



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**  
**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ**  
**ΤΩΝ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ**  
**ΣΕ ΘΕΜΑΤΑ ΣΗΡΑΓΓΩΝ**

του φοιτητή

**Γεώργιου Ι. Τσεκούρα**

---

**DIPLOMA THESIS**

**APPLICATION**  
**OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS' METHOD**  
**IN TUNNELING PROBLEMS**

of student

**George J. Tsekouras**

Επιβλέπων: **Μ. Καββαδάς**, Αν. Καθηγητής, ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2004

.....  
Γεώργιος Ι. Τσεκούρας

Διπλωματούχος Πολιτικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Γεώργιος Ι. Τσεκούρας

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της ενέργειας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται στο συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΣΥΝΟΨΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι να αναδειχθούν οι δυνατότητες της υπολογιστικής νοημοσύνης για εφαρμογές στην εδαφομηχανική και ειδικότερα να εκτιμηθούν οι μετακινήσεις οροφής, μετώπου και τοιχώματος -που αναπτύσσονται κατά τη διάνοιξη σηράγγων- με τη χρήση ενός πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου, εκπαιδευόμενου με τον αλγόριθμο επίσθιας τροφοδότησης σφάλματος.

Αρχικά περιγράφονται οι γνωστικές περιοχές της υπολογιστικής νοημοσύνης δίνοντας έμφαση στα πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα. Συγκεκριμένα γίνεται η περιγραφή των τεχνητών νευρωνικών δικτύων ως προς την προέλευσή τους, τις γενικές δυνατότητές τους και τις υπάρχουσες εφαρμογές του. Αναπτύσσονται οι λόγοι που οδηγούν στη διερεύνηση της εφαρμογής τους στην εδαφομηχανική σημειώνοντας την καταλληλότητά τους για προβλήματα με πολύπλοκες ή άγνωστες συσχετίσεις μεταξύ μεταβλητών, με μαθηματικά μοντέλα μη ακριβή ή με αδυναμία αναπαράστασης λόγω μεγάλων διαστάσεων.

Ακολουθούν οι αρχές των πρώτων βασικών νευρωνικών δικτύων και το απαραίτητο μαθηματικό υπόβαθρο που προετοιμάζουν τη μετάβαση στα πολυεπίπεδα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Για τα τελευταία καταγράφεται πλήρως ο αλγόριθμος της *οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος* από θεωρητικής και προγραμματιστικής πλευράς. Αυτού του είδους τα νευρωνικά δίκτυα είναι κατάλληλα για την εκτίμηση μεγεθών, όπως των καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων, για τον προσδιορισμό σχέσεων μεταξύ γεωλογικών παραμέτρων, για κατηγοριοποιήσεις εδαφών ή βραχώμαζας κα.

Έπειτα γίνεται μία εισαγωγή σε άλλα είδη νευρωνικών δικτύων πέρα των πολυεπίπεδων, όπως των δικτύων ακτινικής συνάρτησης βάσης, των αλγορίθμων ανταγωνιστικής μάθησης και των αυτοσυσχετιστικών μνημών, αναφέροντας σε καθένα από αυτά σε ποια είδη προβλημάτων εδαφομηχανικής θα μπορούσαν να βρουν εφαρμογή.

Στη συνέχεια περιγράφονται οι βασικές αρχές των υπολοίπων γνωστικών αντικειμένων της υπολογιστικής νοημοσύνης, δηλαδή της ασαφούς λογικής, των δέντρων αποφάσεων και των γενετικών αλγορίθμων. Η ασαφής λογική διακρίνεται σε θέματα που περιέχουν λεκτικά μεγέθη λόγω της δυνατότητάς της να τα μετατρέπει σε αριθμητικές τιμές και το αντίστροφο, καθώς επίσης λύνει εύκολα προβλήματα εκτιμήσεων μεγεθών στηριζόμενη σε μεγάλο βαθμό στον τρόπο εξαγωγής συμπερασμάτων του ανθρώπινου εγκεφάλου. Τα δέντρα αποφάσεων είναι κατάλληλα για θέματα αξιοπιστίας, ασφάλειας και λήψης αποφάσεων, ενώ οι γενετικοί αλγόριθμοι για βελτιστοποιήσεις αλγορίθμων και επιλογή-ρύθμιση παραμέτρων διαφόρων μοντέλων. Παράλληλα αναφέρονται συγκεκριμένες πιθανές εφαρμογές από την εδαφομηχανική.

Με αυτά τα στοιχεία ολοκληρώνεται η εισαγωγή στην υπολογιστική νοημοσύνη. Στη συνέχεια υπενθυμίζονται ορισμένα βασικά σημεία της θεωρίας σχεδιασμού υπόγειων έργων με έμφαση στα προβλήματα σηράγγων, ώστε να συνδεθεί ομαλά με την εφαρμογή που θα υλοποιηθεί.

Ειδικότερα αναπτύσσονται ένα μοντέλο πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου ικανού να εκτιμήσει τις μετακινήσεις οροφής, μετώπου και τοιχώματος κατά τη διάνοιξη μίας σήραγγας χρησιμοποιώντας ως εισόδους παραμέτρους, όπως τον συντελεστή υπερφόρτισης, τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο, το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος, το μέτρο ελαστικότητας της βραχώμαζας και τη θέση μέτρησης μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης της σήραγγας. Το πρόγραμμα γράφτηκε σε *Digital Fortran*. Τα δεδομένα

δόθηκαν από εκτελέσεις του προγράμματος πεπερασμένων διαφορών *FLAG3D 2.00* για την περίπτωση διάνοιξης σήραγγας σε διάφορα βάθη και με διαφορετικές βραχώμαζες.

Για κάθε μία από τις τρεις μετακινήσεις -μετώπου, τοιχώματος και οροφής- πραγματοποιούνται εκτελέσεις για ένα πλήθος νευρώνων, αρχικών τιμών και χρονικών παραμέτρων του όρου ορμής και του ρυθμού μάθησης, προκειμένου να ρυθμιστεί όσο το δυνατόν καλύτερα το μοντέλο του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

Ανεξάρτητα των συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

- ◆ ως προς τις μετακινήσεις μετώπου:
  - ⇒ η μέση τιμή απόλυτου σφάλματος είναι μικρότερη των 3 mm,
  - ⇒ η μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 20mm,
  - ⇒ ο συντελεστής προσαρμογής μεταξύ εκτιμούμενης-πραγματικής μετακίνησης είναι μεγαλύτερος του 95%.
- ◆ ως προς τις μετακινήσεις τοιχώματος:
  - ⇒ η μέση τιμή απόλυτου σφάλματος είναι μικρότερη των 6,3 mm,
  - ⇒ η μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος είναι μικρότερη των 41 mm,
  - ⇒ ο συντελεστής προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 92%.
- ◆ ως προς τις μετακινήσεις οροφής:
  - ⇒ η μέση τιμή απόλυτου σφάλματος είναι μικρότερη των 4,8 mm,
  - ⇒ η μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος είναι μικρότερη των 40 mm,
  - ⇒ ο συντελεστής προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 95%.

Παράλληλα προσδιορίζονται ορισμένες εμπειρικές τιμές των νευρώνων, των παραμέτρων του όρου ορμής και του ρυθμού μάθησης για κάθε είδος μετακίνησης. Σε κάθε περίπτωση τα μεγέθη που δίνονται για τη ρύθμιση των παραμέτρων του ΤΝΔ είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης του εκάστοτε είδους μετακινήσεων.

Επίσης η απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου επηρεάζεται από το σύνολο εκπαίδευσης, καθώς αύξηση του πλήθους των διανυσμάτων εκπαίδευσης δεν οδηγεί απαραίτητα σε βελτίωση του μοντέλου εκτίμησης. Διαπιστώνεται ότι ο τυχαίος τρόπος παρουσίασης των διανυσμάτων εισόδου & επιθυμητής εξόδου πλεονεκτεί έναντι του σειριακού. Η στοχαστικότητα κατά την επιλογή εμφάνισης των διανυσμάτων εισόδου και κατά την αρχικοποίηση βαρών-πολώσεων για διαφορετικές εκτελέσεις του ίδιου σεναρίου-ΤΝΔ δεν προκαλεί ουσιαστικές μεταβολές στις εκτιμήσεις του μοντέλου. Επιπλέον το πολυεπίπεδο ΤΝΔ είναι αριθμητική μέθοδος παρεμβολής και όχι προεκβολής. Για την καλύτερη μοντελοποίηση του προβλήματος πρέπει το σύνολο εκπαίδευσης να είναι αντιπροσωπευτικό του χώρου όλων των διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου. Ενώ η αφαίρεση ή και η προσθήκη μεταβλητών στο διάνυσμα εισόδου πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή, καθώς επηρεάζει σημαντικά την απόδοση του μοντέλου.

Τέλος η συνολική συμπεριφορά του μοντέλου ΤΝΔ κρίνεται αρκετά ικανοποιητική.



## SYNOPSIS - CONCLUSIONS

The intention of this diploma thesis is to reveal the potential of computational intelligence with applications in soil mechanics. Especially the settlements of the roof, the face and the walls during the construction of a tunnel are estimated using a multilayer artificial neural network, trained by the back propagation algorithm.

Initially, the knowledge field of computational intelligence is described, with emphasis on the multilayer artificial neural networks. To be more specific the first part of this presentation is an extensive reference to the origin, the general potential and the existing applications of neural networks. The reasons that lead the examination of their applications in soil mechanics are mentioned, marking the suitability of neural networks concerning problems of complicated or unknown variable correlation, non precise mathematical models or problems that are difficult to be simulated due to their large dimensions.

The basic principles of the first neural networks, along with the necessary mathematical foundation are mentioned, preparing the transition to multilayer networks. As far as the latter are concerned, the back propagation algorithm is noted down both on a theoretical and programming basis. This kind of neural networks is suitable for the estimation of variables, such as settlements during tunnel excavations, for the determination of the correlation among geological parameters, for soil or rock-mass categorization etc.

An introduction of other types of neural networks besides the multilayer ones follows, such as radial basis function networks, unsupervised competitive learning algorithms and autoassociative memories. For each of the above-mentioned there is a reference to the kind of problems they could find use in soil mechanics.

Then, there is a description of the basic principles governing the rest of the fields in which computational intelligence is used, that is fuzzy logic, decision trees and genetic algorithms. Fuzzy logic is preferred in topics that include linguistic variables due to each capability to transform them in arithmetic values and vice versa. It can easily solve problems of variable estimation, based in a large extent, on the deduction mechanism of the human brain. The decision trees are suitable in reliability topics as well as on those of security and decision-making, while the genetic algorithms are suitable for algorithm optimizations and selection-regulation of the parameters of various models. In addition to the previous, there are specific mentions of possible applications in soil mechanics.

After the first part of the thesis, which summarizes all the basic aspects of the computational intelligence, some basic elements of the theory of underground design are reminded giving emphasis in tunnel problems.

In particular, a multilayer artificial neural network model is developed, so that the settlements of the roof, the face and walls are estimated during a tunnel excavation. The input variables of the model are: the overload coefficient, the placement of the temporary lining behind the face, the thickness of the shotcrete, the modulus of elasticity of the surrounding rock-mass and the position where the measurement of the settlement takes place referring to the tunnel axis. The code of the problem was developed in *Digital Fortran*. The input data was part of a set of analysis outputs conducted by the finite difference program FLAG3D ver 2.00 for several types of rock-mass and various depths of tunnels.

For each of the three settlements: (face, walls and roof settlements), the program is executed for several numbers of neurons, initial values and time parameters of the momentum term and the learning rate, in order the ANN model to be regulated at the best possible way.

Regardless of the training and validation-test sets, the following results have occurred:

- ◆ Regarding the face settlements:
  - ⇒ the mean value of the absolute error is less than 3 mm,
  - ⇒ the maximum value of the absolute error is less than 20 mm,
  - ⇒ the adjustment coefficient between the estimated and the actual settlement is greater than 95%.
- ◆ Regarding the wall settlements:
  - ⇒ the mean value of the absolute error is less than 6,3 mm,
  - ⇒ the maximum value of the absolute error is less than 41 mm,
  - ⇒ the adjustment coefficient is greater than 92%.
- ◆ Regarding the roof settlements:
  - ⇒ the mean value of the absolute error is less than 4,8 mm,
  - ⇒ the maximum value of the absolute error is less than 40 mm,
  - ⇒ the adjustment coefficient is greater than 95%.

Some empirical values of the neurons, the momentum term and the learning rate for each type of settlement are derived. The variables for the adjustment of the parameters of the ANN are empirical values, which are not common for all problems.

One of the conclusions that have been reached is that the performance of the artificial neural network is affected by the training set, as the increment of the training vectors does not necessary lead to the optimization of the estimation model. Also, it is worth mentioning that the random presentation of the input vectors and the desirable output has an advantage over the serial one. The randomness during describing the selection of the presentation of the input vectors and the initialization of the weights for different executions of the same scenario ANN does not provoke any substantial changes in the model estimations. Moreover, it is deduced that the multilayer ANN is a method of interpolation and not of extrapolation. In order to achieve the best modeling of the problem the training set has to be representative of the space determined by all of the input-desirable output vectors. On the other hand, the abstraction or even the addition of variables should be handled with particular attention, as it greatly affects the performance of the model.

Finally, the overall behavior of the ANN model is considered to be satisfactory.

## ***ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ***

Η παρούσα εργασία ανατέθηκε και επιβλέφθηκε από τον καθηγητή κύριο Μιχάλη Καββαδά, στον τομέα Γεωτεχνικής της σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Ε.Μ.Π..

Πρώτα από όλα θέλω να ευχαριστήσω ειλικρινά τον κύριο Καββαδά για την ανάθεση, την επίβλεψη, την πολύτιμη βοήθειά του και το άριστο κλίμα συνεργασίας κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Επίσης οφείλω να ευχαριστήσω τον κύριο Γιάννη Σπυρόπουλο, υποψήφιο διδάκτορα ΕΜΠ, για τα δεδομένα που μου διέθεσε και τις επεξηγήσεις που μου έδωσε.

Ακόμη ευχαριστώ θερμά τον κύριο Γιάννη Κουκούλη, υποψήφιο διδάκτορα ΕΜΠ, για τις επιλύσεις αποριών σε θέματα σχεδιασμού υπογείων έργων & αγγλικής ορολογίας, καθώς επίσης και την κυρία Μαρία–Αικατερίνη Νικολινάκου, υποψήφια διδάκτορα ΜΙΤ, για την πλούσια βιβλιογραφία που μου διέθεσε και έστειλε από την Αμερική.

Επίσης τις κυρίες Ειρήνη Καρανάσιου, Ζωή Λέντζιου, Μαρία Τσαρούχα και τον κύριο Χρήστο Μπίνιαρη από τη σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ, για τους προσωπικούς τους υπολογιστές που μου εμπιστεύτηκαν και διέθεσαν, για να πραγματοποιηθεί η πληθώρα εκτελέσεων του ΤΝΔ της παρούσας εργασίας.

Επίσης τις συμφοιτήτριες μου, κυρίες Ελένη Χατζή -για τη βοήθειά της στην τελική διαμόρφωση της περίληψης στα αγγλικά - και Νίκη Φανουράκη -για τις έγχρωμες εκτυπώσεις των τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων.

Τέλος οφείλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, γιατί την ολόπλευρη ηθική και υλική υποστήριξη που παρέχουν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΣΥΝΟΨΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b>	<b>i</b>
<b>SYNOPSIS - CONCLUSIONS</b>	<b>iii</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1      Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1    Εδαφομηχανική & Υπολογιστική Νοημοσύνη	1
1.2    Σκοπός της Παρούσας Εργασίας	2
1.3    Διάρθρωση Εργασίας	2
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2      Εισαγωγή στα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα</b>	<b>5</b>
2.1    Τί είναι οι Νευρωνικοί Υπολογισμοί και τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα;	5
2.2    Εφαρμογές των Νευρωνικών Δικτύων	7
2.3    Λειτουργία Βιολογικού Συστήματος και Αντιστοιχία με ΤΝΔ	8
2.4    Νευρωνικές Προσεγγίσεις για την Επίλυση Προβλημάτων	10
2.5    Πλεονεκτήματα & Μειονεκτήματα ΤΝΔ	11
2.6    Διαδικασία Κατασκευής Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων	11
2.7    Κατηγοριοποίηση των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων	12
2.7.1    Μάθηση με επίβλεψη	13
2.7.2    Μάθηση χωρίς επίβλεψη	14
2.8    Εκπαίδευση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων & Οδηγίες κατά τη Χρήση τους	14
2.9    Ιστορική Αναδρομή	16
2.10   Ποιοι λόγοι μας οδηγούν να διερευνήσουμε την εφαρμογή των ΤΝΔ στην Εδαφομηχανική;	18
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3      Οι Αρχές των Πρώτων Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων</b>	<b>19</b>
3.1    Η Πορεία μέχρι τα Πολύ-επίπεδα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα	19
3.2    Το <i>perceptron</i> – Το απλούστερο Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο	20
3.2.1    Θεώρημα Σύγκλισης του <i>perceptron</i>	22
3.2.2    Κριτήριο Επίδοσης	26
3.2.3    Οι περιορισμοί του <i>perceptron</i> και τα λάθος συμπεράσματα των <i>Minsky</i> και <i>Papert</i>	27
3.3    Οι Εξισώσεις των <i>Wiener-Hopf</i> για τον γραμμικό νευρώνα	28
3.3.1    Επίλυση των εξισώσεων <i>Wiener-Hopf</i> μέσω της μεθόδου απότομης καθόδου	30
3.3.2    Ο αλγόριθμος των ελαχίστων μέσων τετραγώνων	31

3.3.3	Σύγκλιση του αλγόριθμου των ελαχίστων μέσων τετραγώνων	33
3.3.4	Η καμπύλη μάθησης	34
3.4	Τεχνικές Ρύθμισης Ρυθμού Μάθησης	35
3.5	Η Μηχανή <i>Adaline</i>	36
3.6	Η Μετάβαση	36

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Τα Πολυεπίπεδα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα 37**

4.1	Εισαγωγή - Το πολυεπίπεδο <i>Perceptron</i>	37
4.2	Ροή Σημάτων	38
4.3	Ο Αλγόριθμος Οπισθοδρομικής Διάδοσης Σφάλματος	39
4.4	Αντίστροφη Προώθηση Σημάτων Σφάλματος Διαμέσου Δικτύου	41
4.5	Τα Δύο Στάδια Υπολογισμού του Αλγορίθμου Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος	43
4.6	Σιγμοειδής μη - Γραμμικότητα	44
4.7	Προσθήκη του Όρου Ορμής	45
4.8	Τρόποι εκπαίδευσης	46
4.8.1	Εκπαίδευση ανά πρότυπο	46
4.8.2	Εκπαίδευση ανά εποχή	47
4.9	Κριτήρια τερματισμού	47
4.10	Περίληψη της Διαδικασίας της Ανάστροφης Διάδοσης	48
4.11	Αριθμητικό Παράδειγμα – Επικοινωνία σε μια Γραμμή Κόμβων	49
4.12	Πού Εφαρμόζονται τα Πολυεπίπεδα <i>perceptron</i> ;	50
4.13	Παραδείγματα στην Εδαφομηχανική	51
4.8.1	Η περίπτωση εκτίμησης καθιζήσεων στη Μπαγκόγκ	51
4.8.2	Η περίπτωση του προσδιορισμού της ταχύτητας διατμητικών κυμάτων από γεωτεχνικές παραμέτρους	55
4.14	Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική	56

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Άλλες Μορφές Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων 57**

5.1	Δίκτυα Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης	57
5.1.1	Εκπαίδευση δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης	58
5.1.2	Σύγκριση πολυεπίπεδων <i>perceptrons</i> & δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης	58
5.1.3	Εφαρμογές των δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης στην εδαφομηχανική	59
5.2	Το Πρόβλημα της Μάθησης & της Γενίκευσης σε ΤΝΔ με Επίβλεψη	59
5.2.1	Βέλτιστη ισορροπία πόλωσης - μεταβλητότητας	60
5.2.2	Κριτήρια τερματισμού μάθησης	61
5.2.3	Τεχνικές εκτίμησης σφάλματος ενός πολυεπιπέδου ΤΝΔ	62
5.2.4	Κανονικοποίηση τιμών μεταβλητών	63
5.3	Ανταγωνιστική Μάθηση	64
5.3.1	Αλγόριθμος κ-μέσων	66
5.3.2	Αλγόριθμος του Εκπαιδευμένου Διανυσματικού Κβαντιστή	67
5.3.3	Αλγόριθμος της Ασαφούς Ομαδοποίησης	68

5.3.4	Αλγόριθμος του Αυτό-οργανωμένου Χάρτη	69
5.3.5	Πιθανές εφαρμογές στην εδαφομηχανική	72
5.4	Αυτοσυσχετιστικές Μνήμες	73
5.4.1	Το δίκτυο <i>Hopfield</i>	74
5.4.2	Πιθανές εφαρμογές στην εδαφομηχανική	76
5.5	Η Σύνδεση με τις Άλλες Μορφές Τεχνητής Νοημοσύνης	76
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 Βασικές Αρχές Ασαφούς Λογικής</b>		<b>77</b>
6.1	Πώς σχηματίστηκαν τα Ασαφή Σύνολα;	77
6.2	Ασαφή Σύνολα	78
6.3	3 Βασικοί Όροι και Πράξεις	81
6.4	Ασαφείς Σχέσεις	84
6.5	Αναγκαιότητα & Ανάπτυξη ενός Ασαφούς Υπολογιστικού Συστήματος	87
6.6	Ανάλυση Βασικών Εννοιών Ασαφούς Υπολογιστικού Συστήματος	89
6.6.1	Λεκτικές μεταβλητές	89
6.6.2	Συνάρτηση συμμετοχής	90
6.6.3	Ασαφοποίηση	92
6.6.4	Ασαφείς λεκτικές περιγραφές και βάση κανόνων	92
6.6.5	Ασαφής εξαγωγή συμπεράσματος	93
6.6.6	Αποσαφήνιση	95
6.7	Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική	96
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 Βασικές Αρχές Δένδρων Απόφασης</b>		<b>97</b>
7.1	Τρόπος Εξαγωγής Γνώσης από Σύνολα Μάθησης	97
7.2	Τί Είναι τα Δένδρα Απόφασης ;	98
7.3	Γενικοί Κανόνες και Συμβολισμοί	99
7.4	Αυτόματη Κατασκευή των Δένδρων Απόφασης	100
7.5	Ορισμοί και Ερμηνεία Βασικών Στοιχείων των Δένδρων Απόφασης	101
7.6	Μαθηματική Επίλυση των Δένδρων Απόφασης	103
7.6.1	Εκτίμηση με βάση το σύνολο μάθησης	103
7.6.2	Βέλτιστο κριτήριο διαχωρισμού	104
7.6.3	Μέθοδος διακοπής διαχωρισμού	104
7.7	Επεξήγηση Δημιουργίας ενός Δένδρου Απόφασης μέσα από ένα παράδειγμα	106
7.8	Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική	110
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 Βασικές Αρχές Γενετικών Αλγορίθμων</b>		<b>111</b>
8.1	Τί είναι οι Γενετικοί Αλγόριθμοι;	111
8.2	Λειτουργία Γενετικών Αλγορίθμων	114
8.2.1	Ένα εισαγωγικό παράδειγμα προς κατανόηση	116
8.2.2	Επιλογή κωδικοποίησης μεταβλητών	119
8.3	Μαθηματική Θεμελίωση	119

8.4	Διαμόρφωση Γενετικών Αλγορίθμων	120
8.5	Βελτίωση της Απόδοσης των Γενετικών Αλγορίθμων	120
8.6	Γενικά Είδη Προβλημάτων που Επιλύονται με Γενετικούς Αλγόριθμους	121
8.7	Ανάλυση ενός Προβλήματος και Επίλυσή του μέσω Γενετικών Αλγορίθμων	122
8.8	Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική	126

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9      **Μετακινήσεις & Καθιζήσεις κατά την Κατασκευή Σηράγγων**      127

9.1	Εισαγωγή στο Πρόβλημα των Καθιζήσεων κατά την Κατασκευή Σηράγγων	127
9.2	Περιγραφή της Βραχόμαζας	127
9.2.1	Μηχανική αντοχή πετρώματος	128
9.2.2	Δείκτης κερματισμού της βραχόμαζας <i>RQD</i>	129
9.2.3	Ασυνέχειες και τα χαρακτηριστικά τους	129
9.2.4	Επιρροή του υπόγειου νερού	130
9.3	Συστήματα Ταξινόμησης της Βραχόμαζας	130
9.3.1	Το σύστημα <i>RMR</i>	130
9.3.2	Το σύστημα <i>Q (NGI)</i>	133
9.3.3	Το σύστημα <i>GSI</i>	136
9.4	Μηχανική Συμπεριφορά της Βραχόμαζας	138
9.4.1	Αρχική εντατική κατάσταση	138
9.4.2	Παράμετροι παραμορφωσιμότητας	139
9.4.3	Παράμετροι αντοχής	139
9.4.4	Μακροχρόνια συμπεριφορά της βραχόμαζας	144
9.5	Κατανομές Τάσεων και Παραμορφώσεων γύρω από μία Κυκλική Σήραγγα	145
9.5.1	Ανεπένδυτη κυκλική σήραγγα σε μεγάλο βάθος – Μία πρώτη προσέγγιση	146
9.5.2	Προσομοίωση επένδυσης σήραγγας με ανάπτυξη εσωτερικής ισοδύναμης πίεσης	148
9.5.3	Ορισμός των καμπυλών σύγκλισης- αποτόνωσης	156
9.6	Ανάλυση της Διάνοιξης και Υποστήριξης Σηράγγων με Καμπύλες Σύγκλισης- Αποτόνωσης	157
9.6.1	Επιρροή της προσωρινής υποστήριξης	163
9.6.2	Η μέθοδος σύγκλισης-αποτόνωσης στον υπολογισμό εντατικών μεγεθών	164
9.6.3	Η εφαρμογή της μεθόδου σύγκλισης-αποτόνωσης στην <i>NATM</i>	165
9.7	Μέθοδοι Εκτίμησης Καθιζήσεων	166
9.7.1	Εμπειρικές μέθοδοι καθιζήσεων	167
9.7.2	Αναλυτικές μέθοδοι καθιζήσεων	173
9.7.3	Αριθμητικές μέθοδοι καθιζήσεων	173
9.7.4	Εργαστηριακές μέθοδοι καθιζήσεων	174
9.7.5	Καθιζήσεις μετά το πέρας της κατασκευής	175
9.7.6	Επιρροή του υλικού στις καθιζήσεις	175
9.7.7	Βελτίωση του εδάφους με σκοπό μείωσης των καθιζήσεων	176
9.8	Περιληπτική Περιγραφή Μεθόδων Διάνοιξης & Επίδραση στις Καθιζήσεις	178



9.8.1	Νέα Αυστριακή Μέθοδος Σηράγγων - NATM	178
9.8.2	Η μέθοδος SCL	179
9.8.3	Διάνοιξη με μηχανήματα ολομέτωπης κοπής	179
9.9	Σύνοψη	180
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10</b>	<b>Ανάπτυξη Αλγορίθμου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου για Εύρεση Μετακινήσεων κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων</b>	<b>181</b>
10.1	Ποιό Πρόβλημα Καλούμαστε να Επιλύσουμε & Ποια Μέθοδο θα Εφαρμόσουμε;	181
10.2	Περιγραφή Δεδομένων Εισόδου	182
10.2.1	Αρχές και χρήση πεπερασμένων στοιχείων & πεπερασμένων διαφορών στη διάνοιξη σηράγγων	182
10.2.2	Διαμόρφωση πλέγματος και εκτέλεση προγράμματος πεπερασμένων διαφορών	187
10.2.3	Στοιχεία που λήφθηκαν από το πρόγραμμα πεπερασμένων διαφορών	190
10.3	Πρόγραμμα Κατάλληλης Μορφοποίησης Δεδομένων	191
10.4	Ανάπτυξη Αλγορίθμου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου για Εύρεση Μετακινήσεων κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων	193
10.4.1	Διαμόρφωση αρχείων εισόδου & η ανάγνωσή τους	195
10.4.2	Κανονικοποίηση τιμών μεταβλητών των διανυσμάτων εισόδου και επιθυμητής εξόδου	196
10.4.3	Εκτέλεση Πολλαπλών Σεναρίων	197
10.4.4	Πυρήνας Αλγορίθμου Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος	199
10.4.5	Πραγματοποίηση εκτέλεσης του προγράμματος	206
10.5	Εφαρμογές προς Εξέταση στα πλαίσια της Εργασίας	206
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11</b>	<b>Εκτίμηση Μετακινήσεων Μετώπου κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων</b>	<b>207</b>
11.1	Γενικά	207
11.2	Μία Τυπική Εκτέλεση του Αλγορίθμου ΤΝΔ για τις Μετακινήσεις Μετώπου	208
11.3	Επίδραση Νευρώνων στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου	211
11.4	Επίδραση των Παραμέτρων Ορμής στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου	219
11.5	Επίδραση των Παραμέτρων Εκπαίδευσης στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου	227
11.6	Συμπεράσματα ως προς το μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου	238

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12</b>	<b>Εκτίμηση Μετακινήσεων Μετώπου κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων</b>	<b>239</b>
12.1	Γενικά	239
12.2	Μία Τυπική Εκτέλεση του Αλγορίθμου ΤΝΔ για τις Μετακινήσεις Τοιχώματος	240
12.3	Επίδραση Νευρώνων στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος	243
12.4	Επίδραση των Παραμέτρων Ορμής στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος	249
12.5	Επίδραση των Παραμέτρων Εκπαίδευσης στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος	253
12.6	Συμπεράσματα ως προς το μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος	258
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13</b>	<b>Εκτίμηση Μετακινήσεων Οροφής κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων</b>	<b>258</b>
13.1	Γενικά	259
13.2	Μία Τυπική Εκτέλεση του Αλγορίθμου ΤΝΔ για τις Μετακινήσεις Οροφής	260
13.3	Επίδραση Νευρώνων στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής	263
13.4	Επίδραση των Παραμέτρων Ορμής στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής	269
13.5	Επίδραση των Παραμέτρων Εκπαίδευσης στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής	273
13.6	Συμπεράσματα ως προς το μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής	278
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14</b>	<b>Εισαγωγή στην Ανάλυση Ευαισθησίας του Πολυεπιπέδου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου Εκτίμησης Μετακινήσεων κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων</b>	<b>279</b>
14.1	Γενικά	279
14.2	Η Επίδραση του Τυχαίου Τρόπου Επιλογής Διανυσμάτων Εκπαίδευσης & Αρχικοποίησης Βαρών	279
14.3	Η Επίδραση του Τυχαίου Τρόπου Επιλογής Διανυσμάτων Εκπαίδευσης έναντι του Σειριακού	281
14.4	Η Επίδραση Παράλειψης Συγκεκριμένων μίας Μεταβλητής Εισόδου	282
14.5	Η Ευαισθησία της μεθόδου ΤΝΔ ως προς τις Μεταβλητές Εισόδου	283
14.6	Συμπεράσματα από τη Στοιχειώδη Ανάλυση Ευαισθησίας	284

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15</b>	<b>Τελικά Συμπεράσματα &amp; Περιοχές Περαιτέρω Έρευνας</b>	<b>285</b>
15.1	Περίληψη των Πιθανών Εφαρμογών της Υπολογιστικής Νοημοσύνης στην Εδαφομηχανική	285
15.2	Τελικά Συμπεράσματα ως προς το Μοντέλο του Πολυεπιπέδου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου Εκτίμησης Μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων	287
15.3	Περιοχές Περαιτέρω Έρευνας	288
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>		<b>289</b>
B.1	Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα	289
B.2	Ασαφής Λογική	291
B.3	Δένδρα Αποφάσεων	291
B.4	Γενετικοί Αλγόριθμοι	292
B.5	Εδαφομηχανική, Βραχομηχανική και Σήραγγες	292
B.6	Γενική Βιβλιογραφία	295
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1</b>	<b>Στοιχεία Εισόδου &amp; Πρόγραμμα Διαμόρφωσης Δεδομένων</b>	<b>297</b>
P.1.1	Αρχείο Καταχώρησης Στοιχείων προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών	297
P.1.2	Πρόγραμμα Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών & Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Ελέγχου	300
P.1.3	Είσοδοι & Έξοδοι Προγράμματος Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών & Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Ελέγχου	303
P.1.4	Εκτέλεση Προγράμματος Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών & Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Ελέγχου	308
P.1.5	Παραλλαγή Προγράμματος Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών και Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Αξιολόγησης με αποκλεισμό συγκεκριμένων τιμών Συντελεστή Υπερφόρτισης	308
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2</b>	<b>Παρουσίαση Κώδικα Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου προς Επίλυση Προβλήματος Μετατοπίσεων σε Σήραγγες</b>	<b>309</b>
P.2.1	Πολυεπίπεδο Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο ενός Κρυφού Επιπέδου με τον Αλγόριθμο Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος	297
P.2.2	Αρχεία Εισόδου και Εξόδου του Προγράμματος	328
P.2.3	Πρόγραμμα Παρουσίασης Τρισδιάστατων Γραφικών Παραστάσεων σε <i>MATLAB</i>	332



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Εδαφομηχανική & Υπολογιστική Νοημοσύνη

Στην επιστήμη της εδαφομηχανικής ένα μεγάλο πλήθος προβλημάτων, όπως οι καθιζήσεις του εδάφους ή της βραχώμαζας κατά τη διάνοιξη των σηράγγων, η φέρουσα ικανότητα των πασσάλων κα. αντιμετωπίζονται με πληθώρα μεθόδων, που συνοψίζονται: στις εμπειρικές-στοχαστικές, στις αναλυτικές, στις αριθμητικές και στις πειραματικές. Κατά τα τελευταία χρόνια άρχισαν σιγά-σιγά να εφαρμόζονται και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα στην αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων, τα οποία αποτελούν μέλος της οικογένειας της υπολογιστικής νοημοσύνης.

Η *υπολογιστική νοημοσύνη* - Computational Intelligence - αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους και ταχύτερα εξελισσόμενους κλάδους της Πληροφορικής γενικότερα και της Τεχνητής Νοημοσύνης ειδικότερα. Στο γνωστικό της πεδίο εντάσσονται τέσσερις γνωστικές περιοχές:

- ◆ τα *νευρωνικά δίκτυα* -neural networks,
- ◆ η *ασαφής λογική* -fuzzy logic,
- ◆ οι *γενετικοί αλγόριθμοι* -genetic algorithms,
- ◆ τα *δέντρα αποφάσεων* - decision trees.

Αρχικά οι τέσσερις περιοχές αναπτύχθηκαν ανεξάρτητα, ενώ διέπονται από διαφορετικές αρχές. Τελευταία όμως εμφανίζονται αρκετές υβριδικές-αλληλεπιδραστικές μορφές τους. Το βασικό κοινό τους στοιχείο είναι ότι χρησιμοποιούν αριθμητικά μοντέλα για να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα της τεχνητής νοημοσύνης, σε αντίθεση με τις κλασικές μεθόδους της που βασίζονται στη λογική και τη συμβολική επεξεργασία. Αυτό το χαρακτηριστικό προέκυψε πριν δέκα χρόνια (1994) και οδήγησε στη διαμόρφωση [N1] του όρου «υπολογιστική νοημοσύνη».

Αν ξεπεράσουμε τα περίεργα ονόματα -που είναι ξένα ως προς την επιστήμη του πολιτικού μηχανικού και περισσότερο θυμίζουν βιολογία-, η υπολογιστική νοημοσύνη ουσιαστικά αποτελεί ένα -εξεζητημένο- είδος αριθμητικής ανάλυσης που προσπαθεί να εκμεταλλευθεί αποδοτικά την υπάρχουσα εμπειρία μέσω ενός μεγάλου πλήθους δεδομένων. Είναι κατάλληλη για προβλήματα που διαθέτουν εμπειρική λύση, στα οποία το ακριβές μαθηματικό μοντέλο είναι αδύνατο να διατυπωθεί ή είναι αρκετά πολύπλοκο. Επίσης μπορεί να προσδιορίσει ένα γενικευμένο νόμο που συσχετίζει το πλήθος των δεδομένων μεταβλητών, εκεί που οι κλασικές μέθοδοι στην καλύτερη περίπτωση θα επέτρεπαν την εύρεση επί μέρους απλών συσχετίσεων.

Εξαιτίας αυτών των δυνατοτήτων οι μέθοδοι της υπολογιστικής νοημοσύνης μπορούν να βρουν εφαρμογή σε αρκετά προβλήματα της εδαφομηχανικής, όπως στην εκτίμηση καθιζήσεων κατά την

πραγματοποίηση βαθιών εκσκαφών [N18,N23-24] ή κατά τη διάνοιξη σηράγγων [N21], στη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς του εδάφους: ως προς τη μονοαξονική ή την τριαξονική θλίψη του [N25-26], ως προς ορισμένες ιδιότητές του, όπως τη διατμητική ταχύτητα εδάφους [N22,N27-28], ως προς τη καθίζηση στερεοποίησης λόγω υποβιβασμού υδροφόρου ορίζοντα [N29], ως προς την εκτίμηση κινδύνου ρευστοποίησής του υπό σεισμικές φορτίσεις [N30] κα..

## 1.2 Σκοπός της Παρούσας Εργασίας

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι να πραγματοποιηθεί μία εισαγωγή στις τέσσερις γνωστικές περιοχές της υπολογιστικής νοημοσύνης, με έμφαση στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, ώστε να δειχθούν οι δυνατότητές της και οι πιθανές εφαρμογές της σε προβλήματα της εδαφομηχανικής.

Ειδικότερα θα αναπτυχθεί ένα μοντέλο πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου ικανού να εκτιμήσει τις μετακινήσεις οροφής, μετώπου και τοιχώματος κατά τη διάνοιξη μίας σήραγγας χρησιμοποιώντας ως εισόδους παραμέτρους, όπως τον συντελεστή υπερφόρτισης, τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο, το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος, το μέτρο ελαστικότητας της βραχώμαζας και τη θέση μέτρησης μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης της σήραγγας. Θα προσπαθήσουμε να δείξουμε τα σημεία που επηρεάζουν την απόδοση των νευρωνικών δικτύων ως προς το πρόβλημα που εξετάζουμε, τον τρόπο ρύθμισής τους και το φάσμα των δυνατοτήτων τους.

Μέσα από αυτήν την εργασία σκοπεύουμε να απομυθοποιήσουμε την έννοια των τεχνητών νευρωνικών δικτύων και γενικότερα της υπολογιστικής νοημοσύνης.

## 1.3 Διάρθρωση Εργασίας

Η παρούσα εργασία ουσιαστικά αποτελείται από τρία τμήματα: από την περιγραφή των γνωστικών περιοχών της υπολογιστικής νοημοσύνης -κεφάλαια 2 ως 8- , την ανάπτυξη και εφαρμογή του μοντέλου του πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου -κεφάλαια 10 ως 14- και από την περιγραφή του προβλήματος των μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων, που λειτουργεί ως συνδετικός κρίκος ανάμεσα στα δύο πρώτα -κεφάλαιο 9.

Συγκεκριμένα στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται η εισαγωγή στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ΤΝΔ). Περιγράφεται η προέλευσή τους, οι γενικές δυνατότητές τους, οι υπάρχουσες εφαρμογές τους και οι βασικές τους κατηγορίες. Έπειτα γίνεται μία σύντομη ιστορική αναδρομή και περιγράφονται οι λόγοι που μας οδηγούν στη διερεύνηση της εφαρμογής των ΤΝΔ στην εδαφομηχανική.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύσσονται οι αρχές των πρώτων βασικών νευρωνικών δικτύων ξεκινώντας από το *perceptron* του *Rosenblatt* και φθάνοντας στο *Adaline / Madaline* του *Widrow*. Παρουσιάζουμε το αντίστοιχο μαθηματικό υπόβαθρο που τα στήριξε -τον κανόνα διόρθωσης δέλτα και τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων- και ετοιμάζουμε τη μετάβαση στα πολυεπίπεδα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα.

Έπειτα ακολουθεί η ανάπτυξη του πολυεπιπέδου *perceptron* στο τέταρτο κεφάλαιο, όπου καταγράφεται πλήρως ο αλγόριθμος της *οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος* -back propagation- τόσο από θεωρητικής πλευράς, όσο και από προγραμματιστικής. Εξηγείται η σημασία του όρου ορμής, του ρυθμού μάθησης, των συναρτήσεων ενεργοποίησης, των τρόπων εκπαίδευσης και των κριτηρίων τερματισμού. Ακόμη παρουσιάζεται λεπτομερώς μία αριθμητική εφαρμογή και περιγράφονται αναλυτικά δύο παραδείγματα στην εδαφομηχανική: η εκτίμηση καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη σήραγγας στη Μπαγκόγκ [N21] και ο προσδιορισμός της ταχύτητας διατμητικών κυμάτων

μέσω γεωτεχνικών παραμέτρων [N22]. Τέλος συνοψίζουμε τις πιθανές εφαρμογές που μπορεί να βρει στην εδαφομηχανική.

Στο πέμπτο κεφάλαιο κλείνουμε την εισαγωγή στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα περιγράφοντας περιληπτικά τη δομή και τις δυνατότητες άλλων μορφών τεχνητών νευρωνικών δικτύων, όπως των δικτύων ακτινικής συνάρτησης βάσης, των αλγορίθμων ανταγωνιστικής μάθησης, που είναι κατάλληλα για ομαδοποιήσεις-κατηγοριοποιήσεις, -όπως των κ-μέσων, του διανυσματικού κβαντιστή, του αυτό-οργανωμένου χάρτη και της ασαφούς ομαδοποίησης- και των αυτοσυσχετιστικών μνημών, όπως του δικτύου *Hopfield*. Σε καθένα από αυτά περιγράφουμε σύντομα σε ποια είδη προβλημάτων εδαφομηχανικής θα μπορούσαν να βρουν εφαρμογή.

Στη συνέχεια στο έκτο κεφάλαιο αναπτύσσεται εισαγωγικά η ασαφής λογική εξηγώντας τις έννοιες των ασαφών συνόλων, των συναρτήσεων συμμετοχής, των βασικών πράξεων και των ασαφών σχέσεων. Περιγράφουμε τη βασική δομή ενός ασαφούς συστήματος -θύρα ασάφειας, βάση ασαφών κανόνων, μηχανισμό εξαγωγής ασαφών συμπερασμάτων και θύρα αποσαφήνισης-, ενώ μέσω ενός παραδείγματος προσπαθούμε να κατανοήσουμε τις βασικές του έννοιες.

Στο έβδομο κεφάλαιο περιγράφονται οι αρχές των δέντρων απόφασης -βασικές έννοιες, μαθηματικό υπόβαθρο, κατασκευή τους, κριτήρια διαχωρισμού και αξιολόγησης- και αναλύονται μέσω ενός παραδείγματος.

Αντίστοιχα στο όγδοο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα βασικά σημεία των γενετικών αλγορίθμων - αρχικοποίηση, αξιολόγηση, αξιοποίηση, διασταύρωση και μετάλλαξη-, τα γενικά είδη προβλημάτων που επιλύονται με αυτούς, καθώς επίσης και μία απλή εφαρμογή τους.

Στο τέλος των κεφαλαίων έξι ως οκτώ αναφέρονται οι αντίστοιχες πιθανές εφαρμογές που μπορούν να βρουν στην εδαφομηχανική οι αντίστοιχες γνωστικές περιοχές της υπολογιστικής νοημοσύνης.

Το ένατο κεφάλαιο αποτελεί μία εισαγωγή στο πρόβλημα των μετακινήσεων-καθιζήσεων κατά την κατασκευή των σιράγγων. Αρχικά χαρακτηρίζεται η βραχόμαζα ως προς τη μηχανική αντοχή της, τον δείκτη κερματισμού της, τις ασυνέχειες και την επιρροή του υπόγειου νερού. Ακολουθεί μία περίληψη των συστημάτων ταξινόμησης *RMR*, *NGI* και *GSI*. Περιγράφεται η μηχανική συμπεριφορά της βραχόμαζας ως προς την παραμορφωσιμότητά της και την αντοχή της. Αναλύονται οι κατανομές τάσεων και παραμορφώσεων γύρω από μία κυκλική σήραγγα, είτε ανεπένδυτη, είτε επενδεδυμένη με ανάπτυξη εσωτερικής ισοδύναμης πίεσης. Ορίζονται οι καμπύλες σύγκλισης-αποτόνωσης και με τη βοήθειά τους αναπτύσσεται η αντίστοιχη μεθοδολογία διάνοιξης και υποστήριξης σιράγγων. Έπειτα γίνεται μία σύντομη ιστορική ανασκόπηση των διαφόρων μεθόδων εκτίμησης καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη της σήραγγας -εμπειρικών, αναλυτικών, αριθμητικών και εργαστηριακών. Τέλος υπάρχει μία περιληπτική περιγραφή μεθόδων διάνοιξης σιράγγων και επίδρασης στις καθιζήσεις. Ουσιαστικά σ' αυτό το κεφάλαιο γίνεται η υπενθύμιση βασικών εννοιών που αφορούν την εδαφομηχανική - βραχομηχανική κατά τη διάνοιξη σιράγγων, ώστε να προετοιμαστούμε κατάλληλα για την εφαρμογή που θα ακολουθήσει στα επόμενα.

Στο δέκατο κεφάλαιο αναπτύσσεται ο αλγόριθμος πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου ενός κρυμμένου επιπέδου με τη μέθοδο της οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος. Γίνεται μία σύντομη εισαγωγή στα πεπερασμένα στοιχεία και στις πεπερασμένες διαφορές, όπως επίσης και στα δεδομένα που μας δόθηκαν από εκτελέσεις του *FLAG3D 2.00* για την περίπτωση διάνοιξης σήραγγας σε διάφορα βάθη και με διαφορετικές βραχόμαζες. Περιγράφεται ένας πρώτος αλγόριθμος που αναπτύχθηκε για την επεξεργασία των δεδομένων και την προετοιμασία τους για το κυρίως πρόγραμμα -διαμόρφωση των συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου του ΤΝΔ. Το πρόγραμμα κατάλληλης μορφοποίησης δεδομένων παρουσιάζεται στο παράρτημα 1 μαζί με τα αντίστοιχα αρχεία εισόδου-εξόδου. Έπειτα αναπτύσσεται ο κυρίως αλγόριθμος του πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου ενός κρυμμένου επιπέδου περιγράφοντας τις δυνατότητές του, όπως πολλαπλές διαδοχικές εκτελέσεις του αλγορίθμου προς κατάλληλη ρύθμιση του δικτύου ως προς τους

νευρώνες του, την αρχική τιμή και τη χρονική παράμετρο του όρου ορμής και των αντίστοιχων μεγεθών του ρυθμού μάθησης. Περιγράφονται επίσης τα κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου, τα αντίστοιχα κριτήρια αξιολόγησης των αποτελεσμάτων του, -όπως της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων, του αντίστοιχου μέγιστου απόλυτου σφάλματος τόσο για το σύνολο εκπαίδευσης, όσο και για το σύνολο ελέγχου. Ο κώδικας μαζί με τα αντίστοιχα αρχεία εισόδου-εξόδου καταγράφονται στο δεύτερο παράρτημα.

Στο ενδέκατο κεφάλαιο χρησιμοποιώντας τον πιο πάνω αλγόριθμο με δεδομένα εισόδου τον συντελεστή υπερφόρτισης, τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο, το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος, το μέτρο ελαστικότητας της βραχώμαζας και τη θέση μέτρησης μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης της σήραγγας, προχωρούμε στην εκτίμηση των μετακινήσεων του μετώπου. Πραγματοποιούμε εκτελέσεις για ένα πλήθος νευρώνων, αρχικών τιμών και χρονικών παραμέτρων του όρου ορμής και του ρυθμού μάθησης, προκειμένου να ρυθμίσουμε όσο το δυνατόν καλύτερα το μοντέλο μας. Έπειτα παρουσιάζουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα μέσω πινάκων και κατάλληλων γραφικών παραστάσεων.

Στο δωδέκατο και στο δέκατο τρίτο κεφάλαιο επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για τη μετακίνηση τοιχώματος και οροφής κατά τη διάνοιξη σήραγγας αντίστοιχα.

Στο δέκατο τέταρτο κεφάλαιο πραγματοποιούμε μία εισαγωγική ανάλυση των επιδράσεων του τυχαίου τρόπου επιλογής των διανυσμάτων εκπαίδευσης και της αρχικοποίησης βαρών, του σειριακού τρόπου παράθεσης των διανυσμάτων έναντι του τυχαίου, της παράλειψης συγκεκριμένων τιμών μίας μεταβλητής εισόδου ή ολόκληρης της μεταβλητής.

Τέλος συνοψίζουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παραπάνω ανάλυση στο δέκατο πέμπτο κεφάλαιο και αναφερόμαστε επιγραμματικά στις περιοχές για περαιτέρω έρευνα.



## Κεφάλαιο 2

### Εισαγωγή στα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

#### 2.1 Τί είναι οι Νευρωνικοί Υπολογισμοί και τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα;

Γενικά η έννοια του υπολογισμού έχει πολλές μορφές. Ιστορικά ο υπολογισμός κυριαρχήθηκε από την αντίληψη του προγραμματισμού, στον οποίο (κυρίως στον διαδικαστικό) σχεδιάζονταν και υλοποιούνταν ακολουθιακοί αλγόριθμοι. Όμως οι υπολογισμοί που είναι απαραίτητοι στα βιολογικά συστήματα απαιτούν ένα εναλλακτικό τρόπο αντιμετώπισης. Για παράδειγμα, οι υπολογισμοί που εκτελεί ο ανθρώπινος εγκέφαλος διαφέρουν στο ότι:

- Είναι κατανεμημένοι και παράλληλοι.
- Η ανάπτυξη ενός προγράμματος αντικαθίσταται από τη διαδικασία της μάθησης.

Χρησιμοποιώντας το ανάλογο της φύσης, προέκυψε από τη βιολογία υπολογιστικό παράδειγμα των *Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων* (ΤΝΔ). Χρησιμοποιείται ο όρος «τεχνητό», διότι οι υπολογισμοί υλοποιούνται με τη χρήση ηλεκτρονικών και όχι βιολογικών στοιχείων. Η διαρκώς αναπτυσσόμενη τεχνολογία των τεχνητών νευρωνικών δικτύων αποτελεί ένα ευρύ σύνολο τεχνικών, η οποία προσφέρει μια πρακτική, εναλλακτική των συμβατικών προσέγγιση και σε πολλές περιπτώσεις παρέχει τη δυνατότητα της αντιμετώπισης δύσκολων προβλημάτων. Η εξάπλωση των ΤΝΔ ευνοήθηκε σημαντικά από τις πρόσφατες εξελίξεις στο πεδίο του υλικού των υπολογιστών (hardware) και ειδικά από την ανάπτυξη παράλληλων συστημάτων ανεκτού κόστους.

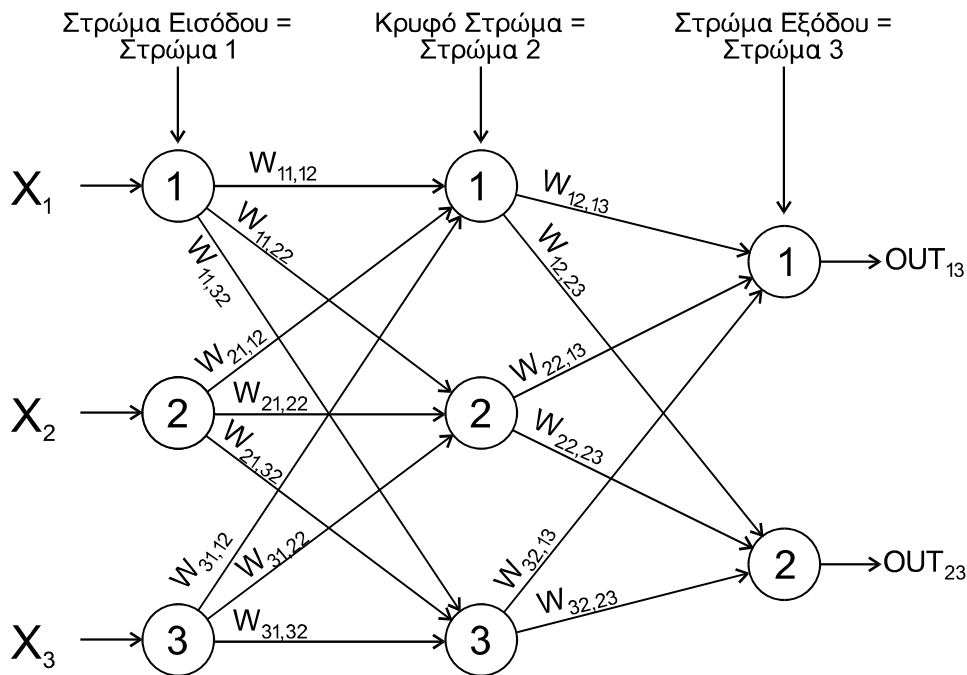
Τί είναι όμως τελικά το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο;

Το *Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο* είναι μία αρχιτεκτονική δομή -δίκτυο- αποτελούμενη από ένα πλήθος διασυνδεδεμένων μονάδων-τεχνητοί νευρώνες. Κάθε μονάδα χαρακτηρίζεται από εισόδους και εξόδους και υλοποιεί τοπικά έναν απλό υπολογισμό. Κάθε σύνδεση μεταξύ δύο μονάδων χαρακτηρίζεται από μια τιμή βάρους. Οι τιμές των βαρών των συνδέσεων αποτελούν τη γνώση που είναι αποθηκευμένη στο δίκτυο και καθορίζουν τη λειτουργικότητα του. Η έξοδος κάθε μονάδας καθορίζεται από τον τύπο της μονάδας, τη διασύνδεση με τις υπόλοιπες μονάδες και πιθανώς κάποιες εξωτερικές εισόδους. Πέρα από μία πιθανή δεδομένη εκ κατασκευής λειτουργική ικανότητα ενός δικτύου, συνήθως ένα δίκτυο αναπτύσσει μία συνολική λειτουργικότητα μέσω μίας μορφής εκπαίδευσης.

Η συνολική λειτουργικότητα ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου καθορίζεται από την τοπολογία του δικτύου, τα χαρακτηριστικά των νευρώνων, τη μέθοδο εκπαίδευσης και από τα δεδομένα με τα οποία γίνεται η εκπαίδευση. Παρότι δεν το απαιτεί ο προηγούμενος ορισμός, ο υπολογισμός που εκτελεί κάθε νευρώνας είναι απλός και κοινός για όλους τους νευρώνες –τουλάχιστον για το ίδιο επίπεδο. Επειδή οι νευρώνες λειτουργούν παράλληλα-ταυτόχρονα και ο αριθμός τους μπορεί να είναι πολύ μεγάλος, τα ΤΝΔ αποτελούν χαρακτηριστικό παράδειγμα *μαζικά παράλληλου*

υπολογισμού (massively parallel computing). Στη συνέχεια θα χρησιμοποιούμε εναλλακτικά τους όρους μονάδα, νευρώνας, κόμβος για να δηλώνουμε ένα απλό στοιχείο επεξεργασίας ενός ΤΝΔ.

Όπως προκύπτει από τον ορισμό του ΤΝΔ, το υπολογιστικό μοντέλο αποτελείται από συνδέσεις με βάρη απλών στοιχείων ή μονάδων. Στα επόμενα δύο σχήματα απεικονίζονται δύο παραδείγματα δικτύων μικρής κλίμακας στα οποία οι μονάδες παρουσιάζονται με κύκλους και οι συνδέσεις με τόξα. Στο πρώτο σχήμα απεικονίζεται ένα μη ανατροφοδοτούμενο δίκτυο, το οποίο δηλαδή δεν περιέχει κλειστά μονοπάτια από συνδέσεις. Όπως φαίνεται οι μονάδες ομαδοποιούνται σε επίπεδα (ή στρώματα) (layers). Συγκεκριμένα είναι ένα νευρωνικό δίκτυο τριών εισόδων, ενός κρυμμένου επιπέδου με τρεις νευρώνες και του στρώματος εξόδου με δύο εξόδους. Συνηθίζεται να συμβολίζεται ως 3-3-2.



Σχήμα 2.1-1: Μη ανατροφοδοτούμενο νευρωνικό δίκτυο 3-3-2.

Αντίθετα στο επόμενο σχήμα παρουσιάζεται η αρχιτεκτονική της ανατροφοδότησης, η οποία επιτρέπει την ύπαρξη κύκλων από συνδέσεις μεταξύ μονάδων.

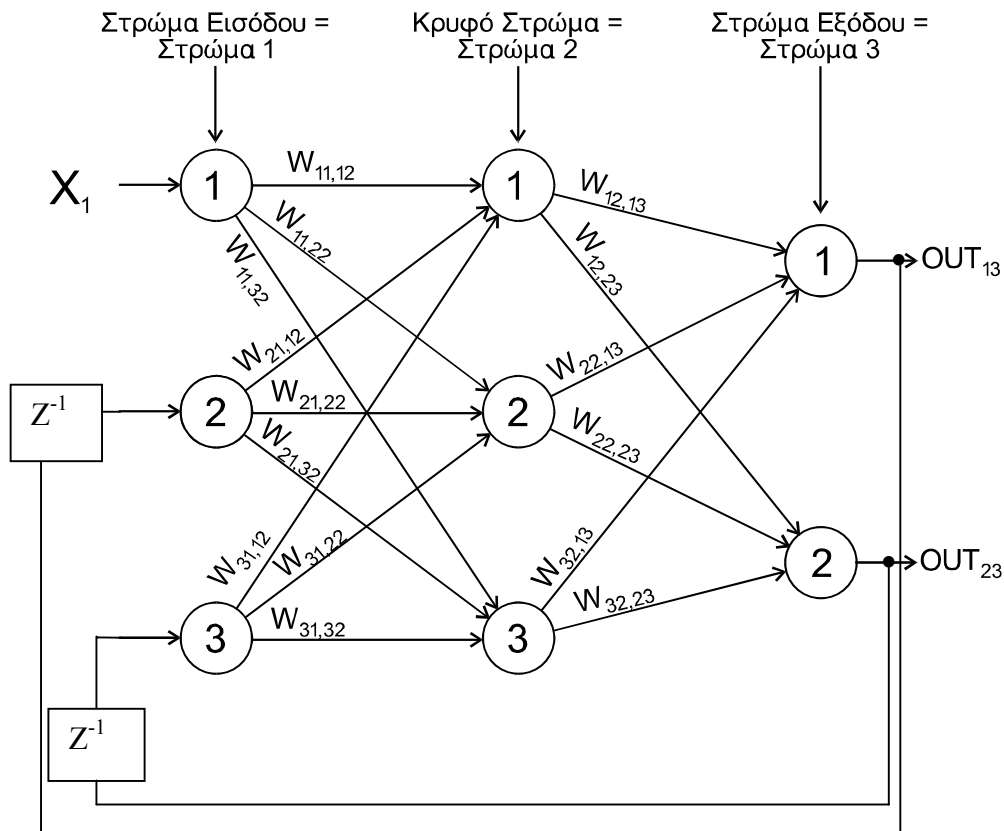
Αυτή η δεύτερη αρχιτεκτονική προσδίδει στο δίκτυο πολύ περισσότερες δυνατότητες, αλλά είναι πιο δύσκολο να αντιμετωπιστεί μαθηματικά. Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε μία είσοδο, τρεις νευρώνες στο κρυμμένο επίπεδο και δύο εξόδους, οι οποίες ανατροφοδοτούν το στρώμα εισόδου.

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι η τοπολογία των δικτύων μπορεί να είναι είτε στατική, είτε δυναμική (μεταβαλλόμενη).

Οι μονάδες που δεν έχουν συνδέσεις με τον εξωτερικό κόσμο, λέμε ότι είναι «κρυμμένες» (hidden) ή εσωτερικές. Κάθε μονάδα υλοποιεί μία συνάρτηση τοπικά και όλο το δίκτυο υλοποιεί μία συγκεκριμένη λειτουργία. Στις περισσότερες περιπτώσεις η εφαρμογή είναι αυτή, η οποία μέσω των προδιαγραφών της, καθορίζει την απαιτούμενη λειτουργία. Ο καθορισμός των παραμέτρων του δικτύου, δηλαδή των τιμών των βαρών που θα ικανοποιούν αυτές τις προδιαγραφές επιτυγχάνεται μέσω της διαδικασίας μάθησης. Η γνώση, η εμπειρία και η εκπαίδευση του δικτύου αποθηκεύεται στις διασυνδέσεις των μονάδων και τις τιμές των βαρών. Η εκπαίδευση επιτυγχάνεται με τη συνεχή τροποποίηση των τιμών των βαρών.

Στην πλειοψηφία τους τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα εκπαιδεύονται με την ελπίδα ότι θα παρουσιάσουν καλή γενικευτική ικανότητα, όταν τους ζητηθεί να αναγνωρίσουν ή να κατηγοριοποιήσουν καινούργια άγνωστα δεδομένα-πρότυπα. Αυτός είναι ο αντικειμενικός στόχος της διαδικασίας εκπαίδευσης, δηλαδή το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο να αναπτύξει κατάλληλη

εσωτερική δομή, ώστε να αναγνωρίζει πρότυπα που θα μοιάζουν με αυτά με τα οποία εκπαιδεύτηκε. Τα ΤΝΔ εκπαιδεύονται τόσο με τεχνικές μάθησης με επίβλεψη, όσο και με τεχνικές μάθησης χωρίς επίβλεψη.



Σχήμα 2.1-2: Πλήρες ανατροφοδοτούμενο νευρωνικό δίκτυο 1-3-2 με ανατροφοδότηση σε στρώμα εισόδου

## 2.2 Εφαρμογές των Νευρωνικών Δικτύων

Η εξομοίωση των βιολογικών υπολογιστικών παραδειγμάτων που πραγματοποιείται μέσω των ΤΝΔ έχει πολύ καλά αποτελέσματα για πολλές κατηγορίες προβλημάτων. Μεταξύ αυτών είναι:

- ◆ η κατηγορία των *NP*-προβλημάτων, τα οποία περιλαμβάνουν προβλήματα δρομολόγησης, αναζήτησης κλπ.
- ◆ η κατηγορία των προβλημάτων αναγνώρισης, π.χ. αναγνώριση φωνής, εικόνας κλπ.
- ◆ η κατηγορία των προβλημάτων ελέγχου των οποίων τα δεδομένα είναι ελλιπή, ασαφή και στοχαστικά.

Όλα αυτά τα προβλήματα χαρακτηρίζονται από τον πολυδιάστατο χώρο τους, την πολυπλοκότητα τους και τις άγνωστες συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών τους. Επιπλέον, όπως φαίνεται παρακάτω, τα ΤΝΔ προσφέρουν λύσεις κυρίως σε προβλήματα που σχετίζονται με τον ανθρώπινο παράγοντα, όπως αναγνώριση ομιλίας, εικόνας, χειρόγραφου κειμένου κλπ..

Συγκεκριμένα, περιοχές και παραδείγματα εφαρμογής νευρωνικών δικτύων -που δίνουν ήδη ικανοποιητικές λύσεις- είναι:

- ◆ Επεξεργασία εικόνας και μηχανική όραση, π.χ. ταίριασμα εικόνας, προ-επεξεργασία, κατάτμηση, ανάλυση, συμπίεση εικόνας και επεξεργασία χρονικά μεταβαλλόμενων εικόνων.

- ◆ Επεξεργασία σήματος, π.χ. ανάλυση και μορφολογία σεισμικού σήματος.
- ◆ Αναγνώριση προτύπων, π.χ. εξαγωγή χαρακτηριστικών, ανάλυση και κατηγοριοποίηση σήματος radar, αναγνώριση φωνής, κειμένου, χειρονομιών και πιστοποίηση ταυτότητας.
- ◆ Ιατρική, π.χ. ανάλυση ηλεκτροκαρδιογραφήματος, ιατρική διάγνωση και επεξεργασία ιατρικής εικόνας.
- ◆ Αμυντικά συστήματα, π.χ. υποβρύχια ανίχνευση ναρκών.
- ◆ Οικονομία, π.χ. ανάλυση αγοράς μετοχών, ασφάλεια συναλλαγών, εκτίμηση φερεγγυότητας δανειζόμενου πελάτη, εκτίμηση ακίνητης περιουσίας.
- ◆ Σχεδίαση, έλεγχος και αναζήτηση, π.χ. παράλληλη υλοποίηση NP-προβλημάτων, αυτόματος έλεγχος, ρομποτική.
- ◆ Τεχνητή νοημοσύνη, π.χ. υλοποίηση έμπειρων συστημάτων.
- ◆ Δυναμικά εξελισσόμενα συστήματα, πρόβλεψη χρονοσειρών, π.χ. εκτίμηση κατάστασης συστήματος, ανίχνευση βλαβών και ανάκαμψη, πρόβλεψη ωριαίων φορτίων για τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας.
- ◆ Επικοινωνία ανθρώπου-υπολογιστή.

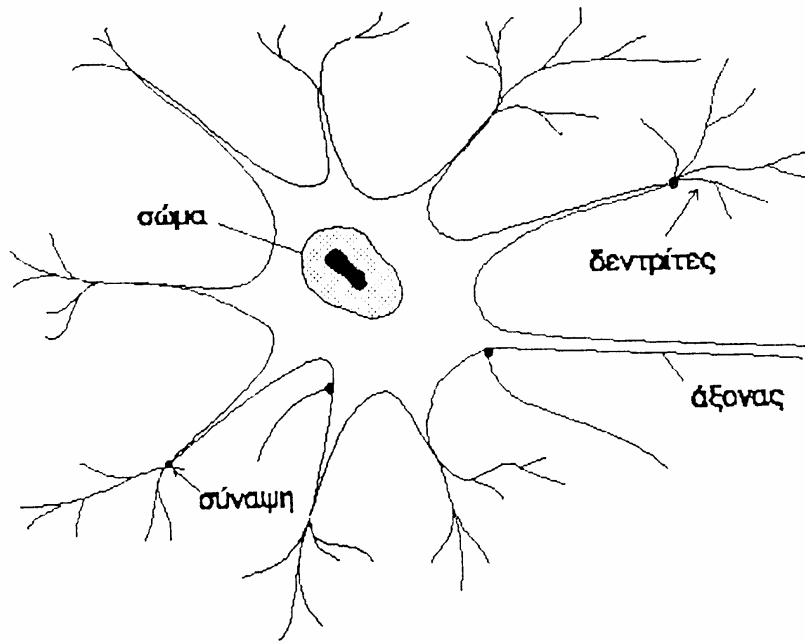
### 2.3 Λειτουργία Βιολογικού Συστήματος και Αντιστοιχία με ΤΝΔ

Όπως προαναφέραμε η λειτουργία του βιολογικού συστήματος βασίζεται στη διασύνδεση εξειδικευμένων φυσικών κυττάρων που ονομάζονται *νευρώνες*. Οι σημαντικές ιδιότητες των βιολογικών συστημάτων, όπως η προσαρμοστικότητα, η ικανότητα αναγνώρισης από τα συμφραζόμενα, η ανοχή στα λάθη, η μεγάλη χωρητικότητα μνήμης, η ικανότητα επεξεργασίας βιολογικών πληροφοριών σε πραγματικό χρόνο -κυρίως από τον εγκέφαλο- μας κατευθύνουν στη μελέτη και την προσπάθεια προσομοίωσης αυτών των εναλλακτικών βιολογικών αρχιτεκτονικών.

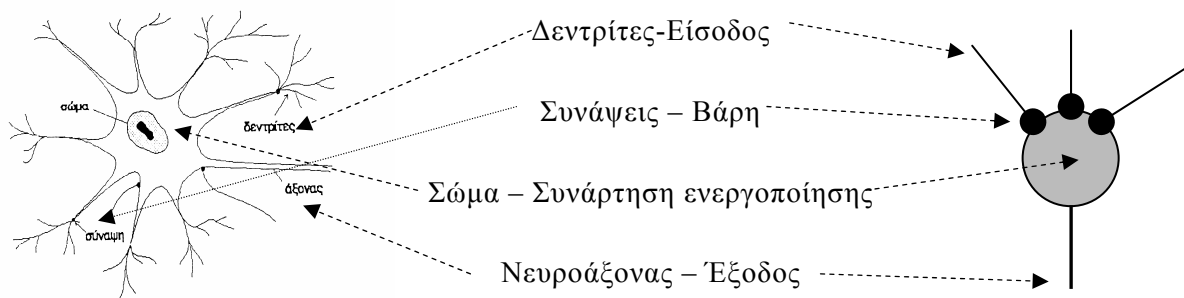
Ωστόσο δεν είναι ακόμα επαρκώς γνωστός ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο ανθρώπινος εγκέφαλος. Επιπλέον, παρά το γεγονός ότι το βασικό στοιχείο υπολογισμού του ανθρώπινου συστήματος επεξεργασίας είναι σχετικά αργό -σε σύγκριση με τους μικροεπεξεργαστές-, η συνολική επεξεργασία επιτυγχάνεται σε μερικές εκατοντάδες msec. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η βάση του βιολογικού υπολογισμού είναι ένας μικρός αριθμός ακολουθιακών βημάτων, κάθε ένα από τα οποία εκτελείται σε με μεγάλο παραλληλισμό. Επιπλέον στην έμφυτη αυτή παράλληλη αρχιτεκτονική κάθε μονάδα επεξεργασίας είναι σχετικά απλή και τοπικά συνδεδεμένη.

Στο σχήμα 2.3-1 παρουσιάζεται η βασική δομή ενός βιολογικού νευρώνα, ο οποίος αποτελείται από το *σώμα*, τον *άξονα*, τους *δεντρίτες* και τις *συνάψεις*. Η βασική λειτουργία που επιτελεί ένας νευρώνας είναι η συσσώρευση του σημάτων που δέχεται από τους νευρώνες με τους οποίους συνδέεται η είσοδος του, το φιλτράρισμα και η ενίσχυση αυτών των σημάτων και η παραγωγή ενός σήματος εξόδου, το οποίο στη συνέχεια μεταδίδεται μέσω των συνάψεων προς τους νευρώνες με τους οποίους συνδέεται η έξοδος του. Ένα πολύ σημαντικό στοιχείο είναι ότι η επίδραση ενός νευρώνα στους γειτονικούς του, μπορεί να είναι είτε διεγερτική -θετική σύνδεση-, είτε ανασταλτική -αρνητική σύνδεση.

Σε πλήρη αντιστοιχία με το απλοποιημένο αυτό μοντέλο του βιολογικού νευρώνα αναπτύχθηκε το μοντέλο του *τεχνητού νευρώνα*, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3-2. Εδώ φαίνεται καθαρά η αντιστοιχία των δεντρίτων του βιολογικού νευρώνα με την είσοδο του τεχνητού, του νευροάξονα με την έξοδο, των συνάψεων των δεντρίτων με τα βάρη των εισόδων και του σώματος με τη συνάρτηση ενεργοποίησης.



Σχήμα 2.3-1: Βιολογικός νευρώνας



Σχήμα 2.3-2: Αντιστοιχία βιολογικού –τεχνητού νευρώνα

Ας θεωρήσουμε ένα τεχνητό νευρώνα με  $d$  συνδέσεις εισόδου  $x_1, \dots, x_d$  με αντίστοιχες τιμές βαρών  $w_1, \dots, w_d$ . Ο υπολογισμός που επιτελεί ένας νευρώνας διακρίνεται σε δύο στάδια:

α) υπολογισμός της ενεργοποίησης  $u$ :

$$u = \sum_{i=1}^d w_i \cdot x_i + \theta \quad (2.3-1)$$

όπου  $\theta$  η πόλωση του νευρώνα.

β) υπολογισμός της εξόδου  $y$  του νευρώνα περνώντας την ενεργοποίηση  $u$  μέσα από μια συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$ :  $y = f(u)$ . Η συνάρτηση ενεργοποίησης είναι συνήθως μη γραμμική και στις περισσότερες περιπτώσεις σιγμοειδής. Δύο βασικοί τύποι σιγμοειδών συναρτήσεων είναι: η λογιστική και η υπερβολική εφαπτομένη.

Επίσης σε ορισμένες περιπτώσεις χρησιμοποιείται η γραμμική έξοδος ( $f(u) = u$ ) και σε ορισμένες άλλες (π.χ. δίκτυα *RBF*) η συνάρτηση καμπάνας (bell function).

Η σύνδεση της λειτουργίας των φυσικών νευρώνων με τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα γίνεται μέσω της νευρομορφικής μηχανικής (neuromorphic engineering). Η τελευταία αναφέρεται σε μία νέα τεχνολογία, βασισμένη στον σχεδιασμό και την κατασκευή τεχνητών νευρωνικών συστημάτων,

των οποίων οι αρχιτεκτονικές και σχεδιαστικές αρχές ακολουθούν τις ίδιες αρχές που διέπουν και το βιολογικό νευρικό σύστημα. Η νευρομορφική μηχανική έχει ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, από τον έλεγχο πολύπλοκων συστημάτων μέχρι τον σχεδιασμό ευφών αισθητήρων. Οι περισσότερες αρχές που ακολουθούνται σε αυτό το πεδίο της τεχνολογίας, όπως οι μέθοδοι εκπαίδευσης και η υλοποίηση υλικού παράλληλων υπολογιστών, είναι εμπνευσμένες από το βιολογικό σύστημα.

Ένα από τα παράδοξα θέματα που αφορούν τον ανθρώπινο εγκέφαλο είναι ότι παρά το γεγονός ότι γνωρίζουμε καλά τη φυσιολογία του νευρικού συστήματος, η ικανότητα παραγωγής υπολογισμών υψηλού επιπέδου εξακολουθεί να αποτελεί ένα μυστήριο.

Ο αριθμός των μονάδων επεξεργασίας και η πολυπλοκότητα των μεταξύ τους διασυνδέσεων στον ανθρώπινο εγκέφαλο είναι εξαιρετικά τεράστια και προέκυψε από την ανάγκη των έμβιων όντων για επιβίωση. Μερικές από τις βασικές ικανότητες του ανθρώπινου εγκεφάλου είναι οι ακόλουθες:

- ◆ Ο εγκέφαλος βιώνει και αποθηκεύει εμπειρίες. Τέτοιες εμπειρίες μπορεί να είναι η κατηγοριοποίηση ή συσχέτιση των δεδομένων εισόδου. Με αυτήν την έννοια αυτοοργανώνει τις εμπειρίες.

- ◆ Ο εγκέφαλος αποκρίνεται σε νέες εμπειρίες μέσω της συσχέτισης τους με τις αποθηκευμένες.

- ◆ Ο εγκέφαλος είναι ικανός να εκτελεί προβλέψεις για νέες καταστάσεις σύμφωνα με τις εμπειρίες που έχει ήδη αποθηκευμένες, δηλαδή χαρακτηρίζεται από ικανότητα γενίκευσης.

- ◆ Ο εγκέφαλος δεν απαιτεί πλήρεις πληροφορίες για να αποφασίσει. Έχει μεγάλη ανοχή στην παραμόρφωση, διαταραχή ή ατέλεια των δεδομένων εισόδου. Αυτό επίσης προϋποθέτει έναν ακόμη τρόπο ικανότητας γενίκευσης.

- ◆ Ο εγκέφαλος παρουσιάζει μία μηχανή υπολογισμών με μεγάλη ανοχή σε βλάβες. Ακόμη και η απώλεια μερικών νευρώνων αντιμετωπίζεται με την κατάλληλη προσαρμογή αυτών που απομένουν και με πρόσθετη εκπαίδευση.

- ◆ Ο εγκέφαλος φαίνεται να έχει διαθέσιμους νευρώνες, πιθανώς αχρησιμοποίητους, έτοιμους προς χρήση. Αυτό σημαίνει ότι έχει τη δυνατότητα διαρκώς να μαθαίνει.

- ◆ Η μικροσκοπική ή μακροσκοπική εξέταση του εγκεφάλου δεν παρέχει αρκετές πληροφορίες για την υψηλού επιπέδου λειτουργία του. Για παράδειγμα η ανάλυση των δράσεων του εγκεφάλου δεν μας εξηγεί τον τρόπο επίλυσης προβλημάτων και σκέψης. Αυτή η αδιαφάνεια στη λειτουργία του εγκεφάλου μεταφέρεται συχνά και στα ΤΝΔ, τα οποία είναι δυνατό να παρέχουν μη εξηγήσιμες λύσεις.

Όμως ο εγκέφαλος, παρότι αξιοθαύμαστος, είναι αδύνατο να συναγωνιστεί σε πολλές λειτουργίες τους ψηφιακούς υπολογιστές που είναι σήμερα διαθέσιμοι. Για παράδειγμα προβλήματα, όπως η εύρεση ριζών υψηλόβαθμων πολυωνύμων, η αντιστροφή μεγάλων πινάκων και η λύση πολύπλοκων διαφορικών εξισώσεων αντιμετωπίζονται με μεγάλη δυσκολία από τον εγκέφαλο.

## 2.4 Νευρωνικές Προσεγγίσεις για την Επίλυση Προβλημάτων

Παραδοσιακά ο προγραμματισμός απαιτεί αυστηρή σύνταξη – διατύπωση, διάφορες γλώσσες προσανατολισμένες σε κάθε είδους εφαρμογή, και εξειδικευμένους προγραμματιστές. Η εναλλακτική λύση προέρχεται από τα βιολογικά συστήματα και βασίζεται στην εκπαίδευση. Τα παιδιά για παράδειγμα δεν προγραμματίζονται, αλλά μαθαίνουν μέσω της εκπαίδευσης και της προσαρμογής. Φυσικά για να υλοποιηθεί κάτι τέτοιο, πρέπει τόσο η υπολογιστική μηχανή να είναι εκπαιδύσιμη, όσο και τα κατάλληλα δεδομένα εκπαίδευσης να είναι διαθέσιμα.

Η πιο πρόσφατη, προσανατολισμένη στο μη βιολογικό τρόπο, έρευνα πάνω σε νευρωνικά δίκτυα αφορά την ανάπτυξη, τον χαρακτηρισμό και την επέκταση των μαθηματικών μοντέλων νευρωνικών δικτύων. Ένα τέτοιο μοντέλο αναφέρεται συνήθως σε ένα σύνολο μη γραμμικών εξισώσεων που

χαρακτηρίζουν τη συνολική λειτουργία του δικτύου, τη δομή του, τη δυναμική του και την εκπαίδευση. Συχνά εφαρμόζονται και διαφορικές εξισώσεις. Πρέπει να σημειωθεί ότι όλα όσα είναι μέχρι σήμερα γνωστά για τη λειτουργία και την επιτυχία των τεχνητών νευρωνικών δικτύων έχουν ανακαλυφθεί από προσομοιώσεις σε υπολογιστές. Η προσομοίωση συχνά απαιτεί τεράστιους υπολογιστικούς πόρους και αρκετές φορές αναγκαζόμαστε να τροποποιήσουμε την πραγματική υπολογιστική δομή του δικτύου. Εκτίμηση της ακριβούς συμπεριφοράς των ΤΝΔ σε πραγματικές εφαρμογές θα είναι δυνατή, όταν γίνουν διαθέσιμα μεγάλα παράλληλα υπολογιστικά συστήματα.

Η *συνδετική φιλοσοφία* (connectionism) βασίζεται στην αντίληψη ότι πολλές ανθρώπινες υπολογιστικές διαδικασίες εκτελούνται σε φυσικό παραλληλισμό, οι οποίες μπορούν να εξομοιωθούν στη μηχανική ευφυΐα, αλληλεπιδρώντας μεταξύ τους. Στην ουσία ο συνολικός υπολογισμός είναι καταναμημένος σε ένα μεγάλο αριθμό, συχνά απλών υπολογιστικών μονάδων, που κάθε μία έχει επιμέρους συμβολή στην όλη προσπάθεια. Ο αριθμός των μονάδων είναι μεγάλος, οι συνδέσεις μεταξύ τους αυστηρά περιορισμένες σε τοπικό επίπεδο και η πολυπλοκότητα τους μικρή. Τα νευρωνικά δίκτυα όπως περιγράφηκαν προηγουμένως ικανοποιούν αυτές τις απαιτήσεις.

Η «συνδετική» προσέγγιση είναι μια γενίκευση της αντίληψης των νευρωνικών δικτύων, όπου οι μεμονωμένες μονάδες επιτρέπεται να έχουν αυξημένη πολυπλοκότητα σε σύγκριση με τους νευρώνες.

## 2.5 Πλεονεκτήματα & Μειονεκτήματα ΤΝΔ

Επειδή τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα αποτελούν ένα σχετικά πρόσφατο μοντέλο υπολογισμού, θα πρέπει να τονίσουμε ότι τα πλεονεκτήματα, τα μειονεκτήματα και η σχέση τους με τις κλασικές μεθόδους υπολογισμού δεν είναι πλήρως ξεκαθαρισμένα. Οι προσδοκίες σε αυτόν τον τομέα είναι μεγάλες. Σε γενικές γραμμές τα ΤΝΔ είναι κατάλληλα να αντιμετωπίσουν συγκεκριμένες κατηγορίες προβλημάτων και ειδικότερα προβλήματα εκπαίδευσης που αντιμετωπίζονται με συσχέτιση προτύπων. Η αντίληψη ότι τα ΤΝΔ μπορούν να λύσουν όλα τα προβλήματα αυτόματης απόκτησης γνώσης είναι μη ρεαλιστική.

Από τη μία μεριά τα βασικά τους πλεονεκτήματα είναι τα ακόλουθα:

- ◆ Έμφυτος παραλληλισμός
- ◆ Ανοχή σε βλάβες λόγω του παραλληλισμού
- ◆ Σχεδιασμένα να είναι προσαρμοζόμενα
- ◆ Δεν υπάρχει η ανάγκη για χαρακτηρισμό του προβλήματος πέρα από το σύνολο των προτύπων εκπαίδευσης

Από την άλλη πλευρά τα βασικά τους μειονεκτήματα είναι τα εξής:

- ◆ Δεν υπάρχουν σαφείς κανόνες για την ανάπτυξη ΤΝΔ για οποιαδήποτε εφαρμογή.
- ◆ Δεν υπάρχει γενικός τρόπος για την ερμηνεία της εσωτερικής λειτουργίας του δικτύου.
- ◆ Η εκπαίδευση μπορεί να είναι δύσκολη ή αδύνατη
- ◆ Η ικανότητα γενίκευσης είναι δύσκολα προβλέψιμη.

## 2.6 Διαδικασία Κατασκευής Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Η ανάπτυξη συστηματικής μεθοδολογίας για την κατασκευή νευρωνικών δικτύων για την επίλυση κάποιου προβλήματος δεν έχει ακόμα επιτευχθεί. Βασικά ερωτήματα που προκύπτουν είναι:

- ⇒ Είναι οι τεχνικές των ΤΝΔ κατάλληλες ή εφαρμόσιμες στο πρόβλημα; Το πρόβλημα έχει μία ή περισσότερες λύσεις;
- ⇒ Μπορούμε να τροποποιήσουμε γνωστά ΤΝΔ για να λύσουμε το πρόβλημα;
- ⇒ Υπάρχουν τρόποι ανάλυσης του προβλήματος (π.χ. ποια η πολυπλοκότητά του);

Η εφαρμογή της τεχνολογίας νευρωνικών δικτύων για την αντιμετώπιση κάποιου προβλήματος απαιτεί τον καθορισμό των στοιχείων του ΤΝΔ, όπως της αρχιτεκτονικής, της τοπολογίας, των παραμέτρων των μονάδων και της διαδικασίας εκπαίδευσης. Αν και φαίνεται απλό, χρειάζεται εντούτοις αρκετή τεχνική κρίση. Υπάρχουν άπειροι συνδυασμοί παραμέτρων που είναι αδύνατο να δοκιμασθούν όλοι. Επιπλέον πρέπει να εξεταστεί η καταλληλότητα της νευρωνικής λύσης.

Κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης λύσεων βασισμένων σε ΤΝΔ προκύπτουν πολλά ερωτήματα όπως:

- ⇒ Είναι δυνατόν το ΤΝΔ να εκπαιδευτεί ώστε να εκτελέσει την επιθυμητή λειτουργία;
- ⇒ Υποθέτοντας ότι υπάρχει λύση, ποιες είναι οι παράμετροι του δικτύου;
- ⇒ Τί υπολογιστικοί πόροι είναι απαραίτητοι;

Σε πραγματικές εφαρμογές η σχεδίαση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου είναι πολύπλοκη και συνήθως γίνεται αλληλεπιδραστικά και επαναληπτικά. Παρότι είναι αδύνατο να παρέχουμε έναν ολοκληρωμένο αλγόριθμο, στη συνέχεια παρουσιάζεται ένας βασικός σκελετός βημάτων που αντανακλά τα βασικά στάδια υλοποίησης. Η πληθώρα των παραμέτρων σχεδίασης περιλαμβάνει:

- α. τοπολογία δικτύου και στρατηγική διασύνδεσης των μονάδων,
- β. χαρακτηριστικά των μονάδων, τα οποία μπορούν να διαφέρουν ανάλογα με τη θέση τους,
- γ. διαδικασία εκπαίδευσης,
- δ. σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- ε. αναπαράσταση εισόδου / εξόδου, προεπεξεργασία και μετεπεξεργασία.

## 2.7 Κατηγοριοποίηση των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Οποιαδήποτε περιγραφή ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου ξεκινάει με τον προσδιορισμό των εξής χαρακτηριστικών:

- ◆ Τοπολογία δικτύου
- ◆ Χαρακτηριστικά μονάδων
- ◆ Λειτουργικότητα του δικτύου

Μία προσέγγιση στον διαχωρισμό των ΤΝΔ προκύπτει από την επιθυμητή συμπεριφορά που θέλουμε αυτό να παρουσιάσει. Για παράδειγμα, η επιθυμητή λειτουργία ενός ΤΝΔ μπορεί να καθοριστεί με απαρίθμηση των καταστάσεων του δικτύου ή προσδιορίζοντας την επιθυμητή έξοδο βάσει των εισόδων και της τρέχουσας κατάστασης. Τα ΤΝΔ χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες:

- ◆ *Συσχετιστές προτύπων*: Η λειτουργία αυτού του δικτύου είναι η συσχέτιση προτύπων και η υλοποίηση επιθυμητών απεικονίσεων εισόδου-εξόδου. Συνήθως υλοποιούνται με δίκτυα προσωτροφοδότησης.

- ◆ *Μοντέλο μνήμης συμφραζομένων*: Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα είναι το δίκτυο *Hopfield*.

- ◆ *Αυτοοργανούμενα (self-organized) δίκτυα*: Στην κατηγορία αυτή ανήκουν δίκτυα με ικανότητα μάθησης χωρίς επίβλεψη, τα οποία δηλαδή κατηγοριοποιούν την είσοδο σύμφωνα με κάποια κριτήρια ομοιότητας.

Θεωρώντας την τοπολογία και τη δομή των ΤΝΔ μπορούμε να τα διαχωρίσουμε ως εξής:

- ◆ επαναληπτικά Δίκτυα, δηλαδή με συνδέσεις ανάδρασης,
- ◆ δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης,
- ◆ δίκτυα με δομή επιπέδων ή ιεραρχική,
- ◆ δίκτυα με ανταγωνιστικές συνδέσεις.

Μέχρι τώρα θεωρήσαμε ότι ο σχεδιαστής του δικτύου πρέπει να επιλέξει μία τοπολογία δικτύου. Πρόσφατες έρευνες προτείνουν ένα ακόμη στάδιο εκπαίδευσης το οποίο θα περιλαμβάνει συνεργασία και συνδυασμό διαφόρων τοπολογιών σε μία εφαρμογή. Παρότι η έρευνα είναι ακόμη σε αρχικό στάδιο, η ιδέα είναι η χρησιμοποίηση συνδυασμών εκπαιδευμένων επιμέρους δικτύων.



Στη συνέχεια θα αναλύσουμε λίγο περισσότερο το βασικό διαχωρισμό των τεχνητών νευρωνικών δικτύων: με επίβλεψη και χωρίς επίβλεψη.

### 2.7.1 Μάθηση με επίβλεψη

Το δίκτυο *μάθησης με επίβλεψη* (supervised learning) είναι η βάση πολλών εφαρμογών τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Παραδείγματα αρχιτεκτονικών νευρωνικών δικτύων αυτής της περιοχής αποτελούν το *Perceptron*, το *Madaline*, οι συναρτήσεις ακτινωτής βάσης, η μέθοδος κβάντισης του διανύσματος μάθησης και τα δίκτυα πολλών στρωμάτων με προς τα πίσω διάδοση του σφάλματος [Γ2,Γ3]. Όλες αυτές οι αρχιτεκτονικές χρησιμοποιούν δεδομένα εκπαίδευσης που αποτελούνται από πολλά ζεύγη προτύπων εισόδου / εξόδου, δηλαδή, για κάθε πρότυπο εισόδου, υπάρχει το αντίστοιχο πρότυπο εξόδου. Για παράδειγμα, ένα συγκεκριμένο πρότυπο εισόδου μπορεί να αποτελείται από τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , το μέτρο ελαστικότητας  $E$ , τη συνοχή και τη γωνία τριβής του εδαφικού υλικού και οι εξόδοι μπορεί να είναι οι μετακινήσεις οροφής, καθρέπτη και τοιχώματος. Το κλειδί στη μάθηση με επίβλεψη είναι ότι μία γνωστή έξοδος συνδυάζεται με κάθε πρότυπο εισόδου. Ως εκ τούτου, η διαδικασία μάθησης μπορεί να αξιοποιήσει επαναληπτικά τη γνώση αυτή ως δάσκαλος ή επόπτης, για να διορθώσει το δίκτυο, όταν αυτό αποτυγχάνει να δώσει τη σωστή απάντηση σε μία κατάλληλη είσοδο. Αυτή η προσέγγιση είναι αντίστοιχη με τον τρόπο που ο γονιός διδάσκει το παιδί του πως να μιλάει.

Η εκμάθηση με επίβλεψη είναι μία προσέγγιση μάθησης μίας απεικόνισης του χώρου εισόδου  $n$  διαστάσεων στο χώρο εξόδου  $m$  διαστάσεων. Για παράδειγμα, ένα δίκτυο είναι ικανό να μάθει σχέσεις μεταξύ δεδομένων εισόδου / εξόδου, όπως μεταξύ δεδομένων αισθητήρων και μηχανισμών κίνησης. Η απεικόνιση είναι μία συναρτησιακή προσέγγιση ανάμεσα στον χώρο εισόδου και εξόδου και δίνει τη δυνατότητα γενίκευσης στο δίκτυο, δηλαδή να δίνει σωστές εξόδους-απαντήσεις για πρότυπα εισόδου που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί πριν για την εκπαίδευσή του. Αυτή η δυνατότητα γενίκευσης είναι ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων.

Με χρήση των αρχικών δεδομένων εισόδου / εξόδου που παρουσιάζονται στο δίκτυο κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, το δίκτυο μαθαίνει μία συνάρτηση που προσεγγίζει τη σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου. Η απόδοση του δικτύου πάνω στα δεδομένα εκπαίδευσης είναι ένα μέτρο της ικανότητάς του να απομνημονεύει τη σχέση δεδομένων εισόδου / εξόδου. Η ικανότητα γενίκευσης μετράται από το πόσο καλά το δίκτυο ανταποκρίνεται σε δεδομένα επιβεβαίωσης ή ελέγχου ή αξιολόγησης. Τα δεδομένα ελέγχου έχουν την ίδια δομή με τα δεδομένα εκπαίδευσης, όμως αντιστοιχούν σε διαφορετικά πρότυπα εισόδου / εξόδου. Πρέπει τα δεδομένα επιβεβαίωσης, όπως φυσικά και τα δεδομένα εκπαίδευσης, να είναι αντιπροσωπευτικά της λειτουργίας που προσπαθεί να μάθει το δίκτυο. Τα δεδομένα ελέγχου χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης για να ελεγχθεί αν το δίκτυο μαθαίνει σωστά. Το δίκτυο θεωρείται ότι μαθαίνει σωστά, αν τα σφάλματα πρόβλεψης τόσο για τα δεδομένα εκπαίδευσης, όσο και για τα δεδομένα αξιολόγησης είναι πολύ μικρά και επίσης αν η διαφορά μεταξύ των δύο σφαλμάτων είναι επίσης μικρή.

Κανονικά, η ικανότητα απομνημόνευσης μπορεί να μειωθεί προκειμένου να αυξηθεί η δυνατότητα γενίκευσης του δικτύου. Γενικά, η εκπαίδευση του δικτύου γίνεται με χρήση περίπου του 70% των διαθέσιμων δεδομένων. Τα υπόλοιπα δεδομένα χρησιμοποιούνται για επιβεβαίωση της απόδοσης του εκπαιδευμένου δικτύου. Εφόσον υπάρχει αυτή η σχέση μεταξύ της ικανότητας απομνημόνευσης και γενίκευσης, είναι λογικό να λαμβάνεται υπόψη κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης του δικτύου. Ως εκ τούτου, καθώς το δίκτυο μαθαίνει, προτείνεται να διακόπτεται περιοδικά η εκπαίδευση και να ελέγχεται η συμπεριφορά του δικτύου με χρήση των δεδομένων επιβεβαίωσης. Αυτό λειτουργεί ως ένα μέτρο της ικανότητας γενίκευσης του δικτύου. Πρέπει να έχουμε υπόψη ότι δεν συνιστάται η εκπαίδευση του δικτύου έτσι, ώστε να ελαχιστοποιεί το σφάλμα του συνόλου μάθησης [N6]. Σίγουρα αποτελεί κριτήριο, αλλά όχι το μοναδικό. Καλό είναι να αποφεύγεται ο

μεγάλος αριθμός επαναλήψεων και τα βάρη ή εν γένει οι συντελεστές προσδιορισμού του ΤΝΔ να μην μεταβάλλονται σημαντικά ανά εποχή.

Μία άλλη προσέγγιση για βελτίωση της ικανότητας γενίκευσης είναι το κλάδεμα του δικτύου. Το κλάδεμα του δικτύου έχει σαν στόχο να δημιουργήσει δίκτυα με λιγότερους νευρώνες και / ή λιγότερα στρώματα. Το κλάδεμα γίνεται μετά την εκπαίδευση του δικτύου. Κανονικά χρησιμοποιείται μία μεγαλύτερη τοπολογία δικτύου -πλεόνασμα νευρώνων και βαρών- απ' ό,τι πραγματικά χρειάζεται. Τότε, χρησιμοποιώντας μία πληθώρα αλγορίθμων κλαδέματος, αφαιρούνται νευρώνες και βάρη από το πλήρως συνδεδεμένο δίκτυο και έτσι αυξάνεται η ικανότητα γενίκευσης του δικτύου.

Στο πρόβλημα της ικανότητας γενίκευσης θα αναφερθούμε στην επόμενη παράγραφο, όταν θέσουμε γενικά το πρόβλημα της εκπαίδευσης και των οδηγιών κατά τη χρήση ΤΝΔ.

Το πιο διαδεδομένο νευρωνικό δίκτυο αυτής της κατηγορίας είναι το δίκτυο εμπρόσθιας τροφοδότησης ενός ή πολλών στρωμάτων με προς τα πίσω διάδοση του σφάλματος.

### 2.7.2 Μάθηση χωρίς επίβλεψη

Αυτή η κατηγορία νευρωνικών δικτύων στοχεύει στον προσδιορισμό φυσικών ομάδων ή όμοιων χαρακτηριστικών σε ένα δεδομένο σύνολο προτύπων. Αφού αυτά τα δίκτυα χρησιμοποιούν μόνο πρότυπα εισόδου, ο τρόπος εκπαίδευσής τους αναφέρεται σαν αλγόριθμος μάθησης χωρίς επίβλεψη. Ο χρήστης ενός δικτύου με μάθηση χωρίς επίβλεψη πρέπει να εξετάσει το αποτέλεσμα του δικτύου και να ελέγξει αν η ταξινόμησή του έχει πρακτική σημασία. Αν δεν είναι ικανοποιητική, τότε πρέπει να ρυθμιστεί κάποια από τις παραμέτρους εκπαίδευσης, και το δίκτυο να εκπαιδευτεί ξανά. Οι παράμετροι εκπαίδευσης είναι ένα μέτρο της ομοιότητας των προτύπων και χρησιμοποιούνται για να κατευθύνουν τη μάθηση του δικτύου. Τα δίκτυα με μάθηση χωρίς επίβλεψη χρησιμοποιούνται για συμπίεση δεδομένων, ανακάλυψη χαρακτηριστικών, και ταξινόμηση. Μερικές αρχιτεκτονικές νευρωνικών δικτύων με μάθηση χωρίς επίβλεψη είναι η *Adaptive Resonance Theory (ART)* και ο αυτοοργανωμένος χάρτης χαρακτηριστικών (*Self-Organized Feature Map - SOM*) [N2,N3]. Αυτά τα δίκτυα αξιοποιούν τα δεδομένα εισόδου σε μορφή διανύσματος, και χρησιμοποιούν το μέτρο της απόστασης (πχ, απόσταση *Hamming*, ή Ευκλείδεια απόσταση) για να προσδιορίσουν τη γειτνίαση (ομοιότητα) ενός νέου διανύσματος εισόδου σε μία υπάρχουσα ομάδα. Κατά τη διάρκεια της εκμάθησης του δικτύου οι επιλογές απόφασης είναι να συμπεριλάβουν το νέο πρότυπο στην υπάρχουσα ομάδα ή να δημιουργήσουν μία νέα ομάδα γι' αυτό το πρότυπο.

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος τοποθετεί τις λειτουργίες (π.χ. ομιλία, όραση) μέσα σε συγκεκριμένες περιοχές του εγκεφάλου. Ο *Kohonen*, στην εργασία του για την αυτοοργάνωση της πληροφορίας στον εγκέφαλο, αναφέρει ότι κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας της πληροφορίας υπάρχει μία γενική τάση για συμπίεση της πληροφορίας και για διαμόρφωση μειωμένων αναπαραστάσεων των πιο σημαντικών γεγονότων [N4]. Μία πολύ σημαντική πλευρά αυτής της μείωσης της διάστασης είναι ότι έχει τη δυνατότητα να διατηρεί τη δομή της πληροφορίας, δηλαδή τις αλληλοσυσχετίσεις.

Ο αυτοοργανωμένος χάρτης χαρακτηριστικών χρησιμοποιείται για να μετατρέψει πρότυπα αυθαίρετων διαστάσεων σε απεικονίσεις δισδιάστατων ή τρισδιάστατων πινάκων από νευρώνες (χάρτες). Αυτή η απεικόνιση μπορεί να θεωρηθεί ως αυτοοργανωμένη ομαδοποίηση.

## 2.8 Εκπαίδευση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων & Οδηγίες κατά τη Χρήση τους

Η έννοια της εκπαίδευσης είναι πολύ ευρεία. Σε γενικές γραμμές η εκπαίδευση μπορεί να ορισθεί ως η κατάλληλη χρήση πληροφοριών για βελτίωση της συμπεριφοράς ενός συστήματος. Στην πιο συνηθισμένη περίπτωση των προβλημάτων απεικόνισης, δηλαδή συσχέτισης προτύπων

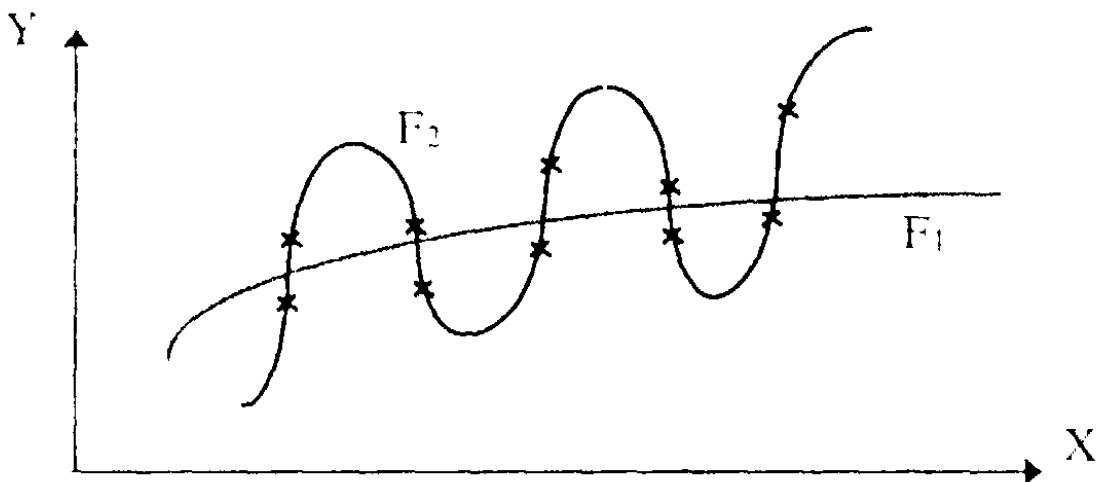
εισόδου-εξόδου, η εκπαίδευση μπορεί να οριστεί ως η τροποποίηση των παραμέτρων-βαρών του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, ώστε χρησιμοποιώντας ένα σύνολο δεδομένων να πλησιάσουμε σταδιακά την επιθυμητή συμπεριφορά συγκρίνοντας την *τρέχουσα απόκριση* του δικτύου με την *επιθυμητή απόκριση*.

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα σύνολο δεδομένων απεικόνισης εισόδου / εξόδου ή μονάχα εισόδου, τα οποία καθορίζουν την επιθυμητή συμπεριφορά του δικτύου. Το σύνολο αυτό, έστω  $H$ , το ονομάζουμε σύνολο εκπαίδευσης. Στη μάθηση με επίβλεψη το  $H$  μας παρέχει πληροφορίες για τη συσχέτιση των εισόδων  $I$  με τις εξόδους  $O$ , δηλαδή αποτελείται από ζευγάρια της μορφής  $(I_i, O_i)$ ,  $i=1, \dots, n$ . Στη γενική περίπτωση τα  $I_i$  και  $O_i$  είναι διανύσματα. Επίσης πρέπει να διευκρινίσουμε ότι το σύνολο αυτό περιέχει ένα μικρό γενικά αριθμό ζευγών σε σχέση με το σύνολο των άπειρων πιθανών ζευγών.

Το σύνολο ελέγχου  $H'$  αποτελούν πάλι ζεύγη της μορφής  $(I_i, O_i)$ . Μεταξύ των δύο συνόλων όμως δεν υπάρχει κοινή τομή. Το σύνολο αυτό χρησιμοποιείται μετά το τέλος της εκπαίδευσης για να διαπιστωθεί η ικανότητα γενίκευσης του ΤΝΔ σε δεδομένα με τα οποία δεν έχει ήδη εκπαιδευτεί.

Στη μάθηση χωρίς επίβλεψη τα δεδομένα του  $H$  δεν είναι απεικονίσεις εισόδου / εξόδου, αλλά δεδομένα εισόδου μονάχα  $I_i$ . Σε αυτήν την περίπτωση το δίκτυο πρέπει να καταλήξει στην εξαγωγή κάποιων βασικών ιδιοτήτων των δεδομένων του  $H$ , π.χ. εύρεση ομάδων.

Στην περίπτωση της μάθησης με επίβλεψη, μετά το τέλος της εκπαίδευσης το ΤΝΔ για κάθε είσοδο θα πρέπει να παρέχει την αντίστοιχη επιθυμητή έξοδο. Το ερώτημα που προκύπτει είναι κατά πόσο επιτυγχάνει το ίδιο και για εισόδους διαφορετικές από αυτές του συνόλου εκπαίδευσης. Αυτός είναι ο στόχος της γενίκευσης. Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα ΤΝΔ που επιτελεί απεικόνιση μιας εισόδου σε μία έξοδο. Έχουμε 10 ζευγάρια για το σύνολο  $H$  της μορφής  $(x, f(x))$ .



**Σχήμα 2.8-1:** Καμπύλες Γενίκευσης  $F_1$ : καλής εκπαίδευσης και  $F_2$ : αποστήθισης

Όπως φαίνεται παραπάνω η γενίκευση μετά την εκπαίδευση μπορεί να έχει διάφορες μορφές. Παρότι δεν υπάρχει λάθος στην εκπαίδευση, είναι δυνατόν η συνάρτηση απεικόνισης να έχει πολλές διαφορετικές μορφές. Οι περισσότεροι από εμάς πιθανώς να προτιμήσουν την ομαλή καμπύλη, αλλά παρόλα αυτά το σύνολο εκπαίδευσης από μόνο του είναι πιθανό να μας οδηγήσει σε οποιαδήποτε από τις λύσεις. Σε τέτοιες περιπτώσεις είναι απαραίτητο το σύνολο ελέγχου, που εκτιμά την ικανότητα γενίκευσης, θα μας βοηθήσει στην επιλογή του καλύτερου μοντέλου.

Πρέπει να αντιληφθούμε ότι τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα δεν προγραμματίζονται, αλλά μαθαίνουν. Δηλαδή κάποιος δεν χρειάζεται να έχει πλήρως κατανοήσει ένα πρόβλημα έτσι, ώστε να αναπτύξει τα νευρωνικά δίκτυα. Στην επίλυση ενός προβλήματος, ένα σημαντικό πλεονέκτημα των νευρωνικών δικτύων σε σχέση με τους ανθρώπους είναι ότι μπορούν να δουν πολυδιάστατα

πρότυπα εισόδου τα οποία ο άνθρωπος μπορεί να μην έχει τη δυνατότητα να αναγνωρίσει λόγω του γεγονότος ότι έχει τρισδιάστατη άποψη του κόσμου. Η ικανότητα των ΤΝΔ να μαθαίνουν σχέσεις μεταξύ των δεδομένων δίνει αυξημένες δυνατότητες για την επίλυση προβλημάτων. Τα ΤΝΔ δεν μπορούν όμως να ερμηνεύσουν στο πως έφτασαν στο συμπέρασμά τους, δηλαδή, στο να εξηγήσουν πως έχουν μάθει να αναγνωρίζουν ένα πρότυπο. Για παράδειγμα, ο *αυτοοργανωμένος χάρτης - SOM-* δεν έχει τη δυνατότητα να εξηγήσει πως ή γιατί έχει απεικονίσει συγκεκριμένα πρότυπα σε ορισμένες θέσεις στον χάρτη. Η ταξινόμηση των χαρακτηριστικών από τον χάρτη είναι θέμα προς διερεύνηση από τους ειδικούς.

Ένα άλλο σημαντικό θέμα είναι η δημιουργία αποτελεσματικών συνόλων εκπαίδευσης. Πρέπει να έχουμε υπόψη ότι τα νευρωνικά δίκτυα είναι κατάλληλα για *παρεμβολή* (interpolation) και όχι για *εξαγωγή* συμπερασμάτων (extrapolation). Αυτό σημαίνει ότι τα σύνολα εκπαίδευσης πρέπει να αποτελούνται από τον πλήρη χώρο προτύπων, τα οποία χρειάζεται να αναγνωρίζονται σωστά κατά τη διάρκεια της εκμετάλλευσης του δικτύου. Η επιλογή του συνόλου εκπαίδευσης επηρεάζει ευθέως την ευαισθησία του ΤΝΔ ως προς την παροχή ακριβών αποτελεσμάτων [Γ5]. Πρέπει λοιπόν να δίνεται μεγάλη προσοχή κατά τη διάρκεια επιλογής του συνόλου εκπαίδευσης.

Δεν υπάρχει ακριβής οδηγός για την επιλογή του αριθμού των κρυφών στρωμάτων και των νευρώνων ανά στρώμα, αν και κατά τον *Kromologon* αρκεί θεωρητικά ένα κρυφό στρώμα στα πολυεπίπεδα ΤΝΔ με αλγόριθμο οπίσθιας τροφοδότησης. Υπερβολικά πολλοί νευρώνες στα κρυφά στρώματα στο δίκτυο εμπρόσθιας τροφοδότησης πολλών στρωμάτων μπορεί να οδηγήσει σε απομνημόνευση των συνόλων εκπαίδευσης με τον κίνδυνο της απώλειας της ικανότητας γενίκευσης. Από την άλλη μεριά, για ένα περίπλοκο πρόβλημα, η έλλειψη νευρώνων μπορεί να παρεμποδίζει την κατάλληλη ταξινόμηση των προτύπων. Η επιλογή της τοπολογίας του δικτύου και των συνόλων εκπαίδευσης εξαρτάται αρκετά από το ίδιο το πρόβλημα. Οι χρόνοι εκπαίδευσης μπορεί να είναι επίσης ένα πρόβλημα. Ο χρόνος εκπαίδευσης μπορεί να είναι μεγάλος είτε λόγω της περίπλοκης τοπολογίας του δικτύου, είτε λόγω του μεγάλου αριθμού των προτύπων του συνόλου μάθησης, αλλά, όταν το δίκτυο εκπαιδευτεί, η ανταπόκρισή του είναι πολύ γρήγορη.

## 2.9 Ιστορική Αναδρομή

Παραδείγματα πρώτων σημαντικών εργασιών στα νευρωνικά δίκτυα υπάρχουν στην έρευνα των *McCulloch* και *Pitts*, του *Rosenblatt*, και των *Widrow* και *Hoff* [Γ6]. Παρόλο το ξεκίνημα στα 1940, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα δεν αντιμετωπίστηκαν σαν πρακτικά εργαλεία εξαιτίας του γεγονότος ότι βασιζόνταν σε γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης. Τελικά, έπειτα από 40 χρόνια προσπαθειών από μία περιορισμένη ομάδα επιστημόνων και μηχανικών, προτάθηκε μία τοπολογία και ένας κανόνας μάθησης από τους *Rumelhart* και *McClelland* που αποτέλεσε αυτό που σήμερα θεωρούμε ως τα πεδία των τεχνητών νευρωνικών δικτύων και της νευρωνικής υπολογιστικής. Η εργασία τους εισήγαγε τον γενικευμένο κανόνα δέλτα -μία γενίκευση του κανόνα διόρθωσης σφάλματος των *Widrow* και *Hoff-*, η οποία είναι περισσότερο γνωστή σαν αλγόριθμος εκμάθησης με προς τα πίσω διάδοση του σφάλματος. Η εισαγωγή μίας μη γραμμικής συνάρτησης ενεργοποίησης -της σιγμοειδούς- επέτρεψε στο δίκτυο να μαθαίνει πρότυπα τα οποία δεν ήταν γραμμικά διακριτά. Μετά από αυτήν τη νέα αρχή στα μέσα του 1980, τα νευρωνικά δίκτυα αναπτύχθηκαν με γοργούς ρυθμούς. Νέες αρχιτεκτονικές αναπτύχθηκαν, μερικές αρχιτεκτονικές μπορούν τώρα να υλοποιηθούν σε *hardware*, το λογισμικό διατίθεται σε αφθονία -πολλά προγραμματιστικά πακέτα είναι δωρεάν- και νέες περιοχές προβλημάτων εξερευνούνται.

Στη συνέχεια παρατίθεται περιληπτικά μια σύντομη ιστορική αναδρομή στην εξέλιξη της τεχνολογίας των ΤΝΔ. Διακρίνεται σε τρεις περιόδους:

α. *Η εποχή μέχρι και το Perceptron*: Η περίοδος των δεκαετιών 1940 ως 1960 θεωρείται η πρώτη γενιά των ΤΝΔ. Γεγονότα σταθμοί στην περίοδο αυτή είναι:

- *McCulloch and Pits*, 1943: Μαθηματική αναπαράσταση νευρωνικών διεργασιών.
- *Rosenblatt*, 1959: Η έννοια του μονοστρωματικού νευρωνικού δικτύου ξεκίνησε στα τέλη της δεκαετίας του 1950 σε ένα ερευνητικό πρόγραμμα του πανεπιστημίου *CORNELL*. Το 1957 εκδόθηκε μία τεχνική αναφορά με την περιγραφή του *perceptron* του *Rosenblatt*. Στόχος ήταν η παρουσίαση της ικανότητας μάθησης ενός προσαρμοζόμενου δικτύου με μεγάλο βαθμό διασύνδεσης και μη-γραμμικές μονάδες. Το 1963 υπήρχαν 98 επιστημονικές δημοσιεύσεις για το *perceptron*.

- *Widrow*, 1960: Η ερευνά του πάνω στον αλγόριθμο ελαχίστων τετραγώνων για το μοντέλο *Adaline / Madaline* έγινε παράλληλα με αυτή του *perceptron*. Τόσο το *Adaline*, όσο και το *Madaline* ήταν απλά ΤΝΔ με μία μοναδική μονάδα ή ένα μοναδικό στρώμα.

- *Minsky and Papert*, 1969: Ο *Minsky* και ο *Papert* προσπάθησαν να μειώσουν το ενδιαφέρον του *perceptron* υποστηρίζοντας ότι οι πιο ενδιαφέρουσες επιθυμητές απεικονίσεις ήταν αδύνατο να υλοποιηθούν από αυτό. Το ενδιαφέρον για τα ΤΝΔ ελαττώθηκε, αν και δεν εξαλείφθηκε.

β. *Η εποχή μετά το Perceptron*: Στη δεύτερη γενιά των ΤΝΔ -δεκαετίες 1970, 1980- τα μειονεκτήματα του *perceptron* ξεπεράστηκαν με την εισαγωγή πολυστρωματικών δικτύων πρόσθιας τροφοδότησης και αντίστοιχων αλγορίθμων εκπαίδευσης. Επιπλέον αναπτύχθηκαν νέες αρχιτεκτονικές, νέες εφαρμογές και αλγόριθμοι εκπαίδευσης για ΤΝΔ. Ιδιαίτερο χαρακτηριστικό αυτής της εποχής είναι η τάση υπερεκτίμησης των δυνατοτήτων των ΤΝΔ. Γεγονότα σταθμοί αυτής της περιόδου είναι:

- 1976, *ανταγωνιστική μάθηση, δίκτυα αυτοοργάνωσης (ART, SOFM)*
- 1985 *Το πολυεπίπεδο perceptron (multiplayer perceptron-MLP)* και ο αλγόριθμος εκπαίδευσης οπίσθιας τροφοδότησης.
- *Δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης (radial basis function-RBF)*
- 1982, *Δίκτυο Hopfield (επαναληπτικό)*
- 1987, *Δίκτυο BAM (Bidirectional Associate Memory)*

Η εποχή αυτή ξεκίνησε με τη διαπίστωση ότι η προσθήκη ενδιάμεσων κρυμμένων επιπέδων -στρωμάτων σε ένα ΤΝΔ πρόσθιας τροφοδότησης, μπορεί να αυξήσει σημαντικά τις ικανότητες απεικόνισης του δικτύου. Αυτό οδήγησε σε ανανέωση του ενδιαφέροντος για τα ΤΝΔ -κυρίως για τα πολυστρωματικά. Η πρόοδος αυτή οφείλεται στα ακόλουθα:

- ◆ Ένα δίκτυο απεικόνισης στο οποίο έχουν προστεθεί περισσότερα επίπεδα, ήταν ικανό να λύσει προβλήματα απεικόνισης άλυτα για το *perceptron*. Επιπλέον δημιουργήθηκε η ανάγκη για την κατασκευή νέων αλγορίθμων εκπαίδευσης, η επιτυχία των οποίων είναι θέμα διαρκούς έρευνας.

- ◆ Αναπτύχθηκαν νέες αρχιτεκτονικές διασύνδεσης -επαναληπτικά δίκτυα. Η εκπαίδευση αυτών των ΤΝΔ αποτέλεσε σημαντικό ερευνητικό θέμα, για το οποίο αναπτύχθηκαν διάφορες προσεγγίσεις (κανόνας *Hebb*, ανταγωνιστική εκπαίδευση).

- ◆ Αναπτύχθηκε η ιδέα της εκπαίδευσης χωρίς επίβλεψη, με κύριες επιδράσεις αυτές του *Grossberg* (μοντέλο *ART*) και του *Kohonen* (μοντέλο *SOFM*).

- ◆ Πρέπει τέλος να σημειωθεί ότι στην πρόοδο αυτή συνέβαλε σημαντικά και η μεγάλη εξέλιξη σε υπολογιστικούς πόρους, κυρίως ισχύς επεξεργαστών, μνήμη, παράλληλη επεξεργασία κλπ..

γ. *ΤΝΔ τρίτης γενιάς*: Η τρίτη γενιά των ΤΝΔ είναι αυτή που τώρα διανύουμε. Σημεία κλειδιά αυτής της περιόδου είναι:

- Συστηματική εκτίμηση των δυνατοτήτων και των περιορισμών των ΤΝΔ.
- Εκτίμηση της γενικευτικής ικανότητας των ΤΝΔ.
- Συνέργια των ΤΝΔ με άλλες τεχνολογίες, όπως γενετικοί αλγόριθμοι και ασαφής λογική.
- Υλοποίηση αυτόνομων υπολογιστικών συστημάτων αφιερωμένων στην εκτέλεση μοντέλων τεχνικών νευρωνικών δικτύων (*neuroprocessors*).

## 2.10 Ποιοι λόγοι μας οδηγούν να διερευνήσουμε την εφαρμογή των ΤΝΔ στην Εδαφομηχανική;

Οι παραδοσιακές πρακτικές προτείνουν ότι κάθε σχέση, ανεξάρτητα από το πόσο σύνθετη είναι, μπορεί να αναπτυχθεί από φυσικούς νόμους ή από εμπειρικές – προσεγγιστικές-στατιστικές σχέσεις. Δυστυχώς, η εφαρμογή αυτής της θεώρησης σε πραγματικά προβλήματα συναντάει τρεις κύριες δυσκολίες:

- ◆ το πρόβλημα μπορεί να είναι τόσο μεγάλο που το ακριβές μαθηματικό μοντέλο να είναι αδύνατο,
- ◆ η πολυπλοκότητα του προβλήματος πιθανόν να εισάγει αβεβαιότητα για την οποία θα πρέπει να παράγουμε κατάλληλες προσεγγίσεις,
- ◆ γνωρίζουμε τις παραμέτρους από τις οποίες επηρεάζεται το υπό μελέτη μέγεθος -ή τις υποψιαζόμαστε-, αλλά δεν μπορούμε λόγω άγνοιάς μας να βγάλουμε γενικευμένο νόμο, παρά μόνο να αναλύσουμε επί μέρους περιπτώσεις.

Ιδιαίτερα στην εδαφομηχανική η σχέση μεταξύ των μεταβλητών εισόδου και εξόδου είναι συνήθως γνωστή μόνο προσεγγιστικά, και απαιτείται αρκετή εργασία για να παραχθούν αποδεκτές προσεγγιστικές σχέσεις. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα έχουν την ικανότητα να «μαθαίνουν» αυτόματα προσεγγιστικές σχέσεις μεταξύ εισόδων και εξόδων χωρίς να υποτάσσονται από το μέγεθος και την πολυπλοκότητα του προβλήματος. Αυτές οι προσεγγιστικές σχέσεις είναι ανώτερες από εκείνες που παράγονται με βάση τους φυσικούς νόμους, επειδή οι σχέσεις βασίζονται σε πραγματικές εισόδους και εξόδους π.χ. δεδομένα μετρήσεων και δεν απαιτούν προσεγγίσεις και απλοποιητικές παραδοχές. Θεωρητικά, η σχέση που μπορεί να μάθουν τα νευρωνικά δίκτυα μπορεί να γίνει ακριβής.

Επίσης, υπάρχουν εφαρμογές για τις οποίες, ακόμα και αν υπάρχει αναλυτική λύση, η διαδικασία επίλυσης είναι υπερβολικά χρονοβόρα, ώστε να είναι πρακτικά χρήσιμη, π.χ. εφαρμογές πραγματικού χρόνου.

Καθώς ο αριθμός των εφαρμογών των ΤΝΔ έχει αυξηθεί, έχουν αναδυθεί νέες δυνατότητες εφαρμογών όπου η σχέση εισόδου / εξόδου είναι γνωστή, αλλά είναι πολύ δύσκολη η αξιοποίησή της με τρόπο αποδοτικό π.χ. μη γραμμικά συστήματα ελέγχου. Γι' αυτά τα είδη προβλημάτων, τα συστήματα νευρωνικών δικτύων έχουν αρχίσει να αντικαθιστούν τους συμβατικούς ελεγκτές λόγω της ταχύτητας και της ακρίβειάς τους.

Ο όρος «έξυπνο σύστημα» χρησιμοποιείται για να αναπαριστά κάθε συνδυασμό τεχνητών νευρωνικών δικτύων, εμπειρών συστημάτων, συστημάτων ασαφούς λογικής, και άλλων τεχνικών, όπως γενετικών αλγορίθμων. Τα συστήματα αυτά στην πραγματικότητα είναι απλές μαθηματικές σχέσεις οι οποίες έχουν δοθεί ή έχουν κληρονομήσει τη «γνώση» τους από την εμπειρία των ειδικών και από την επεξεργασία δεδομένων, που έχουν συχνά τη μορφή ζευγαριών εισόδου / εξόδου. Γενικά δεν πρέπει να μας τρομάζει η ορολογία τους ή τα σχήματά τους, διότι ουσιαστικά είναι μαθηματικές σχέσεις, αριθμητική ανάλυση και επαναληπτικές διαδικασίες.

## Κεφάλαιο 3

### Οι Αρχές των Πρώτων Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

#### 3.1 Η Πορεία μέχρι τα Πολύ-επίπεδα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Για να γίνει αντιληπτό σε βάθος η ανάπτυξη των σύγχρονων νευρωνικών δικτύων, είναι καλό να ακολουθήσουμε -έστω περιληπτικά- τη βασική τους πορεία από τον σχηματισμό του πιο απλού νευρωνικού δικτύου, του *perceptron*, στο πολυεπίπεδο νευρωνικό δίκτυο με αλγόριθμο οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος.

Αρχικά αναπτύχθηκε το *perceptron* από τον *Rosenblatt*, το οποίο αποτελεί την πιο απλή μορφή νευρωνικού δικτύου που χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση προτύπων, τα οποία πρέπει να είναι γραμμικά διαχωρίσιμα και διαθέτει βηματική συνάρτηση κατωφλιού. Εδώ θα παρουσιασθεί κατά τη μοντελοποίηση των *McCulloch-Pitts*.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε μία κατηγορία νευρωνικών δικτύων που αποτελούνται από ένα μόνο γραμμικό νευρώνα. Η διαφορά από το *perceptron* έγκειται στο ότι δεν υπάρχει βηματική συνάρτηση κατωφλιού στην έξοδο του νευρώνα. Αυτή η κατηγορία δικτύων είναι σημαντική για τρεις λόγους. Ο πρώτος είναι ότι η θεωρία των προσαρμοζόμενων γραμμικών φίλτρων στην οποία βασίζεται το μοντέλο είναι καλά ανεπτυγμένη και έχει ήδη εφαρμοσθεί επιτυχώς σε διαφορετικά πεδία, όπως οι επικοινωνίες, ο έλεγχος, radar, τα sonar και η βιοϊατρική μηχανική. Ο δεύτερος λόγος είναι ότι είναι ένα προϊόν της πρωτοποριακής εργασίας που έγινε πάνω στα νευρωνικά δίκτυα κατά τη δεκαετία του 1960. Τελευταίος, αλλά εξίσου σημαντικός λόγος, είναι ότι η μελέτη των προσαρμοζόμενων γραμμικών δικτύων -μαζί με αυτή του *perceptron*- ανοίγει το δρόμο για τη θεωρητική θεμελίωση της πιο γενικής περίπτωσης του πολυεπίπεδου *perceptron*, που περιλαμβάνει τη χρήση μη γραμμικών στοιχείων.

Ο αλγόριθμος των ελάχιστων μέσων τετραγώνων (EMT- least-mean squares algorithm) είναι γνωστός και ως κανόνας δέλτα (delta rule) ή ο κανόνας των *Widrow-Hoff* (1960). Ο αλγόριθμος των ελάχιστων μέσων τετραγώνων λειτουργεί με ένα γραμμικό νευρώνα. Η σχεδίαση του αλγόριθμου των ελάχιστων μέσων τετραγώνων είναι πολύ απλή, αλλά η λεπτομερής ανάλυση της συμπεριφοράς του, είναι μια δύσκολη μαθηματική εργασία. Ο αλγόριθμος αυτός αρχικά εξετάστηκε από τους *Widrow* και *Hoff* για εφαρμογή στα προσαρμοζόμενα κυκλώματα διακοπών. Η μηχανή που χρησιμοποιήθηκε για την εκτέλεση του αλγόριθμου των ελάχιστων μέσων τετραγώνων λεγόταν *Adaline*, η ανάπτυξη της οποίας ήταν εμπνευσμένη από το *perceptron* του *Rosenblatt*. Ακολούθως η εφαρμογή του αλγόριθμου αυτού επεκτάθηκε σε πολλούς τομείς, στις τηλεπικοινωνίες κυρίως, και καθιερώθηκε σαν ένα σημαντικό εργαλείο στο πεδίο της προσαρμοζόμενης επεξεργασίας σήματος.

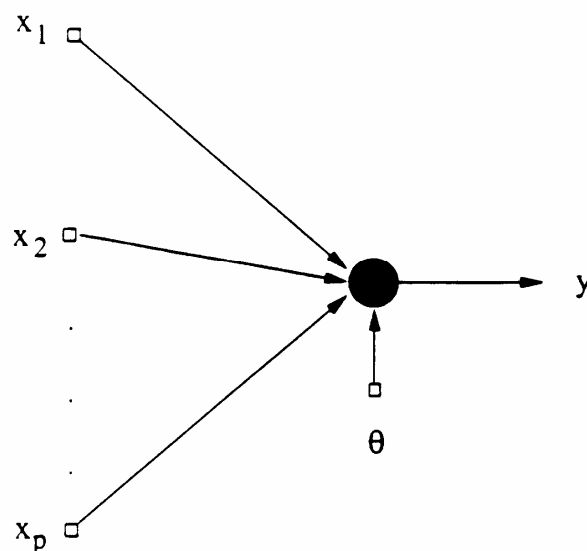
### 3.2 Το *perceptron* – Το απλούστερο Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

Το *perceptron* αποτελεί την πιο απλή μορφή νευρωνικού δικτύου που χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση προτύπων, τα οποία πρέπει να είναι γραμμικά διαχωρίσιμα, δηλαδή υπάρχει ένα υπερεπίπεδο που να διαχωρίζει τα πρότυπα δύο διαφορετικών κατηγοριών.

Το *perceptron* αποτελείται από έναν απλό νευρώνα που δέχεται εξωτερικές εισόδους μέσω συνδέσεων με βάρη και επιπλέον διεγείρεται και από μια εξωτερική πόλωση, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

Η πόλωση (bias) μπορεί να θεωρηθεί ως μια εξωτερικά εφαρμοζόμενη είσοδος σταθερής τιμής  $\theta$ . Η τιμή του  $\theta$  αποτελεί παράμετρο που ρυθμίζεται κατά την εκπαίδευση του δικτύου. Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης που συνήθως χρησιμοποιείται για τον καθορισμό των τιμών των παραμέτρων -βάρη και πόλωση- του δικτύου αυτού αναπτύχθηκε από τον Rosenblatt (1958, 1962). Ο τελευταίος απέδειξε ότι, αν τα πρότυπα που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του *perceptron* ανήκουν σε δύο γραμμικά διαχωρίσιμες κατηγορίες, τότε ο αλγόριθμος εκπαίδευσης του δικτύου συγκλίνει σε τελικές τιμές παραμέτρων που καθορίζουν τη θέση ενός υπερεπιπέδου που διαχωρίζει τα πρότυπα των δύο κατηγοριών. Η απόδειξη της σύγκλισης του παραπάνω αλγόριθμου εκπαίδευσης είναι γνωστή ως *θεώρημα σύγκλισης του perceptron*.

Το απλό *perceptron* του σχήματος περιλαμβάνει έναν απλό νευρώνα. Ένα τέτοιο *perceptron* είναι περιορισμένο να εκτελεί ταξινομήσεις προτύπων που ανήκουν σε δύο μόνο κατηγορίες. Επεκτείνοντας το επίπεδο εξόδου του *perceptron*, ώστε να συμπεριλάβουμε περισσότερους του ενός νευρώνες, μπορούμε αντιστοίχως να εκτελέσουμε ταξινομήσεις με περισσότερες της μιας κατηγορίες. Ωστόσο, οι κατηγορίες θα πρέπει να είναι γραμμικά διαχωρίσιμες για να μπορούν να διαχωριστούν από το *perceptron*. Επομένως, για τη παρουσίαση της βασικής θεωρίας του *perceptron*, αρκεί να μελετήσουμε τη διάταξη με έναν μόνο νευρώνα.

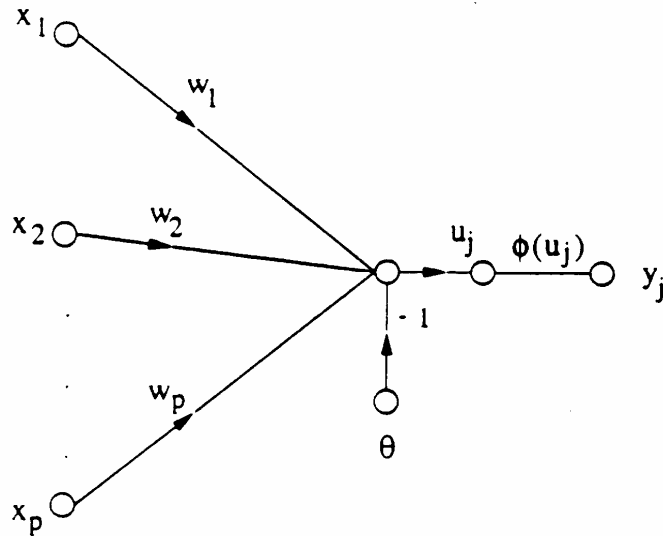


Σχήμα 3.2-1: *Perceptron* ενός επιπέδου

Η θεμελίωση της λειτουργίας του *perceptron* του Rosenblatt προέκυψε από το μοντέλο των McCulloch-Pitts για τον βιολογικό νευρώνα. Το μοντέλο αυτό αποτελείται από μια μονάδα εσωτερικού γινομένου ακολουθούμενη από μια βηματική συνάρτηση κατωφλίου  $\phi$ , όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα. Ο κόμβος-αθροιστής του μοντέλου υπολογίζει ένα γραμμικό συνδυασμό των εξωτερικών εισόδων με τα βάρη των αντίστοιχων συνδέσεων και επίσης προσθέτει την εξωτερικά εφαρμοζόμενη πόλωση. Το άθροισμα που προκύπτει περνά από τη βηματική



συνάρτηση. Ο νευρώνας παράγει μια έξοδο που είναι  $+1$ , αν η είσοδος της βηματικής συνάρτησης είναι θετική και  $-1$ , αν αυτή είναι αρνητική.



Σχήμα 3.2-2: Γράφημα ροής σημάτων του *perceptron*

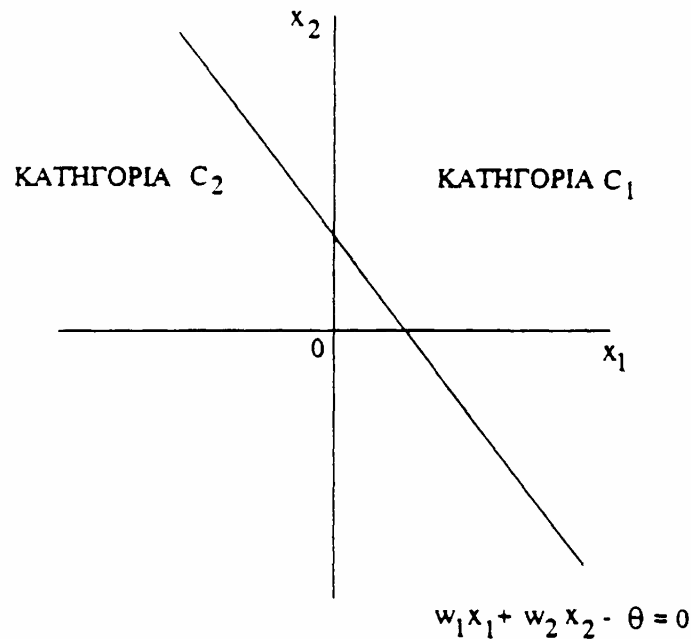
Θεωρούμε ένα *perceptron* με  $p$  εισόδους, το οποίο δέχεται ως είσοδο ένα διάνυσμα  $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T \in \mathbb{R}^p$ . Τα βάρη των συνδέσεων δηλώνονται ως  $w = (w_1, w_2, \dots, w_p)^T$  και η εξωτερικά εφαρμοζόμενη πόλωση δηλώνεται ως  $\theta$ . Προκύπτει ότι η έξοδος της μονάδας εσωτερικού γινομένου είναι ίση με:

$$u = \sum_{i=1}^p w_i \cdot x_i - \theta \quad (3.2-1)$$

Σκοπός του *perceptron* είναι να ταξινομήσει την είσοδο  $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$  μια από τις δύο κατηγορίες ( $C_1$  ή  $C_2$ ) δοθέντος ενός συνόλου προτύπων εκπαίδευσης  $X$ , το οποίο περιλαμβάνει ζεύγη της μορφής  $(x_i, C_i)$ , όπου  $C_i$  είναι η κατηγορία του προτύπου  $x_i$ . Ο κανόνας ταξινόμησης είναι να απονεμηθεί η είσοδος  $x$  στην κατηγορία  $C_1$ , αν η έξοδος  $y$  είναι  $+1$  και στην κατηγορία  $C_2$ , αν είναι  $-1$ . Για την κατανόηση της συμπεριφοράς ενός ταξινομητή προτύπων, συνηθίζεται η γραφική αναπαράσταση των τελικών περιοχών απόφασης που προκύπτουν. Στην περίπτωση ενός στοιχειώδους *perceptron*, υπάρχουν δύο περιοχές απόφασης διαχωριζόμενες από ένα υπερεπίπεδο που ορίζεται από τη σχέση:

$$\sum_{i=1}^p w_i \cdot x_i - \theta = 0 \quad (3.2-2)$$

Για την περίπτωση δύο μεταβλητών εισόδου  $x_1$  και  $x_2$ , το διαχωριστικό όριο παίρνει τη μορφή ευθείας γραμμής. Ένα σημείο  $(x_1, x_2)$  το οποίο βρίσκεται άνω της διαχωριστικής ευθείας ανήκει στην κατηγορία  $C_1$ , ενώ ένα σημείο  $(x_1, x_2)$  το οποίο βρίσκεται κάτω της διαχωριστικής ευθείας ανήκει στην κατηγορία  $C_2$ . Η επίδραση της πόλωσης  $\theta$  είναι η παράλληλη μερική μετακίνηση του διαχωριστικού ορίου από την αρχική του θέση.



Σχήμα 3.2-3: Γραμμική διαχωρισιμότητα δύο διαστάσεων για πρόβλημα δύο διαστάσεων

### 3.2.1 Θεώρημα Σύγκλισης του *perceptron*

Για την εκπαίδευση του *perceptron* μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν κανόνα διόρθωσης σφαλμάτων που είναι γνωστός ως *Αλγόριθμος Σύγκλισης του perceptron*.

Για την ανάπτυξη του αλγόριθμου εκπαίδευσης μέσω διόρθωσης σφάλματος για ένα απλό *perceptron*, είναι πιο βολικό να θεωρήσουμε ένα τροποποιημένο μοντέλο ροής σημάτων στο οποίο η πόλωση  $\theta$  θεωρείται ως βάρος σύνδεσης συνδεδεμένης με μια σταθερή είσοδο ίση με  $-1$ . Μπορούμε να ορίσουμε το διάνυσμα εισόδου τη χρονική στιγμή  $n$  ως ένα διάνυσμα με  $p+1$  συνιστώσες:

$$\vec{x}(n) = (-1, x_1(n), x_2(n), \dots, x_p(n))^T \quad (3.2-3)$$

Αντιστοίχως, ορίζουμε το διάνυσμα βαρών με  $p+1$  συνιστώσες:

$$\vec{w}(n) = (\theta(n), w_1(n), w_2(n), \dots, w_p(n))^T \quad (3.2-4)$$

Στην περίπτωση αυτή η έξοδος της μονάδας εσωτερικού γινομένου περιγράφεται από τον συμπυκνωμένο τύπο:

$$u(n) = \vec{w}(n)^T \cdot \vec{x}(n) = \sum_{i=0}^p w_i(n) \cdot x_i(n) \quad (3.2-5)$$

Στο χώρο  $\mathcal{R}^p$  η εξίσωση  $\vec{w}^T \cdot \vec{x} = 0$  ορίζει ένα υπερεπίπεδο που αποτελεί τη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ των δυο διαφορετικών κατηγοριών των προτύπων. Έστω τώρα ότι τα πρότυπα του συνόλου εκπαίδευσης  $X$  αντιστοιχούν σε δύο γραμμικώς διαχωρίσιμες κατηγορίες  $C_1$  και  $C_2$ . Έστω επίσης ότι  $X_1$  είναι το υποσύνολο των διανυσμάτων εκπαίδευσης που ανήκουν στην κατηγορία  $C_1$ , και  $X_2$  το υποσύνολο των διανυσμάτων εκπαίδευσης που ανήκουν στην κατηγορία  $C_2$ . Προφανώς, η ένωση των  $X_1$  και  $X_2$  είναι ολόκληρο το σύνολο εκπαίδευσης  $X$ . Δοθέντων των συνόλων

εκπαίδευσης  $X_1$  και  $X_2$ , η διαδικασία εκπαίδευσης περιλαμβάνει τον καθορισμό του διανύσματος των βαρών  $w$  με τέτοιο τρόπο, ώστε οι δύο κατηγορίες  $C_1$  και  $C_2$  να είναι διαχωρίσιμες. Αφού οι δύο κατηγορίες  $C_1$  και  $C_2$  είναι γραμμικώς διαχωρίσιμες υπάρχει διάνυσμα βαρών  $w$  τέτοιο, ώστε να μπορούμε να δηλώσουμε:

$$\bar{w}^T \cdot \bar{x} \geq 0, \forall x \in C_1 \quad \& \quad \bar{w}^T \cdot \bar{x} < 0, \forall x \in C_2 \quad (3.2-6)$$

Δεδομένων των υποσυνόλων των διανυσμάτων εκπαίδευσης  $X_1$  και  $X_2$ , το πρόβλημα της εκπαίδευσης για το στοιχειώδες *perceptron* είναι να βρούμε ένα διάνυσμα βαρών  $\bar{w}$  τέτοιο, ώστε οι δύο παραπάνω ανισότητες να ικανοποιούνται.

Ο αλγόριθμος για τον προσδιορισμό του διανύσματος βαρών του στοιχειώδους *perceptron* μπορεί τώρα να διατυπωθεί ως εξής:

1. Αν το διάνυσμα εκπαίδευσης  $\bar{x}(n)$  που εμφανίζεται ως είσοδος τη χρονική στιγμή  $n$  είναι σωστά ταξινομημένο από το διάνυσμα βαρών  $\bar{w}(n)$ , ουδεμία διόρθωση πραγματοποιείται στο διάνυσμα βαρών του *perceptron*, δηλαδή:

$$\begin{aligned} \bar{w}(n+1) &= \bar{w}(n), \text{ if } \bar{w}(n)^T \cdot \bar{x}(n) \geq 0 \& \bar{x}(n) \in C_1 \\ &\& \\ \bar{w}(n+1) &= \bar{w}(n), \text{ if } \bar{w}(n)^T \cdot \bar{x}(n) < 0 \& \bar{x}(n) \in C_2 \end{aligned} \quad (3.2-7)$$

2. Αλλιώς, το διάνυσμα των βαρών του *perceptron* ενημερώνεται σύμφωνα με τον κανόνα:

$$\begin{aligned} \bar{w}(n+1) &= \bar{w}(n) - \eta(n) \cdot \bar{x}(n), \text{ if } \bar{w}(n)^T \cdot \bar{x}(n) \geq 0 \& \bar{x}(n) \in C_2 \\ &\& \\ \bar{w}(n+1) &= \bar{w}(n) + \eta(n) \cdot \bar{x}(n), \text{ if } \bar{w}(n)^T \cdot \bar{x}(n) < 0 \& \bar{x}(n) \in C_1 \end{aligned} \quad (3.2-8)$$

Η παράμετρος  $\eta(n)$  ονομάζεται *ρυθμός μάθησης* και ρυθμίζει το μέγεθος της τροποποίησης που γίνεται στις τιμές του διανύσματος βαρών κατά την  $n$ -ιοστή επανάληψη.

Αν  $\eta(n) = \eta > 0$ , όπου  $\eta$  είναι μια σταθερά η οποία δεν εξαρτάται από τον αριθμό των επαναλήψεων  $n$ , ο παραπάνω κανόνας ονομάζεται *κανόνας εκπαίδευσης σταθερής αύξησης για το perceptron*. Αρχικά πιστοποιούμε τη σύγκλιση του αλγορίθμου εκπαίδευσης θεωρώντας ένα κανόνα σταθερής αύξησης για τον οποίο  $\eta = 1$ . Είναι προφανές ότι η τιμή του  $\eta$  είναι αδιάφορη από τη στιγμή που είναι θετική. Η απόδειξη γίνεται για την αρχική συνθήκη  $\bar{w}(0) = 0$ . Ας υποθέσουμε ότι  $\bar{w}(n)^T \cdot \bar{x}(n) < 0$  για  $n = 1, 2, 3, \dots$  και ένα διάνυσμα εισόδου  $\bar{x}(n) \in X_1$ . Το *perceptron* τώρα ταξινομεί λανθασμένα τα διανύσματα  $x(1), x(2), \dots$ , αφού η δεύτερη συνθήκη της σχέσης (3.2-6) παραβιάζεται. Έτσι, με σταθερό  $\eta(n) = 1$ , μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη δεύτερη γραμμή της σχέσης (3.2-8):

$$\bar{w}(n+1) = \bar{w}(n) + \bar{x}(n), \quad \bar{x}(n) \in C_1 \quad (3.2-9)$$

Δεδομένης της αρχικής συνθήκης  $\bar{w}(0) = 0$  μπορούμε επαναληπτικά να λύσουμε την εξίσωση για  $\bar{w}(n+1)$  παίρνοντας το αποτέλεσμα

$$\bar{w}(n+1) = \bar{x}(1) + \bar{x}(2) + \dots + \bar{x}(n) \quad (3.2-10)$$

Αφού οι κατηγορίες  $C_1, C_2$  θεωρούνται ότι είναι γραμμικά διαχωρίσιμες, θα υπάρχει μια λύση  $\vec{w}_0^T$  για την οποία  $\vec{w}_0^T(x) \cdot \vec{x}(n) > 0$  για τα διανύσματα  $\vec{x}(1), \vec{x}(2), \dots, \vec{x}(n)$  που ανήκουν στο υποσύνολο  $X_1$ . Για μια σταθερή λύση  $\vec{w}_0^T$  μπορούμε να ορίσουμε έναν θετικό αριθμό  $a$  από τη σχέση:

$$a = \min_{x(n) \in X_1} w_0^T \cdot x(n) \quad (3.2-11)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της ισότητας (3.2-10) με το διάνυσμα  $\vec{w}_0^T$  παίρνουμε:

$$\vec{w}_0^T \cdot \vec{w}(n+1) = \vec{w}_0^T \cdot \vec{x}(1) + \vec{w}_0^T \cdot \vec{x}(2) + \dots + \vec{w}_0^T \cdot \vec{x}(n) \quad (3.2-12)$$

και χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.2-11), έχουμε:

$$\vec{w}_0^T \cdot \vec{w}(n+1) \geq n \cdot a \quad (3.2-13)$$

Κατόπιν κάνουμε χρήση της ανισότητας *Cauchy-Schwarz* δοθέντων δύο διανυσμάτων  $w$  και  $w(n+1)$  ισχύει ότι:

$$\|\vec{w}_0^T\|^2 \cdot \|\vec{w}(n+1)\|^2 \geq [\vec{w}_0^T \cdot \vec{w}(n+1)]^2 \quad (3.2-14)$$

όπου  $\|\cdot\|$  δηλώνει την ευκλείδεια νόρμα του διανύσματος. Από την παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι  $[\vec{w}_0^T \cdot \vec{w}(n+1)]^2$  είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το  $n^2 \cdot a^2$ . Από τη παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι  $\|\vec{w}_0^T\|^2 \cdot \|\vec{w}(n+1)\|^2$  είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το  $[\vec{w}_0^T \cdot \vec{w}(n+1)]^2$ . Επομένως προκύπτει:

$$\|\vec{w}_0^T\|^2 \cdot \|\vec{w}(n+1)\|^2 \geq n^2 \cdot a^2 \quad \text{ή} \quad \|\vec{w}(n+1)\|^2 \geq \frac{n^2 \cdot a^2}{\|\vec{w}_0^T\|^2} \quad (3.2-15)$$

Από τη σχέση (3.2-9) παίρνοντας το τετράγωνο της ευκλείδειας νόρμας για τα μέλη της έχουμε:

$$\|\vec{w}(k+1)\|^2 \geq \|\vec{w}(k)\|^2 + \|\vec{x}(k)\|^2 + 2 \cdot \vec{w}^T(k) \cdot \vec{x}(k) \quad \text{για} \quad k=1, \dots, n, \quad \vec{x}(k) \in X_1 \quad (3.2-16)$$

Υπό την υπόθεση ότι το *perceptron* ταξινομεί λανθασμένα ένα διάνυσμα εισόδου  $\vec{x}(k) \in X_1$  έχουμε ότι  $\vec{w}(n)^T \cdot \vec{x}(n) < 0$ . Οπότε από τη (3.2-16) προκύπτει ότι:

$$\|\vec{w}(k+1)\|^2 \leq \|\vec{w}(k)\|^2 + \|\vec{x}(k)\|^2 \quad \text{ή} \quad \|\vec{w}(k+1)\|^2 - \|\vec{x}(k)\|^2 \leq \|\vec{w}(k)\|^2 \quad \text{για} \quad k=1, \dots, n \quad (3.2-17)$$

Προσθέτοντας τις ανισότητες αυτές για  $k=1, \dots, n$  και χρησιμοποιώντας την αρχική υπόθεση  $\vec{w}(0) = 0$ , παίρνουμε την ακόλουθη συνθήκη:

$$\|\vec{w}(n+1)\|^2 \leq \sum_{k=1}^n \|\vec{x}(k)\|^2 \leq n \cdot \beta \quad (3.2-18)$$

όπου  $\beta$  είναι ένας θετικός αριθμός που ορίζεται ως

$$\beta = \max_{\vec{x}(k) \in X_1} \|\vec{x}(k)\|^2 \quad (3.2-19)$$

Η σχέση (3.2-18) δηλώνει ότι η τετραγωνική ευκλείδεια νόρμα του διανύσματος βαρών  $\vec{w}(k+1)$  αυξάνει το πολύ γραμμικά με τον αριθμό των επαναλήψεων  $n$ . Εμφανώς η δεύτερη απόρροια αυτής της σχέσης έρχεται σε σύγκρουση με το συμπέρασμα της (3.2-15) για αρκετά μεγάλες τιμές του  $n$ . Βέβαια μπορούμε να δηλώσουμε ότι το  $n$  δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από κάποια τιμή  $n_{max}$  για την οποία οι σχέσεις (3.2-15) και (3.2-18) ικανοποιούνται με την ισότητα. Οπότε το  $n_{max}$  είναι η λύση της εξίσωσης:

$$n_{max} \cdot \beta = \frac{n_{max}^2 \cdot \max a^2}{\|\vec{w}_0\|^2} \quad (3.2-20)$$

Επιλύοντας ως προς  $n_{max}$  για ένα διάνυσμα-λύση  $\vec{w}_0$  βρίσκουμε ότι:

$$n_{max} = \frac{\|\vec{w}_0\|^2 \cdot \beta}{\max a^2} \quad (3.2-21)$$

Έτσι, έχουμε αποδείξει ότι για  $\eta(n) = 1$  για όλα τα  $n$  και  $\vec{w}(0) = 0$  και δεδομένου ότι υπάρχει ένα διάνυσμα - λύση  $\vec{w}$ , ο κανόνας ρύθμισης του *perceptron* πρέπει να ολοκληρώνεται μετά από το πολύ  $n_{max}$  επαναλήψεις. Τονίζουμε επίσης ότι από τις σχέσεις (3.2-11) και (3.2-19) φαίνεται πως δεν υπάρχει μοναδική λύση για  $\vec{w}$  ή  $n_{max}$ .

Το *θεώρημα Σύγκλισης Σταθερής Αύξησης* για το απλό *perceptron* διατυπώνεται ως εξής:

Έστω ότι τα υποσύνολα των διανυσμάτων εκπαίδευσης  $X_1$  και  $X_2$  είναι γραμμικώς διαχωρίσιμα. Έστω ότι οι είσοδοι που παρουσιάζονται στο *perceptron* προέρχονται από αυτά τα δύο υποσύνολα. Το *perceptron* συγκλίνει μετά από  $n_0$  επαναλήψεις σε ένα διάνυσμα-λύση  $\vec{w}(n_0)$  υπό την έννοια ότι:

$$\vec{w}(n_0) = \vec{w}(n_0 + 1) = \vec{w}(n_0 + 2) = \dots \quad (3.2-22)$$

Αν θεωρήσουμε τώρα τη διαδικασία εκπαίδευσης ενός *perceptron* υποθέτοντας ότι το  $\eta(n)$  είναι μεταβλητό. Συγκεκριμένα καθορίζουμε το  $\eta(n)$  να είναι ο μικρότερος ακέραιος για τον οποίο να ισχύει :

$$\eta(n) \cdot \vec{x}(n)^T \cdot \vec{x}(n) > \left| \vec{w}(n)^T \cdot \vec{x}(n) \right| \quad (3.2-23)$$

Με αυτήν τη διαδικασία βρίσκουμε ότι αν το εσωτερικό γινόμενο  $\left| \vec{w}(n)^T \cdot \vec{x}(n) \right|$  κατά τη  $n$ -ιοστή επανάληψη έχει λανθασμένο πρόσημο, τότε το  $\left| \vec{w}(n)^T \cdot \vec{x}(n) \right|$  κατά τη  $(n+1)$  επανάληψη θα έχει το σωστό πρόσημο. Αυτό υποδηλώνει ότι, αν το  $\vec{w}(n)^T \cdot \vec{x}(n)$  έχει λάθος πρόσημο, μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά εκπαίδευσης κατά την  $(n+1)$  επανάληψη θέτοντας  $\vec{x}(n+1) = \vec{x}(n)$ . Με άλλα λόγια, κάθε πρότυπο περνά ξανά και ξανά από το *perceptron*, ώσπου να ταξινομηθεί σωστά.

Σημειώνουμε επίσης ότι η χρήση μιας αρχικής τιμής  $\vec{w}(0)$  διαφορετικής του μηδέν οδηγεί μερικώς σε μια ελάττωση ή αύξηση του αριθμού επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση, εξαρτώμενη από το πώς το  $\vec{w}(0)$  σχετίζεται με τη λύση  $\vec{w}_0$ . Γι' αυτό τον λόγο, αδιάφορα από την τιμή που θα αποδοθεί στο  $\vec{w}(0)$  είναι σίγουρο ότι το *perceptron* θα οδηγηθεί σε σύγκλιση.

### 3.2.2 Κριτήριο Επίδοσης

Προηγουμένως παρουσιάστηκε ο αλγόριθμος σύγκλισης του *perceptron* χωρίς να γίνει καμία αναφορά σε κάποιο μέτρο επίδοσης, το οποίο να ελαχιστοποιείται κατά τη διάρκεια της μάθησης χρησιμοποιώντας κάποια τεχνική βελτιστοποίησης. Ποιο είναι λοιπόν ένα κατάλληλο μέτρο επίδοσης για το *perceptron*; Μια προφανής επιλογή θα ήταν η μέση πιθανότητα σφάλματος της ταξινόμησης, που ορίζεται ως η μέση πιθανότητα του *perceptron* να πάρει εσφαλμένη απόφαση, επιλέγοντας κάποια κατηγορία, όταν το διάνυσμα εισόδου ανήκει σε διαφορετική κατηγορία. Δυστυχώς ένα τέτοιο μέτρο επίδοσης δεν είναι εύκολο να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη ενός αλγορίθμου μάθησης. Μια συνάρτηση που έχει προταθεί ως μέτρο επίδοσης της εκπαίδευσης είναι η ακόλουθη:

$$J = -E[e(n) \cdot u(n)] \quad (3.2-24)$$

όπου  $E$  είναι ο τελεστής της αναμενόμενης τιμής,  $e(n)$  είναι το σφάλμα οριζόμενο ως η διαφορά μεταξύ επιθυμητής εξόδου  $d(n)$  και πραγματικής απόκρισης  $y(n)$  του *perceptron*, και  $u(n)$  είναι η έξοδος της μονάδας εσωτερικού γινομένου. Μια εκτίμηση της συνάρτησης επίδοσης τη χρονική στιγμή  $n$  είναι η συνάρτηση:

$$\hat{J}(n) = -e(n) \cdot u(n) = -[d(n) - y(n)] \cdot u(n) \quad (3.2-25)$$

Το διάνυσμα κλίσης (gradient) του  $\hat{J}(n)$  τη χρονική στιγμή  $n$  ορίζεται ως η παράγωγος της εκτίμησης  $\hat{J}(n)$  ως προς το διάνυσμα βαρών  $\vec{w}$ , όπως φαίνεται από τη σχέση:

$$\nabla_{\vec{w}} \hat{J}(n) = \frac{\partial \hat{J}(n)}{\partial \vec{w}(n)} \quad (3.2-26)$$

Γνωρίζοντας ότι η επιθυμητή απόκριση  $d(n)$  είναι ανεξάρτητη του  $\vec{w}(n)$  και δοθέντος ότι η απόκριση  $y(n)$  λαμβάνει τιμές  $-1$  ή  $+1$ , βρίσκουμε ότι η χρήση της σχέσης (3.2-25) στην (3.2-26) αποφέρει τη σχέση:

$$\nabla_{\vec{w}} \hat{J}(n) = -[d(n) - y(n)] \cdot \frac{\partial u(n)}{\partial \vec{w}(n)} \quad (3.2-27)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (3.2-5) προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial u}{\partial w_i} = x_i \quad \text{με} \quad i = 0, 1, 2, \dots, p \quad (3.2-28)$$

Επομένως έχουμε:

$$\frac{\partial u(n)}{\partial \vec{w}(n)} = \vec{x}(n) \quad (3.2-29)$$

Έτσι προκύπτει τελικά ότι:

$$\nabla_w \hat{J}(n) = -[d(n) - y(n)] \cdot \bar{x}(n) \quad (3.2-30)$$

Επομένως, σύμφωνα με τον απλό κανόνα διανύσματος κλίσης -gradient descent- μπορούμε τώρα να εκφράσουμε τη μεταβολή του διανύσματος βαρών ως:

$$\Delta \bar{w}(n) = -\eta \cdot \nabla_w \hat{J}(n) = \eta \cdot [d(n) - y(n)] \cdot \bar{x}(n) \quad (3.2-31)$$

όπου  $\eta$  είναι ο ρυθμός μάθησης. Αυτή είναι ακριβώς η διόρθωση που γίνεται στο διάνυσμα βαρών καθώς προχωρούμε από την  $n$  στη  $n + 1$  επανάληψη, όπως περιγράφεται από τον κανόνα διόρθωσης σφάλματος, δηλαδή οι δύο προσεγγίσεις μας οδηγούν στην ίδια εξίσωση ενημέρωσης των βαρών.

### 3.2.3 Οι περιορισμοί του perceptron και τα λάθος συμπεράσματα των Minsky και Papert

Η μελέτη του μονοεπίπεδου *perceptron* που παρουσιάστηκε έγινε με βάση το τυπικό μοντέλο νευρώνα του *McCulloch-Pitts*. Το μη γραμμικό στοιχείο του μοντέλου αυτού αναπαράστηκε με μια βηματική συνάρτηση, θα ήταν ενδιαφέρον να σκεφτεί κανείς πως επηρεάζονται οι δυνατότητες του *perceptron* στην περίπτωση που χρησιμοποιείται μια παραγωγίσιμη σιγμοειδής συνάρτηση -π.χ. υπερβολική εφαπτομένη- στη θέση της βηματικής. Αποδεικνύεται ότι και οι δύο τύποι δικτύων έχουν τις ίδιες υπολογιστικές δυνατότητες, δηλαδή ταξινομούν πρότυπα που είναι γραμμικά διαχωρίσιμα.

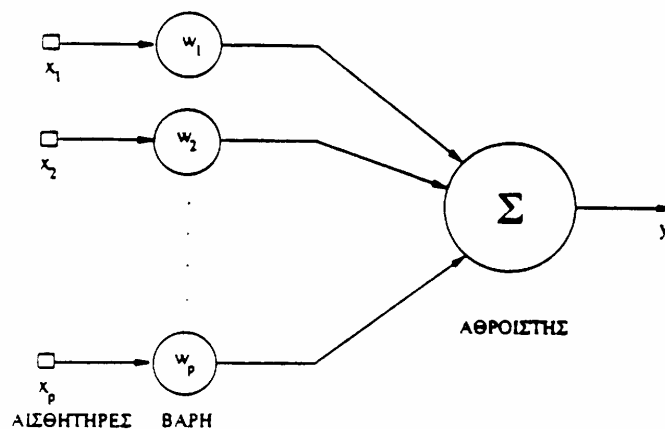
Η πρώτη σημαντική κριτική του *perceptron* του *Rosenblatt*, παρουσιάστηκε από τους *Minsky* και *Selfridge* (1961), οι οποίοι υπογράμμισαν ότι το *perceptron* δεν μπορεί ούτε καν να υλοποιήσει τη συνάρτηση της ισοτιμίας δύο bits, δηλαδή το πρόβλημα XOR κατά το οποίο η έξοδος είναι μονάδα, μόνο όταν μία και μόνο μία από τις δύο εισόδους είναι μονάδα, διαφορετικά ως έξοδος δίνει μηδέν. Τα υπολογιστικά όρια του *perceptron* του *Rosenblatt* καθορίστηκαν με αυστηρά μαθηματική διατύπωση στο διάσημο βιβλίο των *Minsky* και *Papert* “*Perceptrons*” (1969), όπου απέδειξαν με αυστηρή μαθηματική ανάλυση ότι το *perceptron* του *Rosenblatt* είναι έμφυτα ανίκανο να αντιμετωπίσει δύσκολα προβλήματα ταξινόμησης. Στο τελευταίο κεφάλαιο του βιβλίου τους υποστήριξαν ότι οι περιορισμοί της που είχαν ανακαλύψει για το *perceptron* θα έπρεπε λογικά να ισχύουν και για τις πολυεπίπεδες επεκτάσεις του. Ισχυρίστηκαν δε: «Το *perceptron* μας έχει προσφέρει πολύτιμη γνώση εξαιτίας των πολλών περιορισμών του. Έχει πολλά χαρακτηριστικά που είναι άξια προσοχής: τη γραμμικότητά του, το ενδιαφέρον θεώρημα μάθησης, την απλότητα του ως ένα μοντέλο παράλληλου υπολογισμού. Ωστόσο δεν υπάρχει κανένας λόγος να πιστέψουμε ότι κάποιο από αυτά τα προτερήματα του οδηγεί σε μια πολυεπίπεδη έκδοση. Ωστόσο, θεωρούμε ότι είναι σημαντικό ερευνητικό πρόβλημα η διαφώτιση (ή η απόρριψη) της διαισθητικής μας χρήσης, ότι η επέκταση σε πολυεπίπεδα συστήματα θα είναι άγονη.»

Η παραπάνω εικασία δημιούργησε πολλές απορίες για τις υπολογιστικές ικανότητες όχι μόνο του *perceptron*, αλλά και των νευρωνικών δικτύων.

Εν τούτοις, η ιστορία έδειξε ότι η εικασία των *Minsky* και *Papert* δεν δικαιώνεται, αφού σήμερα έχουμε διάφορους τύπους νευρωνικών δικτύων, οι οποίοι είναι υπολογιστικά πολύ πιο ισχυροί από το *perceptron* του *Rosenblatt*. Χαρακτηριστικά παραδείγματα, το πολυεπίπεδο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο που εκπαιδεύεται, με τον αλγόριθμο οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος και τα δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης.

### 3.3 Οι Εξισώσεις των *Wiener-Hopf* για τον γραμμικό νευρώνα

Θεωρούμε ένα γραμμικό νευρώνα με  $p$  εισόδους, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 3.3-1: Γραμμικός νευρώνας

Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_p$  τα σήματα σε αυτές τις εισόδους. Αυτά τα σήματα εφαρμόζονται σε ένα αντίστοιχο σύνολο συνδέσεων με βάρη  $w_1, w_2, \dots, w_p$  και, αφού περάσουν από τις συνδέσεις με βάρη, αθροίζονται και παράγουν το σήμα εξόδου  $y$ . Απαιτείται να βρούμε το βέλτιστο σύνολο βαρών  $w_1, w_2, \dots, w_p$ , ώστε να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά ανάμεσα στην έξοδο του συστήματος  $y$  και σε μια επιθυμητή έξοδο  $d$  με βάση τη μέση τετραγωνική απόσταση. Η λύση σε αυτό το βασικό πρόβλημα παρέχεται από τις εξισώσεις *Wiener-Hopf*.

Το σύστημα του παραπάνω σχήματος μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα φίλτρο. Η σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου του συστήματος περιγράφεται από το άθροισμα:

$$y = \sum_{k=1}^p w_k \cdot x_k \quad (3.3-1)$$

Έστω ότι το  $d$  είναι η επιθυμητή απόκριση ή αλλιώς η έξοδος-στόχος του συστήματος για είσοδο  $x$ . Μπορούμε τότε να ορίσουμε το σφάλμα εξόδου:

$$e = d - y \quad (3.3-2)$$

Σαν κριτήριο απόδοσης ή αλλιώς συνάρτηση κόστους, εισάγουμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα που ορίζεται ως εξής:

$$J = \frac{1}{2} \cdot E[e^2] \quad (3.3-3)$$

όπου  $E$  είναι ο τελεστής της στατιστικής αναμενόμενης τιμής. Ο όρος  $\frac{1}{2}$  συμπεριλαμβάνεται για ευκολία στην αναπαράσταση, όπως θα γίνει προφανές στη συνέχεια. Μπορούμε τώρα να εκφράσουμε το πρόβλημα σχεδίασης του βέλτιστου γραμμικού συστήματος ως εξής: «Προσδιόρισε το βέλτιστο σύνολο βαρών  $w_1, w_2, \dots, w_p$  για το οποίο το μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $J$  είναι ελάχιστο».



Η λύση αυτού του προβλήματος σχεδίασης φίλτρου αναφέρεται στη βιβλιογραφία της επεξεργασίας σήματος σαν το *φίλτρο του Wiener*. Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.3-1) και (3.3-2) στην (3.3-3) έχουμε ότι:

$$J = \frac{1}{2} \cdot E[e^2] = \frac{1}{2} \cdot E[d^2] - E\left[\sum_{k=1}^p w_k \cdot x_k \cdot d\right] + \frac{1}{2} \cdot E\left[\sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p w_j \cdot w_k \cdot x_j \cdot x_k\right] \quad (3.3-4)$$

Αφού η μαθηματική αναμενόμενη τιμή είναι γραμμικός τελεστής, μπορούμε να εναλλάξουμε τη σειρά της αναμενόμενης τιμής και της άθροισης στην παραπάνω σχέση. Οπότε αν τη ξαναγράψουμε, έχουμε ότι:

$$J = \frac{1}{2} \cdot E[d^2] - \sum_{k=1}^p w_k \cdot E[x_k \cdot d] + \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p w_j \cdot w_k \cdot E[x_j \cdot x_k] \quad (3.3-5)$$

Για τις τρεις αναμενόμενες τιμές έχουμε ότι:

- Η τιμή  $E[d^2]$  είναι η μέση τετραγωνική τιμή της επιθυμητής απόκρισης  $d$ , δηλαδή:

$$r_d = E[d^2] \quad (3.3-6)$$

- Η αναμενόμενη τιμή  $E[x_k \cdot d]$  είναι η *συνάρτηση συσχέτισης* ανάμεσα στην επιθυμητή απόκριση  $d$  και στο σήμα της εισόδου  $x_k$ :

$$r_{dx}(k) = E[x_k \cdot d] \quad (3.3-7)$$

- Η αναμενόμενη τιμή  $E[x_j \cdot x_k]$  είναι η *συνάρτηση αυτοσυσχέτισης* του συνόλου των σημάτων εισόδου:

$$r_x(j, k) = E[x_k \cdot x_j] \quad (3.3-8)$$

Οπότε καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση:

$$J = \frac{1}{2} \cdot r_d - \sum_{k=1}^p w_k \cdot r_{dx}(k) + \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p w_j \cdot w_k \cdot r_x(j, k) \quad (3.3-9)$$

Μια πολυδιάστατη απεικόνιση της συνάρτησης κόστους  $J$  ως προς τα βάρη  $w_1, w_2, \dots, w_p$  θα εμφάνιζε την *επιφάνεια σφάλματος* του νευρώνα. Η επιφάνεια σφάλματος έχει κοίλο σχήμα και έχει ένα *καλά ορισμένο σημείο ολικού ελαχίστου*. Ακριβώς σε αυτό το σημείο το δίκτυο είναι βέλτιστο, δηλαδή το μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $J$  παίρνει την ελάχιστη τιμή του  $J_{min}$ .

Για να βρούμε αυτό το βέλτιστο σημείο, παραγωγίζουμε τη συνάρτηση κόστους  $J$  ως προς τα βάρη  $w_k$  και θέτουμε το αποτέλεσμα ίσο με το μηδέν για κάθε  $k$ . Η παράγωγος του  $J$  ως προς τα  $w_k$  λέγεται *κλίση* της επιφάνειας σφάλματος ως προς το συγκεκριμένο βάρος. Η κλίση  $\nabla_{w_k} J$  ορίζεται ως εξής:

$$\nabla_{w_k} J = \frac{\partial J}{\partial w_k} \quad \text{για } k = 1, 2, \dots, p \quad (3.3-10)$$

Παραγωγίζοντας τη σχέση (3.3-9) προκύπτει ότι:

$$\nabla_{w_k} J = -r_{dx}(k) + \sum_{j=1}^p w_j \cdot r_x(j, k) \quad (3.3-11)$$

Για το σημείο ελαχίστου πρέπει να ισχύει ότι:

$$\nabla_{w_k} J = 0 \quad \text{για} \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.3-12)$$

Έστω  $w_{ok}$  η βέλτιστη τιμή του βάρους  $w_k$ . Από τις εξισώσεις (3.3-11) και (3.3-12) βρίσκουμε ότι τα βέλτιστα βάρη του γραμμικού νευρώνα ορίζονται από το σύνολο εξισώσεων:

$$r_{dx}(k) = \sum_{j=1}^p w_{oj} \cdot r_x(j, k) \quad \text{για} \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.3-13)$$

Αυτό το σύστημα εξισώσεων είναι γνωστό σαν *εξισώσεις των Wiener-Hopf* και το φίλτρο του οποίου τα βάρη ικανοποιούν τις εξισώσεις των *Wiener-Hopf* λέγεται *φίλτρο Wiener*.

### 3.3.1 Επίλυση των εξισώσεων *Wiener-Hopf* μέσω της μεθόδου απότομης καθόδου

Για να λύσουμε τις εξισώσεις των *Wiener-Hopf*, πρέπει να υπολογίσουμε τον αντίστροφο ενός πίνακα διαστάσεων  $p$  επί  $p$  που περιέχει τις διαφορετικές τιμές της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης  $r_x(j, k)$  για  $j, k = 1, 2, \dots, p$ . Η αντιστροφή αυτού του πίνακα μπορεί να αποφευχθεί με τη χρήση της μεθόδου της απότομης καθόδου. Σύμφωνα με αυτήν τη μέθοδο τα βάρη μεταβάλλονται χρονικά σε βήματα και οι τιμές τους ρυθμίζονται με επαναληπτικό τρόπο με βάση την κλίση της επιφάνειας σφάλματος έτσι, ώστε σταδιακά να μετακινηθούν προς τη βέλτιστη λύση. Η μέθοδος της απότομης καθόδου συνεχώς αναζητά το ελάχιστο σημείο της επιφάνειας σφάλματος. Είναι διαισθητικά λογικό ότι οι διαδοχικές μεταβολές στα βάρη πρέπει να είναι στην κατεύθυνση της απότομης καθόδου της επιφάνειας σφάλματος, δηλαδή σε κατεύθυνση αντίθετη από το διάνυσμα κλίσης του οποίου οι συντεταγμένες καθορίζονται από το  $\nabla_{w_k} J$  για  $k = 1, 2, \dots, p$ .

Έστω ότι το  $w_k(n)$  είναι η τιμή του βάρους  $w_k$  στην επανάληψη ή στον διακριτό χρόνο-βήμα  $n$  ακολουθώντας τη μέθοδο της απότομης καθόδου. Με αντίστοιχο τρόπο η κλίση της επιφάνειας σφάλματος έχει μία χρονικά μεταβαλλόμενη μορφή σύμφωνα με τη (3.3-11):

$$\nabla_{w_k} J(n) = -r_{dx}(k) + \sum_{j=1}^p w_j(n) \cdot r_x(j, k) \quad (3.3-14)$$

Σύμφωνα με τη μέθοδο της απότομης καθόδου η μεταβολή στο βάρος  $w_k(n)$  στην επανάληψη  $n$  είναι:

$$\Delta w_k(n) = -\eta \cdot \nabla_{w_k} J(n) \quad \text{για} \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.3-15)$$

όπου  $\eta$  είναι μια θετική σταθερά που λέγεται *ρυθμός μάθησης*. Με δεδομένη την προηγούμενη τιμή του βάρους  $w_k(n)$  στην επανάληψη  $n$ , η καινούργια τιμή στην επόμενη επανάληψη  $n+1$  υπολογίζεται ως εξής:

$$w_k(n+1) = w_k(n) + \Delta w_k(n) = w_k(n) - \eta \cdot \nabla_{w_k} J(n) \quad \text{για } k = 1, 2, \dots, p \quad (3.3-16)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.3-14) στην (3.3-16) μπορούμε να εκφράσουμε τη μέθοδο της απότομης καθόδου με βάση τις συσχετιστικές συναρτήσεις  $r_x(j, k)$  και  $r_{dx}(k)$  ως εξής:

$$w_k(n+1) = w_k(n) + \eta \cdot \left\{ r_{dx}(k) - \sum_{j=1}^p w_j(n) \cdot r_x(j, k) \right\} \quad \text{για } k = 1, 2, \dots, p \quad (3.3-17)$$

Μπορούμε να διατυπώσουμε τη μέθοδο της απότομης καθόδου ως εξής: «Η νέα τιμή του βάρους  $w_k$  ενός φίλτρου του *Wiener* (σχεδιασμένου να λειτουργεί βάση του μέσου ελάχιστου τετραγωνικού σφάλματος) ισούται με την παλιά τιμή του βάρους συν μια διόρθωση που είναι ανάλογη της αρνητικής κλίσης της επιφανείας σφάλματος ως προς το συγκεκριμένο βάρος».

Η μέθοδος της απότομης καθόδου είναι *ακριβής* με την έννοια ότι δεν έχουν γίνει προσεγγίσεις στην ανάπτυξη της. Η ανάπτυξη που παρουσιάζεται εδώ βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, που έχει οριστεί μέσω της (3.3-3) ως:

$$J(n) = \frac{1}{2} \cdot E[e^2(n)] \quad (3.3-18)$$

Η ποσότητα  $J(n)$  μπορεί να προσεγγιστεί από το *άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων*:

$$\varepsilon_{total}(n) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n e^2(i) \quad (3.3-19)$$

Αυτή η δεύτερη προσέγγιση έχει ένα παρόμοιο αποτέλεσμα με αυτήν που περιγράφηκε στην εξίσωση (3.3-17), αλλά με μία νέα ερμηνεία των συσχετιστικών συναρτήσεων, Συγκεκριμένα, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης  $r_x$  και η συνάρτηση συσχέτισης  $r_{dx}$  ορίζονται τώρα σαν χρονικοί μέσοι όροι παρά σαν συνολικοί μέσοι όροι.

Σε κάθε περίπτωση πρέπει να δοθεί προσοχή στην επιλογή του ρυθμού μάθησης  $\eta$  προκειμένου να δουλέψει η μέθοδος της απότομης καθόδου.

Επίσης ένας περιορισμός στη μέθοδο της απότομης καθόδου είναι η απαίτησή της οι συσχετιστικές συναρτήσεις  $r_{dx}(k)$  και  $r_x(j, k)$  να είναι γνωστές. Όταν ο νευρώνας λειτουργεί σε *άγνωστο* περιβάλλον, αυτές οι συσχετιστικές συναρτήσεις δεν είναι γνωστές, οπότε αναγκαζόμαστε να χρησιμοποιήσουμε *προσεγγίσεις* στη θέση τους. Ο αλγόριθμος των ελαχίστων μέσων τετραγώνων (EMT) αποτελεί έναν απλό, αλλά αποτελεσματικό τρόπο για να κάνουμε αυτές τις προσεγγίσεις.

### 3.3.2 Ο αλγόριθμος των ελαχίστων μέσων τετραγώνων

Ο *αλγόριθμος ελάχιστων μέσων τετραγώνων (EMT)* βασίζεται σε *στιγμιαίες εκτιμήσεις* για τις συσχετιστικές συναρτήσεις  $r_{dx}(k)$ , και  $r_x(j, k)$ . Αυτές οι προσεγγίσεις εξάγονται κατευθείαν από τις εξισώσεις (3.3-7) και (3.3-8) ως εξής:

$$\hat{r}_{dx}(k; n) = x_k(n) \cdot d(n) \quad (3.3-20)$$

$$\hat{r}_x(j, k; n) = x_k(n) \cdot x_j(n) \quad (3.3-21)$$

Η χρήση του «καπέλου» στο  $\hat{r}_{dx}(k;n)$  και το  $\hat{r}_x(j,k;n)$  υποδηλώνει ότι αυτές οι ποσότητες είναι εκτιμήσεις. Οι παραπάνω ορισμοί έχουν γενικευτεί, ώστε να συμπεριλάβουν ένα μη στατικό περιβάλλον, οπότε όλα τα σήματα εισόδου και η επιθυμητή απάντηση θεωρούνται χρονικά μεταβαλλόμενα. Έτσι αντικαθιστώντας τα  $\hat{r}_{dx}(k;n)$  και  $\hat{r}_x(j,k;n)$  στη θέση  $r_{dx}(k)$  και το  $r_x(j,k)$  στην εξίσωση (3.3-17) λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \hat{w}_k(n+1) &= \hat{w}_k(n) + \eta \cdot \left\{ x_k(n) \cdot d(n) - \sum_{j=1}^p \hat{w}_j(n) \cdot x_k(n) \cdot x_j(n) \right\} \\ \Rightarrow \hat{w}_k(n+1) &= \hat{w}_k(n) + \eta \cdot \left\{ d(n) - \sum_{j=1}^p \hat{w}_j(n) \cdot x_j(n) \right\} \cdot x_k(n) \\ \Rightarrow \hat{w}_k(n+1) &= \hat{w}_k(n) + \eta \cdot [d(n) - y(n)] \cdot x_k(n) \quad \text{για } k = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (3.3-22)$$

όπου  $y(n)$  είναι η έξοδος του νευρώνα που υπολογίζεται στην επανάληψη  $n$  σύμφωνα με τον αλγόριθμο EMT κατά (3.3-1):

$$y(n) = \sum_{k=1}^p \hat{w}_k(n) \cdot x_k(n) \quad (3.3-23)$$

Στην εξίσωση (3.3-22) χρησιμοποιήσαμε  $\hat{w}_k(n)$  στη θέση του  $w_k(n)$ , για να επισημάνουμε τη χρησιμοποίηση εκτιμήσεων των τιμών των βαρών στη σχέση (3.3-23). Για την αρχικοποίηση του αλγορίθμου οι τιμές των βαρών τίθενται ίσες με το μηδέν.

Ο αλγόριθμος EMT παρουσιάζεται συνοπτικά παρακάτω, όπου και φαίνεται η απλότητα του:

Βήμα 1: *Αρχικοποίηση*. Θέτουμε ότι:  $\hat{w}_k(1) = 0$  για  $k = 1, 2, \dots, p$

Βήμα 2: *Κύριος βρόγχος επαναλήψεων για υπολογισμούς*:

α. Εύρεση προσεγγιστικής εξόδου  $y(n)$  μέσω (3.3-23).

β. Εύρεση σφάλματος  $e(n)$  μέσω (3.3-2).

γ. Υπολογισμός βαρών επόμενου βήματος μέσω (3.3-22).

Η μέθοδος της απότομης καθόδου εφαρμόζεται σε ένα «γνωστό» περιβάλλον με το διάνυσμα των βαρών  $w(n)$  να έχει κάποια αρχική τιμή  $w(0)$  και μετά ακολουθεί κάποια καλά ορισμένη τροχιά πάνω στην επιφάνεια σφάλματος που τελικά τερματίζει στη βέλτιστη λύση  $w_0$ , εφόσον ο ρυθμός μάθησης  $\eta$  έχει επιλεγεί κατάλληλα. Αντίθετα ο αλγόριθμος των ελαχίστων μέσων τετραγώνων εφαρμόζεται σε ένα «άγνωστο» περιβάλλον και το διάνυσμα βαρών  $\hat{w}(n)$ , που αναπαριστά μία «προσέγγιση» του  $w(n)$ , ακολουθεί τυχαία τροχιά. Για τον λόγο αυτό, ο αλγόριθμος EMT μερικές φορές αναφέρεται σαν *στοχαστικός αλγόριθμος κλίσης* (stochastic gradient descent). Όσο ο αριθμός των επαναλήψεων στον αλγόριθμο EMT τείνει στο άπειρο, το  $\hat{w}(n)$  προσεγγίζει με τυχαίο τρόπο τη βέλτιστη λύση  $w_0$ .

Ένας άλλος τρόπος να δούμε τη βασική διαφορά ανάμεσα στη μέθοδο της απότομης καθόδου και στον αλγόριθμο EMT είναι ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται το σφάλμα. Σε οποιαδήποτε επανάληψη  $n$  η μέθοδος της απότομης καθόδου ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $J(n)$ . Αυτή η συνάρτηση κόστους χρησιμοποιεί το συνολικό μέσο όρο, γεγονός που έχει σαν αποτέλεσμα η μέθοδος της απότομης καθόδου να διαθέτει ένα «ακριβές» - ορθό διάνυσμα κλίσης. Ο αλγόριθμος EMT ελαχιστοποιεί μία στιγμιαία εκτίμηση της συνάρτησης κόστους  $J(n)$ . Επομένως το διάνυσμα κλίσης του αλγόριθμου EMT είναι «τυχαίο» και η ακρίβεια του βελτιώνεται «κατά μέσο όρο» με την αύξηση του  $n$ .

Επιπλέον, η μέθοδος της απότομης καθόδου ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων  $\varepsilon_{total}(n)$ , ολοκληρωμένο-αθροισμένο σε όλες τις προηγούμενες επαναλήψεις του

αλγόριθμου μέχρι και την επανάληψη  $n$ . Έτσι απαιτεί την αποθήκευση της πληροφορίας που χρειάζεται για τις εκτιμήσεις στις συσχετιστικές συναρτήσεις  $r_{dx}$  και  $r_x$ . Αντίθετα ο αλγόριθμος EMT απλά ελαχιστοποιεί το στιγμιαίο τετραγωνικό σφάλμα  $e(n)$ , που ορίζεται ως  $0,5 \cdot e^2(n)$ , μειώνοντας έτσι τις αποθηκευτικές απαιτήσεις στο ελάχιστο δυνατό. Στην πράξη δεν απαιτεί την αποθήκευση επιπλέον πληροφορίας από αυτή που υπάρχει ήδη στα βάρη.

Είναι επίσης σημαντικό να επισημάνουμε ότι ο αλγόριθμος EMT μπορεί να λειτουργήσει σε στατικό ή μη στατικό περιβάλλον. Λέγοντας «μη στατικό» περιβάλλον εννοούμε αυτό που τα στατιστικά χαρακτηριστικά των σημάτων μεταβάλλονται με τον χρόνο. Σε αυτήν την περίπτωση η βέλτιστη λύση μεταβάλλεται με τον χρόνο και ο αλγόριθμος EMT έχει το καθήκον όχι μόνο να πλησιάσει το ελάχιστο σημείο της επιφάνειας λάθους, αλλά και να το ανιχνεύσει. Φαίνεται ότι όσο μικρότερη τιμή δίνουμε στο ρυθμό μάθησης, τόσο καλύτερα ο αλγόριθμος ανιχνεύει το ελάχιστο σημείο της επιφάνειας σφάλματος. Ωστόσο αυτή η βελτίωση στην ακρίβεια συνοδεύεται από αργή σύγκλιση –πολλές επαναλήψεις.

### 3.3.3 Σύγκλιση του αλγόριθμου των ελαχίστων μέσω τετραγώνων

Από τη θεωρία ελέγχου είναι γνωστό ότι η ευστάθεια ενός ανατροφοδοτούμενου συστήματος καθορίζεται από τις παραμέτρους που αποτελούν τον βρόχο ανατροφοδότησης του. Η ύπαρξη του όρου  $\eta \cdot x_k(n) \cdot x_j(n)$  κατά τον υπολογισμό του  $\hat{w}(n+1)$  μέσω της (3.3-22) προσθέτει αβεβαιότητα στον αλγόριθμο EMT. Συγκεκριμένα υπάρχουν δύο ξεχωριστές ποσότητες, ο ρυθμός μάθησης  $\eta$  και το διάνυσμα εισόδου  $\bar{x}(n)$ , που ορίζουν την έξοδο αυτού του βρόχου. Συμπεραίνουμε ότι η συμπεριφορά σύγκλισης του αλγόριθμου EMT επηρεάζεται από τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διανύσματος εισόδου  $\bar{x}(n)$  και την τιμή του ρυθμού μάθησης  $\eta$ . Διαφορετικά μπορούμε να πούμε ότι για ένα συγκεκριμένο περιβάλλον που παράγει το διάνυσμα εισόδου  $\bar{x}(n)$  πρέπει να προσέξουμε την τιμή του ρυθμού μάθησης για να συγκλίνει ο αλγόριθμος EMT.

Υπάρχουν δύο ξεχωριστά θέματα του προβλήματος σύγκλισης του αλγόριθμου EMT που πρέπει να προσέξουμε:

1. Ο αλγόριθμος EMT λέγεται ότι *συγκλίνει στη μέση τιμή*, αν η μέση τιμή του διανύσματος των βαρών  $\hat{w}(n)$  τείνει στη βέλτιστη λύση  $w_o$ , καθώς ο αριθμός των επαναλήψεων τείνει στο άπειρο, δηλαδή:

$$l \lim_{n \rightarrow \infty} E[\hat{w}(n)] = w_o \quad (3.3-24)$$

2. Ο αλγόριθμος EMT λέγεται ότι *συγκλίνει στη μέση τιμή του τετραγώνου*, αν η μέση τετραγωνική τιμή του σφάλματος  $e(n)$  τείνει σε μία σταθερά, καθώς ο αριθμός των επαναλήψεων τείνει στο άπειρο, δηλαδή:

$$l \lim_{n \rightarrow \infty} E[e^2(n)] = \text{σταθερά} \quad (3.3-25)$$

Η συνθήκη της σύγκλισης στη μέση τιμή του τετραγώνου είναι πιο αυστηρή από τη συνθήκη της σύγκλισης στη μέση τιμή. Με άλλα λόγια η σύγκλιση του αλγόριθμου EMT με βάση τη μέση τιμή του τετραγώνου είναι και σύγκλιση στη μέση τιμή, αλλά δεν ισχύει πάντα το αντίθετο.

Η μαθηματική απόδειξη των δύο προτάσεων σύγκλισης του αλγόριθμου EMT αναπτύσσονται στις παραγράφους 3.3.1 και 3.3.2 του [N1]. Είναι αρκετά περίπλοκη και ξεφεύγει από τα εισαγωγικά πλαίσια της παραγράφου. Το ουσιαστικό όμως συμπέρασμα που προκύπτει είναι οι

προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν για να καταλήξουν τα παραπάνω κριτήρια σε σύγκλιση. Συγκεκριμένα αν ορίσουμε τον πίνακα αυτοσυσχέτισης  $R_x$  του διανύσματος εισόδου  $\bar{x}(n)$  ως

$$R_x = E[\bar{x}(n) \cdot \bar{x}^T(n)] \quad (3.3-26)$$

και  $\lambda_{\max}$  τη μεγαλύτερη ιδιοτιμή του,  $tr[R_x]$  το ίχνος του πίνακα ή αλλιώς η συνολική ισχύς του σήματος εισόδου, τότε η σύγκλιση της μέσης τιμής του αλγόριθμου *EMT* ισχύει, όταν:

$$0 < \eta < \frac{2}{\lambda_{\max}} \quad (3.3-27)$$

ενώ η σύγκλιση της μέσης τιμής του τετραγώνου του αλγόριθμου *EMT* ισχύει, όταν:

$$0 < \eta < \frac{2}{tr[R_x]} \quad (3.3-28)$$

Από τις συνθήκες αυτές πρέπει ο ρυθμός μάθησης  $\eta$  να είναι μια θετική σταθερά η τιμή της οποίας είναι μικρότερη από το διπλάσιο της αντίστροφης τιμής της μέγιστης ιδιοτιμής και της αντίστροφης συνολικής ισχύος εισόδου αντίστοιχα.

