



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΜΟ ΔΙΠΛΗΣ ΠΟΛΩΣΗΣ ΓΙΑ ΚΙΝΗΤΕΣ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

MARTIN O. ZAMKOTSIAN

Επιβλέπων : Π. Γ. ΚΩΤΤΗΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2009





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΜΟ ΔΙΠΛΗΣ ΠΟΛΩΣΗΣ ΓΙΑ ΚΙΝΗΤΕΣ ΔΟΥΦΟΡΙΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

MARTIN O. ZAMKOTSIAN

Επιβλέπων : Π. Γ. ΚΩΤΤΗΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την 20<sup>η</sup> Ιουλίου 2009

.....  
Π. Κωττής  
Καθηγητής ΕΜΠ

.....  
Χ. Καψάλης  
Καθηγητής ΕΜΠ

.....  
Α. Παναγόπουλος  
Λέκτορας ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2009

.....  
**MARTIN O. ZAMKOTSIAN**

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Μάρτιν Ο. Ζαμκοτσιάν, 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα πλεονεκτήματα που προκύπτουν από τη χρησιμοποίηση πολλαπλών κεραιών εκπομπής και πολλαπλών κεραιών λήψης (Multiple Input Multiple Output, MIMO) στις επίγειες επικοινωνίες προκάλεσαν εκτεταμένο ενδιαφέρον για την εφαρμογή της τεχνικής στις δορυφορικές επικοινωνίες. Ωστόσο, οι διαφορές και οι περιορισμοί του δορυφορικού διαύλου σε σύγκριση με τον επίγειο οδηγούν στην εκμετάλλευση της διπλής πόλωσης προκειμένου τα συστήματα MIMO να προσφέρουν βελτιωμένη χωρητικότητα και επίδοση στις δορυφορικές επικοινωνίες. Στην παρούσα εργασία μελετάται η εφαρμογή συστημάτων MIMO διπλής πόλωσης σε κινητές δορυφορικές επικοινωνίες (Land Mobile Satellite, LMS). Η έλλειψη αξιόπιστου μοντέλου για το διάλυο MIMO-LMS διπλής πόλωσης απαιτεί προσεκτικό συγκερασμό των πειραματικών δεδομένων που προκύπτουν από την εφαρμογή διπλής πόλωσης σε επίγεια συστήματα MIMO με τα υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα για το διάλυο LMS μιας κεραίας εκπομπής - μιας κεραίας λήψης (Single Input Single Output, SISO). Έτσι, με βάση πειραματικά δεδομένα συγκρίνονται τα συστήματα MIMO απλής πόλωσης και διπλής πόλωσης για διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης στον επίγειο διάλυο. Αφού εξακριβωθούν τα οφέλη που προσφέρει η δεύτερη πόλωση, κατασκευάζεται κατάλληλο μοντέλο για την περιγραφή του διαύλου MIMO-LMS διπλής πόλωσης αναδεικνύοντας την αξιολογητή αύξηση της χωρητικότητας που προσφέρει έναντι του παραδοσιακού συστήματος SISO στα περιβάλλοντα όπου συνήθως λειτουργούν οι δορυφορικές επικοινωνίες, δηλαδή εκείνα που χαρακτηρίζονται από ισχυρή απευθείας συνιστώσα.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: κινητές δορυφορικές επικοινωνίες, συστήματα MIMO, απλή πόλωση, διπλή πόλωση, χωρική συσχέτιση, χωρική συνδιακύμανση, συνδιακύμανση πόλωσης, συνιστώσα οπτικής επαφής, πολυδιαδρομική συνιστώσα, χωρητικότητα, πιθανότητα λάθους, σχήμα Alamouti

## ABSTRACT

The potential benefits obtained by multiple-input-multiple-output (MIMO) techniques in terrestrial communications triggered the interest for their implementation in satellite communications. However, the constraints that the satellite link exhibits in comparison to the terrestrial one require the use of a second polarization so that MIMO satellite systems offer improved capacity and error performance. This diploma thesis studies the implementation of dual-polarization in land mobile satellite (LMS) systems. In the absence of accurate experimental data for MIMO LMS channels, the work focuses on the sound consolidation of available channel models resulting from relevant single-input single-output (SISO) LMS and dual-polarized MIMO terrestrial wireless communications, as well as on their novel extrapolation to the MIMO LMS cases of interest. First, based on experimental results, it is determined under what propagation conditions dual-polarized systems perform better than single-polarized ones. Next an appropriate model is derived to describe the MIMO-LMS channel showing the astonishing performance in capacity gained in common propagation environments for satellite communications which are characterized by a strong LOS component.

KEY WORDS: land mobile communications, MIMO systems, single-polar, dual-polar, spatial correlation, spatial covariance, polarization covariance, LOS component, NLOS component, capacity, symbol error probability, Alamouti scheme

## **Ευχαριστήριο σημείωμα**

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στη σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών και το θέμα της αφορά στο επιστημονικό πεδίο του τομέα συστημάτων μετάδοσης πληροφορίας και τεχνολογίας υλικών.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον καθηγητή ΕΜΠ και επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας κ. Παναγιώτη Γ. Κωτή για το ενδιαφέρον που επέδειξε και τις πολύτιμες γνώσεις που μου έδωσε κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Επιπλέον, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τις γνώσεις που μου προσέφερε μέσω των μαθημάτων στα οποία ήταν διδάσκων, οι οποίες με βοήθησαν να επιτύχω μια μερική, αλλά σημαντική, ολοκλήρωση του απαραίτητου θεωρητικού υποβάθρου ενός μηχανικού τηλεπικοινωνιών.

Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον διδάκτορα ΕΜΠ κ. Παντελή-Daniel Αράπογλου για την άμεση ανταπόκρισή του μέσω γονίμων διαλόγων για την αντιμετώπιση οποιασδήποτε δυσκολίας εμφανίζονταν κατά την εκπόνηση των διαφόρων σταδίων της διπλωματικής μου. Οι γνώσεις του με βοήθησαν πολύ στην κατανόηση σημαντικών εννοιών.

Αφιερώνω τη διπλωματική μου εργασία στην οικογένειά μου η οποία μου στάθηκε όπου τη χρειαζόμουν από τα μαθητικά μου χρόνια μέχρι σήμερα, το ΕΜΠ και συγκεκριμένα τη σχολή ΗΜΜΥ, που μου προσέφερε χρήσιμες γνώσεις πάνω στο αντικείμενο που με ενδιαφέρει και τα υπόλοιπα πρόσωπα που με στήριξαν τις περιόδους όπου το είχα ανάγκη.

## Περιεχόμενα

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

#### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

1.1 Εισαγωγή	11
1.2 Φαινόμενα Διάδοσης στις Δορυφορικές Επικοινωνίες	12
1.2.1 Διάδοση ραδιοκυμάτων στην Τροπόσφαιρα	13
1.2.2 Διάδοση ραδιοκυμάτων στην κοντινή περιοχή του δέκτη	14
1.2.3 Τεχνικές αντιμετώπισης διαλείψεων σε ευρυζωνικά δορυφορικά συστήματα	15
1.3 Δορυφορικές Τροχιές	16
1.4 Το πρότυπο DVB για δορυφορικές επικοινωνίες	18
1.4.1 Το πρότυπο DVB-S	19
1.4.2 Το πρότυπο DVB-S2	19
1.4.3 Το πρότυπο DVB-RCS	19
1.4.4 Το υβριδικό πρότυπο DVB-SH για επίγειες και δορυφορικές επικοινωνίες	20
Βιβλιογραφία	24

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

#### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ MIMO

2.1 Εισαγωγή	25
2.2 Το μαθηματικό μοντέλο MIMO	30
2.2.1 Διάυλος Rayleigh Ανεξαρτήτων και Ισόνομων Κερδών	32
2.2.2 Επέκταση του διαύλου i.i.d. Rayleigh σε πραγματικά σενάρια	33
2.3 Υπολογισμός χωρητικότητας διαύλου MIMO	36
2.3.1 Διάυλος γνωστός μόνο στο δέκτη	37
2.3.2 Διάυλος γνωστός στον πομπό και το δέκτη	43
2.3.3 Χωρητικότητα διαύλου με διαλείψεις επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα	45
2.3.4 Χωρητικότητα Διακοπής	45
2.3.5 Σχέση μεταξύ ρυθμού μετάδοσης δεδομένων, πιθανότητας λανθασμένου πακέτου και σηματοθορυβικού λόγου λήψης	46



2.4. Ανάλυση Σχημάτων Χωροχρονικής Κωδικοποίησης	48
2.4.1. Επίτευξη Διαφορικού Κέρδους και Κέρδους Κωδικοποίησης	49
2.4.1.1. Σχήμα Alamouti	49
2.4.2. Επίτευξη Κέρδους Χωρικής πολυπλεξίας	53
2.4.3 Σύγκριση σχήματος χωρικής πολυπλεξίας και σχήματος Alamouti	54
Βιβλιογραφία	55

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

### **ΕΠΙΓΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΜΟ ΔΙΠΛΗΣ ΠΟΛΩΣΗΣ**

3.1. Εισαγωγή	57
3.2. Βασικές Έννοιες της Πόλωσης Ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων	57
3.3. Μοντελοποίηση του διαύλου για σχήματα διπλής πόλωσης	60
3.3.1. Μοντελοποίηση για διαφορετικές περιπτώσεις διαύλου	64
3.3.2. Μοντελοποίηση συστήματος διπλής πόλωσης για σύστημα MIMO 2X2	66
3.3.3. Ισοδύναμος σηματοθορυβικός λόγος λήψης	66
3.4. Συνήθη σχήματα διπλής πόλωσης	67
3.5. Επίδοση συστήματος διπλής πόλωσης	72
3.5.1. Χωρητικότητα συστήματος διπλής πόλωσης για δίαυλο Rayleigh	72
3.5.2. Χωρητικότητα συστήματος διπλής πόλωσης για δίαυλο μόνο οπτικής επαφής	86
3.5.3 Μέση πιθανότητα λάθους	89
3.5.3.1 Αποκωδικοποιητής ML για το σχήμα Alamouti	90
3.5.3.2 Μέση πιθανότητα λάθους για δίαυλο Rayleigh	91
3.5.3.3 Μέση πιθανότητα λάθους για δίαυλο Rayleigh και σχήμα Alamouti	92
3.5.3.4 Μέση πιθανότητα λάθους για δίαυλο μόνο οπτικής επαφής	101
3.5.3.5 Μέση πιθανότητα λάθους για δίαυλο μόνο οπτικής επαφής και σχήμα Alamouti	101
3.6 Συμπεράσματα	102
Βιβλιογραφία	104

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ LMS

4.1 Εισαγωγή	105
4.2 Μοντελοποίηση του δορυφορικού διαύλου SISO	108
4.2.1 Σχετική καθυστέρηση και καθυστέρηση φάσης των συμβαλλόμενων συνιστωσών	109
4.2.2 Επίδραση του φαινομένου Doppler	111
4.2.3 Κατανομή περιβάλλουσας και κέρδους του δορυφορικού διαύλου SISO στενής ζώνης	112
4.2.3.1 Η απευθείας συνιστώσα	112
4.2.3.2 Η σκεδαζόμενη συνιστώσα	114
4.2.3.3 Το μοντέλο του Loo για το συνολικό σήμα	114
4.3 Μοντελοποίηση του δορυφορικού διαύλου διπλής πόλωσης	118
4.3.1 Η απευθείας συνιστώσα	118
4.3.2 Η σκεδαζόμενη συνιστώσα	121
4.3.3 Ο πίνακας του δορυφορικού διαύλου για σύστημα MIMO διπλής πόλωσης	125
4.4 Εργοδική χωρητικότητα για σύστημα MIMO διπλής πόλωσης	126
4.5 Πιθανότητα λάθους για σύστημα MIMO διπλής πόλωσης και σχήμα Alamouti	129
4.6 Επέκταση συστήματος διπλής πόλωσης σε περισσότερες διαστάσεις	132
4.7 Συστήματα απλής πόλωσης	134
4.8 Προσομοιώσεις	135
4.9 Συμπεράσματα	155
Βιβλιογραφία	159
Παράρτημα Α Μαθηματικοί Συμβολισμοί	161
Παράρτημα Β Οι κατανομές Rayleigh, Rice, lognormal και Loo	162

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

### 1.1 Εισαγωγή

Η ραγδαία ανάπτυξη των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων που ξεκίνησε από τον προηγούμενο αιώνα οφείλεται στις ολοένα και αυξανόμενες απαιτήσεις των χρηστών για βελτίωση των υπηρεσιών που ήδη προσφέρονται. Η ευρεία διάδοση των τηλεπικοινωνιακών εφαρμογών με βασικούς στόχους την επικοινωνία και τη μεταφορά δεδομένων και κορωνίδα αυτής την συγκρότηση και ανάπτυξη ενός ενιαίου παγκόσμιου ιστού (World Wide Web, WWW) με τις προσφερόμενες από το Internet υπηρεσίες, δημιούργησε την απαίτηση για την εύρεση επιπρόσθετων τηλεπικοινωνιακών πόρων. Προς την κατεύθυνση αυτή συνέβαλλε η ανάπτυξη των πρώτων δορυφορικών συστημάτων των οποίων η σπουδαιότητα αυξάνει με την πάροδο των χρόνων παρέχοντας κυρίως εφαρμογές τηλεόρασης, βίντεο και ήχου, σταθερή τηλεφωνία, υπηρεσίες IP, υπηρεσίες δεδομένων, δικτύων ευρείας ζώνης και κινητών τηλεπικοινωνιών. Τα βασικά πλεονεκτήματα που προσφέρουν οι δορυφορικές επικοινωνίες είναι

α) η αποδοτικότητα από πλευράς αξιοποίησης πόρων για ευρυεκπομπή (broadcasting) και πολυεκπομπή (multicasting) καθώς το βασικό κόστος περιορίζεται στην εκτόξευση του δορυφόρου και την τοποθέτησή του σε τροχιά.

β) η αποδοτικότητα ως προς το κόστος για ασύμμετρες συνδέσεις που προκύπτει από τη δυνατότητα ευρυεκπομπής που διαθέτει ο δορυφόρος.

γ) η κάλυψη μεγάλων γεωγραφικών περιοχών. Συγκεκριμένα, τρεις γεωστατικοί δορυφόροι αρκούν να καλύψουν το σύνολο της επιφάνειας της Γης πλην των πόλων.

δ) η ανεξαρτησία του κόστους της ζεύξης από τη θέση του επίγειου δέκτη υπό την προϋπόθεση ότι ο δέκτης βρίσκεται στην περιοχή κάλυψης του δορυφόρου.

ε) η ενοποίηση υπηρεσιών που παρέχεται.

στ) η μεταβλητή ταχύτητα υπηρεσίας κατά βούληση με το αντίστοιχο κόστος.

Ωστόσο, υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί οι οποίοι καλούνται να αντιμετωπιστούν που αφορούν

α) το υψηλό κόστος εγκατάστασης του συστήματος λόγω του υψηλού κόστους του δορυφόρου.

β) την περιορισμένη διάρκεια ζωής του δορυφόρου και το κόστος αντικατάστασής του.

γ) την καθυστέρηση μετάδοσης για γεωστατικούς δορυφόρους λόγω της μεγάλης διαδρομής του σήματος.

δ) την εξάρτηση από τις συνθήκες του διαύλου και κυρίως την απόσβεση λόγω βροχής για συχνότητες μεγαλύτερες των 10GHz.

Οι φασματικές ζώνες που χρησιμοποιούνται στις δορυφορικές επικοινωνίες με τις αντίστοιχες υπηρεσίες που εξυπηρετούν συνοψίζονται στον Πίνακα 1.1

<b>Ζώνη Συχνοτήτων</b>	<b>Συχνότητα Κάτω Ζεύξης σε GHz</b>	<b>Συχνότητα Άνω Ζεύξης Σε GHz</b>	<b>Τηλεπικοινωνιακές Υπηρεσίες</b>
L	1	2	Κινητή υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Mobile Satellite Service, MSS)
			Κινητή υπηρεσία ξηράς μέσω δορυφόρου (Land Mobile Satellite Service, LMSS)
S	2	4	Κινητή υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Mobile Satellite Service, MSS)
			Υπηρεσία έρευνας του διαστήματος (Space Research Service)
C	4	8	Σταθερή Υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Fixed Satellite Service, FSS)
X	8	12.5	Σταθερή Υπηρεσία μέσω δορυφόρου για στρατιωτικούς σκοπούς (Fixed Satellite Service military communication)
Ku	12.5	19	Σταθερή Υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Fixed Satellite Service, FSS)
			Υπηρεσία ευρυεκπομπής μέσω δορυφόρου (Broadcast Satellite Service, BSS)
K	19	26.5	Σταθερή Υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Fixed Satellite Service, FSS)
			Υπηρεσία ευρυεκπομπής μέσω δορυφόρου (Broadcast Satellite Service, BSS)
			Σταθερή Υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Fixed Satellite Service, FSS)
Ka	26.5	30	Σταθερή Υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Fixed Satellite Service, FSS)
			Υπηρεσία ευρυεκπομπής μέσω δορυφόρου (Broadcast Satellite Service, BSS)
			Σταθερή Υπηρεσία μέσω δορυφόρου (Fixed Satellite Service, FSS)

**Πίνακας 1.1:** Δορυφορικές Ζώνες Συχνοτήτων και οι Υπηρεσίες τους

## 1.2 Φαινόμενα Διάδοσης στις Δορυφορικές Επικοινωνίες

Οι απώλειες ελευθέρου χώρου (Free Space Loss, FSL) αποτελούν τη βασική αιτία εξασθένησης του σήματος ώστε η μεγάλη απόσταση μεταξύ δορυφόρου και επίγειου σταθμού να απαιτεί μεγάλη ισχύ εκπομπής τόσο στη ζεύξη ανόδου (uplink) όσο και στη ζεύξη καθόδου (downlink). Ως ελεύθερος χώρος ορίζεται ένα περιβάλλον διάδοσης όπου η ζεύξη δεν παρεμποδίζεται από εμπόδια που μπορούν να

εξασθενήσουν ή να σκεδάσουν τα διαδιδόμενα κύματα. Στην πράξη, συνθήκες διάδοσης ελευθέρου χώρου εξασφαλίζονται στην περίπτωση καθαρότητας της πρώτης ζώνης *Fresnel* [Καν06]. Η n-οστή ζώνη *Fresnel* ορίζεται ως εκείνη η επιφάνεια ελλειψοειδούς εκ περιστροφής με εστίες τα σημεία εκπομπής και λήψης, για την οποία το άθροισμα των αποστάσεων μεταξύ του πομπού και ενός σημείου στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς ( $r_1$ ) και του δέκτη με το ίδιο σημείο στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς ( $r_2$ ) υπερβαίνει κατά  $n(\lambda/2)$  την απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη ( $d$ ), δηλαδή

$$r_1 + r_2 - d = n \cdot (\lambda/2) \quad (1.1)$$

Ο ελεύθερος χώρος θεωρείται ένα ιδανικό-ισοτροπικό μέσο χωρίς άλλες απώλειες και με γραμμική συμπεριφορά.

Οι απώλειες FSL προκύπτουν από τη σχέση

$$L_s = \left( \frac{4\pi \cdot d}{\lambda} \right)^2 \quad (1.2)$$

όπου  $d$  η απόσταση πομπού και δέκτη και  $\lambda$  το μήκος κύματος της ζεύξης, ή, ισοδύναμα σε dB

$$L_s = 32.4 + 20 \log d + 20 \log f \quad (1.3)$$

όπου  $d$  σε km και  $f$  σε MHz.

Για την περίπτωση πραγματικού δορυφορικού διαύλου, τα διάφορα φαινόμενα διάδοσης προκαλούν πρόσθετη εξασθένηση στα διαδιδόμενα κύματα σε συνδυασμό με ενδεχόμενες αλλοιώσεις στη μορφή τους οι οποίες οφείλονται κυρίως στο θόρυβο ή παρεμβολές από άλλους δορυφόρους. Τα φαινόμενα διάδοσης των οποίων τα αποτελέσματα είναι χρονικά και τοπικά μεταβαλλόμενα, διαχωρίζονται σε εκείνα που συμβαίνουν στην τροπόσφαιρα και εκείνα που συμβαίνουν στην κοντινή περιοχή του δέκτη. Η μεταβλητή και ταυτόχρονα τυχαία εξασθένηση που εισάγουν τα φαινόμενα διάδοσης στο σήμα λήψης προκαλούν μεταβολές του επιπέδου ισχύος του οι οποίες ονομάζονται διαλείψεις. Επισημαίνεται ότι για τις ζώνες S και L που μελετώνται στο τελευταίο κεφάλαιο, τα φαινόμενα διάδοσης στην τροπόσφαιρα θεωρούνται αμελητέα καθώς οι συχνότητες διάδοσης είναι κατά πολύ μικρότερες των 10GHz. Επιπλέον, υπάρχουν φαινόμενα διάδοσης στην ιονόσφαιρα τα οποία αμελούνται για τις συχνότητες διάδοσης των ζωνών του Πίνακα 1.1.

### 1.2.1 Διάδοση ραδιοκυμάτων στην Τροπόσφαιρα

Η Τροπόσφαιρα εκτείνεται από την επιφάνεια του εδάφους μέχρι το ύψος των 6km στους πόλους και των 16km στον ισημερινό. Τα τροποσφαιρικά φαινόμενα και οι αντίστοιχες επιπτώσεις τους συνοψίζονται στη συνέχεια [Κωτ06].

α) Εξασθένηση λόγω ατμοσφαιρικών κατακρημνίσεων (βροχή, χιόνι, χαλάζι) ( $L_1$ ). Συγκεκριμένα, ο συνδυασμός υδρομετεωρικής σκέδασης και απορρόφησης αποτελεί τον κύριο παράγοντα εξασθένησης για τη ζώνη συχνοτήτων από 10 έως 30GHz,

απόσβεση η οποία σε dB είναι ανάλογη του τετραγώνου της συχνότητας. Επιπλέον, μειώνεται με την αύξηση της γωνίας ανύψωσης και εξαρτάται από την πόλωση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

β) Απόσβεση από αέρια της ατμόσφαιρας ( $L_2$ ) η οποία είναι μικρή σε σύγκριση με την εξασθένηση λόγω βροχόπτωσης ενώ είναι σημαντική μόνο για μικρές γωνίες ανύψωσης και για συγκεκριμένες συχνότητες. Μάλιστα, για συχνότητες μικρότερες των 30GHz, παρατηρείται μέγιστη απορρόφηση από τους υδρατμούς για  $f = 22.5\text{GHz}$  η οποία ωστόσο δεν αποτελεί συχνότητα ούτε άνω ούτε κάτω ζεύξης για καμία από τις δορυφορικές ζώνες συχνοτήτων του Πίνακα 1.1.

γ) Αποπόλωση του κύματος από μη σφαιρικούς σκεδαστές όπως είναι οι παγοκρύσταλλοι αλλά κυρίως οι σταγόνες της βροχής. Επειδή οι σκεδαστές αυτοί είναι ασύμμετροι στρέφουν πόλωση στα διαδιδόμενα κύματα με αποτέλεσμα να φθάνουν στο δέκτη σε πόλωση διαφορετική από εκείνη στην οποία λαμβάνει η κεραία του. Συνεπώς τα κύματα αυτά δεν λαμβάνονται από το δέκτη με αποτέλεσμα να λειτουργούν ως απώλειες ( $L_3$ ).

δ) Άλλα φαινόμενα μικρότερης σημασίας, όπως η εξασθένηση από το στρώμα τήξης του πάγου, οι τροποσφαιρικοί σπινθηρισμοί ή η εξασθένηση λόγω νεφώσεων ( $L_4$ ).

Πλέον, λαμβάνοντας υπόψη τις συνολικές απώλειες της ζεύξης και τα κέρδη των κεραιών, η ισχύς λήψης από την κεραία του δέκτη γράφεται σε dB

$$W_r = \text{EIRP} + G_r - L_s - L_1 - L_2 - L_3 - L_4 \quad (1.4)$$

όπου  $W_r$ ,  $G_r$  η ισχύς λήψης και το κέρδος της κεραίας του δέκτη και

$$\text{EIRP} = W_t + G_t \quad (1.4.a)$$

όπου  $W_t$ ,  $G_t$  η ισχύς εκπομπής και το κέρδος της κεραίας του πομπού.

Τα ίδια φαινόμενα διάδοσης που προκαλούν εξασθένηση αυξάνουν τη θερμοκρασία θορύβου της ζεύξης. Με τον τρόπο αυτό μειώνεται ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης δυσκολεύοντας την ορθή αποκωδικοποίηση των εκπεμπόμενων συμβόλων από το κύκλωμα απόφασης του δέκτη. Επιπλέον, στο επιθυμητό σήμα ενδέχεται η παρεμβολή είτε από κάποιο άλλο δορυφορικό σύστημα είτε από κάποιο επίγειο σύστημα. Όσο ισχυρότερα είναι τα σήματα της παρεμβολής τόσο δυσκολότερος γίνεται ο εντοπισμός του επιθυμητού σήματος από το δέκτη. Ωστόσο, για να παρεμβάλλουν δύο σήματα θα πρέπει τα αντίστοιχα κύματα να διαδίδονται υπό το ίδιο μήκος κύματος.

### 1.2.2 Διάδοση ραδιοκυμάτων στην κοντινή περιοχή του δέκτη

Οι σκεδαστές που είναι τοποθετημένοι στην κοντινή περιοχή του διαύλου αφορούν κυρίως κτίρια, βλάστηση και μέσα μεταφοράς. Ειδική κατηγορία σκεδαστών αποτελούν οι λείες επιφάνειες, όπως η επιφάνεια της θάλασσας, οι οποίες προκαλούν

ανάκλαση στο σήμα ή αιχμηρές κορυφές, όπως τριγωνικές στέγες, οι οποίες περιθλούν τα διαδιδόμενα κύματα.

α) Όταν τα εμπόδια αυτά βρίσκονται στην πρώτη ζώνη *Fresnel* της ζεύξης παρεμποδίζουν την οπτική επαφή μεταξύ δορυφόρου και επίγειου δέκτη εξασθενώντας το κύμα. Το φαινόμενο διάδοσης αυτό ονομάζεται σκίαση και η επιπλέον απόσβεση που εισάγεται στην ισχύ του σήματος λήψης συμβολίζεται με  $L_5$ .

β) Τα υπόλοιπα εμπόδια της κοντινής περιοχής του δέκτη δημιουργούν εναλλακτικούς τρόπους διάδοσης του κύματος κάποιοι εκ των οποίων καταλήγουν στην κεραία λήψης. Με τον τρόπο αυτό ο δέκτης λαμβάνει το επιθυμητό σήμα μέσω διαφορετικών διαδρομών αυτού της οπτικής επαφής, φαινόμενο το οποίο ονομάζεται πολυδιαδρομική διάδοση (*multipath propagation*). Επειδή όπως αναφέρθηκε, κλάσμα των εναλλακτικών διαδρομών καταλήγει στο δέκτη, η ισχύς των σημάτων που αντιστοιχούν στα διαδιδόμενα κύματα των διαδρομών που δεν καταλήγουν στο δέκτη λειτουργεί ως απώλεια για τη ζεύξη που συμβολίζεται με  $L_6$ .

Πλέον, λαμβάνοντας υπόψη την (1.3), η ισχύς λήψης  $W_r'$  γράφεται

$$W_r' = W_r - L_5 - L_6 \quad (1.5)$$

### 1.2.3 Τεχνικές αντιμετώπισης διαλείψεων σε ευρυζωνικά δορυφορικά συστήματα

Εντοπίζονται τρεις κύριες κατηγορίες αντιμετώπισης των διαλείψεων (*Fade Mitigation Techniques, FMT*) που εισάγουν τα φαινόμενα διάδοσης με στόχο την εξασφάλιση λειτουργίας της ζεύξης για ένα ποσοστό του χρόνου ετησίως το οποίο ονομάζεται διαθεσιμότητα (*availability*).

α) Έλεγχος της Ισχύος εκπομπής (ή του *EIRP*) ώστε να προσαρμοστεί στις συνθήκες που επικρατούν στο διάυλο με στόχο την αντιστάθμιση των αποσβέσεων που εισάγονται στη συνιστώσα οπτικής επαφής (*Line Of Sight, LOS*). Αυτός ο έλεγχος πραγματοποιείται είτε στη ζεύξη ανόδου με μεταβολή της ισχύος εκπομπής του επίγειου σταθμού (*uplink power control*), είτε στη ζεύξη καθόδου με μεταβολή της ισχύος εκπομπής του δορυφόρου (*downlink power control*) είτε με μορφοποίηση της δέσμης από το δορυφόρο (*beam shaping*) με στόχο την αύξηση της κατευθυντικότητας και συνακόλουθα, του *EIRP*. Η τεχνική μορφοποίησης της δέσμης δεν συνίσταται καθώς αυξάνοντας την κατευθυντικότητα της κεραίας εκπομπής του δορυφόρου μειώνεται η περιοχή κάλυψης. Τελικά, το περιορισμένο μέγεθος και βάρος του δορυφόρου καθιστούν πιο συχνή την τεχνική ελέγχου της ισχύος στη ζεύξη ανόδου η οποία ωστόσο καλείται να αντιμετωπίσει τα προβλήματα που δημιουργούνται από τις παρεμβολές από γειτονικούς διαύλους και δορυφόρους και τη μη γραμμική λειτουργία των ενισχυτών υψηλής ισχύος (*High Power Amplifier, HPA*).

β) Προσαρμοστικές τεχνικές μετάδοσης του σήματος (*adaptive transmission techniques*) κεντρική ιδέα των οποίων αποτελεί η από κοινού χρήση των πόρων του δορυφόρου (*resource sharing*). Διακρίνονται τρεις κατηγορίες προσαρμοστικών τεχνικών μετάδοσης που αφορούν την προσαρμοστική διαμόρφωση (*Adaptive*

Modulation, AM), τη προσαρμοστική κωδικοποίηση (Adaptive Coding, AC) και τη μείωση του ρυθμού μετάδοσης δεδομένων (Data Rate Reduction, DRR). Στα σύγχρονα δορυφορικά συστήματα είναι συνήθης η ταυτόχρονη αξιοποίηση των τεχνικών AM και AC (τεχνική ACM). Η τεχνική AM συνιστάται στη χρήση διαμορφώσεων υψηλής φασματικής απόδοσης, όπως M-QAM, κατά τη διάρκεια συνθηκών ισχυρής συνιστώσας *LOS* και μετάβαση σε περισσότερα εύρωστα σχήματα μικρότερης φασματικής απόδοσης, όπως BPSK, QPSK, στην αντίθετη περίπτωση (για παράδειγμα υπό ισχυρή βροχόπτωση για συχνότητες άνω των 10GHz). Αντίστοιχα, η τεχνική AC συνιστάται στη χρήση όσο το δυνατόν λιγότερων ψηφίων κωδικοποίησης κατά τη διάρκεια συνθηκών ισχυρής συνιστώσας *LOS* με στόχο την αύξηση του ρυθμού μετάδοσης των ψηφίων που απαρτίζουν το προς μετάδοση μήνυμα (καθαρός ρυθμός μετάδοσης) και στην αύξηση των ψηφίων κωδικοποίησης στην αντίθετη περίπτωση με στόχο την ορθότερη αποκωδικοποίηση του μηνύματος από το κύκλωμα απόφασης του δέκτη.

γ) Τεχνικές διαφορικής λήψης οι οποίες βασίζονται στη χρήση εναλλακτικών δορυφορικών και επίγειων διαύλων κατά τη διάρκεια δυσμενών συνθηκών διάδοσης στον κυρίως δίαυλο. Τέτοιες εναλλακτικές διαδρομές για το σήμα προκύπτουν είτε με εκμετάλλευση των χωρικών και φασματικών διαφοροποιήσεων της βροχής ως μέσου διάδοσης για συχνότητες μεγαλύτερες των 10GHz είτε για περιβάλλον πολλών σκεδαστών γύρω από τον επίγειο σταθμό αλλά κυρίως γύρω από κινούμενο τερματικό ώστε να λαμβάνει σήμα μέσω περισσοτέρων εναλλακτικών διαδρομών. Διακρίνονται τρεις κατηγορίες τεχνικών διαφορικής λήψης που αφορούν τη διαφορική λήψη θέσης (Site Diversity, SD), τη διαφορική λήψη δορυφορικής τροχιάς (Orbital Diversity, OD) και τη διαφορική λήψη συχνότητας (Frequency Diversity, FD). Οι πρώτες δύο συνίσταται στη λήψη του σήματος ενός δορυφόρου από περισσότερους του ενός επίγειους σταθμούς ή περισσότερα του ενός κινητά τερματικά ή, αντίστοιχα, τη λήψη του σήματος από έναν επίγειο σταθμό ή τερματικό όταν έχει εκπεμφθεί από περισσότερους δορυφόρους. Εκμεταλλεύεται το γεγονός ότι η πιθανότητα η απόσβεση λόγω βροχής ή σκεδαστών στην πρώτη ζώνη *Fresnel* να υπερβεί κάποια στάθμη σε δύο ή περισσότερες ζεύξεις ταυτόχρονα είναι μικρότερη από την πιθανότητα υπέρβασης της ίδιας στάθμης σε απλή ζεύξη. Η διαφορική λήψη συχνότητας αναφέρεται στη μετάδοση του σήματος σε χαμηλότερη συχνότητα για την περίπτωση έντονης βροχόπτωσης, όπως μεταπήδηση από ζώνη Ka στη ζώνη Ku ή C, της οποίας η απόσβεση που εισάγει είναι σε dB ανάλογη του τετραγώνου της συχνότητας.

### 1.3 Δορυφορικές Τροχιές

#### A) Γεωσύγχρονοι Δορυφόροι (Geosynchronous Orbit)

Ένας δορυφόρος ονομάζεται γεωσύγχρονος όταν η περίοδος περιστροφής του είναι ίση με την περίοδο περιστροφής της Γης, δηλαδή  $T=23h\ 53\ min\ 4.1\ sec$ . Η συγκεκριμένη περίοδος περιστροφής προσδιορίζει το ύψος της δορυφορικής τροχιάς στα 37786 km, ενώ η ταχύτητα του δορυφόρου είναι 3075m/s. Το ίχνος του δορυφόρου, δηλαδή η προβολή του στην επιφάνεια της γης, σχηματίζει ένα σχήμα οκτώ κατά τη διάρκεια μιας περιόδου περιστροφής.



Β) Ένας γεωσύγχρονος δορυφόρος ονομάζεται γεωστατικός (Geostationary Orbit, GEO) όταν η τροχιά του παρουσιάζει μηδενική εκκεντρότητα και κλίση ώστε αυτός να κινείται μονίμως στο ύψος του ισημερινού με φορά περιστροφής από τη δύση στην ανατολή. Επειδή η περίοδος περιστροφής του είναι η ίδια με την περίοδο περιστροφής της γης, το ίχνος της τροχιάς είναι σταθερό σημείο πάνω στον ισημερινό. Τα κύρια πλεονεκτήματα της γεωστατικής τροχιάς συνοψίζονται στα ακόλουθα:

α) Ένας γεωστατικός δορυφόρος μπορεί να παρέχει κάλυψη σε επιφάνεια μιας ή δύο ηπείρων. Πλέον, αρκεί αστερισμός τριών ισαπεχόντων γεωστατικών δορυφόρων προκειμένου να παρέχουν κάλυψη στο σύνολο της επιφάνειας της Γης εξαιρουμένων των πόλων (γεωγραφικά πλάτη από  $-75^{\circ}$  έως  $+75^{\circ}$ ), δηλαδή στις πλέον πυκνοκατοικημένες περιοχές του πλανήτη.

β) Ο γεωστατικός δορυφόρος αποτελεί σταθερό σημείο στον ουρανό για τους επίγειους σταθμούς που βρίσκονται στην περιοχή κάλυψης ώστε να ελαχιστοποιούνται οι λειτουργικές τους απαιτήσεις όπως η παρακολούθηση της θέσης του δορυφόρου, ενώ η ολίσθηση Doppler μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Αντίστοιχα, τα κύρια μειονεκτήματα της γεωστατικής τροχιάς αποτελούν:

α) Η μεγάλη απόσταση γης-δορυφόρου εισάγει καθυστέρηση της τάξης των 250msec η οποία είναι απαγορευτική τόσο για κινητές δορυφορικές επικοινωνίες καθώς δυσκολεύει ο εντοπισμός του κινητού τερματικού, όσο και για υπηρεσίες πραγματικού χρόνου (real time).

β) Η κάλυψη των πόλων ανατίθεται σε διαφορετικής τροχιάς δορυφόρους καθώς είναι αδύνατη από δορυφόρους GEO.

γ) Επειδή οι θερμότερες περιοχές του πλανήτη ανήκουν στον ισημερινό στο ύψος του οποίου κινούνται οι δορυφόροι GEO, ο ήλιος αποτελεί ισχυρή πηγή θορύβου καθώς βρίσκεται συχνά στο εύρος του κύριου λοβού ακτινοβολίας του επίγειου σταθμού.

δ) Η απώλεια δορυφορικών πόρων πάνω από ωκεανούς και λοιπές περιοχές χωρίς πληθυσμούς

ε) Το μεγάλο κόστος εγκατάστασης σε συνδυασμό με τη μικρή διάρκεια ζωής

στ) Η πολυπλοκότητα του τερματικού το οποίο συνεχώς ιχνηλατεί το γεωστατικό δορυφόρο από τον οποίο είναι σε θέση να λαμβάνει μεγαλύτερη ισχύ σήματος. Αντίστοιχη πολυπλοκότητα εισάγεται και ως προς τη δρομολόγηση.

### Γ) Δορυφόροι Χαμηλής Τροχιάς (Low Earth Orbit)

Μια χαμηλή δορυφορική τροχιά προσδιορίζεται σε ύψη μεταξύ 160km – 2000km ενώ οι αντίστοιχοι δορυφόροι ταξιδεύουν με ταχύτητα περίπου ίση με 7800m/sec ώστε η περίοδος περιστροφής να προκύπτει αισθητά μειωμένη σε σύγκριση με εκείνη των γεωσύγχρονων δορυφόρων και ίση με 90 min [Leo]. Το χαμηλό ύψος της τροχιάς τους σε συνδυασμό με τη μικρή περίοδο περιστροφής που συνεπάγεται την υψηλή

συχνότητα επίσκεψης του ίδιου σημείου στον ορίζοντα κατά τη διάρκεια της μέρας, καθιστούν τους δορυφόρους LEO κατάλληλους για σχετικά υψηλού ρυθμού δειγματοληπτικές μετρήσεις από περιοχή σε περιοχή, όπως οι μετεωρολογικές προβλέψεις, αλλά και τη χρήση τους για στρατιωτικές εφαρμογές. Ωστόσο, παρόλη τη μικρή καθυστέρηση που υφίσταται το σήμα μεταξύ γης-δορυφόρου και τις ελάχιστες παρεμβολές που δέχονται τα δορυφορικά συστήματα LMS από άλλα συστήματα, δεν έχουν καταφέρει να καθιερωθούν σε τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές.

#### Δ) Δορυφόροι Μέσης Τροχιάς (Medium Earth Orbit, MEO)

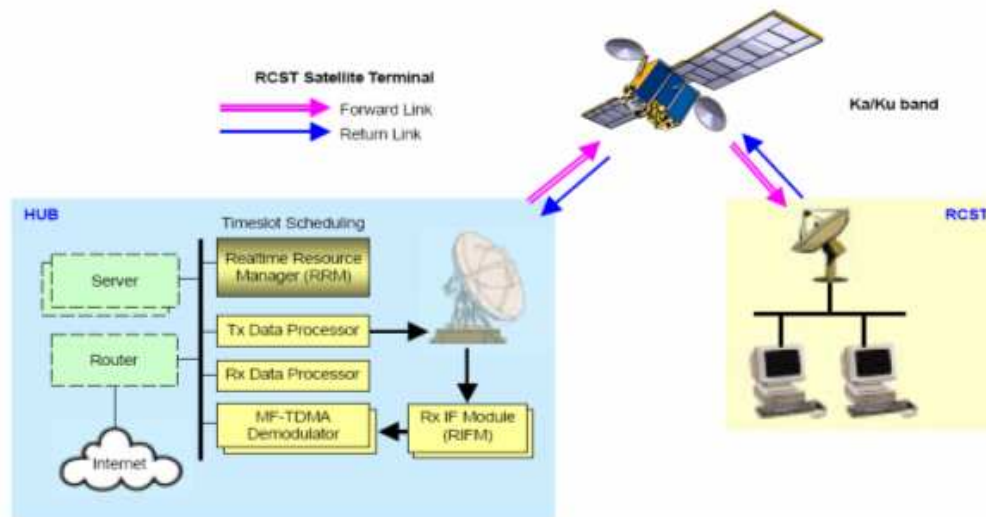
Μια μέση δορυφορική τροχιά προσδιορίζεται σε ύψη περί των 10000km – 20000km, ενώ οι αντίστοιχοι δορυφόροι ταξιδεύουν με ταχύτητα μεταξύ αυτών των δορυφόρων LEO και GEO. Οι δορυφόροι MEO χρησιμοποιούνται για τηλεπικοινωνιακούς σκοπούς συνεργαζόμενοι μεταξύ τους σε αστερισμούς. Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα χρήσης τέτοιων αστερισμών είναι τα συστήματα GPS (ΗΠΑ), Glonass (Ρωσία) και Galileo (Ευρώπη).

#### Ε) Δορυφόροι Ελλειπτικής Τροχιάς (Highly Elliptic Orbit, HEO)

Η ελλειπτική τροχιά αυτών των δορυφόρων χαρακτηρίζεται από χαμηλό περίγειο (1000km – 20000km) και υψηλό απόγειο (40000km – 50000km) με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να φαίνεται σε κάποιες θέσεις σταθερός για μεγάλα χρονικά διαστήματα, όπως στο απόγειο, ενώ σε άλλα φαίνεται ταχέως κινούμενος, όπως στο περίγειο [Heo]. Πλέον, το σήμα έχει μεταβλητή καθυστέρηση ανάλογα με το σημείο της τροχιάς στο οποίο κινείται ο δορυφόρος, συμπεριφορά η οποία ευνοεί τις τηλεπικοινωνίες με την προϋπόθεση το σύστημα παρακολούθησης της θέσης του δορυφόρου να είναι επαρκές. Στις ΗΠΑ το πρόγραμμα Sirius Satellite Radio και στην Ευρώπη το Ondas Media στοχεύουν να προσφέρουν ραδιοφωνικές υπηρεσίες χρησιμοποιώντας δορυφόρους HEO.

### 1.4 Το πρότυπο DVB για δορυφορικές επικοινωνίες

Η οικογένεια προτύπων DVB-S (Digital Video Broadcasting via Satellite) δημιουργήθηκε από την ανάγκη για συμβατότητα μεταξύ των εμπορικών προτύπων που αφορούν επίγειες επικοινωνίες με τις αμφίδρομες ευρυζωνικές υπηρεσίες μέσω δορυφόρου. Η βασική αρχιτεκτονική ενός δικτύου DVB περιλαμβάνει ένα γεωστατικό δορυφόρο, ένα πλήθος τερματικών RCST (Return Channel Satellite Terminal) και το κέντρο ελέγχου του δικτύου NCC (Network Control Center) το οποίο πραγματοποιεί τις λειτουργίες ελέγχου και παρακολούθησης του δικτύου (Σχήμα 1.1). Συγκεκριμένα, η κάτω ζεύξη (forward link), δηλαδή η ζεύξη με κατεύθυνση από το NCC προς τους χρήστες χρησιμοποιεί είτε το πρότυπο DVB-S είτε το πρότυπο DVB-S2, ενώ οι χρήστες λαμβάνουν δεδομένα απλής εκπομπής (unicast) ή πολυεκοπομπής (multicast). Αντίστοιχα, η άνω ζεύξη (return link) που πραγματοποιείται στην αντίθετη κατεύθυνση, χρησιμοποιεί το πρότυπο DVB-RCS με τους χρήστες να αποστέλλουν αιτήσεις εισαγωγής στο σύστημα (log on), αιτήσεις χωρητικότητας και τα δεδομένα τους.



**Σχήμα 1.1:** Αρχιτεκτονική δικτύου DVB

### 1.4.1 Το πρότυπο DVB-S

Το πρότυπο DVB-S δημοσιεύτηκε από την Ομάδα Προτυποποίησης DVB (Digital Video Broadcasting) το 1999 και σχεδιάστηκε ώστε να παρέχει υπηρεσίες τηλεοπτικών προγραμμάτων DTH (Direct to Home) για τις υπηρεσίες ευρυεκπομπής μέσω δορυφόρου. Η ευελιξία του προτύπου ως προς την παροχή διαφόρων τύπων υπηρεσιών οφείλεται στην υιοθέτηση της πολυπλεξίας που παρέχει το πρότυπο MPEG-2. Μάλιστα, ακολουθεί την πολύπλεξη διαίρεσης χρόνου (Time Division Multiplexing, TDM) που υιοθετεί το MPEG-2, γεγονός που επιτρέπει τη μετάδοση πολλαπλών καναλιών ανά φέρον. Επιπλέον, χρησιμοποιεί διαμόρφωση QPSK και προσαρμοστική κωδικοποίηση (Adaptive FEC) ενώ υποστηρίζει ρυθμούς κώδικα 1/2, 2/3, 3/4, 5/6 και 7/8. Η προσπέλαση στο δορυφόρο πραγματοποιείται συνήθως με πολλαπλή προσπέλαση διαίρεσης χρόνου (TDMA).

### 1.4.2 Το πρότυπο DVB-S2

Το πρότυπο DVB-S2 δημοσιεύτηκε από την Ομάδα Προτυποποίησης DVB το 2003 και διαδέχτηκε το DVB-S. Έχει σχεδιαστεί για να εξυπηρετεί μεγάλη ποικιλία ευρυζωνικών υπηρεσιών και εφαρμογών, όπως εμπορική TV, υψηλής ευκρίνειας τηλεόραση (High Definition TeleVision, HDTV), διαδραστικές υπηρεσίες (Internet) και άλλες. Η βασική καινοτομία του προτύπου έγκειται στην εισαγωγή τεχνικής προσαρμοστικής κωδικοποίησης και διαμόρφωσης (Adaptive Coding and Modulation, ACM). Συγκεκριμένα, ανάλογα με το σχήμα διαμόρφωσης που έχει επιλεγεί (QPSK, 8PSK, 16APSK, 32APSK), χρησιμοποιούνται οι ρυθμοί κωδικοποίησης 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 8/9, 9/10.

### 1.4.3 Το πρότυπο DVB-RCS

Το πρότυπο DVB-RCS (Digital Video Broadcasting-Return Channel via Satellite) δημοσιεύτηκε από την Ομάδα Προτυποποίησης DVB το 2001 για τη ζεύξη επιστροφής. Η βασική καινοτομία του προτύπου είναι η ενσωμάτωση μεθόδων για την βέλτιστη και αποδοτική εκμετάλλευση του εύρους ζώνης, θέτοντας ένα γενικό

πλαίσιο για την κατανομή των πόρων στους χρήστες. Παρότι χρησιμοποιεί την ίδια κωδικοποίηση και διαμόρφωση με το DVB-S, παρέχει τη δυνατότητα επιλογής μιας πιο εύρωστης εσωτερικής κωδικοποίησης Turbo με επτά ρυθμούς κώδικα 1/3, 2/5, 1/2, 2/3, 3/4, 4/5 και 6/7. Η ανοδική ζεύξη του DVB-RCS στηρίζεται σε ένα σχήμα πολλαπλής πρόσβασης χρόνου πολλαπλών συχνοτήτων (Multi-Frequency TDMA, MF-TDMA) ενώ η ζεύξη διαβίβασης στηρίζεται στη χρήση του ήδη υπάρχοντος προτύπου DVB-S.

#### 1.4.4 Το υβριδικό πρότυπο DVB-SH για επίγειες και δορυφορικές επικοινωνίες

Το πρότυπο DVB-SH (Satellite services to Handhelds) παρέχει ευρείας κάλυψης υπηρεσίες πολυμέσων βασισμένες σε IP είτε σε κινητούς χρήστες (για παράδειγμα κινητή τηλεφωνία), είτε σε νομαδικούς χρήστες (για παράδειγμα φορητοί υπολογιστές) είτε σε σταθερούς χρήστες [Kel]. Ενώ ο βασικός στόχος είναι η απόδοση υπηρεσιών πολυμέσων μέσω ευρυεκπομπής, τυπικές εφαρμογές αποτελούν

- α) η κλασσική ραδιοφωνία και τηλεόραση
- β) η μεταφορά δεδομένων (για παράδειγμα ring-tones)
- γ) η υπηρεσία βίντεο καθ' υπαγόρευση (video on demand)
- δ) οι ενημερωτικές υπηρεσίες (για παράδειγμα ειδήσεις)
- ε) οι διαδραστικές υπηρεσίες (για παράδειγμα UMTS)

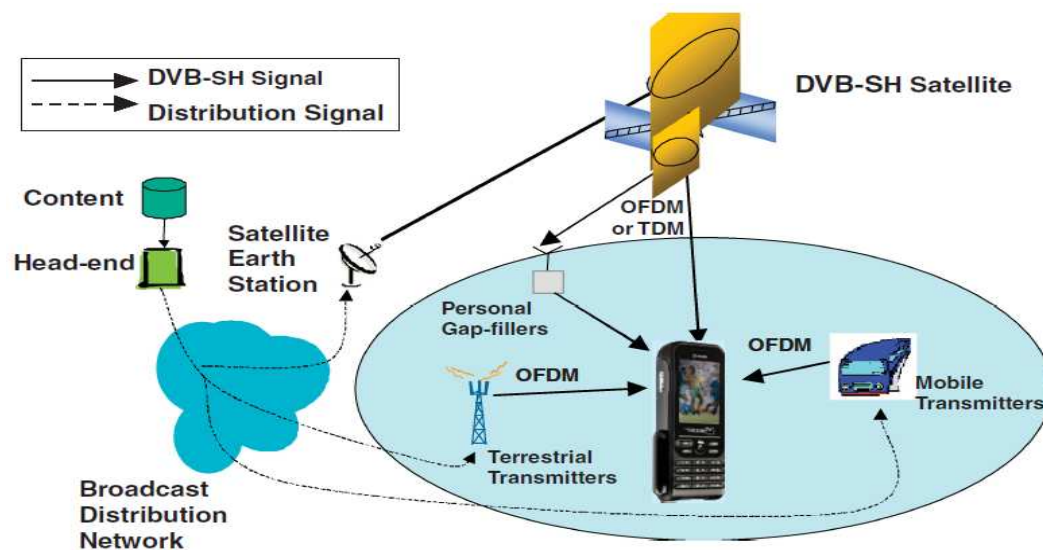
Το πρότυπο DVB-SH παρέχει έναν αποτελεσματικό τρόπο μεταφοράς των υπηρεσιών πολυμέσων για συχνότητες μικρότερες των 3GHz που περιλαμβάνουν τις ζώνες συχνοτήτων L και S (Πίνακας 1.1) μέσω του υβριδικού μοντέλου που συνδυάζει το δορυφορικό με τον επίγειο δίαυλο με δέκτες τόσο κινητά όσο και σταθερά τερματικά που διαθέτουν κεραιές με πολύ περιορισμένη κατευθυντικότητα. Συγκεκριμένα, το πρότυπο DVB-SH αποτελεί συγκερασμό των προτύπων DVB-S για δορυφορικές επικοινωνίες και DVB-H για επίγειες επικοινωνίες. Το πρότυπο DVB-H (Digital Video Broadcasting – Handheld) αποτελεί έναν ευέλικτο και αξιόπιστο σύστημα επίγειας ψηφιακής μετάδοσης και είχε ως στόχο να χρησιμοποιηθεί σε κινητούς δέκτες που τροφοδοτούνται με μπαταρία [dvbh]. Επιπλέον, περιλαμβάνει κωδικοποίηση FEC, διαμόρφωση OFDM και αποδοτικά συστήματα συμπίεσης βίντεο, όπως το MPEG-4. Η χρήση δορυφόρου εγγυάται την κάλυψη μεγάλων αγροτικών περιοχών ενώ οι επίγειοι αναμεταδότες παρέχουν κάλυψη περιοχών όπου καθίσταται σχεδόν ανέφικτη η λήψη του σήματος από το δορυφόρο, όπως είναι οι αστικές περιοχές. Συνεπώς, το DVB-SH παρέχει καθολική κάλυψη συνδυάζοντας μια συνιστώσα από το δορυφόρο (Satellite Component, SC) και μια συμπληρωματική επίγεια συνιστώσα (Complementary Ground Component, CGC). Όταν οι δύο συνιστώσες συνυπάρχουν, η συνιστώσα SC εξασφαλίζει καθολική γεωγραφική κάλυψη ενώ η συνιστώσα CGC παρέχει κάλυψη στις κυψέλες όπου δεν φθάνει το δορυφορικό σήμα. Με τον τρόπο αυτό, ανεξαρτήτως περιβάλλοντος (εσωτερικοί ή εξωτερικοί χώροι), παρέχεται η επιθυμητή ποιότητα υπηρεσίας με τη χρήση της συνιστώσας SC από την πρώτη μέρα λειτουργίας του συστήματος και τη σταδιακή ανάπτυξη της συνιστώσας CGC στις περιοχές όπου κρίνεται αναγκαίο. Η αρχιτεκτονική ενός συστήματος DVB-SH (Σχήμα 1.2) περιλαμβάνει εκτός του δορυφόρου και του μεγάλου επίγειου σταθμού (Satellite Earth Station), επίγειους επαναλήπτες στους οποίους φθάνει η πληροφορία από τον μεγάλο επίγειο σταθμό

μέσω ενός καταναμημένου δικτύου το οποίο λειτουργεί με βάση διάφορα πρότυπα, όπως DVB-S2, οπτική ίνα ή xDSL. Διακρίνονται τριών ειδών επαναλήπτες.

α) Οι TR(a) είναι επίγειες κεραιές ευρυεκπομπής που συμβάλλουν στη λήψη του σήματος σε περιοχές όπου το δορυφορικό σήμα δεν φθάνει ή φθάνει εξαιρετικά εξασθενημένο, ειδικά αστικές περιοχές. Οι κεραιές αυτές διαθέτουν την ικανότητα επανεκπομπής του περιεχομένου (content) υπό την προϋπόθεση της γνώσης των απαιτούμενων προς ανακατασκευή του σήματος ραδιοσυχνοτήτων και της βελτιστοποίησης της κυματομορφής του.

β) Οι TR(b) είναι προσωπικοί δορυφορικοί δέκτες (gap-fillers) που παρέχουν περιορισμένη κάλυψη είτε αναμεταδίδοντας το σήμα στη συχνότητα που λαμβάνουν από το δορυφόρο είτε κατόπιν μετατροπής συχνότητας. Τυπική εφαρμογή αποτελεί η ενίσχυση του σήματος σε εσωτερικούς χώρους οι οποίοι διαθέτουν δορυφορική κάλυψη.

γ) Οι TR(c) είναι κινούμενες κεραιές εκπομπής (τοποθετημένες για παράδειγμα σε τραίνα ή εμπορικά πλοία) που δημιουργούν μια “συμπληρωματική κινούμενη υποδομή”. Τυπική εφαρμογή αυτών αποτελούν οι περιπτώσεις όπου δεν εξασφαλίζεται αδιάλειπτη λήψη σήματος από σταθερούς πομπούς που ανήκουν είτε σε επίγεια είτε σε δορυφορική ζεύξη.



**Σχήμα 1.2:** Αρχιτεκτονική προτύπου DVB-SH

Στο πρότυπο DVB-SH, η επίγεια ζεύξη χρησιμοποιεί διαμόρφωση OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) καθώς αποτελεί τη βάση τόσο για συστήματα DVB-H και DVB-T όσο και για συστήματα WiFi, WiMax και LTE. Επιπλέον, αναφορικά με το DVB-S2, το πρότυπο DVB-SH χρησιμοποιεί πολυπλεξία χρόνου (Time Division Multiplex, TDM) στη δορυφορική ζεύξη ώστε οι δύο εναλλακτικές αρχιτεκτονικές να προκύπτουν μέσω των προτύπων

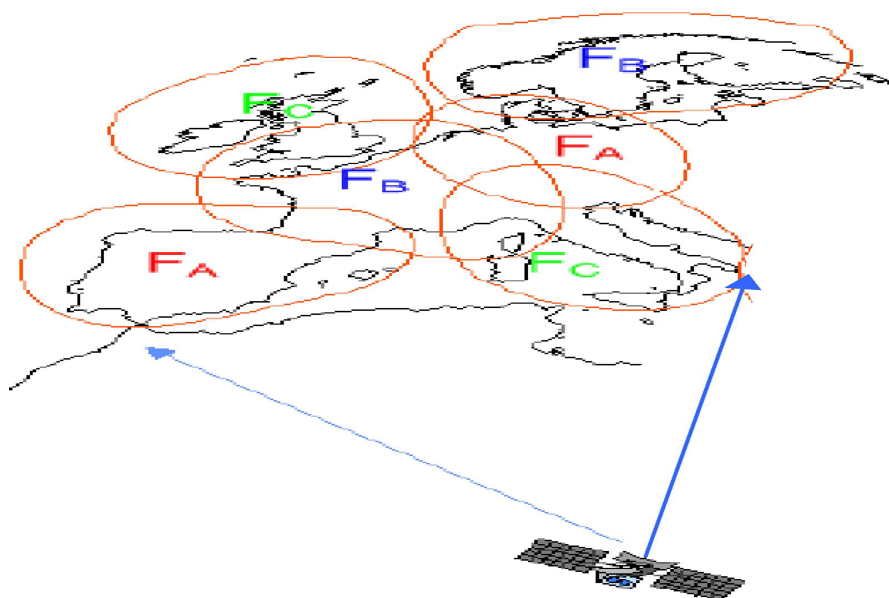
α) SH-A που χρησιμοποιεί διαμόρφωση OFDM τόσο στη δορυφορική όσο και στην επίγεια ζεύξη.

