



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Βελτιστοποίηση Μεθόδου Πρόβλεψης  $\Theta$   
και Εφαρμογή επί των Μηνιαίων  
Δεδομένων των Διαγωνισμών M3 και T

ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Μ. ΦΩΤΙΟΣ

Επιβλέπων: Βασίλειος Ασημακόπουλος  
Καθηγητής, Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος: Κωνσταντίνος Νικολόπουλος  
Επίκουρος Καθηγητής, Manchester Business School

Αθήνα, Ιούνιος 2007





**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

# **Βελτιστοποίηση Μεθόδου Πρόβλεψης Θ και Εφαρμογή επί των Μηνιαίων Δεδομένων των Διαγωνισμών Μ3 και T**

**ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Μ. ΦΩΤΙΟΣ**

**Επιβλέπων:** Βασίλειος Ασημακόπουλος  
Καθηγητής, Ε.Μ.Π.

**Υπεύθυνος:** Κωνσταντίνος Νικολόπουλος  
Επίκουρος Καθηγητής, Manchester Business School

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 25<sup>η</sup> Ιουνίου 2007

.....  
Βασίλειος Ασημακόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ιωάννης Ψαρράς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Δημήτριος Ασκούνης  
Επίκουρος καθηγητής Ε.Μ.Π.

**Αθήνα, Ιούνιος 2007**

.....

Πετρόπουλος Μ. Φώτιος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών  
Ε.Μ.Π.

Copyright © Πετρόπουλος Μ. Φώτιος, 2007

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τη συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τη συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Πρόλογος

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων της Μονάδας Συστημάτων Πρόβλεψης και Προοπτικής κατά το ακαδημαϊκό έτος 2006-2007. Η μονάδα υπάγεται στον Τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων, της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ, του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Βασίλη Ασημακόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ σε βάθος με το αντικείμενο των προβλέψεων και την συμπαράστασή του σε κάθε δυσκολία που προέκυψε, καθώς και τον Καθηγητή κ. Ι. Ψαρρά και τον Επ. Καθηγητή κ. Δ. Ασκούνη για την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στην επιτροπή εξέτασης της εργασίας.

Θα ήθελα ιδιαιτέρως να ευχαριστήσω τον Επ. Καθηγητή κ. Κ. Νικολόπουλο για την πολύτιμη βοήθειά του σε κάθε φάση της εκπόνησης αυτού του έργου καθώς και για την καθοδήγηση του και τις συμβουλές του που οδήγησαν στην ολοκλήρωση της εργασίας.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω την Διδ. κα. Ε. Παγουρτζή για την καθοριστική βοήθειά της. Ευχαριστώ, τέλος, θερμά τον αγαπημένο μου φίλο και συνεργάτη στη μονάδα, Ν. Μπουγιούκο, που πάντα έβρισκε τρόπο να με εμπυχώνει στις δύσκολες στιγμές και την καλή μου φίλη Ε. Μαυροδοπούλου για το ενδιαφέρον και τη βοήθειά της.

Τέλος θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στα υπόλοιπα μέλη του εργαστηρίου και κυρίως στον Α. Ράπη και την Κ. Ζομπανάκη για τη βοήθειά τους.

Αθήνα, Ιούνιος 2007



## Περίληψη

Η ακρίβεια της πρόβλεψης καθώς και η μέτρησή της είναι ένα από τα ζητήματα που έχουν απασχολήσει ως επί το πλείστον τους ερευνητές και στατιστικούς του χώρου αυτού. Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι έχουν διεξαχθεί, και συνεχίζουν να διεξάγονται, πολλοί διαγωνισμοί προβλέψεων από πολλά μεγάλα ερευνητικά ινστιτούτα. Κύριος στόχος των διαγωνισμών αυτών είναι η δημιουργία ερεθισμάτων προς τους συμμετέχοντες για τη δημιουργία νέων μεθόδων και μοντέλων πρόβλεψης με σκοπό την ελαχιστοποίηση του σφάλματος κατά την παραγωγή προβλέψεων.

Ο μεγαλύτερος έως τώρα διαγωνισμός προβλέψεων που έχει διοργανωθεί είναι ο M3 (1999). Στον διαγωνισμό αυτό παρουσιάστηκε και η καινοτομία για την εποχή Μέθοδος Θ, η οποία είχε την καλύτερη συνολικά απόδοση από όλες τις μεθόδους που συμμετείχαν, ιδιαίτερα μεν στα μηνιαία δεδομένα. Η παρούσα εργασία έρχεται να απαντήσει στο ερώτημα αν και κατά πόσο θα μπορούσε να βελτιστοποιηθεί η μέθοδος Θ, εστιάζοντας στην απόδοσή της στα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού M3. Για τον σκοπό αυτό έγιναν διάφορα πειράματα για να αποδειχθεί ποιοι είναι οι παράγοντες/παράμετροι που επηρεάζουν σε ένα βαθμό την ακρίβεια της πρόβλεψης. Τα πειράματα εστίασαν κυρίως στις εξής παραμέτρους:

- Εποχιακότητα Χρονοσειρών
- Γραμμές Θ στο μοντέλο της Πρόβλεψης
- Συντελεστής Εξομάλυνσης στο Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου

Τα αποτελέσματα των πειραμάτων ήταν ικανοποιητικά, βελτιστοποιώντας την ακρίβεια της Μεθόδου Θ. Τέλος, έγινε επαλήθευση των αποτελεσμάτων αυτών στα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού πρόβλεψης T.

Τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας αναμένεται να παρουσιαστούν στο συνέδριο 22<sup>nd</sup> European Conference on Operational Research που θα πραγματοποιηθεί τον Ιούλιο του 2007 στην Πράγα.

**Λέξεις Κλειδιά:** Πρόβλεψη, Μέθοδος Θ, Διαγωνισμοί Πρόβλεψης, Ακρίβεια Πρόβλεψης, Εποχιακότητα, Γραμμές Θ, Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου

## Abstract

Forecast accuracy and its count is a matter that has engrossed researchers and statisticians of this universe of knowledge. It is not an occasional case that numerous forecast competitions have been organized and will be organized in the future. The basic target of these competitions is to give a stimulant to participant researchers in order to create and produce new forecast methods and new models which can give more accurate forecasts and minimum errors.

The biggest forecast competition which has been organized so far is M3-Competition (1999). At this competition the innovator Method Theta was introduced, and had surprising good results, especially in the monthly data. Method Theta overran all methods in forecast accuracy. The current work comes to search if Theta Method can be further optimized, focusing its performance in the monthly data of the M3-Competition. For this purpose experiments were done in order to ascertain the factors that affect the forecast accuracy. Experiments focused mostly at the following parameters:

- Seasonality of the Series
- Theta Lines used in the forecast model
- Smoothing Factor in the Simple Exponential Smoothing model

The results of the experiments were satisfied, optimizing the accuracy of Theta Method. The confirmation of the results was done by the application of the optimized model on the monthly data of the T-Competition.

The results of the current work will be presented at the forthcoming 22<sup>nd</sup> European Conference on Operational Research, which will be held on July 2007 in Prague.

**Key Words:** Forecast, Theta Method, Forecast Competitions, Forecast Accuracy, Seasonality, Theta Lines, Simple Exponential Smoothing

# Πίνακας Περιεχομένων

	Σελίδα
<b>Πίνακας Περιεχομένων</b>	9
<b>Ευρετήριο Σχημάτων</b>	11
<b>Ευρετήριο Πινάκων</b>	13
<b>1. Ευρεία Περίληψη</b>	15
1.1 Εισαγωγή-Τεχνικές Προβλέψεων	15
1.2 Η Μέθοδος $\Theta$	16
1.3 Διαγωνισμοί Προβλέψεων	18
1.4 Πειράματα Βελτιστοποίησης	19
1.5 Σύνοψη - Μελλοντικές Επεκτάσεις	23
<b>2. Εισαγωγή - Τεχνικές Προβλέψεων</b>	25
2.1 Γενικά περί Προβλέψεων	25
2.2 Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης	30
2.2.1 Ποσοτικές Μέθοδοι	30
2.2.2 Κριτικές Μέθοδοι	37
2.2.3 Τεχνολογικές Μέθοδοι	37
2.3 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών	38
2.4 Επιλογή της κατάλληλης Μεθόδου Πρόβλεψης	40
2.5 Συνδυασμοί Μεθόδων Πρόβλεψης	41
2.6 Οι Κυριότερες Μέθοδοι Πρόβλεψης	44
2.6.1 Μέθοδοι Εκθετικής Εξομάλυνσης	44
2.6.2 Απλοϊκή Μέθοδος (Naive)	53
2.6.3 Απλή γραμμική Παλινδρόμηση	54
2.7 Δείκτες Αξιολόγησης Μεθόδων Πρόβλεψης	57
<b>3. Η Μέθοδος <math>\Theta</math></b>	59
3.1 Μέθοδος $\Theta$ : Μια μέθοδος παραγωγής προβλέψεων βασισμένη σε μια διαφορετική προσέγγιση της αποσύνθεσης	59
3.2 Σημειακές προβλέψεις	68
3.3 Στοχαστικό Μοντέλο	70
<b>4. Διαγωνισμοί Πρόβλεψης</b>	73
4.1 Γενικά περί Διαγωνισμών Πρόβλεψης	73
4.2 Γενικές Παρατηρήσεις για τους Διαγωνισμούς	74
4.2.1 Επίδραση του τύπου των Χρονοσειρών	74
4.2.2 Επίδραση του Οριζοντα Πρόβλεψης	75
4.2.3 Επίδραση της Εποχιακότητας	75
4.2.4 Συνδυασμός Προβλέψεων	76
4.3 Η ιστορία των Μελετών Ακρίβειας και Διαγωνισμών Πρόβλεψης	76
4.4 Ο Διαγωνισμός M3 (M3-Competition)	81
4.5 Ο Διαγωνισμός T (T-Competition)	91

<b>5. Πειράματα Βελτιστοποίησης</b>	95
5.1 Γενικά	95
5.2 Εποχιακότητα	96
5.2.1 Έλεγχος Εποχιακότητας	96
5.2.2 Υπολογισμός Δεικτών Εποχιακότητας	98
5.3 Γραμμές $\Theta$	101
5.3.1 Εύρεση Βέλτιστων Βαρών $\Theta(0)$ και $\Theta(2)$	102
5.3.2 Προσθήκη Τρίτης Γραμμής $\Theta$	103
5.4 Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου	106
5.4.1 Επιλογή καταλληλότερου Δείκτης Αξιολόγησης για την επιλογή του Συντελεστή Εξομάλυνσης	107
5.4.2 Όρια του Διαστήματος Επιλογής του Συντελεστή Εξομάλυνσης	108
5.4.3 «Βίατη» Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης	110
5.5 Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα	111
5.5.1 Επιλογή Τελικού Μοντέλου	111
5.5.2 $\Theta$ α μπορούσε να εφαρμοστεί;	113
5.5.3 Εφαρμογή επί των Μηνιαίων Δεδομένων του Διαγωνισμού T	115
<b>6. Επίλογος</b>	119
6.1 Σύνοψη και Συμπεράσματα	119
6.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις	124
<b>7. Βιβλιογραφία</b>	127

## Ευρετήριο Σχημάτων

	Σελίδα
Σχήμα 2.1 - Προσαρμογή δύο ευθειών σε ιστορικά δεδομένα	54
Σχήμα 2.2 - Προσαρμογή ευθείας παλινδρόμησης σε ιστορικά δεδομένα	55
Σχήμα 3.1 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά 200, η μείωση των τοπικών καμπυλοτήτων μέσα από την μέθοδο $\Theta$	62
Σχήμα 3.2 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά 200, η αύξηση των τοπικών καμπυλοτήτων μέσα από την μέθοδο $\Theta$	63
Σχήμα 3.3 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά 30, προβλέψεις με την μέθοδο $\Theta$	65
Σχήμα 3.4 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά. N0001YB001-YEARLY / MICRO, προβλέψεις με την μέθοδο $\Theta$	69
Σχήμα 5.1 – Ραβδόγραμμα Κατανομής της Παραμέτρου $\Theta$ στη διαδικασία προσθήκης τρίτης γραμμής με βέρος 10%	106



## Ευρετήριο Πινάκων

	Σελίδα
Πίνακας 1.1 – Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα των Πειραμάτων	22
Πίνακας 3.1 - Διαγωνισμός M3, Βήματα διαδικασίας παραγωγής προβλέψεων με την μέθοδο $\Theta$	65
Πίνακας 4.1 – Χρονοσειρές Διαγωνισμού M3 ανά κατηγορίες	82
Πίνακας 4.2 - Average Symmetric MAPE : Όλα τα Δεδομένα	85
Πίνακας 4.3 - Average Symmetric MAPE : Ετήσια Δεδομένα	86
Πίνακας 4.4 - Average Symmetric MAPE : Τριμηνιαία Δεδομένα	87
Πίνακας 4.5 - Average Symmetric MAPE : Μηνιαία Δεδομένα	88
Πίνακας 4.6 - Average Symmetric MAPE : Λοιπά Δεδομένα	89
Πίνακας 4.7 – Μέθοδοι που δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα: Symmetric MAPE	90
Πίνακας 4.8 – Μέθοδοι που δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα σε όλα τα δεδομένα	91
Πίνακας 4.9 – Χρονοσειρές Διαγωνισμού T ανά κατηγορίες	92
Πίνακας 4.10 – Ζητούμενος Αριθμός Προβλέψεων για το Διαγωνισμό T	93
Πίνακας 5.1 – Αποτελέσματα με αλλαγή του Ελέγχου Εποχιακότητας	97
Πίνακας 5.2 – Αποτελέσματα με αλλαγή της μεθόδου Εύρεσης Δεικτών Εποχιακότητας	101
Πίνακας 5.3 – Αποτελέσματα με Εύρεση Βέλτιστων Βαρών $\Theta(0)$ και $\Theta(2)$	103
Πίνακας 5.4 – Αποτελέσματα με Εύρεση Βέλτιστου Συνδυασμού Γραμμών	104
Πίνακας 5.5 – Αποτελέσματα με αλλαγή του Δείκτη Αξιολόγησης για την επιλογή του Συντελεστή Εξομάλυνσης	108
Πίνακας 5.6 – Αποτελέσματα με αλλαγή των Ορίων του Διαστήματος Επιλογής του Συντελεστή Εξομάλυνσης	109
Πίνακας 5.7 – Αποτελέσματα με Βίαιη» Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης	110
Πίνακας 5.8 – Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα	112
Πίνακας 5.9 – Σφάλμα Βελτιστοποιημένου Μοντέλου $\Theta$	112
Πίνακας 5.10 – Σύγκριση των τριών καλύτερων Μεθόδων Πρόβλεψης του M3 με το Βελτιστοποιημένο Μοντέλο	113
Πίνακας 5.11 – Εφαρμογή στα διαθέσιμα Μηνιαία Δεδομένα του Διαγωνισμού M3 Πίνακας 5.10 – Σύγκριση των τριών καλύτερων Μεθόδων Πρόβλεψης του M3 με το Βελτιστοποιημένο Μοντέλο	114
Πίνακας 5.12 – Εφαρμογή στα Μηνιαία Δεδομένα του Διαγωνισμού T	116
Πίνακας 6.1 – Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα των Πειραμάτων	123



# 1. Ευρεία Περίληψη

## 1.1 Εισαγωγή-Τεχνικές Προβλέψεων

Η σημασία των προβλέψεων έχει αυξηθεί αναμφισβήτητα τις τρεις τελευταίες δεκαετίες (Makridakis et. al. 1998 κεφ. 1, Diebold 97 παρ. 1.1, Makridakis et. al. 1987 σελ. 3). Οι προβλέψεις έχουν κεντρίσει το ενδιαφέρον τόσο σε Ακαδημαϊκό, όσο και σε πρακτικό επίπεδο μέσα στην επιχείρηση.

Οι προβλέψεις πωλήσεων, αναλώσεων και οικονομικών μεγεθών είναι ένα σημαντικό εργαλείο στην διοίκηση μιας επιχείρησης.

Οι μέθοδοι προβλέψεων μπορούν να χωριστούν στις ακόλουθες κατηγορίες: Υποκειμενικές – Κριτικές, Οικονομετρικές, Χρονοσειρών, Συνδυασμοί των προηγούμενων. Η επιλογή της κατάλληλης κατηγορίας είναι κρίσιμη τόσο από θεωρητική σκοπιά όσο και από πρακτική. Σε αρκετές περιπτώσεις ακόμα και μια μικρή βελτίωση στην ακρίβεια των προβλέψεων οδηγεί σε σημαντική εξοικονόμηση.

Η αναμενόμενη ακρίβεια των μεθόδων πρόβλεψης, σε δεδομένα από όλους τους χώρους της οικονομικής δραστηριότητας, ελέγχεται με τους διαγωνισμούς πρόβλεψης τα αποτελέσματα των οποίων θα πρέπει να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη από τους χρήστες των εξειδικευμένων σε προβλέψεις διαθέσιμων λογισμικών.

Τα μοντέλα χρονοσειρών χρησιμοποιούνται ευρέως με μεγάλη επιτυχία στην πρόβλεψη, αλλά σε αρκετές περιπτώσεις κρίνονται ανεπαρκή καθώς

απλά αναγνωρίζουν το πρότυπο της χρονοσειράς και το προεκτείνουν στο μέλλον χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τους έκτακτα γεγονότα που επηρεάζουν το υπό πρόβλεψη μέγεθος. Στην πράξη οι ειδικοί προκειμένου να ξεπεράσουν αυτό τον περιορισμό προσαρμόζουν με υποκειμενικό - κριτικό τρόπο τις στατιστικές προβλέψεις.

Η συστηματική μελέτη μιας χρονοσειράς έχει σημείο εκκίνησης την επισκόπηση της γραφικής της παράστασης (πάντα με οριζόντιο άξονα το πεδίο του χρόνου). Τα βασικά ποιοτικά χαρακτηριστικά που προκύπτουν από την παραπάνω μελέτη είναι η τάση, η κυκλικότητα, η εποχιακότητα και οι ασυνέχειες. Για την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου πρόβλεψης λαμβάνονται υπόψη ορισμένοι παράγοντες που αντικατοπτρίζουν τις δυνατότητες και την εφαρμοσιμότητα των διαθέσιμων μεθόδων. Οι παράγοντες αυτοί είναι: ο χρονικός ορίζοντας, το πρότυπο συμπεριφοράς των δεδομένων, το κόστος για την παραγωγή προβλέψεων, η αξιοπιστία καθώς και η απλότητα και η ευκολία εφαρμογής της μεθόδου πρόβλεψης.

Σε πολλές περιπτώσεις όπου η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου προβλέψεων κάτω από δεδομένες συνθήκες δεν είναι εύκολη, έχει αποδειχθεί προτιμότερος ο συνδυασμός των προβλέψεων που προκύπτουν από την εφαρμογή διαφορετικών μεθόδων. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η ακρίβεια των προβλέψεων καθώς ελαττώνεται σημαντικά το διάστημα διακύμανσης των σφαλμάτων.

## 1.2 Η Μέθοδος $\Theta$

Η μέθοδος  $\Theta$  (Assimakopoulos et. al. 1999, 2000) είναι μια μονοδιάστατη μέθοδος πρόβλεψης. Η μέθοδος βασίζεται στην μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μιας χρονοσειράς μέσα από την παράμετρο  $\theta$  (Theta), η οποία εφαρμόζεται απευθείας (πολλαπλασιαστικά) στις διαφορές δεύτερης τάξης των δεδομένων. Η καινούργια χρονοσειρά που δημιουργείται διατηρεί την μέση τιμή και κλίση (παλινδρόμησης) της αρχικής χρονοσειράς αλλά όχι και τις τοπικές καμπυλότητες. Οι χρονοσειρές που παράγονται με αυτή την

διαδικασία ονομάζονται γραμμές  $\Theta$  (Theta Lines). Βασικό ποιοτικό χαρακτηριστικό αυτών των γραμμών είναι η καλύτερη προσέγγιση της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς-τάσης των δεδομένων ή ανάδειξη-τονισμός των βραχυπρόθεσμων χαρακτηριστικών, ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου  $\theta$  ( $<, > 1$ ).

Η προτεινόμενη μέθοδος αποσυνθέτει-διαχωρίζει την αρχική χρονοσειρά σε δύο ή περισσότερες γραμμές  $\Theta$ . Η κάθε γραμμή  $\Theta$  προεκτείνεται στο μέλλον ξεχωριστά και οι παραγόμενες προβλέψεις συνδυάζονται με ίσα βάρη. Ο απλός συνδυασμός δύο γραμμών  $\Theta$ , για  $\theta=0$  (ευθεία γραμμή) και  $\theta=2$  (διπλασιασμός των τοπικών καμπυλοτήτων) χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή προβλέψεων για τις 3003 χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 (Makridakis 2000a, 2000b). Η μέθοδος παρήγαγε πολύ καλά αποτελέσματα (ακριβείς προβλέψεις) ιδιαίτερα για τα τις μηνιαίες χρονοσειρές και τα μικροοικονομικά δεδομένα.

### Σημειακές προβλέψεις

$$\underline{F_{t+1} = a' Y_t + (1 - a') F_t + \frac{\hat{b}}{2}}$$

- Η μέθοδος  $\Theta$  περιέχει όρο τάσης. Ο όρος τάσης είναι σταθερός και ίσος με το μισό της κλίσης παλινδρόμησης (regression slope) της αρχικής χρονοσειράς.
- Η παράμετρος  $a'$  του μοντέλου υπολογίστηκε μετά από εφαρμογή SES στην γραμμή  $\theta$  L(2).

### Στοχαστικό μοντέλο

Η εξίσωση πρόβλεψης για την μέθοδο  $\Theta$  (στην ειδική περίπτωση των δύο γραμμών L(0) και L(2)) είναι:

$$\widehat{X}_{t+m} = \widehat{X}_{t+1} \Big|_{SES(a')} + \frac{\widehat{b}}{2} \left[ m - 1 + \frac{1 - 1(-a')^m}{a'} \right]$$

Όπου ο πρώτος όρος σε αυτήν την εξίσωση είναι το μοντέλο απλή εκθετικής εξομάλυνσης (SES).

Επιπλέον, μπορούμε να πάρουμε διαστήματα εμπιστοσύνης για προβλέψεις ορίζοντα  $m$  (Yar and Chatfield (1990)):

$$\widehat{X}_{t+m} \Big|_{P.I.95\%} = \widehat{X}_{t+m} \pm 1.96\sigma\sqrt{1 + (m-1)a^2}$$

### 1.3 Διαγωνισμοί Προβλέψεων

Σήμερα οι γνωστές και διαθέσιμες μέθοδοι προβλέψεων είναι πάρα πολλές και η επιλογή μιας μεθόδου για κάποια συγκεκριμένη γενική ή ειδική εφαρμογή είναι πολύ δύσκολη. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο διοργανώνονται οι διαγωνισμοί πρόβλεψης. Το ζητούμενο από αυτούς τους διαγωνισμούς είναι η αναζήτηση των πλεονεκτημάτων και των μειονεκτημάτων κάθε διαγωνιζόμενης μεθόδου. Έτσι θα μπορούμε να γνωρίζουμε αν μια συγκεκριμένη μέθοδος είναι κατάλληλη για την εφαρμογή που θέλουμε να υλοποιήσουμε. Επιγραμματικά, οι παράγοντες που παίζουν πρωταρχικό ρόλο κατά την εξαγωγή ενός διαγωνισμού προβλέψεων είναι οι ακόλουθοι: η επίδραση του τύπου των χρονοσειρών, η επίδραση του ορίζοντα πρόβλεψης, η επίδραση της εποχιακότητας καθώς και ο συνδυασμός προβλέψεων.

Ο διαγωνισμός πρόβλεψης M3-IJF M3 (Makridakis et. al. 2000, Ord et. al. 2000) οργανώθηκε από το INSEAD και είχε ως χορηγό το περιοδικό *International Journal of Forecasting*. Είναι ο μεγαλύτερος διαγωνισμός πρόβλεψης που οργανώθηκε ποτέ καθώς ζητούμενο ήταν να δοθούν 6 έως 18 προβλέψεις για 3003 διαφορετικές χρονοσειρές οι οποίες προέρχονται από όλο το φάσμα της οικονομικής δραστηριότητας. Στον διαγωνισμό υπήρξαν 25 διαφορετικές συμμετοχές. Από αυτές ήταν 19 ακαδημαϊκές ομάδες και 6 εξειδικευμένου πακέτα λογισμικού επιχειρηματικών προβλέψεων. Ανάμεσα

στα ακαδημαϊκά ιδρύματα που πήραν μέρος είναι το INSEAD, το Imperial College, το Wharton school, το πανεπιστήμιο της Πενσυλβάνια κ.α. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν από τις ακαδημαϊκές ομάδες ποικίλουν με σημαντικότερες τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, Box-Jenkins, τεχνικές βασισμένες σε Νευρωνικά δίκτυα και τεχνικές βασισμένες σε κανόνες (RBF). Παράλληλα πήραν μέρος τα κορυφαία ολοκληρωμένα πακέτα λογισμικού στον χώρο των προβλέψεων όπως τα Forecast Pro, SmartForecasts, Autocast, Autobox.

Η μέθοδος  $\Theta$  παρήγαγε πολύ καλά αποτελέσματα (σε μέσο όρο τα καλύτερα) ιδιαίτερα για μηνιαία και μικροοικονομικά δεδομένα. Η επιτυχία της μεθόδου ήταν τόσο μεγάλη που προκάλεσε πολύ καλά σχόλια σε διάφορες δημοσιεύσεις έκτοτε (Goodrich 2001, Koehler 2001, Lawrence 2001).

Ο διαγωνισμός πρόβλεψης T (Hibon et. al. 2006) οργανώθηκε από το INSEAD. Είναι μια προσπάθεια συνέχισης της καλής παράδοσης που έχουν οι διαγωνισμοί M. Οι 368 χρονοσειρές που δόθηκαν από τους διοργανωτές, δεν προέρχονται ως συνήθως από το φάσμα της οικονομικής δραστηριότητας αλλά από τον τομέα των Μεταφορών (Transportation Data). Τα δεδομένα διαφέρουν ως προς τα χρονικά διαστήματα ανάμεσα στις παρατηρήσεις, ξεκινώντας από ετήσιες χρονοσειρές φτάνοντας μέχρι και ωριαίες. Ο διαγωνισμός βρίσκεται ακόμα υπό εξέλιξη και αναμένουμε σύντομα τα αποτελέσματά του.

## 1.4 Πειράματα Βελτιστοποίησης

Η διπλωματική αυτή βασίστηκε στο μεγαλύτερο ποσοστό της στην υλοποίηση πειραμάτων που είχαν ως στόχο την ελαχιστοποίηση του σφάλματος της Μεθόδου Πρόβλεψης  $\Theta$  όταν αυτή εφαρμόζεται στα μηνιαία δεδομένα (μηνιαίες χρονοσειρές) του Διαγωνισμού M3 και κατόπιν επαλήθευση των αποτελεσμάτων με εφαρμογή στα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού T. Για να πραγματοποιηθεί η βελτιστοποίηση αυτή, εξετάστηκαν

ένας μεγάλος αριθμός από παράγοντες. Οι παράγοντες αυτοί καθώς και οι τροποποιήσεις που εφαρμόστηκαν παρουσιάζονται παρακάτω:

- Ως προς την **εποχιακότητα**, η εισαγωγή της μεθόδου Συρρίκνωσης Συντελεστών των Δεικτών Εποχιακότητας της Χρονοσειράς (D. Miller et al 2002) έχει ως αποτέλεσμα τον ακριβέστερο υπολογισμό δεικτών εποχιακότητας, που με τη σειρά του έχει ως συνέπεια την καλύτερη αποσύνθεση της χρονοσειράς άρα και την παραγωγή ακριβέστερης πρόβλεψης.
- Ως προς τις **γραμμές  $\Theta$**  και το ποσοστό συμμετοχής τους, αποδείξαμε πως η αυτοματοποιημένη επιλογή των βαρών (στο διάστημα [45%-55%]) των γραμμών με παραμέτρους  $\theta=0$  και  $\theta=2$  δίνει τις προβλέψεις με τα μικρότερα σφάλματα. Επίσης, η εισαγωγή μιας τρίτης γραμμής  $\Theta$  με παράμετρο που επιλέγεται αυτόματα από το διάστημα [-1, 0, 1, 2, 3] και με βάρος 10% οδηγεί σε περαιτέρω ελαχιστοποίηση του δείκτη αξιολόγησης SMAPE.
- Ως προς τις παραμέτρους της **Απλής Εκθετικής Εξομάλυνσης**, εστίασαμε κυρίως στη βελτιστοποίηση του συντελεστή εξομάλυνσης  $h_1$ . Περιορίσαμε τα όρια του διαστήματος της αυτοματοποιημένης εύρεσης του συντελεστή που ελαχιστοποιεί το δείκτη αξιολόγησης MSE στο εύρος των παρατηρήσεων, από [0, 1] σε [0.1, 0.9]. Επιπλέον, μειώσαμε τον ίδιο συντελεστή κατά ένα ποσοστό 30%.

Οι αλλαγές αυτές, που έδωσαν αρκετά καλύτερες προβλέψεις, εξετάστηκαν αν μπορούσαν να εφαρμοστούν στις συνθήκες με τις οποίες έτρεξε ο Διαγωνισμός M3, και το αποτέλεσμα ήταν θετικό.

Έγινε τέλος επαλήθευση της ορθότητας των αποτελεσμάτων με τα μηνιαία δεδομένα του Διαγωνισμού Τα, τα οποία προέρχονται από τον τομέα των Μεταφορών. Η ορθότητα της επαλήθευσης μπορεί να οδηγήσει σε γενίκευση της ικανότητας του προτεινόμενου μοντέλου, κυρίως στο γεγονός της διαφορετικής φύσης των δεδομένων των δύο διαγωνισμών.

Στον παρακάτω πίνακα (1.1) παρουσιάζονται συνοπτικά και συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα των πειραμάτων που εκτελέστηκαν στα

πλαίσια της διπλωματικής αυτής. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται η μέθοδος που εφαρμόστηκε κάθε φορά. Στη δεύτερη στήλη αναγράφεται ο δείκτης αξιολόγησης SMAPE (Συμμετρικό Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα) για το σύνολο των μηνιαίων χρονοσειρών του Διαγωνισμού M3, χρησιμοποιώντας τις 18 παρατηρήσεις που δόθηκαν από τους διοργανωτές μετά το πέρας του διαγωνισμού για αξιολόγηση. Ομοίως με τη δεύτερη στήλη, στην τρίτη στήλη παρουσιάζεται ο αντίστοιχος δείκτης υπολογισμένος όμως μόνο με τα δεδομένα που ήταν διαθέσιμα πριν το πέρας του διαγωνισμού. Στην τέταρτη στήλη, τέλος, αναγράφεται ο δείκτης αξιολόγησης SMAPE για τα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού T.

**Πίνακας 1.1 – Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα των Πειραμάτων**

<i>Επιμέρους Βελτιστοποίηση</i>	<i>SMAPE 1</i>	<i>SMAPE 2</i>	<i>SMAPE 3</i>
Κλασσικό Μοντέλο $\Theta$	13.85047	14.17171	12.70664
Αλλαγή Μεθόδου υπολογισμού των Δεικτών Εποχιακότητας (Miller-Williams)	13.78274	14.07259	12.50744
Αλλαγή των Βαρών των Γραμμών με παραμέτρους $\theta=0$ και $\theta=2$ . Τα βάρη υπολογίζονται αυτόματα, ανάλογα τη χρονοσειρά. Διάστημα βαρών 45%-55%	13.65035	14.08932	12.65103
Προσθήκη στο μοντέλο τρίτης γραμμής $\Theta$ με βάρος 10% και αντιστοιχη μείωση του ποσοστού συμμετοχής της γραμμής <sup>2</sup> με παράμετρο $\theta=2$ . Η παράμετρος $\theta$ παίρνει τιμές από το διάστημα [-1, 0, 1, 2, 3]. Οι προβλέψεις υπολογίζονται ως εξής: $50\% \cdot Forecast\_L(\theta=0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta=2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.67830	14.12075	12.45380
Όρια Εύρεσης Βέλτιστου Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ [0.1, 0.9]	13.82789	14.13187	12.62790
Βίαιη Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ κατά 30%	13.80362	14.13371	12.63724
Βελτιστοποιημένο Μοντέλο $\Theta$	13.57013	14.08530	12.40772

## 1.5 Σύνοψη - Μελλοντικές Επεκτάσεις

Το κοινό συμπέρασμα όλων των πειραμάτων ήταν ότι η μέθοδος  $\Theta$  έχει περιθώρια βελτίωσης με στόχο την παραγωγή ακριβέστερων προβλέψεων. Διάφορες, μικρές και μεγάλες, παρεμβάσεις επί του μοντέλου οδήγησαν σε σημαντική ελαχιστοποίηση του σφάλματος.

Εκτός από τις ήδη εφαρμοσμένες και ελεγμένες τροποποιήσεις που έγιναν στο μοντέλο και οδήγησαν στη μείωση του σφάλματος της πρόβλεψης, θα μπορούσαν μελλοντικά να εφαρμοστούν τα παρακάτω:

- ✓ Χρησιμοποίηση διαφορετικών συνδυασμών γραμμών  $\Theta$  για κάθε ορίζοντα πρόβλεψης.
- ✓ Εύρεση του κάτω ορίου του μέσου όρου του σφάλματος όταν η πρόβλεψη προκύπτει από συνδυασμό πέντε γραμμών  $\Theta$  και προσπάθεια ανάλυσης/απομόνωσης των γραμμών που συμμετέχουν σε μέγιστο βαθμό
- ✓ Χρησιμοποίηση διαφορετικών γραμμών  $\Theta$  ανά χρονοσειρά, ανάλογα με τα ποιοτικά χαρακτηριστικά αυτής

Επίσης θεωρείται σκόπιμη η συμμετοχή σε μελλοντικούς διαγωνισμούς πρόβλεψης με το βελτιστοποιημένο μοντέλο  $\Theta$ . Τέλος, σημαντική είναι η θεωρητική θεμελίωση του μοντέλου.



