



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Εφαρμογή της μεθόδου Ανάλυσης Ανεξάρτητων
Συνιστωσών (ICA) σε
Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) Επιληψίας**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρήστος Π. Χαντζής

**Επιβλέπουσα : Κωνσταντίνα Σ. Νικήτα
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π**

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2006



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Εφαρμογή της μεθόδου Ανάλυσης Ανεξάρτητων
Συνιστωσών (ICA) σε
Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) Επιληψίας**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρήστος Π. Χαντζής

**Επιβλέπουσα : Κωνσταντίνα Σ. Νικήτα
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π**

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 18^η Οκτωβρίου 2006.

.....
Κ. Νικήτα
Καθηγήτρια ΕΜΠ

.....
Ν. Ουζούνογλου
Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Δ.Κουτσούρης
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2006

.....
Χρήστος Π. Χαντζής

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Χρήστος Π. Χαντζής

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την Καθηγήτρια ΕΜΠ, Κωνσταντίνα Νικήτα, τόσο για την ανάθεση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας, όσο και για τις πολύτιμες συμβουλές και διορθώσεις της.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την υποψήφια Διδάκτορα ΕΜΠ Λάγια Πολυχρονάκη, για την ουσιαστική βοήθειά της. Η συνεργασία μας, σε όλο το διάστημα της ενασχόλησής μου με την εργασία, ήταν κάθε άλλο παρά τυπική.

Θα ήταν παράλειψη να μην ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή της Νευροχειρουργικής Κλινικής του νοσοκομείου «Ευαγγελισμός» κo Γκατζώνη για την συνεισφορά του στην απόκτηση των δεδομένων ΗΕΓ επιληψίας.

Τέλος, και με αφορμή την ολοκλήρωση των σπουδών μου στο ΣΗΜΜΥ του ΕΜΠ, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Περικλή και Βάσω, για την ψυχολογική και όχι μόνο υποστήριξή τους, καθώς και τον Αλέξανδρο και όλους τους πραγματικούς μου φίλους, για την αγάπη τους.

Περίληψη

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση της χρήσης της μεθόδου ICA, για επεξεργασία επιληπτικού ΗΕΓ μακράς διάρκειας, με έμφαση στην πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων και η εφαρμογή της ICA, τόσο σε συνθετικά, όσο και σε πραγματικά δεδομένα με χρήση του πακέτου EEGLab του MATLAB. Στα πλαίσια της εργασίας μελετήθηκε η βιβλιογραφία σχετικά με το πως έχει εφαρμοστεί μέχρι σήμερα η μέθοδος ICA στο μακράς διάρκειας ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών, και ποιες τεχνικές χρήσης της έχουν προταθεί, με στόχο την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων. Επιπλέον, κατασκευάστηκαν συνθετικά δεδομένα στα οποία η ICA εφαρμόστηκε, μέσω του πακέτου EEGLab. Στόχος της εφαρμογής αυτής ήταν ο έλεγχος της αξιοπιστίας των συναρτήσεων υλοποίησης της ICA, που περιέχονται στο EEGLab. Τέλος, η μέθοδος ICA, ξανά μέσω του πακέτου EEGLab, εφαρμόστηκε με επιτυχία σε πραγματικά δεδομένα ΗΕΓ με στόχο την απομάκρυνση των artifacts. Η απομάκρυνση των artifacts, όπως διαπιστώθηκε από τη μελέτη της βιβλιογραφίας, αποτελεί έναν πολύ σημαντικό στόχο της χρήσης της μεθόδου ICA, για επεξεργασία επιληπτικού ΗΕΓ, μακράς διάρκειας.

Λέξεις Κλειδιά: Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών, Πρόβλημα Διαχωρισμού Τυφλών Πηγών, πρόβλεψη επιληπτικής κρίσης, απομάκρυνση τεχνικού σφάλματος

Abstract

The scopes of the present thesis are the study of the use of Independent Component Analysis (ICA) in processing epileptic long-term EEG and the application of ICA to synthetic and real EEG datasets using EEGLab (Matlab toolbox). Consequently, there has been a review to the studies which have been carried out in order to examine the use of ICA in processing epileptic long-term EEG and especially in predicting epileptic seizures. Moreover EEGLab's ICA functions have been applied to a synthetic dataset (which was constructed for this reason) in order to reassure that the functions in question work correctly. Finally ICA (through the use of EEGLab) has been applied to real epileptic EEG datasets, for artifact rejection. As the studies' review has shown, artifact rejection is a very common aim when ICA is used in processing epileptic long-term EEG.

Keywords: Independent Component Analysis (ICA), Blind Source Separation (BSS) problem, seizure prediction, artifact rejection

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1:

Εισαγωγή

1.1 Στόχος της εργασίας.....	15
1.2 Δομή της εργασίας.....	16
1.3 Βιβλιογραφία.....	18

Κεφάλαιο 2:

Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (HEΓ) και Επιληψία

2.1 Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (HEΓ).....	20
2.2 Επιληψία.....	22
2.3 Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα και Επιληψία.....	23
2.4 Βιβλιογραφία.....	27

Κεφάλαιο 3:

Η μέθοδος της Ανάλυσης Ανεξάρτητων Συνιστωσών (Independent Component Analysis)

3.1 Γενικά για τη μέθοδο ICA.....	29
3.2 Υποθέσεις της μεθόδου ICA και περιορισμοί κατά την εφαρμογή της στο HEΓ.....	31
3.3 Αλγόριθμοι υλοποίησης της μεθόδου ICA.....	34
3.3.1 Αλγόριθμοι που βασίζονται σε τεχνικές HOS.....	34
3.3.2 Αλγόριθμοι που βασίζονται στην εξέλιξη των συνιστωσών στο χρόνο.....	35
3.4 Αλγόριθμοι ICA των Bell-Sejnowski.....	36
3.4.1 Προσέγγιση μέσω της αρχής της μέγιστης πιθανότητας.....	36
3.4.2 Προσέγγιση μέσω της αρχής της μέγιστης πληροφορίας.....	44
3.5 Στάδια προεπεξεργασίας της μεθόδου ICA.....	51
3.6 Βιβλιογραφία.....	54

Κεφάλαιο 4:

Εφαρμογές της μεθόδου ICA στο HEΓ επιληπτικών ασθενών

4.1 Εφαρμογές της μεθόδου ICA με στόχο την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων.....	56
4.1.1 Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε συνδυασμό με μη γραμμικές μεθόδους.....	56
4.1.2 Εφαρμογή της μεθόδου ICA με στόχο την απομόνωση της σχετικής με την επιληψία συνιστώσας.....	60
4.2 Εφαρμογές της μεθόδου ICA με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων (artifacts).....	64
4.3 Εφαρμογή της μεθόδου ICA με στόχο την εξαγωγή πολλαπλών συνιστωσών από ένα μόνο σήμα-απαγωγή HEΓ.....	68
4.4 Εφαρμογές της μεθόδου ICA για την ανάδειξη των βιοφυσικά ρεαλιστικών συνιστωσών.....	69
4.5 Εφαρμογές της μεθόδου ICA για την εξαγωγή πληροφορίας στην περίπτωση επιληπτικών κρίσεων ανεξέλεγκτου γέλιου.....	71
4.6 Βιβλιογραφία.....	72

Κεφάλαιο 5:

Υλικό και μέθοδοι

5.1 Απόκτηση σήματος ΗΕΓ	74
5.2 EEGLab.....	76
5.2.1 Εισαγωγή του αποκτηθέντος σήματος ΗΕΓ στο EEGLab.....	77
5.2.2 Εισαγωγή διαφοροποιημένης διάταξης ηλεκτροδίων στο EEGLab.....	77
5.3 Βιβλιογραφία.....	82

Κεφάλαιο 6:

Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε συνθετικά δεδομένα

6.1 Δημιουργία συνθετικών δεδομένων.....	84
6.2 Αποτελέσματα	86
6.3 Σχολιασμός των αποτελεσμάτων.....	87
6.4 Βιβλιογραφία.....	88

Κεφάλαιο 7:

Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε πραγματικά δεδομένα με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων (artifacts)

7.1 Προεπεξεργασία σήματος.....	90
7.2 Εφαρμογή της μεθόδου ICA με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων.....	93
7.3 Αποτελέσματα.....	93
7.4 Συζήτηση.....	100
7.5 Βιβλιογραφία.....	101

Κεφάλαιο 8:

Συμπεράσματα

8.1 Συμπεράσματα	102
8.2 Βιβλιογραφία.....	104

Περιεχόμενα Σχημάτων

Κεφάλαιο 2:

Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (HEΓ) και Επιληψία

Σχήμα 2.1: «Διεθνές Σύστημα Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων 10-20»	21
Σχήμα 2.2: «Εκτεταμένο Διεθνές Σύστημα Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων 10-20»	22
Σχήμα 2.3: Κυματομορφές των κυριότερων τεχνικών σφαλμάτων (artifacts).....	25

Κεφάλαιο 3:

Η μέθοδος της Ανάλυσης Ανεξάρτητων Συνιστωσών (Independent Component Analysis)

Σχήμα 3.1: Σχηματικό διάγραμμα μεθόδου ICA	30
Σχήμα 3.2: Σχηματικό διάγραμμα αλγορίθμων ICA, που βασίζονται στην εξέλιξη των συνιστωσών στο χρόνο	36
Σχήμα 3.3: Διάγραμμα συνάρτησης, βοηθητικής για τον ορισμό της εντροπίας, $f(p)$	45
Σχήμα 3.4: Σχηματικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου N εισόδων και N εξόδων.....	46
Σχήμα 3.5: Σχηματικό διάγραμμα νευρώνα N εισόδων.....	47
Σχήμα 3.6: Σχηματικό διάγραμμα νευρώνα N+1 εισόδων.....	48

Κεφάλαιο 4:

Εφαρμογές της μεθόδου ICA στο HEΓ επιληπτικών ασθενών

Σχήμα 4.1: Κυματομορφές επιφανειακού HEΓ κατά τη διάρκεια της κρίσης.....	57
Σχήμα 4.2: Κυματομορφές ανεξάρτητων συνιστωσών επιφανειακού HEΓ.....	58
Σχήμα 4.3: Διάγραμμα μεταβολής λ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο για εν τω βάθει καταγραφές HEΓ.....	58
Σχήμα 4.4: Διάγραμμα μεταβολής λ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο για επιφανειακές καταγραφές HEΓ.....	59
Σχήμα 4.5: Διάγραμμα μεταβολής λ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο για τις επιληπτικές συνιστώσες του επιφανειακού HEΓ.....	59
Σχήμα 4.6: Διάγραμμα ροής του αλγόριθμου cICA.....	60
Σχήμα 4.7: Κυματομορφές HEΓ στις οποίες εκδηλώνεται επιληπτική διαταραχή.....	61
Σχήμα 4.8: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (0-2 sec).....	61
Σχήμα 4.9: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (2-4 sec).....	62
Σχήμα 4.10: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (4-6 sec).....	62
Σχήμα 4.11: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (6-8 sec).....	62
Σχήμα 4.12: Κυματομορφές των σημάτων-απαγωγών του δεύτερου τμήματος δεδομένων HEΓ.....	63
Σχήμα 4.13: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες των 7 από τις 25 ανεξάρτητες συνιστώσες.....	64
Σχήμα 4.14: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας.....	64

Σχήμα 4.15: Διάγραμμα της συνάρτησης της συσχέτισης των χαρτών των επιληπτικών συνιστωσών με το χρόνο.....	64
Σχήμα 4.16: Κυματομορφές ΗΕΓ. Η επίδραση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων είναι ορατή.....	65
Σχήμα 4.17: Παλμοσειρά–αναφορά του αλγόριθμου cICA για την απομάκρυνση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων	65
Σχήμα 4.18: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της συνιστώσας–τεχνικού σφάλματος.....	65
Σχήμα 4.19: Κυματομορφές ΗΕΓ μετά την απομάκρυνση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων.....	66
Σχήμα 4.20: Κυματομορφές ΗΕΓ. Η επίδραση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων, αλλά και η εκδήλωση της επιληπτικής κρίσης είναι ορατές.....	67
Σχήμα 4.21: Κυματομορφές ανεξάρτητων συνιστωσών, που προκύπτουν ως αποτέλεσμα του αλγόριθμου Fast ICA.....	67
Σχήμα 4.22: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες των τεχνικών σφαλμάτων του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων.....	68
Σχήμα 4.23: Κυματομορφή του σήματος-απαγωγής Fr1 μετά την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων.....	68
Σχήμα 4.24: Κυματομορφή σήματος-απαγωγής T9.....	69
Σχήμα 4.25: Κυματομορφές επιληπτικών συνιστωσών.....	69
Σχήμα 4.26: Κυματομορφές 25 σημάτων-απαγωγών επιληπτικού ΗΕΓ.....	70
Σχήμα 4.27: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες συνιστωσών (Fast ICA-PCA).....	70
Σχήμα 4.28: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες συνιστωσών (stepwise AC-DC).....	71
Σχήμα 4.29: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες συνιστωσών (DWT - AC-DC).....	71

Κεφάλαιο 5:

Υλικό και μέθοδοι

Σχήμα 5.1: Σύστημα Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων που χρησιμοποιείται στο νοσοκομείο «Ευαγγελισμός».....	75
Σχήμα 5.2: Αρχικό παράθυρο του EEGLab v4.515.....	76
Σχήμα 5.3: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την εισαγωγή δεδομένων ΗΕΓ.....	77
Σχήμα 5.4: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την εισαγωγή θέσεων ηλεκτροδίων ΗΕΓ.....	78
Σχήμα 5.5: Αριστερό ημισφαίριο του κρανιακού σφαιρικού μοντέλου (απεικονίζονται τα ηλεκτρόδια και οι παράλληλοι κύκλοι στους οποίους ανήκουν).....	79
Σχήμα 5.6: Προβολή του κρανιακού μοντέλου στο επίπεδο $z = 0$ (απεικονίζονται τα ηλεκτρόδια και οι αζιμουθιακές τους γωνίες θ).....	80
Σχήμα 5.7: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την αφαίρεση σημάτων-απαγωγών.....	81
Σχήμα 5.8: Διάταξη των ηλεκτροδίων στον τρισδιάστατο χώρο (γράφημα του EEGLab v4.515).....	81

Κεφάλαιο 6:

Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε συνθετικά δεδομένα

Σχήμα 6.1: Κυματομορφές (5 sec) των συνθετικών δεδομένων (γράφημα του EEGLab v4.515).....	85
Σχήμα 6.2: Κυματομορφές (5 sec) των σημάτων - απαγωγών (γράφημα του EEGLab v4.515).....	86
Σχήμα 6.3: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την εφαρμογή της μεθόδου ICA.....	86
Σχήμα 6.4: Κυματομορφές (5 sec) των ανεξάρτητων συνιστωσών (γράφημα του EEGLab v4.515).....	87

Κεφάλαιο 7:

Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε πραγματικά δεδομένα με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων (artifacts)

Σχήμα 7.1: Κυματομορφές (6 sec) των 23 σημάτων-απαγωγών του αρχείου δεδομένων ΗΕΓ (γράφημα του EEGLab v4.515).....	91
Σχήμα 7.2: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για το φιλτράρισμα δεδομένων ΗΕΓ.....	92
Σχήμα 7.3: Κυματομορφές (6 sec) των 23 φιλτραρισμένων σημάτων-απαγωγών του αρχείου δεδομένων ΗΕΓ (γράφημα του EEGLab v4.515).....	92
Σχήμα 7.4: Κυματομορφές (6 sec) των 22 ανεξάρτητων συνιστωσών της μεθόδου ICA (γράφημα του EEGLab v4.515).....	94
Σχήμα 7.5: Τοπογραφικοί χάρτες των 22 ανεξάρτητων συνιστωσών της μεθόδου ICA (γράφημα του EEGLab v4.515).....	95
Σχήμα 7.6: Τοπογραφικός χάρτης της ανεξάρτητης συνιστώσας 6 (γράφημα του EEGLab v4.515).....	96
Σχήμα 7.7: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 8 (γράφημα του EEGLab v4.515).....	96
Σχήμα 7.8: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 7 (γράφημα του EEGLab v4.515).....	97
Σχήμα 7.9: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την απόρριψη συνιστωσών.....	97
Σχήμα 7.10: Κυματομορφές (6 sec) των 23 καθαρισμένων σημάτων-απαγωγών ΗΕΓ (γράφημα του EEGLab v4.515).....	98
Σχήμα 7.11: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 12 (γράφημα του EEGLab v4.515).....	99
Σχήμα 7.12: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 9 (γράφημα του EEGLab v4.515).....	99

Περιεχόμενα Πινάκων

Κεφάλαιο 2:

Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) και Επιληψία

Πίνακας 2.1: Οι κυριότεροι ρυθμοί του ΗΕΓ.....21

Κεφάλαιο 5:

Υλικό και μέθοδοι

Πίνακας 5.1: Πρότυπο αρχείο (.ced) του EEGLab v4.515 για την εισαγωγή θέσεων ηλεκτροδίων.....78

Πίνακας 5.2: Αρχείο (.ced) του EEGLab v4.515, που κατασκευάστηκε για την εισαγωγή των θέσεων ηλεκτροδίων, κατά την καταγραφή ΗΕΓ στο νοσοκομείο «Ευαγγελισμός».....80

Κεφάλαιο **1**

Εισαγωγή

1.1 Στόχος της εργασίας

Στη σύγχρονη ιατρική πρακτική, στην οποία οι ταχύτατα αναπτυσσόμενες και ιδιαίτερα πλέον αναπτυγμένες απεικονιστικές τεχνικές, όπως η υπολογιστική αξονική τομογραφία, η μονοφωτονιακή τομογραφία εκπομπής, η τομογραφία εκπομπής ποζιτρονίου, η μαγνητική τομογραφία, αλλά και η μέθοδος απεικόνισης υπερήχων έχουν φέρει επανάσταση στην υποβοήθηση της διάγνωσης και του σχεδιασμού θεραπείας, το ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) αποτελεί για μια πολύ σημαντική νευρολογική ασθένεια, την επιληψία, ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα και απαραίτητα εργαλεία, τόσο για τη διάγνωση, όσο και για τη θεραπεία.

Η ψηφιακή επεξεργασία του ΗΕΓ έχει αποτελέσει τα τελευταία χρόνια μια σημαντική παράγραφο στην μελέτη της επιληψίας, καθώς τα δεδομένα ΗΕΓ, που συσσωρεύονται από τα τελευταίας τεχνολογίας συστήματα μακράς καταγραφής ΗΕΓ και βίντεο-ΗΕΓ είναι τεράστια σε όγκο, γεγονός που καθιστά ιδιαίτερα δύσκολη την οπτική ανάλυσή τους από τους κλινικούς γιατρούς. Ανοιχτά πεδία έρευνας αποτελούν η απομάκρυνση τεχνικών σφαλμάτων

(artifacts) από το ΗΕΓ [1;2], η πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων [3], ο εντοπισμός των εστιακών πηγών [4], στην περίπτωση εστιακών κρίσεων και άλλα. Για την επίτευξη των στόχων αυτών πολλές μεθοδολογίες έχουν χρησιμοποιηθεί, τόσο γραμμικές όσο και μη γραμμικές.

Μια από τις νεότερες μεθοδολογίες για επεξεργασία ΗΕΓ προέρχεται από το χώρο της Ακουστικής και είναι η Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών (Independent Component Analysis-ICA). Πρόκειται για μια γραμμική στατιστική μέθοδο, που κατορθώνει να διαχωρίσει τα σήματα του ΗΕΓ στα συστατικά τους. Δηλαδή, με άλλα λόγια κατορθώνει να ανακατασκευάσει τις ανεξάρτητες συνιστώσες, από το συνδυασμό των οποίων, προήλθαν τα σήματα του ΗΕΓ. Οι συνιστώσες αυτές μπορεί να σχετίζονται με κάποια δραστηριότητα, άσχετη με τον εγκέφαλο (τεχνικό σφάλμα-artifact), μπορεί όμως και να σχετίζονται με κάποια εγκεφαλική δραστηριότητα και μάλιστα επιληπτική.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση της χρήσης της μεθόδου ICA, για επεξεργασία επιληπτικού ΗΕΓ μακράς διάρκειας, με έμφαση στην πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων και η εφαρμογή της ICA, τόσο σε συνθετικά, όσο και σε πραγματικά δεδομένα με χρήση του πακέτου EEGLab [5-7] του MATLAB. Στα πλαίσια της εργασίας μελετήθηκε η βιβλιογραφία σχετικά με το πως έχει εφαρμοστεί μέχρι σήμερα η μέθοδος ICA στο μακράς διάρκειας ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών, και ποιες τεχνικές χρήσης της έχουν προταθεί, με στόχο την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων. Επιπλέον, κατασκευάστηκαν συνθετικά δεδομένα στα οποία η ICA εφαρμόστηκε, μέσω του πακέτου EEGLab. Στόχος της εφαρμογής ήταν ο έλεγχος της αξιοπιστίας των συναρτήσεων υλοποίησης της ICA, που περιέχονται στο EEGLab. Τέλος, η μέθοδος ICA, ξανά μέσω του πακέτου EEGLab, εφαρμόστηκε σε πραγματικά δεδομένα με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων. Η απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων, όπως διαπιστώθηκε από τη μελέτη της βιβλιογραφίας, αποτελεί έναν πολύ σημαντικό στόχο της χρήσης της μεθόδου ICA, για επεξεργασία επιληπτικού ΗΕΓ, μακράς διάρκειας.

1.2 Δομή της εργασίας

Στο **κεφάλαιο 2**, αρχικά, γίνεται μια αναφορά στα στοιχεία του Ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος (ΗΕΓ), αλλά και στο ρόλο που αυτό παίζει σε διάφορους τομείς της ιατρικής επιστήμης. Στη συνέχεια περιγράφονται περιληπτικά τα βασικά χαρακτηριστικά της επιληψίας και παρουσιάζεται η μέχρι τώρα συμβολή του ΗΕΓ στη διάγνωση και την αντιμετώπιση αυτής. Τέλος, ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στην επεξεργασία του επιληπτικού ΗΕΓ με στόχο την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων, αλλά και στη χρήση της μεθόδου ICA για την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων.

Στο **κεφάλαιο 3** παρουσιάζεται εκτενώς το μαθηματικό υπόβαθρο της μεθόδου της Ανάλυσης Ανεξάρτητων Συνιστωσών (ICA). Περιγράφονται οι γενικές της αρχές, ορίζονται οι υποθέσεις, που τη συνοδεύουν και διατυπώνονται οι περιορισμοί που τίθενται, κατά την εφαρμογή της σε πραγματικά δεδομένα ΗΕΓ. Επίσης, παρουσιάζονται οι κυριότεροι αλγόριθμοι υλοποίησής της, με έμφαση στους αλγόριθμους των Bell και Sejnowski. Άλλωστε, ένας από αυτούς (logistic Infomax ICA) χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία με σκοπό την απομάκρυνση των artifacts (κεφάλαιο 7). Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζονται και τα στάδια προεπεξεργασίας της ICA.

Στο **κεφάλαιο 4** αναπτύσσονται οι κυριότερες τεχνικές χρήσης της μεθόδου ICA στην επεξεργασία ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών. Οι τεχνικές αυτές έχουν ως κύριο στόχο είτε την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων, είτε την απομάκρυνση τεχνικών σφαλμάτων.

Στο **κεφάλαιο 5** παρουσιάζονται τα βιολογικά και τα τεχνικά χαρακτηριστικά των πραγματικών επιληπτικών δεδομένων ΗΕΓ, που αποκτήθηκαν από το νοσοκομείο «Ευαγγελισμός» και περιγράφεται η μέθοδος εισαγωγής τους στο EEGLab. Ιδιαίτερη

αναφορά γίνεται στη διαφοροποιημένη διάταξη των ηλεκτροδίων, που το συγκεκριμένο νοσοκομείο χρησιμοποιεί, για την καταγραφή.

Στο **κεφάλαιο 6** παρουσιάζεται αναλυτικά η εφαρμογή, μέσω του EEGLab, της μεθόδου ICA σε συνθετικά δεδομένα. Περιγράφεται η διαδικασία κατασκευής των δεδομένων και η διαδικασία εισαγωγής τους στο EEGLab, παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα της ICA. Η συγκεκριμένη εφαρμογή έχει ως στόχο να ελέγξει την αξιοπιστία της συνάρτησης υλοποίησης του αλγόριθμου logistic Infomax ICA, που περιέχεται στο EEGLab.

Στο **κεφάλαιο 7** παρουσιάζεται αναλυτικά η εφαρμογή, μέσω του EEGLab, της μεθόδου ICA στα πραγματικά δεδομένα ΗΕΓ του νοσοκομείου «Ευαγγελισμός». Η εφαρμογή αυτή έχει σκοπό την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων, που επιδρούν στα δεδομένα. Έτσι, στη συνέχεια του κεφαλαίου, περιγράφεται η διαδικασία εντοπισμού, μέσω της παρατήρησης των γραφημάτων του EEGLab, των συνιστωσών που αποτελούν τεχνικά σφάλματα καθώς και η διαδικασία αφαίρεσης αυτών. Στο τέλος του κεφαλαίου παρατίθενται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής.

Στο **κεφάλαιο 8** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη (βιβλιογραφική-πειραματική) της χρήσης της μεθοδολογίας ICA στην επεξεργασία ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών, που επιχειρήθηκε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

1.3 Βιβλιογραφία

- (1) C.J.James, O.Gibson. Temporally constrained ICA : An application to artifact rejection in electromagnetic brain signal analysis. IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING 2003; 50(9).
 - (2) C.J.James, O.Gibson. Electromagnetic brain signal analysis using constrained ICA. 2nd European Medical & Biological Engineering Conference EMBEC '02,Vienna,Dec 04-08 2002.
 - (3) K.Lehnertz, B. Litt. The First International Collaborative Workshop on Seizure Prediction: summary and data description. Clinical Neurophysiology 2005; 116:493-505.
 - (4) E. Acar, C.A. Bignol, H. Bignol, B. Yener. Computational Analysis of Epileptic focus Localization
 - (5) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab: an open source toolbox for analysis of single-trial EEG dynamics including ICA. Journal of Neuroscience Methods 2004; 134:9-21.
 - (6) A.Delorme, S.Makeig, H.Serby. EEGLab Tutorial. 2004.
 - (7) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab. www.sccn.uscd.edu/eeglab/ . 2006.
- Ref Type: Electronic Citation

Κεφάλαιο 2

Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) και Επιληψία

2.1 Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ)

Το Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) αποτελεί την καταγραφή των διαφορών δυναμικού, οι οποίες παρουσιάζονται πάνω στην εξωτερική δερματική επιφάνεια του ανθρώπινου κρανίου και είναι αποτέλεσμα της λειτουργίας του εγκεφάλου. Τα μετρούμενα ηλεκτρικά σήματα είναι ασθενή, από περίπου 1 μ V ως 100 μ V. Το μεγαλύτερο ποσοστό της μετρούμενης ηλεκτρικής δραστηριότητας πιστεύεται πως προέρχεται από τους νευρώνες και μάλιστα πως είναι αποτέλεσμα των δυναμικών δράσης, των μετα-συναπτικών δυναμικών και των χρονικών νευρωνικών αποπολώσεων [1;2].

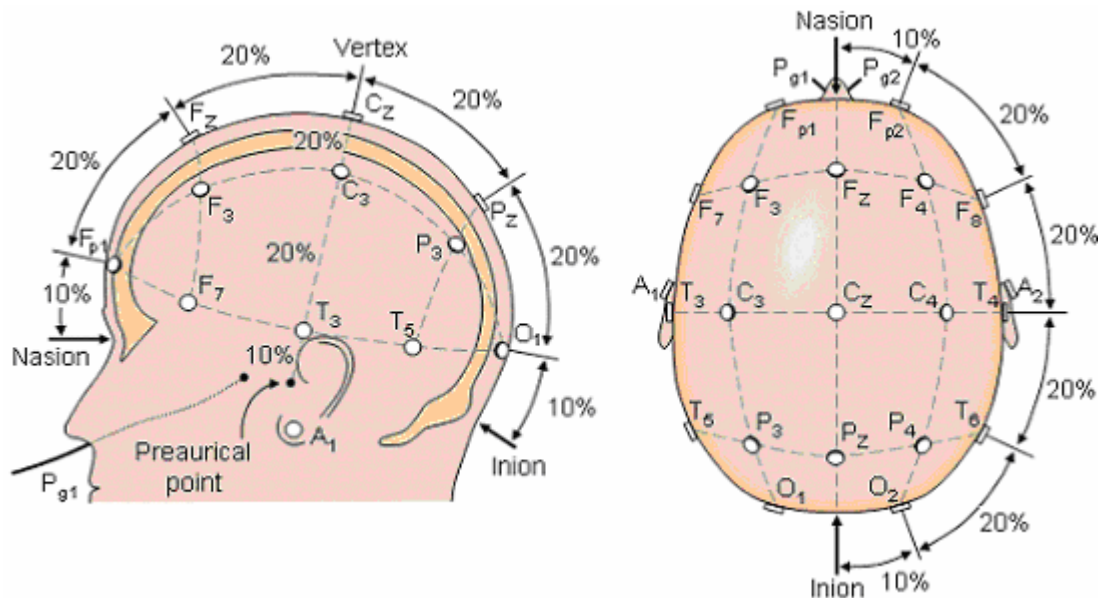
Η μελέτη του φυσιολογικού ΗΕΓ βασίζεται στη διάκριση της ύπαρξης ή μη σε αυτό συγκεκριμένων κυματομορφών (των λεγόμενων ρυθμών), κύριο χαρακτηριστικό των οποίων είναι οι συχνότητες των αρμονικών, από τις οποίες αποτελούνται, δηλαδή το φασματικό τους περιεχόμενο [2]. Οι κυριότεροι τέτοιοι ρυθμοί παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα 2.1:

Πίνακας 2. 1: Οι κυριότεροι ρυθμοί του ΗΕΓ [2]

Ρυθμός	Περιοχή Συχνοτήτων (Hz)	Πλάτος (μV)
Δέλτα (δ)	0.5 – 3.5	έως 100 – 200
Θήτα (θ)	4 – 7.5	< 30
Άλφα (α)	8 – 12	30 – 50
Αργός Βήτα (β)	13 – 19	< 20
Ταχύς Βήτα (β)	20 – 30	< 20

Από τότε που ο Hans Berger, το 1929, περιέγραψε τις μεταβολές στην κυματομορφή ΗΕΓ, που σχετίζονται με τις εγκεφαλικές λειτουργίες [3] μέχρι σήμερα, το ΗΕΓ έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως σε διάφορους τομείς της ιατρικής επιστήμης, ενώ σήμερα συνεχίζει να κατέχει μια άκρως σημαντική θέση, όσον αφορά στην αξιολόγηση οποιασδήποτε εγκεφαλικής κατάστασης. Εκτός από το ρόλο που ήδη παίζει στη διάγνωση και την αντιμετώπιση της επιληψίας, αλλά και το ρόλο που πιστεύεται πως θα παίζει στην πρόγνωση αυτής, το ΗΕΓ συμβάλλει σημαντικά στη μελέτη των νευρολογικών διαταραχών. Επίσης, αποτελεί το κύριο μέσο στη μελέτη του ύπνου, ενώ ακόμη παρέχει χρήσιμα στοιχεία στην περίπτωση εγκεφαλοπαθειών (νόσος Jacobs-Kreutzfeldt, Alzheimer), καθώς επίσης και στις περιπτώσεις μιας σειράς παθολογικών καταστάσεων, όπως η αποπληξία, η αυξημένη ενδοκρανιακή πίεση, η γεροντική άνοια, το κόμα κ.ά. [1;2].

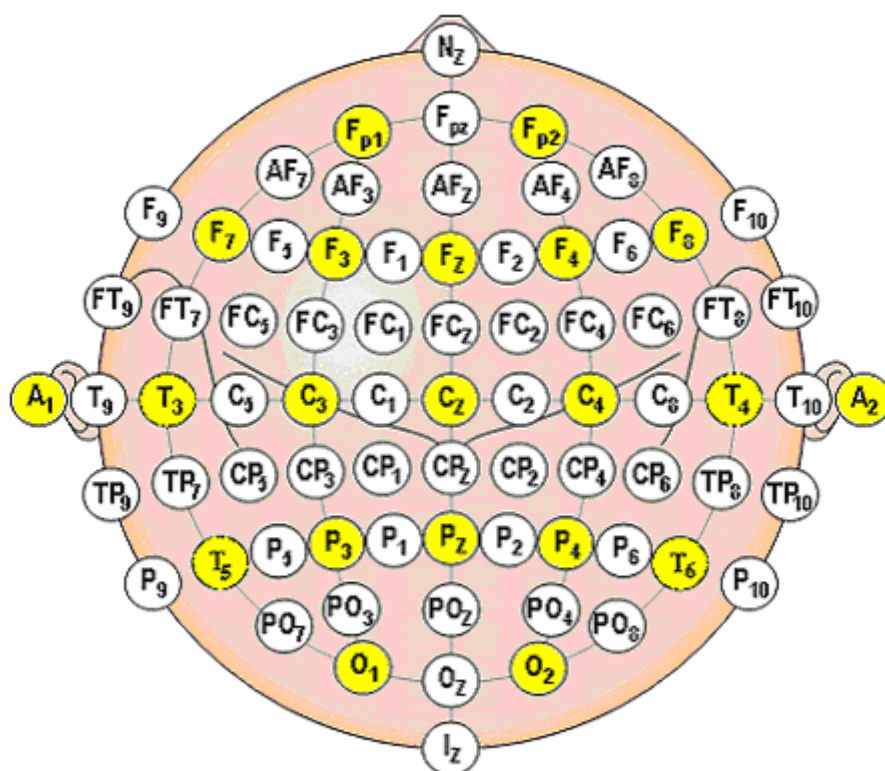
Κατά την καταγραφή του ΗΕΓ, οι θέσεις στην επιφάνεια του κρανίου, στις οποίες τοποθετούνται τα ηλεκτρόδια, καθορίζονται από συγκεκριμένες τυποποιήσεις. Την πιο ευρέως διαδεδομένη τέτοια τυποποίηση αποτελεί το «Διεθνές Σύστημα Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων 10-20» (10-20 International System of Electrode Placement) [4;5], που επινοήθηκε από τον Herbert H.Jasper, το 1958. Το σύστημα αυτό υποδεικνύει τις θέσεις 21 ηλεκτροδίων (Fp1/Fp2, Fz, F3/F4, F7/F8, Cz, C3/C4, T3/T4, A1/A2, Pz, P3/P4, T5/T6, O1/O2), όπως ακριβώς φαίνεται στο σχήμα 2.1:



Σχήμα 2. 1: «Διεθνές Σύστημα Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων 10-20» [6]

Μετρώντας την απόσταση x μεταξύ του ρινίου (nasion) και του ινίου (inion) του κεφαλιού, μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε (ως το 10% ή το 20% του x) όλες τις αποστάσεις, με βάση τις οποίες θα τοποθετηθούν τα ηλεκτρόδια. Τα F3/F4 τοποθετούνται στο μέσο της απόστασης των F7-Fz και F8-Fz αντίστοιχα, ενώ τα P3/P4 στο μέσο της απόστασης των Pz-T5 και Pz-T6 αντίστοιχα [6].

Στα 21 «βασικά» ηλεκτρόδια του συστήματος του H.H.Jasper μπορούν να προστεθούν και «δευτερεύοντα», τα οποία έχουν επίσης τυποποιημένες θέσεις. Το «Εκτεταμένο Διεθνές Σύστημα Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων 10-20» (Extended 10-20 International System of Electrode Placement) [7], που βασίστηκε σε μία πρόταση των GE Chatrian, E Lettich, PL Nelson και εκδόθηκε το 1991 από την AES (American Electroencephalographic Society), υποδεικνύει τις θέσεις 54 «δευτερευόντων» ηλεκτροδίων (συνολικά 75 ηλεκτροδίων), όπως ακριβώς φαίνεται στο σχήμα 2.2. Τα «βασικά» ηλεκτρόδια σημειώνονται με σκούρο χρώμα, ενώ τα «δευτερεύοντα» με άσπρο.



Σχήμα 2. 2: «Εκτεταμένο Διεθνές Σύστημα Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων 10-20» [6;7]

2.2 Επιληψία

Η επιληψία αποτελεί την πιο συνηθισμένη εγκεφαλική διαταραχή, μετά το εγκεφαλικό επεισόδιο. Περίπου 60 εκατομμύρια άνθρωποι σε όλον τον κόσμο πάσχουν από επιληψία. Στις περισσότερες των περιπτώσεων, η φαρμακευτική αγωγή κατορθώνει να ελέγξει τα συμπτώματα. Σε ένα ποσοστό, όμως, των ασθενών περίπου 25%, αυτό δεν είναι εφικτό και τη θέση της φαρμακευτικής αγωγής παίρνει η χειρουργική επέμβαση. Οι επιληπτικές κρίσεις, αν και δεν απειλούν τη ζωή του πάσχοντος, δυσχεραίνουν σε μεγάλο βαθμό την καθημερινότητά του και τον φθείρουν ψυχολογικά [8-10].

Ως επιληπτική κρίση, ορίζεται μια προσωρινή διαταραχή του εγκεφάλου, κατά την οποία μια ομάδα από νευρώνες αρχίζει να λειτουργεί ταυτόχρονα, εκπέμποντας ανώμαλα ηλεκτρικά σήματα. Κατά τη διάρκεια της κρίσης και λόγω της αναστολής της φυσιολογικής λειτουργίας του εγκεφάλου, προκαλούνται στο άτομο ασυνήθιστα αισθήματα και αντιλήψεις και ενίοτε σπασμοί, συσπάσεις μυών και απώλεια συνείδησης [9;10].

Δυνητικά, οποιοσδήποτε μπορεί να καταληφθεί από επιληπτική κρίση, αλλά όταν αυτό συμβαίνει, οι περισσότεροι άνθρωποι παρουσιάζουν πολύ υψηλή ανθεκτικότητα. Στα άτομα, που πάσχουν από επιληψία, οι κρίσεις αυτού του είδους επαναλαμβάνονται και η αντίσταση του οργανισμού τους σ'αυτές, εξασθενεί. Η επιληψία αναπτύσσεται, είτε λόγω ηλεκτροφυσιολογικών ανωμαλιών στις διασυνδέσεις μεταξύ των νευρώνων, είτε λόγω κάποιας ανισορροπίας στο σύστημα των χημικών ουσιών, που μεταβιβάζουν τα νευρικά ερεθίσματα από το ένα νευρικό κύτταρο στο άλλο. Οποιαδήποτε κατάσταση, που μπορεί να επηρεάσει την κανονική λειτουργία των νευρώνων, μπορεί να προκαλέσει επιληψία. Μια βλάβη στον εγκέφαλο από τραύμα, αιμορραγία, λοίμωξη (μηνιγγίτιδα, εγκεφαλίτιδα) ή από μια άλλη ασθένεια ή ακόμα λόγω ανώμαλης ανάπτυξης του εγκεφάλου μπορεί να οδηγήσει σε επιληψία [9;10].

Υπάρχουν περισσότερα από 20 διαφορετικά είδη κρίσεων, εμπίπτουν, όμως, όλα σε δύο κύριες κατηγορίες : Στις γενικευμένες κρίσεις, των οποίων η έναρξη σχετίζεται με το μεγαλύτερο τμήμα του εγκεφάλου ή ολόκληρο τον εγκέφαλο και στις μερικές ή εστιακές κρίσεις, οι οποίες ξεκινούν από ένα μόνο μέρος του εγκεφάλου (εστία).

