ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

MIMO-OFDM

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σταθάκης Κ. Ευθύμιος

Επιβλέπων : Ιωάννης Κανελλόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2007

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

MIMO-OFDM

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σταθάκης Κ. Ευθύμιος

Επιβλέπων : Ιωάννης Κανελλόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την ___ Σεπτεμβρίου 2007.

....	....	....
Ιωάννης Κανελλόπουλος	Χρήστος Καψάλης	Παναγιώτης Κωττής
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2007

....

ΣΤΑΘΑΚΗΣ Κ. ΕΥΘΥΜΙΟΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Η επιστήμη των τηλεπικοινωνιών είναι από τις πιο αλματωδώς αναπτυσσόμενες επιστήμες τα τελευταία χρόνια. Η έρευνα που έχει γίνει στους διάφορους τομείς των τηλεπικοινωνιών τα τελευταία χρόνια καθιστά πλέον εφικτή, τη χρήση τεχνικών που κάποτε αποτελούσαν θεωρητικά μόνο αντικείμενα και την αντιμετώπιση φαινομένων που εμπόδιζαν την περαιτέρω εξέλιξη των ήδη υπάρχουσων τεχνικών. Σημαντική ώθηση στην πρόοδο αυτή αποτέλεσε η ολοένα και πιο απαιτητική ζήτηση για προσφορά νέων υπηρεσιών και διευκολύνσεων.

Η ζήτηση για καινούργιες, απαιτητικές και περισσότερο ευέλικτες υπηρεσίες, που υπάρχει στην σημερινή κοινωνία της πληροφορίας, έχει να κάνει εγγενώς, με την ικανότητα των τηλεπικοινωνιακών φορέων να προσφέρουν προς χρήση στο κοινό, όσο είναι εφικτό, μεγαλύτερους ρυθμούς μετάδοσης δεδομένων σε μεγάλες αποστάσεις. Προκειμένου να καλυφθεί αυτή η απαίτηση προκύπτει η ανάγκη αφενός μεν να καμφθούν τα εμπόδια που υπάρχουν και αφετέρου να εξαπλωθεί η τεχνολογία σε μεγαλύτερο εύρος του αχρησιμοποίητου τηλεπικοινωνιακού φάσματος ώστε να χρησιμοποιηθεί για τις υπάρχουσες ή τις μελλοντικές υπηρεσιών κάτι που θα καταστήσει δυνατή την υλοποίηση των στόχων αυτών.

Η εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας έχει να κάνει με τη μελέτη και την προσομοίωση της τεχνικής Πολλαπλών Εισόδων Πολλαπλών Εξόδων (MIMO) η αποτελεί σημαντικό ερευνητικό αντικείμενο την τελευταία δεκαετία και φερέλπιδα τεχνική για τη μετεξέλιξη των τηλεπικοινωνιακών υπηρεσιών. Συγκεκριμένα, μελετούνται τεχνικές εκπομπής που υπόσχονται υψηλούς ρυθμούς δεδομένων σε αποστάσεις της τάξης των δεκάδων μέτρων, καθώς και τεχνικές αποκωδικοποίησης που στοχεύουν διττά, τόσο στην καλή αξιοπιστία του συστήματος όσο και στην χαμηλή πολυπλοκότητα στο δέκτη.

Λέξεις κλειδιά

MIMO, OFDM, D-BLAST, V-BLAST, Alamouti, ZF, MMSE, SQRD, SIC, εξομοίωση σε MATLAB

Abstract

The telecommunications science has been one of the most evolving sciences the recent years. Research that has taken place in several aspects of telecommunications has made possible not only to carry out the techniques that have been studied just as theoretical issues but also to encounter the difficulties that prevented further evolution of the existent techniques. This rapid growth and development has been boosted by the increasing demand for new services in the area of networks and personal communications.

The requirement for brand new, demanding and more flexible services, which is the basic characteristic of the modern society of information, is inherently combined with the ability of telecommunication companies and organizations to offer to the public, as huge as possible transmission data rates for long distances. In order to fulfill this demand, one has to cope with two issues. On the one hand the existing difficulties must be mastered and on the other hand there has to be utilization of the unused telecommunication spectrum from the existing technology so as to make it usable for existing or future services. Satisfying these two major goals will enable the accomplishment of these targets.

The issue of this dissertation is the study and the simulation of the Multiple Input Multiple Output (MIMO) technique, which has been a major research issue the last decade and is a very promising technique for further evolution of telecommunication services. Specifically, the study was concentrated on transmission schemes that promise very high data rates in a distance range of tens of meters and on detection schemes whose purpose is twofold, to succeed high GoS for the system and low complexity at the receiver.

Key words

MIMO, OFDM, D-BLAST, V-BLAST, Alamouti, ZF, MMSE, SQRD, SIC, MATLAB simulation

Ευχαριστίες

Με την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας θα ήθελα εκφράσω κάποιες ευχαριστίες προς όλους αυτούς που βοήθησαν ποικιλοτρόπως στην πορεία μου στο πτυχίο.

Θα ήθελα αρχικά να εκφράσω τις ευχαριστίες μου προς το ίδρυμα του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου για την ποιότητα των σπουδών που μου προσέφερε, το εύρος των γνώσεων και τις βάσεις ώστε να εμβαθύνω ακόμα περισσότερο στην επιστήμη αυτή.

Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω τον καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κ. Ι. Κανελλόπουλο, για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα θέμα το οποίο με ενδιέφερε καθώς και τον Δ. Σκραπαρλή, διπλωματούχο μηχανικό του Αριστοτέλειου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης και υποψήφιο διδάκτορα, ο οποίος με τις γνώσεις του, την καθοδήγηση και τις συμβουλές του βοήθησε στην περάτωση της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, δεν θα ήθελα να παραλείψω, τις ευχαριστίες και την ευγνωμοσύνη μου προς τους γονείς μου οι οποίοι καθ’ όλη την διάρκεια των σπουδών μου, στάθηκαν κοντά μου προσφέροντας όχι μόνο την απαραίτητη υλική ενίσχυση αλλά και την ξεχωριστή τους, για μένα, πνευματική συμπαράσταση.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

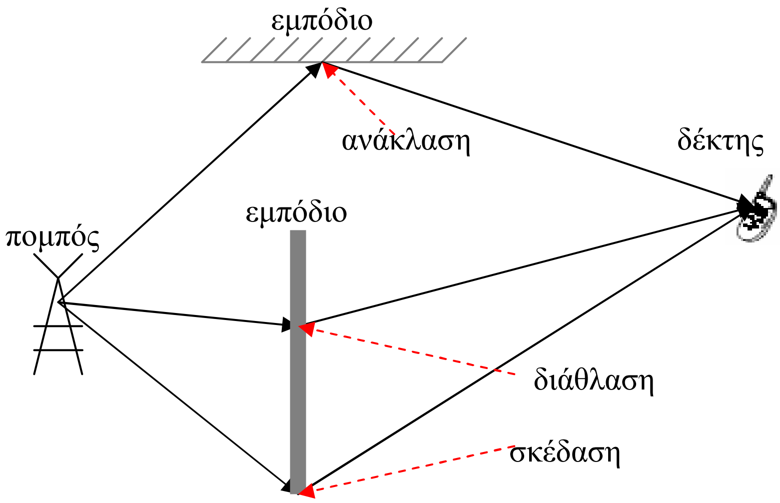
1. Ο ΑΣΥΡΜΑΤΟΣ ΔΙΑΥΛΟΣ

1.1. Βασικές Έννοιες

Για να μπούμε σε οποιαδήποτε διαδικασία ανάλυσης, σχεδίασης και υλοποίησης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων πρέπει πρώτα να εξοικειωθούμε με κάποιες βασικές έννοιες οι οποίες σχετίζονται με το περιβάλλον διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και με κάποια θεωρητικά μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούνται για την ανάλυση της διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Το γήινο περιβάλλον έχει πολλά χαρακτηριστικά τα οποία επηρεάζουν σε σημαντικό βαθμό οποιαδήποτε μετάδοση, θέτουν κάποια όρια στους ρυθμούς δεδομένων που μπορούν να σταλούν από ένα πομπό και επομένως πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά τη σχεδίαση μας. Η ποικιλία που παρουσιάζουν τόσο τα εξωτερικά (outdoor) όσο και τα εσωτερικά (indoor) περιβάλλοντα έχουν ως αποτέλεσμα την κυριαρχία κάποιων φαινομένων στην διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων τα οποία επιδρούν επιπρόσθετα στις απώλειες που υφίστανται τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα κατά τη διάδοση τους στον ελεύθερο χώρο. Τέτοια φαινόμενα που περιγράφονται συνοπτικά παρακάτω είναι η ανάκλαση, η διάθλαση και η σκέδαση ή αλλιώς περίθλαση.

- Η ανάκλαση συμβαίνει όταν μια ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία προσπίπτει πάνω σε μια επιφάνεια (ανακλαστήρα) της οποίας οι διαστάσεις είναι πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας οπότε το προσπίπτον κύμα ανακλάται σε κατεύθυνση με γωνία η οποία ισούται με τη γωνία πρόσπτωσης (νόμος Schnell). Αν το μήκος κύματος είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τις διαστάσεις της επιφάνειας και παρουσιάζονται ανωμαλίες στην προσπίπτουσα επιφάνεια τότε το προσπίπτον κύμα υφίσταται *διάχυση* προς όλες τις κατευθύνσεις.
- Η διάθλαση που λαμβάνει χώρα όταν κατά τη διάδοση του ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα συναντήσει ένα εμπόδιο. Στην περίπτωση αυτή αν το εμπόδιο δεν λειτουργήσει ως τέλειος ανακλαστήρας, ένα μέρος της ενέργειας θα ανακλαστεί, ένα μέρος θα απορροφηθεί από το εμπόδιο και ένα μέρος θα περάσει το εμπόδιο έχοντας ίσως υποστεί επιπλέον από τις απώλειες και μια αλλαγή στην κατεύθυνση του.
- Η σκέδαση ή περίθλαση συμβαίνει όταν ένα αντικείμενο φωτίζεται από ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Στην περίπτωση αυτή πάνω στο αντικείμενο επάγονται

ρεύματα, τα οποία λειτουργούν σαν πηγές ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας η οποία μάλιστα είναι και η θεωρία που εξηγεί το γεγονός ότι είναι δυνατή η ύπαρξη ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε περιοχές στις οποίες δεν υπάρχει οπτική επαφή(NLOS) με τον πομπό. Να αναφέρουμε ότι ο όρος σκέδαση χρησιμοποιείται όταν το αντικείμενο που φωτίζεται δεν έχει ανωμαλίες στην επιφάνεια του, ενώ ο όρος περίθλαση αναφέρεται όταν το αντικείμενο είναι αιχμηρό. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα παράδειγμα για κάθε μια από τις περιπτώσεις αυτές



Σχήμα 1:Φαινόμενα ανάκλασης, διάθλασης και σκέδασης κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

Δυστυχώς η πληθώρα των αλληλεπιδράσεων που δημιουργούνται από αυτά τα φαινόμενα σε συνδυασμό με τον μεγάλο αριθμό αντικειμένων σε ένα περιβάλλον που δημιουργούν τα φαινόμενα, καθιστούν εξαιρετικά πολύπλοκη αλλά και μάταιη την αναλυτική επίλυση του προβλήματος και την εύρεσης ακριβούς έκφρασης για την ηλεκτρομαγνητική ισχύ που φθάνει από ένα πομπό σε ένα δέκτη. Για το λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί διάφορα εμπειρικά μοντέλα τα οποία έχουν προκύψει από εμπειρικά δεδομένα και είναι αρκετά προσεγγιστικά για τις περισσότερες περιπτώσεις. Θα ξεκινήσουμε από το απλό φαινόμενο της διάδοσης για να προσπαθήσουμε στη συνέχεια να εντάξουμε σε ένα μοντέλο όλα τα χαρακτηριστικά διάδοσης σε ένα κανάλι.

1.1.1. Διάδοση Οπτικής Επαφής

Ο ελεύθερος χώρος παρουσιάζει κάποια ηλεκτρομαγνητική αντίσταση η οποία συμβάλει στην ελάττωση της ισχύος του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Θεωρούμε ένα πομπό ο οποίος εκπέμπει ένα σφαιρικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα της μορφής Ε(r,φ,θ). Η ένταση της ακτινοβολίας που προκαλεί σε κάποιο σημείο r του χώρου δίνεται από τη σχέση

$$E(r,\phi,\theta,(f,t)) = a_i(r,\phi,\theta,(f,t))\frac{e^{-jk_0 r}}{r} \qquad \textbf{(1.1)}$$

όπου r,φ,θ είναι οι σφαιρικές συντεταγμένες του σημείου παρατήρησης, $k_0=2\pi/\lambda$ είναι η σταθερά διάδοσης του ελεύθερου χώρου και a_i(r,φ,θ,(f,t)) είναι ένας συντελεστής διάδοσης που σχετίζεται με τα χαρακτηριστικά της κεραίας (μορφή, διαστάσεις, πόλωση κ.α). Είναι γνωστό ότι για κατευθυντικές κεραίες με κατευθυντικότητα G η πυκνότητα ισχύος που προκαλούν σε απόσταση d από τον πομπό δίνεται από τη σχέση

$$S = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} \qquad \textbf{(1.2)}$$

Η ισχύς που λαμβάνει μια κεραία τοποθετημένη σε ένα σημείο του χώρου με πυκνότητα ισχύος S δίνεται από την σχέση $P_r = A_r S$ όπου το μέγεθος A_r είναι η ενεργός επιφάνεια της κεραίας, ένα ηλεκτρομαγνητικό μέγεθος που εκφράζει την ηλεκτρομαγνητική ενέργεια που μπορεί να συλλάβει η κεραία στο χώρο και δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$A_r = \frac{G_r \lambda^2}{4\pi}\left(W/m^2\right) \qquad \textbf{(1.3)}$$

Βέβαια εδώ χρειάζεται να κάνουμε την υπόθεση ότι η κεραία λήψης δεν επηρεάζει τα χαρακτηριστικά του πεδίου, δηλαδή την ομοιομορφία[1] του στο σημείο που

[1] Ομοιόμορφο θεωρείται το πεδίο μέσα στην περιοχή που ορίζεται από τα σημεία στο χώρο γύρω από το σημείο που μας ενδιαφέρει στα οποία η ισχύς του πεδίου είναι η μισή της ισχύος από το σημείο που μας ενδιαφέρει, δηλαδή η σχετική ισχύς ως προς το υπό μελέτη σημείο κυμαίνεται από 0dB έως -3dB

τοποθετείται. Με βάση αυτές τις 2 σχέσεις μπορούμε να βρούμε την λαμβανόμενη ισχύ σε μια κεραία τοποθετημένη σε απόσταση d από τον πομπό με τον οποίο έχει οπτική επαφή

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad \textbf{(1.4)}$$

και η ισοδύναμη σχέση σε dB είναι

$$P_{r,dB} = P_{t,dB} + G_{t,dB} + G_{r,dB} + 20\log\left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right) \quad \textbf{(1.5)}$$

Ο τελευταίος παράγοντας στη σχέση (1.5) είναι οι απώλειες του ελευθέρου χώρου και δίνονται από την σχέση

$$L_{LOS}(d)_{(dB)} = 20\log\left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right) \quad \textbf{(1.6)}$$

Βλέπουμε ότι οι απώλειες ελευθέρου χώρου αυξάνονται με το τετράγωνο της απόστασης d και επιπλέον εξαρτώνται από τη συχνότητα. Όσο μεγαλώνει η συχνότητα τόσο μικραίνει το μήκος κύματος και μεγαλώνουν και οι απώλειες. Οι απώλειες αυτές οφείλονται στις λεγόμενες μακρόχρονες διαλείψεις οι οποίες αναφέρονται στο μέσο όρο της περιβάλλουσα του σήματος. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο στα περισσότερα συστήματα (GSM, GPRS, CDMA) σταθμού βάσης-κινητού δέκτη (BS-MS) οι χαμηλές συχνότητες για επικοινωνία ανατίθενται στο uplink (άνω-μετάδοση) γιατί ο κινητός πομπός εκπέμπει σε πολύ μικρότερη ισχύ από ένα σταθμό βάσης και οι υψηλές συχνότητες στο downlink (κάτω-μετάδοση) καθώς ο σταθμός βάσης μπορεί να εκπέμπει σε πολύ μεγαλύτερη ισχύ.

.

1.1.2. Διάδοση μη Οπτικής Επαφής

Η διάδοση μη οπτικής επαφής συμβαίνει όταν μεταξύ του πομπού και του δέκτη παρεμβάλλονται αντικείμενα τα οποία έχουν ως αποτέλεσμα η ισχύς του πομπού να μειώνεται εκθετικά με την απόσταση σε μεγαλύτερο βαθμό από το τετράγωνο της απόστασης πράγμα που συμβαίνει στην περίπτωση της οπτικής επαφής. Στην διάδοση μη οπτικής επαφής επιδρούν τα φαινόμενα που περιγράφηκαν συνοπτικά πιο πάνω (ανάκλαση, διάθλαση, σκέδαση) τα οποία έχουν ως αποτέλεσμα να φθάνει το κύμα στο δέκτη πολύ πιο εξασθενημένο σε σχέση με την περίπτωση της οπτικής επαφής. Για τη ανάλυση της διάδοσης μη οπτικής επαφής έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα περιγραφής των απωλειών σε απόσταση d ανάλογα με το περιβάλλον στο οποίο αναφερόμαστε, δηλαδή αν είναι αστικό, υπαίθριο, ημιαστικό. Βέβαια όλα αυτά τα μοντέλα είναι εμπειρικά και έχουν προκύψει βάσει μετρήσεων. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν διάφορα μοντέλα (Deygout, Blomquist-Ladell, τύποι Masahura-Hata). Το μοντέλο που χρησιμοποιείται στις περισσότερες περιπτώσεις και λαμβάνει υπόψη του το περιβάλλον διάδοσης δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$L_{NLOS}(d) = L(d_0)\left(\frac{d}{d_0}\right)^n \qquad \textbf{(1.7)}$$

και η ισοδύναμη σχέση σε dB είναι

$$L_{NLOS}(d)_{dB} = L(d_0)_{dB} + 10n\log\left(\frac{d}{d_0}\right) \qquad \textbf{(1.8)}$$

όπου n: εκθέτης απωλειών διαδρομής με τυπικές τιμές $2 \leq n \leq 4$ για εσωτερικούς χώρους και $3.5 \leq n \leq 5$ για εξωτερικούς χώρους

d: η απόσταση μεταξύ των κεραιών πομπού και δέκτη

d_0: η απόσταση αναφοράς για την οποία ισχύει η διάδοση οπτικής επαφής και ορίζεται συνήθως στο 75% τουλάχιστον καθαρότητας της $1^{ης}$ ζώνης Fresnel[2]

$L(d_0)$: οι απώλειες για την απόσταση d_0 που δίνονται από τη σχέση (1.6)

Ο εκθέτης n στην ουσία μας δείχνει πόσο έντονα επιδρά το περιβάλλον στην εξασθένιση του σήματος και εξαρτάται καθαρά από την χωρική διαμόρφωση του σε σχέση με την θέση του πομπού και του δέκτη.

[2] Οι ζώνες Fresnel είναι περιοχές που περικλείονται από οικογένειες ελλειψοειδών που ορίζονται στην ευθείας πομπού-δέκτη από διαδρομές στις οποίες η απόσταση πομπού-δέκτη διαφέρει κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του λ/2 από την ευθεία οπτικής επαφής

Με βάση τις σχέσεις (1.5) και (1.7) μπορούμε να καθορίσουμε τις συνολικές απώλειες που υφίσταται ένα σήμα κατά την διάδοση του σε ένα περιβάλλον ως εξής

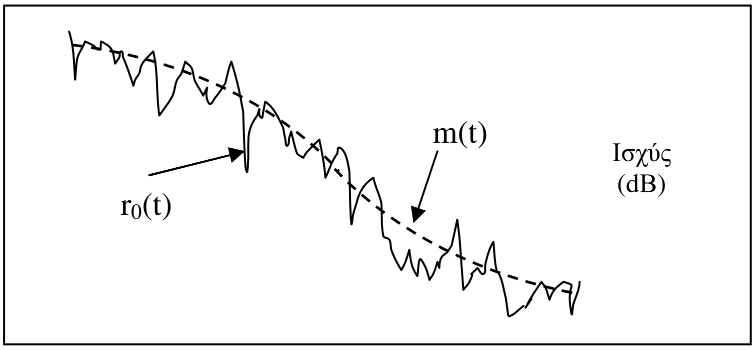
$$L_{TOT} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d_0}\right)^2 \left(\frac{d_0}{d}\right)^n \quad \textbf{(1.9)}$$

και η ισοδύναμη σχέση σε dB είναι

$$L_{TOT} = 20\log\left(\frac{4\pi d_0}{\lambda}\right) + 10n\log\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad \textbf{(1.10)}$$

1.1.3. Διαλείψεις Μεγάλης Κλίμακας, Μικρής Κλίμακας

Οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας αντιπροσωπεύουν την μέση ελάττωση της ισχύος του σήματος κατά τη διάδοση του στο δίαυλο εξαιτίας της κίνησης σε περιοχές μεγάλου εύρους. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται εξαιτίας της ύπαρξης εμποδίων που προκαλούν απώλεια οπτικής επαφής μεταξύ πομπού και δέκτη και έχουμε το φαινόμενο της σκίασης. Οι μετρήσεις των απωλειών μεγάλης κλίμακας παρέχουν ένα εργαλείο για την μέτρηση της απώλειας ισχύος συναρτήσει της απόστασης όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Παρακάτω φαίνεται ένα τυπικό παράδειγμα των απωλειών μεγάλης κλίμακας που μόλις αναλύσαμε.



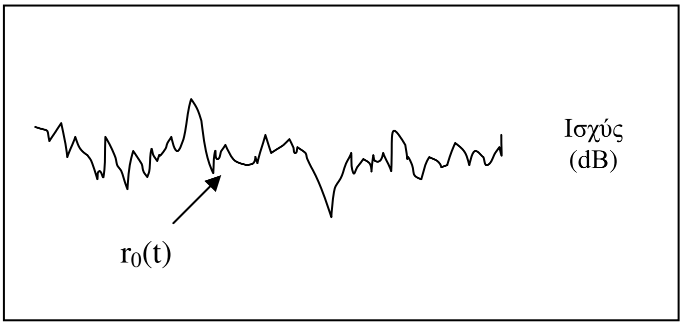
Σχήμα 2:Διαλείψεις Μεγάλης Κλίμακας

Αντίθετα οι διαλείψεις μικρής κλίμακας αναφέρονται σε απότομες διακυμάνσεις του πλάτους και της φάσης του σήματος που συμβαίνουν εξαιτίας της σχετικής κίνησης του πομπού και του δέκτη με συνέπεια την αλλαγή της μεταξύ τους απόστασης για μεγέθη ανάλογα του μισού μήκους κύματος λ/2. Οι διαλείψεις μικρής κλίμακας επηρεάζονται από την εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης, που θα περιγράψουμε παρακάτω, η οποία οφείλεται στην πολυδιαδρομική διάδοση καθώς και στην αλλαγή της απόκρισης του διαύλου με το χρόνο. Αποδεικνύεται πως απουσία ισχυρής οπτικής συνιστώσας η απόκριση του καναλιού ακολουθεί την κατανομή Rayleigh που αποτελεί την αιτία διαλείψεων μικρής κλίμακας σε ένα τυπικό ασύρματο περιβάλλον.

Συνήθως το σήμα που φθάνει στο δέκτη υποφέρει και από τα δυο είδη διαλείψεων και μάλιστα από τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας στις οποίες υπερτίθενται οι διαλείψεις μικρής κλίμακας. Ένα λαμβανόμενο σήμα r(t) μπορεί να γραφεί ως η συνέλιξη του σήματος του πομπού s(t) και της χρονικής απόκρισης του διαύλου h(t) ως εξής

$$r(t) = h(t) \otimes s(t) = r_0(t)m(t) \qquad \textbf{(1.11)}$$

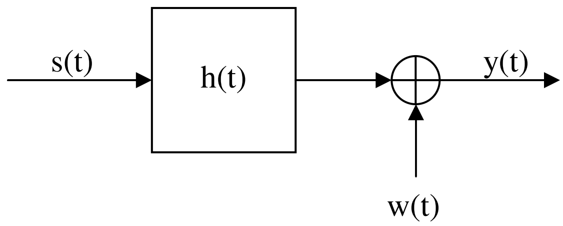
όπου m(t) είναι ο συντελεστής απωλειών μεγάλης κλίμακας και $r_0(t)$ είναι ο συντελεστής απωλειών μικρής κλίμακας που αναφέρεται και ως τοπικός μέσος. Παρακάτω φαίνεται ένα τυπικό παράδειγμα των απωλειών μικρής κλίμακας που μόλις αναλύσαμε.



Σχήμα 3:Διαλείψεις Μικρής Κλίμακας

1.1.4. Μοντελοποίηση του Διαύλου

Σκοπός μας κατά στην ανάλυση είναι να μοντελοποιήσουμε το κανάλι μας ώστε να συμπεριλάβουμε τις επιδράσεις της πολυδιαδρομικής διάδοσης και της κινητικότητας και επικεντρωνόμαστε στους γήινους διαύλους (οι δορυφορικοί έχουν καλύτερη συμπεριφορά). Το μοντέλο ενός τέτοιου διαύλου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4:Μετάδοση σήματος σε δίαυλο

Αν ο πομπός στέλνει το σήμα s(t) τότε στο δέκτη θα φθάνει μέσω L μονοπατιών ένα σήμα r(t) της μορφής

$$r(t) = \sum_{l=0}^{L} a_l(r, f, t)\exp\left(j\phi_l(r, f, t)\right)s\left(t - \tau_l(r, t)\right) \tag{1.12}$$

όπου a_l: η εξασθένιση του l-οστού μονοπατιού

φ_l: η μετατόπιση φάσης που εισάγει το l-οστό μονοπάτι

τ_l: η καθυστέρηση του l-οστού μονοπατιού

Αν λάβουμε υπόψη μας ότι το σήμα στο δέκτη μπορεί να γραφεί ως η συνέλιξη της συνάρτησης μεταφοράς του διαύλου με το σήμα εκπομπής τότε έχουμε την παρακάτω σχέση

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \xi)s(\xi)d\xi \tag{1.13}$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (1.12) και (1.13) μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι για να εξαχθεί αυτό το αποτέλεσμα θα πρέπει η συνάρτηση μεταφοράς του διαύλου να έχει την παρακάτω μορφή

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L} a_l(r, f, t)\exp\left(j\phi_l(r, f, t)\right)\delta\left(t - \tau_l(r, t)\right) \tag{1.14}$$

Αν συμπεριλάβουμε υπόψη μα το θόρυβο w(t) που προστίθεται στο σήμα τότε παίρνουμε την εξής σχέση για το λαμβανόμενο σήμα r(t)

$$r(t) = h(t)s(t) + w(t) \tag{1.15}$$

Για την ανάλυση μας κάνουμε επιπλέον τις εξής παραδοχές

- Ο προσθετικός όρος θορύβου w(t) υπάρχει πάντα και μοντελοποιείται σαν μιγαδικός λευκός θόρυβος Gauss με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση N_0
- Το κανάλι για σημείο-προς-σημείο επικοινωνίες θεωρείται ότι είναι γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο (LTI, Linear Time Invariant) και ο δέκτης μπορεί να έχει γνώση του καναλιού h ή όχι, ενώ για κινητές επικοινωνίες είναι γραμμικό και χρονικά μεταβλητό (LTV, Linear Time Variant)

1.1.5. Πολυδιαδρομική διάδοση

Η ποικιλία που παρουσιάζει, όπως είπαμε, ένα περιβάλλον σε σκεδαστές έχει ως αποτέλεσμα να φθάσουν στο δέκτη πολλές εκδοχές του ίδιου σήματος οι οποίες διαφέρουν μεταξύ τους στο πλάτος, τη φάση και μπορεί επιπλέον να παρουσιάζουν και μία ολίσθηση συχνότητας. Αυτό έχει συνέπεια η περιβάλλουσα του σήματος να παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις μέσα σε βραχυχρόνια χρονικά διαστήματα. Αυτές είναι οι λεγόμενες βραχυχρόνιες διαλείψεις που αναλύθηκαν πιο πριν, οι οποίες κατά κύριο λόγο οφείλονται:

- Στη σχετική κίνηση του δέκτη σε σχέση με το περιβάλλον
- Στη χρονοκαθυστέρηση που παρουσιάζουν οι διαφορετικές εκδοχές του σήματος που φθάνουν στο δέκτη μέσω πολλαπλών ανακλάσεων
- Στην ολίσθηση Doppler, που όπως θα φανεί στη συνέχεια προκαλεί μια διαμόρφωση συχνότητας

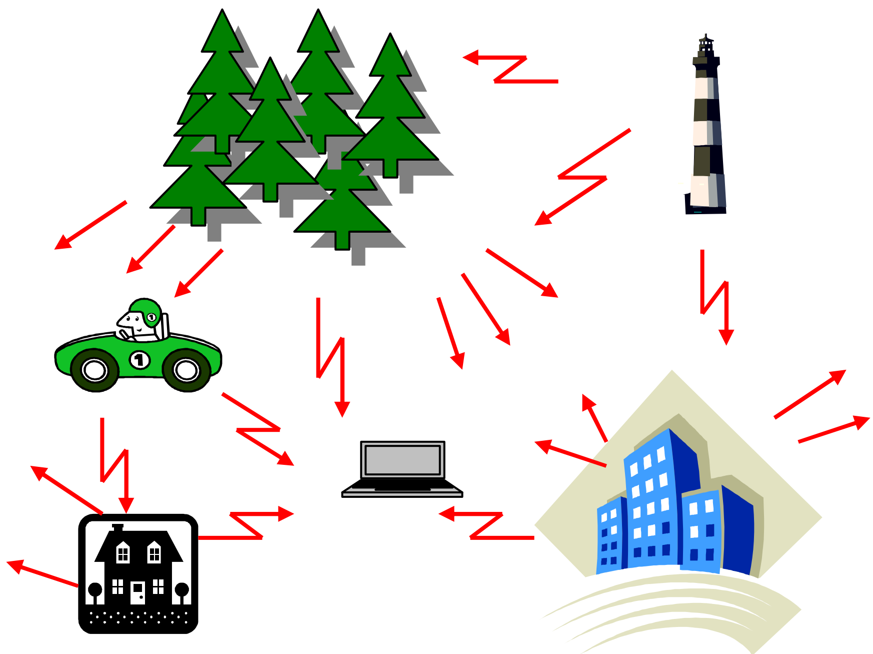
Όταν ο δέκτης κινείται με κάποια ταχύτητα v και δέχεται το σήμα υπό γωνία θ_l από το l-στο μονοπάτι ως προς την κατεύθυνση της κίνησης του τότε για πολύ μικρό χρονικό διάστημα Δt θα προκληθεί στο σήμα μια ολίσθηση φάσης η οποία είναι

$$\phi_n(t + \Delta t) - \phi_n(t) \approx \frac{2\pi f_c v \Delta t \cos\theta_l}{c} = \frac{2\pi v \Delta t}{\lambda_c}\cos\theta_l \tag{1.16}$$

οπότε η ολίσθηση συχνότητας που θ προκαλέσει στο δέκτη θα είναι

$$f_d = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\phi_n(t+\Delta t) - \phi_n(t)}{2\pi\Delta t} = \frac{v}{\lambda_c}\cos\theta_l = f_{\max}\cos\theta_l \qquad \textbf{(1.17)}$$

Αυτή η ολίσθηση συχνότητας έχει ως αποτέλεσμα η φαινόμενη στο δέκτη συχνότητα να διαφέρει από την φέρουσα του σήματος κατά f_d. Αν δούμε στατιστικά το μοντέλο του ασύρματου διαύλου σε περιβάλλον πολυδιαδρομικής διάδοσης προκύπτει ότι ακολουθεί την κατανομή Rayleigh όταν δεν υπάρχει οπτική επαφή και στην περίπτωση οπτικής επαφής γίνεται ειδική αναφορά, καθότι είναι σπάνια περίπτωση. Πρόκειται για την Ricean κατανομή της οποίας η κατανομή Rayleigh είναι ειδική περίπτωση



Σχήμα 5:Περιβάλλον πολυδιαδρομικής διάδοσης

Για να μελετήσουμε στατιστικά το h(t) θεωρούμε αρχικά ένα κατάλληλο στοχαστικό μοντέλο για τις φάσεις $\{\phi_l(t)\}_{l=1,2,...}$

Υπόθεση: Οι φάσεις $\{\phi_l(t)\}_{l=1,2,...}$ είναι ανεξάρτητες στοχαστικές διαδικασίες με το $\varphi_l(t)$ ομοιόμορφα κατανεμημένο στο [0,2π] για κάθε t,l. Με βάση την υπόθεση αυτή παίρνουμε το εξής αποτέλεσμα

- Η h(t) έχει μηδενική μέση τιμή που προκύπτει από την σχέση

$$E[h(t)] = \sum_{l=0}^{L} a_l E\left[e^{j\phi_l(t)}\right] = 0 \qquad \textbf{(1.18)}$$

➢ Η διαδικασία $\{u_l(t)\}$ που ορίζεται $u_l(t) = a_l \exp(j\phi_l(t))$ είναι μία εργοδική μιγαδική τυχαία διαδικασία. Για να το επαληθεύσουμε θα πρέπει πρώτα να αποδείξουμε το ότι η διασπορά του $\{u_l(t)\}$ ισούται με μηδέν

$$\begin{aligned} C(t+\tau, t) &= E[u_l(t)u_l(t+\tau)] \\ &= a_l^2 \mathrm{E}\left[\exp^{j(\phi_l(t)+\phi_l(t+\tau))}\right] \\ &= \mathrm{E}\left[a_l e^{j\phi_l(t)} a_l e^{j\phi_l(t+\tau)}\right] \\ &\approx a_l^2 \mathrm{E}\left[e^{j(2\phi_l(t)+2\pi f_{\max}\tau\cos\theta_l)}\right] = 0 \end{aligned}$$

όπου η προσέγγιση στην τελευταία γραμμή γίνεται από την εξίσωση Doppler. Για σταθερό t η $h(t)=h_I(t)+ h_Q(t)$ είναι τυχαία μεταβλητή με διασπορά

$$E\left[|h(t)|^2\right] = \sum_{l=0}^{L} a_n^2 = 1$$

Καθώς η h(t) είναι κανονική, οι $h_I(t)$ και $h_Q(t)$ είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστες και έχουν την ίδια διακύμανση, που αντιστοιχεί στη μισή διακύμανση της h(t). Καθώς η h(t) είναι επιπλέον Γκαουσσιανή, οι $h_I(t)$ και $h_Q(t)$ είναι επίσης και ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κατανομή $\mathrm{N}(0,1/2)$.

Η περιβάλλουσα $\{\rho(t)\}$ και η φάση $\{\phi(t)\}$ορίζονται ως εξής

$$\rho(t) = |h(t)| = \sqrt{h_I^2(t) + h_Q^2(t)} \quad \text{και} \quad \phi(t) = \tan^{-1}\left(\frac{h_Q(t)}{h_I(t)}\right)$$

Με βάση τα παραπάνω αναλύουμε την περίπτωση αδιαμόρφωτου φέροντος, όπου το εκπεμπόμενο σήμα θα έχει τη μορφή

$$s(t) = \cos(2\pi f_c t + \psi) \qquad \textbf{(1.19)}$$

Αφού το σήμα διέλθει μέσα από το κανάλι h(t) το λαμβανόμενο σήμα μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$r(t)=\sum_{l=1}^{L} a_l \cos\left(2\pi f_c t+\psi+\phi_l+2\pi\Delta f_l t\right) \qquad \textbf{(1.20)}$$

Το σήμα r(t) μπορεί να γραφεί στη μορφή παραγόντων σε φάση(in-phase) και κάθετους σε φάση (quadrature)

$$r(t)=I(t)\cos(2\pi f_c t)-Q(t)\sin(2\pi f_c t)$$

$$I(t)=\sum_{l=1}^{L} a_l \cos\left(\frac{2\pi v f_c t}{c}\cos\theta_l+\psi+\phi_l\right) \qquad \textbf{(1.21)}$$

$$Q(t)=\sum_{l=1}^{L} a_l \sin\left(\frac{2\pi v f_c t}{c}\cos\theta_l+\psi+\phi_l\right) \qquad \textbf{(1.22)}$$

Αν θεωρήσουμε το δέκτη σταθερό τότε v=0 τότε οι σχέσεις (1.21), (1.22) γίνονται

$$I(t)=\sum_{l=1}^{L} a_l \cos(\psi+\phi_l) \qquad \textbf{(1.23)}$$

$$Q(t)=\sum_{l=1}^{L} a_l \cos(\psi+\phi_l) \qquad \textbf{(1.24)}$$

Οπότε και οι δύο συντελεστές μπορούν να ερμηνευτούν ως το άθροισμα πολλών μικρών ανεξάρτητων συνεισφορών. Κάθε συνεισφορά προέρχεται από μια ανάκλαση με δική της εξασθένιση α_l και φάση. Για μεγάλο αριθμό ανακλάσεων το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα οι συντελεστές I(t) και Q(t) τείνουν σε Γκαουσσιανή κατανομή για το πλάτος τους και είναι ανεξάρτητες και όμοια κατανεμημένες

Η πιθανότητα να ισχύει ρ<p όπου p κάποια τιμή της ισχύος είναι

$$F_p(p) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{2p}} \rho \exp\left(-\frac{\rho^2}{\sigma^2}\right) d\rho = 1 - \exp\left(-\frac{p}{\sigma^2}\right)$$

Οπότε η σ.π.π είναι

$$f_p(p) = \frac{1}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{p}{\sigma^2}\right)$$

Η μετατροπή μεταξύ της σ.π.π. της περιβάλλουσας και της ισχύος προκύπτει από την παρακάτω σχέση

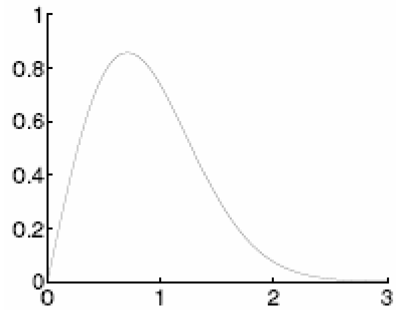
$$\left|f_\rho(\rho)d\rho\right| = \left|f_p(p)dp\right|$$

Και επειδή p=ρ^2/2 $\Rightarrow$ dp=ρdρ και προκύπτει για η σ.π.π για την περιβάλλουσα ρ του σήματος

$$f_p(p) = f_\rho\left(\sqrt{2\rho}\right)\left|\frac{d\rho}{dp}\right| = \frac{1}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{p}{\sigma^2}\right)$$

$$f_\rho(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right), \{\rho \geq 0\} \qquad \textbf{(1.19)}$$

Επειδή η περιβάλλουσα ακολουθεί την κατανομή Rayleigh λέμε ότι το σήμα υφίσταται στο δίαυλο εξασθένιση Rayleigh



Σχήμα 6:Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Rayleigh

Εάν υπάρχει μονοπάτι οπτικής επαφής με παραμέτρους θ_0,α_0 και φ_0 (t) επιπρόσθετα στους παράγοντες πολυδιαδρομικής διάδοσης τότε

$$h(t) = a_0 e^{j\phi_0(t)} + \sqrt{1-a^2}\,\tilde{h}(t) \tag{1.20}$$

Η $\left\{\tilde{h}(t)\right\}$ είναι μια διαδικασία Rayleigh με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση $E\left[\left|\tilde{h}(t)\right|^2\right] = 1$. Ας σημειωθεί ότι η $\{h(t)\}$είναι επίσης διαδικασία μηδενικής μέσης τιμής, αλλά δεν είναι Γκαουσσιανή καθώς ο παράγοντας οπτικής επαφής $a_0 e^{(j\phi_0(t))}$ επικρατεί των όρων σκέδασης. Για την h(t) ορίζομε τον παράγοντας Rice κ ως εξής

$$\kappa = \frac{\text{ισχυς του LOS παραγοντα}}{\text{συνολικη ισχυς παραγοντων σκεδασης}} = \frac{a_0^2}{1-a_0^2} \tag{1.21}$$

Από τον ορισμό του παράγοντα κ προκύπτει ότι

$$a_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \quad \text{και} \quad 1-a_0^2 = \frac{1}{\kappa+1}$$

Για σταθερό t, η σ.π.π της περιβάλλουσας ρ μπορεί να βρεθεί υπολογίζοντας αρχικά την από κοινού πιθανότητα των ρ(t) και φ(t), υπό τη συνθήκη του φ_0(t). Οπότε στην περίπτωση αυτή η h(t) είναι τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή $a_0 e^{j\phi_0(t)}$.

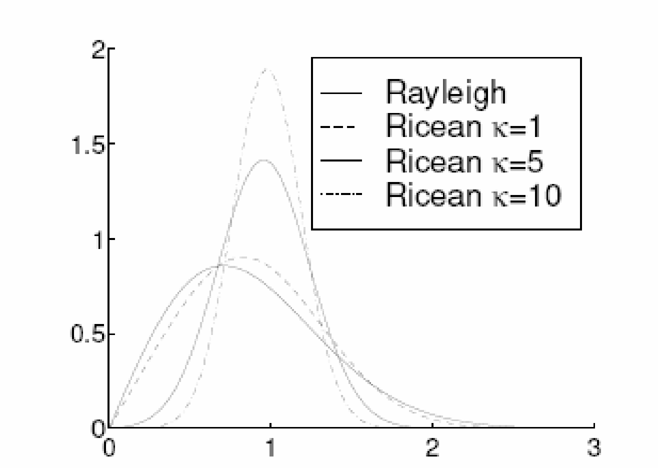
Μπορούμε εν συνεχεία να δείξουμε ότι η δεσμευμένη πιθανότητα του ρ(t) ως προς το φ_0(t) δεν είναι συνάρτηση του φ_0(t) και προκύπτει

$$f_{Rice}(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2}\exp\left[-\frac{x^2+a_0^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{\rho \cdot a_0}{\sigma^2}\right), \{\rho \geq 0\} \tag{1.21}$$

Αυτή η σ.π.π αποκαλείται Ricean κατανομή που ισχύει για την περίπτωση που υπάρχει και παράγοντας οπτικής επαφής στη ζεύξη μας ο οποίος υπερισχύει των συντελεστών που οφείλονται στη σκέδαση.

Να υπενθυμίσουμε ότι στην σχέση (1.21) $I_0(\cdot)$ είναι η *μηδενικής τάξης συνάρτηση Bessel 1^{ου} είδους*

$$I_0(y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \exp(y\cos\phi)d\phi$$



Σχήμα 7:Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για διάφορους Ricean παράγοντες

1.2. Παράμετροι Ασύρματων Καναλιών

Τα χαρακτηριστικά διάδοσης στο χώρο που επιδρούν στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα τα οποία αναλύθηκαν παραπάνω και κυρίως η ύπαρξη της πολυδιαδρομικής διάδοσης δημιουργούν στο δίαυλο φαινόμενα διασποράς στη συχνότητα και στο χρόνο. Το γεγονός αυτό καθιστά αναγκαία τη ανάλυση αυτών των φαινομένων προκειμένου να καθορίσουμε τα ποιοτικά στοιχεία μιας ζεύξης ώστε να προχωρήσουμε στη συνέχεια στην επιλογή των παραμέτρων για τη μετάδοση μας όπως το εύρος που θα χρησιμοποιήσουμε, το ρυθμό εκπομπής R, το είδος διαμόρφωσης, στοιχεία στις διατάξεις του δέκτη κ.α.

1.2.1. Χαρακτηρισμός Καναλιών στο Πεδίο της Συχνότητας

Μια προσέγγιση του διαύλου μπορεί να γίνει αν μεταφερθούμε στο πεδίο της συχνότητας για να εξετάσουμε το κανάλι. Αυτό που θέλουμε να παρατηρήσουμε είναι ποια είναι η συσχέτιση μεταξύ φασματικών συνιστωσών που απέχουν κατά Δf.

Για να μετρήσουμε την συσχέτιση $\varphi(\Delta f)$ εισάγουμε την έννοια του *εύρους ζώνης συνοχής*, το οποίο είναι ένα μέγεθος που αντιστοιχεί στο εύρος συχνοτήτων για το οποίο όλοι οι φασματικοί συντελεστές υφίστανται από το κανάλι την ίδια εξασθένιση και αλλαγή φάσης, δηλαδή οι φασματικοί συντελεστές έχουν μεγάλη πιθανότητα να εμφανίσουν συσχέτιση πλάτους και φάσης. Το εύρος ζώνης συνοχής σχετίζεται με άμεσο τρόπο με τη λεγόμενη εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης (delay spread).

Βέβαια δεν μπορούμε να χρησιμοποιούμε ως ενδεικτικό μέγεθος την μέγιστη καθυστέρηση διάδοσης διότι διαφορετικά κανάλια με την ίδια μέγιστη καθυστέρηση διάδοσης παρουσιάζουν εντελώς διαφορετικό προφίλ ισχύος. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούμε μεγέθη όπως *τη μέση καθυστέρηση διάδοσης(mean delay)* και *την εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης(delay spread).*

Αν υποθέσουμε ότι το σήμα φτάνει από τον πομπό στον δέκτη μέσω l διαδρομών. Τότε, εξαιτίας της πολυδιαδρομικής διάδοσης, στο δέκτη φτάνουν διάφορες εκδοχές του ιδίου σήματος με διαφορετική εξασθένιση $\alpha_l(t)$ και χρονική καθυστέρηση $\tau_l(t)$ που εισάγεται από το δίαυλο και μαθητικά ορίζεται ως η συνάρτηση μεταφοράς του διαύλου $h_l(\tau,t)$ για το l-οστό μονοπάτι. Η ισοδύναμη βαθυπερατή μορφή της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκεται από τον μετασχηματισμό Fourier της $h(\tau,t)$

$$H(f,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau,t)\exp(-j2\pi f\tau)d\tau \qquad \textbf{(1.22)}$$

Στην παραπάνω σχέση ισχύει ότι αν η $h(\tau,t)$ είναι στάσιμη με την ευρεία έννοια(WSS, Wide Sense Stationary, βλέπε παράρτημα) τότε και ο μετασχηματισμός Fourier αυτής, δηλαδή η $H(f,t)$ είναι στάσιμη με την ευρεία έννοια οπότε η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της $H(f,t)$ είναι

$$\phi_H(\Delta f, \Delta t) = \frac{1}{2} E\left[H(f + \Delta f, t + \Delta t) H^*(f, t)\right] \quad \textbf{(1.23)}$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση 1.22 στην 1.23 καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση

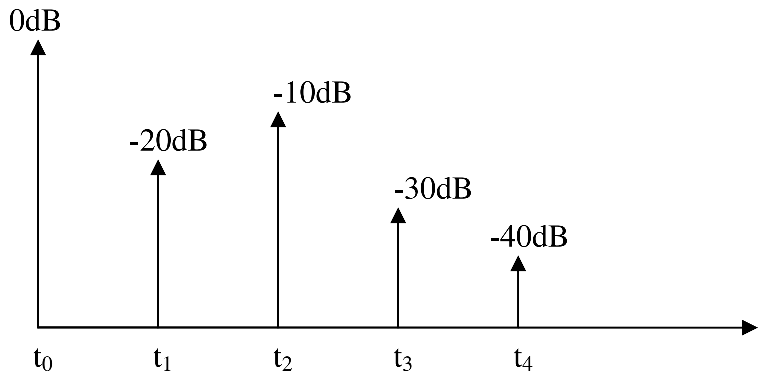
$$\phi_H(\Delta f, \Delta t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\mathrm{H}}(\tau, \Delta t) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau \quad \textbf{(1.24)}$$

Αν στην παραπάνω έκφραση θέσουμε Δt=0 παίρνουμε την συσχέτιση μεταξύ διακυμάνσεων της συχνότητας που διαφέρουν κατά Δf για να χαρακτηρίσουμε το δίαυλο στη συχνότητα ανάλογα με την τιμή του λόγου $\varphi_H(\Delta f)/\varphi_H(0)$. Στην πράξη ορίζουμε με βάση την συσχέτιση δύο μεγέθη: την μέση χρονοκαθυστέρηση και την ρίζα της μέσης τετραγωνικής τιμής της εξάπλωσης χρονοκαθυστέρησης.

$$\tau_{mean} = \frac{1}{\sigma_r^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau \phi_H(\tau) d\tau \quad \textbf{(1.25)}$$

$$\tau_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\sigma_r^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^2 \phi_H(\tau) d\tau - \tau_{mean}^2} \quad \textbf{(1.26)}$$

Επειδή όμως στα ψηφιακά συστήματα που χρησιμοποιούνται δεν γίνεται λήψη σημάτων συνεχώς στο χρόνο αλλά σε διακριτές χρονικές στιγμές, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα,



Σχήμα 8:Προφίλ ισχύος καθυστέρησης διακριτού χρόνου σε δίαυλο

ορίζουμε αντίστοιχα τα διακριτά μεγέθη της μέσης καθυστέρησης και της ρίζας της μέσης τετραγωνικής τιμής της εξάπλωσης χρονοκαθυστέρησης.

$$\tau_{mean} = \bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} P_i t_i}{\sum_{i=1}^{\nu} P_i} \quad \mathbf{(1.27)}$$

$$\tau_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\nu} P_i^2 t_i}{\sum_{i=1}^{\nu} P_i^2} - \left(\bar{\tau}\right)^2} \quad \mathbf{(1.28)}$$

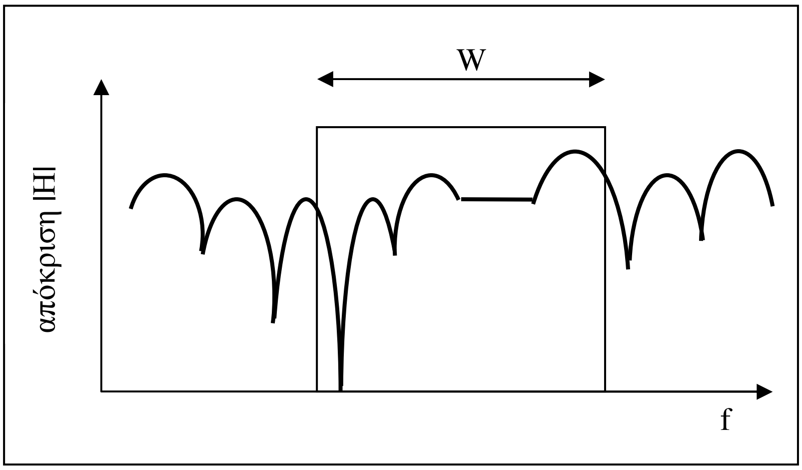
Βέβαια δεν υπάρχει ακριβής σχέση που να συνδέει το εύρος ζώνης συνοχής και την εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης. Υπάρχουν προσεγγιστικοί τύποι ανάλογα με την συσχέτιση του καναλιού. Έτσι

$$W_c = \frac{1}{50\tau_{rms}} \text{ για συσχέτιση} > 0.9$$

$$W_c = \frac{1}{5\tau_{rms}} \text{ για συσχέτιση} > 0.5$$

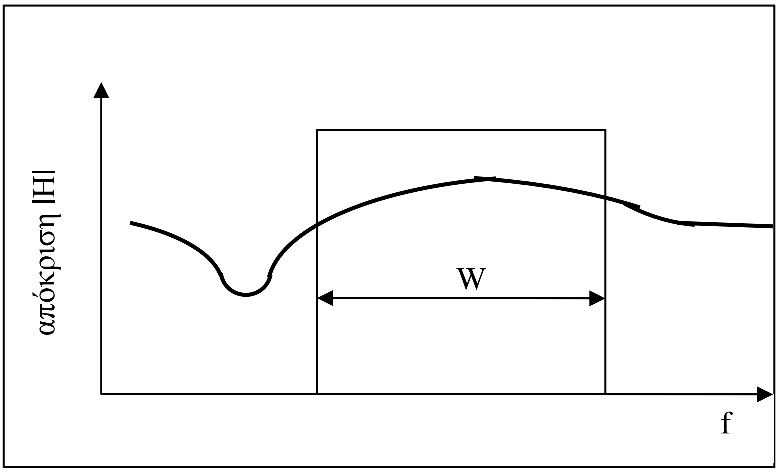
Με βάση το εύρος ζώνης συνοχής μπορούμε να ορίσουμε δύο κατηγορίες καναλιών αναλόγως της σχέσης που παρουσιάζει το εύρος του καναλιού με το εύρος ζώνης συνοχής του καναλιού. Έτσι λοιπόν:

- Αν $W_c << W = 1/T_s$ τότε το κανάλι είναι επιλεκτικό ως προς τη συχνότητα (frequency selective channel) που σημαίνει ότι οι φασματικές συνιστώσες που βρίσκονται μέσα στο W_c επηρεάζονται με τον ίδιο τρόπο κάτι που δεν συμβαίνει με τις συχνότητες εκτός του εύρους αυτού, οπότε οι συνιστώσες του καναλιού υφίστανται διαφορετική εξασθένιση και μετατόπιση φάσης όπως φαίνεται στο σχήμα 9. Στην περίπτωση αυτή ο χρόνος συμβόλου είναι μεγαλύτερος από την εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης δηλαδή από το χρόνο που απαιτείται για να φθάσουν στο δέκτη όλες οι εκδοχές του σήματος μέσα από την πολυδιαδρομική διάδοση. Αυτό συντελεί στο λεγόμενο φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής (ISI, Inter-Symbolic Interference), δηλαδή φτάνουν στο δέκτη εκδοχές διαφορετικών συμβόλων πριν ολοκληρωθεί η αποστολή του ενός συμβόλου γεγονός που δημιουργεί την ανάγκη χρήσης εξισσοροπητών (equalizers) στο δέκτη και αυξάνει την πολυπλοκότητα της διάταξής μας.



