ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

# Ανάπτυξη Μαθηματικού Μοντέλου Παραμόρφωσης του Τοιχώματος της Καρωτίδας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μπαστούνη Ευθυμία

**Επιβλέπουσα : Κωνσταντίνα Σ. Νικήτα**
**Καθηγήτρια Ε.Μ.Π**

Αθήνα, Ιούλιος 2006

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

# Ανάπτυξη Μαθηματικού Μοντέλου Παραμόρφωσης του Τοιχώματος της Καρωτίδας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μπαστούνη Ευθυμία

**Επιβλέπουσα : Κωνσταντίνα Σ. Νικήτα**
**Καθηγήτρια Ε.Μ.Π**

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 25η Ιουλίου 2006.

| ............................ | ............................ | ............................ |
|---|---|---|
| Κ. Νικήτα | Ν. Ουζούνογλου | Δ.Κουτσούρης |
| Καθηγήτρια ΕΜΠ | Καθηγητής Ε.Μ.Π | Καθηγητής Ε.Μ.Π |

Αθήνα, Ιούλιος 2005

...................................
Ευθυμία Η.Μπαστούνη

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

# Περίληψη

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη ενός χωρο-χρονικού μαθηματικού μοντέλου το οποίο να προσομοιώνει την ακτινική μετατόπιση των διαφόρων σημείων του καρωτιδικού τοιχώματος. Στόχος μας είναι το μαθηματικό μοντέλο να προσαρμόζεται ικανοποιητικά στις καμπύλες που προέρχονται από πραγματικά δεδομένα και να μπορεί να αποτελέσει ένα μαθηματικό εργαλείο για τη μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς του τοιχώματος της καρωτίδας και την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων.

Στο πρώτο κεφάλαιο (Εισαγωγή) γίνεται αναφορά στο πρόβλημα αθηρωμάτωσης στην καρωτίδα και στον τρόπο απεικόνισης της καρωτίδας με χρήση υπερήχων .

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται και αναλύεται το θέμα της μαθηματικής μοντελοποίησης της μηχανικής συμπεριφοράς του τοιχώματος της καρωτίδας. Περιγράφονται συνοπτικά οι γενικότερες μέθοδοι μαθηματικής μοντελοποίησης τάσεων και παραμορφώσεων του καρδιαγγειακού συστήματος και περισσότερο εκτενώς ένα συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης των παραμορφώσεων του τοιχώματος της καρδιάς και πώς αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην καρωτίδα Επιπλέον, τονίζεται η ανάγκη για ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων παραμόρφωσης και διατυπώνεται εκτενέστερα ο σκοπός της παρούσης εργασίας

Στο τρίτο κεφάλαιο, που αφορά στη μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και στο υλικό που χρησιμοποιήθηκε, αφού γίνει αναφορά σε κάποιες συγκεκριμένες τεχνικές (καταγραφή ακολουθιών εικόνων υπερήχων β-σάρωσης, ανάλυση της κίνησης από ακολουθίες εικόνων με χρήση block-matching ), προσδιορίζεται και καθορίζεται τελικώς ο όρος του μοντέλου παραμόρφωσης που περιγράφει τη χρονική μεταβολή και τη χωρική μεταβολή του καρωτιδικού τοιχώματος. Στην περίπτωση του όρου που περιγράφει την χωρική μεταβολή καθορίσθηκαν δυο διαφορετικές προσεγγίσεις για την μοντελοποίηση της ανατομίας του καρωτιδικού τοιχώματος. Αφού εξακριβωθεί και επαληθευτεί το ολικό μοντέλο, γίνεται μία παρόμοια μελέτη για περίπτωση ατόμων με αθηρωμάτωση.

Το τέταρτο κεφάλαιο συνοψίζει το περιεχόμενο και τα αποτελέσματα του προηγούμενου κεφαλαίου. Ουσιαστικά είναι μία περίληψη της ουσίας της παρούσης εργασίας. Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο αναφέρονται σε γενικές γραμμές τα συμπεράσματα όλης της προηγούμενης μελέτης.

**Λέξεις Κλειδιά:** Μαθηματική μοντελοποίηση, καρωτίδα, ανάλυση κίνησης, εικόνες υπερήχων b-σάρωσης, αθηρωμάτωση

## Abstract

The aim the thesis is the development of a spatio-temporal mathematical model which will simulate the radial displacement of the carotid artery wall. The mathematical model was fitted to real data and the possibility of using it to facilitate the study of the mechanical behaviour of the arterial wall was investigated.

In the first chapter the basic principles of the diagnosis of carotid atherosclerosis as well as of ultrasound imaging are described.

In the second chapter a review of methods of mathematical modelling of the mechanical behavior of the arterial wall is presented. A specific spatio-temporal mathematical model of myocardial displacements is described in detail.

In the third chapter the methods for developing the mathematical model are described. More specifically, the procedures for recording ultrasound image sequences of the carotid artery and for analysing motion patterns of the arterial tissue are reported. The methodology for determining the parameters of the spatial- and temporal- dependence terms is presented in detail.

Examples of fitting the mathematical model to the real data, i.e. motion analysis estimated using block-matching, are included in the fourth chapter. More specifically, the model was fitted to data from normal and atherosclerotic (one symptomatic and one asymptomatic) subjects. Model parameters in the case of the symptomatic subject were different from those corresponding to healthy and asymptomatic subjects.

In conclusion, mathematical modelling of arterial displacements may be a useful tool in the study of the mechanical behaviour of the carotid artery wall.



**Key words:** Modelling, motion analysis, B-mode ultrasound imaging, carotid atherosclerosis

# Περιεχόμενα

# Α. Εισαγωγή

## Α1. Αθηρωμάτωση στην καρωτίδα 1

Το εγκεφαλικό επεισόδιο αποτελεί την τρίτη αιτία θανάτου στον ανεπτυγμένο κόσμο, μετά τη στεφανιαία νόσο και όλους τους τύπους καρκίνου. Το εγκεφαλικό επεισόδιο αποτελεί την κύρια αιτία αναπηριών, ειδικά ανάμεσα στους ηλικιωμένους. Η απώλεια ατόμων που έχουν υποστεί εγκεφαλικό επεισόδιο από το εργατικό δυναμικό και η εκτεταμένη περίθαλψή τους, καθιστούν τις οικονομικές επιπτώσεις της ασθένειας στην ιατρική μια από τις πλέον καταστροφικές.

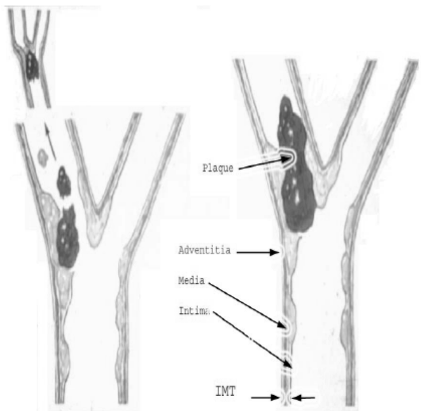
Το εγκεφαλικό επεισόδιο από κλινικής απόψεως ορίζεται ως ένα σύνδρομο που χαρακτηρίζεται από απώλεια της εγκεφαλικής λειτουργίας και εμφάνιση συγκεκριμένων συμπτωμάτων και ενδείξεων, που διαρκούν περισσότερο από 24 ώρες. Το εγκεφαλικό επεισόδιο μπορεί να οφείλεται σε ορισμένους μη αναστρέψιμους παράγοντες, όπως η ηλικία, το φύλο, το οικογενειακό ιστορικό και η φυλή, καθώς και σε ορισμένους αναστρέψιμους παράγοντες, όπως η υπέρταση, η καρδιοπάθεια, ο διαβήτης, η υπερλιπιδαιμία, η στένωση της καρωτίδας (αθηρωμάτωση ), το κάπνισμα, η κατανάλωση αλκοόλ, σωματική αδράνεια, και άλλα [1]. Από όλους τους παραπάνω παράγοντες, η στένωση της καρωτίδας αφ' εαυτής αποτελεί τον κυριότερο επαρκή παράγοντα πρόκλησης εγκεφαλικής ισχαιμίας [2].

Η αθηρωμάτωση αποτελεί την ασθένεια των μεγάλων και μεσαίων αρτηριών και χαρακτηρίζεται από σταδιακή συσσώρευση λιπιδίων, πρωτεϊνών και εστέρων χοληστερόλης στον εσωτερικό χιτώνα τους [3], που προκαλεί σημαντική μείωση της αιματικής ροής. Η αθηρωμάτωση μπορεί να εμφανιστεί σε διάφορα σημεία του αρτηριακού δένδρου, συμπεριλαμβανομένων των στεφανιαίων αρτηριών, της μηριαίας αρτηρίας, της καρωτίδας (συνήθως στην περιοχή της διακλάδωσης της έσω καρωτίδας). Όταν η αθηρωμάτωση  εμφανιστεί στην καρωτίδα (Σχήμα 1.1), τότε ο κίνδυνος εγκεφαλικού επεισοδίου αυξάνεται με το βαθμό στένωσης, ενώ ελαττώνεται με τη χειρουργική εξαίρεσή της (endarterectomy) [4]. Ο βαθμός στένωσης της καρωτίδας αποτελεί το μόνο επαρκώς εξακριβωμένο μέτρο που χρησιμοποιείται για

[1] Το περιεχόμενο των ενοτήτων Α1 και Α2 έχει ληφθεί από την εργασία «Μετασχηματισμός Hough εικόνων υπερήχων b-σάρωσης» του Ε.Σηφάκη, εργασία του μαθήματος Ψηφιακή Επεξεργασία Ιατρικής Εικόνας, Ιούλιος 2006.

την εκτίμηση του κινδύνου πρόκλησης εγκεφαλικού επεισοδίου [5], και αποτελεί, μέχρι σήμερα, το κυριότερο κριτήριο απόφασης εφαρμογής ή όχι της επεμβατικής μεθόδου αφαίρεσης της σχηματιζόμενης πλάκας .

Βέβαια, η απόφαση αντιμετώπισης της στένωσης της καρωτίδας δεν είναι πάντοτε εύκολη. Το ενδεχόμενο όφελος από την επέμβαση εξαίρεσης της αθηρωματικής πλάκας θα πρέπει να ζυγιστεί έναντι των κινδύνων αυτής της επέμβασης. Επομένως, ο βαθμός της στενώσεως, καθώς και η παρουσία ή απουσία κλινικών συμπτωμάτων αποτελούν ορισμένους σημαντικούς παράγοντες που είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη [6], [5], [7], [4].




*Εικόνα Α1.1: Διαμήκης τομή της καρωτίδας με αθηρωματική πλάκα (δεξιά) και με εμβολή (αριστερά) [8].*

## Α2. Απεικόνιση της καρωτίδας με χρήση υπερήχων

### Α2.1. Εισαγωγή

Οι υπέρηχοι είναι διαμήκη ελαστικά κύματα που διαδίδονται στο χώρο με συχνότητα μεγαλύτερη από 20 kHz. Οι υπέρηχοι που χρησιμοποιούνται στην ιατρική για διαγνωστικές εφαρμογές έχουν συνήθως πολύ μεγαλύτερες συχνότητες, της τάξεως των MHz. Τα υπερηχητικά κύματα πολύ μεγάλης συχνότητας δε διαδίδονται εύκολα, γιατί απορροφούνται και διασκορπίζονται από τα μόρια του αέρα. Όμως αυτά τα κύματα διαδίδονται εύκολα σε υγρά και στερεά και τούτο οδήγησε στην ανάπτυξη μερικών πολύ σημαντικών εφαρμογών των υπερηχητικών κυμάτων. Για παράδειγμα,

τέτοια κύματα χρησιμοποιούνται έναντι των ακτινών – X, κατηγορία ιοντιζουσών ακτινοβολιών, για να απεικονίσουν το εσωτερικό του ανθρωπίνου σώματος.
Οι υπερηχητικές «φωτογραφικές μηχανές» που δίνουν τέτοιες εικόνες χρησιμοποιούν ηχητικά κύματα με συχνότητα $10^6$ Hz. Η περαιτέρω ανάπτυξη αυτής της τεχνικής έχει οδηγήσει στην κατασκευή ακουστικών μικροσκοπίων. Οι πιο ισχυρές από αυτές τις κατασκευές χρησιμοποιούν υπερηχητικά κύματα με συχνότητα μεγαλύτερη από $10^9$ Hz, για να πάρουν σε μεγέθυνση φωτογραφίες μικρών δειγμάτων υλικών. Το μήκος κύματος αυτών των εξαιρετικά υψηλής συχνότητας ηχητικών κυμάτων ισούται με $10^{-6}$ m περίπου, το ίδιο σχεδόν με το μήκος κύματος των συνηθισμένων φωτεινών κυμάτων.
Οι υπέρηχοι χρησιμοποιούνται στη σύγχρονη ιατρική κυρίως για διαγνωστικούς σκοπούς, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις και για θεραπευτικούς σκοπούς. Συγκεκριμένα, παρέχονται εξαιρετικά χρήσιμες – για τη διάγνωση – εικόνες του σώματος, ελέγχεται η καρδιακή λειτουργία, μελετάται η ροή του αίματος στις αρτηρίες, γίνεται διαφορική διάγνωση μεταξύ κύστεων και νεοπλασμάτων, λαμβάνονται έμμεσες πληροφορίες για τη θέση διαφόρων ανατομικών δομών, χρησιμοποιούνται για τη θεραπεία της νόσου Meniere, για διαθερμίες, κ.α..
Ένα από τα βασικότερα πλεονεκτήματα των υπερήχων είναι ότι η χρήση τους δεν ενέχει γνωστούς κινδύνους για τους εξεταζόμενους και για το προσωπικό που ασχολείται με την εφαρμογή τους. Ιδιαίτερα δεν υπάρχει ο κίνδυνος των γενετικών επιδράσεων, σύμφωνα με τα στοιχεία που είναι γνωστά μέχρι σήμερα [9].

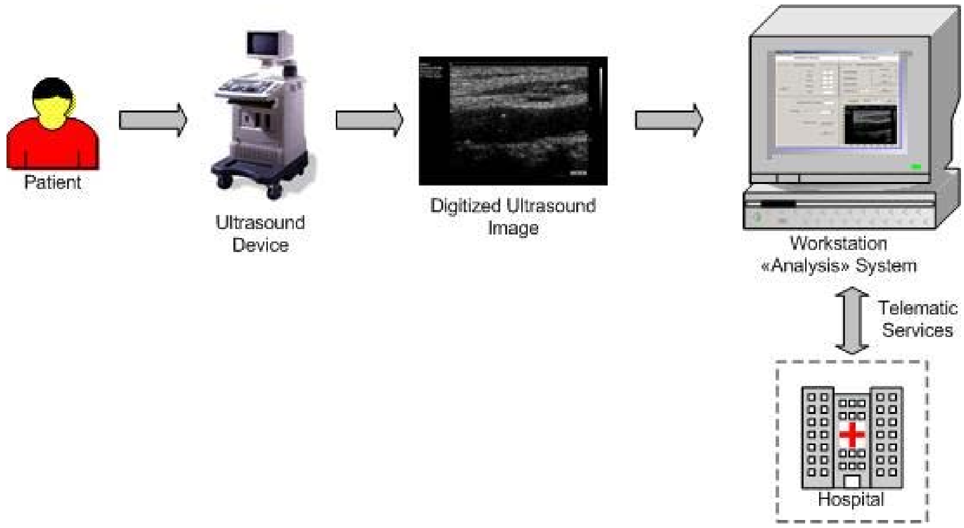
### A2.2 Απεικόνιση της καρωτίδας με χρήση υπερήχων

Η χρήση υπερήχων χρησιμοποιείται ευρύτατα στη διάγνωση της αθηρωμάτωσης στην καρωτίδα (B – mode, M – mode, Doppler). Αυτό συμβαίνει, μιας και επιτρέπει τον προσδιορισμό του βαθμού στένωσης, καθώς επίσης και της μορφολογίας της αθηρωματικής πλάκας με μη επεμβατικό τρόπο. Πιο συγκεκριμένα, η B – mode υπερηχογραφία επιτρέπει τη μη επεμβατική, πραγματικού χρόνου και υψηλής ανάλυσης απεικόνιση των επιφανειακών αρτηριακών τοιχωμάτων. Έτσι, επιτρέπει την οπτικοποίηση της αθηρωμάτωσης στα τοιχώματα του αγγείου σε κάθε στάδιο, από τη σχετική απουσία της νόσου στην ολοκληρωτική απόφραξη της αρτηρίας. Με άλλα λόγια, η B – mode υπερηχογραφία παρέχει οπτικοποίηση ολόκληρου του αρτηριακού τοιχώματος σε όλα τα στάδια προόδου της ασθένειας. Επιπροσθέτως, είναι ασφαλής και μη επεμβατική, όπως προαναφέραμε, και επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μελέτες τόσο υγιών, όσο και ατόμων που εμφανίζουν αθηρωματική πλάκα.

Στην B – mode υπερηχογραφία γίνεται εκτίμηση κάποιων παραμέτρων που βοηθούν στο χαρακτηρισμό του ιστού και στη διαφοροποίηση των υγιών από των μη περιπτώσεων. Τις πιο συνήθεις εξ αυτών αποτελούν ο βαθμός στένωσης και ο IMT (Intima – Media Thickness). Ο βαθμός στένωσης της αρτηρίας ορίζεται ως το ποσοστό ελάττωσης της διαμέτρου της κοιλότητας σε σχέση με μια διάμετρο αναφοράς. Ο IMT ορίζεται ως το πάχος του τοιχώματος της αρτηρίας. Ο τελευταίος συμβάλει στην αναγνώριση του σταδίου της αθηρωμάτωσης, όπως ήδη έχουμε αναφέρει. Επίσης, δύναται να καθορίσει την πιθανότητα που έχει μια αθηρωματική πλάκα να οδηγήσει σε εγκεφαλικό επεισόδιο [10], η οποία (πιθανότητα) αυξάνεται όπως είναι φυσικό με το βαθμό της στένωσης.

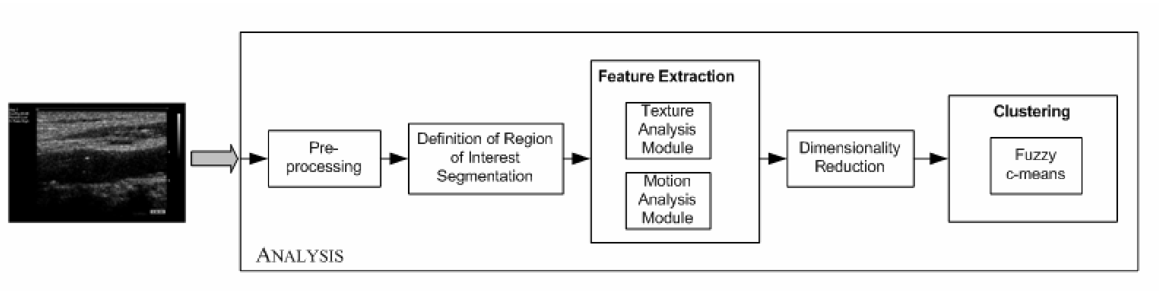
Μια άλλη χρησιμοποιούμενη παράμετρος στην B – mode υπερηχογραφία αποτελεί η ηχογένεια της πλάκας. Η τελευταία έχει εφαρμοστεί στο χαρακτηρισμό αθηρωματικών πλακών και στη διαφοροποίηση αυτών σε παθολογικών και μη περιπτώσεων. Επίσης, ποσοτικός προσδιορισμός εικόνων υπερήχων B – mode, με χρήση στατιστικής πρώτης τάξης, έχει αναφερθεί ως επιτυχής στον αντικειμενικό χαρακτηρισμό των αθηρωματικών πλακών [11].

Η υπολογιστική ανάλυση ψηφιακών εικόνων υπερήχων β-σάρωσης επιτρέπει την αυτόματη αναγνώριση του αρτηριακού τοιχώματος, την εκτίμηση της υφής και της κίνησης περιοχών του τοιχώματος, καθώς και την κατηγοριοποίηση μεταξύ διαφορετικών τύπων ιστού. Το σύστημα λογισμικού ANALYSIS, το οποίο έχει αναπτυχθεί στη Μονάδα Βιοϊατρικών Προσομοιώσεων και Απεικονιστικής Τεχνολογίας του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου με σκοπό την υποβοήθηση της διάγνωσης της αθηρωμάτωσης [23]. Παρακάτω φαίνεται σχηματικά το διάγραμμα των διαδικασιών για την ανάλυση των ιατρικών εικόνων, συμπεριλαμβανομένου αγγειακών εικόνων υπερήχων. Μία διάταξη απεικόνισης καταγράφει εικόνες ανατομικών δομών ενδιαφέροντος του ασθενούς, οι εικόνες αποθηκεύονται σε ψηφιακή μορφή και αποτελούν είσοδο στο σταθμό εργασίας, όπου έχει εγκατασταθεί το λογισμικό σύστημα για την ανάλυση των εικόνων.




*Εικόνα Α2.2.1: Στάδια για ανάλυση εικόνων υπερήχων*

Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται η αρχιτεκτονική του ANALYSIS η οποία αποτελείται από δύο βασικές δομές, που αφορούν την ανάλυση υφής και την ανάλυση κίνησης προεπιλεγμένων περιοχών ενδιαφέροντος (ROIs).




*Εικόνα Α2.2.2: Αρχιτεκτονική του συστήματος ANALYSIS*

## Β. Μαθηματική μοντελοποίηση της μηχανικής συμπεριφοράς του τοιχώματος της καρωτίδας

Λόγω της εντοπισμένης φύσης της αθηρογένεσης, έχει διατυπωθεί η υπόθεση ότι μηχανικοί παράγοντες, όπως οι διατμητικές τάσεις [20] και ο χρόνος παραμονής των σωματιδίων στο αγγειακό τοίχωμα, ευνοούν την εμφάνιση αθηρωμάτωσης σε συγκεκριμένες θέσεις του αρτηριακού συστήματος. Οι τάσεις που ασκούνται στο αρτηριακό τοίχωμα οφείλονται κυρίως στη ροή του αίματος (διατμητικές τάσεις) και στην πίεση του αίματος. Λόγω των τάσεων αυτών, το αρτηριακό τοίχωμα παραμορφώνεται σε τρεις κατευθύνσεις, συγκεκριμένα την αξονική, την ακτινική και την περιφερική κατεύθυνση. Έχει δειχθεί ότι παραμορφώσεις κατά την περιφερική κατεύθυνση, σε συνδυασμό με τις διατμητικές τάσεις, προκαλούν μορφολογικές αλλοιώσεις των ενδοθηλιακών (επιφανειακών) κυττάρων του τοιχώματος και, κατά συνέπεια, μπορεί να επηρεάσουν την ευαισθησία των κυττάρων αυτών στην επίδραση των διατμητικών τάσεων .

### Β1. Μέθοδοι μαθηματικής μοντελοποίησης τάσεων και παραμορφώσεων του καρδιαγγειακού συστήματος

Η διεθνής βιβλιογραφία περιλαμβάνει πλήθος μελετών στις οποίες έχουν διατυπωθεί μαθηματικά μοντέλα για την κατανομή των τάσεων στο τοίχωμα της καρωτίδας. Οι διαφορετικές διατυπώσεις των μαθηματικών μοντέλων οφείλονται σε διαφορετικές παραδοχές σχετικά με:

α)τη δομή (1, 2 ή 3 διαφορετικές στοιβάδες)

β)τη σύσταση (σχετική αναλογία ελαστίνης, κολαγόνου σε κάθε στοιβάδα)[15][16]

γ)τις μηχανικές ιδιότητες (ισοτροπία, ανισοτροπία). Η κατανομή των παραμορφώσεων στο χώρο επηρεάζεται από το είδος, άρα τις μηχανικές ιδιότητες, του υλικού από το οποίο αποτελούνται οι διαφορετικές στοιβάδες του τοιχώματος.

δ)τη γεωμετρία του τοιχώματος [17].

Δεδομένης της σχέσης που συνδέει τάσεις και παραμορφώσεις ενός υλικού, η εκτενής επισκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας δίνει τις απαραίτητες γνώσεις, που αποτελούν κατευθυντήρια γραμμή για μια πρώτη προσέγγιση του μαθηματικού μοντέλου των παραμορφώσεων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι από γεωμετρικής (ανατομικής) απόψεως η καρωτίδα παρουσιάζει δύο σημαντικές ιδιαιτερότητες:

α/ τον καρωτιδικό διχασμό (carotid bifurcation), όπου η κοινή καρωτίδα διαιρείται σε έσω και έξω καρωτίδα και

β/ τον καρωτιδικό βολβό (carotid bulb ή sinus), που είναι μια αύξηση της διαμέτρου του τοιχώματος στην είσοδο της έσω καρωτίδας.

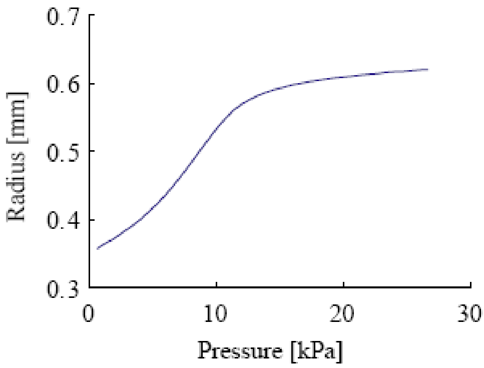
Έχει δειχθεί ότι τα ανατομικά αυτά σημεία επηρεάζουν σημαντικά την κατανομή των τάσεων, συνεπώς είναι ενδιαφέρον να μελετηθεί και η κατανομή των παραμορφώσεων σε αυτές τις θέσεις.

Οι έρευνες και οι σχετικές προσεγγίσεις-μοντέλα που ήδη έχουν θεμελιωθεί σχετικά με τη μηχανική συμπεριφορά του τοιχώματος της καρωτίδας συνοπτικά παρατίθενται παρακάτω:

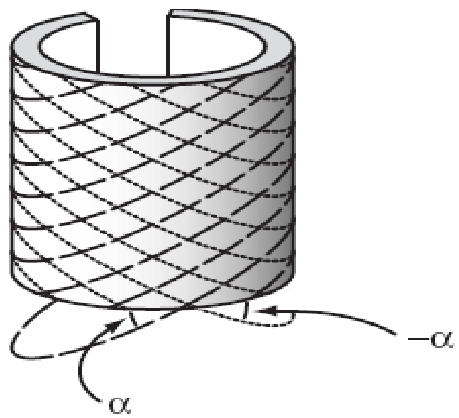
1. Οι αρχικές προσεγγίσεις μοντελοποίησης της μηχανικής συμπεριφοράς του τοιχώματος της καρωτίδας αναφέρονται σε μοντέλα που δε λαμβάνουν υπόψη τα χαρακτηριστικά της δομής και της σύστασης του τοιχώματος. Πολλές φορές βασίζονται στον καθορισμό συνάρτησης ενέργειας παραμόρφωσης περισσότερο φαινομενολογικής που δε λαμβάνει υπόψη την πληροφορία σύστασης του τοιχώματος της καρωτίδας. Η ταυτοποίηση συνάρτησης ενέργειας παραμόρφωσης είναι η προτιμότερη μέθοδος σε περιπτώσεις περιγραφής περίπλοκων ιδιοτήτων υλικών που ανήκουν σε μαλακούς ιστούς, όπως οι αρτηρίες [21][17].

2. Σε πρόσφατες μελέτες ο καθορισμός της συνάρτησης ενέργειας παραμόρφωσης πραγματοποιήθηκε με βάση την πληροφορία σύστασης του τοιχώματος της καρωτίδας. Οι μελέτες αυτές βασίζονται σε in vitro πειραματικά δεδομένα, τα οποία περιλαμβάνουν ιστολογική ανάλυση και μετρήσεις πίεσης και διαμέτρου [22].

Το συγκεκριμένο δε μοντέλο [14] λαμβάνει υπόψη παραμέτρους όπως η ελαστικότητα του κολλαγόνου, της ελαστίνης, ο κυματισμός του κολλαγόνου, η γωνία που δημιουργεί η ίνα/πλέγμα κολλαγόνου. Αξίζει να παρατεθούν τα παρακάτω σχήματα, εκ των οποίων το πρώτο καταδεικνύει την αρχικά αναλογική αύξηση της διόγκωσης του αρτηριακού τοιχώματος σε σχέση με την ασκούμενη πίεση (λόγω ελαστίνης) και τη βαθμιαία ελάττωση της κλίσης λόγω ύπαρξης του κολλαγόνου που δρα σαν περιοριστικός παράγοντας. Κατά δεύτερον φαίνεται σχηματικά το αρτηριακό τοίχωμα και κυρίως το πλέγμα κολλαγόνου υπό μηδενική πίεση–παραμόρφωση.




*Εικόνα Β1.1: Αύξηση της διόγκωσης του αρτηριακού τοιχώματος σε σχέση με την ασκούμενη πίεση,[17].*




*Εικόνα Β1.2:Το πλέγμα κολλαγόνου του αρτηριακού τοιχώματος υπό μηδενική πίεση–παραμόρφωση [17].*

3. Επιπρόσθετα για το γεωμετρικό σχηματισμό της καρωτίδας και του διχασμού έχουν αναπτυχθεί τρισδιάστατα αγγειακά μοντέλα με χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων και εξελιγμένων τεχνικών επεξεργασίας εικόνας.
4. Έχει, επίσης, προταθεί ένα μοντέλο για την προσομοίωση της μηχανικής συμπεριφοράς του τοιχώματος της καρωτίδας με χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, μιας ισοτροπικής συνάρτησης ενέργειας παραμόρφωσης και in vivo δεδομένων μαγνητικής τομογραφίας. Σε σχέση με την κατανομή των τάσεων, η κατανομή των παραμορφώσεων στο αρτηριακό τοίχωμα δεν έχει μελετηθεί εξίσου εκτενώς.

5. Σε μια πρόσφατη εργασία, περιγράφεται ένα μοντέλο χωρο-χρονικής ελαστικής ευθυγράμμισης δυσδιάστατων εικόνων υπερήχων για την εκτίμηση των μετατοπίσεων περιοχών του μυοκαρδίου.
6. Σύμφωνα με μετρήσεις που έγιναν σε άλλη έρευνα, βασισμένες σε *in-vivo* RF-data στην καρωτίδα η κίνηση των τοιχωμάτων επηρεάζεται από την αναπνοή, τον καρδιακό παλμό και την κίνηση λόγω σφυγμού των αγγείων. Προβλέφθηκε μία μετακίνηση του τοιχώματος της αρτηρίας λόγω αιματικής πίεσης μέγιστη 8.9+/-3.7 mm/s κατά την διάρκεια του καρδιακού κύκλου με αποκλίσεις οφειλόμενες σε διαφορές του καρδιακού ρυθμού, της αναπνοής και της ανατομίας κάθε ατόμου.

## **B2. Μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης των παραμορφώσεων του τοιχώματος της καρδιάς [14] και χρήση του για την καρωτίδα**

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως η βιβλιογραφία που αφορά στη μοντελοποίηση του καρδιαγγειακού συστήματος περιλαμβάνει μελέτες στις οποίες έχουν καθοριστεί κυρίως μοντέλα για την κατανομή των τάσεων στο τοίχωμα της καρωτίδας, ενώ δεν αναφέρονται αντίστοιχα μοντέλα για την παραμόρφωση του τοιχώματος. Ως θεωρητική βάση της μελέτης μας θεωρήσαμε το μαθηματικό μοντέλο το οποίο παρουσίασαν οι Ledesma-Carbayo et al [14] για την εκτίμηση κίνησης του μυοκαρδίου από εικόνες υπερήχων. Η επιλογή του συγκεκριμένου μοντέλου βασίστηκε στο γεγονός ότι η περιοδική μεταβολή της πίεσης του αίματος αποτελεί την κύρια αιτία της παραμόρφωσης με το χρόνο τόσο της καρδιάς όσο και των αρτηριών και συνεπώς η χρονική μεταβολή της παραμόρφωσής τους θα ακολουθεί παρόμοιο κανόνα. Στην περίπτωση της χωρικής μεταβολής το πεδίο των παραμορφώσεων καθορίζεται από τη γεωμετρία και τη σύσταση της προς μελέτη ανατομικής δομής.
Το μαθηματικό μοντέλο παραμορφώσεων εκφράζεται με τη συνάρτηση $g_o(t,x,y)$, που ορίζεται από το γινόμενο μίας χωρικής και μίας χρονικής συνάρτησης.

$$g_o(t,x,y)=\zeta(t)\xi(x,y)=\zeta(t)\begin{bmatrix} a_x \sin\dfrac{\pi(x_{ax}-x)}{2(x_{endo}-x_{ax})} \\ a_y \dfrac{(y_{apex}-y)}{(y_{apex}-y_{valve})} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Η $\xi(x,y)$ αποτελεί τη χωρική και η $\zeta(t)$ τη χρονική συνάρτηση παραμορφώσεων, όπου t είναι η χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε κάθε εικόνα της ακολουθίας και x , y είναι οι χωρικές συντεταγμένες. Η χωρική εξάρτηση διαχωρίζεται σε αξονική (κατά τον y άξονα) και ακτινική (κατά τον x άξονα) κατεύθυνση, κατά αντιστοιχία με τις δύο διαστάσεις της εικόνας. Η συγκεκριμένη προσέγγιση εξαγωγής της χωρικής συνάρτησης δε θα μας απασχολήσει αφού πρόκειται για διαφορετική γεωμετρία και για αυτό το λόγο θα χρησιμοποιήσουμε διαφορετική προσέγγιση καθορισμού του όρου χωρικής εξάρτησης.

Στο συγκεκριμένο μοντέλο (1) η μέγιστη ακτινική μετατόπιση κατά τη συστολή παρατηρείται στο ενδοκάρδιο και μικραίνει καθώς μετακινούμαστε προς το περικάρδιο. Παρομοίως, παρατηρείται στο τοίχωμα της καρωτίδας μείωση της μετατόπισης καθώς μετακινούμαστε στα άκρα του τοιχώματος δηλαδή μακριά από τον αυλό (κατά την ακτινική διεύθυνση) και αύξηση όσο πιο κοντά βρισκόμαστε στον αυλό.

Όσον αφορά στον χρονικό όρο $\zeta(t)$ ο καθορισμός του στην περίπτωση του μυοκαρδίου πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας μια πραγματική ακολουθία δεδομένων ως βάση. Ορίστηκε, η $\zeta(t)$, ως μία διμερής συνάρτηση αποτελούμενη από δύο όρους μίας παλμικής συνάρτησης. Έτσι :

$$\zeta(t)=\Pi(t_o,t_1)\sin^2\frac{\pi\times t}{g\times T}+\Pi(t_1,t_2)(\alpha+b\times t) \qquad (2)$$

όπου στη συγκεκριμένη περίπτωση:

$t_o=0.0\times T, t_1=0.446\times T, t_2=0.960\times T$ και

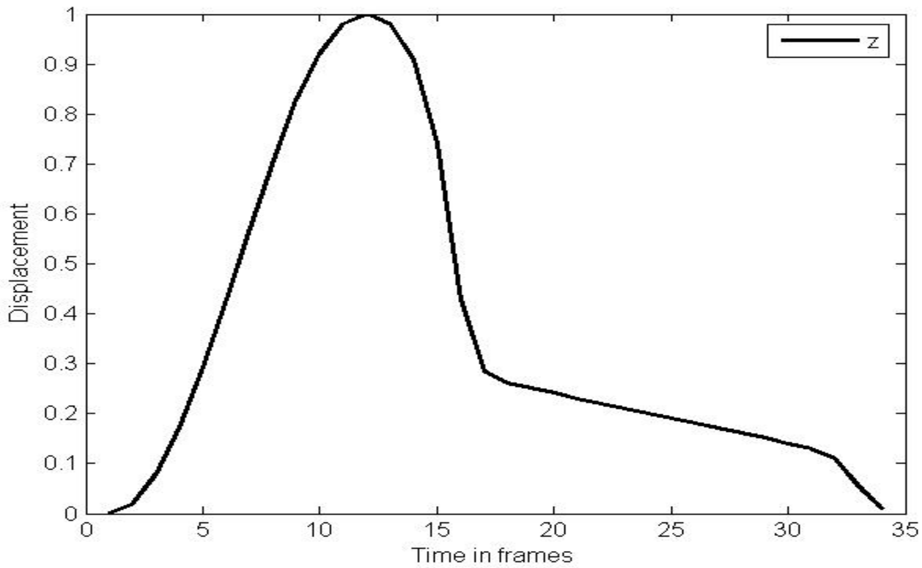
$\alpha = 0.431$, $\beta=-0.007$, $T = 33$ εικόνες

Και η παλμοσειρά που χρησιμοποιήθηκε:

$$\Pi(t_i,t_{i+1}) = \frac{1}{4}(1+\tanh(a(t-t_i)))(1+\tanh(a(t_{i+1}-t))) \qquad (3)$$

ενώ για την παλμοσειρά:

$a=1.136$ .




*Εικόνα Β2.1 :Κανονικοποιημένη μετατόπιση του τοιχώματος της καρδιάς.*

Όπως φαίνεται και στο σχήμα, ο κατακόρυφος άξονας μας δείχνει τον βαθμό της μετατόπισης και ο οριζόντιος τον χρόνο σε εικόνες (frames).
Όσον αφορά στους άξονες των καμπυλών μας, ο μεν κατακόρυφος εκφράζει μετατόπιση, η οποία μετράται σε centimeters ή σε pixels. Ο δε οριζόντιος παριστάνει το χρόνο, ο οποίος μετράται είτε σε seconds είτε σε frames (εικόνες).

## Β3. Ανάγκη για ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων παραμόρφωσης – Σκοπός της εργασίας

Η μοντελοποίηση (ταυτοποίηση και ποσοτικοποίηση μηχανισμών υπεύθυνων για πειραματικές παρατηρήσεις) και η προσομοίωση διαφόρων φυσιολογικών συστημάτων (αναπαραγωγή πειραματικών δεδομένων με οποιοδήποτε τρόπο) καθίσταται δυνατή με τη χρήση τόσο μαθηματικής περιγραφής (εξισώσεων) ή ηλεκτρικών-μηχανικών ανάλογων όσο και ποικίλλων υπολογιστικών προγραμμάτων. Με τον παραπάνω τρόπο καταφέρνουμε να περιγράψουμε αναλυτικά το εκάστοτε σύστημα και να παρουσιάσουμε τη δυναμική του λειτουργία αρκετά ικανοποιητικά και πιστά. Αποτέλεσμα αυτού είναι η καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς και λειτουργίας του συστήματος και των μηχανισμών που τον διέπουν και τον αποτελούν. Απώτερος σκοπός συνήθως είναι η εύρεση εναλλακτικών και ποικίλλων λύσεων για την αντιμετώπιση παθογενειών και σαφώς όσο βελτιστοποιούνται οι προσεγγίσεις και ο σχεδιασμός των συστημάτων, τόσο έπεται ότι θα βελτιστοποιηθεί τελικά και η θεραπευτική αντιμετώπιση.

Οι τεχνικές εκτίμησης της μηχανικής συμπεριφοράς του αρτηριακού τοιχώματος που προκύπτουν από τη χρήση μαθηματικών μοντέλων μπορούν να συνδυαστούν με πληροφορίες που λαμβάνονται από τη διαδικασία διάγνωσης, όπως, για παράδειγμα, κατά τη διαγνωστική απεικόνιση. Η απεικόνιση της καρωτίδας με χρήση τεχνικών όπως η αγγειογραφία, η υπερηχωτομογραφία και ο μαγνητικός συντονισμός παρέχει ακριβείς γεωμετρικές (ανατομικές) πληροφορίες και, σε κάποιες περιπτώσεις, ποσοτικές εκτιμήσεις της ροής του αίματος. Η κατανομή των τάσεων στο αγγειακό τοίχωμα δε μπορεί να μετρηθεί άμεσα, αλλά μπορεί να εκτιμηθεί με συνδυασμό διαγνωστικών μετρήσεων και μαθηματικών μοντέλων που μπορούν να προβλέψουν τάσεις και παραμορφώσεις. Από την άλλη πλευρά, προηγμένες τεχνικές απεικόνισης, σε συνδυασμό με μεθόδους επεξεργασίας εικόνας, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση μετατοπίσεων, δηλ. παραμορφώσεων, των βιολογικών ιστών. Πιο συγκεκριμένα, η κίνηση του τοιχώματος της καρωτίδας από εικόνες υπερήχων έχει εκτιμηθεί με τεχνικές block-matching [12][18] και οπτικής ροής [19].