Οι γενικευμένες κρίσεις περιλαμβάνουν:

Τονικοκλονικές κρίσεις ή κρίσεις μείζονος επιληψίας (grand mal)

Οι κρίσεις αυτές είναι οι πλέον αναγνωρίσιμες. Ουσιαστικά συνίστανται σε μία σειρά σπασμών, με το σώμα του ατόμου να γίνεται άκαμπτο, ενώ ακολουθούν και τινάγματα των άκρων. Γενικά, οι κρίσεις αυτές διαρκούν δύο ή τρία λεπτά, στη διάρκεια των οποίων το άτομο χάνει τις αισθήσεις του. Στη συνέχεια, τα τινάγματα λιγοστεύουν και το άτομο ξαναβρίσκει τις αισθήσεις του, αν και μπορεί να είναι σε σύγχυση ή να νιώθει κουρασμένο.

Αφαιρέσεις ή ελάσσων επιληψία (petit mal)

Πρόκειται για κρίσεις που σπάνια εκδηλώνονται σε ενήλικες. Στην περίπτωση που το άτομο καταληφθεί από μια τέτοια κρίση, παρουσιάζει "διαλείψεις" συνείδησης, που συνήθως συνοδεύονται από αφηρημένο κενό βλέμμα και στροφή των βολβών του ματιού. Αυτές οι κρίσεις διαρκούν λίγα μόνο δευτερόλεπτα.

Οι εστιακές κρίσεις περιλαμβάνουν:

Σύνθετες εστιακές κρίσεις (Ψυχοκινητικός ή Κροταφικός Λοβός)

Οι κρίσεις αυτές προκαλούνται από ηλεκτρική διαταραχή, που εντοπίζεται σε ένα μόνο μέρος του εγκεφάλου. Το τμήμα του εγκεφάλου που προσβάλλεται, καθορίζει και τις επιπτώσεις στη συμπεριφορά του ατόμου. Οι συγκεκριμένες κρίσεις μπορούν να διαρκέσουν δύο έως πέντε λεπτά και χαρακτηρίζονται από ανάρμοστη ή απρόσφορη συμπεριφορά, ενώ συχνά συνοδεύονται και από προσωρινή απώλεια μνήμης [9;10].

2.3 Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ) και Επιληψία

Από τις πρώτες κιόλας μέρες της ύπαρξής του, το ΗΕΓ έδειξε πως θα παίξει καθοριστικό ρόλο, τόσο στη διάγνωση, όσο και στην αντιμετώπιση της επιληψίας. Χαρακτηριστικές ανωμαλίες στις κυματομορφές του ΗΕΓ αποκαλύπτουν παθολογικές καταστάσεις, σχετικές με την επιληψία. Εξάλλου, μείωση των επιληπτικών διαταραχών, που παρατηρούνται στο ΗΕΓ, συνεπάγεται βελτίωση της κατάστασης του ασθενούς, αν και αυτό δεν είναι απόλυτο [1].

Αιχμές (spikes) υψηλής συχνότητας και διάρκειας 20-70 msec ή βραχέα κύματα (short waves) επίσης υψηλής συχνότητας και διάρκειας 70-200 msec, που μπορεί να εμφανιστούν

στο ΗΕΓ, συνδέονται άρρηκτα με συγκεκριμένους τύπους επιληπτικών κρίσεων. Αποτέλεσμα αυτού είναι το ΗΕΓ να συμβάλλει σημαντικά στην ταξινόμηση των κρίσεων σε κατηγορίες με ειδικά χαρακτηριστικά. Για τους ασθενείς, που πάσχουν από επιληψία πλέον υπάρχει καταγεγραμμένο ιστορικό. Ο συνδυασμός του ιστορικού και των κληρονομικών χαρακτηριστικών του ασθενούς, με τα αποτελέσματα της μελέτης του ΗΕΓ, μπορεί πλέον να βοηθήσει σημαντικά έναν γιατρό ως προς τη διάγνωση οποιουδήποτε επιληπτικού συνδρόμου [1].

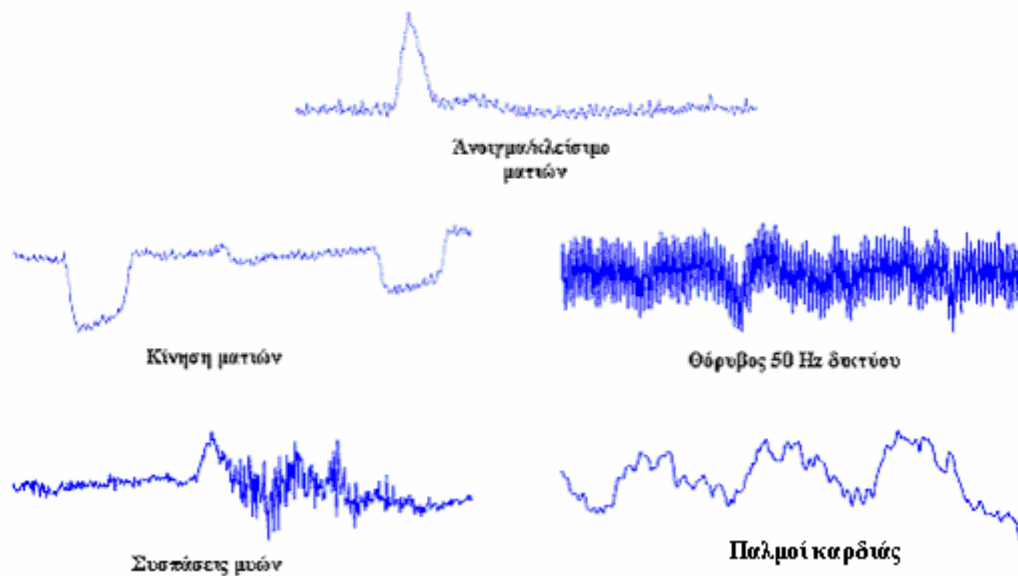
Η σχετικά πρόσφατη τεχνολογία του παρατεταμένου ΗΕΓ-βίντεο (EEG-video), διάρκειας 24 ωρών ή και περισσότερο, επιτρέπει την παράλληλη καταγραφή των κλινικών συμπτωμάτων του ασθενούς και της σχετιζόμενης με αυτά ηλεκτροεγκεφαλικής δραστηριότητας. Μέσω της χρήσης της συγκεκριμένης τεχνολογίας και άρα μέσω της παράλληλης ανάλυσης κλινικών και ηλεκτροεγκεφαλικών φαινομένων επιτυγχάνεται η αξιολόγηση της κατάστασης ασθενών που πρόκειται να χειρουργηθούν (pre-surgical evaluation) [1].

Μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις, που αντιμετωπίζει η σύγχρονη ιατρική πρακτική, είναι η πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων (seizure prediction). Ο όρος πρόβλεψη αφορά στη δήλωση ύπαρξης της προ-κριτικής περιόδου (pre-ictal period) δίνοντας a priori έγκυρη ειδοποίηση ότι επίκειται κρίση. Πρόκειται για ένα διεπιστημονικό πρόβλημα, για τη μελέτη του οποίου απαιτείται η συνεργασία των κλινικών ιατρών με θετικούς επιστήμονες, όπως μαθηματικούς, φυσικούς ή επιστήμονες Πληροφορικής.

Όπως αποδεικνύει η διεθνής βιβλιογραφία το ΗΕΓ, περισσότερο το εν τω βάθει αλλά και το επιφανείας, αποτελεί το πιο σημαντικό από τα εργαλεία, που χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων. Στην προσπάθεια αυτή, της πρόβλεψης, έχουν χρησιμοποιηθεί ποικίλες μεθοδολογίες, τόσο γραμμικές (statistical moments, relative power of different spectral bands, decorrelation time), όσο και μη γραμμικές (effective correlation dimension, largest Lyapunov Exponent, algorithmic complexity, loss of recurrent) [11]. Καμμία από αυτές, όμως, δεν έχει επιτύχει την πρόβλεψη επιληπτικής κρίσης με υψηλό ποσοστό, τόσο στο sensitivity, όσο και στο specificity, γεγονός που αφήνει ανοικτό το συγκεκριμένο πεδίο, για περαιτέρω έρευνα. Πάντως, μέσω της εφαρμογής των παραπάνω μεθοδολογιών, έχει εξαχθεί το συμπέρασμα ότι, πριν την ηλεκτρογραφική, αλλά και την κλινική έναρξη της επιληπτικής κρίσης, υπάρχει μια χρονική περίοδος με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, το λεγόμενο προ-κριτικό διάστημα (pre-ictal period).

Η πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων αποτελεί την κυριότερη από τις κατευθύνσεις, προς τις οποίες έχει αρχίσει να εφαρμόζεται και η μέθοδος, που μελετάται στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας και που παρουσιάζεται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο (κεφ. 3), η ICA. Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται μελέτες, που έχουν χρησιμοποιήσει τη μεθοδολογία ICA με στόχο την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων και σχολιάζονται τα αποτελέσματά τους. Επιπρόσθετα, στο ίδιο κεφάλαιο, παρουσιάζονται μελέτες, στις οποίες η μέθοδος ICA έχει εφαρμοστεί σε δεδομένα ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών, με διαφορετικούς στόχους. Ο σημαντικότερος από αυτούς είναι η απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων. Τον ίδιο ακριβώς στόχο έχει και η εφαρμογή της μεθόδου ICA σε επιληπτικό ΗΕΓ, που παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 7 της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Ως τεχνικό σφάλμα (artifact) ορίζεται κάθε μη εγκεφαλική δραστηριότητα, που επιδρά στην καταγραφή του ΗΕΓ. Τα πιο χαρακτηριστικά τεχνικά σφάλματα αποτελούν το άνοιγμα/κλείσιμο των βλεφάρων, η οφθαλμική κίνηση, οι μυϊκές συσπάσεις, οι παλμοί της καρδιάς και ο θόρυβος, 50 Hz, του δικτύου διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Οι κυματομορφές των συγκεκριμένων τεχνικών σφαλμάτων απεικονίζονται στο σχήμα 2.3



Σχήμα 2. 3: Κυματομορφές των κυριότερων τεχνικών σφαλμάτων (artifacts) [12]

Ανοιγμα/κλείσιμο βλεφάρων: Πρόκειται για τεχνικό σφάλμα, η επίδραση του οποίου στην καταγραφή ΗΕΓ είναι πολύ συχνή. Το σήμα που παράγει έχει πλάτος αρκετές φορές μεγαλύτερο από τα εγκεφαλικά σήματα, που ενδιαφέρουν. Για το λόγο αυτό μπορεί να καταγραφεί ακόμη και από τα ηλεκτρόδια, που τοποθετούνται στο πίσω μέρος του κεφαλιού. Γίνεται, βέβαια, ιδιαίτερα αισθητό από τα κοντινά των ματιών ηλεκτρόδια (Fp1, Fp2) [13].

Οφθαλμική κίνηση: Το σήμα του συγκεκριμένου τεχνικού σφάλματος παράγεται από τον επαναπροσανατολισμό του χοριοαμφιβληστροειδούς διπόλου [13;14]. Η επίδρασή του στα πιο απομακρυσμένα από τα μάτια ηλεκτρόδια είναι μεγαλύτερη από αυτήν του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος βλεφάρων.

Θόρυβος δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας: Το σήμα του συγκεκριμένου τεχνικού σφάλματος προσβάλλει τα εγκεφαλικά σήματα, κατά την μεταφορά των τελευταίων από τα ηλεκτρόδια στη συσκευή εγγραφής. Στην περίπτωση που η συχνότητά του είναι υψηλή (50 Hz), αφαιρείται από την καταγραφή ΗΕΓ, μέσω φιλτραρίσματος. Στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή αν πρόκειται για σήμα χαμηλής συχνότητας ή για σήμα, που περιέχει χαμηλής συχνότητας αρμονικές, το φιλτραρισμα δεν ενδείκνυται, αφού μπορεί να αφαιρέσει και εγκεφαλικά σήματα, που ενδιαφέρουν [13].

Μυϊκές συσπάσεις: Πρόκειται για σήματα, ποικίλων συχνοτήτων, τα οποία παράγονται από τις συσπάσεις κάποιων μυών του προσώπου ή του αυχένα. Η θέση των μυών, που παράγουν τα συγκεκριμένα σήματα, καθορίζει και τα ηλεκτρόδια στα οποία καταγράφονται.

Συσπάσεις καρδιάς: Το συγκεκριμένο τεχνικό σφάλμα παράγει σήμα συχνότητας 1.2 Hz , το οποίο προκαλείται από τη συστολή/διαστολή των αιμοφόρων αγγείων και καταγράφεται από ηλεκτρόδια που βρίσκονται κοντά ή πάνω σε αυτά [15].

Από τα τεχνικά σφάλματα, που παρουσιάστηκαν παραπάνω, μόνο ο θόρυβος του δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί να απορριφθεί με την εφαρμογή κατάλληλου φίλτρου. Για την απομάκρυνση των υπολοίπων κρίνεται απαραίτητη η χρήση της ανάλυσης ICA [12].

Η απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων από την καταγραφή ΗΕΓ, αποτελεί, γενικά, πολύ σημαντική εφαρμογή:

Η ιατρική παρατήρηση του «επιληπτικού» ΗΕΓ δυσχεραίνεται ή μπορεί, ακόμη, να χάσει κάποια από την ακρίβειά της, λόγω των επιδράσεων κάποιων τεχνικών σφαλμάτων, οι οποίες είναι πιθανόν να υπερκαλύπτουν ή και να «μιμούνται» τις κυματομορφές ενδιαφέροντος. Η

απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων οδηγεί στην παρατήρηση «καθαρού» ΗΕΓ, που με τη σειρά της οδηγεί τον Ηλεκτροεγκεφαλογραφιστή γιατρό σε ασφαλέστερα συμπεράσματα. [16].

Εξάλλου, η απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων αποτελεί πολύ συνηθισμένο πρώτο στάδιο σε εκτεταμένες τεχνικές επεξεργασίας ΗΕΓ, οι οποίες είτε σχετίζονται με την επιληψία, είτε όχι. Σαν παραδείγματα αναφέρονται, για την πρώτη κατηγορία, η εφαρμογή της μη γραμμικής μεθόδου υπολογισμού του μέγιστου εκθέτη Lyapunov στις συνιστώσες της ICA, με σκοπό την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων (αναλύεται στην παράγραφο 4.1.1) και για τη δεύτερη η εφαρμογή, σε ΗΕΓ επιφανείας, τεχνικών αναγνώρισης προτύπων, με σκοπό τη διάγνωση της εγκεφαλικής νόσου Alzheimer [17].

2.4 Βιβλιογραφία

- (1) A.James Rowan, Eugene Tolunski. Primer of EEG with a Mini-Atlas. 2003.
- (2) Δ.Κουτσούρης, Σ.Παυλόπουλος, Α.Πρέντζα. Εισαγωγή στη Βιοϊατρική Τεχνολογία και Ανάλυση ιατρικών σημάτων. 2003.
- (3) H.Berger. Uber das Elektroenkephalogram des Menschen. Arch f Psychiat 1929; 87:527-570.
- (4) H.H.Jasper. Report of the Committee on Methods of Clinical Examination in Electroencephalography. Electroenceph Clinical Neurophysiology 1958; 10(370):371.
- (5) R.Cooper, J.W.Osselton, J.C.Shaw. EEG Technology. 2nd ed. London: Butterworths, 1969.
- (6) J.Malmivuo, R.Plonsey. Bioelectromagnetics: Chapter 13 - Electroencephalography. <http://butler.cc.tut.fi/~malmivuo/bem/bembook/13/13.htm> . 1995.
Ref Type: Electronic Citation
- (7) F.Sharbrough, G.E.Chatrion, R.P.Lesser, H.Luders, M.Nuwer, T.W.Picton. American Electroencephalographic Society Guidelines for Standard Electrode Position Nomenclature. Clinical Neurophysiology 1991; 8:200-202.
- (8) J.Corsini, L.Shoker, S.Sanei. Epileptic Seizure Predictability from scalp EEG incorporating constrained BSS. IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING 6 A.D.; 53(5).
- (9) Medlook. Επιληψία. <http://www.medlook.net/category.asp?category=38> . 2001.
Ref Type: Electronic Citation
- (10) NOVARTIS(HELLAS).Επιληψία. <http://www.novartis.gr/servlet/gr.novartis.servlets.ContentServlet?action=epilipsia> . 2006.
Ref Type: Electronic Citation
- (11) F. Mormann, T. Kreuz, C.Rieke, R.J. Andrzejak, A. Kraskov, P. David, C.E. Elger, K. Lehnertz. On the predictability of Epileptic Seizures. Clinical Neurophysiology 2005; 116:569-587.
- (12) J.N.Knight. Signal fraction analysis and artifact removal in EEG. Colorado State University, 2003.
- (13) T-P.Jung, C.Humphries, T.W.Lee, M.J.McKeown, V.Iragui, S.Makeig, T.J.Sejnowski. Removing electroencephalographic artifacts by blind source separation. Psychophysiology 2000; 37:163-178.
- (14) D.A.Overton, C.Shagass. Distribution of eye movement and eye blink potentials over the scalp. Electroencephalography and Clinical Neurophysiology 2003; 103(3):386-394.
- (15) W.T.Blume, M.Kaibara, G.B.Young. Atlas of Adult Electroencephalography. Philadelphia: Lippincott Williams and Wilkins, 2002.
- (16) C.J.James, O.Gibson. Temporally constrained ICA : An application to artifact rejection in electromagnetic brain signal analysis. IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING 2003; 50(9).
- (17) C.Melissant, A.Ypma, E.E.E.Frietman, C.J.Stam. A method for detection of Alzheimer's disease using ICA-enhanced EEG measurements. Artificial Intelligence in Medicine 2005; 33:209-222.

Κεφάλαιο 3

Η μέθοδος της Ανάλυσης Ανεξάρτητων Συνιστωσών (Independent Component Analysis)

3.1 Γενικά για τη μέθοδο ICA

Η Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών (Independent Component Analysis-ICA) [1;2] έγινε γνωστή ως η μέθοδος, που κατόρθωσε να επιλύσει ένα από τα πλέον δημοφιλή προβλήματα της επιστήμης της Ακουστικής. Του προβλήματος διαχωρισμού των σημάτων ομιλίας, που καταγράφονται σε μικρόφωνα, στα συστατικά τους (cocktail-party problem). Συγγενικό του προβλήματος αυτού είναι το πρόβλημα του «Τυφλού» Διαχωρισμού Πηγών (Blind Source Separation - BSS). Σύμφωνα με αυτό, m χρονικά σήματα $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$, τα οποία ονομάζονται σήματα-απαγωγές (channels) ή σήματα-μίγματα (mixtures), προκύπτουν από m γραμμικούς συνδυασμούς n χρονικών σημάτων $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$, τα οποία ονομάζονται σήματα-πηγές (sources) ή σήματα-συνιστώσες (components) :

$$x_i(t) = a_{i1} \cdot s_1 + a_{i2} \cdot s_2 + \dots + a_{in} \cdot s_n \quad \text{όπου } i = 1, 2, \dots, m \text{ και } a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in} \in \mathbb{R} \quad (3.1)$$

Τα σήματα–απαγωγές $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$ γίνονται γνωστά μέσω μετρήσεων. Αντίθετα, τόσο τα σήματα–συνιστώσες $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$, όσο και οι συντελεστές $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ αποτελούν ποσότητες άγνωστες. Στόχο της μεθόδου ICA και ταυτόχρονα λύση του προβλήματος BSS αποτελεί η ανακατασκευή των σημάτων-συνιστωσών, χρησιμοποιώντας μόνο τη γνώση των σημάτων-απαγωγών και κάνοντας κάποιες βασικές υποθέσεις.

Η σχέση (3.1) μπορεί να εκφραστεί και ως ένας γραμμικός μετασχηματισμός ως εξής :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{s}(t) \quad (3.2)$$

όπου $\mathbf{x}(t)$: το διάνυσμα στήλη με στοιχεία τα σήματα–απαγωγές, δηλαδή $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$, \mathbf{A} : ο πίνακας του γραμμικού μετασχηματισμού διαστάσεων $n \times m$ ($n \leq m$) και $\mathbf{s}(t)$: το διάνυσμα στήλη με στοιχεία τα σήματα-συνιστώσες, δηλαδή $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$.

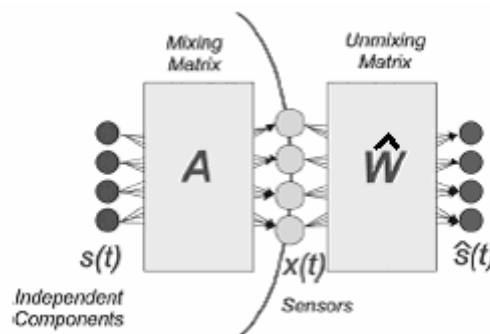
Με δεδομένη την αντιστρεψιμότητα του πίνακα \mathbf{A} , ο αντίστροφος του (3.2) γραμμικός μετασχηματισμός εκφράζει το διάνυσμα των συνιστωσών, συναρτήσει του διανύσματος των απαγωγών :

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (3.3)$$

όπου \mathbf{W} : ο πίνακας του αντίστροφου γραμμικού μετασχηματισμού διαστάσεων $m \times n$ ($n \leq m$).

Με τη νέα μορφή της σχέσης (3.1) γίνεται φανερό πως σκοπός της μεθόδου ICA είναι η κατασκευή, με βάση πάντα μόνο τη γνώση του διανύσματος των απαγωγών $\mathbf{x}(t)$, ενός πίνακα $\hat{\mathbf{W}}$, ο οποίος να προσεγγίζει, όσο το δυνατόν περισσότερο, τον θεωρητικό πίνακα του αντίστροφου μετασχηματισμού \mathbf{W} . Το διάνυσμα που θα προκύψει από τον πολλαπλασιασμό αυτού του πίνακα $\hat{\mathbf{W}}$ με το διάνυσμα των απαγωγών $\mathbf{x}(t)$ θα είναι το διάνυσμα των ανακατασκευασμένων συνιστωσών $\hat{\mathbf{s}}(t)$:

$$\hat{\mathbf{s}}(t) = \hat{\mathbf{W}} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (3.4)$$



Σχήμα 3. 1: Σχηματικό διάγραμμα μεθόδου ICA [1]

Μια άλλη προσέγγιση στη μέθοδο ICA μπορεί να γίνει μέσω της Στατιστικής. Στην περίπτωση αυτή, η σχέση (3.1) μετατρέπεται στη σχέση (3.5):

$$x_i = a_{i1} \cdot s_1 + a_{i2} \cdot s_2 + \dots + a_{in} \cdot s_n \quad \text{όπου } i = 1, 2, \dots, m \text{ και } a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in} \in \mathbb{R} \quad (3.5)$$

όπου x_i ($i = 1, 2, \dots, m$): τυχαίες μεταβλητές-απαγωγές που «γεννιούνται» από m γραμμικούς συνδυασμούς n τυχαίων μεταβλητών-συνιστωσών s_1, s_2, \dots, s_n . Οι μεταβλητές-συνιστώσες

ονομάζονται λανθάνουσες μεταβλητές (latent variables), γιατί δεν μπορούν να παρατηρηθούν άμεσα. Για το λόγο αυτό το στατιστικό μοντέλο που χρησιμοποιείται ονομάζεται μοντέλο λανθάνουσων μεταβλητών.

Αντίστοιχα, η σχέση (3.2) μετατρέπεται στη σχέση (3.6):

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{s} \quad (3.6)$$

και η σχέση (3.3) στη σχέση (3.7) :

$$\mathbf{s} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{x} \quad (3.7)$$

όπου \mathbf{x} : το διάνυσμα στήλη με στοιχεία τις μεταβλητές-απαγωγές, δηλαδή $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ και \mathbf{s} : το διάνυσμα στήλη με στοιχεία τις μεταβλητές-συνιστώσες, δηλαδή $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T$

Δίνοντας έμφαση στις στήλες του πίνακα γραμμικού μετασχηματισμού \mathbf{A} η σχέση (3.6) τροποποιείται ως εξής:

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n a_i s_i \quad (3.8)$$

όπου a_i ($i = 1, 2, \dots, n$): οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} [1;2].

3.2 Υποθέσεις της μεθόδου ICA και περιορισμοί κατά την εφαρμογή της στο HEG

Το μοντέλο των γραμμικών συνδυασμών, στο οποίο βασίστηκε η εξίσωση (3.1), απέχει αρκετά από την πραγματικότητα και χρησιμοποιήθηκε μόνο για λόγους απλοποίησης. Ένα πιο «πραγματικό» μαθηματικό μοντέλο, το οποίο δεν υποθέτει γραμμικότητα και λαμβάνει υπόψη του και τον προσθετικό θόρυβο, περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\mathbf{x}(t) = f\{\mathbf{s}(t)\} + \mathbf{n}(t) \quad (3.9)$$

όπου f : άγνωστη συνάρτηση μετασχηματισμού και $\mathbf{n}(t)$: διάνυσμα προσθετικού θορύβου που «προσβάλλει» τα μετρούμενα σήματα-απαγωγές ($x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$).

Πλέον, σκοπός της ανάλυσης ICA είναι η ανακατασκευή των άγνωστων σημάτων-συνιστωσών ($s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$), μέσω της κατασκευής μιας συνάρτησης \hat{f}^{-1} , η οποία να προσεγγίζει όσο το δυνατόν περισσότερο την f^{-1} , δηλαδή τη θεωρητικά αντίστροφη συνάρτηση της f . Η συνάρτηση αυτή θα πρέπει να κατασκευαστεί με δεδομένη την ανυπαρξία πληροφορίας για τα σήματα-συνιστώσες $\mathbf{s}(t)$, το θόρυβο $\mathbf{n}(t)$ ή τη συνάρτηση μετασχηματισμού f . Είναι προφανές ότι, χωρίς καμιά πληροφορία για τη φύση των δεδομένων, το θόρυβο ή τη διαδικασία του μετασχηματισμού, η λύση του προβλήματος BSS γίνεται σχεδόν αδύνατη. Γι' αυτό, λοιπόν, είναι απαραίτητο να γίνουν κάποιες υποθέσεις, οι οποίες θα παρουσιαστούν αναλυτικά παρακάτω. Όπως έχει αποδειχθεί, από εφαρμογές των αλγορίθμων ICA σε βιολογικά σήματα, οι υποθέσεις αυτές δεν αλλοιώνουν την αποτελεσματικότητα και την εγκυρότητα της ανάλυσης [1].

Υπόθεση γραμμικότητας του μετασχηματισμού

Ο μετασχηματισμός που συνδέει τα σήματα-απαγωγές με τα σήματα-συνιστώσες υποτίθεται γραμμικός. Συνέπεια αυτού είναι η εξίσωση (3.9) να μεταβάλλεται ως εξής:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3.10)$$

όπου \mathbf{A} : ο πίνακας του γραμμικού μετασχηματισμού.

Η υπόθεση του γραμμικού μετασχηματισμού κάνει το πρόβλημα BSS αρκετά πιο προσιτό.

Παρόλα αυτά, η δυσκολία υπολογισμού $n \times m$ αγνώστων ποσοτήτων (τα στοιχεία του πίνακα $\hat{\mathbf{W}} \sim \mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1}$), χρησιμοποιώντας μόνο m γνωστές ποσότητες (τα στοιχεία του διανύσματος $\mathbf{x}(t)$) παραμένει υπαρκτή [1].

Υπόθεση έλλειψης θορύβου

Ο παράγοντας θορύβου της προηγούμενης σχέσης (3.10) υποτίθεται αμελητέος, οπότε η εξίσωση (3.10) συμπίπτει, πλέον, με την εξίσωση (3.1). Παρόλο που η υπόθεση αυτή οδηγεί σε ένα λιγότερο ρεαλιστικό μοντέλο (κατά τη διαδικασία λήψης βιολογικών σημάτων η εισαγωγή θορύβου μέσω των ηλεκτροδίων είναι αναπόφευκτη), είναι απαραίτητη, για να προχωρήσει η ανάλυση ICA [1].

Υπόθεση στατιστικής ανεξαρτησίας των μεταβλητών-συνιστωσών

Πρόκειται για τη σημαντικότερη από τις υποθέσεις, αφού όλοι οι αλγόριθμοι ICA, χρησιμοποιούν ως γνώμονα, για την κατασκευή των μεταβλητών –συνιστωσών $\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_n$, την επίτευξη στατιστικής ανεξαρτησίας. Το γεγονός ότι οι n μεταβλητές s_1, s_2, \dots, s_n υποτίθενται στατιστικά ανεξάρτητες, με απλά λόγια, σημαίνει ότι η γνώση της τιμής της μεταβλητής s_i δεν προσφέρει καμμία πληροφορία για την τιμή της μεταβλητής s_j ($i \neq j$). Αναλυτικότερα αν $p(s_1, s_2, \dots, s_n)$ η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των n μεταβλητών-συνιστωσών και $p_i(s_i)$ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κάθε μεταβλητής s_i , για $i = 1, 2, \dots, n$, τότε ισχύει:

$$p(s_1, s_2, \dots, s_n) = p_1(s_1) \cdot p_2(s_2) \cdot \dots \cdot p_n(s_n)$$

Πρακτικά κάθε συνιστώσα «γεννιέται» από μια τυχαία διαδικασία, η οποία υποτίθεται πως είναι ανεξάρτητη από όλες τις άλλες τυχαίες διαδικασίες, που «γεννούν» τις άλλες συνιστώσες.

Σε κάποιες περιπτώσεις, η ανεξαρτησία των συνιστωσών είναι αυτονόητη. Για παράδειγμα, στην περίπτωση απόρριψης κάποιων τεχνικών σφαλμάτων (artifact rejection), όπου ένα εγκεφαλικό σήμα διαχωρίζεται από κάποιο οφθαλμικό τεχνικό σφάλμα ή από θόρυβο συχνότητας 50 Hz [1].

Υπόθεση μη γκαουσιανής μορφής των μεταβλητών-συνιστωσών

Τα στατιστικά μεγέθη υψηλότερης τάξης (higher order statistics-HOS), για μεταβλητές γκαουσιανής κατανομής, μηδενίζονται. Τα στατιστικά αυτά μεγέθη, όμως, χρησιμοποιούνται στην ανάλυση ICA και μάλιστα αποτελούν τη βάση μιας σειράς αλγορίθμων, των λεγόμενων αλγορίθμων HOS. Είναι λογικό, λοιπόν, οι αλγόριθμοι HOS να μη μπορούν να προχωρήσουν χωρίς την υπόθεση της μη γκαουσιανής κατανομής.

Μια διαφορετική κατηγορία αλγορίθμων ICA, των αλγορίθμων, που βασίζονται στην εξέλιξη των συνιστωσών στο χρόνο, «αδιαφορεί» για τη μορφή των μεταβλητών–συνιστωσών, άρα και για τη συγκεκριμένη υπόθεση. Στην περίπτωση αυτή, βέβαια, η υπόθεση της μη γκαουσιανής κατανομής αντικαθίσταται από περιορισμούς στο πεδίο του χρόνου [2].

Υπόθεση τετραγωνικού πίνακα του γραμμικού μετασχηματισμού

Μέχρι τώρα δεν έχει τεθεί κανένας περιορισμός στις διαστάσεις του πίνακα \mathbf{A} του γραμμικού μετασχηματισμού ($n \times m$). Στην πραγματικότητα, στις περιπτώσεις των περισσότερων φυσιολογικών σημάτων, ο αριθμός n των σημάτων-συνιστωσών είναι μικρότερος από τον αριθμό m των σημάτων-απαγωγών. Στους σημαντικούς αλγόριθμους ICA, όμως, υποτίθεται ισότητα μεταξύ του αριθμού των συνιστωσών και του αριθμού των απαγωγών, γεγονός που οδηγεί σε έναν τετραγωνικό πίνακα μετασχηματισμού. Στην περίπτωση επεξεργασίας βιολογικών σημάτων η υπόθεση αυτή δεν είναι πάντα επιθυμητή. Ειδικά όταν οι πειραματικές μετρήσεις έχουν γίνει σε μικρό χρονικό διάστημα και με μεγάλη συχνότητα δειγματοληψίας η ισότητα απαγωγών και συνιστωσών δεν είναι καθόλου πιθανή. Για το λόγο αυτό, πολλοί επιστήμονες, πριν την εφαρμογή κάποιου αλγόριθμου ICA, εφαρμόζουν κάποια

τεχνική μείωσης του αριθμού των σημάτων-απαγωγών, με σκοπό τη βελτίωση της αξιοπιστίας της ανάλυσης [1].

Υπόθεση στατικότητας του μετασχηματισμού

Τα στατιστικά μεγέθη του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} υποτίθεται πως δε μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου. Στην περίπτωση βιολογικών σημάτων, η υπόθεση αυτή μεταφράζεται ως εξής: οι φυσικές ιδιότητες των μετρούμενων, μέσω των ηλεκτροδίων, μεγεθών μένουν αμετάβλητες ως προς το χρόνο. Το γεγονός αυτό μπορεί να μην ισχύει στην περίπτωση του ηλεκτροκαρδιογραφήματος, όπου τα θωρακικά ηλεκτρόδια αλλάζουν θέση με το χρόνο, λόγω της αναπνοής. Ισχύει όμως στο εγκεφαλογράφημα και ουσιαστικά εκφράζει τη συμπαγή βιοφυσική δομή του εγκεφάλου, την ώρα που τα διάφορα σήματα-συνιστώσες αυξομειώνουν τις εντάσεις τους [1].

Περιορισμοί κατά την εφαρμογή της ICA στο HEG

Λόγω της φύσης του προβλήματος BSS αλλά και λόγω των τεχνικών, στις οποίες βασίζεται η ανάλυση ICA, κατά την εφαρμογή της τελευταίας σε δεδομένα HEG εισάγονται στην κατασκευή των ανεξάρτητων συνιστωσών κάποιοι περιορισμοί. Συγκεκριμένα:

- 1) Δεν είναι δυνατός ο υπολογισμός τόσο των διακυμάνσεων, όσο και των προσήμων των συνιστωσών
- 2) Δεν είναι δυνατή η ταξινόμηση των συνιστωσών

Οι πρώτος από τους περιορισμούς αντιμετωπίζεται με την κανονικοποίηση των εξαγόμενων συνιστωσών, ώστε αυτές να αποκτήσουν διακύμανση ίση με 1. Αποτέλεσμα αυτού είναι οι στήλες του πίνακα γραμμικού μετασχηματισμού \mathbf{A} να εκφράζουν, πλέον, την επίδραση κάθε συνιστώσας στα σήματα-απαγωγές. Μέσω των στηλών του πίνακα \mathbf{A} υπολογίζεται η RMS ισχύς (RMS power) κάθε συνιστώσας μέσω της σχέσης :

$$p_j = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n (a_i^j)^2}$$

όπου a_i^j : το i στοιχείο της j στήλης του πίνακα \mathbf{A} και p_j : η RMS ισχύς της ανεξάρτητης συνιστώσας s_j ($1 \leq j \leq n$).

Ο δεύτερος περιορισμός αντιμετωπίζεται μέσω της ταξινόμησης των συνιστωσών σύμφωνα με την RMS ισχύ τους.

Οι δύο προαναφερθέντες περιορισμοί είναι ενδεικτικοί ενός γενικότερου προβλήματος της εφαρμογής της ICA σε πραγματικά δεδομένα (και στο HEG). Το πρόβλημα αυτό έγκειται στο ότι δεν μπορεί να υπάρξει αντικειμενικός χαρακτηρισμός των συνιστωσών, που προκύπτουν, ή αλλιώς δε μπορεί να υπάρξει κατηγοριοποίηση των συνιστωσών με βάση κάποιο αντικειμενικό κριτήριο. Η επιλογή των συνιστωσών, που ενδιαφέρουν, γίνεται αποκλειστικά με βάση υποκειμενικά κριτήρια, όπως για παράδειγμα, η παρατήρηση των κυματομορφών των συνιστωσών ή του φάσματος αυτών. Προς την κατεύθυνση της λύσης του συγκεκριμένου προβλήματος φαίνεται πως κινείται ο αλγόριθμος cICA, που παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 4.

Το δεύτερο σημαντικό πρόβλημα της εφαρμογής της ICA στο HEG απορρέει από το γεγονός ότι οι κλασικοί αλγόριθμοι της ανάλυσης ICA εξάγουν τόσες ανεξάρτητες συνιστώσες, όσα και τα σήματα-απαγωγές HEG, που χρησιμοποιούν. Πολλές από τις συνιστώσες αυτές, όμως, στην πραγματικότητα, δεν έχουν βιοφυσική υπόσταση και πρέπει να αγνοούνται [1;2].

3.3 Αλγόριθμοι υλοποίησης της μεθόδου ICA

3.3.1 Αλγόριθμοι που βασίζονται σε τεχνικές HOS

Οι πολύ δημοφιλείς, αυτοί, αλγόριθμοι ICA βασίζουν την κατασκευή στατιστικά ανεξάρτητων συνιστωσών, σε τεχνικές, οι οποίες περιέχουν στατιστικά μεγέθη υψηλότερης τάξης (Higher-order statistics/ HOS).

Όπως έχει προαναφερθεί και στην παράγραφο 3.2, τα στατιστικά μεγέθη υψηλότερης τάξης, όταν αναφέρονται σε μεταβλητές Γκαουσιανής κατανομής, μηδενίζονται. Έτσι, ο μηδενισμός ή μη κάποιου τέτοιου μεγέθους, που αναφέρεται στις ανακατασκευασμένες συνιστώσες, μπορεί να αποτελεί κριτήριο για την κανονικότητα ή μη αυτών. Εξάλλου, όπως μπορεί να αποδειχθεί με τη χρήση του Θεωρήματος Κεντρικού Ορίου η κατασκευή συνιστωσών, μη γκαουσιανής κατανομής, συνεπάγεται τη στατιστική ανεξαρτησία αυτών.

Σ' αυτό ακριβώς το σημείο μπορεί να εντοπιστεί κι ένας περιορισμός των αλγορίθμων ICA, που βασίζονται σε τεχνικές HOS, αφού, με αυτόν τον τρόπο, δε μπορούν να εντοπιστούν συνιστώσες Γκαουσιανής κατανομής.

Οι τρεις σημαντικότεροι αλγόριθμοι ICA-HOS παρουσιάζονται παρακάτω:

Fast ICA (Hyvärinen – Oja, 1997) [3]: Συνιστώσες μη Γκαουσιανής κατανομής, μέσω του συντελεστή κύρτωσης

Πρόκειται για έναν ευρέως διαδεδομένο αλγόριθμο ICA, ο οποίος, για να κατασκευάσει συνιστώσες με μη Γκαουσιανή κατανομή, στηρίζεται στον συντελεστή κύρτωσης (kurtosis), ένα στατιστικό μέγεθος τέταρτης τάξης, που αποδίδεται σε κάθε τυχαία μεταβλητή. Το μέγεθος αυτό, για μεταβλητές Γκαουσιανής κατανομής, αγγίζει ιδανικά το 0. Σκοπός του αλγορίθμου Fast ICA είναι η μεγιστοποίηση του συντελεστή, έτσι ώστε οι ανακατασκευασμένες συνιστώσες να απομακρυνθούν, όσο το δυνατόν περισσότερο, από τη Γκαουσιανή κατανομή και άρα να γίνουν στατιστικά ανεξάρτητες. Ο συντελεστής κύρτωσης, που ουσιαστικά φανερώνει πόσο απότομες κορυφές έχει η κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής, δίνεται από την εξίσωση

$$\text{kurt}(x) = E\{x^4\} - 3(E\{x^2\})^2 \quad (3.11)$$

όπου x : τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση αριθμητική τιμή [1].