β) SH-B που χρησιμοποιεί TDM στη δορυφορική ζεύξη και OFDM στην επίγεια ζεύξη.

Η επιλογή του προτύπου που θα χρησιμοποιηθεί γίνεται κατά περίπτωση λαμβάνοντας υπόψη την πολυπλεξία στο φυσικό στρώμα η οποία δεσμεύει είτε μία είτε περισσότερες συχνότητες για την εκπομπή ανά ενισχυτή HPA. Στην πρώτη περίπτωση, το πρότυπο SH-B ευνοείται καθώς δεν απαιτεί τη λειτουργία των ενισχυτών του δορυφορικού αναμεταδότη στη γραμμική περιοχή όπως συμβαίνει για το πρότυπο SH-A. Αντίθετα, στη δεύτερη περίπτωση που περιλαμβάνει τη δορυφορική εκπομπή πολλαπλών δεσμών (Σχήμα 1.3), το πρότυπο SH-B δεν βελτιώνει την επίδοση του συστήματος σε σύγκριση με το πρότυπο SH-A. Στη γενική περίπτωση, για την επιλογή του κατάλληλου προτύπου λαμβάνονται υπόψη

α) η απόδοση και κατανομή των συχνοτήτων στο σύστημα με βάση την οποία το πρότυπο SH-A επιτρέπει την επανεκπομπή από τους επίγειους πομπούς του περιεχομένου στη φασματική περιοχή που το λαμβάνουν (Single-Frequency Configuration, SFN) σε αντίθεση με το πρότυπο SH-B που απαιτεί επιπλέον της φασματικής περιοχής για τη δορυφορική εκπομπή, τη δέσμευση ξεχωριστής φασματικής περιοχής, διαθέσιμης στους επίγειους σταθμούς για λειτουργίες εκτός ζώνης που βελτιώνουν τη λήψη των δορυφορικών προγραμμάτων από τους συνδρομητές.

β) η ευελιξία που παρέχεται σε αυτό ως προς την αποσύζευξη των παραμέτρων που συμμετέχουν στην επίγεια και στη δορυφορική ζεύξη. Με βάση αυτό το κριτήριο υστερεί το SH-A SFN καθώς τόσο η πληροφορία όσο και οι λοιπές παράμετροι είναι σε κοινή συχνότητα για τη δορυφορική όσο για την επίγεια ζεύξη με αποτέλεσμα η αποσύζευξη των παραμέτρων να είναι δύσκολη σε αντίθεση με το πρότυπο SH-B όπου δεσμεύεται εξ αρχής ξεχωριστή φασματική ζώνη για τις παραμέτρους της επίγειας ζεύξης καθιστώντας τις ανεξάρτητες με εκείνες της δορυφορικής ζεύξης.



**Σχήμα 1.3:** Δορυφορική εκπομπή πολλαπλών δεσμών

Ένα σημαντικό ζήτημα αναφέρεται στην επιλογή μεταξύ του φυσικού στρώματος (physical layer) και του στρώματος ζεύξης (link layer) για την ενσωμάτωση των τεχνικών αντιμετώπισης της διακοπής της ζεύξης μεταξύ του δορυφόρου και των

κινητών τερματικών για μεγάλη διάρκεια που οφείλεται στην παρεμπόδιση της συνιστώσας *LOS* από κτίρια, γέφυρες ή δέντρα. Η επιλογή του κατάλληλου κατά περίπτωση στρώματος γίνεται λαμβάνοντας υπόψη το κόστος και το μέγεθος της απαιτούμενης μνήμης για την υλοποίηση μεγάλου μήκους διεμπλοκέα ψηφίων (*interleaver*) στο φυσικό στρώμα. Συγκεκριμένα, προκειμένου για διακοπές μεγάλης διάρκειας, όπως κινούμενο τερματικό σε βουνό, και χωρίς περιορισμό στη διάρκεια ζωής της μπαταρίας (*battery-life restriction*) του τερματικού, προτιμάται μεγαλύτερο μήκος διεμπλοκέα ψηφίων στο φυσικό στρώμα και μικρότερο στο στρώμα ζεύξης. Αντίθετα, στην περίπτωση διακοπών μικρής διάρκειας, όπως για κινητά τηλέφωνα, προτιμάται η οικονομικότερη λύση του μεγαλύτερου μήκους διεμπλοκέα ψηφίων στο στρώμα ζεύξης. Πλέον, οι δέκτες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες.

α) Η πρώτη κατηγορία (*Class 1 Receiver*) διαθέτει την ικανότητα αντιμετώπισης διακοπών μικρής διάρκειας και διαλείψεων του σήματος χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους μηχανισμούς στο φυσικό στρώμα ενώ βοηθά στην αντιμετώπιση των διακοπών μεγάλης διάρκειας με την εισαγωγή πλεοναζόντων ψηφίων στο στρώμα ζεύξης.

β) Η δεύτερη κατηγορία (*Class 2 Receiver*) διαθέτει την ικανότητα αντιμετώπισης των διακοπών μεγάλης διάρκειας, έως και 10sec, κατευθείαν μέσω του φυσικού στρώματος καθώς το chip του δέκτη διαθέτει πρόσβαση στη μνήμη που κρατάει η ζεύξη.

Σχετικά με το επίπεδο υπηρεσιών (*service layer*), το πρότυπο DVB-SH χρησιμοποιεί την ίδια, επιτυχημένη για το DVB-H, λογική διαστρωμάτωσης. Στην κατεύθυνση αυτή, το πρότυπο DVB-SH εκμεταλλεύεται τη διασύνδεση λειτουργιών μεταξύ γειτονικών στρωμάτων (*layer*) που προσφέρει το DVB-H, ώστε να χρησιμοποιεί με αυτό κοινό στο μεγαλύτερο ποσοστό στρώμα ζεύξης και στρώμα υπηρεσιών. Με τον τρόπο αυτό, το DVB-SH συμμετέχει στη χρησιμοποίηση λειτουργιών του στρώματος ζεύξης τις οποίες έχει ορίσει το DVB-H. Παρά την κοινή λειτουργία των δύο προτύπων, το DVB-SH εισάγει κάποιες σημαντικές βελτιώσεις οι οποίες αφορούν κυρίως το φυσικό στρώμα [*dvbsh*].

α) Η δυνατότητα επιλογής που έχουν οι σχεδιαστές του δικτύου ανάμεσα σε διάφορα εύρη ζώνης (8,7,6,5,1.7 MHz) με μήκος FFT 8k, 4k, 2k και το επιπλέον 1k.

β) Ανεξάρτητη λήψη του δορυφορικού και του επίγειου σήματος πραγματοποιώντας έτσι διαφορετική (*diversity*) λήψη σήματος. Αυτό γίνεται εφικτό είτε μέσω του δικτύου μοναδικής συχνότητας SFN (*Single Frequency Network*), είτε με μεγιστοποίηση του συνδυασμένου σήματος (*maximum ratio combining*), είτε με τεχνικές διαφορικού κώδικα (*code diversity*).

γ) Χρησιμοποίηση βελτιωμένου FEC που υποστηρίζει αρκετούς ρυθμούς κωδικοποίησης.

δ) Χρήση ευέλικτου διεμπλοκέα ψηφίων (*bit interleaver*) που προσφέρει διαφορετικότητα στο πεδίο του χρόνου.

ε) Καλύτερη εκτίμηση της κατάστασης του διαύλου και γρήγορη επανασύνδεση μετά από μεγάλη διάρκεια σκίασης ή παρεμπόδισης του σήματος.

## Βιβλιογραφία

- [Καν06] Ι. Δ. Κανελλόπουλος, “Διάδοση Ηλεκτρομαγνητικών Κυμάτων σε Γήινο Περιβάλλον”, Εκδόσεις Τζιόλα, 2006.
- [Κων01] Φ. Κωνσταντίνου, Α. Κανατάς, “Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών”, Εργαστήριο Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών ΕΜΠ, Μάρτιος 2001.
- [Κωτ06] Π. Γ. Κωττής, Χ. Ν. Καψάλης, “Δορυφορικές Επικοινωνίες”, Εκδόσεις Τζιόλα, 2<sup>η</sup> έκδοση, 2006.
- [Kel] P. Kelley, “Overview of the DVB-SH specifications”, Int. J. Commun. Syst. Network , 2009
- [Leo] [http://mrfizzix.com/spaceflight/Pages/LEO\\_MEO.htm](http://mrfizzix.com/spaceflight/Pages/LEO_MEO.htm)
- [Heo] [http://en.wikipedia.org/wiki/Highly\\_Elliptical\\_Orbit](http://en.wikipedia.org/wiki/Highly_Elliptical_Orbit)
- [dvbh] <http://en.wikipedia.org/wiki/DVBH>
- [dvbsh] <http://en.wikipedia.org/wiki/DVB-SH>



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ MIMO

#### 2.1 Εισαγωγή

Οι βασικοί παράγοντες που χαρακτηρίζουν ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα είναι η ποιότητα υπηρεσίας (QoS) και το κόστος υλοποίησης. Η απαιτούμενη ποιότητα υπηρεσίας αντικατοπτρίζεται στην ικανότητα που έχει μια ζεύξη να επιτύχει τον επιθυμητό ρυθμό μετάδοσης πληρώνοντας ταυτόχρονα τις προδιαγραφές για το μέγιστο επιτρεπτό ποσοστό λαθών στο δέκτη. Οι αυξημένες απαιτήσεις ή επιδόσεις όσον αφορά τόσο το ρυθμό μετάδοσης όσο και την ελαχιστοποίηση του ρυθμού λαθών στο δέκτη, καθιστούν τα συστήματα MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) μια ιδιαίτερα ελκυστική λύση. Ο όρος MIMO αναφέρεται στη χρήση πολλών κεραιών στην εκπομπή και τη λήψη. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατή είτε η αύξηση του ρυθμού μετάδοσης μιας ζεύξης, είτε η βελτίωση της αξιοπιστίας της είτε συνδυασμός των δύο.

Ένα τυπικό σύστημα SISO (Single-Input Single-Output) όπου χρησιμοποιείται μία κεραία εκπομπής και μία κεραία λήψης ορίζεται ως αντίστοιχο ενός συστήματος MIMO όταν για τα δύο ταυτίζονται η ισχύς εκπομπής, το δεσμευμένο εύρος ζώνης ραδιοσυχνότητας και χρησιμοποιούνται στο ίδιο περιβάλλον διάδοσης.

Τα πλεονεκτήματα ενός συστήματος MIMO έναντι του αντίστοιχου συστήματος SISO πηγάζουν από την αύξηση του κέρδους κωδικοποίησης, του διαφορικού κέρδους και του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας και από τη μείωση παρεμβολών. Για τα προαναφερθέντα κέρδη θεωρείται ότι η ισοδύναμη θερμοκρασία θορύβου του δέκτη είναι μηδενική, ώστε η επεξεργασία στις βαθμίδες μεταξύ της κάθε κεραίας λήψης και του κυκλώματος απόφασης δεν προσθέτει επιπλέον θόρυβο σε αυτόν που συνοδεύει το σήμα που λαμβάνεται από τις κεραίες του δέκτη. Με τον τρόπο αυτό, η επίδραση των προαναφερθέντων βαθμίδων επεξεργασίας όσον αφορά το σηματοθορυβικό λόγο θεωρείται αμελητέα.

#### *Κέρδος Κωδικοποίησης*

Η έννοια του κέρδους κωδικοποίησης υπάρχει και στα συστήματα SISO και αναφέρεται στην προσάρτηση επιπλέον ψηφίων στα σύμβολα που απαρτίζουν τα προς αποστολή πακέτα, προκειμένου μια πιθανή αλλοίωση της πληροφορίας από το δίαυλο να μπορεί να ανιχνευθεί και ενδεχομένως να διορθωθεί από το δέκτη. Στην περίπτωση αυτή, για να επιτευχθεί συγκεκριμένη πιθανότητα λάθους απόφασης για κάποιο σύμβολο, στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη απαιτείται μικρότερος σηματοθορυβικός λόγος σε σχέση με την περίπτωση όπου το προς αποστολή σήμα δεν κωδικοποιείται. Ο σηματοθορυβικός λόγος αυτός συμβολίζεται με  $SNR_{SISO}$ . Αν με στόχο την κωδικοποίηση στα σύμβολα αυτά προστεθούν επιπλέον ψηφία από αντίστοιχο σύστημα MIMO, για να διατηρηθεί η ίδια πιθανότητα λάθους στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη απαιτείται ένας ακόμη μικρότερος σηματοθορυβικός λόγος  $SNR_{MIMO}$ .

Πέραν του τρόπου αυτού αύξησης του κέρδους κωδικοποίησης, στις κεραίες εκπομπής των συστημάτων MIMO υπάρχει η δυνατότητα της βελτιστοποίησης της κατανομής των συνολικών ψηφίων αποστολής προκειμένου το μήνυμα να γίνει όσο

το δυνατόν ανθεκτικότερο στις αλλοιώσεις που ενδέχεται να προκαλέσει ο διάυλος. Αντίστοιχα στην πλευρά λήψης, ο κατάλληλος συνδυασμός των εναλλακτικών εκδοχών του μηνύματος από τις διαφορετικές κεραιές λήψης επιτρέπει την αποκωδικοποίησή του με μικρότερη πιθανότητα λάθους σε σχέση με το αντίστοιχο σύστημα SISO. Και στις δύο περιπτώσεις, αυτό που επιτυγχάνεται είναι η αύξηση του μέσου σηματοθορυβικού λόγου (signal-to-noise ratio, SNR) στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη με άμεση συνέπεια την αποκωδικοποίηση του μηνύματος με μικρότερη πιθανότητα λάθους. Έτσι επιτυγχάνεται μικρότερο ποσοστό λαθών ψηφίων (Bit Error Ratio, BER) και, κατεπέκταση, συμβόλων (Symbol Error Ratio, SER). Ισοδύναμα, προκειμένου να επιτευχθεί ο ίδιος σηματοθορυβικός λόγος στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη, η απαιτούμενη ισχύς εκπομπής είναι μικρότερη σε συστήματα MIMO σε σχέση με τα αντίστοιχα SISO.

Έστω ότι η συνολική αυτή ισχύς εκπομπής, μειωμένη από τις απώλειες ισχύος διάδοσης στο διάυλο είναι  $P_s$ , ώστε ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε μία από τις κεραιές λήψης να είναι  $\rho$ . Ως κέρδος κωδικοποίησης (Coding Gain, CG) ορίζεται ο λόγος των σηματοθορυβικών λόγων που απαιτούνται προκειμένου να επιτευχθεί η ίδια πιθανότητα λάθους απόφασης στο δέκτη από το σύστημα MIMO και το αντίστοιχο σύστημα SISO, δηλαδή

$$CG = \frac{SNR_{SISO}}{\rho} \quad (2.1)$$

Η ύπαρξη κέρδους κωδικοποίησης είτε στον πομπό είτε στο δέκτη προϋποθέτει τη γνώση των χαρακτηριστικών του διαύλου, τόσο των σταθερών απωλειών που εμφανίζει όσο και των δυναμικών (χρονικών) μεταβολών, δηλαδή των διαλείψεων. Συνήθως το κέρδος κωδικοποίησης αποκομίζεται στην πλευρά του δέκτη καθώς η πληροφορία της χρονικής μεταβολής του διαύλου είναι ευκολότερα διαθέσιμη εκεί παρά στον πομπό.

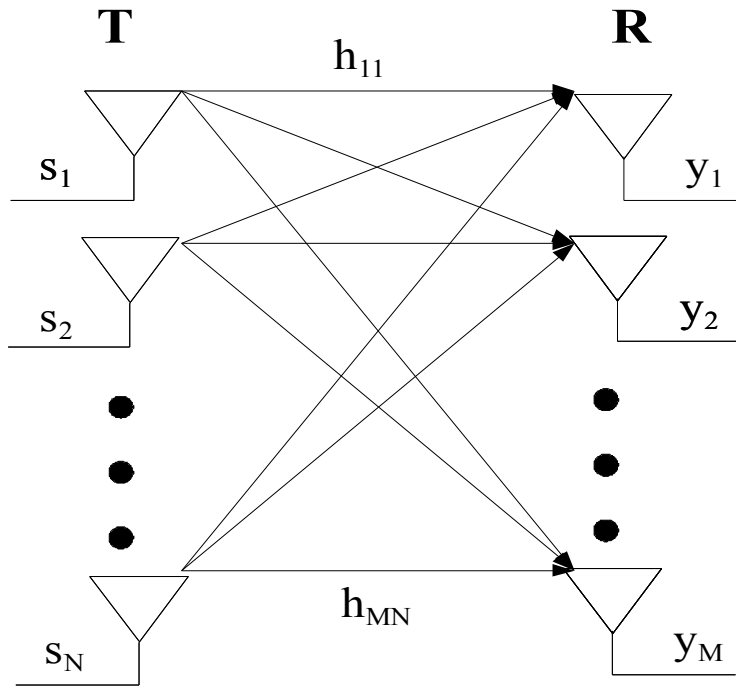
Σε ψηφιακά συστήματα, αντί του σηματοθορυβικού λόγου χρησιμοποιείται ισοδύναμα ο λόγος της ενέργειας ψηφίου προς τη φασματική πυκνότητα θορύβου που συμβολίζεται ως  $E_b / N_0$ . Ο λόγος αυτός συνδέεται με το σηματοθορυβικό λόγο μέσω της σχέσης

$$SNR = (E_b / N_0) \cdot (R / B) \quad (2.2)$$

όπου  $R$  είναι ο ρυθμός μετάδοσης και  $B$  το εύρος ζώνης του βαθυπερατού θορύβου στην έξοδο του φίλτρου στο δέκτη.

#### *Διαφορικό κέρδος*

Το κέρδος αυτό αναφέρεται στη λήψη των ψηφίων ή των συμβόλων του μηνύματος πληροφορίας από τις κεραιές του δέκτη μέσω περισσοτέρων της μιας διαδρομών. Ως διαδρομή μεταξύ μιας κεραιάς εκπομπής και μιας κεραιάς λήψης ορίζεται η νοητή πορεία που ακολουθεί μέσω του διαύλου ένα σήμα που εκπέμπεται από την κεραιά εκπομπής και λαμβάνεται από την κεραιά λήψης. Έτσι, αν ένα σύστημα MIMO αποτελείται από  $N$  κεραιές εκπομπής και  $M$  κεραιές λήψης, οι διαδρομές αυτές είναι  $N \cdot M$ , όπως φαίνεται από το Σχήμα 2.1.



**Σχήμα 2.1:** Δίαυλος MIMO διαστάσεων  $N \times M$

Επισημαίνεται ότι επειδή η επίτευξη του διαφορικού κέρδους που επιτυγχάνει το σύστημα MIMO πραγματοποιείται σε σύγκριση με το αντίστοιχο σύστημα SISO, αγνοείται το φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης καθώς επηρεάζει εξίσου τα δύο συστήματα. Συγκεκριμένα, αν λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης για το σύστημα SISO φθάνουν  $M_s$  χρονικά καθυστερημένες μεταξύ τους συνιστώσες του σήματος σε κάθε κεραία λήψης, για το αντίστοιχο σύστημα MIMO συμβάλλουν στις κεραίες του δέκτη  $N \cdot M \cdot M_s$  συνιστώσες. Συνεπώς, επειδή το διαφορικό κέρδος είναι σχετικό ως μέγεθος, ο παράγοντας  $M_s$  απαλείφεται από τη σύγκριση μεταξύ του συστήματος MIMO και του αντίστοιχου συστήματος SISO.

Πλέον, διαφορικό κέρδος επιτυγχάνεται στην περίπτωση όπου οι  $N \cdot M$  διαδρομές του σήματος δεν ταυτίζονται και αυξάνει όσο λιγότερο συσχετισμένες είναι αυτές, αφού τότε ο δέκτης λαμβάνει διαφορετικές εκδοχές των ίδιων συμβόλων εκπομπής. Ο μέγιστος αριθμός ανεξαρτήτων διαδρομών είναι ίσος προς  $N \cdot M$  που αποτελεί το μέγιστο διαφορικό κέρδος.

Για να αποσαφηνιστεί ο ανωτέρω συλλογισμός ας εξετασθεί η περίπτωση ενός συστήματος με μία κεραία εκπομπής και δύο κεραίες λήψης. Στην περίπτωση αυτή, κάθε σύμβολο που αποστέλλεται από την κεραία εκπομπής λαμβάνεται υπό δύο εκδοχές, μία από κάθε κεραία λήψης. Όσο λιγότερο συσχετισμένες, άρα και διαφορετικές, είναι οι διαδρομές που ακολουθούνται από την κεραία εκπομπής προς κάθε μία από τις κεραίες λήψης τόσο περισσότερο διαφοροποιημένες είναι οι δύο εκδοχές του σήματος στις δύο κεραίες λήψης. Αντίστοιχα, προκειμένου για την επίτευξη διαφορικού κέρδους σε σύστημα δύο κεραίων εκπομπής και μιας κεραίας λήψης, η διαφορά από την περίπτωση μιας κεραίας εκπομπής και δύο κεραίων λήψης έγκειται στο γεγονός ότι κάθε σύμβολο που στάλθηκε από τη μία κεραία εκπομπής κατά τη διάρκεια εκπομπής συμβόλου πρέπει να εκπεμφθεί και από την άλλη κεραία ώστε να φθάσει στο δέκτη μέσω δύο εναλλακτικών διαδρομών. Σε αυτό αναφέρεται η χωρική επεξεργασία που πραγματοποιείται στον πομπό, καθώς πρέπει να εξασφαλίσει

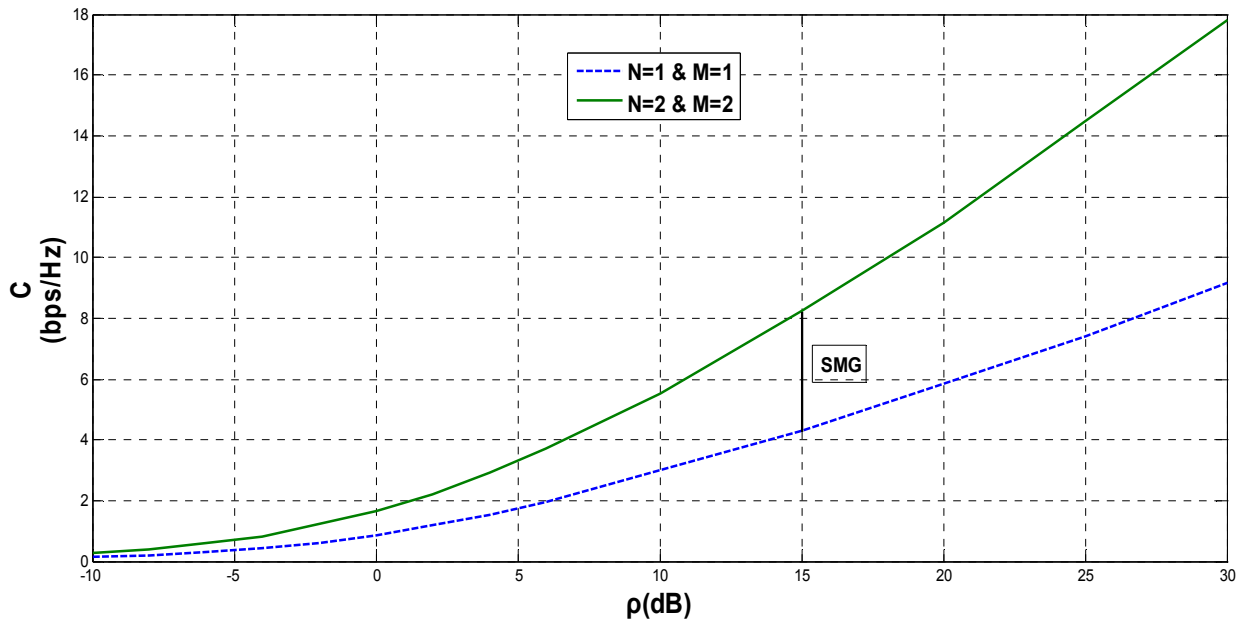
ότι κάθε ψηφίο θα εκπεμφθεί και από τις δύο κεραιές εκπομπής ώστε να φθάσει στο δέκτη υπό δύο διαφορετικές εκδοχές που προκύπτουν από τις δύο διαδρομές μεταξύ των δύο κεραιών εκπομπής και της μιας κεραιάς λήψης. Γενικεύοντας τη λειτουργία MIMO, πρέπει για κάθε προς μετάδοση σύμβολο να εξασφαλισθεί ότι θα φθάσει στις κεραιές του δέκτη μέσω δύο τουλάχιστον διαφορετικών διαδρομών προκειμένου να επιτευχθεί για κάθε σύμβολο διαφορικό κέρδος. Επιστρέφοντας στο κέρδος κωδικοποίησης, μέρος της χωρικής επεξεργασίας αποτελεί ο τρόπος με τον οποίο το ίδιο σύμβολο αποστέλλεται από τις διάφορες κεραιές εκπομπής. Για παράδειγμα, μπορεί από δύο κεραιές εκπομπής το ίδιο σύμβολο να αποσταλεί από τη μία κεραιά ως έχει και από την άλλη ως το συζυγές του. Το κέρδος που επιτυγχάνεται με τη μέθοδο αυτή θα φανεί σε επόμενη ενότητα όπου αναλύεται το σχήμα *Alamouti*.

Από τη στιγμή όπου το σύστημα απόφασης του δέκτη διαθέτει περισσότερες εκδοχές του ίδιου συμβόλου, αυξάνεται η πιθανότητα σωστής ανίχνευσης. Αφού η πιθανότητα λάθους είναι φθίνουσα συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου λήψης, απαιτείται μικρότερος σηματοθορυβικός λόγος στις κεραιές λήψης ενός συστήματος MIMO σε σχέση με το αντίστοιχο σύστημα SISO για να επιτευχθεί η ίδια πιθανότητα λάθους και από τα δύο συστήματα. Η διαφορά των δύο σηματοθορυβικών λόγων σε dB καλείται διαφορικό κέρδος.

Από τα προηγούμενα είναι σαφής η εξάρτηση του διαφορικού κέρδους από το είδος του διαύλου. Όσο πλουσιότερος είναι σε σκεδαστές (rich scattering) τόσο περισσότερο ανεξαρτητοποιούνται μεταξύ τους οι διαδρομές. Σε ένα αστικό περιβάλλον είναι ευκολότερη η επίτευξη υψηλού διαφορικού κέρδους σε σύγκριση με ένα ημιαστικό. Σε ένα ανοικτό περιβάλλον όπου απουσιάζουν οι σκεδαστές το διαφορικό κέρδος πρακτικά μηδενίζεται. Η ίδια εξάρτηση δεν ισχύει για το κέρδος κωδικοποίησης. Έτσι, σε ένα περιβάλλον πλούσιο σε σκεδαστές η χρήση MIMO έχει ως στόχο την επίτευξη διαφορικού κέρδους, ενώ σε ένα ανοικτό περιβάλλον ελεύθερο σκεδαστών, την επίτευξη κέρδους κωδικοποίησης.

### *Κέρδος χωρικής πολυπλεξίας*

Για την αύξηση της χωρητικότητας της ζεύξης χωρίς να αυξηθεί το εύρος ζώνης αλλά με χρήση περισσότερων κεραιών στην εκπομπή και τη λήψη, πραγματοποιείται ταυτόχρονη εκπομπή τόσων συμβόλων από τον πομπό όσες είναι οι κεραιές του. Για να επιτευχθεί στην πράξη η προαναφερθείσα αύξηση της χωρητικότητας, απαιτείται οι κεραιές του πομπού και του δέκτη να βρίσκονται σε επαρκή απόσταση μεταξύ τους ώστε να ελαχιστοποιείται η συσχέτιση των σημάτων. Επιπλέον, ο δίαυλος πρέπει να είναι πλούσιος σε σκεδαστές ώστε η πολυδιαδρομική διάδοση να οδηγεί σε ανεξαρτησία των σημάτων. Ακόμη και όταν δεν υφίσταται πλήρης ανεξαρτησία των σημάτων (δηλ. υπάρχει συσχέτιση), είναι δυνατή η αύξηση της χωρητικότητας περιορισμένη, όμως, σε σχέση με την περίπτωση της πλήρους αποσυσχέτισης των σημάτων. Ως κέρδος χωρικής πολυπλεξίας ορίζεται η διαφορά της τιμής της χωρητικότητας μιας ζεύξης όπου χρησιμοποιείται σύστημα SISO από την τιμή της χωρητικότητας που επιτυγχάνει η ίδια ζεύξη όταν χρησιμοποιείται σύστημα MIMO. Ένα παράδειγμα υπολογισμού του κέρδους κωδικοποίησης φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Για  $\rho = 15\text{dB}$ , το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας που συμβολίζεται στο σχήμα με SMG (Space-Multiplexing Gain), είναι περίπου ίσο με  $4\text{bps/Hz}$ .



**Σχήμα 2.2:** Χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho$  για τις περιπτώσεις συστήματος SISO και συστήματος MIMO διαστάσεων  $2 \times 2$

Επισημαίνεται ότι το κέρδος κωδικοποίησης και το διαφορικό κέρδος επιτυγχάνουν βελτίωση της αξιοπιστίας μιας ζεύξης ενώ το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας επιτυγχάνει αύξηση του ρυθμού μετάδοσης δεδομένων υπό δεδομένο εύρος ζώνης.

### Μείωση παρεμβολών

Στις ασύρματες κυψελωτές επικοινωνίες η αναχρησιμοποίηση συχνότητας (frequency reuse) αυξάνει την ομοδιαυλική παρεμβολή. Συγκεκριμένα, όταν σε μια κυψέλη χρησιμοποιείται πολυπλεξία ως προς τη συχνότητα (Frequency Division Multiplexing, FDM) οι χρησιμοποιούμενες συχνότητες σε κάθε κυψέλη είναι περισσότερες της μιας. Όμως, επειδή ο αριθμός των συνολικών συχνοτήτων ενός κυψελωτού συστήματος είναι περιορισμένος, οι ίδιες συχνότητες αναχρησιμοποιούνται σε κοντινές -ή στη χειρότερη περίπτωση γειτονικές- κυψέλες με αποτέλεσμα τα κανάλια κοντινών κυψελών που χρησιμοποιούν την ίδια συχνότητα να παρεμβάλλουν το ένα στο άλλο. Μια λύση στο πρόβλημα αυτό παρέχουν τα συστήματα MIMO καθώς αυτά πραγματοποιούν την πολυπλεξία χωρικά και όχι ως προς τη συχνότητα. Πλέον, ο συγκεκριμένος αριθμός διαθέσιμων συχνοτήτων εξαντλείται δυσκολότερα λόγω της εξοικονόμησης φάσματος που επιτυγχάνεται από το γεγονός ότι οι κεραιές του ίδιου πομπού ενός συστήματος MIMO εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα. Συνεπώς, το ίδιο κανάλι χρησιμοποιείται σε άλλη κυψέλη του συστήματος λιγότερο κοντινή σε σχέση με ένα σύστημα που χρησιμοποιεί πολυπλεξία FDM με αποτέλεσμα τη μείωση της ομοδιαυλικής παρεμβολής. Στον αντίποδα, το γεγονός ότι οι κεραιές του πομπού εκπέμπουν στο ίδιο κανάλι οδηγεί στην παρεμβολή μεταξύ των σημάτων που αυτές εκπέμπουν. Η παρεμβολή αυτή εκφράζεται μέσω της μεταξύ τους συσχέτισης. Ωστόσο, η εξασφάλιση κατάλληλων αποστάσεων μεταξύ των κεραιών εκπομπής και μεταξύ των κεραιών λήψης και η γνώση του διαύλου στο δέκτη αποτελούν παράγοντες που βοηθούν στην αποσυσχέτιση μεταξύ των σημάτων λήψης.

## 2.2 Το μαθηματικό μοντέλο MIMO

Έστω ένα σύστημα MIMO με  $N$  κεραίες εκπομπής και  $M$  κεραίες λήψης. Το συνολικό σήμα που εκπέμπεται στη διάρκεια μετάδοσης συμβόλου  $T_s$  φθάνει στις κεραίες του δέκτη με ισχύ  $P_s$ . Συμβολίζεται ως  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_N]^T$  το διάνυσμα των σημάτων που εκπέμπονται από τις κεραίες εκπομπής, όπου  $s_i$  το σήμα που εκπέμπεται από την  $i$ -οστή κεραία εκπομπής. Για το διάνυσμα αυτό ισχύει

$$E[\mathbf{s}^H \mathbf{s}] = P_s \quad (2.3)$$

Αντίστοιχα, ορίζεται το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων ως  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_M]^T$  όπου  $y_i$  το σήμα που λαμβάνεται από την  $i$ -οστή κεραία λήψης. Η σχέση που συνδέει τα δύο διανύσματα είναι

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2.4)$$

όπου

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ h_{M1} & \dots & \dots & h_{MN} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

είναι ο πίνακας που περιγράφει τη συμπεριφορά του διαύλου, διαστάσεων  $M \times N$  και  $\mathbf{n}$  το διάνυσμα του θορύβου που εισάγει ο διάυλος, μεγέθους  $M \times 1$ , ορισμένο στην είσοδο των κεραιών του δέκτη.

Ο θόρυβος  $\mathbf{n}$  θεωρείται λευκός, αθροιστικός που ακολουθεί την κανονική κατανομή (Additive White Gaussian Noise, AWGN) με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση  $N_0$ , δηλαδή

$$E[\mathbf{n}^H \mathbf{n}] = N_0 \mathbf{I}_M \quad (2.6)$$

Κάθε στοιχείο  $h_{ij}$  του πίνακα  $\mathbf{H}$  είναι το τυχαίο λόγω διαλείψεων κέρδος διαύλου μεταξύ κάθε κεραίας εκπομπής  $j$  και κάθε κεραίας λήψης  $i$ . Το αντίστοιχο κέρδος ισχύος εκφράζεται ως

$$p_{ij} = E[|h_{ij}|^2] \quad (2.7)$$

Επειδή τα στοιχεία του πίνακα του διαύλου θεωρούνται κανονικοποιημένα ως προς την ισχύ λήψης  $P_s$ , ισχύει

$$p_{ij, \max} = 1 \quad (2.8)$$

Σε ένα σύστημα MIMO τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που εκπέμπουν οι κεραιές του πομπού φθάνουν στις κεραιές του δέκτη κατά δύο τρόπους. Η περίπτωση κατά την οποία μεταξύ των νοητών ευθειών που ενώνουν τις κεραιές του πομπού με τις κεραιές του δέκτη δεν παρεμβάλλονται σκεδαστές ονομάζεται οπτική επαφή (Line Of Sight, *LOS*). Τότε, μέρος των αντίστοιχων κυμάτων φθάνει μέσω αυτής της ανεμπόδιστης διαδρομής στο δέκτη, συνιστώντας τον πρώτο τρόπο μετάδοσης του σήματος από τον πομπό στο δέκτη. Συγκεκριμένα, το απευθείας κύμα διαδίδεται με χαρακτηριστικά διάδοσης ελεύθερου χώρου όταν η πρώτη ζώνη Fresnel που δίνεται από την (1.1) για  $n = 1$  είναι ελεύθερη από εμπόδια. Επειδή το σήμα εκπέμπεται και προς άλλες διευθύνσεις διαφορετικές της διεύθυνσης *LOS*, φθάνουν στο δέκτη σήματα και μέσω πολυδιαδρομικής διάδοσης συνιστώντας το δεύτερο τρόπο διάδοσης των κυμάτων στο διάλυο. Έτσι, ακόμη και όταν δεν υπάρχει οπτική επαφή, στις κεραιές λήψης φθάνει σήμα, φαινόμενο που ονομάζεται μετάδοση μη οπτικής επαφής (Non Line Of Sight, *NLOS*). Με βάση τα προηγούμενα, ο πίνακας του διαύλου  $\mathbf{H}$  γράφεται ως άθροισμα δύο υποπινάκων

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{P_{LOS}}{P_S}} \mathbf{H}_{LOS} + \sqrt{\frac{P_{NLOS}}{P_S}} \mathbf{H}_{NLOS} \quad (2.9)$$

Τα στοιχεία του υποπίνακα  $\mathbf{H}_{LOS}$  είναι τα κέρδη των αντίστοιχων συνιστωσών οπτικής επαφής κανονικοποιημένων ως προς το ποσοστό ισχύος  $P_{LOS}$  του συνολικού σήματος  $P_S$  που φθάνει στο δέκτη μέσω οπτικής επαφής. Η ισχύς αυτή εξαρτάται από τα κέρδη των κεραιών και τις απώλειες ελεύθερου χώρου (Free Space Loss, FSL). Θεωρώντας την περίπτωση διαύλου σταθερού ως προς το χρόνο και ότι οι αποστάσεις μεταξύ των κεραιών του πομπού και μεταξύ των κεραιών του δέκτη είναι αμελητέες σε σύγκριση με την απόσταση πομπού και δέκτη, οι κεραιές του δέκτη λαμβάνουν όλα τα εκπεμπόμενα σήματα με μοναδιαίο κέρδος διαύλου, δηλαδή

$$\mathbf{H}_{LOS} = \mathbf{1}_{M,N} \quad (2.10)$$

Τα στοιχεία του υποπίνακα  $\mathbf{H}_{NLOS}$  είναι τα κέρδη για τα σήματα που φθάνουν στο δέκτη μέσω των διαδρομών *NLOS* κανονικοποιημένα ως προς το ποσοστό ισχύος  $P_{NLOS}$  του συνολικού σήματος που φθάνει στο δέκτη από τις διαδρομές *NLOS*. Επειδή τα σήματα αυτά φθάνουν καθυστερημένα σε σχέση με τα απευθείας σήματα, τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{H}_{NLOS}$  εμφανίζουν καθυστέρηση φάσης σε σχέση με τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{H}_{LOS}$ . Επιπλέον, η ισχύς  $P_{NLOS}$  εξαρτάται *i.* από τις αποσβέσεις που εισάγει η σκέδαση από τα εμπόδια και *ii.* το μήκος της διαδρομής από την κάθε κεραιά του πομπού προς κάθε κεραιά του δέκτη λόγω ανάκλασης από τους παρεμβαλλόμενους σκεδαστές. Εξαρτάται λιγότερο από τα κέρδη των κεραιών. Η σχέση που συνδέει τις ισχύς είναι

$$P_S = P_{LOS} + P_{NLOS} \quad (2.11)$$

Η περιβάλλουσα του συνολικού σήματος που φθάνει στο δέκτη ακολουθεί την κατανομή *Rice* (βλ. Παράρτημα Β). Ο παράγοντας *Rice* ( $K$ ) της κατανομής ορίζεται ως ο λόγος της ισχύος που φθάνει απευθείας στο δέκτη προς εκείνη που φθάνει μέσω πολυδιαδρομικής διάδοσης, δηλαδή

$$K = \frac{P_{LOS}}{P_{NLOS}} \quad (2.12)$$

Ο παράγοντας  $K$  ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή (lognormal distribution) (βλ. Παράρτημα Β) και εκφράζεται ως προς το ύψος των κεραιών εκπομπής  $h_T$  και την απόσταση πομπού και δέκτη  $d$  σύμφωνα με τη σχέση

$$K \propto h_T^{0.46} d^{-1/2} \quad (2.13)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.11) και (2.12), η σχέση (2.9) γράφεται

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{K}{1+K}} \mathbf{H}_{LOS} + \sqrt{\frac{1}{1+K}} \mathbf{H}_{NLOS} \quad (2.14)$$

Από τις σχέσεις (2.12) και (2.14) προκύπτει ότι, όταν ο διάυλος είναι ελεύθερος από σκεδαστές, ο πίνακας του διαύλου ταυτίζεται με τον υποπίνακα  $\mathbf{H}_{LOS}$  ( $K \rightarrow \infty$ ), οπότε ο διάυλος περιγράφεται ως διάυλος *AWGN* και ονομάζεται διάυλος μόνο οπτικής επαφής ή μόνο απευθείας συνιστώσας. Αντίθετα, όταν οι σκεδαστές στο διάυλο μηδενίζουν τη συνιστώσα *LOS*, δηλαδή συναντώνται αδιαφανή για το κύμα εμπόδια στη νοητή ευθεία που ενώνει τον πομπό με το δέκτη, ο πίνακας του διαύλου ταυτίζεται με τον υποπίνακα  $\mathbf{H}_{NLOS}$  ( $K \rightarrow 0$ ). Αυτή είναι μια οριακή περίπτωση διαύλου *Rice* που ονομάζεται διάυλος *Rayleigh* (βλ. Παράρτημα Β).

### 2.2.1. Ανεξάρτητα και Πανομοιότυπα Κατανεμημένος Δίαυλος Rayleigh

Ας υποθεθεί ότι ο διάυλος παραμένει χρονικά σταθερός κατά τη διάρκεια που μεσολαβεί από την αποστολή των σημάτων από τις κεραιές εκπομπής μέχρι τη λήψη του πλέον καθυστερημένου σήματος από τις κεραιές λήψης. Αυτό σημαίνει ότι η χρονική διάρκεια  $\tau_{max}$  από τη λήψη του πρώτου σήματος μέχρι τη λήψη του πλέον καθυστερημένου σήματος από το δέκτη είναι αισθητά μικρότερη της διάρκειας μετάδοσης συμβόλου  $T_s$ , δηλαδή

$$\tau_{max} \ll T_s \quad (2.15)$$

Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των σκεδαστών στο διάυλο τόσο περισσότερες είναι οι ανακλάσεις, σκεδάσεις και περιθλάσεις που υφίσταται το κύμα ώστε να φθάσει από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης απουσία *LOS*. Όμως, καθώς αυξάνει ο αριθμός των ανακλάσεων που υφίσταται το σήμα, αυξάνει η τυχαιότητα της διαδρομής μέσω της οποίας φθάνει ένα σήμα από την κεραία εκπομπής  $i$  στην κεραία λήψης  $j$ . Έτσι, ανάλογα με τη θέση όπου βρίσκεται ο κάθε σκεδαστής στο διάυλο και το είδος του (σε ποιο ποσοστό ανακλά, σκεδάζει ή περιθλά ένα προσπίπτον σε αυτόν κύμα), υπάρχει ένας κρίσιμος αριθμός εμποδίων στο διάυλο ώστε οι διαδρομές να θεωρηθούν προσεγγιστικά ανεξάρτητες. Προς την κατεύθυνση αυτή, απαιτείται οι αποστάσεις μεταξύ των κεραιών εκπομπής και μεταξύ των κεραιών λήψης να είναι ικανές ώστε η αλληλεπίδραση μεταξύ των κεραιών σε κάθε πλευρά του διαύλου να θεωρείται αμελητέα. Στην περίπτωση αυτή, ο διάυλος



*Rayleigh* ονομάζεται Ανεξάρτητα και Πανομοιότυπα Κατανεμημένος (independent identically distributed, *i.i.d.*) και ο πίνακας του διαύλου συμβολίζεται ως  $\mathbf{H}_w$ .

Από τη στιγμή που οι διαδρομές που ακολουθεί το σήμα είναι πλήρως ανεξάρτητες, η καθυστέρηση φάσης με την οποία φθάνουν τα σήματα από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης είναι τυχαία · επομένως, η καθυστέρηση φάσης κάθε σήματος  $\varphi_{ij}$  θεωρείται ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα  $[0, 2\pi)$ . Επιπλέον, το πλάτος και η φάση οποιουδήποτε κέρδους διαύλου είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους τυχαίες μεταβλητές αφού με βάση τη (2.15) ο δίαυλος αντιμετωπίζει ισότιμα τα διαδιδόμενα κύματα ως προς το πλάτος ανεξάρτητα από την καθυστέρηση φάσης που υφίσταται καθένα από αυτά σε κάθε διαδρομή που προσφέρεται από το δίαυλο μεταξύ πομπού και δέκτη. Επομένως, επειδή η μέση τιμή της καθυστέρησης φάσης είναι μηδενική, η μέση τιμή κάθε κέρδους διαύλου είναι επίσης μηδενική, δηλαδή

$$E[h_{ij}] = 0 \quad (2.16)$$

Το μέτρο κάθε κέρδους διαύλου όμως εξαρτάται από την απόσβεση που υφίσταται το κύμα κατά την πρόσπτωσή του σε κάθε εμπόδιο της διαδρομής που ακολουθεί. Επιπλέον, όταν η επιφάνεια του εμποδίου δεν είναι λεία, το κύμα αντί να ανακλασθεί διαχέεται. Έτσι τα σήματα από την κάθε κεραία εκπομπής που φθάνουν σε κάθε κεραία λήψης αποτελούνται από την υπέρθεση πολλών σημάτων τα οποία, λόγω του μεγάλου πλήθους των σκεδαστών στο δίαυλο, ακολουθούν τυχαίες διαδρομές. Επειδή η απόσβεση κάθε διαδρομής αντικατοπτρίζεται στο μέτρο του αντίστοιχου κέρδους διαύλου, τα μέτρα όλων των στοιχείων του πίνακα του διαύλου ακολουθούν την ίδια κατανομή με την ίδια τυπική απόκλιση. Αφού οι απώλειες ισχύος κάθε διαδρομής λαμβάνονται υπόψη μέσω του διανύσματος  $\mathbf{s}$ , η τυπική απόκλιση ισούται με

$$E[|h_{ij}|^2] = 1 \quad (2.17)$$

Από την ανωτέρω ανάλυση, τις σχέσεις (2.16) και (2.17) και την ομοιόμορφη κατανομή της καθυστέρησης φάσης  $\varphi_{ij}$  στο διάστημα  $[0, 2\pi)$  προκύπτει ότι τόσο το πραγματικό όσο και το φανταστικό μέρος καθενός από τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{H}_w$  ακολουθούν κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση  $1/2$  που σημαίνει ότι τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{H}_w$  αποτελούν κυκλικά συμμετρικές τυχαίες μεταβλητές με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία τυπική απόκλιση.

### 2.2.2 Επέκταση του διαύλου *i.i.d. Rayleigh* σε πραγματικά σενάρια

Στην πραγματικότητα, σπανίως υφίσταται δίαυλος *i.i.d. Rayleigh* για πολλούς λόγους. Ακόμη και όταν δεν υπάρχει *LOS*, ενδέχεται η απόσταση μεταξύ των κεραιών στον πομπού ή στο δέκτη να μην είναι αρκετή ώστε τα σήματα που λαμβάνονται από τις κεραιές του δέκτη να είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστα. Επιπλέον, ο δίαυλος ενδέχεται να μην περιλαμβάνει αρκετούς σκεδαστές και στις κατάλληλες θέσεις ώστε να μπορούν να αποσυσχετίσουν τις διάφορες εναλλακτικές διαδρομές μεταξύ πομπού και δέκτη. Στην περίπτωση, λοιπόν, διαύλων που δεν εμπίπτουν στην περίπτωση

διαύλου *i.i.d Rayleigh* αλλά εμφανίζουν συσχέτιση, για τον πίνακα  $\mathbf{H}_{\text{NLOS}}$  ισχύει η σχέση

$$\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{NLOS}}^{\text{H}}) = \mathbf{R}^{1/2} \text{vec}(\mathbf{H}_{\text{w}}^{\text{H}}) \quad (2.18)$$

όπου

$$\mathbf{R} = E[\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{NLOS}}^{\text{H}}) \text{vec}(\mathbf{H}_{\text{NLOS}}^{\text{H}})^{\text{H}}] \quad (2.19.\alpha)$$

ή, όσον αφορά τη συσχέτιση μεταξύ των κεραιών εκπομπής ( $T_n, T_k$ ) και λήψης ( $R_m, R_l$ )

$$R(R_m, T_n, R_l, T_k) = \frac{E[\sum_{i=1}^{M_s} r_i(R_m, T_n) \sum_{i=1}^{M_s} r_i(R_l, T_k)^*]}{\sqrt{E[|\sum_{i=1}^{M_s} r_i(R_m, T_n)|^2] E[|\sum_{i=1}^{M_s} r_i(R_l, T_k)|^2]}} \quad (2.19.\beta)$$

όπου  $M_s$  το πλήθος των σκεδαστών στο διάυλο και  $r_i(R_m, T_n)$  το κέρδος ανάμεσα στις κεραιές  $R_m$  και  $T_n$  για τη διαδρομή μέσω του  $i$ -οστού σκεδαστή.

Για την περίπτωση διαύλου MIMO διαστάσεων  $2 \times 2$ , η σχέση (2.19.α) καταλήγει στη μορφή

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & t^* & r^* & s_1^* \\ t & 1 & s_2^* & r \\ r & s_2 & 1 & t \\ s_1 & r^* & t^* & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

όπου  $t = E\{h_{11}h_{12}^*\} = E\{h_{22}h_{21}^*\}$  ο συντελεστής συνδιακύμανσης στον πομπό,

$r = E\{h_{11}h_{21}^*\} = E\{h_{22}h_{12}^*\}$  ο συντελεστής συνδιακύμανσης στο δέκτη,

$s_1 = E\{h_{11}h_{22}^*\}$  και  $s_2 = E\{h_{12}h_{21}^*\}$  οι διαγώνιοι συντελεστές συνδιακύμανσης.

Από τη σχέση (2.18) φαίνεται ότι το κάθε στοιχείο του πίνακα του διαύλου προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός  $N \cdot M$  κυκλικά συμμετρικών ανεξαρτητών μεταξύ τους τυχαίων μεταβλητών μηδενικής μέσης τιμής και μοναδιαίας τυπικής απόκλισης. Οι συντελεστές του γραμμικού συνδυασμού για κάθε στοιχείο  $h_{ij}$  του πίνακα του διαύλου είναι τα στοιχεία της αντίστοιχης γραμμής του πίνακα  $\mathbf{R}^{1/2}$  των οποίων το άθροισμα των τετραγώνων των μέτρων ισούται με την τυπική απόκλιση του στοιχείου  $h_{ij}$ . Αυτό σημαίνει ότι αν δύο ή περισσότερα στοιχεία μιας στήλης του  $\mathbf{R}^{1/2}$  είναι μη μηδενικά, τα στοιχεία  $h_{ij}$  στα οποία αντιστοιχούν οι αντίστοιχες γραμμές του  $\mathbf{R}^{1/2}$  έχουν γραμμική εξάρτηση από το ίδιο στοιχείο του διανύσματος  $\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{w}}^{\text{H}})$ , οπότε είναι συσχετισμένα μεταξύ τους. Η περίπτωση κατά την οποία τα στοιχεία του πίνακα του διαύλου είναι ασυσχέτιστα συμβαίνει όταν ο πίνακας  $\mathbf{R}$ , οπότε και ο  $\mathbf{R}^{1/2}$ , είναι μοναδιαίος, ώστε ο διάυλος εμπίπτει στην περίπτωση *i.i.d. Rayleigh*. Συγκεκριμένα, για την περίπτωση διαύλου διαστάσεων  $2 \times 2$ , ο πίνακας

συνδιακύμανσης δόθηκε από τη σχέση (2.20). Επειδή τα στοιχεία της διαγωνίου ταυτίζονται με το κέρδος ισχύος του αντίστοιχου στοιχείου του πίνακα του διαύλου, για την εξαγωγή της σχέσης (2.20) θεωρήθηκε ότι και τα τέσσερα στοιχεία του πίνακα του διαύλου έχουν μοναδιαίο κέρδος ισχύος. Όταν  $s_1 \neq 0$ , οι γραμμές 1 και 4 του πίνακα  $\mathbf{R}$  και συνακόλουθα του πίνακα  $\mathbf{R}^{1/2}$  προκύπτουν γραμμικά εξαρτημένες μεταξύ τους με αποτέλεσμα τα στοιχεία  $h_{11}$  και  $h_{22}$  που αντιστοιχούν στις γραμμές αυτές να έχουν και τα δύο γραμμική εξάρτηση από το πρώτο και το τέταρτο στοιχείο του διανύσματος  $\text{vec}(\mathbf{H}_w^H)$  ώστε να προκύπτουν συσχετισμένα. Με τον τρόπο αυτό δικαιολογείται η ονομασία του  $s_1$  ως συντελεστή συνδιακύμανσης των διαγωνίων στοιχείων. Αντίστοιχα ισχύουν για το συντελεστή  $s_2$  με τη διαφορά ότι αναφέρεται στη συσχέτιση ανάμεσα στα μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα του διαύλου. Όταν  $t \neq 0$  συσχετίζονται με παρόμοιο τρόπο μεταξύ τους τα στοιχεία  $h_{11}$  με  $h_{12}$  (γραμμική εξάρτηση από το πρώτο και το δεύτερο στοιχείο του διανύσματος  $\text{vec}(\mathbf{H}_w^H)$ ), και τα στοιχεία  $h_{22}$  με  $h_{21}$  (γραμμική εξάρτηση από το τρίτο και το τέταρτο στοιχείο του διανύσματος  $\text{vec}(\mathbf{H}_w^H)$ ). Αντίστοιχα ισχύουν όταν  $r \neq 0$ . Από την παραπάνω ανάλυση φαίνεται ο λόγος για τον οποίο ο πίνακας  $\mathbf{R}$  ονομάζεται πίνακας συνδιακύμανσης του διαύλου.

Θεωρώντας ένα μοντέλο διαύλου όπου οι σκεδαστές είναι μακριά από τις κεραίες εκπομπής και ομοιόμορφα κατανομημένοι γύρω από τις κεραίες λήψης (όπως στο δορυφορικό δίαυλο) η σχέση (2.19.β) γράφεται

$$R(R_m T_n, R_l T_k) = J_0((2\pi / \lambda)D(R_m, R_l)) \quad (2.21)$$

όπου  $D(R_m, R_l)$  η απόσταση μεταξύ των κεραίων λήψης  $m$  και  $l$  και  $J_0(\cdot)$  η συνάρτηση Bessel μηδενικής τάξης.

Για τον υπολογισμό του μέτρου της συσχέτισης  $R$  θεωρείται η περιβάλλουσα της συνάρτησης Bessel μηδενικής τάξης, η οποία είναι φθίνουσα και για τιμές του ορίσματος της συνάρτησης μεγαλύτερες του  $\pi$  λαμβάνει τιμές μικρότερες του 0.3. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει ότι για τιμές του  $D(R_m, R_l) > \lambda/2$  που ισοδυναμεί με τιμές του ορίσματος μεγαλύτερες του  $\pi$ , τα λαμβανόμενα σήματα μπορούν να θεωρηθούν πρακτικά ασυσχέτιστα. Όσον αφορά την πλευρά εκπομπής, εκεί η απόσταση πρέπει να είναι σαφώς μεγαλύτερη καθώς η απουσία σκεδαστών κοντά στον πομπό δεν δίνει τη δυνατότητα στα σήματα να αποσυσχετισθούν αμέσως μετά την εκπομπή τους μέσω γειτονικών προς τις κεραίες εκπομπής σκεδαστών. Η ελάχιστη αυτή απόσταση υπολογίζεται περίπου στα 10λ, που είναι ένας πρακτικός τρόπος επιβεβαίωσης ότι η κάθε κεραία βρίσκεται στη μακρινή περιοχή της άλλης.

Επεκτείνοντας το ίδιο μοντέλο, έστω  $h_n$  η  $n$ -οστή γραμμή του πίνακα  $\mathbf{H}$  και  $h_m$  η  $m$ -οστή στήλη του. Τότε, οι πίνακες συσχέτισης για τις πλευρές εκπομπής και λήψης γράφονται αντίστοιχα

$$\mathbf{R}_T = E[h_n^H h_n] \quad \text{για } n = 1, 2, \dots, M \quad (2.22.α)$$

$$\mathbf{R}_R = E[h_m^* h_m] \quad \text{για } m = 1, 2, \dots, N \quad (2.22.β)$$

Η συσχέτιση  $\mathbf{R}$  γράφεται ως το γινόμενο *Kronecker* των συσχετίσεων στην εκπομπή ( $\mathbf{R}_T$ ) και στη λήψη ( $\mathbf{R}_R$ ), δηλαδή

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_R \otimes \mathbf{R}_T \quad (2.23)$$

Τελικά

$$\mathbf{H}_{\text{NLOS}}^H = \mathbf{R}_R^{1/2} \mathbf{H}_w^H \mathbf{R}_T^{1/2} \quad (2.24)$$

### 2.3 Υπολογισμός χωρητικότητας διαύλου MIMO

Η ανάλυση που αφορά τον υπολογισμό της χωρητικότητας μιας ζεύξης MIMO βασίζεται στο γνωστό όριο του *Shannon*, σύμφωνα με το οποίο, αν με SNR συμβολισθεί ο σηματοθορυβικός λόγος στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη, η χωρητικότητα μιας ζεύξης δίνεται από τη σχέση

$$C = \log_2(1 + \text{SNR}) \quad \text{σε bps/Hz} \quad (2.25)$$

Η πιθανότητα λανθασμένης απόφασης κατά την αποκωδικοποίηση αποτελεί περιοριστικό παράγοντα για την επίτευξη δεδομένης ποιότητας υπηρεσίας σε μία ζεύξη. Ένας τρόπος βελτίωσης της πιθανότητας αυτής είναι η μείωση του ρυθμού μετάδοσης ο οποίος σχετίζεται άμεσα με τη χωρητικότητα του διαύλου. Συνεπώς, επειδή σκοπό της παρούσας ανάλυσης αποτελεί η εύρεση του άνω θεωρητικού ορίου της χωρητικότητας, γίνεται η υπόθεση ότι το κύκλωμα απόφασης του δέκτη αποφασίζει πάντοτε ορθά.

