση του παλμού εξόδου από το ηλεκτρικό φίλτρο:

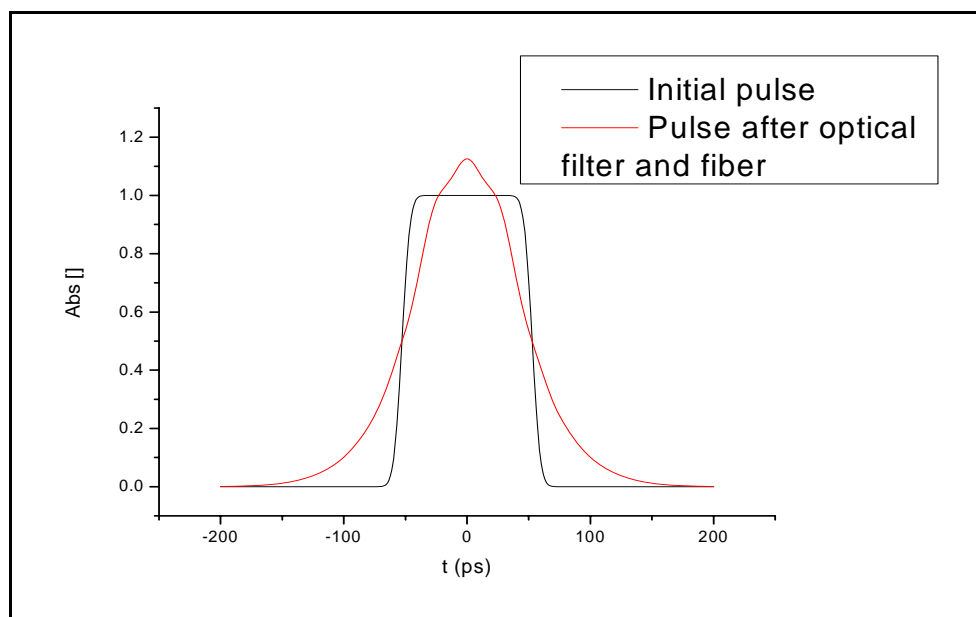
$$p_4(t, T, n, P, k, F, m) = P \cdot A(T, n, k, F) \sqrt{\frac{T_2^2(T, n, k, F)}{\frac{m^2}{\pi^2} + T_2^2(T, n, k, F)}} \cdot \sum_{p=-n}^n \sum_{q=-n}^n c_{pq} \exp \left(-\frac{(t - d_{pq})^2}{T_2^2(T, n, k, F) + \frac{m^2}{\pi^2}} \right) \quad (3.11)$$

Σ' αυτό το σημείο αξίζει να γίνει μια ανακεφαλαίωση της διαδικασίας που ακολουθήθηκε μέχρι στιγμής. Ο αρχικός παλμός ο οποίος εισέρχεται στο σύστημα περνά διαδοχικά από μια οπτική ίνα με συγκεκριμένο μήκος και τιμή διασποράς, ένα οπτικό φίλτρο (με τα δυο αυτά στοιχεία να ενεργούν στην κυματομορφή πεδίου του παλμού), έναν φωρατή ο οποίος εξάγει το τετράγωνο του μέτρου της μιγαδικής κυματομορφής εισόδου και ένα ηλεκτρικό φίλτρο το οποίο δρα στην κυματομορφή ισχύος του παλμού. Μέχρι το σημείο αυτό δεν χρειάστηκε να γίνει κάποια προσέγγιση σε ότι αφορά την μορφή του παλμού και σε όλα τα ενδιάμεσα στάδια η κυματομορφή πεδίου ή της ισχύος μπορούσε να δοθεί σε κλειστή μορφή αθροίσματος Gaussian παλμών πολλαπλασιασμένων ενδεχομένως με κάποιον κατάλληλο συντελεστή και με μιγαδική εν γένει μετατόπιση ως προς την αρχή των αξόνων. Όμως, όπως θα γίνει φανερό και στη συνέχεια, για την είσοδο και έξοδο του παλμού από το μη γραμμικό στοιχείο είναι απαραίτητο να γίνουν κάποιες προσεγγίσεις των οποίων η ακρίβεια και η ισχύς θα ελεγχθεί στην ενότητα 3.6.

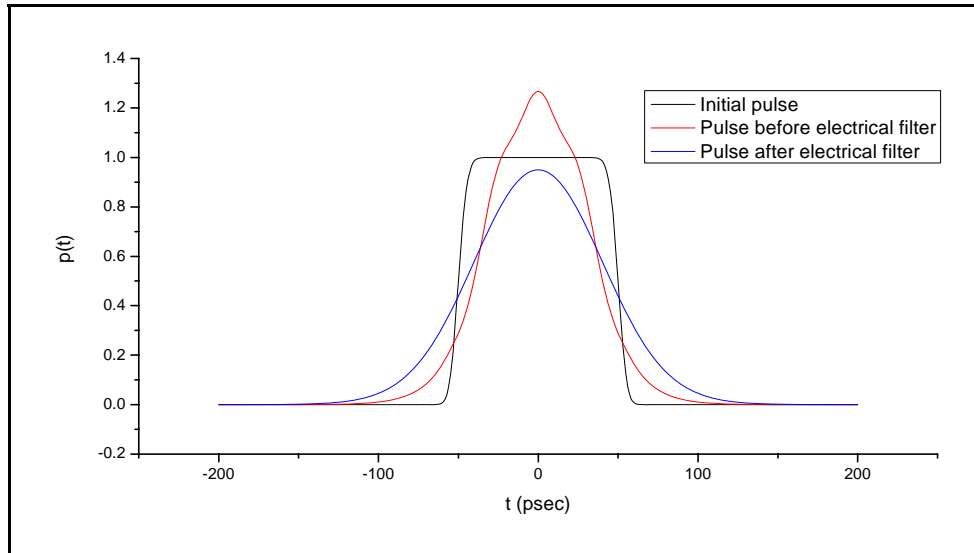
Γραφικές παραστάσεις του κανονικοποιημένου πλάτους των παλμών (πεδίου για τις πρώτες δύο περιπτώσεις και ισχύος για τις υπόλοιπες) φαίνονται παρακάτω για τις ακόλουθες τιμές παραμέτρων: $T = 100 \text{ ps}$, $n = 6$, $B_{opt} = 40 \text{ GHz}$, $D \cdot z = 320 (\text{ps} / \text{nm})$, $B_{el} = 14 \text{ GHz}$.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο σχήμα απεικονίζονται τα μέτρα των κυματομορφών πεδίου του εισερχόμενου παλμού και του παλμού εξέρχεται από την ίνα και το οπτικό φίλτρο, ενώ στο δεύτερο σχήμα απεικονίζεται η κυματομορφή της ισχύος εισόδου, ο παλμός πριν το ηλεκτρικό φίλτρο και ο παλμός μετά το ηλεκτρικό φίλτρο.

Στο πρώτο σχήμα φαίνεται ξεκάθαρα η βαθυπερατή φύση της διασποράς και του οπτικού φίλτρου αφού το αποτέλεσμα είναι η αποκοπή των υψίσυχνων συνιστωσών του σήματος. Στο δεύτερο σχήμα μπορεί κανείς να παρατηρήσει επιπλέον και τον περιορισμό του πλάτους που εισάγεται από το ηλεκτρικό φίλτρο.



Σχήμα 3-6: Απόλυτη τιμή πεδίου στην είσοδο και μετά από ίνα - οπτικό φίλτρο

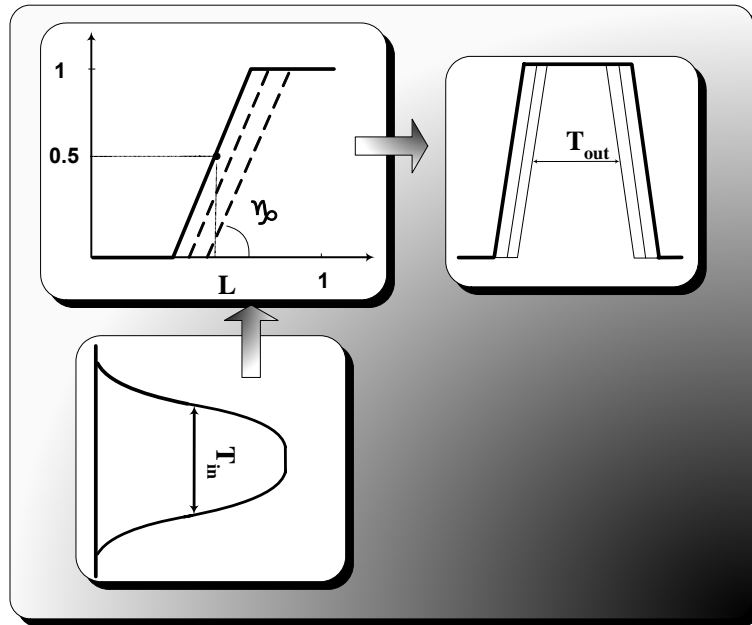


Σχήμα 3-7: Εξέλιξη του κανονικοποιημένου παλμού ισχύος: με μαύρο απεικονίζεται ο παλμός αρχικά, με κόκκινο ο παλμός μετά τον φωρατή και πριν από το ηλεκτρικό φίλτρο και με μπλε ο παλμός μετά και από τη διέλευσή του από το ηλεκτρικό φίλτρο για τιμές παραμέτρων

$$T = 100 \text{ ps}, n = 6, B_{opt} = 40 \text{ GHz}, D \cdot z = 320 (\text{ps} / \text{nm}), B_{el} = 14 \text{ GHz}$$

Τα σχήματα είχαν σαν στόχο να δώσουν μια πολύ ενδεικτική εικόνα του φαινομένου καθώς χρησιμοποιήθηκαν τυπικές τιμές για τις παραμέτρους του προβλήματος. Με τη χρησιμοποίηση διαφορετικών τιμών παραμέτρων η συμπεριφορά μπορεί να αλλάξει δραματικά. Σε ότι αφορά στα φίλτρα, η αύξηση του εύρους ζώνης τους αναμένεται να έχει ως αποτέλεσμα την εισαγωγή, γενικά, μικρότερης παραμόρφωσης στον παλμό εισόδου. Ωστόσο, σε ότι αφορά στο φαινόμενο της διασποράς, η συμπεριφορά δεν ακολουθεί κάποιον τέτοιο γενικό κανόνα, αφού ακόμα και με βάση το [3], η εξέλιξη ενός Gaussian παλμού έχει άμεση σχέση με το πρόσημο και την τιμή της παραμέτρου της συνολικής διασποράς $D \cdot z$ για διαφορετικές τιμές της οποίας παρατηρείται και σημαντική διαφοροποίηση.

Το επόμενο και τελευταίο βήμα στην αλυσίδα είναι η διέλευση του παλμού από το μη γραμμικό στοιχείο, το οποίο θα επιτελέσει ουσιαστικά τις διαδικασίες του reamplifying και reshaping. Γενικώς η συμπεριφορά του μη γραμμικού στοιχείου φαίνεται στο Σχήμα 3-8.



Σχήμα 3-8: Συνάρτηση μεταφοράς μη γραμμικού στοιχείου

Το μη γραμμικό στοιχείο επιτελεί μια διαδικασία «επιλεκτικής» καταπίεσης ή ενίσχυσης τμημάτων του σήματος εισόδου και χαρακτηρίζεται για τη συγκεκριμένη μοντελοποίηση από την κανονικοποιημένη παράμετρο L με $0 \leq L \leq 1$, η οποία, μαζί και με την παράμετρο κλίσης γ , καθορίζουν την επιλεκτική καταπίεση ή ενίσχυση. Μαθηματικά, η μη γραμμική συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

$$f(y(t)) = \begin{cases} 1, & y(t) > L + \frac{1}{2\gamma} \\ \gamma(y(t) - L) + 0.5, & L - \frac{1}{2\gamma} < y(t) < L + \frac{1}{2\gamma} \\ 0, & y(t) < L - \frac{1}{2\gamma} \end{cases} \quad (3.12)$$

, όπου $y(t)$ είναι η συνάρτηση εισόδου και $f(y(t))$ η συνάρτηση εξόδου. Δηλαδή, πρακτικά, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3-8, για έναν κανονικοποιημένο παλμό εισόδου, το τμήμα με τις χαμηλότερες τιμές θα καταπιεστεί εντελώς, το τμήμα με τις μεγαλύτερες τιμές θα ενισχυθεί πλήρως και τα ενδιάμεσα τμήματα θα μετατραπούν σε γραμμικά με μια κλίση

που προκύπτει αν πολλαπλασιαστεί η κλίση εισόδου σ' εκείνα τα σημεία με την τιμή της παραμέτρου γ . Η επιλογή της παραμέτρου L , καθιστά εφικτή την «διορθωτική» διέγερση του παλμού (μικρότερα L), αν αυτός έχει συρρικνωθεί λόγω της διέλευσής του από τα διάφορα στοιχεία του συστήματος, ή τον περιορισμό του (μεγαλύτερα L) αν έχει επέλθει το αντίστροφο. Στην συνέχεια γίνεται μια προσπάθεια αναλυτικού υπολογισμού μιας βέλτιστης τιμής της παραμέτρου L έτσι ώστε η περίοδος του σήματος να παραμείνει σταθερή.

Η παράμετρος L , υπό την οπτική γωνία του μηχανικού-σχεδιαστή ενός τέτοιου σύνθετου συστήματος, είναι η πιο πιθανή ελεύθερη μεταβλητή-παράμετρος για την επίτευξη της βελτιστοποίησης και η οποία ρυθμίζεται από το αντίστοιχο σύστημα εξισορρόπησης ισχύος του αναγεννητή. Η σημασία του συγκεκριμένου μοντέλου, όπως θα διατυπωθεί και παρακάτω, έγκειται στο ότι επιτρέπει τον άμεσο αναλυτικό προσδιορισμό της βέλτιστης τιμής αυτής της παραμέτρου σε κάθε ξεχωριστή περίπτωση $2R$ αναγεννητικού συστήματος αλυσίδας

Από την εξίσωση (3.12) φαίνεται ότι η ακριβής μαθηματική περιγραφή της εξόδου με είσοδο τον παλμό της εξίσωσης (3.11) δυστυχώς δεν εκφράζεται άμεσα συναρτήσει των αρχικών μεταβλητών και είναι αναγκαίο να γίνουν κάποιες προσεγγίσεις. Παρατηρώντας την συνάρτηση για την περιοχή των τιμών που ενδιαφέρουν, προκύπτει ότι σε πρώτη φάση λαμβάνονται αρκετά καλά αποτελέσματα εφαρμόζοντας προσέγγιση πρώτης τάξης. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζεται πρώτη τάξης ανάπτυγμα Taylor γύρω από το σημείο $-\frac{T}{2}$ στον παλμό εισόδου του ηλεκτρικού φίλτρου και λόγω της συμμετρίας, μπορεί από το ανάπτυγμα αυτό να υπολογιστεί προσεγγιστικά η περίοδος του παλμού, να βρεθεί δηλαδή το σημείο στο οποίο ο παλμός είναι ίσος με $\frac{P}{2}$. Συζήτηση γύρω από την ακρίβεια της προσέγγισης γίνεται στην ενότητα 3.6.

Μετά από πράξεις, προκύπτει ότι η περίοδος του εξερχόμενου παλμού συναρτήσει των παραμέτρων του προβλήματος δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

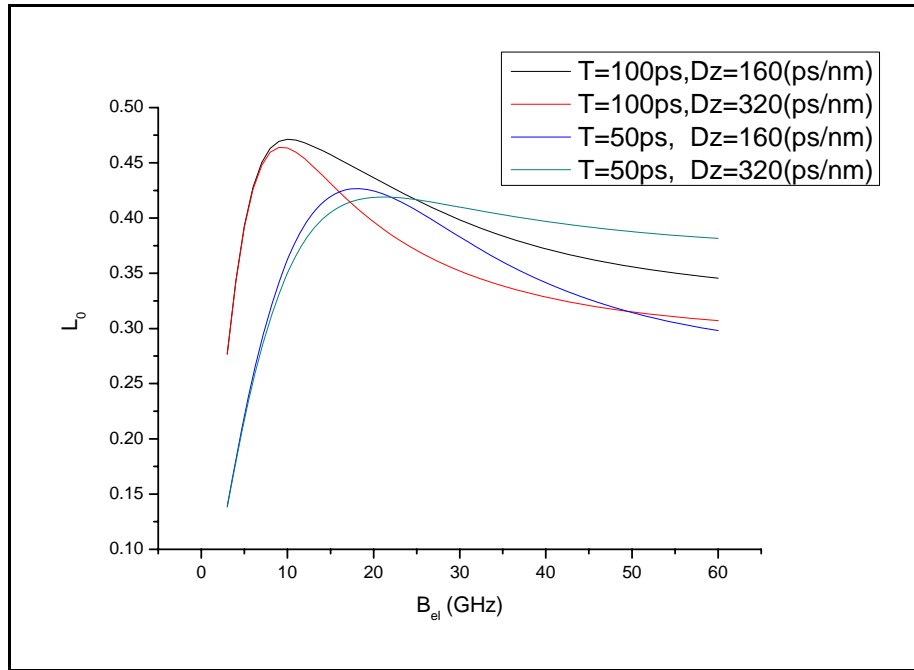
$$T_{nl}(T, n, P, k, F, m, g) = T + \frac{2(b - P \cdot L)}{a} \quad (3.13)$$

, όπου T_{nl} είναι ο παλμός εξόδου από το μη γραμμικό στοιχείο και οι σταθερές $b = b(T, n, P, k, F, m)$ και $a = a(T, n, P, k, F, m)$ αντιστοιχούν στον σταθερό όρο και στην κλίση αντίστοιχα του παλμού εισόδου στο σημείο $-\frac{T}{2}$ ¹.

Επιλύοντας την παραπάνω εξίσωση για $T_{nl} = T$ προκύπτει η τιμή της παραμέτρου L για την οποία ο παλμός θα διατηρεί την ίδια ακριβώς περίοδο: $L = \frac{b}{P}$. Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.11) προκύπτει αναλυτικά ο τύπος για την βέλτιστη τιμή του L σε ότι αφορά το βασικό στάδιο:

$$L_0 = L_0(T, n, P, k, F, m) = A(T, n, k, F) \sqrt{\frac{T_2^2(T, n, k, F)}{\frac{m^2}{\pi^2} + T_2^2(T, n, k, F)}} \cdot \sum_{p=-n}^n \sum_{q=-n}^n c_{pq} \exp\left(-\frac{\left(\frac{T}{2} + d_{pq}\right)^2}{T_2^2(T, n, k, F) + \frac{m^2}{\pi^2}}\right) \quad (3.14)$$

¹ Απόδειξη του τύπου (3.13) δίνεται στο Παράρτημα Α.