Infomax ICA (Bell – Sejnowski, 1995) [4]: Συνιστώσες μη Γκαουσιανής κατανομής μέσω της διαφορικής εντροπίας

Ο αλγόριθμος αυτός, για να εκφράσει τη μη Γκαουσιανή κατανομή των συνιστωσών που ανακατασκευάζει, στηρίζεται στο μέγεθος διαφορική εντροπία (differential entropy), ένα μέγεθος από τη Θεωρία της Πληροφορίας. Ανάμεσα σε τυχαίες μεταβλητές της ίδιας διακύμανσης (variance), αλλά διαφορετικών κατανομών, αυτή που είναι Γκαουσιανής κατανομής παρουσιάζει και τη μεγαλύτερη εντροπία, άρα περιέχει το μικρότερο ποσό πληροφορίας. Η διαφορική εντροπία μιας τυχαίας μεταβλητής y ορίζεται ως η διαφορά της εντροπίας μιας, Γκαουσιανής κατανομής, τυχαίας μεταβλητής u , η οποία έχει την ίδια διακύμανση με τη μεταβλητή y , μείον την εντροπία της μεταβλητής y . Παίρνει την τιμή 0, όταν η τυχαία μεταβλητή y είναι Γκαουσιανής κατανομής και τιμή μεγαλύτερη από 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

Σκοπός, λοιπόν, του αλγορίθμου Infomax ICA είναι η μεγιστοποίηση της διαφορικής εντροπίας, έτσι ώστε οι ανακατασκευασμένες συνιστώσες να απομακρυνθούν, όσο το δυνατόν περισσότερο, από τη Γκαουσιανή κατανομή και άρα να γίνουν στατιστικά ανεξάρτητες [1].

Ο Infomax ICA είναι ένας αλγόριθμος νευρωνικού δικτύου διατήρησης της μέγιστης πληροφορίας και θα παρουσιαστεί αναλυτικά παρακάτω καθώς είναι αυτός που χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

JADE - Joint Approximate Diagonalization of Eigenmatrices (Hyvärinen, 2001) [2]: Πηγές μη γκαουσιανής κατανομής μέσω της από κοινού διαγωνιοποίησης των ιδιοπινάκων

Ο αλγόριθμος JADE βασίζεται στους ταυσιτές αθροιστών (cumulant tensors) υψηλότερης τάξης. Ο ταυσιτής του αθροιστή δεύτερης τάξης ονομάζεται πίνακας συνδιακύμανσης (covariance matrix) και καθορίζεται από τον αθροιστή δεύτερης τάξης, δηλαδή τη συνδιακύμανση (covariance). Αντίστοιχα ο ταυσιτής του αθροιστή τέταρτης τάξης καθορίζεται από τον αθροιστή τέταρτης τάξης. Με την εφαρμογή στον πίνακα συνδιακύμανσης των καναλιών, $C_x = \langle xx^T \rangle$, της ανάλυσης ιδιοτιμής, αυτός διαγωνιοποιείται, δηλαδή τα σήματα-απαγωγές μετασχηματίζονται, έτσι ώστε η συνδιακύμανση, μεταξύ οποιωνδήποτε δύο, να είναι μηδέν. Ομοίως και οι τέταρτης τάξης ταυσιτές αθροιστών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μηδενιστούν οι τέταρτης τάξης αθροιστές. Ο μηδενισμός των τέταρτης τάξης αθροιστών οδηγεί στην επιθυμητή μη γκαουσιανική κατανομή των συνιστωσών και άρα στη στατιστική τους ανεξαρτησία.

Στην πράξη, ο αλγόριθμος JADE, που κοντολογίς επιχειρεί την από κοινού διαγωνιοποίηση μιας σειράς από πίνακες, χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα μικρών διαστάσεων, αλλά αντιμετωπίζει αξεπέραστα αριθμητικά προβλήματα, όταν οι διαστάσεις μεγαλώνουν [1].

3.3.2 Αλγόριθμοι που βασίζονται στην εξέλιξη των συνιστωσών στο χρόνο

Οι αλγόριθμοι αυτοί, για την κατασκευή των συνιστωσών, βασίζονται στην μηδενική μεταξύ τους συσχέτιση, δηλαδή σε μια συνέπεια της υπόθεσης της στατιστικής ανεξαρτησίας. Η σχέση μεταξύ των σημάτων-απαγωγών εκφράζεται μέσω του (τετραγωνικού) πίνακα συνδιακύμανσής τους. Η εξέλιξη αυτής της σχέσης στο χρόνο εκφράζεται μέσω μιας στίβας πινάκων συνδιακύμανσης. Σκοπό των αλγορίθμων αποτελεί η κατασκευή πίνακα, ο οποίος θα διαγωνιοποιεί από κοινού όλους τους πίνακες της στίβας και με αυτόν τον τρόπο θα μηδενίζει τη συσχέτιση των απαγωγών. Αυτός ο πίνακας θα αποτελεί, τότε, τον πίνακα του αντίστροφου μετασχηματισμού \mathbf{W} .

Ισχύει:

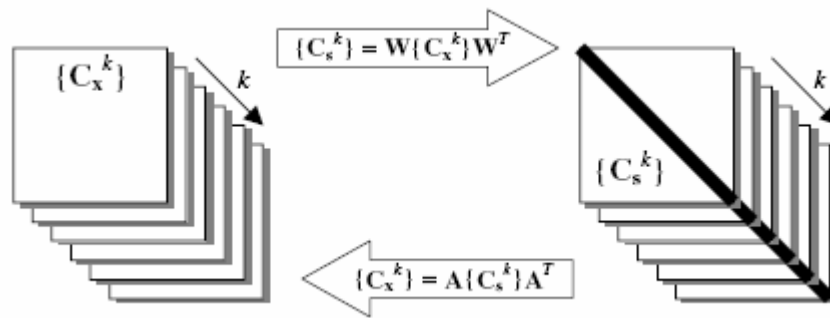
$$\mathbf{C}_x^k = \mathbf{A} \mathbf{C}_s^k \mathbf{A}^T \quad (3.12)$$

όπου \mathbf{C}_x^k : ο k -οστός πίνακας συνδιακύμανσης του διανύσματος $\mathbf{x}(t)$, \mathbf{C}_s^k : ο k -οστός πίνακας συνδιακύμανσης του διανύσματος $\mathbf{s}(t)$ και \mathbf{A} : ο πίνακας μετασχηματισμού. Αντιστρέφοντας την εξίσωση (3.12) προκύπτει η εξίσωση (3.13):

$$\mathbf{C}_s^k = \mathbf{W} \mathbf{C}_x^k \mathbf{W}^T \quad (3.13)$$

όπου \mathbf{W} : ο πίνακας αντίστροφου μετασχηματισμού. Οι εξισώσεις (3.12) και (3.13) ισχύουν ανεξάρτητα από τη μορφή των πινάκων της στίβας.

Ο δείκτης k είναι ένας εσωτερικός δείκτης της στίβας, χαρακτηριστικός για κάθε πίνακα. Ορίζει τις διάφορες χρονικές στιγμές και παίρνει τις τιμές $k = 0, 1, 2, \dots$. Έτσι για $L+1$ τιμές του k , δηλαδή για $L+1$ χρονικές στιγμές, θα υπάρχουν $L+1$ πίνακες στη στίβα ($k = 0, 1, 2, \dots, L$) [1].



Σχήμα 3. 2: Σχηματικό διάγραμμα αλγορίθμων ICA, που βασίζονται στην εξέλιξη των συνιστωσών στο χρόνο [1]

3.4 Αλγόριθμοι ICA των Bell - Sejnowski

Στους αλγόριθμους των Bell – Sejnowski η ανάλυση ICA προσεγγίζεται μέσω δύο διαφορετικών αρχών: της αρχής της μέγιστης πιθανότητας και της αρχής της μέγιστης πληροφορίας. Από τις δύο αυτές προσεγγίσεις απορρέουν δύο διαφορετικοί αλγόριθμοι: ο ML ICA και ο Infomax ICA. Αν και στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται ο Infomax ICA και μάλιστα με συνάρτηση ενεργοποίησης τη λογιστική (logistic Infomax ICA), ακριβώς παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά και οι δύο, αφού τα κοινά τους στοιχεία είναι πολλά.

3.4.1 Προσέγγιση μέσω της αρχής της μέγιστης πιθανότητας [2]

Κλίση (gradient) - Εσσιανός Πίνακας (Hessian matrix) - Ιακωβιανός πίνακας (Jacobian matrix) συνάρτησης πολλών μεταβλητών

Έστω f βαθμωτή συνάρτηση m μεταβλητών :

$$f = f(u_1, u_2, \dots, u_m) = f(\mathbf{u})$$

όπου $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$: το διάνυσμα-στήλη με στοιχεία τις m μεταβλητές. Υποθέτοντας πως η συνάρτηση f είναι διαφορίσιμη, ορίζεται η κλίση (gradient) της f ως ένα διάνυσμα-στήλη με στοιχεία τις μερικές παραγώγους αυτής, ως προς τις μεταβλητές u_1, u_2, \dots, u_m :

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial u_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial u_m} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Ως Εσσιανός πίνακας (Hessian matrix) ή αλλιώς κλίση δεύτερης τάξης της $f(\mathbf{u})$ ορίζεται ο πίνακας διαστάσεων $m \times m$ με στοιχεία τις δεύτερης τάξης μερικές παραγώγους της f , ως προς τις μεταβλητές u_1, u_2, \dots, u_m :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \mathbf{u}^2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial u_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial u_1 u_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial u_m u_1} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial u_m^2} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Έστω τώρα $\mathbf{f}(\mathbf{u})$ διανυσματική συνάρτηση με στοιχεία τις βαθμωτές συναρτήσεις $f_1(\mathbf{u}), f_2(\mathbf{u}), \dots, f_n(\mathbf{u})$:

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{u}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{u}) \end{pmatrix}$$

Ως Ιακωβιανός πίνακας (Jacobian matrix) της $\mathbf{f}(\mathbf{u})$ ορίζεται ο πίνακας, του οποίου η i - στήλη ισούται με την κλίση της $f_i(\mathbf{u})$:

$$\mathbf{J}_f = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1}{\partial u_m} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Έστω τέλος ένας $m \times n$ πίνακας $\mathbf{U} = (u_{ij})$ για $i = 1, 2, \dots, m$ και $j = 1, 2, \dots, n$ και έστω επίσης μια βαθμωτή συνάρτηση των στοιχείων του πίνακα \mathbf{U} , f :

$$f = f(\mathbf{U}) = f(u_{11}, \dots, u_{ij}, \dots, u_{mn})$$

Κατ' αναλογία με την κλίση της πρώτης συνάρτησης της παραγράφου, $f(\mathbf{u})$, ορίζεται και η κλίση της συνάρτησης $f(\mathbf{U})$, η οποία δεν είναι πλέον διάνυσμα αλλά πίνακας, διαστάσεων $m \times n$:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial u_{11}} & \dots & \frac{\partial f}{\partial u_{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial u_{m1}} & \dots & \frac{\partial f}{\partial u_{mn}} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Το ij στοιχείο του πίνακα $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}}$ σχηματίζεται από τη μερική παράγωγο της f ως προς τη μεταβλητή (στοιχείο του πίνακα \mathbf{U}) u_{ij} .

Μία συνηθισμένη συνάρτηση $f(\mathbf{U})$, αποτελεί η ορίζουσα ενός πίνακα, $\det \mathbf{U}$. Αποδεικνύεται ότι για την κλίση της ορίζουσας τετραγωνικού, αντιστρέψιμου πίνακα \mathbf{U} , διαστάσεων $m \times m$ ισχύει:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{U}} \det \mathbf{U} = (\mathbf{U}^T)^{-1} \det \mathbf{U} \quad (3.18)$$

Ο αντίστροφος πίνακας \mathbf{U}^{-1} μπορεί να υπολογιστεί με τη χρήση μίας, γνωστής από τη γραμμική άλγεβρα, σχέσης:

$$\mathbf{U}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{U}} \text{adj}(\mathbf{U}) \quad (3.19)$$

όπου $\text{adj}(\mathbf{U})$: ο πίνακας των αλγεβρικών συμπληρωμάτων των στοιχείων του πίνακα \mathbf{U}

$$\text{adj}\mathbf{U} = \begin{pmatrix} U_{11} & \cdots & U_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{1n} & \cdots & U_{nn} \end{pmatrix}$$

Η ορίζουσα $\det\mathbf{U}$ μπορεί επίσης να εκφραστεί μέσω των αλγεβρικών συμπληρωμάτων των στοιχείων του \mathbf{U} ως εξής :

$$\det \mathbf{U} = \sum_{k=1}^n u_{ik} U_{ik}$$

όπου i : οποιαδήποτε γραμμή του \mathbf{U} . Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα στοιχεία u_{ik} δεν περιλαμβάνονται στα αλγεβρικά συμπληρώματα U_{ik} , η ορίζουσα είναι γραμμική συνάρτηση των στοιχείων αυτών.

Η μερική παράγωγος της ορίζουσας $\det\mathbf{U}$ ως προς τη μεταβλητή u_{ij} δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{\partial \det \mathbf{U}}{\partial u_{ij}} = U_{ij}$$

Συνεπώς η κλίση της ορίζουσας $\det\mathbf{U}$ είναι :

$$\frac{\partial \det \mathbf{U}}{\partial \mathbf{U}} = \text{adj}(\mathbf{U})^T$$

Από τη σχέση (3.19), όμως, προκύπτει πως ο πίνακας των αλγεβρικών συμπληρωμάτων του \mathbf{U}^T ισούται με το γινόμενο της ορίζουσας $\det\mathbf{U}$ (ισχύει $\det\mathbf{U}^T = \det\mathbf{U}$) επί τον πίνακα $(\mathbf{U}^T)^{-1}$.

Αποδεικνύεται ακόμη πως ισχύει η παρακάτω, πολύ χρήσιμη για κάποιους αλγορίθμους ICA, σχέση :

$$\frac{\partial \log |\det \mathbf{U}|}{\partial \mathbf{U}} = \frac{1}{|\det \mathbf{U}|} \frac{\partial |\det \mathbf{U}|}{\partial \mathbf{U}} = (\mathbf{U}^T)^{-1} \quad (3.20)$$

Συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας του διανύσματος των καναλιών \mathbf{x}

Έστω $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_k)^T$, k -διάστατο τυχαίο διανύσμα και έστω ότι αυτό μετασχηματίζεται στο επίσης k -διάστατο τυχαίο διανύσμα, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_k)^T$, μέσω αντιστρέψιμης διανυσματικής συνάρτησης μετασχηματισμού $\mathbf{f} = \{f_1(\mathbf{u}), f_2(\mathbf{u}), \dots, f_k(\mathbf{u})\}^T$:

$$\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{u})$$

Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας $p_v(\mathbf{v})$ του διανύσματος \mathbf{v} συνδέεται με την αντίστοιχη $p_u(\mathbf{u})$ του διανύσματος \mathbf{u} μέσω της σχέσης :

$$p_v(\mathbf{v}) = \frac{1}{|\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u})|} p_u(\mathbf{u}) \quad (3.21)$$

όπου \mathbf{J}_f ο Ιακωβιανός πίνακας της \mathbf{f} :

$$\mathbf{J}_f(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{u})}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2(\mathbf{u})}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{u})}{\partial u_1} \\ \frac{\partial f_1(\mathbf{u})}{\partial u_2} & \frac{\partial f_2(\mathbf{u})}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{u})}{\partial u_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1(\mathbf{u})}{\partial u_n} & \frac{\partial f_2(\mathbf{u})}{\partial u_n} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{u})}{\partial u_n} \end{pmatrix}$$

Στην περίπτωση που ο παραπάνω μετασχηματισμός είναι γραμμικός με πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{C} διαστάσεων $k \times k$:

$$\mathbf{v} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{u}$$

η συνάρτηση πυκνότητας–πιθανότητας $p_v(\mathbf{v})$ του διανύσματος \mathbf{v} συνδέεται με την αντίστοιχη $p_u(\mathbf{u})$ του διανύσματος \mathbf{u} μέσω της σχέσης :

$$p_v(\mathbf{v}) = \left(\frac{1}{|\det \mathbf{C}|} \right) p_u(\mathbf{u}) \quad (3.22)$$

Σύμφωνα τώρα με το μοντέλο ICA, το διάνυσμα των απαγωγών \mathbf{x} και το διάνυσμα των συνιστωσών \mathbf{s} συνδέουν οι $n \times n$ πίνακες \mathbf{A} , \mathbf{W} (αντίστροφος του \mathbf{A}) :

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{s} \Leftrightarrow \mathbf{s} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}$$

Με εφαρμογή της σχέσης (3.22) στο μοντέλο ICA, η συνάρτηση πυκνότητας–πιθανότητας του διανύσματος των απαγωγών \mathbf{x} μπορεί να προσδιοριστεί εύκολα :

$$p_x(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{|\det \mathbf{A}|} \right) p_s(\mathbf{s}) \quad (3.23)$$

Με τη χρήση της παρακάτω γνωστής ιδιότητας για τις ορίζουσες των \mathbf{A} και \mathbf{W} :

$$\det \mathbf{A} \cdot \det \mathbf{W} = \mathbf{1} \Rightarrow \det \mathbf{W} = \frac{1}{\det \mathbf{A}}$$

η σχέση (3.23) μετασχηματίζεται ως εξής :

$$p_x(\mathbf{x}) = |\det \mathbf{W}| \cdot p_s(\mathbf{s}) \quad (3.24)$$

Η πιθανότητα ένα τυχαίο διάνυσμα να είναι μεγαλύτερο (μικρότερο) από κάποιο σταθερό διάνυσμα ίδιων διαστάσεων ισούται με την πιθανότητα κάθε στοιχείο του τυχαίου διανύσματος να είναι μεγαλύτερο (μικρότερο) από κάθε, αντίστοιχο με αυτό, στοιχείο του σταθερού διανύσματος. Επειδή στην περίπτωση του μοντέλου ICA τα στοιχεία του διανύσματος των συνιστωσών είναι στατιστικά ανεξάρτητα, η σχέση (3.24) γίνεται :

$$p_x(\mathbf{x}) = |\det \mathbf{W}| \cdot \prod_i p_i(s_i) \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.25)$$

όπου $p_i(s_i)$: η συνάρτηση πυκνότητας–πιθανότητας της μεταβλητής–συνιστώσας s_i .

Δίνοντας έμφαση στις γραμμές του πίνακα \mathbf{W} , κάθε μεταβλητή–συνιστώσα s_i μπορεί να γραφεί ως γινόμενο της i -γραμμής του πίνακα με το διάνυσμα των απαγωγών \mathbf{x} . Έτσι η συνάρτηση πυκνότητας – πιθανότητας $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ μπορεί πλέον να γραφεί ως εξής :

$$p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = |\det \mathbf{W}| \cdot \prod_i p_i(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x}) \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.26)$$

όπου \mathbf{w}_i : το διάνυσμα στήλη, που έχει ως στοιχεία, τα στοιχεία της i -γραμμής του πίνακα \mathbf{W} .

Θεωρία Εκτίμησης (Estimation theory) - Μέθοδος Μέγιστης Πιθανότητας (ML)

Γενικά

Έστω m ποσότητες h_1, h_2, \dots, h_m που πρέπει να υπολογιστούν προσεγγιστικά ή αλλιώς να εκτιμηθούν και έστω T μετρήσεις $y(1), y(2), \dots, y(T)$, οι οποίες περιέχουν πληροφορίες για τις m ποσότητες. Οι ποσότητες, που πρέπει να εκτιμηθούν, ονομάζονται παράμετροι και παριστάνονται με ένα m -διάστατο διάνυσμα παραμέτρων $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_m)^T$. Αντίστοιχα οι μετρήσεις, πάνω στις οποίες θα στηριχθεί η διαδικασία εκτίμησης, ονομάζονται δεδομένα και παριστάνονται με ένα T -διάστατο διάνυσμα δεδομένων $\mathbf{y}_T = (y(1), y(2), \dots, y(T))^T$.

Μέσω μιας διανυσματικής συνάρτησης \mathbf{f} το διάνυσμα των παραμέτρων \mathbf{h} μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από το διάνυσμα των μετρήσεων \mathbf{y}_T :

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}_T) = \mathbf{f}(y(1), y(2), \dots, y(T)) \quad (3.27)$$

το διάνυσμα $\hat{\mathbf{h}}$, που προκύπτει, μέσω της συνάρτησης \mathbf{f} , για συγκεκριμένες μετρήσεις $y(1), y(2), \dots, y(T)$ ονομάζεται εκτίμηση (estimate) του \mathbf{h} .

Εκτίμηση μέγιστης πιθανότητας $\hat{\mathbf{h}}_{ML}$ του διανύσματος παραμέτρων \mathbf{h} , ονομάζεται η εκτίμηση $\hat{\mathbf{h}}$, για την οποία μεγιστοποιείται η πιθανότητα, δεδομένης κάποιας εκτίμησης του \mathbf{h} , να είναι ρεαλιστική η ύπαρξη των μετρήσεων $y(1), y(2), \dots, y(T)$, δηλαδή για την οποία μεγιστοποιείται η παρακάτω δεσμευμένη από κοινού πιθανότητα :

$$p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}}) = p(y(1), y(2), \dots, y(T) | \hat{\mathbf{h}}) \quad (3.28)$$

Επειδή είναι συνηθισμένο οι συναρτήσεις πυκνότητας–πιθανότητας να περιέχουν κάποια εκθετική συνάρτηση, είναι προτιμότερη η χρήση του νεπέριου λογάριθμου της πιθανοτικής συνάρτησης $p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}})$, $\ln\{p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}})\}$. Προφανώς, η εκτίμηση μέγιστης πιθανότητας $\hat{\mathbf{h}}_{ML}$ μεγιστοποιεί και το λογάριθμο $\ln\{p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}})\}$.

Η εκτίμηση μέγιστης πιθανότητας $\hat{\mathbf{h}}_{ML}$ προκύπτει ως λύση της διανυσματικής εξίσωσης :

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{h}}} \ln p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}}) \Big|_{\hat{\mathbf{h}}=\hat{\mathbf{h}}_{ML}} = 0 \quad (3.29)$$

Όλες οι λύσεις (εκτιμήσεις $\hat{\mathbf{h}}$) της παραπάνω εξίσωσης μεγιστοποιούν (ή ελαχιστοποιούν) τη δεσμευμένη από κοινού πιθανότητα $p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}})$. Στην περίπτωση που η πιθανοτική συνάρτηση είναι πολύπλοκη και έχει πολλά μέγιστα και ελάχιστα, από τις λύσεις της εξίσωσης (3.29) πρέπει να επιλεγεί αυτή που οδηγεί σε ολικό μέγιστο.

Η κατασκευή της συνάρτησης $p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}})$ μπορεί να γίνει πολύ δύσκολη, αν οι μετρήσεις $y(1), y(2), \dots, y(T)$ αλληλεξαρτώνται. Για το λόγο αυτό, κατά την εφαρμογή της μεθόδου μέγιστης πιθανότητας, σχεδόν πάντα υποτίθεται στατιστική ανεξαρτησία μεταξύ των μετρήσεων. Με βάση τη στατιστική ανεξαρτησία, η οποία πολύ συχνά ισχύει και στην πράξη, η εξίσωση (3.28) γίνεται :

$$p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}}) = \prod_{j=1}^T p(y(j) | \hat{\mathbf{h}}) \quad (3.30)$$

όπου $p(y(j) | \hat{\mathbf{h}})$: η δεσμευμένη πιθανότητα ύπαρξης της μέτρησης $y(j)$, δεδομένης εκτίμησης διανύσματος παραμέτρων $\hat{\mathbf{h}}$.

Λογαριθμώντας τη σχέση (3.30), το γινόμενο \prod μετατρέπεται σε άθροισμα \sum και πλέον ο λογάριθμος της πιθανότητας $p(y(j) | \hat{\mathbf{h}})$ δίνεται από τη σχέση :

$$\ln p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}}) = \sum_j p(y(j) | \hat{\mathbf{h}}) \quad (3.31)$$

Συνεπώς, η διανυσματική εξίσωση (3.29) μπορεί να αναλυθεί σε m βαθμωτές εξισώσεις :

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{h}}_i} \ln p(\mathbf{y}_T | \hat{\mathbf{h}}) \Big|_{\hat{\mathbf{h}}=\hat{\mathbf{h}}_{ML}} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.32)$$

Οι εξισώσεις αυτές είναι συνήθως μη γραμμικές και εκτός από σπάνιες περιπτώσεις μπορούν να επιλυθούν μόνο με αριθμητικές μεθόδους.

Μοντέλο ICA

Όπως έχει αναφερθεί, σκοπό της ανάλυσης ICA αποτελεί η κατασκευή, με βάση μόνο τη γνώση του διανύσματος των απαγωγών \mathbf{x} , ενός πίνακα $\hat{\mathbf{W}}$ ο οποίος θα προσεγγίζει όσο το δυνατόν περισσότερο τον θεωρητικό πίνακα του αντίστροφου μετασχηματισμού \mathbf{W} . Σύμφωνα τώρα με τα όσα ειπώθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο ο σκοπός της ανάλυσης ICA μπορεί να γίνει πιο συγκεκριμένος : με βάση μόνο την ύπαρξη T μετρήσεων του διανύσματος των απαγωγών $\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)$ πρέπει να υπολογιστεί μία εκτίμηση $\hat{\mathbf{W}}$ του θεωρητικού πίνακα \mathbf{W} και για την ακρίβεια η εκτίμηση μέγιστης πιθανότητας $\hat{\mathbf{W}}_{ML}$ του πίνακα αυτού.

Η πιθανότητα που πρέπει να μεγιστοποιηθεί συμβολίζεται με $L(\hat{\mathbf{W}})$ και στηρίζεται στη συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας του διανύσματος των απαγωγών $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$, όπως αυτή διατυπώθηκε στη σχέση (3.26) :

$$L(\hat{\mathbf{W}}) = \prod_{t=1}^T \prod_{i=1}^n p_i(\hat{\mathbf{w}}_i^T \mathbf{x}(t)) | \det \hat{\mathbf{W}} | \quad (3.33)$$

Όπως αναφέρθηκε η χρήση του λογάριθμου της πιθανότητας, αντί για την ίδια την πιθανότητα, οδηγεί σε αλγεβρική απλοποίηση και δεν αλλάζει τίποτα όσον αφορά την ουσία της μεθόδου μέγιστης πιθανότητας. Ο φυσικός (η βάση του λογαρίθμου δεν παίζει κανέναν ρόλο και μπορεί να είναι και διαφορετική του 10) λογάριθμος της πιθανότητας $L(\hat{\mathbf{W}})$ είναι :

$$\log L(\hat{\mathbf{W}}) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \log p_i(\hat{\mathbf{w}}_i^T \mathbf{x}(t)) + T \log | \det \hat{\mathbf{W}} | \quad (3.34)$$

Με διαίρεση της σχέσης (3.34) διά του T , το πρώτο άθροισμα μεταβάλλεται σε τελεστή μέσης τιμής $E\{\}$:

$$\frac{1}{T} \log L(\hat{\mathbf{W}}) = E\left\{ \sum_{i=1}^n \log p_i(\hat{\mathbf{w}}_i^T \mathbf{x}) \right\} + \log | \det \mathbf{W} | \quad (3.35)$$

Στην παραπάνω σχέση η μέση τιμή $E\{\}$ δεν υπολογίζεται με τους θεωρητικούς τύπους, αλλά ως ο μέσος όρος των τιμών της $\sum_{i=1}^n \log p_i(\hat{\mathbf{w}}_i^T \mathbf{x})$ για τις T μετρήσεις του \mathbf{x} .

Θεωρία Βελτιστοποίησης (Optimization Theory) - Κανόνες Μάθησης (Learning Rules)

Γενικά

Έστω ένας $m \times n$ πίνακας $\mathbf{W} = (w_{ij})$ για $i = 1, 2, \dots, m$ και $j = 1, 2, \dots, n$ και έστω επίσης μια βαθμωτή συνάρτηση των στοιχείων του πίνακα \mathbf{W} , J :

$$J = J(\mathbf{W}) = J(w_{11}, \dots, w_{ij}, \dots, w_{mn})$$

Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται συνάρτηση κόστους (cost function). Ο αλγόριθμος με βάση τον οποίο θα επιτευχθεί η μεγιστοποίηση της συνάρτησης κόστους, αποτελεί το αντικείμενο της Θεωρίας Βελτιστοποίησης (Optimization Theory). Οι αλγόριθμοι της Θεωρίας Βελτιστοποίησης βασίζονται στην επαναληπτική εφαρμογή κατάλληλων κανόνων μάθησης.

Βαθμωτή Άνοδος (Gradient Ascent)

Η συνηθέστερη προσέγγιση στο θέμα της μεγιστοποίησης της συνάρτησης κόστους $J(\mathbf{W})$ είναι αυτή της βαθμωτής ανόδου (gradient ascent) ή αλλιώς της ανόδου μέγιστης κλίσης (steepest ascent). Κατά την προσέγγιση της βαθμωτής ανόδου εφαρμόζεται η εξής διαδικασία: Ξεκινώντας από κάποιον αρχικό πίνακα \mathbf{W}_0 , υπολογίζεται η κλίση της $J(\mathbf{W})$ για τον πίνακα αυτόν:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{W}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial w_{11}} & \dots & \frac{\partial J}{\partial w_{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial J}{\partial w_{m1}} & \dots & \frac{\partial J}{\partial w_{mn}} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Έστω \mathbf{B} ο πίνακας που προκύπτει από τον πίνακα-κλίση της $\mathbf{J}(\mathbf{W})$ αν πολλαπλασιάσουμε τον τελευταίο με κάποια παράμετρο a ($a \in \mathbb{R}$), που ονομάζεται μέγεθος βήματος (step size) ή ρυθμός μάθησης (learning rate). Η διαδικασία μετατοπίζεται στον πίνακα που αποτελεί το άθροισμα του αρχικού πίνακα \mathbf{W}_0 με τον πίνακα \mathbf{B} . Για τον καινούριο πίνακα υπολογίζεται ξανά η κλίση της $\mathbf{J}(\mathbf{W})$ κ.ο.κ.

Για $t = 1, 2, \dots$ ο κανόνας μάθησης που προκύπτει είναι :

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{W}(t-1) + a(t) \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}(t-1)} \quad (3.37)$$

Η επανάληψη συνεχίζεται έως ότου υπάρξει σύγκλιση, δηλαδή έως ότου η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών διανυσμάτων γίνει μικρότερη κάποιας προκαθορισμένης τιμής ε :

$$\|\mathbf{w}(t) - \mathbf{w}(t-1)\| < \varepsilon \quad (3.38)$$

Ο πίνακας \mathbf{W} για τον οποίο υπάρχει σύγκλιση αποτελεί τον πίνακα για τον οποίο η συνάρτηση κόστους μεγιστοποιείται.

Στην περίπτωση που δεν υπάρχει λόγος να δοθεί έμφαση στο χρόνο ή στο ρυθμό επανάληψης ο κανόνας μάθησης μπορεί να γραφεί και ως εξής :

$$\Delta \mathbf{W} = a \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \quad (3.39)$$

όπου $\Delta \mathbf{W} = \mathbf{W}(t) - \mathbf{W}(t-1)$: η διαφορά του παλιού πίνακα απ' τον καινούριο.

Ακόμη πιο συντομογραφικά ο κανόνας γράφεται ως εξής :

$$\Delta \mathbf{W} \propto \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \quad (3.40)$$

Το σύμβολο \propto εκφράζει την αναλογία μεταξύ του πίνακα της διαφοράς $\Delta \mathbf{W}$ και του πίνακα-κλίση της συνάρτησης $J(\mathbf{W})$

Σημαντικό μειονέκτημα της προσέγγισης της βαθμωτής ανόδου είναι η σημαντική πιθανότητα αν η συνάρτηση $J(\mathbf{W})$ δεν είναι απλή και ομαλή η διαδικασία να συγκλίνει τελικά, αντί για το ολικό, σε κάποιο τοπικό μέγιστό της.

Γενικά η ταχύτητα σύγκλισης μπορεί να μειωθεί πολύ, κοντά στον πίνακα μεγιστοποίησης αφού εκεί η κλίση της $J(\mathbf{W})$ αγγίζει το μηδεν, άρα ο προηγούμενος από τον επόμενο πίνακα διαφέρουν ελάχιστα.

Στοχαστική Βαθμωτή Άνοδος (Stochastic Gradient Ascent)

Έστω ότι η συνάρτηση κόστους $J(\mathbf{W})$ παίρνει τώρα πιο συγκεκριμένη μορφή :

$$J(\mathbf{W}) = E\{g(\mathbf{W}, \mathbf{x})\}$$

Δηλαδή έστω ότι η συνάρτηση κόστους $J(\mathbf{W})$ ισούται με τη μέση τιμή συνάρτησης g που έχει ως ορίσματα τον πίνακα \mathbf{W} και το διάνυσμα των απαγωγών \mathbf{x} .

Έστω επίσης ότι υπάρχουν T μετρήσεις του διανύσματος των απαγωγών $\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)$.

Για $t = 1, 2, \dots$ ο κανόνας μάθησης της σχέσης (3.37) διαφοροποιείται ως εξής :

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{W}(t-1) + a(t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} E\{g(\mathbf{W}, \mathbf{x})\} |_{\mathbf{W}=\mathbf{W}(t-1)} \quad (3.41)$$

Για τον υπολογισμό, σε κάθε επανάληψη του κανόνα μάθησης, της μέσης τιμής της συνάρτησης g χρησιμοποιούνται ο παλιός πίνακας $\mathbf{W}(t-1)$ και το σύνολο των μετρήσεων $\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)$. Ουσιαστικά η μέση τιμή της g υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των τιμών της. Η μάθηση αυτού του τύπου, δηλαδή η μάθηση που χρησιμοποιεί σε κάθε επανάληψη όλες τις μετρήσεις για να υπολογίσει τη μέση τιμή ονομάζεται «μάθηση δέσμης» (batch learning).

Κάποιες φορές, ωστόσο, για τον υπολογισμό της μέσης τιμής της g χρησιμοποιούνται ο παλιός πίνακας $\mathbf{W}(t-1)$ και μόνο μία από τις μετρήσεις $\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)$. Η μέτρηση αυτή επιλέγεται είτε τυχαία είτε από κάποια κυκλική στίβα στην οποία έχουν αποθηκευτεί οι T μετρήσεις. Η μάθηση αυτού του τύπου, δηλαδή η μάθηση που χρησιμοποιεί σε κάθε επανάληψη μόνο μία μέτρηση για να υπολογίσει τη μέση τιμή ονομάζεται on-line μάθηση (on-line learning). Στην περίπτωση αυτή, από τη σχέση (3.41) απαλείφεται ο τελεστής μέσης τιμής και πλέον ο κανόνας μάθησης γράφεται ως εξής :

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{W}(t-1) + a(t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} g(\mathbf{W}, \mathbf{x}) |_{\mathbf{W}=\mathbf{W}(t-1)} \quad (3.42)$$

Ο αλγόριθμος ML-ICA των Bell-Sejnowski

Στο μοντέλο ICA το ρόλο της συνάρτησης κόστους $J(\mathbf{W})$ της προηγούμενης παραγράφου παίζει η συνάρτηση $\frac{1}{T} \log L(\hat{\mathbf{W}})$ της σχέσης (3.35). Ο πίνακας-κλίση της, με τη χρήση και της (3.20), δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{1}{T} \frac{\partial \log L}{\partial \hat{\mathbf{W}}} = [\hat{\mathbf{W}}^T]^{-1} + E\{\mathbf{g}(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})\mathbf{x}^T\} \quad (3.43)$$

όπου $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})$: διανυσματική συνάρτηση, της οποίας το i -στοιχείο είναι η συνάρτηση που δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$g_i(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x}) = \left[\log p_i(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x}) \right]' = \frac{p_i'(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})}{p_i(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})} \quad (3.44)$$

Η μέση τιμή $E\{\mathbf{g}(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})\mathbf{x}^T\}$ υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των τιμών της $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})\mathbf{x}^T$ για τις T μετρήσεις του διανύσματος των απαγωγών $\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)$

Με βάση τα όσα ειπώθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, ο κανόνας μάθησης που οδηγεί στη μεγιστοποίηση της συνάρτησης $\frac{1}{T} \log L(\hat{\mathbf{W}})$ είναι ο εξής :

$$\Delta \hat{\mathbf{W}} \propto [\hat{\mathbf{W}}^T]^{-1} + E\{\mathbf{g}(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})\mathbf{x}^T\} \quad (3.45)$$

Μια στοχαστική εκδοχή του παραπάνω κανόνα μάθησης προκύπτει αφαιρώντας τον τελεστή $E\{\}$ και χρησιμοποιώντας σε κάθε επανάληψη μόνο μία από τις T μετρήσεις του διανύσματος των απαγωγών :

$$\Delta \tilde{\mathbf{W}} \propto [\hat{\mathbf{W}}^T]^{-1} + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{W}}\mathbf{x})\mathbf{x}^T \quad (3.46)$$

Ο πίνακας $\hat{\mathbf{W}}_{ML}$ για τον οποίο υπάρχει σύγκλιση είτε στον κανόνα (3.45) είτε στον κανόνα (3.46) είναι ο πίνακας που εν τέλει θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή του διανύσματος των συνιστωσών $\hat{\mathbf{s}}$.

3.4.2 Προσέγγιση μέσω της αρχής της μέγιστης πληροφορίας [2]

Εντροπία (Entropy)

Εντροπία (entropy) Η διακριτής τυχαίας μεταβλητής x ονομάζεται η ποσότητα που ορίζεται από τη σχέση :

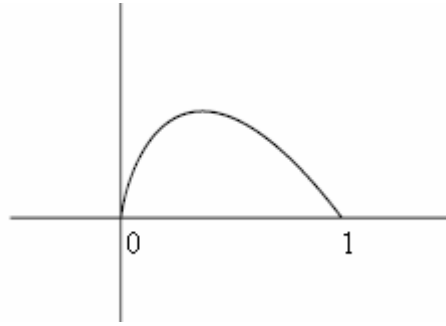
$$H(x) = - \sum P(x = a_i) \cdot \log P(x = a_i) \quad (3.47)$$

όπου a_i : κάθε τιμή που μπορεί να πάρει η μεταβλητή x . Η εντροπία ως μέγεθος έχει μονάδες που ποικίλουν, ανάλογα με τη βάση του λογαρίθμου της σχέσης (3.47) [1]. Συνήθως, ο λογάριθμος που χρησιμοποιείται έχει βάση το 2, οπότε μονάδα της εντροπίας αποτελεί το 1 bit.

Ένας νέος ορισμός της εντροπίας μπορεί να δοθεί μέσω της συνάρτησης f για την οποία ισχύει :

$$f(p) = -p \cdot \log p \quad \text{για } 0 \leq p \leq 1$$

Η f παίρνει την τιμή 0 για $p = 0, 1$ και θετικές τιμές για κάθε άλλη τιμή του p στο διάστημα $(0, 1)$. Η γραφική παράσταση της f απεικονίζεται παρακάτω:



Σχήμα 3. 3: Διάγραμμα συνάρτησης, βοηθητικής για τον ορισμό της εντροπίας, $f(p)$ [2]

Η εντροπία $H(x)$ πλέον μπορεί να γραφτεί ως εξής :

$$H(x) = \sum f\{P(x = a_i)\} \quad (3.48)$$

Όπως γίνεται φανερό από το διάγραμμα της f , η εντροπία $H(x)$ παίρνει μικρές τιμές όταν οι πιθανότητες $P(x = a_i)$ πλησιάζουν το 0 ή το 1.