## 2. Εισαγωγή - Τεχνικές Προβλέψεων

### 2.1 Γενικά περί Προβλέψεων

Η σημασία των προβλέψεων έχει αυξηθεί αναμφισβήτητα τις τρεις τελευταίες δεκαετίες. Οι προβλέψεις έχουν κερδίσει το ενδιαφέρον τόσο σε Ακαδημαϊκό όσο και σε πρακτικό επίπεδο μέσα στην επιχείρηση.

Χωρίς αμφιβολία, το ενδιαφέρον και η σημασία της πρόβλεψης έχει αυξηθεί ραγδαία τα τελευταία τριάντα χρόνια. Το ενδιαφέρον αυτό που υπάρχει για την πρόβλεψη προέρχεται τόσο από τον ακαδημαϊκό κόσμο όσο και από τους πρακτικά ασχολούμενους με αυτή και προκύπτει από την ανάγκη λήψης κάποιας απόφασης αντιμετωπίζοντας την αβεβαιότητα του μέλλοντος.

Ο ακαδημαϊκός κόσμος έχει συνεισφέρει στην ραγδαία αύξηση του πλήθους των μεθόδων πρόβλεψης. Υπάρχουν βέβαια και κάποιες αξιoσημείωτες εξαιρέσεις όπου πρακτικά ασχολούμενοι με την επιστήμη της πρόβλεψης συνεισέφεραν και αυτοί με την εύρεση και εφαρμογή νέων μοντέλων πρόβλεψης. Οι πρακτικά ασχολούμενοι με τις προβλέψεις, οι οποίοι είναι και οι χρήστες αυτών, προσφέρουν τον λόγο ύπαρξης της πρόβλεψης για την οποία υπάρχει μεγάλη ζήτηση στην αγορά από τους ανυπόμονους αγοραστές των προβλέψεων και των υπηρεσιών πρόβλεψης οι οποίοι έχουν ουσιαστικά καταστεί αιχμάλωτοι της.

Οι διοικητές των επιχειρήσεων, οι σχεδιαστές της κυβερνητικής πολιτικής, οι διαχειριστές των εταιριών και πολλοί άλλοι παράγοντες

βρίσκονται πάντα αντιμέτωποι με την αβεβαιότητα. Η αντίληψη αυτής της κατάστασης αβεβαιότητας γίνεται όλο και πιο έντονη και έχει επιβάλλει μια πιο συστηματική και προσεκτική έρευνα του μέλλοντος. Οι προβλέψεις που παράγονται από τις διάφορες μεθόδους Χρησιμοποιούνται σαν δεδομένα σε όλες τις κατηγορίες σχεδιασμού, καθορισμού στρατηγικών, πολιτικού σχεδιασμού, χρονικού προγραμματισμού, έλεγχο αγοράς και απογραφών καθώς και πλήθος δραστηριοτήτων λήψης αποφάσεων. Συνεπώς δεν υπάρχει αμφιβολία ότι η πρόβλεψη αποκτά κεντρικό ρόλο και η αναγκαιότητα της είναι αναμφισβήτητη. Αυτή την χρονική στιγμή η μεγαλύτερη πρόκληση στον τομέα της πρόβλεψης είναι να γίνει η διαδικασία των προβλέψεων όσο το δυνατόν πιο χρήσιμη και αποδοτική.

Όλα αυτά τα χρόνια ο τομέας της πρόβλεψης έχει δεχτεί δυσμενείς κριτικές και είχε αντιμετωπίσει μεγάλη δυσaréσκεια σχετικά με την ανικανότητα των μεθόδων να προειδοποιήσουν έγκαιρα για επερχόμενες αλλαγές καθώς και για μεγάλα σφάλματα στις προβλέψεις. Συγχρόνως όμως λανθασμένες ενέργειες που προκαλούνται από ασταθή περιβάλλοντα, μη αναμενόμενες εξελίξεις, ασυνέχειες κλπ. αυξάνουν τις ανάγκες για πραγματοποίηση προβλέψεων. Όταν δεν υπάρχει αβεβαιότητα στο περιβάλλον και τα πάντα ακολουθούν την αναμενόμενη πορεία τους, δεν υπάρχει ουσιαστική ανάγκη για να γίνουν προβλέψεις. Η ειρωνεία έγκειται στο ότι σε χρονικές περιόδους που χαρακτηρίζονται από συνεχείς και απότομες μεταβολές και η ικανότητα πρόβλεψης είναι αισθητά μειωμένη, η ζήτηση για πραγματοποίηση προβλέψεων παρουσιάζει κατακόρυφη αύξηση. Αυτό επιβεβαιώνεται και πρακτικά από το γεγονός ότι σε περιόδους οικονομικών υφέσεων ή άλλων κρίσεων οι αναζητήσεις για συμβούλους προβλέψεων αυξάνεται.

Η βασική αιτία των δυσμενών κριτικών που αντιμετωπίζει ο τομέας των προβλέψεων είναι οι λανθασμένες προσδοκίες των ίδιων των χρηστών του. Η πρόβλεψη δεν αποτελεί υποκατάστατο της προφητείας. Οι ειδικοί των προβλέψεων δεν έχουν κρυστάλλινες σφαίρες μπροστά τους που να τους επιτρέπουν να βλέπουν μέσα σε αυτές το μέλλον. Η ύπαρξη σφαλμάτων στις

προβλέψεις είναι αναπόφευκτη. Αυτό που έχει σημασία είναι να εκτιμώνται όσο πιο ρεαλιστικά γίνεται τα πλεονεκτήματα και οι περιορισμοί των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης και να λαμβάνονται υπόψη όταν χρησιμοποιούνται οι προβλέψεις τους σε διαδικασίες σχεδιασμού και λήψης αποφάσεων.

Η πρακτική ενασχόληση και η συσσωρευμένη εμπειρία είναι αποφασιστικοί παράγοντες κατά τον αντικειμενικό προσδιορισμό των πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης και το μέγεθος των σφαλμάτων πρόβλεψης. Είναι το ισοδύναμο με τον εργαστηριακό πειραματισμό που είναι διαδεδομένος μεταξύ των φυσικών επιστημόνων. Πρακτικά δεν είναι ικανοποιητικό να πιστεύουμε σε ισχυρισμούς βασισμένους σε ευσεβείς πόθους, προσωπικά ενδιαφέροντα και φιλοδοξίες και επιλεκτική πληροφόρηση. Χωρίς αμφιβολία αυτοί που έχουν βελτιώσει, πωλούν ή είναι εμπλεγμένοι με οποιονδήποτε τρόπο με κάποιες μεθόδους πρόβλεψης, θα υποστηρίζουν ότι οι μέθοδοι τους είναι οι καλύτερες. Από την άλλη πλευρά, ο αντικειμενικός σκοπός της πρακτικής ενασχόλησης με την πρόβλεψη είναι να ελέγξουμε την ακρίβεια καθώς και άλλα χαρακτηριστικά των μεθόδων με ένα όσο το δυνατόν πιο επιστημονικό και αντικειμενικό τρόπο. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η πρακτική ενασχόληση κατέχει πολύ σημαντικό ρόλο στην επιστήμη των προβλέψεων αφού σκοπεύει στην διάκριση των μύθων από την πραγματικότητα και στην απαλοιφή της αυταπάτης.

Μερικές φορές υπάρχει ο ισχυρισμός ότι η πρακτική ενασχόληση δεν είναι απαραίτητη. Σύμφωνα με αυτούς τους ισχυρισμούς, αν τα αποτελέσματα της πρακτικής ενασχόλησης διαφωνούν με τα θεωρητικά προσδοκώμενα αποτελέσματα (προβλέψεις), τότε θα πρέπει να εμπιστευτούμε τα πιο πρόσφατα αποτελέσματα δηλαδή τα πειραματικά αποτελέσματα. Προφανώς ένας τέτοιος ισχυρισμός είναι απόλυτα λανθασμένος. Όλες οι θεωρίες είναι βασισμένες σε διάφορες υποθέσεις. Εάν μια από αυτές δεν ικανοποιείται, τότε η αντίστοιχη θεωρία μπορεί να προβλέψει αποτελέσματα που είναι διαφορετικά από τις πρακτικές

παρατηρήσεις. Ο καλύτερος έλεγχος για οποιαδήποτε καλή θεωρία είναι η ικανότητα της να προβλέπει αλλιώς αυτή γίνεται ένα ακαδημαϊκό προϊόν διανοητικής σύνθεσης χωρίς πρακτική αξία και δεν έχουν καμία ιδιαίτερη αξία πέραν της αυτοεξυπηρέτησης ενδιαφερόντων μεταξύ αυτών που τις υποστηρίζουν.

Στην επιστήμη των προβλέψεων πάντα υπήρχαν διαφωνίες μεταξύ των θεωρητικών προβλέψεων και πρακτικών αποτελεσμάτων. Ο σημαντικότερος λόγος τέτοιων ασυμφωνιών είναι ότι κάποιες από τις θεωρητικές υποθέσεις δεν ευσταθούν. Κάθε μοντέλο πρόβλεψης βασίζεται στην προσαρμογή ενός μοντέλου σε ένα σύνολο δεδομένων. Θεωρητικά η καλύτερη μέθοδος μπορεί να αναγνωρισθεί κατά την προσαρμογή ενός μοντέλου στα υπάρχοντα δεδομένα. Συστήματα ταυτόχρονων εξισώσεων προσαρμόζουν τα δεδομένα με μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με μοντέλα απλών εξισώσεων που με την σειρά τους έχουν μεγαλύτερη ακρίβεια από μεθόδους χρονοσειρών οι οποίες δεν περιλαμβάνουν επεξηγηματικές μεταβλητές. Παραπέρα, στις μεθόδους χρονοσειρών, οι περισσότερο πολύπλοκες και στατιστικά εξειδικευμένες μέθοδοι θα πρέπει να είναι καλλίτερες από τις βασικές και στατιστικά απλές προσεγγίσεις.

Πέραν των υπάρχοντων δεδομένων που χρησιμοποιούνται για την βελτίωση του μοντέλου, η προσαρμογή των μοντέλων και η παραγωγή προβλέψεων δεν είναι το ίδιο πράγμα. Η ελαχιστοποίηση του σφάλματος προσαρμογής του μοντέλου δεν εγγυάται μικρότερα σφάλματα στην παραγωγή προβλέψεων εκτός και αν ισχύει υπόθεση της σταθερότητας. Αυτή η υπόθεση είναι σημαντική για κάθε στατιστική μέθοδο και εξαιρετικά χρήσιμη για την πρόβλεψη. Αυτό απλά σημαίνει ότι δεν πρέπει να συμβαίνουν αλλαγές στα ποιοτικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών αν τα αποτελέσματα της προσαρμογής του μοντέλου πρόκειται επακριβώς να επεκταθούν στο μέλλον πέραν των υπάρχοντων δεδομένων. Όμως δεν υπάρχει τρόπος να εγγυηθούμε σταθερότητα των προτύπων συμπεριφοράς των δεδομένων. Τα νέα δεδομένα μπορούν να έχουν διαφορετικά ποιοτικά χαρακτηριστικά από εκείνα βάσει των οποίων έγινε η βελτίωση του

συγκεκριμένου μοντέλου πρόβλεψης. Σε μια τέτοια περίπτωση οι καλύτερες μέθοδοι που έχουν αναγνωρισθεί θεωρητικά δεν θα είναι κατ' ανάγκη και οι καλύτερες πρακτικά.

Δυστυχώς στην πραγματικότητα υπάρχουν συγκεκριμένες αλλαγές, δομικές αλλαγές στην οικονομία, αλλαγές θέσεων και σκέψεων, πολιτικές κινήσεις που μεταβάλλουν τις υπάρχουσες τάσεις, νέες τεχνολογικές βελτιώσεις κλπ. που προκαλούν αλλαγές στα υπάρχοντα πρότυπα και μεταβολές σε μακροχρόνιες σχέσεις. Συνεπώς η επιστήμη των προβλέψεων πρέπει να αποδεχτεί το γεγονός ότι η αλλαγή του προτύπου συμπεριφοράς των δεδομένων είναι συνεχής και αέναη διαφορετικά δεν θα ήταν ένα πρόσφορο και πρακτικό πεδίο. Η σημαντική ερώτηση τότε είναι το πως οι διάφορες μέθοδοι συμπεριφέρονται σε ένα περιβάλλον που αλλάζει διαρκώς. Έτσι η γνώση των μεθόδων που συμπεριφέρονται καλλίτερα στην προσαρμογή ενός μοντέλου σε ένα σύνολο δεδομένων δεν παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον. Η πιο σημαντική και πρόσφορη πλευρά της διαδικασίας παραγωγής προβλέψεων είναι να γνωρίζουμε τις μεθόδους που μπορούν να ελαχιστοποιήσουν τα σφάλματα πρόβλεψης και όχι τα σφάλματα προσαρμογής, ανεξαρτήτως της σταθερότητας ή μη του προτύπου συμπεριφοράς των δεδομένων.

Η παρούσα διπλωματική εργασία διαπραγματεύεται τις μεθόδους η χρησιμοποίηση των οποίων θα ελαχιστοποιήσει το σφάλμα στην πρόβλεψη. Η μέθοδος πρόβλεψης που χρησιμοποιούμε ώστε να επιτύχουμε τη βελτιστοποίηση αυτή είναι η Μέθοδος Θ (Assimakopoulos et. al. 1999, 2000). Η μέθοδος αυτή διέπρεψε στο διαγωνισμό προβλέψεων M3, που διοργανώθηκε το 2000 από τους καθηγητές S. Makridakis και M. Hibon, καταλαμβάνοντας την πρώτη θέση μεταξύ 24 συμμετεχόντων.

Η εργασία αποτελείται από επτά κεφάλαια:

- Ευρεία Περίληψη
- Εισαγωγή – Τεχνικές Προβλέψεων, αποτελούμενη από την παρούσα εισαγωγική παράγραφο καθώς και την επόμενη που αναφέρεται στα βασικά χαρακτηριστικά των τεχνικών προβλέψεων

- Μέθοδος Θ, που αναλύει τη μεθοδολογία της μεθόδου πρόβλεψης Θ
- Διαγωνισμοί Προβλέψεων, που αναφέρει τα βασικά στοιχεία των διαγωνισμών πρόβλεψης και αναφέρεται ειδικότερα στους διαγωνισμούς όπου έχει συμμετέχει η μέθοδος Θ
- Τα Πειράματα, όπου αναφέρονται αναλυτικά η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και τα πειράματα που έγιναν προκειμένου να επιτευχθεί η βελτιστοποίηση του σφάλματος
- Επίλογος, όπου γίνεται μία σύνοψη των πειραμάτων που έγιναν και παρουσιάζονται τα τελικά συμπεράσματα. Επίσης αναφέρονται πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις
- Βιβλιογραφία, όπου παρατίθενται η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε για την περάτωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας

## 2.2 Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης

Οι τεχνικές πρόβλεψης που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα εντάσσονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες: τις **ποσοτικές** (quantitative), τις **κριτικές** (judgmental) και τις **τεχνολογικές** (technological). Οι ποσοτικές μέθοδοι διακρίνονται στις μεθόδους χρονοσειρών και τις αιτιοκρατικές μεθόδους, οι κριτικές μέθοδοι στις ατομικές και στις μεθόδους επιτροπής ενώ οι τεχνολογικές διακρίνονται στις διερευνητικές (exploratory) και στις κανονιστικές (normative).

### 2.2.1 Ποσοτικές Μέθοδοι

Οι ποσοτικές μέθοδοι προβλέψεων εφαρμόζονται όταν η διαθέσιμη πληροφορία ποσοτικοποιείται με την μορφή αριθμητικών δεδομένων και με την υπόθεση ότι το πρότυπο συμπεριφοράς των ιστορικών αυτών δεδομένων διατηρείται σταθερό στο μέλλον. Οι ποσοτικές μέθοδοι

προβλέψεων μπορούν να ταξινομηθούν ανάλογα με το μοντέλο που χρησιμοποιείται. Έτσι αυτές διακρίνονται στα μοντέλα χρονοσειρών και στα αιτιοκρατικά μοντέλα. Μελετώντας τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά τους μπορούμε να κατανοήσουμε ευκολότερα τις βασικές υποθέσεις πάνω στις οποίες στηρίζεται κάθε ποσοτική μέθοδος εντοπίζοντας παράλληλα τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της εφαρμογής της σε συγκεκριμένες καταστάσεις.

### **Μέθοδοι Χρονοσειρών**

Πρόκειται για το πιο διαδεδομένο είδος ποσοτικού μοντέλου πρόβλεψης. Βασίζεται στην υπόθεση ότι η μεταβολή της τιμής του υπό εξέταση μεγέθους ακολουθεί ένα λανθάνον πρότυπο που επαναλαμβάνεται στον χρόνο και παραμένει σταθερό. Στηρίζεται όμως στην παραδοχή ότι το λανθάνον αυτό πρότυπο αναγνωρίζεται μονοσήμαντα με βάση τα δεδομένα. Οι προβλέψεις παράγονται με την αναγνώριση του ακολουθούμενου προτύπου και την επέκταση του στο μέλλον. Έτσι λοιπόν βασιζόμενοι στις παρελθούσες τιμές της υπό εξέταση μεταβλητής, προσπαθούμε να ανιχνεύσουμε κάποιο πρότυπο συμπεριφοράς αυτών και να παραγάγουμε προβλέψεις επεκτείνοντας το πρότυπο αυτό στο μέλλον. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι πρέπει να έχουμε στην διάθεση μας ικανό αριθμό στοιχείων (παρελθόντων τιμών) για την τιμή του υπό πρόβλεψη μεγέθους σε προηγούμενες και σταθερές χρονικές περιόδους ώστε να επιλέξουμε το καλύτερο πρότυπο συμπεριφοράς της χρονοσειράς παράγοντας έτσι ακριβέστερες προβλέψεις.

Σχηματικά το μοντέλο χρονοσειρών μπορεί να παρασταθεί ως εξής :



όπου η είσοδος του συστήματος είναι τα ιστορικά δεδομένα  $X$  (  $i$  είναι η αντίστοιχη χρονική περίοδος) και η έξοδος  $y$  είναι συνάρτηση του μοντέλου πρόβλεψης  $f$  που χρησιμοποιούμε.

Οι μέθοδοι που περιγράφονται με το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελούν μια ιδιαίτερη κατηγορία των ποσοτικών μεθόδων και ονομάζονται μέθοδοι χρονοσειρών. Σε αυτές τις μεθόδους συγκαταλέγονται:

- **Οι μέθοδοι αποσύνθεσης**

Οι μέθοδοι αποσύνθεσης αναγνωρίζουν τις ξεχωριστές συνιστώσες που χαρακτηρίζουν τις χρονοσειρές και τις απομονώνουν. Πρόκειται για την τάση, τον κύκλο, την εποχιακότητα και την τυχαιότητα. Η τάση που αντιπροσωπεύει την γενική εικόνα της χρονοσειράς μπορεί να είναι ανοδική, πτωτική ή σταθερή. Ο κυκλικός παράγοντας αντιπροσωπεύει τις ανόδους ή τιςπτώσεις λόγω ειδικών οικονομικών ή άλλων συνθηκών. Η εποχιακότητα αντιπροσωπεύει τις περιοδικές διακυμάνσεις που έχουν σταθερό μήκος. Τέλος υπάρχει και η συνιστώσα της τυχαιότητας (στοιχείο σφάλματος). Αυτό το σφάλμα είναι η διαφορά ανάμεσα στην συνδυασμένη επίδραση των τριών πρώτων συνιστωσών του προτύπου (τάση, κυκλικότητα και εποχιακότητα) και των πραγματικών δεδομένων. Ο σκοπός των μεθόδων αποσύνθεσης είναι να απομονώσουν κάθε συνιστώσα με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Η βασική ιδέα είναι εμπειρική και περιέχει πρώτα την απομόνωση της εποχιακότητας, μετά της τάσης και τέλος της κυκλικότητας. Το υπόλοιπο θεωρείται ότι είναι η τυχαιότητα που, αν και δεν μπορεί να προβλεφθεί, μπορεί να αναγνωρισθεί.

Οι κυριότερες μέθοδοι αποσύνθεσης από την βιβλιογραφία είναι οι εξής (F.A.G. de Butter):

- Fixed Additive Method, Σταθερή προσθετική μέθοδος
- Fixed Multiplicative Method, Σταθερή πολλαπλασιαστική μέθοδος ή Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης

- Moving Additive Method, Κινητή προσθετική μέθοδος
- Moving Multiplicative Method, Κινητή πολλαπλασιαστική μέθοδος
- Zaycoff's Method,
- Μέθοδος Census X-II
- CPB Method,
- KVF Method,
- SABL Method,

Θα ασχοληθούμε εκτενέστερα στις ακόλουθες παραγράφους με την σταθερή προσθετική και πολλαπλασιαστική μέθοδο η οποία είναι γνωστότερη στην βιβλιογραφία ως κλασσική μέθοδος.

#### ***Κλασσική Μέθοδος Αποσύνθεσης***

Η χρονοσειρά μας συμβολίζεται με  $X_t$ . Η μέθοδος αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

- *Εκτίμηση Τάσης*

Έστω  $k$  η εποχιακότητα (π.χ. 2, 4 ή 12 αντίστοιχα για εξαμηνιαία, τριμηνιαία, μηνιαία δεδομένα). Υπολογίζουμε τους κινητούς μέσους όρους μήκους  $k$ , και στην συνέχεια παίρνουμε ξανά μέσους όρους των κινητών μέσων όρων ανά δύο. Αυτοί είναι οι Κεντρικοί κινητοί μέσοι όροι μήκους  $(k \times 2)$ . Έτσι αν έχουμε μηνιαία δεδομένα ο μέσος όρος των 12 πρώτων παρατηρήσεων είναι ο πρώτος κινητός μέσος όρος ( $K_1$ ) και ο μέσος όρος των παρατηρήσεων 2 έως 13 είναι ο δεύτερος ( $K_2$ ). Ο μέσος όρος αυτών είναι ο πρώτος κεντρικός κινητός μέσος όρος  $C_1 = (K_1 + K_2) / 2$  και αντιστοιχεί στην 7η χρονική περίοδο (αφού περιλαμβάνει τις παρατηρήσεις 1-13). Οι κεντρικοί κινητοί μέσοι όροι (Κ.Κ.Μ.Ο.ι) είναι η εκτίμηση της τάσης.

- *Υπολογισμός Λόγων Εποχιακότητας (Λ.Ε.)*

Οι λόγοι εποχιακότητας Λ.Ε. υπολογίζονται ξεχωριστά για κάθε περίοδο (μήνα ή τρίμηνο ή εξάμηνο ή ...) σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$\Lambda.E.i = (X_i / K.K.M.O_i) * 100, \text{ (Εκφρασμένοι \%)}$$

- Υπολογισμός Δεικτών Εποχιακότητας (Δ.Ε.)

Οι δείκτες εποχιακότητας είναι οι μέσοι όροι των αντίστοιχων λόγων εποχιακότητας Π.χ. αν έχω τρεις Λ.Ε. για τον μήνα Δεκέμβριο, Λ.Ε.12/1999, Λ.Ε.12/2000 και Λ.Ε.12/2001 τότε ο Δ.Ε. για τον Δεκέμβριο θα είναι

$$\Delta.E.12 = (\Lambda.E.12/1999 + \Lambda.E.12/2000 + \Lambda.E.12/2001) / 3$$

Ενδέχεται να χρησιμοποιηθούν και επιλεκτικοί μέσοι όροι αν υπάρχουν περισσότερες παρατηρήσεις ανά μήνα, δηλαδή μέσοι όροι αφού πρώτα αφαιρεθεί ο μεγαλύτερος και ο μικρότερος λόγος εποχιακότητας. Οι δείκτες εποχιακότητας πρέπει να έχουν άθροισμα  $k*100$  ( $k$  : εποχιακότητα) για αυτό γίνεται κανονικοποίηση ως ακολούθως:

$$\text{Συντελεστής Κανονικοποίησης} = \sum \Delta.E.i / (k*100).$$

Οι τελικοί δείκτες εποχιακότητας είναι αυτοί που έχουν ήδη υπολογιστεί δια τον συντελεστή κανονικοποίησης.

- Υπολογισμός Αποεποχικοποιημένης χρονοσειράς

Η αποεποχικοποιημένη χρονοσειρά προκύπτει από την αρχική χρονοσειρά  $X_i$  διαιρώντας με τους αντίστοιχους εποχιακούς δείκτες, π.χ. αν η 23η παρατήρηση  $X_{23}$  αντιστοιχεί στον μήνα Ιανουάριο η αντίστοιχη αποεποχικοποιημένη τιμή θα προκύπτει από την διαίρεση με τον Λ.Ε.1, δηλαδή:

$$Y_{23, \text{Deseas}} = (X_{23} / \Lambda.E.1.) * 100$$

- **Οι μέθοδοι εξομάλυνσης**

Οι μέθοδοι εξομάλυνσης εφαρμόζονται εύκολα και παρέχουν ικανοποιητικές προβλέψεις στον βραχυπρόθεσμο ορίζοντα. Στις μεθόδους αυτές γίνεται χρήση των παρελθόντων παρατηρήσεων για τον προσδιορισμό

της εξομαλυμένης (smoothed) τιμής της σειράς των δεδομένων. Στη συνέχεια αυτή η εξομαλυμένη τιμή προεκτείνεται ώστε να προκύψει η πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών της σειράς.

Η βασική ιδέα των μεθόδων εξομάλυνσης είναι ότι υπάρχει ένα λανθάνον πρότυπο συμπεριφοράς το οποίο ακολουθούν οι τιμές των μεταβλητών που πρέπει να προβλεφθούν και ότι οι ιστορικές παρατηρήσεις της κάθε μεταβλητής αντιπροσωπεύουν αυτό το πρότυπο καθώς και τυχαίες διακυμάνσεις. Ο σκοπός των μεθόδων αυτών είναι να διακρίνουν ανάμεσα στις τυχαίες αποκλίσεις το βασικό πρότυπο, εξομαλύνοντας τα ιστορικά δεδομένα. Αυτό ισοδυναμεί με ελαχιστοποίηση της τυχαιότητας που υπάρχει στην ιστορική ακολουθία και έχει σαν αποτέλεσμα η πρόβλεψη να βασίζεται στο εξομαλυμένο πρότυπο συμπεριφοράς των δεδομένων.

Οι μέθοδοι εξομάλυνσης διακρίνονται σε δύο επιμέρους κατηγορίες: τις μεθόδους κινητού μέσου όρου στις οποίες οι παρελθούσες τιμές της μεταβλητής συμμετέχουν με τον ίδιο συντελεστή βαρύτητας στον υπολογισμό της πρόβλεψης και τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, όπου χρησιμοποιούνται διαφορετικοί συντελεστές βαρύτητας για τα ιστορικά δεδομένα οι οποίοι φθίνουν με εκθετικό τρόπο από την πιο πρόσφατη τιμή των δεδομένων ως την πιο μακρινή. Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης περιγράφονται αναλυτικά στο κεφάλαιο 5 της παρούσης εργασίας.

- **Οι αυτοπαλινδρομικές μέθοδοι κινητού μέσου όρου (ARIMA).**

Οι αυτοπαλινδρομικές μέθοδοι κινητού μέσου όρου είναι στοχαστικά μαθηματικά μοντέλα με τα οποία προσπαθούμε να περιγράψουμε την διαχρονική εξέλιξη κάποιου φυσικού μεγέθους. Δεδομένου ότι για την πλειοψηφία των φυσικών μεγεθών είναι αδύνατη η πλήρης γνώση και καταγραφή όλων των παραγόντων που επηρεάζουν την εξέλιξη τους στο χρόνο, είναι πολύ δύσκολη η διαχρονική περιγραφή του μεγέθους από ένα ντετερμινιστικό μοντέλο. Από την άλλη πλευρά η εξάρτηση τέτοιων μεγεθών από παράγοντες μη ντετερμινιστικούς (πχ. καιρός, τυχαία γεγονότα) καθιστά

δυνατή την περιγραφή της διαχρονικής τους εξέλιξης από ένα στοχαστικό μοντέλο με το οποίο θα μπορεί να υπολογιστεί η πιθανότητα με την οποία η τιμή του μεγέθους βρίσκεται σε κάποιο διάστημα. Τα στοχαστικά μοντέλα περιέχουν τον τυχαίο παράγοντα (τυχαίο σφάλμα ή σφάλμα πρόβλεψης), τις τιμές του μεγέθους οι οποίες εμφανίστηκαν σε προηγούμενες χρονικές στιγμές και ίσως και κάποιους άλλους στοχαστικούς παράγοντες (πχ. καιρός, τυχαία γεγονότα κλπ.)· το μοντέλο που προκύπτει είναι γραμμικός συνδυασμός των παραπάνω ποσοτήτων. Γενικά τα αυτοπαλινδρομικά μοντέλα κινητού μέσου όρου βασίζονται στην παραδοχή της αλληλεξάρτησης μεταξύ των τιμών τις οποίες λαμβάνει η χρονοσειρά στις διάφορες χρονικές στιγμές.

Οι διαφορές μεταξύ των παραπάνω μεθόδων βρίσκονται στην μορφή του συναρτησιακού τύπου που περιγράφει το σύστημα.

- ***Επεξηγηματικές (Αιτιοκρατικές) Μέθοδοι***

Στις επεξηγηματικές μεθόδους, αντί της προσαρμογής κάποιου μοντέλου στην χρονοσειρά (όπως είναι πχ. το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης), αναγνωρίζονται ορισμένες μεταβλητές οι οποίες σχετίζονται με την σειρά δεδομένων και αναπτύσσεται κάποιο μοντέλο προκειμένου να εκφράσει την σχέση αυτή. Στην περίπτωση αυτή η πρόβλεψη εκφράζεται ως συνάρτηση κάποιου συγκεκριμένου αριθμού παραγόντων που επηρεάζουν την τελική τιμή της. Δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει χρονική εξάρτηση.

Η ανάπτυξη μιας επεξηγηματικής μεθόδου διευκολύνει την καλύτερη κατανόηση των συνθηκών και επιτρέπει τον πειραματισμό με διάφορους συνδυασμούς δεδομένων με σκοπό την μελέτη των επιδράσεων τους στις προβλέψεις. Με αυτόν τον τρόπο τα επεξηγηματικά μοντέλα μπορούν να επηρεάσουν το μέλλον μέσα από αποφάσεις που παίρνονται σήμερα. Στις επεξηγηματικές μεθόδους ανήκουν οι μέθοδοι παλινδρόμησης και οι οικονομετρικές μέθοδοι.

Στις μεθόδους παλινδρόμησης υποθέτουμε την ύπαρξη γραμμικής σχέσης ανάμεσα στην μεταβλητή της οποίας την τιμή θέλουμε να προβλέψουμε ("εξαρτημένη" μεταβλητή) και έναν αριθμό ανεξάρτητων μεταβλητών. Στην περίπτωση μιας ανεξάρτητης μεταβλητής έχουμε την απλή παλινδρόμηση ενώ στην περίπτωση περισσότερων μεταβλητών έχουμε την πολλαπλή παλινδρόμηση. Οι μέθοδοι παλινδρόμησης θεωρούν ότι όλες οι ανεξάρτητες μεταβλητές καθορίζονται από εξωγενείς παράγοντες. Όμως σε πολλές περιπτώσεις οικονομικών ή επιχειρησιακών σχέσεων υπάρχει αλληλεξάρτηση ανάμεσα στις μεταβλητές που εμπεριέχονται στην εξίσωση υπολογισμού της εξαρτημένης μεταβλητής. Τέτοιες κατηγορίες σχέσεων μπορούν σωστότερα να εκφραστούν από ένα σύστημα ταυτόχρονων εξισώσεων οι οποίες αποτελούν ένα οικονομετρικό μοντέλο.

### ***2.2.2 Κριτικές Μέθοδοι***

Οι κριτικές μέθοδοι πρόβλεψης δεν έχουν τις ίδιες απαιτήσεις σε δεδομένα με τις ποσοτικές μεθόδους. Τα δεδομένα των μεθόδων αυτών αποτελούν προϊόν διαίσθησης, κρίσης και συσσωρευμένης γνώσης. Οι κριτικές μέθοδοι είναι αυτές που χρησιμοποιούνται συχνά σε επιχειρήσεις και οργανισμούς.

Στις κριτικές μεθόδους η πρόβλεψη μπορεί να βασίζεται είτε στις γνώσεις και την κρίση ενός ατόμου (ατομικές μέθοδοι) είτε να προκύπτει από την ανταλλαγή και το συνδυασμό απόψεων των μελών κάποιας επιτροπής (μέθοδοι επιτροπής).

### ***2.2.3 Τεχνολογικές Μέθοδοι***

Οι τεχνολογικές μέθοδοι πρόβλεψης απευθύνονται σε μακροπρόθεσμα πλάνα τεχνολογικής, κοινωνικής, οικονομικής ή πολιτικής φύσης και διακρίνονται στις διερευνητικές (exploratory) και στις κανονιστικές (normative).

Οι διερευνητικές μέθοδοι (όπως Delphi, s-καμπύλες, αναλογίες και μορφολογική έρευνα) έχουν ως σημείο εκκίνησης το παρελθόν και το παρόν και κινούνται προς το μέλλον με τρόπο ευρετικό, εξετάζοντας συχνά όλες τις διαθέσιμες πιθανές περιπτώσεις. Αντίθετα οι κανονιστικές μέθοδοι (όπως μήτρες αποφάσεων, δέντρα συσχετίσεων και ανάλυση συστημάτων) καθορίζουν αρχικά τους μελλοντικούς στόχους και στη συνέχεια εξετάζουν την δυνατότητα επίτευξής τους με τους υπάρχοντες περιορισμούς και τους διαθέσιμους πόρους και τεχνολογίες.