Σχήμα 3-9: Τιμή της παραμέτρου L η οποία θέτει την νέα περίοδο ίση με την αρχική περίοδο του παλμού για τιμές παραμέτρων $n = 6, B_{opt} 40GHz$, διάφορες τιμές του B_{el} , διασποράς και περιόδου του παλμού εισόδου

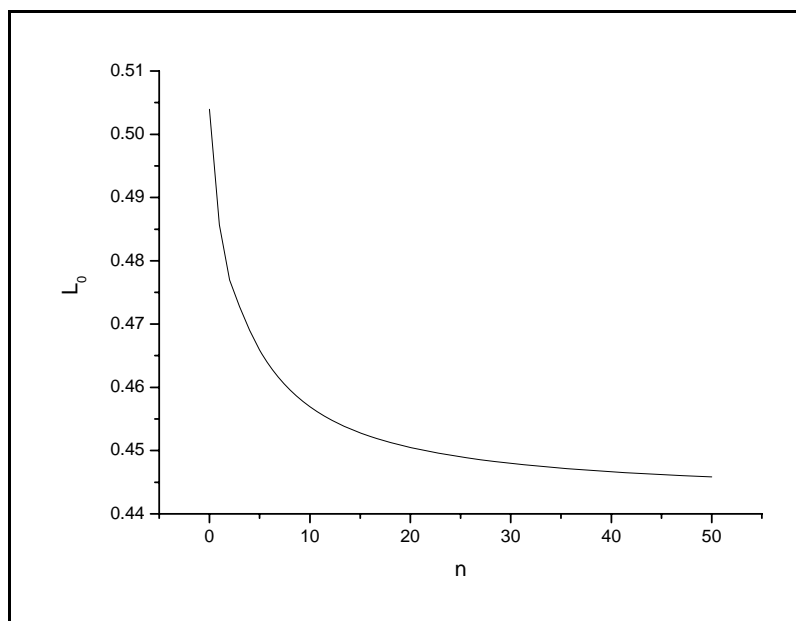
Η παράμετρος L_0 είναι μια ιδιαίτερα σημαντική παράμετρος για το σύστημα και καθορίζει αναλυτικά την τιμή που θα πρέπει να θέσουμε στο L συναρτήσει των διαφόρων παραμέτρων του συστήματος έτσι ώστε να μην υπάρχει μεταβολή στην περίοδο του παλμού και συνεπώς η υποβάθμιση να οφείλεται αποκλειστικά στην αλλαγή της κλίσης των πλευρικών άκρων. Παρακάτω δίνονται γραφική παράσταση του L_0 για διαφορετικές τιμές εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου και για διαφορετικές τιμές της περιόδου T του αρχικού παλμού εισόδου.

Η παραπάνω γραφική παράσταση είναι αύξουσα για μικρές τιμές του B_{el} , μεγιστοποιείται για μια τιμή και εν συνεχεία είναι φθίνουσα. Η τιμή για την οποία προκύπτει το μέγιστο εξαρτάται γενικώς από όλα τα χαρακτηριστικά του συστήματος, αλλά κυρίως εξαρτάται από το αρχικό εύρος του παλμού και ισούται μάλιστα κατά προσέγγιση με $\frac{1}{T}$. Η

συμπεριφορά για μικρά B_{el} είναι προφανής αφού όσο μικρότερο είναι το B_{el} , τόσο περισσότερο αλλοιώνεται ο παλμός μας και το μέγιστο αποκαλύπτει την εξάρτηση που υπάρχει ανάμεσα στην αρχική περίοδο και στο εύρος ζώνης του ηλεκτρικού φίλτρου.

Σε επόμενη ενότητα θα γίνει περισσότερο εμφανές ότι ο τύπος (3.14) είναι πολύ χρήσιμος και θαδειχθεί ότι με την τιμή του L που προκύπτει από αυτόν, για κάθε στάδιο της αλυσίδας, μπορεί να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση του *σχετικού κλεισίματος ματιού*, της παραμέτρου η οποία ενδιαφέρει τελικώς, αφού το κλείσιμο ματιού είναι η ποσότητα που μετράται τελικά από τον δέκτη.

Επίσης, παρατίθεται μια ακόμα γραφική παράσταση του της βέλτιστης τιμής L_0 , συναρτήσει της τάξης του παλμού εισόδου για τις υπόλοιπες παραμέτρους σταθερές. Το γενικό συμπέρασμα είναι ότι όσο αυξάνεται η τάξη του εισερχόμενου παλμού μειώνεται η τιμή του L για την οποία η περίοδος παραμένει σταθερή.



Σχήμα 3-10: Παράμετρος L_0 για τιμές παραμέτρων $T = 100 ps$, $B_{opt} = 40 GHz$, $D \cdot z = 320 (ps / nm)$, $B_{el} = 10 GHz$ και για διάφορες τιμές της τάξης της αρχικής συνάρτησης

Επιστρέφοντας στο σύστημα και στον παλμό που εξέρχεται από το μη γραμμικό στοιχείο, όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3-8, αυτός είναι τραπεζοειδής με περίοδο ίση με $T_{nl}(T, n, P, k, F, m, g)$ και κλίση $a_{nl}(T, n, P, k, D, m, g) = \gamma \cdot a(T, n, P, k, D, m, g)$, όπου γ είναι η πεπερασμένη κλίση της συνάρτησης μεταφοράς του μη γραμμικού στοιχείου.

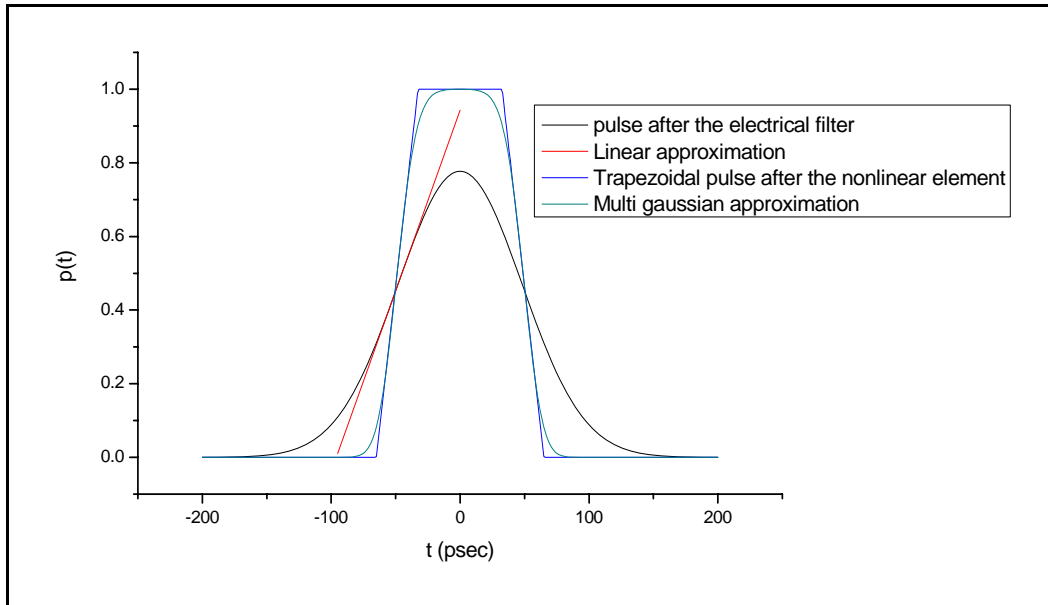
Για λόγους συνέπειας της προσέγγισής, ο εξερχόμενος παλμός – και κατά συνέπεια ο παλμός ο οποίος εισέρχεται στο επόμενο στάδιο της αλυσίδας - θα προσεγγιστεί και πάλι με μια multi Gaussian συνάρτηση στο τετράγωνο όμοια με την εξίσωση (3.2) - με τη διαφορά ότι τώρα οι παράμετροι T, n έχουν αλλάξει - και με ισχύ κορυφής ίδια με αυτή που έχει θεωρηθεί αρχικά.

Γραφική παράσταση της συνάρτησης του παλμού εισόδου στο ηλεκτρικό φίλτρο, της κλίσης του στο σημείο $-\frac{T}{2}$, του τραπεζοειδούς παλμού που εξέρχεται από το μη γραμμικό στοιχείο και της νέας μας multi Gaussian προσέγγισης για τυπικές τιμές παραμέτρων , φαίνονται στο Σχήμα 3-11. Η περίοδος του νέου παλμού προκύπτει από την εξίσωση (3.13) , ενώ προκειμένου να βρεθεί και η τάξη του νέου multi Gaussian παλμού επιλύεται ως προς n' η εξίσωση:

$$a_{nl}(T, n, P, k, D, m, g) = \gamma \cdot a(T, n, P, k, D, m, g) = SI(T_{nl}, n', P) \quad (3.15)$$

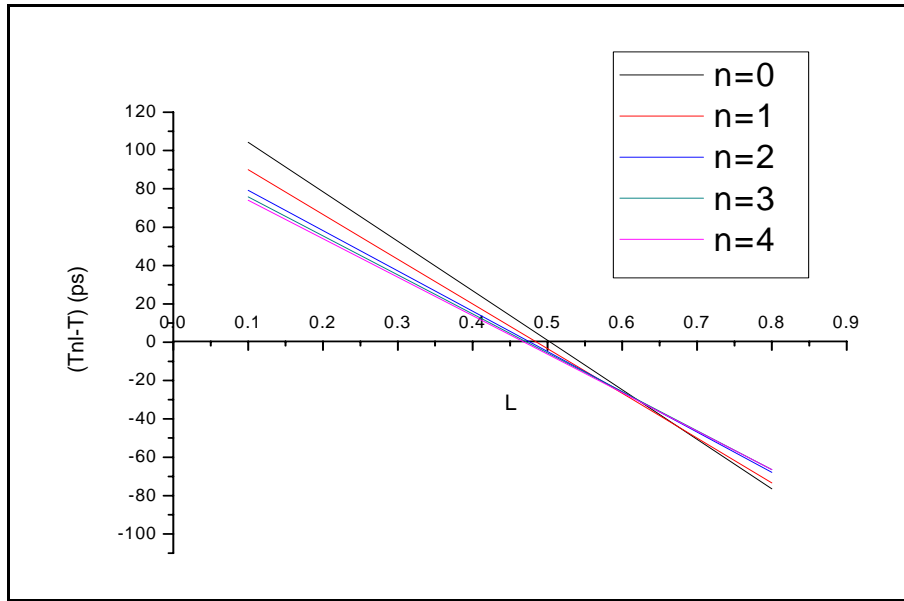
και το αποτέλεσμα που προκύπτει στρογγυλοποιείται προς τον πλησιέστερο ακέραιο².

² Θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά στρογγυλοποίηση προς τα κάτω ή προς τα πάνω. Όπως συζητάται εκτενέστερα στην ενότητα 3.6, η επιλογή της στρογγυλοποίησης (προς τα πάνω, προς τα κάτω ή προς τον πλησιέστερο ακέραιο) επηρεάζει την συμπεριφορά του μοντέλου. Για τον λόγο αυτό θα γίνει μια προσπάθεια να δοθούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε περίπτωσης.



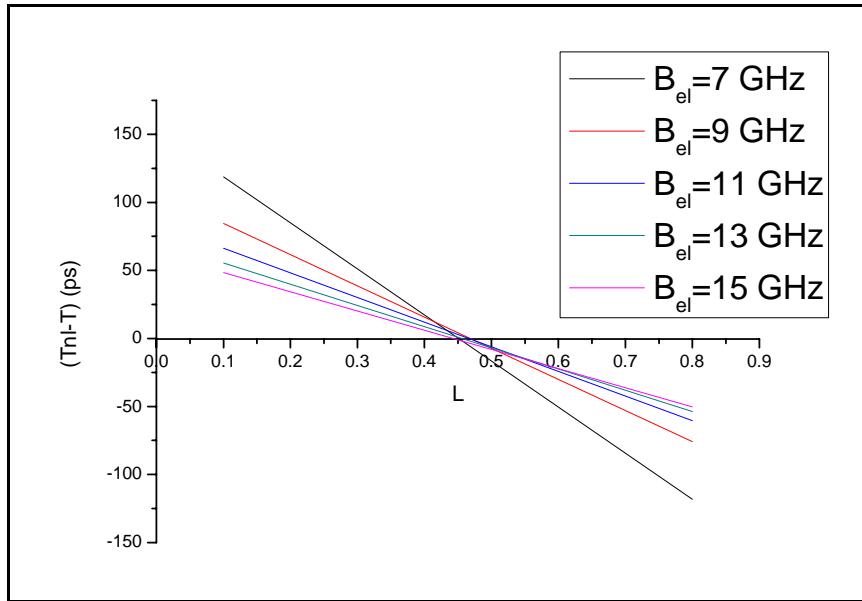
Σχήμα 3-11: Προσέγγιση μετά την έξοδο του μη γραμμικού στοιχείου: με μαύρο απεικονίζεται ο p_4 με κόκκινο η γραμμική προσέγγιση, με μπλε ο παλμός εξόδου του μη γραμμικού και με πράσινο η multi Gaussian προσέγγιση

Αυτό που αρχικά μπορεί να επισημανθεί σε σχέση με το παραπάνω σχήμα, είναι ότι όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση γ του μη γραμμικού στοιχείου, ανεξαρτήτως των άλλων παραμέτρων, τόσο καλύτερη είναι και η προσέγγιση σε σχέση με το τραπέζιο και αυτό διότι αυξάνοντας την κλίση του μη γραμμικού στοιχείου αυξάνεται και η κλίση του τελικού παλμού και συνεπώς αυξάνεται η τάξη του νέου multi Gaussian παλμού, ο οποίος σύμφωνα με τη συζήτηση της ενότητας 3.2, προσεγγίζει καλύτερα το τραπέζιο όσο αυξάνεται η τάξη του.



Σχήμα 3-12: Στο σχήμα απεικονίζεται το μέγεθος $T_{nl}-T$ συναρτήσει της παραμέτρου L , για τιμές παραμέτρων $T = 100 ps, P = 1, B_{opt} = 40 GHz, D \cdot z = 320 (ps / nm), B_{el} = 10 GHz$ και για διαφορετικές τιμές της τάξης n του παλμού εισόδου.

Στο Σχήμα 3-12 παρατίθενται διαγράμματα του μεγέθους $\Delta T = T_{nl} - T$ για διαφορετικές περιπτώσεις αρχικών τιμών της παραμέτρου n και στο Σχήμα 3-13 το ίδιο μέγεθος για διαφορετικές τιμές του εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου. Ο σκοπός είναι να κατανοηθεί ποιοτικά η επίδραση που έχουν τα διάφορα στοιχεία του συστήματος πάνω στην τιμή της βέλτιστης τιμής παραμέτρου L , ο τρόπος με τον οποίον μεταβάλλεται το μέγεθος ΔT , ποιες παράμετροι είναι περισσότερο κρίσιμες κλπ.

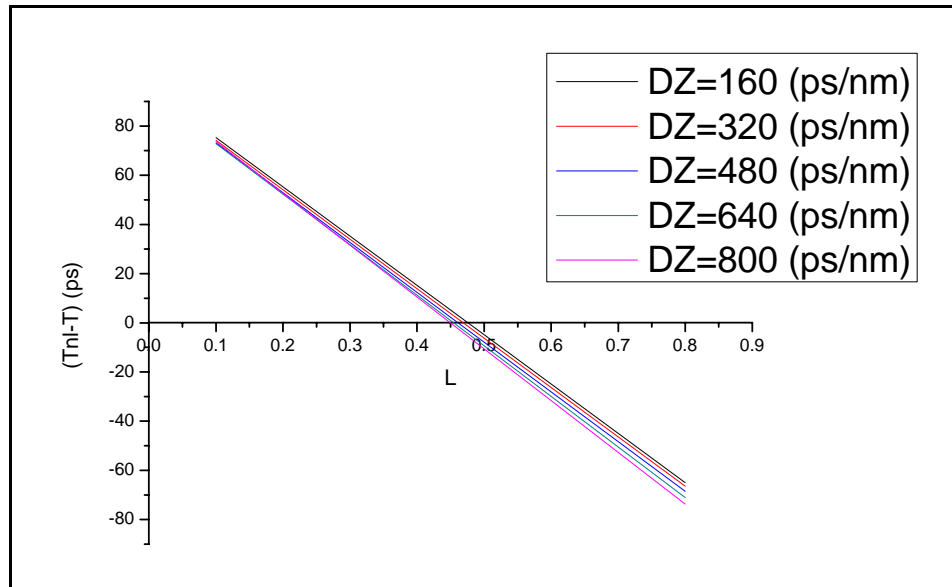


Σχήμα 3-13: Στο σχήμα αυτό απεικονίζεται το μέγεθος T_n-T συναρτήσει της παραμέτρου L , για διαφορετικές τιμές εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου και για λοιπές τιμές παραμέτρων $T = 100 \text{ ps}, n = 6, P = 1, B_{opt} = 40 \text{ GHz}, D \cdot z = 320 (\text{ps} / \text{nm})$.

Από τα δυο παραπάνω σχήματα γίνεται σαφές ότι η αύξηση της τάξης του μοντέλου για $n > 0$ μετατοπίζει ελαφρώς την τιμή L για την οποία έχουμε ταύτιση της εισερχόμενης με την εξερχόμενη περίοδο (για $n = 0$ έχουμε και μια μικρή αλλαγή κλίσης), ενώ η αύξηση του εύρους ζώνης του ηλεκτρικού φίλτρου επηρεάζει αποκλειστικά την κλίση της συγκεκριμένης καμπύλης. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου, τόσο «λιγότερο απότομα» μεταβάλλεται η περίοδος του παλμού εξόδου σε σχέση με τον παλμό εισόδου ανάλογα με την παράμετρο L και επομένως τόσο μεγαλύτερο περιθώριο σφάλματος σε ότι αφορά την τιμή του βέλτιστου L , είναι δεκτή. Τέλος, παρακάτω παρατίθενται διαγράμματα του ίδιου μεγέθους για διαφορετικές τιμές παραμέτρων της ίνας.

Από το Σχήμα 3-14 παρατηρούμε με την αύξηση της συνολικής διασποράς - για την συγκεκριμένη όμως μόνο περιοχή τιμών - αυξάνεται ελαφρώς η κλίση και το σημείο ισορροπίας μετακινείται σε λίγο μικρότερες τιμές. Ωστόσο, γενικώς η επίδραση της

διασποράς είναι σημαντικά μικρότερη σε σχέση με την επίδραση που έχει η μεταβολή του εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου και υπό προϋποθέσεις θα μπορούσε να αγνοηθεί.



Σχήμα 3-14: Στο σχήμα αυτό απεικονίζεται το μέγεθος $T_{nl}-T$ συναρτήσει της παραμέτρου L , για διαφορετικές τιμές του μεγέθους της συνολικής διασποράς και για λοιπές τιμές παραμέτρων $T = 100 ps$, $n = 6$, $B_{opt} = 40 GHz$, $B_{el} = 15 GHz$.

Μέχρι στιγμής η μελέτη αφορούσε αποκλειστικά και μόνο το «βασικό», όπως ονομάστηκε, σύστημα. Το επόμενο βήμα είναι η μεταφορά των παραπάνω αποτελεσμάτων σε ένα γενικότερο σύστημα που αποτελείται από μια αλυσίδα τέτοιων βασικών συστημάτων. Πριν όμως από αυτό είναι σκόπιμο να δοθούν κάποιιοι ορισμοί που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια.

3.4 Ενέργειες, eye closure και προσέγγιση

Όπως προέκυψε μέχρι τώρα, στην έξοδο του κάθε σταδίου του συστήματος θεωρείται ότι λαμβάνεται ένας παλμός σαν τον αρχικό με διαφοροποιημένες παραμέτρους T, n . Σ' αυτή την ενότητα θα δοθούν κάποιιοι χρήσιμοι για την συνέχεια τύποι καθώς επίσης και

ορισμοί μεγεθών στους οποία θα βασιστεί η ποσοτική μελέτη της δυνατότητας μέγιστης διαδοχικής επανατοποθέτησης του συστήματος.