Σχήμα 9:Κανάλι επιλεκτικό ως προς τη συχνότητα

- Αν W_c>>W=1/T_s τότε το κανάλι λέγεται επίπεδο (flat fading channel), οι συχνότητες δηλαδή παρουσιάζουν υψηλή συσχέτιση μεταξύ τους και επομένως να εμφανίζουν την ίδια συμπεριφορά(εξασθένιση, μετατόπιση φάσης) όπως φαίνεται στο σχήμα 10 και αποφεύγεται το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής.



Σχήμα 10:Επίπεδο κανάλι ως προς τη συχνότητα

1.2.2. Χρόνος Συνοχής

Οι παραπάνω έννοιες του εύρους ζώνης συνοχής και των διαλείψεων υποδεικνύουν τη διασπορά του καναλιού στο χρόνο. Δε λαμβάνουν όμως υπόψη τις μεταβολές στη σχετική θέση πομπού και δέκτη που προκαλούν χρονική μεταβολή στην απόκριση του διαύλου.

Ορίζουμε ως *χρόνο συνοχής (coherence time)* T_c το χρονικό διάστημα κατά τον οποίο το κανάλι έχει απόκριση σταθερή και ανεξάρτητη από το χρόνο. Για να κάνουμε την ανάλυση αυτή θα κάνουμε χρήση της εξάπλωσης Doppler .Η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας ισχύος Doppler δίνεται από τη σχέση

$$S(f) = \frac{1}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}} \quad \textbf{(1.29)}$$

η οποία ορίζεται στο διάστημα $|f - f_c| < f_d$ εκτός του οποίου είναι μηδέν. Η συνάρτηση αυτή προκύπτει για ένα περιβάλλον με πολλούς σκεδαστές. Για το f_d ισχύει η σχέση (1.17) . Η γνώση του S(f) μας υποδεικνύει πόση φασματική διαπλάτυνση υφίσταται το σήμα σαν συνάρτηση του ρυθμού αλλαγής του καναλιού. Σε ένα περιβάλλον πολυδιαδρομικής διάδοσης όπου το λαμβανόμενο σήμα καταφθάνει στο δέκτη από πολλές κατευθύνσεις η μετατόπιση της συχνότητας εξαιτίας του φαινομένου Doppler είναι διαφορετική εν γένει για κάθε κατεύθυνση. Το αποτέλεσμα στο δέκτη είναι μια φασματική διαπλάτυνση του σήματος του πομπού. Επειδή λοιπόν ο χρόνος συνοχής T_c και η εξάπλωση Doppler f_d είναι αμοιβαίες έννοιες εξαρτώνται μεταξύ τους από την παρακάτω σχέση.

$$T_c \approx \frac{1}{f_d} \quad \textbf{(1.30)}$$

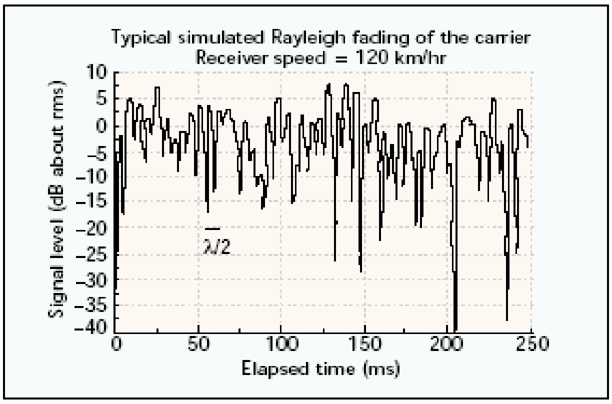
Για συσχέτιση > 0.5 στο κανάλι χρησιμοποιούμε την παρακάτω σχέση

$$T_c = \frac{9}{16\pi f_d} \qquad \textbf{(1.31)}$$

Είθισται να χρησιμοποιούμε για τον ορισμό του T_c τον γεωμετρικό μέσο των σχέσεων (1.30), (1.31)

$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_d^2}} = \frac{0.423}{f_d} \qquad \textbf{(1.32)}$$

Παρακάτω φαίνεται η επίδραση της σκίασης Rayleigh σε ένα περιβάλλον με εξάπλωση Doppler.

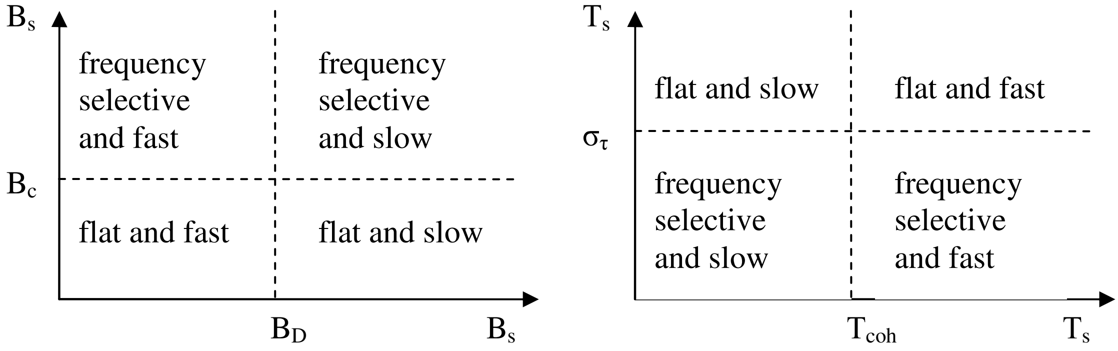


Σχήμα 11:Επίδραση του φαινομένου Doppler στην ισχύ του σήματος λήψης [9]

Με βάση το χρόνο συνοχής T_c και την εξάπλωση Doppler W_d ($=f_d$) μπορούμε να χαρακτηρίσουμε το δίαυλο στο χρόνο ως εξής

- Αν $W > W_d$ και $T_s < T_c$ το κανάλι υπόκειται σε αργές διαλείψεις
- Αν $W < W_d$ και $T_s > T_c$ το κανάλι υπόκειται σε γρήγορες διαλείψεις

Ανακεφαλαιώνοντας μπορούμε να δούμε συγκεντρωτικά τα ποιοτικά στοιχεία με τα οποία χαρακτηρίζουμε ένα κανάλι και τα οποία χρησιμοποιούμε για να βρούμε τις παραμέτρους τις ζεύξεις. Η διασπορά του διαύλου στο στη συχνότητα και στο χρόνο δημιουργούν πληθώρα φαινομένων τα οποία περιγράφηκαν παραπάνω και θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά την περιγραφή ενός περιβάλλοντος ασύρματων επικοινωνιών

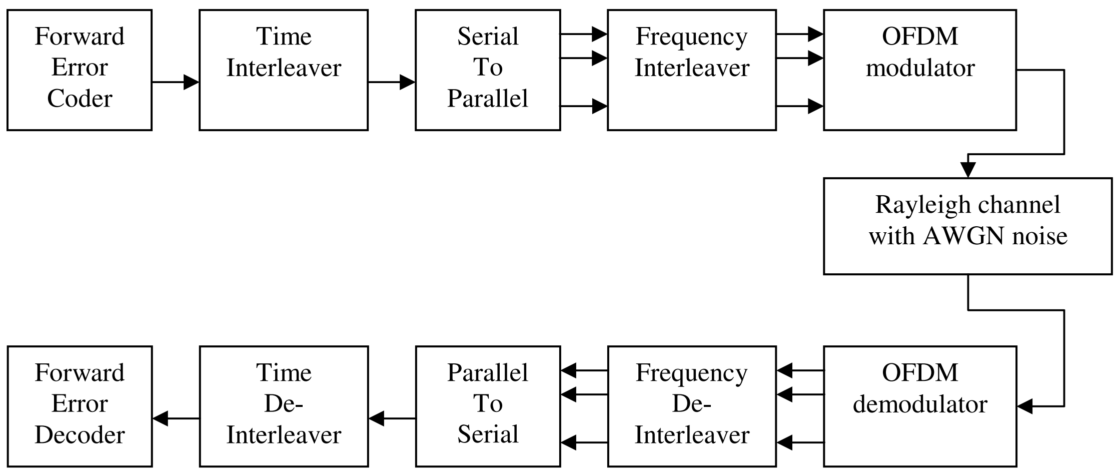


Σχήμα 12: Παράμετροι χαρακτηρισμού ασύρματων διαύλων με διασπορά στη συχνότητα και στο χρόνο

2. Orthogonal Frequency Division Multiplexing

2.1. Εισαγωγή

Στις προηγούμενες παραγράφους έγινε μια συνοπτική παρουσίαση του ασύρματου περιβάλλοντος διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, των φυσικών νόμων που το διέπουν και των πειραματικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή και την ανάλυση του προκειμένου να γίνει μελέτη για την υλοποίηση μιας τηλεπικοινωνιακής υπηρεσίας. Ως προς τα είδη διαμόρφωσης που χρησιμοποιούνται σήμερα τα περισσότερα βασίζονται στη χρήση ενός απλού φέροντος (Single Carrier), δηλαδή μετάδοση της πληροφορίας σε μία μόνο συχνότητα. Αυτές οι τεχνικές διαμόρφωσης παρουσιάζουν εγγενώς ορισμένες αδυναμίες που οφείλονται στα φαινόμενα που περιγράφηκαν παραπάνω καθώς είναι πολύ ευάλωτες στην επιλεκτική εξασθένιση συχνότητας που κυριαρχεί στα *επιλεκτικά ως προς τη συχνότητα κανάλια (frequency selective channels)* καθώς και στην διασυμβολική παρεμβολή λόγω της *εξάπλωσης χρονοκαθυστέρησης (delay spread).* Αυτά τα φαινόμενα σε μια ζεύξη απλού φέροντος μπορεί να προκαλέσουν κατάρρευση της ζεύξης οπότε αντιμετωπίζουμε περιορισμούς στο να επιτύχουμε υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης και απαιτούν αύξηση της πολυπλοκότητας στη διάταξη μας προκειμένου να εξασφαλίσουμε την ποιότητα υπηρεσιών(QoS) που απαιτείται.



Σχήμα 13:Μπλοκ διάγραμμα ενός απλού OFDM συστήματος

Μία ιδέα για να ξεπεραστούν αυτές οι δυσκολίες ήταν η χρήση πολλαπλών φερόντων (Multi-Carrier) όπου μία μοναδική ροή δεδομένων μεταδίδεται από ένα αριθμό υποφερόντων χαμηλότερου ρυθμού. Αυτή είναι η βασική ιδέα της OFDM τεχνικής την οποία μπορούμε να δούμε είτε σαν τεχνική διαμόρφωσης είτε σαν τεχνική πολυπλεξίας. Στο σχήμα 13 φαίνεται το μπλοκ διάγραμμα ενός συστήματος OFDM.

Η τεχνική OFDM παρουσιάζει τα εξής σημαντικά πλεονεκτήματα:

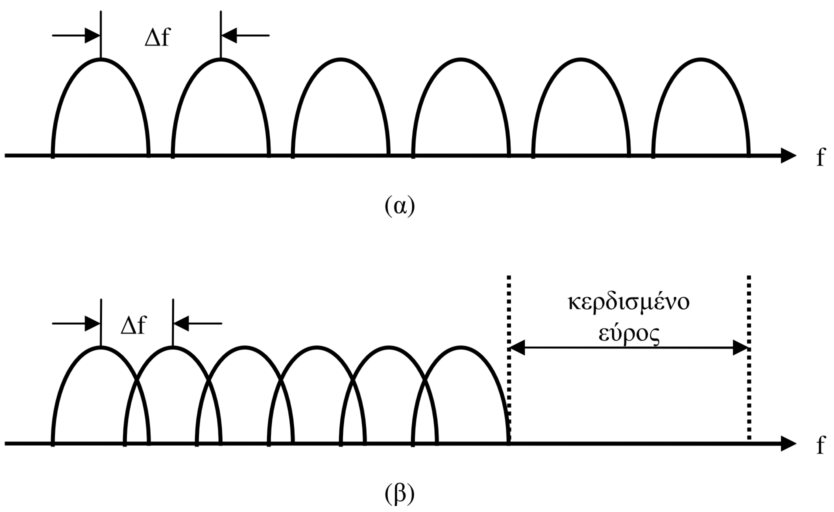
1. Για δεδομένη εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης η πολυπλοκότητα υλοποίησης είναι αρκετά μικρότερη σε σχέση με ένα σύστημα απλού φέροντος με εξισσοροπητή (equalizer) .
2. Σε κανάλια με αργές διαλείψεις, μπορούμε να αυξήσουμε σημαντικά την χωρητικότητα προσαρμόζοντας το ρυθμό μετάδοσης κάθε υποφέροντος ανάλογα με το σηματοθορυβικό του λόγο (SNR).
3. Το OFDM σήμα είναι ισχυρό σε παρεμβολή στενής ζώνης καθώς επηρεάζονται λίγα μόνο υποφέροντα.
4. Καθιστά εφικτή την υλοποίηση δικτύων μοναδικής συχνότητας, κάτι που είναι ελκυστικό για εφαρμογές μετάδοσης προς όλους.

Ωστόσο η τεχνική OFDM παρουσιάζει και κάποιες αδυναμίες που οφείλονται

1. Στην ευαισθησία ενός OFDM σήματος στο θόρυβο φάσης και στη μετατόπιση συχνότητας.
2. Στο σχετικά υψηλό *λόγο ισχύος κορυφής προς μέση ισχύ (PARP, Peak to Average Power Ratio)*, που μειώνει την αποτελεσματικότητα ενός RF ενισχυτή.

2.2. Περιγραφή της OFDM τεχνικής

Στα κλασσικά παράλληλα συστήματα δεδομένων, το εύρος συχνοτήτων διαιρείται σε N μη επικαλυπτόμενα υποκανάλια συχνοτήτων. Κάθε κανάλι διαμορφώνεται ξεχωριστά με ένα σύμβολο και στη συνέχεια όλα αυτά τα υποκανάλια πολυπλέκονται στη συχνότητα τεχνική που καθιστά τη χρήση του φάσματος όχι ιδιαίτερα αποδοτική. Αντίθετα η βασική αρχή της OFDM τεχνικής είναι τα υποκανάλια να επικαλύπτονται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι μεν αποδοτική η χρήση του φάσματος και αφετέρου να είναι δυνατός ο διαχωρισμός τους κάτι που φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 14: α) Διαμόρφωση απλού φέροντος με μη επικαλυπτόμενα ορθογώνια σήματα β) Τεχνική πολυπλεξίας επικαλυπτόμενων ορθογώνιων πολλαπλών φερόντων

Στο κομμάτι αυτό υπεισέρχεται η έννοια της ορθογωνιότητας των υποφερόντων η οποία συνεπάγεται μια ειδική σχέση που διέπει τα υποφέροντα ώστε να καταστεί δυνατός ο εύκολα υλοποιήσιμος διαχωρισμός τους. Η ορθογωνιότητα αυτή είναι χρήσιμη αρκεί να μπορούν να διαχωριστούν τα υποφέροντα, γεγονός που εξασφαλίζεται από τον *διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT)* ο οποίος υλοποιείται στις περιπτώσεις που εξετάζουμε από τον *γρήγορο μετασχηματισμό Fourier(FFT).* Η υλοποίηση του DFT (και του FFT) σε hardware έγινε τα τελευταία χρόνια με την ανάπτυξη των VLSI γεγονός που επέτρεψε την εφαρμογή στην πράξη της τεχνικής OFDM.

Στην OFDM τεχνική το εύρος ζώνης W υποδιαιρείται σε N_c υποκανάλια καθένα από τα οποία έχει εύρος ζώνης $\Delta f = W/N_c$. Έτσι αντί να σταλεί η ακολουθία συμβόλων με ρυθμό συμβόλων R, ο πομπός πολλαπλών φερόντων διαιρεί την ακολουθία αυτή σε N_c υποακολουθιές συμβόλων που διαμορφώνουν τα N_c υποφέροντα και μεταδίδονται παράλληλα, οπότε ο χρόνος συμβόλου στο σχήμα αυτό γίνεται $T_s = N_c/R$. Προσδιορίζοντας το χρόνο συμβόλου στο επίπεδο του υποφέροντος σαν T_s το προς μετάδοση σήμα s(t) γράφεται σαν

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{N_C} c_{ki} \exp\left(j2\pi f_k \left(t - iT_s\right)\right) f\left(t - iT_s\right) \qquad \textbf{(2.1)}$$

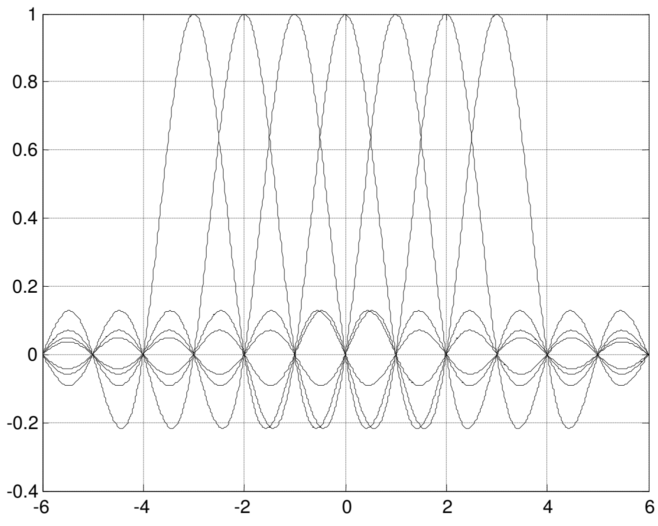
Αν χρησιμοποιηθεί ο *ορθογώνιος παλμός* η f(t) δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$f(t)=\begin{cases}1, & (0<t\le T_s)\\ 0, & t\le 0, t>T_s\end{cases}$$

οπότε το f_k και το Δf γράφονται ως εξής

$$f_k=\frac{k-1}{T_s}, \Delta f=\frac{1}{T_s}$$

Η διάρκεια συμβόλου μπορεί να γίνει αρκετά μεγάλη συγκρινόμενη με την εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης του καναλιού ($T_s >> \tau_{delay\_spread}$) επιλέγοντας το N_c αρκετά μεγάλο. Ταυτόχρονα αυτό συνεπάγεται ότι το εύρος ζώνης καθενός από τα υποφέροντα θα γίνει πολύ μικρό σε σχέση με το *εύρος ζώνης συνοχής W_c (Coherence Bandwidth).* Αυτό σημαίνει ότι κάθε υποφέρον θα αντιμετωπίζει το δίαυλο ως επίπεδο και επομένως απαιτείται ένα απλός πολλαπλασιασμός ανά υποφέρον με την συνάρτηση απόκρισης του καναλιού για να ληφθεί το σήμα στο δέκτη.



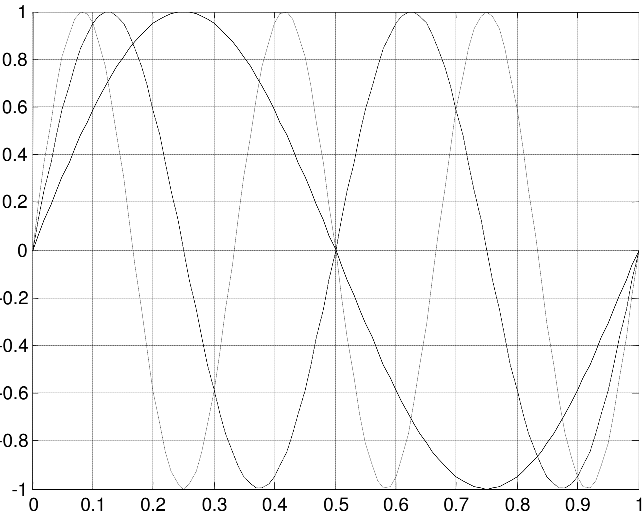
Σχήμα 15:Φάσμα OFDM σήματος με 5 υποφέροντα

Αυξάνοντας το N_c μειώνεται η διασυμβολική παρεμβολή και απλοποιείται η διάταξη λήψης. Ωστόσο πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι η απόδοση χειροτερεύει σε κανάλια που αλλάζουν με το χρόνο. Εάν ο χρόνος συνοχής του καναλιού T_{coh} είναι μικρός συγκρινόμενος με το χρόνο του OFDM συμβόλου T_{OFDM} τότε είναι προφανές ότι το κανάλι μπορεί να αλλάξει σημαντικά κατά τη διάρκεια μιας μετάδοσης OFDM συμβόλου γεγονός που καθιστά σχεδόν αδύνατη την αξιόπιστη λήψη της εκπεμπόμενης πληροφορίας. Επομένως πρέπει να θέσουμε τα χρόνο συνοχής ενός καναλιού ως ένα άνω φράγμα για τον αριθμό των υποφερόντων. Αυτό μαζί με την συνθήκη ότι κάθε υποφέρον αντιμετωπίζει το δίαυλο ως επίπεδο μεταφράζεται μαθηματικά στην παρακάτω έκφραση

$$W/W_c \ll N_c \ll T_{coh} \tag{2.2}$$

2.2.1. Ορθογωνιότητα στην OFDM

Για να εξασφαλισθεί υψηλή φασματική απόδοση στην OFDM τεχνική, τα υποκανάλια θα πρέπει όπως προαναφέραμε να έχουν επικαλυπτόμενες περιοχές συχνοτήτων. Εδώ υπεισέρχεται η έννοια της ορθογωνιότητας, που συνεπάγεται ότι τα φασματικά επικαλύπτομενα υποφέροντα διέπονται από μια τέτοια μαθηματική σχέση που να καθιστά απλό το διαχωρισμό τους στο δέκτη.



Σχήμα 16:Κυματομορφές που απαρτίζουν ένα OFDM σήμα

Ένα γενικό σύνολο ορθογώνιων μεταξύ τους κυματομορφών είναι το παρακάτω

$$\psi_k(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 1/\sqrt{T_S}\, e^{j\omega_K \tau} & , t \in [0, T_S] \\ 0 & , \alpha\lambda\lambda\iota \acute{\omega}\varsigma \end{array} \right\} \text{ όπου } \omega_k=\omega_0+k\omega_s,\ k=0,1,\ldots,N_c-1$$

οπότε ισχύει η συνθήκη ορθογωνιότητας

Στην παραπάνω σχέση f_k είναι η συχνότητα του υποφέροντος και f_0 είναι η χαμηλότερη συχνότητα που αντιστοιχεί για k=0. Ο φασματικός διαχωρισμός μεταξύ των υποφερόντων είναι $\Delta f = \omega_s/2\pi = W/N_c$ και επειδή η κυματομορφή $\psi_k(t)$ είναι περιορισμένη στο παράθυρο $[0,T_s]$ η απόσταση μεταξύ φερόντων πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση $\Delta f = 1/T_s = R/N_c$. Σαν αποτέλεσμα έχουμε φασματική επικάλυψη αλλά δεν υπάρχει παρεμβολή καθώς στις συχνότητες $f=f_k$ $(k=0,1,\ldots,N_c-1)$ διότι είναι ορθογώνιες καθώς ικανοποιούν την παρακάτω σχέση:

$$\int_0^{T_s} \psi_k(t)\psi_l^*(t) = \delta(k-l) \qquad \textbf{(2.3)}$$

2.2.2. Χρήση του Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier (DFT)

Η ιδέα του διακριτού μετασχηματισμού Fourier αναβίωσε την ιδέα της χρήσης πολλαπλών φερόντων με ορθογώνια σήματα περιορισμένα στο χρόνο δηλαδή την OFDM.

Δειγματοληπτώντας το s(t) $(iT_s<t<(i+1)T_s)$ με ρυθμό $t_{spl}=T_s/N_c$ το εκπεμπόμενο γράφεται σαν ένα διάνυσμα στήλη

$$S = \left[s\left(iT_s + t_{spl}\right), \ldots, s\left(iT_s + qt_{spl}\right), s\left(iT_s + N_c t_{spl}\right)\right]^T = W^{-1}\left(N_c\right)C_i$$

Στην παραπάνω σχέση $W^{-1}N_c$ και C_i είναι ο αντίστροφος DFT (IDFT) N_c-σημείων και το διάνυσμα στήλη του i-οστού συμβόλου, δηλαδή

$$W^{-1}\left(N_c\right) = \left\{w_{qk}^{-1}\right\} \qquad \textbf{(2.4)}$$

$$w_{qk}^{-1} = \exp\left(j2\pi \frac{q\left(k-1\right)}{N_c}\right)$$

$$C_i = \left[c_{1i}, c_{2i}, \ldots, c_{N_C i}\right]^T$$

Η σχέση (2.4) δείχνει ότι το εκπεμπόμενο διάνυσμα στήλη μπορεί να ανακτηθεί στο δέκτη με τη χρήση του DFT

$$C_i = W\left(N_c\right)S \qquad \textbf{(2.5)}$$

Η χρήση του IDFT/DFT εξαλείφει ολοκληρωτικά την ανάγκη χρήσης ταλαντωτών στον πομπό/δέκτη και επιπλέον αν ο αριθμός των υποφερόντων επιλεγεί ώστε να είναι δύναμη του 2 μπορούμε να αντικαταστήσουμε τον DFT με τον γρήγορο μετασχηματισμό Fourier (FFT, Fast Fourier Transform).

2.2.3. Κυκλικό Πρόθεμα και Διάστημα Προστασίας

Ένα επιλεκτικό ως προς τη συχνότητα κανάλι μπορεί να χαρακτηρισθεί από μια κρουστική απόκριση με εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης στο χρόνο, η οποία μπορεί να μην είναι μικρή συγκρινόμενη με την περίοδο ενός συμβόλου.

Εάν δεν υπάρχει κάποιο χρονικό διάστημα προστασίας μεταξύ των διαδοχικών OFDM συμβόλων τότε θα υπάρξει διασυμβολική παρεμβολή μεταξύ του (i-1)-οστού και i-οστού OFDM συμβόλου. Γεγονός που θα προκαλέσει παραμόρφωση του i-οστού συμβόλου. Εάν εισάγουμε ένα διάστημα προστασίας (χωρίς καθόλου αποστολή σήματος) μήκους $T_{guard} > \tau_{delay}$, τότε θα έχουμε εξαλείψει την διασυμβολική παρεμβολή αλλά αυτή η αλλαγή στην κυματομορφή θα εισάγει υψηλούς φασματικούς συντελεστές. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα να χαθεί η ορθογωνιότητα καθώς δεν θα υπάρχει στο παράθυρο του FFT ακέραιος αριθμός διαφοράς κύκλων μεταξύ των διαδοχικών υποφερόντων γεγονός που θα προκαλέσει ενδοσυμβολική παρεμβολή μεταξύ των υποφερόντων.

Για να καταπολεμηθεί αυτή η παραμόρφωση στο διάστημα προστασίας γίνεται κυκλική επέκταση του OFDM συμβόλου και η επέκταση αυτή εισάγεται σαν πρόθεμα. Αυτό εξασφαλίζει ότι καθυστερημένες εκδοχές του OFDM συμβόλου θα έχουν ακέραιο αριθμό κύκλων μέσα στο παράθυρο του FFT, αρκεί να ισχύει η συνθήκη που προαναφέρθηκε, δηλαδή το διάστημα προστασίας να είναι μεγαλύτερο από την εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης ($T_{guard} > \tau_{delay}$).

Επομένως το υπό μετάδοση σήμα με την κυκλική επέκταση μπορεί να γραφεί ως εξής

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{N_C} c_{ki} \exp\left(j2\pi f_k \left(t - iT_{OFDM}\right)\right) f\left(t - iT_{OFDM}\right) \tag{2.6}$$

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \left(-T_{guard} < t \le T_s\right) \\ 0, & t \le T_{guard}, t > T_{OFDM} \end{cases}$$

$$f_k = \frac{k-1}{T_s}, \Delta f = \frac{1}{T_s}$$

Όπου T_{OFDM}, T_{guard} και T_s είναι η χρόνοι OFDM συμβόλου, διαστήματος προστασίας και παραθύρου παρατήρησης (συχνά αποκαλείται και ‘χρήσιμη περίοδος συμβόλου’) και ικανοποιούν την παρακάτω σχέση

$$T_{OFDM} = T_{guard} + T_s \qquad \textbf{(2.7)}$$

Ωστόσο η εκπεμπόμενη ενέργεια αυξάνεται λόγω του κυκλικού προθέματος. Η απώλεια στο σηματοθορυβικό λόγο εξαιτίας του προθέματος δίνεται από τη σχέση

$$SNR_{loss} = -10\log_{10}\left(1 - \frac{T_{guard}}{T_{\mathrm{OFDM}}}\right) \qquad \textbf{(2.8)}$$

Επιπλέον ο ρυθμός των συμβόλων/sec που μεταδίδονται ανά Hz του εύρους ζώνης μειώνεται στο $R\left(1 - \frac{T_{guard}}{T_{\mathrm{OFDM}}}\right)$

2.2.4. Βέλτιστος αριθμός Υποφερόντων και Βέλτιστο Μήκος Διαστήματος Προστασίας

Με δεδομένο το ρυθμό μετάδοσης, την επιλεκτικότητα του καναλιού ως προς το χώρο και το χρόνο η αξιοπιστία της μετάδοσης χειροτερεύει καθώς αυξάνεται ο αριθμός των υποφερόντων γιατί όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια συμβόλου τόσο πιο ευαίσθητο είναι το σήμα σε FM θόρυβο, ενώ όταν ο αριθμός των υποφερόντων μικραίνει η απόδοση χειροτερεύει γιατί η αύξηση φάσματος καθενός υποφέροντος είναι λιγότερο ισχυρή απέναντι στην επιλεκτικότητα του διαύλου στη συχνότητα.

Από την άλλη έχουμε υποβάθμιση της μετάδοσης καθώς αυξάνει το διάστημα προστασίας γιατί εισάγει απώλεια ισχύος, ενώ μείωση του διαστήματος προστασίας αυξάνει την ευαισθησία του σήματος στην εξάπλωση χρονοκαθυστέρησης.

Επομένως για δεδομένα R,τ_{delay}, και f_d, υπάρχουν βέλτιστες τιμές για τα N_c και T_{guard}, που προσδιορίζονται από την μεγιστοποίηση της κανονικοποιημένης συσχέτισης ρ μεταξύ των σημάτων r_{ni} και $r_{n(i-1)}$ τα οποία είναι η έξοδος στο δέκτη του n-οστού υποφέροντος στα (i-1) και i σύμβολα αντίστοιχα. Το ρ δίνεται από την παρακάτω σχέση (βλ. απόδειξη στο παράρτημα)

$$\rho = \frac{\sigma_{S1}^2}{\sigma_{S2}^2 + \sigma_I^2 + \sigma_n^2} \tag{2.9}$$

όπου σ_{S1}: η ισχύς του σήματος

σ_{S2}:η διασυμβολική παρεμβολή

σ_I:η ενδοσυμβολική παρεμβολή

σ_n:η ισχύς θορύβου

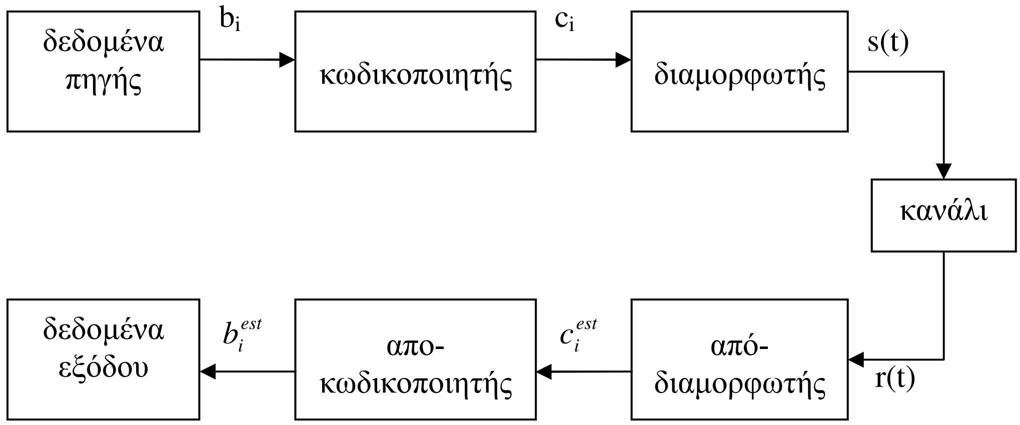
Η μεγιστοποίηση για την εύρεση των βέλτιστων τιμών για τα N_c και T_{guard} μαθηματικά μεταφράζεται στην παρακάτω σχέση

$$\lfloor N_c, T_{guard} \rfloor = \arg\{\max \rho(\mathrm{N}_c, T_{guard} \mid R, \tau_{delay} f_d)\} \tag{2.10}$$

2.3. Κωδικοποίηση Διαύλου(Channel Coding)

2.3.1. Γενικά για Κώδικες

Η κωδικοποίηση καναλιού είναι μια κοινή στρατηγική για να καταστεί η ψηφιακή επικοινωνία πιο αξιόπιστη, ή ισοδύναμα για να επιτευχθεί η ίδια απαιτούμενη αξιοπιστία για ένα συγκεκριμένο ρυθμό δεδομένων σε χαμηλότερο επίπεδο ισχύος ή αντίστοιχα ισοδύναμα χαμηλότερο σηματοθορυβικό λόγο στο δέκτη. Αυτό το κέρδος στην ισχύ ονομάζεται *κέρδος κωδικοποίησης*. Για κινητές επικοινωνίες η κωδικοποίηση είναι συχνά απαραίτητη. Καθώς *ο ρυθμός λανθασμένων bit* σε ένα κανάλι με διαλείψεις Rayleigh μειώνεται με ρυθμό $P_b \sim (E_b/N_0)^{-1}$, αυτό συνεπάγεται απαράδεκτα υψηλή ισχύ εκπομπής για επιτευχθεί αρκούντως χαμηλός ρυθμός εσφαλμένων bit. Μια λύση είναι η διαφορικότητα. Η άλλη λύση είναι η κωδικοποίηση η οποία προσθέτει επιπλέον bit στα ψηφιακά δεδομένα b_i από την πηγή και δίνει στην έξοδο του κωδικοποιητή τα bit εξόδου c_i.



Σχήμα 17:Διάγραμμα της αλυσίδας κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης

Μερικές βασικές έννοιες στην κωδικοποίηση είναι οι παρακάτω:

- Η έξοδος του κωδικοποιητή καλείται *κωδική λέξη*. Το σύνολο όλων των δυνατών κωδικών λέξεων συνιστούν τον κώδικα. Ο κωδικοποιητής είναι στην ουσία μια συνάρτησης απεικόνισης από το σύνολο όλων των πιθανών έξεων δεδομένων στις κωδικές λέξεις, Επισημαίνεται ότι ένας κώδικας μπορεί να έχει πολλούς κωδικοποιητές

- Μπλοκ κώδικας: Αν ο κωδικοποιητής παίρνει πάντα ένα μπλοκ δεδομένων $\mathbf{b}=(b_1,b_2,\ldots,b_k)^T$ συγκεκριμένου μήκους k και το απεικονίζει στην κωδική λέξη $\mathbf{c}=(c_1,c_2,..,c_N)^T$ μήκους N τότε έχουμε έναν (k,N) μπλοκ κώδικα. Σε άλλους κώδικες όπως οι συνελικτικοί είναι δεν είναι απαραίτητο να δουλεύουμε με κώδικες περιορισμένου μήκους το οποίο δεν καθορίζεται από τον κώδικα.

- Εάν ο κωδικοποιητής απεικονίζει το διάνυσμα $\mathbf{b}=(b_1,b_2,\ldots,b_k)^T$ στην κωδική λέξη $\mathbf{c}=(c_1,c_2,..,c_N)^T$ η αναλογία $R_c=k/N$ αποκαλείται *ρυθμός κώδικα (coderate).*

- Αν δύο κωδικές λέξεις διαφέρουν σε d σημεία, το d αποκαλείται *απόσταση Hamming* μεταξύ των δύο λέξεων. Η ελάχιστη απόσταση Hamming μεταξύ δύο οποιονδήποτε λέξεων αποκαλείται *απόσταση Hamming του κώδικα* και συμβολίζεται με d_H. Για έναν κώδικα (k,N) γράφουμε (k,N,d_H) για να χαρακτηρίσουμε τον κώδικα.

- Εάν το διανυσματικό άθροισμα οποιονδήποτε κωδικών λέξεων είναι πάντα μια κωδική λέξη ο κώδικας αποκαλείται γραμμικός.

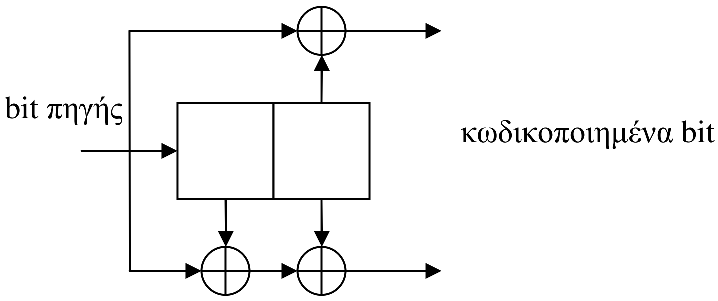
- Η απόσταση Hamming ενός γραμμικού κώδικα ισούται με τον ελάχιστο αριθμό μη μηδενικών στοιχείων σε μία κωδική λέξη, που αποκαλείται βάρος του κώδικα. Ένας κώδικας μπορεί να διορθώσει μέχρι t σφάλματα όπου το t ικανοποιεί τη σχέση

$$t \le floor\left(\frac{d_H - 1}{2}\right) \quad \textbf{(2.11)}$$

- Ένας κωδικοποιητής αποκαλείται *συστηματικός* εάν τα σύμβολα δεδομένων είναι υποσύνολα μιας κωδικής λέξης. Σε ένα συστηματικό κώδικα τα bit της πηγής τοποθετούνται στην αρχή της κωδικής λέξης, δηλαδή $b_i=c_i$ για i=1,2,…,k. Τα υπόλοιπα bits αποκαλούνται *bit ελέγχου ισοτιμίας (PCB).*

2.3.2. Συνελικτικοί Κώδικες

Σε αντίθεση με τους μπλοκ κώδικες, οι συνελικτικοί κώδικες δεν έχουν συγκεκριμένη δομή. Μια συνεχής ροή δεδομένων κωδικοποιείται σε μια συνεχή ροή κωδικής λέξης. Παρόλο που είναι λογικό για πρακτικούς και θεωρητικούς λόγους να δουλεύει κανείς με πεπερασμένα σύνολα δεδομένων και κωδικών λέξεων, το μήκος της κωδικής λέξης καθορίζεται από άλλες απαιτήσεις παρά από τη δομή του κώδικα. Οι συνελικτικοί κωδικοποιητές είναι γραμμικά και χρονικά ανεξάρτητα συστήματα με έξοδο τη συνέλιξη της ροής δυαδικών δεδομένων με ακολουθίες γεννητριών, που υλοποιούνται με καταχωρητές ολίσθησης (shift registers), όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 18:Μπλοκ διάγραμμα ενός απλού συνελικτικού κωδικοποιητή

Δεδομένης μιας ακολουθίας εισόδου $\{b_i\}_{i=0}^{\infty}$ ένας συνελικτικός κώδικας με ρυθμό κώδικα R_c=1/n παράγει n παράλληλες ροές δεδομένων $\{c_{v,i}\}_{i=0}^{\infty}$, v=1,2,..,n που πολυπλέκονται σε ένα σειριακό κώδικα πριν από τη μετάδοση. Αυτό γράφεται μαθηματικά ως εξής

$$c_{v,i} = \sum_{k=0}^{m} g_{v,k} b_{i-k} \qquad \textbf{(2.12)}$$

Το άθροισμα αυτό είναι modulo 2. Τα $g_{v,k}$ (v=1,2,…,n, k=1,2,…,m) γράφονται σαν πολυώνυμα γεννήτριες που αντιπροσωπεύονται από την παρακάτω έκφραση

$$g_v(D) = \sum_{k=0}^{m} g_{v,k} D^k \qquad \textbf{(2.13)}$$

Στην παραπάνω σχέση D είναι μια μεταβλητή που ερμηνεύεται σαν καθυστέρηση. Για παράδειγμα ο στον κωδικοποιητή του σχήματος 18 έχουμε

$$g_1(D) = 1 + D^2 \equiv (101)_8 \equiv 5_8$$
$$g_2(D) = 1 + D + D^2 \equiv (111)_8 \equiv 7_8$$

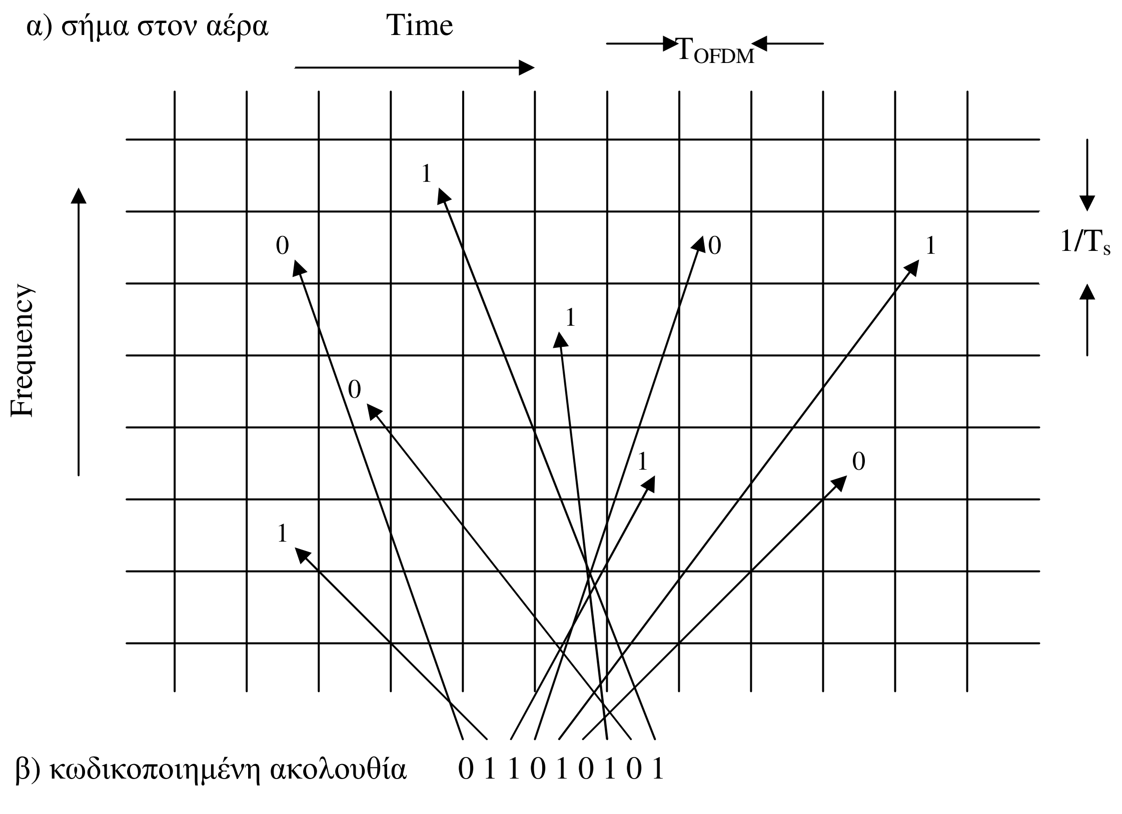
Για τους συνελικτικούς κώδικες απαιτείται ένας αλγόριθμος αποκωδικοποίησης με μικρή πολυπλοκότητα. Ένας τέτοιος αλγόριθμος είναι ο αλγόριθμος Viterbi. Καθορίζουμε το διάνυσμα εξόδου $b_i = (b_{i1}, b_{i2}, \ldots, b_{iN})$ του συνελικτικού κωδικοποιητή, το εκπεμπόμενο και το λαμβανόμενο σήμα ως $s_i = (s_{i1}, s_{i2}, \ldots, s_{iN})$ και $r_i = (r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{iN})$ αντίστοιχα. Τότε ο αλγόριθμος Viterbi εκτελεί την παρακάτω διαδικασία ανίχνευσης μέγιστης πιθανότητας

$$\tilde{b} = \arg\max_{b \in \mathrm{B}} \sum_i \log p_{z_k}\left(r_i \mid c_i = \mu(b_i)\right) \qquad \textbf{(2.14)}$$

όπου B είναι το σύνολο που αποτελείται από όλους τους δυνατούς πιθανούς συνδυασμούς ακολουθιών διανυσμάτων εξόδου του κωδικοποιητή και $p_{zk}(r_i \mid \mu(b_i))$ είναι η μεταβατική σ.π.π. με την παράμετρο $\mathbf{z}_i$

2.4. Διαφύλλωση (Interleaving)

Όπως συζητήθηκε πριν η κωδικοποίηση είναι αποδοτική μέθοδος για να εισάγει διαφορικότητα στο κανάλι. Για να έχουμε πλήρες διαφορικό κέρδος του κώδικα τα εκπεμπόμενα bit πρέπει να επηρεάζονται από ασυσχέτιστη εξασθένιση. Αυτό εξασφαλίζει ότι δεν θα έχουμε ριπές λαθών, δηλαδή δεν πρόκειται να χαθούν πολλά bit τα οποία συσχετίζονται στον κώδικα. Αυτή η συνθήκη εισάγεται εξαιτίας του γεγονότος ότι οι κώδικες μας συνήθως έχουν τη δυνατότητα να διορθώσουν μικρό αριθμό λαθών που εμφανίζονται σε συσχετισμένα bit. Εάν κάποια bit πληροφορία χαθούν στο κανάλι (στο χώρο, το χρόνο και τη συχνότητα) θα είναι μεμονωμένα και θα υπάρχει η δυνατότητα να διορθωθούν από τον κώδικα αναλόγως του πόσο ισχυρός είναι. Ανεξάρτητη ή ασυσχέτιστη εξασθένιση πλάτους πραγματοποιείται με φυσικό διαχωρισμό των τμημάτων του σήματος που αντιστοιχούν σε διαφορετικά bits. Παρακάτω φαίνεται ένας τέτοιος διαχωρισμός των bit ενός συμβόλου.



Σχήμα 19:Διαφύλλωση στο χρόνο και στη συχνότητα για ένα σύμβολο OFDM με διάρκεια T_{OFDM} και παράθυρο Fourier T_s

Bits που σχετίζονται στον κώδικα δεν πρέπει να μεταδοθούν σε σχετικά κοντινές θέσεις στο δίαυλο. Για παράδειγμα σε ένα μπλοκ κώδικα τα bit του κώδικα που συσχετίζονται είναι αυτά που ανήκουν στην ίδια κωδική λέξη. Σε ένα συνελικτικό κώδικα τα bits που συσχετίζονται είναι αυτά που δεν απέχουν κατά πολλά *περιοριστικά μήκη (constraint lengths)* μεταξύ τους. Σε ένα κινούμενο πομπό (ή δέκτη) ο διαχωρισμός των συσχετισμένων bits πραγματοποιείται στην διάσταση του χρόνου. Ο διαχωρισμός αυτός αποκαλείται *διαφύλλωση στο χρόνο.* Προφανώς θα πρέπει να υπάρξει κάποια καθυστέρηση ώστε να συγκεντρωθούν όλα τα συσχετισμένα bits στο δέκτη και να αποκωδικοποιηθούν. Συνεπώς η διαφύλλωση στο χρόνο εισάγει μια *καθυστέρηση αποκωδικοποίησης*.

Για μετάδοση πολλαπλών φερόντων, υπάρχει ένας επιπρόσθετος τρόπος για να υπάρξει διαχωρισμός και αυτός είναι στη διάσταση της συχνότητας. Αυτό αποκαλείται *διαφύλλωση συχνότητας*.