Βασικός στόχος της συγκεκριμένης μελέτης είναι η μαθηματική μοντελοποίηση των παραμορφώσεων που υφίστανται διαφορετικές περιοχές του τοιχώματος της καρωτίδας υπό την επίδραση των τάσεων που ασκούνται σε αυτό λόγω της ροής και της πίεσης του αίματος. Το μοντέλο που θα αναπτυχθεί θα περιγράφει την κατανομή των παραμορφώσεων του τοιχώματος της καρωτίδας στο χώρο, συγκεκριμένα κατά την αξονική και την ακτινική κατεύθυνση, και το χρόνο. Τα αποτελέσματα της μελέτης αποσκοπούν στην καλύτερη κατανόηση της μηχανικής συμπεριφοράς των τοιχωμάτων της καρωτίδας και πιθανώς θα μπορέσουν να αποτελέσουν βάση για εξαγωγή συμπερασμάτων σε περίπτωση παθογένειας και κατά συνέπεια να συντελέσουν εν μέρει στην αντιμετώπιση ή έγκαιρη διάγνωση τυχόν ασθένειας.

# Γ. Μεθοδολογία και Υλικό

## Γ1. Καταγραφή ακολουθιών εικόνων υπερήχων β-σάρωσης

Σε αυτή την εργασία μελετήσαμε:

(α) πέντε (5) άτομα με φυσιολογικές καρωτίδες, δηλαδή καρωτίδες όπου δεν έχει αναπτυχθεί αθηρωμάτωση, και

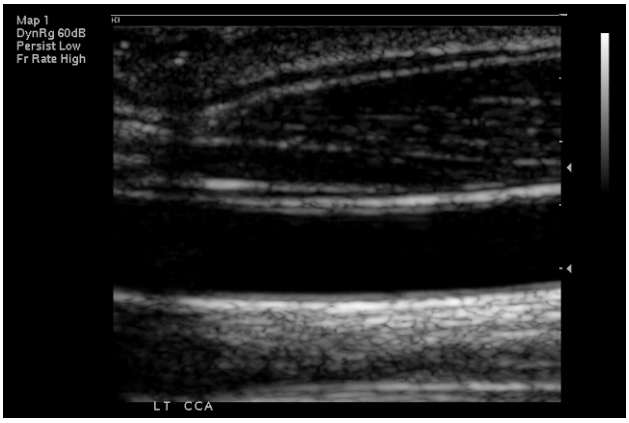
(β) δύο (2) άτομα με αθηρωματικές καρωτίδες ( 1 άτομο συμπτωματικό και 1 άτομο ασυμπτωματικό), των οποίων η ηλικία κυμαινόταν περί τα 70 .

Από τα πέντε φυσιολογικά άτομα, τα τέσσερα ήταν άνδρες και το πέμπτο γυναίκα, ενώ οι ηλικίες τους κυμαίνονταν από 25 – 32 έτη. Για κάθε άτομο έγινε καταγραφή ακολουθίας εικόνων υπερήχων β – σάρωσης της καρωτίδας με τη βοήθεια του συστήματος ATL (Advanced Technology Laboratory) Ultramark 4 Duplex και κεφαλής γραμμικής διάταξης και υψηλής ανάλυσης στα 7.5MHz. Οι ρυθμίσεις του σαρωτή ήταν ίδιες για όλες τις μετρήσεις (2D gray map, linear; persistence, low; frame rate, high). Το κέρδος, που αποτελεί υποκειμενική παράμετρο στις ρυθμίσεις του σαρωτή, ρυθμίστηκε έτσι ώστε τόσο το αίμα, όσο και ο έξω χιτώνας της καρωτίδας να ικανοποιούν τα ακόλουθα κριτήρια:

(α) το αίμα να είναι σκοτεινό και με ομοιόμορφη ηχογένεια, δηλαδή ομοιογενές, χωρίς διακυμάνσεις στη φωτεινότητα, και

(β) ο έξω χιτώνας της καρωτίδας να είναι παχύς, φωτεινός και με ομοιόμορφη ηχογένεια.

Για κάθε άτομο, οι ακολουθίες των εικόνων που λήφθηκαν αποτελούσαν διαμήκεις τομές της καρωτίδας. Οι ακολουθίες καταγράφηκαν με ρυθμό 25 εικόνες / δευτερόλεπτο για περίπου 3 δευτερόλεπτα (2 – 3 καρδιακοί κύκλοι). Το Σχήμα 1 δείχνει ένα παράδειγμα εικόνας υπερήχων β – σάρωσης τμήματος καρωτίδας υγιούς ατόμου.




*Σχήμα Γ1.1: Παράδειγμα εικόνας υπερήχων β – σάρωσης τμήματος καρωτίδας υγιούς ατόμου*

## Γ2.Ανάλυση της κίνησης από ακολουθίες εικόνων με χρήση block-matching

Για την εκτίμηση της κίνησης από ακολουθίες εικόνων υπερήχων χρησιμοποιήθηκε η τεχνική block-matching [12]. Η τεχνική block-matching είναι μια pixel – based μεθοδολογία, η οποία επιτρέπει τον υπολογισμό κίνησης μελετώντας την μετακίνηση σε επίπεδο εικονοστοιχείων (pixels). Τέτοιου είδους μεθοδολογίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της σχετικής μετακίνησης μεταξύ δυο πολύ κοντινών γειτονικών σημείων. Στα πλαίσια της μεθόδου block-matching, για ένα δεδομένο παράθυρο (block) *w* στην πρώτη από τις δυο εικόνες, η διαδικασία συσχέτισης αναφέρεται στην εύρεση του παραθύρου w στη δεύτερη εικόνα που ταιριάζει καλύτερα στο παράθυρο στην πρώτη εικόνα. Ο ορισμός αυτός δηλώνει ότι το παράθυρο στη δεύτερη εικόνα μετακινείται σε σχέση με την αρχική του θέση. Η μέθοδος απαιτεί την επιλογή ενός πολύ καλού μέτρου συσχέτισης. Η τιμή του μέτρου θα πρέπει να είναι μεγάλη όταν το παράθυρο που έχει επιλεγεί και η προς μελέτη περιοχή της εικόνας συμπίπτουν στα επίπεδα φωτεινότητας, και μικρή σε διαφορετική περίπτωση. Για μια δισδιάστατη εικόνα ένα τέτοιο μέτρο μπορεί να οριστεί ως:

$$C_N(\Delta x, \Delta y) = \frac{\sum I(x,y,t) \cdot w(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t)}{\sum \sum I^2(x,y,t)},$$

όπου $I(x,y,t)$ είναι η ένταση της φωτεινότητας της εικόνας στη θέση $(x,y)$ τη χρονική στιγμή $t$ και το άθροισμα λαμβάνεται για το παράθυρο $w$. Στη μέθοδο block-matching, όλα τα εικονοστοιχεία μέσα στο παράθυρο $w$, θεωρούνται ότι έχουν την ίδια ταχύτητα.

Ως κριτήριο για τη διαδικασία συσχέτισης χρησιμοποιείται ο κανονικοποιημένος συντελεστής συσχέτισης για τις μέσες τιμές που ορίζεται ως εξής:

$$CORR(\Delta x, \Delta y) = \frac{\sum \sum (w(x+\Delta x, y+\Delta y) - \overline{w}) \cdot (I(x,y) - \overline{I})}{\sqrt{\sum \sum (w(x+\Delta x, y+\Delta y) - \overline{w})^2 \cdot (I(x,y) - \overline{I})^2}},$$

όπου το $\overline{w}$ και το $\overline{I}$ είναι οι μέσες τιμές των $w$ και $I$ αντίστοιχα.

Για την εκτίμηση της κίνησης περιοχών του αρτηριακού τοιχώματος και του περιβάλλοντος ιστού χρησιμοποιήθηκαν ορθογώνιες περιοχές μεγέθους 3.2 x 2.5 $mm^2$ για κάθε ακολουθία. Η τεχνική block-matching συνίσταται στην επιλογή μιας περιοχής ενδιαφέροντος στην πρώτη εικόνα της ακολουθίας και αναζήτηση της θέσης της με αυτόματο τρόπο στις υπόλοιπες εικόνες της ακολουθίας. Η αναζήτηση της περιοχής ενδιαφέροντος σε κάθε εικόνα βασίζεται στο ταίριασμα των φωτεινοτήτων των εικονοστοιχείων της επιλεχθείσας περιοχής ενδιαφέροντος της πρώτης εικόνας με αυτές ενός υποψήφιου αριθμού περιοχών σε κάθε εικόνα. Στη συνέχεια, λαμβάνονται κυματομορφές που αναπαριστούν μετατοπίσεις των περιοχών ενδιαφέροντος κατά την ακτινική (κατακόρυφη) και αξονική (οριζόντια) κατεύθυνση.

## Γ3. Καθορισμός του όρου του μοντέλου παραμόρφωσης που περιγράφει τη χρονική μεταβολή

Ακολουθώντας την παραπάνω μεθοδολογία καθορισμού του μοντέλου παραμόρφωσης του μυοκαρδίου, το μοντέλο κίνησης του τοιχώματος της καρωτίδας θα περιλαμβάνει δυο όρους: έναν όρο που θα περιγράφει την χρονική μεταβολή και έναν που θα περιγράφει τη χωρική μεταβολή. Το πρώτο στάδιο για τον καθορισμό του μοντέλου που περιγράφει τη χρονική παραμόρφωση κατά την ακτινική διεύθυνση υπήρξε η ερμηνεία των παραμέτρων που περιλαμβάνονται στην εξίσωση (2). Προς την κατεύθυνση αυτή, μεταβάλαμε τις τιμές των παραμέτρων για να καθορίσουμε ποιες παράμετροι μεταβάλουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της καμπύλης του μοντέλου. Το αποτέλεσμα της συγκεκριμένης εργασίας ήταν να αποδοθεί σε κάθε παράμετρο η μεταβολή που προκαλεί στο μοντέλο προσομοίωσης της κίνησης.

Όπως φαίνεται η μορφή της κίνησης του καρδιακού τοιχώματος μοιάζει αρκετά με αυτή που θα παρατηρήσουμε ότι υπόκεινται τα τοιχώματα του καρωτιδικού τοιχώματος. Αν θέλαμε να εκφράσουμε κάπως πιο περιγραφικά τη χρονική συνάρτησή μας, θα τη χαρακτηρίζαμε ως ένα άθροισμα δύο όρων, καθένας από τους οποίους πολλαπλασιάζεται με κατάλληλο παράγοντα:

$\zeta(t)=\zeta_1(t)+\zeta_2(t)$ ή πιο αναλυτικά

$\zeta(t)=\Pi(t_0,t_1)\times d+\Pi(t_1,t_2)\times c$

Όπου : $d=\sin^2\frac{\pi\times t}{g\times T}$ και $c=(\alpha+b\times t)$ (4)

Ουσιαστικά οι 2 παλμοί που χρησιμοποιούνται προσεγγίζουν κατά κάποιο τρόπο τετραγωνικούς, με την εξαίρεση πως ο δεύτερος έχει αρκετά μικρότερο πλάτος σε σχέση με τον πρώτο. Η διάρκεια καθενός ορίζεται από την τιμή των $t_1$ και $t_2$. Η ανάλυση μας ξεκινάει θεωρώντας ως τιμές αναφοράς αυτές που αντιστοιχούν στο μοντέλο της καρδιάς, δηλαδή a=1.136, T=33, $t_0=0\cdot T$, $t_1=14.718=0.446\cdot T$ εικόνες και $t_2=31.9=0.960\cdot T$ εικόνες.

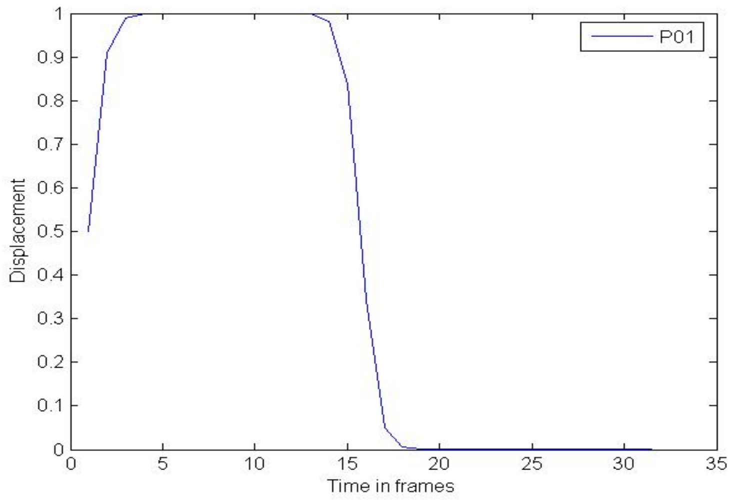
Έτσι όσον αφορά στους παλμούς, δεδομένων των τιμών $t_1$ και $t_2$, ο μεν πρώτος σταματάει στη μέση περίπου της περιόδου T (εφόσον $t_1=0.446T$), από όπου ξεκινάει ο δεύτερος. Έτσι οι δύο παλμοί που έχουμε είναι:

$\Pi(t_0,t_1)=\frac{1}{4}(1+\tanh(a(t-t_0)))(1+\tanh(a(t_1-t)))$ (5)και

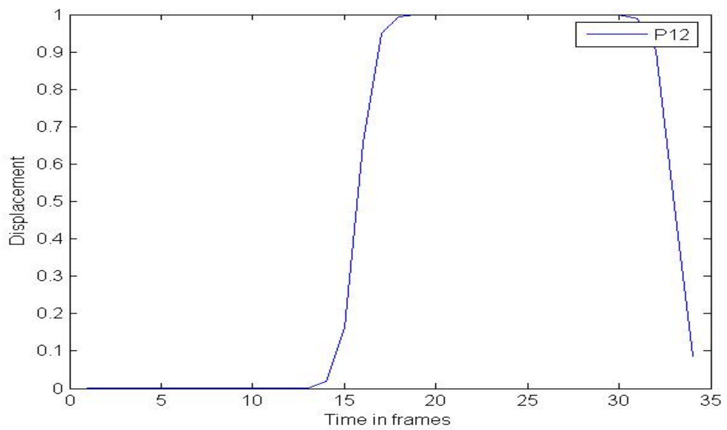
$\Pi(t_1,t_2)=\frac{1}{4}(1+\tanh(a(t-t_1)))(1+\tanh(a(t_2-t)))$ (6)

Παρακάτω φαίνεται αναλυτικά πως διαμορφώνεται και προκύπτει η ζ(t):

Α. Μορφή παλμών $\Pi(t_0,t_1)$ και $\Pi(t_1,t_2)$

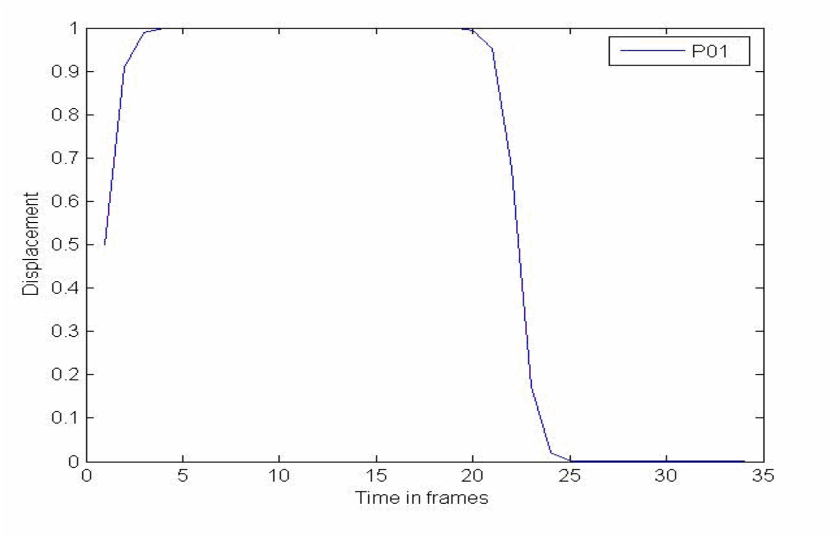



*Εικόνα Γ3.1:Γραφική παράσταση πρώτου παλμού για τις τιμές αναφοράς*

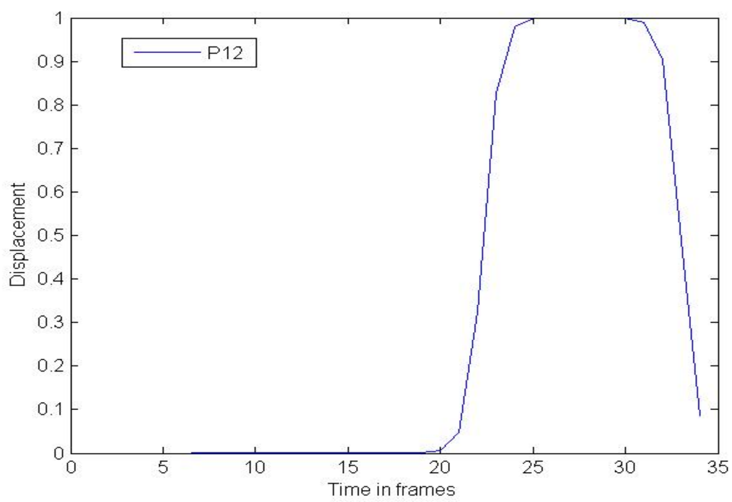



*Εικόνα Γ3.2: Γραφική παράσταση δεύτερου παλμού για τις τιμέςαναφοράς*

Εάν τροποποιήσουμε την τιμή του $t_1$ αυξάνοντάς την και ορίσουμε αυθαίρετα $t_{11}$ =21 εικόνες (μεγαλύτερη τιμή), παρατηρούμε ότι ο πρώτος παλμός διαπλατύνεται (*Εικόνα Γ3.3*) ενώ ο αντίστοιχος δεύτερος συμπιέζεται (*Γ3.4*). Κατά αντιστοιχία μικραίνοντας την τιμή του $t_1$ σε σχέση με την αρχική έχουμε τα αντίθετα αποτελέσματα, δηλαδή συμπιέζεται χρονικά ο πρώτος παλμός και επιμηκύνεται ο δεύτερος. Το παραπάνω είναι επιθυμητό στην περίπτωση της αναπαράστασης της κίνησης του καρωτιδικού τοιχώματος, όπου παρατηρώντας τις κυματομορφές που προσκομίζουμε από το ANALYSIS, ο πρώτος παλμός καταλαμβάνει το 25% περίπου της περιόδου (οπότε $t_1$=0.25T). Παρατηρείται σε γενικές γραμμές μια σχετικά αναλογική σχέση, μεταξύ μεταβολής του $t_1$ και μεταβολής του χρονικού εύρους των παλμών.




*Εικόνα Γ3.3: Γραφική παράσταση πρώτου παλμού για* $t_{11}$ *=21 εικόνες (frames)*

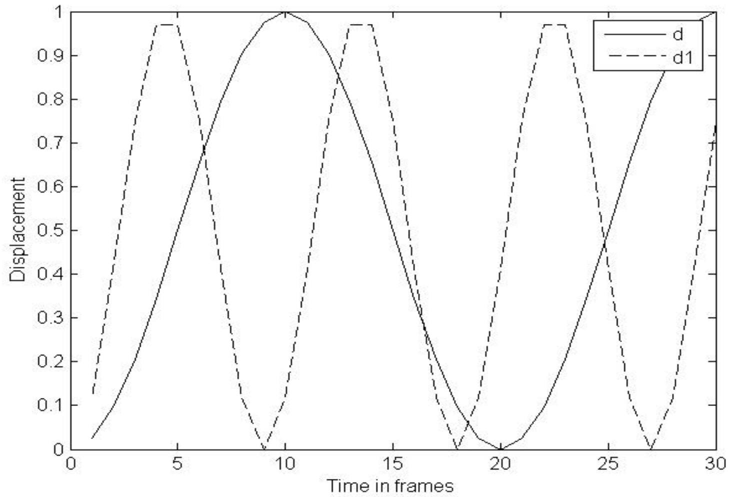



*Εικόνα Γ3.4: Γραφική παράσταση δεύτερου παλμού για* $t_{11}$ *=21 εικόνες (frames)*

Όπως αναφέραμε προηγουμένως ο καθένας από τους δύο παλμούς, προκείμενου να καταλήξουμε στην επιθυμητή χρονική συνάρτηση, πολλαπλασιάζεται με έναν παράγοντα, ο οποίος και τον μορφοποιεί κατάλληλα.

Β. Μορφή $1^{ου}$ όρου αθροίσματος, $\zeta_1(t)$

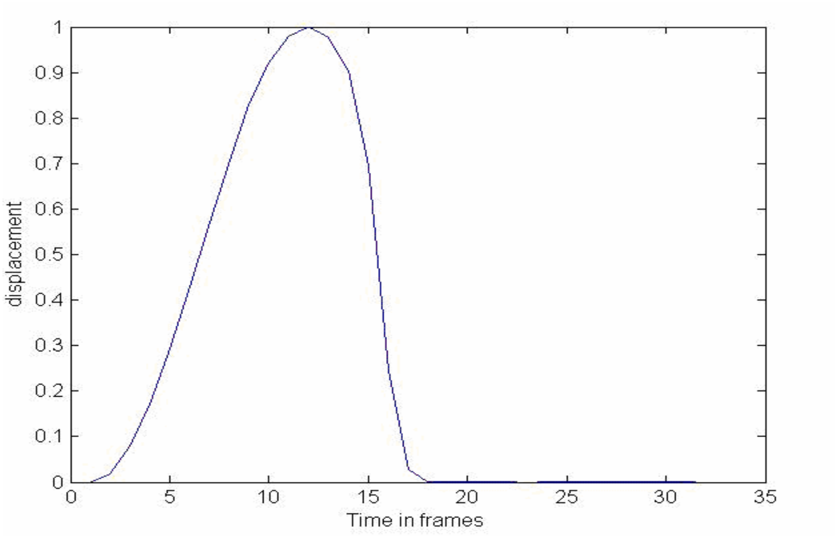
Όσον αφορά στον πρώτο παλμό ο παράγοντας με τον οποίο πολλαπλασιάζεται είναι ένα τετραγωνισμένο ημίτονο. Το τετραγωνισμένο ημίτονο δίνει την κυματοειδή μορφή στον πρώτο παλμό και αλλάζοντας την επιλογή g (όπου στην περίπτωση της καρδιάς g=2/3) μπορούμε να πετύχουμε ελαφρώς διαφορετικό εύρος ή πιο αιχμηρή κορυφή. Παρακάτω ορίζουμε ως $d=\sin(\frac{\pi\times t}{g\times T})^2$, όπου g=0.66, ενώ $d_1=\sin(\frac{\pi\times t}{g1\times T})^2$, όπου g1 =0.3 και παρατηρούμε στην παρακάτω γραφική παράσταση πώς με τη μείωση του παράγοντα g, αυξάνονται οι ταλαντώσεις, μειώνεται το εύρος της πρώτης ταλάντωσης και αυξάνει η κλίση της (*Εικόνα Γ3.5)*.



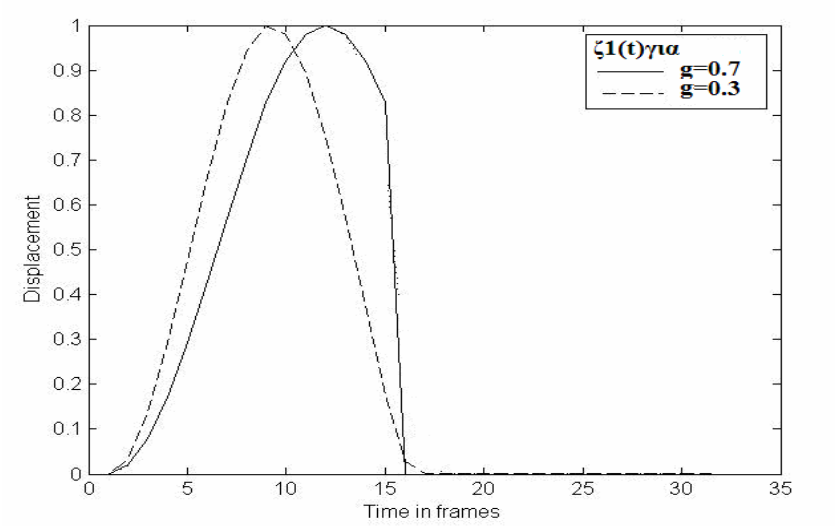

*Εικόνα Γ3.4: Γραφική παράσταση τετραγωνικού ημιτόνου με το οποίο πολλαπλασιάζεται ο πρώτος παλμός για δύο διαφορετικές τιμές του g.*

Γενικά όμως, είναι δύσκολο να προβλέψουμε εκ των προτέρων την επίδραση της μεταβολής του g στο d, λόγω της ύπαρξης του ημιτόνου (δεν μπορώ δηλαδή ισχυριστώ ότι υπάρχει π.χ. αναλογική σχέση), ούτε και συνολικά μπορούμε να προβλέψουμε την επίδραση της μεταβολής τουg στο $\zeta_1(t)$. Πάντως σε γενικές γραμμές η μεταβολή του g επηρεάζει την ταλάντωση του πρώτου παλμού, το εύρος αυτής της ταλάντωσης και τη κλίση της. Με διαδοχικές δοκιμές και μόνο παρατηρούμε την εκάστοτε επιρροή.

Σε σχέση με τον συνολικό πρώτο όρο του αθροίσματος της χρονικής συνάρτησης, τον οποίο έχουμε θεωρήσει $\zeta_1(t)=\Pi(t_o,t_1)\sin(\frac{\pi\times t}{g1\times T})^2$ γραφικά έχει την μορφή που φαίνεται στην εικόνα 5, ενώ τροποποιώντας τις τιμές του g, παρατηρούμε στην εικόνα 6 πως επιλέγοντας την τιμή του g=0.3, μειώνεται ελαφρώς το εύρος και αυξάνεται η κλίση ανόδου.



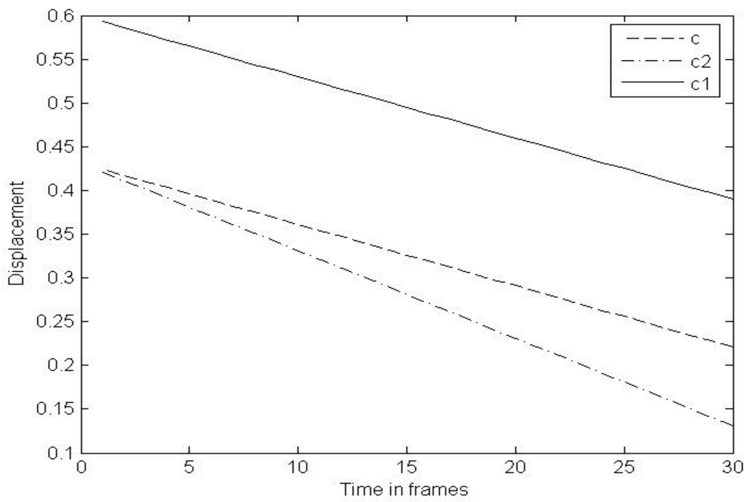

*Εικόνα Γ3.5: Γραφική παράσταση $\zeta_1(t)$(γινομένου πρώτου παλμού με τον παράγοντα d, όπου $t_1=0.446\cdot T$ ,g=2/3 και T=33)*




*Εικόνα Γ3.6: Γραφική παράσταση $\zeta_1(t)$(γινομένου πρώτου παλμού με τον παράγοντα d, καθώς η παράμετρος g μεταβάλλεται παίρνοντας τις τιμές 2/3, 0.7και 0.3, όπου $t_1=0.446\cdot T$ και T=33)*

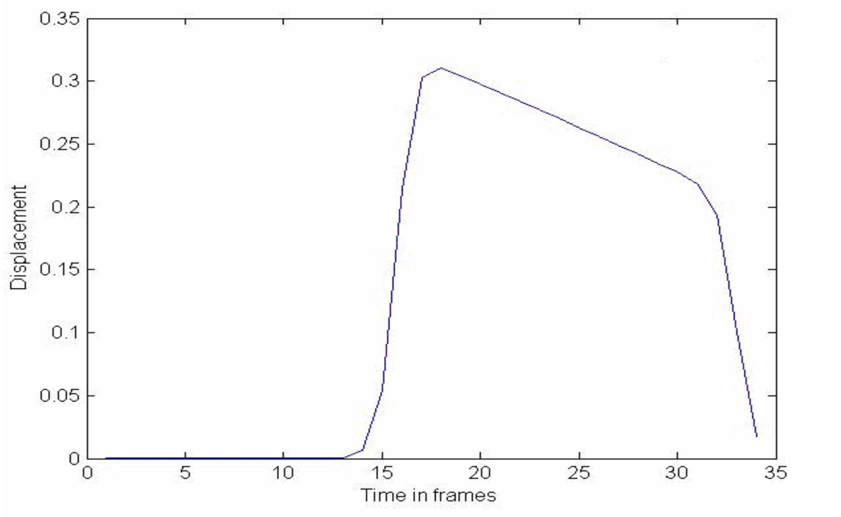
Γ. Μορφή 2$^{ου}$ όρου αθροίσματος, $\zeta_2$(t)

Όσον αφορά στον δεύτερο όρο του αθροίσματος, ο παράγοντας που έχουμε είναι η ευθεία $c=\alpha+b\times t$ (ο παράγοντας με τον οποίο πολλαπλασιάζεται ο δεύτερος παλμός). Το μεν α καθορίζει το σημείο από το οποίο θα αρχίσει την καθοδική πορεία του ο δεύτερος παλμός και αναλόγως του b το πόσο απότομη θα είναι η καθοδική αυτή πορεία (κλίση). Παρακάτω παρατίθεται η μορφή της ευθείας $c=\alpha+b\times t$, όπου $\alpha=0.431$ και $b=-0.007$ (εικόνα 7) και ακολούθως τροποποιώντας τις παραμέτρους κατάλληλα, οι ευθείες $c_1=\alpha_1+b\cdot t$ (όπου $\alpha_1=0.6$) και $c_2=\alpha+b_2\cdot t$ (όπου $b_2=-0.01$):

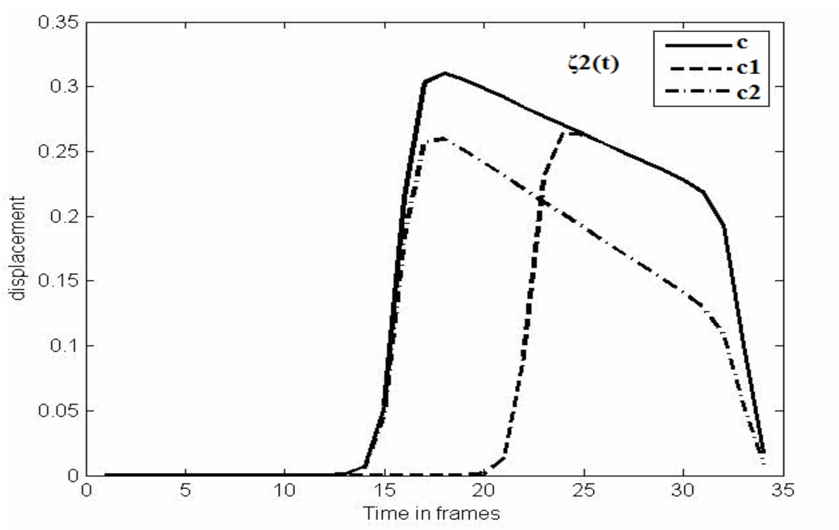



*Εικόνα Γ3.7: Γραφική παράσταση ευθείας c με την οποία πολλαπλασιάζεται ο δεύτερος παλμός για διαφορετικές τιμές των α και b.*

Σε σχέση με τον συνολικό δεύτερο όρο του αθροίσματος της χρονικής συνάρτησης, τον οποίο ας θεωρήσουμε $\zeta_2(t)=\Pi(t_1,t_2)\cdot c$ γραφικά έχει την μορφή που φαίνεται στην εικόνα 8, ενώ τροποποιώντας τις τιμές του c καταλλήλως (δηλαδή των α και b), παρατηρούμε στην εικόνα 9 τις αντίστοιχες μορφές του $\zeta_2(t)$:



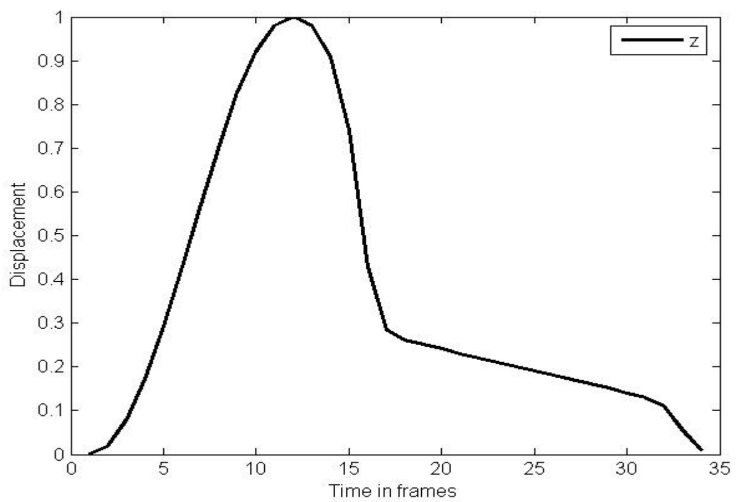

*Εικόνα Γ3.8: Γραφική παράσταση $\zeta_2(t)$(γινόμενο δεύτερου παλμού με τον παράγοντα c, όπου $t_1=0.446\cdot T$, $T=33$, $\alpha=0.431$ και $b=-0.007$)*



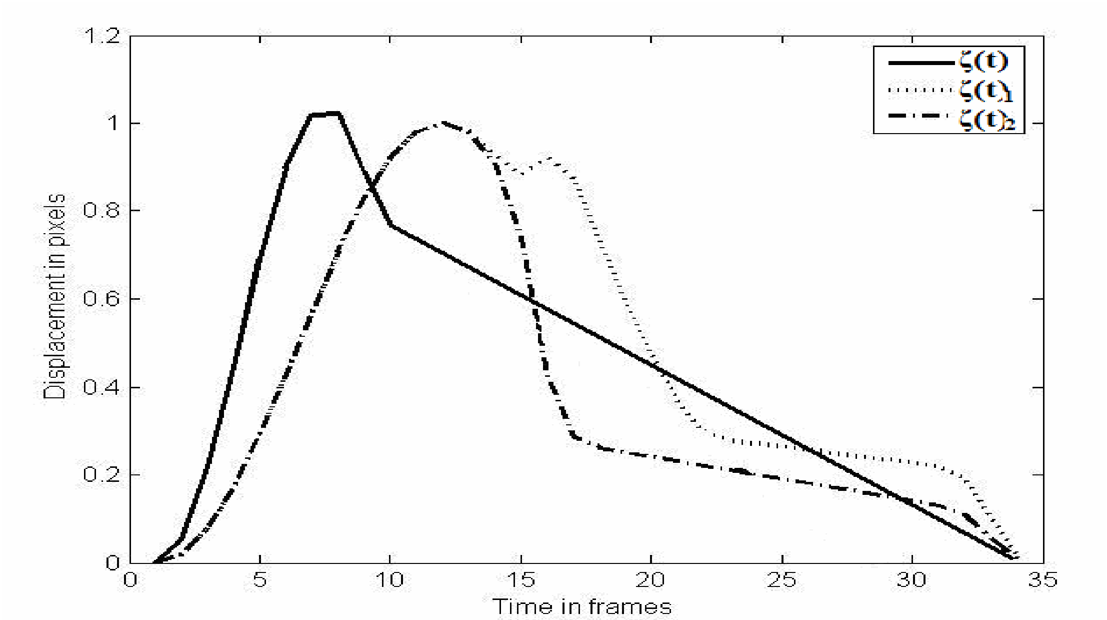

*Εικόνα Γ3.9: Γραφικές παραστάσεις $\zeta_2(t)$( γινομένου δεύτερου παλμού με τον παράγοντα c και κατά αντιστοιχία c1 και c2,που ορίσθηκαν παραπάνω, όπου T=33 και* $t_1$*=0.446·T για την 1η και 3η καμπύλη ενώ* $t_1$*=21.38 για την 2η )*

Δ. Τελική μορφή $\zeta(t)=\zeta_1(t)+\zeta_2(t)$

Τελικά λαμβάνοντας υπόψη και τους δύο όρους του αθροίσματος προκύπτει η ζ(t) η οποία έχει την ακόλουθη μορφή (*Εικόνα Γ3.10*), ενώ παρακάτω (*Εικόνα Γ3.11*) φαίνεται πώς αλλαγές των παραμέτρων επηρεάζουν συνολικά την ζ(t):




*Εικόνα Γ3.11: Γραφική παράσταση της ζ(t) με τις τιμές που είχαν θεωρηθεί για το μοντέλο της καρδιάς (δηλαδή* $t_1$*=0.446·T, T=33,α=0.431 και b=-0.007)*




*Εικόνα Γ3.12: : Γραφική παράσταση της ζ(t) και παραλλαγών της τροποποιώντας παραμέτρους (για την 1η αριστερά* $t_1=0.25\cdot T$*, T=33,α1.1 και b=-0.04, αμέσως δεξιότερα* $t_1=0.446\cdot T$*, T=33,α=0.431 και b=-0.007 και τέλος* $t_1=0.65\cdot T$*, T=33,α=0.431 και b=-0.01).*

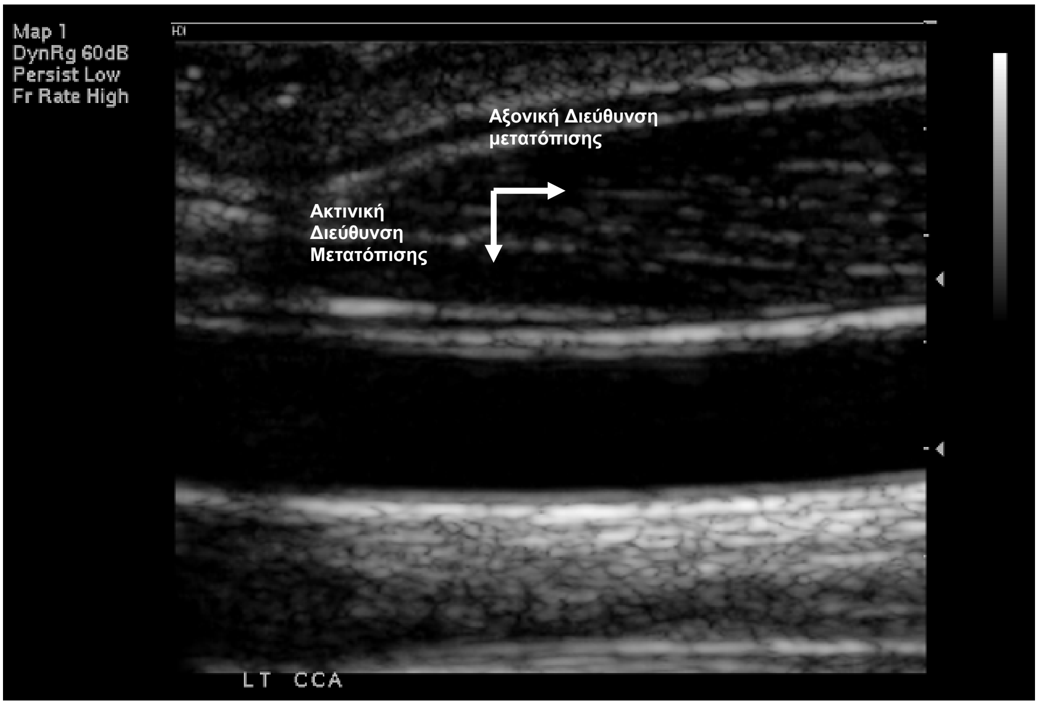
Σε επόμενο στάδιο ακολούθησε η προσαρμογή του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει τη χρονική μεταβολή στα αποτελέσματα εκτίμησης κίνησης για διάφορα σημεία με σταθερή ακτινική θέση. Αποτέλεσμα της συγκεκριμένης διαδικασίας αποτέλεσε ο καθορισμός των τιμών των παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου χρονικής μεταβολής για σημεία του τοιχώματος της καρωτίδας με την ίδια ακτινική θέση. Η προσαρμογή πραγματοποιήθηκε τόσο για σημεία του πάνω τοιχώματος της καρωτίδας όσο και για σημεία του κάτω τοιχώματος. Μια απλή συνάρτηση σφάλματος χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση της διαδικασίας προσαρμογής.