Ο δέκτης για το σύστημα θεωρείται ότι είναι ένα “integrate and dump filter”, δηλαδή ένας ολοκληρωτής ο οποίος αποδίδει την ενέργεια που περιλαμβάνεται σε έναν παλμό. Επίσης, για της εξαγωγή των παρακάτω τύπων έχει γίνει η υπόθεση ότι το σύστημα είναι NRZ. Αξίζει να σημειωθεί ότι και σε αυτή τη φάση είναι ιδιαίτερα βολικές οι εκφράσεις που έχουν εξαχθεί μέχρι στιγμής καθώς το ολοκλήρωμα Gaussian παλμών είναι η γνωστή συνάρτηση Erf (error function), οπότε και πάλι τα αποτελέσματα μπορούν να γραφούν σε κλειστή μορφή.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η ενέργεια του «Άσσου» και του «Μηδενικού» θεωρώντας παράθυρο ολοκλήρωσης $T_e = T = 100 ps$ πριν από κάθε στάδιο, δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$E_1(T, n, P, T_e) = \int_{-\frac{T_e}{2}}^{\frac{T_e}{2}} p(t, T, n, P) dt = \int_{-\frac{T_e}{2}}^{\frac{T_e}{2}} \sum_{p=-n}^n \sum_{q=-n}^n \exp \left(-2 \left(\frac{t - (\frac{p+q}{2})T_1(T, n)}{T_1(T, n)} \right)^2 \right) dt =$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{PT_1(T, n)}{\sum_{m=-n}^n \exp(-m^2)} \sum_{p=-n}^n \sum_{q=-n}^n \left(\operatorname{Erf} \left(\frac{-p - q + \frac{T_e}{2}}{\sqrt{2} T_1(T, n)} \right) + \operatorname{Erf} \left(\frac{p + q + \frac{T_e}{2}}{\sqrt{2} T_1(T, n)} \right) \right) \quad (3.16)$$

$$E_0(T, n, P, T_e) = \int_{-T_e}^{-\frac{T_e}{2}} p(t, T, n, P) dt + \int_{\frac{T_e}{2}}^{T_e} p(t, T, n, P) dt =$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{PT_1(T, n)}{\sum_{m=-n}^n \exp(-m^2)} \sum_{p=-n}^n \sum_{q=-n}^n \left(-\operatorname{Erf} \left(\frac{-2T_e + (p+q)(T, n)}{\sqrt{2}T_1(T, n)} \right) + \right. \quad (3.17)$$

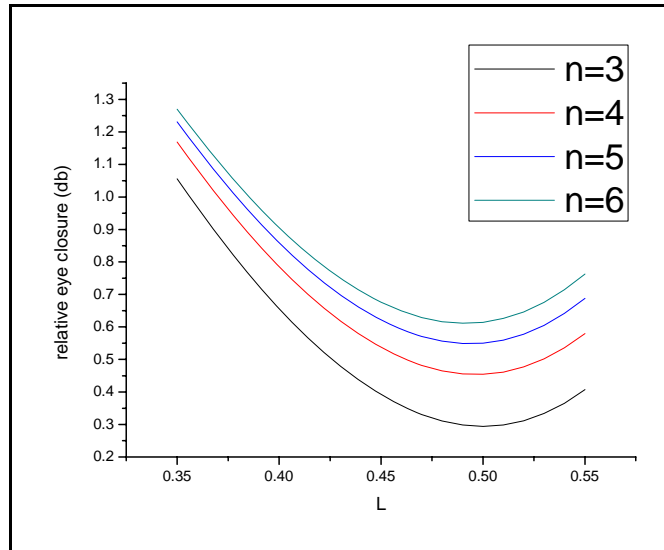
$$\left. + \operatorname{Erf} \left(\frac{-T_e + (p+q)(T, n)}{\sqrt{2}T_1(T, n)} \right) - \operatorname{Erf} \left(\frac{T_e + (p+q)(T, n)}{\sqrt{2}T_1(T, n)} \right) + \operatorname{Erf} \left(\frac{2T_e + (p+q)(T, n)}{\sqrt{2}T_1(T, n)} \right) \right)$$

Η μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού ορίζεται ως εξής:

$$recp = -10 \log \frac{U_1 - U_0}{U_{1,0} - U_{0,0}} \quad (3.18)$$

, όπου U_1 και U_0 είναι οι ενέργειες του άσσου και του μηδενικού στην έξοδο του συστήματος και $U_{1,0}$, $U_{0,0}$ είναι οι ενέργειες του άσσου και του μηδενικού στην είσοδο του συστήματος. Πρακτικά δηλαδή, το μέγεθος αυτό ορίζει την υποβάθμιση (penalty) που προκαλεί το σύστημα στην ποιότητα του παλμού σε σχέση με το σήμα εισόδου, ενώ σημειώνεται ότι στον δέκτη είναι επιθυμητό να μετράται όσο το δυνατό μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ της ενέργειας του άσσου και του μηδενικού, έτσι ώστε το κύκλωμα απόφασης να μπορεί να πάρει τελικώς την σωστή απόφαση για το μεταδιδόμενο ψηφίο. Στο υπόλοιπο τμήμα αυτής της εργασίας και για τον υπολογισμό του σχετικού κλεισίματος ματιού στις διάφορες περιπτώσεις, γίνεται η υπόθεση ότι είσοδος στο σύστημά μας είναι μια NRZ παλμοσειρά αποτελούμενη από διαδοχικούς άσσους και μηδενικά (1010...).

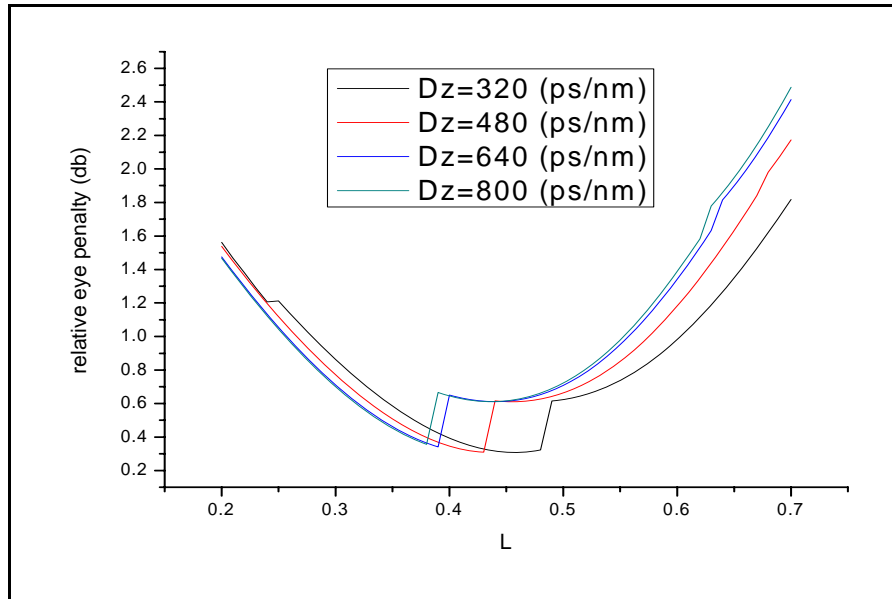
Για το πρώτο στάδιο της αλυσίδας, για το βασικό δηλαδή σύστημα, παρατίθενται οι γραφικές παραστάσεις της μείωσης του σχετικού κλεισίματος ματιού συναρτήσει της παραμέτρου L για διαφορετικές τιμές της αρχικής κλίσης και για διαφορετικές τιμές της συνολικής διασποράς της ίνας, έτσι ώστε να γίνει σαφής η ύπαρξη ενός L για το οποίο ελαχιστοποιείται η μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού και προκύπτει η βέλτιστη σχέση ενέργειας άσσου και μηδενικού για το κύκλωμα απόφασης.



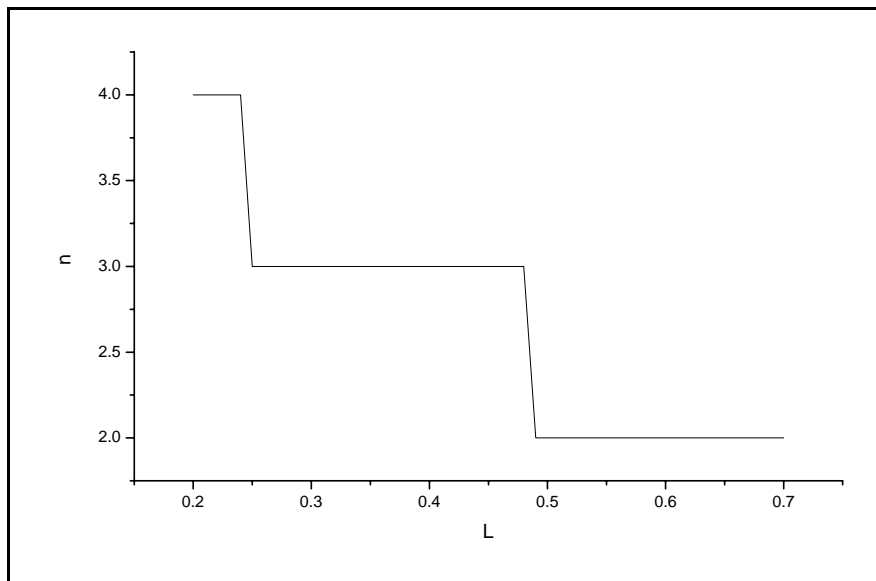
Σχήμα 3-15: Μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού συναρτήσει του L για διαφορετικά αρχικά n και για τιμές λοιπών παραμέτρων
 $T = 100 \text{ ps}$, $P = 1$, $B_{el} = 40 \text{ GHz}$, $D \cdot z = 320 (\text{ps} / \text{nm})$, $B_{el} = 10 \text{ GHz}$

Στο Σχήμα 3-15 αξίζει να σημειωθεί η “μετακίνηση” του σημείου ισορροπίας L για το οποίο σημειώνεται η ελάχιστη μείωση κλεισίματος ματιού και η αύξηση με το n του ελάχιστου σχετικού κλεισίματος ματιού.

Σε ότι αφορά στο Σχήμα 3-16 που φαίνεται παρακάτω, καθώς αυξάνεται η συνολική διασπορά της ίνας μετακινείται το σημείο ελάχιστου relative eye closure προς μικρότερες τιμές L . Αυτό, ωστόσο, που αξίζει να σχολιαστεί περισσότερο είναι η «γωνία» που σχηματίζεται κοντά στο ελάχιστο. Φυσιολογικά θα περίμενε κανείς η καμπύλη να είναι πιο ομαλή με την ίδια περίπου συμπεριφορά για όλες τις τιμές του L . Εξαρχής μπορούμε να πούμε ότι ο λόγος εμφάνισης αυτής της συμπεριφοράς οφείλεται στο μοντέλο και αποδεικνύεται ως ένα βαθμό από την ανάλυση που ακολουθεί. Με τη βοήθεια δυο ακόμα σχημάτων, ωστόσο, ξεκαθαρίζει λίγο περισσότερο η συμπεριφορά του μοντέλου.



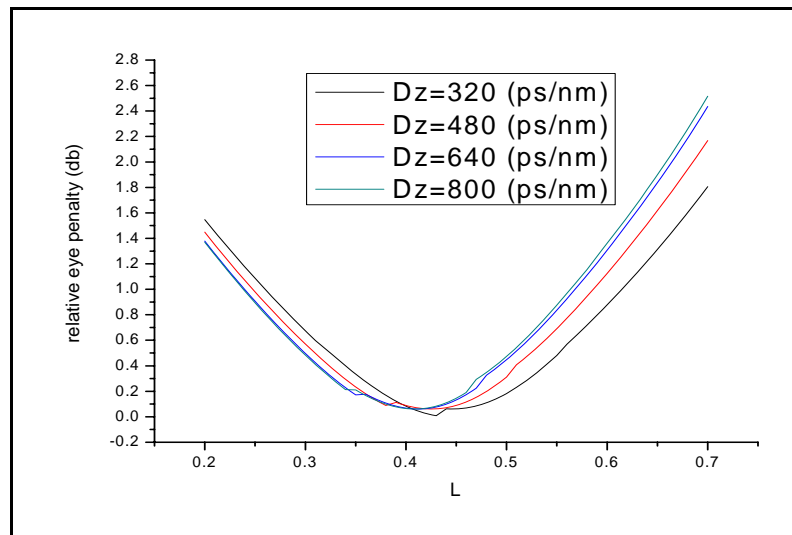
Σχήμα 3-16: Μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού συναρτήσει της παραμέτρου L για διαφορετικές τιμές της συνολικής διασποράς και για τιμές λοιπών παραμέτρων $T = 100 \text{ ps}$, $n = 6$, $P = 1$, $B_{el} = 40 \text{ GHz}$, $m = 14 \text{ GHz}$, $\gamma = \pi$



Σχήμα 3-17: Διάγραμμα $n-L$ για τιμές παραμέτρων τις ίδιες λοιπές τιμές παραμέτρων όπως και παραπάνω, $\gamma = \pi$ και $D \cdot z = 320 (\text{ps} / \text{nm})$, $B_{el} = 14 \text{ GHz}$

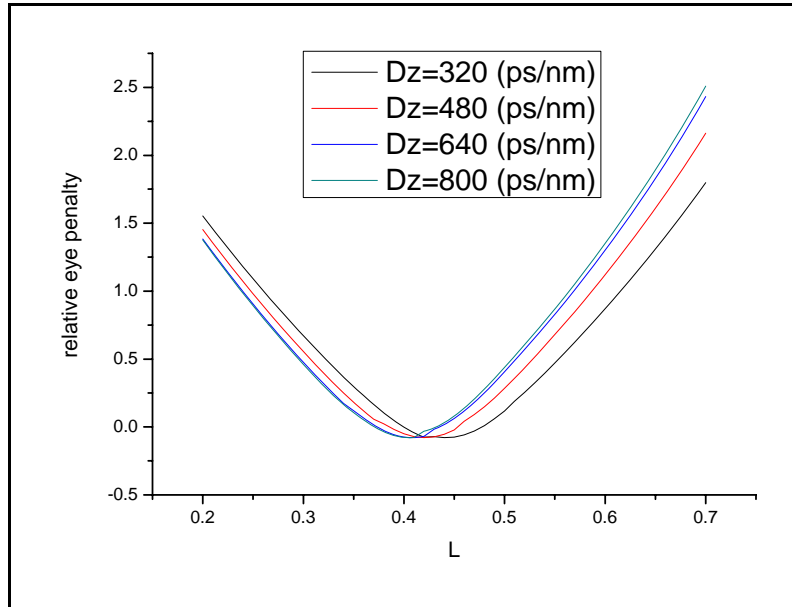
Παρατηρώντας τα σχήματα Σχήμα 3-16 και Σχήμα 3-17 για τις ίδιες παραμέτρους παρατηρείται ότι η γωνία βρίσκεται ακριβώς στα σημεία στα οποία αλλάζει και η τιμή της τάξης n , δηλαδή όταν γίνεται αναγκαστικά επιλογή μιας κβαντισμένης τιμής για την τάξη του μοντέλου προκειμένου να γίνει όσο το δυνατό καλύτερη προσέγγιση της κλίσης των πλευρικών άκρων. Το αποτέλεσμα είναι μια απότομη μεταβολή στην τιμή της ενέργειας, την οποία παρατηρούμε στα σχήματα.

Παρά όλα αυτά, όπως θα φανεί ξεκάθαρα και παρακάτω, οι καμπύλες ομαλοποιούνται αν χρησιμοποιήσουμε μεγαλύτερη τιμή για την κλίση του μη γραμμικού στοιχείου.



Σχήμα 3-18: Ίδιο σχήμα με παραπάνω για $\gamma=2\pi$

Τα σχήματα Σχήμα 3-18 και Σχήμα 3-19 είναι παρεμφερή με το Σχήμα 3-16, με την μοναδική διαφορά ότι ενώ στο Σχήμα 3-16 η κλίση του μη γραμμικού στοιχείου τέθηκε $\gamma = \pi$, στα επόμενα σχήματα τέθηκε κλίση $\gamma = 2\pi$ και $\gamma = 3\pi$ αντίστοιχα. Όπως εύκολα παρατηρείται, οι ασυνέχειες και οι γωνίες της συγκεκριμένης καμπύλης τείνουν να εξαλειφθούν εντελώς. Ειδικά μάλιστα για το Σχήμα 3-19 όπου θεωρείται $\gamma=3\pi$ η συμπεριφορά είναι ακόμα ομαλότερη.



Σχήμα 3-19: Ίδιο σχήμα με πριν για $\gamma=3\pi$

3.5 Αναδρομικές σχέσεις και αλυσίδα

Το σύστημα που ενδιαφέρει τελικά, είναι μια αλυσίδα «βασικών συστημάτων» αποτελούμενη από αρκετούς κόμβους, αφού αυτός ακριβώς είναι και ο ρόλος των 2R συστημάτων, να αναγεννούν το σήμα και να επιτυγχάνεται κατ' αυτόν τον τρόπο η μετάδοσή του για αρκετά μεγάλες αποστάσεις. Στην ενότητα αυτή θα γίνει προσπάθεια να αναλυθεί με μεγάλη λεπτομέρεια ποσοτικά και ποιοτικά η συμπεριφορά του παλμού κατά μήκος της αλυσίδας, καθώς και να εξαχθούν απλές αναδρομικές σχέσεις για τα βασικά χαρακτηριστικά του.

Για λόγους απλότητας, ως πρώτη προσέγγιση θα θεωρηθεί ότι το σύστημα είναι ομογενές, δηλαδή ότι κάθε τέτοιο «βασικό σύστημα» οπτικής ίνας, φίλτρων και μη γραμμικού στοιχείου χαρακτηρίζεται από τις ίδιες ακριβώς τιμές παραμέτρων των διαφόρων στοιχείων του, το μήκος της ίνας, της τιμής της διασποράς, των χαρακτηριστικών των

φίλτρων και την κλίση του μη γραμμικού στοιχείου. Επίσης, θεωρούμε ότι σε όλα τα βήματα της αλυσίδας χρησιμοποιούμε την ίδια ακριβώς τιμή της παραμέτρου L.

Από την ανάλυση των προηγούμενων παραγράφων η ανάλυση κατέληξε σε κάποιες σχέσεις που δίνουν τα χαρακτηριστικά (T,n) των super Gaussian παλμών μας κατά μήκος του της αλυσίδας οι οποίες δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

$$n_N = \left[\frac{T_{nl}(T_{N-1}, n_{N-1}, P, k, F, m, \gamma)}{8P * 0.1894} \cdot a_{nl}(T_{N-1}, n_{N-1}, P, k, F, m, \gamma) - 0.150668 \right] \quad (3.19)$$

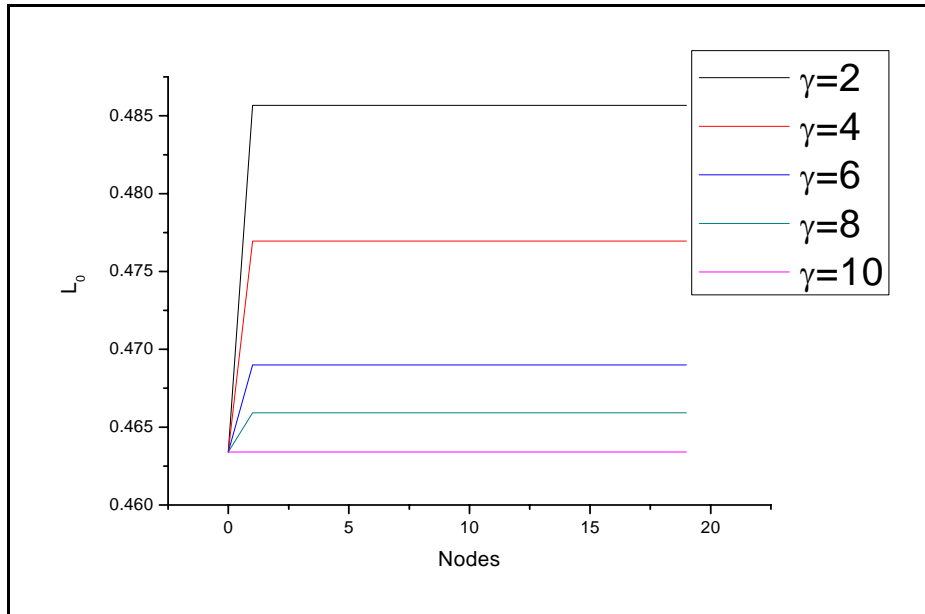
$$T_N = T_{nl}(T_{N-1}, n_{N-1}, P, k, F, m, \gamma) \quad (3.20)$$

, όπου στις παραπάνω σχέσεις με T_N, n_N συμβολίζονται η τάξη και η περίοδος του παλμού στο βήμα N της αλυσίδας. Ωστόσο, το ζεύγος αυτό των σχέσεων είναι αρκετά περίπλοκο και δε δίνει σαφή εικόνα σχετικά με την εξέλιξη του παλμού κατά μήκος της αλυσίδας. Σ' αυτή την ενότητα, εκτός των άλλων, θα μελετηθεί περαιτέρω ποιοτικά η συμπεριφορά των μεγεθών αυτών και θα βγουν κάποια συμπεράσματα.