Εάν επιπλέον διαθέτουμε πολλές κεραίες στον πομπό και στο δέκτη δηλαδή έχουμε παράλληλη μετάδοση ροών δεδομένων στο χώρο τότε μπορεί να υπάρξει διαχωρισμός της πληροφορία και στο χώρο. Αυτό αποκαλείται *διαφύλλωση στο χώρο.*

Συμπερασματικά έχουμε τρεις βαθμούς ελευθερίας για να διαχωρίσουμε την πληροφορία μας: στο χώρο, στο χρόνο και στη συχνότητα. Οι αιτίες που προκαλούν αποσυσχέτιση στο χώρο, στο χρόνο και στη συχνότητα είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες γεγονός που καθιστά τη διαφύλλωση πολύ ισχυρή τεχνική για συστήματα κινητών τηλεπικοινωνιών.

Ειδικά η αποσυσχέτιση στο χρόνο βασίζεται στη χρονική διακύμανση του διαύλου εξαιτίας της εξάπλωσης Doppler που οφείλεται στη πολυδιαδρομική λήψη για ένα κινούμενο δέκτη και μπορεί να ερμηνευθεί ως το αποτέλεσμα της κίνησης του δέκτη μέσα σε ένα μοτίβο χωρικής παρεμβολής. Η χωρική συσχέτιση είναι $x_{corr}=\lambda$, όπου $\lambda=c/f_0$, δηλαδή πρόκειται για το μήκος κύματος του σήματος. Ο αντίστοιχος χρόνος συσχέτισης είναι $t_{corr}=\frac{x_{corr}}{v}=\left(f_0\frac{v}{c}\right)^{-1}=f_{d,\max}^{-1}$, όπου v είναι η ταχύτητα του δέκτη και $f_{d,\max}$ είναι η μέγιστη συχνότητα Doppler.Αυτό είναι το ελάχιστο χρονικό παράθυρο κατά το οποίο θα πρέπει να διαφέρουν τα συσχετισμένα bit για να έχουμε ανεξαρτησία στο χρόνο.

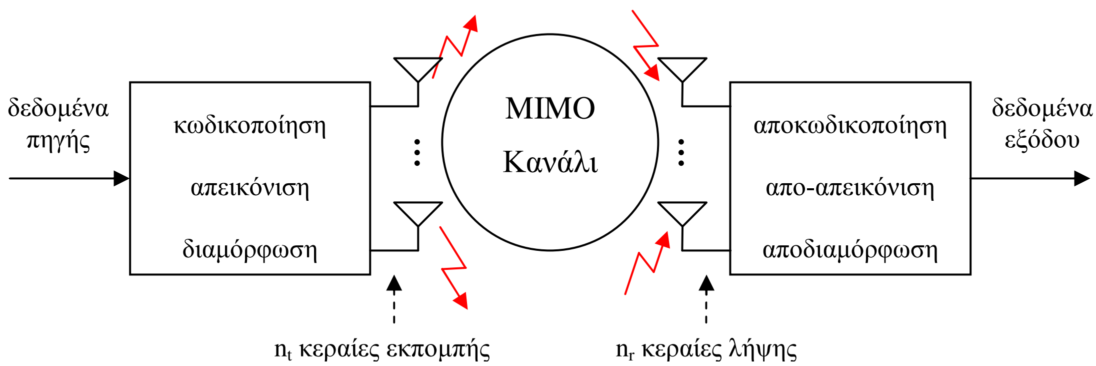
Όπως συμβαίνει με τους κωδικοποιητές υπάρχουν και διάφοροι τύποι διαφυλλωτών (interleavers)

- Μπλοκ διαφυλλωτές
- Συνελικτικοί διαφυλλωτές

3. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΜΟ

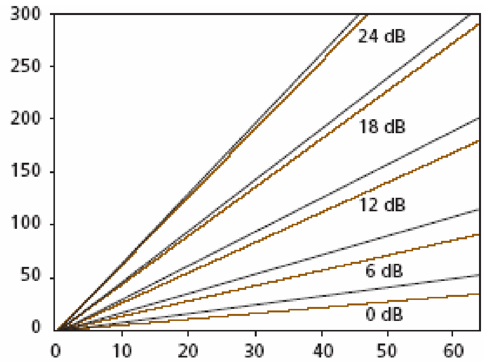
3.1. Εισαγωγή

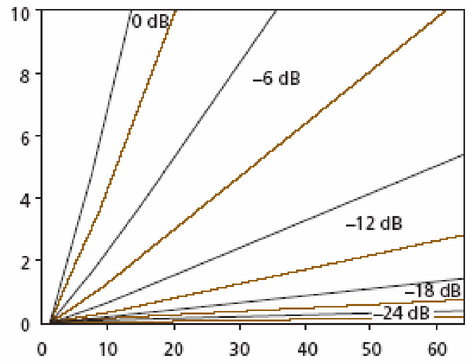
Στις σύγχρονες τηλεπικοινωνίες γίνονται προσπάθειες να καμφθούν οι όποιες αντιξοότητες υπάρχουν σε μία γήινη ή/και δορυφορική ζεύξη και συμβάλλουν στην υποβάθμιση της ποιότητας του σήματος, ώστε να καταστεί δυνατή η μετάδοση σημάτων σε όσο το δυνατόν υψηλότερους ρυθμούς για να καλυφθούν οι προκύπτουσες ανάγκες πολυμέσων και επικοινωνιών για παροχή μεγαλύτερου εύρους υπηρεσιών που πλέον απαιτούνται αλλά και είναι πιο ελκυστικές στο κοινό. Η υπάρχουσα υποδομή αποδεικνύεται ανεπαρκής για να καλύψει τέτοιες ανάγκες διότι τα φαινόμενα εξασθένισης(fading), πολλαπλών διοδεύσεων (multipath) αλλά και παρεμβολών(interference) που αναλύθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, καθιστούν αναγκαία τη χρήση πολύπλοκων διατάξεων(πχ equalizers), θέτουν φράγματα στο μέγιστο ρυθμό δεδομένων που μπορούν να σταλούν και δεν επιτρέπουν τη αύξηση του ρυθμού μετάδοσης χωρίς αύξηση του χρησιμοποιούμενου φάσματος.



Σχήμα 20:Απεικόνιση ενός ΜΙΜΟ συστήματος

Την τελευταία δεκαετία μια καινούργια τεχνική υπόσχεται να δώσει τη δυνατότητα. Πρόκειται για τα συστήματα πολλαπλών-εισόδων-πολλαπλών-εξόδων (ΜΙΜΟ) τα οποία χρησιμοποιούν πολλαπλές κεραίες τόσο στο πομπό όσο και στο δέκτη και η έρευνα έχει δείξει ότι προσφέρουν πολλές δυνατότητες για την αύξηση της χωρητικότητας ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος που υπόσχεται να καλύψει τις ανάγκες των υπηρεσιών νέας γενιάς. Αν και οι πρώτες συσκευές που χρησιμοποιούν ΜΙΜΟ (πχ 802.11n) δεν έχουν κυκλοφορήσει ακόμα υπάρχουν ζητήματα που αφορούν στην σχεδίαση αλγορίθμων αποκωδικοποίησης MIMO με μικρή πολυπλοκότητα.





Σχήμα 21:Χωρητικότητες που μπορούν να επιτευχθούν σε b/sec/Hz με transceiver τεχνικές σε ένα MIMO σύστημα ανάλογα με τον αριθμό των κεραιών πομπού- δέκτη για διάφορες τιμές του SNR

Σε αντίθεση με τις *έξυπνες κεραίες(smart antennas)* οι οποίες προσπαθούν να υποβαθμίσουν την επίδραση του φαινομένου των πολλαπλών διοδεύσεων τα MIMO συστήματα εκμεταλλεύονται την ύπαρξη του για να μεταδώσουν ταυτόχρονα πολλές ροές δεδομένων από διαφορετικές κεραίες χωρίς να απαιτείται καθόλου επιπλέον φάσμα. Στη διάρκεια αυτού του κεφαλαίου θα δοθούν κάποια χαρακτηριστικά των MIMO συστημάτων. Αρχικά περιγράφεται η χωρητικότητα που μπορεί θεωρητικά να επιτευχθεί. Ακολουθεί μια περιγραφή του φυσικού υπόβαθρου που επιτρέπει την μετάδοση πολλών σημάτων από ένα σύστημα MIMO για την επίτευξη όλων αυτών των στόχων και τέλος περιγράφονται και κάποιες τεχνικές κωδικοποίησης /αποκωδικοποίησης στον πομπό/δέκτη.

3.2. Χωρητικότητα Συστημάτων MIMO

3.2.1. Γενικά

Η χωρητικότητα ενός συστήματος ορίζεται ως ο μέγιστος ρυθμός που μπορούμε να στείλουμε πληροφορία με πολύ μικρή πιθανότητα λάθους (BER~10^{-5}). Το ενδιαφέρον μας στα MIMO συστήματα είναι, όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, οι τεράστιες δυνατότητες που προσφέρουν για αύξηση της χωρητικότητας χωρίς να χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί επιπλέον εύρος ζώνης. Στην ανάλυση που ακολουθεί βασικό ρόλο έχει ο σηματοθορυβικός λόγος ρ (SNR) που αναφέρεται στο λόγο της ισχύος του σήματος προς την ισχύ του θορύβου στο δέκτη. Με P δηλώνεται η συνολική ισχύς του πομπού ενώ η μέση ισχύς που λαμβάνει κάθε κεραία στο δέκτη δηλώνεται με $\hat{P}$. Η απόκριση του καναλιού δηλώνεται με g(t), που είναι ένας $n_R x n_T$ και επειδή το κανάλι θεωρείται επίπεδο, εκτός από το g(0), ο g(t) είναι μηδενικός πίνακας. Εμείς αντί του g(t) χρησιμοποιούμε για ποιοτικούς λόγους την κανονικοποιημένη απόκριση του καναλιού h(t), για την οποία ισχύει η σχέση $\hat{P}^{1/2} \cdot G = P^{1/2} \cdot H$, όπου G,H είναι αντίστοιχα οι μετασχηματισμοί Fourier των g(t), h(t).

3.2.2. Χωρητικότητα Καναλιών

Το θεώρημα του Shannon μας δίνει ένα όριο για τη χωρητικότητα που μπορεί να επιτευχθεί σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα το οποίο για ένα κανάλι με λευκό θόρυβο Gauss δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$C_{AWGN}(\rho) = \log_2\left(1 + \frac{P}{N_0 W}\right) = \log_2(1+\rho) bits/s/Hz \qquad \textbf{(3.1)}$$

Η περίπτωση που μας ενδιαφέρει είναι όταν το κανάλι μας έχει κατανομή Rayleigh. Στην περίπτωση αυτή το κανάλι μοντελοποιείται από ένα πίνακα H ($n_R x n_T$) τα στοιχεία του οποίου είναι i.id με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διασπορά, δηλαδή $H_{ij} = Normal(0,1/\sqrt{2}) + \sqrt{-1} \cdot Normal(0,1/\sqrt{2})$. Συνεπώς η $|H_{ij}|^2$ είναι μια μεταβλητή χ_2^2 κανονικοποιημένη έτσι ώστε $\mathrm{E}\left[|H_{ij}|^2\right] = 1$. Η ανεξαρτησία, ωστόσο, των στοιχείων H_{ij} είναι μια προσέγγιση που εξαρτάται από την απόσταση των στοιχείων της στοιχειοκεραίας και βελτιώνεται καθώς αυξάνεται ο διαχωρισμός των στοιχείων σε σχέση με το μήκος κύματος λ. Στην περίπτωση που έχουμε ένα Rayleigh κανάλι για 1x1 σύστημα η χωρητικότητα είναι

$$C_{Rayleigh}(\rho) = \log_2\left(1 + |H|^2 \frac{P}{N_0 W}\right) = \log_2\left(1 + \rho |H|^2\right) bits/s/Hz \qquad \textbf{(3.2)}$$

Από τις ιδιότητες του λογάριθμου μπορούμε να δούμε πως συμπεριφέρεται η χωρητικότητα του καναλιού σε διάφορες περιοχές του SNR που μπορεί να επιτευχθεί στο δέκτη ώστε να προκύψουν κάποια συμπεράσματα για τις δυνατότητες αύξησης της. Γνωρίζουμε ότι οι ισχύουν οι παρακάτω προσεγγίσεις.

$$\log_2(1+x) \approx x\log_2 e,\ x \approx 0 \quad \textbf{(3.3)}$$

$$\log_2(1+x) = \log_2 x,\ x >> 1 \quad \textbf{(3.4)}$$

Με βάση τις 2 αυτές σχέσεις μπορούμε να δούμε πως συμπεριφέρεται η χωρητικότητα για διάφορες τιμές του SNR. Όταν στο δέκτη έχουμε μεγάλο SNR, δηλαδή όταν ρ>>1 τότε με βάση τη σχέση (3.4) προκύπτει

$$C_{Rayleigh}(\rho) = \log_2\left(1+|H|^2 \frac{P}{N_0 W}\right) = \log_2\left(\rho|H|^2\right) bits/s/Hz \quad \textbf{(3.5)}$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι για μεγάλο SNR η χωρητικότητα είναι λογαριθμική συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη και αυξάνει μόνο κατά ένα bit/s/Hz. Όταν στο δέκτη έχουμε πολύ μικρό SNR, δηλαδή όταν ρ≈0 τότε με βάση τη σχέση (3.3) προκύπτει

$$C_{Rayleigh}(\rho, W) = W\log_2\left(1+|H|^2 \frac{P}{N_0 W}\right) = W|H|^2 \frac{P}{N_0 W} = |H|^2 \frac{P}{N_0}\log_2 e \quad \textbf{(3.6)}$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι για μικρό SNR η χωρητικότητα αυξάνει γραμμικά με το SNR και επομένως για κάθε αύξηση του SNR κατά 3dB έχουμε διπλασιασμό της χωρητικότητας.

Στην περίπτωση των MIMO συστημάτων όπου έχουμε ένα σύστημα n_R x n_T υπάρχει μια γενική φόρμουλα για την χωρητικότητα όταν το λαμβανόμενο σήμα είναι γραμμικά εξαρτημένο από το σήμα εκπομπής και το διάνυσμα εκπομπής αποτελείται από συντελεστές ίσης ενέργειας που είναι i.i.d Γκαουσσιανοί. Η γενική αυτή μορφή είναι

$$C = \log_2 \frac{\det A_s \cdot \det A_r}{\det A_u} \qquad \textbf{(3.7)}$$

Στην παραπάνω σχέση $A_s = \left(\hat{P} / n_T \right) I_{n_T}$, $A_r = N_0 \cdot I_{n_R} + \left(\hat{P} / n_T \right) GG'$ και $A_u = E\left[uu'\right]$ με u ένα (M+N)-διάστατο διάνυσμα $(s, r)'$ οπότε στο A_u τα A_s και A_r βρίσκονται στην βορειοδυτική και νοτιοανατολική γωνία αντίστοιχα και οι άλλες δύο γωνίες είναι ανάστροφες συζυγείς μεταξύ τους με την βορειοανατολική να είναι $\left(\hat{P} / n_T \right) G'$.

Από τη γραμμική άλγεβρα γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση

$$\det \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix} = \det A \cdot \det\left(D - CA^{-1}B\right) \qquad \textbf{(3.8)}$$

Αν στην σχέση (3.8) θέσουμε $A=A_s$, $D=A_r$, $C = \left(\hat{P} / N \right) G'$ και $\rho=P/N_0$ τότε με πράξεις στη σχέση (3.7) προκύπτει

$$C = \log_2 \frac{\det A_s \cdot \det A_r}{\det A_s \cdot \det\left[A_r - \left(\hat{P} / N \right) G' A_s^{-1} \left(\hat{P} / N \right) G \right]} = \frac{\det\left(N_0 \cdot I_M + \left(\hat{P} / n_T \right) GG' \right)}{\det\left(N_0 \cdot I_M \right)} \Rightarrow$$

$$C = \log_2 \det\left(I_M + (\rho / N) HH^H \right) bits/s/Hz \qquad \textbf{(3.9)}$$

Ο Foschini και ο Gans έχουν αναλύσει τη θεωρητική χωρητικότητα των MIMO συστημάτων σε περιβάλλον με διαλείψεις Rayleigh για σήματα στενής ζώνης που ισχύει για την πλειονότητα των σημάτων στα UHF, θεωρώντας σκίαση κατανεμημένη κατά Rayleigh στις κεραίες των στοιχειοκεραιών. Απέδειξαν ότι με ίση κατανομή της ισχύος σε κάθε κεραία αυξάνεται γραμμικά για δεδομένη ισχύ εκπομπής. Ένα MIMO σύστημα επιτυγχάνει αύξηση αρκετών bits για κάθε 3dB αύξηση του SNR σε σύγκριση με ένα SISO σύστημα που επιτυγχάνει αύξηση ενός μόνο bit για κάθε 3dB αύξηση. Για παράδειγμα στην περίπτωση που έχουμε *ορθογώνια παράλληλη μετάδοση* δηλαδή $H=I_n$ τότε η σχέση (3.7) γίνεται

$$C = n\log_2\left(1+\left(\rho/n\right)\right)\underset{n\to\infty}{\to}\left(\rho/\ln 2\right) b/s/Hz \qquad \textbf{(3.10)}$$

Από την σχέση (3.10) συμπεραίνουμε ότι για κάθε 3dB αύξηση στο SNR θα έχουμε επιπλέον n bit/s/Hz και όταν το n μεγαλώσει πολύ, προκύπτει διπλασιασμός της χωρητικότητας η οποία αυξάνει γραμμικά με το SNR και όχι λογαριθμικά. Βέβαια στην πράξη υπάρχει και το φαινόμενο της συσχέτισης των σημάτων στο πομπό και στο δέκτη, στην περίπτωση που τα στοιχεία δεν είναι τοποθετημένα αρκετά μακριά. Ο Lee έδειξε ότι για να επιτευχθεί συσχέτιση ανάμεσα σε γειτονικά στοιχεία μικρότερη από 0.7 πρέπει τα στοιχεία να τοποθετηθούν έχοντας μεταξύ τους απόσταση αρκετών μηκών κύματος. Η παρουσία ισχυρού LOS παράγοντα μπορεί επίσης να επηρεάσει τη χωρητικότητα των MIMO συστημάτων. Παρακάτω ακολουθεί ανάλυση της χωρητικότητας για ίσο αριθμό κεραιών σε πομπό και δέκτη στις περιπτώσεις που ο αριθμός των κεραιών είναι πολύ μεγάλος ($n\to\infty$), θεωρώντας 2 περιπτώσεις:

α)Γνώση του καναλιού στον πομπό (full CSI)
β)Το κανάλι είναι άγνωστο στον πομπό (receiver CSI)

Και στις 2 περιπτώσεις θεωρούμε ότι ο δέκτης γνωρίζει τέλεια το κανάλι. Το MIMO κανάλι μοντελοποιείται σαν ένας τυχαίος πίνακας H του οποίου τα στοιχεία είναι i.i.d με τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν πιο πάνω και στη συνέχεια θεωρούνται οι περιπτώσεις που έχουμε α) ανεξάρτητη σκίαση σε κάθε κεραία, β) η σκίαση παρουσιάζει συσχέτιση από κεραία σε κεραία. Στην ανάλυση μας θεωρούμε ότι το κανάλι γραμμικό και χρονικά ανεξάρτητο και το εκφράζεται με το ακόλουθο μοντέλο διακριτού χρόνου.

$$r = Hs + w \qquad \textbf{(3.11)}$$

όπου $s=\left[s_1,s_2,\ldots,s_N\right]^T$, είναι ένα nx1 διάνυσμα του οποίου το i-οστό στοιχείο εκφράζει το σύμβολο που στέλνεται από την i-οστή κεραία, $r=\left[r_1,r_2,\ldots,r_n\right]^T$, ένα nx1 διάνυσμα του οποίου το i-οστό στοιχείο εκφράζει το σύμβολο που λαμβάνεται από την i-οστή κεραία και $w = [w_1, w_2, \ldots, w_n]^T$ είναι το αντίστοιχο διάνυσμα του θορύβου Gauss που υπερτίθεται στο σήμα μας.

Επίσης θεωρούμε ότι το κανάλι είναι σχεδόν-στατικό δηλαδή ο πίνακας H δεν αλλάζει κατά την μετάδοση μας ώστε να υπολογίζουμε την χωρητικότητα χωρίς να χρειαστεί να πάρουμε τον χρονικό μέσο. Μια ακόμη υπόθεση είναι τα στοιχεία του H έχουν την ίδια κατανομή με τυπική απόκλιση 1 καθώς και ότι το SNR είναι το μέσο λαμβανόμενο SNR έτσι ώστε $\rho = SNR = \dfrac{P}{N_0 W}$.

Α) πλήρης CSI

Με βάση τη γνώση του καναλιού από τον πομπό είναι δυνατή η κατανομή της ενέργειας στα σύμβολα που εκπέμπονται από κάθε κεραία κατά τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθεί το μέγιστο δυνατό bit rate. Η χωρητικότητα σε αυτή την περίπτωση δίνεται από την σχέση

$$C_n^{FULL-CSI} = \max_Q \log\det\left[I_n + \rho HQH^H\right] bits/s/Hz \qquad \textbf{(3.12)}$$

όπου Q είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης του σήματος x και πρέπει να ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση

$$tr(Q) = \sum_{i-1}^{nt} E\left[|x_i|^2\right] \leq P_{total}$$

Η βέλτιστη λύση δίνεται με τη μέθοδο waterfilling και είναι

$$C_n^{FULL-CSI} = \sum_{i-1}^{nt} \log(\lambda_i \mu)^+ \qquad \textbf{(3.13)}$$

όπου το μ δίνεται από τη σχέση

$$\sum_{i-1}^{nt}\left(\mu-\frac{1}{\lambda_{\iota}}\right)^{+}=\rho \qquad \textbf{(3.14)}$$

όπου λ_i είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα HH^H που δίνονται εφαρμόζοντας στον πίνακα αυτό τον αλγόριθμό SVD οποίος παρουσιάζεται σε επόμενη παράγραφο. Η σχέσεις αυτές μας λένε ότι μπορούμε να αποσυνθέσουμε το MIMO κανάλι σε πολλά παράλληλα κανάλια Gauss, δηλαδή κανάλια μεταξύ των οποίων ο προστιθέμενος θόρυβος είναι ασυσχέτιστος, και κατόπιν να θέσουμε περισσότερη ενέργεια στα κανάλια με το μεγαλύτερο SNR. Ο παράγοντας μ είναι η ‘στάθμη νερού’ που υποδεικνύει την ποσότητα ισχύος που ‘εγχύεται’ στο ‘δοχείο’ που δίνεται από τη συνάρτηση $1/\lambda_i$, i=1,2,…,n.

B) CSI μόνο στο δέκτη

Στην περίπτωση αυτή η κατανομή της ισχύος είναι η ισοκατανομή που είναι και διαισθητικά ο βέλτιστος τρόπος όταν ο πομπός δεν γνωρίζει τα χαρακτηριστικά του καναλιού. Στην περίπτωση αυτή η χωρητικότητα του καναλιού δίνεται από τη σχέση

$$C_n^{equal}=\log_2\det\left[I_n+\frac{\rho}{n}HH^H\right]=\sum_{i=1}^{n}\log_2\left(1+\frac{\rho\lambda_\iota}{n}\right)bits/s/Hz \qquad \textbf{(3.15)}$$

Στη συνέχεια θα δούμε πως η χωρητικότητα αυτή μεταβάλλεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των κεραιών στον πομπό και στο δέκτη ($n\to\infty$) συγκρίνοντας τις χωρητικότητες στην περίπτωση που έχουμε ανεξάρτητη σκίαση και στην περίπτωση που τα στοιχεία H_{ij} παρουσιάζουν συσχέτιση.

3.2.3. Ανεξάρτητη Σκίαση

Όταν δεν υπάρχει ασυσχέτιστη σκίαση όλα τα στοιχεία H_{ij} είναι i.i.d. Για κάθε n κεραίες, F_n είναι η εμπειρική κατανομή των ιδιοτιμών του HH^H, δηλαδή για κάθε λ

$$F_n(\lambda)=\frac{1}{n}\left|\left\{i:\lambda_\iota^{(i)}\le\lambda\right\}\right|$$

Από τις σχέσεις (3.13), (3.15) μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η χωρητικότητα εξαρτάται από την εμπειρική κατανομή F_n. Καθώς ο αριθμός n των κεραιών αυξάνει η F_n σχεδόν σίγουρα μεταπίπτει σε μια οριακή κατανομή G^* με σ.π.π

$$g^*(\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{4}}, 0 \le \lambda \le 4 \\ 0, \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases} \tag{3.16}$$

Αυτό που μας λέει η σχέση (3.16) είναι ότι η τυχαία κατανομή μεταπίπτει σε μία *ντετερμινιστική* κατανομή ανεξάρτητη της κατανομής των στοιχείων H_{ij}. Με βάση τα παραπάνω η ασυμπτωτική συμπεριφορά που παρουσιάζει η χωρητικότητα για την περίπτωση ισοκατανομής είναι

$$\frac{C_n^{equal}}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log_2\left(1 + \frac{\rho}{n}\lambda_i\right) \to \int_0^4 \log_2(1+\rho\lambda) g^*(\lambda) d\lambda \,, \tag{3.17}$$

Το ολοκλήρωμα αυτό μπορεί να υπολογιστεί σε κλειστή μορφή για συγκεκριμένο σχήμα όπως πχ CDMA. Για τη δε περίπτωση που έχουμε γνώση του καναλιού στον πομπό αν θέσουμε $\mu \equiv \mu_n / n$ οι σχέσεις (3.13), (3.14) γράφονται

$$\frac{C_n^{full-CSI}}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log_2\left(\frac{\lambda_i}{n}\mu_n\right)^+ \tag{3.18}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\mu_n - \frac{n}{\lambda_i}\right)^+ = \rho \tag{3.19}$$

Καθώς $n \to \infty$, η εμπειρική κατανομή του λ_i / n μεταπίπτει σε όριο με κατανομή g^*. Από τη σχέση (3.19) βλέπουμε ότι το μ_n τείνει στο μ^* που ικανοποιεί την εξίσωση

$$\int_0^4 \left(\mu^* - \frac{1}{\lambda}\right)^+ g^*(\lambda) d\lambda = \rho \tag{3.20}$$

οπότε η ασυμπτωτική συμπεριφορά της χωρητικότητας είναι

$$\frac{C_n^{full-CSI}}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log_2(\lambda_i \mu) \to \int_0^4 \log_2(\lambda\mu^*)^+ g^*(\lambda)d\lambda \qquad \textbf{(3.21)}$$

Από τις εκφράσεις αυτές συμπεραίνουμε ότι η χωρητικότητα και στις 2 περιπτώσεις αυξάνει γραμμικά με το n. Τα αποτελέσματα αυτά θα βοηθήσουν να δούμε τη συμπεριφορά της χωρητικότητας σε διάφορες περιοχές του SNR. Στη περιοχή του χαμηλού SNR υπολογίζουμε το ολοκλήρωμα με προσέγγιση 1ης τάξης και στις 2 περιπτώσεις

$$C_n^{equal} = \int_0^4 \log_2(1+\rho\lambda)g^*(\lambda)d\lambda \approx \rho\int_0^4 \lambda g^*(\lambda)d\lambda = \rho \qquad \textbf{(3.22)}$$

$$C_n^{flll-CSI} \approx 4\rho \qquad \textbf{(3.23)}$$

οπότε συμπεραίνουμε ότι

$$\frac{C_n^{flll-CSI}}{C_n^{equal}} = 4 \qquad \textbf{(3.24)}$$

Έτσι, η στρατηγική water-filling αποδίδει μεγαλύτερο κέρδος σε σχέση με τη στρατηγική ισοκατανομής της ισχύος για χαμηλό SNR. Διαισθητικά εξάλλου μπορούμε να πούμε ότι όταν η ισχύς εκπομπής είναι μικρή είναι πολύ πιο ωφέλιμο να την κατανέμουμε στα πιο ισχυρά μονοπάτια του συστήματος παρά να την διανείμουμε σε όλα τα μονοπάτια.

Για μεγάλο SNR διαισθητικά μπορούμε να πούμε ότι και οι 2 τεχνικές θα έχουν την ίδια απόδοση κάτι που φαίνεται και από την μαθηματική τους ανάλυση

$$\lim_{SNR\to\infty} = \left[C_n^{flll-CSI} - C_n^{equal}\right] = 0 \qquad \textbf{(3.25)}$$

όπου $C_n^{equal} = \log_2(\rho/e) + o(1)$. Παρόλο βέβαια που η τεχνική water-filling δεν προκαλεί αύξηση της χωρητικότητας σε σχέση με την ισοκατανομή ενέργειας στην περίπτωση αυτή, παρουσιάζει κάποια άλλα πλεονεκτήματα που σχετίζονται με την απλότητα υλοποίησης του συστήματος. Και αυτό γιατί όταν ο πομπός έχει γνώση του καναλιού οδηγεί σε πιο αποδοτική υλοποίηση του δέκτη καθώς έχει να αντιμετωπίσει κανάλια που είναι ασυσχέτιστα αντί να χρειάζεται να εκτελέσει ακύρωση σημάτων.

3.2.4. Συσχετισμένη Σκίαση

Ενώ τα αποτελέσματα στα οποία καταλήξαμε παραπάνω ισχύουν για κάθε κατανομή των στοιχείων H_{ij}, στην περίπτωση που θα εξεταστεί τα αποτελέσματα ισχύουν μόνο για διαλείψεις Rayleigh. Κάθε στοιχείο H_{ij} θεωρείται ότι είναι κυκλική συμμετρική τυχαία μεταβλητή Gauss με απόκλιση $E\left[\left|H_{ij}\right|^2\right] = 1$. Η συνδιακύμανση των στοιχείων H_{ij} δίνεται από τη σχέση

$$E\left[H_{pj} H_{qk}^*\right] = \psi_{jk}^T \psi_{pq}^R, \qquad \textbf{(3.26)}$$

όπου ψ^T και ψ^R είναι πίνακες nxn

- Η συσχέτιση της σκίασης από τις κεραίες εκπομπής p και q στην ίδια κεραία λήψης είναι ψ_{pq}^T και είναι ανεξάρτητη από την κεραία λήψης, όπου ψ^T είναι η συσχέτιση εκπομπής.
- Η συσχέτιση της σκίασης από μια κεραία εκπομπής στις κεραίες λήψης j και k είναι ψ_{jk}^R και είναι ανεξάρτητη από την κεραία λήψης, όπου ψ^R είναι η συσχέτιση λήψης.
- Η συσχέτιση της σκίασης για δύο ζεύγη κεραιών εκπομπής και λήψης είναι το γινόμενο της συσχέτισης εκπομπής και της συσχέτισης λήψης.

Οι δύο πρώτες υποθέσεις είναι αρκετά ακριβείς όταν οι αποστάσεις των στοιχείων είναι ίδιες σε πομπό και δέκτη. Η υπόθεση ότι η συνδιακύμανση είναι το γινόμενο των συναρτήσεων συσχέτισης είναι στην ουσία μια προσέγγιση 1ης τάξης που γίνεται όταν η σκίαση από δύο κεραίες εκπομπής στην ίδια κεραία λήψης και η σκίαση από δύο κεραίες λήψης στην ίδια κεραία εκπομπής εμφανίζει πολύ μεγαλύτερη συσχέτιση από οποιεσδήποτε άλλες ομάδες κεραιών. Ωστόσο για να φθάσουμε σε κάποια αποτελέσματα πρέπει να υποτεθεί περαιτέρω οι κατανομές ψ^R και ψ^T τείνουν σε κάποιες οριακές κατανομές έστω F_R και F_T κάτι που ισχύει

- Αν φασματικές πυκνότητες ισχύος των διαδικασιών αυτών υπάρχουν για όλες τις συχνότητες.
- Η συσχέτιση ενός ζεύγους κεραιών εξαρτάται από την σχετική τους και όχι την απόλυτη θέση τους στο χώρο.
- Η συσχέτιση ελαττώνεται γρήγορα στο χώρο.

Στη συνέχεια θέτουμε $S_T(\omega)=F_T^{-1}(\omega)$ και $S_R(\omega)=F_R^{-1}(\omega)$. Οι S_T και S_R ορίζονται ώστε να είναι μη φθίνουσες στο διάστημα [0,1] και μπορούν να θεωρηθούν ως φασματικές πυκνότητες ισχύος με τις συχνότητες αναδιατεταγμένες κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι πάντα μη φθίνουσες συναρτήσεις του ω. Επειδή, μάλιστα ισχύει η σχέση ότι $E[|H_{ij}|^2]=1$ για κάθε i,j προκύπτει

$$\int_0^1 S_R(\omega)d\omega=\int_0^1 S_T(\omega)d\omega=1 \qquad \textbf{(3.27)}$$

Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι ότι ο πίνακας H μπορεί να παραγοντοποιηθεί ως $H=\left(\Psi^R\right)^{1/2}W\left(\Psi^T\right)^{1/2}$ με τα στοιχεία του W να είναι i.i.d μιγαδικές κυκλικές συμμετρικές μεταβλητές Gauss με μέση τιμή 0 και διασπορά 1. Οπότε το γινόμενο HH^H γράφεται

$$HH^H=\left(\Psi^R\right)^{1/2}W\Psi^T W^H\left(\Psi^R\right)^{1/2} \qquad \textbf{(3.28)}$$

Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η κατανομή των ιδιοτιμών του HH^H ή ισοδύναμα του $\Psi^R W\Psi^T W^H$. Αν οι πίνακες ψ^T και ψ^R παραγοντοποιηθούν στην μορφή $\psi^T=UD_TU^H$ και $\psi^R=VD_RV^H$ όπου οι U,V είναι μοναδιαίοι και οι D_T,D_R είναι διαγώνιοι τότε οι κατανομές των ιδιοτιμών των D_R,D_T τείνουν στις F_R και F_T αντίστοιχα. Από το μετασχηματισμό του Steltje γνωρίζουμε ότι

$$m_G(z)=\int\frac{1}{\lambda-z}dG(\lambda) \qquad \textbf{(3.29)}$$

Αποδεικνύεται από το θεώρημα αντιστροφής ότι ο μετασχηματισμός του Steltje ορίζει μοναδικά μια κατανομή. Επιπλέον, αν F_n είναι η εμπειρική κατανομή ιδιοτιμών του $D_T W D_R W^H$ και $G_n(\lambda) \equiv F_n(n\lambda)$ τότε με μεγάλη πιθανότητα η G_n τείνει στο όριο G^0 του οποίου ο μετασχηματισμός Steltje δίνεται από τη σχέση

$$m_{G^0}(z) = \int_0^1 \frac{1}{-z + S_T(\theta)\int_0^1 \frac{S_R(\omega)}{1 + S_R(\omega)\int_0^1 u(\phi, z) S_T(\phi) d\phi} d\omega} d\theta \qquad \textbf{(3.30)}$$

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτει ότι καθώς $n \to \infty$

$$\frac{C_n^{equal}}{n} \to I^0(S_R, S_T, \rho) \qquad \textbf{(3.31)}$$

όπου $I^0(S_R, S_T, \rho) = \int_0^\infty \log_2(1 + \rho\lambda) dG^0(\lambda)$ **(3.32)**

$$\frac{C_n^{FULL-CSI}}{n} \to C^0(S_R, S_T, \rho) \qquad \textbf{(3.33)}$$

όπου $C^0(S_R, S_T, \rho) = \int_0^\infty \log_2(\lambda\mu^*)^+ dG^0(\lambda)$ **(3.34)**

Και το μ^* ικανοποιεί τη σχέση $\int_0^\infty (\mu^* - 1/\lambda)^+ dG^0(\lambda) = \rho$. Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν ότι ακόμα και με συσχέτιση η χωρητικότητα εξακολουθεί να αυξάνει γραμμικά με το n πάντα με τις υποθέσεις που έχουμε κάνει.

Μετά από αυτή την ανάλυση επικεντρωνόμαστε στις περιοχές χαμηλού και ψηλού SNR. Για μικρή τιμή του SNR προκύπτει από τη σχέση (3.22) ότι η χωρητικότητα για από ισοκατανομή της ισχύος εξαρτάται μόνο από την μέση τιμή του SNR και όχι από την ιδιοκατανομή $G^0(\lambda)$. Προκύπτει λοιπόν ότι για μικρό SNR δεν υπάρχει επίδραση στην χωρητικότητα που επιτυγχάνεται από ισοκατανομή της ισχύος. Από την άλλη πλευρά η χωρητικότητα με την τεχνική water-filling είναι η μέση τιμή του SNR ενισχυμένη κατά το άνω όριο της ιδιοκατανομής $G^0(\lambda)$. Καθώς όσο πιο ισχυρή είναι η συσχέτιση τόσο πιο διαπλατυσμένη είναι η $G^0(\lambda)$, οπότε η χωρητικότητα αυξάνει σε αυτή την περίπτωση καθώς η συσχέτιση γίνεται όλο και πιο ισχυρή.

Για μεγάλες τιμές του SNR $C^0 - I^0 \to 0$ γεγονός που υποδεικνύει την ελάττωση της χωρητικότητας. Αυτό φαίνεται και από την τιμή στην οποία τείνουν οι παραπάνω κατανομές

$$I^0(S_R, S_T, \rho) = \int_0^1 \log_2[1 + \rho S_T(x)\eta(x)]dx + o(1)$$

$$= \log \rho + \int_0^1 \log_2 S_T(\omega)d\omega + \int_0^1 \log_2 \eta_R(x)dx + o(1) \qquad \textbf{(3.35)}$$

Η παραπάνω έκφραση μπορεί να απλουστευθεί περαιτέρω. Γνωρίζοντας ότι $I_n(H) = I_n(H^H)$ και θέτοντας $S_T(\omega)=1$ για κάθε ω στο [0,1] προκύπτει

$$I^0(S_R, S_T, \rho) = I^0(S_T, S_R, \rho) \qquad \textbf{(3.36)}$$

$$I^0(S_T, S_R, \rho) = \log_2 \rho + \int_0^1 \log_2 \eta_R(x)dx + o(1) \qquad \textbf{(3.37)}$$

$$I^0(S_R, S_T, \rho) = \log_2 \rho + \int_0^1 \log_2 S_R(\omega)d\omega + \int_0^1 \log_2(1-x)dx + o(1) \qquad \textbf{(3.38)}$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (3.37), (3.38) σύμφωνα με τη σχέση (3.36) προκύπτει

$$\int_0^1 \log_2 \eta_R(x)dx = \int_0^1 \log_2 S_R(\omega)d\omega + \int_0^1 \log_2(1-x)dx \qquad \textbf{(3.39)}$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (3.39) στην σχέση (3.35) παίρνουμε το εξής αποτέλεσμα

$$I^0(S_R, S_T, \rho) = \log_2(\rho/e) + \int_0^1 \log_2[S_T(\omega)]d\omega + \int_0^1 \log_2[S_R(\omega)]d\omega + o(1) \qquad \textbf{(3.40)}$$

Ο $1^{ος}$ όρος είναι η χωρητικότητα της ανεξάρτητης σκίασης για μεγάλο SNR και οι 2 άλλοι όροι, που είναι η συνέπεια της συσχέτισης, είναι αρνητικοί κάτι που προκύπτει από την ανισότητα Jensen.

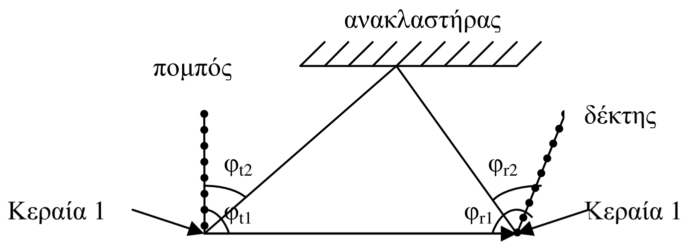
3.3. Φυσικό Μοντέλο Καναλιών MIMO

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε το παρακάτω MxN κανάλι MIMO

$$r = Hs + w \qquad \textbf{(3.41)}$$

Θεωρούμε ότι οι κεραίες στον πομπό και στον δέκτη είναι ομοιόμορφες γραμμικές στοιχειοκεραίες στις οποίες η κανονικοποιημένη απόσταση, ως προς το μήκος κύματος λ, μεταξύ των στοιχείων είναι D_t=L_t/N για τον πομπό και D_r=L_r/M για το δέκτη όπου L_t,L_r είναι τα κανονικοποιημένα μήκη των στοιχειοκεραιών.

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα περιβάλλον πολλαπλής διάδοσης και συμβολίζουμε με a_i την απόσβεση που προκαλεί το i-οστό μονοπάτι και φ_{ti},φ_{ri} τις γωνίες που σχηματίζουν οι άξονες των στοιχειοκεραιών του πομπού και του δέκτη αντίστοιχα με το i-οστό μονοπάτι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα οι οποίες είναι ίδιες για όλα τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας είτε του πομπού είτε του δέκτη καθώς κάνουμε την υπόθεση ότι αποστάσεις είναι πολύ μεγαλύτερες από τα μεγέθη των στοιχειοκεραιών.



Σχήμα 22:MIMO σύστημα με ένα απευθείας και ένα ανακλώμενο μονοπάτι

Ο πίνακας H μπορεί να γραφεί ως εξής

$$\mathrm{H} = \sum_i a_i^b e_r(\Omega_{ri}) e_t(\Omega_{ti})^* \qquad \textbf{(3.42)}$$

$$a_i^b = a_i \sqrt{n_t n_r} \exp\left(-\frac{j2\pi d^{(i)}}{\lambda_c} \right) \qquad \textbf{(3.43)}$$

όπου $d^{(i)}$ η απόσταση μεταξύ των κεραιών 1 του πομπού και 1 του δέκτη για το i-οστό μονοπάτι και

$$e_r(\Omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{n_r}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi D_r \Omega) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi (n_r - 1) D_r \Omega) \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.44)}$$

$$e_t(\Omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{n_{tr}}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi D_t \Omega) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi (n_t - 1) D_t \Omega) \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.45)}$$

όπου $\Omega_{ri}=\cos\varphi_{ri}$ και $\Omega_{ti}=\cos\varphi_{ti}$. Ορίζουμε τις παρακάτω συναρτήσεις για το εκπεμπόμενο και το λαμβανόμενο σήμα αντίστοιχα

$$f_t(\Omega) \equiv e_t(0)^* e_t(\Omega) = (1/n_t)\exp(j\pi D_t \Omega (n_t - 1)) \frac{\sin(\pi L_t \Omega)}{\sin(\pi L_t \, \Omega / n_t)} \qquad \textbf{(3.46)}$$

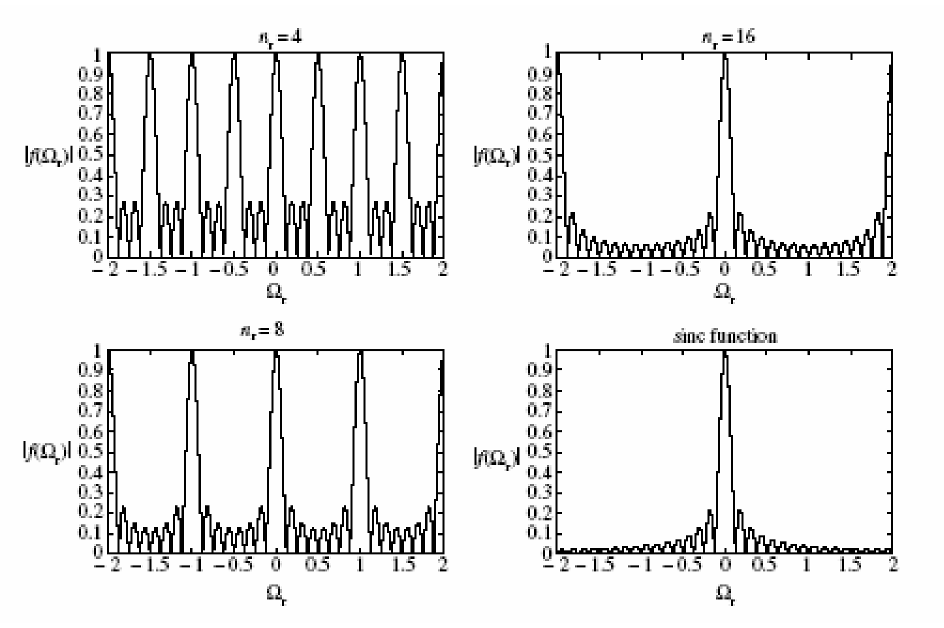
$$f_r(\Omega) \equiv e_r(0)^* e_r(\Omega) = (1/n_r)\exp(j\pi D_r \Omega (n_r - 1)) \frac{\sin(\pi L_r \Omega)}{\sin(\pi L_r \, \Omega / n_r)} \qquad \textbf{(3.47)}$$

Οι συναρτήσεις αυτές έχουν τις εξής ιδιότητες

- Είναι περιοδικές με περίοδο $1/D_t$($1/D_r$ αντίστοιχα).
- Έχουν μέγιστο στο $\Omega_t=0$($\Omega_r=0$ αντίστοιχα).
- Έχουν μηδενισμούς στα σημεία $\Omega_t=k/L_t$, k=1,2,..,N-1 ($\Omega_r=k/L_r$, k=1,2,..,M-1 αντίστοιχα).

- Έχουν κύριους λοβούς με εύρος $\Delta_{3db}=2/L_r$ γύρω από ακέραια πολλαπλάσια του $1/D_t$ ($1/D_r$ αντίστοιχα).

Η παραπάνω μαθηματική διατύπωση του καναλιού MIMO μας υποδεικνύει πως η σχετική θέση των στοιχείων στον πομπό και στον δέκτη παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στους βαθμούς ελευθερίας που διατίθενται στο σύστημα και αυτό γιατί καθορίζει την τάξη του πίνακα H, δηλαδή των ανεξάρτητων μονοπατιών που μπορούν να διαχωριστούν από τον πομπό και το δέκτη και να χρησιμοποιούν για τη ταυτόχρονη αποστολή και λήψη πολλαπλών ροών. Ο πίνακας έχει πλήρη τάξη όταν η χωρική διάταξη των μονοπατιών δεν παρουσιάζει την παραμικρή ευθυγράμμιση οπότε και επιτυγχάνεται μεγάλη διαφορικότητα στο χώρο. Παρακάτω φαίνονται διάφορα παραδείγματα του πλάτους της $f(\Omega_r)$ για μεταβλητό αριθμό στοιχείων με σταθερό μήκος στοιχειοκεραίας.



Σχήμα 23:Διαγράμματα της συνάρτησης $\left|f\left(\Omega_r\right)\right|$ για διάφορες τιμές των κεραιών n_r και του κανονικοποιημένου μήκους $L_r=8$ [8]

Αυτή η ανάλυση υποδεικνύει ότι είναι απαραίτητος ο σωστός σχεδιασμός των στοιχειοκεραιών πομπού και δέκτη για να καταστεί δυνατή η εκμετάλλευση της πολυδιαδρομικής διάδοσης που απαιτεί περιβάλλον πλούσιο σε σκεδαστές. Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας που εισάγουν τα MIMO συστήματα αντικατοπτρίζεται στη τάξη του πίνακα H(rank(H)) η οποία με τη σειρά με της εξαρτάται όπως αναφέρθηκε παραπάνω στην ποικιλία του περιβάλλοντος σε σκεδαστές αλλά και στα χαρακτηριστικά των στοιχειοκεραιών πομπού και δέκτη. Οι εξισώσεις (3.44), (3.45) μας βοηθούν να ορίσουμε δύο διανυσματικούς χώρους για να περιγράψουμε την δυνατότητα ενός συστήματος MIMO να μπορεί να διαχωρίσει τα διαφορετικά μονοπάτια σε μια πολυδιαδρομική διάδοση.

Θεωρούμε δύο ορθοκανονικές βάσεις.

$S_t \equiv \left\{ e_t(0), e_t\left(\frac{1}{L_t}\right), \cdots, e_t\left(\frac{n_t - 1}{L_t}\right), \right\} \in C^{n_t}$ για το εκπεμπόμενο σήμα και

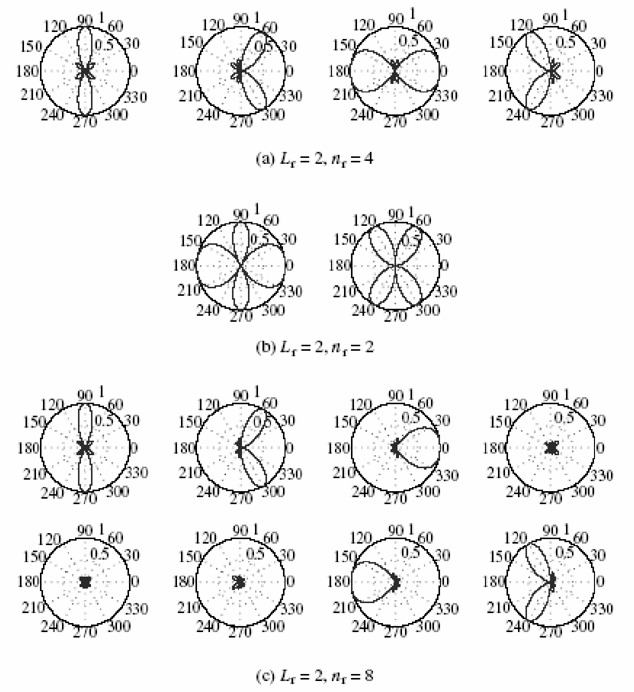
$S_r \equiv \left\{ e_r(0), e_r\left(\frac{1}{L_r}\right), \cdots, e_r\left(\frac{n_r - 1}{L_r}\right), \right\} \in C^{n_r}$ για το λαμβανόμενο σήμα

Αυτή η αναπαράσταση είναι χρήσιμη γιατί μας επιτρέπει να αντιληφθούμε πως σχετίζεται κάθε διάνυσμα των παραπάνω βάσεων με το διάγραμμα ακτινοβολίας του. Κάθε διάνυσμα βάσης έχει το δικό ζεύγος κύριων λοβών που σημαίνει ότι το εκπεμπόμενο/λαμβανόμενο σήμα προς κάποια κατεύθυνση θα έχει την ενέργεια του συγκεντρωμένη στο συγκεκριμένο διάνυσμα e και ελάχιστη ενέργεια στις υπόλοιπες κατευθύνσεις. Μπορούμε λοιπόν να αποσυνθέσουμε το σήμα στις κατευθύνσεις που προκύπτουν από την πολυδιαδρομική διάδοση με βάθος ${}^{1}\!/_{L}$.