Ωστόσο, στην μέχρι τώρα ανάλυση, η ισχύς λήψης  $P_s$  θεωρήθηκε ότι λαμβάνει υπόψη μόνο τις απώλειες διάδοσης, ενώ οι διαφοροποιήσεις στα κέρδη μεταξύ των διαφόρων διαδρομών και οι καθυστερήσεις φάσεις με τις οποίες λαμβάνουν τα σήματα οι κεραιές του δέκτη, λαμβάνονται υπόψη στον πίνακα του διαύλου  $\mathbf{H}$ . Επομένως, πρέπει να συνυπολογιστεί η συνεισφορά του  $\mathbf{H}$  στον υπολογισμό του SNR. Επιπλέον, επειδή το συνολικό σήμα εκπομπής μπορεί να κατανεμηθεί στις  $N$  κεραιές εκπομπής κατά πολλούς τρόπους, η κατανομή αυτή πρέπει να ληφθεί υπόψη στον παράγοντα SNR, μέσω της διακύμανσης του σήματος

$$\mathbf{R}_{ss} = E[\mathbf{ss}^H] \quad (2.26)$$

Από τις σχέσεις (2.3) και (2.26), προκύπτει

$$\text{tr}(\mathbf{R}_{ss}) = P_s \quad (2.27)$$

Μέσω της (2.27) η ισχύς λήψης  $P_s$  λαμβάνεται υπόψη στη διακύμανση του σήματος εκπομπής ως το άθροισμα των διαγωνίων στοιχείων του. Μάλιστα το  $i$ -οστό διαγώνιο στοιχείο του πίνακα  $\mathbf{R}_{ss}$  είναι το κλάσμα της ισχύος λήψης που φθάνει στο δέκτη από την κεραία εκπομπής  $i$ .

Με βάση την προηγούμενη ανάλυση, ορίζεται η αμοιβαία πληροφορία που λαμβάνεται από τις κεραιές του δέκτη συστήματος MIMO και προκύπτει μέσω της σχέσης [Tel]

$$I = \log_2 \left\{ \det \left( \mathbf{I}_M + \frac{1}{N_0 B} \mathbf{H} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{H}^H \right) \right\} \text{ σε bps/Hz} \quad (2.28)$$

Η χωρητικότητα του διαύλου προσδιορίζεται μεγιστοποιώντας την αμοιβαία πληροφορία ως προς τη διακύμανση του εκπεμπομένου σήματος μέσω της σχέσης

$$C = \max_{\mathbf{R}_{ss}} \{I\} = \max_{\mathbf{R}_{ss}} \left\{ \det \left( \mathbf{I}_M + \frac{1}{N_0 B} \mathbf{H} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{H}^H \right) \right\} \quad (2.29)$$

### Εργοδική χωρητικότητα

Με βάση τον ανωτέρω ορισμό, η χωρητικότητα δεν λαμβάνει υπόψη τις τυχαίες χρονικές μεταβολές του διαύλου καθώς θεωρήθηκε ότι παραμένει χρονικά σταθερός κατά τη διάρκεια  $\tau_{\max}$  με βάση τη σχέση (2.15). Θεωρώντας το χρόνο αποκωδικοποίησης στην πλευρά του δέκτη πολύ μεγάλο, είναι δυνατό να λαμβάνονται υπόψη κατά την αποκωδικοποίηση συνιστώσες του σήματος που φθάνουν στο δέκτη με πολύ μεγάλη καθυστέρηση, έστω και σημαντικά εξασθενημένες. Αυτές οι συνιστώσες θα αγνοούνταν αν ο χρόνος αποκωδικοποίησης ήταν μικρός καθώς θα έφθαναν στο δέκτη αφού έχει ληφθεί η απόφαση για το σήμα λήψης. Με βάση αυτό το συλλογισμό, η χρονική διάρκεια  $\tau_{\max}$  τίθεται ίση με το χρόνο αποκωδικοποίησης ώστε η σχέση (2.15) να στερείται νοήματος. Πλέον, οι διαλείψεις του σήματος λαμβάνονται υπόψη ως τυχαίες διαδικασίες ως προς το χρόνο. Μάλιστα, προκειμένου για ταχείες διαλείψεις, αυτές αποτελούν εργοδικές διαδικασίες, δηλαδή η μέση χρονική τιμή τους είναι ίση με την αναμενόμενη τιμή τους. Η χρονική μεταβολή λόγω των διαλείψεων αντανακλάται στα μεγέθη  $\mathbf{H}$  και  $\mathbf{R}_{ss}$  που υπεισέχονται στη σχέση (2.29).

Ως εργοδική χωρητικότητα ορίζεται η μέγιστη τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας ως προς τον παράγοντα  $\mathbf{R}_{ss}$  όταν η μέση χρονική τιμή της τελευταίας είναι ίση με την αναμενόμενη τιμή της και δίνεται από τη σχέση

$$C_{\text{erg}} = \max_{\mathbf{R}_{ss}} \{E[I]\} = \max_{\mathbf{R}_{ss}} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt \right] \right\} \quad (2.30)$$

υπό την προϋπόθεση ότι

$$E[I] = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt \right] \quad (2.31)$$

### 2.3.1 Δίαυλος γνωστός μόνο στο δέκτη

Όταν, μέσω τεχνικών παρακολούθησης και εκτίμησής του, ο δίαυλος είναι γνωστός μόνο στην πλευρά του δέκτη και άγνωστος στην πλευρά εκπομπής, η ισχύς εκπομπής ισοκατανέμεται στις κεραιές εκπομπής, δηλαδή

$$E[|s_i|^2] = \frac{P_s}{N} \quad (2.32)$$

με τα σήματα  $s_i$  να έχουν ανεξάρτητες μεταξύ τους φάσεις, δηλαδή

$$E[s_i s_j^*] = 0, \text{ για } i \neq j \quad (2.33)$$

Τότε, οι ανεξάρτητες μεταξύ τους κυκλικά συμμετρικές τυχαίες μεταβλητές  $s_i$  ακολουθούν την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και την ίδια τυπική απόκλιση ώστε το διάνυσμα  $\mathbf{s}$  προκύπτει κυκλικά συμμετρικό.

Λόγω των (2.32) και (2.33), η (2.26) γράφεται

$$\mathbf{R}_{ss} = \frac{P_s}{N} \mathbf{I}_N \quad (2.34)$$

Στην περίπτωση αυτή, λόγω της (2.34) η αμοιβαία πληροφορία της σχέσης (2.29) γράφεται

$$I_{CU} = \log_2 \left\{ \det \left( \mathbf{I}_M + \frac{\rho}{N} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right\} \quad \text{σε bps / Hz} \quad (2.35)$$

όπου

$$\rho = \frac{P_s}{N_0 B} \quad (2.36)$$

ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε μία από τις κεραιές του δέκτη.  
Προφανώς

$$I_{CU} \leq C \quad (2.37)$$

Μάλιστα, όταν λαμβάνεται υπόψη η τυχαιότητα που εισάγουν οι διαλείψεις στο δίαυλο, η τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας της σχέσης (2.35) μεγιστοποιείται όταν το  $\mathbf{R}_{ss}$  δίνεται από τη σχέση (2.34) υπό την προϋπόθεση ότι η αμοιβαία πληροφορία είναι εργοδική (βλ. (2.31)). Τότε, η εργοδική χωρητικότητα προκύπτει

$$C_{\text{erg}} = E[I_{CU}] \quad (2.38)$$

Λόγω των (2.30) και (2.35), η (2.38) γράφεται

$$C_{\text{erg}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T \log_2 \left\{ \det \left( \mathbf{I}_M + \frac{\rho}{N} \mathbf{H}(t) \mathbf{H}^H(t) \right) \right\} dt \right] \quad (2.39)$$

Για ευκολία η σχέση (2.39) γράφεται

$$C_{\text{erg}} = \log_2 \left\{ \det \left( \mathbf{I}_M + \frac{\rho}{N} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right\} \quad (2.39.a)$$

όπου υπονοείται η χρονική μέση τιμή του δεξιού σκέλους.

Η σχέση (2.39.α) χρησιμοποιείται ευρέως κατά τη μελέτη της επίδοσης των συστημάτων MIMO για τους ακόλουθους λόγους:

1) Η γνώση της χρονικής μεταβολής των χαρακτηριστικών του διαύλου στην πλευρά του πομπού απαιτεί συνεχή ανατροφοδότηση πληροφορίας περί της κατάστασης του διαύλου από το δέκτη προς τον πομπό, που λόγω του υψηλού της κόστους αποφεύγεται. Αντίθετα, είναι απλούστερο τα χαρακτηριστικά του διαύλου κάθε χρονική να γίνονται γνωστά στην πλευρά του δέκτη, διαδικασία που συνήθως υλοποιείται.

2) Η (2.39.α) σχετίζεται με τη χωρητικότητα που προκύπτει ως το άνω θεωρητικό όριο *Shannon* για συστήματα SISO ( $N = M = 1$ ), οπότε καθιστά δυνατή την απευθείας σύγκριση συστημάτων SISO και MIMO ως προς τη χωρητικότητα.

#### *Συστήματα μικρότερων διαστάσεων*

Με βάση τη (2.39.α) η εργοδική χωρητικότητα διαφόρων απλών συστημάτων γράφεται

α) Σύστημα SISO ( $N = M = 1$ )

$$C_{\text{erg}} = \log_2(1 + \rho|h|^2) \quad (2.39.\beta)$$

όπου  $h$  το κανονικοποιημένο ως προς την ισχύ λήψης κέρδος διαύλου

β) Σύστημα SIMO ( $N=1, M>1$ )

$$C_{\text{erg}} = \log_2\left(1 + \rho \sum_{i=1}^M |h_i|^2\right) \quad (2.39.\gamma)$$

όπου  $h_i$  το κανονικοποιημένο ως προς την ισχύ λήψης κέρδος διαύλου μεταξύ της κεραίας εκπομπής και της κεραίας λήψης  $i$ .

γ) Σύστημα MISO ( $N > 1, M = 1$ )

$$C_{\text{erg}} = \log_2\left(1 + \frac{\rho}{N} \sum_{i=1}^N |h_i|^2\right) \quad (2.39.\delta)$$

όπου  $E[|h_i|^2]$  το κανονικοποιημένο ως προς την ισχύ λήψης κέρδος διαύλου μεταξύ της κεραίας εκπομπής  $i$  και της κεραίας λήψης.

Η μελέτη της χωρητικότητας γίνεται με κύριο στόχο την εύρεση του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας που επιτυγχάνεται από ένα σύστημα MIMO έναντι του αντίστοιχου συστήματος SISO. Έτσι, σύμφωνα με την ανάλυση που έγινε στην εισαγωγή, το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας εξαρτάται από το πλήθος των ανεξάρτητων μεταξύ τους εναλλακτικών διαδρομών του συστήματος.

Για το σκοπό αυτό και με βάση τη γνωστή διαδικασία διαγωνοποίησης (Singular Value Decomposition, SVD) ο πίνακας του διαύλου  $\mathbf{H}$  γράφεται υπό τη μορφή

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H \quad (2.40)$$

όπου

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, 0, \dots, 0) \quad (2.41)$$

και  $\lambda_i$  οι θετικές ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  (ή, ισοδύναμα,  $\lambda_i$  οι μη μηδενικές ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{W}$  (Whisart matrix)), όπου

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H, M \leq N \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H}, N < M \end{cases} \quad (2.42)$$

Επειδή ο πίνακας  $\mathbf{D}$  είναι διαγώνιος, μέσω της ανάπτυξης (2.40) ο πίνακας  $\mathbf{H}$  αποσυντίθεται σε  $r$  ανεξάρτητους μεταξύ τους διαύλους SISO, όπου  $r$  η τάξη (rank) του πίνακα  $\mathbf{H}$ . Ο  $i$ -οστός από αυτούς τους διαύλους έχει κέρδος ισχύος  $\lambda_i$ .

Λαμβάνοντας υπόψη τη (2.40), η χωρητικότητα της (2.39.α) καταλήγει στη σχέση

$$C_{\text{erg}} = \sum_{i=1}^r \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} \lambda_i \right) \quad (2.43)$$

Θεωρώντας  $\frac{\rho}{N} \lambda_i \gg 1$  ή, ισοδύναμα,  $\frac{\rho}{N} \|\mathbf{H}\|_F \gg 1$ , δηλαδή για μεγάλες τιμές των σηματοθορυβικών λόγων λήψης, η σχέση (2.43) γράφεται

$$C_{\text{erg}} = r \log_2 \rho + \text{const} \quad (2.44)$$

όπου

$$\text{const} = \sum_{i=1}^r \log_2 \left( \frac{\lambda_i}{N} \right) \quad (2.45)$$

Η μέγιστη τάξη του πίνακα  $\mathbf{W}$  που ταυτίζεται με την τάξη του πίνακα  $\mathbf{H}$  (αν και γενικά ο βαθμός του  $\mathbf{W}$  είναι διαφορετικός αυτού του  $\mathbf{H}$ ) είναι ίση με το ελάχιστο πλήθος γραμμικά ανεξάρτητων στηλών και γραμμών του πίνακα, δηλαδή

$$r_{\text{max}} = \min(M, N) \quad (2.46)$$

Στην περίπτωση  $r = r_{\text{max}}$ , η (2.44) γράφεται



$$C_{\text{erg}} = \min(M, N) \log_2 \rho + \text{const} \quad (2.47)$$

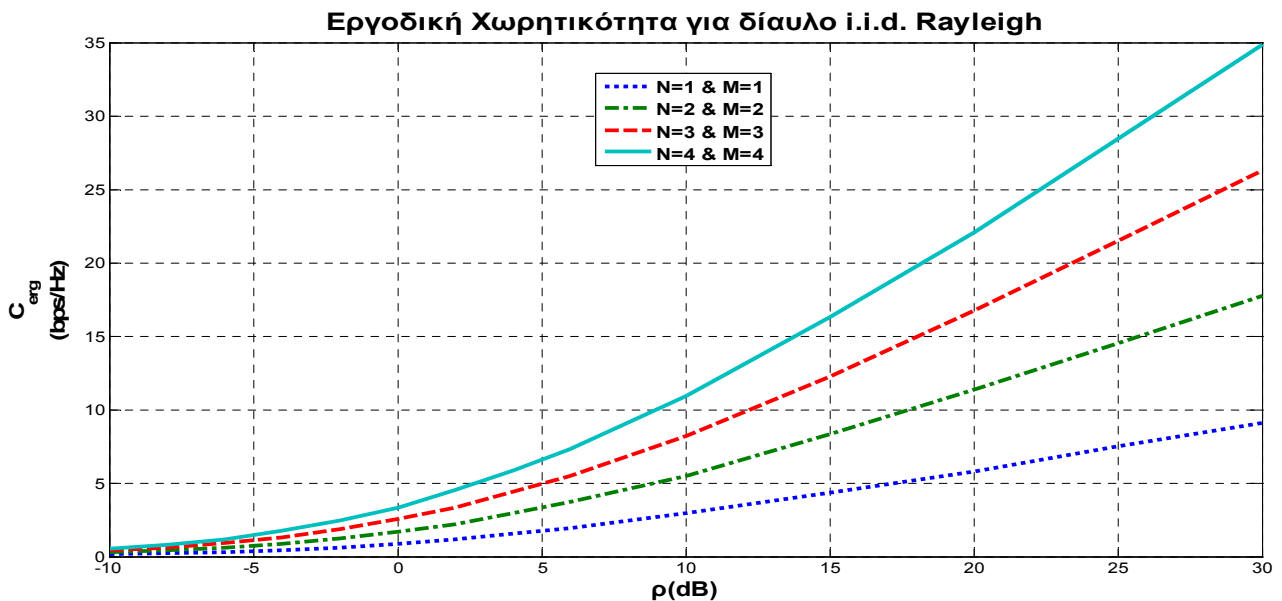
με τη (2.45) να προσαρμόζεται αντίστοιχα.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθούν τρία βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τις ανωτέρω σχέσεις και αφορούν το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας.

1) Για το διάυλο *Rayleigh* οι ανεξάρτητες διαδρομές που δημιουργούνται είναι περισσότερες συγκριτικά με αυτές που δημιουργούνται σε ένα διάυλο *Rice*, με αποτέλεσμα η τιμή της τάξης  $r$  να είναι μεγαλύτερη. Από τη (2.43) προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι αύξουσα συνάρτηση της τάξης  $r$ . Αυτό δημιουργεί το συγκριτικό πλεονέκτημα μόνο ως προς τη χρήση MIMO του διαύλου *Rayleigh* έναντι του διαύλου *Rice*, δηλαδή ότι για τον πρώτο αποκομίζεται μεγαλύτερο κέρδος χωρικής πολυπλεξίας. Το συμπέρασμα αυτό αναδεικνύεται από τη σύγκριση των Σχημάτων 2.3 και 2.4, όπου για πληρότητα παρατίθεται και η περίπτωση του αντίστοιχου διαύλου SISO ( $N=M=1$ ). Μάλιστα για την περίπτωση διαύλου *i.i.d Rayleigh*, η τάξη  $r$  δίνεται από τη σχέση (2.46). Λαμβάνοντας τότε υπόψη τη (2.47)

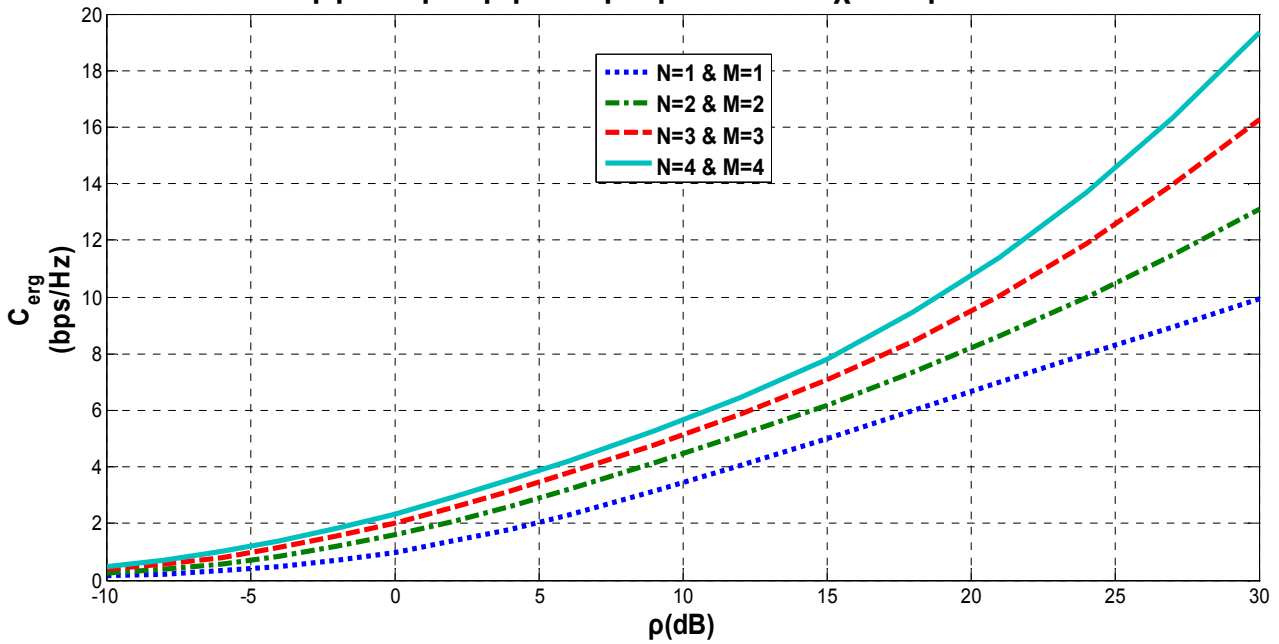
προκύπτει ότι για διάυλο *i.i.d Rayleigh* και τιμή της ποσότητας  $\frac{\rho}{N} \|\mathbf{H}\|_F \gg 1$ , η τιμή

της χωρητικότητας αυξάνει γραμμικά με το πλήθος των κεραιών της πλευράς εκπομπής ή λήψης όπου αυτές είναι λιγότερες. Έτσι, παρατηρώντας το Σχήμα 2.3 προκύπτει ότι για τιμές του  $\rho$  μεγαλύτερες των 10dB, οι καμπύλες γίνονται γραμμικές συναρτήσεις του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης και η κλίση τους είναι ίση με  $\min(N, M)$ . Δηλαδή σε ένα διάυλο πλούσιο σε σκεδαστές, όπου ένα σύστημα SISO θα αδυνατούσε να λειτουργήσει λόγω της αμελητέας τιμής του σηματοθορυβικού λόγου, που θα έφθανε στην κεραία λήψης του, ένα σύστημα MIMO αντιπαρέρχεται τη δυσκολία αυτή ως προς τη χωρητικότητα, μέσω της αύξησης του αριθμού των κεραιών στην πλευρά εκείνη όπου αυτές είναι λιγότερες.



**Σχήμα 2.3:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho$  για διάυλο *i.i.d. Rayleigh* ( $K=0$ ) και συστήματα MIMO διαφορετικών διαστάσεων με  $N = M$

### Εργοδική Χωρητικότητα για δίαυλο σχεδόν μόνο LOS

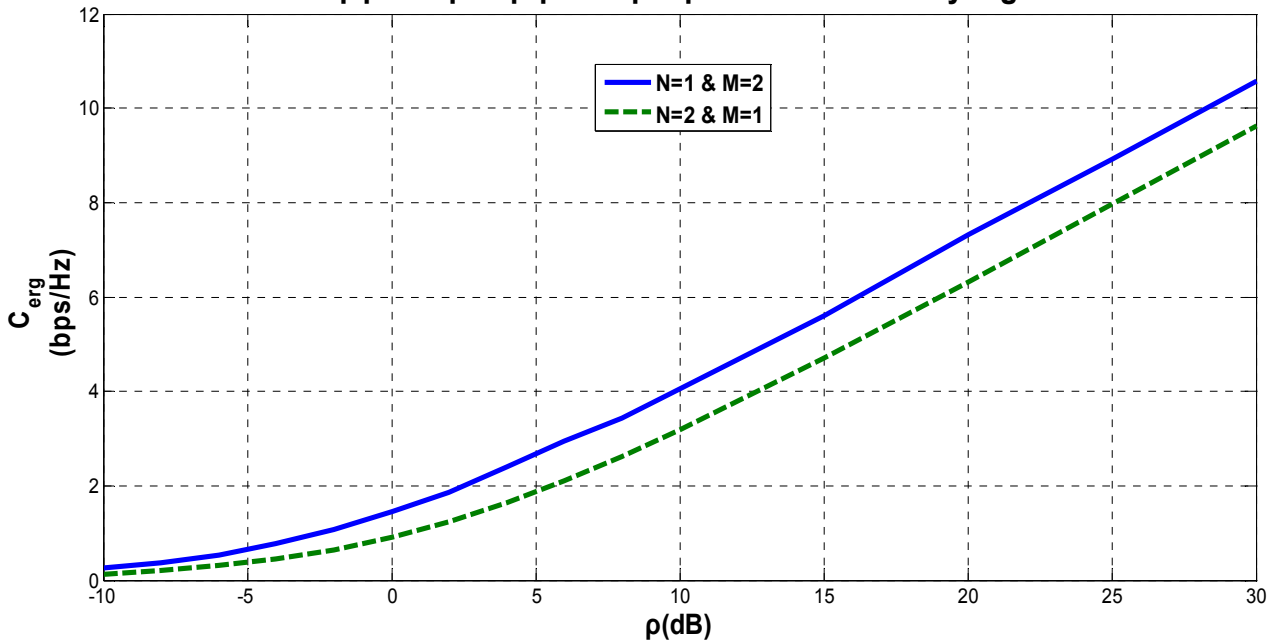


**Σχήμα 2.4:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho$  για δίαυλο σχεδόν μόνο οπτικής επαφής ( $K=100$ ) και συστήματα MIMO διαφορετικών διαστάσεων με  $N = M$

2) Επειδή για το δίαυλο *Rice* υπάρχει οπτική επαφή, η ισχύς που φθάνει στις κεραιές του δέκτη είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη για δίαυλο *Rayleigh*. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή του σηματοθορυβικού λόγου  $\rho$  είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση διαύλου *Rice*. Από την (2.44) φαίνεται ότι οι επειδή η τάξη  $r$  είναι μεγαλύτερη για δίαυλο *Rayleigh* ενώ ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος λήψης  $\rho$  είναι μεγαλύτερος για δίαυλο οπτικής επαφής δεν προκύπτει κάποιο γενικό συμπέρασμα για το ποια από τις δύο περιπτώσεις επιτυγχάνει μεγαλύτερη τιμή χωρητικότητας για δεδομένους διαύλους. Συγκεκριμένα, συγκρίνοντας τα Σχήματα 2.3 και 2.4, αν και οι τιμές της εργοδικής χωρητικότητας που επιτυγχάνονται για δίαυλο *Rayleigh* είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες τιμές για δίαυλο *Rice*, η μεγάλη τιμή του  $\rho$  για το δίαυλο *Rice* που οφείλεται στην οπτική επαφή μπορεί να προσφέρει στη ζεύξη τόσο μεγαλύτερη τιμή της εργοδικής χωρητικότητας ώστε να υπερβεί εκείνη του διαύλου *Rayleigh*.

3) Ο παράγοντας  $\text{const}$  που δίνεται από τη σχέση (2.45) και είναι αθροιστικός στις σχέσεις (2.45) και (2.48) υποδηλώνει ότι τα ζεύγη  $(M,N) = (\alpha,\beta)$  και  $(M,N) = (\beta,\alpha)$  έχουν στην καμπύλη της χωρητικότητας σε συνάρτηση με το σηματοθορυβικό λόγο, μια παράλληλη μετατόπιση μεταξύ τους. Η γνώση των χαρακτηριστικών του διαύλου στο δέκτη του παρέχει τη δυνατότητα κατάλληλου συνδυασμού μεταξύ των σημάτων λήψης με αποτέλεσμα την αύξηση της αμοιβαίας πληροφορίας. Παρόμοιο κέρδος δεν είναι δυνατό από τον πομπό. Αυτός δεν γνωρίζει τα χαρακτηριστικά του διαύλου. Έτσι, όταν οι κεραιές λήψης είναι περισσότερες από τις κεραιές εκπομπής, τα κέρδη ισχύος των διαδρομών, δηλαδή οι ιδιοτιμές  $\lambda_i$ , είναι μεγαλύτερες από την περίπτωση κατά την οποία οι κεραιές εκπομπής είναι περισσότερες από τις κεραιές λήψης. Επιπλέον, από τη σχέση (2.45) η τιμή του  $\text{const}$  είναι αύξουσα συνάρτηση των ιδιοτιμών  $\lambda_i$  με αποτέλεσμα η καμπύλη που δίνει μεγαλύτερη χωρητικότητα για ίδιο  $\rho$  να είναι εκείνη για την οποία ισχύει  $M > N$ , δηλαδή περισσότερες κεραιές στην πλευρά του δέκτη. Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώνεται από το Σχήμα 2.5.

### Εργοδική Χωρητικότητα για δίαυλο i.i.d. Rayleigh



**Σχήμα 2.5:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho$  για δίαυλο *i.i.d* Rayleigh ( $K=0$ ) και σύστημα MIMO διαστάσεων 2X1 και 1X2

#### 2.3.2 Δίαυλος γνωστός στον πομπό και το δέκτη

Εκτός από την πλευρά λήψης, ο δίαυλος ενδέχεται να είναι γνωστός και στην πλευρά εκπομπής. Για να επιτευχθεί αυτό απαιτείται ανατροφοδότηση πληροφορίας περί του διαύλου στον πομπό ώστε ο τελευταίος να έχει γνώση των χρονικών μεταβολών του διαύλου. Προς την κατεύθυνση αυτή ο δέκτης, που γνωρίζει πρώτος τη χρονική μεταβολή του διαύλου, μπορεί να επανεκπέμψει την πληροφορία αυτή προς τον πομπό παρέχοντας τη δυνατότητα στον πομπό να καταναίμει την ισχύ εκπομπής μεταξύ των σημάτων  $s_i$ , ώστε να διαμορφώσει αυτοσυσχέτιση  $\mathbf{R}_{ss}$  που μεγιστοποιεί τη χωρητικότητα με βάση τη (2.29).

Η τακτική που μεγιστοποιεί τη χωρητικότητα είναι ο αλγόριθμος *water-filling* που μέσω επαναληπτικής διαδικασίας επιτυγχάνει την τιμή χωρητικότητας

$$C_{WF} = \sum_{i=1}^r \log_2(\mu \lambda_i)^+ \quad (2.48)$$

όπου η σταθερά  $\mu$  προσδιορίζεται ώστε να ικανοποιείται ο περιορισμός ισχύος

$$\rho = \sum_{i=1}^r (\mu - \lambda_i^{-1})^+ \quad (2.49)$$

Εφόσον η γνώση του διαύλου στον πομπό συνεπάγεται κέρδος κωδικοποίησης στην πλευρά εκπομπής, προκύπτει αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου στην είσοδο του

αποκωδικοποιητή του δέκτη και, επομένως, με βάση το όριο του *Shannon*, αύξηση της χωρητικότητας. Δηλαδή, ισχύει η σχέση

$$C_{wf} > C_{ep} \quad (2.50)$$

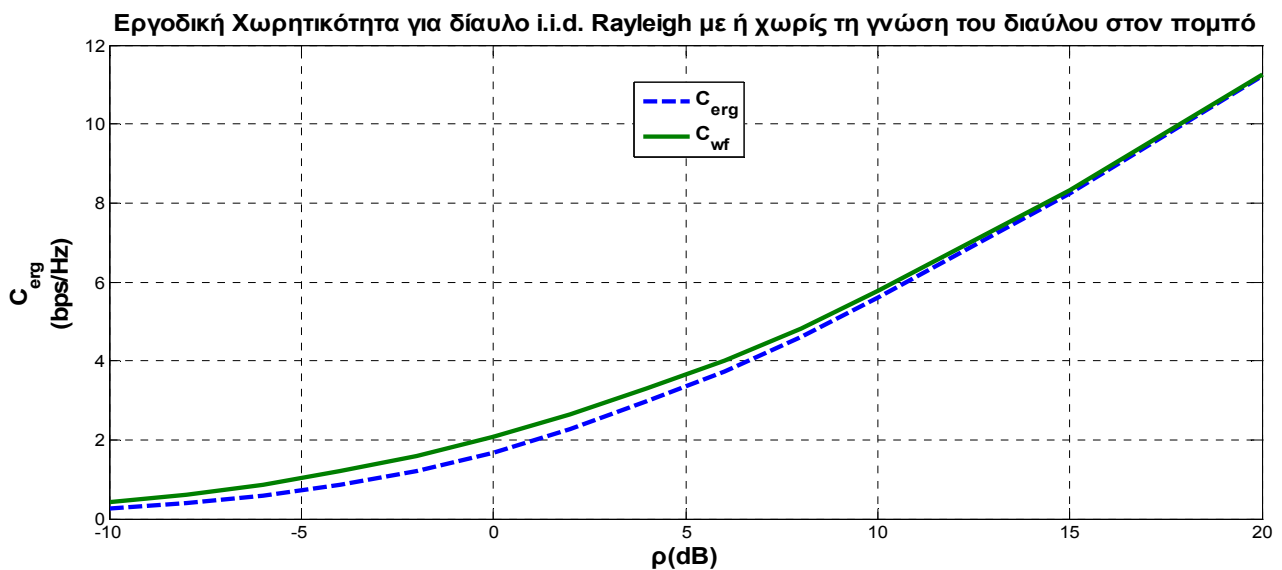
όπου  $C_{ep}$  η χωρητικότητα υπό ισοκατανομή ισχύος (equal power), όταν δηλαδή πληροφορία για το δίαυλο υπάρχει μόνο στο δέκτη, οπότε ισχύει η  $R_{ss}$  που προκύπτει από τη (2.34). Από το Σχήμα 2.6 όπου έχουν σχεδιασθεί οι εργοδικές χωρητικότητες διαύλου γνωστού μόνο στο δέκτη και διαύλου γνωστού τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη, προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1) Για χαμηλές τιμές του λόγου  $\rho$ ,  $C_{wf} > C_{ep}$ .

Οι δυσμενείς συνθήκες στο δίαυλο έχουν ως αποτέλεσμα τη μικρή τιμή της ισχύος λήψης  $P_S$ , άρα και του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho$ . Στην περίπτωση αυτή, η γνώση των συνθηκών του διαύλου στην πλευρά του πομπού, επιτρέπει την επίτευξη σημαντικού κέρδους κωδικοποίησης με κατάλληλη κατανομή της ισχύος στα προς εκπομπή σήματα. Έτσι αυξάνεται ο λόγος SNR στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη, με αποτέλεσμα, βάσει της (2.25), την αύξηση του ορίου *Shannon*.

2) Για υψηλές τιμές του λόγου SNR,  $C_{wf} \approx C_{ep}$ .

Εδώ ισχύει το αντίστροφο σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση. Οι συνθήκες διάδοσης είναι πολύ καλές ώστε η ισχύς λήψης  $P_S$ , άρα και ο σηματοθορυβικός λόγος  $\rho$ , να είναι υψηλά. Έτσι, υπάρχουν ελάχιστα περιθώρια αύξησης του λόγου SNR στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη αυξάνοντας το κέρδος κωδικοποίησης στον πομπό. Για την περίπτωση αυτή, λοιπόν, η χωρητικότητα  $C_{ep}$  προσεγγίζει ασυμπτωτικά τη χωρητικότητα  $C_{wf}$ .



**Σχήμα 2.6:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho$  για δίαυλο *i.i.d. Rayleigh* ( $K=0$ ) και σύστημα MIMO διαστάσεων  $2 \times 2$ , για δίαυλο γνωστό μόνο στο δέκτη ( $C_{ep}$ ) και δίαυλο γνωστό τόσο στο πομπό όσο και στο δέκτη ( $C_{wf}$ )

### 2.3.3 Χωρητικότητα διαύλου με διαλείψεις επιλεκτικές ως προς τη συχνότητα

Το εύρος ζώνης συνοχής (coherent bandwidth,  $B_c$ ) είναι μέγεθος που χαρακτηρίζει το δίαυλο ως επίπεδο για μια φασματική περιοχή όταν όλες οι φασματικές συνιστώσες διέρχονται από το δίαυλο με περίπου ίσο κέρδος ισχύος και γραμμική φάση. Αυτό σημαίνει ότι εφόσον σε δεδομένη φασματική περιοχή για τις φασματικές συνιστώσες του σήματος εκπομπής  $f_1, f_2$  ισχύει  $|f_1 - f_2| < B_c$ , η αντίστοιχη απόκριση του διαύλου ως προς το πλάτος και τη φάση εμφανίζει τόσο μεγαλύτερη συσχέτιση όσο πλησιέστερα είναι αυτές μεταξύ τους. Το εύρος ζώνης συνοχής σχετίζεται με τη διάρκεια μετάδοσης συμβόλου  $T_s$  ώστε όταν  $B_c < 1/T_s$  ο δίαυλος παύει να είναι επίπεδος αλλά καθίσταται ευρυζωνικός, δηλαδή επιλεκτικός ως προς τη συχνότητα. Αυτό σημαίνει ότι όσο μικρότερο είναι το εύρος ζώνης συνοχής του διαύλου ως προς το εύρος ζώνης του σήματος εκπομπής, τόσο πιθανότερο είναι να ισχύει για δυο φασματικές συνιστώσες του σήματος  $|f_1 - f_2| \gg B_c$  με αποτέλεσμα οι αντίστοιχες αποκρίσεις του διαύλου ως προς το πλάτος και τη φάση να είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστες.

Στην περίπτωση διαύλου επιλεκτικού ως προς τη συχνότητα για δεδομένο φάσμα του σήματος εκπομπής, αυτός χωρίζεται σε  $L$  επιμέρους διαύλους με φασματικά εύρη που δεν υπερβαίνουν το εύρος ζώνης συνοχής του ώστε η αμοιβαία πληροφορία του διαύλου να εκφράζεται ως άθροισμα αμοιβαίας πληροφορίας των  $L$  επιμέρους επιπέδων διαύλων *Rayleigh* μέσω της σχέσης

$$I_{FS} = \sum_{i=1}^L \log_2 \left\{ \det \left( I_M + \frac{\rho}{N} \mathbf{H}_i \mathbf{H}_i^H \right) \right\} \quad (2.51)$$

όπου  $\mathbf{H}_i$ , ο πίνακας που αντιστοιχεί στον  $i$ -οστό επιμέρους επίπεδο δίαυλο *Rayleigh*. Στην περίπτωση αυτή η εργοδική χωρητικότητα δίνεται από τη σχέση

$$C_{FS} = E[I_{FS}] \quad (2.52)$$

Όταν ο δίαυλος είναι *i.i.d Rayleigh* τότε ο πίνακας του κάθε επιμέρους διαύλου είναι  $\mathbf{H}_w$ . Ωστόσο αυτός είναι διαφορετικός για κάθε επιμέρους υποδίαυλο ώστε η συσχέτιση του καθενός στοιχείου του πίνακα  $\mathbf{H}_w$  του  $i$ -οστού επιμέρους διαύλου με το αντίστοιχο στοιχείο οποιουδήποτε άλλου επιμέρους διαύλου να είναι μηδενική.

### 2.3.4 Χωρητικότητα Διακοπής

Κατά τη μελέτη της εργοδικής χωρητικότητας θεωρήθηκε ότι οι ταχείες διαλείψεις οδηγούν σε μεμονωμένα λάθη με συνέπεια απλώς την παρεμπόδιση της αποκωδικοποίησης των μηνυμάτων που αποστέλλονται. Σε αυτό συμβάλλει ο οσοδήποτε μεγάλος χρόνος που αφήνεται στο σύστημα απόφασης του δέκτη. Αντίθετα, στην περίπτωση όπου οι διαλείψεις στο δίαυλο είναι αργές, η ισχύς του σήματος λήψης είναι δυνατόν να υφίσταται καθίζηση για χρονικές περιόδους ικανές να καταστήσουν αδύνατη την αποκωδικοποίηση πολυάριθμων διαδοχικών συμβόλων του μηνύματος που στάλθηκε. Η συμπεριφορά αυτή οδηγεί στην υιοθέτηση ενός ελάχιστου κατωφλίου, του οποίου όταν η αμοιβαία πληροφορία που φθάνει στο δέκτη

είναι μικρότερη, η ζεύξη τίθεται εκτός λειτουργίας. Το κατώφλιο αυτό της αμοιβαίας πληροφορίας ονομάζεται χωρητικότητα διακοπής (outage capacity,  $C_{out}$ ). Η πιθανότητα να τεθεί το σύστημα εκτός λειτουργίας γράφεται

$$P(I \leq C_{out,q}) = q\% \quad (2.53)$$

Έστω ότι ο ρυθμός μετάδοσης μιας ζεύξης είναι  $R$ . Τότε, αν η αμοιβαία πληροφορία που φθάνει στο δέκτη (συμπεριλαμβανομένης της πληροφορίας που μεταφέρουν τα ψηφία κωδικοποίησης) είναι μικρότερη αυτού του ρυθμού, το κύκλωμα απόφασης του δέκτη αδυνατεί να αποκωδικοποιήσει σωστά όλα τα λαμβανόμενα σύμβολα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το πακέτο στο οποίο είναι οργανωμένο το μήνυμα, να απορρίπτεται. Ως πιθανότητα απώλειας πακέτου (Packet Error Rate, PER) ορίζεται η πιθανότητα υπό την οποία η μεταδιδόμενη πληροφορία υπολείπεται του ρυθμού μετάδοσης  $R$ , δηλαδή

$$PER = P_{out}(R) = \Pr(I_{CU} \leq R) \quad (2.54)$$

Όταν  $R = C_{out,q}$ , η πιθανότητα απώλειας πακέτου γίνεται ίση με το κατώφλιο  $q\%$ , σύμφωνα με το οποίο το σύστημα τίθεται εκτός λειτουργίας.

Με βάση τον ορισμό της (2.54), ορίζεται η τάξη διαφορικής προστασίας (Diversity Order, DO) από τη σχέση

$$DO = -\lim_{\rho \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\log_2(P_{out}(R, \rho))}{\log_2 \rho} \right\} \quad (2.55)$$

Η τάξη διαφορικής προστασίας ταυτίζεται με τον αριθμό των ανεξαρτήτων διαδρομών μεταξύ πομπού και δέκτη. Επειδή το πλήθος αυτό προκύπτει για το δίαυλο *i.i.d. Rayleigh* και είναι  $N \cdot M$ , η μέγιστη τιμή που επιτυγχάνει η διαφορική προστασία είναι

$$DO_{max} = N \cdot M \quad (2.56)$$

Μέσω του ορισμού (2.54) ο ρυθμός μετάδοσης  $R$  υπεισέρχεται για πρώτη φορά ποσοτικά στην έως τώρα ανάλυση.

### 2.3.5 Σχέση μεταξύ ρυθμού μετάδοσης δεδομένων, πιθανότητας λανθασμένου πακέτου και σηματοθορυβικού λόγου λήψης

Για τη διερεύνηση της σχέσης μεταξύ των τριών αυτών μεγεθών, ο δίαυλος θεωρείται *i.i.d. Rayleigh* και επίπεδος ως προς τη συχνότητα. Επίσης, υποτίθεται ότι όταν  $I_{CU} \geq R$  ο δέκτης χαρακτηρίζεται από μηδενικό αριθμό λαθών.

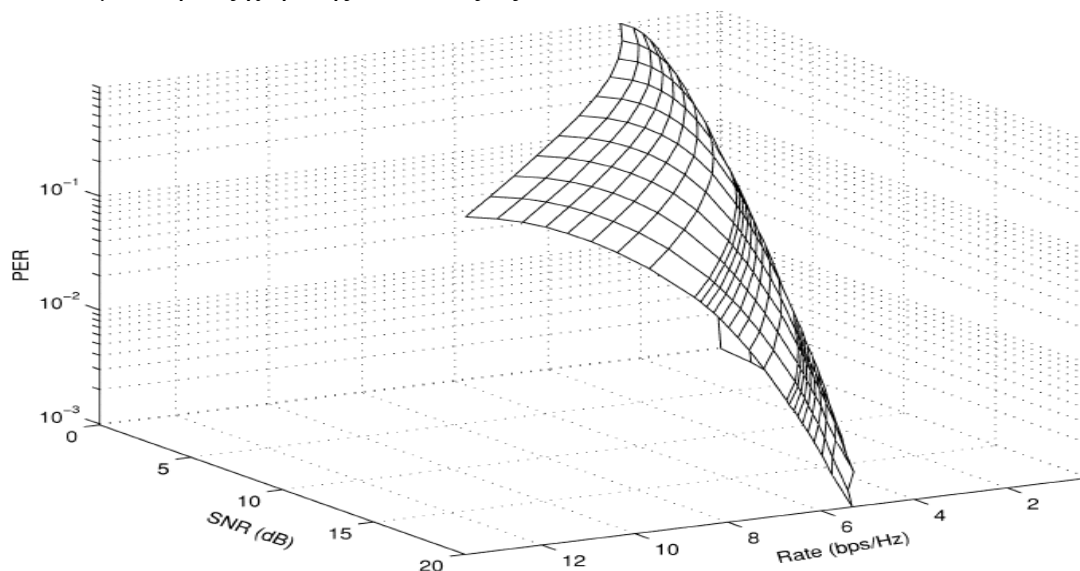
1) Έστω ότι ο ρυθμός μετάδοσης είναι σταθερός.

Όταν το σύστημα MIMO διατηρεί το ρυθμό μετάδοσης  $R$  του αντίστοιχου συστήματος SISO, η αποστολή και λήψη σημάτων από τις περισσότερες της μιας

κεραίες του πομπού και του δέκτη αντίστοιχα οδηγεί στην αύξηση της αμοιβαίας πληροφορίας που φθάνει στην πλευρά λήψης. Με τον τρόπο αυτό, το σύστημα MIMO επιτυγχάνει μικρότερη πιθανότητα λάθους από το αντίστοιχο σύστημα SISO όπως προκύπτει από τη (2.54). Επιπλέον, από τη (2.35) προκύπτει ότι η αμοιβαία πληροφορία που φθάνει στο δέκτη είναι αύξουσα συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho$ . Τότε, διατηρώντας σταθερό το ρυθμό μετάδοσης, η πιθανότητα απώλειας πακέτου της (2.54) μειώνεται με την αύξηση του λαμβανομένου σηματοθορυβικού λόγου  $\rho$  και λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της στο όριο  $\rho \rightarrow \infty$  το οποίο υπεισέρχεται στη (2.55). Από τις ανωτέρω παρατηρήσεις και τη (2.55) με βάση την οποία το μέγεθος DO είναι φθίνουσα συνάρτηση της πιθανότητας λάθους, καθίσταται σαφές η αύξηση της τάξης διαφορικής προστασίας που επιτυγχάνεται για ζεύξη MIMO έναντι της αντίστοιχης ζεύξης SISO όταν τα δύο συστήματα λειτουργούν με τον ίδιο ρυθμό μετάδοσης, οδηγώντας σε αντίστοιχη αύξηση της αξιοπιστίας της ζεύξης.

2) Έστω ότι η πιθανότητα απώλειας πακέτου πρέπει να διατηρείται σταθερή.

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, η αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου λήψης προκαλεί αύξηση της αμοιβαίας πληροφορίας λήψης, η οποία με βάση τη (2.35) είναι τόσο μεγαλύτερη όσο αυξάνει το πλήθος των κεραιών εκπομπής ή λήψης και όσο ανεξαρτητοποιούνται μεταξύ τους οι διαδρομές από τον πομπό στο δέκτη με βέλτιστη περίπτωση αυτή του διαύλου *i.i.d. Rayleigh*. Η μεγαλύτερη τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας λήψης που επιτυγχάνεται για το σύστημα MIMO έναντι του αντίστοιχου συστήματος SISO συνεπάγεται τη δυνατότητα επίτευξης υψηλότερου ρυθμού μετάδοσης προκειμένου για την ίδια πιθανότητα λάθους, όπως προκύπτει από τη (2.54). Με τον τρόπο αυτό καθίσταται σαφές ότι στην περίπτωση όπου το σύστημα MIMO δεν χρησιμοποιείται για βελτίωση της αξιοπιστίας της ζεύξης έναντι του αντίστοιχου συστήματος SISO, επιτυγχάνει αύξηση του ρυθμού μετάδοσης, ή, ισοδύναμα, κέρδος χωρικής πολυπλεξίας.



**Σχήμα 2.7:** Άνω όριο επίδοσης για διάυλο *i.i.d Rayleigh* και σύστημα MIMO διαστάσεων 2X2. Στη γραφική παράσταση απεικονίζεται ο ρυθμός μετάδοσης συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης και της πιθανότητας απώλειας πακέτου.

## 2.4. Ανάλυση Σχημάτων Χωροχρονικής Κωδικοποίησης

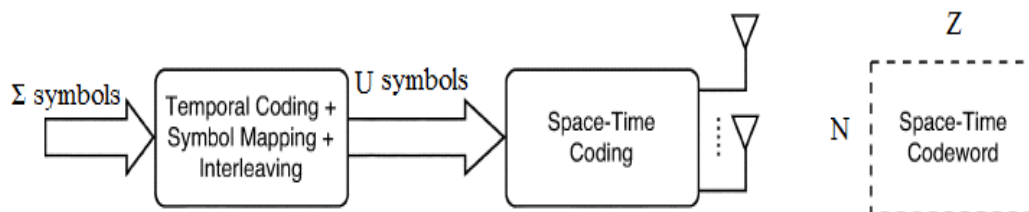
Έστω ότι ο πομπός έχει προς αποστολή  $\Sigma$  σύμβολα πληροφορίας ανά πακέτο. Αν υιοθετηθεί σχήμα διαμόρφωσης με  $q$  bits ανά σύμβολο (π.χ για 16-QAM είναι  $q = 4$ ), τα bits πληροφορίας που αποστέλλονται προς το δέκτη είναι  $q\Sigma$ . Αν σε αυτά προστεθούν άλλα  $q(U-\Sigma)$  bits για κωδικοποίηση και άλλες λειτουργίες, αποστέλλονται τελικά  $U$  σύμβολα ανά πακέτο. Πριν διασπασθούν σε επιμέρους σήματα για να αποσταλούν στο δίαυλο μέσω των πολλών κεραιών εκπομπής, τα  $U$  σύμβολα, υφίστανται πρόσθετη επεξεργασία. Αυτή περιλαμβάνει την απόφαση για τον αριθμό των χρονικών περιόδων που θα δεσμευθούν για την αποστολή κάθε πακέτου (χρονική επεξεργασία) και τον τρόπο με τον οποίο θα κατανεμηθούν τα προς αποστολή σύμβολα στις κεραιές του πομπού σε κάθε περίοδο αποστολής (χωρική επεξεργασία). Για το λόγο αυτό, η ανωτέρω επεξεργασία καλείται χωροχρονική κωδικοποίηση (Space-Time Coding, STC). Έτσι στα  $U$  σύμβολα προστίθενται άλλα  $N \cdot Z - U$ , ώστε τελικά από κάθε μία από τις  $N$  κεραιές εκπομπής να αποσταλούν  $Z$  σύμβολα.

Ο ρυθμός σηματοδοσίας ορίζεται το πηλίκο  $\frac{q\Sigma}{Z}$  που είναι ίσο με

$$\frac{q\Sigma}{Z} = q\left(\frac{\Sigma}{U}\right)\left(\frac{U}{Z}\right) = q r_t r_s \quad (2.57)$$

Από τους δύο ρυθμούς,  $r_t = \frac{\Sigma}{U}$  και  $r_s = \frac{U}{Z}$ , αυτός που ενδιαφέρει τα συστήματα MIMO είναι ο δεύτερος, καθώς παρέχει μια εκτίμηση ως προς το πλήθος των συμβόλων που προστίθενται λόγω του χρησιμοποιούμενου σχήματος της STC. Ο καθαρός ρυθμός μετάδοσης συμβόλου ορίζεται το πηλίκο του γινομένου  $r_s r_t$  με την περίοδο συμβόλου  $T_s$ , δηλαδή

$$R_c = \frac{r_s r_t}{T_s} \quad (2.58)$$



**Σχήμα 2.8:** Αρχή λειτουργίας του σχήματος STC

Με βάση την τιμή του ρυθμού  $r_s$  διακρίνονται οι ακόλουθες δύο βασικές κατηγορίες.



### 2.4.1. Επίτευξη Διαφορικού Κέρδους και Κέρδους Κωδικοποίησης

Στην περίπτωση αυτή ισχύει

$$r_s = \frac{U}{Z} \leq 1 \quad (2.59)$$

Από τη (2.59) φαίνεται ότι τα σύμβολα που προστίθενται κατά τη χωροχρονική κωδικοποίηση στα  $U$  σύμβολα του προς αποστολή πακέτου είναι τόσα ώστε το πλήθος των συμβόλων  $Z$  που αποστέλλει η κάθε κεραία να είναι μεγαλύτερο ή ίσο με  $U$ . Με δεδομένο ότι το πλήθος των συμβόλων που αποστέλλει για το ίδιο πακέτο η κεραία εκπομπής του αντίστοιχου συστήματος SISO είναι  $U$  και θεωρώντας για τα δύο συστήματα ίδια περίοδο συμβόλου, με βάση τη (2.58) ο καθαρός ρυθμός μετάδοσης συμβόλου  $R$  για σύστημα MIMO είναι μικρότερος ή ίσος του ρυθμού μετάδοσης του αντίστοιχου συστήματος SISO που ισούται με  $1/T_s$ . Συνεπώς, στην περίπτωση αυτή δεν επιτυγχάνεται κέρδος χωρικής πολυπλεξίας. Ωστόσο, το κάθε σύμβολο εκπέμπεται στις περιόδους αποστολής του πακέτου από περισσότερες κεραίες εκπομπής με αποτέλεσμα να φθάνει στο δέκτη ακολουθώντας περισσότερες εναλλακτικές διαδρομές σε σχέση με το αν εκπεμπόταν από μία μόνο κεραία. Συνεπώς, το χρησιμοποιούμενο σχήμα STC επιτυγχάνει αυξημένο διαφορικό κέρδος. Επιπλέον, όταν το κάθε σύμβολο εκπέμπεται από τις διάφορες κεραίες εκπομπής με διαφορετική φάση, επιτυγχάνεται πρόσθετο κέρδος κωδικοποίησης. Εναλλακτική μέθοδο επίτευξης κέρδους κωδικοποίησης συνιστά η χρησιμοποίηση ορισμένων από τα πρόσθετα των  $U$  συμβόλων για την κωδικοποίηση του πακέτου, διαδικασία που αποτελεί κλασική περίπτωση επίτευξης κέρδους κωδικοποίησης. Σε περιπτώσεις μάλιστα χαμηλού SNR, με την επεξεργασία STC δίνεται έμφαση στην επίτευξη κέρδους κωδικοποίησης παρά διαφορικού κέρδους.

Η ταυτόχρονη επίτευξη διαφορικού κέρδους και κέρδους κωδικοποίησης MIMO γίνεται σαφής από το σχήμα STC που αναλύεται στη συνέχεια.

#### 2.4.1.1. Σχήμα Alamouti

Ας θεωρηθεί σύστημα MIMO με δύο κεραίες εκπομπής και μία κεραία λήψης. Επίσης ότι ο διάυλος είναι *Rayleigh* και σταθερός τουλάχιστον για δύο περιόδους συμβόλου.

Στην πρώτη περίοδο συμβόλου η πρώτη κεραία εκπομπής αποστέλλει το σύμβολο  $s_1$  και η δεύτερη το  $s_2$ . Στην επόμενη περίοδο εκπομπής η πρώτη κεραία αποστέλλει το  $-s_2^*$  και η δεύτερη το  $s_1^*$ , όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.9.

Στην περίπτωση αυτή ορίζεται ο πίνακας του ισοδύναμου διαύλου  $\mathbf{H}$ . Υπό τον όρο αυτό εννοείται ένας διάυλος ο οποίος επιτυγχάνει τα ίδια αποτελέσματα ως προς τη χωρητικότητα και την πιθανότητα λάθους συμβόλου με τον υπό μελέτη διάυλο όταν μελετάται ταυτόχρονα για περισσότερες της μιας διάρκειες συμβόλων. Συγκεκριμένα, επειδή για το σχήμα *Alamouti* 2X1 τα δύο προς μετάδοση σύμβολα λαμβάνονται από τη μία κεραία του δέκτη σε δύο περιόδους συμβόλου, για τον ισοδύναμο διάυλο θεωρείται μία κεραία λήψης για κάθε μία εκ των δύο αυτών περιόδων συμβόλου. Συνεπώς, με βάση το Σχήμα 2.9 η μία κεραία λήψης αναφέρεται στην περίοδο  $T_1$  και η δεύτερη στην περίοδο  $T_2$ . Πλέον, η περίοδος συμβόλου για τον ισοδύναμο διάυλο προκύπτει ίση με  $T_1 + T_2$ , δηλαδή διπλάσια αυτής του πραγματικού υπό μελέτη

διαύλου. Επιπλέον, με βάση τη σχέση (2.57) για την οποία ισχύει η ισότητα, από τη (2.58) προκύπτει ότι για σύστημα MIMO 2X1 που χρησιμοποιεί σχήμα *Alamouti* ο ρυθμός μετάδοσης  $R$  προκύπτει ίσος με  $1/T_s$ , δηλαδή εκείνος του αντίστοιχου συστήματος SISO. Τέλος, ο πίνακας του ισοδύναμου διαύλου τροποποιείται ώστε να λαμβάνει υπόψη τη φάση που εισάγεται στα προς μετάδοση σύμβολα κατά τη δεύτερη περίοδο εκπομπής.

Εφόσον  $\mathbf{H} = [h_1 \quad h_2]$ , με βάση τη σχέση (2.4) ισχύουν

1<sup>η</sup> περίοδος εκπομπής

$$y_1 = h_1 s_1 + h_2 s_2$$

2<sup>η</sup> περίοδος εκπομπής

$$y_2 = -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* \Rightarrow y_2 = h_2^* s_1 + (-h_1^*) s_2$$

Συνεπώς, ο πίνακας του ισοδύναμου διαύλου γράφεται

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

και με βάση αυτόν μελετάται ο δίαυλος για διπλάσια διάρκεια αποστολής συμβόλου σε σχέση με την πραγματική.

Όμως, ο πίνακας  $\mathbf{H}$  της (2.60) είναι ορθογώνιος, οπότε

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^H = a\mathbf{I}_2 \quad (2.61)$$

όπου

$$a = |h_1|^2 + |h_2|^2 \quad (2.62)$$

Αυτό δίνει τη δυνατότητα στο δέκτη που γνωρίζει τα χαρακτηριστικά του διαύλου να πολλαπλασιάσει το σήμα λήψης με  $\mathbf{H}^H$ . Τότε, η σχέση (2.4) γίνεται

$$\mathbf{z} = a\mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}} \quad (2.63)$$

όπου

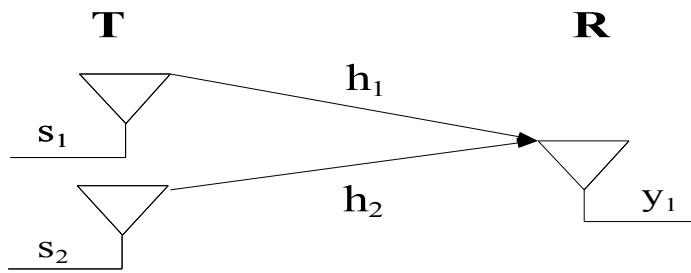
$$\mathbf{z} = \mathbf{H}^H \mathbf{y} \text{ και } \bar{\mathbf{n}} = \mathbf{H}^H \mathbf{n}$$

Αφού  $a$  βαθμωτό μέγεθος, το σύστημα της (2.63) μπορεί να διασπασθεί σε δύο εξισώσεις

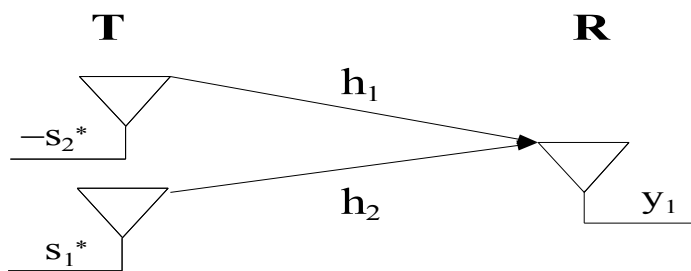
$$z_i = a s_i + \bar{n}_i, \quad i = 1, 2 \quad (2.64)$$

όπου οι θόρυβοι  $\bar{n}_i$  ακολουθούν κανονική κατανομή, μηδενικής μέσης τιμής με τυπική απόκλιση, όμως,  $aN_0$ .