Στην πρώτη φάση της ανάλυσης των χαρακτηριστικών της αλυσίδας θα μελετηθεί διεξοδικά η συμπεριφορά της κλίσης των άκρων των διαδοχικών παλμών για τα διάφορα στάδια της αλυσίδας και θα γίνει μια προσπάθεια να δοθεί ο φυσικός μηχανισμός ο οποίος οδηγεί στην αλλαγή αυτής της παραμέτρου. Στην συνέχεια θα δοθούν αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις που θα αφορούν στην μεταβολή της περιόδου του παλμού κατά την διέλευσή του από το σύστημα και τέλος θα γίνει μια συγκεντρωτική συζήτηση η οποία θα αφορά την ποιοτική και ποσοτική συμπεριφορά του παλμού κατά τη διέλευσή του από ένα σύστημα με τυπικές τιμές παραμέτρων. Πριν όμως προχωρήσει η ανάλυση της αλυσίδας, είναι πολύ χρήσιμο να μελετηθεί η συμπεριφορά της ποσότητας L_0 κατά μήκος της αλυσίδας.

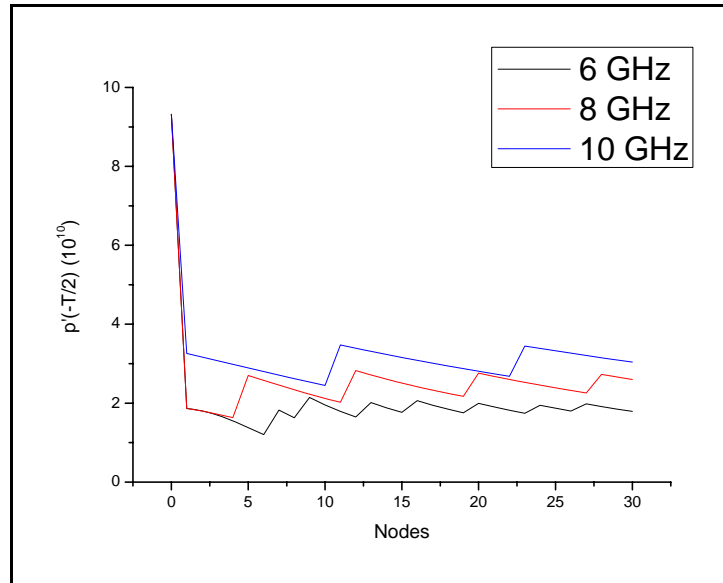
Προς στιγμήν, γίνεται η υπόθεση ότι σε κάθε στάδιο της αλυσίδας υπολογίζεται εκ νέου η παράμετρος L_0 και τίθεται αυτή κατώφλι στο μη γραμμικό στοιχείο προκειμένου η περίοδος του εξερχόμενου παλμού να είναι ίση με την περίοδο του εισερχόμενου παλμού. Και το παραπάνω μας ενδιαφέρει διότι, όπως θα μπορούσε κανείς να φανταστεί, εύκολα αποδεικνύεται και μαθηματικά ότι με σταθερή την τιμή της περιόδου (με $T=T_c$ όπου T_c είναι το παράθυρο μέτρησης της ενέργειας στον δέκτη) και ανεξάρτητα από την κλίση του παλμού στο συγκεκριμένο στάδιο, ελαχιστοποιείται ταυτόχρονα και η μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού στον δέκτη, δηλαδή προκύπτει η ιδανική συμπεριφορά έτσι ώστε το σύστημα να παραμένει εντός λειτουργίας. Δηλαδή, το L_0 οδηγεί πάντα στην βέλτιστη ενέργεια για το συγκεκριμένο στάδιο.

Το επόμενο σχήμα παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον αφού φαίνεται ξεκάθαρα ότι η βέλτιστη τιμή του κατωφλίου L συγκλίνει γρήγορα σε μια τιμή για την οποία το σύστημα συμπεριφέρεται με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο. Επίσης παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση του μη γραμμικού στοιχείου, τόσο πιο γρήγορα συγκλίνει η αρχική τιμή L_0 στην “steady state” τιμή της, την οποία ονομάζουμε L_1 και ορίζεται μαθηματικά ως το όριο της ακολουθίας του L_0 , καθώς ο αριθμός των κόμβων τείνει στο άπειρο. Πρακτικά ωστόσο, παρατηρούμε ότι ακόμα και για μικρές τιμές κλίσης γ , η τιμή του L_1 σταθεροποιείται στο $2^\circ - 3^\circ$ βήμα. Το σχήμα έχει ληφθεί και πάλι για συγκεκριμένες τιμές ενδεικτικών παραμέτρων, αλλά η σύγκλιση της ακολουθίας παρατηρείται για το μεγαλύτερο φάσμα τιμών των τυπικών παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στην πράξη.



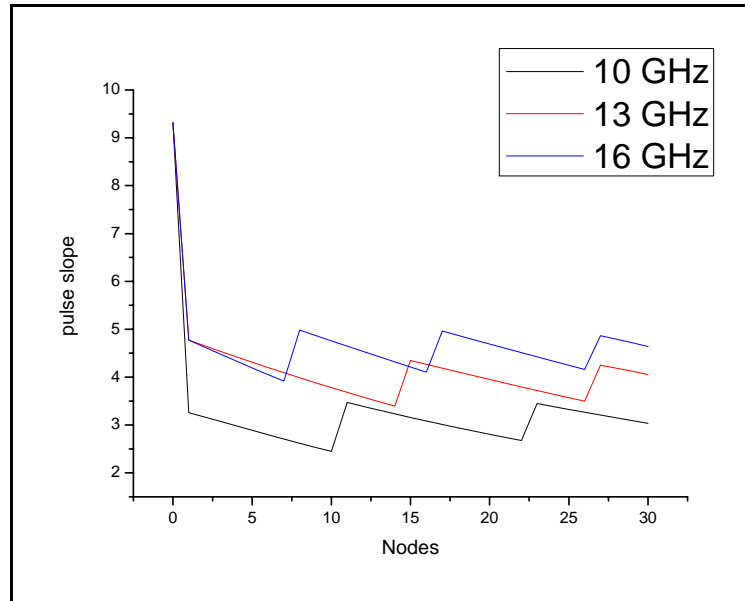
Σχήμα 3-20: Εξέλιξη της υπολογιζόμενης τιμής του L_0 για διάφορες τιμές της κλίσης του μη γραμμικού στοιχείου γ και για λοιπές τιμές παραμέτρων $T = 100 ps, n = 6, B_{opt} = 40 \cdot 10^9, D \cdot z = 320 (ps / nm)$.

Μετά από την μικρή αυτή παρένθεση η μελέτη του παλμού κατά την διάδοσή του στο ομογενές σύστημα που περιγράφηκε παραπάνω, ξεκινά με την παρατήρηση της συμπεριφοράς της κλίσης των άκρων του κατά μήκος της αλυσίδας. Η επίδραση των στοιχείων της αλυσίδας πάνω στην κλίση του παλμού μας ενδιαφέρει ιδιαίτερα καθώς η κλίση είναι ένας από τους βασικούς παράγοντες που καθορίζουν την ενέργεια του παλμού (ο άλλος είναι η περίοδος). Θεωρείται ότι το σύστημα χαρακτηρίζεται από τις ακόλουθες παραμέτρους: $T = 100 ps, n = 6, B_{opt} = 40 \cdot 10^9$, τιμές εύρους ηλεκτρικού φίλτρου από 6-16 GHz, συνολικής διασπορά $320 - 800 (ps / nm)$, τιμές της κλίσης του μη γραμμικού στοιχείου που κινούνται στην περιοχή (1,10) περίπου και παράμετρο L της οποίας η τιμή προκύπτει από την συνάρτηση L_0 (βλ. σχέση (3.14)).

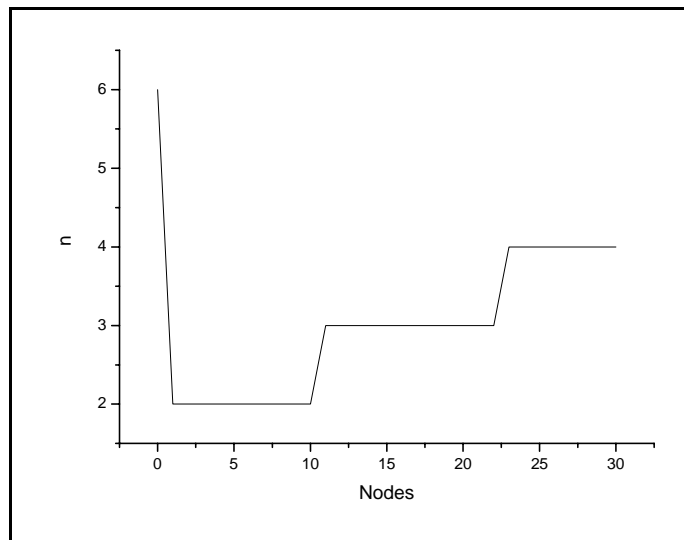


Σχήμα 3-21: Κλίση του παλμού συναρτήσει του αριθμού των κόμβων για διάφορες τιμές εύρους ηλεκτρικού φίλτρου(6-10GHz) και κλίσης μη γραμμικού στοιχείο $\gamma=\pi$.

Ήδη από το πρώτο σχήμα που παρατίθεται σε ότι αφορά την αλυσίδα (Σχήμα 3-21) , παίρνουμε την πληροφορία ότι η κλίση του παλμού ακολουθεί μια ιδιόμορφη, «πριονωτή ταλάντωση» κατά μήκος της αλυσίδας η οποία επίσης οφείλεται στο σφάλμα στρογγυλοποίησης της τιμής της κλίσης κατά την προσέγγιση με multi Gaussian. Παρατηρώντας καλύτερα το σχήμα φαίνεται ότι όσο μικρότερο είναι το εύρος ζώνης του ηλεκτρικού φίλτρου, τόσο μικρότερη είναι η μέση τιμή της ταλαντωμένης κλίσης, κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο αφού όσο μικρότερο είναι το εύρος του ηλεκτρικού φίλτρου, τόσο περισσότερο επιδρά στον διερχόμενο παλμό αλλοιώνοντας τον. Επίσης, πρέπει να επισημανθεί ότι όσο μικρότερο είναι το εύρος ζώνης του ηλεκτρικού φίλτρου, τόσο μικρότερη είναι και η «περίοδος» της ταλάντωσης και κατά συνέπεια, τόσο πιο γρήγορα μεταβάλλεται η τιμή από την μέγιστη στην ελάχιστη τιμή.



Σχήμα 3-22: Κλίση του παλμού συναρτήσει του αριθμού των κόμβων για διάφορες τιμές εύρους ηλεκτρικού φίλτρου(10-16GHz) και κλίσης μη γραμμικού στοιχείο $\gamma=\pi$.



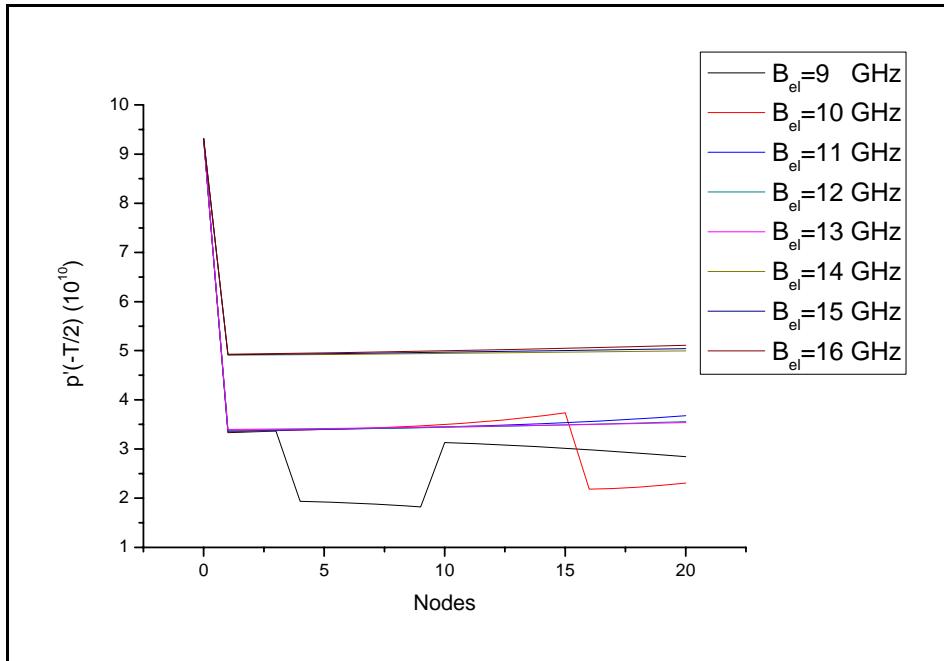
Σχήμα 3-23: Τάξη n του μοντέλου για ηλεκτρικό φίλτρο $B_{el} = 10GHz$ και τις υπόλοιπες παραμέτρους όμοιες με πριν

Στο Σχήμα 3-22 παρουσιάζεται μια παρεμφερής με πριν γραφική παράσταση με τη διαφορά ότι χρησιμοποιούνται μεγαλύτερου εύρους ηλεκτρικά φίλτρα. Επιπλέον, η υπόθεση σχετικά με την φύση της ταλάντωσης επιβεβαιώνεται και από το Σχήμα 3-23 στο οποίο

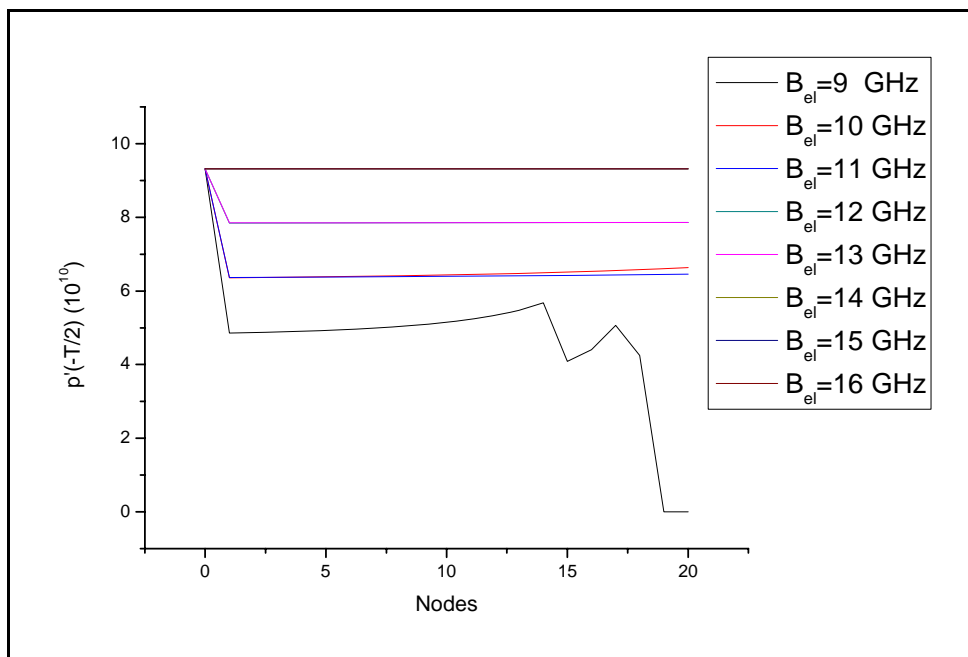
παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της τάξης των νέων παλμών κατά μήκος της αλυσίδας. Όπως ήταν αναμενόμενο, τα σημεία στα οποία αλλάζει η τάξη της συνάρτησης του παλμού συμπίπτουν με τα σημεία στα οποία παρατηρείται η «απότομη» αύξηση της κλίσης.

Επίσης, σε ότι αφορά στο Σχήμα 3-22 πρέπει να σημειωθεί ότι εκτός από την αναμενόμενη αύξηση του μέσου όρου της τιμής της κλίσης φαίνεται και μια ελάττωση της περιόδου της ταλάντωσης για αυξανόμενα εύρη ζώνης. Δηλαδή συνολικά, για τιμές εύρους ζώνης μικρότερες από 10 GHz η ταλάντωση είναι αυξανόμενης περιόδου για μεγαλύτερες τιμές εύρους ηλεκτρικού φίλτρου και ελαττούμενη για τιμές εύρους μεγαλύτερες των 10 GHz. Αυτή είναι μια ακόμα ενδιαφέρουσα συσχέτιση μεταξύ του εύρους των φίλτρων και της περιόδου του αρχικού παλμού. Ωστόσο, η εικόνα αλλάζει δραματικά αν χρησιμοποιήσουμε διαφορετική τιμή για την παράμετρο L .

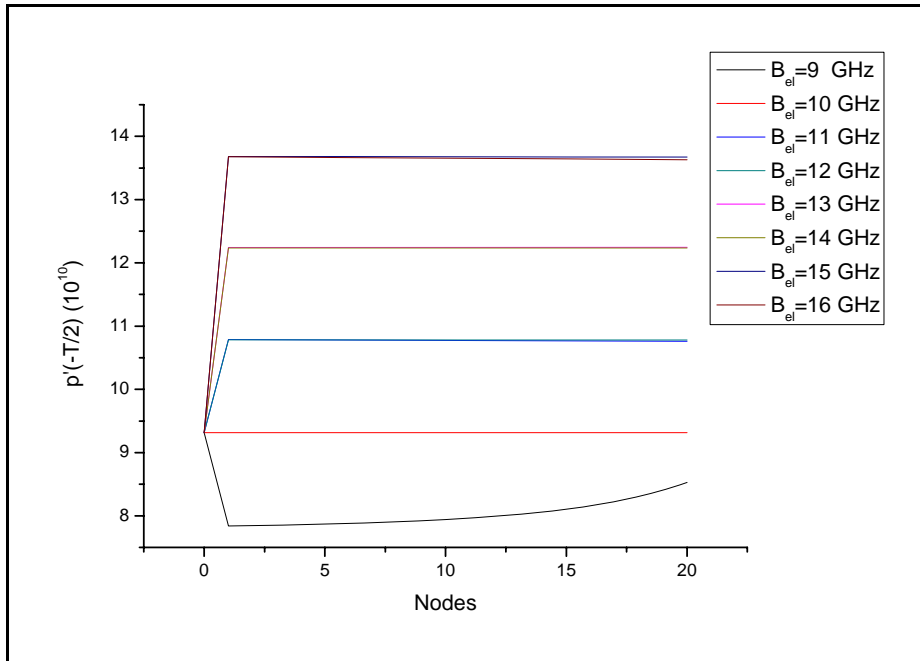
Στο Σχήμα 3-24 επιχειρείται η ίδια διαδικασία με τη διαφορά ότι η τιμή της παραμέτρου L που χρησιμοποιείται για την κάθε περίπτωση είναι η τιμή L_1 που προκύπτει από την σύγκλιση της παραμέτρου L_0 της εξίσωσης (3.14). Για εύρη ζώνης φίλτρων κάτω από 10 GHz παρατηρείται η ίδια ταλάντωση με πριν με μειούμενη περίοδο καθώς αυξάνεται το εύρος των φίλτρων, αλλά για μεγαλύτερα εύρη φίλτρων παρατηρείται μια σχετική σταθεροποίηση της κλίσης (όχι απότομες μεταβολές), κάτι το οποίο οφείλεται στην φαινόμενη σταθεροποίηση της τάξης της συνάρτησης η οποία χρησιμοποιείται. Για την ακρίβεια η κλίση δε σταθεροποιείται εντελώς αλλά συνεχίζει να έχει μια ελαφρώς αυξητική τάση, κάτι το οποίο οφείλεται στην σταδιακή μείωση της περιόδου του παλμού, αφού η κλίση εξαρτάται τόσο από την περίοδο, όσο και από την τάξη n . Κάτι αντίστοιχο φαίνεται και στο Σχήμα 3-25 με τη διαφορά ότι χρησιμοποιήθηκε $\gamma=2\pi$ και όπως αναμένονταν η συμπεριφορά είναι ομαλότερη από την πρώτη περίπτωση. Τέλος, αντίστοιχη αλλά ακόμα ομαλότερη εικόνα παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-26 όπου $\gamma=3\pi$.