Διακρίνουμε 3 περιπτώσεις

- Οι κεραίες της στοιχειοκεραίας έχουν μεταξύ τους *κρίσιμη απόσταση* που αντιστοιχεί σε μισό μήκος κύματος(D_r=D_t=1/2). Σε αυτή την περίπτωση κάθε διάνυσμα βάσης έχει ένα ζεύγος κύριων λοβών γύρω από τις γωνίες $\pm \arccos(k/L_r)$
- Οι κεραίες της στοιχειοκεραίας είναι *αραιά* τοποθετημένες (D_t,D_r>1/2) οπότε μερικά διανύσματα βάσης έχουν περισσότερους από έναν κύριους λοβούς
- Οι κεραίες της στοιχειοκεραίας είναι *πυκνά* τοποθετημένες (D_t,D_r<1/2) οπότε μερικά διανύσματα βάσης δεν έχουν κύριους λοβούς

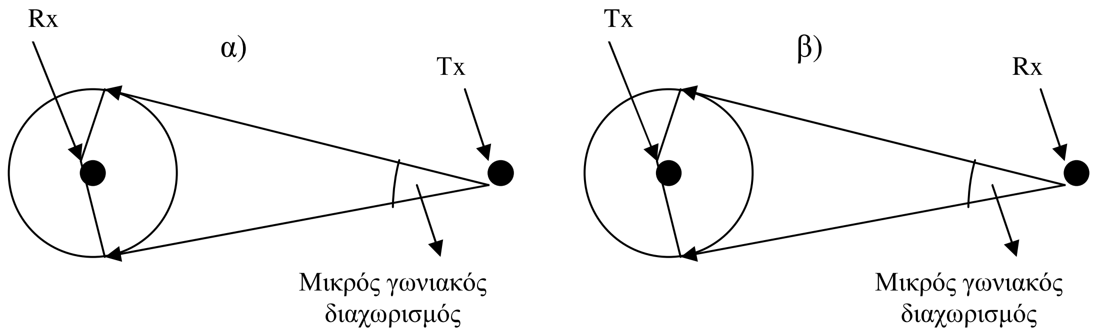
Αυτό φαίνεται και στο επόμενο σχήμα



Σχήμα 24:Εύρος δέσμης λήψης για διαφορετικές σχετικές αποστάσεις κεραιών [8]

Ας πάρουμε την περίπτωση που έχουμε ένα Ricean κανάλι το οποίο έχει έναν παράγοντα LOS και ένα NLOS. Το Ricean κανάλι μπορεί να γραφεί ως $H_{Ricean}=H_{LOS}+H_{NLOS}$ όπου ο παράγοντας H_{LOS} αντιστοιχεί στο μονοπάτι οπτικής επαφής και ο παράγοντας H_{NLOS} αντιστοιχεί στα μονοπάτια χωρίς την οπτική επαφή. Στα Ricean κανάλια έχουμε ήδη ορίσει τον παράγοντα κ ως το πηλίκο των δύο προαναφερθέντων παραγόντων, δηλαδή $κ=H_{LOS}/H_{NLOS}$ και για κ=0 έχουμε Rayleigh κανάλι. Όταν ο παράγοντας κ είναι μεγάλος που σημαίνει ότι έχουμε ισχυρή οπτική επαφή, τα μονοπάτια διάδοσης δεν μπορούν αν διαχωριστούν από το δέκτη γιατί η ενέργεια είναι συγκεντρωμένη προς μια κατεύθυνση κυρίως με άμεση συνέπεια τη μείωση των βαθμών ελευθερίας.

Παρατηρούμε λοιπόν πως τα MIMO συστήματα εκμεταλλεύονται την παρουσία πολλών σκεδαστών στο περιβάλλον και την απουσία ισχυρής οπτικής επαφής. Πρέπει ωστόσο να επισημάνουμε το γεγονός ότι η παρουσία πολλών σκεδαστών είναι απαραίτητη τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη για να καταστεί δυνατός ο διαχωρισμός των σημάτων στους λοβούς. Αν δηλαδή έχουμε πλήθος σκεδαστών κοντά στον πομπό και σε μεγάλη απόσταση από το δέκτη τότε οι ροές μπορούν να διαχωριστούν στον πομπό αλλά όχι στο δέκτη γιατί οι γωνίες άφιξης των μονοπατιών στο δέκτη είναι μικρές και δεν μπορούν να διαχωριστούν στους πολλαπλούς λοβούς ακτινοβολίας του δέκτη. Παρόμοια συμπεράσματα προκύπτουν και στην περίπτωση που έχουμε παρουσία πολλών σκεδαστών στο δέκτη σε μεγάλη απόσταση από τον πομπό.



Σχήμα 25:Μικρός γωνιακός διαχωρισμός όταν δεν υπάρχει μεγάλη ποικιλία του περιβάλλοντος σε σκεδαστές κοντά α) στον πομπό και β) στο δέκτη

3.4. Αρχιτεκτονικές Πομπού MIMO

3.4.1. Γενικά

Για να αξιοποιηθεί η διαφορικότητα υπάρχουν διάφορες τεχνικές οι οποίες έχουν αναπτυχθεί για να αξιοποιήσουν τους βαθμούς ελευθερίας στο χώρο που παρέχουν τα MIMO συστήματα από τις οποίες κάποιες παρέχουν μεγαλύτερο *κέρδος κωδικοποίησης (coding gain)* και κάποιες άλλες αξιοποιούν περισσότερο την διαφορικότητα στο χώρο. Οι τεχνικές μπορούν να χωριστούν στις εξής κατηγορίες

- Κώδικες STC(space-time codes)
- Κώδικες STBC(space-time block codes).

Για την ανάλυση θεωρούμε το παρακάτω MIMO κανάλι

$$r = Hs + w \qquad \textbf{(3.48)}$$

όπου $H \sim CN(0,1), w \sim CN(0, N_0 I_M)$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα SVD(Singular Value Decomposition) στο κανάλι $H \in C^{rxt}$, όπου r,t ο αριθμός των στοιχείων στον πομπό και στο δέκτη. Εκτελώντας τον αλγόριθμο στο κανάλι H μπορούμε να το γράψουμε ως εξής

$H = U\Lambda V^*$ όπου

$U \in C^{rxr}$ μοναδιαίος και οι στήλες του αποτελούν τα ιδιοδιανύσματα του HH^H,

$V \in C^{txt}$ μοναδιαίος και οι στήλες του αποτελούν τα ιδιοδιανύσματα του $H^H H$

$\Lambda \in C^{rxt}$ είναι μη αρνητικός και διαγώνιος. Τα διαγώνια στοιχεία του Λ είναι οι μη-αρνητικές ρίζες των ιδιοτιμών λ_i του HH^H,.

Με αυτή την ανάλυση ο πίνακας η εξίσωση μπορεί να γραφεί ως εξής

$$r = U\Lambda V^* s + w \qquad \textbf{(3.49)}$$

Αν χρησιμοποιήσουμε τις μεταβλητές $\tilde{r} = U^H r$, $\tilde{s} = V^H s$, $\tilde{w} = U^H w$ τότε η σχέση (3.49) γράφεται ως $\tilde{r} = \Lambda \tilde{s} + \tilde{w}$ και επειδή ο U μοναδιαίος και αντιστρέψιμος η κατανομή του θορύβου w παραμένει η ίδια. Επιπλέον γνωρίζουμε ότι η τάξη του H είναι rank(H)=min(N,M) οπότε θα υπάρχουν το πολύ rank(H) μη μηδενικές ιδιοτιμές λ_i και επειδή ισχύει $\left\|\tilde{s}\right\|^2 = \left\|s\right\|^2 =$ η ενέργεια διατηρείται και μπορούμε να αποσυνθέσουμε το κανάλι σε σύστημα παράλληλων καναλιών Gauss (ιδιοκανάλια), δηλαδή καναλιών των οποίων οι θόρυβοι είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστοι και το κανάλι πλέον ισοδυναμεί με

$$\tilde{r}_i = \lambda_i \tilde{s}_i + \tilde{w}_i \quad ,i=1,2,\ldots,n_{min} \qquad \textbf{(3.50)}$$

Αυτή η ανάλυση μας δίνει τη δυνατότητα να διαχωρίσουμε την περίπτωση που έχουμε CSI στον πομπό από την περίπτωση που το κανάλι δεν είναι γνωστό στον πομπό. Αυτό που κάνουμε στις διάφορες τεχνικές είναι να στείλουμε παράλληλα διάφορες ροές δεδομένων σε κάποιο σύστημα συντεταγμένων Q που καθορίζεται από ένα πίνακα. Με βάση τα παραπάνω διακρίνουμε 2 περιπτώσεις για τον πομπό. Όταν έχουμε CSI στον πομπό τότε Q=V. Αυτή είναι η λεγόμενη SVD τεχνική και η κατανομή της συνολικής ισχύος σε κάθε ροή δίνεται με βάση την τεχνική waterfilling

$$P_i^* = \left(\mu - {N_0}/{\lambda_i} \right) \quad \textbf{(3.51)}$$

με τέτοιο μ ώστε $\Sigma P_i = P$ και. Όταν δεν έχουμε CSI στον πομπό τότε Q είναι ασυσχέτιστο με τον πίνακα H. Αυτή η ανάλυση έχει να κάνει με τον τρόπο που κατανέμει ο πομπός την ισχύ στα διάφορα κανάλια που διατίθενται σε μια ζεύξη, πομπού δέκτη από το περιβάλλον, προς μετάδοση και είναι ανεξάρτητη από τα σχήματα που χρησιμοποιούνται στον πομπό για κωδικοποίηση και αποστολή της πληροφορίας στο χώρο και στο χρόνο. Οι διάφορες τεχνικές που παρουσιάζονται στη συνέχεια έχουν να κάνουν με τον τρόπο που ο πομπός στέλνει την πληροφορία στο χώρο και στο χρόνο και μπορούν να συνδυαστούν με την ανωτέρω ανάλυση για βελτίωση της χωρητικότητας του συστήματος.

3.4.2. Αρχιτεκτονικές Διαστρωματωμένες στο Χώρο και στο Χρόνο

Σε ένα περιβάλλον με διαλείψεις Rayleigh όταν το κανάλι είναι άγνωστο στον πομπό και γνωστό (ανιχνεύεται) στο δέκτη, μια αρχιτεκτονική codec που μπορεί να πραγματοποιήσει μέρος της τεράστιας χωρητικότητας που υπόσχεται η θεωρία πληροφορίας είναι απαραίτητη για μία μακροπρόθεσμη επικράτηση σε περιοχές υψηλής ζήτησης όπως τα σταθερά και εσωτερικά ασύρματα δίκτυα Μία (n,n) ανάλυση δείχνει ότι ανεξάρτητα από το γεγονός ότι τα n λαμβανόμενα σήματα παρεμβάλλουν τυχαία μεταξύ τους, η χωρητικότητα αυξάνει γραμμικά με το n και είναι τεράστια. Για παράδειγμα με n=8, 1% outage και 21dB μέσο SNR σε κάθε κεραία του δέκτη επιτυγχάνεται χωρητικότητα 42b/s/Hz. Η χωρητικότητα είναι 40 φορές μεγαλύτερη από ένα (1,1) σύστημα με της ίδιας συνολικής ισχύος εκπομπής και εύρους ζώνης. Επιπλέον σε άλλες εφαρμογές το n μπορεί να είναι μεγαλύτερο από 8. Τέτοιες αρχιτεκτονικές είναι οι LST(Layered-Space-Time) όπου τα σήματα είναι διαστρωματωμένα στο χώρο και στο χρόνο και διακρίνονται σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με την επεξεργασία για την εκπομπή και αντίστοιχα για την ανάκτηση τους στο δέκτη. Επισημαίνουμε ότι η μετάδοση δεν προϋποθέτει τεχνικές πολυπλεξίας στο χρόνο, τη συχνότητα ή διαίρεση κώδικα για να διασφαλισθεί ορθογωνιότητα του σήματος λήψης στις κεραίες του δέκτη.

3.4.2.1. D-BLAST

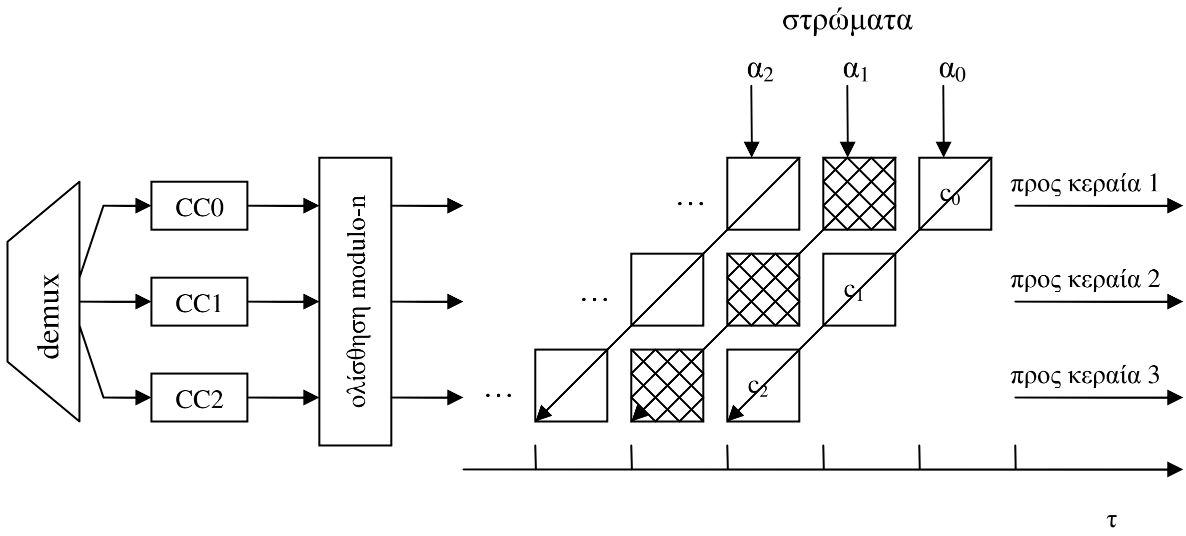
Η τεχνική D-BLAST (*Diagonally Bell Labs Layered Space-Time)* είναι η βασική αρχιτεκτονική αυτού του τύπου από την οποία προήλθαν και οι υπόλοιπες που θα δούμε στη συνέχεια.

Η γραμμική άλγεβρα που ακολουθεί διευκρινίζει την αρχιτεκτονική. Έστω H_j, όπου $1 \leq j \leq n$ δηλώνει τις n στήλες του πίνακα H έτσι ώστε $H=[H_1,H_2,..,H_n]$. Για κάθε k, $1 \leq k \leq n+1$ το $H_{[k,n]}$ δηλώνει το διανυσματικό χώρο που αποτελείται από τα διανύσματα στήλες H_j που ικανοποιούν τη σχέση $k \leq j \leq n$. Επειδή για k=n+1 δεν υπάρχουν τέτοια διανύσματα στήλες , ο χώρος $H_{[n+1,n]}$ είναι απλώς ο κενός χώρος. Η από κοινού σ.π.π των στοιχείων του H είναι μιγαδική σφαιρική συμμετρική n^2-διάστατη Γκασουσσιανή. Αυτό καθιστά δυνατό να δεχτούμε με πιθανότητα 1 ότι ο χώρος $H_{[k,n]}$ είναι διάστασης (n-k+1) και ότι ο διανυσματικός χώρος κάθετος στον $H_{[k,n]}$ που δηλώνεται με $H_{[k,n]}^T$ είναι (k-1)-διάστατος. Για j=1,2,…n , η_j είναι η προβολή του H_j στον υποχώρο $H_{[j+1,n]}^T$.

Κάθε η_j, με πιθανότητα 1, είναι απαραίτητα ένα j-διάστατο διάνυσμα με i.i.d N(0,1) συντελεστές. Χρησιμοποιώντας μια ορθοκανονική βάση, με τα πρώτα διανύσματα βάσης να είναι αυτά που αποτελούν το $H_{[j+1,n]}^T$ και τα υπόλοιπα αυτά που αποτελούν το $H_{[j+1,n]}$, οι πρώτοι j συντελεστές του η_j είναι μιγαδικοί Γκαουσσιανοί ενώ οι υπόλοιποι είναι όλοι μηδενικοί. Από τις προβολές κατά σειρά $\eta_n,\eta_{n-1},\ldots,\eta_1$ συμπαιρένουμε ότι οι n(n+1)/2 μη μηδενικοί συντελεστές είναι i.i.d Γκαουσσιανοί. Συνεπώς τα τετραγωνισμένα μήκη είναι στατιστικά ανεξάρτητες μεταβλητές με κατανομή χ^2 και 2n,2(n-1),…,2 βαθμούς ελευθερίας αντίστοιχα.

Για λόγους οικονομίας από πλευράς φάσματος σε ένα σύστημα, η διαστρωματωμένη αρχιτεκτονική χώρου-χρόνου που παρουσιάζεται αναπτύσσεται μαζί με έναν μονοδιάστατο κώδικα. Η αρχική ακολουθία δεδομένων από την πηγή αποπολυπλέκεται σε n υποακολουθίες δεδομένων ίσου ρυθμού κάθε μια από τις οποίες οδηγείται σε έναν κωδικοποιητή. Να επισημανθεί ότι οι κωδικοποιητές δεν χρειάζεται να ανταλλάσουν μεταξύ τους πληροφορίες αν και κάτι τέτοιο αποδεικνύεται ότι βελτιώνει πολύ τη διαφορικότητα εκπομπής αλλά αυξάνει ταυτόχρονα και την πολυπλοκότητα του συστήματος. Αντί να συσχετισθεί η κάθε κωδικοποιημένη υποακολουθία με μία κεραία ο συσχετισμός της ροής δεδομένων με κάθε κεραία μεταβάλλεται περιοδικά, δηλαδή σε κάθε χρονική περίοδο εκπομπής γίνεται κυκλική ολίσθηση των κωδικοποιημένων συμβόλων στις κεραίες εκπομπής, δηλαδή οι κωδικοποιητές τροφοδοτούν εναλλάξ όλες τις κεραίες όπως φαίνεται στο σχήμα 26, δηλαδή τα σύμβολα από τον κωδικοποιητή 0 γεμίζουν την 1η διαγώνιο , τα σύμβολα από τον κωδικοποιητή 1 γεμίζουν την 2η διαγώνιο κ.ο.κ. Η διαγώνια τοποθέτηση τους γίνεται με κατεύθυνση βορειοδυτικά προς νοτιοανατολικά (για να γίνει αντιληπτή η μορφή της αποκωδικοποίησης θα πρέπει να αντιστραφεί στον οριζόντιο άξονα η είσοδος των δεδομένων όπως φαίνεται στο σχήμα 26) γι' αυτό και η τεχνική αυτή αποκαλείται *Διαγώνια Διαστρωματωμένη Κωδικοποίηση Χώρου-Χρόνο (Diagonally Bell Labs Layered Space-Time Code).*

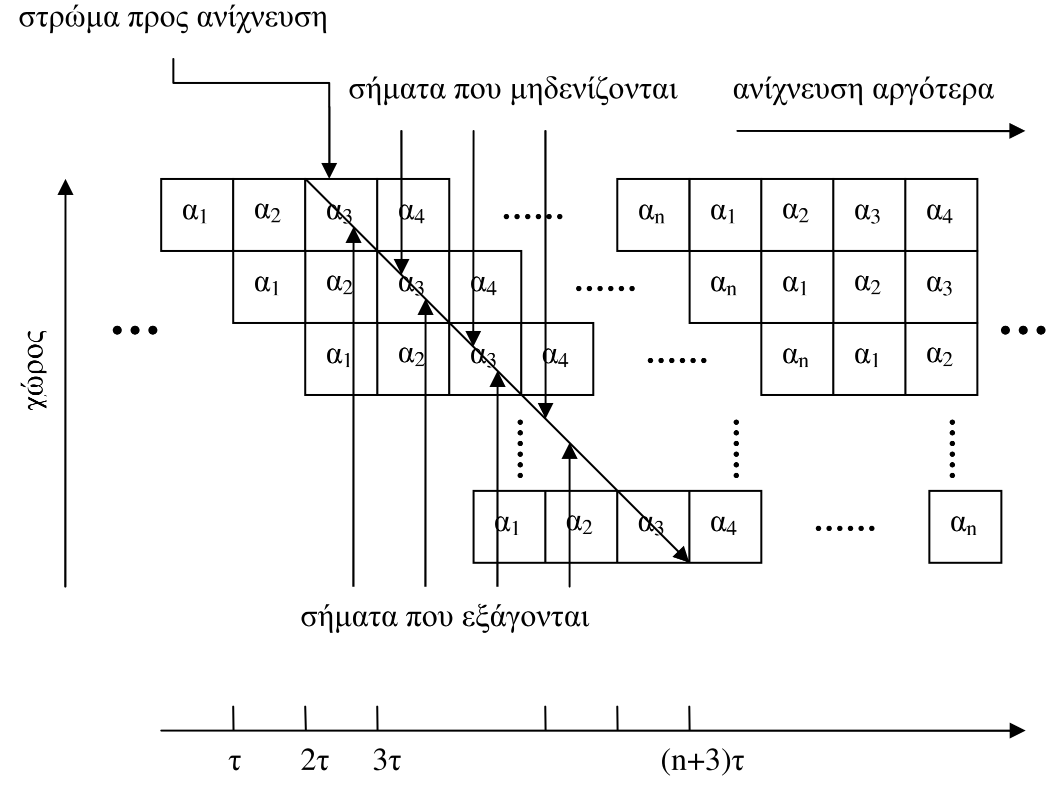
Με αυτό τον τρόπο, της κυκλικής τροφοδότησης των δεδομένων στις κεραίες, και οι n υποακολουθίες υπόκεινται στα χαρακτηριστικά διάδοσης ως προς την εξασθένιση και την αλλαγή φάσης που εισάγουν τα n μονοπάτια διαδρομών προς το δέκτη και διασφαλίζεται με αυτό τον τρόπο ότι καμιά υπορoή δεν υφίσταται αποκλειστικά τη χειρότερη διαδρομή μετάδοσης.



Σχήμα 26:Στην τεχνική D-BLAST τα σύμβολα από ένα κωδικοποιητή τροφοδοτούν εναλλάξ όλες τις κεραίες

Σκοπός αυτής της εξισορρόπησης είναι να καταστήσει ομοιόμορφες τις διαδικασίες πολυπλεξίας/αποπολυπλεξίας και κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης καθώς όλα τα συστατικά στοιχεία είναι σχεδόν ταυτόσημα στην δομή τους. Επιπλέον για κάθε υποκανάλι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ίδιο σχήμα απεικόνισης και επομένως να έχει την ίδια χωρητικότητα. Η κωδικοποίηση θα χρησιμεύσει ώστε τα ‘καλά’ σύμβολα σε μια υποακολουθία να αντισταθμίσουν την παρουσία των κακών, λόγω χαμηλού SNR από τα χειρότερα μονοπάτια, συμβόλων.

Για λόγους διευκόλυνσης ας συμβολίσουμε τα n στρώματα στην έξοδο των αποκωδικοποιητών ως α_i, i=1,2,…,n-1. Για να ολοκληρωθεί πλήρως η μετάδοση ενός στρώματος (layer) απαιτούνται συνολικά n κύκλοι με διάρκεια τ sec ο καθένας , δηλαδή (n x τ)sec, ενώ για να μεταδοθούν και τα n στρώματα στο δέκτη απαιτούνται [(2n-1) x τ]sec διότι η μετάδοση του $\alpha_{(n-1)}$ στρώματος ξεκινά την χρονική στιγμή n που ολοκληρώνεται η μετάδοση α_1 στρώματος. Η αποκωδικοποίηση στο δέκτη ακολουθεί την διαδικασία που φαίνεται στο σχήμα 27.



Σχήμα 27:Αποκωδικοποίηση στη D-BLAST ενός ολόκληρου στρώματος με εξαγωγή και μηδενισμό σημάτων

Ο δέκτης στην D-BLAST τεχνική αποκωδικοποιεί τον πίνακα διαγώνιο-διαγώνιο. Χρησιμοποιεί κάθε διαγώνιο για να παράγει τις εκτιμήσεις για τα σύμβολα. Οι εκτιμήσεις χρησιμοποιούνται για την αποκωδικοποίηση της διαγωνίου και στη συνέχεια αυτή αφαιρείται από το σήμα. Στο σχήμα 27 βλέπουμε με διαγώνια γραμμή το στρώμα που είναι προς αποκωδικοποίηση. Το 1ο $α_3$ στρώμα που έχει ολοκληρωθεί αποτελείται από n τμήματα a_3^i, i=1,2,…,n. Στη συνέχεια ακολουθεί κάποια προεπεξεργασία προκειμένου το σήμα που στέλνεται από την k-οστή κεραία να αποκωδικοποιηθούν χωρίς να υφίστανται την παρεμβολή από τα υπόλοιπα σήματα που δημιουργείται εξαιτίας του διαύλου. Όλα τα στρώματα που είναι κάτω από το τρέχον θεωρείται ότι έχουν είδη αποκωδικοποιηθεί και εξάγονται από την ροή δεδομένων και τα στρώματα που είναι από πάνω πρόκειται να αποκωδικοποιηθούν και μηδενίζονται.

Έστω ότι η αποκωδικοποίηση βρίσκεται στο σήμα που έχει ληφθεί από την κεραία k. Τα προηγούμενα (k-1) έχουν ήδη αποκωδικοποιηθεί και εξάγονται από το σήμα ενώ τα υπόλοιπα k+1,k+2,…,n σήματα πρέπει να μηδενισθούν. Αυτό επιτυγχάνεται με την προβολή του διανύσματος της k-οστής κεραίας λήψης στον υποχώρο $H_{[k,n]}{}^T$ γιατί είναι κάθετος στον υποχώρο που αποτελείται από τα σήματα k+1,k+2,…,n. Κατά την αποκωδικοποίηση στην 1η χρονική σχισμή τ του στρώματος τα (n-1) από κάτω στρώματα έχουν αποκωδικοποιηθεί και εξάγονται από το σήμα οπότε και έχουμε n-διάστατη διαφορικότητα λήψης και συνεπώς η χωρητικότητα θα είναι

$$C = \log_2\left[1 + (\rho/n)\chi_{2n}^2\right] \text{ b/s/Hz}$$

Στην επόμενη χρονική σχισμή τ θα υπάρχει παρεμβολή από το από πάνω σήμα και συνεπώς τα (n-2) από κάτω στρώματα έχουν αποκωδικοποιηθεί και εξάγονται από το σήμα οπότε και έχουμε (n-1)-διάστατη διαφορικότητα λήψης και συνεπώς η χωρητικότητα θα είναι

$$C = \log_2\left[1 + (\rho/n)\chi_{2(n-1)}^2\right] \text{ b/s/Hz}$$

Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία μέχρι και το τελευταίο σήμα ολόκληρου του στρώματος μετά από (n-1) χρονικές σχισμές τ η χωρητικότητα στο τελευταίο σήμα θα είναι

$$C = \log_2\left[1 + (\rho/n)\chi_{2}^2\right] \text{ b/s/Hz}$$

Επειδή όμως τα σήματα κυκλικά εξαναγκάζονται να 'υποστούν' όλα τα διανύσματα στήλες H_j του καναλιού που είναι στατιστικά ανεξάρτητα η χωρητικότητα θα είναι

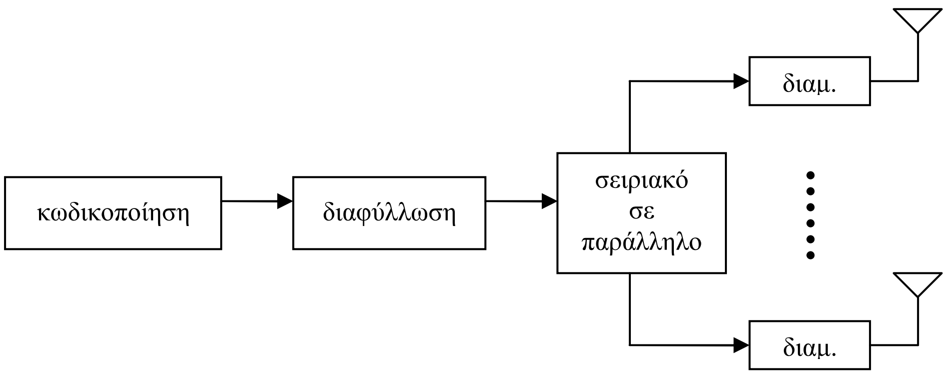
$$C = (1/n)\sum_{k=1}^{n} \log_2\left[1 + (\rho/n)\chi_{2k}^2\right] \text{ b/s/Hz} \qquad \textbf{(3.52)}$$

Έχοντας όμως παράλληλα να λειτουργούν τέτοιες διατάξεις και για να n στρώματα η χωρητικότητα θα είναι προφανώς n φορές μεγαλύτερη δηλαδή το σύστημα μας θα έχει συνολική χωρητικότητα πολύ κοντά σε αυτή που προβλέπει η θεωρία πληροφορίας.

$$C = \sum_{k=1}^{n} \log_2\left[1 + (\rho/n)\chi_{2k}^2\right] \text{ b/s/Hz} \qquad \textbf{(3.53)}$$

3.4.2.2. V-BLAST

Η D-BLAST τεχνική έχει υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα γι' αυτό και έχουν εισαχθεί και άλλες τεχνικές οι οποίες δεν είναι τόσο αποδοτικές αλλά έχουν χαμηλή πολυπλοκότητα. Μια τέτοια τεχνική είναι η V-BLAST.



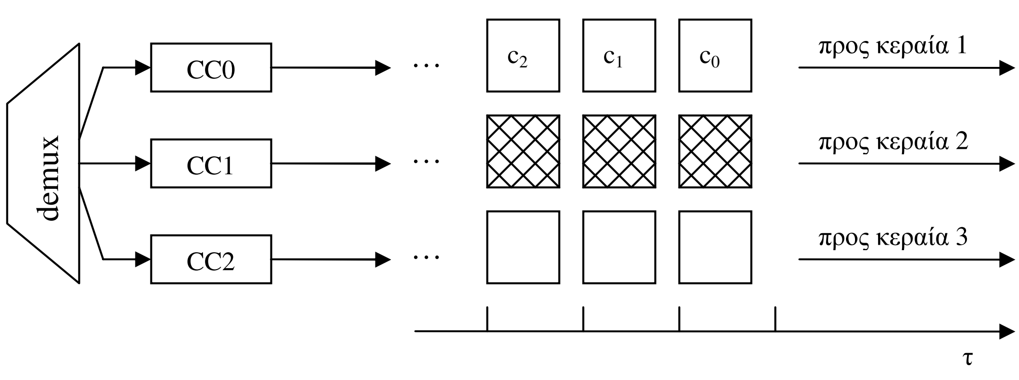
Σχήμα 28:Μπλοκ διάγραμμα ΜΙΜΟ συστήματος με V-BLAST

Η βασική τους διαφορά είναι στον τρόπο που γίνεται η κωδικοποίηση. Εδώ η αρχική ακολουθία δεδομένων από την πηγή κωδικοποιείται ή και όχι και στη συνέχεια αποπολυπλέκεται σε n διαφορετικές ροές δεδομένων χωρίς να υπάρχει άλλος συσχετισμός μεταξύ των υπορoών. Με άλλα λόγια κάνουμε *κατακόρυφη κωδικοποίηση* μεταξύ των στρωμάτων γι' αυτό και τεχνική λέγεται *Κατακόρυφα Διαστρωματωμένη Κωδικοποίηση Χώρου-Χρόνου.* Κάθε μια από τις υπορoές δεδομένων οποίες οδηγείται πάντα στην ίδια κεραία, δηλαδή υπάρχει σταθερός συσχετισμός ροής δεδομένων/κεραία. Αυτό εξαλείφει την απώλεια στο χρόνο και στο χώρο που εισάγει η D-BLAST τεχνική λόγω της διαγώνιας διάρθρωσης της αλλά χάνει τη διαφορικότητα στην εκπομπή καθώς κάθε ροή δεδομένων είναι συσχετισμένη σε μία κεραία και επομένως υφίσταται πάντα τις ίδιες φασματικές επιδράσεις από το κανάλι, δηλαδή εξασθένιση και μετατόπιση φάσης.

Παρόλο που η V-BLAST είναι για συστήματα ενός χρήστη με πολλούς πομπούς διαφέρει ωστόσο από τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης. Σε αντίθεση με τις τεχνικές απλωμένου φάσματος το εύρος ζώνης είναι μόνο ένα μικρό κλάσμα πάνω από το ρυθμό μετάδοσης. Αντίθετα με την FDMA κάθε σήμα καταλαμβάνει όλο το εύρος ζώνης και τέλος αντίθετα με την TDMA το εύρος ζώνης χρησιμοποιείται ταυτόχρονα από όλους τους πομπούς. Γι' αυτό η V–BLAST τεχνική μπορεί να έχει υψηλή φασματική απόδοση σε περιβάλλον πλούσιο σε σκεδαστές χωρίς να απαιτούνται τεχνικές ορθογωνοποίησης του καναλιού προκειμένου να αποσυσχετιστούν τα σήματα. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται στο δέκτη τεχνικές αποκωδικοποίησης που αποσυσχετίζουν τα σήματα όπως ο MMSE σε συνδυασμό με την τεχνική SIC και άλλες οι οποίες παρουσιάζονται σε επόμενες παραγράφους.

3.4.2.3. H-BLAST

Η τεχνική αυτή μοιάζει πολύ με την τεχνική V- BLAST. Η διαφορά της έγκειται στον τρόπο που γίνεται η κωδικοποίηση. Για την H-BLAST τεχνική αρχικά εφαρμόζουμε στα δεδομένα της πηγής ένα 1-διάστατο κώδικα για να πάρουμε το τελικό σήμα που θα σταλεί από το δέκτη. Τα κωδικοποιημένα δεδομένα σχηματίζουν τον πίνακα C που αποτελείται από n σειρές και περιέχει τα σύμβολα προς μετάδοση.



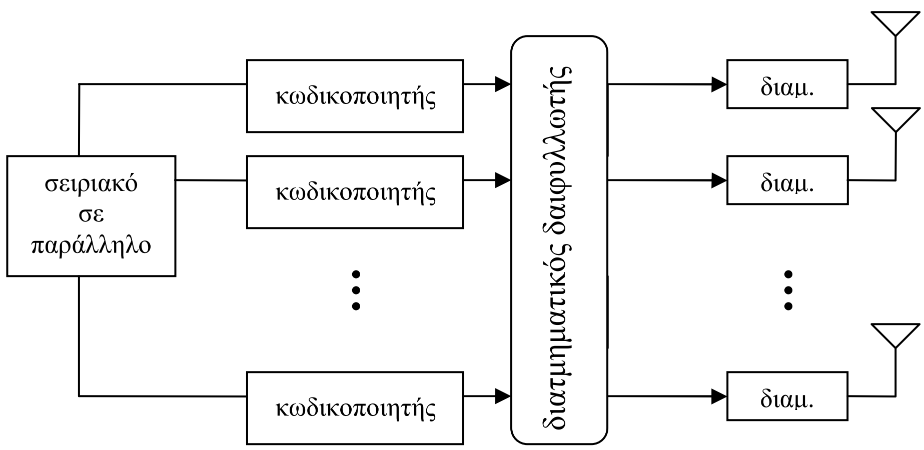
Σχήμα 29:Μπλοκ διάγραμμα για την τεχνική H-BLAST

Ο πίνακας C αποκαλείται *πίνακας κωδικής λέξης* και σχηματίζεται από την σειριακή υπέρθεση n συμβόλων. Στην τεχνική αυτή η ανάθεση του συμβόλου s_τ^k γίνεται στη χρονική στιγμή τ και στην k-οστή σειρά του πίνακα C. Κατ' αυτό τον τρόπο το η έξοδος του k-οστού συστατικού κωδικοποιητή οδηγείται πάντα στην κεραία k. Επειδή λοιπόν με αυτή την ανάθεση ο πίνακας C θα έχει οριζόντια διαστρωμάτωση όπως φαίνεται και στο σχήμα 29 η τεχνική αυτή καλείται *Οριζόντια Διαστρωματωμένη Κωδικοποίηση Χώρου-Χρόνου (Horizontally Bell Labs Layered Space-Time Code).*

Στο δέκτη η αποκωδικοποίηση των συμβόλων γίνεται εκκινώντας από την κάτω σειρά του πίνακα C τα οποία στη συνέχεια οδηγούνται στον αποκωδικοποιητή του συστατικού μας κώδικα. Στη συνέχεια ο δέκτης αποκωδικοποιεί όμοια τις σειρές n-1,n-2 κ.ο.κ., δηλαδή η αποκωδικοποίηση γίνεται στρώμα-στρώμα ή σειρά-σειρά από κάτω προς τα πάνω.

3.4.2.4. TURBO-BLAST

Η TURBO-BLAST είναι μια τεχνική που γεννήθηκε στην προσπάθεια να εξαλειφθεί η απώλεια στο χώρο και στο χρόνο που εισάγεται στην αρχή και στο τέλος ενός πακέτου, το οποίο μεταδίδεται σε σύστημα που χρησιμοποιεί D-BLAST , και είναι σημαντική στην περίπτωση που το μέγεθος του πακέτου είναι μικρό.



Σχήμα 30:Μπλοκ διάγραμμα ΜΙΜΟ συστήματος με TURBO-BLAST

Στην τεχνική αυτή η διαφορικότητα εισάγεται από ένα διαφυλλωτή που ακολουθεί την διαδικασία της ανεξάρτητης κωδικοποίησης των υπορoών. Ο συνδυασμός αυτών των δύο μπορεί να θεωρηθεί ως ένας κώδικας RLST (Random-LST). Ο τυχαίος διαφυλλωτής είναι ανεξάρτητος από τις εισερχόμενες ακολουθίες και πρέπει να εγγυάται ισότιμα τη χρήση ενός υποκαναλιού από κάθε κωδικοποιημένη υπορoή. Η διαφύλλωση γίνεται απλά αντιμεταθέτοντας τις στήλες του πίνακα εκπομπής ο οποίος κατασκευάζεται με διαγώνια διαστρωμάτωση των κωδικοποιημένων συμβόλων. Η αποκωδικοποίηση στο δέκτη ακολουθεί την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή αποδιαφυλλωτές αντισταθμίζουν τις αντιμεταθέσεις που έχουν γίνει στα σύμβολα συσχετίζοντας παράλληλα τα σύμβολα τα οποία στη συνέχεια οδηγούνται στους αποκωδικοποιητές.

3.4.3. STBC

Οι κώδικες αυτοί έχουν το πλεονέκτημα ότι η επεξεργασία του σήματος δέκτη είναι γραμμική οπότε και έχουν μικρότερη πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης και μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Οι κώδικες αυτοί βασίζονται στη θεωρία των ορθογώνιων σχημάτων γραμμικής επεξεργασίας, μια υλοποίηση των οποίων αποτελεί και το σχήμα Alamouti.

3.4.3.1. Orthogonal Design-Linear Processing

Η έννοια της γραμμικής επεξεργασίας στο δέκτη οδηγεί στην έννοια του *ορθογώνιου σχήματος γραμμικής επεξεργασίας*. Ένα ορθογώνιο σχήμα γραμμικής επεξεργασίας για τα διανύσματα $x_1, x_2, \ldots, x_N$ είναι ένας πίνακας C με διαστάσεις NxN τέτοιος ώστε

- Οι είσοδοι του C είναι γραμμικοί συνδυασμοί των διανυσμάτων $x_1, x_2, \ldots, x_N$
- $C^H C = x^2 I_N$, όπου I_N ο μοναδιαίος πίνακας NxN και x^2 είναι το άθροισμα $\left(|x_1|^2 + |x_2|^2 + \ldots + |x_N|^2\right)$

Ένα τέτοιο σχήμα έχει πλήρη διαφορικότητα (2N) και πολύ απλή επεξεργασία στο δέκτη. Το πρόβλημα της εύρεσης ορθογώνιων σχημάτων είναι γνωστό στα μαθηματικά ως πρόβλημα Hurwitz–Radon. Αποδεικνύεται ότι τέτοια σχήματα με πραγματικά διανύσματα υπάρχουν μόνο για N=2,4,8 και προφανώς για διανύσματα με φανταστικούς συντελεστές θα υπάρχουν ορθογώνια σχήματα για N=2,4 αφού έχουν διπλάσιους βαθμούς ελευθερίας από τα διανύσματα με πραγματικούς συντελεστές.

Ο παραπάνω ορισμός που δόθηκε μπορεί να γίνει και για μη τετραγωνικούς πίνακες *pxn* στο *γενικευμένο ορθογώνιο σχήμα γραμμικής επεξεργασίας G* για το οποίο ισχύει ότι $S.T\_rate = N/P$ και

- Οι είσοδοι του G είναι γραμμικοί συνδυασμοί των διανυσμάτων $x_1, x_2, \ldots, x_N$.
- $C^H C = x^2 I_N$, όπου I_N ο μοναδιαίος πίνακας NxN και x^2 είναι το άθροισμα $\left(|x_1|^2 + |x_2|^2 + \ldots + |x_N|^2\right)$.

Ένα τέτοιο ορθογώνιο σχήμα επεξεργάστηκε από τον Alamouti και το οποίο παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

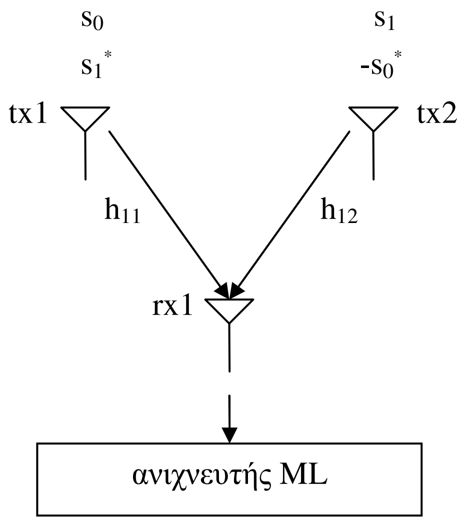
3.4.3.2. Σχήμα Alamouti

Ο Alamouti πρότεινε ένα ορθογώνιο σχήμα γραμμικής επεξεργασίας το οποίο χρησιμοποιεί 2 και κεραίες στον πομπό και 1 κεραία στο δέκτη. Το σχήμα περιλαμβάνει 3 λειτουργίες

- Κωδικοποίηση και μετάδοση
- Συνδυασμό σημάτων στο δέκτη
- ML detector

Βέβαια το σχήμα του Alamouti μπορεί να γενικευτεί εύκολα και για Μ κεραίες όπου Μ ένας φυσικός αριθμός. Για να το σχήμα αυτό βέβαια θεωρούμε ότι το κανάλι είναι σχεδόν στατικό (quasi-static) δηλαδή δεν αλλάζει κατά τη διάρκεια 2 διαδοχικών περιόδων συμβόλων οπότε η απόκριση του καναλιού είναι η ίδια στα μονοπάτια από τις κεραίες του πομπού στις κεραίες του δέκτη.

Κατά τη διάρκεια μιας περιόδου θέλουμε να στείλουμε 2 σύμβολα από τις 2 κεραίες, έστω x_0,x_1. Στη διάρκεια της 1ης περιόδου η κεραία 1 στέλνει το x_0 και κεραία 2 στέλνει το x_1. Κατά τη διάρκεια της επόμενης περιόδου η κεραία 1 στέλνει το x_1^* και η κεραία 2 στέλνει το $-x_0^*$.



Σχήμα 31:Μπλοκ διάγραμμα για το σχήμα Alamouti

Ωστόσο αντί για 2 διαφορετικές περιόδους μπορούμε να στείλουμε τα σύμβολα σε 2 διαδοχικά φέροντα (space-frequency coding). Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται η μετάδοση που περιγράψαμε.

χρόνος	tx1	tx2
t	x_0	x_1
t+T	x_1^*	$-x_0^*$

Πίνακας 1:Αποστολή συμβόλων σε διαδοχικές χρονικές περιόδους συμβόλου στο σχήμα του Alamouti

Για να περιγράψουμε την μετάδοση θεωρούμε ότι η ζεύξη πομπού και δέκτη περιγράφεται από μονοπάτια τα οποία έχουν την απόκριση που δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

κεραίες	rx1	rx2	…	rxM
tx1	h_{11}	h_{21}	…	h_{M1}
tx2	h_{12}	h_{22}	…	h_{M2}

Πίνακας 2:Συναρτήσεις μεταφοράς της ζεύξης των στοιχείων πομπού και δέκτη

Στον επόμενο πίνακα φαίνεται η απόκριση του συστήματος κατά τις χρονικές στιγμές $t, t+T_s$.

χρόνος	rx1	rx2	…	rxM
t	$y_{1,t}$	$y_{2,t}$	…	$y_{M,t}$
t+T	$y_{1,t+T}$	$y_{2,t+T}$	…	$y_{M,t+T}$

Πίνακας 3:Σήμα λήψης στις διαδοχικές χρονικές στιγμές

Με βάση τους 2 παραπάνω πίνακες γράφουμε τα συνδυασμένα σήματα που λαμβάνονται στο δέκτη κατά τις χρονικές στιγμές t,t+T_s. Τη χρονική στιγμή t στο δέκτη έχουμε τα εξής σήματα

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= h_{11}x_0 + h_{12}x_1 + n_{1,t} \\ y_{2,t} &= h_{21}x_0 + h_{22}x_1 + n_{2,t} \\ &\vdots \\ y_{M,t} &= h_{M1}x_0 + h_{M2}x_1 + n_{M,t} \end{aligned} \tag{3.54}$$

Τη χρονική στιγμή t+T_s στο δέκτη έχουμε τα εξής σήματα

$$\begin{aligned} y_{1,t+T} &= h_{11}x_1^* - h_{12}x_0^* + n_{1,t+T} \\ y_{2,t+T} &= h_{21}x_1^* - h_{22}x_0^* + n_{2,t+T} \\ &\vdots \\ y_{M,t+T} &= h_{M1}x_1^* - h_{M2}x_0^* + n_{M,t+T} \end{aligned} \tag{3.55}$$

Ο δέκτης δημιουργεί στη συνέχεια τα παρακάτω σήματα τα οποία στέλνονται στον ανιχνευτή ML (Maximum Likelihood Detector)

$$\begin{aligned} s_0 &= h_{11}^* y_{1,t} + h_{12} y_{1,t+T}^* + h_{21} y_{2,t} + h_{22} y_{2,t+T}^* + \ldots + h_{M1} y_{M,t} + h_{M2} y_{M,t+T}^* \\ s_1 &= h_{12}^* y_{1,t} - h_{11} y_{1,t+T}^* + h_{22}^* y_{2,t} + h_{21} y_{2,t+T}^* + \ldots + h_{M2}^* y_{M,t} + h_{M1} y_{M,t+T}^* \end{aligned} \tag{3.56}$$

Οπότε στον ανιχνευτή ML τα σήματα έχουν την παρακάτω μορφή

$$\begin{aligned} s_0 &= \left(|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 + \ldots + |h_{M1}|^2 + |h_{M2}|^2\right)x_0 + \theta\acute{o}\rho\upsilon\beta o\varsigma \\ s_1 &= \left(|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 + \ldots + |h_{M1}|^2 + |h_{M2}|^2\right)x_1 + \theta\acute{o}\rho\upsilon\beta o\varsigma \end{aligned} \tag{3.57}$$

Το ενδιαφέρον στην περίπτωση αυτή είναι τα συνδυασμένα σήματα από τις M κεραίες λήψης αποτελούν απλή υπέρθεση των λαμβανόμενων σημάτων από κάθε κεραία. Δηλαδή χρησιμοποιώντας N κεραίες στον πομπό έχουμε μια διαφορικότητα 2N στο σύστημα μας. Ωστόσο οφείλουμε να παρατηρήσουμε ότι επειδή έχουμε στο πομπό 2πλή διαφορικότητα στον χρόνο στον δέκτη θα υπάρξει μια καθυστέρηση αποκωδικοποίησης 2 περιόδων συμβόλου. Αν έχουμε N-οστή διαφορικότητα στον πομπό στο δέκτη αντίστοιχα θα πρέπει να έχουμε καθυστέρηση αποκωδικοποίησης N περιόδων συμβόλου.

Μπορούμε να γράψουμε το κανάλι σε μορφή ενός εικονικού MIMO συστήματος

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_1^* \\ \vdots \\ r_M \\ r_M^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ -h_{12}^* & h_{11}^* \\ \vdots & \vdots \\ h_{M1} & h_{M2} \\ -h_{M2}^* & h_{M1}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} w_{1,t} \\ w_{1,t+T} \\ \vdots \\ w_{M,t} \\ w_{M,t+T} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.58)}$$

Το σημαντικό πλεονέκτημα που επιτυγχάνει αυτή η τεχνική είναι ότι βοηθάει στο να καταστεί το κανάλι ορθογώνιο πράγμα που διευκολύνει την αποκωδικοποίηση στο δέκτη καθώς τα σήματα είναι ήδη αποσυσχετισμένα και δεν απαιτείται καμιά διαδικασία μηδενισμού και ακύρωσης σημάτων. Πράγματι αν πάρουμε το γινόμενο $H^H H$ προκύπτει

$$H^H H = h^2 I_2 \qquad \textbf{(3.59)}$$

$$h^2 = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left| h_{ij} \right|^2 \qquad \textbf{(3.60)}$$

Η τεχνική αυτή μπορεί να επεκταθεί και σε σχήματα με περισσότερες κεραίες στον πομπό αρκεί ο αριθμός τους να είναι δύναμη του 2, δηλαδή $N=2^k$. Βέβαια παρόλο που η μετάδοση για ένα επίπεδο κανάλι χάνει την ορθογωνιότητα της για $k \geq 2$ αυτή η απώλεια δεν είναι πολύ ισχυρή όπως θα φανεί παρακάτω. Η επέκταση του σχήματος του Alamouti σε περισσότερες από 2 κεραίες εκπομπής μπορεί να γίνει αναδρομικά εφαρμόζοντας κάθε φορά το σχήμα σε επιμέρους 1x2 συστήματα.

$$H_{Alamouti} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ -H_2^* & H_1^* \end{bmatrix} \tag{3.61}$$

Έστω ότι έχουμε ένα MIMO σύστημα 1x4. Τότε σύμφωνα με την παραπάνω τεχνική θεωρούμε τους 2 υποπίνακες $\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \end{bmatrix}$ και $\begin{bmatrix} h_{13} & h_{14} \end{bmatrix}$ του συστήματος στους οποίους κάνουμε Alamouti, εφαρμόζουμε δηλαδή την γνωστή διαδικασία και παίρνουμε

$$H_1 = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ -h_{12}^* & h_{11}^* \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} h_{13} & h_{14} \\ -h_{14}^* & h_{13}^* \end{bmatrix} \tag{3.63}$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.62), (3.63) στην σχέση (3.61) παίρνουμε σαν τελικό εικονικό MIMO κανάλι

$$H_{Alamouti} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ -h_{12}^* & h_{11}^* & -h_{14}^* & h_{13}^* \\ -h_{13}^* & -h_{14}^* & h_{11}^* & h_{12}^* \\ h_{14} & -h_{13} & -h_{12} & h_{11} \end{bmatrix} \tag{3.64}$$

Το σχήμα αυτό μπορεί και με το ίδιο τρόπο να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε σχήμα $1x2^k$, θεωρώντας αρχικά 2 υποπίνακες $1x2^{k-1}$. Στην συνέχεια κάθε υποπίνακας χωρίζεται σε 2 υποπίνακες $1x2^{k-2}$ κ.ο.κ μέχρι να φτάσουμε σε υποπίνακες 1x2 και εφαρμόζουμε την διαδικασία που είπαμε αναδρομικά. Αν έχουμε M στοιχεία στο δέκτη εφαρμόζουμε την ανωτέρω διαδικασία για κάθε ένα από τα M στοιχεία στο δέκτη, έχουμε δηλαδή M συστήματα 1xN.