περίοδος  $T_1$

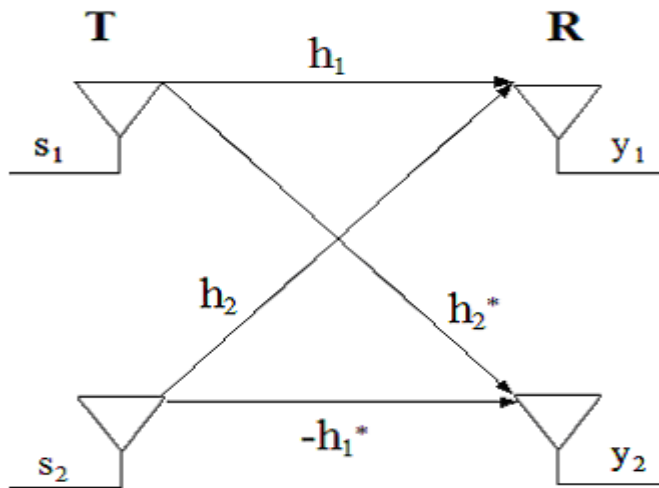


περίοδος  $T_2$



**Σχήμα 2.9:** Χωροχρονική κωδικοποίηση για το σχήμα *Alamouti* 2X1

για περίοδο αποστολής συμβόλου ίση με  $T_1 + T_2$



**Σχήμα 2.10:** Αναπαράσταση ισοδύναμου διαύλου για σχήμα *Alamouti* 2X1

Η επεξεργασία που ακολουθείται στο δέκτη είναι βαθμωτή, γεγονός που αποτελεί το μεγάλο πλεονέκτημα του σχήματος *Alamouti*. Επεκτείνοντας την παρατήρηση αυτή, το γεγονός ότι τα δύο σύμβολα αποκωδικοποιούνται χωριστά σημαίνει ότι όσον αφορά τον ισοδύναμο διάυλο λαμβάνονται από δύο πλήρως ασυσχέτιστες διαδρομές ώστε η διαφορική προστασία να καθίσταται η μέγιστη δυνατή. Αυτή, με βάση τη

σχέση (2.56) είναι ίση με το γινόμενο του πλήθους των κεραιών πομπού και δέκτη, οπότε για το σχήμα *Alamouti* 2X1 ισούται με 2.

Από τη (2.64) προκύπτει ότι ο σηματοθορυβικός λόγος στην είσοδο εκάστου των δύο αποκωδικοποιητών του δέκτη είναι

$$\rho' = \frac{a^2 P_s}{aN_0 B} = a\rho \quad (2.65)$$

Όμως, επειδή ο πίνακας του διαύλου είναι κανονικοποιημένος ως προς την ισχύ λήψης, προκύπτει ότι

$$\max(|h_1|, |h_2|) = 1 \quad (2.66)$$

Συνδυάζοντας τότε τις σχέσεις (2.62), (2.65) και (2.66) προκύπτει

$$\rho' > \rho \quad (2.67)$$

Είναι φανερό από τη (2.67) ότι το σχήμα *Alamouti* επιτυγχάνει αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου στην είσοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη και, επομένως, μείωση της πιθανότητας λάθους.

Επεκτείνοντας το σχήμα *Alamouti* για  $M$  κεραιές λήψης, για κάθε μία από αυτές μπορεί να γραφεί

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{H}_j \mathbf{s} + \mathbf{n}_j \quad (2.68)$$

αντίστοιχα προς τη σχέση για σχήμα *Alamouti* 2X1, με τη διαφορά ότι η (2.68) αναφέρεται στην  $j$ -οστή από τις  $M$  κεραιές λήψης. Όμοια,  $\mathbf{H}_j$  είναι ο πίνακας του ισοδύναμου υποδιαύλου που αναφέρεται στις δύο κεραιές του πομπού και τη  $j$ -οστή κεραιά του δέκτη, ενώ  $\mathbf{n}_j$  είναι ο θόρυβος που αντιστοιχεί στον υποδιάυλο αυτό. Επειδή και πάλι όλοι οι  $\mathbf{H}_j$  πίνακες είναι ορθογώνιοι, το σήμα λήψης στην  $m$ -οστή κεραιά λήψης πολλαπλασιάζεται με  $\mathbf{H}_j^H$  ώστε να αυτονομείται η απόφαση για το κάθε σύμβολο. Τότε, θεωρώντας ιδανικό αποκωδικοποιητή επιτυγχάνεται διαφορική προστασία τάξης  $2M$  που είναι η μέγιστη δυνατή. Αυτό το βασικό πλεονέκτημα του σχήματος *Alamouti* γίνεται ακόμα σημαντικότερο από τη στιγμή όπου το μέγιστο δυνατό διαφορικό κέρδος επιτυγχάνεται χωρίς να απαιτείται γνώση του διαύλου στον πομπό, χαρακτηριστικό που έχει μεγάλη πρακτική σημασία.

Στην περίπτωση όπου οι κεραιές εκπομπής υπερβαίνουν τις δύο, το σχήμα *Alamouti* μετατρέπεται σε ένα σχήμα ορθογώνιας χωροχρονικής κωδικοποίησης (Orthogonal Space-Time Block Coding, OSTBC). Τότε,  $r_s < 1$ , που σημαίνει ότι ως προς το ρυθμό μετάδοσης, αυτός είναι μικρότερος σε σχέση με σύστημα SISO που αποστέλλει την ίδια πληροφορία στον ίδιο χρόνο. Ωστόσο, το σχήμα αυτό είναι ιδιαίτερα εύχρηστο για πρακτικές εφαρμογές καθώς λόγω της ορθογωνοποίησης του διαύλου που επιτυγχάνει (όπως και το *Alamouti*), η αποκωδικοποίηση στο δέκτη είναι βαθμωτή

και άρα ελάχιστης πολυπλοκότητας. Εντούτοις, κώδικες OSTBC υπάρχουν για το πολύ τέσσερις κεραιές εκπομπής.

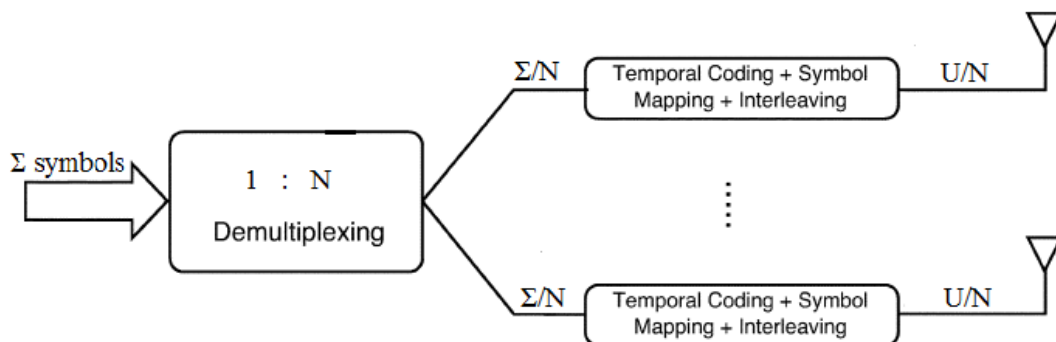
#### 2.4.2. Επίτευξη Κέρδους Χωρικής πολυπλεξίας

Στην περίπτωση αυτή ισχύει

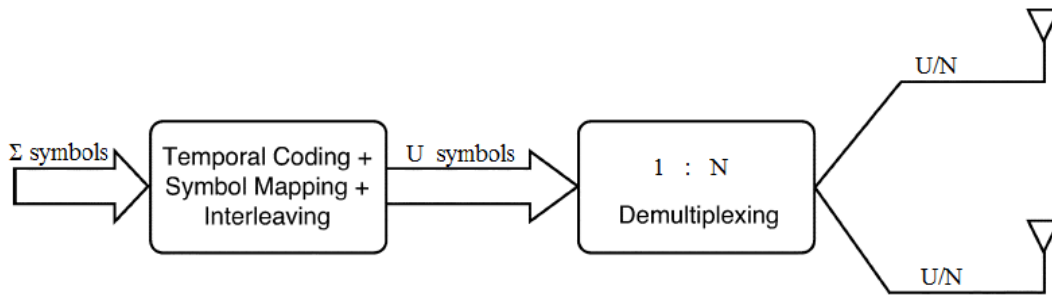
$$r_s = N \Rightarrow U = NZ \quad (2.69)$$

Αυτό σημαίνει ότι τα  $U$  σύμβολα του πακέτου αποστέλλονται χωρίς καμία επεξεργασία STC πλην της κατανομής των συμβόλων στις  $N$  κεραιές εκπομπής. Κάθε κεραιά εκπομπής αποστέλλει  $U/N$  σύμβολα. Αυτό σημαίνει ότι γίνεται πλήρης αξιοποίηση του πλήθους των κεραιών εκπομπής για αύξηση του ρυθμού μετάδοσης και καθόλου με στόχο την επίτευξη διαφορικού κέρδους ή κέρδους κωδικοποίησης. Όμως, αυτό δεν σημαίνει ότι δεν επιτυγχάνεται και διαφορικό κέρδος, αφού αυτό είναι μη μηδενικό λόγω της φύσης του συστήματος που επιτρέπει περισσότερες από μία εκδοχές για το κάθε σύμβολο εκπομπής (βλ. Σχήμα 2.1). Στην ιδανική περίπτωση επιπέδου ως προς τη φασματική συμπεριφορά διαύλου i.i.d Rayleigh και για υψηλές τιμές του σηματοθορυβικού λόγου λήψης, η χωρητικότητα του σχήματος χωρικής πολυπλεξίας (Spatial Multiplexing, SM) φθάνει το μέγιστο δυνατό που είναι η γραμμική αύξησή της με το λογάριθμο του σηματοθορυβικού λόγου ή, ισοδύναμα, του σηματοθορυβικού λόγου εκφρασμένου σε dB όπως φαίνεται από τη (2.47).

Για την αποστολή των συμβόλων με SM διακρίνονται τρεις τρόποι, η οριζόντια, η κάθετη και η διαγώνια κωδικοποίηση που είναι σχήματα γνωστά με την ονομασία BLAST (Bell Labs Space Time). Σύμφωνα με την πρώτη, τα  $\Sigma$  σύμβολα πληροφορίας αρχικά χωρίζονται σε  $N$  ομάδες (μία για κάθε κεραιά εκπομπής) και κατόπιν προστίθενται σε κάθε ομάδα τόσα σύμβολα ώστε να γίνουν  $U/N$ . Το διαφορικό κέρδος που επιτυγχάνεται είναι της τάξης του αριθμού των κεραιών λήψης  $M$  ενώ η αποκωδικοποίηση στο δέκτη είναι εύκολη. Αντίθετα κατά την κάθετη κωδικοποίηση, πρώτα προστίθενται τα απαραίτητα σύμβολα ώστε να γίνουν  $U$  και κατόπιν αυτά διαχωρίζονται σε  $N$  ομάδες. Θεωρητικά, εκτός από κέρδος πολυπλεξίας η κωδικοποίηση BLAST επιτυγχάνει και διαφορικό κέρδος πλήρους τάξης ( $N \cdot M$ ). Εντούτοις, αυτό υποθέτει ιδανική αποκωδικοποίηση στο δέκτη, που δεν είναι εφικτή σε πρακτικά ασύρματα συστήματα.



Σχήμα 2.11: Οριζόντια κωδικοποίηση (Horizontal Encoding, HE) για σχήμα SM



**Σχήμα 2.12:** Κάθετη κωδικοποίηση (Vertical Encoding, VE) για σχήμα SM

### 2.4.3 Σύγκριση σχήματος χωρικής πολυπλεξίας και σχήματος Alamouti

Το σχήμα SM σαφώς και προσφέρει το μέγιστο δυνατό ρυθμό μετάδοσης συμβόλων για κάθε δίαυλο. Ωστόσο η μη προσθήκη πρόσθετων ψηφίων στα  $U$  του αρχικού πακέτου σημαίνει ότι δεν λαμβάνει καμία πρόνοια για την επίτευξη κέρδους κωδικοποίησης ή διαφορικού κέρδους έναντι του αντίστοιχου συστήματος SISO. Αντίθετα στο σχήμα *Alamouti*, ο ρυθμός μετάδοσης συμβόλων είναι ίσος με εκείνο του αντίστοιχου συστήματος SISO ώστε να μην επιτυγχάνεται κέρδος χωρικής πολυπλεξίας. Ωστόσο, το διαφορικό κέρδος που επιτυγχάνεται είναι μεγίστης τάξης. Η επίτευξη διαφορικού κέρδους συναρτάται αυτομάτως με χαμηλότερο ποσοστό λαθών αποκωδικοποίησης συμβόλων στο δέκτη. Τότε, αφού ο δίαυλος εμφανίζεται για το σύστημα ως διαθέτων βελτιωμένα χαρακτηριστικά, μπορούν να χρησιμοποιηθούν σχήματα διαμόρφωσης που αξιοποιούν καλύτερα το εύρος ζώνης RF. Για παράδειγμα, αντί BPSK διαμόρφωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί διαμόρφωση 16-QAM.

Συνήθως χρησιμοποιείται ένας συνδυασμός SM και STC ώστε να επιτευχθεί όσο το δυνατόν χαμηλότερο SER σε συνδυασμό με τον επιθυμητό ρυθμό μετάδοσης.

Τέλος, αυτό που πρέπει να αποσαφηνισθεί είναι ότι το κέρδος κωδικοποίησης που επιτυγχάνει το σχήμα *Alamouti* είναι ελάχιστο και οφείλεται στην αποστολή των συμβόλων κατά τη δεύτερη περίοδο με διαφορετικές φάσεις σε σχέση με την πρώτη περίοδο. Έτσι, λόγω της προτεραιότητας για επίτευξη διαφορικού κέρδους που θέτει το σχήμα *Alamouti* έναντι της επίτευξης κέρδους κωδικοποίησης, η χρήση του προτείνεται όταν οι τιμές του σηματοθορυβικού λόγου λήψης είναι χαμηλές, οπότε και η ύπαρξη διαφορικού κέρδους μπορεί να οδηγήσει σε βελτίωση στο SER. Όμως, όταν ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης λαμβάνει υψηλές τιμές, προτιμάται σχήμα STC με στόχο την επίτευξη κέρδους κωδικοποίησης αντί διαφορικού κέρδους.

	Alamouti	HE	VE
Κέρδος Χωρικής Πολυπλεξίας	Μηδενικό	$\leq \min(N, M)$	$\leq \min(N, M)$
Τάξη διαφορικής προστασίας	$2 \cdot M$ (μέγιστη)	$\leq M$	$< N \cdot M$
Κέρδος κωδικοποίησης	Μικρό	Μηδενικό	Μηδενικό

**Πίνακας 2.1:** Συγκριτικά στοιχεία μεταξύ σχημάτων STC

## Βιβλιογραφία

- [Καδ02] Ν. Καδιανάκης, Σ. Καρανάσιος, “Γραμμική άλγεβρα, αναλυτική γεωμετρία και εφαρμογές”, Έκδοση 2η, Αθήνα 2002
- [Κωτ06] Π. Γ. Κωττής, Χ. Ν. Καψάλης, “Δορυφορικές Επικοινωνίες”, Εκδόσεις Τζιόλα, 2<sup>η</sup> έκδοση, 2006.
- [The] Μ. Ε. Θεολόγου, “Δίκτυα Κινητών και Προσωπικών Επικοινωνιών”, Εκδόσεις Τζιόλα, Αθήνα 2007
- [Ges03] D. Gesbert, M. Shafi, D.-S. Shiu, P. J. Smith, and A. Naguib, “From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems”, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 21, no.3, pp. 281-302, 2003.
- [Pau04] A. J. Paulraj, D. A. Gore, R. U. Nabar and H. Bolcskei, “An Overview of MIMO Communications-A Key to Gigabit Wireless”, Proceedings of the IEEE, vol. 92, no. 2, pp. 198-218, 2004.
- [Tel] I. E. Telatar, “Capacity of multi-antenna Gaussian channels,” Eur.Trans. Tel., vol. 10, no. 6, pp. 585–595, Nov./Dec. 1999.





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΕΠΙΓΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΜΟ ΔΙΠΛΗΣ ΠΟΛΩΣΗΣ

#### 3.1. Εισαγωγή

Όπως αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα πλεονεκτήματα ενός συστήματος ΜΙΜΟ έναντι ενός συστήματος ΣΙΣΟ αφορούν κυρίως την επίτευξη υψηλότερου ρυθμού μετάδοσης ή μεγαλύτερης αξιοπιστίας του διαύλου μέσω της μείωσης της μέσης πιθανότητας λανθασμένης αποκωδικοποίησης συμβόλου στο δέκτη.

Ωστόσο, η τοποθέτηση των κεραιών είτε στην πλευρά εκπομπής είτε στην πλευρά λήψης στην επιθυμητή μεταξύ τους απόσταση ώστε να επιτευχθεί η απαιτούμενη αποσυσχέτιση των διαδρομών είναι δύσκολη στην πράξη, ιδιαίτερα σε κινητά τεμαχικά μικρού μεγέθους. Εξάλλου, όταν ο δίαυλος διάδοσης προσφέρει σύνδεση *LOS* πομπού και δέκτη ή όταν ο δίαυλος δεν περιέχει αρκετούς σκεδαστές ώστε να αποσυσχετίσει τα σήματα εκπομπής, η συσχέτιση μεταξύ των διαφόρων διαδρομών ενδέχεται να είναι μεγάλη μειώνοντας τον αριθμό εκείνων οι οποίες είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες. Στις προηγούμενες δύο περιπτώσεις παρατηρείται μειωμένη επίδοση των συστημάτων ΜΙΜΟ όσον αφορά είτε το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας είτε το κέρδος κωδικοποίησης είτε το διαφορικό κέρδος που επιτυγχάνεται. Επιπλέον, κάποιιοι από τους σκεδαστές στο δίαυλο, εκτός από εξασθένηση ενδεχομένως προκαλούν και στροφή της πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος. Έτσι, ένα ποσοστό του συνολικού σήματος που φθάνει στην πλευρά λήψης βρίσκεται σε διαφορετική πόλωση από την πόλωση εκπομπής. Όταν, λοιπόν, στην πλευρά λήψης όλες οι κεραιές έχουν την ίδια πόλωση με αυτές του πομπού, το τμήμα του συνολικού σήματος που υπέστη αποπόλωση δεν λαμβάνεται από το δέκτη.

Λύση των ανωτέρω προβλημάτων προσφέρει η χρησιμοποίηση περισσότερων της μιας πολώσεων στις κεραιές είτε του πομπού είτε του δέκτη είτε και των δύο. Οι λόγοι για τους οποίους αυτή η λύση θεωρείται αποδοτική αναλύονται στο παρόν κεφάλαιο.

#### 3.2. Βασικές Έννοιες της Πόλωσης Ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

Για τη μελέτη της επίδοσης συστημάτων ΜΙΜΟ με δύο κεραιές σε ορθογώνιες μεταξύ τους πολώσεις ορίζονται τα ακόλουθα μεγέθη:

Α) Ο πίνακας πόλωσης  $\mathbf{X}$  του διαύλου διαστάσεων  $2 \times 2$  μέσω της σχέσης

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{ww} & X_{wq} \\ X_{qw} & X_{qq} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

όπου οι δείκτες  $w$  και  $q$  συμβολίζουν τις δύο ορθογώνιες πολώσεις είτε πρόκειται για πόλωση  $0/90^\circ$  είτε για  $\pm 45^\circ$ . Το στοιχείο  $x_{ij}$  είναι το μιγαδικό κέρδος του διαύλου για σήμα που εκπέμπεται κατά την πόλωση  $j$  και λαμβάνεται κατά την πόλωση  $i$ . Το αντίστοιχο κέρδος ισχύος δίνεται από τη σχέση

$$p_{ij} = E[|x_{ij}|^2] \quad (3.2)$$

Η τιμή των στοιχείων του πίνακα πόλωσης του διαύλου οφείλεται αποκλειστικά στο περιβάλλον διάδοσης και, συγκεκριμένα, στην παρουσία σκεδαστών στο δίαυλο που προκαλούν στροφή της αρχικής πόλωσης του σήματος (αποπόλωση).

Β) Διασταύρωση πόλωσης του διαύλου (Cross-Polar Ratio, XPR) όπου διακρίνονται τέσσερις περιπτώσεις ανάλογα με την πόλωση που λαμβάνεται ως πόλωση αναφοράς και με το αν το μέγεθος αφορά την εκπομπή (περίπτωση α) ή τη λήψη (περίπτωση β):

$$\alpha) \text{XPR}_{tw} = \frac{p_{ww}}{p_{wq}} \quad \text{XPR}_{tq} = \frac{p_{qq}}{p_{qw}} \quad (3.3)$$

$$\beta) \text{XPR}_{rw} = \frac{p_{ww}}{p_{qw}} \quad \text{XPR}_{rq} = \frac{p_{qq}}{p_{wq}} \quad (3.4)$$

Γ) Απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης κεραίας (Cross-Polar Isolation, XPI) όπου, όπως και για το μέγεθος XPR, διακρίνονται οι αντίστοιχες τέσσερις περιπτώσεις:

$$\alpha) \text{XPI}_{tw} = \frac{p_{tw}}{p_{tq}} \quad \text{XPI}_{tq} = \frac{p_{tq}}{p_{tw}} \quad (3.5)$$

$$\beta) \text{XPI}_{rw} = \frac{p_{rw}}{p_{rq}} \quad \text{XPI}_{rq} = \frac{p_{rq}}{p_{rw}} \quad (3.6)$$

Στις σχέσεις (3.5) και (3.6) ο αριθμητής αποτελεί την ισχύ που εκπέμπεται από την κεραία στην επιθυμητή πόλωση και ο παρονομαστής την ισχύ που εκπέμπεται στην ορθογώνια προς αυτήν ανεπιθύμητη πόλωση. Με τον τρόπο αυτό, η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης XPI ποσοτικοποιεί την ικανότητα μιας κεραίας να εκπέμπει ή να λαμβάνει σήματα κατά την επιθυμητή πόλωση και αποτελεί σχεδιαστική παράμετρο κατά την κατασκευή της κεραίας.

Δ) Συνολική Απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης Ζεύξης (Cross-Polar Discrimination, XPD) που ορίζεται εναλλακτικά με δύο τρόπους για κάθε πόλωση μέσω των σχέσεων

$$\alpha) \text{XPD}_w^{-1} = \text{XPI}_{tw}^{-1} + \text{XPR}_{tw}^{-1} + \text{XPI}_{rw}^{-1} \quad (3.7.a)$$

ή

$$\text{XPD}_w^{-1} = \text{XPI}_{tw}^{-1} + \text{XPR}_{rw}^{-1} + \text{XPI}_{rw}^{-1} \quad (3.7.β)$$

$$\beta) \text{XPD}_q^{-1} = \text{XPI}_{tq}^{-1} + \text{XPR}_{tq}^{-1} + \text{XPI}_{rq}^{-1} \quad (3.8.a)$$

ή

$$\text{XPD}_q^{-1} = \text{XPI}_{tq}^{-1} + \text{XPR}_{rq}^{-1} + \text{XPI}_{rq}^{-1} \quad (3.8.β)$$

Η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης της ζεύξης ποσοτικοποιεί την ικανότητα του συστήματος να διακρίνει τις δύο πολώσεις η οποία εξαρτάται από τη δυνατότητα που διαθέτουν οι κεραιές εκπομπής και λήψης ως προς αυτό το χαρακτηριστικό (XPI) και το βαθμό στον οποίο αποπολώνουν οι σκεδαστές του διαύλου τα κύματα που διαδίδονται στις δύο πολώσεις (XPR).

Ε) Ομοπολικός λόγος (Co-Polar Ratio, CPR) που ορίζεται μέσω της σχέσης

$$CPR_w = \frac{P_{ww}}{P_{qq}} \quad CPR_q = \frac{P_{qq}}{P_{ww}} \quad (3.9)$$

Ο λόγος CPR ισούται με το κέρδος ισχύος μεταξύ μιας κεραιάς εκπομπής και μιας κεραιάς λήψης ίδιας πόλωσης προς το αντίστοιχο κέρδος ισχύος της ορθογώνιας πόλωσης. Για το λόγο αυτό, ποσοτικοποιεί την επίδραση του φαινομένου κατά το οποίο ο δίαυλος ευνοεί τη διάδοση ενός κύματος κατά τη μία πόλωση σε σχέση με τη διάδοση κατά την άλλη.

Μεταξύ των προηγουμένως ορισθέντων μεγεθών CPR και XPR ισχύουν οι σχέσεις

$$CPR_w = \frac{XPR_{tw}}{XPR_{tq}} = \frac{XPR_{rw}}{XPR_{tq}}, \quad CPR_q = \frac{XPR_{tq}}{XPR_{rw}} = \frac{XPR_{rq}}{XPR_{tw}}, \quad CPR_w = \frac{1}{CPR_q} \quad (3.10)$$

ΣΤ) Συνδιακύμανση διασταύρωσης πόλωσης (Cross-Polar Correlation, XPC) που ορίζεται μέσω της σχέσης

$$XPC_t = E[x_{ww}x_{wq}^*] = E[x_{qq}x_{qw}^*] \quad (3.11)$$

όταν η αναφορά γίνεται ως προς τον πομπό,

$$XPC_r = E[x_{ww}x_{qw}^*] = E[x_{qq}x_{wq}^*] \quad (3.12)$$

όταν η αναφορά γίνεται ως προς το δέκτη.

Ζ) Ομοπολική συνδιακύμανση (Co-Polar Correlation, CPC) που ορίζεται ως

$$CPC = E[x_{ww}x_{qq}^*] \quad (3.13)$$

Η) Αντιπολική συνδιακύμανση (Anti-Polar Correlation, APC) που ορίζεται ως

$$APC = E[x_{wq}x_{qw}^*] \quad (3.14)$$

Τα προηγούμενα μεγέθη αναφέρονται τόσο στις σχέσεις μεταξύ των πλατών των στοιχείων του πίνακα  $\mathbf{X}$  (μεγέθη XPR, CPR) όσο και μεταξύ των φάσεων αυτών (μεγέθη XPC, CPC, APC). Τότε ορίζεται ο ακόλουθος πίνακας:

Θ) Πίνακας συνδιακύμανσης της πόλωσης του διαύλου  $\mathbf{R}_x$  με διαστάσεις 4X4 που αποτελεί τη συνδιακύμανση του αναστροφοσυζυγούς του πίνακα πόλωσης  $\mathbf{X}$  του διαύλου. Δείχνει τη συσχέτιση κάθε συνδυασμού μεταξύ των δύο πολώσεων σε πομπό και δέκτη και δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{R}_x = E[\text{vec}(\mathbf{X}^H)\text{vec}(\mathbf{X}^H)^H] \quad (3.15)$$

Συναρτήσεϊ των μεγεθών που ορίστηκαν προηγουμένως ο πίνακας  $\mathbf{R}_x$  γράφεται

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} p_{ww} & XPC_t^* & XPC_r^* & CPC^* \\ XPC_t & p_{wq} & APC^* & XPC_r \\ XPC_r & APC & p_{qw} & XPC_t \\ CPC & XPC_r^* & XPC_t^* & p_{qq} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Ι) Πίνακας απομόνωσης πόλωσης κεραίας που ορίζεται από τη σχέση

$$\alpha) \mathbf{M}_t = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\sqrt{XPI_t}} \\ \frac{1}{\sqrt{XPI_t}} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

για την πλευρά της εκπομπής

$$\beta) \mathbf{M}_r = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\sqrt{XPI_r}} \\ \frac{1}{\sqrt{XPI_r}} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

για την πλευρά της λήψης

Για τις σχέσεις (3.17) και (3.18) έχει γίνει η απλοποιητική παραδοχή ότι η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης στις κεραίες είναι ανεξάρτητη από την πόλωση αναφοράς, δηλαδή

$$XPI_{t,w} = XPI_{t,q} = XPI_t \quad (3.19.a)$$

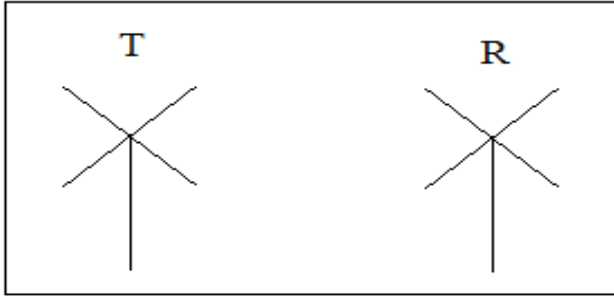
$$XPI_{r,w} = XPI_{r,q} = XPI_r \quad (3.19.β)$$

### 3.3. Μοντελοποίηση του διαύλου για σχήματα διπλής πόλωσης

Έστω ένα σύστημα MIMO 2X2 που χρησιμοποιεί στις πλευρές εκπομπής και λήψης κεραίες τοποθετημένες στο ίδιο σημείο υπό ορθογώνιες μεταξύ τους πολώσεις (Σχήμα 3.1). Τότε, ο πίνακας του διαύλου ορίζεται μέσω της σχέσης

$$\mathbf{\Theta} = \mathbf{M}_r \mathbf{X} \mathbf{M}_t = \begin{bmatrix} \theta_{ww} & \theta_{wq} \\ \theta_{qw} & \theta_{qq} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

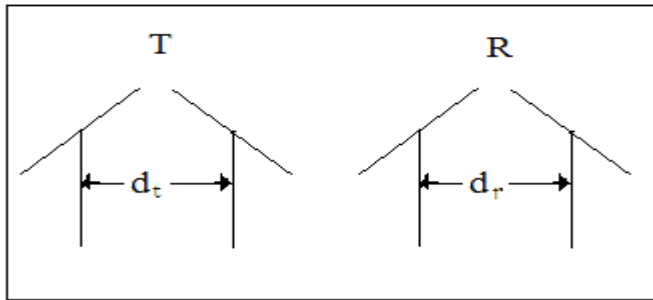
όπου  $\theta_{ij}$  μιγαδικοί αριθμοί.



**Σχήμα 3.1:** Σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 με τις κεραίες σε κάθε πλευρά τοποθετημένες στο ίδιο σημείο.

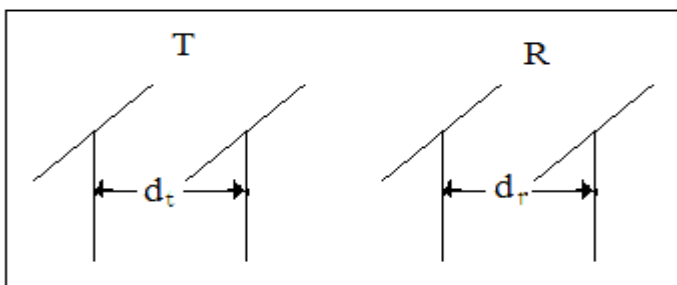
Στη γενική περίπτωση όπου οι δύο κεραίες με ορθογώνιες μεταξύ τους πολώσεις δεν είναι εγκατεστημένες στο ίδιο σημείο στα δύο άκρα της ζεύξης (Σχήμα 3.2), ορίζεται ο χωρικός πίνακας πολώσεων  $\mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi}$ , διαστάσεων 2X2, τέτοιος ώστε ο πίνακας του διαύλου  $\mathbf{H}_{x,a}$  να εκφράζεται μέσω της σχέσης

$$\mathbf{H}_{x,a} = \mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi} \circ \Theta \quad (3.21)$$



**Σχήμα 3.2:** Σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 με τις κεραίες τοποθετημένες σε απόσταση  $d_t$  μεταξύ τους στην πλευρά εκπομπής και  $d_r$  στην πλευρά λήψης.

Ο χωρικός πίνακας πολώσεων αναφέρεται αποκλειστικά στη χωρική συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων του πίνακα του διαύλου  $\mathbf{H}_{x,a}$ , οπότε ταυτίζεται με τον πίνακα του διαύλου συστήματος απλής πόλωσης με τις κεραίες τοποθετημένες στις ίδιες θέσεις με αυτές του σχήματος διπλής πόλωσης που περιγράφει (Σχήμα 3.3)



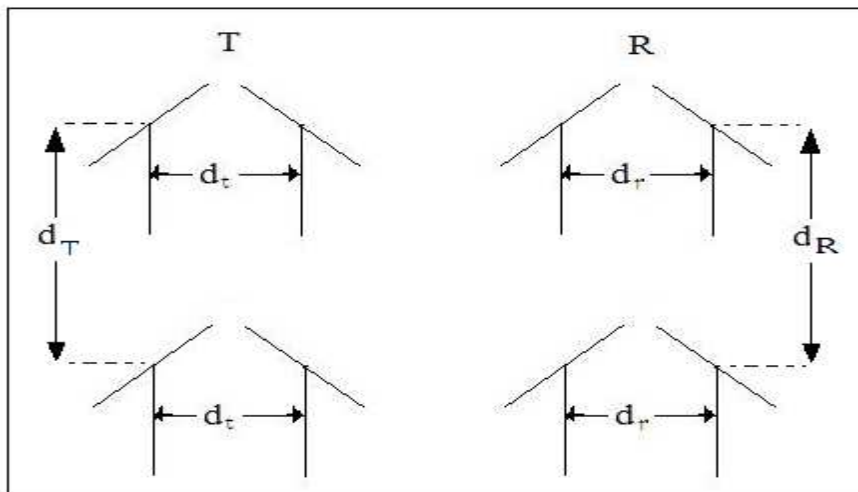
**Σχήμα 3.3:** Σύστημα απλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 του οποίου ο πίνακας του διαύλου ταυτίζεται με το χωρικό πίνακα πολώσεων  $\mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi}$  του Σχήματος 3.2.

Όταν  $d_t=d_r=0$ , που ταυτίζεται με την περίπτωση του Σχήματος 3.1, τα τέσσερα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi}$  είναι πλήρως συσχετισμένα μεταξύ τους. Αυτό συνεπάγεται  $\mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi} = \mathbf{1}_{2,2}$  με αποτέλεσμα η σχέση (3.21) να εκφυλλίζεται στην (3.20). Έτσι φαίνεται ότι οι δύο σχέσεις είναι συμβατές μεταξύ τους, αφού η (3.20) αποτελεί υποπερίπτωση της (3.21).

Γενικεύοντας το προηγούμενο σύστημα, θεωρούνται  $N$  ζεύγη κεραιών (όπως του Σχήματος 3.2) στην πλευρά εκπομπής και  $M$  στην πλευρά λήψης. Αυτό συνεπάγεται ότι αφού ο πομπός και ο δέκτης διαθέτουν από  $N$  κεραιές εκπομπής και από  $M$  κεραιές λήψης ανά πόλωση, αντίστοιχα, το σύστημα MIMO είναι διαστάσεων  $(2M) \times (2N)$ .

Λαμβάνοντας υπόψη τη χωρική συσχέτιση μεταξύ των  $N$  κεραιών της μιας πόλωσης στον πομπό και των αντίστοιχων  $M$  κεραιών της ίδιας πόλωσης στο δέκτη, προκύπτει ο χωρικός πίνακας του διαύλου  $\mathbf{H}_{MXN}$  διαστάσεων  $M \times N$ . Αυτός συμβολίζεται όπως και ο πίνακας διαύλου για σύστημα MIMO απλής πόλωσης καθώς αναφέρεται στο ίδιο είδος συσχετίσεων. Στην περίπτωση αυτή, ο πίνακας του διαύλου διαστάσεων  $(2M) \times (2N)$  δίνεται από τη γενική σχέση

$$\mathbf{H}_{x,a} = \mathbf{H}_{MXN} \otimes [\mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi} \circ \Theta] \quad (3.22)$$



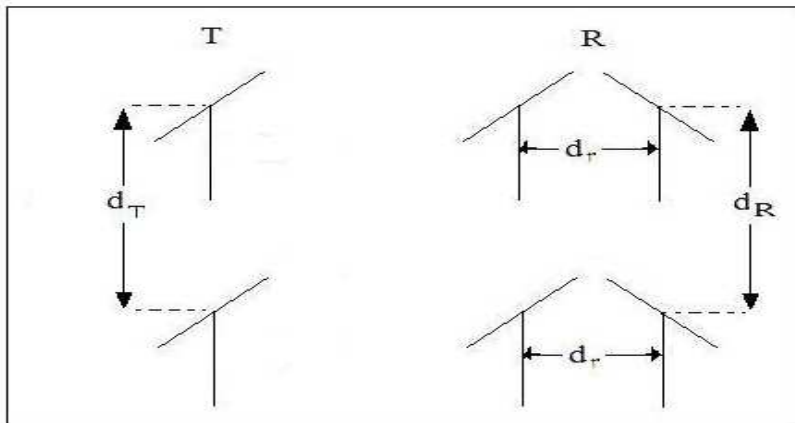
**Σχήμα 3.4:** Σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων  $4 \times 4$  με πίνακα  $\mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi}$  διαστάσεων  $2 \times 2$  που αναφέρεται στις αποστάσεις  $d_t$ ,  $d_r$  και χωρικό πίνακα του διαύλου  $\mathbf{H}_{MXN}$  διαστάσεων  $2 \times 2$ , δηλαδή  $N = M = 2$ , που αναφέρεται στις αποστάσεις  $d_T$ ,  $d_R$ .

Για την εξαγωγή της (3.22) έγινε η υπόθεση ότι χρησιμοποιούνται δύο πολώσεις τόσο στην πλευρά εκπομπής όσο και στην πλευρά λήψης. Στη συνέχεια, εξετάζονται οι περιπτώσεις κατά τις οποίες τουλάχιστον σε ένα από τα δύο άκρα της ζεύξης οι κεραιές εκπέμπουν ή λαμβάνουν σήμα σε μία πόλωση. Για τις περιπτώσεις αυτές ο πίνακας  $\Theta$  εκφυλλίζεται σε πίνακα μικρότερων διαστάσεων από  $2 \times 2$ , όπως και ο χωρικός πίνακας πολώσεων ο οποίος έχει σε κάθε περίπτωση τις ίδιες διαστάσεις με τον πίνακα  $\Theta$ .

α) Μία πόλωση (w) στον πομπό και δύο πολώσεις στο δέκτη

Ο πίνακας  $\Theta$  εκφυλλίζεται στο διάνυσμα  $[\theta_{ww} \ \theta_{qw}]^T$  και ο χωρικός πίνακας πολώσεων είναι διαστάσεων  $2 \times 1$  ώστε η σχέση (3.22) να απλοποιείται στην ακόλουθη:

$$\mathbf{H}_{x,a} = \mathbf{H}_{MXN} \otimes (\mathbf{H}_{2 \times 1}^{\Pi} \circ [\theta_{ww} \ \theta_{qw}]^T) \quad (3.22.α)$$

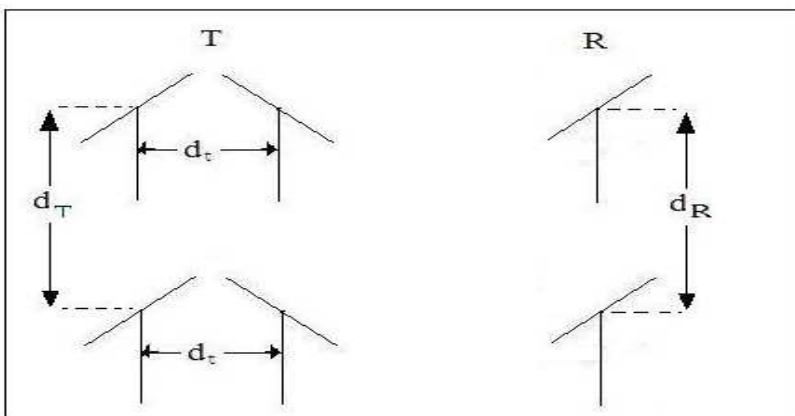


**Σχήμα 3.5:** Σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων  $2 \times 4$  με πίνακα  $\mathbf{H}_{2 \times 1}^{\Pi}$  διαστάσεων  $2 \times 1$  που αναφέρεται στην απόσταση  $d_r$  και χωρικό πίνακα του διαύλου  $\mathbf{H}_{MXN}$  διαστάσεων  $2 \times 2$ , δηλαδή  $N = M = 2$ , που αναφέρεται στις αποστάσεις  $d_T, d_R$ .

β) Δύο πολώσεις στον πομπό και μία πόλωση (w) στο δέκτη

Ο πίνακας  $\Theta$  εκφυλλίζεται στο διάνυσμα  $[\theta_{ww} \ \theta_{wq}]$  και ο χωρικός πίνακας πολώσεων είναι διαστάσεων  $1 \times 2$  ώστε η σχέση (3.22) να απλοποιείται στην ακόλουθη:

$$\mathbf{H}_{x,a} = \mathbf{H}_{MXN} \otimes (\mathbf{H}_{1 \times 2}^{\Pi} \circ [\theta_{ww} \ \theta_{wq}]) \quad (3.22.β)$$

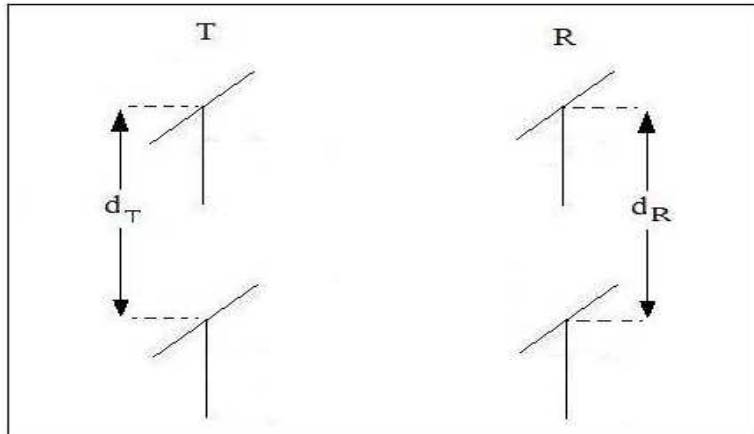


**Σχήμα 3.6:** Σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων  $4 \times 2$  με πίνακα  $\mathbf{H}_{1 \times 2}^{\Pi}$  διαστάσεων  $1 \times 2$  που αναφέρεται στην απόσταση  $d_r$  και χωρικό πίνακα του διαύλου  $\mathbf{H}_{MXN}$  διαστάσεων  $2 \times 2$ , δηλαδή  $N = M = 2$ , που αναφέρεται στις αποστάσεις  $d_T, d_R$ .

γ) Μία πόλωση (w) στον πομπό και μία πόλωση (w) στο δέκτη

Ο πίνακας  $\Theta$  και εκφυλλίζεται στο μιγαδικό αριθμό  $\theta_{ww}$  ενώ σε αριθμό εκφυλλίζεται και ο χωρικός πίνακας πολώσεων. Πλέον, η σχέση (3.22) γράφεται υπό τη μορφή

$$\mathbf{H}_{x,a} = \sqrt{E\left[|\theta_{ww}|^2\right]} \cdot \mathbf{H}_{MXN} \quad (3.22.\gamma)$$



**Σχήμα 3.7:** Σύστημα απλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 με τον χωρικό πίνακα του διαύλου  $\mathbf{H}_{MXN}$ , όπου  $N = M = 2$ , να αναφέρεται στις αποστάσεις  $d_T, d_R$ .

### 3.3.1. Μοντελοποίηση για διαφορετικές περιπτώσεις διαύλου

Στην παρούσα παράγραφο εξετάζονται οι δύο ακραίες περιπτώσεις διάδοσης στο δίαυλο, δηλαδή δίαυλος με πολυδιαδρομικές διαλείψεις που ακολουθεί την κατανομή *Rayleigh* και δίαυλος που διαθέτει μόνο συνιστώσα οπτικής επαφής (*Line-of-Sight, LOS*) και ακολουθεί την κατανομή *Rice* (βλ. Παράρτημα Β). Για την περίπτωση διαύλου *Rayleigh*, οι πίνακες που υπεισέρχονται στη σχέση προσδιορισμού του πίνακα του διαύλου  $\mathbf{H}_{NLOS}$  σημαίνονται με το σύμβολο  $\sim$ . Αντίστοιχα για την περίπτωση μόνο απευθείας συνιστώσας, σημαίνονται με το σύμβολο  $-$ . Προσαρμόζοντας την (3.22), οι αντίστοιχοι πίνακες γράφονται μέσω των σχέσεων (3.23) και (3.26) ως εξής:

α) για το δίαυλο *Rayleigh*

$$\mathbf{H}_{NLOS} = \tilde{\mathbf{H}}_{MXN} \otimes (\tilde{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi} \circ \tilde{\Theta}) \quad (3.23)$$

όπου

$$\tilde{\Theta} = \mathbf{M}_r \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{M}_t \quad (3.24)$$

Στην περίπτωση αυτή, για τον πίνακα πόλωσης του διαύλου ισχύει



$$\text{vec}(\tilde{\mathbf{X}}^H) = \mathbf{R}_x^{1/2} \text{vec}(\mathbf{H}_w^H) \quad (3.25)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{R}_x$  δίνεται από την (3.16).

β) για το διάυλο μόνο οπτικής επαφής

$$\mathbf{H}_{\text{LOS}} = \bar{\mathbf{H}}_{\text{MXN}} \otimes (\bar{\mathbf{H}}_{2\text{X}2}^{\Pi} \circ \bar{\Theta}) \quad (3.26)$$

όπου

$$\bar{\Theta} = \mathbf{M}_r \bar{\mathbf{X}} \mathbf{M}_t \quad (3.27)$$

Για την περίπτωση διαύλου μόνο *LOS*, τόσο τα στοιχεία του χωρικού πίνακα  $\bar{\mathbf{H}}_{\text{MXN}}$ , όσο και αυτά του χωρικού πίνακα πολώσεων  $\bar{\mathbf{H}}_{2\text{X}2}^{\Pi}$  είναι ίσα μεταξύ τους και κανονικοποιημένα στη μονάδα καθώς η απουσία σκεδαστών στο διάυλο επιτρέπει τη διάδοση των κυμάτων μόνο μέσω της απευθείας διαδρομής από τον πομπό στο δέκτη. Θεωρώντας ότι τα κέρδη των κεραιών τόσο στην πλευρά εκπομπής όσο και στην πλευρά λήψης είναι σταθερά σε ένα γωνιακό εύρος ώστε όλες οι κεραιές λήψης να λαμβάνουν το σήμα της κάθε κεραιάς εκπομπής με το ίδιο γινόμενο κέρδους κεραιάς εκπομπής επί κέρδος κεραιάς λήψης, οι προηγούμενοι πίνακες γράφονται στη μορφή

$$\bar{\mathbf{H}}_{\text{MXN}} = \mathbf{1}_{\text{MXN}} \quad (3.28.\alpha)$$

$$\bar{\mathbf{H}}_{2\text{X}2}^{\Pi} = \mathbf{1}_{2\text{X}2} \quad (3.28.\beta)$$

Επιπλέον, η απουσία σκεδαστών στο διάυλο δεν επιτρέπει τη στροφή της πόλωσης ενός σήματος που εκπέμπεται σε μια από τις πολώσεις  $w, q$  ώστε ο πίνακας πόλωσης να γράφεται

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{I}_2 \quad (3.28.\gamma)$$

Με βάση της παραπάνω παρατηρήσεις, ο πίνακας του διαύλου της (3.26) γράφεται

$$\mathbf{H}_{\text{LOS}} = \mathbf{1}_{\text{M,N}} \otimes (\mathbf{M}_r \mathbf{M}_t) \quad (3.29)$$

Στη γενική περίπτωση όπου ο διάυλος παρέχει στο σύστημα τόσο απευθείας συνιστώσα όσο και σκεδαζόμενη, συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.15), (3.23) και (3.29) ο πίνακας του διαύλου γράφεται

$$\mathbf{H}_{x,a} = \sqrt{\frac{K}{1+K}} [\mathbf{1}_{\text{M,N}} \otimes (\mathbf{M}_r \mathbf{M}_t)] + \sqrt{\frac{1}{1+K}} [\tilde{\mathbf{H}}_{\text{MXN}} \otimes (\tilde{\mathbf{H}}_{2\text{X}2}^{\Pi} \circ \tilde{\Theta})] \quad (3.30)$$

### 3.3.2. Μοντελοποίηση συστήματος διπλής πόλωσης για σύστημα MIMO 2X2

Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται το σύστημα MIMO στο οποίο χρησιμοποιείται μία κεραία διπλής πόλωσης τόσο στην εκπομπή όσο και στη λήψη (Σχήμα 3.1) ώστε ο πίνακας του διαύλου να ταυτίζεται με τον πίνακα  $\Theta$ . Πλέον, η σχέση (3.30) απλοποιείται στην

$$\mathbf{H}_{x,a} = \sqrt{\frac{K}{1+K}} \mathbf{M}_r \mathbf{M}_t + \sqrt{\frac{1}{1+K}} \tilde{\Theta} \quad (3.31)$$

Το σύστημα διπλής πόλωσης μπορεί να συγκριθεί ως προς την επίδοση τόσο με το αντίστοιχο σύστημα SISO όσο και με το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης του Σχήματος 3.3. Επειδή στο συγκεκριμένο σημείο ενδιαφέρει η ενδεχόμενη βελτίωση της επίδοσης του συστήματος με την χρησιμοποίηση δεύτερης πόλωσης, επιλέγεται προς σύγκριση σύστημα απλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 προκειμένου η σύγκριση να είναι δίκαιη ως προς τις διαστάσεις. Δηλαδή, στην περίπτωση όπου η χρησιμοποίηση δεύτερης πόλωσης δεν βελτιώσει την επίδοσή ενός συστήματος MIMO, η υλοποίηση διπλής πόλωσης στερείται νοήματος όπως και ο υπολογισμός των κερδών κωδικοποίησης, χωρικής πολυπλεξίας και του διαφορικού κέρδους που επιτυγχάνει έναντι του αντίστοιχου συστήματος SISO. Προσαρμόζοντας την (3.22.γ), ο πίνακας του διαύλου για το σύστημα απλής πόλωσης γράφεται υπό τη μορφή

$$\mathbf{H}_{sp} = \sqrt{E\left[|\theta_{ww}|^2\right]} \mathbf{H}_{2x2} \quad (3.32)$$

όπου ο δείκτης  $sp$  συμβολίζει την απλή πόλωση (single-polar) ενώ ο πίνακας  $\mathbf{H}_{2x2}$  αναλύεται σε συνιστώσα οπτικής επαφής και σκεδαζόμενη συνιστώσα όπως στη σχέση (2.9).

### 3.3.3. Ισοδύναμος σηματοθορυβικός λόγος λήψης

Είναι γνωστό από τις σχέσεις (2.3) και (2.4) ότι τα στοιχεία του πίνακα του διαύλου είναι κανονικοποιημένα ως προς την ισχύ λήψης  $P_s$ . Με βάση αυτή την παρατήρηση, τα μεγαλύτερα κέρδη ισχύος των στοιχείων του πίνακα  $\mathbf{M}_t$  που αφορούν τα διαγώνια στοιχεία του είναι ίσα με την ισχύ που εκπέμπεται από τις κεραίες εκπομπής στην πόλωση που τους αντιστοιχεί προς τη συνολική ισχύ που εκπέμπουν και στις δύο πολώσεις. Συνεπώς, για την κεραία εκπομπής στην πόλωση  $w$  που αναφέρεται στο πρώτο στοιχείο της διαγωνίου του πίνακα  $\mathbf{M}_t$ , το κέρδος ισχύος ισούται με  $p_{tw} / (p_{tw} + p_{tq}) = XPI_{tw} / (XPI_{tw} + 1)$  χρησιμοποιώντας την (3.5). Όμοια, με χρήση της ίδιας σχέσης για το δεύτερο στοιχείο της διαγωνίου του πίνακα  $\mathbf{M}_t$ , το κέρδος ισχύος ισούται με  $p_{tq} / (p_{tq} + p_{tw}) = XPI_{tq} / (XPI_{tq} + 1)$ . Με τη σύμβαση (3.19.α), τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{M}_t$  έχουν κέρδος ισχύος ίσο μεταξύ τους το οποίο είναι  $XPI_t / (XPI_t + 1)$ . Ωστόσο, όπως ορίστηκε ο πίνακας  $\mathbf{M}_t$  από την (3.17), το προηγούμενο κέρδος ισχύος έχει κανονικοποιηθεί στη μονάδα με αποτέλεσμα ο όρος  $XPI_t / (XPI_t + 1)$  να ενσωματώνεται πολλαπλασιαστικά στο σηματοθορυβικό λόγο

λήψης. Αντίστοιχα συμβαίνουν για τις κεραίες λήψης ώστε ο όρος  $XPI_r / (XPI_r + 1)$  ενσωματώνεται πολλαπλασιαστικά στο σηματοθορυβικό λόγο λήψης. Με τον ίδιο τρόπο μπορεί να κανονικοποιηθεί στη μονάδα ο πίνακας πόλωσης  $\mathbf{X}$  που δίνεται από την (3.1). Αν θεωρηθεί ότι το στοιχείο  $x_{ww}$  διαθέτει το μεγαλύτερο κέρδος ισχύος, ένα μέρος του σήματος που εκπέμπεται από μια κεραία στην πόλωση  $w$  υφίσταται στροφή πόλωσης από τους σκεδαστές του διαύλου ώστε να λαμβάνεται από τις κεραίες του δέκτη στην πόλωση  $q$ . Το στοιχείο αυτό έχει κέρδος ισχύος  $p_{ww} / (p_{ww} + p_{qw}) = XPR_{rw} / (XPR_{rw} + 1)$  με χρήση της (3.4). Επειδή όμως αυτό κανονικοποιείται στη μονάδα, ο όρος  $XPR_{rw} / (XPR_{rw} + 1)$  ενσωματώνεται πολλαπλασιαστικά στο σηματοθορυβικό λόγο λήψης.

Με βάση την παραπάνω ανάλυση, αν  $\rho_0$  ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης για σύστημα MIMO του οποίου οι κεραίες διαθέτουν τέλεια απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης και οι σκεδαστές του διαύλου δεν στρέφουν την πόλωση των διαδιδόμενων κυμάτων, ο ισοδύναμος σηματοθορυβικός λόγος λήψης ορίζεται μέσω της σχέσης

$$\rho = \rho_0 \frac{XPI_t}{XPI_t + 1} \cdot \frac{XPI_r}{XPI_r + 1} \cdot \frac{XPR_{rw}}{XPR_{rw} + 1} \quad (3.33)$$

ώστε το πρώτο στοιχείο της διαγωνίου καθενός εκ των πινάκων  $\mathbf{M}_t, \mathbf{M}_r$  και  $\mathbf{X}$  να είναι μοναδιαίο.

Σημειώνεται ότι η σχέση (3.33) ισχύει τόσο για σχήμα διπλής πόλωσης όσο και για σχήμα απλής πόλωσης καθώς και για τα δύο σχήματα πρέπει να συνυπολογιστεί η ατελής απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών ενώ η επίδραση του παράγοντα  $XPR_{rw} / (XPR_{rw} + 1)$  στο σηματοθορυβικό λόγο λήψης ποσοτικοποιεί για το σχήμα απλής πόλωσης το ποσοστό της ισχύος το οποίο δεν λαμβάνουν οι κεραίες του δέκτη λόγω της στροφής πόλωσης που υφίστανται τα διαδιδόμενα κύματα από τους σκεδαστές του διαύλου.

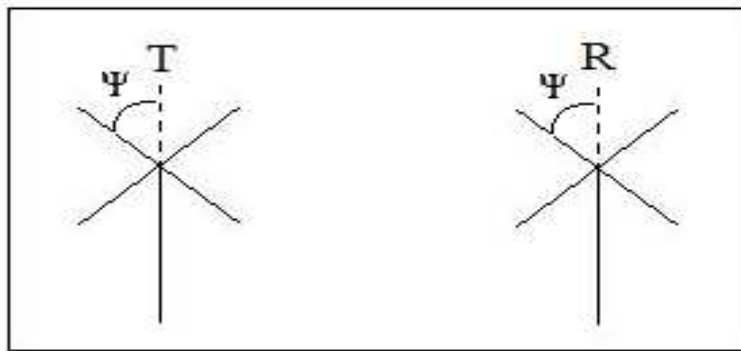
### 3.4. Συνήθη σχήματα διπλής πόλωσης

Τα πλέον διαδεδομένα σχήματα διπλής πόλωσης είναι τα ακόλουθα:

- α) Το σχήμα  $0/90^\circ$
- β) Το σχήμα  $\pm 45^\circ$

όπου ως επίπεδο  $\Psi = 0^\circ$  ορίζεται το κατακόρυφο επίπεδο που είναι παράλληλο στη νοητή ευθεία που ενώνει το πομπό με το δέκτη.

Η γωνία πόλωσης  $\Psi$  ορίζεται για γραμμικές κεραίες ως η γωνία που σχηματίζει το κάθετο στην επιφάνεια της γης επίπεδο με τον άξονα της κεραίας (Σχήμα 3.8.).



**Σχήμα 3.8:** Σχηματική αναπαράσταση της γωνίας πόλωσης  $\Psi$

Από την (3.28.γ) φαίνεται ότι ο πίνακας πόλωσης του διαύλου για την απευθείας συνιστώσα είναι ανεξάρτητος των πολώσεων στις οποίες εκπέμπουν και λαμβάνουν οι κεραίες εκπομπής και λήψης αντίστοιχα. Συνεπώς, η σύγκριση της αντιμετώπισης που τυγχάνουν τα δύο σχήματα από το δίαυλο περιορίζεται στον πίνακα πόλωσης της σκεδαζόμενης συνιστώσας, ή ισοδύναμα, μελετάται για το δίαυλο *Rayleigh*.