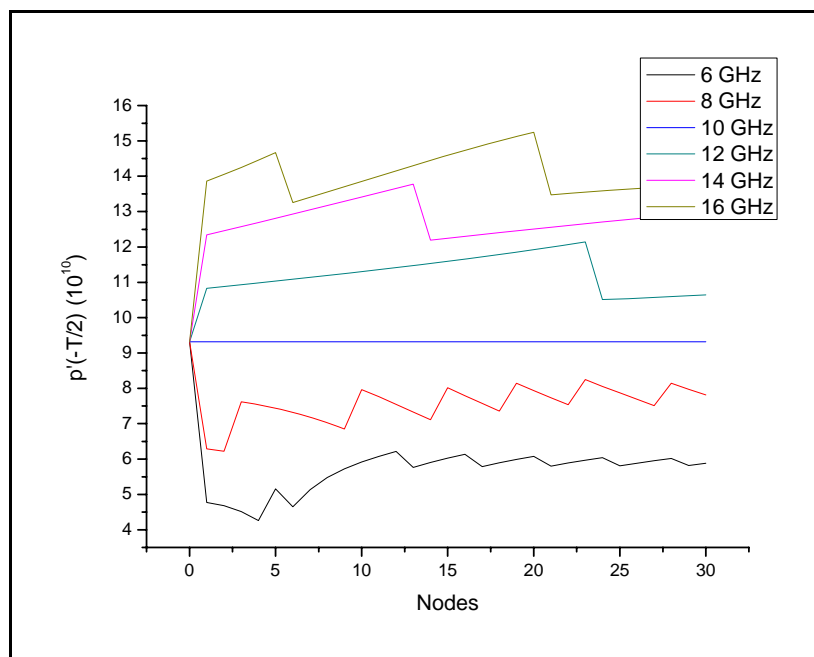
Σχήμα 3-24: Διαγράμματα κλίσης για $L=L_1$ $\gamma=\pi$ και διάφορες τιμές B_{el} .



Σχήμα 3-25: Διαγράμματα κλίσης για $L=L_1$ $\gamma=2\pi$ και διάφορες τιμές B_{el} .



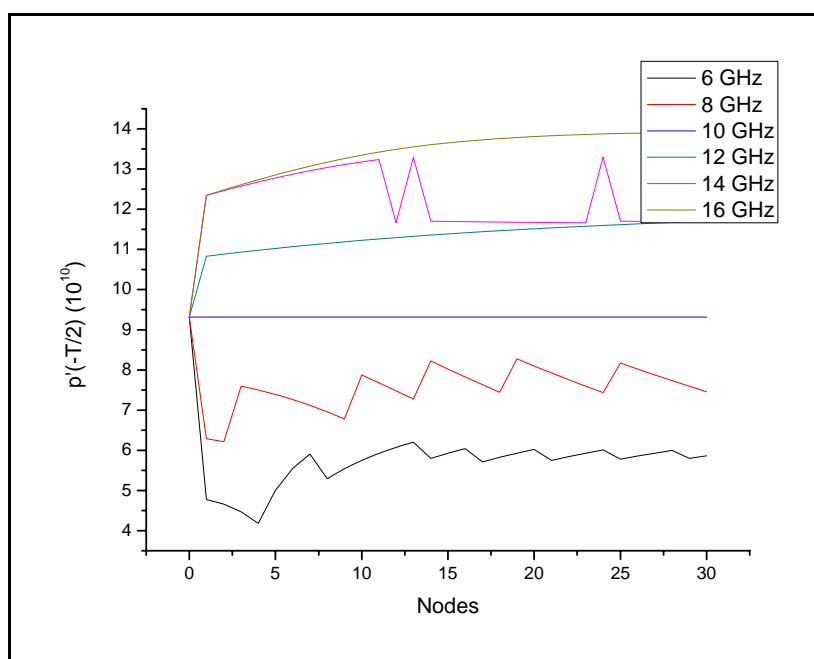
Σχήμα 3-26: Διαγράμματα κλίσης για $L=L_1$, $\gamma=3\pi$ και διάφορες τιμές B_{el} .



Σχήμα 3-27: $\gamma=3\pi$

Τέλος, δίνεται ακόμα ένα σχήμα όπως το Σχήμα 3-21 όπου $L = L_0$, με την διαφορά ότι θεωρείται μεγαλύτερη κλίση για το μη γραμμικό στοιχείο (3π). Και σ' αυτή τη γραφική παράσταση είναι εμφανές ότι η φύση της ταλάντωσης διαφέρει ανάμεσα στην περιοχή κάτω των 10 GHz και στην περιοχή άνω των 10 GHz. Στο σχήμα παρατηρείται ακόμα μια φορά με μεγαλύτερη ευκρίνεια ότι όσο αυξάνεται το εύρος ζώνης του ηλεκτρικού φίλτρου, τόσο μειώνεται και η περίοδος της ταλάντωσης, ενώ για 10 GHz, η κλίση του παλμού φαίνεται να παραμένει σταθερή.

Τέλος, παρατίθεται και ένα διάγραμμα με λίγο διαφορετική τιμή διασποράς.

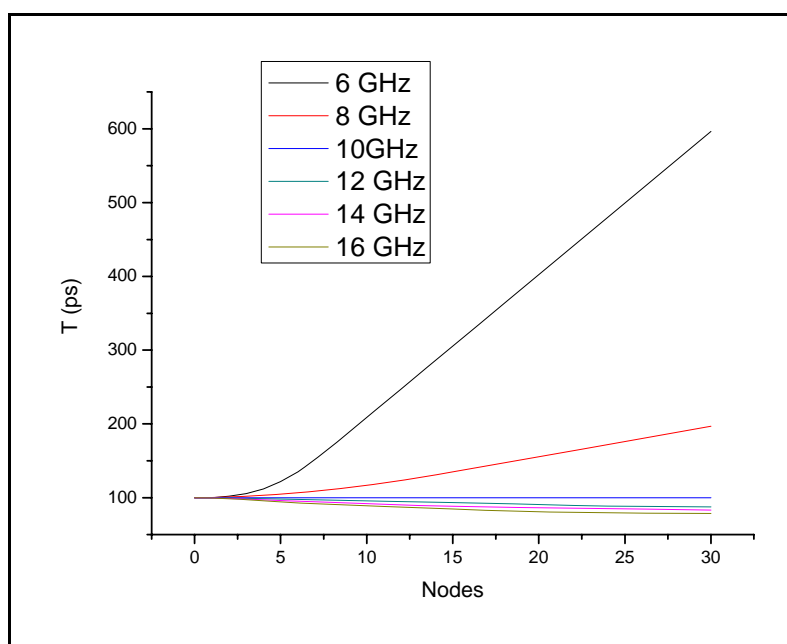


Σχήμα 3-28: Ολική διασπορά $480(ps/nm)$ και $\gamma=3\pi$.

Οι διάφορες παράμετροι παραμένουν σταθερές και μεταβάλλεται μόνο η ολική διασπορά της ίνας από $320(ps/nm)$ σε $480(ps/nm)$ ενώ η κλίση του μη γραμμικού στοιχείου είναι $\gamma=3\pi$. Η διαφορά σε σχέση με το Σχήμα 3-27 είναι ότι η περίοδος της

ταλάντωσης είναι αρκετά μεγαλύτερη για τιμές εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου μεγαλύτερες από 10 GHz, ενώ παρατηρείται και μια έντονη διακύμανση τιμών για τα 14 GHz σε κάποια σημεία της αλυσίδας, κάτι το οποίο είναι πιθανό κι αυτό να οφείλεται στην διακριτή φύση της τάξης των παλμών που χρησιμοποιούμε στο μοντέλο μας.

Το επόμενο στοιχείο που μελετούμε είναι η μεταβολή της περιόδου του παλμού. Αρχικά δίνεται μια γραφική παράσταση της περιόδου συναρτήσει του αριθμού των κόμβων για τις διάφορες τιμές εύρους ηλεκτρικών φίλτρων. Παρατηρείται ότι για τιμές φίλτρου μικρότερες από 10 GHz έχουμε συνεχή αύξηση της περιόδου, ενώ για τιμές μεγαλύτερες των 10 GHz έχουμε μια μικρή μείωση και σταθεροποίηση της περιόδου.

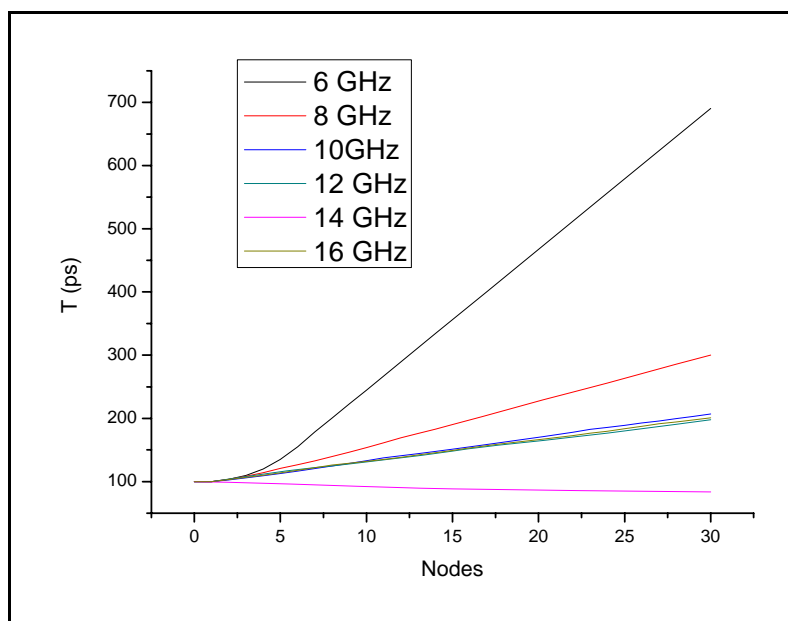


Σχήμα 3-29: Περίοδος συναρτήσει του αριθμού των κόμβων για $\gamma=3\pi$.

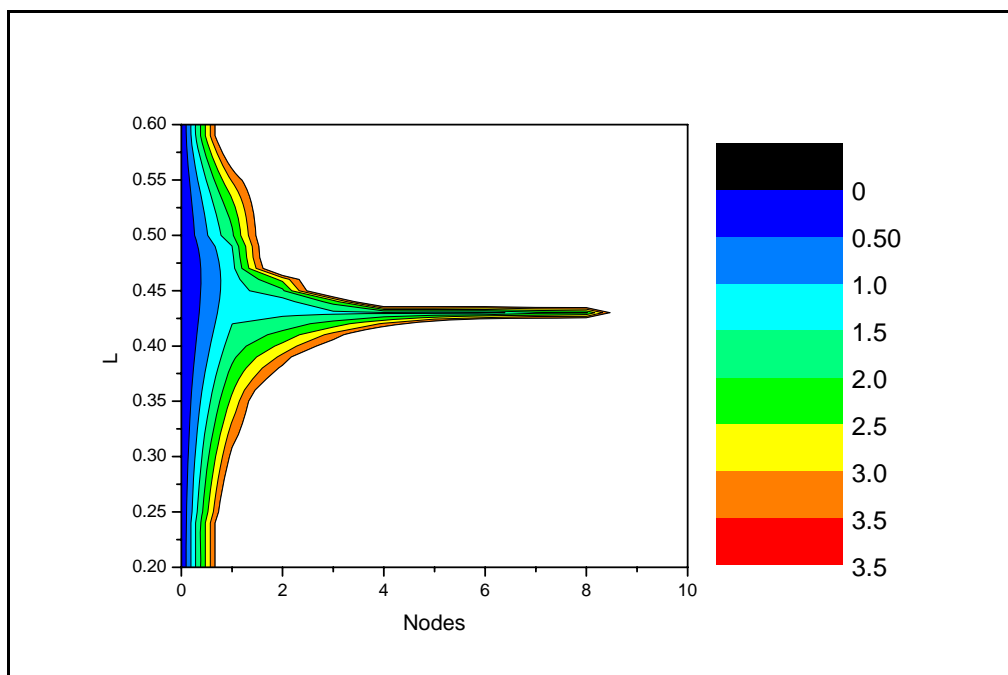
Στην πρώτη από τις δυο γραφικές παραστάσεις χρησιμοποιήθηκε $\gamma=3\pi$ (για την τιμή αυτή το μοντέλο βρίσκεται πιο κοντά στην πραγματική εικόνα) ενώ στην δεύτερη γραφική

παράσταση για την οποία χρησιμοποιείται $\gamma=\pi$ η συμπεριφορά διαφοροποιείται. Εκεί η περίοδος φαίνεται να αυξάνει σχεδόν γραμμικά με τον αριθμό των κόμβων.

Τελευταίο μέγεθος που μελετάται είναι η μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού για διάφορες τιμές του L , του αριθμού των κόμβων και για διάφορες τιμές του εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου και της τιμής της κλίσης του μη γραμμικού στοιχείου. Οι τιμές των παραμέτρων που θα χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή των σχημάτων είναι οι ακόλουθες: $T = 100 ps, n = 6, P = 1, B_{opt} = 40 GHz, D \cdot z = 320 (ps / nm), \gamma = \pi$ και επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις για ηλεκτρικά φίλτρα εύρους ζώνης από 6-16 GHz. Σε επόμενη φάση θα ληφθεί και μια νέα σειρά διαγραμμάτων για διαφορετική συνολική διασπορά, για διαφορετικές τιμές της κλίσης του μη γραμμικού στοιχείου και τέλος, θα δοθούν αναλυτικές εξηγήσεις σχετικά με την συμπεριφορά του μεγέθους της μείωσης του σχετικού κλεισίματος ματιού.



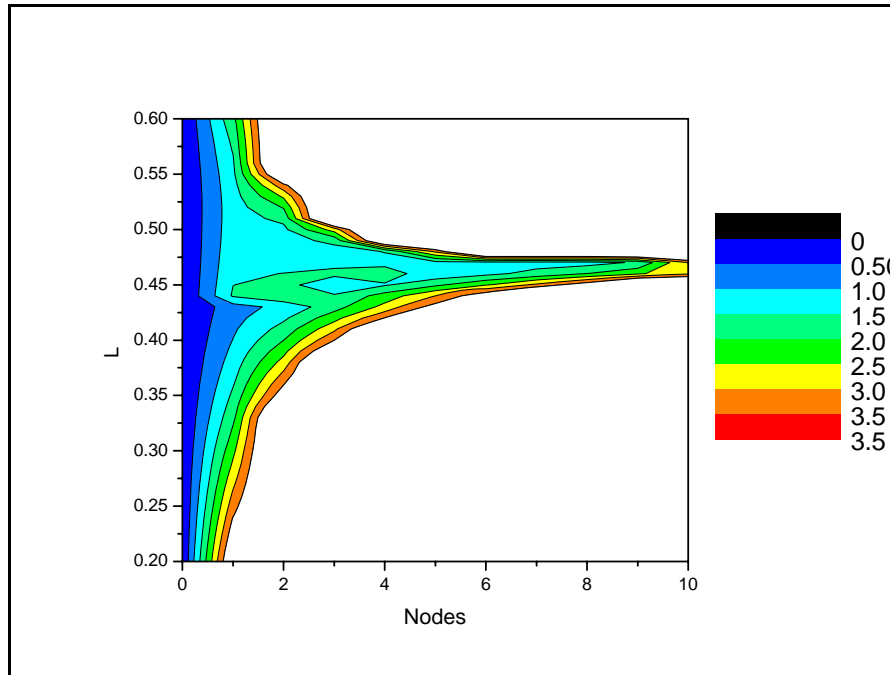
Σχήμα 3-30: Περίοδος συναρτήσει του αριθμού των κόμβων για $\gamma=\pi$



Σχήμα 3-31: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 6\text{GHz}$, $L_0 = 0.425877$, $L_1 = 0.432934$

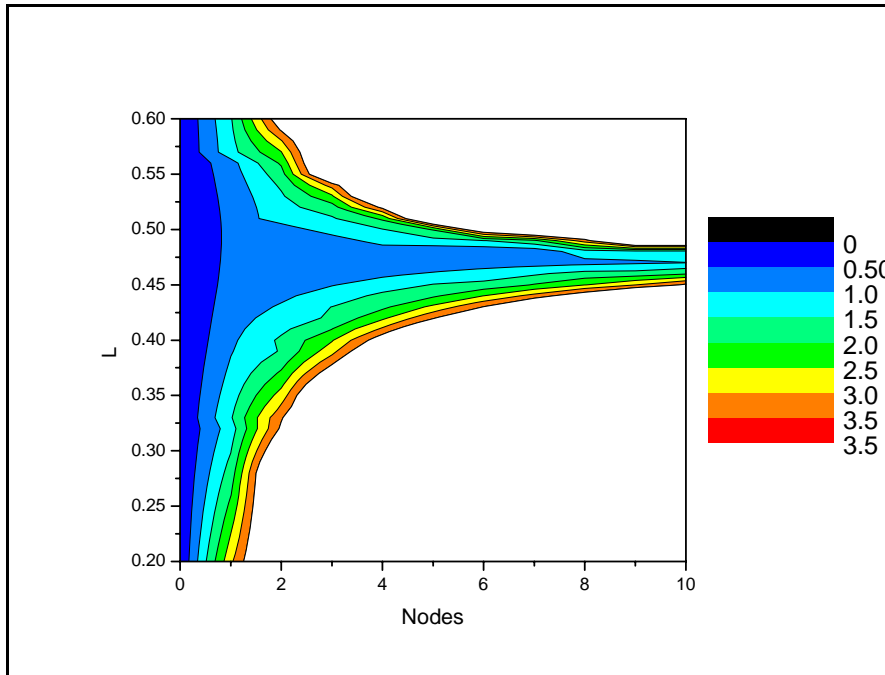
Στο Σχήμα 3-31 δίνεται το επιφανειακό διάγραμμα της μείωσης του σχετικού κλεισίματος ματιού για ηλεκτρικό φίλτρο εύρους 6 GHz. Τα χρώματα από το σκούρο μπλε μέχρι το κόκκινο και το άσπρο αντικατοπτρίζουν τα επίπεδα του μεγέθους. Δηλαδή, το χωρίο με σκούρο μπλε είναι η περιοχή παραμέτρων για την οποία ισχύει ότι η μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού είναι μικρότερη από 0.5 db, με γαλάζιο συμβολίζεται η περιοχή όπου το μέγεθος είναι μικρότερο του 1 db κλπ.