Από τη σχέση (3.64) βλέπουμε ότι αν πάρουμε το γινόμενο $H^H H$ (ή το γινόμενο HH^H) η ορθογωνιότητα έχει χαθεί καθώς όπως προκύπτει από την παρακάτω σχέση προκύπτουν και συντελεστές εκτός της διαγωνίου του $H^H H$.

$$H^H H = HH^H = h^2 \begin{bmatrix} I_2 & XJ_2 \\ -XJ_2 & I_2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(3.65)}$$

$$h^2 = \sum_{i=1}^{4} |h_{1i}|^2 \quad \textbf{(3.66)}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(3.67)}$$

$$X = 2\left[\mathrm{Re}\left(h_{11}h_{14}^* - h_{12}h_{13}^*\right)\right]/h^2 \quad \textbf{(3.68)}$$

Η σχέση (2.65) δείχνει ότι υπάρχει συσχετισμός μεταξύ των σημάτων s_1,s_4 και s_2,s_3 τα οποία θα πρέπει να διαχωριστούν στο δέκτη με άλλες τεχνικές πλέον καθώς δεν είναι αποσυζευγμένα μεταξύ τους. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφερθούμε και στο ρυθμό δεδομένων που μπορεί να σταλεί με αυτή την τεχνική. Σε ένα σύστημα 1xN, όπου $N=2^k$, στέλνοντας από N κεραίες N σύμβολα σε N χρόνους συμβόλου ο ρυθμός χώρου-χρόνου (S.T rate, space-time rate) είναι ίσος με 1, κάτι που είναι κατά πολύ υποδεέστερο από τις διαστρωματωμένες αρχιτεκτονικές οι οποίες σε μία περίοδο συμβόλου στέλνουν N σύμβολα οπότε έχουν N φορές το βασικό ρυθμό S.T_rate=N. Μια τεχνική που μπορεί να είναι συνδυαστική είναι σε σχήματα Alamouti τάξης 2^k, όπου k=2,3,… είναι να αποκοπούν τα σύμβολα που στέλνονται κατά τις τελευταίες N/2 περιόδους και να απομείνουν μόνο τα σύμβολα στις πρώτες N/2 περιόδους. Σε μια τέτοια περίπτωση ο ρυθμός μας θα είναι S.T_rate =2 φορές ο ρυθμός συμβόλου, και στο 1x4 παράδειγμα που αναφέραμε το εικονικό MIMO κανάλι θα γίνει

$$H_{Alamouti}^{truncated} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ -h_{12}^* & h_{11}^* & -h_{14}^* & h_{13}^* \end{bmatrix} \quad \textbf{(3.69)}$$

Στην τεχνική επέκτασης του σχήματος Alamouti σε $N=2^k$, $k\geq 2$ υπάρχει όπως προαναφέρθηκε το πρόβλημα της απώλειας της ορθογωνιότητας. Το πρόβλημα αυτό λύνεται, μόνο για την περίπτωση όπου k=2, δηλαδή N=4 σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο §3.4.3.1 για τα ορθογώνια σχήματα. Αποδεικνύεται ότι υπάρχει ένα τέτοιο σχήμα με S.T_rate= ½ στο οποίο ο εικονικός MIMO πίνακας είναι

$$H=\begin{bmatrix} h_{11} & -h_{12} & -h_{13} & -h_{14} & h_{11}^* & -h_{12}^* & -h_{13}^* & -h_{14}^* \\ h_{12} & h_{11} & h_{14} & -h_{13} & h_{12}^* & h_{11}^* & h_{14}^* & -h_{13}^* \\ h_{13} & -h_{14} & h_{11} & h_{12} & h_{13}^* & -h_{14}^* & h_{11}^* & h_{12}^* \\ h_{14} & h_{13} & -h_{12} & h_{11} & h_{14}^* & h_{13}^* & -h_{12}^* & h_{11}^* \end{bmatrix}^T \qquad \textbf{(3.70)}$$

για τον οποίο $HH^H = H^H H = 2h^2 I_4$ αλλά υπάρχει το μειονέκτημα της απώλειας ρυθμού μετάδοσης λόγου του μειωμένου S.T_rate.

Γενικά, παρατηρούμε από τις τεχνικές που παρουσιάστηκαν ότι υπάρχει στην πραγματικότητα ένα trade-off μεταξύ της αξιοποίησης της διαφορικότητας του καναλιού με το S.T_rate και την πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης στο δέκτη.

3.5. Αρχιτεκτονικές Αποκωδικοποίησης MIMO Στο Δέκτη

3.5.1. Γενικά

Το κύριο πλεονέκτημα των τεχνικών που παρουσιάστηκαν είναι ότι έχουν χαμηλή πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης στο δέκτη. Η κυριότερη τεχνική που εγγυάται τα βέλτιστα αποτελέσματα είναι ο αποκωδικοποιητής *Μεγίστης Πιθανότητας* (*ML, Maximum Likelihood)* ο οποίος ελαχιστοποιεί το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ του ληφθέντος διανύσματος r και του χώρου X^N των διανυσμάτων εκπομπής, όπου N είναι ο αριθμός των κεραιών εκπομπής και X είναι ο χώρος $\{X_1, X_2,...,X_L\}$ που περιλαμβάνει τα σύμβολα του σχήματος διαμόρφωσης μας. Ο αποκωδικοποιητής ML επιτυγχάνει την μικρότερη πιθανότητα λάθους για διανύσματα εκπομπής s ίσης πιθανότητας, δηλαδή για ένα κανάλι της μορφή r=Hs+w επιστρέφει τη λύση της εξίσωσης

$$\bar{s} = \arg\max_{s \in \mathrm{X}^{\mathrm{N}}} P(r \text{ λήφθηκε} \mid \mathrm{s} \text{ στάλθηκε})$$
$$= \arg\min_{s \in \mathrm{X}^{\mathrm{N}}} |r - Hs|^2 \quad \textbf{(3.71)}$$

Η πολυπλοκότητα των αποκωδικοποιητών ML αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό των κεραιών στον πομπό κάτι που καθιστά πρακτικά ασύμφορη και πολύ δύσκολη η υλοποίηση τους. Αν για παράδειγμα έχουμε ένα 4x4 MIMO σύστημα με διαμόρφωση 16-QAM, αυτό σημαίνει ότι στο δέκτη ο ανιχνευτής θα πρέπει να ψάξει σε ένα σύνολο 16^4 στοιχείων και γενικότερα για σχήματα με L σύμβολα και N κεραίες το σύνολο που θα πρέπει να εξετασθεί είναι L^N.

Υπάρχουν κάποιες άλλες τεχνικές οι οποίες είναι υποδεέστερες αλλά έχουν χαμηλότερη πολυπλοκότητα όπως η αποκωδικοποίηση σφαίρας και τεχνικές γραμμικής εξισορρόπησης και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αποκωδικοποίηση MIMO συστημάτων αν και πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχει ένα trade-off μεταξύ της πολυπλοκότητας και της επίδοσης τους. Στις τεχνικές που χρησιμοποιούνται όπως ο *ZF, ο MMSE, ο SQRD* και άλλες η πολυπλοκότητα αυξάνει γραμμικά με τον αριθμό των κεραιών. Βέβαια επειδή οι τεχνικές αυτές από μόνες τους δεν επαρκούν για να επιτύχουν ικανοποιητικά μικρό BER στο δέκτη χρησιμοποιείται συνήθως και ένας *Εξισορρόπησης Ανατροφοδότησης Απόφασης (DFE)* ο οποίος χρησιμεύει για την ανατροφοδότηση στο δέκτη των ήδη αποκωδικοποημένων συμβόλων ώστε να ακυρωθούν από το σήμα μας, θεωρούμενα πλέον ως παρεμβολή. Αυτή η τεχνική είναι η λεγόμενη *Σειριακή Ακύρωση Παρεμβολής (SIC, Successive Interference Cancellation).*

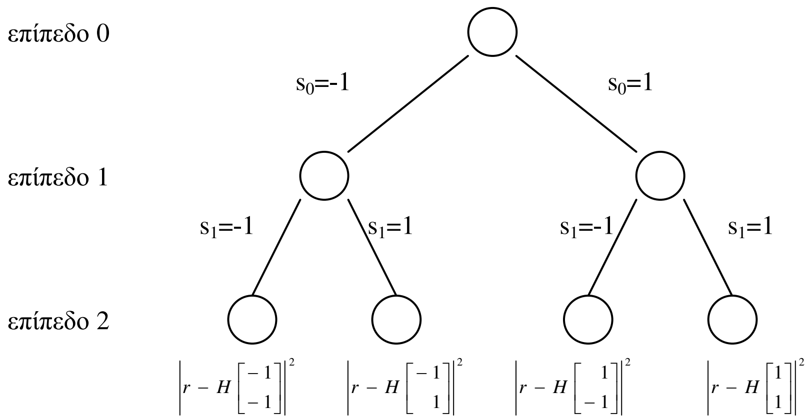
3.5.2. Αποκωδικοποίηση Σφαίρας (SD)

Η αποκωδικοποίηση σφαίρας είναι μία υψηλής ποιότητας τεχνική που συνιστά απλούστερη υλοποίηση του αποκωδικοποιητή ML έχοντας πολυωνυμικό κόστος στη μέση περίπτωση. Αυτό που αποτελεί εδώ το πρόβλημα είναι να βρεθεί η λύση ελάχιστων τετραγώνων σε ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων όπου ο το άγνωστο διάνυσμα έχει ακέραιους συντελεστές ενώ οι συντελεστές του πίνακα και του δοθέντος διανύσματος αποτελούνται από πραγματικούς αριθμούς. Αυτό ισοδυναμεί με το να βρεθεί το πλησιέστερο πλέγμα σημείων σε ένα δεδομένο σημείο, που είναι γνωστό ότι αποτελεί NP-πρόβλημα.

Η βασική ιδέα στην αποκωδικοποίηση σφαίρας είναι να σταθμιστούν μόνο τα πλέγματα σημείων $s \in \mathrm{X}^{\mathrm{N}}$ που ανήκουν σε μία σφαίρα με κέντρο το διάνυσμα λήψης r και ακτίνα d, μειώνοντας συνακόλουθα το χώρο ανίχνευσης και τους απαιτούμενους υπολογισμούς. Προφανώς, το πλησιέστερο πλέγμα σημείων μέσα στη σφαίρα θα είναι και το πλησιέστερο πλέγμα σημείων για όλο το πλέγμα. Βέβαια, βασικό ρόλο παίζει η επιλογή της ακτίνας d, διότι αν είναι πολύ μικρή δεν υπάρχουν καθόλου σημεία μέσα στη σφαίρα ενώ αν είναι πολύ μεγάλη θα έχουμε πάρα πολλά σημεία και συνεπώς αυξημένη πολυπλοκότητα.

Μία βασική παρατήρηση είναι ότι παρόλο που είναι δύσκολο να προσδιοριστούν τα πλέγματα σημείων σε m-διάστατη σφαίρα, αυτό αποτελεί πολύ απλή διαδικασία στην περίπτωση που N=1, διότι μία μονοδιάστατη σφαίρα εκφυλίζεται στα άκρα ενός διαστήματος, επομένως τα επιθυμητά πλέγματα σημείων θα είναι αυτές ακριβώς οι ακέραιες τιμές που βρίσκονται στο διάστημα αυτό. Αν υποθέσουμε ότι έχουμε προσδιορίσει όλα k-διάστατα πλέγματα σημείων που βρίσκονται στην σφαίρα ακτίνας d, τότε, για κάθε τέτοιο k-διάστατο πλέγμα, το σύνολο των αποδεκτών τιμών, της συντεταγμένης στην (k+1) διάσταση, που βρίσκονται στην κατά μία αυξημένης διάστασης σφαίρα, της ίδιας ακτίνας d, σχηματίζουν ένα διάστημα.

Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να προσδιορίσουμε όλα τα πλέγματα σημείων σε μία m-διάστατη σφαίρα, ακτίνας d, προσδιορίζοντας διαδοχικά όλα τα πλέγματα σημείων σε σφαίρες μικρότερων διαστάσεων 1,2,..,m και της ίδιας ακτίνας d. Αυτός ο αλγόριθμος στην ουσία κατασκευάζει ένα δέντρο, στο οποίο το k-οστό επίπεδο αντιστοιχεί στα πλέγματα σημείων που βρίσκονται στην k-διάστατη σφαίρα ακτίνας d. Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου εξαρτάται από το μέγεθος του δέντρου, δηλαδή τον αριθμό των πλεγμάτων σημείων που ψάχνει ο αλγόριθμος σε κάθε διάσταση.



Σχήμα 32:Διάγραμμα δυαδικού δέντρου με 3 επίπεδα, X={-1,1}

Ένα πλέγμα σημείων Hs βρίσκεται μέσα στη σφαίρα ακτίνας d με κέντρο το r εάν κι μόνο εάν

$$d^2 \geq \|r - Hs\|^2 \qquad \textbf{(3.72)}$$

Για να διασπαστεί το πρόβλημα αυτό είναι χρήσιμο να θεωρήσουμε την QR παραγοντοποίηση του πίνακα H.

$$H = Q\begin{bmatrix} \mathrm{R} \\ 0_{(M-N)\times N} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3.73)}$$

όπου R είναι ένας NxN άνω τριγωνικός πίνακας και Q=[Q_1 Q_2] είναι ένας MxM ορθογώνιος πίνακας. Οι πίνακες Q_1,Q_2 αναπαριστούν τις πρώτες N και τελευταίες (M-N) ορθοκανονικές στήλες του Q. Επομένως η σχέση (3.72) μπορεί να γραφεί ως

$$d^2 \geq \left\| r - [\mathrm{Q}_1\ \mathrm{Q}_2]\begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} s \right\|^2 = \left\| \begin{bmatrix} \mathrm{Q}_1^* \\ \mathrm{Q}_2^* \end{bmatrix} r - \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} s \right\|^2$$

$$= \left\| \mathrm{Q}_1^* r - Rs \right\|^2 + \left\| \mathrm{Q}_2^* r \right\|^2$$

$$d^2 - \left\| \mathrm{Q}_2^* r \right\|^2 \geq \left\| \mathrm{Q}_1^* r - Rs \right\|^2 \qquad \textbf{(3.74)}$$

Αν θέσουμε $y = Q_1^* r$ και $\left(d'\right)^2 = d^2 - \left\|Q_2^* r\right\|^2$ τότε η σχέση (3.74) γράφεται

$$\left(d'\right)^2 \geq \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \sum_{j=iN} r_{ij} s_j \right) \qquad \textbf{(3.75)}$$

Αν αναπτύξουμε το δεξί μέλος της σχέσης (3.75) βλέπουμε ότι για να ανήκει το Hs στη σφαίρα θα πρέπει $\left(d'\right)^2 \geq \left(y_m - r_{m,m} s_m\right)^2$. Αυτό σημαίνει ότι το s_m θα πρέπει να ανήκει στο διάστημα

$$\left\lceil \frac{-d' + y_m}{r_{m,m}} \right\rceil \leq s_m \leq \left\lfloor \frac{d' + y_m}{r_{m,m}} \right\rfloor \qquad \textbf{(3.76)}$$

όπου τα $\lfloor \cdot \rfloor$ και $\lceil \cdot \rceil$ δηλώνουν στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο μικρότερο και μεγαλύτερο στοιχείο του συνόλου των αριθμών που απαρτίζουν το πλέγμα. Βέβαια η σχέση (3.76) δεν είναι από μόνη της αρκετή. Για κάθε s_m που ικανοποιεί την (3.76) τότε θα αν ορίσουμε το $y_{m-1|m} = y_{m-1} - r_{m-1,m} s_m$ πρέπει το s_{m-1} να ανήκει στο διάστημα

$$\left\lceil \frac{-d'_{m-1} + y_{m-1,m}}{r_{m-1,m-1}} \right\rceil \leq s_{m-1} \leq \left\lfloor \frac{d'_{m-1} + y_{m-1,m}}{r_{m-1,m-1}} \right\rfloor \qquad \textbf{(3.77)}$$

Η συνθήκη αυτή ισχύει ανάλογα για όλα τα σύμβολα, προκειμένου να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο ανήκουν. Το πλήθος των αριθμητικών πράξεων που απαιτούνται για τον αλγόριθμό της αποκωδικοποίησης σφαίρας είναι το πολύ

$$\begin{aligned} \#ops = {} & \frac{1}{6}\left(2m^3 + 3m^2 - 5m\right) + \frac{1}{2}\left(m^2 + 12m - 7\right) \\ & \mathrm{x}\left(\left(2\left\lfloor \sqrt{\mathrm{d}^2 t} \right\rfloor + 1\right) \binom{\left\lfloor 4\mathrm{d}^2 t \right\rfloor + m - 1}{\left\lfloor 4\mathrm{d}^2 t \right\rfloor} + 1 \right) \end{aligned} \qquad \textbf{(3.78)}$$

όπου $t = \max\left(r_{1,1}^2, \ldots, r_{N,N}^2\right)$. Βέβαια, το παραπάνω φράγμα έχει φανεί να είναι εξαιρετικά ελαστικό από διάφορες αριθμητικές υλοποιήσεις του αλγορίθμου.

3.5.3. Προσαρμοσμένο Φίλτρο (Matched filter)

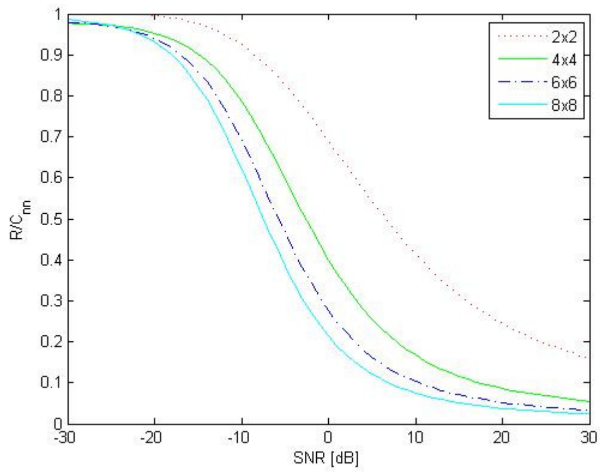
Το βέλτιστο προσαρμοσμένο φίλτρο αντιμετωπίζει την παρεμβολή των υπολοίπων ροών σαν πρόσθετο λευκό θόρυβο Gauss. Η δομή του μπορεί να περιγράφει μαθηματικά συσχετίζοντας το λαμβανόμενο σήμα y με το κανάλι της επιθυμητής ροής. Αυτό σε διανυσματική μορφή γράφεται ως εξής

$$x_k = H_k^H y = H_K^H H_k x_k + H_K^H H_{\backslash H} x_{\backslash k} + H_K^H n \tag{3.79}$$

όπου το διάνυσμα H_k περιλαμβάνει την στήλη k του πίνακα H που αντιστοιχεί στη ροή k και με $H_{\backslash k}$ δηλώνουμε τις υπόλοιπες στήλες του H που δεν σχετίζονται με τη ροή k και το ίδιο ισχύει για το συμβολισμό $x_{\backslash k}$. Ο θόρυβος $\tilde{n} = H_k^H n$ είναι πλέον έγχρωμος με αυτοσυσχέτιση

$$\Phi_{NN} = E\left\{\tilde{n}\tilde{n}^H\right\} = N_0 H_k^H H_k$$

Αν το διάνυσμα H_k είναι ορθογώνιο με τα διανύσματα $H_{\backslash k}$ τότε οποιαδήποτε παρεμβολή από άλλες ροές μηδενίζεται και ο ανιχνευτής είναι ο βέλτιστος δυνατός. Όμως αυτό σπάνια συμβαίνει σε ένα κανάλι και έτσι δημιουργείται πάντα παρεμβολή και η επιθυμητή ροή στο δέκτη έχει $SINR = \dfrac{\sigma_\kappa^2}{\sigma_N^2 + \sigma_I^2}$, γι' αυτό και το σχήμα αυτό δουλεύει καλύτερα για μικρό SNR κάτι που φαίνεται από το σχήμα 33.



Σχήμα 33:Απόδοση του Προσαρμοσμένου Φίλτρου για NxN MIMO

3.5.4. Αποσυσχετιστής (Decorrelator)

Ο αποσυσχετιστής είναι ισοδύναμος με την τεχνική ZF . Αυτό που κάνει είναι ότι ψάχνει το διάνυσμα x_{zf} που ελαχιστοποιεί την τετραγωνική ρίζα της Ευκλείδειας απόστασης από το λαμβανόμενο διάνυσμα y ώστε

$$\tilde{x}_{ZF} = \arg\min \left\| y - H\tilde{x} \right\| \qquad \textbf{(3.80)}$$

οπότε πολλαπλασιάζοντας το $\tilde{x}$ με το H θα έχουμε την πλησιέστερη ανακατασκευή του y. O χώρος που γίνεται η διερεύνηση του σήματος είναι ο N-διάστατος χώρος μιγαδικών αριθμών. Οπότε η τελική απόφαση απαιτεί μια 'σκληρή' απόφαση $\hat{x} = Q\left[\tilde{x}_{ZF}\right]$. Για να βρούμε το βέλτιστο σήμα αρκεί να θέσουμε την παράγωγο της Ευκλείδειας απόστασης ως προς το $\tilde{x}_{ZF}$ στο μηδέν

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}^H}\left(y - H\tilde{x}\right)^H \cdot \left(y - H\tilde{x}\right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}^H}\left(y^H y - y^H H\tilde{x} - \tilde{x}^H H^H y + \tilde{x}^H H^H H\tilde{x}\right)$$
$$= -H^H y + H^H H\tilde{x} = 0$$

της οποίας η λύση είναι

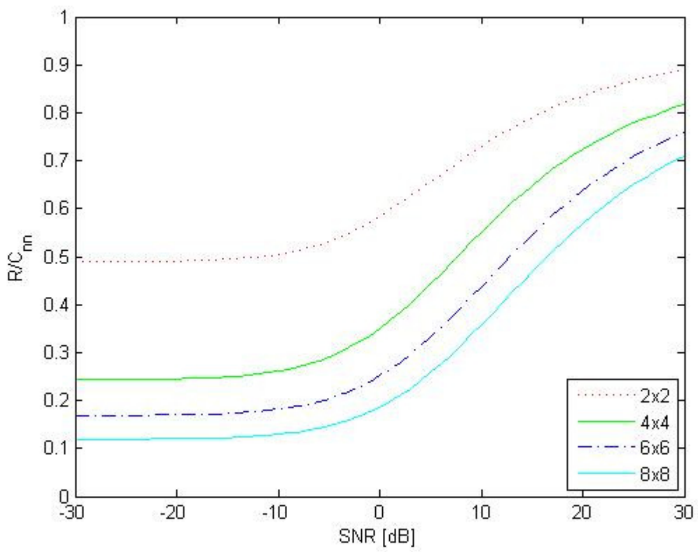
$$\tilde{x}_{ZF} = W_{ZF}^H \cdot y = \left(H^H H\right)^{-1} \cdot H^H \cdot y = R^{-1} \cdot r \qquad \textbf{(3.81)}$$

Στην ουσία η λύση μας είναι ένα σύνολο από προσαρμοσμένα φίλτρα, καθότι το y πολλαπλασιάζεται με H^H. H αποσυσχέτιση των φίλτρων πραγματοποιείται πολλαπλασιάζοντας το r με το R^{-1}. Υποθέτουμε βέβαια ότι ο πίνακας $H^H H$ αποτελείται από γραμμικά ανεξάρτητες στήλες και επομένως αντίστροφος του R υπάρχει. Εισάγοντας την εξίσωση του συστήματος στην παραπάνω εξίσωση προκύπτει

$$\tilde{x}_{ZF} = R^{-1}H^H \cdot (Hx + n) = x + R^{-1}H^H \cdot n = x + W_{ZF}^H n \qquad \textbf{(3.82)}$$

δηλαδή το εκτιμένο σήμα αποτελείται από το αρχικό μας σήμα και ένα επιπλέον όρο ο οποίος συνιστά το θόρυβο Gauss τροποποιημένο κατά τον παράγοντα W_{ZF}^{H}. Αυτή η τροποποίηση μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι αν το SNR στο δέκτη είναι χαμηλό τότε ο παράγοντας R^{-1} ενισχύει τον θόρυβο κάτι που φαίνεται και από τον πίνακα συνδιακύμανσης λάθους.

$$\Phi_{ZF} = E\left\{\left(\tilde{x}_{ZF} - x\right)\left(\tilde{x}_{ZF} - x\right)^{H}\right\} = W_{ZF}^{H} E\{nn\} W_{ZF} = N_0 R^{-1} \quad \textbf{(3.83)}$$



Σχήμα 34:Απόδοση του ZF για NxN MIMO

3.5.5. MMSE (Minimum Mean Squared Error)

Ο MMSE είναι ένα σχήμα ανίχνευσης το οποίο για μεγάλο SNR λειτουργεί σαν αποσυσχετιστής και για μικρό SNR λειτουργεί σαν προσαρμοσμένο φίλτρο. Αποτελεί δηλαδή μία μέση λύση ανάμεσα στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις κάτι που φαίνεται από την ανάλυση που ακολουθεί.

Αυτό που κάνει ο ανιχνευτής MMSE είναι να ελαχιστοποιεί το μέση τετραγωνική Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ του εκτιμώμενου συμβόλου $\tilde{x}_{MMSE} = W_{MMSE}^{H} y$ και του πραγματικού συμβόλου που μεταδόθηκε, όπου $W_{MMSE} = \arg\min E\left\{\left\|\tilde{W}^{H} y - a\right\|^{2}\right\}$.

Ακριβώς όπως και στην προηγούμενη περίπτωση βρίσκεται θέτοντας την μερική παράγωγο του W_{MMSE} ως προς το $\tilde{W}$ στο μηδέν.

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{W}} E\left\{ tr\left[\left(\tilde{W}^H y - a \right)\left(\tilde{W}^H y - a \right)^H \right] \right\} = \frac{\partial}{\partial \tilde{W}} tr\left[\tilde{W}^H \Phi_{yy} \tilde{W} - \tilde{W}^H \Phi_{yx} - \Phi_{xy} \tilde{W} + \Phi_{xx} \right]$$

$= \tilde{W}^H \Phi_{yy} - \Phi_{xy} = 0$ της οποίας η λύση είναι

$$W_{MMSE}^H = \Phi_{xy} \Phi_{yy}^{-1} \qquad \textbf{(3.84)}$$

Για να υπολογίσουμε τους παραπάνω πίνακες συνδιακύμανσης υποθέτουμε ότι οι ροές δεδομένων από κάθε κεραία είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστες καθώς και με το θόρυβο που προστίθεται σε κάθε ροή. Προκύπτει με βάση αυτές τις υποθέσεις ότι

$$\Phi_{yy} = E\left\{ yy^H \right\} = H\Phi_{xx} H^H + \Phi_{NN} = \sigma_x^2 HH^H + \sigma_N^2 I_{n_t}$$

$$\Phi_{xy} = E\left\{ xy^H \right\} = \Phi_{xx} H^H + \Phi_{xn} = \sigma_x^2 H^H$$

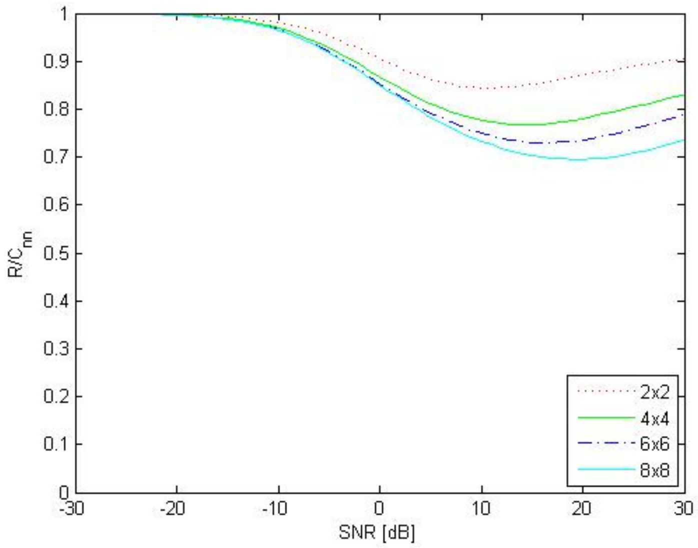
Εισάγοντας τις σχέσεις αυτές στην εξίσωση (3.84) προκύπτει για το MMSE φίλτρο

$$W_{MMSE}^H = \sigma_x^2 H^H \left(\sigma_x^2 HH^H + \sigma_N^2 I_{n_t} \right)^{-1} = H^H \left(HH^H + \frac{\sigma_N^2}{\sigma_x^2} I_{n_t} \right)^{-1}$$

$$W_{MMSE}^H = \left(H^H H + \frac{\sigma_N^2}{\sigma_x^2} I_{n_t} \right)^{-1} H^H = \left(R + \frac{\sigma_N^2}{E_s} I_{n_t} \right)^{-1} H^H$$

Από την παραπάνω σχέση μπορούμε να δικαιολογήσουμε τη διττή φύση του MMSE και γιατί λειτουργεί στο σύνολο του καλύτερα από το προσαρμοσμένο φίλτρο και τον αποσυσχετιστή για οποιαδήποτε τιμή του SNR.

- Όταν SNR>>1 τότε μέσα στην παρένθεση επικρατεί ο 1^{ος} όρος και ο MMSE λειτουργεί σαν αποσυσχετιστής.
- Όταν SNR<<1 τότε μέσα στην παρένθεση επικρατεί ο 2^{ος} όρος και ο MMSE λειτουργεί σαν προσαρμοσμένο φίλτρο.



Σχήμα 35:Απόδοση του MMSE για NxN MIMO

3.5.6. QR Αποκωδικοποιητής (QR decomposition)

Οι παραπάνω τεχνικές περιλαμβάνουν αντιστροφή πινάκων με συνέπεια το μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Μια διαφορετική προσέγγιση η οποία επίσης προϋποθέτει γνώση του καναλιού από το δέκτη είναι η τεχνική SQRD η οποία μειώνει κατά πολύ την πολυπλοκότητα και αποτελεί μια επέκταση της τεχνικής της αποσύνθεσης QR. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε το παρακάτω κανάλι MIMO στο οποίο τα σύμβολα έχουν διαμορφωθεί με οποιοδήποτε σχήμα από τα BPSK, M-QAM, M-PSK και θεωρούμε CSI στον δέκτη.

Με την τεχνική QR αποσυνθέτουμε τον πίνακα H σε δυο πίνακες Q,R έτσι ώστε να ισχύει H=QR όπου ο Q είναι ένας MxN μοναδιαίος πίνακας και ο R είναι ένας NxN άνω τριγωνικός πίνακας οπότε $(h_1 \dots h_N) = (q_1 \dots q_N)\begin{pmatrix} r_{1,1} & \cdots & r_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & r_{N,N} \end{pmatrix}$

Πολλαπλασιάζοντας λοιπόν την εξίσωση του καναλιού από τα αριστερά με Q^H

προκύπτει $c = Q^H r = Rs + Q^H w$ και επειδή ο Q είναι μοναδιαίος αφήνει το θόρυβο όπως είναι. Το 'ωφέλιμο' σήμα για τη ροή δεδομένων k μπορεί να γραφεί ως εξής $r_k = R_{k,k} s_k + w_k + \sum_{i=k+1}^{N} R_{k,i} s_i$ όπου ο τελευταίος παράγοντας αποτελεί την παρεμβολή των υπόλοιπων ροών στο σήμα. Καθότι ο R είναι άνω τριγωνικός το κ-οστό στοιχείο είναι ανεξάρτητο από τα k-1 σήματα οπότε και η εκτίμηση των σημάτων γίνεται από το τέλος έτσι ώστε το σήμα μας να είναι τελείως ελεύθερο από παρεμβολές. Καθώς γίνεται ο υπολογισμός των σημάτων από το τέλος προς την αρχή τροποποιούμε το σήμα αφαιρώντας τα ήδη εκτιμημένα σήματα από το τρέχον το οποίο πλέον μπορεί να υπολογιστεί χωρίς παρεμβολή.

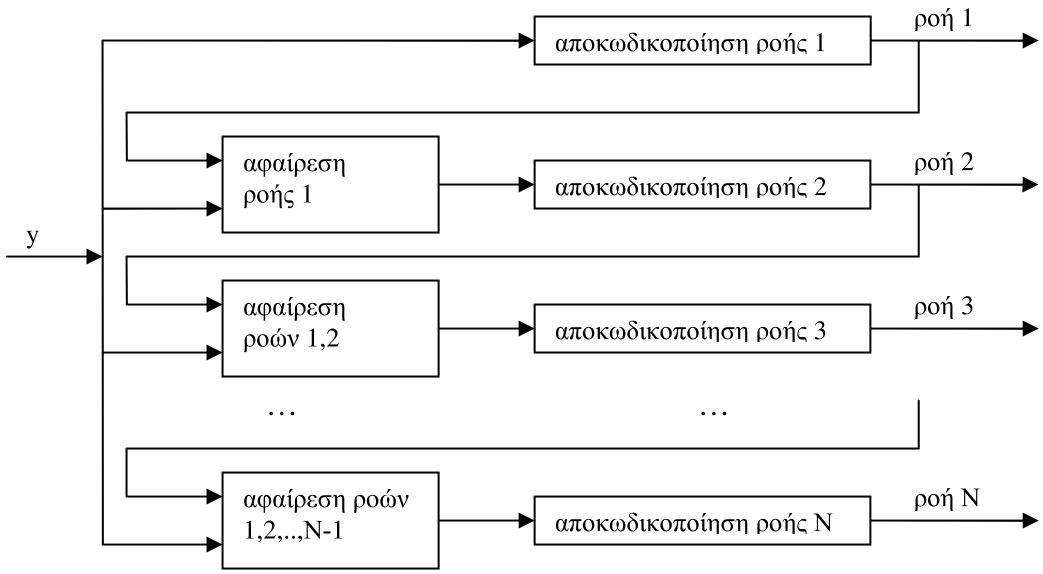
Ο βελτιστοποιημένος αλγόριθμος SQRD αποτελεί επέκταση του αλγορίθμου Gram-Schmidt ο οποίος υπολογίζει τον πίνακα Q κατά στήλες από αριστερά προς τα δεξιά με αρχική τιμή Q=H και τον πίνακα R κατά σειρές από πάνω προς τα κάτω. Σε κάθε βήμα γίνονται υπολογισμοί και αναδιατάξεις των στοιχείων του R και του Q ώστε να εκμεταλλευτούμε το μονοπάτι με την μεγαλύτερη ενέργεια για να υπολογίζουμε το 1^o σήμα, μεγιστοποιώντας κατ' αυτό τον τρόπο την πιθανότητα ορθότητας ώστε να μην υπάρξει αναπαραγωγή του λάθους κατά τη διάρκεια της ακύρωσης των σημάτων.

3.5.7. SIC(Successive Interference Cancellation)

Σε αυτό το σχήμα που έχει αναπτυχθεί κυρίως για υπηρεσίες πολλαπλής πρόσβασης θεωρούμε ότι το σήμα που λαμβάνεται σε κάθε κεραία στον δέκτη αποτελείται από το σήμα που μας ενδιαφέρει ενώ τα υπόλοιπα θεωρούνται ως απλή παρεμβολή

Για κάθε ροή k που πρόκειται να αποκωδικοποιηθεί όλα εκτιμώμενα σήματα $s_1, s_2, \ldots s_N$ πολλαπλασιάζονται με βάρη τους συντελεστές συσχέτισης H_j αθροίζονται και στη συνέχεια αφαιρούνται από την έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου

Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλα τις ροές. Αν δεν συμβεί λάθος σε κάποια αποκωδικοποίηση η παρεμβολή συνεχώς ακυρώνεται. Αυτή ακριβώς είναι και η αδυναμία της τεχνικής αυτής, η λεγόμενη *μετάδοση σφάλματος (error propagation)*. Αν κάποιο σύμβολο δεν αποκωδικοποιηθεί σωστά τότε κατά την εξαγωγή του από το σήμα θα επιβαρύνει την εκτίμηση του επόμενου συμβόλου. Εξαιτίας του γεγονότος



Σχήμα 36:Μπλοκ διάγραμμα της SIC τεχνικής κατά την αποκωδικοποίηση πολλών ροών στο δέκτη

αυτού είναι προτιμότερο η ακύρωση των σημάτων να μην γίνεται με την σειρά λήψης αλλά με διαφορετική, καλύτερη διάταξη η οποία ελαχιστοποιεί την πιθανότητα σφάλματος κατά την ακύρωση. Η διάταξη αυτή γίνεται με βάση το λαμβανόμενο SIR σε κάθε κεραία ώστε να ανιχνεύονται τα σήματα που έχουν το μέγιστο SIR μεταξύ των υπολοίπων, διότι αυτά θα έχουν και την καλύτερη πιθανότητα σωστής εκτίμησης κάτι που μπορεί να αποδειχθεί (βλέπε παράρτημα).

4. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΙΜΟ

4.1. Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μια θεωρητική μελέτη και προσομοίωση ενός ΜΙΜΟ συστήματος στη μικροκυματική περιοχή των 5,25GHz σύμφωνα με το πρότυπο 802.11n, το οποίο καθορίζει τα στοιχεία του καναλιού (απόσταση αναφοράς, σκίαση, απόκριση καναλιού). Για τις ανάγκες της προσομοίωσης θα χρησιμοποιηθεί το περιβάλλον MATLAB στο οποίο θα μοντελοποιηθούν όλα τα χαρακτηριστικά του υπό μελέτη συστήματος (πομπός, δέκτης, κανάλι). Θα υλοποιηθούν τεχνικές ΜΙΜΟ που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια με σκοπό την σύγκριση τους ως προς την απόδοση. Η σύγκριση θα γίνει στο επίπεδο ζεύξης δεδομένων, δηλαδή τα αποτελέσματα που θα εξαχθούν από τις εξομοιώσεις θα αφορούν στο BER και στο throughput σε σχέση με την απόσταση. Με βάση τα αποτελέσματα που θα προκύψουν θα εξαχθούν στη συνέχεια κάποια συμπεράσματα για τους τρόπους με τους οποίους οι τεχνικές αυτές και οι οποιεσδήποτε άλλες παράμετροι μπορούν να συνδυαστούν ώστε να εκμεταλλευτούμε με τον καλύτερο τρόπο τον ασύρματο δίαυλο.

4.2. Μοντελοποίηση του Συστήματος

4.2.1. Απώλειες Διαδρομής

Για τις απώλειες διαδρομής θα χρησιμοποιηθεί το τυπολόγιο που παρουσιάστηκε στο 1^{o} κεφάλαιο. Για τις απώλειες ελεύθερου χώρου, συνθήκη που ισχύει μέχρι την απόσταση αναφοράς οι απώλειες δίνονται από εξίσωση Friis που ισχύει για τον ελεύθερο χώρο

$$L_{LOS}(d) = 20\log\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right) - G_r - G_t \quad \textbf{(4.1)}$$

Μετά την απόσταση αναφοράς όπου έχουμε διάδοση μη οπτικής επαφής και σκίαση οι απώλειες δίνονται από τη σχέση (1.8) έχοντας λάβει υπόψη αυτή τη φορά τη σκίαση που προκαλείται από το περιβάλλον.

$$L_{NLOS}(d) = L(d_0) + 10n\log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) + X_s \qquad \textbf{(4.2)}$$

όπου d_0 είναι η απόσταση αναφοράς μέχρι την οποία ισχύει η διάδοση ελεύθερου χώρου και n είναι ένας συντελεστής που εξαρτάται από το περιβάλλον και X_s είναι η λογαριθμοκανονική σκίαση, μια τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή και διασπορά σ_s.

Με βάση το πρότυπο 802.11n παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα οι τιμές της απόστασης αναφοράς, του δείκτη n και της σκίασης για τα διάφορα WLAN μοντέλα σύμφωνα με το πρότυπο

Τύπος εσωτερικού χώρου	Απόσταση αναφοράς d_{BP} (m)	Κλίση πριν το d_{BP}	Κλίση μετά το d_{BP}	Διασπορά σκίασης(dB) πριν το d_{BP} (LOS)	Διασπορά σκίασης(dB) μετά το d_{BP} (NLOS)
A	5	2	3.5	3	4
B	5	2	3.5	3	4
C	5	2	3.5	3	5
D	10	2	3.5	3	5
E	20	2	3.5	3	6
F	30	2	3.5	3	6

Πίνακας 4:Παράμετροι για περιβάλλοντα σύμφωνα με το πρότυπο 802.11n

Εμείς χρησιμοποιούμε τα στοιχεία για το μοντέλο B, δηλαδή η απόσταση αναφοράς είναι 5m, n=3.5 , $\sigma_s = 3$ πριν την απόσταση αναφοράς και $\sigma_s = 4$ μετά την απόσταση αναφοράς όποτε από τις σχέσεις (3.1), (3.2) προκύπτει

$$L_{NLOS}(d) = L(5m) + 35\log_{10}\left(\frac{d}{5}\right) + X_s \qquad \textbf{(4.3)}$$

4.2.2. Προσθετικός Λευκός Θόρυβος Gauss (AWGN)

Όπως έχουμε αναφέρει στα προηγούμενα κεφάλαια ένα σήμα $s(t)$ κατά τη διέλευση του από το κανάλι υφίσταται εκτός από τη εξασθένιση πλάτους και τη μετατόπιση φάσης που εκφράζεται από τον όρο $h(t)$και παραμόρφωση η οποία οφείλεται σε θόρυβο $w(t)$ (βλέπε σχήμα 4). Ο θόρυβος αυτός στις περισσότερες περιπτώσεις θεωρείται ότι είναι λευκός θόρυβος Gauss, ο οποίος μοντελοποιείται σαν μια τυχαία διαδικασία με μηδενική μέση τιμή και φασματική πυκνότητα $N_0/2$. Έτσι το σήμα στο δέκτη θα έχει τη μορφή $r(t) = h(t)s(t) + w(t)$

Ως γνωστό ένα σημαντικό στοιχείο στο δέκτη είναι ο σηματοθορυβικός λόγος (SNR) που ισούται με το λόγο της ισχύος του ληφθέντος σήματος P_r προς την ισχύ του θορύβου P_w. Θεωρώντας ότι το σήμα μας έχει εύρος ζώνης W ο ζωνοπερατός θόρυβος που υπερτίθεται στο σήμα μας θα έχει εύρος ζώνης 2W και επομένως η ισχύς του στο δέκτη θα είναι $P_w = N_0 W$. Με βάση τα παραπάνω το SNR στην είσοδο του δέκτη μπορεί να γραφεί ως εξής

$$SNR = \frac{P_r}{N_0 W} \qquad \textbf{(4.4)}$$

Αν στην παραπάνω σχέση αντικαταστήσουμε την ισχύ του σήματος λήψης με τη σχέση $P_r = E_s / T_s$ όπου E_s, T_s είναι η ενέργεια και χρόνος συμβόλου αντίστοιχα προκύπτει η εξής έκφραση για το SNR

$$SNR = \frac{E_s / T_s}{N_0 W} \qquad \textbf{(4.5)}$$

Στην περίπτωση που εξετάζουμε οι μορφοποιητικοί παλμοί που χρησιμοποιούνται έχουν διάρκεια αντίστροφη του εύρους ζώνης δηλαδή ισχύει η σχέση $T_s = 1/W$, οπότε η σχέση (4.5) γίνεται

$$SNR = \frac{E_s}{N_0} \qquad \textbf{(4.6)}$$

Μια περαιτέρω εξέλιξη της σχέσης (4.6) μπορεί να γίνει στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε σχήματα διαμόρφωσης με $M=2^k$ επίπεδα στα οποία ο αριθμός των bit που περιέχονται σε κάθε σύμβολο είναι $k=\log_2 M$. Με βάση την παρατήρηση αυτή εφόσον κάθε σύμβολο θα περιέχει k bit, η ενέργεια συμβόλου μπορεί γραφεί ως

$$E_s = E_b \cdot \log_2(M) \qquad \textbf{(4.7)}$$

Επιπλέον αν κάνουμε την παρατήρηση, που ισχύει στις περισσότερες περιπτώσεις ότι η ισχύς του πομπού παραμένει σταθερή ή ισοδύναμα η ενέργεια που ανατίθεται σε κάθε bit είναι σταθερή, τότε στην περίπτωση που το σύστημα μας χρησιμοποιεί κωδικοποίηση για να έχουμε σταθερή ενέργεια συμβόλου θα πρέπει να ισχύει η σχέση $E_b^{'} = E_b \cdot coderate$, όπου $E_b^{'}$ είναι η ενέργεια του κωδικοποιημένου bit και $coderate$ είναι ο ρυθμός του κώδικα μας. Συνοψίζοντας τα παραπάνω στοιχεία το SNR μπορεί να γραφεί σε όρους ενέργειας bit, επιπέδων διαμόρφωσης και ρυθμού κώδικα ως εξής

$$SNR = \frac{E_s}{N_0} = \frac{E_b^{'} \cdot \log_2(M)}{N_0} = \frac{E_b \cdot coderate \cdot \log_2(M)}{N_0} \qquad \textbf{(4.8)}$$

και η ισοδύναμη σχέση σε dB είναι

$$SNR = E_b/N_0 + 10\log_{10}\left(coderate \cdot \log_2(M)\right) \qquad \textbf{(4.9)}$$

4.2.3. Διαμόρφωση M-QAM

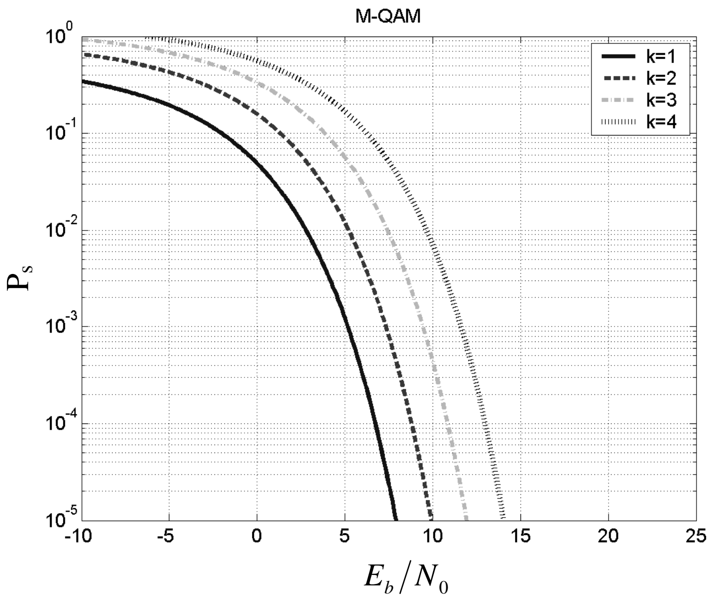
Στο σύστημα που εξετάζουμε θα χρησιμοποιηθεί ως σχήμα διαμόρφωσης η M-QAM με M επίπεδα διαμόρφωσης, στην οποία, όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, ο αριθμός των bit σε κάθε σύμβολο είναι $k = \log_2(M)$. Για το συγκεκριμένο είδος διαμόρφωσης η πιθανότητα λάθους συμβόλου για SISO φράσσεται από την παρακάτω έκφραση

$$P_s = 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3 \cdot (E_s/N_0)}{(M-1)}}\right) \qquad \textbf{(4.10)}$$

οπότε η πιθανότητα λάθους ενός bit στην M-QAM φράσσεται προφανώς από την παρακάτω έκφραση

$$P_b \approx \frac{P_s}{k} = \frac{4}{\log_2 M}\left(1-\frac{1}{\sqrt{M}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3\cdot\left(E_b/N_0\right)\cdot\log_2 M}{\left(M-1\right)}}\right) \quad \textbf{(4.11)}$$

Όπου Q είναι η συνάρτηση ουράς $Q(z) = \Pr\{x \geq z\} = \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$



Σχήμα 37:SEP για M-QAM

Με δεδομένο ότι ο πομπός αποδίδει σταθερή ισχύ σε κάθε σύμβολο ανεξάρτητα από τον αριθμό των επιπέδων M που χρησιμοποιούνται, από το σχήμα 34 παρατηρούμε ότι καθώς μεγαλώνει ο αριθμός των bit που αποτελούν ένα M-QAM σύμβολο η καμπύλη για SER μετακινείται προς τα δεξιά. Με άλλα λόγια, το SER χειροτερεύει για δεδομένο E_b/N_0 θυσιάζοντας μέρος της αξιοπιστίας του συστήματος προς αύξηση της χωρητικότητας του καναλιού.