Όπως και οι ποσοτικές, οι κριτικές και οι τεχνολογικές μέθοδοι πρόβλεψης ποικίλλουν ως προς το κόστος εφαρμογής, την πολυπλοκότητα και την αξιοπιστία τους. Μπορούν να εφαρμοστούν και ξεχωριστά αλλά συνήθως χρησιμοποιείται είτε κάποιος μεταξύ τους συνδυασμός είτε συνδυάζονται με τις ποσοτικές μεθόδους.

## **2.3 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά των Χρονοσειρών**

Η συστηματική μελέτη μιας χρονοσειράς έχει σημείο εκκίνησης την επισκόπηση της γραφικής της παράστασης (πάντα με οριζόντιο άξονα το πεδίο του χρόνου). Τα βασικά ποιοτικά χαρακτηριστικά που προκύπτουν από την παραπάνω μελέτη είναι η τάση, η κυκλικότητα, η εποχιακότητα και οι ασυνέχειες.

Η τάση που αντιπροσωπεύει την γενική εικόνα της χρονοσειράς μπορεί να είναι ανοδική, πτωτική ή σταθερή και μπορεί να θεωρηθεί σαν μια μακροπρόθεσμη μεταβολή του μέσου όρου των τιμών της χρονοσειράς. Συχνά η τάση μπορεί να εκτιμηθεί κατά προσέγγιση με μια ευθεία γραμμή ή μια εκθετική καμπύλη, χωρίς να αποκλείονται και άλλες οικογένειες καμπυλών. Για να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα για το αν μια χρονοσειρά παρουσιάζει ή όχι τάση θα πρέπει να έχουμε στην διάθεση μας ικανό αριθμό παρατηρήσεων και να εκτιμήσουμε ένα κατάλληλο μήκος περιόδου στο οποίο θα αναζητήσουμε την ύπαρξη τάσης. Αυτό γιατί αν μια χρονοσειρά παρουσιάζει κυκλικές διακυμάνσεις ανά κάποιο χρονικό

διάστημα (όσο και αν είναι αυτό) και το πλήθος των παρατηρήσεων που έχουμε στην διάθεση μας είναι μικρότερο από αυτόν τον αριθμό, τότε θα εκλάβουμε την υπάρχουσα κυκλικότητα της χρονοσειράς ως τάση και θα οδηγηθούμε σε λανθασμένα συμπεράσματα.

Ο κυκλικός παράγοντας αντιπροσωπεύει τις ανόδους ή τις πτώσεις λόγω ειδικών οικονομικών ή άλλων συνθηκών (γνωστές με την ονομασία επιχειρηματικός κύκλος) και εμφανίζεται κατά περιόδους. Οι περίοδοι αυτοί δεν είναι απαραίτητο να είναι σταθερές και το μήκος τους είναι σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις μεγαλύτερο του έτους. Στις γραφικές παραστάσεις των χρονοσειρών παρουσιάζεται ως μια κυματοειδής γραμμή που κινείται μεταξύ της υψηλότερης και της χαμηλότερης στάθμης. Συναντάται σε χρονοσειρές όπως του ΑΕΠ, των τιμών των μετοχών, των δεικτών βιομηχανικής παραγωγής και γενικώς των περισσότερων οικονομικών μεγεθών.

Η εποχιακότητα αντιπροσωπεύει τις περιοδικές διακυμάνσεις που έχουν σταθερό και μικρότερο του ενός έτους μήκος. Η διακύμανση αυτή είναι άμεσα κατανοητή και προβλέψιμη γιατί επαναλαμβάνονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο με τον χρόνο. Συναντάται σε χρονοσειρές όπως της ποσότητας κατανάλωσης του πετρελαίου θέρμανσης, της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος. Έτσι είναι εύκολη η μέτρηση και η απομόνωση αυτής της εποχιακής διακύμανσης λαμβάνοντας έτσι τα αποεποχικοποιημένα δεδομένα. Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε ότι η διαφορά της εποχιακότητας από την κυκλικότητα είναι ότι η μεν εποχιακότητα επαναλαμβάνεται σε σταθερά διαστήματα όπως ο χρόνος, ο μήνας, η εβδομάδα, η δε κυκλικότητα έχει μεγαλύτερη διάρκεια που διαφέρει από κύκλο σε κύκλο.

Οι ασυνέχειες είναι εκείνες οι παρατηρήσεις που εμφανίζονται στην γραφική παράσταση της χρονοσειράς ως απότομες μεταβολές στο πρότυπο συμπεριφοράς της. Οι ασυνέχειες είναι μη προβλέψιμες και έχουν ή παροδικό ή μόνιμο χαρακτήρα. Στην μεν πρώτη περίπτωση ονομάζονται outliers ενώ στην δεύτερη περίπτωση level-shifts. Στην περίπτωση ενός outlier η επίδραση

του στην χρονοσειρά είναι ελάχιστη (έχει μικρή χρονική διάρκεια). Χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην ερμηνεία τέτοιων παρατηρήσεων όπου απαιτείται θεωρητική γνώση, κριτική ικανότητα και κοινή λογική. Ένα outlier μπορεί να αντιπροσωπεύει μια ασυνήθιστη παρατήρηση που οφείλεται σε κάποιο εξαιρετικό και απρόβλεπτο γεγονός. Για παράδειγμα μια απεργία μπορεί να προκαλέσει δραματική πτώση στο ύψος της παραγωγής μιας βιομηχανίας. Στην περίπτωση που οι παρατηρούμενες ασυνέχειες έχουν μόνιμο χαρακτήρα ονομάζονται level-shifts αφού εμφανίζονται ως απότομες αλλαγές στο μέσο επίπεδο των τιμών της χρονοσειράς. Τέτοιες ασυνέχειες μπορούν να προκληθούν στις πωλήσεις του προϊόντος μιας εταιρείας από όταν εμφανιστεί κάποια ανταγωνίστρια επιχείρηση. Υπό αυτές τις συνθήκες θα υπάρξει μια απότομη μείωση του μέσου επιπέδου των πωλήσεων το οποίο θα σταθεροποιηθεί σε ένα χαμηλότερο επίπεδο.

Τέλος υπάρχει και η συνιστώσα της τυχαιότητας (στοιχείο σφάλματος). Είναι οι λεγόμενες μη κανονικές διακυμάνσεις. Αυτό το σφάλμα είναι η διαφορά ανάμεσα στην συνδυασμένη επίδραση των τριών πρώτων συνιστωσών του προτύπου (τάση, κυκλικότητα και εποχιακότητα) και των πραγματικών δεδομένων.

## 2.4 Επιλογή της κατάλληλης Μεθόδου Πρόβλεψης

Για την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου πρόβλεψης λαμβάνονται υπόψη ορισμένοι παράγοντες που αντικατοπτρίζουν τις δυνατότητες και την εφαρμοσιμότητα των διαθεσίμων μεθόδων. Οι παράγοντες αυτοί είναι:

**Χρονικός ορίζοντας.** Βασικό κριτήριο επιλογής μιας μεθόδου πρόβλεψης αποτελεί το χρονικό διάστημα στο μέλλον στο οποίο θα αναφέρεται η πρόβλεψη. Γενικά οι ποιοτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται περισσότερο στις περιπτώσεις μακροπρόθεσμων προβλέψεων, ενώ οι ποσοτικές μέθοδοι για μεσοπρόθεσμες και βραχυπρόθεσμες προβλέψεις. Επίσης σημαντικός είναι και ο αριθμός των περιόδων για τις οποίες

απαιτείται η πρόβλεψη. Ορισμένες τεχνικές είναι κατάλληλες για προβλέψεις που αντιστοιχούν σε μία ή δύο περιόδους μετά από την πιο πρόσφατη παρατήρηση, ενώ άλλες σε περισσότερες. Υπάρχουν επίσης τεχνικές που συνδυάζουν ορίζοντες πρόβλεψης με διαφορετικά μήκη.

**Πρότυπο συμπεριφοράς των δεδομένων.** Βασική προϋπόθεση για την πλειοψηφία των μεθόδων πρόβλεψης είναι η αναγνώριση του προτύπου συμπεριφοράς των δεδομένων πάνω στο οποίο θα στηριχθεί η πρόβλεψη. Υπάρχουν τέσσερα βασικά πρότυπα συμπεριφοράς τα οποία σε πολλές περιπτώσεις συνυπάρχουν. Τα πρότυπα αυτά είναι το σταθερό πρότυπο, το πρότυπο της τάσης, το εποχιακό και το κυκλικό πρότυπο. Επειδή η ικανότητα των διαφόρων μεθόδων να παράγουν αξιόπιστες προβλέψεις για διαφορετικά πρότυπα δεδομένων ποικίλλει, είναι σημαντικό η μέθοδος που θα επιλεγεί να είναι κατάλληλη για το συγκεκριμένο πρότυπο.

**Κόστος.** Το κόστος μιας μεθόδου πρόβλεψης καθορίζεται από τον όγκο των δεδομένων που απαιτεί η μέθοδος και από την πολυπλοκότητα της εφαρμογής της.

**Αξιοπιστία.** Η αξιοπιστία είναι στενά συνδεδεμένη με το επίπεδο λεπτομέρειας που απαιτείται σε μια πρόβλεψη. Σε ορισμένες περιπτώσεις ένα ποσοστό ακριβείας  $\pm 10\%$  θεωρείται ικανοποιητικό, ενώ σε άλλες έστω και μια διακύμανση της του  $\pm 5\%$  μπορεί να αποδειχτεί καταστροφική.

**Απλότητα και ευκολία εφαρμογής.** Έχει αποδειχτεί ότι στην πράξη προτιμούνται μέθοδοι που είναι κατανοητές και εύκολες στην εφαρμογή τους.

## 2.5 Συνδυασμοί Μεθόδων Πρόβλεψης

Σε πολλές περιπτώσεις όπου η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου προβλέψεων κάτω από δεδομένες συνθήκες δεν είναι εύκολη, έχει αποδειχθεί προτιμότερος ο συνδυασμός των προβλέψεων που προκύπτουν από την εφαρμογή διαφορετικών μεθόδων. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η

ακρίβεια των προβλέψεων καθώς ελαττώνεται σημαντικά το διάστημα διακύμανσης των σφαλμάτων.

Διαφορετικές μέθοδοι πρόβλεψης τείνουν να παράγουν διαφορετικά αποτελέσματα όταν εφαρμόζονται στις ίδιες χρονοσειρές. Επομένως η πρόβλεψη μιας δεδομένης μεθόδου μπορεί να παρέχει κάποια χρήσιμη πληροφορία που δεν εμπεριέχεται στις προβλέψεις των άλλων μεθόδων. Στον βαθμό που θα θέλαμε να βασισουμε τις προβλέψεις (και κατά συνέπεια και τις αποφάσεις που χρησιμοποιούν αυτές τις προβλέψεις ως δεδομένα) σε όλη την διαθέσιμη πληροφορία που μπορούμε να συγκεντρώσουμε, φαίνεται λογικό να συσσωρεύσουμε την πληροφορία που παρέχεται από διαφορετικές μεθόδους πρόβλεψης συνδυάζοντας τις παραγόμενες προβλέψεις.

Υποθέτοντας σταθερότητα των προτύπων συμπεριφοράς των δεδομένων, το βέλτιστο θεωρητικό μοντέλο θα έπρεπε να παράγει τις πιο ακριβείς προβλέψεις. Από την στιγμή όμως που τα πρότυπα αυτά μεταβάλλονται στην πράξη, ο συνδυασμός προβλέψεων από διάφορα μοντέλα (ακόμα και αν μερικά από αυτά είναι θεωρητικά ή φαίνονται ακατάλληλα) παράγει έναν μέσο όρο που προσεγγίζει περισσότερο την πραγματικότητα από το θεωρητικά σωστότερο μοντέλο.

Η χρήση συνδυασμού προβλέψεων ισοδυναμεί με την παραδοχή ότι είναι αδύνατον να βρεθεί κάποιο μοντέλο που να προσδιορίζει με βέλτιστο τρόπο την συμπεριφορά των ιστορικών δεδομένων. Όμως η μελέτη των διαφόρων τεχνικών συνδυασμού των προβλέψεων μπορεί τελικά να οδηγήσει στον προσδιορισμό πιο κατάλληλων προτύπων συμπεριφοράς και επομένως στην δημιουργία καλλίτερων ατομικών μοντέλων. Αν ο συνδυασμός διαφορετικών μοντέλων παράγει πιο ακριβείς προβλέψεις, είναι θεωρητικά δυνατή η κατασκευή ενός μοντέλου το οποίο να κάνει βέλτιστη χρήση των διαφορετικών μορφών πληροφορίας που εμπεριέχονται στις προβλέψεις των μοντέλων αυτών.

Δύο βασικές τεχνικές συνδυασμού μεθόδων πρόβλεψης είναι ο υπολογισμός του μέσου όρου των προβλέψεων που προκύπτουν από διάφορες

μεθόδους πρόβλεψης και ο υπολογισμός του μέσου όρου με χρήση συντελεστών βαρύτητας οι οποίοι εξαρτώνται από την σχετική ακρίβεια της κάθε μεθόδου και από την συνδιακύμανση των σφαλμάτων πρόβλεψης.

Τα αποτελέσματα από έρευνες και μελέτες που έχουν γίνει μέχρι σήμερα αποδεικνύουν ότι ο συνδυασμός προβλέψεων αποτελεί μια πολύ ισχυρή στρατηγική για την μείωση των σφαλμάτων πρόβλεψης (παρατηρήθηκε μείωση του μεγέθους του σφάλματος πάνω από 6%).

Ερωτήματα που ακόμη δεν έχουν διερευνηθεί σε όλη τους την έκταση αφορούν το πόσες και ποιες μέθοδοι πρόβλεψης πρέπει να συνδυαστούν για να παράγουν την τελική πρόβλεψη καθώς και την επιλογή των συντελεστών βαρύτητας. Συχνά επικρατεί η άποψη της επιλογής μεθόδων που να διαφέρουν σημαντικά ως προς την ερμηνεία των δεδομένων και ως προς τον τρόπο επεξεργασίας τους (πχ. μέθοδοι επέκτασης ή οικονομετρικές ή κριτικές). Μια εναλλακτική άποψη είναι η χρήση μεθόδων που θεωρούνται πιο κατάλληλες για την συγκεκριμένη μορφή των δεδομένων.

Όσον αφορά τους συντελεστές βαρύτητας έχει αποδειχθεί ότι σε αρκετές περιπτώσεις ο υπολογισμός του απλού μέσου όρου των προβλέψεων οδηγεί σε αποτελέσματα το ίδιο ικανοποιητικά με αυτά πιο πολύπλοκων τεχνικών συνδυασμού. Σε περιπτώσεις όμως που μια μέθοδος δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα από κάποια άλλη, είναι προφανές ότι ο μέσος όρος των προβλέψεων δεν θα είναι ικανοποιητικός. Το μέτρο της σχετικής ακρίβειας κάθε μεθόδου σε μια συγκεκριμένη περίπτωση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την επιλογή των συντελεστών βαρύτητας. Επιπλέον το μέγεθος της ανομοιότητας των μεθόδων αποτελεί εξίσου σημαντική ένδειξη, καθώς η αύξηση της ακρίβειας είναι δυνατή όταν οι προβλέψεις που συνδυάζονται παρέχουν διαφορετική πληροφορία να υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο όριο για το οποίο η βεβαιότητα ότι η χρονοσειρά είναι εποχιακή είναι 95%.

## 2.6 Οι Κυριότερες Μέθοδοι Πρόβλεψης

### 2.6.1 Μέθοδοι Εκθετικής Εξομάλυνσης

Η εκθετική εξομάλυνση είναι μια μέθοδος πρόβλεψης η οποία προεκτείνει στοιχεία του προτύπου των ιστορικών δεδομένων (όπως τάσεις, εποχιακοί κύκλοι) στο μέλλον. Οι προβλέψεις υπολογίζονται μετά από την εξομάλυνση των δεδομένων έτσι ώστε να απομονωθούν τα πραγματικά πρότυπα από τις καθαρά τυχαίες διακυμάνσεις.

Η βασική αρχή των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης είναι ότι όσο πιο πρόσφατα είναι τα δεδομένα, τόσο μεγαλύτερη πληροφορία περιέχουν. Έτσι αποδίδεται μεγαλύτερη βαρύτητα στα πρόσφατα δεδομένα η οποία φθίνει εκθετικά ανάλογα με την παλαιότητα των δεδομένων.

Η απλότητα των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης, οι περιορισμένες απαιτήσεις σε αποθήκευση δεδομένων και ο μειωμένος υπολογιστικός φόρτος κάνουν τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης ιδιαίτερα δημοφιλείς. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα πρακτικών μελετών οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης παρουσιάζουν ικανοποιητικά ποσοστά ακριβείας σε σχέση με πιο πολύπλοκες μεθόδους. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν επηρεάζονται από τις ιδιομορφίες των προτύπων των δεδομένων ή από τυχαία εμφανιζόμενες ακραίες τιμές.

Τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με την γενική μορφή της γραφικής παράστασης της χρονοσειράς (με οριζόντιο άξονα πάντα τον χρόνο). Έτσι τέσσερα μοντέλα τάσης (σταθερού επιπέδου, γραμμικής τάσης, εκθετικής τάσης και φθίνουσας τάσης) συνδυάζονται με τρία εποχιακά μοντέλα (μη εποχιακό, προσθετικό εποχιακό και πολλαπλασιαστικό εποχιακό) δίνοντας δώδεκα βασικές κατηγορίες.

Τα μοντέλα σταθερού επιπέδου υποθέτουν την απουσία τάσης από τα δεδομένα θεωρώντας ότι οι χρονοσειρές έχουν έναν σχετικά σταθερό μέσο όρο. Έτσι η πρόβλεψη μπορεί να γίνει προεκτείνοντας μια οριζόντια ευθεία γραμμή. Τα μοντέλα σταθερού επιπέδου χρησιμοποιούνται για προβλέψεις ενός βήματος ή όταν οι χρονοσειρές χαρακτηρίζονται από

αυξημένο θόρυβο ή τυχαιότητα. Το μοντέλο γραμμικής τάσης είναι πρακτικά το πιο διαδεδομένο. Η πρόβλεψη για οποιαδήποτε μελλοντική χρονική στιγμή γίνεται με την προέκταση μιας ευθείας γραμμής. Το μοντέλο εκθετικής τάσης αποτελεί την καλύτερη παραδοχή σε ορισμένες περιπτώσεις όπως το ποσοστό αύξησης των πωλήσεων στην αρχή του κύκλου ζωής του συγκεκριμένου προϊόντος του οποίου η ζήτηση στην αρχή αυξάνεται αλματωδώς ενώ με την πάροδο του χρόνου τείνει να σταθεροποιηθεί. Όμως τα μοντέλα σταθερής και εκθετικής τάσης οδηγούν πολλές φορές σε υπεραισιόδοξες προβλέψεις καθώς επιμηκύνεται ο χρόνος πρόβλεψης. Το μοντέλο φθίνουσας τάσης λοιπόν αποτελεί την καλύτερη παραδοχή στις μακροχρόνιες προβλέψεις αφού μειώνεται βαθμιαία το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνονται οι τιμές της χρονοσειράς κάθε χρονική περίοδο. Στο προσθετικό μοντέλο εποχιακότητας το εύρος των εποχιακών διακυμάνσεων των χρονοσειρών θεωρείται σταθερό και ανεξάρτητο από οποιαδήποτε αύξηση στις τιμές της χρονοσειράς. Αντίθετα στο πολλαπλασιαστικό εποχιακό μοντέλο οι εποχιακές διακυμάνσεις είναι ανάλογες του ύψους των τιμών των δεδομένων (πχ. αν η τάση αυξάνεται τότε οι διακυμάνσεις γίνονται μεγαλύτερες).

Όλα τα παραπάνω μοντέλα παρουσιάζονται αναλυτικά ως εξής:

- **Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου**

Το μοντέλο σταθερού επιπέδου αναφέρεται και ως απλή εκθετική εξομάλυνση, περιγράφεται δε από τις εξισώσεις:

$$e_t = X_t - \hat{X}_{t-1} \quad (1)$$

$$S_t = S_{t-1} + h_1 \cdot e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t$$

Η πρώτη εξίσωση υπολογίζει το σφάλμα πρόβλεψης  $e_t$  το οποίο ορίζεται σαν η διαφορά της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης της χρονικής περιόδου  $t-1$  για ορίζοντα μιας περιόδου. Ο δείκτης  $t$  αντιπροσωπεύει την χρονική περίοδο. Το  $S_t$  είναι το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$  και είναι ίσο με το άθροισμα του επιπέδου

της χρονικής περιόδου  $t-1$  και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από τον συντελεστή  $h_1$  ο οποίος ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης και το πεδίο τιμών του είναι από 0 έως 1. Το  $\hat{X}_t(m)$  είναι η πρόβλεψη που πραγματοποιείται στο τέλος της περιόδου  $t$  και αναφέρεται σε  $m$  περιόδους μπροστά. Η πρόβλεψη είναι ίση με το  $S_t$  για κάθε χρονική περίοδο.

Η συμπεριφορά του μοντέλου σταθερού επιπέδου πλησιάζει αρκετά αυτή του αυτόματου πιλότου ή του θερμοστάτη. Για κάθε τιμή της χρονοσειράς υπολογίζεται το σφάλμα πρόβλεψης. Αν το σφάλμα είναι θετικό (η προηγούμενη πρόβλεψη ήταν πολύ χαμηλή) τότε η πρόβλεψη για την επόμενη χρονική περίοδο αυξάνεται. Αντίθετα, αν το σφάλμα είναι αρνητικό (η προηγούμενη πρόβλεψη ήταν πολύ υψηλή) τότε η πρόβλεψη για την επόμενη χρονική περίοδο μειώνεται. Με αυτόν τον τρόπο τα σφάλματα χρησιμοποιούνται για να καθοδηγήσουν τις προβλέψεις προς το πραγματικό επίπεδο της χρονοσειράς.

Πρέπει να επιλέγουμε προσεκτικά την αρχική τιμή επιπέδου και την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης. Κι αυτό γιατί αν η πρώτη πρόβλεψη δεν είναι αντιπροσωπευτική των δεδομένων θα έχει παραποιητική δράση στις τιμές των επόμενων προβλέψεων. Επιπλέον η πρώτη πρόβλεψη επηρεάζει την επιλογή του συντελεστή εξομάλυνσης. Συνήθως λοιπόν η πρώτη πρόβλεψη τίθεται ίση με τον μέσο όρο των δεδομένων.

Όσον αφορά τώρα την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης, ελέγχονται κάποιες δοκιμαστικές τιμές. Το κριτήριο επιλογής είναι στις περισσότερες περιπτώσεις η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE) αν και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και άλλα είδη σφάλματος όπως το απόλυτο ή το ποσοστιαίο σφάλμα. Ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος για να επιτευχθεί η βέλτιστη επιλογή του συντελεστή εξομάλυνσης είναι ο ακόλουθος: αρχικά υπολογίζουμε την τιμή του σφάλματος για δύο τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης, τις τιμές  $h_1 = 0.33$  και  $h_1 = 0.67$  επιλέγοντας την καλύτερη από τις δύο. Έπειτα υπολογίζεται το σφάλμα για το διάστημα τιμών  $\pm 0.17$  γύρω από το βέλτιστο  $h_1$ . Και πάλι επιλέγεται το βέλτιστο  $h_1$ . Αυτή η διαδικασία

εκτελείται επαναληπτικά μέχρι το σημείο που η μεταβολή του σφάλματος γίνει μικρότερη από 1%, μειώνοντας σταδιακά και τα αντίστοιχα διαστήματα (σε  $\pm 0.08$ ,  $\pm 0.04$ ,  $\pm 0.02$ ,  $\pm 0.015$ ,  $\pm 0.0005$  κ.ο.κ.).

Για να μπορούν οι προβλέψεις να ανταποκριθούν σε μελλοντικές αλλαγές του περιβάλλοντος της χρονοσειράς, θα πρέπει να οριστεί ένα ελάχιστο όριο στην τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης το οποίο θα είναι από  $h_1=0.1$  και επάνω. Και αυτό γιατί όπως φαίνεται από το μοντέλο εξισώσεων της απλής εκθετικής εξομάλυνσης, αν ο συντελεστής εξομάλυνσης λάβει την τιμή μηδέν, τότε η αρχική πρόβλεψη θα μείνει η ίδια για όλες τις χρονικές περιόδους.

Ο βέλτιστος συντελεστής εξομάλυνσης καθορίζεται από δύο παράγοντες οι οποίοι αλληλεξαρτώνται. Ο ένας παράγοντας είναι το ποσοστό θορύβου στην χρονοσειρά. Όσο περισσότερος θόρυβος υπάρχει στα δεδομένα της χρονοσειράς, τόσο μικρότερη πρέπει να είναι η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης για να αποφύγουμε την υπερβολική αντίδραση στον θόρυβο. Ο άλλος παράγοντας είναι η σταθερότητα του μέσου όρου της χρονοσειράς. Αν ο μέσος όρος μεταβάλλεται, ο συντελεστής εξομάλυνσης θα πρέπει να είναι μεγάλος ώστε οι προβλέψεις να παρακολουθούν τις μεταβολές που παρουσιάζουν τα δεδομένα. Αντίθετα, αν ο μέσος όρος είναι σχετικά σταθερός, η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης θα είναι μικρή. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνει ο συντελεστής εξομάλυνσης είναι  $h_1=1$  που σύμφωνα με το μοντέλο εξισώσεων της απλής εκθετικής εξομάλυνσης σημαίνει ότι η πρόβλεψη είναι ίση με την τελευταία τιμή της χρονοσειράς.

Η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης επηρεάζει και τα βάρη που αποδίδονται στα δεδομένα της χρονοσειράς ανάλογα με την χρονική τους θέση. Η παρακάτω εξίσωση προκύπτει από το μοντέλο εξισώσεων της απλής εκθετικής εξομάλυνσης και μας δίνει τα βάρη με τα οποία συμμετέχουν τα δεδομένα της χρονοσειράς.

$$S_t = h_1 \cdot X_t + h_1 \cdot (1 - h_1) \cdot X_{t-1} + h_1 \cdot (1 - h_1)^2 \cdot X_{t-2} + \\ h_1 \cdot (1 - h_1)^3 \cdot X_{t-3} + h_1 \cdot (1 - h_1)^4 \cdot X_{t-4} \\ + \dots + h_1 \cdot (1 - h_1)^k \cdot X_{t-k}$$

Από την παραπάνω εξίσωση γίνεται κατανοητή η επιλογή της ονομασίας απλή εκθετική εξομάλυνση για την συγκεκριμένη μέθοδο καθώς τα βάρη που αποδίδονται σε κάθε τιμή της χρονοσειράς, ελαττώνονται με εκθετικό ρυθμό καθώς κινούμαστε πίσω στον χρόνο.

- **Μοντέλο Γραμμικής Τάσης (HOLT)**

Το μοντέλο εξομάλυνσης γραμμικής τάσης είναι μια επέκταση του μοντέλου παλινδρόμησης όπου ο χρόνος αποτελεί την ανεξάρτητη μεταβλητή. Η εξίσωση παλινδρόμησης είναι  $X = a + b \cdot t$  όπου  $a$  είναι το αρχικό σημείο της γραμμής και  $b$  η κλίση της τα οποία διατηρούνται πάντα σταθερά σε όλο το μήκος της χρονοσειράς. Οι τιμές των παραμέτρων  $a$  και  $b$  προκύπτουν από τον μέσο όρο των δεδομένων.

Αντίθετα στο μοντέλο εξομάλυνσης γραμμικής τάσης το αρχικό σημείο και η κλίση επανυπολογίζονται σε κάθε χρονική περίοδο καθώς αποδίδεται σταδιακά μεγαλύτερη βαρύτητα στα πιο πρόσφατα δεδομένα. Πρακτικές μελέτες έχουν δείξει ότι οι εξομαλυμένες τιμές του αρχικού σημείου και της κλίσης είναι πολύ πιο ακριβείς από τις αντίστοιχες τιμές που υπολογίζονται αν στα δεδομένα εφαρμοστεί απλή γραμμική παλινδρόμηση.

Το μαθηματικό μοντέλο εξομάλυνσης γραμμικής τάσης περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$e_t = X_t - \hat{X}_{t-1} \quad (1) \\ S_t = S_{t-1} + T_{t-1} + h_1 \cdot e_t \\ T_t = T_{t-1} + h_2 \cdot e_t \\ \hat{X}_t(m) = S_t + m \cdot T_t$$

Αρχικά υπολογίζεται το σφάλμα πρόβλεψης  $e_t$  το οποίο ορίζεται σαν η διαφορά της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης της χρονικής περιόδου  $t-1$  για ορίζοντα μιας περιόδου. Το  $S_t$  είναι το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$  και είναι ίσο με το άθροισμα του επιπέδου της χρονικής περιόδου  $t-1$ , της τάσης για την χρονική περίοδο  $t-1$  και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από τον συντελεστή  $h_1$  ο οποίος ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου και το πεδίο τιμών του είναι από 0 έως 1. Η τάση  $T_t$  είναι η  $X_t(m)$  τάση της χρονοσειράς για την χρονική περίοδο  $t$  και είναι ίση με το άθροισμα της τάσης της χρονικής περιόδου  $t-1$  και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από τον συντελεστή  $h_2$  ο οποίος ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης και το πεδίο τιμών του είναι επίσης από 0 έως 1. Η ποσότητα είναι η πρόβλεψη που πραγματοποιείται στο τέλος της περιόδου  $t$  και αναφέρεται σε  $m$  περιόδους μπροστά. Η πρόβλεψη είναι ίση με το άθροισμα του επιπέδου  $S_t$  και της τάσης  $T_t$  πολλαπλασιασμένης με τον αριθμό  $m$  των περιόδων του ορίζοντα πρόβλεψης.

Από τις παραπάνω εξισώσεις γίνεται εμφανής η διαφορά μεταξύ μοντέλου γραμμικής τάσης και μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης. Το επίπεδο στο μοντέλο γραμμικής τάσης είναι το αρχικό σημείο μιας γραμμής τάσης η οποία αντιστοιχεί στην συγκεκριμένη μόνο χρονική περίοδο και μεταβάλλεται ανάλογα με τα δεδομένα κάθε χρονικής περιόδου.

Η αρχικοποίηση του μοντέλου γραμμικής τάσης μπορεί να γίνει με εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης στα δεδομένα μας. Συγκεκριμένα οι αρχικές τιμές του επιπέδου και της τάσης λαμβάνουν τις τιμές του αρχικού σημείου και της κλίσης της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης.

Όσον αφορά τώρα τις τιμές των συντελεστών εξομάλυνσης, ελέγχονται κάποιες δοκιμαστικές τιμές. Το κριτήριο επιλογής είναι στις περισσότερες περιπτώσεις η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE) αν και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και άλλα είδη σφάλματος όπως το απόλυτο ή το ποσοστιαίο σφάλμα. Ένας αποτελεσματικός

αλγόριθμος για να επιλεγούν οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών εξομάλυνσης επιπέδου και τάσης είναι ο ακόλουθος: αρχικά υπολογίζουμε την τιμή του σφάλματος για τέσσερις συνδυασμούς  $\{h_1=0.33 \text{ ή } h_1=0.67\}$  και  $\{h_2=0.33 \text{ ή } h_2=0.67\}$  επιλέγοντας τον καλύτερο. Έπειτα υπολογίζεται το σφάλμα για το διάστημα τιμών  $\pm 0.17$  γύρω από τα βέλτιστα  $h_1, h_2$  που έχουμε επιλέξει. Και πάλι επιλέγεται ο βέλτιστος συνδυασμός  $h_1$  και  $h_2$ . Αυτή η διαδικασία εκτελείται επαναληπτικά μέχρι το σημείο που η μεταβολή του σφάλματος γίνει μικρότερη από 1%, μειώνοντας σταδιακά και τα αντίστοιχα διαστήματα (σε  $\pm 0.08, \pm 0.04, \pm 0.02, \pm 0.015, \pm 0.0005$  κ.ο.κ.). Συνήθως η βέλτιστη τιμή του συντελεστή τάσης  $h_2$  είναι μικρότερη από την τιμή του συντελεστή επιπέδου  $h_1$  αφού η τιμή της τάσης για κάθε περίοδο είναι συνήθως πολύ μικρότερη από την τιμή του επιπέδου. Αν προστεθεί το ίδιο ποσοστό σφάλματος και στο επίπεδο και στην τάση τότε οι προβλέψεις που θα προκύψουν θα είναι μάλλον ασταθείς. Τα προτεινόμενα κατώτατα όρια των συντελεστών εξομάλυνσης είναι από  $h_1=0.1$  και  $h_2=0.01$ .

- **Μοντέλα Μη Γραμμικής Τάσης**

Το μοντέλο γραμμικής τάσης μπορεί να μεταβληθεί κατάλληλα ώστε να προσαρμόζεται και σε μη γραμμικές τάσεις. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση μιας παραμέτρου που ελέγχει τον ρυθμό αύξησης των τιμών των προβλέψεων. Αυτή ονομάζεται παράμετρος διόρθωσης της τάσης και συμβολίζεται με  $\phi$ . Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο μη γραμμικής τάσης είναι οι ακόλουθες:

$$e_t = X_t - \hat{X}_{t-1} \quad (1)$$

$$S_t = S_{t-1} + \phi T_{t-1} + h_1 \cdot e_t$$

$$T_t = \phi T_{t-1} + h_2 \cdot e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t + \phi^m T_t$$

Αρχικά υπολογίζεται το σφάλμα πρόβλεψης  $e_t$  το οποίο ορίζεται σαν η διαφορά της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης της χρονικής περιόδου  $t-1$  για ορίζοντα μιας περιόδου. Το  $S_t$  είναι το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$  και είναι ίσο με το άθροισμα του επιπέδου της χρονικής περιόδου  $t-1$ , της τάσης για την χρονική περίοδο  $t-1$  πολλαπλασιασμένης με την παράμετρο  $\phi$  και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από τον συντελεστή  $h_1$  ο οποίος ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου και το πεδίο τιμών του είναι από 0 έως 1. Η τάση  $T_t$  είναι η τάση της χρονοσειράς για την χρονική περίοδο  $t$  και είναι ίση με το άθροισμα της τάσης της χρονικής περιόδου  $t-1$  πολλαπλασιασμένης με την παράμετρο  $\phi$  και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από τον συντελεστή  $h_2$  ο οποίος ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης και το πεδίο τιμών του είναι επίσης από 0 έως 1. Η ποσότητα  $\hat{X}_t(m)$  είναι η πρόβλεψη που πραγματοποιείται στο τέλος της περιόδου  $t$  και αναφέρεται σε  $m$  περιόδους μπροστά. Η πρόβλεψη είναι ίση με το άθροισμα του επιπέδου  $S_t$  και της τάσης  $T_t$  πολλαπλασιασμένης με την παράμετρο  $\phi$  υψωμένη στον αριθμό  $m$  των περιόδων του ορίζοντα πρόβλεψης.