### 3.3.4 Η καμπύλη μάθησης

Η καμπύλη που προκύπτει σχεδιάζοντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $J(n)$  ως προς τον αριθμό των επαναλήψεων  $n$  λέγεται *συνολική μέση καμπύλη μάθησης*. Μία τέτοια καμπύλη μπορεί να παρέχει πολλές πληροφορίες, καθώς επιδεικνύει σημαντικά χαρακτηριστικά της διαδικασίας μάθησης που μελετάμε.

Για έναν αλγόριθμο *EMT* που συγκλίνει στη μέση τετραγωνική τιμή, η τελική τιμή  $J(\infty)$  του μέσου τετραγωνικού σφάλματος  $J(n)$  είναι μία θετική σταθερά, που αντιπροσωπεύει τη κατάσταση ισορροπίας της καμπύλης μάθησης. Στην πραγματικότητα το  $J(\infty)$  είναι πάντα μεγαλύτερο από το ελάχιστο μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $J_{\min}$  ενός αντίστοιχου φίλτρου Wiener σε ένα στατικό περιβάλλον. Η διαφορά ανάμεσα  $J(\infty)$  και  $J_{\min}$  καλείται *πλεονάζον μέσο τετραγωνικό σφάλμα*:

$$J_{ex} = J(\infty) - J_{\min} \quad (3.3-29)$$

Ο λόγος του  $J_{ex}$  προς το  $J_{\min}$  καλείται *ανακρίβεια M*:

$$M = \frac{J_{ex}}{J_{\min}} \quad (3.3-30)$$

Συνηθίζεται να εκφράζεται η ανακρίβεια  $M$  σαν ποσοστό επί τοις εκατό. Για παράδειγμα ανακρίβεια 10% σημαίνει ότι ο αλγόριθμος *EMT* παράγει ένα μέσο τετραγωνικό σφάλμα μετά τον τερματισμό της εκπαίδευσης που είναι κατά 10% μεγαλύτερο από το ελάχιστο μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $J_{\min}$ . Αυτή η επίδοση κανονικά θεωρείται ικανοποιητική.

Άλλο ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του αλγόριθμου *EMT* είναι ο χρόνος σταθεροποίησης. Ωστόσο δεν υπάρχει μοναδικός ορισμός για τον χρόνο σταθεροποίησης. Μπορούμε, για παράδειγμα, να προσεγγίσουμε την καμπύλη μάθησης με μια εκθετική συνάρτηση  $\exp(-\tau_{av} x)$  με μέση χρονική σταθερά  $\tau_{av}$  και να χρησιμοποιήσουμε τη  $\tau_{av}$  σαν μέτρο του χρόνου σταθεροποίησης. Όσο μικρότερη η τιμή του  $\tau_{av}$ , τόσο μικρότερος και ο χρόνος σταθεροποίησης.

Μέχρι ένα βαθμό η ανακρίβεια  $M$  του αλγορίθμου *EMT* είναι ευθέως ανάλογη με τον ρυθμό μάθησης  $\eta$ , ενώ η σταθερά μέσου χρόνου  $\tau_{av}$  είναι αντιστρόφως ανάλογη με τον ρυθμό μάθησης  $\eta$ . Έτσι έχουμε αντικρουόμενα αποτελέσματα με την έννοια ότι, αν ο ρυθμός μάθησης μειωθεί, ώστε να μειωθεί η ανακρίβεια, τότε ο χρόνος σταθεροποίησης του αλγόριθμου *EMT* αυξάνει. Αντίθετα αν ο ρυθμός μάθησης αυξηθεί, ώστε να επιταχυνθεί η διαδικασία μάθησης, τότε αυξάνεται η ανακρίβεια. Εξαιτίας τούτου πρέπει να δοθεί στην επιλογή του ρυθμού μάθησης  $\eta$  κατά τη σχεδίαση του αλγόριθμου *EMT*, προκειμένου να επιτύχουμε ικανοποιητική απόδοση.

### 3.4 Τεχνικές Ρύθμισης Ρυθμού Μάθησης

Η βασική περιγραφή του αλγορίθμου *EMT* θεωρεί ότι ο ρυθμός μάθησης παραμένει σταθερός κατά τη διάρκεια του υπολογισμού:

$$\eta(n) = \eta_0 \quad \text{για όλα τα } n\text{-εποχές / επαναλήψεις} \quad (3.4-1)$$

Η παράμετρος αυτή είναι σημαντική, γιατί παίζει σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη των πολυεπίπεδων τεχνητών νευρωνικών δικτύων, όπως θα δειχθεί και στο επόμενο κεφάλαιο.

Αντίθετα στη *στοχαστική προσέγγιση* ο ρυθμός μάθησης είναι χρονικά μεταβαλλόμενος. Η πιο κοινή χρονικά μεταβαλλόμενη μορφή που χρησιμοποιείται στη βιβλιογραφία της στοχαστικής προσέγγισης είναι η εξής:

$$\eta(n) = \frac{c}{n} \quad (3.4-2)$$

όπου  $c$  μία σταθερά. Μία τέτοια μορφή είναι ικανή να εγγυηθεί τη σύγκλιση του αλγόριθμου της στοχαστικής προσέγγισης. Ωστόσο, όταν η σταθερά  $c$  είναι πολύ μεγάλη, υπάρχει κίνδυνος το  $\eta$  να είναι πολύ μεγάλο για μικρά  $n$ .

Οι *Darken* και *Moody* (1992) πρότειναν τη χρήση της *τεχνικής αναζήτησης-σύγκλισης*, που ορίζεται:

$$\eta(n) = \frac{\eta_0}{1 + \frac{n}{T}} \quad (3.4-3)$$

όπου  $\eta_0$  και  $T$  είναι σταθερές. Στα πρώτα στάδια της ρύθμισης για έναν αριθμό επαναλήψεων  $n$  μικρό συγκρινόμενο με τη σταθερά χρόνου αναζήτησης  $T$ , ο ρυθμός μάθησης  $\eta(n)$  είναι περίπου ίσος με  $\eta_0$  και ο αλγόριθμος λειτουργεί στην ουσία σαν τον κανονικό αλγόριθμο *EMT*. Επομένως διαλέγοντας μία μεγάλη τιμή για το  $\eta_0$ , μέσα στα επιτρεπτά όρια, ευελπιστούμε ότι τα βάρη θα αποκτήσουν μία τιμή κοντά στην επιθυμητή. Έπειτα για έναν αριθμό επαναλήψεων  $n$  μεγάλο σε σχέση με τη σταθερά χρόνου αναζήτησης  $T$ , ο ρυθμός μάθησης  $\eta(n)$  προσεγγίζει τη σχέση (3.4-3) όπου  $c = \eta_0 \cdot T$ . Ο αλγόριθμος τώρα λειτουργεί σαν της στοχαστικής προσέγγισης και τα βάρη συγκλίνουν στις βέλτιστες τιμές τους. Υπάρχουν και άλλες εναλλακτικές μορφές του ρυθμού μάθησης, που θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια. Η τεχνική αναζήτησης-σύγκλισης συνδυάζει τα επιθυμητά στοιχεία του αλγόριθμου *EMT* και της στοχαστικής προσέγγισης.

### 3.5 Η Μηχανή *Adaline*

Το 1960 οι *Widrow* και *Hoff* εμπνεύστηκαν τη μηχανή *Adaline* (adaptive linear element), η οποία είναι μία μηχανή προσαρμοζόμενης ταξινόμησης προτύπων που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο *EMT* για την εκπαίδευση της. Η αρχιτεκτονική είναι όμοια με το *perceptron* του *Rosenblatt*. Αποτελείται από μια μονάδα εσωτερικού γινομένου, μια βηματική συνάρτηση και ένα μηχανισμό ρύθμισης των βαρών. Οι εισοδοί  $x_1, x_2, \dots, x_p$  της μονάδας εσωτερικού γινομένου έχουν τιμές είτε  $-1$ , είτε  $+1$ . Η βηματική συνάρτηση χαρακτηρίζεται από μια παράμετρο  $\theta$  που ονομάζεται *κατώφλι* και η τιμή του είναι ανάμεσα στο  $0$  και το  $+1$ ). Για κάθε είσοδο  $x$  η *Adaline* εφοδιάζεται και με μία επιθυμητή απόκριση  $d$  η τιμή της οποίας είναι είτε  $-1$ , είτε  $+1$ . Τα βάρη  $w_1, w_2, \dots, w_p$  και το κατώφλι  $\theta$  προσαρμόζονται σύμφωνα με τον αλγόριθμο *EMT*. Συγκεκριμένα η έξοδος του γραμμικού αθροιστή  $u$ , που προκύπτει για εισόδους  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , αφαιρείται από την επιθυμητή απόκριση  $d$  και έτσι παράγεται το σφάλμα  $e$ . Το σφάλμα  $e$  χρησιμοποιείται για την υλοποίηση του αλγόριθμου *EMT*.

Η έξοδος  $y$  της *Adaline* προκύπτει, αφού περάσει η έξοδος  $u$  του γραμμικού αθροιστή από την βηματική συνάρτηση. Έτσι έχουμε:

$$y = \begin{cases} +1, & \alpha\nu \ u \geq \theta \\ -1, & \alpha\nu \ u < \theta \end{cases} \quad (3.5-1)$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι ο έλεγχος που κάνει ο αλγόριθμος *EMT* εξαρτάται από το σφάλμα που μετριέται σαν τη διαφορά ανάμεσα στην επιθυμητή έξοδο  $d$  και την έξοδο  $u$  του γραμμικού αθροιστή παρά σαν το πραγματικό-σφάλμα  $e_a$  ανάμεσα στην επιθυμητή έξοδο  $d$  και στην πραγματική έξοδο  $y$  της *Adaline*.

Ο στόχος της διαδικασίας μάθησης στην *Adaline* διατυπώνεται ως εξής: «Με δεδομένο ένα σύνολο προτύπων εισόδου με αντίστοιχες επιθυμητές εξόδους, βρίσκονται οι βέλτιστες τιμές βαρών  $w_1, w_2, \dots, w_p$  και κατωφλίου  $\theta$ , ώστε να ελαχιστοποιηθεί η πραγματική μέση τετραγωνική τιμή του σφάλματος  $e_a$ ». Αφού οι τιμές της πραγματικής εξόδου της *Adaline* και της επιθυμητής εξόδου είναι είτε  $-1$ , είτε  $+1$ , το πραγματικό σφάλμα μπορεί να παίρνει τις τιμές  $+2, 0$  ή  $-2$ . Ελαχιστοποίηση της μέσης τετραγωνικής τιμής του θα είναι ισοδύναμη με ελαχιστοποίηση του μέσου αριθμού πραγματικών σφαλμάτων.

Κατά τη φάση της εκπαίδευσης της *Adaline*, τα πρότυπα εκπαίδευσης εμφανίζονται διαδοχικά στη μηχανή. Η μηχανή μαθαίνει κάτι από κάθε πρότυπο, οπότε υπάρχει μία αλλαγή στις παραμέτρους της. Η συνολική εμπειρία που αποκτά η μηχανή αποθηκεύεται στις τιμές των βαρών  $w_1, w_2, \dots, w_p$  και του κατωφλίου  $\theta$ . Η διαδικασία εμφάνισης προτύπων και αλλαγής των τιμών των βαρών επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποια συνθήκη σύγκλισης.

### 3.6 Η Μετάβαση

Από τη διαμόρφωση του πιο απλού νευρωνικού δικτύου, του *perceptron*, και των δύο – ουσιαστικά- μετατροπών του, δηλαδή του γραμμικού νευρώνα κατά *Wiener-Hopf* και του *Adaline* *Widrow* και *Hoff*, προέκυψε στη συνέχεια το πολυεπίπεδο *perceptron*, το οποίο είναι ουσιαστικά το κλασικό πολυεπίπεδο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο πρόσθιας τροφοδότησης. Η επίλυση του τελευταίου γίνεται βασικά με τον αλγόριθμο *οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος* (error back-propagation) που βασίζεται στον κανόνα διόρθωσης σφάλματος και αποτελεί μία γενίκευση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Με το πολυεπίπεδο *perceptron* θα ξεπεραστούν, όπως θα αποδειχθεί στα επόμενα κεφάλαια, οι δυσοίονες εκτιμήσεις των *Minsky* και *Papert*.



## Κεφάλαιο 4

### Τα Πολυεπίπεδα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

#### 4.1 Εισαγωγή - Το πολυεπίπεδο *Perceptron*

Μια ευρέως χρησιμοποιούμενη κατηγορία νευρωνικών δικτύων είναι τα πολυεπίπεδα *Perceptron* (multilayer perceptron ή MLP). Τα δίκτυα αυτά, ένα παράδειγμα των οποίων φαίνεται στην επόμενη παράγραφο, αποτελούνται από κόμβους οι οποίοι καλούνται νευρώνες και είναι διασυνδεδεμένοι μεταξύ τους με ελεύθερες παραμέτρους, που καλούνται βάρη. Κάθε στήλη νευρώνων ορίζει και ένα επίπεδο, δηλαδή αυτά τα δίκτυα περιλαμβάνουν τα επίπεδα εισόδου και εξόδου καθώς και ένα ή περισσότερα εσωτερικά κρυμμένα επίπεδα. Επίσης, είναι πρόσθιας τροφοδότησης, δηλαδή τροφοδοτούνται από μπροστινές εισόδους μόνο.

Το πολυεπίπεδο νευρωνικό δίκτυο πρόσθιας τροφοδότησης χρησιμοποιούνται σε ποικίλες, αλλά και δύσκολες εφαρμογές, στις οποίες εκπαιδεύονται βάσει του αλγόριθμου της οπισθοδρομικής - ανάστροφης διάδοσης σφάλματος (Error Back-Propagation). Ο παραπάνω αλγόριθμος σχετίζεται με τον γνωστό κανόνα της διόρθωσης σφάλματος. Η διαδικασία εκπαίδευσης συνίσταται από δύο περάσματα σε όλα τα επίπεδα (στρώματα) του δικτύου που καλούνται ευθύ και ανάστροφο πέραςμα και για τα οποία θα αναφερθούμε πιο αναλυτικά παρακάτω.

Ένα πολυεπίπεδο *Perceptron* έχει κυρίως δύο χαρακτηριστικά :

1. Οι νευρώνες των κρυμμένων επιπέδων περιέχουν μία μη-γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης ( activate function ), η οποία είναι συνεχής και παραγωγίσιμη σε κάθε σημείο. Η εμφάνιση της μη γραμμικότητας είναι καθοριστική για τις μεγάλες υπολογιστικές δυνατότητες που μας παρέχουν τα δίκτυα MLP.
2. Δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ νευρώνων του ίδιου επιπέδου ή συνήθως μεταξύ νευρώνων που ανήκουν σε μη διαδοχικά επίπεδα. Αντίθετα στις πιο πολλές περιπτώσεις υπάρχει πλήρης διασύνδεση μεταξύ των νευρώνων διαδοχικών επιπέδων.

Η υπολογιστική ισχύς του πολυεπιπέδου *perceptron* προέρχεται από τον συνδυασμό αυτών των χαρακτηριστικών και από την ικανότητα μάθησης μέσω εκπαίδευσης. Αυτά τα χαρακτηριστικά είναι επίσης υπεύθυνα και για τις ελλείψεις που παρουσιάζουν οι γνώσεις μας γύρω από τη συμπεριφορά αυτών των δικτύων. Η παρουσία κατανεμημένης μορφής μη-γραμμικότητας και η μεγάλη συνδεσιμότητα καθιστούν υπερβολικά δύσκολη τη θεωρητική ανάλυση τους. Επίσης η χρήση κρυμμένων νευρώνων δυσκολεύει την κατανόηση και την εύκολη απεικόνιση της διαδικασίας μάθησης.

Το ερευνητικό ενδιαφέρον για αυτά τα δίκτυα ξεκίνησε με τη δουλειά του *Rosenblatt* πάνω στο *perceptron* και του *Widrow* πάνω στο δίκτυο *Madaline* το 1962. Αυτό που έλειπε από τα πρόσθια

τροφοδοτούμενα πολυεπίπεδα δίκτυα αυτής της εποχής είναι αυτό που σήμερα ονομάζουμε μάθηση με τον αλγόριθμο ανάστροφης διάδοσης σφάλματος ή αλλιώς *error back-propagation*.

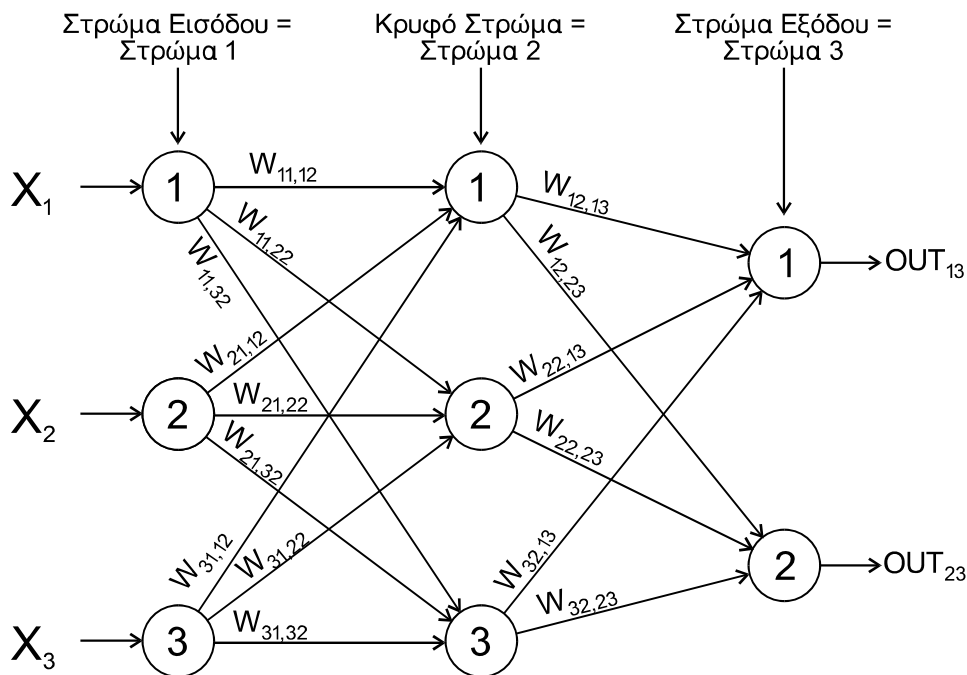
Ο όρος *back-propagation* εμφανίστηκε μετά το 1985, αλλά η ιδέα περιγράφηκε για πρώτη φορά από τον Werbos στη διδακτορική διατριβή του το 1974. Την περίοδο 1985-1986 χρησιμοποιήθηκε από τους Rumelhart, Hinton, Williams, McClelland, Parker και LeCun.

Η ανάπτυξη του αλγορίθμου *back-propagation* αποτελεί ορόσημο στην εξέλιξη των νευρωνικών δικτύων, διότι παρέχει μία υπολογιστικά αποτελεσματική μέθοδο εκπαίδευσης των πολυεπίπεδων *perceptrons*. Αν και δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να επιλύσει όλα τα προβλήματα, πρέπει να διευκρινίσουμε ότι εξάλειψε κάθε απαισιοδοξία που είχαν εισαγάγει για τα πολυεπίπεδα *perceptrons* οι Minsky και Papert το 1969.

## 4.2 Ροή Σημάτων

Στο παρακάτω σχήμα παριστάνεται η αρχιτεκτονική ενός πολυεπίπεδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου ενός κρυφού επιπέδου τριών εισόδων και δύο εξόδων. Το δίκτυο είναι πλήρως διασυνδεδεμένο, δηλαδή κάθε νευρώνας συνδέεται με όλους τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου. Η ροή όλων των σημάτων έχει κατεύθυνση από την είσοδο προς την έξοδο μέσω των επιπέδων του δικτύου. Τα σήματα διακρίνονται σε δύο ειδών :

- Τα σήματα λειτουργίας τα οποία εμφανίζονται καταρχήν στην είσοδο του δικτύου ως ερέθισμα και προωθούνται κατά την ορθή φορά ανά επίπεδο, μέχρι να φτάσουν στο επίπεδο εξόδου, όπου παράγονται τα σήματα εξόδου. Ονομάζονται έτσι, καθώς κατά το πέρασμα τους από κάθε νευρώνα υλοποιείται ένας υπολογισμός συναρτήσεως των αντίστοιχων βαρών.
- Τα σήματα σφάλματος που δημιουργούνται μονάχα κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης και προωθούνται κατά την αντίστροφη φορά, από την έξοδο προς την είσοδο, διαμέσου του νευρωνικού δικτύου.



Σχήμα 4.2-1 : Τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ενός κρυφού επιπέδου πλήρως διασυνδεδεμένο

### 4.3 Ο Αλγόριθμος Οπισθοδρομικής Διάδοσης Σφάλματος

Έστω ότι έχουμε ένα σύνολο εκπαίδευσης που αποτελείται από  $N$  ζεύγη της μορφής  $[\vec{x}, \vec{d}]$ , όπου  $\vec{x}$  διάνυσμα εισόδου (πρότυπο) και  $\vec{d}$  το διάνυσμα των επιθυμητών εξόδων όταν εφαρμοσθεί σαν είσοδος το πρότυπο  $\vec{x}$ .

Το σφάλμα στην έξοδο του τυχαίου νευρώνα  $j$ , ο οποίος είναι κόμβος εξόδου, για την  $n$ -ιοστή επανάληψη όπου και εφαρμόζεται η είσοδος  $\vec{x}(n) \{ n = 1, 2, \dots, N \}$  δίδεται από τον τύπο :

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j(n) \quad (4.3-1)$$

όπου  $d_j$  και  $y_j$  η επιθυμητή και η πραγματική έξοδος αντίστοιχα του νευρώνα  $j$  όταν εφαρμόζεται η  $\vec{x}(n)$ .

Η στιγμιαία τιμή του τετραγωνικού σφάλματος για τον νευρώνα  $j$  ορίζεται ως  $\frac{1}{2} e_j^2(n)$  και το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων όλων των νευρώνων εξόδου για την επανάληψη  $n$  δίδεται από τη σχέση :

$$G(n) = \frac{1}{2} \sum_{j \in \text{ex}} e_j^2(n) \quad (4.3-2)$$

Επιπρόσθετα ορίζουμε τη μέση τιμή των σφαλμάτων για όλα τα  $N$  πρότυπα ως εξής :

$$G_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N G(n) \quad (4.3-3)$$

Προφανώς τόσο το  $G$ , όσο και το  $G_{av}$  εξαρτώνται από τις ελεύθερες παραμέτρους του δικτύου, που δεν είναι άλλες από τα βάρη μεταξύ των συνδέσεων, αλλά και τις πολώσεις. Ο σκοπός της διαδικασίας εκπαίδευσης είναι φυσικά η ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής των σφαλμάτων  $G_{av}$ , με την ανάλογη προσαρμογή των ελευθέρων παραμέτρων του δικτύου. Για να επιτευχθεί αυτό χρησιμοποιούμε μια συγκεκριμένη λογική όπου θεωρούμε ότι τα βάρη ενημερώνονται μετά το πέρασμα κάθε προτύπου, σύμφωνα με τα σφάλματα που παρουσιάζονται κατά την παρουσίαση του αντίστοιχου προτύπου στο δίκτυο. Ουσιαστικά θα λέγαμε ότι η μέση τιμή των μεταβολών όλων των βαρών είναι μια προσεκτική εκτίμηση της πραγματικής μεταβολής των βαρών, που προκύπτει από τη διαδικασία ελαχιστοποίησης του  $G_{av}$ .

Όπως παρατηρούμε από το σχήμα (4.2-1) ο νευρώνας εξόδου  $j$  τροφοδοτείται από τα σήματα εξόδου όλων των νευρώνων του προηγούμενου επιπέδου. Οπότε το σήμα  $u_j(n)$  δίνεται από τη σχέση:

$$u_j(n) = \sum_{i=0}^p w_{ji}(n) y_i(n) \quad (4.3-4)$$

όπου  $p$  είναι το σύνολο όλων των νευρώνων του προηγούμενου επιπέδου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το βάρος  $w_{j0}$  (για  $i = 0$ ) είναι η λεγόμενη πόλωση και αντιστοιχεί σε εξωτερική είσοδο  $y_0 = -1$ .

Συνεπώς το σήμα εξόδου  $y_j(n)$  του νευρώνα εξόδου  $j$  κατά την επανάληψη  $n$  θα δοθεί από τη σχέση :

$$y_j(n) = \phi(u_j(n)) \quad (4.3-5)$$

Ο αλγόριθμος προβαίνει σε κάθε επανάληψη σε μια διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$  στο βάρος  $w_{ji}(n)$  και η οποία είναι ανάλογη της κλίσης  $\frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)}$ . Βάσει του γνωστού κανόνα της αλυσίδας η μερική αυτή παράγωγος παίρνει την μορφή :

$$\frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)} = \frac{\partial G(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial u_j(n)} \frac{\partial u_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (4.3-6)$$

Η παραπάνω αυτή κλίση καθορίζει την κατεύθυνση ελαχιστοποίησης στον χώρο των βαρών. Αν διαφορίσουμε και τις δύο πλευρές της εξίσωσης (4.3-2) ως προς  $e_j(n)$  παίρνουμε :

$$\frac{\partial G(n)}{\partial e_j(n)} = e_j(n) \quad (4.3-7)$$

Διαφορίζοντας ως προς  $y_j(n)$  και τα δύο μέλη της εξίσωσης (4.3-1) παίρνουμε :

$$\frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} = -1 \quad (4.3-8)$$

Ακολούθως διαφορίζοντας ως προς  $u_j(n)$  και τα δύο μέλη της εξίσωσης (4.3-5) παίρνουμε :

$$\frac{\partial y_j(n)}{\partial u_j(n)} = \phi'_j(u_j(n)) \quad (4.3-9)$$

Τέλος διαφορίζοντας ως προς  $w_{ji}(n)$  και τα δύο μέλη της εξίσωσης (4.3-4) παίρνουμε :

$$\frac{\partial u_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} = y_i(n) \quad (4.3-10)$$

Αντικαθιστώντας στην (4.3-6) τις εξισώσεις (4.3-7)-(4.3-10) προκύπτει τελικά :

$$\frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -e_j(n)\phi'_j(u_j(n))y_i(n) \quad (4.3-11)$$

Η διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$ , που είναι άλλωστε και αυτό που μας ενδιαφέρει, προσδιορίζεται από τον κανόνα δέλτα :

$$\Delta w_{ji}(n) = -\eta \frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (4.3-12)$$

Όπου  $\eta$  μια σταθερά που καλείται ρυθμός μάθησης ( learning rate ).

Αν ορίσουμε ως τοπική κλίση  $\delta_j(n)$  για τον νευρώνα  $j$  την παράσταση :

$$\delta_j(n) = \frac{\partial G(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial u_j(n)} = e_j(n)\phi'_j(u_j(n)) \quad (4.3-13)$$

τότε οι ( 4.3-11 ) και ( 4.3-12 ) μας δίνουν τελικά :

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta \cdot \delta_j(n) \cdot y_j(n) \quad (4.3-14)$$

Όπως παρατηρούμε από την παραπάνω αποδεικτική διαδικασία ο πιο σημαντικός παράγοντας από τον οποίο εξαρτάται τελικά η αναπροσαρμογή των βαρών  $\Delta w_{ji}(n)$  δεν είναι άλλος, όπως είναι και λογικό άλλωστε, από το σφάλμα  $e_j(n)$  στον νευρώνα  $j$ . Συνεπώς θα πρέπει να θεωρήσουμε δύο περιπτώσεις, από τις οποίες η πρώτη θα είναι ο νευρώνας  $j$  να συνιστά κόμβο εξόδου και η δεύτερη περίπτωση ο νευρώνας  $j$  να αποτελεί εσωτερικό κόμβο του νευρωνικού δικτύου.

Στην πρώτη περίπτωση και εφόσον γνωρίζουμε την επιθυμητή έξοδο του μπορούμε απλά να υπολογίσουμε το σήμα σφάλματος. Στη δεύτερη περίπτωση μπορούμε να σημειώσουμε ότι παρόλο που αυτοί οι νευρώνες δεν είναι άμεσα προσπελάσιμοι, έχουν κι αυτοί μερίδιο ευθύνης όσον αφορά τα σφάλματα εξόδου του δικτύου. Ο τρόπος λοιπόν με τον οποίο συνυπολογίζουμε τη συμμετοχή των εσωτερικών κόμβων ενός δικτύου στο προκύπτον σφάλμα εξόδου, περιγράφεται παρακάτω και λέγεται αντίστροφη προώθηση των σημάτων σφάλματος, διαμέσου του δικτύου.

#### 4.4 Αντίστροφη Προώθηση Σημάτων Σφάλματος Διαμέσου Δικτύου

Όταν ο νευρώνας βρίσκεται σε κρυμμένο επίπεδο δεν υφίσταται κάποια επιθυμητή έξοδος για αυτόν. Το σήμα σφάλματος λοιπόν θα πρέπει να καθορισθεί αναδρομικά σε σχέση με τα σφάλματα όλων των νευρώνων με τους οποίους αυτός συνδέεται απευθείας. Σε αυτήν την περίπτωση όπως είναι κατανοητό αυξάνει σημαντικά η πολυπλοκότητα του αλγόριθμου. Βάσει των εξισώσεων ( 4.3-14 ) & ( 4.3-9 ) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι :

$$\delta_j(n) = - \frac{\partial G(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial u_j(n)} = - \frac{\partial G(n)}{\partial y_j(n)} \phi'_j(u_j(n)) \quad (4.4-1)$$

Επίσης από προηγούμενη αναφορά γνωρίζουμε ότι :

$$G(n) = \frac{1}{2} \sum_{k \in \text{exc}} e_k^2(n) \quad (4.4-2)$$

Διαφορίζοντας ως προς  $y_j(n)$  την εξίσωση ( 4.4-2 ) παίρνουμε :

$$\frac{\partial G(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k \frac{\partial e_k(n)}{\partial y_j(n)} \quad (4.4-3)$$

Στη συνέχεια σύμφωνα με τον κανόνα της αλυσίδας γράφουμε :

$$\frac{\partial G(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k \frac{\partial e_k(n)}{\partial u_k(n)} \frac{\partial u_k(n)}{\partial y_j(n)} \quad (4.4-4)$$

Όμως γνωρίζουμε ότι :

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) = d_k(n) - \phi_k(u_k(n)) \quad (4.4-5)$$

Συνεπώς παίρνουμε :

$$\frac{\partial e_k(n)}{\partial u_k(n)} = -\phi'_k(u_k(n)) \quad (4.4-6)$$

Επίσης το σήμα ενεργοποίησης του νευρώνα  $k$  δίνεται από τη σχέση :

$$u_k(n) = \sum_{j=0}^q w_{kj}(n)y_j(n) \quad (4.4-7)$$

όπου  $q$  ο συνολικός αριθμός των νευρώνων του προηγούμενου επιπέδου που συνδέονται απευθείας με τον νευρώνα  $k$ . Συνεπώς :

$$\frac{\partial u_k(n)}{\partial y_j(n)} = w_{kj}(n) \quad (4.4-8)$$

Από αντικατάσταση των ( 4.4-6 ) & ( 4.4-7 ) στην ( 4.4-4 ) παίρνουμε :

$$\frac{\partial G(n)}{\partial y_j(n)} = -\sum_k e_k(n)\phi'_k(u_k(n))w_{kj}(n) = -\sum_k \delta_k(n)w_{kj}(n) \quad (4.4-9)$$

Τέλος από τις ( 4.4-1 ) & ( 4.4-8 ) προκύπτει η τοπική κλίση  $\delta_j(n)$  για τον κρυμμένο νευρώνα  $j$  :

$$\delta_j(n) = \phi'_j(u_j(n))\sum_k \delta_k(n)w_{kj}(n) \quad (4.4-10)$$

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε όσον αφορά την παραπάνω εξίσωση ( 4.4-9 ), ότι ο παράγοντας  $\phi'_j(u_j(n))$  εξαρτάται μόνο από τη συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα  $j$ , ενώ το άθροισμα, δηλαδή ο δεύτερος παράγοντας, εξαρτάται από την τιμή των τοπικών κλίσεων  $\delta$  του επόμενου επιπέδου και από όλα τα βάρη που συνδέουν τον νευρώνα  $j$  με το επίπεδο αυτό.

Η διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$  του βάρους που συνδέει τον νευρώνα  $i$  με τον νευρώνα  $j$  του επόμενου επιπέδου, μετά από την εφαρμογή στην είσοδο του  $n$ -οστού προτύπου εκπαίδευσης (διάνυσμα  $\bar{x}(n)$ ), ορίζεται από τον κανόνα δέλτα ως εξής :

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta \cdot \delta_j(n) \cdot y_i(n) \quad (4.4-11)$$

Όπου η τοπική κλίση  $\delta_j(n)$  εξαρτάται από το αν ο νευρώνας  $j$  είναι νευρώνας εξόδου ή είναι νευρώνας που ανήκει σε κρυμμένο επίπεδο .

❖ Αν ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο επίπεδο εξόδου, τότε η τοπική κλίση  $\delta_j(n)$  ισούται με το γινόμενο της παραγώγου  $\phi'_j(u_j(n))$  και του σφάλματος του νευρώνα  $e_j(n)$ .

❖ Αν ο νευρώνας  $j$  ανήκει σε κρυμμένο επίπεδο, τότε η τοπική κλίση  $\delta_j(n)$  ισούται με το γινόμενο της παραγώγου  $\phi'_j(u_j(n))$  και του σταθμισμένου αθροίσματος των  $\delta$  του επόμενου επιπέδου ( $j+1$ ).

## 4.5 Τα Δύο Στάδια Υπολογισμού του Αλγορίθμου Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος

Κατά την εφαρμογή του αλγορίθμου Back-Propagation κι αφού αρχικοποιήσουμε τα βάρη και τις πολώσεις σε μικρές τυχαίες τιμές στο διάστημα  $[-1,1]$ , διακρίνουμε δύο περάσματα όσον αφορά την εκτέλεση των υπολογισμών. Το πρώτο καλείται *πέρασμα ορθής φοράς* (forward pass) και το δεύτερο *πέρασμα αντίστροφης φοράς* (reverse pass).

Στη διαδικασία του *ευθέως περάσματος* όλα τα βάρη των συνδέσεων παραμένουν αναλλοίωτα, καθ' όλη την διάρκεια και υπολογίζονται οι έξοδοι όλων των νευρώνων. Πιο συγκεκριμένα το σήμα εξόδου του νευρώνα  $j$  υπολογίζεται ως εξής :

$$y_j(n) = \phi(u_j(n)) \quad (4.5-1)$$

όπου :

$$u_j(n) = \sum_{i=0}^p w_{ji}(n)y_i(n) \quad (4.5-2)$$

όπου  $p$  ο συνολικός αριθμός εισόδων που εφαρμόζονται στον κόμβο  $j$ ,  $w_{ji}(n)$  είναι το βάρος που συνδέει τον νευρώνα  $i$  με τον νευρώνα  $j$  και  $y_i(n)$  είναι η έξοδος του νευρώνα  $i$ .

Στην περίπτωση που ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο πρώτο κρυμμένο επίπεδο, τότε ο δείκτης  $i$  αναφέρεται στην  $i$ -οστή είσοδο, δηλαδή :

$$y_i(n) = x_i(n) \quad (4.5-3)$$

όπου  $x_i(n)$  το  $i$ -οστό στοιχείο του πρότυπου διανύσματος εισόδου  $\bar{x}(n)$ .

Αν αντίθετα ο νευρώνας αποτελεί κόμβο εξόδου, τότε ο δείκτης  $j$  με τη σειρά του αναφέρεται στην  $j$ -οστή έξοδο, δηλαδή :

$$y_j(n) = o_j(n) \quad (4.5-4)$$

όπου  $o_j(n)$  το  $j$ -οστό στοιχείο του πρότυπου διανύσματος εξόδου  $o(n)$ . Η διαφορά της εξόδου  $y_j(n)$  από την επιθυμητή έξοδο  $d_j(n)$ , παράγει το σήμα σφάλματος του νευρώνα εξόδου  $j$ ,  $e_j(n)$ .

Ανακεφαλαιώνοντας, το *ευθύ πέρασμα* ξεκινά από το πρώτο κρυμμένο επίπεδο με την παρουσίαση του διανύσματος εισόδου (πρότυπο), στη συνέχεια υπολογίζει όλα τα σήματα εξόδου των νευρώνων βάσει των προαναφερθέντων σχέσεων και προχωράει στα επόμενα επίπεδα του δικτύου, ώσπου να φτάσει τελικά στο τελευταίο επίπεδο ( εξόδου ) και να υπολογίσει το διάνυσμα εξόδου του δικτύου, καθώς και το σφάλμα του κάθε νευρώνα αυτού του επιπέδου.

Το *αντίστροφο πέρασμα*, αντιθέτως, ξεκινά από το επίπεδο εξόδου περνώντας τα σήματα σφάλματος προς τα πίσω και υπολογίζοντας αναδρομικά την τιμή του  $\delta$  του κάθε νευρώνα. Με αυτόν τον τρόπο αναπροσαρμόζουμε τα βάρη μεταξύ των συνδέσεων σύμφωνα με τον κανόνα δέλτα-σχέση (4.4-10). Πρέπει να σημειωθεί ότι για τους νευρώνες εξόδου το  $\delta$  ισούται πάντα με το γινόμενο του σφάλματος και της πρώτης παραγώγου της μη-γραμμικής συνάρτησης ενεργοποίησης. Ακολούθως μέσω αυτού του  $\delta$  υπολογίζουμε τα  $\delta$  των νευρώνων του προτελευταίου επιπέδου και ούτω καθεξής για τα υπόλοιπα επίπεδα, ώσπου να φτάσουμε τελικά στο πρώτο επίπεδο του δικτύου.

Τέλος αναφέρεται ότι η διαδικασία αυτή των δύο περασμάτων εκτελείται για κάθε πρότυπο του συνόλου εκπαίδευσης με μια κυκλική επανάληψη.

#### 4.6 Σιγμοειδής μη - Γραμμικότητα

Για να υπολογίσουμε το  $\delta$  κάθε νευρώνα απαιτείται πρώτα απ' όλα η γνώση της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης ενεργοποίησης  $\phi'(\cdot)$ . Προφανώς η  $\phi$  θα πρέπει να παραγωγίσιμη και άρα συνεχής. Ένα παράδειγμα μιας κατηγορίας τέτοιων μη-γραμμικών συναρτήσεων που χρησιμοποιείται συχνά σε πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα, είναι οι σιγμοειδείς συναρτήσεις, καθώς και άλλες, τις σημαντικότερες εκ των οποίων βλέπουμε στον παρακάτω πίνακα :

$f(x) = 1/(1 + e^{-ax})$	$f(x) = \tanh(x)$	$f(x) = a \cdot x$
Σιγμοειδής με πεδίο τιμών [0,1]	Σιγμοειδής με πεδίο τιμών [-1,1]	Γραμμική
$f(x) = \begin{cases} \gamma & , x \geq \gamma \\ x & ,  x  < \gamma \\ -\gamma & , x \leq -\gamma \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} a & , x \geq \gamma \\ b & , x < \gamma \end{cases}$	$f(x) = \exp\left(\frac{-x^2}{v}\right)$
Αναρρίχησης	Βηματική	Γκαουσιανή

Πίνακας 4.6-1: Συναρτήσεις ενεργοποίησης

Πιο συγκεκριμένα η λογιστική συνάρτηση, όπως βλέπουμε παραπάνω, έχει τον τύπο :

$$y = \phi(u) = \frac{1}{1 + \exp(-u)} \quad -\infty < u < +\infty \quad (4.6-1)$$

Η παράγωγος της λογιστικής συνάρτησης είναι :

$$\frac{\partial y}{\partial u} = \frac{\exp(-u)}{\{1 + \exp(-u)\}^2} \quad (4.6-2)$$

ή αλλιώς :

$$\phi'(u) = y[1-y] \quad (4.6-3)$$

Για τον νευρώνα  $j$  του επιπέδου εξόδου θα ισχύει λόγω της ( 4.6-2) :

$$\delta_j(n) = e_j(n)\phi'_j(u_j(n)) = [d_j(n) - o_j(n)]o_j(n)[1 - o_j(n)] \quad (4.6-4)$$

όπου  $o_j(n)$  η έξοδος του νευρώνα  $j$  και  $d_j(n)$  η επιθυμητή έξοδος αυτού.

Επίσης για έναν κρυμμένο νευρώνα  $j$  η κλίση εκφράζεται ως εξής :

$$\delta_j(n) = \phi'_j(u_j(n)) \sum_k \delta_k(n)w_{kj}(n) = y_j(n)[1 - y_j(n)] \sum_k \delta_k(n)w_{kj}(n) \quad (4.6-5)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις παρατηρούμε ότι η πρώτη παράγωγος  $\phi'_j(u_j(n))$  παίρνει τη μέγιστη τιμή της για  $y_j(n) = 0,5$  και την ελάχιστη τιμή ( $= 0$ ) για  $y_j(n) = 0$  ή  $y_j(n) = 4$ . Επειδή η μεταβολή των βαρών των συνδέσεων είναι ανάλογη της παραγώγου, συμπεραίνουμε ότι τα βάρη μεταβάλλονται περισσότερο σε αυτούς τους νευρώνες όπου το σημείο ενεργοποίησης παίρνει μέτριες τιμές, με άμεσο αποτέλεσμα να εμφανίζεται κάποιο είδος ευστάθειας στην εκπαίδευση του αλγόριθμου.



#### 4.7 Προσθήκη του Όρου Ορμής

Ο αλγόριθμος της οπίσθιας τροφοδότησης δίνει μια προσέγγιση της τροχιάς των βαρών η οποία υπολογίζεται με τη λεγόμενη μέθοδο της μέγιστης καθόδου. Όσο μικρότερο ρυθμό μάθησης  $\eta$  έχουμε, τόσο μικρότερη θα είναι η μεταβολή των βαρών σε κάθε επανάληψη και άρα τόσο πιο ομαλή θα είναι και η τροχιά της καμπύλης των βαρών. Συνεπώς το κόστος για υψηλό επίπεδο μάθησης είναι ο αργός ρυθμός μάθησης. Αν όμως χρησιμοποιηθεί υψηλός ρυθμός μάθησης για να επιταχυνθεί η διαδικασία, η καμπύλη των βαρών δεν θα είναι ομαλή, καθώς θα έχουμε απότομες μεταβολές, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται κίνδυνος αστάθειας του αλγόριθμου ή αλλιώς φαινόμενο zig-zag. Ένας τρόπος εξάλειψης των παραπάνω κινδύνων είναι η τροποποίηση του κανόνα αναπροσαρμογής των βαρών, με την προσθήκη ενός όρου ορμής { momentum term }  $a$ , που ονομάζεται και σταθερά ορμής και είναι συνήθως θετικός αριθμός :

$$\Delta w_{ji}(n) = a \Delta w_{ji}(n-1) + \eta \delta_j(n) y_i(n) \quad (4.7-1)$$

Για να παρατηρήσουμε την επίδραση του όρου ορμής, διατυπώνουμε την παραπάνω εξίσωση ως χρονική ακολουθία με δείκτη  $t$ , ο οποίος ξεκινάει από την τιμή 0 και φτάνει μέχρι την τρέχουσα τιμή  $n$ . Αυτό που θα προκύψει προφανώς θα είναι μια διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης της οποίας η λύση είναι :

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta \sum_{t=0}^n a^{n-t} \delta_j(t) y_i(t) \quad (4.7-2)$$

η οποία δεν είναι τίποτα άλλο από μια χρονική ακολουθία μήκους  $n+1$ . Από τις εξισώσεις (4.3-11) & (4.3-14) προκύπτει ότι :

$$\delta_j(n) y_i(n) = - \frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (4.7-3)$$

Συνεπώς η ( 4.6-7 ) παίρνει τη μορφή :

$$\Delta w_{ji}(n) = - \eta \sum_{t=0}^n a^{n-t} \frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (4.7-4)$$

Από την παραπάνω σχέση βγάζουμε τα εξής συμπεράσματα :

1. Η τρέχουσα μεταβολή  $\Delta w_{ji}(n)$  ισοδυναμεί με το άθροισμα μιας εκθετικής χρονικής ακολουθίας, η οποία για να συγκλίνει θα πρέπει να ισχύει :  $0 \leq |a| \leq 1$ , δηλαδή ο όρος ορμής μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές κάτι που στην πράξη δεν συμβαίνει σχεδόν ποτέ.

2. Όταν η μερική παράγωγος  $\frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)}$  κρατάει σταθερό πρόσημο σε συνεχόμενες επαναλήψεις, τότε το  $\Delta w_{ji}(n)$  αυξάνει σημαντικά και ως εκ τούτου αυξάνει πολύ και το αντίστοιχο βάρος  $w_{ji}(n)$ . Συνεπώς η εισαγωγή της σταθεράς ορμής σε αυτήν την περίπτωση τείνει κυρίως να επιταχύνει προς μία σταθερή κατεύθυνση την κάθοδο.

3. Όταν η μερική παράγωγος  $\frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)}$  μεταβάλλει το πρόσημο της σε κάποιο αριθμό διαδοχικών

επαναλήψεων, τότε το  $\Delta w_{ji}(n)$  ελαττώνεται σημαντικά και άρα δεν αυξάνει ιδιαίτερα και το αντίστοιχο βάρος  $w_{ji}(n)$ . Συνεπώς η εισαγωγή του παράγοντα ορμής εδώ έχει σταθεροποιητικό αποτέλεσμα για τον αλγόριθμο.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι η προσθήκη του όρου ορμής στη διαδικασία ανανέωσης των βαρών μπορεί να είναι εξαιρετικά επωφελής για τη μάθηση. Μάλιστα μπορεί κάλλιστα και ο ρυθμός μάθησης να μεταβάλλεται σε αντίθεση με ότι έχουμε υποθέσει μέχρι τώρα, γεγονός που δίνει περαιτέρω ενδιαφέρον όσον αφορά τον χαρακτήρα του αλγόριθμου.

## 4.8 Τρόποι εκπαίδευσης

Η διαδικασία εκπαίδευσης κατά τον αλγόριθμο Back-Propagation ( B-P ) λαμβάνει χώρα με την παρουσίαση και εφαρμογή στο νευρωνικό δίκτυο ενός συνόλου παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Η παρουσίαση όλων των προτύπων εκπαίδευσης μια φορά το καθένα στο δίκτυο ονομάζεται εποχή {epoch}. Κατά τη συνολική διαδικασία εκπαίδευσης εκτελούνται επαναλήψεις των εποχών, ώσπου τα βάρη του δικτύου να σταθεροποιηθούν σε συγκεκριμένες τιμές που θα προκαλούν σύγκλιση της μέσης τιμής των σφαλμάτων, για όλα τα πρότυπα εκπαίδευσης, στην ελάχιστη δυνατή τιμή της.

Εδώ αξίζει να αναφερθεί ότι σε κάθε εποχή υπάρχει ο τυχαίος και ο σειριακός τρόπος παρουσίασης των προτύπων εκπαίδευσης. Ο πρώτος τρόπος έχει το πλεονέκτημα της εξασφάλισης του στοχαστικού χαρακτήρα της μάθησης και το μειονέκτημα των συνεχών και μη αμελητέων ταλαντώσεων των σφαλμάτων εκπαίδευσης και αξιολόγησης, ώσπου να φτάσουμε στο τελικό αποτέλεσμα. Από την άλλη ο δεύτερος τρόπος, της εν σειρά παρουσίασης προτύπων, δίνει συνήθως χαμηλότερο σφάλμα εκπαίδευσης και μεγαλύτερη δυνατότητα ελέγχου αυτού του σφάλματος, αλλά εμπεριέχει τον κίνδυνο της λεγόμενης «αποστήθισης» του δικτύου της συγκεκριμένης σειράς παρουσίασης των προτύπων, με αποτέλεσμα το τελικό σφάλμα αξιολόγησης να είναι κάποιες φορές υψηλότερο σε σχέση με εκείνο του τυχαίου τρόπου παρουσίασης.

Για ένα δεδομένο σύνολο εκπαίδευσης η διαδικασία μπορεί να εκτελεστεί με δύο τρόπους :

### 4.8.1 Εκπαίδευση ανά πρότυπο

Στην περίπτωση αυτή τα βάρη αναπροσαρμόζονται έπειτα από την παρουσίαση κάθε πρότυπου εκπαίδευσης στο δίκτυο. Για να γίνει αυτό πιο κατανοητό έστω ότι έχουμε μια εποχή που αποτελείται από  $N$  πρότυπα εκπαίδευσης  $\{\bar{x}(1), \bar{d}(1)\}, \{\bar{x}(2), \bar{d}(2)\} \dots \{\bar{x}(n), \bar{d}(n)\}$ , όπου τα  $\{\bar{x}(i), \bar{d}(i)\}$  είναι στη γενική περίπτωση διανύσματα. Το πρώτο πρότυπο εφαρμόζεται στο δίκτυο και εκτελούνται τόσο το ευθύ, όσο και το ανάστροφο πέρασμα που περιγράψαμε προηγουμένως, με αποτέλεσμα να μεταβάλλονται τα βάρη. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το δεύτερο στη σειρά πρότυπο και εκτελείται η ίδια διαδικασία που οδηγεί σε νέα μεταβολή των βαρών. Η εποχή τελειώνει με την παρουσίαση του  $N$ -οστού προτύπου. Αν  $\Delta w_{ji}(n)$  η μεταβολή του βάρους  $w_{ji}(n)$  μετά την παρουσίαση του  $n$ -οστού προτύπου, τότε η μέση μεταβολή του ίδιου βάρους για όλο το σύνολο των  $N$  προτύπων, μέσω των εξισώσεων ( 4.3-12 ) & ( 4.3-13 ) αντίστοιχα θα είναι :

$$\Delta \hat{w}_{ji}(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Delta w_{ji}(n) = -\frac{\eta}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\partial G(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -\frac{\eta}{N} \sum_{n=1}^N e_j(n) \frac{\partial e_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (4.8-1)$$

### 4.8.2 Εκπαίδευση ανά εποχή

Σε αυτήν την περίπτωση τα βάρη ενημερώνονται έπειτα από την παρουσίαση στο δίκτυο όλου του συνόλου προτύπων της εποχής. Για μια τέτοια εποχή ορίζουμε τη μέση τιμή των τετραγωνικών σφαλμάτων από τις εξισώσεις ( 4.3-2 ) & ( 4.3-3 ) ως εξής :

$$G_{av} = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N \sum_{j \in C} e_j^2(n) \quad (4.8-2)$$

Στην παραπάνω εξίσωση το εσωτερικό άθροισμα εφαρμόζεται σε όλους τους νευρώνες εξόδους του δικτύου, ενώ το εξωτερικό σε όλες τις εποχές. Αν ο ρυθμός μάθησης είναι  $\eta$ , τότε η ενημέρωση των βαρών θα καθοριστεί από τον γνωστό κανόνα δέλτα :

$$\Delta w_{ji}(n) = -\eta \frac{\partial G_{av}}{\partial w_{ji}} = -\frac{\eta}{N} \sum_{n=1}^N e_j(n) \frac{\partial e_j(n)}{\partial w_{ji}} \quad (4.8-3)$$

Για να υπολογίσουμε τη μερική παράγωγο μέσα στο άθροισμα εργαζόμαστε πανομοιότυπα με πριν. Εδώ λοιπόν η αναπροσαρμογή όλων των βαρών γίνεται μια φορά μετά το τέλος κάθε εποχής.

Αν συγκρίνουμε τώρα τις εξισώσεις (4.8-2) & (4.8-3), παρατηρούμε ότι για την ίδια τιμή του  $G_{av}$ , τα βάρη μεταβάλλονται διαφορετικά ανάλογα με τον τρόπο εκπαίδευσης που χρησιμοποιείται. Ουσιαστικά θα λέγαμε ότι το  $\Delta \hat{w}_{ji}(n)$  της εκπαίδευσης ανά πρότυπο, προσεγγίζει το  $\Delta w_{ji}(n)$  της εκπαίδευσης ανά εποχή. Στην πράξη η μέθοδος που προτιμάται είναι η εκπαίδευση ανά πρότυπο, καθώς ενισχύει τον στοχαστικό χαρακτήρα και είναι πιο ικανή στην αποτροπή παγίδευσης του αλγορίθμου σε τοπικά ελάχιστα. Βέβαια η εκπαίδευση ανά εποχή, υπολογίζει με πιο ακριβή τρόπο το διάνυσμα κλίσης. Σε κάθε πρόβλημα λοιπόν σταθμίζονται τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα και επιλέγεται μια εκ των δύο μεθόδων εκπαίδευσης.

## 4.9 Κριτήρια τερματισμού

Όσον αφορά τον τερματισμό του αλγόριθμου οπίσθιας τροφοδότησης θα πρέπει αναφερθεί ότι δεν συγκλίνει γενικά και ότι δεν υφίστανται απόλυτα ορισμένα κριτήρια τερματισμού της λειτουργίας του. Στην πράξη όμως υπάρχουν κάποια λογικά κριτήρια που οδηγούν στον τερματισμό της διαδικασίας εκπαίδευσης. Αυτά τα κριτήρια έχουν να κάνουν κυρίως με ιδιότητες των τοπικών και ολικών ελαχίστων της επιφάνειας σφάλματος. Αν θεωρήσουμε ότι το διάνυσμα βαρών  $w_o$  είναι τοπικό ή ολικό ελάχιστο, τότε, για να ισχύει αυτό, θα πρέπει το διάνυσμα κλίσης  $\vec{g}(\vec{w})$ , δηλαδή η μερική παράγωγος του σφάλματος ως προς το διάνυσμα βαρών  $\vec{w}$ , να ισούται με το μηδέν, για  $\vec{w} = \vec{w}_o$ . Πιθανά κριτήρια σύγκλισης του αλγόριθμου είναι τα εξής :

1. Ο αλγόριθμος οπίσθιας τροφοδότησης θεωρείται ότι έχει συγκλίνει, όταν η ευκλείδεια νόρμα του διανύσματος κλίσης ξεπεράσει ένα πολύ μικρό κατώφλι κλίσης. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι ο χρόνος εκπαίδευσης μπορεί να είναι μεγάλος, ενώ πρέπει να υπολογίζεται και το διάνυσμα κλίσης. Επιπρόσθετα μια ακόμα ιδιότητα του ελαχίστου  $\vec{w}_o$  είναι ότι η συνάρτηση  $G_{av}(\vec{w})$  είναι στατική, κάτι που μας οδηγεί στο παρακάτω κριτήριο τερματισμού :

2. Ο αλγόριθμος οπίσθιας τροφοδότησης θεωρείται ότι έχει συγκλίνει, όταν η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής του σφάλματος ανά εποχή είναι ικανοποιητικά μικρή.

3. Ο αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης σφάλματος τερματίζει σε ένα διάνυσμα βαρών  $\vec{w}_{final}$ , όταν  $\|\vec{g}(\vec{w}_{final})\| \leq \varepsilon$ , όπου  $\varepsilon$  ένα αρκετά ικανοποιητικά μικρό κατώφλι κλίσης ή αν  $G_{av}(\vec{w}_{final}) \leq \tau$ , όπου  $\tau$  ένα ικανοποιητικά μικρό κατώφλι για τη μέση τιμή του σφάλματος.

#### 4.10 Περίληψη της Διαδικασίας της Ανάστροφης Διάδοσης

Τα στάδια της εν σειρά ( on-line ) λειτουργίας του αλγορίθμου είναι τα εξής :

**1) Αρχικοποίηση**  $\Rightarrow$  Ορίζουμε την αρχιτεκτονική του δικτύου ( αριθμός εισόδων-εξόδων και επιπέδων-νευρώνων καθώς και τρόπος διασύνδεσης μεταξύ των νευρώνων ) και αρχικοποιούμε τα βάρη των συνδέσεων, σε τυχαίες μικρές τιμές που ανήκουν στο  $[-1,1]$ .

**2) Παρουσίαση των προτύπων εκπαίδευσης**  $\Rightarrow$  Παρουσιάζουμε στο νευρωνικό δίκτυο μια εποχή προτύπων εκπαίδευσης και για κάθε πρότυπο επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 & 4.

**3) Υπολογισμοί ευθείας φοράς**  $\Rightarrow$  Σε αυτό το στάδιο θεωρούμε το πρότυπο εκπαίδευσης  $\{ \vec{x}(n), \vec{d}(n) \}$  όπου  $\vec{x}(n)$  το διάνυσμα εισόδου που εφαρμόζεται στο δίκτυο και  $\vec{d}(n)$  το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου του δικτύου. Υπολογίζουμε τα σήματα που προκύπτουν σε κάθε επίπεδο. Το σήμα ενεργοποίησης του νευρώνα  $j$  του  $l$  επιπέδου είναι :

$$u_j^{(l)}(n) = \sum_{i=0}^p w_{ji}^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n)$$

όπου  $w_{ji}^{(l)}$  το βάρος που συνδέει τον νευρώνα  $j$  του  $l$  επιπέδου με τον νευρώνα  $i$  του  $(l-1)$  επιπέδου,  $y_i^{(l-1)}$  το σήμα εξόδου του νευρώνα  $i$  του προηγούμενου επιπέδου και  $p$  ο συνολικός αριθμός των νευρώνων του  $(l-1)$  επιπέδου. Για  $i = 0$  προκύπτει  $y_0 = -1$  και  $w_{j0} = \theta_j$  όπου  $\theta_j$  η τιμή πόλωσης. Το σήμα εξόδου του παραπάνω νευρώνα είναι το εξής :

$$y_j^{(l)}(n) = \varphi(u_j^{(l)}(n)) = \frac{1}{1 + \exp(-u_j^{(l)}(n))}$$

αφού, όπως είναι προφανές, επιλέγουμε τη λογιστική συνάρτηση ως συνάρτηση ενεργοποίησης για τους νευρώνες.

Αν ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο πρώτο κρυμμένο επίπεδο, δηλαδή  $l = 1$ , τότε θέτουμε :

$$y_i^{(0)}(n) = x_i(n) \quad \forall i$$

όπου  $x_i(n)$  το  $i$ -οστό στοιχείο του διανύσματος εισόδου  $\vec{x}(n)$ .

Αν όμως ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο επίπεδο εξόδου ( $l = L$ ), τότε θα ισχύει :

$$y_j^{(L)}(n) = o_j(n) \quad \forall j$$

Συνεπώς υπολογίζουμε το σφάλμα εξόδου του νευρώνα  $j$  :

$$e_j(n) = d_j(n) - o_j(n)$$

όπου  $d_j(n)$  το  $j$ -οστό στοιχείο του επιθυμητού διανύσματος εξόδου  $\vec{d}(n)$  και  $o_j(n)$  το  $j$ -οστό στοιχείο του πραγματικού διανύσματος εξόδου  $\vec{o}(n)$ .

4) **Υπολογισμοί αντίστροφης φοράς**  $\Rightarrow$  Εδώ υπολογίζουμε την τοπική κλίση του κάθε νευρώνα θεωρώντας τις δύο παρακάτω περιπτώσεις :

- ♦ Αν ο νευρώνας  $j$  είναι κόμβος εξόδου ( $l=L$ ), τότε έχουμε :

$$\delta_j^{(L)}(n) = e_j^{(L)}(n) o_j(n) [1 - o_j(n)]$$

- ♦ Αν ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο κρυμμένο επίπεδο  $l$ , τότε θα ισχύει :

$$\delta_j^{(l)}(n) = y_j^{(l)}(n) [1 - y_j^{(l)}(n)] \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) w_{kj}^{(l+1)}(n)$$

Στη συνέχεια προσαρμόζουμε τα βάρη του επιπέδου  $l$  σύμφωνα με τον γνωστό κανόνα  $\delta$  :

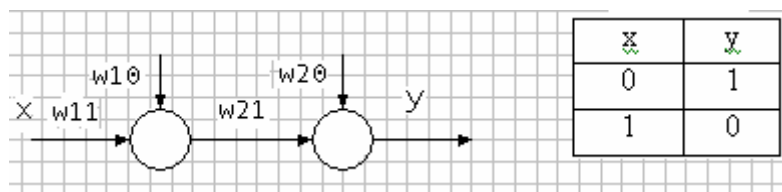
$$w_{ji}^{(l)}(n+1) = w_{ji}^{(l)}(n) + \alpha \{ w_{ji}^{(l)}(n) - w_{ji}^{(l-1)}(n-1) \} + \eta \delta_j^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n)$$

όπου  $\eta$  ο ρυθμός μάθησης και  $\alpha$  ο όρος ορμής.

5) **Επανάληψη**  $\Rightarrow$  Στο τελευταίο αυτό στάδιο επαναλαμβάνουμε όλους τους παραπάνω υπολογισμούς για νέες εποχές προτύπων, ώσπου οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου να σταθεροποιηθούν και η μέση τιμή του σφάλματος  $G_{av}$  να πάρει την ελάχιστη τιμή της. Τέλος εδώ θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι σταθερές μάθησης και ορμής συνήθως βαίνουν μειούμενες κατά το πέρασμα των εποχών.

### 4.11 Αριθμητικό Παράδειγμα – Επικοινωνία σε μια Γραμμή Κόμβων

Στο παράδειγμα αυτό θα δείξουμε πως ο αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης εφαρμόζεται σε ένα ΤΝΔ, το οποίο θα πρέπει να λειτουργεί ως αναστροφέας, δηλαδή να δίνει έξοδο 0, όταν η είσοδος του είναι 1 και έξοδο 1, όταν η είσοδος είναι 0. Προφανώς το δίκτυο πρέπει να έχει μια είσοδο και μια έξοδο. Έστω ότι χρησιμοποιούμε ένα κρυμμένο στρώμα μόνο, δηλαδή το δίκτυο μας είναι ενός επιπέδου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 4.11-1 : Απλό δίκτυο επικοινωνίας με ένα κρυμμένο στρώμα

Επιλέγουμε τη λύση ο κρυμμένος νευρώνας που εκπαιδεύεται, να δρα ως αναστροφέας και ο νευρώνας εξόδου να ακολουθεί τον κρυμμένο νευρώνα.

**Βήμα 1 :** Αρχικοποίηση των βαρών σε μικρές τυχαίες τιμές που να ανήκουν στο  $[-1,1]$  και συγκεκριμένα για τις τιμές  $w_{11} = -0,2$ ,  $w_{10} = 0,3$ ,  $w_{21} = 0,2$  και  $w_{20} = -0,4$ .

**Βήμα 2 :** Παρουσίαση των διανυσμάτων εκπαίδευσης στο δίκτυο ( $x = 0, d = 1$ ) και ( $x = 0, d = 1$ ) στο δίκτυο.

**Βήμα 3 :** Για  $x = 0$  έχουμε  $u_1 = -0,3$  και  $y_1 = 1 / (1 + e^{0,3}) = 0,426$  που συνεπάγονται ότι :

$$u_2 = 0,2 * 0,426 + 0,1 \Rightarrow u_2 = 0,185 \quad \& \quad y = y_2 = 1 / (1 + e^{-0,185}) = 0,546$$

Το αντίστοιχο σφάλμα είναι :

$$e_0 = 1 - 0,546 = 0,454$$

Ο αντίστοιχος υπολογισμός για είσοδο  $x = 1$  δίνει σφάλμα  $e_1 = -0,544$  και συνεπώς το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων για όλο το σύνολο εκπαίδευσης θα είναι :

$$e_0^2 + e_1^2 \approx 0,502$$

**Βήμα 4 :** Θεωρώντας ότι στο πρόβλημα ο ρυθμός μάθησης είναι ίσος με τη μονάδα και μη χρησιμοποιώντας όρο ορμής, ανανεώνουμε τα βάρη κατά ανάστροφη φορά από το νευρώνα εξόδου στο νευρώνα εισόδου και χρησιμοποιώντας απευθείας τη σχέση ( 4.6-5 ) :

$$\begin{aligned}\Delta w_{20} &= 1 * 0,454 * 0,546 * (1 - 0,546) * (-1) \approx -0,112 \\ \Delta w_{21} &= 1 * 0,454 * 0,546 * (1 - 0,546) * (0,426) \approx 0,048\end{aligned}$$

Συνεπώς οι ανανεωμένες τιμές των βαρών για το νευρώνα εξόδου θα είναι οι εξής :

$$\begin{aligned}w_{20, \text{νέο}} &= w_{20, \text{παλιό}} + \Delta w_{20} = -0,1 - 0,112 = -0,212 \\ w_{21, \text{νέο}} &= w_{21, \text{παλιό}} + \Delta w_{21} = 0,2 + 0,048 = 0,248\end{aligned}$$

Ομοίως για τον κρυμμένο νευρώνα παίρνουμε :

$$\Delta w_{10} \approx 0,027, \quad \Delta w_{11} = 0 \text{ (αφού } x = 0 \text{)}, \quad w_{10, \text{νέο}} = 0,3 - 0,027 = 0,273 \quad \& \quad w_{11, \text{νέο}} = -0,2$$

Οι παραπάνω υπολογισμοί επαναλαμβάνονται για το δεύτερο διάνυσμα εκπαίδευσης ( $x=1, d=0$ ), οπότε συμπληρώνεται ο πρώτος κύκλος επαναλήψεων, δηλαδή η εποχή. Το συνολικό τετραγωνικό σφάλμα αυτή τη φορά βρίσκεται ίσο με 0,5, δηλαδή είναι λίγο μικρότερο από το αρχικό σφάλμα 0,502, από το οποίο καταλαβαίνουμε ότι μετά από κάθε εποχή υπάρχει βελτίωση (έστω και μικρή).

Για το πληρέστερο του προβλήματος θα πρέπει να πούμε ότι τελικά χρειάζονται να περάσουν 126 εποχές για να φτάσουμε τελικά σε μια τιμή τετραγωνικού σφάλματος ίση με 0,0513 και βάρη :

$$w_{11} = -6,05 \quad w_{10} = 2,65 \quad w_{21} = 3,68 \quad w_{20} = 1,66$$

Οι έξοδοι του δικτύου είναι οι εξής :

$$y = 0,856 \text{ για } x = 0 \quad \& \quad y = 0,175 \text{ για } x = 1$$

#### 4.12 Πού Εφαρμόζονται τα Πολυεπίπεδα *perceptron*;

Η βασική λειτουργία που επιτελεί ένα πολυεπίπεδο *perceptron* είναι η υλοποίηση απεικόνισης (mapping) από τον χώρο των εισόδων στον χώρο των εξόδων χρησιμοποιώντας τα ζεύγη εκπαίδευσης και τους κατάλληλους αλγόριθμους εκπαίδευσης.

Μάλιστα έχει αποδειχθεί θεωρητικά ότι το πολυεπίπεδο *perceptron* έχει αυξημένες δυνατότητες απεικόνισης και συγκεκριμένα χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα της *παγκόσμιας προσέγγισης* (universal approximation). Παραλείποντας τον αυστηρό μαθηματικό ορισμό η ιδιότητα αυτή με απλά λόγια μας λέει το εξής: ένα πολυεπίπεδο *perceptron* με τουλάχιστον ένα κρυμμένο επίπεδο με μη γραμμικές κρυμμένες μονάδες μπορεί να προσεγγίσει οποιαδήποτε συνάρτηση με οποιαδήποτε ακρίβεια αυξάνοντας κατάλληλα τον αριθμό των κρυμμένων μονάδων.

Η ιδιότητα αυτή είναι θεωρητικά μόνο σημαντική, διότι μας εξασφαλίζει ότι το πολυεπίπεδο ΤΝΔ μπορεί να υλοποιήσει οποιαδήποτε απεικόνιση, αλλά δεν είναι πρακτικά χρήσιμη, διότι δεν μας λέει τίποτα για το πώς θα υλοποιήσουμε την απεικόνιση -πόσες κρυμμένες μονάδες να βάλουμε, ποιον αλγόριθμο εκπαίδευσης να χρησιμοποιήσουμε κλπ.. Το πρόβλημα του καθορισμού του αριθμού των κρυμμένων μονάδων που απαιτούνται για ένα δεδομένο σύνολο εκπαίδευσης αποτελεί σήμερα το βασικό ερευνητικό ζήτημα σχετικά με το πολυεπίπεδο *perceptron*.

Από τη στιγμή που ένα πολυεπίπεδο ΤΝΔ έχει την ικανότητα να απεικονίζει ένα διάνυσμα πραγματικών εισόδων σε ένα διάνυσμα πραγματικών εξόδων, έχει χρησιμοποιηθεί με ιδιαίτερη επιτυχία για την κατασκευή συστημάτων *πρόβλεψης* (prediction), για την κατασκευή *μοντέλων από δεδομένα* (data fitting), για τον έλεγχο συστημάτων, μέχρι και για τη επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων. Σημειώνουμε όμως ότι το βασικό του μειονέκτημα είναι ότι κάνει παρεμβολή και όχι προεκβολή με βάση πάντα το σύνολο διανυσμάτων εκπαίδευσης.

Η βασικότερη όμως εφαρμογή του πολυεπίπεδο *perceptron* είναι τα προβλήματα *ταξινόμησης* (classification). Στην περίπτωση αυτή τα δεδομένα είναι της μορφής (πρότυπο, κατηγορία) και προκειμένου να εκπαιδευτεί το ΤΝΔ απαιτείται μια διαδικασία που ονομάζεται *κωδικοποίηση των κατηγοριών*. Σκοπός της διαδικασίας αυτής είναι η μετατροπή του προβλήματος ταξινόμησης σε πρόβλημα απεικόνισης μέσω της αντιστοίχισης κάθε κατηγορίας σε κάποιο διάνυσμα εξόδου. Με τον τρόπο αυτό το αρχικό σύνολο εκπαίδευσης μετασχηματίζεται, ώστε να περιέχει ζεύγη της μορφής (πρότυπο, διάνυσμα εξόδου) και να μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ΤΝΔ για την υλοποίηση της απεικόνισης.

### 4.13 Παραδείγματα στην Εδαφομηχανική

Η μεθοδολογία, αν και δεν είναι διαδεδομένη στις εφαρμογές του πολιτικού μηχανικού, αρχίζει να κάνει μικρά βήματα στον τομέα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων [N11 –N22]. Επιγραμματικά αναφέρονται στην εκτίμηση της διάρκειας κατασκευής κτιρίων κατά την προμελέτη [N11], στον προσδιορισμό των μετακινήσεων τοιχωμάτων σε εκσκαφές [N12], στην εκτίμηση της πιθανής αστοχίας σε ανοίγματα εκσκαφών [N14], της φέρουσας ικανότητας πασσάλων [N14, N18], στην ιεραρχική κατηγοριοποίηση βραχώμαζας [N17,N19], στην εκτίμηση της ταχύτητας των διατμητικών κυμάτων μέσω εδαφικών παραμέτρων [N22] και στις μετακινήσεις - καθιζήσεις κατά τη διάνοιξη σηράγγων [N16,N21].

Στην παρούσα παράγραφο θα αναφερθούμε αναλυτικά σε δύο παραδείγματα, ώστε να γίνουν αντιληπτά οι δυνατότητες των ΤΝΔ στην εδαφομηχανική.

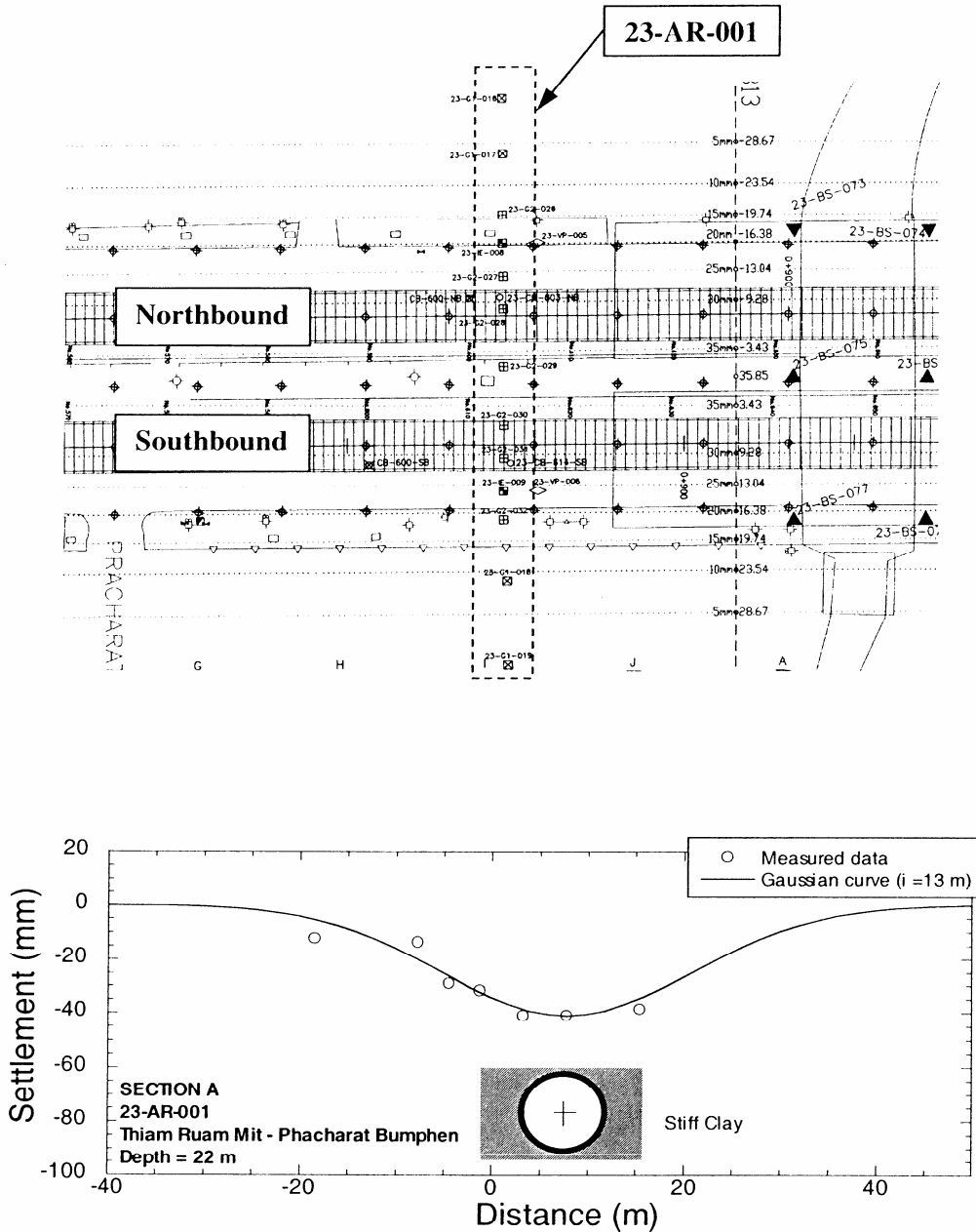
#### 4.13.1 Η περίπτωση εκτίμησης καθιζήσεων στη Μπαγκόγκ

Στο διδακτορικό του Suchatvee Suwansawat [N21] αναπτύσσεται μία μεθοδολογία ανταπόκρισης του εδάφους και πρόβλεψης επιφανειακών καθιζήσεων με χρήση νευρωνικών δικτύων κατά την κατασκευή δίδυμης σήραγγας με ασπίδα που εφαρμόζεται η μέθοδος EPB - ισορροπίας πίεσης γης- στην αστική περιοχή της Μπαγκόγκ στην Ταϊλάνδη. Γίνεται μία βασική εφαρμογή των πολυεπίπεδων τεχνητών νευρωνικών δικτύων με τον αλγόριθμο της ανάστροφης διάδοσης σφάλματος στην εκτίμηση των καθιζήσεων σε διάφορες αποστάσεις από την ασπίδα του σκαπτικού μηχανήματος.

Διαθέτει μία πληθώρα στοιχείων που περιέχονται σε μία βάση δεδομένων. Από παρατηρήσεις επί γραφικών παραστάσεων προσέγγισε τους παράγοντες που επηρεάζουν τις καθιζήσεις του προβλήματός του. Ουσιαστικά συσχέτισε τις καθιζήσεις με χαρακτηριστικές παραμέτρους της

γεωμετρίας της σήραγγας, των γεωλογικών συνθηκών και των παραγόντων λειτουργίας του μηχανήματος ασπίδας. Ιδιαίτερη μνεία γίνεται στην επίδραση της διάνοιξης δεύτερης σήραγγας, ενώ έχει ήδη κατασκευαστεί η πρώτη.

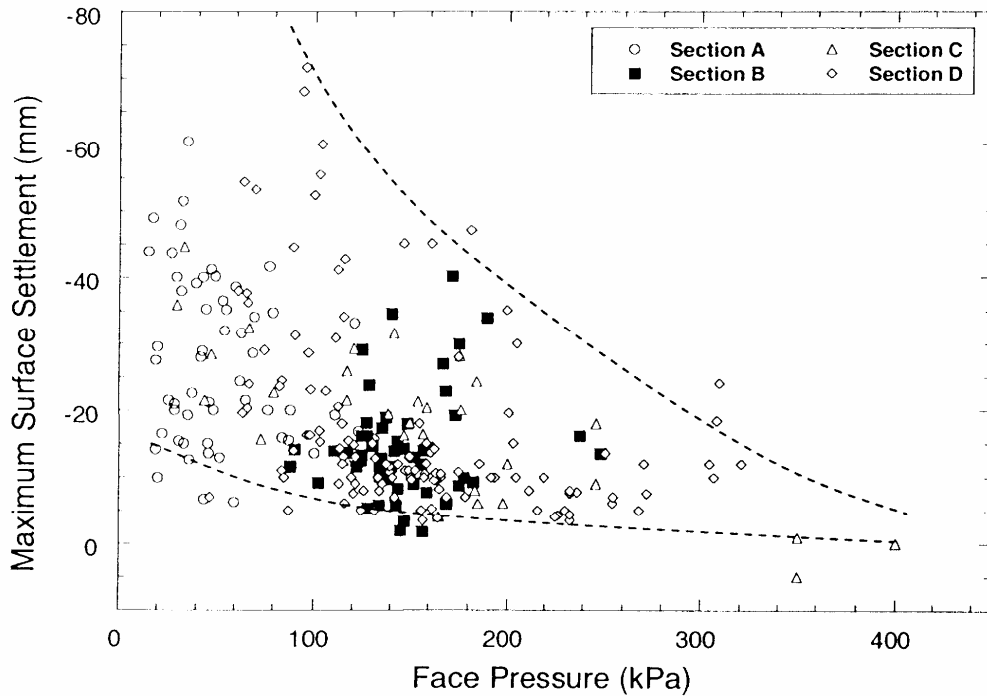
Ακολουθεί η εκτύπωση μίας κάτοψης σε συγκεκριμένη θέση δακτυλίου μέσω των χρησιμοποιημένων μετρητικών διατάξεων κατά την κατασκευή των σηράγγων.



**Σχήμα 4.13-1:** Καθίζηση επιφάνειας μετρημένη στη θέση 23-AR-001 (βόρεια σήραγγα, αριθμός δακτυλίου 613) και η έξοδος του μετρητικού οργάνου –([N22],σχήμα 7.34)

Η συσχέτιση των παραμέτρων πραγματοποιήθηκε μέσω μίας πληθώρας γραφικών παραστάσεων καθιζήσεων – παραμέτρων που προέκυπταν κατά τη χρήση της υπάρχουσας βάσης δεδομένων. Ως παράδειγμα μπορούμε να παρουσιάσουμε τη συσχέτιση μέσης πίεσης στην επιφάνεια εκσκαφής – μέγιστη καθίζηση μετά την κατασκευή της πρώτης σήραγγας. Από την επεξεργασία τέτοιων παραστάσεων κατέληξε στις παραμέτρους που επηρεάζουν τη μέγιστη καθίζηση στην επιφάνεια.





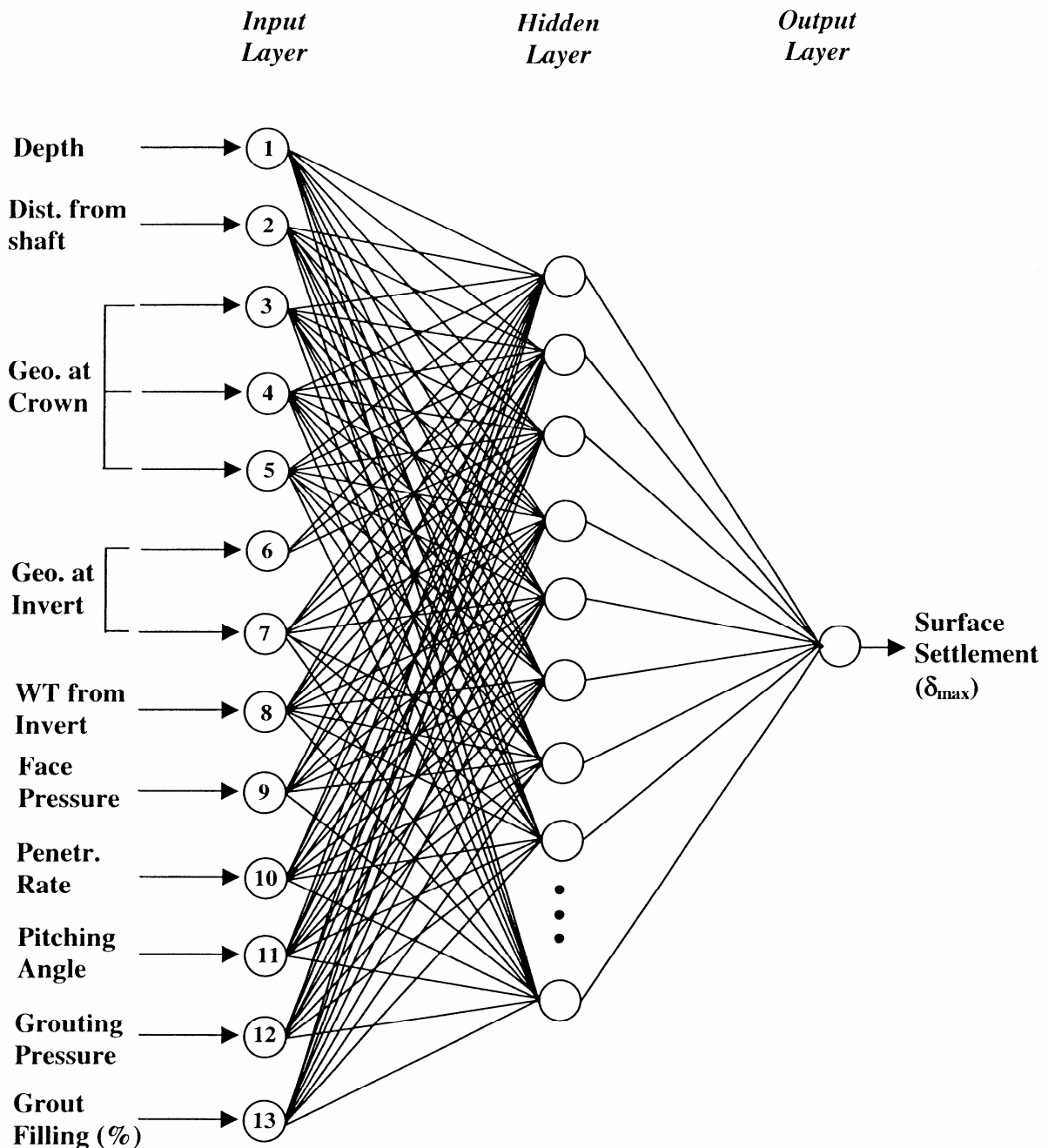
Σχήμα 4.13-2: Μέση Πίεση στην επιφάνεια εκσκαφής της σήραγγας –([N22],σχήμα 9.1)

Για την περίπτωση μίας μόνο σήραγγας χρησιμοποιεί τα εξής στοιχεία ως είσοδο: το βάθος σήραγγας, την απόσταση από σταθμό εκκίνησης σκαπτικού μηχανήματος, τα γεωλογικά στοιχεία στο στέμμα και στη βάση της σήραγγας, το επίπεδο του νερού από τη βάση της σήραγγας, η πίεση στην επιφάνεια του δίσκου εκσκαφής, ο ρυθμός διείδυσης, η γωνιά κλίσης του μηχανήματος, η πίεση ενέματος και το ποσοστό πλήρωσης κενού με ένεμα. Αναλυτικά η μορφή του διανύσματος εισόδου παρουσιάζεται στον επόμενο πίνακα, αποτελείται από 13 μεταβλητές, από τις οποίες όσες λαμβάνουν πραγματικές τιμές κανονικοποιούνται.

Κατηγορία Μεταβλητής	Παράμετρος	Περιγραφή τιμών παραμέτρων	Αριθμός Κόμβου
Γεωμετρία σήραγγας	βάθος σήραγγας	πραγματικός θετικός σε m	1
	Απόσταση από σταθμό εκκίνησης σκαπτικού μηχανήματος	πραγματικός θετικός σε m	2
Γεωλογικές Συνθήκες	γεωλογικά στοιχεία στο στέμμα	Μαλακή άργιλος (όχι =0 ή ναι=1)	3
		Στιφρή άργιλος (όχι =0 ή ναι=1)	4
		Άμμος (όχι =0 ή ναι=1)	5
	γεωλογικά στοιχεία στη βάση της σήραγγας	Στιφρή άργιλος (όχι =0 ή ναι=1)	6
	Άμμος (όχι =0 ή ναι=1)	7	
	το επίπεδο του νερού από τη βάση της σήραγγας	πραγματικός θετικός σε m	8
Παράγοντες Λειτουργίας Ασπίδας	μέση πίεση επιφάνειας εκσκαφής	πραγματικός θετικός σε kPa	9
	Μέσος ρυθμός διείδυσης	πραγματικός θετικός σε mm/min	10
	Μέση γωνιά κλίσης μηχανήματος	πραγματικός θετικός σε μοίρες	11
	Πίεση ενέματος	πραγματικός θετικός σε bar	12
	ποσοστό πλήρωσης κενού με ένεμα	πραγματικός θετικός αριθμός	13

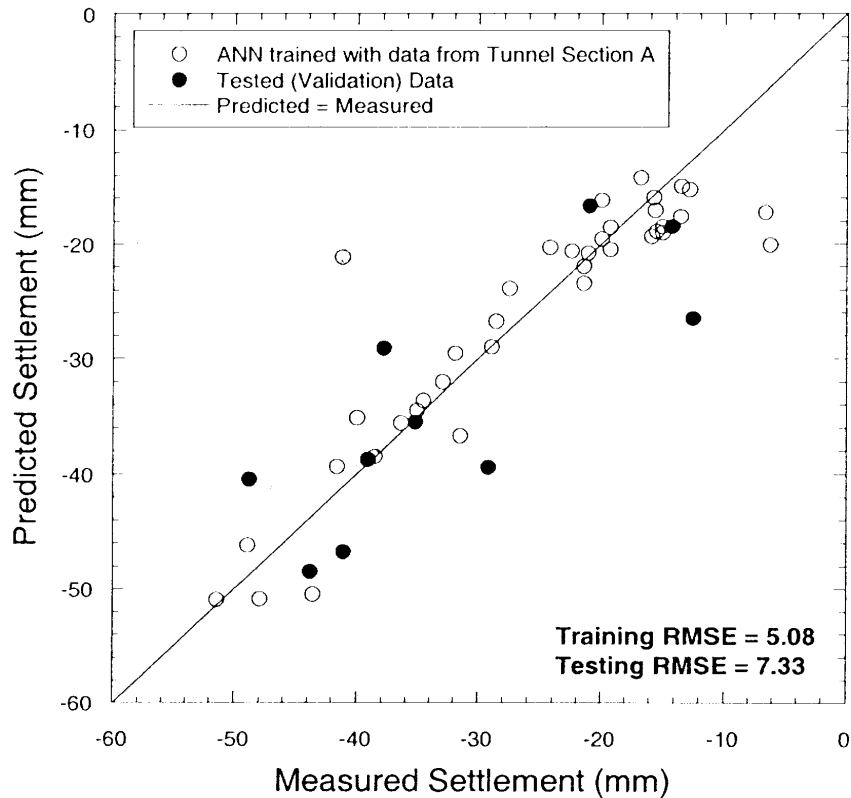
Πίνακας 4.13-1: Πίνακας παραμέτρων εισόδου ΤΝΔ για την επιφανειακή καθίζηση λόγω κατασκευής μίας μόνο σήραγγας

Στη συνέχεια σχηματίζει νευρωνικά δίκτυων με ένα ή δύο κρυμμένα επίπεδα νευρώνων, με διαφορετικό πλήθος νευρώνων (10-15-20) και εποχών εκπαίδευσης (1000-2000-3000). Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τη χρήση της ρίζας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και αξιολόγησης. Το καλύτερο αποτέλεσμα ως προς το σύνολο αξιολόγησης παρουσιάζεται στην περίπτωση του ενός κρυμμένου επιπέδου, με 20 νευρώνες, 2000 επαναλήψεις και συνάρτηση ενεργοποίησης την υπερβολική εφαπτομένη.



Σχήμα 4.13-3: Διαμόρφωση Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου –([N22],σχήμα 11.9)

Παράλληλα η παρουσίαση των αποτελεσμάτων του κάθε μοντέλου γίνεται μέσω της γραφικής παράστασης της προβλεπόμενης και της αντίστοιχης μετρημένης καθίζησης. Επίσης είναι δυνατόν να υπολογιστούν και οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης για τα σύνολα εκπαίδευσης και αξιολόγησης.



**Σχήμα 4.13-4:** Αποτελέσματα εκπαίδευσης και αξιολόγησης για την περιοχή Α (Rama-Ratchada) της Μπαγκκόγκ που δίνονται από βέλτιστο ΤΝΔ- ([N22], σχήμα 12.1)

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων σε σχέση με τις καθιζήσεις, αν ληφθούν υπόψη μόνο τα στοιχεία ενός ή δύο εκ των τεσσάρων τμημάτων στα οποία ήταν χωρισμένη η σήραγγα. Σε αυτήν την παρουσιάζεται μικρή αύξηση των αντίστοιχων σφαλμάτων. Τελικά κατέληξε στη χρήση ακόμη μίας εισόδου που ήταν το είδος του του μηχανήματος ασπίδας.

Επίσης δοκιμάζει την επίδραση αφαίρεσης μίας παραμέτρου εισόδου κάθε φορά. Έχει ουσιαστικά πραγματοποιήσει 10 διαφορετικά σενάρια και εξετάζει το μέγεθος των στοιχείων που χρειάζεται για να πραγματοποιηθεί η πρόβλεψη, ενώ ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στην περίπτωση δύο σηράγγων (διαμόρφωση νέου νευρωνικού δικτύου και αντίστοιχα αποτελέσματα-γραφικές παραστάσεις). Ωστόσο αποφεύγει να τονίσει ότι δεν είναι δυνατή η άμεση εφαρμογή της μεθοδολογίας που προτείνει σε άλλες περιπτώσεις πλην της περιοχής της Μπαγκκόγκ. Τέλος σημειώνει ορθά ότι με βάση τις εκτελέσεις του ότι το μοντέλο του μπορεί να επεκταθεί ως προς τη βασική του μορφή και σε άλλες περιπτώσεις κατασκευής σηράγγων με αυτήν τη μέθοδο.

#### 4.13.2 Η περίπτωση του προσδιορισμού της ταχύτητας διατμητικών κυμάτων από γεωτεχνικές παραμέτρους

Στο άρθρο [N22] των *Λοντζετίδη, Ιωννίδη και Πιτιλάκη* αναπτύσσεται ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο για τον προσδιορισμό της ταχύτητας διάδοσης των διατμητικών κυμάτων ( $V_s$ ) ως δεδομένο εισαγωγής του αρχικά τον αριθμό χτύπων της πρότυπης δοκιμής διείδυσης- Τα εδάφη τα οποία εξετάζονται καλύπτουν περιοχές της Ελλάδας και περιορίζονται από άποψη σύστασης στα αργιλικά και μόνο εδάφη. Η μεθοδολογία αυτή βοηθά στον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων του εδάφους -στατικών και δυναμικών- σε μία συγκεκριμένη περιοχή και δύναται να συμβάλλει στον αντισεισμικό σχεδιασμό των θεμελιώσεων.

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος, συγκεντρώθηκαν πληροφορίες που αφορούν χαρακτηριστικά και ιδιότητες των αργιλικών εδαφών, όπως αριθμός κτύπων  $N_{SPT}$ , όρια *Atterberg*, κοκκομετρία κ.ο.κ. Οι συγγραφείς θεωρούν ότι ο όγκος των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν είναι σχετικά ικανοποιητικός γνωρίζοντας ότι η πολυπλοκότητα του προβλήματος που αντιμετωπίζεται είναι εκείνη που τελικά καθορίζει την αναγκαία ποσότητα δεδομένων.

Η χρήση της συνάρτησης μεταφοράς στους νευρώνες του ΤΝΔ και ιδιαίτερα σε αυτούς που βρίσκονται στο στρώμα εξόδου απαιτεί την ειδική προετοιμασία των δεδομένων, προτού αυτά τροφοδοτήσουν το δίκτυο. Στην περίπτωση αυτή η τοπολογία που χρησιμοποιήθηκε βασίστηκε σε ικανό αριθμό δοκιμών, χωρίς όμως να αναλύουν οι συγγραφείς στο πόσες και ποιες ήταν οι δοκιμές και δεν αναφέρουν και τη δομή του δικτύου.

Κύριο μέλημα πάντα αποτέλεσε η εύρεση και ο καθορισμός του αριθμού των μεταβλητών με τις οποίες θα εκπαιδευτεί το νευρωνικό δίκτυο. Τα αριθμητικά δεδομένα πρέπει να αναχθούν σε αριθμούς, τα οποία να συμβαδίζουν με τα όρια του δικτύου. Τα όρια ενός δικτύου καθορίζονται από το μέγιστο και το ελάχιστο που μπορεί να δώσει η συνάρτηση μεταφοράς. Στην προκειμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε η σιγμοειδής συνάρτηση, με αποτέλεσμα τα όρια του δικτύου να κυμαίνονται ανάμεσα στο 0 και στο 1. Δηλαδή ουσιαστικά πραγματοποιήσαν κανονικοποίηση των τιμών της κάθε μεταβλητής. Σε όλες τις περιπτώσεις πάντως, καλό είναι να επιλέγεται ένα γενικό όριο το οποίο να ανταποκρίνεται στο φαινόμενο που μελετάται.

Τα σενάρια και τα αποτελέσματα της μεθοδολογίας τους παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα, όπου  $N_{60}$  είναι η τιμή της δοκιμής *SPT*,  $\sigma'$  είναι η κατακόρυφη ενεργός τάση στο αντίστοιχο βάθος,  $w_L$  &  $w_P$  τα όρια υδαρότητας και πλαστικότητας κατά *Casagrande* αντίστοιχα. Σημειώνεται όμως ότι τα αποτελέσματα που παρουσιάζουν αναφέρονται στα σύνολα εκπαίδευσης και όχι ελέγχου.

Όνομα μοντέλου	Παράμετροι ελέγχου	Διανύσματα εισόδου	Διανύσματα ελέγχου	$R^2$ γραμμικής παλινδρόμησης	$R^2$ ΤΝΔ
AC1	$N_{60}$ , Βάθος	93	91	0,569	0,722
AC2	$N_{60}$ , $\sigma'$	93	91	0,577	0,745
AC3	$N_{60}$ , Βάθος, $w_L$ , $w_P$	57	20	0,566	0,670
AC4	$N_{60}$ , $\sigma'$ , $w_L$ , $w_P$	57	20	0,580	0,720

**Πίνακας 4.13-2:** Παράμετροι εισόδου ΤΝΔ για την εκτίμηση ταχύτητας διατμητικών κυμάτων για 4 σενάρια [N22] & η σύγκρισή του με μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης

#### 4.14 Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική

Το πολυεπίπεδο perceptron αποτελεί την πιο κλασική έκφραση τεχνητού νευρωνικού δικτύου. Οι εφαρμογές που μπορεί να βρει στην εδαφομηχανική είναι αρκετές [N12-N22]. Παραδείγματος χάρι:

- εκτίμηση καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων [N21] ή πραγματοποίηση μεγάλων εκσκαφών,
- εκτίμηση κινδύνου αστοχίας σε εκσκαφές και θεμελιώσεις [N13],
- εύρεση φέρουσας ικανότητας πασσάλων [N14,N18] και λοιπών θεμελιώσεων,
- προσδιορισμός σχέσεων μεταξύ γεωλογικών παραμέτρων και μεγεθών που αφορούν τον σχεδιασμό κατασκευών, όπως εκτίμηση της ταχύτητας διατμητικών κυμάτων σε σχέση με τις τιμές της δοκιμής *SPT* για το εδαφικό υλικό [N22] κτλ.
- κατηγοριοποιήσεις εδαφών ή βραχομάζας, εφόσον πρόκειται για αριθμητικά μεγέθη,
- εκτίμηση απαιτούμενου χρόνου εκτέλεσης του έργου [N11].

## Κεφάλαιο 5

### Άλλες Μορφές Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

#### 5.1 Δίκτυα Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης

Μια άλλη σημαντική κατηγορία τεχνητών νευρωνικών δικτύων πρόσθιας τροφοδότησης είναι τα *δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης* (radial basis function networks), τα οποία για συντομία ονομάζονται δίκτυα *RBF*.

Τα δίκτυα *RBF* έχουν τις ρίζες τους στη μαθηματική θεωρία της προσέγγισης συναρτήσεων και στην ουσία υλοποιούν μια συνάρτηση *παρεμβολής* (interpolation function), η οποία προσεγγίζει την τιμή μιας συνάρτησης σε κάποιο σημείο ως το μέσο όρο των τιμών της συνάρτησης σε κοντινά σημεία.

Τα δίκτυα *RBF* είναι νευρωνικά δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης (feed forward) με ένα κρυμμένο επίπεδο του οποίου οι μονάδες  $j$  ( $j = 1, \dots, M$ ) υπολογίζουν μια ειδική συνάρτηση  $h_j(\vec{x})$  του διάνυσματος εισόδου. Συγκεκριμένα η τιμή της εξόδου  $y_i$  ( $i = 1, \dots, K$ ) ενός δικτύου *RBF* με διάνυσμα εισόδου με  $d$  συνιστώσες  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$  είναι η εξής:

$$y_i(\vec{x}) = \sum_{j=1}^M h_j(\vec{x}) \cdot v_{ji} + v_{oi} \quad (5.1-1)$$

όπου  $v_{ji}$  είναι το βάρος της σύνδεσης από την κρυμμένη μονάδα  $j$  στη μονάδα εξόδου  $i$  και  $v_{oi}$ , είναι η τιμή κατωφλίου της μονάδας εξόδου  $i$ .

Οι συναρτήσεις  $h_j(\vec{x})$  ονομάζονται *ακτινικές συναρτήσεις βάσης* και έχουν συνήθως τη μορφή συναρτήσεων *Gauss*:

$$h_j(\vec{x}) = \exp\left(-\frac{|\vec{x} - \vec{\mu}_j|^2}{2 \cdot \sigma_j^2}\right) \quad (5.1-2)$$

όπου το διάνυσμα  $\vec{\mu}_j = (\mu_{j1}, \mu_{j2}, \dots, \mu_{jd})^T$  καθορίζει το κέντρο της συνάρτησης βάσης, ενώ η παράμετρος  $\sigma_j$  καθορίζει την ακτίνα της συνάρτησης βάσης. Η συνάρτηση βάσης παίρνει τη μέγιστη τιμή της στο κέντρο, δηλαδή για  $\vec{x} = \vec{\mu}_j$ , και η τιμή της ελαττώνεται εκθετικά καθώς απομακρυνόμαστε ακτινικά από το κέντρο.

Οι παράμετροι (βάρη) του δικτύου RBF που πρέπει να καθοριστούν κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης είναι τα κέντρα  $\vec{\mu}_j$  -πλήθους  $M*d$ - και οι ακτίνες  $\sigma_j$  -πλήθους  $d$ - των συναρτήσεων βάσης, καθώς και οι παράμετροι  $v_{ji}$  -πλήθους  $K*d$ - του γραμμικού αθροίσματος.

### 5.1.1 Εκπαίδευση δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης

Όπως και στην περίπτωση του πολυεπιπέδου *perceptron* η εκπαίδευση ενός δικτύου RBF γίνεται με σκοπό την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος μεταξύ πραγματικών και επιθυμητών εξόδων του δικτύου. Έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές εκπαίδευσης από τις οποίες οι σπουδαιότερες είναι οι εξής:

- ◆ *Εκπαίδευση δύο σταδίων*: Στην προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται το σύνολο προτύπων εκπαίδευσης  $X$  αρχικά για τον καθορισμό των κέντρων και των ακτινών των συναρτήσεων βάσης (πρώτο στάδιο). Ο καθορισμός αυτός γίνεται χρησιμοποιώντας τεχνικές *μάθησης χωρίς επίβλεψη* (unsupervised learning) στις οποίες αγνοείται η πληροφορία σχετικά με την κατηγορία κάθε προτύπου εκπαίδευσης. Συνήθως χρησιμοποιούνται τεχνικές ανταγωνιστικής μάθησης, όπως ο αλγόριθμος των *k-μέσων* (k-means) ή ο αλγόριθμος LVQ που θα παρουσιάσουμε περιληπτικά στη συνέχεια. Ωστόσο οι τεχνικές ομαδοποίησης δεν μας παρέχουν κάποιο τρόπο για τον υπολογισμό των ακτινών  $\sigma_j$ . Για το λόγο αυτό συνήθως θέτουμε  $\sigma_j = \sigma$  για όλες τις συναρτήσεις  $h_j(\vec{x})$  και η τιμή της παραμέτρου  $\sigma$  καθορίζεται εμπειρικά. Από τη στιγμή που έχουν καθοριστεί οι συναρτήσεις  $h_j(\vec{x})$ , το *δεύτερο στάδιο* της εκπαίδευσης έγκειται στον υπολογισμό των βαρών  $v_{ji}$  του γραμμικού αθροίσματος. Ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει εύκολα, με τεχνικές εκπαίδευσης *γραμμικών ταξινομητών*, όπως είναι η μέθοδος της ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, δηλαδή ο κανόνας δέλτα (delta rule).

- ◆ *Ενιαία εκπαίδευση*: Εναλλακτικά είναι δυνατή η ταυτόχρονη ενημέρωση όλων των παραμέτρων του δικτύου, δηλαδή των  $\vec{\mu}_j$ ,  $\sigma_j$ ,  $v_{ji}$  χρησιμοποιώντας την τεχνική της τοπικής κλίσης ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που ισχύει για το πολυεπίπεδο *perceptron*. Το μόνο που διαφέρει είναι οι σχέσεις που δίνουν τις μερικές παραγώγους των εξόδων ως προς τις παραμέτρους του δικτύου.

Φυσικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε ομαδική, είτε σειριακή ενημέρωση σε πλήρη αναλογία με το δίκτυο MLP.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η τεχνική της ενιαίας εκπαίδευσης θεωρείται σε γενικές γραμμές υποδεέστερη από την τεχνική των δύο σταδίων. Ειδικά στην περίπτωση που τα κέντρα και οι ακτίνες των συναρτήσεων βάσης αρχικοποιούνται εντελώς τυχαία, είναι πολύ δύσκολο για τη μέθοδο *gradient descent* να ελαχιστοποιήσει επαρκώς το σφάλμα εκπαίδευσης λόγω της ύπαρξης πολλών τοπικών ελαχίστων. Στην περίπτωση όμως που τα κέντρα και οι ακτίνες έχουν αρχικοποιηθεί σε καλές τιμές -χρησιμοποιώντας τεχνικές μάθησης χωρίς επίβλεψη που αναφέραμε στην περίπτωση των δύο σταδίων-, τότε η χρήση της μεθόδου τοπικής κλίσης για την ενημέρωση όλων των παραμέτρων οδηγεί σε πολύ καλές λύσεις. Φυσικά η δεύτερη προσέγγιση είναι υπολογιστικά πιο πολύπλοκη από την αρχική, αλλά οδηγεί πολλές φορές σε καλύτερες λύσεις, γιατί επιτρέπει την περαιτέρω ρύθμιση των παραμέτρων του πρώτου στρώματος με βάση το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

### 5.1.2 Σύγκριση πολυεπίπεδων perceptrons & δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης

Τόσο τα δίκτυα των πολυεπίπεδων *perceptrons*, όσο και τα δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης έχουν το κοινό χαρακτηριστικό ότι υλοποιούν μη γραμμικές απεικονίσεις από το χώρο των εισόδων  $R^d$  στο χώρο των εξόδων  $R^K$ . Χαρακτηρίζονται και τα δύο μοντέλα από την ιδιότητα της παγκόσμιας

προσέγγισης και επομένως μπορούν να προσεγγίσουν με οσοδήποτε καλή ακρίβεια οποιαδήποτε συνάρτηση, αν χρησιμοποιηθεί απεριόριστα μεγάλος αριθμός κρυμμένων νευρώνων. Ωστόσο χαρακτηρίζονται και από σημαντικές διαφορές τις οποίες πρέπει κάποιος να λαμβάνει υπόψη όταν επιλέγει ποιο από τα δύο δίκτυα θα χρησιμοποιήσει.

Η θεμελιώδης διαφορά μεταξύ των πολυεπίπεδων *perceptrons* και των δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης βρίσκεται στη μορφή των συναρτήσεων  $h_j(\vec{x})$  του κρυμμένου επιπέδου. Κάθε κρυμμένη μονάδα του *MLP* υπολογίζει το εσωτερικό γινόμενο των τιμών των εισόδων με το αντίστοιχο διάνυσμα βαρών και το αποτέλεσμα περνάει από τη συνάρτηση ενεργοποίησης της μονάδας. Στην ουσία κάθε κρυμμένη μονάδα στο *MLP* ορίζει την εξίσωση ενός υπερεπίπεδου, δηλαδή το *MLP* υλοποιεί συναρτήσεις ταξινόμησης διαχωρίζοντας το χώρο των προτύπων με υπερεπίπεδα και ορίζοντας τις περιοχές απόφασης ως τομές των υπερεπίπεδων αυτών. Επομένως στον υπολογισμό μιας εξόδου συμμετέχουν όλες οι κρυμμένες μονάδες και για τον λόγο αυτό λέμε ότι ένα δίκτυο *MLP* μαθαίνει χρησιμοποιώντας *κατανεμημένη αναπαράσταση*, δηλαδή η γνώση σχετικά με την έξοδο που αντιστοιχεί σε κάποια είσοδο κατανέμεται στις τιμές των βαρών όλων των κρυμμένων μονάδων. Αυτό δίνει στα δίκτυα *MLP* την ιδιότητα της *ανοχής σε σφάλματα* (*fault tolerance*) που σημαίνει ότι η καταστροφή κάποιων συνδέσεων δεν είναι καταστροφική για το δίκτυο λόγω του ότι η γνώση είναι κατανεμημένη σε όλες τις συνδέσεις.

Αντίθετα τα δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης *RBF* λειτουργούν δημιουργώντας *τοπικές αναπαραστάσεις*, δηλαδή η γνώση σχετικά με την έξοδο που αντιστοιχεί σε κάποια είσοδο  $\vec{x}$  ενσωματώνεται στα βάρη εκείνων των κρυμμένων μονάδων οι οποίες περιλαμβάνουν το πρότυπο  $\vec{x}$  στη *σφαίρα επιρροής* τους. Ισχύει δηλαδή στην περίπτωση των δικτύων *RBF* ότι ο χώρος προτύπων διαιρείται σε περιοχές που καθεμιά από αυτές αντιστοιχεί σε μια μονάδα του κρυμμένου επιπέδου. Αυτό είναι σε πλήρη αντιδιαστολή με την περίπτωση του δικτύου *MLP*, όπου κάθε περιοχή ορίζεται ως η τομή όλων των υπερεπίπεδων που ορίζονται από τις κρυμμένες νευρώνες.

Άλλες διαφορές μεταξύ των πολυεπίπεδων *perceptrons* και των δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης είναι ότι στην περίπτωση των *MLP* δικτύων μπορούμε να έχουμε περισσότερα του ενός κρυμμένα στρώματα, ενώ τα δίκτυα *RBF* έχουν ακριβώς ένα κρυμμένο στρώμα. Επίσης τα δίκτυα *MLP* εκπαιδεύονται με ενιαίο τρόπο, δηλαδή ταυτόχρονα ενημερώνονται όλα τα βάρη, ενώ στα δίκτυα *RBF* έχουμε συνήθως εκπαίδευση δύο σταδίων.

### 5.1.3 Εφαρμογές των δικτύων ακτινικών συναρτήσεων βάσης στην εδαφομηχανική

Τα δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης βρίσκουν αντίστοιχες ίδιες εφαρμογές με το πολυεπίπεδο *perceptron*. Δηλαδή μπορούν να εφαρμοστούν για εκτίμηση καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων ή πραγματοποίηση μεγάλων εκσκαφών, εκτίμηση κινδύνου αστοχίας σε εκσκαφές και θεμελιώσεις, εύρεση φέρουσας ικανότητας πασσάλων και λοιπών θεμελιώσεων, προσδιορισμός σχέσεων μεταξύ γεωλογικών παραμέτρων κα. Κυρίως όμως η μορφή τους είναι κατάλληλη για κατηγοριοποιήσεις, όπως εδαφών ή βραχώμαζας. Δεν έχει βρει την αντίστοιχη επέκταση με τα πολυεπίπεδα *perceptrons* λόγω της δυσκολότερης εκπαίδευσής τους.

## 5.2 Το Πρόβλημα της Μάθησης & της Γενίκευσης σε ΤΝΔ με Επίβλεψη

Στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε τα νευρωνικά δίκτυα ταξινόμησης (*MLP*, *RBF*) υπάρχει το *πρακτικό* πρόβλημα της επιλογής των  $M$  κρυμμένων μονάδων που πρέπει να χρησιμοποιηθούν. Όπως έχει αναφερθεί, ο στόχος της εκπαίδευσης δεν είναι η ακριβής μάθηση ολόκληρου του συνόλου εκπαίδευσης, αλλά η επίδοση του μοντέλου στην ταξινόμηση νέων δεδομένων, δηλαδή η ικανότητα *γενίκευσης*.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα πολυεπίπεδα δίκτυα *perceptrons*. Είναι γνωστό ότι χρησιμοποιώντας μεγάλο αριθμό κρυμμένων νευρώνων μπορούμε να μάθουμε πλήρως όλα τα δεδομένα ενός συνόλου εκπαίδευσης. Ωστόσο ένας τέτοιος ταξινομητής έχει γενικά κακές ικανότητες γενίκευσης, διότι στην ουσία «απομνημονεύει» τα δεδομένα εκπαίδευσης και δεν παρουσιάζει καλές επιδόσεις γενίκευσης σε νέα δεδομένα. Από την άλλη πλευρά ένα δίκτυο *MLP* με πολύ λίγους κρυμμένους νευρώνες δεν έχει αρκετή ευελιξία, ώστε να μπορεί να ορίσει πολύπλοκες περιοχές απόφασης. Βλέπουμε λοιπόν ότι γενικά υπάρχει ένας βέλτιστος αριθμός παραμέτρων -βαρών και πολώσεων- ενός δικτύου για τον οποίο το εκπαιδευμένο μοντέλο χαρακτηρίζεται από τις καλύτερες επιδόσεις γενίκευσης.

Υπάρχει λοιπόν η ανάγκη τεχνικών εύρεσης της βέλτιστης πολυπλοκότητας ενός δικτύου για την οποία προκύπτει η καλύτερη ικανότητα γενίκευσης. Συγκεκριμένα ισχύει το *δίλημμα πόλωσης-μεταβλητότητας* (*bias-variance dilemma*) σύμφωνα με το οποίο το σφάλμα γενίκευσης ενός ταξινομητή μπορεί να γραφτεί σαν το άθροισμα δύο παραγόντων: της *πόλωσης* και της *μεταβλητότητας*. Ένα μοντέλο που είναι πολύ απλό έχει πολύ μεγάλη πόλωση, ενώ ένα μοντέλο με πολλές παραμέτρους έχει πολύ μεγάλη μεταβλητότητα. Η καλύτερη γενίκευση προκύπτει όταν έχουμε το βέλτιστο συνδυασμό τιμών των δύο παραπάνω ποσοτήτων.

Ουσιαστικά το *δίλημμα πόλωσης-μεταβλητότητας* σημαίνει ότι στην περίπτωση που προσπαθούμε να ελαττώσουμε την πόλωση ενός ταξινομητή, δηλαδή να απομνημονεύσουμε ολόκληρο το σύνολο εκπαίδευσης χρησιμοποιώντας ένα πολύ ευέλικτο μοντέλο με μεγάλο αριθμό κρυμμένων νευρώνων, το τίμημα που πληρώνουμε είναι ότι αυξάνουμε τη μεταβλητότητα και κατά συνέπεια μειώνουμε την ικανότητα γενίκευσης του μοντέλου σε άγνωστα δεδομένα.

### 5.2.1 Βέλτιστη ισορροπία πόλωσης - μεταβλητότητας

Για να πετύχουμε τη βέλτιστη ισορροπία μεταξύ πόλωσης και μεταβλητότητας υπάρχουν δύο προσεγγίσεις που μπορούμε να ακολουθήσουμε. Η πρώτη είναι η *δομική προσέγγιση* (*structural*) κατά την οποία ξεκινάμε από ένα μικρό δίκτυο -λίγες νευρώνες- το οποίο βαθμιαία μεγαλώνουμε αυξάνοντας τον αριθμό των κρυμμένων μονάδων  $M$  μέχρι να πετύχουμε βέλτιστες επιδόσεις γενίκευσης. Συγκεκριμένα θα παρατηρήσουμε ότι υπάρχει κάποια τιμή του  $M$  πέρα από την οποία το σφάλμα γενίκευσης αρχίζει να αυξάνεται. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *υπερεκπαίδευση* (*overtraining*) του δικτύου και σημαίνει ότι ο ταξινομητής έχει πολύ μεγάλο αριθμό παραμέτρων και έχει στην ουσία απομνημονεύσει τα δεδομένα μειώνοντας έτσι την ικανότητα γενίκευσης. Από τη στιγμή που παρατηρούμε ελάττωση της ικανότητας γενίκευσης σταματάμε να αυξάνουμε τον αριθμό των νευρώνων και θεωρούμε ότι φτάσαμε στο βέλτιστο μοντέλο.

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί και με αντίστροφη φορά: εκπαιδεύουμε αρχικά ένα μοντέλο με μεγάλο αριθμό νευρώνων. Το μοντέλο αυτό λόγω της μεγάλης μεταβλητότητας έχει μικρή πόλωση και μικρή ικανότητα γενίκευσης. Σταδιακά μειώνουμε τον αριθμό των κρυμμένων μονάδων, οπότε μειώνεται το σφάλμα γενίκευσης, μέχρι να φτάσουμε σε κάποιο μέγεθος δικτύου πέρα από το οποίο το σφάλμα γενίκευσης αρχίζει να αυξάνει, οπότε σταματάμε τη διαδικασία.

Η άλλη προσέγγιση για την εύρεση του δικτύου με τον βέλτιστο αριθμό παραμέτρων βασίζεται στην έννοια της *κανονικοποίησης* (*regularization*). Ο πιο απλός τρόπος για να επιτύχουμε κανονικοποίηση βασίζεται στην προσθήκη ενός *όρου τιμωρίας* (*penalty term*) στη συνάρτηση μέσου τετραγωνικού σφάλματος που ελαχιστοποιούμε κατά την εκπαίδευση του δικτύου. Ο όρος κανονικοποίησης στην πραγματικότητα εμποδίζει τις παραμέτρους να λάβουν υψηλές τιμές κατά την εκπαίδευση και στην ουσία οδηγεί τις τιμές των βαρών, που δεν έχουν μεγάλη σημασία, να πάρουν την τιμή μηδέν, δηλαδή να αφαιρεθούν από το δίκτυο. Με τον τρόπο αυτό στο τέλος της εκπαίδευσης προκύπτουν δίκτυα με λιγότερες παραμέτρους από ότι στην αρχή της εκπαίδευσης και



φυσικά με καλύτερες δυνατότητες γενίκευσης. Αν  $p_i$  είναι οι παράμετροι του δικτύου, δηλαδή τα βάρη και οι πολώσεις του πολυεπιπέδου *perceptrons*, ένας όρος κανονικοποίησης που χρησιμοποιείται συχνά είναι το άθροισμα των τετραγώνων των τιμών των παραμέτρων  $\sum_i p_i^2$ , οπότε η νέα συνάρτηση που ελαχιστοποιείται κατά την εκπαίδευση είναι:

$$E_f = E + \lambda \cdot \sum_i p_i^2 \quad (5.2-1)$$

όπου το  $E$  είναι η γνωστή συνάρτηση που ορίζει το τετραγωνικό σφάλμα εκπαίδευσης. Η παράμετρος  $\lambda$  καθορίζει το σχετικό βάρος των δύο στόχων της εκπαίδευσης: της ελαχιστοποίησης του  $E$  και της επίτευξης μικρών τιμών των παραμέτρων του μοντέλου. Φυσικά στην περίπτωση αυτή οι παράγωγοι  $\partial E_f / \partial p_i$  τροποποιούνται με την προσθήκη του όρου  $2 \cdot \lambda \cdot p_i$ . Η μέθοδος αυτή στην περίπτωση εκπαίδευσης του πολυεπιπέδου *perceptrons* ονομάζεται *φθορά των βαρών* (weight decay) και σε πολλές περιπτώσεις έχει οδηγήσει σε δίκτυα *MLP* με πολύ καλές επιδόσεις γενίκευσης.

Επίσης υπάρχει μεγάλη συσχέτιση μεταξύ του αριθμού των διαθέσιμων προτύπων εκπαίδευσης και του βέλτιστου μεγέθους του μοντέλου. Γενικά λέμε ότι το μοντέλο είναι μικρό ή μεγάλο πάντα σε σχέση με τον αριθμό των προτύπων εκπαίδευσης που έχουμε στη διάθεση μας. Αν έχουμε λίγα πρότυπα, η χρήση πολύπλοκου μοντέλου θα οδηγήσει σε υπερεκπαίδευση. Αντίθετα, αν ο αριθμός των προτύπων εκπαίδευσης είναι μεγάλος, μπορούμε συνήθως να χρησιμοποιήσουμε μεγαλύτερα μοντέλα.

### 5.2.2 Κριτήρια τερματισμού μάθησης

Ένα βασικό ζήτημα το οποίο δεν παρουσιάστηκε καθόλου είναι ο τρόπος τερματισμού της εκπαιδευτικής διαδικασίας και ο τρόπος υπολογισμού του σφάλματος γενίκευσης ενός εκπαιδευμένου μοντέλου. Η τεχνική που χρησιμοποιείται συνήθως θεωρεί ότι για την αξιολόγηση του πολυεπιπέδου *perceptron* χρησιμοποιούμε ένα ανεξάρτητο σύνολο προτύπων, που το ονομάζουμε σύνολο επικύρωσης ή αξιολόγησης (validation set) και με βάση τον αριθμό των σφαλμάτων στο σύνολο αυτό υπολογίζουμε το συνολικό σφάλμα ενός μοντέλου.

Επομένως αν έχουμε ένα πρόβλημα ταξινόμησης και μας δίνεται ένας αριθμός ταξινομητών-TNΔ που έχουν εκπαιδευτεί με βάση το ίδιο σύνολο εκπαίδευσης, για να επιλέξουμε τον καλύτερο υπολογίζουμε το σφάλμα ταξινόμησης καθενός για τα δεδομένα του συνόλου επικύρωσης και επιλέγουμε αυτόν με το μικρότερο σφάλμα επικύρωσης. Συνήθως στην περίπτωση αυτή για τον υπολογισμό του σφάλματος γενίκευσης του ταξινομητή που τελικά επιλέξαμε χρησιμοποιείται και ένα τρίτο σύνολο δεδομένων που ονομάζεται *σύνολο ελέγχου* (test set).

Η παραπάνω τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί και κατά την εκπαίδευση ενός ταξινομητή (π.χ. ενός *MLP*) με ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος ή της ποσότητας  $E_f$  (5.2-1). Στην περίπτωση αυτή ο αλγόριθμος εκπαίδευσης λειτουργεί ενημερώνοντας τις παραμέτρους του δικτύου στην κατεύθυνση ελαχιστοποίησης του σφάλματος, αλλά ταυτόχρονα ανά συγκεκριμένο αριθμό εποχών υπολογίζουμε το σφάλμα επικύρωσης που αντιστοιχεί στις τιμές των παραμέτρων που έχουν υπολογιστεί στη συγκεκριμένη εποχή-βήμα. Γενικά όσο προχωράει η εκπαίδευση, τόσο μειώνεται το σφάλμα εκπαίδευσης, και μειώνεται και το σφάλμα επικύρωσης. Υπάρχει όμως συνήθως ένα όριο πέρα από το οποίο περαιτέρω μείωση του σφάλματος εκπαίδευσης οδηγεί σε αύξηση του σφάλματος επικύρωσης, διότι αρχίζει να εμφανίζεται το φαινόμενο της υπερεκπαίδευσης. Στο σημείο αυτό μπορούμε να σταματήσουμε την εκπαίδευση του μοντέλου. Η τεχνική αυτή που

ονομάζεται *πρόωρο σταμάτημα* (early stopping) χρησιμοποιείται πολύ συχνά και παρέχει ένα πολύ πιο αποδοτικό κριτήριο τερματισμού σε σχέση με τον τερματισμό σε τοπικό ελάχιστο του σφάλματος εκπαίδευσης.

Εναλλακτικά η διαδικασία μπορεί να ολοκληρωθεί όταν οι παράμετροι προς προσδιορισμό -όπως τα βάρη και οι πολώσεις στο πολυεπίπεδο *perceptron*- δεν μεταβάλλονται σημαντικά ανά εποχή, δηλαδή η μεταβολή του εκάστοτε βάρους είναι μικρότερη από ένα όριο  $\varepsilon$  :

$$|\Delta w_{ji}^n| < \varepsilon, \quad \forall j, i, \quad \forall \text{ στρώμα κατά τη } n\text{-ιοστή επανάληψη} \quad (5.2-2)$$

Το απλούστερο σταμάτημα είναι μετά από ένα συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων, ο οποίος προκύπτει εμπειρικά ανάλογα με το πρόβλημα, το πλήθος εισόδων, το πλήθος των κρυμμένων νευρώνων κτλ. Ωστόσο το τελευταίο δεν προτείνεται, καθώς εύκολα μπορούμε να μην φτάσουμε στην περιοχή του τοπικού ελαχίστου ή να οδηγηθούμε σε υπερεκπαίδευση.

### 5.2.3 Τεχνικές εκτίμησης σφάλματος ενός πολυεπιπέδου ΤΝΔ

Από τη στιγμή που η αξιολόγηση ενός ΤΝΔ θα πρέπει να γίνεται με βάση την επίδοση του στην επεξεργασία άγνωστων δεδομένων, η στρατηγική που χρησιμοποιούμε για την *εκτίμηση του σφάλματος* κάποιας μεθόδου γίνεται διαιρώντας το σύνολο των διαθέσιμων προτύπων σε δύο τμήματα: στο *σύνολο εκπαίδευσης* (training set) που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του ΤΝΔ και στο *σύνολο ελέγχου* (test set) που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του σφάλματος γενίκευσης. Οι τεχνικές εκτίμησης σφάλματος διαφέρουν μεταξύ τους κυρίως στον τρόπο που γίνεται η διάσπαση των δεδομένων στα δύο σύνολα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι τεχνικές αυτές δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση ενός *συγκεκριμένου* ΤΝΔ, διότι, όπως γίνεται φανερό στη συνέχεια, βασίζονται στην κατασκευή πολλών παραλλαγών ΤΝΔ για την εκτίμηση σφάλματος. Οι λόγοι για τους οποίους χρησιμοποιούνται είναι τρεις:

- για τη σύγκριση διαφορετικών τεχνικών π.χ. *RBF* και *MLP*
- για τη μελέτη της επίδρασης των διαφόρων χαρακτηριστικών εισόδου στο σφάλμα, π.χ. σε ένα πρόβλημα με τέσσερα χαρακτηριστικά, πώς μεταβάλλεται το σφάλμα, αν χρησιμοποιήσουμε μόνο το πρώτο και το τρίτο χαρακτηριστικό αντί και των τεσσάρων,
- για την μελέτη της επίδρασης του αριθμού των παραμέτρων στο σφάλμα γενίκευσης όταν χρησιμοποιείται συγκεκριμένο μοντέλο, π.χ. επίδραση του αριθμού των κρυμμένων μονάδων ενός δικτύου *MLP* κλπ..

Οι κυριότερες τεχνικές εκτίμησης σφάλματος είναι οι ακόλουθες:

- ◆ *Τεχνική μέσης τιμής σφαλμάτων συνόλου ελέγχου* (Holdout): Καθορίζουμε το ποσοστό των προτύπων εκπαίδευσης και ελέγχου. Δημιουργούμε τυχαία το σύνολο εκπαίδευσης και ελέγχου με βάση τα παραπάνω ποσοστά και κατασκευάζουμε τον νευρωνικό δίκτυο χρησιμοποιώντας το σύνολο εκπαίδευσης, και στη συνέχεια υπολογίζουμε το σφάλμα χρησιμοποιώντας το σύνολο ελέγχου. Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε αρκετές φορές την παραπάνω διαδικασία -δημιουργίας συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου, εκπαίδευσης του ΤΝΔ και υπολογισμού του σφάλματος συνόλου ελέγχου- και η τελική εκτίμηση σφάλματος προκύπτει ως ο μέσος όρος των επιμέρους σφαλμάτων που υπολογίσαμε.

- ◆ *Τεχνική εγκατάλειψης ενός προτύπου έξω* (Leave-one-out): Στην περίπτωση ταξινόμησης για κάθε διαθέσιμο πρότυπο κατασκευάζουμε έναν ταξινομητή. Η κατασκευή γίνεται θεωρώντας ως σύνολο εκπαίδευσης ολόκληρο το σύνολο δεδομένων εκτός από το συγκεκριμένο πρότυπο. Στη συνέχεια ελέγχουμε αν ο ταξινομητής που προκύπτει ταξινομεί σωστά το πρότυπο που αγνοήθηκε

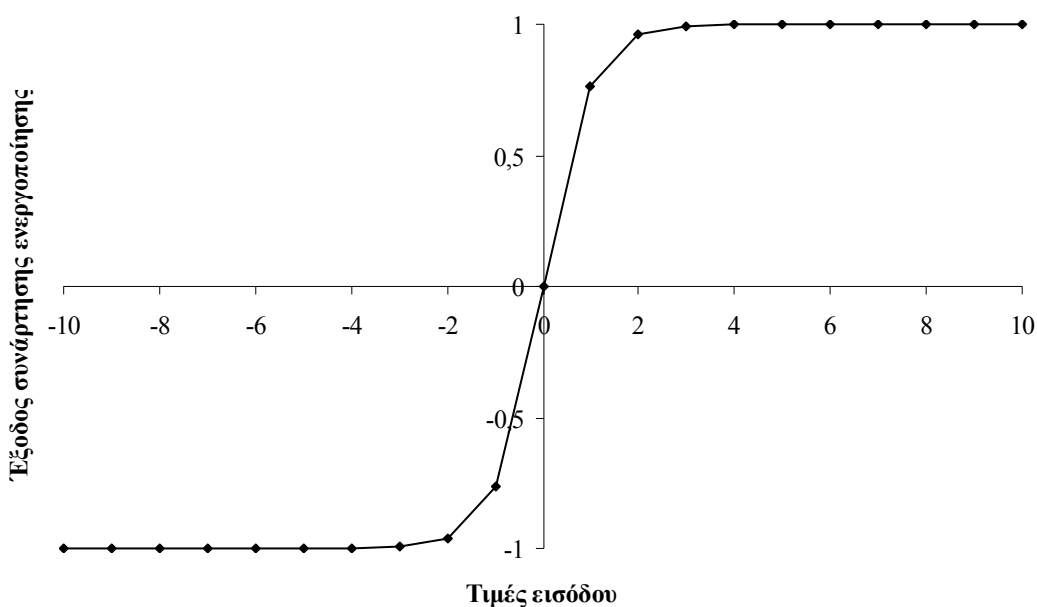
κατά την εκπαίδευση. Το σενάριο αυτό επαναλαμβάνεται για όλα τα διαθέσιμα πρότυπα και μετράμε το ποσοστό των προτύπων που ταξινομήθηκαν λάθος.

- ♦ *Τεχνική περιστροφής (Rotation)*: Διαιρούμε το σύνολο προτύπων σε  $G$  υποσύνολα. Για καθένα υποσύνολο  $i$  ( $i = 1, \dots, G$ ) κατασκευάζουμε ένα ταξινομητή θεωρώντας ως σύνολο εκπαίδευσης τα πρότυπα των υπολοίπων  $G-1$  υποσυνόλων και υπολογίζουμε το ποσοστό  $e_i$  των σφαλμάτων χρησιμοποιώντας ως σύνολο ελέγχου τα πρότυπα του υποσυνόλου  $i$ . Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία  $G$  φορές -μια για κάθε υποσύνολο  $i$ - υπολογίζουμε το τελικό σφάλμα εκτίμησης ως το μέσο όρο των επιμέρους σφαλμάτων.

- ♦ *Τεχνική εγκατάλειψης ενός προτύπου έξω (Bootstrap)*: Έστω ότι το σύνολο δεδομένων αποτελείται από  $N$  πρότυπα. Τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου κατασκευάζονται ως εξής: επιλέγουμε με τυχαίο τρόπο  $N$  ακέραιους αριθμούς μεταξύ 1 και  $N$ . Μερικοί αριθμοί επιλέγονται περισσότερες από μια φορές, ενώ άλλοι δεν επιλέγονται καθόλου. Τα πρότυπα  $\bar{x}^i$  που αντιστοιχούν στους αριθμούς  $i$  που δεν επιλέχτηκαν αποτελούν το σύνολο ελέγχου και τα υπόλοιπα το σύνολο εκπαίδευσης. Στη συνέχεια κατασκευάζουμε το αντίστοιχο ΤΝΔ και υπολογίζουμε το αντίστοιχο σφάλμα. Επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία αρκετές φορές και υπολογίζουμε το τελικό σφάλμα ως το μέσο όρο των επιμέρους σφαλμάτων.

### 5.2.4 Κανονικοποίηση τιμών μεταβλητών

Πέρα των τεχνικών που αφορούν τη διαμόρφωση της δομής του ΤΝΔ, την εύρεση των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων, την επιτυχή λήξη του μοντέλου και της εύρεσης σφάλματος του συνόλου ελέγχου υπάρχουν και μερικά προβλήματα αριθμητικής προσέγγισης της μεθοδολογίας. Ένα από αυτά είναι το φαινόμενο του *κορεσμού* στη συνάρτηση ενεργοποίησης του ΤΝΔ. Δηλαδή αν χρησιμοποιήσουμε τη σιγμοειδή υπερβολική εφαπτομένη, τότε το πεδίο τιμών  $[-1,1]$ , ενώ το σύνολο ορισμού όλοι οι πραγματικοί. Όμως αν πραγματοποιήσουμε τη αντίστοιχη γραφική παράσταση, τότε πέρα από την περιοχή τιμών  $[-1,1]$  για τη μεταβλητή εισόδου παρατηρείται έντονο μη γραμμική συμπεριφορά. Ειδικά πάνω από την τιμή 5 ή για τιμές μικρότερες του  $-5$  προκύπτει ουσιαστικά η έξοδος της συνάρτησης ενεργοποίησης να είναι 1 ή  $-1$  αντίστοιχα.



Σχήμα 5.2-1: Γραφική παράσταση υπερβολικής εφαπτομένης -φαινόμενο κορεσμού

Λύση στο παραπάνω πρόβλημα αποτελεί η κανονικοποίηση τιμών των μεταβλητών εισόδου, δηλαδή η μεταβλητή εισόδου μετασχηματίζεται, ώστε να λαμβάνει τιμές από  $a$  ως  $b$ , π.χ. για την περίπτωση της σιγμοειδούς συνάρτησης από  $-1$  ως  $1$ . Αυτό πραγματοποιείται πολύ απλά ως εξής:

♦ Εύρεση ή ορισμός του ελαχίστου  $x_{\min}$  και του μεγίστου  $x_{\max}$  των τιμών της μεταβλητής εισόδου. Ο ορισμός ίσως είναι απαραίτητος στην περίπτωση ενός φυσικού μεγέθους, όπου στο σύνολο εκπαίδευσης του ΤΝΔ δεν παρουσιάζονται οι ακραίες τιμές του.

♦ Μετασχηματισμός των τιμών εισόδου  $x$  στις νέες κανονικοποιημένες τιμές  $\hat{x}$  σύμφωνα με τη σχέση:

$$\hat{x} = a + \frac{b - a}{x_{\max} - x_{\min}} \cdot (x - x_{\min}) \quad (5.2-3)$$

♦ Πραγματοποίηση όλων των διαδικασιών εκπαίδευσης ελέγχου κτλ. για το ΤΝΔ.

♦ Αντίστροφος μετασχηματισμός των κανονικοποιημένων τιμών εισόδου  $\hat{x}$  στις αρχικές τιμές εισόδου  $x$  σύμφωνα με τη σχέση:

$$x = x_{\min} + \frac{x_{\max} - x_{\min}}{b - a} \cdot (\hat{x} - a) \quad (5.2-4)$$

Με αυτήν την απλή διαδικασία αποφεύγουμε το πρόβλημα κορεσμού των τιμών εξόδου της συνάρτησης ενεργοποίησης.

Άλλα προβλήματα της μορφής κατάλληλης επιλογής αρχικών τιμών βαρών ή ρύθμισης παραμέτρων ορμής και μάθησης, γίνεται με τυχαίο τρόπο ή με βάση την εμπειρία του προγραμματιστή-χειριστή του ΤΝΔ, επηρεαζόμενος κάθε φορά από το πρόβλημα που αντιμετωπίζει με τη μεθοδολογία της δοκιμής και διόρθωσης σφάλματος (try and error).

### 5.3 Ανταγωνιστική Μάθηση

Εκτός από τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα μάθησης με επίβλεψη, έχουν αναπτυχθεί σημαντικά μοντέλα νευρωνικών δικτύων κατάλληλα για μάθηση χωρίς επίβλεψη.

Στην περίπτωση της μάθησης χωρίς επίβλεψη (unsupervised learning) έχουμε στη διάθεση μας μόνο το σύνολο των δεδομένων εισόδου  $\vec{x}^i$  και δεν υπάρχει διαθέσιμο κάποιο επιθυμητό διάνυσμα εξόδου  $\vec{y}^i$ , όπως συμβαίνει στην περίπτωση της μάθησης με επίβλεψη. Σκοπός της μάθησης δεν είναι πλέον η υλοποίηση κάποιας απεικόνισης από τα δεδομένα εισόδου στα δεδομένα εξόδου, αλλά η αυτοοργάνωση και η ανακάλυψη διάφορων χαρακτηριστικών ιδιοτήτων των δεδομένων  $\vec{x}^i$ . Χαρακτηριστικά προβλήματα που εμπίπτουν στην κατηγορία της μάθησης χωρίς επίβλεψη είναι:

- Ομαδοποίηση (clustering)
- Ανάλυση βασικών συνιστωσών (Principal component analysis)
- Μείωση της διάστασης των δεδομένων (προβολή τους σε χώρο μικρότερης διάστασης από τον αρχικό).

Για όλες τις παραπάνω κατηγορίες προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί μοντέλα νευρωνικών δικτύων και αντίστοιχες τεχνικές εκπαίδευσης. Για παράδειγμα στην περίπτωση της ανάλυσης βασικών συνιστωσών έχουν αναπτυχθεί τεχνικές βασισμένες στη μάθηση *Hebb* (Hebbian learning). Αρχικά θα επικεντρωθούμε σε μια άλλη πολύ σημαντική κατηγορία μάθησης, η οποία χρησιμοποιείται σε προβλήματα μάθησης χωρίς επίβλεψη και η οποία ονομάζεται ανταγωνιστική μάθηση (competitive learning).

Η ανταγωνιστική μάθηση υλοποιείται με τη χρήση ενός επιπέδου από «ανταγωνιστικούς» νευρώνες, το οποίο ονομάζεται ανταγωνιστικό επίπεδο (competitive layer). Στην περίπτωση της ανταγωνιστικής μάθησης κάθε φορά που εμφανίζεται κάποιο διάνυσμα εισόδου στο ανταγωνιστικό επίπεδο, έχουμε «ανταγωνισμό» με βάση κάποιο κριτήριο επίδοσης μεταξύ των νευρώνων του ανταγωνιστικού επιπέδου για το ποιος θα βγει νικητής για το συγκεκριμένο πρότυπο. Ο νικητής νευρώνας είναι αυτός που συνήθως μεταβάλλει τις τιμές των βαρών του περισσότερο σε σχέση με τους υπόλοιπους νευρώνες. Με τον τρόπο αυτό έχει βρεθεί ότι επιτυγχάνεται αυτοοργάνωση (self-organization) και συγκεκριμένοι νευρώνες μαθαίνουν να ανταποκρίνονται σε συγκεκριμένα ερεθίσματα -διανύσματα εισόδου. Το κριτήριο που χρησιμοποιείται συχνά για την εύρεση του νικητή νευρώνα είναι η απόσταση -συνήθως ευκλείδεια- του διανύσματος εισόδου  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$  από το διάνυσμα των βαρών  $\vec{w}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{id})^T$  κάθε νευρώνα  $i$ . Ο νικητής νευρώνας  $j$  είναι αυτός με την μικρότερη απόσταση  $|\vec{x} - \vec{w}_j|$ . Η αυτοοργάνωση επιτυγχάνεται στη συνέχεια μετακινώντας το διάνυσμα βαρών του νικητή νευρώνα  $j$  προς το διάνυσμα εισόδου  $\vec{x}$ . Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται κάθε φορά για κάθε νέο διάνυσμα εισόδου που εμφανίζεται στο ανταγωνιστικό επίπεδο. Χαρακτηριστικά παραδείγματα δικτύων που βασίζονται στην ανταγωνιστική μάθηση είναι το δίκτυο *LVQ* και το δίκτυο *SOFM*.

Ειδικότερα οι τεχνικές ομαδοποίησης (clustering techniques) ανήκουν στην κατηγορία των τεχνικών μάθησης χωρίς επίβλεψη, δεδομένου ότι δεν λαμβάνουν υπόψη πληροφορία σχετική με την επιθυμητή έξοδο των διαθέσιμων προτύπων εκπαίδευσης. Σκοπός των τεχνικών ομαδοποίησης είναι η εύρεση ξεχωριστών ομάδων (clusters) στα δεδομένα, υπό την έννοια ότι τα δεδομένα της ίδιας ομάδας είναι «κοντά» μεταξύ τους σύμφωνα με κάποια νόρμα απόστασης και μακριά από τα δεδομένα των άλλων ομάδων. Η ομαδοποίηση παρέχει τη δυνατότητα μιας πιο συμπαγούς περιγραφής των δεδομένων κάθε ομάδας, όπως για παράδειγμα αντικατάσταση των δεδομένων μιας ομάδας από ένα αντιπρόσωπο τους – μέση τιμή, με αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση των προτύπων του συνόλου εκπαίδευσης.

Οι τεχνικές ομαδοποίησης έχουν μεγάλη αξία στην αναγνώριση προτύπων, διότι χρησιμοποιούνται για την προ-επεξεργασία των δεδομένων προτού αυτά χρησιμοποιηθούν από τους αλγόριθμους ταξινόμησης. Επιπλέον χρησιμοποιούνται για τον αυτόματο ορισμό των κατηγοριών ενός προβλήματος στην περίπτωση που οι κατηγορίες δεν είναι γνωστές, δεδομένου ότι σε πολλές περιπτώσεις προβλημάτων τα δεδομένα που αντιστοιχούν στην ίδια ομάδα ανήκουν και στην ίδια κατηγορία. Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η έννοια της ομάδας είναι αρκετά γενική και δεν αφορά μόνο την εύρεση ομάδων με -περίπου- σφαιρικό σχήμα, αλλά μπορεί να γενικευτεί και στην εύρεση ομάδων με διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Χαρακτηριστικό παράδειγμα η γραμμική ομαδοποίηση όπου τα δεδομένα κάθε ομάδας ανήκουν κατά προσέγγιση στην ίδια ευθεία ή στο ίδιο υπερεπίπεδο γενικότερα. Άλλο παράδειγμα είναι η εύρεση ομάδων σε μορφή δακτυλίου (ring-shaped). Παρότι και οι υπόλοιπες κατηγορίες παρουσιάζουν ενδιαφέρον, εδώ θα αναφερθούμε εισαγωγικά σε τεχνικές εύρεσης συμπαγών ομάδων από τα δεδομένα, που αποτελεί το πρόβλημα της σημειακής ομαδοποίησης (point clustering). Οι άλλες μορφές ομαδοποίησης είναι πιο δύσκολες ως προς την υλοποίησή τους και ξεφεύγουν από τα πλαίσια της εισαγωγής εννοιών της παρούσας εργασίας.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό που διαφοροποιεί μεταξύ τους τις τεχνικές ομαδοποίησης είναι το αν επιτρέπεται σε κάθε δεδομένο να συμμετέχει σε περισσότερες από μια ομάδες με κάποιο βαθμό συμμετοχής. Στην περίπτωση που αυτό επιτρέπεται έχουμε την ασαφή ομαδοποίηση (fuzzy clustering). Στην περίπτωση που κάθε δεδομένο αντιστοιχίζεται σε μία μόνο ομάδα έχουμε το πρόβλημα της σκληρής ομαδοποίησης (hard clustering). Τέλος, οι τεχνικές ομαδοποίησης διακρίνονται σε παραμετρικές και μη παραμετρικές. Στις μη παραμετρικές τεχνικές το αποτέλεσμα

της ομαδοποίησης είναι απλά ο καθορισμός των ομάδων και των δεδομένων που ανήκουν σε κάθε ομάδα, δηλαδή έχουμε ως αποτέλεσμα σύνολα με τα πρότυπα κάθε ομάδας. Αντίθετα στις παραμετρικές τεχνικές κάθε ομάδα περιγράφεται από κάποιο μοντέλο (ή αντιπρόσωπο) με παραμέτρους οι οποίες καθορίζονται κατά τη διαδικασία εύρεσης των ομάδων. Για παράδειγμα στην περίπτωση της σημειακής ομαδοποίησης, κάθε ομάδα περιγράφεται από ένα σημείο  $\vec{w}_i \in R^d$  που αντιστοιχεί στο κέντρο της ομάδας και του οποίου τις συντεταγμένες θέλουμε να καθορίσουμε χρησιμοποιώντας τις τεχνικές ομαδοποίησης. Στην περίπτωση που επιτευχθεί αυτό για την περιγραφή κάθε ομάδας, δεν χρειάζεται πλέον η απαρίθμηση των προτύπων που συμμετέχουν σε αυτήν, αλλά απλά οι συντεταγμένες του κέντρου  $\vec{w}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{id})^T$  της ομάδας.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε περιληπτικά σε τέσσερις τεχνικές ομαδοποίησης:

- κ-μέσων,
- διανυσματικού κβαντιστή,
- ασαφούς ομαδοποίησης,
- νευρωνικού δικτύου SOM.

### 5.3.1 Αλγόριθμος κ-μέσων

Έστω ότι έχουμε ένα σύνολο εκπαίδευσης που αποτελείται από  $N$  ζεύγη της μορφής  $[\vec{x}, \vec{d}]$ , όπου  $\vec{x}$  διάνυσμα εισόδου (πρότυπο) και  $\vec{d}$  το διάνυσμα των επιθυμητών εξόδων όταν εφαρμοσθεί σαν είσοδος το πρότυπο  $\vec{x}$ .

Ο αλγόριθμος κ-μέσων αποτελεί την πιο απλή μέθοδο παραμετρικής σημειακής ομαδοποίησης και είναι κατάλληλη για την εύρεση συμπαγών ομάδων. Κάθε ομάδα  $j$  παριστάνεται με ένα σημείο  $\vec{w}_j = (w_{j1} \ w_{j2} \ \dots \ w_{jd})^T$ , όπου  $d$  είναι η διάσταση του διανύσματος. Αν έχουμε  $N$  διανύσματα εισόδου -που αποτελούν και τα πρότυπα της εκπαίδευσης- και  $M$  ομάδες προτύπων, τότε ο αλγόριθμος θα ήταν ο ακόλουθος:

α. Κανονικοποίηση των τιμών εισόδου των στοιχείων των διανυσμάτων, ώστε οι τιμές να κυμαίνονται σε περιορισμένο εύρος.

β. Αρχικοποίηση των  $M$  κέντρων. Σ' αυτό το σημείο αναφέρονται διάφοροι τρόποι: να δοθούν τυχαίες τιμές σε κάθε βάρος  $\vec{w}_j^{(0)}$  μέσω της συνάρτησης τυχαίων αριθμών, να τοποθετηθούν με τυχαία επιλογή  $M$  διανύσματα από το σύνολο των  $N$  στα  $M$  κέντρα των βαρών, να δοθούν οι ίδιες τιμές σε όλα τα στοιχεία του κάθε βάρους, δηλαδή  $w_{ji}^{(0)} = a + b * (j-1)/(M-1)$  και να βρεθεί για κάθε θέση  $i$  του βάρους η μέγιστη  $b_i$  και η ελάχιστη τιμή  $a_i$  της αντίστοιχης θέσης των διανυσμάτων εισόδου, ώστε να αρχικοποιηθούν μέσω της σχέσης  $w_{ji}^{(0)} = a_i + (b_i - a_i) * (j-1)/(M-1)$  τα στοιχεία των διανυσμάτων όσο γίνεται πιο ομοιόμορφα.

γ. Για κάθε πρότυπο εκπαίδευσης  $\vec{x}_l$  υπολογίζονται οι αποστάσεις  $d(\vec{x}_l, \vec{w}_j)$  και ταξινομείται το διάνυσμα  $\vec{x}_l$  στην ομάδα  $\Omega_k^{(l)}$  με τη μικρότερη απόσταση, δηλαδή:  $d(\vec{x}_l, \vec{w}_k) = \min_j d(\vec{x}_l, \vec{w}_j)$ . Οι αποστάσεις μπορούν να είναι οι οποιοσδήποτε, αλλά συνήθως χρησιμοποιείται η ευκλείδεια.

δ. Στη συνέχεια για κάθε ομάδα υπολογίζονται τα νέα κέντρα μέσω τα σχέσης:

$$\vec{w}_j^{(t+1)} = \frac{1}{N_j^{(t)}} \sum_{\vec{x}_l \in \Omega_j^{(t)}} \vec{x}_l \quad (5.3-1)$$

όπου  $N_j$  είναι ο αριθμός των προτύπων που έχουν αποδοθεί στην ομάδα  $j$ .

ε. Στη συνέχεια αυξάνεται κατά ένα ο αριθμός των εποχών και γίνεται έλεγχος αν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ή αν ισχύει η σχέση  $|\bar{w}_j^{(t)} - \bar{w}_j^{(t+1)}| < \epsilon$  για κάθε  $j$ , δηλαδή δεν υπάρχει ουσιαστική αλλαγή των βαρών. Διαφορετικά επαναλαμβάνεται το βήμα  $\gamma$ .

Παράλληλα προτείνεται ο προσδιορισμός της συνάρτησης κόστους, που θα αποτελέσει και το κριτήριο σύγκρισης με τις άλλες μεθόδους νευρωνικών δικτύων, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$J(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_M) = \sum_{l=1}^N d(\bar{x}_l, \bar{w}_{k,l \in \Omega_k}) \quad (5.3-2)$$

Αποτελεί την απλούστερη μέθοδο, γενικά αρκετά γρήγορη στη σύγκλιση, αλλά με μειωμένες δυνατότητες ομαδοποίησης. Δίνει καλά αποτελέσματα, αν τα πρότυπα είναι αρκετά καλά διαχωρισμένα από τη φυσική τους πλευρά.

### 5.3.2 Αλγόριθμος του Εκπαιδευόμενου Διανυσματικού Κβαντιστή

Ο αλγόριθμος του εκπαιδευόμενου διανυσματικού κβαντιστή (Learning Vector Quantization) αποτελεί μία προσαρμοζόμενη παραλλαγή του αλγορίθμου κ-μέσων, κατά την οποία σε κάθε βήμα επιλέγεται ένα διάνυσμα εισόδου και προσαρμόζεται ανάλογα με το κέντρο της ομάδας  $j$  στην οποία ανατίθεται το πρότυπο. Ανήκει στους αλγορίθμους ανταγωνιστικής μάθησης αποτελώντας τον πιο απλό αλγόριθμο. Ουσιαστικά σε κάθε βήμα οι διάφορες ομάδες «ανταγωνίζονται» για την απόκτηση του προτύπου εκπαίδευσης που χρησιμοποιούμε στο συγκεκριμένο βήμα. Η ομάδα που κερδίζει στον ανταγωνισμό μετακινεί το κέντρο της προς την κατεύθυνση του προτύπου, ενώ οι υπόλοιπες μετακινούν τα κέντρα τους, είτε προς την κατεύθυνση του προτύπου, αλλά με μικρότερη ορμή, είτε προς την αντίθετη κατεύθυνση, είτε καθόλου. Η τελευταία περίπτωση αφορά τον αλγόριθμο του εκπαιδευόμενου διανυσματικού κβαντιστή για ομαδοποίηση, ενώ η προτελευταία αναφέρεται στην ταξινόμηση. Πρακτικά ο αλγόριθμος αυτός υλοποιείται με ένα νευρωνικό δίκτυο που αποτελείται από ένα ανταγωνιστικό επίπεδο με τόσους ανταγωνιστικούς νευρώνες, όσες είναι και οι ομάδες, όπου κάθε νευρώνας  $j$  παριστάνεται από το διάνυσμα  $\bar{w}_j = (w_{j1} \ w_{j2} \ \dots \ w_{jd})^T$ .

Ο αλγόριθμος του εκπαιδευόμενου διανυσματικού κβαντιστή για ομαδοποίηση μπορεί να υλοποιηθεί με οποιοδήποτε είδος απόστασης. Συγκεκριμένα μετακινεί το κέντρο της ομάδας που βγαίνει νικήτρια στον «ανταγωνισμό» για κάποιο πρότυπο, εφόσον η απόσταση του κέντρου της είναι ελάχιστη σε σχέση με των υπόλοιπων ομάδων. Ειδικότερα τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

- α. Κανονικοποίηση των τιμών εισόδου των στοιχείων των διανυσμάτων.
- β. Καθορισμός του αριθμού των  $M$  κέντρων – ανταγωνιστικών νευρώνων και αρχικοποίησή τους. Ως προς την αρχικοποίηση ισχύουν τα όσα αναφέρθηκαν στην κ-μέσων.
- γ. Αρχικοποίηση του ρυθμού μάθησης  $\eta$ . Προτείνεται η εφαρμογή της σχέσης :

$$\eta = \eta_s + \eta_0 * e^{-t/T} \quad (5.3-3)$$

όπου  $t$  οι εποχές, δηλαδή η ακολουθία εμφανίσεων όλων των διανυσμάτων στο νευρωνικό δίκτυο από μία φορά,  $\eta_s$  ο όρος που δεν θα επιτρέψει στον ρυθμό μάθησης να μειωθεί κάτω από μία συγκεκριμένη τιμή,  $\eta_0$  ο όρος του μεταβλητού μέρους του ρυθμού, ώστε κατά την έναρξη της μεθόδου να έχει ο ρυθμός υψηλή τιμή για να επιταχύνει τη σύγκλιση και  $T$  η αντίστοιχη χρονική σταθερά του, μέσω της οποίας πετυχαίνει τη σταδιακή μείωση του ρυθμού.

- δ. Για κάθε εποχή πραγματοποιούνται τα ακόλουθα:

- i. Τυχαία επιλογή ενός προτύπου εκπαίδευσης  $\bar{x}_l$  -πρακτικά παρουσιάζονται τα πρότυπα διαδοχικά με την ίδια σειρά σε κάθε εποχή ή με τυχαία επιλογή.
- ii. Εύρεση του νικητή νευρώνα  $k$  υπολογίζοντας τις αποστάσεις  $d(\bar{x}_l, \bar{w}_j)$  και επιλέγοντας την ομάδα εκείνη το κέντρο της οποίας έχει τη μικρότερη ευκλείδεια απόσταση από το διάνυσμα  $\bar{x}_l$ .
- iii. Υπολογισμός του νέου διανύσματος βαρών του νευρώνα  $k$ , δηλαδή της νέας θέσης  $\bar{w}_k^{(t)}$  για το κέντρο της νικήτριας ομάδας  $k$  μέσω της σχέσης:

$$\bar{w}_j^{(t+1)} = \bar{w}_j^{(t)} + \eta \cdot (\bar{x}^i - \bar{w}_j^{(t)}) \quad (5.3-3)$$

που εφαρμόζεται για κάθε  $j=1, \dots, d$ . Τα βάρη των υπόλοιπων νευρώνων παραμένουν σταθερά για την περίπτωση της τεχνικής ομαδοποίησης. Στην περίπτωση όμως της τεχνικής  $LVQ$  για ταξινόμηση, τότε το κέντρο απομακρύνεται από το πρότυπο κατά:

$$\bar{w}_j^{(t+1)} = \bar{w}_j^{(t)} - \eta \cdot (\bar{x}^i - \bar{w}_j^{(t)}) \quad (5.3-4)$$

ε. Αφού ολοκληρωθεί η εποχή, αυξάνεται το πλήθος των εποχών κατά 1 και μεταβάλλεται σύμφωνα με τις σχέσεις του βήματος  $\gamma$  ο ρυθμός μάθησης. Στη συνέχεια γίνεται έλεγχος αν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ή αν ισχύει η σχέση  $|\bar{w}_j^{(t)} - \bar{w}_j^{(t+1)}| < \varepsilon$  για κάθε  $j$ , δηλαδή δεν υπάρχει ουσιαστική αλλαγή των βαρών. Διαφορετικά επαναλαμβάνουμε το βήμα δ.

Έναντι της κ-μέσων απαιτεί περισσότερο χρόνο για σύγκλιση και επίσης απαιτείται ο προσδιορισμός των παραμέτρων του ρυθμού μάθησης. Ωστόσο, εφόσον ρυθμιστούν σωστά βάρη κέντρων και οι ανωτέρω παράμετροι, δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

### 5.3.3 Αλγόριθμος της Ασαφούς Ομαδοποίησης

Οι αλγόριθμοι των κ-μέσων και του εκπαιδευόμενου διανυσματικού κβαντιστή θεωρούν ότι σε κάθε πρότυπο αντιστοιχίζεται αποκλειστικά μία ομάδα, δηλαδή είναι τεχνικές σκληρής ομαδοποίησης. Σε πολλές περιπτώσεις υπάρχει επικάλυψη μεταξύ των νεφών που αντιστοιχούν σε δύο ομάδες, με συνέπεια να μην οδηγούν σε ποιοτικά έγκυρα αποτελέσματα.

Για να υπάρξει μεγαλύτερη ευελιξία σχετικά με τη συμμετοχή των προτύπων στις ομάδες, αναπτύχθηκαν τεχνικές ασαφούς ομαδοποίησης, οι οποίες επιτρέπουν σε ένα πρότυπο εκπαίδευσης να ανήκει σε περισσότερες από μία ομάδες χρησιμοποιώντας την έννοια του βαθμού συμμετοχής. Ως βαθμός συμμετοχής  $u_{ij}$  ενός προτύπου  $\bar{x}_i$  σε μία ομάδα  $j$  ορίζεται ο αριθμός που δηλώνει το κατά πόσο το πρότυπο αυτό ανήκει στην ομάδα  $j$ . Οι τιμές που λαμβάνει είναι:  $0 \leq u_{ij} \leq 1$  και αν  $M$  είναι ο αριθμός των ομάδων για κάθε πρότυπο  $\bar{x}_i$ , τότε ισχύει ότι:

$$\sum_{j=1}^M u_{ij} = 1 \quad (5.3-5)$$

Ο αλγόριθμος της ασαφούς ομαδοποίησης μπορεί να υλοποιηθεί με οποιοδήποτε είδος απόστασης, αλλά βασικά εφαρμόζεται με χρήση της ευκλείδειας. Από τη μία πλευρά ο βαθμός συμμετοχής παρέχει μεγαλύτερη ευελιξία στην περιγραφή της κατανομής των προτύπων στις ομάδες, καθώς κάθε πρότυπο συμμετέχει δυνητικά σε οποιαδήποτε ομάδα. Από την άλλη πλευρά δεν επιτρέπεται ο βαθμός συμμετοχής να είναι υψηλός ταυτόχρονα σε πολλές ομάδες, καθώς το



άθροισμα των βαθμών συμμετοχής ενός προτύπου ως προς όλες τις ομάδες είναι σταθερό και ίσο με μονάδα. Συγχρόνως εύκολα μεταβαίνει κανείς και στη σκληρή ομαδοποίηση αντιστοιχίζοντας το κάθε πρότυπο στην ομάδα με το μεγαλύτερο βαθμό συμμετοχής. Σε κάθε περίπτωση όμως γίνεται πιο δύσκολη η τελική επεξεργασία των αποτελεσμάτων, αφού θα πρέπει να μελετηθεί η επίδραση κάθε προτύπου σε  $M$  ομάδες.

Ειδικότερα τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

- α. Κανονικοποίηση των τιμών εισόδου των στοιχείων των διανυσμάτων.
- β. Καθορισμός του αριθμού των  $M$  κέντρων-ανταγωνιστικών νευρώνων & αρχικοποίησή τους.
- γ. Για κάθε εποχή πραγματοποιούνται τα ακόλουθα:
  - i. Για τα  $N$  διανύσματα  $\vec{x}_l$  -δηλαδή για  $l=1, \dots, N$ - προσδιορίζονται οι βαθμοί συμμετοχής σε καθένα από τα  $M$  κέντρα -δηλαδή για  $j=1, \dots, M$ - μέσω της σχέσης:

$$u_{l,j}^{(t+1)} = \frac{1}{\sum_{k=1}^M d(\vec{x}_l, \vec{w}_k^{(t)})} \quad (5.3-6)$$

- ii. Για κάθε ένα κέντρο -δηλαδή για  $j=1, \dots, M$ - προσδιορίζουμε ένα νέο κέντρο βάρους, που δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{w}_j^{(t+1)} = \frac{\sum_{l=1}^N (u_{l,j}^{(t+1)})^q \vec{x}_l}{\sum_{l=1}^N (u_{l,j}^{(t+1)})^q} \quad (5.3-7)$$

Η παράμετρος  $q$  μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή μεγαλύτερη της μονάδος. Η τυπική τιμή για ευκλείδεια απόσταση είναι 2.

- δ. Αφού ολοκληρωθεί η εποχή, αυξάνεται το πλήθος των εποχών κατά 1 και γίνεται έλεγχος αν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ή αν ισχύει η σχέση  $|\vec{w}_j^{(t)} - \vec{w}_j^{(t+1)}| < \varepsilon$  για κάθε  $j$ , δηλαδή δεν υπάρχει ουσιαστική αλλαγή των βαρών. Διαφορετικά επαναλαμβάνουμε το βήμα γ.

### 5.3.4 Αλγόριθμος του Αυτό-οργανωμένου Χάρτη

Ο αλγόριθμος του αυτό-οργανωμένου χάρτη βασίζεται στην έννοια της ανταγωνιστικής μάθησης. Οι νευρώνες του ανταγωνιστικού επιπέδου του τεχνητού νευρωνικού δικτύου αγωνίζονται ανάμεσά τους για το ποιος θα επικρατήσει για κάποιο συγκεκριμένο πρότυπο εισόδου  $\vec{x}_l$ . Ειδικότερα οι νευρώνες τοποθετούνται στη θέση των κόμβων ενός πλέγματος μίας ή δύο διαστάσεων. Μπορεί να δημιουργηθούν και με περισσότερες διαστάσεις, αλλά δεν συνηθίζεται. Στα πλαίσια της ανταγωνιστικής μάθησης οι νευρώνες επιλέγουν ορισμένα πρότυπα εισόδου και ρυθμίζουν τα αντίστοιχα βάρη τους, με κύριο στόχο να διαταχθούν με τέτοιο τρόπο, ώστε η θέση τους στο πλέγμα να συσχετίζεται με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των προτύπων εισόδου δημιουργώντας ένα είδος τοπογραφικού χάρτη των τελευταίων. Εξαιτίας τούτου προέκυψε και ο όρος του αυτό-οργανωμένου χάρτη -Self Organizing Map.

Ο αυτό-οργανωμένος χάρτης προήλθε από τον νευρο-βιολογικό τρόπο λειτουργίας του φλοιού του εγκεφάλου. Συγκεκριμένα στηρίζεται στην αρχή ότι η χωρική θέση ενός νευρώνα εξόδου σε ένα τοπογραφικό χάρτη αντιστοιχεί σε έναν τομέα ή σε ένα χαρακτηριστικό των δεδομένων εισόδου. Οπότε μπορούν να σχηματιστούν δύο διαφορετικά μοντέλα απεικόνισης χαρακτηριστικών. Στο

πρώτο μοντέλο -κατά το *Willshaw*- διατάσσονται οι νευρώνες εξόδου σ' ένα πλέγμα δύο διαστάσεων εξασφαλίζοντας ένα σύνολο γειτόνων. Ειδικότερα υπάρχουν δύο ξεχωριστά δισδιάστατα πλέγματα νευρώνων που συνδέονται μεταξύ τους και το ένα προβάλλεται πάνω στο άλλο. Το ένα αποτελεί το πλέγμα εισόδου που έχει ένα διεγερτικό μηχανισμό μικρής εμβέλειας και ένα μηχανισμό αναστολής μεγάλης εμβέλειας και το άλλο είναι το πλέγμα εξόδου. Οι μηχανισμοί αυτοί είναι τοπικής εμβέλειας και επιτυγχάνουν οι νευρώνες του πλέγματος εξόδου να μη λειτουργούν ως «νικητής που τα παίρνει όλα», αλλά να ενεργοποιούνται λίγοι σε κάθε χρονική στιγμή. Παράλληλα για να μην υπάρξει ασύμμετρη αύξηση κάποιων βαρών που θα οδηγήσει σε αστάθεια το δίκτυο, υπάρχουν αντίστοιχοι περιορισμοί των βαρών μέσω ανώτατων ορίων. Επομένως κάποια βάρη του ίδιου νευρώνα αυξάνονται και κάποια άλλα μειώνονται. Με αυτόν τον τρόπο παράγεται μία τοπολογικά διατεταγμένη απεικόνιση ανάμεσα στην είσοδο και στην έξοδο των ίδιων διαστάσεων, εξηγώντας αρκετά ικανοποιητικά τη σύνδεση του αμφιβληστροειδή με το οπτικό τμήμα του φλοιού του εγκεφάλου αυτό αποτελεί μία από τις σημαντικότερες εφαρμογές του.

Το δεύτερο μοντέλο -που προτάθηκε από το *Kochonen*- δεν εξηγεί νευρο-βιολογικές λειτουργίες, αλλά ενσωματώνει τα βασικά χαρακτηριστικά των υπολογιστικών χαρτών του εγκεφάλου έχοντας τη δυνατότητα να διενεργεί συμπίεση των δεδομένων. Ουσιαστικά ανήκει στους αλγορίθμους του διανυσματικού κβαντιστή και παρέχει μία τοπολογική απεικόνιση που τοποθετεί με τον καλύτερο τρόπο ένα σταθερό αριθμό από διανύσματα σ' ένα χώρο μικρότερης διάστασης πραγματοποιώντας συμπίεση.

Στην παρούσα περίπτωση θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο του *Kochonen*, οπότε ο βασικός σκοπός του αυτό-οργανωμένου δικτύου είναι η απεικόνιση ενός προτύπου εισόδου διάστασης  $d$  σ' ένα διακριτό χάρτη μίας ή δύο διαστάσεων. Κάθε νευρώνας του πλέγματος συνδέεται πλήρως με όλους τους κόμβους του επιπέδου εισόδου.

Ο αλγόριθμος ξεκινά αρχικοποιώντας κατάλληλα τα βάρη του δικτύου που συνδέουν τους νευρώνες εισόδου με τους νευρώνες του χάρτη -είτε με τυχαίους αριθμούς, είτε με συγκεκριμένη διάταξη. Έπειτα ακολουθεί η φάση του *ανταγωνισμού*, όπου για κάθε πρότυπο εισόδου οι νευρώνες του πλέγματος υπολογίζουν την αντίστοιχη τιμή της συνάρτησης ανταγωνισμού των νευρώνων κερδίζοντας εκείνος ο νευρώνας με τη μεγαλύτερη τιμή. Στη συνέχεια υλοποιείται η φάση της *συνεργασίας*, όπου ο νευρώνας νικητής καθορίζει τη χωρική θέση μίας τοπολογικής γειτονιάς παρέχοντας τη βάση για τη συνεργασία μεταξύ των γειτονικών νευρώνων. Μετά ακολουθεί η φάση της *προσαρμογής των βαρών*, όπου ο μηχανισμός αυτός επιτρέπει στους νευρώνες που ανήκουν στη νικητήρια γειτονιά να προσαρμόσουν τις τιμές των βαρών τους, ώστε να ενισχυθεί η απόκριση του νευρώνα-νικητή σε μία επόμενη εφαρμογή ενός παρόμοιου προτύπου εκπαίδευσης.

Ειδικότερα τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

α. Κανονικοποίηση των τιμών εισόδου των στοιχείων των διανυσμάτων. Αν  $d$  είναι η διάσταση του διανύσματος εισόδου, τότε το πρότυπο  $l$  θα αναπαρασταθεί ως  $\vec{x}_l = (x_{l1} \ x_{l2} \ \dots \ x_{ld})^T$ , όπου  $l=1, \dots, n$  με  $n$  το πλήθος των διανυσμάτων εισόδου.

β. Καθορισμός της μορφής του πλέγματος και του αριθμού των  $M$  κέντρων – ανταγωνιστικών νευρώνων και αρχικοποίησή τους. Συγκεκριμένα το διάνυσμα βαρών οποιουδήποτε νευρώνα  $j$  του δικτύου είναι  $\vec{w}_j = (w_{j1} \ w_{j2} \ \dots \ w_{jd})^T$ , όπου  $j=1, \dots, N$  με  $N$  το συνολικό αριθμό νευρώνων του δικτύου. Κάθε νευρώνας τοποθετείται σε ένα πλέγμα  $k$ -διαστάσεων -συνήθως μίας ή δύο- προσδιορίζοντας ουσιαστικά το πλήθος  $M$  των νευρώνων. Στη συνέχεια γίνεται η αρχικοποίηση που συνήθως είναι η τυχαία τοποθέτηση ορισμένων διανυσμάτων στους νευρώνες.

γ. Επιλέγεται τυχαία ένα πρότυπο εισόδου και παρουσιάζεται ως είσοδος στο δίκτυο. Πρακτικά τα πρότυπα εισόδου εισέρχονται σειριακά στο δίκτυο.

δ. Για κάθε πρότυπο εισόδου πραγματοποιούνται τα ακόλουθα:

i. Εύρεση του νευρώνα με τη μικρότερη ευκλείδεια απόσταση από το πρότυπο εισόδου. Ο νευρώνας που ικανοποιεί αυτό το κριτήριο καλείται νευρώνας νικητής για το τρέχον πρότυπο. Η απόκριση του δικτύου είναι η θέση του νευρώνα και το διάνυσμα των βαρών.

ii. Διαδικασία συνεργασίας των νευρώνων. Συγκεκριμένα ο νικητής-νευρώνας προσδιορίζει το κέντρο της γειτονιάς των νευρώνων του πλέγματος που θα συνεργαστούν τείνοντας να επηρεάσει περισσότερο τους άμεσα μ' αυτόν συνδεδεμένους και λιγότερο τους πιο απομακρυσμένους από αυτόν νευρώνες. Παράλληλα λαμβάνοντας υπόψη ως τοπολογική γειτονιά μία περιοχή γύρω από τον νικητή  $i$ , η οποία φθίνει σταδιακά, και την απόσταση  $d_{ij}$  στο πλέγμα μεταξύ δύο νευρώνων  $i$  και  $j$  προσδιορίζεται η γειτονιά  $h_{ij}$  ως συνάρτηση της απόστασης  $d_{ij}$  έτσι, ώστε να είναι από τη μία μεριά συμμετρική γύρω από τον νικητή-νευρώνα για τον οποίο η απόσταση  $d_{ii}$  είναι μηδέν και από την άλλη το πλάτος της γειτονιάς να μειώνεται μονότονα, καθώς αυξάνεται η απόσταση  $d_{ij}$ . Στην παρούσα περίπτωση το  $h_{ij}$  δίνεται από τη σχέση:

$$h_{ij}(\bar{x}_i) = \exp\left(-\frac{d_{ij}^2}{2\sigma(n)^2}\right) \quad (5.3-8)$$

ικανοποιώντας τις προαναφερθείσες απαιτήσεις. Η ανωτέρω σχέση είναι ανεξάρτητη από τη θέση του νευρώνα νικητή και  $\sigma(n)$  είναι μία παράμετρος που εκφράζει το πλάτος της γειτονιάς επηρεάζοντας το βαθμό συμμετοχής στη διαδικασία εκπαίδευσης των γειτονικών νευρώνων. Μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και η ορθογώνια περιοχή, αλλά ποιοτικά η γειτονιά τύπου *Gauss* είναι «βιολογικά» καταλληλότερη και συντελεί σε ταχύτερη σύγκλιση. Η απόσταση  $d_{ij}$  σε μονοδιάστατο πλέγμα είναι  $|j-i|$ , ενώ σε δισδιάστατο  $d_{ij} = \|r_i - r_j\|$ , όπου  $r_i = (x_i, y_i)$  είναι η θέση του νευρώνα  $i$  στο πλέγμα του δικτύου.

Συγχρόνως το μέγεθος της γειτονιάς συρρικνώνεται με την πάροδο του χρόνου παριστάνοντας την παράμετρο  $\sigma(n)$  ως μία φθίνουσα εκθετική συνάρτηση των διακριτών τιμών χρόνου  $n$ :

$$\sigma(n) = \sigma_0 \cdot \exp\left(-\frac{n}{T_1}\right) \quad (5.3-9)$$

όπου  $\sigma_0$  είναι η αρχική τιμή του  $\sigma$ ,  $T_1$  είναι μία χρονική σταθερά και  $n=0,1,2,\dots$

iii. Διαδικασία αναπροσαρμογής των τιμών των βαρών όλων των νευρώνων. Η τελευταία έχει ως αποτέλεσμα τη μετακίνηση του διανύσματος των βαρών του νικητή και των γειτονικών του νευρώνων προς την κατεύθυνση του διανύσματος εισόδου  $\bar{x}_i$ . Συγκεκριμένα η τιμή του διανύσματος του βάρους διαμορφώνεται από τις σχέσεις:

$$\bar{w}_j(n+1) = \bar{w}_j(n) + \eta(n) \cdot h_{ij}(n) \cdot (\bar{x}_i - \bar{w}_j(n)) \quad (5.3-9)$$

$$\eta(n) = \eta_s + \eta_0 \cdot \exp\left(-\frac{n}{T_2}\right) \quad (5.3-10)$$

όπου  $\eta(n)$  είναι ο ρυθμός μάθησης,  $\eta_0$  το αρχικό μεταβλητό του μέρος,  $\eta_s$  το σταθερό μέρος του,  $T_2$  μία χρονική σταθερά. Με την πρώτη σχέση τα βάρη των συνδέσεων τείνουν να ακολουθήσουν την κατανομή των προτύπων εισόδου λόγω της διαδικασίας προσαρμογής γειτονικών νευρώνων, με συνέπεια να δημιουργείται μία τοπολογική διάταξη του χάρτη χαρακτηριστικών. Παράλληλα όμως μεταβάλλονται και ο ρυθμός μάθησης, ώστε με την πάροδο του χρόνου να μειώνεται εκθετικά για να επιτευχθεί η τελική σύγκλιση.

ε. Αφού ολοκληρωθεί η επανάληψη, αυξάνεται το πλήθος των επαναλήψεων κατά 1 και γίνεται έλεγχος αν έχει ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ή αν ισχύει η σχέση  $|\vec{w}_j^{(t)} - \vec{w}_j^{(t+1)}| < \varepsilon$  για κάθε  $j$ , δηλαδή δεν υπάρχει ουσιαστική αλλαγή των βαρών. Διαφορετικά επαναλαμβάνεται το βήμα γ. Ο έλεγχος ενεργοποιείται, εφόσον έχει ολοκληρωθεί ένας ελάχιστος αριθμός επαναλήψεων.

στ. Στο τέλος της διαδικασίας υπολογίζεται η συνάρτηση κόστους που προαναφέρθηκε στη μέθοδο των κ-μέσων, ώστε να είναι άμεση η σύγκριση μεταξύ των διαφόρων παραλλαγών και μεθόδων.

Σ' αυτό το σημείο σημειώνεται ότι, για να μεταβεί το νευρωνικό δίκτυο από μία κατάσταση ολικής αταξίας σε μία οργανωμένη αναπαράσταση των προτύπων εισόδου, πρέπει οι αρχικοί παράμετροι του αλγορίθμου να επιλεγούν ορθά. Άλλωστε η διαδικασία προσαρμογής των βαρών χωρίζεται σε δύο φάσεις: τη φάση αυτό-οργάνωσης και τη φάση σύγκλισης. Κατά την πρώτη διατάσσονται τοπολογικά τα διανύσματα βαρών. Η φάση αυτή συνήθως διαρκεί ως 1000 επαναλήψεις έχοντας προσδιορίζει τις αρχικές τιμές των παραμέτρων του ρυθμού μάθησης και του πλάτους γειτνίασης. Συγκεκριμένα προς εύρεση του καλύτερου συνδυασμού παραμέτρων για ένα συγκεκριμένο πλήθος νευρώνων και για κάθε δυνατή μορφή πλέγματος εκτελείται ο αλγόριθμος για ένα πλήθος συνδυασμών της αρχικής τιμής του ρυθμού μάθησης  $\eta_0$ , της χρονικής παραμέτρου  $T_2$  και της αρχικής τιμής του πλάτους γειτνιάς  $\sigma_0$ . Με αυτόν τον τρόπο συσχετίζεται άμεσα η γειτονιά που επηρεάζεται από το νευρώνα-νικητή σε σχέση με το πλήθος των ομάδων  $M$  και σε σχέση με την πλευρά του πλέγματος. Συγχρόνως προσδιορίζεται η χρονική παράμετρος  $T_1$  σύμφωνα με εμπειρικές σχέσεις, όπως:

$$T_1 = \frac{T_2}{\ln \sigma_0} \quad (5.3-11)$$

με συνέπεια το πλάτος της γειτνιάς να καταλήγει στην έκφραση:

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{n}{T_1}\right) \quad (5.3-12)$$

Στη φάση της σύγκλισης τελειοποιείται ο χάρτης χαρακτηριστικών παρέχοντας μία ακριβή στατιστική ανάλυση των προτύπων, όπου ο αριθμός των επαναλήψεων πρέπει να είναι τουλάχιστον 500 φορές επί τον αριθμό των νευρώνων του δικτύου. Ο ρυθμός μάθησης πρέπει να διατηρηθεί κοντά στο 0,001 με 0,01 που επιτυγχάνεται με τη βοήθεια του σταθερού μέρους του ρυθμού μάθησης. Συγχρόνως διαπιστώνεται ότι, πριν την εφαρμογή του ελέγχου, με βάση την προϋπάρχουσα εμπειρία θα πρέπει να έχουν εκτελεστεί τουλάχιστον  $T_1 + 500 * M$  επαναλήψεις, καθώς  $T_1$  προέρχονται από τη φάση διάταξης και οι υπόλοιπες από τη φάση σύγκλισης.

Από την παρουσίαση και μόνο του αλγορίθμου προκύπτει ότι είναι πολύ πιο πολύπλοκος από τους άλλους αλγορίθμους, πιο δύσκολος προγραμματιστικά με περισσότερες παραμέτρους προς ρύθμιση με μοναδικό πλεονέκτημα τη δισδιάστατη απεικόνιση των αποτελεσμάτων σε πλέγμα, που οι άλλες μέθοδοι δεν το διαθέτουν.

### 5.3.5 Πιθανές εφαρμογές στην εδαφομηχανική

Οι αλγόριθμοι ομαδοποίησης – ταξινόμησης, που παρουσιάστηκαν πιο πάνω, βρίσκουν εφαρμογή σε αντίστοιχα προβλήματα, όπως:

- κατηγοριοποιήσεις εδαφών ή βραχώμαζας ως προς τις ιδιότητές τους, ταξινομήσεις διαφόρων παραγόντων είτε πρόκειται για αριθμητικά μεγέθη, είτε για λεκτικά μέσω της ασαφούς λογικής,
- έλεγχος τυπικών μορφών στοιχείων προς εύρεση λανθασμένων μετρήσεων ή ανησυχητικών καταστάσεων κατά την εκτέλεση του έργου.

## 5.4 Αυτοσυσχετιστικές Μνήμες

Η ανάκληση ενός γεγονότος σε μία τυχαία χρονική στιγμή προκαλείται από τη συσχέτιση αυτού του γεγονότος με κάποιο ερέθισμα. Για παράδειγμα κάποιος αναφέρει ένα γεγονός και εμείς αμέσως ανακαλούμε στο μυαλό μας μία αλυσίδα από στιγμές ή εμπειρίες σχετικές με το συγκεκριμένο γεγονός. Μπορεί επίσης να δούμε μία εικόνα από ένα σπίτι που επισκεφτήκαμε σε μικρή ηλικία, και αυτή η εικόνα ανακαλεί στη μνήμη μας στιγμές εκείνης της περιόδου.

Σε μια πιο συνηθισμένη περίπτωση, αλλά της ίδιας κατηγορίας, τυχαίνει κάποιες φορές να καλούμαστε να αναγνωρίσουμε μερικώς κατεστραμμένα γράμματα ή να τα δούμε μέσα από ένα παράθυρο ενώ βρέχει -παρουσία θορύβου. Τα κοινό χαρακτηριστικό αυτών των παραδειγμάτων είναι το εξής: Υπάρχει μία συλλογή πληροφοριών η οποία είναι με κάποιο τρόπο διατεταγμένη, αλληλοσυσχετιζόμενη και αποθηκευμένη στη μνήμη. Τα δεδομένα αυτά μπορεί να θεωρηθεί ότι σχηματίζουν ένα αποθηκευμένο πρότυπο. Στην περίπτωση της αναγνώρισης χαρακτήρων, τα διάφορα τμήματα τους καθορίζονται από την κανονική παράσταση του γράμματος. Όταν παρουσιάζεται τμήμα του γράμματος, τότε ανακαλείται ή συσχετίζεται το υπόλοιπο αυτού. Δεν έχει σημασία ποιο τμήμα παρουσιάζεται για να ανακτηθεί ολόκληρο το πρότυπο.

Οι συμβατικοί υπολογιστές μπορούν να υλοποιήσουν μια τέτοια εργασία με πολύ περιορισμένο τρόπο. Το λογισμικό που συνήθως χρησιμοποιείται για αποθήκευση, αναζήτηση και ανάκτηση είναι οι βάσεις δεδομένων. Σε τέτοια προγράμματα η αναζήτηση γίνεται με τη χρήση ενός κλειδιού. Για παράδειγμα έχουμε έναν κατάλογο από βιβλία σε μία βιβλιοθήκη, όπου αποθηκεύουμε τους τίτλους, τα ονόματα των συγγραφέων και διάφορες άλλες παρόμοιες πληροφορίες. Η αναζήτηση σε έναν τέτοιο κατάλογο θα γίνει για ένα συγκεκριμένο πεδίο από αυτά που αναφέραμε και χρησιμοποιώντας ολόκληρο το όνομα-κλειδί που αναζητούμε. Αν υποθέσουμε όμως ότι γνωρίζουμε ένα τμήμα μονάχα του πραγματικού πεδίου της βάσης, π.χ. «Προσομ» αντί για «Προσομοίωση», τότε δεν υπάρχει τρόπος για μία τέτοια βάση δεδομένων να εκτελέσει αυτήν την αναζήτηση, διότι όχι μόνο δεν γνωρίζει σε ποιο πεδίο αντιστοιχεί, αλλά ούτε και σε ποια θέση του πεδίου να ψάξει. Οι πληροφορίες που η βάση απαιτεί είναι πολύ συγκεκριμένες σε αντίθεση με τα παραδείγματα μας όπου ανακαλούμε πρότυπα με ελλείψεις πληροφορίες.

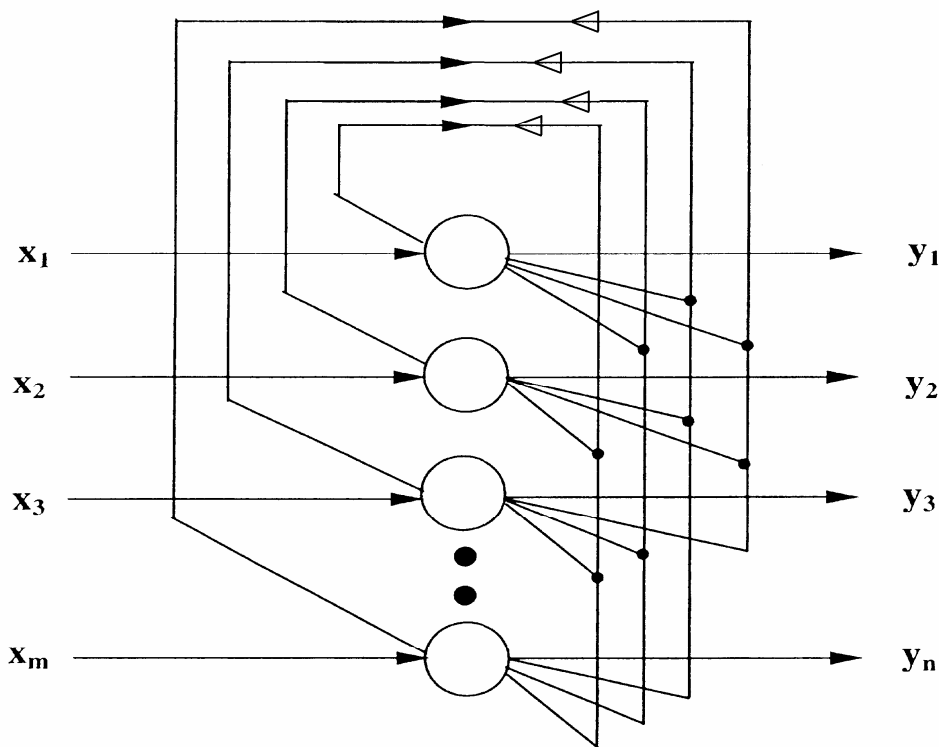
Το φυσικό ανάλογο της αυτό-συσχετιστικής μνήμης βρίσκεται στο παράδειγμα μίας σφαίρας εντός μίας κοιλότητας, όπου η σφαίρα θα ισορροπήσει τελικά στον πυθμένα, που αποτελεί το σημείο ευσταθούς ισορροπίας. Διαφορετικά θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι η σφαίρα καταλήγει σε εκείνο το σημείο, επειδή «θυμάται» που είναι ο πυθμένας. Αν χρησιμοποιήσουμε μια κυματοειδή επιφάνεια αντί για μία κοιλότητα, μπορούμε να αποθηκεύσουμε πολλές «μνήμες». Αν η σφαίρα ξεκινήσει από κάποιο τυχαίο σημείο, τότε θα καταλήξει στο πλησιέστερο τοπικό κοίλο - τοπικό ελάχιστο. Επομένως ανακαλεί το πλησιέστερο αποθηκευμένο πρότυπο. Αυτό το σημείο είναι και ένα τοπικό ελάχιστο της ενέργειας του συστήματος.

Υπάρχουν λοιπόν δύο αλληλένδετοι τρόποι αντιμετώπισης του θέματος. Σύμφωνα με τον πρώτο, λέμε ότι το σύστημα οδηγείται σε ένα ενεργειακό ελάχιστο, ενώ σύμφωνα με το δεύτερο, αποθηκεύουμε ένα σύνολο προτύπων και ανακαλούμε αυτό που βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχική θέση. Αν θελήσουμε να κατασκευάσουμε ένα δίκτυο που θα μιμείται αυτήν τη συμπεριφορά, τότε θα πρέπει να συμπεριλάβουμε τα παρακάτω σημεία-κλειδιά.

1. Το δίκτυο περιγράφεται πλήρως από ένα διάνυσμα κατάστασης  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ .
2. Υπάρχει ένα σύνολο ευσταθών καταστάσεων  $\vec{x}^1, \vec{x}^2, \dots, \vec{x}^m$ . Αυτές αντιστοιχούν στα αποθηκευμένα πρότυπα, τα οποία αποτελούν τα τοπικά ελάχιστα της κυματοειδούς επιφάνειας.
3. Το σύστημα ξεκινάει από μία τυχαία αρχική κατάσταση -ερέθισμα και καταλήγει σε μία από τις ευσταθείς καταστάσεις. Η διαδικασία αυτή συνοδεύεται από μείωση της ενέργειας  $E$  του συστήματος και αντιστοιχεί στην ανάκληση της μνήμης.