Για ένα τέτοιο σύστημα συνήθως δεχόμαστε ως μια ικανοποιητική τιμή του penalty 1-2 db. Παρατηρούμε όμως, ότι για τόσο μικρό εύρος ηλεκτρικού φίλτρου, για πολύ μικρό αριθμό κόμβων αποκτούμε πολύ σημαντική παραμόρφωση και το σύστημά μας είναι πρακτικά εκτός λειτουργίας. Ωστόσο, είναι εμφανές ότι το βέλτιστο σημείο λειτουργίας επιτυγχάνεται για την τιμή L_1 με την οποία το σύστημα παραμένει εντός λειτουργίας για 7-8 κόμβους

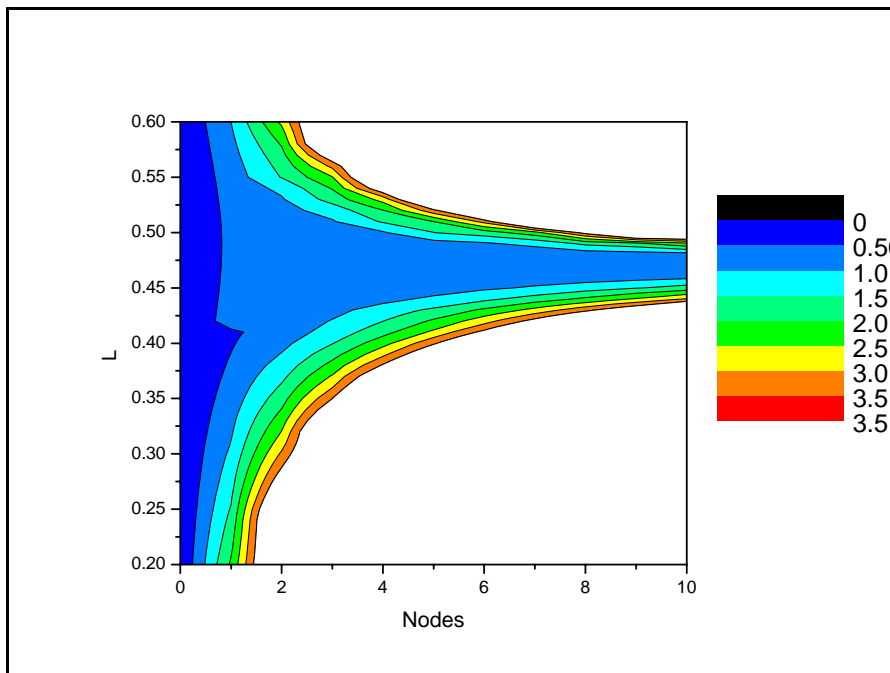


Σχήμα 3-32: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 8\text{GHz}, L_o = 0.459398, L_1 = 0.471087$

Ομοίως με παραπάνω, στο Σχήμα 3-32 για φίλτρο εύρους 8 GHz είναι εμφανές ότι βελτιώνεται κάπως η δυνατότητα μέγιστης διαδοχικής επανατοποθέτησης του συστήματος, φτάνοντας οριακά τους 9 κόμβους, χωρίς ωστόσο να είναι αυτός ακόμα ικανοποιητικός.



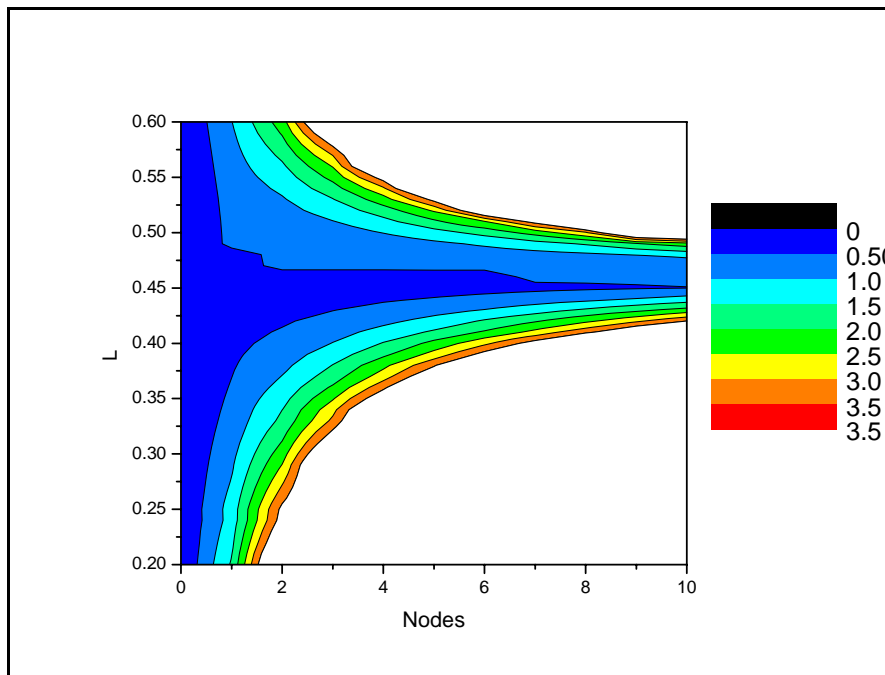
Σχήμα 3-33: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{ei} = 10\text{GHz}, L_0 = 0.4634, L_1 = 0.476963$



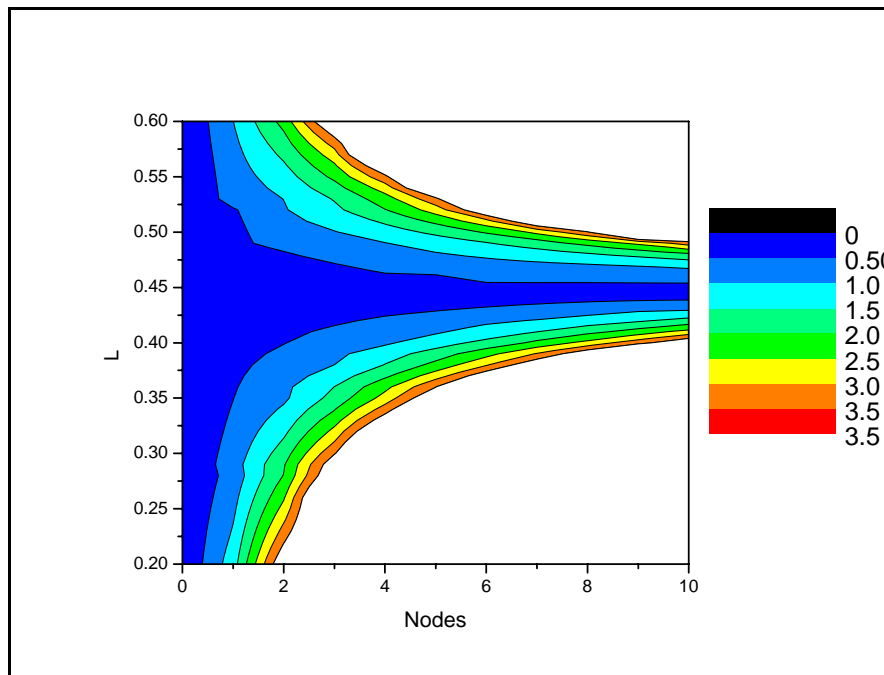
Σχήμα 3-34: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{ei} = 12\text{GHz}, L_0 = 0.459543, L_1 = 0.475354$

Σημαντική διαφοροποίηση παρατηρείται για φίλτρο 10 GHz. Πλέον είναι δυνατό να υφίσταται ένα σύστημα 10 κόμβων με τιμή του penalty κάτω από 1 db.

Αντίστοιχα διαγράμματα παρατίθενται για τιμές εύρους ηλεκτρικού φίλτρου μέχρι και 16GHz, ανά 2 GHz έτσι ώστε να γίνει εμφανής η σταδιακή βελτίωση της μετρούμενης ποσότητας μείωσης του σχετικού κλεισίματος ματιού ,με την αύξηση του εύρους ζώνης του φίλτρου.

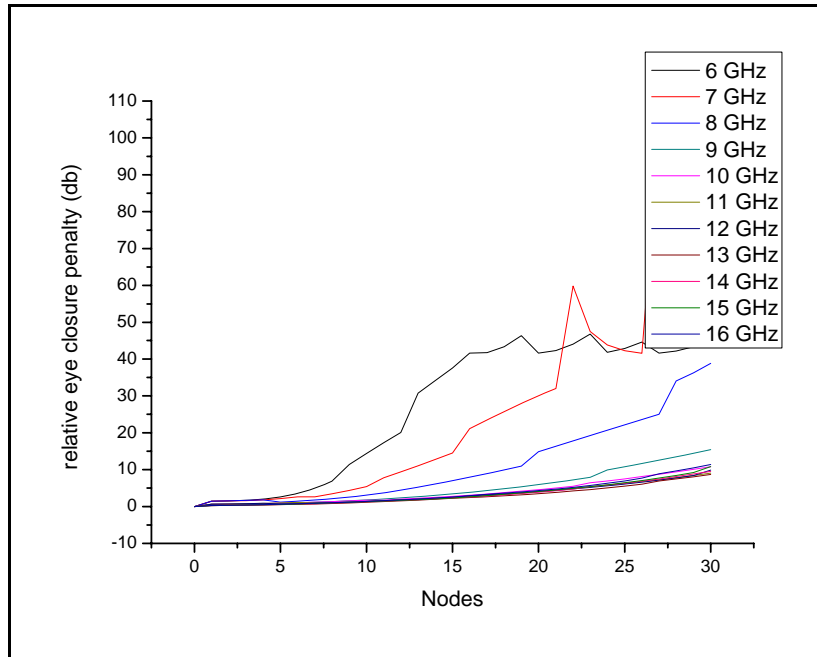


Σχήμα 3-35: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 14GHz, L_0 = 0.439029, L_1 = 0.457808$



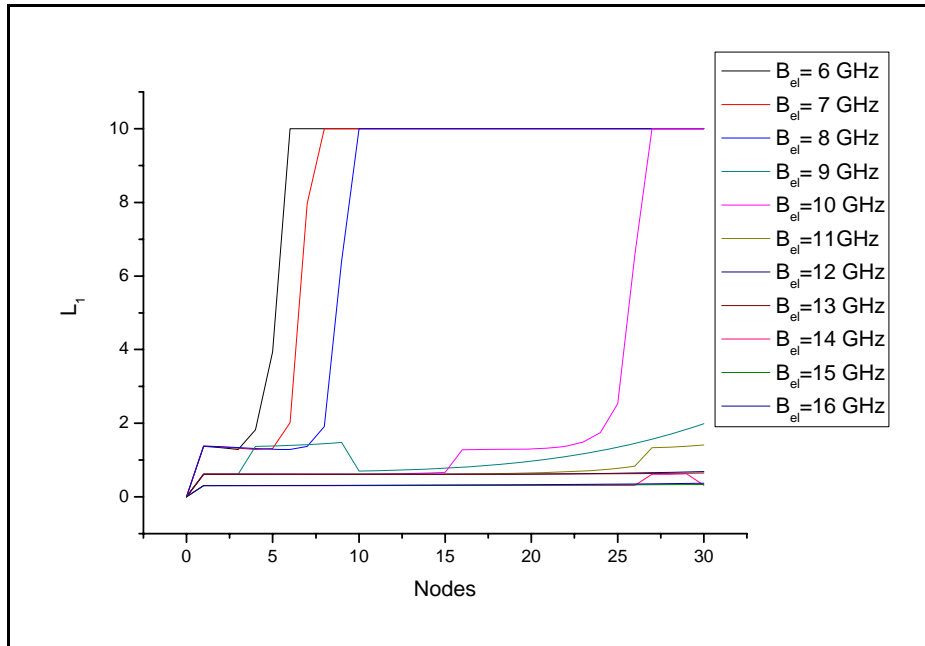
Σχήμα 3-36: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 16GHz, L_0 = 0.423721, L_1 = 0.447236$

Όπως πλέον ξεκάθαρα φαίνεται και από το τελευταίο σχήμα, ποιοτικά είναι λογικό να καταλήξουμε ότι όσο μεγαλύτερο είναι το εύρος ζώνης του χρησιμοποιούμενου φίλτρου, τόσο καλύτερη συμπεριφορά θα παρατηρείται σε ότι αφορά την μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού. Ωστόσο, μια σημαντική παράμετρος είναι αυτό που παρατηρήσαμε στο Σχήμα 3-29, όπου είδαμε ότι η περίοδος αυξάνει με τον αριθμό των κόμβων για ηλεκτρικά φίλτρα με τιμή εύρους μεγαλύτερη των 10 GHz, για τον 100 ps παλμό μας και είναι περισσότερο πιθανό το σύστημά μας να «κινδυνεύει» από διασυμβολική παρεμβολή.



Σχήμα 3-37: Relative penalty συναρτήσει του αριθμού των κόμβων για ηλεκτρικά φίλτρα εύρους 6-16 GHz, $L = L_0(T, n, k, F, m)$ και $\gamma = \pi$

Επιπλέον, γνωρίζοντας ότι η περιοχή του της ελάχιστης παραμόρφωσης βρίσκεται γύρω από το σημείο L_1 μπορούμε με σιγουριά να πούμε ότι θέτοντας $L = L_1$ ανάλογα με το σύστημά μας μπορούμε να πετύχουμε την καλύτερη δυνατή συμπεριφορά σχετικά με την μείωση της διαφοράς της ενέργειας που μετράμε στην έξοδο σε σχέση με την διαφορά της ενέργειας μεταξύ άσσου και μηδενικού που μετράμε στην είσοδο. Στο Σχήμα 3-37 παρατίθεται επίσης ένα διάγραμμα της μείωσης του σχετικού κλεισίματος ματιού συναρτήσει του αριθμού των κόμβων, μόνο για $L = L_0$ και για διαφορετικά ηλεκτρικά φίλτρα και στο Σχήμα 3-38 δίνεται ένα αντίστοιχο διάγραμμα για $L = L_1$.

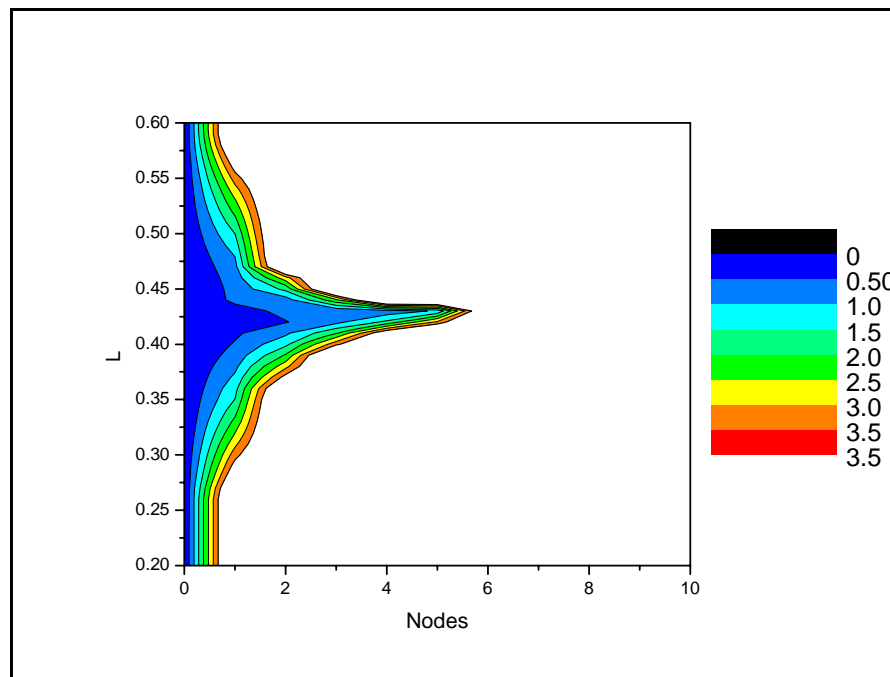


Σχήμα 3-38: Relative penalty συναρτήσει του αριθμού των κόμβων για ηλεκτρικά φίλτρα εύρους 6-16 GHz, $L = L_1$ και $\gamma = \pi$. Σημείωση: Η απότομη αύξηση του penalty στην τιμή 10 για κάποιες τιμές φίλτρων είναι ενδεικτική. Στην πραγματικότητα, στις περιπτώσεις αυτές, απλώς ο παλμός μας έχει συρρικνωθεί εντελώς και το πραγματικό penalty είναι άπειρο.

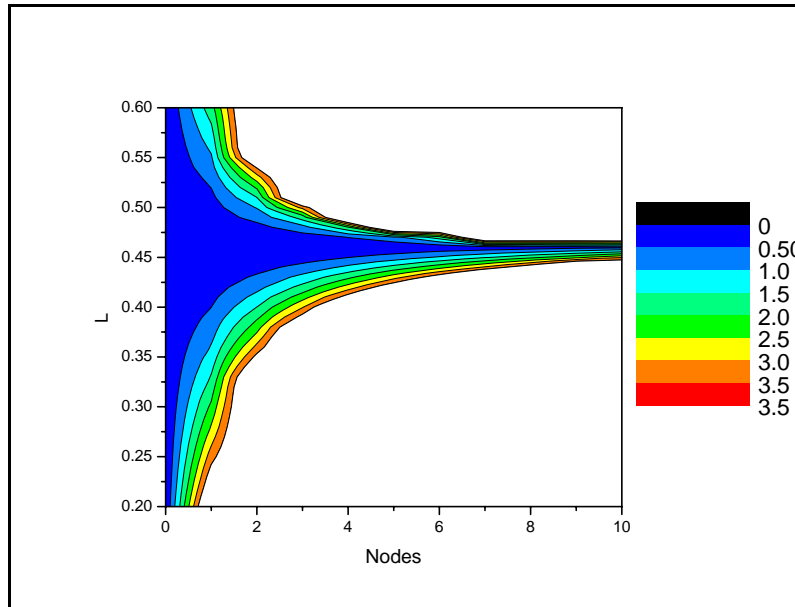
Στο πρώτο διάγραμμα αυτό που μπορεί κανείς να παρατηρήσει και πάλι είναι ότι το οριακό εύρος ηλεκτρικού φίλτρου είναι τα 10 GHz. Για τιμές μικρότερες των 10 GHz, το penalty αυξάνει αρκετά συναρτήσει του αριθμού των κόμβων και η συμπεριφορά του είναι σχετικά απρόβλεπτη. Ωστόσο, για φίλτρα με εύρος μεγαλύτερο των 10 GHz, η συμπεριφορά τείνει να εξομαλυνθεί και παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στις γραφικές για τις διάφορες τιμές φίλτρων.

Αρκετά καλύτερη συμπεριφορά έχει το σύστημα για $L = L_1$ και ειδικά για τιμές εύρους του ηλεκτρικού φίλτρου μεγαλύτερες από 10 GHz. Μάλιστα, για τιμές εύρους του φίλτρου αρκετά μεγαλύτερες των 10 GHz (π.χ. 15-16 GHz), η μείωση του σχετικού σφάλματος ματιού διατηρείται σταθερά μικρότερο των 0.5db ακόμα και για τον 30^ο κόμβο.

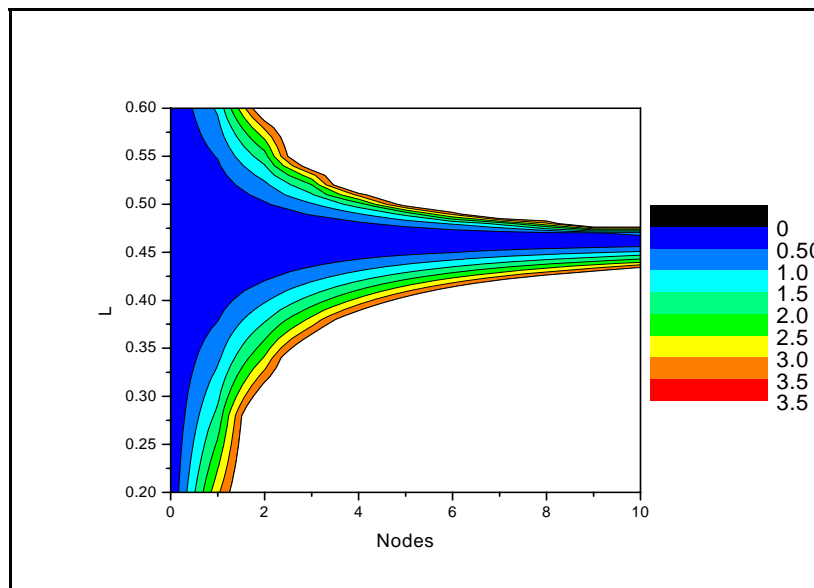
Ακολούθως θα γίνει μια προσπάθεια ανάλυσης του συστήματος για διαφορετικές τιμές παραμέτρων. Στα επόμενα σχήματα απεικονίζεται η μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού για μεγαλύτερες τιμές κλίσης της συνάρτησης μεταφοράς του μη γραμμικού στοιχείου. Στα διαγράμματα που ακολουθούν έχει θεωρηθεί κλίση $\gamma=3\pi$.