Αν η τιμή του συντελεστή  $\phi$  είναι μεγαλύτερη της μονάδας, τότε προκύπτει εκθετική τάση και το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνει η τιμή των προβλέψεων μεγαλώνει κάθε χρονική περίοδο. Αν η τιμή του συντελεστή  $\phi$  είναι μικρότερη της μονάδας, τότε προκύπτει φθίνουσα τάση και το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνει η τιμή των προβλέψεων μικραίνει κάθε χρονική περίοδο.

Η αρχικοποίηση του μοντέλου μη γραμμικής τάσης μπορεί να γίνει με εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης στα δεδομένα μας. Συγκεκριμένα οι αρχικές τιμές του επιπέδου και της τάσης λαμβάνουν τις τιμές του αρχικού σημείου και της κλίσης της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης.

Όσον αφορά τώρα τις τιμές των συντελεστών εξομάλυνσης και της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης, ελέγχονται κάποιες δοκιμαστικές τιμές. Το κριτήριο επιλογής είναι στις περισσότερες περιπτώσεις η ελαχιστοποίηση

του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE) αν και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και άλλα είδη σφάλματος όπως το απόλυτο ή το ποσοστιαίο σφάλμα. Ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος για να επιλεγούν οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών εξομάλυνσης επιπέδου και τάσης και της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης είναι ο ακόλουθος: αρχικά υπολογίζουμε την τιμή του σφάλματος για είκοσι συνδυασμούς  $\{h_1=0.33 \text{ ή } h_1=0.67\}$  και  $\{h_1=0.33 \text{ ή } h_2=0.67\}$  και  $\{\varphi=0.33 \text{ ή } \varphi=0.67 \text{ ή } \varphi=1.00 \text{ ή } \varphi=1.33 \text{ ή } \varphi=1.67\}$  επιλέγοντας τον καλύτερο. Έπειτα υπολογίζεται το σφάλμα για το διάστημα τιμών  $\pm 0.17$  γύρω από τα βέλτιστα  $h_1$ ,  $h_2$  και  $\varphi$  που έχουμε επιλέξει. Και πάλι επιλέγεται ο βέλτιστος συνδυασμός  $h_1$ ,  $h_2$  και  $\varphi$ . Αυτή η διαδικασία εκτελείται επαναληπτικά μέχρι το σημείο που η μεταβολή του σφάλματος γίνει μικρότερη από 1%, μειώνοντας σταδιακά και τα αντίστοιχα διαστήματα (σε  $\pm 0.08$ ,  $\pm 0.04$ ,  $\pm 0.02$ ,  $\pm 0.015$ ,  $\pm 0.0005$  κ.ο.κ.).

Αρκετές φορές οι προβλέψεις που προκύπτουν από το μοντέλο μη γραμμικής τάσης είναι σχεδόν ίδιες με αυτές του μοντέλου απλής εκθετικής εξομάλυνσης ή του μοντέλου γραμμικής τάσης. Για παράδειγμα αν στα δεδομένα μας δεν υπάρχει τάση και εφαρμόσουμε σε αυτά το μοντέλο μη γραμμικής τάσης και το μοντέλο σταθερού επιπέδου, οι προβλέψεις που θα παραχθούν θα είναι κατά προσέγγιση ίσες. Αυτό γιατί η τιμή της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης  $\varphi$  που θα προκύψει με την προαναφερόμενη διαδικασία εύρεσης της, θα είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Και πραγματικά αν θέσουμε  $\varphi=0$  στις εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο μη γραμμικής τάσης, προκύπτει το μοντέλο σταθερού επιπέδου συνεπώς οι προβλέψεις είναι ακριβώς οι ίδιες.

Από την παραπάνω διαπίστωση καταλαβαίνουμε ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο μη γραμμικής τάσης σαν ένα αυτόματο σύστημα πρόβλεψης για κάθε τύπο μη εποχιακής χρονοσειράς. Για κάθε τιμή της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης  $\varphi$  έχουμε αντιστοίχιση σε ένα από τα παρακάτω μοντέλα εξομάλυνσης:

- $\varphi=0$ , σταθερό επίπεδο
- $\varphi<1$ , φθίνουσα τάση

- $\varphi=1$ , γραμμική τάση
- $\varphi>1$ , εκθετική τάση.

Η χρησιμοποίηση μοντέλου εκθετικής τάσης σε ένα αυτόματο σύστημα πρόβλεψης εγκυμονεί κινδύνους. Έτσι το μοντέλο αυτό μπορεί να αποκλειστεί περιορίζοντας το πεδίο τιμών της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης  $\varphi$  στο διάστημα  $[0, 1]$  και ο προαναφερθείς αλγόριθμος αρχικοποίησης των συντελεστών θα εξετάσει αρχικά για την παράμετρο  $\varphi$  μόνο τις τιμές 0.33 και 0.67.

Η ακρίβεια των προβλέψεων του μοντέλου μη γραμμικής τάσης είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες του μοντέλου γραμμικής τάσης. Γενικά το μοντέλο μη γραμμικής τάσης δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε περιπτώσεις όπου είναι αδύνατη η εύρεση κάποιου συγκεκριμένου μοντέλου για την παραγωγή προβλέψεων κάποιας χρονοσειράς.

Άλλο ένα πλεονέκτημα του μοντέλου μη γραμμικής τάσης είναι η καταλληλότητα του για παραγωγή προβλέψεων μεγάλου χρονικού ορίζοντα. Πραγματικά οι πρακτικές έρευνες έχουν δείξει ότι όσο πιο μακρινός είναι ο ορίζοντας πρόβλεψης, τόσο πιο πολύ πλεονεκτεί το μοντέλο μη γραμμικής τάσης σε ακρίβεια έναντι των άλλων μοντέλων.

## 2.6.2 Απλοϊκή Μέθοδος (Naive)

Η συγκεκριμένη μέθοδος δίνει ως πρόβλεψη για κάθε ορίζοντα την τελευταία γνωστή παρατήρηση. Έχει καλές επιδόσεις για πρόβλεψη μιας περιόδου μπροστά σε αποεποχικοποιημένες χρονοσειρές καθώς η αναμενόμενη τιμή της πρόβλεψης δεν διαφέρει σημαντικά από την τελευταία παρατήρηση που έχουμε στην διάθεση μας. Μαθηματικά περιγράφεται ως εξής:

$$X_t(m) = X_t(1)$$

### 2.6.3 Απλή γραμμική Παλινδρόμηση

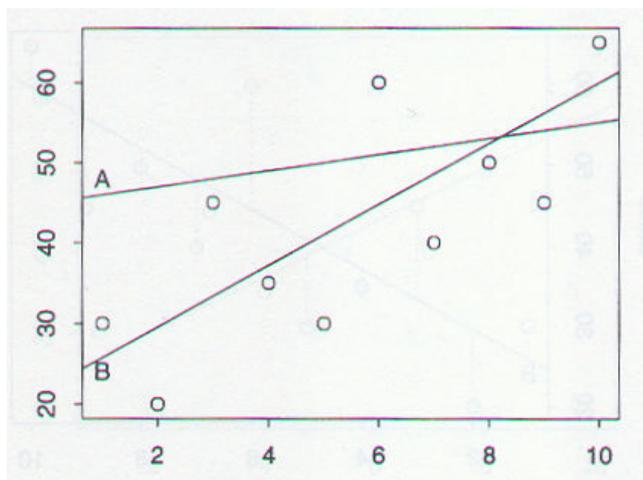
Με τον όρο «Απλή Παλινδρόμηση» γίνεται αναφορά σε κάθε παλινδρόμηση μιας μεταβλητής  $Y$  (εξαρτημένη μεταβλητή) επί μιας μεταβλητής  $X$  (επεξηγηματική ή ανεξάρτητη μεταβλητή) (Drapper 1994). Γενικά είναι διαθέσιμο ένα σύνολο  $n$  ζευγών  $(X_i, Y_i)$  για  $i=1,2,3 \dots, n$ . Θα θεωρήσουμε μια γραμμική σχέση μεταξύ των  $Y$  και  $X$  η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$Y = a + bX + e$$

όπου  $a$  είναι το αρχικό σημείο (για  $b=0$ ) και  $b$  η κλίση της ευθείας, ενώ ο όρος  $e$  δηλώνει το σφάλμα (την απόκλιση της παρατήρησης από την ευθεία  $Y=a+bX$ ).

Στο Σχήμα 2.1, έχουν προσαρμοσθεί δύο διαφορετικές ευθείες στα δεδομένα. Παρατηρούμε ότι η ευθεία Β προσαρμόζεται στα δεδομένα πολύ καλύτερα από την ευθεία Α.

Σχήμα 2.1 - Προσαρμογή δύο ευθειών σε ιστορικά δεδομένα



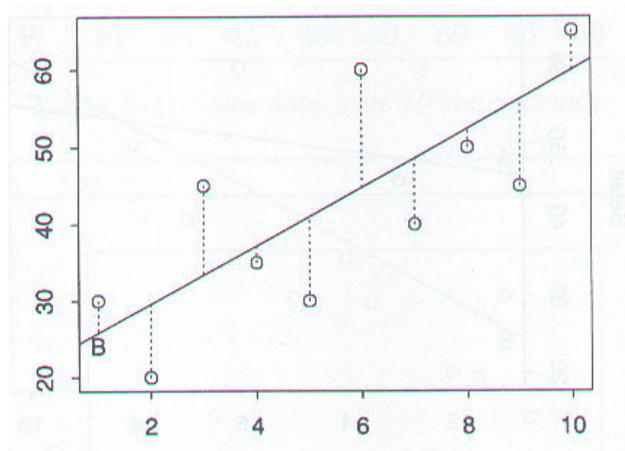
Στόχος είναι να εκτιμηθούν οι τιμές των  $a$  και  $b$ , έτσι ώστε η ευθεία

$$\hat{Y} = a + bX$$

να αποτελεί την «βέλτιστη» ευθεία, δηλαδή αυτή που προσαρμόζεται όσο το δυνατόν καλύτερα στα δεδομένα.

Για κάθε σημείο (παρατήρηση) στο γράφημα, το σφάλμα προσαρμογής  $e$ , μπορεί να οριστεί σαν την κατακόρυφη απόκλιση της παρατήρησης από την ευθεία προσαρμογής (Σχήμα 2.2).

**Σχήμα 2.2 - Προσαρμογή ευθείας παλινδρόμησης σε ιστορικά δεδομένα**



Είναι  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$  όπου  $\hat{Y}_i = a + bX_i$

Με το συμβολισμό  $\hat{Y}_i$  αναφερόμαστε στην εκτιμώμενη (από την ευθεία παλινδρόμησης) τιμή  $Y_i$ , που αντιστοιχεί στην παρατήρηση  $X_i$ .

Σαν «βέλτιστη» ευθεία προσαρμογής, επιλέγεται αυτή για την οποία το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων γίνεται ελάχιστο. Η μέθοδος είναι γνωστή σαν Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων ή OLS (Ordinary Least Squares).

Μπορούμε να γράψουμε τον παραπάνω τύπο σαν συνάρτηση των  $a$  και  $b$ :

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i)^2$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις τιμές των  $a$  και  $b$  για τις οποίες η συνάρτηση παίρνει την μικρότερη τιμή:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων.

Αφού εκτιμηθούν οι συντελεστές της παλινδρόμησης και ελεγχθεί η καταλληλότητα του μοντέλου, μπορούμε για κάθε νέα τιμή της μεταβλητής  $X$  να υπολογίσουμε μια συγκεκριμένη τιμή για την μεταβλητή  $Y$  ή κάποιο διάστημα εμπιστοσύνης στο οποίο αυτή θα κυμαίνεται.

Για μια νέα τιμή  $X_0$ , η εξίσωση παλινδρόμησης δίνει:

$$\hat{Y}_0 = a + bX_0$$

Επειδή οι συντελεστές  $a$  και  $b$  είναι τυχαίες μεταβλητές και αφού υπάρχει κάποιο τυχαίο σφάλμα σε κάθε παρατήρηση, δεν αναμένεται η νέα παρατήρηση  $Y_0$  να είναι ακριβώς  $\hat{Y}_0$ .

Το τυπικό σφάλμα της πρόβλεψης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογισθεί το διάστημα εμπιστοσύνης που θα κυμαίνεται η πρόβλεψη.

Είναι

$$s.e.(\hat{Y}_0) = s_e \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}}$$

$$Y_0 : \hat{Y}_0 \pm t^* s.e.(\hat{Y}_0)$$

### Συνοψίζοντας:

Η χρησιμοποίηση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι συνήθως πρακτική στο λογισμικό προβλέψεων. Τα βασικά χαρακτηριστικά της διαδικασίας αυτής είναι τα ακόλουθα:

- Τονίζει την μακροπρόθεσμη συμπεριφορά.
- Δεν έχει δώσει πολύ καλά αποτελέσματα στους διαγωνισμούς πρόβλεψης (M1, M2, M3)
- Είναι αρκετά απλή στην υλοποίηση και την εκτέλεση της
- Χρησιμοποιείται κυρίως για πρόβλεψη σε μακρινούς ορίζοντες

## 2.7 Δείκτες Αξιολόγησης Μεθόδων Πρόβλεψης

Προκειμένου να μετρήσουμε την ακρίβεια των προβλέψεων που εξάγονται από κάποιο μοντέλο, απαιτείται ο υπολογισμός ενδεικτικών δεικτών σφάλματος. Οι δείκτες σφάλματος επομένως μετρούν την προσαρμογή του μοντέλου στα ιστορικά δεδομένα. Αλλά, πρέπει αν γίνει σαφές πως ένας μηδενικός δείκτης σφάλματος, δεν σημαίνει πάντα και καλό μοντέλο πρόβλεψης. Ενδεικτικά αναφέρονται οι παρακάτω δείκτες σφαλμάτων:

► Σφάλμα:  $e_t = Act - F$

► Μέσο Σφάλμα:  $ME = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t$

► Μέσο Απόλυτο Σφάλμα:  $MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|$

► Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα:  $MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2$

► Μέσο Ποσοστιαίο Σφάλμα: 
$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n PE_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{Act - F}{Act} \right) 100$$

► Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα: 
$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{F_i - Act_i}{Act_i} \right|}{n} \cdot 100$$

► Συμμετρικό Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα: 
$$SMAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{F_i - Act_i}{\frac{F_i + Act_i}{2}} \right|}{n} \cdot 100$$

Για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής, θα χρησιμοποιηθεί ως επί των πλείστον το Συμμετρικό Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα, ευρέως γνωστό ως “SMAPE”.

## 3. Η Μέθοδος $\Theta$

### 3.1 Μέθοδος $\Theta$ : Μια μέθοδος παραγωγής προβλέψεων βασισμένη σε μια διαφορετική προσέγγιση της αποσύνθεσης

Η μέθοδος  $\Theta$  (Assimakopoulos et. al. 1999, 2000) είναι μια νέα μονοδιάστατη μέθοδο πρόβλεψης. Η μέθοδος βασίζεται στην μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μιας χρονοσειράς μέσα από την παράμετρο  $\theta$  (Theta), η οποία εφαρμόζεται απευθείας (πολλαπλασιαστικά) στις διαφορές δεύτερης τάξης των δεδομένων. Η καινούργια χρονοσειρά που δημιουργείται διατηρεί την μέση τιμή και κλίση (παλινδρόμησης) της αρχικής χρονοσειράς αλλά όχι και τις τοπικές καμπυλότητες. Οι χρονοσειρές που παράγονται με αυτή την διαδικασία ονομάζονται γραμμές  $\Theta$  (Theta Lines). Βασικό ποιοτικό χαρακτηριστικό αυτών των γραμμών είναι η καλύτερη προσέγγιση της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς-τάσης των δεδομένων ή ανάδειξη-τονισμός των βραχυπρόθεσμων χαρακτηριστικών, ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου  $\theta$  ( $<, >1$ ).

Η προτεινόμενη μέθοδος αποσυνθέτει-διαχωρίζει την αρχική χρονοσειρά σε δύο ή περισσότερες γραμμές  $\Theta$ . Η κάθε γραμμή  $\Theta$  προεκτείνεται στο μέλλον ξεχωριστά και οι παραγόμενες προβλέψεις συνδυάζονται με ίσα βάρη.

Ο απλός συνδυασμός δύο γραμμών  $\Theta$ , για  $\theta=0$  (ευθεία γραμμή) και  $\theta=2$  (διπλασιασμός των τοπικών καμπυλοτήτων) χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή προβλέψεων για τις 3003 χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 (Makridakis 2000a, 2000b). Η μέθοδος παρήγαγε πολύ καλά αποτελέσματα (ακριβείς προβλέψεις) ιδιαίτερα για τα τις μηνιαίες χρονοσειρές και τα μικροοικονομικά δεδομένα. Αναλυτικά στον διαγωνισμό M3 θα αναφερθούμε στην παράγραφο 4.4.

Έχουν γίνει πολλές προσπάθειες να παραχθούν προβλέψεις βασισμένες απευθείας στην κλασική αποσύνθεση (Makridakis et al. 1984). Τα μεμονωμένα χαρακτηριστικά που συνήθως απομονώνονται είναι οι συνιστώσες τάσης-κύκλου (TxC), εποχιακότητας (S) και τυχαιότητας (R ή I). Η κάθε μια συνιστώσα προεκτείνεται ξεχωριστά στο μέλλον και οι παραγόμενες προβλέψεις συνδυάζονται με ίσα βάρη αποτελώντας τις τελικές προβλέψεις της υπό εξέταση χρονοσειράς. Αυτή η πρακτική δεν συναντάται συχνά στην διεθνή βιβλιογραφία. Ο κυριότερος λόγος είναι η δυσκολία απομόνωσης της συνιστώσας τυχαιότητας καθώς και η αδυναμία παραγωγής ικανοποιητικών προβλέψεων για την γραμμή τάσης-κύκλου. Ίσως η μόνη τεχνική που παρήγαγε μέσα από μια τέτοια διαδικασία ικανοποιητικές προβλέψεις είναι η εφαρμογή της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης γραμμικής τάσης (Holt) (Makridakis et al. 1984) και της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης φθίνουσας τάσης (Gardner 1985) σε αποεποχικοποιημένα δεδομένα, όπου οι τελικές προβλέψεις προέρχονταν από επαναεποχικοποίηση των παραγόμενων από τα μοντέλα προβλέψεων.

Η μέθοδος  $\Theta$  προτείνει-εισάγει μια διαφορετική προσέγγιση της αποσύνθεσης: της αποσύνθεσης των αποεποχικοποιημένων δεδομένων σε συνιστώσες-γραμμές μακροπρόθεσμης και βραχυπρόθεσμης τάσης. Η πρόκληση για την συγκεκριμένη μέθοδο ήταν να αυξήσει τον βαθμό αξιοποίησης της χρήσιμης πληροφορίας που είναι κρυμμένη μέσα στα δεδομένα, πριν της εφαρμογή ενός μοντέλου προέκτασης στο μέλλον (extrapolation model). Διαισθητικά, αυτή η πληροφορία έχει βραχυπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες συνιστώσες. Αυτές οι συνιστώσες

αναγνωρίζονται– αναδεικνύονται από την μέθοδο Θ. Ουσιαστικά η μέθοδος Θ λειτουργεί όπως ένας μεγεθυντικός φακός μέσα από τον οποίο οι διακυμάνσεις της χρονοσειράς μεγεθύνονται οι μικραίνουν. Ο γραμμικός συνδυασμός των προβλέψεων των συνιστωσών, γίνεται μέσα από αυτήν την διαδικασία πιο αποδοτικός.

Ο συνδυασμός προβλέψεων κάτω υπό ορισμένες προϋποθέσεις βελτιώνει την ακρίβεια των προβλέψεων (Clemen 1989). Αυτό συμβαίνει διότι σταθμίζονται τα σφάλματα που παράγονται από κάθε μέθοδο ξεχωριστά. Αυτά τα σφάλματα οφείλονται στην αστάθεια των προτύπων της χρονοσειράς, στις διαδικασίες ελαχιστοποίησης για την εύρεση των παραμέτρων του κάθε μοντέλου ή ακόμα και σε λάθη καταμέτρησης (Makridakis et al. 1998).

Πάνω από όλα όμως τα σφάλματα σχετίζονται με την μορφή του μοντέλου που επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί. Κάθε μοντέλο ή συναρτησιακή μορφή εφαρμόζει την λογική του πάνω στα δεδομένα με έναν λιγότερο ή περισσότερο ευέλικτο τρόπο, και με την ίδια λογική προεκτείνει στο μέλλον. Εάν υπάρχει κάποια ποσότητα χρήσιμης πληροφορίας μέσα στην χρονοσειρά, τότε υπάρχει και ένας αντίστοιχος βαθμός αξιοποίησης αυτής για κάθε μέθοδο που εφαρμόζεται.

Σύμφωνα μες όλα τα παραπάνω η μέθοδος Θ μπορεί να θεωρηθεί ως μια διαφορετική προσέγγιση της αποσύνθεσης ή / και μία επέκταση της θεωρίας των γραμμικών συνδυασμών παραγόμενων προβλέψεων. Στην επόμενη ενότητα ακολουθεί η θεμελίωση της μεθόδου

## ***Η Μέθοδος Θ***

Η μέθοδος βασίζεται στην μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μιας χρονοσειράς. Αυτή η μεταβολή επιτυγχάνεται μέσα από μία παράμετρο, την παράμετρο  $\theta$ , η οποία εφαρμόζεται απευθείας στις δεύτερες διαφορές των δεδομένων σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

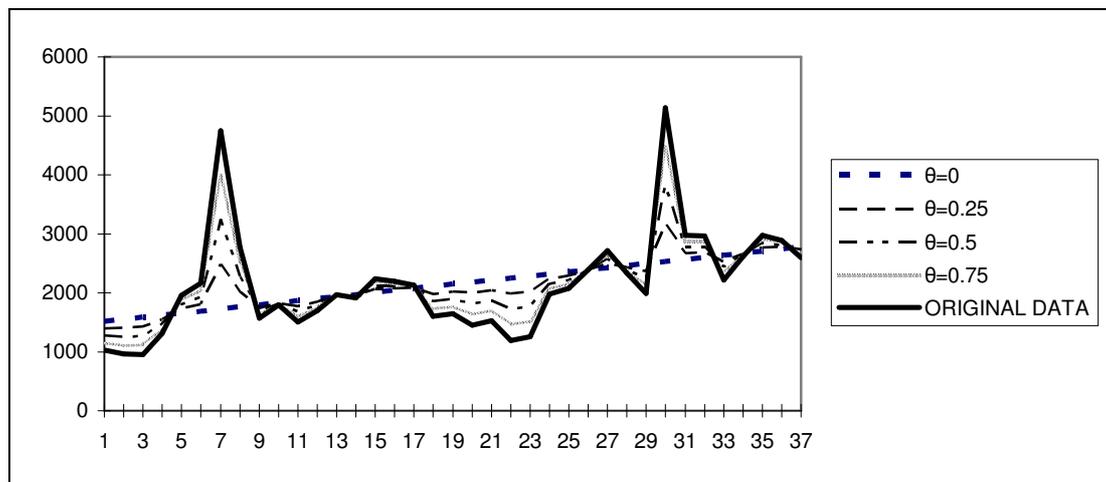
$$X''_{new}(\theta) = \theta \cdot X''_{data}, \text{ όπου } X''_{data} = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \text{ την χρονική στιγμή } t.$$

Εάν οι τοπικές καμπυλότητες μειώνονται τότε η χρονοσειρά γίνεται όπως στο σχήμα 1. Όσο μικρότερη είναι η τιμή της παραμέτρου  $\theta$  (αλλά  $>0$ ) τόσο μεγαλύτερη είναι η μείωση των τοπικών καμπυλοτήτων. Στην ακραία περίπτωση όπου  $\theta=0$  η χρονοσειρά μετατρέπεται στην ευθεία της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Η διαρκής μείωση των διακυμάνσεων της χρονοσειράς ελαττώνει τις απόλυτες διαφορές μεταξύ διαδοχικών παρατηρήσεων με αποτέλεσμα η νέα σειρά να σχετίζεται με μακροπρόθεσμες τάσεις της χρονοσειράς (Assimakopoulos 1995).

Η χρονοσειρά του παραδείγματος (σχήμα 3.1) όσο και αυτές που θα ακολουθήσουν έχουν παρθεί από τα δεδομένα του διαγωνισμού M3 (Makridakis et. al. 2000, Ord et. al. 2000).

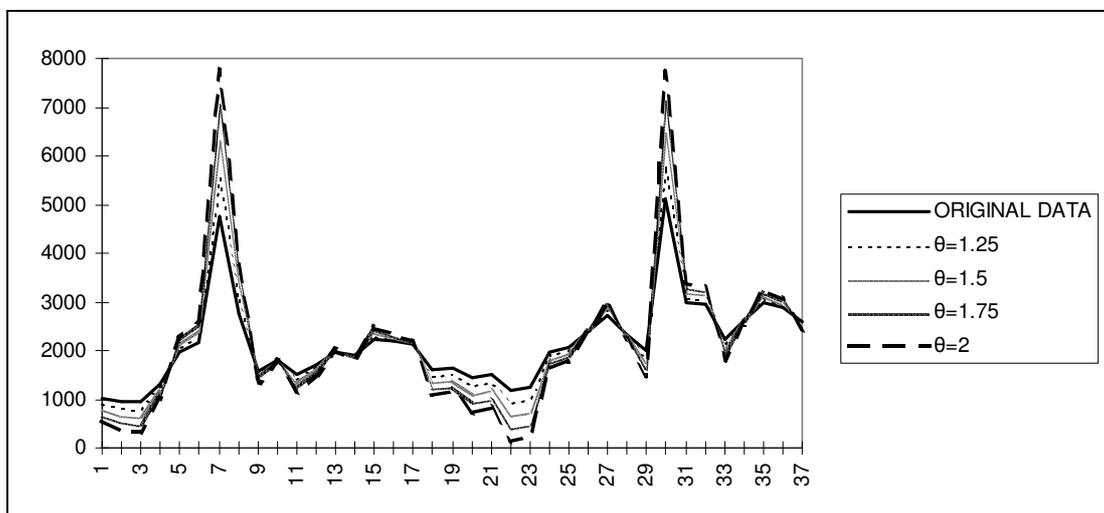
Η παράμετρος  $\theta$  παίρνει και αρνητικές τιμές οι οποίες αντιστρέφουν τις τοπικές καμπυλότητες (για  $\theta=-1$  έχουμε ολική αντιστροφή των τοπικών καμπυλοτήτων – φαινόμενο «καθρέπτη»).

**Σχήμα 3.1 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά 200, η μείωση των τοπικών καμπυλοτήτων μέσα από την μέθοδο  $\Theta$ .**



Αντίστοιχα εάν τοπικές καμπυλότητες αυξάνονται ( $\theta > 1$ ), τότε η χρονοσειρά γίνεται όπως στο σχήμα 3.2. Όσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός της αύξησης των τοπικών καμπυλοτήτων τόσο πιο πολύ ενισχύεται η βραχυπρόθεσμη τάση της χρονοσειράς.

**Σχήμα 3.2 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά 200, η αύξηση των τοπικών καμπυλοτήτων μέσα από την μέθοδο  $\Theta$ .**



Ακολουθώντας αυτή την διαδικασία για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\theta$ , ένα σύνολο από καινούργιες γραμμές κατασκευάζεται, οι γραμμές  $\Theta$ . Εάν αυτές οι γραμμές επιλεγεί να κατασκευαστούν σύμφωνα με την θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων (Makridakis, 1998 pp. 54-62) τότε οι γραμμές  $\theta$  διατηρούν την μέση τιμή και την κλίση παλινδρόμησης της αρχικής χρονοσειράς.

## Γενική διατύπωση της μεθόδου $\Theta$

Η αρχική χρονοσειρά αποσυντίθεται σε δύο η περισσότερες γραμμές  $\Theta$ . Κάθε μία από τις γραμμές  $\Theta$  προεκτείνεται στο μέλλον ξεχωριστά και οι προβλέψεις συνδυάζονται απλά με ίσα βάρη. Οποιαδήποτε μέθοδος προέκτασης στο μέλλον μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθούν προβλέψεις για την κάθε γραμμή  $\Theta$  ανάλογα με την εμπειρία για την υπό εξέταση χρονοσειρά (Fildes et al. 1998). Για κάθε οριζοντα πρόβλεψης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και διαφορετικός συνδυασμός γραμμών  $\Theta$ .

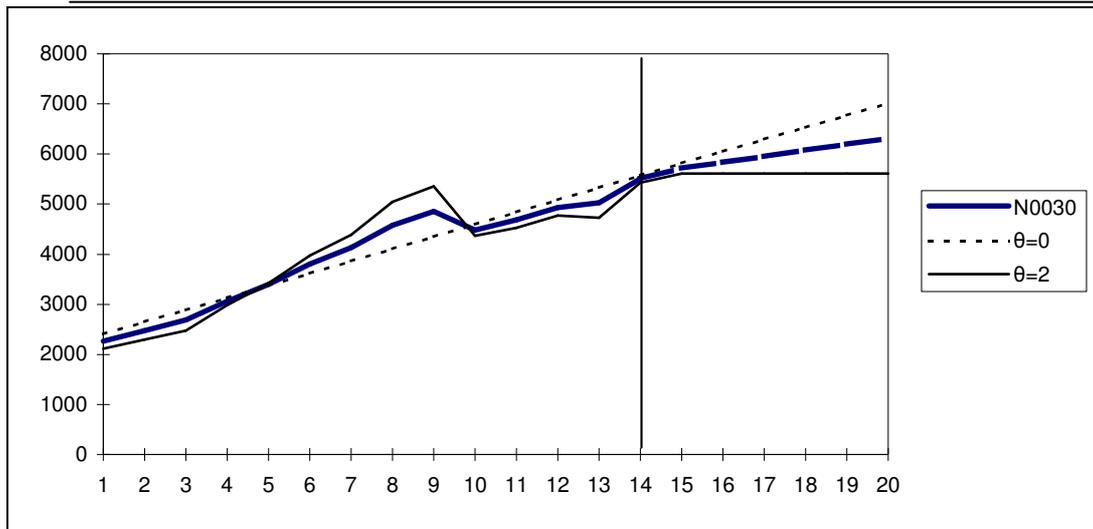
Ας θεωρήσουμε μια από τις απλούστερες περιπτώσεις όπου η χρονοσειρά αποσυντίθεται σε δύο γραμμές  $\Theta$ , για τιμές  $\theta=0$  και  $\theta=2$

$$\text{Data} = 1/2 (L(\theta=0) + L(\theta=2))$$

όπου  $L(\theta=a)$  είναι η γραμμή  $\Theta$  για τιμή της παραμέτρου  $\theta$  ίση με  $a$ .

Η πρώτη γραμμή  $\Theta$  (για  $\theta=0$ ) είναι η ευθεία της απλής γραμμικής παλινδρόμησης των δεδομένων ενώ η δεύτερη έχει διπλάσιες δεύτερες διαφορές από την αρχική χρονοσειρά. Αυτή είναι η περίπτωση όπου δύο γραμμές  $\Theta$ , με τιμές παραμέτρου  $\theta$  συμμετρικές προς την μονάδα, συνθέτονται. Η πρώτη γραμμή περιγράφει-ερμηνεύει τα δεδομένα μέσα από μια γραμμική τάση. Η δεύτερη διπλασιάζοντας τις τοπικές καμπυλότητες μεγεθύνει την βραχυπρόθεσμη συμπεριφορά. Η πρώτη γραμμή προεκτείνεται στο μέλλον σύμφωνα με την κλασική θεωρία παλινδρόμησης (Κεφάλαιο 3, Makridakis et. al. 1998, pp. 186-208) ενώ η δεύτερη με εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου SES (Κεφάλαιο 3, Makridakis et. al. 1998, pp. 147-158). Ο απλός γραμμικός συνδυασμός των προβλέψεων αυτών με ίσα βάρη (50%) δίνει τις τελικές προβλέψεις για την μέθοδο  $\Theta$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3.

Σχήμα 3.3 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά 30, προβλέψεις με την μέθοδο Θ.



Ακριβώς αυτός ο συνδυασμός γραμμών Θ χρησιμοποιήθηκε στον διαγωνισμό M3. Τα βήματα της μεθόδου αναλύονται στον ακόλουθο πίνακα (3.1).

Πίνακας 3.1 - Διαγωνισμός M3, Βήματα διαδικασίας παραγωγής προβλέψεων με την μέθοδο Θ.