4.2.4. Ο Ασύρματος Δίαυλος

Για το κανάλι μας γίνεται χρήση ενός από τα 6 μοντέλα καναλιών που έχουν αναπτυχθεί με βάση το πρότυπο 802.11n για WLAN περιβάλλοντα. Το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί για τις εξομοιώσεις είναι το μοντέλο B το οποίο χαρακτηρίζεται, όπως φαίνεται από τον πίνακα 5, από

- 15nsec delay spread
- απόσταση αναφοράς d_{BP}=5m
- n=3.5 μετά την απόσταση αναφοράς
- διασπορά σκίασης $\sigma_s = 4dB$ για d≥d_{BP}

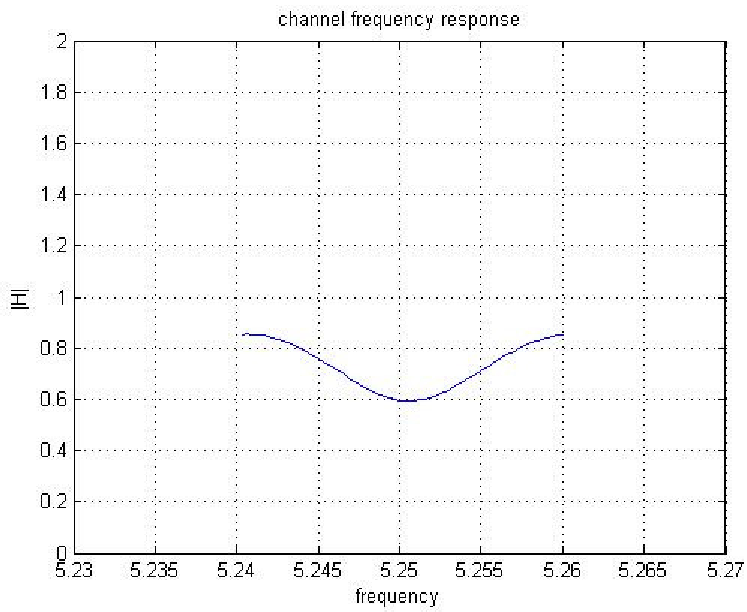
Το μοντέλο του καναλιού περιλαμβάνει διάδοση πολλαπλών διαδρομών με 9 μονοπάτια. η σχετική απόκριση και σχετική καθυστέρηση των οποίων φαίνεται στον παρακάτω πίνακα

σχετική ισχύς (dB)	σχετική καθυστέρηση (ns)
0	0
-5.4287	10
-2.5162	20
-5.8905	30
-9.1603	40
-12.5105	50
-15.6126	60
-18.7147	70
-21.8168	80

Πίνακας 5:Προφίλ καθυστέρησης ισχύος για το Β μοντέλο

Το μοντέλο αυτό έχει αναπτυχθεί για τη συχνότητα των 5,25GHz και για εύρος ζώνης 100MHz, όμως το εύρος ζώνης που θα χρησιμοποιηθεί είναι 20MHz. Αυτό σημαίνει ότι ο δέκτης θα πρέπει να δειγματοληπτεί το κανάλι ανά $\left(1/20\right)\cdot 10^{-6} = 50n\sec$. Όμως τα taps όπως φαίνεται στον πίνακα 5 διαφέρουν κατά 10sec. Επομένως έχοντας στο δέκτη δειγματοληψία ανά 50ns τα taps θα αντιμετωπίζονται αθροιστικά ανά 5, δηλαδή θα αθροίζονται μαζί αυτά που ανήκουν στο διάστημα 0-49ns και αυτά που ανήκουν στο διάστημα 50-99ns. Έχοντας στο δέκτη, ουσιαστικά, 2 taps η επιλεκτικότητα ως προς τη συχνότητα αναμένεται να είναι μικρή κάτι που φαίνεται και στο σχήμα 38 για μία ζεύξη πομπού-δέκτη.

Επειδή το κανάλι είναι επιλεκτικό ως προς τη συχνότητα θα χρησιμοποιηθεί διαμόρφωση OFDM με 64 υποφέροντα, όπου το καθένα θα έχει φάσμα $\Delta f = \left(20/64\right)MHz = 312{,}5KHz$ οπότε το κανάλι θα αντιμετωπίζεται ως επίπεδο από κάθε υποφέρον.



Σχήμα 38:Κανονικοποιημένη απόκριση καναλιού στη συχνότητα σε ένα ζεύγος κεραιών πομπού-δέκτη

Ο πίνακας του καναλιού προκύπτει από τους πίνακες συσχέτισης στον πομπό και στο δέκτη και προκύπτει από την έκφραση

$$H = \sqrt{P}\left(\sqrt{\frac{K}{K+1}}H_F + \sqrt{\frac{1}{K+1}}H_v\right) \qquad \textbf{(4.12)}$$

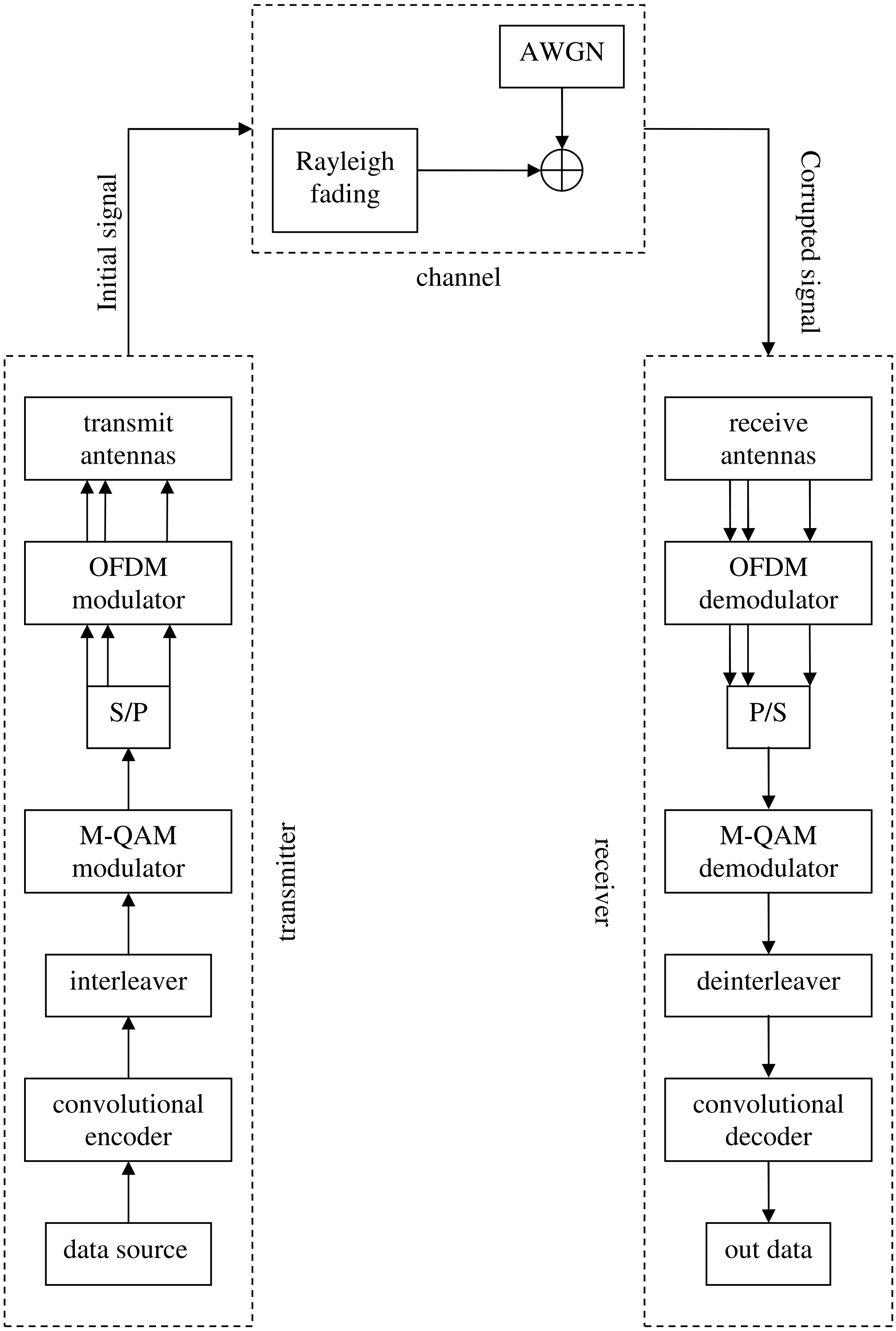
όπου K είναι ο παράγοντας Rice, $H_{F,ij} = \exp\left(j\phi_{ij}\right)$ είναι τα στοιχεία του σταθερού πίνακα για τη LOS ζεύξη και $H_{v,ij} = X_{ij}$ είναι τα στοιχεία του πίνακα NLOS (Rayleigh) που είναι συσχετισμένες μιγαδικές μεταβλητές Gauss με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διασπορά. Τα στοιχεία X_{ij} υπολογίζονται με βάση τους πίνακες συσχέτισης του πομπού και του δέκτη R_{tx}, R_{rx} οι οποίοι με τη σειρά τους υπολογίζονται από διάφορα άλλα μαθηματικά μοντέλα λαμβάνοντας υπόψη τους τις γωνίες αναχώρησης (AoD) τις γωνίες άφιξης (AoA) και το εύρος σκέδασης (AS) από τους σκεδαστές του συστήματος μας.

4.3. Διάγραμμα συστήματος

Το μπλοκ διάγραμμα του συστήματος μας φαίνεται στο σχήμα και τα στοιχεία του αναλύονται στις παραγράφους που ακολουθούν.

4.3.1. Πομπός

Ο πομπός αρχικά παράγει μια ψευδοτυχαία ακολουθία από bit ('0' και '1' με ίση πιθανότητα εμφάνισης) η οποία αποτελεί και τα δεδομένα για το πακέτο που θα στείλουμε μέσα από το κανάλι μας.



Σχήμα 39:Διάγραμμα του προτεινόμενου MIMO συστήματος

Η αρχική ροή δεδομένων στη συνέχεια περνάει μέσα από ένα συνελικτικό κωδικοποιητή(convolutional encoder) του οποίου τα πολυώνυμα γεννήτριες είναι τα $\{133{,}188\}_8$ (ο δείκτης υποδηλώνει το οκταδικό σύστημα), ο ρυθμός κώδικα είναι ½ και το constraint length είναι 7. Βεβαίως υπάρχει και η επιλογή του puncturing μέσω του οποίου το σύστημα μας μπορεί να επιτύχει υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης με coderate $2/3$ ή $3/4$ αντί για ½ . Τα κωδικοποιημένα bit στη συνέχεια υφίστανται τυχαία διαφύλλωση (random interleaving) για να αποσυσχετισθούν τα bit του κώδικα μας.

Τα κωδικοποιημένα bit στη συνέχεια οργανώνονται σε ομάδες των $k=\log_2 M$, όπου το M εξαρτάται από την M-επίπεδη διαμόρφωση που χρησιμοποιούμε. Οι ομάδες αυτές απεικονίζονται στο δεκαδικό σύστημα και στη συνέχεια οδηγούνται στο διαμορφωτή ο οποίος χρησιμοποιεί τις εισόδους για να εξάγει τα M-QAM σύμβολα που λαμβάνουν τιμές στο μιγαδικό επίπεδο. Τα σύμβολα αυτά, που θεωρούμε ότι είναι ήδη στη συχνότητα ομαδοποιούνται σε OFDM σύμβολα και στην συνέχεια τα σύμβολα αυτά οδηγούνται στις κεραίες εκπομπής για μετάδοση τους από το κανάλι. Να σημειωθεί ότι για λόγους ποιοτικής σύγκριση τα σύμβολα είναι πάντα κανονικοποιημένα ώστε η ενέργεια τους να είναι σταθερή και ίση με 1 ανεξάρτητα από το είδος διαμόρφωσης και τον αριθμό των κεραιών.

4.3.2. Κανάλι

Μετά τη διαμόρφωση τους από τον πομπό τα σύμβολα διοχετεύονται στο κανάλι μας για εκπομπή. Το κανάλι είναι το στοιχείο της εξομοίωσης που παραμορφώνει το σήμα μας. Αποτελείται από ένα πίνακα 3 διαστάσεων, οι οποίες εκφράζουν μετάδοση στο χώρο και τη συχνότητα. Ο πίνακας αποτελείται από στοιχεία που είναι μιγαδικά, με πραγματικά και φανταστικά μέρη i.i.d που έχουν κατανομή $N\left(0,\sqrt{1/2}\right)$. Ο πίνακας αυτός αποτελεί και το κανάλι Rayleigh που υποθέτουμε ότι είναι η κατανομή που ακολουθεί το κανάλι μας.

Σε 2η φάση προστίθεται στο σήμα λευκός θόρυβος Gauss σε κάθε συντελεστή του διανύσματος εκπομπής που είναι ένα τυχαίο μιγαδικό διάνυσμα με πραγματικά και φανταστικά μέρη i.i.d με κατανομή $N\left(0,\sqrt{N_0/2}\right)$ και οδηγεί σε παραμόρφωση του σήματος μας. Ο θόρυβος αυτός προστίθεται κάθε φορά στο σήμα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να έχουμε συγκεκριμένο SNR στο δέκτη κάθε φορά.

4.3.3. Δέκτης

Στο δέκτη γίνεται η ανάκτηση των συμβόλων από με βάση τις εκτιμήσεις που προκύπτουν από την ροή των εισερχόμενων διανυσμάτων. Το εισερχόμενο διάνυσμα, που φθάνει σε κάθε περίοδο συμβόλου, οδηγείται στον εκάστοτε αποκωδικοποιητή MIMO που έχει υλοποιηθεί και με τις τεχνικές που ενσωματώνει ο αποκωδικοποιητής γίνεται η εκτίμηση των συντελεστών του διανύσματος εκπομπής με βάση το διάνυσμα λήψης.

Στη συνέχεια αφού ανακτήσουμε τα κωδικοποιημένα bit από τα εκτιμώμενα M-QAM σύμβολα, μέσω αποδιαμόρφωσης, οδηγούμε την ροή αυτή στον αποδιαφυλλωτή ο οποίος έχοντας γνώση της αναδιάταξης που γίνεται στον πομπό κάνει την αντίστροφη ακριβώς διαδικασία προκειμένου τα αποσυσχετισμένα bit να αναδιαταχθούν στην αρχική τους ακολουθία. Η ροή που προκύπτει οδηγείται στον συνελικτικό αποκωδικοποιητή ο οποίος χρησιμοποιώντας το αλγόριθμο Viterbi προσπαθεί να διορθώσει τα όποια λάθη έχουν γίνει κατά τη διέλευση από το κανάλι.

Εν τέλει ανακτάται μια εκτίμηση των δεδομένων του πακέτου που είχε αρχικά αποσταλεί. Τα πακέτα δεδομένων εξόδου συγκρίνονται με τα αντίστοιχα πακέτα δεδομένων εισόδου προκειμένου να εξαχθεί το ποσοστό λαθών (BER) και το ποσοστό χαμένων πακέτο (PER), τα οποία με τη σειρά τους χρησιμοποιούνται για διαγραμματική παρουσίαση του BER συναρτήσει του λόγου E_b/N_0 και της χωρητικότητας που επιτυγχάνει το σύστημα στις αποστάσεις όπου το SNR στο δέκτη αντιστοιχεί στις τιμές E_b/N_0 για τις οποίες εξάχθηκαν τα αποτελέσματα αυτά.

4.4. Στοιχεία Εξομοίωσης

4.4.1. BER vs E_b/N_0

Το μέρος αυτό των εξομοιώσεων που έγιναν αφορούσαν σε διαφορετικές ρυθμίσεις του πομπού και του δέκτη ως προς σχήμα διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται, το ρυθμό κώδικα, την κανονικοποιημένη απόσταση σε μήκη κύματος μεταξύ των στοιχείων στις κεραίες πομπού-δέκτη και σε δύο μοντέλα καναλιού. Σε κάθε τέτοια ρύθμιση εξετάζεται η χωρητικότητα του καναλιού που επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας διαμόρφωση M-QAM με M=4,16,64 και ρυθμό κώδικα 1/2. Οι ανωτέρω περιπτώσεις εξετάζονται ως προς το BER και το PER που επιτυγχάνει το σύστημα μας σε διάφορες τιμές του λόγου E_b/N_0 για διαφορετικούς συνδυασμούς κεραιών στον πομπό και στο δέκτη

Είναι προφανές από το σχεδιασμό του συστήματος που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο ότι η κωδικοποίηση γίνεται σε όλα τα δεδομένα και στη συνέχεια τα ίδια σύμβολα του ιδίου στρώματος οδηγούνται πάντα στην ίδια κεραία. Επομένως για στην περίπτωση της διαστρωματωμένης εκπομπής έχουμε την τεχνική V-BLAST ενώ στην περίπτωση των STBC γίνεται υλοποίηση του σχήματος Alamouti. Για την αποκωδικοποίηση χρησιμοποιούνται διάφοροι συνδυασμοί αποκωδικοποιητών που περιγράφηκαν στην παράγραφο §3.5 όπως ο MMSE, ZF και ο SQRD σε συνδυασμό με την SIC τεχνική.

4.4.2. Raw Throughput vs Distance

Ένα σημαντικό στοιχείο που μας ενδιαφέρει κατά την ανάλυση του συστήματος μας είναι ο *ρυθμός λανθασμένων πακέτων (PER)* γιατί είναι πιο ενδεικτικό στοιχείο της αξιοπιστίας της ζεύξης από το BER, καθώς μας υποδεικνύει τους πραγματικούς ρυθμούς στους οποίους μπορούν να σταλθούν τα δεδομένα στις διάφορες τιμές του σηματοθορυβικού λόγου SNR. Το Raw Throughput που αντιπροσωπεύει τον αριθμό των bit πληροφορίας που στέλνονται σε κάθε περίοδο αποστολής, δηλαδή τον ‘καθαρό ρυθμό’ δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$Raw\_Throughput = \frac{N \cdot coderate \cdot \log_2(M) \cdot S.T\_rate}{T_s} \cdot (1 - PER) \overset{T_S = N/W}{\Rightarrow}$$

$$Raw\_Throughput = W \cdot coderate \cdot \log_2(M) \cdot S.T\_rate \cdot (1 - PER) \qquad \textbf{(4.13)}$$

Αν στις σχέση (4.13) αφαιρέσουμε τον όρο (1-PER) παίρνουμε το *raw bitrate*, δηλαδή το μέγιστο ρυθμό που μπορεί να επιτευχθεί ανά περίπτωση όπως φαίνεται και στον πίνακα 6.

M	k	coderate	ST_rate=1	ST_rate=2	ST_rate=4
4	2	½	20 Mbps	40 Mbps	80 Mbps
4	2	¾	30 Mbps	60 Mbps	120 Mbps
16	4	½	40 Mbps	80 Mbps	160 Mbps
16	4	¾	60 Mbps	120 Mbps	240 Mbps
64	6	½	60 Mbps	120 Mbps	240 Mbps
64	6	¾	90 Mbps	180 Mbps	360 Mbps

Πίνακας 6:Raw Bitrate για διάφορες τιμές του coderate, M και ST_rate

Το SNR για κάθε συνδυασμό των E_b/N_0, ρυθμού κώδικα και επιπέδων M που χρησιμοποιούνται στην M-QAM διαμόρφωση υπολογίζεται με βάση τη σχέση (4.9)

$$SNR = E_b/N_0 + 10\log_{10}\left(coderate \cdot \log_2(M)\right)$$

Με βάση τιμή αυτή και έχοντας ως δεδομένο όλα τα χαρακτηριστικά του συστήματος θα υπολογίσουμε τις αποστάσεις στις οποίες επιτυγχάνονται οι λόγοι αυτοί. Για το σκοπό αυτό θα κάνουμε χρήση της εναλλακτικής σχέσης (4.4) λαμβάνοντας υπόψη και την *εικόνα θρύβου* (NF, Noise Figure) του δέκτη ώστε να έχουμε το πραγματικό SNR μετά τον LNA ενισχυτή. Οπότε

$$SNR = \frac{P_r \cdot NF}{N_0 \cdot W} \overset{dB}{\Rightarrow} SNR_{(dB)} = P_{r(dB)} + NF_{(dB)} - 10\log_{10}\left(N_0 \cdot W\right) \Rightarrow$$

$$P_{r(dB)} = SNR_{(dB)} - NF_{(dB)} + 10\log_{10}\left(N_0 \cdot W\right) \qquad \textbf{(4.14)}$$

Γνωρίζοντας πλέον το P_r και έχοντας ως δεδομένα τα P_t, G_t, G_r και το d_{BP} μπορούμε να υπολογίσουμε πλέον τις απώλειες διαδρομής από τις σχέσεις (4.1), (4.2) με βάση τη σχέση

$$L_{TOT(dB)} = P_{t(dB)} - P_{r(dB)} \qquad \textbf{(4.15)}$$

Στην προκειμένη περίπτωση $L_{LOS}=L(d_{BP})$ όποτε προκύπτει

$$L(d_{BP}) = 20\log\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right) - G_r - G_t \quad \textbf{(4.16)}$$

$$L_{TOT}(d) = L(d_{BP}) + 10n\log_{10}\left(\frac{d}{d_{BP}}\right) + X_s \quad \textbf{(4.17)}$$

Χρησιμοποιώντας τις αριθμητικές τιμές των M, coderate, E_b/N_0, P_t, G_t και G_r προκύπτει, αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.15), (4.16) στην (4.17), η απόσταση d

$$d = d_0 \cdot 10^{\frac{L(d)-L(d_0)-X_S}{10n}} \quad \textbf{(4.18)}$$

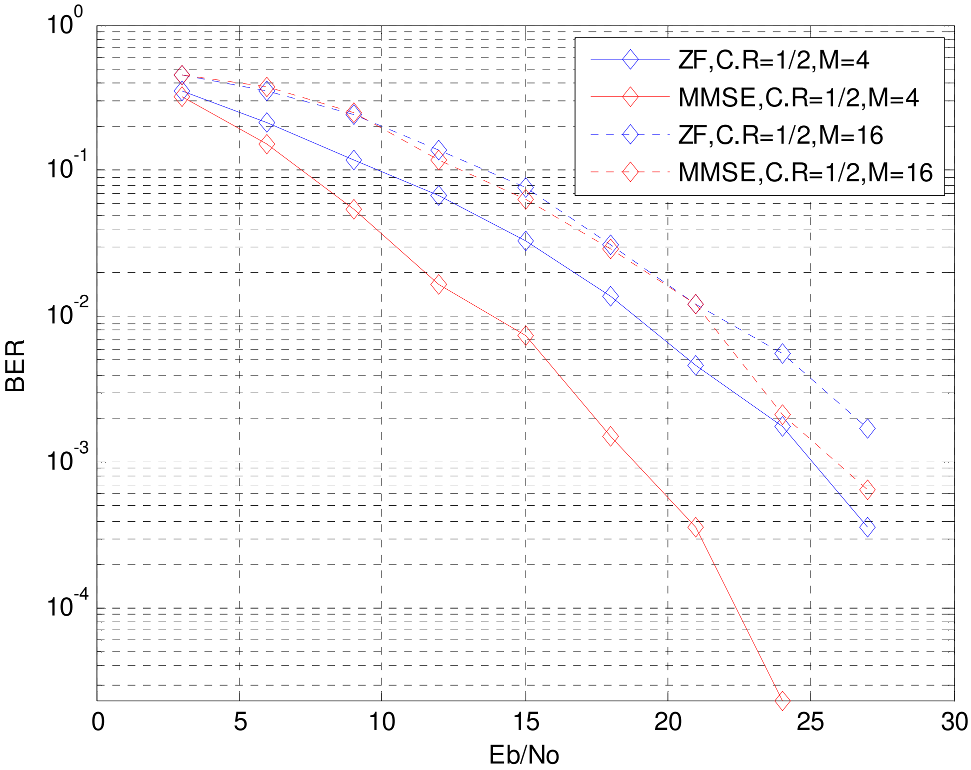
Με βάση τις σχέσεις (4.13) και (4.18) μπορούμε να σχεδιάσουμε το raw throughput συναρτήσει της απόστασης για κάθε τιμή του σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη.

4.5. Αποτελέσματα Εξομοίωσης

Στην παράγραφο αυτή θα συγκρίνουμε αρχικά τις τεχνικές αποκωδικοποίησης για την τεχνική εκπομπής VBLAST ως προς την απόδοση για να συμπεραίνουμε τις συμφέρουσες λύσεις για τα διάφορα συστήματα. Το ίδιο θα κάνουμε στην συνέχεια και για το σχήμα Alamouti. Αναλύουμε επίσης τις περιπτώσεις συχετισμένης μετάδοσης και αλλαγής μοντέλου καναλιού (περιβάλλοντος) ενώ στο τέλος γίνεται σύγκριση μεταξύ των VBLAST και Alamouti.

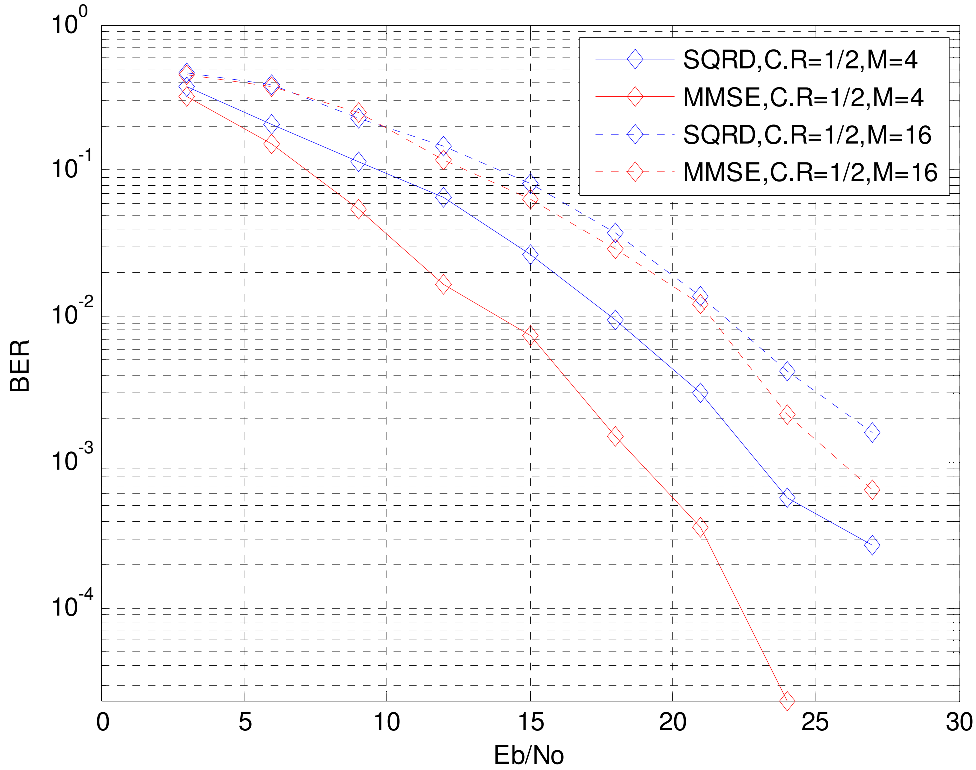
4.5.1. Σύγκριση Αποκωδικοποιητών MIMO

Ο αποκωδικοποιητής MMSE-SIC όπως έχει ειπωθεί στην παράγραφο §3.5.5 ενσωματώνει και επεκτείνει τον αποκωδικοποιητή ZF-SIC κάτι που φαίνεται και από παρατηρώντας το σχήμα που δείχνει ότι ο αποκωδικοποιητής MMSE-SIC διαφέρει από τον ZF ως προς την απόδοση και η διαφορά που υπάρχει υπέρ του MMSE είναι τέτοια που τον καθιστά προτιμητέο.

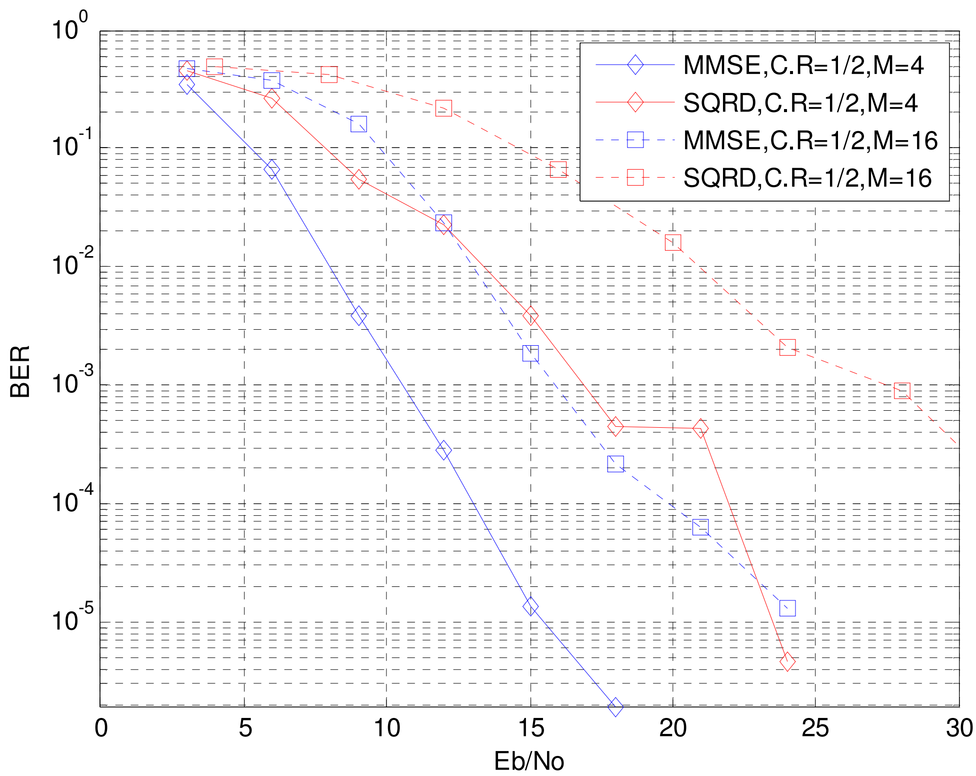


Σχήμα 40:MMSE-SIC versus ZF-SIC για 2x2 VBLAST

Επειδή, όμως η πολυπλοκότητα τους είναι πρακτικά η ίδια κατά την υλοποίηση τους καθώς απαιτούν τον ίδιο όγκο υπολογισμών, για την τεχνική εκπομπής VBLAST θα συγκρίνουμε στη συνέχεια μόνο τους αποκωδικοποιητές MMSE και SQRD και τα συμπεράσματα θα μπορούν αν επεκταθούν χωρίς απώλεια και στην περίπτωση του ZF-SIC. Βλέποντας το σχήμα 41 για σύστημα MIMO με n_t=2, n_r=2 προκύπτει ότι ο αποκωδικοποιητής MMSE-SIC και ο SQRD έχουν περίπου την απόδοση στην περίπτωση των δύο κεραιών εκπομπής. Προχωρώντας στα MIMO με 4 κεραίες εκπομπής παρατηρούμε στο σχήμα 42 με n_t=4, n_r=4 σαφή υπεροχή του MMSE για μεγάλες τιμές του SNR καθώς οι καμπύλες BER έχουν μεγαλύτερη κλίση. Ο MMSE εκτελεί προφανώς καλύτερη αποσυσχέτιση των σημάτων και έχει μεγαλύτερη σταθερότητα καθώς συγκρίνοντας τα σχήματα αυτά σε όλες τις περιπτώσεις έχει ελαφρώς ως ικανοποιητικά καλύτερη απόδοση από τον SQRD εισάγοντας βέβαια και μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος καθώς σε κάθε βήμα της διαδοχικής αποκωδικοποιητικής διαδικασίας περιλαμβάνει αντιστροφές πινάκων, ενώ ο SQRD εκτελεί λιγότερους αριθμητικούς υπολογισμούς.



Σχήμα 41:MMSE-SIC versus SQRD για 2x2 VBLAST

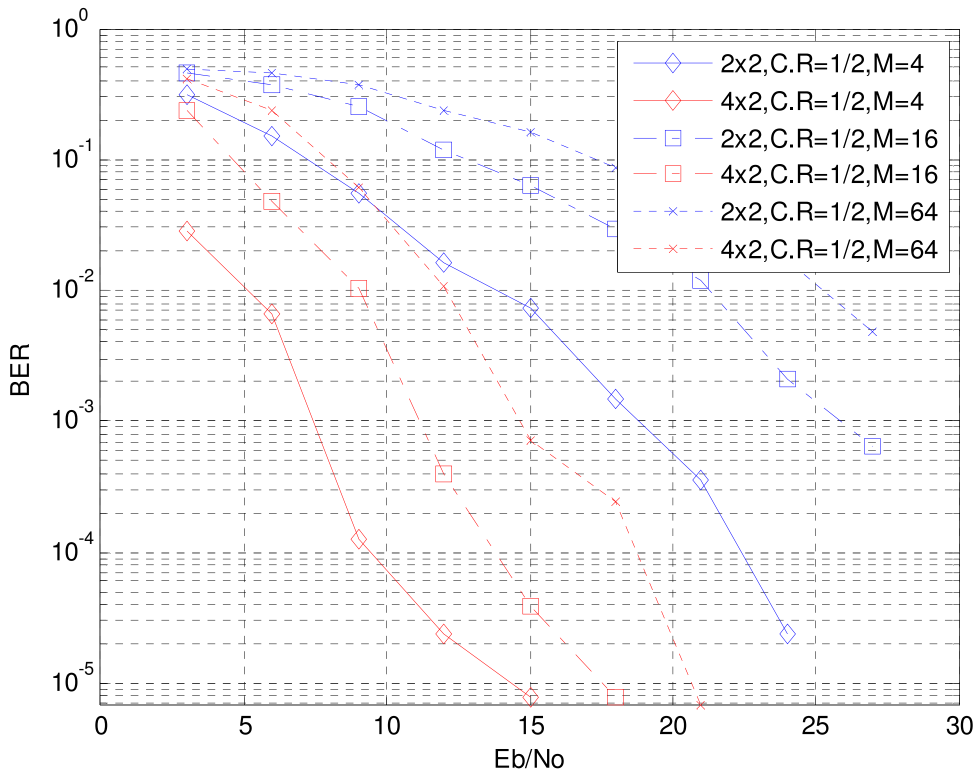


Σχήμα 42:MMSE-SIC versus SQRD για 4x4 VBLAST

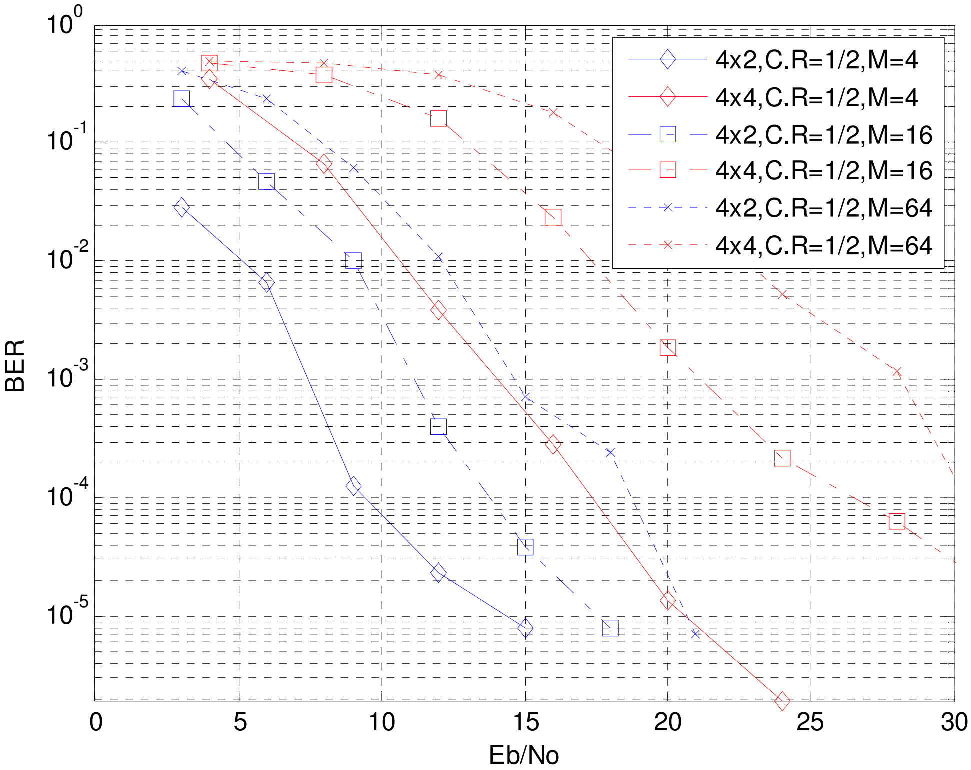
Οπότε με βάση αυτό το κομμάτι βλέπουμε καθαρά το trade-off που υπάρχει μεταξύ της απόδοσης και της πολυπλοκότητας υλοποίησης καθώς αν πρέπει να επιλέξουμε για το σύστημα μας τον κατάλληλο αποκωδικοποιητή με κριτήριο την ευαισθησία καθυστέρησης που έχει η υπηρεσία θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η καθυστέρηση που εισάγεται κατά την αποκωδικοποίηση. Θα πρέπει, λοιπόν, να θυσιάσουμε μέρος της απόδοσης για επίτευξη της επιθυμητής μικρής καθυστέρησης αποκωδικοποίησης (SQRD) και το αντίστροφο (MMSE). Αν αγνοήσουμε ωστόσο το κόστος της πολυπλοκότητας υλοποίησης και σκεφτούμε με γνώμονα μόνο την απόδοση τότε σαφώς θα προτείνουμε την τεχνική MMSE-SIC ως βέλτιστο αποκωδικοποιητή για VBLAST μεταξύ των τριών τεχνικών που συγκρίθηκαν παραπάνω.

4.5.2. Μελέτη VBLAST

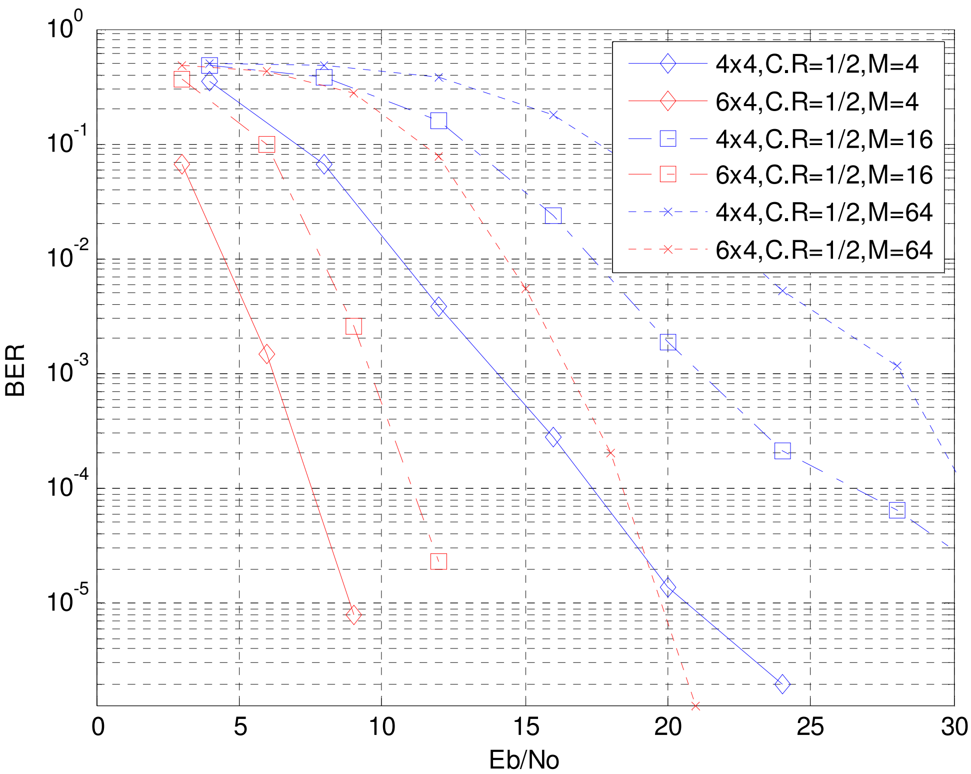
Με βάση τα παραπάνω επιλέγουμε τον MMSE για να παρατηρήσουμε τις διαφορές στα διάφορα MIMO σχήματα (αν και τα συμπεράσματα που θα προκύψουν μπορούν να εξαχθούν ισοδύναμα και από τις άλλες τεχνικές αποκωδικοποίησης).



Σχήμα 43:VBLAST 2x2 vs 4x2 με MMSE-SIC



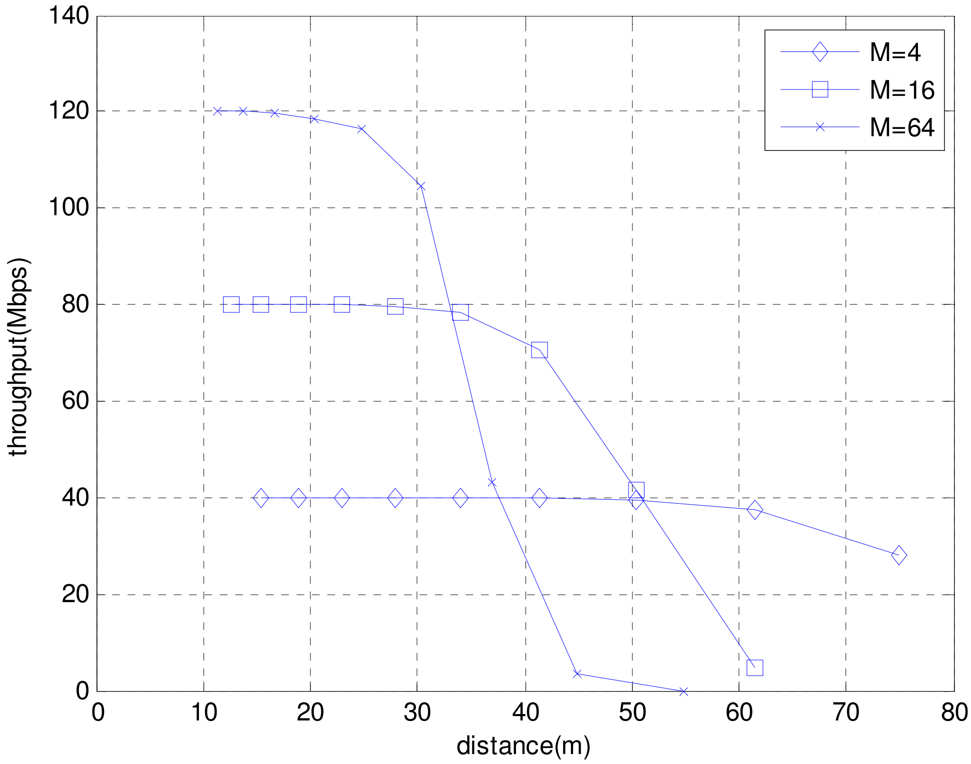
Σχήμα 44:VBLAST 4x2 vs 4x4 με MMSE-SIC



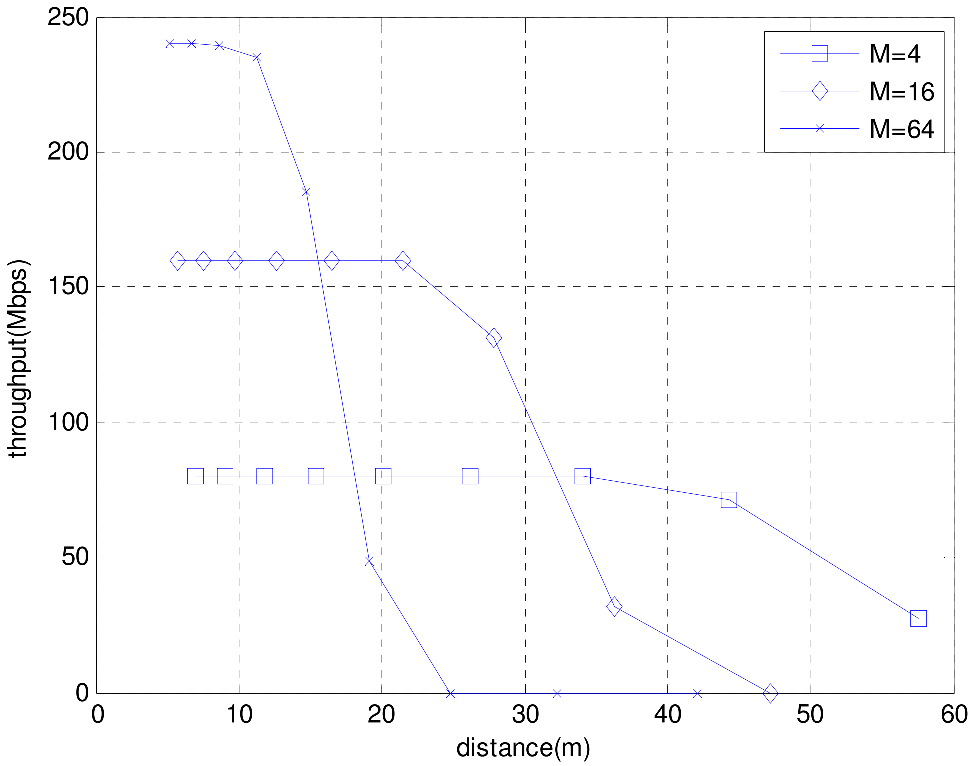
Σχήμα 45:VBLAST 4x4 vs 6x4 με MMSE-SIC

Από τα σχήματα 43-45 αυτό που περιμένουμε με βάση τα θεωρητικά μοντέλα είναι ο ρόλος του αριθμού των κεραιών λήψης στην απόδοση του συστήματος και των κεραιών εκπομπής στην διαφορικότητα του συστήματος. Παρατηρώντας ακολουθιακά τα σχήματα αυτά παρατηρούμε ότι η απόδοση για το 2x2 MIMO δεν είναι και τόσο καλή βελτιώνεται όμως αισθητά όταν μεταβούμε σε σύστημα με n_r=4 κεραίες λήψης κάτι που φαίνεται στο σχήμα 43. Το σχήμα 44 μας υποδεικνύει την χειροτέρευση του BER όταν χρησιμοποιήσουμε n_t=4 κεραίες για εκπομπή καθώς μεγαλώνει η διαφορικότητα (diversity) του συστήματος αλλά ταυτόχρονα μειώνεται και το SIR που είναι διαθέσιμο για κάθε κεραία μεμονωμένα κάτι που συνεπάγεται μείωση της απόδοσης του συστήματος. Αυτό που αναμένουμε διαισθητικά και που επαληθεύεται από το σχήμα 45 είναι και πάλι η αισθητή βελτίωση της απόδοσης όταν αυξηθεί ο αριθμός των κεραιών στο δέκτη από 4 σε 6. Επομένως όσο αυξάνει ο αριθμός των κεραιών στον πομπό γίνεται επιτακτική η ανάγκη για αύξηση του αριθμού των κεραιών και στο δέκτη.

Οι παρατηρήσεις αυτές μας υποδεικνύουν, όπως ειπώθηκε και στην αρχή της προηγούμενης παραγράφου, τον διαφορετικό ρόλο των κεραιών εκπομπής και λήψης στο σύστημα μας. Ο αριθμός των κεραιών εκπομπής στο σύστημα εισάγει ένα trade-off μεταξύ της απόδοσης και της διαφορικότητας καθώς (με δεδομένο αριθμό κεραιών λήψης) όσο αυξάνει ο αριθμός των κεραιών εκπομπής αυξάνεται ο αριθμός των ανεξάρτητων ροών δεδομένων που μπορούμε να στείλουμε ταυτόχρονα, άρα μεγαλώνει ο ρυθμός δεδομένων του συστήματος μας. Στον αντίποδα όμως όσο περισσότερες είναι οι ροές που αποστέλλονται τόσο μεγαλύτερη είναι και η παρεμβολή που δημιουργείται σε κάθε κεραία στον δέκτη κατά την αποκωδικοποίηση. Όσο αφορά τις κεραίες λήψης εισάγουν μεν διαφορικότητα στο σύστημα καθώς ο αριθμός τους καθορίζει το μέγιστο αριθμό ανεξάρτητων ροών που μπορούν ανιχνευτούν, θεωρώντας ότι μία κεραία ανιχνεύει μόνο μία ροή δεδομένων στη διάρκεια μιας χρονικής σχισμής, ο κυριότερος ρόλος τους δε είναι ότι συνεισφέρουν στην βελτίωση της απόδοσης διότι σύμφωνα με τη θεωρία οι κεραίες λήψης εισάγουν *κέρδος ισχύος (power gain).* Αυτό φαίνεται και διαισθητικά καθώς σε ένα n_rxn_t σύστημα όσο μεγαλώνει το n_r τόσο μεγαλώνει ο αριθμός των γραμμών και επομένως αυξάνει η ενέργεια του σήματος το οποίο ανήκει σε μία στήλη του πίνακα MIMO η οποία περιέχει n_r στοιχεία.



Σχήμα 46:throughput για VBLAST 4x2



Σχήμα 47:throughput για VBLAST 6x4

Για τη ανάλυση της απόδοσης των σχημάτων με $n_t=2$ και $n_t=4$ κεραίες εκπομπής παραθέτουμε τα αποτελέσματα στο πίνακα 7, όπου φαίνονται οι κλίμακες αποστάσεων όπου προτείνεται η χρήση αφενός του 6x4 σχήματος και αφετέρου οποιουδήποτε 4x2 MIMO. Θα κάνουμε βέβαια την υπόθεση ότι υπάρχει ευελιξία στην εναλλαγή μεταξύ των επιπέδων διαμόρφωσης.

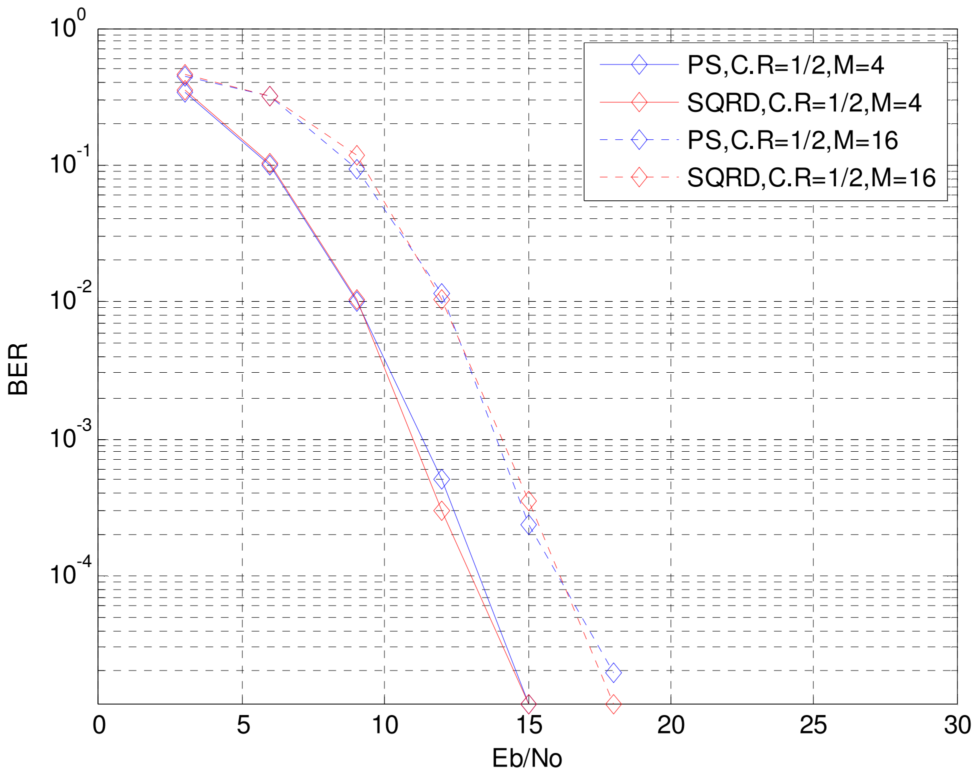
MIMO 4x2		MIMO 6x4	
απόσταση(m),M	throughput	απόσταση(m), M	throughput
(0-20,64)	120 Mbps	(0-11,64)	240 Mbps
(20-33,64)	120→80 Mbps	(11-15,64)	240→160 Mbps
(33-50,16)	80→40 Mbps	(15-21,16)	160 Mbps
(50-75,4)	40→30 Mbps	(21-32,16)	160→80 Mbps
		(32-58,4)	80→30 Mbps

Πίνακας 7:Ρυθμοί που επιτυγχάνονται σε διάφορες αποστάσεις για τα 2 MIMO συστήματα με αποκωδικοποιητή MMSE-SIC

Από τον πίνακα 7 συμπεραίνουμε ότι στις μικρές αποστάσεις ως και 30m που μπορεί να επιτευχθεί ο πλήρης ρυθμός για κάθε ρύθμιση των coderate και M συμφέρει η χρήση του 6x4 συστήματος καθώς επιτυγχάνει πολύ μεγαλύτερους ρυθμούς σε σχέση με το 4x2. Για τις ενδιάμεσες αποστάσεις (30m-50m) το 6x4 MIMO υπερέχει του 4x2 λίγο ως καθόλου, οπότε μπορούμε να παραμείνουμε σε αυτό. Μετά όμως τα 50m που η απόδοση των MIMO με $n_t=4$ πέφτει απότομα, συμφέρει η χρήση του 4x2 MIMO καθώς επιτυγχάνει κάποιους ρυθμούς μέχρι και τα 80m. Μεταπήδηση από το 6x4 στο 4x2 μπορεί να γίνει είτε με σίγαση 2 κεραιών εκπομπής είτε με χρήση και των τεσσάρων για την αποστολή 2 μόνο συμβόλων ώστε να αυξήσουμε την ενέργεια κάθε συμβόλου και πιθανόν να έχουμε καλύτερα ακόμη αποτελέσματα από το 4x2. Από τη πλευρά του δέκτη μπορούμε να διατηρήσουμε όλες τις κεραίες χωρίς πρόβλημα στην γενίκευση της ανάλυσης. Μάλιστα θα περιμένουμε αντιστοίχως καλύτερα αποτελέσματα για το 6x2 όπως προαναφέραμε και για την περίπτωση των 4x2 και 2x2 στην παράγραφο αυτή.