Επειδή ο πίνακας  $\tilde{\mathbf{X}}$  εξαρτάται αποκλειστικά από το δίαυλο, μπορεί να προσαρμοστεί κατάλληλα για οποιοδήποτε σχήμα διπλής πόλωσης. Η γενική έκφραση για τον πίνακα  $\tilde{\mathbf{X}}$  δίνεται από τη σχέση [Oes2004]

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{vv} \cos^2 \Psi + \tilde{x}_{hh} \sin^2 \Psi + (\tilde{x}_{vh} + \tilde{x}_{hv}) \cos \Psi \cos \Psi & (\tilde{x}_{vv} - \tilde{x}_{hh}) \cos \Psi \cos \Psi + \tilde{x}_{vh} \cos^2 \Psi - \tilde{x}_{hv} \sin^2 \Psi \\ (\tilde{x}_{vv} - \tilde{x}_{hh}) \cos \Psi \cos \Psi + \tilde{x}_{vh} \sin^2 \Psi - \tilde{x}_{hv} \cos^2 \Psi & \tilde{x}_{vv} \sin^2 \Psi + \tilde{x}_{hh} \cos^2 \Psi + (\tilde{x}_{vh} + \tilde{x}_{hv}) \cos \Psi \cos \Psi \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Για το σχήμα  $0/90^\circ$  οι δύο πολώσεις αναφέρονται σε κεραίες τοποθετημένες κατακόρυφα ( $0^\circ$ ) και οριζόντια ( $90^\circ$ ). Οι κεραίες αυτές μπορεί να βρίσκονται είτε στην πλευρά του πομπού, είτε στην πλευρά του δέκτη, είτε και στις δύο πλευρές. Στην περίπτωση σχήματος  $0/90^\circ$ , η κατακόρυφη πόλωση συμβολίζεται με  $v$  και η οριζόντια πόλωση με  $h$ . Τότε, η σχέση (3.34) προσαρμόζεται για  $\Psi = 0$  και γράφεται

$$\tilde{\mathbf{X}}_{0/90^\circ} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{vv} & \tilde{x}_{vh} \\ \tilde{x}_{hv} & \tilde{x}_{hh} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

όπου με βάση την παράγραφο 3.3.3 πρέπει να γίνει η κανονικοποίηση

$$p_{vv} = E \left[ |\tilde{x}_{vv}|^2 \right] = 1 \quad (3.36)$$

Εφαρμόζοντας την ανάλυση των προηγούμενων παραγράφων στη μελέτη του σχήματος  $0/90^\circ$ , ο δείκτης  $w$  αντικαθίσταται με  $v$  και ο δείκτης  $q$  με  $h$ . Συγκρίνοντας τις (3.34) και (3.35) φαίνεται ότι τα κέρδη  $\tilde{x}_{ij}$  της (3.34) έχουν γραφεί σε τέτοια

μορφή ώστε ο πίνακας πόλωσης  $\tilde{\mathbf{X}}$  να εκφράζεται για οποιοδήποτε σχήμα διπλής πόλωσης συναρτήσει εκείνου για το σχήμα  $0/90^0$ .

Για το σχήμα  $\pm 45^0$ , οι δύο πολώσεις αντιστοιχούν σε δύο κεραίες οι οποίες σχηματίζουν γωνίες  $45^0$  εκατέρωθεν του κατακόρυφου άξονα ( $\Psi = 45^0$ ). Στην περίπτωση αυτή, ο πίνακας πόλωσης του διαύλου για την πολυδιαδρομική συνιστώσα γράφεται

$$\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{++} & \tilde{x}_{+-} \\ \tilde{x}_{-+} & \tilde{x}_{--} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

όπου ο δείκτης “+” αναφέρεται στην πόλωση  $+45^0$  και ο δείκτης “-” στην πόλωση  $-45^0$ . Προσαρμόζοντας τον πίνακα της (3.34) προκύπτει

$$\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{x}_{vv} + \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} + \tilde{x}_{hv} & \tilde{x}_{vv} - \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} - \tilde{x}_{hv} \\ \tilde{x}_{vv} - \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} - \tilde{x}_{hv} & \tilde{x}_{vv} + \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} + \tilde{x}_{hv} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Ωστόσο, επειδή σύμφωνα με την κανονικοποίηση της παραγράφου 3.3.3 ο πίνακας  $\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0}$  πρέπει να κανονικοποιείται στη μονάδα, η παραπάνω σχέση προσαρμόζεται ως

$$\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0} = \frac{1}{\sqrt{E \left[ \left| \tilde{x}_{vv} + \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} + \tilde{x}_{hv} \right|^2 \right]}} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{x}_{vv} + \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} + \tilde{x}_{hv} & \tilde{x}_{vv} - \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} - \tilde{x}_{hv} \\ \tilde{x}_{vv} - \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} - \tilde{x}_{hv} & \tilde{x}_{vv} + \tilde{x}_{hh} + \tilde{x}_{vh} + \tilde{x}_{hv} \end{bmatrix} \quad (3.38.a)$$

Τα δύο σχήματα διπλής πόλωσης τυγχάνουν διαφορετικής αντιμετώπισης από το δίαυλο όταν αυτός περιλαμβάνει σκεδαστές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μηχανισμοί τόσο της διάθλασης όσο και της σκέδασης του κύματος από κατακόρυφους τοίχους εξασθενούν περισσότερο το κύμα όταν αυτό διαδίδεται κατά την οριζόντια πόλωση παρά κατά την κατακόρυφη πόλωση. Συνεπώς, το κέρδος ισχύος του στοιχείου  $\tilde{x}_{vv}$  είναι μεγαλύτερο από το κέρδος ισχύος του στοιχείου  $\tilde{x}_{hh}$  και αντίστοιχα, το κέρδος ισχύος του στοιχείου  $\tilde{x}_{vh}$  είναι μεγαλύτερο από το κέρδος ισχύος του στοιχείου  $\tilde{x}_{hv}$ . Μάλιστα, όσο περισσότερο «πλούσιος» είναι ο δίαυλος σε σκεδαστές τόσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά των προαναφερθέντων κερδών ισχύος. Με βάση την παραπάνω ανάλυση ορίζεται ο παράγοντας ανισοροπίας πολώσεων (Gain Imbalance, GI) που δίνεται από τη σχέση

$$GI = E \left[ \frac{|\tilde{x}_{vv}|}{|\tilde{x}_{hh}|} \right] \quad (3.39)$$

Από την (3.35) προκύπτει ότι λόγω του γεγονότος ότι το GI υπερβαίνει τη μονάδα, τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα πόλωσης  $\tilde{\mathbf{X}}$  για το σχήμα  $0/90^0$  είναι άνισα μεταξύ τους ώστε με βάση την (3.9) να προκύπτει

$$\text{CPR}_v > 1 \quad \text{CPR}_h < 1 \quad (3.40)$$

Αντίστοιχα, από τη σχέση (3.38.α) προκύπτει ότι τα στοιχεία αυτά ταυτίζονται μεταξύ τους για το σχήμα  $\pm 45^\circ$  ώστε να ισχύει

$$\text{CPR}_+ = \text{CPR}_- = 1 \quad (3.41)$$

Η ίδια αντιμετώπιση των δύο πολώσεων από το δίαυλο αποτελεί το μεγάλο πλεονέκτημα του σχήματος  $\pm 45^\circ$  έναντι του σχήματος  $0/90^\circ$ .

Επιπλέον, ο πίνακας  $\tilde{\mathbf{X}}$  είναι συμμετρικός για το σχήμα  $\pm 45^\circ$ , αλλά όχι για το σχήμα  $0/90^\circ$ . Συγκεκριμένα, από τη σχέση (3.38.α) φαίνεται ότι  $\tilde{x}_{++} = \tilde{x}_{--}$  και  $\tilde{x}_{+-} = \tilde{x}_{-+}$ , οπότε

$$\text{XPC}_t = \text{XPC}_r = \text{XPC}_{\pm 45^\circ} \quad (3.42)$$

$$\text{CPC}_{\pm 45^\circ} = 1 \quad (3.43)$$

$$\text{XPR}_{t+} = \text{XPR}_{t-} = \text{XPR}_{r+} = \text{XPR}_{r-} = \text{XPR}_{\pm 45^\circ} \quad (3.44)$$

$$\text{APC}_{\pm 45^\circ} = \frac{1}{\text{XPR}_{\pm 45^\circ}} \quad (3.45)$$

Εντούτοις, επειδή  $GI > 1$ , για το σχήμα  $\pm 45^\circ$  προκύπτει ότι και τα τέσσερα στοιχεία του πίνακα  $\tilde{\mathbf{X}}$  επηρεάζονται έντονα από το στοιχείο  $\tilde{x}_{vv}$ . Η εξάρτηση αυτή αυξάνει με την αύξηση του αριθμού των σκεδαστών που αποπολώνουν τα διαδιδόμενα κύματα. Η διαπίστωση αυτή οδηγεί σε δύο σημαντικά συμπεράσματα σε σχέση με το σχήμα  $\pm 45^\circ$ :

α) Το κέρδος ισχύος των μη διαγωνίων στοιχείων πλησιάζει εκείνο των διαγωνίων στοιχείων

β) Όσο αυξάνει ο αριθμός των σκεδαστών που αποπολώνουν τα διαδιδόμενα κύματα τόσο η συσχέτιση των διαγωνίων στοιχείων με τα μη διαγώνια στοιχεία γίνεται εντονότερη. Επισημαίνεται ότι η συσχέτιση μεταξύ δύο στοιχείων δίνεται από το λόγο της συνδιακύμανσης των στοιχείων προς το γινόμενο των ριζών των κερδών ισχύος τους, δηλαδή

$$\rho_{ij,kl} = \frac{E[h_{ij} \cdot h_{kl}^*]}{\sqrt{E[|h_{ij}|^2] \cdot E[|h_{kl}|^2]}}, \text{ όπου } i,k = 1, 2, \dots, M, j,l = 1, 2, \dots, N.$$

Τα προηγούμενα συμπεράσματα αντιστρέφονται για το σχήμα  $0/90^\circ$ , καθώς στην περίπτωση αυτή όσο αυξάνει το πλήθος των σκεδαστών που αποπολώνουν τα διαδιδόμενα κύματα, τόσο τα μέτρα των τεσσάρων στοιχείων διαφοροποιούνται μεταξύ τους με παράλληλη διαφοροποίηση των φάσεών τους.

Το συμπέρασμα α) οδηγεί στη σχέση

$$\left| \text{XPR}_{\pm 45^0} \right| < \min \{ |\text{XPR}_{\text{tv}}|, |\text{XPR}_{\text{th}}|, |\text{XPR}_{\text{rv}}|, |\text{XPR}_{\text{rh}}| \} \quad (3.46)$$

με τα μεγέθη της σχέσης (3.46) να εκφράζονται σε dB, ενώ το συμπέρασμα β) οδηγεί στη σχέση

$$\left| \text{XPC}_{\pm 45^0} \right| \sqrt{\text{XPR}_{\pm 45^0}} > \max \{ |\text{XPC}_{\text{t}}| \sqrt{\text{XPR}_{\text{tv}}}, |\text{XPC}_{\text{r}}| \sqrt{\text{XPR}_{\text{rv}}} \} \quad (3.47)$$

Συγκεκριμένα, η συνδιακύμανση διασταύρωσης πόλωσης για το σχήμα 0/90<sup>0</sup> θεωρείται ότι παίρνει στις περισσότερες περιπτώσεις τιμές [Oes2008]

$$|\text{XPC}_{\text{tv}}| = |\text{XPC}_{\text{rv}}| \leq 0.3 \quad (3.48)$$

Επιπλέον, όπως προκύπτει από πολλά πειραματικά δεδομένα που αφορούν διάυλο *Rayleigh* και το σχήμα 0/90<sup>0</sup>, τόσο η ομοπολική όσο και η αντιπολική συνδιακύμανση μπορούν να θεωρηθούν μηδενικές οπότε λαμβάνεται [Oes2008]

$$\text{CPC}_{0/90^0} = \text{APC}_{0/90^0} \approx 0 \quad (3.49)$$

Από την (3.47) και τη σύγκριση των σχέσεων (3.43) και (3.45) με την (3.49) προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα στοιχεία του  $\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0}$  είναι αισθητά περισσότερο συσχετισμένα μεταξύ τους από ότι τα στοιχεία του  $\tilde{\mathbf{X}}_{0/90^0}$ .

Με χρήση των (3.48) και (3.49), η σχέση (3.16) γράφεται για σχήμα 0/90<sup>0</sup>

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}, 0/90^0} = \begin{bmatrix} 1 & \text{XPC}_{\text{tv}}^* & \text{XPC}_{\text{rv}}^* & 0 \\ \text{XPC}_{\text{tv}} & \frac{1}{\text{XPR}_{\text{tv}}} & 0 & \text{XPC}_{\text{rv}} \\ \text{XPC}_{\text{rv}} & 0 & \frac{1}{\text{XPR}_{\text{rv}}} & \text{XPC}_{\text{tv}} \\ 0 & \text{XPC}_{\text{rv}}^* & \text{XPC}_{\text{tv}}^* & \frac{1}{\text{CPR}_{\text{v}}} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Ερμηνεύοντας τον πίνακα συνδιακύμανσης της (3.50), η μεγαλύτερη της μονάδος τιμή του  $\text{CPR}_{\text{v}}$  όπως φαίνεται από την (3.40) δείχνει τη μειωμένη ισχύ που λαμβάνεται από την κεραία οριζόντιας πόλωσης του δέκτη σε σύγκριση με εκείνη που θα λαμβανόταν αν το σύστημα ήταν συμμετρικό όπως ισχύει για το σχήμα  $\pm 45^0$ . Από την άλλη πλευρά, η μικρή τιμή των συνδιακυμάνσεων  $\text{XPC}_{\text{tv}}^*$  και  $\text{XPC}_{\text{rv}}^*$  οδηγεί τον πίνακα  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}, 0/90^0}$  στη διαγώνια μορφή, αποσυσχετίζοντας με αυτό τον τρόπο τα στοιχεία του πίνακα πόλωσης του διαύλου.

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (3.41) - (3.45), η σχέση (3.16) για το σχήμα  $\pm 45^\circ$  γράφεται

$$\mathbf{R}_{\tilde{x}, \pm 45^\circ} = \begin{bmatrix} 1 & \text{XPC}_{\pm 45^\circ}^* & \text{XPC}_{\pm 45^\circ}^* & 1 \\ \text{XPC}_{\pm 45^\circ} & \frac{1}{\text{XPR}_{\pm 45^\circ}} & \frac{1}{\text{XPR}_{\pm 45^\circ}} & \text{XPC}_{\pm 45^\circ} \\ \text{XPC}_{\pm 45^\circ} & \frac{1}{\text{XPR}_{\pm 45^\circ}} & \frac{1}{\text{XPR}_{\pm 45^\circ}} & \text{XPC}_{\pm 45^\circ} \\ 1 & \text{XPC}_{\pm 45^\circ}^* & \text{XPC}_{\pm 45^\circ}^* & 1 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Ερμηνεύοντας τον πίνακα συνδιακύμανσης της σχέσης (3.51), η ταύτιση της πρώτης με την τέταρτη γραμμή του πίνακα  $\mathbf{R}_{\tilde{x}, \pm 45^\circ}$  καθώς και της δεύτερης με την τρίτη γραμμή φανερώνει την ταύτιση μεταξύ των διαγωνίων στοιχείων και μεταξύ των μη διαγωνίων στοιχείων του πίνακα πόλωσης του διαύλου. Επιπλέον, η μείωση του  $\text{XPR}_{\pm 45^\circ}$  οδηγεί το λόγο  $1/\text{XPR}_{\pm 45^\circ}$  προς τη μονάδα ώστε να βοηθάει στη σύγκλιση μεταξύ των τιμών των διαγωνίων στοιχείων του πίνακα  $\mathbf{R}_{\tilde{x}, \pm 45^\circ}$ , ή, ισοδύναμα, των κερδών ισχύος του πίνακα πόλωσης του διαύλου. Εξάλλου, η μείωση του  $\text{XPR}_{\pm 45^\circ}$  συνεπάγεται την κυριαρχία του στοιχείου  $\tilde{x}_{vv}$  επί των τεσσάρων στοιχείων του πίνακα πόλωσης του διαύλου με αποτέλεσμα την αύξηση της μεταξύ τους συσχέτισης  $\text{XPC}_{\pm 45^\circ}$ . Η μεγαλύτερη συσχέτιση μεταξύ των διαγωνίων στοιχείων του πίνακα  $\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^\circ}$  με τα μη διαγώνια φαίνεται από την αύξηση της εξάρτησης μεταξύ των γραμμών 1 και 4 με τις γραμμές 2 και 3 του πίνακα  $\mathbf{R}_{\tilde{x}, \pm 45^\circ}$  όταν το  $\text{XPR}_{\pm 45^\circ}$  μειώνεται με παράλληλη αύξηση του  $\text{XPC}_{\pm 45^\circ}$ .

### 3.5. Επίδοση συστήματος διπλής πόλωσης

Αντίστοιχα με τον ορισμό μεγεθών για τη σύγκριση μεταξύ συστημάτων MIMO και SISO ως προς τη χωρητικότητα και την αξιοπιστία, ορίζονται για τη σύγκριση μεταξύ σχημάτων διπλής πόλωσης με τα αντίστοιχα σχήματα απλής πόλωσης παρόμοια μεγέθη. Αυτά είναι το κέρδος κωδικοποίησης πόλωσης, το διαφορικό κέρδος πόλωσης και το κέρδος πολυπλεξίας πόλωσης. Τα πρώτα δύο αναφέρονται στην αξιοπιστία του συστήματος και εκφράζονται μέσω της μέσης πιθανότητας λάθους στις παραγράφους 3.5.3 και 3.5.4 ενώ το τρίτο αναφέρεται στη χωρητικότητα η οποία μελετάται στις παραγράφους 3.5.1 και 3.5.2.

#### 3.5.1. Χωρητικότητα συστήματος διπλής πόλωσης για διάυλο Rayleigh

Για την επίδοση του συστήματος ως προς την εργοδική χωρητικότητα, λαμβάνεται το άνω όριο της (2.38) ώστε να προκύψει η σχέση [Oes2008]



$$C_{\text{erg}} = E[\mathbf{I}] \leq \log_2 \left\{ E \left[ \det \left( \mathbf{I}_2 + \frac{\rho}{2} \tilde{\mathbf{\Theta}} \tilde{\mathbf{\Theta}}^H \right) \right] \right\} \quad (3.52)$$

όπου ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης  $\rho$  δίνεται από την (3.33).

Επειδή η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης τόσο των κεραιών εκπομπής όσο και των κεραιών λήψης αποτελεί σχεδιαστικό παράγοντα, οπότε με κατάλληλη σχεδίαση επιτυγχάνονται μεγάλες τιμές αυτής, για τη συνέχεια της ανάλυσης γίνεται η απλοποιητική παραδοχή ότι τα XPI των κεραιών είναι κατά πολύ μεγαλύτερα από ότι το XPR του διαύλου, ώστε να ισχύει  $\tilde{\mathbf{\Theta}} \approx \tilde{\mathbf{X}}$ . Πλέον, τα στοιχεία του πίνακα του διαύλου, ο οποίος ταυτίζεται με τον πίνακα πόλωσης του διαύλου  $\tilde{\mathbf{X}}$ , εξαρτώνται αποκλειστικά από την αποπόλωση που υφίστανται τα διαδιδόμενα κύματα από τους σκεδαστές του διαύλου. Η περίπτωση αυτή ισχύει με καλή προσέγγιση για μεγάλους σταθμούς (base station) καθώς οι μεγάλες κεραιές λήψης που διαθέτουν διευκολύνουν την επίτευξη μεγάλων τιμών του XPI. Με βάση τα ανωτέρω, η (3.52) προσαρμόζεται στη σχέση

$$C_{\text{erg}} \leq \log_2 \left\{ E \left[ \det \left( \mathbf{I}_2 + \frac{\rho}{2} \tilde{\mathbf{X}} \tilde{\mathbf{X}}^H \right) \right] \right\} \quad (3.53)$$

με την (3.33) να απλοποιείται στη σχέση

$$\rho = \rho_0 \frac{\text{XPR}_{\text{rw}}}{\text{XPR}_{\text{rw}} + 1} \quad (3.54)$$

όπου ο δείκτης  $w$  γίνεται  $v$  για σχήμα  $0/90^\circ$  και  $+$  για σχήμα  $\pm 45^\circ$ .

Το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης φαίνεται στο Σχήμα 3.3. Επειδή ο επίγειος δίαυλος ευνοεί τη διάδοση της κατακόρυφης συνιστώσας έναντι της οριζόντιας όταν οι σκεδαστές είναι κατακόρυφοι τοίχοι και τριγωνικές στέγες, οι κεραιές του συστήματος απλής πόλωσης τοποθετούνται κατακόρυφα προκειμένου ο σηματοθορυβικός λόγος της (3.33) να γίνεται μέγιστος. Επιπλέον, όπως και για το σχήμα διπλής πόλωσης, η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών θεωρείται τέλεια. Πλέον, ο πίνακας του διαύλου δίνεται με προσαρμογή της (3.32) μέσω της σχέσης

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\text{sp}} = \tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2} \quad (3.55)$$

όπου το στοιχείο  $\tilde{x}_{vv}$  ενσωματώνεται στον χωρικό πίνακα του διαύλου λόγω του μοναδιαίου κέρδους ισχύος του.

Λαμβάνοντας για το σχήμα απλής πόλωσης το άνω φράγμα της χωρητικότητας της (2.38) προκύπτει

$$C_{\text{erg}} \leq \log_2 \left\{ E \left[ \det \left( \mathbf{I}_2 + \frac{\rho}{2} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{sp}} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{sp}}^H \right) \right] \right\} \quad (3.56)$$

Μια πλήρης ανάλυση της εργοδικής χωρητικότητας δεν ανήκει στους σκοπούς της παρούσας εργασίας. Ωστόσο είναι εφικτή εφαρμόζοντας τους πίνακες  $\tilde{\mathbf{X}}_{0/90^0}$  και  $\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0}$  των (3.35) και (3.38.α) αντίστοιχα στην (3.53) και συγκρίνοντας το άνω φράγμα της χωρητικότητας που προκύπτει με εκείνη της (3.56) για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης. Αντί θεωρητικής ανάλυσης, αποδίδεται διαγραμματικά η επίδραση των παραμέτρων  $XPC_{tv}$ ,  $XPC_{rv}$ ,  $XPR_{tv}$ ,  $XPR_{rv}$  και  $CPR_v$  στη χωρητικότητα για τα δύο σχήματα διπλής πόλωσης που μελετώνται. Για τις προσομοιώσεις εκφράζεται απευθείας ο πίνακας πόλωσης  $\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0}$  μέσω των στοιχείων του πίνακα πόλωσης  $\tilde{\mathbf{X}}_{0/90^0}$  χωρίς να υπεισέρχονται στη μελέτη οι παράμετροι του πίνακα συνδιακύμανσης της (3.51). Με αυτό τον τρόπο διασφαλίζεται η ορθή συσχέτιση μεταξύ των παραμέτρων των (3.50) και (3.51). Η μόνη επιπλέον παραδοχή που γίνεται για τις προσομοιώσεις που ακολουθούν είναι ότι  $XPC_t = XPC_r \in \mathfrak{R}$ . Για λόγους πληρότητας δίνονται τα διαγράμματα των παραμέτρων  $XPC_{\pm 45^0}$  και  $XPR_{\pm 45^0}$  συναρτήσεων των ανωτέρω μεγεθών. Επισημαίνεται ότι ο λόγος που γίνεται είναι αποκλειστικά για ναδειχθεί ποιες τιμές θα λάμβαναν οι παράμετροι αυτές αν η προσομοίωση για το σχήμα  $\pm 45^0$  γινόταν με χρήση της (3.51), δηλαδή χωρίς να εκφραστούν τα στοιχεία του πίνακα πόλωσης  $\tilde{\mathbf{X}}_{\pm 45^0}$  μέσω των στοιχείων του πίνακα πόλωσης  $\tilde{\mathbf{X}}_{0/90^0}$ . Η μονοτονία των καμπυλών δεν έχει καμία αξία (οπότε οι τιμές των διαγραμμάτων δεν αναφέρονται στα συμπεράσματα (3.46) και (3.47)) καθώς προκειμένου για διαφορετικούς διαύλους είναι αδύνατο να μεταβάλλεται ανεξάρτητα καθεμία από τις παραμέτρους  $XPC_t$ ,  $XPC_r$ ,  $XPR_{tv}$ ,  $XPR_{rv}$  ή  $CPR_v$ . Για το λόγο αυτό, τα Σχήματα 3.11, 3.12, 3.14, 3.15, 3.18 και 3.19 δεν σχολιάζονται στην ανάλυση που ακολουθεί. Ωστόσο, από τις καμπύλες αυτές επιβεβαιώνεται η διαπίστωση ότι η συνδιακύμανση  $XPC_{\pm 45^0}$  είναι φθίνουσα συνάρτηση του  $XPR_{\pm 45^0}$ .

1) Εργοδική Χωρητικότητα συναρτήσεων των παραμέτρων  $XPR_{tv}$  και  $XPR_{rv}$

α) Από το Σχήμα 3.9 προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι φθίνουσα συνάρτηση του  $XPR_{tv}$  για το σχήμα  $0/90^0$  συμπεριφορά που εξηγείται από το γεγονός ότι όσο μειώνεται η τιμή της παραμέτρου τόσο αυξάνει το μέτρο *Frobenius* του πίνακα  $\tilde{\mathbf{X}}_{0/90^0}$  λειτουργώντας ευνοϊκά για την επίτευξη υψηλής τιμής στη χωρητικότητα. Πάντως, ύστερα από κάποιο κατώφλιο, η αύξησή της δεν προκαλεί επιπλέον μείωση στη χωρητικότητα. Αντίστροφα, όσον αφορά την παράμετρο  $XPR_{rv}$ , ναι μεν έχει την ίδια επίδραση στο μέτρο *Frobenius* του πίνακα  $\tilde{\mathbf{X}}_{0/90^0}$  όπως το  $XPR_{tv}$ , ωστόσο, ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης με βάση την (3.54) είναι αύξουσα συνάρτηση του  $XPR_{rv}$  με αποτέλεσμα της ίδιας μονοτονίας να προκύπτει και η εξάρτηση της εργοδικής χωρητικότητας από την παράμετρο  $XPR_{rv}$ .

β) Από το Σχήμα 3.10 προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι ανεξάρτητη του  $XPR_{tv}$  για το σχήμα  $\pm 45^0$ . Η συμπεριφορά αυτή εξηγείται από το γεγονός ότι το

στοιχείο  $\tilde{X}_{vh}$  έχει το ίδιο πρόσημο και στα τέσσερα στοιχεία του πίνακα πόλωσης  $\tilde{X}_{\pm 45^0}$  της (3.38.α), με αποτέλεσμα η αυξομείωση του κέρδους ισχύος του να τα επηρεάζει εξίσου. Αντίθετα, το αρνητικό πρόσημο του στοιχείου  $\tilde{X}_{hv}$  στα μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $\tilde{X}_{\pm 45^0}$  συντελεί στην αύξηση του  $XPR_{\pm 45^0}$  σύμφωνα με το Σχήμα 3.12 όταν αυξάνεται το  $XPR_{iv}$ , ή, ισοδύναμα, όταν μειώνεται το κέρδος ισχύος του  $\tilde{X}_{hv}$ , με αποτέλεσμα την αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου λήψης με βάση την (3.54). Όπως και για το σχήμα  $0/90^0$ , από αυτό το γεγονός προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι αύξουσα συνάρτηση του  $XPR_{iv}$ .

## 2) Εργοδική Χωρητικότητα συναρτήσει της παραμέτρου $CPR_v$

α) Από το Σχήμα 3.13 προκύπτει ότι για τον ίδιο λόγο όπως και με την εξάρτηση από το  $XPR_{iv}$ , η εργοδική χωρητικότητα είναι φθίνουσα συνάρτηση του  $CPR_v$  για το σχήμα  $0/90^0$ . Ωστόσο η κλίση της καμπύλης είναι πολύ μικρή και περιορίζεται σε τιμές του  $CPR_v$  μικρότερες των 6dB.

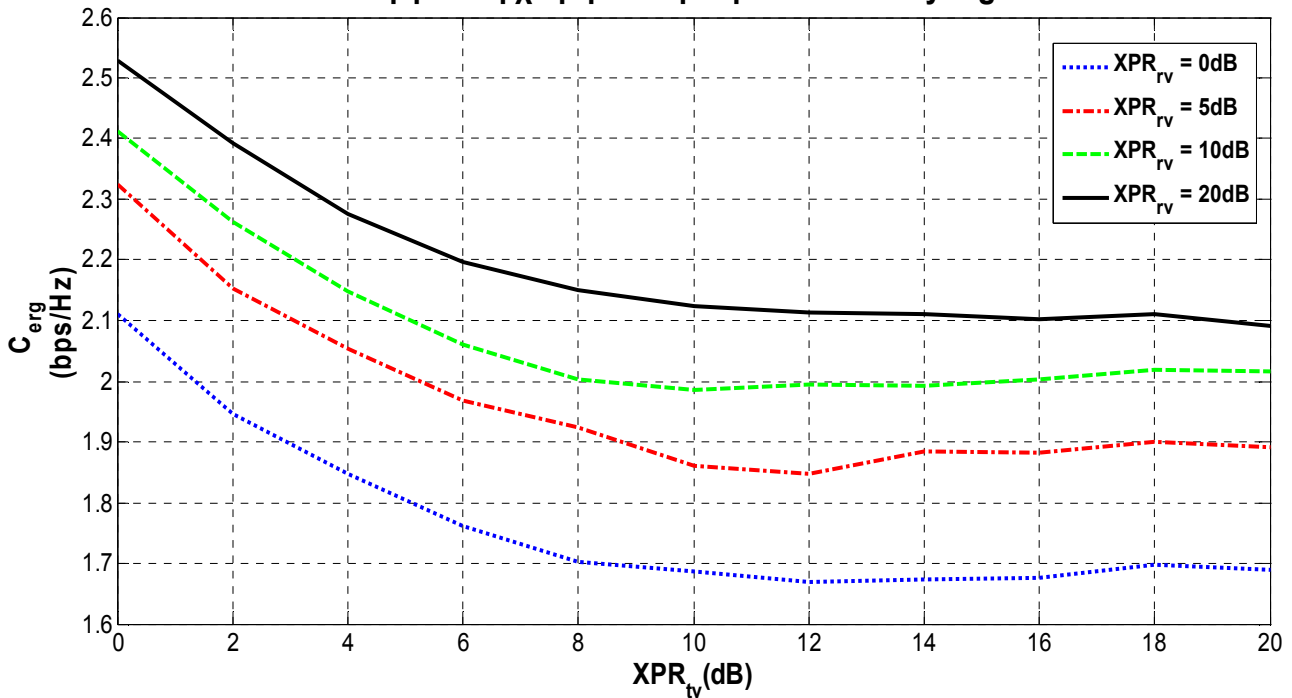
β) Από το Σχήμα 3.14 προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι ανεξάρτητη του  $CPR_v$  για το σχήμα  $\pm 45^0$ . Με τον τρόπο αυτό προβάλλεται το βασικό πλεονέκτημα του σχήματος  $\pm 45^0$  έναντι του σχήματος  $0/90^0$ . Η συμμετρία με την οποία τοποθετούνται οι κεραιές του πομπού και του δέκτη ως προς το επίπεδο μηδενικής γωνίας πόλωσης καθιστά τα σήματα που λαμβάνονται από τις κεραιές του δέκτη στις δύο χρησιμοποιούμενες πολώσεις ανεπηρέαστα από το γεγονός ότι κατά τη διάδοση των κυμάτων στον επίγειο διάυλο ενοείται η διάδοση κύματος κατακόρυφης πόλωσης έναντι κύματος οριζόντιας πόλωσης.

## 3) Εργοδική Χωρητικότητα συναρτήσει της παραμέτρου $XPC = XPC_t = XPC_r$

α) Από το Σχήμα 3.17 προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι αύξουσα συνάρτηση του  $XPC$  για το σχήμα  $0/90^0$ . Ωστόσο για τιμές  $XPC_v \leq 0.3$  όπως δίνονται από την (3.48), η εργοδική χωρητικότητα μπορεί να θεωρηθεί ανεξάρτητη του  $XPC_v$ .

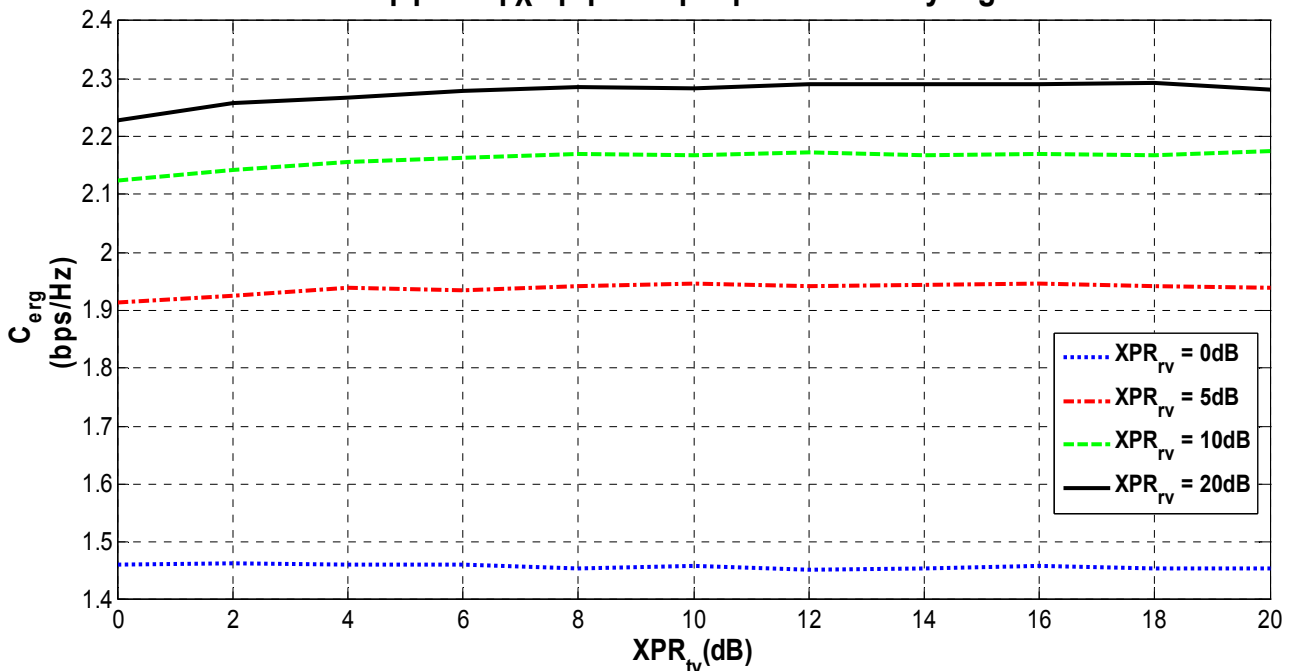
β) Από το Σχήμα 3.18 προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι ανεξάρτητη του  $XPC$  για το σχήμα  $\pm 45^0$ . Η συμπεριφορά αυτή εξηγείται από το γεγονός ότι η παράμετρος  $XPC$  επηρεάζει εσωτερικά τα τέσσερα στοιχεία του πίνακα της (3.38.α). Μάλιστα, επειδή τα στοιχεία του πίνακα  $\tilde{X}_{0/90^0}$  αποτελούν κυκλικά συμμετρικές τυχαίες μεταβλητές κανονικής κατανομής συνεπάγεται την ανεξαρτησία της επίδρασης της συνδιακύμανσης  $XPC$  ως προς το πρόσημο που εκείνα συμμετέχουν στο σχηματισμό του πίνακα  $\tilde{X}_{\pm 45^0}$ . Συνεπώς, η συνδιακύμανση  $XPC$  επηρεάζει εξίσου τα τέσσερα στοιχεία του πίνακα  $\tilde{X}_{\pm 45^0}$ .

### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο Rayleigh

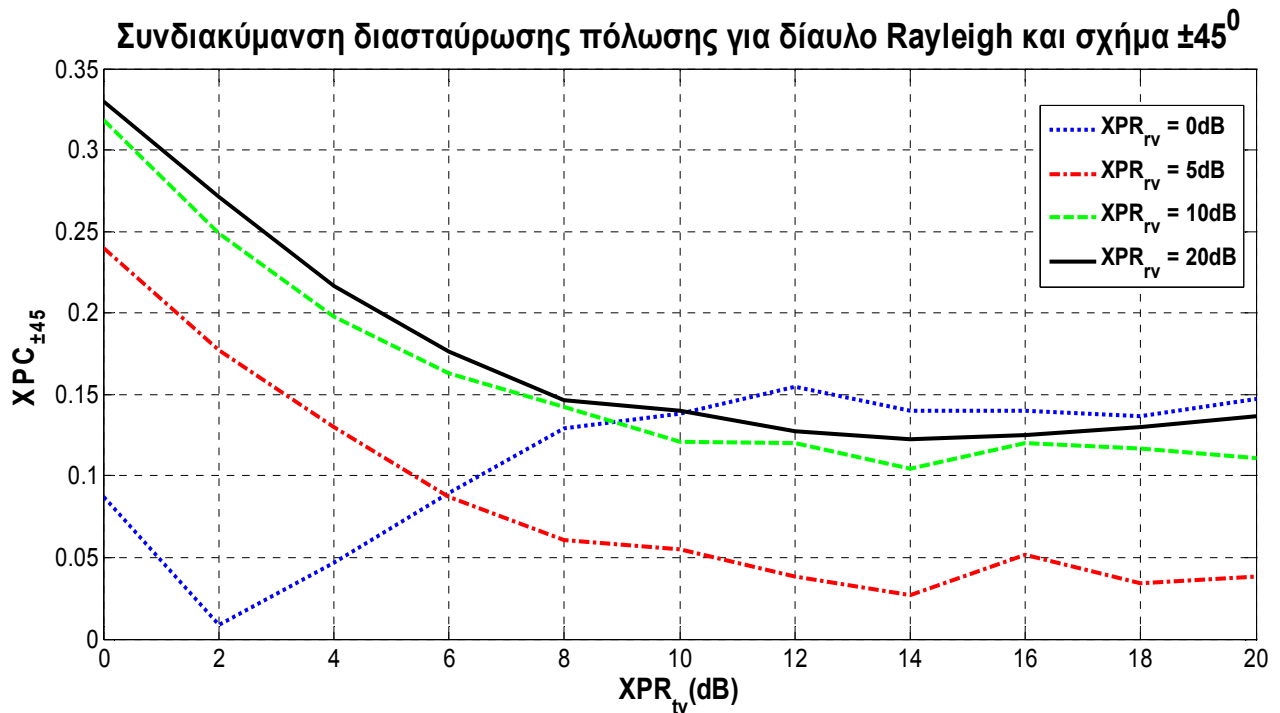


**Σχήμα 3.9:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του  $XPR_{tv}$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{rv}$  (dB),  $\rho_0 = 5\text{dB}$ , δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $0/90^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $CPR_v = 2\text{dB}$

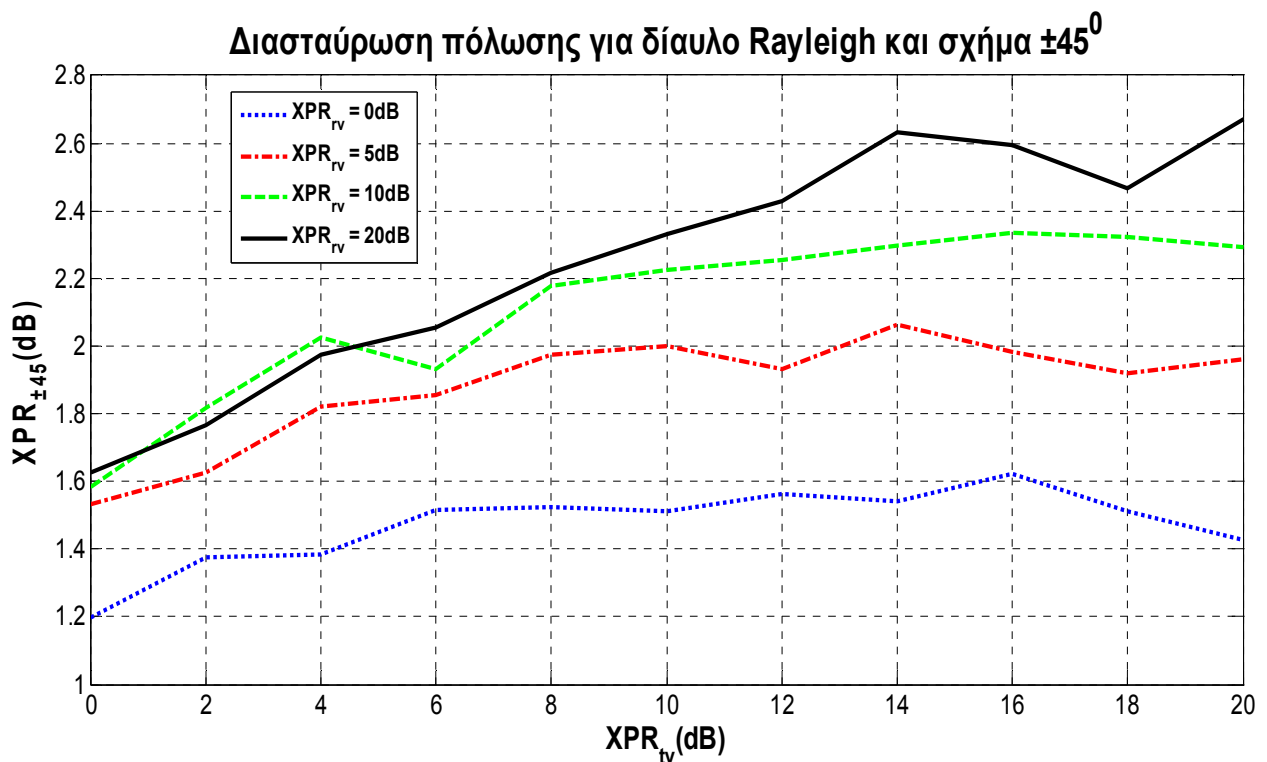
### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο Rayleigh



**Σχήμα 3.10:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του  $XPR_{tv}$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{rv}$  (dB),  $\rho_0 = 5\text{dB}$ , δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $CPR_v = 2\text{dB}$

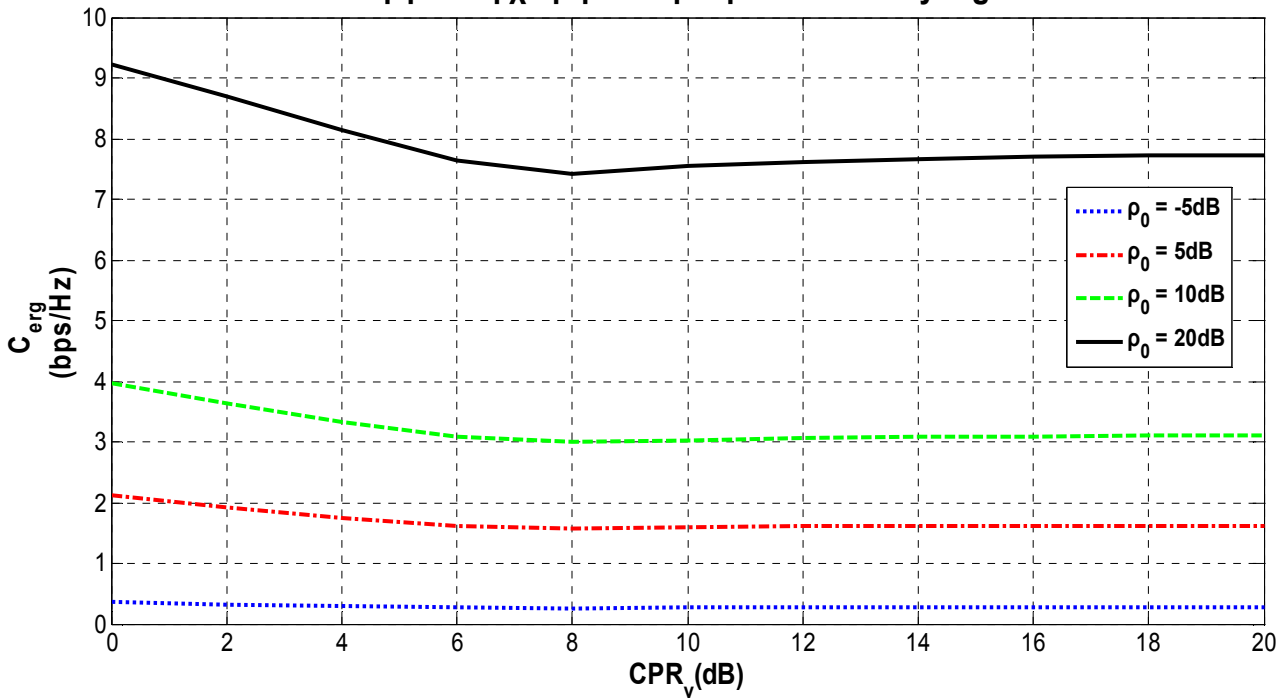


**Σχήμα 3.11:**  $XPC_{\pm 45^0}$  συναρτήσσει του  $XPR_{tv}$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{rv}$  (dB),  $\rho_0 = 5dB$ , δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^0$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $CPR_v = 2dB$



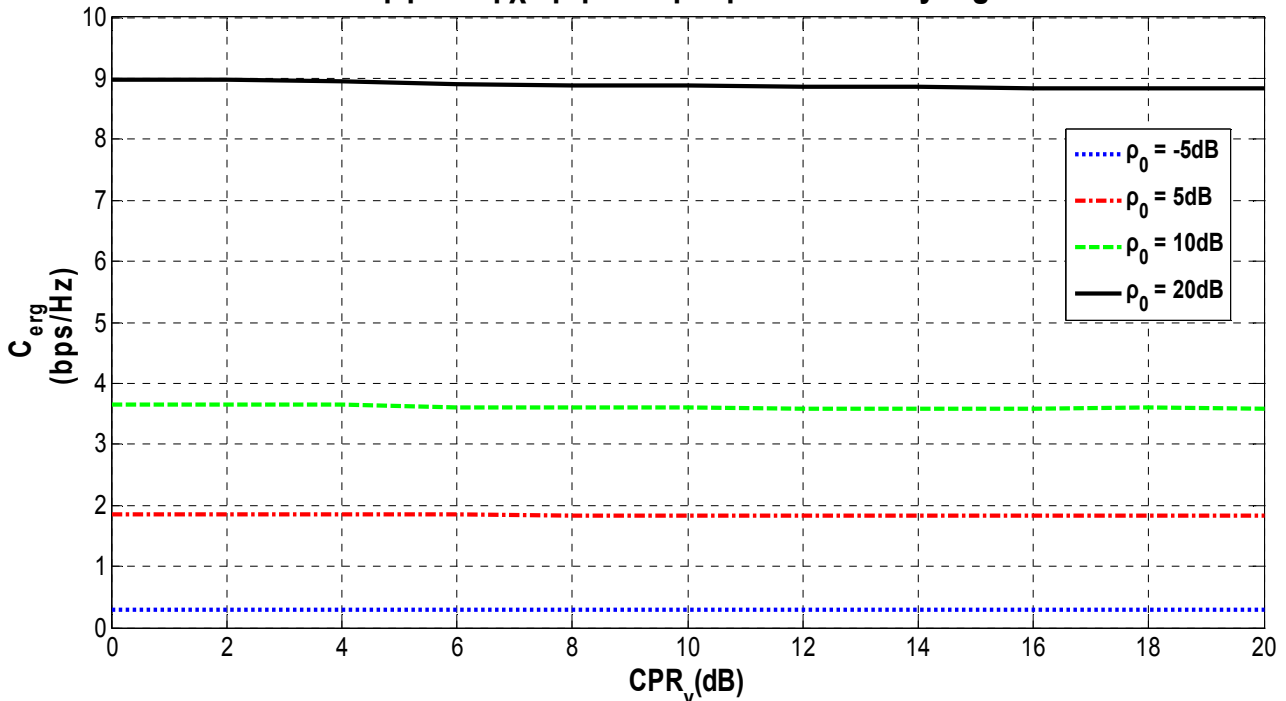
**Σχήμα 3.12:**  $XPR_{\pm 45^0}$  (dB) συναρτήσσει του  $XPR_{tv}$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{rv}$  (dB),  $\rho_0 = 5dB$ , δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^0$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $CPR_v = 2dB$

### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο Rayleigh

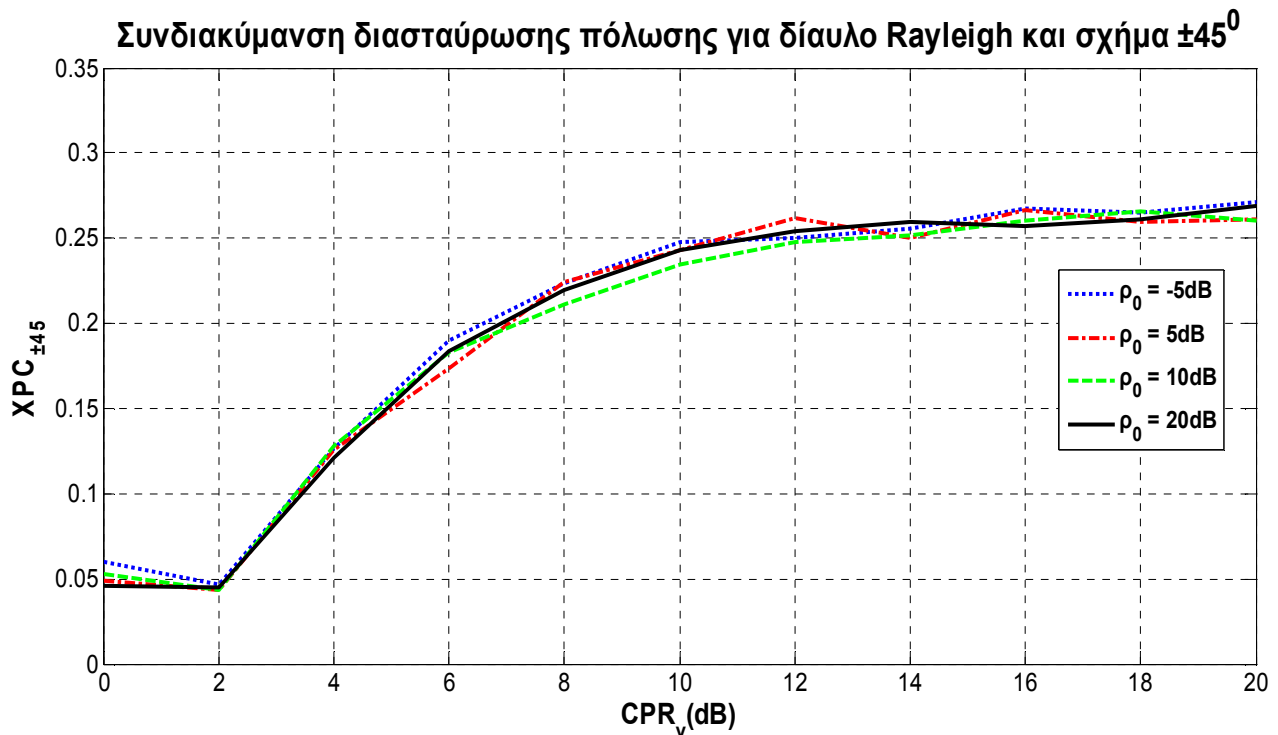


**Σχήμα 3.13:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του  $\text{CPR}_v$  (dB) για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $0/90^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $\text{XPC}_t = \text{XPC}_r = 0.15$ ,  $\text{XPR}_{tv} = 7\text{dB}$  και  $\text{XPR}_{rv} = 4\text{dB}$

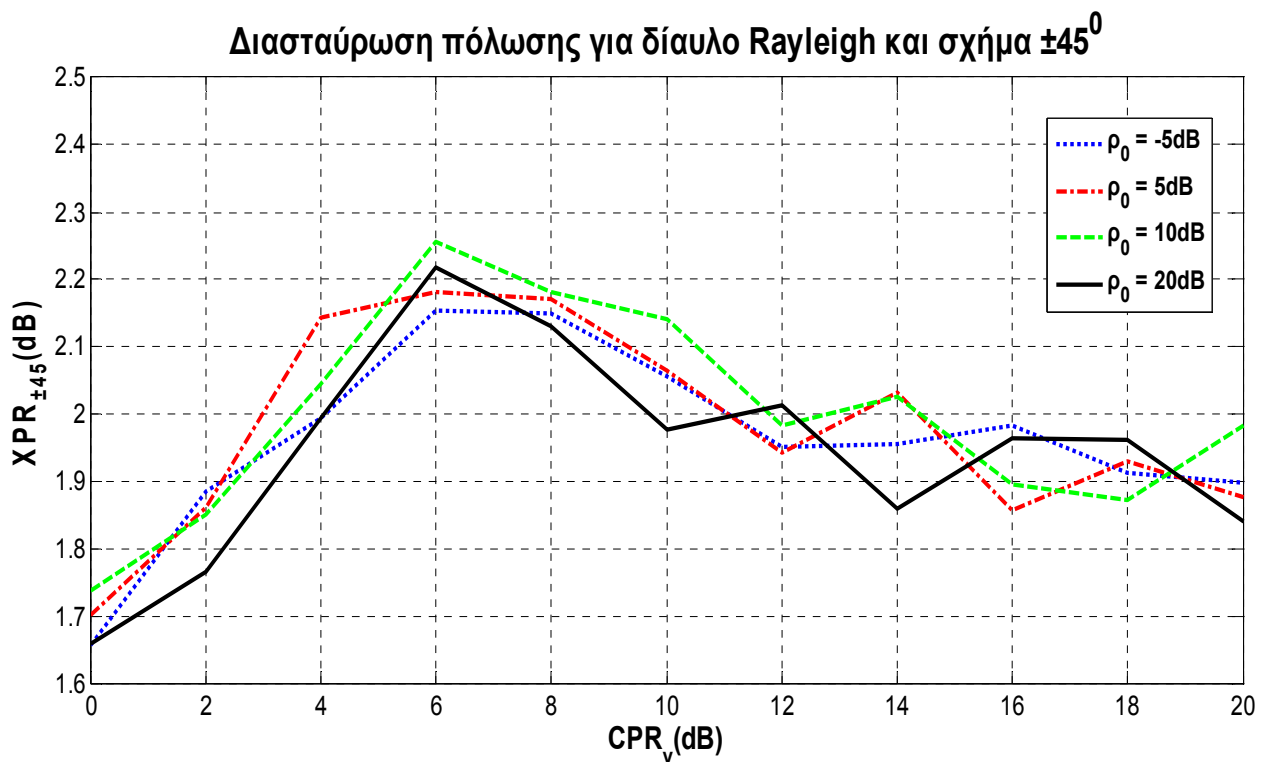
### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο Rayleigh



**Σχήμα 3.14:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του  $\text{CPR}_v$  (dB) για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $\text{XPC}_t = \text{XPC}_r = 0.15$ ,  $\text{XPR}_{tv} = 7\text{dB}$  και  $\text{XPR}_{rv} = 4\text{dB}$

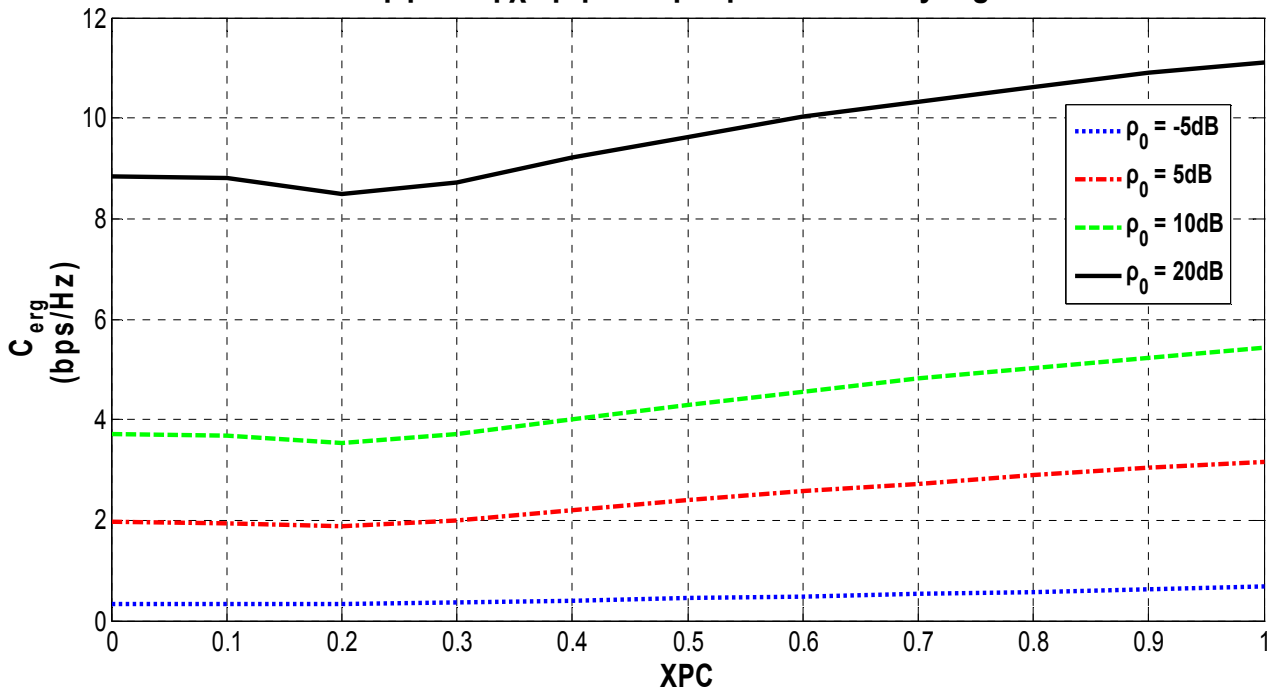


**Σχήμα 3.15:**  $XPC_{\pm 45^0}$  συναρτήσει του  $CPR_V$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{TV}$  (dB),  $\rho_0 = 5\text{dB}$ , δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^0$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $XPR_{TV} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{TV} = 4\text{dB}$