<p><b>Βήμα 0. Τεστ Εποχιακότητας</b></p>	<p>Η κάθε χρονοσειρά ελέγχεται για εποχιακή συμπεριφορά με κριτήριο την τιμή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης με lag ένα έτος (π.χ. για μηνιαία δεδομένα 12) συγκρινόμενη με την τιμή 1.645 (τιμή της t-κατανομής για πιθανότητα 0.1)*</p>
<p><b>Βήμα 1. Αποεποχικοποίηση</b></p>	<p>Η χρονοσειρά αποεποχικοποιείται με την κλασική μέθοδο αποσύνθεσης (Κεφάλαιο 3)</p>

\*\*\*Δεν χρησιμοποιήθηκαν οι εποχικοί δείκτες που δόθηκαν από τους M. Hibbon και S. Makridakis μετά το ISF98 για τις 3003 χρονοσειρές του διαγωνισμού M3

	***
<b>Βήμα 2. Αποσύνθεση</b>	Κάθε χρονοσειρά αποσυντίθεται σε δύο γραμμές $\Theta$ , για $\theta=0$ και $\theta=2$ .
<b>Βήμα 3. Πρόβλεψη</b>	Η γραμμή $\theta=0$ προεκτείνεται με απλή γραμμική παλινδρόμηση ενώ η γραμμή $\theta=2$ με SES
<b>Βήμα 4. Συνδυασμός</b>	Οι προηγούμενες προβλέψεις συνδυάζονται με ίσα βάρη
<b>Βήμα 5. Εποχικοποίηση</b>	Οι τελικές προβλέψεις εποχικοποιούνται.

Στην μέθοδο  $\Theta$  η μακροπρόθεσμη τάση εξασφαλίζεται από την προέκταση της γραμμής  $\theta=0$ . Ταυτόχρονα η ύπαρξη και της γραμμής  $\theta=2$  λειτουργεί σαν αντίβαρο στην χρησιμοποίηση μόνο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και εξασφαλίζει την αξιοποίηση και της βραχυπρόθεσμης πληροφορίας. Ως αποτέλεσμα το σημείο εκκίνησης των προβλέψεων πετυχαίνει καλύτερη προσέγγιση του σωστού επιπέδου, και μια και η προέκταση είναι οριζόντια (SES) εξασφαλίζεται μια συντηρητική μεν σταθερή δε συνέχιση τη μακροπρόθεσμης τάσης.

#### *Αξιολόγηση*

Το δυνατό σημείο της μεθόδου έγκειται στην αποσύνθεση των αρχικών δεδομένων. Οι δύο συνιστώσες περικλείουν πληροφορία, η οποία είναι απαραίτητη στην διαδικασία πρόβλεψης αλλά χάνεται ή δεν μπορεί να αναγνωριστεί από τα υπάρχοντα μοντέλα πρόβλεψης τα οποία εφαρμόζονται απευθείας στα αρχικά δεδομένα. Ειδικά στην γραμμή  $L(\theta=0)$  το φαινόμενο αυτό γίνεται πιο εύκολα αντιληπτό. Η ευθεία γραμμή παλινδρόμησης περιέχει πληροφορία για την μακροπρόθεσμη τάση της χρονοσειράς η οποία

«παραμελείται» όταν μια μέθοδος προσαρμόζεται στα πιο πρόσφατα δεδομένα και κατ' επέκταση στις πιο πρόσφατες τάσεις. Από την άλλη, όταν χρησιμοποιείται μόνο η γραμμή παλινδρόμησης όλη η χρήσιμη πληροφορία από τις βραχυπρόθεσμες διακυμάνσεις αγνοείται.

Η επίδοση της μεθόδου Θ στις μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού Μ3 είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα (Makridakis et. al. 2000). Τα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού χαρακτηρίζονται εν γένει από σχετικά μεγάλες διακυμάνσεις. Αυτό το γεγονός εμποδίζει τις περισσότερες μεθόδους να αναγνωρίσουν την μακροπρόθεσμη τάση και επομένως να την λάβουν σοβαρά υπόψη στην παραγωγή προβλέψεων.

*Ένας εναλλακτικός τρόπος παραγωγής τη γραμμής θ L(2)*

Κάνοντας μια σύνοψη των ιδιοτήτων της μεθόδου Θ όπως αυτές προκύπτουν από τα παραρτήματα Α και Β προκύπτουν τα ακόλουθα:

1) Κάθε γραμμή L(θ) προκύπτει από την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων του οποίου οι συντελεστές εξαρτώνται από τα δεδομένα της αρχικής χρονοσειράς και την τιμή της παραμέτρου θ

2) Κάθε γραμμή L(θ) διατηρεί την μέση τιμή και την κλίση παλινδρόμησης της αρχικής χρονοσειράς.

3)  $L(0) \equiv \text{LRL}$ , (LRL : Linear Regression Line).

4)  $1/2 ( L(1-a) + L(1+a) ) = D$ , (D : Raw Data)

Οπότε οι δύο πιο συχνά χρησιμοποιούμενες γραμμές θ (ειδικά στον διαγωνισμό Μ3) μπορούν να παραχθούν χωρίς να χρειαστεί η επίλυση του γραμμικού συστήματος, σύμφωνα με τα ακόλουθα:

$$(4) \Rightarrow 1/2 ( L(1-a) + L(1+a) ) = D \Rightarrow (a=1)$$

$$1/2 ( L(0) + L(2) ) = D \Rightarrow (c)$$

$$1/2 ( \text{LRL} + L(2) ) = D \Rightarrow$$

$$\text{LRL} + L(2) = 2 D \Rightarrow$$

$$\boxed{L(2) = 2 D - \text{LRL}}, (5)$$

Η καινούργια ιδιότητα (5) οδηγεί σε έναν εναλλακτικό τρόπο παραγωγής της  $L(2)$  αφού η LRL μπορεί να παραχθεί σύμφωνα με την κλασσική θεωρία παλινδρόμησης.

Όσον αφορά τις προβλέψεις της μεθόδου κάνουμε τα ακόλουθα. Παράγουμε την ευθεία παλινδρόμησης και την προεκτείνουμε στο μέλλον. Σύμφωνα με την ιδιότητα (5) παράγουμε την γραμμή  $\Theta$   $L(2)$  και προεκτείνουμε στο μέλλον με την μέθοδο SES. Συνδυάζοντας με ίσα βάρη τις επί μέρους προβλέψεις, παράγουμε τις τελικές προβλέψεις της μεθόδου.

Αυτή η διαδικασία γίνεται περισσότερο κατανοητή στο σχήμα 4 όπου φαίνονται οι γραμμές  $L(0)$ ,  $L(2)$  και ο συνδυασμός των προβλέψεων για την χρονοσειρά N0001YB001, μια ετήσια μικροοικονομική χρονοσειρά από τον διαγωνισμό M3.

## 3.2 Σημειακές προβλέψεις

Η εξίσωση πρόβλεψης για την απλή εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου SES είναι (Makridakis et al. 1983, eq. 3-19,3-22):

$$F_{t+1} = F_t + a(Y_t - F_t), \text{ or}$$

$$F_{t+1} = aY_t + (1-a)F_t, (1)$$

όπου  $a$  είναι η παράμετρος εξομάλυνσης.

Εφαρμόζοντας το μοντέλο στην γραμμή  $\Theta$   $L(2)$ , προκύπτει:

$$F_{t+1}^{(L(2))} = a' L(2)_t + (1-a') F_t^{(L(2))}, (2)$$

όπου  $a'$  είναι η παράμετρος εξομάλυνσης όπως προκύπτει όταν εφαρμοστεί SES στην γραμμή  $L(2)$ .

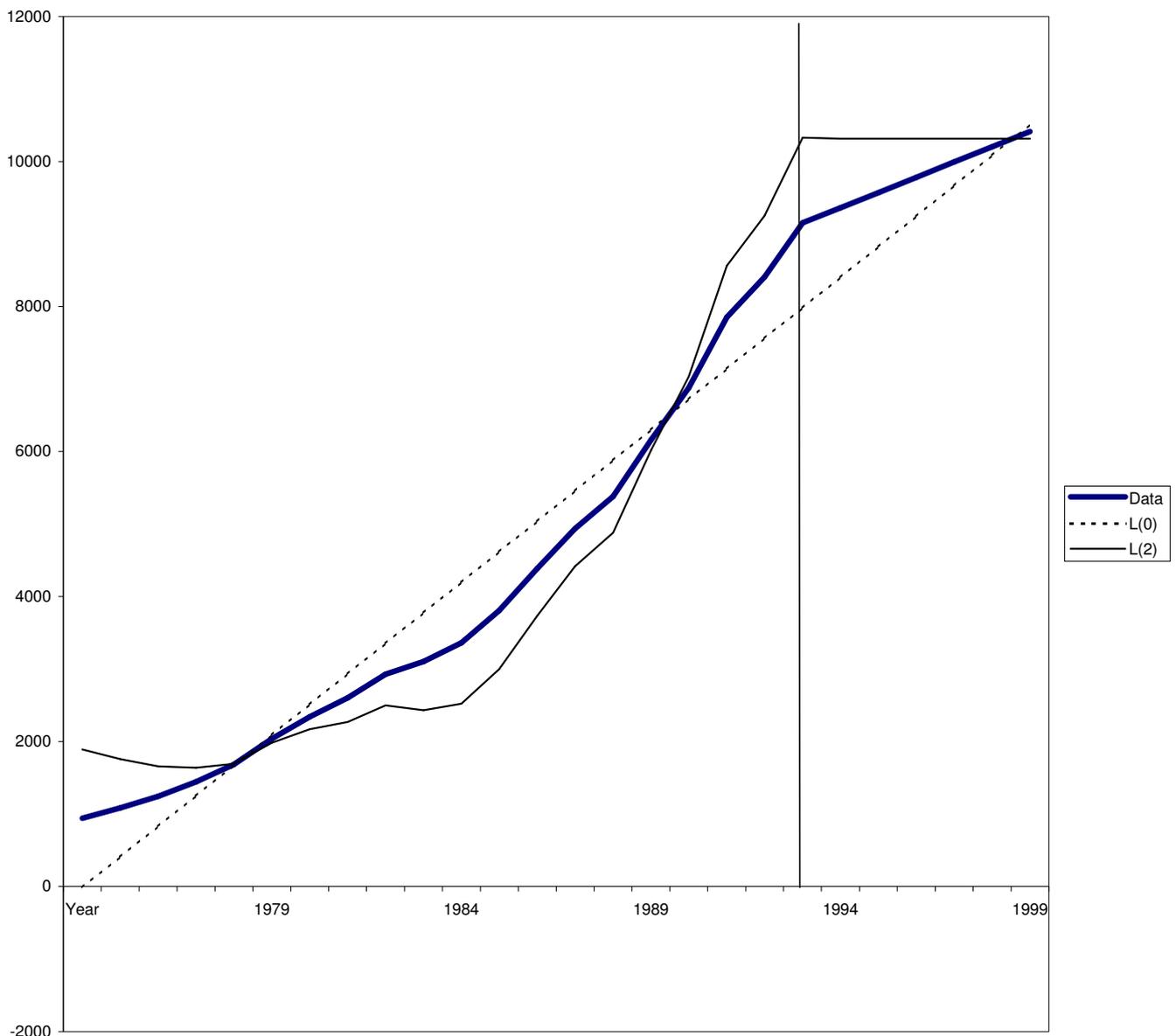
Από την θεωρία γραμμικής παλινδρόμησης προκύπτει:

$$F_{t+1}^{(L(0))} = \hat{a} + \hat{b}t = [\hat{a} + \hat{b}(t-1)] + \hat{b} \Rightarrow$$

$$F_{t+1}^{(L(0))} = F_t^{(L(0))} + \hat{b}, (3)$$

Διπλωματική Εργασία

Σχήμα 3.4 - Διαγωνισμός M3, Χρονοσειρά. N0001YB001-YEARLY / MICRO,  
προβλέψεις με την μέθοδο Θ.



Κάνοντας μερικές αντικαταστάσεις και εφαρμόζοντας την ιδιότητα της μεθόδου Θ:

$$1/2 ( L(0) + L(2) ) = D \text{ (Assimakopoulos et. Al. 2000),}$$

η εξίσωση πρόβλεψης (για την παραγωγή σημειακών προβλέψεων) υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}
(2) + (3) &\Rightarrow F_{t+1}^{(L(2))} + F_{t+1}^{(L(0))} = a' L(2)_t + (1 - a') F_t^{(L(2))} + F_t^{(L(0))} + \hat{b} \Rightarrow \\
F_{t+1}^{(L(2))} + F_{t+1}^{(L(0))} &= a' L(2)_t + (1 - a') F_t^{(L(2))} + F_t^{(L(0))} - a' F_t^{(L(0))} + a' F_t^{(L(0))} + \hat{b} \Rightarrow \\
F_{t+1}^{(L(2))} + F_{t+1}^{(L(0))} &= a' L(2)_t + (1 - a') F_t^{(L(2))} + (1 - a') F_t^{(L(0))} + a' F_t^{(L(0))} + \hat{b} \Rightarrow \\
[F_{t+1}^{(L(2))} + F_{t+1}^{(L(0))}] &= a' L(2)_t + (1 - a') [F_t^{(L(2))} + F_t^{(L(0))}] + a' F_t^{(L(0))} + \hat{b} \Rightarrow \\
2F_{t+1} &= a' L(2)_t + (1 - a') 2F_t + a' F_t^{(L(0))} + \hat{b} \Rightarrow \\
2F_{t+1} &= a' (2Y_t - F_t^{(L(0))}) + (1 - a') 2F_t + a' F_t^{(L(0))} + \hat{b} \Rightarrow \\
2F_{t+1} &= 2a' Y_t - a' F_t^{(L(0))} + (1 - a') 2F_t + a' F_t^{(L(0))} + \hat{b} \Rightarrow \\
2F_{t+1} &= 2a' Y_t + (1 - a') 2F_t + \hat{b} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\underline{F_{t+1} = a' Y_t + (1 - a') F_t + \frac{\hat{b}}{2}, (4)}$$

Άρα (Assimakopoulos et. al. 2002):

- Η μέθοδος  $\Theta$  περιέχει όρο τάσης. Ο όρος τάσης είναι σταθερός και ίσος με το μισό της κλίσης παλινδρόμησης (regression slope) της αρχικής χρονοσειράς.
- Η παράμετρος  $a'$  του μοντέλου υπολογίστηκε μετά από εφαρμογή SES στην γραμμή  $\theta L(2)$ .

### 3.3 Στοχαστικό Μοντέλο

Μπορούμε να αναγνωρίσουμε το λανθάνων στοχαστικό μοντέλο της μεθόδου  $\Theta$  μέσω μια προσέγγισης - ανάλυσης στον χώρο κατάστασης (Assimakopoulos et. al. 2002):

Έστω

$$\left. \begin{aligned}
X_t &= l_{t-1} + b + e_t, (5) \\
l_t &= l_{t-1} + b + a e_t, (6) \\
\hat{X}_{t+m} &= l_n + m b, (7)
\end{aligned} \right\} \text{where : } t = 2..n, l_1 = X_1, e_t \sim NID(0, \sigma^2)$$

Θα πρέπει να προσέξουμε ότι η παράμετρος επιπέδου δεν υπολογίζεται με διαδικασία ελαχιστοποίησης του MSE πάνω στην αρχική χρονοσειρά αλλά μέσω διαδικασίας ελαχιστοποίησης πάνω στη γραμμή  $\Theta L(2)$ .

Κάνοντας αντικαταστάσεις, προκύπτει ότι:

$$(5) - (6) \Rightarrow l_t = X_t + (a-1)e_t, (8)$$

and

$$(5) \stackrel{(8)}{\Rightarrow} X_t = X_{t-1} + b + (a-1)e_{t-1} + e_t, (9)$$

$$\Rightarrow e_t = X_t - X_{t-1} - b - (a-1)e_{t-1}, (10)$$

Έτσι, η εξίσωση πρόβλεψης (7) μπορεί να ξαναγραφεί ως:

$$(7) \stackrel{(8)}{\Rightarrow} \hat{X}_{t+1} = X_t + b + (a-1)e_t, (11)$$

Μπορούμε να εκφράσουμε την πρόβλεψη σε συνάρτηση μόνο των ιστορικών δεδομένων, με διαδοχικές αντικαταστάσεις του όρου σφάλματος

$$(11) \xrightarrow{\text{repeatedly}(10)} \rightarrow$$

$$\hat{X}_{t+1} = \left\{ a \sum_{i=0}^{n-1} (1-a)^i X_{n-i} + (1-a)^n X_1 \right\} + \frac{b}{a} [1 - (1-a)^n]$$

από την εξίσωση (10):

Έτσι,

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_{t+1} \Big|_{SES(a)} + \frac{b}{a} [1 - (1-a)^n], (12)$$

Για μακρινότερους ορίζοντες ( $m > 1$ ) η εξίσωση πρόβλεψης γίνεται:

$$\hat{X}_{t+m} = \hat{X}_{t+1} + (m-1)b \Rightarrow$$

$$\hat{X}_{t+m} = \hat{X}_{t+1} \Big|_{SES(a)} + b \left[ m - 1 + \frac{1 - (1-a)^m}{a} \right], (13)$$

Για να πάρουμε ταυτόσημες προβλέψεις με την μέθοδο  $\Theta$ , θέτουμε:

$$\begin{cases} a \equiv a' \\ b \equiv \frac{\hat{b}}{2} \end{cases}$$

όπου  $b$ , ο όρος τάσης είναι σταθερός και ίσος με το μισό της τάσης παλινδρόμησης και η παράμετρος  $a'$  έχει παραχθεί από την γραμμή L(2).

Έτσι, η εξίσωση πρόβλεψης για την μέθοδο  $\Theta$  (στην ειδική περίπτωση των δύο γραμμών L(0) και L(2)) είναι:

$$\hat{X}_{t+m} = \hat{X}_{t+1} \Big|_{SES(a')} + \frac{\hat{b}}{2} \left[ m - 1 + \frac{1 - (1 - a')^m}{a'} \right], (14)$$

Όπου ο πρώτος όρος σε αυτήν την εξίσωση είναι το μοντέλο απλή εκθετικής εξομάλυνσης (SES).

Επιπλέον, μπορούμε να πάρουμε διαστήματα εμπιστοσύνης για προβλέψεις οριζοντα  $m$  (Yar and Chatfield (1990)):

$$\hat{X}_{t+m} \Big|_{P.I.95\%} = \hat{X}_{t+m} \pm 1.96\sigma \sqrt{1 + (m-1)a^2}, (15)$$

Σε ανάλογα συμπεράσματα καταλήγουμε κάνοντας ανάλυση σύμφωνα με την μεθοδολογία των μοντέλων ARIMA, αφού η εξίσωση (9) μπορεί να

$$(9) \Rightarrow \nabla X_t = b - [1 + (1 - a)B]e_t, (16)$$

ξαναγραφεί ως:

Που είναι μια διαδικασία ARIMA(0,1,1) με ντετερμινιστικό drift (Box et al. 1994, pp. 125-126)

## 4. Διαγωνισμοί Πρόβλεψης

### 4.1 Γενικά περί Διαγωνισμών Πρόβλεψης

Η ακρίβεια των προβλέψεων είναι, μεταξύ άλλων, σημαντικός παράγοντας, για τη μείωση του κόστους και την καλύτερη εξυπηρέτηση των καταναλωτών. Παρόλα αυτά η διαθέσιμη γνώση και η εμπειρία για την βελτίωση της ακρίβειας για συγκεκριμένες καταστάσεις δεν χρησιμοποιείται πάντα. Αυτό έχει ως συνέπεια επίκαιρες και ευκαιριακές απώλειες, μερικές φορές σημαντικού μεγέθους. Εμπειρικές μελέτες στον τομέα των προβλέψεων στοχεύουν στη σύγκριση της ακρίβειας διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης έτσι ώστε η εφαρμογή τους να μπορεί να είναι καθοριστική σε μία αντικειμενική, μετρήσιμη μέθοδο. Οι Διαγωνισμοί Προβλέψεων είναι τέτοιες εμπειρικές μελέτες που έχουν σκοπό τη σύγκριση των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης μέσα από την εφαρμογή τους μαζικά σε ένα πλήθος από χρονοσειρές με διαφορετικά κάθε φορά χαρακτηριστικά. Κάθε ερευνητής έχει το δικαίωμα, τεκμηριώνοντας μια «έξυπνη» μέθοδο πρόβλεψης να συμμετάσχει σε διαγωνισμούς, παραδίδοντας τις ζητούμενες προβλέψεις για το σύνολο των δοθέντων χρονοσειρών. Μόλις έχουν κατοχυρωθεί οι προβλέψεις από κάθε ερευνητή, αξιολογούνται και συγκρίνονται τόσο με αυτές άλλων ερευνητών όσο και με κάποιων άλλων απλών μεθόδων που χρησιμοποιούνται ως σημεία

αναφοράς. Οι διαγωνισμοί προβλέψεων εξασφαλίζουν αντικειμενικότητα και εγγυώνται τέλεια γνώση.

## **4.2 Γενικές Παρατηρήσεις για τους Διαγωνισμούς**

### **4.2.1 Επίδραση του τύπου των Χρονοσειρών**

Η σχετική ακρίβεια στις προβλέψεις διαφόρων μεθόδων επηρεάζεται άμεσα τόσο από την χρονική απόσταση των παρατηρήσεων δηλαδή τις περιόδους παρατηρήσεων σε ένα ημερολογιακό έτος (μηνιαίες, τριμηνιαίες, ετήσιες, εβδομαδιαίες, ημερήσιες ή ακόμα και τυχαίες χρονικά παρατηρήσεις) όσο και από το είδος των χρονοσειρών (βιομηχανικές, δημογραφικές, μακροοικονομικές, μικροοικονομικές ή διαφόρων ειδών) καθώς και από την παρουσία ή όχι εποχιακότητας σε αυτές. Για παράδειγμα, κάποιες μέθοδοι μπορεί να συμπεριφέρονται πολύ καλά για μηνιαία δεδομένα, ενώ στα ετήσια και στα τριμηνιαία δεδομένα να μην είναι και τόσο αποτελεσματικές.

Εξαιτίας του αποτελέσματος αυτού οι συγκρίσεις των δεικτών επίδοσης στους διαγωνισμούς προβλέψεων γίνεται ανά κατηγορία χρονοσειρών ώστε να αναδειχθεί η μέθοδος που υπερτερεί σε μια συγκεκριμένη κατηγορία.

Οι παράγοντες οι οποίοι φαίνεται ότι επηρεάζουν την ακρίβεια των προβλέψεων είναι η τάση, η εποχιακότητα και η τυχειότητα που υπάρχουν στα δεδομένα των χρονοσειρών. Πιστεύεται ότι όσο πιο μεγάλη είναι η τυχειότητα στα δεδομένα, τόσο λιγότερη σημασία έχει η χρήση στατιστικά πολύπλοκων μεθόδων.

Είναι λοιπόν αναμενόμενο ότι οι μέθοδοι προβλέψεων που δεν λαμβάνουν την τάση υπόψη τους δεν συμπεριφέρονται καλά σε σχέση με τις άλλες μεθόδους που την λαμβάνουν σε δεδομένα χρονοσειρών που παρουσιάζουν σημαντική τάση όπως είναι τα ετήσια δεδομένα.

### 4.2.2 Επίδραση του Οριζοντα Πρόβλεψης

Η σχετική ακρίβεια στις προβλέψεις διαφόρων μεθόδων επηρεάζεται άμεσα από τον οριζοντα πρόβλεψης. Παρατηρείται λοιπόν το φαινόμενο άλλες μέθοδοι να υπερτερούν στις βραχυπρόθεσμες, άλλες στις μεσοπρόθεσμες και άλλες στις μακροπρόθεσμες προβλέψεις. Λόγω αυτού του γεγονότος οι συγκρίσεις των διαφόρων μεθόδων γίνονται ανά οριζοντα πρόβλεψης ή ανά ένα σύνολο οριζόντων που αντιπροσωπεύουν τις βραχυπρόθεσμες, μεσοπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες παραχθείσες προβλέψεις.

Συνήθως για μικρό οριζοντα πρόβλεψης (μία και δύο περιόδους μπροστά) στατιστικά και συναρτησιακά απλές μέθοδοι (που λαμβάνουν πιο πολύ υπόψη τους τις τελευταίες παρατηρήσεις) έχουν καλύτερες επιδόσεις ενώ όσο πιο πολύ μεγαλώνει ο οριζοντας πρόβλεψης οι στατιστικά πολύπλοκες μέθοδοι είναι πιο αποδοτικές από τις απλές μεθόδους. Η εξήγηση είναι απλή αφού στις περισσότερες περιπτώσεις, για μικρό οριζοντα πρόβλεψης οι τιμές των χρονοσειρών δεν παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές από τις τελευταίες παρατηρήσεις.

### 4.2.3 Επίδραση της Εποχιακότητας

Η σχετική ακρίβεια στις προβλέψεις διαφόρων μεθόδων επηρεάζεται άμεσα από το αν η υπό εξέταση χρονοσειρές είναι εποχιακές ή όχι. Οι δείκτες επίδοσης των χρονοσειρών που δεν παρουσιάζουν εποχιακότητα (ή επειδή είναι από την φύση τους μη εποχιακές όπως τα ετήσια δεδομένα ή επειδή έχουν πρώτα αποεποχικοποιηθεί) είναι σε όλες τις περιπτώσεις πολύ καλύτεροι από τους αντίστοιχους δείκτες δεδομένων που παρουσιάζουν εποχιακότητα. Για αυτόν τον λόγο σε όλους τους διαγωνισμούς προβλέψεων πριν την εφαρμογή των διαφόρων μεθόδων στα δεδομένα γίνεται πρώτα ένας έλεγχος της εποχιακότητας και αναλόγως του αποτελέσματος είτε εφαρμόζουμε απευθείας τις μεθόδους στα δεδομένα μας είτε αποεποχικοποιούμε τα δεδομένα με κάποια από τις πολλές μεθόδους αποεποχικοποίησης που υπάρχουν και προχωρούμε στην συνέχεια στην

παραγωγή προβλέψεων και υπολογισμό των δεικτών σφάλματος. Συνήθως χρησιμοποιούμε σε όλες τις περιπτώσεις την ίδια μέθοδο αποεποχικοποίησης ώστε να μην επηρεαστούν τα αποτελέσματα από το ποια μέθοδο αποεποχικοποίησης χρησιμοποιεί το κάθε μοντέλο. Εναλλακτικά μπορούμε βέβαια να εφαρμόσουμε μια μέθοδο αποεποχικοποίησης σε όλα τα δεδομένα μας θεωρώντας όλες τις χρονοσειρές που χρησιμοποιούμε ως εποχιακές.

#### **4.2.4 Συνδυασμός Προβλέψεων**

Ο συνδυασμός προβλέψεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί επικερδώς για να μειώσουμε τους δείκτες σφάλματος υπολογίζοντας απλώς τον μέσο όρο των προβλέψεων μερικών μεθόδων. Άλλες μέθοδοι προβλέψεων συνδυάζουν τα αποτελέσματα (προβλέψεις) που προκύπτουν με διαφορετικά βάρη σε κάθε ξεχωριστή μέθοδο.

Τα αποτελέσματα από έρευνες και μελέτες αλλά και από τους διαγωνισμούς πρόβλεψης που έχουν γίνει μέχρι σήμερα αποδεικνύουν ότι ο συνδυασμός προβλέψεων αποτελεί μια ισχυρή στρατηγική για την μείωση των σφαλμάτων πρόβλεψης και την παραγωγή ακριβέστερων προβλέψεων (σε ορισμένες περιπτώσεις παρατηρήθηκε μείωση του μεγέθους του σφάλματος πάνω από 6%).

### **4.3 Η ιστορία των Μελετών Ακρίβειας και Διαγωνισμών Πρόβλεψης**

Πίσω στο 1969, ο Reid (1969, 1975), ο Newbold και ο Granger (1974) συγκρίνανε ένα μεγάλο αριθμό σειρών για να προσδιορίσουν την ακρίβεια προβλέψεών τους. Παρόλα αυτά, αυτές οι αρχικές μελέτες ακρίβειας βάσιζαν τις συγκρίσεις τους σε έναν περιορισμένο αριθμό μεθόδων. Ο Makridakis και

η Hibon (1979) έκαναν την πρώτη προσπάθεια να συγκρίνουν έναν μεγάλο αριθμό μεθόδων χρονοσειρών επί ενός μεγάλου συνόλου χρονοσειρών. Συνολικά συλλέχθηκαν 111 χρονοσειρές από ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, καλύπτοντας έτσι μεγάλο εύρος της πραγματικής, καθημερινής ζωής (επιχειρησιακές εταιρίες, βιομηχανίες και μακροδεδομένα (Macro Data)). Το συμπέρασμα της μελέτης του Makridaki και της Hibon ήταν πως απλές μέθοδοι, όπως η εκθετική εξομάλυνση, υπερτερούν των πιο πολύπλοκων. Αυτό το συμπέρασμα ερχόταν σε αντίθεση με την κοινώς αποδεκτή άποψη της εποχής και δεν έγινε αποδεκτή από τη μεγάλη πλειοψηφία των ερευνητών, κυρίως του τομέα της στατιστικής. Για να απαντήσουν στις κριτικές και να ενσωματώσουν προτάσεις των διαφόρων ερευνητών για βελτίωση, ο Makridakis συνέχισε τις συγκρίσεις των χρονοσειρών διοργανώνοντας τον M-Competition (Makridakis et al. 1982).

Στον M-Competition ο αριθμός των χρονοσειρών αυξήθηκε στις 1001 και ο αριθμός των μεθόδων πρόβλεψης στις 15 (με εννέα ακόμα παραλλαγές αυτών των μεθόδων να συμπεριλαμβάνονται). Επιπρόσθετα, περισσότερες κριτήρια ακριβείας άρχισαν να χρησιμοποιούνται καθώς τα δεδομένα υποδιαιρούνταν σε ποικίλες κατηγορίες (micro, macro, βιομηχανικά, κλπ.) με σκοπό να καθορίσουν τα αίτια για τα οποία κάποιες μέθοδοι υπερτερούσαν από κάποιες άλλες. Εντούτοις, η πιο σημαντική καινοτομία του M-Competition (έτσι και το όνομα Competition) ήταν πως ειδικευμένοι ερευνητές ανέλαβαν να τρέξουν τις 1001 σειρές (ή ένα μικρότερο δείγμα 111 χρονοσειρών όταν ο όγκος της δουλειάς για να εφαρμόσει μια μέθοδο ήταν πολύ μεγάλος για να χρησιμοποιήσει και τις 1001 σειρές). Κάθε ερευνητής παρείχε τις προβλέψεις του οι οποίες συγκρίνονταν με τις πραγματικές τιμές που δεν είχαν χρησιμοποιηθεί στην ανάπτυξη του μοντέλου πρόβλεψης και εν συνεχεία καταρτίστηκε πίνακας με την επίδοση όλων των ερευνητών.

Τα αποτελέσματα του M-Competition ήταν παρόμοια αυτών της προηγούμενης έρευνας των Makridaki και Hibon και μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Στατιστικά πολύπλοκες ή εξεζητημένες μέθοδοι δεν προσδίδουν απαραίτητα και πιο ακριβείς προβλέψεις από τις πιο απλές.
- Η σχετική κατάταξη της απόδοσης των διαφόρων μεθόδων ποικίλει ανάλογα με το κριτήριο ακρίβειας που χρησιμοποιείται.
- Η ακρίβεια μίας μεθόδου που είναι συνδυασμός απλών μεθόδων συνήθως είναι καλύτερη της ακρίβειας των μεθόδων αν αυτές εφαρμοσθούν ξεχωριστά.
- Η ακρίβεια των διαφόρων μεθόδων εξαρτάται από την έκταση του ορίζοντα πρόβλεψης που εφαρμόζεται.

Πολλοί ερευνητές είχαν καταλήξει σε παρόμοια συμπεράσματα με το M-Competition με τέσσερις σημαντικούς τρόπους. Πρώτον, οι υπολογισμοί πάνω στους οποίους βασίστηκε η μελέτη είχαν επαληθευτεί και η καταλληλότητά τους έγινε ευρέως αποδεκτή. Δεύτερον, νέες μέθοδοι παρουσιάστηκαν και τα αντλούμενα αποτελέσματα βρέθηκαν να συμφωνούν με αυτά του M-Competition ( Geurts & Kelly, 1986; Clemen, 1989; Fildes, Hibon, Makridakis & Meade, 1998). Τρίτον, πολλοί ερευνητές (Hill & Fildes, 1984; Lusk & Neves, 1984; Koehler & Murphree, 1988) έχουν χρησιμοποιήσει τα δεδομένα του M-Competition και έχουν κυκλοφορήσει παρόμοια συμπεράσματα. Και τέλος, επιπρόσθετες μελέτες που χρησιμοποιούν νέα δεδομένα σειρών έχουν συμφωνήσει στα παραπάνω τέσσερα συμπεράσματα (Armstrong & Collopy, 1992, 1993; Makridakis et al., 1993; Fildes et al., 1998) και έχουν αποδείξει, πάνω από κάθε λογική αμφιβολία, την εγκυρότητα αυτών των τεσσάρων αποτελεσμάτων. Όμως, υπήρχαν ακόμα συναισθηματικές ενστάσεις ως προς την ακρίβεια των εμπειρικών μελετών (Newbold, 1983) και κριτικές για όλων των ειδών των εμπειρικών εργασιών.