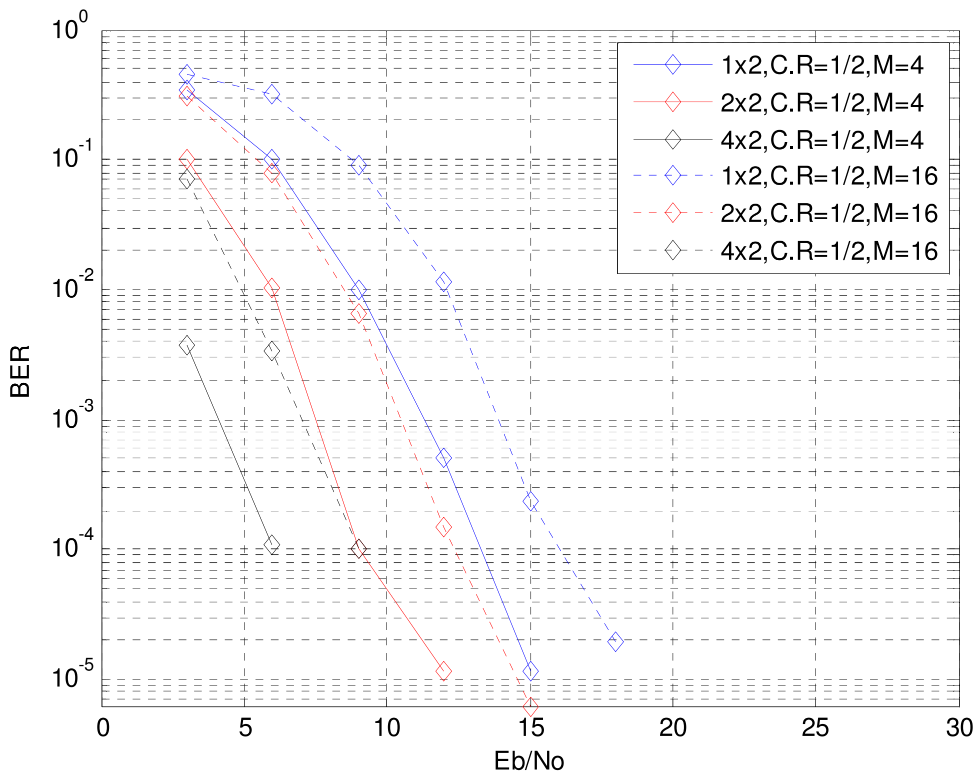
4.5.3. Μελέτη Alamouti

Για το σχήμα Alamouti στη περίπτωση που έχουμε 2 κεραίες εκπομπής μόνο βλέπουμε ότι ισχύουν αυτά που αναφέραμε στην παράγραφο §3.4.3.2, δηλαδή η ορθογωνιότητα που έχει το εικονικό MIMO κανάλι απλοποιεί τη διάταξη αποκωδικοποίησης στο δέκτη. Παρατηρώντας το σχήμα 48 βλέπουμε ότι έχουμε την ίδια απόδοση χρησιμοποιώντας είτε αποκωδικοποίηση SQRD είτε αποκωδικοποίηση με απλή ψευδοαντιστροφή του καναλιού η οποία έχει πολύ μικρότερη πολυπλοκότητα από τους υπόλοιπους αποκωδικοποιητές και δεν κάνει ούτε διαδοχική αποκωδικοποίηση με βάση το σηματοθορυβικό λόγο. Έτσι επαληθεύεται το γεγονός ότι καθίσταται πιο εύκολη η αποκωδικοποίηση σε σχέση με την τεχνική VBLAST.

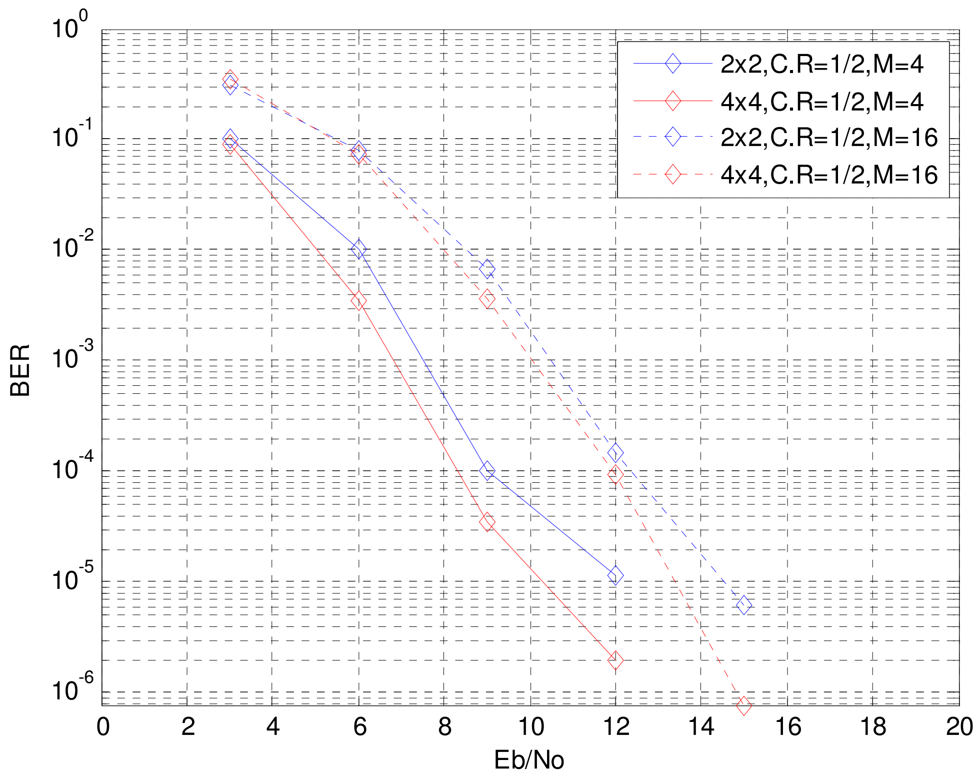


Σχήμα 48:SQRD vs PseudoInverse(PS) για 1x2 Alamouti

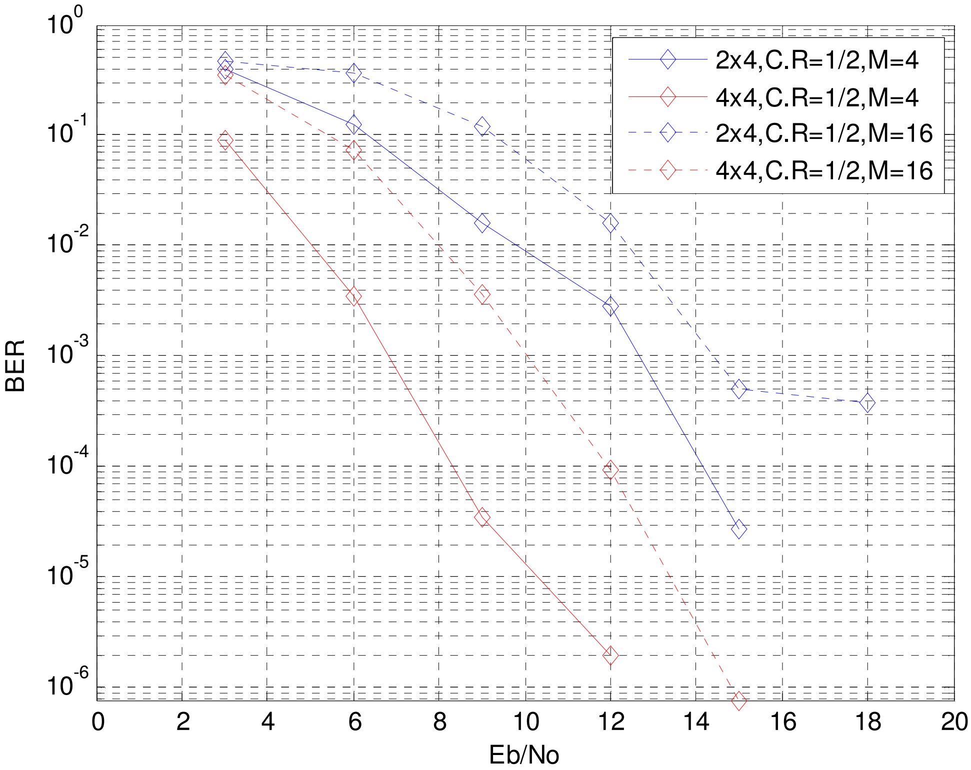
Επιπλέον αυτό που παρατηρούμε είναι, αν και είναι εύκολο να το αντιληφθούμε, ότι αυξάνεται αρκετά η απόδοση στο δέκτη καθώς αυξάνεται ο αριθμός των κεραιών που χρησιμοποιούνται για τη λήψη κάτι που επαληθεύεται από το σχήμα 49 για n_t=2 και n_r=1,2,4 κεραίες αντίστοιχα. Αυτό, προφανώς, οφείλεται στο γεγονός ότι αυξάνεται η ενέργεια του καναλιού και επομένως ενισχύεται η ενέργεια του σήματος λήψης σε σχέση με το θόρυβο του οποίου η επίδραση εξασθενεί σημαντικά κατά την αποκωδικοποίηση εξαιτίας της ύπαρξης του όρου $\left(H^H H\right)^{-1}$ κατά την αποκωδικοποίηση, ο οποίος μεγαλώνει καθώς μεγαλώνει και ο αριθμός των κεραιών λήψης, ενώ το SIR παραμένει πάντα μηδέν.



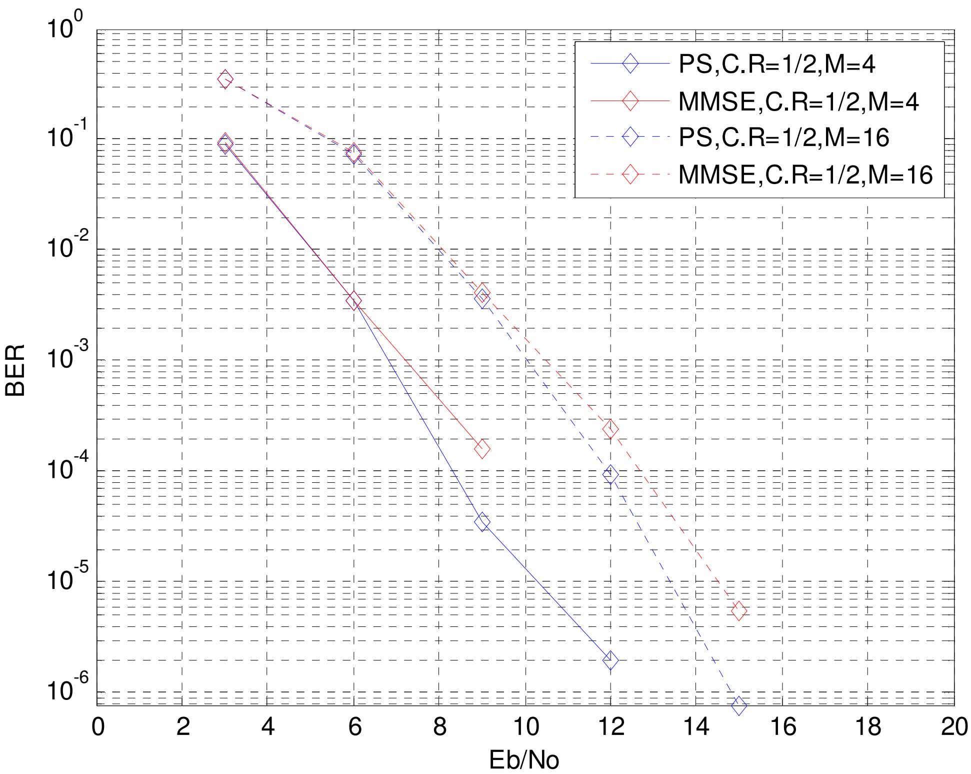
Σχήμα 49:Σύγκριση σχημάτων Alamouti με PseudoInverse decoder



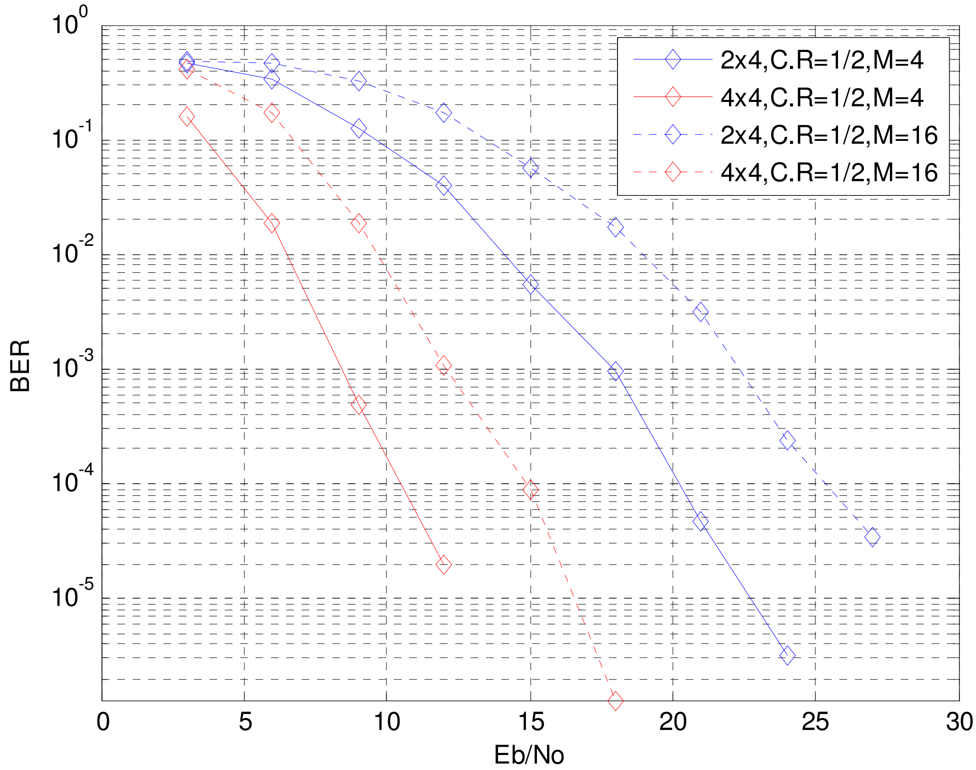
Σχήμα 50:Σύγκριση σχημάτων Alamouti με n_t=n_r



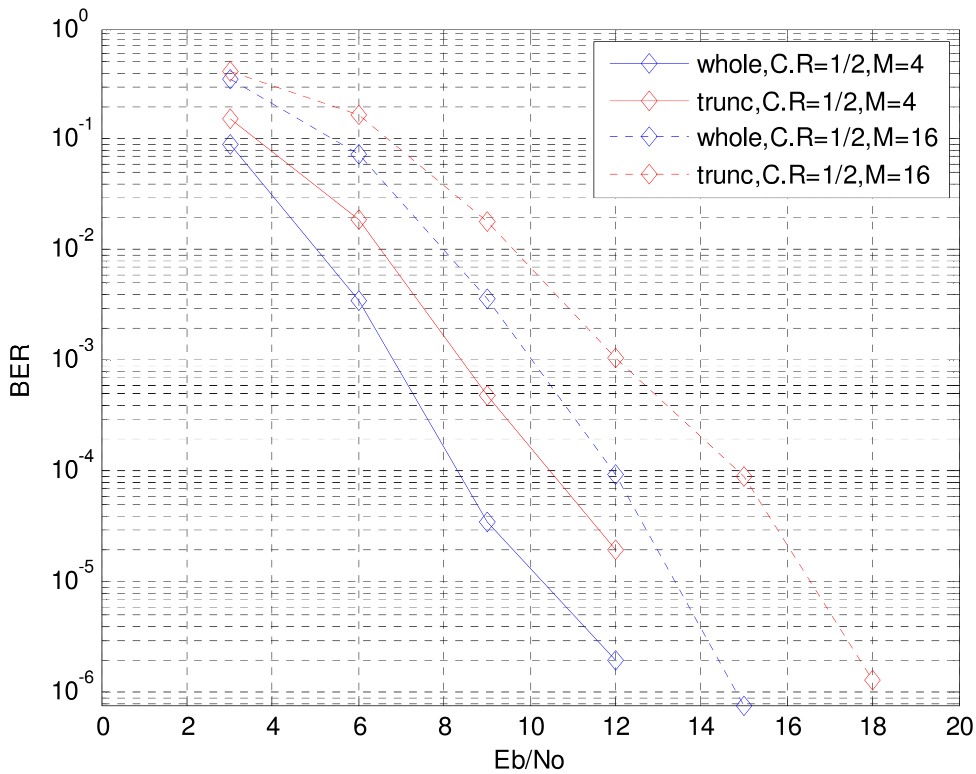
Σχήμα 51:BER για Alamouti 2x4,4x4 με PseudoInverse decoder



Σχήμα 52:Σύγκριση σχημάτων 4x4 Alamouti MMSE-SIC



Σχήμα 53:BER για 2x4,4x4 truncated Alamouti με PseudoInverse decoder

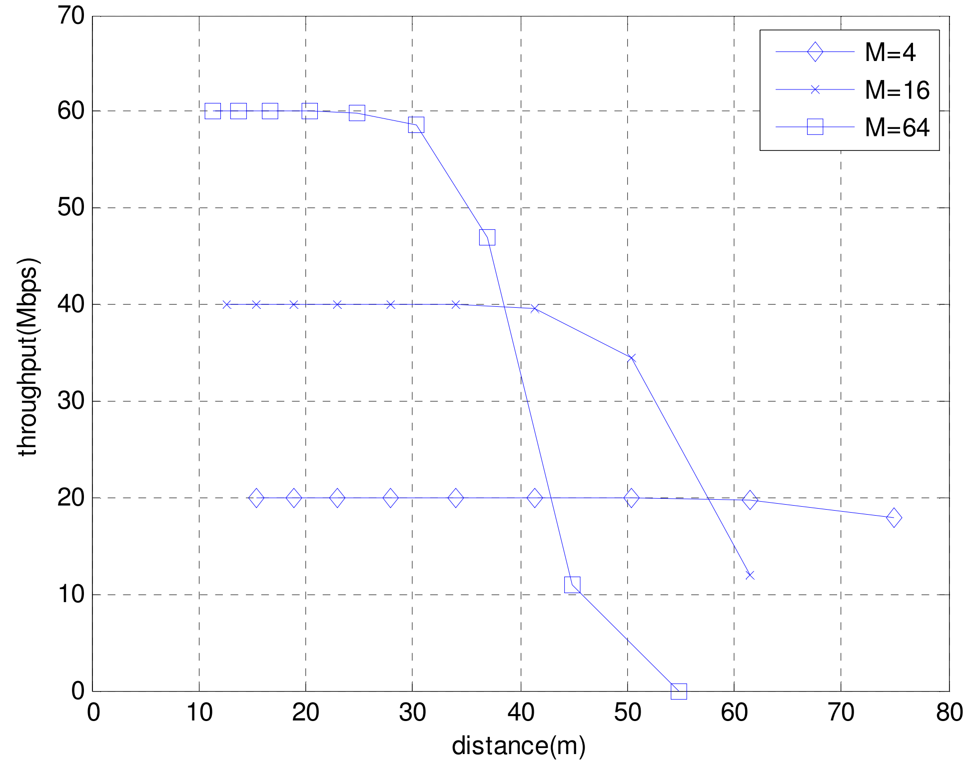


Σχήμα 54:Σύγκριση πλήρους και truncated 4x4 Alamouti

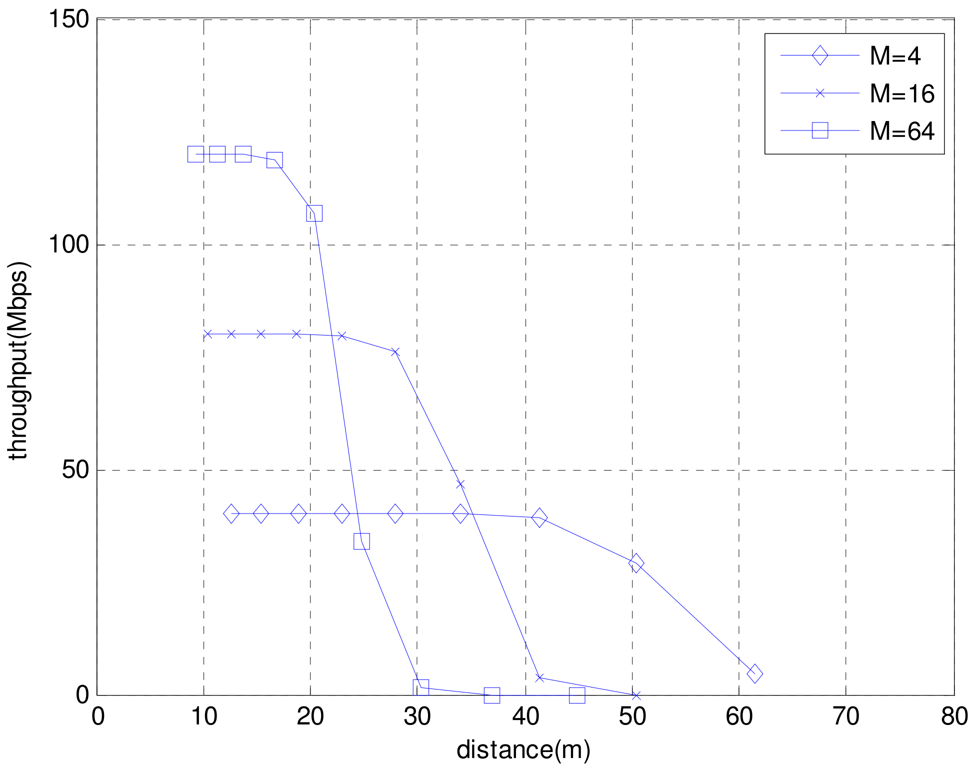
Όσο αφορά το σχήμα Alamouti με 4 κεραίες εκπομπής και πάλι επαληθεύονται τα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο §3.4.3.2 καθώς από το σχήμα 50 προκύπτει ότι υπάρχει κάποια μικρή βελτίωση στην απόδοση, με δεδομένο τον αριθμό κεραιών λήψης, σε σχέση με την περίπτωση των 2 κεραιών εκπομπής. Η βελτίωση αυτή οφείλεται πιθανότατα στο γεγονός ότι σε 4 περιόδους συμβόλου το κανάλι έχει περισσότερη ενέργεια ώστε να αποσοβήσει την απώλεια της ορθογωνιότητας, αν και δεν είναι τόσο σημαντική. Η απώλεια αυτή της ορθογωνιότητας προφανώς οφείλεται στην εισαγωγή μη μηδενικής παρεμβολής από τα υπόλοιπα σήματα (σχέση 3.65).

Επίσης αυτό που παρατηρούμε είναι ότι όπως και στην περίπτωση με 2 κεραίες δεν υπάρχει διαφορά στην απόδοση μεταξύ της χρήσης ψευδοαντιστροφής του πίνακα του καναλιού και της χρήσης ενός πιο πολύπλοκου αποκωδικοποιητή όπως ο MMSE, γεγονός που επαληθεύεται από το σχήμα 52. Γι' αυτό και δεν υπάρχει λόγος να γίνει χρήση του MMSE αποκωδικοποιητή ούτε στην περίπτωση αυτή. Ωστόσο το γεγονός ότι η απόδοση δεν παρουσιάζει αξιοσημείωτη βελτίωση από το 2x2 στο 4x4 σύστημα (επιπλέον προκύπτει ότι το 4x2 πλήρες Alamouti είναι καλύτερο από το αντίστοιχο 4x4) μας υποδηλώνει ότι όταν διαθέτουμε 4 κεραίες για εκπομπή είναι προτιμότερο να κατευθυνθούμε σε άλλα σχήματα όπως το σχήμα truncated (αποκομμένου) Alamouti που προσφέρει αρκετά υψηλότερους ρυθμούς δεδομένων.

Στην περίπτωση του truncated (αποκομμένου) σχήματος Alamouti όπου έχουμε 2πλάσιο ST_rate η απόδοση αναμένεται να είναι μειωμένη σε σχέση με τα πλήρη σχήματα αλλά υπάρχει το πλεονέκτημα της επίτευξης υψηλότερων ρυθμών. Παρατήρηση του σχήματος 54 για $n_t=4$, $n_r=4$ επαληθεύει την πρόταση αυτή όπου βλέπουμε ότι η υπάρχει πτώση στην απόδοση μεταβαίνοντας από το πλήρες σχήμα Alamouti στο truncated αλλά είναι πολύ μικρή. Όσο αφορά το truncated σχήμα συμπεραίνουμε ότι το 2x4 σχήμα δεν δουλεύει καλά και είναι ακατάλληλο. Όμως το 4x4 truncated σχήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί εξ' ολοκλήρου αντί για το πλήρες 2x4 ή 4x4 σχήμα Alamouti. Στον πίνακα 8 παρουσιάζονται για κάθε ρύθμιση με βάση τα οι μέγιστες αποστάσεις που συμφέρει να γίνει χρήση του σχήματος truncated Alamouti, όπου το throughput είναι 2πλάσιο, ενώ μετά τις αποστάσεις αυτές συμφέρει να γίνει χρήση του πλήρους σχήματος Alamouti με 2 κεραίες.



Σχήμα 55:throughput σε 4x2 πλήρες Alamouti



Σχήμα 56:throughput σε 4x4 truncated Alamouti

Μέχρι την απόσταση των 50m συμφέρει η χρήση του truncated Alamouti ενώ για το εύρος 50-60m μπορούμε να συνεχίσουμε σε οποιοδήποτε από τα δύο σχήματα Alamouti ενώ στις μεγαλύτερες αποστάσεις συμφέρει ξεκάθαρα το πλήρες σχήμα Alamouti το οποίο έχει δυνατότητες εκπομπής μέχρι και τα 80m.

πλήρης Alamouti 4x2		Alamouti truncated 4x4	
απόσταση(m),M	throughput	απόσταση(m),M	throughput
(0-30,64)	60 Mbps	(0-15,64)	120 Mbps
(30-38,64)	60→40 Mbps	(15-22,64)	120→80 Mbps
(38-57,16)	40→20 Mbps	(22-35,16)	80→40 Mbps
(57-75,4)	20 Mbps	(35-60,4)	40→0 Mbps

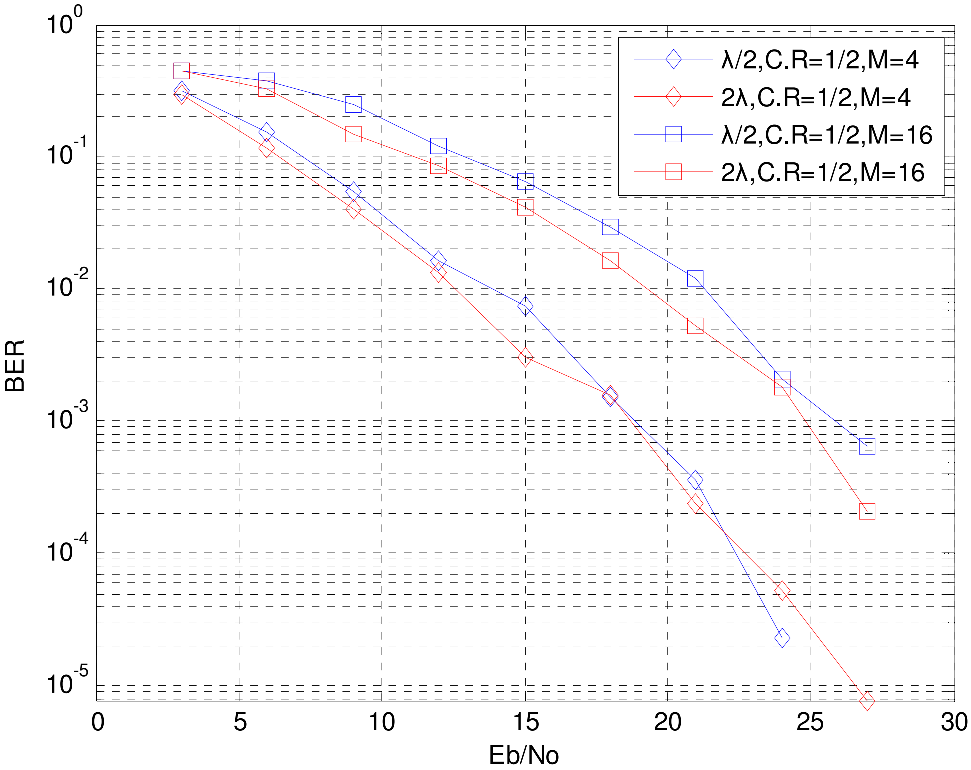
Πίνακας 8:Ρυθμοί που επιτυγχάνονται σε διάφορες αποστάσεις για τα 2 Alamouti συστήματα

Ο ρυθμός μπορεί να αυξηθεί αν δεν χρησιμοποιήσουμε κωδικοποίηση οπότε μπορούμε μέχρι και να διπλασιάσουμε τον ρυθμό αποστολής δεδομένων. Ούτως ή άλλως η χρησιμότητα του έγκειται στο ότι επιτυγχάνει πολύ μικρό BER για μικρό E_b/N_0 και σταθερό throughput για μεγάλη κλίμακα αποστάσεων.

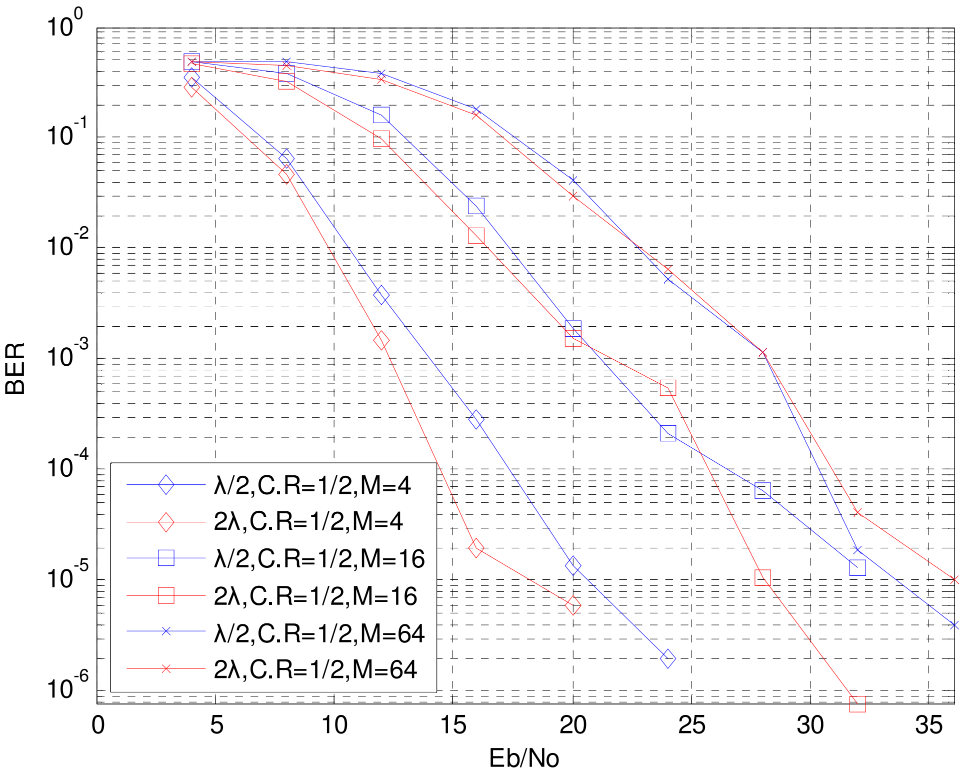
Συμπερασματικά, όσο αφορά την τεχνική Alamouti προφανώς προκύπτει ότι συμφέρει να έχουμε όσο το δυνατόν περισσότερες κεραίες στο δέκτη. Πέρα από αυτό όμως που είναι δεν αποτελεί σημαντικό στοιχείο για την ανάλυση των δυνατοτήτων αυτής της τεχνικής, αυτό που μας συμφέρει ανά περίπτωση για το σύστημα, εφόσον υπάρχει αυτή η δυνατότητα είναι να γίνεται εναλλαγή μεταξύ των διαφόρων σχημάτων Alamouti ανάλογα με την απόσταση πομπού-δέκτη.

4.5.4. Συσχετισμένη και Ασυσχέτιστη Μετάδοση

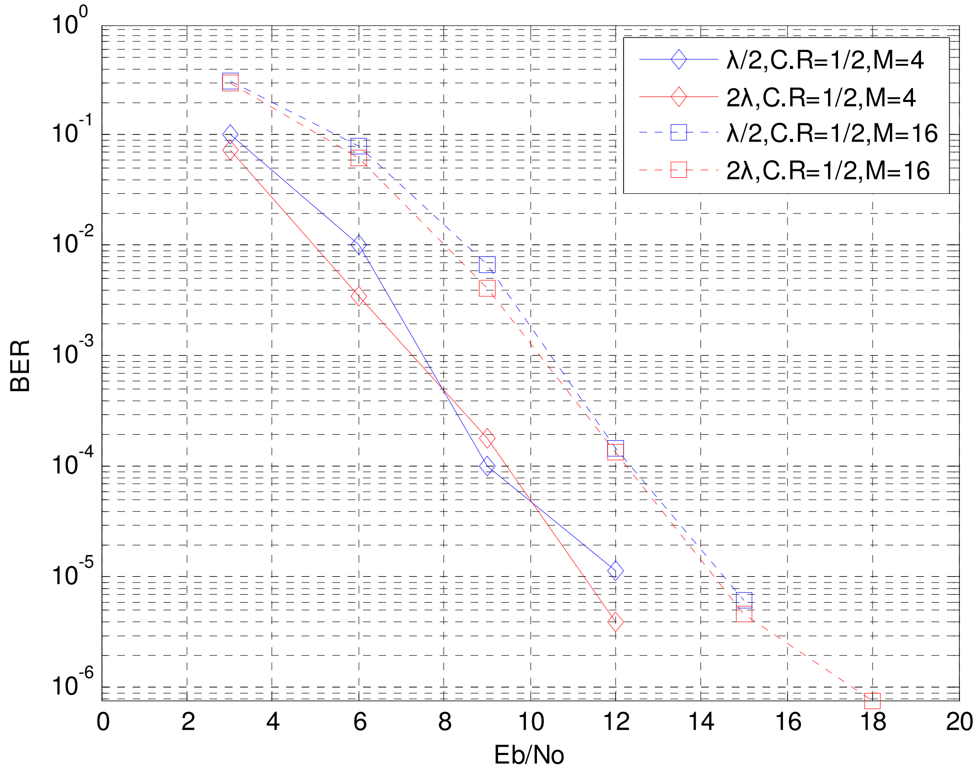
Στο μέρος αυτό αναλύθηκε η συμπεριφορά του συστήματος για διάφορες κανονικοποιημένες αποστάσεις d_l μεταξύ των στοιχείων των κεραιών σε πομπό και δέκτη προκειμένου να διαπιστωθεί η επίδραση της συσχέτισης στην απόδοση του συστήματος. Τα σχήματα που ακολουθούν διευκρινίζουν αρκετά την επίδραση αυτή στην απόδοση.



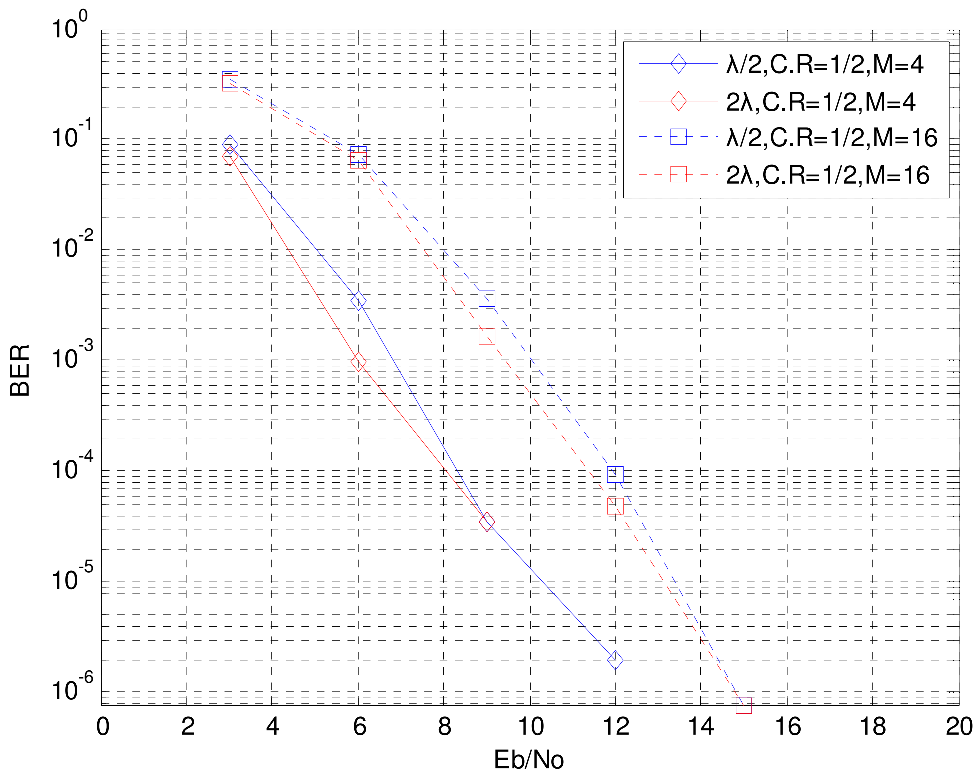
Σχήμα 57:VBLAST 2x2, λ/2 vs 2λ



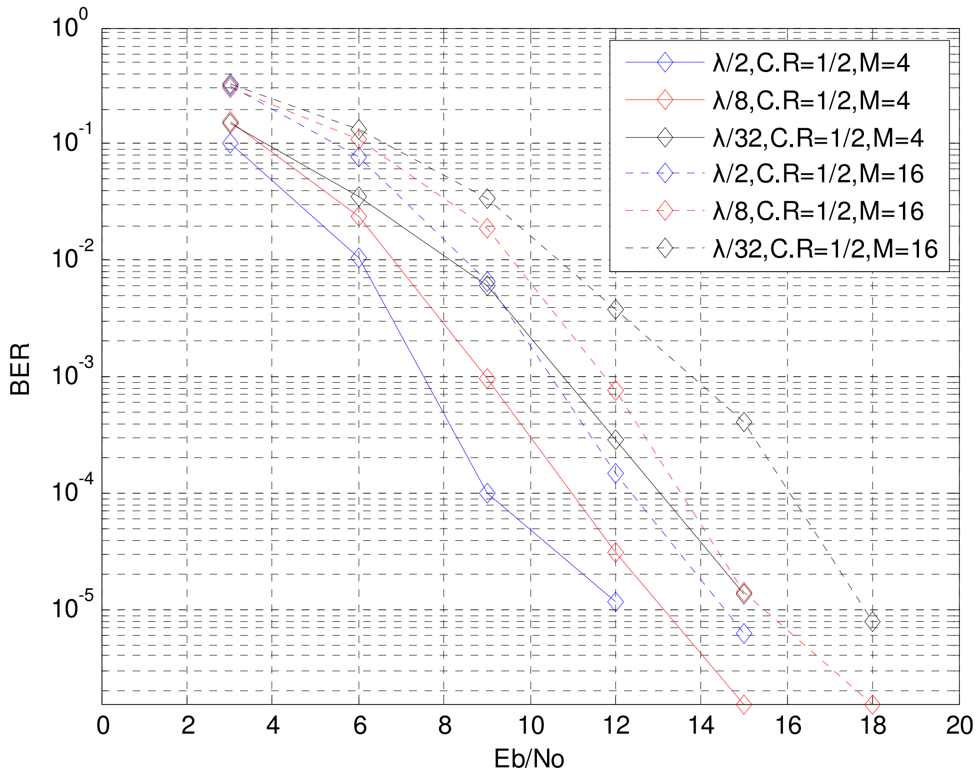
Σχήμα 58:VBLAST 4x4, λ/2 vs 2λ



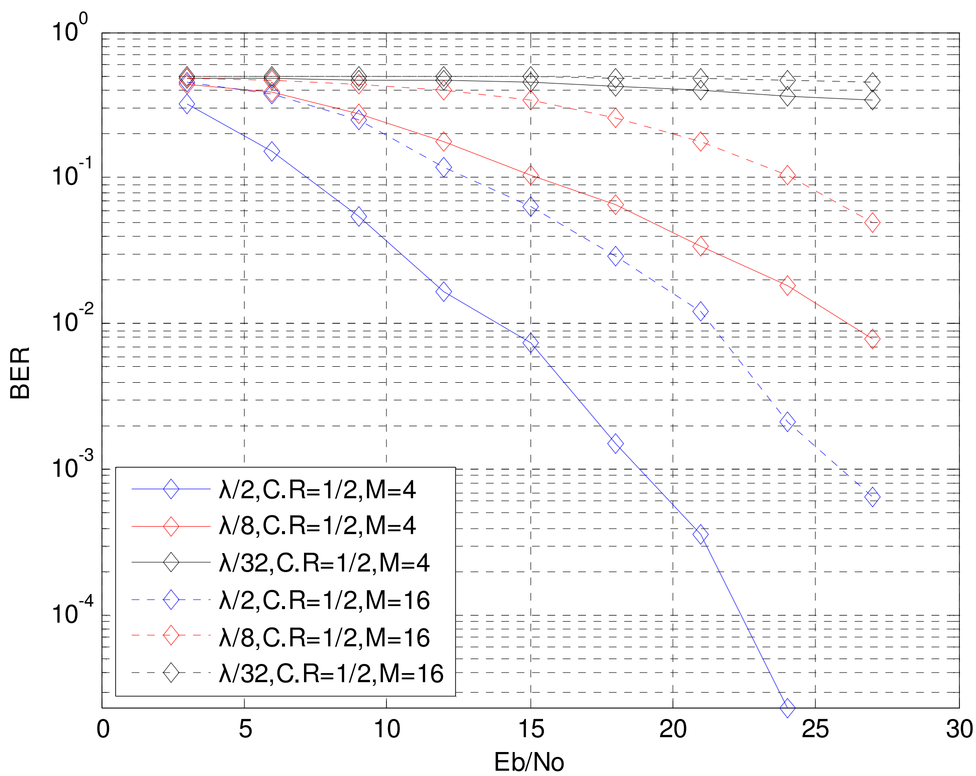
Σχήμα 59:Alamouti 2x2, λ/2 vs 2λ



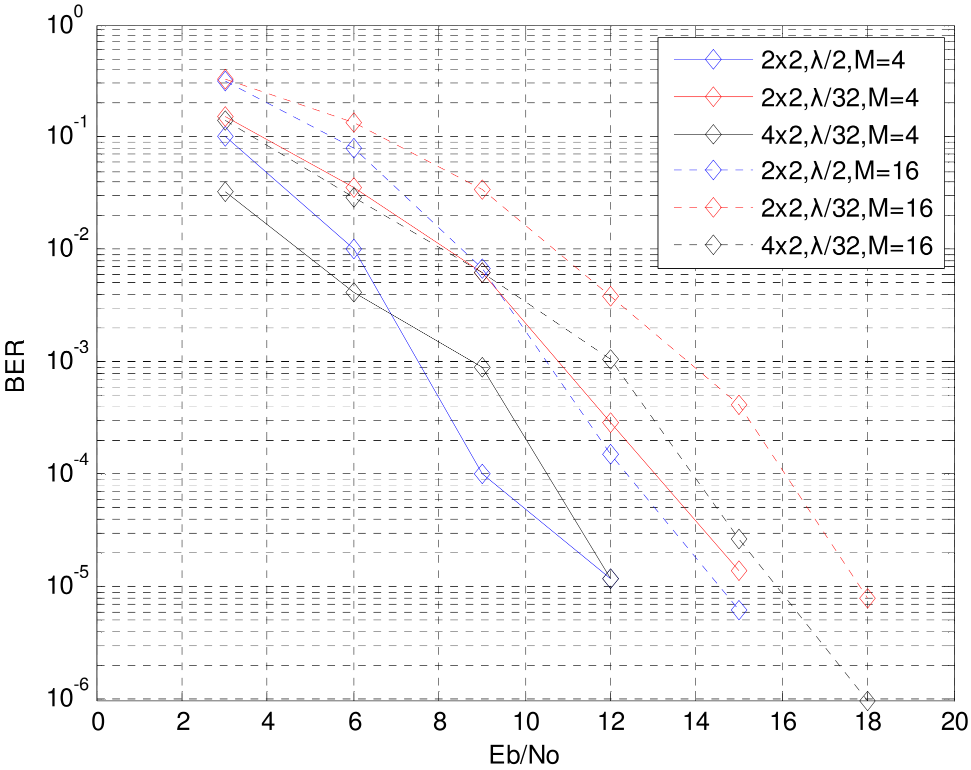
Σχήμα 60:Alamouti 4x4, λ/2 vs 2λ



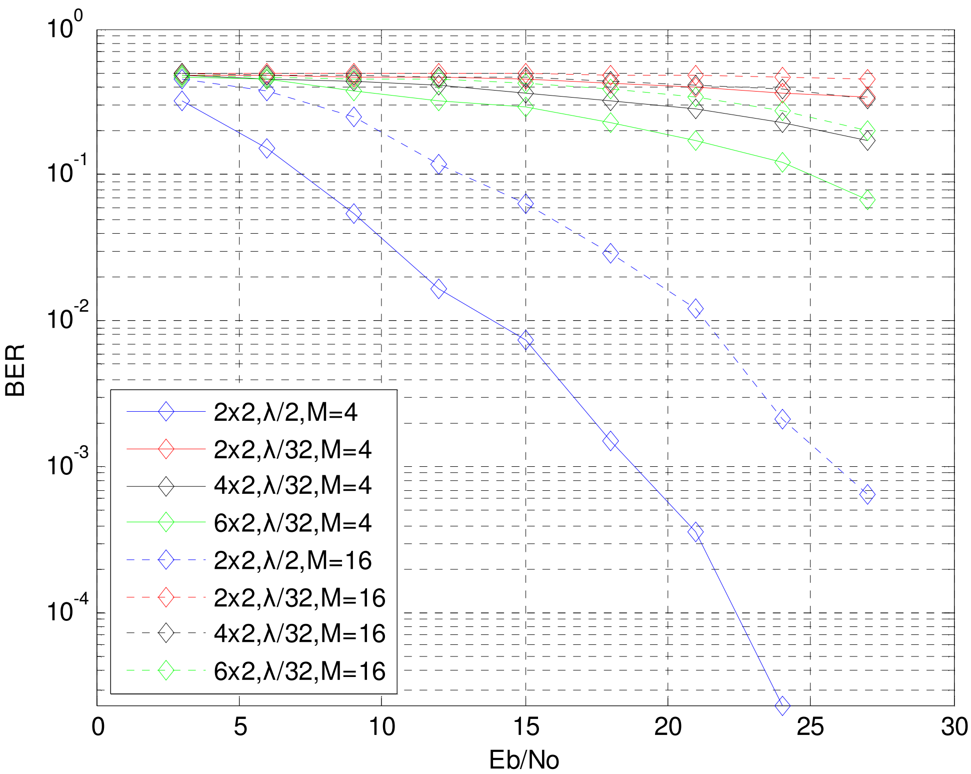
Σχήμα 61:Alamouti 2x2 , PseudoInverse, λ/2 vs λ/8 vs λ/32



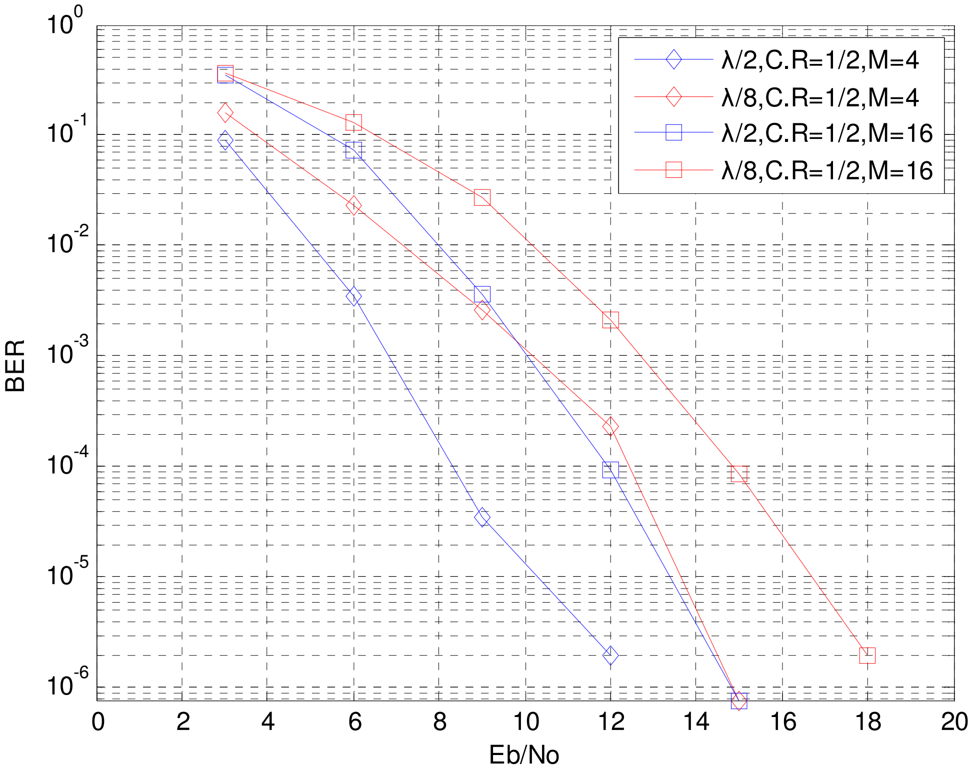
Σχήμα 62:VBLAST 2x2 , MMSE-SIC, λ/2 vs λ/8 vs λ/32



Σχήμα 63:Alamouti λ/2 vs λ/32 για 2x2 και 4x2



Σχήμα 64:VBLAST λ/2 vs λ/32 για 2x2,4x2,6x2



Σχήμα 65:Alamouti 4x4, λ/2 vs λ/8

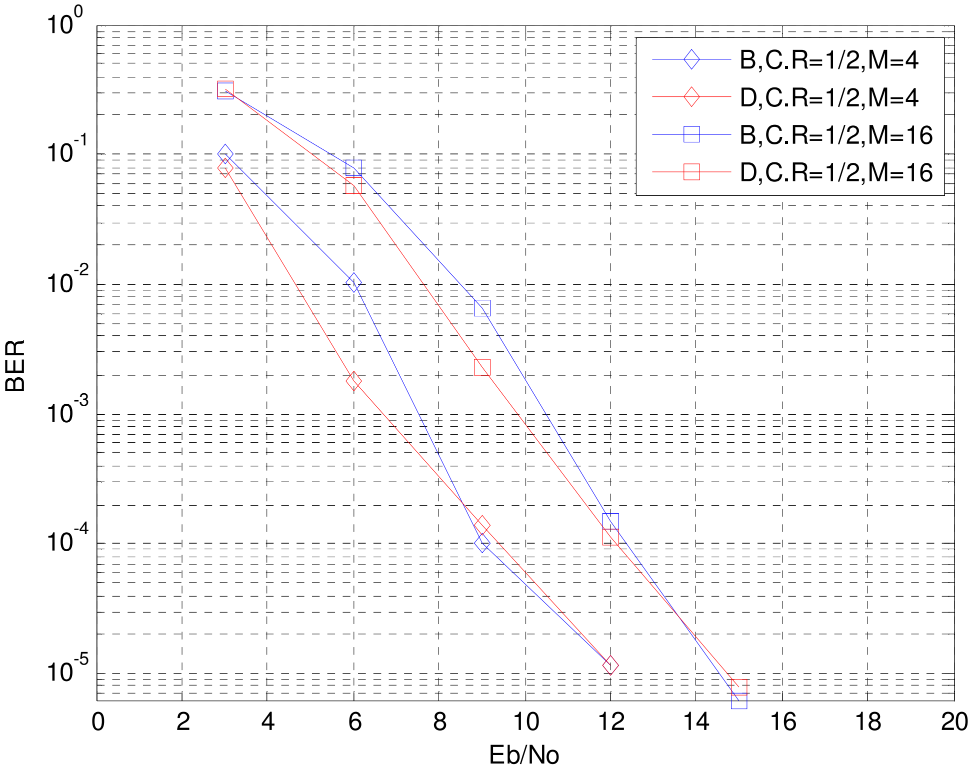
Όλες οι εξομοιώσεις έγιναν θεωρώντας ότι η κανονικοποιημένη απόσταση μεταξύ των στοιχείων στις κεραίες του πομπού και του δέκτη είναι d_l=λ/2 η οποία είναι η κρίσιμη απόσταση για να υποθέσουμε ότι η μετάδοση των ροών δεν παρουσιάζει συσχέτιση. Όταν μεγαλώσει αυτή η απόσταση η μετάδοση γίνεται περισσότερο ασυσχέτιστη και αναμένουμε η συμπεριφορά του συστήματος μας να είναι βελτιωμένη αλλά όχι και σε μεγάλο βαθμό διότι ικανή αποσυσχέτιση επιτυγχάνεται για d_l=λ/2 επομένως η παραπέρα βελτίωση για d_l=2λ θα είναι μικρή. Τα σχήματα 56-58 που αναφέρονται σε 2x2 VBLAST και Alamouti δείχνουν την μικρή αυτή βελτίωση η οποία γίνεται πιο εμφανής στην περίπτωση των 4x4 VBLAST και Alamouti που παρουσιάζονται στα σχήματα 57-59.