Όσον αφορά στη μετατόπιση άλλοτε αναφερόμαστε στην απόλυτη τιμή της, ανεξαρτήτως της θέσεως που βρίσκεται το εκάστοτε σημείο και άλλοτε διαιρώντας ως προς τη μέγιστη μετατόπιση που παρουσιάζει ένα σημείο κατά τη διάρκεια ενός κύκλου κανονικοποιούμε την καμπύλη κίνησης στη μονάδα. Δουλεύοντας με απόλυτες τιμές μετατοπίσεων και συγκρίνοντας αυτές ουσιαστικά εξάγουμε το χωρικό μας μοντέλο. Αντίθετα κανονικοποιώντας όλες τις καμπύλες κίνησης των σημείων στη μονάδα συγκρίνουμε την κίνηση μόνο ως προς τη μορφή της (αφού όλες παρουσιάζουν κορύφωση στη μονάδα) και όχι ως προς το βαθμό της μετατόπισης.

Έτσι με χρήση των κανονικοποημένων καμπυλών θα εξάγουμε το χρονικό μοντέλο μας.
Όσον αφορά στους άξονες των καμπυλών μας, ο μεν κατακόρυφος εκφράζει μετατόπιση, η οποία μετράται σε centimeters ή σε pixels. Ένα centimeter σε 178 pixels, οπότε προκειμένου να μη δουλεύουμε με πολλά δεκαδικά ψηφία προτιμούμε τους ακέραιους αριθμούς των pixels. Ο δε οριζόντιος παριστάνει το χρόνο, ο οποίος μετράται είτε σε seconds είτε σε (frames) εικόνες και πάλι για λόγους ευκολίας στον χειρισμό των πράξεων και στην παρατήρηση των καμπυλών προτιμούμε τις είκονες. Όσον αφορά στην αντιστοιχία εικόνων με δευτερόλεπτα, εξάγουμε μία εικόνα κάθε 0.04sec.
Παρακάτω θα αναλυθεί πως καταλήξαμε σε αυτό το μοντέλο με τη βοήθεια των εικόνων υπερήχων που τροφοδότησαν το ANALYSIS, των κυματομορφών που το ANALYSIS μας παρείχε και τέλος των εργαλείων του MATLAB (Curve fitting) και των διαδοχικών δοκιμών που επιτελούσαμε στο περιβάλλον του.

## Γ4. Προσδιορισμός παραμέτρων χρονικού όρου του μαθηματικού μοντέλου παραμορφώσεων του αρτηριακού τοιχώματος

Έχοντας τα αρχεία όπου είναι καταχωρημένες οι εικόνες υπερήχων των διαφόρων ατόμων και με χρήση του λογισμικού ANALYSIS και συγκεκριμένα της μεθόδου που αφορά στην ανάλυση της κίνησης (με τον τρόπο που έχει εξηγηθεί αναλυτικά παραπάνω), αφού επιλέχθησαν ποικίλα κάθετα και οριζόντια σημεία κατά μήκος του άνω αλλά και του κάτω καρωτιδικού τοιχώματος (αποφεύγοντας τις κατάμαυρες περιοχές), τελικά εξήχθησαν οι κυματομορφές της αξονικής και εγκάρσιας κίνησης των σημείων, του συντελεστή συσχέτισης r (για να ελεγχθεί κατά πόσο έγκυρη μπορεί να θεωρηθεί η μέτρηση) και σαφώς καταχωρήθηκαν οι συντεταγμένες στο χώρο του εκάστοτε σημείου. Τα πειράματα, επομένως που εκτελέστηκαν, αφορούν σε μετρήσεις κίνησης διαφορετικών περιοχών της εικόνας και παρακάτω θα διαχωριστούν σε πειράματα που αφορούν στο κάτω καρωτιδικό τοίχωμα και στο πάνω. Επιπλέον, αξίζει να διαλευκανθεί η έννοια της ακτινικής και αξονικής κατεύθυνσης που θα χρησιμοποιήσουμε και η οποία είναι διπλή:(α) αξονική και ακτινική κατεύθυνση έχει η μετατόπιση κάθε σημείου της εικόνας, η οποία και θα μελετηθεί και στην παρακάτω εικόνα αποσαφηνίζεται το προηγούμενο.

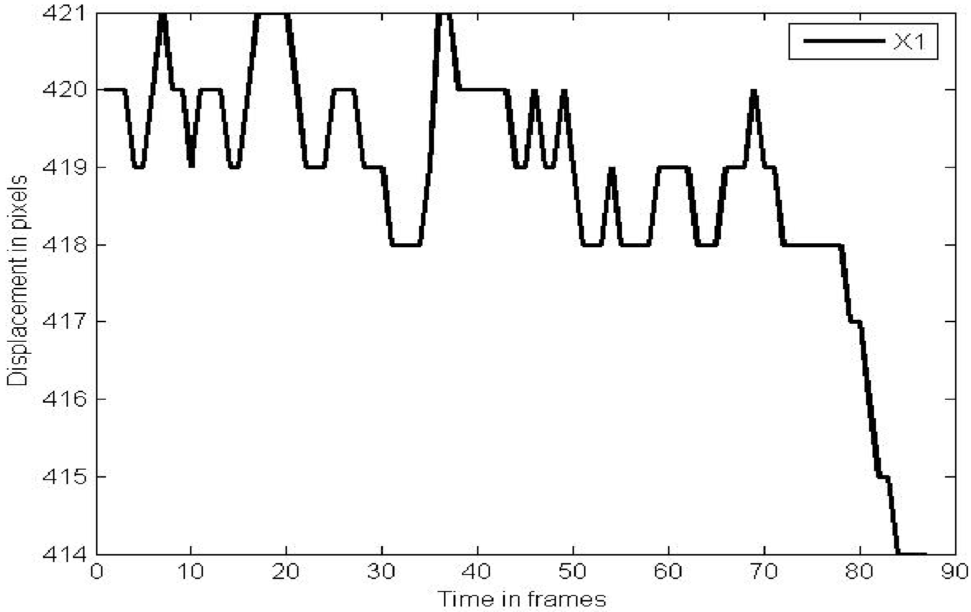



*Εικόνα Γ4.1:Εικόνα υπερήχου όπου αποσαφηνίζεται η έννοια της ακτινικής και αξονικής κατεύθυνσης μετατόπισης των σημείων.*

(β) αξονική και ακτινική κατεύθυνση έχει η διάταξη των σημείων που επιλέξαμε για τα παρακάτω πειράματα, τόσο στο άνω όσο και στο κάτω τοίχωμα. Ευελπιστούμε με τον παραπάνω τρόπο μελέτης αλληλουχίας σημείων κατά (α) κατά την ακτινική διάταξη και (β) κατά την αξονική διάταξη, σε συγκεκριμένα διαδοχικά σημεία να εξάγουμε συμπεράσματα σχετικά με την επιρροή και σημασία της χωρικής θέσης των σημείων στη μορφή της κίνησης που θα παρουσιάσουν.

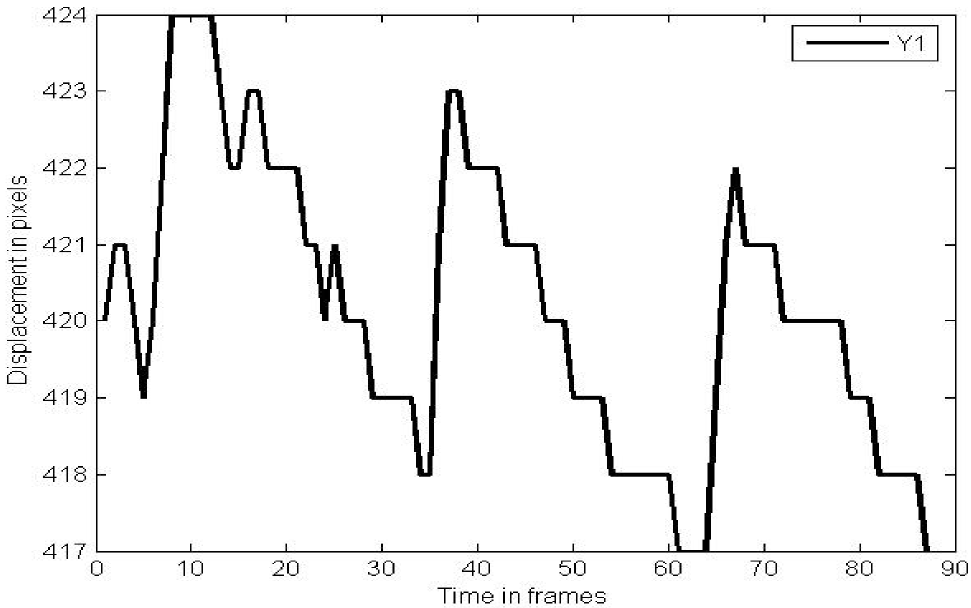
Οι κυματοσυναρτήσεις που η μέθοδος της ανάλυσης κίνησης μας αποδίδει για κάθε σημείο είναι τρεις και ενδεικτικά παρουσιάζουμε αυτές που αντιστοιχούν στο σημείο 1 με συντεταγμένες (420,420) της *Εικόνας Γ4.5*:

A)Η αξονική μετατόπιση:



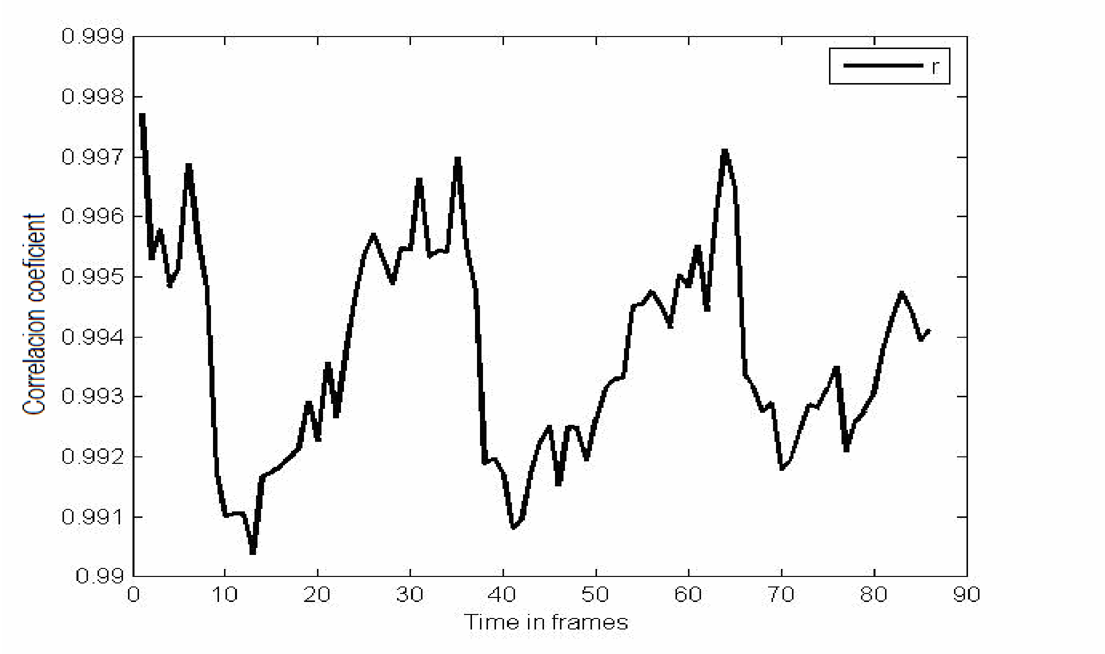

*Εικόνα Γ4.2 : Γραφική παράσταση αξονικής μετατόπισης σημείου με συντεταγμένες (420,420)*

B) Η ακτινική μετατόπιση:




*Εικόνα Γ4.3: Γραφική παράσταση ακτινικής μετατόπισης σημείου με συντεταγμένες (420,420)*

Γ) Ο συντελεστής συσχέτισης r , ο οποίος όντας κοντά στη μονάδα μας υποδεικνύει πως οι μετρήσεις είναι ικανοποιητικές:




*Εικόνα Γ4.4 : Γραφική παράσταση συντελεστή συσχέτισης που προκύπτει για το σημείο με συντεταγμένες (420,420)*

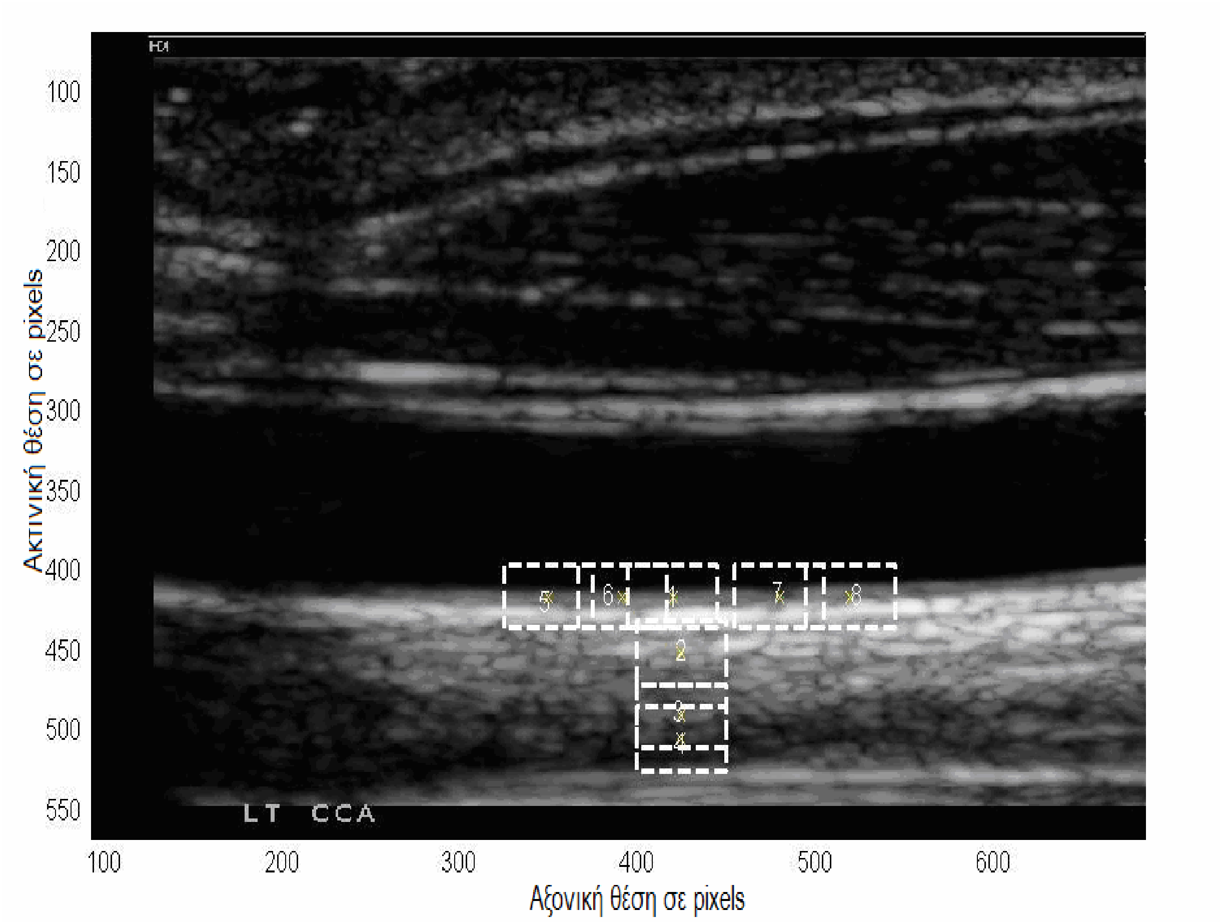
Παρατηρώντας τη μορφή της αξονικής μετατόπισης διαπιστώνουμε πως είναι πιο δύσκολο να μοντελοποιηθεί, δεδομένου ότι δεν παρουσιάζει κάποια περιοδικότητα, ούτε κάποια καθορισμένη μορφή. Επιπλέον συγκρίνοντας τις αξονικές μετατοπίσεις μεταξύ διαφορετικών σημείων, ομοίως δεν παρατηρούνται ιδιαίτερες ομοιότητες, ώστε να εξαχθεί κάποιος κανόνας. Επομένως, ο όρος του μοντέλου που μας ενδιαφέρει αναφέρεται μόνο σε ακτινική μετατόπιση. Δηλαδή το διάνυσμα της μετατόπισης που θα υπολογίσουμε θα έχει μονάχα συντεταγμένες κατά την ακτινική διεύθυνση αφού κατά μήκος της καρωτίδας οι μετατοπίσεις ούτε είναι πολύ σημαντικές, ούτε είναι εύκολο να μοντελοποιηθούν και άρα ο διαφοροποιών παράγοντας στην ουσία θα είναι το βάθος.

Προσπαθώντας να διατυπώσουμε το παραπάνω διαφορετικά, θα λέγαμε πως το μοντέλο μας περιγράφει την κατανομή των παραμορφώσεων του τοιχώματος της καρωτίδας στο χώρο και στο χρόνο. Η κατανομή των παραμορφώσεων στο χώρο θα αναφέρεται σε δύο διαστάσεις: κατά την αξονική και κατά την ακτινική κατεύθυνση.

Κατά την αξονική κατεύθυνση, οι παραμορφώσεις οφείλονται κυρίως στη ροή του αίματος και τις διατμητικές τάσεις που προκαλεί [20], ενώ οι παραμορφώσεις κατά την ακτινική κατεύθυνση οφείλονται κυρίως στην πίεση του αίματος που μεταβάλλεται περιοδικά. Για τον παραπάνω λόγω και μέσω των δεδομένων μας παρατηρούμε πως είναι σχεδόν αδύνατο να βγει κάποιος κανόνας που να διέπει με ακρίβεια την μετατόπιση κατά την αξονική διεύθυνση αφενός και αφετέρου δεν παρατηρούνται γενικώς ιδιαίτερες μεταβολές καθώς κινούμαστε κατά μήκος της καρωτίδας. Με άλλα λόγια παρατηρούμε πως το βάθος του προεπιλεγμένου σημείου είναι βασικά ο παράγοντας που κατά κύριο λόγο πρέπει να λάβουμε υπόψη μας κι όχι τόσο το ακριβές σημείο κατά μήκος του οποίου βρίσκεται. Ακόμα μέσω της δικιάς μας ανάλυσης διαπιστώσαμε πως ενώ η μετατόπιση του εκάστοτε σημείου κατά την ακτινική διεύθυνση μπορεί να περιγραφεί προσεγγιστικά μέσω ενός μαθηματικού μοντέλου, η μετατόπιση κατά την αξονική διεύθυνση παρατηρείται ακανόνιστη και αδύνατο να προσεγγιστεί μέσω κάποιου κανόνα. Οι δικές μας διαπιστώσεις αποτελούν μια πρώτη προσέγγιση του μαθηματικού μοντέλου, αφού έχουμε λάβει κάποιους μονάχα από τους παράγοντες υπόψη και σαφώς αναγκαίο να διερευνηθεί η δυνατότητα διαφορετικών προσεγγίσεων που θα λαμβάνουν υπόψη διαφορετικές παραδοχές σχετικά με τη δομή, τη σύσταση, τις μηχανικές ιδιότητες και τη γεωμετρία του τοιχώματος.

### Α. ΚΑΤΩ ΤΟΙΧΩΜΑ

Ξεκινώντας από την περιγραφή των πειραμάτων για το κάτω τοίχωμα παραθέτουμε κάποια συγκεκριμένα αντιπροσωπευτικά σημεία που επιλέχθησαν τόσο: (a) κατακόρυφα σημεία (σε ακτινική διάταξη), όσο και (β) οριζόντια σημεία (σε αξονική διάταξη) και σε καθορισμένες αποστάσεις μεταξύ τους, κατά μήκος και βάθος. Οι θέσεις αυτές φαίνονται στην παρακάτω εικόνα και στη συνέχει παρατίθενται οι κανονικοποιημένες στη μονάδα (διαιρώντας ως προς τη μέγιστη τιμή) καμπύλες μετατόπισης που προκύπτουν.




*Εικόνα Γ4.5: Παράδειγμα εικόνας υπερήχων, όπου φαίνονται επιλεγμένες περιοχές στο κάτω τοίχωμα (συγκεκριμένα τα σημεία 5, 6, 1, 7, 8 σε αξονική διάταξη, από αριστερά προς δεξιά) και τα σημεία 1, 2, 3, 4 σε ακτινική, από πάνω προς κάτω).*

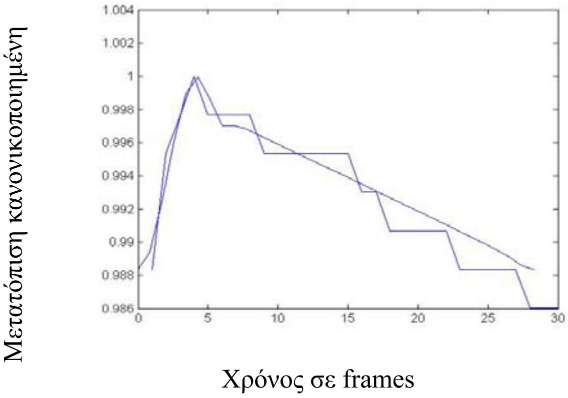
Αφού πλέον έχουμε προσκομίσει τις κυματομορφές της ακτινικής μετατόπισης διαφόρων σημείων κατά μήκος και βάθος της καρωτίδας, με την μέθοδο ανάλυσης κίνησης, στο κάτω τοίχωμα, περιοριζόμαστε στο να επιλέξουμε ένα κύκλο (αναλόγως παρατηρώ πόσα frames είναι η περίοδος , συνήθως T=33frames).Με τη βοήθεια του MATLAB:

α) Βρίσκω την απόλυτη τιμή της μετατόπισης του κάθε σημείου, αφαιρώντας την αρχική του θέση, ώστε να παρατηρώ το βαθμό της μετατόπισης, ανεξάρτητα από το που βρίσκεται στο χώρο

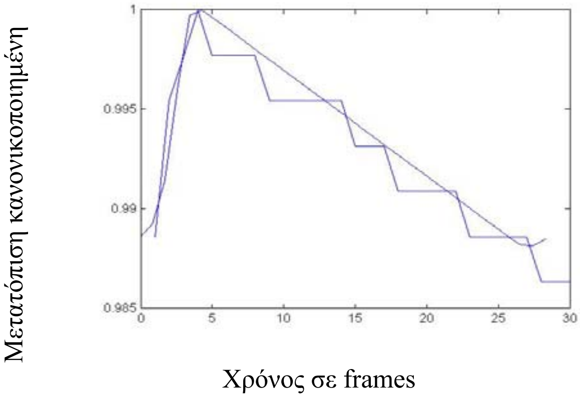
β) Κανονικοποιώ στη μονάδα τις μετατοπίσεις, διαιρώντας με τη μέγιστη μετατόπιση που παρουσιάζουν στον εκάστοτε κύκλο. Πλέον η μέγιστη τιμή του άξονα της μετατόπισης γίνεται η μονάδα σε όλα τα σημεία, ανεξαρτήτως θέσεως και μπορούμε έτσι να μελετήσουμε τη μορφή της καμπύλης.

γ) Προσαρμόζοντας την καμπύλη ζ(t) κατάλληλα μεταβάλλοντας τους συντελεστές πάνω στις καμπύλες που προσκομίζουμε από το βήμα β), στους οποίους είχαμε αναφερθεί προηγουμένως, παρατηρούμε πως αλλάζει η μορφή της καμπύλης σε σχέση με το χρόνο και την θέση των σημείων.

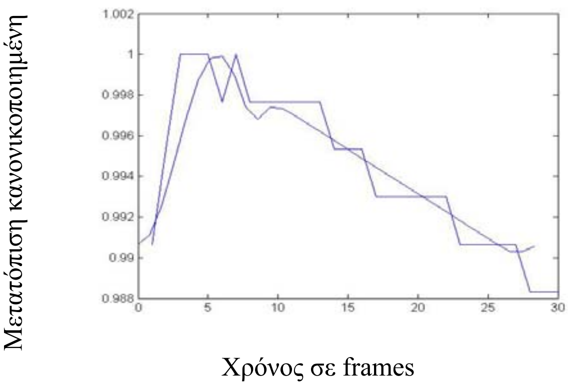
Παρακάτω φαίνονται μερικές δοκιμές (πρόκειται για τα σημεία 1,3,5,7,8,6 της *Εικόνας Γ4.5*) και επιπλέον ορίζεται μία συνάρτηση Error=Z-Y, η οποία μας δίνει το σφάλμα της προσαρμογής και είναι αρκετά ικανοποιητική (ενδεικτικά παρατίθεται στο τελευταίο σχήμα και αφορά το σημείο 8):



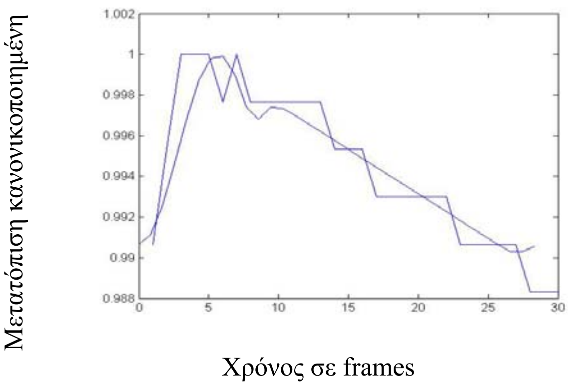

Εικ. 1 Σημείο 1 (420,425)



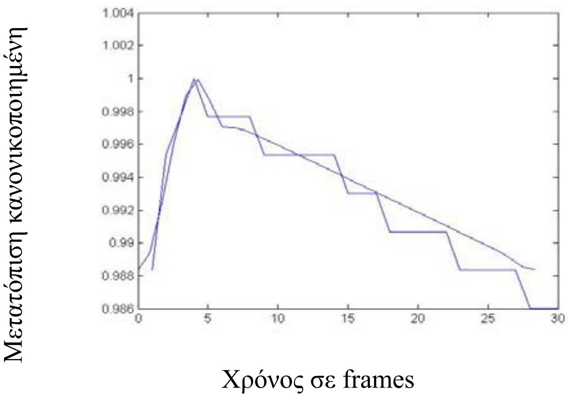

Εικ. 2 Σημείο 3(425,460)



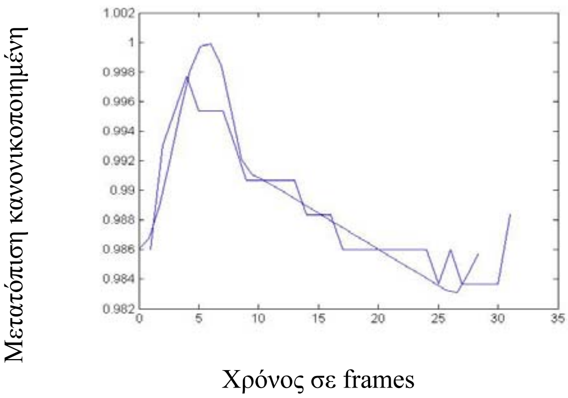

Εικ. 3 Σημείο 4 (425,514)



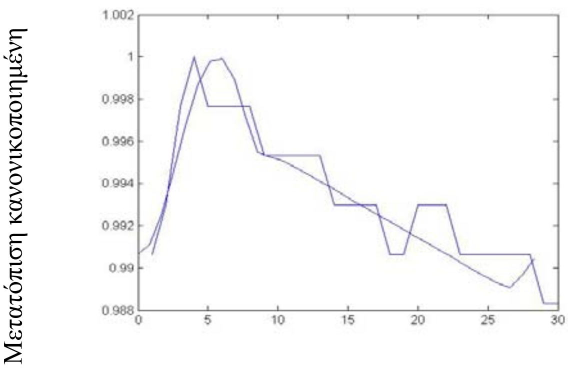

Εικ. 4 Σημείο 5 (350,425)



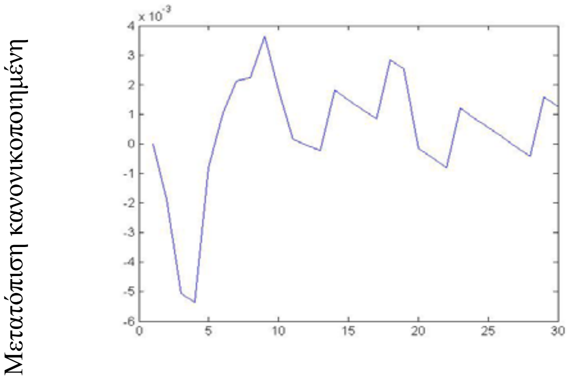

Εικ. 5 Σημείο 6 (392,425)




Εικ. 6 Σημείο 7(480,425)




Εικ. 7 Σημείο 8 (520,425)




Εικ. 8 Συναρτ. Λάθους για το σημείο8

Οι παραπάνω προσαρμοσμένες καμπύλες διαφοροποιούνται ως προς τα t1, a, b και g (τα οποία αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4). Παρακάτω παρατίθενται σε πινακάκι ενδεικτικά η διαφοροποίηση των τιμών μερικών διαφορετικών σημείων στο κάτω τοίχωμα:

| Χωρικές Συν-τεταγμένες(x,y) | Παράμετρος α | Παράμετρος b | Παράμετρος g | Παράμετρος $t_1$ |
|---|---|---|---|---|
| (420,425) | 1 | -0.03 | 0.3 | 0.2 |
| (425,420) | 1.2 | -0.04 | 0.4 | 0.1 |
| (425,460) | 0.9 | -0.03 | 0.5 | 0.35 |
| (425,514) | 1.15 | -0.035 | 0.4 | 0.1 |
| (282,425) | 0.9 | -0035 | 0.4 | 0.3 |
| (350,425) | 1.2 | -0.04 | 0.4 | 0.3 |
| (420,425) | 1 | -0.03 | 0.3 | 0.2 |
| (480,425) | 1 | -0.03 | 0.3 | 0.2 |
| (562,425) | 0.9 | -0.035 | 0.45 | 0.3 |
| (191,425) | 1 | -0.03 | 0.3 | 0.4 |

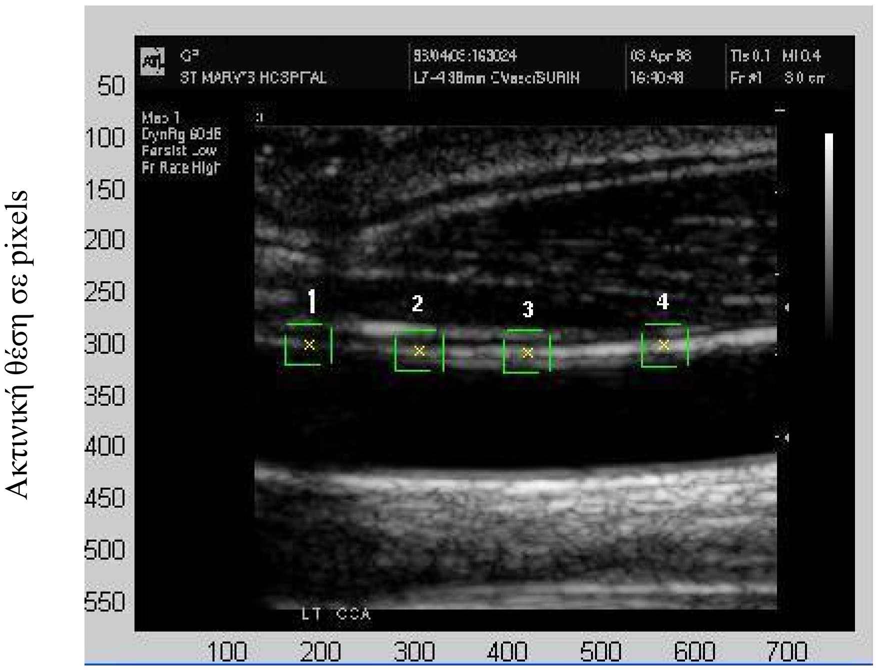
*Πίνακας Γ4.1: Τιμές παραμέτρων για διάφορα σημεία του κάτω τοιχώματος*

**B. ΑΝΩ ΤΟΙΧΩΜΑ**

Ακολουθώντας την ίδια δομή για τα πειράματα και στην περίπτωση του άνω τοιχώματος αποκομίζουμε ανάλογα αποτελέσματα. Αξίζει να αναφερθεί πως δουλεύοντας στο MATLAB, στην περίπτωση του άνω τοιχώματος ισχύουν τα ίδια μόνο που ουσιαστικά παίρνουμε το καθρέφτη της ζ(t) κατά την προσαρμογή, δηλαδή δίνουμε την εντολή plot ζ (t-33,ζ) θεωρώντας ότι η περίοδος της καμπύλης είναι T=33. Αν επιπλέον με ενδιαφέρει να καταχωρήσω τις τιμές της καθρεφτισμένης μεταβλητής (για να εξάγω π.χ. αργότερα μέσο τετραγωνικό σφάλμα) σε μία νέα μεταβλητή δημιουργώντας ένα απλό βρόχο το επιτυγχάνω (Ορίζω τη νέα μεταβλητή z ως δυναμικό πίνακα και αναδιατάσσω τη Z (αρχική), όπως παρακάτω)

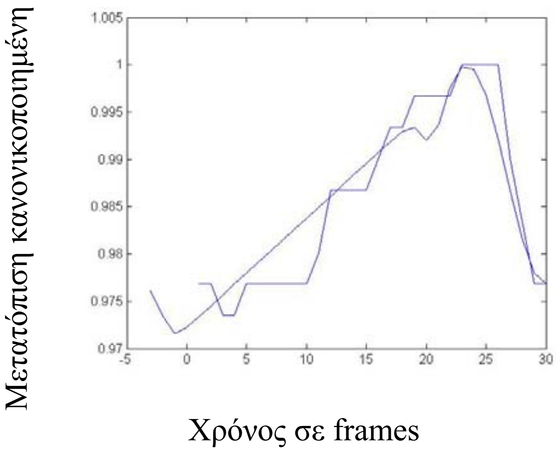
```
z=[];
for i=1:30
Z(31-i)=z
end.
```

Επιλέγω τέσσερα οριζόντια (αξονικά) σημεία με συντεταγμένες y περίπου 300 pixels και x που διαφοροποιείται μεταξύ των διαδοχικών σημείων περίπου κατά 120 pixels και καλύπτεται έτσι όλη σχεδόν η εικόνα. Αντιστοίχως για τα κάθετα (ακτινικά) τέσσερα σημεία οι συντεταγμένες είναι, όσον αφορά στο x περίπου 420 pixels και το y διαφοροποιείται μεταξύ των σημείων κατά 40 pixels και ομοίως καλύπτει κατά βάθος ουσιαστικά την εικόνα. Αντιστοίχως οι καμπύλες μας για τα παρακάτω σημεία είναι:

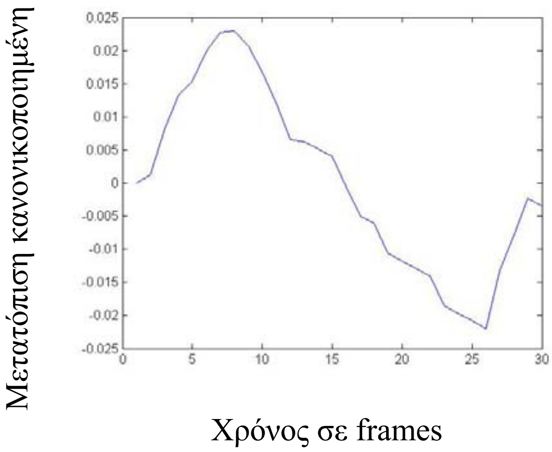



Αξονική θέση σε pixels

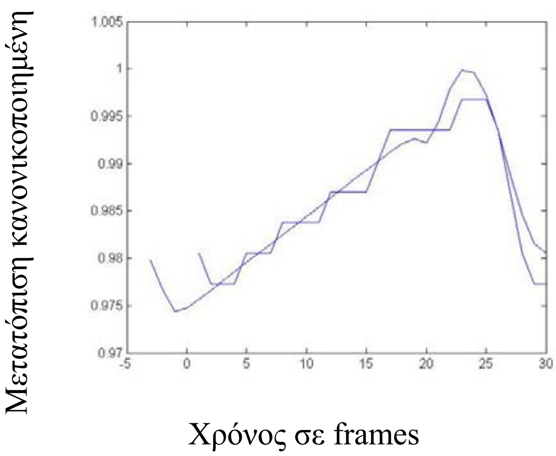
*Εικόνα Γ4.6: Εικόνα υπερήχου με 4 οριζόντια αριθμημένα σημεία του άνω τοιχώματος (αποστάσεις μεταξύ τους 120 pixels )*



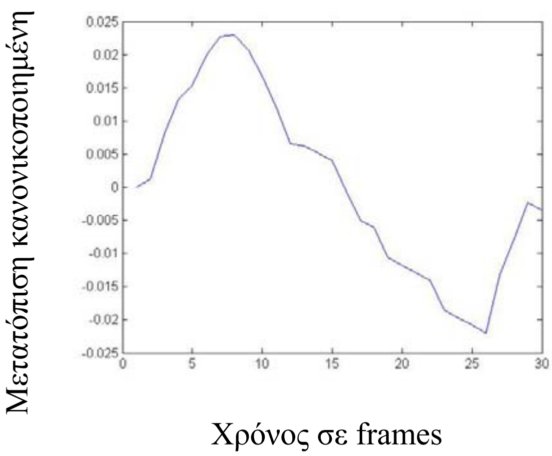

Εικ. 1 Σημείο 1 (188,295)



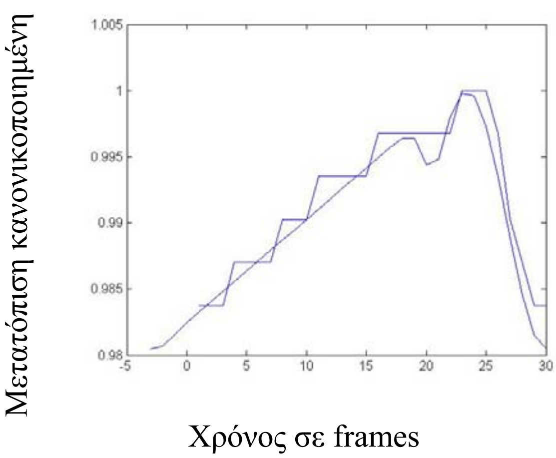

Εικ. 2 Συναρτ. Λάθους για το σημείο 1



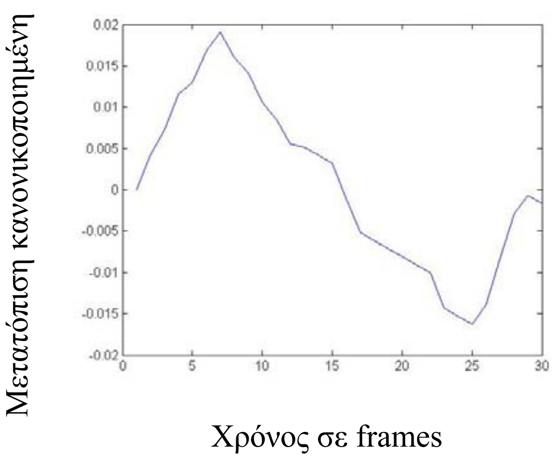

Εικ. 3 Σημείο 2 (306,302)