Ο M-2 Competition (Makridakis et al., 1993) ήταν μια απόπειρα για μελέτη της ακρίβειας των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης και την καλύτερη κατανόηση των παραγόντων που επηρεάζουν την ακρίβεια πρόβλεψης. Και πάλι, όπως και στο M-Competition, δημοσιεύτηκε στο International Journal of Forecasting (ISF) μια πρόσκληση για συμμετοχή στον M2-Competition, έγιναν ανακοινώσεις κατά τη διάρκεια του International Symposium of Forecasting

και μια ειδική γραπτή πρόσκληση απεστάλη σε όλους τους γνωστούς ερευνητές των ποικίλων μεθόδων χρονοσειρών. Ο M2-Competition οργανώθηκε σε συνεργασία με τέσσερις εταιρίες και περιλάμβανε έξι μακροοικονομικές σειρές. Σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε σε μια βάση πραγματικού χρόνου (real-time basis). Αυτό σήμαινε πως οι εταιρίες όχι μόνο παρείχαν στους συμμετέχοντες ερευνητές πραγματικά δεδομένα, σχετικά με το παρελθόν και το παρόν, αλλά επίσης δεσμεύτηκαν να απαντήσουν στις ερωτήσεις τους σχετικά με τέτοια δεδομένα, τους παράγοντες που επηρέασαν τις επιχειρήσεις τους και τις μεταβλητές που χρειάστηκε να λάβουν υπόψη τους για να πάρουν τις προβλέψεις των σειρών που δόθηκαν στους συμμετέχοντες. Τα μακροοικονομικά δεδομένα ήταν από τις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής, των οποίων η οικονομική κατάσταση ήταν γνωστή εκείνη την περίοδο στους συμμετέχοντες. Ο διαγωνισμός διήρκεσε για δύο χρόνια και οι συμμετέχοντες ειδικοί ερευνητές έπρεπε να παράγουν προβλέψεις για τους επόμενους 15 μήνες, όπως συνηθίζεται όταν οι προβλέψεις στις επιχειρησιακές εταιρίες γίνονται για τον προϋπολογισμό του επόμενου έτους, ορισμένες φορές το Σεπτέμβρη ή τον Οκτώβρη. Τον πρώτο χρόνο, εκτός από τα δεδομένα, δόθηκαν στους συμμετέχοντες επίσης συμπληρωματικές πληροφορίες σχετικά με την βιομηχανία ή την εταιρία από την οποία προέρχονταν η χρονοσειρά. Καθώς ο διαγωνισμός εφαρμόστηκε σε βάση πραγματικού χρόνου η πραγματική κατάσταση της οικονομίας ήταν γνωστή στους συμμετέχοντες, που μπορούσαν επίσης να βρουν, από δημοσιευμένες πηγές, πρόσθετες πληροφορίες, αν το επιθυμούσε.

Ένα χρόνο αργότερα οι πραγματικές τιμές για τους τελευταίους 15 μήνες δόθηκαν στους συμμετέχοντες για να μπορέσουν να αξιολογήσουν την ακρίβεια των προβλέψεων που είχαν κάνει ένα χρόνο πριν. Επιπρόσθετα, δόθηκαν στους ειδικούς πρόσθετες πληροφορίες, που αφορούσαν τον επερχόμενο χρόνο, σχετικά με τη βιομηχανία ή την εταιρία. Μπορούσαν επίσης να επικοινωνήσουν με ένα πρόσωπο από κάθε εταιρία αν επιθυμούσαν βοηθητικές υποδείξεις ή διευκρινίσεις σχετικά με τη βιομηχανία/εταιρία και/ή τα δεδομένα.

Τα αποτελέσματα του M2-Competition ήταν ουσιαστικά πανομοιότυπα με εκείνα του M-Competition. Στατιστικά οι πολύπλοκες ή εξεζητημένες μέθοδοι δεν έδωσαν ακριβέστερες προβλέψεις από τις πιο απλές. Η σχετική κατάταξη της απόδοσης των διαφόρων μεθόδων ήταν ποικίλη σύμφωνα με το κριτήριο ακριβείας που χρησιμοποιήθηκε. Η ακρίβεια του συνδυασμού διαφόρων μεθόδων υπερίσχυσε, κατά μέσο όρο, των ανεξάρτητων μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν. Τέλος, η ακρίβεια των διαφόρων μεθόδων ήταν ανάλογη της έκτασης του οριζοντα των προβλέψεων.

Παρότι τα συμπεράσματα της έρευνας των Makridaki και Hibon (1979) μπορούσαν να αμφισβητηθούν καθότι βασιζόνταν στις ικανότητες πρόβλεψης δύο ατόμων (του Makridaki και της Hibon), εκείνα του M- και του M2-Competition ήταν υπεράνω τέτοιας κριτικής. Επιπλέον, έγινε κάθε δυνατή προσπάθεια για να επιτευχθεί ο υψηλότερος δυνατός βαθμός αντικειμενικότητας. Τέτοιες προσπάθειες περιλάμβαναν την έρεση συμμετεχόντων με βαθιές γνώσεις για να τρέχουν κάθε μέθοδο με τελειότητα και τη διαβεβαίωση ότι η διαδικασία πρόβλεψης ήταν καλά τεκμηριωμένη έτσι ώστε να ήταν δυνατόν να αναπαραχθεί από άλλους ερευνητές και να είναι διαθέσιμη για μετέπειτα εξονυχιστική έρευνα. Τέτοια αναπαραγωγή και εξονυχιστική έρευνα έχει όντως πραγματοποιηθεί. Τα δεδομένα των M- και M2-Competitions έχουν γίνει διαθέσιμα σε περισσότερους από 600 ερευνητές που έχουν μελετήσει κάθε πιθανή πλευρά των μεθόδων (π.χ. Lusk & Neves, 1984) και των υπολογισμών (Simmons, 1986). Επίσης, νέα και διαφορετικά σύνολα δεδομένων (Grambsch & Stahel, 1990; Fildes, 1992; Armstrong & Collory, 1993) επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα του M-Competition με αποτέλεσμα να μπορούν να γενικευθούν σε νέες χρονοσειρές δεδομένων ακόμα και διαφορετικών καταστάσεων και χαρακτηριστικών.

Οι δυνατές εμπειρικές αποδείξεις, όμως, αγνοήθηκαν από θεωρητικούς επιστήμονες στατιστικής που ήταν εχθρικοί απέναντι σε εμπειρικές επαληθεύσεις (Newbold, 1983). Απεναντίας, έχουν συγκεντρώσει τις προσπάθειές τους στο να χτίζουν πιο πολύπλοκα μοντέλα χωρίς να δίνουν

καμία προσοχή στη δυνατότητα τέτοιων μοντέλων να προβλέπουν με μεγαλύτερη ακρίβεια δεδομένα της πραγματικής ζωής. Για το λόγο αυτό, οι διαγωνισμοί πρόβλεψης συνεχίστηκαν να εφαρμόζονται. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται αναλυτικά δύο σύγχρονοι διαγωνισμοί πρόβλεψης, ο M3-Competition και ο T-Competition.

## 4.4 Ο Διαγωνισμός M3 (M3-Competition)

Ο διαγωνισμός πρόβλεψης M3-IJF M3 (Makridakis et. al. 2000, Ord et. al. 2000) οργανώθηκε από το INSEAD και είχε ως χορηγό το περιοδικό *International Journal of Forecasting*. Είναι ο μεγαλύτερος διαγωνισμός πρόβλεψης που οργανώθηκε ποτέ καθώς ζητούμενο ήταν να δοθούν 6 έως 18 προβλέψεις για 3003 διαφορετικές χρονοσειρές οι οποίες προέρχονται από όλο το φάσμα της οικονομικής δραστηριότητας.

Ο μέγιστος στόχος των διοργανωτών ήταν τόσο να αντιγράψουν όσο και να επεκτείνουν τους M- και M2-Competitions. Η προέκταση περιλαμβάνει τη συμπερίληψη περισσότερων μεθόδων/ερευνών, συγκεκριμένα στον τομέα των νευρωνικών δικτύων (neural networks) και των έξυπνων συστημάτων (expert systems) καθώς και την εφαρμογή των μεθόδων σε μεγαλύτερο σύνολο χρονοσειρών. Η δημιουργία της ρέπλικας αποσκοπούσε στο να καθορίσει αν τα μαζικά συμπεράσματα του M-Competition θα μπορούσαν να ανταπεξέλθουν με το νέο, πολύ μεγαλύτερο, σύνολο των 3003 χρονοσειρών.

Οι 3003 σειρές του M3-Competition συλλέχθηκαν έτσι ώστε να συμπεριλάβουν διάφορους τύπους δεδομένων χρονοσειρών (mikro, industry, makro, κλπ.) και διαφορετικά χρονικά διαστήματα ανάμεσα στις παρατηρήσεις (ετήσιες, τριμηνιαίες, κλπ.). Για να εξασφαλίσουν ότι υπήρχαν αρκετά δεδομένα διαθέσιμα για να διαμορφώσουν ένα επαρκές μοντέλο προβλέψεων, αποφασίστηκε να γίνει ένας ελάχιστος αριθμός παρατηρήσεων

για κάθε τύπο δεδομένων. Αυτό το ελάχιστο καθορίστηκε να είναι 14 παρατηρήσεις για τις ετήσιες σειρές (ο μέσος όρος για τις 645 ετήσιες σειρές είναι 19 παρατηρήσεις), 16 για τριμηνιαίες (ο μέσος όρος για τις 756 τριμηνιαίες σειρές είναι 44 παρατηρήσεις), 48 για μηνιαίες (ο μέσος όρος για τις 1428 μηνιαίες σειρές είναι 115 παρατηρήσεις) και 60 για «άλλες» σειρές (ο μέσος όρος για τις 174 «άλλες» σειρές είναι 63 παρατηρήσεις). Ο πίνακας 4.1 δείχνει την ταξινόμηση των 3003 σειρών σύμφωνα με τις δύο μαζικές ταξινομήσεις που περιγράφονται παραπάνω. Όλα τα δεδομένα των χρονοσειρών είναι αυστηρά θετικά. Έγινε ένα τεστ σε όλους τους παράγοντες πρόβλεψης: σε περίπτωση κάποιου αρνητικού παράγοντα, έγινε αντικατάσταση με το μηδέν. Αυτό βοηθάει στο να αποφευχθεί το οποιοδήποτε πρόβλημα στις διάφορες MAPE μετρήσεις.

**Πίνακας 4.1 – Χρονοσειρές Διαγωνισμού M3 ανά κατηγορίες**

Είδος Χρονική Περίοδος	Μίκρο- Οικονομικές	Βιομηχανικές	Μάκρο- Οικονομικές	Οικονομικές	Δημογραφικές	Άλλες	<i>Σύνολο</i>
Ετήσιες	146	102	83	58	245	11	<b>645</b>
Τριμηνιαίες	204	83	336	76	57	-	<b>756</b>
Μηνιαίες	474	334	312	145	111	52	<b>1428</b>
Άλλες	4	-	-	29	-	141	<b>174</b>
<i>Σύνολο</i>	<b>828</b>	<b>519</b>	<b>731</b>	<b>308</b>	<b>413</b>	<b>204</b>	<b>3003</b>

Όπως και στον M-Competition, ζητήθηκε από τους συμμετέχοντες ειδικούς ερευνητές να δώσουν τις ακόλουθες προβλέψεις πέρα από τα διαθέσιμα δεδομένα που τους είχαν δοθεί: 6 για τις ετήσιες, 8 για τις τριμηνιαίες, 18 για τις μηνιαίες και 8 για την κατηγορία «άλλες». Οι προβλέψεις, επομένως, συγκρίθηκαν από τους συγγραφείς (οι πραγματικές τιμές που αναφέρονταν σε αυτές τις προβλέψεις δεν ήταν διαθέσιμες στους συμμετέχοντες ειδικούς όσο έκαναν τις προβλέψεις τους και επομένως δεν μπορούσαν να εξελίσσουν το μοντέλο πρόβλεψής τους).

Στον διαγωνισμό υπήρξαν 25 διαφορετικές συμμετοχές. Από αυτές ήταν 19 ακαδημαϊκές ομάδες και 6 εξειδικευμένου πακέτα λογισμικού επιχειρηματικών προβλέψεων.

Ανάμεσα στα ακαδημαϊκά ιδρύματα που πήραν μέρος είναι το INSEAD, το Imperial College, το Wharton school, το πανεπιστήμιο της Πενσυλβάνια κ.α. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν από τις ακαδημαϊκές ομάδες ποικίλουν με σημαντικότερες τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, Box-Jenkins, τεχνικές βασισμένες σε Νευρωνικά δίκτυα και τεχνικές βασισμένες σε κανόνες (RBF).

Η Μονάδα Συστημάτων Προβλέψεων και Προοπτικής της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου συμμετείχε παρουσιάζοντας μια καινούρια μέθοδο πρόβλεψης, την μέθοδο Θ (Theta). Παράλληλα πήραν μέρος τα κορυφαία ολοκληρωμένα πακέτα λογισμικού στον χώρο των προβλέψεων όπως τα Forecast Pro, SmartForecasts, Autocast, Autobox.

Η διαδικασία του διαγωνισμού ήταν η ακόλουθη: Οι διοργανωτές μοίρασαν στους συμμετέχοντες δεδομένα από 3003 χρονοσειρές έχοντας αποκρύψει τις τελευταίες παρατηρήσεις. Ζητούμενο ήταν να δοθούν προβλέψεις για τις παρατηρήσεις αυτές. Οι διοργανωτές έχοντας τόσο τις προβλέψεις όσο και τα κρυφά δεδομένα υπολόγισαν τα σφάλματα των μεθόδων με διάφορους δείκτες. Ο διαγωνισμός διήρκεσε περίπου δύο χρόνια (1997-1999).

Η μέθοδος Θ παρήγαγε τις καλύτερες προβλέψεις από οποιαδήποτε άλλη μέθοδο που πήρε μέρος στον διαγωνισμό. Τα αποτελέσματα ήταν εντυπωσιακά καθώς μια μονοδιάστατη μέθοδος πρόβλεψης έδωσε τις καλύτερες προβλέψεις σε ένα πολύ ευρύ φάσμα δεδομένων υπερνικώντας ακόμα και εξειδικευμένες μεθόδους σε διάφορους τομείς προβλέψεων.

Τα τελικά αποτελέσματα διαγωνισμού πρόβλεψης M3-IJF ανακοινώθηκαν στο 19<sup>ο</sup> διεθνές συνέδριο πρόβλεψης τον Ιούνιο του 1999 στην Ουάσιγκτον (ISF1999) και στο ειδικό τεύχος του διεθνούς περιοδικού IJF,

IJF 16/4-2000 (International Journal of Forecasting) και παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες.

Πίνακας 4.2 - Average Symmetric MAPE : Όλα τα Δεδομένα

Methods	Forecasting Horizon									Average of Forecasting Horizon						# Obs	
	1	2	3	4	5	6	8	12	15	18	1-4	1-6	1-8	1-12	1-15		1-18
NAIVE2	10.5	11.3	13.6	15.1	15.1	15.9	14.5	16	19.3	20.7	12.62	13.57	13.76	14.24	14.81	15.47	3003
SINGLE	9.5	10.6	12.7	14.1	14.3	15	13.3	14.5	18.3	19.4	11.73	12.71	12.84	13.13	13.67	14.32	3003
HOLT	9	10.4	12.8	14.5	15.1	15.8	13.9	14.8	18.8	20.2	11.67	12.93	13.11	13.42	13.95	14.6	3003
DAMPEN	8.8	10	12	13.5	13.7	14.3	12.5	13.9	17.5	18.9	11.05	12.04	12.14	12.44	12.96	13.63	3003
WINTER	9.1	10.5	12.9	14.6	15.1	15.9	14	14.6	18.9	20.2	11.77	13.01	13.19	13.48	14.01	14.65	3003
COMB S-H-D	8.9	10	12	13.5	13.7	14.2	12.4	13.6	17.3	18.3	11.1	12.04	12.13	12.4	12.91	13.52	3003
B-J automatic	9.2	10.4	12.2	13.9	14	14.8	13	14.1	17.8	19.3	11.42	12.41	12.54	12.8	13.35	14.01	3003
AUTOBOX-1	9.8	11.1	13.1	15.1	16	16.8	14.2	15.4	19.1	20.4	12.3	13.67	13.78	14	14.56	15.23	3003
AUTOBOX-2	9.5	10.4	12.2	13.8	13.8	14.9	13.2	15.2	18.2	19.9	11.48	12.44	12.63	13.1	13.7	14.41	3003
AUTOBOX-3	9.7	11.2	12.9	14.6	15.8	16.5	14.4	16.1	19.2	21.2	12.08	13.43	13.64	14.01	14.57	15.33	3003
ROBUST-TREND	10.5	11.2	13.2	14.7	15	15.9	15.1	17.5	22.2	24.3	12.38	13.4	13.73	14.57	15.42	16.3	3003
ARARMA	9.7	10.9	12.6	14.2	14.6	15.6	13.9	15.2	18.5	20.3	11.83	12.92	13.12	13.54	14.09	14.74	3003
AutomatANN	9	10.4	11.8	13.8	13.8	15.5	13.4	14.6	17.3	19.6	11.23	12.38	12.58	12.96	13.48	14.11	3003
Flores/Pearce1	9.2	10.5	12.6	14.5	14.8	15.3	13.8	14.4	19.1	20.8	11.68	12.79	13.03	13.31	13.92	14.7	3003
Flores/Pearce2	10	11	12.8	14.1	14.1	14.7	12.9	14.4	18.2	19.9	11.96	12.77	12.81	13.04	13.61	14.29	3003
PP-Autocast	9.1	10	12.1	13.5	13.8	14.7	13.1	14.3	17.7	19.6	11.2	12.21	12.4	12.8	13.34	14.01	3003
ForecastPro	8.6	9.6	11.4	12.9	13.3	14.3	12.6	13.2	16.4	18.3	10.64	11.69	11.86	12.14	12.6	13.19	3003
SMARTFCS	9.2	10.3	12	13.5	14	15.1	13	14.9	18	19.4	11.23	12.34	12.49	12.94	13.48	14.13	3003
THETA <sub>sm</sub>	9.8	11.3	12.6	13.6	14.3	15	12.7	14	16.2	18.3	11.81	12.76	12.77	13.04	13.4	13.88	3003
<b>THETA</b>	<b>8.4</b>	<b>9.6</b>	<b>11.3</b>	<b>12.5</b>	<b>13.2</b>	<b>14</b>	<b>12</b>	<b>13.2</b>	<b>16.2</b>	<b>18.2</b>	<b>10.44</b>	<b>11.49</b>	<b>11.62</b>	<b>11.95</b>	<b>12.42</b>	<b>13.01</b>	<b>3003</b>
RBF	9.9	10.5	12.4	13.4	13.2	14.2	12.8	14.1	17.3	17.8	11.56	12.28	12.42	12.77	13.25	13.75	3003
ForcX	8.7	9.8	11.6	13.1	13.2	13.9	12.6	13.9	17.8	18.7	10.82	11.73	11.89	12.22	12.81	13.49	3003
AAM1	9.8	10.6	11.2	12.6	13	13.5	14.1	14.9	18	20.4	11.04	11.76	12.43	13.04	13.77	14.63	2184
AAM2	10	10.7	11.3	12.9	13.2	13.7	14.3	15.1	18.4	20.7	11.21	11.95	12.62	13.21	13.97	14.85	2184

Πίνακας 4.3 - Average Symmetric MAPE : Ετήσια Δεδομένα

Methods	Forecasting Horizons						Average		#Obs
	1	2	3	4	5	6	1-4	1-6	
NAIVE2	8.5	13.2	17.8	19.9	23	24.9	14.85	17.88	645
SINGLE	8.5	13.3	17.6	19.8	22.8	24.8	14.82	17.82	645
HOLT	8.3	13.7	19	22	25.2	27.3	15.77	19.27	645
DAMPEN	8	12.4	17	19.3	22.3	24	14.19	17.18	645
WINTER	8.3	13.7	19	22	25.2	27.3	15.77	19.27	645
COMB S-H-D	7.9	12.4	16.9	19.3	22.2	23.7	14.11	17.07	645
B-J automatic	8.6	13	17.5	20	22.8	24.5	14.78	17.73	645
AUTOBOX-1	10.1	15.2	20.8	24.1	28.1	31.2	17.57	21.59	645
AUTOBOX-2	8	12.2	16.2	18.2	21.2	23.3	13.65	16.52	645
AUTOBOX-3	10.7	15.1	20	22.5	25.7	28.1	17.09	20.36	645
ROBUST-TREND	7.6	11.8	16.6	19	22.1	23.5	13.75	16.78	645
ARARMA	9	13.4	17.9	20.4	23.8	25.7	15.17	18.36	645
AutomatANN	9.2	13.2	17.5	20.3	23.2	25.4	15.04	18.13	645
Flores/Pearce1	8.4	12.5	16.9	19.1	22.2	24.2	14.22	17.21	645
Flores/Pearce2	10.3	13.6	17.6	19.7	21.9	23.9	15.31	17.84	645
PP-Autocast	8	12.3	16.9	19.1	22.1	23.9	14.08	17.05	645
ForecastPro	8.3	12.2	16.8	19.3	22.2	24.1	14.15	17.14	645
SMARTFCS	9.5	13	17.5	19.9	22.1	24.1	14.95	17.68	645
THETA <sub>sm</sub>	8	12.6	17.5	20.2	23.4	25.4	14.6	17.87	645
<b>THETA</b>	<b>8</b>	<b>12.2</b>	<b>16.7</b>	<b>19.2</b>	<b>21.7</b>	<b>23.6</b>	<b>14.02</b>	<b>16.9</b>	<b>645</b>
<i>RBF</i>	8.2	12.1	16.4	18.3	20.8	22.7	13.75	16.42	645
ForcX	8.6	12.4	16.1	18.2	21	22.7	13.8	16.48	645

Πίνακας 4.4 - Average Symmetric MAPE : Τριμηνιαία Δεδομένα

Methods	Forecasting Horizons								Average			#Obs
	1	2	3	4	5	6	8	1-4	1-6	1-8		
NAIVE2	5.4	7.4	8.1	9.2	10.4	12.4	13.7	7.55	8.82	9.95	756	
SINGLE	5.3	7.2	7.8	9.2	10.2	12	13.4	7.38	8.63	9.72	756	
HOLT	5	6.9	8.3	10.4	11.5	13.1	15.6	7.67	9.21	10.67	756	
DAMPEN	5.1	6.8	7.7	9.1	9.7	11.3	12.8	7.18	8.29	9.33	756	
WINTER	5	7.1	8.3	10.2	11.4	13.2	15.3	7.65	9.21	10.61	756	
COMB S-H-D	5	6.7	7.5	8.9	9.7	11.2	12.8	7.03	8.16	9.22	756	
B-J automatic	5.5	7.4	8.4	9.9	10.9	12.5	14.2	7.79	9.1	10.26	756	
AUTOBOX-1	5.4	7.3	8.7	10.4	11.6	13.7	15.7	7.95	9.52	10.96	756	
AUTOBOX-2	5.7	7.5	8.1	9.6	10.4	12.1	13.4	7.73	8.89	9.9	756	
AUTOBOX-3	5.5	7.5	8.8	10.7	11.8	13.4	15.4	8.1	9.6	10.93	756	
ROBUST-TREND	5.7	7.7	8.2	8.9	10.5	12.2	12.7	7.63	8.86	9.79	756	
ARARMA	5.7	7.7	8.6	9.8	10.6	12.2	13.5	7.96	9.09	10.12	756	
AutomatANN	5.5	7.6	8.3	9.8	10.9	12.5	14.1	7.8	9.1	10.2	756	
Flores/Pearce1	5.3	7	8	9.7	10.6	12.2	13.8	7.48	8.78	9.95	756	
Flores/Pearce2	6.7	8.5	9	10	10.8	12.2	13.5	8.57	9.54	10.43	756	
PP-Autocast	4.8	6.6	7.8	9.3	9.9	11.3	13	7.12	8.28	9.36	756	
ForecastPro	4.9	6.8	7.9	9.6	10.5	11.9	13.9	7.28	8.57	9.77	756	
SMARTFCS	5.9	7.7	8.6	10	10.7	12.2	13.5	8.02	9.16	10.15	756	
THETA <sub>sm</sub>	7.7	8.9	9.1	9.7	10.2	11.3	12.1	8.86	9.49	10.07	756	
<b>THETA</b>	<b>5</b>	<b>6.7</b>	<b>7.4</b>	<b>8.8</b>	<b>9.4</b>	<b>10.9</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>8.04</b>	<b>8.96</b>	<b>756</b>	
RBF	5.7	7.4	8.3	9.3	9.9	11.4	12.6	7.69	8.67	9.57	756	
ForcX	4.8	6.7	7.7	9.2	10	11.6	13.6	7.12	8.35	9.54	756	
AAM1	5.5	7.3	8.4	9.7	10.9	12.5	13.8	7.71	9.05	10.16	756	
AAM2	5.5	7.3	8.4	9.9	11.1	12.7	14	7.75	9.13	10.26	756	

Πίνακας 4.5 - Average Symmetric MAPE : Μηνιαία Δεδομένα

Methods	Forecasting Horizons								Average of Forecasting Horizons						#Obs		
	1	2	3	4	5	6	8	12	15	18	1-4	1-6	1-8	1-12		1-15	1-18
NAIVE2	15	13.5	15.7	17	14.9	14.7	15.6	16	19.3	20.7	15.3	15.13	15.29	15.57	16.18	16.91	1428
SINGLE	13	12.1	14	15.1	13.5	13.1	13.8	14.5	18.3	19.4	13.53	13.44	13.6	13.83	14.51	15.32	1428
HOLT	12.2	11.6	13.4	14.6	13.6	13.3	13.7	14.8	18.8	20.2	12.95	13.11	13.33	13.77	14.51	15.36	1428
DAMPEN	11.9	11.4	13	14.2	12.9	12.6	13	13.9	17.5	18.9	12.63	12.67	12.85	13.1	13.77	14.59	1428
WINTER	12.5	11.7	13.7	14.7	13.6	13.4	14.1	14.6	18.9	20.2	13.17	13.28	13.52	13.88	14.62	15.44	1428
COMB S-H-D	12.3	11.5	13.2	14.3	12.9	12.5	13	13.6	17.3	18.3	12.83	12.79	12.92	13.11	13.75	14.48	1428
B-J automatic	12.3	11.7	12.8	14.3	12.7	12.6	13	14.1	17.8	19.3	12.78	12.74	12.89	13.21	13.96	14.81	1428
AUTOBOX-1	13	12.2	13	14.8	14.1	13.4	14.3	15.4	19.1	20.4	13.27	13.42	13.71	14.1	14.93	15.83	1428
AUTOBOX-2	13.1	12.1	13.5	15.3	13.3	13.8	13.9	15.2	18.2	19.9	13.51	13.52	13.76	14.16	14.86	15.69	1428
AUTOBOX-3	12.3	12.3	13	14.4	14.6	14.2	14.8	16.1	19.2	21.2	12.99	13.47	13.89	14.43	15.2	16.18	1428
ROBUST-TREND	15.3	13.8	15.5	17	15.3	15.6	17.4	17.5	22.2	24.3	15.39	15.42	15.89	16.58	17.47	18.4	1428
ARARMA	13.1	12.4	13.4	14.9	13.7	14.2	15	15.2	18.5	20.3	13.42	13.59	14	14.41	15.08	15.84	1428
AutomatANN	11.6	11.6	12	14.1	12.2	13.9	13.8	14.6	17.3	19.6	12.31	12.55	12.92	13.42	14.13	14.93	1428
FloresPearce1	12.4	12.3	14.2	16.1	14.6	14	14.6	14.4	19.1	20.8	13.74	13.93	14.22	14.29	15.02	15.96	1428
FloresPearce2	12.6	12.1	13.7	14.7	13.2	12.9	13.4	14.4	18.2	19.9	13.26	13.21	13.33	13.53	14.31	15.17	1428
PP-Autocast	12.7	11.7	13.3	14.3	13.2	13.4	14	14.3	17.7	19.6	13.02	13.11	13.37	13.72	14.36	15.15	1428
ForecastPro	11.5	10.7	11.7	12.9	11.8	12.3	12.6	13.2	16.4	18.3	11.72	11.82	12.06	12.46	13.09	13.86	1428
SMARTFCS	11.6	11.2	12.2	13.6	13.1	13.7	13.5	14.9	18	19.4	12.16	12.58	12.9	13.51	14.22	15.03	1428
THETA <sub>sm</sub>	12.6	12.9	13.2	13.7	13.4	13.3	13.7	14	16.2	18.3	13.1	13.2	13.44	13.65	14.09	14.66	1428
<b>THETA</b>	<b>11.2</b>	<b>10.7</b>	<b>11.8</b>	<b>12.4</b>	<b>12.2</b>	<b>12.4</b>	<b>12.7</b>	<b>13.2</b>	<b>16.2</b>	<b>18.2</b>	<b>11.54</b>	<b>11.8</b>	<b>12.13</b>	<b>12.5</b>	<b>13.11</b>	<b>13.85</b>	<b>1428</b>
RBF	13.7	12.3	13.7	14.3	12.3	12.8	13.5	14.1	17.3	17.8	13.49	13.18	13.4	13.67	14.21	14.77	1428
ForcX	11.6	11.2	12.6	14	12.4	12.2	12.8	13.9	17.8	18.7	12.32	12.31	12.46	12.83	13.6	14.45	1428
AAM1	12	12.3	12.7	14.1	14	14	14.3	14.9	18	20.4	12.8	13.2	13.63	14.05	14.78	15.69	1428
AAM2	12.3	12.4	12.9	14.4	14.3	14.2	14.5	15.1	18.4	20.7	13.03	13.45	13.87	14.25	15.01	15.93	1428

Πίνακας 4.6 - Average Symmetric MAPE : Λοιπά Δεδομένα

Methods	Forecasting Horizons							Average			#Obs
	1	2	3	4	5	6	8	1-4	1-6	1-8	
NAIVE2	2.2	3.6	5.4	6.3	7.8	7.6	9.2	4.38	5.49	6.3	174
SINGLE	2.1	3.6	5.4	6.3	7.8	7.6	9.2	4.36	5.48	6.29	174
HOLT	1.9	2.9	3.9	4.7	5.8	5.6	7.2	3.32	4.13	4.81	174
DAMPEN	1.8	2.7	3.9	4.7	5.8	5.4	6.6	3.28	4.06	4.61	174
WINTER	1.9	2.9	3.9	4.7	5.8	5.6	7.2	3.32	4.13	4.81	174
COMB S-H-D	1.8	2.8	4.1	4.7	5.8	5.3	6.2	3.36	4.09	4.56	174
B-J automatic	1.8	3	4.5	4.9	6.1	6.1	7.5	3.52	4.38	5.06	174
AUTOBOX-1	2.4	3.3	4.4	4.9	5.8	5.4	6.9	3.76	4.38	4.93	174
AUTOBOX-2	1.6	2.9	4	4.3	5.3	5.1	6.4	3.19	3.86	4.41	174
AUTOBOX-3	1.9	3.2	4.1	4.4	5.5	5.5	7	3.39	4.09	4.71	174
ROBUST-TREND	1.9	2.8	3.9	4.7	5.7	5.4	6.4	3.32	4.07	4.58	174
ARARMA	1.7	2.7	4	4.4	5.5	5.1	6	3.17	3.87	4.38	174
AutomatANN	1.7	2.9	4	4.5	5.7	5.7	7.4	3.26	4.07	4.8	174
Flores/Pearce1	2.1	3.2	4.3	5.2	6.2	5.8	7.3	3.71	4.47	5.09	174
Flores/Pearce2	2.3	2.9	4.3	5.1	6.2	5.7	6.5	3.67	4.43	4.89	174
PP-Autocast	1.8	2.7	4	4.7	5.8	5.4	6.6	3.29	4.07	4.62	174
ForecastPro	1.9	3	4	4.4	5.4	5.4	6.7	3.31	4	4.6	174
SMARTFCS	2.5	3.3	4.3	4.7	5.8	5.5	6.7	3.68	4.33	4.86	174
THETA <sub>sm</sub>	2.3	3.2	4.3	4.8	6	5.6	6.9	3.66	4.37	4.93	174
<b>THETA</b>	<b>1.8</b>	<b>2.7</b>	<b>3.8</b>	<b>4.5</b>	<b>5.6</b>	<b>5.2</b>	<b>6.1</b>	<b>3.2</b>	<b>3.93</b>	<b>4.41</b>	<b>174</b>
RBF	2.7	3.8	5.2	5.8	6.9	6.3	7.3	4.38	5.12	5.6	174
ForcX	2.1	3.1	4.1	4.4	5.6	5.4	6.5	3.42	4.1	4.64	174

**Πίνακας 4.7 – Μέθοδοι που δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα: Symmetric MAPE**

Time interval Between Obs.	TYPES OF TIME SERIES DATA						
	<i>Micro</i> (828)	<i>Industry</i> (519)	<i>Macro</i> (731)	<i>Finance</i> (308)	<i>Demographic</i> (413)	<i>Other</i> (204)	<i>TOTAL</i> (3003)
<b>Yearly</b> (645)	RobustTrend FloresPeare2 SMARTFes Autobox2	THETA Comb- SHD Autobox2	RobustTrend ARARMA	Autobox2 SINGLE NAIVE2	ForeX RBF		RBF ForeX Autobox2 THETA RobustTrend
<b>Quarterly</b> (756)	THETA Comb-SHD ForeX	Comb- SHD RBF ForeX	THETA Comb-SHD	THETA PPautocast ForecastPro	THETA / SMARTFes DAMPEN		THETA Comb-SHD DAMPEN PPautocast
<b>Monthly</b> (1428)	THETA ForecastPro	Forecast Pro ForeX	ARARMA RBF	AAM1 / AAM2	ForeX SMARTFes SINGLE ForecastPro	Comb-SHD BJ- automat AAM1	THETA ForecastPro
<b>Other</b> (174)				DAMPEN / Ppautocast AutomaANN ForecastPro		THETA Autobox2 RobustTrend Comb-SHD	ARARMA THETA / Autobox2
<b>TOTAL</b> (3003)	THETA ForecastPro	Forecast Pro / ForeX THETA	RBF / ARARMA / THETA / RobustTrend	AAM1 / AAM2	ForeX		THETA ForecastPro

**Πίνακας 4.8 – Μέθοδοι που δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα σε όλα τα δεδομένα**

<i>Accuracy Measures</i>	<b>Micro</b> (828)	<b>Industry</b> (519)	<b>Macro</b> (731)	<b>Finance</b> (308)	<b>Demographic</b> (413)	<b>Other</b> (204)
<i>Symmetric MAPE</i>	THETA ForecastPro	ForeX/ ForecastPro	RBF/ARARMA THETA/ RobustTrend	AAM1/ AAM2	ForeX DAMPEN ForecastPro /RBF SMARTFes Comb-SHD	Comb-SHD ARARMA ForecastPro
<i>Average RANKING</i>	THETA	ForecastPro THETA/ ForeX Comb-SHD	RobustTrend	AAM1/ AAM2	RobustTrend ForeX	THETA Autobox2/ ARARMA ForecastPro
<i>Median APE</i>	THETA ForecastPro	ForeX THETA	RobustTrend ARARMA	Autobox3 ForecastPro	RBF RobustTrend	THETA Autobox2
<i>Median RAE</i>	THETA	THETA RBF/ Comb-SHD	RobustTrend ARARMA RBF	RobustTrend ARARMA THETA AAM1/AAM2	RBF	ARARMA THETA Autobox2 Comb-SHD

### *Επίδοση της μεθόδου Θ*

Όπως προκύπτει από τους παραπάνω πίνακες, η μέθοδος Θ παρήγαγε πολύ καλά αποτελέσματα (σε μέσο όρο τα καλύτερα) ιδιαίτερα για μηνιαία και μικροοικονομικά δεδομένα. Η επιτυχία της μεθόδου ήταν τόσο μεγάλη που προκάλεσε πολύ καλά σχόλια σε διάφορες δημοσιεύσεις έκτοτε (Goodrich 2001, Koehler 2001, Lawrence 2001).