Στην πραγματικότητα η εντροπία μιας τυχαίας μεταβλητής εκφράζει το ποσό της πληροφορίας που αυτή μεταφέρει. Όσο πιο απρόβλεπτη η τιμή της μεταβλητής τόσο μεγαλύτερη η εντροπία της. Ας υποθέσουμε πως για μία μεταβλητή όλες οι πιθανότητες $P(x = a_i)$ είναι περίπου 0 εκτός από μία που είναι περίπου 1. Τότε η τιμή της μεταβλητής κάθε άλλο παρά απρόβλεπτη είναι αφού είναι σχεδόν πάντα η ίδια. Η εντροπία της μεταβλητής αυτής είναι πολύ μικρή. Αν υποθέσουμε αντίθετα πως για μία άλλη μεταβλητή όλες οι πιθανότητες $P(x = a_i)$ είναι ίσες, τότε είναι πολύ πιθανό η τιμή της μεταβλητής να είναι συνεχώς διαφορετική γεγονός που συνεπάγεται μεγάλη εντροπία.

Διαφορική Εντροπία (Differential Entropy)

Η εντροπία διακριτής μεταβλητής που ορίστηκε στην προηγούμενη παράγραφο, μπορεί να γενικευτεί και για συνεχείς μεταβλητές. Στην περίπτωση αυτή ονομάζεται συνήθως διαφορική εντροπία και για μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας $p_x(x)$ δίνεται από τη σχέση :

$$H(x) = -\int p_x(x) \log p_x(x) dx = \int f(p_x(x)) dx \quad (3.49)$$

Ακριβώς όπως η εντροπία έτσι και η διαφορική εντροπία εκφράζει την τυχειότητα μιας μεταβλητής, δηλαδή το πόσο απρόβλεπτη είναι η τιμή της. Αν οι πιο πιθανές τιμές μιας μεταβλητής είναι συγκεντρωμένες σ' ένα μικρό διάστημα τότε η εντροπία της δε μπορεί παρά να είναι μικρή.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως, σε αντίθεση με την εντροπία, η διαφορική εντροπία μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές. Αυτό συμβαίνει διότι η συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας $p_x(x)$ μπορεί να πάρει τιμές μεγαλύτερες του 1 και η συνάρτηση f για ορίσματα εκτός του διαστήματος $[0,1]$ παίρνει αρνητικές τιμές. Έτσι μια εντροπία χαρακτηρίζεται πολύ μικρή όταν έχει μεγάλη απόλυτη τιμή και αρνητικό πρόσημο. Μεγάλες αρνητικές τιμές παίρνει η εντροπία μεταβλητών των οποίων η συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας παίρνει μεγάλες τιμές.

Στην περίπτωση τυχαίου διανύσματος \mathbf{x} η διαφορική εντροπία ορίζεται ως εξής :

$$H(\mathbf{x}) = -\int p_x(\mathbf{x}) \log p_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int f(p_x(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \quad (3.50)$$

Διαφορική Εντροπία Μετασχηματισμού

Έστω $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_k]^T$ k-διάστατο τυχαίο διανύσμα και έστω ότι αυτό, μετασχηματίζεται στο επίσης k-διάστατο τυχαίο διανύσμα $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_k]^T$ μέσω αντιστρέψιμης διανυσματικής συνάρτησης μετασχηματισμού \mathbf{f} :

$$\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{u})$$

Υπενθυμίζοντας ότι η μέση τιμή του τυχαίου διανύσματος \mathbf{v} δίνεται από τη σχέση

$$E(\mathbf{v}) = \int \mathbf{v} p_v(\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{v}$$

η διαφορική εντροπία του μπορεί να εκφραστεί ως εξής :

$$H(\mathbf{v}) = - E \{ \log p_v(\mathbf{v}) \} \quad (3.51)$$

Μέσω της χρήσης της σχέσης (3.21) η (3.51) μετασχηματίζεται ως εξής :

$$\begin{aligned} H(\mathbf{v}) &= - E \{ \log p_v(\mathbf{v}) \} = - E \{ \log(p_u(\mathbf{u}) |\det \mathbf{J}_g(\mathbf{u})|^{-1}) \} \Rightarrow \\ H(\mathbf{v}) &= - E \{ \log(p_u(\mathbf{u})) \} - E \{ \log(|\det \mathbf{J}_g(\mathbf{u})|^{-1}) \} \Rightarrow \\ H(\mathbf{v}) &= H(\mathbf{u}) + E \{ \log(|\det \mathbf{J}_g(\mathbf{u})|) \} \end{aligned} \quad (3.52)$$

Αμοιβαία Πληροφορία (Mutual Information)

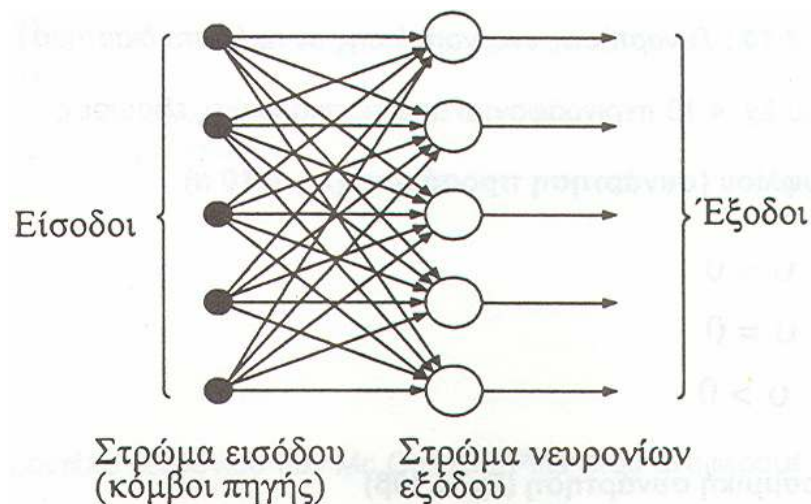
Η αμοιβαία πληροφορία ενός συνόλου μεταβλητών x_1, x_2, \dots, x_n εκφράζει την πληροφορία που κάποιες μεταβλητές του συνόλου περιέχουν σχετικά με τις υπόλοιπες μεταβλητές του συνόλου. Ορίζεται με τη βοήθεια του μεγέθους της εντροπίας ως εξής :

$$I(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum H(x_i) - H(\mathbf{x}) \quad (3.53)$$

όπου \mathbf{x} : το διάνυσμα των μεταβλητών x_1, x_2, \dots, x_n .

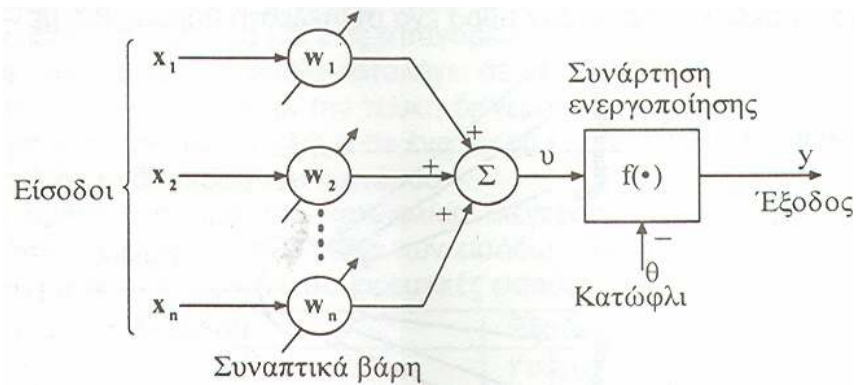
Γενικά για τα Νευρωνικά Δίκτυα

Έστω το νευρωνικό δίκτυο n εισόδων και n εξόδων [5] του σχήματος :



Σχήμα 3. 4: Σχηματικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου N εισόδων και N εξόδων [5]

Το δίκτυο αυτό αποτελείται από n θεμελιώδεις μονάδες ή αλλιώς n νευρώνες (neurons). Ένας τέτοιος νευρώνας (έστω το j κατά σειρά) απεικονίζεται αναλυτικά παρακάτω :



Σχήμα 3. 5: Σχηματικό διάγραμμα νευρώνα N εισόδων [5]

και περιγράφεται από τις εξισώσεις :

$$u_j = \sum_{i=1}^n w_{ij} x_i \quad \text{και} \quad y_j = f_j(u_j - \theta_j) \quad (3.54)$$

όπου x_i : η i -είσοδος του δικτύου, w_{ij} : το συναπτικό βάρος με βάση το οποίο η i -είσοδος επιδρά στον j -νευρώνα, y_j : η έξοδος του j -νευρώνα, f_j : η συνάρτηση ενεργοποίησής του, u_j : η είσοδος του γραμμικού συνδυαστή και θ_j : η είσοδος κατωφλίου στον j -νευρώνα.

Οι εξισώσεις (3.54) μπορούν να εκφραστούν και διανυσματικά ως εξής :

$$u_j = \mathbf{w}_j^T \mathbf{x} \quad \text{και} \quad y_j = f_j(u_j - \theta_j) \quad (3.55)$$

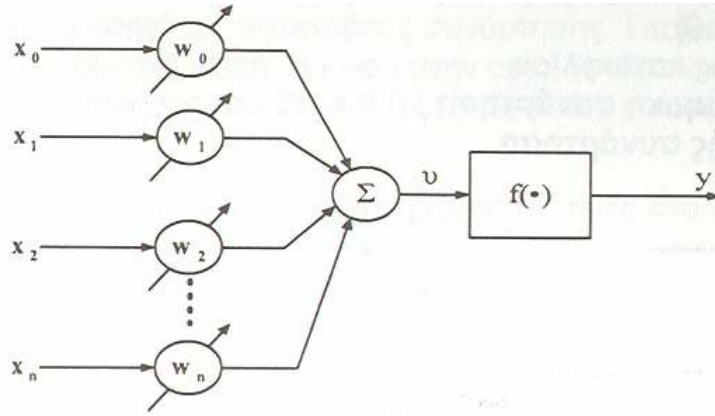
όπου $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$: το διάνυσμα εισόδων του δικτύου, $\mathbf{w}_j = \begin{pmatrix} w_{1j} \\ \vdots \\ w_{nj} \end{pmatrix}$: το διάνυσμα των συναπτικών βαρών που αφορούν τον j -νευρώνα.

Αν η είσοδος κατωφλίου περιληφθεί στις κανονικές εισόδους θέτοντας $x_0 = -1$ (το διάνυσμα

εισόδων του δικτύου τότε γίνεται $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ και $w_{0j} = \theta_j$ (το διάνυσμα των

συναπτικών βαρών του j -νευρώνα τότε γίνεται $\mathbf{w}'_j = \begin{pmatrix} w_{0j} \\ w_{1j} \\ \vdots \\ w_{nj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_j \\ w_{1j} \\ \vdots \\ w_{nj} \end{pmatrix}$)

ο j -νευρώνας του δικτύου, που έχει πλέον $n+1$ εισόδους, απεικονίζεται ως εξής :



Σχήμα 3. 6: Σχηματικό διάγραμμα νευρώνα N+1 εισόδων [5]

ενώ οι εξισώσεις του είναι :

$$u_j = \sum_{i=0}^n w_{ij} x_i \quad \text{και} \quad y_j = f(u_j) \quad (3.56)$$

ή

$$u_j = \mathbf{w}_j^T \mathbf{x}' = \mathbf{w}_j^T \mathbf{x} - w_{0j} \quad \text{και} \quad y_j = f_j(u_j) \quad (3.57)$$

Το διάνυσμα $\mathbf{w}_0 = \begin{pmatrix} w_{01} \\ \vdots \\ w_{0j} \\ \vdots \\ w_{0n} \end{pmatrix}$, που έχει ως στοιχεία τις εισόδους κατωφλίου στους νευρώνες

$(\mathbf{w}_0 = \begin{pmatrix} w_{01} \\ \vdots \\ w_{0j} \\ \vdots \\ w_{0n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\theta_1 \\ \vdots \\ -\theta_j \\ \vdots \\ -\theta_n \end{pmatrix})$ ονομάζεται διάνυσμα κατωφλικών βαρών.

Με βάση τώρα τις εξισώσεις (3.56) και (3.57) για τον μεμονωμένο νευρώνα μπορούν να προκύψουν οι εξισώσεις ολόκληρου του $n + 1 \rightarrow n$ νευρωνικού δικτύου :

$$\mathbf{u} = \mathbf{W}' \mathbf{x}' = \mathbf{W} \mathbf{x} + \mathbf{w}_0 \quad \text{και} \quad \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{u}) \quad (3.58)$$

όπου \mathbf{W} : ο $n \times n$ πίνακας, που έχει ως γραμμές τα διανύσματα-στήλη των συναπτικών βαρών

\mathbf{w}_j των νευρώνων, $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$: το διάνυσμα εξόδων του δικτύου, $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$: το διάνυσμα

εισόδων των γραμμικών συνδυαστών, \mathbf{W}' : ο $n \times n+1$ πίνακας, που έχει ως γραμμές τα διανύσματα-στήλη των συναπτικών βαρών \mathbf{w}'_j των νευρώνων και

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_1(u_1) \\ \vdots \\ f_n(u_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{w}_1^T \mathbf{x}') \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{w}_n^T \mathbf{x}') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{w}_1^T \mathbf{x} + w_{01}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{w}_n^T \mathbf{x} + w_{0n}) \end{pmatrix} : \quad \eta \quad \text{διανυσματική} \quad \text{συνάρτηση}$$

ενεργοποίησης του δικτύου, δηλαδή το διάνυσμα που έχει ως στοιχεία τις βαθμωτές συναρτήσεις ενεργοποίησης όλων των νευρώνων..

Ο αλγόριθμος logistic Infomax-ICA των Bell-Sejnowski

Η αρχή της μέγιστης πληροφορίας στηρίζεται στη μεγιστοποίηση της εντροπίας εξόδου ή της πληροφοριακής ροής ενός νευρωνικού δικτύου με n , μη γραμμικές εξόδους και έχει πολλά κοινά σημεία με την αρχή της μέγιστης πιθανότητας που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη προσέγγιση.

Το μοντέλο ICA μπορεί να προσομοιωθεί με ένα νευρωνικό δίκτυο $n+1$ εισόδων και n εξόδων σαν αυτό της προηγούμενης παραγράφου. Στο δίκτυο αυτό, διάνυσμα των εισόδων συμπίπτει με το διάνυσμα των απαγωγών $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, ενώ το διάνυσμα των εξόδων, μετά την εφαρμογή κατάλληλων κανόνων μάθησης τόσο για τον πίνακα \mathbf{W} όσο και για το διάνυσμα κατωφλικών βαρών \mathbf{w}_0 , συμπίπτει με το διάνυσμα των ανακατασκευασμένων συνιστωσών $\hat{\mathbf{s}} = [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_n]^T$. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης, χρησιμοποιείται η λογιστική συνάρτηση, $f(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$, η οποία είναι κοινή για κάθε νευρώνα. Οι εξισώσεις για τον j -νευρώνα του νευρωνικού δικτύου ICA, στη διανυσματική τους μορφή, είναι (διατηρούνται οι συμβολισμοί της προηγούμενης παραγράφου) :

$$u_j = \mathbf{w}_j^T \mathbf{x}' \quad \text{και} \quad \hat{s}_j = f(u_j) + n = (1 + e^{-u_j})^{-1} + n$$

όπου \mathbf{n} : διάνυσμα προσθετικού, λευκού θορύβου γκαουσιανής μορφής.

Προσεγγίζοντας το θέμα με όρους πληροφοριακής ροής, αυτό που επιθυμείται είναι η μεγιστοποίηση της αμοιβαίας πληροφορίας $I(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{s}})$ μεταξύ εισόδων και εξόδων του νευρωνικού δικτύου :

$$I(\hat{\mathbf{s}}, \mathbf{x}) = H(\hat{\mathbf{s}}) - H(\hat{\mathbf{s}}|\mathbf{x})$$

όπου $H(\hat{\mathbf{s}}|\mathbf{x})$: η εντροπία της εξόδου που δεν προέρχεται από την είσοδό του.

Η προσέγγιση αυτή έχει νόημα μόνο εφόσον κατά την μετάδοση της πληροφορίας υπάρχει κάποια απώλεια αυτής. Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο υποτίθεται και η παρουσία θορύβου στο δίκτυο οπότε ισχύει $H(\hat{\mathbf{s}}|\mathbf{x}) = H(\mathbf{n})$. Αποδεικνύεται ότι για δίκτυο αμελητέου θορύβου η εντροπία $H(\hat{\mathbf{s}}|\mathbf{x})$ παίρνει την ελάχιστη τιμή της : $H(\hat{\mathbf{s}}|\mathbf{x}) \rightarrow -\infty$ και συνεπώς η μεγιστοποίηση της αμοιβαίας πληροφορίας $I(\hat{\mathbf{s}}, \mathbf{x})$ ταυίζεται με τη μεγιστοποίηση της εντροπίας εξόδου $H(\hat{\mathbf{s}})$, η οποία τότε παίρνει τη μορφή :

$$H(\hat{\mathbf{s}}) = H\{f(u_1), f(u_2), \dots, f(u_n)\} \quad (3.59)$$

Μέσω τώρα της σχέσης (3.52) η εντροπία εξόδου $H(\hat{\mathbf{s}})$ μπορεί να εκφραστεί ως εξής :

$$H(\hat{\mathbf{s}}) = H\{f(u_1), f(u_2), \dots, f(u_n)\} = H(\mathbf{x}) + E\{\log |\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u})|\} \quad (3.60)$$

Για τη μεγιστοποίηση της εντροπίας εξόδου $H(\hat{\mathbf{s}})$ θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της στοχαστικής βαθμωτής ανόδου, που παρουσιάστηκε στη σχετική παράγραφο και μάλιστα η on-line εκδοχή της, αφού στην παρούσα περίπτωση δεν υπάρχουν T μετρήσεις του διανύσματος των εισόδων \mathbf{x} , αλλά μόνο μία. Πρέπει επίσης να σημειωθεί πως η εντροπία εισόδου, $H(\mathbf{x})$, είναι μέγεθος σταθερό που δεν επηρεάζεται από μεταβολές στα στοιχεία του πίνακα \mathbf{W} . Με βάση όλα τα παραπάνω ο πίνακας-κλίση της εντροπίας εξόδου $H(\hat{\mathbf{s}})$ είναι :

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{W}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \left(H(\mathbf{x}) + E \left\{ \log |\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u})| \right\} \right) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \log |\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u})| \quad (3.61)$$

Ο όρος $\log |\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u})|$ υπολογίζεται μέσω της σχέσης $\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u}) = (\det \mathbf{W}) \prod_{j=1}^n \frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j}$ ως εξής :

$$\begin{aligned} \log |\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u})| &= \log \left(|\det \mathbf{W}| \prod_{j=1}^n \frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) = \\ &= \log |\det \mathbf{W}| + \log \left(\prod_{j=1}^n \frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) = \\ &= \log |\det \mathbf{W}| + \log \left(\prod_{j=1}^n \frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) = \\ &= \log |\det \mathbf{W}| + \sum_{j=1}^n \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Με τη βοήθεια της (3.62), η εξίσωση (3.61) για τον πίνακα-κλίση $\frac{\partial H}{\partial \mathbf{W}}$ μετασχηματίζεται ως εξής :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{W}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \log |\det \mathbf{J}_f(\mathbf{u})| = \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \log |\det \mathbf{W}| + \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \sum_{j=1}^n \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) \Rightarrow \\ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{W}} &= [\mathbf{W}^T]^{-1} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \sum_{j=1}^n \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Από τους n όρους του αθροίσματος $\sum_{j=1}^n \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right)$ μόνο ένας εξαρτάται από ένα συγκεκριμένο w_{ij} . Έτσι, κάθε στοιχείο του πίνακα-κλίση $\frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \sum_{j=1}^n \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right)$ υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση :

$$\frac{\partial}{\partial w_{ij}} \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) = \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) \quad (3.64)$$

όπου :

$$\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} = \frac{e^{-u_j}}{(1 + e^{-u_j})^2} = \hat{s}_j^2 \frac{1 - \hat{s}_j}{\hat{s}_j} = \hat{s}_j (1 - \hat{s}_j) \quad (3.65)$$

και

$$\frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) = \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \frac{e^{-u_j}}{(1 + e^{-u_j})^2} = \hat{s}_j (1 - \hat{s}_j) (1 - 2\hat{s}_j) x_i \quad (3.66)$$

Από τη διαίρεση της (3.65) διά την (3.64) προκύπτει :

$$\frac{\partial}{\partial w_{ij}} \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) = (1 - 2\hat{s}_j) x_i \quad (3.67)$$

Η τελική εξίσωση για τον πίνακα-κλίση $\frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \sum_{j=1}^n \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right)$ σχηματίζεται συνδυάζοντας τις εξισώσεις (3.67) για όλα τα στοιχεία του :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{W}} \sum_{j=1}^n \log \left(\frac{\partial \hat{s}_j}{\partial u_j} \right) = (\mathbf{1} - 2\hat{\mathbf{s}}) \mathbf{x}^T \quad (3.68)$$

Ο κανόνας μάθησης για τον πίνακα των συναπτικών βαρών \mathbf{W} μπορεί πλέον εύκολα να αποδειχθεί ότι είναι :

$$\Delta \mathbf{W} \propto \frac{\partial H}{\partial \mathbf{W}} = [\mathbf{W}^T]^{-1} + (\mathbf{1} - 2\hat{\mathbf{s}}) \mathbf{x}^T \quad (3.69)$$

Με παρόμοιο τρόπο προκύπτει και ο κανόνας μάθησης για το διάνυσμα των κατωφλικών βαρών, ο οποίος είναι :

$$\Delta \mathbf{w}_0 \propto \mathbf{1} - 2\hat{\mathbf{s}} \quad (3.70)$$

3.5 Στάδια προεπεξεργασίας της μεθόδου ICA (ICA preprocessing)

Στάδιο κεντραρίσματος των μεταβλητών (Centering the variables) [2]

Για λόγους απλοποίησης της θεωρίας της μεθόδου ICA αλλά και των αλγορίθμων ICA είναι επιθυμητό τόσο οι μεταβλητές-απαγωγές, όσο και οι μεταβλητές-συνιστώσες να έχουν μέση τιμή (ή μαθηματική προσδοκία) ίση με μηδέν. Το πρώτο από τα στάδια της προεπεξεργασίας, η οποία εφαρμόζεται πριν την κυρίως μέθοδο ICA, ονομάζεται στάδιο κεντραρίσματος (centering) και έχει ως σκοπό όλες οι μεταβλητές να αποκτήσουν μηδενική μέση τιμή. Κατά το στάδιο αυτό, από κάθε μεταβλητή-απαγωγή αφαιρείται η μέση της τιμή. Αν \mathbf{x} το αρχικό διάνυσμα των μεταβλητών-απαγωγών και $E\{\mathbf{x}\}$ η μέση του τιμή, δηλαδή το διάνυσμα με στοιχεία τις μέσες τιμές των στοιχείων (μεταβλητές) του \mathbf{x} , τότε, μετά το στάδιο κεντραρίσματος, το νέο διάνυσμα \mathbf{x}' των μεταβλητών-απαγωγών, που προκύπτει, ισούται με:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - E\{\mathbf{x}\} \quad (3.71)$$

Με τον τρόπο αυτό μηδενική μέση τιμή αποκτούν ταυτόχρονα και οι μεταβλητές-συνιστώσες αφού για το νέο διάνυσμα \mathbf{s}' των μεταβλητών-συνιστωσών ισχύει:

$$\mathbf{s}' = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{x}' = \mathbf{A}^{-1} \cdot (\mathbf{x} - E\{\mathbf{x}\}) = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{A}^{-1} \cdot E\{\mathbf{x}\} = \mathbf{s} - E\{\mathbf{s}\} \quad (3.72)$$

Από το στάδιο κεντραρίσματος μένει ανεπιπρόσβλητος τόσο ο πίνακας μετασχηματισμού \mathbf{A} , όσο και η διαδικασία κατασκευής της προσέγγισης $\hat{\mathbf{W}}$ του πίνακα $\mathbf{W}=\mathbf{A}^{-1}$. Αφού ανακατασκευαστεί το κεντραρισμένο διάνυσμα των μεταβλητών-συνιστωσών \mathbf{s}' , δηλαδή αφού κατασκευαστεί το $\hat{\mathbf{s}}'$, το $\hat{\mathbf{s}}$ προκύπτει με πρόσθεση του διανύσματος $\hat{\mathbf{W}} \cdot E\{\mathbf{x}\}$.

$$\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}' + \hat{\mathbf{W}} \cdot E\{\mathbf{x}\} \quad (3.73)$$

Στάδιο λεύκανσης (Whitening) [2]

Ένα μηδενικής μέσης τιμής διάνυσμα μεταβλητών (ή ένα μη μηδενικής μέσης τιμής διάνυσμα μεταβλητών, που έχει υποστεί διαδικασία κεντραρίσματος) $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_m]^T$ ονομάζεται λευκό, αν όλα τα στοιχεία του (μεταβλητές) έχουν διακύμανση (variance) ίση με ένα :

$$\text{var}(z_i) = E\{(z_i - E\{z_i\})^2\} = 1 \text{ για κάθε } z_i \text{ που ανήκει στο } \mathbf{z}$$

και είναι ανά δύο ασυσχέτιστα :

$$\text{cov}(z_i, z_j) = E\{(z_i - E\{z_i\}) \cdot (z_j - E\{z_j\})\} = 0 \text{ για κάθε } z_i, z_j \text{ που ανήκει στο } \mathbf{z} \text{ και για } z_i \neq z_j$$

Ο πίνακας συνδιακύμανσης ενός λευκού διανύσματος ισούται με το μοναδιαίο πίνακα \mathbf{I} :

$$E\{\mathbf{z} \cdot \mathbf{z}^T\} = \begin{bmatrix} E\{(z_1 - E\{z_1\})(z_1 - E\{z_1\})\} & E\{(z_1 - E\{z_1\})(z_2 - E\{z_2\})\} & \cdots & E\{(z_1 - E\{z_1\})(z_n - E\{z_n\})\} \\ E\{(z_2 - E\{z_2\})(z_1 - E\{z_1\})\} & E\{(z_2 - E\{z_2\})(z_2 - E\{z_2\})\} & \cdots & E\{(z_2 - E\{z_2\})(z_n - E\{z_n\})\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E\{(z_n - E\{z_n\})(z_1 - E\{z_1\})\} & E\{(z_n - E\{z_n\})(z_2 - E\{z_2\})\} & \cdots & E\{(z_n - E\{z_n\})(z_n - E\{z_n\})\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{var}(z_1) & \text{cov}(z_1, z_2) & \cdots & \text{cov}(z_1, z_n) \\ \text{cov}(z_2, z_1) & \text{var}(z_2) & \cdots & \text{cov}(z_2, z_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(z_n, z_1) & \text{cov}(z_n, z_2) & \cdots & \text{var}(z_n) \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

Η λεύκανση (whitening) ενός διανύσματος \mathbf{x} επιτυγχάνεται με τον πολλαπλασιασμό του με κατάλληλο «πίνακα λεύκανσης» \mathbf{V} , έτσι ώστε το νέο διάνυσμα \mathbf{z} που θα προκύψει να είναι λευκό:

$$\mathbf{z} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{x} \quad (3.74)$$

Μία πολύ δημοφιλής μέθοδος λεύκανσης βασίζεται στην ανάλυση ιδιοτιμής (eigenvalue decomposition - EVD) του πίνακα συνδιακύμανσης του διανύσματος \mathbf{x} :

$$E\{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T\} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}^T \quad (3.75)$$

όπου \mathbf{E} : ο ορθογώνιος ($\mathbf{E}^T = \mathbf{E}$) πίνακας των ιδιοδιανυσμάτων του $E\{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T\}$ και $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_m)$: ο διαγώνιος πίνακας των ιδιοτιμών d_1, d_2, \dots, d_m του πίνακα συνδιακύμανσης.

Ο πίνακας λεύκανσης \mathbf{V} υπολογίζεται τώρα ως εξής :

$$\mathbf{V} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^{-1/2} \cdot \mathbf{E}^T \quad (3.76)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{D}^{-1/2}$ υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\mathbf{D}^{-1/2} = \text{diag}(d_1^{-1/2}, d_2^{-1/2}, \dots, d_m^{-1/2})$$

Ο πίνακας λεύκανσης που κατασκευάζεται με αυτόν τον τρόπο είναι γνωστός ως $E\{\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}^T\}^{-1/2}$ ή $\mathbf{C}^{-1/2}$.

Η διαδικασία λεύκανσης του διανύσματος των μεταβλητών-απαγωγών εφαρμόζεται ακριβώς πριν από την κυρίως μέθοδο ICA και αποτελεί το δεύτερο και σημαντικότερο στάδιο προεπεξεργασίας των δεδομένων.

Το λευκό διάνυσμα των μεταβλητών-απαγωγών \mathbf{z} , που προκύπτει μετά το στάδιο λεύκανσης, συνδέεται πλέον με το διάνυσμα των μεταβλητών-συνιστωσών με έναν νέο πίνακα μετασχηματισμού $\tilde{\mathbf{A}}$:

$$\mathbf{z} = \mathbf{V}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{V}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{s} = \tilde{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{s} \quad (3.77)$$

Ο νέος αυτός πίνακας μετασχηματισμού είναι ορθογώνιος αφού ισχύει :

$$E\{\mathbf{z}\cdot\mathbf{z}^T\} = \mathbf{I} \Rightarrow E\{\tilde{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{s}\cdot\mathbf{s}^T\cdot\tilde{\mathbf{A}}^T\} = \mathbf{I} \Rightarrow \tilde{\mathbf{A}}\cdot E\{\mathbf{s}\cdot\mathbf{s}^T\}\cdot\tilde{\mathbf{A}}^T = \mathbf{I} \Rightarrow \tilde{\mathbf{A}}\cdot\tilde{\mathbf{A}}^T = \mathbf{I}$$

Η ορθογωνιότητα του νέου πίνακα μετασχηματισμού $\tilde{\mathbf{A}}$ μειώνει σε μεγάλο βαθμό την πολυπλοκότητα του προβλήματος κατασκευής της προσέγγισης του αντίστροφου πίνακα μετασχηματισμού. Πλέον αντί για τα n^2 στοιχεία του πίνακα $\hat{\mathbf{W}}\sim\mathbf{W}=\mathbf{A}^{-1}$ πρέπει να υπολογίσουμε τα στοιχεία του ορθογώνιου πίνακα $\hat{\mathbf{W}}\sim\tilde{\mathbf{W}}=\tilde{\mathbf{A}}^{-1}$, δηλαδή ενός πίνακα με $n(n-1)/2$ βαθμούς ελευθερίας. Κοντολογίς, μετά το στάδιο λεύκανσης, οι παράμετροι, που πρέπει να υπολογιστούν στο στάδιο της κυρίως ανάλυσης ICA, σχεδόν υποδιπλασιάζονται.

3.6 Βιβλιογραφία

- (1) C.J.James, C.W.Hesse. Independent Component Analysis for biomedical signals. Physiological Measurement 26, R15-R39. 2005.
Ref Type: Journal (Full)
- (2) A.Hyvarinen, J.Karhunen, E.Oja. Independent Component Analysis. 2001.
- (3) A.Hyvarinen, E.Oja. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis. Neural Computing 1997; 9:1483-1492.
- (4) A.J.Bell, T.J.Sejnowski. An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. Neural Computing 1995; 7:1129-1159.
- (5) Σ.Γ.Τζαφέστας. Υπολογιστική Νοημοσύνη : Μεθοδολογίες. 2002.

Κεφάλαιο **4**

Εφαρμογές της μεθόδου ICA στο ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών

4.1 Εφαρμογές της μεθόδου ICA με στόχο την πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων

4.1.1 Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε συνδυασμό με μη γραμμικές μεθόδους

Τα νευρωνικά δίκτυα, που αποτελούν τον εγκέφαλο, είναι πολύπλοκες, μη γραμμικές δομές. Συνεπώς, οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους αναμένεται να έχουν έναν, επίσης, μη γραμμικό χαρακτήρα. Σ' αυτό ακριβώς το γεγονός, βασίστηκε η ιδέα της χρήσης των κλασσικών μη γραμμικών μεθόδων (Traditional Nonlinear Methods – TNM's) στις κυματομορφές του ΗΕΓ, με στόχο την πρόβλεψη των επιληπτικών κρίσεων. Μέσα στα επόμενα χρόνια πιστεύεται πως, μέσω της ποσοτικοποίησης των μεταβολών των μη γραμμικών μεγεθών, στο χρονικό

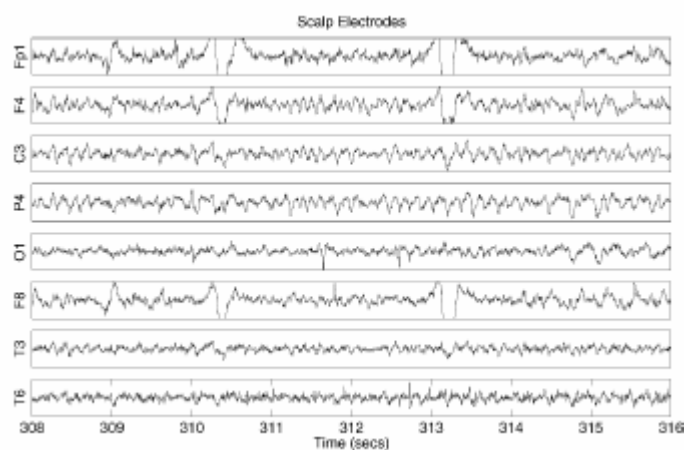
διάστημα, που προηγείται της κρίσης (προ-κριτικό διάστημα, pre-ictal period), το πρόβλημα της πρόβλεψης κρίσεων θα έχει λυθεί.

Στην μελέτη των J. Corsini, L. Shoker, S. Sanei [1] χρησιμοποιήθηκε η μη γραμμική μέθοδος του υπολογισμού του μέγιστου εκθέτη Lyapunov (largest Lyapunov exponent). Η μέθοδος αυτή δεν εφαρμόστηκε μόνο σε εν τω βάθει καταγραφές ΗΕΓ, όπως γενικά συνηθίζεται, αλλά και σε καταγραφές επιφανειακού ΗΕΓ, οι οποίες είχαν προηγουμένως υποστεί την ανάλυση ICA. Στόχος της μελέτης ήταν, μέσω της σύγκρισης αποτελεσμάτων, να αποδείξει πως οι σχετικές με την επιληψία, συνιστώσες, που προέρχονται από την εφαρμογή της μεθόδου ICA επιφανειακού ΗΕΓ, μπορούν, στο μέλλον, να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά των εν τω βάθει καταγραφών και να απαλλάξουν, έτσι, τον ασθενή από το επώδυνο εν τω βάθει ΗΕΓ.

Στη συγκεκριμένη μελέτη, της μεθόδου ICA προηγήθηκε ένα στάδιο καθαρισμού (αφαίρεση baseline-φιλτράρισμα) του επιφανειακού ΗΕΓ από τις επιδράσεις των διάφορων τεχνικών σφαλμάτων, που περιλαμβάνει.

Για την εφαρμογή της μεθόδου ICA, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος SOBI, ένας αλγόριθμος, που βασίζεται στα δεύτερης τάξης στατιστικά μεγέθη των δεδομένων [2]. Ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να εφαρμοστεί σε χρονικά παράθυρα δεδομένων, περιορισμένου εύρους. Το γεγονός αυτό, αν συνδυαστεί με την απαίτηση οι μη γραμμικές μέθοδοι να εφαρμόζονται σε καταγραφές ΗΕΓ μεγάλης διάρκειας, δημιουργεί πρόβλημα ασυνέχειας. Το πρόβλημα αυτό χωρίζεται σε δύο επιμέρους προβλήματα: το πρόβλημα της αντιμετάθεσης και το πρόβλημα της διακύμανσης. Καθώς ο αλγόριθμος μεταβαίνει από το ένα χρονικό παράθυρο στο άλλο, η σειρά με την οποία οι συνιστώσες προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου ICA μεταβάλλεται (πρόβλημα της αντιμετάθεσης). Επίσης, με τη μετάβαση του αλγόριθμου από το ένα παράθυρο στο άλλο, η ίδια συνιστώσα μπορεί να μεταβάλλει το πλάτος της ή και το πρόσημό της, δηλαδή να μεταβάλλει τη διακύμανσή της (πρόβλημα διακύμανσης). Το πρόβλημα της ασυνέχειας αντιμετωπίστηκε με μία τεχνική, η οποία βασίστηκε στην επιλογή των διαδοχικών χρονικών παραθύρων, με τέτοιο τρόπο, ώστε να συμπίπτουν εν μέρει και στη χρήση, ως μέτρο ομοιότητας μεταξύ των συνιστωσών, που προκύπτουν σε κάθε χρονικό παράθυρο, του συντελεστή ετεροσυσχέτισης (cross-correlation coefficient).

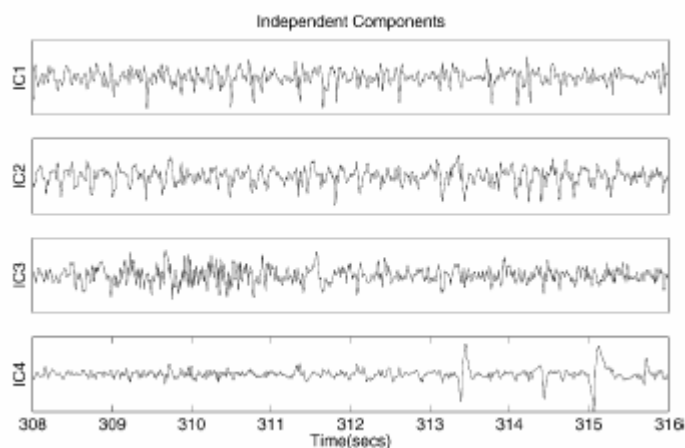
Στο σχήμα 4.1 απεικονίζονται ενδεικτικά 8 (από τις συνολικά 16) κυματομορφές του επιφανειακού ΗΕΓ, που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια της επιληπτικής κρίσης.



Σχήμα 4.1: Κυματομορφές επιφανειακού ΗΕΓ κατά τη διάρκεια της κρίσης [1]

Από τις κυματομορφές των 16 ανεξάρτητων συνιστωσών, που προέκυψαν μετά την εφαρμογή της μεθόδου ICA στο επιφανειακό ΗΕΓ, στο σχήμα 4.2 απεικονίζονται ενδεικτικά οι 4. Όπως μπορεί να παρατηρηθεί από τις 4 κυματομορφές των συνιστωσών μόνο οι δύο

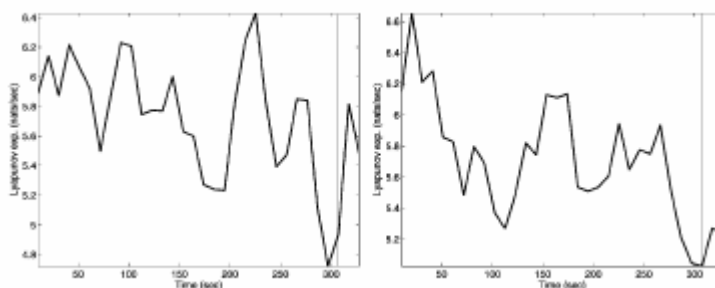
πρώτες (IC1, IC2) αποτυπώνουν την επιληπτική διαταραχή, δηλαδή σχετίζονται με την επιληπτική κρίση. Αυτές είναι και οι συνιστώσες στις οποίες εφαρμόστηκε η μη γραμμική μέθοδος υπολογισμού του μέγιστου εκθέτη Lyapunov. Όπως, λοιπόν, γίνεται φανερό, στη συγκεκριμένη μελέτη, η επιλογή των επιληπτικών συνιστωσών βασίστηκε σε υποκειμενικά κριτήρια (παρατήρηση των κυματομορφών και αναζήτηση σε αυτές συγκεκριμένων χαρακτηριστικών)



Σχήμα 4.2: Κυματομορφές ανεξάρτητων συνιστωσών επιφανειακού ΗΕΓ [1]

Τα ΗΕΓ (εν τω βάθει και επιφανειακά), που χρησιμοποιήθηκαν στην εφαρμογή, προήλθαν από ασθενείς, που πάσχουν από εστιακή επιληψία. Από τις 14 συνολικά περιπτώσεις, που μελετήθηκαν, στις 11 τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μη γραμμικής μεθόδου στις εν τω βάθει καταγραφές πλησιάζουν πολύ τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου στις επιληπτικές συνιστώσες των επιφανειακών καταγραφών.