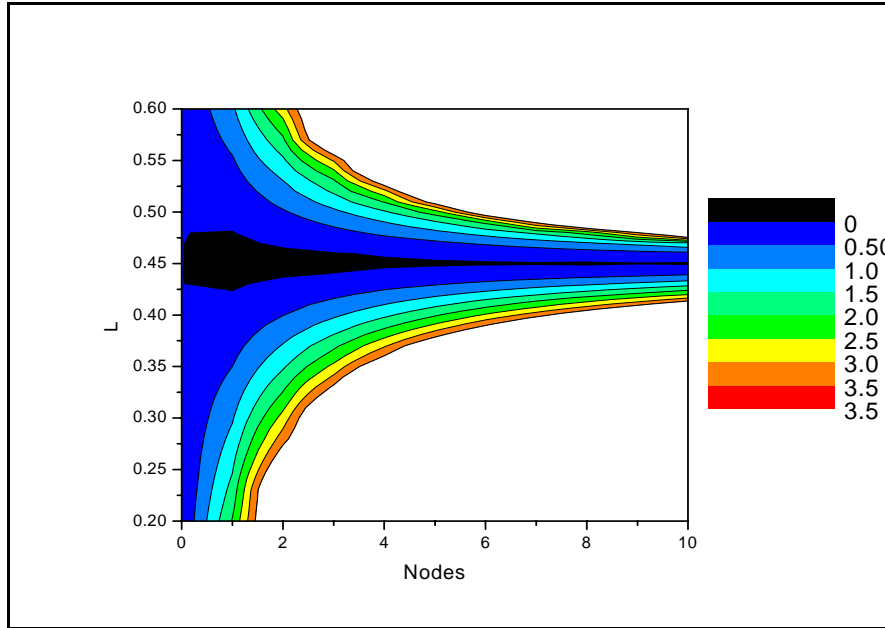
Σχήμα 3-39: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 6GHz, L_0 = 0.425877, \gamma = 3\pi, L_1 = 0.430325$



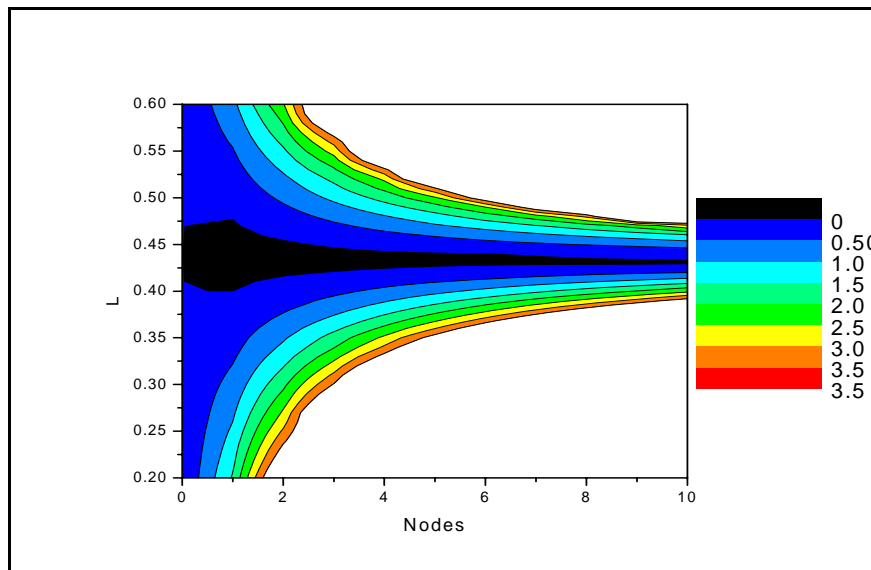
Σχήμα 3-40: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 8\text{GHz}, L_0 = 0.459398, \gamma = 3\pi, L_1 = 0.463304$



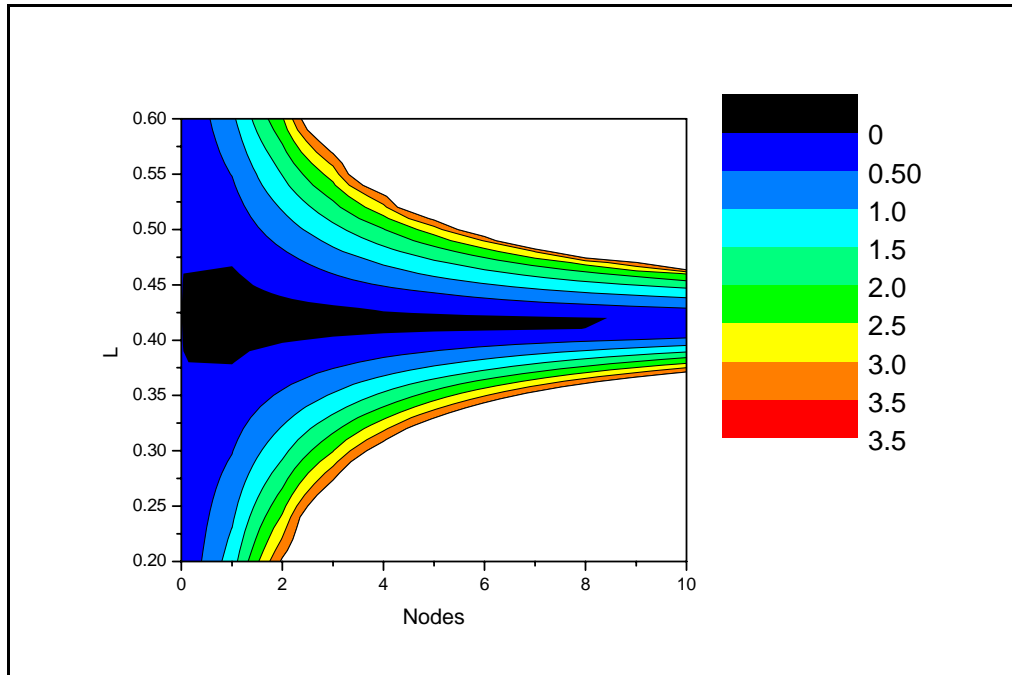
Σχήμα 3-41: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 10\text{GHz}, L_0 = 0.4634, \gamma = 3\pi, L_1 = 0.4634$



Σχήμα 3-42: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 12\text{GHz}$, $L_0 = 0.453643$, $\gamma = 3\pi$, $L_1 = 0.450906$

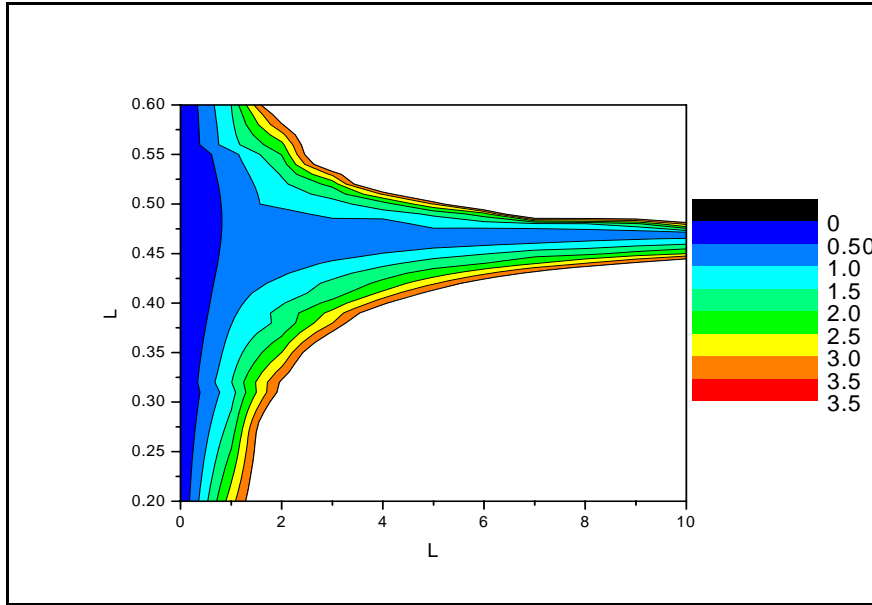


Σχήμα 3-43: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 14\text{GHz}$, $L_0 = 0.439029$, $\gamma = 3\pi$, $L_1 = 0.432812$

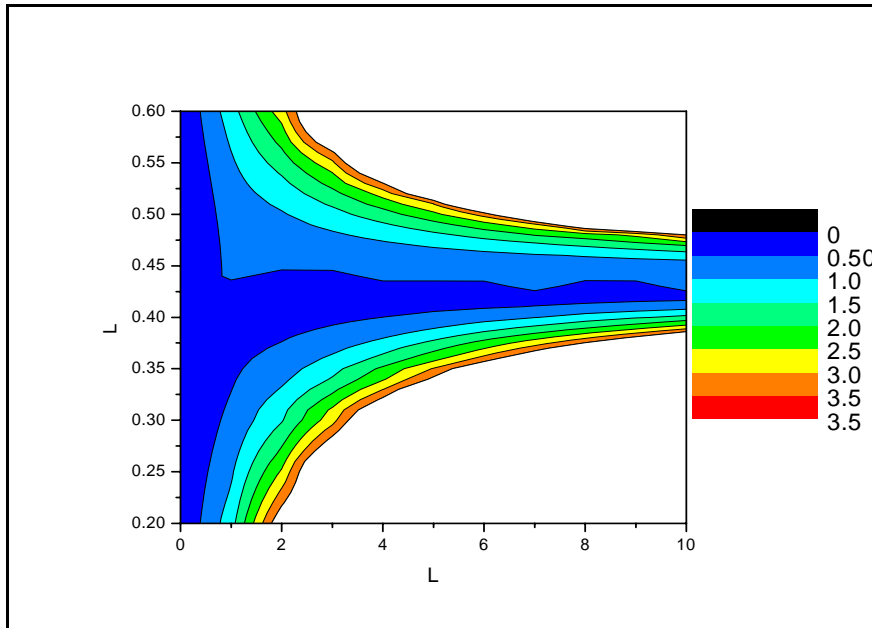


Σχήμα 3-44: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 16\text{GHz}$, $\gamma = 3\pi$, $L_0 = 0.423721$, $L_1 = 0.413702$

Τέλος, παρατίθενται 2 παρόμοια διαγράμματα για διαφορετική (λίγο μεγαλύτερη) τιμή συνολικής διασποράς και συγκεκριμένα $D \cdot z = 480(\text{ps}/\text{nm})$. Αυτό που παρατηρείται σ' αυτά τα διαγράμματα είναι ότι υπάρχει μια μικρή αύξηση του σχετικού penalty για όλες τις εξεταζόμενες τιμές του L και μια μικρή μετατόπιση του βέλτιστου κατωφλίου προς τα κάτω.



Σχήμα 3-45: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 10GHz, L_0 = 0.455003, \gamma = \pi, L_1 = 0.471624$

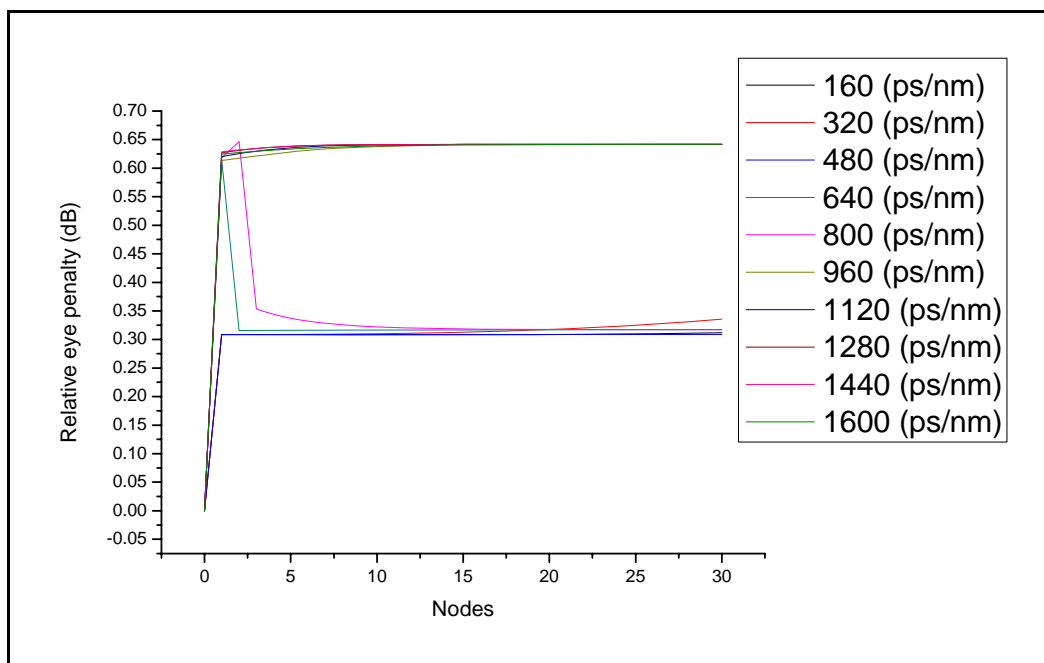


Σχήμα 3-46: Σχετικό κλεισίματος ματιού με παραμέτρους:
 $B_{el} = 16GHz, L_0 = 0.397595, \gamma = \pi, L_1 = 0.42356$

Σαν γενικό σχόλιο σε ότι αφορά στα παραπάνω διαγράμματα, υπάρχει ένα εύρος τιμών της παραμέτρου L για το οποίο η μείωση σχετικού κλεισίματος ματιού παραμένει ελάχιστη

γύρω από την τιμή L_1 για τις συγκεκριμένες τιμές παραμέτρων του συστήματος. Επίσης, παρατηρείται μια αύξηση αυτού του εύρους όταν αυξάνεται το εύρος ζώνης του ηλεκτρικού φίλτρου με ταυτόχρονη βελτίωση του μετρούμενου penalty.

Τέλος, παρατίθεται και ένα ακόμα διάγραμμα της μείωσης του σχετικού κλεισίματος ματιού για το βέλτιστο κατώφλι, με φίλτρο 15GHz και για διαφορετικές τιμές διασποράς.



Σχήμα 3-47: Σχετικό κλείσιμο ματιού για $B_{el} = 15GHz$, τιμές διασποράς από 160 – 1600 (ps / nm) και λοιπές τιμές παραμέτρων όπως και παραπάνω.

Από το παραπάνω σχήμα παρατηρείται ότι το φαινόμενο της διασποράς δεν επηρεάζει δραματικά την συμπεριφορά του παλμού σύμφωνα με το συγκεκριμένο μοντέλο και για το συγκεκριμένο παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκε. Όπως προκύπτει για τις περισσότερες περιπτώσεις τιμών διασποράς, μέσα στα πρώτα στάδια της αλυσίδας το σχετικό κλείσιμο ματιού αποκτά μια τιμή, η οποία παραμένει σχεδόν σταθερή.

3.6 Αξιολόγηση του μοντέλου

Σ' αυτή την ενότητα γίνεται σε πρώτη φάση μια προσπάθεια να συζητηθούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του μοντέλου και να αναλυθεί ο τρόπος με τον οποίον αυτά επιδρούν στην αξιοπιστία του, ενώ στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διάφορα πλεονεκτήματα, μειονεκτήματα του μοντέλου και οι επιλογές που έγιναν κατά την ανάπτυξή του.

Αρχίζοντας από τα μειονεκτήματα, το πρώτο, και σημαντικότερο, είναι η προσέγγιση, που υποχρεωτικά γίνεται σε κάθε βήμα της αλυσίδας, σε ότι αφορά στην μορφή του εισερχόμενου και εξερχόμενου από το μη γραμμικό στοιχείο παλμού. Το εισαγόμενο σφάλμα οφείλεται αποκλειστικά στην διακριτή φύση των τάξεων της multi Gaussian συνάρτησης (πρόβλημα το οποίο έχουν και άλλες παρεμφερείς συναρτήσεις, π.χ. οι super Gaussian με ακέραια τάξη m), δηλαδή στο γεγονός ότι, για το συγκεκριμένο πρόβλημα, σε κάθε στάδιο της αλυσίδας, γίνεται αναγκαστικά στρογγυλοποίηση της τάξης σε ακέραιο για τον υπολογισμό της κλίσης του εξερχόμενου παλμού. Πρακτικά δηλαδή, δεν έχουμε όλο το πιθανό εύρος τιμών για τις κλίσεις του τραπεζίου που εξέρχεται από το μη γραμμικό στοιχείο, αλλά μόνο διακριτές τιμές αυτού του εύρους αυτού (οι οποίες ωστόσο, είναι αρκετά πυκνές).

Επιπλέον, σε ότι αφορά στη στρογγυλοποίηση, έγινε εξαρχής η παραδοχή ότι η τάξη που αντιστοιχεί στην επιθυμητή κλίση στρογγυλοποιείται προς στον πλησιέστερο ακέραιο. Δυο εναλλακτικές επιλογές θα μπορούσαν να έχουν χρησιμοποιηθεί, η στρογγυλοποίηση προς τα κάτω ή αντίστοιχα προς τα πάνω. Το πλεονέκτημα της πρώτης περίπτωσης είναι η βεβαιότητα για την υποεκτίμηση της μετρούμενης ποσότητας του σχετικού κλεισίματος ματιού για τον διαδιδόμενο παλμό σε κάθε βήμα. Πράγματι, αφού ο παλμός σε κάθε βήμα αντιστοιχίζεται σε κλίση μικρότερη ή ίση από αυτή που πραγματικά έχει αποκτήσει, η ενέργεια που περιλαμβάνεται σε μια περίοδο είναι μικρότερη της πραγματικής. Ωστόσο,

παρατηρώντας απλά το Σχήμα 3-11 για τις συγκεκριμένες τιμές παραμέτρων, καθίσταται σαφές ότι ούτως ή άλλως υποεκτιμάται το σχετικό κλείσιμο ματιού αφού η multi Gaussian συνάρτηση, με εξαίρεση πολύ μεγάλες τάξεις, αδυνατεί να περιγράψει με ακρίβεια τον τραπεζοειδή παλμό που εξέρχεται από το μη γραμμικό στοιχείο και ειδικά στα πάνω άκρα (στις «γωνίες» δηλαδή του τραπεζίου). Προκειμένου λοιπόν να επιτευχθεί μια καλύτερη εκτίμηση της μείωσης του σχετικού κλεισίματος ματιού, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στρογγυλοποίηση προς τα πάνω, αφού με αυξημένη κλίση θα μετράται και μεγαλύτερο εμβαδό, αντισταθμίζοντας έτσι ως ένα βαθμό την απώλεια της προσέγγισης. Ωστόσο, χρησιμοποιήθηκε η στρογγυλοποίηση ωστόσο προς τον πλησιέστερο ακέραιο, αφού αν μη τι άλλο, παρέχει της καλύτερη εικόνα σε ότι αφορά την πραγματική τιμή της κλίσης. Επίσης, πρέπει να αναφερθεί ότι από παρατήρηση του μοντέλου, ποιοτικά, όσο αυξάνει η κλίση της συνάρτησης μεταφοράς του μη γραμμικού στοιχείου (με τιμές του γ κοντά στο 10), τόσο περισσότερο συγκλίνει το μοντέλο με την πραγματική εικόνα.

Στα παραπάνω πρέπει να προστεθεί και μια ακόμα εγγενής αδυναμία των multi Gaussian παλμών να περιγράψουν παλμούς με κλίσεις μικρότερες από αυτήν που αντιστοιχεί στη μηδενική τάξη. Ωστόσο, ευτυχώς, η συγκεκριμένη αδυναμία δεν επηρεάζει καθόλου το μοντέλο αφού στην συγκεκριμένη περίπτωση το σύστημα θα ήταν ούτως ή άλλως εκτός λειτουργίας και η μείωση του σχετικού κλεισίματος ματιού θα ήταν ήδη πολύ μεγαλύτερη από τα 1-2 dB, που μπορεί να ανεχτεί ο δέκτης.