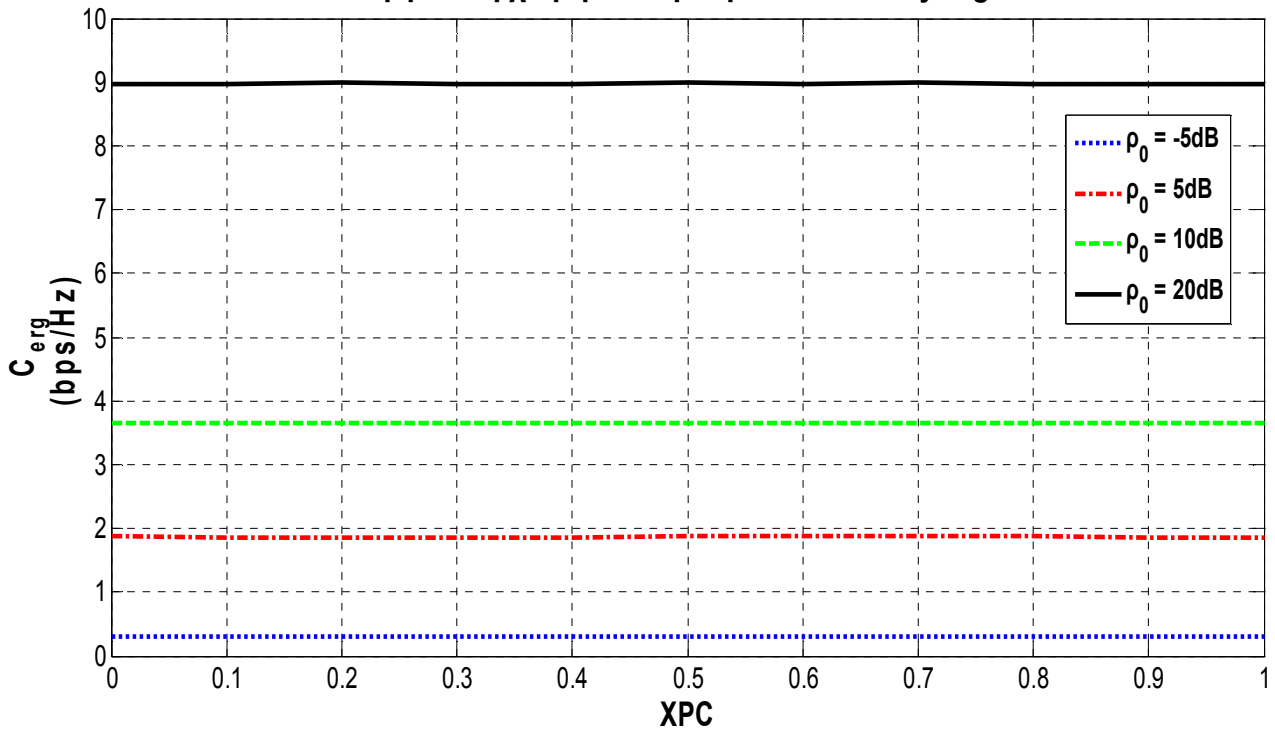
**Σχήμα 3.15:**  $XPR_{\pm 45^0}$  συναρτήσει του  $XPR_{TV}$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{TV}$  (dB),  $\rho_0 = 5\text{dB}$ , δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^0$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $XPR_{TV} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{TV} = 4\text{dB}$

### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο Rayleigh



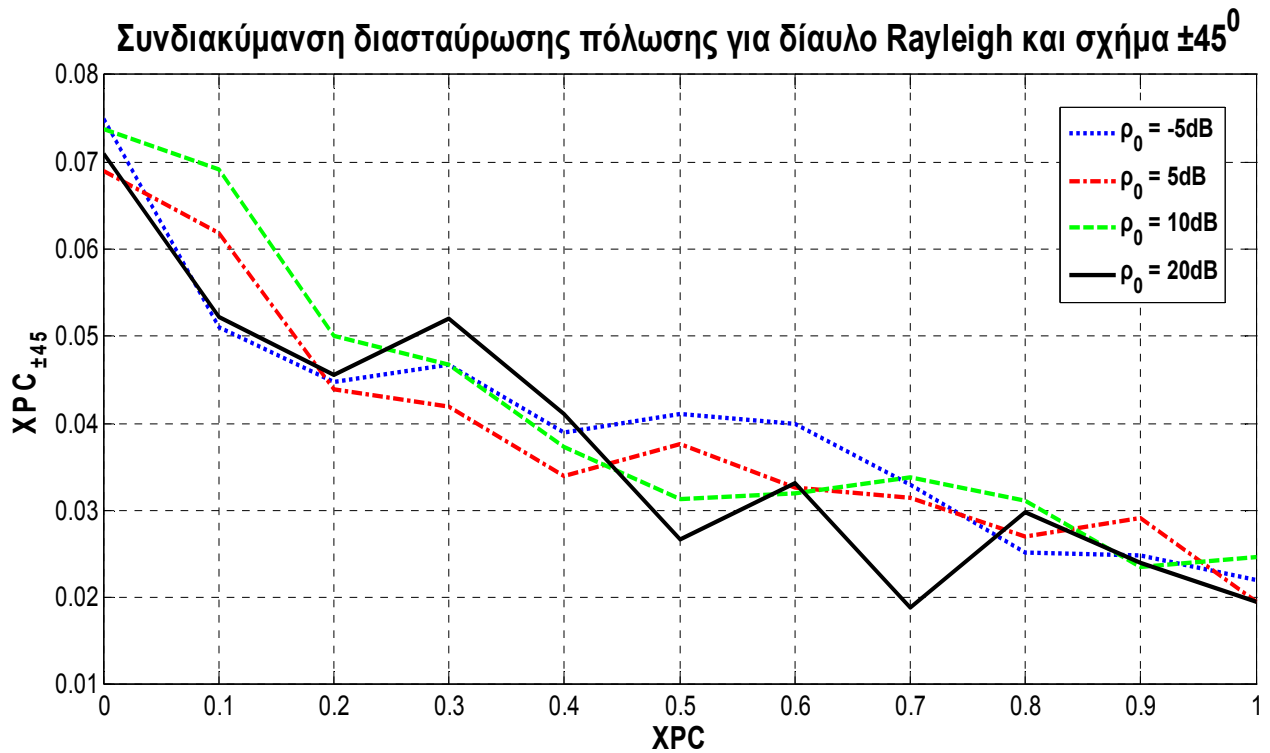
**Σχήμα 3.16:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του XPC για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $0/90^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPR_{iv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$  και  $CPR_v = 2\text{dB}$

### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο Rayleigh

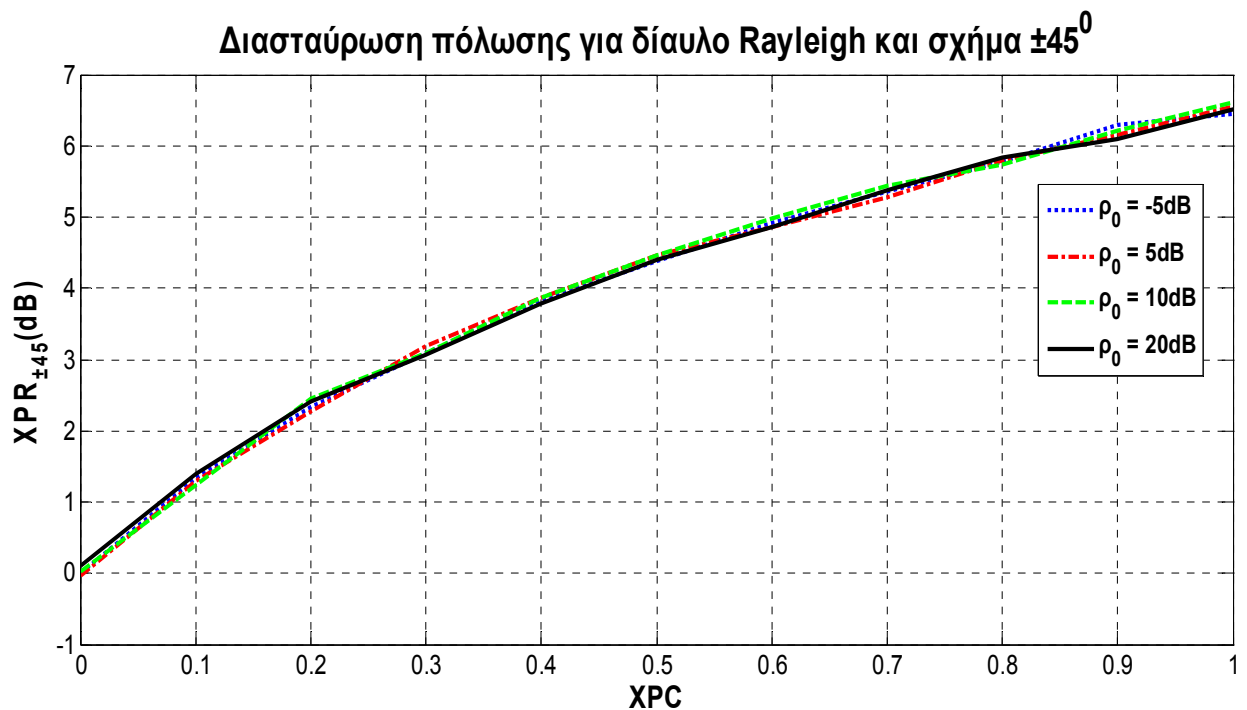


**Σχήμα 3.17:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του XPC για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPR_{iv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$  και  $CPR_v = 2\text{dB}$





**Σχήμα 3.18:**  $XPC_{\pm 45^0}$  συναρτήσει του  $XPC$  για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^0$  και τιμές των παραμέτρων  $XPR_{iv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$  και  $CPR_v = 2\text{dB}$



**Σχήμα 3.19:**  $XPR_{\pm 45^0}$  συναρτήσει του  $XPC$  για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^0$  και τιμές των παραμέτρων  $XPR_{iv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$  και  $CPR_v = 2\text{dB}$

Από πειραματικά δεδομένα προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας για το σχήμα  $0/90^0$  σε περιβάλλον διάδοσης *Rayleigh* [Oes2008]

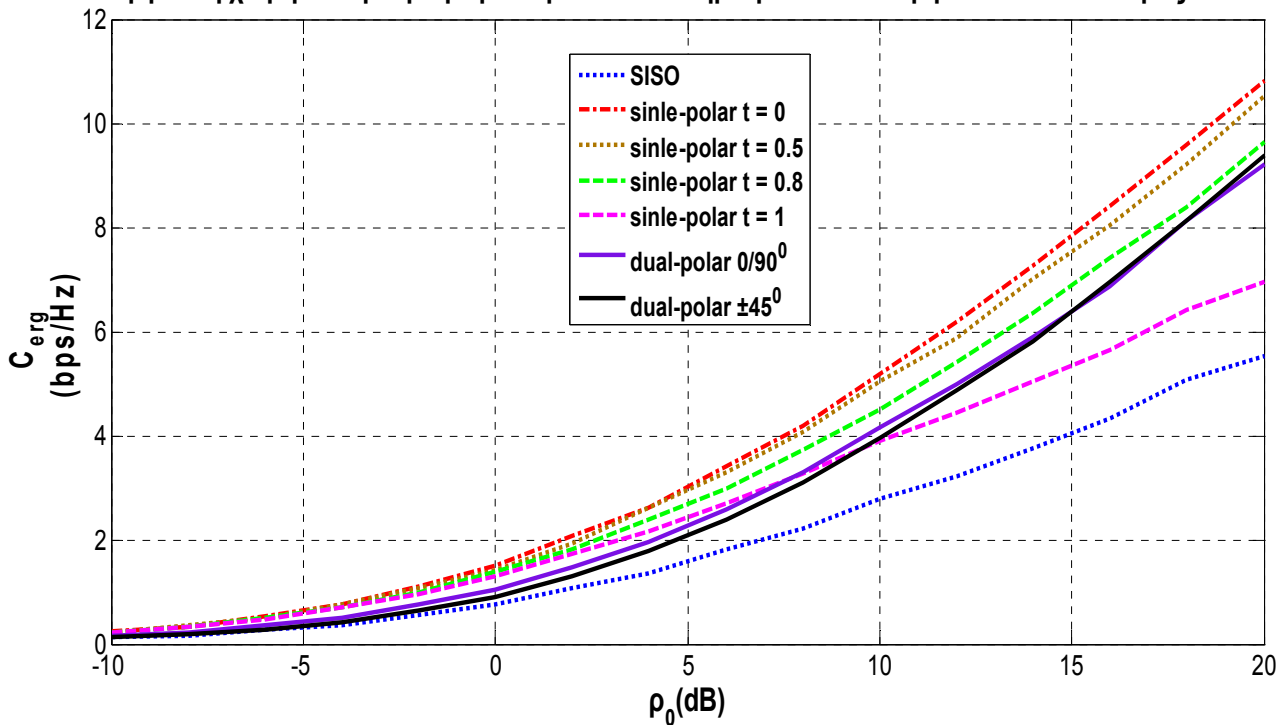
Περιβάλλον	Συχνότητα [GHz]	$XPR_{iv}$ [dB]	$XPR_{rv}$ [dB]	$CPR_v$ [dB]	$ XPC $	CPC/ APC
Αστικό Μικροκυψέλες	1.8	7	1.5	4 to 5.5	$\leq 0.3$	-
Αστικό NLOS Μικροκυψέλες	5.3	8	7.5	1.6	$\approx 0.3$	-
Αστικό NLOS Μακροκυψέλες	5.3	7.6	4 to 6	0.4	$\approx 0.3$	-
Αστικό Μακροκυψέλες	1.9	9	9	0	$\approx 0$	$\approx 0$

**Πίνακας 3.1:** Τιμές των παραμέτρων για διαφορετικές περιπτώσεις αστικού περιβάλλοντος

Στη συνέχεια δίνονται τα διαγράμματα της εργοδικής χωρητικότητας συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης για τις δύο περιπτώσεις του Πίνακα 3.1. που αναφέρονται σε συνθήκες *NLOS*, γεγονός που διασφαλίζει ότι  $K = 0$ , δηλαδή ο διάυλος είναι *Rayleigh*. Για το σύστημα SISO, η εργοδική χωρητικότητα δίνεται από την (2.39.β) όπου ως κέρδος του διαύλου  $h$  λαμβάνεται το πρώτο στοιχείο του πίνακα του διαύλου για το σύστημα απλής πόλωσης.

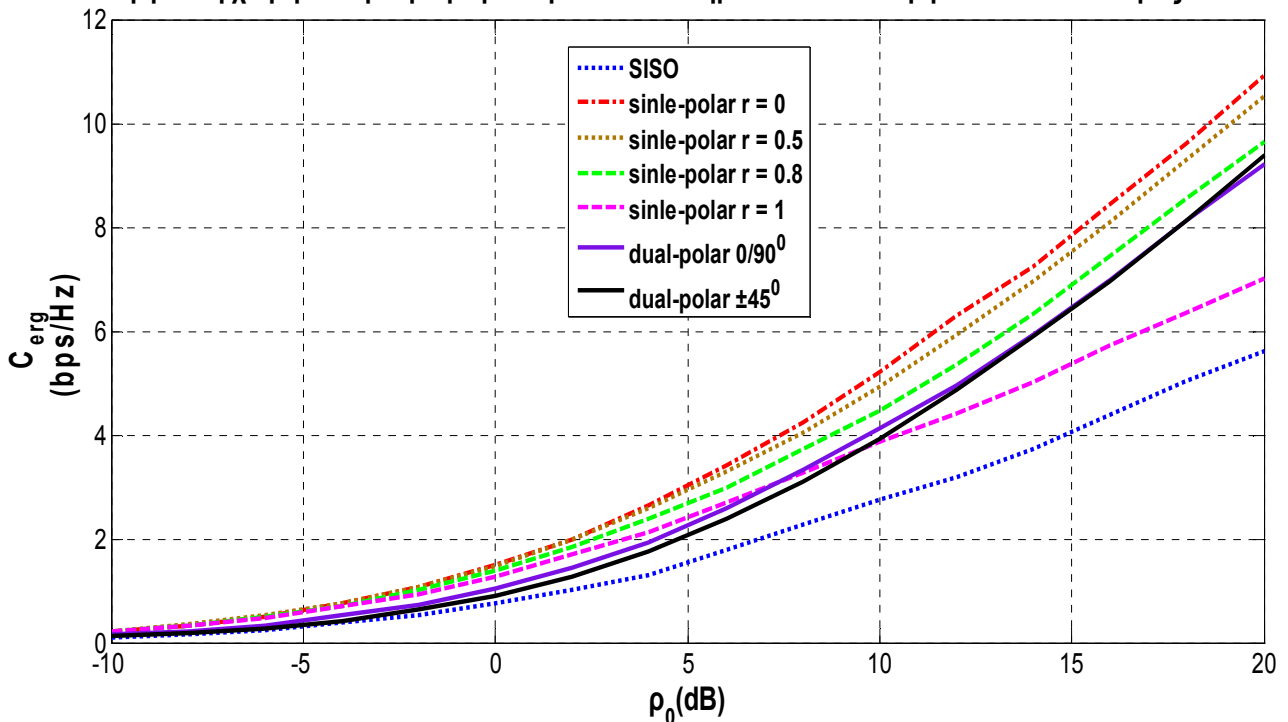
Από τα Σχήματα 3.20 - 3.25 προκύπτει ότι οι εργοδικές χωρητικότητες των δύο σχημάτων διπλής πόλωσης είναι ίδιες, προκειμένου για διάδοση σε διάυλο *Rayleigh*. Μάλιστα, η εργοδική χωρητικότητα για τα σχήματα διπλής πόλωσης είναι σχεδόν ανεξάρτητη των τιμών που χρησιμοποιήθηκαν για τις παραμέτρους  $XPC_{iv}$ ,  $XPC_{rv}$ ,  $XPR_{iv}$ ,  $XPR_{rv}$  και  $CPR_v$ . Αυτή η διαπίστωση αιτιολογείται από τα Σχήματα 3.9 – 3.19 όπου φαίνεται ότι για τις τιμές του Πίνακα 3.1 για σχήμα  $0/90^0$ , η μεταβολή της εργοδικής χωρητικότητας είναι της τάξης του 0.1dB ως προς το  $XPR_{iv}$  (Σχήμα 3.9), 0.3dB ως προς το  $XPR_{rv}$  (Σχήμα 3.9), 1dB ως προς το  $CPR_v$  (Σχήμα 3.13) και 0.2dB ως προς το  $XPC_v$  (Σχήμα 3.16). Αντίστοιχα, για σχήμα  $\pm 45^0$ , η μεταβολή της εργοδικής χωρητικότητας είναι της τάξης του 0.7dB ως προς το  $XPR_{iv}$  (Σχήμα 3.10) και 0dB ως προς τα  $XPR_{rv}$  (Σχήμα 3.10),  $CPR_v$  (Σχήμα 3.14) και  $XPC_v$  (Σχήμα 3.17). Επιπλέον, από τα Σχήματα 3.20, 3.21, 3.23 και 3.24 που αφορούν χωρική συσχέτιση σε μια από τις πλευρές εκπομπής ή λήψης, μόνο για τιμές αυτής κοντά στη μονάδα υπάρχει τιμή κατώφλιου για το σηματοθορυβικό λόγο λήψης άνω του οποίου το σύστημα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές της εργοδικής χωρητικότητας αυτών για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης. Από τα αντίστοιχα σχήματα για την περίπτωση χωρικής συσχέτισης και στις δύο πλευρές του συστήματος, αυτό το κατώφλιο γίνεται λίγο μικρότερο, παραμένοντας ωστόσο υψηλό και της τάξης του  $t=r=0.8$ . Συνεπώς, η χρησιμοποίηση συστήματος διπλής πόλωσης έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης σε διάυλο *Rayleigh* για την επίτευξη υψηλής τιμής της χωρητικότητας προτείνεται μόνο για υψηλές τιμές χωρικών συσχετίσεων και εξασφαλισμένη τιμή για το σηματοθορυβικό λόγο λήψης.

Εργοδική χωρητικότητα για μικροκυψελωτό σύστημα για αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS



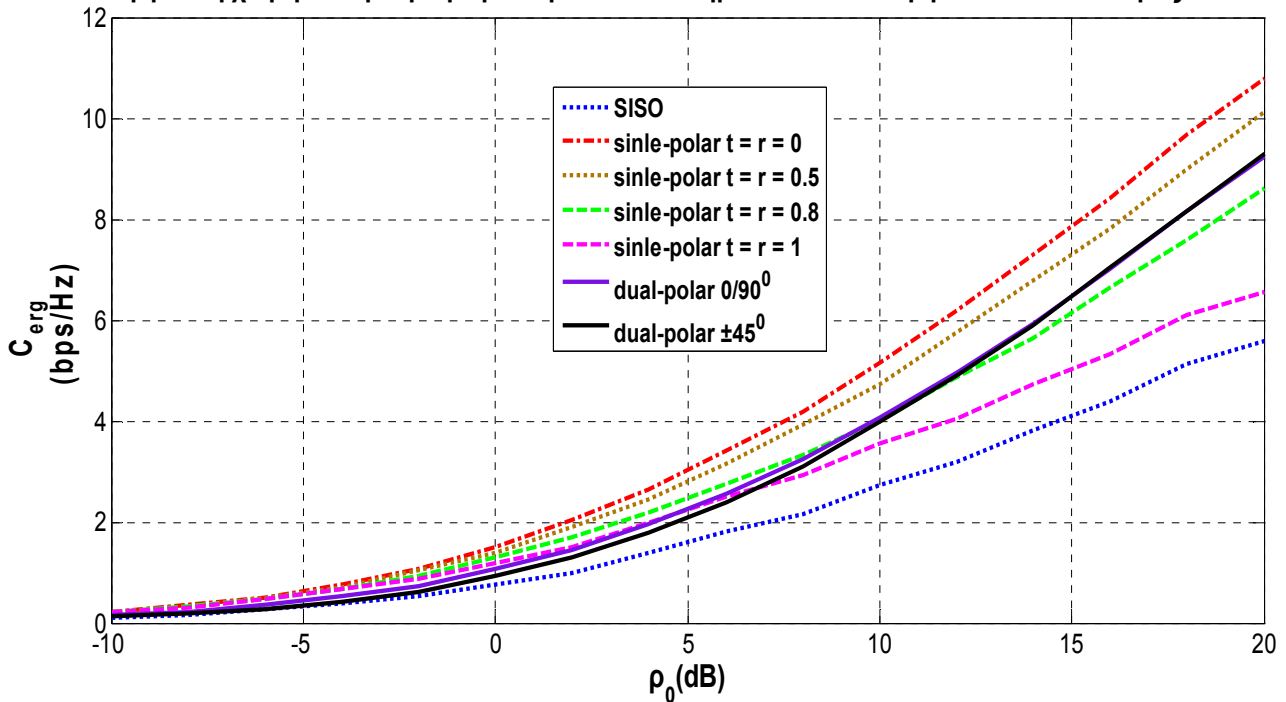
Σχήμα 3.20: Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS ( $XPR_{iv} = 8\text{dB}$ ,  $XPR_{rv} = 7.5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 1.6\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ ) και  $r = 0$

Εργοδική χωρητικότητα για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS



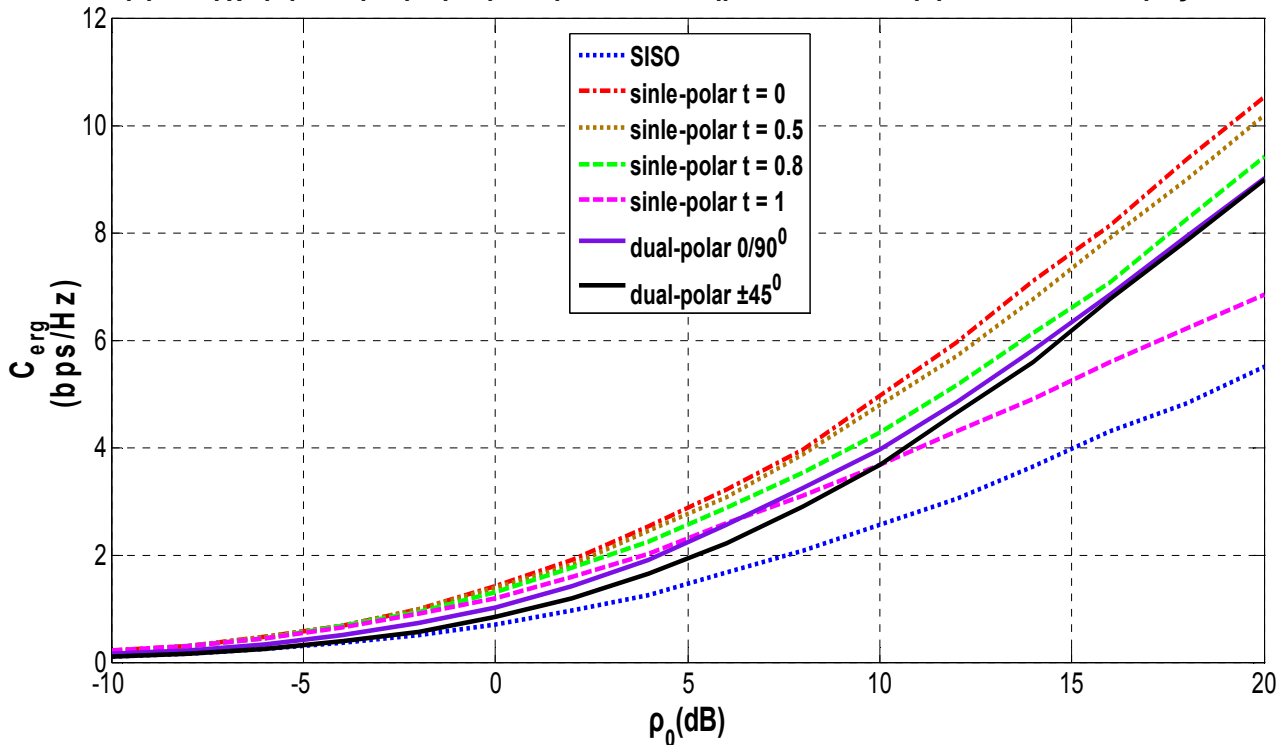
Σχήμα 3.21: Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS ( $XPR_{iv} = 7\text{dB}$ ,  $XPR_{rv} = 1.5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 5\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ ) και  $t = 0$

Εργοδική χωρητικότητα για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS



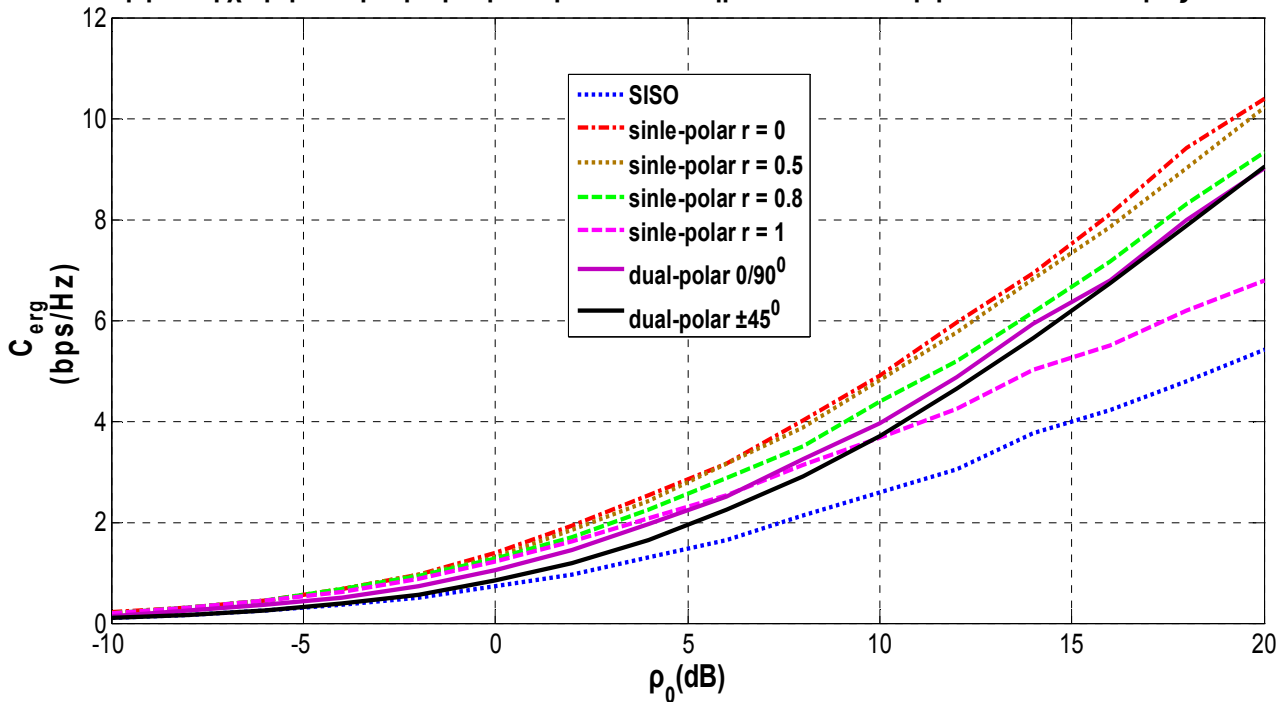
Σχήμα 3.22: Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS ( $XPR_{iv} = 7\text{dB}$ ,  $XPR_{iv} = 1.5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 5\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ )

Εργοδική χωρητικότητα για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS



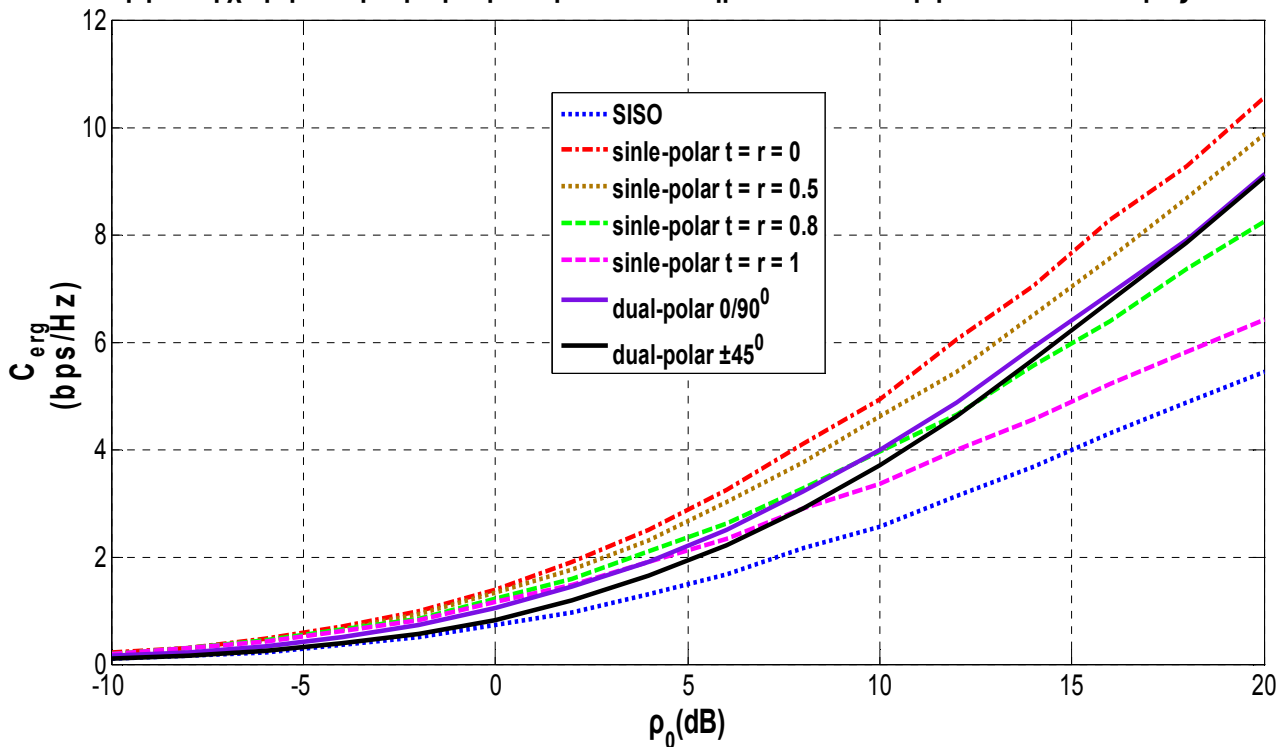
Σχήμα 3.23: Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS ( $XPR_{iv} = 7.6\text{dB}$ ,  $XPR_{iv} = 5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 0.4\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ ) για  $r = 0$

Εργοδική χωρητικότητα για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS



Σχήμα 3.24: Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS ( $XPR_{IV} = 7.6$  dB,  $XPR_{IV} = 5$  dB,  $CPR_V = 0.4$  dB και  $XPC = 0.3$ ) για  $t = 0$

Εργοδική χωρητικότητα για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS



Σχήμα 3.25: Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες NLOS ( $XPR_{IV} = 7.6$  dB,  $XPR_{IV} = 5$  dB,  $CPR_V = 0.4$  dB και  $XPC = 0.3$ )

### 3.5.2. Χωρητικότητα συστήματος διπλής πόλωσης για διάυλο μόνο οπτικής επαφής

Θεωρώντας τέλεια απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης για τις κεραίες εκπομπής, η σχέση (3.27) γράφεται

$$\bar{\mathbf{H}}_{x,a} = \bar{\mathbf{\Theta}} \approx \mathbf{M}_r = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\sqrt{\text{XPI}_r}} \\ \frac{1}{\sqrt{\text{XPI}_r}} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Υπενθυμίζεται ότι η έλλειψη σκεδαστών στο διάυλο έχει ως αποτέλεσμα, αφενός την ανεξαρτησία της επίδοσης του συστήματος διπλής πόλωσης είτε χρησιμοποιείται σχήμα  $0/90^\circ$  είτε σχήμα  $\pm 45^\circ$  και, αφετέρου τον απειρισμό της απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης του διαύλου. Συνεπώς, η (3.33) απλοποιείται στη σχέση

$$\rho = \rho_0 \frac{\text{XPI}_r}{\text{XPI}_r + 1} \quad (3.58)$$

Από τις (3.57) και (3.58), η εργοδική χωρητικότητα της (2.38) για σχήμα διπλής πόλωσης έρχεται στη μορφή

$$C_{\text{erg}} = \log_2 \left\{ \det \left( \mathbf{I}_2 + \frac{\rho_0}{2} \cdot \frac{\text{XPI}_r}{\text{XPI}_r + 1} \cdot \mathbf{M}_r \mathbf{M}_r^H \right) \right\} \quad (3.59)$$

ή, ισοδύναμα

$$C_{\text{erg}} = \log_2 \left[ 1 + \rho_0 + \rho_0^2 \left( \frac{1}{4} - \frac{\text{XPI}_r}{(1 + \text{XPI}_r)^2} \right) \right] \quad (3.59.a)$$

Από την (3.59.a) προκύπτει ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση του  $\text{XPI}_r$  με δεδομένο ότι  $\text{XPI}_r \geq 1 = 0\text{dB}$ , συμπεριφορά που επαληθεύεται από το Σχήμα 3.26.

Όταν  $\text{XPI}_r \rightarrow \infty$ , η (3.59.a) γίνεται

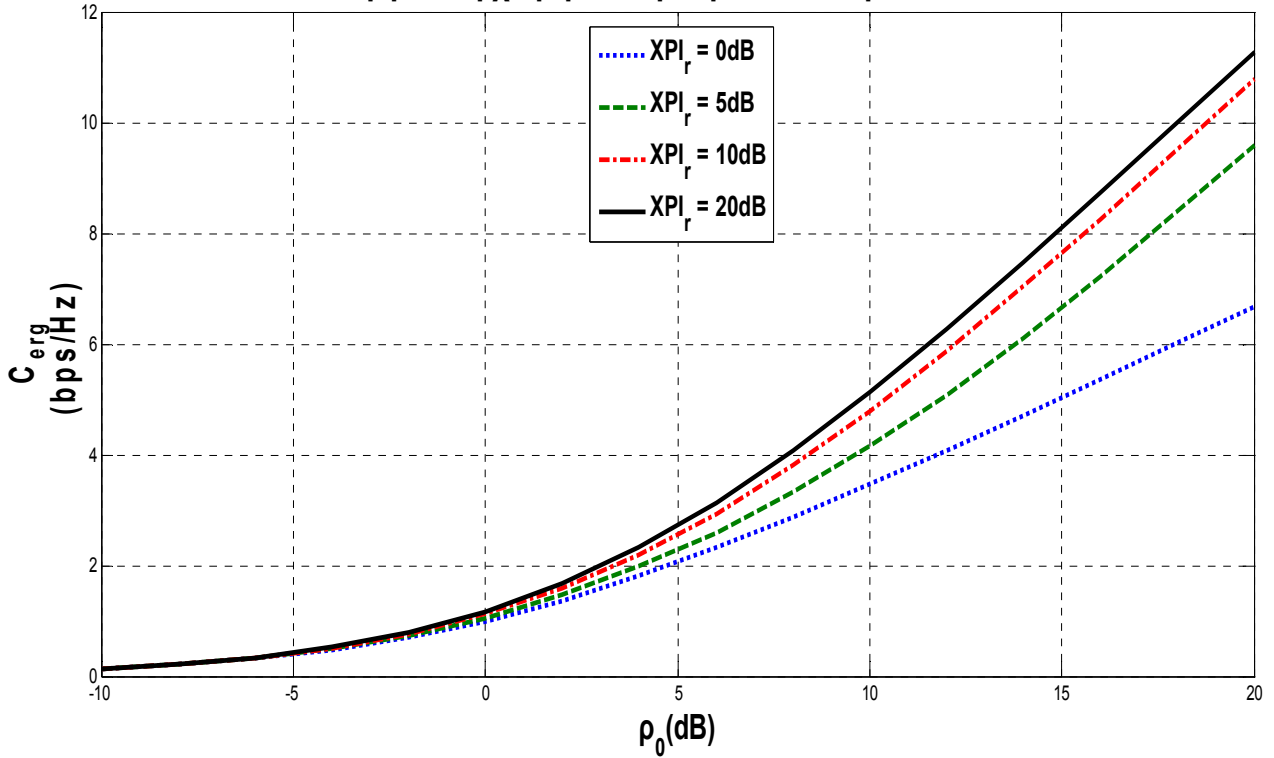
$$C_{\text{erg}} = 2 \log_2 \left( 1 + \frac{\rho_0}{2} \right) \quad (3.59.β)$$

ώστε να προκύπτει ίση με αυτήν που επιτυγχάνεται από δύο ανεξάρτητους μεταξύ τους διαύλους SISO.

Αντίστοιχα, όταν  $\text{XPI}_r = 1$ , η εργοδική χωρητικότητα γράφεται

$$C_{\text{erg}} = \log_2 (1 + \rho_0) \quad (3.59.γ)$$

### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο μόνο LOS



**Σχήμα 3.26:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για δίαυλο μόνο απευθείας συνιστώσας

Για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης, επειδή από την (3.57) προκύπτει  $\theta_{ww} = 1$ , ο πίνακας του διαύλου λόγω των (3.28.α) και (3.32) είναι

$$\bar{\mathbf{H}}_{sp} = \mathbf{1}_{2,2} \quad (3.60)$$

και η εργοδική χωρητικότητα στην περίπτωση αυτή από την (2.38) μέσω της σχέσης

$$C_{erg} = \log_2 \left\{ \det \left( \mathbf{I}_2 + \rho_0 \frac{XPI_r}{XPI_r + 1} \cdot \mathbf{1}_{2,2} \right) \right\} \quad (3.61)$$

ή, ισοδύναμα

$$C_{erg} = \log_2 \left( 1 + \rho_0 \frac{2 \cdot XPI_r}{XPI_r + 1} \right) \quad (3.61.a)$$

Από την (3.61.α) προκύπτει ότι στην περίπτωση που  $XPI_r = 1$ , η εργοδική χωρητικότητα για το σχήμα διπλής πόλωσης της (3.59.γ) ταυτίζεται με εκείνη για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης. Η χαμηλή τιμή της χωρητικότητας για  $XPI_r = 1$  για το σχήμα απλής πόλωσης αποδίδεται στην απώλεια της ισχύος λήψης που επιφέρει η συγκεκριμένη τιμή του  $XPI_r$  αφού οι κεραιές λήψης λαμβάνουν μόνο τη μισή ισχύ σήματος από αυτή που φθάνει στο δέκτη κατά την πόλωση που είναι προσανατολισμένες. Αντίστοιχα, για το σχήμα διπλής πόλωσης, αποδίδεται στη

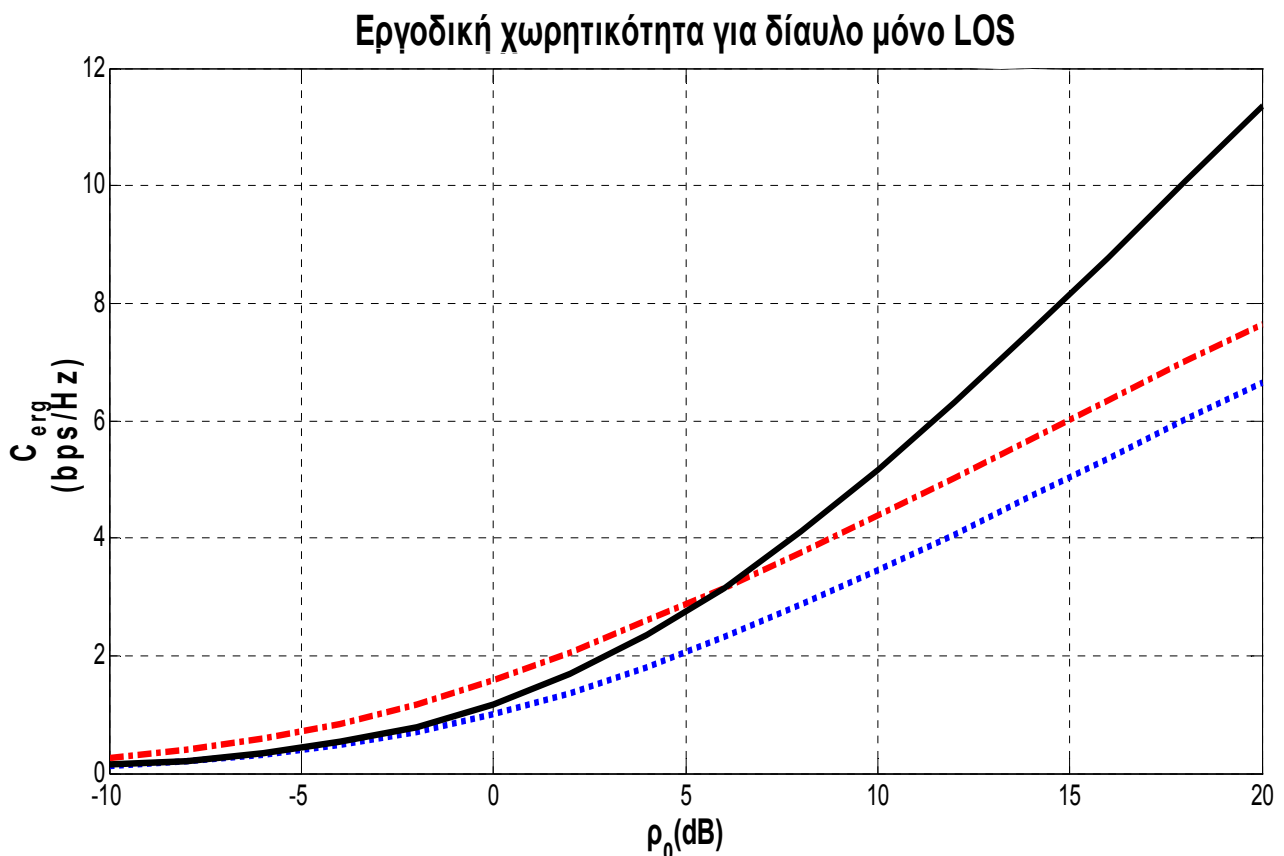
δυσκολία που έχουν οι κεραιές λήψης να διαχωρίσουν την πόλωση του σήματος που λαμβάνουν με αποτέλεσμα τη μείωση της τάξης του πίνακα του διαύλου στη μονάδα.

Όταν  $XPI_r \rightarrow \infty$ , η εργοδική χωρητικότητα για το σχήμα απλής πόλωσης δίνεται μέσω της σχέσης

$$C_{\text{erg}} = \log_2(1 + 2\rho_0) \quad (3.61.\beta)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (3.59.β) και (3.61.β) προκύπτει ότι για  $\rho_0 > 4 = 6\text{dB}$  το σχήμα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει μεγαλύτερη τιμή χωρητικότητας από ότι το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης (Σχήμα 3.27).

Το συμπέρασμα από την ανωτέρω ανάλυση είναι ότι στην περίπτωση διαύλου μόνο οπτικής επαφής, όταν η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών είναι υψηλή, το σχήμα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει αύξηση της τιμής της εργοδικής χωρητικότητας σε σύγκριση με το σχήμα απλής πόλωσης για σηματοθορυβικό λόγο λήψης μεγαλύτερου ενός κατωφλίου. Όσο το  $XPI_r$  τείνει στη μονάδα τόσο οι χωρητικότητες των δύο σχημάτων τείνουν να ταυτιστούν.



**Σχήμα 3.27:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για δίαυλο μόνο απευθείας συνιστώσας και  $XPI_r \rightarrow \infty$



### 3.5.3 Μέση πιθανότητα λάθους

Για την εκτίμηση της πιθανότητας λάθους θεωρείται ότι ο δέκτης χρησιμοποιεί αποκωδικοποιητή μεγίστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood, ML). Αν  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2]^T$  το διάνυσμα συμβόλων λήψης όπως προκύπτει από τη (2.4), ο δέκτης αποφασίζει για το διάνυσμα των συμβόλων  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2]^T$  που εκτέμφθηκαν μέσω της σχέσης [Nab]

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \left( \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \right) \quad (3.62)$$

δηλαδή ο αποκωδικοποιητής ML υπολογίζει την ποσότητα μεταξύ των παρενθέσεων στην (3.62) για όλα τα σύμβολα του αστερισμού. Για το λόγο αυτό είναι ο βέλτιστος αποκωδικοποιητής αλλά, από υπολογιστικής πλευράς, και ο πλέον επιβαρυντικός. Επιπλέον, προϋποθέτει ότι ο διάυλος είναι γνωστός στην πλευρά του δέκτη, ώστε να είναι γνωστός ο πίνακας  $\mathbf{H}$ .

Ως αστερισμός ορίζεται η απεικόνιση στο μιγαδικό επίπεδο των συμβόλων που δύναται να εκπέμψει ο πομπός. Η απεικόνιση εξαρτάται αφενός από το είδος της διαμόρφωσης και αφετέρου από τον αριθμό των bits που αντιστοιχούν σε κάθε σύμβολο.

Λόγω της σχέσης (2.4), η έκφραση μέσα στο όρισμα της (3.62) γράφεται  $\mathbf{H}\mathbf{e} + \mathbf{n}$  όπου το διάνυσμα λάθους ορίζεται μέσω της σχέσης

$$\mathbf{e} = \mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}} = [e_1 \ e_2]^T \quad (3.63)$$

Τα στοιχεία  $e_i \neq 0$  αντιστοιχούν σε διανύσματα απόστασης συμβόλων του αστερισμού. Αν με  $N_{\text{ολ}}$  συμβολισθεί το πλήθος των μη μηδενικών διανυσμάτων απόστασης μεταξύ δύο οποιονδήποτε συμβόλων του αστερισμού (η απόσταση μεταξύ των συμβόλων  $i$  και  $j$  μετρείται δύο φορές, μια από το  $i$  στο  $j$  και μια από το  $j$  στο  $i$ ) και με  $N_{e_i}$  συμβολισθεί το πλήθος των ίσων με  $e_i$  διανυσμάτων απόστασης, η πιθανότητα εμφάνισης του λάθους  $e_i$  είναι ίση με το λόγο

$$p(e_i) = \frac{N_{e_i}}{N_{\text{ολ}}}, \quad i = 1, 2 \quad (3.64)$$

Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η πιθανότητα εμφάνισης του διανύσματος λάθους  $\mathbf{e} \neq \mathbf{0}$  στον αστερισμό μέσω της σχέσης

$$p(\mathbf{e}) = \frac{N_{e_1} \cdot N_{e_2}}{N'_{\text{ολ}}} \quad (3.64.a)$$

όπου με  $N'_{\text{ολ}}$  ορίζεται το πλήθος των ζευγών διανυσμάτων απόστασης στον αστερισμό όπου τουλάχιστον το ένα δεν είναι μηδενικό. Στην περίπτωση αυτή τα λάθη χωρίζονται σε απλά ή διπλά ώστε

$$s(\mathbf{e}) = \begin{cases} 1, & e_1 \neq 0 \text{ ή } e_2 \neq 0 \\ 2, & e_1 \neq 0 \text{ \& } e_2 \neq 0 \end{cases} \quad (3.64.\beta)$$

Η πιθανότητα εμφάνισης του διανύσματος λάθους  $\mathbf{e}$  στην έξοδο του αποκωδικοποιητή του δέκτη γράφεται [Nab]

$$P(\mathbf{e}|\mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2}}\|\mathbf{g}\|\right) \quad (3.65)$$

όπου

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{e} \quad (3.65.\alpha)$$

και

$$Q(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2/2} dt \quad (3.65.\beta)$$

η ουρά Gauss.

Χρησιμοποιώντας το όριο *Chernoff* σύμφωνα με το οποίο  $Q(x) \leq e^{-x^2/2}$ , από την (3.65) προκύπτει το άνω όριο της ανωτέρω πιθανότητας λάθους από τη σχέση

$$P(\mathbf{e}|\mathbf{H}) \leq e^{-\frac{\rho}{4}\|\mathbf{g}\|^2} \quad (3.66)$$

όπου ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης δίνεται από την (3.33).

Από τις (3.64.α), (3.64.β) και (3.65), η μέση πιθανότητα λάθους για δεδομένο διάυλο γράφεται

$$P(\hat{s}_i \neq s_i | \mathbf{H}) = \sum_{\mathbf{e} \neq \mathbf{0}} \{p(\mathbf{e}) \cdot P(\mathbf{e}|\mathbf{H}) \cdot s(\mathbf{e})\} \quad i = 1,2 \quad (3.67)$$

### 3.5.3.1 Αποκωδικοποιητής ML για το σχήμα Alamouti

Το σχήμα πολυπλεξίας που μελετάται στην πλευρά εκπομπής (Transmit Diversity, TD) είναι το *Alamouti*. Στην περίπτωση αυτή, είναι γνωστό από την παράγραφο 2.4.1.1 ότι η χωροχρονική επεξεργασία των προς εκπομπή συμβόλων ορθογωνιοποιεί το διάυλο ώστε η διαδικασία απόφασης από τον αποκωδικοποιητή ML να γίνεται ξεχωριστά για καθένα από τα δύο σύμβολα που απαρτίζουν το διάνυσμα συμβόλων λήψης. Τότε, η σχέση με βάση την οποία λαμβάνεται η απόφαση γράφεται

$$\hat{s}_i = \underset{s}{\operatorname{argmin}} \left( \left| y_i - \|\mathbf{H}\|_F^2 s_i \right|^2 \right) \quad i = 1,2 \quad (3.68)$$

Επιπλέον, θεωρείται ότι όταν ένα σύμβολο  $s_i$  δεν αποκωδικοποιείται σωστά, η εκτίμηση του δέκτη  $\hat{s}_i$  είναι ένα από τα αμέσως γειτονικά στο  $s_i$  σημεία του αστερισμού, δηλαδή

$$|e_i| = d_{\min} \quad \text{όταν } e_i \neq 0 \quad i = 1,2 \quad (3.69)$$

όπου  $d_{\min}$  η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών σημείων στον αστερισμό.

Πλέον, η πιθανότητα να μη ληφθεί σωστά ένα σύμβολο για δεδομένο διάυλο  $\mathbf{H}$  δίνεται από τη σχέση [Nab]

$$P(\hat{s}_i \neq s_i | \mathbf{H}) \approx \bar{N}_e Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2} d_{\min}^2 \|\mathbf{u}\|^2}\right) \quad i = 1,2 \quad (3.70)$$

όπου  $\bar{N}_e$  ένα στοχαστικό μέγεθος γνωστό ως ο μέσος αριθμός των πλησιέστερων γειτόνων το οποίο αναφέρεται στον αστερισμό, και

$$\mathbf{u} = \text{vec}(\mathbf{H}^H) \quad (3.70.a)$$

Με χρήση του ορίου *Chernoff* προκύπτει το άνω όριο της σχέσης (3.70)

$$P(\hat{s}_i \neq s_i | \mathbf{H}) \leq \bar{N}_e e^{-\frac{\rho}{4} d_{\min}^2 \|\mathbf{u}\|^2} \quad (3.71)$$

### 3.5.3.2 Μέση πιθανότητα λάθους για διάυλο Rayleigh

Λαμβάνοντας τη μέση τιμή του δεξιού σκέλους της (3.66) ως προς τον πίνακα του διαύλου, αυτή προσαρμόζεται στη σχέση [Nab]

$$P(\mathbf{e}) \leq \prod_{i=1}^{r(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{g}}})} \frac{1}{1 + \frac{\rho}{4} \lambda_i} \quad (3.72)$$

όπου  $\lambda_i$  οι ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{g}}} = E[\tilde{\mathbf{g}}\tilde{\mathbf{g}}^H]$ ,  $r(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{g}}})$  η τάξη του και

$$\alpha) \tilde{\mathbf{g}} = \tilde{\mathbf{X}}\mathbf{e} \quad (3.73.a)$$

για σχήμα διπλής πόλωσης και θεωρώντας  $\tilde{\Theta} \approx \tilde{\mathbf{X}}$

$$\beta) \tilde{\mathbf{g}} = \tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2} \mathbf{e} \quad (3.73.β)$$

για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης

Από τη σχέση (3.72) προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερες είναι οι ιδιοτιμές του  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{g}}}$ ,

δηλαδή όσο μεγαλύτερο είναι το γινόμενο  $\prod_{i=1}^{r(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{g}}})} (1 + \frac{\rho}{4} \lambda_i)$  τόσο μικρότερο γίνεται το

άνω όριο της μέσης πιθανότητας λάθους για το διάνυσμα λάθους  $\mathbf{e}$ .

Σημειώνεται ότι η συνδιακύμανση  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{g}}} = E[\tilde{\mathbf{g}}\tilde{\mathbf{g}}^H]$  λαμβάνει υπόψη τόσο τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα του διαύλου όσο και εκείνες μεταξύ των στοιχείων του διανύσματος λάθους οι οποίες εξαρτώνται αφενός από τη χρησιμοποιούμενη διαμόρφωση και αφετέρου από τον αριθμό των bits που αντιστοιχούν ανά σύμβολο. Για την εύρεση σχέσεων με στόχο τη σύγκριση μεταξύ των σχημάτων απλής και διπλής πόλωσης θεωρείται η περίπτωση  $\rho\|\tilde{\mathbf{g}}\| \gg 1$ , όπου το  $\rho$  δίνεται από την (3.33). Τότε, το σχήμα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει μικρότερη τιμή για την πιθανότητα λάθους της (3.72) έναντι του σχήματος απλής πόλωσης όταν για εκείνο το γινόμενο  $\rho^2\lambda_1\lambda_2$  είναι μεγαλύτερο του αντίστοιχου γινομένου για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης. Ωστόσο, μια τέτοια ανάλυση ξεφεύγει από τους σκοπούς της παρούσας εργασίας. Αποδεικνύεται [Oes2008] ότι για το σχήμα απλής πόλωσης μεγάλες τιμές συσχέτισης στην πλευρά εκπομπής έχουν δυσμενέστερη επίδραση στη πιθανότητα λάθους  $\mathbf{e}$  από ότι μεγάλες τιμές συσχέτισης στην πλευρά του δέκτη. Συνεπώς, η επίδοση ενός συστήματος διαστάσεων 2X2 για δίαυλο *Rayleigh* βελτιώνεται αισθητά με τη χρήση σχημάτων διπλής πόλωσης όταν η χωρική συνδιακύμανση λαμβάνει τιμές υψηλότερες κάποιου κατωφλίου, αλλά μόνο όταν η χωρική συσχέτιση αναφέρεται στην πλευρά του πομπού. Όταν η χωρική συσχέτιση αναφέρεται στην πλευρά του δέκτη, η βελτίωση ακόμα και όταν επιτυγχάνεται είναι μικρή.