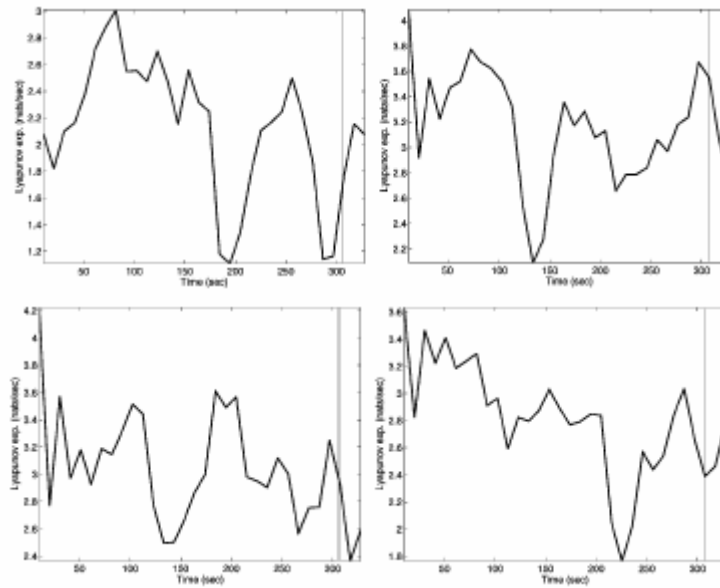
Στο σχήμα 4.3 απεικονίζονται οι μεταβολές με το χρόνο του μέγιστου εκθέτη Lyapunov λ_1 . Το σχήμα αφορά σε δύο εν τω βάθει καταγραφές ΗΕΓ, που προήλθαν από ηλεκτρόδια τοποθετημένα στην περιοχή της επιληπτικής εστίας. Η κάθετη γραμμή υποδεικνύει την έναρξη της κρίσης (306 sec). Όπως παρατηρείται ο εκθέτης Lyapunov, αρκετά πριν την έναρξη της κρίσης, παρουσιάζει μια αισθητή πτώση, η οποία μάλιστα καταλήγει σε ολικό ελάχιστο, λίγο πριν την έναρξη (300sec). Το συμπέρασμα που απορρέει, είναι ότι μέσω του υπολογισμού της ποσότητας λ_1 στις εν τω βάθει καταγραφές, κατορθώνεται η πρόβλεψη της επιληπτικής κρίσης.



Σχήμα 4. 3: Διάγραμμα μεταβολής λ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο για εν τω βάθει καταγραφές ΗΕΓ [1]

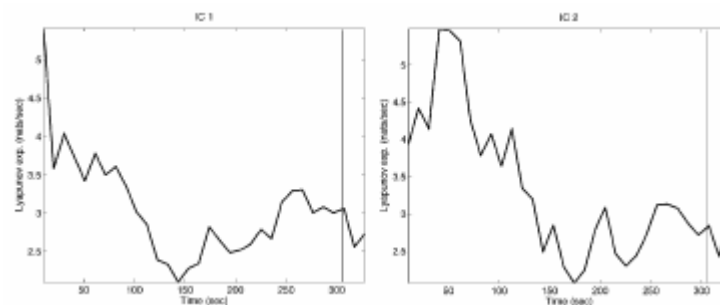
Στο σχήμα 4.4 απεικονίζονται οι μεταβολές με το χρόνο του λ_1 σε τέσσερις καταγραφές ΗΕΓ επιφανείας. Όπως γίνεται φανερό, ο εκθέτης Lyapunov παρουσιάζει ακανόνιστες

διακυμάνσεις. Άρα, ο υπολογισμός της ποσότητας λ_1 στις καταγραφές ΗΕΓ επιφανείας, δεν προσφέρει καμία πληροφορία σχετική με την επιληπτική κρίση.



Σχήμα 4.4: Διάγραμμα μεταβολής λ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο για επιφανειακές καταγραφές ΗΕΓ [1]

Στο σχήμα 4.5 απεικονίζονται οι μεταβολές με το χρόνο του λ_1 σε δύο επιληπτικές συνιστώσες του ΗΕΓ επιφανείας. Όπως γίνεται φανερό, η πρόβλεψη της επιληπτικής κρίσης κατορθώνεται και μέσω του υπολογισμού της ποσότητας λ_1 στις επιληπτικές συνιστώσες. Μάλιστα, ο εκθέτης Lyapunov, φτάνει στο ολικό του μέγιστο πολύ πριν την έναρξη της κρίσης (IC1:150/IC2:175 sec) και μετά, μέχρι το τέλος του διαγράμματος, συνεχίζει να παίρνει χαμηλές τιμές.



Σχήμα 4. 5: Διάγραμμα μεταβολής λ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο για τις επιληπτικές συνιστώσες του επιφανειακού ΗΕΓ [1]

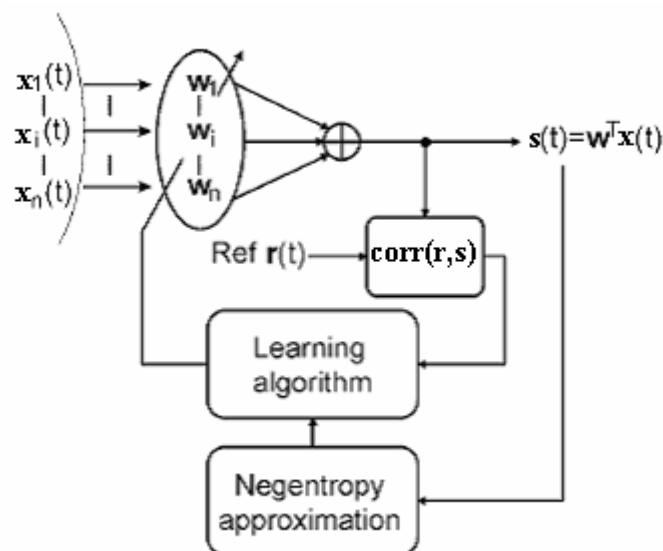
Συμπερασματικά, από τα σχήματα 4.3, 4.5 διαπιστώνεται πως οι συνιστώσες της ανάλυσης ICA σε επιφανειακό ΗΕΓ μπορούν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά των εν τω βάθει καταγραφών ΗΕΓ όσον αφορά στην εφαρμογή μη γραμμικών μεθόδων και μάλιστα παρέχουν, σε σχέση με τις εν τω βάθει καταγραφές, βελτιωμένα αποτελέσματα.

4.1.2 Εφαρμογή της μεθόδου ICA με στόχο την απομόνωση της, σχετικής με την επιληπτική κρίση, συνιστώσας

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, στην μελέτη που πραγματοποιήθηκε από τους J. Corsini, L. Shoker, S. Sanei η επιλογή των συνιστωσών που σχετίζονται με την επιληπτική κρίση στηρίχθηκε σε υποκειμενικά κριτήρια (παρατήρηση των κυματομορφών και αναζήτηση σε αυτές συγκεκριμένων χαρακτηριστικών). Το φαινόμενο της υποκειμενικής επιλογής των συνιστωσών που ενδιαφέρουν, δεν παρατηρείται μόνο στη μελέτη των J. Corsini, L. Shoker, S. Sanei αλλά γενικεύεται [1;3-7] και αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους περιορισμούς της εφαρμογής της μεθόδου ICA σε πραγματικά δεδομένα ΗΕΓ (βλ. και παράγραφο 3.2). Οι μελέτες που παρουσιάζονται στην παρούσα παραγραφή προτείνουν λύσεις σ' αυτόν ακριβώς τον περιορισμό. Με άλλα λόγια οι παρακάτω μελέτες επιχειρούν να θέσουν αντικειμενικά κριτήρια επιλογής.

Στη μελέτη της εφαρμογής της μεθόδου ICA με στόχο την απομόνωση της, σχετικής με την επιληπτική κρίση, συνιστώσας, που έλαβε χώρα το 2002, από τους O. Gibson και C. J. James [8], χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος cICA. Ο επαναληπτικός αυτός αλγόριθμος, που περιγράφηκε για πρώτη φορά το 2001 από τους W. Lu και C. J. Rajapakse [9], αντίθετα με τους αλγόριθμους ICA, που βασίζονται σε τεχνικές HOS και που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 3.3, έχει ως στόχο την ανακατασκευή ενός μόνο σήματος-συνιστώσας.

Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος cICA περιγράφει ένα νευρωνικό δίκτυο, του οποίου ο κανόνας μάθησης ενημερώνει τα στοιχεία του διανύσματος των συναπτικών βαρών, $\hat{\mathbf{w}}$, με στόχο τόσο τη μεγιστοποίηση της διαφορικής εντροπίας (differential entropy) της συνιστώσας που θα προκύψει όσο και τη μεγιστοποίηση της συσχέτισης (correlation) μεταξύ της συνιστώσας αυτής και κάποιου σήματος-αναφοράς (reference). Το σήμα-αναφορά προκύπτει από τα σήματα-απαγωγές του ΗΕΓ, μετά από κάποιο στάδιο επεξεργασίας [10].

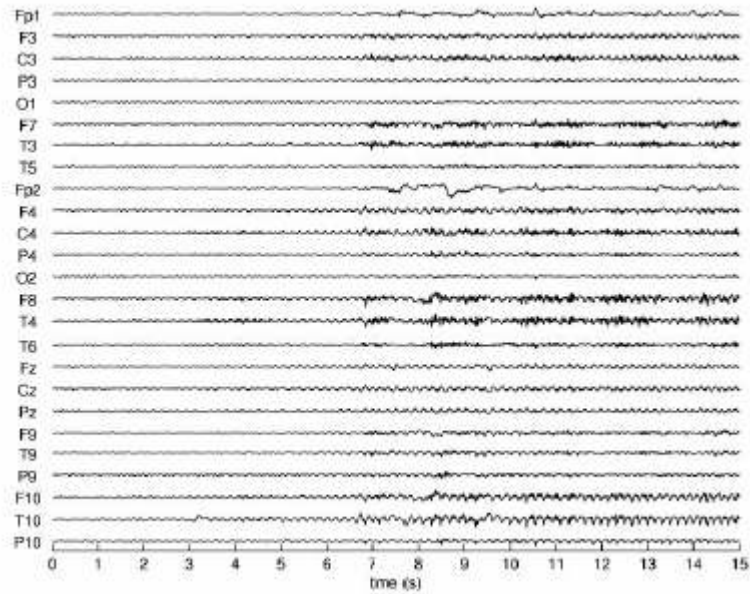


Σχήμα 4. 6: Διάγραμμα ροής του αλγόριθμου cICA [10]

Ο αλγόριθμος αυτός εφαρμόστηκε σε δεδομένα ΗΕΓ, τα οποία συμπεριλάμβαναν την έναρξη εκδήλωσης επιληπτικής κρίσης και τα οποία δεν είχαν υποστεί τη διαδικασία λεύκανσης (pre-whitened EEG).

Όπως παρατηρείται στο σχήμα 4.7 των κυματομορφών ΗΕΓ, μετά το 7^ο δευτερόλεπτο, εκδηλώνεται, σε όλα περίπου τα σήματα-απαγωγές, επιληπτική διαταραχή. Η διαταραχή αυτή αποτυπώνεται σε κάποια σήματα-απαγωγές (T10, F10, F8) λίγο πιο νωρίς κι αυτό οφείλεται

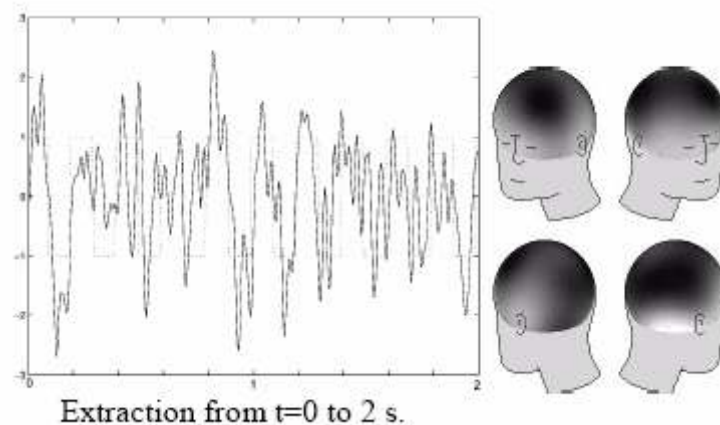
στο ότι τα ηλεκτρόδια των συγκεκριμένων απαγωγών είναι τοποθετημένα στην περιοχή προέλευσης της επιληπτικής κρίσης (δεξιός κροταφικός λοβός).



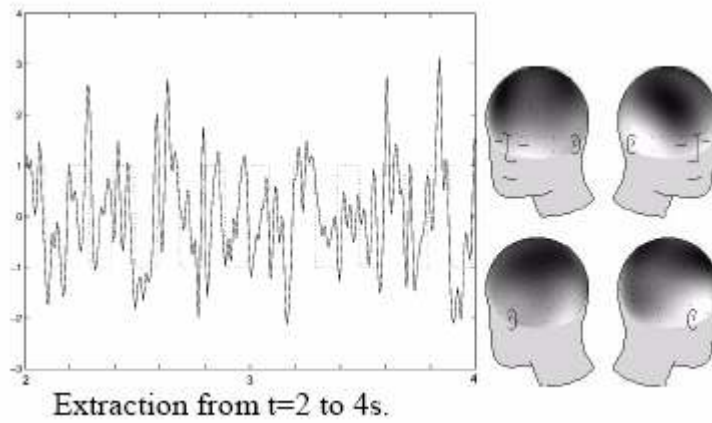
Σχήμα 4.7: Κυματομορφές ΗΕΓ στις οποίες εκδηλώνεται επιληπτική διαταραχή [8]

Επειδή σκοπός της συγκεκριμένης μελέτης ήταν η απομόνωση της, σχετικής με την επιληπτική κρίση, συνιστώσας, το σήμα-αναφορά έπρεπε να είναι σχετικό με την κρίση. Για το λόγο αυτό, από την κυματομορφή κάποιου σήματος-απαγωγής απομονώθηκε ένα, εσωτερικό της διαταραχής, τμήμα (13-15 sec) και μετά, με βάση αυτό, κατασκευάστηκε περιοδική τετραγωνική παλμοσειρά. Η παλμοσειρά αυτή είχε συχνότητα, φάση και διάρκεια ίση με αυτήν του τμήματος και χρησιμοποιήθηκε στον αλγόριθμο ως αναφορά. Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι, καθ'όλη τη διάρκεια της κρίσης, η συχνότητα και η φάση της επιληπτικής διαταραχής υποτίθεται πως παραμένουν σταθερές.

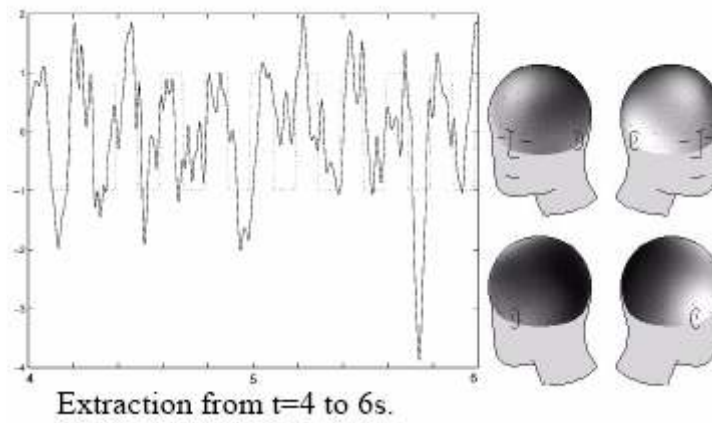
Ο αλγόριθμος cICA εφαρμόστηκε σε διαδοχικά τμήματα των δεδομένων, διάρκειας 2 sec το καθένα, από την αρχή έως την εκδήλωση της κρίσης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν, δηλαδή οι κυματομορφές και οι τοπογραφικοί χάρτες της μοναδικής συνιστώσας στα διάφορα χρονικά διαστήματα, φαίνονται στα σχήματα 4.8-4.11. Μέσω της παρατήρησης των σχημάτων, συμπεραίνεται πως η συνιστώσα-αποτέλεσμα του cICA σχετίζεται με την επιληπτική κρίση. Οι κυματομορφές της αποτυπώνουν την επιληπτική διαταραχή ενώ οι χάρτες της αποδεικνύουν επίδραση κυρίως στην περιοχή του δεξιού κροτάφου.



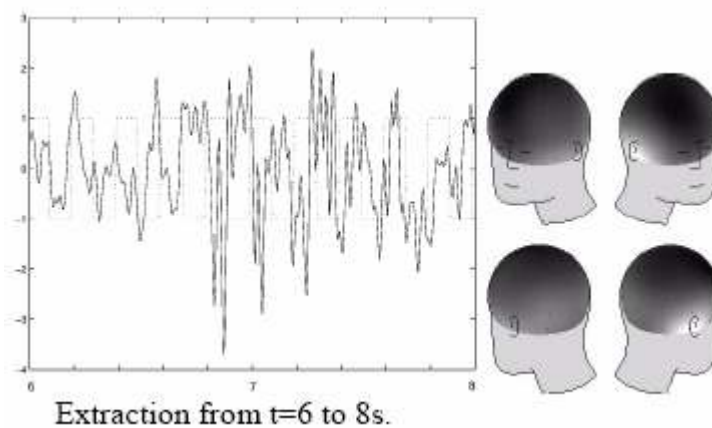
Σχήμα 4. 8: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (0-2 sec) [8]



Σχήμα 4.9: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (2-4 sec) [8]



Σχήμα 4.10: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (4-6 sec) [8]



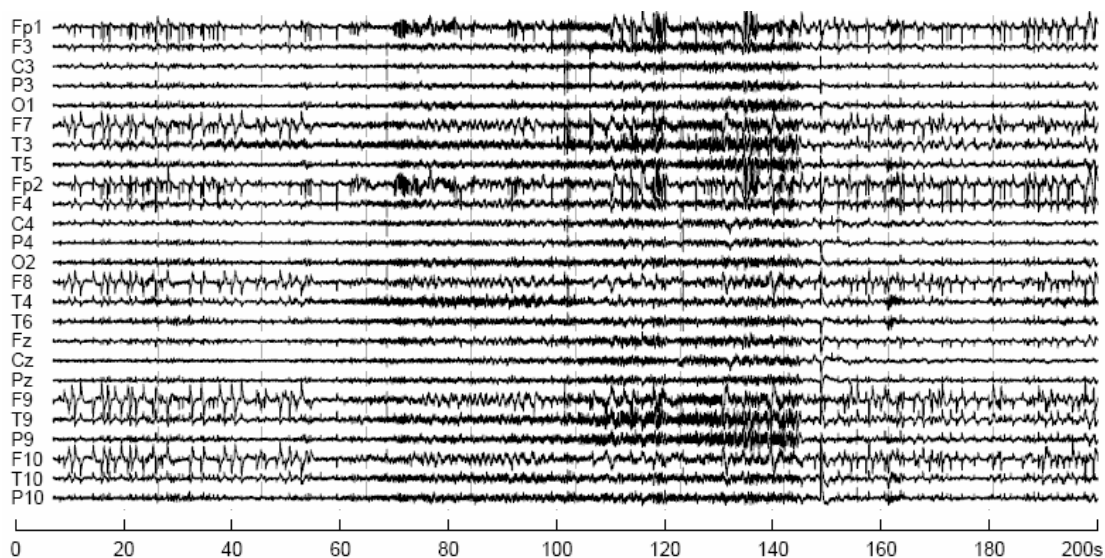
Σχήμα 4. 11: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας στο χρονικό διάστημα (6-8 sec) [8]

Στην πρόσφατη (2005) μελέτη της εφαρμογής της μεθόδου ICA με στόχο τον προσδιορισμό της, σχετικής με την επιληπτική κρίση, συνιστώσας, από τους C.W.Hesse και C.J.James [11], χρησιμοποιήθηκε η πληροφορία που περιέχουν οι τοπογραφικοί χάρτες των συνιστώσων.

Οι χάρτες αυτοί, καθένας εκ των οποίων εκφράζει την επίδραση μιας από τις συνιστώσες στα σήματα-απαγωγές του ΗΕΓ, κατασκευάζονται με βάση τις στήλες του πίνακα-προσέγγισης \hat{A} του θεωρητικού πίνακα μετασχηματισμού A . Ο πίνακας \hat{A} προκύπτει ως ο αντίστροφος του πίνακα-προσέγγισης \hat{W} του θεωρητικού πίνακα αντίστροφου μετασχηματισμού W .

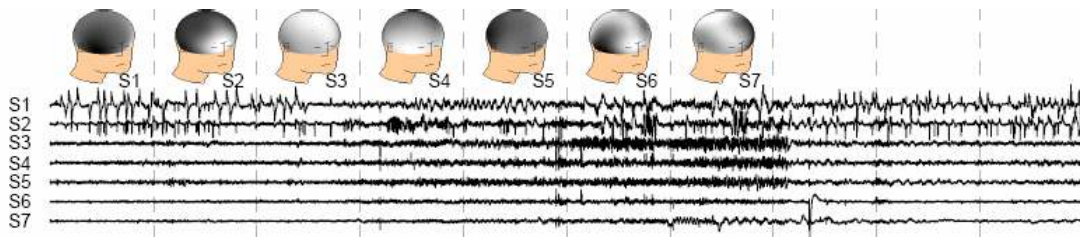
Η διαδικασία που ακολουθήθηκε είναι η εξής: Σε κάποιο τμήμα δεδομένων ΗΕΓ, το οποίο περιλαμβάνει επιληπτική κρίση, έγινε εφαρμογή της μεθόδου ICA. Από τις συνιστώσες που προέκυψαν απομονώθηκε (μέσω παρατήρησης) η επιληπτική συνιστώσα και κατασκευάστηκε ο τοπογραφικός της χάρτης, δηλαδή υπολογίστηκαν τα στοιχεία της αντίστοιχης στήλης του πίνακα \hat{A}_1 . Αμέσως μετά, έγινε εφαρμογή της μεθόδου ICA σε κάποιο άλλο τμήμα δεδομένων ΗΕΓ, το οποίο επίσης περιλαμβάνει επιληπτική κρίση. Για τις συνιστώσες που προέκυψαν κατασκευάστηκαν οι τοπογραφικοί τους χάρτες, δηλαδή υπολογίστηκαν τα στοιχεία των στηλών του πίνακα \hat{A}_2 . Η σύγκριση καθενός από τους χάρτες αυτούς με τον χάρτη της αρχικής επιληπτικής συνιστώσας (μέσω του υπολογισμού της συσχέτισης των στηλών) και ο εντοπισμός του μεγίστου ομοιότητας, οδήγησε στον εντοπισμό της επιληπτικής συνιστώσας του δεύτερου τμήματος δεδομένων. Επιπρόσθετα, διαπιστώθηκε πως το χρονικό διάστημα κατά το οποίο η συσχέτιση μεταξύ της στήλης της πρώτης επιληπτικής συνιστώσας και της στήλης της δεύτερης παίρνει τη μέγιστη τιμή της είναι ενδεικτικό του χρονικού διαστήματος της επιληπτικής διαταραχής.

Στο σχήμα 4.12 απεικονίζονται οι κυματομορφές των σημάτων-απαγωγών του δεύτερου τμήματος δεδομένων ΗΕΓ. Περίπου 100 sec μετά την έναρξη της καταγραφής, γίνεται φανερή η εκδήλωση επιληπτικής κρίσης. Είναι γνωστό πως η συγκεκριμένη κρίση προέρχεται από τον αριστερό κροταφικό λοβό.



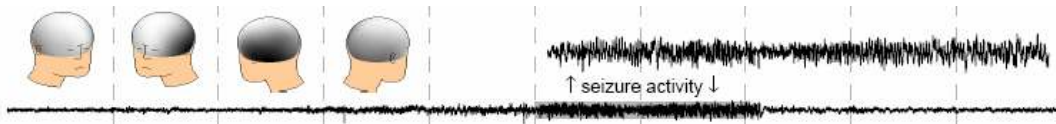
Σχήμα 4.12: Κυματομορφές των σημάτων-απαγωγών του δεύτερου τμήματος δεδομένων ΗΕΓ [11]

Στο σχήμα 4.13 απεικονίζονται οι κυματομορφές και οι τοπογραφικοί χάρτες των 7 από τις 25 συνολικά συνιστώσες που προέκυψαν κατά την ανάλυση ICA στο δεύτερο τμήμα των δεδομένων ΗΕΓ.



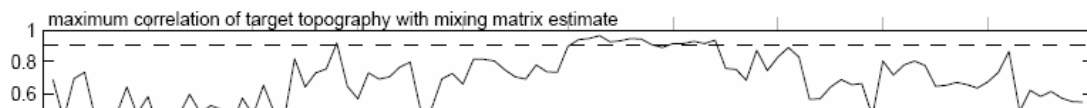
Σχήμα 4.13: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες των 7 από τις 25 ανεξάρτητες συνιστώσες [11]

Από τις 25 συνιστώσες, απομονώθηκε τελικά, μέσω της σύγκρισης των τοπογραφικών τους χαρτών με το χάρτη της επιληπτικής συνιστώσας του πρώτου τμήματος ΗΕΓ, αυτή που σχετίζεται με την επιληπτική κρίση. Η επιλογή κρίνεται επιτυχημένη, αφού κυματομορφή της συγκεκριμένης συνιστώσας αποτυπώνει την επιληπτική διαταραχή ενώ ο τοπογραφικός της χάρτης τοποθετεί την επίδρασή της κυρίως στα σήματα-απαγωγές του αριστερού κροτάφου (σχήμα 4.14).



Σχήμα 4.14: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της επιληπτικής συνιστώσας [11]

Στο σχήμα 4.15 απεικονίζεται ένα διάγραμμα της συνάρτησης της συσχέτισης μεταξύ των τοπογραφικών χαρτών των δύο επιληπτικών συνιστωσών (πρώτο και δεύτερο τμήμα δεδομένων ΗΕΓ), με το χρόνο. Όπως γίνεται αντιληπτό, η συσχέτιση παρουσιάζει μέγιστο στο χρονικό διάστημα, που εκδηλώνεται η επιληπτική διαταραχή.

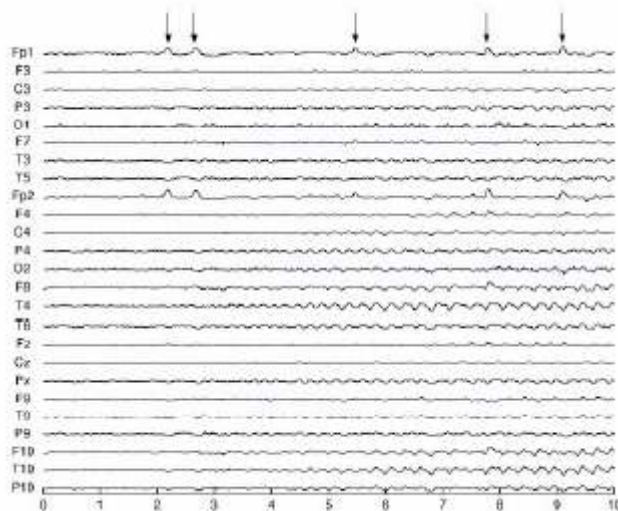


Σχήμα 4.15: Διάγραμμα της συνάρτησης της συσχέτισης των χαρτών των επιληπτικών συνιστωσών με το χρόνο [11]

4.2 Εφαρμογές της μεθόδου ICA με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων (artifacts)

Στην μελέτη της εφαρμογής της μεθόδου ICA με στόχο την απομάκρυνση τεχνικών σφαλμάτων (artifacts), που δημοσιεύτηκε το 2002 από τους O. Gibson και C. J. James [10], χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος constrained ICA (cICA), που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.1.2 (σχήμα 4.6).

Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε δεδομένα ΗΕΓ, τα οποία συμπεριλάμβαναν την επίδραση του εχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων (eye blinking artifact). Τα δεδομένα αυτά, οι κυματομορφές των οποίων απεικονίζονται στο σχήμα 4.16, εισήχθησαν στον αλγόριθμο cICA, χωρίς να υποστούν τη διαδικασία λεύκανσης (pre-whitened EEG). Όπως παρατηρείται από τις παρακάτω κυματομορφές, στα σήματα-απαγωγές, που αντιστοιχούν σε γειτονικά των ματιών ηλεκτρόδια (Fp1, Fp2), εκδηλώνονται κάποια αιχμηρά μέγιστα, τα οποία (όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.3) είναι ενδεικτικά της επίδρασης του συγκεκριμένου τεχνικού σφάλματος.



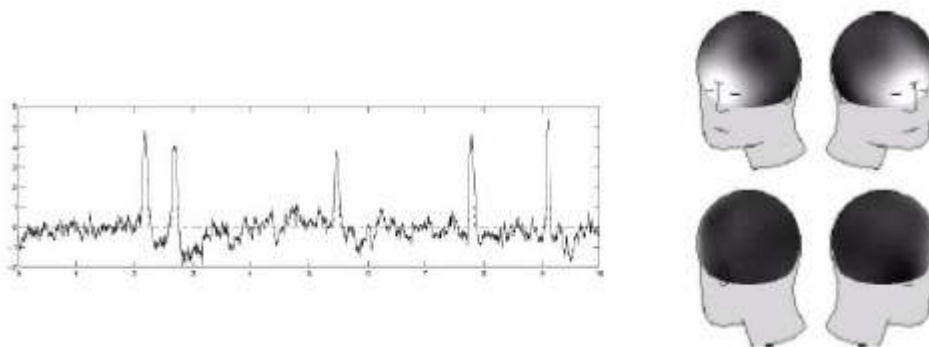
Σχήμα 4.16: Κυματομορφές ΗΕΓ. Η επίδραση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων είναι ορατή [10]

Επειδή αρχικός σκοπός της εφαρμογής ήταν η απομόνωση του τεχνικού σφάλματος, ως η συνιστώσα που προκύπτει από τον αλγόριθμο cICA, το σήμα-αναφορά έπρεπε να είναι σχετικό. Για το λόγο αυτό, κατασκευάστηκε με βάση το σήμα-κάνάλι Fp1, μέσω της τεχνικής της καταφλίωσης, η παλμοσειρά του σχήματος 4.17, η οποία χρησιμοποιήθηκε στον αλγόριθμο, ως σήμα-αναφορά.



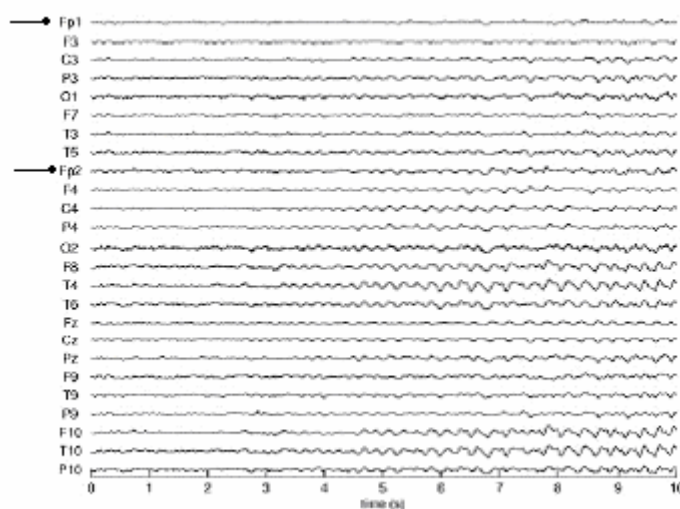
Σχήμα 4. 17: Παλμοσειρά-αναφορά του αλγόριθμου cICA για την απομάκρυνση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων

Ο αλγόριθμος cICA εφαρμόστηκε στο σύνολο των δεδομένων και τα αποτελέσματα που προέκυψαν, δηλαδή η κυματομορφή της μοναδικής συνιστώσας, αλλά και ο τοπογραφικός της χάρτης, φαίνονται στο σχήμα 4.18. Όπως παρατηρείται, η κυματομορφή παρουσιάζει τα χαρακτηριστικά μέγιστα του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων, ενώ οι τοπογραφικοί χάρτες αποδεικνύουν την αποκλειστική επίδραση της συνιστώσας στα κοντινά των ματιών σήματα-κάνάλια. Η απομόνωση του τεχνικού σφάλματος έχει επιτευχθεί.



Σχήμα 4.18: Κυματομορφή και τοπογραφικός χάρτης της συνιστώσας-τεχνικού σφάλματος [10]

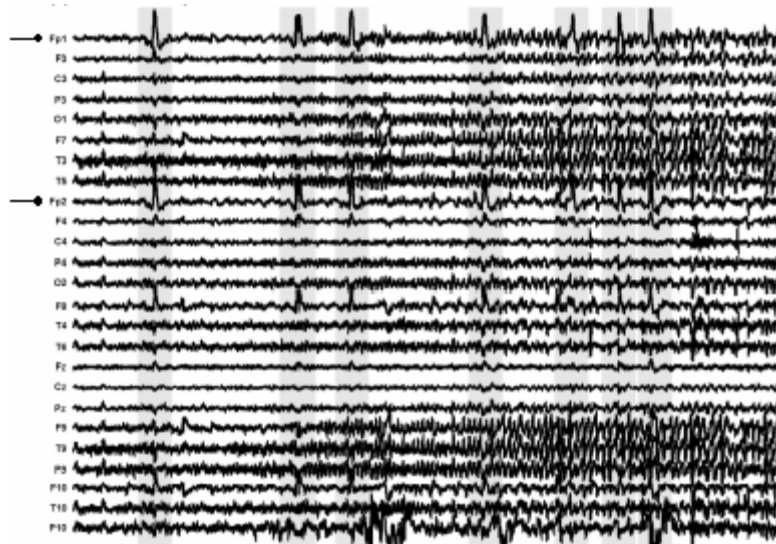
Μετά την απομόνωση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων, ακολούθησε η απομάκρυνσή του. Οι, απαλλαγμένες, πλέον, από την επιρροή του, κυματομορφές ΗΕΓ απεικονίζονται ακριβώς παρακάτω στο σχήμα 4.19. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, τα αιχμηρά μέγιστα, που χαρακτήριζαν τα σήματα-απαγωγές Fp1, Fp2, έχουν εξαφανιστεί. :



Σχήμα 4.19 : Κυματομορφές ΗΕΓ μετά την απομάκρυνση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων [10]

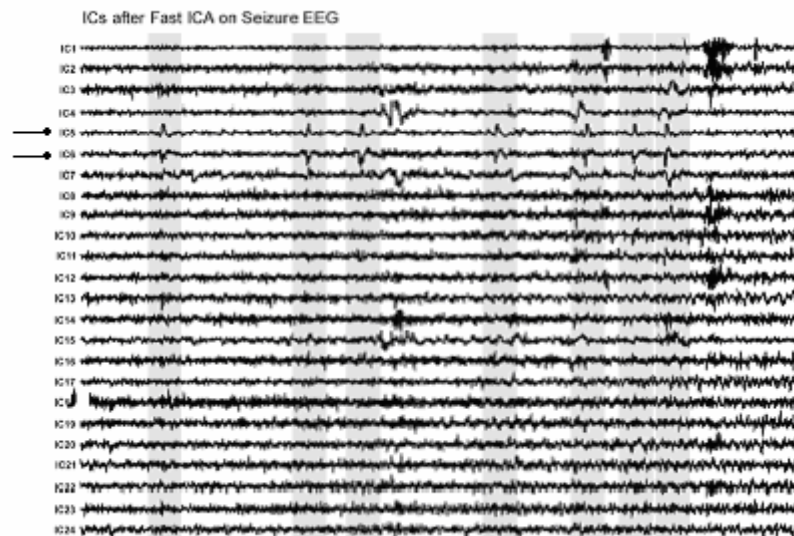
Στη μελέτη της εφαρμογής της ανάλυσης ICA με στόχο την απόρριψη artifacts, που δημοσιεύτηκε το 2003, πάλι από τους O. Gibson και C. J. James [12], χρησιμοποιήθηκε μια εναλλακτική μορφή του αλγόριθμου cICA. Αρχικά στα δεδομένα που συμπεριλάμβαναν επιδράσεις οφθαλμικών τεχνικών σφαλμάτων (ocular artifacts) εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος Fast ICA [13]. Από τις συνιστώσες που προέκυψαν, επιλέχθηκαν, μέσω σύγκρισης με σήματα-αναφορά παρόμοιο με αυτό του σχήματος 4.17, αυτές που αποτελούν τα οφθαλμικά τεχνικά σφάλματα.

Τα δεδομένα ΗΕΓ, που χρησιμοποιήθηκαν, περιείχαν την επίδραση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων (eye blinking artifact), καθώς και την έναρξη επιληπτικής κρίσης. Τα δεδομένα αυτά, οι κυματομορφές των οποίων απεικονίζονται στο σχήμα 4.20, πριν εισαχθούν στον αλγόριθμο cICA, δεν είχαν υποστεί τη διαδικασία λεύκανσης (pre-whitened EEG). Όπως παρατηρείται από τις παρακάτω κυματομορφές, στα σήματα-απαγωγές, που αντιστοιχούν σε γειτονικά των ματιών ηλεκτρόδια (Fp1, Fp2), εκδηλώνονται αιχμηρά μέγιστα, τα οποία (όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.3) είναι ενδεικτικά της επίδρασης του συγκεκριμένου artifact. Επίσης, σε όλα σχεδόν τα σήματα-κανάλια, στο διάστημα μεταξύ 5-7 sec, ξεκινά η εκδήλωση επιληπτικής διαταραχής.



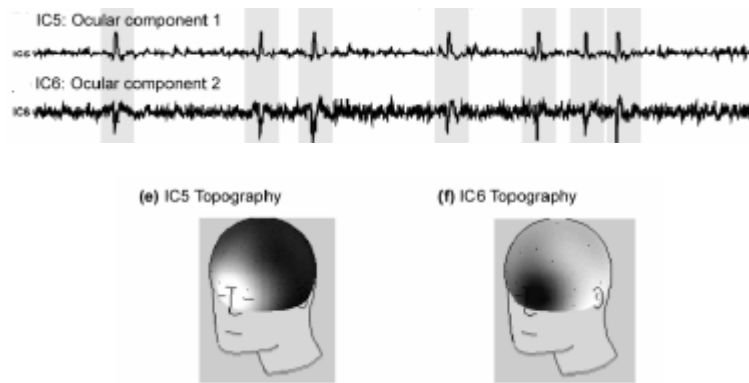
Σχήμα 4. 20: Κυματομορφές ΗΕΓ. Η επίδραση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων, αλλά και η εκδήλωση της επιληπτικής κρίσης είναι ορατές [12]

Στο σύνολο των δεδομένων ΗΕΓ εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος Fast ICA. Στο σχήμα 4.21 απεικονίζονται οι κυματομορφές όλων των συνιστωσών, που προέκυψαν.