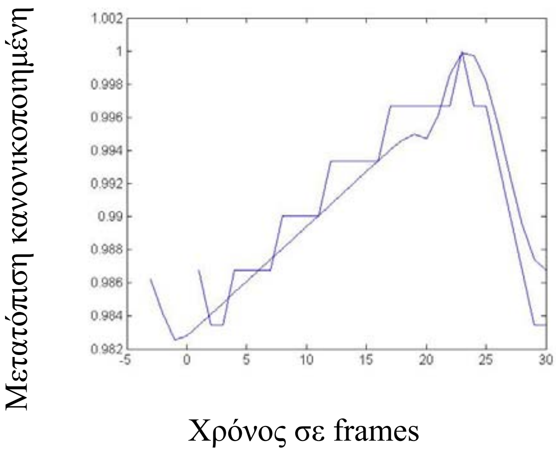

Εικ. 4 Συναρτ. Λάθους για το σημείο 2



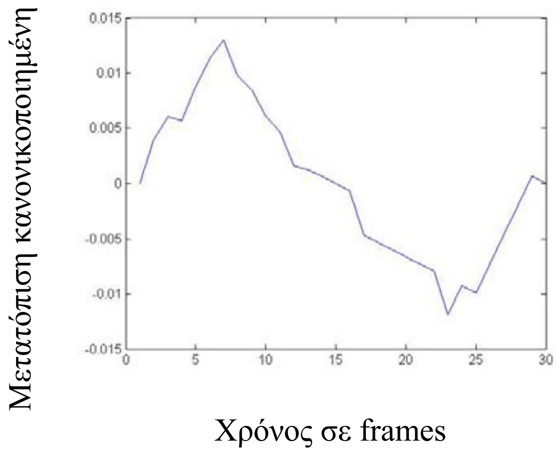

Εικ. 5 Σημείο 3 (419,303)




Εικ. 6 Συναρτ. Λάθους για το σημείο 3

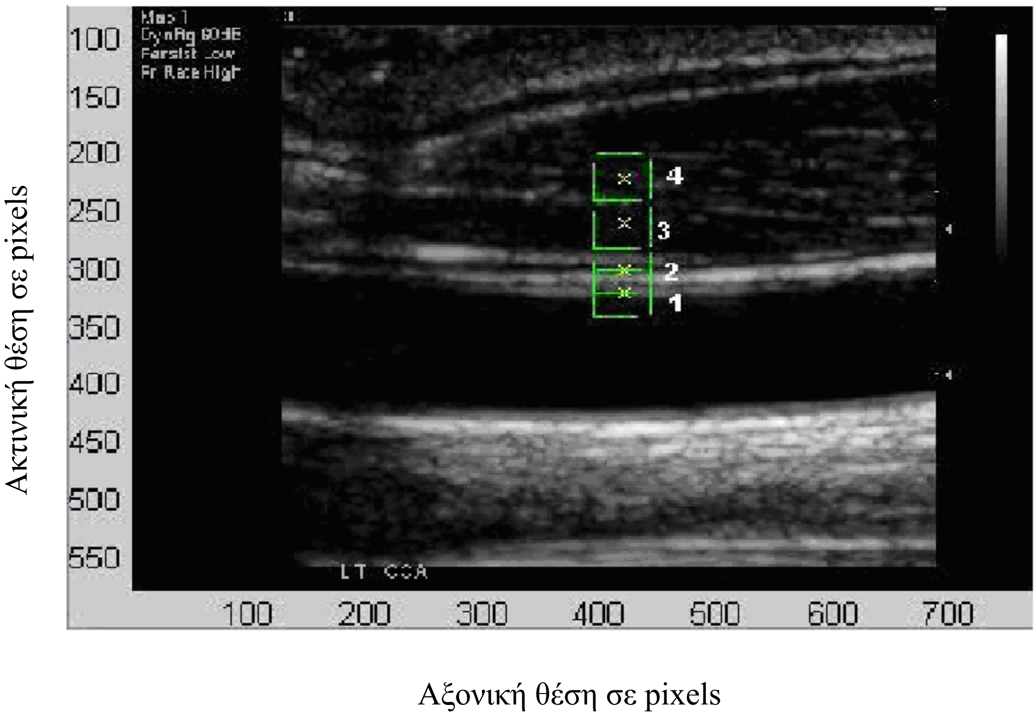



Εικ. 7 Σημείο 4 (572,298)

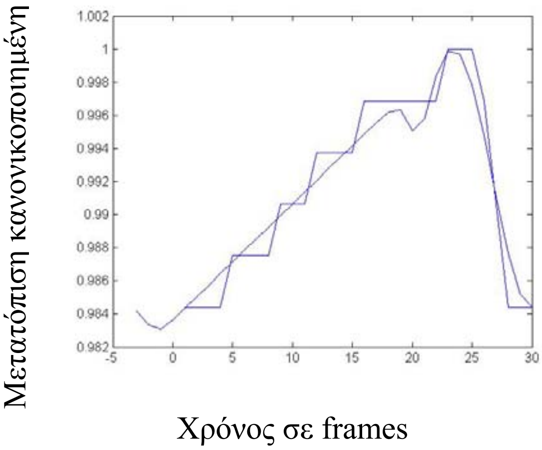



Εικ. 8 Συναρτ. Λάθους για το σημείο 4

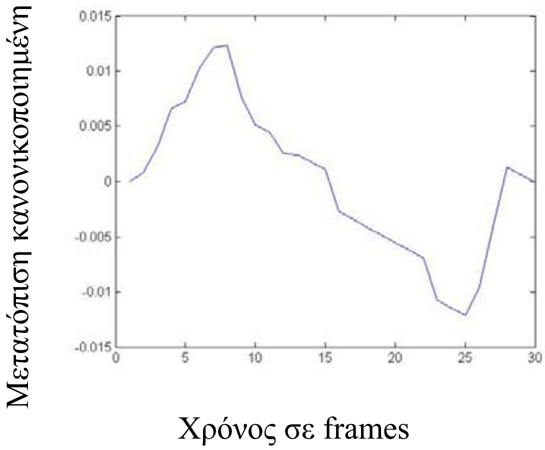
Και αντιστοίχως για τα κάθετα σημεία:



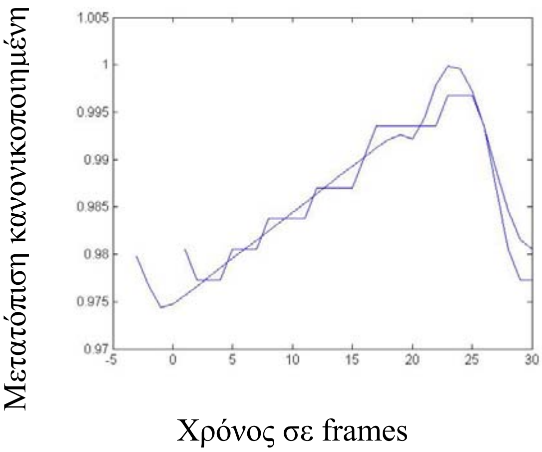

*Εικόνα Γ4.7: Εικόνα υπερήχου με 4 κάθετα προεπιλεγμένα αριθμημένα σημεία του άνω τοιχώματος*



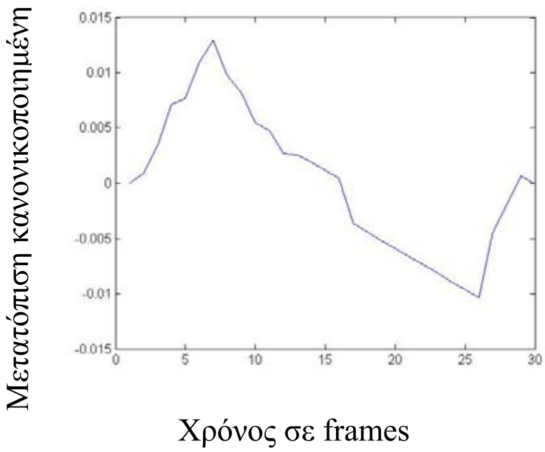

Εικ. 4 Σημείο 1 (421,219)



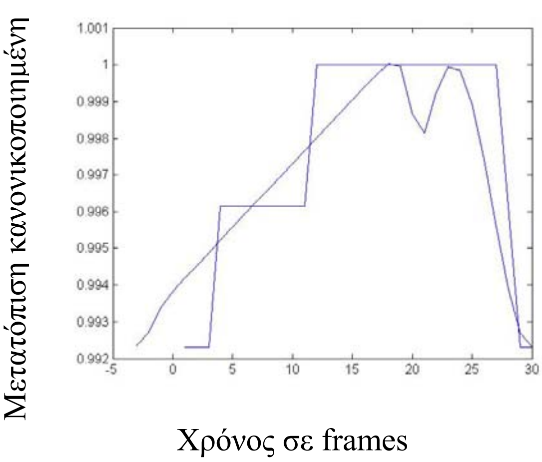

Εικ. 5 Συναρτ. Λάθους για το σημείο1



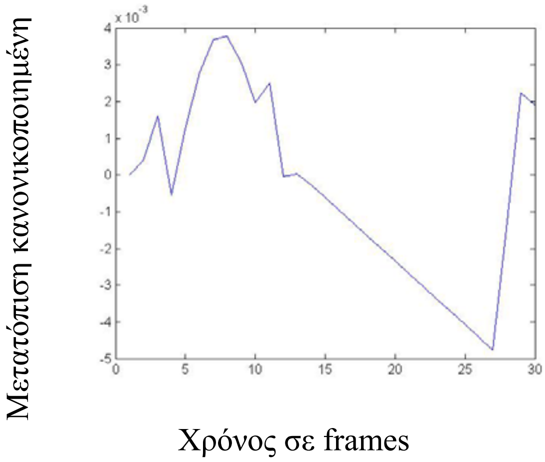

Εικ. 6 Σημείο 2 (422,258)



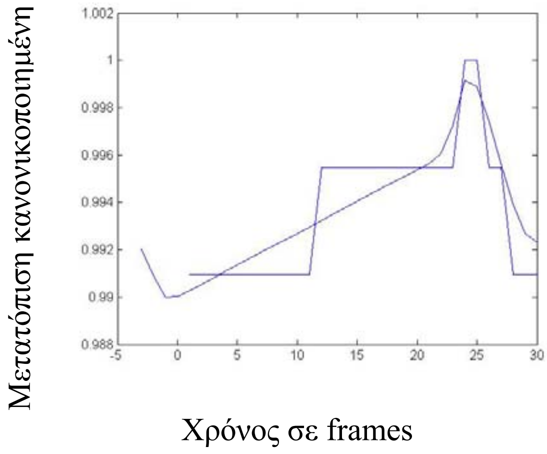

Εικ. 4 Συναρτ. Λάθους για το σημείο2



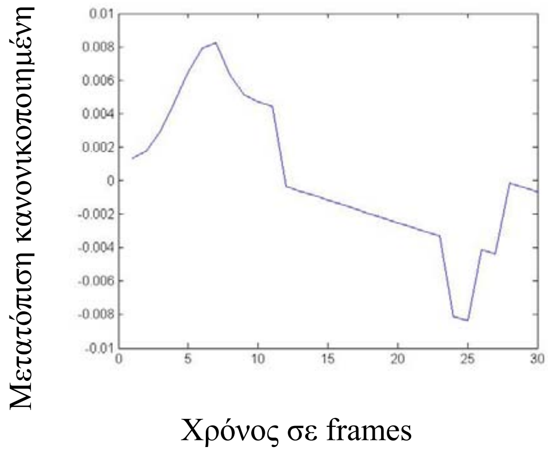

Εικ. 5 Σημείο 3 (419,296)




Εικ. 6 Συναρτ. Λάθους για το σημείο3




Εικ. 7 Σημείο 4 (420,316)




Εικ. 8 Συναρτ. Λάθους για το σημείο4

Στον πίνακα Γ 4.2 παρατίθεται ενδεικτικά η διαφοροποίηση των τιμών των διαφορετικών σημείων στο άνω τοίχωμα:

| Χωρικές Συν-τεταγμένες(x,y) | Παράμετρος α | Παράμετρος b | Παράμετρος g | Παράμετρος $t_1$ |
|---|---|---|---|---|
| (188,295) | 1.3 | -0.05 | 0.4 | 0.3 |
| (306,302) | 1.2 | -0.05 | 0.4 | 0.3 |
| (419,303) | 1.3 | -0.04 | 0.4 | 0.3 |
| (572,298) | 1.3 | -0.04 | 0,4 | 0.3 |
| (421,219) | 1.1 | -0.035 | 0,4 | 0.3 |
| (422,258) | 1.2 | -0.035 | 0.4 | 0.3 |
| (419,296) | 1.3 | -0.04 | 0.4 | 0.3 |
| (420,316) | 1.3 | -0.045 | 0.4 | 0.2 |

*Πίνακας Γ4.2: Τιμές παραμέτρων για διάφορα σημεία του άνω τοιχώματος*

Έχοντας επιλέξει, επομένως, πολλά σημεία και από το άνω και από το κάτω τοίχωμα και γνωρίζοντας τις τιμές των παραμέτρων όλων των σημείων, παρατηρούμε πως οι αλλαγές των τιμών ούτε ακολουθούν κάποιο γεωμετρικό κανόνα (σε σχέση με το χώρο) ούτε παρουσιάζουν σημαντικές αποκλίσεις , πέραν κάποιων εξαιρέσεων που πιθανώς οφείλονται σε άλλους παράγοντες (μαύρη περιοχή στην εικόνα του υπερήχου). Παρατηρώντας τις τιμές και συγκρίνοντας επιλέγουμε, εφόσον η σημασία τους είναι καθαρά μορφολογική πάνω στην καμπύλη και η επιλογή μέσων όρων εξαιτίας των εξαιρέσεων που αναφέραμε δεν δίνει αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα, θα επιλέξουμε τις επικρατούσες τιμές που εμφανίζονται στα εσωτερικά σημεία (κοντά στην περιοχή όπου γίνεται η ροή και έχουμε ευκρίνεια και μεγαλύτερη ακρίβεια).

Έτσι με βάση το σημείο 1 (ως σημείο αναφοράς ) καταλήγουμε στο εξής χρονικό μοντέλο όπου:

**a = 1.1**

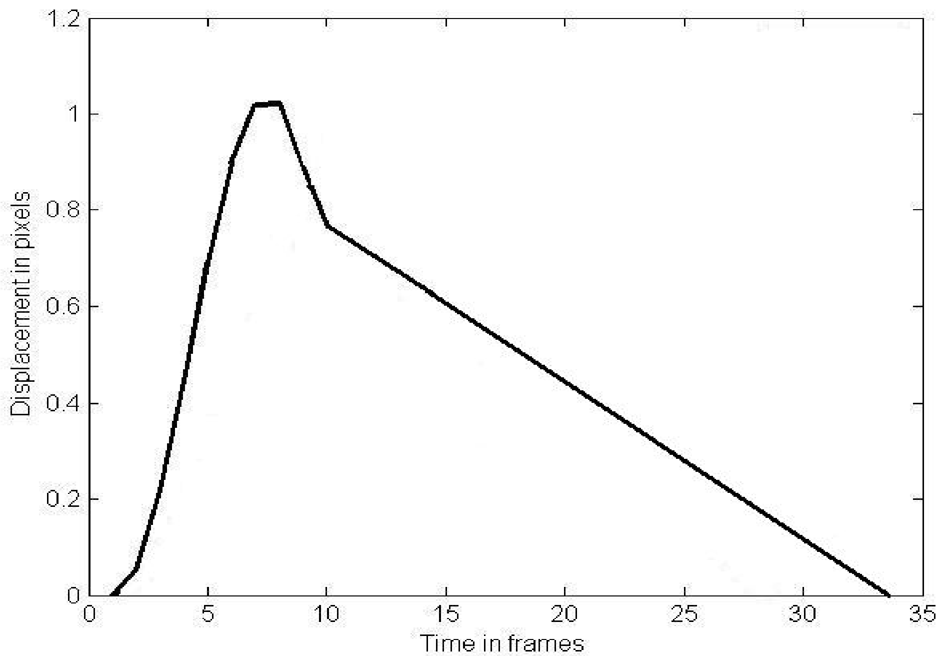
**b =-0.04**

**t1 = 0.25T**

**g =0.4**

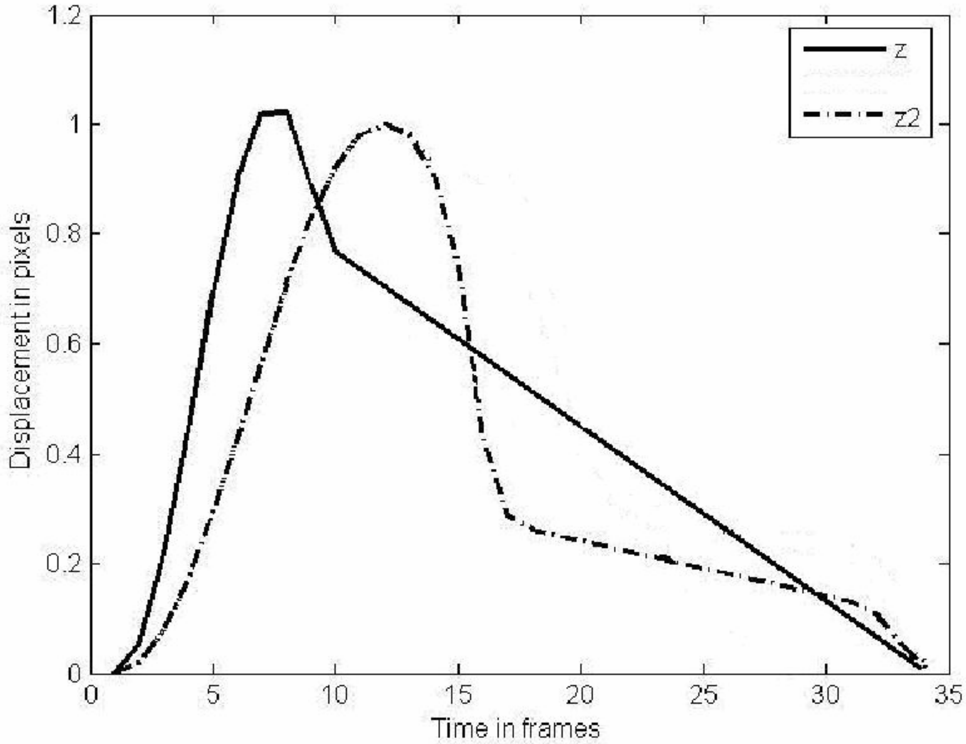
**ΧΡΟΝΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ**

$$\zeta(t)=[0.25\times(1+\tanh(1.146\times(t-t_0)))\times(1+\tanh(1.146\times(0.25\times T-t)))\times\sin^2(\frac{\pi\times t}{0.4\times T})$$
$$+0.25\times(1+\tanh(1.146\times(t-0.25\times T)))\times(1+\tanh(1.146\times(t_2-t)))\times(1.1-0.04t)]$$




*Εικόνα Γ4.8: Η γραφική παράσταση της ζ(t) για το δικό μας μοντέλο*

Αν θέλαμε οπτικά να δούμε πως διαφοροποιείται η ζ(t) στο μοντέλο παραμορφώσεως του καρωτιδικού τοιχώματος σε σχέση με αυτό που αναφέρεται στην καρδιά αξίζει να παρατηρήσουμε το παρακάτω σχήμα:




*Εικόνα Γ4.9: Η γραφική παράσταση της ζ(t), που αναφέρεται στο μοντέλο παραμορφώσεως του καρωτιδικού τοιχώματος (z) και εκείνης που αναφέρεται στην καρδιά (z2).*

Ουσιαστικά οι διαφορές σε σχέση με το μοντέλο της καρδιάς [14], που παρουσιάζονται είναι οι εξής:

α)Το t1=0.25*T (ενώ στο μοντέλο της καρδιάς ήταν t1=0.446*T) που σημαίνει ότι ο πρώτος παλμός διαρκεί λιγότερο και συμπιέζεται χρονικά, ενώ ο δεύτερος επιμηκύνεται χρονικά και διαρκεί περισσότερο .

β)Το g=0.4 (ενώ ήταν 2/3) πράγμα που κάνει αφενός λίγο πιο αιχμηρό και με μικρότερο εύρος τον παλμό και αφετέρου περισσότερο απότομη την άνοδο του πρώτου παλμού.

γ)Το α=1.1 (ενώ ήταν 0.431),άρα ο δεύτερος παλμός αρχίζει να πέφτει από υψηλότερο σημείο και παράλληλα δεν παρατηρείται η απότομη πτώση στο τέλος του πρώτου παλμού, που παρατηρείται στην περίπτωση της καρδιάς.

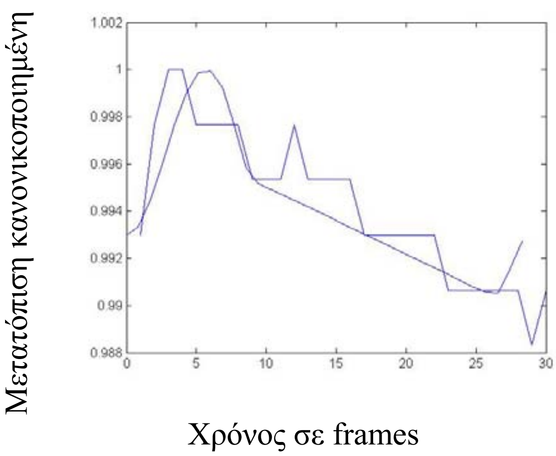
δ)Το b=-0.04 (ενώ ήταν -0.007), που σημαίνει μεγαλύτερη κλίση και άρα πιο απότομη καθοδική πορεία.

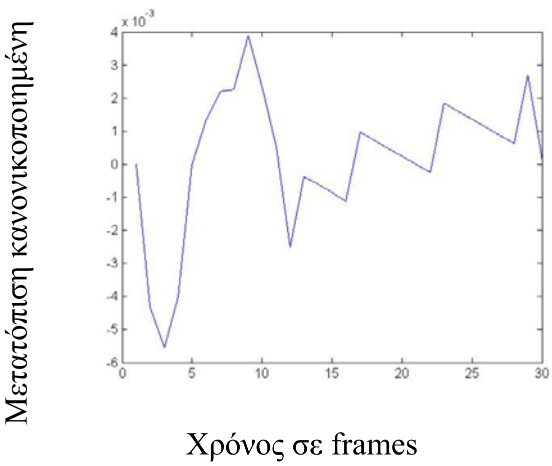
Το παραπάνω λοιπόν μοντέλο θα χρησιμοποιήσουμε προκειμένου να καταδείξουμε τη μορφή περισσότερο της κίνησης στο χρόνο και παράλληλα θα κάνουμε την υπόθεση πως είναι αντιπροσωπευτικό για όλα τα σημεία του τοιχώματος του καρωτιδικού χώρου και έπειτα αφού εξακριβώσουμε κατά πόσος η υπόθεση μας ισχύει θα ασχοληθούμε και με την επιρροή των χωρικών συντεταγμένων.

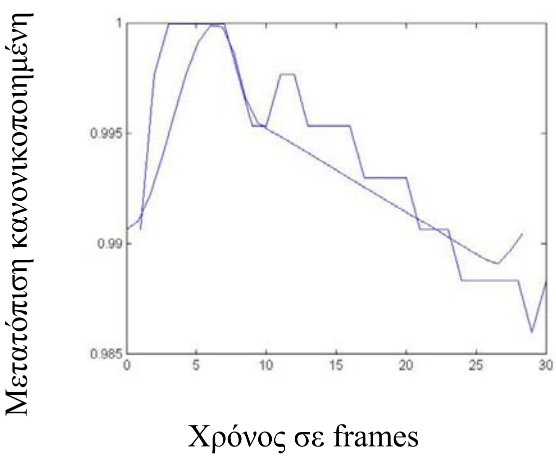
Απομένει να εξακριβώνουμε κατά πόσο το μοντέλο που δεχτήκαμε (το χρονικό) και κανονικοποιημένο στη μονάδα, παίρνοντας και άλλα δείγματα τυχαία, επίσης κανονικοποιημένα στη μονάδα συγκλίνει ή αποκλίνει. Μερικά ενδεικτικά αποτελέσματα είναι τα εξής:

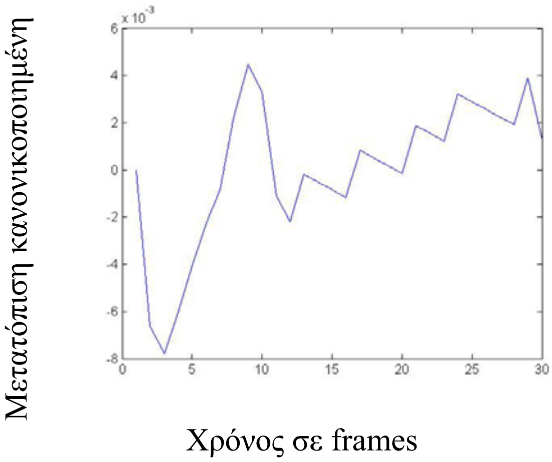
Στήλη 1:Τυχαία επιλογή σημείων για εξακρίβωση ποιότητας προσαρμογής .

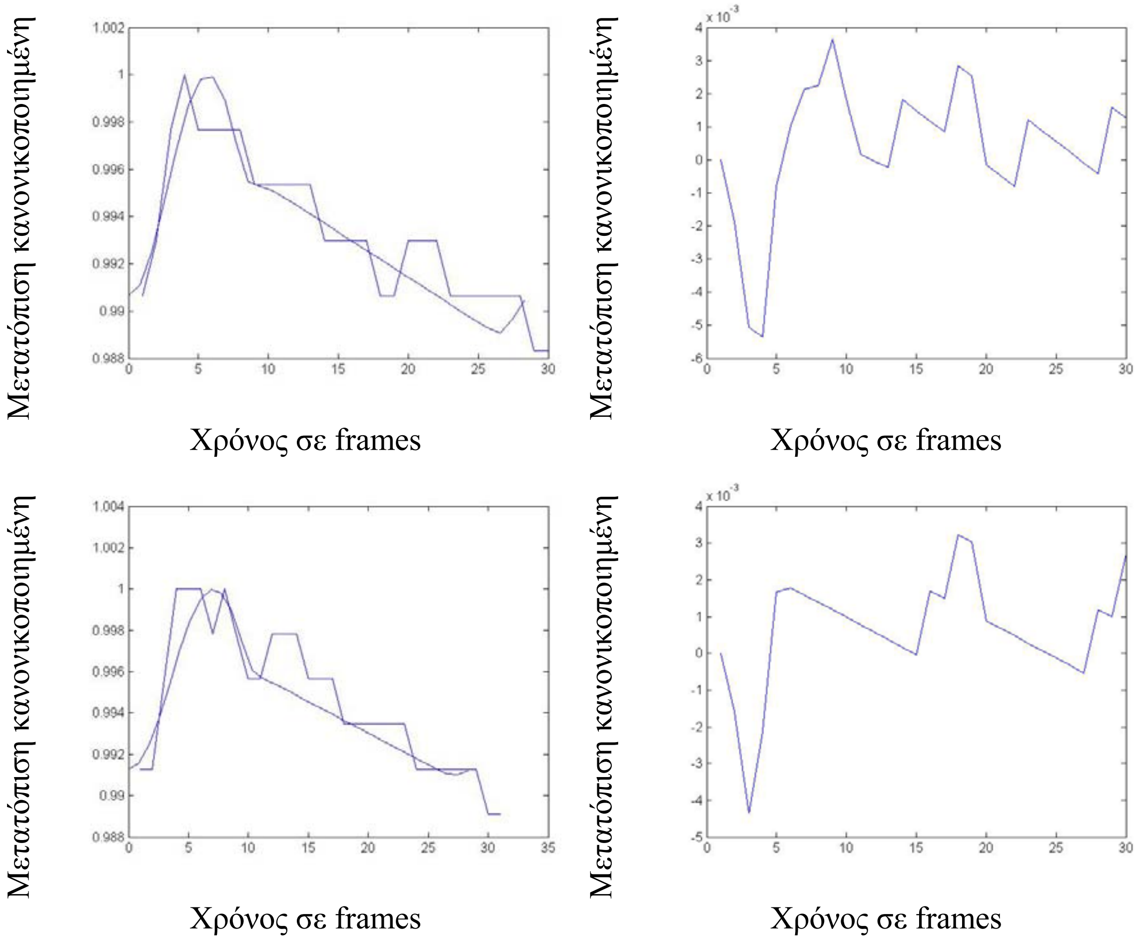
Στήλη 2:Συνάρτηση απόκλισης κυματομορφής και μοντέλου.





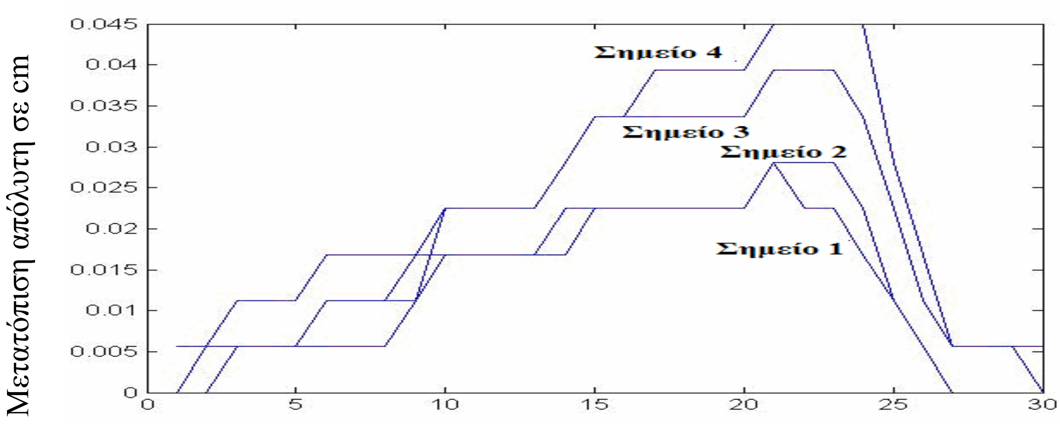

Ουσιαστικά τα αποτελέσματα, με βάση τη συνάρτηση λάθους, είναι αρκετά ικανοποιητικά. Όμως οι συναρτήσεις δεδομένου ότι είναι κανονικοποιημένες στη μονάδα δεν δείχνουν το μέγεθος της μετατόπισης αλλά μονάχα τη μορφή της.

## Γ5. Καθορισμός του όρου του μοντέλου παραμόρφωσης που περιγράφει τη χωρική μεταβολή

Για να καθορίσουμε τον όρο της χωρικής μεταβολής του μοντέλου πραγματοποιήσαμε προσαρμογή του μαθηματικού μοντέλου που καθορίσαμε στο παραπάνω βήμα στα αποτελέσματα εκτίμησης κίνησης από ακολουθίες εικόνων υπερήχων για σημεία με μεταβλητή ακτινική θέση. Λόγω της συμμετρίας που παρουσιάζει η γεωμετρία της καρωτίδας καθορίσαμε ένα χωρικό μοντέλο το οποίο περιλαμβάνει δυο όρους: έναν για το πάνω τοίχωμα και ένα για το κάτω. Βασική υπόθεση στο παρόν στάδιο της μελέτης μας είναι ότι θεωρούμε ένα μικρό διαμήκες τμήμα της καρωτίδας για το οποίο δεν έχουμε μεταβολή του προτύπου κίνησης ως προς την αξονική διεύθυνση. Επομένως, ο όρος που περιγράφει την χωρική μεταβολή εκφράζεται συναρτήσει της ακτινικής διεύθυνσης (y).

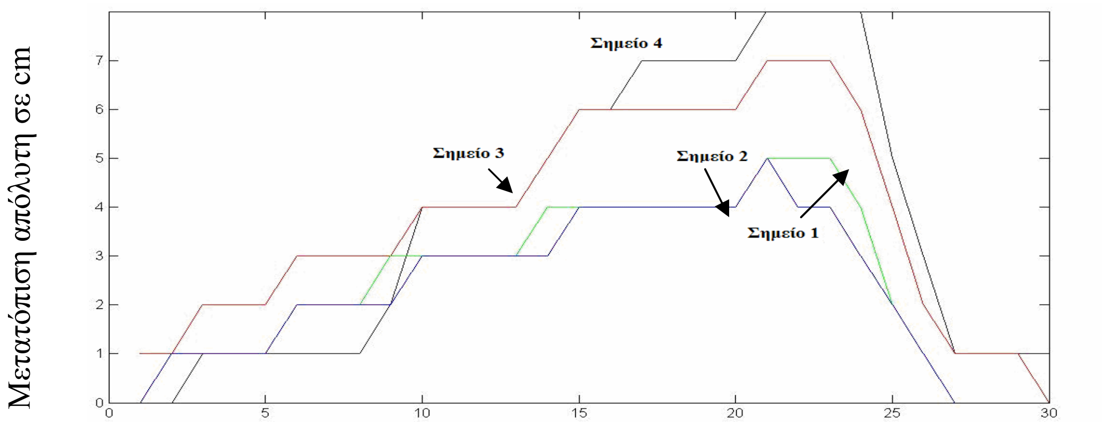
Μελετώντας τα αποτελέσματα εκτίμησης κίνησης με χρήση της μεθόδου block-matching από ακολουθίες εικόνων υπερήχων β-σάρωσης που αντιστοιχούν στην ακτινική μετατόπιση κατακόρυφων σημείων (που διαφοροποιούνται δηλαδή κατά y) διαπιστώνει κανείς ότι όσο τα σημεία απομακρύνονται από την εσωτερική περιοχή του καρωτιδικού τοιχώματος (όπου γίνεται η ροή αίματος) τόσο μειώνεται η τιμή της μετατόπισης. Φαίνεται μάλιστα ότι η μείωση αυτή δεν είναι αναλογική σε σχέση με το y (γραμμική) αλλά παρουσιάζει μία εξάρτηση μάλλον εκθετική. Για να το αποδείξουμε αυτό και να εξάγουμε τη συνάρτηση της χωρικής εξάρτησης χρησιμοποιήσαμε το εργαλείο Curve Fitting του περιβάλλοντος MATLAB. Το συγκεκριμένο εργαλείο, θέτοντάς του ως συντεταγμένες διαφορετικά σημεία κατά τον κατακόρυφο άξονα και τις αντίστοιχες μέγιστες μετατοπίσεις (εφόσον θεωρήσαμε ότι οι μορφές των εκάστοτε καμπυλών κανονικοποιημένες είναι οι ίδιες), επιτρέπει την εξαγωγή των μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν τον κανόνα μείωσης της μετατόπισης καθώς απομακρύνεται κανείς από τα όρια του αγγείου.

Σε αυτό, επομένως, το στάδιο παύουμε να μελετάμε κανονικοποιημένες συναρτήσεις και μελετάμε για κάθε σημείο την μετατόπιση του θεωρώντας ότι ξεκινάει από το μηδέν. Παρακάτω παραθέτουμε για το άνω πρώτα και μετά για το κάτω, για τέσσερα σημεία ενδεικτικά πρώτα κατά μήκος και μετά κατά βάθος την απόλυτη τιμή μετατόπισης, ώστε να παρατηρήσουμε τη διαφοροποίηση ως προς τη μέγιστη τιμή μετατόπισης σε σχέση με το χώρο στον οποίο βρίσκονται τα εκάστοτε σημεία. Επιπλέον ευελπιστούμε να συμπεράνουμε κατά πόσο η μέγιστη αυτή τιμή επηρεάζεται από τις δύο συντεταγμένες x και y.(Οι συναρτήσεις παρατίθενται δύο φορές αναγράφοντας τις τιμές στον κάθετο άξονα πρώτα σε cm και μετά σε pixels).