### 5.4.1 Το δίκτυο Hopfield

Η αυτοσυσχετιστική μνήμη υλοποιείται συνήθως μέσω ανατροφοδοτούμενων δικτύων, όπως είναι τα δίκτυα *Hopfield*, που μία μορφή του φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 5.4-1: Δίκτυο Hopfield

Κάθε κόμβος συνδέεται με όλους τους άλλους εκτός του εαυτού του με αμφίδρομες συνδέσεις και τα βάρη των συνδέσεων είναι *συμμετρικά*. Δηλαδή για δύο οποιουδήποτε κόμβους  $i$  και  $j$  τα βάρη είναι ίσα και προς τις δύο κατευθύνσεις ( $w_{ij} = w_{ji}$  &  $w_{ii} = 0$ ). Επιπλέον οι πολώσεις  $\theta_i$  θεωρούμε ότι είναι μηδενικές. Παρατηρείστε ότι η ροή της πληροφορίας δεν έχει μία μόνο κατεύθυνση, όπως συμβαίνει με τα πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης. Είναι πιθανό μία πληροφορία να επιστρέψει στον αρχικό κόμβο μέσω κάποιου άλλου. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται *ανάδραση* και τα δίκτυα *επαναληπτικά* ή *ανατροφοδοτούμενα* (recurrent).

Η κατάσταση του δικτύου οποιαδήποτε χρονική στιγμή δίνεται από το διάνυσμα των εξόδων των κόμβων. Υποθέστε τώρα ότι ξεκινάμε με κάποια αρχική κατάσταση και διαλέγουμε τυχαία με ίση πιθανότητα έναν οποιοδήποτε κόμβο του δικτύου τον οποίο και ενημερώνουμε. Δηλαδή υπολογίζουμε την ενεργοποίηση του κόμβου -εσωτερικό γινόμενο εισόδων επί βάρη συν πόλωση- και δίνουμε ως έξοδο «1» αν αυτό είναι μεγαλύτερο από μηδέν και «-1» διαφορετικά. Το δίκτυο τώρα βρίσκεται είτε στην ίδια κατάσταση από την οποία ξεκίνησε, είτε σε μία άλλη με απόσταση *Hamming 1* από την αρχική. Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για πολλά βήματα. Με τον τρόπο αυτό, για κάθε κατάσταση, δεδομένου του δικτύου -τιμές βαρών-, μπορούμε να υπολογίζουμε τις επόμενες.

Σε ένα τέτοιο δίκτυο μπορούν να αποθηκευτούν πρότυπα  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$  όπου  $x_i \in \{-1, 1\}$ . Τα πρότυπα αυτά αποθηκεύονται ως *καταστάσεις ευσταθείας-ισορροπίας* του δικτύου, με κατάλληλη επιλογή των τιμών των βαρών  $w_{ij}$ . Υπάρχουν δύο τρόποι λειτουργίας του δικτύου *Hopfield*:

σύγχρονη λειτουργία και ασύγχρονη λειτουργία. Και στους δύο τρόπους λειτουργίας η ενημέρωση ενός κόμβου  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$  γίνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$y_i(t+1) = \begin{cases} 1 & , \quad u_i(t) \geq 0 \\ -1 & , \quad u_i(t) < 0 \end{cases} \quad (5.4-1)$$

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot y_j(t) + \theta_i \quad (5.4-2)$$

Μια κατάσταση  $\vec{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t))^T$  αποτελεί κατάσταση ισορροπίας (ευστάθειας) ενός δικτύου *Hopfield*, όταν  $y_i(t+1) = y_i(t)$  για κάθε  $i = 1, \dots, n$ .

Η διαφορά της ασύγχρονης και της σύγχρονης λειτουργίας βρίσκεται στο γεγονός ότι στην πρώτη ενημερώνονται διαδοχικά όλοι οι κόμβοι με τυχαία επιλογή, ενώ στη δεύτερη ενημερώνονται ταυτόχρονα όλοι οι κόμβοι του δικτύου υπολογίζοντας συγχρόνως όλα τα  $u_i(t)$ . Με την πρώτη μέθοδο καταλήγουμε πάντα σε ευσταθή κατάσταση ισορροπίας, καθώς ελαχιστοποιείται η συνάρτηση ενέργειας, η οποία δεν μπορεί να μειώνεται διαρκώς. Από την άλλη η τεχνική της σύγχρονης ενημέρωσης δεν μπορεί να εγγυηθεί τη σύγκλιση του δικτύου σε κάποια κατάσταση ισορροπίας. Συγκεκριμένα αποδεικνύεται ότι το δίκτυο είτε θα καταλήξει σε κατάσταση ισορροπίας, είτε θα εμπλακεί σε κύκλο μήκους δύο, δηλαδή θα παλινδρομεί συνεχώς μεταξύ δύο καταστάσεων.

Ένα σημαντικό πρόβλημα στα δίκτυα *Hopfield* είναι η εύρεση των τιμών των βαρών γίνεται με βάση τον κανόνα του *Hebb*, που συνοψίζεται στη σχέση για την περίπτωση δύο κόμβων  $i$  και  $j$ :

$$w_{ij} = \sum_{p=1}^m x_i^p \cdot x_j^p \quad (5.4-3)$$

Αν κατά μέσο όρο οι τιμές είναι ίδιες, τότε το βάρος θα είναι πράγματι θετικό, ενώ αν είναι αντίθετες, τότε το βάρος θα παίρνει αρνητικές τιμές. Ο κανόνας αποθήκευσης *Hebb* προϋποθέτει ότι είναι γνωστά εκ των προτέρων τα πρότυπα που θέλουμε να αποθηκεύσουμε. Στην περίπτωση που κάτι τέτοιο δεν ισχύει, τότε τα πρότυπα εκπαίδευσης εμφανίζονται σειριακά το ένα μετά το άλλο στο δίκτυο και γίνεται η αντίστοιχη ενημέρωση των βαρών.

Πόσο καλή είναι όμως η μέθοδος καθορισμού των βαρών, ώστε τα πρότυπα που θέλουμε να αποθηκεύσουμε να αποτελούν ευσταθείς καταστάσεις του δικτύου; Γενικά όσο αυξάνεται ο αριθμός  $m$  των προτύπων, τόσο μειώνεται η πιθανότητα για ακριβή αποθήκευση. Σε μία εμπειρική εργασία του ο *Hopfield* το 1982, έδειξε ότι για ένα δίκτυο με  $N$  κόμβους η χωρητικότητα -μέγιστος αριθμός προτύπων που μπορούν να αποθηκευτούν ως ευσταθείς καταστάσεις- είναι περίπου  $m = 0,15N$  στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ο κανόνας *Hebb* για αποθήκευση των προτύπων. Ο *McClelland* το 1987 έδειξε θεωρητικά ότι, στην περίπτωση που τα πρότυπα εκπαίδευσης είναι γραμμικώς ανεξάρτητα, η χωρητικότητα ενός διακριτού δικτύου *Hopfield* με  $N$  κόμβους είναι τάξης  $O(N/2 \cdot \log N)$ .

Άλλα αντίστοιχα ανατροφοδοούμενα δίκτυα είναι κατά *Elman*, *Jordan* κτλ, τα οποία είναι ακόμη πιο περίπλοκα.

Η όλη διαδικασία είναι δύσκολη να γίνει αντιληπτή λόγω της ανατροφοδότησης και χρειάζεται προσεκτικές ρυθμίσεις σε συντελεστές βαρών κτλ.. Για αυτό και δεν εφαρμόζονται πολύ συχνά.

#### 5.4.2 Πιθανές εφαρμογές στην εδαφομηχανική

Τα βασικά προβλήματα που θα μπορούσαν βρουν εφαρμογή τα δίκτυα αυτοσυσχετιστικής μνήμης, όπως το *Hopfield*, είναι:

- αξιοπιστίας, όπου για συγκεκριμένες καταστάσεις να αποφαινόμεθα αν είναι ασφαλείς ή όχι,
- συσχέτισης προτύπων ή αναγνώρισής τους, αφού δύνανται να αποθηκεύσουν τα πρότυπα εκπαίδευσης.

#### 5.5 Η Σύνδεση με τις Άλλες Μορφές Τεχνητής Νοημοσύνης

Με τα κεφάλαια που προηγήθηκαν παρουσιάσαμε:

- την ιδέα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων και τις αρχές τους -κεφάλαιο 2-,
- τον σχηματισμό των απλούστερων νευρωνικών δικτύων -κεφάλαιο 3-,
- τα πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης με τον αλγόριθμο οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος -κεφάλαιο 4-, που θα αποτελέσει και την εφαρμογή μας στο πρόβλημα των καθιζήσεων - μετακινήσεων λόγω κατασκευής σήραγγας που θα μελετήσουμε αργότερα, και
- άλλες μορφές νευρωνικών δικτύων -τρέχον κεφάλαιο-, όπου παρουσιάσαμε περιληπτικά παραλλαγές νευρωνικών δικτύων πρόσθιας τροφοδότησης, όπως τα δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης, νευρωνικά δίκτυα ανταγωνιστικής μάθησης και ανατροφοδοτούμενα. Με αυτά αναδείξαμε την πληθώρα δυνατών παραλλαγών που διαθέτουν τα ΤΝΔ για διάφορες εφαρμογές.

Για να κλείσουμε όμως τον κύκλο της τεχνητής νοημοσύνης στα επόμενα κεφάλαια θα παρουσιάσουμε περιληπτικά τα άλλα τρία μέρη της, δηλαδή την ασαφή λογική, τα δέντρα αποφάσεων και τους γενετικούς αλγορίθμους. Θα αναφερθούμε σ' αυτά και για τον λόγο ότι πολλές φορές σήμερα τα συναντάμε μαζί σε υβριδικά μοντέλα, όπως τα νευρο-ασαφή νευρωνικά δίκτυα, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα με βελτιστοποίηση παραμέτρων του με χρήση γενετικών αλγορίθμων κα.. Με αυτόν τον τρόπο θα έχουμε μία πιο ολοκληρωμένη γνωριμία με τις δυνατότητες της τεχνητής νοημοσύνης.



## Κεφάλαιο 6

### Βασικές Αρχές Ασαφούς Λογικής

#### 6.1 Πώς σχηματίστηκαν τα Ασαφή Σύνολα;

Η μαθηματική θεμελίωση της *ασαφούς λογικής* (fuzzy logic) βασίζεται στη θεωρία των *ασαφών συνόλων* (fuzzy set theory), η οποία μπορεί να θεωρηθεί σαν μια γενίκευση της κλασικής θεωρίας συνόλων.

Απαραίτητη προϋπόθεση για την εκμάθηση των εφαρμογών και των αρχών που διέπουν την ασαφή λογική είναι η γνώση των αρχών των ασαφών συνόλων.

Η *ασάφεια* (fuzziness) είναι μια ιδιότητα της γλώσσας. Η κύρια προέλευση της, είναι η αοριστία που υπάρχει στον ορισμό και στη χρήση συμβολών. Για παράδειγμα έστω ένα σύνολο από καρέκλες σε ένα δωμάτιο. Στη θεωρία συνόλων, το σύνολο από καρέκλες μπορεί να προσδιοριστεί δείχνοντας κάθε αντικείμενο στο δωμάτιο και κάνοντας την ερώτηση "Είναι αυτό μια καρέκλα ;". Στην κλασική θεωρία συνόλων μας επιτρέπεται να χρησιμοποιήσουμε μόνο δυο απαντήσεις : *Ναι* ή *Όχι*. Αν κωδικοποιήσουμε το ναι με "1" και το όχι με "0". Με τον τρόπο αυτό οι απαντήσεις μας θα βρίσκονται στο ζεύγος  $\{0,1\}$ . Εάν η απάντηση είναι "1" το στοιχείο ανήκει στο σύνολο, ενώ, αν η απάντηση είναι "0", δεν ανήκει. Στο τέλος, συλλέγουμε όλα τα αντικείμενα για τα οποία πήραμε την απάντηση "1" και βρίσκουμε το "σύνολο των καρεκλών σε ένα δωμάτιο". Αν υποθέσουμε τώρα ότι γίνεται η ερώτηση "Ποια αντικείμενα σε ένα δωμάτιο μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν καρέκλα ;". Και πάλι δείχνοντας κάθε αντικείμενο γίνεται η ερώτηση "μπορεί αυτό να χρησιμοποιηθεί σαν καρέκλα ;". Η απάντηση εδώ μπορεί επίσης, τεχνικά να περιοριστεί στο  $\{0,1\}$ . Ακόμα, το σύνολο από αντικείμενα σε ένα δωμάτιο τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν καρέκλα μπορεί να περιλαμβάνει όχι μόνο καρέκλες αλλά επίσης τραπέζια, κουτιά, τμήματα του πατώματος κ.λ.π. δηλαδή είναι ένα σύνολο όχι μονοσήμαντα ορισμένο. Όλα εξαρτώνται από το τι εννοούμε με τη λέξη χρήση. Λέξεις σαν τη «χρήση» έχουν διαφορετικές χροιές νοήματος και μπορούν να χρησιμοποιηθούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Το νόημα και η χρήση τους μπορεί να μεταβάλλεται από άνθρωπο σε άνθρωπο, ανά σκοπό και ανά περίπτωση. Αυτό εξαρτάται από τον ακριβή ορισμό μιας κατάστασης. Για τον λόγο αυτό θεωρούμε ότι το "σύνολο των αντικειμένων τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν καρέκλες", είναι ένα ασαφές σύνολο (fuzzy set), με την έννοια ότι μπορεί να μην υπάρχουν συγκεκριμένα καθορισμένα κριτήρια για να αποφασίσουμε τη συμμετοχή ενός αντικειμένου στο σύνολο. Αντικείμενα όπως τραπέζια, κιβώτια, τμήματα του πατώματος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν καρέκλες σε ένα βαθμό.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει τίποτα το ασαφές (fuzzy) σχετικά με τα ίδια τα υλικά αντικείμενα: καρέκλες, κιβώτια και τραπέζια είναι πραγματικά αντικείμενα. Η *ασάφεια* (fuzziness)

είναι ένα χαρακτηριστικό της αναπαράστασης τους σε ένα περιβάλλον συμβόλων και γενικά μια ιδιότητα των μοντέλων και της γλώσσας [F1,F8].

Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε σε μία ανασκόπηση μερικών ιδεών της κλασικής θεωρίας συνόλων. Τα κλασικά σύνολα είναι συγκεκριμένα ορισμένα σαν συλλογές διαφορετικών στοιχείων (αριθμών, συμβόλων, αντικείμενων κ.λ.π.) και για τον λόγο αυτό αποκαλούνται επίσης σύνολα διακεκριμένων και αριθμήσιμων στοιχείων ή “crisp sets”. Τα στοιχεία όλων των συνόλων που εξετάζουμε, ανήκουν σε ένα αμετάβλητο σταθερό σύνολο, που το ονομάζουμε *σύνολο αναφοράς* (universe of discourse). Το γεγονός είναι ότι στοιχεία ενός “crisp” συνόλου  $A$  είτε ανήκουν, είτε δεν ανήκουν στο  $A$ , μπορούν να παρασταθούν με τη χαρακτηριστική συνάρτηση του  $A$  που ορίζεται ως εξής:

$$X_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{iff } x \in A \\ 1 & \text{iff } x \notin A \end{cases} \quad (6.1-1)$$

όπου τα σύμβολα  $\in$  και  $\notin$  ορίζουν ότι το  $x$  ανήκει ή δεν ανήκει στο σύνολο  $A$  αντίστοιχα και το *iff* είναι μια συντομογραφία για το “εάν και μόνο εάν”. Το ζεύγος των αριθμών  $\{0,1\}$  ονομάζεται σύνολο τιμών. Ένας πιο συνηθισμένος τρόπος γραφής της σχέσης (6.1-1) είναι :

$$X_A(x): X \rightarrow \{0,1\} \quad (6.1-2)$$

Η τελευταία σχέση δίνει την ακόλουθη πληροφορία: υπάρχει μια συνάρτηση  $X_A(x)$  που απεικονίζει κάθε στοιχείο του συνόλου  $X$  (universe of discourse) σε ένα σύνολο  $\{0,1\}$ . Πρέπει να τονιστεί ότι η χαρακτηριστική συνάρτηση είναι ένας μηχανισμός για την απεικόνιση του συνόλου  $X$  στο σύνολο τιμών  $\{0,1\}$ . Σημαντικές λειτουργίες στα “crisp” σύνολα όπως η ένωση, η τομή είναι γνωστές από τα στοιχειώδη μαθηματικά.

Βασικά τα σύνολα είναι κατηγορίες. Το να ορίσουμε κατάλληλες κατηγορίες και να χρησιμοποιήσουμε λειτουργίες για να τις χειριστούμε είναι ο πρωταρχικός σκοπός της μοντελοποίησης και του υπολογισμού. Από την αναγνώριση εικόνας ως τη μέτρηση και τον έλεγχο η ιδέα της κατηγορίας ή του συνόλου είναι απαραίτητη στον καθορισμό των μεταβλητών, των παραμέτρων και των ορίων του συστήματος. Ο περιορισμός να έχουμε ένα διπλό βαθμό συμμετοχής ενός στοιχείου σε ένα σύνολο, δηλαδή ένα στοιχείο να ανήκει ή να μην ανήκει σε ένα σύνολο, είναι μία συνέπεια της επιθυμίας να βγάλουμε την περιγραφή του συστήματος από την πολυπλοκότητα που υπάρχει στην πραγματικότητα. Με τη σημερινή τεχνολογία υπολογιστών μπορούμε να αναπτύξουμε μοντέλα που εύκολα θα μπορούν να ρυθμίζονται στα χαρακτηριστικά ενός συστήματος και θα είναι προικισμένα με ιδιότητες αυτοπροσαρμογής [F2]. Σχηματίζονται αναπόφευκτα λιγότερο ακριβείς αναπαραστάσεις οι οποίες επιτρέπουν ευελιξία στο χειρισμό μεγεθών για τα οποία δεν υπάρχει καθορισμένη επεξεργασία. Τα μεγέθη αυτά πρέπει να παριστάνονται από εδώ και στο εξής με τη βοήθεια των ασαφών συνόλων.

## 6.2 Ασαφή Σύνολα

Σύμφωνα με την κλασική θεωρία συνόλων υπάρχει μια μάλλον αυστηρή έννοια της συμμετοχής ενός αντικείμενου σε ένα σύνολο, δηλαδή ένα στοιχείο ή θα ανήκει ή δεν θα ανήκει σε ένα σύνολο. Το 1965 ο Lotfi A. Zadeh παρουσίασε τα ασαφή σύνολα όπου είναι δυνατή μία πιο ευέλικτη έννοια της συμμετοχής [F3]. Στα ασαφή σύνολα περισσότεροι από δύο βαθμοί συμμετοχής είναι επιτρεπτοί. Ο βαθμός συμμετοχής (membership function) ενός στοιχείου σε ένα σύνολο περιγράφεται με έναν αριθμό μεταξύ του “0” και του “1”, δηλαδή έναν αριθμό στο διάστημα  $[0,1]$ .

Υπάρχει μια γενίκευση του συνόλου τιμών από το ζεύγος αριθμών  $\{0,1\}$  σε όλους τους αριθμούς που υπάρχουν στο διάστημα  $[0,1]$ . Επεκτείνοντας το σύνολο τιμών αλλάζει η φύση της χαρακτηριστικής συνάρτησης, που τώρα λέγεται *συνάρτηση συμμετοχής* (membership function) και συμβολίζεται με  $\mu_A(x)$ . Τώρα πλέον δεν έχουμε “crisp sets”, αλλά έχουμε ασαφή σύνολα. Από την στιγμή που το διάστημα  $[0,1]$  περιέχει μία απειρία αριθμών, μία απειρία βαθμών συμμετοχής είναι δυνατή. Εξετάζοντας τη σχέση (6.1-2) βρίσκουμε ότι η συνάρτηση συμμετοχής απεικονίζει κάθε στοιχείο του χώρου αναφοράς  $X$  (universe of discourse) στο διάστημα  $[0,1]$  και παριστάνεται αυτή η απεικόνιση με την παρακάτω σχέση :

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1] \tag{6.2-1}$$

Η σχέση (6.2-1) είναι μια γενίκευση της απεικόνισης που παριστάνεται στη σχέση (6.1-2). Η συνάρτηση συμμετοχής είναι ένα απλό με πολλές χρήσεις μαθηματικό εργαλείο για να ορίσουμε πιο ευέλικτα τη συμμετοχή ενός στοιχείου σε ένα σύνολο. Μια ερώτηση που συχνά γίνεται από ανθρώπους που ξεκινάνε την εκμάθηση των ασαφών συνόλων είναι : “πώς βρίσκονται οι συναρτήσεις συμμετοχής ;”. Οι συναρτήσεις συμμετοχής μπορούν να αναπαραστήσουν την υποκειμενική ιδέα μιας αόριστης έκφρασης. Για παράδειγμα αντικείμενα σε ένα δωμάτιο που μπορούν να λειτουργήσουν σαν καρέκλες, επιθυμητή απόδοση, ελάχιστη βελτίωση, μεγάλη βελτίωση είναι αόριστες εκφράσεις οι οποίες μπορούν να παρασταθούν με τη βοήθεια των συναρτήσεων συμμετοχής. Οι συναρτήσεις συμμετοχής μπορούν επίσης να υπολογιστούν με βάση τα στατιστικά δεδομένα.

Οι δύο πιο συχνά χρησιμοποιούμενοι τρόποι ορισμού των ασαφών συνόλων είναι οι εξής:

1. Εάν το  $X$  είναι ένας χώρος αναφοράς (universe of discourse) και το  $x$  είναι ένα στοιχείο του  $X$  τότε το ασαφές σύνολο  $A$  που ορίζεται στον  $X$  μπορεί να παρασταθεί με τη βοήθεια της παρακάτω σχέσης :

$$A = \{(x, \mu_A(x))\}, x \in X \tag{6.2-2}$$

όπου το  $\mu_A(x)$  είναι ο βαθμός συμμετοχής του στοιχείου  $x$  στο ασαφές σύνολο  $A$ . Κάθε ζευγάρι  $(x, \mu_A(x))$  είναι το ζεύγος στοιχείου, τιμής συνάρτησης συμμετοχής και ονομάζεται “singleton”. Στα “crisp” σύνολα, ένα “singleton” είναι το στοιχείο  $x$  από μόνο του. Στα ασαφή σύνολα ένα “singleton” αποτελείται από το στοιχείο  $x$  και το βαθμό συμμετοχής του  $\mu_A(x)$ . Για παράδειγμα, το ασαφές σύνολο των μικρών ακέραιων έστω  $A$ , που ορίζεται στο χώρο αναφοράς όλων των θετικών ακέραιων μπορεί να παρασταθεί με βάση τη σχέση (6.2-2) ως εξής :

$$A = \{ (1, 1.0), (2, 1.0), (3, 0.75), (4, 0.5), (5, 0.3), (6, 0.3), (7, 0.1), (8, 0.1) \}$$

Έτσι το τέταρτο “singleton” από αριστερά σημαίνει ότι το “4” ανήκει στο  $A$  με βαθμό 0.5.

2. Ένα singleton μπορεί επίσης να παρασταθεί σαν  $\mu_A(x)/x$ , δηλαδή βάζοντας πρώτα τον βαθμό συμμετοχής στη συνέχεια το σύμβολο “/” και τέλος το στοιχείο  $x$ . Τα στοιχεία που έχουν βαθμό συμμετοχής μηδέν σε ένα ασαφές σύνολο μπορούν να παραληφθούν. Ο χώρος αναφοράς του ασαφούς συνόλου  $A$  είναι το σύνολο των στοιχείων του τα οποία έχουν βαθμό συμμετοχής διαφορετικό από το μηδέν. Με βάση τα παραπάνω ένα ασαφές σύνολο μπορεί να θεωρηθεί σαν η ένωση όλων των “singleton”  $\mu_A(x)/x$  :

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) / x_i \tag{6.2-3}$$

Το σύμβολο του αθροίσματος στη σχέση (6.2-3) παριστάνει την ένωση όλων των “singleton”. Η σχέση (6.2-3) ισχύει στην περίπτωση που έχουμε ένα πεπερασμένο σύνολο αναφοράς για το  $A$ . Με τη βοήθεια αυτής της σχέσης το ασαφές σύνολο των μικρών ακέραιων μπορεί να γραφτεί ως εξής :

$$A = 1.0/1 + 1.0/2 + 0.75/3 + 0.5/4 + 0.3/5 + 0.3/6 + 0.1/7 + 0.1/8$$

Για ένα συνεχή χώρο αναφοράς η σχέση (6.2-3) γράφεται ως εξής :

$$A = \int_x \mu_A(x) / x \quad (6.2-4)$$

Το σύμβολο του ολοκληρώματος στην εξίσωση (6.2-4) παριστάνει την ένωση όλων των “singleton”. Για την κατανόηση των παραπάνω ορισμών δίνονται τα παρακάτω παραδείγματα: Έστω  $U$  είναι το διάστημα  $[0,100]$  με στοιχεία  $x$  που παριστάνουν την ηλικία. Τότε τα ασαφή σύνολα του χώρου αναφοράς  $U$  που χαρακτηρίζονται σαν «νέος» και «ηλικιωμένος» μπορούν να παρασταθούν σαν :

$$\text{νέος} = \int_0^{25} \frac{1}{x} + \int_{25}^{100} \left( 1 + \left( \frac{x-25}{5} \right)^2 \right)^{-1} / x \quad (6.2-5)$$

$$\text{ηλικιωμένος} = \int_{50}^{100} \left( 1 + \left( \frac{x-50}{5} \right)^2 \right)^{-1} / x \quad (6.2-6)$$

Αναφέρουμε ότι ο βαθμός συμμετοχής σε ένα ασαφές σύνολο μπορεί να είναι και ο ίδιος ένα ασαφές σύνολο. Για παράδειγμα εάν :

$$U = \text{Γιάννης} + \text{Γιώργος} + \text{Δημήτρης} + \text{Κώστας}$$

και το  $A$  είναι ένα ασαφές σύνολο που χαρακτηρίζεται σαν «η εργατικότητα», τότε θα έχουμε :

$$\text{εργατικότητα} = \text{μέτρια} / \text{Γιάννης} + \text{χαμηλή} / \text{Γιώργος} + \text{χαμηλή} / \text{Δημήτρης} + \text{υψηλή} / \text{Κώστας}$$

Σε αυτήν την αναπαράσταση οι βαθμοί συμμετοχής μέτρια, χαμηλή, υψηλή είναι ασαφή σύνολα του χώρου αναφοράς :

$$V = 0 + 0.1 + 0.2 + \dots + 0.9 + 1$$

και παριστάνονται ως εξής :

$$\text{χαμηλή} = 0.5/0.2 + 0.7/0.3 + 1/0.4 + 0.7/0.5 + 0.5/0.6$$

$$\text{μέτρια} = 0.5/0.4 + 0.7/0.5 + 1/0.6 + 0.7/0.7 + 0.5/0.8$$

$$\text{υψηλή} = 0.5/0.7 + 0.7/0.8 + 0.9/0.9 + 1/1$$

### 6.3 Βασικοί Όροι και Πράξεις

Πολλές λειτουργίες των ασαφών συνόλων όπως η ένωση και η τομή ορίζονται μέσω των τελεστών ελάχιστου " $\wedge$ " και μέγιστου " $\vee$ ". Ελάχιστος και μέγιστος ( $\min$  and  $\max$ ) είναι έννοιες ανάλογες του γινομένου και του αθροίσματος της άλγεβρας [F4-F6].

Καταρχήν, οι τελεστές  $\min$  και  $\max$  μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογίσουμε το μικρότερο και το μεγαλύτερο στοιχείο ενός χώρου αναφοράς. Για δυο στοιχεία  $\mu_1$  και  $\mu_2$  έχουμε :

$$\mu_1 \wedge \mu_2 = \min (\mu_1, \mu_2) \equiv \begin{cases} \mu_1, \text{ iff } \mu_1 < \mu_2 \\ \mu_2, \text{ iff } \mu_1 > \mu_2 \end{cases} \quad (6.3-1)$$

$$\mu_1 \vee \mu_2 = \max (\mu_1, \mu_2) \equiv \begin{cases} \mu_1, \text{ iff } \mu_1 > \mu_2 \\ \mu_2, \text{ iff } \mu_1 < \mu_2 \end{cases} \quad (6.3-1)$$

Στην πραγματικότητα υπάρχει μια αναλογία μεταξύ των τελεστών  $\min$  και  $\max$  και των πράξεων γινόμενο, άθροισμα. Έτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι τελεστές  $\min$  και  $\max$  με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιούμε το γινόμενο και το άθροισμα. Χρησιμοποιώντας αυτούς τους βασικούς τελεστές ορίζονται οι ακόλουθες βασικές λειτουργίες ή ιδιότητες ή ορισμοί των ασαφών συνόλων:

♦ *Κενό ασαφές σύνολο (Empty fuzzy set)* : Ένα ασαφές σύνολο  $A$  λέγεται κενό όταν η συνάρτηση συμμετοχής του είναι μηδέν για κάθε στοιχείο  $x$  που ανήκει στον χώρο αναφοράς  $X$  του  $A$ .

$$A \equiv 0, \text{ if } \mu_A(x) = 0, \quad \forall x \in X \quad (6.3-3)$$

♦ *Κανονικό ασαφές σύνολο (Normal fuzzy set)* : Ένα ασαφές σύνολο  $A$  λέγεται κανονικό, εάν υπάρχει τουλάχιστον ένα στοιχείο  $x_0$  στον χώρο αναφοράς  $X$  για το οποίο η συνάρτηση συμμετοχής είναι ένα.

$$A \equiv \text{normal}, \quad \exists x_0 \in X, \quad \mu_A(x) = 1 \quad (6.3-4)$$

Περισσότερα από ένα στοιχεία του χώρου αναφοράς  $X$  μπορεί να ικανοποιούν τη σχέση (6.3-4).

♦ *Ισότητα ασαφών συνόλων (Equality of fuzzy sets)* : Δυο ασαφή σύνολα είναι ίσα, εάν οι συναρτήσεις συμμετοχής τους είναι ίσες για κάθε στοιχείο  $x$  που ανήκει στον χώρο αναφοράς τους  $X$ .

$$A \equiv B, \text{ if } \mu_A(x) = \mu_B(x), \quad \forall x \in X \quad (6.3-5)$$

♦ *Ένωση δυο ασαφών συνόλων (Union of two fuzzy sets)* : Η ένωση δύο ασαφών συνόλων  $A$  και  $B$  που ορίζονται στον ίδιο χώρο αναφοράς  $X$  είναι ένα καινούριο ασαφές σύνολο  $A \cup B$ , που ορίζεται επίσης στο  $X$ , με συνάρτηση συμμετοχής, η οποία για κάθε  $x$  που ανήκει στο  $X$ , είναι μεγαλύτερη από τους βαθμούς συμμετοχής του  $x$  στο  $A$  και  $B$ .

$$A \cup B, \quad \forall x \in X \quad \mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (6.3-6)$$

Η ένωση δύο ασαφών συνόλων συνδέεται με τη λογική λειτουργία «ή» (“OR”) στην ασαφή λογική.

♦ *Τομή δυο ασαφών συνόλων (Intersection of fuzzy sets)*: Η τομή δυο ασαφών συνόλων  $A$  και  $B$  είναι ένα καινούριο ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής η οποία για κάθε  $x$  που ανήκει στο χώρο αναφοράς  $X$  είναι ο μικρότερος από τους βαθμούς συμμετοχής του  $x$  στα  $A$  και  $B$ .

$$A \cap B, \quad \forall x \in X \quad \mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (6.3-7)$$

Η τομή δυο ασαφών συνόλων συνδέεται με τη λογική λειτουργία «και» (“AND”).

♦ *Συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου (Complement of fuzzy set)*: Το συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου  $A$  είναι ένα καινούριο ασαφές σύνολο  $\bar{A}$  με συνάρτηση συμμετοχής, η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\forall x \in X \quad \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (6.3-8)$$

Η λειτουργία αυτή συνδέεται με τη λογική πράξη «όχι» (“NOT”).

♦ *Συστολή (Concentration)*: Η συστολή ενός ασαφούς συνόλου  $A$  το οποίο ορίζεται στον χώρο αναφοράς  $X$ , συμβολίζεται με  $CON(A)$  και είναι ένα καινούριο ασαφές σύνολο με συνάρτηση συμμετοχής που δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\forall x \in X \quad \mu_{CON(A)}(x) = (\mu_A(x))^2 \quad (6.3-9)$$

Η λειτουργία αυτή είναι ισοδύναμη με την τροποποίηση του ασαφούς συνόλου  $A$  με την έκφραση «πολύ» ή αλλιώς "very". Αναφερόμενοι στο παράδειγμα των νέων και ηλικιωμένων ανθρώπων μπορούμε να κατανοήσουμε την επίδραση της έκφρασης «πολύ» στο ασαφές σύνολο «ηλικιωμένων» ανθρώπων. Αν στη σχέση (6.2-6) εφαρμόσουμε τον όρο «πολύ» στο ασαφές σύνολο «ηλικιωμένοι άνθρωποι» θα προκύψει το ασαφές σύνολο «πολύ ηλικιωμένοι» που περιγράφεται από την παρακάτω σχέση :

$$\text{πολύ ηλικιωμένος} = \int_{50}^{100} \left( 1 + \left( \frac{x-50}{5} \right)^2 \right)^{-2} / x \quad (6.3-10)$$

Ο τελεστής «πολύ» μπορεί να κάνει πράξη ακόμα και με τον εαυτό του:

$$\text{πολύ (πολύ ηλικιωμένος)} = (\text{πολύ ηλικιωμένος})^2 = \int_{50}^{100} \left( 1 + \left( \frac{x-50}{5} \right)^2 \right)^{-4} / x \quad (6.3-11)$$

♦ *Διαστολή ενός ασαφούς συνόλου (Dilation)*: Η διαστολή ενός ασαφούς συνόλου  $A$ , συμβολίζεται με  $DIL(A)$ , και παράγει ένα καινούριο ασαφές σύνολο στον χώρο αναφοράς  $X$  με συνάρτηση συμμετοχής που δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\forall x \in X \quad \mu_{DIL(A)}(x) = \sqrt{\mu_A(x)} \quad (6.3-12)$$

Οι λειτουργίες «διαστολή» και «συστολή» είναι λειτουργίες με αντίστροφα αποτελέσματα. Συστέλλοντας ένα ασαφές σύνολο μειώνουμε την ασάφεια του, ενώ διαστέλλοντας το αυξάνουμε την ασάφεια. Η λειτουργία «διαστολή» αντιστοιχεί στην εκφραστική τροποποίηση του νοήματος ενός ασαφούς συνόλου με τον όρο «περισσότερο ή λιγότερο» ("more or less").

♦ *Ασαφοποίηση (Fuzzification)*: Η πράξη αυτή χρησιμοποιείται για να μετατρέψει ένα διακεκριμένο σύνολο στοιχείων ή αλλιώς ένα “crisp” σύνολο σε ασαφές σύνολο. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί απλώς για να αυξήσει την ασάφεια ενός ασαφούς συνόλου. Για την ασαφικοποίηση χρησιμοποιούμε μια *συνάρτηση ασαφοποίησης F (fuzzyfier function F)* η οποία ελέγχει την ποσότητα της ασάφειας σε ένα σύνολο. Παραδείγματος χάρη έστω το ασαφές σύνολο  $A$ , το οποίο περιγράφει μεγάλους αριθμούς. Μπορούμε υποκειμενικά να ορίσουμε το  $A$  μέσω της συνάρτησης συμμετοχής:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{F_2}\right)^{-F_1}} \tag{6.3-13}$$

όπου το  $x$  είναι κάθε θετικός πραγματικός αριθμός.

Η συνάρτηση συμμετοχής της παραπάνω ενδεικτικής σχέσης έχει δυο παραμέτρους, έναν εκθετικό συντελεστή ασαφοποίησης (fuzzyfier)  $F_1$  και έναν δεύτερο σε ρόλο διαιρέτη  $F_2$ . Μέσω αυτών το ασαφές σύνολο  $A = \{\text{μεγάλοι αριθμοί}\}$  μπορεί να γραφτεί σαν :

$$A = \int_x \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{F_2}\right)^{-F_1}} / x \tag{6.3-14}$$

Η λειτουργία της ασαφοποίησης μπορεί να υλοποιηθεί πιο συστηματικά συνδέοντας μία συνάρτηση ασαφοποίησης  $F$  με μία άλλη συνάρτηση που ονομάζεται *ασαφής πυρήνας (fuzzy kernel)  $k(x)$* , η οποία είναι το ασαφές σύνολο που προκύπτει από την εφαρμογή του  $F$  στο “singleton”  $x$ . Αυτό γίνεται συχνά στις εφαρμογές ελέγχου όπου η είσοδος σε έναν έλεγχο πραγματικού χρόνου “on-line” ενός συστήματος έρχεται από αισθητήρες και για τον λόγο αυτόν είναι “crisp”, συνήθως ένας πραγματικός αριθμός. Για να χρησιμοποιήσουμε την είσοδο αυτή σε έναν ασαφή αλγόριθμο ελέγχου του συστήματος, πρέπει να μετατρέψουμε τον “crisp” αριθμό σε ένα ασαφές σύνολο, ένα βήμα το οποίο λέγεται ασαφοποίηση. Το αποτέλεσμα της εφαρμογής του  $k$  στο ασαφές σύνολο  $A$  προκύπτει από τη σχέση:

$$F(A;K) = \int_x \mu_A(x) \cdot \mu_{K(x)}(x) / x \tag{6.3-15}$$

όπου το  $F(A;K)$  είναι ένα ασαφές σύνολο, το οποίο προκύπτει από την αλλαγή της *ασάφειας (fuzziness)* του  $A$  σύμφωνα με το  $K$ . Ο ασαφής πυρήνας  $K(x)$  λειτουργεί σαν μάσκα, η οποία δίνει ένα βαθμό συμμετοχής σε κάθε στοιχείο  $x$  ενός χώρου αναφοράς και με τον τρόπο αυτό παράγει ένα ασαφές σύνολο.

Για την κατανόηση της λειτουργίας της ασαφοποίησης θα εξετάσουμε το ακόλουθο παράδειγμα. Έστω ο χώρος αναφοράς:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

και ο ασαφής πυρήνας  $K(x)$ , ο οποίος κεντράρει ένα ασαφές σύνολο γύρω από τη σχέση:

$$k(5) = 0.33/3 + 0.67/4 + 1.0/5 + 0.67/6 + 0.33/7$$

με όλα τα άλλα στοιχεία του χώρου αναφοράς να έχουν μηδέν βαθμό συμμετοχής.

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε την τιμή 3 - η οποία είναι μια συγκεκριμένη μέτρηση σε μια καθορισμένη στιγμή- και τη γράφουμε ως ένα "singleton":

$$A = \mu_A(3)/3 = 1.0/3$$

Μετατρέπουμε το  $A$  σε ασαφές σύνολο χρησιμοποιώντας τη σχέση (6.3-15) ως εξής:

$$F(A;K) = \int_X \mu_A(x) \cdot \mu_{K(x)}(x) / x = \int_X [\mu_A(3) \cdot \mu_{K(5)}(x)] / x = 0.33/1 + 0.67/2 + 1.0/3 + 0.67/4 + 0.33/5$$

που έχει σαν αποτέλεσμα τη μετατόπιση του ασαφούς πυρήνα έτσι, ώστε η κορυφή του να πέσει στο "singleton" με τιμή "3". Διαφορετικά το αποτέλεσμα της εφαρμογής της σχέσης (6.3-15) είναι η κάλυψη της διακεκριμένης τιμής "3" που λήφθηκε από τη μετρητική διάταξη με το ασαφές σύνολο  $K(5)$  του οποίου μετατοπίστηκε η κορυφή από το "5" στο "3".

Πιο πάνω δώσαμε τους βασικούς όρους και τις βασικές πράξεις που διέπουν μαθηματικά την ασαφή λογική.

## 6.4 Ασαφείς Σχέσεις

Η ασαφής λογική αναπτύσσεται με τη βοήθεια των ακόλουθων ασαφών σχέσεων:

♦ *Ασαφής σχέση από το σύνολο  $X$  στο  $Y$ :* Μια ασαφής σχέση από το σύνολο  $X$  στο σύνολο  $Y$  είναι ένα ασαφές υποσύνολο του καρτεσιανού γινομένου  $X \times Y$ , όπου  $X \times Y$  είναι η συλλογή διατεταγμένων ζευγών  $(x, y)$  με  $x \in X, y \in Y$  και τα  $X, Y$  είναι οι χώροι αναφοράς των ασαφών συνόλων  $A$  και  $B$  αντίστοιχα. Το ασαφές σύνολο  $R$  χαρακτηρίζεται από μια συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_R(x,y)$  και εκφράζεται από τη σχέση:

$$R = \int_{X \times Y} \mu_R(x,y) / (x,y) \quad (6.4-1)$$

Για παράδειγμα εάν  $X = \{\text{Γιάννης}, \text{Κώστας}\}$  και  $Y = \{\text{Βαγγέλης}, \text{Χρήστος}\}$ , τότε η δυαδική ασαφής σχέση της ομοιότητας (*resemblance*) μεταξύ των μελών του  $X$  και  $Y$  μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned} \text{ομοιότητα} &= 0.8 / (\text{Γιάννης}, \text{Βαγγέλης}) + 0.6 / (\text{Γιάννης}, \text{Χρήστος}) \\ &+ 0.2 / (\text{Κώστας}, \text{Βαγγέλης}) + 0.9 / (\text{Κώστας}, \text{Χρήστος}) \end{aligned}$$

Εναλλακτικά αυτή η σχέση μπορεί να εκφραστεί με ένα πραγματικό πίνακα :

	<i>Βαγγέλης</i>	<i>Χρήστος</i>
<i>Γιάννης</i>	0.8	0.6
<i>Κώστας</i>	0.2	0.9

στον οποίο το  $(i, j)$ -ιοστό στοιχείο είναι η τιμή της  $\mu_R(x, y)$  για την  $i$ -ιοστή τιμή του  $x$  και την  $j$ -ιοστή τιμή του  $y$ .



♦ *Ασαφής Υποθετική Πρόταση (fuzzy conditional statement)*: Αποτελεί μία πιο γενική έννοια, η οποία παίζει σημαντικό ρόλο στην υλοποίηση συστημάτων ασαφής λογικής και παριστάνεται ως εξής :

$$\text{If } A \text{ then } B \text{ ή εναλλακτικά : } A \rightarrow B$$

όπου τα  $A$  και  $B$  είναι ασαφή σύνολα και όχι κανονικές μεταβλητές.

Για παράδειγμα:

$$\text{If } (x \text{ is large}) \text{ then } (y \text{ is small})$$

Βασικά οι προτάσεις αυτής της μορφής περιγράφουν μια σχέση μεταξύ δύο ασαφών μεταβλητών ορίζοντας την ασαφή υποθετική πρόταση.

♦ *Καρτεσιανό Γινόμενο δύο Ασαφών Συνόλων*: Εάν τα  $A, B$  είναι ασαφή σύνολα των  $X, Y$  αντίστοιχα, τότε το καρτεσιανό γινόμενο των  $A$  και  $B$  συμβολίζεται με  $A \times B$  και ορίζεται σαν:

$$A \times B \equiv \int_{X \times Y} \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) / (x, y) \tag{6.4-2}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι το  $A \times B$  είναι ασαφές σύνολο των διατεταγμένων ζευγαριών  $(x, y)$  όπου  $x \in X, y \in Y$  με το βαθμό συμμετοχής του  $(x, y)$  στο  $A \times B$  να δίνεται από τη  $\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ . Με τη βοήθεια των καρτεσιανών γινομένων μπορούμε να υλοποιήσουμε την ασαφή υποθετική πρόταση. Για παράδειγμα :

$$\text{If } A \text{ then } B \text{ else } C \equiv A \times B + (\neg A \times C) \tag{6.4-3}$$

όπου το  $+$  παριστάνει την ένωση των ασαφών σχέσεων  $A \times B$  και  $(\neg A \times C)$ .

♦ *Κανόνες Εξαγωγής Συμπεράσματος*: Στην ασαφή λογική υπάρχουν δύο σημαντικοί κανόνες εξαγωγής συμπεράσματος ο GMP (*Generalized modus ponens*) και ο GMT (*Generalized modus tollens*). Η βασική δομή τους φαίνεται παρακάτω:

GMP( <i>Generalized modus ponens</i> )	GMT( <i>Generalized modus tollens</i> )
Υπόθεση 1: $x \text{ is } A'$	Υπόθεση 1: $y \text{ is } B'$
Υπόθεση 2: $\text{if } x \text{ is } A \text{ then } y \text{ is } B$	Υπόθεση 2: $\text{if } x \text{ is } A \text{ then } y \text{ is } B$
Συνέπεια : $y \text{ is } B'$	Συνέπεια : $x \text{ is } A'$

Επίσης οι τελευταίοι συμπληρώνονται από τον κανόνα εξαγωγής συμπεράσματος με τη χρήση των τελεστών  $\min, \max$  (*min-max compositional Rule of Inference*) [F7]. Εάν το  $R$  είναι μια ασαφής σχέση στο  $X \times Y$  και  $x$  είναι ένα ασαφές σύνολο που ορίζεται στο χώρο αναφοράς  $X$ , τότε ο κανόνας εξαγωγής συμπεράσματος με τη χρήση ελαχίστου-μεγίστου εκτιμά ότι το ασαφές σύνολο  $y$  του  $Y$  που προκύπτει από το  $x$  δίνεται από την εξίσωση:

$$Y = x \circ R \tag{6.4-4}$$

όπου το  $x \circ R$  είναι η σύνθεση του  $x$  και του  $R$ .

Προς κατανόηση των προαναφερθέντων προχωράμε στο ακόλουθο παράδειγμα [F8]:

Έστω ότι έχουμε μια ασαφή σχέση  $R$ , η οποία ορίζεται από την παρακάτω πρόταση :

$$\text{If } x \text{ is small then } y \text{ is large else } y \text{ is not very large (ασαφής σχέση } R)$$

Το ερώτημα που τίθεται τώρα είναι ποια θα είναι η τιμή του  $y$ , εάν έχουμε την υπόθεση:

$$x \text{ is very small}$$

Έστω ο χώρος αναφοράς για τα fuzzy σύνολα "small" και "large":

$$U=1+2+3+4+5$$

Τα ασαφή σύνολα "small" και "large" δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις :

$$small = 1/1+0.8/2+0.6/3+0.4/4+0.2/5 \quad \& \quad large = 0.2/1+0.4/2+0.6/3+0.8/4+1/5$$

Μπορούμε να ορίσουμε την ασαφή σχέση  $R$  με την παρακάτω σχέση:

$$\text{If } (x \text{ is small}) \text{ then } (y \text{ is large}) \text{ els } (y \text{ is not very large}) \equiv small \times large + (\neg small \times \text{not very large})$$

Το ασαφές σύνολο "not very large" ορίζεται με την παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} \text{not very large} &= \neg(\text{very large}) = \neg(0.04/1+0.16/2+0.36/3+0.64/4+1/5) \\ &= 0.96/1+0.84/2+0.64/3+0.36/4+0/5 \end{aligned}$$

και το ασαφές σύνολο "not small" ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{not small} = \neg small = \neg(1/1+0.8/2+0.6/3+0.4/4+0.2/5) = 0.2/2+0.4/3+0.6/4+0.8/5+0/1$$

Το καρτεσιανό γινόμενο των ασαφών συνόλων "not small" και "not very large" είναι ίσο με:

$$\begin{aligned} \text{not small} \times \text{not very large} &= 0.0/(1,1)+0.0/(1,2)+0.0/(1,3)+0.0/(1,4)+0.0/(1,5) \\ &+ 0.2/(2,1)+0.2/(2,2)+0.2/(2,3)+0.2/(2,4)+0.0/(2,5) \\ &+ 0.4/(3,1)+0.4/(3,2)+0.4/(3,3)+0.36/(3,4)+0.0/(3,5) \\ &+ 0.6/(4,1)+0.6/(4,2)+0.6/(4,3)+0.36/(4,4)+0.0/(4,5) \\ &+ 0.8/(5,1)+0.8/(5,2)+0.64/(5,3)+0.36/(5,4)+0.0/(5,5) \end{aligned}$$

Επίσης το καρτεσιανό γινόμενο των ασαφών συνόλων "small" και "large" είναι ίσο με:

$$\begin{aligned} small \times large &= 0.2/(1,1)+0.4/(1,2)+0.6/(1,3)+0.8/(1,4)+1.0/(1,5) \\ &+ 0.2/(2,1)+0.4/(2,2)+0.6/(2,3)+0.8/(2,4)+0.8/(2,5) \\ &+ 0.2/(3,1)+0.4/(3,2)+0.6/(3,3)+0.6/(3,4)+0.6/(3,5) \\ &+ 0.2/(4,1)+0.4/(4,2)+0.4/(4,3)+0.4/(4,4)+0.4/(4,5) \\ &+ 0.2/(5,1)+0.2/(5,2)+0.2/(5,3)+0.2/(5,4)+0.2/(5,5) \end{aligned}$$

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να γράψουμε για την ασαφή σχέση  $R$  :

$$\begin{aligned} small \times large + (\neg small \times \text{not very large}) &= 0.2/(1,1)+0.4/(1,2)+0.6/(1,3)+0.8/(1,4)+1.0/(1,5) \\ &+ 0.2/(2,1)+0.4/(2,2)+0.6/(2,3)+0.8/(2,4)+0.8/(2,5) \\ &+ 0.4/(3,1)+0.4/(3,2)+0.6/(3,3)+0.6/(3,4)+0.6/(3,5) \\ &+ 0.6/(4,1)+0.6/(4,2)+0.6/(4,3)+0.4/(4,4)+0.4/(4,5) \\ &+ 0.8/(5,1) + 0.8/(5,2)+0.64/(5,3)+0.36/(5,4)+0.2/(5,5) \end{aligned}$$

Όπου ο τελεστής "+" έχει την έννοια του μεγαλύτερου και με αυτήν τη λογική υλοποιήθηκε. Για την ασαφή σχέση  $R$  μπορούμε να σχηματίσουμε τον παρακάτω πίνακα:

$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1.0 \\ 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 0.8 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.4 & 0.4 \\ 0.8 & 0.8 & 0.64 & 0.36 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Το ασαφές σύνολο "very small" ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$very\ small = 1/1+0.64/2+0.36/3+0.16/4+0.04/5$$

Σύμφωνα με τον κανόνα εξαγωγής συμπεράσματος με χρήση ελαχίστου-μεγίστου [F7], εάν το  $x$  είναι το ασαφές σύνολο "very small" το  $y$  θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$y = x \circ R = [1 \ 0.64 \ 0.36 \ 0.16 \ 0.04] \circ R = [0.36 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.8 \ 1]$$

### 6.5 Αναγκαιότητα & Ανάπτυξη ενός Ασαφούς Υπολογιστικού Συστήματος

Οι προσπάθειες για αυτοματοποίηση διαφόρων εκφράσεων της ανθρώπινης δραστηριότητας, από τη διάγνωση ενός ασθενούς μέχρι και τις διαδικασίες χειρισμού μίας μονάδας παραγωγής ενέργειας, χαρακτηρίζονται έντονα από το διαφορετικό τρόπο με τον οποίο σκέφτονται και κρίνουν οι άνθρωποι και από τον τρόπο με τον οποίο είναι προγραμματισμένοι οι υπολογιστές. Ως παράδειγμα αναφέρουμε τον τρόπο με τον οποίο αποθηκεύονται οι θερμοκρασίες μίας μέρας στον υπολογιστή, όπου κρατά μία αριθμητική τιμή, χωρίς να είναι σε θέση να τη χαρακτηρίσει. Αντίθετα ο άνθρωπος, χωρίς να κρατά μία συγκεκριμένη θερμοκρασία χαρακτηρίζει τη θερμοκρασία ως υψηλή για την τρέχουσα ημέρα, αν είναι πάνω από τους 30 °C το καλοκαίρι και 20 °C το χειμώνα, δεδομένο που δε θα μπορούσε ο υπολογιστής να χρησιμοποιήσει άμεσα.

Σ' αυτό το σημείο εισέρχεται η έννοια της *ασάφειας*, δηλαδή της ιδιότητας της γλώσσας, η οποία δηλώνει την αοριστία, που δεν καθορίζεται με ένα απλό «ναι» ή «όχι» που θα προσομοιώνόταν εύκολα με μία δυαδική μεταβλητή. Ουσιαστικά είναι ένα χαρακτηριστικό της αναπαράστασης των διαφόρων «αντικειμένων» σ' ένα περιβάλλον συμβόλων και γενικά μία ιδιότητα των μοντέλων και της γλώσσας [F9-F10].

Το σύνολο των βασικών εννοιών, στα οποία στηρίζεται η πρακτική υλοποίηση της ασαφούς λογικής, είναι:

- *ασαφή σύνολα*, δηλαδή εκείνα τα σύνολα που δεν έχουν ένα ορισμένο τρόπο συμμετοχής σε μία ομάδα, αλλά επιτρέπουν στοιχεία / αντικείμενα να έχουν βαθμούς συμμετοχής π.χ. μεταξύ του 0 και του 1. Ένα ασαφές σύνολο με πεδίο ορισμού το σύνολο  $U$  ορίζεται από τη συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_F: U \rightarrow [0,1]$  και χαρακτηρίζεται από μία λεκτική μεταβλητή  $F$  (βλ. παρ.6.2).
- *λεκτικές μεταβλητές*, δηλαδή οι συνηθισμένες λεκτικές εκφράσεις που χρησιμοποιούνται, για να συμβολίσουν ένα συγκεκριμένο ασαφές σύνολο σ' ένα δοσμένο πρόβλημα και παίρνουν τιμές, όπως «μεγάλη», «μεσαία» και «μικρή» (βλ. παρ. 6.6.1).
- *λογικό συμπέρασμα*, δηλαδή η διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος με την ακόλουθη δομή: Έστω ότι η *υπόθεση 1* είναι «Το  $x$  είναι  $A$ » και η *υπόθεση 2* είναι «Αν  $x$  είναι  $A$ , τότε το  $y$  είναι  $B$ », τότε προκύπτει το *συμπέρασμα* ότι «Το  $y$  είναι  $B$ » (βλ. παρ. 6.4 & 6.6.5).

- *δομή ασαφούς δικτύου*, δηλαδή εκείνο το σύστημα, το οποίο χρησιμοποιεί την ασαφή λογική για την επίλυση ενός προβλήματος, ενώ δηλαδή του δίνεται μία μη-ασαφής είσοδος και λαμβάνεται πάλι μη-ασαφής έξοδος. Ουσιαστικά αποτελείται από τέσσερα στοιχεία:

α. τη *θύρα ασάφειας*, που είναι μία απεικόνιση του πραγματικού μη ασαφούς χώρου κατάστασης των εισόδων  $U \subseteq R^n$  στα ασαφή σύνολα που ορίζονται στο  $U$ . Ουσιαστικά είναι ο σύνδεσμος ανάμεσα στον εξωτερικό κόσμο και στο ασαφές σύστημα (βλ. παρ. 6.3 & 6.6.3).

β. τη *βάση ασαφών κανόνων*, το οποίο είναι ένα σύνολο λεκτικών κανόνων της μορφής *αν-τότε (if-then)*. Το *αν-τμήμα* είναι το τμήμα της υπόθεσης, ενώ το *τότε-τμήμα* είναι το τμήμα συμπεράσματος. Δηλαδή έχει τη μορφή:

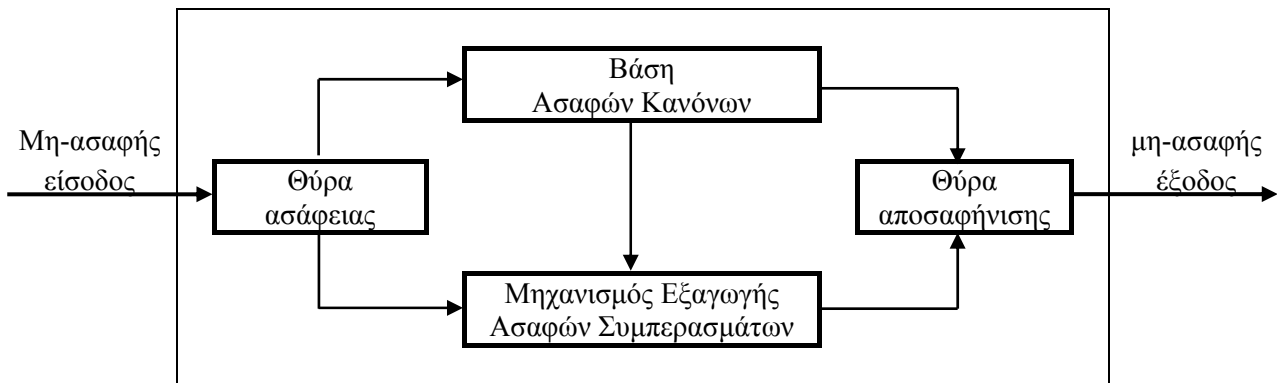
$$R^i: \text{An } (x_1 \text{ είναι } A_1^i), (x_2 \text{ είναι } A_2^i) \dots \text{ και } (x_n \text{ είναι } A_n^i), \text{ τότε } y^i \text{ είναι ίσο με } W^i \quad (6.5-1)$$

όπου  $R^i$  είναι οι ασαφείς κανόνες,  $x_i$  οι μεταβλητές εισόδου του ασαφούς συστήματος,  $y_i$  η έξοδος του  $i$ -οστού κανόνα και  $A_n^i$  οι λεκτικοί όροι που χαρακτηρίζονται από τις συναρτήσεις συμμετοχής (βλ. παρ. 6.4 & 6.6.4).

γ. το *μηχανισμό εξαγωγής ασαφών συμπερασμάτων*, ο οποίος είναι ο μηχανισμός μέσω του οποίου εξάγονται συμπεράσματα βασιζόμενοι στους ασαφείς κανόνες της μορφής *αν-τότε* και στους συνθετικούς κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων. Με αυτόν τον τρόπο διαμορφώνονται τα σύνολα της εξόδου του συστήματος (βλ. παρ. 6.4 & 6.6.5).

δ. τη *θύρα αποσαφήνισης*, όπου λαμβάνει τις εξόδους του μηχανισμού εξαγωγής ασαφών συμπερασμάτων και παράγει μία σαφή έξοδο, η οποία αντιπροσωπεύει την πραγματική έξοδο του συστήματος (βλ. παρ. 6.4 & 6.6.6).

Γενικά η βασική δομή του ασαφούς δικτύου είναι η ακόλουθη:



Σχήμα 6.5-1: Βασική δομή ασαφούς συστήματος

- *συνάρτηση συμμετοχής*, δηλαδή είναι η συνάρτηση απεικόνισης κάθε στοιχείου του χώρου αναφοράς  $X$  στο διάστημα  $[0,1]$  και παριστάνουμε αυτήν την απεικόνιση με την ακόλουθη σχέση:

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1] \quad (6.5-2)$$

Ουσιαστικά οι συναρτήσεις συμμετοχής ή συγγένειας μπορούν να αναπαραστήσουν την υποκειμενική ιδέα μίας αόριστης έκφρασης (βλ. παρ. 6.4 & 6.6.2).

### 6.6 Ανάλυση Βασικών Εννοιών Ασαφούς Υπολογιστικού Συστήματος

Σ' αυτήν την παράγραφο θα προχωρήσουμε σε μία περαιτέρω ανάλυση των βασικών στοιχείων του ασαφούς συστήματος, ενώ παράλληλα θα αναφερθούμε σε ένα παράδειγμα προς καλύτερη κατανόηση του προβλήματος. Θα προχωρήσουμε στην παρουσίαση της εφαρμογής της πρόβλεψης ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας του ελληνικού δικτύου που ως πρόβλημα είναι απλό και αντιληπτό. Η ίδια μεθοδολογία εφαρμόζεται κατά κύριο λόγο σε ελεγκτές λειτουργίας συσκευών, παραδείγματος χάρη έλεγχος λειτουργίας πλυντηρίων με εξοικονόμηση καταναλισκόμενου νερού και ενέργειας. Επειδή όμως το τελευταίο απαιτεί και περαιτέρω γνώσεις συστημάτων αυτομάτου ελέγχου, θα στηριχθούμε στο ακόλουθο παράδειγμα [F11]. Η καταναλισκόμενη ενέργεια από τους οικιακούς πελάτες στον ελλαδικό χώρο εξαρτάται κατά κύριο λόγο από τρεις - ανεξάρτητους μεταξύ τους- παράγοντες: το ακαθάριστο εθνικό προϊόν, τις θερμοημέρες και τις ψυχροημέρες. Το ακαθάριστο εθνικό προϊόν είναι ο αντίστοιχος στατιστικός δείκτης, δηλαδή αντιπροσωπεύει την αξία όλων των τελικών προϊόντων και υπηρεσιών που παράγονται από μία οικονομία σε μία δεδομένη χρονική περίοδο (έτος) στις ίδιες ή σταθερές τιμές [«Μακροοικονομική» των Fischer & Dornbusch]. Οι δε θερμοημέρες (*heat-day*) και οι ψυχροημέρες (*cool-day*) ορίζονται ως εξής:

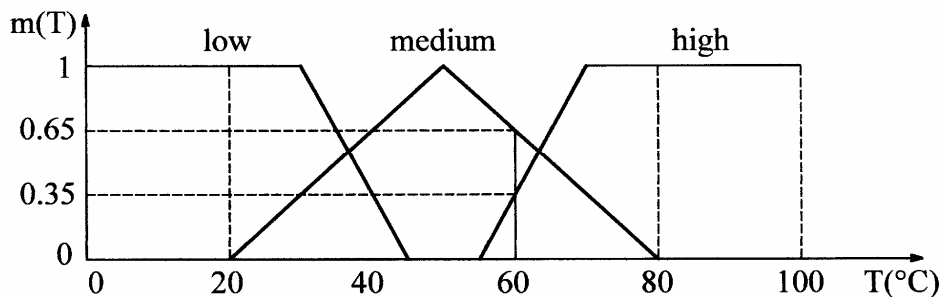
$$\text{If } \bar{T} > T_h \text{ then } \text{heat-day} = \bar{T} - T_h, \text{ else } \text{heat-day} = 0 \tag{6.6-1}$$

$$\text{If } \bar{T} < T_w \text{ then } \text{cool-day} = T_w - \bar{T}, \text{ else } \text{cool-day} = 0 \tag{6.6-2}$$

όπου  $\bar{T}$  η μέση καθημερινή τιμή θερμοκρασία,  $T_h$  η τιμή κατωφλίου θερμοκρασίας για τις θερμές ημέρες (για τον ελλαδικό χώρο 25°C) και  $T_w$  η τιμή κατωφλίου θερμοκρασίας για τις κρύες μέρες (αντίστοιχα 20°C). Η ετήσια καταναλισκόμενη ενέργεια όλων των οικιακών καταναλωτών είναι η έξοδος του συστήματος. Στη συνέχεια θα αναλύσουμε τα βήματα του μοντέλου της ασαφούς λογικής με τη βοήθεια του παραπάνω παραδείγματος.

#### 6.6.1 Λεκτικές μεταβλητές

Μια *λεκτική μεταβλητή* (Linguistic variable) είναι μία μεταβλητή που αποτελείται από ασαφή νούμερα ή γενικότερα λέξεις που αντιπροσωπεύονται από ασαφή σύνολα. Για παράδειγμα, για τη μεταβλητή «θερμοκρασία» μπορεί να είναι *χαμηλή*, *μέση* και *υψηλή*. Αυτές ονομάζονται *ασαφείς τιμές* (fuzzy values). Κάθε μία από αυτές μοντελοποιείται από τη δική της συνάρτησης συμμετοχής. Οι ασαφείς τιμές *χαμηλή*, *μέση* και *υψηλή* μπορούν να μοντελοποιηθούν, όπως στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 6.6-1: Η λεκτική μεταβλητή «θερμοκρασία» & οι αντίστοιχες συναρτήσεις συμμετοχής

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι σχηματίζουμε τρεις διαφορετικές συναρτήσεις συμμετοχής  $\mu_{\theta, \text{χαμηλή}}(T)$ ,  $\mu_{\theta, \text{μέση}}(T)$  και  $\mu_{\theta, \text{υψηλή}}(T)$  μοντελοποιώντας τις λέξεις *χαμηλή* (*low*), *μέση* (*medium*) και

υψηλή (*high*) αντίστοιχα. Κάθε τιμή της θερμοκρασίας, π.χ.  $60^{\circ}\text{C}$ , έχει ένα μοναδικό βαθμό συμμετοχής σε κάθε ασαφή τιμή της θερμοκρασίας. Για παράδειγμα, η θερμοκρασία  $60^{\circ}\text{C}$  είναι χαμηλή σε ένα βαθμό 0, μέση σε ένα βαθμό 0,65 και υψηλή σε ένα βαθμό 0,35.

Διακρίνουμε τέσσερα διαφορετικά επίπεδα στον προσδιορισμό μιας λεκτικής μεταβλητής. Στο πρώτο επίπεδο έχουμε το όνομα της μεταβλητής, π.χ. *θερμοκρασία*. Στο δεύτερο επίπεδο τις ονομασίες των ασαφών τιμών (αρχίζοντας με ένα αρχικό σύνολο τιμών που ονομάζονται *primary values* ή *term set*). Εδώ βρίσκονται οι τρεις ασαφείς τιμές: *χαμηλή*, *μέση* και *υψηλή*. Στο τρίο επίπεδο είναι η συνάρτηση συμμετοχής και στο τέταρτο επίπεδο ο χώρος αναφοράς. Και τα τέσσερα επίπεδα είναι αναγκαία στον προσδιορισμό της μεταβλητής. Είναι απαραίτητο να παρατηρήσουμε ότι οι λεκτικές μεταβλητές έχουν μια διπλή φύση: στα δύο πρώτα επίπεδα μια συμβολική λεκτική περιγραφή, και στα τελευταία επίπεδα ένα καλά προσδιορισμένο αναλυτικό τύπο, δηλ. τη συνάρτηση συμμετοχής και τις τιμές της. Αυτή η διπλή ταυτότητα είναι ένα γενικό χαρακτηριστικό των ασαφών λεκτικών περιγραφών αποδίδοντάς τους κατάλληλους για την εκτέλεση και των συμβολικών (ποιοτικών) και των αριθμητικών (ποσοτικών) υπολογισμών.

Γενικά, οι τιμές μιας λεκτικής μεταβλητής μπορεί να είναι σύνθετες τιμές, δηλαδή να είναι τιμές που κατασκευάστηκαν μέσω της χρήσης των αρχικών τιμών και των λεκτικών τροποποιήσεων όπως *ΟΧΙ*, *ΠΟΛΥ*, *ΜΑΛΛΟΝ*, *ΣΧΕΔΟΝ* και *ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟ* *Η* *ΛΙΓΟΤΕΡΟ*. Για παράδειγμα, έξω από το αρχικό σύνολο των αρχικών τιμών *χαμηλή*, *μέση* και *υψηλή* για την θερμοκρασία, σύνθετες τιμές όπως *ΟΧΙ χαμηλή*, *ΠΟΛΥ χαμηλή*, *ΜΑΛΛΟΝ μέση* και *ΣΧΕΔΟΝ υψηλή* μπορούν να σχηματιστούν.

Στην ασαφή λογική η ευλυγισία της διευθέτησης των συναρτήσεων συμμετοχής είναι χρήσιμη για την κατηγοριοποίηση των παραμέτρων ενός χώρου σε συμφωνία με το μοναδικό χαρακτηριστικό του χώρου. Εάν η *θερμοκρασία* θεωρηθεί με μια συμβατική έννοια, ότι δηλαδή είναι μια αριθμητική μεταβλητή, οι μετρήσεις της είναι απλώς οι αριθμοί ενός διαστήματος, για παράδειγμα πραγματικοί αριθμοί με δύο δεκαδικά ψηφία ανάμεσα στο 0 και  $100^{\circ}\text{C}$ . Μπορούμε να αντιστοιχίσουμε σε κάθε αριθμό μια κατηγορία της θερμοκρασίας. Σ' αυτήν την περίπτωση θα μπορούσαμε να έχουμε 100 διαφορετικές κατηγορίες. Για ορισμένες εφαρμογές αυτή μπορεί να είναι μια αποδεκτή κατηγοριοποίηση των τιμών της θερμοκρασίας. Για άλλες μπορεί να χρειαζόμαστε 1000 κατηγορίες, ενώ σε άλλες περιπτώσεις 3 κατηγορίες μπορεί να επαρκούν. Οι ασαφείς τιμές εξασφαλίζουν αυτό το είδος ευλυγισίας. Βέβαια αυτό αποτελεί συγχρόνως και ένα μειονέκτημα των ασαφών μοντέλων, διότι το πλήθος των ασαφών τιμών που θα χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση της ασαφούς μεταβλητής είναι μέγεθος προς προσδιορισμό.

### 6.6.2 Συνάρτηση συμμετοχής

Η συνάρτηση συμμετοχής αναλαμβάνει ουσιαστικά την υλοποίηση της μετάβασης από τις πραγματικές τιμές στις ασαφείς και το αντίστροφο. Είναι ουσιαστικά ο συνδετικός κρίκος μεταξύ ποιοτικών και των ποσοτικών τιμών της υπό μελέτη μεταβλητής.

Υπάρχουν διάφορα είδη συναρτήσεων συμμετοχής, όπως είναι η γκαουσιανή, η τριγωνική και η τραπεζοειδής. Οι αντίστοιχες μαθηματικές τους εκφράσεις δίνονται ακολούθως για την *i*-οστή μεταβλητή του *j*-οστού κανόνα:

$$\text{γκαουσιανή} \quad \mu_{A_i^j}(x_i) = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right] \quad (6.6-3)$$

$$\text{τριγωνική} \quad \mu_{A_i^j}(x_i) = \begin{cases} 0 & , \quad x_i < a_i^j \text{ ή } x_i > c_i^j \\ \frac{x_i - a_i^j}{b_i^j - a_i^j} & , \quad a_i^j \leq x_i \leq b_i^j \\ 1 - \frac{b_i^j - x_i}{c_i^j - b_i^j} & , \quad b_i^j < x_i \leq c_i^j \end{cases} \quad (6.6-4)$$

$$\text{τραπεζοειδής} \quad \mu_{A_i^j}(x_i) = \begin{cases} 0 & , \quad x_i \leq a_i^j \\ \frac{x_i - a_i^j}{b_i^j - a_i^j} & , \quad a_i^j < x_i < b_i^j \\ 1 & , \quad b_i^j \leq x_i \leq c_i^j \\ 1 - \frac{c_i^j - x_i}{d_i^j - c_i^j} & , \quad c_i^j < x_i < d_i^j \\ 0 & , \quad d_i^j \leq x_i \end{cases} \quad (6.6-5)$$

Μπορεί επίσης να υπολογιστεί με βάση τα στατιστικά δεδομένα. Υπάρχει μορφή, σύμφωνα με την οποία λεκτικά προσδιορίζεται η μεταβλητή, π.χ. η τιμή  $P$  κυμαίνεται συνήθως ανάμεσα στις τιμές  $p_2$  και  $p_3$ , αλλά ποτέ δεν είναι μικρότερο από την  $p_1$  και μεγαλύτερο από την  $p_4$ . Εφόσον γνωρίζουμε τη μέση τιμή  $a_0$  της μεταβλητής και το μέγιστο σφάλμα  $e$  ως ποσότητα, μπορούμε να προσδιορίσουμε τις παραμέτρους της συνάρτησης συμμετοχής μέσω των σχέσεων :

$$\begin{aligned} v_1 &= a_0 - e & v_2 &= a_0 - \frac{e}{2} \\ v_3 &= a_0 + \frac{e}{2} & v_4 &= a_0 + e \end{aligned} \quad (6.6-6)$$

και να προσεγγίσουμε την αντίστοιχη καμπύλη παραδείγματος χάρη με τη χρήση της τραπεζοειδούς συνάρτησης. Άλλος τρόπος είναι μέσω ενός μικρού δείγματος μεταβλητών  $x_i$  να προσδιορίσουμε τα αντίστοιχα μεγέθη μέσω των σχέσεων :

$$\begin{aligned} p_1 &= \min\{x_i\} & p_2 &= E[x_i] - d \cdot [E[x_i] - \min\{x_i\}] \\ p_3 &= E[x_i] + d \cdot [\max\{x_i\} - E[x_i]] & p_4 &= \max\{x_i\} \end{aligned} \quad (6.6-7)$$

όπου  $E[x_i]$  είναι η μέση τιμή του  $x$  μέσω της δειγματοληψίας και  $d$  ο παράγοντας της διασποράς που περιγράφει την αβεβαιότητα των δεδομένων.

Βέβαια οι συναρτήσεις συμμετοχής μπορεί να έχουν πιο περίπλοκη μορφή από τις παραπάνω ή να είναι της μορφής της βηματικής συνάρτησης ή της κλιμακωτής βηματικής, όπου η άνοδος γίνεται μέσω μίας γραμμικής έκφρασης -ουσιαστικά οι τρεις πρώτοι όροι της τραπεζοειδούς συνάρτησης.

Πάντως μία από τις κύριες επιδιώξεις είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής να έχουν απλές μορφές, ώστε να γίνονται εύκολα αντιληπτές και να επιτρέπουν στον χρήστη την αντιστοίχιση των πραγματικών τιμών με τις ασαφείς τιμές της υπό μελέτη μεταβλητής.

### 6.6.3 Ασαφοποίηση

Η *ασαφοποίηση (Fuzzification)* είναι η διαδικασία μετατροπής μίας συγκεκριμένης τιμής ( $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) που λαμβάνουμε για την υπό μετασχηματισμό ασαφή μεταβλητή (*θερμοκρασία*) σε μία ασαφή τιμή π.χ. μέση θερμοκρασία με ένα βαθμό συμμετοχής 0,65 που δίνεται από την τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής  $\mu_{\text{θερμοκρασία, μέση}}(T)$ .

Στο σχήμα 6.6-1 κατά την ασαφοποίηση η λαμβανόμενη τιμή του φυσικού μεγέθους της *θερμοκρασίας* από την αντίστοιχη μετρητική διάταξη μετατρέπεται σε ασαφή τιμή της ασαφούς μεταβλητής *θερμοκρασίας*. Δηλαδή η θερμοκρασία των  $60^{\circ}\text{C}$  μέσω της τριγωνικής συνάρτησης συμμετοχής της *μέσης* ασαφούς τιμής της συνώνυμης ασαφούς μεταβλητής έχει βαθμό συμμετοχής ίσο με 0,65. Όμως η ίδια τιμή των  $60^{\circ}\text{C}$  αντιστοιχίζεται συγχρόνως σε κάθε ασαφή τιμή της ασαφούς θερμοκρασίας, καθώς για τη *χαμηλή* ασαφή τιμή έχει ένα βαθμό 0 και για την *υψηλή* ένα βαθμό 0,35. Στην προκειμένη περίπτωση το άθροισμα όλων των βαθμών είναι ίσο με τη μονάδα.

Αυτό δεν είναι απαραίτητο να συμβαίνει πάντα, εξαρτάται από τον τρόπο ορισμού και διάταξης των συναρτήσεων συμμετοχής. Ωστόσο αν το άθροισμα των συναρτήσεων συμμετοχής όλων των ασαφών τιμών για κάθε συγκεκριμένη τιμή της υπό μετατροπή μεταβλητής είναι μονάδα, τότε επιτυγχάνεται ισοβαρής αντιπροσώπευση των πραγματικών τιμών στο ασαφές μοντέλο. Στο παράδειγμα του σχήματος 6.6-1 πάντως δεν ισχύει, γιατί π.χ. για τη θερμοκρασία των  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  η συνάρτηση συμμετοχής της *χαμηλής* ασαφούς τιμής είναι 1,00, της *μέσης* 0,33 και της *υψηλής* 0, οπότε το άθροισμά τους είναι ίσο με 1,33, μεγαλύτερο από της αντίστοιχης των  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Επίσης συνηθίζεται για λόγους απλότητας κάθε τιμή της πραγματικής μεταβλητής να αντιστοιχεί σε μία ή δύο ασαφείς τιμές με μη μηδενικούς βαθμούς συμμετοχής. Στην προκειμένη περίπτωση παρατηρούμε ότι ισχύει, αφού για καμία τιμή θερμοκρασίας δεν δίνουν και οι τρεις συναρτήσεις συμμετοχής μη μηδενική τιμή. Με αυτά τα στοιχεία είμαστε σε θέση να υλοποιήσουμε τη θύρα ασάφειας του μοντέλου του σχήματος 6.5-1.

### 6.6.4 Ασαφείς λεκτικές περιγραφές και βάση κανόνων

Οι *ασαφείς λεκτικές περιγραφές (Fuzzy linguistic descriptions)* είναι τυπικές παραστάσεις συστημάτων που χρησιμοποιούνται μέσω ασαφών *αν /τότε* κανόνων. Προσφέρουν μια εναλλακτική και συχνά συμπληρωματική γλώσσα σε τυπικές προσεγγίσεις που μπορούν να περιλαμβάνουν ακόμη και διαφορικές εξισώσεις. Ανεπίσημα, οι λεκτικές περιγραφές χρησιμοποιούνται από τους ανθρώπους καθημερινά για την εκτέλεση εξειδικευμένων εργασιών, όπως ο έλεγχος των βιομηχανικών εγκαταστάσεων, ανίχνευση μηχανικών βλαβών, χαρακτηρισμό εδαφών κ.α. Παρά το γεγονός ότι οι ασαφείς λεκτικές περιγραφές σχηματίζονται με μία ανθρώπινης μορφής γλώσσα έχουν αυστηρές μαθηματικές θεμελιώσεις που ορίζονται στη θεωρία ασαφών συνόλων. Αυτές κωδικοποιούν γνώσεις για ένα σύστημα στη μορφή :

*IF (ένα σύνολο από συνθήκες ικανοποιείται) THEN (ένα σύνολο από συνθήκες συνεπάγεται)*

Στην περίπτωση πρόβλεψης ενέργειας έχουμε ότι:

*IF GNP is negative AND Heat-days is zero AND Cool-days is zero THEN ENERGY is zero ELSE  
IF GNP is zero AND Heat-days is zero AND Cool-days is negative THEN ENERGY is negative ELSE*

...

*IF GNP is big positive AND Heat-days is zero AND Cool-days is zero THEN ENERGY is positive.*

όπου *GNP* είναι η μεταβολή Α.Ε.Π., *Heat-days* είναι η μεταβολή των θερμοημερών, *Cool-days* είναι η μεταβολή των ψυχροημερών, *ENERGY* η μεταβολή της καταναλισκόμενης ενέργειας. Οι τρεις πρώτες είναι λεκτικές μεταβλητές που περιγράφουν τις εισόδους του ασαφούς μοντέλου και η



τελευταία η λεκτική μεταβλητή που περιγράφει την αντίστοιχη έξοδο. Μια λεκτική μεταβλητή είναι μια μεταβλητή της οποίας τιμές είναι ασαφή νούμερα (ή πιο γενικά λέξεις) τις οποίες αναφέρουμε ως ασαφείς τιμές (fuzzy values). Στους παραπάνω κανόνες οι ασαφείς τιμές της λεκτικής μεταβλητής της μεταβολής του Α.Ε.Π. (GNP) είναι *very negative, negative, zero, positive* και *big positive* (πολύ αρνητικό, αρνητικό, μηδενικό, θετικό και πολύ θετικό αντίστοιχα). Αντίστοιχα διαμορφώνονται και των άλλων ασαφών μεταβλητών.

Μεμονωμένες ασαφείς προτάσεις τόσο στο δεξί όσο και στο αριστερό μέρος ενός κανόνα συνδέονται με συνδυαστικές εκφράσεις όπως και (AND) ή ή (OR). Μεμονωμένοι *αν /τότε (IF / THEN)* κανόνες συνδέονται με *αλλιώς (ELSE)* για το σχηματισμό ενός ασαφούς αλγόριθμου. Προτάσεις και *αν /τότε* κανόνες στην κλασική λογική μπορούν να είναι και αλήθεια και ψέμα παράλληλα. Στην ασαφή λογική, όμως, μπορούν να είναι είτε αλήθεια είτε ψέμα σε ένα βαθμό.

Η συλλογή των παραπάνω κανόνων που περιγράφουν την προϋπάρχουσα γνώση με την οποία τροφοδοτείται το ασαφές μοντέλο αποτελεί τη *βάση ασαφών κανόνων* (regulation basis) (βλ. σχήμα 6.5-1, άνω τμήμα).

### 6.6.5 Ασαφής εξαγωγή συμπεράσματος

Η ασαφής εξαγωγή συμπεράσματος αναφέρεται σε διαδικασίες υπολογισμού που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση ασαφών λεκτικών περιγραφών. Οι βασικές διαδικασίες για την εξαγωγή συμπεράσματος είναι: *generalized modus ponens (GMP)* και *generalized modus tollens (GMT)*. Για πιο εύκολη κατανόηση θεωρούμε μία λεκτική περιγραφή που να εμπλέκει μόνο ένα απλό κανόνα *αν /τότε* με τη γνωστή σχέση συνεπαγωγής  $R(x,y)$  και μια ασαφή τιμή  $A'$  που ταιριάζει περίπου με τον αρχικό κανόνα. Το *generalized modus ponens* μας επιτρέπει να συμπεράνουμε το  $B'$  που προκύπτει. Τυπικά δηλώνεται ως :

$$\begin{array}{l} \text{if } X \text{ is } A \text{ then } Y \text{ is } B \\ \hline X \text{ is } A' \\ \hline Y \text{ is } B' \end{array} \quad (6.6-8)$$

όπου οτιδήποτε πάνω από τη γραμμή είναι αναλυτικά γνωστό και ό,τι είναι κάτω είναι αναλυτικά άγνωστο. Υποθέτουμε, για παράδειγμα, ότι έχουμε τον κανόνα “*εάν η μεταβολή θερμοημερών είναι υψηλή, τότε η μεταβολή ενέργειας είναι μηδέν*”. Δεδομένου ότι “*η μεταβολή θερμοημερών είναι πολύ χαμηλή*”, ο GMP μας επιτρέπει να εκτιμήσουμε τον κανόνα και να συνάγουμε μια νέα τιμή για τη *μεταβολή ενέργειας*. Η αναφερόμενη τιμή  $B'$  υπολογίζεται με τη σύνθεση της  $A'$  με τη σχέση συνεπαγωγής  $R(x,y)$ . Αν εξετάσουμε τι εμπλέκεται αναλυτικά στη (6.6-8), τότε γνωρίζουμε τη σχέση συνεπαγωγής  $R(x,y)$  του κανόνα “*if X is A then Y is B*” και τη συνάρτηση συμμετοχής της  $A'$ . Για να υπολογίσουμε τη συνάρτηση συμμετοχής της  $B'$  στη (6.6-8) χρησιμοποιούμε την εξαγωγή συμπεράσματος με βάση το μέγιστο-ελάχιστο του ασαφούς συνόλου  $A'$  με  $R(x,y)$ , δηλαδή:

$$B' = A' \circ R(x,y) \quad (6.6-9)$$

Με όρους της συνάρτησης συμμετοχής της παραπάνω εξίσωσης έχουμε:

$$\mu_{B'}(y) = \vee_x [\mu_{A'}(x) \wedge \mu(x,y)] \quad (6.6-10)$$

όπου  $\mu_{A'}(x)$  είναι η συνάρτηση συμμετοχής της  $A'$ ,  $\mu(x,y)$  η συνάρτηση συμμετοχής της σχέσης συνεπαγωγής και  $\mu_{B'}(y)$  η συνάρτηση συμμετοχής της  $B'$ . Θυμίζουμε ότι η εξαγωγή συμπεράσματος μεγίστου-ελαχίστου ( $\circ$ ) είναι ανάλογη με τον πολλαπλασιασμό πινάκων με  $\max(\vee)$  και  $\min(\wedge)$  στη θέση της πρόθεσης (+) και του πολλαπλασιασμού ( $\times$ ).

Στην περίπτωση του *generalized modus tollens* ένας κανόνας και μια ασαφής τιμή που ταιριάζει περίπου με αυτήν που προκύπτει δίνονται και ζητείται να συναχθεί η προηγούμενη έκφραση:

$$\frac{\text{if } X \text{ is } A \text{ then } Y \text{ is } B}{X \text{ is } A'} \quad Y \text{ is } B' \quad (6.6-11)$$

Στο *GMT* γνωρίζουμε το  $R(x,y)$  και τη  $B'$  που προκύπτει. Για να υπολογίσουμε τη συνάρτηση συμμετοχής της  $A'$  στην παραπάνω σχέση, χρησιμοποιούμε την εξαγωγή συμπεράσματος με βάση το μέγιστο-ελάχιστο της  $R(x,y)$  με το ασαφές σύνολο  $B'$ , δηλαδή:

$$A' = R(x,y) \circ B' \quad (6.6-12)$$

Με όρους της συνάρτησης συμμετοχής της παραπάνω εξίσωσης είναι:

$$\mu_{A'}(x) = \nu_Y [\mu_{R(x,y)} \wedge \mu_{B'}(y)] \quad (6.6-13)$$

Βέβαια υπάρχουν και άλλες μέθοδοι εξαγωγής συμπεράσματος, όπως η *σύνθεση μέγιστου αποτελέσματος* (*max-product composition*), στην οποία η συνάρτηση συμμετοχής της  $B'$  στο (6.6-9) δίνεται από:

$$\mu_{B'}(y) = \nu_X [\mu_{A'}(x) \bullet \mu_{R(x,y)}] \quad (6.6-14)$$

όπου λαμβάνουμε το μέγιστο σε αναφορά προς το  $x$  όλων των προϊόντων των ζευγαριών μέσα στις παρενθέσεις.

Στην εφαρμογή [F11] ο μηχανισμός εξαγωγής συμπεράσματος βασίζεται σε τρία βήματα:

α. Η *επαγωγή μέγιστου αποτελέσματος κατά Larsen* (Larsen-Max Product Implication), όπου κάθε κανόνας μίας εισόδου-μίας εξόδου μεταβιβάζει τη συνάρτηση συμμετοχής εισόδου στην έξοδο.

β. Ο *βαθμός γεμίματος* (Degree of fulfillment-dof), που είναι ουσιαστικά η διαδικασία εφαρμογής της επαγωγής του μέγιστου αποτελέσματος κατά Larsen για περισσότερες από μία εισόδους ανά κανόνα. Για τον  $k$ -ιστό διάνυσμα εισόδου  $x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{Nk}$   $N$  διάστασης ο βαθμός γεμίματος του  $g$ -ιστού κανόνα είναι:

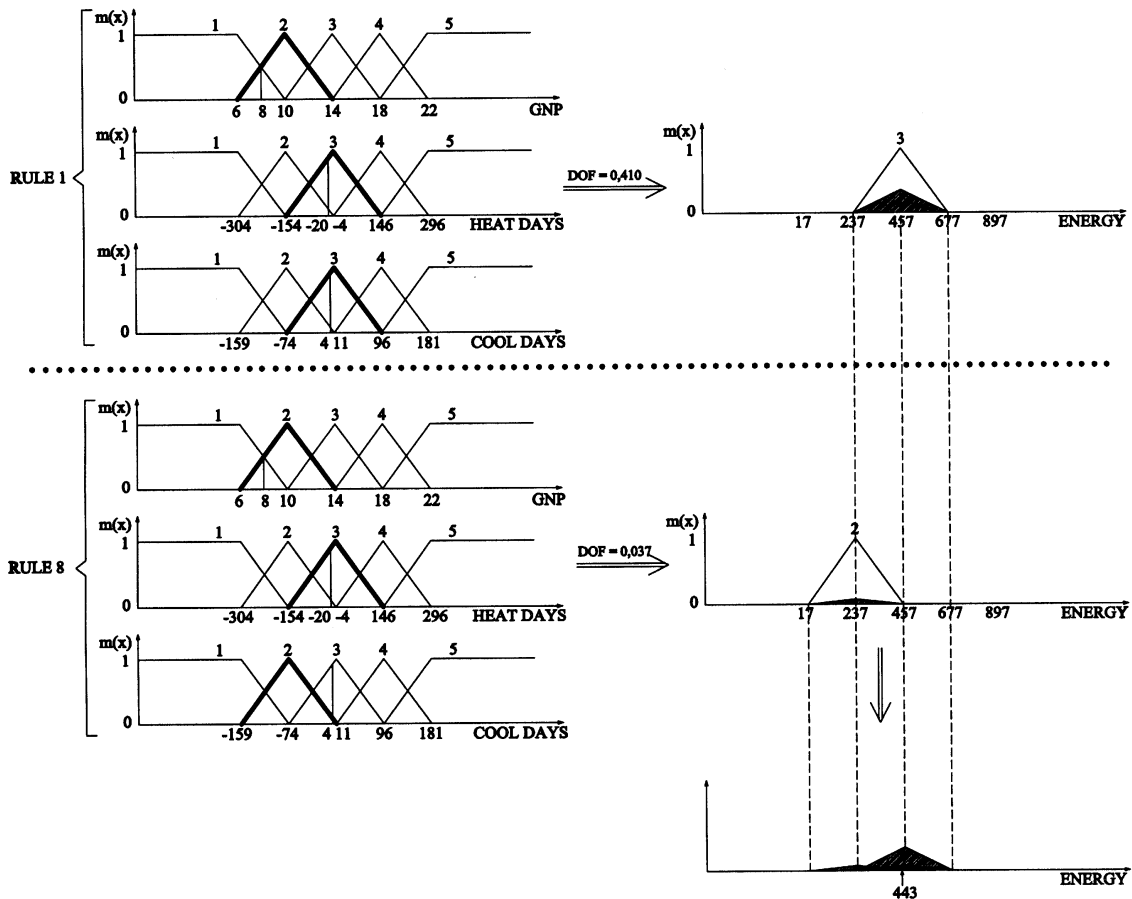
$$dof_g = m_{A_1, \ell_{1,g}}(x_{1k}) \cdot m_{A_2, \ell_{2,g}}(x_{2k}) \cdot \dots \cdot m_{A_N, \ell_{N,g}}(x_{Nk}) \quad (6.6-14)$$

γ. Η *μέθοδος της περιβάλλουσας*, η οποία σχηματίζει την τελική μορφή της εξόδου με βάση το σύνολο των κανόνων που χτίζονται από τις μεταβλητές εισόδου.

Για να γίνει αντιληπτή η μέθοδος παρατηρούμε το επόμενο σχήμα που παρουσιάζεται η περίπτωση ενός έτους που αφορά τη μεταβολή της ζητούμενης ηλεκτρικής ενέργειας από τους οικιακούς καταναλωτές. Υπάρχουν  $2^3=8$  κανόνες για τις τρεις μεταβλητές εισόδου  $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [8 \ -16 \ 4]^T$ . Ο βαθμός γεμίματος για τον κανόνα  $R_1$  είναι:

$$dof_{R_1} = m_{1,2}(x_1 = 8) \cdot m_{2,3}(x_2 = -16) \cdot m_{3,3}(x_3 = 4) \Rightarrow dof_{R_1} = 0.5 \cdot 0.8 \cdot 0.9125 = 0.410$$

όπου η ασαφής τιμή '1' είναι το *πολύ αρνητικό*, '2' είναι το *αρνητικό*, '3' είναι το *περίπου μηδενικό*, '4' είναι το *θετικό* και '5' είναι το *πολύ θετικό*. Οι κανόνες από  $R_2$  ως  $R_7$  έχουν συνάρτηση συμμετοχής εξόδου  $m_{Energy,3}(d_{energy})$  για την ετήσια μεταβολή ενέργειας ίδια με τον κανόνα  $R_1$ , αλλά με μικρότερο αριθμό γεμίματος από τον  $R_1$ . Με αυτόν τον τρόπο η συνάρτηση συμμετοχής του  $R_1$  καλύπτει τις αντίστοιχες εξόδους των κανόνων από  $R_2$  ως  $R_7$ . Ο κανόνας  $R_8$  έχει συνάρτηση συμμετοχής εξόδου  $m_{Energy,2}(d_{energy})$  με βαθμό γεμίματος  $dof_{R_8}=0.037$ .



**Σχήμα 6.6-2:** Παράδειγμα εφαρμογής της επαγωγής μέγιστου αποτελέσματος κατά Larsen, του βαθμού γεμίματος, της μεθόδου της περιβάλλουσας στην περίπτωση της ετήσιας μεταβολής της ζητούμενης οικιακής ηλεκτρικής ενέργειας [F11]

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της περιβάλλουσας η συνδυασμένη μορφή της συνάρτησης συμμετοχής φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Δηλαδή υπάρχουν δύο τρίγωνα, ένα μεγάλο που αντιστοιχεί στο τρίγωνο ‘3’ και ένα αρκετά μικρότερο που αντιστοιχεί στο τρίγωνο ‘2’. Τα δύο τρίγωνα αλληλεπικαλύπτονται στην περιοχή που συνορεύουν. Πέρα όμως τούτου η περιγραφή μέσω μίας τόσο πολύπλοκης συνάρτησης συμμετοχής δεν μας διευκολύνει να λάβουμε αποφάσεις ή να εκτελέσουμε κάποια δραστηριότητα, καθώς αυτό που ζητάμε συνήθως είναι μία συγκεκριμένη τιμή.

### 6.6.6 Αποσαφήνιση

Η λειτουργία της αποσαφήνισης (Defuzzification) είναι μία απεικόνιση από το χώρο των ασαφών ενεργειών σε ένα χώρο καθορισμένων (μη ασαφών) ενεργειών. Η λειτουργία αυτή χρησιμοποιείται, διότι σε πολλές πρακτικές εφαρμογές απαιτείται μία συγκεκριμένη ενέργεια ή μία συγκεκριμένη τιμή του μεγέθους εξόδου. Μία στρατηγική αποσαφήνισης έχει σκοπό να παράγει αυτήν την τιμή-ενέργεια, η οποία θα παριστάνει όσο το δυνατόν καλύτερα την πιθανή κατανομή των ασαφών τιμών που προκύπτουν από το σύστημα τεχνητής νοημοσύνης ασαφούς λογικής. Δυστυχώς δεν υπάρχει μια συστηματική διαδικασία για την εκλογή των στρατηγικών αποσαφήνισης. Προς το παρόν οι πιο συνηθισμένες είναι τα κριτήρια του μέγιστου, το μέσο του μέγιστου και το κέντρο της περιοχής:

α. Το κριτήριο του μέγιστου (max criterion method), το οποίο παράγει το σημείο στο οποίο η πιθανή κατανομή τιμών εξόδου φτάνει τη μέγιστη τιμή της.

β. Το μέσο του μέγιστου (mean of maximum method), κατά το οποίο η παραγόμενη τιμή αντιπροσωπεύει τη μέση τιμή όλων των τιμών, των οποίων οι συναρτήσεις συμμετοχής φτάνουν στο μέγιστο. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση διακριτού χώρου αναφοράς, η τιμή μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\tilde{b}_o = \sum_{j=1}^n \mu_B(w_j) / n \quad (6.6-14)$$

όπου το  $\tilde{b}_o$  είναι η εκτίμηση, το  $w_j$  είναι στοιχείο για το οποίο η συνάρτηση συμμετοχής φτάνει τη μέγιστη τιμή  $\mu_B(w_j)$  και  $n$  είναι ο αριθμός αυτών των διακριτών στοιχείων.

γ. Η μέθοδος του κέντρου περιοχής (center of Area - COA), κατά την οποία παράγεται το κέντρο βάρους της πιθανής κατανομής μιας τιμής. Η μέθοδος αυτή δίνεται από:

$$\tilde{b}_o = \sum_{j=1}^n \mu_B(w_j) \cdot w_j / \sum_{j=1}^n \mu_B(w_j) \quad (6.6-14)$$

όπου  $\tilde{b}_o$  είναι το κέντρο,  $n$  είναι ο αριθμός των εσωτερικών στοιχείων πλάτους  $dw$  που διαιρούν τον άξονα της μεταβλητής εξόδου,  $\mu_B$  είναι η συνάρτηση συμμετοχής για τη μεταβλητή  $B$ ,  $w_j$  είναι η τιμή για την οποία η συνάρτηση συμμετοχής γίνεται  $\mu_B(w_j)$ . Πρόκειται για την εύρεση του κέντρου βάρους μίας επιφάνειας που σχηματίζεται από τη μέθοδο της περιβάλλουσας και τον άξονα της μεταβλητής ως προς τον αντίστοιχο άξονα της συνάρτησης συμμετοχής  $\mu_B$ .

Κατά το [F1] τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται από την τελευταία μέθοδο. Με αυτό το στοιχείο κλείνουμε και το τελευταίο μέρος του μοντέλου της ασαφούς λογικής, δηλαδή τη θύρα αποσαφήνισης (βλ. σχήμα 6.5-1, δεξί μέρος).

Για το παράδειγμα που μελετάμε μετά την εφαρμογή της μεθόδου του κέντρου περιοχής σύμφωνα το σχήμα 6.6-2 προκύπτει ότι η τιμή της μεταβλητής εξόδου είναι 443. Σύμφωνα με το [F10-12] τα αποτελέσματα που δίνει είναι αρκετά υποσχόμενα, καθώς μειώνει το σφάλμα της μεθόδου τουλάχιστον στο μισό των κλασικών μεθοδολογιών.

## 6.7 Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική

Η ασαφής λογική -είτε μόνη της, όπως παρουσιάστηκε εδώ, είτε σε συνδυασμό με τα νευρωνικά δίκτυα [F13] – μπορεί εύκολα να βρει εφαρμογές στην εδαφομηχανική, καθώς στην τελευταία υπάρχει πλήθος στοιχείων που περιγράφονται λεκτικά –περιγραφικά. Παραδείγματος χάρι:

- Τα λεκτικά χαρακτηριστικά των συστημάτων ταξινόμησης βραχώμαζας κατά Bieniawski, κατά Barton και κατά GSI. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ποιοτικής περιγραφής είναι η κατάσταση των διακλάσεων που περιγράφονται ως τραχείς, λείες κτλ. Αντίστοιχα από πλευράς υδάτων σε σήραγγες υπάρχουν χαρακτηρισμοί ως προς τη *μηδαμινή, ελάχιστη, ..., μεγάλη* εισροή υδάτων κτλ.
- Οι κατηγοριοποιήσεις των διαφόρων εδαφών, όπου συνήθως λέμε ότι το δείγμα του εδάφους περιέχει κατά κύριο λόγο άργιλο, αλλά υπάρχει και λίγη άμμος κτλ. Αυτά εύκολα μπορούν να περιγραφούν λεκτικά και με τη βοήθεια της ασαφούς λογικής να υπάρξει και ποσοτική αντιστοίχιση.
- Τα προβλήματα των καθιζήσεων που αντιμετωπίζονται με νευρωνικά δίκτυα μπορούν να επιλυθούν και με τη χρήση ασαφών μοντέλων ή νευροασαφών δικτύων [F13,κεφ. 10].
- Τα διάφορα είδη κατηγοριοποιήσεων εδαφών μπορούν να αντιμετωπιστούν με την ασαφή ομαδοποίηση κ-μέσων [F13,παρ. 7.5].
- Τα προβλήματα αξιοπιστίας της μορφής: υπάρχει ή όχι κίνδυνος ρευστοποίησης του εδάφους λόγω σεισμικής δραστηριότητας που έχει ήδη επιλυθεί με ένα νευροασαφές δίκτυο [N30].

## Κεφάλαιο 7

### **Βασικές Αρχές Δένδρων Απόφασης**

#### **7.1 Τρόπος Εξαγωγής Γνώσης από Σύνολα Μάθησης**

Η αυτόματη μάθηση βοηθάει στην εξαγωγή πληροφορίας από βάσεις δεδομένων σε διάφορες μορφές. Υπάρχουν τρεις κατηγορίες αυτόματης μάθησης:

- α. η στατιστική: αναγνώριση προτύπου, παλινδρόμηση, εκτίμηση πυκνότητας πιθανότητας,
- β. η μάθηση μηχανής: εκμάθηση μέσα από παραδείγματα, εννοιολογική ομαδοποίηση,
- γ. η μάθηση με χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων.

Αν και πολλά από τα θεωρητικά και πρακτικά προβλήματα που μελετώνται σε αυτά τα τρία πεδία είναι παρόμοια, και έχουν παραπλήσιες λύσεις, οι τρεις ερευνητικές κοινωνίες είχαν μάλλον απομονωθεί στο παρελθόν. Η ενοποίηση αυτών των τριών χώρων, σε θεωρητικό και πρακτικό υπόβαθρο, ξεκίνησε στα τέλη της δεκαετίας του 1980, όταν οι ερευνητές της μάθησης μηχανής ξεκίνησαν να προσαρμόζουν πιθανοτικές προσεγγίσεις και οι στατιστικολόγοι ενδιαφέρθηκαν για τις νέες προόδους στο πεδίο των τεχνητών νευρωνικών δικτύων.

Το κύριο χαρακτηριστικό, το οποίο είναι κοινό στις τεχνικές αυτόματης μάθησης, είναι ότι η μάθηση αντιμετωπίζεται σαν μία διαδικασία αναζήτησης σε ένα χώρο υποψήφιων μοντέλων. Η διαδικασία αναζήτησης βοηθάει στον προσδιορισμό (ή κατασκευή) ενός μοντέλου μέγιστης ποιότητας, και καθοδηγείται από την πληροφορία που εμπεριέχεται σε ένα σύνολο μάθησης (ένα υποσύνολο της βάσης δεδομένων) και πιθανόν από κάποια γενική γνώση για το πρόβλημα.

Υπάρχουν τρεις διαφορετικές κατηγορίες εφαρμογών αυτόματης μάθησης:

- Περιγραφική: Η αυτόματη μάθηση χρησιμοποιείται προκειμένου να περιγραφεί η πληροφορία που περιέχεται σε μία βάση δεδομένων. Η κατηγορία αυτή ασχολείται με την παραστατική στατιστική, καθώς και υποπεριοχές αυτής, όπως την περιληπτική και γραφική απεικόνιση των δεδομένων, που είναι πολύ σημαντικές σε πρακτικές εφαρμογές.
- Επαγωγική: Η αυτόματη μάθηση χρησιμοποιείται για την εξαγωγή γενικών κανόνων από μία βάση δεδομένων, οι οποίοι θα μπορούν αργότερα να εφαρμοστούν προκειμένου να εξαχθούν συμπεράσματα για νέα δεδομένα.
- Μεταλλακτική: Η αυτόματη μάθηση εφαρμόζεται σε μία βάση δεδομένων προκειμένου να εξαχθεί απευθείας πληροφορία για ένα συγκεκριμένο δεδομένο, χωρίς να απαιτείται η διατύπωση ενός συγκεκριμένου κανόνα.

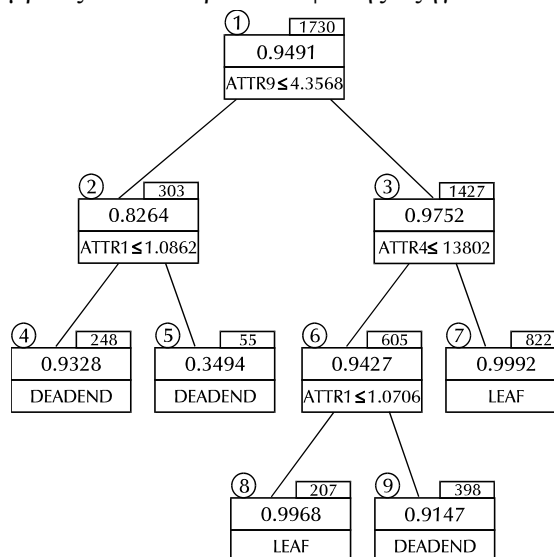
Τα δένδρα απόφασης ανήκουν στην κατηγορία της επαγωγικής μάθησης. Βοηθούν στην εξαγωγή κανόνων από ένα σύνολο μάθησης και χρησιμοποιούνται για τη λήψη αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο, για τη βελτίωση και τον έλεγχο διαδικασιών. Η μεθοδολογία των δένδρων απόφασης είναι

μία γενική μη παραμετρική τεχνική, ικανή να παράγει ταξινομητές προκειμένου να εκτιμήσει νέες, άγνωστες καταστάσεις, ή να αποκαλύψει τους μηχανισμούς που χαρακτηρίζουν ένα πρόβλημα.

## 7.2 Τί Είναι τα Δένδρα Απόφασης ;

Το δένδρο απόφασης (ΔΑ) είναι ένα δένδρο κατασκευασμένο με δομή από πάνω προς τα κάτω. Ο πρώτος κόμβος του ΔΑ ονομάζεται ρίζα και ακολουθούν οι κόμβοι ελέγχου (ή ενδιάμεσοι κόμβοι) καθώς και οι τερματικοί κόμβοι. Οι ενδιάμεσοι κόμβοι περιέχουν έναν έλεγχο και δημιουργούν δύο απογόνους. Ο ένας απόγονος (αριστερός) προκύπτει όταν επαληθεύεται ο έλεγχος, ενώ ο άλλος απόγονος (δεξιός) όταν δεν επαληθεύεται. Οι τερματικοί κόμβοι είναι αυτοί που οδηγούν στην ταξινόμηση της εξεταζόμενης περίπτωσης σε μία από τις προεπιλεγμένες κλάσεις.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε από [T1-T2] ένα απλό χαρακτηριστικό δένδρο απόφασης για την ταξινόμηση των ειδικών απωλειών κενού φορτίου του μετασχηματιστή. Από δω και πέρα θα τις δούμε σαν μία ταξινόμηση ιδιότητας μίας συσκευής, παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα. Οι απώλειες αυτές κατατάσσονται σε δύο κλάσεις: η μία αντιστοιχεί σε αποδεκτή ποιότητα (απώλειες έως ένα συγκεκριμένο όριο), ενώ η άλλη κλάση αντιστοιχεί σε μη αποδεκτή ποιότητα μετασχηματιστή (απώλειες πάνω από ένα συγκεκριμένο όριο). Οι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται για τους κόμβους του δένδρου απόφασης εξηγούνται στο σχήμα 7.2-2.

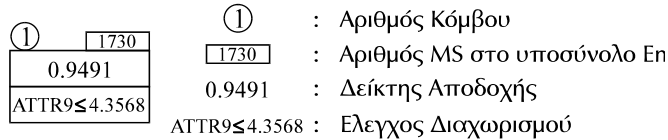


**Σχήμα 7.2-1:** Δένδρο απόφασης για την ταξινόμηση ειδικού χαρακτηριστικού συσκευής

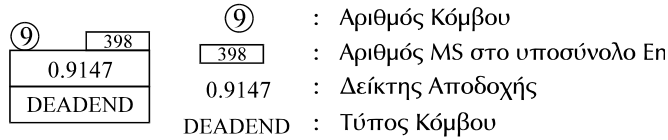
Ο δείκτης αποδοχής ενός κόμβου του δένδρου απόφασης ορίζεται ως ο λόγος των αποδεκτών προ-ταξινομημένων καταστάσεων ή συνόλων μέτρησης (measurement sets) σε ένα υποσύνολο  $En$  του κόμβου  $n$  προς το συνολικό αριθμό των συνόλων μέτρησης στο σύνολο  $En$ . Αν ο δείκτης αποδοχής ενός τερματικού κόμβου είναι μεγαλύτερος από 0,5, τότε τα σύνολα μέτρησης αυτού του κόμβου είναι ως επί το πλείστον αποδεκτής ποιότητας.

Το δένδρο απόφασης του παραπάνω σχήματος έχει συνολικά 9 κόμβους, εκ των οποίων 4 είναι ενδιάμεσοι (κόμβοι 1, 2, 3, και 6) και 5 είναι τερματικοί (κόμβοι 4, 5, 7, 8, και 9). Η ρίζα του δένδρου απόφασης (κόμβος 1) αποτελείται από 1730 προ-ταξινομημένες καταστάσεις (σύνολο μάθησης), εκ των οποίων οι 94,91% (1642/1730) ανήκουν στην κλάση  $\{+\}$  (αποδεκτή ποιότητα) και το υπόλοιπο 5,09% (88/1730) ανήκουν στην κλάση  $\{-\}$  (μη αποδεκτή ποιότητα). Τα σύνολα μέτρησης που καταλήγουν στον τερματικό κόμβο 7 είναι αποδεκτής ποιότητας (ο κόμβος 7 έχει δείκτη αποδοχής 99.92%), ενώ τα σύνολα που καταλήγουν στον κόμβο 5 είναι μη αποδεκτής ποιότητας (δείκτης αποδοχής 34.94%).

**ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΣ ΚΟΜΒΟΣ**



**ΤΕΡΜΑΤΙΚΟΣ ΚΟΜΒΟΣ**



**(LEAF/DEADEND)**

**Σχήμα 7.2-2:** Συμβολισμός των κόμβων του δένδρου απόφασης

Με βάση το δένδρο απόφασης μπορούν να εξαχθούν τόσοι κανόνες, όσοι είναι και οι τερματικοί του κόμβοι. Άρα για το υπό μελέτη δένδρο απόφασης εξάγονται 5 κανόνες με βάση τους οποίους ένας μετασηματιστής είναι ή όχι αποδεκτός. Οι κανόνες καταγράφονται στον ακόλουθο πίνακα.

Κόμβος	Κανόνας
4	Αν $ATTR9 \leq 4,3568$ και $ATTR1 \leq 1,0862 \Rightarrow$ Αποδεκτός
5	Αν $ATTR9 \leq 4,3568$ και $ATTR1 > 1,0862 \Rightarrow$ Μη Αποδεκτός
7	Αν $ATTR9 > 4,3568$ και $ATTR4 > 13802 \Rightarrow$ Αποδεκτός
8	Αν $ATTR9 > 4,3568$ και $ATTR4 \leq 13802$ και $ATTR1 \leq 1,0706 \Rightarrow$ Αποδεκτός
9	Αν $ATTR9 > 4,3568$ και $ATTR4 \leq 13802$ και $ATTR1 > 1,0706 \Rightarrow$ Αποδεκτός

**Πίνακας 7.2-1:** Κανόνες Δένδρου Απόφασης σχήματος 7.2-1

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να ταξινομήσουμε ένα άγνωστο σύνολο μέτρησης, έστω το  $MS=(ATTR1^*, ATTR4^*, ATTR9^*)=(1,05, 14000, 4,22)$ . Η ταξινόμηση ξεκινάει από τη ρίζα του δένδρου. Επειδή  $ATTR9^* < 4,3568$  οδηγούμαστε στον κόμβο 2, όπου ελέγχεται η παράμετρος  $ATTR1^*$ . Επειδή  $ATTR1^* < 1,0862$  οδηγούμαστε στον κόμβο 4. Ο κόμβος 4 είναι τερματικός κόμβος με δείκτη αποδοχής 0,9328, δηλαδή το 93,28% των  $MS$  (measurement sets) που καταλήγουν στον κόμβο αυτό είναι αποδεκτές συσκευές (μετασηματιστές). Επομένως το  $MS=(ATTR1^*, ATTR4^*, ATTR9^*)=(1,05, 14000, 4,22)$  ταξινομείται ως συσκευή αποδεκτής ποιότητας.

Συμπερασματικά, η μεθοδολογία των δένδρων απόφασης είναι μία μη παραμετρική μέθοδος μάθησης ικανή να παράγει ταξινομητές για ένα δεδομένο πρόβλημα, με σκοπό να εξάγει πληροφορία (ταξινόμηση) για νέες, μη-παρατηρημένες περιπτώσεις.

**7.3 Γενικοί Κανόνες και Συμβολισμοί**

Η κατασκευή των δένδρων απόφασης προϋποθέτει την ύπαρξη ενός συνόλου μάθησης, δηλαδή ενός αριθμού, έστω  $N$ , προ-ταξινομημένων καταστάσεων. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, θα υποθέσουμε ότι κάθε κατάσταση χαρακτηρίζεται από ένα καθορισμένο αριθμό, έστω  $n$ , ιδιοτήτων, και ότι οι  $N$  καταστάσεις είναι ταξινομημένες μόνο σε δύο κλάσεις  $\{+, -\}$ .

Ένα σύνολο μάθησης (learning set) ορίζεται ως:

$$LS = \{(\vec{v}_1, c_1), (\vec{v}_2, c_2), \dots, (\vec{v}_N, c_N)\} \tag{7.3-1}$$

όπου τα στοιχεία του διανύσματος  $\vec{v}_k$  :

$$\vec{v}_k = (u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk})^T \quad (7.3-2)$$

αναπαριστούν τις τιμές των ιδιοτήτων της κατάστασης  $s_k$ , η οποία χαρακτηρίζεται από τις  $n$  ιδιότητές της:

$$s_k = [a_1 = u_{1k}] \cap [a_2 = u_{2k}] \cap \dots \cap [a_n = u_{nk}] \quad (7.3-3)$$

και  $c_k \in \{+, -\}$ . Πρέπει να σημειωθεί ότι το προ-ταξινομημένο σύνολο μάθησης θεωρείται ότι είναι ένα αντιπροσωπευτικό στατιστικό δείγμα μεγέθους  $N$ , προερχόμενο από το συνολικό πληθυσμό των πιθανών καταστάσεων.

Το *σύνολο ελέγχου* (test set), ορίζεται σαν ένα παρόμοιο, αλλά ανεξάρτητο δείγμα μεγέθους  $M$ :

$$TS = \{(\vec{v}_{N+1}, c_{N+1}), (\vec{v}_{N+2}, c_{N+2}), \dots, (\vec{v}_{N+M}, c_{N+M})\} \quad (7.3-4)$$

Το σύνολο ελέγχου θα χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση της απόδοσης του δένδρου απόφασης.

#### 7.4 Αυτόματη Κατασκευή των Δένδρων Απόφασης

Για ένα δεδομένο σύνολο μάθησης, ο στόχος είναι η κατασκευή ενός σχεδόν βέλτιστου δένδρου απόφασης, με την έννοια ότι αυτό επιτυγχάνει μία καλή ισορροπία μεταξύ της πολυπλοκότητας και της ακρίβειας, δηλαδή μεταξύ του συνολικού αριθμού των κόμβων και της ικανότητας ταξινόμησης.

Ο τελικός στόχος της διαδικασίας κατασκευής είναι:

- να επιλέξει τις κατάλληλες ιδιότητες ανάμεσα στις υποψήφιες -ο αριθμός των επιλεγμένων ιδιοτήτων είναι αρκετά μικρότερος από  $n$ , το συνολικό αριθμό των υποψήφιων ιδιοτήτων- και
- να κατασκευάσει το δένδρο απόφασης επί τη βάση αυτών των κατάλληλων ιδιοτήτων.

Αυτή η διαδικασία κατασκευής αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

*I.* Ξεκινώντας από τη ρίζα του δένδρου, με τη λίστα των υποψήφιων ιδιοτήτων και με το πλήρες σύνολο μάθησης, οι καταστάσεις μάθησης αναλύονται με σκοπό να επιλεγεί ένας έλεγχος ο οποίος οδηγεί σε μέγιστη αύξηση της καθαρότητας, ή ισοδύναμα, περιέχει μία μέγιστη ποσότητα πληροφορίας για τις ταξινομήσεις του. Η επιλογή γίνεται μέσα από δύο στάδια:

*α.* για κάθε ιδιότητα, έστω  $a_i$ , βρίσκει το βέλτιστο έλεγχο πάνω στις τιμές του, ερευνώντας εξονυχιστικά τις τιμές αυτής της υποψήφιας ιδιότητας για τις διαφορετικές καταστάσεις μάθησης. Στην περίπτωση των διαδοχικών αριθμητικών ιδιοτήτων, αυτό το βήμα δίνει μία βέλτιστη τιμή κατωφλίου  $u_{i*}$  και προσδιορίζει τον ακόλουθο έλεγχο:

$$a_i < u_{i*} ? \quad (7.4-1)$$

*β.* ανάμεσα στις διαφορετικές υποψήφιες ιδιότητες, επιλέγει την καλύτερη  $a_*$ , μαζί με τη βέλτιστη τιμή της  $u_{**}$ , για να διαχωρίσει τον κόμβο.

Συμπερασματικά, το στάδιο (*β*) προσδιορίζει τη βέλτιστη ιδιότητα και το στάδιο (*α*) τη βέλτιστη τιμή κατωφλίου.



II. Ο επιλεγμένος έλεγχος εφαρμόζεται στο σύνολο μάθησης του κόμβου και τον διαχωρίζει σε δύο υποσύνολα, που αντιστοιχούν στους δύο απογόνους του κόμβου. Ξεκινώντας με τη ρίζα του δένδρου και ολόκληρο το σύνολο μάθησης, τα δύο υποσύνολα -που αντιστοιχούν στους δύο απογόνους της ρίζας του δένδρου- είναι:

$$LS_1 = \{v_k \in LS : a_* < u_{**}\} \quad \& \quad LS_2 = \{v_k \in LS : a_* \geq u_{**}\} \quad (7.4-1)$$

III. Οι απόγονοι περιγράφονται ως τερματικοί ή ενδιάμεσοι κόμβοι επί τη βάση του κριτηρίου διακοπής διαχωρισμού που περιγράφεται παρακάτω.

IV. Για τους ενδιάμεσους κόμβους, η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται αναδρομικά με σκοπό να κατασκευαστούν τα αντίστοιχα υπο-δένδρα.

V. Για τους τερματικούς κόμβους, οι πιθανότητες των κλάσεων  $p_+$  και  $p_-$  εκτιμώνται στη βάση του αντίστοιχου υποσυνόλου των καταστάσεων μάθησης, και στους τερματικούς κόμβους αποδίδεται η τάξη που πλειοψηφεί.

Προφανώς, η δυσκολία του προβλήματος της κατασκευής του δένδρου απόφασης βρίσκεται στην επιλογή των διαχωρισμών και στην απόφαση να θεωρηθεί ένας κόμβος ως τερματικός ή να συνεχίσει να διαχωρίζεται. Αυτά τα δύο ερωτήματα εξετάζονται στη συνέχεια, μετά την εισαγωγή μερικών απαραίτητων εννοιών της καθαρότητας και πληροφορίας, που προέρχονται από τη θεωρία της πληροφορίας.

## 7.5 Ορισμοί και Ερμηνεία Βασικών Στοιχείων των Δένδρων Απόφασης

Ορίζεται ως  $S$  το υποσύνολο όλων των πιθανών καταστάσεων, που αντιστοιχούν σε κάποιο κόμβο του δένδρου απόφασης, δηλαδή, που κατευθύνονται σε εκείνο τον κόμβο από τη διαδικασία ταξινόμησης.

Με  $p(+|S)$  -αντίστοιχα  $p(-|S)$ - συμβολίζεται η πιθανότητα μία τυχαία κατάσταση του συνόλου  $S$  να ανήκει στην κλάση  $\{+\}$  -αντίστοιχα  $\{-\}$ .

Έστω  $T$  ένας διχοτομικός υποψήφιος έλεγχος στις τιμές των ιδιοτήτων των καταστάσεων κατά τη σχέση (7.4.1).

Με  $S_y$  -αντίστοιχα  $S_n$ - συμβολίζονται τα υποσύνολα των καταστάσεων του  $S$  που δίνουν απάντηση “YES”, δηλαδή επαληθεύουν -αντίστοιχα “NO”, δηλαδή δεν επαληθεύουν- τον έλεγχο  $T$ . Αυτά τα σύνολα αντιστοιχούν στους απογόνους που προκύπτουν από το διαχωρισμό του κόμβου με βάση τον έλεγχο  $T$ .

Με  $p(S_y | S)$  -αντίστοιχα  $p(S_n | S)$ - συμβολίζεται η πιθανότητα να επαληθεύεται -αντίστοιχα να μην επαληθεύεται- ο έλεγχος στο σύνολο  $S$ .

Η προγενέστερη εντροπία ταξινόμησης (prior classification entropy) του  $S$  ορίζεται ως:

$$H_C(S) = -[p(+|S) \cdot \log_2(p(+|S)) + p(-|S) \cdot \log_2(p(-|S))] \quad (7.5-1)$$

Η  $H_C(S)$  είναι ένα μέτρο της μη καθαρότητας (impurity) ή της αβεβαιότητας της ταξινόμησης των καταστάσεων του  $S$ . Η τιμή  $H_C(S) = 0$  αντιστοιχεί σε ένα απολύτως καθαρό σύνολο ( $p(+|S) = 1$ , ή  $p(+|S) = 0$ ), δηλαδή όλες οι καταστάσεις του  $S$  ανήκουν στην κλάση  $\{+\}$ , ή στην

κλάση  $\{-\}$ . Η τιμή  $H_C(S) = 1$  αντιστοιχεί σε  $p(+|S) = p(-|S) = \frac{1}{2}$ , δηλαδή στη μέγιστη αβεβαιότητα αφού οι μισές καταστάσεις του  $S$  ανήκουν στην κλάση  $\{+\}$ , και οι υπόλοιπες μισές στην κλάση  $\{-\}$ .

Η εντροπία του  $S$  σε σχέση με το διαχωρισμό που προκαλείται από τον έλεγχο  $T$  ορίζεται ως:

$$H_T(S) = -[p(S_y | S) \cdot \log_2(p(S_y | S)) + p(S_n | S) \cdot \log_2(p(S_n | S))] \quad (7.5-2)$$

Η  $H_T(S)$  είναι ένα μέτρο αβεβαιότητας του αποτελέσματος του ελέγχου  $T$  στο  $S$ . Η  $H_T(S)$  έχει παρόμοιες ιδιότητες με την  $H_C(S)$ .

Η μέση μεταγενέστερη εντροπία ταξινόμησης (mean posterior classification entropy) του  $S$  δεδομένου του αποτελέσματος του ελέγχου  $T$  ορίζεται ως:

$$H_{C|T}(S) = p(S_y | S) \cdot H_C(S_y) + p(S_n | S) \cdot H_C(S_n) \quad (7.5-3)$$

Η  $H_{C|T}(S)$  είναι ένα μέτρο της παραμένουσας μη καθαρότητας, αν το  $S$  διαχωριστεί στο  $S_y$  και στο  $S_n$  σύμφωνα με τα αποτελέσματα του ελέγχου  $T$ .

Η πληροφορία που δίνει ο έλεγχος  $T$  για την ταξινόμηση του συνόλου  $S$  ορίζεται ως:

$$I_C^T(S) = H_C(S) - H_{C|T}(S) \quad (7.5-4)$$

Η  $I_C^T(S)$  είναι ένα μέτρο της ικανότητας του ελέγχου  $T$  να παράγει καθαρούς απογόνους.

Το κανονικοποιημένο κέρδος πληροφορίας του ελέγχου  $T$  ορίζεται ως:

$$C_C^T(S) = \frac{2 \cdot I_C^T(S)}{H_C(S) + H_T(S)} \quad (7.5-5)$$

Τα μέτρα που ορίζονται από τις σχέσεις (7.5-1) έως (7.5-4) εκφράζονται σε *bits*, ενώ το μέτρο της σχέσης (7.5-5) είναι αδιάστατο.

Μπορεί να δοθεί μία ποιοτική ερμηνεία για τη σχέση ανάμεσα στο  $C_C^T(S)$  και στη δυνατότητα ταξινόμησης του ελέγχου  $T$ . Για τον σκοπό αυτό, αρχικά παρατηρούμε ότι ισχύουν οι ακόλουθες ανισωτικές σχέσεις:

$$0 \leq H_C(S), H_T(S), H_{C|T}(S), I_C^T(S), C_C^T(S) \leq 1 \quad (7.5-6)$$

$$H_{C|T}(S), I_C^T(S) \leq H_C(S) \quad (7.5-7)$$

Έπειτα θεωρούμε τις ακόλουθες δύο ακραίες περιπτώσεις:

α. *Περίπτωση πλήρους έλλειψης πληροφορίας:* Το αποτέλεσμα  $\{“YES”, “NO”\}$  του ελέγχου  $T$  και η ταξινόμηση  $\{+, -\}$  είναι στατιστικά ανεξάρτητα, δηλαδή ο έλεγχος δεν δίνει καμία πληροφορία για την ταξινόμηση. Στην περίπτωση αυτή:

$$p(+|S_y) = p(+|S_n) = p(+|S) \quad \& \quad p(-|S_y) = p(-|S_n) = p(-|S) \quad (7.5-7)$$

Οπότε

$$H_C(S_y) = H_C(S_n) = H_C(S)$$

και με βάση τη (7.5-3) προκύπτει

$$H_{C|T}(S) = H_C(S)$$

Επιπρόσθετα, λόγω των (7.5-4) και (7.5-5), έχουμε ότι:

$$I_C^T(S) = C_C^T(S) = 0$$

*β. Περίπτωση πλήρους ταξινόμησης:* Το αποτέλεσμα του ελέγχου  $T$  δίνει απολύτως καθαρά ταξινομημένα υποσύνολα  $S_y$  και  $S_n$  -δηλαδή όλες οι καταστάσεις των υποσυνόλων ανήκουν στην κλάση  $\{+\}$ , ή στην κλάση  $\{-\}$ . Τότε αναγκαστικά ισχύει:

$$H_C(S_y) = H_C(S_n)$$

Με βάση τη (7.5-3) προκύπτει ότι:

$$I_C^T(S) = H_C(S) \quad \& \quad H_{C|T}(S) = 0$$

Επιπλέον, στην περίπτωση αυτή η πιθανότητα  $p(S_y | S)$  -αντίστοιχα  $p(S_n | S)$ - θα είναι ίση είτε με  $p(+ | S)$  -αντίστοιχα  $p(- | S)$ - ή  $p(- | S)$  -αντίστοιχα  $p(+ | S)$ -, οπότε προκύπτει ότι:

$$H_T(S) = H_C(S) \quad \& \quad C_C^T(S) = 1$$

Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $C_C^T(S)$ , τόσο πιο ενδιαφέρον είναι ο έλεγχος  $T$  για το διαχωρισμό του κόμβου που αντιστοιχεί στο υποσύνολο  $S$ . Αυτό αξιοποιείται σε επόμενη παράγραφο για τον προσδιορισμό του βέλτιστου κανόνα διαχωρισμού, που χρησιμοποιείται για την κατασκευή των δένδρων απόφασης.

## 7.6 Μαθηματική Επίλυση των Δένδρων Απόφασης

Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στα βασικά σημεία που στηρίζεται ο σχηματισμός ενός δένδρου απόφασης, ο οποίος περιλαμβάνει τη διαμόρφωση των φύλλων του, τις αντίστοιχες ιδιότητες ελέγχου μαζί με τις τιμές κατωφλίου τους.

### 7.6.1 Εκτίμηση με βάση το σύνολο μάθησης

Τα μέτρα εντροπίας και πληροφορίας που ορίστηκαν στις σχέσεις (7.5-1) έως (7.5-5) δεν μπορούν να υπολογιστούν απευθείας, επειδή οι εμπλεκόμενες πιθανότητες είναι γενικά άγνωστες. Εξαιτίας τούτου, χρησιμοποιείται το σύνολο μάθησης σαν ένα στατιστικό δείγμα και οι πιθανότητες εκτιμούνται από τις εμπειρικές τους τιμές, όπως υπολογίζονται από το σύνολο μάθησης. Πιο

αναλυτικά, το σύνολο  $S$ , που αντιστοιχεί σε κάποιο κόμβο του δένδρου απόφασης, αντικαθιστάται από το υποσύνολο των καταστάσεων μάθησης (δηλαδή  $S \cap LS$ ) που αντιστοιχούν σ' αυτό τον κόμβο. Ο υπολογισμός των  $p(+|S)$ ,  $p(-|S)$ ,  $p(S_y|S)$  και  $p(S_n|S)$  γίνεται τότε απευθείας, αφού είναι γνωστές οι τιμές των ιδιοτήτων και των ταξινομήσεων των καταστάσεων μάθησης.

Πρέπει να σημειωθεί ότι, αν και οι εκτιμήσεις των  $p(+|S)$ ,  $p(-|S)$ ,  $p(S_y|S)$  και  $p(S_n|S)$  είναι γενικά αμερόληπτες, η αντικατάστασή τους στις (7.5-1) έως (7.5-5) δίνει μάλλον μεροληπτικά αισιόδοξα μέτρα πληροφορίας, υπερεκτιμώντας έτσι την πραγματική καταλληλότητα του ελέγχου  $T$ . Ευτυχώς, η ποσότητα της προκατάληψης είναι αντιστρόφως ανάλογη του μεγέθους του δείγματος (του αριθμού  $\ell$  των καταστάσεων του  $S \cap LS$ ) και τα μέτρα μπορούν ακόμα να χρησιμοποιούνται για λόγους σύγκρισης, π.χ. για να επιλέξουν ένα βέλτιστο έλεγχο για το διαχωρισμό του κόμβου.

Για παράδειγμα, μπορεί να δειχθεί [T3] ότι για μία τιμή  $I_C^T(S) = 0$  που αντιστοιχεί σε μη συσχέτιση-, η εκτιμήτρια της πληροφορίας ακολουθεί κατανομή  $x^2$ , η αναμενόμενη τιμή της οποίας είναι θετική και αντιστρόφως ανάλογη του αριθμού  $\ell$  των καταστάσεων του  $S \cap LS$  και είναι ίση με:

$$\hat{I} = I_C^T(S \cap LS) \quad (7.6-1)$$

Αυτή η ιδιότητα αξιοποιείται πιο κάτω στο βέλτιστο κριτήριο διαχωρισμού. Συγχρόνως, για να δοθεί έμφαση στη διαφορά ανάμεσα στα μέτρα της καθαρότητας και των εκτιμητριών της, οι τελευταίες αποκαλούνται «φαινομενικές», σε αντίθεση με τις «πραγματικές» άγνωστες τιμές.

### 7.6.2 Βέλτιστο κριτήριο διαχωρισμού

Οι διαχωρισμοί των κόμβων ελέγχου πρέπει να επιλεγούν έτσι, ώστε να περιορίζεται η πιθανότητα εμφάνισης *αδιέξοδων* (dead ends) κόμβων, δηλαδή μη καθαρών τερματικών κόμβων, (όπως ορίζονται στην επόμενη παράγραφο), και να επιτυγχάνεται ο επιθυμητός βαθμός ακρίβειας. Αυτό γίνεται με ένα -όχι κατά ανάγκη βέλτιστο- τρόπο εύρεσης: ο βέλτιστος έλεγχος θεωρείται ότι είναι εκείνος που διαχωρίζει περισσότερο τις καταστάσεις των δύο κλάσεων στο τοπικό υποσύνολο μάθησης. Αυτή η στρατηγική επιλέγει τον έλεγχο που αποφέρει τους καθαρότερους απογόνους ή μεγιστοποιεί το φαινομενικό κανονικοποιημένο κέρδος πληροφορίας  $C_C^T(S \cap LS)$  κατά τη (7.5-5). Οπότε μπορεί να θεωρηθεί ότι πρόκειται για έναν τοπικό, παρά για έναν ολικό βέλτιστο έλεγχο.

### 7.6.3 Μέθοδος διακοπής διαχωρισμού

Έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι για τη διακοπή διαχωρισμού ενός κόμβου. Για παράδειγμα, η μέθοδος *ID3* [T4] σταματάει το διαχωρισμό ενός κόμβου μόνο αν το αντίστοιχο υποσύνολο μάθησης ανήκει πλήρως μόνο σε μία από τις κλάσεις του επιθυμητού διαχωρισμού. Δυστυχώς, σε πολλές περιπτώσεις, όπως έχει αποδειχθεί στην πράξη, αυτή η στρατηγική τείνει να κατασκευάζει αρκετά περίπλοκα δένδρα απόφασης, οι περισσότεροι από τους τερματικούς κόμβους των οποίων περιέχουν μόνο ένα πολύ μικρό και μη αντιπροσωπευτικό δείγμα των καταστάσεων μάθησης. Τα δένδρα αυτά συμπεριφέρονται μη ικανοποιητικά αναφορικά με την ταξινόμηση άγνωστων καταστάσεων και δυσκολεύονται να δείξουν με αξιόπιστο τρόπο τη σχέση ανάμεσα στις ιδιότητες και στην επιθυμητή ταξινόμηση. Κατά [T5] προτείνεται ένα περισσότερο συντηρητικό κριτήριο, το οποίο αντιμετωπίζει τις αδυναμίες της μεθόδου *ID3*. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό, ο διαχωρισμός ενός κόμβου σταματάει αν ισχύει μία από τις παρακάτω δύο συνθήκες:

I. Το τοπικό υποσύνολο των καταστάσεων μάθησης είναι επαρκώς καθαρό, δηλαδή οι καταστάσεις του ανήκουν ως επί το πλείστον σε μία από τις δύο κλάσεις. Ένας τέτοιος τερματικός κόμβος αποκαλείται «φύλλο» (leaf). Ο βαθμός της καθαρότητας της κλάσης που απαιτείται για τα φύλλα είναι μία παράμετρος για τον αλγόριθμο και ορίζει την ποσότητα της λεπτομέρειας που θέλουμε να εκφράζει το δένδρο απόφασης.

Στην πραγματικότητα ο βαθμός της παραμένουσας μη καθαρότητας μπορεί να προσδιοριστεί από τη  $H_m$ , δηλαδή τη μέγιστη παραμένουσα εντροπία [T5, εξίσωση 7]. Η εντροπία του υποσυνόλου μάθησης, η οποία σχετίζεται με ένα κόμβο, είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την καθαρότητά του. Με όρους εντροπίας, ένας κόμβος θα είναι φύλλο μόνο αν η εντροπία του είναι χαμηλότερη από  $H_m$ . Για εφαρμογές που απαιτούνται τιμές  $H_m = 0.1 \text{ bits}$ , που είναι πολύ χαμηλές, καταλήγουμε στην κατασκευή αρκετά λεπτομερών δένδρων απόφασης. Υψηλότερες τιμές έχουν ενδιαφέρον, αν κάποιος επιθυμούσε να κατασκευάσει απλούστερα δένδρα απόφασης, για λόγους διερεύνησης των δεδομένων.

II. Δεν υπάρχει πιθανότητα για αύξηση της ακρίβειας του δένδρου απόφασης με ένα στατιστικά σημαντικό τρόπο διαχωρίζοντας περαιτέρω αυτό τον κόμβο. Δηλαδή με δεδομένο το βέλτιστο διχοτομικό διαχωρισμό αυτού του κόμβου, δεν υπάρχει αρκετή απόδειξη στο τοπικό υποσύνολο μάθησης, ότι αυτός ο έλεγχος θα μπορούσε πραγματικά να βελτιώσει τη συμπεριφορά του δένδρου απόφασης. Ένας τέτοιος τερματικός κόμβος αποκαλείται στη συνέχεια *αδιέξοδος* (dead end) κόμβος. Αυτό το δεύτερο κριτήριο προστατεύει από την κατασκευή μη αναγκαία περίπλοκων δένδρων απόφασης. Το κριτήριο αυτό διατυπώνεται ως ο ακόλουθος έλεγχος στατιστικής υπόθεσης:

*Με δεδομένο το τοπικό υποσύνολο των καταστάσεων μάθησης και το βέλτιστο έλεγχο, μπορεί να γίνει αποδεκτή η υπόθεση ότι η φαινομενική αύξηση της ακρίβειας, όπως μετράται σ' αυτό το υποσύνολο, και παρέχεται από τον έλεγχο, είναι ένα απολύτως τυχαίο αποτέλεσμα;*

Στην προηγούμενη στατιστική υπόθεση ο όρος «φαινομενική αύξηση της ακρίβειας» αναφέρεται στην αύξηση της ακρίβειας που μετράται στο σύνολο μάθησης, σε αντίθεση με την πραγματική αύξηση της ακρίβειας που σχετίζεται με τις άγνωστες καταστάσεις -σύνολο ελέγχου.

Με ποσοτικούς όρους, ο στατιστικός όρος  $\hat{A} = c \cdot \ell \cdot \hat{I}$  -όπου  $\ell$  είναι το μέγεθος του τοπικού υποσυνόλου μάθησης,  $c$  είναι μία σταθερά και  $\hat{I}$  είναι η φαινομενική αύξηση στην καθαρότητα που παρέχεται από το βέλτιστο διαχωρισμό- ακολουθεί κατανομή  $\chi^2$  με ένα βαθμό ελευθερίας με την υπόθεση μη αύξησης της καθαρότητας. Οπότε αν καθοριστεί το επίπεδο ρίσκου  $a$  για τη μη ανίχνευση αυτών των καταστάσεων για μία δεδομένη τιμή, ελέγχοντας την τιμή του  $\hat{A}$  ως προς μία τιμή κατωφλίου  $\hat{A}_{cr}$  έτσι, ώστε  $\text{Pr}ob(\hat{A} \geq \hat{A}_{cr}) = a$  δίνεται η δυνατότητα να ανιχνευθούν οι περιπτώσεις όπου η φαινομενική αύξηση στην ακρίβεια είναι ένα τυχαίο γεγονός με μία πιθανότητα ίση με  $1-a$ .

Με αυτόν τον τρόπο το επίπεδο ρίσκου  $a$  ορίζει το ποσόν της ένδειξης (evidence) που απαιτείται σε κάθε κόμβο προκειμένου να διαχωριστεί. Η απάντηση εξαρτάται από την τιμή του  $a$ , το μέγεθος του τοπικού υποσυνόλου μάθησης, και από τη ποσότητα της φαινομενικής βελτίωσης της ακρίβειας που παρέχεται από τον έλεγχο.

Το ερώτημα «πόση ένδειξη απαιτείται έτσι, ώστε να διαχωριστεί ένας κόμβος» σχετίζεται με το βαθμό της αντιπροσωπευτικότητας που αποδίδεται στο σύνολο μάθησης και το ρίσκο να υπερεκτιμηθεί αυτός ο βαθμός. Για αυτό ο βαθμός της επιφυλακτικότητας της διαδικασίας ορίζεται από τον χρήστη δια μέσου της επιλογής της τιμής του  $a$ . Η τιμή του  $a$  κυμαίνεται μεταξύ ένα (το κριτήριο δεν έχει επίδραση στη διαδικασία διαχωρισμού, και το δένδρο αναπτύσσεται σύμφωνα με την παραπάνω συνθήκη I) και μηδέν (δεν επιτρέπεται ανάπτυξη του δένδρου) και τελικά το δένδρο αποτελείται μόνο από ένα κόμβο, δηλαδή τη ρίζα του.

### 7.7 Επεξήγηση Δημιουργίας ενός Δένδρου Απόφασης μέσα από ένα παράδειγμα

Έστω ότι θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα δένδρο απόφασης χρησιμοποιώντας το σύνολο μάθησης του ακόλουθου πίνακα που περιγράφει την αξιοπιστία ενός συστήματος -συγκεκριμένα την αξιοπιστία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας [T1].

Περίπτωση	Σημείο Λειτουργίας (OP)	$nS$	$nU$	$nTot$
1	(U, (5,1 4,0345 8,0))	0	1	1
2	(U, (6,6 4,0345 8,0))	0	2	2
3	(S, (7,8 4,0345 8,0))	1	2	3
4	(S, (6,6 3,8865 8,0))	2	2	4
5	(S, (7,8 3,8865 8,0))	3	2	5
6	(U, (5,1 3,7383 8,0))	3	3	6
7	(S, (7,8 3,7383 8,0))	4	3	7
8	(U, (5,1 3,5896 8,0))	4	4	8
9	(U, (5,4 3,5896 8,0))	4	5	9
10	(U, (5,1 3,4407 8,0))	4	6	10
11	(U, (5,4 3,4407 8,0))	4	7	11
12	(S, (6,6 3,4407 8,0))	5	7	12
13	(U, (5,4 3,2915 8,0))	5	8	13
14	(S, (6,6 3,2915 8,0))	6	8	14
15	(S, (6,6 3,2854 8,0))	7	8	15
16	(U, (5,4 3,1420 8,0))	7	9	16
17	(S, (6,6 3,1420 8,0))	8	9	17
18	(S, (6,6 3,1323 8,0))	9	9	18
19	(S, (6,6 2,9923 8,0))	10	9	19
20	(S, (7,8 2,9923 8,0))	11	9	20

Πίνακας 7.7-1: Σύνολο μάθησης για την κατασκευή ενός δένδρου απόφασης

Το συγκεκριμένο σύνολο μάθησης αποτελείται από  $N = 20$  προ-ταξινομημένες καταστάσεις ή λειτουργικά σημεία (operating points - OP). Αυτό το σύνολο μάθησης αντιστοιχεί σε 20 λειτουργικές καταστάσεις. Κάθε μία από τις λειτουργικές καταστάσεις του συστήματος ταξινομείται ως ασφαλής (safe - S), ή ανασφαλής (Unsafe - U). Επίσης κάθε λειτουργική κατάσταση περιγράφεται από τρεις χαρακτηριστικές ιδιότητες, τις  $ATTR1$ ,  $ATTR2$ , και  $ATTR3$ , αντίστοιχα. Έτσι το 9<sup>ο</sup> λειτουργικό σημείο, δηλαδή το  $OP_9 = (U, (5,4 \ 3,5896 \ 8,0))$  αντιστοιχεί σε  $ATTR1 = 5,4$ ,  $ATTR2 = 3,5896$  και  $ATTR3 = 8,0$ . Επίσης όταν το συγκεκριμένο σύστημα λειτουργεί κάτω από τις συνθήκες που περιγράφονται από τις τιμές των ιδιοτήτων του λειτουργικού σημείου  $OP_9$  η κατάστασή του χαρακτηρίζεται ως ανασφαλής. Στον παραπάνω πίνακα η στήλη περίπτωση, περιγράφει τον αύξοντα αριθμό του εξεταζόμενου λειτουργικού σημείου, η στήλη λειτουργικό σημείο - OP, περιγράφει τις τιμές των ιδιοτήτων και την ταξινόμηση του λειτουργικού σημείου, η στήλη  $nS$  είναι ένας μετρητής που καταγράφει πόσα λειτουργικά σημεία έως την εξεταζόμενη κάθε φορά περίπτωση αντιστοιχούν σε ασφαλή λειτουργία του συστήματος, η στήλη  $nU$  καταγράφει πόσα λειτουργικά σημεία αντιστοιχούν σε ανασφαλής λειτουργία και η στήλη  $nTot$  είναι ένας μετρητής που καταγράφει πόσα λειτουργικά σημεία έχουν θεωρηθεί ως την εξεταζόμενη κάθε φορά περίπτωση.

Παρατηρούμε ότι από τις 20 λειτουργικές καταστάσεις οι 11 (ή ποσοστό 55%) είναι ασφαλείς, ενώ οι υπόλοιπες 9 (ή ποσοστό 45%) είναι μη ασφαλείς. Παρατηρούμε επίσης ότι η ιδιότητα *ATTR3* έχει σταθερή τιμή (ίση με 8,0) και για τις 20 λειτουργικές καταστάσεις. Αυτό μας προϋποθέτει ότι είναι αδύνατον η ιδιότητα *ATTR3* να εμφανιστεί σε κάποιον από τους κόμβους ελέγχου του δένδρου απόφασης, που πρόκειται να κατασκευάσουμε. Ο λόγος είναι ότι δεν μπορεί να βγει κάποιος κανόνας, με βάση την ιδιότητα *ATTR3*, διότι παρά το γεγονός ότι στις 20 λειτουργικές καταστάσεις οι 11 είναι ασφαλείς και οι υπόλοιπες ανασφαλείς, η τιμή της παραμέτρου αυτής είναι σταθερή.

Το επόμενο βήμα είναι να κατασκευάσουμε έναν πίνακα με τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές των ιδιοτήτων, και να αποφασίσουμε σε πόσα βήματα θα διαμερίσουμε το διάστημα μεταξύ ελάχιστων και μέγιστων τιμών. Η διαμέριση είναι χρήσιμη σε όλες τις εφαρμογές των δένδρων απόφασης, τόσο για πολύ μικρά σύνολα μάθησης -όπως στο συγκεκριμένο παράδειγμα-, όσο και για μεγάλα. Για κάθε ιδιότητα κάθε άκρο των διαστημάτων, που θα προκύψουν από τη διαμέριση, είναι και μία υποψήφια τιμή κατωφλίου για τον υπό κατασκευή κόμβο του δένδρου απόφασης. Στον ακόλουθο πίνακα φαίνονται οι ελάχιστες και οι μέγιστες τιμές των ιδιοτήτων του συνόλου μάθησης, καθώς επίσης και το πλήθος των διαστημάτων διαμέρισης.

i	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή	Βήματα
1	5,1	7,8	50
2	2,9923	4,0345	50
3	8,0	8,0	50

**Πίνακας 7.7-2:** Ελάχιστες και μέγιστες τιμές των ιδιοτήτων του συνόλου μάθησης

Το επόμενο βήμα είναι η διαμέριση των διαστημάτων. Για παράδειγμα για την ιδιότητα *ATTR1* το εύρος του διαστήματος είναι:

$$\text{ΠΛΑΤΟΣ}_{ATTR1} = \frac{\text{max} - \text{min}}{\text{ΒΗΜΑΤΑ}} = \frac{7,8 - 5,1}{50} = 0,054$$

Έτσι λοιπόν τα άκρα των διαστημάτων για την ιδιότητα *ATTR1* είναι:

$$\min_{ATTR1}, \quad \min_{ATTR1} + \text{ΠΛΑΤΟΣ}_{ATTR1}, \quad \dots \quad \max_{ATTR1} = \min_{ATTR1} + 50 \cdot \text{ΠΛΑΤΟΣ}_{ATTR1}$$

ή ισοδύναμα: 5,100, 5,154, 5,208, ..., 7,800.

Κάθε μία από αυτές τις 51 τιμές είναι υποψήφια για πιθανή τιμή κατωφλίου στον υπό κατασκευή κόμβο -στη συγκεκριμένη περίπτωση για τον κόμβο-ρίζα- του δένδρου απόφασης. Όμοια βρίσκουμε το εύρος των άλλων δύο ιδιοτήτων.

Έχει αναπτυχθεί ένα πρόγραμμα υπολογιστή [T1] που κατασκευάζει αυτόματα το δένδρο απόφασης, όταν δίνεται το σύνολο μάθησης. Στα επόμενα θα εξηγήσουμε γιατί επιλέχθηκε ανάμεσα στις τρεις υποψήφιες ιδιότητες και ανάμεσα στις 51 υποψήφιες τιμές κατωφλίου ανά ιδιότητα η ιδιότητα *ATTR1* και η τιμή κατωφλίου 5,424. Ο λόγος είναι ότι γι' αυτό το συνδυασμό έχουμε τη μέγιστη πληροφορία και το μέγιστο βαθμό επιτυχίας (score).

Στα επόμενα βήματα θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τον τρόπο υπολογισμού της πληροφορίας και του βαθμού επιτυχίας για την τιμή 5,424 της ιδιότητας *ATTR1*. Στην περίπτωση αυτή ο υποψήφιος έλεγχος είναι της μορφής κατά την (7.4-1) είναι:

$$ATTR1 \leq 5,424 \tag{7.7-1}$$

Τα επόμενα βήματα είναι κατά κύριο λόγο υπολογιστικά και είναι τα ακόλουθα:

♦ Πραγματοποιείται ο υπολογισμός των παραμέτρων  $nLa$ ,  $nRa$ ,  $nSLa$ ,  $nULa$ ,  $nSRa$ , και  $nURa$  με βάση το σύνολο μάθησης, μέσω των οποίων γίνεται η διαμόρφωση του κόμβου-ρίζας:

Το  $nLa$  είναι ένας μετρητής που εκφράζει το πλήθος των λειτουργικών σημείων του συνόλου μάθησης που επαληθεύουν τον έλεγχο (7.7-1) και ταυτόχρονα αντιστοιχούν σε ασφαλή λειτουργία του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή εμπίπτουν τα λειτουργικά σημεία υπ' αριθμόν 1, 6, 8, 9, 10, 11, 13, και 16, δηλαδή συνολικά 8 σημεία, οπότε  $nLa = 8$ .

Το  $nRa$  εκφράζει το πλήθος των λειτουργικών σημείων του συνόλου μάθησης που επαληθεύουν τον έλεγχο (7.7-1) και ταυτόχρονα αντιστοιχούν σε ανασφαλή λειτουργία του συστήματος. Είναι προφανές ότι, αφού υπάρχουν συνολικά 20 λειτουργικά σημεία, ότι  $nRa = 20 - nLa$ , ή  $nRa = 12$ .

Το  $nSLa$  προκύπτει ως εξής: έστω ότι έχει επιλεγθεί ο έλεγχος (7.7-1). Ο έλεγχος αυτός διαμερίζει το αρχικό σύνολο μάθησης σε δύο υποσύνολα. Το υποσύνολο του συνόλου μάθησης που επαληθεύει τον έλεγχο και το υποσύνολο του αρχικού συνόλου μάθησης που δεν τον επαληθεύει. Το υποσύνολο  $LS_1$  που τον επαληθεύει αποτελείται από τα ακόλουθα λειτουργικά σημεία  $LS_1 = \{1, 6, 8, 9, 10, 11, 13 \& 16\}$ . Το  $nSLa$  είναι ένας μετρητής που εκφράζει το πλήθος των λειτουργικών σημείων του υποσυνόλου  $LS_1$  που αντιστοιχούν σε ασφαλή λειτουργία του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Παρατηρούμε όμως από τον πίνακα 7.7-1 ότι και τα 8 λειτουργικά σημεία του υποσυνόλου  $LS_1$  αντιστοιχούν σε ανασφαλή λειτουργία του συστήματος, οπότε  $nSLa = 0$ .

Το  $nULa$  είναι συμπληρωματικό του  $nSLa$ , και υπολογίζεται ως:  $nURa = 8 - nSLa$ , ή  $nULa = 8$ .

Το  $nSRa$  είναι ένας μετρητής που εκφράζει το πλήθος των λειτουργικών σημείων του υποσυνόλου  $LS_2 = \{2, 3, 4, 5, 7, 12, 14, 15, 17, 18, 19 \& 20\}$  -το σύνολο αυτό δεν επαληθεύει τον έλεγχο (7.7-1)- που αντιστοιχούν σε ασφαλή λειτουργία του συστήματος. Παρατηρούμε όμως από τον πίνακα 7.7-1 ότι από τα 12 λειτουργικά σημεία του υποσυνόλου  $LS_2$ , τα 11 αντιστοιχούν σε ασφαλή λειτουργία του συστήματος, οπότε  $nSRa = 11$ , και μόνο ένα λειτουργικό σημείο (το λειτουργικό σημείο υπ' αριθμόν 2) αντιστοιχεί σε ανασφαλή λειτουργία, οπότε  $nURa = 1$ .

♦ Πραγματοποιείται ο υπολογισμός της εντροπίας  $HE_n$  του κόμβου-ρίζα για  $ATTR1 = 5,424$ :

$$nS = nSLa + nSRa = 0 + 11 = 11 \quad \& \quad nU = nULa + nURa = 8 + 1 = 9$$

$$fS = \frac{nS}{nS + nU} = \frac{11}{11 + 9} = 0,55 \quad \& \quad fU = \frac{nU}{nS + nU} = \frac{9}{9 + 11} = 0,45$$

$$HE_n = -\{fS \cdot \log_2 fS + fU \cdot \log_2 fU\} = -\frac{\{0,55 \cdot \ln 0,55 + 0,45 \cdot \ln 0,45\}}{\ln 2} = 0,99277445$$

♦ Πραγματοποιείται ο υπολογισμός της κρίσιμης τιμής της κατανομής  $\chi^2$ ,  $\chi_{cr2}$ . Θεωρώντας ρίσκο  $\alpha = 0,001$  από την κατανομή  $\chi^2$  με ένα βαθμό ελευθερίας λαμβάνεται ότι:  $\chi_{cr2} = 10,7168$ .

♦ Πραγματοποιείται ο υπολογισμός της παραμέτρου *Score* του κόμβου - ρίζα για  $ATTR1 = 5,424$ . Πρώτα υπολογίζεται η μέση υπό συνθήκες εντροπία  $H(E_n/T)$ :

$$f_L = \frac{nLa}{nLa + nRa} = \frac{8}{8 + 12} = 0,4 \quad \& \quad f_R = \frac{nRa}{nRa + nLa} = \frac{12}{12 + 8} = 0,6$$

$$H(E_n / T) = f_L \cdot H(E_L) + f_R \cdot H(E_R)$$



♦ Για το δεξιό κόμβο- απόγονο (LEFT) της ρίζας που αντιστοιχεί στην επαλήθευση του ελέγχου της σχέσης (7.7-1):

$$f_S = \frac{nSLa}{nSLa + nULa} = \frac{0}{0+8} = 0,00 \quad \& \quad f_U = \frac{nULa}{nSLa + nULa} = \frac{8}{0+8} = 1,00$$

$$\Rightarrow H(E_L) = 0,00$$

♦ Για τον αριστερό κόμβο- απόγονο (RIGHT) της ρίζας που αντιστοιχεί στη μη επαλήθευση του ελέγχου της σχέσης (7.7-1):

$$f_S = \frac{nSRa}{nSRa + nURa} = \frac{11}{11+1} = \frac{11}{12} \quad \& \quad f_U = \frac{nURa}{nSRa + nURa} = \frac{1}{1+11} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow H(E_R) = -\{f_S \cdot \log_2 f_S + f_U \cdot \log_2 f_U\} = -\frac{\left\{\frac{11}{12} \cdot \ln \frac{11}{12} + \frac{1}{12} \cdot \ln \frac{1}{12}\right\}}{\ln 2} = 0,41381685$$

$$\Rightarrow H(E_n / T) = f_L \cdot H(E_L) + f_R \cdot H(E_R) = 0,4 \cdot 0 + 0,6 \cdot 0,41381685 = 0,248290110$$

♦ Πραγματοποιείται ο υπολογισμός της πληροφορίας που δίνει ο έλεγχος  $T$  :

$$I(E_n : T) = H(E_n) - H(E_n / T) = 0,99277445 - 0,248290110 = 0,74448434$$

♦ Υπολογίζεται ο παράγοντας συμμετρίας του τεστ,  $S(T)$ :

$$S(T) = -\{f_L \cdot \log_2 f_L + f_R \cdot \log_2 f_R\} = -\frac{0,4 \cdot \ln 0,4 + 0,6 \cdot \ln 0,6}{\ln 2} = 0,97095059$$

♦ Υπολογίζεται η κανονικοποιημένη συσχέτιση  $C(E_n; T)$  :

$$C(E_n : T) = \frac{2 \cdot I(E_n; T)}{H(E_n; T) + S(T)} = \frac{2 \cdot 0,74448434}{0,99277445 + 0,97095059} = 0,75823685$$

♦ Υπολογίζεται η παράμετρος  $Q$ :

$$Q = (nLa + nRa) \cdot I(E_n; T) = (8 + 12) \cdot 0,74448434 = 14,88968688$$

♦ Αξιολογείται ο έλεγχος  $T$  : Λόγω  $Q \geq Xcr2 \Rightarrow 14,88968688 \geq 10,71685897$  υπάρχει συσχέτιση μεταξύ του ελέγχου και του επιθυμητού διαχωρισμού.

♦ Υπολογίζεται η τιμή της παραμέτρου  $Score$  : Επιλέγοντας  $C_{min} = 0,00$  και επειδή ισχύει ότι:

$$C(E_n : T) > C_{min} \Rightarrow 0,75823685 > 0,00$$

προκύπτει ότι:

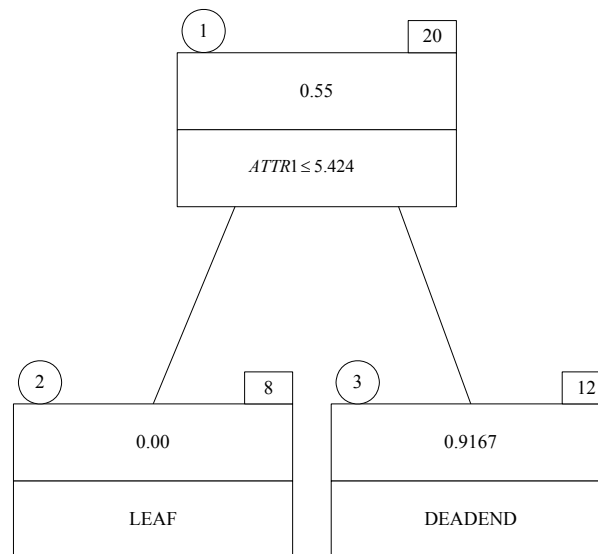
$$Score = C(E_n : T) = 0,75823685$$

Ακριβώς η ίδια διαδικασία επαναλήφθηκε με βοήθεια προγράμματος H/Y [T1] και για τις υπόλοιπες 50 τιμές της ιδιότητας *ATTR1*. Από την πραγματοποίηση αυτών των επαναλήψεων διαπιστώνεται ότι το καλύτερο - μεγαλύτερο *Score* εμφανίζεται για  $ATTR1 = 5,424$ .

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται και για τη δεύτερη και την τρίτη ιδιότητα (attribute). Στο παράδειγμα αυτό, καμία τους δεν δίνει καλύτερο *Score*.

Με αυτόν τον τρόπο το καλύτερο *Score* εμφανίζεται στην πρώτη ιδιότητα για τιμή  $ATTR1 = 5,424$ , η οποία αποτελεί και την τιμή κατωφλίου του κόμβου (threshold value).

Έχοντας προεπιλέξει  $H_{min} = 0,1$  και  $Sc_{min}=0,0$ , ο κόμβος 1 είναι τύπου *συσχέτισης* (CORRELATION). Η ανάπτυξη του δένδρου συνεχίζεται με όμοιο τρόπο, και για τους υπόλοιπους κόμβους και τελικά προκύπτει το δένδρο του ακόλουθου σχήματος.



Σχήμα 7.7-1: Δένδρο απόφασης για την εφαρμογή – παράδειγμα παρ. 7.7

## 7.8 Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική

Τα δένδρα αποφάσεων μπορούν εύκολα να βρουν εφαρμογές στην εδαφομηχανική, καθώς τα τελευταία δίνουν απαντήσεις σε προβλήματα πραγματικού χρόνου για θέματα αξιοπιστίας και ασφάλειας ή ταξινομήσεων. Παραδείγματος χάρη:

- Κατά τη διάρκεια εκσκαφής σήραγγας λαμβάνοντας τα δεδομένα των καθιζήσεων και λοιπών παραμέτρων μπορούν να προκύψουν συμπεράσματα όσον αφορά την ασφάλεια των μηχανημάτων και των εργαζομένων.
- Μπορεί να βρει εφαρμογή στην επιλογή μεθόδου εκσκαφής ή θεμελίωσης τεχνικών έργων, με κριτήρια είτε οικονομικά, είτε ασφαλείας, είτε χρόνου εκτέλεσης έργου λαμβάνοντας υπόψη διάφορες παραμέτρους, όπως βάθος εκσκαφής, είδος και σειρά διάστρωσης εδαφικού υλικού, στάθμη υπόγειου υδροφόρου ορίζοντα κτλ..
- Αντίστοιχα μπορεί να βρει εφαρμογή σε θέματα αξιοπιστίας των μηχανημάτων στον τομέα της οργάνωσης εργοταξίων.
- Μπορεί να πραγματοποιηθούν ταξινομήσεις π.χ. εδαφικού υλικού λαμβάνοντας υπόψη χαρακτηριστικές ιδιότητες, όπως όρια Atterberg, κοκκομετρική διαβάθμιση κτλ..

## Κεφάλαιο 8

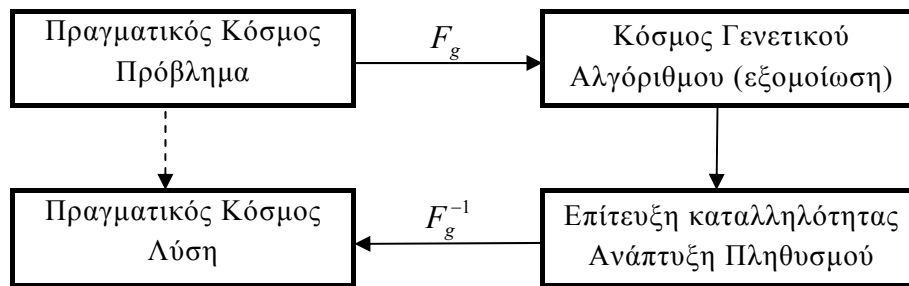
### Βασικές Αρχές Γενετικών Αλγορίθμων

#### 8.1 Τί είναι οι Γενετικοί Αλγόριθμοι;

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι τεχνικές βελτιστοποίησης που βασίζονται στις αρχές της φυσικής επιλογής και της γενετικής [Γ1]. Με βάση αυτήν την προσέγγιση, οι μεταβλητές αναπαριστώνται ως γονίδια σε ένα χρωμόσωμα. Οι γενετικοί αλγόριθμοι απεικονίζουν μία ομάδα υποψήφιων λύσεων (πληθυσμός) στην επιφάνεια ελέγχου (επιφάνεια ανίχνευσης της βέλτιστης λύσης). Με χρήση φυσικής επιλογής και τελεστών γενετικής, όπως μετάλλαξη και διασταύρωση γονιδίων, βρίσκονται τα χρωμοσώματα με την καλύτερη «καταλληλότητα» (fitness). Η φυσική επιλογή εγγυάται ότι τα χρωμοσώματα με την καλύτερη καταλληλότητα θα διαδίδονται στους μελλοντικούς πληθυσμούς. Χρησιμοποιώντας τον τελεστή διασταύρωσης γονιδίων, ο γενετικός αλγόριθμος συνδυάζει γονίδια από χρωμοσώματα δύο γονέων και παράγει δύο νέα χρωμοσώματα (απογόνους), τα οποία έχουν μεγάλη πιθανότητα να έχουν καλύτερη καταλληλότητα από τους γονείς τους. Η μετάλλαξη επιτρέπει να ελεγχθούν νέες περιοχές της επιφάνειας ελέγχου. Με αυτόν τον τρόπο η καταλληλότητα των χρωμοσωμάτων βελτιώνεται και μετά από πολλές γενιές θα δημιουργήσουν χρωμοσώματα που θα περιέχουν τις βέλτιστες τιμές των υπό μελέτη μεταβλητών (επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης) [Γ2-Γ3].

Οι γενετικοί αλγόριθμοι εμφανίστηκαν για πρώτη φορά στο μέσα της δεκαετίας του 1970, όταν ο *J. Holland* [Γ2] δημιούργησε ένα υπολογιστικό μοντέλο που μπορούσε να λύνει προβλήματα βελτιστοποίησης. Σκοπός της έρευνας του *Holland* ήταν η ερμηνεία των προσαρμοστικών διαδικασιών των φυσικών συστημάτων και ο σχεδιασμός συστημάτων που έχουν ίδια χαρακτηριστικά με τα φυσικά συστήματα. Επομένως, οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι τεχνικές αναζήτησης της βέλτιστης λύσης εμπνευσμένες από τις αρχές της φυσικής επιλογής και της γενετικής.

Ο μετασχηματισμός ενός προβλήματος από την περιοχή του πραγματικού κόσμου σε αυτήν του γενετικού αλγορίθμου δίνει τη δυνατότητα απλοποίησης της διαδικασίας εύρεσης της λύσης, με τον ίδιο τρόπο που λειτουργεί και ο μετασχηματισμός *Fourier* (σχήμα. 8.1-1). Οι λόγοι, όμως, που καθιστούν συμφέρουσα τη χρήση γενετικών αλγορίθμων είναι ότι είναι υπολογιστικά απλοί και ισχυροί στην αναζήτηση της βέλτιστης λύσης (ελάχιστο ή μέγιστο). Επιπλέον, δεν περιορίζονται ουσιαστικά από υποθέσεις για το χώρο αναζήτησης -υποθέσεις σχετικά με τη συνέχεια, την ύπαρξη παραγώγων και την ύπαρξη ενός μόνο μεγίστου. Λόγω της διαδικασίας της εξέλιξης δεν εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα, όπως συμβαίνει με άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης [Γ2,Γ3]. Οι γενετικοί αλγόριθμοι διαφέρουν αρκετά σε σχέση με τις υπόλοιπες τεχνικές, αφού αναπαριστούν τις παραμέτρους του προβλήματος με τη μορφή γονιδίων σε ένα χρωμόσωμα, όπως στη βιολογία.



**Σχήμα 8.1-1:** Μετασχηματισμός του γενετικού αλγόριθμου (όμοιο με *Fourier*)

Οι άλλες μέθοδοι βελτιστοποίησης (π.χ. μέθοδος σημείου-σημείου, στην οποία γίνεται μετακίνηση από ένα σημείο στο χώρο απόφασης σε ένα άλλο χρησιμοποιώντας κάποιον κανόνα μετάβασης), οδηγούνται πολύ συχνά σε λανθασμένο υπολογισμό του μεγίστου στις περιπτώσεις περιοχών με περισσότερα από ένα μέγιστα. Οι γενετικοί αλγόριθμοι, όμως, χρησιμοποιούν ταυτόχρονα μία ευρεία βάση δεδομένων σημείων ψάχνοντας πολλά ελάχιστα (ή μέγιστα ανάλογα με το πρόβλημα) ταυτόχρονα, με αποτέλεσμα να μειώνεται η πιθανότητα σφάλματος.

Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μεθόδους, που χρησιμοποιούν αιτιοκρατικούς κανόνες μετάβασης, οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν πιθανοτικούς κανόνες μετάβασης για την καθοδήγηση της αναζήτησης. Συνήθεις τεχνικές αναζήτησης, όπως είναι η τεχνική της κλίσης, απαιτούν τη γνώση των παραγώγων. Οι γενετικοί αλγόριθμοι πλεονεκτούν στο ότι δεν χρειάζονται βοηθητική πληροφορία. Δηλαδή μπορούν να επιτύχουν αποδοτική αναζήτηση με μοναδική απαίτηση τον υπολογισμό της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης που σχετίζεται με τις ατομικές συμβολοσειρές.

Τελικά η χρήση των γενετικών αλγορίθμων παρουσιάζει τα παρακάτω πλεονεκτήματα:

- Δεν απαιτούν γνώση ή πληροφορία για την κλίση της επιφάνειας ελέγχου.
- Πιθανές ασυνέχειες στην επιφάνεια ελέγχου έχουν μικρή επίδραση στη συνολική απόδοση της βελτιστοποίησης.

- Συμπεριφέρονται πολύ καλά σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα βελτιστοποίησης.

- Μπορούν να εφαρμοστούν σε μία ευρεία κλίμακα προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Όμως η χρήση των γενετικών αλγορίθμων παρουσιάζει και κάποια μειονεκτήματα, όπως:

- Δεν καταφέρνουν πάντα να βρουν το ολικό ελάχιστο (ή μέγιστο ανάλογα με το πρόβλημα).
- Απαιτούν μεγάλο αριθμό υπολογισμών της συνάρτησης *καταλληλότητας*.
- Η *διαμόρφωση* (configuration) των παραμέτρων τους δεν είναι άμεση και απαιτεί δοκιμαστικές προσπάθειες.

## 8.2 Λειτουργία Γενετικών Αλγορίθμων

Ο πυρήνας του γενετικού αλγορίθμου αποτελείται από πέντε σημαντικά βήματα:

α. *Αρχικοποίηση* (Initialization): Ο αρχικός πληθυσμός των χρωμοσωμάτων δημιουργείται είτε τυχαία, είτε διαταράσσοντας ένα χρωμόσωμα εισόδου. Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η αρχικοποίηση δεν θεωρείται κρίσιμος, καθώς ο αρχικός πληθυσμός εξελίσσεται και εκτείνεται σε ένα μεγάλο εύρος τιμών των υπό βελτιστοποίηση μεταβλητών (έχει ένα ποικιλόμορφο πληθυσμό). Όμως, αν υπάρχει σαφής γνώση για το σύστημα που πρόκειται να βελτιστοποιηθεί η πληροφορία αυτή μπορεί να συμπεριληφθεί στον αρχικό πληθυσμό. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα επιλογής του μήκους κύματος στην υπέρυθρη φασματοσκοπία, μπορεί αρχικά να επιλεγούν τα μήκη κύματος που αντιστοιχούν σε γνωστές ομάδες απορρόφησης στο πρώτο χρωμόσωμα του πληθυσμού. Τότε, όλα τα χρωμοσώματα στον αρχικό πληθυσμό μπορούν να παραχθούν με τυχαία διαταραχή των χρωμοσώματος εισόδου. Με αυτόν τον τρόπο ο αρχικός πληθυσμός είναι ακόμα ποικιλόμορφος, και

επίσης ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης δεν θα χάνει χρόνο εξερευνώντας περιοχές της επιφάνειας ελέγχου οι οποίες δεν παράγουν καλά μοντέλα.

β. *Αξιολόγηση* (Evaluation): Στο δεύτερο βήμα υπολογίζεται η *καταλληλότητα*. Ο στόχος της συνάρτησης καταλληλότητας είναι να υπολογίσει αριθμητικά τη συμπεριφορά του χρωμοσώματος και να αξιολογήσει την ποιότητά του. Στις πραγματικές εφαρμογές μεθόδων βελτιστοποίησης, όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι, το πιο κρίσιμο βήμα είναι η επιλογή της συνάρτησης καταλληλότητας.

γ. *Αξιοποίηση* (Exploitation): Το τρίτο βήμα είναι η αξιοποίηση ή το βήμα της φυσικής επιλογής. Στο βήμα αυτό, τα χρωμοσώματα με τη *μεγαλύτερη βαθμολογία καταλληλότητας* (fitness score) τοποθετούνται μία ή περισσότερες φορές σε ένα *υποσύνολο ζευγαρώματος* (mating subset) με τρόπο περίπου τυχαίο. Τα χρωμοσώματα με χαμηλή βαθμολογία καταλληλότητας απομακρύνονται από τον πληθυσμό. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για την υλοποίηση της αξιοποίησης. Μία από τις πιο κοινές μεθόδους είναι η *δυναδικού αγώνα μέθοδος επιλογής υποσυνόλου ζευγαρώματος* (binary tournament mating subset selection method). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, κάθε χρωμόσωμα στον πληθυσμό ανταγωνίζεται για μία θέση στο υποσύνολο ζευγαρώματος. Δύο χρωμοσώματα απομακρύνονται τυχαία από τον πληθυσμό, το χρωμόσωμα με τη μεγαλύτερη βαθμολογία καταλληλότητας τοποθετείται στο υποσύνολο ζευγαρώματος. Και τα δύο χρωμοσώματα επιστρέφουν στον πληθυσμό και ένας καινούριος αγώνας αρχίζει. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι το υποσύνολο ζευγαρώματος να ολοκληρωθεί. Ένα χαρακτηριστικό αυτού του σχήματος είναι ότι το χειρότερο χρωμόσωμα του πληθυσμού ποτέ δεν θα επιλεγεί στο υποσύνολο ζευγαρώματος.

δ. *Διασταύρωση* (Ανασυνδυασμός - crossover): Στο τέταρτο βήμα αυτό οι λύσεις του ενδιαμέσου πληθυσμού ανασυνδυάζονται για την παραγωγή του επόμενου πληθυσμού με χρήση τελεστών που προσομοιώνουν αντίστοιχους γενετικούς μηχανισμούς. Συγκεκριμένα, από τον ενδιαμέσο πληθυσμό γίνεται τυχαία επιλογή των λύσεων ανά δύο, και έτσι δημιουργούνται οι λύσεις-γονείς. Έπειτα εφαρμόζεται στους γονείς ο τελεστής διασταύρωσης με μια πιθανότητα  $P_r$ . Η διασταύρωση ανασυνδυάζει τις συμβολοσειρές (γενετικό υλικό) των γονέων δημιουργώντας δύο απογόνους που κληρονομούν χαρακτηριστικά και των δύο γονέων.

Αναλυτικότερα δύο χρωμοσώματα-γονείς από το υποσύνολο ζευγαρώματος επιλέγονται τυχαία να ζευγαρωθούν. Συνήθως επιλέγεται μία υψηλή πιθανότητα (π.χ. 0,95) με την οποία τα χρωμοσώματα θα ανασυνδυάσουν τα γονίδια τους. Αν επιτραπεί στους γονείς να διασταυρωθούν, εφαρμόζεται ένας τελεστής ανασυνδυασμού των γονιδίων ο οποίος ανταλλάσσει γονίδια ανάμεσα στους δύο γονείς και παράγει δύο απογόνους. Αν δεν επιτραπεί να διασταυρωθούν, οι γονείς τοποθετούνται στην επόμενη γενιά απaráλλακτοι. Οι δύο πιο συχνά χρησιμοποιούμενοι τελεστές ανασυνδυασμού των γονιδίων είναι οι μέθοδοι διασταύρωσης ενός και δύο σημείων. Στη μέθοδο διασταύρωσης ενός σημείου, επιλέγεται ένα σημείο διασταύρωσης στο χρωμόσωμα και τα γονίδια μέχρι εκείνο το σημείο ανταλλάσσονται ανάμεσα στους δύο γονείς. Στη μέθοδο διασταύρωσης δύο σημείων, επιλέγονται δύο σημεία διασταύρωσης και τα γονίδια ανταλλάσσονται ανάμεσα στους δύο γονείς. Οι απόγονοι αντικαθιστούν τους γονείς στην επόμενη γενιά. Ένας τρίτος τελεστής ανασυνδυασμού των γονιδίων, ο οποίος έχει γίνει αρκετά δημοφιλής τελευταία, είναι η μέθοδος της ομοιόμορφης διασταύρωσης. Σε αυτήν τη μέθοδο διασταύρωσης εφαρμόζεται ανασυνδυασμός των γονιδίων σε ατομικά γονίδια του χρωμοσώματος. Αν εκτελεστεί διασταύρωση, ανταλλάσσονται τα γονίδια ανάμεσα στους δύο γονείς, ενώ, αν δε γίνει διασταύρωση, τα γονίδια παραμένουν ανέπαφα. Αυτή η μέθοδος διασταύρωσης έχει μία υψηλότερη πιθανότητα να παράγει απογόνους οι οποίοι είναι πολύ διαφορετικοί από τους γονείς τους. Γι' αυτό η πιθανότητα ανασυνδυασμού των γονιδίων συνήθως τίθεται σε μία χαμηλή τιμή (π.χ. 0,1). Η πιθανότητα να συμβεί η διασταύρωση είναι επίσης επιλέξιμη και συνήθως τίθεται σε μία χαμηλή τιμή (π.χ. 0,01) έτσι, ώστε να μην καταστρέφονται καλά χρωμοσώματα.

ε. *Μετάλλαξη* (mutation): Στο πέμπτο βήμα πραγματοποιείται με τυχαία αλλαγή γονιδίων των απογόνων. Η διασταύρωση, αν και αποτελεί το βασικό μηχανισμό αναζήτησης νέων λύσεων, δεν

είναι ωστόσο σε θέση να παράγει πληροφορία που δεν υπάρχει ήδη μέσα στον πληθυσμό. Ο τελεστής της μετάλλαξης καλύπτει αυτήν την ανάγκη εισάγοντας νέα πληροφορία στους απογόνους. Από πλευράς υλοποίησης η μετάλλαξη απλά αλλάζει την τιμή ενός συγκεκριμένου γονιδίου.

Κατά άλλους ερευνητές [Γ1] τα δύο τελευταία βήματα είναι ενοποιημένα σε ένα τέταρτο βήμα με όνομα «εξερεύνηση» (exploration) και αποτελείται από τους τελεστές ανασυνδυασμού των γονιδίων και μετάλλαξης.

Μετά το (ε) βήμα ο πληθυσμός είναι πλήρης από νέα χρωμοσώματα (απογόνους) και εκτελούνται ξανά τα βήματα (β) έως (ε). Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται όσο δεν ικανοποιούνται τα κριτήρια τερματισμού, δηλαδή είτε πρόκειται για ένα προκαθορισμένο αριθμό γενεών, είτε μέχρι ο βαθμός καταλληλότητας της καλύτερης λύσης να είναι μεγαλύτερος από κάποιο συγκεκριμένο όριο [Γ2,Γ3].

Τέλος αναφέρουμε ένα επιπλέον πρόβλημα που υπάρχει στα θέματα των γενετικών αλγορίθμων που προηγείται όλων των βημάτων και είναι η κωδικοποίηση, δηλαδή η αναπαράσταση των μεταβλητών που πρόκειται να βελτιστοποιηθούν. Υπάρχουν δύο ειδών κωδικοποιήσεις : η δυαδική και η πραγματική (βλ. παρ. 8.2.2).

### 8.2.1 Ένα εισαγωγικό παράδειγμα προς κατανόηση

Η λειτουργία των γενετικών αλγορίθμων θα παρουσιαστεί μέσα από το ακόλουθο παράδειγμα: Έστω ότι θέλουμε να βρούμε το μέγιστο της συνάρτησης  $f(x) = x^2$  στο διάστημα  $[0,31]$ .

Πρώτα πρέπει να επιλέξουμε την κατάλληλη κωδικοποίηση (βλ. παρ. 8.2.2). Θα χρησιμοποιήσουμε τη δυαδική κωδικοποίηση. Με ένα δυαδικό αριθμό πέντε ψηφίων μπορούμε να αναπαραστήσουμε μη προσημασμένους ακέραιους στο διάστημα μεταξύ 0 (0 0 0 0 0) και 31 (1 1 1 1 1). Το διάστημα αυτό είναι το διάστημα στο οποίο θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε τη συνάρτηση  $f(x)$ . Υπενθυμίζουμε ότι ένας μη προσημασμένος δυαδικός αριθμός αντιστοιχεί σε ένα φυσικό αριθμό σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$N = \sum_{i=1}^n b_i \cdot 2^i \quad (8.3-1)$$

Όπου  $b_i$  (=0 ή 1) το  $i$ -ιοστό δυαδικό ψηφίο του  $N$  φυσικού αριθμού με  $n$  το πλήθος των δυαδικών ψηφίων. Οπότε οι ακόλουθοι δυαδικοί αριθμοί αντιστοιχούν:

$$00000_{(2)} = 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 0$$

$$00001_{(2)} = 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 1$$

$$00010_{(2)} = 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 2$$

⋮

$$01001_{(2)} = 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 9$$

⋮

$$11111_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 31$$

Έπειτα, θα δημιουργήσουμε ένα αρχικό πληθυσμό από, έστω, 4 χρωμοσώματα (υποψήφιος) λύσεις. Κάθε χρωμόσωμα θα έχει μήκος πέντε δυαδικών ψηφίων. Συνολικά απαιτούνται 20 δυαδικά

ψηφία, τα οποία παράγονται από μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Οι τυχαίοι αυτοί αριθμοί είναι τα δυαδικά ψηφία «0» ή «1». Έστω ότι η γεννήτρια τυχαίων παράγει τα ακόλουθα χρωμοσώματα:

$$(0\ 1\ 1\ 0\ 1), (1\ 1\ 0\ 0\ 0), (0\ 1\ 0\ 0\ 0) \text{ και } (1\ 0\ 0\ 1\ 1)$$

Η τιμή της καταλληλότητας  $f_{aver}$  για τον αρχικό πληθυσμό -η οποία είναι ίση με 293 & αποτελεί τη μέση τιμή της συνάρτησης  $f(x)$  για τα 4 χρωμοσώματα- υπολογίζεται στον ακόλουθο πίνακα.

A/A χρωμοσώματος	Πληθυσμός	$x$	$f(x) = x^2$	$f / \Sigma f$	$f / f_{aver}$	Πλήθος εμφανίσεων
1	0 1 1 0 1	13	169	0,14	0,58	1
2	1 1 0 0 0	24	576	0,49	1,97	2
3	0 1 0 0 0	8	64	0,06	0,22	0
4	1 0 0 1 1	19	361	0,31	1,23	1
Άθροισμα ( $\Sigma f$ )			<b>1170</b>	1,00	4,00	4,0
Μέση τιμή ( $f_{aver}$ )			<b>293</b>	0,25	1,00	1,0
Μέγιστη τιμή			576	0,49	1,97	2,0

**Πίνακας 8.2-1:** Υπολογισμός καταλληλότητας αρχικού πληθυσμού

Παρατηρούμε ότι το χρωμόσωμα (0 1 1 0 1) αντιστοιχεί στον ακέραιο αριθμό 13, και η τιμή της καταλληλότητάς του είναι 169 (=13<sup>2</sup>). Η συνολική καταλληλότητα και των 4 χρωμοσωμάτων είναι ίση με 1170. Το χρωμόσωμα (0 1 1 0 1) αντιπροσωπεύει το 14% της συνολικής καταλληλότητας.

Η αναπαραγωγή των χρωμοσωμάτων για την επόμενη γενιά γίνεται με τη λογική της ρουλέτας [Γ3] (Roulette Wheel Parent Selection Algorithm). Χωρίζουμε τη ρουλέτα σε 4 περιοχές (όσα και τα χρωμοσώματα). Κάθε περιοχή καταλαμβάνει τόσο ποσοστό της επιφάνειας της ρουλέτας, όσο είναι και το ποσοστό του κάθε χρωμοσώματος ως προς τη συνολική καταλληλότητα. Με τον τρόπο αυτό, η ρουλέτα χωρίζεται σε 4 περιοχές, με επιφάνειες 14%, 49%, 6% και 31%. Η ρουλέτα γυρίζει 4 φορές και σταματάει σε 4 θέσεις. Κάθε θέση αντιστοιχεί και σε ένα χρωμόσωμα. Τα 4 χρωμοσώματα στα οποία θα σταματήσει αποτελούν τα χρωμοσώματα που θα αναπαραχθούν στον επόμενο πληθυσμό. Είναι φανερό ότι όσο πιο μεγάλη είναι η καταλληλότητα ενός χρωμοσώματος, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να επιλεγεί στον επόμενο πληθυσμό. Συγκεκριμένα, το χρωμόσωμα (1 1 0 0 0) έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα (49%) να επιλεγεί.

Περιστρέφοντας τη ρουλέτα 4 φορές, επιλέχθηκαν τα χρωμοσώματα (0 1 1 0 1), (1 1 0 0 0), (1 1 0 0 0) και (1 0 0 1 1), δηλαδή το 1<sup>ο</sup> χρωμόσωμα επιλέχθηκε μία φορά, το 2<sup>ο</sup> δύο φορές, το 3<sup>ο</sup> καμία και το 4<sup>ο</sup> μία φορά. Αξίζει να σημειωθεί ότι η επιλογή αυτή είναι σε αρμονία με το αναμενόμενο πλήθος εμφάνισης των χρωμοσωμάτων, όπως προκύπτει από τη στήλη  $f/f_{aver}$  του Πίνακα 8.2-1, εφόσον γίνουν οι απαραίτητες στρογγυλοποιήσεις. Δηλαδή, το αναμενόμενο πλήθος εμφάνισης είναι 0,58 φορές (στρογγυλοποίηση 1 φορά) για το 1<sup>ο</sup> χρωμόσωμα, 1,97 φορές (στρογγυλοποίηση 2 φορές) για το 2<sup>ο</sup> χρωμόσωμα, κοκ.

Το επόμενο βήμα είναι να επιλεγεί ποια χρωμοσώματα θα διασταυρωθούν ανά δύο μεταξύ τους, καθώς και τα αντίστοιχα σημεία διασταύρωσης. Με μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών επιλέγεται να διασταυρωθούν τα χρωμοσώματα (0 1 1 0 1) και (1 1 0 0 0) με σημείο διασταύρωσης το 4<sup>ο</sup> δυαδικό ψηφίο, και τα χρωμοσώματα (1 1 0 0 0) και (1 0 0 1 1) με σημείο διασταύρωσης το 2<sup>ο</sup> δυαδικό ψηφίο. Τα χρωμοσώματα (0 1 1 0 1) και (1 1 0 0 0) διασταυρώνονται στο 4<sup>ο</sup> δυαδικό ψηφίο, δηλαδή ανταλλάσσουν τα δυαδικά τους ψηφία μετά το 4<sup>ο</sup> δυαδικό ψηφίο. Έτσι λοιπόν προκύπτουν τα χρωμοσώματα (0 1 1 0 0) και (1 1 0 0 1).

Επίσης, τα χρωμοσώματα (1 1 0 0 0) και (1 0 0 1 1) διασταυρώνονται στο 2<sup>ο</sup> δυαδικό ψηφίο, δηλαδή ανταλλάσσουν τα δυαδικά τους ψηφία μετά το 2<sup>ο</sup> δυαδικό ψηφίο. Έτσι λοιπόν προκύπτουν

τα χρωμοσώματα (1 1 0 1 1) και (1 0 0 0 0). Έτσι λοιπόν ο νέος πληθυσμός αποτελείται από τα χρωμοσώματα (0 1 1 0 0), (1 1 0 0 1), (1 1 0 1 1) και (1 0 0 0 0). Η τιμή καταλληλότητας του νέου πληθυσμού υπολογίζεται στον επόμενο πίνακα.

A/A χρωμοσώματος	Πληθυσμός	$x$	$f(x) = x^2$
1	0 1 1 0 0	12	144
2	1 1 0 0 1	25	625
3	1 1 0 1 1	27	729
4	1 0 0 0 0	16	256
Άθροισμα ( $\Sigma f$ )			1754
Μέση τιμή ( $f_{aver}$ )			<b>439</b>
Μέγιστη τιμή			<b>729</b>

**Πίνακας 8.2-2:** Υπολογισμός καταλληλότητας νέου πληθυσμού

Όπως προκύπτει από τον παραπάνω πίνακα, τόσο η μέση τιμή, όσο και η μέγιστη τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας βελτιώθηκαν σε σχέση με τον αρχικό πληθυσμό. Συγκεκριμένα η μέση καταλληλότητα βελτιώθηκε από 293 σε 439 και η μέγιστη καταλληλότητα αυξήθηκε από 576 σε 729. Μολονότι τυχαίες διαδικασίες-επεξεργασίες των χρωμοσωμάτων οδήγησαν σ' αυτό το βελτιωμένο αποτέλεσμα, στην πραγματικότητα οι διαδικασίες δεν ήταν «πολύ τυχαίες». Πράγματι, το καλύτερο χρωμόσωμα του αρχικού πληθυσμού (1 1 0 0 0) δίνει δύο αντίγραφα του στο νέο πληθυσμό, λόγω της υψηλής τιμής της καταλληλότητάς του. Όταν αυτό συνδυάζεται τυχαία με το επόμενο καλύτερο χρωμόσωμα (1 0 0 1 1) και διασταυρώνονται στη θέση 2 (ξανά τυχαία), το πρώτο από τα δύο χρωμοσώματα που προκύπτουν, δηλαδή το (1 1 0 1 1), φαίνεται ότι είναι μία πολύ καλή επιλογή. Η διαδικασία αναπαραγωγής, διασταύρωσης και υπολογισμού της μέσης καταλληλότητας συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο, και σταματάει μετά από ένα επιλέξιμο αριθμό ανακυκλώσεων.