## **4.5 Ο Διαγωνισμός T (T-Competition)**

Ο διαγωνισμός πρόβλεψης T (Hibon et. al. 2006) οργανώθηκε από το INSEAD. Είναι μια προσπάθεια συνέχισης της καλής παράδοσης που έχουν οι διαγωνισμοί M. Η μεγάλη όμως διαφορά από τους προηγούμενους διαγωνισμούς είναι η ιδιαιτερότητα των δεδομένων. Οι 368 χρονοσειρές που

δόθηκαν από τους διοργανωτές, δεν προέρχονται ως συνήθως από το φάσμα της οικονομικής δραστηριότητας αλλά από τον τομέα των Μεταφορών (Transportation Data).

Οι 368 χρονοσειρές του T-Competition συλλέχθηκαν έτσι ώστε να συμπεριλάβουν διάφορους τύπους δεδομένων χρονοσειρών (αναχωρήσεις και αφίξεις αεροδρομίων, αριθμός πλοίων σε λιμάνια, αριθμός αυτοκινήτων που διέρχονται από αυτοκινητόδρομους/τούνελ/γέφυρες, άτομα που χρησιμοποίησαν μια γραμμή μετρό κλπ) και διαφορετικά χρονικά διαστήματα ανάμεσα στις παρατηρήσεις (ετήσιες, τριμηνιαίες, μηνιαίες, εβδομαδιαίες, ημερήσιες και ωριαίες). Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι χρονοσειρές που δόθηκαν από τους διοργανωτές, ταξινομημένοι ανά χρονικά διαστήματα ανάμεσα στις παρατηρήσεις. Επίσης αναγράφεται ο μέσος όρος των παρατηρήσεων για κάθε κατηγορία.

**Πίνακας 4.9 – Χρονοσειρές Διαγωνισμού T ανά κατηγορίες**

Είδος Περίοδος	\Χρονική	Χρονοσειρές	Μέσος Όρος Παρατηρήσεων
Ετήσιες		37	30
Τριμηνιαίες		42	102
Μηνιαίες		161	122
Εβδομαδιαίες		42	466
Ημερήσιες		40	568
Ωριαίες		46	1204
<b>Σύνολο</b>		<b>368</b>	

Οι διοργανωτές εκτός από τις χρονοσειρές έδωσαν και τους δείκτες εποχιακότητας των χρονοσειρών, για διευκόλυνση των συμμετεχόντων. Επίσης έδωσαν τις χρονικές στιγμές έναρξης και λήξης των παρατηρήσεων κάθε χρονοσειράς καθώς και μια σύντομη περιγραφή.

Το ζητούμενο ήταν ένας αριθμός προβλέψεων, διαφορετικός ανάλογα την κατηγορία της χρονοσειράς, συνοδευμένος από τα αντίστοιχα

διαστήματα εμπιστοσύνης με σημαντικότητα 95%. Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται ο ζητούμενος ανά κατηγορία αριθμός προβλέψεων.

**Πίνακας 4.10 – Ζητούμενος Αριθμός Προβλέψεων για το Διαγωνισμό T**

Είδος \ Χρονική Περίοδος	Ζητούμενος Αριθμός Παρατηρήσεων
Ετήσιες	6
Τριμηνιαίες	8
Μηνιαίες	12
Εβδομαδιαίες	26
Ημερήσιες	14
Ωριαίες	48

Η Μονάδα Συστημάτων Προβλέψεων και Προοπτικής της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου συμμετείχε στον εν λόγω διαγωνισμό με τη μέθοδο  $\Theta$  (Theta). Καθώς δόθηκε από τους διοργανωτές η δυνατότητα επιλογής κάποιων μόνο από τα δεδομένα, αν έτσι επιθυμούσε ο συμμετέχων, επιλέχθηκαν και παρήχθησαν προβλέψεις μόνο στα μηνιαία δεδομένα, διότι η μέθοδος  $\Theta$  αποδίδει βέλτιστα σε αυτή την κατηγορία. Τα αποτελέσματα του Διαγωνισμού δεν έχουν ανακοινωθεί ακόμα.



## 5. Πειράματα Βελτιστοποίησης

### 5.1 Γενικά

Η διπλωματική αυτή βασίστηκε στο μεγαλύτερο ποσοστό της στην υλοποίηση πειραμάτων που είχαν ως στόχο την ελαχιστοποίηση του σφάλματος της Μεθόδου Πρόβλεψης  $\Theta$  όταν αυτή εφαρμόζεται στα μηνιαία δεδομένα (μηνιαίες χρονοσειρές) του Διαγωνισμού M3 και κατόπιν επαλήθευση των αποτελεσμάτων με εφαρμογή στα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού T. Για να πραγματοποιηθεί η βελτιστοποίηση αυτή, εξετάστηκαν ένας μεγάλος αριθμός από παράγοντες. Τέτοιοι παράγοντες είναι για παράδειγμα οι Δείκτες Εποχιακότητας, το πλήθος γραμμών  $\Theta$  που εφαρμόζονται στο μοντέλο και τροποποιήσεις επί των παραμέτρων της εξομάλυνσης. Πρέπει να επισημανθεί πως σε όλη τη διάρκεια των πειραμάτων, το σύνολο των 18 παρατηρήσεων, με το οποίο έγινε και η αξιολόγηση στο διαγωνισμό M3, θεωρείται άγνωστο κατά τη διάρκεια των μοντέλων πρόβλεψης. Χρησιμοποιείται μόνο στην αξιολόγηση αυτών, προκειμένου να εξαχθούν συμπεράσματα ως προς ποια κατεύθυνση πρέπει να εστιάσουμε. Να τονιστεί επίσης ότι σε κάθε φάση του πειράματος τροποποιείται μόνο μία παράμετρος, ενώ οι υπόλοιπες κρατώνται σταθερές και σε συμφωνία με το αρχικό μοντέλο της Μεθόδου  $\Theta$ . Στην παράγραφο 5.5 όμως γίνεται μία προσπάθεια συγχώνευσης όλων των αλλαγών και

τροποποιήσεων επί του μοντέλου που οδήγησαν σε βελτίωση του μέσου όρου του σφάλματος, έτσι ώστε να εξετασθεί και να αξιολογηθεί η τελική βελτιστοποίηση.

## 5.2 Εποχιακότητα

Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 3, τα δύο πρώτα βήματα διαδικασίας παραγωγής προβλέψεων με την μέθοδο Θ αφορούν στον έλεγχο εποχιακότητας και, εφόσον η χρονοσειρά χαρακτηριστεί ως εποχιακή, την αποεποχικοποίηση της χρονοσειράς με τους υπολογισμένους εποχιακούς δείκτες.

### 5.2.1 Έλεγχος Εποχιακότητας

Κατά το στάδιο αυτό εφαρμόζεται Autocolleration (ACF) Test για να διαπιστωθεί αν η χρονοσειρά είναι εποχιακή. Το τεστ αυτό γίνεται ως εξής:

#### Τεστ Εποχιακότητας

Μία χρονοσειρά θεωρείται εποχιακή αν και μόνο αν ισχύει:

$$ACF > \text{Limit}$$

Όπου:

$$ACF = \begin{cases} \frac{a}{p}, & p \neq 0 \\ +\infty, & p = 0 \end{cases} \quad \text{και} \quad \text{Limit} = 1,645 \sqrt{\frac{1 + 2Sum}{n}}$$

Τα a, p και sum υπολογίζονται ως εξής:

$$a = \sum_{i=1}^{(n-aLag)} [(D(i) - avy)(D(i - aLag) - avy)]$$

$$p = \sum_{i=1}^n (D(i) - avy)^2$$

$$\text{Sum} = ACFarray(1) + \sum_{i=2}^{(seasonality-1)} (ACFarray(i))^2$$

Όπου:

$D()$  ο πίνακας με τις παρατηρήσεις

$$\text{avg} = \frac{\sum_{i=1}^n D(i)}{n} \quad (\text{Ο μέσος όρος των παρατηρήσεων})$$

$n$  το πλήθος των παρατηρήσεων

Κατά τη διαδικασία παραγωγής προβλέψεων για το διαγωνισμό M3, το όριο εμπιστοσύνης για τον έλεγχο εποχιακότητας ορίστηκε στο 90% και συνεπώς ο αντίστοιχος συντελεστής για το f-test ήταν 1,645.

Στη φάση αυτή πραγματοποιήθηκαν πειράματα προκειμένου να διαπιστωθεί αν η επιλογή αυτή ήταν ορθή. Έγινε λοιπόν έλεγχος εποχιακότητας με διαφορετικό κάθε φορά όριο εμπιστοσύνης. Επιλέχθηκαν ενδεικτικές τιμές στο διάστημα 70%-99%. Τα αποτελέσματα παραθέτονται στον παρακάτω πίνακα. Στην πρώτη στήλη αναφέρεται η εμπιστοσύνη που επιλέχθηκε κάθε φορά και στη δεύτερη ο αντίστοιχος συντελεστής για το F-Test. Στην τρίτη στήλη παρουσιάζεται η μέση τιμή του σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα.

**Πίνακας 5.1 – Αποτελέσματα με αλλαγή του Ελέγχου Εποχιακότητας**

<i>Εμπιστοσύνη</i>	<i>Συντελεστής F-Test</i>	<i>SMAPE</i>
70%	1.036	13.88278
80%	1.282	13.86284
<b>90%</b>	<b>1.645</b>	<b>13.85047</b>
95%	1.960	13.91179
99%	2.576	14.67395

Παρατηρώντας τον παραπάνω πίνακα, συμπαιρνούμε πως καλύτερες προβλέψεις έχουμε όταν ο έλεγχος εποχιακότητας γίνεται με εμπιστοσύνη 90%. Ο αντίστοιχος συντελεστής του F-Test είναι 1.645. Η επιλογή αυτή είχε

ήδη εφαρμοστεί στο διαγωνισμό Μ3, οπότε στη φάση αυτή δεν υπήρξε κάποια βελτιστοποίηση.

### 5.2.2 Υπολογισμός Δεικτών Εποχιακότητας

Ο ακριβής υπολογισμός των δεικτών εποχιακότητας είναι πολύ σημαντικός προκειμένου να υπολογισθεί μία αποεποχικοποιημένη χρονοσειρά η οποία είναι επαρκώς εξομαλυμένη ώστε οι προβλέψεις που θα προκύψουν να είναι ως επί το πλείστον ακριβείς. Η μέθοδος υπολογισμού των δεικτών εποχιακότητας και αποσύνθεσης που χρησιμοποιήθηκε στη Μέθοδο Θ για την παραγωγή των προβλέψεων στα πλαίσια του διαγωνισμού Μ3 είναι η Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης (βλέπε Κεφάλαιο 2). Προκειμένου ο υπολογισμός των δεικτών να γίνει ακόμα πιο ακριβής, χρησιμοποιήθηκε μια σύγχρονη μέθοδος υπολογισμού δεικτών εποχιακότητας γνωστή ως «Συρρικνωση Συντελεστών των Δεικτών Εποχιακότητας της Χρονοσειράς» (D. Miller et al 2002).

Η μέθοδος αυτή αποτελεί ουσιαστικά μια έξυπνη επιλογή μεταξύ δύο διαφορετικών μεθόδων Συρρικνωσης Συντελεστών, τη μέθοδο James-Stein και τη μέθοδο Lemon-Krutchkoff. Παρακάτω φαίνονται οι εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για της μεθόδους αυτές καθώς και το έξυπνο μοντέλο επιλογής μεθόδου που προτείνουν οι Miller-Williams.

#### Μέθοδος Συρρικνωσης James- Stein

$$\sum_j^{J-s} = W^{J-s} + (1 - W^{J-s}) S_j, j = 1, 2, \dots, J$$

όπου  $S_j$  είναι ο κλασικός εκτιμητής αποσύνθεσης του εποχιακού παράγοντα για την περίοδο  $j$ , και αριθμός  $J$  ο αριθμός των εποχών εποχών σε ένα έτος.

$$W^{J-s} = \left( \frac{J-3}{J-1} \right) \left( \frac{V}{V+A} \right)$$

όπου  $V$  η διαφορά (λόγω λάθους δειγματοληψίας) κάθε κατ' εκτίμηση εποχιακού παράγοντα  $S_j$ ,  $A$  η διαφορά μεταξύ των αληθινών εποχιακών παραγόντων, και  $J$  ο αριθμός των εποχών (δηλ.  $J=12$  για τη μηνιαία σειρά).

Τα  $V$  και  $A$  είναι άγνωστοι αλλά μπορεί να υπολογιστούν από τα

στοιχεία ως εξής:

Για να υπολογιστεί η διαφορά  $S_j, j=1,2,\dots,J$ , που υποθέτουμε για να είμαστε οι ίδιοι για όλες τις εποχές, χρησιμοποιούμε το μέσο όρο των κατ' εκτίμηση διαφορών για  $V_1, V_2, \dots, V_J$ :

$$\widehat{V} = \frac{\sum_{j=1}^J \widehat{V}_j}{J}$$

Όπου

$$\widehat{V}_j = \frac{\sum_{K=1}^{K_j} (S_{jk} - S_j)^2}{K_j(K_j - 1)}$$

Το  $S_{jk}$  αντιπροσωπεύει τον αρχικό εποχιακό παράγοντα εκτίμησης για την εποχή  $j$  στο έτος  $k$ , και  $K_j$  τον αριθμό αρχικών εποχιακών παραγόντων για την εποχή  $j$ .

Το  $\widehat{A}$  υπολογίζεται από:

$$\widehat{A} = \frac{\sum_{j=1}^J (S_j - 1.0)^2}{J - 1} - \widehat{V}$$

Το  $\widehat{A}$  τίθεται μηδέν εάν γίνεται αρνητικό.

### Μέθοδος Συρρικνώσεως Lemon-Krutchkoff

Ο εποχιακός δείκτης L-K για τον εποχιακό παράγοντα για την εποχή  $j^*$  είναι:

$$S_{j^*}^{L-K} = \sum_{j=1}^J W_{j^*,j} S_j, j = 1, 2, \dots, J$$

Δηλαδή για μια δεδομένη εποχή είναι ένας σταθμισμένος μέσος όρος των κλασικών εκτιμητών αποσύνθεσης  $J$ . Ένα διαφορετικό σύνολο βαρών χρησιμοποιείται στον υπολογισμό κάθε εποχιακού παράγοντα. Τα βάρη δείχνουν τις σχετικές πιθανότητες της παρατήρησης της εκτίμησης  $S_{j^*}$  εάν ο πραγματικός εποχιακός παράγοντας είναι  $S_j$ , αυτό είναι:

$$W_{j^*,j} = \frac{L_{j^*,j}}{\sum_{j=1}^J L_{j^*,j}}$$

Όπου  $L_{j^*,j}$  είναι η πιθανότητα που συνδέεται με το  $S_{j^*}$ , λαμβάνοντας υπόψη τον αληθινό εποχιακό παράγοντα που είναι  $S_j$ .

Δεδομένου ότι κάθε κλασικός εποχιακός εκτιμητής αποσύνθεσης είναι ένας μέσος όρος των προκαταρκτικών εκτιμήσεων για εκείνη την εποχή, φαίνεται λογικό να υποθεθεί ότι η κατανομή δειγματοληψίας της είναι περίπου η κανονική κατανομή. Κατά συνέπεια:

$$L_{ij} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{S_i - S_j}{\sigma}\right)^2\right]$$

### Μέθοδος Συρρικνώσεως Miller-Williams

Ο τρόπος με τον οποίο θα γίνει η επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί αποτυπώνεται στον παρακάτω πίνακα.

WJ-S	Προτεινόμενη Μέθοδος	
	Συμμετρικοί Εποχιακοί Παράγοντες	Μη Συμμετρικοί Εποχιακοί Παράγοντες
<0.2	Κλασσική Μέθοδος Αποσύνθεσης ή Μέθοδος James-Stein	Μέθοδος Lemon-Krutchkoff
Μεταξύ 0.2 και 0.5	Μέθοδος James-Stein	Μέθοδος Lemon-Krutchkoff
>0.5	Μέθοδος James-Stein	Μέθοδος James-Stein

Άρα για την ορθή επιλογή αρκεί ο υπολογισμός του δείκτη WJ-S. Η συμμετρικότητα ή μη ενός συνόλου παρατηρήσεων (στην προκειμένη περίπτωση των εποχιακών παραγόντων) ελέγχεται με ένα απλό έλεγχο της τυπικής απόκλισης.

Στη φάση αυτή πραγματοποιήθηκαν πειράματα προκειμένου να ευρεθεί η βέλτιστη μέθοδος υπολογισμού δεικτών εποχιακότητας. Έγινε σύγκριση της Κλασσικής Μεθόδου Αποσύνθεσης με τις Μεθόδους James-Stein, Lemon-Krutchkoff και Miller-Williams. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα. Στην πρώτη στήλη φαίνεται η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε. Στην δεύτερη στήλη παρουσιάζεται η μέση τιμή του σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα.

**Πίνακας 5.2 – Αποτελέσματα με αλλαγή της μεθόδου Εύρεσης Δεικτών  
Εποχιακότητας**

<i>Μέθοδος Υπολογισμού Δεικτών Εποχιακότητας</i>	<i>SMAPE</i>
Κλασσικής Μεθόδου Αποσύνθεσης	13.85047
James-Stein	13.79186
Lemon-Krutchkoff	13.82842
<b>Miller-Williams</b>	<b>13.78274</b>

Παρατηρώντας τον παραπάνω πίνακα, εξάγεται το συμπέρασμα πως η μέθοδος Miller-Williams δίνει τους ακριβέστερους δείκτες εποχιακότητας και συνεπώς τις ακριβέστερες προβλέψεις.

### 5.3 Γραμμές $\Theta$

Στην απλή εφαρμογή της μεθόδου  $\Theta$ , η πρόβλεψη υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των προεκτάσεων των γραμμών  $\Theta$  με παραμέτρους  $\theta=0$  και  $\theta=2$  με βάρη 50% και 50%. Δηλαδή:

$$\text{Forecast} = 1/2 (\text{Forecast}_L(\theta=0) + \text{Forecast}_L(\theta=2))$$

Υπενθυμίζεται πως μακροπρόθεσμη τάση εξασφαλίζεται από την προέκταση της γραμμής  $\theta=0$ . Ταυτόχρονα η ύπαρξη και της γραμμής  $\theta=2$  λειτουργεί σαν αντίβαρο στην χρησιμοποίηση μόνο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και εξασφαλίζει την αξιοποίηση και της βραχυπρόθεσμης πληροφορίας.

Στο στάδιο αυτό εξετάζεται κατά πόσο τα βάρη με τα οποία συμμετέχουν οι γραμμές  $\theta=0$  και  $\theta=2$  θα μπορούσαν να μεταβληθούν προς όφελος της ακρίβειας της πρόβλεψης. Επίσης, πραγματοποιούνται πειράματα για να διασαφηνιστεί κατά πόσο και άλλες γραμμές  $\Theta$  και συγκεκριμένα οι γραμμές με παραμέτρους  $\theta=-1$ ,  $\theta=1$  και  $\theta=3$  θα μπορούσαν να συμβάλλουν στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος της πρόβλεψης.

### 5.3.1 Εύρεση Βέλτιστων Βαρών $\Theta(0)$ και $\Theta(2)$

Κατά τη φάση αυτή υλοποιείται μια αυτοματοποιημένη μέθοδος υπολογισμού των βαρών των γραμμών  $\Theta(0)$  και  $\Theta(2)$  ούτως ώστε το μοντέλο της πρόβλεψης να προσαρμόζεται βέλτιστα σε ένα σύνολο από 12 παρατηρήσεις που θεωρούνται «κρυφές». Κατόπιν, τα βάρη αυτά εφαρμόζονται για την παραγωγή προβλέψεων. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για καθεμία από τις 1428 χρονοσειρές, καθώς τα βάρη τα οποία βελτιστοποιούν κάθε χρονοσειρά είναι διαφορετικά. Αλγοριθμικά, το πείραμα είναι το ακόλουθο:

Για κάθε χρονοσειρά, εκτέλεση των ακόλουθων υπολογισμών:

- Απόκρυψη 12 παρατηρήσεων
- Υπολογισμός όλων των δυνατών μοντέλων πρόβλεψης με τα βάρη των γραμμών  $\Theta(0)$  και  $\Theta(2)$  να κυμαίνονται στο διάστημα 40%-60% (με βήμα 1%) και να έχουν απαραίτητα άθροισμα 100%
- Εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού βαρών που δίνει για τις 12 τελευταίες παρατηρήσεις το καλύτερο μοντέλο πρόβλεψης σύμφωνα με το δείκτη αξιολόγησης SMAPE
- Εφαρμογή του βέλτιστου συνδυασμού βαρών για την παραγωγή των 18 ζητούμενων προβλέψεων

Τα παραπάνω βήματα εκτελέστηκαν ξανά, με τα βάρη να κυμαίνονται στα διαστήματα [45%-55%], [35%-65%] και [30%-70%]. Τα αποτελέσματα της φάσης αυτής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται το διάστημα στο οποίο κυμαίνονταν κάθε φορά τα βάρη των γραμμών  $\Theta$  και στη δεύτερη στήλη παρουσιάζεται η μέση τιμή του σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα.

**Πίνακας 5.3 – Αποτελέσματα με Εύρεση Βέλτιστων Βαρών  $\Theta(0)$  και  $\Theta(2)$**

<i>Διάστημα στο οποίο κομούνται τα βάρη των γραμμών <math>\Theta(0)</math> και <math>\Theta(2)</math></i>	<i>SMAPE</i>
50%-50%	13.85047
<b>45%-55%</b>	<b>13.65035</b>
40%-60%	13.70050
35%-65%	13.82540
30%-70%	14.00055

Παρατηρώντας τον παραπάνω πίνακα, συμπαιρένουμε πως καλύτερες προβλέψεις παράγονται όταν τα βάρη επιλέγονται από το διάστημα 45% με 55%.

### **5.3.2 Προσθήκη Τρίτης Γραμμής $\Theta$**

Στο στάδιο αυτό προστίθενται στο μοντέλο της πρόβλεψης κι άλλες γραμμές  $\Theta$ , πέρα των γραμμών με παραμέτρους  $\theta=0$  και  $\theta=2$ . Συγκεκριμένα ελέγχεται η συνεισφορά των γραμμών με παραμέτρους  $\theta=-1$ ,  $\theta=1$  και  $\theta=3$ . Το κριτήριο επιλογής ή όχι μιας επιπρόσθετης γραμμής είναι και πάλι η βέλτιστη προσαρμογή του μοντέλου για τις 12 τελευταίες παρατηρήσεις που θεωρούνται κρυφές. Κατόπιν, ο βέλτιστος αυτός συνδυασμός εφαρμόζεται για την παραγωγή προβλέψεων. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για καθεμία από τις 1428 χρονοσειρές, καθώς ο συνδυασμός που δίνει κάθε φορά το βέλτιστο μοντέλο πρόβλεψης είναι διαφορετικός. Η πρόσθετη γραμμή προεκτείνεται χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο Σταθερού Επιπέδου. Αλγοριθμικά, το πείραμα είναι το ακόλουθο:

Για κάθε χρονοσειρά, εκτέλεση των ακόλουθων υπολογισμών:

- Απόκρυψη 12 παρατηρήσεων
- Υπολογισμός όλων των δυνατών μοντέλων πρόβλεψης που δίνονται από τον ακόλουθο συνδυασμό:

$$Forecast = f_0 \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + f_2 \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + f_x \cdot Forecast\_L(\theta_x)$$

Όπου το  $\theta_x$  παίρνει τιμές από το σύνολο [-1, 0, 1, 2, 3]

- Εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού γραμμών που δίνει για τις 12 τελευταίες παρατηρήσεις το καλύτερο μοντέλο πρόβλεψης σύμφωνα με το δείκτη αξιολόγησης SMAPE
- Εφαρμογή του βέλτιστου συνδυασμού γραμμών για την παραγωγή των 18 ζητούμενων προβλέψεων

Τα παραπάνω βήματα εκτελέστηκαν ξανά, με τα βάρη  $f_0$ ,  $f_2$  και  $f_x$  να κυμαίνονται στα διαστήματα [33%-50%], [33%-50%] και [0%-33%] αντίστοιχα, με τον περιορισμό να έχουν πάντα άθροισμα 100%. Τα βάρη για τις γραμμές  $\Theta$  με παραμέτρους  $\theta=0$  και  $\theta=2$  εξετάστηκαν τόσο στην περίπτωση να είναι ίσα, όσο και να μην είναι, δίνοντας βάρος κάθε φορά σε μία από τις δύο αυτές γραμμές. Τα αποτελέσματα της φάσης αυτής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται ο συνδυασμός γραμμών  $\Theta$  με τα αντίστοιχα βάρη που εφαρμόστηκαν στο και στη δεύτερη στήλη παρουσιάζεται η μέση τιμή του σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα. Στην ουσία, εξετάστηκαν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί, αλλά λόγω του πλήθους αυτών, παρουσιάζονται μόνο οι πιο χαρακτηριστικοί.

**Πίνακας 5.4 – Αποτελέσματα με Εύρεση Βέλτιστου Συνδυασμού Γραμμών**

<b>Συνδυασμός Γραμμών <math>\Theta</math></b>	<b>SMAPE</b>
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2)$	13.85047
$33\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 33\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 33\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	14.33543
$37\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 37\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 26\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	14.13018
$40\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 20\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.93502
$42,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 42,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 15\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.80048

$44\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 44\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 12\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.75328
$45\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 45\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.71062
$46\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 46\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 8\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.69641
$47,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 47,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 5\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.69943
$48,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 48,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 3\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.71986
$49,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 49,5\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 1\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.75912
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 30\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 20\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.74321
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 35\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 15\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.7001
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	<b>13.67830</b>
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 42\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 8\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.67908
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 45\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 5\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.70259
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 47\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 3\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.72583
$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 49\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 1\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.76534

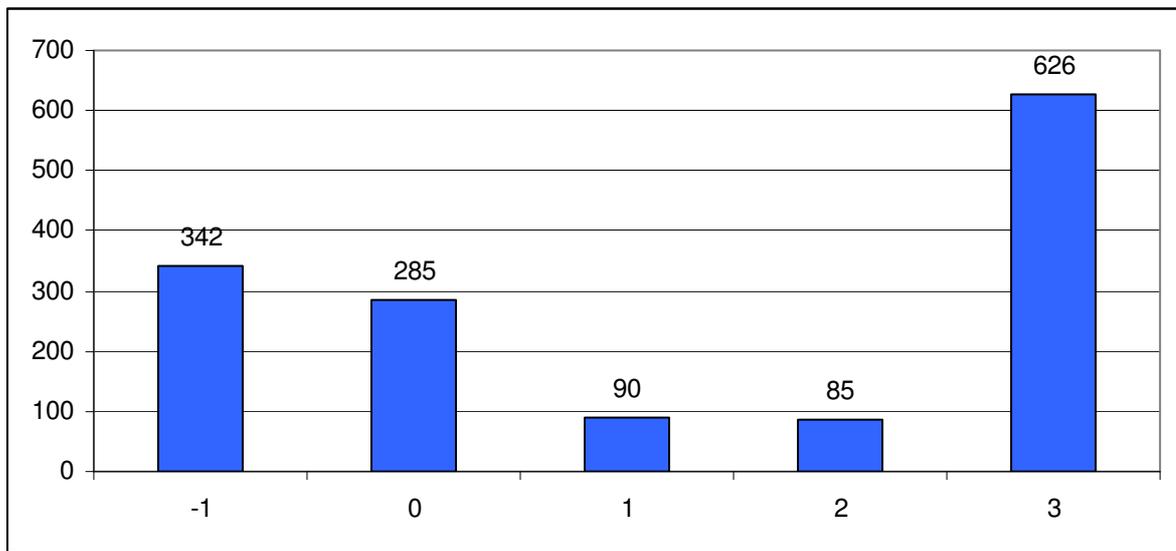
Όπως προκύπτει από τον παραπάνω πίνακα, βέλτιστος συνδυασμός των γραμμών είναι ο εξής:

$$50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$$

Δηλαδή η γραμμή με παράμετρο  $\theta=0$  συμμετέχει με ποσοστό 50%, η γραμμή με παράμετρο  $\theta=2$  συμμετέχει με ποσοστό 40% ενώ 10% είναι το βάρος της τρίτης γραμμής, η οποία μπορεί να έχει για παράμετρο  $\theta$  μία από τις τιμές [-1, 0, 1, 2, 3], αυτή που για κάθε χρονοσειρά δίνει το καλύτερα προσαρμοσμένο μοντέλο πρόβλεψης σε έναν οριζοντα 12 κρυφών παρατηρήσεων.

Παρακάτω φαίνεται το ραβδόγραμμα κατανομής της παραμέτρου  $\theta$  για την τρίτη γραμμή (με βάρος 10%) για τις 1428 μηνιαίες χρονοσειρές του Διαγωνισμού M3.

**Σχήμα 5.1 – Ραβδόγραμμα Κατανομής της Παραμέτρου  $\Theta$  στη διαδικασία προσθήκης τρίτης γραμμής με βέρος 10%**



Παρατηρούμε ότι σχεδόν στις μισές χρονοσειρές (43,8%) επιλέγεται η γραμμή με παράμετρο  $\theta=3$ . Οι γραμμές με παραμέτρους  $\theta=-1$  και  $\theta=0$  επιλέγονται σε ποσοστό 23,9% και 19,9% αντίστοιχα, ενώ σε σαφώς μικρότερο βαθμό επιλέγονται οι γραμμές με παραμέτρους  $\theta=1$  και  $\theta=2$  (6,3% και 5,9% αντίστοιχα).

## 5.4 Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου

Στην απλή εφαρμογή της μεθόδου  $\Theta$ , η γραμμή με παράμετρο  $\theta=0$  για να δώσει προβλέψεις προεκτείνεται με τη μέθοδο της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης. Από την άλλη μεριά, η γραμμή με παράμετρο  $\theta=2$  προεκτείνεται με Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου (Απλή Εκθετική Εξομάλυνση – Simple Exponential Smoothing). Όπως έχει αναφερθεί στο Κεφάλαιο 2, Το μοντέλο σταθερού επιπέδου περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$e_t = X_t - \hat{X}_{t-1} \quad (1)$$

$$S_t = S_{t-1} + h_1 \cdot e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t$$

Η παράμετρος  $h_1$  ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης και το πεδίο τιμών του είναι από 0 έως 1. Κατά τη διαδικασία παραγωγής πρόβλεψης για τον διαγωνισμό M3, η εύρεση του βέλτιστου συντελεστή  $h_1$  γίνεται με την επιλογή του καλύτερου μοντέλου που προκύπτει ύστερα από έλεγχο όλων των πιθανών συντελεστών στο διάστημα  $[0, 1]$  με βήμα 0.01. Το καλύτερο μοντέλο επιλέγεται βάση του ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (MSE).

Στη φάση αυτή αρχικά εξετάζεται η επιλογή του δείκτη αξιολόγησης MSE έναντι κάποιων άλλων εναλλακτικών. Στη συνέχεια εξετάζονται τα όρια του διαστήματος στα οποία αν κινηθεί ο συντελεστής  $h_1$  παράγονται βέλτιστες προβλέψεις. Τέλος, εξετάζεται η περίπτωση μιας «βίαιης» μείωσης του συντελεστή αυτού προς κάποιο ποσοστό.

#### **5.4.1 Επιλογή καταλληλότερου Δείκτης Αξιολόγησης για την επιλογή του Συντελεστή Εξομάλυνσης**

Κατά το στάδιο αυτό εξετάζεται κατά πόσο η αλλαγή του δείκτη αξιολόγησης για την επιλογή του βέλτιστου συντελεστή εξομάλυνσης μπορεί να έχει θετική επίδραση στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος κατά την πρόβλεψη.

Συγκρίνεται λοιπόν ο μέσος όρος των σφαλμάτων που δίνουν τα μοντέλα πρόβλεψης, που έχουν υπολογιστεί κάθε φορά με διαφορετικούς συντελεστές εξομάλυνσης, αφού διαφορετικό θα είναι και το κριτήριο επιλογής αυτών των συντελεστών. Οι δείκτες αξιολόγησης που επιλέχθηκαν για το πείραμα αυτό, πέραν του MSE, είναι το Μέσο Ποσοστιαίο Σφάλμα (MPE), το Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (MAPE) και το Συμμετρικό Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (SMAPE).

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το πείραμα αυτό. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται ο χρησιμοποιούμενος δείκτης αξιολόγησης και στη δεύτερη στήλη παρουσιάζεται η μέση τιμή του

σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα.

**Πίνακας 5.5 – Αποτελέσματα με αλλαγή του Δείκτη Αξιολόγησης για την επιλογή του Συντελεστή Εξομάλυνσης**

<i>Δείκτης Αξιολόγησης για την επιλογή του συντελεστή εξομάλυνσης</i>	<i>SMAPE</i>
MSE	13.85047
MPE	14.80973
MAPE	15.77140
SMAPE	14.90913

Από τον παραπάνω πίνακα εξάγεται το συμπέρασμα πως η επιλογή του δείκτη αξιολόγησης MSE είναι η ορθότερη. Από το στάδιο αυτό δεν προέκυψε κάποια βελτιστοποίηση.