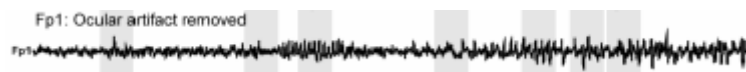
Σχήμα 4.21: Κυματομορφές ανεξάρτητων συνιστωσών, που προκύπτουν ως αποτέλεσμα του αλγόριθμου Fast ICA [12]

Μετά την εξαγωγή των παραπάνω συνιστωσών, απομονώθηκαν εκείνες (IC5, IC6), που παρουσίαζαν τη μεγαλύτερη συσχέτιση με το σήμα-αναφορά, που κατασκευάστηκε. Στο σχήμα 4.22 απεικονίζονται οι κυματομορφές αλλά και οι τοπογραφικοί χάρτες των συνιστωσών αυτών. Όπως μπορεί να παρατηρηθεί οι κυματομορφές περιλαμβάνουν τα χαρακτηριστικά αιχμηρά μέγιστα του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων. Επίσης, οι τοπογραφικοί χάρτες αποδεικνύουν την αποκλειστική επίδραση των συνιστωσών IC5, IC6 στα κοντινά των ματιών σήματα-απαγωγές. Τα δύο αυτά γεγονότα οδηγούν στο συμπέρασμα πως η απομόνωση των συγκεκριμένων τεχνικών σφαλμάτων ήταν επιτυχημένη.



Σχήμα 4.22: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες των τεχνικών σφαλμάτων του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων [12]

Μετά την απομόνωση των τεχνικών σφαλμάτων ακολουθεί η απομάκρυνσή τους. Στο σχήμα 4.23 απεικονίζεται η κυματομορφή του σήματος-απαγωγή Fp1, μετά την απομάκρυνση. Τα αιχμηρά μέγιστα είναι, πλέον, απόντα.

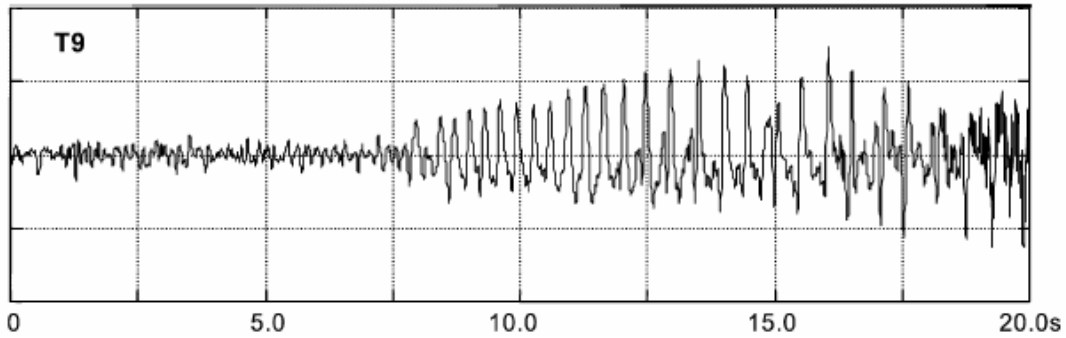


Σχήμα 4.23: Κυματομορφή του σήματος-απαγωγής Fp1 μετά την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων [12]

4.3 Εφαρμογή της μεθόδου ICA με στόχο την εξαγωγή πολλαπλών συνιστωσών από ένα μόνο σήμα-απαγωγή ΗΕΓ

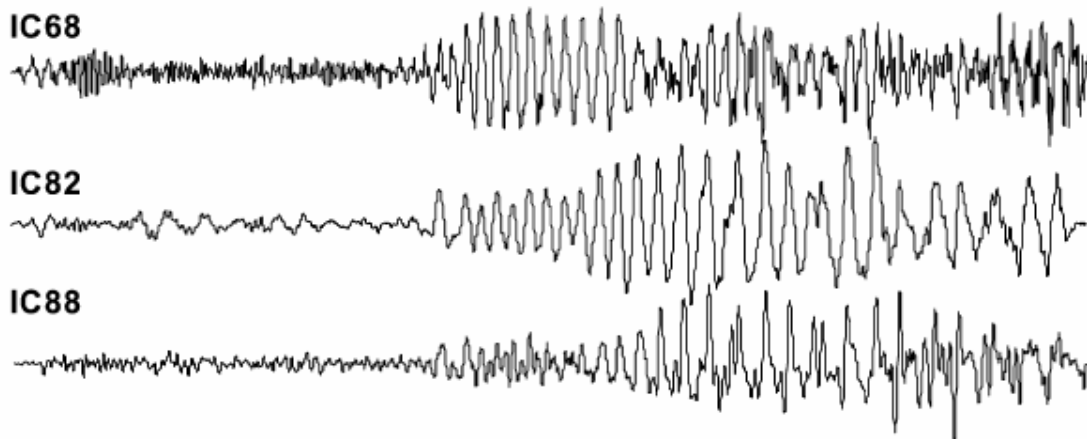
Στόχο της συγκεκριμένης μελέτης των C.J. James και D. Lowe [3] αποτέλεσε η εξαγωγή πολλαπλών συνιστωσών από ένα μόνο σήμα-απαγωγή του ΗΕΓ. Αυτό επιτεύχθηκε μέσω του συνδυασμού της μεθόδου της δυναμικής ενσωμάτωσης (dynamical embedding - DE) με τη μέθοδο ICA. Ο συνδυασμός αυτός, αρχικά, περιλαμβάνει την κατασκευή, με βάση μόνο τη γνώση του σήματος-απαγωγής, ενός κατάλληλου πίνακα ενσωμάτωσης (embedding matrix) και στη συνέχεια την εφαρμογή, στον πίνακα αυτό, του αλγόριθμου Fast ICA [13]. Μέσω του συγκεκριμένου συνδυασμού, έγινε εξαγωγή συνιστωσών σχετικών με την επιληψία αλλά και συνιστωσών-τεχνικών σφαλμάτων (οφθαλμικά τεχνικά σφάλματα, τεχνικό σφάλμα του καρδιακού παλμού). Η επιλογή των συνιστωσών, που ενδιαφέρουν, βασίστηκε σε υποκειμενικά κριτήρια (παρατήρηση των κυματομορφών και αναζήτηση σε αυτές συγκεκριμένων χαρακτηριστικών).

Στη μελέτη χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα επιφανειακού ΗΕΓ, τα οποία συμπεριλάμβαναν την έναρξη εκδήλωσης επιληπτικής κρίσης, προερχόμενης από τον αριστερό κροταφικό λοβό. Στα δεδομένα αυτά εφαρμόστηκε η μέθοδος ICA και προέκυψαν οι ανεξάρτητες συνιστώσες. Στη συνέχεια από τα δεδομένα απομονώθηκε το σήμα-απαγωγή T9. Στο σχήμα 4.24 απεικονίζεται η κυματομορφή του συγκεκριμένου σήματος. Όπως γίνεται φανερό, η εκδήλωση της επιληπτικής διαταραχής ξεκινά τη χρονική στιγμή 7sec



Σχήμα 4. 24: Κυματομορφή σήματος-απαγωγής T9 [3]

Στο σήμα-κάνάλι T9 εφαρμόστηκε ο συνδυασμός των μεθόδων DE – ICA. Στο σχήμα 4.25 απεικονίζονται οι κυματομορφές τριών, από τις συνιστώσες, που προέκυψαν. Οι κυματομορφές αυτές αποτυπώνουν την επιληπτική διαταραχή, άρα ανήκουν σε συνιστώσες, που σχετίζονται με την επιληπτική κρίση. Συγκρίνοντας τις συνιστώσες αυτές με τις αντίστοιχες τους, που προέκυψαν από την αρχική εφαρμογή της μεθόδου ICA στο σύνολο των σημάτων-απαγωγές ΗΕΓ, παρατηρήθηκε ομοιότητα.



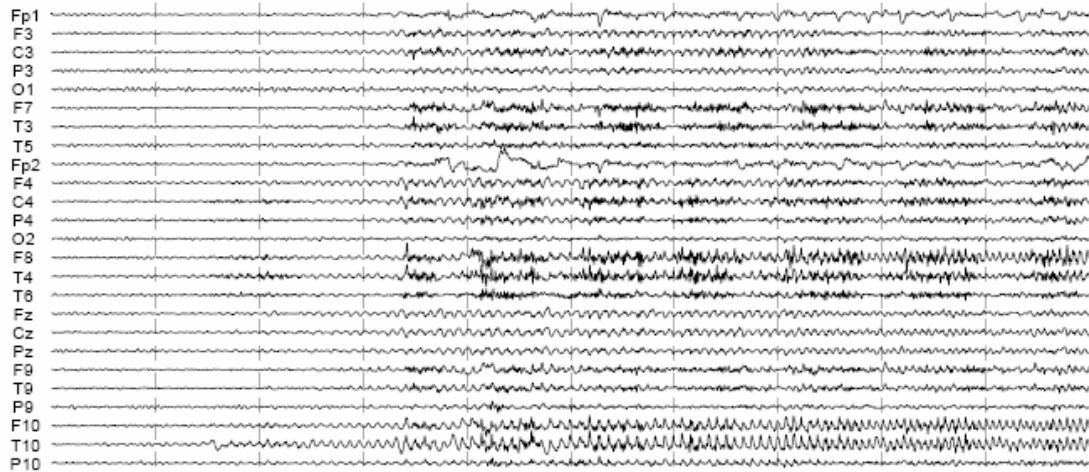
Σχήμα 4. 25: Κυματομορφές επιληπτικών συνιστωσών [3]

4.4 Εφαρμογή της μεθόδου ICA για την ανάδειξη των βιοφυσικά ρεαλιστικών συνιστωσών

Οι κλασικοί αλγόριθμοι υλοποίησης της μεθόδου ICA έχουν σαν αποτέλεσμα την εξαγωγή ανεξάρτητων συνιστωσών, των οποίων ο αριθμός είναι ίδιος με τον αριθμό των σημάτων-απαγωγών ΗΕΓ, που χρησιμοποιήθηκαν. Στην πραγματικότητα, όμως, πολλές από τις συνιστώσες αυτές δεν έχουν βιοφυσική υπόσταση. Το πρόβλημα (που αποτελεί ένα από τα δύο κυριότερα της εφαρμογής της μεθόδου ICA σε πραγματικά δεδομένα ΗΕΓ) έχει αντιμετωπιστεί κατά καιρούς με το συνδυασμό των αλγορίθμων ICA με κάποια μέθοδο μείωσης των διαστάσεων, που βασίζεται στην ανάλυση PCA (Principal Component Analysis) [14]. Ο συνδυασμός αυτός επιτυγχάνει την εξαγωγή λιγότερων συνιστωσών χωρίς βιοφυσικό νόημα, άρα οδηγεί και σε λιγότερες συνιστώσες, γενικά. Η ανάλυση PCA όμως είναι ευαίσθητη στο θόρυβο [15] κι ακριβώς εξαιτίας αυτού, τα αποτελέσματά της δεν είναι πάντα ακριβή [16]. Οι C.J.James και C.W.Hesse, στην προσπάθειά τους να δώσουν λύση στο πρόβλημα χωρίς τη χρήση της ανάλυσης PCA, το προσέγγισαν με δύο διαφορετικές μεθόδους : Η πρώτη [4;6;17] βασίστηκε σε μία βηματική (stepwise) εκδοχή του αλγόριθμου AC-DC [18], ενώ η δεύτερη [4] χρησιμοποίησε τον ίδιο ακριβώς αλγόριθμο σε συνδυασμό με

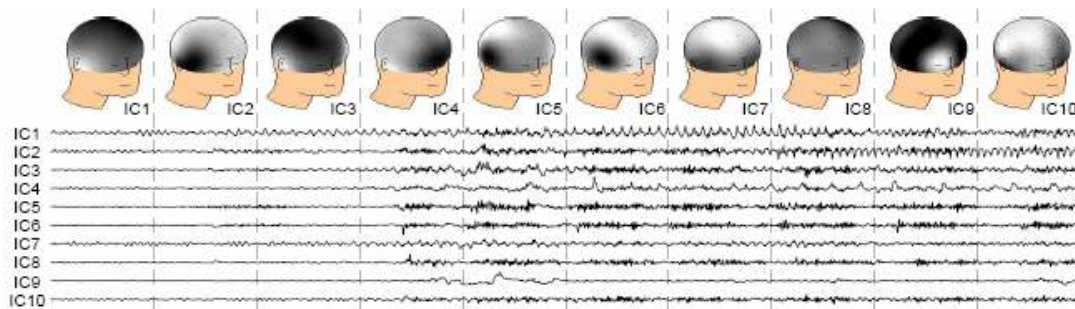
τον διακριτό μετασχηματισμό wavelet (Discrete Wavelet transform-DWT) των σημάτων-απαγωγών.

Στο σχήμα 4.26 απεικονίζονται οι κυματομορφές 25 σημάτων-απαγωγών επιληπτικού ΗΕΓ, στις οποίες εκδηλώνεται επιληπτική διαταραχή, που αντιστοιχεί σε επιληψία του δεξιού κροταφικού λοβού.



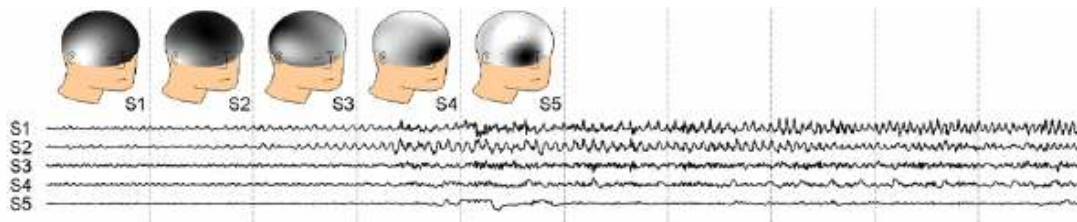
Σχήμα 4. 26: Κυματομορφές 25 σημάτων-απαγωγών επιληπτικού ΗΕΓ [4]

Στο σχήμα 4.27 απεικονίζονται οι κυματομορφές και οι τοπογραφικοί χάρτες των 10 συνιστωσών, που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου Fast ICA σε συνδυασμό με τεχνική μείωσης διαστάσεων, που βασίστηκε στην ανάλυση PCA. Όπως γίνεται φανερό, μεταξύ αυτών υπάρχουν οι επιληπτικές συνιστώσες (IC1, IC2), το οφθαλμικό τεχνικό σφάλμα της οφθαλμικής κίνησης (IC9) και το τεχνικό σφάλμα του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων (IC4). Στις υπόλοιπες συνιστώσες είναι ορατή η επίδραση τόσο του θορύβου όσο και των διάφορων μυϊκών συσπάσεων.



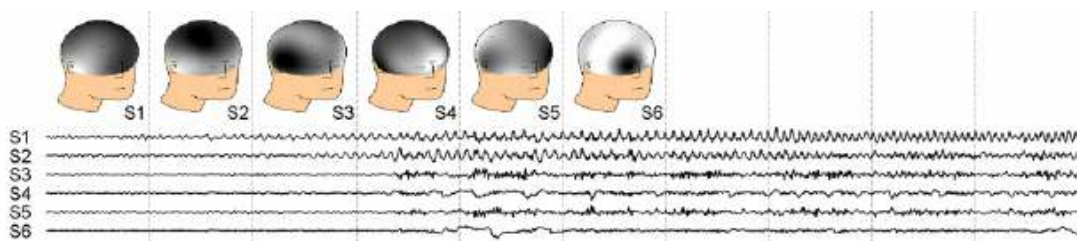
Σχήμα 4. 27: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες συνιστωσών (Fast ICA-PCA) [4]

Στο σχήμα 4.28 απεικονίζονται οι κυματομορφές και οι τοπογραφικοί χάρτες των 5 συνιστωσών, που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου stepwise AC-DC. Όπως γίνεται φανερό, μεταξύ αυτών υπάρχουν, επίσης, οι επιληπτικές συνιστώσες (S1, S2), το τεχνικό σφάλμα της οφθαλμικής κίνησης (S5), το τεχνικό σφάλμα του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων (S4). Εκτός από τον μικρότερο αριθμό συνιστωσών, η συγκεκριμένη μέθοδος πλεονεκτεί σε σχέση με την προηγούμενη στο ότι, εδώ, οι μυϊκές συσπάσεις εκφράζονται ως ανεξάρτητη συνιστώσα-τεχνικό σφάλμα (S3).



Σχήμα 4. 28: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες συνιστώσων (stepwise AC-DC) [4]

Στο σχήμα 4.29 απεικονίζονται οι κυματομορφές και οι τοπογραφικοί χάρτες των 6 συνιστώσων, που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου stepwise AC-DC σε συνδυασμό με το μετασχηματισμό DWT. Όπως γίνεται φανερό, μεταξύ αυτών υπάρχουν, επίσης, οι επιληπτικές συνιστώσες (S1, S2), τα οφθαλμικά τεχνιά σφάλματα (S4, S6) και τα τεχνικά σφάλματα των μυϊκών συσπάσεων (S3, S5). Η μέθοδος αυτή μειονεκτεί σε σχέση με την προηγούμενη, ως προς τον αριθμό των συνιστώσων που εξάγει, αλλά πλεονεκτεί συγκριτικά με τη μέθοδο Fast ICA- PCA, αφού κι εδώ οι μυϊκές συσπάσεις εκφράζονται ως ανεξάρτητες συνιστώσες-τεχνικά σφάλματα (S3, S5).



Σχήμα 4. 29: Κυματομορφές και τοπογραφικοί χάρτες συνιστώσων (DWT - AC-DC) [4]

4.5 Εφαρμογή της μεθόδου ICA για την εξαγωγή πληροφορίας στην περίπτωση επιληπτικών κρίσεων ανεξέλεγκτου γέλιου

Στη μελέτη των A.J.R. Leal, A.I. Dias, J.P. Vieira [19] η μέθοδος ICA εφαρμόστηκε με στόχο τον εντοπισμό των ανεξάρτητων συνιστώσων που σχετίζονται με τις επιληπτικές κρίσεις ανεξέλεγκτου γέλιου (gelastic seizures). Οι γελαστικές κρίσεις αποτελούν ένα πολύ συνηθισμένο και ενδεικτικό σύμπτωμα της επιληψίας, που σχετίζεται με αμάρτωμα του υποθαλάμου (hypothalamic hamartomas). Το ΗΕΓ επιφανείας των ασθενών, που πάσχουν από τη συγκεκριμένη επιληψία, σπάνια περιέχει χαρακτηριστικές αιχμές και γενικά η επιληπτική πληροφορία, που μπορεί να εξαχθεί από αυτό, είναι περιορισμένη.

Στην εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν τα επιφανειακά ΗΕΓ τριών ασθενών : δύο με αμάρτωμα του υποθαλάμου και ενός χωρίς υποθαλαμική βλάβη. Από τις συνιστώσες, που προέκυψαν, επιλέχθηκαν μέσω παρατήρησης αυτές που θεωρούνται χαρακτηριστικές των κρίσεων ανεξέλεγκτου γέλιου. Πρόκειται, ουσιαστικά, για δέλτα ρυθμούς, συχνότητας 2-3 Hz. Στην περίπτωση των δύο πρώτων ασθενών οι ρυθμοί αυτοί διαπιστώθηκε πως οφείλονται σε γεννήτορες, που βρίσκονται στην υποφλοιώδη περιοχή του εγκεφάλου. Αντίθετα, στην περίπτωση του τρίτου οι γεννήτορες των ρυθμών εντοπίζονται στον εγκεφαλικό φλοιό. Το γεγονός ότι οι βαθύτεροι γεννήτορες ενεργοποιούνται πιο νωρίς από τους επιφανειακούς οδήγησε στο εξής συμπέρασμα : οι σχετικοί με τις κρίσεις ανεξέλεγκτου γέλιου δέλτα ρυθμοί προέρχονται από την υποφλοιώδη εγκεφαλική περιοχή και κατευθύνονται προς το φλοιό.

4.6 Βιβλιογραφία

- (1) J.Corsini, L.Shoker, S.Sanei. Epileptic Seizure Predictability from scalp EEG incorporating constrained BSS. IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING 6 A.D.; 53(5).
- (2) A.Belouchrani, K.Abed-Meraim, J.F.Cardoso, E.Moulines. A blind-source separation technique using second order statistics. IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING 1997; 45(2):434-444.
- (3) C.J.James, D.Lowe. Extracting multisource brain activity from a single electromagnetic channel. Artificial Intelligence in Medicine 2003; 28:89-104.
- (4) C.J.James, C.W.Hesse. Independent Component Analysis for biomedical signals. Physiological Measurement 26, R15-R39. 2005.
Ref Type: Journal (Full)
- (5) C.J.James, D.Lowe. Isolating Seizure activity in the EEG with Independent Component Analysis. Artificial Neural Networks in Medicine and Biology, Proceedings of the ANNIMAB-1 Conference, Goteborg, sweden 2006;137-142.
- (6) C.W.Hesse, C.J.James. Stepwise model order estimation in Blind Source Separation applied to ictal EEG. Proceedings of the 26th Annual International Conference of the IEEE EMBS 2004.
- (7) R.Vigario, J.Sarela, V.Jousmaki, M.Hamalainen, E.Oja. Independent Component Approach to the analysis of EEG and MEG recordings. IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING 2000; 47(5).
- (8) C.J.James, O.Gibson. On the analysis of seizure onset in the EEG:the application of constrained ICA. 2nd European Medical & Biological Engineering Conference EMBEC '02,Vienna,Dec 04-08 2006;424-426.
- (9) W.Lu, J.C.Rajapakse. ICA with reference. Third International Conference on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation:ICA 2001 2001;120-125.
- (10) C.J.James, O.Gibson. Electromagnetic brain signal analysis using constrained ICA. 2nd European Medical & Biological Engineering Conference EMBEC '02,Vienna,Dec 04-08 2002.
- (11) C.W.Hesse, C.J.James. Seizure tracking and detection in ictal EEG using time-structure based BSS methods and prior spatial topographical information. The 3rd European Medical and Biological Engineering Conference EMBEC'05 (20-25 Nov 2005, Prague, Czech Republic) 2005; 11(1).
- (12) C.J.James, O.Gibson. Temporally constrained ICA : An application to artifact rejection in electromagnetic brain signal analysis. IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING 2003; 50(9).
- (13) A.Hyvarinen, E.Oja. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis. Neural Computing 1997; 9:1483-1492.
- (14) A.Hyvarinen, J.Karhunen, E.Oja. Independent Component Analysis. 2001.
- (15) A.Cichocki, S.Amari. Independent Component Analysis: Principles and Practice. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- (16) J.F.Cardoso. On the performance of orthogonal source separation algorithms. Proceeding of EUSPICO '94 1994;776-779.
- (17) C.W.Hesse, C.J.James. A stepwise statistical approach to model order estimation in blind source separation. Proc IMA Mathematics in Signal Processing Conference (14-16 Dec 2004, Cirencester, UK) 2004;99-102.
- (18) A.Yeredor. Non-orthogonal joint diagonalization in the least-square sense with application in Blind Source Separation. IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING 2002; 50(7):1545-1553.
- (19) A.J.R.Leal, A.I.Dias, J.P.Vieira. Analysis of the EEG dynamics of epileptic activity in gelastic seizures using decomposition in independent components. Clinical Neurophysiology 2006; 117(7):1595-1601.

Κεφάλαιο **5**

Υλικό και Μέθοδοι

5.1 Απόκτηση σήματος ΗΕΓ

Τα δεδομένα ΗΕΓ επιφανείας, που χρησιμοποιήθηκαν στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, αποκτήθηκαν από τη νευροχειρουργική κλινική του νοσοκομείου «Ευαγγελισμός». Πρόκειται για δεδομένα, που προήλθαν από ασθενείς που πάσχουν από επιληψία και οι οποίοι εισήχθησαν στην κλινική για προεγχειρητικές εξετάσεις. Αποκτήθηκαν (συχνότητα δειγματοληψίας 400Hz) μέσω ενός συστήματος τηλεμετρίας 29 καναλιών (Grass-Telefactor system) το οποίο δίνει τη δυνατότητα οπτικοποίησης, αποθήκευσης και εξαγωγής των δεδομένων. Από τα 29 κανάλια, τα 25 χρησιμοποιούνται για την καταγραφή ΗΕΓ, ένα χρησιμοποιείται για την καταγραφή ΗΚΓ και τα υπόλοιπα τρία παραμένουν ανενεργά. Για την καταγραφή ΗΕΓ χρησιμοποιούνται 25 επιφανειακά ηλεκτρόδια, τα οποία τοποθετούνται, βάση μιας διαφοροποιημένης εκδοχής του «Εκτεταμένου Διεθνούς Συστήματος Τοποθέτησης Ηλεκτροδίων 10-20», που θα παρουσιαστεί ακριβώς παρακάτω.

του ματιού [2]. Στην πράξη η θέση των T1/T2 συμπίπτει με αυτή των FT9/FT10 (βλ. σχήμα 2.2).

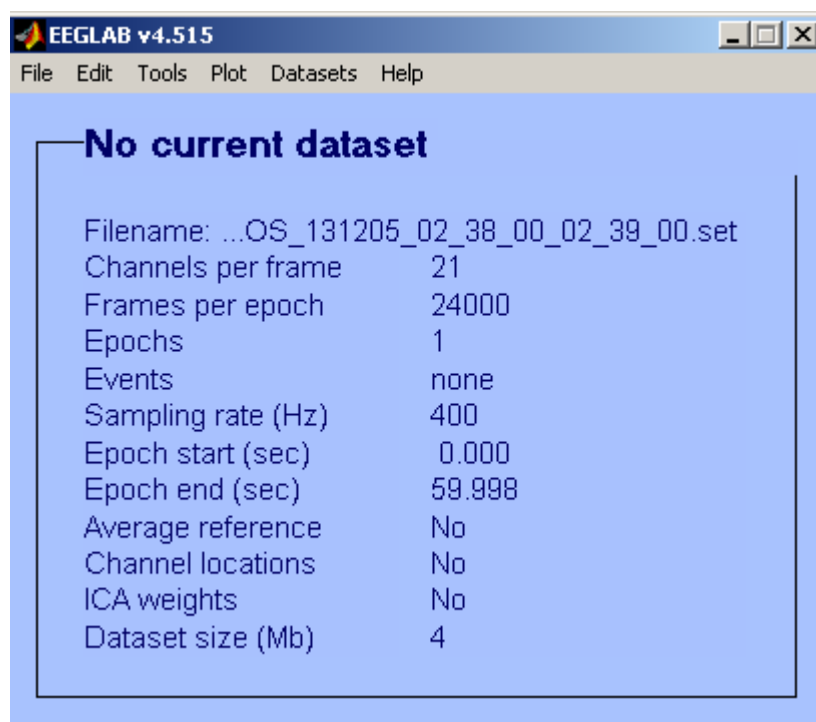
5.2 EEGLab

Το EEGLab [3], που ξεκίνησε χάρη στην προσπάθεια των Arnaud Delorme και Scott Makeig [4] αποτελεί μία εργαλειοθήκη (toolbox) του Matlab (The Mathworks, Inc.), η οποία συνοδεύεται από ένα, φιλικό στο χρήστη, γραφικό περιβάλλον χρησιμοποιείται για επεξεργασία συνεχούς ή Βιοματικού Ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος (continuous/ Event-related EEG), οσωνδήποτε καναλιών. Οι συναρτήσεις του EEGLab υποστηρίζουν λειτουργίες όπως: η εισαγωγή δεδομένων ΗΕΓ, η εισαγωγή θέσεων ηλεκτροδίων (channel locations) και πληροφορίας γεγονότων (event information), η οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων μέσω διαγραμμάτων XY, τοπογραφικών χαρτών του κρανίου ή απεικονίσεων διπολικών μοντέλων, η προεπεξεργασία των δεδομένων ΗΕΓ, δηλαδή το φιλτράρισμα, η διαίρεση σε διαδοχικά τμήματα (epochs) και η εξαγωγή της μέσης τιμής, η ανάλυση ICA, η ανάλυση στο πεδίο του χρόνου ή της συχνότητας .

Οι συναρτήσεις του EEGLab ταξινομούνται σε τρία επίπεδα : Στο πρώτο επίπεδο κατατάσσονται αυτές, που επιτρέπουν στο χρήστη να αλληλεπιδρά με τα δεδομένα μέσω του γραφικού περιβάλλοντος του EEGLab, χωρίς να είναι αναγκαία η επαφή με τη γραμμή εντολών του Matlab. Το δεύτερο επίπεδο περιέχει συναρτήσεις, οι οποίες δίνουν στο χρήστη τη δυνατότητα να επέμβει στον τρόπο επεξεργασίας των δεδομένων. Το τρίτο επίπεδο αποτελείται από τις συναρτήσεις, που οι πειραματέοι χρήστες του Matlab μπορούν να γράψουν, χρησιμοποιώντας τις ήδη υπάρχουσες δομές δεδομένων του EEGLab, αλλά και τις συναρτήσεις επεξεργασίας σήματος του Matlab.

Το EEGLab, έχοντας εξασφαλίσει την άδεια GNU για χρήση χωρίς εμπορική εκμετάλλευση και για ανάπτυξη ελεύθερων πόρων (open source development), διανέμεται δωρεάν μέσω του Internet. Συνοδεύεται μάλιστα από δείγματα δεδομένων, ηλεκτρονικό εγχειρίδιο, κ.ά.

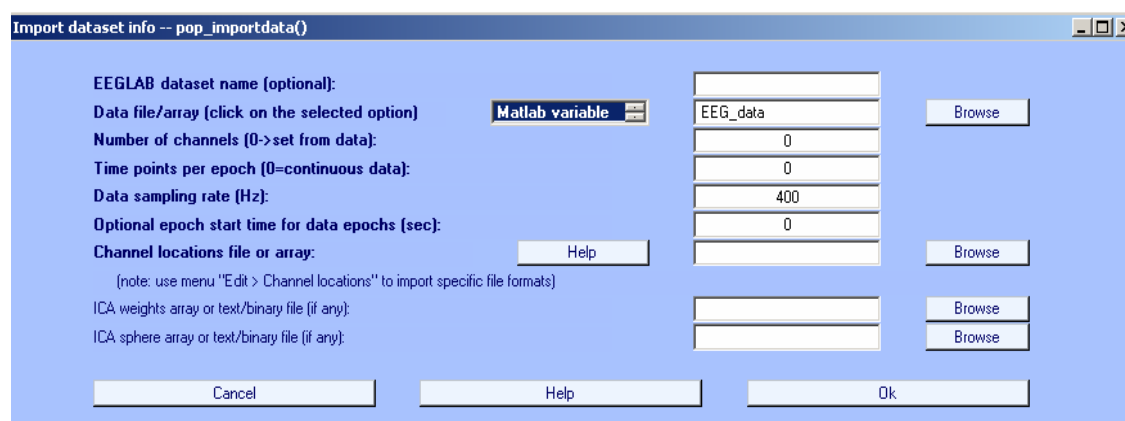
Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε η έκδοση v4.515



Σχήμα 5.2: Αρχικό παράθυρο του EEGLab v4.515.

5.2.1 Εισαγωγή του αποκτηθέντος σήματος στο EEGLab v4.515

Μέσω του προγράμματος TwinLOOK, δηλαδή του λογισμικού του συστήματος απόκτησης δεδομένων ΗΕΓ του νοσοκομείου «Ευαγγελισμός», τα δεδομένα ΗΕΓ μπορούν να εξαχθούν σε μορφή .edf ή .txt. Το αρχείο .txt, που επιλέχτηκε για την εξαγωγή, έχει τη μορφή ενός πίνακα 29 στηλών. Από αυτές οι 25 εκφράζουν τα σήματα-απαγωγές ΗΕΓ, τρεις είναι μηδενικές και μία εκφράζει το σήμα ΗΚΓ. Αρχικά, το αρχείο .txt μετατράπηκε (File / Import Data) σε πίνακα-μεταβλητή του Matlab (έστω EEG_data) και «καθαρίστηκε» από την άσχετη με το ΗΕΓ πληροφορία (αφαιρέθηκαν οι 4 στήλες). Στη συνέχεια, μέσω του παραθύρου του σχήματος 5.3 (File / Import Data / From ASCII/float file or Matlab array), έγινε η εισαγωγή του στο EEGLab.

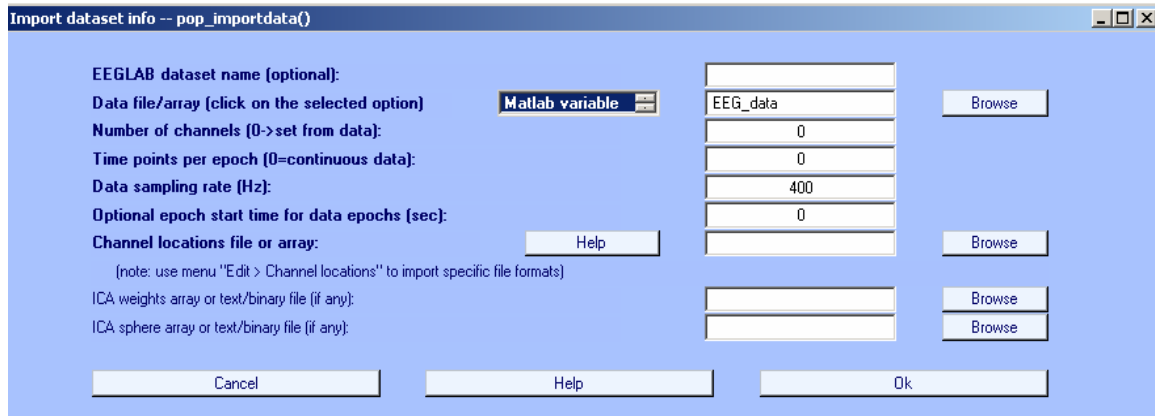


Σχήμα 5.3: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την εισαγωγή δεδομένων ΗΕΓ

5.2.2 Εισαγωγή διαφοροποιημένης διάταξης ηλεκτροδίων στο EEGLab

Για την εφαρμογή, μέσω του EEGLab, σε κάποιο αρχείο δεδομένων ΗΕΓ (EEG dataset) των αλγορίθμων ICA δεν είναι απαραίτητη η γνώση από το πρόγραμμα των θέσεων των ηλεκτροδίων. Στην περίπτωση όμως που επιθυμείται η κατασκευή είτε διδιάστατων, είτε τρισδιάστατων τοπογραφικών χαρτών των σημάτων-συνιστωσών (components) στην επιφάνεια του κρανίου (2-D/3-D component maps), τότε το αρχείο δεδομένων πρέπει υποχρεωτικά να συνοδεύεται από κατάλληλο αρχείο θέσεων των ηλεκτροδίων (channel location file). Το αρχείο αυτό εισάγεται στο EEGLab μέσω του παραθύρου του σχήματος 5.4 (Edit / Channel locations / Read locations)

Στην εφαρμογή της μεθόδου ICA με στόχο την απομάκρυνση τεχνικών σφαλμάτων, που επιχειρείται στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία και παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 7 οι τοπογραφικοί χάρτες των σημάτων-συνιστωσών παίζουν καθοριστικό ρόλο. Η επιλογή, από το σύνολο των ανεξάρτητων συνιστωσών, αυτών που αποτελούν τεχνικά σφάλματα γίνεται μέσω της παρατήρησης των συγκεκριμένων τοπογραφικών χαρτών και του εντοπισμού ή μη σε αυτούς συγκεκριμένων χαρακτηριστικών. Επομένως, η εισαγωγή στο EEGLab των θέσεων των ηλεκτροδίων, που η κατασκευή των χαρτών προαπαιτεί, κρίνεται αναγκαία.



Σχήμα 5.4: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την εισαγωγή θέσεων ηλεκτροδίων HEG

Για τα δεδομένα του νοσοκομείου «Ευαγγελισμός», το αρχείο θέσεων ηλεκτροδίων που κατασκευάζεται, βασίζεται σε ένα από τα πρότυπα τέτοια αρχεία που υπάρχουν στην ιστοσελίδα του EEGLab [3]. Το πρότυπο αρχείο, που χρησιμοποιείται και που παρουσιάζεται στον πίνακα 5.1, είναι της μορφής chapedit (δηλαδή έχει κατάληξη .ced) και περιέχει τις συντεταγμένες 25 ηλεκτροδίων (τα 19 «βασικά» και 6 «δευτερεύοντα») σε πολική, σφαιρική και καρτεσιανή μορφή.