### 8.2.2 Επιλογή κωδικοποίησης μεταβλητών

Η αναπαράσταση ή κωδικοποίηση των μεταβλητών που πρόκειται να βελτιστοποιηθούν έχει μεγάλη επίδραση στη συμπεριφορά του αλγορίθμου, καθώς η βελτιστοποίηση εκτελείται στη βάση αυτής της αναπαράστασης των μεταβλητών. Η πιο κατάλληλη επιλογή της αναπαράστασης εξαρτάται από το είδος της εφαρμογής. Οι δύο πιο συχνά χρησιμοποιούμενες αναπαραστάσεις, οι δυαδικές και πραγματικές κωδικοποιήσεις, διαφέρουν κυρίως στον τρόπο που εκτελούνται οι τελεστές μετάλλαξης και ανασυνδυασμού των γονιδίων. Στο επόμενο σχήμα φαίνονται διάφοροι τύποι αναπαράστασης γενετικών αλγορίθμων. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα προκύπτουν έπειτα από μετατροπή των δυαδικών αριθμών σε κλίμακα που έχει ως μέγιστη τιμή 1,000 και ελάχιστη τιμή 0,000. Ουσιαστικά από το τετραψήφιο δυαδικό αριθμό του σχήματος 8.2-1 αναπαριστούνται οι πραγματικοί από 0,000 ως 0,9375.

Η περισσότερη από την εργασία ανάπτυξης της θεωρίας των γενετικών αλγορίθμων έχει γίνει με χρήση του δυαδικά κωδικοποιημένου γενετικού αλγορίθμου και είναι ιστορικά η πιο διαδεδομένη αναπαράσταση. Στη δυαδική κωδικοποίηση κάθε χρωμόσωμα είναι ένα διάνυσμα που αποτελείται από δυαδικά ψηφία «0» και «1», όπου κάθε ψηφίο αναπαριστά ένα γονίδιο. Για τα προβλήματα επιλογής βέλτιστων χαρακτηριστικών κάθε γονίδιο κωδικοποιεί ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό (τύπος 1- αριθμηση γονιδίων από αριστερά προς τα δεξιά). Όταν ένα γονίδιο έχει τιμή «1», τότε το χαρακτηριστικό αυτό επιλέγεται στο μοντέλο. Για προβλήματα βελτιστοποίησης με πραγματικούς αριθμούς, η δυαδική κωδικοποίηση (τύπος 2) ολοκληρώνεται μετατρέποντας την αριθμητική τιμή κινητής υποδιαστολής για κάθε μεταβλητή σε συμβολοσειρά δυαδικών ψηφίων σταθερού μήκους



και μετατρέποντας τότε τη δυαδική συμβολο-σειρά πάλι σε αριθμό κινητής υποδιαστολής για τον υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης καταλληλότητας. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την απεικόνιση του αριθμού κινητής υποδιαστολής σε ένα πεπερασμένο σύνολο διακριτών τιμών που προσδιορίζεται από τον αριθμό των δυαδικών ψηφίων που χρησιμοποιείται για τη δυαδική κωδικοποίηση.

<p><b>Χρωμόσωμα</b></p> <p>1 Δυαδική κωδικοποίηση (τύπος 1)</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td> </tr> </table> <p>2 Δυαδική κωδικοποίηση (τύπος 2)</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">A</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td>B</td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table> <p>3 Πραγματική κωδικοποίηση</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50px;">0,0625</td><td style="width: 50px;">0,9375</td> </tr> </table>	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	A				B				0,0625	0,9375	<p><b>Αποτέλεσμα</b></p> <p>Χρήση χαρακτηριστικών 4 έως 8</p> <p>Μεταβλητή <b>A</b> = 0,0625          Μεταβλητή <b>B</b> = 0,9375</p> <p>Μεταβλητή <b>A</b> = 0.0625          Μεταβλητή <b>B</b> = 0,9375</p>
0	0	0	1	1	1	1	1																				
0	0	0	1	1	1	1	1																				
A				B																							
0,0625	0,9375																										

**Σχήμα 8.2-1:** Τύποι κωδικοποίησης μεταβλητών για χρήση σε γενετικούς αλγορίθμους

Για τη μορφοποίηση του χρωμοσώματος για τη διαδικασία βελτιστοποίησης, η δυαδική συμβολοσειρά ενώνεται με τις συμβολοσειρές των άλλων μεταβλητών και διαμορφώνουν μια μακριά δυαδική συμβολοσειρά. Μέσα σ' αυτή τη δυαδική συμβολοσειρά, τα γονίδια του χρωμοσώματος μπορούν να προσδιοριστούν με δύο διαφορετικούς τρόπους. Η σημαντικότητα αυτού του προσδιορισμού μπορεί να φανεί από τον τρόπο που εφαρμόζονται οι τελεστές διασταύρωσης γονιδίων. Στο επόμενο σχήμα φαίνονται τρεις τρόποι διασταύρωσης. Σημειώνουμε ότι κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από 2 τετραψήφιους δυαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα μεγέθη *A* και *B*. Οι γονείς είναι ( 0 0 1 0 1 0 0 0 ) και ( 1 1 0 0 1 1 0 0 ), ενώ οι απόγονοι που προκύπτουν από κάθε μέθοδο είναι διαφορετικοί.

	Γονείς	Απόγονοι	Αποτέλεσμα																							
	Διασταύρωση ενός σημείου		A	B																						
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td> </tr> </table>	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><b>A</b></td><td style="border-right: 1px solid black;"><b>B</b></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">1 1 1 0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1 0 0 0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">0 0 0 0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1 1 0 0</td> </tr> </table>	<b>A</b>	<b>B</b>	1 1 1 0	1 0 0 0	0 0 0 0	1 1 0 0	0,875	0,500
0	0	1	0	1	0	0	0																			
1	1	0	0	1	1	0	0																			
<b>A</b>	<b>B</b>																									
1 1 1 0	1 0 0 0																									
0 0 0 0	1 1 0 0																									
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td> </tr> </table>	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><b>A</b></td><td style="border-right: 1px solid black;"><b>B</b></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">0 0 1 0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1 1 0 0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">1 1 0 0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1 0 0 0</td> </tr> </table>	<b>A</b>	<b>B</b>	0 0 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 0 0	0,125	0,750
0	0	1	0	0	0	0	0																			
1	1	0	0	1	1	0	0																			
<b>A</b>	<b>B</b>																									
0 0 1 0	1 1 0 0																									
1 1 0 0	1 0 0 0																									
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td> </tr> </table>	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><b>A</b></td><td style="border-right: 1px solid black;"><b>B</b></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">1 0 1 0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1 0 0 0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">0 1 0 0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1 1 0 0</td> </tr> </table>	<b>A</b>	<b>B</b>	1 0 1 0	1 0 0 0	0 1 0 0	1 1 0 0	0,625	0,500
0	0	1	0	1	0	0	0																			
1	1	0	0	1	1	0	0																			
<b>A</b>	<b>B</b>																									
1 0 1 0	1 0 0 0																									
0 1 0 0	1 1 0 0																									

**Σχήμα 8.2-2:** Δυαδική κωδικοποίηση πραγματικών μεταβλητών

Εκτός από τη δυαδική κωδικοποίηση των πραγματικών αριθμών, χρησιμοποιείται και η πραγματική κωδικοποίηση. Με βάση αυτή την προσέγγιση κάθε μεταβλητή που πρόκειται να βελτιστοποιηθεί αναπαριστάται σαν ένας συμβατικός αριθμός κινητής υποδιαστολής. Έτσι, κάθε γονίδιο αναπαριστά μία μεταβλητή. Στην περίπτωση αυτή η διασταύρωση εκτελείται απλά ανταλλάσσοντας γειτονικά σύνολα αριθμών κινητής υποδιαστολής για τα γονίδια ανάμεσα στα σημεία διασταύρωσης. Η μετάλλαξη εκτελείται προσθέτοντας μία τυχαία απόκλιση που ακολουθεί κατανομή *Gauss* στην τιμή κινητής υποδιαστολής της κάθε μεταβλητής.

Μία τρίτη αναπαράσταση, που έχει κοινά σημεία με την πραγματική κωδικοποίηση, είναι η ακέραια κωδικοποίηση. Στην ακέραια κωδικοποίηση, η τιμή κινητής υποδιαστολής στην κωδικοποίηση πραγματικού αριθμού αντικαθιστάται από ένα ακέραιο. Η μόνη πρακτική διαφορά μεταξύ πραγματικής και ακέραιας κωδικοποίησης είναι στον τελεστή μετάλλαξης. Η μετάλλαξη για ακέραιες κωδικοποιήσεις εκτελείται ομοίως με την πραγματική κωδικοποίηση, με τη διαφορά ότι μετά τη μετάλλαξη η τιμή του γονιδίου στρογγυλοποιείται στον κοντινότερο ακέραιο.

Η απόφαση σχετικά με την επιλογή της δυαδικής ή της πραγματικής κωδικοποίησης είναι σύνθετη και οι γνώμες των ερευνητών, που είναι ειδικευμένοι στους γενετικούς αλγορίθμους, διχάζονται στο σημείο αυτό.

Η θεωρητική πλευρά της δυαδικής κωδικοποίησης έχει ερευνηθεί περισσότερο. Όπως αναφέρθηκε ήδη, κάποιες εφαρμογές υπαγορεύουν τον τύπο της κωδικοποίησης που πρέπει να επιλεγεί (π.χ. πρόβλημα επιλογής βέλτιστων χαρακτηριστικών), ενώ οι αριθμητικές εφαρμογές αποτελούν μία δύσκολη απόφαση. Τα γενικά αποδεκτά πλεονεκτήματα των δυαδικών κωδικοποιήσεων είναι ότι έχει αναπτυχθεί καλά η θεωρητική τους πλευρά και ότι η δυαδική κωδικοποίηση μειώνει το μέγεθος του χώρου ελέγχου-βελτιστοποίησης. Μολονότι μία καλή θεωρητική κατανόηση της κωδικοποίησης δεν είναι προ-απαίτηση για τη χρήση της και δεν εγγυάται καλή συμπεριφορά εύρεσης βέλτιστης λύσης, μπορεί να βοηθήσει στην εκλογίκευση της συμπεριφοράς του γενετικού αλγόριθμου σε μία προσπάθεια βελτίωσης αυτής της συμπεριφοράς.

Η χρήση ενός σταθερού αριθμού δυαδικών ψηφίων για αναπαράσταση ενός πραγματικού αριθμού εξαναγκάζει τον πραγματικό αριθμό να έχει μία σταθερή ανάλυση, μειώνοντας έτσι τον πιθανό αριθμό τιμών που μπορεί να πάρει. Ένα μειονέκτημα της δυαδικής κωδικοποίησης είναι ότι υπάρχει μία οροφή που σχετίζεται με τη μετατροπή ενός αριθμού κινητής υποδιαστολής σε μία δυαδική συμβολοσειρά και αντίστροφα, για κάθε υπολογισμό της συνάρτησης καταλληλότητας.

Τα κύρια πλεονεκτήματα των πραγματικών κωδικοποιήσεων είναι η εννοιολογική τους απλότητα και ότι δεν απαιτείται η μετατροπή μεταξύ των δυαδικών συμβολοσειρών και των αριθμών κινητής υποδιαστολής για τις υπό βελτιστοποίηση μεταβλητές, με αποτέλεσμα να μη χάνεται ανάλυση και να εξαλείφεται η πιθανότητα να γίνουν κάποιοι οριακοί υπολογισμοί. Ωστόσο γίνεται πιο δύσκολα αντιληπτός ο τρόπος διασταύρωσης και μετάλλαξης των γονιδίων των γονίων-χρωμοσωμάτων από τον μελετητή, καθώς εμπλέκονται αριθμοί κινητής υποδιαστολής. Τονίζεται ότι σε περίπτωση αλλαγής του εκθέτη της μεταβλητής αλλάζει σημαντικά η τιμή της.

Η γνώμη του *Goldberg* [Γ3] για την επιλογή της κωδικοποίησης είναι ότι ο χρήστης πρέπει να επιλέξει τα μικρότερα σχήματα που επιτρέπουν τη φυσική έκφραση του προβλήματος. Αυτό σημαίνει ότι η κατάλληλη επιλογή της γενετικής κωδικοποίησης εξαρτάται από την εφαρμογή και πρέπει να συμμορφώνεται με το θεώρημα του σχήματος. Αν η εφαρμογή έχει μία φυσική δυαδική απεικόνιση, τότε πρέπει να χρησιμοποιηθεί δυαδική κωδικοποίηση και αν η εφαρμογή αποτελείται από ακέραιους αριθμούς, τότε η ακέραια κωδικοποίηση πιθανόν να είναι η πιο κατάλληλη. Συμπερασματικά, πρέπει να υπάρχει ευελιξία ως προς την επιλογή της κωδικοποίησης. Κι αυτό επειδή μία κωδικοποίηση που επιβεβαιωμένα συμπεριφέρεται καλά για μία εφαρμογή, δε σημαίνει ότι θα δουλεύει καλά και για μία άλλη εφαρμογή.

### 8.3 Μαθηματική Θεμελίωση

Η μέθοδος ψαξίματος των γενετικών αλγορίθμων βασίζεται στο θεώρημα σχήματος του Holland [Γ2]. Η μαθηματική θεμελίωση αυτού του θεωρήματος αναπτύχθηκε χρησιμοποιώντας τη δυαδική κωδικοποίηση, αν και πρόσφατη εργασία [Γ4] το έχει επεκτείνει έτσι ώστε να περιλαμβάνει ακέραιες και πραγματικές κωδικοποιήσεις. Ακολουθεί μία περιληπτική εισαγωγή στο θεώρημα σχήματος υποθέτοντας δυαδική κωδικοποίηση.

Ένα σχήμα ( $H$ ) ορίζεται ως ένα πρότυπο για την περιγραφή ενός συνόλου χρωμοσωμάτων με παρόμοια τμήματα. Το πρότυπο αποτελείται από πολλαπλά «μηδέν» και «ένα», και από μετα-χαρακτήρες ή σύμβολα «μη ενδιαφέροντος», όπως #. Ο μετα-χαρακτήρας είναι απλά ένα συμβολικό εργαλείο που χρησιμοποιείται για να υποδηλώνει ότι σε εκείνο το πρότυπο ταιριάζει είτε ένα «0», είτε ένα «1». Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το σχήμα #0000. Στο σχήμα αυτό ταιριάζουν δύο χρωμοσώματα, το 10000 και το 00000. Το πρότυπο είναι ένα ισχυρό εργαλείο για να περιγραφούν ομοιότητες ανάμεσα στα χρωμοσώματα. Ο συνολικός αριθμός των διαφορετικών σχημάτων στα οποία μπορεί να απεικονιστεί ένα χρωμόσωμα μήκους  $L$  είναι ίσος με  $3^L$ . Σύμφωνα με τον Holland, η τάξη ενός σχήματος ( $o(H)$ ) είναι ίση με τον αριθμό των σταθερών θέσεων, δηλαδή των μη μετα-χαρακτήρων, και το μήκος του σχήματος ( $L(H)$ ) είναι ίσο με το συνολικό αριθμό των χαρακτήρων του. Έτσι το σχήμα #00#0 είναι σχήμα τάξης 3 ( $o(H)=3$ ) και έχει μήκος 5 ( $L(H)=5$ ). Ο Holland εξάγει μία σχέση η οποία προβλέπει τον αριθμό των αντιγράφων που θα έχει ένα συγκεκριμένο σχήμα  $H$  στην επόμενη γενιά μετά την αξιοποίηση, την ανταλλαγή των γονιδίων και τη μετάλλαξη. Αυτή η σχέση είναι η ακόλουθη:

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) - \frac{f(H)}{f \cdot \left( 1 - \left( P_r \cdot \frac{L(H)}{t-1} \right) - o(H) \cdot P_m \right)} \quad (8.3-1)$$

όπου  $H$  είναι ένα συγκεκριμένο σχήμα,  $t$  είναι η γενιά,  $m(H, t+1)$  είναι ο αριθμός των φορών που ένα συγκεκριμένο σχήμα αναμένεται στην επόμενη γενιά,  $m(H, t)$  είναι ο αριθμός των φορών που το σχήμα υπάρχει στην τρέχουσα γενιά,  $f(H)$  είναι η μέση καταλληλότητα όλων των χρωμοσωμάτων που περιέχουν το σχήμα  $H$ ,  $f$  είναι η μέση καταλληλότητα όλων των χρωμοσωμάτων,  $P_r$  είναι η πιθανότητα να συμβεί ανασυνδυασμός των γονιδίων, και  $P_m$  είναι η πιθανότητα μετάλλαξης. Το πρώτο συμπέρασμα που μπορεί να εξαχθεί παρατηρώντας αυτήν την εξίσωση είναι ότι, καθώς ο λόγος  $f(H)/f$  γίνεται μεγαλύτερος, αυξάνεται ο αριθμός των φορών που το σχήμα  $H$  αναμένεται να εμφανιστεί στις επόμενες γενιές. Έτσι, καλά σχήματα θα διαδίδονται στις επόμενες γενιές.

Δύο ακόμα σημεία πρέπει να επισημανθούν αναφορικά με το θεώρημα σχήματος του Holland. Μολονότι τόσο η μετάλλαξη, όσο και ο ανασυνδυασμός των γονιδίων καταστρέφουν τα υπάρχοντα σχήματα, είναι αναγκαίες διαδικασίες για τη δημιουργία καλύτερων σχημάτων. Έτσι, προτιμούνται σχήματα χαμηλής τάξης, καλά ορισμένα, με καταλληλότητα πάνω από το μέσο όρο, που ορίζονται ως «δομικές μονάδες» (building blocks). Αυτός ο ορισμός οδηγεί στον κανόνα δομικών μονάδων των γενετικών αλγορίθμων, ο οποίος αναφέρει ότι υπάρχει μεγάλη πιθανότητα σχήματα χαμηλής τάξης, καλά ορισμένα, και μέσης καταλληλότητας αν συνδυάσουν τα γονιδιά τους να παράγουν υψηλότερης τάξης σχήματα, με καταλληλότητα πάνω από το μέσο όρο. Ο ανασυνδυασμός των γονιδίων είναι κρίσιμος, επειδή είναι η μόνη διαδικασία με την οποία οι δομικές μονάδες που τοποθετούνται σε διαφορετικά τμήματα ενός χρωμοσώματος μπορούν να συνδυαστούν στο ίδιο χρωμόσωμα. Χρησιμοποιώντας την έννοια των δομικών μονάδων, η πολυπλοκότητα του προβλήματος μειώνεται. Αντί της προσπάθειας εύρεσης, κατά τύχη, μερικών υψηλής τάξης σχημάτων, μικρά τμήματα του χρωμοσώματος (δομικές μονάδες) που είναι σημαντικά συνδυάζονται με άλλα σημαντικά μικρά τμήματα για να παράγουν ένα βελτιστοποιημένο

χρωμόσωμα. Επειδή ο γενετικός αλγόριθμος έχει τη δυνατότητα να επεξεργάζεται πολλά σχήματα σε μία δεδομένη γενιά, αναφέρεται ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν την ιδιότητα της «παράλληλης επεξεργασίας» (implicit parallelism), που τους κάνει έναν αποδοτικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης.

#### 8.4 Διαμόρφωση Γενετικών Αλγορίθμων

Ένα από τα θέματα-πρόκληση κατά τη χρήση των γενετικών αλγορίθμων είναι η επιλογή τιμών των παραμέτρων διαμόρφωσης. Η συζήτηση της θεωρίας των γενετικών αλγορίθμων δίνει λίγες οδηγίες για την κατάλληλη επιλογή των τιμών αυτών. Το μέγεθος του πληθυσμού, ο ρυθμός μετάλλαξης, και ο τύπος του ανασυνδυασμού των γονιδίων έχουν τη μεγαλύτερη επίδραση στην απόδοση των γενετικών αλγορίθμων. Ακολουθούν μερικές πολύ γενικές οδηγίες για την επιλογή αυτών των παραμέτρων.

α. *Μέγεθος πληθυσμού*: Το μέγεθος του πληθυσμού υπαγορεύει τον αριθμό των χρωμοσωμάτων στον πληθυσμό. Μεγαλύτερα μεγέθη πληθυσμών αυξάνουν την ποσότητα των παραλλαγών που παρουσιάζονται στον αρχικό πληθυσμό σε βάρος των περισσότερων απαιτούμενων υπολογισμών της καταλληλότητας. Το μέγεθος του πληθυσμού εξαρτάται από την εφαρμογή και από το μήκος του χρωμοσώματος. Ένας καλός πληθυσμός χρωμοσωμάτων περιλαμβάνει μία ποικιλότητα επιλογή των ενδεχόμενων δομικών μονάδων οδηγώντας σε καλύτερη διερεύνηση. Αν ο πληθυσμός χάνει την ποικιλομορφία του, τότε λέγεται ότι ο πληθυσμός έχει πρόωρη σύγκλιση και γίνεται μικρή εξερεύνηση. Για μεγαλύτερα χρωμοσώματα και προβλήματα βελτιστοποίησης που αποτελούν πρόκληση, απαιτούνται μεγαλύτερα μεγέθη πληθυσμών για να συντηρήσουν την ποικιλομορφία και έτσι να επιτύχουν καλύτερη εξερεύνηση. Πολλοί ερευνητές προτείνουν μεγέθη πληθυσμών από 25 έως 100. Βέβαια μεγαλύτερη ποικιλομορφία μπορεί επίσης να αποκτηθεί μέσω μεγαλύτερων ρυθμών μετάλλαξης και ομοιόμορφης διασταύρωσης.

β. *Ρυθμός μετάλλαξης*: Ο ρυθμός μετάλλαξης προσδιορίζει την πιθανότητα να συμβεί η μετάλλαξη. Η μετάλλαξη γίνεται για να δώσει νέα πληροφορία στον πληθυσμό -αποκάλυψη νέων δομικών μονάδων- και επίσης για να εμποδίσει τον πληθυσμό από το να εμποτιστεί με παρόμοια χρωμοσώματα -πρόωρη σύγκλιση. Μεγάλοι ρυθμοί μετάλλαξης αυξάνουν την πιθανότητα να καταστραφούν καλά σχήματα, αλλά αυξάνει την ποικιλομορφία του πληθυσμού. Ο καλύτερος ρυθμός μετάλλαξης εξαρτάται από την εφαρμογή, αλλά για τις περισσότερες εφαρμογές κυμαίνεται μεταξύ 0,001 και 0,1.

γ. *Τύπος ανασυνδυασμού των γονιδίων*: Εδώ καλύφθηκαν μόνο οι βασικοί τύποι διασταύρωσης, ωστόσο υπάρχουν κι άλλες διαθέσιμες επιλογές διασταύρωσης. Στο [Γ5] υπάρχει μία πρακτική επεξεργασία των βασικών μεθόδων διασταύρωσης, καθώς επίσης και μερικές μέθοδοι διασταύρωσης για συγκεκριμένες εξειδικευμένες εφαρμογές. Η προτεινόμενη σύσταση είναι να δοκιμαστούν οι διάφοροι τύποι διασταύρωσης και να επιλεγεί αυτή που συμπεριφέρεται καλύτερα κατά περίπτωση σε σχέση και με τις τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων διαμόρφωσης.

#### 8.5 Βελτίωση της Απόδοσης των Γενετικών Αλγορίθμων

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορεί να βελτιωθεί η απόδοση των γενετικών αλγορίθμων όταν, κατά το αρχικό στάδιο εφαρμογής τους, δεν δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Η πρώτη προσέγγιση είναι απλά η χρήση διαφορετικών τιμών για τον ρυθμό μετάλλαξης, το μέγεθος του πληθυσμού, κτλ.. Αυτή η μέθοδος δοκιμής-λάθους, μολονότι είναι χρονοβόρα, συχνά θα έχει σαν αποτέλεσμα τη βελτίωση της απόδοσης. Αν η αλλαγή των παραμέτρων δεν έχει επίδραση στην απόδοση, τότε ένα πιο ουσιαστικό πρόβλημα πιθανόν να είναι υπεύθυνο.

Μία απλή μέθοδος για τη βελτίωση της απόδοσης μπορεί να είναι η αλλαγή της κωδικοποίησης. Πολλοί ερευνητές δημοσιεύουν αποτελέσματα που δείχνουν ότι οι δυαδικές κωδικοποιήσεις δούλεψαν καλύτερα για την εφαρμογή τους, ενώ άλλοι ερευνητές καταλήγουν σε διαφορετικά συμπεράσματα. Η κωδικοποίηση πρέπει να επιλεγεί έτσι, ώστε σύντομα, χαμηλής τάξης σχήματα να αποτελούν τη βάση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Αν η διαμόρφωση δεν συμμορφώνεται με τα χαρακτηριστικά των δομικών μονάδων, τότε είναι δύσκολο να επιτευχθεί καλή απόδοση.

Προβλήματα σύνδεσης των γονιδίων συμβαίνουν όταν τα σχήματα τοποθετούνται μακριά μεταξύ τους στο χρωμόσωμα. Για να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα σύνδεσης των γονιδίων, το μήκος των σχημάτων  $L(H)$  πρέπει να μειωθεί έτσι, ώστε να μειωθεί η πιθανότητα να καταστραφούν τα σχήματα λόγω ανασυνδυασμού των γονιδίων τους. Αυτό μπορεί να γίνει αλλάζοντας τη θέση των γονιδίων στο χρωμόσωμα. Για εφαρμογές επιλογής χαρακτηριστικών, τα γονίδια πρέπει να διατάσσονται με τέτοιο τρόπο ώστε γειτονικά γονίδια να κωδικοποιούν παρόμοια χαρακτηριστικά. Η αλλαγή της διευθέτησης των χρωμοσωμάτων είναι μία περιοχή όπου είναι αναγκαία μία σε βάθος γνώση της εφαρμογής. Μία άλλη πιθανή λύση στα προβλήματα σύνδεσης των γονιδίων είναι η εφαρμογή ενός ομοιόμορφου τελεστή διασταύρωσης. Η ομοιόμορφη διασταύρωση δεν ανταλλάσσει γειτονικά τμήματα του χρωμοσώματος ανάμεσα στους γονείς, εξαλείφοντας έτσι προβλήματα σύνδεσης των γονιδίων.

Όταν ο χώρος ελέγχου περιέχει μόνο δομικές μονάδες μεγαλύτερης τάξης -δύσκολα αντιμετωπίσιμο πρόβλημα από τους γενετικούς αλγόριθμους-, το πρωταρχικό μέσο για να επεξεργαστούν οι μονάδες αυτές είναι όχι πια ο ανασυνδυασμός των γονιδίων, αλλά η μετάλλαξη. Έτσι, αύξηση των στοχαστικών ιδιοτήτων του αλγόριθμου, μέσω της ομοιόμορφης διασταύρωσης ή των υψηλότερων ρυθμών μετάλλαξης, πιθανόν να αντιμετωπίσει εν μέρει το πρόβλημα.

## 8.6 Γενικά Είδη Προβλημάτων που Επιλύονται με Γενετικούς Αλγόριθμους

Η απάντηση στο ερώτημα αν μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι γενετικοί αλγόριθμοι σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι αρκετά δύσκολη. Οι περισσότεροι ερευνητές ισχυρίζονται ότι δεν υπάρχει καλύτερη μέθοδος βελτιστοποίησης. Υπάρχουν παραπλήσιες δυνατότητες για κάθε τεχνική βελτιστοποίησης (*προσομοιωμένη απόπτωση* -simulated annealing-, *γενετικοί αλγόριθμοι*, *ανύψωση κλίσης* -gradient ascent-, *βελτιστοποίηση Simplex* -Simplex optimization-, *Monte Carlo*, κτλ.) για να εκτελεστεί το ίδιο έργο [Γ6]. Το κλειδί είναι η χρήση της γνώσης του συστήματος που πρόκειται να βελτιστοποιηθεί, ώστε έπειτα να επιλεγεί η καλύτερη τεχνική, η οποία θα βρίσκει τη «βέλτιστη» λύση γρηγορότερα.

Όταν δεν υπάρχει αρκετή πληροφορία για την επιφάνεια ελέγχου-βελτιστοποίησης και ο υπολογισμός της κλίσης είναι είτε εντατικός, είτε αριθμητικά ασταθής, πολλοί ερευνητές προτιμούν τη χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης, όπως *γενετικοί αλγόριθμοι* και *βελτιστοποίηση Simplex*, οι οποίες δεν απαιτούν πληροφορία για την κλίση. Ένας από τους λόγους που μπορεί να προτιμηθούν οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι η *προσαρμοστικότητα* τους (versatility). Χρησιμοποιώντας τη γνώση για ένα σύστημα μπορεί να προσαρμοστεί ο αλγόριθμος για τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Αν ένα πρόβλημα παγιδευτεί σε ένα τοπικό ελάχιστο, μπορεί να αυξηθεί η μετάλλαξη. Έτσι, ενώ δεν υπάρχει εγγύηση ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να συμπεριφερθούν καλύτερα σε μία εφαρμογή, συχνά υπάρχει η δυνατότητα μέσα από την τροποποίηση των παραμέτρων διαμόρφωσης του γενετικού αλγόριθμου ή με χρήση διαφορετικών γενετικών τελεστών να επιτευχθεί πολύ ικανοποιητική επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό των γενετικών αλγορίθμων είναι ότι δεν βελτιστοποιούν απευθείας τις μεταβλητές, αλλά τις παραστάσεις τους. Για εφαρμογές, όπως επιλογή χαρακτηριστικών, όπου το χρωμόσωμα μπορεί να κωδικοποιηθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε γονίδιο να παριστάνει ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό, οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι μία άριστη επιλογή.

Για εφαρμογές όπου οι υπό βελτιστοποίηση μεταβλητές διαφέρουν πολύ μεταξύ τους -π.χ. ακέραιες, δυαδικές, και πραγματικές μεταβλητές- οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι επίσης μία άριστη επιλογή. Η διαμόρφωσή τους μπορεί να τροποποιηθεί, ώστε να συμπεριλάβει διαφορετικούς τελεστές μετάλλαξης για διαφορετικά τμήματα του χρωμοσώματος.

Για εφαρμογές όπου ο υπολογισμός της κλίσης του διανύσματος είναι αριθμητικά ακριβής και γρήγορος μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποια μορφή της μεθόδου της *καθοδικής κλίσης* [Γ7]. Οι γενετικοί αλγόριθμοι θα δουλέψουν και σε αυτού του τύπου τις εφαρμογές, αλλά θα φτάσουν τη βέλτιστη περιοχή πολύ πιο αργά από τις μεθόδους «*αναρρίχησης του λόφου*» (hill-climbing).

Εφαρμογές που απαιτούν την εύρεση του ακριβούς ολικού ελάχιστου ίσως είναι μία πρόκληση για τους γενετικούς αλγόριθμους. Οι τελευταίοι είναι καλύτεροι στην εύρεση της περιοχής του ολικού ελάχιστου, αλλά μερικές φορές έχουν πρόβλημα να βρουν τη θέση του ακριβούς ολικού ελάχιστου. Πολλοί ερευνητές χρησιμοποιούν τους γενετικούς αλγόριθμους για να φτάσουν κοντά στη βέλτιστη περιοχή και μετά χρησιμοποιούν μία άλλη μέθοδο για την τελική εξερεύνηση.

Μία από τις πιο συχνά παρατηρημένες δυσκολίες με τους γενετικούς αλγόριθμους είναι ότι συγκρινόμενοι με τις μεθόδους «*αναρρίχησης του λόφου*» γενικά απαιτούν περισσότερους υπολογισμούς της συνάρτησης καταλληλότητας. Αν η επιφάνεια της συνάρτησης καταλληλότητας είναι εντελώς ομαλή, τότε μία μέθοδος αναρρίχησης του λόφου, όπως η *βελτιστοποίηση Simplex* θα συμπεριφέρεται καλύτερα από τον γενετικό αλγόριθμο για ένα δεδομένο αριθμό ανακυκλώσεων.

Δυστυχώς, υπάρχουν συγκεκριμένα προβλήματα βελτιστοποίησης, τα οποία αποτελούν μία δύσκολη πρόκληση για τους γενετικούς αλγόριθμους. Μία από τις κύριες περιοχές έρευνας είναι η μελέτη των εφαρμογών αυτού του τύπου και η ανάπτυξη μεθόδων που να προσδιορίζουν προκαταβολικά αν το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι δύσκολο να επιλυθεί με γενετικούς αλγόριθμους. Σχετικά πρόσφατα οι θεωρητικοί των γενετικών αλγορίθμων εντόπισαν μερικές από τις πιο συχνές αιτίες που δυσχεραίνουν την εφαρμογή τους. Μία από αυτές είναι όταν τα γονίδια του χρωμοσώματος δεν είναι κατάλληλα διευθετημένα και το μήκος των σχημάτων,  $L(H)$ , είναι υπερβολικά μεγάλο για να επεξεργαστεί από τον γενετικό αλγόριθμο. Σύμφωνα με το θεώρημα του σχήματος, σχήματα μεγαλύτερου μήκους έχουν υψηλότερη πιθανότητα να καταστραφούν από μετάλλαξη και διασταύρωση των γονιδίων. Ένα σχήμα αλλαγής της διεύθεσης όπου τα «0» και τα «1» είναι πιο κοντά μεταξύ τους στο σχήμα του χρωμοσώματος, θα παρεμποδίζει την καταστροφή αυτή μειώνοντας το  $L(H)$ . Μία αυτόματη μέθοδος αλλαγής της διεύθεσης των χρωμοσωμάτων έχει αναπτυχθεί από τον D. Goldberg [Γ8].

## 8.7 Ανάλυση ενός Προβλήματος και Επίλυσή του μέσω Γενετικών Αλγορίθμων

Σ' αυτήν την παράγραφο θα προχωρήσουμε σε μία εφαρμογή των γενετικών αλγορίθμων προς καλύτερη κατανόηση των εφαρμογών της μεθόδου. Θα προχωρήσουμε στην παρουσίαση του προβλήματος της παραγοντοποίησης των γενικών πολύ-μεταβλητών πολυωνύμων. [Γ9-Γ12]. Το θέμα αυτό βρίσκει ευρεία εφαρμογή σε προβλήματα κατασκευής φίλτρων, αλλά εδώ θα ξεπεράσουμε τη φυσική έννοια της εφαρμογής και θα περιοριστούμε στο μαθηματικό μέρος. Συγκεκριμένα για μία συνάρτηση μεταφοράς  $G(z_1, z_2, \dots, z_m)$  -ουσιαστικά μία συνάρτηση πολλών μιγαδικών μεταβλητών  $z_i = e^{j\omega_i}$  μορφής πηλίκου πολυβάθμιων πολυωνύμων- υπάρχουν τα πολυώνυμα  $A(z_1, z_2, \dots, z_m)$  και  $B(z_1, z_2, \dots, z_m)$  ως εξής:

$$G(z_1, z_2, \dots, z_m) = \frac{A(z_1, z_2, \dots, z_m)}{B(z_1, z_2, \dots, z_m)} \quad (8.7-1)$$

όπου

$$A(z_1, z_2, \dots, z_m) = \sum_{i_1=0}^{N_1} \dots \sum_{i_m=0}^{N_m} a(i_1, i_2, \dots, i_m) \cdot z_1^{i_1} \cdot z_2^{i_2} \cdot \dots \cdot z_m^{i_m} \quad \text{ή}$$

$$A(z_1, z_2, \dots, z_m) = \begin{cases} a(0,0, \dots, 0) + a(1,0, \dots, 0) \cdot z_1 + a(0,1, \dots, 0) \cdot z_2 + \dots + a(0,0, \dots, 1) \cdot z_m \\ + a(1,1, \dots, 0) \cdot z_1 \cdot z_2 + \dots + a(2,1, \dots, 0) \cdot z_1^2 \cdot z_2 + \dots \text{etc} \end{cases} \quad (8.7-2)$$

όπου  $a(i_1, i_2, \dots, i_m) \in \mathfrak{R}$  και  $N_i \in I$ : ο μέγιστος εκθέτης της μεταβλητής  $z_i$ .

Ο μηδενισμός του πολυωνύμου  $A(z_1, z_2, \dots, z_m)$  είναι σημαντικός ως προς τις ιδιότητες ελεγχιμότητας και παρατηρησιμότητας στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου. Αν  $A(z_1, z_2, \dots, z_m)$  αναλυθεί σε απλούστερα πολυώνυμα, θα είναι σημαντική απλοποίηση για την εύρεση των ριζών του. Προς αντιμετώπιση του προβλήματος εισάγεται η έννοια του προσεγγιστικού πολυωνύμου, το οποίο ορίζεται από τη σχέση:

$$\tilde{A}(z_1, z_2, \dots, z_m) = \sum_{i_1=0}^{N_1} \dots \sum_{i_m=0}^{N_m} \tilde{a}(i_1, i_2, \dots, i_m) \cdot z_1^{i_1} \cdot z_2^{i_2} \cdot \dots \cdot z_m^{i_m} \quad (8.7-3)$$

Στόχος είναι το  $\tilde{A}(z_1, z_2, \dots, z_m)$  να προσεγγίσει το  $A(z_1, z_2, \dots, z_m)$  και αυτό επιτυγχάνεται με την ελαχιστοποίηση της νόρμας  $\|A - \tilde{A}\|_2$ , η οποία είναι ουσιαστικά η συνάρτηση καταλληλότητας:

$$\|A - \tilde{A}\|_2^2 = \|A(z_1, z_2, \dots, z_m) - \tilde{A}(z_1, z_2, \dots, z_m)\|_2^2 = \sum_{i_1=0}^{N_1} \dots \sum_{i_m=0}^{N_m} (a(i_1, i_2, \dots, i_m) - \tilde{a}(i_1, i_2, \dots, i_m))^2 \quad (8.7-4)$$

Η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε αφορά πολυώνυμα της ακόλουθης μορφής:

$$A(z_1, z_2, \dots, z_m) = z_1^{N_1} + \sum_{i_1=0}^{N_1-1} \dots \sum_{i_m=0}^{N_m} a(i_1, i_2, \dots, i_m) \cdot z_1^{i_1} \cdot z_2^{i_2} \cdot \dots \cdot z_m^{i_m} \quad (8.7-5)$$

Με βάση το [12] του [Γ10] μπορεί να γίνει παραγοντοποίηση του πολυωνύμου (8.7-5):

$$A(z_1, z_2, \dots, z_m) = \prod_{i=1}^{N_1} \left( z_1 + \sum_{i_2=0}^{n_2} \dots \sum_{i_m=0}^{n_m} a(i, i_2, \dots, i_m) \cdot z_2^{i_2} \cdot \dots \cdot z_m^{i_m} + c_i \right)_{i_1, \dots, i_m \neq 0} \quad (8.7-6)$$

Αν το πολυώνυμο  $A(z_1, z_2, \dots, z_m)$  της μορφής (8.7-5) δεν μπορεί να παρασταθεί με τη μορφή (8.7-6), μπορεί να προσεγγιστεί με την εξής μορφή:

$$\tilde{A}(z_1, z_2, \dots, z_m) = \prod_{i=1}^{N_1} \left( z_1 + \sum_{i_2=0}^{n_2} \dots \sum_{i_m=0}^{n_m} \tilde{a}(i, i_2, \dots, i_m) \cdot z_2^{i_2} \cdot \dots \cdot z_m^{i_m} + c_i \right)_{i_1, \dots, i_m \neq 0} \quad (8.7-6)$$

Ο έλεγχος για το αν είναι επιτυχημένη ή όχι η προσέγγιση γίνεται με την προαναφερθείσα νόρμα.

Στη συνέχεια τίθεται το καθαυτό πρόβλημα των γενετικών αλγορίθμων: Ως προς την κωδικοποίηση κάθε  $\tilde{a}(i_1, i_2, \dots, i_m)$  μετατρέπεται σε ένα δυαδικό αριθμό σταθερού μήκους και θεωρείται τμήμα ενός μεγάλου χρωμοσώματος 100110010|001000111|...|111001010 που κάθε τμήμα του ανταποκρίνεται σ' ένα συγκεκριμένο  $\tilde{a}(i_1, i_2, \dots, i_m)$ . Κάθε  $\tilde{a}(i_1, i_2, \dots, i_m)$  μετατρέπεται σε  $t$ -δυαδικό αριθμό, κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από  $M \cdot t$  bits, όπου  $M$  το πλήθος των

μεταβλητών  $\tilde{a}(i_1, i_2, \dots, i_m)$ . Είναι προφανές πως η ακρίβεια του προβλήματος θα είναι ανάλογη της ποσότητας  $E/2$ , όπου  $E$  είναι το εύρος στο οποίο κυμαίνεται η μεταβλητή του προβλήματος. Στην περίπτωση ενός χρωμοσώματος που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος με τρεις μεταβλητές ( $M=3$ ) και 256 στάθμες ( $2^t=2^8=256$ ) έχουμε ότι:

$$10011010 \left| \begin{matrix} W_1 \\ 00100111 \end{matrix} \right| \begin{matrix} W_2 \\ 11001010 \\ W_m \end{matrix}$$

Σχηματίζεται αρχικά ο πληθυσμός από  $P_s=2n$  χρωμοσώματα με τυχαίο τρόπο. Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η αρχικοποίηση δεν είναι κρίσιμος, καθώς ο αρχικός πληθυσμός εξελίσσεται και εκτείνεται σε μεγάλο εύρος τιμών των υπό βελτιστοποίηση μεταβλητών. Όμως, αν υπάρχει γνώση για το σύστημα, η πληροφορία αυτή μπορεί να συμπεριληφθεί στον αρχικό πληθυσμό. Το αρχικό αυτό σύνολο κωδικοποιείται και θεωρείται ως χρωμόσωμα, που εκφράζεται με δυαδική ακολουθία. Στο [Γ10] υπάρχουν διάφορες παραλλαγές, όπως μία βελτιωμένη τεχνική είναι από  $2n$  τυχαίους γονείς διαλέγονται μέσω επιλογής τα δύο καλύτερα μέλη του πληθυσμού. Αυτό πραγματοποιείται  $n$  φορές, ώστε να σχηματιστεί ένα καλό σύνολο έναρξης.

Το επόμενο βήμα είναι η αναπαραγωγή, δηλαδή ο σχηματισμός  $n=P_s/2$  ζευγαριών από αυτά τα μέλη του πληθυσμού, που θεωρούνται γονείς για την αναπαραγωγή, στην οποία ανταλλάσσουν  $N_p$  τμήματα του γενετικού τους υλικού. Αυτό επιτυγχάνεται με τη διασταύρωση.

	0111000011
	0111001110
	0111100011
011 100 0011	0111001110
000 110 1110	0001000011
	0001001110
	0001100011
	0001001110
γονείς	παιδιά

**Σχήμα 8.7-1:** Δυνατοί συνδυασμοί παιδιών από διασταύρωση δύο γονιών ( $M=1, t=10, N_p=3$ )

Η διασταύρωση χρησιμοποιείται για τη δημιουργία δύο νέων παιδιών από δύο υπάρχοντες γονείς που λαμβάνονται από τον *τρέχοντα* πληθυσμό. Στο [Γ10] οι γονείς με την αναπαραγωγή εναλλάσσουν τμήματα του γενετικού τους υλικού μέσω της *διασταύρωσης ενός σημείου*.

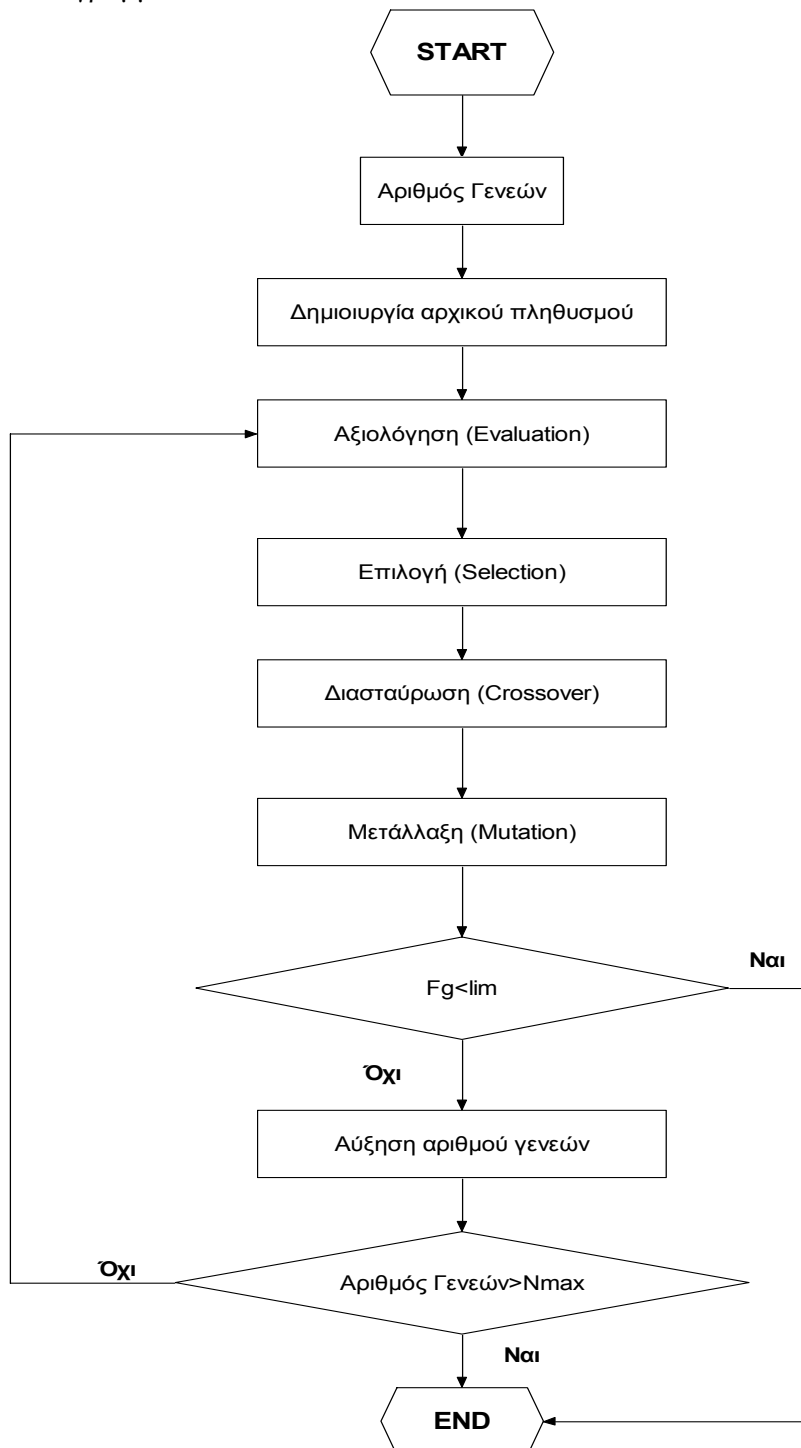
Μετά τη διασταύρωση υπάρχει μία μικρή πιθανότητα  $P_m$  μετάλλαξης. Η μετάλλαξη είναι το φαινόμενο κατά το οποίο επιλέγεται με τυχαίο τρόπο κάποια ή κάποιες από τις  $t$  θέσεις του χρωμοσώματος και το περιεχόμενό του μεταλλάσσεται, δηλαδή αν περιέχει 0 γίνεται 1 ή το 1 γίνεται 0. Η μετάλλαξη είναι απαραίτητη, καθώς, αν και η αναπαραγωγή και η διασταύρωση αναζητούν και αναμειγνύουν αποδοτικά τους υπάρχοντες απογόνους, υπάρχει περίπτωση να εγκλωβιστεί η λύση σε κάποιο τοπικό ακρότατο της συνάρτησης.

Η μετάλλαξη περιστασιακά μπορεί να προκαλέσει απώλεια μερικού εν δυνάμει χρήσιμου γενετικού υλικού, συνολικά όμως θεωρείται ότι κάθε ζεύγος γονέων δίνει  $N_c$  παιδιά. Με την αναπαραγωγή, ο πληθυσμός των γονέων εμπλουτίζεται με τα παιδιά, αυξάνοντας τον αρχικό πληθυσμό, καθώς προστίθενται νέα μέλη. Οι γονείς πάντοτε ανήκουν στον θεωρούμενο πληθυσμό (ευγονισμός) για να μην χάνεται η προηγούμενη πληροφορία. Ο νέος πληθυσμός τώρα έχει  $P_s+N_cP_s/2$  μέλη. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται η διαδικασία της φυσικής επιλογής. Σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία, μόνο  $P_s$  μέλη από τα  $P_s+N_cP_s/2$  επιβιώνουν. Αυτά τα  $P_s$  μέλη επιλέγονται ως τα μέλη με τις υψηλότερες τιμές  $F_g$ , αν προσπαθούμε να επιτύχουμε μεγιστοποίηση του  $F_g$ , ή με τις χαμηλότερες τιμές  $F_g$ , αν προσπαθούμε να επιτύχουμε ελαχιστοποίηση του  $F_g$ . Με τις παραπάνω



λειτουργίες δημιουργείται η επόμενη γενιά με έναν νέο πληθυσμό. Στην προκειμένη περίπτωση θα επιλεγούν ως εκείνα τα μέλη με τη μικρότερη τιμή σύμφωνα με το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της νόρμας  $f = \|A - \tilde{A}\|_2$  γύρω από τις μεταβλητές  $\tilde{a}(i_1, i_2, \dots, i_m)$ . Συνεχίζοντας τις επαναλήψεις της αναπαραγωγής υπό τη διαδικασία της διασταύρωσης, της μετάλλαξης και της φυσικής επιλογής, ο γενετικός αλγόριθμος μπορεί να βρει το ελάχιστο του  $F_g$ . Οι καλύτερες τιμές αυτού του πληθυσμού συγκλίνουν σε αυτό το σημείο. Το κριτήριο τερματισμού πληρούται, εάν είτε η μέση τιμή του  $F_g$ , στον πληθυσμό  $P_s$  μελών δεν βελτιώνεται περαιτέρω, είτε ο αριθμός των επαναλήψεων είναι μεγαλύτερος από τον μεγαλύτερο αριθμό των επαναλήψεων  $N_{max}$ .

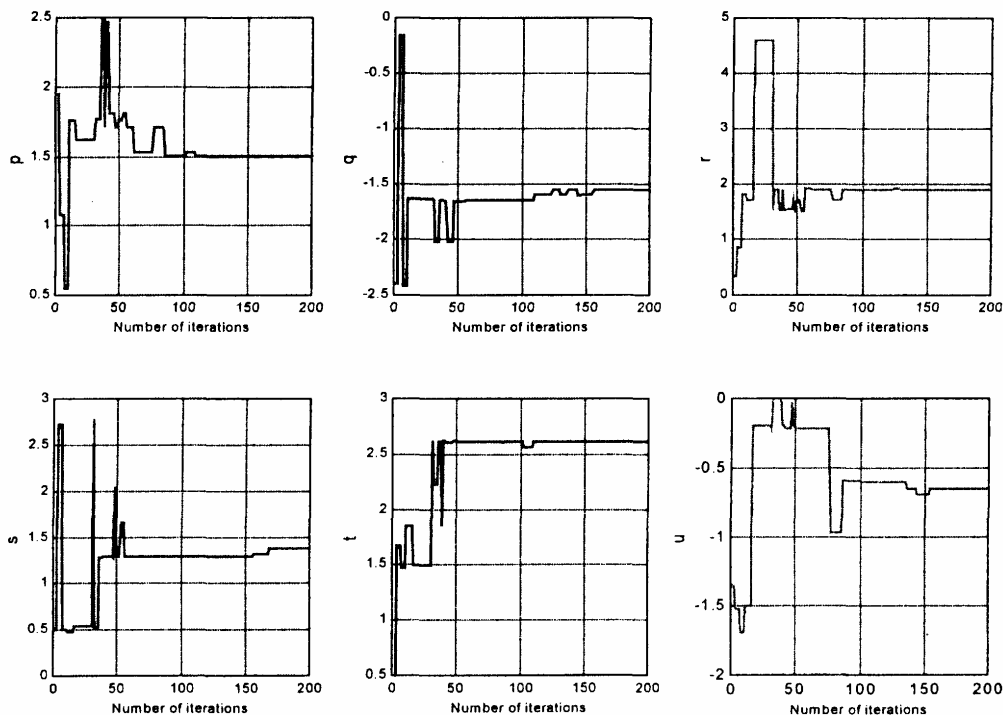
Η λειτουργία του γενετικού αλγορίθμου αναπτύχθηκε [Γ10] σε *Matlab* και *C++* περιγράφεται με το ακόλουθο λογικό διάγραμμα.



Σχήμα 8.7-1: Διάγραμμα ροής της διαδικασίας βελτιστοποίησης [Γ9-Γ10]

Στην περίπτωση του  $A(z_1, z_2) = -1,2 + 1,1z_1 + z_1^2 + 1,5z_2 + 8z_2^2 + 2,8z_1z_2 + z_1z_2^2 + 1,7z_2^3 - 4z_2^4$  προσεγγίζεται από το  $\tilde{A}(z_1, z_2) = -(z_1 + pz_2 + pz_2^2 + r) \cdot (z_1 + sz_2 + tz_2^2 + u)$ . Η υπάρχουσα καλύτερη λύση για τη συγκεκριμένη παραγοντοποίηση χρησιμοποιώντας τη μέθοδο *Levenberg-Marquardt* ήταν:  $p=1,57274$ ,  $q=-1,55809$ ,  $r=1,71299$ ,  $s=1,48338$ ,  $t=2,75002$ ,  $u=-0,190665$  με  $\|A - \tilde{A}\|_2^2 = 3,774775$  [Γ10]. Χρησιμοποιώντας τον γενετικό αλγόριθμο, η βέλτιστη λύση που προκύπτει είναι:  $p=1,50293$ ,  $q=-1,55273$ ,  $r=1,88965$ ,  $s=1,35352$ ,  $t=2,56348$ ,  $u=-0,69434$ , με σαφέστερα μικρότερο σφάλμα  $\|A - \tilde{A}\|_2^2 = 0,03003$ .

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζονται η σύγκλιση των λύσεων για τις 6 παραμέτρους του προβλήματος [Γ10].



Σχήμα 8.7-3: Σύγκλιση παραμέτρων [Γ10]

## 8.8 Πιθανές Εφαρμογές στην Εδαφομηχανική

Οι γενετικοί αλγόριθμοι θα μπορούσαν να βρουν εφαρμογές στην εδαφομηχανική σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Παραδείγματος χάρη:

- Κατά τον σχεδιασμό μίας σήραγγας ή τη διαστασιολόγηση μίας θεμελίωσης λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα των γεωτρήσεων και τις πιθανές φορτίσεις μπορεί να επιλυθεί το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του πάχους του σκυροδέματος ή της ποσότητας οπλισμού για συγκεκριμένους συντελεστές ασφαλείας.
- Μπορεί να βρει εφαρμογή στη διαδικασία επιλογής των παραμέτρων των τεχνητών νευρωνικών δικτύων που αντιμετωπίζουν προβλήματα εδαφομηχανικής, όπως πλήθους νευρώνων, αρχική τιμή ρυθμού ορμής κτλ..
- Χρησιμοποιούνται γενικά σε προβλήματα ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης συναρτήσεων με πολύπλοκες εξαρτήσεις.

## Κεφάλαιο 9

### **Μετακινήσεις & Καθιζήσεις κατά την Κατασκευή Σηράγγων**

#### **9.1 Εισαγωγή στο Πρόβλημα των Καθιζήσεων κατά την Κατασκευή Σηράγγων**

Οι μηχανισμοί μετακινήσεων και καθιζήσεων κατά την κατασκευή των σηράγγων είναι ένα αρκετά ενδιαφέρον πρόβλημα, στο οποίο σε επόμενο κεφάλαιο θα εφαρμοστούν τα πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης με τον αλγόριθμο οπισθοδρομικής μετάδοσης σφάλματος. Εξαιτίας αυτού κρίνεται σκόπιμο να πραγματοποιηθεί μία εισαγωγή στα ζητήματα των καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη των σηράγγων.

Πέρα από την κλασική γεωλογική και υδρογεωλογική προσέγγιση του προβλήματος, εδώ θα διερευνηθεί η επίδραση διάφορων άλλων παραγόντων: του πάχους και της ποιότητας των υπερκειμένων στρωμάτων, του μεγέθους της εκσκαφής, της μορφής και ποιότητας της επένδυσης, ενώ άλλα ζητήματα, όπως της μεθόδου διάνοιξης, της επίδρασης της παρουσίας κτιρίων ή άλλων σηράγγων, της περίπτωσης διάνοιξης από δύο μέτωπα κτλ. απλώς θα θιγούν. Ιδιαίτερη έμφαση πάντως θα δοθεί στη βραχόμαζα, διότι τα δεδομένα εισόδου που μας δόθηκαν για τον σχηματισμό του τεχνητού νευρωνικού δικτύου εκτίμησης καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων αφορούν κατά κύριο λόγο βραχόμαζα.

#### **9.2 Περιγραφή της Βραχόμαζας**

Η βραχόμαζα σπανίως είναι συνεχής, ομογενής και ισότροπη. Συνήθως είναι ρηγματωμένη, διασχίζεται από ποικίλα συστήματα ασυνεχειών, παρουσιάζει μεταβλητό από θέση σε θέση βαθμό αποσάθρωσης και εξαλλοίωσης και έχει ανισότροπη συμπεριφορά.

Συνεπώς, η εκτίμηση αντιπροσωπευτικών τιμών των μηχανικών ιδιοτήτων της βραχόμαζας δεν γίνεται με άμεσο τρόπο π.χ. με εργαστηριακές ή επιτόπου δοκιμές αλλά έμμεσα, δηλαδή μέσω της περιγραφής και ταξινόμησης της βραχόμαζας σε κατηγορίες και στη συνέχεια γίνεται εκτίμηση των μηχανικών παραμέτρων κάθε κατηγορίας με εμπειρικές σχέσεις. Για την περιγραφή και ταξινόμηση της βραχόμαζας συνήθως χρησιμοποιούνται οι εξής παράμετροι:

- α. η μηχανική αντοχή του πετρώματος που δομεί τη βραχόμαζα,
- β. ο δείκτης κερματισμού της βραχόμαζας (RQD),
- γ. οι ασυνέχειες και τα χαρακτηριστικά τους,
- δ. η παρουσία υπόγειου νερού.

### 9.2.1 Μηχανική αντοχή πετρώματος

Η μηχανική αντοχή του πετρώματος από το οποίο δομείται η βραχώμαζα εκφράζεται μέσω της αντοχής  $\sigma_{ci}$  που προκύπτει κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης (uniaxial compression strength) σε κυλινδρικά δοκίμια του «συμπαγούς» πετρώματος. Συχνά τα αποτελέσματα των δοκιμών επηρεάζονται από την παρουσία εντός των δοκιμίων επιφανειών μικρής αντοχής σε δυσμενή διεύθυνση, όπως επιφανειών στρώσης, διακλάσεων ή άλλων ασυνεχειών, με συνέπεια οι μετρούμενες τιμές της αντοχής να μην είναι αντιπροσωπευτικές της αντοχής του «συμπαγούς» πετρώματος.

Με βάση την αντοχή  $\sigma_{ci}$  τα πετρώματα μπορούν να καταταγούν στις εξής κατηγορίες:

Αντοχή $\sigma_{ci}$ (MPa)	Κατηγορία πετρώματος	Περιγραφή
>250	Εξαιρετικά ισχυρό	Δεν θραύεται με γεωλογικό σφυρί
100-250	Πολύ ισχυρό	Θραύεται μετά από αρκετούς κτύπους με γεωλογικό σφυρί
50-100	Ισχυρό	Θραύεται με περισσότερους από ένα κτύπους με γεωλογικό σφυρί
25-50	Μετρίως ισχυρό	Δεν χαράσσεται με μαχαίρι
5-25	Ασθενές	Δύσκολα χαράσσεται με μαχαίρι
1-5	Πολύ ασθενές	Χαράσσεται εύκολα με μαχαίρι. Δεν χαράσσεται με το νύχι
0,25-1	Εξαιρετικά ασθενές	Χαράσσεται με το νύχι

**Πίνακας 9.2-1:** Κατηγορίες πετρωμάτων με βάση την αντοχή –κατά ISRM, 1981

Η μηχανική αντοχή του «συμπαγούς» πετρώματος εξαρτάται από το είδος του πετρώματος και το βαθμό αποσάθρωσης. Με βάση το βαθμό αποσάθρωσης, τα πετρώματα μπορούν να καταταγούν στις εξής κατηγορίες:

Κατηγορία πετρώματος	Περιγραφή
Υγιές (F)	Χωρίς ίχνη αποσάθρωσης
Ελάχιστα αποσαθρωμένο (F.W)	Η αποσάθρωση περιορίζεται στις επιφάνειες των ασυνεχειών
Ολίγον αποσαθρωμένο (S.W)	Έντονη αποσάθρωση στις επιφάνειες των ασυνεχειών και ελαφρά αποσάθρωση στη μάζα του υλικού
Μετρίως αποσαθρωμένο (M.W)	Εκτεταμένη αποσάθρωση στη μάζα του υλικού, χωρίς το υλικό να παρουσιάζει ευθρυπτότητα
Έντονα αποσαθρωμένο (H.W)	Εκτεταμένη αποσάθρωση στη μάζα του υλικού, με τοπική ευθρυπτότητα του υλικού
Πλήρως αποσαθρωμένο (C.W)	Πλήρης αποσάθρωση και μεγάλη ευθρυπτότητα του υλικού, με διατήρηση της υφής και της δομής
Έδαφος (R.S)	Η υφή και δομή του υλικού έχει καταστραφεί και το υλικό μπορεί να χαρακτηριστεί ως έδαφος (υπολειμματικός σχηματισμός)

**Πίνακας 9.2-2:** Κατηγορίες πετρωμάτων με βάση το βαθμό αποσάθρωσης –κατά British Geological Society, 1981

### 9.2.2 Δείκτης κερματισμού της βραχόμαζας $RQD$

Ο δείκτης κερματισμού της βραχόμαζας (Rock Quality Designation) αποτελεί ποσοτική εκτίμηση του κερματισμού της βραχόμαζας με βάση τους πυρήνες γεωτρήσεων. Ο δείκτης  $RQD$  ορίζεται ως το ποσοστό επί τοις εκατό των τεμαχίων μήκους άνω των 100mm σε κάποιο μήκος της γεώτρησης, δηλαδή:

$$RQD = \frac{\sum (\text{μήκους τεμαχίων} > 10\text{cm})}{\text{Ολικό μήκος του πυρήνα}} \quad (9.2-1)$$

Ο δείκτης  $RQD$  αποτελεί έναν από τους συνηθέστερα χρησιμοποιούμενους δείκτες περιγραφής της βραχόμαζας, αν και παρουσιάζει τα εξής μειονεκτήματα:

α. Είναι πολύ ευαίσθητος σε μικρές μεταβολές του μήκους των πυρήνων. Για παράδειγμα ένας πυρήνας μήκους 101 mm αυξάνει τον δείκτη  $RQD$  κατά 10%, ενώ ένας πυρήνας μήκους 99 mm δεν προκαλεί καμία αύξηση του δείκτη  $RQD$ .

β. Είναι πολύ ευαίσθητος στον τρόπο της δειγματοληψίας -είδος και διάμετρος του δειγματολήπτη-, αλλά και σε «λεπτομέρειες» της γεώτρησης, όπως η ταχύτητα περιστροφής, η πίεση στην κοπτική κεφαλή, το είδος της κοπτικής κεφαλής κλπ.. Όλοι οι παραπάνω παράγοντες επηρεάζουν το βαθμό της πυρηνοληψίας και μπορούν να προκαλέσουν δευτερογενή κερματισμό του επιτόπου πετρώματος.

γ. Εξαρτάται από τον σχετικό προσανατολισμό της γεώτρησης ως προς τις ασυνέχειες της βραχόμαζας. Για παράδειγμα, ο δείκτης  $RQD$  μιας γεώτρησης με άξονα παράλληλο προς τις ασυνέχειες δίνει πολύ υψηλότερο δείκτη  $RQD$  απ' ό τι μια γεώτρηση κάθετα στις ασυνέχειες.

### 9.2.3 Ασυνέχειες και τα χαρακτηριστικά τους

Οι ασυνέχειες (discontinuities) της βραχόμαζας μπορεί να οφείλονται σε: (α) ρήγματα (faults), (β) διακλάσεις (joints), (γ) επιφάνειες στρώσης (bedding planes) και (δ) επιφάνειες σχιστότητας (foliation).

Ο αριθμός των ασυνεχειών της βραχόμαζας καθορίζεται από:

α. Τον αριθμό των συστημάτων –οικογενειών- ασυνεχειών (number of joint sets). Κάθε σύστημα ασυνεχειών αποτελείται από παράλληλες ασυνέχειες του ίδιου τύπου. Για παράδειγμα οι επιφάνειες στρώσης αποτελούν ένα σύστημα ασυνεχειών.

β. Την απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών ενός συστήματος (joint spacing). Η απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών χαρακτηρίζεται ως εξής:

Απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών (m)	Χαρακτηρισμός της απόστασης μεταξύ των ασυνεχειών
>2m	Μεγάλη
0,6 – 2m	Αρκετά μεγάλη
0,2 – 0,6m	Μέση
0,06 – 0,2m	Μικρή
< 0,06m	Πολύ μικρή

Πίνακας 9.2-3: Χαρακτηρισμός ανάλογα με την απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών

Η κατάσταση των ασυνεχειών της βραχόμαζας καθορίζεται από:

α. Την *τραχύτητα* (roughness). Ανάλογα του βαθμού τραχύτητας οι ασυνέχειες χαρακτηρίζονται ως: πολύ τραχείες, ελαφρώς τραχείες, πρακτικώς λείες, ολισθηρές.

β. Τον βαθμό εξαλλοίωσης (alteration) των επιφανειών των ασυνεχειών που χαρακτηρίζεται από τη σχετική ολίσθηση που απαιτείται να συμβεί κατά μήκος της ασυνέχειας, ώστε να αποκατασταθεί η επαφή των εκατέρωθεν βραχωδών τεμαχίων:

- (i). Μηδενική ολίσθηση (δηλαδή υφίσταται επαφή)
- (ii). Ολίσθηση έως 100mm
- (iii). Ολίσθηση άνω των 100mm

Εναλλακτικά, ο βαθμός εξαλλοίωσης χαρακτηρίζεται από το πάχος του υλικού πλήρωσης των ασυνεχειών -συνήθως προϊόν της εξαλλοίωσης του πετρώματος: πάχος 0, πάχος έως 1mm, πάχος 1-5mm, πάχος άνω των 5mm.

#### 9.2.4 Επιρροή του υπόγειου νερού

Η παρουσία υπόγειου νερού επηρεάζει δυσμενώς τα μηχανικά χαρακτηριστικά της βραχώμαζας, ιδιαίτερα σε βραχώμαζα μικρής αντοχής με σημαντική εξαλλοίωση κατά μήκος των ασυνεχειών (προς αργιλικό υλικό) και σημαντική αποσάθρωση του πετρώματος. Στις περιπτώσεις αυτές η παρουσία υπόγειου νερού προκαλεί διόγκωση των αργιλικών ορυκτών, υποβάθμιση της συνοχής και της δομής της βραχώμαζας και μείωση της γωνίας διατμητικής αντοχής. Σε βραχώμαζα χωρίς αξιόλογη αποσάθρωση και με υγιείς ασυνέχειες -χωρίς υλικό πλήρωσης-, η δυσμενής επιρροή του υπόγειου νερού είναι μικρή έως αμελητέα, με εξαίρεση τις περιπτώσεις βραχώμαζας με μεγάλη διαπερατότητα και μεγάλο υδραυλικό φορτίο οπότε μπορεί να δημιουργηθούν προβλήματα αστάθειας λόγω των μεγάλων υδατικών παροχών και των μεγάλων δυνάμεων διηθήσεως.

### 9.3 Συστήματα Ταξινόμησης της Βραχώμαζας

Η ταξινόμηση της βραχώμαζας σε κατηγορίες είναι απαραίτητη τόσο κατά το σχεδιασμό, όσο και κατά την επακόλουθη κατασκευή των υπογείων έργων. Τυπικά ο σχεδιασμός των υπογείων έργων μεγάλου μήκους (σήραγγες) γίνεται για περισσότερες της μιας κατηγορίες βραχώμαζας -που αντιστοιχούν σε κάποιες τυπικές διατομές σχεδιασμού- με διαφορετικά μηχανικά χαρακτηριστικά. Κατά τη φάση της κατασκευής, η ταξινόμηση της επιτόπου βραχώμαζας σε κατηγορίες είναι απαραίτητη στην απόφαση περί της εφαρμοστέας τυπικής διατομής της μελέτης του έργου.

Τα πλέον διαδεδομένα συστήματα ταξινόμησης της βραχώμαζας είναι:

- α. το σύστημα *RMR* (Bieniawski),
- β. το σύστημα *Q* (NGI),
- γ. το σύστημα κατάταξης *GSI*, που έχει προταθεί από τον *Hoek* το 1995 και είναι συμβατό με το σύστημα *RMR* και βελτιώνει αρκετά από τα μειονεκτήματα του.

#### 9.3.1 Το σύστημα *RMR*

Το σύστημα *RMR* (Rock Mass Rating) προτάθηκε από τον *Bieniawski* το 1976, έλαβε την τελική του μορφή το 1979 (*Bieniawski*, 1979) και παρουσιάστηκε χωρίς ουσιαστικές τροποποιήσεις εκ νέου το 1989 (*Bieniawski*, 1989). Κατά το σύστημα αυτό, η ταξινόμηση της βραχώμαζας γίνεται με έξι παραμέτρους, καθεμία εκ των οποίων λαμβάνει μια τιμή. Το άθροισμα των τιμών των έξι παραμέτρων αποτελεί την τιμή του δείκτη *RMR*. Οι έξι παράμετροι είναι:

- (i). αντοχή του «συμπαγούς» πετρώματος σε μονοαξονική θλίψη  $\sigma_{ci}$ ,
- (ii). δείκτης κερματισμού της βραχώμαζας *RQD*,
- (iii). απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών,

- (iv). κατάσταση των επιφανειών των ασυνεχειών,  
 (v). παρουσία υπόγειου νερού,  
 (vi). προσανατολισμός των ασυνεχειών σε σχέση με τη φορά διάνοιξης του έργου.  
 Οι αντίστοιχες τιμές τους είναι:

Αντοχή $\sigma_{ci}$ (MPa)	Δείκτης R1
>250	15
100-250	12-15
50-100	7-12
25-50	4-7
5-25	2-4
1-5	1-2
<1	0

**Πίνακας 9.3-1:** Αντοχή του «συμπαγούς» πετρώματος σε μονοαξονική θλίψη  $\sigma_{ci}$

RQD (%)	Δείκτης R2
>90	20
75-90	17-20
50-75	13-17
25-50	8-13
<25	3

**Πίνακας 9.3-2:** Δείκτης κερματισμού της βραχώμαζας RQD

Απόσταση (m)	Δείκτης R3
>2	20
0,6-2	15-20
0,2-0,6	10-15
0,06-0,2	8-10
<0,06	5

**Πίνακας 9.3-3:** Απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών

Κατάσταση επιφανειών ασυνεχειών	Δείκτης R4
Πολύ τραχείες, χωρίς εξαλλοίωση	30
Ελαφρώς τραχείες, ελαφρά εξαλλοιωμένες, υλικό πλήρωσης < 1mm	25
Ελαφρώς τραχείες, πολύ εξαλλοιωμένες, υλικό πλήρωσης <1mm	20
Λείες ή γυαλιστερές (slickensided), υλικό πλήρωσης 1-5mm	10
Υλικό πλήρωσης πάχους άνω των 5mm	0

**Πίνακας 9.3-4:** Κατάσταση των επιφανειών των ασυνεχειών

Παρουσία υπόγειου νερού	Δείκτης R5
Καθόλου νερό	15
Παρουσία υγρασίας	10
Υγρές επιφάνειες	7
Στάγδην	4
Με ροή	0

**Πίνακας 9.3-5:** Παρουσία υπόγειου νερού

Προσανατολισμός ασυνεχειών	Δείκτης R6
Πολύ ευμενής	0
Ευμενής	-2
Αδιάφορος	-5
Δυσμενής	-10
Πολύ δυσμενής	-12

**Πίνακας 9.3-6:** Προσανατολισμός ασυνεχειών σε σχέση με τη φορά διάνοιξης έργου

Ο δείκτης *RMR* υπολογίζεται ως το άθροισμα των δεικτών R1 έως R6. Με βάση την τιμή του δείκτη *RMR* η βραχόμαζα κατατάσσεται στις εξής κατηγορίες:

Κατηγορία βραχόμαζας	Τιμές του δείκτη <i>RMR</i>
Πολύ καλή – I	81-100
Καλή – II	61-80
Μέτρια – III	41-60
Πτωχή – IV	21-40
Πολύ πτωχή – V	0-20

**Πίνακας 9.3-7:** Κατηγορίες βραχόμαζας ανάλογα με δείκτη *RMR*

Ο δείκτης *RMR* αναπτύχθηκε με βάση την εμπειρία από στοές ορυχείων, όπου συνήθως η βραχόμαζα είναι καλής ποιότητας, δηλαδή  $RMR > 40$ . Για βραχόμαζα πτωχής ποιότητας, δηλαδή  $RMR < 40$ , η μέθοδος δεν είναι πρόσφορη, επειδή δεν διαθέτει επαρκές εύρος τιμών, όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

Παράμετρος	Τιμές	Πιθανές τιμές του δείκτη
Αντοχή	<5 MPa	0, 1, 2
RQD	<25%	3
Απόσταση ασυνεχειών	<15cm	5, 8, 9
Κατάσταση ασυνεχειών	Με υλικό πλήρωσης	0, 10
Παρουσία νερού	Υγρές-Στάγδην	4, 7
Προσανατολισμός ασυνεχειών	Αδιάφορος	-5

**Πίνακας 9.3-8:** Εύρος πιθανών τιμών του δείκτη *RMR* για πτωχής ποιότητας βραχόμαζας

Από τον τελευταίο πίνακα προκύπτει ότι οι πιθανές τιμές του *RMR* είναι 7-26, δηλαδή 20 τιμές. Επιπλέον, στη διαμόρφωση της τιμής του δείκτη *RMR* έχει τεράστια σημασία η κατάσταση των επιφανειών των ασυνεχειών με πιθανό εύρος τιμών 0 ή 10, εάν το πάχος του υλικού πλήρωσεως είναι περισσότερο από 5mm ή λιγότερο από 5mm. Τούτο σημαίνει ότι η τιμή του *RMR* αλλάζει κατά 10 μονάδες -ποσοστό 50% της συνολικής τιμής-, εάν το πάχος του υλικού πλήρωσεως μεταβληθεί από 4,9mm σε 5,1mm. Είναι προφανές ότι η επιρροή αυτή είναι υπερβολική και με δεδομένο ότι η εκτίμηση του πάχους του υλικού πλήρωσης των ασυνεχειών έχει σημαντική αβεβαιότητα.

Κατά τη χρήση του δείκτη *RMR* για την εκτίμηση των μηχανικών παραμέτρων αντοχής και παραμορφωσιμότητας της βραχόμαζας συνιστάται ο υπολογισμός του *RMR* να γίνεται με άθροιση μόνον των πέντε πρώτων παραμέτρων, δηλαδή χωρίς συμμετοχή της επιρροής του προσανατολισμού των ασυνεχειών σε σχέση με τη φορά διάνοιξης του έργου, δεδομένου ότι η επιρροή αυτή λαμβάνεται υπόψη κατά το σχεδιασμό της διάνοιξης και άμεσης υποστήριξης του έργου με διαφορετικό τρόπο.



### 9.3.2 Το σύστημα $Q$ (NGI)

Το σύστημα  $Q$  αναπτύχθηκε στο Νορβηγικό Γεωτεχνικό Ινστιτούτο (NGI) από τους Barton, Lien, and Lunde το 1974 με σκοπό τον εμπειρικό σχεδιασμό των μέτρων άμεσης υποστήριξης σηράγγων που διανοίγονται με τη «μέθοδο NATM», δηλαδή με τη «Νέα Αυστριακή Μέθοδο Διάνοιξης Σηράγγων», κατά την οποία το μέτωπο εκσκαφής είναι εκτεθειμένο, χωρίς την εφαρμογή πίεσης με μηχανικά μέσα. Η μέθοδος βασίζεται στον υπολογισμό του δείκτη  $Q$  από τη σχέση:

$$Q = \left( \frac{RQD}{J_n} \right) \left( \frac{J_r}{J_a} \right) \left( \frac{J_w}{SRF} \right) \quad (9.3-1)$$

Όπου  $RQD$  είναι ο δείκτης κερματισμού της βραχόμαζας,  $J_n$  είναι ο δείκτης του αριθμού των συστημάτων των ασυνεχειών,  $J_r$  είναι ο βαθμός τραχύτητας των επιφανειών των ασυνεχειών,  $J_a$  είναι ο βαθμός εξαλλοίωσης των επιφανειών των ασυνεχειών,  $J_w$  είναι ο συντελεστής επιρροής του υπόγειου νερού και  $SRF$  είναι ο συντελεστής απομείωσης λόγω υψηλών τάσεων (Stress Reduction Factor).

Στην παραπάνω σχέση, ο πρώτος λόγος  $RQD / J_n$  εκφράζει το μέσο μέγεθος των τεμαχίων που συνιστούν τη βραχόμαζα. Ο δεύτερος λόγος  $J_r / J_a$  εκφράζει τα χαρακτηριστικά διατμητικής αντοχής των ασυνεχειών της βραχόμαζας. Τέλος, ο τρίτος λόγος  $J_w / SRF$  εκφράζει τις τάσεις που επικρατούν στη βραχόμαζα. Οι τιμές των παραπάνω παραμέτρων συνοψίζονται στους επόμενους πίνακες. Αναλυτικά οι παράγοντες είναι οι ακόλουθοι:

α. Συντελεστής  $RQD$ . Χρησιμοποιείται η τιμή του δείκτη  $RQD$ . Εάν  $RQD < 10\%$ , χρησιμοποιείται η συμβατική τιμή 10.

β. Συντελεστής  $J_n$ : Επηρεάζεται από τον αριθμό ασυνεχειών. Σε περιοχές διασταύρωσης σηράγγων η τιμή του  $J_n$  τριπλασιάζεται. Σε περιοχές στομίων η τιμή του  $J_n$  διπλασιάζεται.

Οικογένειες ασυνεχειών	Τιμή του $J_n$
Συμπαγές πέτρωμα ή λίγες ασυνέχειες	0,5-1,0
Μια οικογένεια	2
Μια οικογένεια και μερικές τυχαίες ασυνέχειες	3
Δυο οικογένειες	4
Δυο οικογένειες και μερικές τυχαίες ασυνέχειες	6
Τρεις οικογένειες	9
Τρεις οικογένειες και μερικές τυχαίες ασυνέχειες	12
Τέσσερις ή περισσότερες οικογένειες	15
Θρυμματισμένο πέτρωμα	20

**Πίνακας 9.3-9:** Συντελεστής  $J_n$  με σχέση με τον αριθμό ασυνεχειών

γ. Συντελεστής  $J_r$ : Καθορίζεται από την κατάσταση των ασυνεχειών. Διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

(i). περίπτωση βραχόμαζας με ασυνέχειες χωρίς υλικό πλήρωσης ή με υλικό πλήρωσης μικρού πάχους, ώστε να αποκαθίσταται επαφή των εκατέρωθεν της ασυνέχειας τεμαχίων για σχετική ολίσθηση μικρότερη των 10 cm.

(ii). περίπτωση βραχόμαζας χωρίς επαφή των εκατέρωθεν της ασυνέχειας τοιχωμάτων του πετρώματος ακόμη και μετά σημαντική σχετική ολίσθηση κατά μήκος της ασυνέχειας.

Στην περίπτωση που η μέση απόσταση μεταξύ των ασυνεχειών υπερβαίνει τα τρία μέτρα, η τιμή του  $J_r$  αυξάνεται κατά 1.

Κατάσταση επιφάνειας των ασυνεχειών	Τιμή του $J_r$
Ασυνεχείς διακλάσεις	4
Τραχείες και ακανόνιστες, κυματώδεις	3
Ομαλές, κυματώδεις	2
Ολισθηρές (slickensided), κυματώδεις	1,5
Τραχείες ή ακανόνιστες, επίπεδες	1,5
Ομαλές επίπεδες	1,0
Ολισθηρές επίπεδες	0,5

**Πίνακας 9.3-10:** Συντελεστής  $J_r$  με βάση την κατάσταση ασυνεχειών -με δυνατότητα επαφής των εκατέρωθεν τοιχωμάτων

Κατάσταση επιφάνειας των ασυνεχειών	Τιμή του $J_r$
Με υλικό πλήρωσης από αργιλικό υλικό σε επαρκές πάχος ώστε να παρεμποδίζεται η επαφή των τοιχωμάτων του πετρώματος	1,0
Με υλικό πλήρωσης από αμμώδες ή χαλικώδες υλικό σε επαρκές πάχος ώστε να παρεμποδίζεται η επαφή των τοιχωμάτων του πετρώματος	1,0

**Πίνακας 9.3-11:** Συντελεστής  $J_r$  με βάση την κατάσταση ασυνεχειών -χωρίς δυνατότητα επαφής των εκατέρωθεν τοιχωμάτων

δ. Συντελεστής  $J_a$ : Καθορίζεται από την κατάσταση εξαλλοίωσης των τοιχωμάτων των ασυνεχειών. Διακρίνονται τρεις περιπτώσεις:

(i). περίπτωση βραχόμαζας με επαφή των εκατέρωθεν της ασυνέχειας τοιχωμάτων του πετρώματος.

(ii). περίπτωση βραχόμαζας με υλικό πλήρωσης μικρού πάχους, ώστε να αποκαθίσταται επαφή των εκατέρωθεν της ασυνέχειας τεμαχίων για σχετική ολίσθηση μικρότερη των 10 cm.

(iii). Περίπτωση βραχόμαζας χωρίς επαφή των εκατέρωθεν της ασυνέχειας τοιχωμάτων του πετρώματος ακόμη και μετά σχετική ολίσθηση κατά μήκος της ασυνέχειας.

Κατάσταση εξαλλοίωσης των τοιχωμάτων των ασυνεχειών	Τιμή του $J_a$
Υγιή και πλήρως «επουλωμένα» τοιχώματα	0,75
Οξειδωμένα τοιχώματα χωρίς αποσάθρωση	1,0
Ελαφρώς αποσαθρωμένα τοιχώματα με αμμώδες (όχι αργιλικό) υλικό πλήρωσης	2,0
Αμμώδες ή ιλυώδες υλικό πλήρωσης	3,0
Υλικό πλήρωσης από αργιλικά ορυκτά πάχους έως 2mm	4,0

**Πίνακας 9.3-12:** Συντελεστής  $J_a$  με βάση την κατάσταση εξαλλοίωσης τοιχωμάτων ασυνεχειών με επαφή των εκατέρωθεν τοιχωμάτων

Κατάσταση εξαλλοίωσης των τοιχωμάτων των ασυνεχειών	Τιμή του $J_a$
Υλικό πλήρωσης από αμμώδη συστατικά	4,0
Υλικό πλήρωσης από στιφρή άργιλο πάχους έως 5mm	6,0
Υλικό πλήρωσης από μαλακή άργιλο πάχους έως 5mm	8,0
Υλικό πλήρωσης από διογκούμενη άργιλο πάχους έως 5mm. Η $J_a$ εξαρτάται από το ποσοστό της διογκούμενης άργιλου	8-12

**Πίνακας 9.3-13:** Συντελεστής  $J_a$  με βάση την κατάσταση εξαλλοίωσης τοιχωμάτων ασυνεχειών με δυνατότητα επαφής των εκατέρωθεν τοιχωμάτων για σχετική ολίσθηση μικρότερη των 10 cm

Κατάσταση εξαλλοίωσης των τοιχωμάτων των ασυνεχειών	Τιμή του $J_a$
Ζώνες από θρυμματισμένο ιλυο-αμμώδες υλικό	5
Παχιές ζώνες από αργιλικό υλικό (στιφρή άργιλος, μαλακή άργιλος ή διογκούμενη άργιλος)	6-24

**Πίνακας 9.3-15:** Συντελεστής  $J_a$  με βάση την κατάσταση εξαλλοίωσης τοιχωμάτων ασυνεχειών χωρίς δυνατότητα επαφής των εκατέρωθεν τοιχωμάτων

ε. Συντελεστής  $J_w$  Καθορίζεται από την ύπαρξη υπόγειων υδάτων εντός της σήραγγας.

Παρουσία Υπογείων Υδάτων	Τιμή του $J_w$
Στεγνή εκσκαφή ή μικρή τοπική εισροή νερού έως 5 lt/min	1,0
Μέτρια εισροή νερού με μερική απόπλυση του υλικού πλήρωσης	0,66
Μεγάλη εισροή νερού σε καλό πέτρωμα με ρωγμές χωρίς υλικό πλήρωσης	0,50
Μεγάλη εισροή νερού με σημαντική απόπλυση του υλικού πλήρωσης	0,33
Πολύ μεγάλη εισροή νερού βαθμιαίως μειούμενη με την πάροδο του χρόνου	0,2-0,1
Πολύ μεγάλη εισροή νερού χωρίς μείωση με την πάροδο του χρόνου	0,05-0,1

**Πίνακας 9.3-16:** Συντελεστής  $J_w$  με σχέση την παρουσία υπόγειων νερών στη σήραγγα

στ. Συντελεστής  $SRF$ : ο συντελεστής απομείωσης λόγω υψηλών τάσεων και εξαρτάται ακόμη από το είδος του πετρώματος -αν θλίβεται, αν διογκώνεται, αν βρίσκεται σε μεγάλο βάθος κτλ.. Διακρίνονται τέσσερις περιπτώσεις:

(i). Διέλευση από ζώνες ρηγμάτων ή από ασθενείς ζώνες που είναι δυνατόν να προκαλέσουν χαλάρωση της βραχώμαζας.

(ii). Περίπτωση πετρώματος ικανής αντοχής υπό σχετικώς υψηλές τιμές γεωστατικών τάσεων.

(iii). Συνθλίβον πέτρωμα, έντονες πλαστικές παραμορφώσεις λόγω πολύ υψηλών τάσεων.

(iv). Διογκούμενο πέτρωμα, λόγω χημικής ενεργότητας με προσρόφηση νερού.

Περίπτωση	Τιμή του $SRF$
Αφθονες ασθενείς ζώνες με αργιλικό ή αποσαθρωμένο πέτρωμα, πολύ χαλαρό περιβάλλον πέτρωμα (για οποιοδήποτε βάθος)	10
Μεμονωμένες ασθενείς ζώνες ως ανωτέρω (βάθος σήραγγας < 50m)	5
Μεμονωμένες ασθενείς ζώνες ως ανωτέρω (βάθος σήραγγας > 50m)	2,5
Αφθονες ζώνες διάτμησης σε σκληρό πέτρωμα, χωρίς αργιλικό υλικό χαλαρό περιβάλλον πέτρωμα (για οποιοδήποτε βάθος)	7,5
Μεμονωμένες ζώνες διάτμησης ως ανωτέρω (βάθος σήραγγας < 50m)	5
Μεμονωμένες ζώνες διάτμησης ως ανωτέρω (βάθος σήραγγας > 50m)	2,5
Χαλαρές ανοιχτές ασυνέχειες, έντονα διακλασμένη μάζα (για οποιοδήποτε βάθος)	5

**Πίνακας 9.3-17:** Συντελεστής  $SRF$  για διέλευση από ασθενείς ζώνες ή ζώνες ρηγμάτων που προκαλούν χαλάρωση βραχώμαζας

Περίπτωση	$\sigma_c/\sigma_1$	$\sigma_\theta/\sigma_1$	Τιμή του $SRF$
Χαμηλές τάσεις, κοντά στην επιφάνεια, ανοικτές ασυνέχειες	>200	>13	2,5
Μέσες τάσεις	200-10	13-0,66	1,0
Υψηλές τάσεις, πολύ «σφιχτή δομή»	10-5	0,66-0,33	0,5-2,0
Μέτρια «εκτίναξη» σκληρού πετρώματος μετά 1 ώρα	5-2,5	0,33-0,16	5-10
Έντονη «έκρηξη» και δυναμικές παραμορφώσεις σκληρού πετρώματος	<2,5	<0,16	10-20

**Πίνακας 9.3-18:** Συντελεστής  $SRF$  για πέτρωμα ικανής αντοχής υπό σχετικώς υψηλές τιμές γεωστατικών τάσεων

Περίπτωση	Τιμή του SRF
Μέτρια πίεση εξαιτίας της συμπίεσης	5-10
Μεγάλη πίεση εξαιτίας της συμπίεσης	10-20

**Πίνακας 9.3-19:** Συντελεστής *SRF* για συνθλίβον πέτρωμα και έντονες πλαστικές παραμορφώσεις λόγω πολύ υψηλών τάσεων

Περίπτωση	Τιμή του SRF
Μέτρια πίεση εξαιτίας της διόγκωσης	5-10
Μεγάλη πίεση εξαιτίας της διόγκωσης	10-20

**Πίνακας 9.3-20:** Συντελεστής *SRF* για διογκούμενο πέτρωμα λόγω χημικής ενεργότητας με προσρόφηση νερού

Με βάση τον δείκτη ποιότητας κατά το σύστημα *Q* η βραχόμαζα μπορεί να καταταγεί στις ακόλουθες κατηγορίες:

Q	Κλάση	Χαρακτηρισμός
>400	Q-Ia	εξαιρετικά καλή
100-400	Q-Ib	πάρα πολύ καλή
40-100	Q-II	πολύ καλή
10-40	Q-IIIa	Καλή
4-10	Q-IIIb	Μέτρια
1-4	Q-IVa	Πτωχή
0,1-1	Q-IVb	πολύ πτωχή
0,01-0,1	Q-Va	πάρα πολύ πτωχή
<0,01	Q-Vb	εξαιρετικά πτωχή

**Πίνακας 9.3-21:** Ταξινόμηση Ποιότητας βραχόμαζας κατά το *Q-system*

Με χρήση του παραπάνω πίνακα και με χρήση κατάλληλων πινάκων [E1, E2, E8] μπορούμε να προσδιορίσουμε τα μέτρα υποστήριξης της σήραγγας είτε πρόκειται για τη μόνιμή, είτε για την προσωρινή.




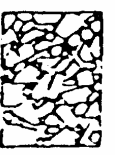

### 9.3.3 Το σύστημα *GSI*

Το σύστημα *GSI* (Geological Strength Index) προτάθηκε από τον *Hoek* -αρχικώς το 1995 και με βελτιώσεις το 1998- και δίνει ιδιαίτερη έμφαση σε σχετικώς πτωχής ποιότητας βραχόμαζας με *RMR*<40, αλλά με λειτουργία αλληλεμπλοκής μεταξύ των βραχωδών τεμαχίων. Τέτοιου τύπου βραχόμαζες δομούν ένα σημαντικό ποσοστό του Ελληνικού χώρου και συνεπώς έχουν μεγάλη σημασία στο σχεδιασμό υπογείων έργων.

Το σύστημα *GSI* σχεδιάστηκε ώστε εν γένει να είναι συμβατό με το σύστημα *RMR* για βραχόμαζα με *RMR*>40, δηλαδή οι τιμές του δείκτη *GSI* είναι περίπου ίσες με τις αντίστοιχες τιμές του δείκτη *RMR*. Για βραχόμαζα με *RMR*<40, το σύστημα *GSI* πλεονεκτεί, επειδή παρέχει καλύτερη διακριτοποίηση, χωρίς απότομες μεταβολές της τιμής του δείκτη, ενώ ταυτοχρόνως παραμένει συμβατό με το σύστημα *RMR*.

Το σύστημα *GSI* βασίζεται στη συναξιολόγηση δυο παραμέτρων: (α) της δομής της βραχόμαζας, που χαρακτηρίζει τον βαθμό αλληλεμπλοκής των βραχωδών τεμαχίων, (β) της κατάστασης των επιφανειών των ασυνεχειών που χαρακτηρίζει το μέγεθος της διατμητικής αντοχής τους.

Η συναξιολόγηση των παραμέτρων και οι αντίστοιχες τιμές του δείκτη *GSI* φαίνονται στο ακόλουθο πίνακα. Το σύστημα *GSI* εφαρμόζεται σε βραχώμαζα με αλληλεμπλοκή μεταξύ των βραχωδών τεμαχίων, δηλαδή σε βραχώμαζα με μικρό ποσοστό συμμετοχής εδαφικού υλικού -τυπικά λιγότερο από 20% του συνολικού όγκου της βραχώμαζας.

<b>ΔΕΙΚΤΗΣ ΓΕΩΛΟΓΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ <i>GSI</i> KATA Hoek, Marinov, Benissi, 1998</b>		<b>ΠΟΛΥ ΚΑΛΗ (VERY GOOD)</b> Πολύ τραχεία, μη αποσαθρωμένη επιφάνεια	<b>ΚΑΛΗ (GOOD)</b> Τραχεία, ελαφρώ αποσαθρωμένη επιφάνεια με οξείδωσεις στις επιφάνειες	<b>ΜΕΤΡΙΑ (FAIR)</b> Απαλή, μέτρια αποσαθρωμένη ή αλλοιωμένη επιφάνεια	<b>ΠΤΩΧΗ (POOR)</b> Με γραμμές ολίσθησης, πολύ αποσαθρω-μένη επιφάνεια με συμπλεγείς υμένες (φλοιούς) ή πληρωμένες με γωνιώδη θραύσματα	<b>ΠΟΛΥ ΠΤΩΧΗ (VERY POOR)</b> Με γραμμές ολίσθησης, πολύ αποσαθρωμένη επιφάνεια με υμένες ή πληρωμένες με μαλακή άργιλο
	Πολύ καλό αλληλοκλείδωμα αδιατάρακτης βραχώμαζας που αποτελείται από κυβικά μπλοκ οριζόμενα από τρεις ορθογώνια τεμνόμενες ασυνέχειες (BLOCKY)	80	70			
	Αλληλοκλείδωμα μερικών διαταραγμένης βραχώμαζας με πολλαπλά γωνιώδη μπλοκ σχηματιζόμενα από τέσσερις ή περισσότερες οικογένειες ασυνεχειών (VERY BLOCKY)		60	50		
	Πτωχόμενη και ρηγματωμένη με πολλές αλληλοτεμνόμενες ασυνέχειες σχηματίζοντας γωνιώδη μπλοκ (BLOCKY/SEAMY)			40	30	20
	Πτωχό αλληλοκλείδωμα πολύ σπασμένη βραχώμαζα με ταυτόχρονη παρουσία γωνιωδών και στρογγυλευμένων μπλοκ (CRUSHED)					10
	Λεπτά φύλλα ασθενούς, συνήθως τεκτονισμένου βράχου. Η πυκνή και έντονη σχιστοποίηση δεν επιτρέπει διαχωρισμό σε μπλοκ (εδώ φύλλα) (FOLIATED/LAMINATED/SHEARD)	Δεν υπάρχει	Δεν υπάρχει			

**Πίνακας 9.3-22:** Ταξινόμηση κατά τον Γεωλογικό Δείκτη Αντοχής *GSI*

Σε βραχώμαζες με αξιόλογο ποσοστό συμμετοχής εδαφικού υλικού -π.χ. βραχώμαζες με σημαντικό βαθμό εξαλλοίωσης-, όπου η αλληλεμπλοκή μεταξύ των βραχωδών τεμαχίων είναι περιορισμένη έως ανύπαρκτη, μπορεί να χρησιμοποιείται η τροποποίηση της ταξινόμησης του συστήματος *GSI* (αντίστοιχο διάγραμμα [E1],σελ. 1-8, σχήμα 2).

## 9.4 Μηχανική Συμπεριφορά της Βραχόμαζας

Η εκτίμηση των μηχανικών παραμέτρων αντοχής και παραμορφωσιμότητας της βραχόμαζας είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα κατά το σχεδιασμό της διάνοιξης και υποστήριξης υπογείων έργων. Η κυριότερη δυσχέρεια στην επίλυση του προβλήματος είναι ότι οι εργαστηριακές δοκιμές γίνονται σε δείγματα αρραγούς βράχου -χωρίς ασυνέχειες- και συνεπώς δεν είναι αντιπροσωπευτικές της μηχανικής συμπεριφοράς της βραχόμαζας που περιλαμβάνει και ασυνέχειες. Σημειώνεται ότι για την εκτέλεση των εργαστηριακών δοκιμών συνήθως επιλέγονται τα υγιέστερα δείγματα βράχου, επειδή σ' αυτά είναι ευχερέστερη η μόρφωση δοκιμών, πράγμα που επιτείνει τη μη - αντιπροσωπευτικότητα των αποτελεσμάτων των εργαστηριακών δοκιμών. Τέλος, ακόμη και οι επιτόπου δοκιμές γίνονται σε περιορισμένου όγκου δείγματα και συνεπώς δεν είναι αντιπροσωπευτικές των επιτόπου συνθηκών και δεν παρέχουν αντιπροσωπευτικές τιμές των μηχανικών παραμέτρων της βραχόμαζας. Ως εκ τούτου οι μηχανικές παράμετροι της βραχόμαζας συνήθως εκτιμώνται με έμμεσο τρόπο επί τη βάση εμπειρικών συσχετίσεων με δείκτες ποιότητας της βραχόμαζας που προκύπτουν από τις μεθόδους ταξινόμησης της βραχόμαζας.

### 9.4.1 Αρχική εντατική κατάσταση

Η εντατική κατάσταση της βραχόμαζας πριν από την κατασκευή υπογείων έργων συνήθως είναι η γεωστατική, δηλαδή περιγράφεται από κατακόρυφες και οριζόντιες κύριες ενεργές τάσεις ( $\sigma'_v$  και  $\sigma'_h$  αντιστοίχως) με τιμές:

$$\sigma'_v = \gamma h - u_0 \quad (9.4-1)$$

$$\sigma'_h = K_0 \sigma'_v \quad (9.4-2)$$

όπου  $h$  είναι το βάθος από την επιφάνεια του εδάφους,  $\gamma$  το ειδικό βάρος της βραχόμαζας,  $u_0$  η υδατική πίεση πόρων και  $K_0$  ο συντελεστής οριζόντιας πίεσης.

Το ειδικό βάρος της βραχόμαζας κυμαίνεται μεταξύ 23-26 kN/m<sup>3</sup>. Στην περίπτωση υδροστατικής πίεσης πόρων:  $u_0 = \gamma_w d$  όπου  $\gamma_w$  είναι το ειδικό βάρος του νερού (10 kN/m<sup>3</sup>) και  $d$  είναι το πιεζομετρικό ύψος. Τέλος ο συντελεστής  $K_0$  συνήθως κυμαίνεται μεταξύ 0,4-1,0 χωρίς να αποκλείονται και μικρότερες ή μεγαλύτερες τιμές. Ειδικότερα, σε υγιείς βραχόμαζες χωρίς επιρροή από τεκτονικές πιέσεις:  $K_0 = 0,6-1,0$ . Σε αποσθρωμένες βραχόμαζες:  $K_0 = 0,4-0,7$ . Στην περίπτωση όπου η βραχόμαζα επηρεάζεται από τεκτονικές πιέσεις, ο συντελεστής  $K_0$  μπορεί να υπερβαίνει σημαντικά τη μονάδα -έχουν μετρηθεί τιμές έως και 4 στην περίπτωση έντονου θλιπτικού τεκτονικού καθεστώτος-, αλλά μπορεί και να έχει πολύ μικρές τιμές, π.χ.  $K_0=0-0,3$  στην περίπτωση έντονου εφελκυστικού τεκτονικού καθεστώτος. Η διεθνής εμπειρία δείχνει ότι σε μεγάλα βάθη -άνω των 400-500 μέτρων- η γεωστατική εντατική κατάσταση είναι πρακτικώς ισότροπη, δηλαδή  $K_0=1$ , ενώ αντίθετα, σε μικρά βάθη - 100-400m - συνήθως μετρώνται τιμές του  $K_0$  αρκετά μεγαλύτερες από τη μονάδα. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τιμές του  $K_0$  που υπερβαίνουν τη μονάδα έχουν μετρηθεί σε χώρες που τελούν υπό έντονο θλιπτικό τεκτονικό καθεστώς (Νότιος Αφρική, Σκανδιναβικές χώρες, Καναδάς) και δεν είναι βέβαιο ότι μπορούν να εφαρμοσθούν στην Ελλάδα, όπου οι τεκτονικές τάσεις στον παρόντα γεωλογικό χρόνο είναι εφελκυστικές. Σημειώνεται ότι η αξιόπιστη μέτρηση του συντελεστή  $K_0$  είναι δυσχερής και τα αποτελέσματα δεν ερμηνεύονται εύκολα. Οι μέθοδοι που συνήθως χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση του  $K_0$  είναι:

- α. η δοκιμή πρεσσιομέτρου ή ντιλατομέτρου,
- β. η μέθοδος της υδραυλικής θραύσης,
- γ. η μέθοδος της δειγματοληπτικής αποτόνωσης των τάσεων (overcoring).

Σε αρκετές περιπτώσεις, η αρχική εντατική κατάσταση της βραχόμαζας δεν είναι γεωστατική όπως:

α. Κοντά στην επιφάνεια εδαφικών πρανών. Στην περίπτωση αυτή οι κύριες τάσεις δεν είναι κατά τον κατακόρυφο και οριζόντιο άξονα λόγω των διατμητικών τάσεων που οφείλονται στην κλίση της επιφάνειας του εδάφους.

β. Σε μεγάλα βάθη, εφόσον το καθεστώς των τεκτονικών τάσεων δεν ακολουθεί την κατακόρυφη και οριζόντια διεύθυνση.

γ. Σε έντονα ανισότροπους σχηματισμούς, π.χ. σχηματισμούς με έντονη στρωσιγένεια, εφόσον οι κύριες διευθύνσεις της ανισοτροπίας δεν συμπίπτουν με την κατακόρυφη ή την οριζόντια.

#### 9.4.2 Παράμετροι παραμορφωσιμότητας

Το μέτρο ελαστικότητας  $E$  της βραχόμαζας μπορεί να εκτιμηθεί σε GPa από την ακόλουθη εμπειρική σχέση:

$$E = \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \cdot 10^{\frac{RMR-10}{40}} \quad (9.4-3)$$

όπου  $\sigma_{ci}$  (Μρα) είναι η μοναξονική αντοχή του πετρώματος χωρίς ασυνέχειες,  $RMR$  είναι ο δείκτης *Bieniawski* (Rock Mass Rating) ή ο δείκτης γεωλογικής αντοχής  $GSI$ . Η σχέση αυτή προτάθηκε προσφάτως από τον *Hoek* (1997) και αποτελεί τροποποίηση της εμπειρικής σχέσης των *Serafim and Pereira* (1983), που είχε την ακόλουθη μορφή:

$$E = 10^{\frac{RMR-10}{40}} \quad (9.4-4)$$

Επίσης υπάρχουν οι αντίστοιχες εμπειρικές σχέσεις κατά *Bieniawski*(1978) και *Barton* (1980):

$$Bieniawski : E = 2 \cdot RMR - 100 \quad (9.4-5)$$

$$Barton : E = 25 \cdot \log Q \quad (9.4-6)$$

Ο λόγος του *Poisson* μπορεί να εκτιμηθεί κατά προσέγγιση από τον ακόλουθο πίνακα:

Τύπος βραχόμαζας	Λόγος <i>Poisson</i>
Τεμαχώδης με καλή αλληλεμπλοκή των κόκκων χωρίς διαταραχή	0,20-0,25
Τεμαχώδης ελαφρώς διαταραγμένη	0,30-0,35
Διαταραγμένη, πτυχωμένη με γωνιώδη τεμάχια	0,35-0,40
Πολύ διαταραγμένη με γωνιώδη και στρογγυλεμένα τεμάχια	0,30-0,35
Τελείως εξαλλοιωμένη βραχόμαζα	0,25-0,30

Πίνακας 9.4-1: Καθορισμός λόγου με *Poisson* βάση το είδος βραχόμαζας

#### 9.4.3 Παράμετροι αντοχής

Η ρηγματωμένη βραχόμαζα συνήθως έχει καμπύλη περιβάλλουσα των κύκλων *Mohr* στην κατάσταση αστοχίας και συνεπώς η συμπεριφορά της δεν μπορεί να προσομοιωθεί ικανοποιητικά μέσω του κριτηρίου αστοχίας *Mohr-Coulomb*, το οποίο διαθέτει ευθύγραμμη περιβάλλουσα

αστοχίας. Για τον λόγο αυτό οι βραχόμαζες συνήθως προσομοιάζονται μέσω του κριτηρίου αστοχίας *Hoek-Brown*, το οποίο έχει καμπύλη περιβάλλουσα αστοχίας. Το κριτήριο αστοχίας *Hoek-Brown* περιγράφεται από τη σχέση:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (9.4-7)$$

όπου:  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  είναι η μέγιστη και η ελάχιστη κύρια ενεργός τάση στην κατάσταση αστοχίας αντίστοιχα,  $\sigma_{ci}$  είναι η μονοαξονική θλιπτική αντοχή του πετρώματος χωρίς ασυνέχειες,  $m_b, s, a$  είναι οι σταθερές που χαρακτηρίζουν την ποιότητα της βραχόμαζας.

Η μονοαξονική θλιπτική αντοχή  $\sigma_{ci}$  του πετρώματος μπορεί να εκτιμηθεί από εργαστηριακές δοκιμές σε δοκίμια χωρίς ασυνέχειες δεδομένου ότι η επιρροή των ασυνεχειών της βραχόμαζας λαμβάνεται υπόψη μέσω άλλων παραμέτρων του κριτηρίου *Hoek-Brown*. Σε περίπτωση έλλειψης εργαστηριακών δοκιμών προκαταρκτικές εκτιμήσεις της αντοχής του πετρώματος  $\sigma_{ci}$  μπορούν να γίνουν με βάση πίνακες που περιγράφουν δοκιμές πεδίου για την ανοχή και δίνουν αντίστοιχες αριθμητικές τιμές την αντοχή ([E1], σελ. 2-7 ως 2-8, πίνακες 1 και 2).

Οι σταθερές  $m_b$ ,  $s$ ,  $a$  εκφράζουν τον βαθμό κερματισμού και αποσάθρωσης της βραχόμαζας και μπορούν να υπολογισθούν από τις εξής σχέσεις:

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{RMR - 100}{28}\right) \quad (9.4-8)$$

$$\text{Για } RMR > 25: \quad s = \exp\left(\frac{RMR - 100}{9}\right), \quad a = 0,50 \quad (9.4-9)$$

$$\text{Για } RMR < 25: \quad s = 0, \quad a = 0,65 - \frac{RMR}{200} \quad (9.4-10)$$

Ο συντελεστής  $m_i$  εξαρτάται από το είδος του πετρώματος και τυπικές τιμές του δίνονται από κατάλληλους πίνακες με βάση τον τύπο, την τάξη, την ομάδα και τη δομή του πετρώματος ([E1], σελ. 2-9, πίνακας 3). Στις ανωτέρω σχέσεις ο δείκτης  $RMR$  μπορεί να αντικατασταθεί από τον δείκτη  $GSI$ , ιδίως για βραχόμαζες με  $RMR < 40$  όπου η χρήση του δείκτη  $RMR$  δεν είναι αξιόπιστη.

Με βάση το κριτήριο αστοχίας *Hoek-Brown* (9.4-4) μπορεί να εκτιμηθεί η αντοχή της βραχόμαζας σε μονοαξονική θλίψη ( $\sigma_c = \sigma_1$  και  $\sigma_3 = 0$ ) από τη σχέση:

$$\sigma_c = \sigma_{ci} s^a \quad (9.4-11)$$

Οι τιμές που προκύπτουν από την ανωτέρω σχέση είναι γενικώς μικρότερες από τις μέσες αντοχές της βραχόμαζας σε μονοαξονική θλίψη. Τούτο οφείλεται στην έντονη καμπυλότητα του κριτηρίου *Hoek-Brown* σε πολύ μικρές τάσεις. Για τον λόγο αυτό ο *Hoek* (1999) έχει προτείνει την ακόλουθη εμπειρική σχέση:

$$\sigma_c = 0.019 \sigma_{ci} \exp\left(\frac{GSI}{20}\right) \quad (9.4-12)$$

Για παράδειγμα, η ανωτέρω σχέση δίνει  $\sigma_c/\sigma_{ci} = 0,085$  για  $GSI = 30$ , ενώ η σχέση (9.4-11) δίνει:  $\sigma_c/\sigma_{ci} = 0,02$ .



Αντιστοίχως από τη σχέση (9.4-4) μπορεί να εκτιμηθεί και η αντοχή της βραχώμαζας σε μονοαξονικό εφελκυσμό θέτοντας  $\sigma_t = -\sigma_3$  και  $\sigma_l = 0$ :

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{ci}}{2} \left[ \sqrt{m_b^2 + 4s} - m_b \right] \quad (9.4-13)$$

Η μη μηδενική τιμή της εφελκυστικής αντοχής της βραχώμαζας οφείλεται στην αλληλεμπλοκή των κόκκων λόγω διασταλτικότητας που δημιουργεί μια φαινόμενη συνοχή σε βραχώμαζες με  $RMR > 25$ .

Αρκετά προγράμματα μη γραμμικής ανάλυσης της συμπεριφοράς της βραχώμαζας γύρω από υπόγειες εκσκαφές δεν περιλαμβάνουν το κριτήριο *Hoek-Brown*, αλλά το κριτήριο *Mohr-Coulomb*. Στις περιπτώσεις αυτές είναι χρήσιμη η συσχέτιση μεταξύ των δυο κριτηρίων, δηλαδή ο υπολογισμός των παραμέτρων αντοχής  $c$ ,  $\phi$  του κριτηρίου *Mohr-Coulomb* που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων του κριτηρίου *Hoek-Brown*. Λόγω της διαφορετικής μορφής της περιβάλλουσας αστοχίας -καμπύλη περιβάλλουσα στο κριτήριο *Hoek-Brown* και ευθύγραμμη στο κριτήριο *Mohr-Coulomb*- η αντιστοιχία μεταξύ των δυο κριτηρίων αναφέρεται σε συγκεκριμένη περιοχή τάσεων όπου η καμπύλη περιβάλλουσα του κριτηρίου *Hoek-Brown* προσεγγίζεται με μια ευθεία.

Η μέθοδος υπολογισμού των ισοδύναμων παραμέτρων  $c$ ,  $\phi$  από τις παραμέτρους του κριτηρίου *Hoek-Brown* περιγράφεται παρακάτω για δεδομένη τιμή της ελάχιστης κύριας τάσης  $\sigma_3$ :

α. Υπολογισμός της κύριας τάσης  $\sigma_l$ :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (9.4-14)$$

β. Υπολογισμός της μερικής παραγώγου της κύριας τάσης  $\sigma_l$  ως προς την κύρια τάση  $\sigma_3$ :

$$k = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} = 1 + a \cdot m_b \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^{a-1} \quad (9.4-15)$$

γ. Υπολογισμός της ορθής τάσης  $\sigma_\alpha$  και της διατμητικής τάσης  $\tau_\alpha$  στο επίπεδο αστοχίας.

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3 k}{1 + k} \quad (9.4-16)$$

$$\tau_\alpha = (\sigma_\alpha - \sigma_3) \sqrt{k} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \sqrt{k}}{1 + k} \quad (9.4-17)$$

δ. Υπολογισμός της ισοδύναμης γωνία τριβής  $\phi$  και της συνοχής  $c$ :

$$\tan \phi = \frac{1}{\tau_\alpha} \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma_\alpha \right) \quad \eta \quad \sin \phi = \frac{k-1}{k+1} \quad (9.4-18)$$

$$c = \tau_\alpha - \sigma_\alpha \tan \phi \quad (9.4-19)$$

ε. Υπολογισμός της γωνίας  $\alpha$  που σχηματίζει το επίπεδο αστοχίας με το επίπεδο επί του οποίου ασκείται η κύρια τάση  $\sigma_1$ :

$$\tan \alpha = \frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_3} = \sqrt{k} \quad (9.4-20)$$

Υπενθυμίζουμε ότι από το διάγραμμα του κύκλου του Mohr  $\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)$ , όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα, έχουμε για την ορθή τάση  $\sigma_\alpha$  και τη διατμητική τάση αστοχίας  $\tau_\alpha$  ότι :

$$\tau_\alpha = (B_1\Delta_1) = (KB_1) \cdot \cos \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos \varphi \quad (9.4-21)$$

$$\sigma_\alpha = (O\Delta_1) = (KO) - (K\Delta_1) = (KO) - (KB_1) \cdot \sin \varphi = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin \varphi \quad (9.4-22)$$

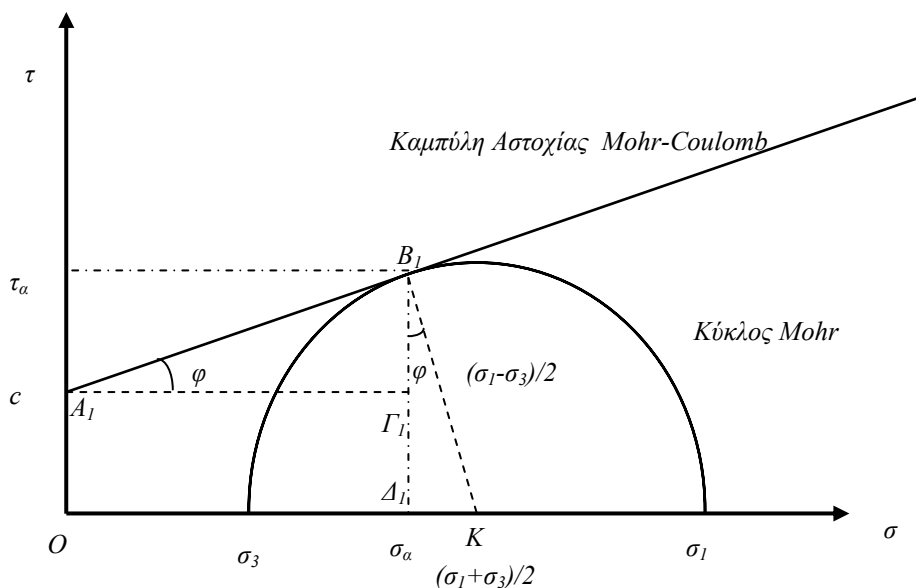
Οπότε από την καμπύλη αστοχίας Mohr-Coulomb προκύπτει ότι:

$$\tau_\alpha = c + \sigma_\alpha \tan \phi \Rightarrow \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos \varphi = c + \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin \varphi \right) \cdot \tan \varphi \Rightarrow$$

$$\sigma_1 = 2c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \Rightarrow$$

$$\sigma_1 = 2c \cdot \tan \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) + \sigma_3 \cdot \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (9.4-23)$$

όπου  $\tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$  είναι ο συντελεστής παθητικής αντίστασης. Η (9.4-23) δίνει τη σχέση του κριτηρίου αστοχίας Mohr-Coulomb σε συντεταγμένες  $(\sigma_1, \sigma_3)$ .



Σχήμα 9.4-1: Κύκλος Mohr – Κριτήριο Mohr-Coulomb

Στη συνέχεια μία μικρή μεταβολή πάνω στην καμπύλη αστοχίας *Hoek-Brown* μπορούμε να προσεγγιστεί με το αντίστοιχο γραμμικό κριτήριο *Mohr-Coulomb* πάνω στο σύστημα κύριων τάσεων  $(\sigma_1, \sigma_3)$ . Αν θεωρήσουμε ως σημείο μελέτης τις τιμές  $(\sigma_1^*, \sigma_3^*)$ , τότε προκύπτει από την κλίση της καμπύλης *Hoek-Brown* στο σημείο καμπύλης ότι:

$$(B_2 \Gamma_2) = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \cdot \sigma_3^* \Rightarrow (OA_2) = 2 \cdot c \cdot \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = \sigma_1^* - \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \cdot \sigma_3^* \quad (9.4-24)$$

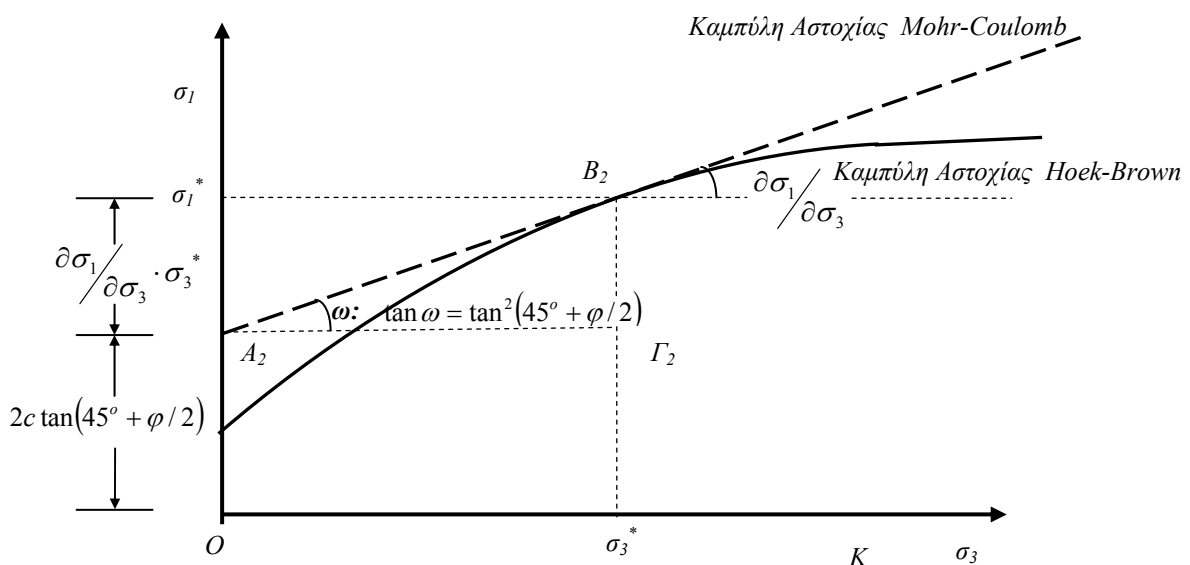
$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} = \tan \omega = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (9.4-25)$$

Από την επίλυση της σχέσης (9.4-21) έχουμε ότι:

$$\sin \varphi = \frac{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} - 1}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \quad (9.4-26)$$

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = 2 \frac{\sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}}}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \quad (9.4-27)$$

Με αντικατάσταση των (9.4-26) και (9.4-27) στα (9.4-21) και (9.4-22) προκύπτουν οι σχέσεις της ορθής τάσης  $\sigma_\alpha$  και της διατμητικής τάσης  $\tau_\alpha$  στο επίπεδο αστοχίας (9.4-16) και (9.4-17).



Σχήμα 9.4-2: Καμπύλη Αστοχίας *Hoek-Brown* στο σύστημα κύριων τάσεων  $(\sigma_1, \sigma_3)$

Σημειώνουμε ότι ως εναλλακτικά κριτήρια αστοχίας της βραχώμαζας υπάρχουν τα εξής:

♦ το κριτήριο *Griffith*: Λόγω της παρουσίας μικρορωγμών σε τεμάχια άθικτου βράχου αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις κάθετα προς τον διαμήκη άξονα των ρωγμών αυτών. Το κριτήριο περιγράφεται από την αντοχή σε μονοαξονικό εφελκυσμό  $T_S$  -θεωρείται ως μέγεθος κατά την απόλυτη τιμή και άρα θετικό. Οι θλιπτικές τάσεις είναι θετικές και οι εφελκυστικές αρνητικές. Το κριτήριο διατυπώνεται ως εξής:

$$\text{Αν } \sigma_1 + 3 \cdot \sigma_3 > 0, \text{ τότε } \sigma_3 = -T_S \quad (9.4-28)$$

$$\text{Αν } \sigma_1 + 3 \cdot \sigma_3 < 0, \text{ τότε } \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 + \sigma_3} = 8 \cdot T_S \quad (9.4-29)$$

♦ το ενεργειακό κριτήριο που διατυπώνεται για θετικές θλιπτικές τάσεις ως εξής:

$$\tau = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (9.4-30)$$

Όπου μεταπίπτει για την τιμή ανεμπόδιστης θλίψης βραχώμαζας  $q_u$ :

$$\tau = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot q_u \quad (9.4-31)$$

♦ το κριτήριο ανεμπόδιστης θλίψης  $q_u$  κατά *Mohr-Coulomb* με συνοχή  $c$  και γωνία τριβής  $\varphi$ :

$$q_u = 2 \cdot c \cdot \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (9.4-32)$$

#### 9.4.4 Μακροχρόνια συμπεριφορά της βραχώμαζας

Με την πάροδο του χρόνου η βραχώμαζα που περιβάλλει ένα υπόγειο έργο υπόκειται σε ερπυστικές παραμορφώσεις με συνέπεια:

α. Την αύξηση των παραμορφώσεων της βραχώμαζας, εφόσον οι παραμορφώσεις δεν παρεμποδίζονται από έργα υποστήριξης, π.χ. σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας.

β. Την αύξηση της φόρτισης των έργων υποστήριξης στις περιπτώσεις όπου οι παραμορφώσεις της βραχώμαζας παρεμποδίζονται, π.χ. στην περίπτωση σηράγγων μετά την κατασκευή της τελικής επένδυσης.

Ο βαθμός ερπυσμού της βραχώμαζας ποικίλει μεταξύ πρακτικώς τιμής μηδέν -για βραχώμαζες με μεγάλες τιμές του δείκτη *RMR*- και αρκετά υψηλών τιμών -για βραχώμαζες με πτωχά μηχανικά χαρακτηριστικά και εδαφικούς σχηματισμούς. Τυπικά ο βαθμός ερπυσμού μπορεί να περιγραφεί μέσω του ερπυστικού συντελεστή  $k$ , ο οποίος εκφράζει τον ρυθμό της ερπυστικής παραμόρφωσης της βραχώμαζας υπό μονοαξονική θλίψη. Μια σχετικώς υψηλή τιμή του ερπυστικού συντελεστή - που αφορά κυρίως στιφρές - σκληρές αργίλους- είναι 0.10, δηλαδή η αύξηση της παραμόρφωσης ανά λογαριθμικό κύκλο του χρόνου είναι ίση με το 10% της ελαστικής αρχικής παραμόρφωσης. Για παράδειγμα, εάν η αρχική ελαστική παραμόρφωση είναι 2%, η παραμόρφωση θα γίνει 2,2% σε ένα έτος, 2,4% εντός δέκα ετών και 2,6% εντός εκατό ετών. Στην περίπτωση παρεμπόδισης ανάπτυξης της ανωτέρω παραμόρφωσης, είναι προφανές ότι θα αυξηθεί η φόρτιση στην επένδυση της σήραγγας.

Το παραπάνω μοντέλο ερπυσμού της βραχώμαζας μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση:

$$\varepsilon' = k\varepsilon^e \log(t/t_0) \Rightarrow \varepsilon \equiv \varepsilon^e + \varepsilon' = \varepsilon^e [1 + k \log(t/t_0)] \quad (9.4-33)$$

όπου  $k$  είναι ο ερπυστικός συντελεστής,  $\varepsilon^e$  είναι η ερπυστική παραμόρφωση τη χρονική στιγμή  $t$ ,  $\varepsilon^e$  είναι η αρχική ελαστική παραμόρφωση,  $\varepsilon$  είναι η συνολική παραμόρφωση και  $t_0$  είναι ο χρόνος έναρξης των ερπυστικών παραμορφώσεων.

Από την ανωτέρω σχέση προκύπτει ότι, εάν  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι οι παραμορφώσεις που αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$ , όπου  $t_2 = 10 \cdot t_1$ , τότε:  $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = k\varepsilon^e$ , δηλαδή η αύξηση της παραμόρφωσης ανά λογαριθμικό κύκλο χρόνου είναι ένα ποσοστό  $k$  της ελαστικής παραμόρφωσης.

Εναλλακτικά, η ανάπτυξη ερπυστικών παραμορφώσεων μπορεί να προσομοιωθεί μέσω απομείωσης του μέτρου ελαστικότητας της βραχώμαζας σε σχέση με τη βραχυχρόνια τιμή του. Στην περίπτωση αυτή, εάν  $E_0 = \sigma/\varepsilon^e$  είναι η βραχυχρόνια τιμή του μέτρου ελαστικότητας τη χρονική στιγμή  $t_0$  και  $E \equiv \sigma/\varepsilon$  είναι η μειωμένη τιμή του μέτρου ελαστικότητας τη χρονική στιγμή  $t$ , τότε:

$$E = E_0 \frac{1}{1 + k \log(t/t_0)} \quad (9.4-34)$$

Ειδικότερα η τιμή του μέτρου ελαστικότητας μετά από  $n$ -χρονικούς κύκλους -  $t = 10^n t_0$ , θεωρώντας ότι  $t_0 = 12$  μήνες ( $n = 1$  για 1 έτος,  $n = 2$  για 10 έτη και  $n = 3$  για 100 έτη) θα είναι:

$$E = E_0 \frac{1}{1 + nk} \quad (9.4-35)$$

Η απομείωση του ισοδύναμου μέτρου ελαστικότητας λόγω ερπυσμού μπορεί να φθάσει και το 30% στην περίπτωση εδαφών με έντονα ερπυστική συμπεριφορά.

## 9.5 Κατανομές Τάσεων και Παραμορφώσεων γύρω από μία Κυκλική Σήραγγα

Προσπαθώντας να κατανοήσουμε το πρόβλημα των καθιζήσεων, θα προσεγγίσουμε αρχικά το πρόβλημα της κατανομής των τάσεων και παραμορφώσεων γύρω από υπόγεια ανοίγματα και ειδικότερα γύρω από κυκλική σήραγγα.

Γενικά κατά την εκσκαφή του υπογείου ανοίγματος η εντατική κατάσταση μεταβάλλεται με κύριο χαρακτηριστικό τη σημαντική μεταβολή των κυρίων τάσεων. Από τη συγκεκριμένη άποψη η αλλαγή της εντατικής καταστάσεως θα μπορούσε να περιγραφεί από τον συντελεστή συγκεντρώσεως των τάσεων, δηλαδή του λόγου της νέας τάσεως προς την αντίστοιχη προ της εκσκαφής. Ο λόγος αυτός εξαρτάται από αρκετούς παράγοντες, κυριότεροι των οποίων είναι οι ακόλουθοι:

- η μορφή του υπογείου ανοίγματος,
- η σχέση των διαστάσεων της διατομής
- η αρχική εντατική κατάσταση (κυρίως ο συντελεστής ώθησης γαιών),
- η θέση του θεωρούμενου σημείου,
- οι παράμετροι μηχανικής συμπεριφοράς της βραχώμαζας,
- οι γεωλογικοί παράγοντες όπως ασυνέχειες, κατανομή και ιδιότητες κλπ..

Από καθαρά θεωρητική άποψη η επίλυση συγκεκριμένου προβλήματος προϋποθέτει την κατάλληλη διατύπωση των ακολούθων βημάτων:

- α. Των συνοριακών συνθηκών του προβλήματος

- β. των διαφορικών εξισώσεων ισορροπίας
- γ. της καταστατικής εξισώσεως συμπεριφοράς της βραχόμαζας
- δ. των εξισώσεων συμβατού των παραμορφώσεων

Με χρήση αριθμητικών μεθόδων και εφαρμογή αντιστοίχων προγραμμάτων Η/Υ -π.χ. με βάση την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων- είναι εφικτή η εξαγωγή προσεγγιστικών τιμών για τις τάσεις και τις παραμορφώσεις γύρω από υπόγεια ανοίγματα ακόμη και σε περιπτώσεις διατομών σύνθετης μορφής, και σε μη απλές περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών και γεωτεχνικής συμπεριφοράς της βραχόμαζας. Ανάλογα είναι δυνατή η αντιμετώπιση συνθέτων προβλημάτων με εφαρμογή φυσικών προσομοιωμάτων σε πειραματικές διατάξεις.

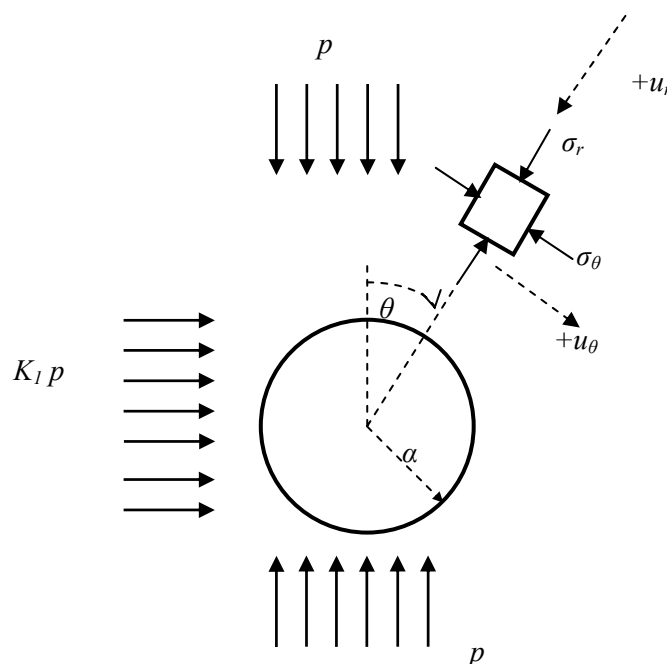
Για απλές περιπτώσεις διατίθενται λύσεις κλειστού τύπου που αφορούν περιπτώσεις, όπως:

- διατομών απλής γεωμετρικής μορφής
- εφαρμογής της θεωρίας γραμμικής ελαστικότητας σε ομοιογενές και ισότροπο μέσων

### 9.5.1 Ανεπένδυτη κυκλική σήραγγα σε μεγάλο βάθος – Μία πρώτη προσέγγιση

Οι βασικές προϋποθέσεις των σχετικών επιλύσεων εντάσσονται στις αντίστοιχες παραδοχές της θεωρίας γραμμικού ελαστικού, ομοιογενούς και ισότροπου μέσου. Ως «μέσον» νοείται το έδαφος ειδικότερα η βραχόμαζα εντός της οποίας διανοίγεται η κυκλική σήραγγα. Από τις παραπάνω βασικές παραδοχές ιδιαίτερης σημασίας είναι η υπόθεση απεριόριστης δυνατότητας μετάδοσης θλιπτικών, εφελκυστικών και διατμητικών τάσεων.

Η βασική τοποθέτηση του προβλήματος δίδεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 9.5-1: Τοποθέτηση προβλήματος κυκλικής σήραγγας σε μεγάλο βάθος

Το εξωτερικό πεδίο των αρχικών τάσεων δίνεται από τις τάσεις  $p_z = p$  και  $p_x = K_1 \cdot p$ , οι εξ ανακατανομής τάσεις σε σύστημα πολικών συντεταγμένων  $(r, \theta)$  είναι οι  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  και  $\tau_{r\theta}$ . Τέλος οι μετατοπίσεις -απόλυτες παραμορφώσεις- κατά την ακτινική και εφαπτομενική διεύθυνση είναι οι  $u_r$  και  $u_\theta$  με θετική φορά κατά το σχήμα 9.5-1. Έχει γίνει η σιωπηρή παραδοχή ότι το αρχικό εντατικό πεδίο είναι πρακτικώς ανεξάρτητο της θέσης του εκάστοτε θεωρουμένου σημείου στην

περιοχή της κυκλικής διατομής, δεδομένου ότι η λεκτική τοποθέτηση του προβλήματος «σήραγγα σε μεγάλο βάθος» ισοδυναμεί με την παραδοχή ότι το βάθος  $h$  του κέντρου της σήραγγας είναι πολύ μεγαλύτερο της ακτίνας  $a$ .

Τα θεωρητικά προσομοιώματα που χρησιμοποιήθηκαν από τους διάφορους ερευνητές ήταν:

(i). Δίσκος με κυκλική οπή ακτίνας  $a$  με φόρτιση επί του επιπέδου και κατά τα όρια του με το σύστημα των πιέσεων  $p$  και  $K_1 p$ .

(ii). Κοίλος κύλινδρος με χοντρό τοίχωμα με αντίστοιχη φόρτιση.

Με τις παραδοχές επίπεδης έντασης ή επίπεδης παραμόρφωσης οι παραμορφώσεις κατά τη διεύθυνση καθέτως προς το επίπεδο της διατομής θεωρούνται μηδενικές, δηλαδή  $u_y = 0$ . Αυτή η παραδοχή είναι εύλογη για μήκος σήραγγας πολύ μεγάλο σχετικώς με την ακτίνα  $a$  της διατομής.

Η πρώτη βασική επίλυση του προβλήματος οφείλεται στον *Kirsch* (1898). Σε αυτή βασίσθηκαν για περαιτέρω αναλύσεις πολλοί μεταγενέστεροι ερευνητές. Ο *Kirsch* επέλυσε το πρόβλημα της μονοαξονικής φόρτισης της διατομής, κατά τον άξονα  $z$  μόνο με φόρτιση  $p_z = p$ . Οι εξισώσεις τάσεων γι' αυτήν την περίπτωση είναι:

$$\sigma_r = \frac{p_z}{2} \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{p_z}{2} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot a^4}{r^4} - \frac{4 \cdot a^2}{r^2}\right) \cdot \cos(2\theta) \quad (9.5-1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_z}{2} \cdot \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{p_z}{2} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot a^4}{r^4}\right) \cdot \cos(2\theta) \quad (9.5-2)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{p_z}{2} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a^4}{r^4} + \frac{2 \cdot a^2}{r^2}\right) \cdot \sin(2\theta) \quad (9.5-3)$$

Κατά τον άξονα  $x$  ισχύουν οι παραπάνω εξισώσεις, όπου στη θέση του  $p$  τοποθετείται  $p_x = K_1 \cdot p$  και στη θέση του  $\theta$  το  $\theta_x = 90^\circ - \theta$ . Από επαλληλία της λύσης για τους δύο άξονες  $x$  και  $z$  προκύπτει ότι:

$$\sigma_r = \frac{p}{2} \cdot \left[ (1 + K_1) \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + (1 - K_1) \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot a^4}{r^4} - \frac{4 \cdot a^2}{r^2}\right) \cdot \cos(2\theta) \right] \quad (9.5-4)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2} \cdot \left[ (1 + K_1) \cdot \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - (1 - K_1) \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot a^4}{r^4}\right) \cdot \cos(2\theta) \right] \quad (9.5-5)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{p}{2} \cdot (1 - K_1) \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a^4}{r^4} + \frac{2 \cdot a^2}{r^2}\right) \cdot \sin(2\theta) \quad (9.5-6)$$

Οι παραμορφώσεις στο τυχαίο σημείο  $(r, \theta)$  υπολογίζονται ως εξής:

$$u_r = \frac{p \cdot a^2}{4 \cdot G \cdot r} \cdot \left[ (1 + K_1) + (1 - K_1) \cdot \left(2 \cdot (1 - 2\nu) + \frac{a^2}{r^2}\right) \cdot \cos(2\theta) \right] \quad (9.5-7)$$

$$u_{\theta} = \frac{p \cdot a^2}{4 \cdot G \cdot r} \cdot (1 - K_1) \cdot \left( 2 \cdot (1 - 2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \sin(2\theta) \quad (9.5-8)$$

Όπου  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$  το μέτρο διάτμησης,  $E$  το μέτρο ελαστικότητας και  $\nu$  ο λόγος *Poisson*.

Το μοντέλο αυτό μας δίνει μία πρώτη εκτίμηση της συμπεριφοράς της ανεπένδυτης σήραγγας που βρίσκεται σε μεγάλο βάθος και σε αρκετή απόσταση από το μέτωπο. Δηλαδή αφορά τα τελικά μεγέθη τάσεων και παραμορφώσεων σε απόσταση 3 με 5  $a$  από το μέτωπο. Επίσης η όλη συμπεριφορά έχει υποθεθεί ότι είναι ελαστική και η μέγιστη διατάραξη του αρχικού εντατικού πεδίου εντοπίζεται στην περιοχή της άντυγας για  $r = a$ , όπου η ακτινική τάση μηδενίζεται, η εφαπτομενική λαμβάνει τη μέγιστη απόλυτη τιμή της.

Στην περίπτωση που δεν ισχύει η ελαστική συμπεριφορά, επειδή η εφαπτομενική τάση είναι μεγαλύτερη της μονοαξονικής αντοχής βραχόμαζας, δηλαδή  $q_u < 2 \cdot p$ , τότε η βραχόμαζα συμπεριφέρεται σε μία περιοχή κοντά στην περιοχή της άντυγας πλαστικά και πέρα από αυτήν ελαστικά. Μία χαρακτηριστική θεωρία που έχει αναπτυχθεί είναι του *Kastner* για  $K=1$ , όπως αναπτύσσεται σε [E2].

### 9.5.2 Προσομοίωση επένδυσης σήραγγας με ανάπτυξη εσωτερικής ισοδύναμης πίεσης

Η ανάπτυξη της όλης μεθοδολογίας στηρίζεται στις ακόλουθες παραδοχές και ορισμούς:

- Η γεωμετρία της σήραγγας είναι κυκλική με ακτίνα  $R$ .
- Έχουμε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης κατά τον άξονα της σήραγγας  $z$ .
- Πριν τη διάνοιξη της σήραγγας έχουμε ισότροπη γεωστατική τάση  $p_o$ .
- Οι ελαστικές ιδιότητες της βραχόμαζας είναι  $E$  το μέτρο ελαστικότητας,  $\nu$  ο λόγος *Poisson* και  $G = E / (2 \cdot (1 + \nu))$ .
- Οι πλαστικές ιδιότητες της βραχόμαζας περιγράφονται μέσω της γωνίας τριβής  $\phi$  και είναι η διαστολικότητα στην πλαστική ζώνη  $\delta$ :

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon_r + \varepsilon_{\theta}}{\varepsilon_r - \varepsilon_{\theta}} \quad (9.5-9)$$

όπου οι σχέσεις παραμορφώσεων-μετακινήσεων είναι οι ακόλουθες:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (9.5-10\alpha) \quad \varepsilon_{\theta} = \frac{u_r}{r} \quad (9.5-10\beta) \quad \varepsilon_z = 0 \quad (9.5-10\gamma)$$

στ. Το κριτήριο αστοχίας είναι κατά *Mohr-Coulomb* και μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως παράμετροι αντοχής είτε η συνοχή  $c$  και η γωνία τριβής  $\phi$ , είτε η μονοαξονική αντοχή της βραχόμαζας  $\sigma_{cm}$  που δίνεται μέσω του γεωλογικού δείκτη αντοχής  $GSI$  και της μονοαξονικής αντοχής του άρρηκτου βράχου  $\sigma_{ci}$  από τη σχέση:

$$\sigma_{cm} = q_u = \frac{\sigma_{ci}}{50} \cdot \exp\left(\frac{GSI}{50}\right) = 2c \cdot \tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \quad (9.5-11)$$



ζ. Οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων στην ελαστική περιοχή -επίπεδη παραμόρφωση και κυλινδρικές συντεταγμένες- είναι:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{\Lambda} \cdot \left[ \dot{\sigma}_r - K_o \cdot \dot{\sigma}_\theta \right] \quad (9.5-12)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{\Lambda} \cdot \left[ \dot{\sigma}_\theta - K_o \cdot \dot{\sigma}_r \right] \quad (9.5-13)$$

όπου:

$$K_o = \frac{\nu}{1-\nu} \quad (9.5-14)$$

$$\Lambda = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-\nu)} \quad (9.5-15)$$

$$\dot{\sigma}_r = \sigma_r - p_o \quad (9.5-16)$$

$$\dot{\sigma}_\theta = \sigma_\theta - p_o \quad (9.5-17)$$

Επιλύνοντας τις σχέσεις (9.5-12) και (9.5-13) προκύπτει ότι:

$$\dot{\sigma}_r = D \cdot [\varepsilon_r + K_o \cdot \varepsilon_\theta] \quad (9.5-18)$$

$$\dot{\sigma}_\theta = D \cdot [\varepsilon_\theta + K_o \cdot \varepsilon_r] \quad (9.5-19)$$

όπου:

$$D = \frac{E \cdot (1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \quad (9.5-20)$$

Η σχέση της εξίσωσης ισοροπίας κατά τον άξονα  $r$  είναι:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad \frac{\partial \dot{\sigma}_r}{\partial r} + \frac{\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta}{r} = 0 \quad (9.5-21)$$

Λόγω συμμετρίας οι υπόλοιπες εξισώσεις ικανοποιούνται.

η. Ο συντελεστής παθητικής ώθησης είναι ο ακόλουθος:

$$k = \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (9.5-22)$$

Ο συντελεστής υπερφόρτισης (overload factor)  $N_s$  είναι ίσος με:

$$N_s = \frac{2 \cdot p_o}{\sigma_{cm}} = \frac{p_o}{c \cdot \sqrt{k}} \quad (9.5-23)$$

Ο βαθμός αποτόνωσης (deconfinement ratio) των εδαφικών τάσεων κατά την τοποθέτηση των μέτρων προσωρινής υποστήριξης ορίζεται από τη σχέση:

$$\lambda = 1 - \frac{p_{\Delta}}{p_o} \quad (9.5-24)$$

όπου  $p_o$  είναι η αρχική γεωστατική πίεση και  $p_{\Delta}$  είναι η ισοδύναμη εσωτερική πίεση που αντιστοιχεί στη θέση τοποθέτησης των μέτρων προσωρινής υποστήριξης. Είναι προφανές ότι ο βαθμός αποτόνωσης των τάσεων είναι μικρότερος από τη μονάδα.

Η κρίσιμη τιμή του συντελεστή αποτόνωσης είναι:

$$\lambda_{cr} = 1 - \left( \frac{2}{1+k} \right) \left( \frac{N_s - 1}{N_s} \right) \quad (9.5-25)$$

Αν  $\lambda_{cr} \geq 1$  ή εάν ( $\lambda_{cr} < 1$  και  $\lambda \leq \lambda_{cr}$ ), τότε δεν αναπτύσσεται πλαστική ζώνη γύρω από τη σήραγγα. Αν  $\lambda_{cr} < 1$  και  $\lambda > \lambda_{cr}$ , τότε αναπτύσσεται πλαστική ζώνη γύρω από τη σήραγγα.

Στη συνέχεια γίνεται ανάλυση της συμπεριφοράς γύρω από τη σήραγγα για διάφορες τιμές του συντελεστή αποτόνωσης.

⇒ Περίπτωση όπου δεν αναπτύσσεται καθόλου πλαστική ζώνη γύρω από τη σήραγγα, δηλαδή  $\lambda_{cr} \geq 1$  ή εάν ( $\lambda_{cr} < 1$  και  $\lambda \leq \lambda_{cr}$ ).

Από αντικατάσταση των (9.5-10) σε (9.5-21) προκύπτει ότι:

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0 \Rightarrow u_r = c_1 r + \frac{c_2}{r} \quad (9.5-26)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη συνοριακή συνθήκη  $r = \infty \Rightarrow u_r = 0$  προκύπτει ότι:  $c_1 = 0$ . Οπότε

$$u_r = \frac{c_2}{r} \quad (9.5-27)$$

Παρατηρούμε ότι με εφαρμογή της (9.5-27) στις (9.5-10) προκύπτει ότι το άθροισμα των τριών παραμορφώσεων είναι μηδενικό, δηλαδή δεν υπάρχει μεταβολή όγκου στην ελαστική περιοχή, όπως αποδεικνύεται παρακάτω.

$$\varepsilon_r + \varepsilon_{\theta} + \varepsilon_z = -\frac{c_2}{r^2} + \frac{c_2}{r^2} + 0 = 0 \quad (9.5-27)$$

Αν λάβουμε υπόψη ότι στο τοίχωμα της σήραγγας ισχύει η συνοριακή συνθήκη  $r = R \Rightarrow \sigma_r = p = (1 - \lambda) \cdot p_o$  προκύπτει ότι:  $u_r = \frac{c_2}{r} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{c_2}{r^2}$  &  $\varepsilon_{\theta} = \frac{u_r}{r} = \frac{c_2}{r^2}$ .

Οπότε

$$\sigma_r = p_o - c_2 D (1 - K_o) \frac{1}{r^2} = p_o - c_2 \frac{2G}{r^2} \quad (9.5-28)$$

$$\sigma_{\theta} = p_o + c_2 D (1 - K_o) \frac{1}{r^2} = p_o + c_2 \frac{2G}{r^2} \quad (9.5-29)$$

Από τη συνοριακή συνθήκη και τη (9.5-28) έχουμε ότι:

$$(1-\lambda) \cdot p_o = p_o - c_2 \frac{2G}{R^2} \Rightarrow c_2 = \lambda \cdot \frac{p_o \cdot R^2}{2G} \quad (9.5-30)$$

Οπότε η μετακίνηση  $u_r$  στη θέση  $r$  δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{u_r}{R} = \lambda \cdot \left( \frac{p_o}{2G} \right) \cdot \left( \frac{R}{r} \right) \quad (9.5-31)$$

Οι αντίστοιχες τάσεις δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma_r = p_o \left[ 1 - \lambda \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] \quad (9.5-32)$$

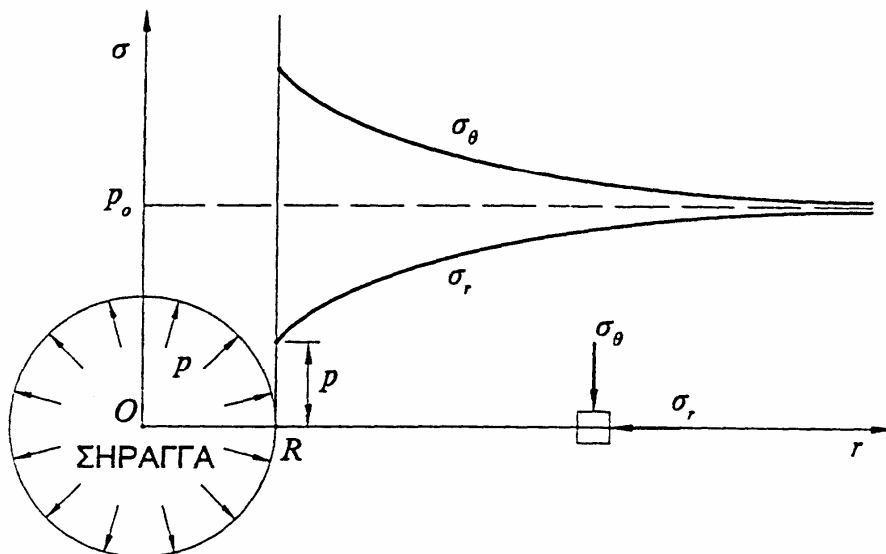
$$\sigma_\theta = p_o \left[ 1 + \lambda \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] \quad (9.5-33)$$

Στην περίπτωση της μετακίνησης  $u_r$  πάνω στο τοίχωμα έχουμε:

$$\frac{u_r}{R} = \lambda \cdot \left( \frac{p_o}{2G} \right) \quad (9.5-34)$$

Όταν ο βαθμός αποτόνωσης είναι μονάδα ( $\lambda = 1$ ), η μετακίνηση  $u_r$  πάνω στο τοίχωμα είναι:

$$\frac{u_{R\infty}}{R} = \left( \frac{p_o}{2G} \right) \quad (9.5-35)$$



**Σχήμα 9.5-2:** Κατανομή τάσεων γύρω από κυκλική οπή, με παραδοχή γραμμικής ελαστικής συμπεριφοράς ([E1], σελ.3-4, σχήμα 1)

⇒ Περίπτωση όπου αναπτύσσεται πλαστική ζώνη γύρω από τη σήραγγα, δηλαδή  $\lambda_{cr} < 1$  και  $\lambda > \lambda_{cr}$ .

Θέτουμε αρχικά ότι η ακτίνα πλαστικής ζώνης είναι  $r_p$ , την οποία θα προσδιορίσουμε στη συνέχεια. Εξαιτίας τούτου υπάρχουν δύο περιοχές: η περιοχή  $R \leq r < r_p$  που η βραχόμαζα ή το έδαφος συμπεριφέρεται ιδεωδώς πλαστικά και η περιοχή  $r > r_p$ , που συμπεριφέρεται γραμμικά ελαστικά.

♦ Επίλυση στην πλαστική ζώνη  $R \leq r < r_p$ . Με βάση το κριτήριο αστοχίας *Mohr-Coulomb* με χρήση της ανεμπόδιστης θλίψης βραχόμαζας έχουμε ότι:

$$\sigma_\theta = k \cdot \sigma_r + \sigma_{cm} \quad (9.5-36)$$

Από αντικατάσταση των (9.5-36) σε (9.5-21) προκύπτει ότι:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{1}{r}(k-1)\sigma_r - \frac{1}{r}\sigma_{cm} = 0 \quad (9.5-37)$$

Για την περίπτωση  $k \neq 1 \Rightarrow \phi \neq 0$  λαμβάνοντας υπόψη ότι στο τοίχωμα της σήραγγας ισχύει η συνοριακή συνθήκη  $r = R \Rightarrow \sigma_r = p = (1-\lambda) \cdot p_o$  προκύπτει ότι :

$$\sigma_r = \left[ (1-\lambda)p_o + \left( \frac{\sigma_{cm}}{k-1} \right) \right] \left( \frac{r}{R} \right)^{k-1} - \left( \frac{\sigma_{cm}}{k-1} \right) \quad \text{ή} \quad \frac{\sigma_r}{p_o} = \left[ (1-\lambda) + \frac{2}{(k-1)N_s} \right] \left( \frac{r}{R} \right)^{k-1} - \frac{2}{(k-1)N_s} \quad (9.5-38)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{p_o} = k \frac{\sigma_r}{p_o} + \frac{2}{N_s} \quad (9.5-39)$$

Για την περίπτωση  $k = 1 \Rightarrow \phi = 0$  λαμβάνοντας υπόψη ότι στο τοίχωμα της σήραγγας ισχύει η συνοριακή συνθήκη  $r = R \Rightarrow \sigma_r = p = (1-\lambda) \cdot p_o$  προκύπτει ότι :

$$\sigma_r = (1-\lambda)p_o + \sigma_{cm} \ln \left( \frac{r}{R} \right) \quad (9.5-40)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + \sigma_{cm} \quad (9.5-41)$$

♦ Επίλυση στην ελαστική ζώνη  $r > r_p$ . Με βάση τα όσα αναπτύχθηκαν για την περίπτωση που η σήραγγα βρίσκεται εξ ολοκλήρου στην ελαστική ζώνη οι τάσεις περιγράφονται από τις σχέσεις (9.5-28) και (9.5-29).

Για την περίπτωση  $k \neq 1 \Rightarrow \phi \neq 0$  λαμβάνοντας υπόψη ότι στα όρια πλαστικής-ελαστικής ζώνης ισχύει η ισότητα τάσεων προκύπτει ότι:

$$\frac{\sigma_r}{p_o} = \left[ (1-\lambda) + \frac{2}{(k-1)N_s} \right] \left( \frac{r_p}{R} \right)^{k-1} - \frac{2}{(k-1)N_s} = 1 - c_2 \left( \frac{2G}{p_o} \right) \frac{1}{r_p^2} \quad (9.5-42)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{p_o} = k \frac{\sigma_r}{p_o} + \frac{2}{N_s} = 1 + c_2 \left( \frac{2G}{p_o} \right) \frac{1}{r_p^2} \quad (9.5-43)$$

Οπότε από επίλυση του συστήματος προκύπτουν η ακτίνα πλαστικής ζώνης και η παράμετρος  $c_2$  ότι:

$$\frac{r_p}{R} = \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right) \frac{N_s + \frac{2}{k-1}}{(1-\lambda)N_s + \frac{2}{k-1}} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (9.5-44)$$

$$c_2 = r_p^2 \cdot \left( \frac{p_o}{2G} \right) \cdot \left( 1 - \frac{2}{k+1} \right) \cdot \left[ 1 + \frac{2}{(k-1)N_s} \right] \quad (9.5-45)$$

Για την περίπτωση που ο βαθμός αποτόνωσης είναι μονάδα ( $\lambda = 1$ ), τότε:

$$\frac{r_{p\infty}}{R} = \left[ \frac{(k-1)N_s + 2}{k+1} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (9.5-46)$$

Οπότε οι μετατοπίσεις στην ελαστική ζώνη και στο όριο ελαστικής-πλαστικής ζώνης δίνονται από:

$$u_r = \frac{c_2}{r} = \frac{r_p^2}{r} \left( \frac{p_o}{2G} \right) \left( 1 - \frac{2}{k+1} \right) \left[ 1 + \frac{2}{(k-1)N_s} \right] \quad (9.5-47)$$

$$u_p = u_r(r = r_p) = r_p \left( \frac{p_o}{2G} \right) \left( 1 - \frac{2}{k+1} \right) \left[ 1 + \frac{2}{(k-1)N_s} \right] \quad (9.5-48)$$

Οι αντίστοιχες τάσεις στην ελαστική περιοχή δίνονται από τις σχέσεις:

$$\frac{\sigma_r}{p_o} = 1 - \frac{c_2}{R^2} \frac{1}{(p_o/2G)} \left( \frac{R}{r} \right)^2 \quad (9.5-49)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{p_o} = 1 + \frac{c_2}{R^2} \frac{1}{(p_o/2G)} \left( \frac{R}{r} \right)^2 \quad (9.5-50)$$

Για την περίπτωση  $k = 1 \Rightarrow \phi = 0$  λαμβάνοντας υπόψη ότι στα όρια πλαστικής-ελαστικής ζώνης ισχύει η ισότητα τάσεων προκύπτει ότι:

$$\sigma_r = (1-\lambda)p_o + \sigma_{cm} \ln\left(\frac{r}{R}\right) = p_o - c_2 \frac{2G}{r^2} \quad (9.5-51)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + \sigma_{cm} = p_o + c_2 \frac{2G}{r^2} \quad (9.5-52)$$

Οπότε από επίλυση του συστήματος προκύπτουν η ακτίνα πλαστικής ζώνης και η παράμετρος  $c_2$  ότι:

$$\frac{r_p}{R} = \exp\left[\frac{1}{2}(N_s \lambda - 1)\right] \quad (9.5-53)$$

$$c_2 = r_p^2 \left( \frac{p_o}{2G} \right) \frac{1}{N_s} \quad (9.5-54)$$

Για την περίπτωση που ο βαθμός αποτόνωσης είναι μονάδα ( $\lambda = 1$ ), τότε:

$$\frac{r_{p\infty}}{R} = \exp\left[\frac{1}{2}(N_s - 1)\right] \quad (9.5-55)$$

Οπότε οι μετατοπίσεις στην ελαστική ζώνη και στο όριο ελαστικής-πλαστικής ζώνης δίνονται από:

$$u_r = \frac{c_2}{r} = \frac{r_p^2}{r} \left(\frac{p_o}{2G}\right) \frac{1}{N_s} \quad (9.5-56)$$

$$u_p = u_r(r = r_p) = r_p \left(\frac{p_o}{2G}\right) \frac{1}{N_s} \quad (9.5-57)$$

Οι αντίστοιχες τάσεις στην ελαστική περιοχή δίνονται από τις σχέσεις:

$$\frac{\sigma_r}{p_o} = 1 - \frac{1}{N_s} \left(\frac{r_p}{r}\right)^2 \quad (9.5-58)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{p_o} = 1 + \frac{1}{N_s} \left(\frac{r_p}{r}\right)^2 \quad (9.5-59)$$

Τελικά επανερχόμαστε στην πλαστική ζώνη προς υπολογισμό των εκεί μετακινήσεων. Ορίζουμε τον συντελεστή  $K$  με βάση διαστολικότητα της πλαστικής ζώνης (9.5-9):

$$K = \frac{1 + \tan \delta}{1 - \tan \delta} = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_\theta} \quad (9.5-60)$$

Οπότε:

$$\varepsilon_r + K \cdot \varepsilon_\theta = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_r}{\partial r} + K \cdot \frac{u}{r} = 0 \Rightarrow u_r = c_3 \frac{1}{r^K} \quad (9.5-61)$$

Από τη συνοριακή συνθήκη  $r = r_p \Rightarrow u_r = u_p$  και τη (9.5-60) έχουμε ότι:

$$u_r = u_p \left(\frac{r_p}{r}\right)^K \quad (9.5-62)$$

Για την περίπτωση  $k \neq 1 \Rightarrow \phi \neq 0$  από τη σχέση (9.5-48) με αντικατάσταση σε (9.5-62) για σύγκλιση τοιχώματος σήραγγας προκύπτει ότι:

$$\frac{u_R}{R} = \frac{u_r(r=R)}{R} = \frac{u_p}{R} \cdot \left(\frac{r_p}{R}\right)^K = \left(\frac{p_o}{2G}\right) \cdot \frac{(k-1) \cdot N_s + 2}{(k+1) \cdot N_s} \cdot \left(\frac{r_p}{R}\right)^{K+1} \quad (9.5-63)$$

Αν ο βαθμός αποτόνωσης είναι μονάδα ( $\lambda = 1$ ), τότε, αν αντικαταστήσουμε τη (9.5-46) στη (9.5-63), έχουμε ότι:

$$\frac{u_{R\infty}}{R} = \frac{u_{r\infty}(r=R)}{R} = \frac{1}{N_s} \cdot \left(\frac{p_o}{2G}\right) \cdot \left(\frac{(k-1) \cdot N_s + 2}{k+1}\right)^{\frac{K+k}{k-1}} \quad (9.5-64)$$

Για την περίπτωση  $k = 1 \Rightarrow \phi = 0$  από τις σχέσεις (9.5-57) & (9.5-53) με αντικατάσταση σε (9.5-62) για σύγκλιση τοιχώματος σήραγγας προκύπτει ότι:

$$\frac{u_R}{R} = \frac{u_r(r=R)}{R} = \frac{u_p}{R} \cdot \left(\frac{r_p}{R}\right)^K = \left(\frac{p_o}{2G}\right) \cdot \frac{1}{N_s} \cdot \left(\frac{r_p}{R}\right)^{K+1} = \left(\frac{p_o}{2G}\right) \cdot \frac{1}{N_s} \cdot \exp\left[\frac{(N_s \lambda - 1) \cdot (K + 1)}{2}\right] \quad (9.5-65)$$

Αν ο βαθμός αποτόνωσης είναι μονάδα ( $\lambda = 1$ ), τότε έχουμε ότι:

$$\frac{u_{R\infty}}{R} = \frac{u_{r\infty}(r=R)}{R} = \left(\frac{p_o}{2G}\right) \cdot \frac{1}{N_s} \cdot \exp\left[\frac{(N_s - 1) \cdot (K + 1)}{2}\right] \quad (9.5-66)$$

Επισημαίνουμε ότι, αν απαιτήσουμε  $r_p = R$ , δηλαδή οριακά να σχηματιστεί μία γραμμική πλαστική ζώνη -αντί περιοχής-, τότε με αντικατάσταση είτε στη σχέση (9.5-44), είτε στη σχέση (9.5-53) με  $k=1$  προκύπτει η κρίσιμη τιμή του συντελεστή αποτόνωσης της σχέσης (9.5-25).

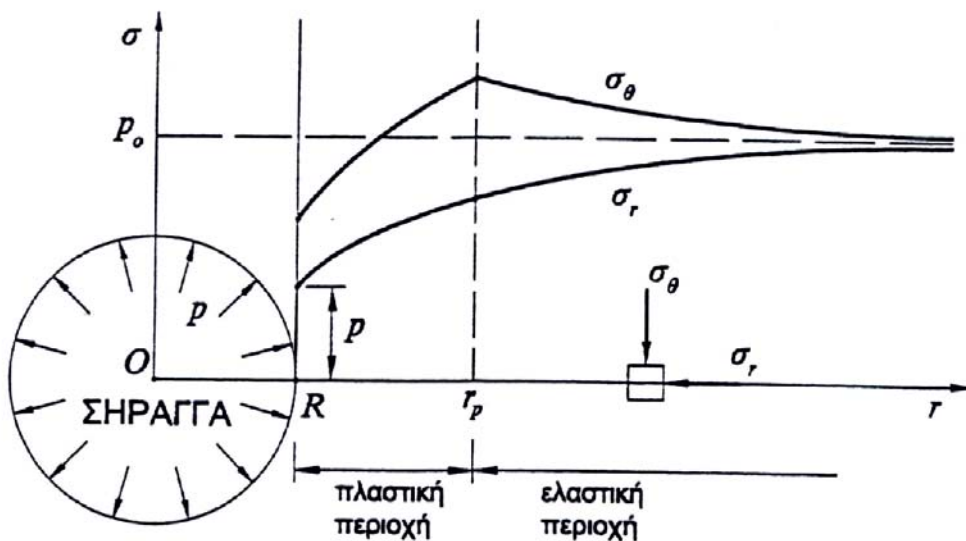
Επίσης με την ύπαρξη της ισοδύναμης εσωτερικής πίεσης  $p_\Delta$  αυξάνεται το όριο της εφαπτομενικής τάσης στην ελαστική περιοχή κατά το κριτήριο αστοχίας *Mohr-Coulomb* σύμφωνα με τη σχέση:

$$\sigma_{\theta \max} = \sigma_{cm} + k \cdot p_\Delta = \sigma_{cm} + k \cdot \lambda \cdot p_o \quad (9.5-67)$$

Αν θεωρήσουμε ότι στο τοίχωμα της σήραγγας έχουμε ελαστική περιοχή, τότε από τη (9.5-33) ισχύει ότι:

$$\sigma_\theta(r=R) = p_o [1 + \lambda] \quad (9.5-68)$$

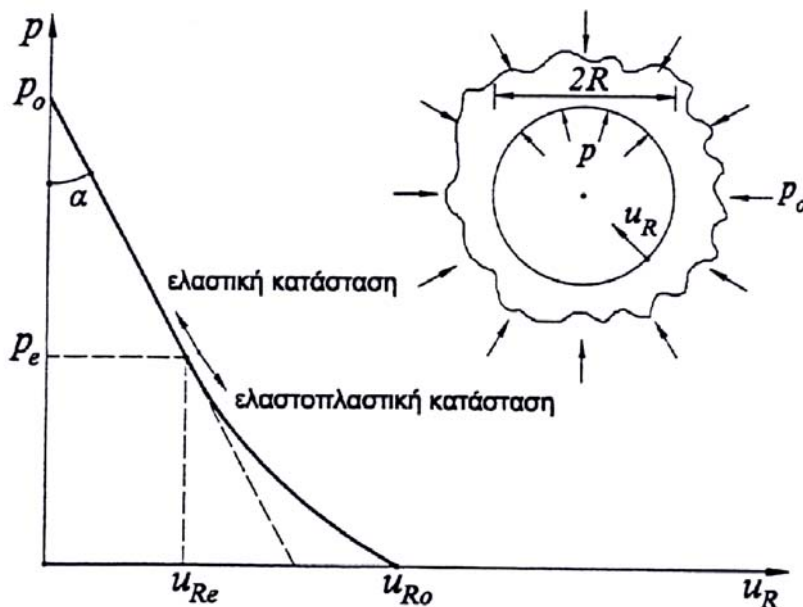
Απαιτώντας να υπάρχει ελαστική περιοχή μόνο, πρέπει  $\sigma_\theta(r=R) \leq \sigma_{\theta \max}$  καταλήγοντας τελικά να απαιτείται  $\lambda_{cr} \geq \lambda$  με χρήση των (9.5-24) ως (9.5-26). Οπότε για το σχηματισμό πλαστικής περιοχής γύρω από τη σήραγγα απαιτείται να ισχύουν συγχρόνως  $\lambda_{cr} < 1$  και  $\lambda > \lambda_{cr}$ .



Σχήμα 9.5-3: Κατανομή τάσεων γύρω από κυκλική οπή, με παραδοχή ελαστικής-απολύτως πλαστικής συμπεριφοράς ([E1], σελ.3-5, σχήμα 2)

### 9.5.3 Ορισμός των καμπυλών σύγκλισης- αποτόνωσης

Από τις σχέσεις (9.5-34) ως (9.5-35), (9.5-63) ως (9.5-66) μπορεί να υπολογισθεί η μετακίνηση - σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας συναρτήσει της εσωτερικής πίεσης  $p$ , δηλαδή κατά τη μείωση της εσωτερικής πίεσης από την αρχική της τιμή  $p_0$  ως το μηδενισμό της. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα και ονομάζεται *καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης* (convergence-confinement).



Σχήμα 9.5-4: Καμπύλη σύγκλισης- αποτόνωσης κυκλικής σήραγγας ακτίνας  $R$ , ([E1], σελ.3-8, σχήμα 3)

Η γωνία  $a$  υπολογίζεται μέσω της σχέσης (9.5-34) ως εξής:

$$\tan a = \frac{u_p}{p_0 - p} \Rightarrow \tan a = \frac{R}{2G} = \frac{(1+\nu)R}{E} \quad (9.5-69)$$

Η εσωτερική πίεση  $p_e$  για την οποία αρχίζει να αναπτύσσεται πλαστική περιοχή γύρω από τη σήραγγα δίνεται από τη σχέση (9.5-24) για τον κρίσιμο βαθμό αποτόνωσης  $\lambda_{cr}$  που πρέπει να είναι μικρότερος της μονάδας, αφού αντικατασταθεί  $\lambda_{cr}$  από τη (9.5-25) και ο συντελεστής υπερφόρτισης από τη (9.5-23):

$$p_e = \frac{2p_0 - \sigma_{cm}}{k+1} \quad (9.5-70)$$

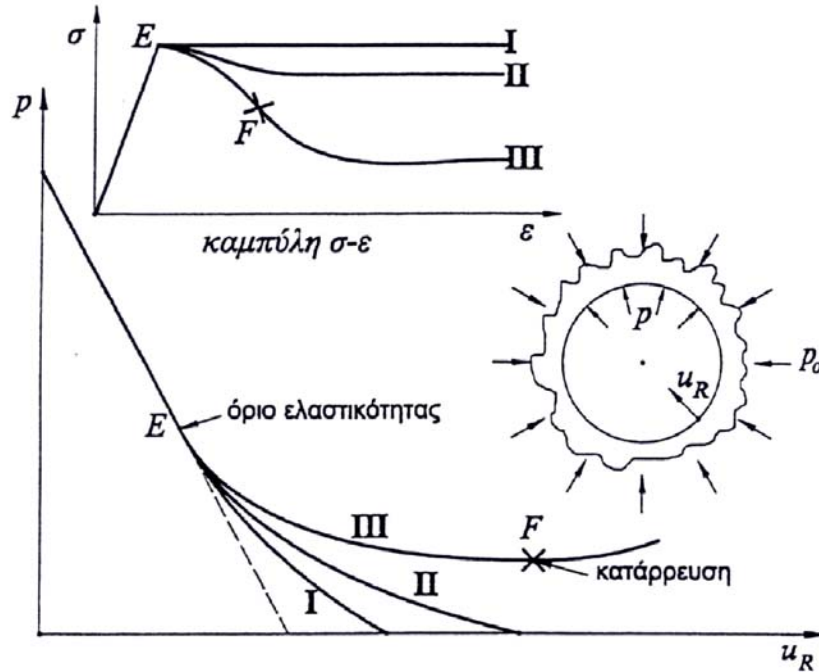
και η αντίστοιχη μετακίνηση του τοιχώματος της σήραγγας στην κατάσταση αυτή είναι:

$$u_{Re} = \frac{(1+\nu)R}{E} \cdot \frac{p_0(k-1) + \sigma_{cm}}{(k+1)} \quad (9.5-71)$$

Μετά την έναρξη ανάπτυξης πλαστικής περιοχής γύρω από τη σήραγγα, η σύγκλιση του τοιχώματος αυξάνει με ρυθμό μεγαλύτερο από ότι στην ελαστική κατάσταση. Η μέγιστη τιμή  $u_{Ro}$  της σύγκλισης προκύπτει για μηδενισμό της εσωτερικής πίεσης -πλήρης εκσκαφή της σήραγγας.



Σημειώνουμε ότι η καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης του παραπάνω σχήματος αντιστοιχεί σε βραχόμαζα με συμπεριφορά ελαστική-απολύτως πλαστική. Στην περίπτωση βραχόμαζας με συμπεριφορά τύπου χαλάρωσης, η καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Σε περιπτώσεις έντονης χαλάρωσης προκαλείται κατάρρευση της οροφής της σήραγγας, όταν η εσωτερική πίεση μειωθεί πέραν κάποιας τιμής.



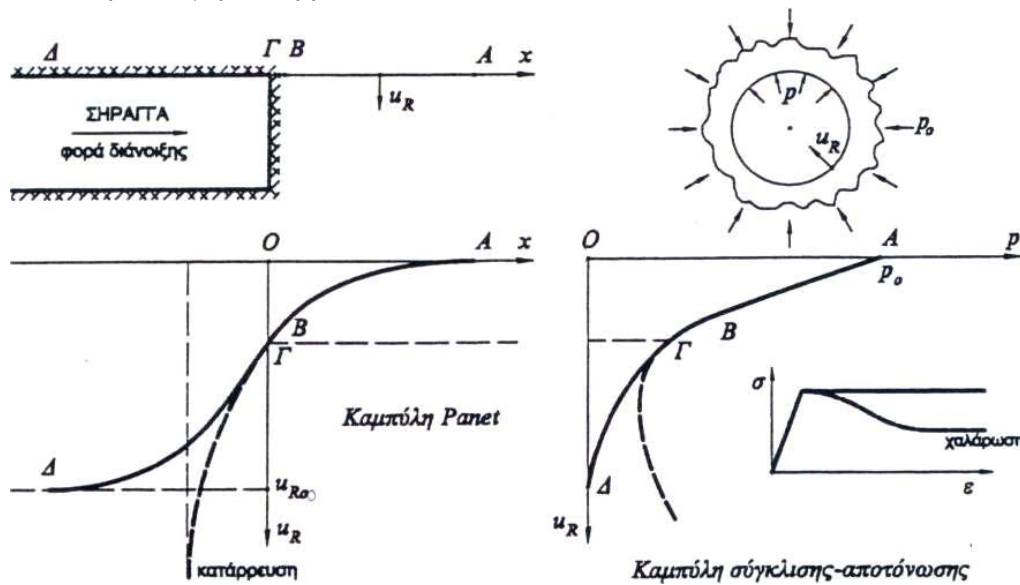
**Σχήμα 9.5-5:** Καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης για διάφορους τύπους συμπεριφοράς τάσεων-παραμορφώσεων της βραχόμαζας ([E1], σελ.3-9, σχήμα 4)

Η παραπάνω εκτίμηση των μετακινήσεων του τοιχώματος της σήραγγας στην ελαστική και την πλαστική περιοχή επιτρέπει τον προσδιορισμό της καμπύλης σύγκλισης-αποτόνωσης της βραχόμαζας. Η καμπύλη αυτή χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό των μέτρων υποστήριξης της σήραγγας, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

## 9.6 Ανάλυση της Διάνοιξης και Υποστήριξης Σηράγγων με Καμπύλες Σύγκλισης-Αποτόνωσης

Κατά τη διάνοιξη σηράγγων οι μετακινήσεις του εδάφους αρχίζουν σε θέσεις αρκετά εμπρός από το μέτωπο διάνοιξης, δηλαδή πριν το μέτωπο εκσκαφής της σήραγγας φθάσει σε κάποια συγκεκριμένη θέση. Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζεται μια τέτοια καμπύλη (ΑΒΓΔ) εξέλιξης της σύγκλισης για ανυποστήρικτη σήραγγα, σε διάγραμμα  $x - u_R$ , όπου  $u_R$  είναι η σύγκλιση της οροφής της σήραγγας και  $x$  είναι η απόσταση από το μέτωπο εκσκαφής. Από το σχήμα φαίνεται ότι ένα σημαντικό ποσοστό της συνολικής σύγκλισης  $u_{R0}$  της τάξης του 30-35% της συνολικής σύγκλισης, συμβαίνει εμπρός από το μέτωπο της σήραγγας. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται και η αντίστοιχη καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης. Συνεπώς σε κάθε θέση  $x$  κατά μήκος του άξονα της σήραγγας αντιστοιχεί μέσω της καμπύλης  $x - u_R$  μια τιμή της σύγκλισης του τοιχώματος  $u_R$ . Για τη συγκεκριμένη τιμή  $u_R$  αντιστοιχεί μέσω της καμπύλης σύγκλισης-αποτόνωσης μια τιμή της πίεσης  $p$ , η οποία είναι μικρότερη από την αρχική γεωστατική πίεση  $p_0$ . Η πίεση  $p$  ονομάζεται *ισοδύναμη εσωτερική πίεση*, επειδή προκαλεί την ίδια σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας με αυτήν που συμβαίνει σε απόσταση  $x$  από το μέτωπο της σήραγγας. Σημειώνεται ότι εάν η συμπεριφορά του εδάφους

παρουσιάζει χαρακτηριστικά έντονης χαλάρωσης, δηλαδή μείωση της αντοχής με παρατεταμένη παραμόρφωση, τότε η διατομή της σήραγγας δεν ισορροπεί, η σύγκλιση της οροφής αυξάνει απεριόριστα και η διατομή καταρρέει.



Σχήμα 9.6-1: Καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης και καμπύλες Panet σε ανυποστήρικτη σήραγγα ([E1], σελ.4-1, σχήμα 1)

Η συσχέτιση της σύγκλισης  $u_R$  του τοιχώματος της σήραγγας με την απόσταση  $x$  από το μέτωπο εκσκαφής είναι πολύ χρήσιμη, γιατί επιτρέπει την εκτίμηση της σύγκλισης του τοιχώματος της σήραγγας που έχει συμβεί πριν από την εφαρμογή της προσωρινής υποστήριξης. Σημειώνεται ότι ακόμη και στην περίπτωση όπου η προσωρινή υποστήριξη εφαρμόζεται ακριβώς στη θέση του μετώπου της σήραγγας, κάποια σύγκλιση έχει ήδη συμβεί της τάξης του 30-35% της συνολικής σύγκλισης. Η σύγκλιση της βραχόμαζας πριν από την εφαρμογή των μέτρων υποστήριξης συντελεί στην αποτόνωση της βραχόμαζας και τη μείωση των πιέσεων που θα ασκηθούν επί των μέτρων υποστήριξης. Κατά συνέπεια η εκτίμηση της σύγκλισης επηρεάζει σημαντικά τον σχεδιασμό των μέτρων υποστήριξης.

Στη συνέχεια εκτιμάται η σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας συναρτήσει της απόστασης  $x$  από το μέτωπο εκσκαφής..

Η σύγκλιση  $u_R(x)$  του τοιχώματος ανυποστήρικτης σήραγγας σε απόσταση  $x < 0$  πίσω από το μέτωπο της εκσκαφής -που βρίσκεται στη θέση  $x=0$ - δίνεται από την προσεγγιστική σχέση κατά τον Panet (1995):

$$u_R(x) = u_R(0) + [u_{R\infty} - u_R(0)] \left\{ 1 - \left[ \frac{m}{m + \xi(-x/R)} \right]^2 \right\} \quad (9.6-1)$$

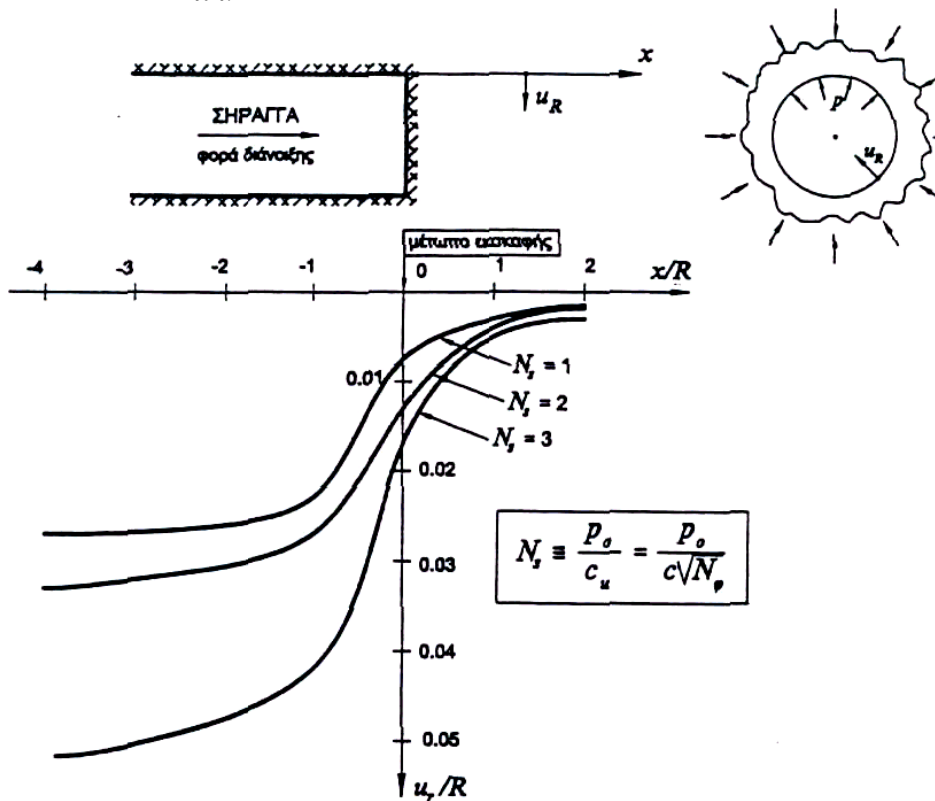
όπου  $u_{R\infty}$  είναι η τελική σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας σε μεγάλη απόσταση ( $x = -\infty$ ) πίσω από το μέτωπο εκσκαφής. Για γραμμικώς ελαστική και ιδεατά πλαστική βραχόμαζα και ισότροπες γεωστατικές τάσεις ( $\sigma_v = \sigma_h = p_0$ ) η τελική σύγκλιση μπορεί να υπολογισθεί με τις σχέσεις (9.5-35), (9.5-64) και (9.5-66) για μηδενική εσωτερική πίεση ( $p=0$ ) ή αλλιώς ο βαθμός αποτόνωσης  $\lambda=1$ . Η σύγκλιση αυτή μπορεί να υπολογισθεί και με αριθμητικές μεθόδους ανάλυσης της συμπεριφοράς της βραχόμαζας κατά τη διάνοιξη της σήραγγας, π.χ. τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για μηδενική τιμή της εσωτερικής πίεσης. Το  $R$  είναι η ακτίνα της σήραγγας. Το  $\xi = u_{R\infty}^e$  είναι ο συντελεστής που ισούται με τον λόγο της ελαστικής προς την ελαστοπλαστική τελική σύγκλιση. Για ισότροπη βραχόμαζα η ελαστική τελική σύγκλιση δίνεται από τη σχέση (9.5-35). Το  $u_R(0)$  είναι η σύγκλιση του τοιχώματος στο μέτωπο εκσκαφής της σήραγγας στη θέση  $x = 0$  και  $m$  είναι ένας

συντελεστής. Οι τιμές των δύο τελευταίων συντελεστών εξαρτώνται από το συντελεστή υπερφόρτισης της βραχώμαζας  $N_s$  και δίνονται από τον ακόλουθο πίνακα:

$N_s$	$m$	$u_R(0)/u_{R\infty}$
$\leq 1$	0,75	0,27
2	0,80	0,30
4	0,85	0,33
6	0,90	0,35

Πίνακας 9.6-1: Σχέση μεταξύ  $N_s - m - u_R(0)$

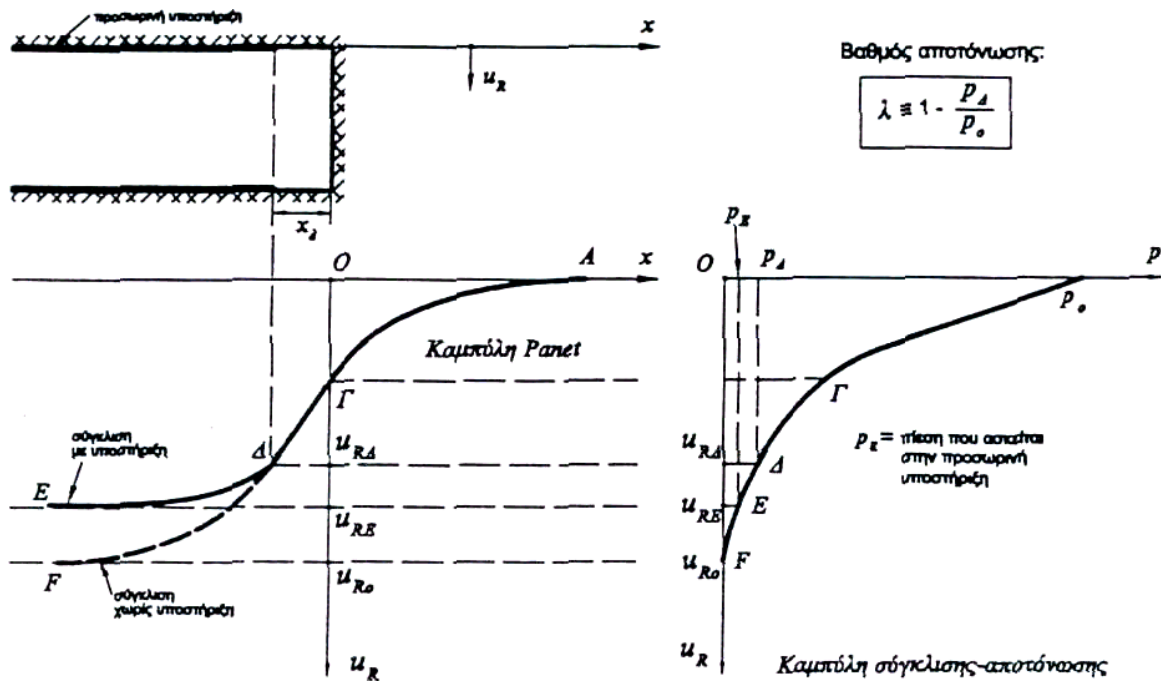
Τυπικές καμπύλες σύγκλισης του τοιχώματος σε διάφορες θέσεις πίσω από το μέτωπο εκσκαφής φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 9.6-2: Τυπικές μορφές καμπυλών Panet κατά μήκος του άξονα της σήραγγας για διάφορες τιμές του συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$  ([E1], σελ.4-2, σχήμα 2)

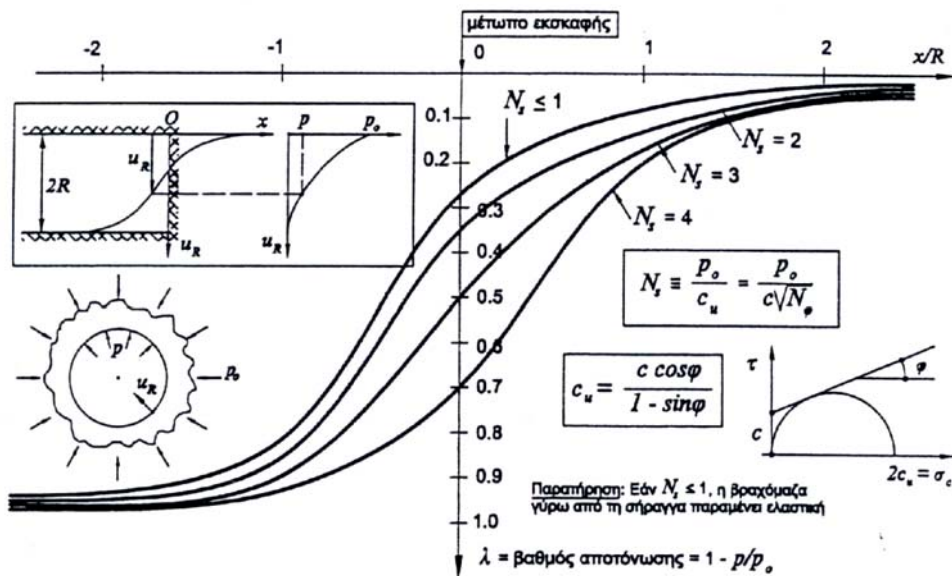
Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζονται οι αντίστοιχες καμπύλες σε διατομή σήραγγας που υποστηρίζεται με εκτοξευόμενο σκυρόδεμα. Η καμπύλη  $x-u_R$  ακολουθεί τη διαδρομή (ΑΓΔΕ) και η τελική σύγκλιση  $u_{RE}$  είναι μικρότερη από την αντίστοιχη σύγκλιση της ανυποστήρικτης διατομής  $u_{R0}$ . Αντίστοιχα στην τελική κατάσταση ισορροπίας -κατάσταση Ε- ασκείται πίεση  $p_E$  στην προσωρινή υποστήριξη. Εάν (Δ) είναι η κατάσταση κατά τη στιγμή της τοποθέτησης των μέτρων προσωρινής υποστήριξης σε απόσταση  $x_d$  πίσω από το μέτωπο διάνοιξης της σήραγγας, τότε στο σημείο (Δ) αντιστοιχεί μια τιμή της σύγκλισης  $u_{RΔ}$  και μια ισοδύναμη εσωτερική πίεση  $p_Δ$ .