### 3.5.3.3 Μέση πιθανότητα λάθους για δίαυλο *Rayleigh* και σχήμα *Alamouti*

Λαμβάνοντας τη μέση τιμή του δεξιού μέλους της (3.71) ως προς τον πίνακα του διαύλου, αυτή προσαρμόζεται στη σχέση [Nab]

$$P(\hat{s}_i \neq s_i) \leq \bar{N}_e \prod_{i=1}^{r(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}})} \frac{1}{1 + \frac{\rho}{4} d_{\min}^2 \lambda_i} \quad (3.74)$$

όπου  $\lambda_i$  οι ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}} = E\{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}}^H\}$ ,  $r(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}})$  η τάξη του και

$$\alpha) \tilde{\mathbf{u}} = \text{vec}(\tilde{\mathbf{X}}^H) \quad (3.75.\alpha)$$

για σχήμα διπλής πόλωσης

$$\beta) \tilde{\mathbf{u}} = \text{vec}(\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^H) \quad (3.75.\beta)$$

για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης

Από τη σχέση (3.74) προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερο είναι το γινόμενο

$\prod_{i=1}^{r(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}})} (1 + \frac{\rho}{4} d_{\min}^2 \lambda_i)$  τόσο μικρότερο γίνεται το όριο της μέσης πιθανότητας λάθους της

(3.74). Λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό του  $\tilde{\mathbf{u}}$  από τις σχέσεις (3.75) προκύπτει ότι ο

πίνακας  $\mathbf{R}_{\bar{u}}$  είναι ο  $\mathbf{R}$  για την περίπτωση απλής πόλωσης και ο  $\mathbf{R}_x$  για την περίπτωση διπλής πόλωσης. Επιπλέον, ισχύει η σχέση

$$\prod_{i=1}^{r(\mathbf{R}_y)} \left(1 + \frac{\rho}{4} d_{\min}^2 \lambda_i\right) = \det(\mathbf{I}_4 + \rho_e \mathbf{R}_{\bar{u}}) \quad (3.76)$$

$$\text{όπου } \rho_e = \frac{\rho}{4} d_{\min}^2.$$

Συνεπώς, η μεγιστοποίηση του ανωτέρω γινομένου είναι ισοδύναμη με τη μεγιστοποίηση της ορίζουσας  $\det(\mathbf{I}_4 + \rho_e \mathbf{R})$  για την περίπτωση απλής πόλωσης και της ορίζουσας  $\det(\mathbf{I}_4 + \rho_e \mathbf{R}_x)$  για την περίπτωση διπλής πόλωσης. Για τη μελέτη της επίδοσης ενός σχήματος διπλής πόλωσης ως προς τη μέση πιθανότητα λάθους σε σύγκριση με το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης θεωρείται η περίπτωση  $\rho_e \|\mathbf{R}_x\|_F \gg 1$  και  $\rho_e \|\mathbf{R}\|_F \gg 1$  ώστε για την προαναφερθείσα σύγκριση να αρκεί ο υπολογισμός των ποσοτήτων  $\rho_e \det(\mathbf{R}_x)$  για σχήμα διπλής πόλωσης και  $\rho_e \det(\mathbf{R})$  για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης. Ακριβείς σχέσεις για τις δύο περιπτώσεις ξεφεύγουν από τους σκοπούς της παρούσας εργασίας. Αντί μιας θεωρητικής ανάλυσης, αποδίδεται διαγραμματικά η επίδραση των παραμέτρων  $XPC_v$ ,  $XPC_v$ ,  $XPR_{iv}$ ,  $XPR_{iv}$  και  $CPR_v$  στη μέση πιθανότητα λάθους για τα δύο σχήματα διπλής πόλωσης που μελετώνται. Γενικά, για το σχήμα  $0/90^\circ$ , λόγω της μικρής τιμής του  $XPC$  που χρησιμοποιείται στις γραφικές παραστάσεις (3.34) – (3.37), για την εξήγηση της συμπεριφοράς των γραφικών παραστάσεων θεωρείται ο πίνακας  $\mathbf{R}_{\bar{x}, 0/90^\circ}$  διαγώνιος ώστε η ορίζουσά του να προσεγγίζεται ως  $(XPR_{iv} \cdot XPR_{iv} \cdot CPR_v)^{-1}$  με βάση την (3.50). Αντίστοιχα, για το σχήμα  $\pm 45^\circ$ , η ορίζουσα του πίνακα  $\mathbf{R}_{\bar{x}, \pm 45^\circ}$  της (3.51) είναι μηδενική ώστε η πιθανότητα λάθους να προκύπτει μεγαλύτερη για το σχήμα  $\pm 45^\circ$  σε σύγκριση με το σχήμα  $0/90^\circ$  όπως φαίνεται από τα διαγράμματα που σχεδιάζονται συναρτήσει των παραμέτρων  $XPR_{iv}$ ,  $XPR_{iv}$  και  $XPC$ . Επιπλέον, η ανεξαρτησία της πιθανότητας λάθους για το σχήμα  $\pm 45^\circ$  από τα μεγέθη  $XPR_{iv}$ ,  $CPR_v$  και  $XPC$ , όπως φαίνεται από τα σχήματα 3.29, 3.31 και 3.33 αντίστοιχα, εξηγείται με τον ίδιο τρόπο που εξηγείται η ανεξαρτησία της εργοδικής χωρητικότητας από τα ίδια μεγέθη.

1) Πιθανότητα λάθους συναρτήσει των παραμέτρων  $XPR_{iv}$  και  $XPR_{iv}$

α) Από το Σχήμα 3.28 προκύπτει ότι η πιθανότητα λάθους είναι αύξουσα συνάρτηση του  $XPR_{iv}$  για το σχήμα  $0/90^\circ$  μέχρι την τιμή των 6dB οπότε και σταθεροποιείται. Η συμπεριφορά αυτή εξηγείται από το γεγονός ότι η αύξηση της τιμής του  $XPR_{iv}$  επιφέρει μείωση της ορίζουσας του πίνακα  $\mathbf{R}_{\bar{x}, 0/90^\circ}$ , ή, ισοδύναμα, αύξηση της πιθανότητας λάθους της σχέσης (3.74). Ωστόσο, επειδή η παράμετρος  $XPR_{iv}$  βρίσκεται στον παρονομαστή της ορίζουσας του πίνακα  $\mathbf{R}_{\bar{x}, 0/90^\circ}$ , η αύξηση άνω κάποιου κατωφλίου (στην προκειμένη περίπτωση των 6dB) δεν οδηγεί σε περαιτέρω

αύξηση της πιθανότητας λάθους. Όσον αφορά την παράμετρο  $XPR_{rv}$ , παρά το γεγονός ότι έχει την ίδια επίδραση στην τιμή της ορίζουσας του πίνακα  $\mathbf{R}_{\bar{x}, 0/90^0}$  με αυτήν του  $XPR_{rv}$ , η αύξησή της λειτουργεί θετικά στην επίτευξη μεγαλύτερης τιμής για τον ισοδύναμο σηματοθορυβικό λόγο λήψης της (3.54) ώστε η πιθανότητα λάθους να προκύπτει μέσω της (3.74) φθίνουσα συνάρτηση του μεγέθους  $XPR_{rv}$ .

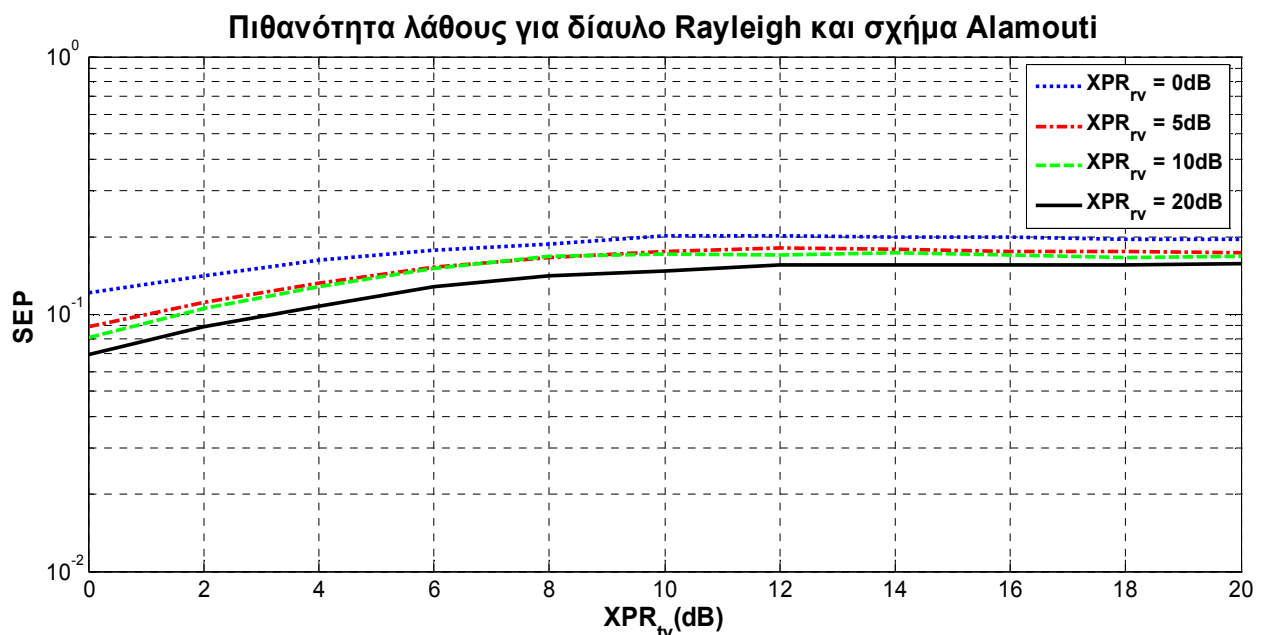
β) Από το Σχήμα 3.29 προκύπτει ότι η πιθανότητα λάθους είναι φθίνουσα συνάρτηση της παραμέτρου  $XPR_{rv}$ , καθώς όπως φαίνεται από την (3.12) συνεπάγεται την αύξηση του  $XPR_{\pm 45^0}$ , ή, ισοδύναμα, την αύξηση του ισοδύναμου σηματοθορυβικού λόγου λήψης με βάση την (3.54) που συνεπάγεται τη μείωση της πιθανότητας λάθους σύμφωνα με τη σχέση (3.74).

2) Πιθανότητα λάθους συναρτήσει της παραμέτρου  $CPR_v$

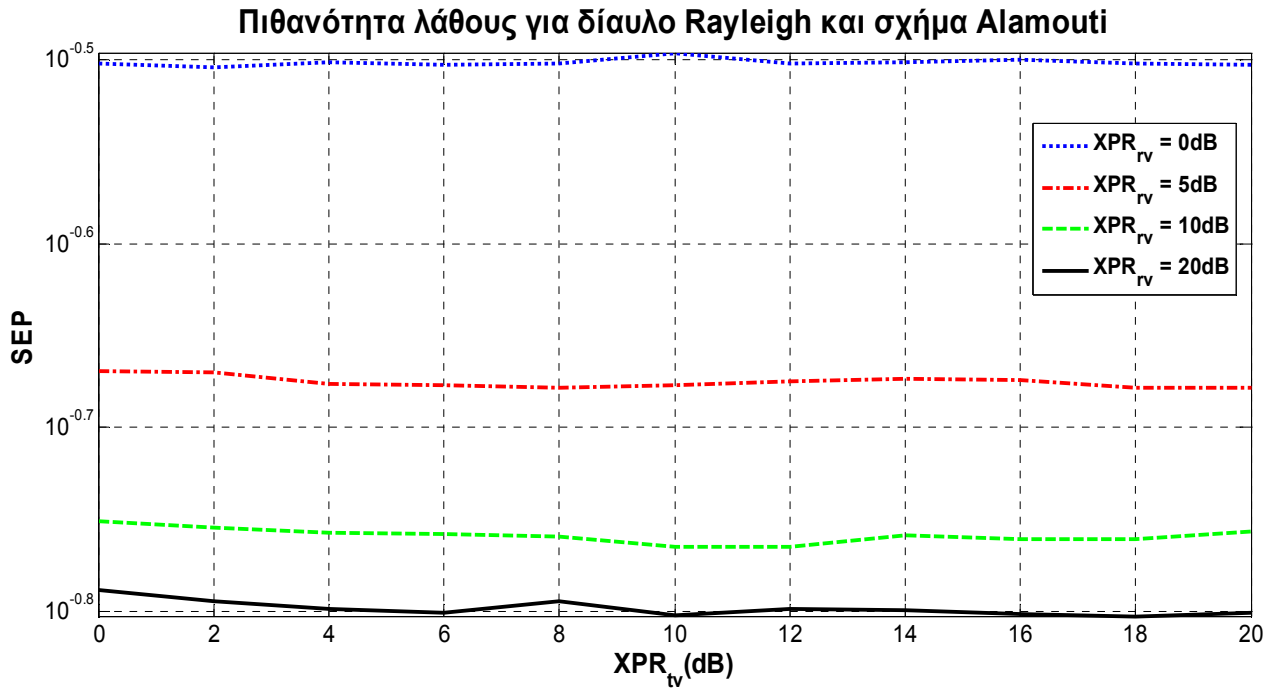
α) Από το Σχήμα 3.30 προκύπτει ότι η παράμετρος  $CPR_v$  επηρεάζει με τον ίδιο τρόπο την πιθανότητα λάθους όπως το  $XPR_{rv}$  για το σχήμα  $0/90^0$  καθώς η εξάρτηση της ορίζουσας του πίνακα  $\mathbf{R}_{\bar{x}, 0/90^0}$  από τις δύο παραμέτρους είναι της ίδιας μορφής.

3) Πιθανότητα λάθους συναρτήσει της παραμέτρου  $XPC = XPC_t = XPC_r$

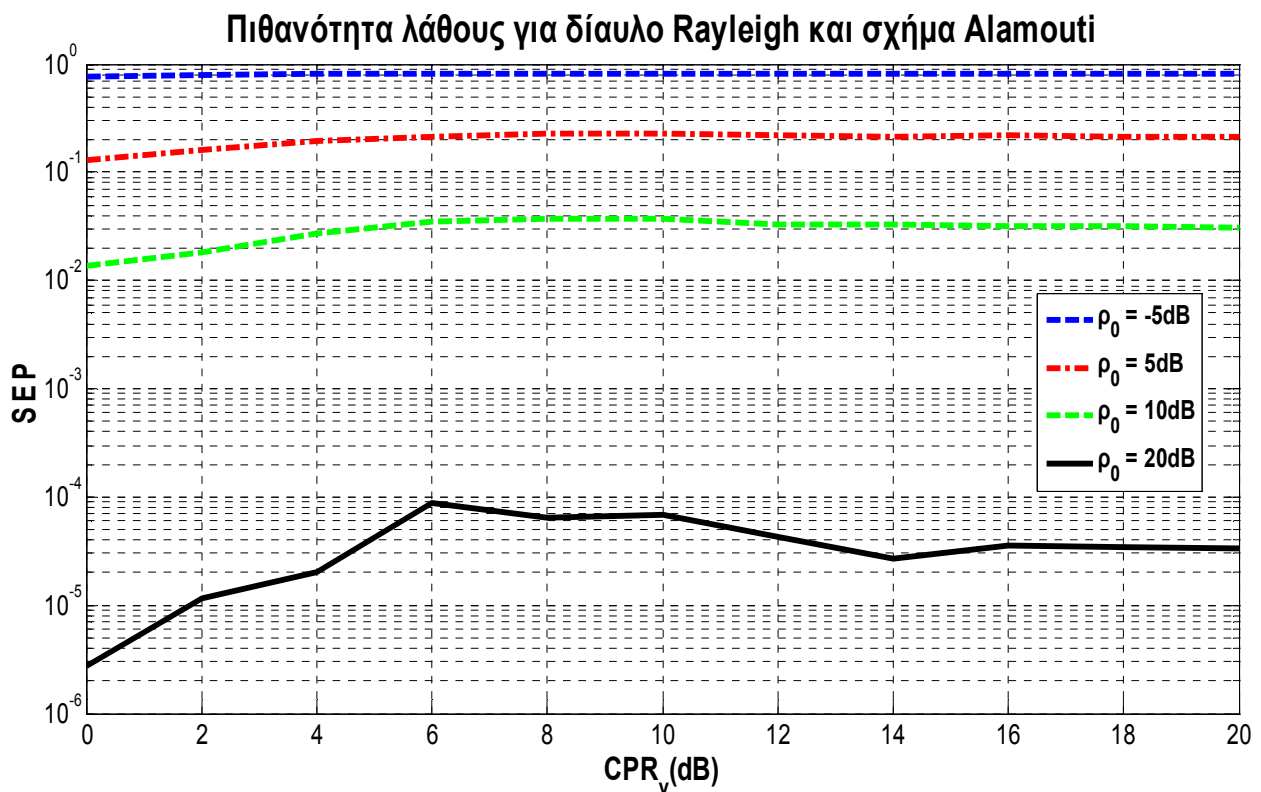
α) Από το Σχήμα 3.32 προκύπτει ότι η πιθανότητα λάθους είναι φθίνουσα συνάρτηση του  $XPC$  για το σχήμα  $0/90^0$ . Ωστόσο για τιμές  $XPC_v \leq 0.3$  όπως δίνονται από την (3.48), η πιθανότητα λάθους μπορεί να θεωρηθεί ανεξάρτητη του  $XPC_v$ .



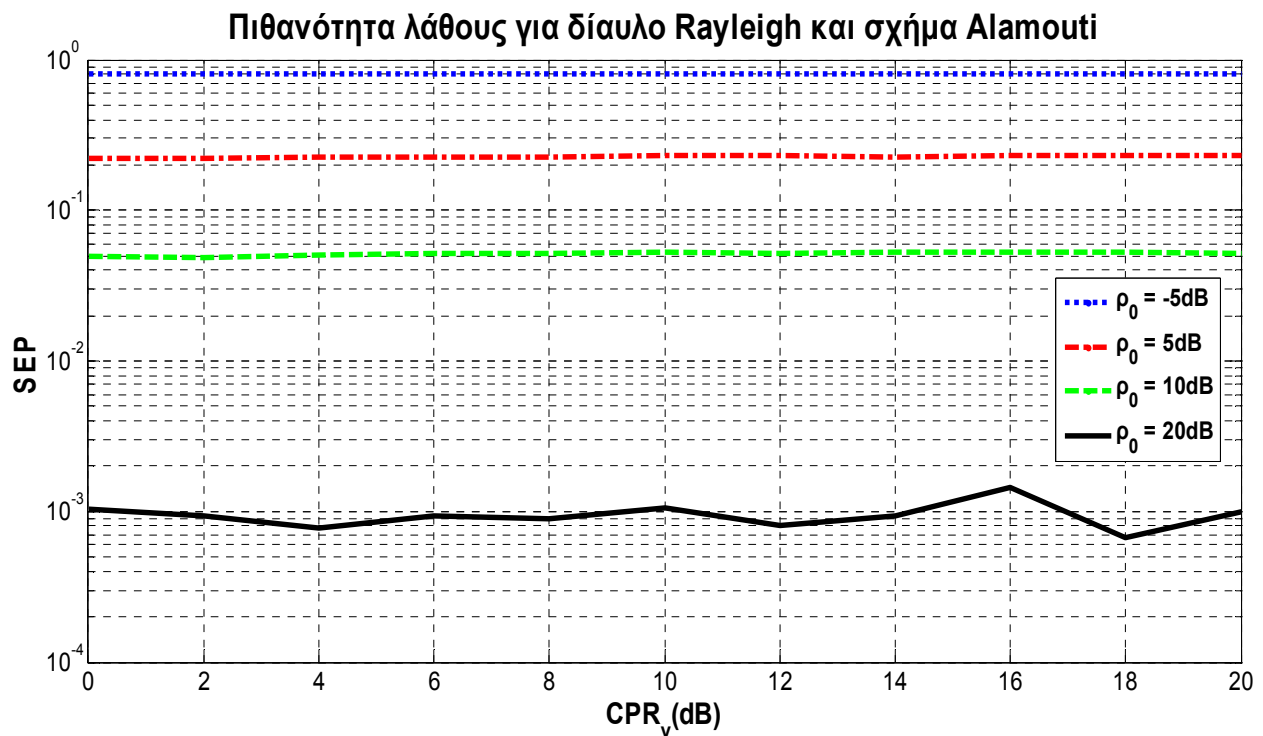
**Σχήμα 3.28:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του  $XPR_{rv}$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{rv}$  (dB),  $\rho_0 = 5$ dB, δίαυλο Rayleigh, σχήμα διπλής πόλωσης  $0/90^0$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $CPR_v = 2$ dB



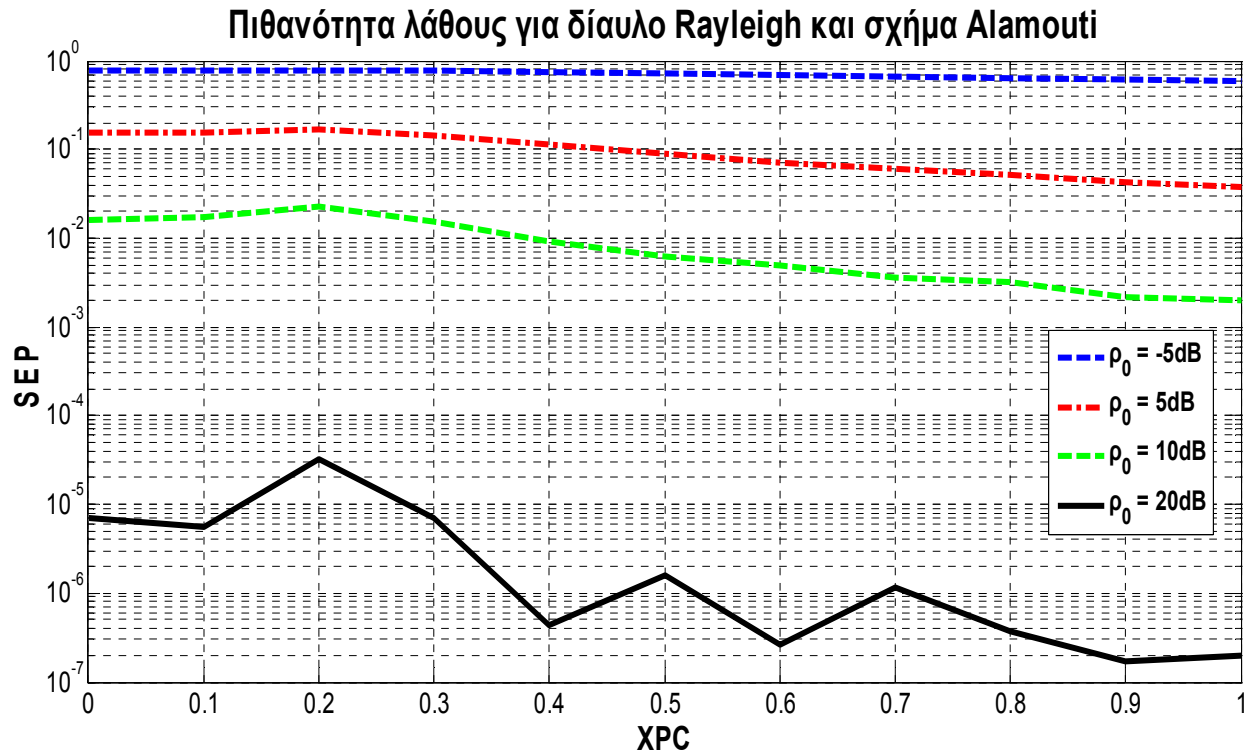
**Σχήμα 3.29:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του  $XPR_{tv}$  (dB) για διάφορες τιμές του  $XPR_{rv}$  (dB),  $\rho_0 = 5\text{dB}$ , δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $CPR_v = 2\text{dB}$



**Σχήμα 3.30:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του  $CPR_v$  (dB) για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $0/90^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $XPR_{tv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$

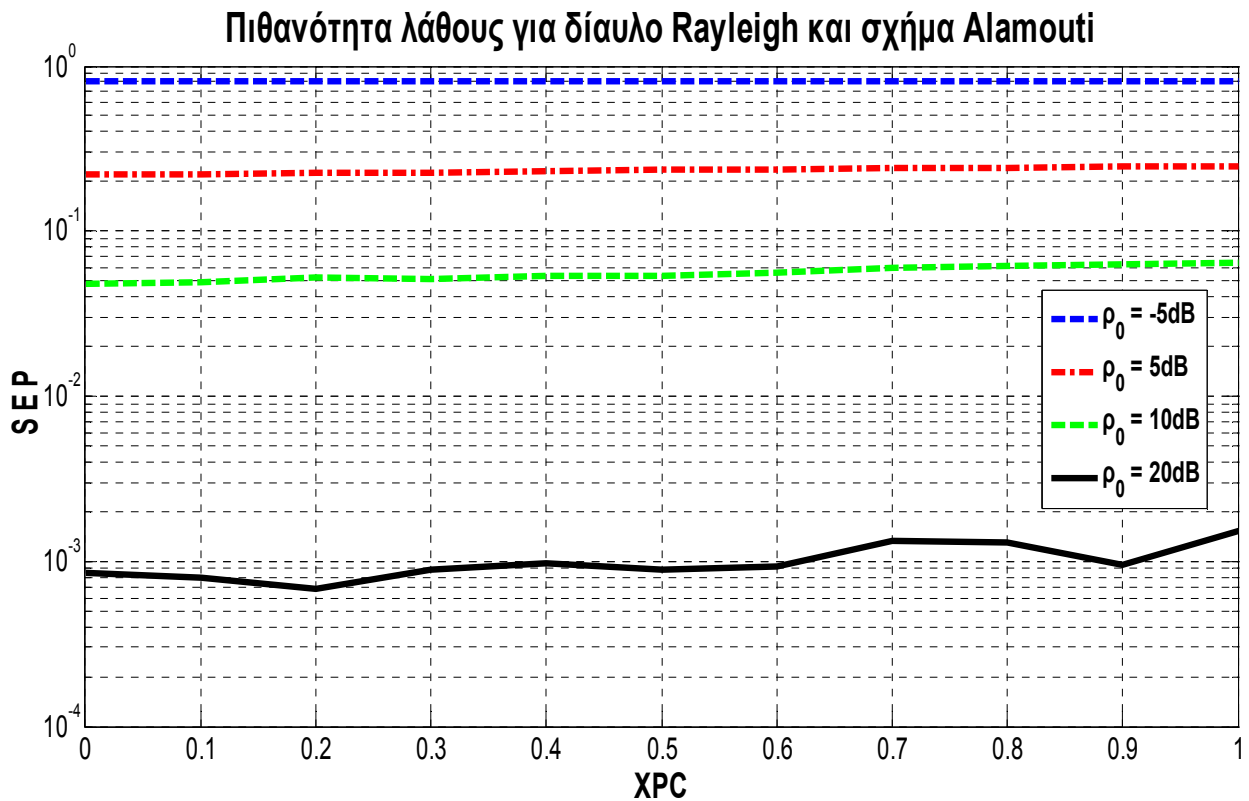


**Σχήμα 3.31:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του  $CPR_v$  (dB) για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPC_t = XPC_r = 0.15$ ,  $XPR_{iv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$



**Σχήμα 3.32:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του XPC για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $0/90^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPR_{iv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$  και  $CPR_v = 2\text{dB}$

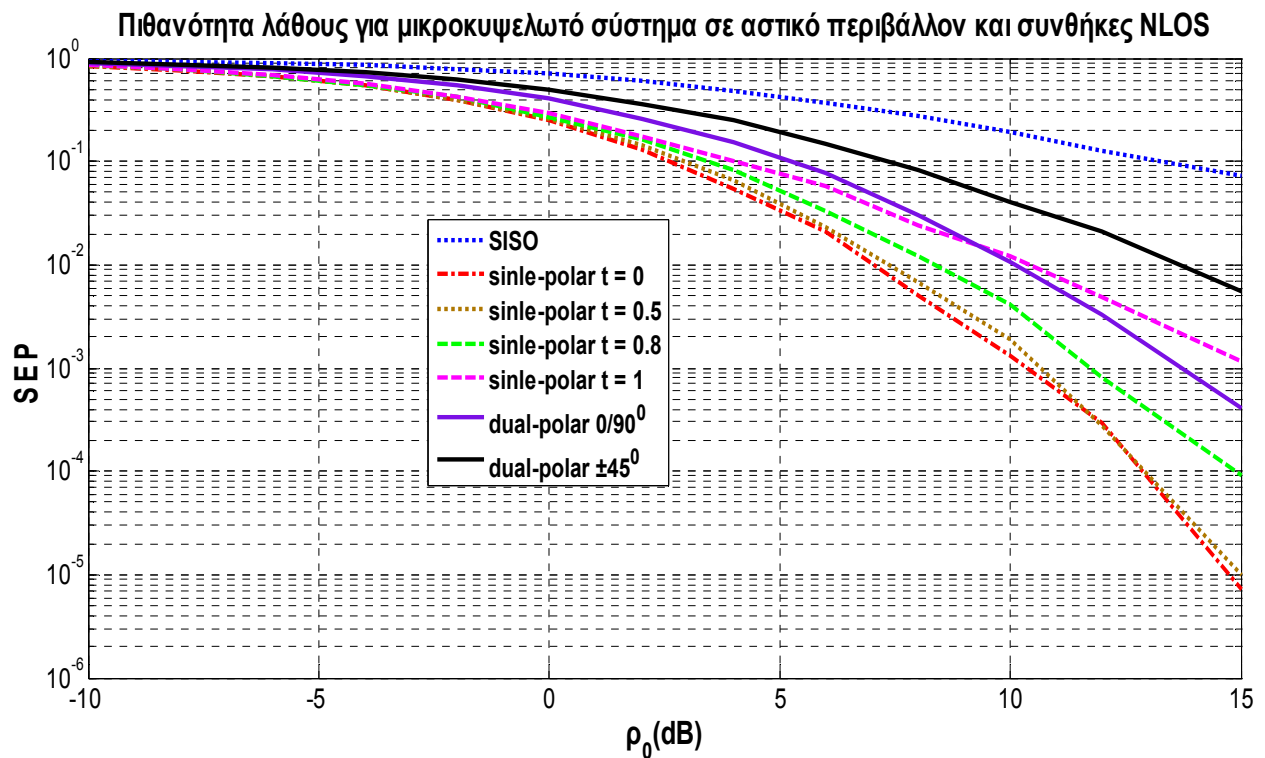




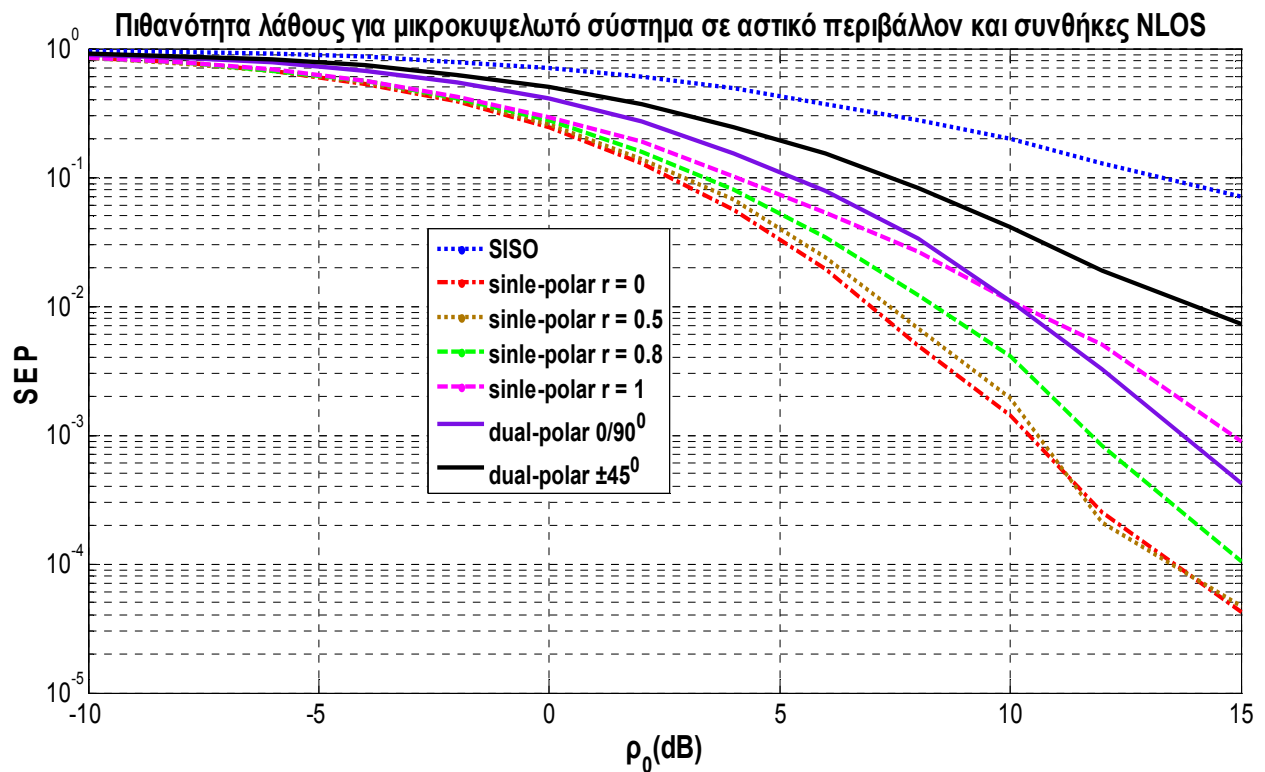
**Σχήμα 3.33:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του XPC για διάφορες τιμές του  $\rho_0$  (dB), δίαυλο *Rayleigh*, σχήμα διπλής πόλωσης  $\pm 45^\circ$  και τιμές των παραμέτρων  $XPR_{iv} = 7\text{dB}$  και  $XPR_{rv} = 4\text{dB}$  και  $CPR_v = 2\text{dB}$

Αντίστοιχα με την εργοδική χωρητικότητα, σχεδιάζονται τα διαγράμματα πιθανότητας λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης για σχήμα *Alamouti* για τις δύο περιπτώσεις του Πίνακα 3.1 που αναφέρονται σε συνθήκες διάδοσης *NLOS*. Από τα Σχήματα 3.34 – 3.39 φαίνεται ότι για το σχήμα  $0/90^\circ$  επιτυγχάνεται μικρότερη τιμή της πιθανότητας λάθους σε σύγκριση με το σχήμα  $\pm 45^\circ$ , γεγονός που, όπως ήδη αναφέρθηκε, οφείλεται στη μεγαλύτερη ορίζουσα του πίνακα  $\mathbf{R}_{\bar{x}, 0/90^\circ}$  της (3.50) σε σύγκριση με αυτή του πίνακα  $\mathbf{R}_{\bar{x}, \pm 45^\circ}$  της (3.51).

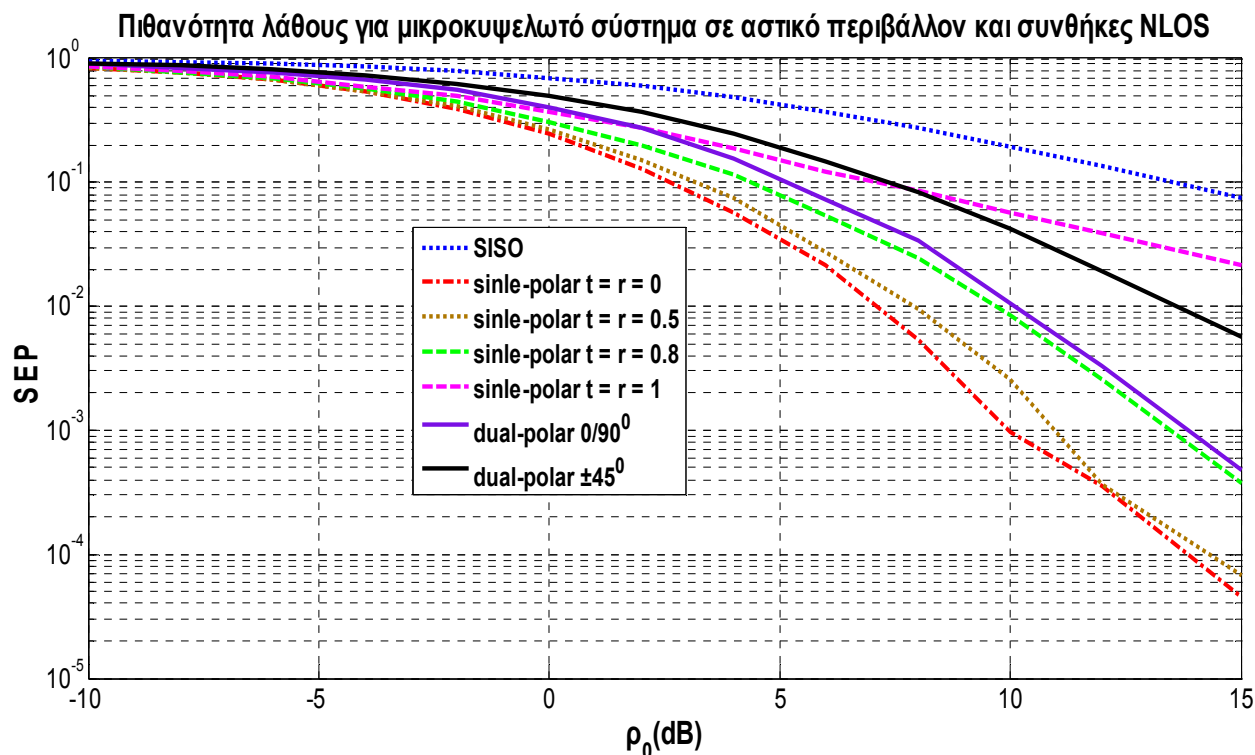
Μάλιστα, το σχήμα  $\pm 45^\circ$  επιτυγχάνει μικρότερη τιμή της πιθανότητας λάθους από το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης μόνο για τιμές συσχέτισης τόσο στην πλευρά εκπομπής όσο και στην πλευρά λήψης κοντά στη μονάδα (Σχήματα 3.36 και 3.39). Συνεπώς δεν συνιστάται ως λύση για την αύξηση του διαφορικού κέρδους. Αντίθετα, προς αυτή την κατεύθυνση συνιστάται η χρησιμοποίηση του σχήματος  $0/90^\circ$ , όταν η χωρική συσχέτιση είναι υψηλή είτε στην πλευρά εκπομπής είτε στην πλευρά λήψης (όχι όμως απαραίτητα και στις δύο ταυτόχρονα) καθώς επιτυγχάνει μικρότερες τιμές πιθανότητας λάθους από το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης. Σημειώνεται ότι όπως φαίνεται από τα σχήματα, η ύπαρξη χωρικής συσχέτισης στην πλευρά του πομπού έχει την ίδια επίδραση στη μέση πιθανότητα λάθους με την ύπαρξη χωρικής συσχέτισης στην πλευρά του δέκτη. Αυτό το συμπέρασμα αιτιολογείται από το γεγονός ότι η ορθογωνιοποίηση του διαύλου που επιτυγχάνεται με το σχήμα *Alamouti* σημαίνει πρακτικά ότι ο δίαυλος φαίνεται ίδιος είτε τον κοιτάζει κανείς από την πλευρά εκπομπής προς την πλευρά λήψης είτε αντίστροφα.



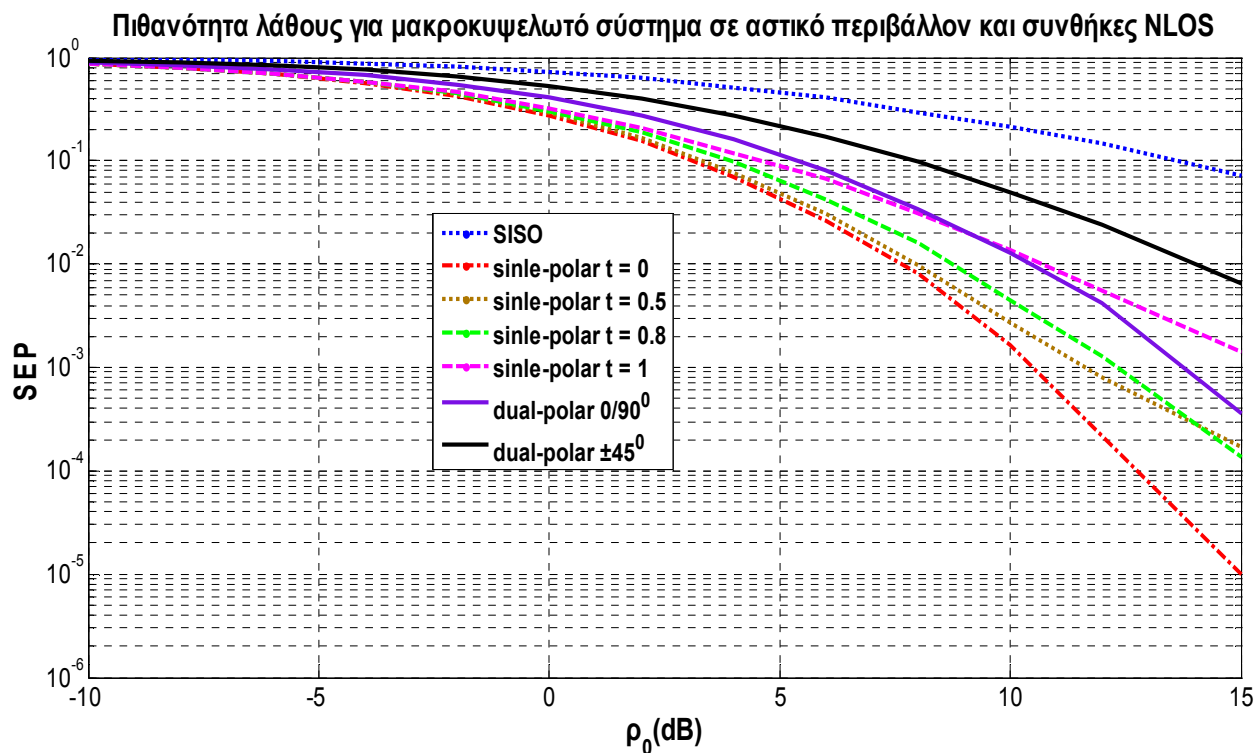
**Σχήμα 3.34:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες *NLOS* ( $XPR_{iv} = 8\text{dB}$ ,  $XPR_{rv} = 7.5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 1.6\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ ) και  $r = 0$



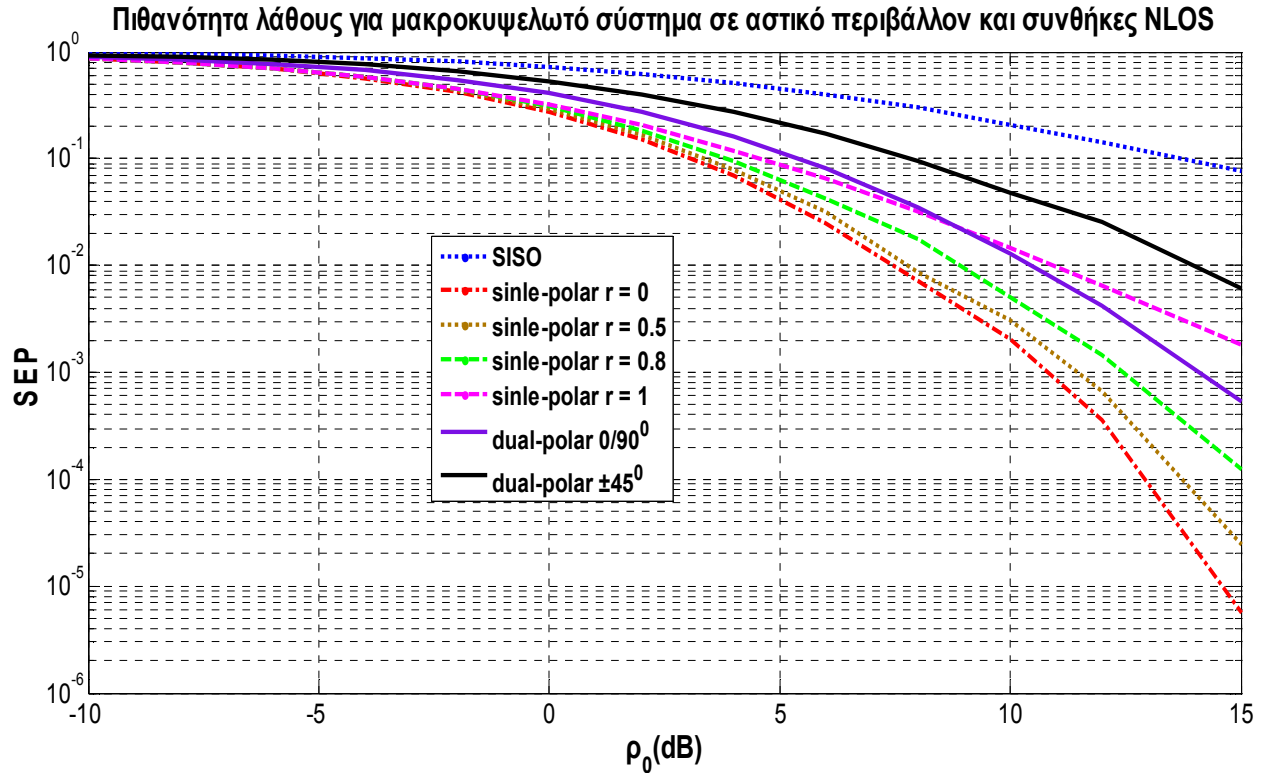
**Σχήμα 3.35:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες *NLOS* ( $XPR_{iv} = 8\text{dB}$ ,  $XPR_{rv} = 7.5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 1.6\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ ) και  $t = 0$



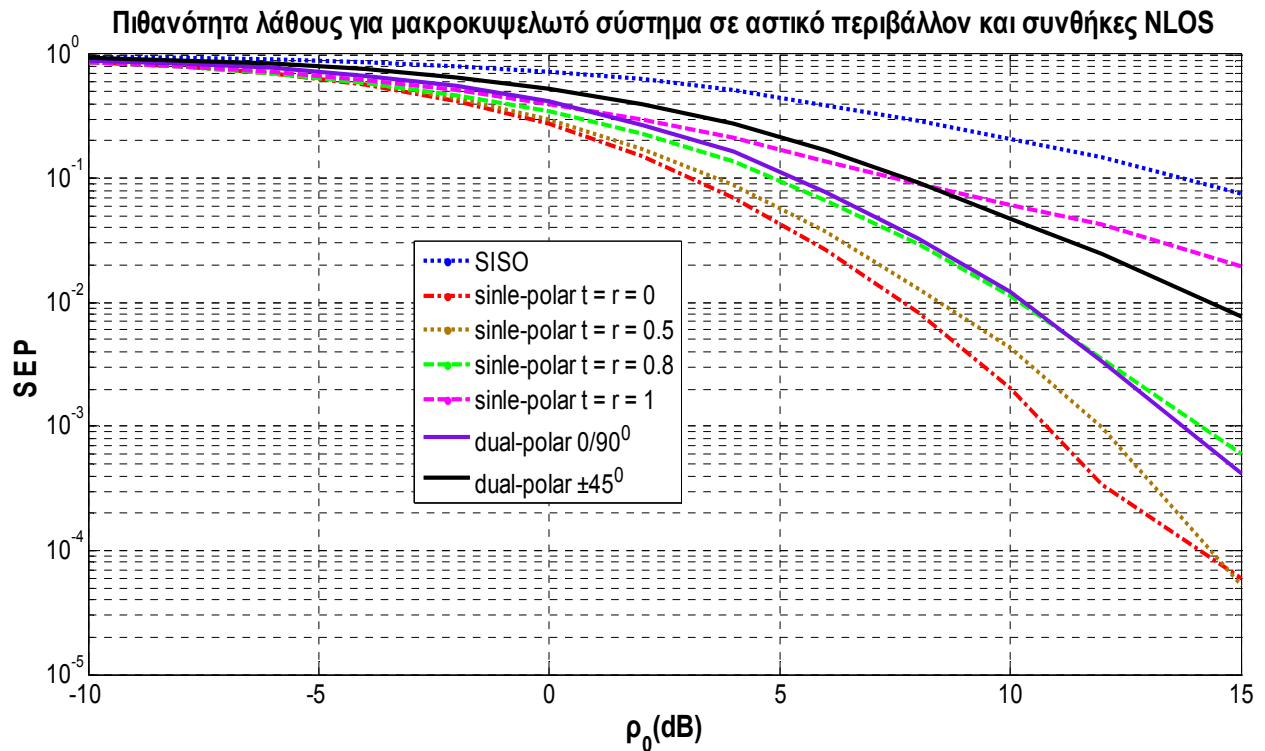
**Σχήμα 3.36:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μικροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες *NLOS* ( $XPR_{tv} = 8\text{dB}$ ,  $XPR_{rv} = 7.5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 1.6\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ )



**Σχήμα 3.37:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες *NLOS* ( $XPR_{tv} = 7.6\text{dB}$ ,  $XPR_{rv} = 5\text{dB}$ ,  $CPR_v = 0.4\text{dB}$  και  $XPC = 0.3$ ) για  $r = 0$



**Σχήμα 3.38:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες *NLOS* ( $XPR_{tv} = 7.6$  dB,  $XPR_{rv} = 5$  dB,  $CPR_v = 0.4$  dB και  $XPC = 0.3$ ) για  $t = 0$



**Σχήμα 3.39:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  (dB) για μακροκυψελωτό σύστημα σε αστικό περιβάλλον και συνθήκες *NLOS* ( $XPR_{tv} = 7.6$  dB,  $XPR_{rv} = 5$  dB,  $CPR_v = 0.4$  dB και  $XPC = 0.3$ )

### 3.5.3.4 Μέση πιθανότητα λάθους για διάυλο μόνο οπτικής επαφής

Όπως και κατά τη μελέτη της εργοδικής χωρητικότητας, θεωρείται τέλεια απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης για τις κεραίες εκπομπής ώστε ο πίνακας του διαύλου για το σχήμα διπλής πόλωσης να δίνεται από την (3.57) και για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης από την (3.60). Χρησιμοποιώντας αποκωδικοποιητή ML στο δέκτη, η πιθανότητα λανθασμένης απόφασης γράφεται προσαρμόζοντας τις σχέσεις (3.70) και (3.71) με χρήση των σχέσεων

$$\alpha) \bar{\mathbf{g}} = \mathbf{M}_r \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{\text{XPI}_r}} \mathbf{e}_2 \\ \frac{1}{\sqrt{\text{XPI}_r}} \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} \quad (3.77.\alpha)$$

για σχήμα διπλής πόλωσης

$$\beta) \bar{\mathbf{g}} = \mathbf{1}_{2,2} \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} \quad (3.77.\beta)$$

για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης

Με απλή παρατήρηση φαίνεται ότι για  $\text{XPI}_r = 1$  τα δύο σχήματα έχουν την ίδια επίδοση ως προς τη μέση πιθανότητα λάθους. Περαιτέρω ανάλυση ξεφεύγει από τους σκοπούς της παρούσας εργασίας.

### 3.5.3.5 Μέση πιθανότητα λάθους για διάυλο μόνο οπτικής επαφής και σχήμα Alamouti

Χρησιμοποιώντας αποκωδικοποιητή ML στο δέκτη, η πιθανότητα λάθους απόφασης γράφεται προσαρμόζοντας τις σχέσεις (3.70) και (3.71) με χρήση των σχέσεων

$$\alpha) \mathbf{u} = \text{vec}(\mathbf{M}_r) \quad (3.78.\alpha)$$

για σχήμα διπλής πόλωσης με χρήση της (3.57)

$$\beta) \bar{\mathbf{u}} = \text{vec}(\mathbf{1}_{2,2}) = \mathbf{1}_{4,1} \quad (3.78.\beta)$$

για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης με χρήση της (3.60)

Πλέον, για τα μέτρα των διανυσμάτων των σχέσεων (3.78) προκύπτει

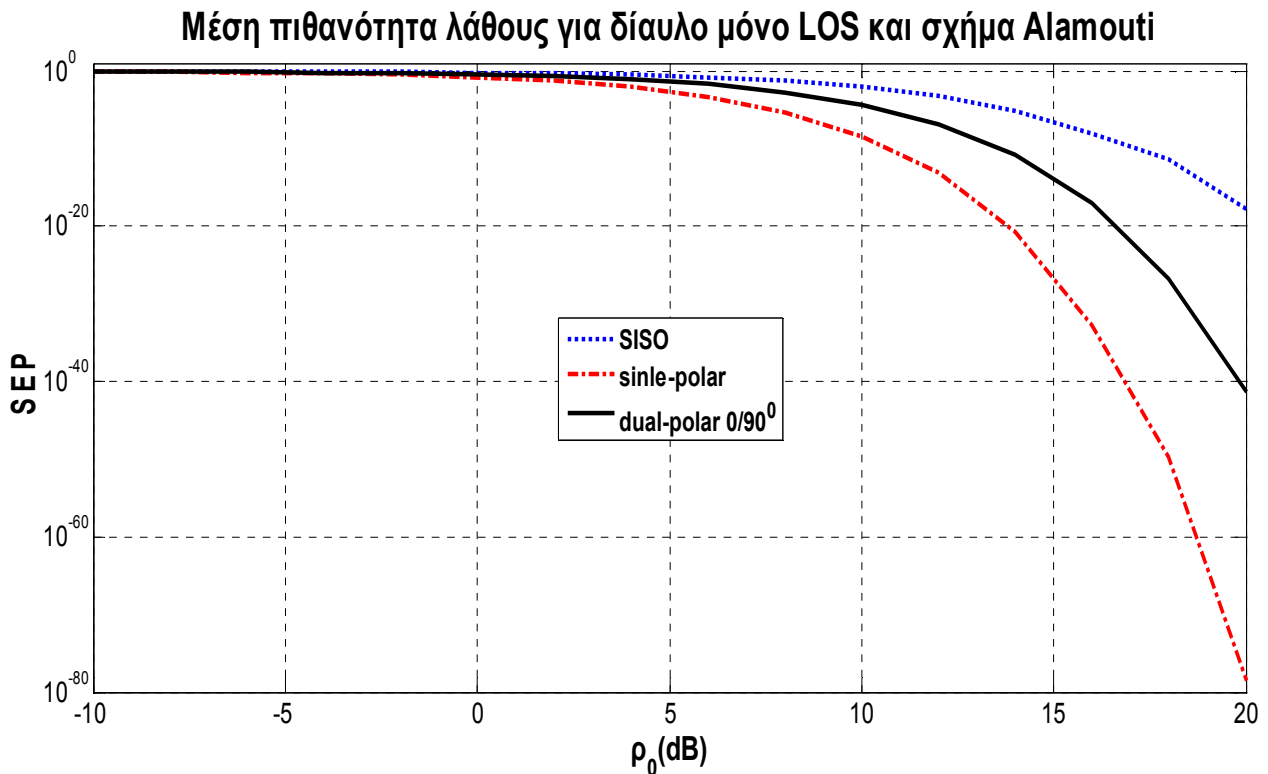
α) Για σχήμα διπλής πόλωσης

$$\|\bar{\mathbf{u}}\|^2 = 2\left(1 + \frac{1}{\text{XPI}_r}\right) \quad (3.78.\alpha)$$

β) Για το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης

$$\|\bar{\mathbf{u}}\|^2 = 4 \quad (3.78.\beta)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (3.78.α) και (3.78.β) με δεδομένη την (3.71), προκύπτει ότι το σχήμα διπλής πόλωσης δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να μειώσει τη μέση πιθανότητα λάθους, ή ισοδύναμα, να επιτύχει διαφορικό κέρδος πόλωσης καθώς η τιμή της (3.78.α) προκύπτει σε κάθε περίπτωση το πολύ ίση με την τιμή της (3.78.β). Συνεπώς, για δίαυλο μόνο *LOS* και σχήμα *Alamouti* δεν συνίσταται η χρησιμοποίηση διπλής πόλωσης προς τη μεγιστοποίηση του διαφορικού κέρδους (Σχήμα 3.40).



**Σχήμα 3.40:** Μέση πιθανότητα λάθους συναρτήσει  $\rho_0$  (dB) για δίαυλο μόνο *LOS* και  $XPI_r = 15$ dB

### 3.6 Συμπεράσματα

*Το βασικό πλεονέκτημα ως προς την επίδοση που προσφέρει η χρησιμοποίηση συστήματος διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης στις επίγειες ζεύξεις είναι η αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας σε διαύλους που διαθέτουν ισχυρή συνιστώσα *LOS*.*

Συγκεκριμένα, από την ανάλυση της παραγράφου 3.5 ως προς την επίδοση των συστημάτων MIMO διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2, συνοψίζονται τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- A) Η εργοδική χωρητικότητα που επιτυγχάνει το σύστημα διπλής πόλωσης είναι η ίδια ανεξάρτητα από τη χρησιμοποίηση σχήματος  $0/90^\circ$  ή σχήματος  $\pm 45^\circ$ .
  - i) Για δίαυλο μόνο *LOS*, το σύστημα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει μεγαλύτερη τιμή της εργοδικής χωρητικότητας σε σύγκριση με το

αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης για τιμές του σηματοθορυβικού λόγου λήψης μεγαλύτερες ενός κατωφλίου. Μάλιστα, όσο μεγαλύτερη είναι η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών του πομπού και του δέκτη και όσο αυξάνει ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης, τόσο βελτιώνεται η επίδοση του συστήματος διπλής πόλωσης ως προς την εργοδική χωρητικότητα σε σύγκριση με το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης. Για τέλεια απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης (Σχήμα 3.27), ενώ το σύστημα απλής πόλωσης προσφέρει σταθερό κέρδος χωρικής πολυπλεξίας της τάξης του 1 bps/Hz σε σύγκριση με το αντίστοιχο σύστημα SISO, το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας που προσφέρει το σύστημα διπλής πόλωσης φθάνει έως και τα 5 bps/Hz για υψηλές τιμές του σηματοθορυβικού λόγου λήψης.

- ii) Η χρησιμοποίηση συστήματος διπλής πόλωσης έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης σε διάλυο *Rayleigh* με σκοπό την επίτευξη υψηλής τιμής της χωρητικότητας δεν συνιστάται παρά μόνο για υψηλές τιμές χωρικών συσχετίσεων είτε στην πλευρά εκπομπής είτε στην πλευρά λήψης και τιμές του σηματοθορυβικού λόγου λήψης μεγαλύτερες ενός κατωφλίου. Τέτοια περίπτωση συμβαίνει όταν λόγω έλλειψης χώρου, συνήθως στο τερματικό λήψης, οι κεραιές τοποθετούνται τόσο κοντά μεταξύ τους ώστε η χωρική συσχέτιση να τείνει στη μονάδα.