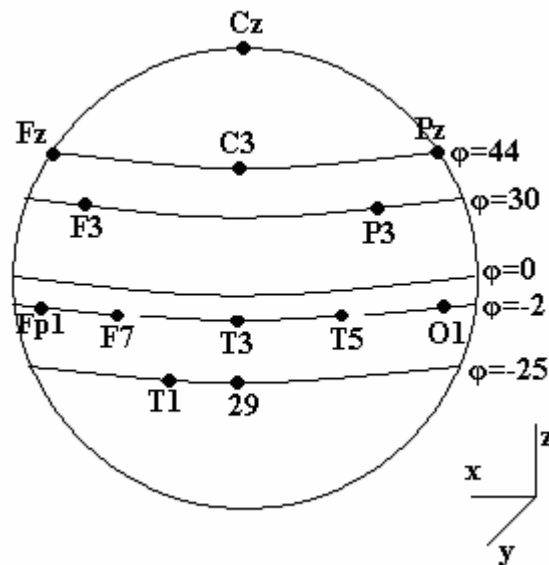
Όπως γίνεται αντιληπτό από τον πίνακα 5.1 στο πρότυπο αρχείο ο ορισμός των συντεταγμένων των ηλεκτροδίων βασίζεται στην προσομοίωση του κρανίου με ένα σφαιρικό μοντέλο ακτίνας $\rho = 1$. Έτσι όλα τα επιφανειακά ηλεκτρόδια έχουν σφαιρική ακτίνα $r = 1$. Οι πολικές συντεταγμένες των ηλεκτροδίων αναφέρονται στην προβολή του μοντέλου στο επίπεδο $z=0$. Το επίπεδο $z=0$ είναι το επίπεδο στο οποίο ανήκει ο παράλληλος κύκλος με $\varphi=0$

Πίνακας 5. 1: Πρότυπο αρχείο (.ced) του EEGLab v4.515 για την εισαγωγή θέσεων ηλεκτροδίων [3]

Number	labels	theta	radius	X	Y	Z	sph_theta	sph_phi	sph_radius
1	Fp1	-18	0.511	0.95	0.309	-0.0349	18	-2	1
2	Fp2	18	0.511	0.95	-0.309	-0.0349	-18	-2	1
3	F9	-54	0.639	0.52	0.742	-0.423	54	-25	1
4	F7	-54	0.511	0.587	0.809	-0.0349	54	-2	1
5	F3	-39	0.333	0.673	0.545	0.5	39	30	1
6	Fz	0	0.256	0.719	-0	0.695	-0	44	1
7	F4	39	0.333	0.673	-0.545	0.5	-39	30	1
8	F8	54	0.511	0.587	-0.809	-0.0349	-54	-2	1
9	F10	54	0.639	0.52	-0.742	-0.423	-54	-25	1
10	T9	-90	0.639	5.55e-17	0.906	-0.423	90	-25	1
11	T3	-90	0.511	6.12e-17	0.999	-0.0349	90	-2	1
12	C3	-90	0.256	4.4e-17	0.719	0.695	90	44	1
13	Cz	90	0	3.75e-33	-6.12e-17	1	-90	90	1
14	C4	90	0.256	4.4e-17	-0.719	0.695	-90	44	1
15	T4	90	0.511	6.12e-17	-0.999	-0.0349	-90	-2	1
16	T10	90	0.639	5.55e-17	-0.906	-0.423	-90	-25	1
17	P9	-126	0.639	-0.533	0.733	-0.423	126	-25	1
18	T5	-126	0.511	-0.587	0.809	-0.0349	126	-2	1
19	P3	-141	0.333	-0.673	0.545	0.5	141	30	1
20	Pz	180	0.256	-0.719	-8.81e-17	0.695	-180	44	1
21	P4	141	0.333	-0.673	-0.545	0.5	-141	30	1
22	T6	126	0.511	-0.587	-0.809	-0.0349	-126	-2	1
23	P10	126	0.639	-0.533	-0.733	-0.423	-126	-25	1
24	O1	-162	0.511	-0.95	0.309	-0.0349	162	-2	1
25	O2	162	0.511	-0.95	-0.309	-0.0349	-162	-2	1

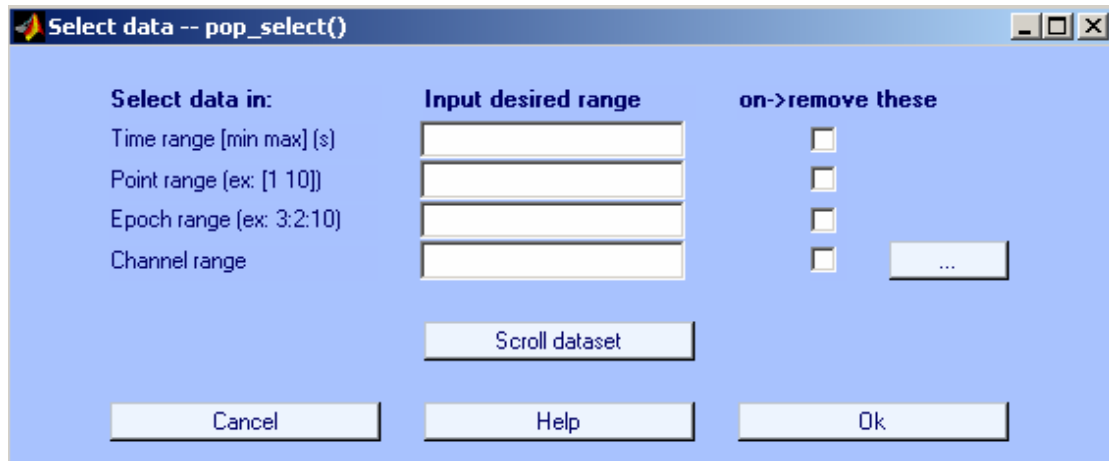
Το παραπάνω πρότυπο αρχείο τροποποιείται ως εξής :

- 1) Στα ηλεκτρόδια T9/T10 δίνονται οι εναλλακτικοί τους συμβολισμοί, δηλαδή 28/29.
- 2) Αφαιρούνται τα ηλεκτρόδια F9/F10 και P9/P10
- 3) Γίνεται αναπροσαρμογή της σειράς με την οποία τα ηλεκτρόδια είναι τοποθετημένα στο αρχείο (δηλαδή αναδιάταξη των αριθμών που συνοδεύουν τα ηλεκτρόδια) έτσι ώστε να υπάρχει συμβατότητα μεταξύ των αρχείων δεδομένων ΗΕΓ του νοσοκομείου «Ευαγγελισμός» και του αρχείου θέσεων ηλεκτροδίων.
- 4) Για τα ηλεκτρόδια T1/T2 ορίζονται αρχικά οι σφαιρικές τους συντεταγμένες (r, θ, φ) ως εξής : Η σφαιρική τους ακτίνα συμπίπτει με τη σφαιρική ακτίνα όλων των υπόλοιπων ηλεκτροδίων, είναι δηλαδή $r = 1$. Η γωνία τους φ , όπως φαίνεται και από το σχήμα 5.5 (κατασκευάστηκε στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας), συμπίπτει με τη γωνία φ των ηλεκτροδίων που βρίσκονται στον ίδιο με αυτά παράλληλο κύκλο του σφαιρικού μοντέλου, δηλαδή με τη γωνία φ των 28/29 (ή T9/T10). Είναι, δηλαδή, $\varphi = -25$. Η αζιμουθιακή τους γωνία θ , όπως φαίνεται και από το σχήμα 5.6 (κατασκευάστηκε στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας), υπολογίζεται με βάση το γεγονός ότι η γωνία που σχηματίζουν τα ηλεκτρόδια T4-F8 (ή T3-F7) στο επίπεδο $z = 0$ είναι διπλάσια της γωνίας που σχηματίζουν τα ηλεκτρόδια T2-28 (ή T1-29) στο ίδιο επίπεδο. Είναι, δηλαδή, $\theta = \pm 72$. Μετά, μέσω του GUI του σχήματος 5.4 (πλήκτρο Sph. → polar && xyz) υπολογίζονται οι καρτεσιανές (x, y, z) και οι πολικές (r, θ) τους συντεταγμένες.



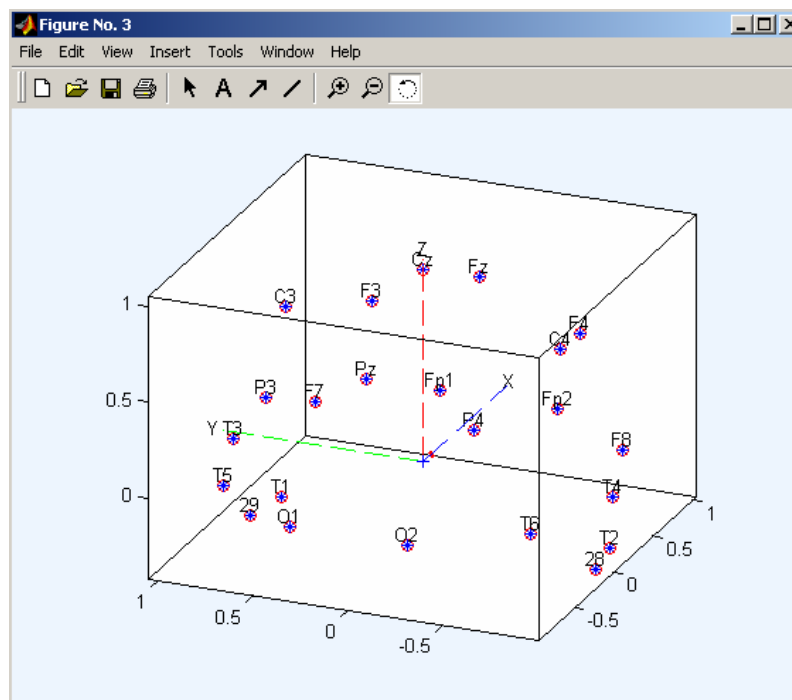
Σχήμα 5.5: Αριστερό ημισφαίριο του κρανιακού σφαιρικού μοντέλου (απεικονίζονται τα ηλεκτρόδια και οι παράλληλοι κύκλοι στους οποίους ανήκουν)

Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι στο EEGLab δεν είναι δυνατόν να εισαχθούν οι θέσεις των σφηνοειδών ηλεκτροδίων (Sp1/ Sp2). Για το λόγο αυτό όταν επιθυμείται η κατασκευή των γραφημάτων απεικόνισης, που προαναφέρθηκαν, οι καταγραφές των σφηνοειδών ηλεκτροδίων Sp1/Sp2 διαγράφονται από το αρχείο δεδομένων μέσω του παραθύρου του σχήματος 5.7 (Edit / Select data). Αφού δεν είναι δυνατόν να συνοδεύονται από τις θέσεις των ηλεκτροδίων τους, η ύπαρξή τους στο αρχείο δεν έχει νόημα.



Σχήμα 5.7: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την αφαίρεση σημάτων-απαγωγών

Η απεικόνιση στον τρισδιάστατο χώρο της διάταξης των ηλεκτροδίων, που χρησιμοποιείται στο νοσοκομείο «Ευαγγελισμός», μπορεί να γίνει μέσω του παρακάτω γραφήματος του EEGLab v4.515. Το πρόγραμμα κατασκευάζει το συγκεκριμένο γράφημα, χρησιμοποιώντας το αρχείο θέσεων ηλεκτροδίων που κατασκευάστηκε.



Σχήμα 5.8: Διάταξη των ηλεκτροδίων στον τρισδιάστατο χώρο (γράφημα του EEGLab v4.515)

5.3 Βιβλιογραφία

- (1) F.Sharbrough, G.E.Chatrion, R.P.Lesser, H.Luders, M.Nuwer, T.W.Picton. American Electroencephalographic Society Guidelines for Standard Electrode Position Nomenclature. Clinical Neurophysiology 1991; 8:200-202.
- (2) A.James Rowan, Eugene Tolunski. Primer of EEG with a Mini-Atlas. 2003.
- (3) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab. www.sccn.uscd.edu/eeglab/ . 2006.
Ref Type: Electronic Citation
- (4) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab: an open source toolbox for analysis of single-trial EEG dynamics including ICA. Journal of Neuroscience Methods 2004; 134:9-21.

Κεφάλαιο

6

Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε συνθετικά δεδομένα

6.1 Δημιουργία συνθετικών δεδομένων

Για να διαπιστωθεί η αξιοπιστία της συνάρτησης `runica()` του EEGLab, δηλαδή της συνάρτησης που χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία για την υλοποίηση της μεθόδου ICA (με στόχο την απόρριψη artifacts) έγινε εφαρμογή της σε συνθετικά δεδομένα, που κατασκευάστηκαν ειδικά γι' αυτόν το σκοπό. Η συνάρτηση `runica()` αποτελεί συνάρτηση υλοποίησης του αλγόριθμου Infomax logistic ICA, που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 3.4.2.

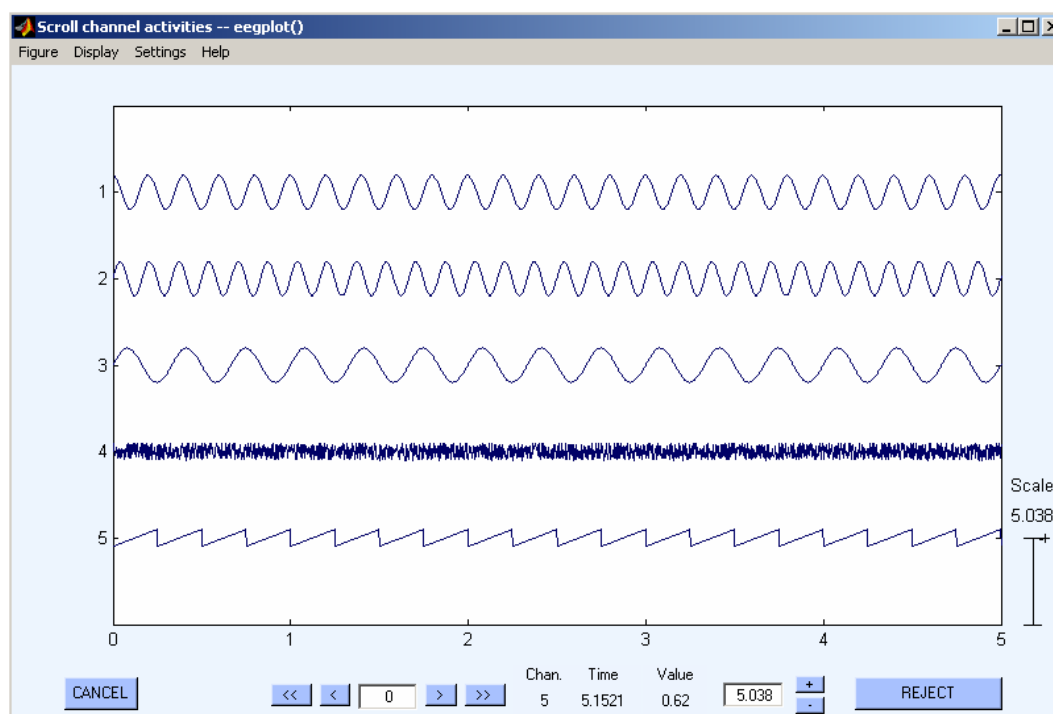
Σ' αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί ο λόγος για τον οποίο, από όλους τους αλγόριθμους ICA, που υλοποιούνται μέσω του EEGLab, επιλέχτηκε ο Infomax logistic ICA. Σύμφωνα, λοιπόν, με τους Arnaud Delorme και Scott Makeig, μετά από εκατοντάδες εργαστηριακές δοκιμές, έχει διαπιστωθεί πως ο συγκεκριμένος αλγόριθμος επιστρέφει τις σταθερότερες συνιστώσες. Συνιστώσες, δηλαδή, που διαφέρουν ελάχιστα μεταξύ δύο διαδοχικών «τρεξιμάτων» του αλγόριθμου. Επιπλέον, μέσω εργαστηριακών αποτελεσμάτων, έχει

διαπιστωθεί πως ο Infomax logistic ICA είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός, όταν χρησιμοποιείται για την απομόνωση των τεχνικών σφαλμάτων (artifacts) [1;2].

Αρχικά, κατασκευάστηκαν μέσω του Matlab πέντε συνθετικά σήματα :

- Ένα συνημίτονο, συχνότητας $f = 5 \text{ Hz}$
- Ένα ημίτονο, συχνότητας $f = 6 \text{ Hz}$
- Ένα ημίτονο, συχνότητας $f = 3 \text{ Hz}$
- Ένα σήμα λευκού θορύβου
- Μία τριγωνική παλμοσειρά, συχνότητας $f = 4 \text{ Hz}$

Για λόγους ομοιότητας με τα πραγματικά δεδομένα ΗΕΓ, που αποκτήθηκαν από το νοσοκομείο «Ευαγγελισμός», κατά την εισαγωγή των συνθετικών δεδομένων στο EEGLab, η συχνότητα δειγματοληψίας ορίστηκε ίση με 400 Hz. Με δεδομένο αυτό το γεγονός και λόγω της επιθυμητής διάρκειας (60 sec) των συνθετικών δεδομένων, το ημίτονο, το σήμα λευκού θορύβου και η τριγωνική παλμοσειρά κατασκευάστηκαν, ώστε να αποτελούνται από 24000 δείγματα. Οι κυματομορφές των συνθετικών σημάτων (5 sec), κατασκευασμένες από το EEGLab, απεικονίζονται στο σχήμα 6.1.



Σχήμα 6.1: Κυματομορφές (5 sec) των συνθετικών δεδομένων (γράφημα του EEGLab v4.515)

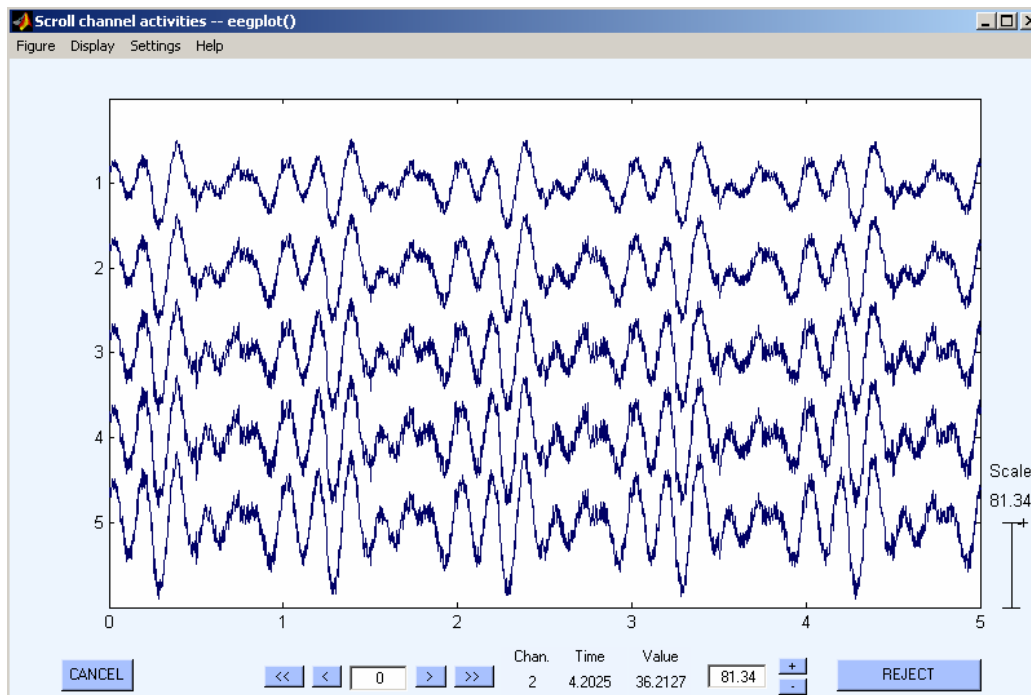
Στη συνέχεια τα συνθετικά σήματα αναμίχθηκαν με γραμμικό τρόπο, ώστε να προκύψουν τα σήματα-απαγωγές του «πειράματος». Μέσω του Matlab, κάθε σήμα-απαγωγή (ch_i) κατασκευάστηκε, ώστε να είναι αποτέλεσμα γραμμικού συνδυασμού του συνημιτόνου (syn), των δύο ημιτόνων (hmi,hmi2), του σήματος θορύβου (thor) και της τριγωνικής παλμοσειράς (tri). Δηλαδή να ισχύει:

$$ch_i = a_i \cdot hmi + b_i \cdot tri + c_i \cdot thor + d_i \cdot hmi2 + e_i \cdot syn$$

όπου a, b, c, d, e πραγματικοί αριθμοί και $i = 1, 2, 3, 4, 5$

Με γραμμές τα σήματα-απαγωγές σχηματίστηκε ένας πίνακας-μεταβλητή του Matlab, μέσω του οποίου (όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 5.2.1) έγινε η εισαγωγή των συνθετικών

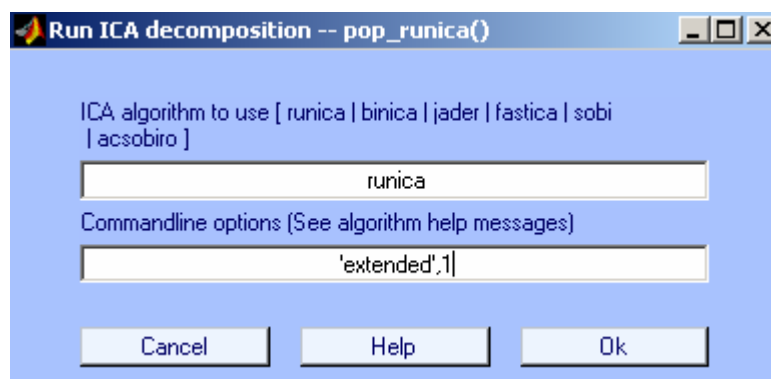
δεδομένων στο EEGLab. Στο σχήμα 6.2 παρουσιάζονται οι κυματομορφές (5 sec) των πέντε σημάτων-απαγωγών, που κατασκευάστηκαν.



Σχήμα 6.2: Κυματομορφές (5 sec) των σημάτων-απαγωγών (γράφημα του EEGLab v4.515)

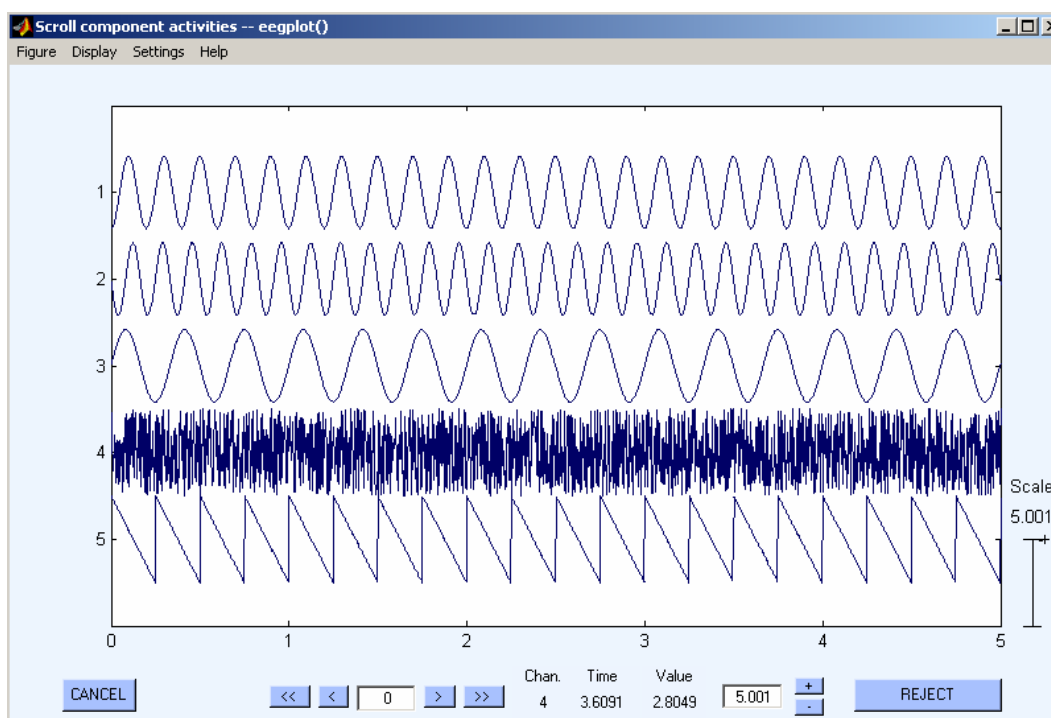
6.2 Αποτελέσματα

Στα σήματα - απαγωγές εφαρμόστηκε μέσω του παραθύρου (Tools / Run ICA) του σχήματος 6.3 και συγκεκριμένα της συνάρτησης `runica()` του EEGLab, ο αλγόριθμος logistic Infomax ICA. Πρέπει εδώ να σημειωθεί πως κατά την εφαρμογή της συνάρτησης `runica()` χρησιμοποιήθηκε η επιλογή «'extended', 1». Η επιλογή αυτή, ουσιαστικά, οδηγεί σε μία εκτενέστερη ανάλυση ICA, αφού δίνει στη συνάρτηση τη δυνατότητα να αναζητήσει ως λύσεις του προβλήματος BSS εκτός από συνιστώσες με υπερ-γκαουσιανή κατανομή (δηλαδή με κατανομή της οποίας το διάγραμμα της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας είναι «στενότερο» από το αντίστοιχο της κατανομής Gauss) και συνιστώσες με υπο-γκαουσιανή κατανομή (δηλαδή με κατανομή της οποίας το διάγραμμα της συνάρτησης πυκνότητας-πιθανότητας είναι «φαρδύτερο» από το αντίστοιχο της κατανομής Gauss). Άλλωστε, όπως είναι γνωστό από τη θεωρία (Κεφ. 3) ο Infomax ICA για την ανακατασκευή των συνιστωσών βασίζεται στην υπόθεση της μη γκαουσιανής κατανομής.



Σχήμα 6.3: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την εφαρμογή της μεθόδου ICA

Σκοπός του αλγόριθμου είναι η ανακατασκευή των συνθετικών σημάτων του σχήματος 6.1 μέσω της γνώσης των σημάτων-απαγωγών του σχήματος 6.2. Στο σχήμα 6.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ICA, δηλαδή οι κυματομορφές (5 sec) των ανεξάρτητων συνιστωσών.



Σχήμα 6.4: Κυματομορφές (5 sec) των ανεξάρτητων συνιστωσών (γράφημα του EEGLab v4.515)

6.3 Συζήτηση

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της μεθόδου ICA στα συνθετικά δεδομένα είναι απολύτως ικανοποιητικό. Μέσω της σύγκρισης των σχημάτων 6.1 και 6.4 (τα δύο σχήματα χρησιμοποιούν σχεδόν την ίδια κλίμακα απεικόνισης – scale ≈ 5) προκύπτει πως οι μορφές των συνιστωσών είναι ακριβώς ίδιες με αυτές των συνθετικών σημάτων, ενώ το ίδιο συμβαίνει και με τις συχνότητες. Τα στοιχεία που έχουν αλλοιωθεί είναι η αρχική φάση του συνημιτόνου και του ημιτόνου συχνότητας $f = 6$ Hz, αλλά και το πλάτος κάθε σήματος. Η αλλοίωση αυτή, όμως, είναι θεωρητικά αναμενόμενη. Μέσω της ICA δε μπορεί να επιτευχθεί τόσο μεγάλη ακρίβεια ανακατασκευής. Θεωρητικά αναμενόμενη είναι και η αλλοίωση της σειράς με την οποία ταξινομούνται τα σήματα, η οποία όμως στη συγκεκριμένη εφαρμογή δεν παρατηρείται. Βέβαια, πρέπει να σημειωθεί πως χωρίς την επιλογή «'extended', 1», η ανακατασκευή των συνθετικών σημάτων είναι ανέφικτη. Το αποτέλεσμα που προκύπτει, σ' αυτήν την περίπτωση, δεν διαφέρει πολύ από ένα αντίγραφο των σημάτων-κανάλια.

Συμπερασματικά, το αποτέλεσμα της εφαρμογής της συνάρτησης runica() σε συνθετικά δεδομένα χαρακτηρίζει θετικά την αξιοπιστία της, αφού είναι το θεωρητικά αναμενόμενο.

6.4 Βιβλιογραφία

- (1) A.Delorme, S.Makeig, H.Serby. EEGLab Tutorial. 2004.
- (2) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab. www.sccn.uscd.edu/eeglab/ . 2006.
Ref Type: Electronic Citation

Κεφάλαιο

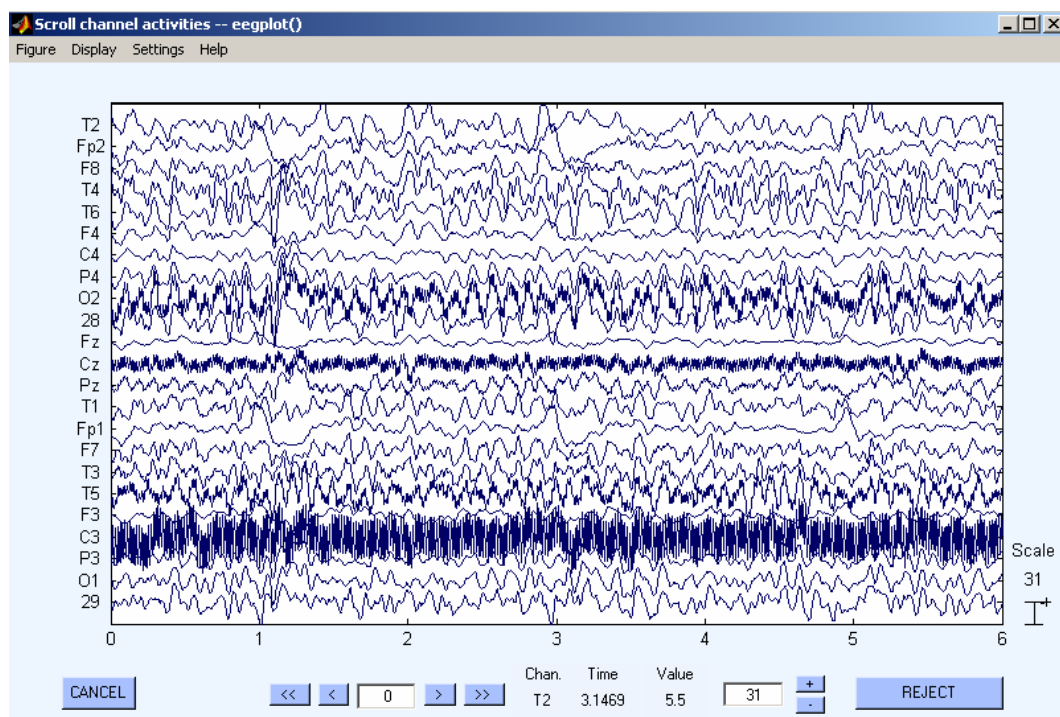
7

Εφαρμογή της μεθόδου ICA σε πραγματικά δεδομένα ΗΕΓ με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων (artifacts)

7.1 Προεπεξεργασία σήματος

Η εφαρμογή της μεθόδου ICA, με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων (artifacts), εφαρμόστηκε στα αρχεία δεδομένων ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών, που αποκτήθηκαν από το νοσοκομείο «Ευαγγελισμός». Τα δεδομένα αυτά αντιστοιχούν σε χρονικά διαστήματα, που τοποθετούνται είτε πολύ πριν την έναρξη της κρίσης (πριν την προ-κριτική περίοδο), είτε ακριβώς πριν την έναρξη της κρίσης (προ-κριτική περίοδος), είτε εντός της διάρκειας της κρίσης (κριτική περίοδος). Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η

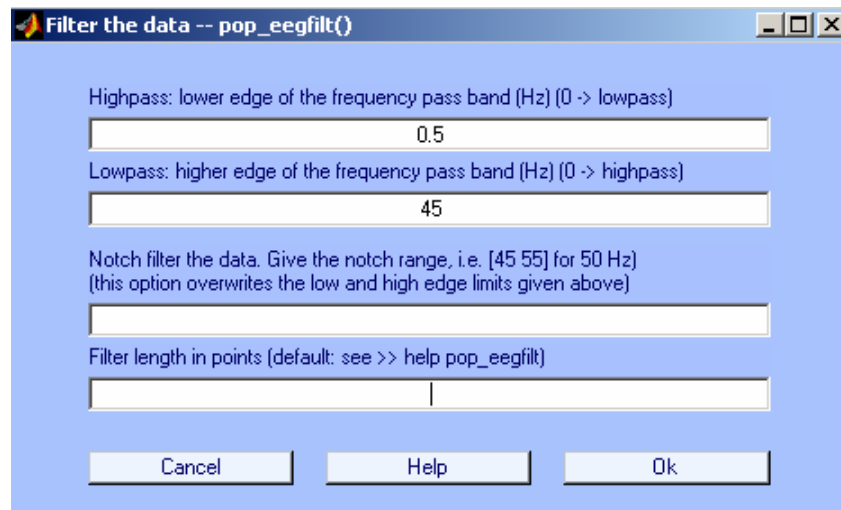
απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων, που επιχειρήθηκε σε αρχείο δεδομένων διάρκειας 2 min, το οποίο αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα, που προηγείται της προ-κριτικής περιόδου (επιληπτική κρίση του δεξιού κροταφικού λοβού). Το αρχείο αυτό επιλέχθηκε επειδή στις κυματομορφές του εμφανίζει έντονα την επίδραση κάποιων τεχνικών σφαλμάτων. Συγκεκριμένα, στα κοντινά των ματιών, σήματα-κανάλια Fp1, Fp2, εμφανίζει έντονα την επίδραση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων (eye blink artifact), ενώ στα, κοντινά των αυτιών, σήματα-κανάλια T3, T4 εμφανίζει λιγότερο έντονα την επίδραση του τεχνικού σφάλματος των μυϊκών συσπάσεων (muscle artifact). Επειδή η διαδικασία της απομόνωσης των τεχνικών σφαλμάτων βασίστηκε, εκτός των άλλων, και στην παρατήρηση των τοπογραφικών χαρτών τα σήματα-απαγωγές Sp1/ Sp2 αφαιρέθηκαν από το αρχείο. Έτσι, το αρχείο περιέχει 23 σήματα-απαγωγές και συνοδεύεται από το αρχείο θέσεων ηλεκτροδίων, που κατασκευάστηκε (βλ. παράγραφο 5.2.2). Στο σχήμα 7.1 απεικονίζονται οι κυματομορφές των 23 σημάτων-κανάλια. Όπως γίνεται φανερό στις χρονικές στιγμές 1, 3, 5 sec στις κυματομορφές Fp1, Fp2 εμφανίζονται αιχμηρά μέγιστα τα οποία είναι χαρακτηριστικά του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων [1-3]. Επίσης στις κυματομορφές T3, T4 εμφανίζεται κάποια υψίσυχη δραστηριότητα, χαρακτηριστική του τεχνικού σφάλματος των μυϊκών συσπάσεων [1;2].



Σχήμα 7.1: Κυματομορφές (6 sec) των 23 σημάτων-απαγωγών του αρχείου δεδομένων ΗΕΓ (γράφημα του EEGLab v4.515)

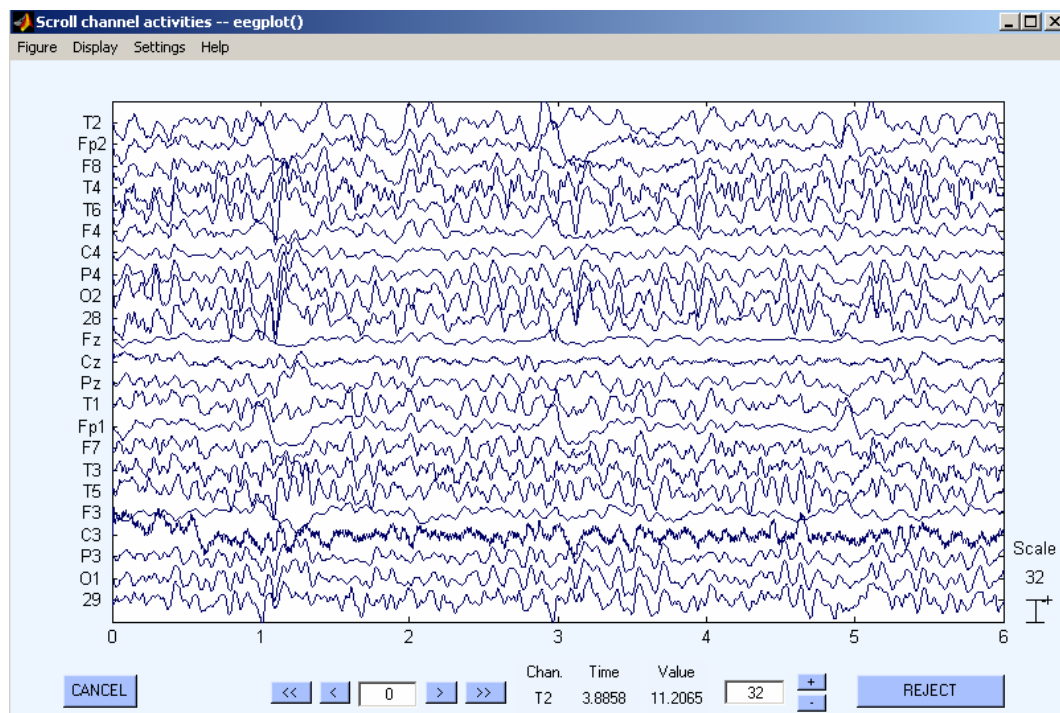
Μετά την εισαγωγή του αρχείου δεδομένων ΗΕΓ στο EEGLab, μέσω της διαδικασίας, που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 5, εφαρμόστηκε σ' αυτό, μέσω του παραθύρου (Tools / Filter the data) του σχήματος 7.2, ένα ζωνοπερατό φίλτρο με συχνότητες αποκοπής 0.5 και 45 Hz. Ο στόχος αυτού του φιλτραρίσματος ήταν διπλός. Πρώτον επιδιώχθηκε η αφαίρεση του τεχνικού σφάλματος του υψίσυχου θορύβου (50 Hz) του δικτύου διανομής της ηλεκτρικής ενέργειας, που γίνεται ιδιαίτερα αισθητός στα σήματα-κανάλια O2, Cz, C3. Δεύτερον επιδιώχθηκε η αφαίρεση κάποιων τεχνικών σφαλμάτων πολύ χαμηλής συχνότητας (linear trends), που δεν γίνονται τόσο εύκολα αντιληπτά στις παραπάνω κυματομορφές. Λόγω κάποιας τεχνικής ατέλειας το προγράμματος, το «ζωνοπερατό» φιλτράρισμα έγινε σε δύο «βαθυπερατά» στάδια. Το φιλτράρισμα στις συγκεκριμένες συχνότητες και για τους συγκεκριμένους λόγους προτείνεται τόσο από το εγχειρίδιο [4] και τη λίστα χρηστών [5] του

EEGLab, όσο και από τη μελέτη-εφαρμογή της μεθόδου ICA σε συνδυασμό με μη γραμμικές μεθόδους [6], που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4.



Σχήμα 7.2: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για το φιλτράρισμα δεδομένων ΗΕΓ

Στο σχήμα 7.3 απεικονίζονται οι κυματομορφές (6 sec) των 23 φιλτραρισμένων σημάτων-απαγωγών, όπως αυτές κατασκευάστηκαν από το EEGLab v4.515. Όπως γίνεται φανερό, η επίδραση του τεχνικού σφάλματος του θορύβου 50 Hz στα σήματα-απαγωγές Cz, O2 έχει εξαιρεθεί. Η επίδραση, όμως, κάποιου άλλου τεχνικού σφάλματος θορύβου, διαφορετικής συχνότητας, στο σήμα-απαγωγή C3 συνεχίζει να είναι ιδιαίτερα έντονη. Για το λόγο αυτό, το σήμα-απαγωγή C3 αφαιρείται από το αρχείο δεδομένων ΗΕΓ. Η αφαίρεση θορυβωδών απαγωγών προτείνεται από τους κατασκευαστές [4] αλλά και τους χρήστες [5] του EEGLab, αφού με αυτόν τον τρόπο βελτιώνονται τα αποτελέσματα της μεθόδου ICA.



Σχήμα 7.3: Κυματομορφές (6 sec) των 23 φιλτραρισμένων σημάτων-απαγωγών του αρχείου δεδομένων ΗΕΓ (γράφημα του EEGLab v4.515)

7.2 Εφαρμογή της μεθόδου ICA με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων

Στα 22 σήματα-απαγωγές, που απέμειναν, στο αρχείο, εφαρμόστηκε, μέσω της συνάρτησης `runica()` του EEGLab, ο αλγόριθμος `logistic Infomax ICA`. Πρέπει εδώ να σημειωθεί πως κατά την εφαρμογή της συνάρτησης `runica()` χρησιμοποιήθηκε η επιλογή «'extended',1». Η επιλογή αυτή, όπως διαπιστώθηκε από την εφαρμογή της ανάλυσης ICA σε συνθετικά δεδομένα (κεφ.6), είναι απαραίτητη για την ορθότερη λειτουργία της συνάρτησης `runica()`.

Με δεδομένο το γεγονός ότι όλα τα δεδομένα ΗΕΓ του νοσοκομείου «Ευαγγελισμός» προήλθαν από δειγματοληψία με συχνότητα ίση με 400 Hz, το αρχείο που χρησιμοποιήθηκε (διάρκειας 2 min) περιέχει 48000 δείγματα. Σύμφωνα με τον Tony Bell, ο αλγόριθμος `Infomax ICA`, για την κατασκευή N ανεξάρτητων συνιστωσών, απαιτεί δεδομένα ΗΕΓ τουλάχιστον $3N^2$ δειγμάτων [4]. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το όριο των δειγμάτων ισούται με $3(22)^2 = 1452$, άρα ικανοποιείται το κριτήριο.

Στόχος της εφαρμογής του αλγόριθμου `logistic Infomax ICA` στα σήματα-απαγωγές ΗΕΓ είναι η εξαγωγή των ανεξάρτητων συνιστωσών τους. Από τις συνιστώσες αυτές, μέσω της παρατήρησης των τοπογραφικών τους χαρτών και των φασματικών τους διαγραμμάτων, επιχειρήθηκε ο εντοπισμός εκείνων που αποτελούν τεχνικά σφάλματα. Συγκεκριμένα, επιχειρήθηκε ο εντοπισμός δύο τεχνικών σφαλμάτων. Του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων, που όπως φάνηκε από το σχήμα 7.1 κάνει ιδιαίτερα αισθητή την επίδρασή του και του τεχνικού σφάλματος των μυϊκών συσπάσεων, που όπως φάνηκε από το ίδιο σχήμα κάνει την επίδρασή του λιγότερο αισθητή. Όπως διαπιστώθηκε και από μελέτες-εφαρμογές της ανάλυσης ICA [6-9], που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4, η παρουσία των δύο αυτών τεχνικών σφαλμάτων είναι πολύ συνηθισμένη σε δεδομένα ΗΕΓ.