#### **5.4.2 Όρια του Διαστήματος Επιλογής του Συντελεστή Εξομάλυνσης**

Κατά το στάδιο αυτό εξετάζεται κατά πόσο η αλλαγή των ορίων του διαστήματος επιλογής του συντελεστή εξομάλυνσης μπορεί να έχει θετική επίδραση στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος κατά την πρόβλεψη.

Όπως έχει αναφερθεί, για την παραγωγή των προβλέψεων από τη Μέθοδο Θ, το διάστημα από το οποίο γίνεται η επιλογή του συντελεστή  $h_1$  είναι το  $[0, 1]$  με βήμα 0.01. Παρακάτω, μέσα από μια σειρά πειραμάτων, αξιολογείται κατά πόσο η μείωση των ορίων αυτών συντελεί στη παραγωγή ακριβέστερων προβλέψεων. Αρχικά, γίνεται περιορισμός στο κάτω άκρο του διαστήματος, στη συνέχεια στο πάνω άκρο και στη συνέχεια και στα δύο άκρα. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα

του σταδίου αυτού. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται το διάστημα επιλογής του συντελεστή και στη δεύτερη στήλη παρουσιάζεται η μέση τιμή του σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα.

**Πίνακας 5.6 – Αποτελέσματα με αλλαγή των Ορίων του Διαστήματος Επιλογής του Συντελεστή Εξομάλυνσης**

<i>Όρια Διαστήματος Επιλογής του Συντελεστή Εξομάλυνσης</i>	<i>SMAPE</i>
[0, 1]	13.85047
[0.05, 1]	13.84126
[0.1, 1]	13.83577
[0.15, 1]	13.85202
[0.2, 1]	13,89049
[0, 0.95]	13.84864
[0, 0.9]	13.83521
[0, 0.85]	13.84936
[0, 0.8]	13.87437
[0.05, 0.95]	13,83690
<b>[0.1, 0.9]</b>	<b>13,82789</b>
[0.2, 0.8]	12,93812

Από τον παραπάνω πίνακα εξάγεται το συμπέρασμα πως το διάστημα [0.1, 0.9] δίνει το ελάχιστο SMAPE άρα και τις ακριβέστερες προβλέψεις.

### 5.4.3 «Βίαιη» Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης

Τα πειράματα στη φάση αυτή έρχονται να αποδείξουν πως μία «βίαιη» μείωση του συντελεστή εξομάλυνσης της Απλής Εκθετικής Εξομάλυνσης η οποία χρησιμοποιείται για την προέκταση της γραμμής με παράμετρο  $\theta=2$ . Δηλαδή, μετά την επιλογή μέσω του δείκτη αξιολόγησης MSE του βέλτιστου θεωρητικά συντελεστή  $h_1$ , εκτελείται η παρακάτω πράξη:

$$h_1 = h_1 \cdot a \quad \text{όπου το } a \text{ κυμαίνεται από 100\% έως 50\%}.$$

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της φάσης αυτής. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται το ποσοστό της μείωσης αυτής και στη δεύτερη στήλη αναγράφεται η μέση τιμή του σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα.

Πίνακας 5.7 – Αποτελέσματα με Βίαιη» Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης

<i>Ποσοστό Βίαιης Μείωσης του Συντελεστή Εξομάλυνσης (1-a)</i>	<i>SMAPE</i>
0%	13.85047
5%	13.82392
10%	13.81313
20%	13.80428
<b>30%</b>	<b>13.80362</b>
40%	13.83839
50%	13.90102

Παρατηρώντας τον παραπάνω πίνακα συμπαίρνουμε πως η βίαιη μείωση του συντελεστή εξομάλυνσης κατά 30% παράγει σαφώς πιο ακριβείς προβλέψεις.

## 5.5 Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα πειράματα που έγιναν προηγουμένως, τα οποία είχαν ένα κοινό παρανομαστή: *Μία αλλαγή κάθε φορά επιτρεπόταν*. Θα γίνει μια προσπάθεια συγχώνευσης των επιμέρους αλλαγών στις παραμέτρους του μοντέλου που συντελούν στη βελτιστοποίηση αυτού για να διαπιστωθεί αν και κατά πόσο αν εφαρμοστούν όλες ταυτόχρονα επιτυγχάνεται βελτιστοποίηση.

Εν συνεχεία, θα γίνει μια έρευνα για να διαπιστωθεί κατά πόσο το τελικό μοντέλο στο οποίο καταλήξαμε θα μπορούσε να εφαρμοσθεί για την παραγωγή των προβλέψεων οι οποίες παραδόθηκαν στους διοργανωτές του Διαγωνισμού M3 για την αξιολόγηση της μεθόδου Θ. Η διαφορά με τα προηγούμενα πειράματα έγκειται στο ότι σε αυτή την περίπτωση δεν έχουμε στη διάθεση μας τις 18 παρατηρήσεις που δόθηκαν για αξιολόγηση, αλλά πρέπει να κρύψουμε ένα σετ από 18 παρατηρήσεις το οποίο δεν θα το χρησιμοποιήσουμε κατά τη διαδικασία παραγωγής του μοντέλου αλλά μόνο της αξιολόγησης αυτού.

Τέλος, θα γίνει έλεγχος της ορθότητας των αποτελεσμάτων και της ικανότητας του μοντέλου, εφαρμόζοντας το και στα μηνιαία δεδομένα του Διαγωνισμού T, συγκρίνοντας την ακρίβεια των προβλέψεων που δίνει ως προς το κλασσικό μοντέλο της Μεθόδου Θ.

### 5.5.1 Επιλογή Τελικού Μοντέλου

Τα αποτελέσματα των πειραμάτων που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους και τα οποία συντελούν σε βελτιστοποίηση της μεθόδου, συγκεντρώνονται στον ακόλουθο πίνακα. Στην πρώτη στήλη αυτού, παρουσιάζονται οι επιμέρους κάθε φορά αλλαγές και στη δεύτερη στήλη αναγράφεται η μέση τιμή του σφάλματος των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών

του M3-Competition, η οποία έχει υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα.

**Πίνακας 5.8 – Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα**

<i>Επιμέρους Βελτιστοποίηση</i>	<i>SMAPE</i>
Κλασικό Μοντέλο $\Theta$	13.85047
Αλλαγή Μεθόδου υπολογισμού των Δεικτών Εποχιακότητας (Miller-Williams)	13.78274
Αλλαγή των Βαρών των Γραμμών με παραμέτρους $\theta=0$ και $\theta=2$ . Τα βάρη υπολογίζονται αυτόματα, ανάλογα τη χρονοσειρά. Διάστημα βαρών 45%-55%	13.65035
Προσθήκη στο μοντέλο τρίτης γραμμής $\Theta$ με βάρος 10% και αντιστοιχη μείωση του ποσοστού συμμετοχής της γραμμή <sup>2</sup> με παράμετρο $\theta=2$ . Η παράμετρος $\theta$ παίρνει τιμές από το διάστημα $[-1, 0, 1, 2, 3]$ . Οι προβλέψεις υπολογίζονται ως εξής: $50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.67830
Όρια Εύρεσης Βέλτιστου Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ [0.1, 0.9]	13,82789
Βίαιη Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ κατά 30%	13.80362

Στη συνέχεια εφαρμόστηκαν όλες οι παραπάνω αλλαγές ταυτόχρονα. Το μοντέλο που προκύπτει δίνει το παρακάτω μέσο σφάλμα:

**Πίνακας 5.9 – Σφάλμα Βελτιστοποιημένου Μοντέλου  $\Theta$**

<i>Μέθοδος Πρόβλεψης</i>	<i>SMAPE</i>
Βελτιστοποιημένο Μοντέλο $\Theta$	13.57013

Συνεπώς, το τελικό μοντέλο επιτυγχάνει μείωση στο δείκτη αξιολόγησης SMAPE της τάξης του  $13.85047-13.57013 = 0.28034$ . Δηλαδή επιτεύχθηκε μία μείωση του σφάλματος της τάξης του  $0.28034/13.85047 = 2.024\%$ . Η βελτιστοποίηση αυτή μπορεί να φαντάζει μικρή, αλλά αν λάβουμε υπόψη μας τον Πίνακα 4.4 όπου παρουσιάζονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα των προβλέψεων που εφαρμόστηκαν στα μηνιαία δεδομένα του Διαγωνισμού M3, θα συνειδητοποιήσουμε πως είναι σημαντική. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός πως οι τρεις καλύτερες μέθοδοι πρόβλεψης έδωσαν τα παρακάτω σφάλματα, συγκρινόμενα με τη βελτιστοποιημένη μέθοδο της παρούσας διπλωματικής:

**Πίνακας 5.10 – Σύγκριση των τριών καλύτερων Μεθόδων Πρόβλεψης του M3 με το Βελτιστοποιημένο Μοντέλο**

<i>Μέθοδος Πρόβλεψης</i>	<i>SMAPE</i>	<i>Κατάταξη στον Διαγωνισμό M3</i>
Κλασσικό Μοντέλο Θ	13.85	1
ForecastPro	13.86	2
ForcX	14.45	3
Βελτιστοποιημένο Μοντέλο Θ	13.57	

### 5.5.2 Θα μπορούσε να εφαρμοστεί;

Το βελτιστοποιημένο μοντέλο που προτείνεται παραπάνω δίνει σαφώς ακριβέστερες προβλέψεις σε σύγκριση με το κλασσικό μοντέλο της μεθόδου Θ. Ανοιχτό όμως παραμένει το ερώτημα αν θα μπορούσε να εφαρμοστεί για την παραγωγή των προβλέψεων που δόθηκαν στους διοργανωτές του Διαγωνισμού M3. Για τις ανάγκες του ελέγχου αυτού, θεωρούμε πως δεν έχουμε στη διάθεση μας τις 18 παρατηρήσεις που δόθηκαν μετά το πέρας του διαγωνισμού και χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των προβλέψεων. Για την αξιολόγηση της φάσης αυτής αποκρύπτεται ένα σύνολο από 18 παρατηρήσεις από κάθε χρονοσειρά, το

οποίο δε θα χρησιμοποιηθεί στη διαδικασία της πρόβλεψης αλλά μόνο στη διαδικασία της αξιολόγησης.

Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται οι μέσες τιμές των σφαλμάτων των 1428 μηνιαίων χρονοσειρών του M3-Competition, οι οποίες έχουν υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα, ανάλογα με την αλλαγή στο μοντέλο που έχει εφαρμοστεί κάθε φορά και που αποδείχθηκε ορθή. Αναγράφεται επίσης και το σφάλμα που δίνει το βελτιστοποιημένο μοντέλο, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις παρακάτω αλλαγές. Για να υπάρχει ένα μέτρο σύγκρισης, παρουσιάζεται και το μέσο σφάλμα που έδωσε η Κλασική Μέθοδος Θ για τα δεδομένα αυτά.

**Πίνακας 5.11 – Εφαρμογή στα διαθέσιμα Μηνιαία Δεδομένα του Διαγωνισμού M3**

<i>Επιμέρους Βελτιστοποίηση</i>	<i>SMAPE</i>
Κλασικό Μοντέλο Θ	14.17171
Αλλαγή Μεθόδου υπολογισμού των Δεικτών Εποχιακότητας (Miller-Williams)	14.07259
Αλλαγή των Βαρών των Γραμμών με παραμέτρους $\theta=0$ και $\theta=2$ . Τα βάρη υπολογίζονται αυτόματα, ανάλογα τη χρονοσειρά. Διάστημα βαρών 45%-55%	14.08932
Προσθήκη στο μοντέλο τρίτης γραμμής Θ με βάρος 10% και αντίστοιχη μείωση του ποσοστού συμμετοχής της γραμμής 2 με παράμετρο $\theta=2$ . Η παράμετρος $\theta$ παίρνει τιμές από το διάστημα $[-1, 0, 1, 2, 3]$ . Οι προβλέψεις υπολογίζονται ως εξής: $50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	14.12075

Όρια Εύρεσης Βέλτιστου Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ [0.1, 0.9]	14.13187
Βίαη Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ κατά 30%	14.13371
Βελτιστοποιημένο Μοντέλο $\Theta$	14.08530

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει το πολύ σημαντικό συμπέρασμα πως τόσο η επιμέρους όσο και η ολική βελτιστοποίηση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί προκειμένου να παραδοθούν ακριβέστερες προβλέψεις για τον Διαγωνισμό Μ3, καθώς δίνουν σφάλματα μικρότερα της Κλασσικής Μεθόδου  $\Theta$ .

### 5.5.3 Εφαρμογή επί των Μηνιαίων Δεδομένων του Διαγωνισμού T

Στο στάδιο αυτό θα αξιολογήσουμε τη συμπεριφορά του προτεινόμενου βελτιστοποιημένου μοντέλου εφαρμόζοντάς το στα Μηνιαία Δεδομένα του Διαγωνισμού T. Όπως έχει αναφερθεί, στις χρονοσειρές που δόθηκαν για τον εν λόγω διαγωνισμό, περιλαμβάνονται 161 μηνιαίες χρονοσειρές που προέρχονται από ένα ευρύ φάσμα του τομέα των Μεταφορών (Transportation) , δημιουργώντας έτσι ένα αρκετά ανομοιογενές σύνολο δεδομένων.

Η μοναδική διαφορά, σε σχέση με τις προηγούμενες παραγράφους, είναι ότι κατά την διάρκεια των πειραμάτων αυτών αποκρύπτουμε 12 αντί 18 παρατηρήσεις, όπως και ζητείται από τους διοργανωτές του Διαγωνισμού T.

Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται οι μέσες τιμές των σφαλμάτων των 161 μηνιαίων χρονοσειρών του T-Competition, οι οποίες έχουν υπολογισθεί με το στατιστικό δείκτη σφάλματος Συμμετρικό Απόλυτο

Ποσοστιαίο Σφάλμα, ανάλογα με την αλλαγή στο μοντέλο που έχει εφαρμοστεί κάθε φορά και που αποδείχθηκε ορθή. Αναγράφεται επίσης και το σφάλμα που δίνει το βελτιστοποιημένο μοντέλο, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις παρακάτω αλλαγές. Για να υπάρχει ένα μέτρο σύγκρισης, παρουσιάζεται και το μέσο σφάλμα που έδωσε η Κλασσική Μέθοδος  $\Theta$  για τα δεδομένα αυτά.

**Πίνακας 5.12 – Εφαρμογή στα Μηνιαία Δεδομένα του Διαγωνισμού Τα**

<i>Επιμέρους Βελτιστοποίηση</i>	<i>SMAPE</i>
Κλασσικό Μοντέλο $\Theta$	12.70664
Αλλαγή Μεθόδου υπολογισμού των Δεικτών Εποχιακότητας (Miller-Williams)	12.50744
Αλλαγή των Βαρών των Γραμμών με παραμέτρους $\theta=0$ και $\theta=2$ . Τα βάρη υπολογίζονται αυτόματα, ανάλογα τη χρονοσειρά. Διάστημα βαρών 45%-55%	12.65103
Προσθήκη στο μοντέλο τρίτης γραμμής $\Theta$ με βάρος 10% και αντίστοιχη μείωση του ποσοστού συμμετοχής της γραμμής 2 με παράμετρο $\theta=2$ . Η παράμετρος $\theta$ παίρνει τιμές από το διάστημα [-1, 0, 1, 2, 3]. Οι προβλέψεις υπολογίζονται ως εξής: $50\% \cdot Forecast\_L(\theta = 0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta = 2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	12.45380
Όρια Εύρεσης Βέλτιστου Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ [0.1, 0.9]	12.62790
Βίαιη Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ κατά 30%	12.63724
Βελτιστοποιημένο Μοντέλο $\Theta$	12.40772

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα, επαληθεύεται και εν μέρει γενικεύεται η βελτιστοποίηση του μοντέλου της μεθόδου  $\Theta$ . Το

προτεινόμενο μοντέλο επιτυγχάνει μείωση στο δείκτη αξιολόγησης SMAPE της τάξης του  $12.70664 - 12.40772 = 0.29892$  δηλαδή επιτεύχθηκε μία μείωση του σφάλματος της τάξης του  $0.29892 / 12.70664 = 2.352\%$ .



## 6. Επίλογος

### 6.1 Σύνοψη και Συμπεράσματα

Κατά την πραγμάτωση της διπλωματικής αυτής, μας απασχόλησαν κυρίως τα ακόλουθα:

- Μελέτη των κυριότερων Τεχνικών Προβλέψεων με σκοπό να αναπτυχθεί εμπειρία σχετικά με τα χαρακτηριστικά των χρονοσειρών, των κυριότερων μεθόδων πρόβλεψης και των δεικτών με τους οποίους γίνεται η αξιολόγηση των μεθόδων αυτών.
- Μελέτη του Κλασικού Μοντέλου Πρόβλεψης με τη Μέθοδο  $\Theta$  (Theta) με σκοπό να εντοπιστούν σημεία που θα μπορούσαν να τροποποιηθούν, οδηγώντας με τον τρόπο αυτό σε ελαχιστοποίηση του σφάλματος.
- Μελέτη της ιστορίας των Διαγωνισμών Προβλέψεων με ιδιαίτερη έμφαση στους σύγχρονους διαγωνισμούς M3 και Τα και ανάλυση των αποτελεσμάτων του M3 για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την επίδοση της Μεθόδου  $\Theta$ .
- Πειραματισμός στα μηνιαία δεδομένα του Διαγωνισμού M3 με καθένα από τα σημεία που τροποποίηση τους μπορεί να οδηγήσει σε βελτιστοποίηση του σφάλματος πρόβλεψης, ώστε να διαπιστωθεί αν όντως αυτά συμβάλλουν στο επιδιωκόμενο αποτέλεσμα. Ο έλεγχος γινόταν κάθε φορά μεταβάλλοντας ένα μόνο σημείο για να είναι εύκολη η σύγκριση με το Κλασικό Μοντέλο αλλά και για να

προσδιορισθεί η σημαντικότητα της εφαρμόσιμης αλλαγής, συγκρινόμενη με άλλες τροποποιήσεις επί του μοντέλου.

- Συνδυασμός των επιμέρους αλλαγών που οδήγησαν σε μείωση του σφάλματος, με σκοπό να διαπιστωθεί ότι η παρουσία όλων αυτών ταυτόχρονα δίνει τα επιθυμητά αποτελέσματα. Οι αλλαγές αυτές οδηγούν και στο προτεινόμενο βελτιστοποιημένο μοντέλο.
- Εφαρμογή της βελτιστοποιημένης μεθόδου Θ και πάλι στα μηνιαία δεδομένα του Διαγωνισμού M3, χωρίς όμως να γίνεται τώρα η αξιολόγηση με τις 18 παρατηρήσεις που δόθηκαν από τους διοργανωτές για έλεγχο, αξιολόγηση και κατάταξη των συμμετεχόντων μεθόδων. Αντιθέτως η αξιολόγηση συντελείται με ένα σετ από 18 παρατηρήσεις που αποκρύπτεται. Με άλλα λόγια, προσπαθούμε να απαντήσουμε στο ερώτημα αν η βελτιστοποιημένη μέθοδος που προτείνεται θα μπορούσε να εφαρμοστεί στις συνθήκες διεξαγωγής του Διαγωνισμού M3.
- Εφαρμογή της βελτιστοποιημένης μεθόδου Θ στα μηνιαία δεδομένα του Διαγωνισμού T με σκοπό την επαλήθευση των αποτελεσμάτων και την προσπάθεια γενίκευσης του μοντέλου σε δεδομένα όχι μόνο οικονομικής φύσεως.

Τα αποτελέσματα της διπλωματικής αυτής μπορούν να συνοψιστούν στα παρακάτω:

- Αρκετές αλλαγές και τροποποιήσεις επί της μεθόδου Θ, οι οποίες, με κατάλληλους χειρισμούς, μπορούν να αποφέρουν σημαντικές βελτιώσεις στην ακρίβεια της πρόβλεψης. Οι παράμετροι αυτοί είναι οι εξής:
  - Ως προς την **εποχιακότητα**, η εισαγωγή της μεθόδου Συρρίκνωσης Συντελεστών των Δεικτών Εποχιακότητας της Χρονοσειράς (D. Miller et al 2002) έχει ως αποτέλεσμα τον ακριβέστερο υπολογισμό δεικτών εποχιακότητας, που με τη σειρά του έχει ως συνέπεια την

καλύτερη αποσύνθεση της χρονοσειράς άρα και την παραγωγή ακριβέστερης πρόβλεψης.

- Ως προς τις **γραμμές Θ** και το ποσοστό συμμετοχής τους, αποδείξαμε πως η αυτοματοποιημένη επιλογή των βαρών (στο διάστημα [45%-55%]) των γραμμών με παραμέτρους  $\theta=0$  και  $\theta=2$  δίνει τις προβλέψεις με τα μικρότερα σφάλματα. Επίσης, η εισαγωγή μιας τρίτης γραμμής Θ με παράμετρο που επιλέγεται αυτόματα από το διάστημα [-1, 0, 1, 2, 3] και με βάρος 10% οδηγεί σε περαιτέρω ελαχιστοποίηση του δείκτη αξιολόγησης SMAPE.
- Ως προς τις παραμέτρους της **Απλής Εκθετικής Εξομάλυνσης**, εστίασαμε κυρίως στη βελτιστοποίηση του συντελεστή εξομάλυνσης  $h_1$ . Περιορίσαμε τα όρια του διαστήματος της αυτοματοποιημένης εύρεσης του συντελεστή που ελαχιστοποιεί το δείκτη αξιολόγησης MSE στο εύρος των παρατηρήσεων, από [0, 1] σε [0.1, 0.9]. Επιπλέον, μειώσαμε τον ίδιο συντελεστή κατά ένα ποσοστό 30%.
- Οι αλλαγές αυτές, που έδωσαν αρκετά καλύτερες προβλέψεις, εξετάστηκαν αν μπορούσαν να εφαρμοστούν στις συνθήκες με τις οποίες έτρεξε ο Διαγωνισμός M3, και το αποτέλεσμα ήταν θετικό.
- Έγινε τέλος επαλήθευση της ορθότητας των αποτελεσμάτων με τα μηνιαία δεδομένα του Διαγωνισμού Τα, τα οποία προέρχονται από τον τομέα των Μεταφορών. Η ορθότητα της επαλήθευσης μπορεί να οδηγήσει σε γενίκευση της ικανότητας του προτεινόμενου μοντέλου, κυρίως στο γεγονός της διαφορετικής φύσης των δεδομένων των δύο διαγωνισμών

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά και συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα των πειραμάτων που εκτελέστηκαν στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής. Στην πρώτη στήλη αναγράφεται η μέθοδος που εφαρμόστηκε κάθε φορά. Στη δεύτερη στήλη αναγράφεται ο δείκτης αξιολόγησης SMAPE (Συμμετρικό Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα) για το σύνολο των μηνιαίων χρονοσειρών του Διαγωνισμού M3,

χρησιμοποιώντας τις 18 παρατηρήσεις που δόθηκαν από τους διοργανωτές μετά το πέρας του διαγωνισμού για αξιολόγηση. Ομοίως με τη δεύτερη στήλη, στην τρίτη στήλη παρουσιάζεται ο αντίστοιχος δείκτης υπολογισμένος όμως μόνο με τα δεδομένα που ήταν διαθέσιμα πριν το πέρας του διαγωνισμού. Στην τέταρτη στήλη, τέλος, αναγράφεται ο δείκτης αξιολόγησης SMAPE για τα μηνιαία δεδομένα του διαγωνισμού T.

Πίνακας 6.1 – Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα των Πειραμάτων

<i>Επιμέρους Βελτιστοποίηση</i>	<i>SMAPE 1</i>	<i>SMAPE 2</i>	<i>SMAPE 3</i>
Κλασσικό Μοντέλο $\Theta$	13.85047	14.17171	12.70664
Αλλαγή Μεθόδου υπολογισμού των Δεικτών Εποχιακότητας (Miller-Williams)	13.78274	14.07259	12.50744
Αλλαγή των Βαρών των Γραμμών με παραμέτρους $\theta=0$ και $\theta=2$ . Τα βάρη υπολογίζονται αυτόματα, ανάλογα τη χρονοσειρά. Διάστημα βαρών 45%-55%	13.65035	14.08932	12.65103
Προσθήκη στο μοντέλο τρίτης γραμμής $\Theta$ με βάρος 10% και αντίστοιχη μείωση του ποσοστού συμμετοχής της γραμμής <sup>2</sup> με παράμετρο $\theta=2$ . Η παράμετρος $\theta$ παίρνει τιμές από το διάστημα [-1, 0, 1, 2, 3]. Οι προβλέψεις υπολογίζονται ως εξής: $50\% \cdot Forecast\_L(\theta=0) + 40\% \cdot Forecast\_L(\theta=2) + 10\% \cdot Forecast\_L(\theta_x)$	13.67830	14.12075	12.45380
Όρια Εύρεσης Βέλτιστου Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ [0.1, 0.9]	13,82789	14.13187	12.62790
Βίαη Μείωση του Συντελεστή Εξομάλυνσης για την Προέκταση της γραμμής με παράμετρο $\theta=2$ κατά 30%	13.80362	14.13371	12.63724
Βελτιστοποιημένο Μοντέλο $\Theta$	13.57013	14.08530	12.40772

## 6.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις

Εκτός από τις ήδη εφαρμοσμένες και ελεγμένες τροποποιήσεις που έγιναν στο μοντέλο και οδήγησαν στη μείωση του σφάλματος της πρόβλεψης, θα μπορούσαν μελλοντικά να εφαρμοστούν τα παρακάτω:

- ✓ Χρησιμοποίηση διαφορετικών συνδυασμών γραμμών  $\Theta$  για κάθε ορίζοντα πρόβλεψης. Η εμπειρική πρακτική καταδεικνύει (Collory et. al. 1992) ότι για μακρύτερους ορίζοντες θα έπρεπε να λαμβάνουμε πιο πολύ υπόψη την μακροπρόθεσμη τάση της χρονοσειράς ενώ για βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη τις πιο πρόσφατες τάσεις. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί εύκολα με την χρησιμοποίηση διαφορετικών γραμμών  $\Theta$  για κάθε ορίζοντα, για παράδειγμα το ζεύγος  $\theta=0$  και  $\theta=1.5$  όταν χρησιμοποιείται δίνει μεγαλύτερη έμφαση στην μακροπρόθεσμη τάση ενώ το ζεύγος  $\theta=0$  και  $\theta=2.5$ , δίνει μεγαλύτερη έμφαση στην βραχυπρόθεσμη τάση. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά βάρη από 50% στις δύο κλασσικές γραμμές  $\Theta$ , για  $\theta=0$  και  $\theta=2$ .
- ✓ Εύρεση του κάτω ορίου του μέσου όρου του σφάλματος όταν για κάθε χρονοσειρά επιλέγεται ο βέλτιστος συνδυασμός πέντε γραμμών  $\Theta$  με παραμέτρους  $\theta = -1, 0, 1, 2, 3$ , ανάλυση των αντίστοιχων κατανομών τους και προσπάθεια απομόνωσης κάποιων από αυτών.
- ✓ Χρησιμοποίηση διαφορετικών γραμμών  $\Theta$  ανά χρονοσειρά, ανάλογα με τα ποιοτικά / ποσοτικά χαρακτηριστικά της κάθε χρονοσειράς (Armstrong et. al. 1993).

Ακόμα μία ενδιαφέρουσα προοπτική της παρούσας διπλωματικής είναι η χρησιμοποίηση του προτεινόμενου μοντέλου σε μελλοντικούς διαγωνισμούς προβλέψεων, ώστε να εξεταστεί και να συγκριθεί με άλλες έξυπνες μεθόδους και μοντέλα πρόβλεψης.

Τέλος, μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει η θεωρητική τεκμηρίωση των αποτελεσμάτων της παρούσας διπλωματικής, με στόχο την αξίωσή του στον ερευνητικό χώρο.



## 7. Βιβλιογραφία

1. Ahlburg, D.A., Chatfield, C., Taylor, S. J., Thompson, P.A., Winkler, R. L., Murphy, A.H.,
2. Collopy, F. & Fildes, R., 1992. A commentary on error measures, *International Journal of Forecasting*, 8, 99–111.
3. Armstrong, J.S. & Collopy, F., 1992. Error measures for generalizing about forecasting methods: Empirical comparisons. *International Journal of Forecasting*, 8, 69–80.
4. Chatfield, C., 1988. Editorial: Apples, oranges and mean square error. *International Journal of Forecasting*, 4, 515–518.
5. Collopy, F., & Armstrong, S. J., 1992. Rule-based forecasting: Development and validation of an expert systems approach to combining time series extrapolations. *Management Science*, 38, 1394-1414.
6. Daniel, W. W. 1990. Applied nonparametric statistics. Boston: PWS-Kent Publishing.
7. Diebold, F. X. & Mariano, R. S., 1995. Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13, 253–263.
8. Farnum, N. R. 2004. Analysis of means using mathematical processors. *Quality Engineering*, 16,399– 405.
9. Fildes, R., & Makridakis, S., 1988. Loss functions and forecasting. *International Journal of Forecasting*, 4, 545-550.
10. Flores, B. E., & Pearce, S. L. 2000. The use of an expert system in the M3-competition.
11. *International Journal of Forecasting*, 164, 485–496 Special issue.
12. Goodwin, P. & Lawton, R., 1999. On the asymmetry of the symmetric MAPE. *International Journal of Forecasting*, 15, 405–408.
13. Harvey, D., Leybourne, S. & Newbold, P., 1997. Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of Forecasting*, 13, 281–291.
14. Hibon, M., & Evgeniou, T. 2005. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. *International Journal of Forecasting*, 21, 15-24
15. Hollander, M., & Wolfe D. A. 1999. Nonparametric statistical methods, Wiley series in probability and statistics: Texts and references section. John Wiley and Sons, New York, second edition, A Wiley Inter-science Publication.
16. Hydman, R., Billah, B., *Unmasking the Theta method*. *International Journal of Forecasting*, Volume 19, Issue 2, April-June 2003, 287-290

17. Koehler, A.B., 2001. The asymmetry of the sAPE measure and other comments on the M3-Competition. *International Journal of Forecasting*, 17, 570–574.
18. Kolb, R. A., & Stekler, H. O. 1996. How well do analysts forecast interest rates? *Journal of Forecasting*, 15, 385–394.
19. Lawrence, M. & O'Connor, M., 1992. Exploring Judgmental Forecasting. *International Journal of Forecasting*, 8, 15-26.
20. Lawrence, M., Edmundson, R. H. & O'Connor, M. 1985. An examination of the accuracy of judgmental extrapolation of time series. *International Journal of Forecasting*, 1, 25-35.
21. Mahmoud, E., 1984. Accuracy in forecasting: A survey. *Journal of Forecasting*, 3, 139–159.
22. Makridakis, S., & Hibon, M. 2000. The M3-Competition: Results, conclusions and implications. *International Journal of Forecasting*, 164, 451–476.
23. Makridakis, S., 1986. The art and science of forecasting: An assessment and future directions, *International Journal of Forecasting*, 2, 15-39.
24. Makridakis, S., 1993. Accuracy measures: theoretical and practical concerns, *International Journal of Forecasting*, 9, 527–529.
25. Makridakis, S., Andersen, A., Carbone, R. , Fildes, R., Hibon, M., Lewandowski, R., Newton, J., Parzen E. & Winkler, R., 1982. The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition. *Journal of Forecasting*, 1, 111–153.
26. Makridakis, S., Wheelwright, S.C. & Hyndman, R.J, 1998. Forecasting: methods and applications. John Wiley & Sons: New York.
27. McDonald, B. J., & Thompson, W. A., Jr. 1972. Corrections and amendments: Rank sum multiple comparisons in one and two way classifications. *Biometrika*, 59, 699.
28. Miller, D., Williams, D., *Shrinkage estimators of time series seasonal factors and their effect on forecasting accuracy*. *International Journal of Forecasting*, Volume 19, Issue 4, October-December 2003, 669-684
29. Nikolopoulos, K., 2002. *Business Forecasting Methodology and Information System*. Thesis (PhD). National Technical University of Athens.
30. Ord, K., 2001. Commentaries on the M3-Competition. An introduction, some comments and a scorecard, *International Journal of Forecasting*, 17, 537-584
31. Ord, K., Hibon, M., Makridakis, S., 2000. Editorial: The M3-Competition. *International Journal of Forecasting*, 16, 433-436
32. Ryan, Th. P. 2000. Statistical methods for quality improvement. 2nd ed.. New York: Wiley.
33. Soong, W. C. 2001. Exact simultaneous confidence intervals for multiple comparisons with the mean. *Computational Statistics & Data Analysis*, 371, 33– 47.
34. Stekler, H. O. 1991. Macroeconomic forecast evaluation techniques. *International Journal of Forecasting*, 73, 375–384.

35. Stekler, H. O. 2001. The M3-competition: The need for formal statistical tests. *International Journal of Forecasting*, 174, 576– 577.
36. Stewart, S. R., & Lusk, C. M. 1994. Seven Components of Judgmental Forecasting Skill: Implications for Research and the Improvement of Forecasts. *Journal of Forecasting*, 13, 579-599
37. Tversky, A. & Kahneman, D. 1974. Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, 185, 1124-1131.
38. Ασημακόπουλος, Β., 2006. Μέθοδοι Προβλέψεων. Αθήνα: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ
39. Οικονόμου, Μ., 2000. Συγκριτική επίδοση μεθόδων πρόβλεψης: Διαγωνισμός M1 και μέθοδος Theta. Διπλωματική Εργασία. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
40. Σκαρογιάννης, Ε., Σκυλάκη, Σ., Παραγωγή Μακροπρόθεσμων Προβλέψεων με Κριτικές Μεθόδους. Διπλωματική Εργασία. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο



.....  
Πετρόπουλος Μ. Φώτιος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών  
Ε.Μ.Π.

Copyright © 2007, All rights reserved