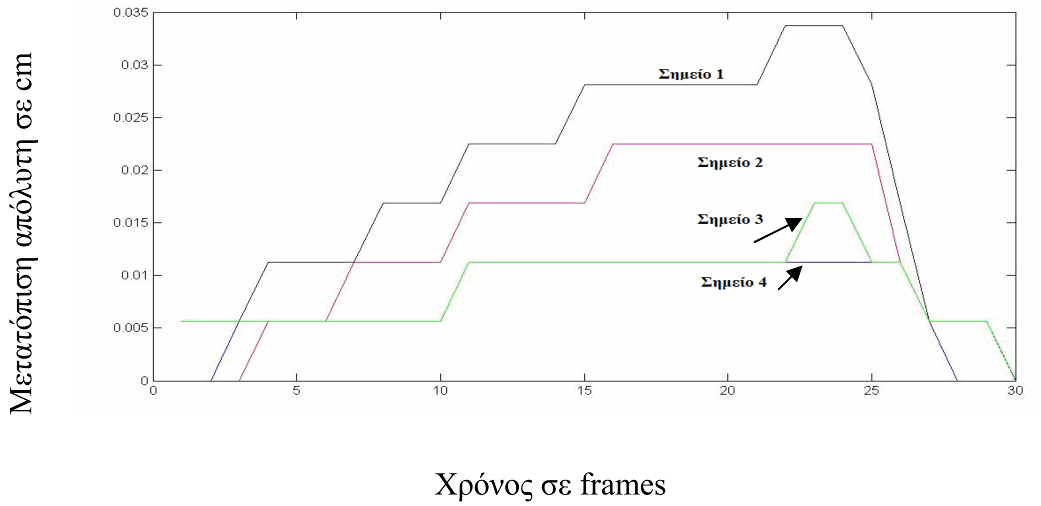

**Χρόνος σε frames**

*Εικόνα Γ5.1 :Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά μήκος (οριζοντίως) άνω τοιχώματος σε cm, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(188,295),2(306,302),3(419,303),4(572,298).*

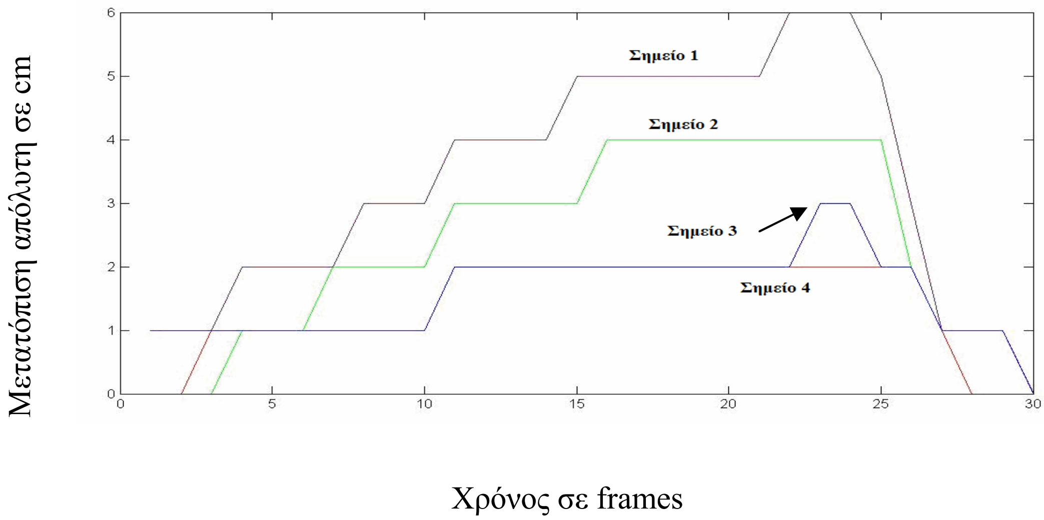



Χρόνος σε frames

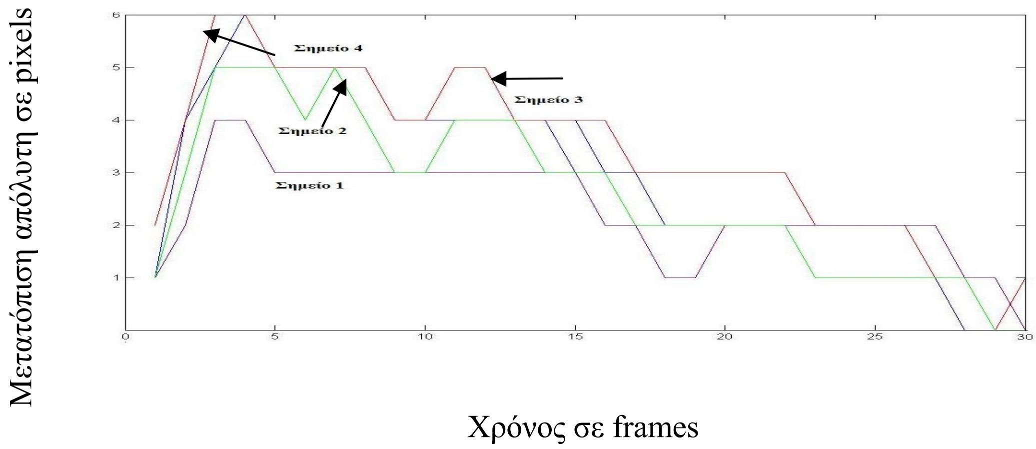
*Εικόνα Γ5.2 :Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά μήκος (οριζοντίως) άνω τοιχώματος σε pixels, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(188,295),2(306,302),3(419,303),4(572,298).*



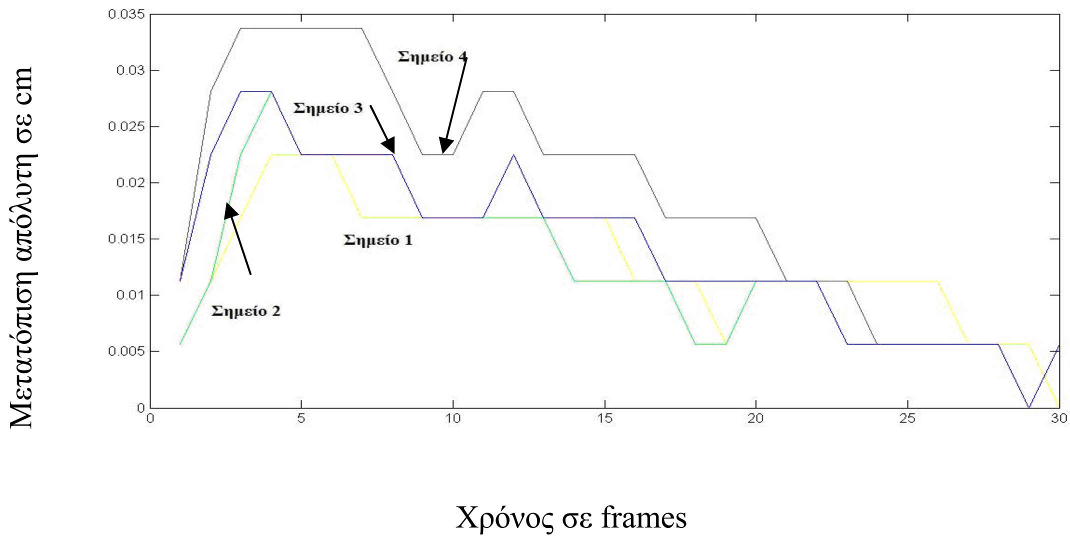

*Εικόνα Γ5.3: Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά βάθος (καθέτως) άνω τοιχώματος σε cm, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(429,219),2(422,258),3(419,296),4(420,316).*



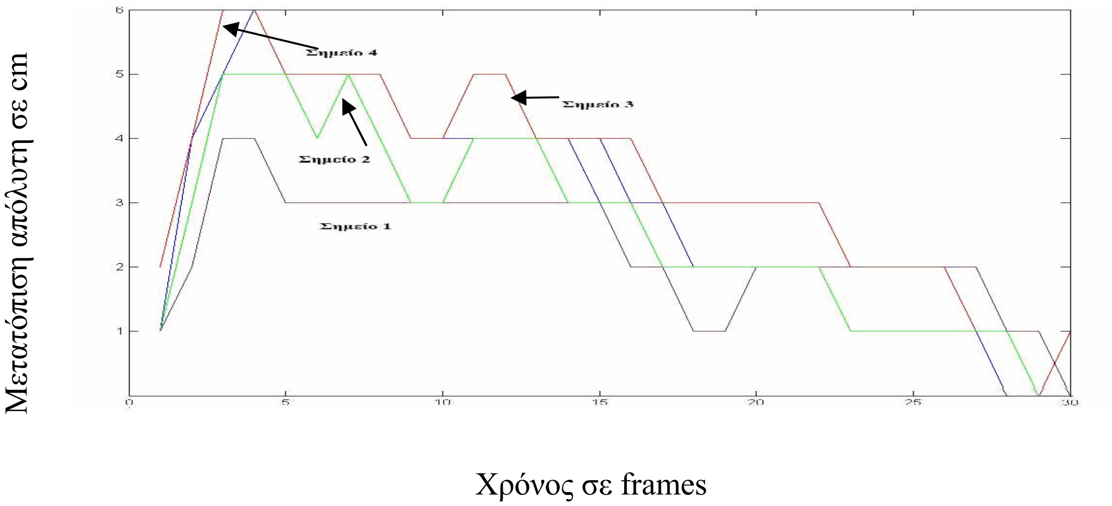

*Εικόνα Γ5.4: Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά βάθος (καθέτως) άνω τοιχώματος σε pixels, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(429,219),2(422,258),3(419,296),4(420,316)*



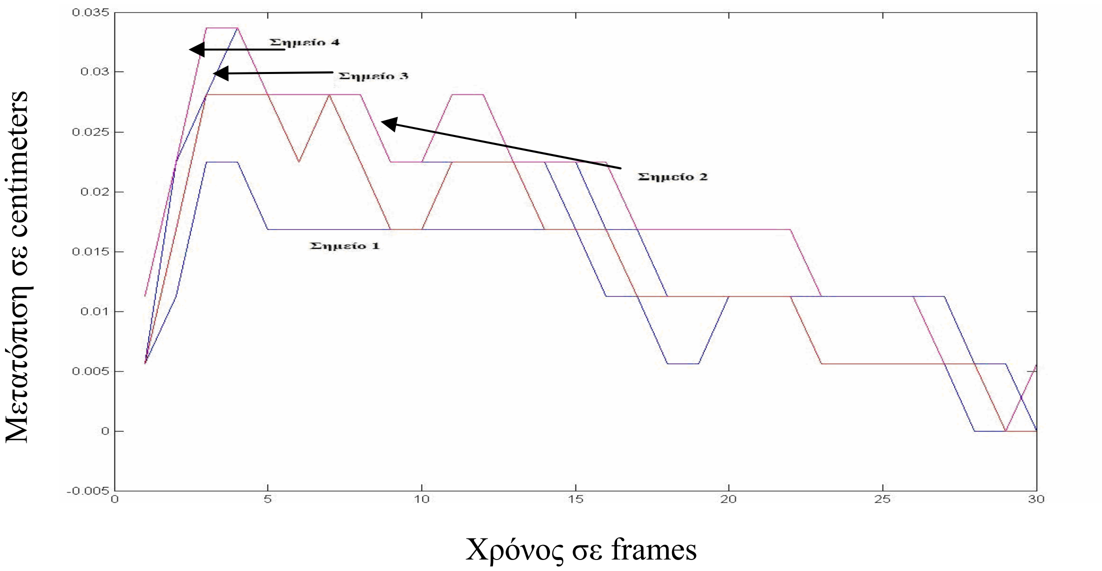

*Εικόνα Γ5.5: Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά μήκος (οριζοντίως) κάτω τοιχώματος σε pixels, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(392,425),2(420,425),3(480,425),4(520,425).*




*Εικόνα Γ5.6: Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά μήκος (οριζοντίως) κάτω τοιχώματος σε cm, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(392,425),2(420,425),3(480,425),4(520,425)*



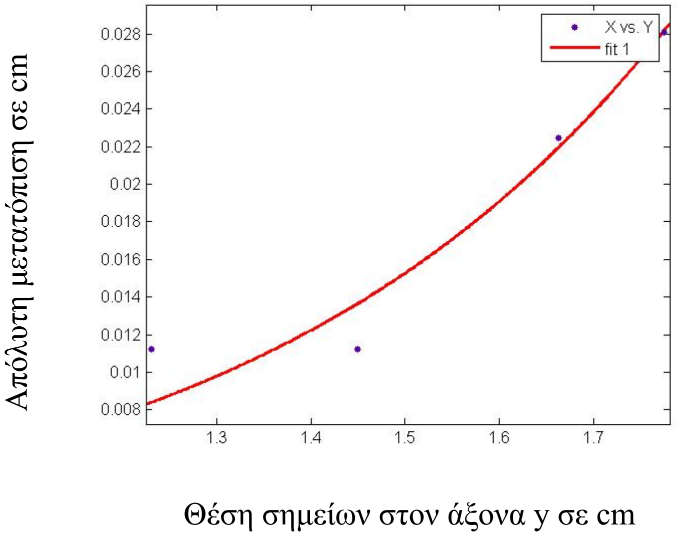

*Εικόνα Γ5.7: Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά βάθος (καθέτως) κάτω τοιχώματος σε pixels, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(425,514),2(425,460),3(425,440),4(420,425)*



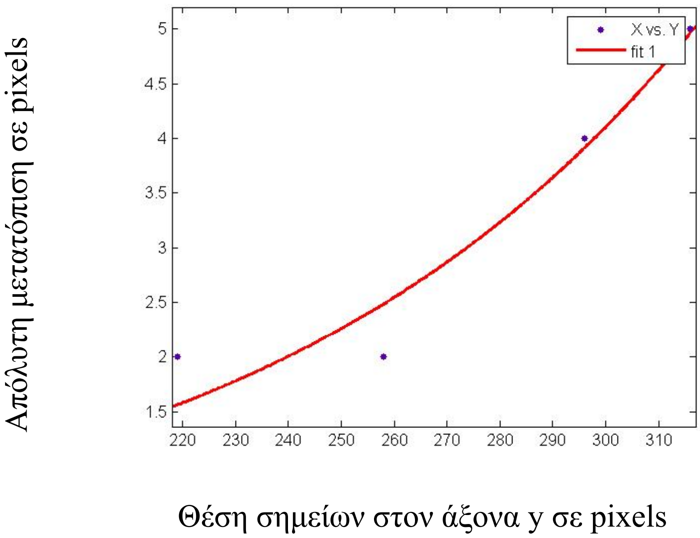

*Εικόνα Γ5.8: Μετατοπίσεις σημείων τοποθετημένων κατά βάθος (καθέτως) κάτω τοιχώματος σε cm, όπου οι χωρικές συντεταγμένες των σημείων είναι: 1(425,514),2(425,460),3(425,440),4(420,425)*

Από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις παρατηρούμε ότι τα σημεία τα οποία διαφοροποιούνται ως προς τον οριζόντιο άξονα δεν παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές ως προς τη μέγιστη μετατόπιση ούτε κάποιο κανόνα μπορούμε να εξάγουμε ακριβή σε σχέση με τη θέση στον οριζόντιο άξονα και την αναλογία του με τη μέγιστη μετατόπιση. Οπότε θα θεωρήσουμε ότι η θέση στον οριζόντιο άξονα δεν αποτελεί παράμετρο της χωρικής συνάρτησης που θα διαμορφώσουμε. Άλλωστε και σε σχέση με άλλες μελέτες που έχουν διεκπεραιωθεί έχει διαπιστωθεί ότι ο παράγοντας ο καταλυτικός που επηρεάζει σημαντικά το μέγεθος της μετατόπισης είναι το εκάστοτε βάθος στο οποίο βρίσκεται το συγκεκριμένο σημείο. Παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις που εκφράζουν τη μετατόπιση σημείων κατακόρυφων (που διαφοροποιούνται δηλαδή κατά y) διαπιστώνουμε ότι όσο τα σημεία απομακρύνονται από την περιοχή την εσωτερική του καρωτιδικού τοιχώματος (όπου γίνεται η ροή αίματος) τόσο μειώνεται η τιμή της μετατόπισης. Φαίνεται μάλιστα ότι η μείωση αυτή δεν είναι αναλογική σε σχέση με το y αλλά παρουσιάζει μία εξάρτηση μάλλον εκθετική. Για να το αποδείξουμε αυτό και να εξάγουμε τη συνάρτηση ουσιαστικά της χωρικής εξάρτησης θα χρησιμοποιήσουμε για ευκολία το εργαλείο του MATLAB , Curve Fitting. Το παραπάνω εργαλείο, θέτοντάς του ως x συντεταγμένες διαφορετικά σημεία κατά τον κατακόρυφο άξονα και ως y τις αντίστοιχες μέγιστες μετατοπίσεις (εφόσον θεωρήσαμε ότι οι μορφές των εκάστοτε καμπυλών κανονικοποιημένες είναι οι ίδιες), θα μας δώσει αυτόματα δύο εκθετικές σχέσεις (μία για το άνω και μία για το κάτω τοίχωμα) που θα δείχνουν ακριβώς τα παραπάνω, δηλαδή πώς μειώνεται εκθετικά το μέγεθος της μετατόπισης απομακρυνόμενοι προς το εξωτερικό μέρος του τοιχώματος. Παρακάτω φαίνονται οι συναρτήσεις (είσοδοι στο curve Fitting) και οι συναρτήσεις που το MATLAB μας προτείνει. (Οι εκθετικές φαίνονται τόσο για cm όσο και για pixels. Εμείς θα προτιμήσουμε γενικά να δουλέψουμε με pixels, κάτι το οποίο γενικά προτιμάμε αφού έτσι αναδεικνύονται περισσότερο οι λεπτομέρειες και μας διευκολύνει αριθμητικά σε σχέση με τα cm).

**Α. ΑΝΩ ΤΟΙΧΩΜΑ:**




*Εικόνα Γ5.10: Curve fitting για άνω τοίχωμα σε cm*



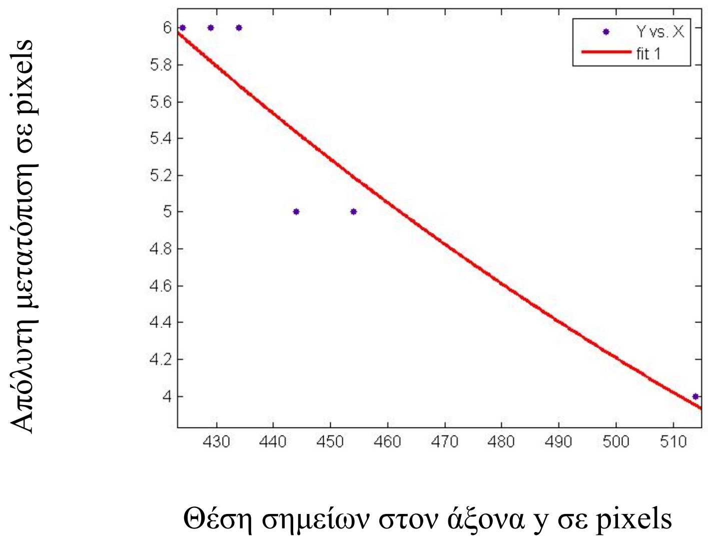

*Εικόνα Γ5.11: Curve fitting για άνω τοίχωμα σε pixels*

| **(A1)Γενική μορφή εκθετικής καμπύλης αναφερόμενη σε pixels** |
|---|
| $f(x)=a \cdot \exp(b \cdot x)$ |
| Συντελεστές (με 95% όρια πιστότητας) : |
| 1.a=0.1135(-0.262, 0.4891) |
| 2.b=0.01196(0.0008816, 0.02303 |

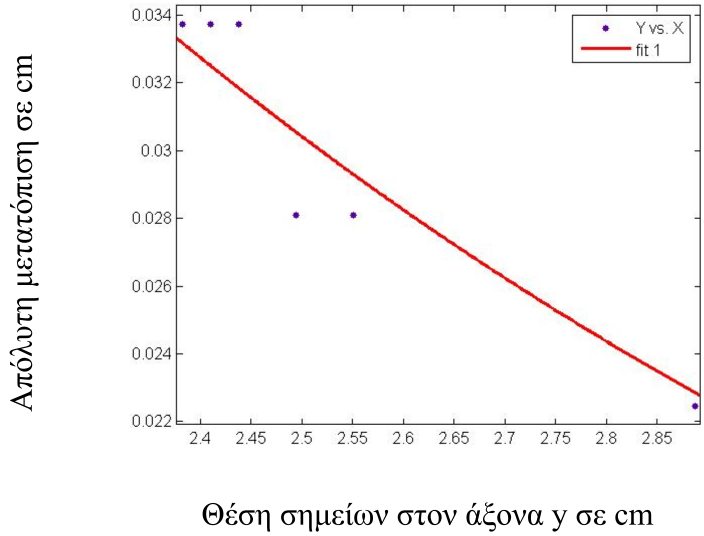
| |
|---|
| Ποιότητα προσαρμογής: |
| 1.SSE: 0.4379 |
| 2. R-square: 0.9351 |
| 3.Προσαρμοσμένο R-square:0.9027 |
| 4.RMSE:0.4679 |
| **(A2)Γενική μορφή εκθετικής καμπύλης αναφερόμενη σε centimeters** |
| $f(x)=a \cdot \exp(b \cdot x)$ |
| Συντελεστές (με 95% όρια πιστότητας) : |
| 1.a=0.1927(-0.03765,0.423) |
| 2.b=-0.7386(-1.218,-0.2595) |
| Ποιότητα προσαρμογής |
| 1.SSE: 1.429e-005 |
| 2.R-square:0.9329 |
| 3.Adjusted R-square:0.8994 |
| 4.RMSE:0.002673 |

*Πίνακας Γ5.1: Αποτελέσματα Curve Fitting για άνω τοίχωμα*

**B. ΚΑΤΩ ΤΟΙΧΩΜΑ:**




*Εικ. Γ5.12: Curve fitting για κάτω τοίχωμα σε pixels*




*Εικ.Γ5.13: Curve fitting για κάτω τοίχωμα σε cm*

| |
|---|
| **(B1)Γενική μορφή εκθετικής καμπύλης αναφερόμενη σε pixels** |
| $f(x)=a\cdot\exp(b\cdot x)$ |
| Συντελεστές (με 95% όρια πιστότητας) : |
| 1.a=41.35(-6.056,88.75) |
| 2.b=-0.004571(-0.007155,-0.001987) |
| Ποιότητα προσαρμογής: |
| 1.SSE:0.3597 |
| 2.R-square:0.8921 |
| 3.Προσαρμοσμένο R-square:0.8651 |
| 4.RMSE:0.2999 |
| **(B2)Γενική μορφή εκθετικής καμπύλης αναφερόμενη σε centimeters** |
| $f(x)=a\cdot\exp(b\cdot x)$ |
| Συντελεστές (με 95% όρια πιστότητας) : |
| 1.a=0.1927(-0.03765,0.423) |
| 2.b=-0.7386(-1.218,-0.2595) |
| Ποιότητα προσαρμογής |

| |
|---|
| 1.SSE:1.284e-005 |
| 2.R-square:0.8779 |
| 3. Προσαρμοσμένο R-s quare:0.8474 |
| 4.RMSE:0.001792 |

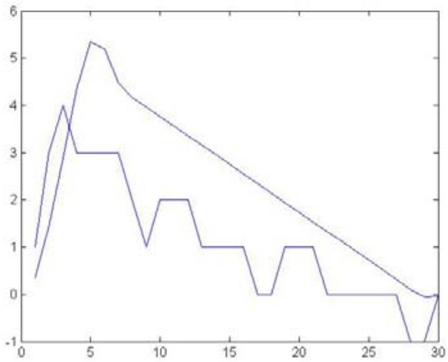
*Πίνακας Γ5.2: Αποτελέσματα Curve Fitting για κάτω τοίχωμα*

## Γ6. Εξακρίβωση-επαλήθευση του ολικού μοντέλου

Όλες οι παρατηρήσεις και δοκιμές που έγιναν μέχρι τώρα αφορούν δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε ενός μονάχα ατόμου. Προκειμένου να γενικεύσουμε τις παρατηρήσεις μας και να επαληθεύσουμε το μοντέλο οφείλουμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο αυτό συγκλίνει ή αποκλίνει χρησιμοποιώντας δεδομένα και από άλλα άτομα. Έτσι, παρακάτω θα παρατεθούν δοκιμές προσαρμογής που έγιναν με βάση το ήδη υπάρχον μοντέλο πάνω σε γραφικές παραστάσεις μετατόπισης διαφόρων σημείων που προέκυψαν με χρήση του Analysis, για δεδομένα που αφορούν τέσσερα ακόμα υγιή άτομα.

Έξι επιτυχείς προσαρμογές για σημεία επιλεγμένα από διαφορετικά subjects

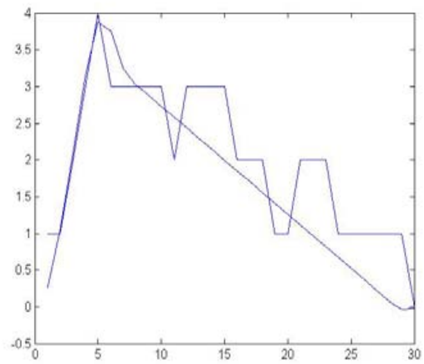
Μετατόπιση σε pixels



Χρόνος σε frames

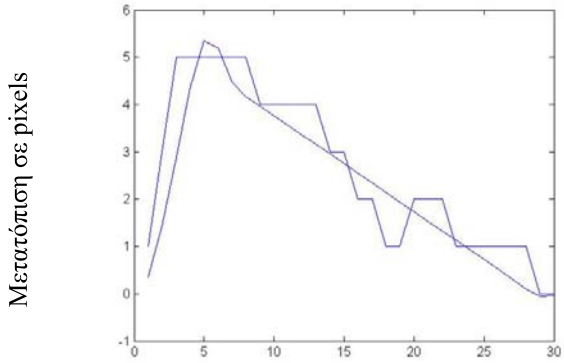
Εικ.1 Σημείο Down (300,270)

Μετατόπιση σε pixels

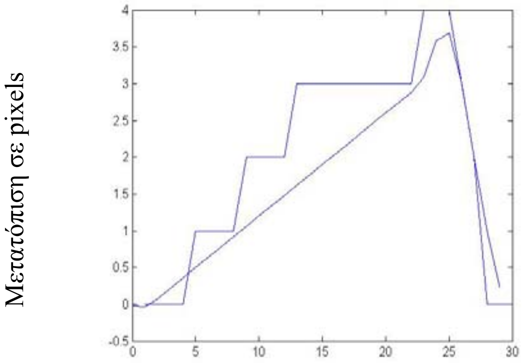


Χρόνος σε frames

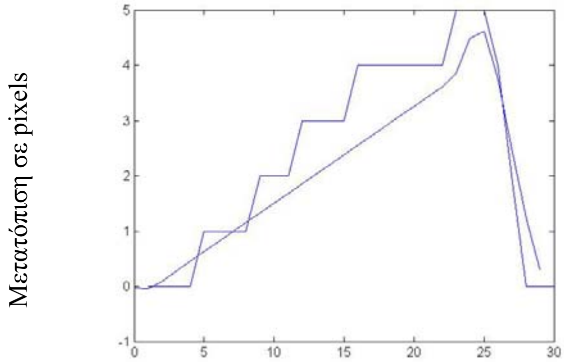
Εικ.2 Σημείο Down (420,430)



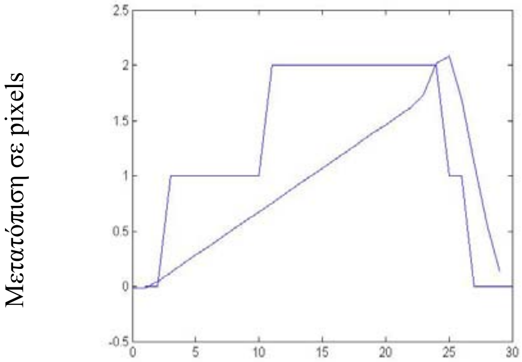

Εικ.3 Σημείο Down (300,430)




Εικ.4 Σημείο Up (420,430)




Εικ.5 Σημείο Up (420,317)



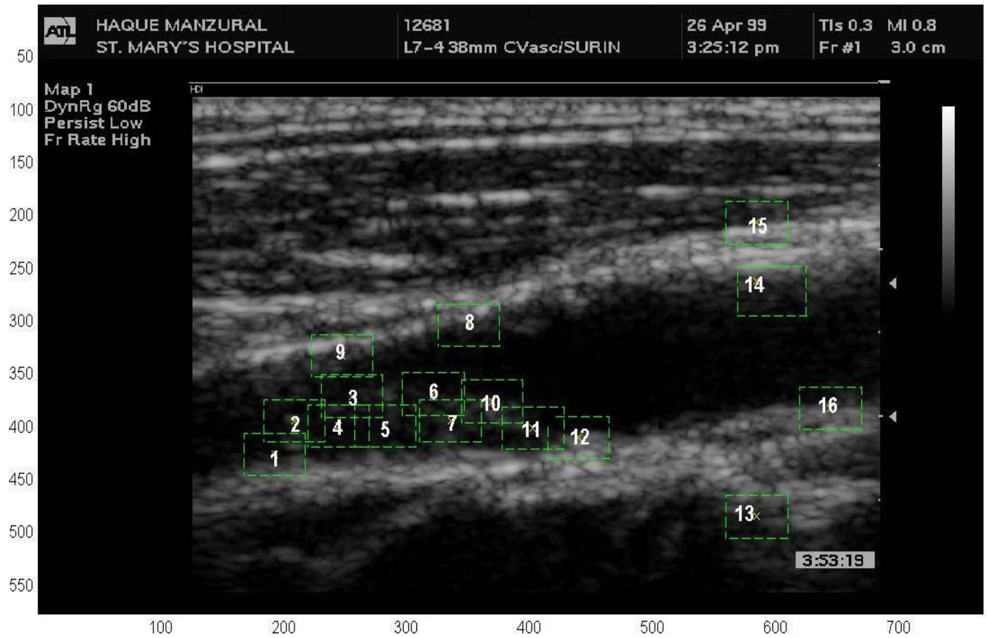

Εικ.6 Σημείο Up (420,250)

Χρησιμοποιώντας το εργαλείο Curve Fitting , παρατηρούμε πως σύμφωνα με τις καμπύλες και με δεδομένη τη ζ(t) για κάθε άτομο θα μπορούσε να διαφοροποιείται ελαφρώς η χωρική εκθετική συνάρτηση, προκειμένου να πετύχουμε καλύτερη προσαρμογή. Οι προκύπτουσες διαφορές δεδομένου ότι δεν είναι σημαντικές δε μας προβληματίζουν και έτσι διατηρούμε τις αρχικές τιμές που είχαμε εξάγει με βάση την πρώτη περίπτωση (άτομο) που μελετήσαμε εκτενώς.

## Γ7. Γενικές παρατηρήσεις μελέτης ατόμων με αθηρωματική πλάκα

### Γ7.1. Περίπτωση συμπτωματικού ασθενούς

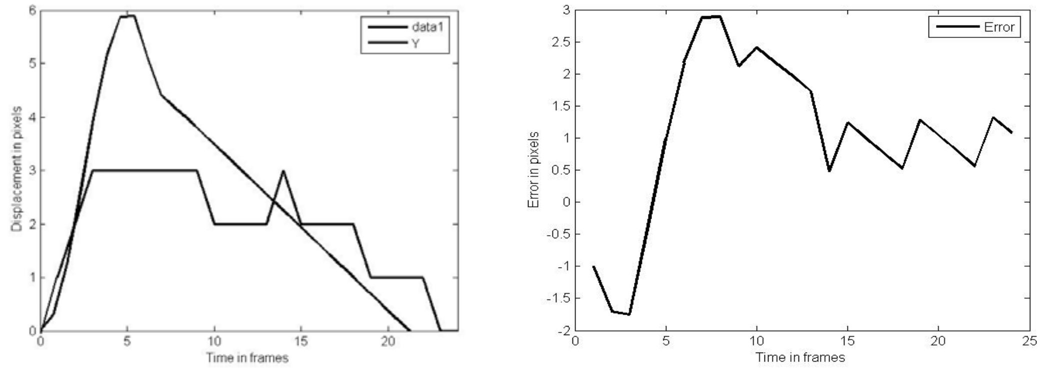
Παρακάτω παρατίθεται η εικόνα που προσκομίσαμε από ένα συμπτωματικό άτομο, στο οποίο είναι εμφανής η ύπαρξη πλάκας (αριστερά στην εικόνα 1). Στην προκειμένη περίπτωση μας ενδιαφέρει, αφενός να εξακριβώσουμε κατά πόσο το μοντέλο μας (που αναφέρεται σε υγιείς περιπτώσεις) αποκλίνει στην προκειμένη παθολογική περίπτωση και αφετέρου να μελετήσουμε όσο το δυνατόν τη συμπεριφορά της κίνησης του τοιχώματος σε περίπτωση που εμφανίζεται πλάκα. Για τον παραπάνω λόγο επιλέξαμε 12 σημεία πάνω και πλησίον της πλάκας, όπου αναμένουμε απόκλιση και 4 σημεία μακριά από αυτή, όπου ευελπιστούμε πως το μοντέλο μας θα προσαρμόζεται αρκετά ικανοποιητικά.



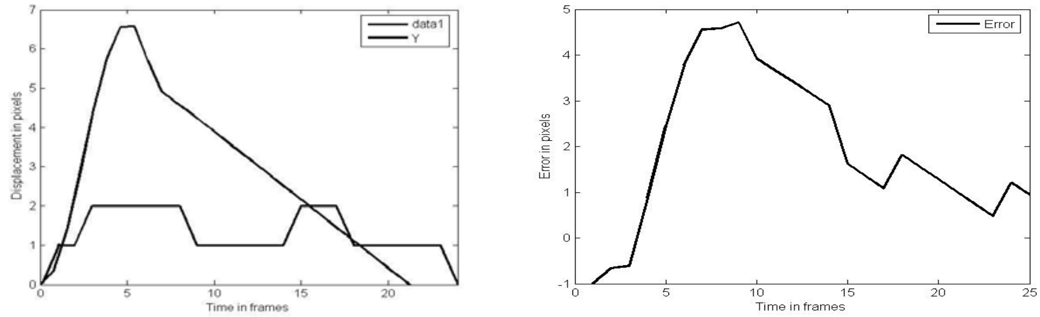

*Εικόνα Γ7.1.1: Εικόνα υπερήχου ατόμου με αθηρωματική πλάκα όπου έχουν προεπιλεχθεί 16 σημεία.*

Με τη βοήθεια του ANALYSIS προσκομίσαμε τις καμπύλες κίνησης για τα παραπάνω δώδεκα σημεία στην περιοχή της πλάκας και παράλληλα εφαρμόσαμε το μοντέλο που μας προβλέπει αυτή την μετατόπιση σε περίπτωση που απουσίαζε η αθηρωματική πλάκα ($1^{\eta}$ στήλη, πίνακας 1). Είναι αναμενόμενο η απόκλιση να είναι μεγάλη, πράγμα που εξακριβώνουμε παρατηρώντας τη συνάρτηση λάθους, όπου E=Z-Yi($2^{\eta}$ στήλη, πίνακας 1).

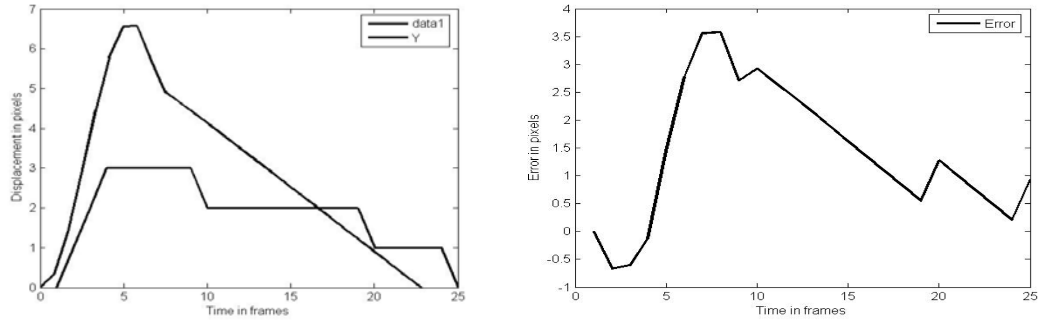
(1)-(193,426)



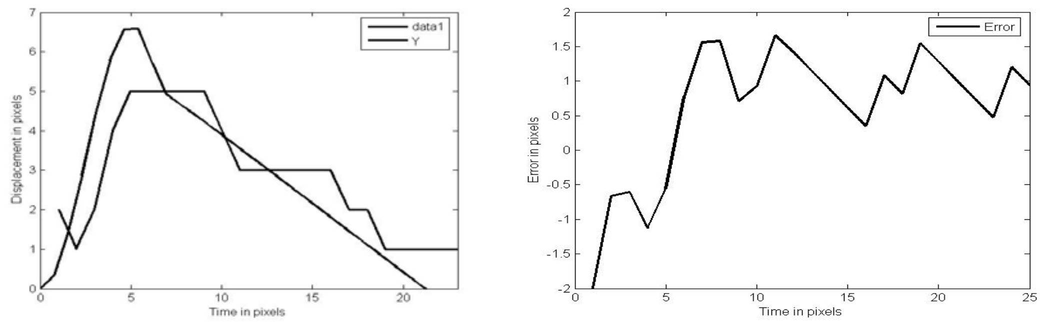

(2)-(209.394)



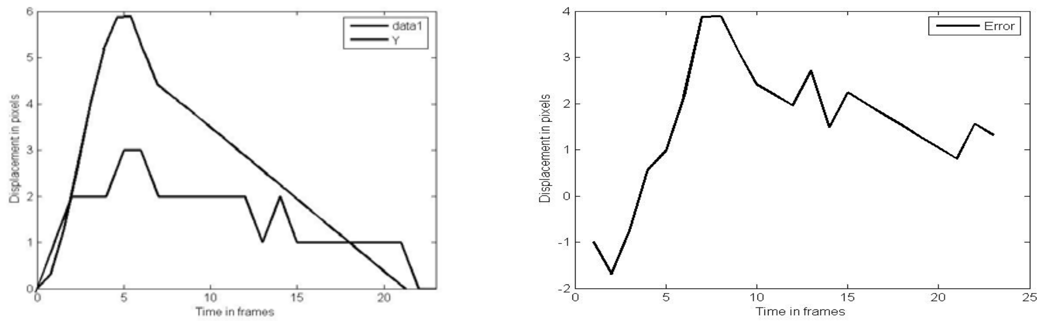

(3)-(245-399)-2$^{ος}$ παλμός



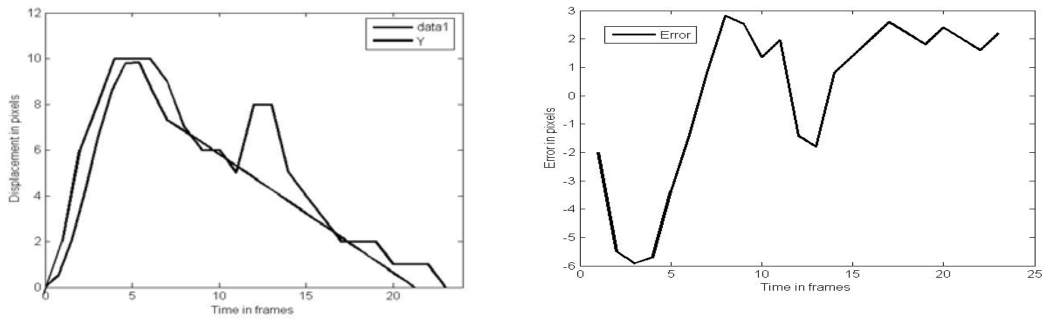

(4)-(256,371)



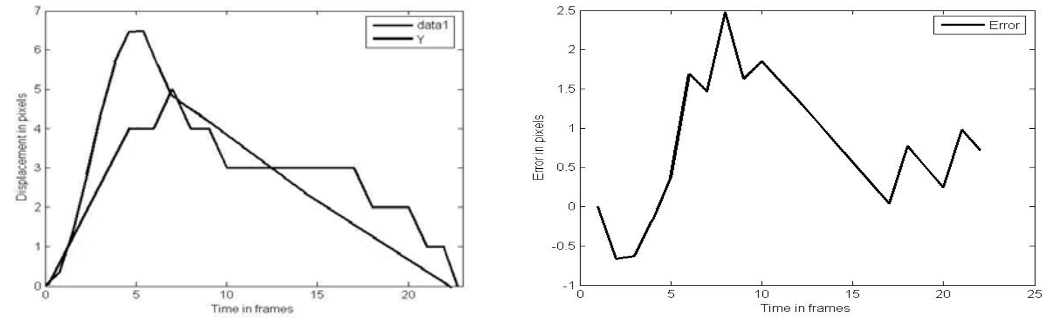

(5)-(283,399)



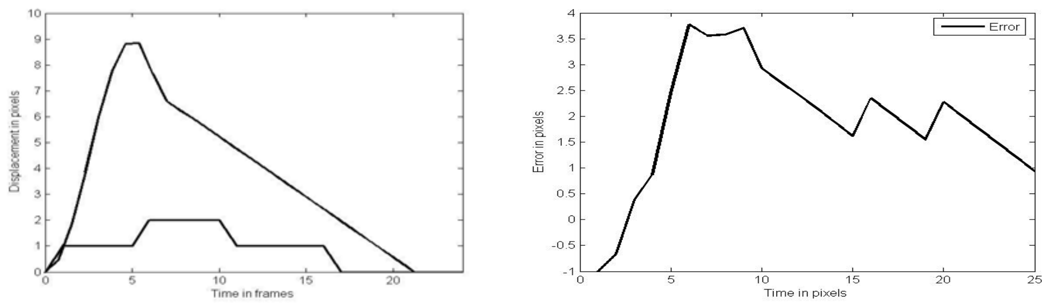
(6)-(322,369)



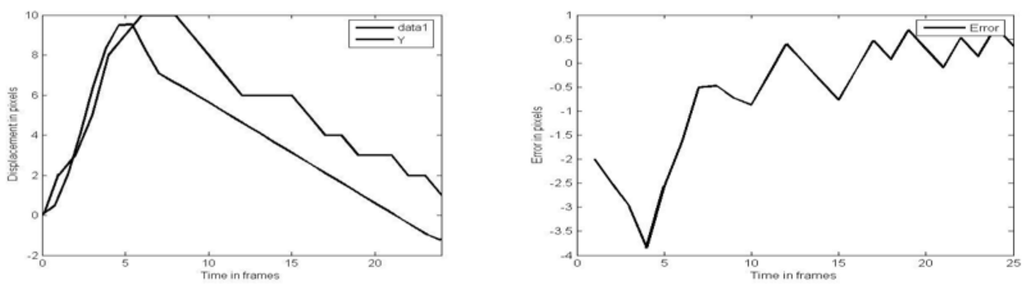

(7)-(336,394)-1ος παλμός



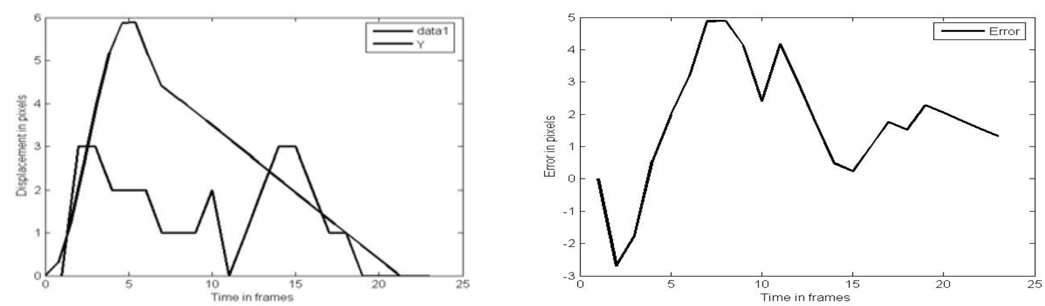

(8)-(351,304)



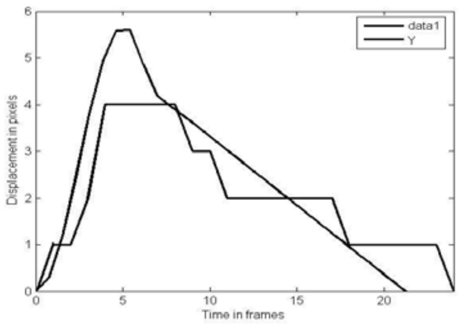

(10)-(370,376)

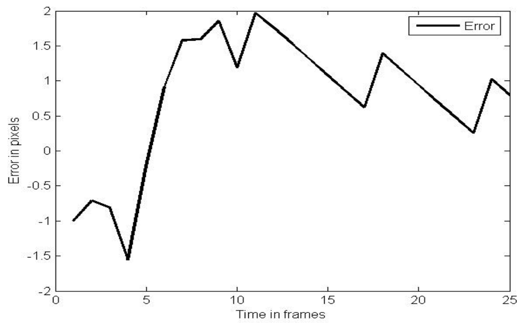



(11)-(403,401)



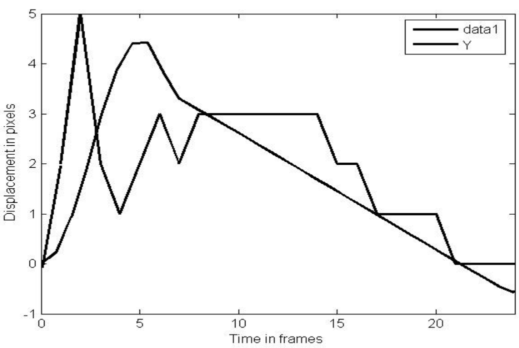
(12)-(440,410)



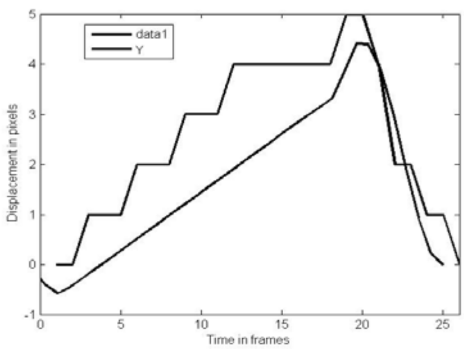




*Πίνακας Γ7.1.1:Καμπύλες κίνησης για τα δώδεκα σημεία στην περιοχή της πλάκας μαζί με το αντίστοιχο μοντέλο που μας προβλέπει αυτή την μετατόπιση σε περίπτωση που απουσίαζε η πλάκα (1η στήλη, πίνακας 1) και απόκλιση μέσω συνάρτησης λάθους E=Z-Yi(2η στήλη, πίνακας 1).*

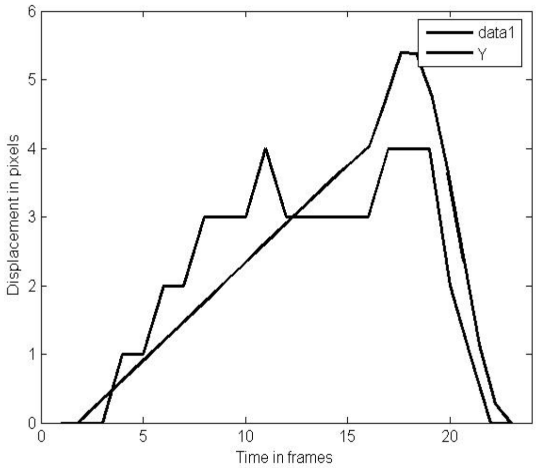
Προσαρμόζοντας το προβλεπόμενο μοντέλο (για υγιές τοίχωμα) στα τέσσερα σημεία που επιλέξαμε δεξιά στην εικόνα του υπερήχου, διαπιστώσαμε πως η προσαρμογή ήταν αρκετά ικανοποιητική. Το παραπάνω βέβαια το εκτιμούσαμε εκ των προτέρων, διότι στην πλευρά εκείνη του τοιχώματος δεν παρατηρείται η ανάπτυξη κάποιας πλάκας. Παρακάτω φαίνονται ενδεικτικά τα αποτελέσματα των προσαρμογών.