Ο βαθμός αποτόνωσης (deconfinement ratio) των εδαφικών τάσεων κατά την τοποθέτηση των μέτρων προσωρινής υποστήριξης δίνεται από τη σχέση (9.5-24). Υπενθυμίζουμε ότι ο βαθμός αποτόνωσης των τάσεων είναι μικρότερος από τη μονάδα, ενώ η κρίσιμη τιμή του -που δίνεται από τη (9.5-25)- καθορίζει την ανάπτυξη ή μη πλαστικής ζώνης γύρω από τη σήραγγα.



Σχήμα 9.6-3: Καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης και καμπύλες Panet σε σήραγγα υποστηριζόμενη με εκτοξευόμενο σκυρόδεμα ([E1], σελ.4-4, σχήμα 3)

Αντίστοιχα στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζονται η συσχέτιση μεταξύ του βαθμού αποτόνωσης  $\lambda$  και της θέσης τοποθέτησης των μέτρων προσωρινής υποστήριξης -καμπύλες Panet.



Σχήμα 9.6-4: Τυπικές μορφές καμπυλών Panet ως προς τον βαθμό αποτόνωσης σε ανυποστήρικτη σήραγγα για διάφορες τιμές του  $N_s$  ([E1], σελ.4-5, σχήμα 4)

Στην περίπτωση όπου ο συντελεστής υπερφόρτισης (overload factor)  $N_s \leq 1$ , η βραχόμαζα γύρω από τη σήραγγα παραμένει στην ελαστική περιοχή, ακόμη και για πλήρη αποτόνωση της εσωτερικής πίεσης. Στην τελευταία αυτή περίπτωση ο βαθμός αποτόνωσης των τάσεων στο μέτωπο της εκσκαφής είναι  $\lambda=0,27$ , δηλαδή  $p/p_o = 0,73$ .

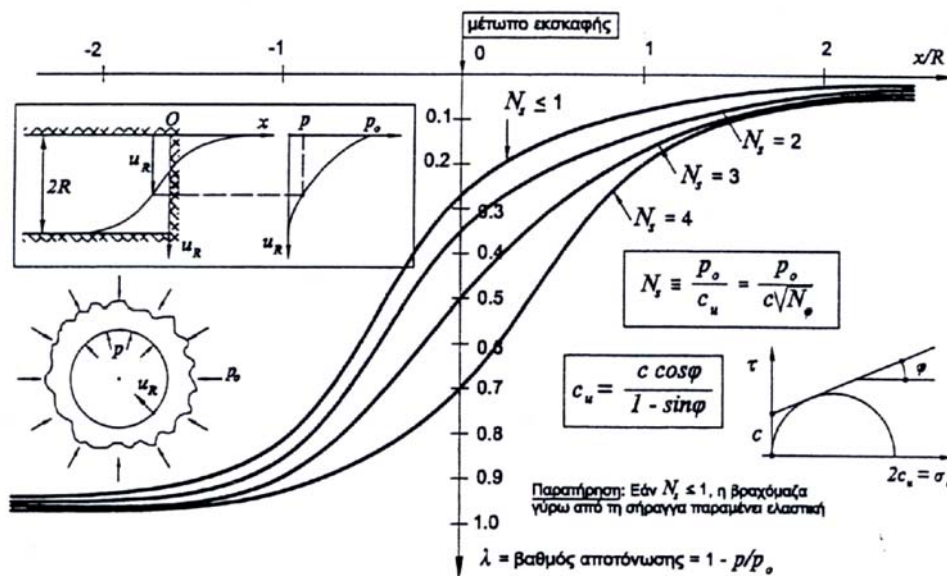
Γενικότερα από τις καμπύλες Panet προκύπτουν οι τιμές του συντελεστή αποτόνωσης των τάσεων για διάφορες αποστάσεις πίσω από το μέτωπο εκσκαφής της σήραγγας που παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα.

Απόσταση $x$ από το μέτωπο της εκσκαφής	Συντελεστής αποτόνωσης $\lambda$ για			
	$N_s \leq 1$	$N_s = 2$	$N_s = 3$	$N_s = 4$
0	0,27	0,39	0,52	0,67
R/2	0,69	0,80	0,84	0,89
R	0,82	0,86	0,88	0,92
2R	0,90	0,92	0,93	0,94

**Πίνακας 9.6-2:** Συντελεστής αποτόνωσης των τάσεων για διάφορες αποστάσεις πίσω από το μέτωπο εκσκαφής της σήραγγας

Κατά συνέπεια, σε απόσταση περίπου ίση με τη διάμετρο της σήραγγας, δηλαδή  $x = 2R$ , έχει επέλθει σχεδόν πλήρης αποτόνωση των εσωτερικών τάσεων. Με την αύξηση του συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$  αυξάνουν οι γεωστατικές τάσεις  $p_0$  σε σχέση με την αντοχή της βραχώμαζας, η πλαστική περιοχή γύρω από τη σήραγγα διευρύνεται και αυξάνουν οι συγκλίσεις της οροφής.

Η συσχέτιση μεταξύ της ισοδύναμης εσωτερικής πίεσης  $p$  ή του βαθμού αποτόνωσης  $\lambda$  και της σύγκλισης του τοιχώματος της σήραγγας  $u_R$  περιγράφεται από την καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης (convergence-confinement). Η μορφή της καμπύλης σύγκλισης-αποτόνωσης μιας ανυποστήρικτης σήραγγας φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα (καμπύλη ADEF).



**Σχήμα 9.6-5:** Καμπύλη Σύγκλισης –Αποτόνωσης σε σήραγγα με προσωρινή υποστήριξη από εκτοξευόμενο σκυρόδεμα ([E1], σελ.4-6, σχήμα 5)

Ο συνδυασμός των καμπύλων Panet (σχήμα 9.6-4) και της καμπύλης σύγκλισης-αποτόνωσης της ανυποστήρικτης διατομής επιτρέπει την εκτίμηση της σύγκλισης του τοιχώματος σε κάθε θέση  $x$  του άξονα της σήραγγας.

Η μέθοδος αποτόνωσης είναι η εξής:

- Υπολογίζεται ο συντελεστής υπερφόρτισης ( $N_s$ ).
- Από τη συγκεκριμένη καμπύλη Panet (σχήμα 9.6-4) και τη συγκεκριμένη τιμή  $x$  υπολογίζεται ο βαθμός αποτόνωσης  $\lambda$  και στη συνέχεια η ισοδύναμη εσωτερική πίεση  $p = p_0(1 - \lambda)$ .
- Υπολογίζεται η καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης με βάση τις ελαστικές παραμέτρους ( $E$ ,  $\nu$ ) και τις παραμέτρους αντοχής ( $c$ ,  $\phi$ ) ή ( $\sigma_{cm}$ ,  $\phi$ ) του εδάφους ή της βραχώμαζας.
- Από την καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης και για την τιμή της πίεσης  $p$  που υπολογίστηκε παραπάνω υπολογίζεται η σύγκλιση της διατομής  $u_R$ .

Ο βαθμός αποτόνωσης  $\lambda$ , δηλαδή η μείωση της εσωτερικής πίεσης από την αρχική της τιμή  $p_0$  σε μια μικρότερη τιμή  $p$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση της χρονικής υστέρησης στην τοποθέτηση των μέτρων προσωρινής υποστήριξης σηράγγων. Μέσω των καμπύλων *Panet* μπορεί να υπολογισθεί η εσωτερική πίεση  $p$  που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη απόσταση  $x$  τοποθέτησης των μέτρων προσωρινής υποστήριξης ως προς το μέτωπο διάνοιξης της σήραγγας. Στη συνέχεια, η προσομοίωση της διάνοιξης και υποστήριξης της σήραγγας γίνεται σε δυο φάσεις ως εξής:

(i). Η εσωτερική πίεση μειώνεται από  $p_0$  σε  $p$ . Η σύγκλιση της διατομής που προκύπτει αντιστοιχεί στη μετακίνηση του τοιχώματος πριν από την τοποθέτηση της προσωρινής υποστήριξης.

(ii). Τοποθετούνται τα μέτρα προσωρινής υποστήριξης, όπως αγκύρια, εκτοξευόμενο σκυρόδεμα κλπ., και στη συνέχεια η εσωτερική πίεση μειώνεται από  $p$  στο μηδέν. Αυτή η μείωση της εσωτερικής πίεσης προκαλεί κάποια περαιτέρω σύγκλιση του τοιχώματος και φόρτιση των μέτρων προσωρινής υποστήριξης. Είναι προφανές ότι, όσο αργότερα τοποθετηθούν τα μέτρα προσωρινής υποστήριξης, τόσο μικρότερο φορτίο θα αναλάβουν και τόσο μεγαλύτερη θα είναι η συνολική σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας.

Αρκετά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση της διάνοιξης και προσωρινής υποστήριξης σηράγγων σε δυο διαστάσεις, δηλαδή στο επίπεδο της διατομής της σήραγγας, δεν επιτρέπουν την απομείωση των εσωτερικών τάσεων κατά τον βαθμό αποτόνωσης  $\lambda$ . Στις περιπτώσεις αυτές μπορεί να χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά η μέθοδος της *ισοδύναμης χαλάρωσης της βραχώμαζας* στο εσωτερικό της σήραγγας (*ground loosening method*). Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην αρχή ότι η μείωση του μέτρου ελαστικότητας από την αρχική τιμή  $E_0$  σε μια μικρότερη τιμή  $E$  σε μια περιοχή της βραχώμαζας -συγκεκριμένα στην περιοχή που προβλέπεται να εκσκαφτεί η σήραγγα- προκαλεί σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας με τον ίδιο τρόπο που θα προκαλούσε η μείωση της εσωτερικής πίεσης από την αρχική τιμή  $p_0$  σε μια μικρότερη τιμή  $p$ . Αποδεικνύεται εύκολα ότι:

α. Η σύγκλιση του τοιχώματος εντός ελαστικού δίσκου ακτίνας  $R$  λόγω ισότροπης πίεσης  $p$  είναι:

$$u_R = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)R}{E} p \quad (9.6-2)$$

β. Η μετακίνηση του τοιχώματος μιας κυκλικής οπής ακτίνας  $R$  εντός ελαστικού χώρου λόγω ισότροπης πίεσης στο εσωτερικό της οπής είναι:

$$u_R = \frac{(1+\nu)R}{E} p \quad (9.6-3)$$

Στη συνέχεια θεωρείται ότι η απομείωση του μέτρου ελαστικότητας στην περιοχή της «οπής» από  $E_0$  σε  $E$  προκαλεί μείωση της πίεσης στο τοίχωμα της οπής από  $p_0$  σε  $p$ . Είναι προφανές ότι η σύγκλιση του τοιχώματος της οπής υπολογιζόμενη είτε μέσω του δίσκου, είτε μέσω του χώρου που περιβάλλει την οπή θα πρέπει να είναι η ίδια. Συνεπώς:

α. Η σύγκλιση του τοιχώματος του δίσκου είναι:

$$u_{R1} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)R}{E_0} p_0 - \frac{(1+\nu)(1-2\nu)R}{E} p \quad (9.6-4)$$

β. Η σύγκλιση του χώρου που περιβάλλει την οπή είναι:

$$u_{R2} = \frac{(1+\nu)R}{E_0} p_0 - \frac{(1+\nu)R}{E} p \quad (9.6-5)$$



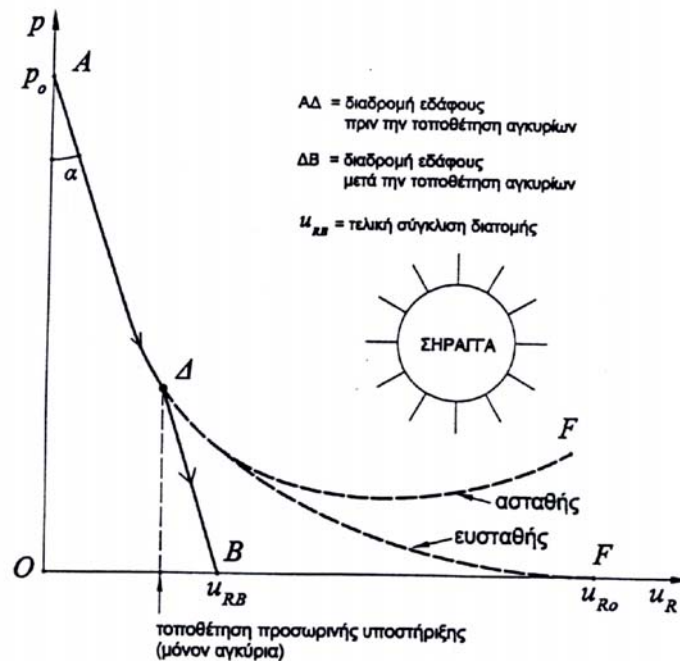
Η εξίσωση των δύο συγκλίσεων δίνει:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{(1 - 2\nu)(p/p_0)}{2(1 - \nu) - (p/p_0)} = \frac{(1 - 2\nu)(1 - \lambda)}{(1 - 2\nu) + \lambda} \tag{9.6-6}$$

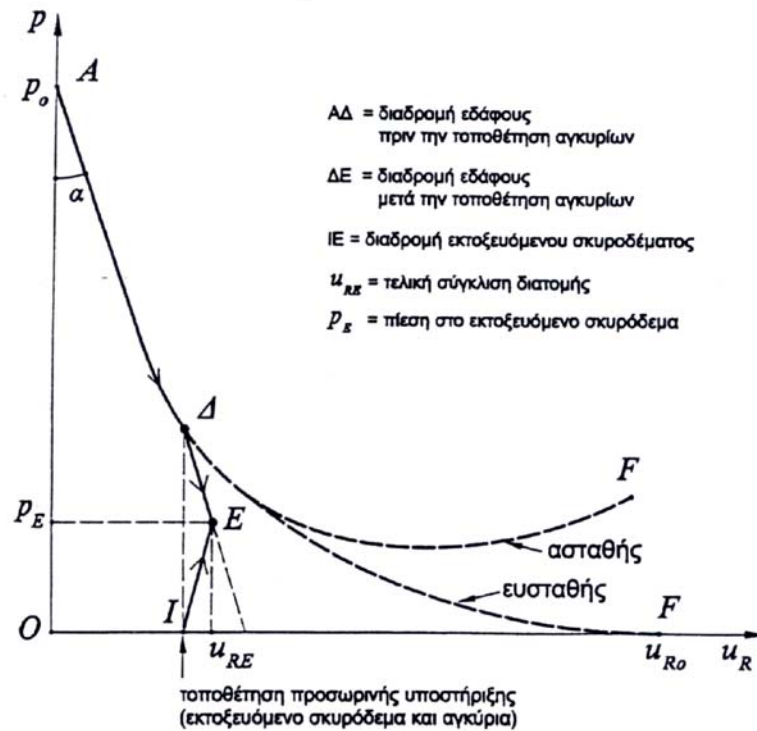
### 9.6.1 Επιρροή της προσωρινής υποστήριξης

Συνήθως, σε κάποια μικρή απόσταση πίσω από το μέτωπο εκσκαφής της σήραγγας τοποθετούνται τα μέτρα προσωρινής υποστήριξης, εκτοξευόμενο σκυρόδεμα, χαλύβδινα πλαίσια, αγκύρια κλπ.. Σκοπός της τοποθέτησης τους είναι ο περιορισμός της σύγκλισης του τοιχώματος της σήραγγας, η αποφυγή κατάρρευσης της οροφής, καθώς και η αποφυγή αποσφηνώσεων βραχωδών τεμαχίων. Με την τοποθέτηση της προσωρινής υποστήριξης σε απόσταση  $x_d$  από το μέτωπο της εκσκαφής (σημείο Δ στο σχήμα 9.6-3) η καμπύλη σύγκλισης ακολουθεί τη διαδρομή ΔΕ αντί της διαδρομής ΔF που αντιστοιχεί στην ανυποστηρίκτη διατομή, με συνέπεια τη μείωση της σύγκλισης του τοιχώματος της σήραγγας.

Η επιρροή της τοποθέτησης προσωρινής υποστήριξης από στρώση εκτοξευόμενου σκυροδέματος φαίνεται στο σχήμα 9.6-5. Κατά την τοποθέτηση της προσωρινής υποστήριξης -στο σημείο Δ- έχει ήδη συμβεί σύγκλιση του τοιχώματος ίση με  $u_{RD}$ . Αμέσως μετά την τοποθέτηση το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα είναι αφόρτιστο, επειδή τοποθετείται σε μια διατομή που ισορροπεί. Με την περαιτέρω προώθηση του μετώπου της σήραγγας η διατομή τείνει να συγκλίνει περαιτέρω λόγω μείωσης της ισοδύναμης εσωτερικής πίεσης  $p$ . Στην περαιτέρω σύγκλιση της διατομής ανθίσταται ο δακτύλιος από εκτοξευόμενο σκυρόδεμα αναλαμβάνοντας φορτία. Η ανάληψη φορτίων από το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα προκαλεί συμπίεση του δακτυλίου και κάποια μικρή αύξηση της σύγκλισης της διατομής. Στο σχήμα 9.6-5 το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα ακολουθεί τη διαδρομή ΙΕ, ενώ το έδαφος ακολουθεί τη διαδρομή ΔΕ. Η κατάσταση ισορροπίας επιτυγχάνεται στο σημείο Ε, όπου η πίεση επί του εκτοξευόμενου σκυροδέματος ισούται με  $p_E$ .



Σχήμα 9.6-6: Καμπύλη Σύγκλισης –Αποτόνωσης σε σήραγγα με προσωρινή υποστήριξη από αγκύρια ([E1], σελ.4-8, σχήμα 6)



**Σχήμα 9.6-7:** Καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης σε σήραγγα με προσωρινή υποστήριξη από εκτοξευόμενο σκυρόδεμα και αγκύρια ([E1], σελ.4-9, σχήμα 7)

Στο σχήμα 9.6-6 παρουσιάζεται η εξέλιξη της καμπύλης σύγκλισης-αποτόνωσης στην περίπτωση προσωρινής υποστήριξης με αγκύρια. Η καμπύλη ΑΔF αποτελεί τη διαδρομή του εδάφους που περιβάλλει τη σήραγγα χωρίς μέτρα υποστήριξης. Στο σημείο Δ τοποθετούνται τα αγκύρια, τα οποία ενισχύουν τη βραχώμαζα και μειώνουν την ενδοσιμότητά της. Οπότε η περαιτέρω σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας δεν ακολουθεί την καμπύλη ΔF, αλλά την καμπύλη ΔB, η οποία προκαλεί μικρότερη μετακίνηση του τοιχώματος  $u_{RB}$  από ότι στην περίπτωση της ανυποστήρικτης διατομής  $u_{R0}$ . Το σχήμα 9.6-7 παρουσιάζει την καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης στην περίπτωση προσωρινής υποστήριξης με εκτοξευόμενο σκυρόδεμα και αγκύρια. Η τελική κατάσταση αντιστοιχεί στο σημείο E και η πίεση στο εκτοξευόμενο σκυρόδεμα ισούται  $p_E$ .

### 9.6.2 Η μέθοδος σύγκλισης-αποτόνωσης στον υπολογισμό εντατικών μεγεθών

Η μέθοδος σύγκλισης-αποτόνωσης καταλήγει στον υπολογισμό της πίεσης που ασκεί η βραχώμαζα στην επένδυση της σήραγγας συναρτήσει της σύγκλισης του τοιχώματος. Η σύγκλιση αυτή οφείλεται αφενός στη χρονική υστέρηση της εφαρμογής των μέτρων υποστήριξης -προώθηση του μετώπου εκσκαφής πριν την εφαρμογή των μέτρων υποστήριξης- και αφετέρου στην ενδοσιμότητά των μέτρων υποστήριξης της σήραγγας. Η αλληλεπίδραση μεταξύ της βραχώμαζας και των μέτρων υποστήριξης μέσω της απαίτησης ενιαίας παραμόρφωσης των δύο αποτελεί την ουσία του τρόπου λειτουργίας των μέτρων υποστήριξης. Με αυτόν τον τρόπο μέσω των τελικά αναπτυσσόμενων τάσεων γίνεται ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών -αξονικής δύναμης και ροπής- πάνω στο κέλυφος της σήραγγας γνωστής ακτίνας, πάχους κελύφους και ελαστικών ιδιοτήτων κελύφους και βραχώμαζας. Σημαντικό ρόλο στη συμπεριφορά της υποστήριξης διαδραματίζουν η αξονική αντίσταση-ατένεια και η καμπτική αντίσταση-δυσκαμψία του εκάστοτε μέτρου υποστήριξης που μπορεί να είναι: επένδυση σταθερού πάχους από εκτοξευόμενο ή έγχυτο σκυρόδεμα, επένδυση με στοιχεία μεταβλητού πάχους -συνήθως προκατασκευασμένα στοιχεία,



υποστήριξη με χαλύβδινα πλαίσια, με αγκύρια και βλήτρα. Ο αναλυτικός υπολογισμός δεν αφορά άμεσα την παρούσα εργασία, γι' αυτό και δεν παρουσιάζεται. Αναλυτική περιγραφή υπάρχει στα [E1], [E13].

### 9.6.3 Η εφαρμογή της μεθόδου σύγκλισης-αποτόνωσης στην NATM

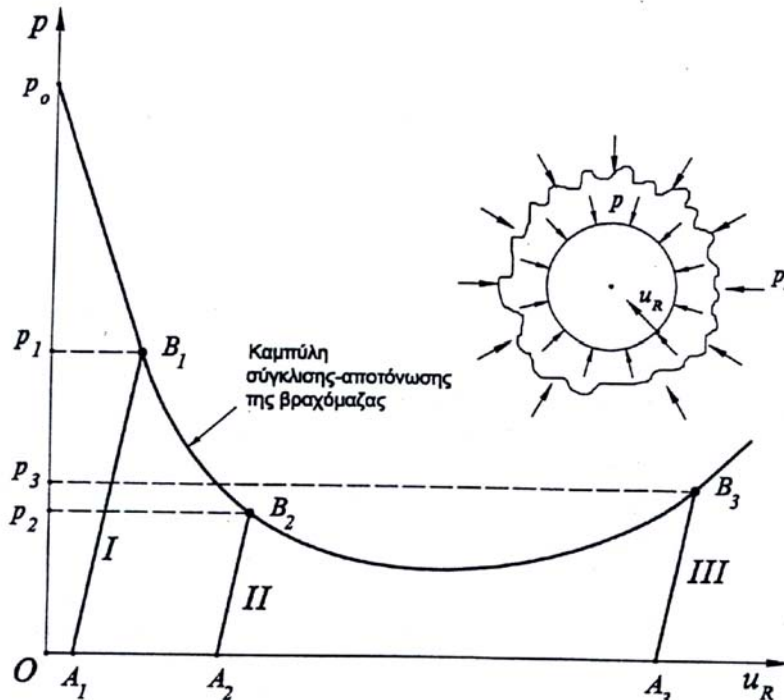
Η λεγόμενη «Νέα Αυστριακή Μέθοδος Διάνοιξης Σηράγγων» (New Austrian Tunneling Method - NATM) ουσιαστικώς δεν αποτελεί μια «μέθοδο», αλλά περιλαμβάνει ένα σύνολο τεχνικών διάνοιξης και υποστήριξης σηράγγων, οι οποίες εφαρμόστηκαν συστηματικά κατά τη διάνοιξη σηράγγων στις Αυστριακές Άλπεις στις αρχές της δεκαετίας του 1960. Οι τεχνικές αυτές είχαν εφαρμοσθεί και πριν το 1960 τόσο στην Αυστρία, όσο και σε άλλα μέρη του κόσμου, αλλά η συστηματοποίηση και ονομασία τους (NATM) έγινε από Αυστριακούς Μηχανικούς (Rebecwicz, Mueller, Brunner και Parcher) περί το 1960. Δηλαδή όταν προτάθηκε, δεν ήταν ούτε «Νέα», ούτε «Αυστριακή» -αφού είχε εφαρμοσθεί και στο παρελθόν σε άλλες χώρες-, αλλά ούτε και «Μέθοδος», αφού ουσιαστικά αποτελείται από ένα σύνολο τεχνικών, οι οποίες αλλάζουν με την πρόοδο της τεχνολογίας. Ωστόσο διατήρησε διεθνώς μέχρι σήμερα το όνομα της. Αν και δεν υπάρχει γενικός αποδεκτός ορισμός της «Μεθόδου NATM», ο όρος συνήθως χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη διάνοιξη σηράγγων με εκτεθειμένο το μέτωπο εκσκαφής, δηλαδή χωρίς την εφαρμογή πίεσης με μηχανικά μέσα, και υποστήριξη του τοιχώματος της σήραγγας με εκτοξευόμενο σκυρόδεμα -απλό ή οπλισμένο- ή / και αγκύρια βράχου. Οπότε οι εναλλακτικοί τρόποι διάνοιξης σηράγγων, που δεν υπάγονται στη μέθοδο NATM, είναι: η διάνοιξη με μηχανήματα ολομέτωπης κοπής, η διάνοιξη με προστατευτική ασπίδα και οποιαδήποτε άλλη μέθοδος διάνοιξης κατά την οποία η άμεση υποστήριξη του τοιχώματος της σήραγγας γίνεται χωρίς εκτοξευόμενο σκυρόδεμα ή αγκύρια, όπως π.χ. με έγχυτο σκυρόδεμα, προκατασκευασμένα στοιχεία από σκυρόδεμα, μέταλλο ή άλλο υλικό.

Η συνήθης εφαρμογή της μεθόδου NATM είναι η διάνοιξη της διατομής της σήραγγας σε μια ή περισσότερες φάσεις και η άμεση υποστήριξη του τοιχώματος με εκτοξευόμενο σκυρόδεμα (απλό, ινοπλισμένο, οπλισμένο με χαλύβδινο πλέγμα ή ενισχυμένο με χαλύβδινες νευρώσεις από ράβδους ή διατομές I) και αγκύρια -παθητικά ή προεντεταμένα. Τέλος, κατά τη μέθοδο NATM η ως άνω άμεση υποστήριξη συνήθως ακολουθείται σε μεταγενέστερο χρόνο από την κατασκευή της «τελικής επένδυσης» της σήραγγας, η οποία θεωρείται ως φέρον στοιχείο, σε ορισμένες περιπτώσεις δεν κατασκευάζεται τελική επένδυση, αλλά η άμεση υποστήριξη σχεδιάζεται, ώστε να αναλάβει το σύνολο των φορτίων της περιβάλλουσας βραχώμαζας.

Η βασική αρχή της μεθόδου NATM είναι ότι η διάνοιξη της σήραγγας και η κατασκευή της άμεσης υποστήριξης γίνονται κατά τρόπο, ώστε να ενεργοποιηθεί η αντοχή της περιβάλλουσας βραχώμαζας μέσω της ελεγχόμενης σύγκλισης του τοιχώματος της σήραγγας σε ικανό βαθμό, ώστε να μειωθούν αρκετά οι πιέσεις επί της άμεσης υποστήριξης, αλλά όχι τόσο, ώστε να προκληθεί αποδιοργάνωση της βραχώμαζας, με συνέπεια την αύξηση των πιέσεων στην άμεση υποστήριξη και τελικά την κατάρρευση της διατομής της σήραγγας. Αυτό παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα. Εδώ φαίνεται καθαρά ότι η επιρροή του χρόνου τοποθέτησης των μέτρων προσωρινής υποστήριξης στην πίεση της βραχώμαζας επί της υποστήριξης της σήραγγας είναι μεγάλης σημασίας. Αν τοποθετηθούν πολύ νωρίς (περίπτωση I), η πίεση στην άμεση υποστήριξη  $p_1$  είναι πολύ μεγάλη. Αν η άμεση υποστήριξη τοποθετηθεί στον κανονικό χρόνο κατασκευής (περίπτωση II), η πίεση  $p_2$  έχει μειωθεί σημαντικά. Αν όμως οι εργασίες υποστήριξης γίνουν πολύ αργά (περίπτωση III), τότε η πίεση  $p_3$  θα έχει αυξηθεί λόγω αποδιοργάνωσης -χαλάρωση της βραχώμαζας-, με συνέπεια τον κίνδυνο κατάρρευσης.

Δεδομένου ότι ένα σημαντικό ποσοστό της σύγκλισης του τοιχώματος της σήραγγας συμβαίνει εμπρός από το μέτωπο εκσκαφής -δηλαδή πριν η εκσκαφή φθάσει στη συγκεκριμένη θέση- και

επιπλέον ότι η σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας αυξάνει με ταχείς ρυθμούς στην περιοχή του μετώπου εκσκαφής, προκύπτει ότι στις περισσότερες περιπτώσεις η αντοχή της βραχόμαζας έχει ενεργοποιηθεί επαρκώς πολύ κοντά στο μέτωπο της εκσκαφής και συνεπώς η άμεση υποστήριξη θα πρέπει να κατασκευασθεί κατά το δυνατόν πλησιέστερα στο μέτωπο εκσκαφής. Η όλη φιλοσοφία αυτής της μεθόδου βρίσκεται στο [E1], εδώ απλώς παρουσιάζουμε ουσιαστικά τη σύνδεσή της με τις καμπύλες σύγκλισης-αποτόνωσης.



**Σχήμα 9.6-8:** Καμπύλη σύγκλισης-αποτόνωσης σε σήραγγα για μελέτη της επιρροής του χρόνου τοποθέτησης των μέτρων προσωρινής υποστήριξης στην πίεση της βραχόμαζας επί της υποστήριξης της σήραγγας  $\Rightarrow$  I: πολύ νωρίς - πίεση άμεσης υποστήριξης πολύ μεγάλη, II: κανονικός χρόνος κατασκευής της άμεσης υποστήριξης, III: πολύ αργά - κίνδυνος κατάρρευσης ([E1], σελ.5-2, σχήμα 1)

## 9.7 Μέθοδοι Εκτίμησης Καθιζήσεων

Στις προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε τον τρόπο κατανομής των τάσεων – παραμορφώσεων γύρω από μία κυκλική σήραγγα. Μέσω αυτής της μεθοδολογίας είναι δυνατός ο προσδιορισμός των καθιζήσεων. Για τον σχηματισμό όμως της καμπύλης σύγκλισης-αποτόνωσης γίνεται χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Εναλλακτικά όμως υπάρχουν και άλλες μέθοδοι εκτίμησης καθιζήσεων, που διακρίνονται στις εμπειρικές, στις αριθμητικές, στις αναλυτικές και στις εργαστηριακές μεθόδους.

Κατά τη διάνοιξη σε εδαφικούς σχηματισμούς, οι καθιζήσεις συνήθως παρουσιάζονται πάνω από τη σήραγγα ως αποτέλεσμα της αναπόφευκτης απώλειας εδαφικού υλικού μέσα στη σήραγγα, καθώς και της στράγγισης των υπόγειων υδάτων σε αυτήν, που έχει ως αποτέλεσμα τη διακύμανση της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα.

Για σχετικά αβαθείς σήραγγες σε συνεκτικά υλικά περίπου το 50% της τελικής καθίζησης εκδηλώνεται πάνω από το οδούν μέτωπο της σήραγγας. Οι επιβαλλόμενες οριζόντιες μετακινήσεις, οι κατακόρυφες και οριζόντιες τάσεις και οι επιβαλλόμενες παραμορφώσεις, όλες ως συνάρτηση

του βάθους, είναι σημαντικοί παράγοντες που επηρεάζουν τις μετακινήσεις των κατασκευών. Το μέγεθος της απώλειας του εδαφικού υλικού εξαρτάται από την ευστάθεια του μετώπου, τις τυχόν υπερεκκαφές, τον χρόνο τοποθέτησης της επένδυσης, της βελτίωσης που έχει υποστεί το έδαφος. Καθώς οι παράγοντες αυτοί αναλύονται παρακάτω, εδώ θα γίνει αναφορά στις μεθόδους εκτίμησης και υπολογισμού των εδαφικών καθιζήσεων πάνω από μια διανοιγόμενη σήραγγα. Οι μέθοδοι αυτές είναι κυρίως εμπειρικές, υπάρχουν όμως και κλειστές αναλυτικές λύσεις και αναπτύσσονται αριθμητικές μέθοδοι.

Όταν η διάνοιξη πραγματοποιείται σε βραχώδες περιβάλλον, οι μετακινήσεις γύρω από τη σήραγγα είναι συνάρτηση της κατάστασης της βραχώμαζας, δηλαδή της δομής της, του βαθμού αποσάθρωσής της, της πυκνότητας και της γεωμετρίας στο χώρο των ασυνεχειών της, καθώς και της κατάστασης της επιφάνειας των ασυνεχειών αυτών. Γενικά, οι μηχανισμοί αστοχίας της βραχώμαζας σε υπόγεια ανοίγματα μπορούν να χωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες, ανάλογα με την κατάσταση του περιβάλλοντος υλικού:

α. Σε αποσαθρωμένη βραχώμαζα, καταρρέον ή συνθλιβόμενο υλικό, ο χρόνος αυτοϋποστήριξης είναι πολύ μικρός, με αποτέλεσμα μερική ή γενική κατάρρευση και πλήρωση του κενού της σήραγγας. Ο μηχανισμός αυτός έχει ως συνέπεια μεγάλες καθιζήσεις, ή και γενίκευση της κατάρρευσης ως την επιφάνεια.

β. Σε ρηγματωμένη βραχώμαζα παρατηρούνται κυρίως πτώσεις βαρύτητας από την οροφή ή τα τοιχώματα.

γ. Σε συμπαγές πέτρωμα σε μεγάλα βάθη, οι αστοχίες οφείλονται στις επικρατούσες τάσεις, σε παραμορφώσεις και εκτινάξεις.

Κατά τη διάνοιξη της σήραγγας υπάρχουν τμήματα της βραχώμαζας που παραμένουν για κάποιο χρόνο ανυποστήρικτα. Τέτοια τμήματα είναι το μέτωπο, περιοχές υπερεκκαφών, τμήματα πάνω από την ασπίδα και πίσω από τις επενδύσεις πριν την εφαρμογή του ενέματος κτλ.. Στις περιοχές αυτές ασκείται η δύναμη της βαρύτητας, που εμφανίζεται ως διατμητική τάση στα φυσικά επίπεδα διαχωρισμού και τις ασθενείς επιφάνειες της βραχώμαζας, τις ασυνέχειες. Η διατμητική αντοχή των επιφανειών αυτών, σε συνδυασμό με τη «δυνατότητα» του περιβάλλοντος πετρώματος να συνεργαστεί στην εξάπλωση ενός μηχανισμού αστοχίας, είναι καθοριστικές για την ευστάθεια του ανοίγματος.

Στη συνέχεια θα αναλύσουμε σύντομα τις τέσσερις κατηγορίες μεθόδων.

### 9.7.1 Εμπειρικές μέθοδοι καθιζήσεων

Οι εμπειρικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται κυρίως για την εκτίμηση των κατακόρυφων εδαφικών μετακινήσεων, και ειδικότερα των επιφανειακών καθιζήσεων.

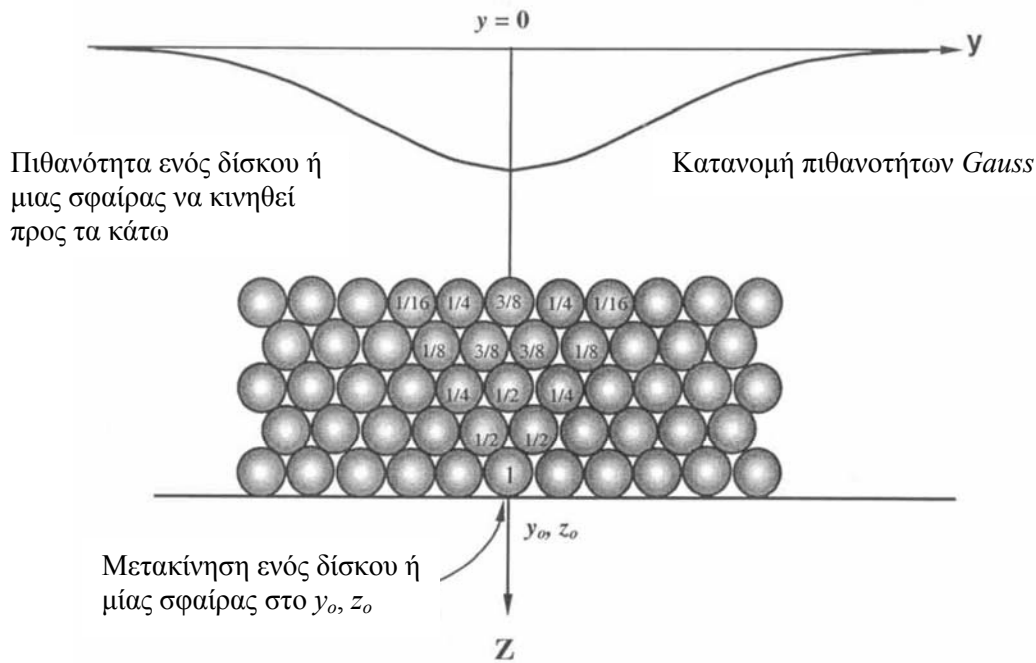
Από τις εμπειρικές μεθόδους πιο διαδεδομένη είναι αυτή των *Litwinniszyn* (1956), *Martos* (1958), *Peck* (1969), *Schmidt* (1969), *Clough* και *Schmidt* (1981), *Attewell* και *Yeates* (1984). Η μέθοδος αυτή θεωρεί ότι η κατανομή της υποχώρησης  $s$  της επιφάνειας του εδάφους κατά τη διατομή της σήραγγας -κάθετα στον άξονα της- μπορεί να περιγραφεί μέσω μιας καμπύλης τύπου Gauss. Η μαθηματική σχέση για την καμπύλη είναι:

$$s = s_{\max} \exp\left(-\frac{x}{2i^2}\right) \quad (9.7-1)$$

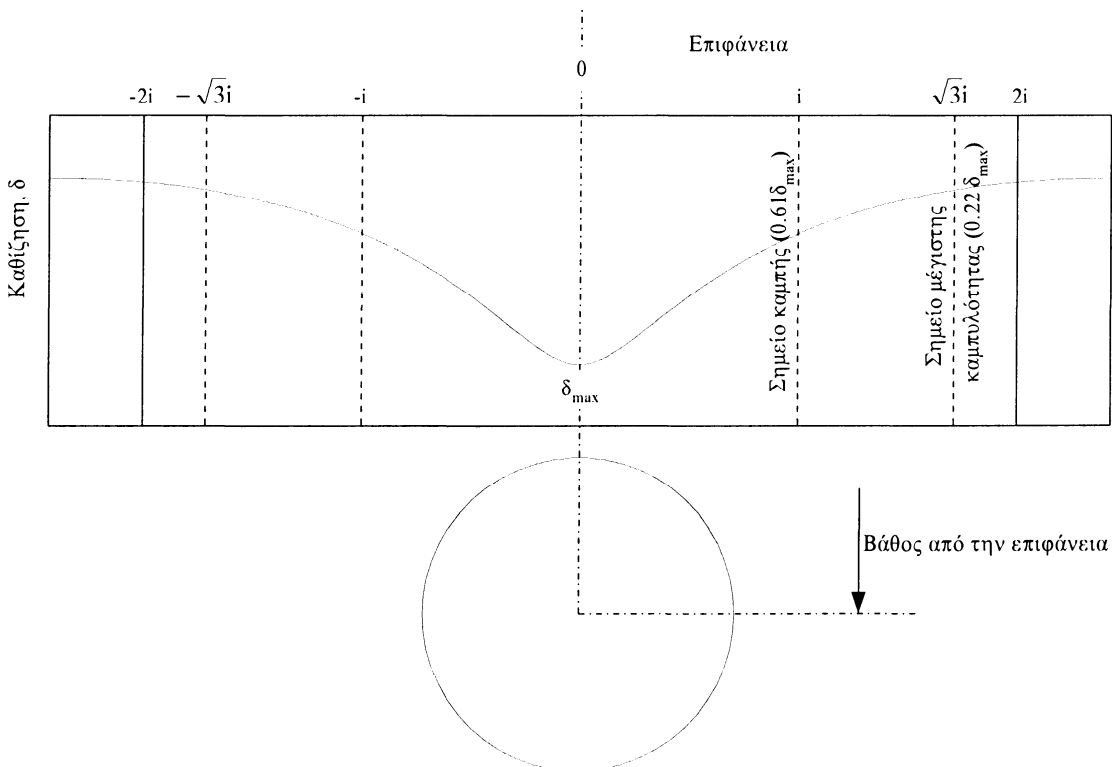
Όπου  $x$  είναι η οριζόντια απόσταση από τον άξονα της σήραγγας,  $s_{\max}$  η μέγιστη υποχώρηση, που συμβαίνει για  $x=0$  -στον άξονα της σήραγγας,  $i$  η οριζόντια απόσταση από τον άξονα της σήραγγας, όπου η καμπύλη της υποχώρησης παρουσιάζει τη μέγιστη κλίση. Το  $i$  καθορίζει στην ουσία το εύρος της καμπύλης των επιφανειακών καθιζήσεων. Στις πρακτικές εφαρμογές το εύρος αυτό λαμβάνεται ίσο με  $3i$ . Αυτή προέκυψε ουσιαστικά από το αρχικό μοντέλο του *Litwinniszyn*

που περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση που αναφέρεται σε ένα ορθογώνιο άνοιγμα πλάτους  $2a$  και πάχους-ύψους  $t$  σε ένα βάθος  $z_0$  με εμπειρικούς συντελεστές  $K_a$ ,  $n$ :

$$s(y, z) = \frac{0,8 \cdot t}{K_a} \cdot \left( \frac{z_0 - z}{2a} \right)^{-n} \cdot \exp \left[ -0,5 \cdot \left( \frac{y}{a \cdot K_a} \right)^2 \cdot \left( \frac{z_0 - z}{2a} \right)^{-2n} \right] \quad (9.7-2)$$



Σχήμα 9.7-1: Στοχαστική διαδικασία καθίζησης κατά Litwinniszyn (μετά Attewell, 1978) ([E15],σχήμα 3.9)



Σχήμα 9.7-2: Καμπύλη καθιζήσεων τύπου Gauss ([E4],σχήμα 1.1)

Ο όγκος των καθιζήσεων ανά μονάδα μήκους της σήραγγας εκφράζεται από το εμβαδά της καμπύλης υποχώρησης και είναι:

$$V_s = \int_{-\infty}^{+\infty} s dx = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{\max} \exp\left(-\frac{x^2}{2i^2}\right) dx \approx \sqrt{2\pi} i s_{\max} \quad (9.7-3)$$

Από την τελευταία σχέση βρίσκεται το άγνωστο μέγεθος  $s_{\max}$ .

$$s_{\max} = V_s / \sqrt{2\pi} i \quad (9.7-4)$$

Η απώλεια όγκου ή εδαφική απώλεια  $V_i$  ορίζεται ως η ποσότητα του εδάφους που χάνεται στην περιοχή της σήραγγας, λόγω των διάφορων παραγόντων που αναφέρθηκαν στην αρχή εκτός της στερεοποίησης. Είναι ο όγκος που περικλείεται μεταξύ της τελικής και της αρχικής θέσης των τοιχωμάτων μιας σήραγγας. Το μέγεθος της εδαφικής απώλειας εξαρτάται από το είδος του εδάφους και τις συνθήκες διάνοιξης. Κατά τη διάνοιξη σε πυκνή άμμο, για παράδειγμα, σε στραγγιζόμενες συνθήκες, τότε  $V_s < V_i$  λόγω του φαινομένου της διασταλτικότητας. Αντίθετα, σε αργίλους, όπου η παραμόρφωση του εδάφους γίνεται υπό αστράγγιστες συνθήκες - χωρίς μεταβολή του όγκου- ο όγκος των εδαφικών καθιζήσεων ανά μονάδα μήκους της σήραγγας στην επιφάνεια του εδάφους  $V_s$  ισούται με την απώλεια του εδαφικού όγκου  $V_i$ . Ως συντελεστής εδαφικής απώλειας  $V_i$  ορίζεται ο λόγος του  $V_s$  προς το εμβαδόν διατομής της σήραγγας  $V_0$ .

Για κυκλική διατομή σήραγγας με ακτίνα  $a$  ο συντελεστής εδαφικής απώλειας γίνεται:

$$V_i = \frac{V_s}{V_0} = 0,80 \cdot \left(\frac{i}{a}\right) \cdot \left(\frac{s_{\max}}{a}\right) \quad (9.7-5)$$

Το εύρος της καμπύλης υποχώρησης καθορίζεται από το μέγεθος  $i$  και εξαρτάται, εκτός από το είδος του εδάφους, από το βάθος  $z$  του άξονα της σήραγγας κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Με βάση τις εργασίες του Peck (1969) και Attewell (1977), μπορούν να διατυπωθούν οι εξής εμπειρικές σχέσεις για κυκλική σήραγγα ακτίνας  $a$ :

Σε μαλακές έως στιφρές αργίλους:

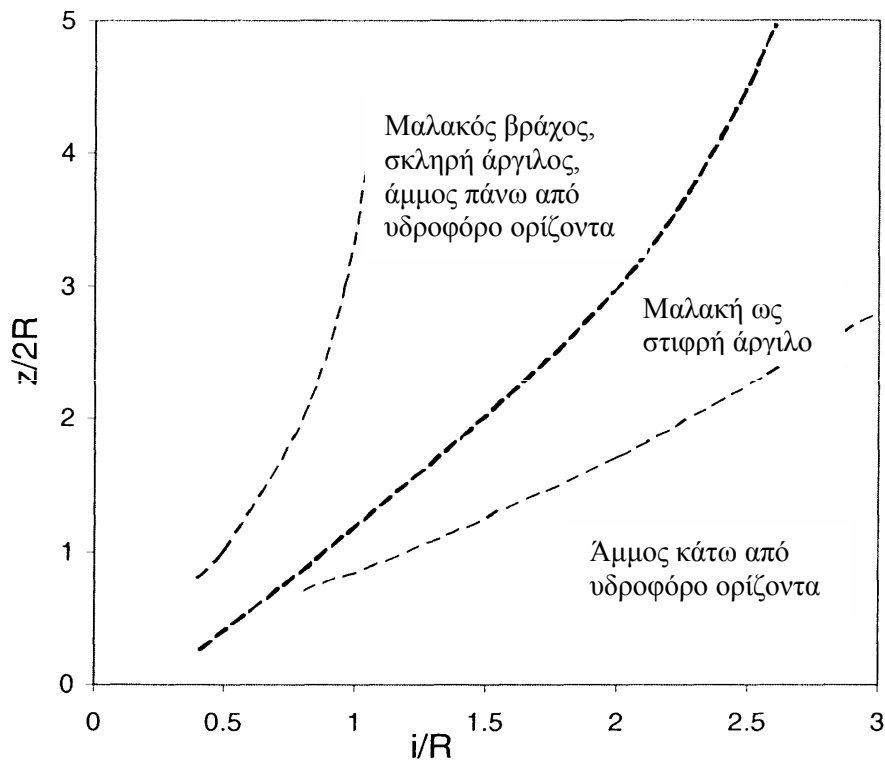
$$\frac{i}{\alpha} = \left(\frac{z}{2a}\right)^{0,8} \quad (9.7-6)$$

Σε σκληρές αργίλους, μαλακούς βράχους και μη συνεκτικά εδάφη (άμμους) πάνω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα:

$$\frac{i}{\alpha} = 0,6 \cdot \left(\frac{z}{2a}\right)^{0,5} \quad (9.7-7)$$

Δηλαδή ο λόγος εδαφικής απώλειας εξαρτάται από τον λόγο του βάθους του άξονα της σήραγγας προς τη διάμετρο αυτής. Σε αβαθείς σήραγγες, όπου αυτός ο λόγος είναι μικρός, ο συντελεστής απώλειας είναι αρκετά μεγάλος. Αν επιπλέον το έδαφος είναι αργιλικό, μπορεί να πάρει τιμές της τάξεως 2-4%.

Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται η συσχέτιση ανάμεσα στον λόγο βάθους προς διάμετρο σήραγγας, τον λόγο της οριζόντιας απόστασης του σημείου καμπής της καμπύλης Gauss προς την ακτίνα της σήραγγας και τις εδαφικές συνθήκες.



**Σχήμα 9.7-3:** Σχέση ανάμεσα στον λόγο βάθους προς διάμετρο σήραγγας, τον λόγο της οριζόντιας απόστασης του σημείου καμπής της καμπύλης Gauss προς την ακτίνα της σήραγγας και τις εδαφικές συνθήκες (κατά Peck, 1969), ([E15], σχήμα 3.12)

Έχει βρεθεί ότι η τιμή του  $i$  είναι κατά προσέγγιση γραμμική συνάρτηση του βάθους διάνοιξης της σήραγγας ανεξάρτητα από τον τρόπο κατασκευής της και τη διάμετρο της -με εξαίρεση πολύ αβαθείς σήραγγες, όπου ο λόγος των υπερκειμένων προς τη διάμετρο της σήραγγας είναι μικρότερος της μονάδας. Οι O'Reilly και New (1982) πρότείνουν:

$$i = k \cdot z \quad (9.7-8)$$

όπου  $k$  είναι η παράμετρος που εκφράζει το πλάτος της καμπύλης των καθιζήσεων. Η τιμή του  $k$  προτάθηκε 0,5 για διάνοιξη σε αργιλικά εδάφη και 0,25 για μη συνεκτικά εδάφη.

Οι Mair και Taylor (1997), μετά από αναλύσεις, προτείνουν για πρακτικές εφαρμογές σχεδιασμού τις παρακάτω τιμές της παραμέτρου  $k$ : 0,5 για αργιλικά εδάφη, 0,35 για μη συνεκτικά εδάφη -άμμος και χαλίκια. Ειδικά για τα μη συνεκτικά υλικά, η τιμή αυτή ισχύει ανεξάρτητα από την ύπαρξη νερών πάνω από τη σήραγγα, και από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα.

Οι Clough και Schmidt (1981) πρότείνουν μόνο για αργίλους τη σχέση:

$$\frac{i}{2\alpha} = 0,5 \cdot \left(\frac{z}{2a}\right)^{0,8} \quad (9.7-9)$$

Οι Oteo και Sagaseta (1982) πρότείνουν την ακόλουθη γραμμική σχέση, μετά και από αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία:

$$\frac{i}{\alpha} = 1,05 \cdot \left(\frac{z}{2a}\right) - 0,42 \quad (9.7-10)$$

Για συνηθισμένο εύρος τιμών του λόγου  $z/2a$  και ανεξάρτητα από τον τύπο του εδάφους, οι δύο τελευταίες σχέσεις δίνουν περίπου τις ίδιες τιμές για το εύρος  $i$ , καθώς οι τιμές του λόγου  $i/z$  είναι μεταξύ 0,35 και 0,50.

Οι *Mair* και *Taylor* (1993) γενίκευσαν τη σχέση (9.7-1) –και σε συνδυασμό με τη (9.7-3)–, ώστε να δίνει προσεγγιστικά την κατανομή των κατακόρυφων μετακινήσεων σε διάφορα βάθη κατά τον κατακόρυφο άξονα. Σε αυτήν την περίπτωση έχοντας ως  $z_s$  το εξεταζόμενο βάθος από την επιφάνεια του εδάφους τα εύρη των καμπυλών υπολογίζονται από τη σχέση:

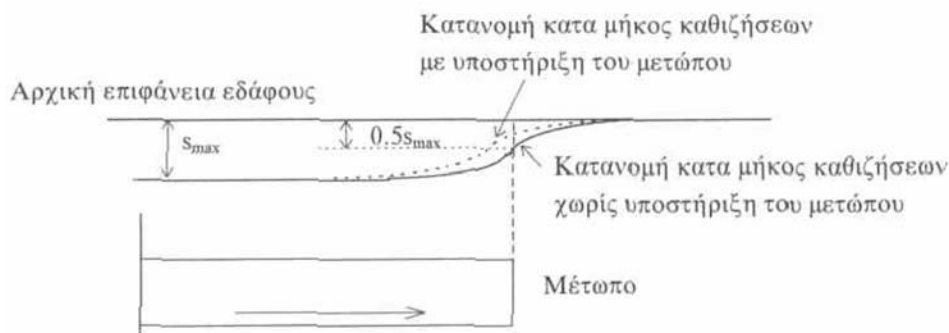
$$i = z_s \cdot \left\{ 0,175 + 0,325 \cdot \left( 1 - \frac{z_s}{z} \right) \right\} \quad (9.7-10)$$

Τέλος οι *Attewell* και *Woodman* (1982) είναι οι μόνοι που προσδιόρισαν εμπειρική σχέση που να δίνει την καθίζηση της επιφάνειας κατά τον διαμήκη άξονα της σήραγγας στηριζόμενοι στη θεωρητική προσέγγιση του *Litwinniszyn*:

$$s = \frac{V}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot i^2}} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2 \cdot i^2}\right) \cdot \left\{ G\left(\frac{x-x_i}{i}\right) - G\left(\frac{x-x_f}{i}\right) \right\} \quad (9.7-11)$$

Όπου  $G(\ )$  είναι μια αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας που διατίθεται από τους *Attewell* και *Woodman* (1982),  $V$  είναι ο όγκος της εδαφικής απώλειας, « $i$ » και « $f$ » είναι η αρχική και η τελική θέση μελέτης κατά τον διαμήκη άξονα της σήραγγας.

Η υπόθεση ότι η εγκάρσια καμπύλη των καθιζήσεων ακολουθεί τη μορφή μιας καμπύλης *Gauss* οδηγεί σε μια μορφή αθροιστικής καμπύλης πιθανότητας για τις κατά μήκος καθιζήσεις, όταν οι παραμορφώσεις του εδάφους λαμβάνουν χώρα υπό συνθήκες σταθερού όγκου, δηλαδή για αργιλικά εδάφη (*New* και *O'Reilly*, 1991). Αν δεν υπάρχουν μέτρα υποστήριξης του μετώπου, η καθίζηση ακριβώς πάνω από το μέτωπο είναι η μισή της μέγιστης, που εμφανίζεται πιο πίσω -κυρίως σε περιβάλλον στιφρών αργίλων. Όταν λαμβάνονται μέτρα για την υποστήριξη του μετώπου, η τιμή αυτή μειώνεται τόσο για στιφρές, όσο και για μαλακές αργίλους. Η χρήση τεχνολογίας ανάπτυξης πίεσης στο μέτωπο μειώνει τις καθιζήσεις, που έχουν την τάση να εμφανιστούν μπροστά από αυτό -στην περίπτωση αυτή, η πλειονότητα των καθιζήσεων που εμφανίζονται κατά την κατασκευή οφείλονται στο κενό ανάμεσα στην εκσκαφή πάνω από την ασπίδα και την επένδυση, οπότε και η καθίζηση στο μέτωπο είναι μικρότερη από  $0,5s_{max}$ . Σχηματικά η καμπύλη μετατοπίζεται προς τα πίσω, όπως φαίνεται και στο ακόλουθο σχήμα. Πάντως, σε μαλακές αργίλους παρατηρείται σημαντική ανύψωση.



Σχήμα 9.7-4: Καθιζήσεις κατά μήκος του άξονα της σήραγγας, ([E4],σχήμα 1.6)

Σημειώνουμε ότι η εκδήλωση των καθιζήσεων κατά μήκος του άξονα της σήραγγας και κατά τη διάρκεια της κατασκευής της προκαλεί τις μεγαλύτερες ζημιές στα κτίρια από ότι οι αντίστοιχες κατά πλάτος καθιζήσεις, που δημιουργούνται μετά την ολοκλήρωση της διανοίξεως (Mair, 1998).

Τέλος έχει παρατηρηθεί ότι οι ζημιές στα κτίρια λόγω της διάνοιξης μιας σήραγγας οφείλονται όχι μόνο στις κατακόρυφες -διαφορικές ίσως- καθιζήσεις, αλλά και σε επιβαλλόμενες εφελκυστικές παραμορφώσεις. Συνεπώς είναι χρήσιμη και αναγκαία η εκτίμηση των οριζόντιων επιφανειακών μετακινήσεων. Μία τυπική μορφή οριζόντιων μετατοπίσεων παρουσιάστηκε στο σχήμα 9.7-2. Οι Mair et al (1996) προτείνουν την προσεγγιστική σχέση:

$$s_h = \frac{x}{z} s_v \quad (9.7-12)$$

Η εξίσωση ισχύει με την προϋπόθεση ότι η συνιστάμενη των διανυσμάτων των εδαφικών μετακινήσεων κατευθύνεται προς τον άξονα της σήραγγας.

Οι Sagasetta και Oteo (1996) αναφέρουν ότι οι οριζόντιες μετακινήσεις στην επιφάνεια είναι περίπου ίσες προς το 1/3-1/2 των αντίστοιχων καθιζήσεων και προτείνουν τελικά ότι ο λόγος της μέγιστης οριζόντιας μετακίνησης προς τη μέγιστη καθίζηση είναι περίπου 0,3.

Αντίστοιχες εξισώσεις έχουν αναπτυχθεί και για τον συντελεστή εδαφικής απώλειας, όπως κατά τους Clough και Schmidt (1981) σε σχέση με τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ :

$$\text{Για προσεκτική κατασκευή έργου: } \frac{V_s}{V_o} = 0,002 \cdot \exp(N_s - 1) \quad (9.7-13)$$

$$\text{Για συνήθη επιμέλεια έργου: } \frac{V_s}{V_o} = 0,004 \cdot \exp(N_s - 1) \quad (9.7-14)$$

Για  $N_s > 4$  κατά Panet (1989) ή για  $N_s > 6$  ([E1]) παρουσιάζονται προβλήματα αστάθειας του μετώπου εκσκαφής και είναι απαραίτητη η χρήση ασπίδας.

Για περιπτώσεις υπό αστράγγιστες συνθήκες και όπου δεν υπάρχει επαρκής εμπειρία για τις επικρατούσες εδαφικές συνθήκες, οι Clough και Schmidt προτείνουν για την εκτίμηση του λόγου εδαφικής απώλειας τις ακόλουθες σχέσεις -με  $E_u$  το μέτρο ελαστικότητας υπό αστράγγιστες συνθήκες:

$$\text{Για } N_s > 1: \quad \frac{V_s}{V_o} = 3 \cdot \frac{s_u}{E_u} \cdot e^{N_s - 1} \quad (9.7-14)$$

$$\text{Για } N_s < 1: \quad \frac{V_s}{V_o} = 3 \cdot \frac{s_u}{E_u} \quad (9.7-15)$$

Η τιμή, του συντελεστή εδαφικής απώλειας εξαρτάται κατά πολύ από τα μηχανικά μέσα και τη μέθοδο διάνοιξης. Αναφέρεται από τον Mair (1998) ότι κατά την κατασκευή σηράγγων με τεχνολογία εξισορροπήσεως των γεωστατικών τάσεων (EPBM), ή με αιώρημα μετεονίτη περιορίζεται σημαντικά η τιμή του συντελεστή υπερφορτώσεως ( $N_s \approx 0$ ), με αποτέλεσμα η σχετική απώλεια εδαφικού όγκου να είναι μικρότερη από 1%, πράγμα που έχει επιβεβαιωθεί και από την εμπειρία. Σε αυτές τις περιπτώσεις η βασική αιτία καθιζήσεων είναι το κενό ανάμεσα στην ασπίδα και την επένδυση. Ο Cording (1991) παρατήρησε ότι το πλάτος της καμπύλης των καθιζήσεων σε κοκκώδη υλικά εξαρτάται ως ένα βαθμό από το μέγεθος των καθιζήσεων -μεγαλύτερες καθιζήσεις τείνουν να προκαλούν μικρότερο πλάτος καμπύλης.



### 9.7.2 Αναλυτικές μέθοδοι καθιζήσεων

Οι μέθοδοι αυτές έχουν ως βάση τη θεωρία της ελαστικότητας. Προσφέρονται για περιπτώσεις όπου οι πληροφορίες για τις επιτόπου γεωτεχνικές συνθήκες είναι περιορισμένες και συνεπώς οι εμπειρικές και οι αριθμητικές μέθοδοι δεν μπορούν να δώσουν ακριβή αποτελέσματα. Τέτοιους μεθόδους έχει παρουσιάσει ο *Sagaseta* (1987), οι *Verruijt* και *Booker* (1996), οι *Loganathan* και *Poulos* (1998, 1999) και ο *Pinto* (1999).

Ο *Sagaseta* έδωσε μια απλή λύση για τον υπολογισμό τόσο των οριζόντιων, όσο και των κατακόρυφων μετακινήσεων υπό αστράγγιστες συνθήκες (μηδενική μεταβολή όγκου -  $\nu=0,5$ ) με τη βοήθεια της θεωρίας των ειδώλων.

Οι *Verruijt* και *Booker* έδωσαν μια πιο ολοκληρωμένη λύση, για διάφορους λόγους Poisson, που περιγράφεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$U_x = -\frac{\varepsilon \cdot R^2 \cdot x}{2r_1^2} - \frac{\varepsilon \cdot R^2 \cdot x}{m} \cdot \left\{ \frac{1}{r_2^2} - \frac{2 \cdot m \cdot z \cdot z_2}{r_2^4} \right\} \quad (9.7-16)$$

$$U_z = -\frac{\varepsilon \cdot R^2 \cdot x}{2r_1^2} - \frac{\varepsilon \cdot R^2 \cdot x}{m} \cdot \left\{ \frac{(m+1) \cdot z_2}{r_2^2} - \frac{m \cdot z \cdot (x^2 - z_2^2)}{r_2^4} \right\} \quad (9.7-17)$$

Όπου:  $U_x$  είναι η πλευρική εδαφική μετατόπιση,  $U_z$  η κατακόρυφη εδαφική μετατόπιση,  $\varepsilon$  ο συντελεστής απώλειας εδαφικού όγκου -εμπειρικές τιμές-,  $z$  το βάθος σημείου υπολογισμού της καθιζήσης,  $h$  το βάθος άξονα της σήραγγας,  $z_1=z-h$ ,  $z_2=z+h$ ,  $r_1^2 = x^2 + z_1^2$ ,  $r_2^2 = x^2 + z_2^2$ ,  $m = (1 - 2\nu)^{-1}$ ,  $\nu$  ο λόγος του Poisson.

Οι *Loganathan* και *Poulos* λαμβάνουν υπόψη τρεις παραμέτρους: το φυσικό χάσμα που περιλαμβάνει τα χαρακτηριστικά της μεθόδου διάνοιξης και του αντίστοιχου μηχανήματος, την τρισδιάστατη χαλάρωση του εδαφικού υλικού στο μέτωπο και μία τιμή που καθορίζεται από τις δυνατότητες του πληρώματος χειρισμού του μηχανήματος.

Ο *Pinto* συμπεριέλαβε πέρα της ομοιόμορφης σύγκλισης και τη σύγκλιση παραμόρφωσης με τη χρήση του συντελεστή παραμόρφωσης -που ορίζεται ως ο λόγος σύγκλισης παραμόρφωσης προς την αντίστοιχη ομοιόμορφη σύγκλιση.

### 9.7.3 Αριθμητικές μέθοδοι καθιζήσεων

Με το θέμα έχουν ασχοληθεί οι *Ghaboussi* (1978), *Tan* και *Clough* (1980), *Rowe et al* (1983), *Rowe* και *Kack* (1983). Οι τελευταίοι, μετά από αναλύσεις επιτόπου μετρήσεων καθιζήσεων από διάφορες περιπτώσεις σηράγγων κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι καθιζήσεις που εκτιμώνται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, την οποία παρουσίασαν, προσεγγίζουν σε μεγάλο βαθμό τις πραγματικές καθιζήσεις. Εναλλακτικά χρησιμοποιούνται μοντέλα πεπερασμένων διαφορών από τον *Σπυρόπουλο* (2004). Με την προσέγγιση των πλευρικών μετακινήσεων ασχολήθηκαν *Lee et al* (1994). Παρόλα αυτά ο *Gunn* (1993) υποστηρίζει ότι αυτή η μέθοδος ανάλυσης, ακόμα και αν χρησιμοποιηθούν εξελιγμένα ελαστοπλαστικά μοντέλα προσομοίωσης της εδαφικής συμπεριφοράς, υποεκτιμά τις καθιζήσεις. Η καμπύλη των επιφανειακών καθιζήσεων που προκύπτει από την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία έχει μεγαλύτερο εύρος και μικρότερο βάθος από την καμπύλη που προβλέπεται από την καμπύλη σφάλματος και προκύπτει από τις επιτόπου μετρήσεις. Τέλος ο *Eberhardt* (2001) με σχετική επιτυχία μελέτησε σε τρισδιάστατο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων τα φαινόμενα των καθιζήσεων λαμβάνοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα για σήραγγες

στις ελβετικές Άλπεις.

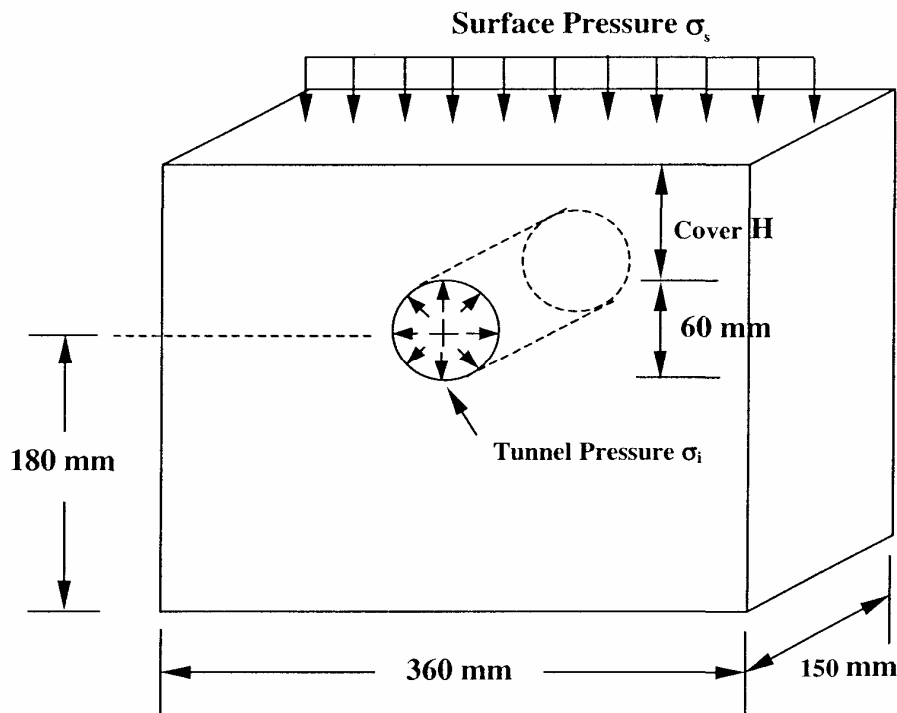
Πέρα όμως από τα πεπερασμένα στοιχεία στις αριθμητικές μεθόδους θα μπορούσαν να τοποθετηθούν και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, τα οποία ουσιαστικά εξελιγμένη αριθμητική μέθοδος που βασίζεται στην αρχή των ελαχίστων τετραγώνων και εκμεταλλεύεται την υπάρχουσα εμπειρία γύρω από το πρόβλημα. Λόγω του γεγονότος του ότι βασίζεται στα υπάρχοντα δεδομένα και όχι στην ανάλυση του φυσικού προβλήματος θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως εμπειρική. Ουσιαστικά όμως περιέχει έντονα χαρακτηριστικά και από τις εμπειρικές και από τις αριθμητικές μεθόδους. Οπότε θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι είναι είτε μία νέα ξεχωριστή κατηγορία που ανήκει στις εφαρμογές της τεχνητής νοημοσύνης, είτε μία υβριδική μέθοδος.

Χαρακτηριστική περίπτωση είναι η μελέτη καθιζήσεων που έχει πραγματοποιήσει για σήραγγες στη Μπαγκόγκ ο *Suchatvee Suwansawat* (2002), [E15]. Η τελευταία περίπτωση έχει αναλυθεί στην παράγραφο 4.13 της παρούσας εργασίας.

#### 9.7.4 Εργαστηριακές μέθοδοι καθιζήσεων

Οι εργαστηριακές μέθοδοι που αφορούν τις σήραγγες πραγματοποιούνται με χρήση μοντέλων σηράγγων υπό κλίμακα. Η προσομοίωση αφορά συνήθως σήραγγες γνωστής διαμέτρου και βάθους, ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά εδαφικά υλικά. Τότε είναι δυνατόν να μελετηθούν τα φαινόμενα των μετακινήσεων και των καθιζήσεων που προκαλείται κατά την κατασκευή του δοκιμίου-σήραγγας, όπως επίσης και η ανάπτυξη του αντίστοιχου εντατικού πεδίου. Αυτή η μέθοδος αναπτύχθηκε από τους: *Atkinson* (1975), *Atkinson και Potts* (1977), *Hudson et al* (1976), *Kimura και Mair* (1981), *Nomoto et al* (1999).

Απλώς ενδεικτικά αναφέρουμε τη βασική αρχή της πειραματικής διάταξης των *Atkinson και Potts*. Σημειώνουμε όμως ότι οι δυσκολίες που συναντά κανείς δεν περιορίζονται μόνο στην κατασκευή του δοκιμίου, αλλά κυρίως στην αντιστοίχιση των τιμών των φυσικών μεγεθών μεταξύ των δύο καταστάσεων: του δοκιμίου και της πραγματικής σήραγγας.



Σχήμα 9.7-5: Δοκίμιο δοκιμών σηράγγων –συνοριακές συνθήκες και διαστάσεις κατά *Atkinson και Potts* (1977) ([E15],σχήμα 3.37)

### 9.7.5 Καθιζήσεις μετά το πέρας της κατασκευής

Σημαντικές εδαφικές μετακινήσεις είναι δυνατόν να συμβούν και μετά την ολοκλήρωση της κατασκευής, κυρίως σε περιβάλλον μαλακών αργίλων. Οι μετακινήσεις αυτές είναι κυρίως κατακόρυφες και η εκδήλωσή τους αποδίδεται στη μεταβολή της πίεσεως του νερού των πόρων, που έχει ως συνέπεια την αύξηση των ενεργών τάσεων. Ορισμένοι ερευνητές τις αναφέρουν και ως καθιζήσεις λόγω στερεοποίησης.

Σε μερικές περιπτώσεις είναι δυνατόν να λάβουν τιμές της τάξεως του 30% ως και 90% της ολικής καθίζησης κατά *Mair* (1998) προκαλώντας αύξηση των τελικών τιμών των επιφανειακών καθιζήσεων και επιπλέον διεύρυνση της μορφής της καμπύλης αυτών.

Οι κυριότεροι παράγοντες, οι οποίοι διέπουν το φαινόμενο είναι οι παρακάτω:

- ◆ Η κατανομή των πιέσεων πόρων στο έδαφος πριν την έναρξη των εργασιών.
- ◆ Το μέγεθος και η κατανομή των πιέσεων των πόρων, που δημιουργούνται κατά την εκσκαφή της σήραγγας.
- ◆ Η συμπιεστότητα και διαπερατότητα του περιβάλλοντος εδαφικού υλικού.
- ◆ Η μέθοδος διάνοιξης.
- ◆ Η διαπερατότητα της επενδύσεως σε σχέση με αυτή του περιβάλλοντος εδάφους.

Για την εκτίμηση των καθιζήσεων αυτών έχουν προταθεί από τους *Attewell* και *Yeates* (1984) συμβατικές μέθοδοι με τη βοήθεια του δείκτη συμπιεστότητας  $C_c$  και κατάλληλη εκτίμηση του πάχους του συμπιεστού στρώματος.

### 9.7.6 Επιρροή του υλικού στις καθιζήσεις

Οι καθιζήσεις επηρεάζονται σε σημαντικό βαθμό και από το είδος του υλικού κυρίως εκείνο μέσα στο οποίο γίνεται η διάνοιξη ή δευτερευόντως που βρίσκεται πάνω από αυτήν.

Χαρακτηριστική περίπτωση είναι τα καταρρέοντα εδάφη, που παρουσιάζουν επιπλέον το φαινόμενο να συρρικνώνονται -να καταρρέουν-, όταν κορεστούν. Στο φαινόμενο αυτό μπορεί να αποδοθεί μέρος μεγάλων καθιζήσεων, όπως στη Βραζιλία, που εκδηλώθηκαν επιφανειακές - καθιζήσεις μεγαλύτερες από 40cm και πολύ μεγαλύτερες από αυτές στην οροφή της σήραγγας. Υποστηρίζεται ότι το φαινόμενο σχετίζεται με την καταστροφή των δεσμών ανάμεσα στα σωματίδια του εδαφικού υλικού και προϋπόθεση για την εκδήλωσή του είναι η ύπαρξη σχεδόν ασταθούς σκελετού.

Στην περίπτωση της βραχώμαζας οι παράγοντες που επηρεάζουν τη συμπεριφορά της απέναντι στη δυνατότητα εκδήλωσης ενός μηχανισμού αστοχίας και κατ' επέκταση την πιθανότητα εμφάνισης καθιζήσεων είναι:

*α. η φύση του μητρικού βράχου:* Ανάλογα με τη φύση και τον τρόπο σχηματισμού ενός πετρώματος μπορεί να υπάρχουν εξαρχής ασθενείς ζώνες, ανεξάρτητα από το βαθμό αποσαθρώσεώς του. Τα μεταμορφωμένα πετρώματα παρουσιάζουν ανισοτροπία στη μηχανική συμπεριφορά των μαζών τους, ανάλογα με το αν τα φορτία δρουν κάθετα ή παράλληλα με τον ζωνώδη ή σχιστοφυή ιστό τους. Δημιουργούνται επίπεδα που περιλαμβάνουν μειωμένης αντοχής ορυκτά -όπως μαρμαρυγίες, χλωρίτες-, τα οποία εξασθενούν την αντοχή ολόκληρου του πετρώματος σε δυνάμεις που δρουν παράλληλα προς τα επίπεδα αυτά. Τα ηφαιστειακά πετρώματα είναι σχεδόν πάντα ρηγματωμένα λόγω σκληρότητας και παρουσιάζουν κατατμήσεις εφελκυσμού από την ψύξη της λάβας, ή και έχουν μέσα στη μάζα τους πρωτογενή κενά. Επικίνδυνες, επίσης είναι και οι ζώνες επαφής μεταξύ των στρωμάτων από λάβα, όπου αναπτύσσονται ασυνέχειες ή υπάρχουν διαβρώσιμα ηφαιστειακά υλικά, όπως τέφρα. Τέλος τα ιζηματογενή πετρώματα χαρακτηρίζονται από την ανάπτυξη τους στον χώρο κατά στρώματα, γεγονός που ελέγχει την τεχνική συμπεριφορά τους. Οι

στρώσεις αυτές δημιουργούν ασυνέχειες, που μειώνουν τη γενική αντοχή του πετρώματος και προσφέρουν επιφάνειες με μικρότερη αντίσταση στις επιβαλλόμενες δυνάμεις, αυξάνοντας, έτσι την πιθανότητα ολίσθησης, αρκεί να υπάρχει δυσμενής προσανατολισμός του στρώματος (κλίση προς το μέτωπο της σήραγγας), να είναι πυκνές οι στρώσεις ή να περιέχουν λεπτές ενδιαστρώσεις αργιλικού ιζήματος πάχους πολλές φορές μερικών χιλιοστών. Για την Ελλάδα ιδιαίτερο ενδιαφέρουν παρουσιάζει ο ασβεστόλιθος που μπορεί να είναι πολύ καλός και να μην χρειάζεται καν υποστήριξη, ενδέχεται να είναι καρστικοποιημένος, που πέρα από κίνδυνο μερικής ή ολικής κατάρρευσης του μετώπου, υπάρχει και ο κίνδυνος έντονης διείσδυσης ύδατος.

β. η δομή της βραχώμαζας: Καθοριστικές για τη συμπεριφορά της βραχώμαζας –πέρα της φύσης του μητρικού πετρώματος- είναι οι τεκτονικές και περιβαλλοντικές δράσεις, τις οποίες έχει υποστεί, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη οικογενειών ρωγμών και την αποσάθρωση ανάλογα πάντα με το βάθος στο οποίο βρίσκεται. Μια συμπαγής βραχώμαζα, με μεμονωμένες ασυνέχειες είναι λιγότερο ευαίσθητη στη διάνοιξη μιας σήραγγας, καθώς και η ίδια η συνολική αντοχή της είναι μεγαλύτερη, αφού δεν υπάρχουν περιοχές με ασθενέστερη συμπεριφορά, αλλά και μια τοπική αστοχία του υλικού περιορίζεται χωρικά, λόγω του ισχυρότερου περιβάλλοντος. Αντίθετα, όσο αυξάνει ο βαθμός αποσάθρωσης, τόσο η συμπεριφορά προσεγγίζει αυτήν των μαλακών βράχων και εδαφών. Παράλληλα, ο βαθμός εμμονής των ασυνεχειών και η ύπαρξη «γεφυρών» από συμπαγές άθικτο πέτρωμα ανάμεσα στις ασυνεχείς ασυνέχειες, που όμως εύκολα θραύονται, έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ασθενών «δρόμων» στη βραχώμαζα, μέσα από τους οποίους μια τοπική αστοχία ενδέχεται να εξαπλωθεί και να φτάσει ως και την επιφάνεια. Επιπλέον σημαντικό ρόλο παίζει και η κατάσταση της επιφάνειας της κάθε ασυνέχειας. Ασυνέχειες με τραχεία επιφάνεια έχουν και μεγαλύτερη διατμητική αντοχή, σύμφωνα με τον Patton(1966). Αντίθετα, ασυνέχειες με αλλοιωμένα, αποσαθρωμένα τοιχώματα προσφέρουν έτοιμες επιφάνειες ολίσθησης. Η ύπαρξη του υλικού πληρώσεως μειώνει την αντοχή της ασυνέχειας, η οποία καταλήγει στην ίδια την αντοχή του υλικού πληρώσεως, όταν το πάχος του ξεπεράσει το μέγεθος των προεξοχών της ασυνέχειας σύμφωνα με τον Goodman (1970). Αντίστοιχες παρατηρήσεις ισχύουν και όταν η βραχώμαζα είναι πολύ πυκνά διακλασμένη -πολλές οικογένειες ασυνεχειών με μικρές αποστάσεις μεταξύ τους-, δημιουργείται μια γενική χαλάρωση, που επιτρέπει τη μεγαλύτερη ολίσθηση και περιστροφή μεμονωμένων τεμαχίων μέσα στη μάζα, με αποτέλεσμα τη μείωση της αντοχής του συνόλου.

### 9.7.7 Βελτίωση του εδάφους με σκοπό μείωσης των καθιζήσεων

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που αντιμετωπίζει κάποιος κατά τη διάρκεια της διάνοιξης της σήραγγας είναι η ύπαρξη νερών. Κατά τον Terzaghi οι τεχνικές για τη βελτίωση του εδάφους θα έπρεπε να προσανατολίζονται στην αναχαίτιση της εισροής νερού. Αν και αυτό δεν είναι απόλυτο, ιδίως μέσα σε ένα αστικό περιβάλλον, οι μέθοδοι που εφαρμόζονται για τη βελτίωση του περιβάλλοντος εδάφους αναπτύχθηκαν με βάση την αντιμετώπιση του υδροφόρου ορίζοντα και των υπόγειων υδάτων.

Σε διάνοιξη με ανοιχτό μέτωπο, υπάρχουν τέσσερις κυρίως τρόποι να αποφευχθεί η είσοδος του νερού:

- ♦ η αποστράγγιση για διαπερατά υλικά: Χρησιμοποιούνται πηγάδια άντλησης και αντλίες αποστράγγισης, όταν οι καθιζήσεις δεν αποτελούν κίνδυνο, ή όταν δεν δημιουργούνται κίνδυνοι διάβρωσης ξύλινων θεμελιώσεων ιστορικών κτιρίων και όταν το νερό δεν εγκυμονεί κινδύνους για τους εργαζόμενους -δεν είναι μολυσμένο & δεν περιέχει αέρια (θείο κτλ.).

- ♦ η εισπίεση ενεμάτων για κοκκώδη υλικά: Χρησιμοποιούνται σε ασθενή - χαλαρά εδάφη προς εμπόδιση καταρρεύσεων κατά τη διάνοιξη της σήραγγας, μειώνουν την περατότητα, εμποδίζουν την απώλεια λεπτόκοκκων στοιχείων από το έδαφος και σταθεροποιούν αμμόδεις

σηματισμούς. Ουσιαστικά γεμίζουν τα κενά των πόρων, με μεγάλες πιέσεις καταστρέφουν τον εδαφικό ιστό και εμποδίζουν τις καθιζήσεις, ενώ αυξάνουν την πυκνότητα κατά την εκσκαφή. Με κακή χρήση τους όμως είναι δυνατό να οδηγηθούμε σε ανυψώσεις εδάφους. Το μεγαλύτερο όμως πλεονέκτημα είναι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο εύρος εδαφών, από ιλύες ως κροκάλες.

- ♦ *ο πεπιεσμένος αέρας*: Είναι μια αποδοτική μέθοδος για τη σταθεροποίηση του εδάφους και τον έλεγχο των υπογείων υδάτων, κυρίως για μη συνεκτικά-αμμώδη υλικά ή συμπιεστά μαλακά συνεκτικά εδάφη. Στα μη συνεκτικά υλικά, ο πεπιεσμένος αέρας αντισταθμίζει την υδροστατική πίεση, εμποδίζοντας έτσι τη ροή των υδάτων προς τη σήραγγα. Στα αργιλώδη εδάφη σκοπός είναι η παρεχόμενη πίεση, μαζί με την αντοχή του εδάφους, να εξασφαλίσουν την ευστάθεια του μετώπου εκσκαφής. Ο πεπιεσμένος αέρας χρησιμοποιήθηκε παλιότερα, τελευταία όμως προτιμάται όλο και λιγότερο, λόγω των, αναπτυσσόμενων τεχνολογιών στήριξης του μετώπου. Άλλωστε αποτελεί μια ακριβή λύση -μηχανήματα, εξειδικευμένο προσωπικό-, και επιπλέον οι κίνδυνοι για την ασφάλεια του προσωπικού είναι μεγάλοι λόγω των υψηλών πιέσεων. Επίσης υπάρχουν κίνδυνοι ανύψωσης και αστοχίας του πολυστρωματικού αργιλικού εδάφους, νέων καθιζήσεων του τελευταίου λόγω στράγγισης του νερού, ενώ σε μη συνεκτικά εδάφη μπορεί να εξέλθει από γειτονικά πηγάδια ή υπόγεια ή κοιλότητες του εδάφους.

- ♦ *η κατάψυξη του εδάφους, για ασυνήθιστες συνθήκες*: Η αποτελεσματικότητα της είναι σίγουρη, αλλά το κόστος της πολύ μεγάλο. Εφαρμόζεται σε ένα ευρύ φάσμα κορεσμένων εδαφών. Μπορεί να υλοποιηθεί από την επιφάνεια του εδάφους ή και από το μέτωπο της σήραγγας, αρκεί βέβαια να υπάρχει νερό. Το νερό των πόρων μετατρέπεται σε πάγο με την αφαίρεση θερμότητας και ο πάγος δρα ως τσιμέντο, ενώνοντας τα στοιχεία του εδάφους μεταξύ τους. Εκτός από τη μείωση της περατότητας, αυξάνει και η αντοχή του εδάφους. Για την απαγωγή της θερμότητας χρησιμοποιείται ψυκτικό υγρό (άλμη χλωριούχου ασβεστίου ή φρέον ή υγρό άζωτο) που κυκλοφορεί μέσα σε αγωγούς τοποθετημένους στην περιοχή κατάψυξης. Η εκσκαφή του παγωμένου εδάφους γίνεται είτε με εκρηκτικά, είτε με συμβατικές μεθόδους, ή ακόμα και με μηχανήματα σημειακής κοπής. Η μετατροπή του νερού σε πάγο αυξάνει τον όγκο του και οδηγεί σε ανύψωση. Μετά την απόψυξη η επιφάνεια υποβιβάζεται και πάλι, ενώ η διατμητική αντοχή του εδάφους ενδέχεται να μειωθεί. Τελικά το αποτέλεσμα της μεθόδου είναι συμπίεση και μόνιμη καθίζηση. Η παρακολούθηση κάτω από αστικές περιοχές είναι πολύ σημαντική, καθώς κινδυνεύουν οι αγωγοί κοινής ωφελείας. Εγκυμονεί αρκετούς κινδύνους για την ασφάλεια των εργαζομένων, ιδιαίτερα στην περίπτωση του υγρού αζώτου.

Για την όλη παρακολούθηση του υδροφόρου ορίζοντα χρησιμοποιείται συνήθως ένα σύστημα πιεζομέτρων, που καταγράφουν τις αντίστοιχες πιέσεις σε διάφορα επίπεδα.

Άλλες μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί για την αντιμετώπιση των καθιζήσεων είναι:

- ♦ *Διάνοιξη σε φάσεις*: Αρχικά και ως ένα μήκος διανοίγεται το άνω τμήμα της σήραγγας με μικρότερο εμβαδόν και στη συνέχεια ακολουθεί το κάτω τμήμα. Λόγω μικρότερου αρχικού ανοίγματος ο κίνδυνος για κατάρρευση ελαττώνεται. Οι φάσεις μπορούν να είναι πάνω από δύο.

- ♦ *Ενίσχυση του μετώπου με αγκύρια ή με εκτοξευμένο σκυρόδεμα.*

- ♦ *Ενίσχυση της οροφής με ράβδους (spiles).*

- ♦ *Χρήση δοκίδων προπορείας (forepoling)*: Δημιουργείται μπροστά από το μέτωπο ένα κέλυφος μέσα στο οποίο πραγματοποιείται η διάνοιξη χωρίς εν γένει να χρειάζεται πλέον υποστήριξη του μετώπου. Αναπτύχθηκε από τους Ιταλούς.

- ♦ *Πιλοτικές σήραγγες*: Οι σήραγγες αυτές έχουν σημαντικά μικρότερο διάμετρο, ανοίγονται εύκολα και όχι μόνο δίνουν στοιχεία για τη γεωλογία μπροστά από το μέτωπο, αλλά θεωρείται και ότι αποτελούν μια δοκό που λειτουργεί υποστηρικτικά για αυτό.

- ♦ *Χρήση διαφραγματικών τοίχων* από μεταλλικούς πασσάλους ή από μετονίτη έως κάτω από το επίπεδο της σήραγγας, αν η σήραγγα είναι σε μικρό βάθος. Πετυχαίνεται η απομόνωση της εκσκαφής από τα υπόγεια νερά.

- ♦ *Αλλαγή της κατεύθυνσης των υπογείων υδάτων.*

- ♦ *Διάνοιξη με σύντομα τμήματα (micro benching):* Είναι φαινομενικά παρόμοια με την εκσκαφή σε τμήματα, μόνο που η απόσταση ανάμεσα στο δύο μισά της διατομής είναι περίπου 3m και ενώ το άνω μισό διανοίγεται συμβατικά με εκρηκτικά, το κάτω τμήμα εκσκάπτεται πάλι με εκρηκτικά, ώστε να σχηματίζει γωνία 70°. Σε σχέση με την κλασική μέθοδο, όπου η απόσταση των δύο μετώπων είναι 120m, παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι υπάρχει ουσιαστικά ένα μέτωπο, όσον αφορά την οργάνωση της εκσκαφής. Ενδείκνυται για χαμηλής ποιότητας βραχώμαζες. Εμπνευστής της θεωρείται ο *Yoshiaki Ishida*.

- ♦ *«S-Roof» σύστημα:* Πρόκειται για άλλη μια πρόσφατη Ιαπωνική τεχνική. Η περιφέρεια της σήραγγας δημιουργείται με μια σειρά από μικρές σήραγγες που διανοίγονται με μικρής διαμέτρου μηχανήματα με ασπίδα. Στη συνέχεια το εσωτερικό εκσκάπτεται. Μπορούν, έτσι να κατασκευάσουν σήραγγες με διαμέτρους ως και 40m.

Παραδείγματα εφαρμογής των παραπάνω μεθόδων υπάρχουν αρκετά σε παγκόσμια κλίμακα. Στα [E4] και [E15] παρουσιάζονται αναλυτικές περιγραφές για συγκεκριμένες σήραγγες και τεχνολογίες που χρησιμοποιήθηκαν.

## 9.8 Περιληπτική Περιγραφή Μεθόδων Διάνοιξης & Επίδραση στις Καθιζήσεις

Η μορφή με την οποία θα εκδηλωθούν οι καθιζήσεις εξαρτάται από τον τρόπο διάνοιξης και τις χρησιμοποιούμενες τεχνολογίες εκσκαφής, υποστήριξης του μετώπου και άμεσης υποστήριξης των τοιχωμάτων της σήραγγας.

Η διάνοιξη μπορεί να γίνει με συμβατικά μέσα, με τη Νέα Αυστριακή Μέθοδο (NATM), σε μία ή περισσότερες φάσεις εκσκαφής, με ολομέτωπη ή σημειακή κοπή. Η υποστήριξη του μετώπου μπορεί να είναι συνεχής και καθ' όλη την επιφάνεια του -τεχνολογίες εξισοροπήσεως των γεωστατικών τάσεων ή με αιώρημα μπετονίτη- ή σημειακή -με δοκούς προπορείας (forepoling), με εκτοξευόμενο τοπικά σκυρόδεμα, με αγκύρια βράχου κατά τον άξονα της σήραγγας. Η διάνοιξη μπορεί, επίσης, να γίνεται με χρήση ασπίδας, ενώ ποικίλει το είδος, η πυκνότητα και ο τρόπος, η θέση και ο χρόνος εφαρμογής των μέτρων άμεσης υποστήριξης.

### 9.8.1 Νέα Αυστριακή Μέθοδος Σηράγγων - NATM

Η Νέα Αυστριακή Μέθοδος Σηράγγων έχει ως βασική αρχή την κινητοποίηση της αντοχής της βραχώμαζας, με την εφαρμογή, στον κατάλληλο χρόνο, μιας συμπαραμορφούμενης, εύκαμπτης υποστήριξης, που συμπεριφέρεται ενιαία με το περιβάλλον υλικό.

Γεγονός είναι ότι με μια επιτυχημένη εφαρμογή της μεθόδου: παρέχεται η δυνατότητα δημιουργίας φαινομένων θόλου μέσα στη βραχώμαζα, αλλά ταυτόχρονα περιορίζεται η αποσυμπίεση και η χαλάρωση του υλικού. Η απαιτούμενη επένδυση είναι μικρότερη, αφού συμβάλλει στην ευστάθεια και η βραχώμαζα. Άλλα θετικά χαρακτηριστικά της μεθόδου είναι ότι: (i) είναι ευέλικτη και μπορεί να προσαρμοστεί σε ξαφνικές γεωλογικές αλλαγές ή να αντιμετωπίσει ετερογενή υλικά, (ii) δεν προκαλεί εμπόδια και συνωστισμό εξοπλισμού και υλικών στο εργοτάξιο, (iii) απαιτεί μικρότερο κόστος επενδύσεων. Βασικό μειονέκτημα της μεθόδου, κυρίως στις αστικές περιοχές, όπου το πάχος των υπερκειμένων είναι μικρό, είναι ότι οι μετακινήσεις που απαιτούνται για την κινητοποίηση της αντοχής της βραχώμαζας εύκολα εκδηλώνονται στην επιφάνεια και επιπλέον μπορεί να μην υπάρχει το απαραίτητο πάχος για να αναπτυχθεί το φαινόμενο του θόλου, οπότε ο κίνδυνος κατάρρευσης είναι μεγάλος.

### 9.8.2 Η μέθοδος SCL

Εξαιτίας των ατυχημάτων και καταρρεύσεων που προκλήθηκαν σε διανοίξεις σηράγγων με τη NATM, παρατηρήθηκε μια στροφή προς πιο ισχυρές και με μεγαλύτερο πάχος επενδύσεις από σκυρόδεμα. Μια τέτοια μέθοδος που προτάθηκε είναι η SCL (Sprayed Concrete Linings).

Η βασική διαφορά τους είναι ότι το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος, που στη NATM είναι γύρω στα 150 mm τελικά, αλλά εξαρτάται από τη συμπεριφορά της βραχώμαζας και τη συνύπαρξη των αγκυρίων βράχου, γίνεται 300-500mm στην SCL και το σκυρόδεμα θεωρείται ως ο βασικός παράγοντας εξασφάλισης της ευστάθειας. Θεωρητικά, η προτεινόμενη αυτή μέθοδος παρέχει μεγαλύτερη ασφάλεια και λιγότερες καθιζήσεις. Σύμφωνα με παρατηρήσεις και καταγραφές, όμως, που δημοσιεύτηκαν από τον *Jean Launay*, (1998), και αφορούν δύο παρόμοια ανοίγματα -παρόμοιο βάθος, διαστάσεις και περιβάλλουσα βραχώμαζα- με την SCL οι μετακινήσεις στην επιφάνεια είναι μεγαλύτερες. Μια ερμηνεία που προκύπτει και από τις αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία, που διενεργήθηκαν από τον *Jean Launay* είναι ότι με τα αγκύρια βράχου, που βελτιώνουν τοπικά τη βραχώμαζα, η πλαστική ζώνη εμφανίζεται για μεγαλύτερες εντάσεις και περιορίζεται γύρω από το άνοιγμα. Επιπλέον, η επένδυση ολοκληρώνεται αρκετά γρήγορα, ενώ αντίθετα στην SCL οι χρόνοι αυτοί είναι περίπου διπλάσιοι.

### 9.8.3 Διάνοιξη με μηχανήματα ολομέτωπης κοπής

Η διάνοιξη με μηχανήματα ολομέτωπης κοπής (TBM) μπορεί να πραγματοποιείται με μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- ◆ *Διάνοιξη χωρίς ασπίδα:* Όσον αφορά στις καθιζήσεις, η συμπεριφορά της βραχώμαζας και η επιρροή των άμεσων μέτρων υποστήριξης δεν διαφέρουν από όσα αναφέρθηκαν στα πλαίσια της NATM. Σε αυτήν την περίπτωση δεν μπορεί να εφαρμοστεί εκσκαφή σε φάσεις, που μερικές φορές περιορίζει τις μετακινήσεις της βραχώμαζας. Επιπλέον η επαφή με το μέτωπο δεν είναι άμεση και πολλές καταρρεύσεις έχουν αναφερθεί λόγω του ότι χαλαρωμένο υλικό περνάει ανεμπόδιστα πίσω από την κεφαλή κοπής και απομακρύνεται με τις ταινίες, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα σε όλο και μεγαλύτερο εδαφικό όγκο να το ακολουθήσει.

- ◆ *Διάνοιξη με ασπίδα:* Σκοπός των ασπίδων είναι να εμποδίσουν την κατάρρευση των τοιχωμάτων της σήραγγας κοντά στο μέτωπο, μέχρι να τοποθετηθεί η επένδυση, ή να εφαρμοστεί η άμεση υποστήριξη. Οι γεωλογικές συνθήκες που απαιτούν διάνοιξη με ασπίδα είναι συνήθως βραχώμαζες χαμηλής ποιότητας, πολύ ασταθή πετρώματα, μη συνεκτικά εδάφη, μαλακοί άργιλοι, ή εδάφη με νερά. Οι ασπίδες χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με μηχανήματα είτε ολομέτωπης, είτε σημειακής κοπής. Η ασπίδα αποτρέπει μια γενική κατάρρευση, κινητοποιεί όμως ένα μηχανισμό εκδήλωσης καθιζήσεων, αφού δεν εφάπτεται στη βραχώμαζα. Το περιβάλλον υλικό -που είναι χαμηλής ποιότητας, για να απαιτεί τη χρήση ασπίδας- τείνει να γεμίσει το κενό μέχρι την επιφάνεια της, και έτσι τμήμα της βραχώμαζας ή του εδάφους υφίσταται μετακινήσεις. Μια τάξη μεγέθους των μετακινήσεων αυτών είναι τα 3cm -από στοιχεία του Μετρό Αθηνών, για διάνοιξη τόσο με TBM, όσο και με ασπίδα ανοιχτού μετώπου [E4]. Υπάρχουν ανοιχτές και τυφλές ασπίδες. Οι τελευταίες επιτρέπουν τον έλεγχο των καθιζήσεων στην επιφάνεια και περιορίζουν τον κίνδυνο κατάρρευσης του μετώπου μέσω συνεχούς στηρίξεως. Οι ανοιχτές ασπίδες παρέχουν μεγαλύτερη ευχέρεια στις επιτόπου παρεμβάσεις στο μέτωπο. Οι τυφλές ασπίδες είναι κατάλληλες για μαλακά και πλαστικά εδάφη. Τα βασικά πλεονεκτήματα τους έναντι των τεχνολογιών συνεχούς στήριξης του μετώπου (εξισορρόπηση των γεωστατικών τάσεων, αιώρημα μπετονίτη), είναι η οικονομία και η μικρότερη ανάγκη για βοηθητικές μεθόδους, όπως ειδικά ενέματα. Λόγω των πιέσεων συμπίεσης και της απώλειας εδάφους μπροστά από το μηχάνημα, η ανύψωση αρχικά και στη συνέχεια η υποχώρηση

του εδάφους είναι πιθανή και απαιτείται η ύπαρξη συστήματος παρακολούθησης.

♦ Διάνοιξη με ειδικά τροποποιημένα TBM, που παρέχουν συνεχή στήριξη στο μέτωπο (EPBM). Η δυνατότητα εξισορρόπησης των γεωστατικών τάσεων (EPB-Earth Pressure Balance) και η χρήση αιωρήματος μπετονίτη για τη στήριξη του μετώπου είναι συστήματα που προστέθηκαν σε πολλά TBM αυξάνοντας τη δυνατότητα τους να αντιμετωπίσουν χαλαρά και ασταθή εδάφη κάτω από τον υπόγειο ορίζοντα και περιορίζοντας τον κίνδυνο κατάρρευσης ή μεγάλων καθιζήσεων. Η βασική αρχή λειτουργίας τους είναι ότι το υλικό που εκσκάπτεται αναμιγνύεται με νερό ή με αιώρημα μπετονίτη μεγάλης πυκνότητας έτσι, ώστε να δημιουργηθεί ένα βαρύ μίγμα, που συγκρατείται σε συγκεκριμένη πίεση για να στηρίζει το μέτωπο αντιμετωπίζοντας την τάση για κατάρρευση και την υδροστατική πίεση λόγω του υδροφόρου ορίζοντα. Αυτά τα συστήματα εισήγαγαν τα εξής πλεονεκτήματα: λιγότερη εξάρτηση από ακριβές τεχνολογίες συγκράτησης του μετώπου, ακριβής παρακολούθηση των πιέσεων και έλεγχος του εδάφους, καθαριότητα στο εργοτάξιο -καθώς τα υλικά εκσκαφής έχουν σχηματίσει ένα ομογενές μίγμα που με την πίεση στο μέτωπο μεταφέρεται εύκολα με ταινίες ή μέσα σε σωλήνες. μειωμένοι κίνδυνοι για τους εργάτες - αφού υπάρχει μεγαλύτερη τάξη στο εργοτάξιο και τα υλικά εκσκαφής μπορούν να απομακρύνονται μέσα σε σωλήνες. Παράλληλα με τη χρήση μπετονίτη ή αφρού προσδίδουν πλαστικότητα στο έδαφος, αυξάνουν τη στεγανότητα του εδαφικού στρώματος που δημιουργείται στο μέτωπο. Η ασφάλεια που γενικά παρέχει είναι το μεγαλύτερο πλεονέκτημα. Υπάρχουν, όμως, και μειονεκτήματα: δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν εύκολα φακοί ή τμήματα σκληρού εδάφους / βραχώμαζας και είναι μεγάλο το κόστος και σημαντικό πρόβλημα η πρακτική υλοποίηση της διαχείρισης τόσο μεγάλων όγκων υδαρούς λάσπης.

## 9.9 Σύνοψη

Σε αυτό το κεφάλαιο έγινε μία εισαγωγή στο πρόβλημα των καθιζήσεων. Αρχικά περιγράφηκε η βραχώμαζα ως προς τη μηχανική αντοχή της, τον δείκτη κερματισμού, τον χαρακτηρισμό ως προς τις ασυνέχειες και την επιρροή του υπόγειου νερού. Μετά παρουσιάστηκαν τα συστήματα ταξινομήσεων βραχώμαζας (*RMR*, *Q* και *GSI*) και η μηχανική συμπεριφορά της βραχώμαζας ως προς την παραμορφωσιμότητά της και τις παραμέτρους αντοχή της. Στη συνέχεια περιγράφηκαν οι κατανομές τάσεων και παραμορφώσεων γύρω από μία κυκλική σήραγγα -με επένδυση και χωρίς. Ορίστηκαν οι καμπύλες σύγκλισης - αποτόνωσης και αναπτύχθηκε το πρόβλημα της διάνοιξης και υποστήριξης σηράγγων με τις τελευταίες. Έπειτα έγινε μία σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση των μεθόδων εκτίμησης καθιζήσεων -εμπειρικών, αναλυτικών, αριθμητικών και εργαστηριακών-, ενώ αναφέρθηκαν σύντομες οι επιπτώσεις του νερού και οι δυνατότητες αντιμετώπισης των καθιζήσεων. Τέλος έγινε μία περιληπτική περιγραφή μεθόδων διάνοιξης και των επιπτώσεων στις καθιζήσεις. Με αυτά τα στοιχεία προετοιμάσαμε το θεωρητικό υπόβαθρο για την παρουσίαση και επίλυση του προβλήματος των καθιζήσεων και των μετακινήσεων μίας σήραγγας με τη χρήση των πολυεπίπεδων τεχνικών νευρωνικών δικτύων εμπρόσθιας τροφοδότησης με τη χρήση του αλγορίθμου οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος.



## Κεφάλαιο 10

### **Ανάπτυξη Αλγορίθμου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου για Εύρεση Μετακινήσεων κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων**

#### **10.1 Ποιό Πρόβλημα Καλούμαστε να Επιλύσουμε & Ποια Μέθοδο θα Εφαρμόσουμε;**

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα κατά τη διάνοιξη σηράγγων είναι η εκτίμηση των καθιζήσεων και γενικότερα των μετακινήσεων που θα προκληθούν, ώστε να ληφθούν εγκαίρως τα απαραίτητα μέτρα προς περιορισμό τους. Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής θα μελετηθούν τρία είδη μετακινήσεων: η μετακίνηση παρειάς, η μετακίνηση κλείδας και η μετακίνηση καθρέπτη σε διάφορες αποστάσεις από το μέτωπο της σήραγγας. Το «εργαλείο» για την εκτίμηση αυτών των μεγεθών θα είναι το πολυεπίπεδο perceptron -που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 4- με χρήση του αλγορίθμου οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος.

Έναυσμα για αυτήν την αντιμετώπιση του προβλήματος αποτέλεσε η διατριβή του *Suchatvee Suwansawat* [E15], που αντιμετώπισε παρόμοιο πρόβλημα. Ωστόσο υπάρχουν δύο βασικές διαφορές μεταξύ των προσεγγίσεων. Ο *Suchatvee Suwansawat* χρησιμοποίησε πραγματικά δεδομένα από βάση δεδομένων, με συνέπεια να αντιμετωπίζει το πρόβλημα των καθιζήσεων στην αληθινή του μορφή. Αντίθετα εδώ λόγω έλλειψης αντίστοιχων στοιχείων χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία από εκτελέσεις προγράμματος πεπερασμένων διαφορών, όπου θεωρήσαμε τα αποτελέσματά του ως τις «πραγματικές» τιμές που πρέπει να προσεγγίσουμε.

Η δεύτερη διαφορά είναι στον σχηματισμό του αντίστοιχου νευρωνικού δικτύου. Ο *Suchatvee Suwansawat* χρησιμοποίησε έτοιμα εργαλεία της *Matlab* και ως προς το υπό διαμόρφωση νευρωνικό δίκτυο ούτε έλαβε υπόψη του τις παραμέτρους ορμής και μάθησης, ούτε ασχολήθηκε με τον τρόπο υλοποίησης του μοντέλου -αν είναι τυχαίος ο τρόπος λήψης των δεδομένων-διανυσμάτων ή σειριακός, αν η εκπαίδευση γίνεται ανά πρότυπο ή ανά εποχή κτλ.. Αντίθετα στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής αναπτύχθηκε αυτόνομο πρόγραμμα σε *Digital Fortran*, με δυνατότητες εκτέλεσης διαφορετικών σεναρίων που αφορούν τις παραμέτρους νευρώνων, ρυθμού μάθησης και ρυθμού εκπαίδευσης. Επίσης για ενισχύσουμε τη στοχαστικότητα της εισόδου του προβλήματος επιλέξαμε η εκπαίδευση να γίνει ανά πρότυπο, ενώ θα συγκριθούν οι τρόποι εισόδου δεδομένων –σειριακός και τυχαίος. Επιπλέον με βοηθητικά προγράμματα διαμορφώνονται τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου των διανυσμάτων εισόδου, με τα οποία θα τροφοδοτήσουμε το κυρίως πρόγραμμα.

Εδώ θα παρουσιάσουμε ουσιαστικά ποιες είναι οι βασικές αρχές των πεπερασμένων στοιχείων και των πεπερασμένων διαφορών, πως εφαρμόστηκε η τελευταία μέθοδος για τη διαμόρφωση των δεδομένων εισόδου και ποιες είναι οι βασικές αρχές του αλγορίθμου που χρησιμοποιήσαμε.

## 10.2 Περιγραφή Δεδομένων Εισόδου

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος των καθιζήσεων και των μετατοπίσεων κατά τη διάνοιξη της σήραγγας χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από τη υπό εξέλιξη διδακτορική διατριβή του *Ιωάννη Σπυρόπουλου* [E53].

Συγκεκριμένα έχει εκτελεστεί ένα πλήθος σεναρίων με τη βοήθεια των πεπερασμένων διαφορών για κυκλικές σήραγγες με τις εξής τιμές παραμέτρων και παραδοχές:

- ◆ Διάμετρος διατομής:  $D=11$  m
- ◆ Είδος περιβάλλουσας βραχώμαζας: ομοιογενής και ισότροπη
- ◆ Ειδικό βάρος βραχώμαζας:  $\gamma=24$  kN/m<sup>3</sup>
- ◆ Υπερκείμενο πάχος βραχώμαζας:  $H= 40$  ως  $1800$  m
- ◆ Τρόπος εκσκαφής: Ολομέτωπη εκσκαφή με συμβατικές μεθόδους
- ◆ Δείκτης Γεωλογικής Αντοχής GSI: από  $10$  ως  $60$
- ◆ Αντοχή μονοαξονικής θλίψης μητρικού πετρώματος:  $\sigma_{ci}= 10$  ως  $40$  MPa
- ◆ Συντελεστής είδους πετρώματος:  $m_i= 10$
- ◆ Αντοχή μονοαξονικής θλίψης βραχώμαζας:  $\sigma_{cm}= 0,6$  ως  $7,0$  MPa
- ◆ Λόγος *Poisson* βραχώμαζας:  $\nu=0,333$
- ◆ Συντελεστής ουδέτερης ώθησης:  $K_o = 0,25$  ή  $0,50$  ή  $0,75$
- ◆ Μέτρο ελαστικότητας βραχώμαζας:  $E= 500$  ως  $9000$  MPa
- ◆ Κριτήριο Αστοχίας κατά *Hoek-Brown* με ισοδύναμες παραμέτρους *Mohr-Coulomb*
- ◆ Ισοδύναμη συνοχή:  $c=200$  ως  $2000$  kPa
- ◆ Ισοδύναμη γωνία τριβής:  $\phi= 18^\circ$  ως  $32^\circ$
- ◆ Ισοδύναμη γωνία διαστολικότητας:  $\psi=\phi/5$
- ◆ Μέτρο προσωρινής υποστήριξης: Κλειστός δακτύλιος εκτοξευόμενου σκυροδέματος
- ◆ Μέτρο ελαστικότητας σκυροδέματος:  $E= 10.000$  MPa
- ◆ Λόγος *Poisson* σκυροδέματος:  $\nu=0,25$
- ◆ Πάχος δακτυλίου σκυροδέματος:  $t=10$  ή  $20$  ή  $30$  cm
- ◆ Απόσταση τοποθέτησης προσωρινής υποστήριξης από το μέτωπο εκσκαφής:

$$L= 1,00 \text{ ή } 3,00 \text{ ή } 5,00 \text{ m}$$

Το πρόγραμμα πεπερασμένων διαφορών που χρησιμοποιήθηκε είναι το *FLAC3D 2.00*, το οποίο είναι τρισδιάστατο πρόγραμμα γενικής χρήσης. Πριν παρουσιάσουμε όμως τη διαμόρφωσή του, θα αναφερθούμε σύντομα στα πεπερασμένα στοιχεία & στις πεπερασμένες διαφορές που αποτελούν τις κλασικές αριθμητικές μεθοδολογίες.

### 10.2.1 Αρχές και χρήση πεπερασμένων στοιχείων & διαφορών στη διάνοιξη σηράγγων

Η συνηθέστερα χρησιμοποιούμενη μέθοδος ανάλυσης της διάνοιξης και άμεσης υποστήριξης σηράγγων είναι η δισδιάστατη ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία στο επίπεδο της διατομής της σήραγγας. Επίσης χρησιμοποιείται και για τον υπολογισμό της μόνιμης υποστήριξης. Αποτελεί για αυτού του είδους τα προβλήματα μία αξιόπιστη λύση, αρκεί να γίνουν οι σωστές παραδοχές ως προς τα χρησιμοποιούμενα υλικά και η σωστή χρήση του μοντέλου.

Κατά τη μέθοδο αυτή προσομοιώνονται τα διαδοχικά στάδια-φάσεις εκσκαφής και υποστήριξης της σήραγγας, καθώς και η χρονική υστέρηση στην τοποθέτηση των μέτρων υποστήριξης μετά την εκσκαφή κάποιας φάσης. Η βραχώμαζα, αλλά και τα στοιχεία της άμεσης υποστήριξης -αγκύρια, εκτοξευόμενο σκυρόδεμα κλπ.- προσομοιώνονται ως ελαστο-πλαστικά υλικά με κάποια ελαστικά χαρακτηριστικά και ένα κριτήριο αστοχίας που καθορίζει το πέρας της ελαστικής τους

συμπεριφοράς. Από την ανάλυση υπολογίζονται: οι παραμορφώσεις του τοιχώματος της σήραγγας, η έκταση της πλαστικής ζώνης στη βραχώμαζα που περιβάλλει τη σήραγγα (δηλαδή της ζώνης στην οποία ικανοποιείται το κριτήριο αστοχίας) και η ένταση των μέτρων άμεσης υποστήριξης -δυνάμεις στα αγκύρια, δυνάμεις και ροπές στο εκτοξευόμενο σκυρόδεμα κλπ..

Σημειώνεται ότι λόγω της προσωρινής λειτουργίας των μέτρων άμεσης υποστήριξης, είναι αποδεκτή η ανάπτυξη περιορισμένης έκτασης πλαστικών ζωνών στην περιβάλλουσα βραχώμαζα καθώς και η αστοχία, δηλαδή η λειτουργία στο φορτίο διαρροής ορισμένων αγκυρίων. Αντίθετα, κατά κανόνα επιδιώκεται η ύπαρξη του περιθωρίου ασφαλείας -συντελεστή ασφαλείας που απαιτείται για προσωρινά έργα στο εκτοξευόμενο σκυρόδεμα και τα χαλύβδινα πλαίσια της άμεσης υποστήριξης. Η λογική της αποδοχής περιορισμένης έκτασης πλαστικών ζωνών στη βραχώμαζα και αστοχίας ορισμένων αγκυρίων είναι ότι στην περίπτωση αυτή υπάρχει η δυνατότητα αναδιανομής των φορτίων σε παρακείμενες περιοχές της βραχώμαζας και σε γειτονικά αγκύρια, ενώ, αντίθετα ο δακτύλιος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος και τα χαλύβδινα πλαίσια δεν διαθέτουν ανάλογη δυνατότητα αναδιανομής της έντασης σε περίπτωση ανάπτυξης πλαστικής άρθρωσης.

Για την ανάλυση σηράγγων με πεπερασμένα στοιχεία διατίθενται ποικίλα προγράμματα ηλεκτρονικού υπολογιστή όπως τα γενικής χρήσεως προγράμματα *ABAQUS*, *SOFISTIK*, αλλά και ειδικά προγράμματα σηράγγων όπως τα *TUNNEL*, *CESAR*, *PHASES*.

Σε όλα τα προγράμματα αυτά η διάνοιξη και υποστήριξη κάθε τμήματος της διατομής της σήραγγας γίνεται σε δύο τουλάχιστον φάσεις:

α. Κατά την πρώτη φάση χαλαρώνεται η περιοχή που πρόκειται να εκσκαφεί σε βαθμό, ώστε να προκληθεί σύγκλιση του τοιχώματος ίση με τη σύγκλιση που συμβαίνει μέχρι την τοποθέτηση της άμεσης υποστήριξης. Ο βαθμός χαλάρωσης υπολογίζεται μέσω των καμπύλων *Panet* σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 9.5. Στο τέλος της φάσης αυτής τοποθετούνται τα μέτρα άμεσης υποστήριξης, τα οποία αρχικώς είναι αφόρτιστα.

β. Κατά τη δεύτερη φάση ολοκληρώνεται η εκσκαφή του συγκεκριμένου τμήματος της διατομής με τοποθετημένα τα μέτρα άμεσης υποστήριξης, τα οποία βαθμιαία αναλαμβάνουν φορτίο περιορίζοντας την περαιτέρω σύγκλιση του τοιχώματος της σήραγγας. Η φάση αυτή μπορεί να αποτελείται από περισσότερες της μιας υποφάσεις, εάν τα μέτρα άμεσης υποστήριξης τοποθετούνται τμηματικά.

Όταν εφαρμόζεται για τον υπολογισμό και της μόνιμης επένδυσης, τότε προσομοιώνεται η πλήρης αλληλουχία των φάσεων διάνοιξης και υποστήριξης της σήραγγας, οπότε λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση μεταξύ της βραχώμαζας και της επένδυσης και προκύπτουν τα «πραγματικά» φορτία που η βραχώμαζα ασκεί στην επένδυση της σήραγγας. Ειδικότερα το έδαφος που περιβάλλει τη σήραγγα προσομοιάζεται με δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία και η επένδυση της σήραγγας προσομοιάζεται με στοιχεία δοκού. Εναλλακτικά υπάρχει και η αντιμετώπιση με τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία που δεν χρειάζονται τις μεθόδους αποτόνωσης ή χαλάρωσης, που θα περιγράψουμε πιο κάτω.

Στη συνέχεια η ανάλυση γίνεται με την παρακολούθηση των διαδοχικών σταδίων εκσκαφής και υποστήριξης της σήραγγας που είναι:

α. Αρχική κατάσταση του εδάφους, δηλαδή πριν τη διάνοιξη της σήραγγας. Υπολογίζονται οι τάσεις λόγω βαρύτητας -γεωστατικές τάσεις.

β. Εκσκαφή και προσωρινή υποστήριξη της σήραγγας. Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει τα εξής βήματα για κάθε μια από τις τμηματικές εκσκαφές-υποστηρίξεις της διατομής της σήραγγας.

(i). Χαλάρωση του εδάφους στην περιοχή που πρόκειται να γίνει η εκσκαφή. Η χαλάρωση αυτή προσομοιάζει τις παραμορφώσεις του εδάφους εμπρός από το μέτωπο της σήραγγας, δηλαδή την σύγκλιση του εδάφους στην περιοχή της διατομής που δεν έχει εκσκαφεί ακόμη λόγω μερικής αποτόνωσης των γεωστατικών τάσεων και μέχρι την κατασκευή της προσωρινής υποστήριξης της διατομής. Η προσομοίωση της χαλάρωσης γίνεται με κατάλληλη μείωση των εσωτερικών τάσεων

στην περιοχή που πρόκειται να εκσκαφτεί. Λόγω της μερικής απομείωσης των τάσεων προκαλείται σύγκλιση του τοιχώματος της διατομής της σήραγγας -βύθιση στέψης και ανύψωση δαπέδου.

(ii). Τοποθέτηση των μέτρων προσωρινής υποστήριξης της διατομής, αγκυρίων, εκτοξευόμενου σκυροδέματος, χαλύβδινων πλαισίων κλπ.. Τα στοιχεία αυτά αρχικά είναι αφόρτιστα.

(iii). Ολοκλήρωση της εκσκαφής της συγκεκριμένης περιοχής της διατομής της σήραγγας. Το βήμα αυτό προσομοιώνεται με πλήρη αφαίρεση του εδαφικού υλικού στη συγκεκριμένη περιοχή της σήραγγας. Με τον τρόπο αυτό προκαλούνται περαιτέρω συγκλίσεις του τοιχώματος της σήραγγας και ανάληψη φορτίων από την προσωρινή υποστήριξη της διατομής.

Τα ανωτέρω βήματα επαναλαμβάνονται για κάθε φάση εκσκαφής τμήματος της διατομής της σήραγγας. Η τελική κατάσταση αντιστοιχεί στο τέλος της εκσκαφής της σήραγγας, οπότε τα φορτία λόγω της εκσκαφής αναλαμβάνονται από:

(i). Το έδαφος γύρω από τη σήραγγα μέσω του «φαινομένου θόλου», δηλαδή τη δημιουργία ενός εδαφικού τόξου στο άνω μέρος της διατομής της σήραγγας το οποίο μεταφέρει μέρος των φορτίων του υπερκείμενου εδάφους στους εκατέρωθεν της σήραγγας πόδες του τόξου.

(ii). Τα αγκύρια της προσωρινής επένδυσης.

(iii). Το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα και τον τυχόν οπλισμό της προσωρινής υποστήριξης.

γ. Κατασκευή της τελικής επένδυσης της σήραγγας. Η τελική επένδυση της σήραγγας συνήθως κατασκευάζεται μετά την αποκατάσταση της ισορροπίας της διατομής και την ολοκλήρωση πρακτικώς των συγκλίσεων του τοιχώματος, δηλαδή όταν τα φορτία των υπερκείμενων γαιών αναλαμβάνονται πλήρως από την προσωρινή υποστήριξη. Κατά συνέπεια η τελική επένδυση είναι αρχικά αφόρτιστη. Με την πάροδο του χρόνου, η τελική επένδυση θα αρχίσει βαθμιαία να αναλαμβάνει φορτία ως εξής:

(i). Λόγω μείωσης των φορτίων που αρχικώς αναλαμβάνονται από τα αγκύρια. Το φορτίο των αγκυρίων μειώνεται και τελικώς μηδενίζεται λόγω της χαλάρωσης του εδάφους γύρω από τα αγκύρια. Ο ρυθμός της χαλάρωσης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά ερπυσμού της βραχώμαζας.

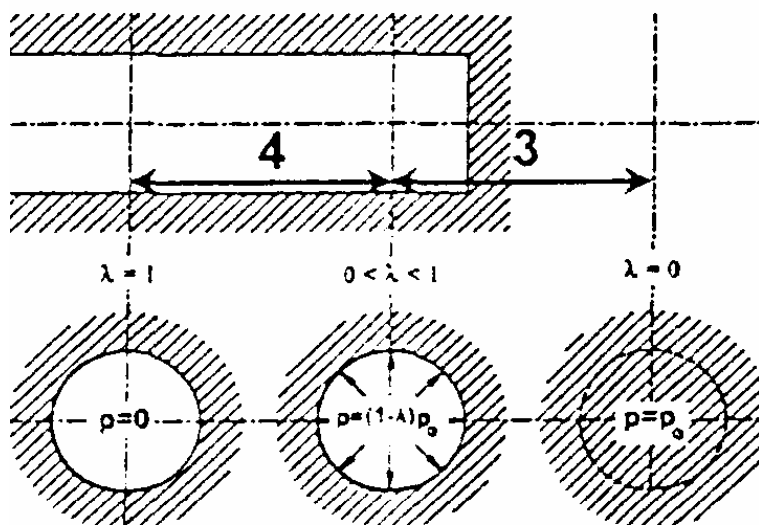
(ii). Λόγω μερικής απομείωσης της ακαμψίας του εκτοξευόμενου σκυροδέματος της προσωρινής υποστήριξης κυρίως μέσω ερπυσμού. Ο βαθμός απομείωσης της ακαμψίας του εκτοξευόμενου σκυροδέματος εξαρτάται από τα μηχανικά του χαρακτηριστικά και την εντατική κατάσταση στην οποία αρχικά βρίσκεται. Όσο υψηλότερες είναι οι αρχικές τάσεις του εκτοξευόμενου σκυροδέματος, τόσο μεγαλύτερη είναι η μείωση της ακαμψίας του με την πάροδο του χρόνου και τόσο μεγαλύτερη η μεταφορά φορτίων στην τελική επένδυση. Γι' αυτό η ένταση του εκτοξευόμενου σκυροδέματος της προσωρινής υποστήριξης θα πρέπει να μειωθεί και υπολογιστικά, δεδομένου ότι στην τελική επένδυση το περιθώριο ασφάλειας του εκτοξευόμενου σκυροδέματος θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο απ' ό,τι στην προσωρινή υποστήριξη λόγω διαφοράς του επιθυμητού βαθμού ασφαλείας μεταξύ προσωρινών και μόνιμων στοιχείων υποστήριξης. Κατά συνέπεια, θα πρέπει μέρος των φορτίων της προσωρινής υποστήριξης που αναλαμβάνονται από το εκτοξευόμενο σκυρόδεμα να μεταφερθούν στην τελική επένδυση.

(iii). Λόγω χαλάρωσης / ερπυσμού του εδάφους που περιβάλλει τη σήραγγα. Συγκεκριμένα με την πάροδο του χρόνου, το έδαφος που περιβάλλει τη σήραγγα υφίσταται ερπυστικές παραμορφώσεις με συνέπεια τη βαθμιαία απομείωση του «φαινομένου θόλου», δηλαδή τη μεταφορά μέρους των φορτίων τα οποία αρχικά αναλάμβανε ο εδαφικός θόλος της σήραγγας στην τελική επένδυση. Το μέγεθος των ερπυστικών παραμορφώσεων εξαρτάται από το είδος του εδάφους που περιβάλλει τη σήραγγα. Σε βραχώμαζες καλής ποιότητας, ο ερπυσμός μπορεί να είναι αμελητέος, ενώ σε βραχώμαζες με πτωχά χαρακτηριστικά ή σε αργιλικά εδάφη, η συνεισφορά του ερπυσμού στη φόρτιση της τελικής επένδυσης της σήραγγας μπορεί να είναι σημαντική.

(iv). Λόγω υδατικών πιέσεων που πιθανόν να ασκηθούν στην τελική επένδυση της σήραγγας.

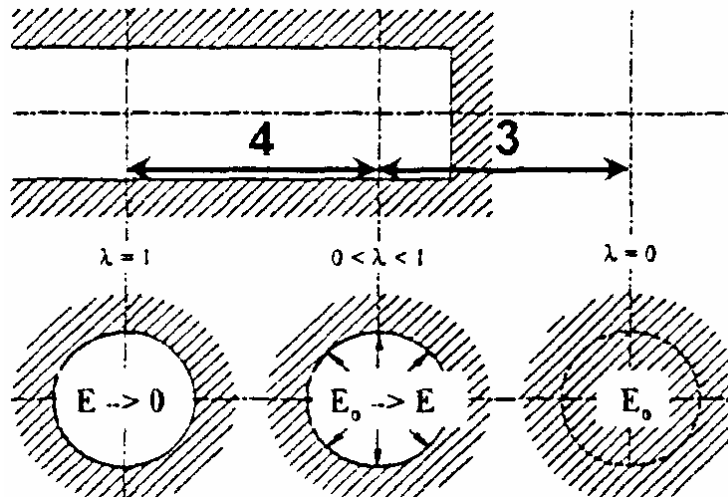
Τέλος υπενθυμίζουμε ότι υπάρχουν δύο δυνατότητες προσέγγισης του φυσικού προβλήματος μέσω των δισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων:

- α. Η μέθοδος της αποτόνωσης, τα βήματα της οποίας είναι:
1. Υπολογίζεται ο συντελεστής υπερφόρτισης  $N_s$  μέσω της σχέσης (9.5-23).
  2. Από την αντίστοιχη καμπύλη *Panet* και την τιμή του  $x$  -που αντιστοιχεί στη θέση εφαρμογής των μέτρων υποστήριξης (και από εδώ και πέρα θα συμβολίζεται ως  $L$ )- υπολογίζεται ο βαθμός αποτόνωσης  $\lambda$  και στη συνέχεια η ισοδύναμη εσωτερική πίεση  $p$  μέσω της (9.5-24).
  3. Προσομοιώνεται η απομείωση της εσωτερικής πίεσης από την αρχική γεωστατική κατάσταση  $p_0$  στην τιμή  $p$ . Οι συγκλίσεις και εντάσεις που υπολογίζονται αντιστοιχούν στη θέση εφαρμογής των μέτρων υποστήριξης.
  4. Τοποθετούνται τα μέτρα προσωρινής υποστήριξης και στη συνέχεια μηδενίζεται η απομένουσα εσωτερική πίεση  $p$ . Υπολογίζονται έτσι τα εντατικά μεγέθη των μέτρων υποστήριξης
  5. Εάν η εκσκαφή γίνεται σε πολλές φάσεις επαναλαμβάνονται τα βήματα (3) και (4).
- Ακολουθεί η αντίστοιχη γραφική αναπαράσταση της σήραγγας στις διάφορες φάσεις της εκσκαφής για τη μέθοδο της αποτόνωσης.

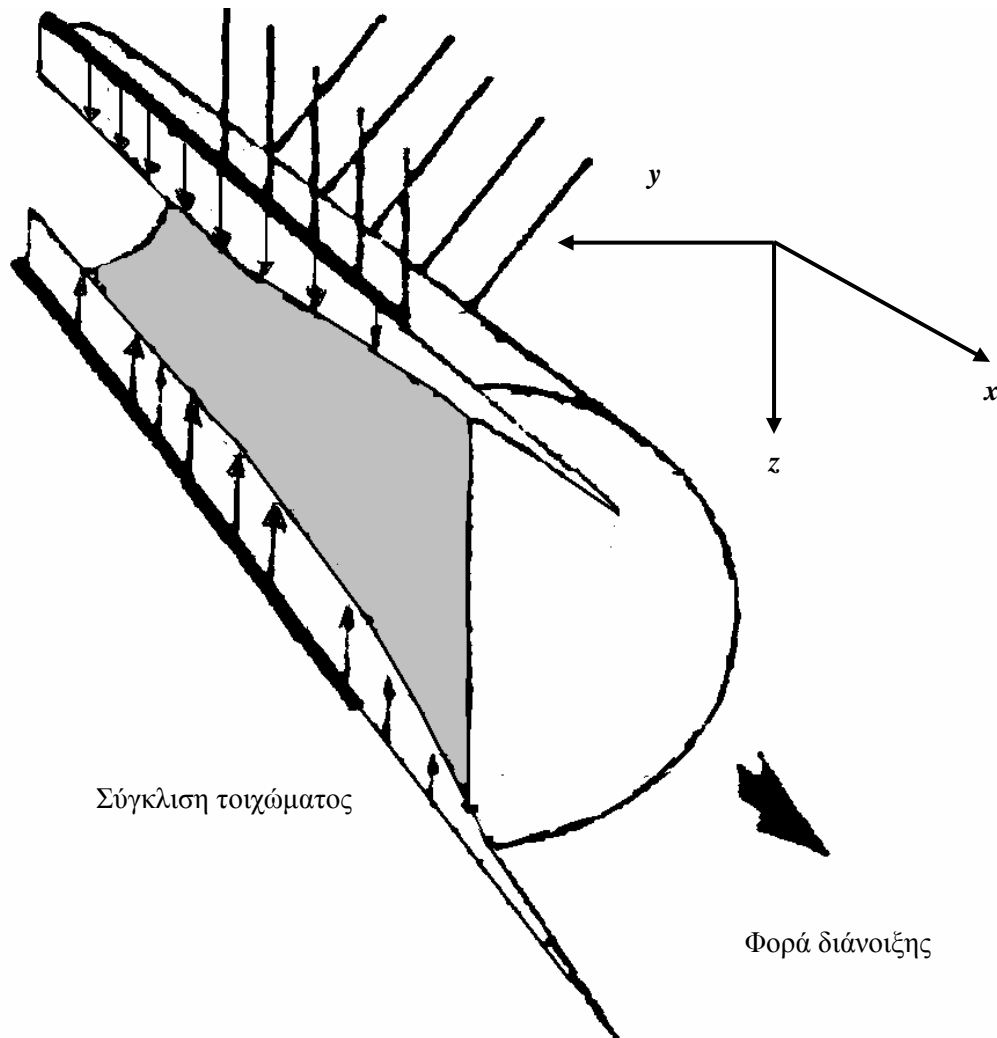


Σχήμα 10.2-1: Μέθοδος αποτόνωσης

- β. Η μέθοδος της χαλάρωσης, τα βήματα της οποίας είναι:
1. Υπολογίζεται ο συντελεστής υπερφόρτισης  $N_s$  μέσω της σχέσης (9.5-23).
  2. Από την αντίστοιχη καμπύλη *Panet* και την τιμή του  $x$  -που αντιστοιχεί στη θέση εφαρμογής των μέτρων υποστήριξης υπολογίζεται ο βαθμός αποτόνωσης  $\lambda$  και στη συνέχεια η μειωμένη τιμή του μέτρου ελαστικότητας  $E$ .
  3. Προσομοιώνεται η απομείωση του μέτρου ελαστικότητας στο εσωτερικό της οπής από την αρχική τιμή  $E_0$  στην τιμή  $E$ . Οι συγκλίσεις και εντάσεις που υπολογίζονται αντιστοιχούν στη θέση εφαρμογής των μέτρων υποστήριξης.
  4. Τοποθετούνται τα μέτρα προσωρινής υποστήριξης και στη συνέχεια μηδενίζεται το μέτρο ελαστικότητας στο εσωτερικό της οπής. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίζονται τα εντατικά μεγέθη των μέτρων υποστήριξης
  5. Εάν η εκσκαφή γίνεται σε πολλές φάσεις επαναλαμβάνονται τα βήματα (3) και (4)
- Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου χαλάρωσης είναι ότι βρίσκει εφαρμογή και για μη κυκλικές σήραγγες με ανισότροπες γεωστατικές καταστάσεις και με πολλαπλές φάσεις εκσκαφής. Επίσης δύναται να υλοποιηθεί από όλα τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων σε αντίθεση με τη μέθοδο αποτόνωσης.
- Ακολουθεί η αντίστοιχη γραφική αναπαράσταση της σήραγγας στις διάφορες φάσεις της εκσκαφής για τη μέθοδο της χαλάρωσης.



Σχήμα 10.2-2: Μέθοδος χαλάρωσης



Σχήμα 10.2-3: Τρισδιάστατη απεικόνιση της σύγκλισης τοιχώματος σήραγγας

Εναλλακτικά υπάρχουν και τα προγράμματα πεπερασμένων διαφορών, όπως το *FLAC*, τα οποία βασίζονται στην ανάπτυξη της αντίστοιχης αριθμητικής μεθόδου χρησιμοποιώντας στη θέση της βασικής διαφορικής εξίσωσης κίνησης την αντίστοιχη των διαφορών [Υ5]. Στην περίπτωση της δισδιάστατης ανάλυσης βρίσκουν εφαρμογή οι μέθοδοι της αποτόνωσης ή της χαλάρωσης. Στην

περίπτωση τρισδιάστατης ανάλυσης δεν χρειάζεται η εφαρμογή καμίας εκ των δύο μεθόδων. Τελευταία έχει αρχίσει να εφαρμόζεται πιο συχνά σε προβλήματα εδαφομηχανικής. Ειδικά σε [E53] εφαρμόζεται σε προβλήματα μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων δίνοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα.

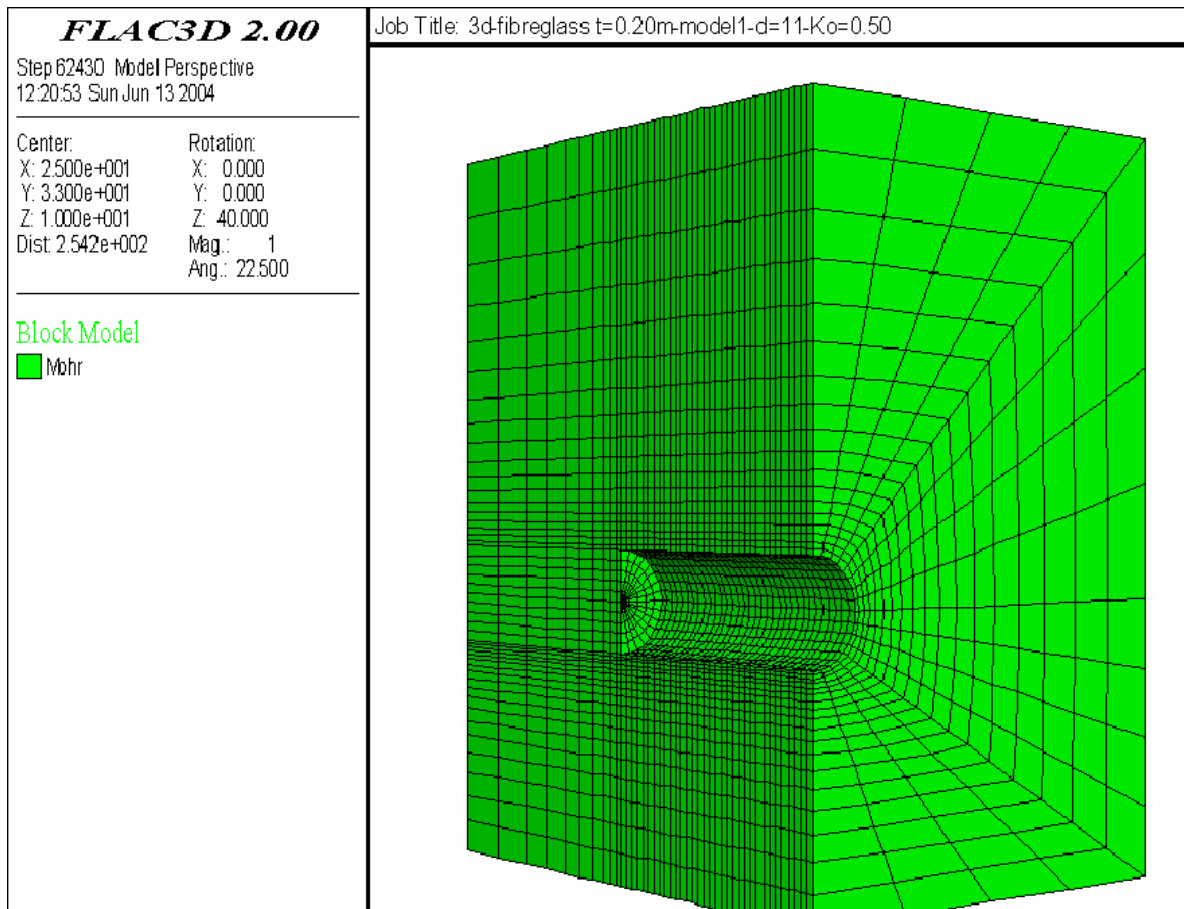
### 10.2.2 Διαμόρφωση πλέγματος και εκτέλεση προγράμματος πεπερασμένων διαφορών

Το πρόγραμμα πεπερασμένων διαφορών που χρησιμοποιήθηκε είναι το *FLAC3D 2.00*, το οποίο είναι τρισδιάστατο πρόγραμμα γενικής χρήσης. Το κριτήριο αστοχίας είναι κατά *Hoek-Brown* με ισοδύναμες παραμέτρους *Mohr-Coulomb*, ενώ η βραχόμαζα είναι ομοιόμορφη και ισότροπη.

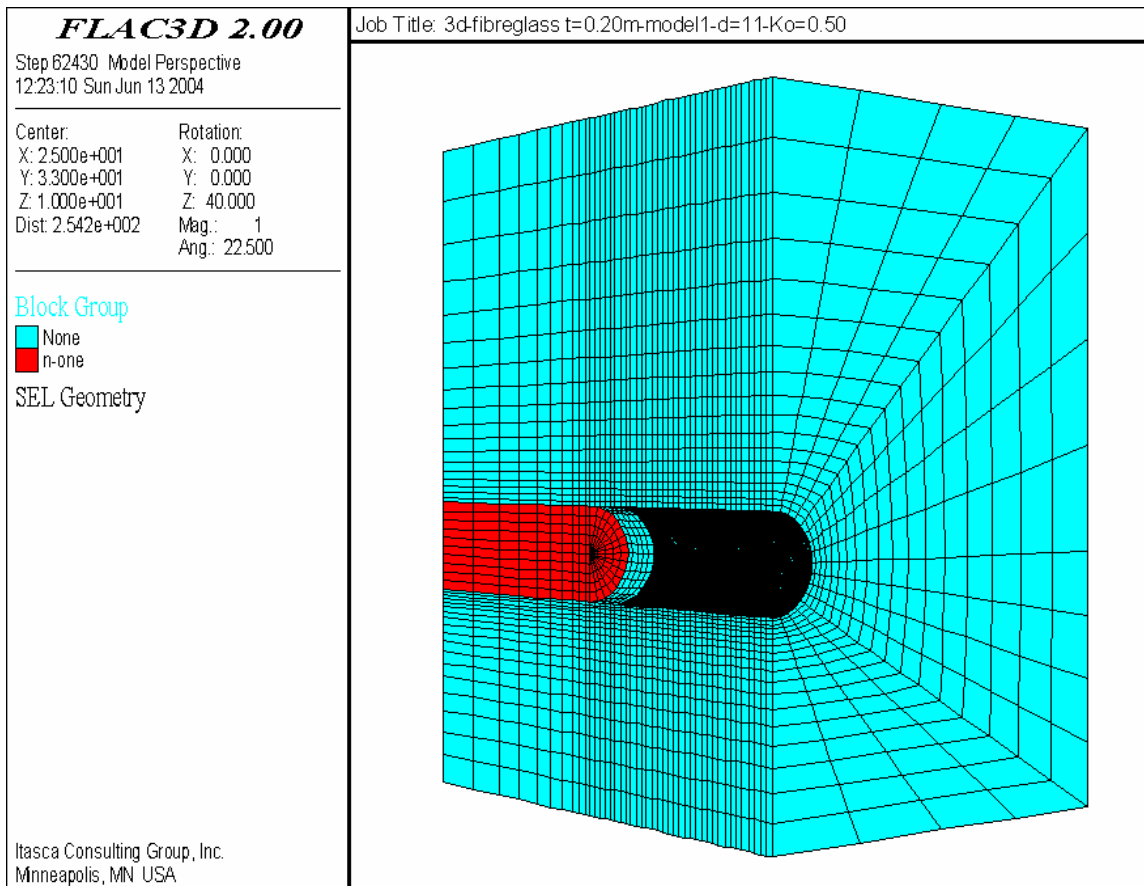
Η παραμετρική ανάλυση έχει πραγματοποιηθεί από τον *Ιωάννη Σπυρόπουλο* [E53]. Οι γραφικές παραστάσεις έχουν προέλθει από την αντίστοιχη εργασία του και εδώ παρουσιάζουμε τις εξής:

- Διαμόρφωση πλέγματος πεπερασμένων διαφορών -εκμεταλλεζόμενη και τον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας- και επιλέγεται ως κριτήριο αστοχίας το *Mohr-Coulomb*.
- Διαμόρφωση τοιχώματος εκτοξευόμενου σκυροδέματος.
- Τρισδιάστατη παρουσίαση μετακινήσεων καθρέπτη - κατά τον άξονα *y* σύμφωνα με τη διαμόρφωση του πλέγματος.
- Τρισδιάστατη παρουσίαση μετακινήσεων παρειάς-τοιχωμάτων - κατά τον άξονα *x* σύμφωνα με τη διαμόρφωση του πλέγματος.
- Τρισδιάστατη παρουσίαση μετακινήσεων κλείδας - οροφής -κατά τον άξονα *z* σύμφωνα με τη διαμόρφωση του πλέγματος.

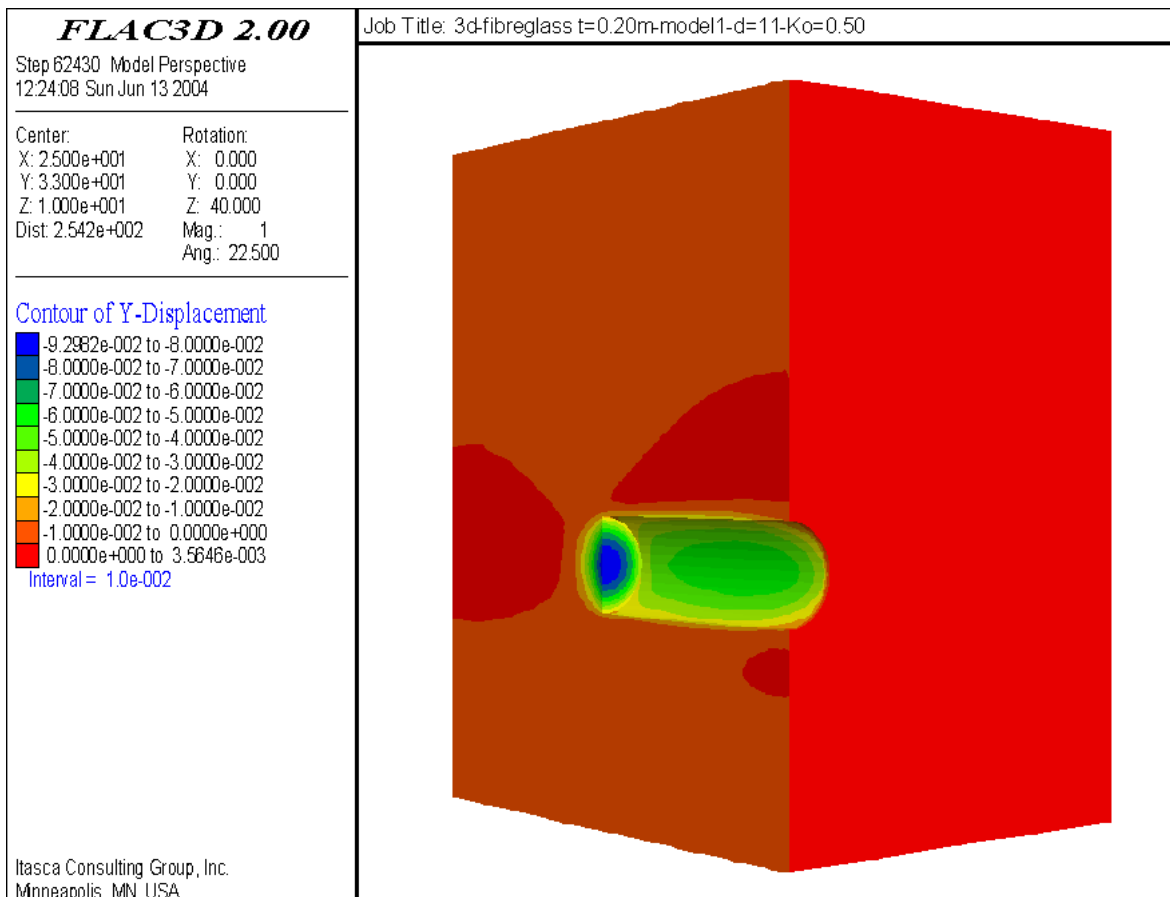
Όλες οι γραφικές παραστάσεις αφορούν την περίπτωση πάχους εκτοξευόμενου σκυροδέματος 0,20 m, διαμέτρου σήραγγας 11 m και συντελεστή ουδέτερης ώθησης 0,50.



Σχήμα 10.2-4: Διαμόρφωση πλέγματος πεπερασμένων διαφορών

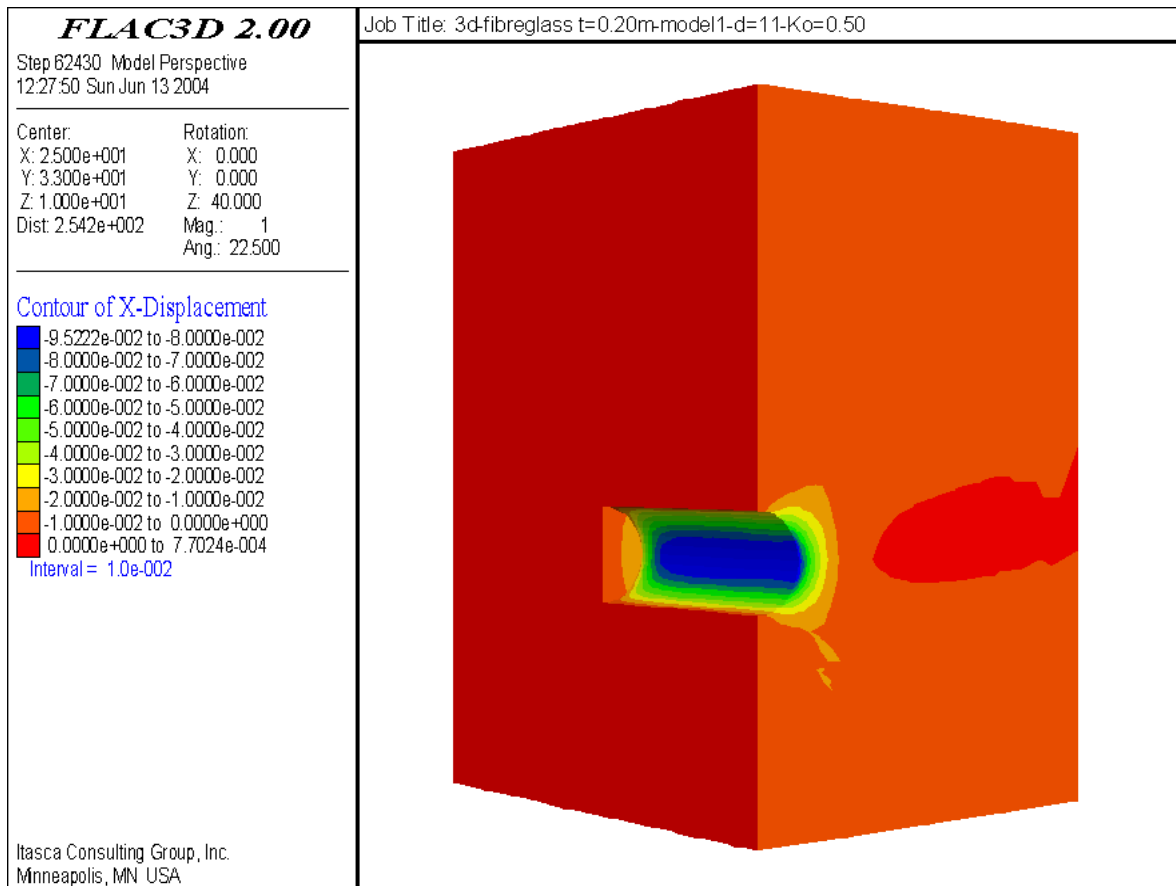


Σχήμα 10.2-5: Διαμόρφωση τοιχώματος εκτοξευόμενου σκυροδέματος – είναι η έντονα μαυρισμένη περιοχή του γραφήματος

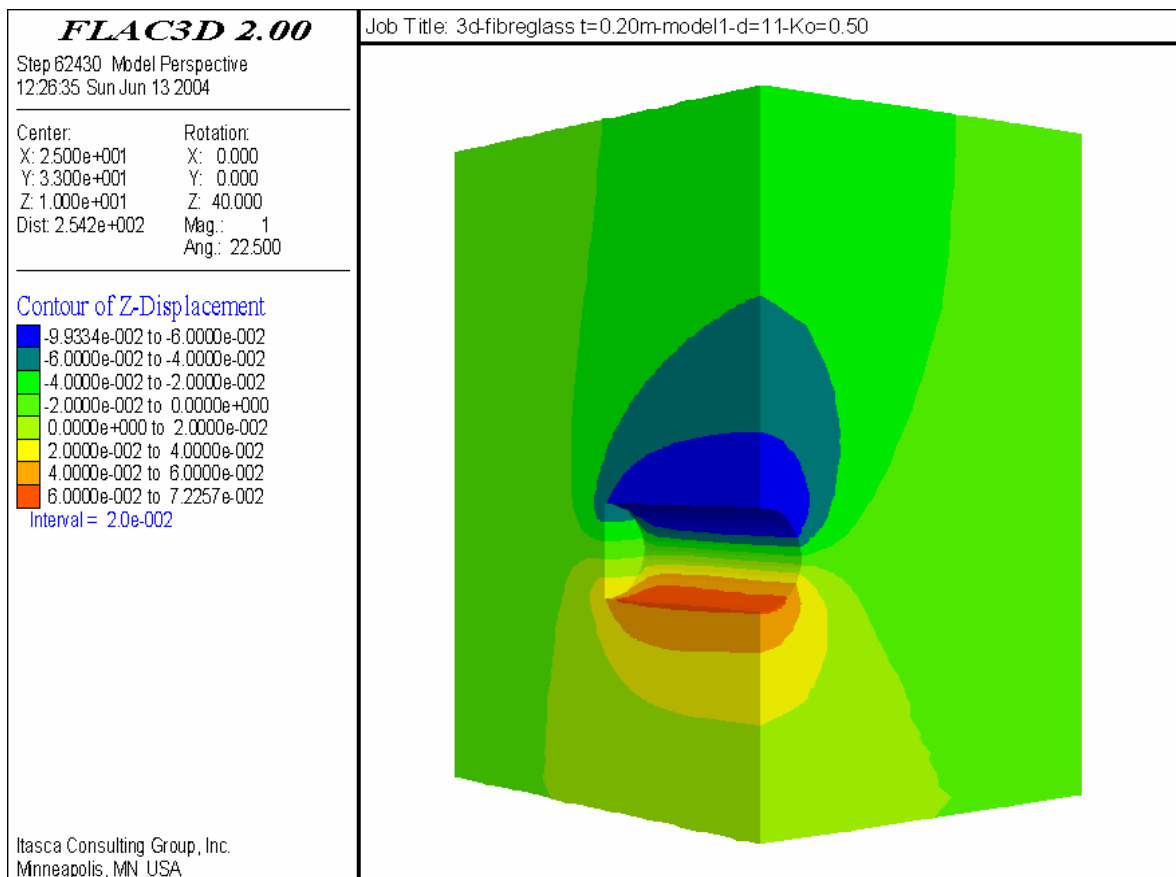


Σχήμα 10.2-6: Τρισδιάστατη παρουσίαση μετακινήσεων καθρέπτη





Σχήμα 10.2-7: Τρισδιάστατη παρουσίαση μετακινήσεων παρειάς



Σχήμα 10.2-8: Τρισδιάστατη παρουσίαση μετακινήσεων κλείδας

Από τα σενάρια που εκτελέστηκαν κατέληξαν στις ακόλουθες εμπειρικές σχέσεις προς εύρεση του ισοδύναμου συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ :

$$N_s = \left( \frac{E}{\gamma \cdot H^*} \right)^{0,4} \cdot \left( \frac{c}{\sigma_{cm}} \right)^{0,6} \quad (10.2-1)$$

$$H^* = a \cdot H \quad (10.2-2)$$

$$a = \begin{cases} 1,2 - 0,03 \cdot \ln E & , E > 1500 \text{MPa} \\ 1,2 \cdot \left( \frac{1500}{E} \right)^{0,3} - 0,03 \cdot \ln E & , E < 1500 \text{MPa} \end{cases} \quad (10.2-3)$$

Όπου  $H^*$  είναι ένα ισοδύναμο ύψος που εξαρτάται από το μέτρο ελαστικότητας της βραχόμαζας μέσω του συντελεστή  $a$ . Μέσω αυτών των σχέσεων σκοπεύουν να σχηματίσουν εμπειρικές σχέσεις υπολογισμού των τελικών καθιζήσεων [E53].

### 10.2.3 Στοιχεία που λήφθηκαν από το πρόγραμμα πεπερασμένων διαφορών

Οι έξοδοι του προγράμματος πεπερασμένων διαφορών μας δόθηκαν σε κατάλληλο αρχείο τύπου \*.xls και περιείχαν τα εξής στοιχεία:

- ◆ τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , με τιμές 3,5 , 4 , 5, 6 και 7
- ◆ τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο  $L$ , με τιμές 1 ή 3 ή 5m
- ◆ το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , με τιμές 10 ή 20 ή 30 cm
- ◆ το μέτρο ελαστικότητας βραχόμαζας  $E$  με τιμές από 500 ως 8500 MPa,
- ◆ τη θέση μέτρησης μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης  $x$ , με τιμές από -23 ως +33 m.

Η τιμή -23 m αντιστοιχεί σε 23 m πίσω από το μέτωπο της σήραγγας, ενώ η θέση +33 m σε 33 m μπροστά από το μέτωπο της σήραγγας, όπου δεν έχει γίνει η διάνοιξη. Ουσιαστικά εκτείνεται από δύο διαμέτρους πίσω από το μέτωπο ως 3 διαμέτρους μπροστά από το μέτωπο. Οι διακριτές τιμές που δόθηκαν ήταν: -23, -22, -21, -20, -19 , -18, -17, -16, -15, -14, -13, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 0,992, 2,223, 3,784, 5,722, 8,145, 11,173, 14,959, 19,691, 25,606 και 33 m. Συνολικά είναι 34 σημεία.

- ◆ μετακίνηση καθρέπτη  $s_y$  σε m (μόνο για τις θετικές τιμές του άξονα  $x$  - 11 σημεία),
- ◆ μετακίνηση παρειάς  $s_x$  σε m (και για τα 34 σημεία),
- ◆ μετακίνηση κλείδας  $s_z$  σε m (και για τα 34 σημεία).

Εκτελέστηκαν 225 σενάρια και σχηματίστηκαν οι αντίστοιχοι έξοδοι. Η μορφή του αρχείου *total\_collection\_shotcrete.xls* που μας δόθηκε [E16] παρουσιάζεται στην παράγραφο των παραρτημάτων Π1.1.

Αν λάβουμε υπόψη μας ως μεταβλητή εισόδου και τη θέση μέτρησης της καθίζησης, τότε από τα 225 σενάρια λαμβάνουμε για τις μετακινήσεις παρειάς και κλείδας  $225 \cdot 34 = 7650$  διανύσματα εισόδου, ενώ για τη μετακίνηση καθρέπτη  $225 \cdot 11 = 2475$  διανύσματα.

Λόγω αδυναμίας χρήσης των δεδομένων με τη μορφή που μας δόθηκαν προχωρήσαμε στην κατασκευή ενός προγράμματος σε *Digital Fortran* που μετέτρεψε τα στοιχεία του κάθε σεναρίου σε 34 διανύσματα για μετακινήσεις παρειάς, 34 για κλείδας και 11 για καθρέπτη. Βέβαια αρχικά ενοποιήθηκαν τα στοιχεία των τριών ειδών μετακινήσεων σε ένα φύλλο *excel* με τέτοιο τρόπο, ώστε ανά γραμμή να αντιστοιχεί σε ένα σενάριο και ύστερα τοποθετήθηκαν σε αρχείο μορφής \*.txt.

### 10.3 Πρόγραμμα Κατάλληλης Μορφοποίησης Δεδομένων

Σκοπός μας με αυτό το πρόγραμμα είναι να μορφοποιήσουμε τα δεδομένα μας σε κατάλληλη μορφή για το κυρίως πρόγραμμα της εργασίας αυτής, δηλαδή των τεχνητών νευρωνικών δικτύων.

Το αρχείο που τελικά διαμορφώθηκε από τα δεδομένα εισόδου των πεπερασμένων διαφορών έχει την ακόλουθη δομή με ελεύθερη μορφοποίηση στοιχείων:

1<sup>η</sup> γραμμή:  $n_x, n_y, n_z$

2<sup>η</sup> γραμμή:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_x}, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_y}, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_z}$

3<sup>η</sup> γραμμή - 1<sup>ο</sup> σενάριο:  $N_S, L, t, E, s_{x-1}, s_{x-2}, \dots, s_{x-n_x}, s_{y-1}, s_{y-2}, \dots, s_{y-n_y}, s_{z-1}, s_{z-2}, \dots, s_{z-n_z}$

4<sup>η</sup> γραμμή - 2<sup>ο</sup> σενάριο:  $N_S, L, t, E, s_{x-1}, s_{x-2}, \dots, s_{x-n_x}, s_{y-1}, s_{y-2}, \dots, s_{y-n_y}, s_{z-1}, s_{z-2}, \dots, s_{z-n_z}$

.....

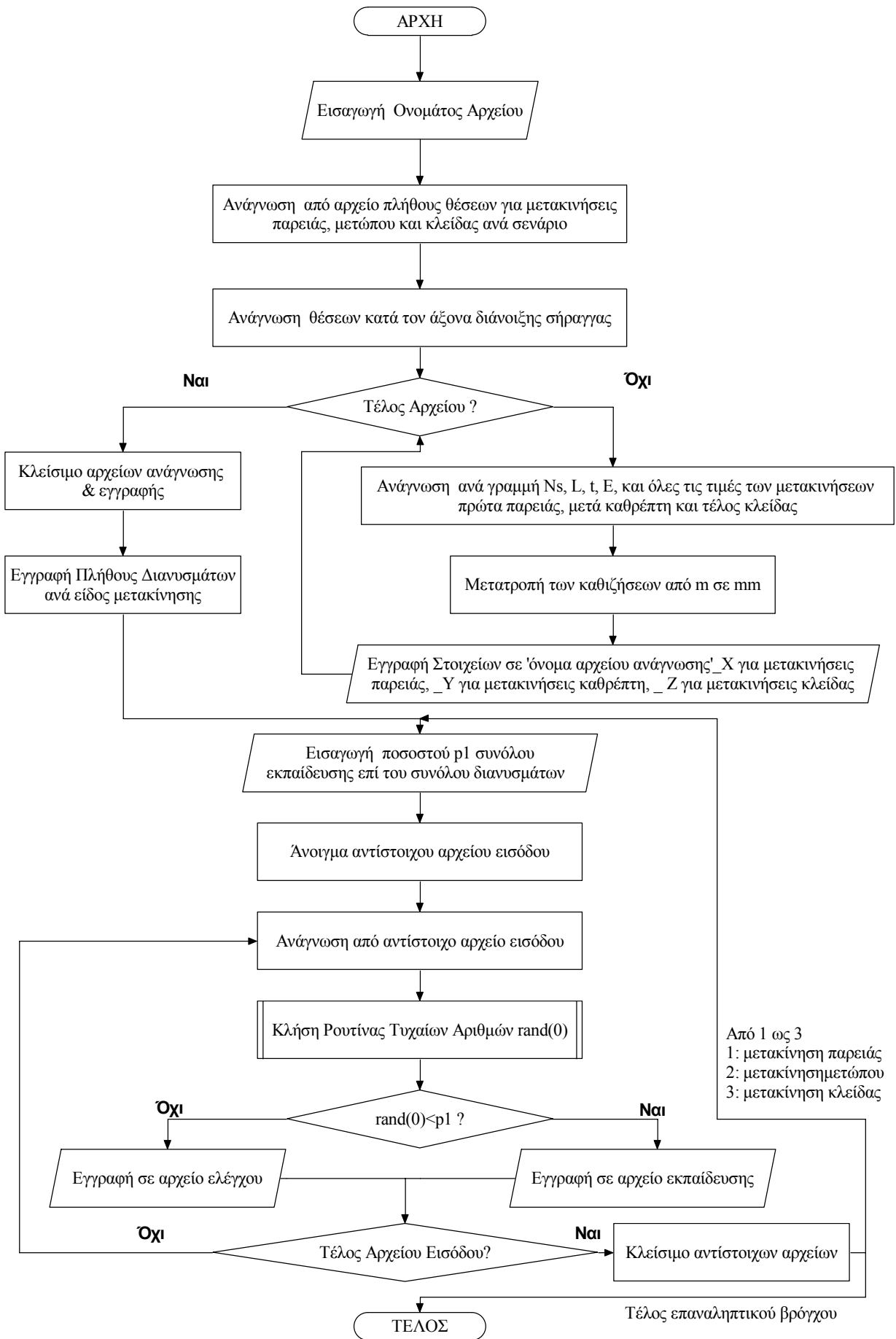
227<sup>η</sup> γραμμή- 225<sup>ο</sup> σενάριο:  $N_S, L, t, E, s_{x-1}, s_{x-2}, \dots, s_{x-n_x}, s_{y-1}, s_{y-2}, \dots, s_{y-n_y}, s_{z-1}, s_{z-2}, \dots, s_{z-n_z}$

όπου  $n_x$  το πλήθος των θέσεων που αντιστοιχούν στις  $s_{x-1}, s_{x-2}, \dots, s_{x-n_x}$  μετακινήσεις παρειάς με  $x_1, x_2, \dots, x_{n_x}$  τις αντίστοιχες αποστάσεις από το μέτωπο της σήραγγας κατά της μήκος του άξονα διάνοιξής της,  $n_y$  το πλήθος των θέσεων που αντιστοιχούν στις  $s_{y-1}, s_{y-2}, \dots, s_{y-n_y}$  μετακινήσεις καθρέπτη με  $x_1, x_2, \dots, x_{n_y}$  τις αντίστοιχες αποστάσεις από το μέτωπο της σήραγγας κατά της μήκος του άξονα διάνοιξής της,  $n_z$  το πλήθος των θέσεων που αντιστοιχούν στις  $s_{z-1}, s_{z-2}, \dots, s_{z-n_z}$  μετακινήσεις κλείδας με  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_z}$  τις αντίστοιχες αποστάσεις από το μέτωπο της σήραγγας κατά της μήκος του άξονα διάνοιξής της,  $N_S$  ο συντελεστής υπερφόρτισης,  $L$  η απόσταση τοποθέτησης προσωρινής υποστήριξης από μέτωπο,  $t$  το πάχος δακτυλίου εκτοξευόμενου σκυροδέματος,  $E$  το μέτρο ελαστικότητας βραχώμαζας. Η μορφή παρουσιάζεται στην παράγραφο Π1.2 του παραρτήματος 1.

Το πρόγραμμα διαμορφώνει σε κατάλληλη μορφή τα διανύσματα εισόδου σχηματίζοντας δέκα αρχεία:

- ◆ αρχείο απλής αντιγραφής αρχείου εισόδου προς έλεγχο σωστής ανάγνωσης,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων παρειάς,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων παρειάς για εκπαίδευση, όπου με τη βοήθεια ενός ποσοστού που δίνεται από τον χρήστη του προγράμματος ορίζεται πόσα από τα διανύσματα εισόδου θα ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων παρειάς για έλεγχο, όπου ανήκουν τα υπόλοιπα διανύσματα που δεν επιλέχθηκαν για το σύνολο της εκπαίδευσης,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων καθρέπτη,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων καθρέπτη για εκπαίδευση, -διαμόρφωση αντίστοιχη με του συνόλου παρειάς για εκπαίδευση,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων καθρέπτη για έλεγχο –υπόλοιπα διανύσματα,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων κλείδας,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων κλείδας για εκπαίδευση, -διαμόρφωση αντίστοιχη με του συνόλου παρειάς για εκπαίδευση,
- ◆ αρχείο διανυσμάτων εισόδου μετακινήσεων κλείδας για έλεγχο –υπόλοιπα διανύσματα.

Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζεται ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε. Στο παράρτημα 1 παρουσιάζονται επίσης τυπικές μορφές των αρχείων εξόδων, ο κώδικας και η μορφή εκτέλεσης.



Σχήμα 10.3-1: Αλγόριθμος προγράμματος μορφοποίησης δεδομένων εισόδου

Τέλος επισημαίνουμε ότι η μορφή των διανυσμάτων εισόδου που προέκυψαν είναι:

$$\begin{aligned} N_s, L, t, E, x_1, s_{x-1} \\ N_s, L, t, E, x_2, s_{x-2} \\ \text{κτλ.} \end{aligned}$$

με αυστηρή μορφοποίηση του τύπου: FORMAT ( 3(F5.2,' '), F8.3,' ',F9.5,' ',F15.9). Σε αυτήν τη μορφή θα δοθούν τα στοιχεία στο κυρίως πρόγραμμα.

#### 10.4 Ανάπτυξη Αλγορίθμου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου για Εύρεση Μετακινήσεων κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων

Σκοπός μας με αυτό το πρόγραμμα που αναπτύξαμε είναι να επιλύσουμε με τη βοήθεια των τεχνητών νευρωνικών δικτύων το πρόβλημα της εκτίμησης των μετακινήσεων που αναπτύσσονται κατά τη διάνοιξη μίας σήραγγας βασιζόμενοι σε υπάρχοντα δεδομένα και αποφεύγοντας την εκ νέου επίλυση του προβλήματος.

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε είναι το πολυεπίπεδο perceptron με ένα κρυμμένο επίπεδο, με κυμαινόμενο αριθμό νευρώνων, με κυμαινόμενες παραμέτρους ρυθμούς ορμής και μάθησης και με χρήση του αλγόριθμου οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος. Σημειώνουμε ότι σύμφωνα με το θεώρημα του *Kromologon* [N1] δεν χρειάζεται η ύπαρξη δεύτερου ή περισσότερων κρυμμένων επιπέδων προκειμένου να αναπαρασταθεί πλήρως το πρόβλημά μας, αρκεί να υπάρξει ο κατάλληλος αριθμός νευρώνων.

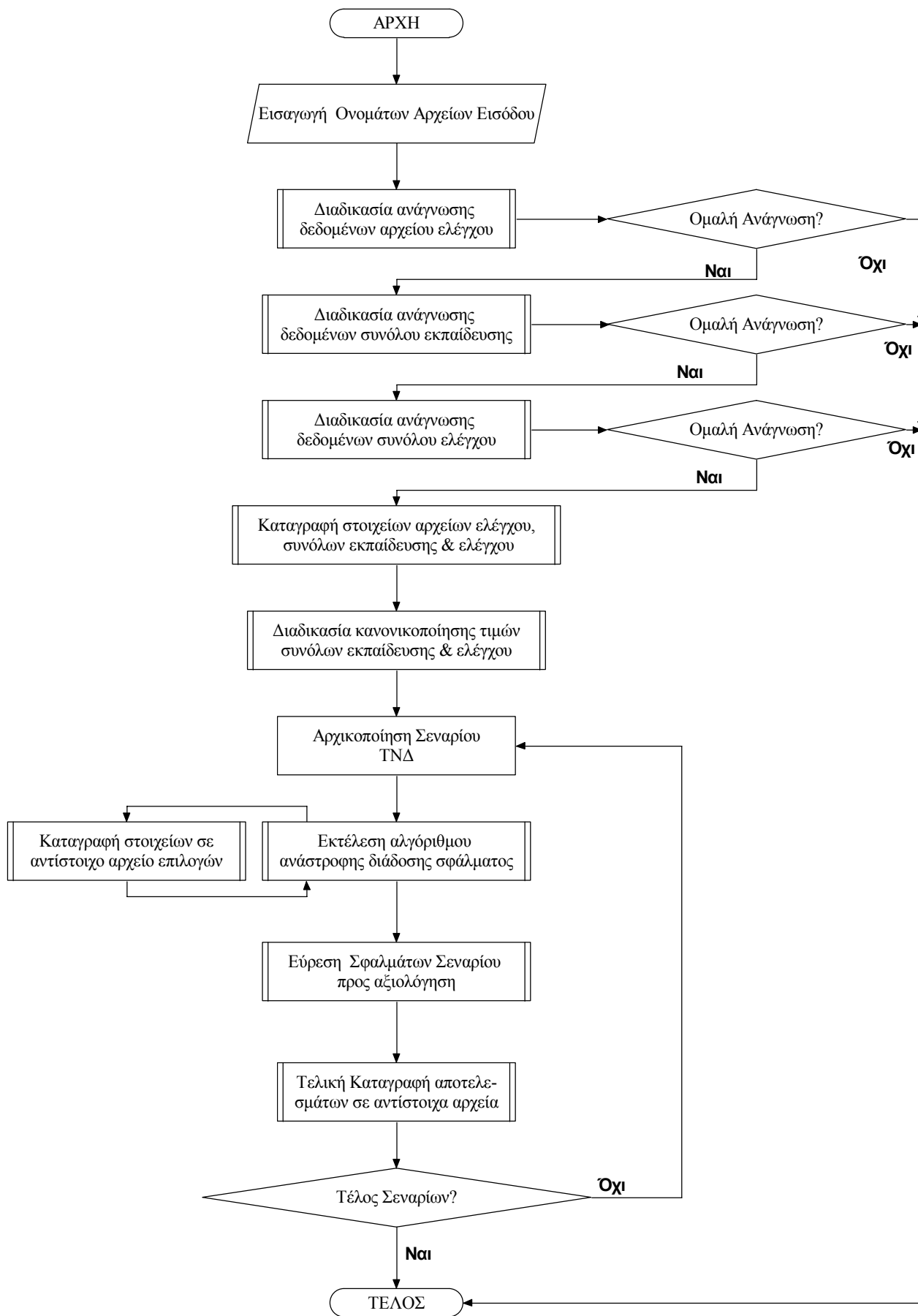
Τα δεδομένα που μας δόθηκαν είτε πρόκειται για μετακινήσεις καθρέπτη, είτε κλείδας, είτε παρειάς, είναι ζεύγη διανυσμάτων πέντε εισόδων – μίας εξόδου. Συγκεκριμένα οι πέντε εισοδοί είναι ο συντελεστής υπερφόρτισης  $N_s$ , η απόσταση τοποθέτησης πίσω από το μέτωπο προσωρινής υποστήριξης  $L$ , το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , το μέτρο ελαστικότητας  $E$ , και η θέση μέτρησης (κατά μήκος του άξονα διάνοιξης)  $x$  της μετακίνησης. Η έξοδος είναι η μετακίνηση  $s$  που μπορεί να είναι μία εκ των τριών που προαναφέρθηκαν.

Στον αλγόριθμο που χρησιμοποιήσαμε, θεωρήσαμε ότι το διάνυσμα εισόδου είναι  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{m\_input})^T$  και διάνυσμα επιθυμητής εξόδου  $\vec{d} = (d_1, d_2, \dots, d_{m\_output})^T$ . Ο μέγιστος αριθμός των στοιχείων του διανύσματος εισόδου  $m\_input$  είναι 10 και στην προκειμένη περίπτωση θα φθάσει στην τιμή των 5 στοιχείων ανά διάνυσμα. Αντίστοιχα ο αριθμός των στοιχείων του διανύσματος επιθυμητής εξόδου  $m\_output$  είναι 2 και στην προκειμένη περίπτωση έχει την τιμή 1, καθώς κάθε είδος μετακίνησης θα εξεταστεί χωριστά.

Τα βασικά βήματα του αλγορίθμού μας είναι:

- ◆ αρχικοποιήσεις παραμέτρων εκτέλεσης σεναρίων τεχνητών νευρωνικών δικτύων,
- ◆ ανάγνωση και αποθήκευση συνόλων διανυσμάτων εκπαίδευσης και ελέγχου,
- ◆ αντίστοιχη καταγραφή σε αρχεία ελέγχου,
- ◆ κανονικοποιήσεις μεταβλητών,
- ◆ εκτέλεση κυρίως αλγορίθμου οπισθοδρομικής διάδοσης σφάλματος για κάθε σενάριο,
- ◆ εύρεση τελικών σφαλμάτων – συντελεστών προσαρμογής επιθυμητής –εκτιμώμενης εξόδου των σεναρίων προς αξιολόγηση αποτελεσμάτων, καταγραφή και επιστροφή σε προηγούμενο βήμα για την πραγματοποίηση του επόμενου σεναρίου.

Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζουμε συνοπτικά τα βασικά βήματα του προγράμματος που αναπτύξαμε.



Σχήμα 10.4-1: Κύρια Δομή Προγράμματος Εκτίμησης Καθιζήσεων

Στη συνέχεια θα αναλύσουμε εκτενέστερα τα βήματα αυτά και θα δείξουμε κατάλληλα διαγράμματα ροής, όπου είναι αυτό απαραίτητο. Ο κώδικας παρουσιάζεται αναλυτικά στο παράρτημα 2.

Εκείνο όμως που πρέπει να τονίσουμε είναι ότι ο αλγόριθμός μας δεν τρέχει μόνο ένα σενάριο, αλλά μία πλειάδα, με σκοπό να επιλέξουμε εκείνον που εξυπηρετεί καλύτερα τους σκοπούς μας.

#### 10.4.1 Διαμόρφωση αρχείων εισόδου & η ανάγνωσή τους

Για την εκτέλεση του προγράμματος ζητούνται τρία αρχεία μορφής \*.txt:

- ◆ το αρχείο ελέγχου, που περιέχει όλες τις παραμέτρους αρχικοποίησης μεταβλητών που χειρίζεται ο χρήστης,

- ◆ το αρχείο συνόλου εκπαίδευσης,
- ◆ το αρχείο συνόλου ελέγχου.

Τα αρχεία συνόλου εκπαίδευσης και ελέγχου έχουν προκύψει από το πρόγραμμα διαμόρφωσης δεδομένων εισόδου με αυστηρή μορφοποίηση, όπως ήδη περιγράφηκε στην παράγραφο 10.3.

Το αρχείο ελέγχου περιέχει τις εξής πληροφορίες:

- ◆ τη διάσταση του διανύσματος εισόδου  $m\_input$ ,
- ◆ τη διάσταση του διανύσματος εξόδου  $m\_output$ ,

- ◆ τις τιμές ελαχίστου  $\bar{R}_{\min} = (r_{\min-1}, r_{\min-2}, \dots, r_{\min-m\_input}, r_{\min-m\_input+1}, \dots, r_{\min-m\_input+m\_output})^T$  και

μεγίστου  $\bar{R}_{\max} = (r_{\max-1}, r_{\max-2}, \dots, r_{\max-m\_input}, r_{\max-m\_input+1}, \dots, r_{\max-m\_input+m\_output})^T$  προς κανονικοποίηση των τιμών των μεταβλητών εισόδου και εξόδου, όπου οι πρώτες  $m\_input$  αφορούν τα δεδομένα εισόδου και τα υπόλοιπα τα επιθυμητά δεδομένα εξόδου,

- ◆ τον ελάχιστο αριθμό νευρώνων που θα έχει το κρυμμένο επίπεδο  $min\_neurons$ , τον μέγιστο αριθμό νευρώνων  $max\_neurons$  και το βήμα αύξησης νευρώνων  $bima\_neurons$  από τον ελάχιστο στον μέγιστο,

- ◆ τον ελάχιστο πολλαπλασιαστικό παράγοντα  $min\_const\_a_o$  του σταθερού όρου ορμής, τον αντίστοιχο μέγιστο  $max\_const\_a_o$  και τον πραγματικό αριθμό μεταβολής της αρχικής τιμής του όρου ορμής  $d\_const\_a_o$ , -η μεταξύ τους μεταβολή  $min\_const\_a_o$  και  $max\_const\_a_o$  γίνεται με σταδιακή αύξηση κατά 1,

- ◆ τον ελάχιστο πολλαπλασιαστικό παράγοντα  $min\_T\_a_o$  της χρονικής παραμέτρου  $T_{a0}$  του όρου ορμής, τον αντίστοιχο μέγιστο  $max\_T\_a_o$ , τον ακέραιο αριθμό του αντίστοιχου αυξητικού βήματος  $bima\_T\_a_o$ , και τον αντίστοιχο πολλαπλασιαστικό παράγοντα  $DT\_a_o$ ,

- ◆ τον ελάχιστο πολλαπλασιαστικό παράγοντα  $min\_const\_η_o$  του σταθερού ρυθμού εκπαίδευσης, τον αντίστοιχο μέγιστο  $max\_const\_η_o$  και τον πραγματικό αριθμό μεταβολής της αρχικής τιμής του όρου εκπαίδευσης  $d\_const\_η_o$ , -η μεταξύ τους μεταβολή  $min\_const\_η_o$  και  $max\_const\_η_o$  γίνεται με σταδιακή αύξηση κατά 1,

- ◆ τον ελάχιστο πολλαπλασιαστικό παράγοντα  $min\_T\_η_o$  της χρονικής παραμέτρου  $T_{η0}$  του ρυθμού εκπαίδευσης, τον αντίστοιχο μέγιστο  $max\_T\_η_o$ , τον ακέραιο αριθμό του αντίστοιχου αυξητικού βήματος  $bima\_T\_η_o$ , και τον αντίστοιχο πολλαπλασιαστικό παράγοντα  $DT\_η_o$ ,

- ◆ το μέγιστο πλήθος εποχών  $max\_eran$ ,

- ◆ το όριο σφάλματος  $limit$  μεταξύ διαδοχικών εποχών ως προς τα υπό εύρεση βάρη.

Το νόημα όλων των παραπάνω στοιχείων θα γίνει αντιληπτό στα επόμενα βήματα επεξήγησης του αλγορίθμου.

Η διάταξη του αρχείου ελέγχου γίνεται με ελεύθερη μορφοποίηση των στοιχείων με την ακόλουθη διάταξη γραμμών και στοιχείων:

1<sup>η</sup> γραμμή:  $m\_input, m\_output$

2<sup>η</sup> γραμμή:  $r_{\min-1}, r_{\min-2}, \dots, r_{\min-m\_input}, r_{\min-m\_input+1}, \dots, r_{\min-m\_input+m\_output}$

3<sup>η</sup> γραμμή:  $r_{\max-1}, r_{\max-2}, \dots, r_{\max-m\_input}, r_{\max-m\_input+1}, \dots, r_{\max-m\_input+m\_output}$

4<sup>η</sup> γραμμή:  $min\_const\_a_o, max\_const\_a_o, d\_const\_a_o, min\_T\_a_o, max\_T\_a_o, bima\_T\_a_o, DT\_a_o$

5<sup>η</sup> γραμμή:  $min\_const\_η_o, max\_const\_η_o, d\_const\_η_o, min\_T\_η_o, max\_T\_η_o, bima\_T\_η_o, DT\_η_o$

6<sup>η</sup> γραμμή:  $max\_επαν,$

7<sup>η</sup> γραμμή:  $limit$

Ένα τυπικό παράδειγμα του αρχείου ελέγχου είναι το ακόλουθο:

```

5      1
  1.0  0.0  0.0   100.0 -40.0 -200.0
10.0   7.0 40.0 10000.0  45.0  100.0
  2     15      1
  1     9   0.1   10   60   10   50
  1     9   0.1   10   60   10   50
7000
0.0001

```

**Σχήμα 10.4-2:** Τυπικό παράδειγμα του αρχείου ελέγχου

Επισημαίνουμε ως γενική παρατήρηση ότι τα αρχεία πρέπει να τελειώνουν με αλλαγή γραμμής, διότι σε διαφορετική περίπτωση δεν διαβάζουν τελευταίο στοιχείο.

Ως προς την ανάγνωση των στοιχείων του αρχείου ελέγχου δεν υπάρχει καμία ιδιαιτερότητα, καθώς είναι απλές εντολές ανάγνωσης. Απλώς γίνονται οι απαραίτητοι έλεγχοι, ώστε τα μεγέθη των διανυσμάτων να είναι μικρότερα ή ίσα των μέγιστων μεγεθών που έχουν οριστεί εντός του προγράμματος – 10 για τη διάσταση του διανύσματος εισόδου και 2 για της επιθυμητής εξόδου. Επίσης ελέγχεται να είναι θετικός αριθμός το μέγιστο πλήθος εποχών. Σε περίπτωση ανωμαλίας είτε έλλειψης δεδομένων, είτε μη επιτρεπτών τιμών λήγει άμεσα το πρόγραμμα.

Ως προς την ανάγνωση των αρχείων συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου υπάρχουν απλές εντολές ανάγνωσης των στοιχείων και αποθήκευσης σε πίνακες διανυσμάτων εισόδου και εξόδου. Απλώς ελέγχονται ως προς το πλήθος των διανυσμάτων, που στην προκειμένη περίπτωση δεν πρέπει να μην ξεπερνά τα 7000 για καθένα από τα δύο σύνολα. Σε αντίθετη περίπτωση λήγει άμεσα το πρόγραμμα.

Στη συνέχεια τα στοιχεία αυτά καταγράφονται σε ένα βοηθητικό αρχείο προς έλεγχο της ομαλής ανάγνωσης. Το όνομα αυτού είναι *ELEGXOS\_EGGRAFHS.txt* και παρουσιάζεται η μορφή του στο παράρτημα 2.

#### 10.4.2 Κανονικοποίηση τιμών μεταβλητών των διανυσμάτων εισόδου και επιθυμητής εξόδου

Προς αντιμετώπιση του φαινομένου του *κορεσμού* στη συνάρτηση ενεργοποίησης του ΤΝΔ προχωρήσαμε στην κανονικοποίηση των τιμών των μεταβλητών των διανυσμάτων εισόδου-εξόδου. Συγκεκριμένα αν χρησιμοποιήσουμε τη σιγμοειδή υπερβολική εφραπτομένη, τότε το πεδίο τιμών είναι  $[-1,1]$ , ενώ το σύνολο ορισμού όλοι οι πραγματικοί. Όμως αν πραγματοποιήσουμε την αντίστοιχη γραφική παράσταση, τότε πέρα από την περιοχή τιμών  $[-1,1]$  για τη μεταβλητή εισόδου παρατηρείται έντονο μη γραμμική συμπεριφορά με ασυμπτωτική συμπεριφορά ως προς τιμές  $y=1$  ή  $-1$ , όπως έχουμε ήδη παρουσιάσει στην παράγραφο 5.2-4.



Επειδή στα σύνολα ελέγχου ή εκπαίδευσης είναι δυνατό να μην περιέχονται όλες οι ακραίες τιμές, στην προκειμένη περίπτωση προτιμήσαμε να ορίζουμε μέσω του αρχείου ελέγχου τις ακραίες τιμές κανονικοποίησης –μέσω των διανυσμάτων  $\bar{R}_{\min}$  και μεγίστου  $\bar{R}_{\max}$  και αντιστοιχώντας τα αντίστοιχα μεγέθη στις τιμές  $a$  και  $b$ . Η διαδικασία για κάθε μεταβλητή -είτε του διανύσματος εισόδου, είτε του διανύσματος εξόδου- είναι η εξής:

- ♦ Μετασχηματισμός των τιμών  $z$  στις νέες κανονικοποιημένες τιμές  $\hat{z}$  σύμφωνα με τη σχέση:

$$\hat{z} = a + \frac{b-a}{r_{\max} - r_{\min}} \cdot (z - r_{\min}) \quad (10.4-1)$$

- ♦ Αντίστροφος μετασχηματισμός των κανονικοποιημένων τιμών εισόδου  $\hat{z}$  στις αρχικές τιμές εισόδου  $z$  σύμφωνα με τη σχέση:

$$z = r_{\min} + \frac{r_{\max} - r_{\min}}{b-a} \cdot (\hat{z} - a) \quad (10.4-2)$$

Στην παρούσα περίπτωση θέσαμε ως τιμές  $a$  και  $b$  το 0,1 και 0,9 αντίστοιχα, ώστε να καλύπτεται και η δυνατότητα χρήσης και της λογιστικής και της εφαιπτομενικής υπερβολικής συνάρτησης. Με αυτήν την απλή διαδικασία αποφεύγουμε το πρόβλημα κορεσμού των τιμών εξόδου της συνάρτησης ενεργοποίησης.

Η υλοποίησή της γίνεται μέσω επαναληπτικών βρόχων και τα αποτελέσματά της αποθηκεύονται σε κατάλληλους πίνακες και καταγράφονται -προς οπτικό έλεγχο- στο αρχείο *ELEG\_kanonikopoiisis.txt*.

### 10.4.3 Εκτέλεση Πολλαπλών Σεναρίων

Είναι γνωστό ότι κατά την εκτέλεση των πολυεπίπεδων νευρωνικών δικτύων υπάρχουν ορισμένες μεταβλητές προς προσδιορισμό. Στην παρούσα περίπτωση ο χρήστης δύναται να χειριστεί τις παραμέτρους των νευρώνων, των ρυθμών μάθησης και ορμής. Ακόμη υπάρχει και η δυνατότητα αλλαγής της συνάρτησης ενεργοποίησης από πλευράς προγραμματιστή μέσω κατάλληλων βοηθητικών σημαιών εντός του προγράμματος, όπως επίσης και να τεθούν ορισμένες εκ των μεταβλητών εισόδου στην τελική εκτέλεση του κυρίως αλγορίθμου μέσω αντιστοιχίας ρύθμισης των μεταβλητών των πινάκων εισόδων - εξόδων του κυρίως αλγορίθμου –οι υπόλοιπες θα αγνοηθούν. Εδώ θα δοθεί έμφαση κυρίως στις δυνατότητες χειρισμού από πλευράς χρήστη του προγράμματος.

Ως προς τους νευρώνες υπάρχει μία τρέχουσα τιμή πλήθους νευρώνων  $iq_1$ , η οποία κυμαίνεται μέσω επαναληπτικού βρόχου από τον ελάχιστο αριθμό νευρώνων που θα έχει το κρυμμένο επίπεδο *min\_neurons* ως τον μέγιστο αριθμό νευρώνων *max\_neurons* με βήμα αύξησης νευρώνων *bima\_neurons*.