Προχωρώντας στην περίπτωση όπου η κανονικοποιημένη απόσταση d_l γίνεται μικρότερη από λ/2 αναμένουμε χειροτέρευση της απόδοσης του συστήματος σύμφωνα με τα όσα έχουν αναλυθεί στην παράγραφο §3.2.4 για τη χωρητικότητα του συστήματος υπό συνθήκες συσχετισμένης σκίασης. Πράγματι παρατήρηση των σχημάτων 61, 62 για 2x2 VBLAST και Alamouti υποδεικνύει τη διαρκή πτώση στην απόδοση καθώς μεταβαίνουμε από κανονικοποιημένη απόσταση d_l=λ/2 σε d_l=λ/8 και στη συνέχεια σε $d_l=\lambda/32$. Όσο δηλαδή μικραίνει το d_l και μεγαλώνει η συσχέτιση τόσο χειροτερεύει η απόδοση. Για $d_l=\lambda/32$ μάλιστα, παρατηρούμε στο σχήμα 62 ότι η το 2x2 MIMO είναι τελείως ακατάλληλο και μόνο ο Alamouti μπορεί να χρησιμοποιηθεί αξιοπρεπώς στην περίπτωση αυτή. Όσο μικραίνει το d_l τόσο πιο επιτακτική θα γίνεται η χρήση περισσότερων κεραιών στο δέκτη καθώς το σχήμα 63 υποδεικνύει ότι ακόμα και το 4x2 MIMO με $d_l=\lambda/32$ μόνο για κάποιες τιμές του E_b/N_0 είναι καλύτερο από το 2x2 MIMO με $d_l=\lambda/2$ όταν χρησιμοποιούμε Alamouti. Για την περίπτωση του VBLAST με $d_l=\lambda/32$ βλέπουμε από το σχήμα 64 ότι ακόμα και το 6x2 δεν δουλεύει καθόλου καλά και είναι τελείως αναξιόπιστο. Κοιτάζοντας τέλος το σχήμα 65 παρατηρούμε ότι, όπως και στην περίπτωση με $d_l=2\lambda$, για το 4x4 MIMO η πτώση στην απόδοση είναι εντονότερη απ' ότι για το 2x2 MIMO.

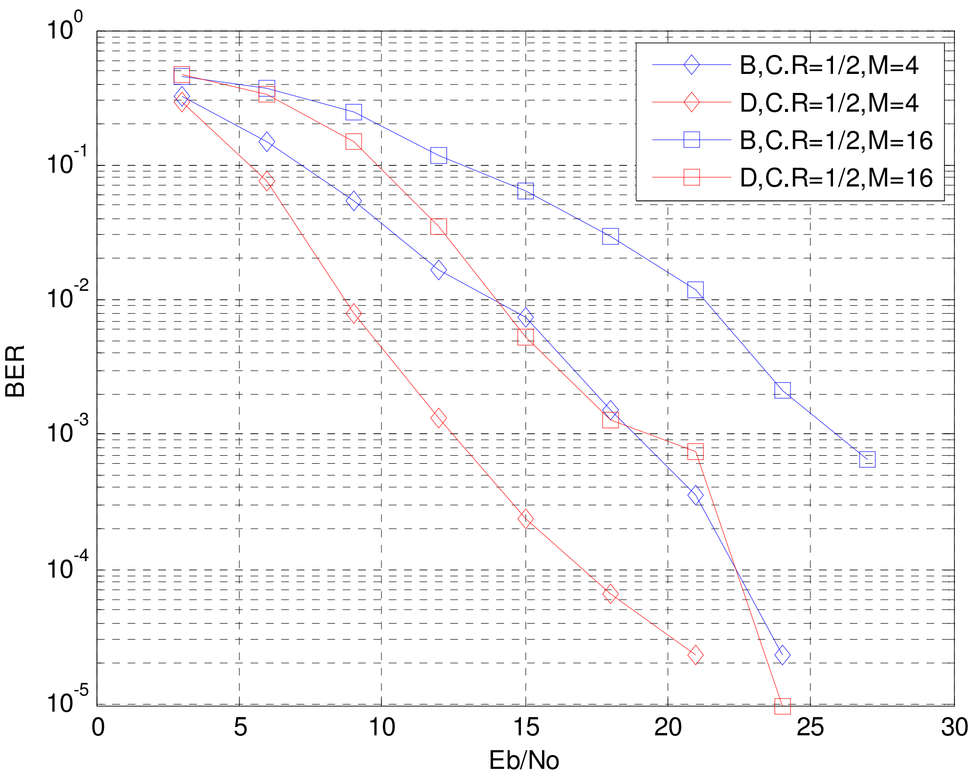
Γενικά παρατηρούμε ότι συσχέτιση και αποσυσχέτιση επηρεάζουν το σύστημα περισσότερο όταν έχουμε περισσότερες από 2 κεραίες σε πομπό και δέκτη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για περισσότερες από 2 κεραίες η συσχέτιση υπάρχει όχι μόνο μεταξύ των γειτονικών στοιχείων αλλά μεταξύ όλων των πιθανών ζευγών κεραιών σε πομπό και δέκτη επομένως όλα τα φαινόμενα θα επιδρούν πιο έντονα. Γι' αυτό και η απόδοση παρουσιάζεται αρκετά πιο βελτιωμένη για $d_l > \lambda/2$ και χειρότερη για $d_l<\lambda/2$ στην περίπτωση των 4 κεραιών σε σχέση με τις 2, έχουμε δηλαδή εντονότερη επίδραση της κανονικοποιημένης απόστασης d_l στην απόδοση του συστήματος.

4.5.5. Ανάλυση σε Channel Model

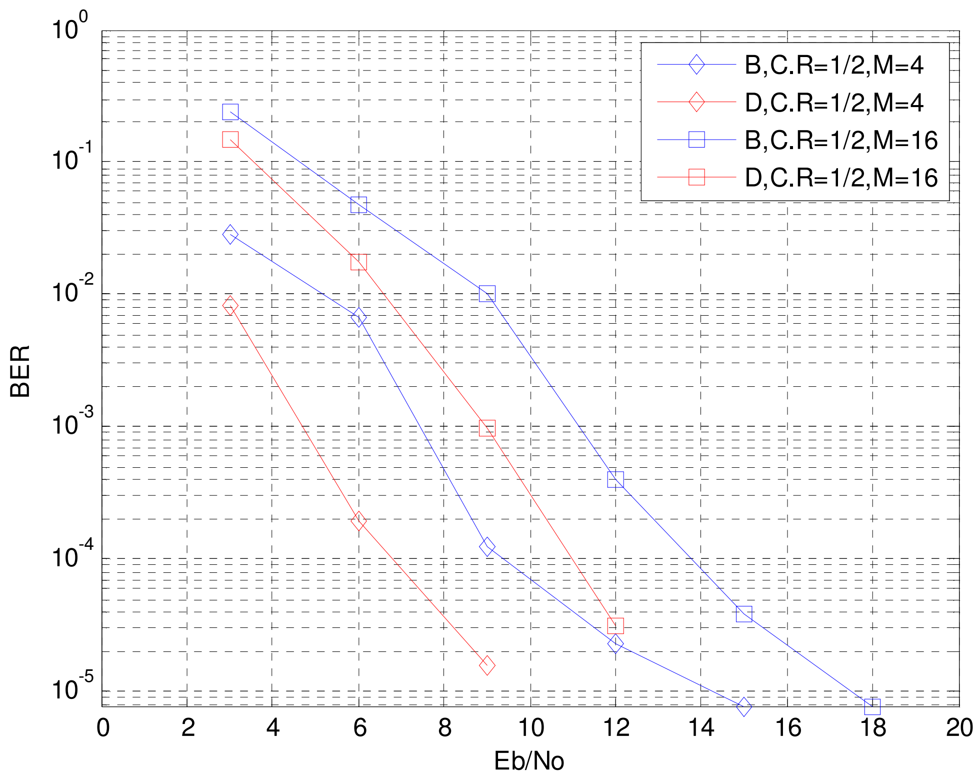
Στην παράγραφο αυτή μελετάμε την απόδοση των τεχνικών εκπομπής και λήψης σε διαφορετικό μοντέλο καναλιού. Ενώ μέχρι τώρα οι εξομοιώσεις γίνονταν με χρήση του B model το οποίο έχει αναλυθεί στην παράγραφο §4.2.4, εδώ θα εξετάσουμε τι γίνεται στην περίπτωση που αλλάζουμε περιβάλλον οπότε θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί κάποιο άλλο μοντέλο καναλιού. Στην προκειμένη περίπτωση γίνεται χρήση του D model το οποίο έχει 18 μονοπάτια και επομένως θα έχει διαφορετικό frequency selectivity. Στα επόμενα σχήματα διευκρινίζουμε την αλλαγή αυτή που συμβαίνει στην απόδοση.



Σχήμα 66:B versus D model για2x2 Alamouti



Σχήμα 67:B versus D model για 2x2 VBLAST

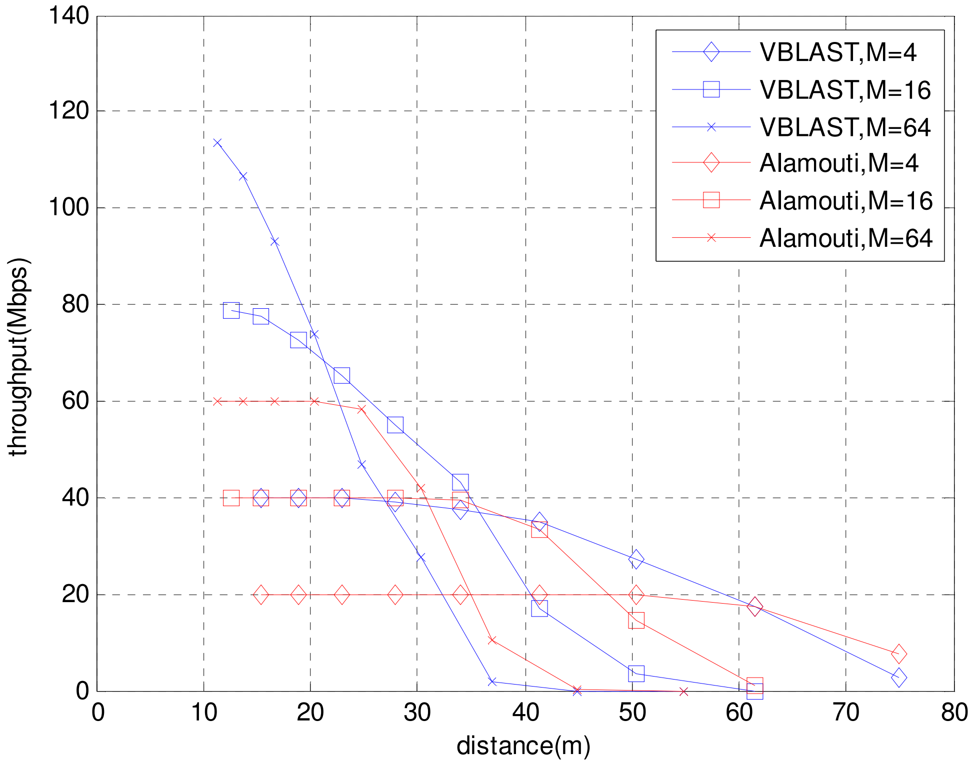


Σχήμα 68:B versus D model για 4x2 VBLAST

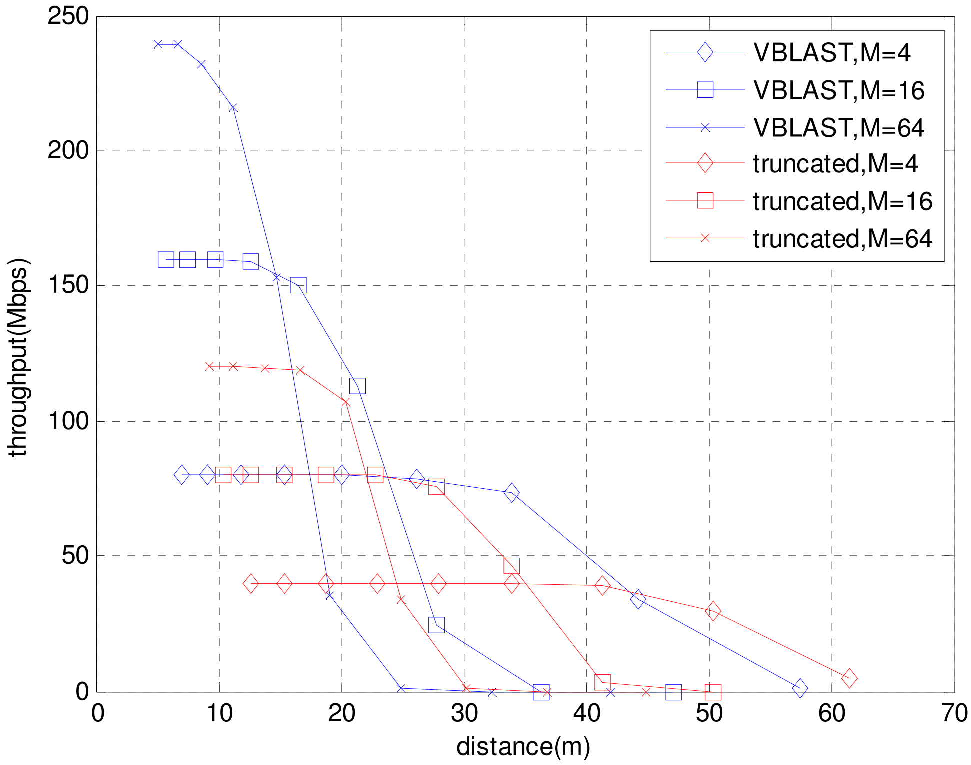
Από τα σχήματα 66-68 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το κανάλι στην περίπτωση του D model διαθέτει περισσότερη ενέργεια από το B model. Η απόδοση είναι βελτιωμένη τόσο στον Alamouti όσο και στον VBLAST κάτι που συνεπάγεται αυξημένο throughput σε μεγαλύτερο εύρος αποστάσεων. Εάν δηλαδή αλλάξει το channel model, πχ εξέλθουμε από ένα δωμάτιο και εισέλθουμε σε άλλο με αυτό το channel model τότε μπορούμε, εκεί που χρησιμοποιούσαμε Alamouti για μεγαλύτερη αξιοπιστία, να χρησιμοποιήσουμε VBLAST και να αφήσουμε το σχήμα Alamouti για μεγαλύτερες αποστάσεις και δυσμενέστερες συνθήκες.

4.5.6. VBLAST versus Alamouti

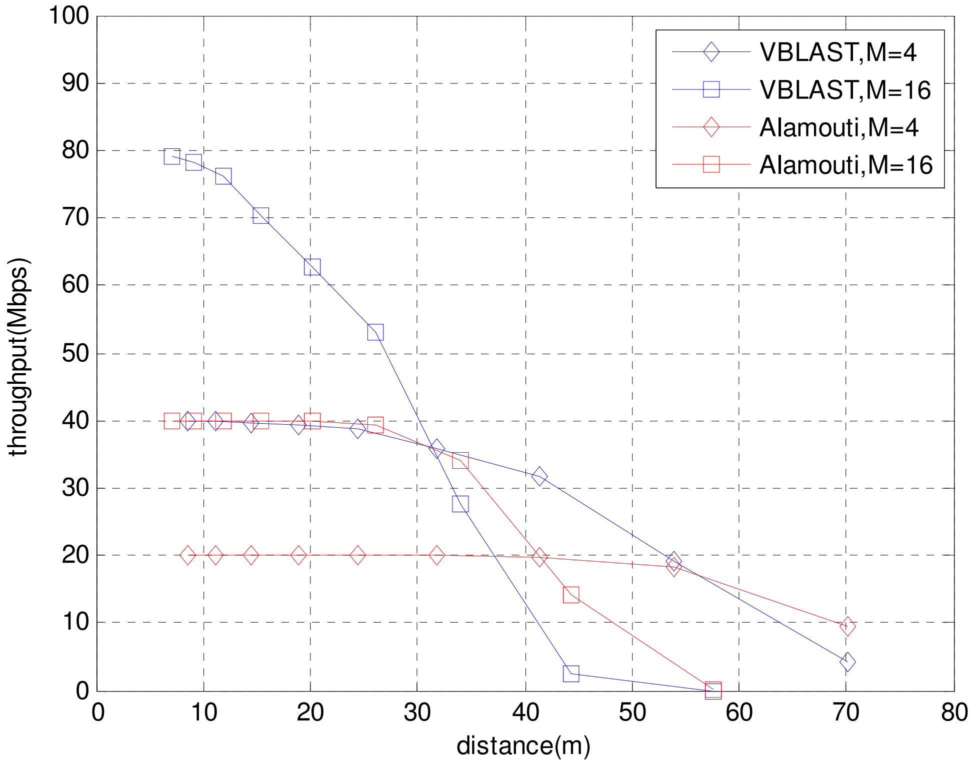
Όσο αφορά τώρα τη σύγκριση των V-BLAST και Alamouti με βάση τα όσα έχουν προκύψει αναμένουμε ότι η τεχνική VBLAST θα είναι καταλληλότερη για τις μικρές αποστάσεις ενώ μετά θα συμφέρει η χρήση του Alamouti καθώς παρέχει δυνατότητες για μη μηδενικό throughput σε αποστάσεις ως και τα 80m σε ορισμένες περιπτώσεις.



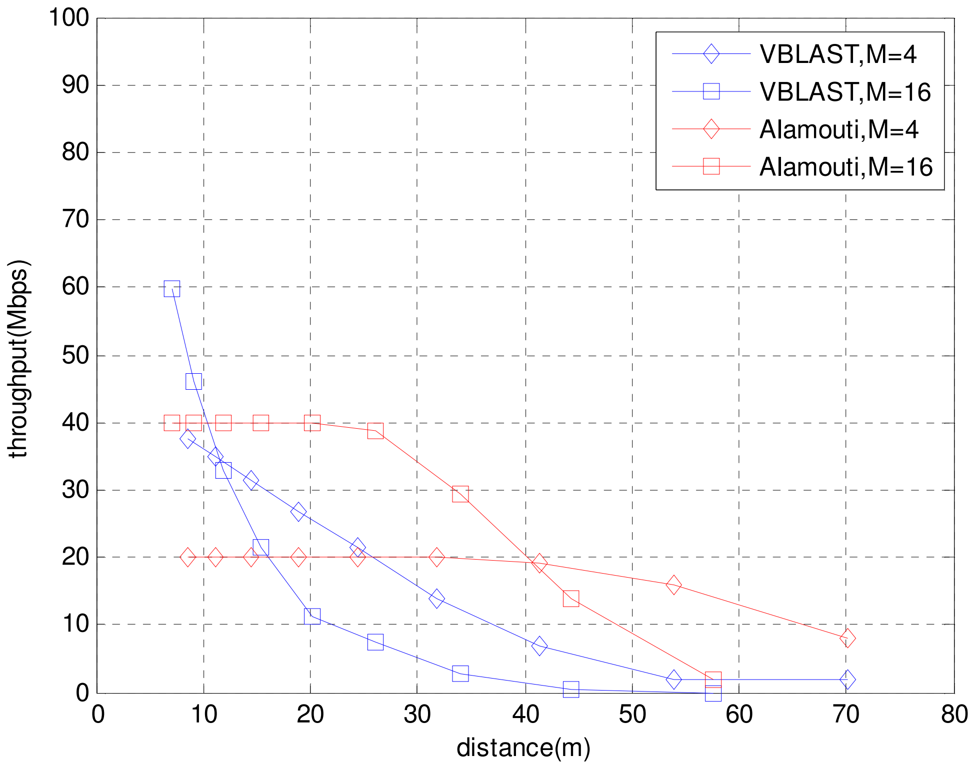
Σχήμα 69:VBLAST vs Alamouti για 2x2 MIMO



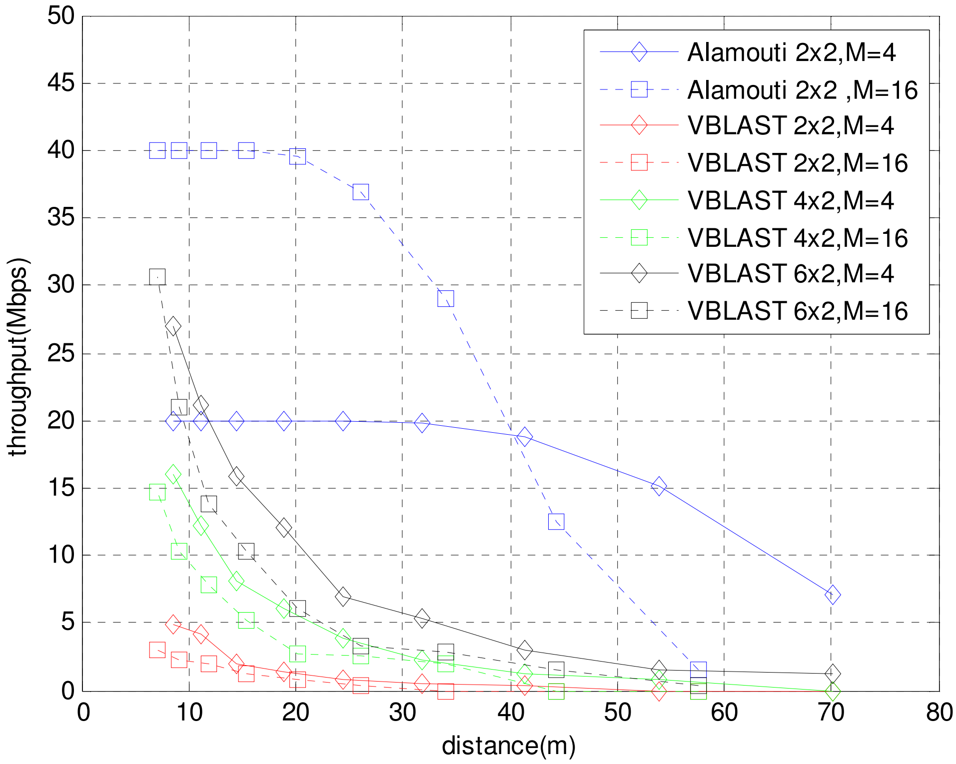
Σχήμα 70:VBLAST vs truncated Alamouti για 4x4 MIMO



Σχήμα 71:VBLAST vs Alamouti για 2x2 MIMO με d_l=2λ



Σχήμα 72:VBLAST vs Alamouti για 2x2 MIMO με d_l=λ/8



Σχήμα 73:VBLAST vs Alamouti με $d_l=\lambda/32$

Από τα σχήματα 69,70 γίνεται εμφανές το πλεονέκτημα κάθε σχήματος. Βλέπουμε ότι ο VBLAST δίνει τη δυνατότητα για μεγάλα throughput σε κάποιες κλίμακες αποστάσεων ενώ ο Alamouti (πλήρης για 2x2 και truncated για 4x4 ώστε να μην υπάρχει μεγάλη απόκλιση στο throughput) παρέχει μικρότερο throughput αλλά σε μεγαλύτερες κλίμακες αποστάσεων. Τόσο στο 2x2 όσο και στο 4x4 σύστημα παρατηρούμε ότι, για τις ίδιες ρυθμίσεις coderate και επιπέδων διαμόρφωσης M, ο VBLAST υπερέχει με τους ρυθμούς που παρέχει στις κοντινές αποστάσεις ενώ ο Alamouti αν και στις ίδιες ρυθμίσεις αποδίδει το μισό throughput ωστόσο αυτό είναι διαθέσιμο για μεγαλύτερες κλίμακες αποστάσεων. Βέβαια οφείλουμε να παρατηρήσουμε ότι αν ο VBLAST και ο Alamouti ρυθμιστούν ώστε να έχουν το ίδιο throughput, πχ με coderate=1/2, M=4 για VBLAST και coderate=1/2, M=16 για Alamouti υπερέχει ο VBLAST και στο 2x2 και στο 4x4 MIMO κάτι που οφείλεται στο γεγονός ότι ο κώδικας διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη διόρθωση λαθών μεταβαίνοντας από 2bits/symbol σε 4bits/symbol.

Από τα επόμενα σχήματα αυτό που παρατηρούμε είναι η σημαντική διαφοροποίηση στις επιδόσεις των σχημάτων εκπομπής. Από το σχήμα 70 παρατηρούμε ότι ο VBLAST παρουσιάζει μεγαλύτερη βελτίωση από τον Alamouti τόσο στη σύγκριση για τις ίδιες ρυθμίσεις όσο και για το ίδιο throughput. Αντιθέτως μεταβαίνοντας από d_l=λ/2 σε λ/8 και λ/32, δηλαδή καθώς μειώνεται η κανονικοποιημένη απόσταση d_l, παρατηρούμε ότι ο Alamouti παρουσιάζει πιο καλή συμπεριφορά σε αντίθεση με τον VBLAST που χειροτερεύει πολύ και όπως είδαμε στην παράγραφο και είναι καταλληλότερος από τον VBLAST σε όλες τις περιπτώσεις υπερτερώντας όλο και περισσότερο. Αυτό πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός ότι η κανονικοποιημένη απόσταση d_l επηρεάζει τη συσχέτιση στο κανάλι πράγμα που δεν έχει μεγάλη επίπτωση στον Alamouti διότι έχει πλήρη διαφορικότητα (full diversity). Ο VBLAST όμως που δεν εκμεταλλεύεται την διαφορικότητα του καναλιού επηρεάζεται περισσότερο από τη συσχέτιση της μετάδοσης με αποτέλεσμα να ευεργετείται περισσότερο όταν αποσυσχετίζεται η μετάδοση, όπως για d_l=2λ, και να υποβαθμίζεται σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από τον Alamouti όταν έχουμε συσχετισμένη μετάδοση, όπως για d_l=λ/8 και λ/32.

Αυτό που αξίζει να επισημάνουμε εδώ είναι το diversity-multiplexing tradeoff που υπάρχει στη σύγκριση των δύο σχημάτων εκπομπής και διαφοροποιεί τόσο την απόδοση όσο και το ρυθμό αποστολής δεδομένων. Ο VBLAST έχει 2πλή διαφορικότητα ενώ ο Alamouti έχει 2N διαφορικότητα εκμεταλλευόμενος έτσι πλήρως το multipath ώστε όλα τα σύμβολα να υπόκεινται τις ίδιες εξασθενίσεις. Βέβαια αυτό έχει ως αντίτιμο το μικρό multiplexing για την τεχνική Alamouti η οποία έχει, όπως έχει προαναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, space-time rate=1, δηλαδή για N κεραίες εκπομπής αποστέλλει N σύμβολα σε N χρονικές σχισμές, δηλαδή στην ουσία αποστέλλει 1symbol/χρονική σχισμή. Αντίθετα το σημείο που υπερτερεί εδώ ο VBLAST είναι ότι αποστέλλει N σύμβολα σε μία μόνο χρονική σχισμή, δηλαδή έχει πλήρες multiplexing gain. Εκεί λοιπόν που υπάρχει μεγάλο diversity gain υπάρχει μικρό multiplexing gain και το αντίστροφο όσο αφορά στις δύο αυτές τεχνικές μετάδοσης δεδομένων.

4.5.7. Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας η χρήση μεγάλου αριθμού κεραιών δεν αποτελεί ιδιαίτερα περιοριστικό παράγοντα καθώς στη συχνότητα των 5,25GHz όπου το μήκος κύματος είναι 5,7cm κεραιών είναι εφικτή η εγκατάσταση 4 κεραιών σε φορητούς υπολογιστές και ακόμα περισσότερων κεραιών σε δέκτες ψηφιακών συστημάτων με μεγαλύτερη φυσική επιφάνεια. Η εξάπλωση της τεχνολογίας σε ακόμα μεγαλύτερες περιοχές του φάσματος που συνεπάγεται μείωση του μήκους κύματος θα καταστήσει δυνατή την πυκνότερη τοποθέτηση κεραιών σε μια ηλεκτρονική συσκευή εκπομπής-λήψης.

Από τις εξομοιώσεις που έγιναν προέκυψαν πολλά ελπιδοφόρα συμπεράσματα. Είδαμε ότι μπορούμε να έχουμε ρυθμούς ως και 240Mbps χρησιμοποιώντας το πολύ 4 κεραίες για εκπομπή. Είναι προφανές ότι με χρήση μεγαλύτερου αριθμού κεραιών μπορούμε να πετύχουμε ακόμα μεγαλύτερους ρυθμούς, πχ με 8 κεραίες για εκπομπή και τουλάχιστον 8 για λήψη θα μπορούσαμε να έχουμε ως και 480 Mbps, με 10 κεραίες αντίστοιχα το όριο είναι 600Mbps κ.ο.κ. Επιπλέον η χρήση πιο μεγάλου ρυθμού κώδικα όπως 3/4 ή 5/6 θα αυξήσει ακόμα περισσότερο το throughput. Το εύρος των αποστάσεων που επιτυγχάνονται αυτοί οι ρυθμοί είναι αρκετά ικανοποιητικό καθώς μπορούμε να έχουμε αρκετά Mbps μέχρι τα 80m, ενώ για peer-to-peer επικοινωνία με πομπό και δέκτη στο ίδιο περιβάλλον (εσωτερικού χώρου) επιτυγχάνουμε μετάδοση με το μέγιστο ρυθμό.

Βέβαια, οι παραπάνω τεχνικές που αναλύθηκαν για εκπομπή και αποκωδικοποίηση δεν είναι οι μόνες. Ας μην ξεχνάμε ότι έχουν παρουσιαστεί και άλλες τεχνικές εκπομπής (D-BLAST,TURBO-BLAST) καθώς και αποκωδικοποιητές (ML,SD) που υπόσχονται ακόμη μεγαλύτερη απόδοση, ενώ ισχυρότερες κωδικοποιήσεις (όπως κώδικες LDPC και Turbo Codes) θα επιτύχουν περαιτέρω ελάττωση του BER. Είναι σαφές, ότι στα επόμενα χρόνια θα ακολουθήσουν πιο εξελιγμένες τεχνικές με μικρότερη πολυπλοκότητα και μεγαλύτερη ικανότητα ανίχνευσης στο δέκτη για την αξιόπιστη επίτευξη των υποσχόμενων ρυθμών σε μεγαλύτερο εύρος αποστάσεων.

5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

5.1. Ο WSSUS Δίαυλος

Πρακτικά δεν μπορούμε (π.χ μέσω μετρήσεων) την ακριβή συνάρτηση κατανομή του διαύλου $H(f,t)$. Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να κάνουμε χρήση μεγεθών όπως η μέση τιμή $m_H(f,t)$και η αυτοσυσχέτιση $R_H(f_1,t_1,f_2,t_2)$που μας προσφέρουν μια μερική περιγραφή.

Θεωρώντας ότι το κανάλι μας είναι *στατικό με την ευρεία έννοια* (WSS) η μέση τιμή και η αυτοσυσχέτιση του ορίζονται με βάση τους παρακάτω τύπους

$$m_H(f,t) = m_H \text{ για όλα τα f, t} \tag{5.1}$$

$$R_H(f_1,t_1,f_2,t_2) = R(\Delta f,\Delta t) = E\left[H^*(f,t)H(f+\Delta f,t+\Delta t)\right] \tag{5.2}$$

Η σχέση (4.1) είναι προφανές ότι συνεπάγεται σταθερή μέση τιμή ανεξάρτητη του χρόνου και της συχνότητας. Από τη σχέση (4.2) προκύπτει ότι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του διαύλου εξαρτάται μόνο από την απόλυτη διαφορά $\Delta f = f_1 - f_2$ των συχνοτήτων και την απόλυτη διαφορά $\Delta t = t_1 - t_2$ των χρόνων.

Στον μοντέλο του WSSUS διαύλου εκτός από τις σχέσεις (4.1), (4.2) ισχύει και η ανεξαρτησία μεταξύ της απόκρισης $H(f,t_i)$ και $H(f,t_j)$ για i≠j. Επιπλέον, επειδή το μοντέλο μας είναι σχεδόν στατικό (quasi-static) τα παραπάνω συμπεράσματα ισχύουν για συγκεκριμένες περιοχές του χρόνου t και της συχνότητας f.

5.2. Απόδειξη της Σχέσης (2.9)

Το πλάτος της κανονικοποιημένης συσχέτισης ρ δίνεται από την έκφραση

$$\rho = \frac{\mathrm{Re}\left[E\left[r_{ni} r_{n(i-1)}^*\right]\right]}{E\left[r_{ni} r_{ni}^*\right]} \tag{5.3}$$

Για τον αριθμητή ισχύει η σχέση

$$E\left[r_{ni}r_{n(i-1)}^{*}\right]=\sum_{l=1}^{L_1}\frac{1}{T_s^2}\int_{0}^{T_S}\int_{-T_{OFDM}}^{-iT_{OFDM}+T_S}\phi_{H,l}(x-y)dxdy$$
$$+\sum_{l=L_1+1}^{L_1+L_2}\int_{-T_{guard}+\tau_l}^{T_S}\int_{-T_{OFDM}-T_{guard}+\tau_l}^{-T_{OFDM}+T_S}\phi_{H,l}(x-y)dxdy \qquad \textbf{(5.4)}$$

Για τον παρονομαστή αριθμητή ισχύει η σχέση

$$E\left[r_{ni}r_{ni}^{*}\right]=\sum_{l=1}^{L_1}\frac{1}{T_s^2}\int_{0}^{T_S}\int_{0}^{T_S}\phi_{H,l}(x-y)dxdy$$
$$+\sum_{l=L_1+1}^{L_1+L_2}\int_{-T_{guard}+\tau_l}^{T_S}\int_{-T_{guard}+\tau_l}^{T_S}\phi_{H,l}(x-y)dxdy$$
$$+\sum_{l=1}^{L_1}\sum_{\substack{k=1\\k\neq n}}^{N_c}\frac{1}{T_s^2}\int_{0}^{T_S}\int_{0}^{T_S}\phi_{H,l}(x-y)\exp\left[j2\pi(f_k-f_n)(x-y)\right]dxdy$$
$$+\sum_{l=L_1+1}^{L_1+L_2}\sum_{\substack{k=1\\k\neq n}}^{N_c}\frac{1}{T_s^2}\int_{-T_{guard}+\tau_l}^{T_S}\int_{-T_{guard}+\tau_l}^{T_S}\phi_{H,l}(x-y)\exp\left[j2\pi(f_k-f_n)(x-y)\right]dxdy \qquad \textbf{(5.5)}$$
$$+\sum_{l=L_1+1}^{L_1+L_2}\sum_{\substack{k=1\\k\neq n}}^{N_c}\frac{1}{T_s^2}\int_{\tau_l}^{-T_{guard}+\tau_l}\int_{0}^{-T_{guard}+\tau_l}\phi_{H,l}(x-y)\exp\left[j2\pi(f_k-f_n)(x-y)\right]dxdy$$
$$+\sigma_n^2$$

όπου τ_l είναι η καθυστέρηση του l-οστού μονοπατιού και $\varphi_{H,l}(\Delta t)$ είναι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της εξασθένισης $\alpha_l(t)$ του l-οστού μονοπατιού και ορίζεται ως

$$\phi_{H,l}(\Delta t)=\frac{1}{2}E\left[a_l(t+\Delta t)a_l^{*}(t)\right] \qquad \textbf{(5.6)}$$

Για το μοντέλο του Jake με ομοιοκατευθυντικές κεραίες και με $f_d\Delta t<<1$ η $\varphi_{H,l}(\Delta t)$ μπορεί να προσεγγιστεί από την σχέση

$$\phi_{H,l}(\Delta t)=\sigma_l^2 J_0(2\pi f_d\Delta t)=\sigma_l^2\left[1-(\pi f_d\Delta t)^2\right] \qquad \textbf{(5.7)}$$

Αντικαθιστώντας την (5.7) στις σχέσεις (5.4) και (5.5) το ρ όπως ορίζεται στην σχέση (5.3) μετασχηματίζεται στη σχέση (2.9)

5.3. Βέλτιστης Σειριακή Αποκωδικοποίηση με Χρήση Βέλτιστης Διάταξης

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε το διάνυσμα $S \equiv \{S_1, S_2, \ldots S_M\}$ προς ανίχνευση με αυτή τη σειρά διάταξης. Ορίζουμε ως *περιορισμένο σύνολο* $\bar{S}_i$ *του στοιχείου* S_i το σύνολο των συντελεστών S_i που ακόμα δεν έχουν ανιχνευτεί και ακυρωθεί, δηλαδή το διάνυσμα $\bar{S}_i \equiv \{S_{i+1}, S_{i+2}, \ldots S_M\}$ ή το μηδενικό διάνυσμα εάν i=M και ως ρ_{Si} το SNR στο i-οστό βήμα της διαδικασίας ανίχνευσης με αυτή τη διάταξη ανίχνευσης. Έστω $L \equiv \{L_1, L_2, \ldots L_M\}$ η βέλτιστη διάταξη ανίχνευσης. Παρατίθενται για την απόδειξη 2 λήμματα που δεχόμαστε χωρίς να τα αποδείξουμε εδώ.

- Λήμμα 1: Έστω A και B δύο διατάξεις. Αν $A_k=B_k$ και τα περιορισμένα σύνολα $\bar{A}_k$ και $\bar{B}_k$ έχουν τα ίδια στοιχεία ανεξαρτήτως διάταξης τότε $\rho_{Ai} = \rho_{Bi}$.
- Λήμμα 2: Έστω A και B δύο διατάξεις. Αν $A_k=B_k$ και το $\bar{A}_k$ είναι υποσύνολο του $\bar{B}_k$ τότε $\rho_{Ai} \geq \rho_{Bi}$.

Έστω $Q \equiv \{Q_1, Q_2, \ldots Q_M\}$ μία τυχαία διάταξη διαφορετική από την L, d ο δείκτης του 1^{ου} από τα αριστερά στοιχείου από τα οποία και μετά οι L και Q διαφέρουν και r ο δείκτης για τον οποίο $Q_r=L_d$ (r>d καθώς οι L και Q έχουν τα ίδια στοιχεία ως το (d-1)-οστό στοιχείο. Από το λήμμα 1 έχουμε

$$\rho_{Li} \geq \rho_{Qi} \ , 1 \leq i \leq d-1 \qquad \textbf{(5.8)}$$

Έστω Q’ μια αναδιάταξη του Q έτσι ώστε $Q \equiv \{Q_1, Q_2, \ldots Q_{d-1}, Q_r, Q_d, \ldots, Q_M\}$, δηλαδή στην παραπάνω διάταξη το μετατιθέμενο στοιχείο Q_r θα λείπει από τη σειρά μετά το Q_d. Παρατηρούμε ότι το Q ταυτίζεται με το L στις πρώτες d-1 θέσεις ενώ το Q’ στις πρώτες d θέσεις. Από το λήμμα 1 $\rho_{Q1} = \rho_{Q'1}, \rho_{Q2} = \rho_{Q'2}, \ldots, \rho_{Q(d-1)} = \rho_{Q'(d-1)}$

καθώς τα στοιχεία αυτά έχουν τα ίδια περιοριστικά σύνολα. Χρησιμοποιώντας δε το λήμμα 2 συμπεραίνουμε ότι $\rho_{Q(d+1)} \leq \rho_{Q^{'}(d+1)}, \rho_{Q(d+2)} \leq \rho_{Q^{'}(d+2)}, \ldots, \rho_{QM} \leq \rho_{Q^{'}M}$ καθώς τα περιορισμένα σύνολα των στοιχείων αυτών του Q’ είναι υποσύνολα των αντίστοιχων στοιχείων του Q και $\rho_{Qd} \leq \rho_{Q^{'}d}$ καθώς $\rho_{Q^{'}d} = \rho_{Ld}$ και ρ_{Ld} είναι κατά σύμβαση η διαδικασία που μεγιστοποιεί τοπικά το SNR. Οπότε

$$\min_i \rho_{Qi} \leq \min_i \rho_{Q'i} \quad \textbf{(5.9)}$$

Με ανάλογες αναδιατάξεις το Q τελικά μετασχηματίζεται στο περιορισμένο σύνολο L, διατηρώντας την ανισότητα της σχέσης (5.9), τελικά προκύπτει ότι

$$\min_i \rho_{Qi} \leq \min_i \rho_{Li} \quad \textbf{(5.10)}$$

Οπότε καθώς το Q είναι τυχαίο και διαφορετικό από το L η διαδικασία αυτή ισχύει για όλες τις δυνατές διατάξεις και επομένως καμιά διάταξη δεν αποδίδει καλύτερα από το τη διάταξη L.

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Μ. Ε. Θεολόγου, ‘‘Δίκτυα Κινητών και Προσωπικών Επικοινωνιών’’, Ε.Μ.Π, Αθήνα, Μάρτιος 2006

[2] JPL's Wireless Communication Reference Website, ‘‘Wireless Channels’’, http://www.wireless.per.nl/reference/chaptr03/rayleigh.htm

[3] V. V. Veeravalli, ‘‘Wireless Communication Channel Model for Mobile Communications’’, Fall 2006

[4] R. Van Nee, R. Prasad, ‘‘OFDM for wireless multimedia communications’’, Artech House universal personal communication library, 2000.

[5] S. Hara, R. Prasad, ‘‘Multicarrier techniques for 4G Mobile Communications’’, Artech House Universal Personal Communication Series, 2003

[6] H. Schulze, C. Luders, ‘‘Theory and Applications of OFDM and CDMA’’, John Wiley & Sons, 2005

[7] V. Kuhn, ‘‘Wireless Communications over MIMO Channels: Applications to CDMA and Multiple Antenna Systems’’ John Wiley & Sons, Sep.2006

[8] D. Tse, P. Viswanath, ‘‘Fundamentals of Wireless Communication’’, Cambridge University Press, 2005

[9] B. Sklar, ‘‘Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems Part I: Characterization’’, Communications Engineering Services

[10] D. Gesbert, M. Shafi, D. Shiu, P. J. Smith, A. Naguib, ‘‘From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space–Time Coded Wireless Systems’’, IEEE journal on selected areas in communications, vol. 21, no. 3, April 2003

[11] G. J. Foschini, M. J. Gans, “On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment When Using Multiple Antennas,” Wireless Pers. Commun., vol. 6, pp. 311–335, Mar. 1998

[12] E. Telatar, “Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels,” AT&T Bell Laboratories, Tech. Memo., June 1995.

[13] C. N. Chuah, D. Tse, J. M. Kahn, and R.Valenzuela, “Capacity Scaling in MIMO Wireless Systems Under Correlated Fading,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 48, pp. 637–650, Mar. 2002.

[14] C.-N. Chuah, J. M. Kahn, and D. Tse, “Capacity of Indoor Multiantenna Array Systems in Indoor Wireless Environment,” in Proc. GLOBECOM ,98, Sydney, Australia, 1998, pp. 1894–1899.

[15] G. Foschini, “Layered Space-Time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment when Using Multiple Antennas,” Bell Labs, Technical Journal 2, 1996, Volume 1, number 2, pp 41-59

[16] D. Shiu and J.M. Kahn, “Layered Space-Time Codes for Wireless Communications Using Multiple Transmit Antennas,” ICC 99, Vancouver, Canada, June 1999

[17] P.W. Wolniansky, G.J. Foschini, G.D. Golden and R.A. Valenzuela, ‘‘V–BLAST: An Architecture for Achieving Very High Data Rates over Rich-Scattering Wireless Channels’’ In Proc. Int. Symp. Signals, Systems, and Electronics (ISSSE–98), Pisa, Italy, 1998.

[18] A. Bahador, ‘‘Different BLAST Architectures and Techniques’’, Spring 2006

[19] Z. B. Eduardo, ‘‘BLAST Architectures’’, Signal Processing Laboratory, postgraduate course in radio communications, Autumm 2004

[20] M. Sellathurai and S. Haykin, ‘‘TURBO-BLAST for Wireless Communications: Theory and Experiments’’, IEEE transactions on signal processing, vol. 50, no. 10, October 2002

[21] S. J. Kim, H. Kim, C. S. Park and K. B. Lee, ‘‘Space-Time Technique for Wireless Multiuser MIMO Systems with SIC Receivers’’, School of Electrical Engineering, Seoul National University, Seoul, Korea

[22] G. Raleigh, J. M. Cioffi, “Spatial-temporal Coding for Wireless Communications”, IEEE Trans. Commun., vol. 46, pp. 357–366, 1998.

[23] V. Tarokh, H. Jafarkhani and A. R. Calderbank, “Space–time block codes from orthogonal designs,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 45,pp. 1456–1467, July 1999.

[24] S. M. Alamouti, ‘‘A simple transmit diversity scheme for wireless communications’’. IEEE J. Sel. Ar. Comm., 16(8):1451–1458, October 1998.

[25] M. Rupp and C.F. Mecklenbrauker, ‘‘On Extended Alamouti Schemes for Space-Time Coding ’’, in WPMC’02, Honolulu, Oct. 2002.

[26] M. Rupp and C. F. Mecklenbrauker, ‘‘Improving Transmission by MIMO Channel Structuring’’

[27] B. Hassibi and H. Vikalo, ‘‘On the Sphere-Decoding Algorithm I: Expected Complexity’’, IEEE transactions on signal processing, vol. 53, no. 8, August 2005

[28] K. Su and I. J. Wassell, ‘‘A New Ordering for Efficient Sphere Decoding’’, Laboratory for Communication Engineering

[29] D. Seethaler, H. Artés and F. Hlawatsch, ‘‘Efficient Approximate-ML Detection for MIMO Spatial Multiplexing Systems by Using a 1-d Nearest Neighbour Search’’, in Proc. IEEE isspit 2003,Darmstadt, Germany, Dec. 2003 ,invited paper, pp. 290-293.

[30] D. Wubben, R. Bohnke, J. Rinas, V. Kuhn and K.D. Kammeyer, ‘‘Efficient algorithm for decoding Layered Space-Time Codes’’,

[31] D. Wubben, J. Rinas, R. Bohnke, V. Kuhn and K.D. Kammeyer, ‘‘Efficient Algorithm for Detecting Layered Space-Time Codes’’, 4th International ITG Conference on Source and Channel Coding, Berlin, January 2002

[32] S. Falahati, ‘‘Digital Communications I: Modulation and Coding Course’’, Lecture 8, Period 3 - 2006

[33] ‘‘TGn Channel Models’’, IEEE P802.11 Wireless LANs, January 9,2004