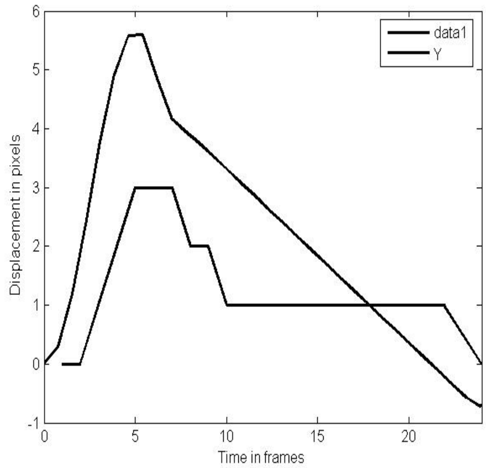

Σημείο (13)-(585,485)




Σημείο (15)-(585,207)



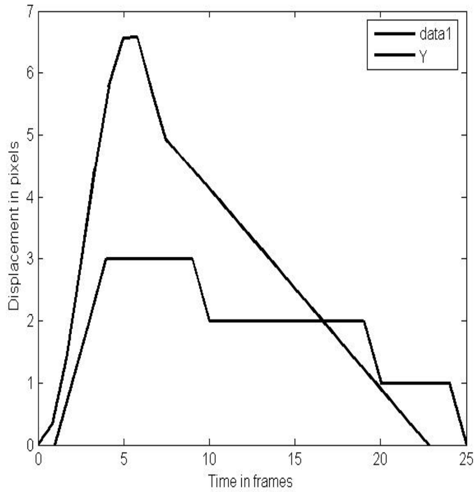
Σημείο (14)-(585,262)



Σημείο (16)-(645,382)

*Πίνακας Γ7.1.2:Καμπύλες κίνησης για τα τέσσερα σημεία στην περιοχή δεξιά της πλάκας μαζί με το αντίστοιχο μοντέλο που μας προβλέπει αυτή την μετατόπιση σε περίπτωση που απουσίαζε η πλάκα ($1^{η}$ στήλη, πίνακας 1) και απόκλιση μέσω συνάρτησης λάθους E=Z-Yi($2^{η}$ στήλη, πίνακας 1).*

Κρίνεται σκόπιμη μία προσπάθεια να παρατηρήσουμε τις διαφοροποιήσεις των εκάστοτε παραμέτρων σε περίπτωση που υπάρχει ανάπτυξη πλάκας. Έτσι με δεδομένο το χρονικό μοντέλο μας και απλά αλλάζοντας τις παραμέτρους του, κατορθώνουμε να πετύχουμε καλύτερη προσαρμογή και άρα να ερμηνεύσουμε χονδροειδώς τις αλλαγές που υφίσταται ο παλμός σε περίπτωση αθηρωμάτωσης. Παρακάτω για τρία από τα σημεία που ευρίσκονταν πάνω στην πλάκα, έχουμε παραθέσει αρχικά την παράσταση που περιέχει την καμπύλη της κίνησης μαζί με το μοντέλο που προβλέπεται για υγιές τοίχωμα(πάνω αριστερά),τον μαθηματικό τύπο της νέας καμπύλης που προσαρμόζεται καλύτερα αλλάζοντας κάποιες παραμέτρους του μοντέλου (πάνω δεξιά), την νέα γραφική παράσταση που προκύπτει (κάτω αριστερά) και την συνάρτηση λάθους E=Z-Y (κάτω δεξιά), που προκύπτει αρκετά ικανοποιητικότερη.




## Σημείο:(3)-(245,399)

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi t}{g \cdot T})$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

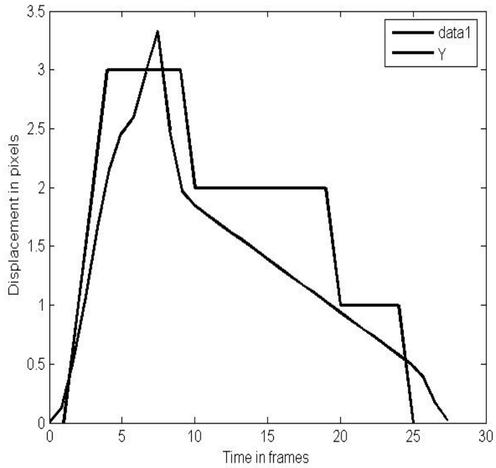
$t_1 = 0.3 \cdot \mathrm{T}$

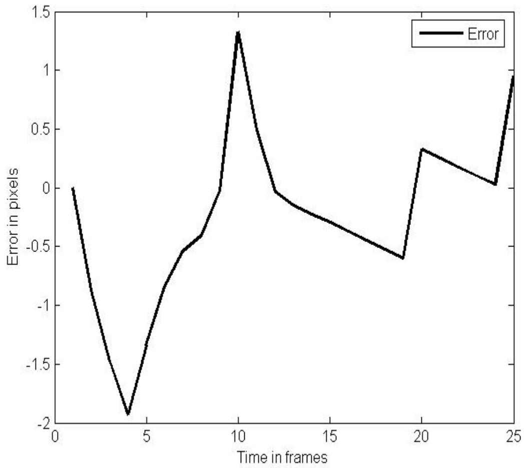
$a = 1.1$

$b = -0.03$

$g = 4$

$\kappa\alpha\iota\_\ \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma = 2.5$




## Σημείο:(9)-(248,333)

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{g}$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

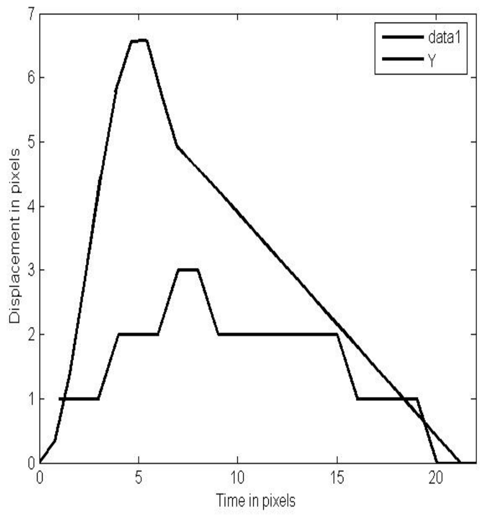
$t_1 = 0.4 \cdot \mathrm{T}$

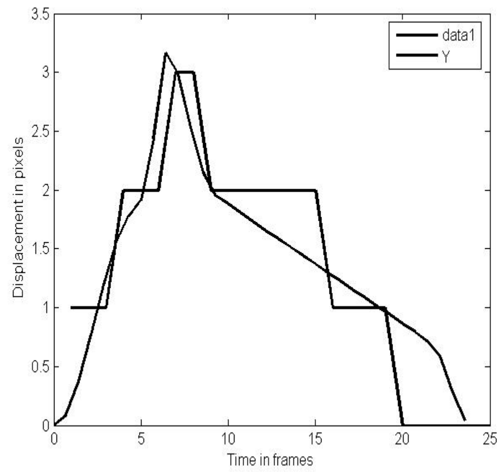
$a = 1.6$

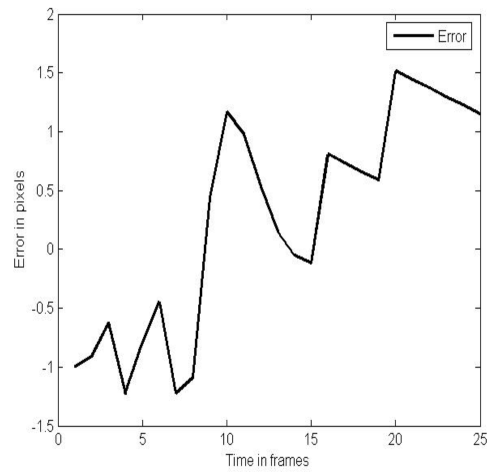
$b = -0.04$

$g = 4$

$\kappa\alpha\iota\_\ \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma = 1.8$






**Σημείο:(7)-(336,394)**

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi t}{g T})$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

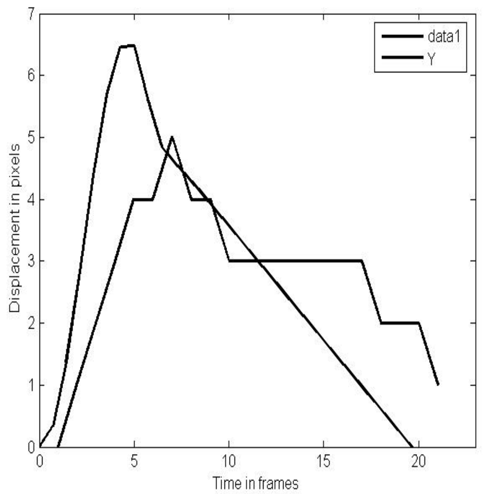
$t_1 = 0.35 \cdot \mathrm{T}$

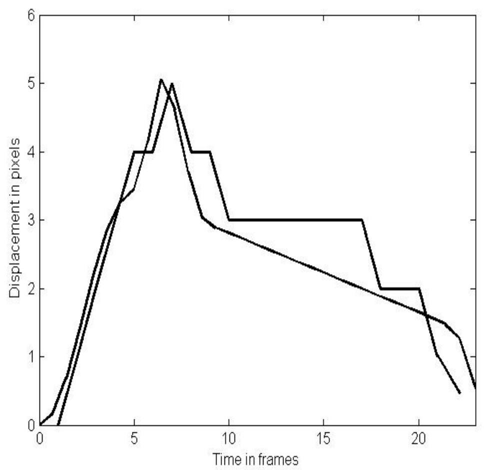
$a = 1.2$

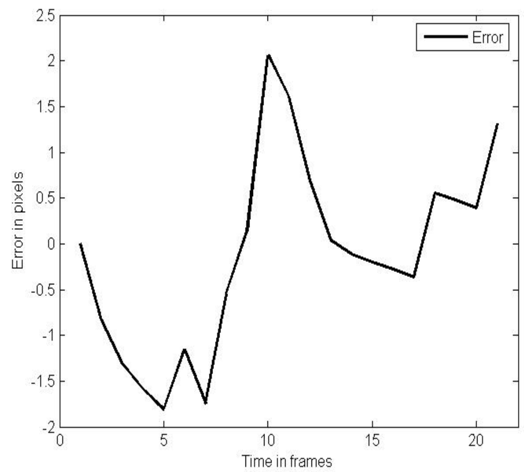
$b = -0.0025$

$g = 4$

$και\_πλάτος = 3.3$




*Πίνακας Γ7.1.3: Η καμπύλη της κίνησης μαζί με το μοντέλο που προβλέπεται για υγιές τοίχωμα(πάνω αριστερά),ο μαθηματικός τύπος της νέας καμπύλης που προσαρμόζεται καλύτερα αλλάζοντας κάποιες παραμέτρους του μοντέλου (πάνω δεξιά), η νέα γραφική* *παράσταση που προκύπτει (κάτω αριστερά) και η συνάρτηση λάθους E=Z-Y (κάτω δεξιά), για 3 διαφορετικά σημεία.*

Μία γενική παρατήρηση ως προς την μορφή των καμπυλών (δηλαδή το χρονικό μοντέλο) είναι πως στις περιοχές πάνω ή κοντά στην πλάκα (κάτι που φαίνεται και στις παραπάνω καμπύλες) παρατηρείται:

α)Άνοδος μικρή στις περισσότερες περιπτώσεις στην τιμή του α, πράγμα που σημαίνει ότι η μετάβαση από τον πρώτο στο δεύτερο παλμό είναι πιο ομαλή και σε κάποιες περιπτώσεις δεν διαχωρίζονται οι παλμοί σαφώς.

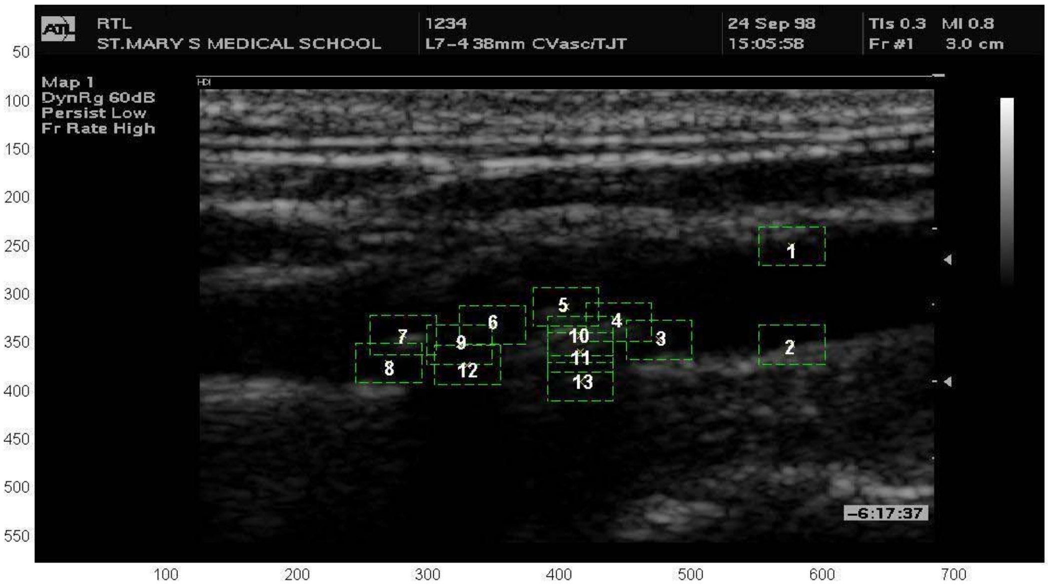
β) Άνοδος μικρή στις περισσότερες περιπτώσεις στην τιμή του α, το οποίο συνεπάγεται συρρίκνωση χρονική του πρώτου παλμού και επιμήκυνση του δεύτερου. Το παραπάνω σε συνδυασμό με το γεγονός ότι το α αυξάνεται, εξηγεί γιατί σε πολλές περιπτώσεις πάνω στην πλάκα η καμπύλη παίρνει μία νέα ενιαία μορφή και δεν μπορούμε να χαρακτηρίσουμε πλέον χρονικά με ακρίβεια τα διαστήματα όπου γίνεται η συστολή-διαστολή.

γ) Ελάττωση μικρή στις περισσότερες περιπτώσεις στην τιμή του b, γεγονός που σηματοδοτεί την ελάττωση της κλίσης του δεύτερου παλμού και άρα πλέον δεν εμφανίζεται τόσο απότομη κάθοδος-πτώση. Άρα και το παραπάνω γεγονός συντελεί στην εμφάνιση μιας πιο ομαλής-ενιαίας μορφής καμπύλης.

δ)Σαφής ελάττωση του πλάτους της καμπύλης, χωρίς όμως να είμαστε σε θέση να προβλέψουμε το μέγεθός της. Προφανώς σχετίζεται με το βαθμό της αθηρωμάτωσης στη συγκεκριμένη περιοχή και άρα την εκάστοτε δυσκαμψία που παρουσιάζεται.

### Γ7.2. Περίπτωση ασυμπτωματικού ασθενούς

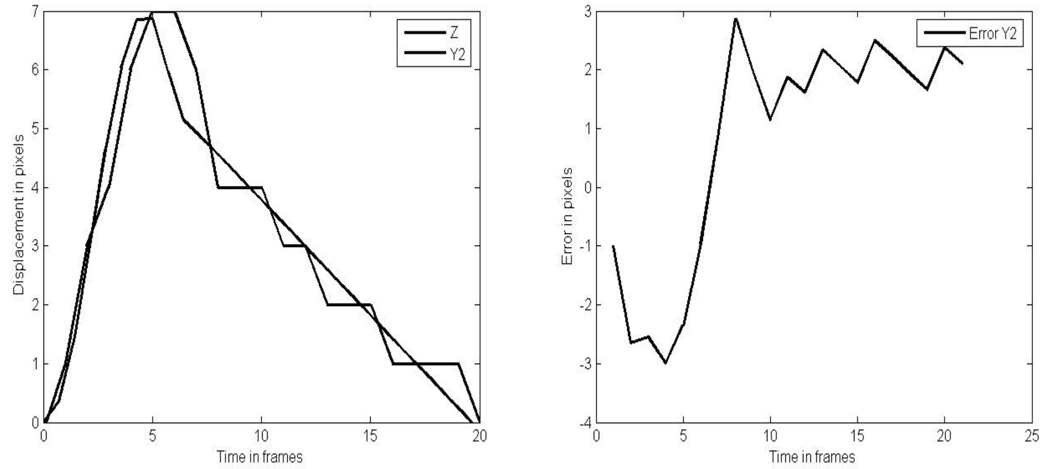
Παρακάτω παρατίθεται η εικόνα που προσκομίσαμε από ένα ασυμπτωματικό άτομο, στο οποίο είναι εμφανής η ύπαρξη πλάκας (αριστερά στην εικόνα 1). Στην προκειμένη περίπτωση μας ενδιαφέρει, αφενός να εξακριβώσουμε κατά πόσο το μοντέλο μας (που αναφέρεται σε υγιείς περιπτώσεις) αποκλίνει στην προκειμένη παθολογική περίπτωση και αφετέρου να μελετήσουμε όσο το δυνατόν τη συμπεριφορά της κίνησης του τοιχώματος σε περίπτωση που εμφανίζεται πλάκα. Για τον παραπάνω λόγο επιλέξαμε 11 σημεία πάνω και πλησίον της πλάκας, όπου αναμένουμε απόκλιση και 2 σημεία μακριά από αυτή, όπου ευελπιστούμε πως το μοντέλο μας θα προσαρμόζεται αρκετά ικανοποιητικά.



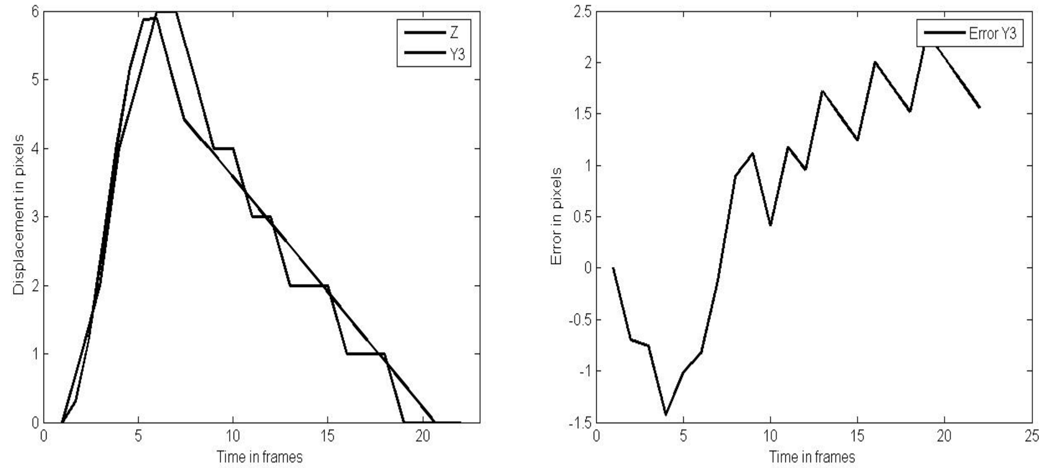

*Εικόνα Γ7.2.1: Εικόνα υπερήχου ατόμου με αθηρωματική πλάκα όπου έχουν προεπιλεχθεί 16 σημεία.*

Ομοίως με προηγουμένως, με τη βοήθεια του ANALYSIS προσκομίσαμε τις καμπύλες κίνησης για τα παραπάνω σημεία (2 εώς 13) στην περιοχή της πλάκας και πλησίον και παράλληλα εφαρμόσαμε το μοντέλο που μας προβλέπει αυτή την μετατόπιση σε περίπτωση που απουσίαζε η πλάκα ($1^{η}$ στήλη, πίνακας 1). Είναι αναμενόμενο η απόκλιση να είναι μεγάλη στην περιοχή της πλάκας και μικρή όσο απομακρυνόμαστε από αυτή, πράγμα που εξακριβώνουμε παρατηρώντας τη συνάρτηση λάθους, όπου E=Z-Yi($2^{η}$ στήλη, πίνακας 1).

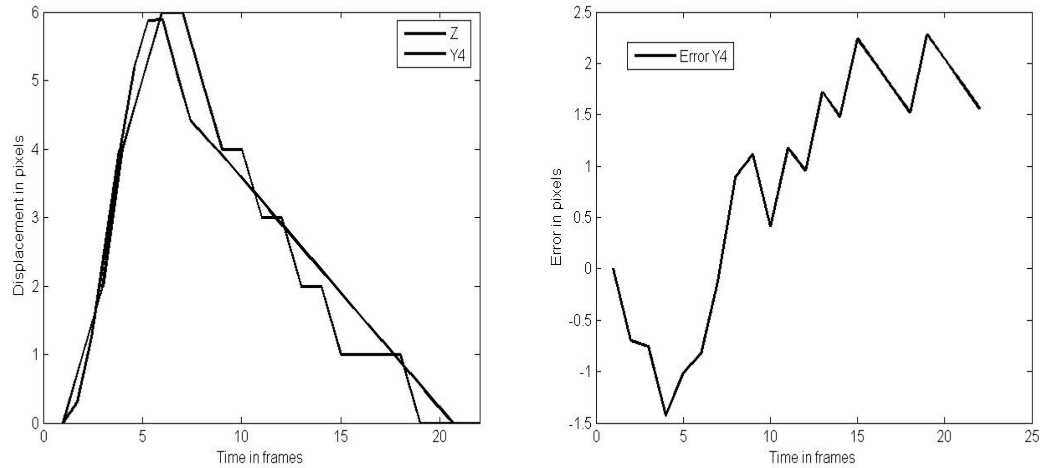
(2)-(577,352)



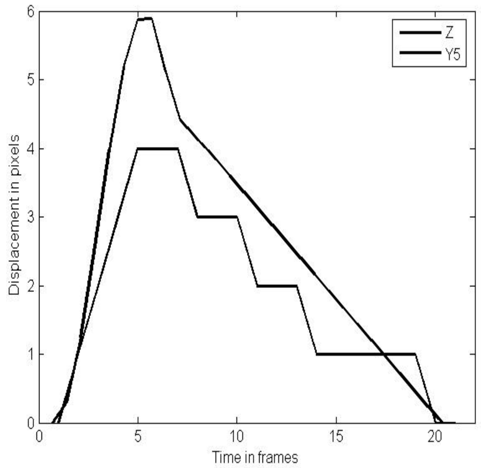

(3)-(476,347)

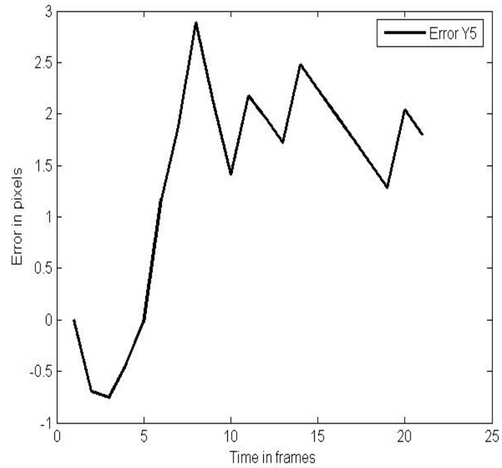



(4)-(445,329)

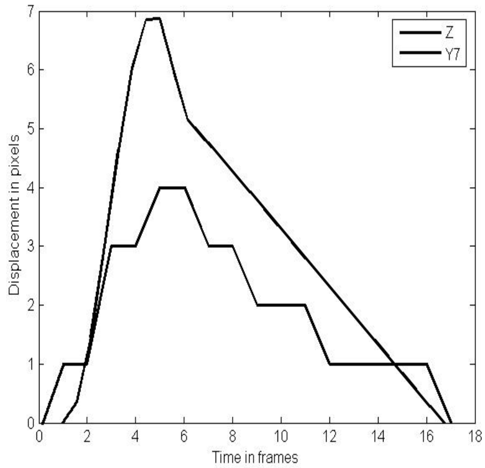


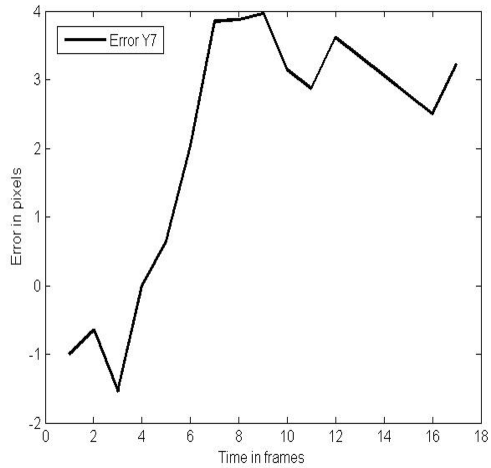
(5)-(405,313)



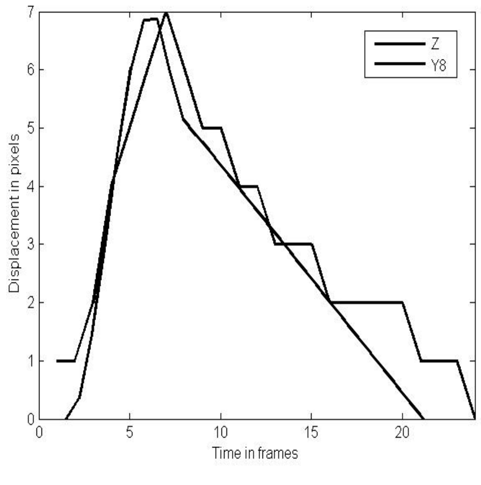



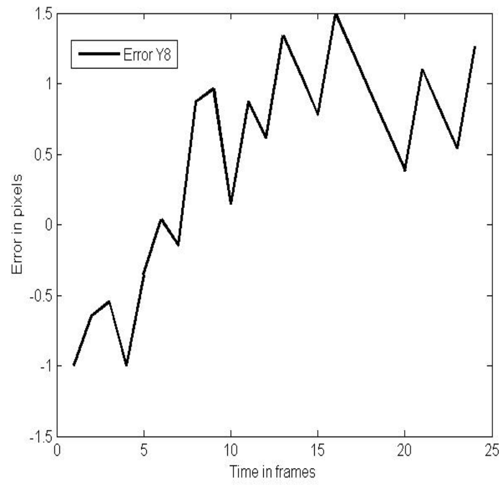

(7)-(381,342)



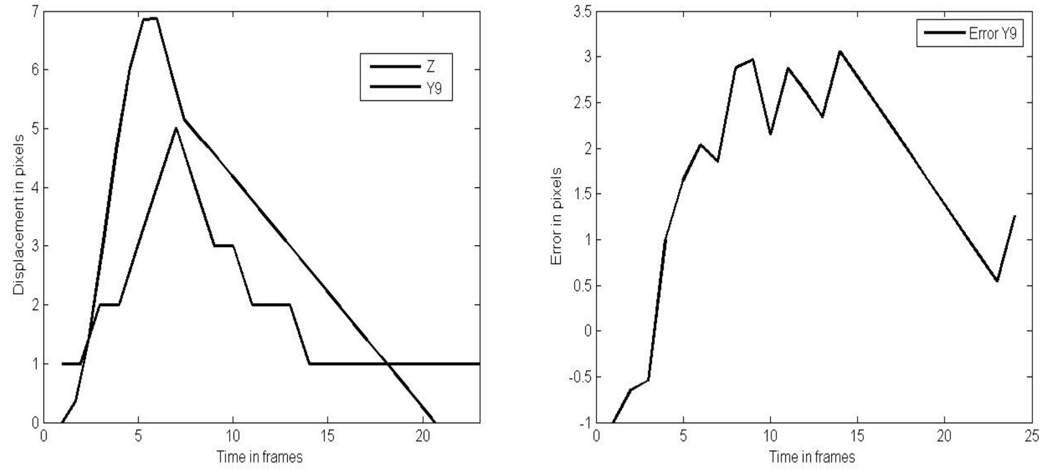




(8)-(270,371)

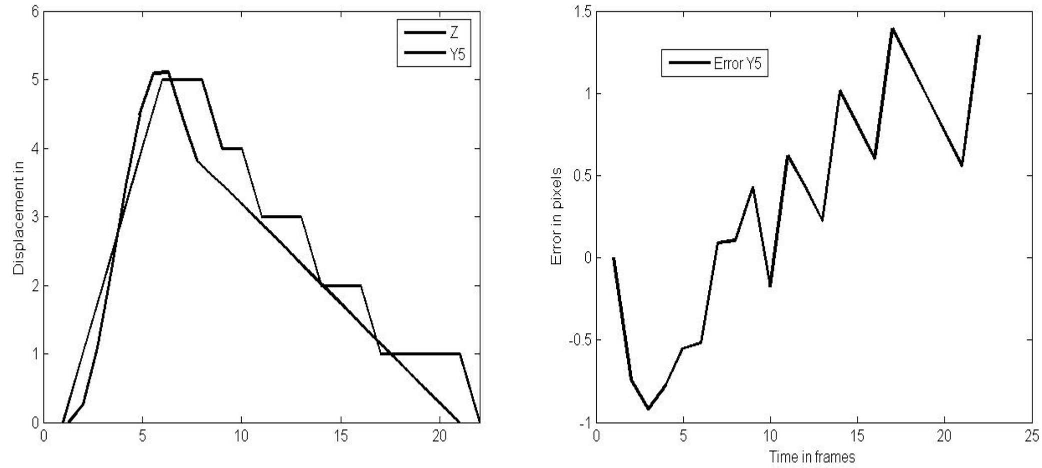


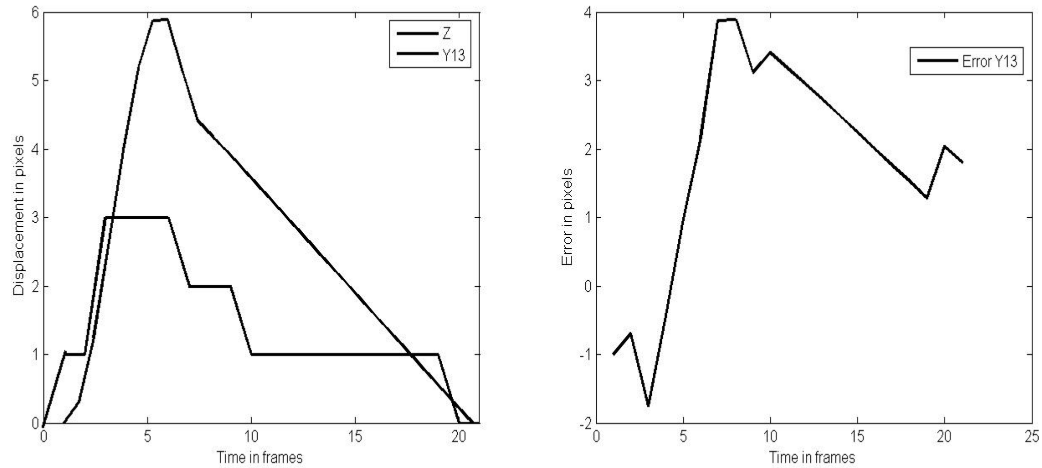
(9)-(324,352)




(10)-(416,343)

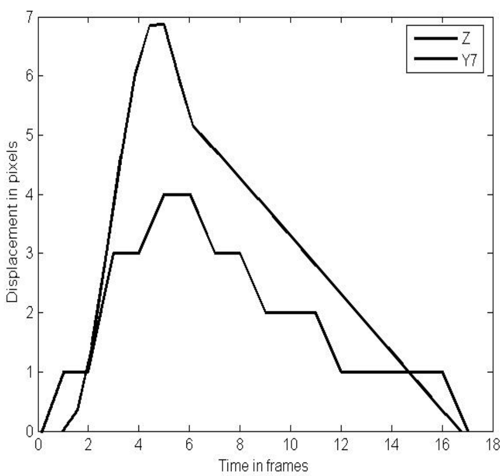



(13)-(416,390)




*Πίνακας Γ7.2.1: Καμπύλες κίνησης για τα δώδεκα σημεία στην περιοχή της πλάκας μαζί με το αντίστοιχο μοντέλο που μας προβλέπει αυτή την μετατόπιση σε περίπτωση που απουσίαζε η πλάκα (1η στήλη, πίνακας 1) και απόκλιση μέσω συνάρτησης λάθους E=Z-Yi(2η στήλη, πίνακας 1).*

Προσαρμόζοντας το προβλεπόμενο μοντέλο (για υγιές τοίχωμα) σε αρκετά σημεία που επιλέξαμε στην εικόνα του υπερήχου, διαπιστώσαμε πως η προσαρμογή ήταν αρκετά ικανοποιητική. Παρόλα αυτά κρίνεται σκόπιμη μία προσπάθεια να παρατηρήσουμε τις διαφοροποιήσεις των εκάστοτε παραμέτρων σε περίπτωση που υπάρχει ανάπτυξη πλάκας. Έτσι με δεδομένο το χρονικό μοντέλο μας και απλά αλλάζοντας τις παραμέτρους του, κατορθώνουμε να πετύχουμε καλύτερη προσαρμογή και άρα να ερμηνεύσουμε χονδροειδώς τις αλλαγές που υφίσταται ο παλμός σε περίπτωση αθηρωμάτωσης. Παρακάτω για κάποια από τα παραπάνω σημεία που ευρίσκονταν πάνω στην πλάκα, έχουμε παραθέσει αρχικά την παράσταση που περιέχει την καμπύλη της κίνησης μαζί με το μοντέλο που προβλέπεται για υγιές τοίχωμα(πάνω αριστερά),τον μαθηματικό τύπο της νέας καμπύλης που προσαρμόζεται καλύτερα αλλάζοντας κάποιες παραμέτρους του μοντέλου (πάνω δεξιά), την νέα γραφική παράσταση που προκύπτει (κάτω αριστερά) και την συνάρτηση λάθους E=Z-Yi (κάτω δεξιά), που προκύπτει αρκετά ικανοποιητικότερη.