Ο όρος ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$a = a_0 \cdot \exp\left(-\frac{epochs}{T_{a-0}}\right) \quad (10.4-3)$$

Όπου  $a_0$  είναι η αρχική τιμή ορμής και  $T_{a-0}$  η χρονική παράμετρος, η οποία διαιρεί το πλήθος των εποχών, ώστε να μειώνεται σταδιακά ο χρησιμοποιούμενος ρυθμός ορμής  $a$ . Η αρχική τιμή της ορμής  $a_0$

μεταβάλλεται ανάμεσα στις τιμές  $min\_const\_a_o * d\_const\_a_o$  και την τιμή  $max\_const\_a_o * d\_const\_a_o$  με βήμα  $d\_const\_a_o$ . Αυτό γίνεται με σταδιακή αύξηση της πολλαπλασιαστικής τιμής της παραμέτρου βήματος  $d\_const\_a_o$  από την τιμή  $min\_const\_a_o$  σε  $max\_const\_a_o$  κατά 1. Αντίστοιχα διαμορφώνεται η χρονική παράμετρος  $T_{a-o}$ , η οποία μεταβάλλεται ανάμεσα στις τιμές  $min\_T\_a_o * DT\_a_o$  και  $max\_T\_a_o * DT\_a_o$  με βήμα  $bima\_T\_a_o * DT\_a_o$ . Πραγματοποιείται με σταδιακή αύξηση της πολλαπλασιαστικής παραμέτρου της μεταβολής της χρονικής παραμέτρου  $DT\_a_o$  από την τιμή  $min\_T\_a_o$  στην τιμή  $max\_T\_a_o$  με βήμα  $bima\_T\_a_o$ .

Ο ρυθμός μάθησης - εκπαίδευσης δίνεται από τη σχέση:

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp\left(-\frac{epochs}{T_{\eta-0}}\right) \quad (10.4-4)$$

Όπου  $\eta_0$  είναι η αρχική τιμή μάθησης και  $T_{\eta-0}$  η χρονική παράμετρος, η οποία διαιρεί το πλήθος των εποχών, ώστε να μειώνεται σταδιακά ο χρησιμοποιούμενος ρυθμός μάθησης  $\eta$ . Η αρχική τιμή της ορμής  $\eta_0$  μεταβάλλεται ανάμεσα στις τιμές  $min\_const\_eta_o * d\_const\_eta_o$  και την τιμή  $max\_const\_eta_o * d\_const\_eta_o$  με βήμα  $d\_const\_eta_o$ . Υλοποιείται με σταδιακή αύξηση της πολλαπλασιαστικής τιμής της παραμέτρου βήματος  $d\_const\_eta_o$  από την τιμή  $min\_const\_eta_o$  σε  $max\_const\_eta_o$  κατά ένα. Αντίστοιχα διαμορφώνεται η χρονική παράμετρος  $T_{\eta-0}$ , η οποία μεταβάλλεται ανάμεσα στις τιμές  $min\_T\_eta_o * DT\_eta_o$  και  $max\_T\_eta_o * DT\_eta_o$  με βήμα  $bima\_T\_eta_o * DT\_eta_o$ . Αυτό γίνεται με σταδιακή αύξηση της πολλαπλασιαστικής παραμέτρου της μεταβολής της χρονικής παραμέτρου  $DT\_eta_o$  από την τιμή  $min\_T\_eta_o$  στην τιμή  $max\_T\_eta_o$  με βήμα  $bima\_T\_eta_o$ .

Τέλος ως συνάρτηση ενεργοποίησης χρησιμοποιήσαμε την τροποποιημένη υπερβολική εφαπτομένη με τυπική τιμή  $\gamma=0,7$ :

$$f(x) = \tanh(\gamma \cdot x) \quad (10.4-5)$$

Η επιλογή αυτής της τιμής έγινε κατόπιν δοκιμών και σε μία μελλοντική έκδοση του προγράμματος θα μπορούσε να είναι παράμετρος προς βελτιστοποίηση.

Τα σενάρια εκτέλεσης του προγράμματος υλοποιούνται μέσω πέντε διαδοχικών επαναληπτικών βρόχων με την εξής σειρά από εξωτερικό τμήμα προς το εσωτερικό:

- ◆ βρόχος μεταβολής νευρώνων,
- ◆ βρόχος μεταβολής σταθερού όρου ορμής,
- ◆ βρόχος μεταβολής χρονικής παραμέτρου όρου ορμής,
- ◆ βρόχος μεταβολής σταθερού όρου μάθησης,
- ◆ βρόχος μεταβολής χρονικής παραμέτρου όρου μάθησης.

Τέλος πριν εισέλθουμε στην περιοχή των πέντε επαναληπτικών βρόχων καταγράφουμε τα κανονικοποιημένα στοιχεία διανυσμάτων εισόδου και διανυσμάτων εξόδου για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου στο αρχείο *ELEG\_EISODOU001.txt* για οπτικό έλεγχο.

Σε περίπτωση που ορίζαμε ως προγραμματιστές και διαφορετικό σενάριο διαμόρφωσης των μεταβλητών εισόδου – εξόδου, τότε θα υπήρχε και άλλο αρχείο με αυξόντα αριθμό με τελικό αριθμό το συνολικό αριθμό σεναρίων τροποποίησης μεταβλητών. Εδώ ουσιαστικά πάντα θα τελειώνει σε ένα, καθώς δεν αξιοποιούμε αυτήν τη δυνατότητα. Στο παράρτημα 2 υπάρχει αντίστοιχη ενδεικτική καταγραφή του προαναφερθέντος αρχείου.

Στη συνέχεια ακολουθεί ο κυρίως αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης σφάλματος του πολύ-επίπεδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

### 10.4.4 Πυρήνας Αλγορίθμου Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος

Τα στάδια της εν σειρά λειτουργίας του αλγορίθμου είναι τα εξής :

1. *Αρχικοποίηση* : Ορίζουμε την αρχιτεκτονική του δικτύου –ουσιαστικά το πλήθος των νευρώνων και τις αρχικές τιμές των παραμέτρων ρυθμών μάθησης και ορμής. Αρχικοποιούμε τα βάρη των συνδέσεων σε τυχαίες μικρές τιμές που ανήκουν στο  $[-0,001, 0,001]$  για τα βάρη επιπέδου εισόδου-κρυμμένου επιπέδου και στο  $[-0,01, 0,01]$  για τα βάρη κρυμμένου επιπέδου-επιπέδου εξόδου. Οι τιμές αυτές αποδείχθηκαν κατάλληλες κατόπιν αρκετών προκαταρτικών δοκιμών.

2. *Παρουσίαση των προτύπων εκπαίδευσης* : Παρουσιάζουμε στο νευρωνικό δίκτυο μια εποχή προτύπων εκπαίδευσης και για κάθε πρότυπο επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 & 4, αφού ρυθμίσουμε με βάση το πλήθος των εποχών τις παραμέτρους των ρυθμών μάθησης και ορμής.

3. *Υπολογισμοί ευθείας φοράς*: Σε αυτό το στάδιο θεωρούμε το πρότυπο εκπαίδευσης  $\{\vec{x}(n), \vec{d}(n)\}$  με  $\vec{x}(n)$  το διάνυσμα εισόδου που εφαρμόζεται στο δίκτυο και  $\vec{d}(n)$  το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου του δικτύου. Υπολογίζουμε τα σήματα που προκύπτουν σε κάθε επίπεδο. Το σήμα ενεργοποίησης του νευρώνα  $j$  του  $l$  επιπέδου –είτε πρόκειται για το επίπεδο εισόδου, είτε για το κρυμμένο- είναι :

$$u_j^{(l)}(n) = \sum_{i=0}^p w_{ji}^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \quad (10.4-6)$$

όπου  $w_{ji}^{(l)}$  το βάρος που συνδέει τον νευρώνα  $j$  του  $l$  επιπέδου με τον νευρώνα  $i$  του  $(l-1)$  επιπέδου,  $y_i^{(l-1)}$  το σήμα εξόδου του νευρώνα  $i$  του προηγούμενου επιπέδου και  $p$  ο συνολικός αριθμός των νευρώνων του  $(l-1)$  επιπέδου. Για  $i = 0$  προκύπτει  $y_0 = -1$  και  $w_{j0} = \theta_j$  όπου  $\theta_j$  η τιμή πόλωσης. Έχοντας επιλέξει και στα δύο επίπεδα ως συνάρτηση ενεργοποίησης την τροποποιημένη υπερβολική εφαπτομένη, το σήμα εξόδου του παραπάνω νευρώνα είναι το εξής :

$$y_j^{(l)}(n) = f(u_j^{(l)}(n)) = \tanh(\gamma \cdot u_j^{(l)}(n)) = \frac{e^{\gamma \cdot u_j^{(l)}(n)} - e^{-\gamma \cdot u_j^{(l)}(n)}}{e^{\gamma \cdot u_j^{(l)}(n)} + e^{-\gamma \cdot u_j^{(l)}(n)}} \quad (10.4-7)$$

Με  $\gamma=0,7$ , όπως ήδη έχουμε προαναφέρει.

Αν ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο κρυμμένο επίπεδο, δηλαδή  $l = 1$ , τότε θέτουμε :

$$y_i^{(0)}(n) = x_i(n) \quad \forall i \quad (10.4-8)$$

όπου  $x_i(n)$  το  $i$ -οστό στοιχείο του διανύσματος εισόδου  $\vec{x}(n)$ .

Αν όμως ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο επίπεδο εξόδου –  $L = l = 2$  για την παρούσα περίπτωση-, τότε θα ισχύει :

$$y_j^{(L)}(n) = o_j(n) \quad \forall j \quad (10.4-9)$$

Συνεπώς υπολογίζουμε το σφάλμα εξόδου του νευρώνα  $j$  :

$$e_j(n) = d_j(n) - o_j(n) \quad (10.4-10)$$

όπου  $d_j(n)$  το  $j$ -οστό στοιχείο του επιθυμητού διανύσματος εξόδου  $\vec{d}(n)$  και  $o_j(n)$  το  $j$ -οστό στοιχείο του πραγματικού διανύσματος εξόδου  $\vec{o}(n)$ .

4. Υπολογισμοί αντίστροφης φοράς: Υπολογίζουμε την τοπική κλίση του κάθε νευρώνα θεωρώντας τις δύο παρακάτω περιπτώσεις :

- ♦ Αν ο νευρώνας  $j$  είναι κόμβος εξόδου ( $l=L=2$ ), τότε έχουμε :

$$\delta_j^{(L)}(n) = e_j^{(L)}(n) \cdot f'(u_j^{(L)}(n)) = e_j^{(L)}(n) \cdot \gamma \cdot (1 - \tanh^2(\gamma \cdot u_j^{(L)}(n))) \quad (10.4-11)$$

♦ Αν ο νευρώνας  $j$  ανήκει στο κρυμμένο επίπεδο  $l$  –που εδώ μπορεί να είναι μόνο 1-, τότε θα ισχύει :

$$\delta_j^{(l)}(n) = f'(u_j^{(l)}(n)) \cdot \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) w_{kj}^{(l+1)}(n) = \gamma \cdot (1 - \tanh^2(\gamma \cdot u_j^{(l)}(n))) \cdot \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) w_{kj}^{(l+1)}(n) \quad (10.4-12)$$

Στη συνέχεια προσαρμόζουμε τα βάρη του επιπέδου  $l$  σύμφωνα με τον γνωστό κανόνα  $\delta$  :

$$w_{ji}^{(l)}(n+1) = w_{ji}^{(l)}(n) + \alpha \{w_{ji}^{(l)}(n) - w_{ji}^{(l-1)}(n-1)\} + \eta \delta_j^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \quad (10.4-13)$$

όπου  $\eta$  ο ρυθμός μάθησης και  $\alpha$  ο όρος ορμής, όπως προκύπτουν από τις σχέσεις (10.4-3)&(10.4-4).

5. Εύρεση Σφαλμάτων: Σε αυτό το στάδιο πραγματοποιούμε τους ακόλουθους υπολογισμούς σφαλμάτων για την τρέχουσα εποχή  $n$ :

♦ Εύρεση μέσης τιμής αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $G_{av-training}$  για το σύνολο εκπαίδευσης έχοντας ως  $C$  το σύνολο νευρώνων εξόδου,  $m\_output$  το πλήθος νευρώνων εξόδου και  $N_{training}$  το πλήθος των διανυσμάτων εκπαίδευσης:

$$G_{av-training} = \frac{1}{N_{training}} \sum_{k=1}^{N_{training}} \left( \frac{1}{2} \sum_{j \in C} e_j^2(k) \right) \quad (10.4-14)$$

♦ Εύρεση μέσης τιμής αθροίσματος απόλυτων σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $|G|_{av-training}$  για το σύνολο εκπαίδευσης:

$$|G|_{av-training} = \frac{1}{m\_output \cdot N_{training}} \sum_{k=1}^{N_{training}} \left( \sum_{j \in C} abs(e_j(k)) \right) \quad (10.4-15)$$

♦ Εύρεση μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου  $\max_{\forall j,k} \left( abs(e_j(k)) \right) \Big|_{training}$  για το σύνολο εκπαίδευσης, του διανύσματος  $v_{max\_abs\_tr}$  που εμφανίζεται και της θέσης εξόδου  $i_{max\_abs\_tr}$  εντός του διανύσματος.

♦ Εύρεση μέσης τιμής αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $G_{av-test}$  για το σύνολο ελέγχου έχοντας ως  $N_{test}$  το πλήθος των διανυσμάτων ελέγχου:

$$G_{av-test} = \frac{1}{N_{test}} \sum_{k=1}^{N_{test}} \left( \frac{1}{2} \sum_{j \in C} e_j^2(k) \right) \quad (10.4-16)$$

♦ Εύρεση μέσης τιμής αθροίσματος απόλυτων σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $|G|_{av-test}$  για το σύνολο ελέγχου:

$$|G|_{av-test} = \frac{1}{m\_output \cdot N_{test}} \sum_{k=1}^{N_{test}} \left( \sum_{j \in C} abs(e_j(k)) \right) \quad (10.4-17)$$

♦ Εύρεση μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου  $\max_{\forall j,k} \left( \text{abs}(e_j(k)) \right) \Big|_{\text{test}}$  για το σύνολο ελέγχου, του διανύσματος  $v_{\max\_abs\_test}$  που εμφανίζεται και της θέσης εξόδου  $i_{\max\_abs\_test}$  εντός του διανύσματος.

♦ Εύρεση μέγιστου θετικού σφάλματος των νευρώνων εξόδου  $\max_{\forall j,k} \left( e_j(k) \right) \Big|_{\text{test}}$  για το σύνολο ελέγχου του διανύσματος  $v_{\max\_test}$  που εμφανίζεται και της θέσης εξόδου  $i_{\max\_test}$  εντός του διανύσματος.

♦ Εύρεση μέγιστου αρνητικού σφάλματος των νευρώνων εξόδου  $\min_{\forall j,k} \left( e_j(k) \right) \Big|_{\text{test}}$  για το σύνολο ελέγχου του διανύσματος  $v_{\min\_test}$  που εμφανίζεται και της θέσης εξόδου  $i_{\min\_test}$  εντός του διανύσματος.

Αυτά τα στοιχεία καταγράφονται σε αντίστοιχο αρχείο με το όνομα *ELEG\_epiloghs001.txt* ανά συγκεκριμένο κύκλο εποχών –εδώ έχει ρυθμιστεί ανά 100 εποχές. Η μορφή του αρχείου είναι η ακόλουθη –όλα τα μεγέθη τοποθετούνται διαδοχικά στην ίδια γραμμή που αντιστοιχεί στα αποτελέσματα μίας εποχής:

- το πλήθος εποχών *epochs*,
- η σημαία αρχικοποίησης βαρών με τυχαίους αριθμούς (1, μόνο για πρώτη εποχή, αλλιώς 0, διαφορετικά υπάρχει πρόβλημα στις αρχικοποιήσεις των βαρών),
- ο τρέχων ρυθμός μάθησης  $\eta$ ,
- ο τρέχων ρυθμός ορμής  $\alpha$ ,
- η σημαία λήξης λόγω βαρών (1, όταν έχουν συγκλίνει τα βάρη, όπως θα δούμε σε επόμενο βήμα, διαφορετικά 0),
- η μέση τιμή αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $G_{av\_training}$  για το σύνολο εκπαίδευσης,

• το μέγιστο απόλυτο σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\max_{\forall j,k} \left( \text{abs}(e_j(k)) \right) \Big|_{\text{training}}$  για το σύνολο εκπαίδευσης,

- το αντίστοιχο διάνυσμα  $v_{\max\_abs\_tr}$ ,
- η αντίστοιχη θέση εξόδου  $i_{\max\_abs\_tr}$  εντός του διανύσματος,
- η μέση τιμή αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $G_{av\_test}$  για σύνολο ελέγχου,

• το μέγιστο απόλυτο σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\max_{\forall j,k} \left( \text{abs}(e_j(k)) \right) \Big|_{\text{test}}$  για το σύνολο ελέγχου,

- το αντίστοιχο διάνυσμα  $v_{\max\_abs\_test}$ ,
- η αντίστοιχη θέση εξόδου  $i_{\max\_abs\_test}$  εντός του διανύσματος,
- η μέση τιμή αθροίσματος απόλυτων σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $|G|_{av\_training}$  για σύνολο εκπαίδευσης,

• η μέση τιμή αθροίσματος απόλυτων σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $|G|_{av\_test}$  για σύνολο ελέγχου,

- το μέγιστο αρνητικό σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\min_{\forall j,k} \left( e_j(k) \right) \Big|_{\text{test}}$  για το σύνολο ελέγχου,
- το αντίστοιχο διάνυσμα  $v_{\min\_test}$ ,
- η αντίστοιχη θέση εξόδου  $i_{\min\_test}$  εντός του διανύσματος,

- το μέγιστο θετικό σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\max_{\forall j,k} (e_j(k)) \Big|_{test}$  για το σύνολο ελέγχου,
- το αντίστοιχο διάνυσμα  $v_{max\_test}$ ,
- η αντίστοιχη θέση εξόδου  $i_{max\_test}$  εντός του διανύσματος.

6. *Επανάληψη*: Εδώ επαναλαμβάνουμε όλους τους παραπάνω υπολογισμούς για νέες εποχές προτύπων, ώσπου οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου, δηλαδή τα βάρη, να σταθεροποιηθούν και να μην ξεπεραστεί ο μέγιστος αριθμός εποχών. Συγκεκριμένα για να εκτελεστεί μία νέα εποχή και να μεταβούμε στο βήμα 2, πρέπει να ισχύουν ότι:

- ♦ ως προς πλήθος εποχών:

$$max\_eran \geq epochs \quad (10.4-18)$$

- ♦ ως προς τα βάρη και τις πολώσεις όλων των επιπέδων:

$$\left| w_{ji}^{(l)} - w_{ji}^{(l-old)} \right| > limit \text{ για κάποιο εκ των } i, j, l \quad (10.4-19)$$

Αν δεν ισχύει κάποιο από τα κριτήρια, μεταβαίνουμε στο επόμενο βήμα.

7. *Υπολογισμός τελικών σφαλμάτων και συντελεστών προσαρμογής*: Στο τελευταίο αυτό στάδιο καταγράφουμε τα τελικά σφάλματα και τις τελικές παραμέτρους του βήματος εύρεσης σφάλματος στο αρχείο με το όνομα *ELEG\_epiloghs001.txt* με τη μορφή που έχουμε προαναφέρει.

Υπολογίζουμε τον συντελεστή προσαρμογής για το σύνολο εκπαίδευσης μέσω της σχέσης ανά μεταβλητή διανύσματος εξόδου  $j$ :

$$R^2_{training-j} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{training}} (\hat{y}_{j,k} - \bar{y}_j)^2}{\sum_{k=1}^{N_{training}} (y_{j,k} - \bar{y}_j)^2} \quad (10.4-20)$$

Όπου  $\bar{y}_j$  είναι η μέση τιμή των πραγματικών τιμών εξόδου  $y_j$  για το σύνολο εκπαίδευσης, ενώ  $\hat{y}_j$  είναι οι αντίστοιχες εκτιμούμενες για τη μεταβλητή εξόδου  $j$ .

Ομοίως υπολογίζουμε τον συντελεστή προσαρμογής για το σύνολο ελέγχου μέσω της σχέσης ανά μεταβλητή διανύσματος εξόδου  $j$ :

$$R^2_{test-j} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{test}} (\hat{y}'_{j,k} - \bar{y}'_j)^2}{\sum_{k=1}^{N_{test}} (y'_{j,k} - \bar{y}'_j)^2} \quad (10.4-21)$$

Όπου  $\bar{y}'_j$  είναι η μέση τιμή των πραγματικών τιμών εξόδου  $y'_j$  για το σύνολο ελέγχου, ενώ  $\hat{y}'_j$  είναι οι αντίστοιχες εκτιμούμενες για τη μεταβλητή εξόδου  $j$ .

Στη συνέχεια καταγράφουμε στο αρχείο *ELEG\_BARWN&SYNG001.txt* τα τελικά αποτελέσματα που περιλαμβάνουν τα εξής ανά γραμμή (κάθε γραμμή αντιστοιχεί και σε ένα διαφορετικό σενάριο ως προς τους νευρώνες, τις παραμέτρους ορμής και μάθησης):

- τη σημαία συνάρτησης ενεργοποίησης επιπέδου εισόδου -1 για λογιστική συνάρτηση, 2 για τροποποιημένη υπερβολική εφαπτομένη,
- τη σημαία συνάρτησης ενεργοποίησης κρυμμένου επιπέδου-1 για λογιστική συνάρτηση, 2 για τροποποιημένη υπερβολική εφαπτομένη,
- την αρχική τιμή εκκίνησης του σταθερού όρου του ρυθμού ορμής  $\alpha_0$ ,

- την χρονική παράμετρος του ρυθμού ορμής  $T_{\alpha-0}$ ,
- την αρχική τιμή εκκίνησης του σταθερού όρου του ρυθμού μάθησης  $\eta_0$ ,
- την χρονική παράμετρος του ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0}$ ,
- το πλήθος νευρώνων,
- το τελικό πλήθος εποχών, όπου σταμάτησε η διαδικασία σύγκλισης είτε λόγω φραγμού εποχών, είτε λόγω σύγκλισης βαρών,
  - τη μέση τιμή αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $G_{av-training}$  για το σύνολο εκπαίδευσης,
  - το μέγιστο απόλυτο σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\max\left(\left|abs(e_j(k))\right|\right)_{training}$  για το σύνολο εκπαίδευσης,
  - τη μέση τιμή αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $G_{av-test}$  για σύνολο ελέγχου,
  - το μέγιστο απόλυτο σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\max\left(\left|abs(e_j(k))\right|\right)_{test}$  για το σύνολο ελέγχου,
  - τη μέση τιμή αθροίσματος απόλυτων σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $|G|_{av-training}$  για σύνολο εκπαίδευσης,
  - τη μέση τιμή αθροίσματος απόλυτων σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου  $|G|_{av-test}$  για σύνολο ελέγχου,
  - το μέγιστο αρνητικό σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\min\left(e_j(k)\right)_{test}$  για το σύνολο ελέγχου,
  - το μέγιστο θετικό σφάλμα των νευρώνων εξόδου  $\max\left(e_j(k)\right)_{test}$  για το σύνολο ελέγχου.
  - τον αύξοντα αριθμό της μεταβλητής εξόδου  $j$ ,
  - τον συντελεστή προσαρμογής  $R^2_{training-j}$  μεταξύ των υπολογιζόμενων και των επιθυμητών τιμών της μεταβλητής εξόδου για το σύνολο εκπαίδευσης,
  - τον συντελεστή προσαρμογής  $R^2_{test-j}$  μεταξύ των υπολογιζόμενων και των επιθυμητών τιμών της μεταβλητής εξόδου για το σύνολο ελέγχου.

Η τελευταία τριάδα επαναλαμβάνεται όσες είναι και οι μεταβλητές εξόδου.

Με βάση αυτό το αρχείο θα πραγματοποιηθεί η ποιοτική και ποσοτική σύγκριση των διαφόρων σεναρίων που θα εκτελέσουμε.

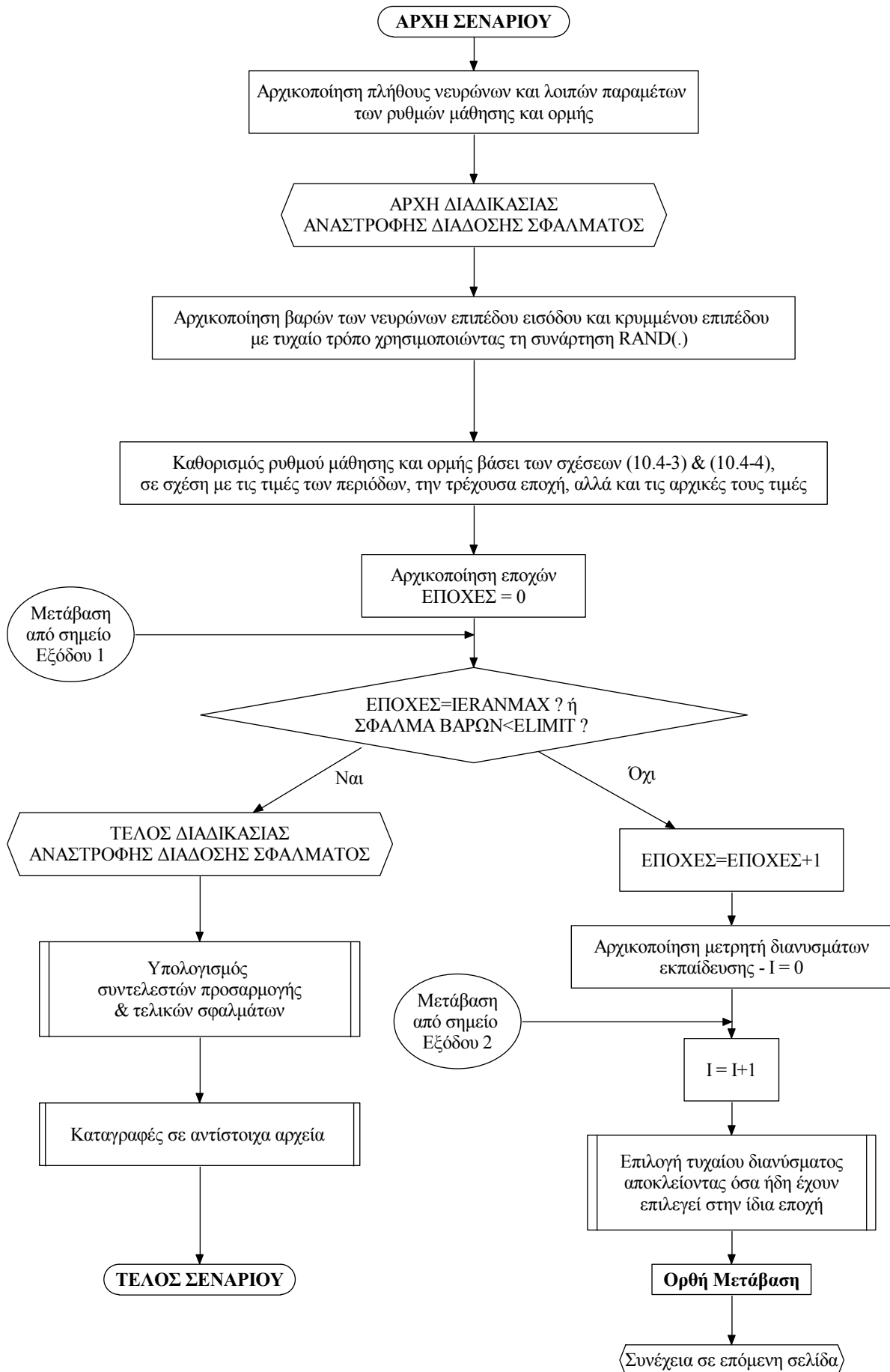
Στο αρχείο *ELEG\_ejodou001.txt* καταγράφουμε τα ζεύγη της εκτιμώμενης και της πραγματικής τιμής εξόδου για όλα τα διανύσματα τόσο του συνόλου της εκπαίδευσης, όσο και του ελέγχου. Επίσης στο πέρας κάθε τέτοιας καταγραφής εκτυπώνουμε και την αντίστοιχη γραμμή τελικών αποτελεσμάτων που περιγράψαμε προηγουμένως.

Μετά το πέρας αυτών των εκτελέσεων προχωρούμε σε κλείσιμο του αρχείου και λήξη του προγράμματος.

Προς κατανόηση των όσων αναφέραμε παρουσιάζουμε τον βασικό πυρήνα του αλγορίθμου της ανάστροφης διάδοσης σφάλματος στο σχήμα 10.4-3.

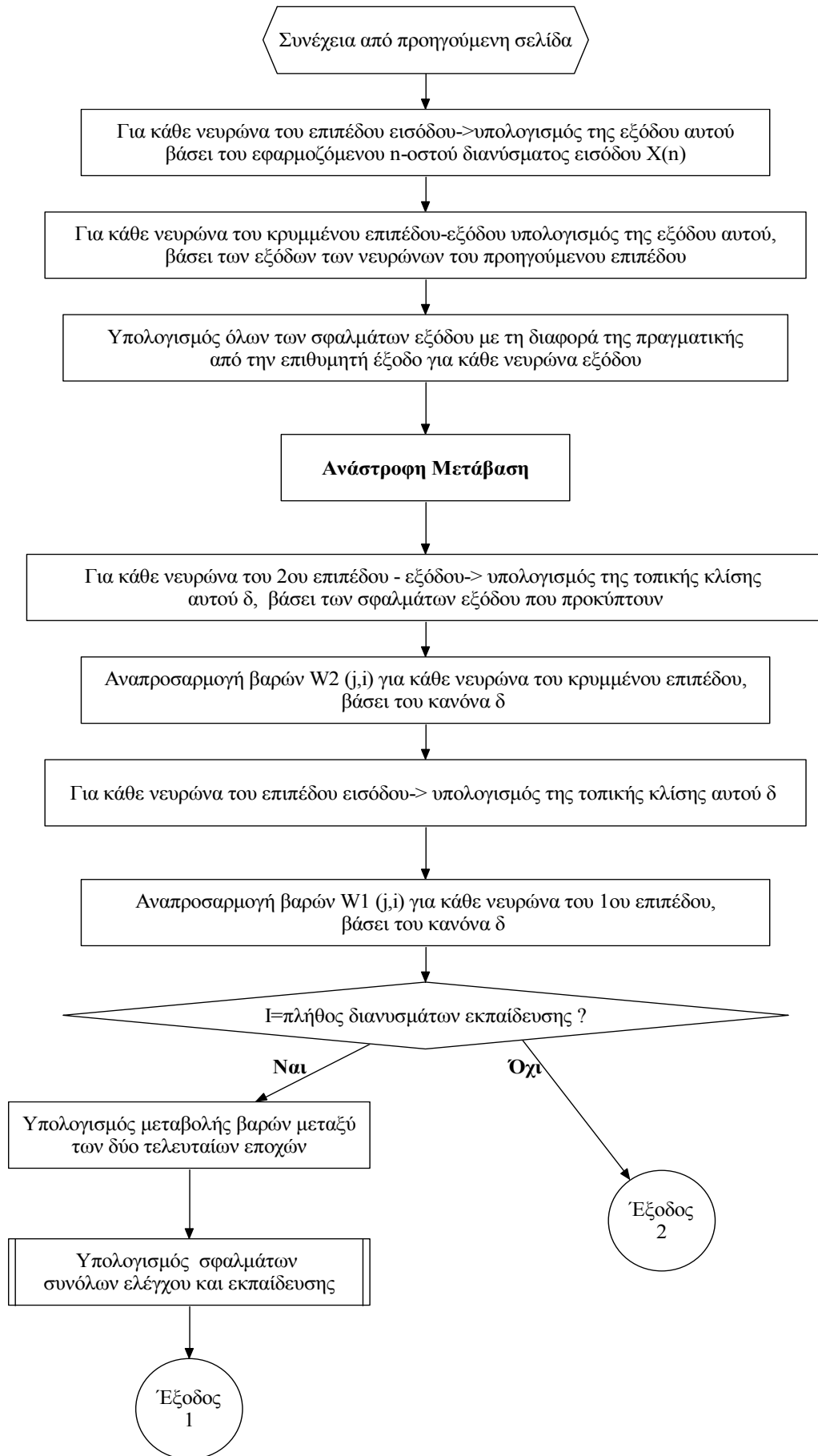
Τέλος επισημαίνουμε ότι δεν προχωρήσαμε στη χρήση κριτηρίων, όπως του μέσου απόλυτου εκατοστιαίου σφάλματος (mean absolute percentage error-MAPE) λόγω του ότι η έξοδος μας - μετακινήσεις- μπορεί να λάβει πολύ μικρές τιμές (κοντά στο 0) και να μας οδηγήσει σε υπερβολικά μεγέθη:

$$MAPE_j = \frac{1}{N_{name}} \cdot \sum_{k=1}^{N_{name}} \left| \frac{\hat{y}_{j,k} - y_{j,k}}{y_{j,k}} \right| \cdot 100\%, \text{ όπου } name = test \text{ ή } training \quad (10.4-22)$$



Σχήμα 10.4-3α: Πυρήνας Αλγορίθμου Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος





Σχήμα 10.4-3β: Πυρήνας Αλγορίθμου Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος

### 10.4.5 Πραγματοποίηση εκτέλεσης του προγράμματος

Κατά την πραγματοποίηση της εκτέλεσης του προγράμματος θα μας ζητηθούν τα τρία αρχεία: το ελέγχου, του συνόλου εκπαίδευσης και του συνόλου ελέγχου. Η διαμόρφωσή τους έχει περιγραφεί σε προηγούμενη παράγραφο. Από εκεί και πέρα ο χρήστης περιμένει την εκτέλεση του προγράμματος. Η διάρκειά του επηρεάζεται κυρίως από το πλήθος των σεναρίων και το πλήθος των διανυσμάτων συνόλου εκπαίδευσης και λιγότερο από το πλήθος του συνόλου ελέγχου λόγω λιγότερων πράξεων στις οποίες εμπλέκεται.

Παρουσιάζουμε μία τυπική μορφή της εκτέλεσης στο σχήμα 10.4-4.

```

D:\George\CIVIL\d_DIPLWMA TKI\TND_001_f\Debug\TND01f.exe
ENTER check FILE NAME (only 8 characters):
where first line-> numbers of input and ouput variables per vector
second line -> the minimum for regularization of all variabes
third line -> the maximum for regularization of all variabes
forth line -> the minimum -maximum - step between them number of neurons
fifth line -> the minimum -maximum - real step between them const term of
momentum <-> the minimum -maximum -step between them -
multiplication factor for period term of momentum
sixth line -> the minimum -maximum - real step between them const term of
training <-> the minimum -maximum -step between them -
multiplication factor for period term of training
seventh line -> number of iterations
eighth line -> number of tolerance for differences of weight between epochs
check
ENTER INPUT TRAINING FILE NAME (only 8 characters):
edafgt
PLATHOS STOIKEIWN : 528
ENTER INPUT TEST FILE NAME (only 8 characters):
edafgay
PLATHOS STOIKEIWN : 1947

```

Σχήμα 10.4-4: Τυπική Μορφή Εκτέλεσης Προγράμματος ΤΝΔ

## 10.5 Εφαρμογές προς Εξέταση στα πλαίσια της Εργασίας

Στα επόμενα κεφάλαια θα εφαρμόσουμε το πρόγραμμά μας στις παρακάτω περιπτώσεις:

- στην εκτίμηση των μετακινήσεων μετώπου ή καθρέπτη,
- στην εκτίμηση των μετακινήσεων παρειάς ή τοιχώματος,
- στην εκτίμηση των μετακινήσεων κλείδας ή οροφής,
- στην εκτίμηση των μετακινήσεων μετώπου ή καθρέπτη με μειωμένες είτε τις μεταβλητές εισόδου, είτε αφαιρώντας κάποια συγκεκριμένα είδη διανυσμάτων, ώστε να διαπιστώσουμε την ευαισθησία του.

## Κεφάλαιο 11

### **Εκτίμηση Μετακινήσεων Μετώπου κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων**

#### **11.1 Γενικά**

Το πρώτο θέμα που θα αντιμετωπίσουμε είναι η εκτίμηση των μετακινήσεων του μετώπου κατά τη διάνοιξη της σήραγγας.

Από το πρόγραμμα των πεπερασμένων διαφορών προέκυψαν μετακινήσεις από 152 mm προς την εσωτερική πλευρά του μετώπου –εκεί που ήδη έχει εκσκαφτεί και προσημαίνονται αρνητικά- ως 0,1 mm μετακίνηση προς την πλευρά του μετώπου που εκσκάπτεται –με θετική προσήμανση. Η τελευταία τιμή ουσιαστικά είναι μηδενική και προκύπτει λόγω αριθμητικής προσέγγισης της μεθόδου των πεπερασμένων.

Εδώ εφαρμόστηκε η μέθοδος των πολυεπίπεδων νευρωνικών δικτύων τύπου *perceptron* με ένα κρυμμένο επίπεδο, όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 10. Η εξέταση των προβλημάτων έγινε με τον εξής τρόπο: αρχικά με το πρόγραμμα επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου δημιουργήσαμε διάφορα σύνολα διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου, από 10% των συνολικών στοιχείων να ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 90% στο σύνολο ελέγχου, ως το αντίστοιχο ποσοστό να είναι 90% - 10%. Αυτή η διαδικασία έγινε με βήμα μεταβολής 10%. Το σύνολο των διανυσμάτων ήταν 2475. Από τον διαχωρισμό παρατηρήσαμε ότι δεν ήταν πάντα ακριβής ως προς τα ποσοστά και ήταν δυνατό να υπάρξει μία απόκλιση τιμών  $\pm 1\%$ . Η δε επιλογή των διανυσμάτων γινόταν με τυχαίο τρόπο.

Μετά τη διαμόρφωση των συνόλων εκτελέσαμε για κάθε περίπτωση μεταβολή νευρώνων από 2 ως 15, ώστε να διαπιστώσουμε την επίδραση των νευρώνων. Σε αυτήν την περίπτωση θεωρήσαμε ότι οι όροι ορμής και μάθησης είναι προκαθορισμένοι –μετά από μερικές προκαταρτικές εκτελέσεις. Οι τιμές που λήφθηκαν ήταν  $\alpha_0=0,6$ ,  $T_{\alpha-0}=1000$ ,  $\eta_0=0,6$  και  $T_{\eta-0}=1000$ .

Έπειτα για το πλήθος νευρώνων όπου παρατηρήθηκαν οι καλύτερες τιμές συντελεστών προσαρμογής ή μέσω των απόλυτων τιμών σφαλμάτων προχωρήσαμε στην παγίωση του αριθμού των νευρώνων και του ρυθμού μάθησης –στις τιμές  $\eta_0=0,6$ ,  $T_{\eta-0}=1000$ - και μετακινήσαμε τον όρο ορμής μεταξύ των τιμών  $\alpha_0=0,1$  ως 0,9 με βήμα 0,1,  $T_{\alpha-0}=500$  ως 3000 με βήμα 500.

Τέλος για το πλήθος νευρώνων και τις παραμέτρους του όρου ορμής όπου παρατηρήθηκαν οι καλύτερες τιμές συντελεστών προσαρμογής ή μέσω των απόλυτων τιμών σφαλμάτων προχωρήσαμε στην παγίωση των αντίστοιχων τιμών και ρυθμίσαμε τον ρυθμό μάθησης μεταξύ των τιμών  $\eta_0=0,1$  ως 0,9 με βήμα 0,1,  $T_{\eta-0}=500$  ως 3000 με βήμα 500. Με αυτόν τον αρκετά συστηματικό τρόπο –αν

και όχι βέλτιστο- προχωρήσαμε στη ρύθμιση των παραμέτρων του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, ώστε να προσδιορίσουμε μία όσο το δυνατό καλύτερη λύση.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε την ακόλουθη ανάλυση μέσω πινάκων και γραφικών παραστάσεων, όπως μεταξύ:

- μέση τιμή των τετραγωνικών σφαλμάτων των μετακινήσεων μετώπου - εποχών για σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- μέσης απόλυτης τιμής σφάλματος μετακίνησης μετώπου - εποχών για σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- μέσης απόλυτης τιμής σφάλματος μετακίνησης μετώπου -  $\eta_0 - T_{\eta-0}$  (παράμετροι όρου ορμής) για σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- μέσης απόλυτης τιμής σφάλματος μετακίνησης μετώπου -  $\alpha_0 - T_{\alpha-0}$  (παράμετροι ρυθμού μάθησης) για σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- συντελεστή προσαρμογής  $R^2 - \eta_0 - T_{\eta-0}$  για σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- συντελεστή προσαρμογής  $R^2 - \alpha_0 - T_{\alpha-0}$  για σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- εκτιμώμενης μετακίνησης - πραγματικής σε διαγράμματα για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,
- μέγιστα θετικά και αρνητικά σφάλματα μετακίνησης για το σύνολο ελέγχου.

## 11.2 Μία Τυπική Εκτέλεση του Αλγορίθμου ΤΝΔ για τις Μετακινήσεις Μετώπου

Έχοντας ορίσει ένα τυπικό σενάριο συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου προχωρήσαμε στην εκτέλεση της μεθόδου που αναπτύξαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Για την περίπτωση που έχουμε ως σύνολο εκπαίδευσης το 20% του συνολικού πληθυσμού και ως σύνολο ελέγχου το υπόλοιπο 80%, προέκυψε με την εφαρμογή του προγράμματος επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης-ελέγχου ότι τα αντίστοιχα σύνολα απαρτίζονται από 528 και 1947 διανύσματα.

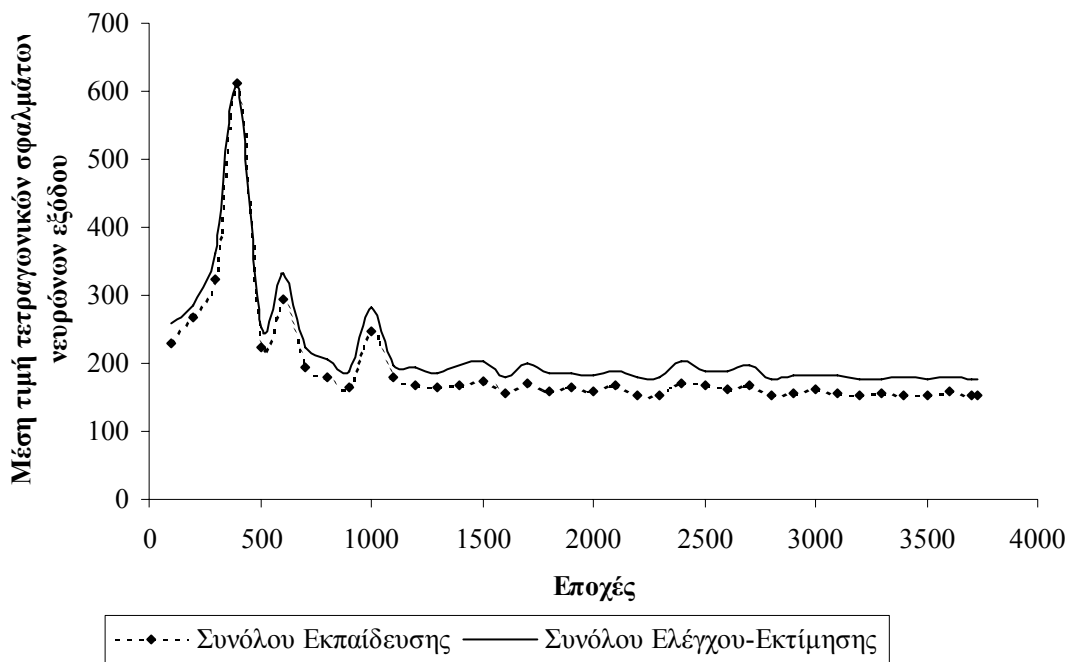
Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες ενδεικτικές τιμές:

- πλήθος νευρώνων 8,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

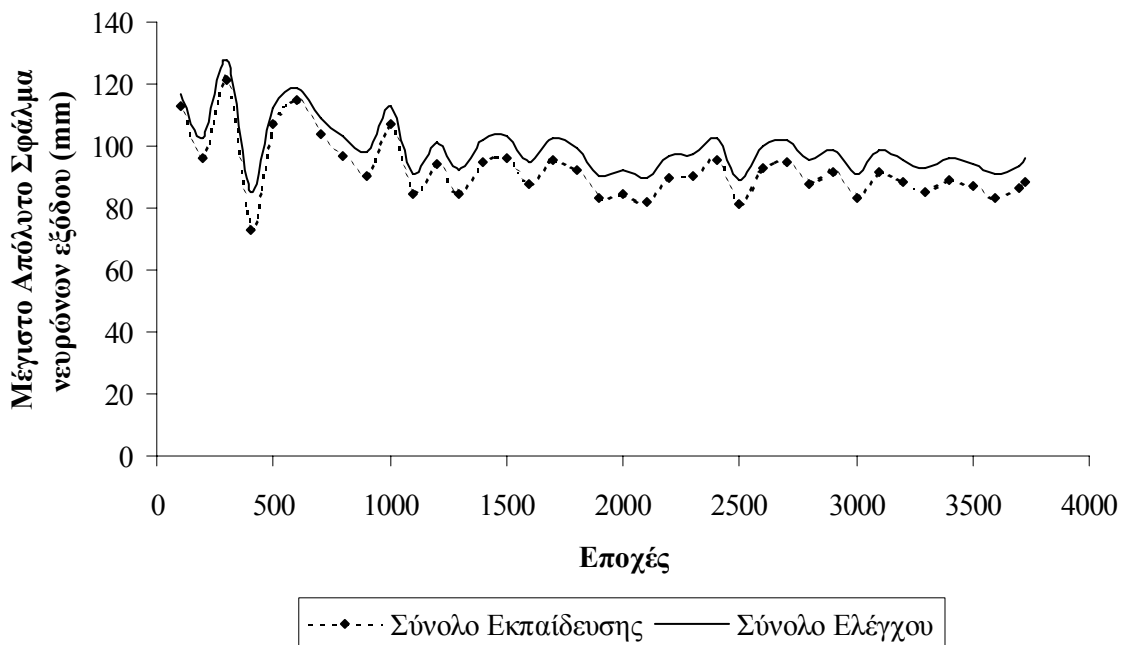
Αν παρατηρήσουμε τη γραφική παράσταση της μέσης τιμής του αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου τόσο για το σύνολο εκπαίδευσης, όσο και για το σύνολο ελέγχου, θα προκύψει μία έντονη διακύμανση στις πρώτες εποχές καταλήγοντας ουσιαστικά σε σταθεροποίηση των αντίστοιχων τιμών μετά από 3000 εποχές (βλ. σχήμα 11.2-1).

Στην περίπτωση του μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις μετώπου ως προς τα αντίστοιχα σύνολα παρουσιάζεται ίδια συμπεριφορά, μόνο που είναι πιο έντονες οι μεταβολές (βλ. σχήμα 11.2-2).

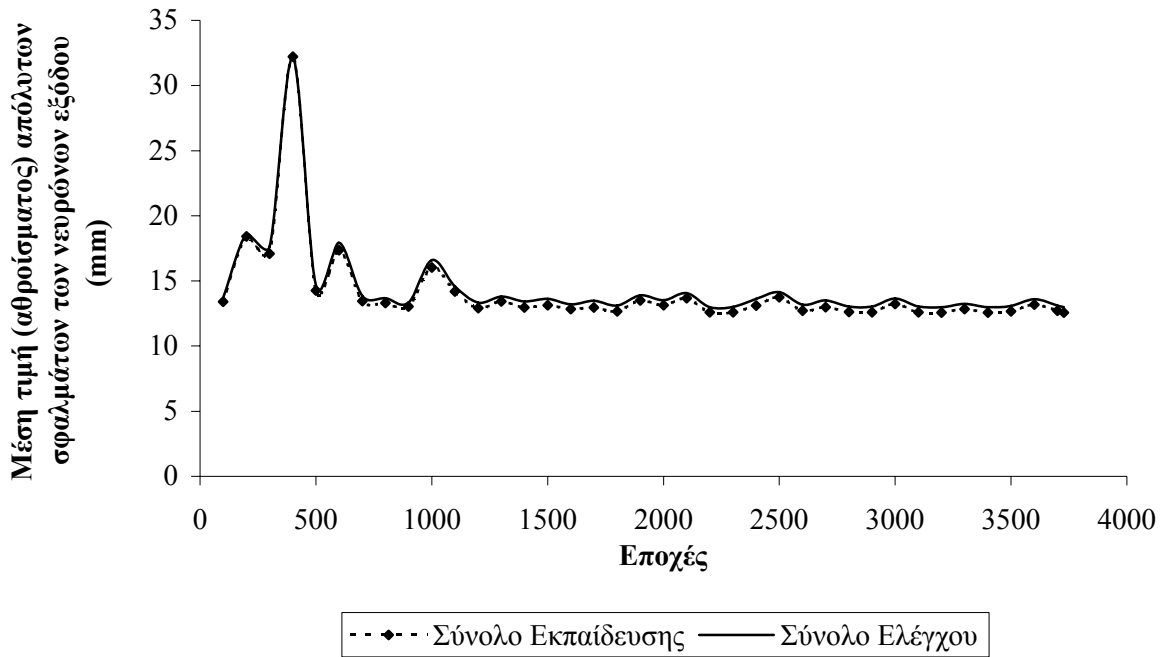
Ως προς τη μέση τιμή (αθροίσματος) απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις μετώπου ως προς τα αντίστοιχα σύνολα προκύπτει όμοια συμπεριφορά με της μέσης τιμής αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου (βλ. σχήμα 11.2-3). Σημειώνουμε ότι η ύπαρξη μίας εξόδου οδηγεί αυτήν την τιμή να αποτελεί ουσιαστικά τη μέση τιμή απόλυτου σφάλματος της μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη της σήραγγας.



**Σχήμα 11.2-1:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής του αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου για μετακινήσεις μετώπου ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



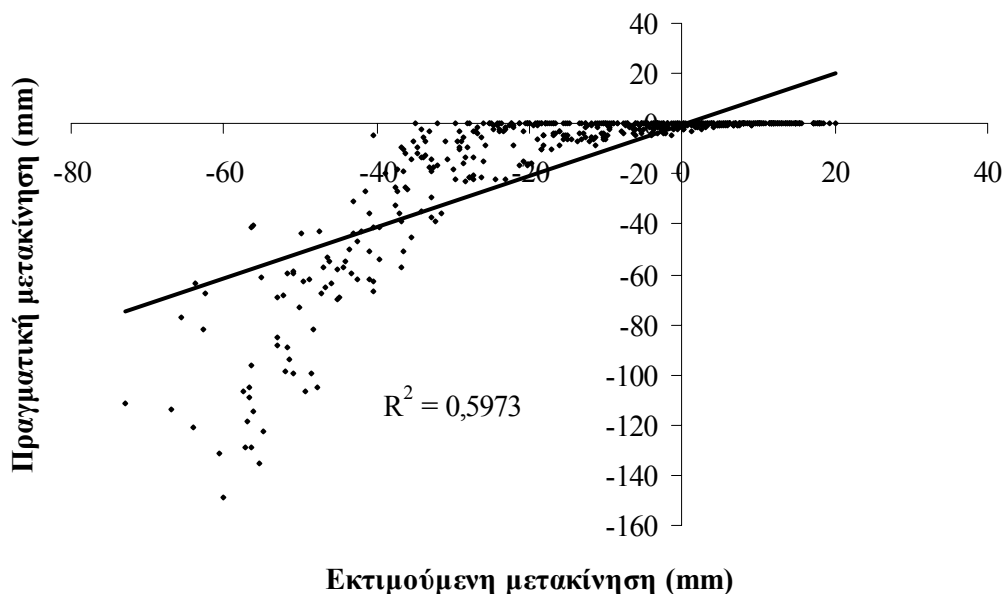
**Σχήμα 11.2-2:** Γραφική παράσταση μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις μετώπου ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



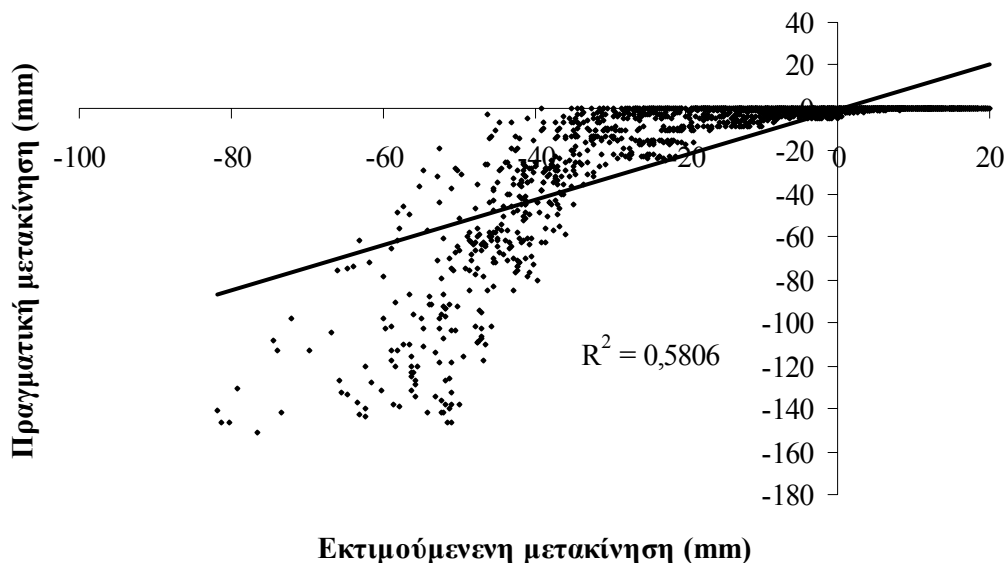
**Σχήμα 11.2-3:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής (αθροίσματος) απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου (mm) για μετακινήσεις μετώπου ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης & ελέγχου  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

Από τις δύο τελευταίες γραφικές παραστάσεις προκύπτει ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος είναι 12,6 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και 13,0 mm για το σύνολο ελέγχου, ενώ τα αντίστοιχα μέγιστα κατά απόλυτη τιμή σφάλματα είναι 88 και 99 mm αντίστοιχα.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τα δύο διαγράμματα εκτιμώμενης μετακίνησης – πραγματικής μετακίνησης για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου.



**Σχήμα 11.2-4:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις μετώπου ως προς το σύνολο εκπαίδευσης  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 11.2-5:** Γραφική παράσταση εκτιμούμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις μετώπου ως προς το σύνολο ελέγχου

TNA: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

Ο συντελεστής προσαρμογής είναι 0,60 για το σύνολο εκπαίδευσης και 0,58 για το σύνολο ελέγχου. Ως μέγεθος δεν είναι αρκετά ικανοποιητικό. Γι' αυτό αρχίζουμε από εδώ και πέρα την εφαρμογή μίας στοιχειώδους διαδικασίας βελτιστοποίησης του μοντέλου μας.

### 11.3 Επίδραση Νευρώνων στο μοντέλο TNA εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου

Αρχικά με το πρόγραμμα επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου δημιουργήσαμε διάφορα σύνολα διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου, από 10% των συνολικών στοιχείων να ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 90% στο σύνολο ελέγχου, ως το αντίστοιχο ποσοστό να είναι 90% - 10% με βήμα μεταβολής 10%. Λόγω μη τελειότητας της συνάρτησης τυχαίων αριθμών ομοιόμορφης πιθανοτικής κατανομής της Fortran τα επιλεγόμενα διανύσματα ήταν δυνατό να έχουν μία απόκλιση τιμών  $\pm 1\%$  σε σχέση με τα επιθυμητά.

Σενάρια	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης	Ποσοστό συνόλου ελέγχου	Διανύσματα συνόλου εκπαίδευσης	Διανύσματα συνόλου ελέγχου
1	10%	90%	266	2209
2	20%	80%	528	1947
3	30%	70%	781	1694
4	40%	60%	1030	1445
5	50%	50%	1262	1213
6	60%	40%	1498	977
7	70%	30%	1749	726
8	80%	20%	2002	473
9	90%	10%	2247	228

**Πίνακας 11.3-1:** Πλήθος διανυσμάτων συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου για τον πληθυσμό των 2475 διανυσμάτων μετακινήσεων καθρέπτη

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες τιμές:

- πλήθος νευρώνων από 2 ως 15 με βήμα 1,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 14 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 9 φορές –για τους εννιά διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου.

Αρχικά παρατηρήσαμε τα αποτελέσματα ως προς τη μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου, τόσο αριθμητικά, όσο και μέσω γραφικών παραστάσεων για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Από τις γραφικές παραστάσεις των σχημάτων 11.3-1 & 11.3-2 παρατηρούμε ότι υπάρχουν περιοχές νευρώνων στις οποίες η συμπεριφορά του δικτύου ως προς την απόλυτη τιμή σφάλματος μετακίνησης μετώπου γενικά σταθεροποιείται είτε πρόκειται για το σύνολο ελέγχου, είτε για το σύνολο εκπαίδευσης.

Π.χ. για την περίπτωση των σεναρίων 5 και 8 κατά το σχήμα 11.3-1 παρατηρούμε ελάχιστα στις περιοχές νευρώνων 6 με 8, ενώ για μεγαλύτερες τιμές νευρώνων παρατηρείται αύξηση των τιμών σφάλματος. Αντίστοιχα για το σενάριο 2 στην περιοχή των 4, 12 και 14 νευρώνων, ενώ σταθεροποίηση τιμών μεταξύ των 5 και 10 νευρώνων. Παράλληλα βλέπουμε ότι η συμπεριφορά των συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου είναι πανομοιότυπη. Κατά κύριο λόγο η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου για το σύνολο ελέγχου είναι κατά τι μεγαλύτερη από της εκπαίδευσης, γύρω στο 0,5 mm και όσο αυξάνεται το σύνολο εκπαίδευσης, τόσο αμβλύνεται η διαφορά. Από τα συνολικά διαγράμματα 11.3-2 ως 11.3-4 μπορούμε να φτιάξουμε ΤΝΔ με σφάλμα της τάξης των 9 mm. Γενικά εύκολα για τα σεναρία 1 ως 4 λαμβάνουμε σφάλματα κατά τον προσδιορισμό των μετακινήσεων που φτάνουν τα 8,6 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και τα 9,3 mm για το σύνολο ελέγχου. Δηλαδή χρησιμοποιώντας για εκπαίδευση το 10% με 40% του πληθυσμού των διανυσμάτων, μπορούμε να εκτιμήσουμε αρκετά ικανοποιητικά τη μετακίνηση του μετώπου. Από τις τρισδιάστατες γραφικές παραστάσεις έχουμε μία εικόνα της γενικής συμπεριφοράς των διαφόρων σεναρίων.

Βλέποντας και τις παραστάσεις του συντελεστή προσαρμογής για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου παρατηρούμε πανομοιότυπη συμπεριφορά (βλ. 11.3-5 και 11.3-6). Ο συντελεστής προσαρμογής για τα σεναρία 1 ως 4 στις αντίστοιχες περιοχές νευρώνων κυμαίνονται μεταξύ του 0,65 και 0,74 και για τα δύο σύνολα.

Παρατηρούμε επίσης ότι ο συντελεστής προσαρμογής αυξάνεται και φτάνει και τις τιμές του 80% για μεγάλα ποσοστά εκπαίδευσης επί του συνόλου διανυσμάτων (70% με 80%), ενώ από πλευράς μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος υπάρχει μία μικρή μείωση κατά 0,5 mm για το σύνολο ελέγχου, δηλαδή κυμαίνονται και για τα δύο σύνολα κοντά στα 8,6 mm.

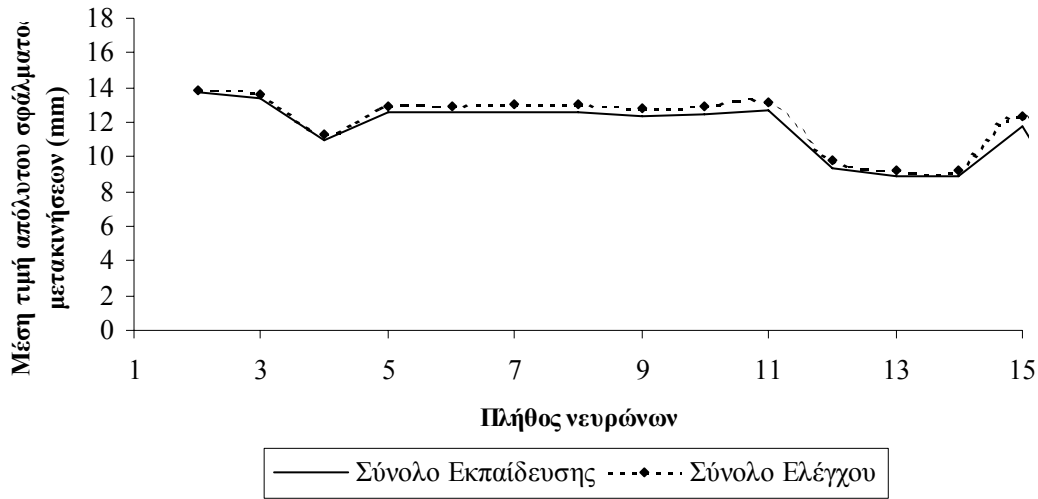
Βέβαια υπάρχουν και ορισμένα ελάχιστα, τα οποία θα εξετάσουμε στη συνέχεια εκτενέστερα ως προς τη συμπεριφορά τους ως προς τις άλλες παραμέτρους του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

Επισημαίνουμε ακόμη ότι οι εποχές που χρειάζεται για να συγκλίνει ο αλγόριθμος είναι περισσότερες από 7000 για περισσότερους από 10 νευρώνες.

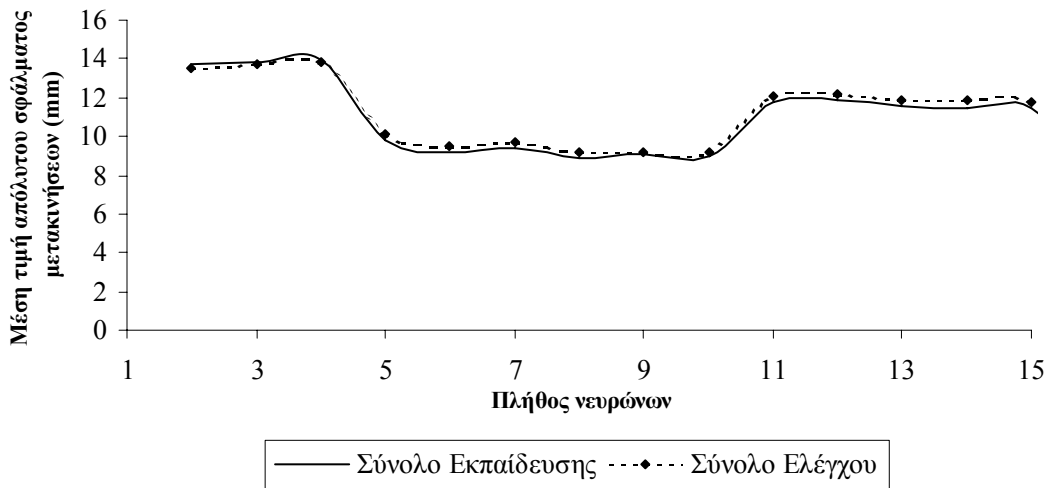
Πάντως σε κάθε περίπτωση η χωρίς μέτρο αύξηση του πλήθους των νευρώνων και του μεγέθους του συνόλου εκπαίδευσης δεν εξασφαλίζουν, όπως είδαμε τα καλύτερα αποτελέσματα.

Τέλος σημειώνουμε ότι η διάρκεια εκτέλεσης των σεναρίων κράτησε από 8 μέχρι 13 ώρες (ταχύτητα 1,7 GHz, μνήμη 256 MB)–όσο αυξανόταν το σύνολο εκπαίδευσης, τόσο αυξανόταν και ο χρόνος εκτέλεσης. Βέβαια ο τελευταίος επηρεάζεται αρκετά από το αν ο υπολογιστής εκτελεί και κάποιες άλλες εργασίες ταυτόχρονα, όπως επίσης και από την ταχύτητα του υπολογιστή.

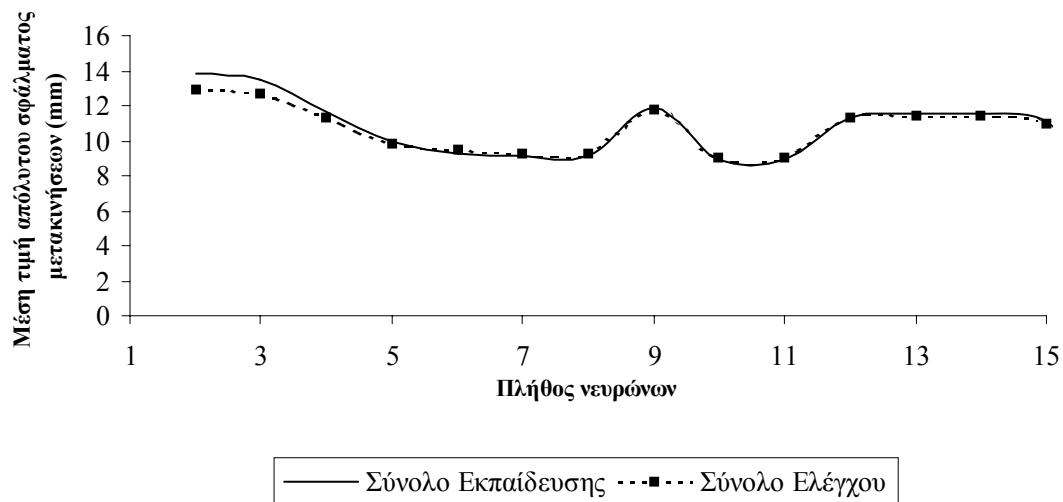




(α) ως προς σενάριο 2

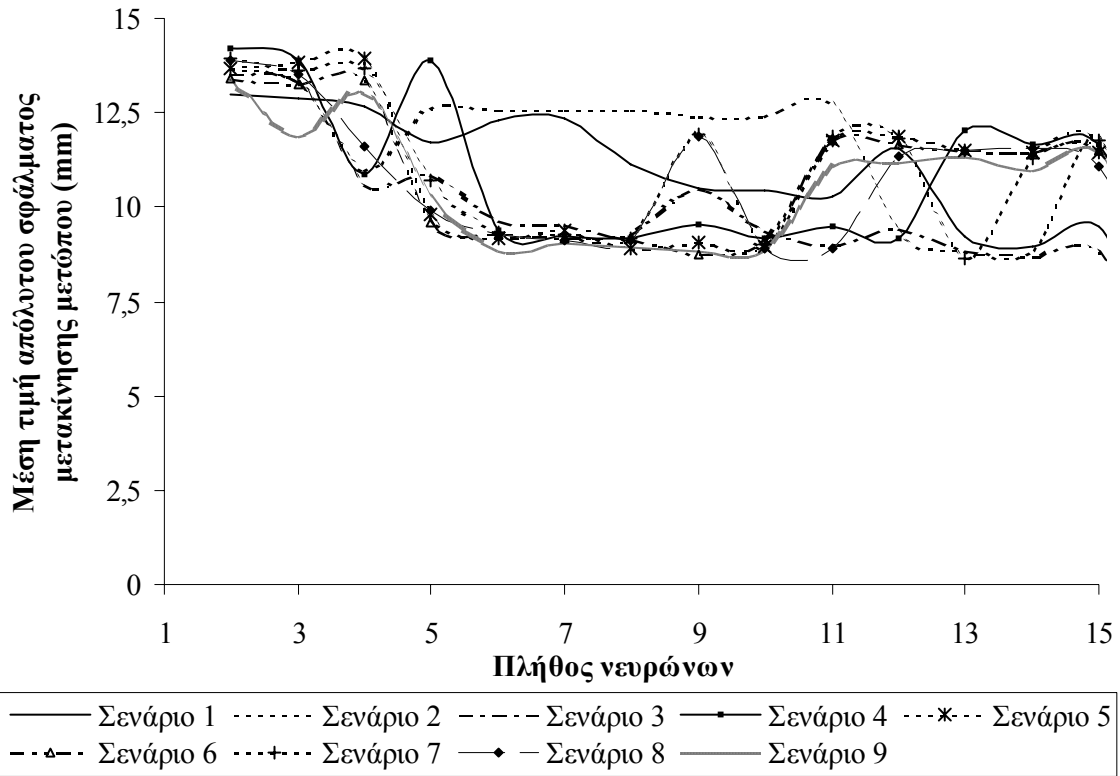


(β) ως προς σενάριο 5

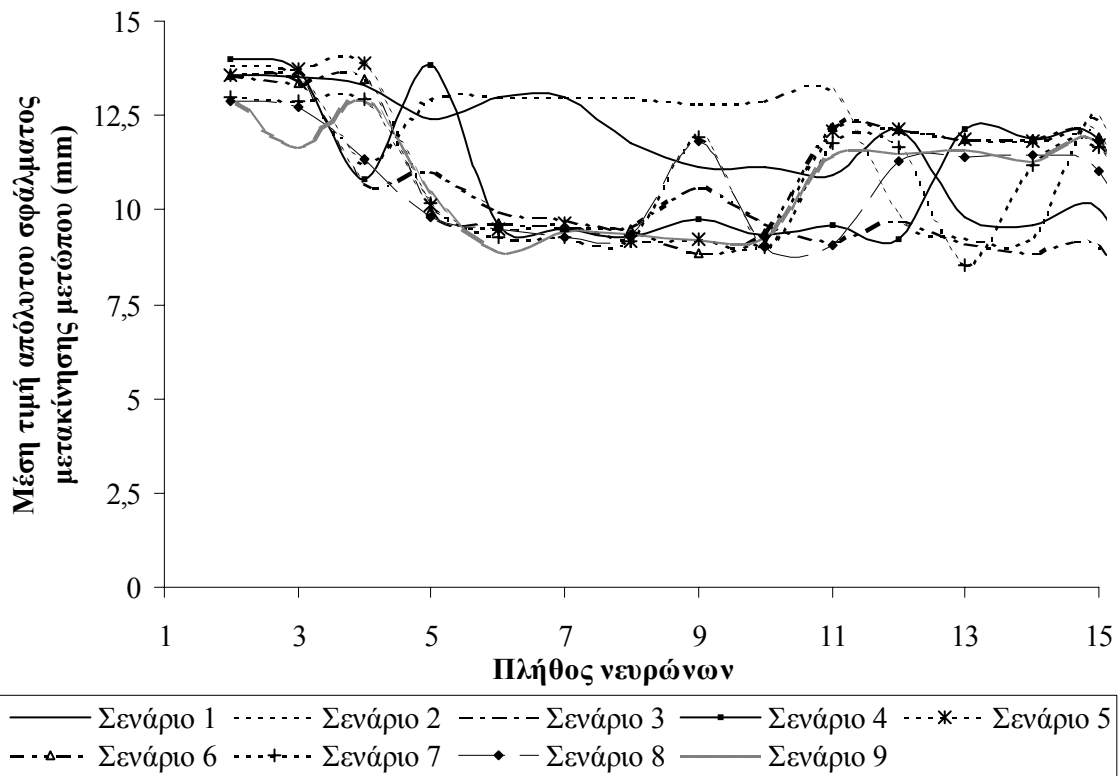


(γ) ως προς σενάριο 8

**Σχήμα 11.3-1:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων μετώπου σε mm ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης & ελέγχου για τα σενάρια 2 (α) , 5 (β) και 8 (γ) κατά τον πίνακα 11.3-1 --- ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) ως προς σύνολο εκπαίδευσης



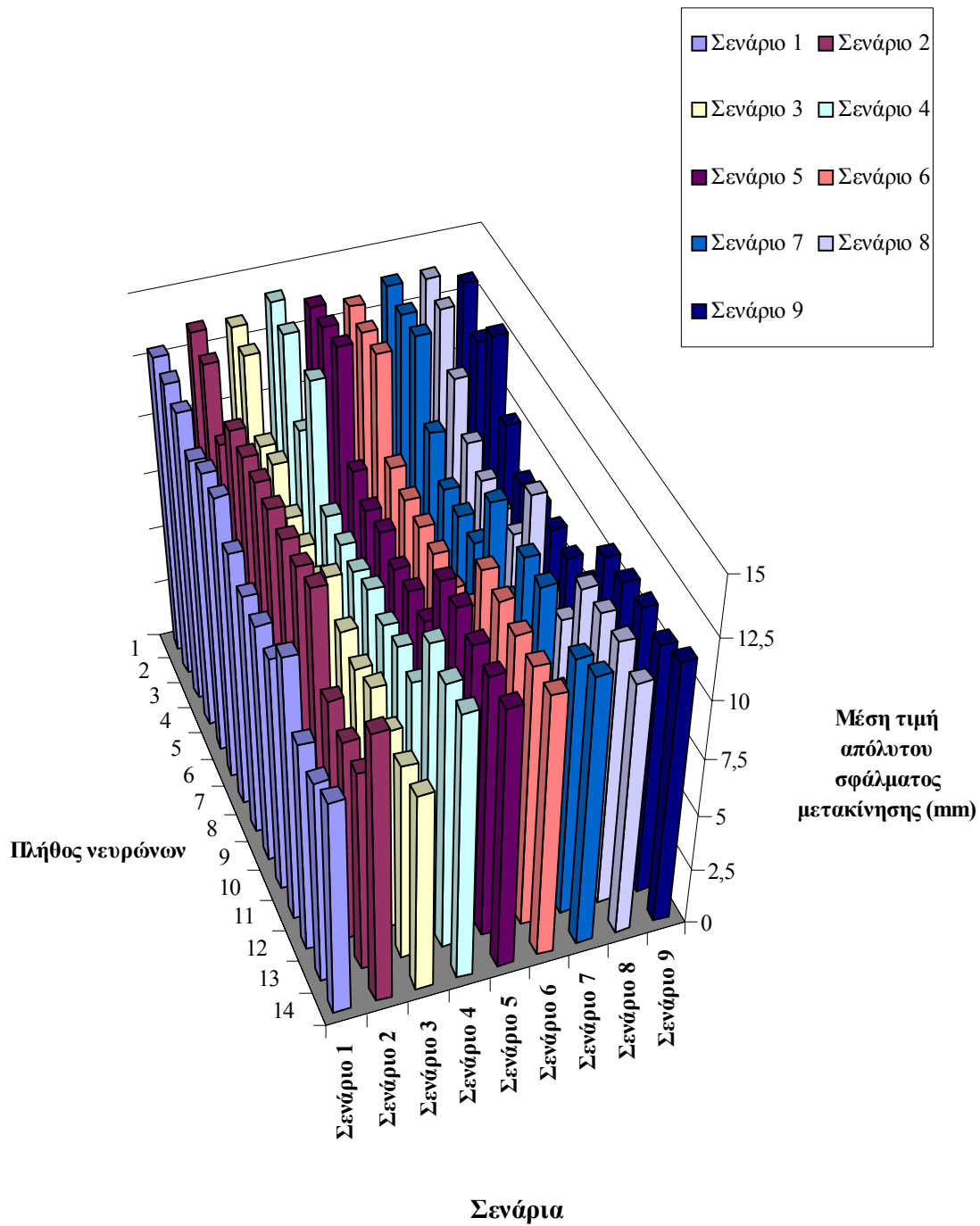
(β) ως προς σύνολο ελέγχου

**Σχήμα 11.3-2:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων μετώπου σε mm ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & ελέγχου (β)

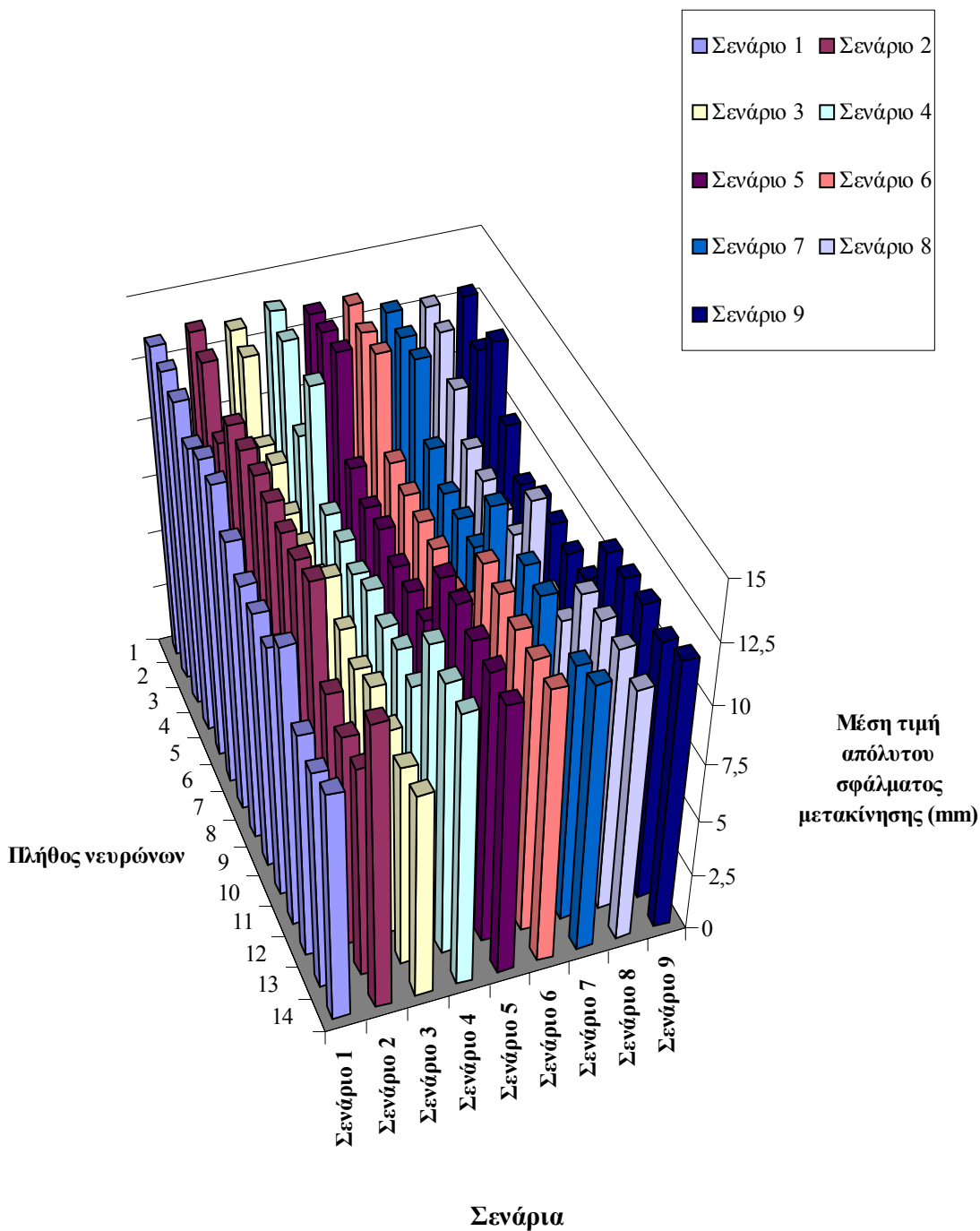
για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 11.3-1

TNΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,

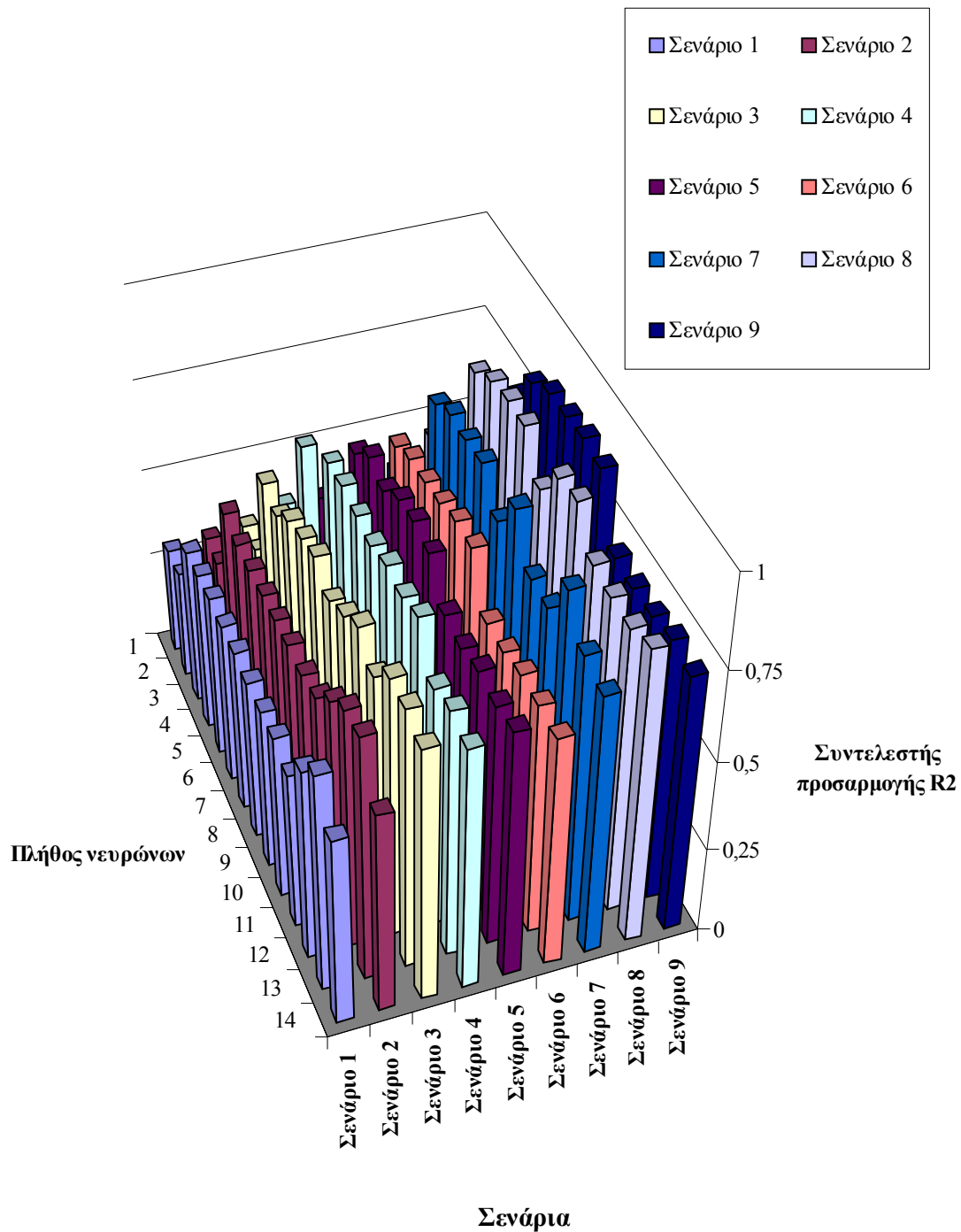
$max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



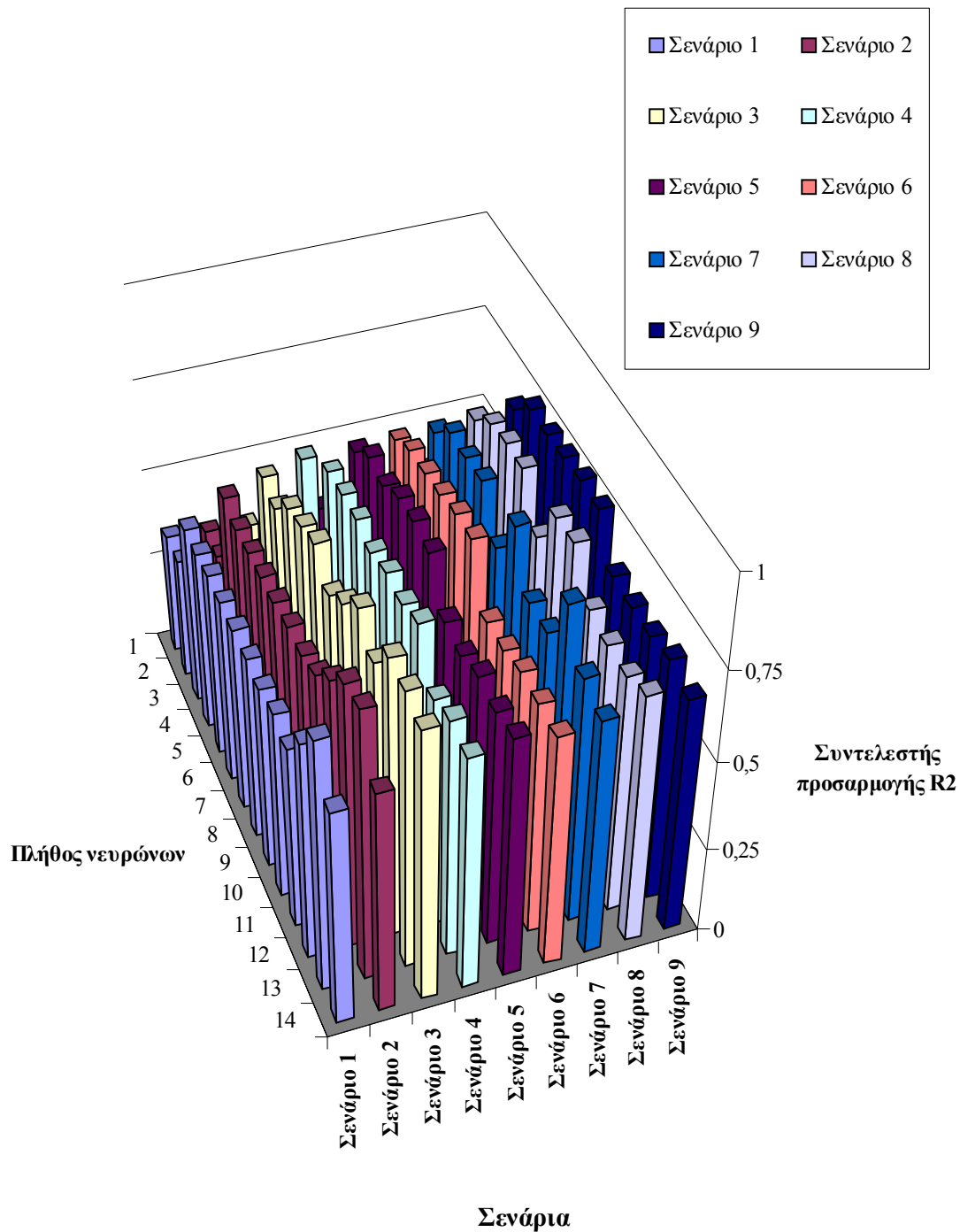
**Σχήμα 11.3-3:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων μετώπου σε mm ως προς το σύνολο εκπαίδευσης για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 11.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 11.3-4:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων μετώπου σε mm ως προς το σύνολο ελέγχου για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 11.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 11.3-5:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου ως προς το σύνολο εκπαίδευσης για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 11.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{a-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 11.3-6:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετόπου ως προς το σύνολο ελέγχου για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 11.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

### 11.4 Επίδραση των Παραμέτρων Ορμής στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου

Από την προηγούμενη επεξεργασία θα μελετήσουμε ορισμένες περιπτώσεις συνόλων εκπαίδευσης - ελέγχου μεταβάλλοντας την αρχική τιμή ορμής και την αντίστοιχη χρονική παράμετρο διατηρώντας τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Συγκεκριμένα μελετήσαμε ως προς τα αρχικά σενάρια συνόλων εκπαίδευσης-ελέγχου του πίνακα 11.3-1 τα σενάρια 2, 5 και 8 ως προς τους νευρώνες που παρουσιάζουν ελάχιστα:

- για το σενάριο 2 (σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του συνολικού πληθυσμού και το υπόλοιπο 80% σύνολο ελέγχου) : πλήθος νευρώνων 14,

- για το σενάριο 5 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 50%-50%) : πλήθος νευρώνων 10,

- για το σενάριο 8 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 80%-20%) : πλήθος νευρώνων 11.

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες τιμές –πέρα του πλήθους νευρώνων:

- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,

- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,

- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,

- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,

- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων  $7000$ ,

- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών  $0,0001$ .

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 54 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 3 φορές –για τους τρεις διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης -ελέγχου και πλήθους νευρώνων που προαναφέραμε. Δεν προχωρήσαμε σε μεγαλύτερη ανάλυση, διότι από τη μία πλευρά θέλουμε να δούμε τη γενική επίδραση, από την άλλη η κάθε εκτέλεση διαρκούσε από 12 ως και 26 ώρες ( η τελευταία τιμή υπήρξε για τα σύνολα τύπου σεναρίου 8) για υπολογιστή ίδιας ταχύτητας (με συχνότητα  $1,7 \text{ GHz}$ , μνήμη  $256 \text{ MB}$  και χωρίς την εκτέλεση άλλων προγραμμάτων πέρα των λειτουργικών του συστήματος).

Από την εξέταση των 54 ΤΝΔ για κάθε συνδυασμό καταλήξαμε στο καλύτερο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ως προς τις παραμέτρους ορμής θεωρώντας ως κρίσιμο κριτήριο την ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη της σήραγγας για το σύνολο εκπαίδευσης.

Τα καλύτερα αποτελέσματα ήταν τα ακόλουθα σε κάθε ένα από τους τρεις συνδυασμούς που εκτελέσαμε :

α/α συνδυασμών	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης – Πλήθος νευρώνων	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου			Παράμετροι ορμής για ελάχιστο σφάλμα $\alpha_0 - T_{\alpha-0}$
		Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	
1	20%-14	5,59	37,7	0,90	6,10	43,4	0,97	0,9-3000
2	50%-8	8,86	59,3	0,75	8,96	73,2	0,76	0,6-2500
3	80%-11	3,79	26,2	0,99	3,77	26,4	0,97	0,9-3000

**Πίνακας 11.4-1:** Τελικά αποτελέσματα συνδυασμών για μελέτη παραμέτρων ορμής στην περίπτωση μετακινήσεων μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας

Από τη μελέτη του πίνακα προκύπτουν ότι τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται για το συνδυασμό 3 με ΤΝΔ 11 νευρώνων για σύνολο εκπαίδευσης 80% επί του ολικού πληθυσμού έχοντας τιμές μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης 3,8 mm και για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Επίσης παρατηρούμε ότι οι μέγιστες τιμές απόλυτης τιμής σφάλματος είναι μικρότερες των 27mm, το οποίο επίσης είναι αρκετά ικανοποιητικό.

Οι συντελεστές προσαρμογής αγγίζουν τη μονάδα. Είναι 0,99 και 0,97 αντίστοιχα για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου.

Από τον πίνακα προκύπτουν επίσης ότι τα αποτελέσματα που δίνονται και για τους δύο πρώτους συνδυασμούς είναι καλά, αφού για τον πρώτο συνδυασμό το μέσο σφάλμα μετακίνησης μετώπου δεν ξεπερνά τα 6,1 mm, ενώ για το δεύτερο τα 9,0 mm.

Ακόμη παρατηρούμε ότι η αύξηση του πληθυσμού εκπαίδευσης δεν συνοδεύεται πάντα από αντίστοιχη βελτίωση των αποτελεσμάτων. Χαρακτηριστική περίπτωση είναι του συνδυασμού 2 που αντιστοιχεί σε πληθυσμό εκπαίδευσης 50% ως προς το συνολικό διαθέσιμο αριθμό διανυσμάτων. Παρά τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του όρου ορμής παρουσιάζει χειρότερα αποτελέσματα ως προς τον πρώτο και τον τρίτο συνδυασμό που αντιστοιχούν σε πληθυσμό εκπαίδευσης 20% και 80% επί του συνόλου.

Αυτά τα μεγέθη παρατηρήθηκαν για αρχική τιμή ορμής ίση με 0,9 και χρονική παράμετρο της ίση με 3000 για τον πρώτο και τρίτο συνδυασμό, και 0,6 και 2500 για το δεύτερο.

Από παρατήρηση των τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων προκύπτει ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια στην ευρύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων  $\alpha_0$  και  $T_{\alpha-0}$ .

Συγκεκριμένα από τα σχήματα 11.4-1 και 11.4-5 παρατηρούμε ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων μετώπου και για τα δύο σύνολα για τους συνδυασμούς 1 και 3 αντίστοιχα κυμαίνεται σε μικρές τιμές -κάτω των 8 και 6 mm αντίστοιχα- για την περιοχή αρχικής τιμής όρου ορμής 0,8 με 0,9 και χρονικής παραμέτρου από 1000 με 3000. Ομοίως μικρές τιμές σφάλματος μετακινήσεων λαμβάνει και για τον συνδυασμό 2 η περιοχή αρχικής τιμής όρου ορμής 0,6 με 0,7 και χρονικής παραμέτρου από 500 με 3000 (βλ. σχήμα 11.4-3).

Αντίστοιχες παρατηρήσεις γίνονται και για τις γραφικές παραστάσεις των συντελεστών προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου, με τη μόνη διαφορά που εδώ βρίσκουμε την περιοχή μεγιστοποίησης του συντελεστή. Από τη μελέτη των σχημάτων 11.4-2, 11.4-4 και 11.4-6 βλέπουμε ότι η μεγιστοποίηση συμβαίνει στις αντίστοιχες περιοχές που πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων μετώπου.

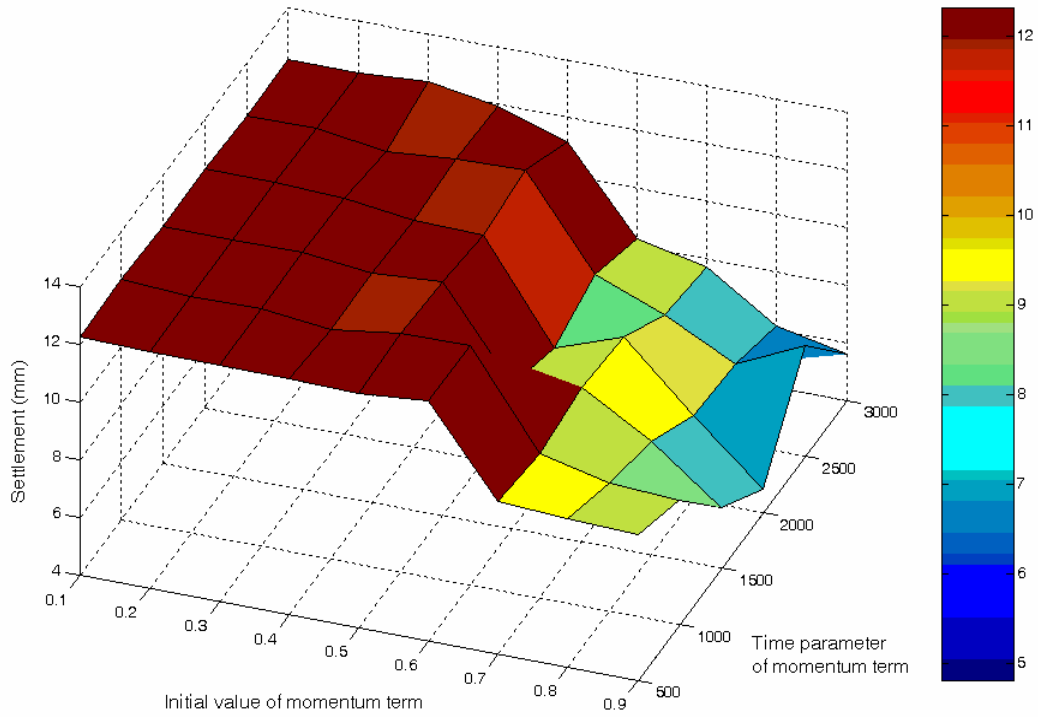
Επίσης η συμπεριφορά ως προς τα δύο σύνολα είναι παρόμοια με παραπλήσιες τιμές, αλλά όχι ίδιες, όπως είδαμε και από τον πίνακα 11.4-1. Γι' αυτό στις τρισδιάστατες γραφικές παραστάσεις πρέπει να δοθεί προσοχή κατά την ανάγνωσή τους, καθώς έχει πραγματοποιηθεί και περιστροφή, ώστε να τις μελετήσουμε από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Αν τις δούμε προσεκτικά, θα παρατηρήσουμε ότι είναι πανομοιότυπες.

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται ανά συνδυασμό και για τα δύο σύνολα -εκπαίδευσης και ελέγχου- οι γραφικές παραστάσεις της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων μετώπου κατά τη διάνοιξη της σήραγγας και του συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου ως προς τις παραμέτρους της αρχικής τιμής όρου ορμής  $\alpha_0$  και της χρονικής παραμέτρου της  $T_{\alpha-0}$ .

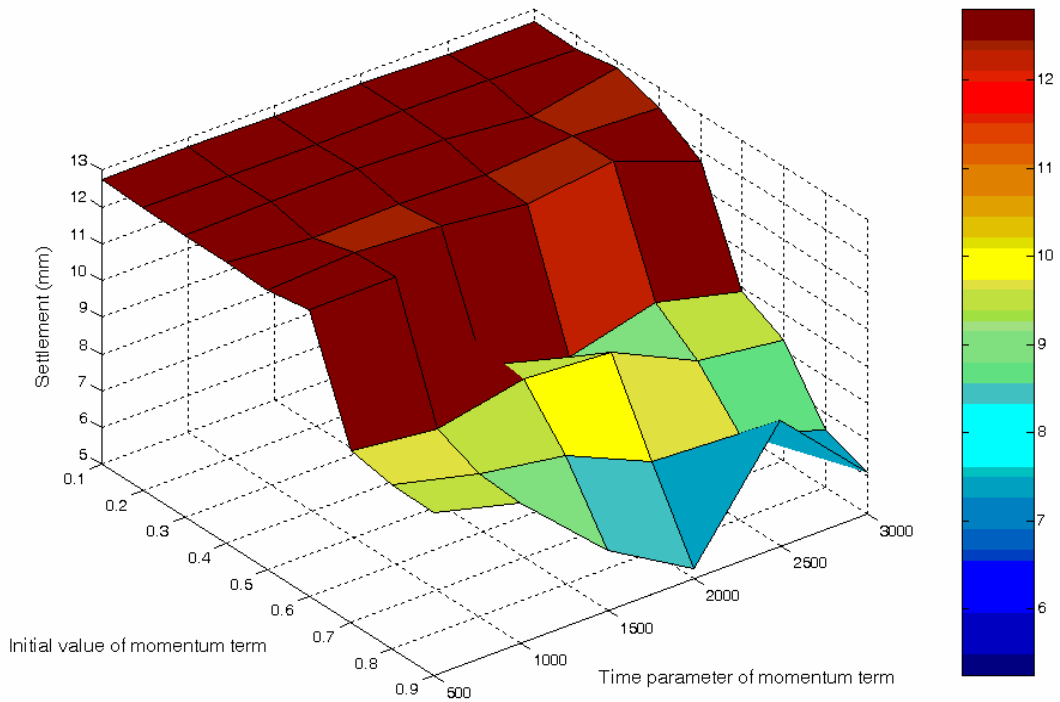
Γενικά διαπιστώνουμε ότι η αρχική τιμή του όρου ορμής πρέπει να είναι σχετικά μεγάλη από 0,5 και πάνω, ενώ για τη χρονική παράμετρο από 1000 και πάνω. Σε κάθε περίπτωση αυτά τα μεγέθη είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων μετώπου.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά του όρου μάθησης στη διαμόρφωση του πολύ-επίπεδου δικτύου.





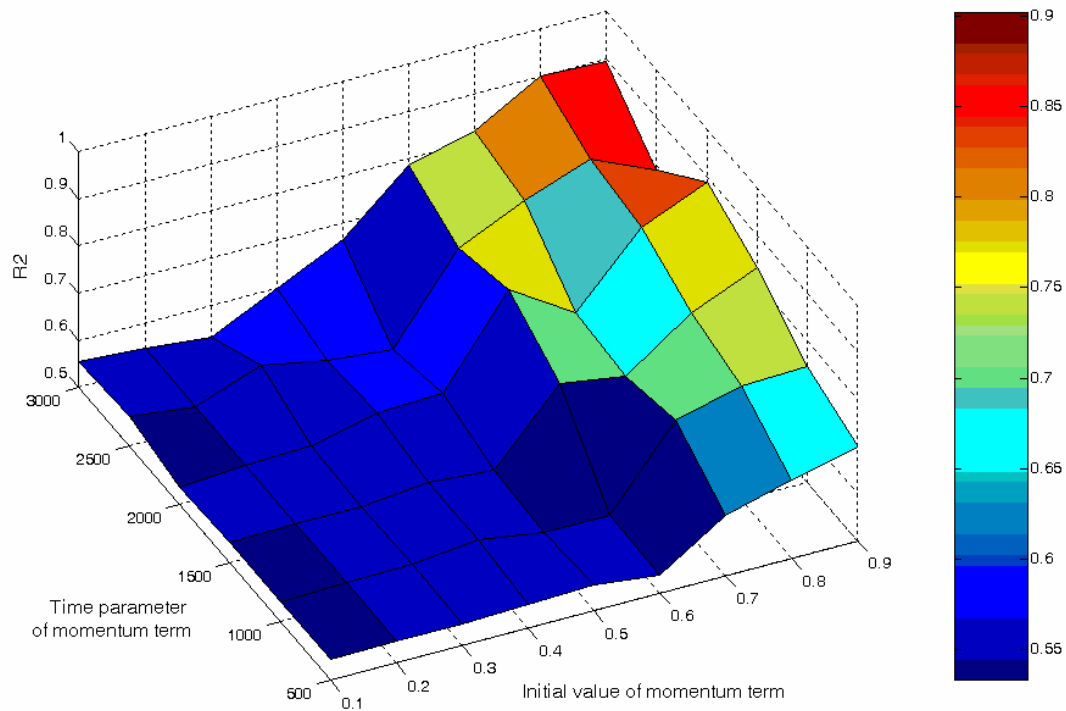
(α) για σύνολο εκπαίδευσης



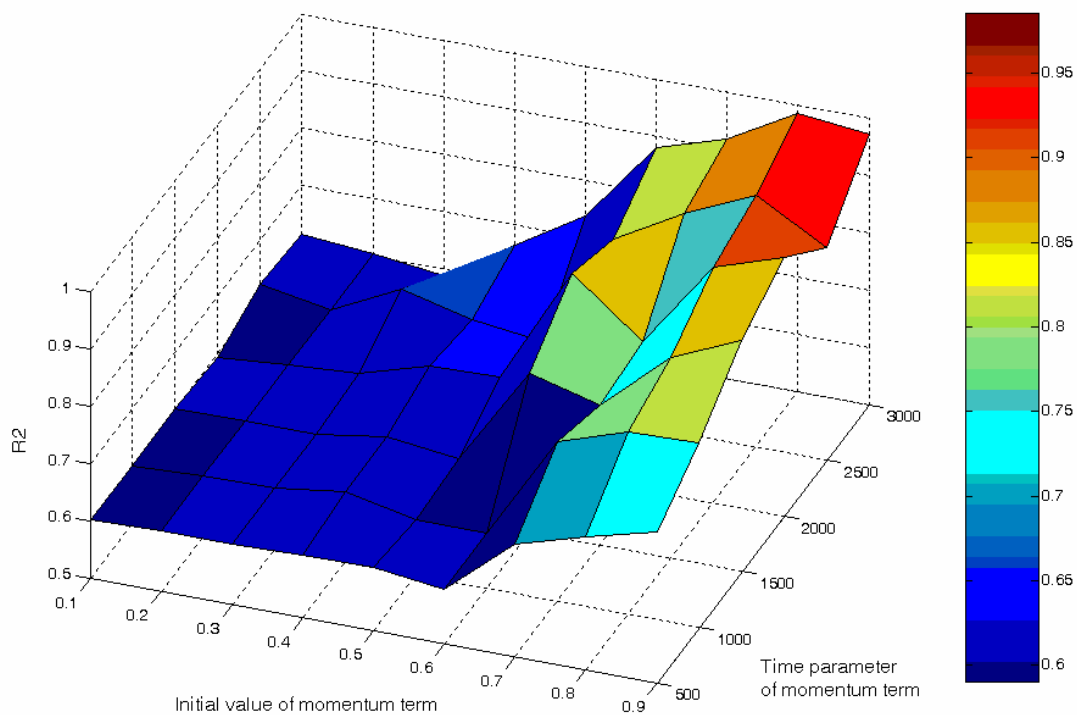
(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.4-1:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 11.4-1

ΤΝΔ: 14 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{a-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



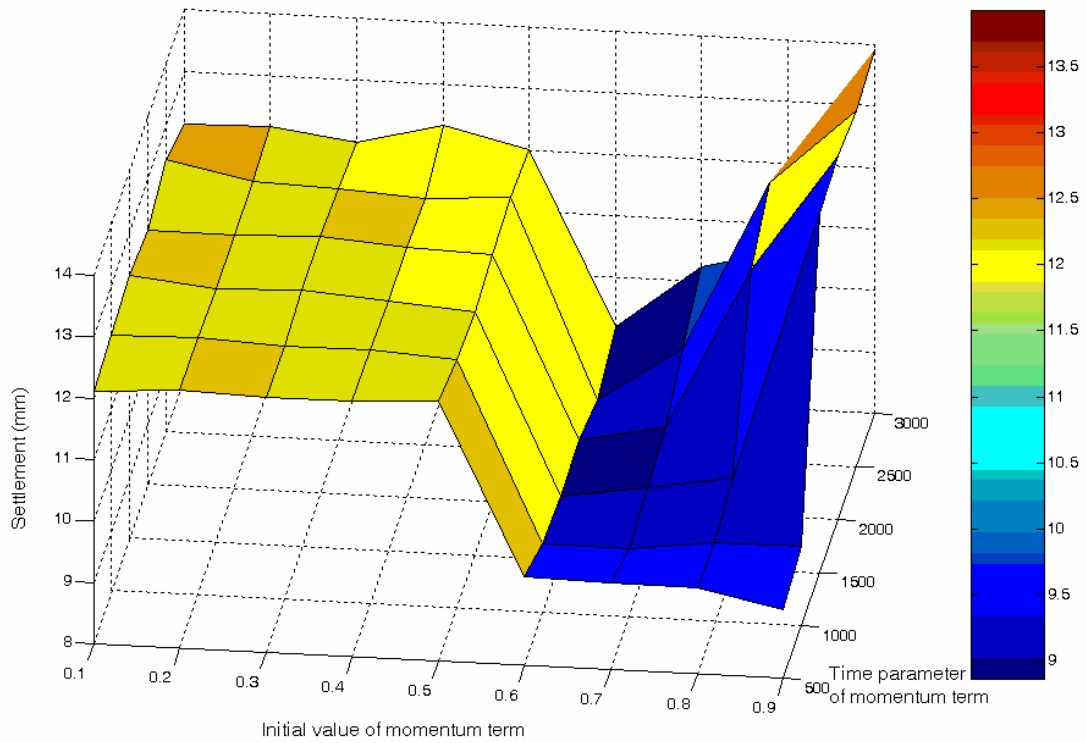
(α) για σύνολο εκπαίδευσης



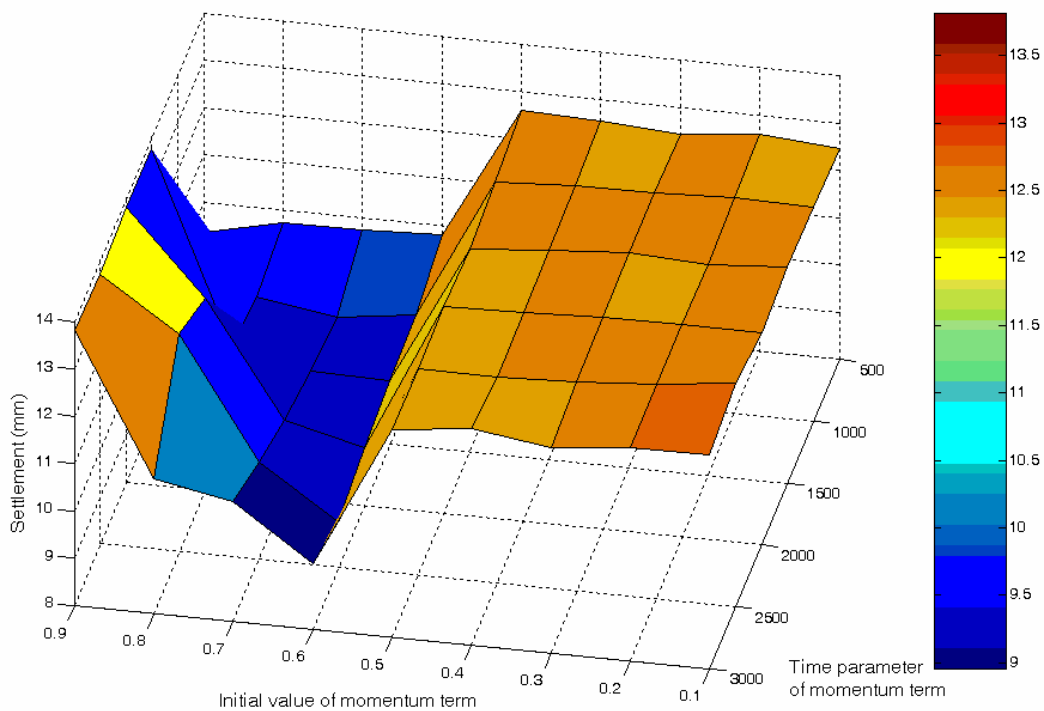
(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.4-2:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 11.4-1

ΤΝΔ: 14 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



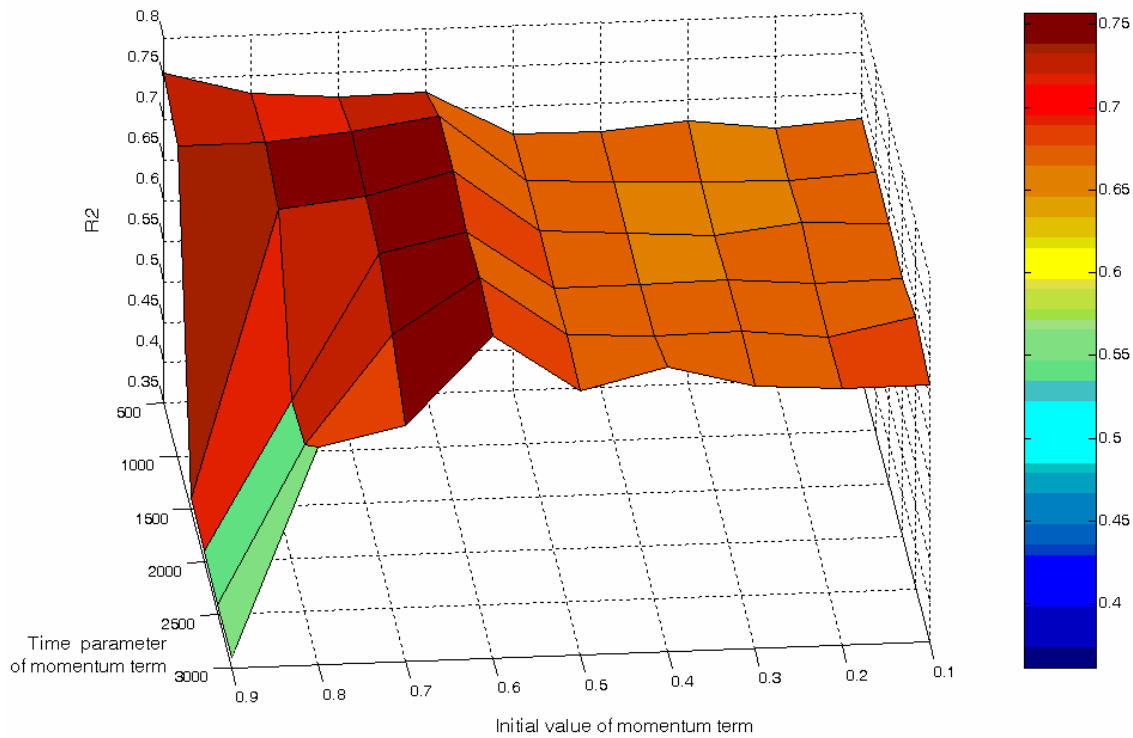
(α) για σύνολο εκπαίδευσης



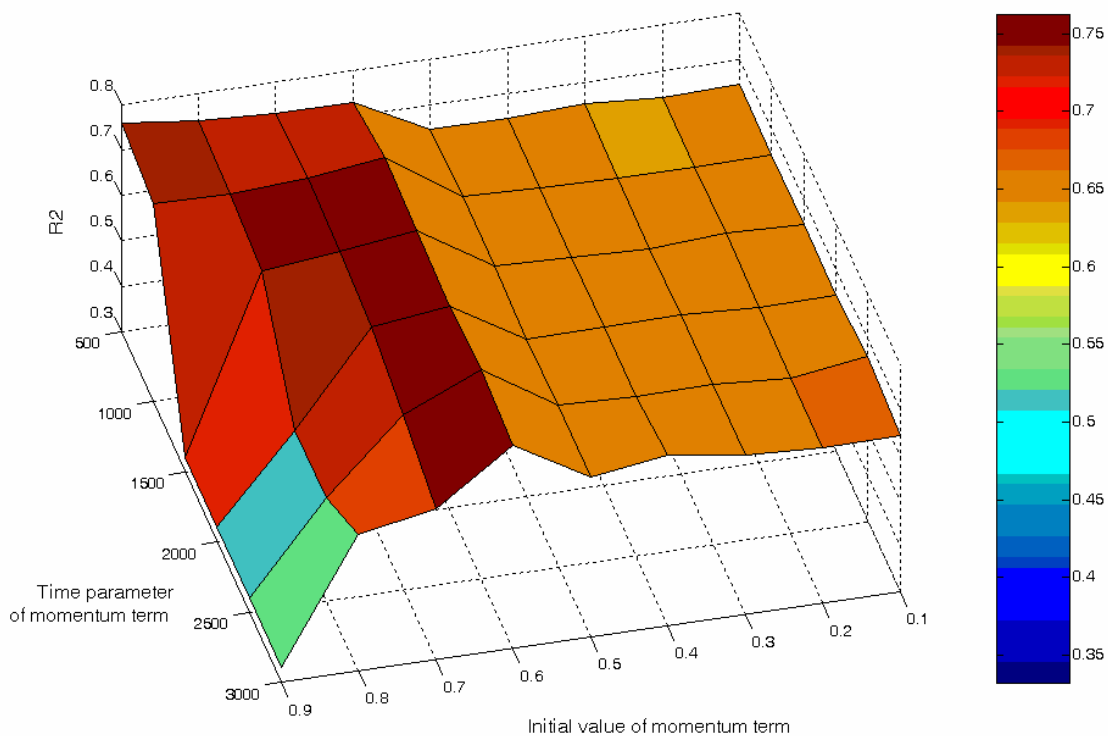
(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.4-3:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 2 κατά πίνακα 11.4-1

TNΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



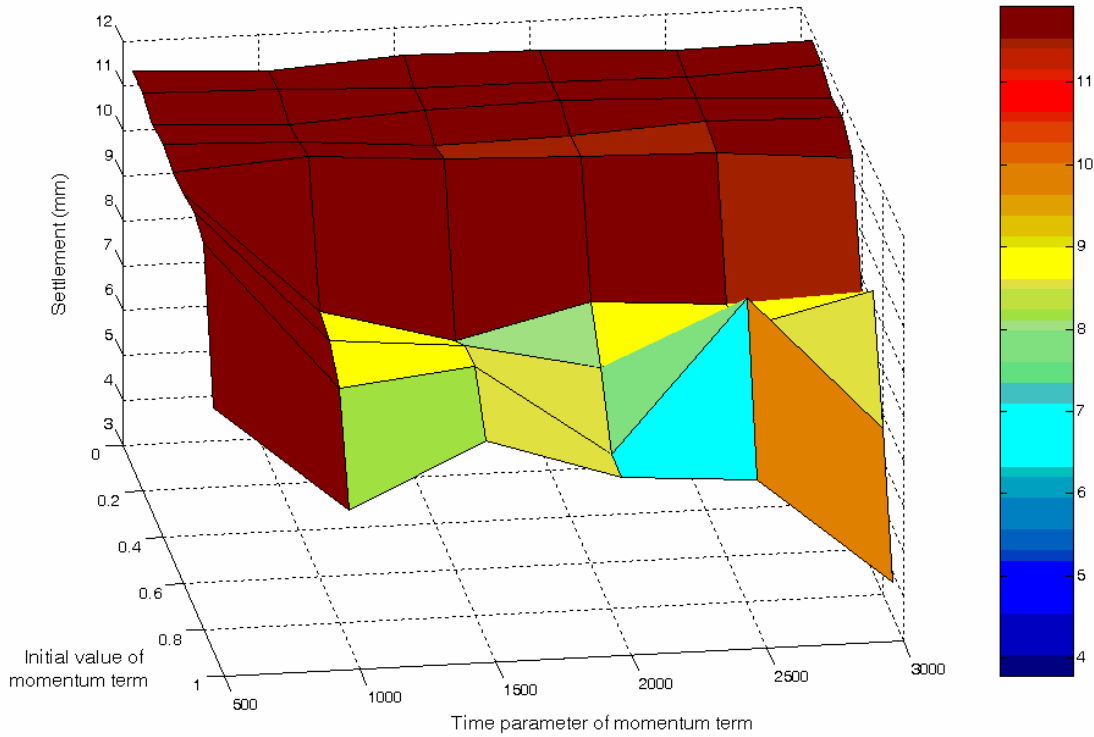
(α) για σύνολο εκπαίδευσης



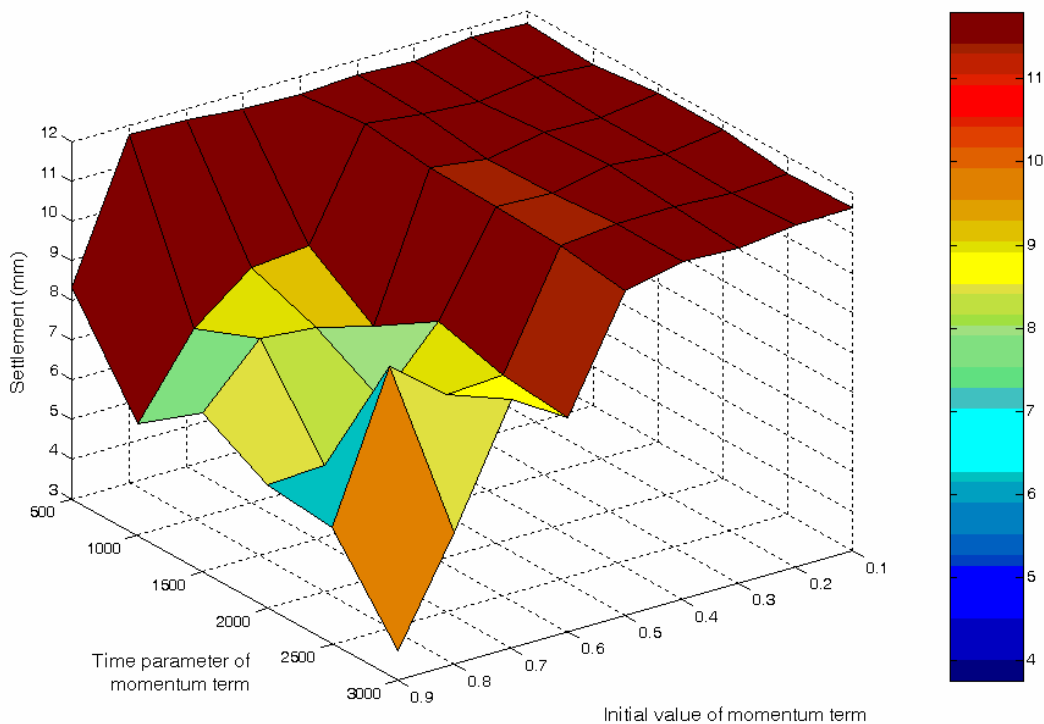
(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.4-4:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου – συνδυασμός 2 κατά πίνακα 11.4-1

ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

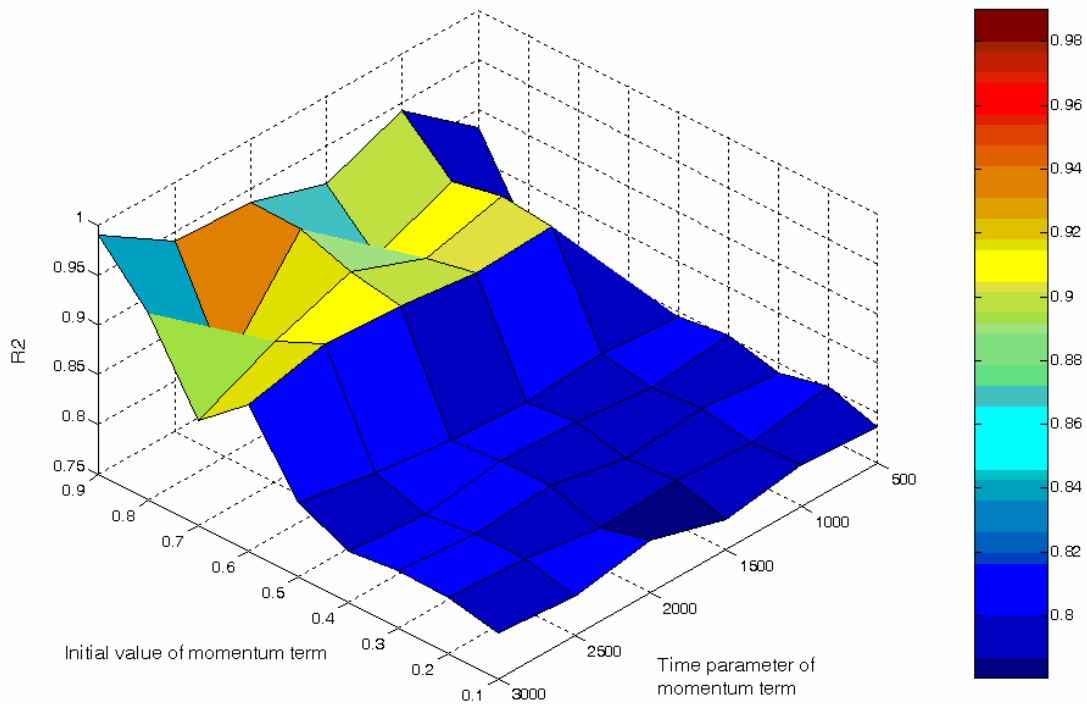


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

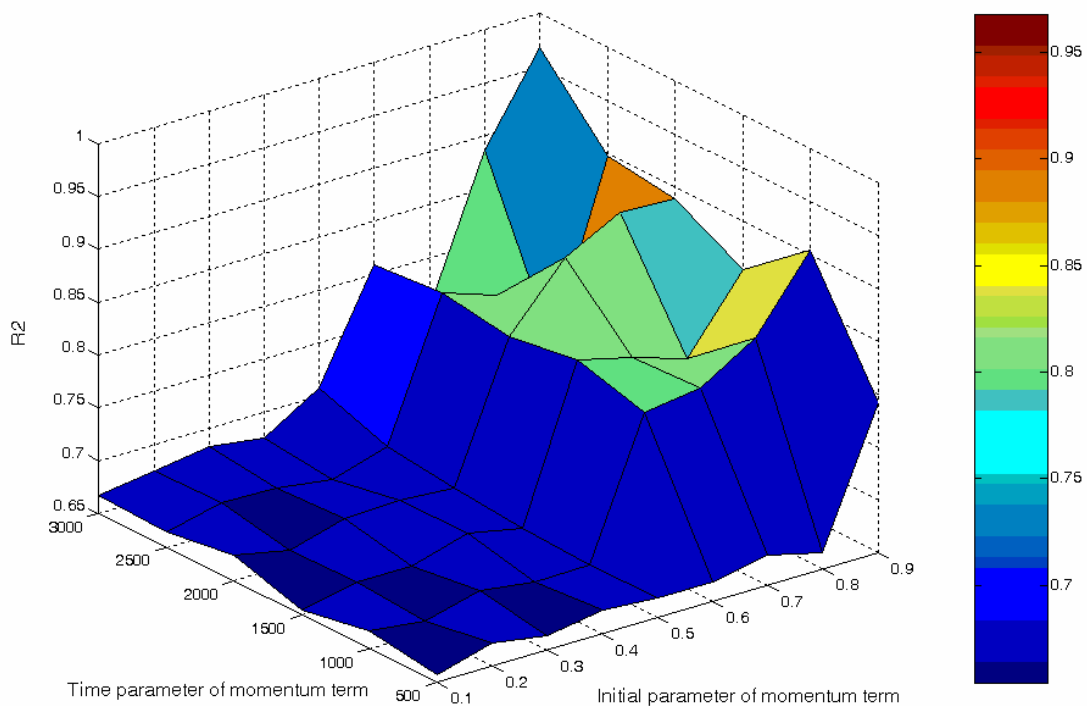


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.4-5:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 3 κατά πίνακα 11.4-1  
 ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) για σύνολο εκπαίδευσης



(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.4-6:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου – συνδυασμός 3 κατά πίνακα 11.4-1

ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha=0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta=0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

### 11.5 Επίδραση των Παραμέτρων Εκπαίδευσης στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου

Με βάση την επεξεργασία των παραγράφων 11.3 και 11.4 θα μελετήσουμε τις ίδιες περιπτώσεις συνόλων εκπαίδευσης - ελέγχου μεταβάλλοντας την αρχική τιμή εκπαίδευσης και την αντίστοιχη χρονική παράμετρο διατηρώντας τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Συγκεκριμένα θα στηριχθούμε στις βέλτιστες τιμές της παραγράφου 11.4 και θα μελετήσουμε τους ακόλουθους συνδυασμούς:

- για το σενάριο 2 (σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του συνολικού πληθυσμού και το υπόλοιπο 80% σύνολο ελέγχου) : πλήθος νευρώνων 14, αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,9$ , χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,
- για το σενάριο 5 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 50%-50%) : πλήθος νευρώνων 8,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,
- για το σενάριο 8 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 80%-20%) : πλήθος νευρώνων 11,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ .

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας με τις ακόλουθες πρόσθετες τιμές :

- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων  $7000$ ,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών  $0,0001$ .

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 54 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 3 φορές –για τους τρεις διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης -ελέγχου και πλήθους νευρώνων που προαναφέραμε. Δεν προχωρήσαμε σε μεγαλύτερη ανάλυση, διότι από τη μία πλευρά θέλουμε να δούμε τη γενική επίδραση, από την άλλη η κάθε εκτέλεση διαρκούσε από 12 ως και 26 ώρες (ο χρόνος εκτέλεσης είναι όμοιος με τον αντίστοιχο των περιπτώσεων της παραγράφου 11.4).

Από την εξέταση των 54 ΤΝΔ για κάθε συνδυασμό καταλήξαμε στο καλύτερο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ως προς τις παραμέτρους μάθησης θεωρώντας ως κρίσιμο κριτήριο την ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη της σήραγγας για το σύνολο εκπαίδευσης. Τα καλύτερα αποτελέσματα ήταν τα ακόλουθα σε κάθε ένα από τους τρεις συνδυασμούς που εκτελέσαμε :

α/α συνδυασμών	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης – Πλήθος νευρώνων - $\alpha_0 - T_{\alpha-0}$	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου			Παράμετροι ορμής για ελάχιστο σφάλμα $\eta_0 - T_{\eta-0}$
		Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	
1	20%-14-0,9-3000	2,74	13,1	0,98	2,75	18,1	0,98	0,9-2500
2	50%-10-0,6-2500	8,44	57,2	0,83	8,50	70,2	0,77	0,5-2500
3	80%-11-0,9-3000	2,25	17,1	0,99	2,21	13,4	0,99	0,5-2500

**Πίνακας 11.5-1:** Τελικά αποτελέσματα συνδυασμών για μελέτη παραμέτρων μάθησης στην περίπτωση μετακινήσεων μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας

Από τη μελέτη του πίνακα προκύπτουν ότι τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται για το συνδυασμό 3 με ΤΝΔ 11 νευρώνων για σύνολο εκπαίδευσης 80% επί του ολικού πληθυσμού έχοντας τιμές μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου 2,2 mm και για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Επίσης παρατηρούμε ότι οι μέγιστες τιμές απόλυτης τιμής σφάλματος είναι μικρότερες των 17 mm, το οποίο επίσης είναι πολύ ικανοποιητικό. Οι συντελεστές προσαρμογής αγγίζουν τη μονάδα. Είναι 0,99 και για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου.

Από τον πίνακα προκύπτουν επίσης ότι τα αποτελέσματα που δίνονται και για τους δύο πρώτους συνδυασμούς είναι αρκετά ικανοποιητικά, αφού για τον πρώτο συνδυασμό το μέσο σφάλμα μετακίνησης μετώπου δεν ξεπερνά τα 2,75 mm, ενώ για το δεύτερο τα 8,5 mm. Βέβαια βλέπουμε ότι στον πρώτο συνδυασμό για σύνολο εκπαίδευσης ίσο με το 20% του συνολικού πλήθους δεδομένων στοιχείων δίνονται αρκετά καλύτερα αποτελέσματα από ότι στο δεύτερο συνδυασμό (για σύνολο εκπαίδευσης 50%) και είναι πολύ κοντά στα αποτελέσματα του τρίτου συνδυασμού. Δηλαδή παρατηρούμε ότι η αύξηση του πληθυσμού εκπαίδευσης δεν συνοδεύεται πάντα από αντίστοιχη βελτίωση των αποτελεσμάτων.

Αυτά τα μεγέθη παρατηρήθηκαν για αρχική τιμή μάθησης ίση με 0,9 για τον πρώτο συνδυασμό και 0,5 για το δεύτερο και τρίτο, ενώ η χρονική παράμετρος τυγχάνει να είναι ίση με 2500 για όλες τις περιπτώσεις.

Από παρατήρηση των τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων προκύπτει ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια στην ευρύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων  $\eta_0$  και  $T_{\eta-0}$ , ιδιαίτερα για τον πρώτο και τρίτο συνδυασμό.

Συγκεκριμένα από τα σχήματα 11.5-1 και 11.5-5 παρατηρούμε ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων μετώπου και για τα δύο σύνολα για τον πρώτο και τρίτο συνδυασμό αντίστοιχα κυμαίνεται σε μικρές τιμές -κάτω των 8 mm- για την περιοχή αρχικής τιμής ρυθμού μάθησης 0,4 με 0,9 και χρονικής παραμέτρου από 1000 με 3000. Ομοίως μικρές τιμές σφάλματος μετακινήσεων λαμβάνει και για τον δεύτερο συνδυασμό για μία περιοχή που εκτείνεται με μορφή «ρήγματος» κατά τη διαγώνιο του επιπέδου παραμέτρων μάθησης (βλ. σχήμα 11.5-3).

Αντίστοιχες παρατηρήσεις γίνονται και για τις γραφικές παραστάσεις των συντελεστών προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου, με τη μόνη διαφορά που εδώ βρίσκουμε την περιοχή μεγιστοποίησης του συντελεστή. Από τη μελέτη των σχημάτων 11.5-2, 11.5-4 και 11.5-6 βλέπουμε ότι η μεγιστοποίηση συμβαίνει στις αντίστοιχες περιοχές που πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων μετώπου.

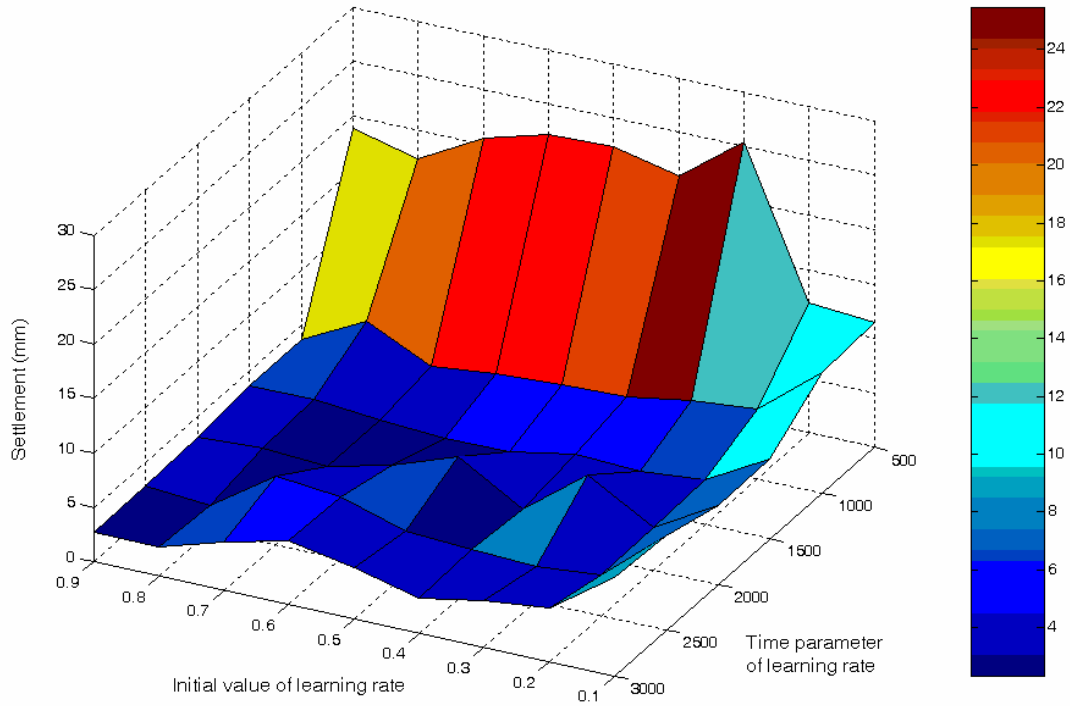
Επίσης η συμπεριφορά ως προς τα δύο σύνολα είναι παρόμοια με παραπλήσιες τιμές, αλλά όχι ίδιες, όπως είδαμε και από τον πίνακα 11.5-1.

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται ανά συνδυασμό και για τα δύο σύνολα -εκπαίδευσης και ελέγχου- οι γραφικές παραστάσεις της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων μετώπου κατά τη διάνοιξη της σήραγγας και του συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου ως προς τις παραμέτρους της αρχικής τιμής ρυθμού μάθησης  $\eta_0$  και της χρονικής παραμέτρου της  $T_{\eta-0}$ .

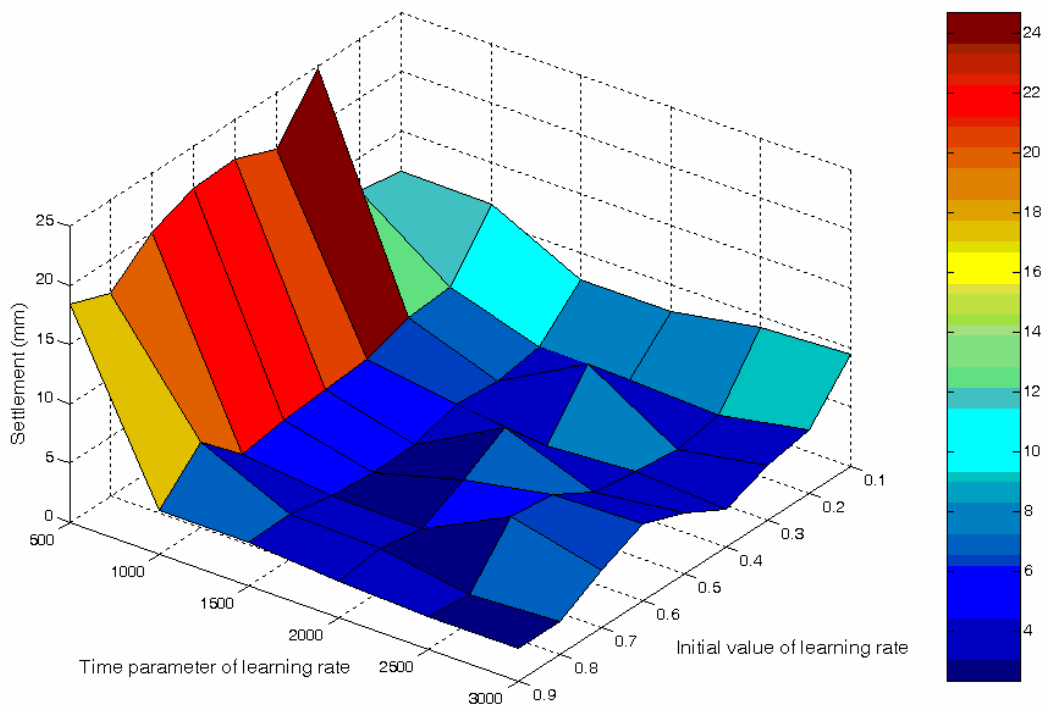
Τέλος από τα σχήματα 11.5-7 ως 11.5-9 παρατηρούμε ότι η σχέση μεταξύ εκτιμώμενης-πραγματικής εξόδου εκφρασμένη σε mm για τις μετακινήσεις μετώπου ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου είναι αρκετά ικανοποιητικές. Αυτό διαπιστώνεται τόσο μέσω του συντελεστή προσαρμογής, όσο και μέσω της ευθείας απλής γραμμικής παρεμβολής που έχει χαραχθεί, ιδιαίτερα για τον πρώτο και τον τρίτο συνδυασμό.

Γενικά διαπιστώνουμε ότι η αρχική τιμή του ρυθμού μάθησης πρέπει να είναι σχετικά μεγάλη από 0,5 και πάνω, ενώ για τη χρονική παράμετρο από 1000 και πάνω. Σε κάθε περίπτωση αυτά τα μεγέθη είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα.





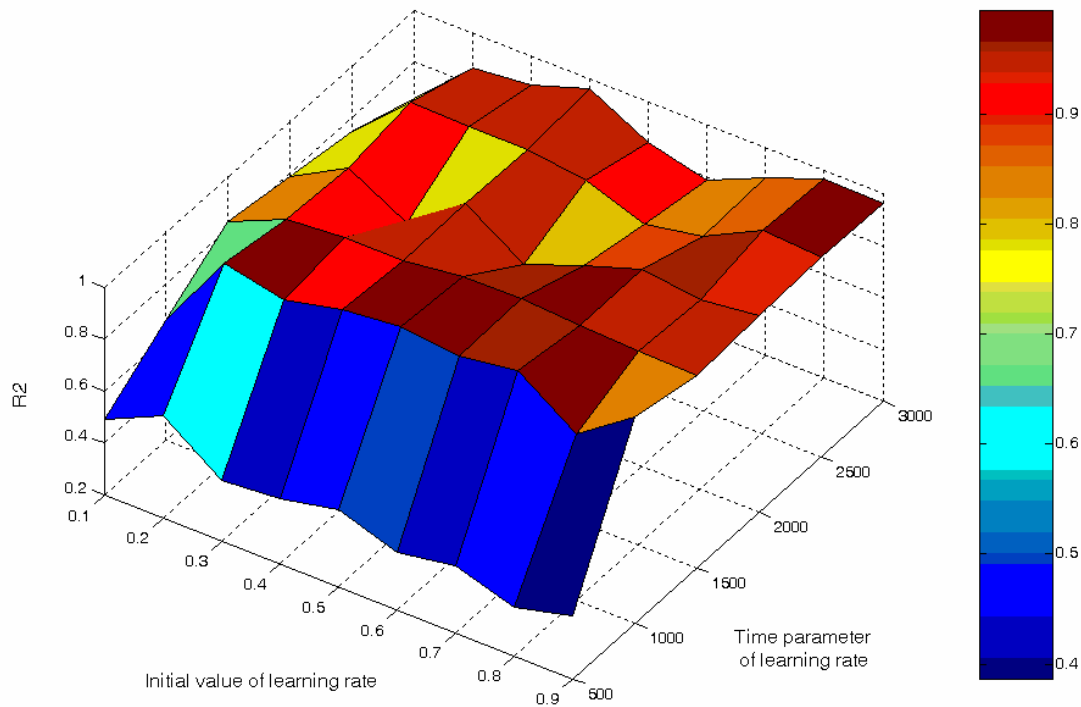
(α) για σύνολο εκπαίδευσης



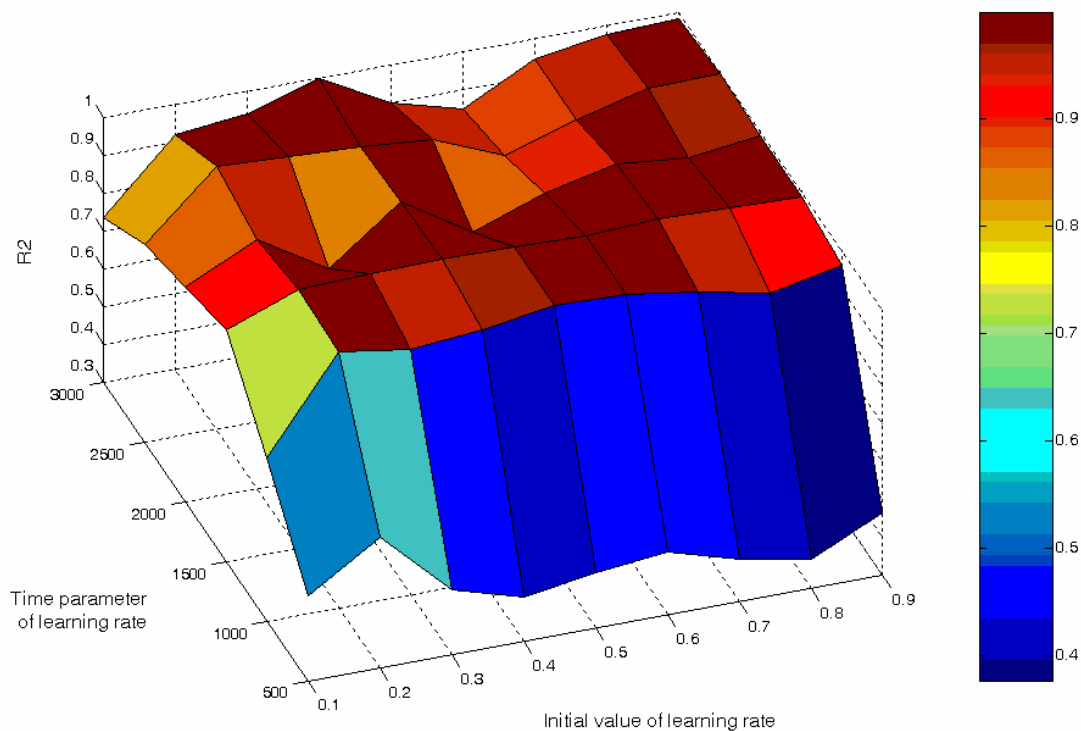
(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.5-1:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 11.5-1

TNΔ: 14 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



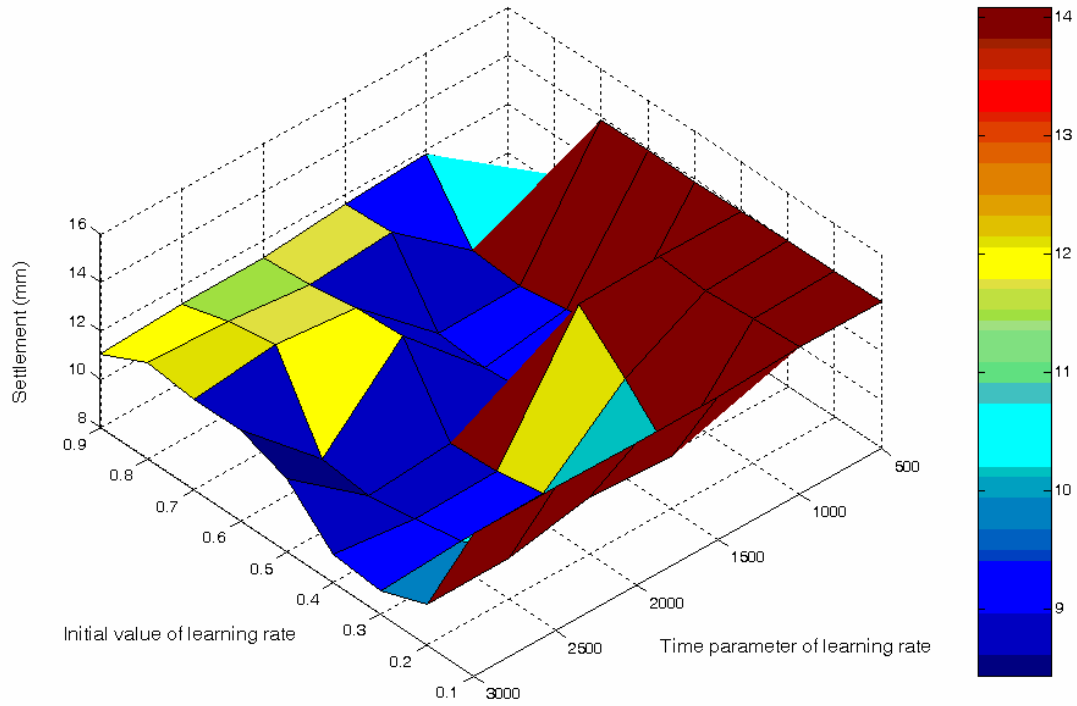
(α) για σύνολο εκπαίδευσης



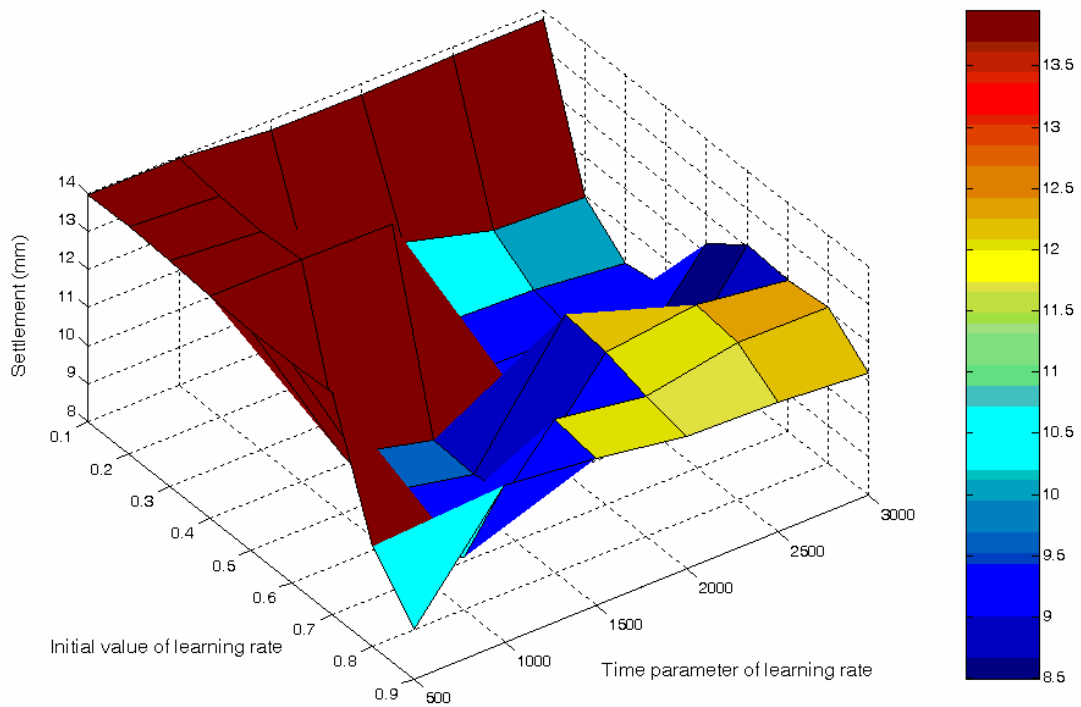
(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.5-2:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 11.5-1

ΤΝΔ: 14 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

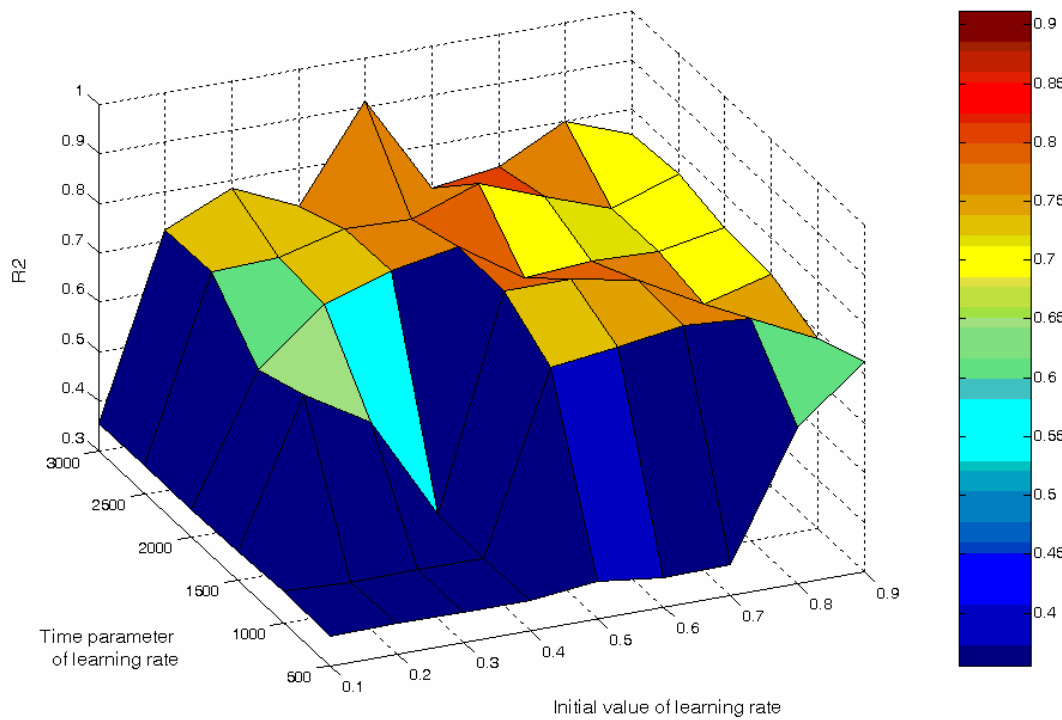


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

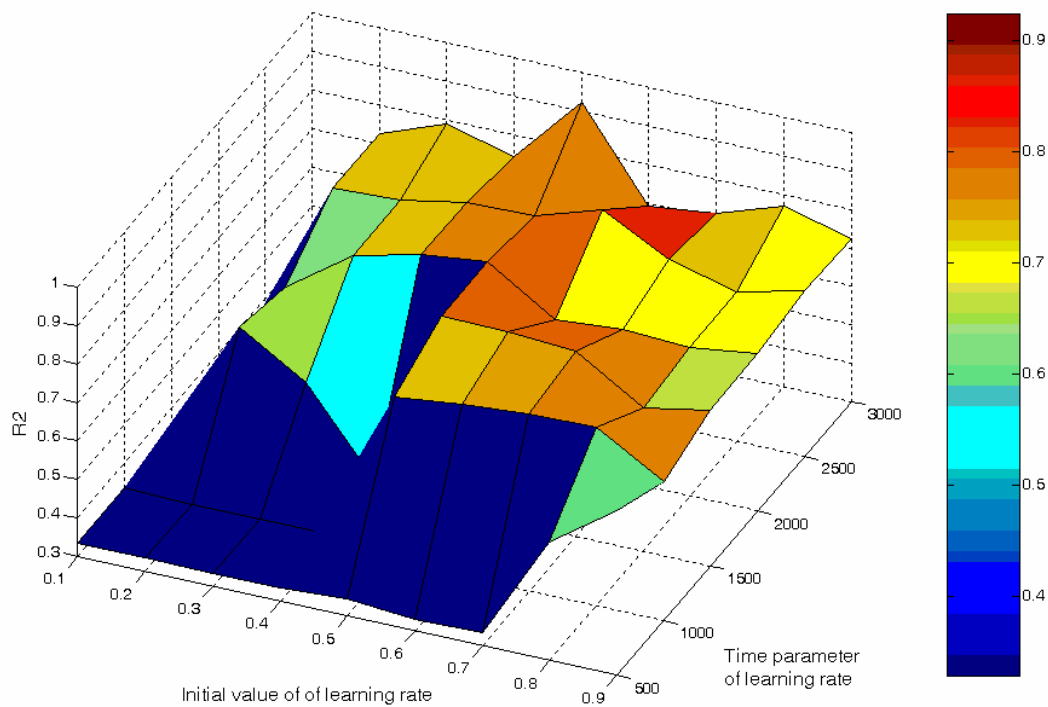


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.5-3:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 2 κατά πίνακα 11.5-1  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) για σύνολο εκπαίδευσης

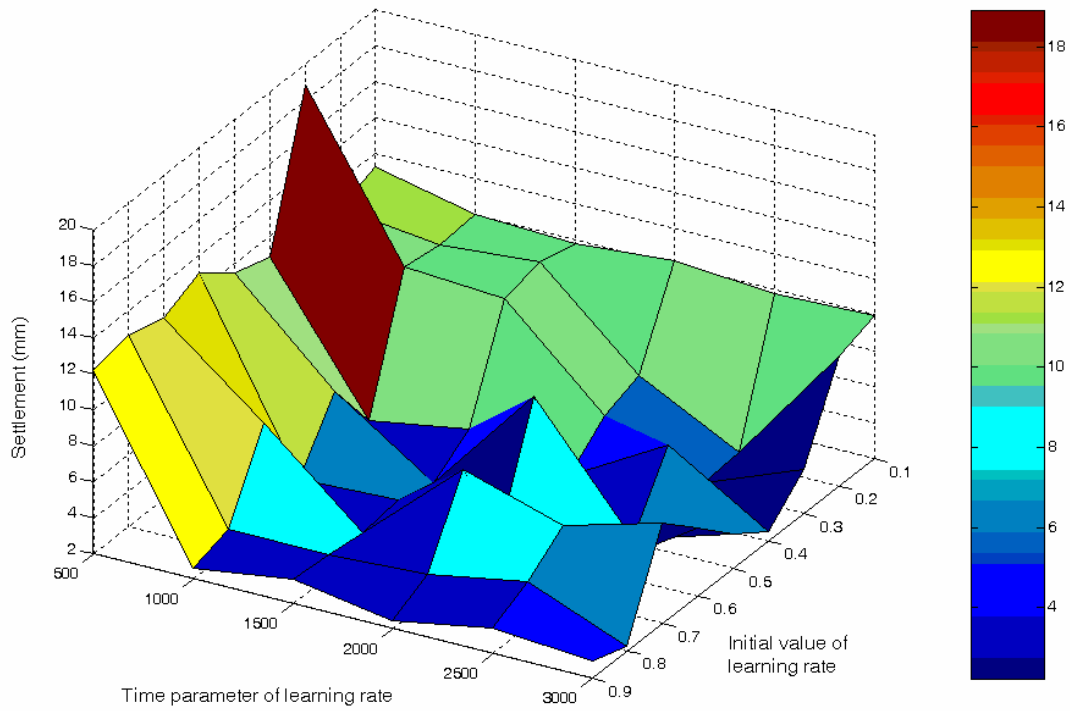


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

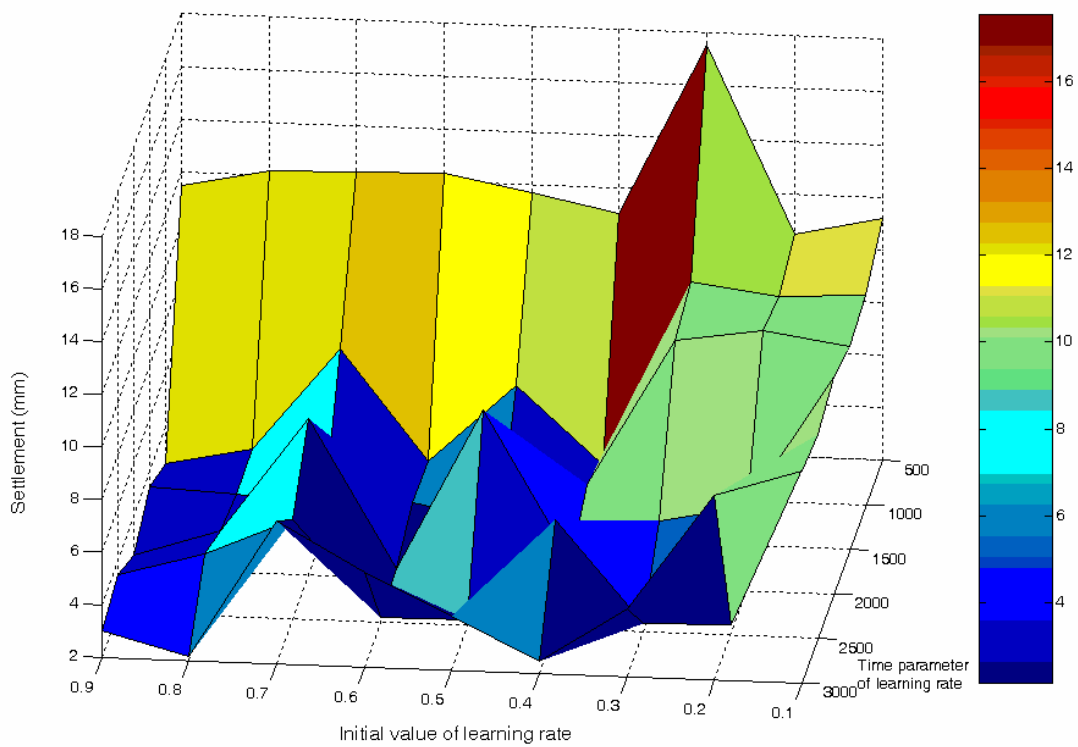
**Σχήμα 11.5-4:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετόπου – συνδυασμός 2 κατά πίνακα 11.5-1

ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,

$\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

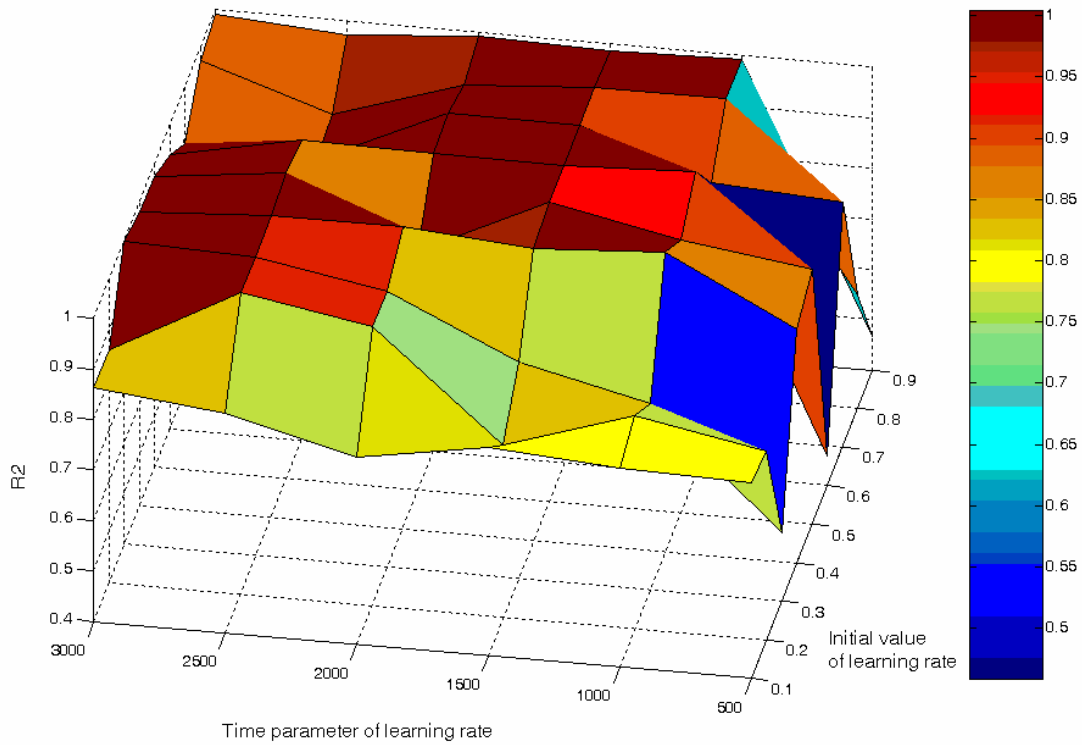


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

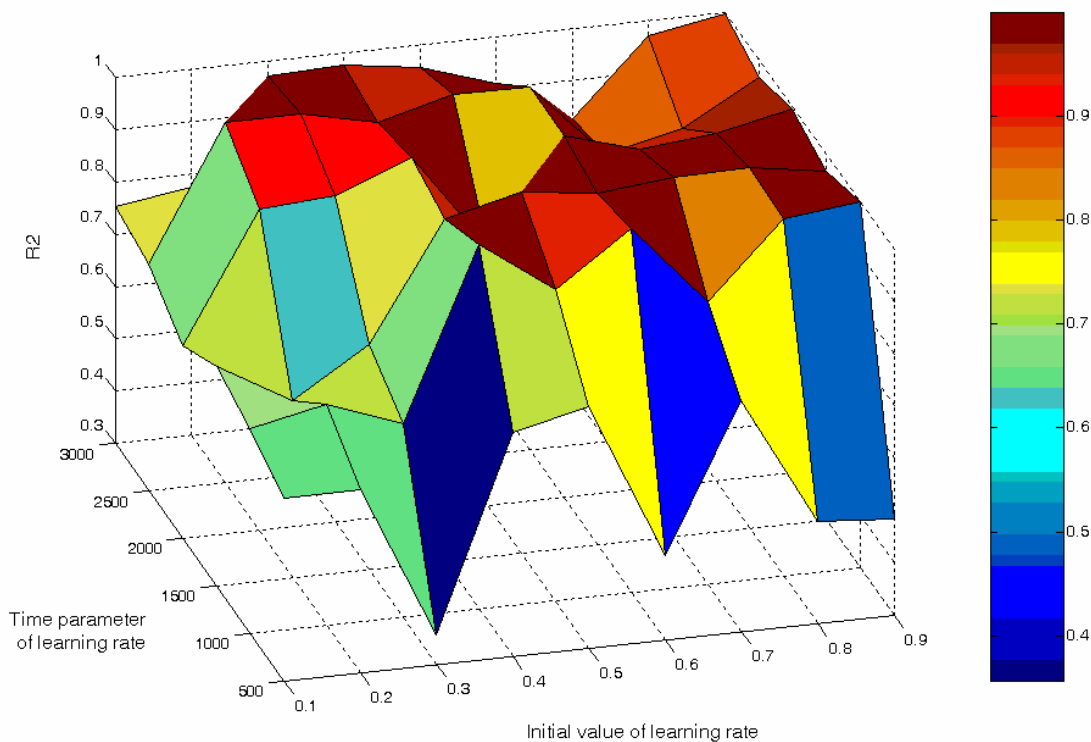


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.5-5:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 3 κατά πίνακα 11.5-1  
 ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



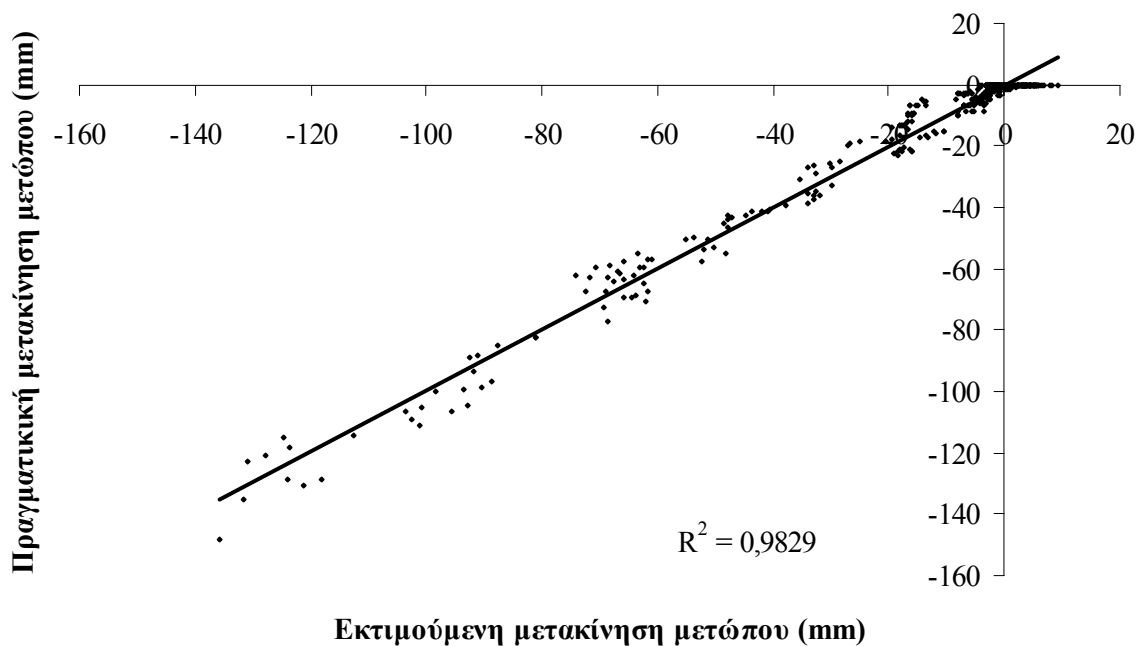
(α) για σύνολο εκπαίδευσης



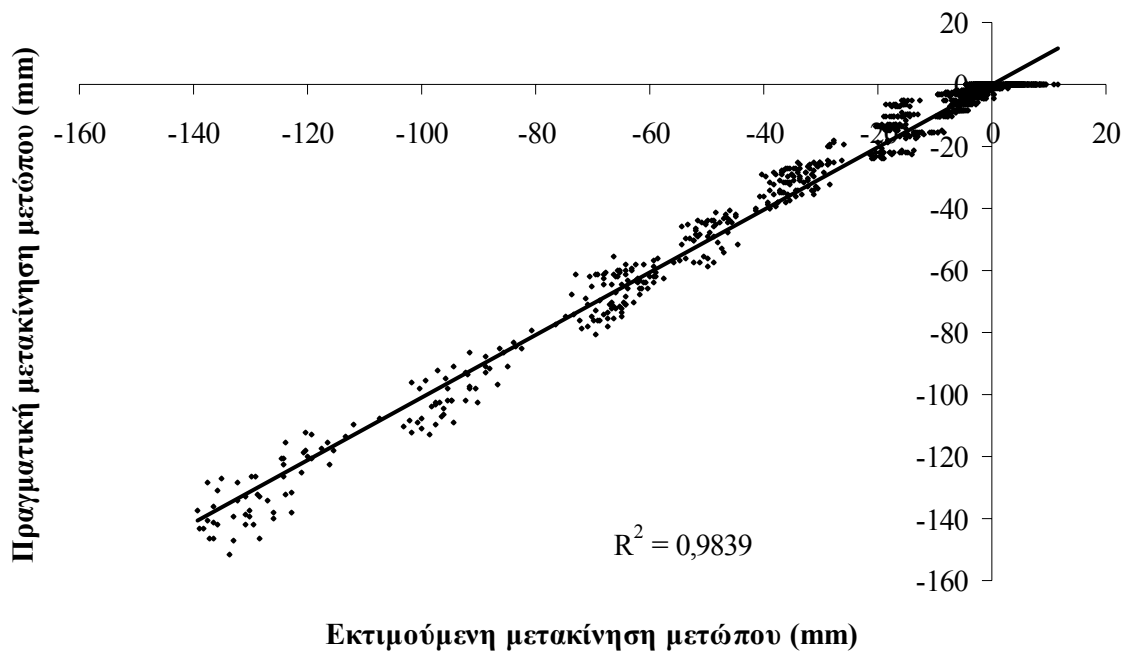
(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 11.5-6:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων μετώπου – συνδυασμός 3 κατά πίνακα 11.5-1

ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



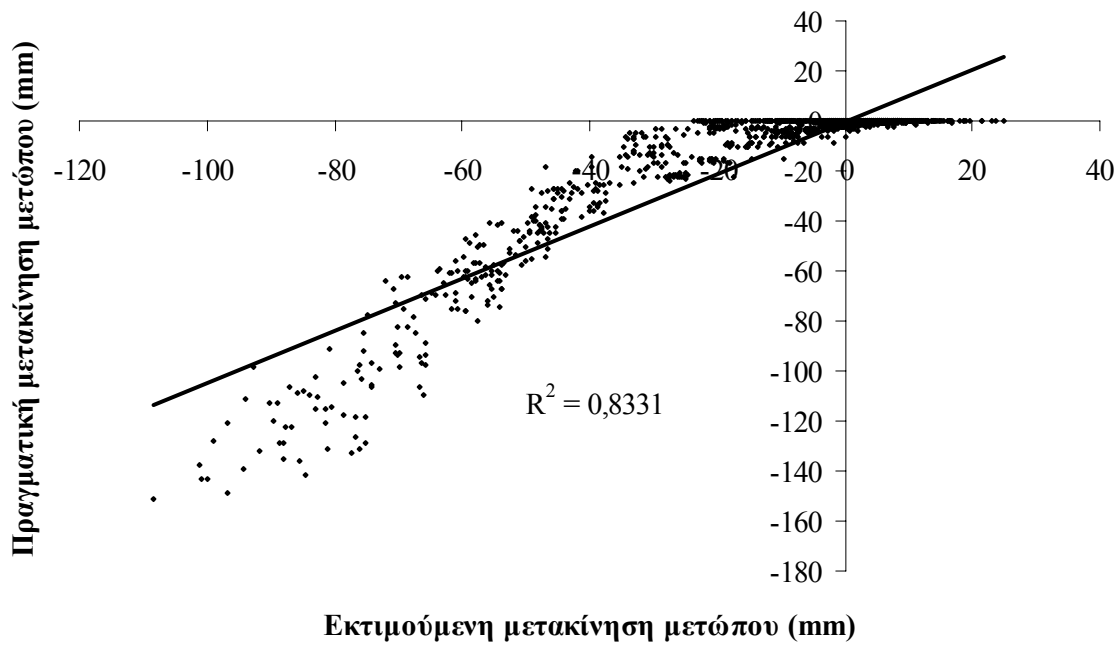
(α) ως προς σύνολο εκπαίδευσης



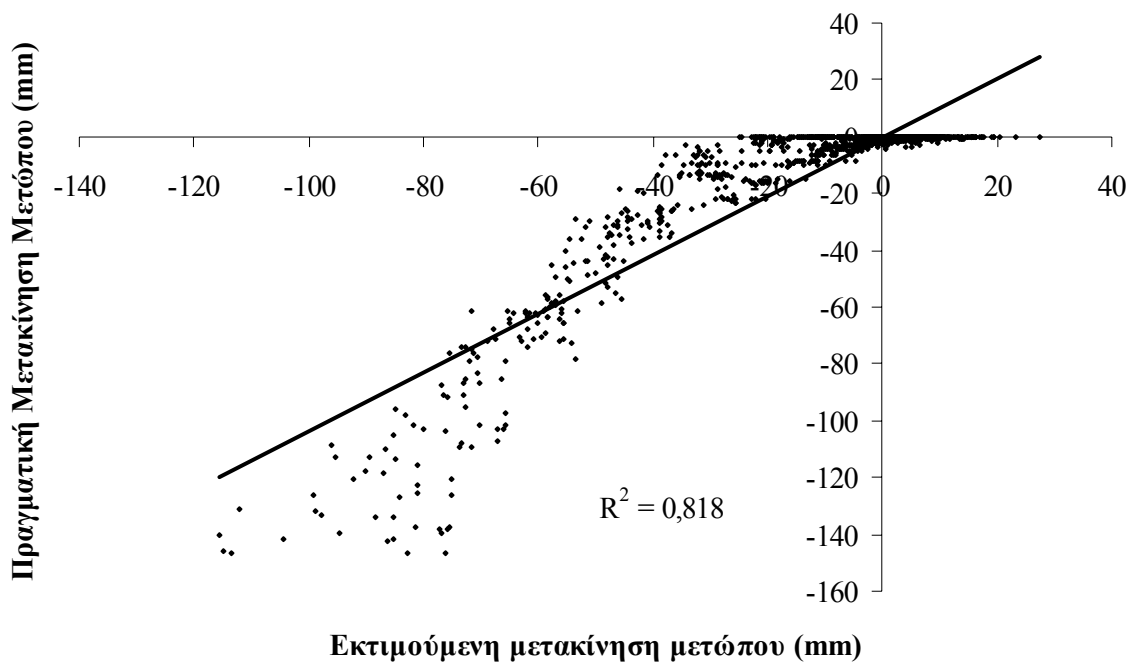
(β) ως προς σύνολο ελέγχου

**Σχήμα 11.5-7:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις μετώπου ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & σύνολο ελέγχου (β) για συνδυασμό 1 κατά πίνακα 11.5-1

TNΔ: 14 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,9$ ,  $T_{\eta-0} = 2500$ ,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) ως προς σύνολο εκπαίδευσης

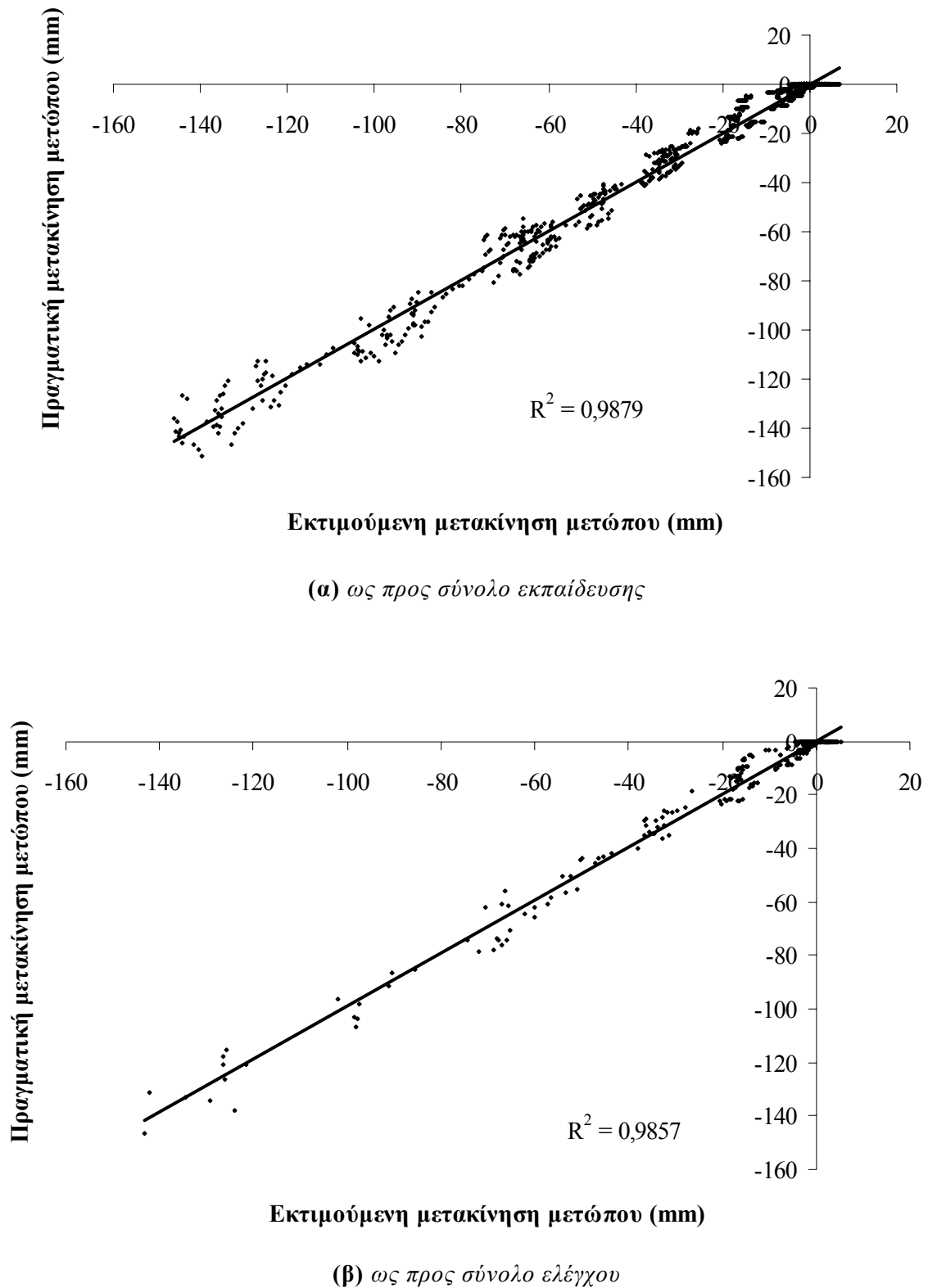


(β) ως προς σύνολο ελέγχου

**Σχήμα 11.5-8:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις μετώπου ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & σύνολο ελέγχου (β) για συνδυασμό 2 κατά πίνακα 11.5-1

TNΔ: 8 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,5$ ,  $T_{\eta-0} = 2500$ ,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$





**Σχήμα 11.5-9:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις μετώπου ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & σύνολο ελέγχου (β) για συνδυασμό 3 κατά πίνακα 11.5-1

TNΔ: 11 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,5$ ,  $T_{\eta-0} = 2500$ ,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

## 11.6 Συμπεράσματα ως προς το μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Μετώπου

Με βάση τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων για την περίπτωση εκτίμησης μετακινήσεων μετώπου με την εφαρμογή ενός πολυεπιπέδου perceptron ενός κρυμμένου επιπέδου με χρήση του αλγόριθμου ανάστροφης διάδοσης σφάλματος και με εισόδους τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο  $L$ , το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , το μέτρο ελαστικότητας βραχόμαζας  $E$  και τη θέση μέτρησης της μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης της σήραγγας  $x$ , προέκυψαν ότι:

- ♦ μπορούμε να επιτύχουμε εκτίμηση μετακινήσεων με μέση τιμή απόλυτου σφάλματος 3 mm, μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 20mm και συντελεστή προσαρμογής άνω του 90% και για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,

- ♦ η ρύθμιση του πλήθους των νευρώνων είναι μεγάλης σημασίας για την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας φαίνεται να έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για 6 με 14 νευρώνες,

- ♦ η ρύθμιση των παραμέτρων ορμής -αρχικής τιμής  $\alpha_0$  και χρονικής παραμέτρου  $T_{\alpha-0}$  – επίσης επηρεάζει την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας φαίνεται να έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για  $\alpha_0=0,5$  και πάνω και  $T_{\alpha-0}=1000$  και άνω, με τυπικές τιμές  $\alpha_0=0,9$  και  $T_{\alpha-0}=2500-3000$ ,

- ♦ η ρύθμιση των παραμέτρων μάθησης -αρχικής τιμής  $\eta_0$  και χρονικής παραμέτρου  $T_{\eta-0}$  - επηρεάζει την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας φαίνεται να έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για  $\eta_0=0,5$  και πάνω και  $T_{\eta-0}=1000$  και άνω, με τυπικές τιμές  $\eta_0=0,5-0,6$  και  $T_{\eta-0}=2500$ .

- ♦ η απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου επηρεάζεται από το σύνολο εκπαίδευσης, καθώς αύξηση του πλήθους των διανυσμάτων εκπαίδευσης δεν οδηγεί απαραίτητα σε βελτίωση του μοντέλου εκτίμησης.

Σε κάθε περίπτωση τα μεγέθη που δίνονται για τη ρύθμιση των παραμέτρων του ΤΝΔ είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων μετώπου.

Η δε συνολική συμπεριφορά του μοντέλου κρίνεται αρκετά ικανοποιητική. Βέβαια ενδιαφέρον θα είχε η εφαρμογή και η μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου για δεδομένα από πραγματικές μετρήσεις ως προς την εκτίμηση των μετακινήσεων μετώπου.

## Κεφάλαιο 12

### Εκτίμηση Μετακινήσεων Τοιχώματος κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων

#### 12.1 Γενικά

Το δεύτερο θέμα που θα αντιμετωπίσουμε είναι η εκτίμηση των μετακινήσεων του τοιχώματος κατά τη διάνοιξη της σήραγγας.

Από το πρόγραμμα των πεπερασμένων διαφορών προέκυψαν μετακινήσεις από 144 mm προς την εσωτερική πλευρά του τοιχώματος –εκεί που ήδη έχει εκσκαφτεί και προσημαίνονται αρνητικά- ως 0,1 mm μετακίνηση προς την πλευρά του τοιχώματος που εκσκάπτεται –με θετική προσήμανση, το οποίο ουσιαστικά είναι μηδενικό και προκύπτει λόγω αριθμητικής προσέγγισης της μεθόδου των πεπερασμένων.

Εφαρμόστηκε η μέθοδος των πολυεπίπεδων νευρωνικών δικτύων τύπου *perceptron* με ένα κρυμμένο επίπεδο, όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 10. Η εξέταση των προβλημάτων έγινε με τον ίδιο τρόπο που έγινε στο κεφάλαιο 11: αρχικά με το πρόγραμμα επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου δημιουργήσαμε διάφορα σύνολα διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου, από 10% των συνολικών στοιχείων να ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 90% στο σύνολο ελέγχου, ως το αντίστοιχο ποσοστό να είναι 90% - 10%. Αυτή η διαδικασία έγινε με βήμα μεταβολής 10%. Το σύνολο των διανυσμάτων ήταν 6850. Από τον διαχωρισμό παρατηρήσαμε ότι δεν ήταν πάντα ακριβής ως προς τα ποσοστά και ήταν δυνατό να υπάρξει μία απόκλιση τιμών  $\pm 1\%$ . Η δε επιλογή των διανυσμάτων γινόταν με τυχαίο τρόπο.

Μετά τη διαμόρφωση των συνόλων εκτελέσαμε για κάθε περίπτωση μεταβολή νευρώνων από 2 ως 15, ώστε να διαπιστώσουμε την επίδραση των νευρώνων. Σε αυτήν την περίπτωση θεωρήσαμε ότι οι όροι ορμής και μάθησης είναι προκαθορισμένοι –μετά από μερικές προκαταρτικές εκτελέσεις. Οι τιμές που λήφθηκαν ήταν  $\alpha_0=0,6$ ,  $T_{\alpha-0}=1000$ ,  $\eta_0=0,6$  και  $T_{\eta-0}=1000$ .

Έπειτα για το πλήθος νευρώνων όπου παρατηρήθηκαν οι καλύτερες τιμές των μέσων απόλυτων τιμών σφαλμάτων μετακίνησης τοιχώματος προχωρήσαμε στην παγίωση του αριθμού των νευρώνων και του ρυθμού μάθησης –στις τιμές  $\eta_0=0,6$ ,  $T_{\eta-0}=1000$ - και μετακινήσαμε τον όρο ορμής μεταξύ των τιμών  $\alpha_0=0,1$  ως 0,9 με βήμα 0,1,  $T_{\alpha-0}=500$  ως 3000 με βήμα 500.

Τέλος για το πλήθος νευρώνων και τις παραμέτρους του όρου ορμής όπου παρατηρήθηκαν οι καλύτερες τιμές συντελεστών προσαρμογής ή μέσων απόλυτων τιμών σφαλμάτων προχωρήσαμε στην παγίωση των αντίστοιχων τιμών και ρυθμίσαμε τον ρυθμό μάθησης μεταξύ των τιμών  $\eta_0=0,1$  ως 0,9 με βήμα 0,1,  $T_{\eta-0}=500$  ως 3000 με βήμα 500. Με αυτόν τον αρκετά συστηματικό τρόπο

προχωρήσαμε στη ρύθμιση των παραμέτρων του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, ώστε να προσδιορίσουμε μία όσο το δυνατό καλύτερη λύση.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε την ακόλουθη ανάλυση μέσω κατάλληλων πινάκων και γραφικών παραστάσεων.

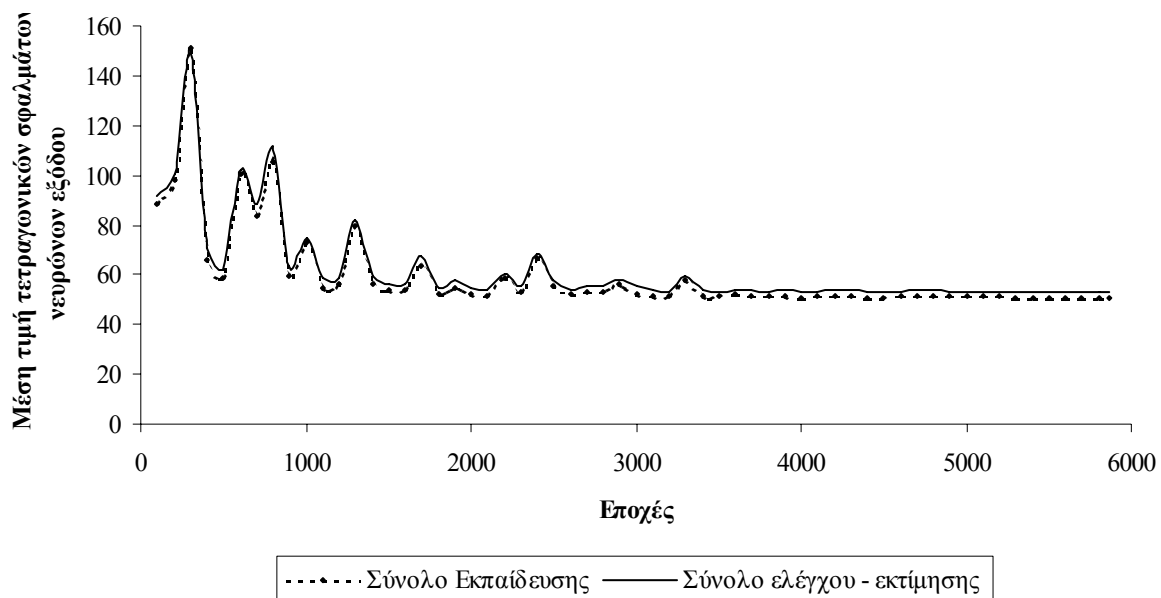
## 12.2 Μία Τυπική Εκτέλεση του Αλγορίθμου ΤΝΔ για τις Μετακινήσεις Τοιχώματος

Έχοντας ορίσει ένα τυπικό σενάριο συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου προχωρήσαμε στην εκτέλεση της μεθόδου που αναπτύξαμε στο δέκατο κεφάλαιο. Για την περίπτωση που έχουμε ως σύνολο εκπαίδευσης το 80% του συνολικού πληθυσμού και ως σύνολο ελέγχου το υπόλοιπο 20%, προέκυψε με την εφαρμογή του προγράμματος επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης-ελέγχου ότι τα αντίστοιχα σύνολα απαρτίζονται από 6074 και 1576 διανύσματα.