Μετά τον εντοπισμό των ανεξάρτητων συνιστωσών-τεχνικών σφαλμάτων ακολούθησε η απομάκρυνσή τους. Μετά την απομάκρυνση, η επίδραση των τεχνικών σφαλμάτων στο ΗΕΓ παύει να υφίσταται και αυτό γίνεται φανερό από τις νέες κυματομορφές των σημάτων-απαγωγών. Όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 2.5.1, η απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων και ο «καθαρισμός» του ΗΕΓ, που αυτή συνεπάγεται, αποτελούν μία από τις σημαντικότερες εφαρμογές της μεθόδου ICA σε δεδομένα ΗΕΓ.

7.3 Αποτελέσματα

Οι κυματομορφές (6 sec) των 22 ανεξάρτητων συνιστωσών που προέκυψαν μετά την ανάλυση ICA στα δεδομένα ΗΕΓ, απεικονίζονται στο σχήμα 7.4. Πρέπει εδώ να σημειωθεί το εξής: Η κλίμακα απεικόνισης που χρησιμοποιείται στο σχήμα 7.4 (scale = 2.441) διαφέρει πολύ από την κλίμακα των σχημάτων 7.1 και 7.3 (scale = 31/32). Έτσι ενώ τα σήματα – συνιστώσες φαίνεται να έχουν περίπου το ίδιο πλάτος με τα σήματα – απαγωγές, στην πραγματικότητα τα πλάτη των συνιστωσών είναι πολύ μεγαλύτερα από αυτά των απαγωγών.

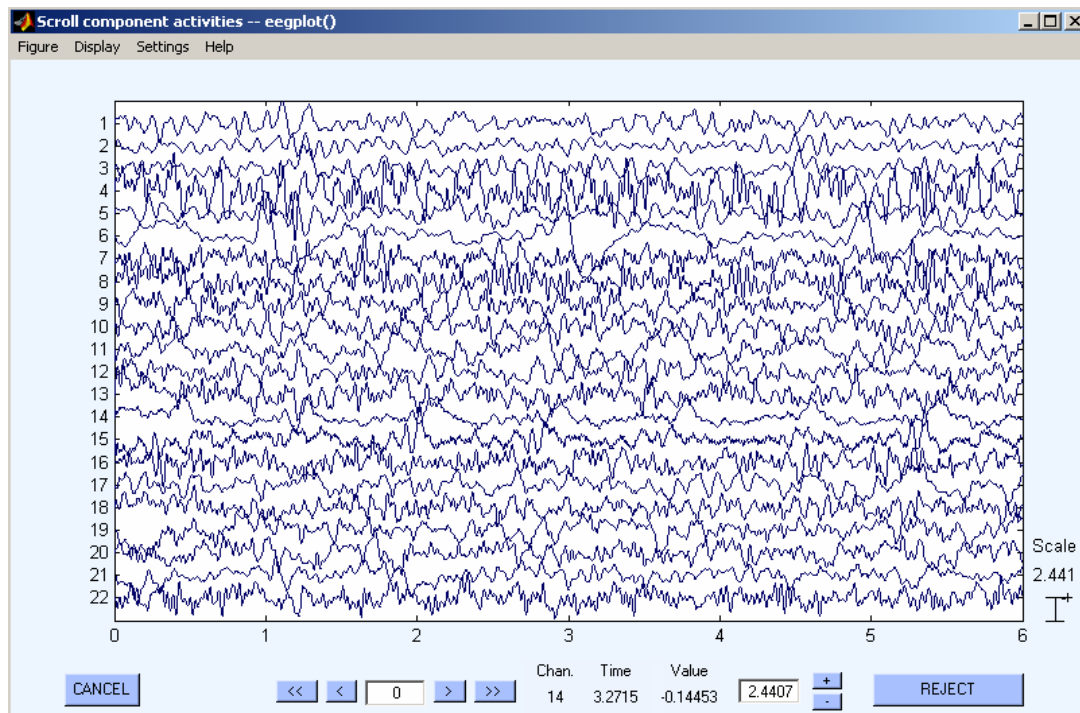
Στο σχήμα 7.5 των τοπογραφικών χαρτών των συνιστωσών, που παρουσιάζεται παρακάτω, ο χρωματισμός κάθε κάτοψης εκφράζει την επίδραση της συγκεκριμένης συνιστώσας στα σήματα-απαγωγές του ΗΕΓ. Η επιλογή των χρωμάτων, στην ουσία καθορίζεται, από τις στήλες του πίνακα \hat{W}^{-1} της εξίσωσης (7.1). Ο πίνακας αυτός κατασκευάζεται από το EEGLab με βάση την προσέγγιση \hat{W} του θεωρητικού πίνακα αντίστροφου μετασχηματισμού W . Στην ουσία, αποτελεί την προσέγγιση του θεωρητικού πίνακα μετασχηματισμού A .

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{W}}^{-1}\hat{\boldsymbol{\xi}} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{22} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{w}_{1,1}^{-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \hat{w}_{1,22}^{-1} \\ \hat{w}_{2,1}^{-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \hat{w}_{2,22}^{-1} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \hat{w}_{22,1}^{-1} & \hat{w}_{22,2}^{-1} & \cdots & \cdots & \hat{w}_{22,22}^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{s}_1 \\ \hat{s}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{s}_{22} \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

όπου $\hat{\mathbf{W}}^{-1}$: ο αντίστροφος της προσέγγισης $\hat{\mathbf{W}}$ του θεωρητικού πίνακα αντίστροφου μετασχηματισμού \mathbf{W} , \mathbf{x} : το διάνυσμα των σημάτων-απαγωγών και $\hat{\boldsymbol{\xi}}$: το διάνυσμα των ανακατασκευασμένων συνιστωσών.

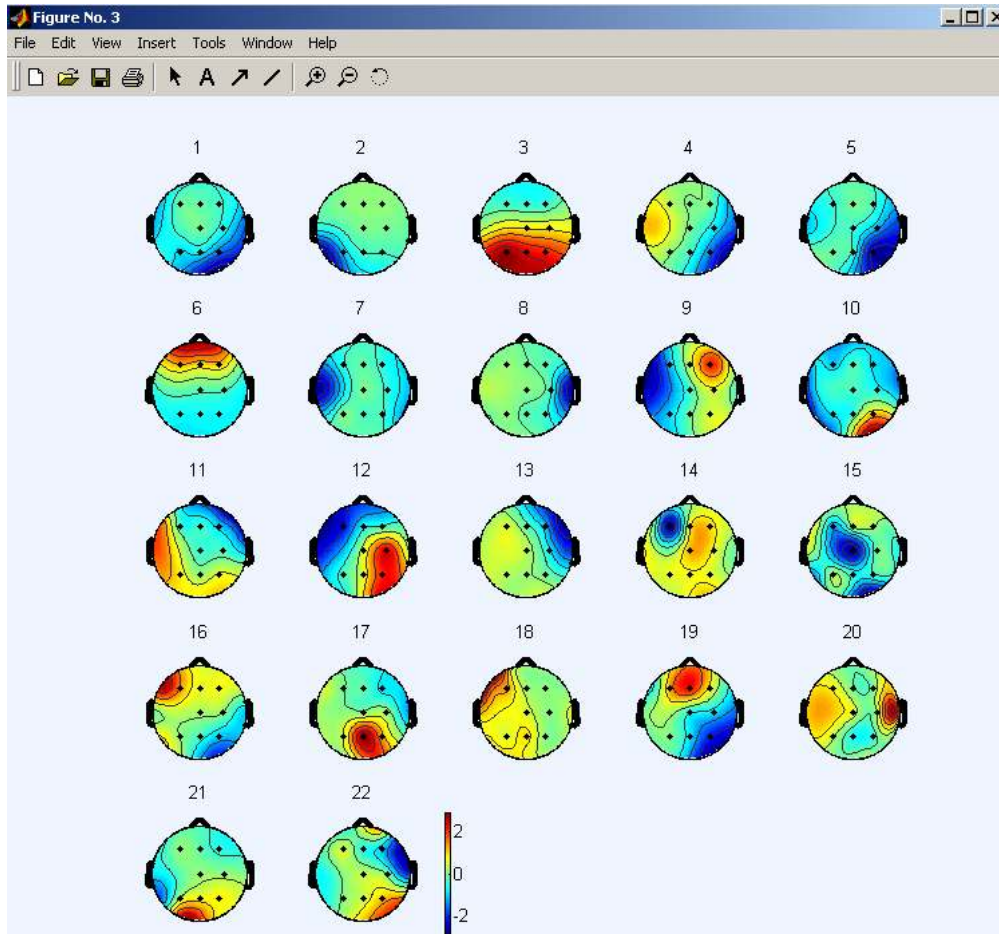
Οι τιμές των στοιχείων $\hat{w}_{i,m}^{-1}$ ($i = 1, 2, \dots, 22$) της m στήλης του πίνακα $\hat{\mathbf{W}}^{-1}$ θα διαμορφώσουν τα χρώματα στο χάρτη της m συνιστώσας. Οι υψηλές τιμές θα τοποθετήσουν στις θέσεις των αντίστοιχων σημάτων-απαγωγών (για την ακρίβεια στις θέσεις των ηλεκτροδίων που τα κατέγραψαν) ένα από τα δύο διαφορετικά σκούρα χρώματα, ανάλογα με το πρόσημό τους ενώ οι χαμηλές θα τοποθετήσουν ένα από τα δύο ανοιχτά, επίσης ανάλογα με το πρόσημο [4].

Όσον αφορά στην κλίμακα του χρωματικού κώδικα ισχύει το εξής: Οι μονάδες μέτρησης του γινομένου των τιμών, που κωδικοποιούνται από τα διάφορα χρώματα, επί τα σήματα-απαγωγές ταυτίζονται με τις μονάδες μέτρησης των συνιστωσών [4].



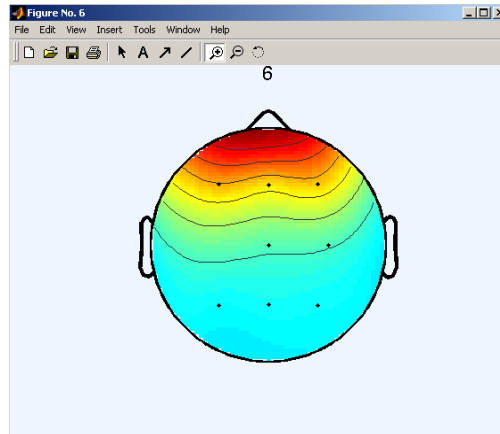
Σχήμα 7.4: Κυματομορφές (6 sec) των 22 ανεξάρτητων συνιστωσών της μεθόδου ICA (γράφημα του EEGLab v4.515)

Όπως προαναφέρθηκε στην παρούσα εφαρμογή η αναζήτηση των τεχνικών σφαλμάτων βασίστηκε σε υποκειμενικά κριτήρια. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκαν οι κυματομορφές, οι τοπογραφικοί χάρτες, αλλά και τα διαγράμματα φάσματος των 22 συνιστωσών. Μέσω της παρατήρησης αυτής εντοπίστηκε το τεχνικό σφάλμα του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων, αλλά και τα τεχνικά σφάλματα των μυϊκών συσπάσεων.



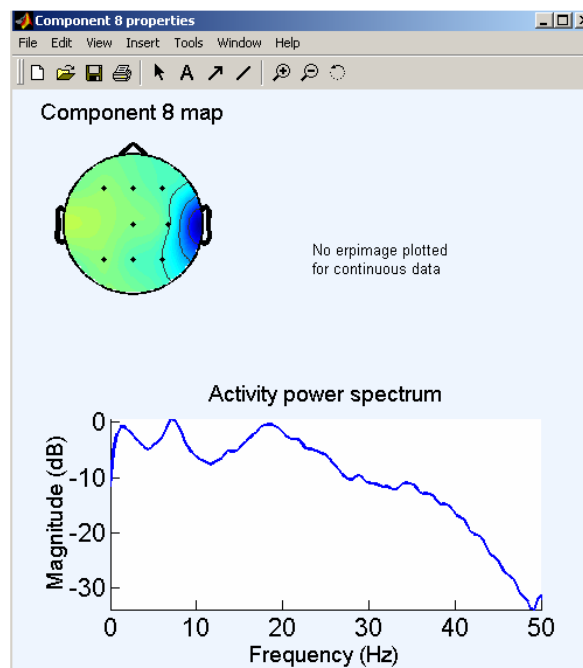
Σχήμα 7.5: Τοπογραφικοί χάρτες των 22 ανεξάρτητων συνιστωσών της μεθόδου ICA (γράφημα του EEGLab v4.515)

Μέσω της παρατήρησης του σχήματος των κυματομορφών 7.4, γίνεται εύκολα αντιληπτό πως η συνιστώσα 6 εμφανίζει στις χρονικές στιγμές 1, 3, 5 sec κάποια αιχμηρά μέγιστα. Όπως έχει προαναφερθεί παρόμοια αιχμηρά μέγιστα εμφανίζονται στις ίδιες χρονικές στιγμές και στις κυματομορφές Fp1, Fp2. Τα μέγιστα αυτά έχει αποδειχθεί πως είναι ενδεικτικά του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων [1-3]. Εξάλλου, ο τοπογραφικός χάρτης της συνιστώσας 6 (σχήμα 7.6) φανερώνει πως η συγκεκριμένη συνιστώσα επιδρά αποκλειστικά στα σήματα-απαγωγές, που προέρχονται από κοντινά των ματιών ηλεκτρόδια. Όπως αναφέρεται στο εγχειρίδιο του EEGLab [4], αλλά και στις μελέτες [1-3], η περιορισμένη αυτή επίδραση αποτελεί επίσης ένδειξη του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων. Τα δύο παραπάνω γεγονότα (αιχμηρά μέγιστα, επίδραση μόνο κοντά στα μάτια) χρησιμοποιούνται ως ενδείξεις του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων και στις μελέτες-εφαρμογές της ανάλυσης ICA [6-9], που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4.

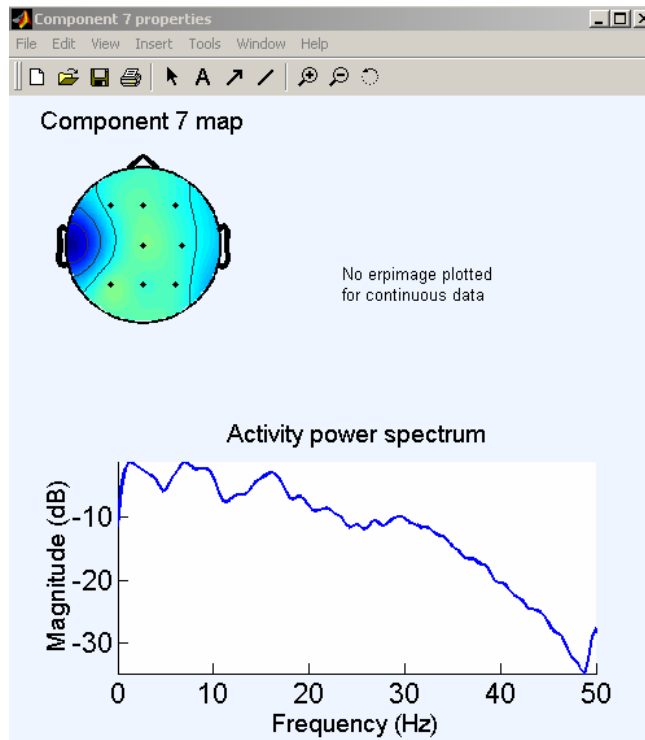


Σχήμα 7.6: Τοπογραφικός χάρτης της ανεξάρτητης συνιστώσας 6 (γράφημα του EEGLab v4.515)

Μέσω της παρατήρησης του σχήματος των κυματομορφών 7.4, γίνεται αντιληπτό πως οι συνιστώσες 7 και 8 εμφανίζουν κάποια υψίσυχη δραστηριότητα. Όπως έχει προαναφερθεί παρόμοια δραστηριότητα εμφανίζεται και στις κυματομορφές T3, T4. Η δραστηριότητα αυτή, έχει αποδειχθεί πως είναι ενδεικτική του τεχνικού σφάλματος των μυικών συσπάσεων [1;2], ενώ χρησιμοποιείται και ως ένδειξη του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων στις μελέτες-εφαρμογές της ανάλυσης ICA [6-9], που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4. Εξάλλου, οι τοπογραφικοί χάρτες των συνιστώσων 7, 8 (σχήματα 7.7 και 7.8) φανερώνουν πως οι συγκεκριμένες συνιστώσες επιδρούν αποκλειστικά στα σήματα-απαγωγές, που προέρχονται από κοντινά των αυτιών ηλεκτρόδια. Όπως αναφέρεται στο εγχειρίδιο του EEGLab [4], αλλά και στις μελέτες [1;2], η περιορισμένη αυτή επίδραση αποτελεί επίσης ένδειξη του τεχνικού σφάλματος των μυικών συσπάσεων. Τέλος, το διάγραμμα φάσματος της συνιστώσας 8 αποτυπώνει ένα έντονο μέγιστο κοντά στη συχνότητα 20 Hz, ενώ της συνιστώσας 7 ένα έντονο μέγιστο κοντά στη συχνότητα 15 Hz. Τα μέγιστα αυτά, επιβεβαιώνουν την υψίσυχη δραστηριότητα, που δεν γίνεται τόσο εύκολα αντιληπτή στα σήματα-κανάλια T3, T4 του σχήματος 7.1, αλλά και στις συνιστώσες του σχήματος 7.4.

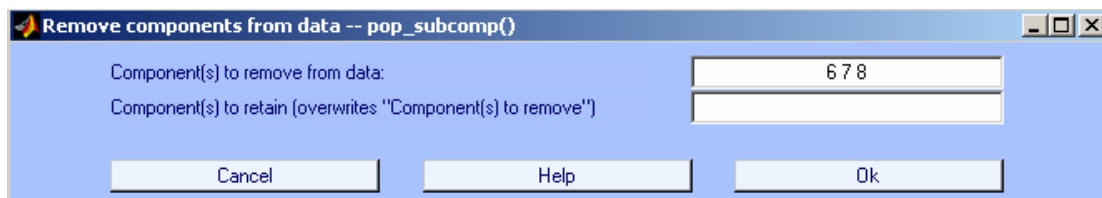


Σχήμα 7.7: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 8 (γράφημα του EEGLab v4.515)



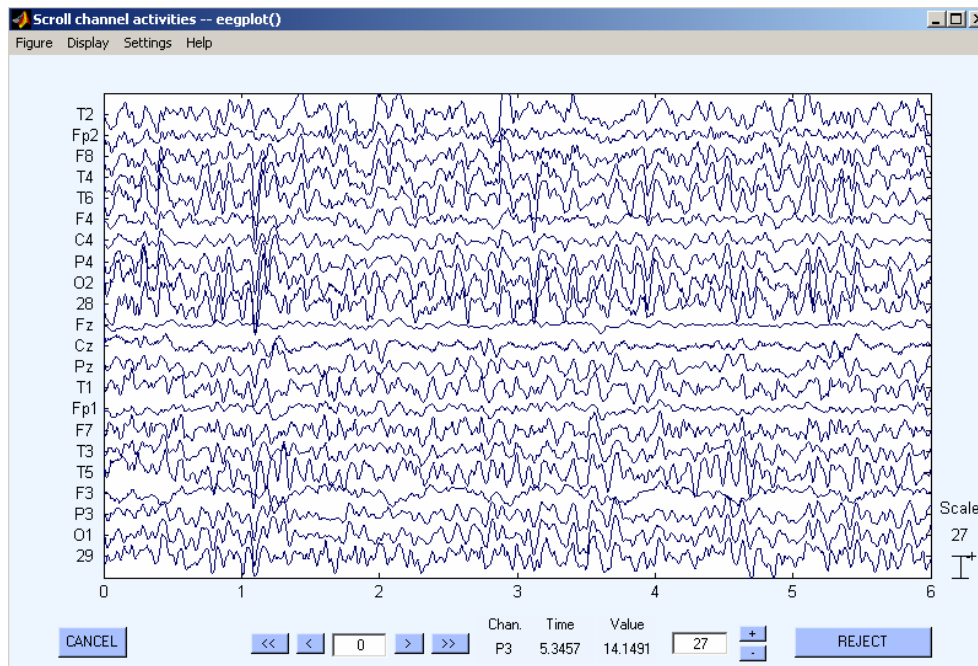
Σχήμα 7.8: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 7 (γράφημα του EEGLab v4.515)

Μετά τον εντοπισμό των τεχνικών σφαλμάτων, ακολούθησε η απομάκρυνσή τους, μέσω του παραθύρου (Tools / remove components) του σχήματος 7.9



Σχήμα 7.9: Παράθυρο του EEGLab v4.515 για την απόρριψη συνιστωσών

Στην πράξη η απόρριψη κάποιων συνιστωσών (στη συγκεκριμένη περίπτωση των συνιστωσών-τεχνικών σφαλμάτων) συμπίπτει με την αφαίρεση των αντίστοιχων στηλών από τον πίνακα $\hat{\mathbf{W}}^{-1}$ της εξίσωσης 7.1, αλλά και των αντίστοιχων γραμμών από την προσέγγιση $\hat{\mathbf{W}}$ του θεωρητικού πίνακα αντίστροφου μετασχηματισμού \mathbf{W} . Στην παρούσα περίπτωση η απόρριψη των συνιστωσών 6, 7, 8 επιτυγχάνεται με την αφαίρεση της 6^{ης}, της 7^{ης} και της 8^{ης} στήλης του $\hat{\mathbf{W}}^{-1}$ και της 6^{ης}, της 7^{ης} και της 8^{ης} γραμμής του $\hat{\mathbf{W}}$. Στο παρακάτω σχήμα 7.10 απεικονίζονται οι κυματομορφές των «καθαρισμένων» σημάτων-απαγωγών, δηλαδή των σημάτων-απαγωγών, που έχουν απαλλαγεί από την επίδραση του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων και των τεχνικών σφαλμάτων των μυϊκών συσπάσεων.



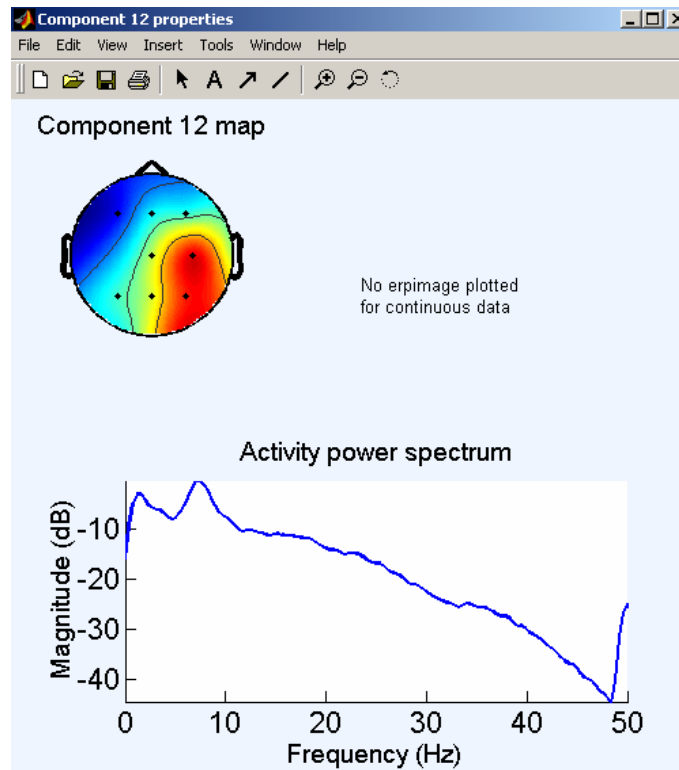
Σχήμα 7.10: Κυματομορφές (6 sec) των 22 καθαρισμένων σημάτων-απαγωγών ΗΕΓ (γράφημα του EEGLab v4.515)

Με μια πρώτη ματιά στις νέες κυματομορφές γίνεται αμέσως αντιληπτή η απουσία των αιχμηρών μεγίστων από τα σήματα Fp1, Fp2, δηλαδή, με άλλα λόγια, η απουσία της επίδρασης του τεχνικού σφάλματος του ανοίγματος/κλεισίματος των βλεφάρων. Η απουσία της υψίσυχνης δραστηριότητας από τα σήματα T3, T4, δηλαδή η απουσία της επίδρασης του τεχνικού σφάλματος των μυϊκών συσπάσεων γίνεται αντιληπτή πιο δύσκολα. Βέβαια αν η υψίσυχη δραστηριότητα χαρακτηριζόταν από μεγαλύτερη συχνότητα (όπως προαναφέρθηκε στην παρούσα εφαρμογή η συχνότητα κυμαίνεται από 15 έως 20 Hz), το αποτέλεσμα της απόρριψης του τεχνικού σφάλματος των μυϊκών συσπάσεων θα ήταν πιο εντυπωσιακό.

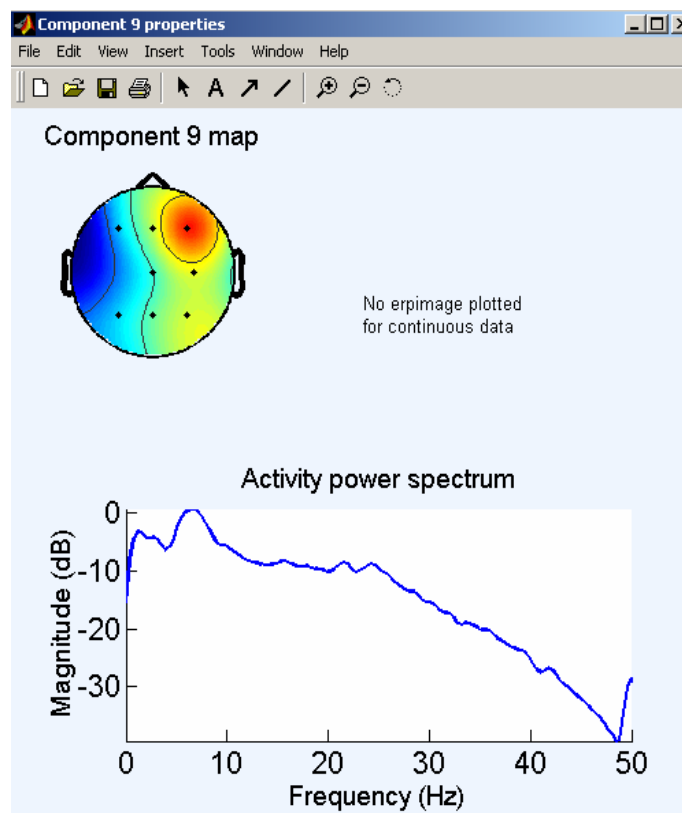
Είναι προφανές πως μια νέα εφαρμογή της μεθόδου ICA στα «καθαρισμένα» σήματα-κανάλια θα είχε ως αποτέλεσμα την εξαγωγή 19 ανεξάρτητων συνιστωσών, αφού πλέον η προσέγγιση \hat{W} του θεωρητικού πίνακα αντίστροφου μετασχηματισμού W θα είχε διαστάσεις 19×22 .

Σ' αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί το εξής: Μέσω της διαδικασίας εντοπισμού των συνιστωσών-τεχνικών σφαλμάτων, εντοπίστηκαν και συνιστώσες που σχετίζονται με τον φυσιολογικό εγκεφαλικό ρυθμό θήτα (θ). Η εξαγωγή από τη μέθοδο ICA συνιστωσών, που σχετίζονται με κάποιο εγκεφαλικό ρυθμό, αποτελεί συνηθισμένο φαινόμενο όταν η τελευταία εφαρμόζεται στο ΗΕΓ υγιών ατόμων ή όπως στην περίπτωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας στο ΗΕΓ επιληπτικών ασθενών στο διάστημα πριν την προ-κριτική περίοδο [4;10].

Μέσω της παρατήρησης των τοπογραφικών χαρτών των συνιστωσών 9 και 12, γίνεται φανερό πως αυτοί παρουσιάζουν μια μορφή διπόλου, με τη μισή κάτοψη να χρωματίζεται με το ένα από τα σκούρα χρώματα και την άλλη μισή με το άλλο. Επίσης, μέσω της ίδιας παρατήρησης, διαπιστώνεται πως η επίδραση των δύο συγκεκριμένων συνιστωσών αφορά σχεδόν σε όλα τα σήματα-απαγωγές. Τα δύο αυτά γεγονότα, όπως αναφέρεται στο εγχειρίδιο του EEGLab [4] αποτελούν ενδείξεις για το ότι οι συνιστώσες 9, 12 αποτελούν εγκεφαλικούς ρυθμούς. Τα διαγράμματα φάσματός τους, τα οποία αποτυπώνουν ένα έντονο μέγιστο κοντά στη συχνότητα 7 Hz, συμπληρώνουν το συμπέρασμα, αποδεικνύοντας πως πρόκειται για ρυθμούς θήτα (θ).



Σχήμα 7.11: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 12 (γράφημα του EEGLab v4.515)



Σχήμα 7.12: Τοπογραφικός χάρτης και διάγραμμα φάσματος της ανεξάρτητης συνιστώσας 9 (γράφημα του EEGLab v4.515)

7.4 Συζήτηση

Όπως παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2 και συγκεκριμένα στην παράγραφο 2.5.1, η απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων και ο «καθαρισμός» του ΗΕΓ, που αυτή συνεπάγεται, αποτελούν μία από τις σημαντικότερες εφαρμογές της μεθόδου ICA σε δεδομένα ΗΕΓ. Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει μελετώντας τη λίστα χρηστών, που υπάρχει στην ιστοσελίδα του EEGLab [5], αφού ένα μεγάλο ποσοστό των χρηστών του προγράμματος εφαρμόζει τους περιεχόμενες σε αυτό συναρτήσεις ICA, με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων.

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής της ICA σε ένα αρχείο ΗΕΓ που τοποθετείται πριν την προ-κριτική περίοδο, με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων, παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 7.3. Τα αποτελέσματα, που προέκυψαν από την εφαρμογή της ICA σε αρχεία δεδομένων ΗΕΓ με τα ίδια χαρακτηριστικά επιβεβαιώνουν πως η μέθοδος ICA με σκοπό την απόρριψη τεχνικών σφαλμάτων μπορεί να υλοποιηθεί με επιτυχία, μέσω της συνάρτησης `runica()`, αλλά και των γραφημάτων του EEGLab.

Αντίθετα, η εφαρμογή της μεθόδου ICA με τον ίδιο στόχο σε αρχεία ΗΕΓ, που τοποθετούνται χρονικά είτε στην προ-κριτική, είτε στην κριτική περίοδο υπήρξε αναποτελεσματική. Οι προ-επιληπτικές ή επιληπτικές διαταραχές, αντίστοιχα, ήταν τόσο έντονες, που επικάλυπταν τις επιδράσεις των τεχνικών σφαλμάτων. Συνεπώς, από τις ανεξάρτητες συνιστώσες που προέκυπταν καμμία δεν παρουσίαζε στοιχεία ενδεικτικά κάποιου τεχνικού σφάλματος, με αποτέλεσμα η απομόνωση των συνιστωσών-τεχνικών σφαλμάτων μέσω της παρατήρησης των γραφημάτων του EEGLab να είναι αδύνατη.

7.5 Βιβλιογραφία

- (1) A.J.Rowan, E.Tolunski. Primer of EEG with a Mini-Atlas. 2003.
- (2) J.N.Knight. Signal fraction analysis and artifact removal in EEG. Colorado State University, 2003.
- (3) T-P.Jung, C.Humphries, T.W.Lee, M.J.McKeown, V.Iragui, S.Makeig, T.J.Sejnowski. Removing electroencephalographic artifacts by blind source separation. *Psychophysiology* 2000; 37:163-178.
- (4) A.Delorme, S.Makeig, H.Serby. EEGLab Tutorial. 2004.
- (5) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab. www.sccn.uscd.edu/eeglab/ . 2006.
Ref Type: Electronic Citation
- (6) J.Corsini, L.Shoker, S.Sanei. Epileptic Seizure Predictability from scalp EEG incorporating constrained BSS. *IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING* 6 A.D.; 53(5).
- (7) C.J.James, O.Gibson. Electromagnetic brain signal analysis using constrained ICA. 2nd European Medical & Biological Engineering Conference EMBEC '02,Vienna,Dec 04-08 2002.
- (8) C.J.James, O.Gibson. Temporally constrained ICA : An application to artifact rejection in electromagnetic brain signal analysis. *IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING* 2003; 50(9).
- (9) C.W.Hesse, C.J.James. Stepwise model order estimation in Blind Source Separation applied to ictal EEG. Proceedings of the 26th Annual International Conference of the IEEE EMBS 2004.
- (10) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab: an open source toolbox for analysis of single-trial EEG dynamics including ICA. *Journal of Neuroscience Methods* 2004; 134:9-21.

Κεφάλαιο

8

Συμπεράσματα

8.1 Συμπεράσματα

Μέσω της βιβλιογραφικής μελέτης της χρήσης της μεθόδου ICA για επεξεργασία σήματος επιληπτικού ΗΕΓ μακράς διάρκειας, που έγινε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, προέκυψαν δύο σημαντικά συμπεράσματα:

Πρώτον διαπιστώθηκε πως η χρήση της μεθόδου ICA με στόχο την απομάκρυνση των τεχνικών σφαλμάτων είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη. Οι σχετικές μελέτες, που επίσης παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4 [1;2;3], αποδεικνύουν πως η μέθοδος ICA, μπορεί να εξάγει ανεξάρτητες συνιστώσες, που αποτελούν τεχνικά σφάλματα, με απόλυτη επιτυχία. Ο εντοπισμός τους μπορεί να γίνει είτε με βάση υποκειμενικά [4;5], είτε με βάση αντικειμενικά κριτήρια [2;3]. Στην περίπτωση των αντικειμενικών κριτηρίων, όμως, ο αλγόριθμος cICA, που χρησιμοποιείται δεν εξάγει πάντα τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Δεύτερον διαπιστώθηκε πως έναν άλλο στόχο προς τον οποίο κατευθύνεται η χρήση της μεθόδου ICA, τα τελευταία χρόνια, αποτελεί η πρόβλεψη επιληπτικών κρίσεων. Οι σχετικές μελέτες, που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4 [4-8], αποδεικνύουν πως αν και έχουν συντελεστεί σημαντικά βήματα προόδου, υπάρχουν κάποια εμπόδια, που προς το παρόν φαντάζουν αζεπέραστα.. Παρόλα αυτά, υπάρχει η ελπίδα πως η μέθοδος ICA θα παίξει στο μέλλον ουσιαστικό ρόλο προς αυτήν την κατεύθυνση.

Η πιο ενδιαφέρουσα από τις μελέτες αυτές είναι των J. Corsini, L. Shoker, S. Sanei [4]. Η μελέτη αυτή εφαρμόζει τη μη γραμμική μέθοδο του μέγιστου εκθέτη Lyapunov στις ανεξάρτητες επιληπτικές συνιστώσες της ICA, με ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα. Συγκεκριμένα κατορθώνει να εντοπίσει ενδείξεις της επερχόμενης κρίσης 150 sec πριν την εκδήλωσή της. Παρουσιάζει, όμως, μία σημαντική ατέλεια: η επιλογή, από τις ανεξάρτητες συνιστώσες, αυτών που σχετίζονται με την επιληψία γίνεται με βάση υποκειμενικά κριτήρια, δηλαδή μέσω της παρατήρησης των γραφημάτων των συνιστωσών. Η ατέλεια αυτή, που χαρακτηρίζει και άλλες μελέτες [6;9;1;5] και που αποτελεί γενικότερο πρόβλημα της χρήσης της μεθόδου ICA, έως τώρα δεν έχει αντιμετωπιστεί επαρκώς. Οι μελέτες που προτείνουν λύσεις είτε βασίζονται σε σχετικά χονδροειδείς υποθέσεις (υποτίθεται πως η συχνότητα και η φάση της επιληπτικής διαταραχής καθ'όλη τη διάρκειά της κρίσης παραμένει σταθερή) [7] είτε χρησιμοποιούν κι αυτές (στο ξεκίνημά τους) κάποιο υποκειμενικό κριτήριο επιλογής [8].

Μέσω της χρήσης του πακέτου EEGLab [10;11] του MATLAB για την εφαρμογή της μεθόδου ICA τα συμπεράσματα που προέκυψαν είναι τα εξής : Κατ' αρχάς, μέσω της εφαρμογής της ICA σε συνθετικά δεδομένα, διαπιστώθηκε πως η συνάρτηση `runica()` του EEGLab υλοποιεί με επιτυχία τον αλγόριθμο `logistic Infomax ICA`. Επιπλέον, μέσω της εφαρμογής της ICA στα πραγματικά δεδομένα επιληπτικού ΗΕΓ, που αποκτήθηκαν από το νοσοκομείο «Ευαγγελισμός», διαπιστώθηκε πως το EEGLab μπορεί να χρησιμοποιηθεί με επιτυχία για την απομάκρυνση τεχνικών σφαλμάτων. Από τις ανεξάρτητες συναρτήσεις που προκύπτουν από τη συνάρτηση `runica()`, επιλέγονται αυτές που αποτελούν τεχνικά σφάλματα, μέσω της παρατήρησης των γραφημάτων του EEGLab.

8.2 Βιβλιογραφία

- (1) C.J.James, C.W.Hesse. Independent Component Analysis for biomedical signals. *Physiological Measurement* 26, R15-R39. 2005.
Ref Type: Journal (Full)
- (2) C.J.James, O.Gibson. Electromagnetic brain signal analysis using constrained ICA. 2nd European Medical & Biological Engineering Conference EMBEC '02, Vienna, Dec 04-08 2002.
- (3) C.J.James, O.Gibson. Temporally constrained ICA : An application to artifact rejection in electromagnetic brain signal analysis. *IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING* 2003; 50(9).
- (4) J.Corsini, L.Shoker, S.Sanei. Epileptic Seizure Predictability from scalp EEG incorporating constrained BSS. *IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING* 6 A.D.; 53(5).
- (5) C.W.Hesse, C.J.James. Stepwise model order estimation in Blind Source Separation applied to ictal EEG. *Proceedings of the 26th Annual International Conference of the IEEE EMBS* 2004.
- (6) A.J.R.Leal, A.I.Dias, J.P.Vieira. Analysis of the EEG dynamics of epileptic activity in gelastic seizures using decomposition in independent components. *Clinical Neurophysiology* 2006; 117(7):1595-1601.
- (7) C.J.James, O.Gibson. On the analysis of seizure onset in the EEG: the application of constrained ICA. 2nd European Medical & Biological Engineering Conference EMBEC '02, Vienna, Dec 04-08 2006; 424-426.
- (8) C.W.Hesse, C.J.James. Seizure tracking and detection in ictal EEG using time-structure based BSS methods and prior spatial topographical information. *The 3rd European Medical and Biological Engineering Conference EMBEC'05 (20-25 Nov 2005, Prague, Czech Republic)* 2005; 11(1).
- (9) C.J.James, D.Lowe. Extracting multisource brain activity from a single electromagnetic channel. *Artificial Intelligence in Medicine* 2003; 28:89-104.
- (10) A.Delorme, S.Makeig, H.Serby. EEGLab Tutorial. 2004.
- (11) A.Delorme, S.Makeig. EEGLab. www.sccn.uscd.edu/eeglab/ . 2006.
Ref Type: Electronic Citation