**Σημείο:(7)-(281,342)**

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi \cdot t}{g \cdot T})$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

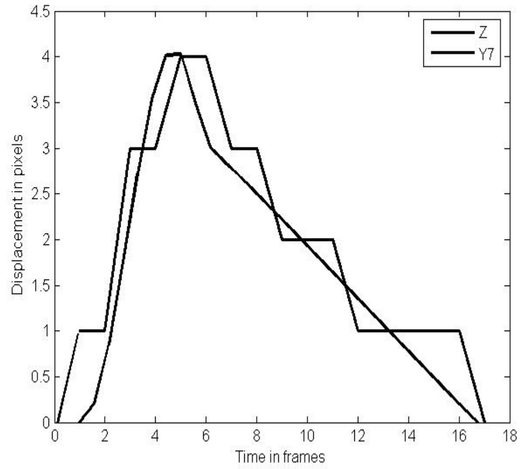
$t_1 = 0.25 \cdot \mathrm{T}$

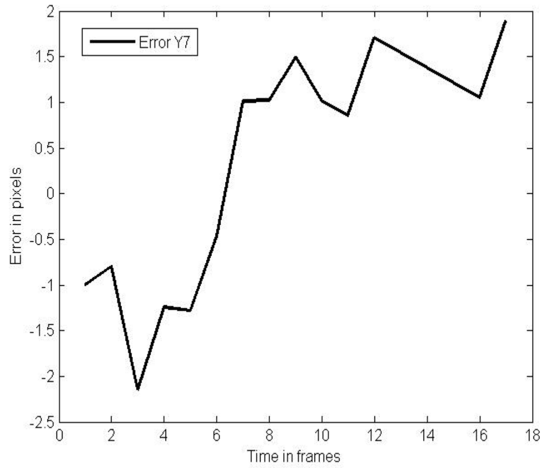
$a = 1.1$

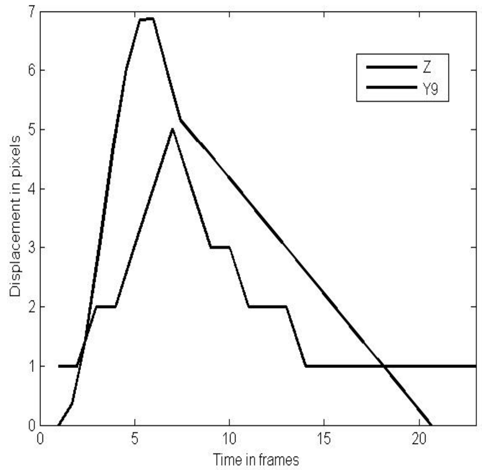
$b = -0.04$

$g = 4$

$και\_πλάτος = 4$




## Σημείο:(9)-(324,352)

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi \cdot t}{g \cdot T})$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

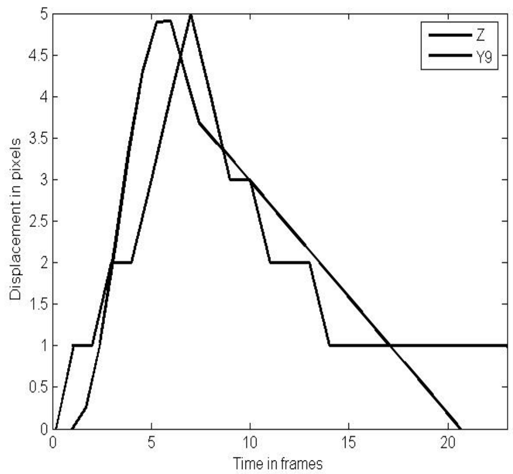
$t_1 = 0.25 \cdot \mathrm{T}$

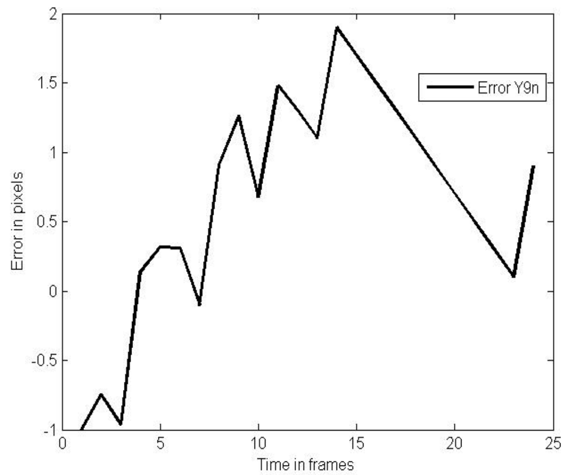
$a = 1.1$

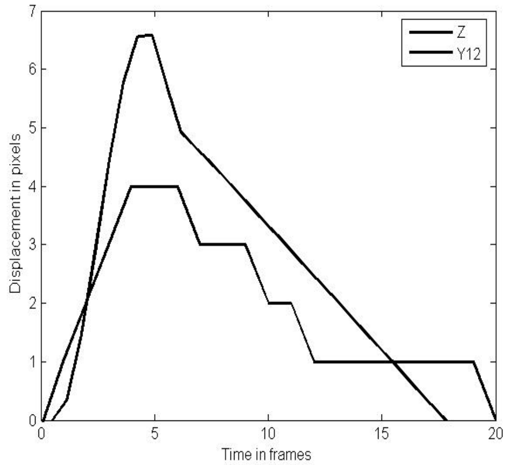
$b = -0.04$

$g = 4$

$\kappa\alpha\iota\_\pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma = 5$






**Σημείο:(12)-(330,373)**

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi \cdot t}{g \cdot T})$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

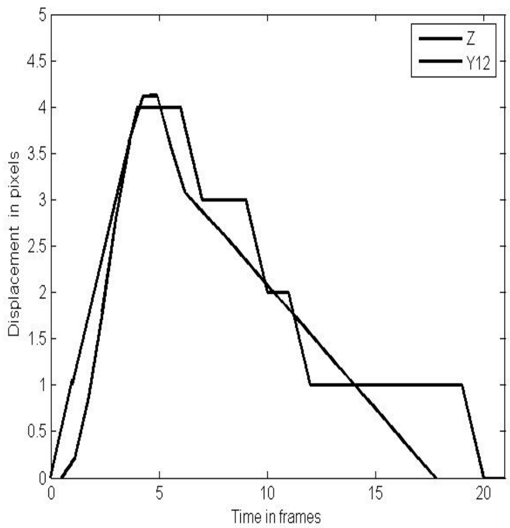
$t_1 = 0.25 \cdot \mathrm{T}$

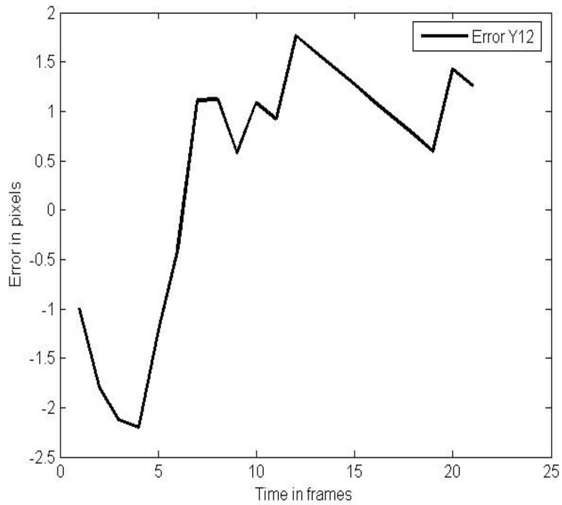
$a = 1.1$

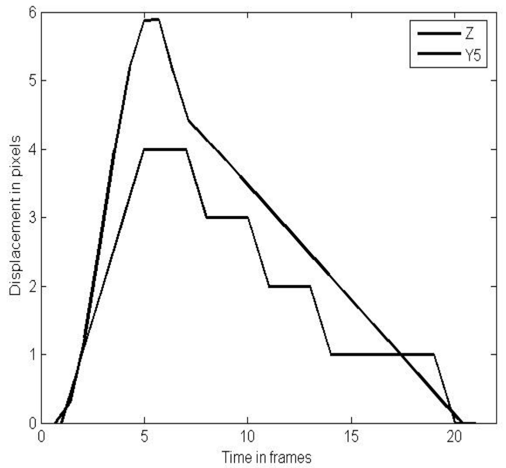
$b = -0.04$

$g = 4$

$και\_πλάτος = 4$




**Σημείο:(5)-(405,313)**

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi \cdot t}{g \cdot T})$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

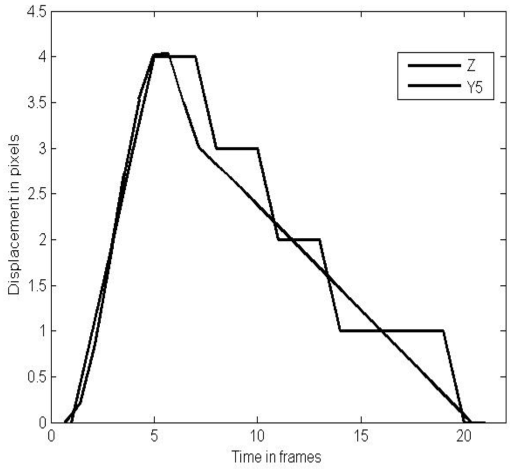
$t_1 = 0.25 \cdot \mathrm{T}$

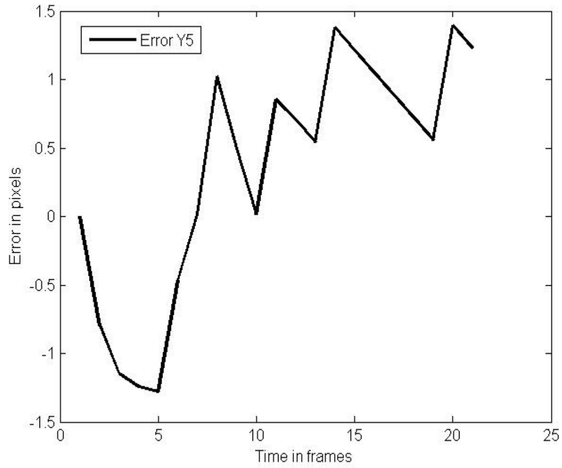
$a = 1.1$

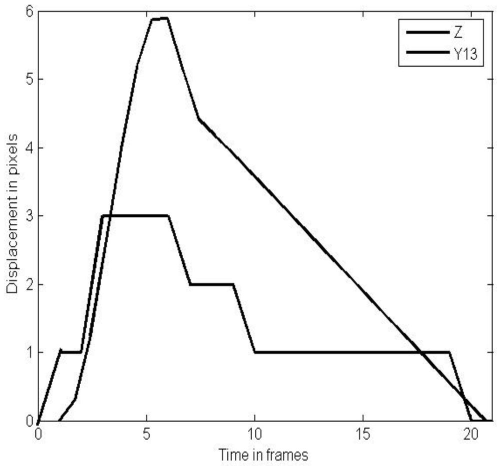
$b = -0.04$

$g = 4$

$και\_πλάτος = 4$




**Σημείο:(13)-(416,390)**

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_1 - t))) \cdot \sin^2(\frac{\pi \cdot t}{g \cdot T})$$

$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_1))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (a - b \cdot t)]$$

Όπου:

$t_0 = 0$

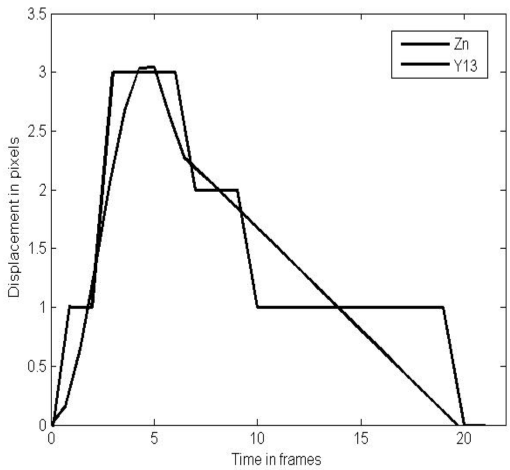
$t_1 = 0.25 \cdot \mathrm{T}$

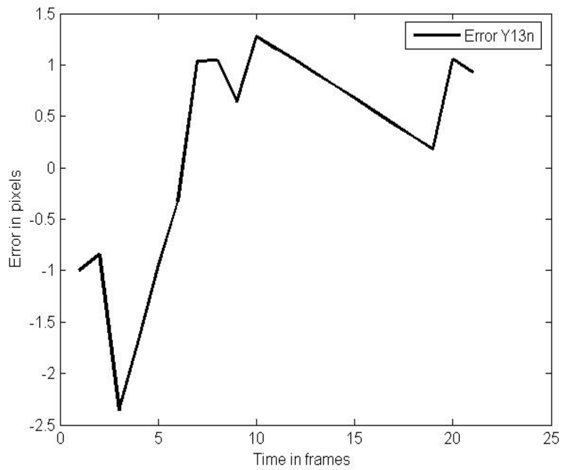
$a = 1.1$

$b = -0.04$

$g = 4$

$\kappa\alpha\iota\_\pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma = 3$




*Πίνακας Γ7.2.2: Η καμπύλη της κίνησης μαζί με το μοντέλο που προβλέπεται για υγιές τοίχωμα(πάνω αριστερά),ο μαθηματικός τύπος της νέας καμπύλης που προσαρμόζεται καλύτερα αλλάζοντας κάποιες παραμέτρους του μοντέλου (πάνω δεξιά), η νέα γραφική* *παράσταση που προκύπτει (κάτω αριστερά) και η συνάρτηση λάθους E=Z-Y (κάτω δεξιά), για 6 διαφορετικά σημεία.*

Μία γενική παρατήρηση ως προς την μορφή των καμπυλών (δηλαδή το χρονικό μοντέλο), στο προκείμενο subject, είναι πως στις περιοχές πάνω ή κοντά στην πλάκα (κάτι που φαίνεται και στις παραπάνω καμπύλες) παρατηρείται διατήρηση της μορφής της κυματοσυνάρτησης. Με άλλα λόγια η διαφοροποίηση που παρατηρείται αφορά μονάχα το πλάτος της συνάρτησης το οποίο προφανώς μειώνεται, χωρίς όμως να είμαστε σε θέση να προβλέψουμε το μέγεθός της ελάττωσης. Προφανώς σχετίζεται με το βαθμό της αθηρωμάτωσης στη συγκεκριμένη περιοχή και άρα την εκάστοτε δυσκαμψία που παρουσιάζεται.

Προσπαθώντας να συσχετίσουμε τα αποτελέσματα αυτού του subject με το προηγούμενο θα μπορούσαμε να εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:

α)Όταν ο βαθμός της αθηρωμάτωσης δεν είναι μεγάλος (όπως στην προκείμενη περίπτωση), η μεν μορφή της καμπύλης παραμένει αναλλοίωτη σε σχέση με αυτή που αντιστοιχεί σε υγιείς περιπτώσεις. Το δε πλάτος (και η μέγιστη μετατόπιση)μειώνεται αισθητά, αλλά όχι σε ασύλληπτο βαθμό.

β) Όταν ο βαθμός της αθηρωμάτωσης είναι μεγάλος (όπως στην προηγούμενη περίπτωση που μελετήσαμε), η μεν μορφή της καμπύλης αλλοιώνεται σε σχέση με αυτή που αντιστοιχεί σε υγιείς περιπτώσεις (οι αλλαγές στις παραμέτρους σχολιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα). Το δε πλάτος (και η μέγιστη μετατόπιση)μειώνεται αισθητά και σε βαθμό πολύ μεγαλύτερο από ότι στην περίπτωση (α).

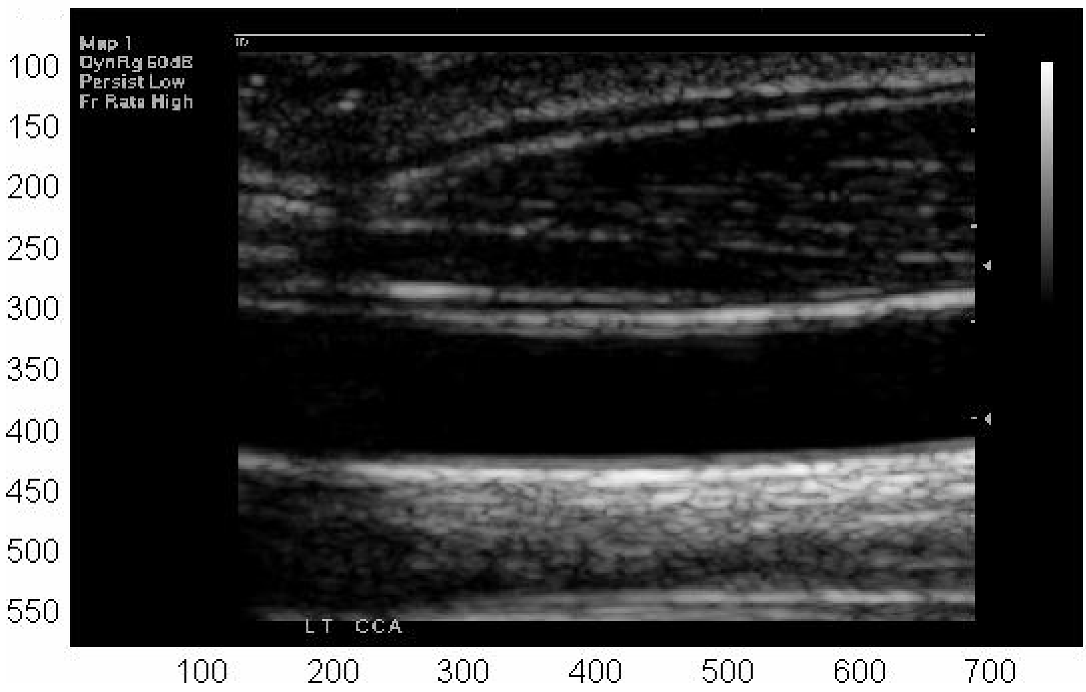
## Γ8. Εναλλακτική προσέγγιση της χωρικής συνάρτησης του μοντέλου μας

### Γ8.1. Εισαγωγή

Για να καθορίσουμε τον όρο της χωρικής μεταβολής του μοντέλου πραγματοποιήσαμε προσαρμογή του μαθηματικού μοντέλου που καθορίσαμε σε παραπάνω βήμα στα αποτελέσματα εκτίμησης κίνησης από ακολουθίες εικόνων υπερήχων για σημεία με μεταβλητή ακτινική θέση. Λόγω της συμμετρίας που παρουσιάζει η γεωμετρία της καρωτίδας καθορίσαμε ένα χωρικό μοντέλο το οποίο περιλαμβάνει δυο όρους: έναν για το πάνω τοίχωμα και ένα για το κάτω. Βασική υπόθεση της μελέτης μας είναι ότι θεωρούμε ένα μικρό διαμήκες τμήμα της καρωτίδας για το οποίο δεν έχουμε μεταβολή του προτύπου κίνησης ως προς την αξονική διεύθυνση. Επομένως, ο όρος που περιγράφει την χωρική μεταβολή εκφράζεται συναρτήσει της ακτινικής διεύθυνσης (y).

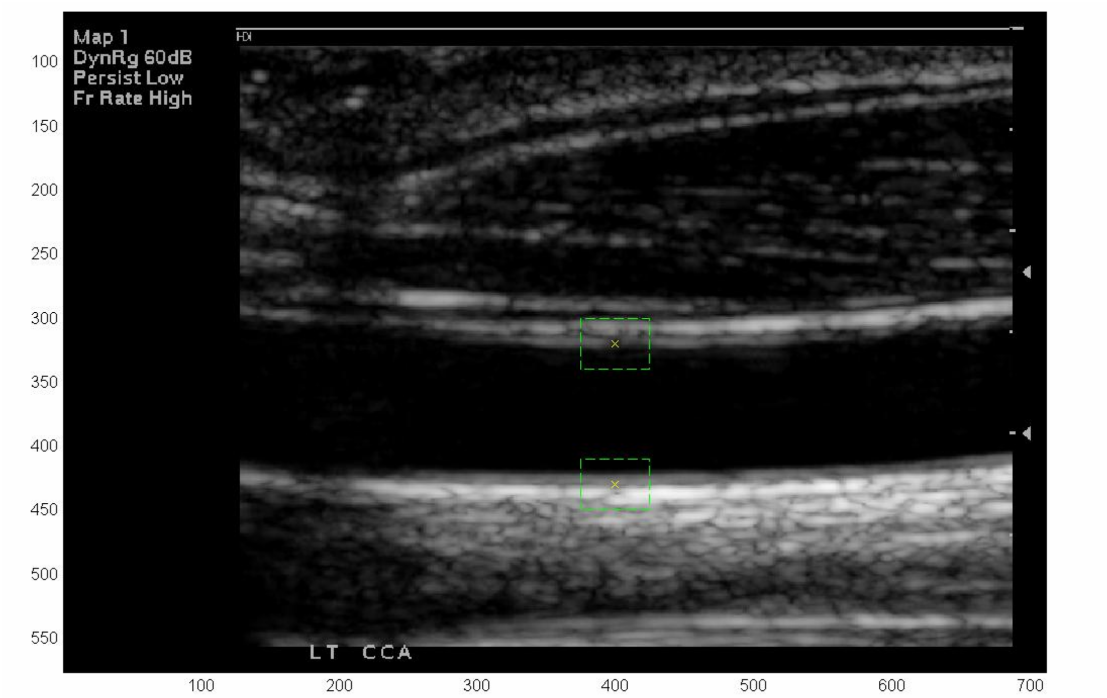
Μελετώντας τα αποτελέσματα εκτίμησης κίνησης με χρήση της μεθόδου block-matching από ακολουθίες εικόνων υπερήχων β-σάρωσης που αντιστοιχούν στην ακτινική μετατόπιση κατακόρυφων σημείων (που διαφοροποιούνται δηλαδή κατά y) διαπιστώνει κανείς ότι όσο τα σημεία απομακρύνονται από την εσωτερική περιοχή του καρωτιδικού τοιχώματος (όπου γίνεται η ροή αίματος) τόσο μειώνεται η τιμή της μετατόπισης. Φαίνεται μάλιστα ότι η μείωση αυτή δεν είναι αναλογική σε σχέση με το y (γραμμική) αλλά παρουσιάζει μία εξάρτηση μάλλον εκθετική. Για να το αποδείξουμε αυτό και να εξάγουμε τη συνάρτηση της χωρικής εξάρτησης χρησιμοποιήσαμε το εργαλείο Curve Fitting του περιβάλλοντος MATLABΣε σχέση με τα παραπάνω το όλο πρόβλημα έγκειται στον καθορισμό του σημείου αναφοράς με βάση του οποίου κάθε φορά θα εξάγουμε τις εκθετικές σχέσεις. Για να καθορίσουμε σωστά τον όρο της χωρικής μεταβολής του μοντέλου, επομένως, πρέπει αρχικά να σημειώσουμε κάποιες παρατηρήσεις πάνω στις εικόνες υπερήχων που διαθέτουμε.

Παρατηρώντας την εικόνα 1, που αποτελεί την εικόνα υπερήχου του 1$^{ου}$ υποκειμένου που μελετήσαμε διαπιστώνουμε πως ο αυλός είναι κεντραρισμένος περίπου στο μέσο της εικόνας (y=370 pixels), το άνω τοίχωμα ξεκινά από y=320 pixels και εκτείνεται εώς πάνω και τέλος το κάτω τοίχωμα ξεκινά από y=430 και εκτείνεται εώς το κάτω όριο της εικόνας. Στη δε συγκεκριμένη περίπτωση ο αυλός έχει διάμετρο περίπου 110 pixels.

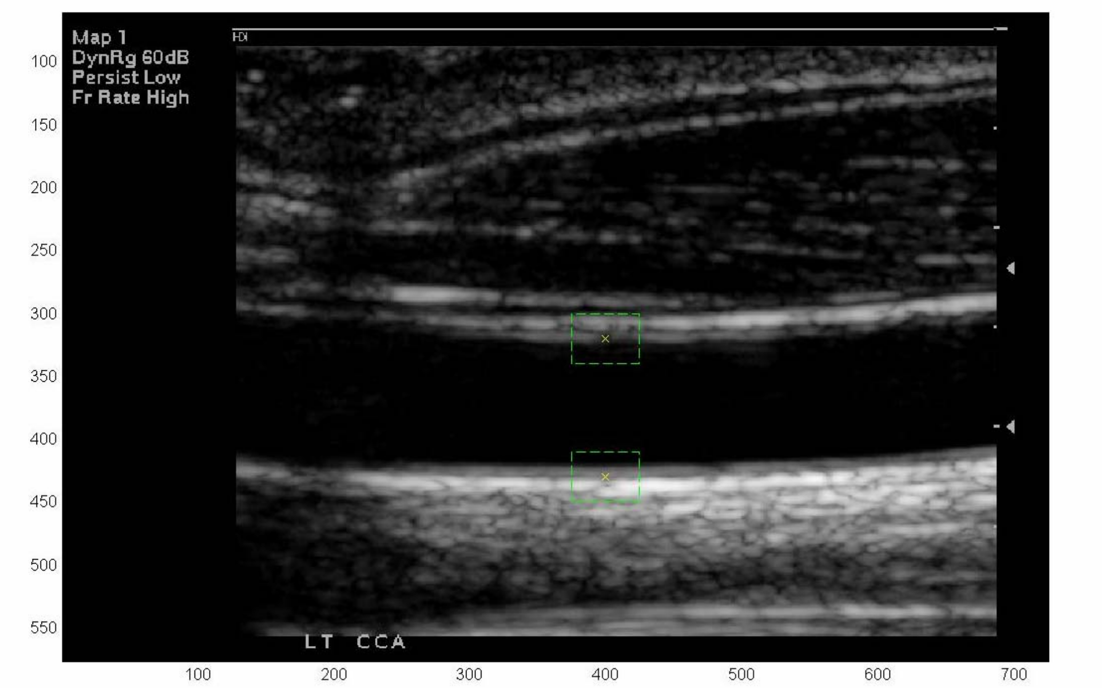



*Εικόνα Γ8.1.1: Εικόνα υπερήχου του πρώτου ατόμου που μελετήσαμε*

Συγκρίνοντας την εικόνα του πρώτου ατόμου με αυτές των υπολοίπων 5, τα οποία μελετήσαμε, παρατηρούμε ότι τα παραπάνω γεωμετρικά χαρακτηριστικά ελάχιστα αποκλίνουν σε σχέση με αυτά του πρώτου ατόμου. Ενδεικτικά παρατίθεται η εικόνα υπερήχου του 1$^{ου}$ υποκειμένου με σημειωμένα το ανώτερο (στο κάτω τοίχωμα) και το κατώτερο (στο πάνω τοίχωμα) μετρούμενο σημείο. Αντίστοιχα παρατίθεται και του 2$^{ου}$ υποκειμένου, αναδεικνύοντας πως οι συντεταγμένες των σημείων είναι περίπου οι ίδιες.




*Εικόνα Γ8.1.2: Εικόνα υπερήχου του πρώτου ατόμου που μελετήσαμε, με σημειωμένα το ανώτερο (στο κάτω τοίχωμα) και το κατώτερο (στο πάνω τοίχωμα) μετρούμενο σημείο*

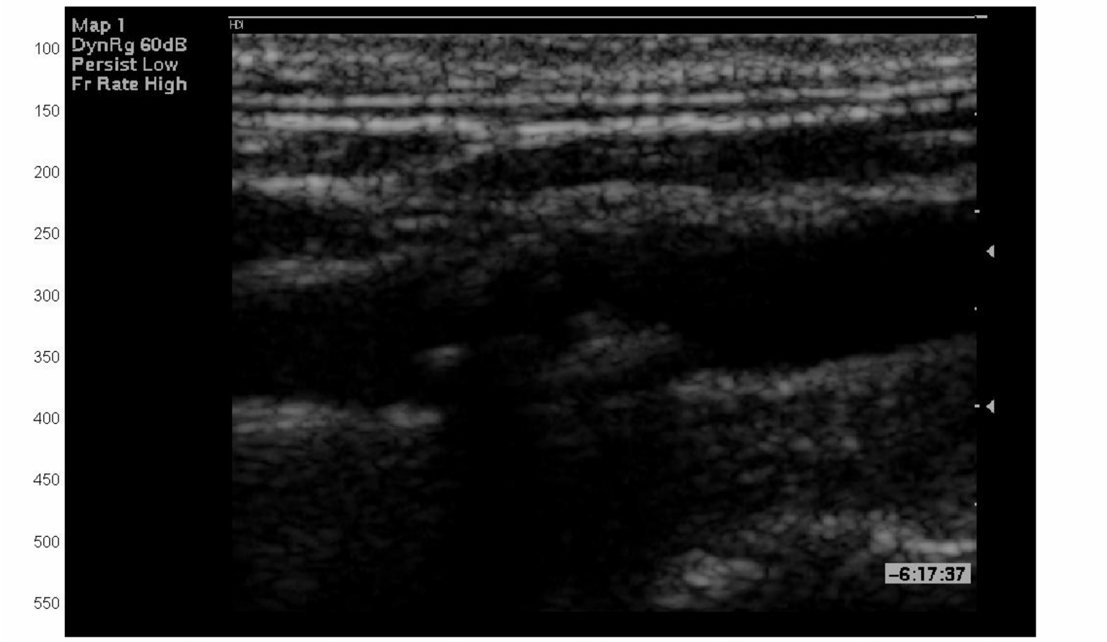


*Εικόνα Γ8.1.3: Εικόνα υπερήχου του δεύτερου ατόμου που μελετήσαμε, με σημειωμένα το ανώτερο (στο κάτω τοίχωμα) και το κατώτερο (στο πάνω τοίχωμα) μετρούμενο σημείο*

Σύμφωνα λοιπόν με την παραπάνω παραδοχή και γενικεύοντάς την (δηλαδή ότι ισχύει για κάθε περίπτωση εικόνας υπερήχου) μπορούμε να εξάγουμε τις εκθετικές σχέσεις, έτσι ώστε η ανεξάρτητη μεταβλητή y να αναφέρεται στην εκάστοτε θέση του σημείου κατά την ακτινική διεύθυνση και άρα να συμπίπτει με την τιμή που φαίνεται στον αριθμημένο σε pixels κατακόρυφο άξονα της εικόνας.

Η συγκεκριμένη προσέγγιση, βέβαια μπορεί σε κάποιες περιπτώσεις ατόμων με αυλό διαμέτρου μεγαλύτερο του μέσου όρου να καθίσταται ελαφρώς προβληματική, δηλαδή το μοντέλο μας να μην είναι τόσο ακριβές όσο θα αναμέναμε. Παρόλα αυτά παρουσιάζει ένα σημαντικότατο πλεονέκτημα, στο οποίο υπερτερεί σημαντικά σε σχέση με την επόμενη προσέγγιση που μπορεί να ακολουθηθεί και θα αναφέρουμε παρακάτω.

Όπως φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί και αναφέρεται σε άτομο το οποίο πάσχει από αθηρωμάτωση, στην περίπτωση ύπαρξης πλάκας τα όρια των τοιχωμάτων δεν είναι καθόλου σαφή και είναι πολύ δύσκολο να καθοριστούν. Επομένως ένας δεδομένος κατάλληλα βαθμονομημένος κατακόρυφος άξονας διευκολύνει και δε παρουσιάζει τέτοιας φύσης πρόβλημα.



*Εικόνα Γ8.1.4: Εικόνα υπερήχου ατόμου που έχει αναπτύξει αθηρωματική πλάκα και όπου αδυνατούμε να καθορίσουμε το ανώτερο (στο κάτω τοίχωμα) και το κατώτερο (στο πάνω τοίχωμα) μετρούμενο σημείο*

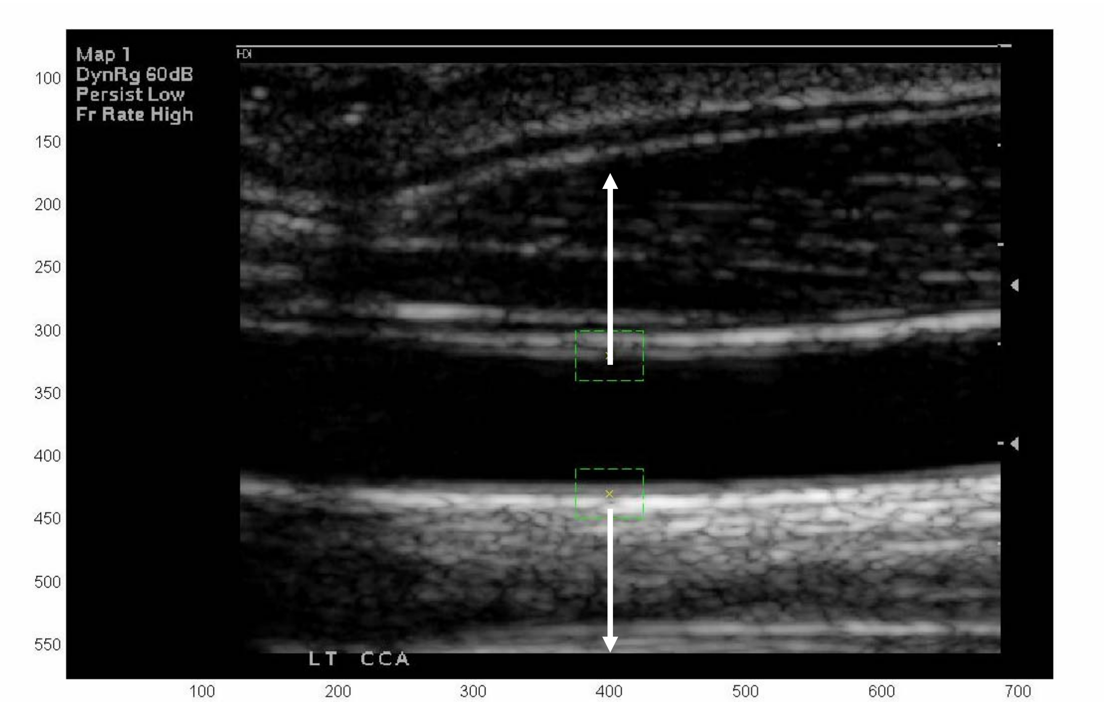
Αν παρόλα αυτά το θέμα του προσδιορισμού στην περίπτωση ύπαρξης πλάκας των ορίων των τοιχωμάτων δε ληφθεί τόσο σοβαρά υπόψη η παρακάτω προσέγγιση θεωρείται περισσότερο ακριβής και αξιόπιστη. Σύμφωνα με αυτή, πάλι εξάγουμε δύο εκθετικές συναρτήσεις, όπου η ανεξάρτητη μεταβλητή y πλέον εκφράζει την απόλυτη απόσταση από το ανώτερο στο κάτω τοίχωμα και το κατώτερο στο πάνω τοίχωμα σημείο για δεδομένο x (συντεταγμένη κατά την αξονική διεύθυνση). Δηλαδή θεωρώ το ανώτερο στο κάτω τοίχωμα και το κατώτερο στο πάνω τοίχωμα σημείο, ως σημείο αναφοράς, με τιμή 1,η οποία αυξάνει καθώς μεταφέρομαι προς τα εξωτερικά τοιχώματα, είτε βρίσκομαι στο άνω, είτε στο κάτω τοίχωμα. Για τον παραπάνω λόγο οι εκθετικές καμπύλες που προκύπτουν είναι της ίδιας μορφής (φθίνουν όσο απομακρυνόμαστε από το εσωτερικό των τοιχωμάτων) και οι δε συντελεστές τους είναι παραπλήσιοι αριθμητικά, όχι όμως και ίδιοι (γεγονός αναμενόμενο και επιθυμητό). Συνεπώς και πάλι έχουμε να υπολογίσουμε μία δίκλωνη εκθετική συνάρτηση, η οποία φέρει τα εξής πλεονεκτήματα:

1. Είναι ανεξάρτητη με το πώς έχει τοποθετηθεί η εικόνα υπερήχου σε σχέση με τον βαθμονομημένο κατακόρυφο άξονα y, δηλαδή με το πόσο καλά είναι κεντραρισμένη η εικόνα.
2. Σε περίπτωση που η διάμετρος του αυλού αποκλίνει από τον προβλεπόμενο μέσο όρο (των 110 pixels) δε δημιουργείται πρόβλημα αφού η μέτρηση ξεκινά με σημείο αναφοράς την αρχή του τοιχώματος.
3. Σε περίπτωση που η εικόνα έχει ληφθεί κάπως λοξά και δεδομένου ότι δεν έχουμε λάβει υπόψη εξάρτηση κατά την αξονική διεύθυνση (κατά τον άξονα x) και πάλι το μοντέλο μας δεν επηρεάζεται.

Παρόλα τα παραπάνω το πρόβλημα που ανακύπτει στην περίπτωση ύπαρξης πλάκας δυσκολίας καθορισμού των ορίων των τοιχωμάτων και δεδομένης της απώτερης χρησιμότητας του μοντέλου που καθορίζουμε, θα προτιμήσουμε την αρχική θεώρηση, κρίνοντας όμως σκόπιμο να αναφερθούμε συνοπτικά και στη δεύτερη.

### Γ8.2. Ανάλυση δεύτερης προσέγγισης

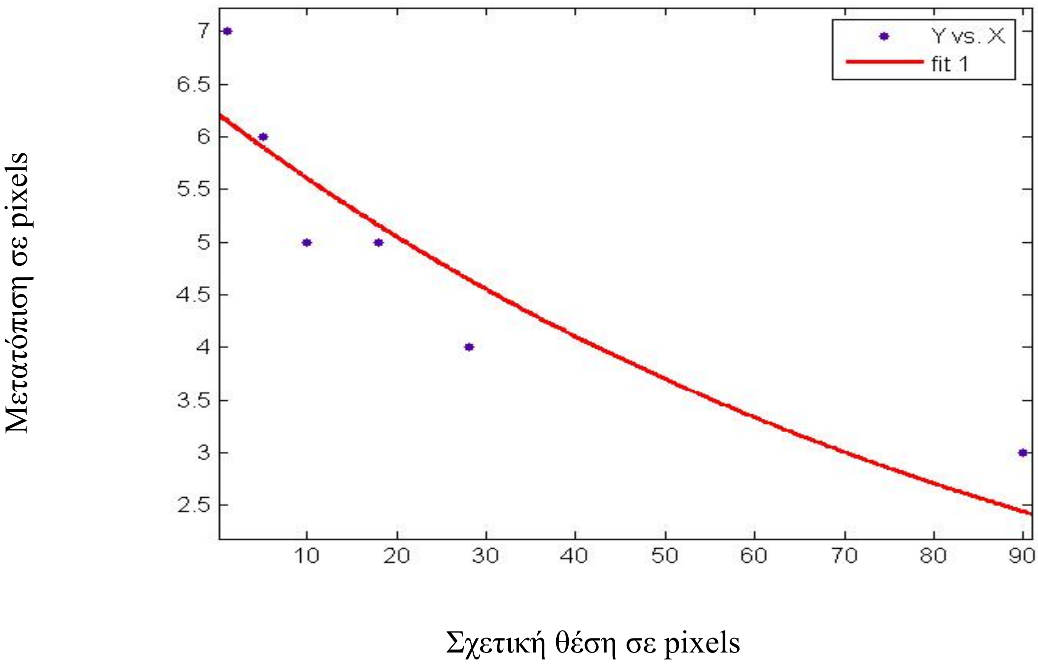
Καταρχήν παραθέτουμε παρακάτω την εικόνα υπερήχου του πρώτου υποκειμένου που μελετήσαμε, με σημειωμένα το ανώτερο στο κάτω τοίχωμα και το κατώτερο στο πάνω τοίχωμα μετρούμενο σημείο, το οποίο θα θεωρηθεί σε κάθε περίπτωση και σημείο αναφοράς καθώς μετακινούμαστε προς το εξωτερικό τοίχωμα κατά την ακτινική διεύθυνση.




*Εικόνα Γ8.2.1: Εικόνα υπερήχου του πρώτου ατόμου που μελετήσαμε, με σημειωμένα το ανώτερο στο κάτω τοίχωμα και το κατώτερο στο πάνω τοίχωμα μετρούμενο σημείο, το οποίο θα θεωρηθεί σε κάθε περίπτωση και σημείο αναφοράς*

Για να εξάγουμε τη συνάρτηση ουσιαστικά της χωρικής εξάρτησης θα χρησιμοποιήσουμε για ευκολία το εργαλείο του MATLAB, Curve Fitting. Το παραπάνω εργαλείο, θέτοντάς του ως x συντεταγμένες διαφορετικά σημεία κατά τον κατακόρυφο άξονα και ως y τις αντίστοιχες μέγιστες μετατοπίσεις (εφόσον θεωρήσαμε ότι οι μορφές των εκάστοτε καμπυλών κανονικοποιημένες είναι οι ίδιες), θα μας δώσει αυτόματα δύο εκθετικές σχέσεις (μία για το άνω και μία για το κάτω τοίχωμα) που θα δείχνουν ακριβώς τα παραπάνω, δηλαδή πώς μειώνεται εκθετικά το μέγεθος της μετατόπισης απομακρυνόμενοι προς το εξωτερικό μέρος του τοιχώματος. Παρακάτω φαίνονται οι συναρτήσεις (είσοδοι στο curve Fitting) και οι συναρτήσεις που το MATLAB μας προτείνει.