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες ενδεικτικές τιμές:

- πλήθος νευρώνων 8,
- αρχική τιμή ρυθμού ορμής  $\alpha_0 = 0,3$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού ορμής  $T_{\alpha-0} = 500$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Αν παρατηρήσουμε τη γραφική παράσταση της μέσης τιμής του αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου τόσο για το σύνολο εκπαίδευσης, όσο και για το σύνολο ελέγχου, θα προκύψει μία έντονη διακύμανση στις πρώτες εποχές καταλήγοντας ουσιαστικά σε σταθεροποίηση των αντίστοιχων τιμών μετά από 3000 εποχές (βλ. σχήμα 12.2-1).



**Σχήμα 12.2-1:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής του αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου

ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,3$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

Στην περίπτωση του μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς τα αντίστοιχα σύνολα παρουσιάζεται ίδια συμπεριφορά, μόνο που είναι πιο έντονες οι μεταβολές (βλ. σχήμα 12.2-2). Εδώ όμως παρατηρούμε ότι το σύνολο εκπαίδευσης εμφανίζει τις μεγαλύτερες αποκλίσεις, γεγονός που οφείλεται στον τετραπλάσιο πληθυσμό που περιέχει, με συνέπεια να έχει και τις πιο ακραίες τιμές.

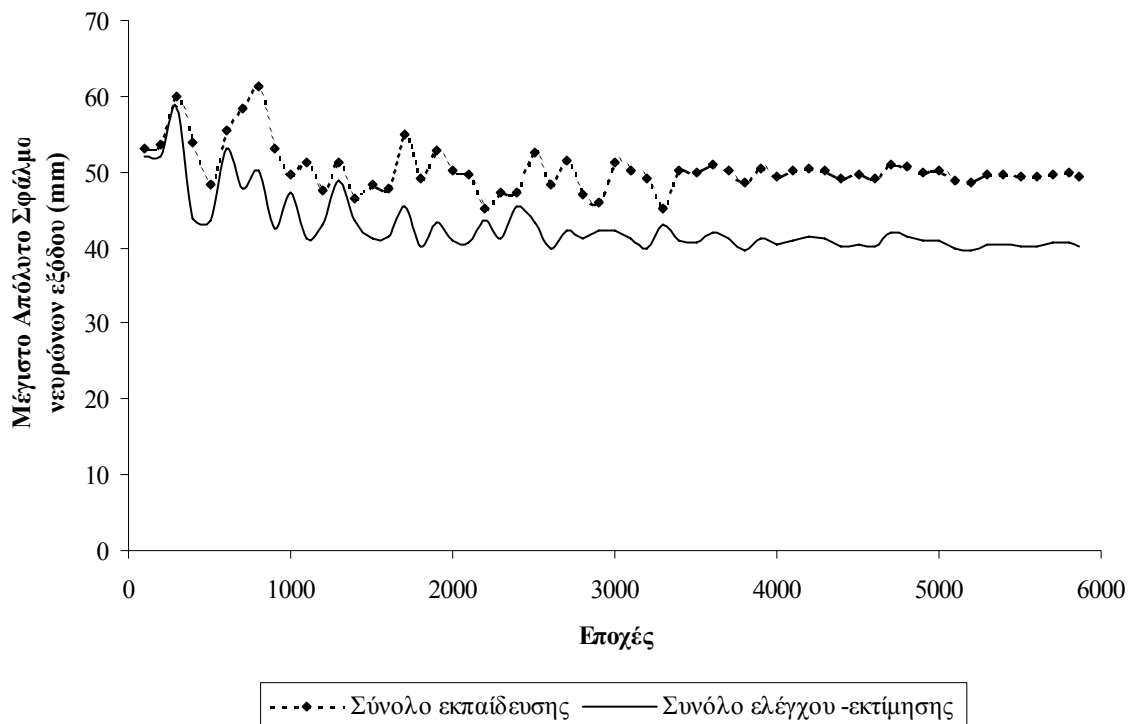
Ως προς τη μέση τιμή (αθροίσματος) απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς τα αντίστοιχα σύνολα προκύπτει όμοια συμπεριφορά με της μέσης τιμής αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου (βλ. σχήμα 12.2-3). Σημειώνουμε ότι η ύπαρξη μίας εξόδου οδηγεί αυτήν την τιμή να αποτελεί ουσιαστικά τη μέση τιμή απόλυτου σφάλματος της μετακίνησης τοιχώματος κατά τη διάνοιξη της σήραγγας.

Από τις δύο τελευταίες γραφικές παραστάσεις προκύπτει ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος είναι 7,0 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και 7,2 mm για το σύνολο ελέγχου, ενώ τα αντίστοιχα μέγιστα κατά απόλυτη τιμή σφάλματα είναι 49 και 40 mm αντίστοιχα.

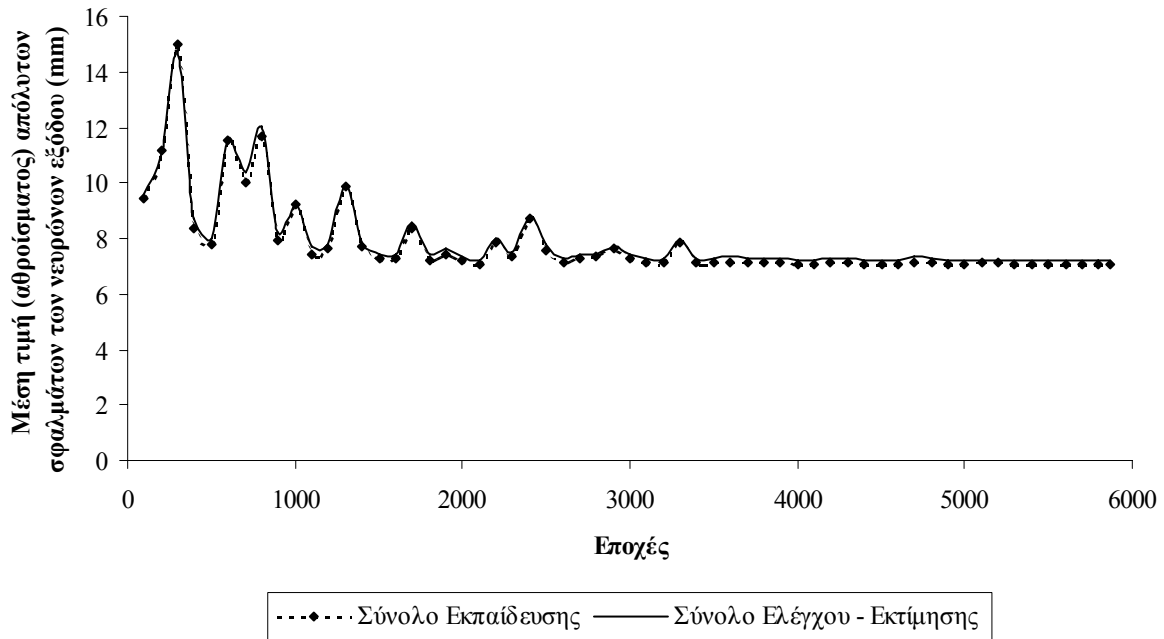
Στη συνέχεια στα 12.2-4 και 12.2-5 παρουσιάζουμε τα δύο διαγράμματα εκτιμώμενης μετακίνησης – πραγματικής μετακίνησης για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου εκφρασμένα σε mm.

Ο συντελεστής προσαρμογής είναι 0,93 τόσο για το σύνολο εκπαίδευσης, όσο και για το σύνολο ελέγχου. Ως μέγεθος είναι ικανοποιητικό. Όμως το πλήθος των στοιχείων που έχουν χρησιμοποιηθεί είναι αρκετά μεγάλο.

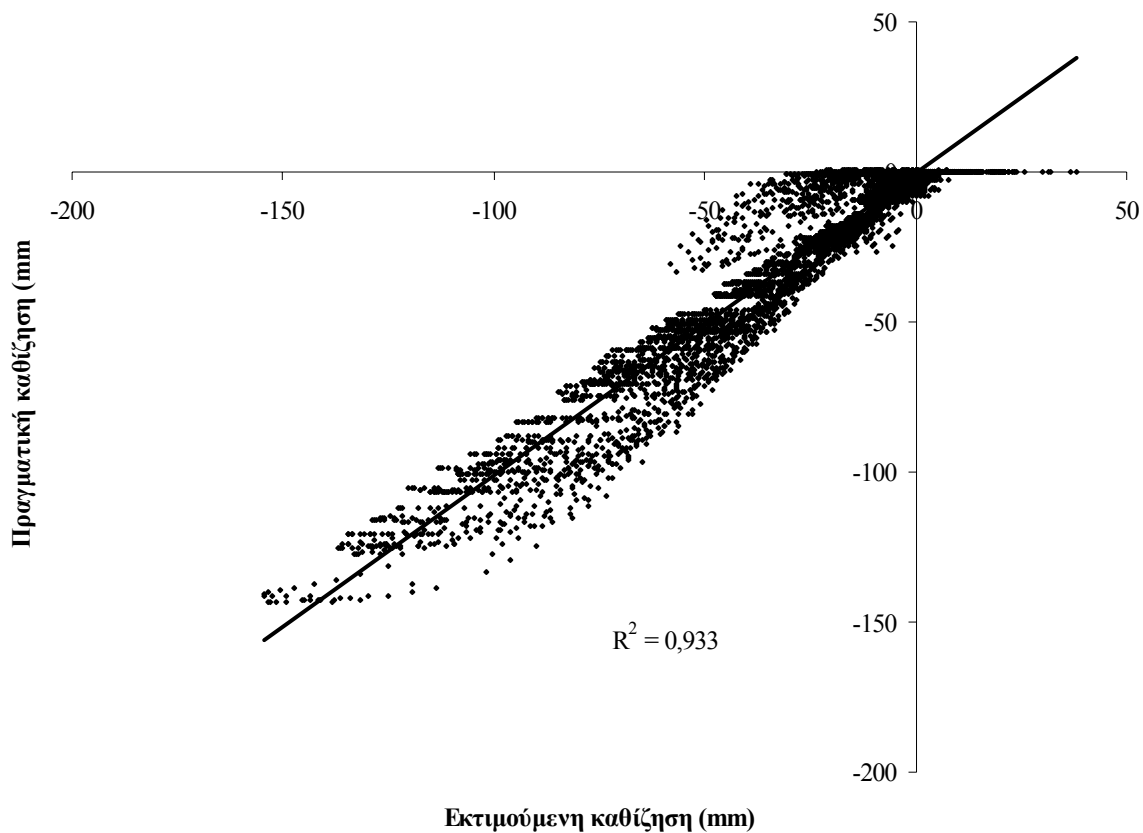
Γι' αυτό αρχίζουμε από την επόμενη παράγραφο την εφαρμογή της στοιχειώδους διαδικασίας βελτιστοποίησης του μοντέλου μας, όπως ήδη την έχουμε καταγράψει προηγουμένως.



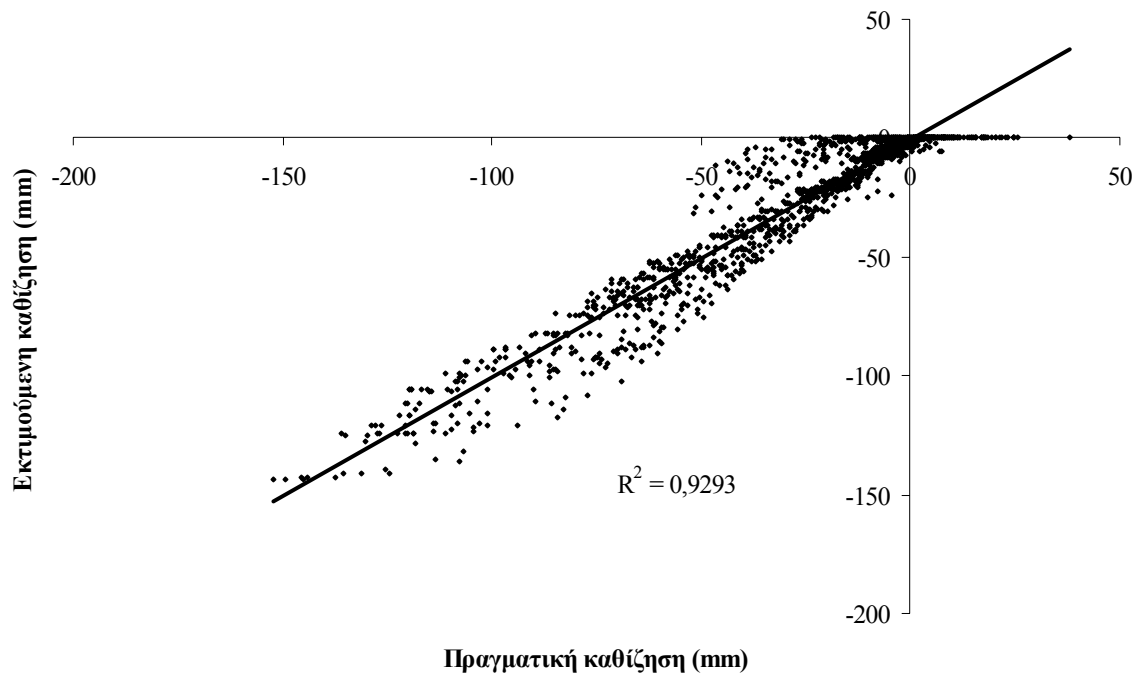
**Σχήμα 12.2-2:** Γραφική παράσταση μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου  
 TNΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,3$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 12.2-3:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής (αθροίσματος) απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου (mm) για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς τα δύο σύνολα ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,3$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 12.2-4:** Γραφική παράσταση εκτιμούμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς το σύνολο εκπαίδευσης ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,3$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 12.2-5:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς το σύνολο ελέγχου

TNΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,3$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

### 12.3 Επίδραση Νευρώνων στο μοντέλο TNΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος

Αρχικά με το πρόγραμμα επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου δημιουργήσαμε διάφορα σύνολα διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου, από 10% των συνολικών στοιχείων να ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 90% στο σύνολο ελέγχου, ως το αντίστοιχο ποσοστό να είναι 90% - 10% με βήμα μεταβολής 10%. Λόγω μη τελειότητας της συνάρτησης τυχαίων αριθμών ομοιόμορφης πιθανοτικής κατανομής της Fortran τα επιλεγόμενα διανύσματα ήταν δυνατό να έχουν μία απόκλιση τιμών  $\pm 1\%$  σε σχέση με τα επιθυμητά.

Σενάρια	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης	Ποσοστό συνόλου ελέγχου	Διανύσματα συνόλου εκπαίδευσης	Διανύσματα συνόλου ελέγχου
1	10%	90%	789	6861
2	20%	80%	1550	6100
3	30%	70%	2291	5359
4	40%	60%	3036	4614
5	50%	50%	3773	3877
6	60%	40%	4526	3124
7	70%	30%	5300	2350
8	80%	20%	6074	1576
9	90%	10%	6847	803

**Πίνακας 12.3-1:** Πλήθος διανυσμάτων συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου για τον πληθυσμό των 7650 διανυσμάτων μετακινήσεων παρειάς-τοιχώματος

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες τιμές:

- πλήθος νευρώνων από 2 ως 15 με βήμα 1,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 14 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 9 φορές –για τους εννιά διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου.

Αρχικά παρατηρήσαμε τα αποτελέσματα ως προς τη μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος, τόσο αριθμητικά, όσο και μέσω γραφικών παραστάσεων για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Από τις γραφικές παραστάσεις των σχημάτων 12.3-1 & 12.3-2 παρατηρούμε ότι υπάρχουν περιοχές νευρώνων στις οποίες η συμπεριφορά του δικτύου ως προς την απόλυτη τιμή σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος γενικά σταθεροποιείται είτε πρόκειται για το σύνολο ελέγχου, είτε για το σύνολο εκπαίδευσης.

Για την περίπτωση των σεναρίων 2, 5 και 8 κατά το σχήμα 12.3-1 παρατηρούμε ελάχιστα στις περιοχές νευρώνων 7 με 15. Οι ελάχιστες τιμές σημειώνονται αντίστοιχα για 8, 10 και 11 νευρώνες, ενώ για μεγαλύτερες τιμές παρατηρείται μία μικρή σταδιακή αύξηση των τιμών σφάλματος. Ιδιαίτερα για το σενάριο 2 υπάρχει όμως μία πιο έντονη διακύμανση σε σχέση με τις άλλες δύο περιπτώσεις. Παράλληλα βλέπουμε ότι η συμπεριφορά των συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου είναι πανομοιότυπη. Κατά κύριο λόγο η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος για το σύνολο ελέγχου είναι κατά τι μεγαλύτερη από της εκπαίδευσης, γύρω στο 0,1 με 0,3 mm και όσο αυξάνεται το σύνολο εκπαίδευσης, τόσο αμβλύνεται η διαφορά. Από τα συνολικά διαγράμματα 12.3-2 ως 12.3-3 μπορούμε να φτιάξουμε ΤΝΔ με σφάλμα της τάξης των 6,5 mm. Γενικά εύκολα για τα σενάρια 1 ως 4 λαμβάνουμε σφάλματα που φτάνουν τα 6,5 με 7 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και τα 6,8 με 7,5 mm για το σύνολο ελέγχου. Δηλαδή χρησιμοποιώντας για εκπαίδευση το 10% με 40% του πληθυσμού των διανυσμάτων, μπορούμε να εκτιμήσουμε αρκετά ικανοποιητικά τη μετακίνηση του τοιχώματος. Από την τρισδιάστατη γραφική παράσταση του 12.3-3 έχουμε μία εικόνα της γενικής συμπεριφοράς των διαφόρων σεναρίων ως προς το σύνολο ελέγχου. Για το σύνολο εκπαίδευσης έχει παρόμοια μορφή με πολύ παραπλήσιες τιμές, για αυτό και δεν παρουσιάζεται.

Βλέποντας και την παράσταση του συντελεστή προσαρμογής για το σύνολο ελέγχου παρατηρούμε πανομοιότυπη συμπεριφορά (βλ. 12.3-4). Ο συντελεστής προσαρμογής για τα σενάρια 1 ως 4 στις αντίστοιχες περιοχές νευρώνων κυμαίνεται στην περιοχή του 0,9 και για τα δύο σύνολα.

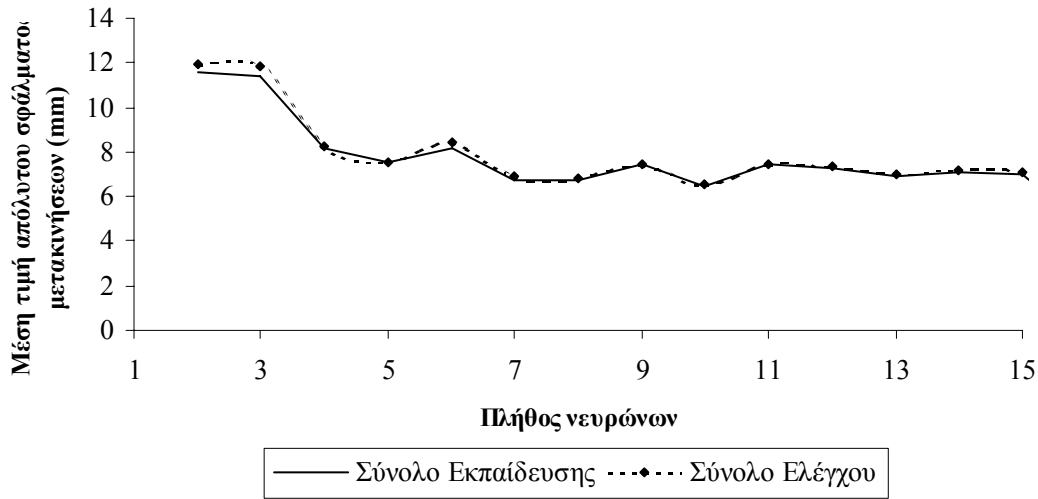
Υπάρχουν και ορισμένα ελάχιστα, τα οποία θα εξετάσουμε στη συνέχεια εκτενέστερα ως προς τη συμπεριφορά τους ως προς τις άλλες παραμέτρους του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

Επισημαίνουμε ακόμη ότι οι εποχές που χρειάζεται για να συγκλίνει ο αλγόριθμος είναι περισσότερες από 7000 για περισσότερους από 10 με 12 νευρώνες, διαφορετικά κυμαίνεται γύρω στο 3500 με 5000.

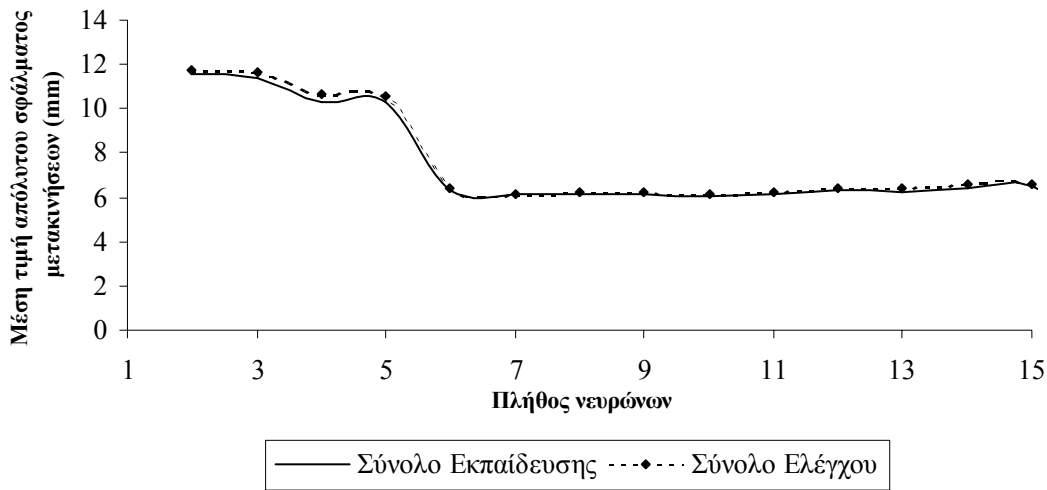
Πάντως σε κάθε περίπτωση η χωρίς μέτρο αύξηση του πλήθους των νευρώνων και του μεγέθους του συνόλου εκπαίδευσης δεν εξασφαλίζουν, όπως είδαμε τα καλύτερα αποτελέσματα.

Τέλος σημειώνουμε ότι η διάρκεια εκτέλεσης των σεναρίων κράτησε από 8 μέχρι 30 ώρες –όσο αυξανόταν το σύνολο εκπαίδευσης, τόσο αυξανόταν και ο χρόνος εκτέλεσης (ο Η/Υ είναι κοινός σε όλες τις εκτελέσεις).

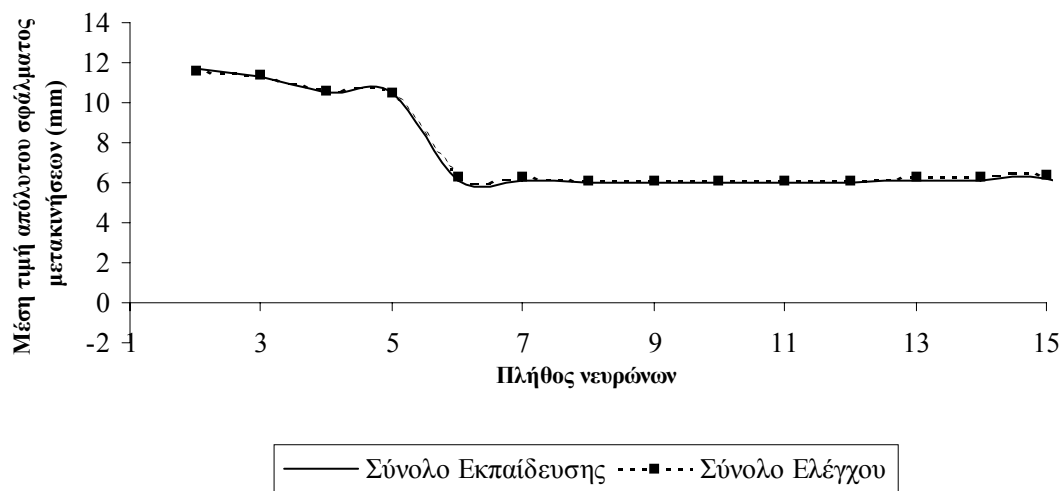




(α) ως προς σενάριο 2

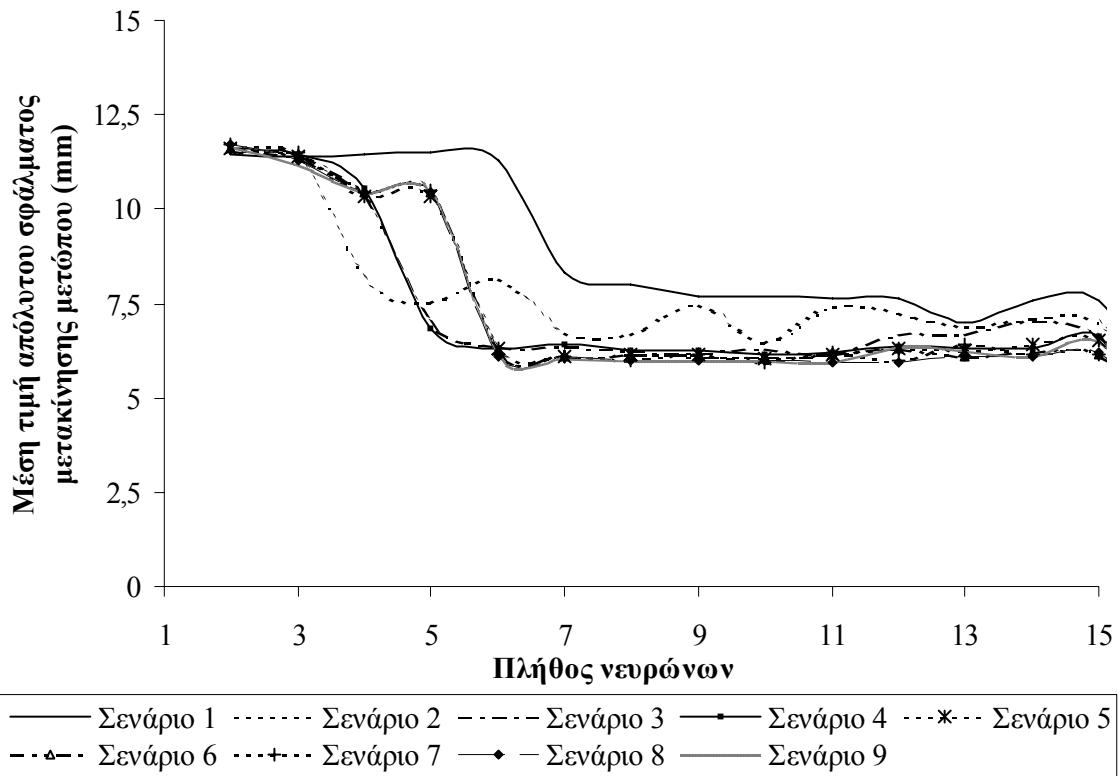


(β) ως προς σενάριο 5

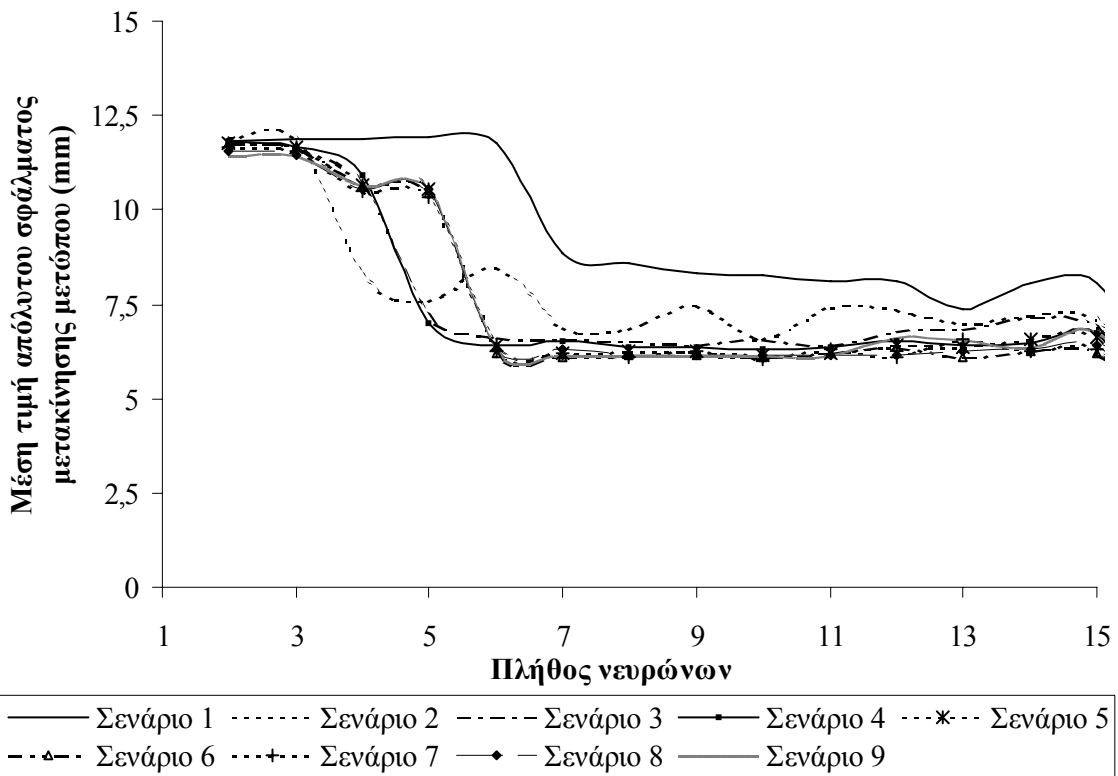


(γ) ως προς σενάριο 8

**Σχήμα 12.3-1:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων τοιχώματος σε mm ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης & ελέγχου για τα σενάρια 2 (α) , 5 (β), 8 (γ) κατά τον πίνακα 12.3-1 --- TND: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) ως προς σύνολο εκπαίδευσης



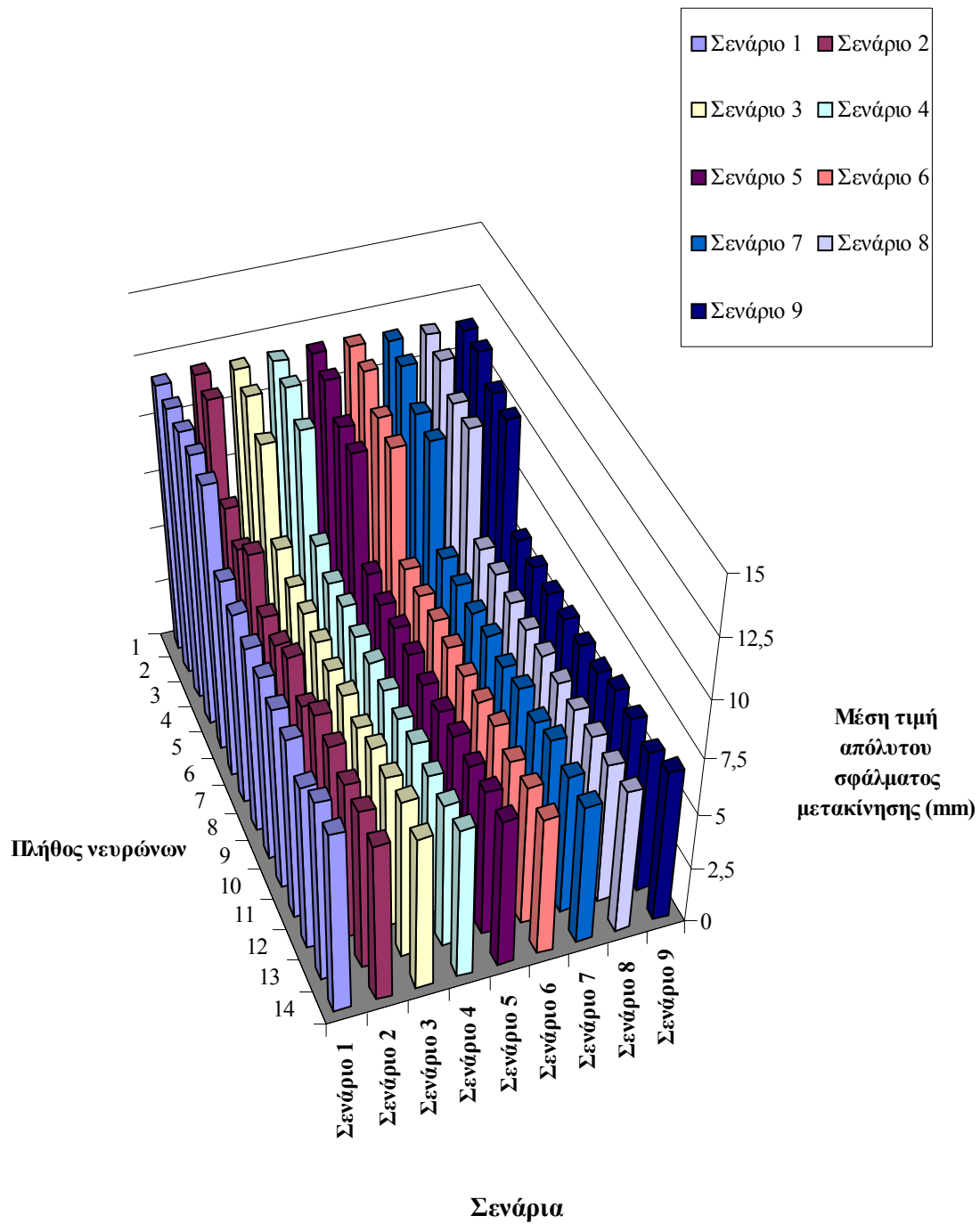
(β) ως προς σύνολο ελέγχου

**Σχήμα 12.3-2:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων τοιχώματος σε mm ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & ελέγχου (β)

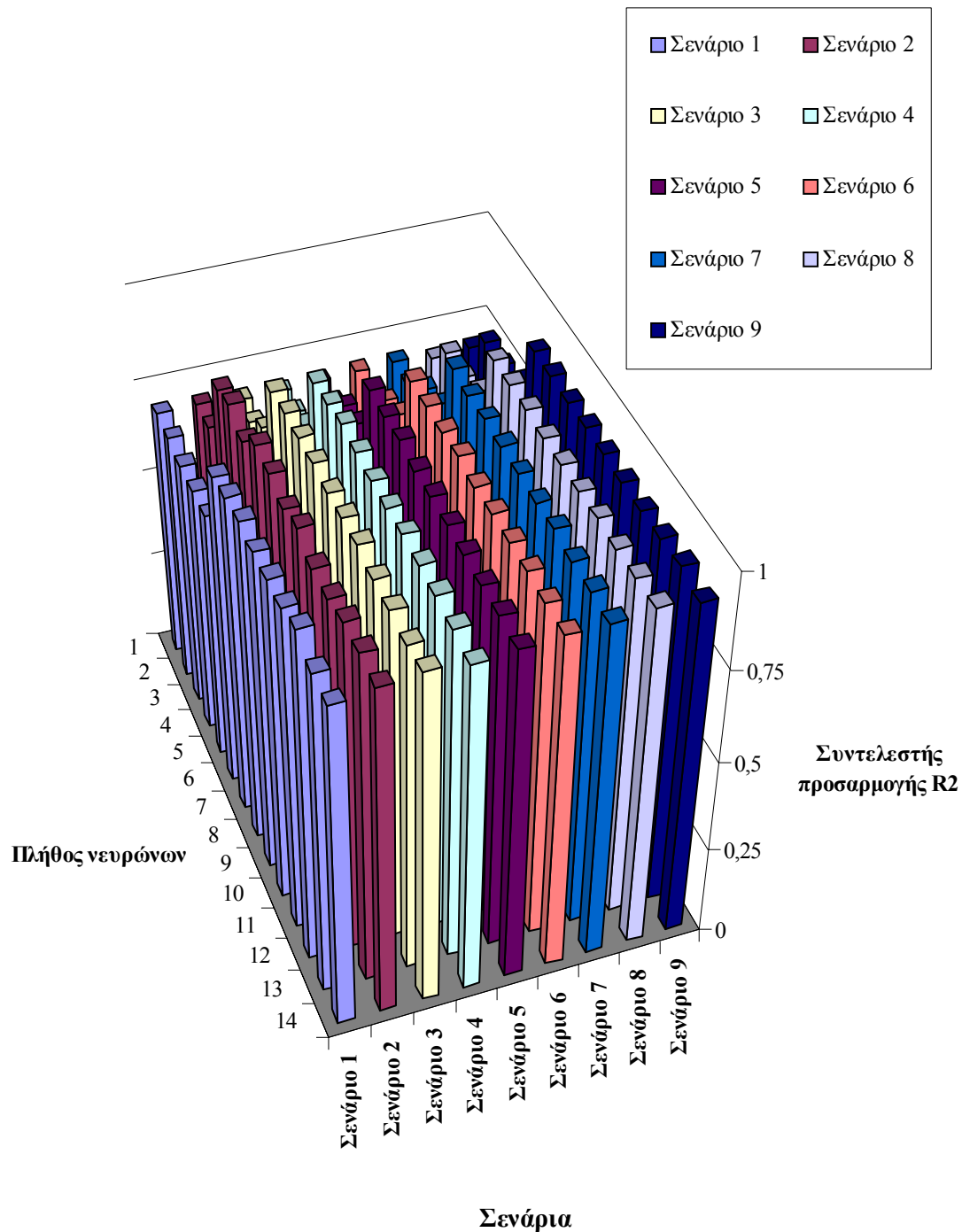
για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 12.3-1

TNΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,

$max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 12.3-3:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων τοιχώματος σε mm ως προς το σύνολο ελέγχου για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 12.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{a-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 12.3-4:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων τοιχώματος ως προς το σύνολο ελέγχου για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 12.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  
 $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

## 12.4 Επίδραση των Παραμέτρων Ορμής στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος

Από την προηγούμενη επεξεργασία θα μελετήσουμε ορισμένες περιπτώσεις συνόλων εκπαίδευσης - ελέγχου μεταβάλλοντας την αρχική τιμή ορμής και την αντίστοιχη χρονική παράμετρο διατηρώντας τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Συγκεκριμένα μελετήσαμε ως προς τα αρχικά σενάρια συνόλων εκπαίδευσης-ελέγχου του πίνακα 12.3-1 τα σενάρια 2, 5 και 8 ως προς τους νευρώνες που παρουσιάζουν ελάχιστα:

- για το σενάριο 2 (σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του συνολικού πληθυσμού και το υπόλοιπο 80% σύνολο ελέγχου) : πλήθος νευρώνων 8,

- για το σενάριο 5 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 50%-50%) : πλήθος νευρώνων 10,

- για το σενάριο 8 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 80%-20%) : πλήθος νευρώνων 11.

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες τιμές –πέρα του πλήθους νευρώνων:

- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,

- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,

- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,

- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,

- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων  $7000$ ,

- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών  $0,0001$ .

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 54 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 3 φορές –για τους τρεις διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης -ελέγχου και πλήθους νευρώνων που προαναφέραμε. Δεν προχωρήσαμε σε μεγαλύτερη ανάλυση, διότι από τη μία πλευρά θέλουμε να δούμε τη γενική επίδραση, από την άλλη η κάθε εκτέλεση διαρκούσε από 13 ως και 48 ώρες ( η τελευταία τιμή υπήρξε για τα σύνολα τύπου σεναρίου 8).

Από την εξέταση των 54 ΤΝΔ για κάθε συνδυασμό καταλήξαμε στο καλύτερο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ως προς τις παραμέτρους ορμής θεωρώντας ως κρίσιμο κριτήριο την ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος κατά τη διάνοιξη της σήραγγας για το σύνολο εκπαίδευσης.

Τα καλύτερα αποτελέσματα ήταν τα ακόλουθα σε κάθε ένα από τους τρεις συνδυασμούς που εκτελέσαμε :

α/α συνδυασμών	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης – Πλήθος νευρώνων	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου			Παράμετροι ορμής για ελάχιστο σφάλμα $\alpha_0 - T_{\alpha-0}$
		Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	
1	20%-8	6,29	38,1	0,93	6,40	40,3	0,92	0,5-2500
2	50%-10	5,94	40,7	0,93	6,07	39,7	0,93	0,7-2000
3	80%-11	5,86	35,7	0,94	5,99	36,2	0,93	0,5-2500

**Πίνακας 12.4-1:** Τελικά αποτελέσματα συνδυασμών για μελέτη παραμέτρων ορμής στην περίπτωση μετακινήσεων τοιχώματος κατά τη διάνοιξη σήραγγας

Από τη μελέτη του πίνακα προκύπτουν ότι τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται για το συνδυασμό 3 με ΤΝΔ 11 νευρώνων για σύνολο εκπαίδευσης 80% επί του ολικού πληθυσμού

έχοντας τιμές μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος 5,86 και 5,99 mm για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Επίσης παρατηρούμε ότι οι μέγιστες τιμές απόλυτης τιμής σφάλματος είναι μικρότερες των 37 mm, το οποίο επίσης είναι αρκετά ικανοποιητικό.

Οι συντελεστές προσαρμογής είναι 0,94 και 0,93 αντίστοιχα για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου.

Από τον πίνακα προκύπτουν επίσης ότι τα αποτελέσματα που δίνονται και για τους δύο πρώτους συνδυασμούς είναι ομοίως πολύ καλά, αφού για τον πρώτο συνδυασμό το μέσο σφάλμα μετακίνησης τοιχώματος δεν ξεπερνά τα 6,3 mm, ενώ για το δεύτερο τα 5,94 mm.

Ακόμη παρατηρούμε ότι η αύξηση του πληθυσμού εκπαίδευσης δεν συνοδεύεται από αντίστοιχη σημαντική βελτίωση των αποτελεσμάτων. Χαρακτηριστική περίπτωση είναι του συνδυασμού 2 που αντιστοιχεί σε πληθυσμό εκπαίδευσης 50% ως προς το συνολικό διαθέσιμο αριθμό διανυσμάτων. Παρά τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του όρου ορμής παρουσιάζει ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα ως προς τον πρώτο και σχεδόν ταυτόσημα με τον τρίτο συνδυασμό που αντιστοιχούν σε πληθυσμό εκπαίδευσης 20% και 80% επί του συνόλου.

Αυτά τα μεγέθη παρατηρήθηκαν για αρχική τιμή ορμής ίση με 0,5 ως 0,7 και χρονική παράμετρο της ίση με 1000 ως 3000.

Από παρατήρηση των αντίστοιχων τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων προκύπτει ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια στην ευρύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων  $\alpha_0$  και  $T_{\alpha-0}$ .

Συγκεκριμένα από το σχήμα 12.4-1 παρατηρούμε ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων τοιχώματος και για τα δύο σύνολα για τον συνδυασμό 1 κυμαίνεται σε μικρές τιμές - μεταξύ των 7 και 6 mm αντίστοιχα- για την περιοχή αρχικής τιμής όρου ορμής 0,4 με 0,6 και χρονικής παραμέτρου από 500 ως 3000, δηλαδή σε όλο το εύρος που εξετάσαμε. Ομοίως μικρές τιμές σφάλματος μετακινήσεων λαμβάνονται και για τους υπόλοιπους συνδυασμούς με πανομοιότυπες μορφές, γι' αυτό δεν προχωρήσαμε στην αντίστοιχη παρουσίασή τους.

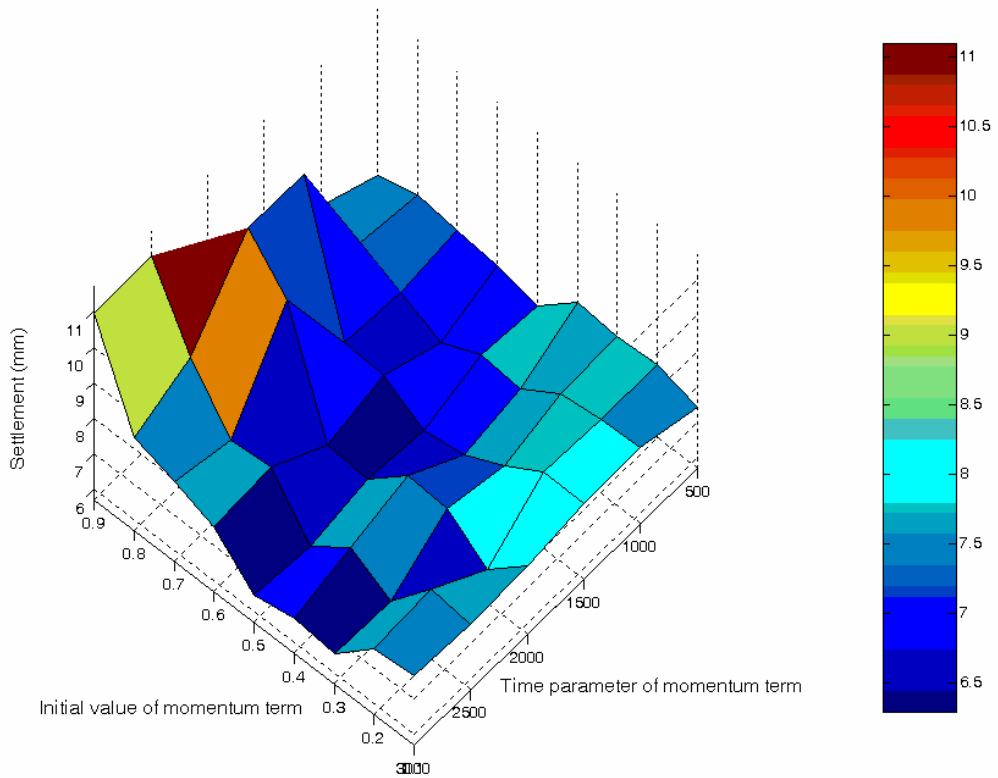
Αντίστοιχες παρατηρήσεις γίνονται και για τη γραφική παράσταση των συντελεστών προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων τοιχώματος, με τη μόνη διαφορά που εδώ βρίσκουμε την περιοχή μεγιστοποίησης του συντελεστή. Από τη μελέτη του σχήματος 12.4-2 βλέπουμε ότι η μεγιστοποίηση συμβαίνει στις αντίστοιχες περιοχές που πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων τοιχώματος.

Επίσης η συμπεριφορά ως προς τα δύο σύνολα είναι παρόμοια με παραπλήσιες τιμές, αλλά όχι ίδιες, όπως είδαμε και από τον πίνακα 12.4-1. Γι' αυτό στις τρισδιάστατες γραφικές παραστάσεις πρέπει να δοθεί προσοχή κατά την ανάγνωσή τους, καθώς έχει πραγματοποιηθεί και περιστροφή, ώστε να τις μελετήσουμε από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Αν τις δούμε προσεκτικά, θα παρατηρήσουμε ότι είναι πανομοιότυπες.

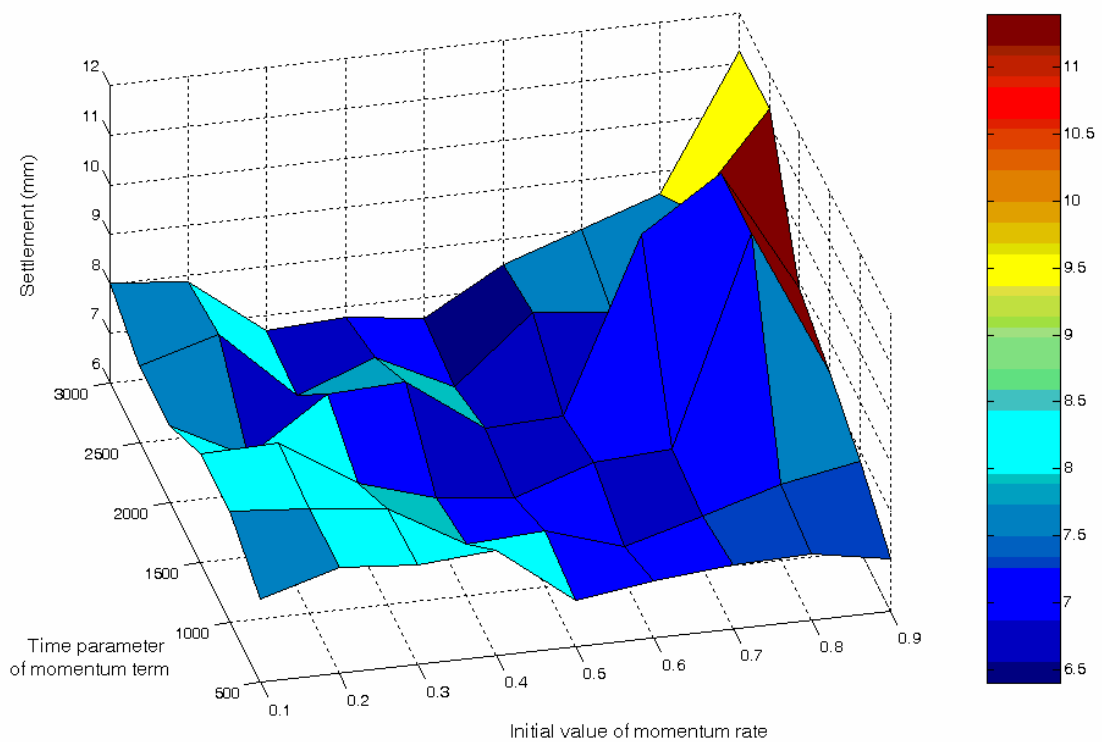
Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται για τον πρώτο συνδυασμό -σενάριο 2 με 8 νευρώνες- και για τα δύο σύνολα -εκπαίδευσης και ελέγχου- οι γραφικές παραστάσεις της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων τοιχώματος κατά τη διάνοιξη της σήραγγας και του συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ των αντίστοιχων εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων ως προς τις παραμέτρους της αρχικής τιμής όρου ορμής  $\alpha_0$  και της χρονικής παραμέτρου της  $T_{\alpha-0}$ .

Γενικά διαπιστώνουμε ότι η αρχική τιμή του όρου ορμής πρέπει να είναι σχετικά μεγάλη από 0,5 ως 0,7, ενώ για τη χρονική παράμετρο από 1000 και πάνω. Σε κάθε περίπτωση αυτά τα μεγέθη είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων τοιχώματος.

Επίσης διαφέρουν από τα αντίστοιχα μεγέθη που βρήκαμε στην περίπτωση των μετακινήσεων μετώπου, οπότε επιβεβαιώνεται με αυτόν τον τρόπο η σχετική αξία αυτών των παρατηρήσεων.

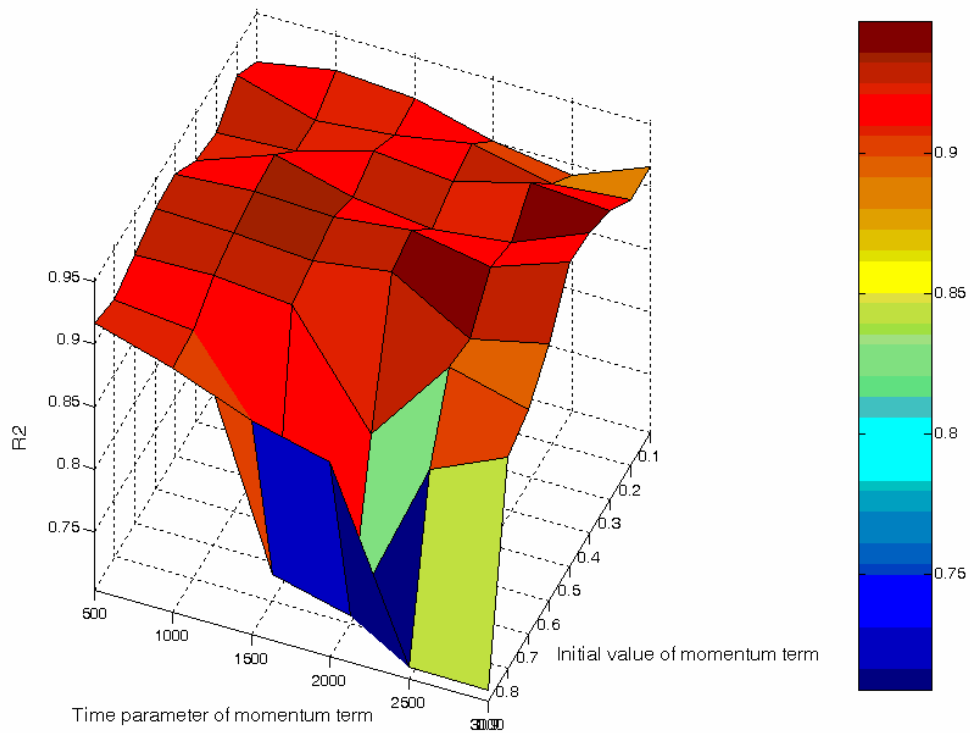


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

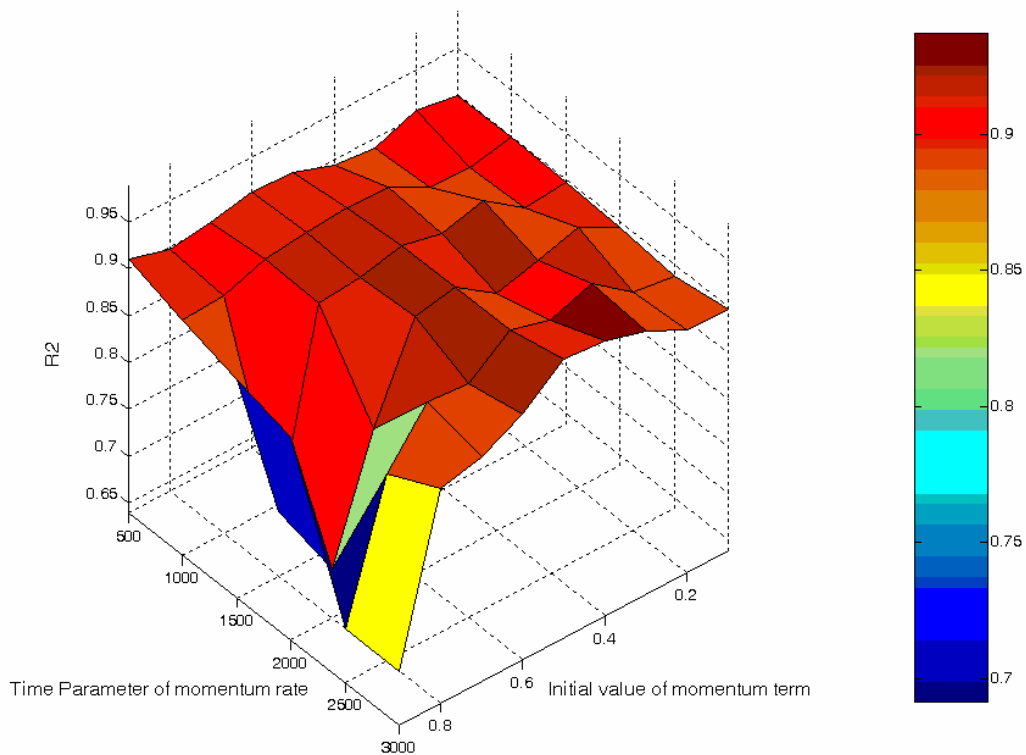


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 12.4-1:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 12.4-1  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) για σύνολο εκπαίδευσης



(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 12.4-2:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων τοιχώματος – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 12.4-1

TNΔ: 8 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



## 12.5 Επίδραση των Παραμέτρων Εκπαίδευσης στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος

Με βάση την επεξεργασία των παραγράφων 12.3 και 12.4 θα μελετήσουμε τις ίδιες περιπτώσεις συνόλων εκπαίδευσης - ελέγχου μεταβάλλοντας την αρχική τιμή εκπαίδευσης και την αντίστοιχη χρονική παράμετρο διατηρώντας τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Συγκεκριμένα θα στηριχθούμε στις βέλτιστες τιμές της παραγράφου 12.4 και θα μελετήσουμε τους ακόλουθους συνδυασμούς:

- για το σενάριο 2 (σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του συνολικού πληθυσμού και το υπόλοιπο 80% σύνολο ελέγχου) : πλήθος νευρώνων 8, αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,5$ , χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,
- για το σενάριο 5 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 50%-50%) : πλήθος νευρώνων 10,  $\alpha_0 = 0,7$ ,  $T_{\alpha-0} = 2000$ ,
- για το σενάριο 8 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 80%-20%) : πλήθος νευρώνων 11,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ .

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας με τις ακόλουθες πρόσθετες τιμές:

- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων  $7000$ ,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών  $0,0001$ .

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 54 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 3 φορές –για τους τρεις διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης -ελέγχου και πλήθους νευρώνων που προαναφέραμε. Δεν προχωρήσαμε σε μεγαλύτερη ανάλυση, διότι από τη μία πλευρά θέλουμε να δούμε τη γενική επίδραση, από την άλλη η κάθε εκτέλεση διαρκούσε από 13 ως και 48 ώρες (ο χρόνος εκτέλεσης είναι όμοιος με τον αντίστοιχο των περιπτώσεων της παραγράφου 12.4).

Από την εξέταση των 54 ΤΝΔ για κάθε συνδυασμό καταλήξαμε στο καλύτερο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ως προς τις παραμέτρους μάθησης θεωρώντας ως κρίσιμο κριτήριο την ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος κατά τη διάνοιξη της σήραγγας για το σύνολο εκπαίδευσης. Τα καλύτερα αποτελέσματα ήταν τα ακόλουθα σε κάθε ένα από τους τρεις συνδυασμούς που εκτελέσαμε :

α/α συνδυασμών	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης – Πλήθος νευρώνων - $\alpha_0 - T_{\alpha-0}$	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου			Παράμετροι ορμής για ελάχιστο σφάλμα $\eta_0 - T_{\eta-0}$
		Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	
1	20%-8-0,5-2500	6,19	35,7	0,93	6,34	41,0	0,92	0,5-2000
2	50%-10-0,7-2000	5,94	40,7	0,93	6,07	39,7	0,93	0,6-1500
3	80%-11-0,5-2500	5,83	35,5	0,94	5,98	36,7	0,93	0,6-1500

**Πίνακας 12.5-1:** Τελικά αποτελέσματα συνδυασμών για μελέτη παραμέτρων μάθησης στην περίπτωση μετακινήσεων τοιχώματος κατά τη διάνοιξη σήραγγας

Από τη μελέτη του πίνακα προκύπτουν ότι τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται για το συνδυασμό 3 με ΤΝΔ 11 νευρώνων για σύνολο εκπαίδευσης 80% επί του ολικού πληθυσμού έχοντας τιμές μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος 5,9 και 6,0 mm για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου αντίστοιχα. Επίσης παρατηρούμε ότι οι μέγιστες τιμές απόλυτης τιμής σφάλματος είναι μικρότερες των 37 mm, το οποίο επίσης είναι ικανοποιητικό. Ωστόσο δεν υπάρχει ουσιαστική διαφοροποίηση από την προηγούμενη εκτέλεση.

Από τον πίνακα προκύπτουν επίσης ότι τα αποτελέσματα που δίνονται και για τους δύο πρώτους συνδυασμούς είναι του ίδιου επιπέδου, αφού για τον πρώτο συνδυασμό το μέσο σφάλμα μετακίνησης τοιχώματος δεν ξεπερνά τα 6,19 mm, ενώ για το δεύτερο τα 5,94 mm για το σύνολο εκπαίδευσης. Αντίστοιχα για το σύνολο ελέγχου έχουμε τις τιμές 6,34 και 6,07 mm.

Ακόμη παρατηρούμε ότι η αύξηση του πληθυσμού εκπαίδευσης δεν συνοδεύεται από αντίστοιχη σημαντική βελτίωση των αποτελεσμάτων. Επίσης οι εκτελέσεις ως προς τις παραμέτρους μάθησης δεν συνέβαλαν στη μείωση του σφάλματος, αφού, όπως αποδεικνύεται, οι βέλτιστες τιμές είναι στην ίδια περιοχή, αν δεν ταυτίζονται, όπως συμβαίνει στον συνδυασμό 2.

Αυτά τα μεγέθη παρατηρήθηκαν για αρχική τιμή μάθησης ίση με 0,5 ως 0,6 και χρονική παράμετρό της ίση με 1000 ως 2500.

Από παρατήρηση των αντίστοιχων τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων προκύπτει ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια στην ευρύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων  $\eta_0$  και  $T_{\eta-0}$ .

Συγκεκριμένα από το σχήμα 12.5-1 παρατηρούμε ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων τοιχώματος και για τα δύο σύνολα για τον συνδυασμό 1 κυμαίνεται σε μικρές τιμές - μεταξύ των 7 και 6 mm αντίστοιχα- για την περιοχή αρχικής τιμής όρου μάθησης 0,4 με 0,6 και χρονικής παραμέτρου από 1000 ως 3000, δηλαδή σε όλο το εύρος που εξετάσαμε. Ομοίως μικρές τιμές σφάλματος μετακινήσεων λαμβάνονται και για τους υπόλοιπους συνδυασμούς με πανομοιότυπες μορφές, γι' αυτό δεν προχωρήσαμε στην αντίστοιχη παρουσίασή τους.

Αντίστοιχες παρατηρήσεις γίνονται και για τη γραφική παράσταση των συντελεστών προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων τοιχώματος, με τη μόνη διαφορά που εδώ βρίσκουμε την περιοχή μεγιστοποίησης του συντελεστή. Από τη μελέτη του σχήματος 12.5-2 βλέπουμε ότι η μεγιστοποίηση συμβαίνει στις αντίστοιχες περιοχές που πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων τοιχώματος.

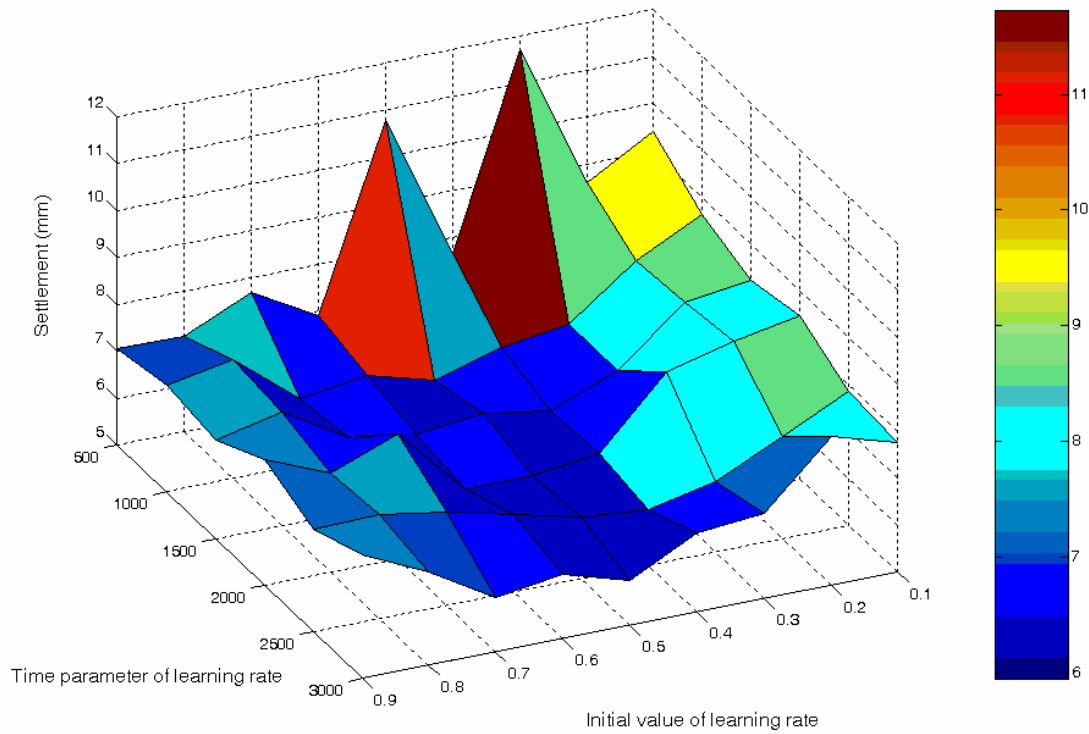
Επίσης η συμπεριφορά ως προς τα δύο σύνολα είναι παρόμοια με παραπλήσιες τιμές, αλλά όχι ίδιες, όπως είδαμε και από τον πίνακα 12.4-1.

Στις επόμενες δύο σελίδες παρουσιάζονται για τον πρώτο συνδυασμό -σενάριο 2 με 8 νευρώνες- και για τα δύο σύνολα -εκπαίδευσης και ελέγχου- οι γραφικές παραστάσεις της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων τοιχώματος κατά τη διάνοιξη της σήραγγας και του συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ των αντίστοιχων εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων ως προς τις παραμέτρους της αρχικής τιμής ρυθμού μάθησης  $\eta_0$  και της χρονικής παραμέτρου της  $T_{\eta-0}$ .

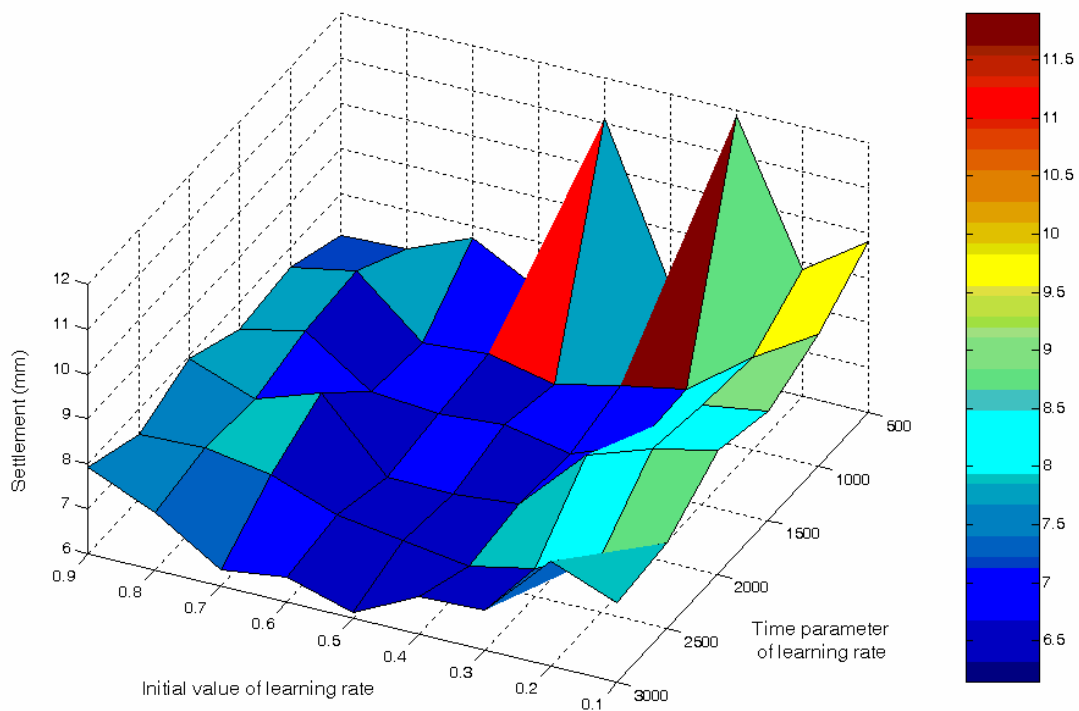
Τέλος με το σχήμα 12.5-3 παρατηρούμε ότι η σχέση μεταξύ εκτιμώμενης-πραγματικής εξόδου εκφρασμένη σε mm για τις μετακινήσεις τοιχώματος ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου είναι αρκετά ικανοποιητικές. Αυτό διαπιστώνεται τόσο μέσω του συντελεστή προσαρμογής, όσο και μέσω της ευθείας απλής γραμμικής παρεμβολής που έχει χαραχθεί.

Γενικά διαπιστώνουμε ότι η αρχική τιμή του ρυθμού μάθησης πρέπει να είναι σχετικά μεγάλη από 0,5 ως 0,6, ενώ για τη χρονική παράμετρο από 1000 ως 2500. Σε κάθε περίπτωση αυτά τα μεγέθη είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων τοιχώματος.

Ακόμη διαφέρουν από τα αντίστοιχα μεγέθη που βρήκαμε στην περίπτωση των μετακινήσεων μετώπου, οπότε επιβεβαιώνεται με αυτόν τον τρόπο η σχετική αξία αυτών των παρατηρήσεων.

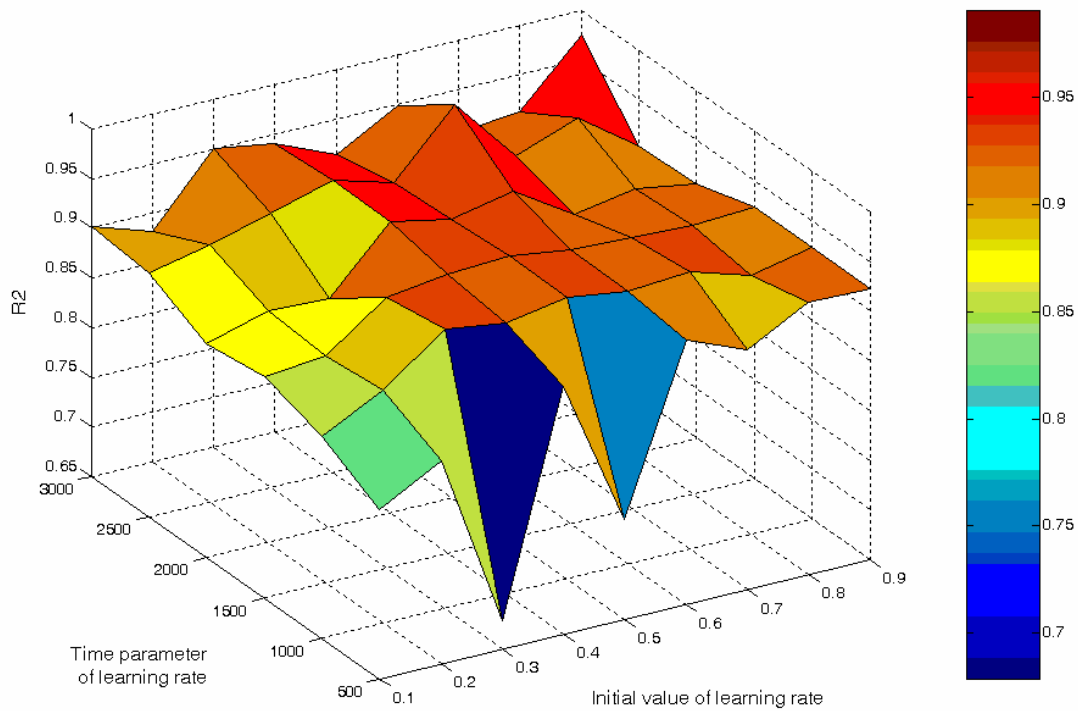


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

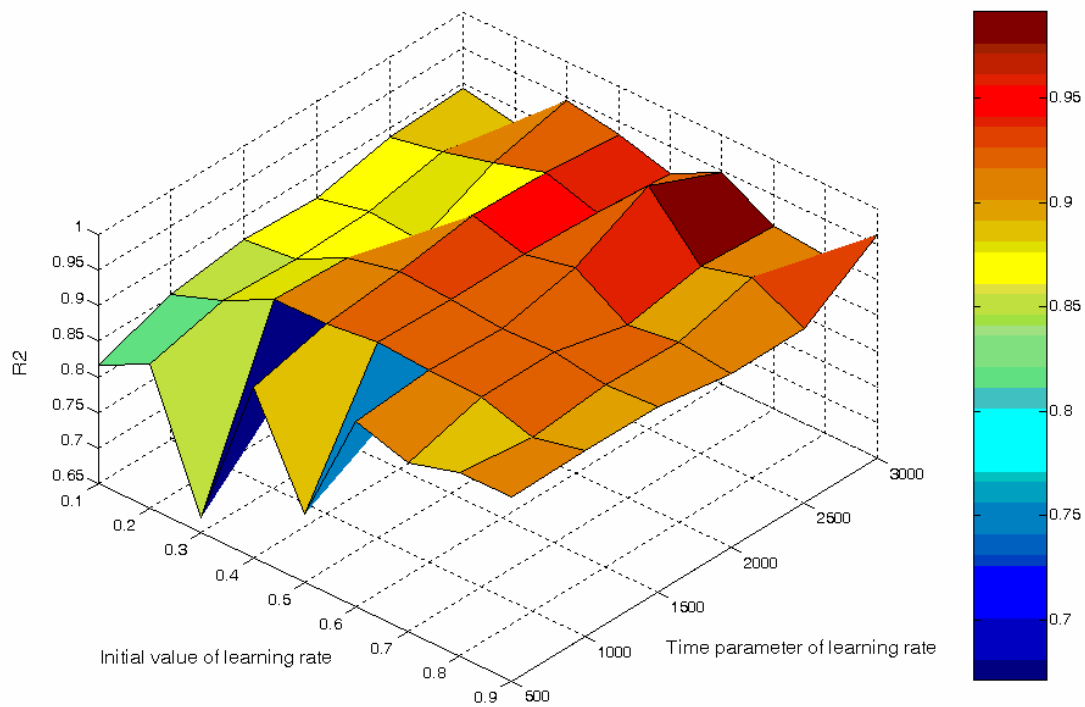


(β) για σύνολο ελέγχου – αξιολόγησης

**Σχήμα 12.5-1:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 12.5-1  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,5$ ,  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

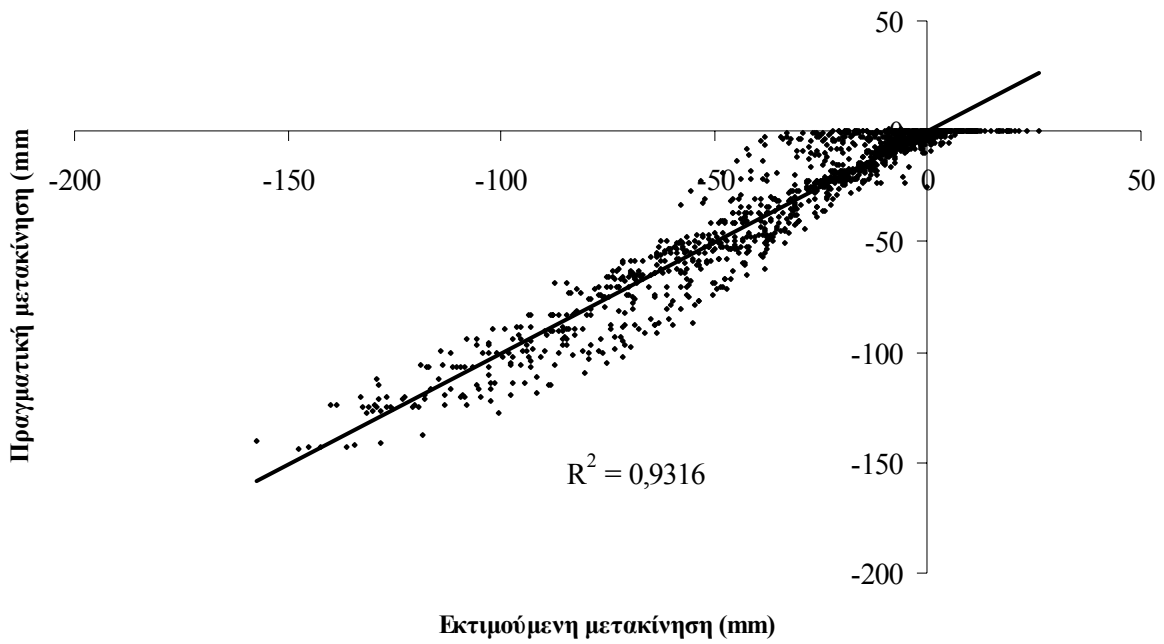


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

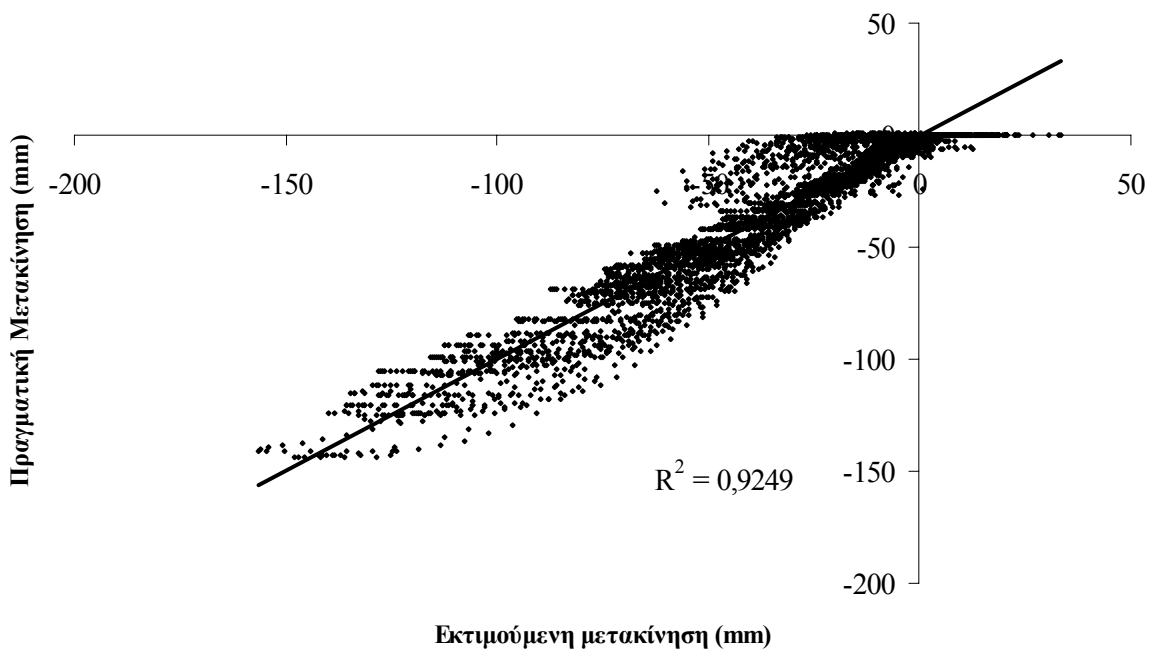


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 12.5-2:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμούμενων-πραγματικών μετακινήσεων τοιχώματος – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 12.5-1  
 ΤΝΔ: 8 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,5$ ,  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) ως προς σύνολο εκπαίδευσης



(β) ως προς σύνολο ελέγχου

**Σχήμα 12.5-3:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις τοιχώματος ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & σύνολο ελέγχου (β)

για συνδυασμό 1 κατά πίνακα 12.5-1

TNΔ: 8 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,5$ ,  $T_{\eta-0} = 2000$ ,  $\alpha_0 = 0,5$ ,  $T_{\alpha-0} = 2500$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

## 12.6 Συμπεράσματα ως προς το μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Τοιχώματος

Με βάση τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων για την περίπτωση εκτίμησης μετακινήσεων τοιχώματος-παρειάς με την εφαρμογή ενός πολυεπιπέδου perceptron ενός κρυμμένου επιπέδου, με χρήση του αλγόριθμου ανάστροφης διάδοσης σφάλματος και με εισόδους τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο  $L$ , το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , το μέτρο ελαστικότητας βραχόμαζας  $E$  και τη θέση μέτρησης της μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης της σήραγγας  $x$ , προέκυψαν ότι:

- ♦ μπορούμε να επιτύχουμε εκτίμηση μετακινήσεων με μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 6,3 mm, μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 41 mm και συντελεστή προσαρμογής άνω του 90% και για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,

- ♦ η ρύθμιση του πλήθους των νευρώνων είναι μεγάλης σημασίας για την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας φαίνεται να έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για 7 με 14 νευρώνες,

- ♦ η ρύθμιση των παραμέτρων ορμής -αρχικής τιμής  $\alpha_0$  και χρονικής παραμέτρου  $T_{\alpha-0}$  – επίσης επηρεάζει την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας φαίνεται να έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για τυπικές τιμές  $\alpha_0=0,5-0,7$  και  $T_{\alpha-0}=1000-2500$ ,

- ♦ η ρύθμιση των παραμέτρων μάθησης -αρχικής τιμής  $\eta_0$  και χρονικής παραμέτρου  $T_{\eta-0}$  - επηρεάζει την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας φαίνεται να έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για τυπικές τιμές  $\eta_0=0,5-0,6$  και  $T_{\eta-0}=1000-3000$ .

- ♦ η απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου επηρεάζεται από το σύνολο εκπαίδευσης, καθώς αύξηση του πλήθους των διανυσμάτων εκπαίδευσης δεν οδηγεί απαραίτητα σε βελτίωση του μοντέλου εκτίμησης.

Σε κάθε περίπτωση τα μεγέθη που δίνονται για τη ρύθμιση των παραμέτρων του ΤΝΔ είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων τοιχώματος.

Η δε συνολική συμπεριφορά του μοντέλου κρίνεται αρκετά ικανοποιητική.

## Κεφάλαιο 13

### Εκτίμηση Μετακινήσεων Οροφής κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων

#### 13.1 Γενικά

Το τρίτο θέμα που θα αντιμετωπίσουμε είναι η εκτίμηση των μετακινήσεων οροφής κατά τη διάνοιξη της σήραγγας.

Από το πρόγραμμα των πεπερασμένων διαφορών προέκυψαν μετακινήσεις από 135 mm προς την εσωτερική πλευρά της οροφής –εκεί που ήδη έχει εκσκαφτεί και προσημαίνονται αρνητικά και αποτελούν ουσιαστικά- ως 0,2 mm μετακίνηση προς την πλευρά του οροφής που εκσκάπτεται –με θετική προσήμανση, το οποίο ουσιαστικά είναι μηδενικό και προκύπτει λόγω αριθμητικής προσέγγισης της μεθόδου των πεπερασμένων.

Εφαρμόστηκε η μέθοδος των πολυεπίπεδων νευρωνικών δικτύων τύπου *perceptron* με ένα κρυμμένο επίπεδο, όπως περιγράφηκε στο δέκατο κεφάλαιο. Η εξέταση των προβλημάτων έγινε με τον ίδιο τρόπο που έγινε στο κεφάλαιο 11: αρχικά με το πρόγραμμα επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου δημιουργήσαμε διάφορα σύνολα διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου, από 10% των συνολικών στοιχείων να ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 90% στο σύνολο ελέγχου, ως το αντίστοιχο ποσοστό να είναι 90% - 10%. Αυτή η διαδικασία έγινε με βήμα μεταβολής 10%. Το σύνολο των διανυσμάτων ήταν 6850. Από τον διαχωρισμό παρατηρήσαμε ότι δεν ήταν πάντα ακριβής ως προς τα ποσοστά και ήταν δυνατό να υπάρξει μία απόκλιση τιμών  $\pm 1\%$ . Η επιλογή των διανυσμάτων γινόταν με τυχαίο τρόπο μέσω γεννήτριας τυχαίων αριθμών  $rand(0)$  ομοιόμορφης κατανομής από 0 ως 1 που υπάρχει στη *Digital Fortran*.

Στη συνέχεια μετά τη διαμόρφωση των συνόλων εκτελέσαμε για κάθε περίπτωση μεταβολή των νευρώνων από 2 ως 15, ώστε να διαπιστώσουμε την επίδραση των νευρώνων. Σε αυτήν την περίπτωση θεωρήσαμε ότι οι όροι ορμής και μάθησης είναι προκαθορισμένοι –μετά από μερικές προκαταρκτικές εκτελέσεις. Οι τιμές που λήφθηκαν ήταν  $\alpha_0=0,6$ ,  $T_{\alpha_0}=1000$ ,  $\eta_0=0,6$  και  $T_{\eta_0}=1000$ .

Έπειτα για το πλήθος νευρώνων όπου παρατηρήθηκαν οι καλύτερες τιμές των μέσων απόλυτων τιμών σφαλμάτων μετακίνησης οροφής προχωρήσαμε στην παγίωση του αριθμού των νευρώνων και του ρυθμού μάθησης -στις τιμές  $\eta_0=0,6$ ,  $T_{\eta_0}=1000$ - και μετακινήσαμε τον ρυθμό ορμής μεταξύ των τιμών  $\alpha_0=0,1$  ως 0,9 με βήμα 0,1,  $T_{\alpha_0}=500$  ως 3000 με βήμα 500.

Τέλος για το πλήθος νευρώνων και τις παραμέτρους του ρυθμού ορμής όπου παρατηρήθηκαν οι καλύτερες τιμές συντελεστών προσαρμογής ή μέσων απόλυτων τιμών σφαλμάτων προχωρήσαμε στην παγίωση των αντίστοιχων τιμών και ρυθμίσαμε τον ρυθμό μάθησης μεταξύ των τιμών  $\eta_0=0,1$

ως 0,9 με βήμα 0,1,  $T_{\eta-0}=500$  ως 3000 με βήμα 500. Με αυτόν τον αρκετά συστηματικό τρόπο προχωρήσαμε στη ρύθμιση των παραμέτρων του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, ώστε να προσδιορίσουμε μία όσο το δυνατό καλύτερη λύση.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε την ακόλουθη ανάλυση μέσω κατάλληλων πινάκων και γραφικών παραστάσεων.

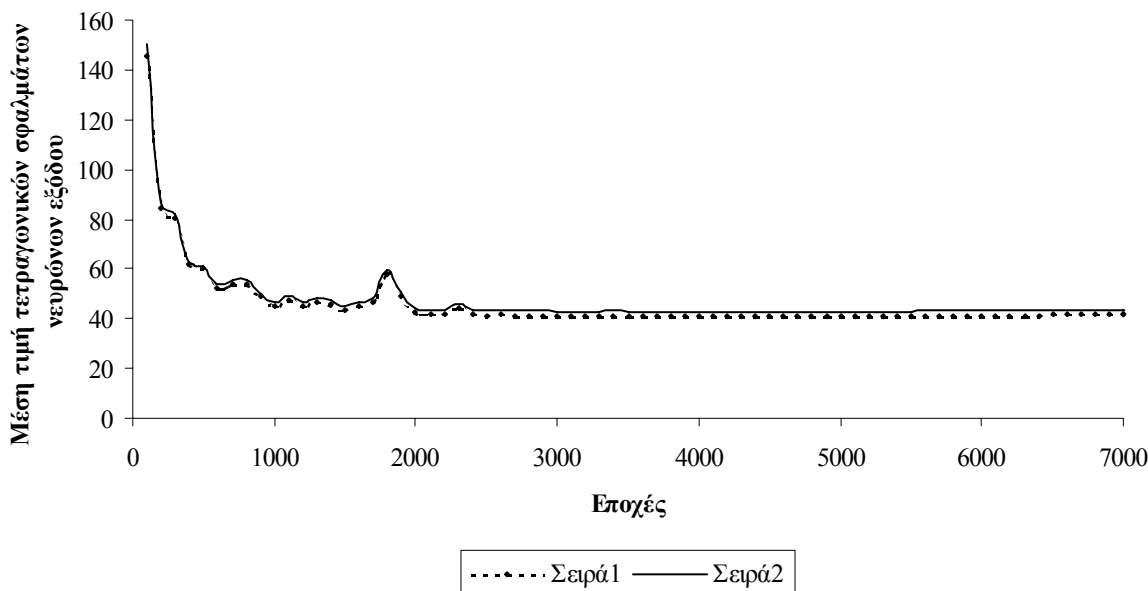
### 13.2 Μία Τυπική Εκτέλεση του Αλγορίθμου ΤΝΔ για τις Μετακινήσεις Οροφής

Έχοντας ορίσει ένα τυπικό σενάριο συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου προχωρήσαμε στην εκτέλεση της μεθόδου που αναπτύξαμε στο δέκατο κεφάλαιο. Για την περίπτωση που έχουμε ως σύνολο εκπαίδευσης το 20% του συνολικού πληθυσμού και ως σύνολο ελέγχου το υπόλοιπο 80%, προέκυψε με την εφαρμογή του προγράμματος επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης-ελέγχου ότι τα αντίστοιχα σύνολα απαρτίζονται από 1522 και 6128 διανύσματα.

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες ενδεικτικές τιμές:

- πλήθος νευρώνων 11,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,9$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Αν παρατηρήσουμε τη γραφική παράσταση της μέσης τιμής του αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου τόσο για το σύνολο εκπαίδευσης, όσο και για το σύνολο ελέγχου, θα προκύψει μία έντονη διακύμανση στις πρώτες εποχές καταλήγοντας ουσιαστικά σε σταθεροποίηση των αντίστοιχων τιμών μετά από 2500 εποχές (βλ. σχήμα 13.2-1).



**Σχήμα 13.2-1:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής του αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου για μετακινήσεις οροφής ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



Στην περίπτωση του μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις οροφής ως προς τα αντίστοιχα σύνολα παρουσιάζεται ίδια συμπεριφορά, μόνο που είναι πιο έντονες οι μεταβολές (βλ. σχήμα 13.2-2). Παρατηρούμε ότι το σύνολο εκπαίδευσης περιέχει τις μικρότερες αποκλίσεις.

Ως προς τη μέση τιμή (αθροίσματος) απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις οροφής ως προς τα αντίστοιχα σύνολα προκύπτει όμοια συμπεριφορά με της μέσης τιμής αθροίσματος τετραγωνικών σφαλμάτων των νευρώνων εξόδου (βλ. σχήμα 13.2-3). Σημειώνουμε ότι η ύπαρξη μίας εξόδου οδηγεί αυτήν την τιμή να αποτελεί ουσιαστικά τη μέση τιμή απόλυτου σφάλματος της μετακίνησης οροφής κατά τη διάνοιξη της σήραγγας.

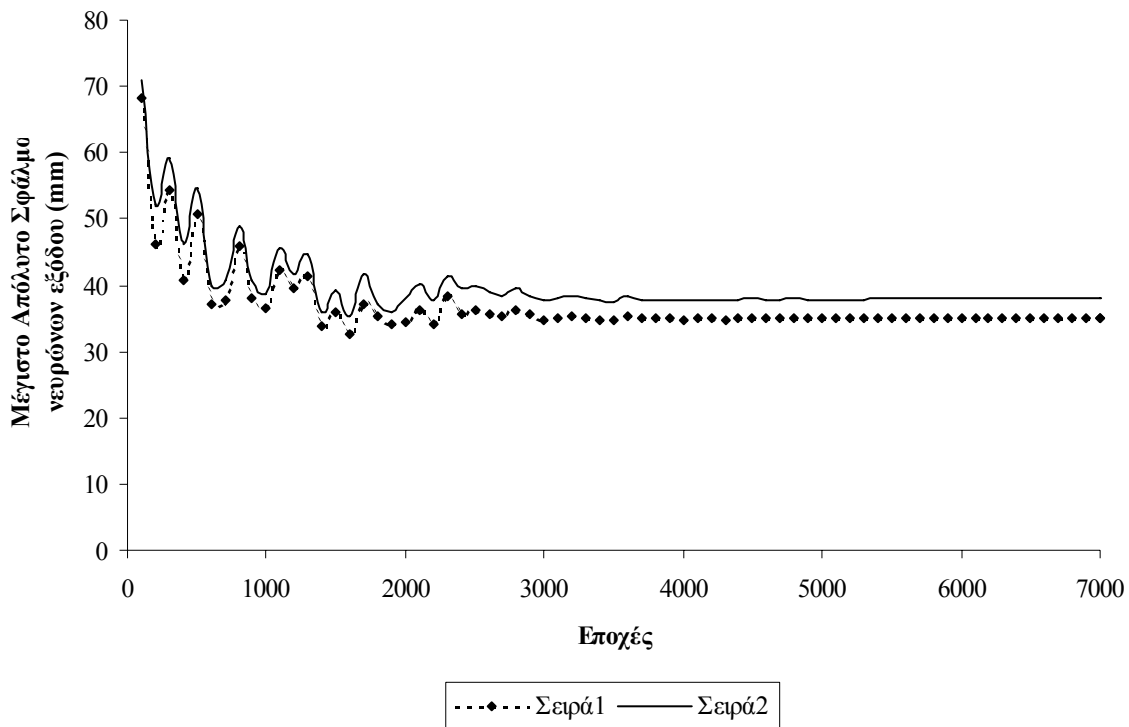
Από τις δύο τελευταίες γραφικές παραστάσεις προκύπτει ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος είναι 6,7 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και 7,0 mm για το σύνολο ελέγχου, ενώ τα αντίστοιχα μέγιστα κατά απόλυτη τιμή σφάλματα είναι 42 και 44 mm αντίστοιχα.

Επίσης βλέπουμε ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι αναγκαίο να πραγματοποιηθούν και οι 7000 επαναλήψεις- εποχές, χωρίς να έχει επιτευχθεί σύγκλιση τιμών των βαρών του δικτύου. Ωστόσο ουσιαστικά οι τιμές έχουν σταθεροποιηθεί και δεν υπάρχει κάποια ουσιαστική διακύμανση.

Στη συνέχεια στα 13.2-4 και 13.2-5 παρουσιάζουμε τα δύο διαγράμματα εκτιμώμενης μετακίνησης-πραγματικής μετακίνησης οροφής για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου εκφρασμένα σε mm.

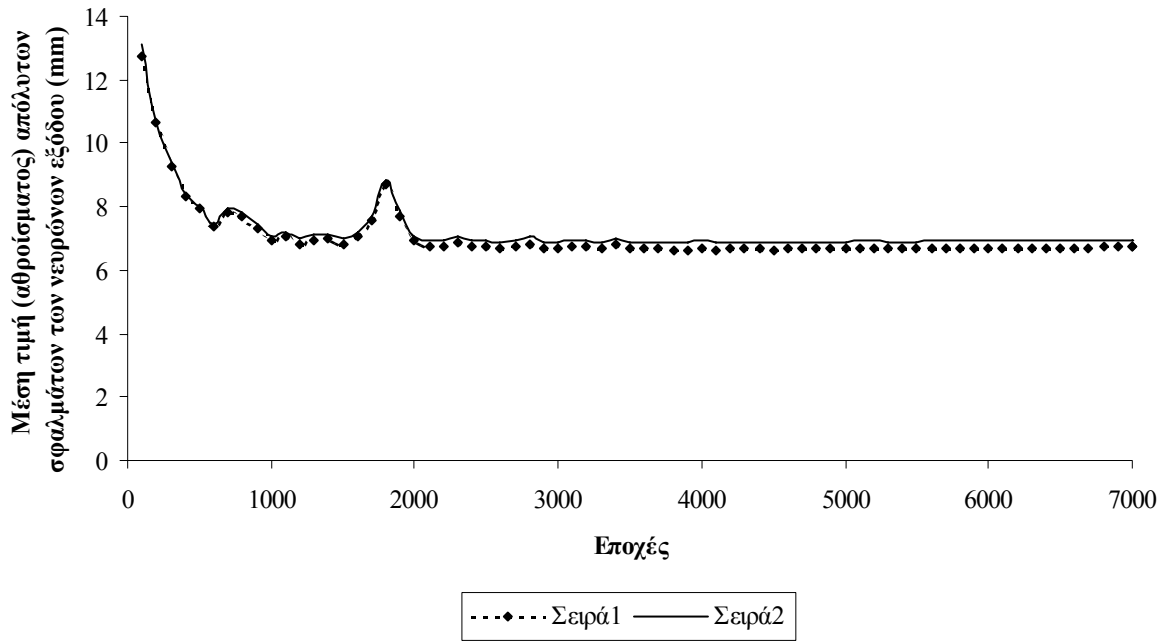
Ο συντελεστής προσαρμογής είναι 0,93 για το σύνολο εκπαίδευσης, 0,92 για το σύνολο ελέγχου. Ως μέγεθος είναι ικανοποιητικό. Ωστόσο δεν γνωρίζουμε αν μπορούμε να μειώσουμε και άλλο τα αντίστοιχα μεγέθη σφαλμάτων ή να αυξήσουμε τους συντελεστές προσαρμογής.

Γι' αυτό αρχίζουμε από την επόμενη παράγραφο την εφαρμογή της στοιχειώδους διαδικασίας βελτιστοποίησης του μοντέλου μας, όπως ήδη την έχουμε καταγράψει προηγουμένως.

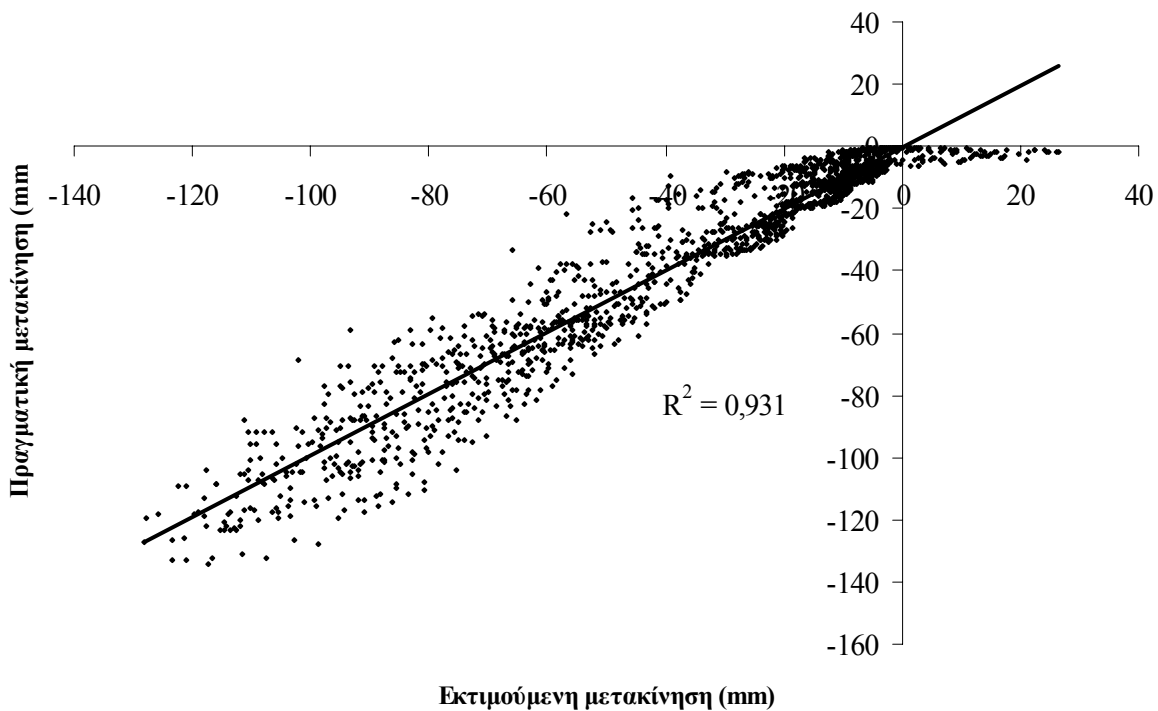


**Σχήμα 13.2-2:** Γραφική παράσταση μέγιστου απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου σε mm για μετακινήσεις οροφής ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου

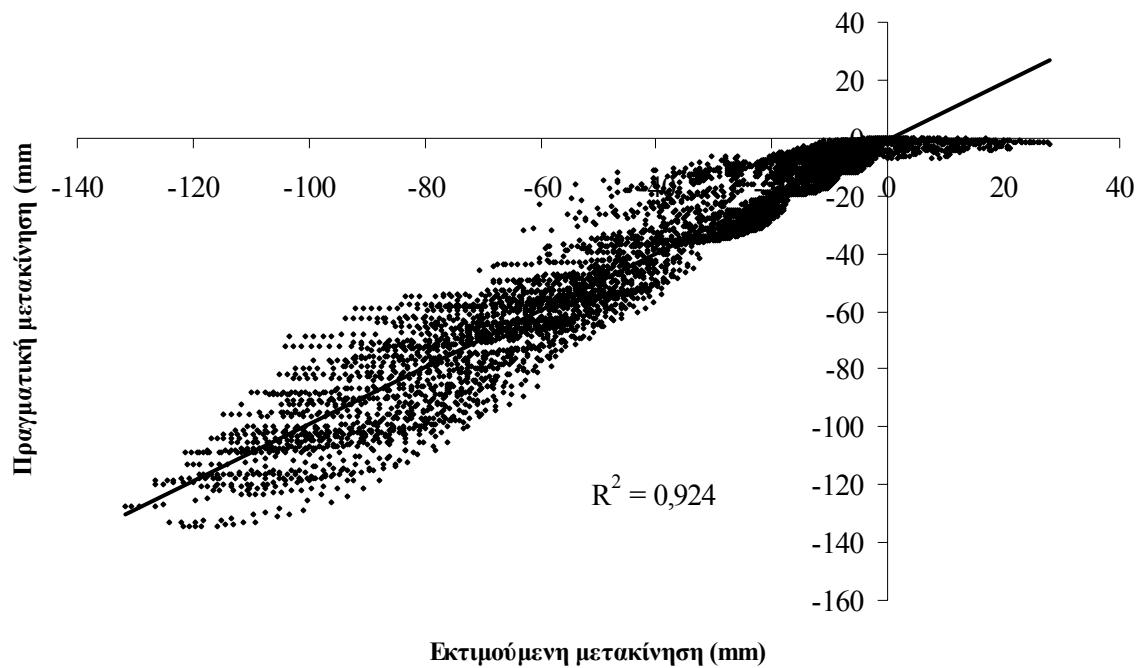
TNΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{a-0} = 3000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 13.2-3:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής (αθροίσματος) απόλυτου σφάλματος των νευρώνων εξόδου (mm) για μετακινήσεις οροφής ως προς τα δύο σύνολα  
 ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 13.2-4:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις οροφής ως προς το σύνολο εκπαίδευσης  
 ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 13.2-5:** Γραφική παράσταση εκτιμούμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις οροφής ως προς το σύνολο ελέγχου

TNΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,9$ ,  $T_{\alpha-0} = 3000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

### 13.3 Επίδραση Νευρώνων στο μοντέλο TNΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής

Αρχικά με το πρόγραμμα επεξεργασίας δεδομένων και σχηματισμού συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου δημιουργήσαμε διάφορα σύνολα διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου, από 10% των συνολικών στοιχείων να ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 90% στο σύνολο ελέγχου, ως το αντίστοιχο ποσοστό να είναι 90% - 10% με βήμα μεταβολής 10%. Λόγω μη τελειότητας της συνάρτησης τυχαίων αριθμών ομοιόμορφης πιθανοτικής κατανομής της Fortran τα επιλεγόμενα διανύσματα ήταν δυνατό να έχουν μία απόκλιση τιμών  $\pm 1\%$  σε σχέση με τα επιθυμητά.

Σενάρια	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης	Ποσοστό συνόλου ελέγχου	Διανύσματα συνόλου εκπαίδευσης	Διανύσματα συνόλου ελέγχου
1	10%	90%	769	6881
2	20%	80%	1522	6128
3	30%	70%	2312	5338
4	40%	60%	3043	4607
5	50%	50%	3845	3805
6	60%	40%	4595	3055
7	70%	30%	5342	2308
8	80%	20%	6080	1570
9	90%	10%	6877	773

**Πίνακας 13.3-1:** Πλήθος διανυσμάτων συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου για τον πληθυσμό των 7650 διανυσμάτων μετακινήσεων κλειδας-οροφής

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες τιμές:

- πλήθος νευρώνων από 2 ως 15 με βήμα 1,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 14 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 9 φορές –για τους εννιά διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου.

Αρχικά παρατηρήσαμε τα αποτελέσματα ως προς τη μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος μετακίνησης οροφής, τόσο αριθμητικά, όσο και μέσω γραφικών παραστάσεων για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Από τις γραφικές παραστάσεις των σχημάτων 13.3-1 & 13.3-2 παρατηρούμε ότι υπάρχουν περιοχές νευρώνων στις οποίες η συμπεριφορά του δικτύου ως προς την απόλυτη τιμή σφάλματος μετακίνησης οροφής είτε πρόκειται για το σύνολο ελέγχου, είτε για το σύνολο εκπαίδευσης γενικά σταθεροποιείται.

Για την περίπτωση των σεναρίων 2, 5 και 8 κατά το σχήμα 13.3-1 παρατηρούμε ελάχιστα στις περιοχές νευρώνων 9 με 15 για τα δύο πρώτα και 8 με 15 για το τελευταίο. Οι ελάχιστες τιμές σημειώνονται αντίστοιχα για 11, 9 και 10 νευρώνες, ενώ για μεγαλύτερες τιμές παρατηρείται μία μικρή σταδιακή αύξηση των τιμών σφάλματος. Οι αντίστοιχες τιμές για τα σενάρια 2, 5 και 8 είναι 4,91, 4,68 & 4,55 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και 5,09, 4,70 & 4,47 mm για το σύνολο ελέγχου.

Παράλληλα βλέπουμε ότι η συμπεριφορά των συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου είναι πανομοιότυπη. Κατά κύριο λόγο η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος μετακίνησης οροφής για το σύνολο ελέγχου είναι λίγο μεγαλύτερη από της εκπαίδευσης, γύρω στο 0,1 με 0,3 mm και όσο αυξάνεται το σύνολο εκπαίδευσης, τόσο αμβλύνεται η διαφορά. Από τα συνολικά διαγράμματα 13.3-2 ως 13.3-3 μπορούμε να φτιάξουμε ΤΝΔ με σφάλμα της τάξης των 6,5 mm. Γενικά εύκολα για τα σενάρια 1 ως 4 λαμβάνουμε σφάλματα που φτάνουν τα 4,7 με 5,4 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και τα 4,7 με 5,7 mm για το σύνολο ελέγχου. Δηλαδή χρησιμοποιώντας για εκπαίδευση το 10% με 40% του πληθυσμού των διανυσμάτων, μπορούμε να εκτιμήσουμε αρκετά ικανοποιητικά τη μετακίνηση του οροφής. Από την τρισδιάστατη γραφική παράσταση του 13.3-3 έχουμε μία εικόνα της γενικής συμπεριφοράς των διαφόρων σεναρίων ως προς το σύνολο ελέγχου. Για το σύνολο εκπαίδευσης έχει παρόμοια μορφή με πολύ παραπλήσιες τιμές, γι' αυτό και δεν παρουσιάζεται.

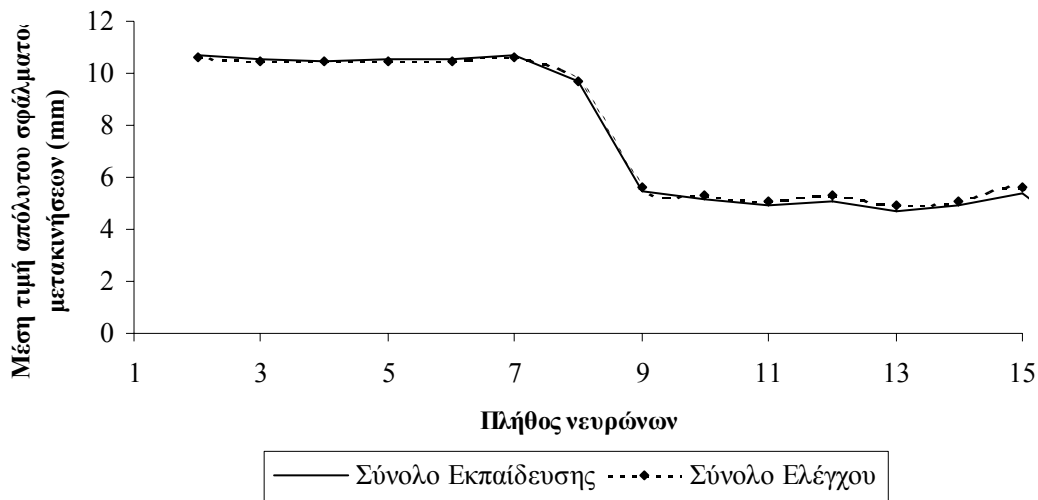
Βλέποντας και την παράσταση του συντελεστή προσαρμογής για το σύνολο ελέγχου παρατηρούμε πανομοιότυπη συμπεριφορά (βλ. 13.3-4). Ο συντελεστής προσαρμογής για τα σενάρια 1 ως 4 στις αντίστοιχες περιοχές νευρώνων κυμαίνεται στην περιοχή του 0,95 και για τα δύο σύνολα.

Υπάρχουν και ορισμένα ελάχιστα, τα οποία θα εξετάσουμε στη συνέχεια εκτενέστερα ως προς τη συμπεριφορά τους ως προς τις άλλες παραμέτρους του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

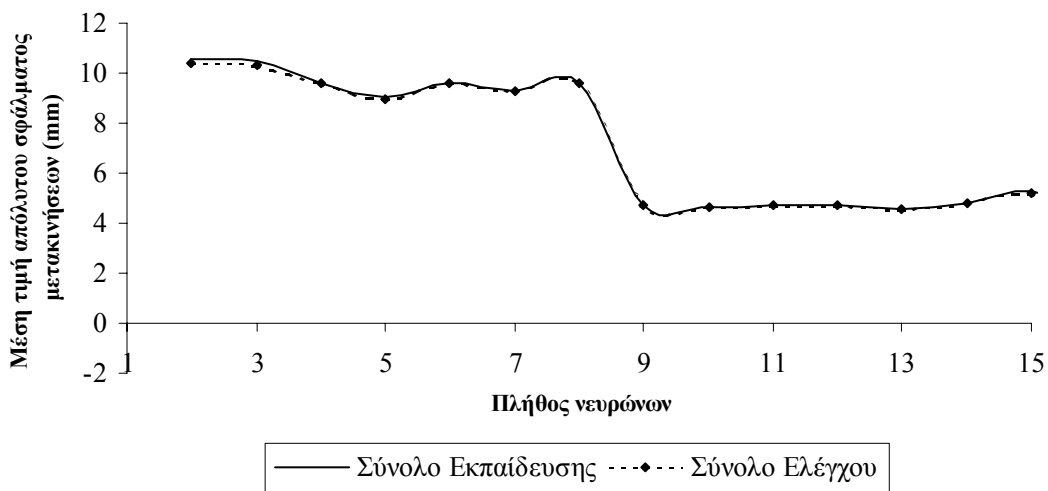
Οι εποχές που χρειάζεται για να συγκλίνει ο αλγόριθμος είναι περισσότερες από 7000 για περισσότερους από 10 με 12 νευρώνες, διαφορετικά κυμαίνεται γύρω στο 3500 με 6000. Δηλαδή παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά στη σύγκλιση με την περίπτωση μετακινήσεων τοιχώματος.

Πάντως σε κάθε περίπτωση η χωρίς μέτρο αύξηση του πλήθους των νευρώνων και του μεγέθους του συνόλου εκπαίδευσης δεν εξασφαλίζουν βελτίωση αποτελεσμάτων. Στην προκειμένη περίπτωση η αύξηση του πλήθους των στοιχείων μεταξύ των σεναρίων 2, 5 και 8, όπως είδαμε, επιφέρει μία μικρή βελτίωση των τιμών, όχι όμως ουσιαστική.

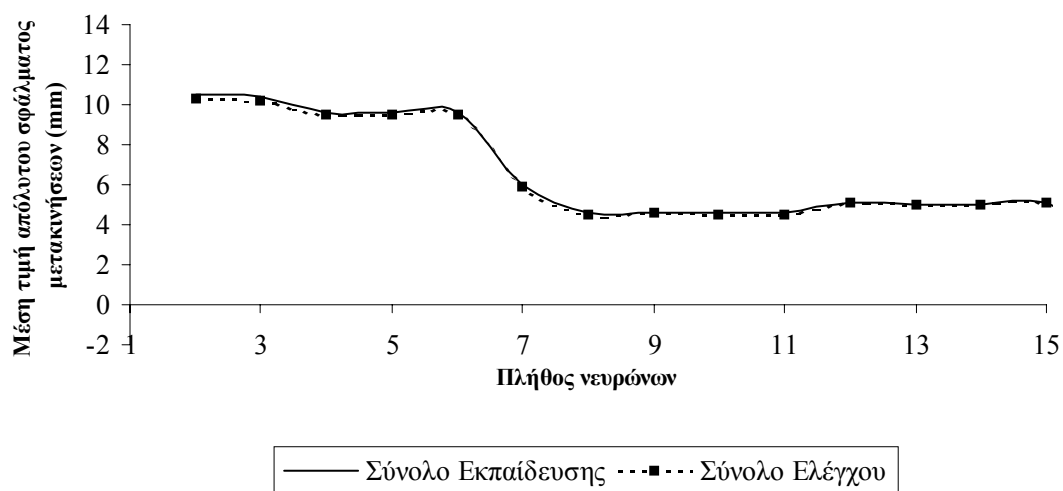
Τέλος σημειώνουμε ότι η διάρκεια εκτέλεσης των σεναρίων κράτησε από 8 μέχρι 30 ώρες –όσο αυξανόταν το σύνολο εκπαίδευσης, τόσο αυξανόταν και ο χρόνος εκτέλεσης.



(α) ως προς σενάριο 2

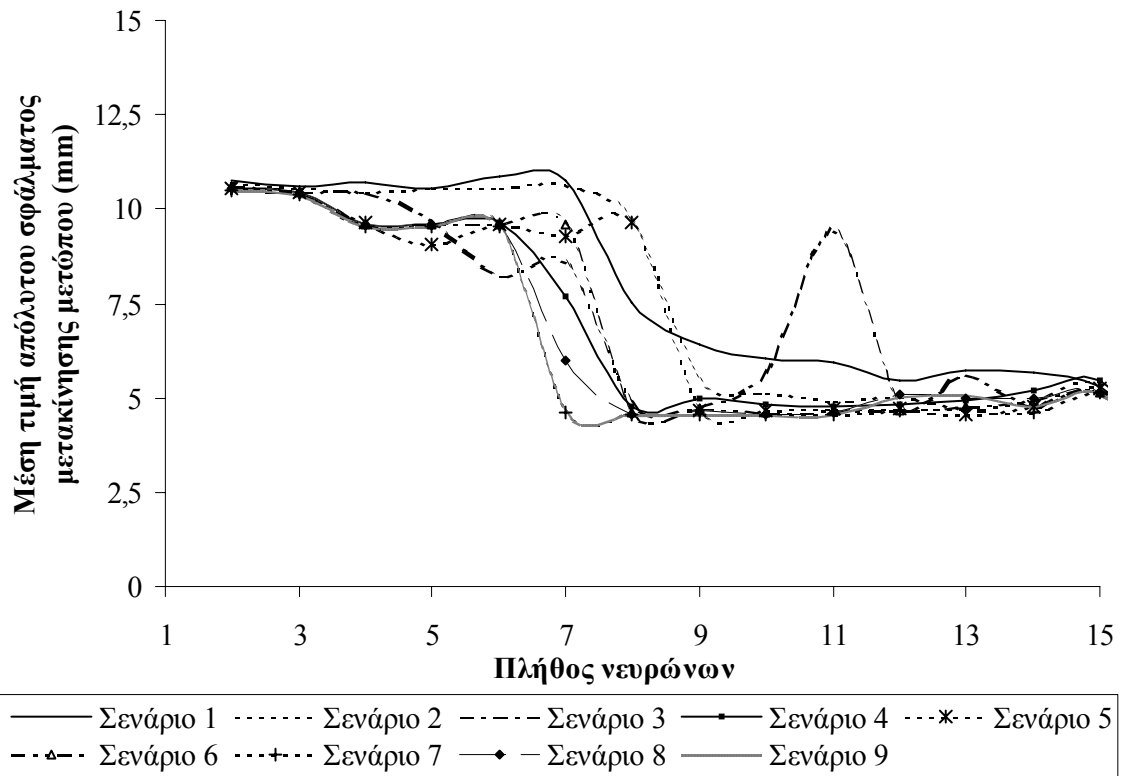


(β) ως προς σενάριο 5

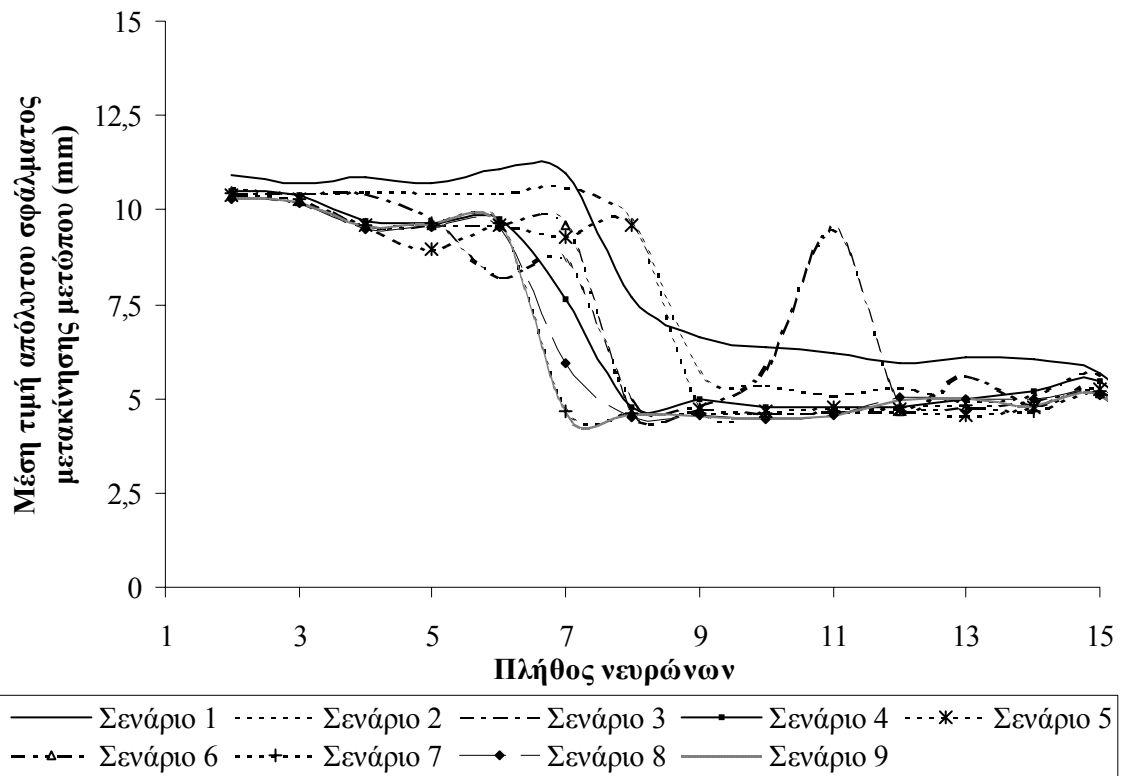


(γ) ως προς σενάριο 8

**Σχήμα 13.3-1:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων οροφής σε mm ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης & ελέγχου για τα σενάρια 2 (α) , 5 (β) , 8 (γ) κατά τον πίνακα 13.3-1 --- TND: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) ως προς σύνολο εκπαίδευσης



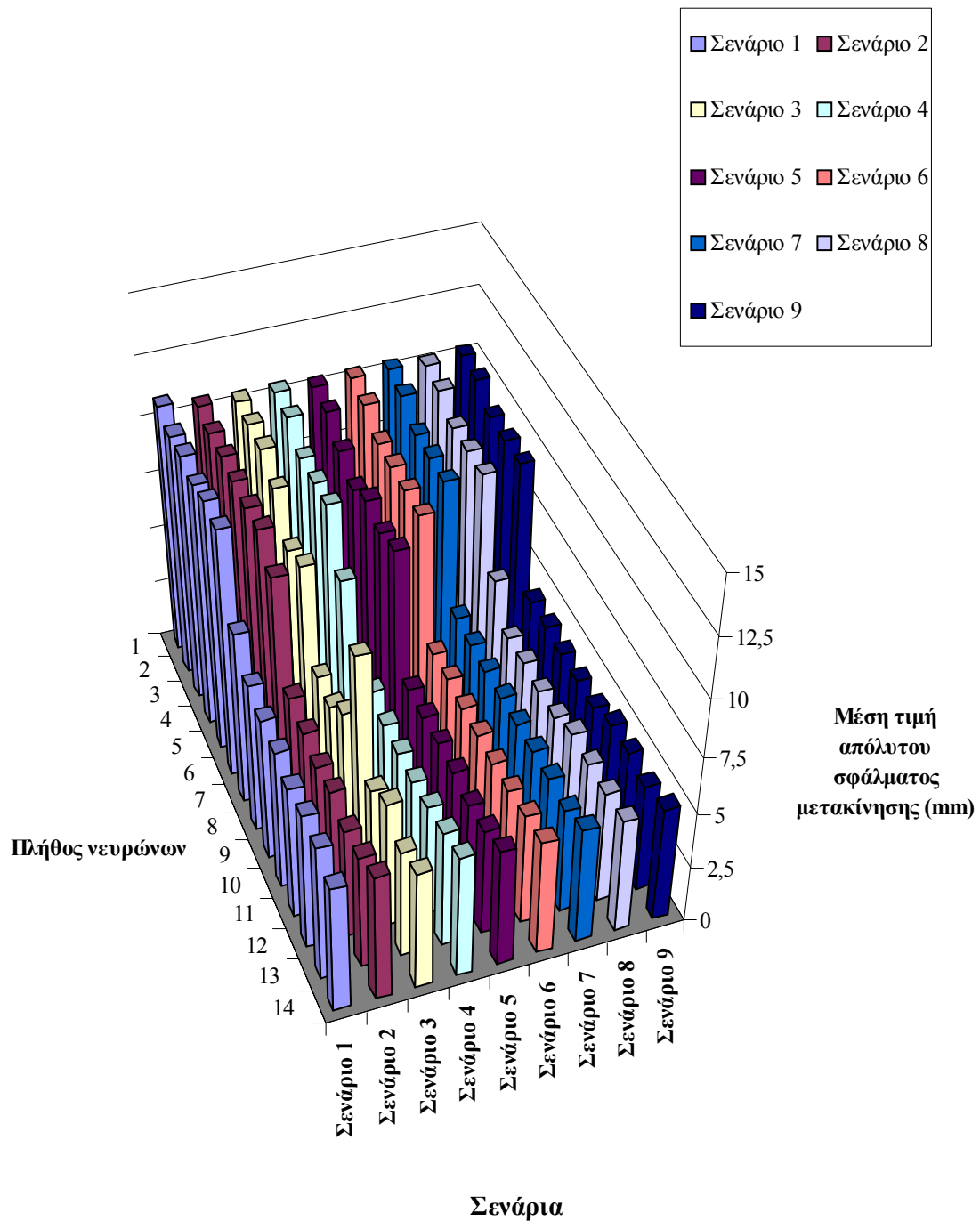
(β) ως προς σύνολο ελέγχου

**Σχήμα 13.3-2:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων οροφής σε mm ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & ελέγχου (β)

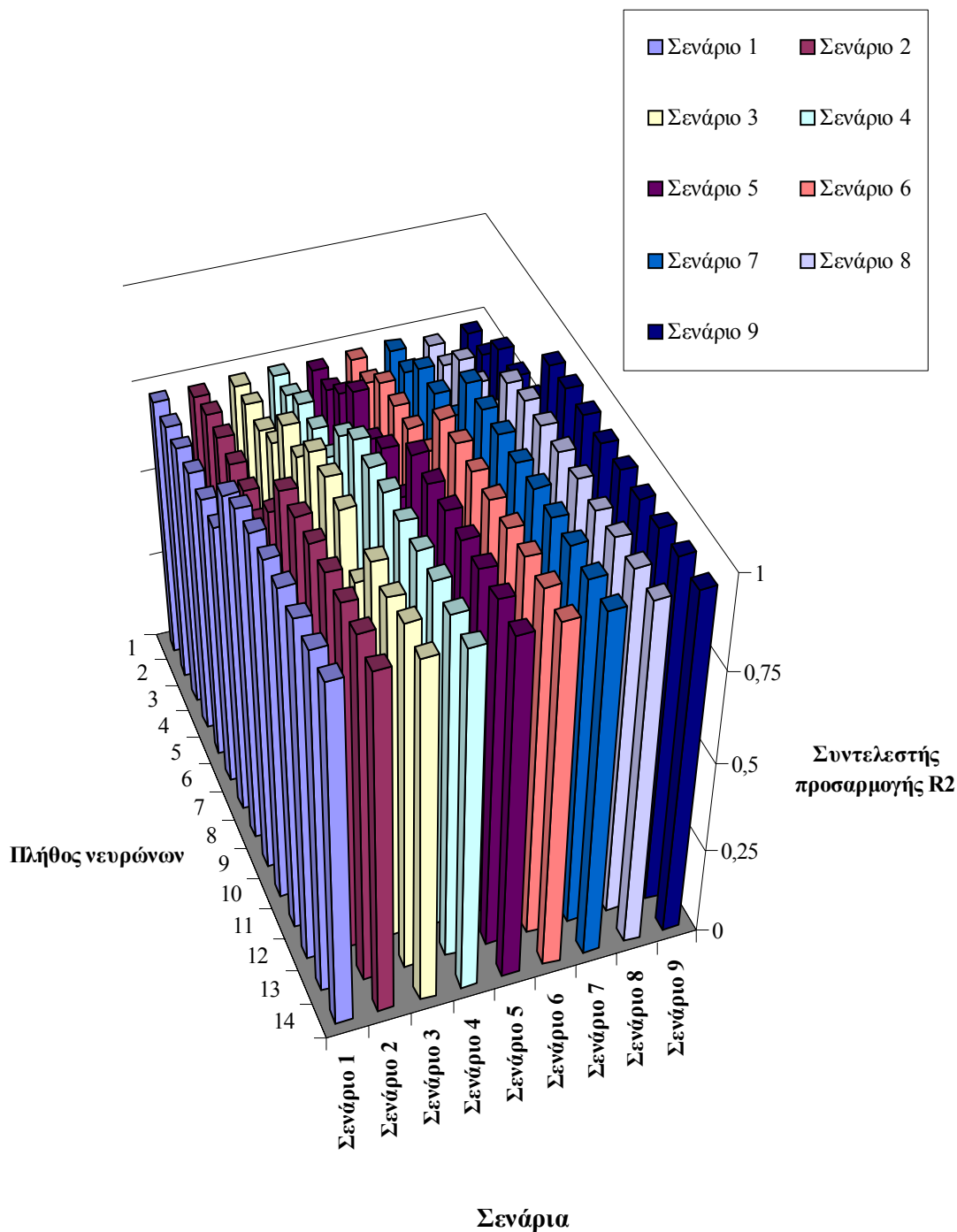
για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 13.3-1

TNΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,

$max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 13.3-3:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων οροφής σε mm ως προς το σύνολο ελέγχου για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 13.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



**Σχήμα 13.3-4:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων οροφής ως προς το σύνολο ελέγχου για 9 σενάρια πληθυσμών συνόλων εκπαίδευσης –ελέγχου κατά τον πίνακα 13.3-1  
 ΤΝΔ: 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  
 $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$



### 13.4 Επίδραση των Παραμέτρων Ορμής στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής

Από την προηγούμενη επεξεργασία θα μελετήσουμε ορισμένες περιπτώσεις συνόλων εκπαίδευσης - ελέγχου μεταβάλλοντας την αρχική τιμή ορμής και την αντίστοιχη χρονική παράμετρο διατηρώντας τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Συγκεκριμένα μελετήσαμε ως προς τα αρχικά σενάρια συνόλων εκπαίδευσης-ελέγχου του πίνακα 13.3-1 τα σενάρια 2 και 5 ως προς τους νευρώνες που παρουσιάζουν ελάχιστα:

- για το σενάριο 2 (σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του συνολικού πληθυσμού και το υπόλοιπο 80% σύνολο ελέγχου) : πλήθος νευρώνων 11,

- για το σενάριο 5 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 50%-50%) : πλήθος νευρώνων 9.

Δεν εξετάσαμε, όπως στα προηγούμενα κεφάλαια και το σενάριο 8, διότι δίνει πολύ κοντινές τιμές με το σενάριο 5 και γενικά παρουσιάζει πανομοιότυπη συμπεριφορά.

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας για τις ακόλουθες τιμές -πέρα του πλήθους νευρώνων:

- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων  $7000$ ,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών  $0,0001$ .

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 54 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 2 φορές –για τους δύο διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης -ελέγχου και πλήθους νευρώνων που προαναφέραμε. Δεν προχωρήσαμε σε μεγαλύτερη ανάλυση, διότι από τη μία πλευρά θέλουμε να δούμε τη γενική επίδραση, από την άλλη η κάθε εκτέλεση διαρκούσε από 13 ως και 24 ώρες ( η τελευταία τιμή υπήρξε για τα σύνολα τύπου σεναρίου 5). Σημειώνουμε ότι ένας από τους λόγους που αποφύγαμε την εκτέλεση του σεναρίου 8 για τα 54 ΤΝΔ είναι ότι απαιτούνται 48 ώρες, όπως διαπιστώθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Από την εξέταση των 54 ΤΝΔ για κάθε συνδυασμό καταλήξαμε στο καλύτερο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ως προς τις παραμέτρους ορμής θεωρώντας ως κρίσιμο κριτήριο την ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης οροφής κατά τη διάνοιξη της σήραγγας για το σύνολο εκπαίδευσης.

Τα καλύτερα αποτελέσματα ήταν τα ακόλουθα σε κάθε ένα από τους δύο συνδυασμούς που εκτελέσαμε :

α/α συνδυασμών	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης – Πλήθος νευρώνων	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου			Παράμετροι ορμής για ελάχιστο σφάλμα  $\alpha_0 - T_{\alpha-0}$
		Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	
1	20%-11	4,77	26,7	0,96	4,88	29,4	0,96	0,7-2000
2	50%-9	4,43	30,7	0,965	4,43	30,8	0,96	0,6-3000

**Πίνακας 13.4-1:** Τελικά αποτελέσματα συνδυασμών για μελέτη παραμέτρων ορμής στην περίπτωση μετακινήσεων οροφής κατά τη διάνοιξη σήραγγας

Από τη μελέτη του πίνακα προκύπτουν ότι τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται για τον δεύτερο συνδυασμό με ΤΝΔ 9 νευρώνων για σύνολο εκπαίδευσης 50% επί του ολικού πληθυσμού έχοντας τιμές μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης οροφής 4,43 mm και για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου. Επίσης παρατηρούμε ότι οι μέγιστες τιμές απόλυτης τιμής σφάλματος είναι μικρότερες των 31 mm, το οποίο επίσης είναι αρκετά ικανοποιητικό.

Οι συντελεστές προσαρμογής είναι 0,96 αντίστοιχα για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου.

Από τον πίνακα προκύπτει επίσης ότι τα αποτελέσματα που δίνονται και για τον πρώτο συνδυασμό είναι ομοίως πολύ καλά, αφού για τον πρώτο συνδυασμό το μέσο σφάλμα μετακίνησης οροφής δεν ξεπερνά τα 4.9mm, ενώ για το δεύτερο τα 4,4 mm.

Ακόμη παρατηρούμε ότι η αύξηση του πληθυσμού εκπαίδευσης δεν συνοδεύεται από αντίστοιχη σημαντική βελτίωση των αποτελεσμάτων. Χαρακτηριστική περίπτωση είναι του συνδυασμού 2 που αντιστοιχεί σε πληθυσμό εκπαίδευσης 50% ως προς το συνολικό διαθέσιμο αριθμό διανυσμάτων. Παρά τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του όρου ορμής παρουσιάζει ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα ως προς τον πρώτο συνδυασμό που αντιστοιχεί σε πληθυσμό εκπαίδευσης 20% επί του συνόλου. Αυτά τα μεγέθη παρατηρήθηκαν για αρχική τιμή ορμής ίση με 0,6 ως 0,7 και χρονική παράμετρό της ίση με 2000 ως 3000.

Από παρατήρηση των αντίστοιχων τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων προκύπτει ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια στην ευρύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων  $\alpha_0$  και  $T_{\alpha-0}$ .

Συγκεκριμένα από το σχήμα 13.4-1 παρατηρούμε ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων οροφής και για τα δύο σύνολα για τον πρώτο συνδυασμό κυμαίνεται σε μικρές τιμές -μικρότερες των 6 mm - για την περιοχή αρχικής τιμής όρου ορμής 0,1 με 0,7 και χρονικής παραμέτρου από 1000 ως 3000. Ομοίως μικρές τιμές σφάλματος μετακινήσεων λαμβάνονται και για τους υπόλοιπους συνδυασμούς με πανομοιότυπες μορφές, γι' αυτό δεν προχωρήσαμε στην αντίστοιχη παρουσίασή τους.

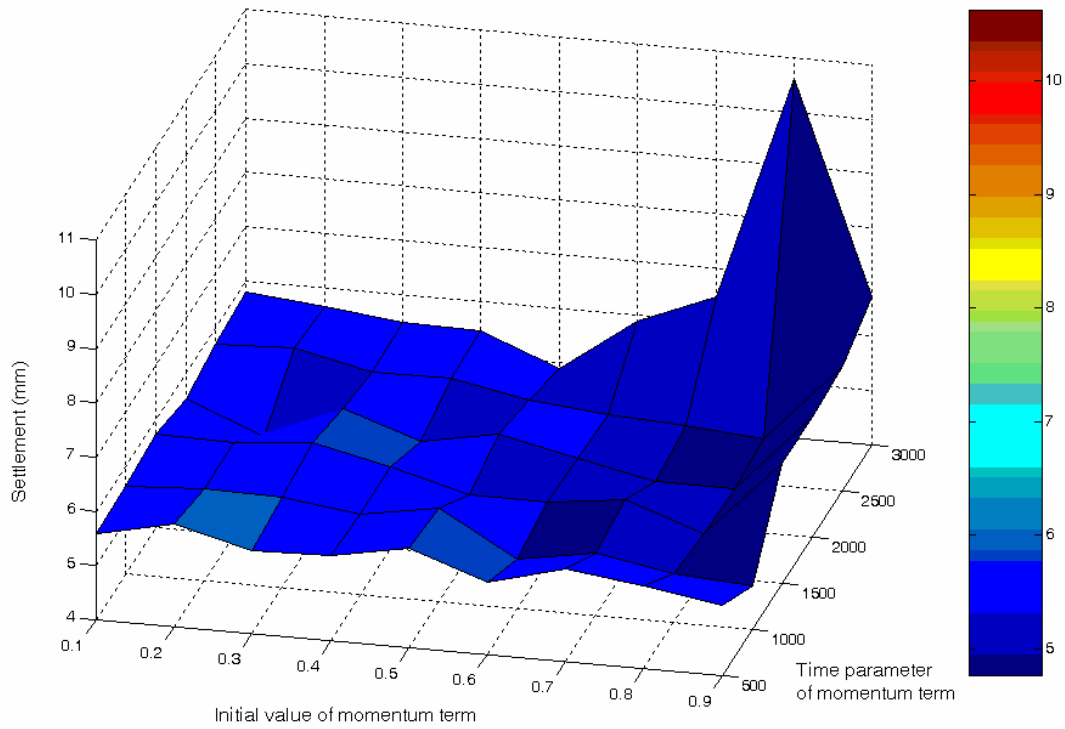
Αντίστοιχες παρατηρήσεις γίνονται και για τη γραφική παράσταση των συντελεστών προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων οροφής, με τη μόνη διαφορά που εδώ βρίσκουμε την περιοχή μεγιστοποίησης του συντελεστή. Από τη μελέτη του σχήματος 13.4-2 βλέπουμε ότι η μεγιστοποίηση συμβαίνει στις αντίστοιχες περιοχές που πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων οροφής.

Επίσης η συμπεριφορά ως προς τα δύο σύνολα είναι παρόμοια με παραπλήσιες τιμές, αλλά όχι ίδιες, όπως είδαμε και από τον πίνακα 13.4-1. Γι' αυτό στις τρισδιάστατες γραφικές παραστάσεις πρέπει να δοθεί προσοχή κατά την ανάγνωσή τους, καθώς έχει πραγματοποιηθεί και περιστροφή, ώστε να τις μελετήσουμε από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Αν τις δούμε προσεκτικά, θα παρατηρήσουμε ότι είναι πανομοιότυπες.

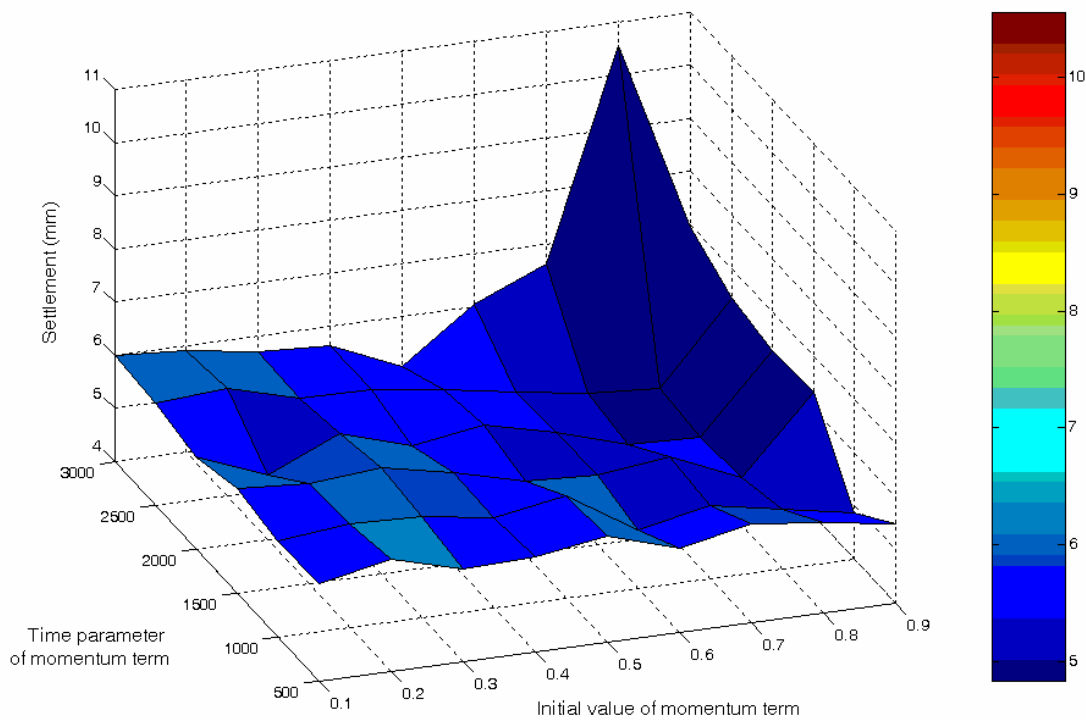
Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται για τον πρώτο συνδυασμό -σενάριο 2 με 11 νευρώνες- και για τα δύο σύνολα -εκπαίδευσης και ελέγχου- οι γραφικές παραστάσεις της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων οροφής κατά τη διάνοιξη της σήραγγας και του συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ των αντίστοιχων εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων ως προς τις παραμέτρους της αρχικής τιμής όρου ορμής  $\alpha_0$  και της χρονικής παραμέτρου της  $T_{\alpha-0}$ .

Γενικά διαπιστώνουμε ότι η αρχική τιμή του όρου ορμής πρέπει να είναι σχετικά μεγάλη από 0,6 ως 0,7, ενώ για τη χρονική παράμετρο από 1000 και πάνω. Σε κάθε περίπτωση αυτά τα μεγέθη είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων οροφής.

Επίσης διαφέρουν από τα αντίστοιχα μεγέθη που βρήκαμε στην περίπτωση των μετακινήσεων μετώπου και τοιχώματος, οπότε επιβεβαιώνεται με αυτόν τον τρόπο η σχετική αξία αυτών των παρατηρήσεων.

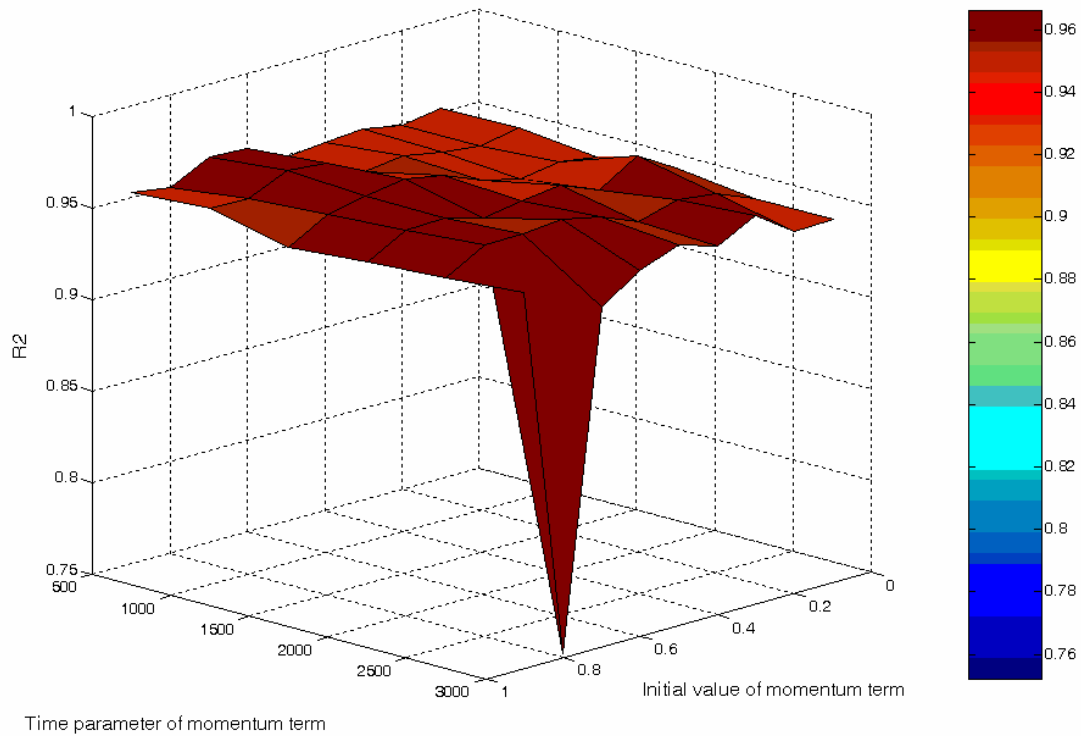


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

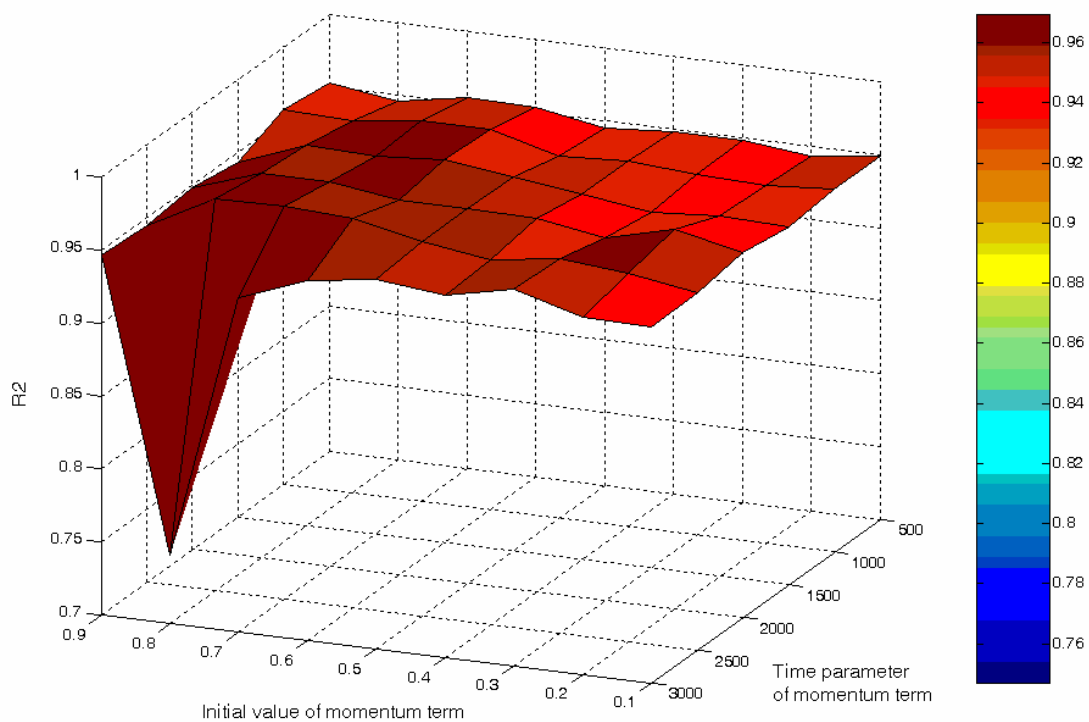


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 13.4-1:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης οροφής κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 13.4-1  
 ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) για σύνολο εκπαίδευσης



(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

**Σχήμα 13.4-2:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων οροφής – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 13.4-1

ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\alpha-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

### 13.5 Επίδραση των Παραμέτρων Εκπαίδευσης στο μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής

Με βάση την επεξεργασία των παραγράφων 13.3 και 13.4 θα μελετήσουμε τις ίδιες περιπτώσεις συνόλων εκπαίδευσης - ελέγχου μεταβάλλοντας την αρχική τιμή εκπαίδευσης και την αντίστοιχη χρονική παράμετρο διατηρώντας τις άλλες παραμέτρους σταθερές. Συγκεκριμένα θα στηριχθούμε στις βέλτιστες τιμές της παραγράφου 13.4 και θα μελετήσουμε τους ακόλουθους συνδυασμούς:

- για το σενάριο 2 (σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του συνολικού πληθυσμού και το υπόλοιπο 80% σύνολο ελέγχου) : πλήθος νευρώνων 11, αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,7$ , χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 2000$ ,
- για το σενάριο 5 (σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 50%-50%) : πλήθος νευρώνων 9,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0}=3000$ .

Στη συνέχεια εκτελέσαμε τη μέθοδό μας με τις ακόλουθες πρόσθετες τιμές:

- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων  $7000$ ,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών  $0,0001$ .

Ουσιαστικά σχηματίστηκαν 54 διαφορετικά τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που εκτελέστηκαν το καθένα 2 φορές –για τους δύο διαφορετικούς συνδυασμούς συνόλων εκπαίδευσης -ελέγχου και πλήθους νευρώνων που προαναφέραμε. Δεν προχωρήσαμε σε μεγαλύτερη ανάλυση, διότι από τη μία πλευρά θέλουμε να δούμε τη γενική επίδραση, από την άλλη η κάθε εκτέλεση διαρκούσε από 13 ως και 24 ώρες (ο χρόνος εκτέλεσης είναι όμοιος με τον αντίστοιχο των περιπτώσεων της παραγράφου 13.4).

Από την εξέταση των 54 ΤΝΔ για κάθε συνδυασμό καταλήξαμε στο καλύτερο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο ως προς τις παραμέτρους μάθησης θεωρώντας ως κρίσιμο κριτήριο την ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης οροφής κατά τη διάνοιξη της σήραγγας για το σύνολο εκπαίδευσης. Τα καλύτερα αποτελέσματα ήταν τα ακόλουθα σε κάθε ένα από τους τρεις συνδυασμούς που εκτελέσαμε :

α/α συνδυασμών	Ποσοστό συνόλου εκπαίδευσης – Πλήθος νευρώνων - $\alpha_0 - T_{\alpha-0}$	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου			Παράμετροι ορμής για ελάχιστο σφάλμα $\eta_0 - T_{\eta-0}$
		Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	
1	20%-11-0,7-2000	4,52	24,2	0,96	4,73	39,5	0,96	0,7-2500
2	50%-9-0,6-3000	4,41	30,7	0,96	4,41	32,5	0,96	0,5-1500

**Πίνακας 13.5-1:** Τελικά αποτελέσματα συνδυασμών για μελέτη παραμέτρων μάθησης στην περίπτωση μετακινήσεων οροφής κατά τη διάνοιξη σήραγγας

Από τη μελέτη του πίνακα προκύπτουν ότι τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται για τον δεύτερο συνδυασμό με ΤΝΔ 9 νευρώνων για σύνολο εκπαίδευσης 50% επί του ολικού πληθυσμού έχοντας τιμές μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακινήσεων οροφής  $4,41$  mm και για τα δύο σύνολα - εκπαίδευσης και ελέγχου. Επίσης παρατηρούμε ότι οι μέγιστες τιμές απόλυτης τιμής σφάλματος

είναι μικρότερες των 33 mm, το οποίο επίσης είναι ικανοποιητικό. Ωστόσο δεν υπάρχει ουσιαστική διαφοροποίηση από την προηγούμενη εκτέλεση, καθώς η μέση τιμή απόλυτου σφάλματος ήταν στην προηγούμενη παράγραφο 4,43 mm και για τα δύο σύνολα.

Από τον πίνακα προκύπτουν επίσης ότι τα αποτελέσματα που δίνονται και για τον πρώτο συνδυασμό είναι του ίδιου επιπέδου, αφού το μέσο σφάλμα μετακίνησης οροφής δεν ξεπερνά τα 4,52 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και τα 4,73 mm για το σύνολο ελέγχου.

Ακόμη παρατηρούμε ότι η αύξηση του πληθυσμού εκπαίδευσης δεν συνοδεύεται από αντίστοιχη σημαντική βελτίωση των αποτελεσμάτων. Επίσης οι εκτελέσεις ως προς τις παραμέτρους μάθησης δεν συνέβαλαν στη μείωση του σφάλματος, αφού, όπως αποδεικνύεται, οι βέλτιστες τιμές είναι στην ίδια περιοχή. Αυτά τα μεγέθη παρατηρήθηκαν για αρχική τιμή μάθησης ίση από 0,5 ως 0,7 και χρονική παράμετρο αναζήτησης ίση από 1500 ως 2500.

Από παρατήρηση των αντίστοιχων τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων προκύπτει ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια στην ευρύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων  $\eta_0$  και  $T_{\eta-0}$ .

Συγκεκριμένα από το σχήμα 13.5-1 παρατηρούμε ότι η μέση τιμή του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων οροφής και για τα δύο σύνολα για τον πρώτο συνδυασμό κυμαίνεται σε μικρές τιμές -κάτω 6 mm- για την περιοχή αρχικής τιμής όρου μάθησης 0,5 με 0,9 και χρονικής παραμέτρου από 1500 ως 3000. Ομοίως μικρές τιμές σφάλματος μετακινήσεων λαμβάνονται και για τον άλλο συνδυασμό με πανομοιότυπες μορφές.

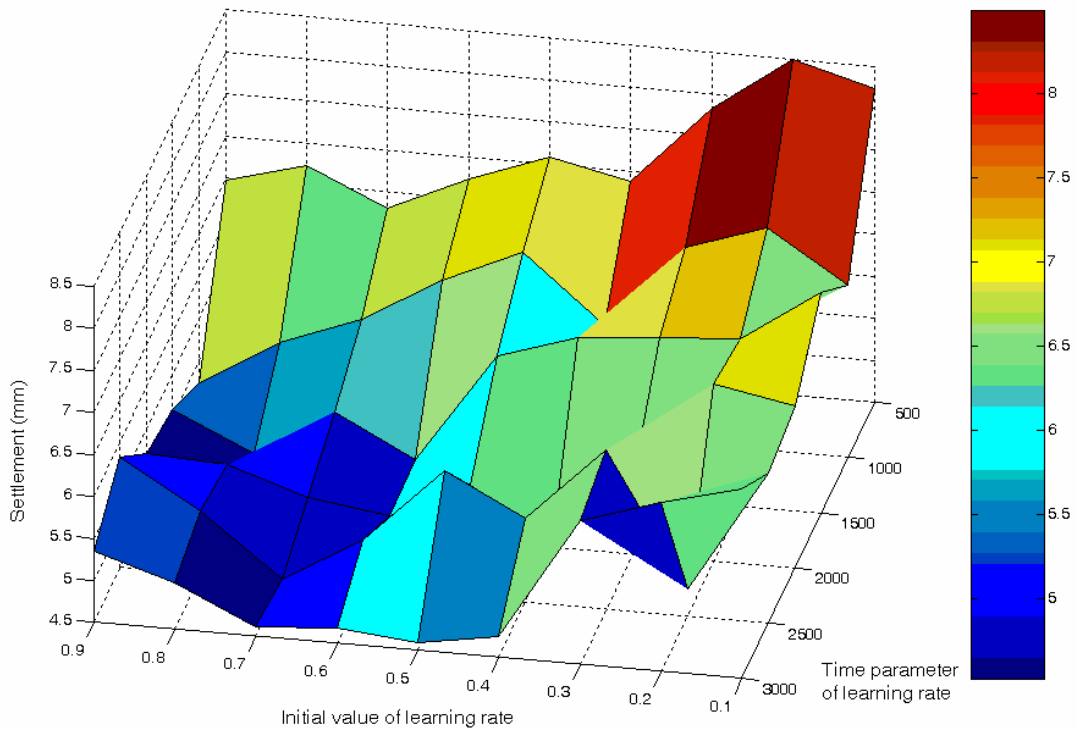
Αντίστοιχες παρατηρήσεις γίνονται και για τη γραφική παράσταση των συντελεστών προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων οροφής, με τη μόνη διαφορά που εδώ βρίσκουμε την περιοχή μεγιστοποίησης του συντελεστή. Από τη μελέτη του σχήματος 13.5-2 βλέπουμε ότι η μεγιστοποίηση συμβαίνει στις αντίστοιχες περιοχές που πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων οροφής. Επίσης για όλες τις τιμές οι συντελεστές προσαρμογής είναι άνω του 0,92, γι' αυτό οι μικρές μεταβολές εμφανίζονται έντονα πάνω στην κλίμακα του άξονα  $R^2$  που εκτείνεται από 0,92 ως 0,98.

Επίσης η συμπεριφορά ως προς τα δύο σύνολα είναι παρόμοια με παραπλήσιες τιμές, αλλά όχι ίδιες, όπως είδαμε και από τον πίνακα 13.4-1.

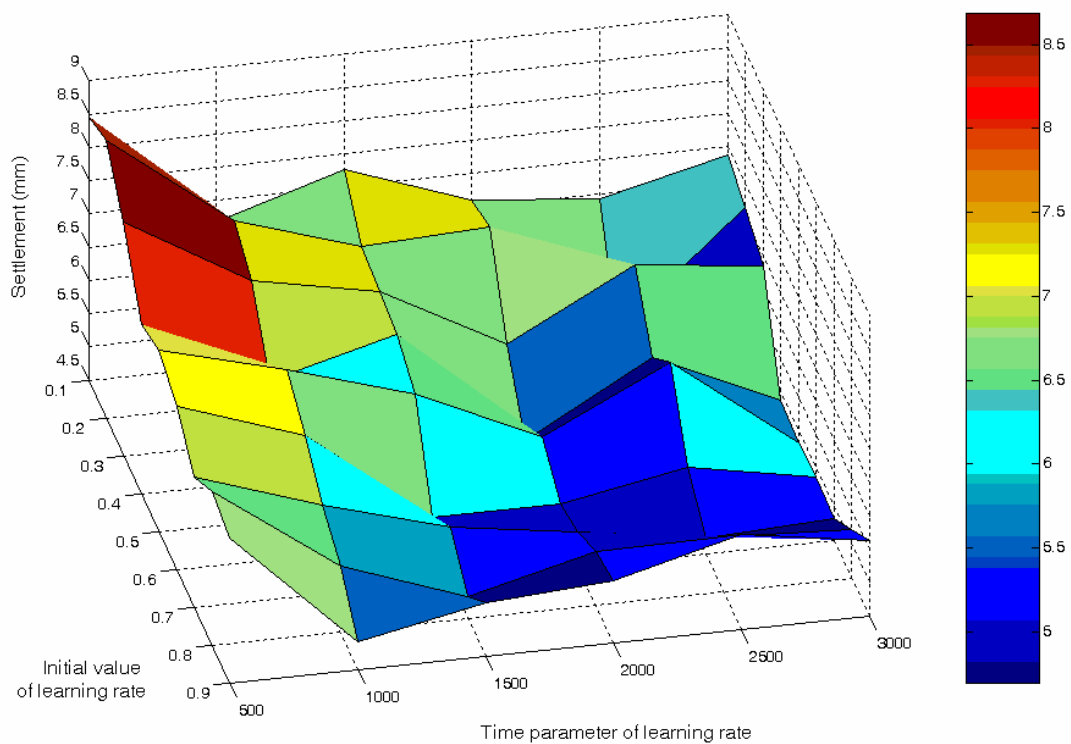
Στις επόμενες δύο σελίδες παρουσιάζονται για τον πρώτο συνδυασμό -σύνολο εκπαίδευσης-ελέγχου 20%-80% με 11 νευρώνες- και για τα δύο σύνολα οι γραφικές παραστάσεις της μέσης τιμής του απόλυτου σφάλματος των μετακινήσεων οροφής κατά τη διάνοιξη της σήραγγας και του συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ των αντίστοιχων εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων ως προς τις παραμέτρους της αρχικής τιμής ρυθμού μάθησης  $\eta_0$  και της χρονικής παραμέτρου της  $T_{\eta-0}$ .

Τέλος με το σχήμα 13.5-3 παρατηρούμε ότι για την περίπτωση του βέλτιστου τεχνητού νευρωνικού δικτύου που διαμορφώθηκε η σχέση μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων οροφής εκφρασμένη σε mm ως προς τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου είναι αρκετά ικανοποιητικές. Αυτό διαπιστώνεται τόσο μέσω του συντελεστή προσαρμογής, όσο και μέσω της ευθείας απλής γραμμικής παρεμβολής που έχει χαραχθεί. Ταυτόχρονα είμαστε σε θέση να ελέγξουμε και τη διασπορά των τιμών γύρω από τη γραμμή τάσης. Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι η μέθοδος εκτελεί κατά κύριο λόγο αριθμητική προσέγγιση, γι' αυτό δεν αντιλαμβάνεται τη μη λογική ορθότητα ορισμένων τιμών, όπως των θετικών τιμών μετακινήσεων -κίνηση της οροφής προς τα πάνω. Αυτές τις αριθμητικές ατέλειες μπορούμε να τις διορθώσουμε ως χρήστες της μεθόδου.

Γενικά διαπιστώνουμε ότι η αρχική τιμή του ρυθμού μάθησης πρέπει να είναι σχετικά μεγάλη από 0,5 ως 0,7, ενώ για τη χρονική παράμετρο από 1500 ως 2500. Σε κάθε περίπτωση αυτά τα μεγέθη είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων οροφής. Ακόμη διαφέρουν από τα αντίστοιχα μεγέθη που βρήκαμε στην περίπτωση των μετακινήσεων μετώπου και τοιχώματος, οπότε επιβεβαιώνεται με αυτόν τον τρόπο η σχετική αξία αυτών των παρατηρήσεων.

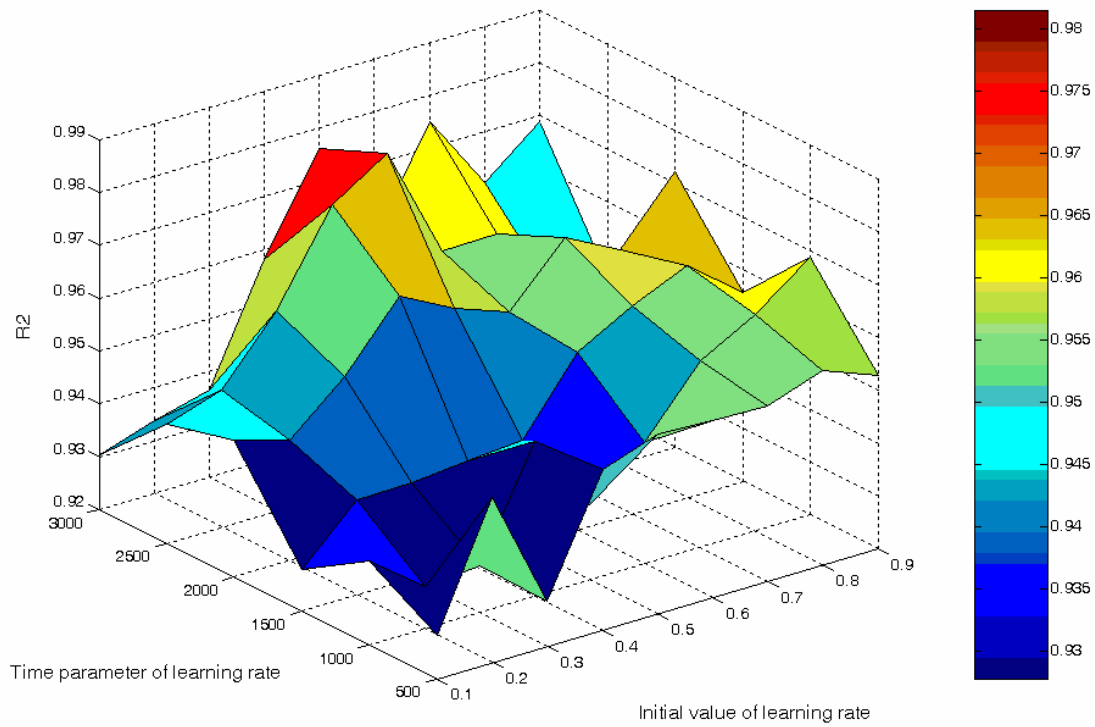


(α) για σύνολο εκπαίδευσης

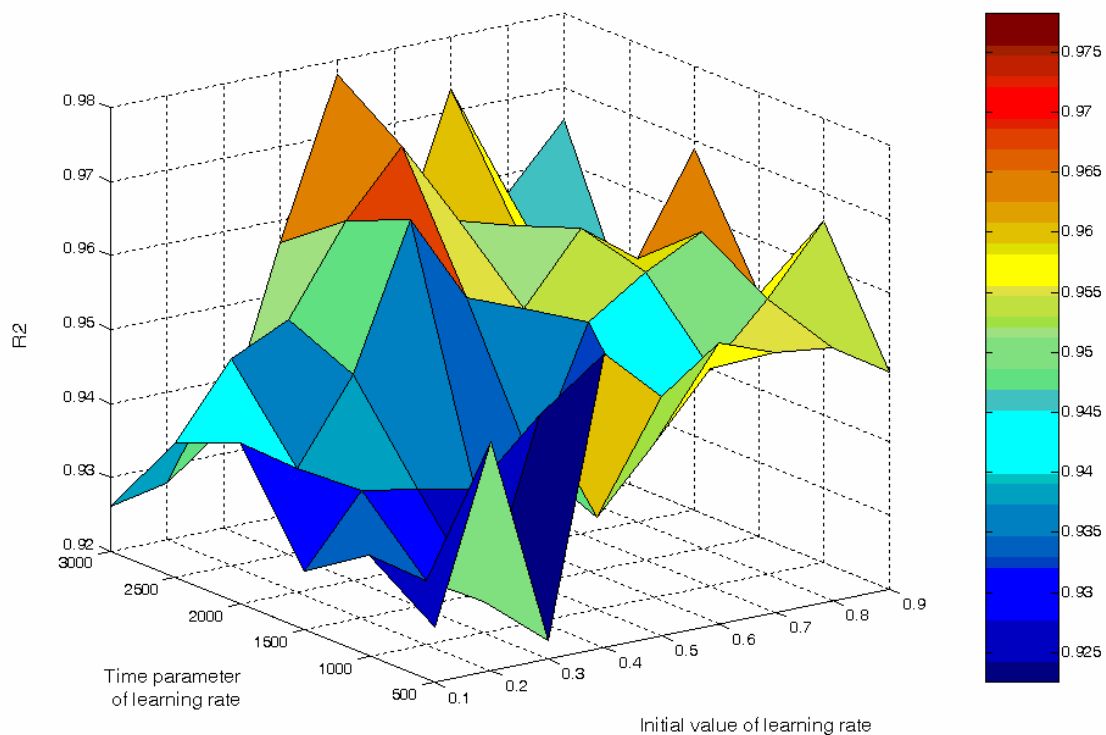


(β) για σύνολο ελέγχου – αξιολόγησης

**Σχήμα 13.5-1:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης οροφής κατά τη διάνοιξη σήραγγας – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 13.5-1  
 ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,7$ ,  $T_{\alpha-0} = 2000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$



(α) για σύνολο εκπαίδευσης

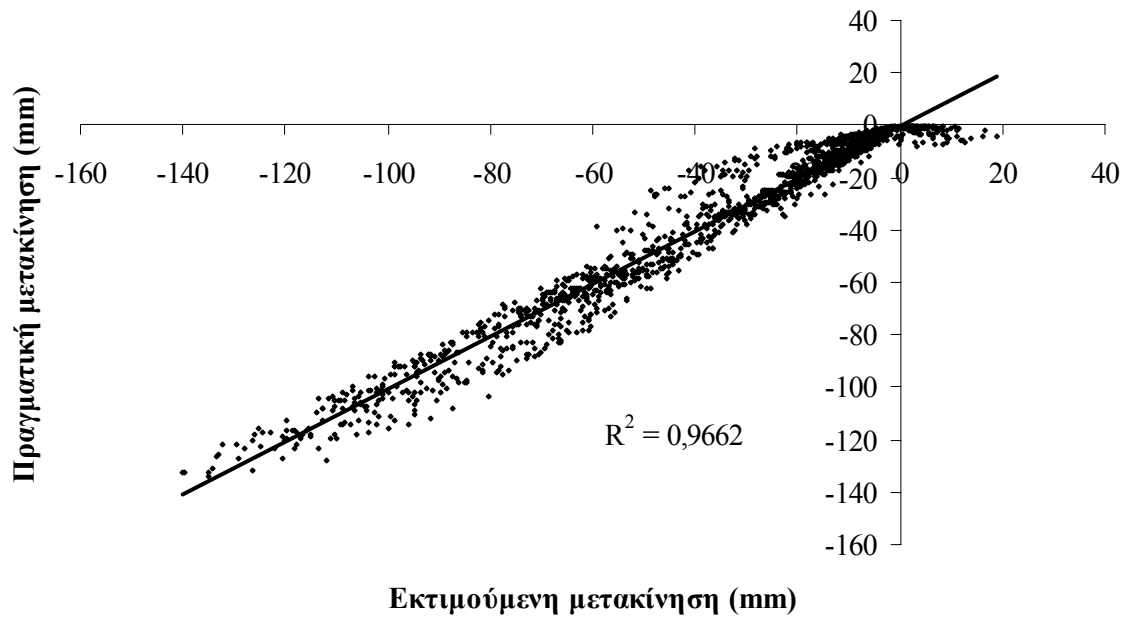


(β) για σύνολο ελέγχου - αξιολόγησης

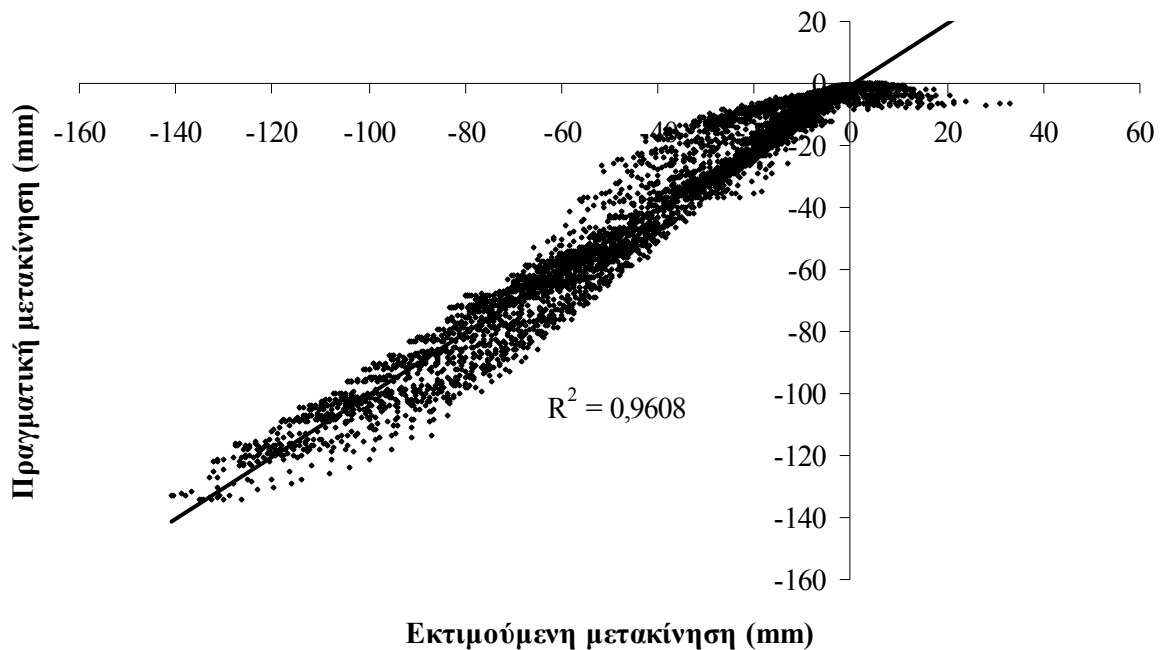
**Σχήμα 13.5-2:** Τρισδιάστατη γραφική παράσταση συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων οροφής – συνδυασμός 1 κατά πίνακα 13.5-1

ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,1$  ως  $0,9$  με βήμα  $0,1$ ,  $T_{\eta-0} = 500$  ως  $3000$  με βήμα  $500$ ,  
 $\alpha_0 = 0,7$ ,  $T_{\alpha-0} = 2000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$





(α) ως προς σύνολο εκπαίδευσης



(β) ως προς σύνολο ελέγχου

**Σχήμα 13.5-3:** Γραφική παράσταση εκτιμώμενης – επιθυμητής εξόδου (mm) για μετακινήσεις οροφής ως προς το σύνολο εκπαίδευσης (α) & σύνολο ελέγχου (β) για συνδυασμό 1 κατά πίνακα 13.5-1

TNΔ: 11 νευρώνες,  $\eta_0 = 0,7$ ,  $T_{\eta-0} = 2500$ ,  $\alpha_0 = 0,7$ ,  $T_{\alpha-0} = 2000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

### 13.6 Συμπεράσματα ως προς το μοντέλο ΤΝΔ εκτίμησης Μετακινήσεων Οροφής

Με βάση τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων για την περίπτωση εκτίμησης μετακινήσεων οροφής-κλειδας με την εφαρμογή ενός πολυεπιπέδου *perceptron* ενός κρυμμένου επιπέδου, με χρήση του αλγόριθμου ανάστροφης διάδοσης σφάλματος και με εισόδους τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο  $L$ , το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , το μέτρο ελαστικότητας βραχόμαζας  $E$  και τη θέση μέτρησης της μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης της σήραγγας  $x$ , προέκυψαν ότι:

- ♦ μπορούμε να επιτύχουμε εκτίμηση μετακινήσεων με μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 4,8 mm, μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 40 mm και συντελεστή προσαρμογής άνω του 95% και για τα δύο σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου,

- ♦ η ρύθμιση του πλήθους των νευρώνων είναι μεγάλης σημασίας για την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για 9 με 14 νευρώνες,

- ♦ η ρύθμιση των παραμέτρων ορμής -αρχικής τιμής  $\alpha_0$  και χρονικής παραμέτρου  $T_{\alpha-0}$  – επίσης επηρεάζει την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για τυπικές τιμές  $\alpha_0=0,6-0,7$  και  $T_{\alpha-0}=1500-3000$ ,

- ♦ η ρύθμιση των παραμέτρων μάθησης -αρχικής τιμής  $\eta_0$  και χρονικής παραμέτρου  $T_{\eta-0}$  - επηρεάζει την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, για το δε πρόβλημά μας έχουμε ικανοποιητική συμπεριφορά για τυπικές τιμές  $\eta_0=0,5-0,6$  και  $T_{\eta-0}=1500-3000$ .

- ♦ η απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου επηρεάζεται από το σύνολο εκπαίδευσης, ωστόσο αύξηση του πλήθους των διανυσμάτων εκπαίδευσης δεν οδηγεί απαραίτητα σε βελτίωση του μοντέλου εκτίμησης.

Σε κάθε περίπτωση τα μεγέθη που δίνονται για τη ρύθμιση των παραμέτρων του ΤΝΔ είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης των μετακινήσεων οροφής.

Η συνολική συμπεριφορά του μοντέλου κρίνεται αρκετά ικανοποιητική.

## Κεφάλαιο 14

### **Εισαγωγή στην Ανάλυση Ευαισθησίας του Πολυεπιπέδου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου Εκτίμησης Μετακινήσεων κατά τη Διάνοιξη Σηράγγων**

#### **14.1 Γενικά**

Το τελευταίο θέμα που θα θίξουμε είναι η επίδραση ορισμένων παραγόντων στη συμπεριφορά του τεχνητού νευρωνικού δικτύου που διαμορφώσαμε για την εκτίμηση μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων, πέρα του πλήθους των νευρώνων και των παραμέτρων ρύθμισης του όρου ορμής και του ρυθμού μάθησης.

Επιγραμματικά αναφέρουμε τα εξής ερωτήματα:

- ◆ ποια η επίδραση του τυχαίου τρόπου επιλογής των διανυσμάτων εκπαίδευσης & της αρχικοποίησης βαρών κατά την εκτέλεση μίας εποχής στη συμπεριφορά του ΤΝΔ;
- ◆ ποια η επίδραση του σειριακού τρόπου παράθεσης των διανυσμάτων εκπαίδευσης κατά την εκτέλεση μίας εποχής σε σχέση με τον τυχαίο τρόπο;
- ◆ ποια η επίδραση παράλειψης συγκεκριμένων τιμών μίας μεταβλητής εισόδου και ποιες οι δυνατότητες παρεμβολής και προεκβολής;
- ◆ ποια η επίδραση της παράλειψης μίας μεταβλητής εισόδου στη συμπεριφορά του ΤΝΔ;

Στη συνέχεια θα δώσουμε ενδεικτικές απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα δείχνοντας συγχρόνως και άλλες περιοχές προς έρευνα της συμπεριφοράς του μοντέλου του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

#### **14.2 Η Επίδραση του Τυχαίου Τρόπου Επιλογής Διανυσμάτων Εκπαίδευσης & Αρχικοποίησης Βαρών**

Κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου υλοποίησης και εκπαίδευσης του πολυεπιπέδου ΤΝΔ καλείται σε δύο σημεία η γεννήτρια τυχαίων αριθμών (*rand(0)* της *Digital Fortran*):

- ◆ στην αρχικοποίηση των αρχικών τιμών των βαρών του ΤΝΔ. Ως διαδικασία εκτελείται μία φορά κατά την έναρξη εκτέλεσης του εκάστοτε συγκεκριμένου ΤΝΔ. Ουσιαστικά η γεννήτρια τυχαίων αριθμών καλείται τόσες φορές, όσες είναι το πλήθος των βαρών και των πολώσεων.
- ◆ στον καθορισμό της σειράς με την οποία εμφανίζονται τα διανύσματα εκπαίδευσης ανά εποχή. Εκτελείται ως διαδικασία μία φορά ανά εποχή, οπότε κατά την εκτέλεση του εκάστοτε ΤΝΔ

καλείται όσες είναι οι εποχές –που δεν τις γνωρίζουμε εξαρχής. Σε κάθε κλήση της διαδικασίας η γεννήτρια τυχαίων αριθμών καλείται τόσες φορές, όσα είναι τα διανύσματα εκπαίδευσης ελαττωμένα κατά ένα.

Η ύπαρξη αυτής της γεννήτριας τυχαίων αριθμών –που περιέχει μέσα της τον παράγοντα της τύχης- επιδρά στην απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου. Δεν γνωρίζουμε όμως το μέγεθος ή τη σημασία της επίδρασης.

Προς απάντηση αυτού του ερωτήματος εκτελέσαμε 10 συνεχόμενες φορές για την περίπτωση μετακινήσεων τοιχώματος με σύνολο εκπαίδευσης 80% επί του πλήθους διανυσμάτων που διαθέτουμε –το υπόλοιπο 20% ανήκει στο σύνολο ελέγχου-, το εξής ΤΝΔ:

- πλήθος νευρώνων 8,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι τα ακόλουθα:

α/α εκτέλεσης	Αριθμός εποχών	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου		
		Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$
1	5285	5,95	38,8	0,925	6,11	38,2	0,922
2	5486	6,01	38,5	0,935	6,14	39,0	0,928
3	5273	6,11	38,1	0,948	6,27	38,0	0,943
4	5408	6,00	37,9	0,939	6,16	38,4	0,936
5	5505	6,08	37,6	0,933	6,28	37,7	0,928
6	5153	6,01	38,2	0,937	6,18	38,7	0,934
7	5398	5,98	37,8	0,933	6,14	37,4	0,930
8	5447	5,98	38,2	0,928	6,12	37,5	0,926
9	5458	6,00	36,9	0,935	6,13	36,9	0,933
10	5291	6,02	37,4	0,926	6,16	37,2	0,924

**Πίνακας 14.2-1:** Αποτελέσματα 10 εκτελέσεων ΤΝΔ εκτίμησης μετακινήσεων τοιχώματος κατά τη διάνοιξη σήραγγας για σύνολα εκπαίδευσης –ελέγχου 80% -20% με ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

Παρατηρούμε ότι υπάρχει μία διακύμανση των αποτελεσμάτων, η οποία δεν αλλάζει το ουσιαστικό αποτέλεσμα της μεθόδου. Συγκεκριμένα η μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μετακίνησης για το σύνολο ελέγχου κυμαίνεται από 5,95 ως 6,11mm με διαφορά μεταξύ των ακραίων τιμών ίση με 0,16 mm. Αντίστοιχα για το σύνολο ελέγχου κυμαίνονται από 6,11 ως 6,28mm με διαφορά μεταξύ των ακραίων τιμών ίση με 0,17 mm. Ως προς τη μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος κυμαίνεται από 36,9 ως 38,8 mm με διαφορά ακραίων τιμών 1,9 mm για το σύνολο εκπαίδευσης και από 37,2 ως 39,0 mm με διαφορά ακραίων τιμών 1,8 mm για το σύνολο ελέγχου. Ως προς τον συντελεστή προσαρμογής κυμαίνεται από 0,925 ως 0,948 με διαφορά ακραίων τιμών 0,023 για το

σύνολο εκπαίδευσης και από 0,922 ως 0,943 με διαφορά ακραίων τιμών 0,021 για το σύνολο ελέγχου. Τέλος υπάρχει διαφοροποίηση και στον αριθμό των εποχών που απαιτείται για σύγκλιση του αλγορίθμου που κυμαίνεται από 5153 ως 5486.

Συνεπώς υπάρχουν μικρές διαφοροποιήσεις στη συμπεριφορά του ίδιου τεχνητού νευρωνικού δικτύου και στα αποτελέσματά του. Ωστόσο δεν προκαλούν ουσιαστικές μεταβολές στις εκτιμήσεις του.

### **14.3 Η Επίδραση του Τυχαίου Τρόπου Επιλογής Διανυσμάτων Εκπαίδευσης έναντι του Σειριακού**

Κατά τη διαμόρφωση του πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου -και γενικά στα τεχνικά νευρωνικά δίκτυα- προτείνεται να παρουσιάζονται τα διανύσματα του συνόλου εκπαίδευσης με τυχαίο τρόπο ανά εποχή, προκειμένου να αποφύγουμε την αποστήθιση και επιτύχουμε καλύτερη γενίκευση του μοντέλου. Ωστόσο αυτό παρουσιάζει μία προγραμματιστική δυσκολία, καθώς κατά την εκτέλεση μίας εποχής με κάποιον βοηθητικό πίνακα σημαιών πρέπει να «σημειώνονται» τα διανύσματα που ήδη έχουν επιλεγεί με την τυχαία διαδικασία.

Αντίθετα η σειριακή παρουσίαση των διανυσμάτων εισόδου είναι πολύ πιο απλή στην εφαρμογή της, εγκυμονεί όμως τον κίνδυνο αποστήθισης.

Η ύπαρξη του ενός ή του άλλου τρόπου παρουσίασης των δεδομένων εισόδου επηρεάζει την απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου. Δεν γνωρίζουμε όμως το μέγεθος ή τη σημασία της επίδρασης.

Προς απάντηση αυτού του ερωτήματος τροποποιήσαμε το αρχικό μας μοντέλο, ώστε να υλοποιεί τη σειριακή παράθεση διανυσμάτων εισόδου και εκτελέσαμε το αντίστοιχο ΤΝΔ της προηγούμενης παραγράφου με κοινά όλα τα υπόλοιπα στοιχεία –σύνολα εκπαίδευσης, ελέγχου, πλήθος νευρώνων κτλ..

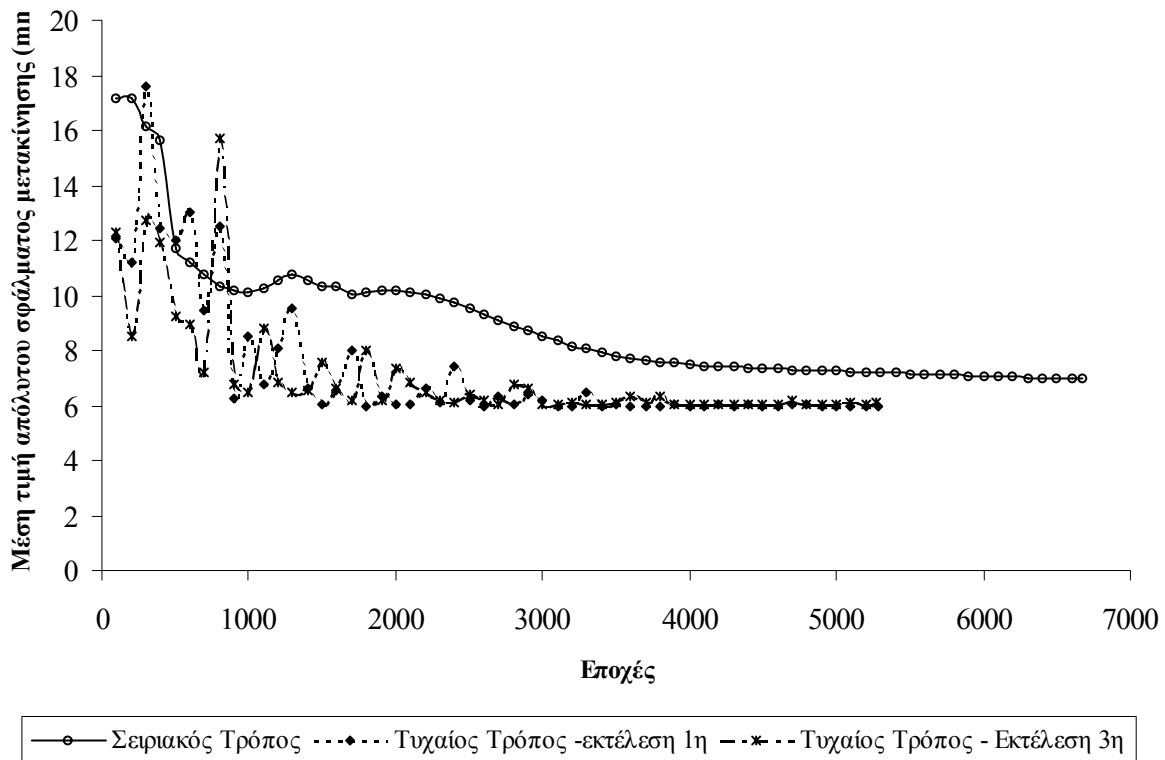
Από την εκτέλεση του ΤΝΔ σε 6669 εποχές προέκυψαν για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου τα ακόλουθα αποτελέσματα ως προς:

- τη μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος ίση με 6,96 και 7,25 mm αντίστοιχα,
- τη μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος ίση με 45,9 και 44,6 mm αντίστοιχα,
- τον συντελεστή προσαρμογής μεταξύ της εκτιμώμενης - πραγματικής μετακίνησης τοιχώματος ίσο με 0,816 και 0,821 αντίστοιχα.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο σειριακός τρόπος δίνει αρκετά χειρότερα αποτελέσματα σε σχέση με τον τυχαίο τρόπο ως προς όλα τα αποτελέσματα εξόδου με οποιαδήποτε εκτέλεση συγκριθεί από τον πίνακα 14.2-1. Με αυτόν τον τρόπο επιβεβαιώνεται ότι ορθά πράξαμε και χρησιμοποιήσαμε τον τυχαίο τρόπο παρουσίασης διανυσμάτων.