Τέλος, σημαντικό σφάλμα εισάγει και το γεγονός ότι για την είσοδο στο μη γραμμικό στοιχείο είναι αναγκαίο να γίνει προσέγγιση Taylor στα πλευρικά άκρα του παλμού εισόδου, αφού η μαθηματική περιγραφή του σ' εκείνο το σημείο δεν είναι η πλέον κατάλληλη για την εισαγωγή στο μη γραμμικό στοιχείο με τη μοντελοποίηση του τελευταίου έτσι όπως επιλέχθηκε. Σημαντική βελτίωση θα μπορούσε πιθανώς να επιτευχθεί με προσέγγιση Taylor ανώτερης τάξης ($2^{75} - 3^{75}$), ωστόσο σε τέτοια περίπτωση αυξάνει σημαντικά η

πολυπλοκότητα της όλης διαδικασίας και ανατρέπεται η βασική ιδέα να καταστεί το μοντέλο ένα απλό και ταχύ εργαλείο ανάλυσης. Παρά τα διάφορα μειονεκτήματα του όμως, το μοντέλο έχει και πολύ σημαντικά πλεονεκτήματα.

Το βασικότερο πλεονέκτημα που καθιστά το συζητούμενο μοντέλο ένα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση και αξιολόγηση δικτύων με 2R αναγεννητές, είναι η πλήρως αναλυτική του φύση και η επίτευξη της άμεσης διασύνδεσης, ως ένα βαθμό, των παραμέτρων του συστήματος με την υποβάθμιση του μεταδιδόμενου οπτικού σήματος, κάτι το οποίο γίνεται για πρώτη φορά στην βιβλιογραφία. Το παραπάνω έχει ιδιαίτερη σημασία, αφού εκτός του ότι συνεισφέρει στην καλύτερη φυσική αντίληψη του προβλήματος, απαλλάσσει τον μελετητή του συστήματος από ιδιαίτερα πολύπλοκες και χρονοβόρες διαδικασίες αριθμητικών προσομοιώσεων, μια παράμετρος ιδιαίτερα κρίσιμη, ειδικά για εφαρμογές πραγματικού χρόνου (π.χ. εφαρμογή αλγορίθμων δρομολόγησης, χαρακτηρισμός της ποιότητας μιας ζεύξης κ.τ.λ.) ή για περιπτώσεις σχεδίασης όπου είναι χρήσιμο να μπορούν να συνδεθούν άμεσα π.χ. οι παράμετροι των διαφόρων στοιχείων με την ικανότητα μέγιστης διαδοχικής επανατοποθέτησης του συστήματος. Επιπλέον, άμεσα από το μοντέλο προκύπτουν απλοί σχεδιαστικοί κανόνες βελτιστοποίησης ενός συστήματος αλυσίδας με 2R αναγέννηση και προσδιορίζεται μονοσήμαντα και ο συσχετισμός των παραμέτρων του (π.χ. της παραμέτρου L) με τη ικανότητα διαδοχικής επανατοποθέτησης του συστήματος αυτού.

Ένα άλλο, περισσότερο θεωρητικό, πλεονέκτημα του μοντέλου, είναι η άμεση σύνδεσή του με υπάρχοντες νόμους και μελέτες της βιβλιογραφίας αφού οι multi Gaussian συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται έχουν, εν γένει, τις πολύ «βολικές» μαθηματικές ιδιότητες των Gaussian παλμών και οι Gaussian παλμοί είναι το κατεξοχήν εργαλείο που χρησιμοποιείται στην βιβλιογραφία για την περιγραφή της διάδοσης σημάτων σε οπτικές ίνες (βλ.[3]). Η εν λόγω προσέγγιση, δηλαδή, ουσιαστικά απαλλάσσεται από το μαθηματικό πρόβλημα του χειρισμού συναρτήσεων διαφορετικών από τις Gaussian, οι οποίες είναι

ιδιαίτερα βολικές μαθηματικά, ακόμα και αν χρησιμοποιούνται, για παράδειγμα, διαφορετικές μοντελοποιήσεις για τα φίλτρα ή την οπτική ίνα. Πολλές από αυτές τις περιπτώσεις διαφορετικής μοντελοποίησης, θα μπορούσαν να αποτελέσουν μια ενδιαφέρουσα περιοχή μαθηματικής έρευνας και μοντελοποίησης.

Κλείνοντας αυτό το κεφάλαιο, θα πρέπει να αναφερθεί ότι με τη διαδικασία αυτή της αναλυτικής επίλυσης του γραμμικού προβλήματος, έγινε το πρώτο βήμα για την αναλυτική αντιμετώπιση του πλήρους προβλήματος, καθώς όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου, μπορεί να «υπερτεθεί» και η επίδραση των μη γραμμικών φαινομένων της ίνας με αναλυτικό τρόπο, υπολογίζοντας έναν κατάλληλο παράγοντα αρχικής διαμόρφωσης φάσης (chirp).

3.7 Αναφορές

[1] G.P. Agrawal & M.J. Potasek, Opt. Lett. 11, 318

[2] **Anthony A. Tovar**, Physics and Engineering Programs, Eastern Oregon University,
La Grande, Oregon, 97850

[3] **Govind P. Agrawal**, Nonlinear Fiber Optics

Παράρτημα Α

Α.1 Προσαρμογή της μαθηματικής έκφρασης των multi Gaussian παλμών στο πρόβλημα

Το σκεπτικό της αλλαγής των παραμέτρων οδηγεί στην ανάγκη να υπολογιστεί η σχέση ανάμεσα στην παράμετρο w και στην περίοδο του παλμού εισόδου, αντικαθιστώντας την παράμετρο w με μια νέα παράμετρο $w = w(T, n)$ όπου το T θα είναι δεδομένο. Έτσι, για τον αρχικό multi Gaussian παλμό της σχέσης (3.1) θα έπρεπε να αναζητηθεί η λύση μιας εξίσωσης της μορφής $MG\left(\frac{T}{2}\right) = \frac{1}{e}$, όπου το T να είναι συνάρτηση του n . Λεπτομέρειες γι' αυτή ακριβώς την διαδικασία παρατίθενται πολύ αναλυτικά στο [1] απ' όπου προκύπτει ότι το T δίνεται με πολύ καλή προσέγγιση αναλυτικά για τον συγκεκριμένο παλμό.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα ωστόσο, είναι σκόπιμο να γίνει η ίδια διαδικασία, αλλά για την μαθηματική έκφραση της οπτικής ισχύος, δηλαδή για το $(MG(x))^2$ και δυστυχώς για την συγκεκριμένη περίπτωση δεν ισχύει η μεθοδολογία του [1]. Ο παλμός πρέπει να δίνεται συναρτήσει του *εύρους μισής ισχύος του*, T . Για τον λόγο αυτόν, στην διαδικασία προσδιορισμού των παραμέτρων απαιτούμε:

$$\left(MG\left(\frac{T}{2}\right)\right)^2 = \frac{\left(\sum_{m=-n}^n \exp\left[-\left(\frac{T/2 + m \cdot w}{w}\right)^2\right]\right)^2}{\sum_{m=-n}^n \exp[-m^2]} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sum_{m=-n}^n \exp\left[-\left(\frac{T/2 + m \cdot w}{w}\right)^2\right]}{\sum_{m=-n}^n \exp[-m^2]} = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.1})$$

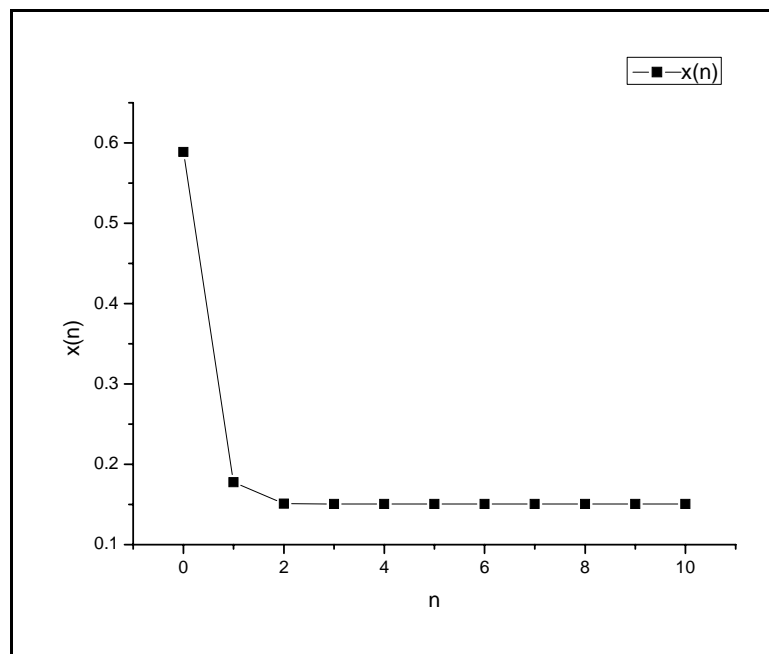
Η εξίσωση (A.1) με την αντικατάσταση $x = \frac{T/2 - n \cdot w}{w}$, μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\sum_{m=0}^{2n} \exp[-(x+m)^2] = \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\sum_{m=-n}^n \exp[-m^2] \right) \quad (\text{A.2})$$

η οποία επιλύεται αριθμητικά³ ως προς x για τις διάφορες τιμές του n. Στο σχήμα δίνονται τα αποτελέσματα αυτής της επίλυσης γραφικά, τα οποία παρατίθενται και σε μορφή πίνακα. Όπως παρατηρείται, για $n \geq 2$, η τιμή του x συγκλίνει σε μια σταθερή τιμή περίπου ίση με 0.150688. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές του x για $n=0$ μέχρι $n=5$.

n	x
0	0.588705011
1	0.177799311
2	0.15087208
3	0.150688254
4	0.150688086
5	0.150688086

Πίνακας A-1



Σχήμα A-3: Γραφική παράσταση της συνάρτησης $x(n)$ για τιμές του n από 0 έως 10

³ Ένας εναλλακτικός τρόπος προσέγγισης θα ήταν να επιλυθεί η συγκεκριμένη εξίσωση προσεγγιστικά, αντικαθιστώντας με το ανάπτυγμα Taylor μέχρι και 2^{15} τάξης τους όρους $\exp[-(x+m)^2]$, χωρίς ωστόσο να να προκύπτει πολύ ικανοποιητική ακρίβεια.

Επομένως, ορίζοντας την συνάρτηση:

$$x(n) = \begin{cases} 0.58871, n = 0 \\ 0.17780, n = 1 \\ 0.15087, n = 2 \\ 0.15069, n \geq 3 \end{cases} = \frac{\frac{T}{2} - mw}{w} \text{ και λύνοντας ως προς } w \text{ προκύπτει:}$$

$$w = T_1 = T_1(T, n) = \frac{T}{2(n + x(n))} \quad (\text{A.3})$$

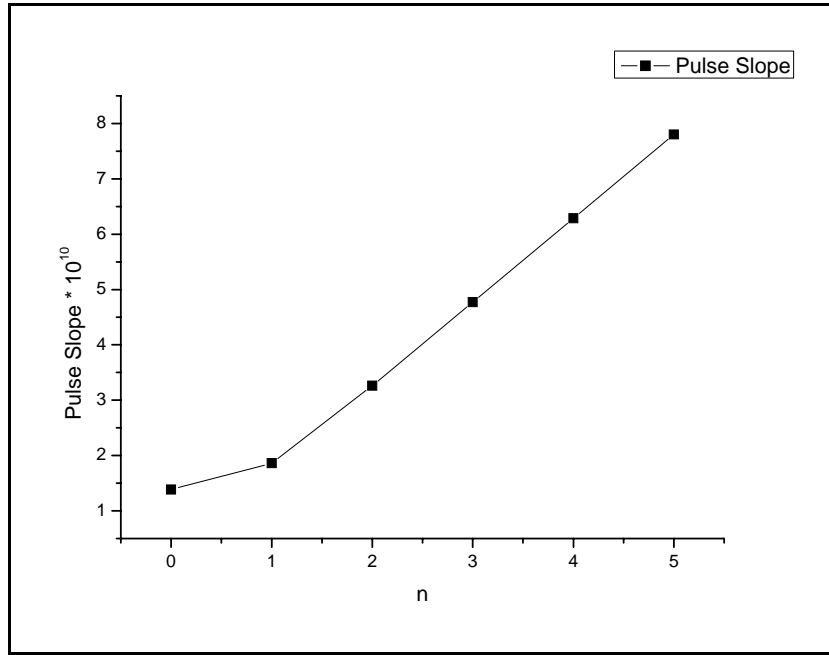
Τελικά, με βάση όλους τους παραπάνω ορισμούς, προκύπτει η μαθηματική έκφραση της οπτικής ισχύος εισόδου του προβλήματος::

$$p(t, T, n, P) = P \left(\frac{\sum_{m=-n}^n \exp \left[- \left(\frac{t - m \cdot T_1(T, n)}{T_1(T, n)} \right)^2 \right]}{\sum_{m=-n}^n \exp[-m^2]} \right)^2 \quad (\text{A.4})$$

, όπου P η ισχύς κορυφής εισόδου, T το εύρος μισής ισχύος και n η τάξη του παλμού η οποία αυξανόμενη αντιστοιχεί σε μεγαλύτερες κλίσεις των άκρων για συγκεκριμένο T και όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει και από το Σχήμα 3-4, όσο μεγαλύτερης τάξης παλμοί χρησιμοποιούνται τόσο περισσότερο η κυματομορφή προσεγγίζει τον τετραγωνικό παλμό.

Στην διαδικασία της ανάλυσης του συστήματος θα χρειαστεί η κλίση του παλμού εισόδου, την οποία υπολογίζουμε παρακάτω:

$$SI(T, n, P) = \frac{8P}{T} (n + x(n)) \frac{\sum_{m=-n}^n (n + m + x(n)) \exp \left(-(n + m + x(n))^2 \right) \sum_{m=-n}^m \exp \left(-(n + m + x(n))^2 \right)}{\sum_{m=-n}^m \exp(-m^2)} \quad (\text{A.5})$$



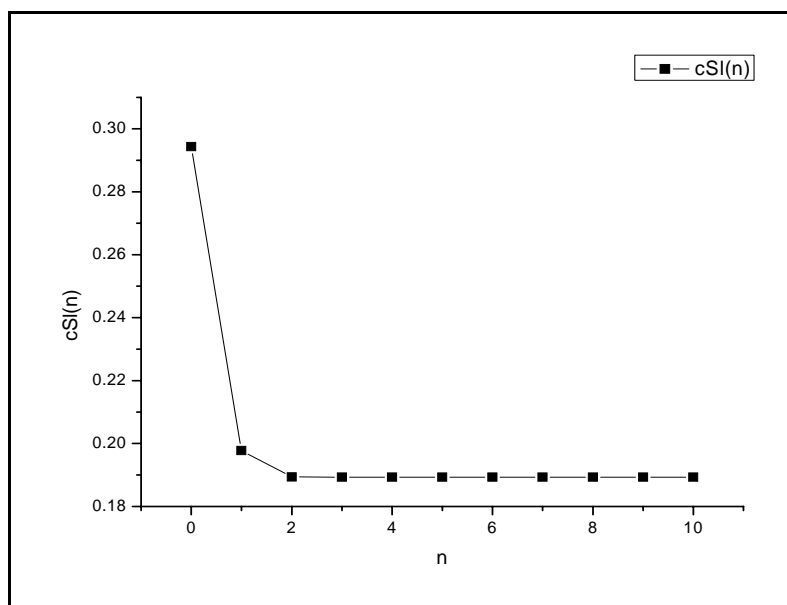
Σχήμα A-3-48: Κλίση του παλμού ισχύος για διάφορες τιμές της τάξης n για T=100 ps.

Από το σχήμα είναι εμφανές ότι παρότι και αυτή η συνάρτηση δίνεται από έναν αριετά περίπλοκο τύπο, τελικώς εκφυλίζεται σε μια περίπου γραμμική συνάρτηση, με εξαίρεση 1 ή 2 σημεία. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στους τύπους περιέχονται αθροίσματα εκθετικών συναρτήσεων του τύπου $\exp(-y^2)$ με το όρισμα να αυξάνεται όσο αυξάνει και το n. Όμως, ο όρος αυτός αντιστοιχεί σε σημαντική ποσότητα μόνο όταν το y δεν είναι πολύ μεγάλο – δηλαδή πρακτικά για n=2 το πολύ, οπότε τα αθροίσματα συγκλίνουν πολύ γρήγορα σε μια τιμή.

Μελετώντας λίγο περισσότερο τη σχέση (A.5) προκύπτει ότι η παράσταση

$$cSI(n) = \frac{\sum_{m=-n}^n (n+m+x(n)) \exp\left(-\left(n+m+x(n)\right)^2\right) \sum_{m=-n}^m \exp\left(-\left(n+m+x(n)\right)^2\right)}{\sum_{m=-n}^m \exp\left(-m^2\right)} \quad (\text{A.6})$$

συγκλίνει για $n \geq 2$ στην τιμή 0.189347.



Σχήμα A-3-49: Γραφική παράσταση της ποσότητας $cSI(n)$ για διάφορες τιμές του n από 0 έως 10

Γραφική παράσταση της (A.5) φαίνεται στο Σχήμα A-3-48 ενώ γραφική παράσταση της (A.6) φαίνεται στο Σχήμα A-3-49 από όπου προκύπτει ότι η συμπεριφορά και της συνάρτησης αυτής είναι παρεμφερής με την συμπεριφορά του $x(n)$ που συζητήθηκε παραπάνω.

Όπως είναι προφανές από όλα τα παραπάνω, η εξάρτηση της κλίσης από το n είναι σχεδόν γραμμική (με σταθερό T) και αυτό είναι μια εξαιρετικά χρήσιμη ιδιότητα την οποία εκμεταλλεύεται το συγκεκριμένο μοντέλο στις ενότητες 3.3, 3.5 όταν επιχειρείται προσέγγιση στην αρχή και στο τέλος κάθε σταδίου του παλμού εξόδου με το τετράγωνο μιας multi Gaussian συνάρτησης διαφορετικών παραμέτρων T, n .

A.2 Απόδειξη τύπου (3.13)

Μετά την προσέγγιση Taylor, το δεξί πλευρικό άκρο της συνάρτησης εισόδου, έστω $y(t)$, θα δίνεται από της σχέση $y(t) = -a\left(t - \frac{T}{2}\right) + b$. Η περίοδος του παλμού εισόδου με βάση αυτήν την προσέγγιση προκύπτει:

$$y\left(\frac{T'}{2}\right) = -a\left(\frac{T'}{2} - \frac{T}{2}\right) + b = \frac{P}{2} \Rightarrow T' = T + \frac{2b - P}{a} \quad (\text{A.7})$$

Επιπλέον, η νέα περίοδος μετά το μη γραμμικό στοιχείο συναρτήσει της παλιάς περιόδου, της κλίσης του παλμού και της παραμέτρου L , εύκολα προκύπτει ότι δίνεται από τον τύπο:

$$T_{nl} = T' + \frac{P(1 - 2L)}{a} \quad (\text{A.8})$$

, όπου T' είναι η περίοδος του παλμού εισόδου, T_{nl} η περίοδος του παλμού εξόδου, a η κλίση του αρχικού παλμού στο σημείο $-\frac{T}{2}$ και L η παράμετρος του μη γραμμικού στοιχείου.

Από τις σχέσεις (A.7) και (A.8) προκύπτει η σχέση (3.13) για την νέα περίοδο του παλμού μετά το μη γραμμικό στοιχείο.

A.3 Αναφορές

- [1] **Anthony A. Tovar**, Physics and Engineering Programs, Eastern Oregon University,
La Grande, Oregon, 97850