**A. Κάτω τοίχωμα**




Μορφή εκθετικής συνάρτησης :

f(x) = a*exp(b*x) ), όπου y η απόλυτη τιμή σε pixels θέτοντας την τιμή y=1 στο ανώτερο ανιχνεύσιμο σημείο του κάτω τοιχώματος και η τιμή του y αυξάνει καθώς κατευθυνόμαστε προς τα κάτω

Συντελεστές με 95% όρια πιστότητας :

a =6.217 (5.038, 7.396)

b =-0.01041 (-0.01897, -0.001851)

Ποιότητα προσαρμογής :

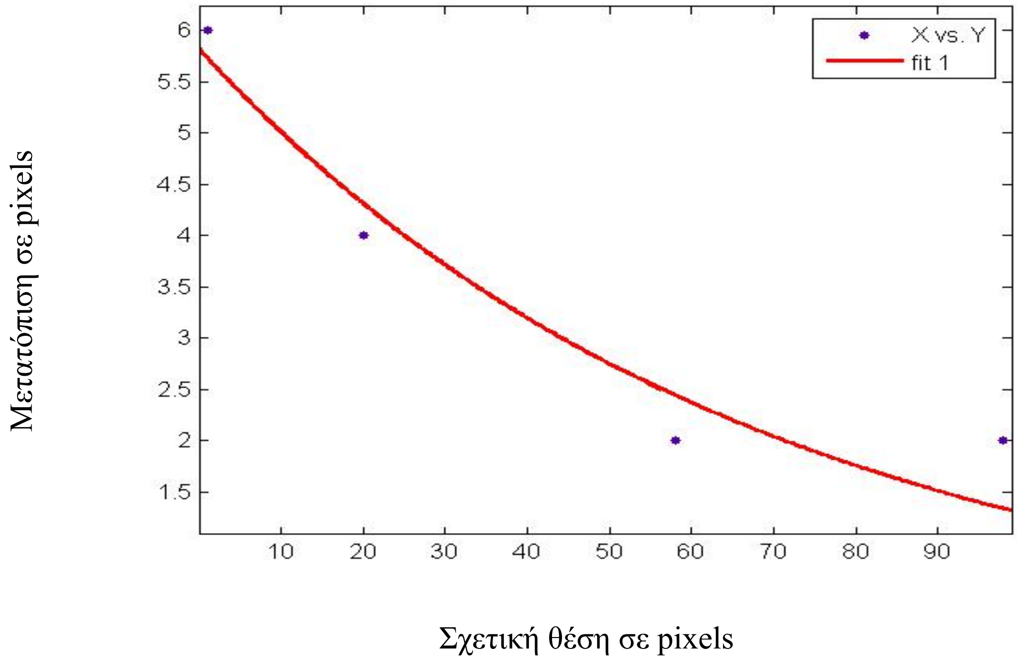
SSE: 1.849

R-square: 0.8151

Adjusted R-square: 0.7689

RMSE: 0.6798

**B. Άνω τοίχωμα**




Μορφή εκθετικής συνάρτησης:

f(y) = a*exp(b*y), όπου y η απόλυτη τιμή σε pixels θέτοντας την τιμή y=1 στο κατώτερο ανιχνεύσιμο σημείο του άνω τοιχώματος και η τιμή του y αυξάνει καθώς κατευθυνόμαστε προς τα πάνω

Συντελεστές με 95% όρια πιστότητας :

a =5.822 (3.321, 8.323)

b =-0.01502 (-0.03067, 0.0006323)

Ποιότητα προσαρμογής :

SSE: 0.7983

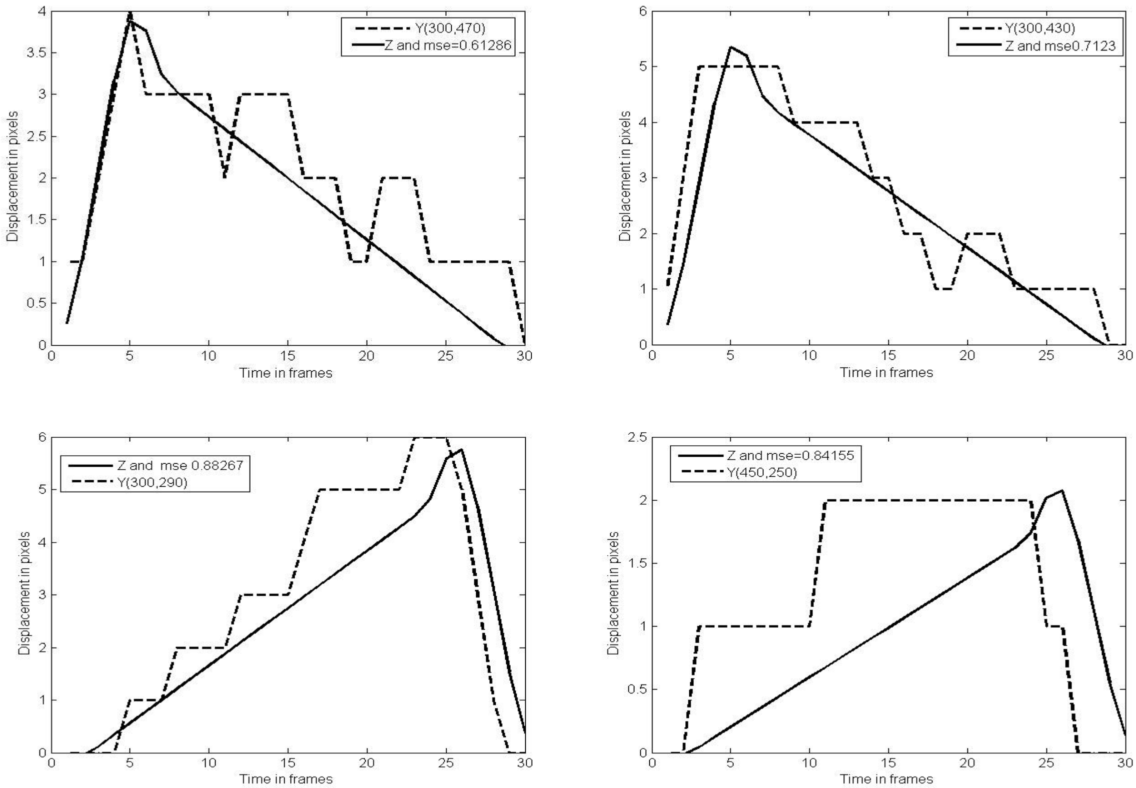
R-square: 0.9274

Adjusted R-square: 0.8911

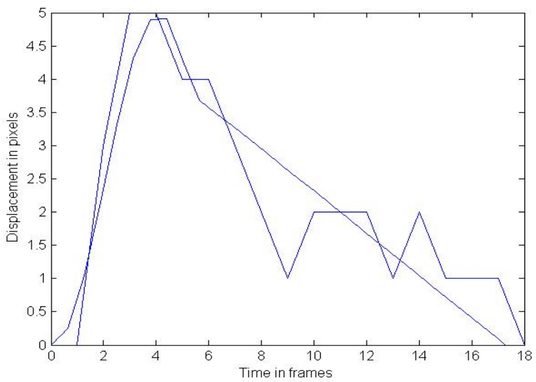
RMSE: 0.6318

Επεξεργαζόμενοι τα αποτελέσματα που μας δίνει η χρήση αυτού του χωρικού μοντέλου παραθέτουμε στη συνέχεια κάποια αποτελέσματα προσαρμογών (2 για το κάτω τοίχωμα και 2 για το άνω τοίχωμα υγιούς ατόμου) και το αντίστοιχο μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mse) που προκύπτει για το αρχικό άτομο που μελετήσαμε . Εφόσον αυτό το άτομο αποτέλεσε τη βάση μας για την εξαγωγή και των δύο μοντέλων δεν παρατηρούμε καμία διαφορά μεταξύ των γραφικών παραστάσεων και των αντιστοίχων μέσων τετραγωνικών σφαλμάτων (βλέπε πίνακα Γ8β.1). Στη συνέχεια με εφαρμογή του ίδιου χωρικού μοντέλου παραθέτουμε δύο αποτελέσματα προσαρμογών που αφορούν άλλο υγιές άτομο και παρατηρώντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εξακριβώνουμε πως είναι ικανοποιητικά χαμηλό στην περίπτωση χρήσης του συγκεκριμένου μοντέλου, πράγμα που ούτως ή άλλως αναμέναμε (βλέπε πίνακα Γ8β.2)

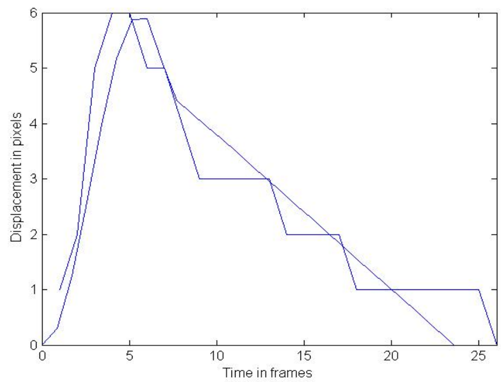
Όσον αφορά τις τιμές που το mse λαμβάνει στο αρχικό άτομο που μελετήσαμε εκτενώς κυμαίνονται από 0.45 εώς 0.9 το πολύ, παρουσιάζοντας ένα μέσο όρο περίπου 0.68 (βλέπε πίνακα Γ8β.1). Πράγματι, δεχόμενοι τις συγκεκριμένες τιμές του σφάλματος ως ικανοποιητικές, οι αντίστοιχες τιμές που λαμβάνουμε από την προσαρμογή με τη νέα χωρική συνάρτηση σε διαφορετικά υγιή άτομα είναι πιο χαμηλές από ότι με την αρχική προσέγγιση (βλέπε πίνακα Γ8β.2).




*Πίνακας Γ8β.1: Αποτελέσματα προσαρμογών για 4 διαφορετικά σημεία του τοιχώματος (σε κάθε καμπύλη αναγράφονται οι συντεταγμένες του εκάστοτε σημείου και το αντίστοιχο μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mse)).*




Σημείο (420,485) mse=0.5789

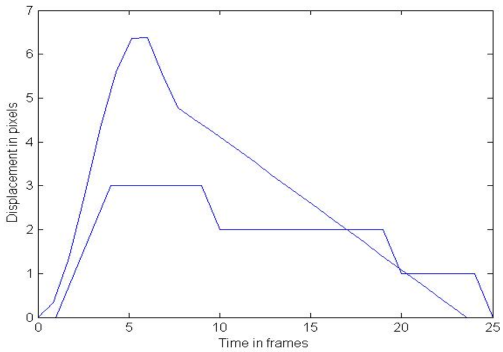



Σημείο (420,465) mse=0.5093

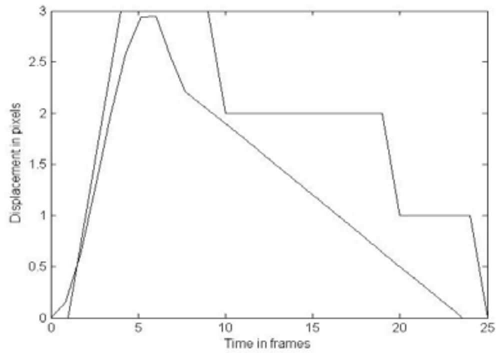
*Πίνακας Γ8β.2: Αποτελέσματα προσαρμογών για 2 διαφορετικά σημεία του τοιχώματος (σε κάθε καμπύλη αναγράφονται οι συντεταγμένες του εκάστοτε σημείου και το αντίστοιχο μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mse)).*

## Γ9. Εκτίμηση του σφάλματος προσαρμογής: Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (mse)

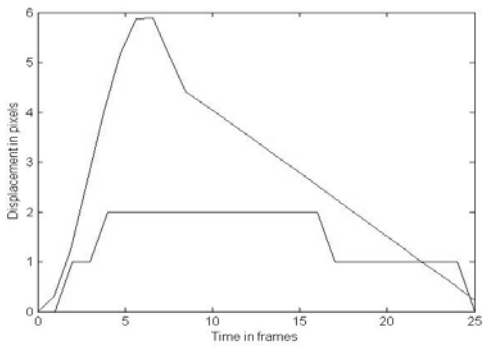
Στο μεγαλύτερο μέρος της εργασίας μέχρι τώρα, προκειμένου να αναφερθούμε και να καθορίσουμε την απόδοση της προσαρμογής χρησιμοποιήσαμε στη μελέτη μας μια απλή συνάρτηση σφάλματος που ορίζεται ως E= Yι-Z ,όπου Yι η συνάρτηση που μας δίνει τη μετατόπιση του εκάστοτε σημείου στο χρόνο κατά την ακτινική διεύθυνση και Z το μοντέλο που εμείς θεωρήσαμε το οποίο αναλόγως της θέσης και χρονικής στιγμής μας προβλέπει την μετατόπιση. Έτσι σε κάθε σημείο για το οποίο πραγματοποιήθηκε προσαρμογή, παρουσιαζόταν και η αντίστοιχη καμπύλη της συνάρτησης σφάλματος γραφικά. Προκειμένου να έχουμε μία ένδειξη, όχι γραφική, αλλά αριθμητική, την οποία να χρησιμοποιήσουμε σαν μέτρο σύγκρισης και ποιότητας, καθώς και να θέσουμε κατώφλια καλής και κακής προσαρμογής καταλήξαμε στην εκτίμηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Επεξεργαζόμενοι τα αποτελέσματα που μας δίνει η χρήση του αρχικού χωρικού μοντέλου παραθέτουμε στη συνέχεια κάποια αποτελέσματα προσαρμογών σε σχέση με άτομο που παρουσιάζει πρόβλημα αθηρωμάτωσης (συμπτωματικό εικόνα Γ 7.2.2) και το αντίστοιχο mse που προκύπτει στην αριστερή στήλη, ενώ στη δεξιά παρατίθενται τα αποτελέσματα, αλλάζοντας το αποτέλεσμα που η χωρική συνάρτηση μας δίνει (δηλαδή το πλάτος) προκειμένου για καλύτερη προσαρμογή:



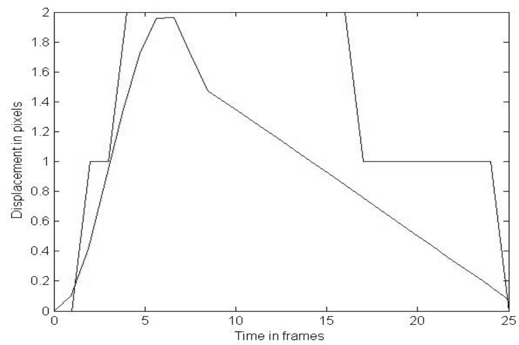

Σημείο (245,399) mse=1.7278



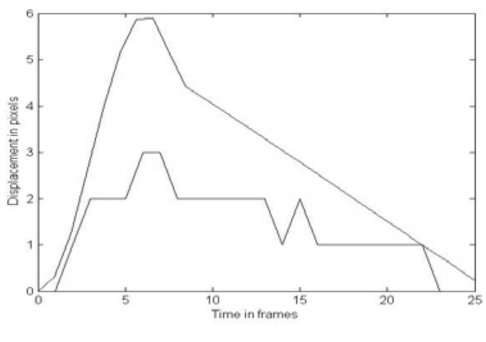

Σημείο(245,399)mse=0.62339νέα προσαρμογή



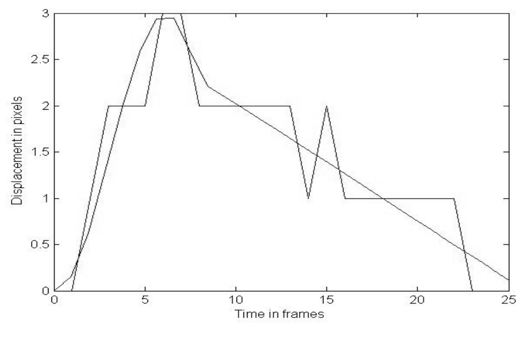

Σημείο (248,333) mse=1.8617



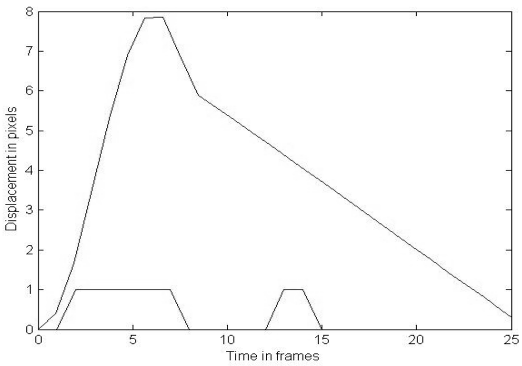

Σημείο (248,333) mse=0.59008 νέα προσαρμογή



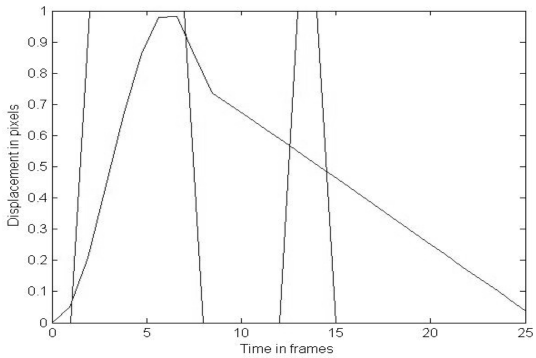

Σημείο (283,399) mse=1.8419




Σημείο (283,399) mse=0.51811 νέα προσαρμογή



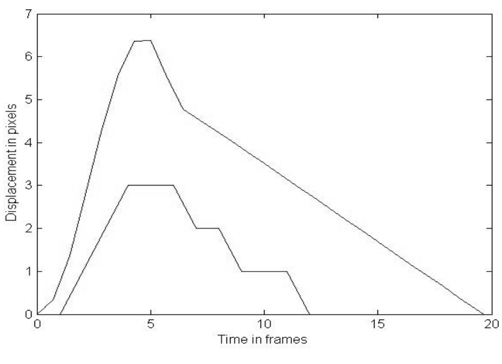

Σημείο (351,304) mse=4.1464



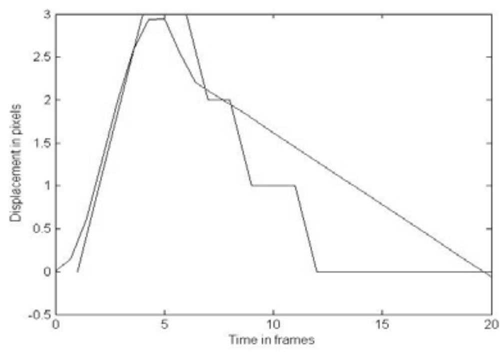

Σημείο (351,304) mse=0.52561 νέα προσαρμογή

*Πίνακας Γ9.1: Αποτελέσματα προσαρμογών σε σχέση με άτομο που παρουσιάζει πρόβλημα αθηρωμάτωσης (συμπτωματικό) και το αντίστοιχο mse που προκύπτει στην αριστερή στήλη, ενώ στη δεξιά παρατίθενται τα αποτελέσματα προκειμένου για καλύτερη προσαρμογή*

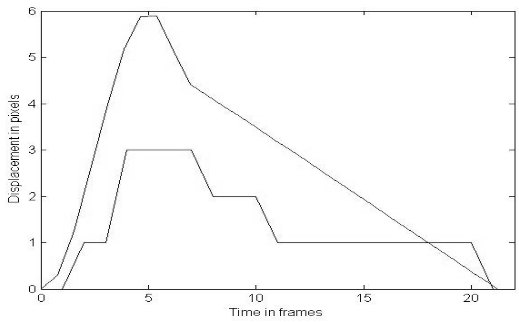
Ομοίως με προηγουμένως επεξεργαζόμαστε τα αποτελέσματα που μας δίνει η χρήση του αρχικού χωρικού μοντέλου δίνοντας αυτή τη φορά αποτελέσματα προσαρμογών σε σχέση με το άτομο που παρουσιάζει πρόβλημα αθηρωμάτωσης (ασυμπτωματικό εικόνα Γ 7.2.1) και το αντίστοιχο μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mse) που προκύπτει στην αριστερή στήλη, ενώ στη δεξιά παρατίθενται τα αποτελέσματα (αλλάζοντας το αποτέλεσμα που η χωρική συνάρτηση μας δίνει, δηλαδή το πλάτος ) προκειμένου για καλύτερη προσαρμογή:

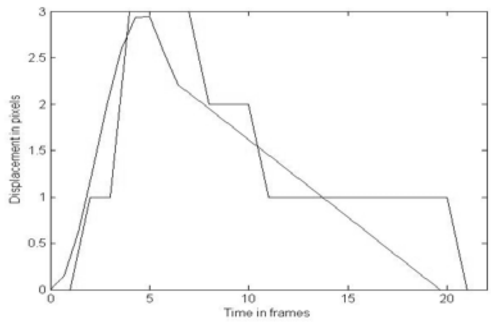



Σημείο (330,373) mse=2.5689



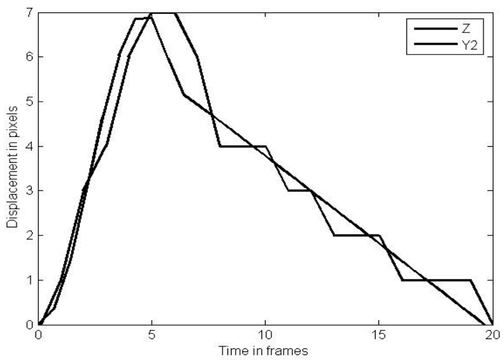

Σημείο (330,373) mse=1.0604 νέα προσαρμογή




Σημείο (416,390) mse=2.161

Σημείο(416,390) mse=0.73503 νέα προσαρμογή



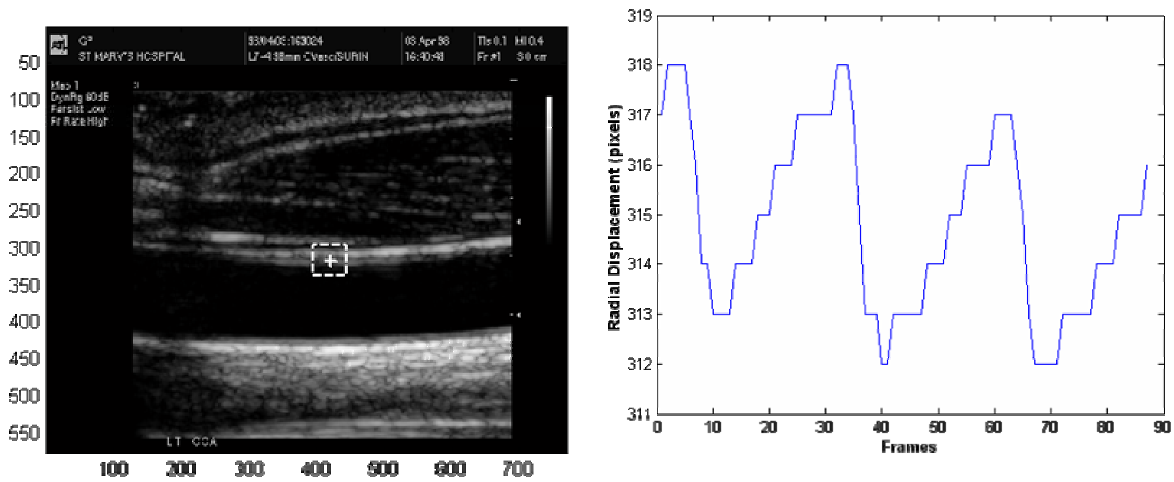

Σημείο (577,352) mse=0.4863

*Πίνακας Γ9.2: Αποτελέσματα προσαρμογών σε σχέση με άτομο που παρουσιάζει πρόβλημα αθηρωμάτωσης (ασυμπτωματικό) και το αντίστοιχο mse που προκύπτει στην αριστερή στήλη, ενώ στη δεξιά παρατίθενται τα αποτελέσματα προκειμένου για καλύτερη προσαρμογή*

Συμπερασματικά παρατηρούμε ότι τιμές mse από 0.4 εώς περίπου 1 μας δίνουν μία καλή προσαρμογή και δηλώνουν ότι μάλλον δεν υπάρχει πρόβλημα πλάκας. Αντίθετα τιμές του mse μεγαλύτερες από 1 που φτάνουν εώς 2.5 σε ασυμπτωματικά άτομα και εώς κοντά 4 σε συμπτωματικά είναι ενδεικτικές σε περίπτωση ύπαρξης πλάκας.

## Δ. Σύνοψη Περιεχομένου-Αποτελέσματα

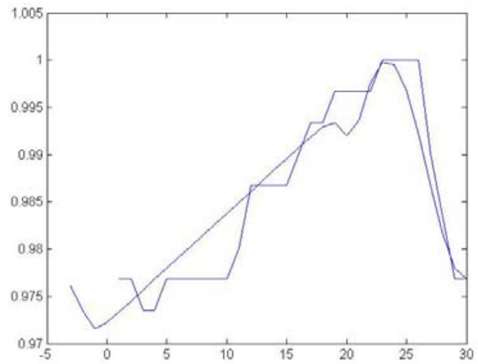
Συνοψίζοντας, προκειμένου να υπολογιστεί η μετατόπιση διάφορων σημείων του τοιχώματος της καρωτίδας από τις ακολουθίες εικόνων υπερήχων β-σάρωσης, για κάθε μέτρηση επιλέχθηκε μια περιοχή ενδιαφέροντος μεγέθους 3.5×2.5 mm2 (50×40 pixels), όπως φαίνεται στην εικόνα Δ.1α. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης κίνησης με την τεχνική block-matching συνίστανται σε καμπύλες που περιγράφουν την ακτινική και την αξονική μετατόπιση. Στην εικόνα Δ.1β παρουσιάζεται ένα παράδειγμα μιας καμπύλης για την ακτινική μετατόπιση.

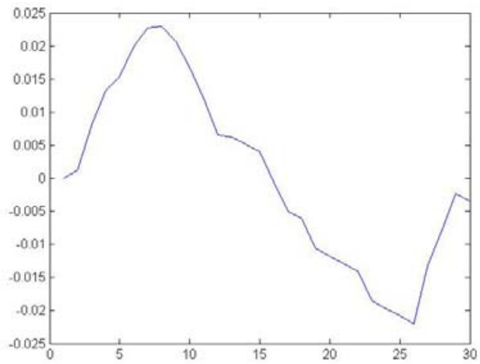



(α) (β)

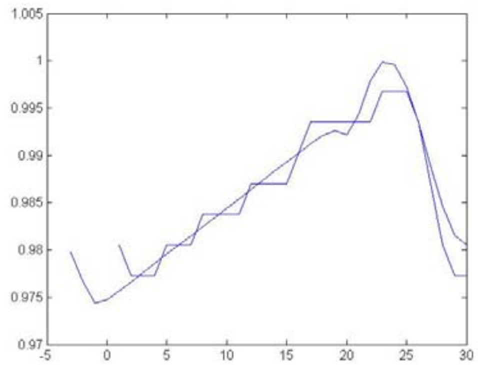
*Εικόνα Δ.1: Παράδειγμα περιοχή ενδιαφέροντος (ROI) στο πάνω τοίχωμα της καρωτίδας (α) και η ακτινική μετατόπιση της περιοχής ενδιαφέροντος όπως αυτή έχει υπολογιστεί με την τεχνική block matching*

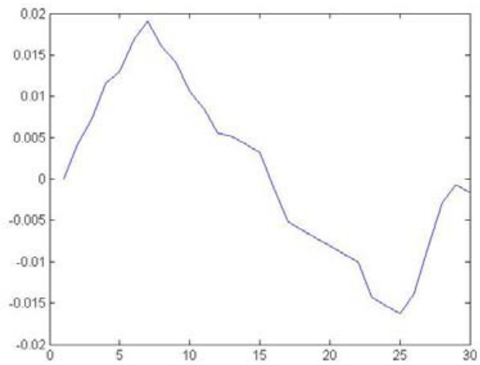
Προκειμένου να καθοριστούν οι παράμετροι του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει την χρονική μεταβολή της ακτινικής μετατόπισης κάθε σημείου του τοιχώματος της καρωτίδας, πραγματοποιήθηκε προσαρμογή της καμπύλης του μοντέλου στις καμπύλες μετατόπισης που υπολογίσθηκαν από τα πραγματικά δεδομένα με τη τεχνική block-matching. Η διαδικασία προσαρμογής πραγματοποιήθηκε μεταβάλλοντας της τιμές των παραμέτρων της αρχικής εξίσωσης. Τα αποτελέσματα προσαρμογής για 2 διαφορετικά σημεία παρουσιάζονται στην εικόνα Δ.2. Για τον καθορισμό της απόδοσης της προσαρμογής χρησιμοποιήσαμε στη μελέτη μας μια απλή συνάρτηση σφάλματος που ορίζεται ως Ε= Yι-Z ,όπου Yι η συνάρτηση που μας δίνει τη μετατόπιση του εκάστοτε σημείου στο χρόνο κατά την ακτινική διεύθυνση και Z το μοντέλο που εμείς θεωρήσαμε το οποίο αναλόγως της θέσης και χρονικής στιγμής μας προβλέπει την μετατόπιση. Για κάθε σημείο για το οποίο πραγματοποιήθηκε προσαρμογή, παρουσιάζεται και η αντίστοιχη καμπύλη της συνάρτησης σφάλματος. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι στα παρακάτω διαγράμματα οι καμπύλες μετατόπισης που υπολογίσθηκαν με την τεχνική block – matching έχουν κανονικοποιηθεί στο διάστημα [0,1], αφού στο παρόν στάδιο βασικός στόχος αποτελεί ο καθορισμός της μορφής του μοντέλου και η προσαρμογή του στις καμπύλες πραγματικών μετρήσεων.




(α) (β)

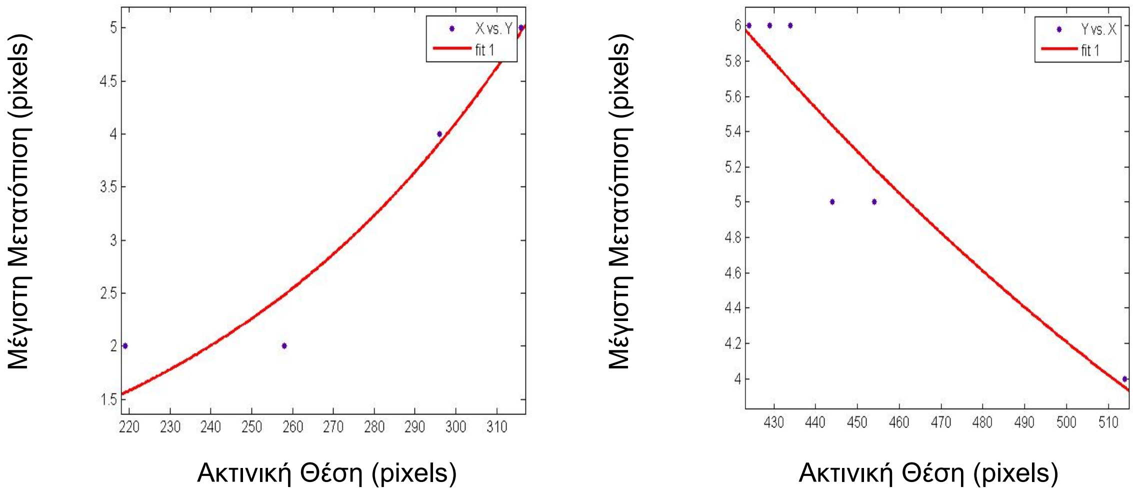



(γ) (δ)

*Εικόνα Δ.2: Παραδείγματα προσαρμογής της καμπύλης του μοντέλου στις καμπύλες μετατόπισης από τα πραγματικά δεδομένα (α), (β) και τα αντίστοιχα διαγράμματα της συνάρτησης σφάλματος (γ), (δ).*

Για τον καθορισμό του όρου χωρικής μεταβολής του μοντέλου παραμόρφωσης της καρωτίδας, πραγματοποιήθηκε η διαδικασία προσαρμογής καμπύλης (curve fitting) για διαφορετικά σημεία του κατακόρυφου άξονα και τις αντίστοιχες μέγιστες μετατοπίσεις. Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι σε αυτό το στάδιο δεν χρησιμοποιείται κανονικοποιημένη μορφή των καμπυλών που αντιστοιχούν σε πραγματικές μετρήσεις ώστε να μη χαθεί η πληροφορία απόσβεσης του πλάτους. Αποτέλεσμα της συγκεκριμένης διαδικασίας υπήρξε η εξαγωγή δυο εκθετικών σχέσεων, μια σχέση που περιγράφει την απόσβεση του πλάτους για το πάνω τοίχωμα και μια για το κάτω τοίχωμα. Στην εικόνα Δ.3 παρουσιάζονται οι καμπύλες για το πάνω και το κάτω τοίχωμα αντίστοιχα.




(α) (β)

*Εικόνα Δ.3: Αποτελέσματα της διαδικασίας curve fitting για τον καθορισμό της καμπύλης απόσβεσης του πλάτους της μετατόπισης για το πάνω (α) και το κάτω (β) τοίχωμα αντίστοιχα.*

Η τελική μορφή του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει την ακτινική μετατόπιση του τοιχώματος της καρωτίδας για υγιείς καρωτίδες εκφράζεται από την εξίσωση:

$$g(t, y) = z(t) \cdot w(y) \qquad (4)$$

Όπου για τη χρονική μεταβολή της ακτινικής μετατόπισης έχουμε τη συνάρτηση

$$z(t) = [0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - t_0))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (0.25 \cdot T - t))) \cdot \sin(\frac{\pi \cdot t}{0.4 \cdot T})$$
$$+0.25 \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t - 0.25 \cdot T))) \cdot (1 + \tanh(1.146 \cdot (t_2 - t))) \cdot (1.1 - 0.04t)]$$

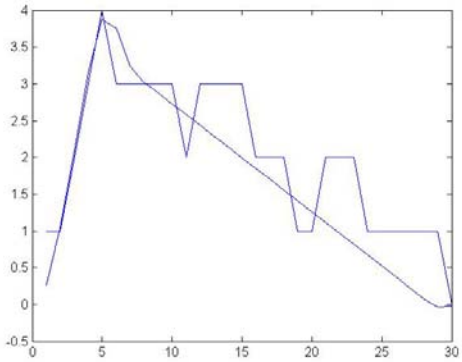
Ενώ για τον όρο χωρικής εξάρτησης για το κάτω τοίχωμα:

$$w(y) = \cdot 41.35e^{-0.004571\cdot y}$$

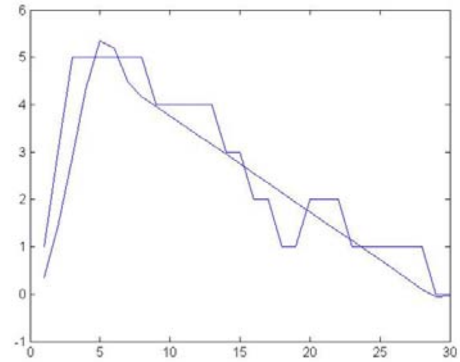
και για το άνω τοίχωμα:

$$w(y) = \cdot 0.1135 \cdot e^{+0.01196\cdot y}$$

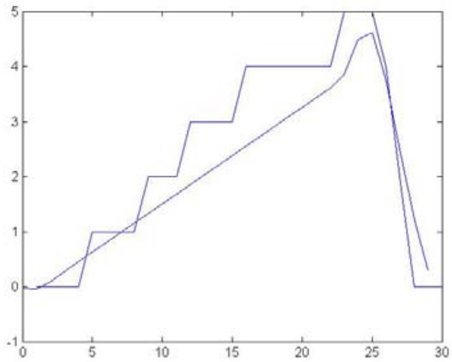
Στην εικόνα Δ.4 παρουσιάζεται η απόδοση του μαθηματικού μοντέλου για 4 διαφορετικά σημεία της καρωτίδας. Στα σχήματα 5(α), 5(β) παρουσιάζονται δυο σημεία με διαφορετική ακτινική θέση (y) και στα 5(γ), 5(δ) σημεία με την ίδια ακτινική θέση και διαφορετική αξονική θέση. Παρατηρεί κανείς ότι οι καμπύλες ακτινικής μετατόπισης για τα σημεία με διαφορετική αξονική θέση (X) παρουσιάζουν παρόμοια μορφή, επιβεβαιώνοντας την αρχική υπόθεση ίδιου προτύπου κίνησης κατά την αξονική διεύθυνση για μικρό τμήμα της καρωτίδας.



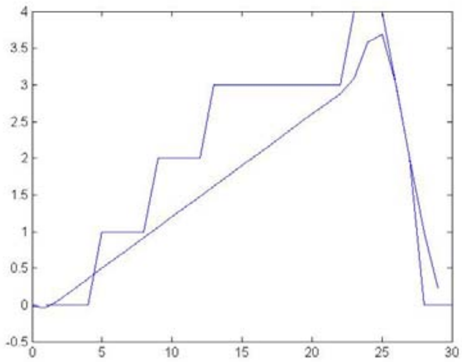

(α)




(β)




(γ)




(δ)

*Εικόνα Δ.4. Αποτελέσματα εφαρμογής του μοντέλου ακτινικής μετατόπισης για σημεία με διαφορετική ακτινική θέση (α), (β) και με διαφορετική αξονική θέση (γ), (δ).*

# Ε. Συμπεράσματα

Στο πλαίσιο της παρούσης εργασίας αναπτύξαμε ένα χωρο-χρονικό μαθηματικό μοντέλο το οποίο προσομοιώνει την ακτινική μετατόπιση των διαφόρων σημείων του καρωτιδικού τοιχώματος. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, το μαθηματικό μοντέλο προσαρμόζεται ικανοποιητικά στις καμπύλες που προέρχονται από πραγματικά δεδομένα και μπορεί να αποτελέσει ένα μαθηματικό εργαλείο για τη μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς του τοιχώματος της καρωτίδας και την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων.

Μελλοντικές εργασίες αφορούν στον καθορισμό του μαθηματικού μοντέλου για περιπτώσεις ασθενών με αθηρωματική πλάκα, προκειμένου να μελετηθεί η μεταβολή των παραμέτρων του μοντέλου σε σχέση με τις . Επιπρόσθετα, ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει η μελέτη της μεταβολής των παραμέτρων για διαφορετικά σημεία κατά την αξονική διεύθυνση που βρίσκονται κοντά στον διχασμό. Το μοντέλο που αναπτύχθηκε στην εργασία προσομοιώνει μόνο την χρονική μεταβολή της ακτινικής μετατόπισης και για αυτό το λόγο οι μελλοντικές εργασίες θα εστιάσουν στον καθορισμό μαθηματικού μοντέλου και για την αξονική μετατόπιση, αφού και αυτή έχει ιδιαίτερη αξία για τη μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς του τοιχώματος της καρωτίδας.

## Βιβλιογραφία

[1] A. Nicolaides, M. Sabetai, S. Kakkos, S. Dhanjil, T. Tegos, et al., “The asymptomatic carotid stenosis and risk of stroke (ACSRS) study,” Int. Angiology, vol. 22, no. 3, pp. 263 – 272, 2003.

[2] Consensus group, “Consensus statement on the management of patients with asymptomatic atherosclerotic carotid bifurcation lesions”, International Angiology, vol. 14, no.1, pp. 5 – 17, 1995

[3] C. Zarins, C. Xu, and S. Glagov, “Atherosclerotic enlargement of the human abdominal aorta,” Atherosclerosis, vol. 155, no. 1, pp.157 – 164, 2001

[4] ACAS, “Clinical advisory: carotid endarterectomy for patients with asymptomatic internal carotid artery stenosis”, Stroke, vol. 25, no. 12, pp. 2523 – 2524, 1994.

[5] Executive committee for the asymptomatic carotid atherosclerosis study, “Endarterectomy for asymptomatic carotid stenosis”, J. Am. Med. Assoc., vol. 273, pp. 1421 – 1428, 1995.

[6] J. Suri and S. Laxaminarayan, “Angiography and plaque Imaging,” CRC press LLC, 2003.

[7] J. Polak, L. Shemanski, D. O' Leary, D. Lefkowitz, T. Price, P. Savage, W. Brant, and C. Reid**,** “Hypoechoic plaque at US of the carotid artery: An independent risk factor for incident stroke in adults aged 65 years or older,” Radiology, vol. 208, pp. 649 – 654, 1998.

[8] Heart Center. Online: www.heartcenteronline.com.

[9] Δ. Γιόβα, «Σύνθετο Θέμα Ιατρικής Τεχνολογίας και Αξιολόγησης», Ε.Μ.Π., 2005.

[10] R. Holdssworth, P. McCollum, J. Bryce, and D. Harrison, “Symptoms, stenosis and carotid plaque morphology. Is plaque morphology relevant?”, Eur. J. Vasc. Endovasc. Surg., vol. 9, no. 1, pp. 80 – 85, 1995.

[11] G. Geroulakos, J. Domjan, A. Nicolaides, J. Stevens, N. Labropoulos, G. Ramaswami, and G. Belcaro, “Ultrasonic carotid artery plaque structure and the risk of cerebral infraction on computed tomography”, J. Vasc. Surg., vol. 20, no. 2, pp. 263 – 266, 1994.

[12] S. Golemati, A. Sassano, M.J. Lever, A.A.Bharath, S. Dhanjil and A.N. Nicolaidids. Carotid artery wall motion estimated from B-mode ultrasound using region tracking and block matching”, Ultrasound Med Biol 2003; 29:387-399, 2003

[13] J. Stoitsis, S. Golemati, K.S. Nikita, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, to appear.
[14] M.J. Ledesma-Carbayo, J. Kybic, M. Desco, A. Santos, M. Suhling, P. Hunziker, and M. Unser. Spatio-temporal nonrigid registration for ultrasound cardiac motion estimation. IEEE Trans Med Imaging 2005;24:1113-1127.
[15] A. Delfino, N. Stergiopulos, J.E. Moore Jr., and J.J. Meister. Residual strain effects on the stress field in a thick wall finite element model of the human carotid bifurcation. Journal of Biomechanics 1997;30: 777–786.
[16] Takamizawa, K., Hayashi, K., 1987. Strain energy density function and uniform strain hypothesis for arterial mechanics. Journal of Biomechanics 20 (1), 7–17.
[17] Martin A. Zulliger, Pierre Fridez, Kozaburo Hayashi, Nikos Stergiopulos, A strain energy function for arteries accounting for wall composition and structure, Journal of Biomechanics 37 (2004) 989–1000
[18] J. Bang, T. Dahl, A. Bruinsma, G.H. Kasparen, T.A.Nagelhus Hernes and H.O. Myhre. A new method for analysis of motion of carotid plaques from RF ultrasound images. Ultrasound Med Biol 2003; 29: 967-976.
[19] S. Meairs, M. Hennerici. Four-dimensional ultrasonographic characterization of plaque surface motion in patients with symptomatic and asymptomatic carotid artery stenosis. Stroke 1999;30:1807–1813.
[20] S. Zhao, A. Suciu, T. Ziegler, J.E. Moore, E. Bürki, J.-J. Meister and H.R. Brunner, Synergistic effects of fluid shear stress and cyclic circumferential stretch on vascular endothelial cellmorphology and cytoskeleton. *Atherosclerosis, Thrombosis, and Vascular Biology* 15 (1995) 1781–1786
[21] Gasser, T.C., Schulze-Bauer, C.A., Holzapfel, G.A., 2002. A threedimensional finite element model for arterial clamping. Journal of Biomechanical Engineering 124 (4), 355–363.
[22] M.R. Kaazempur-Mofrad et al. Role of simulation in understanding biological systems, Computers and Structures 81 (2003)