Το μοναδικό πλεονέκτημα της σειριακής παρουσίασης είναι ότι, παρά τις περισσότερες εποχές, εκτελείται πιο γρήγορα σε σχέση με τον τυχαίο τρόπο, αφού το πρώτο απαίτησε χρόνο 17 λεπτών και το δεύτερο κατά μέσο όρο 35, δηλαδή ουσιαστικά διπλάσιο. Αυτό οφείλεται στη διαδικασία τυχαίας επιλογής διανυσμάτων που εκτελείται σε κάθε εποχή. Αυτό αθροιστικά για όλες τις εποχές επιβαρύνει σημαντικά την εκτέλεση του μοντέλου.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ενδεικτικά τη γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος σε mm ως προς το σύνολο εκπαίδευσης για τον σειριακό τρόπο, την πρώτη & την τρίτη εκτέλεση με τον τυχαίο τρόπο κατά τον πίνακα 14.2-1. Επιλέχθηκαν αυτοί οι δύο λόγω του γεγονότος ότι έχουν τις ακραίες τελικές μέσες τιμές του απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος για το σύνολο εκπαίδευσης, μεταξύ των οποίων κυμαίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα των δέκα εκτελέσεων.



**Σχήμα 14.3-1:** Γραφική παράσταση μέσης τιμής απόλυτου σφάλματος μετακίνησης τοιχώματος σε mm ως προς το σύνολο εκπαίδευσης για τον σειριακό τρόπο, την 1<sup>η</sup> & 3<sup>η</sup> εκτέλεση με τυχαίο τρόπο κατά τον πίνακα 14.2-1 για σύνολα εκπαίδευσης -ελέγχου 80% -20%- με ΤΝΔ: 11 νευρώνες,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_epan=7000$ ,  $limit=0,0001$

#### 14.4 Η Επίδραση Παράλειψης Συγκεκριμένων Τιμών μίας Μεταβλητής Εισόδου

Ένα άλλο θέμα που τίθεται κατά τη μελέτη των ΤΝΔ είναι το εύρος των δεδομένων που πρέπει να περιέχονται. Δηλαδή πόσο πρέπει να εκτείνονται οι τιμές της εκάστοτε μεταβλητής μέσα στο σύνολο εκπαίδευσης.

Για να μελετήσουμε την επίδραση της παράλειψης συγκεκριμένων τιμών μίας μεταβλητής εισόδου στην απόδοση του ΤΝΔ, θεωρήσαμε το πρόβλημα των μετακινήσεων καθρέπτη με σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του πλήθους διανυσμάτων που διαθέτουμε –το υπόλοιπο 80% ανήκει στο σύνολο ελέγχου. Στη συνέχεια από το σύνολο εκπαίδευσης αφαιρέσαμε ορισμένα διανύσματα στα οποία ο συντελεστής υπερφόρτισης  $N_S$  λάμβανε συγκεκριμένες τιμές και τα προσθέσαμε στο σύνολο ελέγχου. Συγκεκριμένα πραγματοποιήσαμε τα ακόλουθα σενάρια:

- σενάριο 1:  $N_S \neq 5$ , με τελικό πληθυσμό διανυσμάτων στα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου 451 και 2024 αντίστοιχα,
- σενάριο 2:  $N_S > 4$ , με τελικό πληθυσμό διανυσμάτων στα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου 246 και 2224 αντίστοιχα,
- σενάριο 3:  $N_S < 7$ , με τελικό πληθυσμό διανυσμάτων στα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου 447 και 2028 αντίστοιχα,
- σενάριο 4: για όλα τα  $N_S$ , η εκτέλεση αυτή παρουσιάστηκε στην παράγραφο 11.3, με τελικό πληθυσμό διανυσμάτων στα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου 528 και 1947 αντίστοιχα.

Εκτελέστηκε για κάθε σενάριο το ΤΝΔ στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- πλήθος νευρώνων: 2 ως 15 με βήμα 1,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι τα ακόλουθα:

α/α σεναρίου	Πλήθος νευρώνων	Πλήθος εποχών	Σύνολο Εκπαίδευσης			Σύνολο Ελέγχου		
			Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$	Μέση τιμή απόλυτου σφάλματος (mm)	Μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος (mm)	$R^2$
1	14	7000	12,69	80,4	0,62	12,68	86,9	0,64
2	11	7000	1,89	12,55	0,11	12,25	133,2	0,47
3	15	7000	12,64	79,9	0,70	12,85	85,9	0,66
4	11	7000	8,89	59,5	0,90	9,07	60,4	0,80

**Πίνακας 14.4-1:** Τελικά αποτελέσματα 4 σεναρίων συνόλων εκπαίδευσης ως προς συντελεστή υπερφόρτισης για εκτίμηση μετακινήσεων μετώπου κατά τη διάνοιξη σήραγγας με ΤΝΔ: από 2 ως 15 νευρώνες με βήμα 1,  $\alpha_0 = 0,6$ ,  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,  $\eta_0 = 0,6$ ,  $T_{\eta-0} = 1000$ ,  $max\_eran=7000$ ,  $limit=0,0001$

Παρατηρούμε ότι η ανομοιόμορφη αφαίρεση διανυσμάτων εισόδου οδηγεί σε μεγαλύτερα σφάλματα. Στην περίπτωση που αφαιρεθούν τα διανύσματα με  $N_s = 7$  ή  $N_s = 5$ , σενάρια 3 και 1 αντίστοιχα, βλέπουμε ότι το δίκτυο εκπαιδεύεται με λογικές τιμές συντελεστή προσαρμογής και επιτυγχάνει εκτιμήσεις μέσω του συνόλου ελέγχου σε παραπλήσια επίπεδα με της εκπαίδευσης. Σε σχέση με την περίπτωση του βασικού σεναρίου τα αποτελέσματα των σεναρίων 1 και 3 είναι σαφώς χειρότερα. Αν μελετήσουμε την περίπτωση του σεναρίου 2 με  $N_s > 4$ , τότε από την εκπαίδευση αφαιρέσαμε τα διανύσματα με τις μεγάλες μετακινήσεις και παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα τόσο του συνόλου εκπαίδευσης ως προς τον συντελεστή προσαρμογής, όσο και του συνόλου εκπαίδευσης ως προς όλα τα μεγέθη είναι αρκετά άσχημα. Ουσιαστικά το μοντέλο ούτε εκπαιδεύτηκε, ούτε μπόρεσε να προχωρήσει σε προεκβολή των μεγαλύτερων τιμών μετακινήσεων.

Με αυτόν τον τρόπο επιβεβαιώνουμε τη θεωρία των ΤΝΔ, σύμφωνα με την οποία τα ΤΝΔ είναι αριθμητική μέθοδος παρεμβολής και όχι προεκβολής. Για τη σωστή μοντελοποίηση του προβλήματος πρέπει το σύνολο εκπαίδευσης να είναι αντιπροσωπευτικό του χώρου όλων των διανυσμάτων εισόδου.

## 14.5 Η Ευαισθησία της μεθόδου ΤΝΔ ως προς τις Μεταβλητές Εισόδου

Ένα άλλο σημαντικό ζήτημα είναι η ευαισθησία της μεθόδου ως προς την ύπαρξη ή μη των μεταβλητών εισόδου. Στην παρούσα παράγραφο θα εξετάσουμε την περίπτωση της αφαίρεσης του

μέτρου ελαστικότητας της βραχόμαζας από τα διανύσματα εισόδου. Θα μπορούσαμε να αφαιρέσουμε τον συντελεστή υπερφόρτισης από τα διανύσματα εισόδου, αλλά ήδη γνωρίζουμε από την προηγούμενη παράγραφο τη μεγάλη σημασία του ως προς την εκπαίδευση.

Συγκεκριμένα θεωρήσαμε το πρόβλημα των μετακινήσεων καθρέπτη με σύνολο εκπαίδευσης 20% επί του πλήθους διανυσμάτων που διαθέτουμε με δεδομένα διανυσμάτων εισόδου τα εξής στοιχεία: τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο  $L$ , το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , τη θέση μέτρησης μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης  $x$  και τη μετακίνηση καθρέπτη  $s_y$ . Εκτελέστηκε το ΤΝΔ για τις ακόλουθες περιπτώσεις :

- πλήθος νευρώνων: 2 ως 15 με βήμα 1,
- αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0} = 1000$ ,
- αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0 = 0,6$ ,
- χρονική παράμετρος ρυθμού μάθησης  $T_{\eta-0} = 1000$ ,
- μέγιστο πλήθος επαναλήψεων 7000,
- μέγιστο σφάλμα μεταξύ μεταβολής βαρών δύο διαδοχικών εποχών 0,0001.

Από την εκτέλεση του ΤΝΔ προέκυψε το βέλτιστο αποτέλεσμα για 13 νευρώνες σε 7000 εποχές. Για τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου είχαμε τα ακόλουθα αποτελέσματα ως προς:

- τη μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μετακίνησης μετώπου ίση με 9,03 και 9,31 mm αντίστοιχα, έναντι της περίπτωσης των 5 εισόδων που ήταν ίσα με 8,81 και 9,07 mm αντίστοιχα,
- τη μέγιστη απόλυτη τιμή σφάλματος μετακίνησης μετώπου ίση με 65,4 και 73,4 mm αντίστοιχα, έναντι της περίπτωσης των 5 εισόδων που ήταν ίσα με 59,5 και 60,4 mm αντίστοιχα,
- τον συντελεστή προσαρμογής μεταξύ της εκτιμώμενης - πραγματικής μετακίνησης μετώπου ίσο με 0,68 και 0,72 αντίστοιχα, έναντι της περίπτωσης των 5 εισόδων που ήταν ίσα με 0,90 και 0,80 αντίστοιχα.

Η σύγκριση έγινε με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της παραγράφου 11.3 με βελτιστοποίηση μόνο του πλήθους νευρώνων και όχι και των υπολοίπων παραμέτρων. Με αυτόν τον τρόπο οι τιμές που συγκρίθηκαν είναι ισοδύναμες.

Οπότε η αφαίρεση του μέτρου ελαστικότητας μας οδηγεί σε ελαφρώς χειρότερα αποτελέσματα από εκείνα που προσδιορίστηκαν με τις 5 εισόδους. Αντίστοιχη διερεύνηση μπορεί να πραγματοποιηθεί και για τις υπόλοιπες μεταβλητές εισόδου.

## 14.6 Συμπεράσματα από τη Στοιχειώδη Ανάλυση Ευαισθησίας

Με βάση την παραπάνω ανάλυση καταλήξαμε ότι ο τυχαίος τρόπος παρουσίασης των διανυσμάτων εισόδου & επιθυμητής εξόδου πλεονεκτεί έναντι του σειριακού. Επίσης η στοχαστικότητα κατά την επιλογή εμφάνισης των διανυσμάτων εισόδου και κατά την αρχικοποίηση βαρών-πλώσεων για διαφορετικές εκτελέσεις του ίδιου σεναρίου-ΤΝΔ δεν προκαλεί ουσιαστικές μεταβολές στις εκτιμήσεις του μοντέλου.

Ακόμη διαπιστώσαμε ότι το πολυεπίπεδο ΤΝΔ είναι αριθμητική μέθοδος παρεμβολής και όχι προεκβολής. Για την καλύτερη μοντελοποίηση του προβλήματος πρέπει το σύνολο εκπαίδευσης να είναι αντιπροσωπευτικό του χώρου όλων των διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου. Ενώ η αφαίρεση ή και η προσθήκη μεταβλητών στο διάνυσμα εισόδου πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή, καθώς επηρεάζει σημαντικά την απόδοση του ΤΝΔ.



## Κεφάλαιο 15

### Τελικά Συμπεράσματα & Περιοχές Περαιτέρω Έρευνας

#### 15.1 Περίληψη των Πιθανών Εφαρμογών της Υπολογιστικής Νοημοσύνης στην Εδαφομηχανική

Οι πιθανές εφαρμογές της υπολογιστικής νοημοσύνης στην επιστήμη της εδαφομηχανικής μπορούν να συνοψιστούν ανά γνωστικό πεδίο ως εξής:

- ◆ Ως προς τα *νευρωνικά δίκτυα* -neural networks-, με την πληθώρα των παραλλαγών τους:
  - Το *πολυεπίπεδο perceptron* μπορεί να εφαρμοστεί σε πληθώρα προβλημάτων [N12-N31], όπως:
    - εκτίμηση καθιζήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων [N21] ή πραγματοποίηση μεγάλων εκσκαφών [N23-24],
    - εκτίμηση κινδύνου αστοχίας σε εκσκαφές και θεμελιώσεις [N13],
    - εύρεση φέρουσας ικανότητας πασσάλων [N14,N18] και λοιπών θεμελιώσεων,
    - προσδιορισμός σχέσεων μεταξύ γεωλογικών παραμέτρων και μεγεθών που αφορούν τον σχεδιασμό κατασκευών, όπως εκτίμηση της ταχύτητας διατμητικών κυμάτων σε σχέση με τις τιμές της δοκιμής *SPT* για το εδαφικό υλικό [N22], μοντελοποίηση της συμπεριφοράς του εδάφους ως προς τη μονοαξονική ή την τριαξονική θλίψη του [N25-26],
    - προσδιορισμός καθιζήσης στερεοποίησης λόγω υποβιβασμού υδροφόρου ορίζοντα [N29],
    - κατηγοριοποιήσεις εδαφών ή βραχώμαζας, εφόσον πρόκειται για αριθμητικά μεγέθη,
    - εκτίμηση απαιτούμενου χρόνου εκτέλεσης του έργου [N11].
  - Τα *δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης* βρίσκουν αντίστοιχες ίδιες εφαρμογές με το *πολυεπίπεδο perceptron*. Κυρίως όμως η μορφή τους είναι κατάλληλη για κατηγοριοποιήσεις, όπως εδαφών ή βραχώμαζας. Δεν έχει βρει την αντίστοιχη επέκταση με τα *πολυεπίπεδα perceptrons* λόγω της δυσκολότερης εκπαίδευσής τους.
    - Οι *αλγόριθμοι ομαδοποίησης-ταξινόμησης*, όπως των *κ-μέσων*, του *διανυσματικού κβαντιστή*, της *ασαφούς ομαδοποίησης*, του *νευρωνικού δικτύου SOM*, βρίσκουν εφαρμογή σε αντίστοιχα προβλήματα, όπως:
      - κατηγοριοποιήσεις εδαφών ή βραχώμαζας ως προς τις ιδιότητές τους, ταξινομήσεις διαφόρων παραγόντων είτε πρόκειται για αριθμητικά μεγέθη, είτε για λεκτικά μέσω της ασαφούς λογικής,
      - έλεγχος τυπικών μορφών στοιχείων προς εύρεση λανθασμένων μετρήσεων ή ανησυχητικών καταστάσεων κατά την εκτέλεση του έργου.

- Τα δίκτυα αυτοσυσχετιστικής μνήμης, όπως το *Hopfield*, μπορούν να εφαρμοστούν σε προβλήματα, όπως:

- αξιοπιστίας, όπου για συγκεκριμένες καταστάσεις να αποφαινόμεθα αν είναι ασφαλείς ή όχι,

- συσχέτισης προτύπων ή αναγνώρισής τους, αφού δύνανται να αποθηκεύσουν τα πρότυπα εκπαίδευσης.

- ◆ Ως προς την *ασαφή λογική* -fuzzy logic- μπορούν εύκολα να αναπτυχθούν εφαρμογές, καθώς στην εδαφομηχανική υπάρχει πλήθος στοιχείων που περιγράφονται λεκτικά-περιγραφικά. Παραδείγματος χάρη:

- Τα λεκτικά χαρακτηριστικά των συστημάτων ταξινόμησης βραχώμαζας κατά Bieniawski, κατά Barton και κατά GSI. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ποιοτικής περιγραφής είναι η κατάσταση των διακλάσεων που περιγράφονται ως τραχείς, λείες κτλ. Αντίστοιχα από πλευράς υδάτων σε σήραγγες υπάρχουν χαρακτηρισμοί ως προς τη *μηδαμινή, ελάχιστη, ..., μεγάλη* εισροή υδάτων κτλ.

- Οι κατηγοριοποιήσεις των διαφόρων εδαφών, όπου συνήθως λέμε ότι το δείγμα του εδάφους περιέχει κατά κύριο λόγο άργιλο, αλλά υπάρχει και λίγη άμμος κτλ. Αυτά εύκολα μπορούν να περιγραφούν λεκτικά και με τη βοήθεια της ασαφούς λογικής να υπάρξει και ποσοτική αντιστοίχιση.

- Τα προβλήματα των καθιζήσεων που αντιμετωπίζονται με νευρωνικά δίκτυα μπορούν να επιλυθούν και με τη χρήση ασαφών μοντέλων ή νευροασαφών δικτύων.

- Τα προβλήματα αξιοπιστίας της μορφής: υπάρχει ή όχι κίνδυνος ρευστοποίησης του εδάφους λόγω σεισμικής δραστηριότητας που έχει ήδη επιλυθεί με ένα νευροασαφές δίκτυο [N30].

- ◆ Ως προς τα *δέντρα αποφάσεων* - decision trees- μπορούν εύκολα να αναπτυχθούν εφαρμογές, καθώς τα τελευταία δίνουν απαντήσεις σε προβλήματα πραγματικού χρόνου για θέματα αξιοπιστίας και ασφάλειας ή ταξινομήσεων. Παραδείγματος χάρη:

- Κατά τη διάρκεια εκσκαφής σήραγγας λαμβάνοντας τα δεδομένα των καθιζήσεων και λοιπών παραμέτρων μπορούν να προκύψουν συμπεράσματα όσον αφορά την ασφάλεια των μηχανημάτων και των εργαζομένων.

- Μπορεί να βρει εφαρμογή στην επιλογή μεθόδου εκσκαφής ή θεμελίωσης τεχνικών έργων, με κριτήρια είτε οικονομικά, είτε ασφαλείας, είτε χρόνου εκτέλεσης έργου λαμβάνοντας υπόψη διάφορες παραμέτρους, όπως βάθος εκσκαφής, είδος και σειρά διάστρωσης εδαφικού υλικού, στάθμη υπόγειου υδροφόρου ορίζοντα κτλ..

- Αντίστοιχα μπορεί να βρει εφαρμογή σε θέματα αξιοπιστίας των μηχανημάτων στον τομέα της οργάνωσης εργοταξίων.

- Μπορεί να πραγματοποιηθούν ταξινομήσεις π.χ. εδαφικού υλικού λαμβάνοντας υπόψη χαρακτηριστικές ιδιότητες, όπως όρια Atterberg, κοκκομετρική διαβάθμιση κτλ..

- ◆ Ως προς τους *γενετικούς αλγόριθμους* -genetic algorithms- μπορούν εύκολα να αναπτυχθούν εφαρμογές σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Παραδείγματος χάρη:

- Κατά τον σχεδιασμό μίας σήραγγας ή τη διαστασιολόγηση μίας θεμελίωσης λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα των γεωτρήσεων και τις πιθανές φορτίσεις μπορεί να επιλυθεί το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του πάχους του σκυροδέματος ή της ποσότητας οπλισμού για συγκεκριμένους συντελεστές ασφαλείας.

- Μπορεί να βρει εφαρμογή στη διαδικασία επιλογής των παραμέτρων των τεχνητών νευρωνικών δικτύων που αντιμετωπίζουν προβλήματα εδαφομηχανικής, όπως πλήθους νευρώνων, αρχική τιμή όρου ορμής κτλ..

- Χρησιμοποιούνται γενικά σε προβλήματα ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης συναρτήσεων με πολύπλοκες εξαρτήσεις.

Παράλληλα γίνεται φανερό ότι είναι δυνατό να αναπτυχθούν υβριδικές μορφές των παραπάνω πεδίων της υπολογιστικής νοημοσύνης προς αντιμετώπιση περίπλοκων προβλημάτων, όπως συνέβη

και σε [N30] με την ανάπτυξη ενός νευροασαφούς μοντέλου για την εκτίμηση του κινδύνου ρευστοποίησης του εδάφους λόγω σεισμικής δραστηριότητας.

## 15.2 Τελικά Συμπεράσματα ως προς το Μοντέλο του Πολυεπιπέδου Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου Εκτίμησης Μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη σήραγγων

Από την εφαρμογή του πολυεπιπέδου *perceptron* ενός κρυμμένου επιπέδου με χρήση του αλγόριθμου ανάστροφης διάδοσης σφάλματος και με εισόδους τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο  $L$ , το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , το μέτρο ελαστικότητας βραχόμαζας  $E$  και τη θέση μέτρησης της μετακίνησης ως προς τον άξονα διάνοιξης της σήραγγας  $x$ , προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα ως προς τα τρία είδη μετακινήσεων-μετώπου, τοιχώματος και οροφής- που αναπτύσσονται κατά τη διάνοιξη της σήραγγας:

- ◆ ως προς τις μετακινήσεις μετώπου (βλ. κεφ. 11):
  - ⇒ μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 3 mm ανεξάρτητα συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου,
  - ⇒ μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 20mm ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ συντελεστή προσαρμογής άνω του 95% ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ ποσοστό συνόλου διανυσμάτων εκπαίδευσης επί του συνολικού πλήθους τουλάχιστον 20%,
  - ⇒ πλήθος νευρώνων μεταξύ 6 με 14 νευρώνων,
  - ⇒ αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0=0,5-0,9$ ,
  - ⇒ χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0}=1000$  και άνω,
  - ⇒ αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0=0,5-0,6$
  - ⇒ χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\eta-0}=1000$  και άνω.
- ◆ ως προς τις μετακινήσεις τοιχώματος (βλ. κεφ. 12):
  - ⇒ μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 6,3 mm ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 41 mm ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ συντελεστή προσαρμογής άνω του 92% ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ ποσοστό συνόλου διανυσμάτων εκπαίδευσης επί του συνολικού πλήθους τουλάχιστον 20%,
  - ⇒ πλήθος νευρώνων μεταξύ 9 με 14 νευρώνων,
  - ⇒ αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0=0,5-0,7$ ,
  - ⇒ χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0}=1000-2500$ ,
  - ⇒ αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0=0,5-0,6$ ,
  - ⇒ χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\eta-0}= T_{\eta-0}=1000-3000$ .
- ◆ ως προς τις μετακινήσεις οροφής (βλ. κεφ. 13):
  - ⇒ μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 4,8 mm ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ μέγιστη τιμή απόλυτου σφάλματος μικρότερη των 40 mm ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ συντελεστή προσαρμογής άνω του 95% ανεξάρτητα συνόλων,
  - ⇒ ποσοστό συνόλου διανυσμάτων εκπαίδευσης επί του συνολικού πλήθους τουλάχιστον 20%,
  - ⇒ πλήθος νευρώνων μεταξύ 9 με 14 νευρώνων,
  - ⇒ αρχική τιμή όρου ορμής  $\alpha_0=0,6-0,7$ ,
  - ⇒ χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\alpha-0}=1500-3000$ ,
  - ⇒ αρχική τιμή ρυθμού μάθησης  $\eta_0=0,5-0,6$ ,
  - ⇒ χρονική παράμετρος όρου ορμής  $T_{\eta-0}= T_{\eta-0}=1500-3000$ .

Η απόδοση του τεχνητού νευρωνικού δικτύου επηρεάζεται από το σύνολο εκπαίδευσης, καθώς αύξηση του πλήθους των διανυσμάτων εκπαίδευσης δεν οδηγεί απαραίτητα σε βελτίωση του μοντέλου εκτίμησης. Σε κάθε περίπτωση τα μεγέθη που δίνονται για τη ρύθμιση των παραμέτρων του ΤΝΔ είναι εμπειρικές τιμές που διαφέρουν από πρόβλημα σε πρόβλημα. Ωστόσο αποτελεί μία κατευθυντήρια οδηγία εκκίνησης της μελέτης του εκάστοτε είδους μετακινήσεων.

Επίσης διαπιστώσαμε ότι ο τυχαίος τρόπος παρουσίασης των διανυσμάτων εισόδων & επιθυμητής εξόδου πλεονεκτεί έναντι του σειριακού, σύμφωνα με τα αποτελέσματα του δέκατου τέταρτου κεφαλαίου. Ακόμη η στοχαστικότητα κατά την επιλογή εμφάνισης των διανυσμάτων εισόδου και κατά την αρχικοποίηση βαρών-πολώσεων για διαφορετικές εκτελέσεις του ίδιου σεναρίου-ΤΝΔ δεν προκαλεί ουσιαστικές μεταβολές στις εκτιμήσεις του μοντέλου. Καταλήξαμε ότι το πολυεπίπεδο ΤΝΔ είναι αριθμητική μέθοδος παρεμβολής και όχι προεκβολής. Για την καλύτερη μοντελοποίηση του προβλήματος πρέπει το σύνολο εκπαίδευσης να είναι αντιπροσωπευτικό του χώρου όλων των διανυσμάτων εισόδου-επιθυμητής εξόδου. Ενώ η αφαίρεση ή και η προσθήκη μεταβλητών στο διάνυσμα εισόδου πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή, καθώς επηρεάζει σημαντικά την απόδοση του μοντέλου.

Η συνολική συμπεριφορά του *πολυεπίπεδου perceptron* ενός κρυμμένου επιπέδου κρίνεται αρκετά ικανοποιητική. Βέβαια ενδιαφέρον θα είχε η εφαρμογή και η μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου για δεδομένα από πραγματικές μετρήσεις ως προς την εκτίμηση του εκάστοτε είδους μετακινήσεων.

### 15.3 Περιοχές Περαιτέρω Έρευνας

Οι περιοχές, τις οποίες θα μπορούσαμε να μελετήσουμε, είναι δυνατό να διακριθούν σε δύο είδη:

- α. σε αυτές που θα προχωρήσουν σε εφαρμογές επίλυσης άλλων προβλημάτων εδαφομηχανικής -πέρα του προβλήματος των μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη των σηράγγων- με οποιαδήποτε μέθοδο υπολογιστικής νοημοσύνης,

- β. σε αυτές που θα προχωρήσουν στη βελτίωση του υπάρχοντος μοντέλου εκτίμησης μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη των σηράγγων.

Στην πρώτη κατηγορία έχουμε ήδη αναφερθεί εκτενώς στην παράγραφο 15.1.

Για τη δεύτερη κατηγορία επιγραμματικά θα μπορούσαμε να αναφέρουμε:

- i. τη βελτίωση του αλγορίθμου ανάστροφης διάδοσης σφάλματος χρησιμοποιώντας νέες παραλλαγές του, όπως τη *Levenberg-Marquardt βελτιστοποίηση*, τη *Fletcher-Reeves* ή τη *Polak-Ribiere* μέθοδο [N32] έναντι της εφαρμοζόμενης μεθόδου απότομης κλίσης καθόδου,

- ii. την ανάπτυξη ενός αυτοπροσαρμοζόμενου τεχνητού νευρωνικού δικτύου, δηλαδή ενός βοηθητικού αλγορίθμου μεταβολής του πλήθους νευρώνων και των λοιπών παραμέτρων, όπως ρυθμών μάθησης κτλ. κατά την εκτέλεση του ίδιου του ΤΝΔ, λαμβάνοντας υπόψη την απόδοση ανά εποχή του τελευταίου [N33],

- iii. τη χρησιμοποίηση δεδομένων από μετρήσεις και όχι εκτελέσεις άλλων προγραμμάτων,

- iv. την επέκταση των τιμών των μεταβλητών εισόδου-επιθυμητής εξόδου, ώστε να συμπεριλάβει και εδάφη πέρα από τη βραχώμαζα,

- v. την αναλυτική εξέταση της επίδρασης όλων των παραμέτρων εισόδου, τόσο ως προς τις τιμές του, όσο και ως προς τη συμμετοχή τους ή μη στη διαμόρφωση του μοντέλου.

Με τις δύο πρώτες βελτιώσεις επιταχύνουμε τη μέθοδο σύγκλισης και στις περισσότερες περιπτώσεις βελτιώνουμε τα τελικά μας αποτελέσματα, ενώ με τα υπόλοιπα πετυχαίνουμε τη γενίκευση του προβλήματος και καθορίζουμε τα πραγματικά όρια εφαρμογής του.

## **Βιβλιογραφία**

Σ' αυτό το σημείο παρουσιάζονται τα ελληνικά και ξένα συγγράμματα, τα άρθρα, οι διδακτορικές και μεταπτυχιακές εργασίες από τα οποία αντλήθηκαν πληροφορίες κατά τη συγγραφή της παρούσας εργασίας. Μέσα στο κείμενο, όταν γίνεται αναφορά σε ορισμένα από αυτά, χρησιμοποιούμε την αντίστοιχη αρίθμηση. Κρίθηκε σκόπιμο να χρησιμοποιήσουμε διαφορετική αρίθμηση ανά γνωστικό αντικείμενο, ώστε να είναι πιο εύκολη η χρήση του από τον αναγνώστη.

### **B.1 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα**

Η ανάπτυξη του κεφαλαίου 2 στηρίχθηκε κατά κύριο λόγο στα [N1], [N8], του 3 στο [N1], του 4 στο [N1], [N31], του 5 στο [N1], [N4]. Παραδείγματα αντλήθηκαν κυρίως από [N9-N31].

- [N1] Αρ. Λύκας: «Υπολογιστική Νοημοσύνη», Πρώτη Έκδοση, Ιωάννινα, Σεπτέμβριος 1999
- [N2] S. Haykin: “Neural Networks: A Comprehensive Foundation”, Prentice Hall, 1994
- [N3] P.D. Wasserman: “Neural Computing” New York: Van Nostrand Reinhold, 1989
- [N4] T. Kohonen: “Self-Organization and Associative Memory”, Springer-Verlang, 1989
- [N5] R. L. King, “Artificial Neural Networks and Computational Intelligence,” *IEEE CAP*, vol. 11, no. 4, October 1998, pp. 14-25
- [N6] J.A. Anderson and E. Rosenfield, *Neurocomputing: Foundations of Research*. MIT Press, 1989
- [N7] Γ. Κονταξής, Ν. Χατζηαργυρίου: «Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας», Πρώτη Έκδοση, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1999
- [N8] R. Shalkoff “Artificial Neural Networks”, McGaw-Hill, 1997
- [N9] Σ. Τζαφέστας: «Υπολογιστική Νοημοσύνη: Μεθοδολογίες», Τόμος Α, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα 2002
- [N10] Σ. Τζαφέστας : « Ευφυής Αυτόματος Έλεγχος», Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα 1995
- [N11] Bhokha, S. and Ogunlana, S. O.: “Application of Artificial Neural Network to Forecast Construction Duration of Building at the Pre-design Stage”, *Journal of Engineering Construction and Architecture Management*, Vol. 6, No. 2, 1999
- [N12] Goh T. C., Wong K. S., and Broms B. B.: “Estimation of Lateral Wall Movements in Braced Excavations Using Neural Networks”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 32, 1995, pp.1059-1064
- [N13] Lee, C., and Sterling R.: “Identifying Probable Failure Mode for Underground Openings Using a Neural Network”, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 29, No. 1, 1992, pp. 49-67

- [N14] Lee I. M., and Lee J. H.: “Prediction of Pile Bearing Capacity Using Artificial Neural Networks”, *Computers and Geotechnics*, Vol. 13, No. 3, 1996, pp. 189-200
- [N15] Rafiq M. Y., Bugmann G., and Easterbrook D.J.: “Neural Network Design for Engineering Applications”, *Computers and Structures*, Vol. 79, 2001, pp. 1541-1552
- [N16] Shi, J., Ortigao A. R., and Bai J.: “Modular Neural Networks for Predicting Settlements during Tunneling”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 124, No. 5, 1998, pp. 566-572
- [N17] Sirat M., and Tabbot C.J.: “Application of Artificial Neural Networks to fracture analysis at the Aspo HRL, Sweden: Fracture Set Classification”, *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Vol. 38, 2001, pp.621-639
- [N18] Teh C. I., Wong K. S., Goh T. C. and Jaritngam S.: “Prediction of Pile Capacity Using Neural Networks”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 11, No. 2, 1997, pp. 129-138.
- [N19] Yang Y., and Zhang Q. A.: “Hierarchical Analysis for Rock Engineering Using Artificial Neural Networks”, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol. 30, No. 4, 1997, 207-222
- [N20] Zhang Q., Song J., and Nie X.: “Application of Neural Network Models to Rock Mechanics and Rock Engineering”, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 28, No. 6, 1991, pp. 535-540
- [N21] Suchatvee Suwansawat: “Earth Pressure Balance (EPB) Shield Tunneling in Bangkok: Ground Response and Prediction of Surface Settlements Using Artificial Neural Networks”, Ph.D., Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, The Massachusetts Institute of Technology, USA, June 2002
- [N22] Λοντζετίδης Κ.Σ., Ιωαννίδης Ι., Πιτιλάκης Κ.: «Προσδιορισμός της ταχύτητας των διατμητικών κυμάτων από γεωτεχνικές παραμέτρους με τη χρήση νευρωνικών δικτύων», 5<sup>ο</sup> Πανελλήνιο συνέδριο Γεωτεχνικής Μηχανικής, 2003
- [N23] Suo-Sen Leu and Hsien-Chuang Lo: “Neural network based regression model of ground surface settlement induced by deep excavation”, *Automation in Construction*, Vol. 13, 2004, pp. 279-289
- [N24] Y.M.A. Hashash, C. Marulanda, J. Ghaboussi, S. Jung: “Systematic update of a deep excavation model using field performance data”, *Computers and Geotechnics*, Vol. 30, 2003, pp. 477-488
- [N25] Goran Turk, Janko Logar, Bojan Majes: “Modeling soil behaviour in uniaxial strain conditions by neural networks”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, 2001, pp. 805-812
- [N26] Dayakar Penumadu and Rondga Zhao: “Triaxial compression behaviour of sand and gravel using artificial neural network (ANN)”, *Computers and Geotechnics*, Vol. 24, 1999, pp. 207-230
- [N27] M.P.Romo and S.R. Garcia: “Neurofuzzy mapping of CPT values into soil dynamic properties”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 23, 2003, pp. 473-482
- [N28] S.L.Lee, S.R. Lee, Y.S. Kim: “An approach to estimate unsaturated shear strength using artificial neural network and hyperbolic formulation”, *Computers and Geotechnics*, Vol. 30, 2003, pp. 489-503
- [N29] T. Kerh, Y.G. Hu, C.H. Wu: “Estimation of consolidation settlement caused by groundwater drawdown using artificial neural networks”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 34, 2003, pp. 559-568
- [N30] M.S. Rahman, Jun Wang: “Fuzzy neural network models for liquefaction prediction”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 22, 2002, pp. 685-694
- [N31] Ανδρουτσόπουλος Σάββας: «Βραχυπρόθεσμη Πρόβλεψη Φορτίου με χρήση Παραλλαγών του Αλγορίθμου Ανάστροφης Διάδοσης των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων», Διπλωματική Εργασία, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, Ιούλιος 2003

- [N32] Lalit Mohan Saini, Mahender Kumar Soni: «Artificial Neural Network-Based Peak Load Forecasting Using Conjugate Gradient Methods », IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No 3, August 2002, pp.907-912
- [N33] M.L.M. Lopes, A.D.P. Lotufo, C.R.Minussi: « Fast electric Load Forecasting Using An Adaptive Neural Network», IEEE BPT03, IEEE Bologna Power Tech, paper 55

## **B.2 Ασαφής Λογική**

Η ανάπτυξη του αντίστοιχου κεφαλαίου στηρίχθηκε κατά κύριο λόγο στα [F1], [F8], [F9], ενώ από το [F11] αντλήθηκε το τελικό παράδειγμα εφαρμογής.

- [F1] Lefteris H. Tsoukalas, Robert E. Uhrig, “Fuzzy and Neural Approaches in Engineering”, 1995
- [F2] Zadeh L.A., “Fuzzy Logic”, IEEE Computer, pp. 83-93, April 1988
- [F3] Zadeh L.A. “Fuzzy Sets”, Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965
- [F4] Dubois D. and Prade H. “Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications”, Academic Press, Boston, 1980
- [F5] Klir G.J. and Folger T.A.: “Fuzzy Sets Uncertainty and Information”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988
- [F6] Terano T., Asai K. and Sugeno M.: “Fuzzy Systems Theory and its Applications”, Academic Press, Boston, 1992
- [F7] L.Zadeh: “Outline of a new approach to the analysis of complex systems and Decision Process”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC –3, No. 1, Jan 1973
- [F8] Χαράλαμπος Ν. Ηλίας: «Ανάπτυξη μοντέλου βραχυπρόθεσμης πρόβλεψης φορτίου με χρήση ασαφούς λογικής και κατηγοριοποίηση τυπικών ημερών», Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Παραγωγή και Διαχείριση Ενέργειας», Ε.Μ.Π., Αθήνα, Οκτώβριος 2002
- [F9] Μ. Θαλασσινάκης, Γ. Τσεκούρας: «Εφαρμογές της τεχνητής νοημοσύνης στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας στην πρόβλεψη φορτίου & στην αξιοπιστία του ηλεκτρικού δικτύου με τη βοήθεια τεχνητών νευρωνικών δικτύων», Μεταπτυχιακή Εργασία στο μάθημα «Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα», Ε.Μ.Π., Αθήνα, Φεβρουάριος 2001
- [F10] Σπ. Κιαρτζής: «Εφαρμογές της Τεχνητής Νοημοσύνης στη βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη φορτίου», Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη, 1998
- [F11] Ch. N. Elias, G. J. Tsekouras, S. Kavatza and G. C. Contaxis: “A Midterm Energy Forecasting Method Using Fuzzy Logic”, WSEAS Conference CSCC 2004, July 2004
- [F12] Χαράλαμπος Ν. Ηλία: «Ανάπτυξη ασαφούς έμπειρου συστήματος για πρόβλεψη φορτίου», Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 1996
- [F13] Αρ. Λύκας: «Υπολογιστική Νοημοσύνη», Πρώτη Έκδοση, Ιωάννινα, Σεπτέμβριος 1999
- [F14] R. Schalkoff: “Artificial Neural Networks”, McGraw Hill, 1997

## **B.3 Δένδρα Αποφάσεων**

Η ανάπτυξη του αντίστοιχου κεφαλαίου στηρίζεται κατά κύριο λόγο στο [T1].

- [T1] Γ. Κονταξής, Ν. Χατζηαργυρίου: «Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας», Πρώτη Έκδοση, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1999

- [T2] Π.Σ. Γεωργιλάκης, Ν.Δ. Χατζηαργυρίου, και Ι.Α. Μπακόπουλος, “Εφαρμογές Τεχνητής Νοημοσύνης στη Βελτίωση Ποιότητας Μετασχηματιστών Διανομής,” Πρακτικά Ημερίδας ΔΕΗ για νέες Τεχνολογίες Μετασχηματιστών, Αθήνα, Φεβρουάριος 1999
- [T3] T.O. Kvalseth, “Entropy and correlation: some comments,” IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics, SMC-17, 1987, pp. 517-519
- [T4] J.R. Quinlan, “Induction of decision trees,” Machine Learning, vol. 1, 1986, pp. 81-106
- [T5] L. Wehenkel and M. Pavella, “Decision Trees and Transient Stability of Electric Power Systems,” Automatica, vol. 27, no 1, 1991, pp. 115-134

#### **B.4 Γενετικοί Αλγόριθμοι**

Η ανάπτυξη του αντίστοιχου κεφαλαίου στηρίχθηκε κατά κύριο λόγο στα [Γ1-Γ3], [Γ9-Γ11].

- [Γ1] Γ. Κονταξής, Ν. Χατζηαργυρίου: «Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας», Πρώτη Έκδοση, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1999
- [Γ2] J. Holland, “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, University of Michigan Press, 1975
- [Γ3] D.E. Goldberg, “Genetic Algorithms in Search”, Optimazation and Machine Learning, Addison Wesley, 1989
- [Γ4] J.D. Shaffer, and L. Eshelmann, “Real-Coded Genetic Algorithms and Interval Schemata,” in: Foundations of Genetic Algorithms 2, D. Whitley, ed. Morgan-Kaufmann, 1993, pp. 5-17
- [Γ5] L.D. Davis, “Handbook of Genetic Algorithms”, Van Nostrand Reinhold, 1991
- [Γ6] W.G. Macready, and D.H. Wolpert, “What Makes an Optimization Problem Hard?,” The Santa Fe Institute, Santa Fe, NM, February 1996
- [Γ7] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling, “Numerical Recipes”, Cambridge University Press:Cambridge, 1986
- [Γ8] D.Goldberg, “Messy Genetic Algorithms Revisited: Studies in Mixed Size and Scale,” Complex Systems, 4, 1990, 415-444
- [Γ9] Ι. Γκόνοσ: «Μεταβατική Συμπεριφορά Συστημάτων Γείωσης», Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Ε.Μ.Π., 2002, σελ. 171-180
- [Γ10] Ioannis F. Gonos, Nikos E. Mastorakis, M.N.S. Swamy: «A Genetic Algorithm to the Problem of Factorization of General Multidimensional Polynomials », IEEE Transactions on Circuits and Systems –I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 50, No. 1, January 2003, pp. 16-22
- [Γ11] Mastorakis N.E. , Gonos I. F.: «Study of Stability of Multidimensional Systems using Genetic Algorithms», Computational Intelligence and Applications Word Scientific and Engineering Society, 1999, pp.29-36
- [Γ12] Mastorakis N.E. , Gonos I. F.: «Approximate Multidimensional Polynomial Factorization into Linear m-D Polynomial Factors using Genetic Algorithms», Advances in Signal processing and computer technologies, Word Scientific and Engineering Society, 2001, pp.97-108

#### **B.5 Εδαφομηχανική, Βραχομηχανική και Σήραγγες**

Η ανάπτυξη του κεφαλαίου 9 στηρίχθηκε κατά κύριο λόγο στα [E1]ως [E4]. Συγκεκριμένα οι παράγραφοι 9.1 ως 9.6 βασίστηκαν στο [E1], πλην του 9.5-1 στο [E2], του 9.5-2 στο [E3]. Αντίστοιχα οι παράγραφοι 9.7 και 9.8 στηρίχθηκαν στο [E4].

- [E1] Μ. Καββαδάς: «Σημειώσεις Σχεδιασμού Υπόγειων Έργων», Αθήνα, Ε.Μ.Π., Μάρτιος 2000



- [E2] Βασ. Παπαδόπουλος: «Στοιχεία του μαθήματος Βραχομηχανική - Σήραγγες», Αθήνα, Ε.Μ.Π., Σεπτέμβριος 2003
- [E3] Μ. Καββαδάς: «Σημειώσεις Σχεδιασμού Υπόγειων Έργων», Αθήνα, Ε.Μ.Π., Απρίλιος 2004 -συμπληρωματικό φυλλάδιο
- [E4] Μαρία –Αικατερίνη Νικολινάκου: « Διάνοιξη Σηράγγων σε αστικό περιβάλλον – Έμφαση στις καθιζήσεις με διερεύνηση περιστατικών από το Μετρό Αθηνών», Αθήνα, Ε.Μ.Π., Ιούλιος 1999
- [E5] Π. Μαρίνος: «Κεφάλαια Τεχνικής Γεωλογίας», Αθήνα, Ε.Μ.Π., 1998 με προσθήκες κατά το 2001
- [E6] Μ. Καββαδάς: «Στοιχεία εδαφομηχανικής», Αθήνα, Ε.Μ.Π., Σεπτέμβριος 2001
- [E7] ISRM Suggested Methods: “Rock characterization, testing and monitoring”, E.T. Brown (Editor), Pergamon Press, Oxford, 1981
- [E8] Hoek E., Kaiser P.K. and Bawden W.F. : “Support of Underground Excavations in Hard Rock”, Balkema Publishers, 1995
- [E9] Hoek E. Marinos P. and Benissi M.: “Applicability of the Geological Strength Index (GSI) classification for very weak and sheared rock masses – The case of the Athens Schist formation”. Bulletin of the Engineering Geology and the Environment, 1998, Vol 57, 151-160
- [E10] Bieniawski Z.T.: “The geomechanics classification in rock engineering applications”, Proc. 4<sup>th</sup> Congress Int. Soc. Of Rock Mechanics, Montreux, 1979, Vol 2, pp 41-48
- [E11] Bieniawski Z.T. : “Engineering Rock Mass Classifications”, John Willey, New York, 1989
- [E12] Barton N.R., Lien R. and Lunde J.: “Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support”, Rock Mechanics, 1974, Vol 6, No 4, pp 189-239
- [E13] Hoek E.: “Support for very weak rock associated with faults and shear zones” Proc. Intern. Symp. On Rock Support and Reinforcement Practice in Mining, Kalgoorlie, Australia, March 1999
- [E14] Panet M.: “Le calcul des tunnels par la methode converdence-confinement”, Presses de l’ Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, 1995
- [E15] Suchatvee Suwansawat: “Earth Pressure Balance (EPB) Shield Tunneling in Bangkok: Ground Response and Prediction of Surface Settlements Using Artificial Neural Networks”, Ph.D., Dissertation, Department of Civil and Enviromental Engineering, The Massachusetts Institute of Technology, USA, June 2002
- [E16] Akagi H. and Komiya K.: “Finite Element Simulation of Shield Tunneling Processes in Soft Ground”, Proc. Int. Symposium on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground, London, 1996, Balkema, pp. 447-452
- [E17] Atkinson J. H., Brown E. T., and Pottss, D. M.: “Collapse of Shallow Unlined Tunnels in Dense Sand”, Tunnel & Tunneling, May 1975, pp. 81-87
- [E18] Atkinson J. H. and Pottss D. M. (1977). "Subsidence above Shallow Tunnels in Soft Ground", Proc. ASCE Geotechnical Engineering Division, Vol. 103, GT 4, pp. 307-325
- [E19] Attewell P. B. and Farmer I. W. (1974): “Ground Deformations resulting from Shield Tunneling in London Clay”, Canadian Geotech. J., Vol. 11, No. 3, pp. 380-395
- [E20] Attewell P. B.: “Ground Movements caused by Tunneling in Soil”, Proc. Int. Conf. on Large Movements and Structures (ed. J. D. Geddes), Pentech Press, London, pp. 812-948
- [E21] Attewell P. B. and Woodman J. P.: “Predicting the Dynamics of Ground Settlement and its Derivatives caused by Tunneling in Soil”. Ground Engineering, Vol. 15, No. 8, pp. 13-22 and 36
- [E22] Baligh M. M.: “Strain Path Method”, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 111, GT9, pp. 1108-1136
- [E23] Clough G. W. and Schmidt B.: “Design and Performance of Excavations and Tunnels in Soft Clay”, Soft Clay Engineering, Elsevier, pp. 569-634

- [E24] Clough G. W. and Leca E.: "With Focus of Use of Finite Element Methods for Soft Ground Tunneling". Review Paper in Tunnels et Micro-Tunnels en Terrain Meuble-du Chantier la Theorie, Paris,1989, pp. 531-573
- [E25] Cording E. J. and Hansmire W. H.: "Displacements around Soft Ground Tunnels", General Report 5", Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Buenos Aires, Session IV, 1975, pp. 571-632
- [E26] Cording E. J. et al.: "Displacement around Tunnels in Soil", Report to US. Department of Transportation prepared at the University of Illinois at Urbana-Champaign, 1976, DoT-TST-76T-22
- [E27] Cording E. J., Brierley G. S., Mahar J. W. and Boscadin M. D.: "Controlling Ground Movements during Tunneling". Art and Science of Geotechnical Engineering at the Dawn of the 21<sup>st</sup> Century, Prentice-Hall, 1989, Ch. 25, pp. 477-505.
- [E28] Eberhardt E.: "Numerical Modeling of Three-Dimensional Stress Rotation Ahead of an Advancing Tunnel Face", International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2001, Vol. 38, pp. 499-518
- [E29] Fujita K.: "On the Surface Settlement caused by Various Methods of Shield Tunneling", Proc. 11<sup>th</sup> Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1981, Vol. 4, pp. 609-610
- [E30] Gonzalez C. and Sagaseta C.: "Patterns of Soil Deformations around Tunnels. Application to the Extension of Madrid Metro", Computer and Geotechnique, 2001, Vol. 28, pp.445-468
- [E31] Hudson J. A. et al.: "Understanding Ground Movements caused by Tunneling", Proc. of Conf. on Underground Engineering, Paper No. D21G11, London, 1976
- [E32] Kimura T. and Mair R. J.: "Centrifugal Testing of Model Tunnels in Soft Clay", Proc. ICf Int. Conf. of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, 1981, Vol. 1, pp.319-322.
- [E33] Lee K. M. and Rowe R. K.: "An Analysis of Three-Dimensional Ground Movements: the Thunder Bay Tunnel", Canadian Geotech. J., 1991, Vol. 28, pp. 25-41
- [E34] Lee K. M., Rowe R. K., and Lo K. Y.: "Subsidence owing to Tunneling. I: Estimating the Gap Parameter", Canadian Geotech. J., 1992, Vol. 29, pp. 929-940
- [E35] Litwinsizyn J. : "Application of the Equation of Stochastic Processes to Mechanics of Loose Bodies", Arch. Mech. Stosow, 1956, Vol. 8, pp. 396-411
- [E36] Lo K. Y., Ng M. C., and Rowe R. L. : "Predicting Settlement due to Tunneling in Clays", Proc. Geotech 1984 - Tunneling in Soil and Rock, ASCE, Atlanta, Georgia, pp.47-76
- [E37] Loganathan N. and Poulos H. G.: "Analytical Prediction for Tunneling-Induced Ground Movements in Clay", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, ASCE, Vol. 124, No. 9, pp. 846-856
- [E38] Loganathan N. and Poulos H. G.: "Tunneling Induced Ground Deformations and their Effects on Adjacent Piles", Proc. of 70", Australian Tunneling Conference, 1999, Melbourne, pp. 241-250
- [E39] Mairi B., Herrenknecht M., and Anheuser L: "Mechanised Shield Tunneling", 1996, Ernst & Sohn, Berlin
- [E40] Mair R. J. and Taylor R. N.: "Prediction of Clay Behavior around Tunnels using Plastic Solution", Proc. Worth Memorial Symposium, Oxford, 1992, Thomas Telford, pp. 449-463.
- [E41] Mair R. J. and Taylor R. N.: "Bore Tunneling in the Urban Environment", Theme Lecture, Plenary Session 4, Proc. 14<sup>th</sup> Int. Conf. of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg, 1997, Vol. 4, pp. 2353-2385
- [E42] Nomoto T., Imamura S., Hagiwara T., Kusakabe O. and Fujii N.: "Shield Tunnel Construction in Centrifuge", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1999, Vol. 125, No. 4, pp. 289-300
- [E43] O'Reilly M. P. and New B. M.: "Settlement above Tunnels in the United Kingdom - Their Magnitude and Prediction", Tunneling 88, 1982, London, pp. 231-241

- [E44] Peck R. B.: “Deep Excavations and Tunneling in Soft Ground”, Proc. 7<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City, State of the Art Volume, 1967, pp. 225-290.
- [E45] Pinto F.: “Analytical Methods to Interpret Ground Deformations due to Soft Ground Tunneling”, SM Thesis, MIT, Cambridge, MA, 1999
- [E46] Potts D. M.: “Behavior of Lined and Unlined Tunnels in Sand”, Ph.D. Thesis, University of Cambridge, 1976
- [E47] Rowe R. K. and Kack G. J.: “A Theoretical Examination of the Settlements induced by Tunneling: Four Case Histories”, Canadian Geotech. J., 1983, Vol. 20, pp.299-314
- [E48] Rowe R. K. and Lee K. M.: “Subsidence owing to Tunneling. II. Evaluation of a Prediction Technique”, Canadian Geotech. J., 1992, Vol. 29, pp. 941-954
- [E49] Sagaseta C.: “Analysis of Undrained Soil Deformations due to Ground Loss”, Geotechnique, 1987, Vol. 37, No. 3, pp. 301-320
- [E50] Shirlaw J. N., Doran S. and Bejamin B.: “A Case Study of Two Tunnels Driven in the Singapore 'Boulder Bed' and in Grout Coral Sands”, Engineering Geology and Underground Movements, Geological Society Engineering Geology Special Publication, 1988, No. 5, pp.93-103
- [E51] Verruijt A. and Booker J. R.: “Surface Settlements due to Deformation Tunnel in an Elastic Half Plane”, Geotechnique, 1996, Vol. 46, No. 4, pp. 753-756
- [E52] Verruijt A.: “A Complex Variable Solution for a Deforming Circular Tunnel in an Elastic Half Plane”, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1997, Vol. 21, pp. 77-89
- [E53] Ι. Σπυρόπουλος: «Εξαγωγή εμπειρικών παραμετρικών σχέσεων των μετακινήσεων κατά τη διάνοιξη σηράγγων», Διδακτορική διατριβή σε εξέλιξη

## **B.6 Γενική Βιβλιογραφία**

Για την υλοποίηση των προγραμμάτων αντλήσαμε σχέσεις και στοιχεία από τα ακόλουθα:

- [Y1] Ε. Ζάχος: «Εισαγωγή στον Προγραμματισμό H/Y», Σημειώσεις, Αθήνα, Ε.Μ.Π., 1994
- [Y2] Ε. Ζάχος: «Προγραμματιστικές Τεχνικές», Σημειώσεις, Αθήνα, Ε.Μ.Π., 1994
- [Y3] Ε. Σκορδαλάκης: «Εισαγωγή στον Προγραμματισμό με τη γλώσσα Pascal», Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, 1992
- [Y4] Γ. Κοκολάκης, Ι Σπηλιώτης: «Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική», Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα, Έκδοση 2<sup>η</sup>, 1991
- [Y5] Κ. Συρμακέζης: «Θεωρία των Δίσκων», Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, Έκδοση 2<sup>η</sup>, 1985



## Παράρτημα 1

### Στοιχεία Εισόδου & Πρόγραμμα Διαμόρφωσης Δεδομένων

Σ' αυτό το παράρτημα παρουσιάζονται: η μορφή των στοιχείων εισόδου του ΤΝΔ που λήφθηκαν από το πρόγραμμα πεπερασμένων διαφορών, το πρόγραμμα σχηματισμού των συνόλων εκπαίδευσης και ελέγχου με τυχαίο τρόπο από τα στοιχεία του προγράμματος πεπερασμένων διαφορών με βάση το ποσοστό των στοιχείων του συνόλου εκπαίδευσης επί των συνολικών στοιχείων που διατίθενται. Επίσης δείχνονται και τα αρχεία εισόδου και εξόδου του αντίστοιχου προγράμματος.

#### Π 1.1 Αρχείο Καταχώρησης Στοιχείων προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών

Εκτελέστηκαν 225 σενάρια μέσω του προγράμματος πεπερασμένων διαφορών και σχηματίστηκαν οι αντίστοιχοι έξοδοι. Το αρχείο που μας δόθηκε από τον *I. Σπυρόπουλο* ήταν *total\_collection\_shotcrete.xls* και περιείχε τα εξής στοιχεία:

- ◆ τον συντελεστή υπερφόρτισης  $N_s$ , με τιμές 3,5 , 4 , 5, 6 και 7
- ◆ τη θέση εφαρμογής της προσωρινής υποστήριξης πίσω από το μέτωπο  $L$ , με τιμές 1 ή 3 ή 5m
- ◆ το πάχος του εκτοξευόμενου σκυροδέματος  $t$ , με τιμές 10 ή 20 ή 30 cm
- ◆ το μέτρο ελαστικότητας βραχόμαζας  $E$  με τιμές από 500 ως 8500 MPa,
- ◆ τη θέση μέτρησης καθίζησης ως προς τον άξονα διάνοιξης  $x$ , με τιμές από  $-23$  ως  $+33$  m.
- ◆ τη μετακίνηση καθρέπτη  $s_y$  σε m (μόνο για τις θετικές τιμές του άξονα  $x$  – 11 σημεία),
- ◆ τη μετακίνηση παρειάς  $s_x$  σε m (και για τα 34 σημεία),
- ◆ τη μετακίνηση κλείδας  $s_z$  σε m (και για τα 34 σημεία).

Τα τελευταία στοιχεία δίνονταν σε ξεχωριστά φύλλα.

$S_y$ (m)	Ns	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	...	7
	L(m)	1	1	1	1	1	...	5
	t(cm)	10	10	10	10	10	...	30
	E(Mpa)	6324,6	2811,7	1885,9	1185,7	918,4	...	516,5
$x$ (m)	0	-1,14E-01	-1,31E-01	-1,38E-01	-1,18E-01	-1,29E-01	...	-3,20E-03
	0,992	-8,21E-02	-9,66E-02	-1,03E-01	-8,86E-02	-9,80E-02	...	-2,62E-03
	2,233	-4,85E-02	-6,05E-02	-6,60E-02	-5,80E-02	-6,58E-02	...	-1,97E-03
	3,784	-1,88E-02	-2,59E-02	-2,94E-02	-2,71E-02	-3,24E-02	...	-1,29E-03
	5,722	-3,11E-03	-4,87E-03	-6,19E-03	-6,42E-03	-9,23E-03	...	-7,42E-04
	8,145	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	-4,31E-05	...	-3,84E-04
	11,173	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	...	-1,82E-04
	14,959	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	...	-8,07E-05
	19,691	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	...	-3,53E-05
	25,606	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	...	-1,46E-05
33	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	...	0,00E+00	

**Πίνακας Π1.1-1:** Στοιχεία μετακινήσεων καθρέπτη

S <sub>x</sub>	Ns	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	...	7
	L(m)	1	1	1	1	1	...	5
	t(cm)	10	10	10	10	10	...	30
	E(Mpa)	6324,6	2811,7	1885,9	1185,7	918,4	...	516,5
x (m)	-23	-1,07E-01	-9,63E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-22	-1,07E-01	-9,63E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-21	-1,07E-01	-9,63E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-20	-1,07E-01	-9,63E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-19	-1,07E-01	-9,63E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-18	-1,07E-01	-9,63E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-17	-1,07E-01	-9,63E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-16	-1,06E-01	-9,62E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-15	-1,06E-01	-9,61E-02	-8,94E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-14	-1,05E-01	-9,59E-02	-8,93E-02	-7,08E-02	-6,61E-02	...	-3,11E-03
	-13	-1,05E-01	-9,56E-02	-8,91E-02	-7,07E-02	-6,59E-02	...	-3,11E-03
	-12	-1,04E-01	-9,49E-02	-8,89E-02	-7,06E-02	-6,58E-02	...	-3,11E-03
	-11	-1,02E-01	-9,43E-02	-8,83E-02	-7,05E-02	-6,57E-02	...	-3,11E-03
	-10	-1,01E-01	-9,33E-02	-8,76E-02	-7,01E-02	-6,55E-02	...	-3,11E-03
	-9	-9,88E-02	-9,19E-02	-8,66E-02	-6,94E-02	-6,50E-02	...	-3,11E-03
	-8	-9,61E-02	-9,02E-02	-8,51E-02	-6,86E-02	-6,44E-02	...	-3,11E-03
	-7	-9,28E-02	-8,78E-02	-8,32E-02	-6,73E-02	-6,35E-02	...	-3,11E-03
	-6	-8,86E-02	-8,45E-02	-8,06E-02	-6,54E-02	-6,19E-02	...	-3,11E-03
	-5	-8,33E-02	-8,06E-02	-7,72E-02	-6,29E-02	-6,01E-02	...	-3,11E-03
	-4	-7,67E-02	-7,51E-02	-7,28E-02	-5,93E-02	-5,70E-02	...	-3,02E-03
	-3	-6,85E-02	-6,83E-02	-6,66E-02	-5,46E-02	-5,36E-02	...	-2,80E-03
	-2	-5,81E-02	-5,92E-02	-5,85E-02	-4,85E-02	-4,81E-02	...	-2,41E-03
	-1	-4,51E-02	-4,76E-02	-4,79E-02	-3,99E-02	-4,12E-02	...	-1,84E-03
	0	-2,17E-02	-2,54E-02	-2,67E-02	-2,09E-02	-2,44E-02	...	-5,54E-04
	0,992	-1,36E-02	-1,64E-02	-1,74E-02	-1,33E-02	-1,63E-02	...	-4,66E-04
	2,233	-6,57E-03	-8,49E-03	-9,34E-03	-7,30E-03	-9,41E-03	...	-3,90E-04
	3,784	-2,43E-03	-3,10E-03	-3,53E-03	-2,81E-03	-3,83E-03	...	-2,90E-04
	5,722	-7,99E-04	-7,43E-04	-6,69E-04	-4,27E-04	-4,93E-04	...	-1,91E-04
	8,145	-5,91E-08	8,82E-05	1,37E-04	1,89E-04	2,64E-04	...	-1,10E-04
	11,173	2,03E-04	2,89E-04	3,39E-04	3,24E-04	4,37E-04	...	-5,67E-05
	14,959	2,24E-04	2,76E-04	3,01E-04	2,63E-04	3,30E-04	...	-2,66E-05
	19,691	1,89E-04	2,16E-04	2,27E-04	1,90E-04	2,24E-04	...	-1,23E-05
	25,606	1,55E-04	1,68E-04	1,71E-04	1,39E-04	1,55E-04	...	-6,55E-06
33	1,42E-04	1,51E-04	1,52E-04	1,22E-04	1,32E-04	...	-5,11E-06	

Πίνακας Π1.1-2: Στοιχεία μετακινήσεων τοιχώματος

$S_z$	Ns	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	...	7
	L(m)	1	1	1	1	1	...	5
	t(cm)	10	10	10	10	10	...	30
	E(Mpa)	6324,6	2811,7	1885,9	1185,7	918,4	...	516,5
x (m)	-23	-1,09E-01	-1,05E-01	-1,02E-01	-8,90E-02	-8,20E-02	...	-7,95E-03
	-22	-1,09E-01	-1,05E-01	-1,02E-01	-8,90E-02	-8,20E-02	...	-7,95E-03
	-21	-1,09E-01	-1,05E-01	-1,02E-01	-8,90E-02	-8,20E-02	...	-7,95E-03
	-20	-1,09E-01	-1,05E-01	-1,02E-01	-8,90E-02	-8,20E-02	...	-7,93E-03
	-19	-1,08E-01	-1,05E-01	-1,02E-01	-8,89E-02	-8,19E-02	...	-7,92E-03
	-18	-1,08E-01	-1,05E-01	-1,02E-01	-8,88E-02	-8,18E-02	...	-7,91E-03
	-17	-1,08E-01	-1,04E-01	-1,02E-01	-8,87E-02	-8,17E-02	...	-7,88E-03
	-16	-1,07E-01	-1,04E-01	-1,01E-01	-8,85E-02	-8,16E-02	...	-7,86E-03
	-15	-1,07E-01	-1,04E-01	-1,01E-01	-8,82E-02	-8,14E-02	...	-7,83E-03
	-14	-1,06E-01	-1,03E-01	-1,01E-01	-8,79E-02	-8,11E-02	...	-7,79E-03
	-13	-1,05E-01	-1,03E-01	-1,00E-01	-8,75E-02	-8,08E-02	...	-7,75E-03
	-12	-1,04E-01	-1,02E-01	-9,95E-02	-8,70E-02	-8,05E-02	...	-7,70E-03
	-11	-1,03E-01	-1,01E-01	-9,88E-02	-8,64E-02	-8,00E-02	...	-7,65E-03
	-10	-1,02E-01	-1,00E-01	-9,80E-02	-8,58E-02	-7,95E-02	...	-7,58E-03
	-9	-1,01E-01	-9,89E-02	-9,70E-02	-8,51E-02	-7,88E-02	...	-7,50E-03
	-8	-9,91E-02	-9,76E-02	-9,57E-02	-8,43E-02	-7,82E-02	...	-7,40E-03
	-7	-9,71E-02	-9,61E-02	-9,43E-02	-8,31E-02	-7,73E-02	...	-7,28E-03
	-6	-9,48E-02	-9,41E-02	-9,27E-02	-8,17E-02	-7,63E-02	...	-7,13E-03
	-5	-9,21E-02	-9,18E-02	-9,07E-02	-8,00E-02	-7,50E-02	...	-6,94E-03
	-4	-8,89E-02	-8,91E-02	-8,83E-02	-7,80E-02	-7,34E-02	...	-6,65E-03
	-3	-8,50E-02	-8,58E-02	-8,53E-02	-7,55E-02	-7,14E-02	...	-6,24E-03
	-2	-7,99E-02	-8,15E-02	-8,14E-02	-7,21E-02	-6,87E-02	...	-5,65E-03
	-1	-7,30E-02	-7,55E-02	-7,58E-02	-6,74E-02	-6,48E-02	...	-4,57E-03
	0	-5,89E-02	-6,24E-02	-6,35E-02	-5,64E-02	-5,55E-02	...	-2,18E-03
	0,992	-5,17E-02	-5,55E-02	-5,67E-02	-5,02E-02	-5,01E-02	...	-1,61E-03
	2,233	-4,19E-02	-4,62E-02	-4,77E-02	-4,25E-02	-4,31E-02	...	-1,27E-03
	3,784	-3,00E-02	-3,37E-02	-3,53E-02	-3,18E-02	-3,30E-02	...	-9,60E-04
	5,722	-2,03E-02	-2,24E-02	-2,33E-02	-2,10E-02	-2,18E-02	...	-7,07E-04
	8,145	-1,39E-02	-1,47E-02	-1,50E-02	-1,34E-02	-1,37E-02	...	-5,18E-04
	11,173	-1,04E-02	-1,06E-02	-1,07E-02	-9,39E-03	-9,17E-03	...	-3,88E-04
	14,959	-8,43E-03	-8,47E-03	-8,39E-03	-7,35E-03	-7,01E-03	...	-3,03E-04
	19,691	-7,22E-03	-7,20E-03	-7,10E-03	-6,22E-03	-5,88E-03	...	-2,46E-04
	25,606	-6,45E-03	-6,42E-03	-6,33E-03	-5,54E-03	-5,23E-03	...	-2,11E-04
33	-6,14E-03	-6,10E-03	-6,02E-03	-5,28E-03	-4,98E-03	...	-1,98E-04	

Πίνακας Π1.1-3: Στοιχεία μετακινήσεων κλείδας

## Π 1.2 Πρόγραμμα Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών & Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Ελέγχου

```

C *****
C *
C *          P R O G R A M      FTIAXIMO ARXEIWN TREJIMATOS          *
C *                                TND APO EKTELESHS FINITE DIFFERENCES *
C *
C *
C *
C *****
C          PROGRAM FTIAXIMO
C          USE DFLIB
C          USE DFPORT
C          diastasi pinakwn plithous dianismatwn kata x & z
C          PARAMETER (ip_dim1=8000)
C          diastasi pinakwn plithous dianismatwn kata y
C          PARAMETER (ip_dim2=2500)
C          diastasi pinakwn plithous dianismatwn anagnwsis kata x & z
C          PARAMETER (ip_dim3=35)
C          diastasi pinakwn plithous dianismatwn anagnwsis kata y
C          PARAMETER (ip_dim4=12)
C -----
C          Include definitions 4
C          FNAME is the variable name for files
C          FNAME1 is the input name file for prper file *.txt from excel
C          FNAME2 is the output name file for dianismata x
C          FNAME3 is the input name file 2
C          ICH1 is the channel name for FNAME1
C          ICH2 is the channel name for FNAME2
C          ICH3 is the channel name for FNAME3
C          IP1 is the length of file name of FNAME1
C          ICOUNTER is the counter of input lines
C          N_X,N_Y,N_Z,N_T is the number of points for direction x,y,z&x+y+z
C          NS is the overload factor
C          ELAST is the E-modulus through GSI ralation
C          LENGTH is the point of the temporary support from x=0
C          TC is the shotcrete temporary support depth
C          DED_X is the position from x=0,y=0,z=0
C          DED_Y is the position from x,z=0
C          DED_Z is the position from x/R=
C -----
C          INTEGER ICH1, ICH2, ICH3, ICH4, LENGTH, TC, ICOUNTER, N_X, N_Y, N_Z, N_T
C          REAL*8 LOAD, DED_X(ip_dim3), DED_Y(ip_dim4), DED_Z(ip_dim3), NS, ELAST,
C          * DED(ip_dim3+ip_dim4+ip_dim3), DED1, DED2, RLENGTH, RRTC
C          CHARACTER*16 FNAME, FNAME1, FNAME2, FNAME4, FNAME5, FNAME6,
C          * FNAMEIN1, FNAMEOUT, FNAMEOUT1, FNAMEOUT2
C          CHARACTER STH
C -----
C          defining the format of row of input file 1
C          10 FORMAT ( F7.2 )
C          defining the format of the output file 2
C          15 FORMAT ( F5.2, I3, I3, ' ', F8.3, ' ', 79(F15.9, ' '))
C          defining the format of the output file
C          20 FORMAT ( 3(F5.2, ' '), F8.3, ' ', F9.5, ' ', F15.9)
C -----
C          create the name of input and output file name
C -----
C          PRINT *, 'DO NOT FORGET TO GIVE THE NUMBER OF POINTS'
C          PRINT *, 'FOR DIRECTIONS X,Y,Z IN THE INPUT FILE'
C          PRINT *, 'ENTER INPUT FILE NAME (only 8 characters):'
C          READ *, FNAMEIN1
C          PRINT *, 'ENTER OUTPUT FILE NAME (only 8 characters):'
C          READ *, FNAMEOUT
C          input channel
C          ICH1 = 10
C          output channel

```



```

      ICH2 = 11
C     output channel
      ICH4 = 13
C     output channel
      ICH5 = 14
C     output channel
      ICH6 = 15
C     IP1 = count the length of the name of data file
      IP1 = LEN_TRIM (FNAMEIN1)
      IP2 = LEN_TRIM (FNAMEOUT)
C     create the complete name of data file and output file
      FNAME1 = FNAMEIN1(1:IP1) //' .txt'
      FNAME2 = FNAMEOUT(1:IP2) //'CH.txt'
      FNAME4 = FNAMEOUT(1:IP2) //'_X.txt'
      FNAME5 = FNAMEOUT(1:IP2) //'_Y.txt'
      FNAME6 = FNAMEOUT(1:IP2) //'_Z.txt'
C-----
C     opening the output files
      OPEN ( ICH2, FILE = FNAME2, ACCESS='SEQUENTIAL' )
      OPEN ( ICH4, FILE = FNAME4, ACCESS='SEQUENTIAL' )
      OPEN ( ICH5, FILE = FNAME5, ACCESS='SEQUENTIAL' )
      OPEN ( ICH6, FILE = FNAME6, ACCESS='SEQUENTIAL' )
C-----
C     opening the input file 1
C-----
      OPEN ( ICH1, FILE = FNAME1, ACCESS = 'SEQUENTIAL',
*           STATUS = 'OLD', FORM = 'FORMATED' )
C     o metritis jekina apo to -2 giati sto -1
c     prwti grammi yparxoun ta plithoi stoxeiwn kata x, y, z
C     sti deuteri grammi oi theseis tw n dianismsatwn
      ICOUNTER=-2
      READ(ICH1,*,END=120) N_X,N_Y,N_Z
      ICOUNTER=ICOUNTER+1
C     o sinolikos arithmos
      N_T=N_X+N_Y+N_Z
      READ(ICH1,*,END=120) (DED(I1),I1=1,N_T)
      ICOUNTER=ICOUNTER+1
100 READ(ICH1,*,END=120) NS,LENGTH,TC,ELAST,
* (DED_X(I1),I1=1,N_X),(DED_Y(I2),I2=1,N_Y),(DED_Z(I3),I3=1,N_Z)
c-----metatropi se mm apo m
      DO 102 I1=1,N_X
      DED_X(I1)=DED_X(I1)*1000.0
102 CONTINUE
      DO 103 I2=1,N_Y
      DED_Y(I2)=DED_Y(I2)*1000.0
103 CONTINUE
      DO 104 I3=1,N_Z
      DED_Z(I3)=DED_Z(I3)*1000.0
104 CONTINUE
C-----
      ICOUNTER=ICOUNTER+1
      WRITE(ICH2,15) NS,LENGTH,TC,ELAST,
* (DED_X(I1),I1=1,N_X),(DED_Y(I2),I2=1,N_Y),(DED_Z(I3),I3=1,N_Z)
C     write to the ouput file for vectors for direction x
      DO 105 I1=1,N_X
      WRITE(ICH4,20) NS,(1.0*LENGTH),(1.0*TC),ELAST,DED(I1),DED_X(I1)
105 CONTINUE
      DO 110 I2=1,N_Y
      WRITE(ICH5,20) NS,(1.0*LENGTH),(1.0*TC),ELAST,
*           DED((I2+N_X)),DED_Y(I2)
110 CONTINUE
      DO 115 I3=1,N_Z
      WRITE(ICH6,20) NS,(1.0*LENGTH),(1.0*TC),ELAST,
*           DED((I3+N_X+N_Y)),DED_Z(I3)
115 CONTINUE
C     return until finishing the reading of input file
      GOTO 100

```

```

120 CLOSE (ICH1)
    CLOSE (ICH2)
    CLOSE (ICH4)
    CLOSE (ICH5)
    CLOSE (ICH6)
    PRINT *, 'NUMBER OF INPUT VECTORS->:', ICOUNTER
    PRINT *, 'NUMBER OF VECTORS FOR DIRECTION X->:', (ICOUNTER*N_X)
    PRINT *, 'NUMBER OF VECTORS FOR DIRECTION Y->:', (ICOUNTER*N_Y)
    PRINT *, 'NUMBER OF VECTORS FOR DIRECTION Z->:', (ICOUNTER*N_Z)
C-----
C----- TMHMA GIA TYXAIΑ DIAMORFWSH DIAMORFWSH ARXEIWN EJODOU
    DO 200 J=1,3
        IF (J.EQ.1) THEN
            STH='X'
            ICHCK=ICH4
            IVECT=ICOUNTER*N_X

        ENDIF
        IF (J.EQ.2) THEN
            STH='Y'
            ICHCK=ICH5
            IVECT=ICOUNTER*N_Y

        ENDIF
        IF (J.EQ.3) THEN
            STH='Z'
            ICHCK=ICH6
            IVECT=ICOUNTER*N_Z

        ENDIF
        PRINT *, 'FOR THE TRAINING SET =>GIVE THE PERCENTAGE OF', IVECT,
* ' FOR DIRECTION ', STH, ' BETWEEN 0 <-> 1:'
        READ *, PERC
C    ANOIGMA ARXEIOU
    FNAME1= FNAMEOUT(1:IP2)//'_//STH//'.txt'
C    DINIMOURGIA NEWN ARXIEWN
    FNAMEOUT1= FNAMEOUT(1:IP2)//'T//STH//'.txt'
    FNAMEOUT2= FNAMEOUT(1:IP2)//'A//STH//'.txt'
C    ANOIGMA NEWN
    ICHOUT1=21
    ICHOUT2=22
    ICHECK=20
    OPEN ( ICHOUT1, FILE = FNAMEOUT1, ACCESS='SEQUENTIAL')
    OPEN ( ICHOUT2, FILE = FNAMEOUT2, ACCESS='SEQUENTIAL')
C-----
C    opening the file
    OPEN ( ICHECK, FILE = FNAME1, ACCESS = 'SEQUENTIAL',
*        STATUS = 'OLD', FORM = 'FORMATTED' )
    IN_VECT1=0
    IN_VECT2=0
160 READ(ICHECK,20,END=180) NS,RLENGTH,RRTC,ELAST,DED1,DED2
    PROX_RAND=RAND(0)
    IF (PROX_RAND.LE.PERC) THEN
C    training file
        WRITE(ICHOUT1,20) NS,RLENGTH,RRTC,ELAST,DED1,DED2
        IN_VECT1=IN_VECT1+1
    ELSE
C    validating file
        WRITE(ICHOUT2,20) NS,RLENGTH,RRTC,ELAST,DED1,DED2
        IN_VECT2=IN_VECT2+1
    ENDIF
    GOTO 160
180 CONTINUE
    CLOSE(ICHOUT1)
    CLOSE(ICHOUT2)
    CLOSE(ICHECK)
    PRINT *, 'FOR DIRECTION', STH,
* ' VECTORS OF TRAINING SET: ', IN_VECT1,
* ' VECTORS OF VALIDATION SET: ', IN_VECT2
200 CONTINUE

```

```

C-----TELOS PROGRAMMATOS
      PRINT *, 'PRESS ONE CHARACTER FOR THE END OF THE PROGRAM'
      READ *,STH
      END

```

### Π 1.3 Είσοδοι & Έξοδοι Προγράμματος Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών & Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Ελέγχου

34 11 34

```

-23.000 -22.000 -21.000 -20.000 -19.000 -18.000 -17.000 -16.000 -15.000 -14.000 -13.000 -12.000
-11.000 -10.000 -09.000 -08.000 -07.000 -06.000 -05.000 -04.000 -03.000 -02.000 -01.000 00.000
00.992 02.233 03.784 05.722 08.145 11.173 14.959 19.691 25.606 33.000 00.000 00.992 02.233
03.784 05.722 08.145 11.173 14.959 19.691 25.606 33.000 -23.000 -22.000 -21.000 -20.000 -19.000
-18.000 -17.000 -16.000 -15.000 -14.000 -13.000 -12.000 -11.000 -10.000 -09.000 -08.000 -07.000
-06.000 -05.000 -04.000 -03.000 -02.000 -01.000 00.000 00.992 02.233 03.784 05.722 08.145
11.173 14.959 19.691 25.606 33.000

```

```

3.5 1 10 6324.6 -0.106930000000 -0.106930000000 -0.106930000000 -0.106930000000 -0.106840000000
-0.106780000000 -0.106600000000 -0.106280000000 -0.105890000000 -0.105400000000 -0.104660000000
-0.103670000000 -0.102410000000 -0.100860000000 -0.098820000000 -0.096121000000 -0.092843000000
-0.088559000000 -0.083322000000 -0.076684000000 -0.068539000000 -0.058080000000 -0.045105000000
-0.021660000000 -0.013621000000 -0.006566800000 -0.002434700000 -0.000799150000 -0.000000059071
0.000203480000 0.000224330000 0.000189450000 0.000155180000 0.000142350000 -0.114140000000 -
0.082068000000 -0.048511000000 -0.018757000000 -0.003110400000 0.000000000000 0.000000000000
0.000000000000 0.000000000000 0.000000000000 0.000000000000 -0.109060000000 -0.108990000000 -
0.108900000000 -0.108690000000 -0.108450000000 -0.108200000000 -0.107790000000 -0.107330000000
-0.106810000000 -0.106140000000 -0.105390000000 -0.104410000000 -0.103410000000 -0.102210000000
-0.100760000000 -0.099094000000 -0.097133000000 -0.094806000000 -0.092092000000 -0.088908000000
-0.084952000000 -0.079893000000 -0.072962000000 -0.058867000000 -0.051705000000 -0.041916000000
-0.029994000000 -0.020317000000 -0.013903000000 -0.010401000000 -0.008432400000 -0.007217000000
-0.006446100000 -0.006138000000

```

```

3.5 1 10 2811.7 -0.096323000000 -0.096323000000 -0.096323000000 -0.096323000000 -0.096323000000
-0.096323000000 -0.096278000000 -0.096243000000 -0.096090000000 -0.095883000000 -0.095644000000
-0.094910000000 -0.094345000000 -0.093285000000 -0.091895000000 -0.090210000000 -0.087764000000
-0.084512000000 -0.080571000000 -0.075079000000 -0.068310000000 -0.059235000000 -0.047634000000
-0.025390000000 -0.016374000000 -0.008487700000 -0.003104200000 -0.000742760000 0.000088240000
0.000288560000 0.000276050000 0.000216240000 0.000167740000 0.000150630000 -0.130940000000 -
0.096602000000 -0.060539000000 -0.025886000000 -0.004867800000 0.000000000000 0.000000000000
0.000000000000 0.000000000000 0.000000000000 0.000000000000 -0.105180000000 -0.105180000000 -
0.105150000000 -0.105050000000 -0.104900000000 -0.104700000000 -0.104450000000 -0.104080000000
-0.103680000000 -0.103200000000 -0.102570000000 -0.101890000000 -0.101040000000 -0.100090000000
-0.098898000000 -0.097554000000 -0.096052000000 -0.094080000000 -0.091802000000 -0.089101000000
-0.085799000000 -0.081462000000 -0.075454000000 -0.062425000000 -0.055473000000 -0.046162000000
-0.033736000000 -0.022431000000 -0.014695000000 -0.010647000000 -0.008473400000 -0.007198700000
-0.006417400000 -0.006104700000

```

```

3.5 1 10 1885.9 -0.089385000000 -0.089385000000 -0.089385000000 -0.089385000000 -0.089385000000
-0.089385000000 -0.089385000000 -0.089385000000 -0.089385000000 -0.089328000000 -0.089068000000
-0.088929000000 -0.088302000000 -0.087621000000 -0.086588000000 -0.085141000000 -0.083216000000
-0.080624000000 -0.077213000000 -0.072762000000 -0.066599000000 -0.058455000000 -0.047929000000
-0.026668000000 -0.017391000000 -0.009340100000 -0.003525800000 -0.000669150000 0.000136540000
0.000339350000 0.000301150000 0.000227270000 0.000171220000 0.000151770000 -0.137790000000 -
0.102790000000 -0.065975000000 -0.029390000000 -0.006189800000 0.000000000000 0.000000000000
0.000000000000 0.000000000000 0.000000000000 0.000000000000 -0.102200000000 -0.102200000000 -
0.102200000000 -0.102110000000 -0.102020000000 -0.101870000000 -0.101680000000 -0.101350000000
-0.101100000000 -0.100570000000 -0.100090000000 -0.099491000000 -0.098819000000 -0.098017000000
-0.097027000000 -0.095737000000 -0.094317000000 -0.092668000000 -0.090738000000 -0.088340000000
-0.085289000000 -0.081433000000 -0.075822000000 -0.063484000000 -0.056744000000 -0.047729000000
-0.035338000000 -0.023302000000 -0.014995000000 -0.010654000000 -0.008391800000 -0.007103300000
-0.006328800000 -0.006022700000

```

.....

**Σχήμα Π1.3-1:** Αρχείο δεδομένων εισόδου προγράμματος προετοιμασίας δεδομένων με το όνομα *dedom001.txt* που αποτελεί τροποποίηση από τη μορφή \*.xls που μας δόθηκαν Επισήμανση:

- α. οι κενές γραμμές τοποθετήθηκαν για να δείξουμε την αλλαγή γραμμής που υπάρχει στο αρχείο, καθώς εκτείνεται σε μήκος που ξεπερνά κατά πολύ το πλάτος της σελίδας
- β. Έχουν καταγραφεί 5 γραμμές: οι δύο βοηθητικές και τα 3 πρώτα εκ των 225 σεναρίων

3.50	1	10	6324.600	-106.930000000	-106.930000000	-106.930000000	-106.930000000	-
106.840000000	-106.780000000	-106.600000000	-106.280000000	-105.890000000	-105.400000000	-104.660000000	-103.670000000	-102.410000000
-92.843000000	-88.559000000	-83.322000000	-76.684000000	-68.539000000	-58.080000000	-45.105000000	-21.660000000	-13.621000000
-0.000059071	0.203480000	0.224330000	0.189450000	0.155180000	0.142350000	-0.000000000	0.000000000	0.000000000
114.140000000	-82.068000000	-48.511000000	-18.757000000	-3.110400000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000
0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	-109.060000000	-108.990000000	-108.900000000	-108.690000000
-107.330000000	-106.810000000	-106.140000000	-105.390000000	-104.410000000	-103.410000000	-102.210000000	-100.760000000	-99.094000000
-88.908000000	-84.952000000	-79.893000000	-72.962000000	-58.867000000	-51.705000000	-41.916000000	-29.994000000	-20.317000000
-7.217000000	-6.446100000	-6.138000000	-6.138000000	-6.138000000	-6.138000000	-6.138000000	-6.138000000	-6.138000000
3.50	1	10	2811.700	-96.323000000	-96.323000000	-96.323000000	-96.323000000	-
96.323000000	-96.323000000	-96.278000000	-96.243000000	-96.090000000	-95.883000000	-95.644000000	-94.910000000	-94.345000000
-87.764000000	-84.512000000	-80.571000000	-75.079000000	-68.310000000	-59.235000000	-47.634000000	-25.390000000	-16.374000000
0.088240000	0.288560000	0.276050000	0.216240000	0.167740000	0.150630000	0.088240000	0.288560000	0.276050000
130.940000000	-96.602000000	-60.539000000	-25.886000000	-4.867800000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000
0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	-105.180000000	-105.180000000	-105.150000000	-105.050000000
-104.080000000	-103.680000000	-103.200000000	-102.570000000	-101.890000000	-101.040000000	-100.090000000	-98.898000000	-97.554000000
-89.101000000	-85.799000000	-81.462000000	-75.454000000	-62.425000000	-55.473000000	-46.162000000	-33.736000000	-22.431000000
-7.198700000	-6.417400000	-6.104700000	-6.104700000	-6.104700000	-6.104700000	-6.104700000	-6.104700000	-6.104700000
3.50	1	10	1885.900	-89.385000000	-89.385000000	-89.385000000	-89.385000000	-
89.385000000	-89.385000000	-89.385000000	-89.385000000	-89.385000000	-89.328000000	-89.068000000	-88.929000000	-88.302000000
-83.216000000	-80.624000000	-77.213000000	-72.762000000	-66.599000000	-58.455000000	-47.929000000	-26.668000000	-17.391000000
0.136540000	0.339350000	0.301150000	0.227270000	0.171220000	0.151770000	0.136540000	0.339350000	0.301150000
137.790000000	-102.790000000	-65.975000000	-29.390000000	-6.189800000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000
102.200000000	-102.200000000	-102.110000000	-102.020000000	-101.870000000	-101.680000000	-101.350000000	-101.100000000	-100.570000000
-98.017000000	-97.027000000	-95.737000000	-94.317000000	-92.668000000	-90.738000000	-88.340000000	-85.289000000	-81.433000000
-47.729000000	-35.338000000	-23.302000000	-14.995000000	-10.654000000	-8.391800000	-7.103300000	-6.328800000	-6.022700000
3.50	1	10	1185.700	-70.828000000	-70.828000000	-70.828000000	-70.828000000	-
70.828000000	-70.828000000	-70.828000000	-70.828000000	-70.828000000	-70.828000000	-70.712000000	-70.598000000	-70.515000000
-67.329000000	-65.415000000	-62.941000000	-59.257000000	-54.640000000	-48.453000000	-39.859000000	-20.934000000	-13.282000000
0.188610000	0.323660000	0.263340000	0.189630000	0.138660000	0.121710000	0.188610000	0.323660000	0.263340000
118.240000000	-88.558000000	-58.020000000	-27.066000000	-6.419000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000
0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	0.000000000	-89.032000000	-89.032000000	-89.032000000	-88.981000000
-88.484000000	-88.181000000	-87.867000000	-87.481000000	-87.014000000	-86.442000000	-85.814000000	-85.068000000	-84.280000000
-78.021000000	-75.533000000	-72.117000000	-67.369000000	-56.374000000	-50.176000000	-42.484000000	-31.829000000	-20.997000000
-6.219300000	-5.542500000	-5.277800000	-5.277800000	-5.277800000	-5.277800000	-5.277800000	-5.277800000	-5.277800000
3.50	1	10	918.400	-66.123000000	-66.123000000	-66.123000000	-66.123000000	-
66.123000000	-66.123000000	-66.123000000	-66.123000000	-66.123000000	-66.123000000	-65.865000000	-65.824000000	-65.743000000
-63.520000000	-61.943000000	-60.133000000	-57.049000000	-53.589000000	-48.129000000	-41.190000000	-24.436000000	-16.280000000
0.264230000	0.437330000	0.330070000	0.223680000	0.154950000	0.131520000	0.264230000	0.437330000	0.330070000
128.780000000	-97.956000000	-65.840000000	-32.377000000	-9.225100000	-8.043088000	0.000000000	0.000000000	0.000000000
81.970000000	-81.970000000	-81.970000000	-81.916000000	-81.807000000	-81.707000000	-81.570000000	-81.377000000	-81.121000000
-79.521000000	-78.827000000	-78.204000000	-77.257000000	-76.275000000	-75.019000000	-73.385000000	-71.399000000	-68.710000000
-43.134000000	-32.960000000	-21.818000000	-13.701000000	-9.173200000	-7.013400000	-5.883800000	-5.233200000	-4.981000000

.....

**Σχήμα Π1.3-2:** Αρχείο απλής αντιγραφής αρχείου εισόδου προς έλεγχο σωστής ανάγνωσης με το όνομα *edafgCH.txt* -έχουν καταγραφεί 5 τα 5 πρώτα εκ των 225 σεναρίων

3.50	1.00	10.00	6324.600	-23.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-22.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-21.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-20.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-19.00000	-106.840000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-18.00000	-106.780000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-17.00000	-106.600000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-16.00000	-106.280000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-15.00000	-105.890000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-14.00000	-105.400000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-13.00000	-104.660000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-12.00000	-103.670000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-11.00000	-102.410000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-10.00000	-100.860000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-9.00000	-98.820000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-8.00000	-96.121000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-7.00000	-92.843000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-6.00000	-88.559000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-5.00000	-83.322000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-4.00000	-76.684000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-3.00000	-68.539000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-2.00000	-58.080000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-1.00000	-45.105000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	0.00000	-21.660000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	0.99200	-13.621000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	2.23300	-6.566800000
3.50	1.00	10.00	6324.600	3.78400	-2.434700000
3.50	1.00	10.00	6324.600	5.72200	-0.799150000
3.50	1.00	10.00	6324.600	8.14500	-0.000059071
3.50	1.00	10.00	6324.600	11.17300	0.203480000
3.50	1.00	10.00	6324.600	14.95900	0.224330000
3.50	1.00	10.00	6324.600	19.69100	0.189450000
3.50	1.00	10.00	6324.600	25.60600	0.155180000
3.50	1.00	10.00	6324.600	33.00000	0.142350000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-23.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-22.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-21.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-20.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-19.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-18.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-17.00000	-96.278000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-16.00000	-96.243000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-15.00000	-96.090000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-14.00000	-95.883000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-13.00000	-95.644000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-12.00000	-94.910000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-11.00000	-94.345000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-10.00000	-93.285000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-9.00000	-91.895000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-8.00000	-90.210000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-7.00000	-87.764000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-6.00000	-84.512000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-5.00000	-80.571000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-4.00000	-75.079000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-3.00000	-68.310000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-2.00000	-59.235000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-1.00000	-47.634000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	0.00000	-25.390000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	0.99200	-16.374000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	2.23300	-8.487700000
3.50	1.00	10.00	2811.700	3.78400	-3.104200000
3.50	1.00	10.00	2811.700	5.72200	-0.742760000
3.50	1.00	10.00	2811.700	8.14500	0.088240000
3.50	1.00	10.00	2811.700	11.17300	0.288560000
3.50	1.00	10.00	2811.700	14.95900	0.276050000
3.50	1.00	10.00	2811.700	19.69100	0.216240000
3.50	1.00	10.00	2811.700	25.60600	0.167740000
3.50	1.00	10.00	2811.700	33.00000	0.150630000

.....

**Σχήμα Π1.3-3:** Αρχείο εγγραφής διανυσμάτων μετακινήσεων παρειάς με το όνομα *edafg\_X.txt* -έχουν καταγραφεί τα 2 πρώτα εκ των 225 σεναρίων

Επισημαίνουμε ότι τα αρχεία διανυσμάτων μετακινήσεων κλειδας με όνομα *edafg\_Y.txt* και καθρέπτη με όνομα *edafg\_Z.txt* έχουν την ίδια μορφή.

3.50	1.00	10.00	6324.600	-23.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-22.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-18.00000	-106.780000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-13.00000	-104.660000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	3.78400	-2.434700000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-18.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-11.00000	-94.345000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-10.00000	-93.285000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-7.00000	-87.764000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-6.00000	-84.512000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	5.72200	-0.742760000
3.50	1.00	10.00	2811.700	19.69100	0.216240000
3.50	1.00	10.00	2811.700	25.60600	0.167740000
3.50	1.00	10.00	2811.700	33.00000	0.150630000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-22.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-17.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-16.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-13.00000	-89.068000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-12.00000	-88.929000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-9.00000	-86.588000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-3.00000	-66.599000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	3.78400	-3.525800000
3.50	1.00	10.00	1885.900	11.17300	0.339350000
3.50	1.00	10.00	1885.900	25.60600	0.171220000
3.50	1.00	10.00	1885.900	33.00000	0.151770000
3.50	1.00	10.00	1185.700	-23.00000	-70.828000000
3.50	1.00	10.00	1185.700	-20.00000	-70.828000000
3.50	1.00	10.00	1185.700	-15.00000	-70.828000000
3.50	1.00	10.00	1185.700	-11.00000	-70.515000000
3.50	1.00	10.00	1185.700	-9.00000	-69.354000000
3.50	1.00	10.00	1185.700	-5.00000	-62.941000000
3.50	1.00	10.00	1185.700	-4.00000	-59.257000000
3.50	1.00	10.00	1185.700	19.69100	0.189630000
3.50	1.00	10.00	918.400	-18.00000	-66.123000000
3.50	1.00	10.00	918.400	-17.00000	-66.123000000
3.50	1.00	10.00	918.400	-5.00000	-60.133000000
3.50	1.00	10.00	918.400	2.23300	-9.406700000
3.50	1.00	10.00	918.400	19.69100	0.223680000
3.50	1.00	10.00	628.700	-22.00000	-56.887000000
3.50	1.00	10.00	628.700	-19.00000	-56.887000000
3.50	1.00	10.00	628.700	-7.00000	-54.970000000
3.50	1.00	10.00	628.700	-6.00000	-54.042000000
3.50	1.00	10.00	628.700	-2.00000	-43.768000000
3.50	1.00	10.00	628.700	-1.00000	-37.867000000
3.50	1.00	10.00	628.700	0.99200	-16.483000000
3.50	1.00	10.00	516.500	-23.00000	-51.906000000
3.50	1.00	10.00	516.500	-20.00000	-51.906000000
3.50	1.00	10.00	516.500	-14.00000	-51.906000000
3.50	1.00	10.00	516.500	-11.00000	-51.906000000
3.50	1.00	10.00	516.500	-4.00000	-47.505000000
3.50	1.00	10.00	516.500	2.23300	-9.521300000
3.50	1.00	10.00	516.500	5.72200	-0.688960000
3.50	1.00	10.00	516.500	33.00000	0.131730000
3.50	1.00	20.00	6324.600	-12.00000	-81.262000000
3.50	1.00	20.00	6324.600	-11.00000	-80.787000000
3.50	1.00	20.00	6324.600	-10.00000	-79.879000000
3.50	1.00	20.00	6324.600	-8.00000	-77.431000000
3.50	1.00	20.00	6324.600	-3.00000	-58.781000000
3.50	1.00	20.00	6324.600	-2.00000	-50.715000000
3.50	1.00	20.00	6324.600	14.95900	0.185320000
3.50	1.00	20.00	6324.600	19.69100	0.157340000
3.50	1.00	20.00	2811.700	-22.00000	-70.578000000
3.50	1.00	20.00	2811.700	-14.00000	-70.578000000
3.50	1.00	20.00	2811.700	-1.00000	-41.126000000
3.50	1.00	20.00	2811.700	8.14500	0.058644000
3.50	1.00	20.00	1885.900	-21.00000	-64.641000000
3.50	1.00	20.00	1885.900	-20.00000	-64.641000000
3.50	1.00	20.00	1885.900	-16.00000	-64.641000000
3.50	1.00	20.00	1885.900	-5.00000	-59.683000000

.....

**Σχήμα Π1.3-4:** Αρχείο εκπαίδευσης διανυσμάτων μετακινήσεων παρειάς με το όνομα *edafgTX.txt* – για ποσοστό 20% εκπαίδευση –80% έλεγχο

Επισημαίνουμε ότι τα αρχεία συνόλων εκπαίδευσης διανυσμάτων μετακινήσεων κλειδας με όνομα *edafgTY.txt* και καθρέπτη με όνομα *edafgTZ.txt* έχουν την ίδια μορφή.,

3.50	1.00	10.00	6324.600	-21.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-20.00000	-106.930000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-19.00000	-106.840000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-17.00000	-106.600000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-16.00000	-106.280000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-15.00000	-105.890000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-14.00000	-105.400000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-12.00000	-103.670000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-11.00000	-102.410000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-10.00000	-100.860000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-9.00000	-98.820000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-8.00000	-96.121000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-7.00000	-92.843000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-6.00000	-88.559000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-5.00000	-83.322000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-4.00000	-76.684000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-3.00000	-68.539000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-2.00000	-58.080000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	-1.00000	-45.105000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	0.00000	-21.660000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	0.99200	-13.621000000
3.50	1.00	10.00	6324.600	2.23300	-6.566800000
3.50	1.00	10.00	6324.600	5.72200	-0.799150000
3.50	1.00	10.00	6324.600	8.14500	-0.000059071
3.50	1.00	10.00	6324.600	11.17300	0.203480000
3.50	1.00	10.00	6324.600	14.95900	0.224330000
3.50	1.00	10.00	6324.600	19.69100	0.189450000
3.50	1.00	10.00	6324.600	25.60600	0.155180000
3.50	1.00	10.00	6324.600	33.00000	0.142350000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-23.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-22.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-21.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-20.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-19.00000	-96.323000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-17.00000	-96.278000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-16.00000	-96.243000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-15.00000	-96.090000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-14.00000	-95.883000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-13.00000	-95.644000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-12.00000	-94.910000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-9.00000	-91.895000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-8.00000	-90.210000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-5.00000	-80.571000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-4.00000	-75.079000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-3.00000	-68.310000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-2.00000	-59.235000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	-1.00000	-47.634000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	0.00000	-25.390000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	0.99200	-16.374000000
3.50	1.00	10.00	2811.700	2.23300	-8.487700000
3.50	1.00	10.00	2811.700	3.78400	-3.104200000
3.50	1.00	10.00	2811.700	8.14500	0.088240000
3.50	1.00	10.00	2811.700	11.17300	0.288560000
3.50	1.00	10.00	2811.700	14.95900	0.276050000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-23.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-21.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-20.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-19.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-18.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-15.00000	-89.385000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-14.00000	-89.328000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-11.00000	-88.302000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-10.00000	-87.621000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-8.00000	-85.141000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-7.00000	-83.216000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-6.00000	-80.624000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-5.00000	-77.213000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-4.00000	-72.762000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-2.00000	-58.455000000
3.50	1.00	10.00	1885.900	-1.00000	-47.929000000

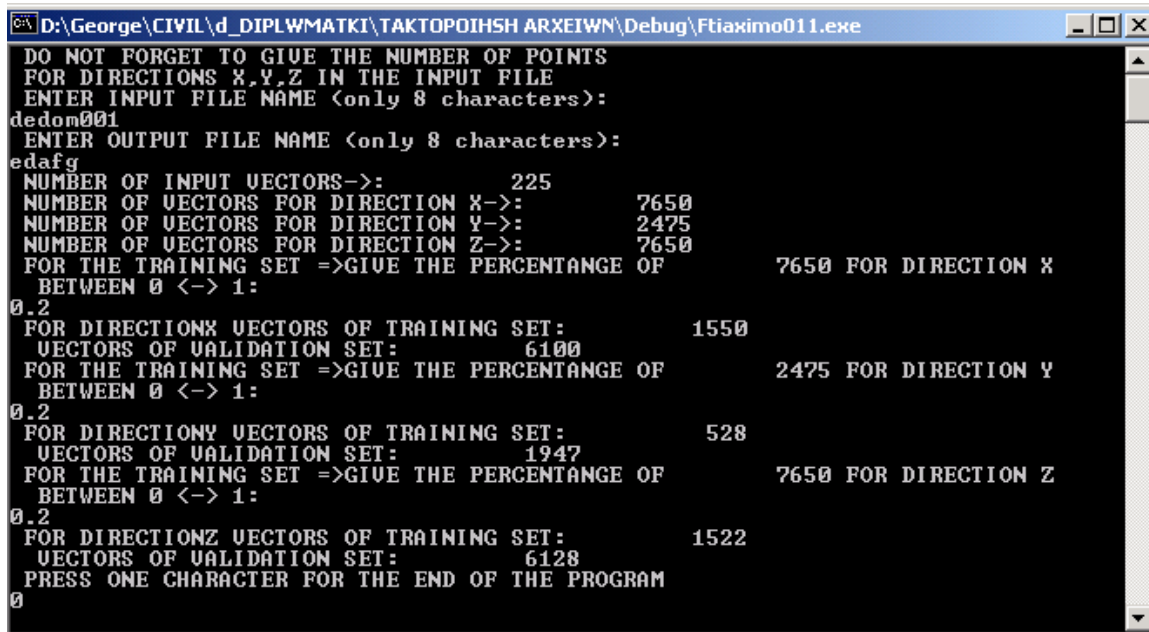
.....

**Σχήμα Π1.3-5:** Αρχείο ελέγχου διανυσμάτων μετακινήσεων παρειάς με το όνομα *edafgAX.txt* – για ποσοστό 20% εκπαίδευση –80% έλεγχο

Επισημαίνουμε ότι τα αρχεία συνόλων ελέγχου διανυσμάτων μετακινήσεων κλείδας με όνομα *edafgAY.txt* και καθρέπτη με όνομα *edafgAZ.txt* έχουν την ίδια μορφή.

## Π 1.4 Εκτέλεση Προγράμματος Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών & Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Ελέγχου

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε την εκτέλεση προγράμματος προετοιμασίας δεδομένων για την περίπτωση που επιλέγουμε το 20% των αρχικών μας δεδομένων να αποτελέσουν το σύνολο εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 80% ανήκει στο σύνολο ελέγχου.



```

D:\George\CIVIL\d_DIPLWMAKI\TAKTOPOIHSH ARXEIWN\Debug\Ftiaximo011.exe
DO NOT FORGET TO GIVE THE NUMBER OF POINTS
FOR DIRECTIONS X,Y,Z IN THE INPUT FILE
ENTER INPUT FILE NAME (only 8 characters):
dedom001
ENTER OUTPUT FILE NAME (only 8 characters):
edafg
NUMBER OF INPUT VECTORS->:          225
NUMBER OF VECTORS FOR DIRECTION X->:    7650
NUMBER OF VECTORS FOR DIRECTION Y->:    2475
NUMBER OF VECTORS FOR DIRECTION Z->:    7650
FOR THE TRAINING SET =>GIVE THE PERCENTAGE OF          7650 FOR DIRECTION X
BETWEEN 0 <-> 1:
0.2
FOR DIRECTIONX VECTORS OF TRAINING SET:          1550
VECTORS OF VALIDATION SET:          6100
FOR THE TRAINING SET =>GIVE THE PERCENTAGE OF          2475 FOR DIRECTION Y
BETWEEN 0 <-> 1:
0.2
FOR DIRECTIONY VECTORS OF TRAINING SET:          528
VECTORS OF VALIDATION SET:          1947
FOR THE TRAINING SET =>GIVE THE PERCENTAGE OF          7650 FOR DIRECTION Z
BETWEEN 0 <-> 1:
0.2
FOR DIRECTIONZ VECTORS OF TRAINING SET:          1522
VECTORS OF VALIDATION SET:          6128
PRESS ONE CHARACTER FOR THE END OF THE PROGRAM
0
  
```

Σχήμα Π 1.4-1: Παράθυρο εκτέλεσης προγράμματος προετοιμασίας δεδομένων για την περίπτωση που επιλέγουμε το 20% των αρχικών μας δεδομένων να αποτελέσουν το σύνολο εκπαίδευσης

## Π 1.5 Παραλλαγή Προγράμματος Προετοιμασίας Δεδομένων από Αποτελέσματα Προγράμματος Πεπερασμένων Διαφορών & Σχηματισμού Συνόλων Εκπαίδευσης και Ελέγχου με αποκλεισμό συγκεκριμένων τιμών Συντελεστή Υπερφόρτισης

Η μοναδική αλλαγή που γίνεται είναι στις εξής εντολές:

1. Προσθήκη στη δήλωση ακεραίων άλλων δύο μεταβλητών : NSmin,NSmax
2. Αλλαγή της εντολής ανάγνωσης της 1<sup>ης</sup> γραμμής από αρχείο δεδομένων από :  
`READ(ICH1,*,END=120) N_X,N_Y,N_Z`

σε

```
READ(ICH1,*,END=120) N_X,N_Y,N_Z, NSmin, Nsmax
```

3. Αλλαγή του κόμβου ελέγχου κατάταξης του διανύσματος από:

```
IF (PROX_RAND.LE.PERC) THEN
```

σε

```
IF ((PROX_RAND.LE.PERC).AND.((NS.LT.NSmin).OR.(NS.GT.NSmax)))
```

```
*THEN
```

4. Αλλαγή στο αρχείο εισόδου, καθώς η πρώτη γραμμή περιλαμβάνει άλλες δύο τιμές: από «34 11 34» σε «34 11 34 5 5» προς αποκλεισμό της τιμής 5 για συντελεστή υπερφόρτισης.

Όλα τα υπόλοιπα –αρχεία εξόδου κτλ. – είναι ίδια.



## Παράρτημα 2

### Παρουσίαση Κώδικα Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου προς Επίλυση Προβλήματος Μετατοπίσεων σε Σήραγγες

Σ' αυτό το παράρτημα παρουσιάζεται αναλυτικά ο κώδικας του πολυεπιπέδου τεχνητού νευρωνικού δικτύου με τον αλγόριθμο ανάστροφης διάδοσης σφάλματος που γράφτηκε σε *Digital Fortran*, με σκοπό την εκτίμηση των μετατοπίσεων μετώπου, οροφής και τοιχωμάτων στις σήραγγες. Επίσης παρουσιάζονται και τα αντίστοιχα αρχεία εισόδου και εξόδου, όπως και ο κώδικας σε *MATLAB* για τρισδιάστατες γραφικές παραστάσεις.

#### Π 2.1 Πολυεπίπεδο Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο ενός Κρυφού Επιπέδου με τον Αλγόριθμο Ανάστροφης Διάδοσης Σφάλματος

```
C *****
C *
C *          P R O G R A M          *
C *
C *    PYRHNAS METHODOY BACK - PROPAGATION - APLH METHODOS    *
C *    ME ON -LINE EKPAIDEUSH          *
C *****
C    PROGRAM TND_001
C-----
C    bibliothikes
C    USE DFLIB
C    USE DFPORT
C-----
C    PARAMETROI
C    diastasi pinakwn plithous dianismatwn anagnwsis
C    PARAMETER (ip_dim1=7000)
C    diastasi pinakwn megethous dianismatwn anagnwsis
C    PARAMETER (ip_dim2=10)
C    megethos pinaka ajiologisis
C    PARAMETER (ip_dim_aj=7000)
C---    diastasi plithous dianismatos pou kataskeuasontai
C    PARAMETER (ip_dim3=100)
C---    gia pinaka boithitikwn stoixeiwn
C    PARAMETER (ip_dim4=5)
C    megistes diastaseis pinakwn barwn epipedou neurwnwn
C    PARAMETER (ip_dim_in=10)
C    PARAMETER (ip_dim_ql=30)
C    PARAMETER (ip_dim_out=2)
C    parametros ellinikou p
```

```

PARAMETER ( pi=3.14159265358979323846264338 )
C -----
C
C Include definitions 4
C I_PL_BARWN_1_min einai o elaxistos arithmos neurwnwn lou krimmenou epipedou
C I_PL_BARWN_1_max einai o megistos arithmos neurwnwn lou krimmenou epipedou
C I_PL_BARWN_1_bima apotelei to bima gia neurwnes lou krimmenou epipedou
C metaji min-max
C i_metab_momentum_min to elaxisto simeio statherou orou ormis
C i_metab_momentum_max to megisto simeio statherou orou ormis
C r_metab_momentum bima statherou orou ormis -pragmatikos arithmos thetikos
C i_T_momentum_min elaxisto simeio gia periodo orou ormis
C i_T_momentum_max megisto simeio gia periodo orou ormis
C i_T_momentum_bima bima allagis gia periodo orou ormis
C T_period_momentum - pollaplastiastikos paragontas orou ormis
C i_metab_trainrate_min elaxisto simeio statherou orou mathisis
C i_metab_trainrate_max megisto simeio statherou orou mathisis
C r_metab_trainrate bima statherou orou mathisis -pragmatikos arithmos thetikos
C i_T_trainrate_min elaxisto simeio gia periodo orou mathisis
C i_T_trainrate_max megisto simeio gia periodo orou mathisis
C i_T_trainrate_bima bima allagis gia periodo orou mathisis
C T_period_trainrate pollaplastiastikos paragontas orou mathisis
C IEPANMAX Arithmos epanalifewn
C ELIMIT orio sfalmatos metabolis barwn metaji epoxwn
C IENERGADIANYSMATA einai ta energe dianismata eisodou se back propagation
C IENERGADIAN_AJ einai ta energe dianismata ejodou se back propagation
C I_FLAG_SENARIO einai o metritis diaforetikwn senariwn eisodou-ejodou
C IMETRHTHS boithitikos metritis stoiceiwn eisodou
C IDIANYSMATA metritis stoiceiwn eisodou < ip_dim1
C I_EPOCH metritis epoxwn
C I_FLAG_EPOCH_1 einai simaia gia diafores arxikopoiiseis kata tin prwti epoxi
C IBSTOIXEIA(ip_dim4,ip_dim1) pinakas boithikwn stoiceiwn
C RDEDOMENA(ip_dim2_f,ip_dim1) pinakas dianismatwn
C FNAME is the variable name for files
C FNAME1 is the input name file
C FNAME2 is the output name file
C FNAME3 is the OUTPUT name file for elegxo kathe M
C ICH1 is the channel name for FNAME1
C ICH2 is the channel name for FNAME2
C ICH3 is the channel name for FNAME3
C ICH_ELE is the channel name for FNAME_ELE (arxeio elegxou eggarfis dedemenwn
C IP1 is the length of file name of FNAME1
C IDIAN_AJ einai top plithos dianismatwn anagnwsis pinaka ajiologisis
C I_FLAG_SENARIO einai o deiktis-metritis senariwn diaforetikwn arxikwn dianismatwn
C IENERGADIANYSMATA is the ta dianismata pou simetexoun se ekpaideusi
C I_ENERGA_EPOCHHS(ip_dim1) poia dianismata einai energe kata ektelesi tis epchois
C pros epilogi tous
C I_trexon_dianismata = poio to plinthos twn trexontwn dianismatwn
C I_THESH_ENTOS_PINAKA poio apo ta ypoloipomena dianismata tha apenergopoihthei
C I_POSA_ENERGA_DIAN boithikos metritis gia euresi enregwn dianismatwn
C I_DIANY_ERROR_SFALMA_AJ_MAX,I_THESH_ERROR_SFALMA_AJ_MAX, poio dianisma kai poia
C thesi parousiazei max sfalma gia ajiologisi
C I_DIANY_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,I_THESH_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX >> >> gia ekpaideusi
C I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MIN,I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MIN einaithesidianismatos ktl
C I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MAX,I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MAX einaithesi dianismatos ktl
C -----
INTEGER ICH1, ICH2, ICH3, ICH4, ICH_ELE, I_PL_BARWN_1_min,
* I_PL_BARWN_1_max, I_PL_BARWN_1_bima, i_metab_momentum_min,
* i_metab_momentum_max, i_T_momentum_min, i_T_momentum_max,
* i_T_momentum_bima, T_period_momentum, i_metab_trainrate_min,
* i_metab_trainrate_max, i_T_trainrate_min, i_T_trainrate_max,
* i_T_trainrate_bima, T_period_trainrate, IEPANMAX,
* I_IN_VAR, I_OUT_VAR,
* IDEIKTHS, IEPAN, M, ICOUNTER,
* IENERGADIANYSMATA, IDIAN_AJ,
* I_FLAG_SENARIO , IENERGADIAN_AJ,
* i_momentum_1, i_momentum_2, i_trainrate_1, i_trainrate_2, I_EPOCH,
* I_FLAG_EPOCH_1, I_ENERGA_EPOCHHS(ip_dim1),

```

```

* I_trexon_dianismata,I_THESH_ENTOS_PINAKA,I_POSA_ENERGA_DIAN,
* I_DIANY_ERROR_SFALMA_AJ_MAX, I_THESH_ERROR_SFALMA_AJ_MAX,
* I_DIANY_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX, I_THESH_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX
* I_DIANY_ERROR_SFA_PRAJ_MIN,I_THESH_ERROR_SFA_PRAJ_MIN,
* I_DIANY_ERROR_SFA_PRAJ_MAX,I_THESH_ERROR_SFA_PRAJ_MAX

C      W1(ip_dim_q1,ip_dim_in) pinakas barwn lou epipedou
C      W2(ip_dim_out,ip_dim_q1) pinakas barwn 2ou epipedou
C      W1pol(ip_dim_in) pinakas barwn polwsis lou epipedou
C      W2pol(ip_dim_q1)pinakas barwn polwsis 2ou epipedou
C      YEJODOS_AJ(ip_dim_out,ip_dim_aj),pinakas dedomenwn ejodou ajiologisis kiriws programma
C      XEISODOS_AJ(ip_dim_in,ip_dim_aj),pinakas dedomenwn eisodou >>> >> se kiriws programma
C      YEJODOS(ip_dim_out,ip_dim1) pinakas dedomenwn ejodou ekpaideusis se kiriws programma
C      XEISODOS(ip_dim_in,ip_dim1) pinakas dedomenwn eisodou ekpaideusis kiriws programma
C      R_DEDOM_X(ip_dim_in,ip_dim1)pinakas dedomenwn ejodou ekpaideusis kata epilogi
C      R_DEDOM_Y(ip_dim_out,ip_dim1)pinakas dedomenwn eisodou ekpaideusis kata epilogi
C      R_DE_AJ_X(ip_dim_in,ip_dim_aj)pinakas dedomenwn ejodou ajiologisis kata epilogi
C      R_DE_AJ_Y(ip_dim_out,ip_dim_aj)pinakas dedomenwn eisodou ajiologisis kata epilogi
C      momentum_arx,momentum_T metablites gia orismo timis "momentum"
C      trainrate_arx,trainrate_T metablites gia orismo timis trainig rate
C      Delta1(ip_dim_q1) einai o pinakas delta lou krimmenou epipedou
C      Delta2(ip_dim_out) einai o pinakas delta epipedou ejodou
C      DW2(ip_dim_out,ip_dim_q1) =diafora barous prouigoymenwn dianismatwn
C      DW1(ip_dim_q1,ip_dim_in)          >> >> >> >>
C      DW1pol(ip_dim_in) gia stoixeio polwsis >> >>
C      DW2pol(ip_dim_q1)          >> >> >> >>
C      ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN sfalma problefis se mm - meso
C      ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN          - elaxisto
C      ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX          - megisto

      REAL r_metab_momentum, r_metab_trainrate,ELIMIT,
*      RLOAD(ip_dim2),Rkanmin(ip_dim2),Rkanmax(ip_dim2),
*      RDEDOMENA(ip_dim2,ip_dim1),RDED_AJ(ip_dim2,ip_dim_aj),
*      W1(ip_dim_q1,ip_dim_in),W1palio(ip_dim_q1,ip_dim_in),
*      W2(ip_dim_out,ip_dim_q1),W2palio(ip_dim_out,ip_dim_q1),
*      U1(ip_dim_q1),U2(ip_dim_out),
*      Y1(ip_dim_q1),Y2(ip_dim_out),
*      ERROR_PIN(ip_dim_out),
*      W1pol(ip_dim_q1),W2pol(ip_dim_out),
*      W1polpalio(ip_dim_in),W2polpalio(ip_dim_q1),
*      YEJODOS(ip_dim_out,ip_dim1),XEISODOS(ip_dim_in,ip_dim1),
*      YEJODOS_AJ(ip_dim_out,ip_dim_aj),
*      XEISODOS_AJ(ip_dim_in,ip_dim_aj),
*      R_DEDOM_X(ip_dim_in,ip_dim1),R_DEDOM_Y(ip_dim_out,ip_dim1),
*      R_DE_AJ_X(ip_dim_in,ip_dim_aj),R_DE_AJ_Y(ip_dim_out,ip_dim_aj),
*      r_momentum_arx,r_momentum_T,trainrate_arx,trainrate_T,
*      Delta1(ip_dim_q1),Delta2(ip_dim_out),DW2(ip_dim_out,ip_dim_q1),
*      DW1(ip_dim_q1,ip_dim_in),DW1pol(ip_dim_in),DW2pol(ip_dim_q1),
*      ERROR_SFALMA,ERROR_SFALMA_AJ_MAX,ERROR_SFALMA_AJ_MEAN,
*      ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN,
*      ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN,ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN,
*      ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX,ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN,
*      YfinEJreal(ip_dim_out),YfinEJpred(ip_dim_out),Ymean(ip_dim_out),
*      Ysumpred(ip_dim_out),Ysumreal(ip_dim_out),R2pred(ip_dim_out),
*      R2real(ip_dim_out)

      CHARACTER*16 FNAMEIN
      CHARACTER*1 SOMETHING,CHCH(3)
      CHARACTER*32 FNAME1,FNAME2,FNAME3,FNAME4,FNAME_ELE,FNAME_ELE1,
*      FNAME_ELE2,FNAME_ELE3

C-----
C      format of input file
      15 FORMAT ( 3(F5.2,' '), F8.3,' ',F9.5,' ',F15.9)
C      format of check file
      16 FORMAT (I5,' ', 3(F5.2,' '), F8.3,' ',F9.5,' ',F15.9)
      17 FORMAT (12(' '),3(I5,' '))

```

```

18 FORMAT ('METABLHTES EISODOY-EJODOY-SYNOLIKES')
19 FORMAT (' NS LENGTH TC ELAST_MOD POINT SETTLEMENT')
20 FORMAT ('REGULARIZATION min-max')
21 FORMAT ('PLHTHOS NEURWNWN-> ELAXISTO: ', I4,' MEGISTO: ',I4,
*' METABOLH METAJY NEURWNWN: ',I2)
22 FORMAT (' RYTAMOS ORMHS: PARAGONTES STATHEROU OROU- PARAGONTES
*PERIODOY')
23 FORMAT ('RYTMO MATHHSHS:PARAGONTES STATHEROU OROU- PARAGONTES
*PERIODOY')
24 FORMAT (' MIN MAX BHMA - MIN MAX
*BHMA dT')
25 FORMAT (18(' '),I4,' ',I4,' ',F6.4,' ',I4,' ',I4,' ',I6,' '
*,I6)
26 FORMAT (' MEGISTO PLHTHOS EPOXWN: ', I6,
*' ORIO SFALMATOS BARWN: ', F6.4)
27 FORMAT ( 3(F5.2,' '), F8.1,' ',F9.5,' ',F15.9)

C boiithitika format eggrafis arxeiwn elegxou
51 FORMAT (72(' * ') )
52 FORMAT (I5,20 (F18.12))
53 FORMAT (100(' ',F18.12))
54 FORMAT ( 8(' ',I4))
55 FORMAT (2(' ',I6),2(' ',F8.6),' ',I6,2(2(' ',F20.8),2(' ',I6)),
* 2(' ',F20.8), 2( (' ',F20.8),2(' ',I6)) )
58 FORMAT (2(I2),2(F8.5,F8.2),I4,I5,8(F15.8),5(I3,2(F10.7)))

61 FORMAT (I4,10(F15.8))
62 FORMAT (20('-'))
C*****
C ANAGNWSH STOIXEIWN APO DIAFORA ARXEIA ANALOGA ME THN EFARMOGH
C*****
C create the name of input
C -----
PRINT *,'ENTER check FILE NAME (only 8 characters):'
PRINT *,'where first line-> numbers of input and ouput variables'
*' per vector'
PRINT *,' second line -> the minimum for regularization of all '
*' variabes'
PRINT *,' third line -> the maximum for regularization of all '
*' variabes'
PRINT *,' forth line -> the minimum -maximum - step between them '
*' number of neurons'
PRINT *,' fifth line -> the minimum -maximum - real step between '
*'them const term of momentum <-> the minimum -maximum '
*'-step between them-multiplication factor for '
*' period term of momentum'
PRINT *,' sixth line -> the minimum -maximum - real step between '
*'them const term of training rate <-> the minimum -maximum '
*'-step between them-multiplication factor for '
*' period term of training rate'
PRINT *,' seventh line -> number of iterations '
PRINT *,' eighth line -> number of tolerance for differences of '
*' weight between epochs '
READ *, FNAMEIN
c FNAMEIN='check'
c IP1 = count the length of the name of data file
IP1 = LEN_TRIM (FNAMEIN)
C input channel
ICH1 = 10
C create the complete name of data file and output file
FNAME1 = FNAMEIN(1:IP1) //' .txt'
C-----
C opening the input file 1
C-----
OPEN ( ICH1, FILE = FNAME1, ACCESS = 'SEQUENTIAL',
* STATUS = 'OLD', FORM = 'FORMATTED' )
C-----

```

```

C      read plithos metablitwn eisodou
      READ(ICH1,*,END=95) I_IN_VAR,I_OUT_VAR
      I_VAR=I_IN_VAR+I_OUT_VAR
c      PRINT *,I_IN_VAR,ip_dim_in,I_OUT_VAR,ip_dim_out,I_VAR,ip_dim2
      IF ((I_IN_VAR.GT.ip_dim_in).OR.(I_OUT_VAR.GT.ip_dim_out).
*OR.(I_VAR.GT.ip_dim2)) THEN
      PRINT *,'POLLES OI METABLHTES EISODOU,pata otidipote gia sinexeia'
      READ *,SOMETHING
      CLOSE (ICH1)
      GOTO 18000
      ENDIF
C      diabase elaxista timwn kanonikopoiisis variables
      READ (ICH1,*,END=95) (Rkanmin(I1),I1=1,I_VAR)
C      diabase megista timwn kanonikopoiisis variables
      READ (ICH1,*,END=95) (Rkanmax(I1),I1=1,I_VAR)
C      diabase rithmiseis neurwnwn-parametroi barwn prwtou krimmenou strwmματος
      READ (ICH1,*,END=95) I_PL_BARWN_1_min,I_PL_BARWN_1_max,
* I_PL_BARWN_1_bima
      IF (I_PL_BARWN_1_max.GT.ip_dim_q1) THEN
      PRINT *,'POLLOI OI NEURWNES EISDODOU,pata otidipote gia sinexeia'
      READ *,SOMETHING
      CLOSE (ICH1)
      GOTO 18000
      ENDIF
C      diabase rithmiseis momentum
      READ (ICH1,*,END=95) i_metab_momentum_min,i_metab_momentum_max,
* r_metab_momentum,i_T_momentum_min,i_T_momentum_max,
* i_T_momentum_bima,T_period_momentum
C      diabase rithmiseis rythmou ekpaideusis
      READ (ICH1,*,END=95) i_metab_trainrate_min,i_metab_trainrate_max,
* r_metab_trainrate,i_T_trainrate_min,i_T_trainrate_max,
* i_T_trainrate_bima,T_period_trainrate

C      epanalifeis gia siglisi
      READ (ICH1,*,END=95) IEPANMAX
      IF (IEPANMAX.LT.0) THEN
      PRINT *,'ARNHTIKOS ARITHMOS EPANALHFEWN,
*      pata otidipote gia sinexeia'
      READ *,SOMETHING
      CLOSE (ICH1)
      GOTO 18000
      ENDIF
C      orio gia siglisi barwn
      READ (ICH1,*,END=95) ELIMIT
      IF (ELIMIT.LT.0) THEN
      PRINT *,'ARNHTIKOS ARITHMOS elegxou oriou barwn,
*      pata otidipote gia sinexeia'
      READ *,SOMETHING
      CLOSE (ICH1)
      GOTO 18000
      ENDIF
      GOTO 98
C      anwmalo telos programmatos
95 CONTINUE
      PRINT *,'DEN YPARXOUN TA APARAITHTA DEDOMENA'
      PRINT *,' AKYRWSH PROGRAMMATOS'
      PRINT *,'pata otidipote gia sinexeia'
      READ *,SOMETHING
      CLOSE (ICH1)
      GOTO 18000
C      pliris anagnwsi dedomenwn
98 CONTINUE
      CLOSE (ICH1)

C -----
C      create the name of input
C -----
      PRINT *,'ENTER INPUT FILE NAME (only 8 characters):'

```

```

      READ *, FNAMEIN
c      FNAMEIN='edafgTX'
c      IP1 = count the length of the name of data file
      IP1 = LEN_TRIM (FNAMEIN)
C      input channel
      ICH1 = 10
C      create the complete name of data file and output file
      FNAME1 = FNAMEIN(1:IP1) //' .txt'

C-----
C      opening the input file 1
C-----
      OPEN ( ICH1, FILE = FNAME1, ACCESS = 'SEQUENTIAL',
*          STATUS = 'OLD', FORM = 'FORMATTED' )
C-----
      IMETRHTHS=1
C      read load per line
100 READ(ICH1,15,END=130) (RLOAD(I1),I1=1,I_VAR)
      IF (IMETRHTHS.GT.ip_dim1) THEN
      PRINT *, 'POLLA DIANYSMATA ANAGNWSHS,pata otidipote gia sinexeial'
      READ *,SOMETHING
      CLOSE (ICH1)
      GOTO 18000
      ENDIF
C      APOTHIKEUSI STOIXEIWN ODHGWN
      DO 110 I=1,I_VAR
      RDEDOMENA(I,IMETRHTHS)=RLOAD(I)
110 CONTINUE

      IMETRHTHS=IMETRHTHS+1
      GOTO 100
130 CONTINUE
      CLOSE (ICH1)
      IMETRHTHS=IMETRHTHS-1
      IDIANYSMATA=IMETRHTHS
      PRINT *, ' PLHTHOS STOIXEIWN : ', IDIANYSMATA

C -----
C      create the name of VALIDATION input file
C -----
      PRINT *, 'ENTER INPUT FILE NAME (only 8 characters):'
      READ *, FNAMEIN
c      FNAMEIN='edafgAX'
c      IP1 = count the length of the name of data file
      IP1 = LEN_TRIM (FNAMEIN)
C      input channel
      ICH1 = 10
C      create the complete name of data file and output file
      FNAME1 = FNAMEIN(1:IP1) //' .txt'

C-----
C      opening the input VALIDATION file
C-----
      OPEN ( ICH1, FILE = FNAME1, ACCESS = 'SEQUENTIAL',
*          STATUS = 'OLD', FORM = 'FORMATTED' )
C-----
      IMETRHTHS=1
C      read load per line
180 READ(ICH1,15,END=200) (RLOAD(I1),I1=1,I_VAR)
      IF (IMETRHTHS.GT.ip_dim_aj) THEN
      PRINT *, 'POLLA DIANYSMATA ANAGNWSHS,pata otidipote gia sinexeia2'
      READ *,SOMETHING
      CLOSE (ICH1)
      GOTO 18000
      ENDIF
C      APOTHIKEUSI STOIXEIWN ODHGWN
      DO 190 I=1,I_VAR

```

```

RDED_AJ(I,IMETRHTHS)=RLOAD(I)
190 CONTINUE

IMETRHTHS=IMETRHTHS+1
GOTO 180
200 CONTINUE
CLOSE (ICH1)
IMETRHTHS=IMETRHTHS-1
IDIAN_AJ=IMETRHTHS
PRINT *, ' PLHTHOS STOIXEIWN : ', IDIAN_AJ

C-----
C      ELEGXOS ANAGNWSHS DEDOMENWN - EGGRAPH SE 1 BOHTHIKO ARXEIO
C-----
C      arxeio elegxou olikou
      ICH_01 = 21
      FNAME_ELE = 'ELEGXOS_EGGRAPHHS'//'.txt'
C      anoigma arxeiou olikou arxeiou sfalmatos
      OPEN(ICH_01,FILE = FNAME_ELE, ACCESS='SEQUENTIAL')
      WRITE(ICH_01,18)
      WRITE(ICH_01,17) I_IN_VAR,I_OUT_VAR,I_VAR
      WRITE(ICH_01,19)
      WRITE(ICH_01,20)
      WRITE(ICH_01,27) (Rkanmin(J),J=1,I_VAR)
      WRITE(ICH_01,27) (Rkanmax(J),J=1,I_VAR)
      WRITE(ICH_01,21) I_PL_BARWN_1_min,I_PL_BARWN_1_max,
* I_PL_BARWN_1_bima
C      grafe rithmiseis momentum
      WRITE(ICH_01,22)
      WRITE(ICH_01,24)
      WRITE(ICH_01,25) i_metab_momentum_min,i_metab_momentum_max,
* r_metab_momentum,i_T_momentum_min,i_T_momentum_max,
* i_T_momentum_bima,T_period_momentum
C      grafe rithmiseis rythmou ekpaideusis
      WRITE(ICH_01,23)
      WRITE(ICH_01,24)
      WRITE(ICH_01,25) i_metab_trainrate_min,i_metab_trainrate_max,
* r_metab_trainrate,i_T_trainrate_min,i_T_trainrate_max,
* i_T_trainrate_bima,T_period_trainrate
C      GRAFE epanalifeis-sfalma
      WRITE(ICH_01,26) IEPANMAX, ELIMIT
      WRITE(ICH_01,51)

      DO 450 I1=1,IDIANYSMATA
        WRITE(ICH_01,16) I1,(RDEDOMENA(J,I1),J=1,I_VAR)
450 CONTINUE
      WRITE(ICH_01,51)
      DO 460 I1=1,IDIAN_AJ
        WRITE(ICH_01,16) I1,(RDED_AJ(J,I1),J=1,I_VAR)
460 CONTINUE

      CLOSE(ICH_01)

C*****
C      KANONIKOPOIHSH DIANYSMATOS EISODOU
C*****
      DO 800 I1=1,IDIANYSMATA
        DO 780 J=1,I_VAR
          RDEDOMENA(J,I1)=0.8*(RDEDOMENA(J,I1)-Rkanmin(J))
*
*          / (Rkanmax(J)-Rkanmin(J))+0.1
780 CONTINUE
800 CONTINUE
      DO 820 I1=1,IDIAN_AJ
        DO 805 J=1,I_VAR
          RDED_AJ(J,I1)=0.8*(RDED_AJ(J,I1)-Rkanmin(J))
*
*          / (Rkanmax(J)-Rkanmin(J))+0.1
805 CONTINUE

```

```

820 CONTINUE

C-----
C   arxeio elegxou kanonikopoiisis
   ICH_01 = 21
   FNAME_ELE = 'ELEG_kanonikopoiisis'//'.txt'
C   anoigma arxeiou olikou arxeiou sfalmatos
   OPEN(ICH_01,FILE = FNAME_ELE, ACCESS='SEQUENTIAL')
   DO 850 I1=1,IDIANYSMATA
     WRITE(ICH_01,16) I1,(RDEDOMENA(J,I1),J=1,I_VAR)
850 CONTINUE
   WRITE(ICH_01,51)
   DO 860 I1=1,IDIANYSMATA
     WRITE(ICH_01,16) I1,(RDED_AJ(J,I1),J=1,I_VAR)
860 CONTINUE
   CLOSE(ICH_01)
C*****
C   SXHMATISMOS PINAKA DIANYSMATWN PRAGMATOPOIHSHS EKPAIDEYSHS
C*****
C   ----- SENARIA -----
C*****
   DO 12000 I_FLAG_SENARIO=1,1

C   SENARIO = 1 :
   IF ( I_FLAG_SENARIO.EQ.1 ) THEN
C     gia kathe dianisma ekpaideusis
     IMET_DIAN=0
     DO 1030 IMETRHTHS=1,IDIANYSMATA
       IMET_DIAN=IMETRHTHS
C     apthikeusi metalitwn eisodou
     DO 1005 I=1,I_IN_VAR
       R_DEDOM_X(I,IMET_DIAN)= RDEDOMENA(I,IMETRHTHS)
1005 CONTINUE
C     apothikeusi metablitwn ejodou
     DO 1010 I=1,I_OUT_VAR
       I_HELP1=I+I_IN_VAR
       R_DEDOM_Y(I,IMET_DIAN)=RDEDOMENA(I_HELP1,IMETRHTHS)
1010 CONTINUE
1030 CONTINUE
     IENERGADIANYSMATA=IMET_DIAN
     iqin=I_IN_VAR
     iqout=I_OUT_VAR

C   ----- gia kathe dianisma ajiologisis
     IMET_DIAN=0
     DO 1060 IMETRHTHS=1,IDIANYSMATA
       IMET_DIAN=IMETRHTHS
C     apthikeusi metalitwn eisodou
     DO 1035 I=1,I_IN_VAR
       R_DE_AJ_X(I,IMET_DIAN)=RDED_AJ(I,IMETRHTHS)
1035 CONTINUE
C     apothikeusi metablitwn ejodou
     DO 1040 I=1,I_OUT_VAR
       I_HELP1=I+I_IN_VAR
       R_DE_AJ_Y(I,IMET_DIAN)= RDED_AJ(I_HELP1,IMETRHTHS)
1040 CONTINUE
1060 CONTINUE
     IENERGADIAN_AJ=IMET_DIAN
C   telos gia senario 1
     ENDIF

C-----
C   ELEGXOS ANAGNWSHS DEDOMENWN - EGGRAPH SE 1 BOHTHIKO ARXEIO
C-----
c   onomata diaforetikwn arxeiwn
C-----

   IPROX=I_FLAG_SENARIO
   DO 2000 I=1,3

```



```

        CALL DIAIR(IPROX,J,10)
        CALL FINDCHAR(J,CHCH(I))
2000  CONTINUE
C     arxeio elegxou olikou
        ICH_01 = 21

        FNAME_ELE = 'ELEG_EISODOU'//CHCH(3)//CHCH(2)//CHCH(1)//'.txt'

C     anoigma arxeiou olikou arxeiou sfalmatos
        OPEN(ICH_01,FILE = FNAME_ELE, ACCESS='SEQUENTIAL')
        DO 2001 I1=1,IENERGADIANYSMATA
            WRITE(ICH_01,52) I1,
            * (R_DEDOM_X(J,I1),J=1,iqin)
2001  CONTINUE
        WRITE(ICH_01,51)
        DO 2002 I1=1,IENERGADIANYSMATA
            WRITE(ICH_01,52) I1,
            * (R_DEDOM_Y(J,I1),J=1,iqout)
2002  CONTINUE
        DO 2006 I1=1,IENERGADIAN_AJ
            WRITE(ICH_01,52) I1,
            * (R_DE_AJ_X(J,I1),J=1,iqin)
2006  CONTINUE
        WRITE(ICH_01,51)
        DO 2008 I1=1,IENERGADIAN_AJ
            WRITE(ICH_01,52) I1,
            * (R_DE_AJ_Y(J,I1),J=1,iqout)
2008  CONTINUE
        CLOSE(ICH_01)

C-----
C     metabasi dedomenwn se kirios programma
        DO 3500 I1=1,IENERGADIANYSMATA
            DO 3480 I2=1,iqin
                XEISODOS(I2,I1)=R_DEDOM_X(I2,I1)
3480  CONTINUE
            DO 3490 I2=1,iqout
                YEJODOS(I2,I1)=R_DEDOM_Y(I2,I1)
3490  CONTINUE
3500  CONTINUE

C-----
C     metabasi dedomenwn se kirios programma
        DO 3600 I1=1,IENERGADIAN_AJ
            DO 3580 I2=1,iqin
                XEISODOS_AJ(I2,I1)=R_DE_AJ_X(I2,I1)
3580  CONTINUE
            DO 3590 I2=1,iqout
                YEJODOS_AJ(I2,I1)=R_DE_AJ_Y(I2,I1)
3590  CONTINUE
3600  CONTINUE

C////////////////////////////////////
C-----
C     arxeio elegxou barwn
        ICH_001 = 31
        FNAME_ELE1 = 'ELEG_BARWN&SYNG'//CHCH(3)//CHCH(2)//CHCH(1)//'.txt'
C     anoigma arxeiou olikou arxeiou sfalmatos
        OPEN(ICH_001,FILE = FNAME_ELE1, ACCESS='SEQUENTIAL')

C     arxeio elegxou epanalifewn - "tyxaias' epilogis dianismatwn
        ICH_002 = 32
        FNAME_ELE2 = 'ELEG_epiloghs'//CHCH(3)//CHCH(2)//CHCH(1)//'.txt'
C     anoigma arxeiou olikou arxeiou sfalmatos
        OPEN(ICH_002,FILE = FNAME_ELE2, ACCESS='SEQUENTIAL')

C     arxeio elegxou epanalifewn - "tyxaias' epilogis dianismatwn

```

```

        ICH_003 = 33
        FNAME_ELE3 = 'ELEG_ejodou'//CHCH(3)//CHCH(2)//CHCH(1)//'.txt'
C      anoigma arxeiou olikou arxeiou sfalmatos
        OPEN(ICH_003,FILE = FNAME_ELE3, ACCESS='SEQUENTIAL')

C*****
C//////////--dokimes diaforwn katigoriwn back propapgation

C      simaies energopoiisis sinartisewn katwfliou
C      DO 7600 ISYNFLAG_1 = 1,1
C      DO 7590 ISYNFLAG_2 = 1,1
        DO 7600 ISYNFLAG_1 = 2,2
        DO 7590 ISYNFLAG_2 = 2,2

c      DO 7580 ISYNFLAG_3 = 1,15
C      plithos barwn
        DO 7570 iq1=I_PL_BARWN_1_min,I_PL_BARWN_1_max,I_PL_BARWN_1_bima

C      arxikopoiisi momentum
        DO 7550 i_momentum_1=i_metab_momentum_min,i_metab_momentum_max
        r_momentum_arx=(1.0*i_momentum_1)*r_metab_momentum

        DO 7545 i_momentum_2=i_T_momentum_min,i_T_momentum_max,
*              i_T_momentum_bima
        r_momentum_T=(1.0*i_momentum_2) * T_period_momentum

C      training rate
        DO 7540 i_trainrate_1=i_metab_trainrate_min,i_metab_trainrate_max
        trainrate_arx=(1.0*i_trainrate_1)*r_metab_trainrate

        DO 7535 i_trainrate_2=i_T_trainrate_min,i_T_trainrate_max,
*              i_T_trainrate_bima
        trainrate_T=(1.0*i_trainrate_2) * T_period_trainrate

C*****
C      PYRHNAS METHODOY BACK - PROPAGATION - APLH METHODOS
C      ME ON -LINE EKPAIDEUSH -2 EPIPEDA
C*****
C-----
C      ARXIKOPOIHSH BARWN DIANYSMATOS EKPAIDEUSHS
C      epipeda iqin - iq1- iqout
        DO 4100 I_iq1=1, iq1
        DO 4050 I_iqin=1,iqin
C      times apo -1 ws 1
c      W1(I_iq1,I_iqin)=0.01*RAND(0)
        W1(I_iq1,I_iqin)=0.001*(-1.0+2.0*RAND(0))
4050 CONTINUE
c      W1pol(I_iq1)=0.01*RAND(0)
        W1pol(I_iq1)=0.001*(-1.0+2.0*RAND(0))
4100 CONTINUE

        DO 4200 I_iqout=1,iqout
        DO 4150 I_iq1=1, iq1
C      times apo -1 ws 1
c      W2(I_iqout,I_iq1)=0.01*RAND(0)
        W2(I_iqout,I_iq1)=0.001*(-1.0+2.0*RAND(0))
4150 CONTINUE
c      W2pol(I_iqout)=0.01*RAND(0)
        W2pol(I_iqout)=0.001*(-1.0+2.0*RAND(0))
4200 CONTINUE

C//////////

C      WRITE(ICH_001,54) ISYNFLAG_1,ISYNFLAG_2,ISYNFLAG_3,i_momentum_1,
C      * i_momentum_2,i_trainrate_1,i_trainrate_2,iq1
C      DO 4300 I1=1,iq1
C      WRITE(ICH_001,53) (W1(I1,J),J=1,iqin),W1pol(I1)
    
```

```

C 4300 CONTINUE
C      DO 4305 I1=1,iqout
C          WRITE(ICH_001,53) (W2(I1,J),J=1,iq1),W2pol(I1)
C 4305 CONTINUE

C////////////////////////////////////

C-----
C      PAROUSIASH PROTYPWN EKPAIDEUSHS
C          I_EPOCH=0
C      EPANALHFH EPOXHS
C 5000 CONTINUE

C          I_EPOCH=I_EPOCH+1
C          IF (I_EPOCH.EQ.1) THEN
C              I_FLAG_EPOCH_1=1
C          ELSE
C              I_FLAG_EPOCH_1=0
C          ENDIF
C      training rate
C      training_rate =trainrate_arx*EXP(( -1.0)*I_EPOCH)/trainrate_T)
C      momentum
C      r_momentum=r_momentum_arx*EXP( ((-1.0)*I_EPOCH)/r_momentum_T)

C      apothikeusi barwn pros elegxo=>

C-----
C      ARXIKOPOIHS BARWN DIANYSMATOS EKPAIDEUSHS
C      epipeda iqin - iq1- iqout
C      DO 4400 I_iq1=1, iq1
C      DO 4350 I_iqin=1,iqin
C          times apo -1 ws 1
C          Wlpalio(I_iq1,I_iqin)=W1(I_iq1,I_iqin)
C 4350 CONTINUE
C          Wlpolpalio(I_iq1)=Wlpol(I_iq1)
C 4400 CONTINUE

C          DO 4500 I_iqout=1,iqout
C          DO 4450 I_iq1=1, iq1
C          times apo -1 ws 1
C          W2palio(I_iqout,I_iq1)=W2(I_iqout,I_iq1)
C 4450 CONTINUE
C          W2polpalio(I_iqout)=W2pol(I_iqout)
C 4500 CONTINUE

C          DO 5010 JJ=1,IENERGADIANYSMATA
C              I_ENERGA_EPOCHHS(JJ)=1
C 5010 CONTINUE

C          DO 7400 I_DIANYSMATA1=1,IENERGADIANYSMATA

C-      posa energa dianismata yparxoun se kathe ektelesi
C-      -> ligotero kata ena apo progigoumeni
C      IF (I_DIANYSMATA1.LT.IENERGADIANYSMATA) THEN
C          I_trexon_dianismata=IENERGADIANYSMATA+1-I_DIANYSMATA1
C-      epeidi ginetai apokopi fifiou jekiname apo 1 ws I_trexon_dianismata
C-      & 0.000001 gia na eimaste sigouroi gia mi monada
C      P_THESH_ENTOS_PINAKA= 1.0+RAND(0) * I_trexon_dianismata -0.0000001

C          I_THESH_ENTOS_PINAKA= P_THESH_ENTOS_PINAKA
C          I_POSA_ENERGA_DIAN=0
C          DO 5020 JJ=1,IENERGADIANYSMATA
C              IF (I_ENERGA_EPOCHHS(JJ).EQ.1) THEN
C                  I_POSA_ENERGA_DIAN=I_POSA_ENERGA_DIAN+1
C              IF (I_POSA_ENERGA_DIAN.EQ.I_THESH_ENTOS_PINAKA) THEN
C                  I_ENERGA_EPOCHHS(JJ)=0
C-----
C          anatesi timis
    
```

```

        IMET_DIAN=JJ
        GOTO 5025
    ENDIF
ENDIF
5020 CONTINUE
5025 CONTINUE
ELSE
    DO 5028 JJ=1, IENERGADIANYSMATA
        IF (I_ENERGA_EPOCHHS(JJ).EQ.1) THEN
C--          anthesi timis
            IMET_DIAN=JJ
            GOTO 5029
        ENDIF
5028 CONTINUE
5029 CONTINUE
    ENDIF
c+++++++=====
C          IMET_DIAN=I_DIANYSMATA1
c+++++++
C\////////////////////////////////
c          WRITE(ICH_002,56) IMET_DIAN,P_THESH_ENTOS_PINAKA,
c          * I_THESH_ENTOS_PINAKA
C\////////////////////////////////

C----- orthi metabasi
C          lo epipedo
C          gia kathe neurwna lou epipedou
DO 5100 I_iq1=1, iq1
    U1(I_iq1)=0.0
C          gia stoixeia eisodou
DO 5050 I_iqin=1,iqin
C          XEISODOS(I_iqin,IMET_DIAN) einai o pinakas dedomenwn apo ekpaideusi
C          prwti thesi : stili megethos dianismatos-metritits dianismatwn
    U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1(I_iq1,I_iqin)* XEISODOS(I_iqin,IMET_DIAN)
5050 CONTINUE
C          polwsi
    U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1pol(I_iq1)
    Y1(I_iq1)=SYN_EFARMOGHS(ISYNFLAG_1,U1(I_iq1))
5100 CONTINUE

C\////////////////////////////////
c          if (IMET_DIAN.eq.10) then
c          write(ICH_002,51)
c          WRITE(ICH_002,57) (U1(I_iq1),I_iq1=1,iq1)
c          WRITE(ICH_002,57) (Y1(I_iq1),I_iq1=1,iq1)
c          endif
C\////////////////////////////////

C          2o epipedo
C          gia kathe neurwna 2ou epipedou
DO 5300 I_iq2=1, iqout
    U2(I_iq2)=0.0
C          gia stoixeia eisodou
DO 5250 I_iq1=1, iq1
    U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2(I_iq2,I_iq1)*Y1(I_iq1)
5250 CONTINUE
    U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2pol(I_iq2)
C edw to Y2 einai i ejodos tou diktiou
    Y2(I_iq2)=SYN_EFARMOGHS(ISYNFLAG_2,U2(I_iq2))
C          error - sima sfalmatos
    ERROR_PIN(I_iq2) = YEJODOS(I_iq2,IMET_DIAN)-Y2(I_iq2)

5300 CONTINUE
C\////////////////////////////////
c          if (IMET_DIAN.eq.10) then
c          write(ICH_002,51)

```

```

c      WRITE(ICH_002,57) (U2(I_iq2),I_iq2=1,iqout)
c      WRITE(ICH_002,57) (Y2(I_iq2),I_iq2=1,iqout)
c      WRITE(ICH_002,57) (ERROR_PIN(I_iq2),I_iq2=1,iqout)
c      endif
C\////////////////////////////////
C----- antistrofi metabasi
C      2o epipedo
C      gia kathe neurwna 2ou epipedou - plithos neurwnwn 2oou epipedou "iqout"
      DO 6300 I_iq2=1, iqout
        Delta2(I_iq2)=ERROR_PIN(I_iq2)*PARAG_SYN_EF(ISYNFLAG_2,U2(I_iq2))

C      anaprosarmogi barous
      DO 6250 I_iq1=1, iq1
C      gia prwti epanalifi => moideniste diafora barous !!!!
      IF (I_FLAG_EPOCH_1.EQ.1) THEN
        DW2(I_iq2,I_iq1) = 0.0
      ENDIF
      PROX_W2=W2(I_iq2,I_iq1) + r_momentum * DW2(I_iq2,I_iq1)
      *   + training_rate * Delta2(I_iq2) * Y1(I_iq1)

      DW2(I_iq2,I_iq1) = PROX_W2 - W2(I_iq2,I_iq1)
      W2(I_iq2,I_iq1) = PROX_W2
6250 CONTINUE
C      gia polwsi
      IF (I_FLAG_EPOCH_1.EQ.1) THEN
        DW2pol(I_iq2)=0.0
      ENDIF
      PROX_W2=W2pol(I_iq2) + r_momentum * DW2pol(I_iq2)
      *   + training_rate * Delta2(I_iq2) * Y1(I_iq1)
      DW2pol(I_iq2)=PROX_W2-W2pol(I_iq2)
      W2pol(I_iq2)=PROX_W2
6300 CONTINUE

C      1o epipedo
C      gia kathe neurwna lou epipedou - plithos neurwnwn epipedou "iq1"
      DO 6400 I_iq1=1, iq1
        ATHR_LATHOUS1=0.0
        DO 6350 I_iq2=1, iqout
          ATHR_LATHOUS1=ATHR_LATHOUS1+W2(I_iq2,I_iq1)*Delta2(I_iq2)
6350 CONTINUE
        Delta1(I_iq1)=PARAG_SYN_EF(ISYNFLAG_1,U1(I_iq1))*ATHR_LATHOUS1

C      anaprosarmogi barous
      DO 6370 I_iqin=1,iqin

C      gia prwti epanalifi => moideniste diafora barous !!!!
      IF (I_FLAG_EPOCH_1.EQ.1) THEN
        DW1(I_iq1,I_iqin) = 0.0
      ENDIF
      PROX_W1=W1(I_iq1,I_iqin)+ r_momentum * DW1(I_iq1,I_iqin)
      *   + training_rate * Delta1(I_iq1) * XEISODOS(I_iqin,IMET_DIAN)

      DW1(I_iq1,I_iqin) = PROX_W1 - W1(I_iq1,I_iqin)
      W1(I_iq1,I_iqin) = PROX_W1
6370 CONTINUE

C      gia polwsi
      IF (I_FLAG_EPOCH_1.EQ.1) THEN
        DW1pol(I_iq1)=0.0
      ENDIF
      PROX_W1=W1pol(I_iq1) + r_momentum * DW1pol(I_iq1)
      *   + training_rate * Delta1(I_iq1) * XEISODOS(I_iqin,IMET_DIAN)
      DW1pol(I_iq1)=PROX_W1-W1pol(I_iq1)
      W1pol(I_iq1)=PROX_W1
6400 CONTINUE
7400 CONTINUE

```

```

C*****
C      ELEGXOS SYGLISHS
C*****
C-----
C      ELEGXOS ALLAGHS WARWN SFLALAMTWN
C      epipeda iqin - iq1- iqout
C      SFALMA_W1=0.0
C      SFALMA_W1pol=0.0
C      DO 7450 I_iq1=1, iq1
C      DO 7445 I_iqin=1,iqin
C      times apo -1 ws 1
C      SFALMA_W1=SFALMA_W1+(W1palio(I_iq1,I_iqin)-W1(I_iq1,I_iqin))**2
7445 CONTINUE
C      SFALMA_W1pol=SFALMA_W1pol+(W1polpalio(I_iq1)-W1pol(I_iq1))**2
7450 CONTINUE
C      SFALMA_W1=SQRT(SFALMA_W1)
C      SFALMA_W1pol=SQRT(SFALMA_W1pol)

C      SFALMA_W2=0.0
C      SFALMA_W2pol=0.0
C      DO 7460 I_iqout=1,iqout
C      DO 7455 I_iq1=1, iq1
C      times apo -1 ws 1
C      SFALMA_W2=(W2palio(I_iqout,I_iq1)-W2(I_iqout,I_iq1))**2
7455 CONTINUE
C      SFALMA_W2pol=(W2polpalio(I_iqout)-W2pol(I_iqout))**2
7460 CONTINUE
C      SFALMA_W2=SQRT(SFALMA_W2)
C      SFALMA_W2pol=SQRT(SFALMA_W2pol)

C      elegxos ikanopoiisis allagis barwn
C      IF ((SFALMA_W1.LE.ELIMIT).AND.(SFALMA_W1pol.LE.ELIMIT).AND.
* (SFALMA_W2.LE.ELIMIT).AND.(SFALMA_W2pol.LE.ELIMIT) ) THEN
C      I_SHMAIA_BARWN_EPAN=1
C      ELSE
C      I_SHMAIA_BARWN_EPAN=0
C      ENDIF

C-----
C      EURESH SFALMATOS EKPAIDEUSHS
C      ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN=0.0
C      ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN =0.0
C      ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX =0.0
C      DO 7480 IMET_met=1,IENERGADIANYSMATA
C      lo epipedo
C      gia kathe neurwna lou epipedou
C      DO 7465 I_iq1=1, iq1
C      U1(I_iq1)=0.0
C      gia stoixeia eisodou
C      DO 7462 I_iqin=1,iqin
C      XEISODOS(I_iqin,IMET_DIAN) einai o pinakas dedomenwn apo ekpaideusi
C      prwti thesi : stili megethos dianismatos-metritits dianismatwn
C      U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1(I_iq1,I_iqin)* XEISODOS(I_iqin,IMET_met)
7462 CONTINUE
C      polwsi
C      U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1pol(I_iq1)
C      Y1(I_iq1)=SYN_EFARMOGHS(ISYNFLAG_1,U1(I_iq1))
7465 CONTINUE
C      2o epipedo
C      gia kathe neurwna 2ou epipedou
C      DO 7470 I_iq2=1, iqout
C      U2(I_iq2)=0.0
C      gia stoixeia eisodou
C      DO 7468 I_iq1=1, iq1
C      U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2(I_iq2,I_iq1)*Y1(I_iq1)
7468 CONTINUE
C      U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2pol(I_iq2)

```

```

C edw to Y2 einai i ejodos tou diktiou
  Y2(I_iq2)=SYN_EFARMOGHS( ISYNFLAG_2,U2(I_iq2))
C error - sima sfalmatos
  I_ejodos_I_iq_2=I_IN_VAR+I_iq2
  ERROR_SFALMA=(YEJODOS(I_iq2,IMET_met)-Y2(I_iq2))*
* (Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2)-Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2))/0.8
c if (i_epoch.eq.100) then
c print *,Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2),Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2),
c * YEJODOS(I_iq2,IMET_met),Y2(I_iq2)
c endif
C euresi mesou sfalmatos
  ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN=ABS(ERROR_SFALMA)
* +ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN
  ERROR_SFALMA=ERROR_SFALMA**2
  ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN= ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN+ERROR_SFALMA
C euresi megistou
  IF (ERROR_SFALMA.GE.ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX) THEN
    ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX = ERROR_SFALMA
  I_DIANY_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX =IMET_met
  I_THESH_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX =I_iq2
  ENDIF
7470 CONTINUE
7480 CONTINUE
  ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX =SQRT(ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX)
  ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN=0.5*(ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN
* /(1.0*(IENERGADIANYSMATA)))
  ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN=ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN
* /(1.0*(IENERGADIANYSMATA*iqout))
C-----
C EURESH SFALMATOS EKTIMHSHS
  ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN=0.0
  ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN=1000000.0
  ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX=0.0
  ERROR_SFALMA_AJ_MEAN =0.0
  ERROR_SFALMA_AJ_MAX =0.0
  DO 7500 IMET_met=1,IENERGADIAN_AJ
C lo epipedo
C gia kathe neurwna lou epipedou
  DO 7485 I_iq1=1, iq1
    U1(I_iq1)=0.0
C gia stoixeia eisodou
  DO 7482 I_iqin=1,iqin
C XEISODOS(I_iqin,IMET_DIAN) einai o pinakas dedomenwn apo ekpaideusi
C prwti thesi : stili megethos dianismatos-metritits dianismatwn
  U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1(I_iq1,I_iqin)* XEISODOS_AJ(I_iqin,IMET_met)
7482 CONTINUE
C polwsi
  U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1pol(I_iq1)
  Y1(I_iq1)=SYN_EFARMOGHS( ISYNFLAG_1,U1(I_iq1))
7485 CONTINUE
C 2o epipedo
C gia kathe neurwna 2ou epipedou
  DO 7495 I_iq2=1, iqout
    U2(I_iq2)=0.0
C gia stoixeia eisodou
  DO 7492 I_iq1=1, iq1
    U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2(I_iq2,I_iq1)*Y1(I_iq1)
7492 CONTINUE
  U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2pol(I_iq2)
C edw to Y2 einai i ejodos tou diktiou
  Y2(I_iq2)=SYN_EFARMOGHS( ISYNFLAG_2,U2(I_iq2))
C error - sima sfalmatos
C I_ejodos_I_iq_2=I_IN_VAR+I_iq2
  ERROR_SFALMA=( (YEJODOS_AJ(I_iq2,IMET_met)-Y2(I_iq2))*
* (Rkanmax(I_IN_VAR+I_iq2)-Rkanmin(I_IN_VAR+I_iq2))/0.8)**2
C se pragmatiki timi
  ERROR_SFALMA_PREDICT=(YEJODOS_AJ(I_iq2,IMET_met)-Y2(I_iq2))*

```

```

* (Rkanmax(I_IN_VAR+I_iq2)-Rkanmin(I_IN_VAR+I_iq2))/0.8
C   euresi mesou sfalmatos
      ERROR_SFALMA_AJ_MEAN= ERROR_SFALMA_AJ_MEAN +ERROR_SFALMA
C   euresi mesis apolitis timis se m
      ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN=ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN
* +ABS(ERROR_SFALMA_PREDICT)
C   euresi megistou
      IF (ERROR_SFALMA.GE.ERROR_SFALMA_AJ_MAX) THEN
        ERROR_SFALMA_AJ_MAX = ERROR_SFALMA
        I_DIANY_ERROR_SFALMA_AJ_MAX =IMET_met
        I_THESH_ERROR_SFALMA_AJ_MAX =I_iq2
      ENDIF
C   elaxisti timi se m
      IF (ERROR_SFALMA_PREDICT.LE.ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN) THEN
        ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN=ERROR_SFALMA_PREDICT
        I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MIN =IMET_met
        I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MIN =I_iq2
      ENDIF
      IF (ERROR_SFALMA_PREDICT.GE.ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX) THEN
        ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX=ERROR_SFALMA_PREDICT
        I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MAX =IMET_met
        I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MAX =I_iq2
      ENDIF
7495 CONTINUE
7500 CONTINUE
      ERROR_SFALMA_AJ_MAX = SQRT(ERROR_SFALMA_AJ_MAX)
      ERROR_SFALMA_AJ_MEAN=0.5*(ERROR_SFALMA_AJ_MEAN
*      /(1.0*(IENERGADIAN_AJ)))
      ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN=ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN
*      /(1.0*(IENERGADIAN_AJ*iqout))

C\//////////
c   PRINT *,I_EPOCH
c   *   ', ',ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN,' ',ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,
c   *   ', ',ERROR_SFALMA_AJ_MEAN,' ',ERROR_SFALMA_AJ_MAX
      IPROX_DIAIRETEOS=I_EPOCH
      CALL DIAIR(IPROX_DIAIRETEOS,IPROX_PHLIKO,100)
C   PRINT *,IPROX_PHLIKO
      IF (IPROX_PHLIKO.EQ.0) THEN
        WRITE(ICH_002,55) I_EPOCH,I_FLAG_EPOCH_1,training_rate,
*   r_momentum,I_SHMAIA_BARWN_EPAN,
*   ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN,ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,
*   I_DIANY_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,I_THESH_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,
*   ERROR_SFALMA_AJ_MEAN,ERROR_SFALMA_AJ_MAX,
*   I_DIANY_ERROR_SFALMA_AJ_MAX,I_THESH_ERROR_SFALMA_AJ_MAX,
*   ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN,ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN,
*   ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN,I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MIN,
*   I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MIN, ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX,
*   I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MAX,I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MAX
      ENDIF
C//////////
C   WRITE(ICH_001,54) ISYNFLAG_1,ISYNFLAG_2,ISYNFLAG_3,i_momentum_1,
C   *   i_momentum_2,i_trainrate_1,i_trainrate_2,iq1
C   DO 7510 I1=1,iq1
C   WRITE(ICH_001,53) (W1(I1,J),J=1,iqin),W1pol(I1)
C 7510 CONTINUE
C   DO 7515 I1=1,iqout
C   WRITE(ICH_001,53) (W2(I1,J),J=1,iq1),W2pol(I1)
C 7515 CONTINUE
C//////////
C+++++
      IF ((I_EPOCH.LT.IEPANMAX).AND.(I_SHMAIA_BARWN_EPAN.EQ.0))
*   GOTO 5000
c   READ *,STH
      WRITE(ICH_002,55) I_EPOCH,I_FLAG_EPOCH_1,training_rate,
*   r_momentum,I_SHMAIA_BARWN_EPAN,
*   ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN,ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,

```



```

* I_DIANY_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX, I_THESH_ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,
*   ERROR_SFALMA_AJ_MEAN, ERROR_SFALMA_AJ_MAX,
*   I_DIANY_ERROR_SFALMA_AJ_MAX, I_THESH_ERROR_SFALMA_AJ_MAX,
*   ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN, ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN,
*   ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN, I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MIN,
*   I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MIN, ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX,
*   I_DIANY_ERROR_SFA_PREAJ_MAX, I_THESH_ERROR_SFA_PREAJ_MAX
C   TELIKH KATAGRAFH ANA EKTELESH
C   mesi timi gia training
DO 7517 I_iq2=1, iqout
Ymean(I_iq2)=0.0
Ysumpred(I_iq2)=0.0
Ysumreal(I_iq2)=0.0
DO 7516 IMET_met=1, IENERGADIANYSMATA
  Ymean(I_iq2)=Ymean(I_iq2)+YEJODOS(I_iq2, IMET_met)
7516 CONTINUE
  I_ejodos_I_iq_2=I_IN_VAR+I_iq2
  Ymean(I_iq2)=Ymean(I_iq2)/(1.0*IENERGADIANYSMATA)
  Ymean(I_iq2)=Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2)+(Ymean(I_iq2)-0.1)*
  * (Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2)-Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2))/0.8
7517 CONTINUE
C   ANALYTIKA SFALMATA GIA training
DO 7522 IMET_met=1, IENERGADIANYSMATA
C   lo epipedo
DO 7519 I_iq1=1, iq1
  U1(I_iq1)=0.0
C   gia stoixeia eisodou
DO 7518 I_iqin=1, iqin
  U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1(I_iq1, I_iqin)*XEISODOS(I_iqin, IMET_met)
7518 CONTINUE
  U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1pol(I_iq1)
  Y1(I_iq1)=SYN_EFARMOGHS(ISYNFLAG_1, U1(I_iq1))
7519 CONTINUE
C   2o epipedo
DO 7521 I_iq2=1, iqout
  U2(I_iq2)=0.0
  DO 7520 I_iq1=1, iq1
    U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2(I_iq2, I_iq1)*Y1(I_iq1)
7520 CONTINUE
  U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2pol(I_iq2)
  Y2(I_iq2)=SYN_EFARMOGHS(ISYNFLAG_2, U2(I_iq2))
C   ejodoi pragmatikwn timwn
  I_ejodos_I_iq_2=I_IN_VAR+I_iq2
  YfinEJreal(I_iq2)=Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2)
  * (YEJODOS(I_iq2, IMET_met)-0.1)*
  * (Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2)-Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2))/0.8
  YfinEJpred(I_iq2)=Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2)+(Y2(I_iq2)-0.1)*
  * (Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2)-Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2))/0.8
  Ysumpred(I_iq2)=Ysumpred(I_iq2)
  * +(YfinEJpred(I_iq2)-Ymean(I_iq2))*2
  Ysumreal(I_iq2)=Ysumreal(I_iq2)
  * +(YfinEJreal(I_iq2)-Ymean(I_iq2))*2
7521 CONTINUE
C   eggrafi
WRITE(ICH_003, 61) IMET_met,
  * ((YfinEJpred(J), YfinEJreal(J)), J=1, iqout)
7522 CONTINUE
WRITE(ICH_003, 62)
C   euresi sixetisis
DO 7523 I_iq2=1, iqout
  R2real(I_iq2)=Ysumpred(I_iq2)/Ysumreal(I_iq2)
7523 CONTINUE
C   mesi timi gia predicting
DO 7525 I_iq2=1, iqout
  Ymean(I_iq2)=0.0
  Ysumpred(I_iq2)=0.0
  Ysumreal(I_iq2)=0.0

```

```

DO 7524 IMET_met=1, IENERGADIAN_AJ
  Ymean(I_iq2)=Ymean(I_iq2)+YEJODOS_AJ(I_iq2, IMET_met)
7524 CONTINUE
  I_ejodos_I_iq_2=I_IN_VAR+I_iq2
  Ymean(I_iq2)=Ymean(I_iq2)/(1.0*IENERGADIAN_AJ)
  Ymean(I_iq2)=Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2)+(Ymean(I_iq2)-0.1)*
  * (Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2)-Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2))/0.8
7525 CONTINUE
C   TELIKH KATAGRAFH -> STOIXEIA AJIOLOGHSHS
DO 7530 IMET_met=1, IENERGADIAN_AJ
C   1o epipedo
DO 7527 I_iq1=1, iq1
  U1(I_iq1)=0.0
DO 7526 I_iqin=1, iqin
  U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1(I_iq1, I_iqin)*
  * XEISODOS_AJ(I_iqin, IMET_met)
7526 CONTINUE
  U1(I_iq1)=U1(I_iq1)+W1pol(I_iq1)
  Y1(I_iq1)=SYN_EFARMOGHS(ISYNFLAG_1, U1(I_iq1))
7527 CONTINUE
C   2o epipedo
DO 7529 I_iq2=1, iqout
  U2(I_iq2)=0.0
DO 7528 I_iq1=1, iq1
  U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2(I_iq2, I_iq1)*Y1(I_iq1)
7528 CONTINUE
  U2(I_iq2)=U2(I_iq2)+W2pol(I_iq2)
  Y2(I_iq2)=SYN_EFARMOGHS(ISYNFLAG_2, U2(I_iq2))
C   error - sima sfalmatos
  I_ejodos_I_iq_2=I_IN_VAR+I_iq2
  YfinEJreal(I_iq2)=Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2)
  * (YEJODOS_AJ(I_iq2, IMET_met)-0.1)*
  * (Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2)-Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2))/0.8
  YfinEJpred(I_iq2)=Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2)+(Y2(I_iq2)-0.1)*
  * (Rkanmax(I_ejodos_I_iq_2)-Rkanmin(I_ejodos_I_iq_2))/0.8
  Ysumpred(I_iq2)=Ysumpred(I_iq2)
  * +(YfinEJpred(I_iq2)-Ymean(I_iq2))*2
  Ysumreal(I_iq2)=Ysumreal(I_iq2)
  * +(YfinEJreal(I_iq2)-Ymean(I_iq2))*2
7529 CONTINUE
  WRITE(ICH_003, 61) IMET_met,
  * ((YfinEJpred(J), YfinEJreal(J)), J=1, iqout)
7530 CONTINUE
C   euresi sisxetisis
DO 7531 I_iq2=1, iqout
  R2pred(I_iq2)=Ysumpred(I_iq2)/Ysumreal(I_iq2)
7531 CONTINUE
C   TELIKH KATAGRAFH -> PRWTA STOIXEIA EKTELESHS
  WRITE(ICH_003, 58) ISYNFLAG_1, ISYNFLAG_2, r_momentum_arx,
  * r_momentum_T, trainrate_arx, trainrate_T, iq1, I_EPOCH,
  * ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN, ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,
  * ERROR_SFALMA_AJ_MEAN, ERROR_SFALMA_AJ_MAX,
  * ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN, ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN,
  * ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN, ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX,
  * ((J, R2pred(J), R2real(J)), J=1, iqout)
  WRITE(ICH_001, 58) ISYNFLAG_1, ISYNFLAG_2, r_momentum_arx,
  * r_momentum_T, trainrate_arx, trainrate_T, iq1, I_EPOCH,
  * ERROR_SFALMA_TRAIN_MEAN, ERROR_SFALMA_TRAIN_MAX,
  * ERROR_SFALMA_AJ_MEAN, ERROR_SFALMA_AJ_MAX,
  * ERROR_SFALMA_PREDICT_TRAIN_MEAN, ERROR_SFALMA_PREDICT_MEAN,
  * ERROR_SFALMA_PREDICT_MIN, ERROR_SFALMA_PREDICT_MAX,
  * ((J, R2pred(J), R2real(J)), J=1, iqout)
C-----
C   apo simaies energopoiisis katwfliou & T1, T2
7535 CONTINUE
7540 CONTINUE
7545 CONTINUE

```

```

7550 CONTINUE
7560 CONTINUE
7570 CONTINUE
7580 CONTINUE
7590 CONTINUE
7600 CONTINUE
C-----
      CLOSE ( ICH_001 )
      CLOSE ( ICH_002 )
      CLOSE ( ICH_003 )
C////////// arxiko fakelo elegxou barwn
C          & fakelo epanalifewn-"tixaiwn" dianismatwn
C      telos senariou ektelesis
12000 CONTINUE
C      pros telos programmatos
18000 CONTINUE
      END
C*****
C      euresi pilikou & ipolipou apo diairesi me AKERAIO IDIAIRETHS
C      gia akeraious
      subroutine DIAIR(IPHL,IYPOL,IDIARETHS)
      INTEGER*4 IPHL,IYPOL,IPOX,IDIARETHS
      IPOX=IPHL/IDIARETHS
      IYPOL=IPHL-IPOX*IDIARETHS
      IPHL=IPOX
      return
      end
C*****
C      euresi xaraktirwn se thesi aritmwn
      SUBROUTINE FINDCHAR(INT_CHAR,FIN_CHAR)
      INTEGER INT_CHAR
      CHARACTER*1,FIN_CHAR
      IF (INT_CHAR.EQ.0) THEN
        FIN_CHAR='0'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.1) THEN
        FIN_CHAR='1'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.2) THEN
        FIN_CHAR='2'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.3) THEN
        FIN_CHAR='3'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.4) THEN
        FIN_CHAR='4'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.5) THEN
        FIN_CHAR='5'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.6) THEN
        FIN_CHAR='6'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.7) THEN
        FIN_CHAR='7'
      RETURN
      ENDIF
      IF (INT_CHAR.EQ.8) THEN
        FIN_CHAR='8'
      RETURN

```

```

ENDIF
IF (INT_CHAR.EQ.9) THEN
  FIN_CHAR='9'
RETURN
ENDIF
END
C*****
C  SYNARTHSH EFARMOGHS SE NEURWNES
C-----
REAL FUNCTION SYN_EFARMOGHS(IFLAG,TIMH)
PARAMETER ( a_TANH=0.7 )
INTEGER IFLAG
REAL TIMH,PROX_TIMH
C----- synartisi logistiki
IF (IFLAG.EQ.1) THEN
  PROX_TIMH=-1.0*TIMH
  SYN_EFARMOGHS=1.0/(1.0+EXP(PROX_TIMH))
ENDIF
C----- synartisi tanh(a*x)
IF (IFLAG.EQ.2) THEN
  PROX_TIMH=TIMH * a_TANH
  SYN_EFARMOGHS=TANH(PROX_TIMH)
ENDIF
END
C*****
C  PAPAGWOS SYNARTHSH EFARMOGHS SE NEURWNES
C-----
REAL FUNCTION PARAG_SYN_EF(IFLAG,TIMH)
PARAMETER ( a_TANH=0.7 )
INTEGER IFLAG
REAL TIMH,PROX_TIMH
C----- synartisi logistiki
IF (IFLAG.EQ.1) THEN
  PROX_TIMH=-1.0*TIMH
  PARAG_SYN_EF=EXP(PROX_TIMH)
  * /( (1.0+EXP(PROX_TIMH))*(1.0+EXP(PROX_TIMH)) )
ENDIF
C----- synartisi tanh(a*x)
IF (IFLAG.EQ.2) THEN
  PROX_TIMH=TIMH * a_TANH
  PARAG_SYN_EF=a_TANH*(1.0- TANH(PROX_TIMH)*TANH(PROX_TIMH) )
ENDIF
END
C*****

```

### Π 2.2 Αρχεία Εισόδου και Εξόδου του Προγράμματος

Τα αρχεία εισόδου συνόλου εκπαίδευσης και ελέγχου είναι τα αντίστοιχα αρχεία εξόδου του παραρτήματος 1. Το αρχείο εισόδου ελέγχου είναι το ακόλουθο.

```

5      1
1.0  0.0  0.0  100.0 -40.0 -200.0
10.0  7.0 40.0 10000.0 45.0 100.0
2     15     1
1     9     0.1  10   60   10   50
1     9     0.1  10   60   10   50
7000
0.0001

```

Σχήμα Π2.2-1: Τυπικό παράδειγμα αρχείου ελέγχου

Τα αρχεία εξόδου είναι τα ακόλουθα:

```

METABLHTES EISODOY-EJODOY-SYNOLIKES
      5      1      6
NS   LENGTH  TC  ELAST_MOD POINT SETTLEMENT
REGULARIZATION min-max
1.00 0.00 0.00 100.0 -40.00000 -200.000000000
10.00 7.00 40.00 10000.0 45.00000 100.000000000
PLHTHOS NEURWNWN-> ELAXISTO: 2 MEGISTO: 30 METABOLH METAJY NEURWNWN: 1
RYTMOS ORMHS: PARAGONTES STATHEROU OROU- PARAGONTES PERIODOY
      MIN  MAX  BHMA  - MIN  MAX  BHMA  dT
      6    6  0.1000  20    20    10    50
RYTMO MATHHSHS: PARAGONTES STATHEROU OROU- PARAGONTES PERIODOY
      MIN  MAX  BHMA  - MIN  MAX  BHMA  dT
      6    6  0.1000  20    20    10    50
MEGISTO PLHTHOS EPOXWN: 7000 ORIO SFALMATOS BARWN: 0.0001
* * * * *
1 3.50 1.00 10.00 6324.600 0.00000 -114.139999390
2 3.50 1.00 10.00 6324.600 0.99200 -82.068000793
3 3.50 1.00 10.00 6324.600 19.69100 0.000000000
4 3.50 1.00 10.00 2811.700 0.00000 -130.940002441
5 3.50 1.00 10.00 2811.700 0.99200 -96.601997375
6 3.50 1.00 10.00 2811.700 5.72200 -4.867800236
7 3.50 1.00 10.00 2811.700 25.60600 0.000000000
8 3.50 1.00 10.00 1885.900 8.14500 0.000000000
9 3.50 1.00 10.00 1885.900 11.17300 0.000000000
10 3.50 1.00 10.00 1185.700 0.00000 -118.239997864
11 3.50 1.00 10.00 1185.700 0.99200 -88.557998657
12 3.50 1.00 10.00 918.400 0.00000 -128.779998779
13 3.50 1.00 10.00 628.700 2.23300 -67.525001526
14 3.50 1.00 10.00 628.700 5.72200 -11.894000053
15 3.50 1.00 10.00 516.500 0.99200 -93.482002258
16 3.50 1.00 20.00 6324.600 8.14500 0.000000000
17 3.50 1.00 20.00 2811.700 11.17300 0.000000000
18 3.50 1.00 20.00 1885.900 0.99200 -98.488998413
19 3.50 1.00 20.00 1885.900 8.14500 0.000000000
20 3.50 1.00 20.00 1885.900 33.00000 0.000000000
.....
440 6.00 5.00 30.00 3326.900 8.14500 -0.465240002
441 6.00 5.00 30.00 1414.200 0.00000 -8.616999626
442 6.00 5.00 30.00 1414.200 33.00000 0.000000000
443 6.00 5.00 30.00 795.300 0.00000 -6.517799854
444 6.00 5.00 30.00 795.300 11.17300 -0.274500012
445 6.00 5.00 30.00 516.500 5.72200 -0.894240022
446 6.00 5.00 30.00 516.500 14.95900 -0.038911998
447 6.00 5.00 30.00 516.500 25.60600 0.000000000
* * * * *
1 3.50 1.00 10.00 6324.600 2.23300 -48.511001587
2 3.50 1.00 10.00 6324.600 3.78400 -18.756999969
3 3.50 1.00 10.00 6324.600 5.72200 -3.110399961
4 3.50 1.00 10.00 6324.600 8.14500 0.000000000
5 3.50 1.00 10.00 6324.600 11.17300 0.000000000
6 3.50 1.00 10.00 6324.600 14.95900 0.000000000
7 3.50 1.00 10.00 6324.600 25.60600 0.000000000
8 3.50 1.00 10.00 6324.600 33.00000 0.000000000
9 3.50 1.00 10.00 2811.700 2.23300 -60.539001465
10 3.50 1.00 10.00 2811.700 3.78400 -25.885999680
.....
2020 7.00 5.00 30.00 516.500 2.23300 -1.966500044
2021 7.00 5.00 30.00 516.500 3.78400 -1.286800027
2022 7.00 5.00 30.00 516.500 5.72200 -0.741689980
2023 7.00 5.00 30.00 516.500 8.14500 -0.384429991
2024 7.00 5.00 30.00 516.500 11.17300 -0.182050005
2025 7.00 5.00 30.00 516.500 14.95900 -0.080669001
2026 7.00 5.00 30.00 516.500 19.69100 -0.035316002
2027 7.00 5.00 30.00 516.500 25.60600 -0.014646000
2028 7.00 5.00 30.00 516.500 33.00000 0.000000000
    
```

Σχήμα Π2.2-2: Τυπικό παράδειγμα αρχείου εξόδου ελέγχου καταγραφής *ELEGXOS\_EGGRAFHS.txt* με τα στοιχεία αρχείων ελέγχου, συνόλου εκπαίδευσης και συνόλου ελέγχου

1	0.32	0.21	0.30	0.603	0.47647	0.328960001
2	0.32	0.21	0.30	0.603	0.48581	0.414485335
3	0.32	0.21	0.30	0.603	0.66180	0.633333325
4	0.32	0.21	0.30	0.319	0.47647	0.284159988
5	0.32	0.21	0.30	0.319	0.48581	0.375728011
6	0.32	0.21	0.30	0.319	0.53032	0.620352566
7	0.32	0.21	0.30	0.319	0.71747	0.633333325
8	0.32	0.21	0.30	0.244	0.55313	0.633333325
9	0.32	0.21	0.30	0.244	0.58163	0.633333325
.....						
440	0.54	0.67	0.70	0.361	0.55313	0.632092714
441	0.54	0.67	0.70	0.206	0.47647	0.610354662
442	0.54	0.67	0.70	0.206	0.78706	0.633333325
443	0.54	0.67	0.70	0.156	0.47647	0.615952551
444	0.54	0.67	0.70	0.156	0.58163	0.632601321
445	0.54	0.67	0.70	0.134	0.53032	0.630948722
446	0.54	0.67	0.70	0.134	0.61726	0.633229554
447	0.54	0.67	0.70	0.134	0.71747	0.633333325
* * * * *						
1	0.32	0.21	0.30	0.603	0.49749	0.503970683
2	0.32	0.21	0.30	0.603	0.51208	0.583314657
3	0.32	0.21	0.30	0.603	0.53032	0.625038922
4	0.32	0.21	0.30	0.603	0.55313	0.633333325
5	0.32	0.21	0.30	0.603	0.58163	0.633333325
6	0.32	0.21	0.30	0.603	0.61726	0.633333325
7	0.32	0.21	0.30	0.603	0.71747	0.633333325
8	0.32	0.21	0.30	0.603	0.78706	0.633333325
9	0.32	0.21	0.30	0.319	0.49749	0.471895993
10	0.32	0.21	0.30	0.319	0.51208	0.564303994
.....						
2026	0.63	0.67	0.70	0.134	0.66180	0.633239150
2027	0.63	0.67	0.70	0.134	0.71747	0.633294284
2028	0.63	0.67	0.70	0.134	0.78706	0.633333325

**Σχήμα Π2.2-3:** Τυπικό παράδειγμα αρχείου εξόδου ελέγχου καταγραφής τιμών κανονικοποίησης *ELEG\_kanonikoroiiisis.txt* για τα στοιχεία αρχείων συνόλου εκπαίδευσης & ελέγχου μετά τη πραγματοποίηση της κανονικοποίησης

1	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.602998018265	0.476470589638
2	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.602998018265	0.485807061195
3	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.602998018265	0.661797642708
4	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.319127261639	0.476470589638
5	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.319127261639	0.485807061195
6	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.319127261639	0.530324697495
7	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.319127261639	0.717468261719
8	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.244315162301	0.553129434586
9	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.244315162301	0.581628262997
10	0.32222232819	0.214285716414	0.300000011921	0.187733337283	0.476470589638
.....					
526	0.63333325386	0.671428561211	0.69999988079	0.133656561375	0.485807061195
527	0.63333325386	0.671428561211	0.69999988079	0.133656561375	0.497487068176
528	0.63333325386	0.671428561211	0.69999988079	0.133656561375	0.717468261719
* * * * *					
1	0.328960001469				
2	0.414485335350				
3	0.63333325386				
4	0.284159988165				
5	0.375728011131				
6	0.620352566242				
7	0.63333325386				
8	0.63333325386				
9	0.63333325386				
10	0.318026691675				

**Σχήμα Π2.2-4:** Τυπικό παράδειγμα αρχείου εξόδου *ELEG\_EISODOU001.txt* κανονικοποιημένων στοιχείων που εισέρχονται στο εκάστοτε διαμορφωμένο ΤΝΔ υπό εκτέλεση

2	2	0.60000	1000.00	0.60000	1000.00	2	3814	212.28833008	105.21089935	237.46905518
111.92733765			13.68005085		13.81534290			-111.92733765	35.66870880	1 0.3095113 0.3328488
2	2	0.60000	1000.00	0.60000	1000.00	3	3784	206.80645752	106.17001343	232.82484436
112.09148407			13.33022594		13.55989742			-112.09148407	35.36776352	1 0.3133945 0.3343105
2	2	0.60000	1000.00	0.60000	1000.00	4	4384	127.61640167	81.22732544	144.39076233
92.12721252			10.99766445		11.25816059			-92.12721252	37.05286026	1 0.5290021 0.5729274
2	2	0.60000	1000.00	0.60000	1000.00	5	4821	155.38230896	88.28077698	177.75683594
97.09277344			12.59402847		12.94930458			-97.09277344	41.78363037	1 0.5121950 0.5569784
2	2	0.60000	1000.00	0.60000	1000.00	6	3528	154.69689941	90.75042725	180.70391846
97.96389771			12.55937195		12.96567726			-97.96389771	41.72095490	1 0.5147943 0.5643606

.....

**Σχήμα Π2.2-5:** Τυπικό παράδειγμα αρχείου εξόδου *ELEG\_BARWN&SYNG001.txt*  
 τελικών αποτελεσμάτων εκάστοτε διαμορφωμένου ΤΝΔ  
 Σημειώνουμε ότι προσθέσαμε μία κενή γραμμή ανά γραμμή τελικών αποτελεσμάτων  
 προς καλύτερη ανάγνωση

1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
520										
521										
522										
523										
524										
525										
526										
527										
528										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
1940										
1941										
1942										
1943										
1944										
1945										
1946										
1947										
2	2	0.60000	1000.00	0.60000	1000.00	2	3814	212.28833008	105.21089935	237.46905518
111.92733765			13.68005085		13.81534290			-111.92733765	35.66870880	1 0.3095113 0.3328488

**Σχήμα Π2.2-6:** Τυπικό παράδειγμα αρχείου εξόδου *ELEG\_ejodou001.txt* που περιέχει τα  
 ζευγάρια εκτιμώμενης - πραγματικής εξόδου για σύνολα εκπαίδευσης -ελέγχου μετά τη  
 σύγκλιση για το εκάστοτε διαμορφωμένο ΤΝΔ

100	0	0.542902	0.542902	0	220.55360413	112.26702881	104	1
251.88429260			114.90672302	394	1	13.20082474	13.40082741	
-114.90672302	394	1		27.68971825	502	1		
200	0	0.491238	0.491238	0	220.45874023	109.73793030	104	1
248.44764709			115.36769104	208	1	13.13411045	13.28508949	
-115.36769104	208	1		31.09178734	557	1		
300	0	0.444491	0.444491	0	279.21496582	93.96968079	104	1
295.04583740			102.67607880	208	1	19.03534126	19.15777397	
-102.67608643	208	1		49.65424728	502	1		
400	0	0.402192	0.402192	0	221.56311035	101.11333466	104	1
242.60478210			110.29956818	208	1	14.64269352	14.77519131	
-110.29956818	208	1		41.99570465	502	1		
500	0	0.363918	0.363918	0	218.63519287	108.38649750	104	1
245.87147522			114.87374115	208	1	13.30747604	13.45020008	
-114.87374115	208	1		32.95938492	502	1		
.....								
3600	0	0.016394	0.016394	0	212.35145569	105.27462006	104	1
237.60307312			111.94545746	208	1	13.67996979	13.81639194	
-111.94546509	208	1		35.57143402	502	1		
3700	0	0.014834	0.014834	0	212.35083008	105.30584717	104	1
237.60932922			112.01354218	208	1	13.66290092	13.79999447	
-112.01354218	208	1		35.55341721	502	1		
3800	0	0.013422	0.013422	0	212.51557922	103.97871399	104	1
236.73518372			110.85465240	208	1	13.95854473	14.09045792	
-110.85465240	208	1		37.04226685	502	1		
3814	0	0.013236	0.013236	1	212.28833008	105.21089935	104	1
237.46905518			111.92733765	208	1	13.68005085	13.81534290	
-111.92733765	208	1		35.66870880	502	1		
-----								

**Σχήμα Π2.2-7:** Τυπικό παράδειγμα αρχείου εξόδου *ELEG\_epilogis001.txt* που περιέχει τα αποτελέσματα σύγκλισης ανά 100 εποχές για το εκάστοτε διαμορφωμένο ΤΝΔ υπό εκτέλεση

### Π 2.3 Πρόγραμμα Παρουσίασης Τρισδιάστατων Γραφικών Παραστάσεων σε *MATLAB*

Σ' αυτό το σημείο παρουσιάζεται ο κώδικας για την πραγματοποίηση τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων σε *MATLAB*, όπου τα υπό παράσταση μεγέθη αντιστοιχούν σε:

ztimi=13 : για μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μετακίνησης για το σύνολο εκπαίδευσης,

ztimi=14 : για μέση τιμή απόλυτου σφάλματος μετακίνησης για το σύνολο ελέγχου,

ztimi=18 : για συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων για το σύνολο εκπαίδευσης,

ztimi=19 : για συντελεστή προσαρμογής  $R^2$  μεταξύ εκτιμώμενων-πραγματικών μετακινήσεων για το σύνολο ελέγχου.

Τα διανύσματα [x] και [y] περιέχουν τα αντίστοιχα μεγέθη της αρχικής τιμής και της χρονικής παραμέτρου είτε του όρου ορμής, είτε του ρυθμού μάθησης, ανάλογα με την παράσταση.

```

Clear
xx=[ 2 2 0.30000 600.00 0.10000 500.00 8 2305 68.89271545 48.35584641 72.95131683
43.90053177 8.05125141 8.25771618 -43.90053177 43.15497589 1 0.8648854 0.8732303;
.....
2 2 0.30000 600.00 1.20000 2000.00 8 5000 50.00298309 51.52241898 52.46010971
41.66130066 7.00700903 7.17909765 -36.43870163 41.66130066 1 0.9333717 0.9334723
];

x=[0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9]
y=[500.00 1000.00 1500.00 2000.00 2500.00 3000.00]
ztimi=19;
z=[xx(1:6, ztimi)' ; xx(7:12, ztimi)' ;xx(13:18, ztimi)' ;xx(19:24, ztimi)' ; xx(25:30,
ztimi)' ;xx(31:36, ztimi)' ; xx(37:42, ztimi)' ; xx(43:48, ztimi)' ; xx(49:54, ztimi)']'
surf(x,y,z)
    
```