B) Η μέση πιθανότητα λάθους που επιτυγχάνει το σύστημα διπλής πόλωσης είναι τόσο μικρότερη όταν χρησιμοποιείται σχήμα  $0/90^0$  έναντι του σχήματος  $\pm 45^0$  όσο ισχυρότερη είναι η συνιστώσα *NLOS* έναντι της συνιστώσας *LOS*. Για διάλυο μόνο *LOS*, η έλλειψη σκεδαστών οδηγεί στην ταύτιση των δύο σχημάτων διπλής πόλωσης ως προς τη μέση πιθανότητα λάθους που επιτυγχάνουν. Τα ανωτέρω ισχύουν και στην περίπτωση χρησιμοποίησης του σχήματος χωροχρονικής κωδικοποίησης *Alamouti*.

- i) Σε διαύλους μόνο *LOS*, η χρησιμοποίηση συστήματος διπλής πόλωσης έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης δεν συνιστάται όταν εφαρμόζεται το σχήμα *Alamouti*.
- ii) Σε διαύλους *Rayleigh*, η χρησιμοποίηση συστήματος διπλής πόλωσης έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης προτείνεται μόνο για υψηλές τιμές συσχέτισης στην πλευρά εκπομπής. Στην περίπτωση αυτή προτιμάται το σχήμα  $0/90^0$  έναντι του σχήματος  $\pm 45^0$  καθώς, όπως προαναφέρθηκε, επιτυγχάνει μικρότερη μέση πιθανότητα λάθους. Προκειμένου για σχήμα *Alamouti*, το σχήμα  $0/90^0$  βελτιώνει την επίδοση του συστήματος σε σύγκριση με το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης μόνο για υψηλές τιμές χωρικής συσχέτισης είτε στην πλευρά εκπομπής είτε στην πλευρά λήψης, ενώ για να επιτύχει βελτίωση ως προς τη μέση πιθανότητα λάθους το σχήμα  $\pm 45^0$  έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης απαιτείται η χωρική συσχέτιση να είναι υψηλή τόσο στην πλευρά εκπομπής όσο και στην πλευρά λήψης.

## Βιβλιογραφία

- [Καδ02] Ν. Καδιανάκης, Σ. Καρανάσιος, “Γραμμική άλγεβρα, αναλυτική γεωμετρία και εφαρμογές”, Έκδοση 2η, Αθήνα 2002
- [Κωτ06] Π. Γ. Κωττής, Χ. Ν. Καψάλης, “Δορυφορικές Επικοινωνίες”, Εκδόσεις Τζιόλα, 2<sup>η</sup> έκδοση, 2006.
- [Oes2004] C. Oestges, V. Erceg and A. J. Paulraj, “Propagation Modeling of MIMO Multipolarized Fixed Wireless Channels”, IEEE Transactions on vehicular technology, vol.53, no.3, May 2004
- [Oes2008] C. Oestges, B. Clerckx, M. Guillaud and M. Debbah, “Dual-Polarized Wireless Communications: From Propagation Models to System Performance Evaluation”, IEEE Transactions on wireless communications, vol.7, no.10, October 2008
- [Nab] R. U. Nabar, H. Bölcskei, V. Erceg, D. Gesbert and A. J. Paulraj, “Performance of Multiantenna Signaling Techniques in the Presence of Polarization Diversity”, IEEE Transactions on signal processing, vol.50, no.10, October 2002



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ LMS

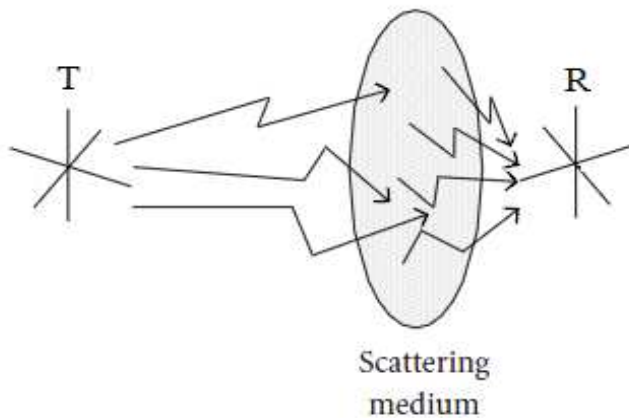
#### 4.1 Εισαγωγή

Στη σημερινή εποχή οι δορυφορικές επικοινωνίες προσπαθούν να ακολουθήσουν τις επίγειες στην ικανοποίηση των ολοένα και αυξανόμενων απαιτήσεων των υπηρεσιών σε ρυθμό μετάδοσης και ποιότητα υπηρεσιών (Quality of Service, QoS). Ωστόσο, η μεγάλη απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη σε συνδυασμό με την εμφάνιση δυσμενών συνθηκών διάδοσης στο δορυφορικό δίαυλο αποτελούν επιβαρυντικούς παράγοντες όταν χρησιμοποιείται σύστημα SISO. Συγκεκριμένα, προκειμένου για την εξυπηρέτηση περιοχών με υψηλή πυκνότητα χρηστών, οι δορυφορικές επικοινωνίες δεν μπορούν να αντεπεξέλθουν στη ζητούμενη ποιότητα υπηρεσίας με αποτέλεσμα να ακολουθείται δορυφορική μετάδοση από το δορυφόρο μέχρι ένα μεγάλο επίγειο σταθμό και επίγεια μετάδοση μεταξύ του επίγειου σταθμού και των τελικών χρηστών. Τέτοια πρότυπα καλούνται υβριδικά και ένα παράδειγμα αποτελεί το DVB-SH. Θεωρώντας το δορυφόρο ως πομπό και το επίγειο τερματικό ως δέκτη, μια ιδέα για την αντιμετώπιση των περιορισμών σε ρυθμό μετάδοσης και QoS αποτελεί η εκπομπή προς το ίδιο επίγειο τερματικό από τις κεραιές γειτονικών δορυφόρων χρησιμοποιώντας είτε χωρική πολυπλεξία είτε κάποιο σχήμα χωροχρονικής κωδικοποίησης. Έτσι όμως, κάθε δορυφόρος δεσμεύει όσο εύρος ζώνης απαιτείται από την υπηρεσία οδηγώντας σε σπατάλη ανάλογη του αριθμού των δορυφόρων που χρησιμοποιούνται στη συγκεκριμένη σύνδεση. Επιπλέον, επειδή το σήμα διανύει διαφορετικές αποστάσεις από τον κάθε δορυφόρο προς το επίγειο τερματικό απαιτείται η εξασφάλιση του συγχρονισμού ώστε τα σήματα από τους δορυφόρους να φθάνουν συγχρονισμένα στο δέκτη. Οι ανωτέρω περιορισμοί οδηγούν στην ιδέα τοποθέτησης των κεραιών εκπομπής στον ίδιο δορυφόρο (σύστημα MISO). Μια εναλλακτική λύση για τον περιορισμό που εισάγει ο δορυφορικός δίαυλος ως προς τη χωρητικότητα και την ποιότητα υπηρεσίας είναι η λήψη του σήματος από περισσότερα τερματικά (διαφορική λήψη θέσης). Ωστόσο, στην περίπτωση αυτή απαιτείται σύνδεση μεταξύ των επίγειων σταθμών ώστε να συνδυαστούν οι διαφορετικές εκδοχές του σήματος που λαμβάνουν από το δορυφόρο. Για τον λόγο αυτό προτείνεται η τοποθέτηση περισσότερων κεραιών λήψης στο ίδιο τερματικό (σύστημα SIMO), ειδικά όταν αυτό αναφέρεται σε απλό χρήστη-συνδρομητή όπως για παράδειγμα ένα VSAT. Η ταυτόχρονη τοποθέτηση περισσότερων κεραιών τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη αποτελεί συνδυασμό των δύο ανωτέρω προτεινόμενων λύσεων και οδηγεί σε σύστημα MIMO αντί του αντίστοιχου συστήματος SISO, μια λύση που θεωρείται ιδιαίτερα ελκυστική ώστε οι δορυφορικές επικοινωνίες να μπορέσουν να ανταγωνιστούν τις επίγειες ως προς τα χαρακτηριστικά που προαναφέρθηκαν. Ωστόσο, η υλοποίηση ενός συστήματος MIMO για δορυφορικές επικοινωνίες διαφέρει σημαντικά σε σύγκριση με τις επίγειες.

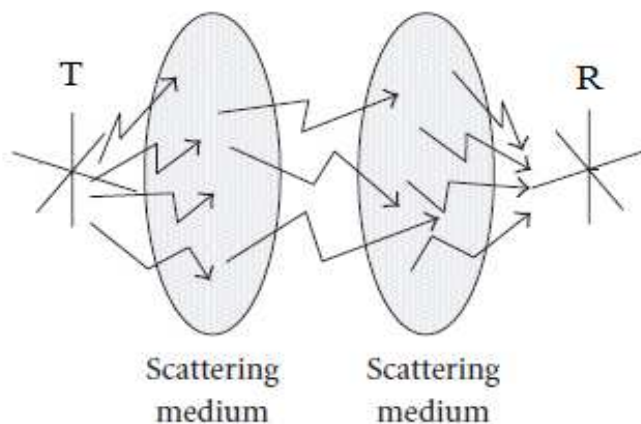
Η πρώτη διαφορά έγκειται στη μεγάλη απόσταση μεταξύ δορυφόρου και επίγειου τερματικού ώστε λόγω των μεγάλων απωλειών ελευθέρου χώρου να επιτρέπεται η λειτουργία του συστήματος μόνο όταν είναι δυνατή η ύπαρξη απευθείας συνιστώσας. Συνεπώς, η λειτουργία του συστήματος MIMO για δίαυλο *Rayleigh* ο οποίος παρέχει τα μεγαλύτερα κέρδη ως προς τη χωρητικότητα και το διαφορικό κέρδος ενός

συστήματος MIMO δεν είναι εφικτή (για παράδειγμα, παράγραφος 2.2.1 και σύγκριση των Σχημάτων 2.3 και 2.4 ως προς το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας). Εντούτοις, ακόμη και στην περίπτωση όπου υπάρχει ή απαιτείται ύπαρξη απευθείας συνιστώσας, το σύστημα MIMO εκμεταλλεύεται τις διαδρομές *NLOS* που παρέχονται από τη ζεύξη καθώς προσφέρουν στο δέκτη εναλλακτικές εκδοχές του σήματος που στάλθηκε. Πλέον, ιδανικός δορυφορικός διάυλος θεωρείται εκείνος ο οποίος διαθέτει τόσο απευθείας συνιστώσα ώστε να λαμβάνει τουλάχιστον ισχύ ίση με την ισχύ κατοφλίου που απαιτεί το κύκλωμα απόφασης του δέκτη όσο και αρκετούς σκεδαστές ώστε να προσφέρουν κάποιας τάξης διαφορικό κέρδος. Ο διάυλος αυτός αναφέρεται στη βιβλιογραφία με την ονομασία «σχεδόν»-*LOS*, δηλαδή η ύπαρξη μερικής οπτικής επαφής.

Η δεύτερη διαφορά του δορυφορικού διαύλου από τον επίγειο αναφέρεται στην ασυμμετρία του δορυφορικού διαύλου καθώς οι σκεδαστές, εφόσον υπάρχουν και επηρεάζουν τη μετάδοση, είναι συγκεντρωμένοι γύρω από το επίγειο τερματικό. Η άποψη αυτή ενισχύεται όταν μελετώνται οι ζώνες συχνοτήτων S (1/2GHz) και L (2/4 GHz), όπως στην παρούσα εργασία, όπου αμελείται η επίδραση της βροχής της οποίας οι σταγόνες αποτελούν σκεδαστές για συχνότητες μεγαλύτερες των 10GHz. Η γεωμετρία του δορυφορικού διαύλου φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα και έρχεται σε αντίθεση με τη γεωμετρία για επίγειο διάυλο.



**Σχήμα 4.1:** Θέση σκεδαστών στο δορυφορικό διάυλο

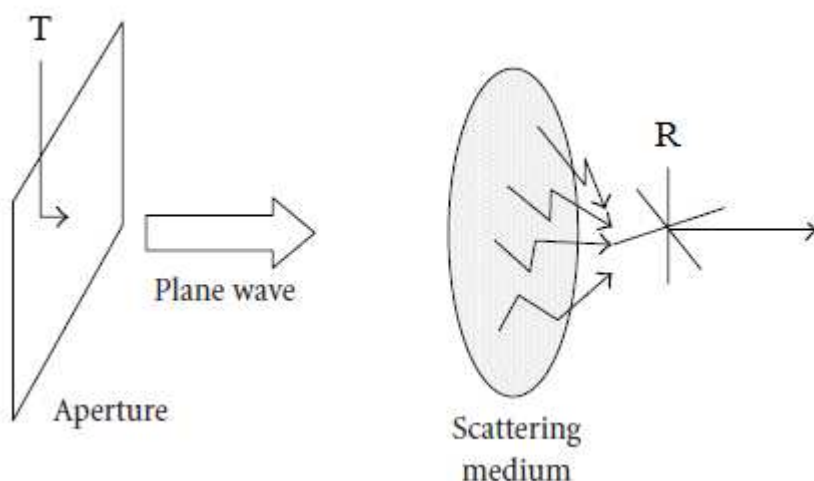


**Σχήμα 4.2:** Θέση σκεδαστών στον επίγειο διάυλο

Σύμφωνα με την παράγραφο 2.2.2, η απόσταση μεταξύ των κεραιών του πομπού πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με  $\lambda/10$  και των κεραιών του δέκτη τουλάχιστον ίση με  $\lambda/2$  προκειμένου τα σήματα εκπομπής να λαμβάνονται από το δέκτη με μικρή συσχέτιση (μικρότερη του 0.3). Τέτοιες αποστάσεις, όμως, σε ένα μικρό τερματικό όπως ένας φορητός υπολογιστής δεν είναι εφικτές με αποτέλεσμα η συσχέτιση μεταξύ των σημάτων λήψης να είναι αναπόφευκτη. Η διαπίστωση αυτή ενισχύεται από το γεγονός ότι ο διάυλος έχει υποχρεωτικά απευθείας συνιστώσα οπότε περιορισμό στον αριθμό των ανεξαρτήτων διαδρομών μεταξύ πομπού και δέκτη.

Από την προηγούμενη συζήτηση καθίσταται σαφές ότι η αποκόμιση είτε σημαντικού κέρδους χωρικής πολυπλεξίας είτε σημαντικού διαφορικού κέρδους από ένα σύστημα MIMO μπορεί να προέρχεται μόνο από την αύξηση της κατευθυντικότητας των κεραιών εκπομπής και λήψης ή τη χρήση περισσότερων πολώσεων. Προκειμένου μάλιστα για μικρά τερματικά, η χρήση μικρού μεγέθους κεραιών που συνεπάγεται μικρή κατευθυντικότητα καθιστά εφικτή μόνο τη δεύτερη λύση.

Μια πρόσθετη ιδιαιτερότητα του δορυφορικού διαύλου -που προκύπτει από την έλλειψη σκεδαστών στο τμήμα της διαδρομής από το δορυφόρο μέχρι την περιοχή κίνησης του τερματικού όπου εμφανίζονται οι σκεδαστές του διαύλου- είναι ότι τα κύματα διαδίδονται στο τμήμα αυτό ως επίπεδα κύματα (κύματα *TEM*) [Hor] όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3. Συνεπώς, δεν είναι δυνατή η διάδοση περισσότερων των δύο ανεξάρτητων και κάθετων μεταξύ τους πολώσεων. Αυτό αποτελεί έναν επιπλέον περιοριστικό παράγοντα του δορυφορικού διαύλου έναντι του επίγειου καθώς η χρησιμοποίηση  $N$  ανεξαρτήτων μεταξύ τους πολώσεων στον πομπό (για παράδειγμα τρία κάθετα μεταξύ τους ηλεκτρικά δίπολα και τρία κάθετα μεταξύ τους μαγνητικά δίπολα που δίνουν 6 ανεξάρτητες μεταξύ τους πολώσεις) και  $M$  πολώσεων στο δέκτη επιτρέπει την επίτευξη διαφορικού κέρδους μέγιστης τάξης  $2 \cdot M$  ενώ για επίγειο σύστημα που περιέχει σκεδαστές τόσο στην περιοχή του πομπού όσο και στην περιοχή του δέκτη το αντίστοιχο διαφορικό κέρδος είναι μέγιστης τάξης  $N \cdot M$ .

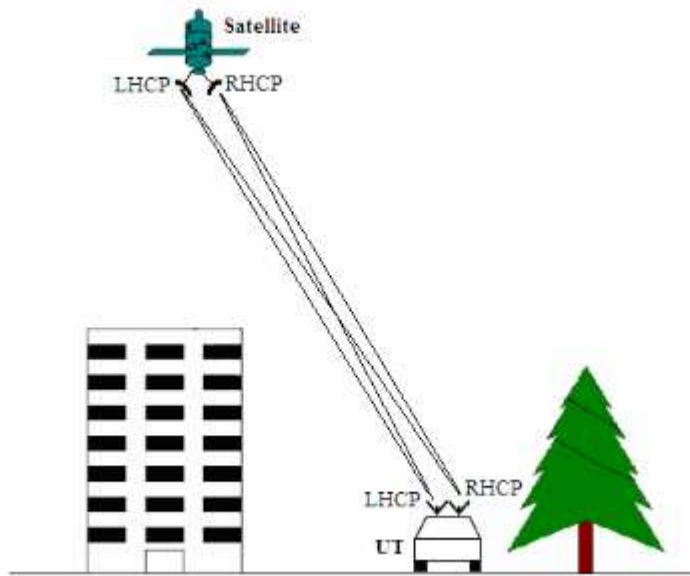


**Σχήμα 4.3:** Διάδοση κύματος στο δορυφορικό διάυλο

Από την ανωτέρω ανάλυση καθίσταται σαφές ότι το μόνο σύστημα MIMO που έχει σημαντικές πιθανότητες να επιτύχει στην πράξη σημαντική βελτίωση της επίδοσης σε σύγκριση με το σύστημα SISO είναι το σχήμα διπλής πόλωσης το οποίο μελετάται στο παρόν κεφάλαιο για κινητές δορυφορικές επικοινωνίες (Land Mobile Satellite,

LMS). Ως προς την επιλογή σχήματος διπλής πόλωσης, το μεγάλο πλεονέκτημα για το σχήμα  $\pm 45^\circ$  με βάση την (3.36) προέρχεται από το γεγονός ότι ο διάυλος είναι συμμετρικός ως προς τις δύο πολώσεις. Επιπλέον, η ασυμμετρία του δορυφορικού διαύλου συνεπάγεται ότι η απουσία σκεδαστών στο μεγαλύτερο τμήμα του δεν επιτρέπει στην κάθετη συνιστώσα *NLOS* του διαδιδόμενου κύματος να ευνοηθεί σε σχέση με την οριζόντια συνιστώσα στον ίδιο βαθμό όπως συμβαίνει για επίγειο διάυλο όπου οι σκεδαστές είναι κατανομημένοι σε όλο το εύρος. Συνεπώς, η κυριαρχία του στοιχείου  $\tilde{\chi}_{vv}$  στα στοιχεία του πίνακα της (3.38.α) είναι λιγότερο έντονη σε δορυφορικό διάυλο σε σύγκριση με επίγειο ώστε η τιμή του XPC να προκύπτει μειωμένη.

Το σχήμα που μελετάται στο παρόν κεφάλαιο είναι ισοδύναμο με το σχήμα  $\pm 45^\circ$  και θεωρεί σε κάθε πλευρά μία δεξιόστροφα κυκλικά πολωμένη κεραία (Right Hand Circular Polarized, RHCP) και μία αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένη κεραία (Left Hand Circular Polarized, LHCP) όπως φαίνεται στο κατωτέρω σχήμα.



**Σχήμα 4.4:** Δορυφορικός διάυλος MIMO διαστάσεων 2X2 που χρησιμοποιεί σχήμα RHCP - LHCP

Περιοριστικό παράγοντα για τη μελέτη του συστήματος MIMO διπλής πόλωσης για δορυφορικό διάυλο αποτελεί η έλλειψη βιβλιογραφίας. Για το λόγο αυτό γίνεται ένας συγκερασμός ανάμεσα σε πειραματικά δεδομένα που έχουν προκύψει για δορυφορικό διάυλο SISO και συμπερασμάτων από πειράματα σε επίγεια συστήματα διπλής πόλωσης.

#### 4.2 Μοντελοποίηση του δορυφορικού διαύλου SISO

Στη μελέτη που ακολουθεί αναφέρονται τα βασικά στοιχεία για τη μοντελοποίηση του δορυφορικού διαύλου LMS για σύστημα SISO [Fon].

Το σήμα φθάνει από το δορυφόρο στον επίγειο δέκτη κατά τους εξής τρεις τρόπους:

- α) μέσω της απευθείας συνιστώσας
- β) μέσω της σκεδαζόμενης συνιστώσας
- γ) μέσω της κατοπτρικής συνιστώσας

Η σκεδαζόμενη συνιστώσα χωρίζεται σε δύο επιπλέον κατηγορίες ανάλογα με το αν τα σήματα που φθάνουν στο δέκτη μέσω των διαδρομών *NLOS* έχουν υποστεί κατοπτρική ανάκλαση πριν σκεδαστούν. Επειδή σπάνια ανιχνεύεται κατοπτρική συνιστώσα στις δορυφορικές επικοινωνίες ή η ισχύς της είναι συνήθως αμελητέα ακόμη και στην περίπτωση που ανιχνευθεί, τόσο η κατοπτρική συνιστώσα όσο και οι συνιστώσες *NLOS* που υφίστανται σκέδαση κατόπιν ανάκλασης θεωρούνται αμελητέες στην παρούσα εργασία.

Ένα πλήρες μοντέλο είναι σε θέση να προσομοιώνει την περιβάλλουσα του σήματος λήψης, την καθυστέρηση (excess delay) με την οποία φθάνουν οι διαφορετικές εκδοχές του σήματος στο δέκτη, την καθυστέρηση φάσης καθεμιάς από αυτές τις συνιστώσες καθώς και την ολίσθηση συχνότητας και φάσης λόγω φαινομένου Doppler.

#### 4.2.1 Σχετική καθυστέρηση και καθυστέρηση φάσης των συμβαλλόμενων συνιστωσών

Οι συνιστώσες του σήματος που φθάνουν στο δέκτη μέσω των διαδρομών *NLOS* είναι καθυστερημένες ως προς το απευθείας σήμα. Αν θεωρηθεί ότι ο δίαυλος και τα φίλτρα IF/RF στην πλευρά εκπομπής και λήψης δεν παραμορφώνουν το σήμα, το κέρδος του διαύλου γράφεται στη μορφή

$$h(\tau; t) = \sum_{i=1}^r \{a_i(t) e^{j\phi_i(t)} \delta(\tau - \tau_i(t))\} \quad (4.1)$$

όπου  $a_i(t)$  η εξασθένηση της συνιστώσας του σήματος που φθάνει στο δέκτη μέσω της διαδρομής  $i$ ,  $\tau$  η χρονική στιγμή άφιξης της απευθείας συνιστώσας,  $\phi_i(t)$  η καθυστέρηση φάσης της συνιστώσας  $i$  σε σχέση με την απευθείας συνιστώσα,  $\tau_i(t)$  η χρονική στιγμή άφιξης της συνιστώσας  $i$  και  $r$  ο αριθμός των συνιστωσών που συμβάλλουν. Η μέση καθυστέρηση υπολογίζεται από τη σχέση [Sta]

$$\tau_0(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \{P_i(t) \tau_i(t)\}}{\sum_{i=1}^r \{P_i(t)\}} \quad (4.2)$$

και η διασπορά καθυστέρησης (delay spread)

$$\tau_{\text{rms}}^2(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \{P_i(t) \tau_i^2(t)\} - \tau_0^2(t)}{\sum_{i=1}^r \{P_i(t)\}} \quad (4.3)$$

όπου  $P_i(t)$  η ισχύς λήψης από τη διαδρομή  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$ .

Με βάση τις τιμές που προκύπτουν από τις (4.2) και (4.3) διακρίνονται δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση που χαρακτηρίζεται ως διάυλος στενής ζώνης (narrow-band) οι παραπάνω τιμές προκύπτουν αρκετά μικρές ώστε τα αποτελέσματα που προκαλεί η σχετική καθυστέρηση (διασυμβολική παρεμβολή και επιλεκτικότητα του διαύλου ως προς τη συχνότητα) αμελούνται. Στην κατεύθυνση αυτή, μια πρώτη εκτίμηση για να χαρακτηριστεί ο διάυλος ως στενής ζώνης πραγματοποιείται μέσω της (2.15). Για τη μοντελοποίηση διαύλου στενής ζώνης θεωρείται μοναδική συνιστώσα *NLOS* η οποία συγκεντρώνει όλη την ισχύ  $P_{NLOS}(t)$  με καθυστέρηση φάσης

$$\varphi_{NLOS}(t) = \frac{2\pi c}{\lambda} (\tau - \tau_0(t)) \quad (4.4)$$

όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος και  $c$  η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο δορυφορικό διάυλο.

Προσαρμόζοντας την (4.1), το κέρδος του διαύλου γράφεται

$$h(\tau; t) = \sqrt{P_{LOS}(t)}\delta(\tau) + \sqrt{P_{NLOS}(t)}e^{j\varphi_{NLOS}(t)}\delta(\tau - \tau_0(t)) \quad (4.5)$$

Η έλλειψη πειραματικών δεδομένων για τη γωνία άφιξης (Angle Of Arrival, AOA) της συνιστώσας *NLOS* επιβάλλει τη θεώρηση της καθυστέρησης φάσης  $\varphi_{NLOS}$  ως τυχαίας μεταβλητής ομοιόμορφα κατανομημένης στο διάστημα  $[0, 2\pi)$ .

Η δεύτερη περίπτωση είναι η συμπληρωματική περίπτωση του διαύλου στενής ζώνης. Ο διάυλος χαρακτηρίζεται ως διάυλος ευρείας ζώνης (wide-band) οπότε ισχύουν τα αντίστροφα των ανωτέρω. Πλέον απαιτείται η προσομοίωση των αφικνούμενων συνιστωσών μέσω χρονοσειράς με τον αριθμό τους να αποτελεί τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή Poisson με βάση την οποία αν  $\nu$  ο αναμενόμενος αριθμός συμβαλλομένων συνιστωσών, η πιθανότητα να συμβάλλουν  $\kappa$  συνιστώσες δίνεται από τη σχέση

$$P_{\text{Poisson}}(\kappa; \nu) = \frac{\nu^\kappa e^{-\nu}}{\kappa!} \quad (4.6)$$

Επιπλέον, οι σχετικές καθυστερήσεις των συμβαλλομένων συνιστωσών ακολουθούν την εκθετική κατανομή της οποίας η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τη σχέση

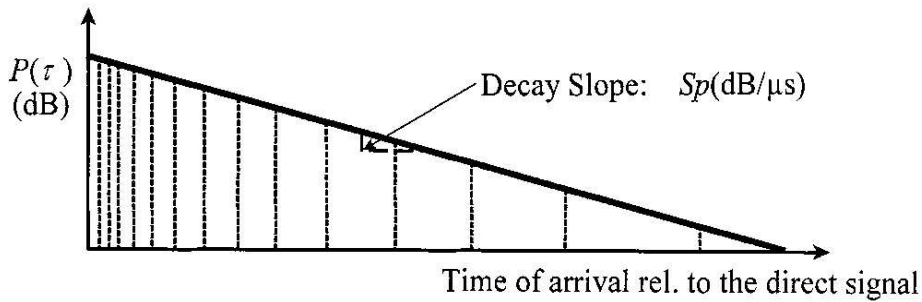
$$p_{\text{exp}}(\tau_i(t)) = \frac{1}{\tau_{\text{av}}} e^{-(\tau_i(t) - \tau_{\text{av}})} \quad (4.7)$$

με παράμετρο  $\tau_{\text{av}}$ .

Η καθυστέρηση φάσης καθεμιάς εκ των συνιστωσών *NLOS* προκειμένου για διάυλο ευρείας ζώνης προκύπτει

$$\varphi_i(t) = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} (\tau - \tau_i(t)) \quad (4.8)$$

Προκειμένου για διάλυο ευρείας ζώνης εισάγεται η έννοια της περιβάλλουσας σβέσης (Decay Slope,  $S_p$ ) η οποία εκφράζει το ρυθμό μείωσης του πλάτους των συμβαλλόμενων συνιστωσών σε dB/μs (βλ. Σχήμα 4.5).



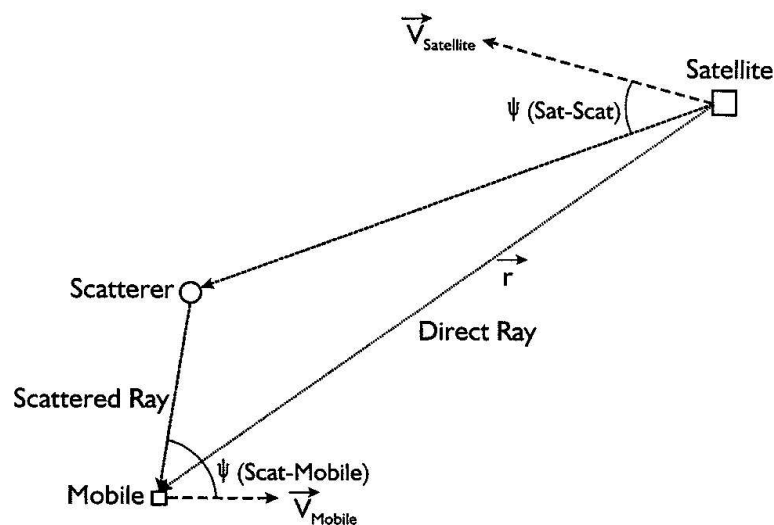
**Σχήμα 4.5:** Περιβάλλουσα συμβαλλομένων συνιστωσών

#### 4.2.2 Επίδραση του φαινομένου Doppler

Προκειμένου για δορυφορικές επικοινωνίες LMS διακρίνονται οι ακόλουθες τέσσερις περιπτώσεις:

- α) ακίνητος δορυφόρος και ακίνητο τερματικό
- β) ακίνητος δορυφόρος και κινούμενο τερματικό
- γ) κινούμενος δορυφόρος και ακίνητο τερματικό
- δ) κινούμενος δορυφόρος και κινούμενο τερματικό

Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται η περίπτωση δ) της οποίας υποπεριπτώσεις αποτελούν οι α), β) και γ).



**Σχήμα 4.6:** Κινούμενος δορυφόρος και κινούμενο τερματικό για επικοινωνίες LMS

Η ολίσθηση συχνότητας Doppler ορίζεται ως

$$\Delta f = \frac{v}{\lambda} \quad (4.9)$$

όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος και

$$v = v_{\text{Satellite}} \cos\left(\vec{v}_{\text{Satellite}}, \hat{\vec{r}}\right) - v_{\text{mobile}} \cos\left(\vec{v}_{\text{mobile}}, \hat{\vec{r}}\right) \quad (4.10)$$

Η ολίσθηση φάσης κάθε συνιστώσας ορίζεται ως

$$\Delta\phi_i = 2\pi \cdot \Delta f \cdot (\tau - \tau_i(t)) = \frac{2\pi \cdot v}{\lambda} (\tau - \tau_i(t)) \quad (4.11)$$

Συγκεκριμένα, η ολίσθηση συχνότητας που οφείλεται στην κίνηση του τερματικού είναι της τάξης των εκατοντάδων Hz ενώ εκείνη που οφείλεται στην κίνηση του δορυφόρου είναι της τάξης των δεκάδων kHz. Επειδή οι ολισθήσεις συχνότητας είναι πολλές τάξεις μεγέθους μικρότερες της συχνότητας του σήματος (GHz), η επίδραση του φαινομένου Doppler αγνοείται.

### 4.2.3 Κατανομή περιβάλλουσας και κέρδους του δορυφορικού διαύλου SISO στενής ζώνης

Για τον υπολογισμό της περιβάλλουσας του σήματος λήψης καθώς και του κέρδους του διαύλου θεωρείται η περίπτωση διαύλου στενής ζώνης με κέρδος που δίνεται από την (4.5). Η περίπτωση αυτή ενδιαφέρει στην πράξη καθώς προκειμένου για δορυφορικά συστήματα LMS η διασπορά καθυστέρησης είναι κατά πολύ μικρότερη σε σύγκριση με εκείνη για επίγεια κυμαλωτά συστήματα.

#### 4.2.3.1 Η απευθείας συνιστώσα

Η κατανομή της περιβάλλουσας της απευθείας συνιστώσας εξαρτάται από τις συνθήκες σκίασης που επικρατούν στο δορυφορικό δίαυλο κοντά στην περιοχή του δέκτη. Η σκίαση αναφέρεται στην ύπαρξη εμποδίων στην πρώτη ζώνη *Fresnel* μεταξύ του δορυφόρου και του επίγειου τερματικού τα οποία είτε επιτρέπουν ένα κλάσμα της ισχύος του σήματος να τα διαπεράσει χωρίς να υποστεί σκέδαση είτε το περιθλούν. Επειδή η εξασθένιση που υφίσταται το απευθείας σήμα λόγω τέτοιου τύπου εμποδίων εμπεριέχει τυχαιότητα, η ισχύς που φθάνει στο δέκτη μέσω της απευθείας συνιστώσας ( $P_{\text{LOS}}$ ) αποτελεί τυχαία μεταβλητή, γεγονός που έρχεται σε αντίθεση με ό,τι θεωρήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ανάλογα με τις συνθήκες σκίασης που επικρατούν στο δίαυλο υιοθετείται ένα μοντέλο τριών καταστάσεων που είναι οι ακόλουθες:

- α) S1: συνθήκες οπτικής επαφής (LOS)
- β) S2: συνθήκες μέτριας σκίασης
- γ) S3: συνθήκες έντονης σκίασης



Υποπερίπτωση της S3 αποτελεί η κατάσταση όπου τα εμπόδια της πρώτης ζώνης *Fresnel* είναι αδιαπέραστα από το απευθείας σήμα ώστε στο δέκτη να φθάνει μόνο συνιστώσα NLOS. Η μέση τιμή της ισχύος  $P_{LOS}$  σε κάθε κατάσταση σκίασης  $S_i$ , όπου  $i = 1,2,3$ , εξαρτάται από τη γωνία ανύψωσης υπό την οποία το τερματικό βλέπει το δορυφόρο. Όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία ανύψωσης τόσο η νοητή ευθεία που ενώνει το δορυφόρο με το τερματικό τείνει προς την κατακόρυφο στην επιφάνεια της γης με αποτέλεσμα να μειώνεται η πιθανότητα παρεμπόδισης της απευθείας συνιστώσας από κτίρια και βλάστηση που αποτελούν παράγοντες σκίασης. Συνεπώς, προκειμένου για γεωστατικούς δορυφόρους (GEO), η χαμηλή γωνία ανύψωσης καθιστά τερματικά που κινούνται σε περιοχές που χαρακτηρίζονται από μεγάλα γεωγραφικά πλάτη ευάλωτα στο φαινόμενο της σκίασης. Το ίδιο πρόβλημα δεν αντιμετωπίζεται από δορυφόρους μέσης τροχιάς (MEO) ή χαμηλής τροχιάς (LEO) των οποίων το ίχνος παύει να είναι σταθερό σημείο στην επιφάνεια της γης και επιπλέον η τροχιά τους δεν είναι απαραίτητα στο ύψος του ισημερινού. Οι μεταπηδήσεις μεταξύ των καταστάσεων  $S_i$  χαρακτηρίζονται ως πολύ αργές (very slow) μεταβολές της περιβάλλουσας. Για την περιγραφή τους υιοθετείται το μοντέλο της αλυσίδας Markov πρώτης τάξης με βάση το οποίο η πιθανότητα να κινείται το τερματικό σε περιοχή που χαρακτηρίζεται από κατάσταση σκίασης  $S_i$  εξαρτάται μόνο από την κατάσταση σκίασης της αμέσως προηγούμενης περιοχής όπου κινούνταν.

Έστω ότι για δεδομένη διαδρομή καταγράφονται σε  $N_t$  ισαπέχοντα σημεία οι διαδοχικές καταστάσεις σκίασης  $S_i$  στις οποίες βρίσκεται το τερματικό. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων ονομάζεται μήκος παρατήρησης. Ως πίνακας πιθανοτήτων κατάστασης  $\mathbf{W}$  (state probability matrix) ορίζεται ο πίνακας διαστάσεων  $3 \times 1$  του οποίου τα στοιχεία δίνονται από τη σχέση

$$W_i = \frac{N_i}{N_t}, \quad i=1,2,3 \quad (4.12)$$

όπου  $N_i$  το πλήθος των σημείων της συνολικής διαδρομής όπου το τερματικό κινείται σε περιοχή κατάστασης σκίασης  $S_i$ . Το μέγεθος  $W_i$  εκφράζει την πιθανότητα να βρεθεί το τερματικό σε περιοχή που χαρακτηρίζεται από κατάσταση σκίασης  $S_i$ .

Ως πίνακας μετάβασης μεταξύ των καταστάσεων  $\mathbf{P}$  (state transition matrix) ορίζεται ο πίνακας διαστάσεων  $3 \times 3$  με στοιχεία:

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i}, \quad i=1,2,3, j=1,2,3 \quad (4.13)$$

όπου  $N_{ij}$  το πλήθος των σημείων της συνολικής διαδρομής όπου το τερματικό κινείται σε περιοχή που χαρακτηρίζεται από κατάσταση σκίασης  $S_j$  όταν στο προηγούμενο σημείο παρατήρησης η περιοχή χαρακτηριζόταν από κατάσταση σκίασης  $S_i$ . Το στοιχείο  $P_{ij}$  εκφράζει την πιθανότητα ενώ το κινητό κινείται σε

περιοχή κατάστασης σκίασης  $S_i$ , σε απόσταση ίση με το μήκος παρατήρησης να βρεθεί σε περιοχή κατάστασης σκίασης  $S_j$ .

Αν υποθεθεί ότι το τερματικό κινείται μόνιμα εντός περιοχής (κατάστασης) με σκίαση  $S_i$  οι μεταβολές της περιβάλλουσας του απευθείας σήματος χαρακτηρίζονται ως αργές και ακολουθούν τη λογαριθμοκανονική κατανομή (lognormal distribution) (βλ. Παράρτημα Β). Συνεπώς ο νεπέριος λογάριθμος του κέρδους του διαύλου που αντιστοιχεί στην συνιστώσα  $LOS$  ακολουθεί την κανονική κατανομή και γράφεται

$$\ln(h_{LOS}) = \ln(\sqrt{P_{LOS}}) = \mu + \sqrt{d_0} \cdot h_{random} \quad (4.14)$$

όπου  $\mu$  η μέση τιμή της κανονικής κατανομής,  $\sqrt{d_0}$  η τυπική απόκλιση και  $h_{random}$  τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση μονάδα. Η μέση τιμή  $\mu$  εξαρτάται από τη γωνία ανύψωσης και χαρακτηρίζει την κατάσταση σκίασης  $S_i$  στην περιοχή κίνησης του τερματικού. Από την (4.14) προκύπτει

$$h_{LOS} = \sqrt{P_{LOS}} = e^{\mu + \sqrt{d_0} \cdot h_{random}} \quad (4.15)$$

Στις ανωτέρω σχέσεις η χρονική εξάρτηση της ισχύος  $P_{LOS}$  λαμβάνεται υπόψη μέσω της τυχαίας διαδικασίας  $h_{random}$ .

#### 4.2.3.2 Η σκεδαζόμενη συνιστώσα

Ας υποθεθεί ότι το τερματικό κινείται σε περιοχή όπου η κατάσταση σκίασης  $S_i$  δεν μεταβάλλεται. Η περιβάλλουσα της συνιστώσας  $NLOS$  που αναφέρεται στις ταχείες μεταβολές της περιβάλλουσας του συνολικού σήματος ακολουθεί την κατανομή *Rayleigh*. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με τη θεώρηση της καθυστέρησης φάσης  $\varphi_{NLOS}$  της (4.5) ως τυχαίας μεταβλητής ομοιόμορφα κατανομημένης στο διάστημα  $[0, 2\pi)$ , οδηγεί στην έκφραση του κέρδους του διαύλου που αναφέρεται στη συνιστώσα  $NLOS$  υπό τη μορφή

$$h_{NLOS} = e^{j\varphi_{NLOS}} \cdot \sqrt{P_{NLOS}} = \sqrt{2b_0} \cdot h_{random} \quad (4.16)$$

όπου  $b_0$  η μεταβλητότητα που εισάγεται στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής *Rayleigh* ώστε η μέση τιμή της ισχύος  $P_{NLOS}$  είναι  $2b_0$  (βλ. Παράρτημα Β).

#### 4.2.3.3 Το μοντέλο του Loo για το συνολικό σήμα

Συνδυάζοντας τα συμπεράσματα των εδαφίων 4.2.3.1 και 4.2.3.2, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του μέτρου του κέρδους του διαύλου γράφεται

$$p(|h|) = W_1 \cdot p(|h| | S_1) + W_2 \cdot p(|h| | S_2) + W_3 \cdot p(|h| | S_3) \quad (4.17)$$

όπου

$$h = h_{LOS} + h_{NLOS} \quad (4.17.a)$$

με τα κέρδη  $h_{LOS}$  και  $h_{NLOS}$  να δίνονται από τις (4.15) και (4.16), αντίστοιχα.

Δεδομένης της κατάστασης σκίασης  $S_i$ , η περιβάλλουσα του συνολικού σήματος ακολουθεί την κατανομή του  $Lo\sigma$  (βλ. Παράρτημα Β) με παραμέτρους ( $\alpha$ ,  $\Psi$ , MP) της οποίας η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τη σχέση [Loo85]

$$p(|h| | S_i) = \frac{|h|}{b_0(S_i) \sqrt{2\pi \cdot d_0(S_i)}} \int_0^\infty \frac{1}{z} e^{\frac{(\ln z - \mu)^2}{2d_0(S_i)} - \frac{|h|^2 + z^2}{2b_0(S_i)}} \cdot I_0\left(\frac{|h|z}{b_0(S_i)}\right) dz \quad (4.18)$$

όπου τα εξαρτώμενα από την κατάσταση σκίασης μεγέθη  $\mu$ ,  $d_0$  ορίζονται από την (4.14), το επίσης εξαρτώμενο από την κατάσταση σκίασης μέγεθος  $b_0$  ορίζεται από την (4.16), ενώ  $I_0(\cdot)$  είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel μηδενικής τάξης.

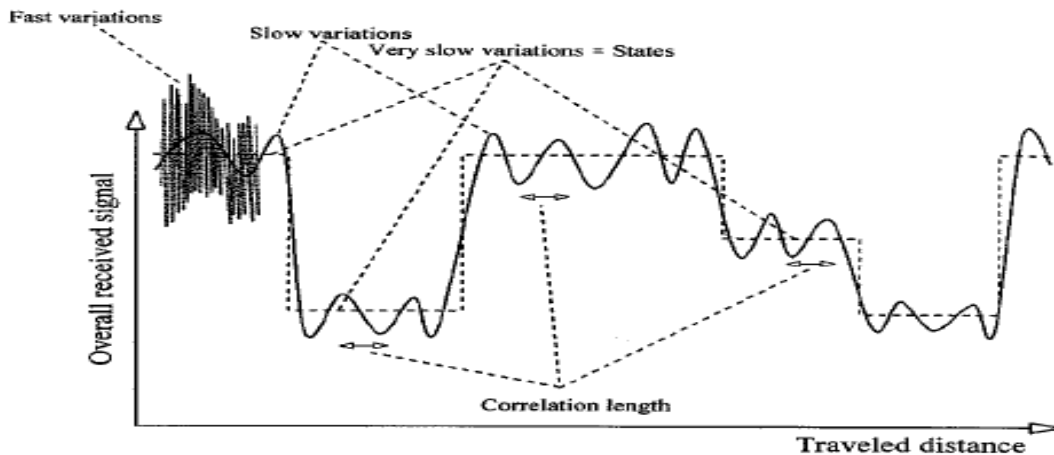
Τα μεγέθη  $\alpha$ ,  $\Psi$ , MP συνδέονται με τα  $\mu$ ,  $d_0$ ,  $b_0$  μέσω των σχέσεων

$$\alpha = 20 \log(e^\mu) \quad (4.19)$$

$$\Psi = 20 \log(e^{\sqrt{d_0}}) \quad (4.20)$$

$$MP = 10 \log(2b_0) \quad (4.21)$$

Με βάση την ανωτέρω σύνδεση μεταξύ των διαφόρων μεγεθών,  $\alpha$ (dB/LOS) είναι η τιμή της ισχύος που χαρακτηρίζει την κατάσταση σκίασης  $S_i$ ,  $\Psi$ (dB) η τυπική απόκλιση των αργών μεταβολών της περιβάλλουσας και MP(dB/LOS) η μέση ισχύς της συνιστώσας  $NLOS$  που προκαλεί τις γρήγορες μεταβολές της περιβάλλουσας (βλ. Σχήμα 4.7).



**Σχήμα 4.7:** Περιβάλλουσα σήματος λήψης κατά την κίνηση του τερματικού LMS

Το μήκος συσχέτισης (correlation length) στο Σχήμα 4.7 ορίζεται ως η απόσταση που διανύει το κινητό για την οποία το απευθείας σήμα λήψης παραμένει συσχετισμένο με συσχέτιση άνω του 0.5.

Πλέον, με βάση τις (4.15), (4.16), (4.17.α) και (4.19)-(4.21), το κέρδος διαύλου της (4.5) γράφεται

$$h = 10^{\alpha/20 + \Psi/20} \cdot h_{\text{random}}^{\text{LOS}} + 10^{\text{MP}/20} \cdot h_{\text{random}}^{\text{NLOS}} \quad (4.22)$$

όπου οι τυχαίες μεταβλητές  $h_{\text{random}}^{\text{LOS}}$  και  $h_{\text{random}}^{\text{NLOS}}$  είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται πίνακες μετρήσεων των παραμέτρων  $\alpha$ ,  $\Psi$ ,  $\text{MP}$  για δίαυλο στενής ζώνης και ζώνες συχνοτήτων  $S$  και  $L$ .

Η περιγραφή των πειραμάτων μέσω των οποίων λήφθηκαν οι μετρήσεις συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Αναφορά	Τοποθέτηση Κεραίας εκπομπής	Ζώνη Συχνοτήτων	Είδος Διαύλου	Περιβάλλον Διάδοσης	Γωνία Ανύψωσης	Κατεύθυνση Οριζοντα	Εύρος Δέσμης	Τοποθέτηση Κεραίας λήψης
Πανεπιστήμιο Bradford	Αγγλία (Αεροπλάνο)	S-2.618 GHz	Στενής Ζώνης	Ανοικτό* Ημιαστικό Αστικό Δενδρικής Σκίασης	40° 60° 70° 80°	90°	90°	Οροφή Αυτοκινήτου
DLR	Γερμανία (Αεροπλάνο)	L-1.820 GHz	Στενής Ζώνης (I+Q) 8 kHz	Ημιαστικό Αστικό	10° 20° 30° 40° 50° 60° 70°	0° - 360°	170°	Στο χέρι & Οροφή Αυτοκινήτου

**Πίνακας 4.1:** Περιγραφή πειραμάτων προσομοίωσης δορυφορικού διαύλου για δίαυλο στενής ζώνης και ζώνες συχνοτήτων  $S$  και  $L$ .

\*Ως ανοικτό ορίζεται το περιβάλλον διάδοσης όταν το τερματικό κινείται σε περιοχή με σκεδαστές που δεν παρεμποδίζουν το απευθείας σήμα και δημιουργούν ελάχιστες και μικρής ισχύος συνιστώσες σήματος λήψης πολυδιαδρομικής διάδοσης (για παράδειγμα περιβάλλον χαμηλής βλάστησης)

Περιβάλλον Διάδοσης	Γωνία Ανύψωσης σε μοίρες	Κατάσταση S1: Συνθήκες LOS			Κατάσταση S2: Συνθήκες μέτριας Σκίασης			Κατάσταση S3: Συνθήκες έντονης Σκίασης		
		α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)	α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)	α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)
Ανοικτό	40 <sup>0</sup>	0.1	0.37	-22.0	-1.0	0.5	-22.0	-2.25	0.13	-21.2
	60 <sup>0</sup>	0.0	0.12	-24.9	-0.7	0.12	-26.1	-1.4	0.25	-23.1
	70 <sup>0</sup>	-0.1	0.25	-22.5	-0.5	0.28	-24.5	-0.75	0.37	-23.24
	80 <sup>0</sup>	0.1	0.16	-22.4	-0.4	0.15	-23.5	-0.72	0.27	-22.0
Ημιαστικό	40 <sup>0</sup>	-1.0	0.5	-13.0	-3.7	0.98	-12.2	-15.0	5.9	-13.0
	60 <sup>0</sup>	-0.3	0.91	-15.7	-2.0	0.5	-13.0	-3.8	0.34	-13.2
	70 <sup>0</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	80 <sup>0</sup>	-0.4	0.58	-13.7	-2.5	0.2	-16.0	-4.25	3.0	-25.0
Μέτριας σκίασης λόγω δέντρων	40 <sup>0</sup>	-0.4	1.5	-13.2	-8.2	3.9	-12.7	-17.0	3.14	-10.0
	60 <sup>0</sup>	-0.2	0.75	-14.0	-3.1	1.9	-15.5	-	-	-
	70 <sup>0</sup>	-0.8	0.75	-10.0	-3.3	1.1	-10.75	-7.7	2.9	-10.2
	80 <sup>0</sup>	-0.6	1.87	-9.25	-2.5	1.55	-10.0	-4.6	2.0	-13.4
Έντονης σκίασης λόγω δέντρων	40 <sup>0</sup>	-	-	-	-10.1	2.25	-10.0	-19.0	4.0	-10.0
	60 <sup>0</sup>	-	-	-	-7.7	4.0	-10.1	-10.8	2.7	-10.0
	70 <sup>0</sup>	-	-	-	-4.5	4.6	-12.1	-7.5	2.0	-7.0
	80 <sup>0</sup>	-0.9	3.0	-9.1	-3.1	3.4	-9.0	-8.0	5.0	-7.0
Αστικό	40 <sup>0</sup>	-0.3	0.73	-15.9	-8.0	4.5	-19.2	-24.4	4.5	-19.0
	60 <sup>0</sup>	-0.35	0.26	-16.0	-6.3	1.4	-13.0	-15.2	5.0	-24.8
	70 <sup>0</sup>	-0.5	1.0	-19.0	-5.6	1.2	-10.0	-12.3	4.1	-16.0
	80 <sup>0</sup>	-0.25	0.87	-21.7	-6.6	2.3	-13.0	-11.0	8.75	-24.2

**Πίνακας 4.2:** Μετρήσεις των μεγεθών α, Ψ, MP κατά τη διεξαγωγή του πειράματος του Πανεπιστημίου του Bradford (Πίνακας 4.1) για ζώνη συχνοτήτων S

Περιβάλλον Διάδοσης	Γωνία Ανύψωσης σε μοίρες	Κατάσταση S1: Συνθήκες LOS			Κατάσταση S2: Συνθήκες μέτριας Σκίασης			Κατάσταση S3: Συνθήκες έντονης Σκίασης		
		α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)	α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)	α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)
Ημιαστικό	10 <sup>0</sup>	-0.1	0.5	-19.0	-8.7	3.0	-12.0	-12.1	6.0	-25.0
	20 <sup>0</sup>	0.0	1.5	-25.0	-6.3	3.5	-20.0	-9.0	5.0	-21.0
	30 <sup>0</sup>	-0.5	1.0	-15.0	-4.7	1.5	-19.0	-7.0	3.0	-20.0
	40 <sup>0</sup>	-0.3	1.5	-14.0	-4.5	1.0	-21.0	-7.1	2.0	-21.0
	50 <sup>0</sup>	-0.5	1.0	-17.0	-6.5	2.5	-17.0	-14.0	2.5	-20.0
	60 <sup>0</sup>	-1.0	1.0	-15.0	-6.0	2.5	-17.0	-10.2	4.0	-15.0
	70 <sup>0</sup>	-0.2	0.5	-15.0	-6.0	2.1	-17.0	-11.5	2.0	-20.0
Αστικό	10 <sup>0</sup>	-0.4	1.76	-13.47	-10.9	3.78	-13.0	-21.04	6.56	-25.0
	20 <sup>0</sup>	0.6	1.5	-11.2	-15.3	7.0	-19.9	-29.9	8.7	-24.7
	30 <sup>0</sup>	0.45	1.9	-16.9	-11.7	4.8	-21.3	-23.8	9.9	-22.5
	40 <sup>0</sup>	-0.1	1.7	-24.2	-	-	-	-	-	-
	50 <sup>0</sup>	0.2	2.1	-35.4	-4.2	1.95	-25.4	-6.5	1.87	-26.2
	60 <sup>0</sup>	-0.2	1.8	-35.4	-3.9	1.9	-31.5	-6.6	1.0	-21.0
	70 <sup>0</sup>	-0.5	1.8	-37.2	-4.24	1.8	-31.2	-	-	-

**Πίνακας 4.3:** Μετρήσεις των μεγεθών α, Ψ, MP κατά τη διεξαγωγή του πειράματος του DLR (Πίνακας 4.1) για ζώνη συχνοτήτων L και κεραία λήψης τοποθετημένη στην οροφή αυτοκινήτου

Περιβάλλον Διάδοσης	Γωνία Ανύψωσης σε μοίρες	Κατάσταση S1: Συνθήκες LOS			Κατάσταση S2: Συνθήκες μέτριας Σκίασης			Κατάσταση S3: Συνθήκες έντονης Σκίασης		
		α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)	α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)	α(dB/LOS)	Ψ(dB)	MP(dB/LOS)
Ημιαστικό	10°	-0.1	0.5	-19.0	-8.1	3.5	5.7	-19.0	-12.6	-25.2
	20°	-0.7	1.0	-25.2	-10.3	3.5	-12.0	-17.0	6.1	-21.5
	30°	-0.5	1.0	-23.0	-10.3	4.5	-12.5	-18.0	6.1	-23.0
	40°	-0.5	1.1	-24.0	-9.9	3.6	-12.0	-17.1	4.3	-21.0
	50°	-0.1	1.0	-25.0	-10.2	2.0	-15.0	-18.0	4.6	-20.0
	60°	-0.9	0.5	-20.0	-10.1	2.1	-14.0	-15.2	4.1	-20.0
	70°	-0.2	0.5	-25.0	-8.0	2.1	-14.0	-17.6	4.0	-14.0
Αστικό	10°	-0.7	1.9	-38.3	-18.4	8.6	-14.7	-24.4	9.4	-23.9
	20°	0.7	2.1	-25.5	-10.0	4.9	-23.3	-25.3	7.9	-26.5
	30°	0.4	2.5	-34.0	-11.5	5.4	-16.0	-19.2	7.0	-22.0
	40°	-0.2	1.0	-32.9	-8.6	3.8	-16.1	-15.1	2.6	-16.0
	50°	0.0	0.5	-34.5	-6.1	2.7	-17.0	-13.0	4.3	-17.7
	60°	0.1	1.9	-27.2	-6.9	2.2	-18.6	-13.1	4.2	-19.7
	70°	-0.7	1.8	-25.1	-5.7	1.0	-23.8	-12.7	3.2	-20.2

**Πίνακας 4.4:** Μετρήσεις των μεγεθών α, Ψ, MP κατά τη διεξαγωγή του πειράματος του DLR (Πίνακας 4.1) για ζώνη συχνοτήτων L και κεραία λήψης την οποία κρατάει άνθρωπος με το χέρι

### 4.3 Μοντελοποίηση του δορυφορικού διαύλου διπλής πόλωσης

Ο δορυφορικός δίαυλος μοντελοποιείται για σχήμα RHCP - LHCP διαστάσεων 2X2 όπως στο Σχήμα 4.4 ώστε ο πίνακας του διαύλου να δίνεται από την (3.21). Όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.2.3.3, το μοντέλο του  $L_{oo}$  αναφέρεται σε σύστημα SISO για το οποίο η κεραία εκπομπής βρίσκεται στην ίδια πόλωση με την κεραία λήψης. Το μοντέλο αυτό μπορεί να εφαρμοστεί και για σύστημα MIMO μεταξύ κάθε κεραίας εκπομπής και κάθε κεραίας λήψης υπό την προϋπόθεση ότι βρίσκονται στην ίδια πόλωση. Με βάση το συλλογισμό αυτό, επειδή ο χωρικός πίνακας πολώσεων της (3.21) αποτελεί τον πίνακα του διαύλου του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης, τα μέτρα των στοιχείων του θεωρείται ότι ακολουθούν την κατανομή  $L_{oo}$  ώστε καθένα από τα στοιχεία να γράφεται σύμφωνα με την (4.22).

#### 4.3.1 Η απευθείας συνιστώσα

Όσον αφορά την απευθείας συνιστώσα, η σχέση (3.21) γράφεται

$$\bar{\mathbf{H}}_{x,a} = \bar{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi} \circ \bar{\mathbf{\Theta}} \quad (4.23)$$

Επειδή τα στοιχεία του χωρικού πίνακα πολώσεων είναι της μορφής (4.15), για τον πίνακα  $\bar{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi}$  ισχύει

$$\text{vec}\left(\left(\overline{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}\right)^{\text{H}}\right) = 10^{a/20} \cdot 10^{\Psi/20 \cdot \overline{\mathbf{C}}^{1/2} \text{vec}\left(\mathbf{H}_{\text{W}}^{\text{H}}\right)} \quad (4.24)$$

όπου θεωρείται τέλεια απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών εκπομπής και λήψης προκειμένου η τιμή της παραμέτρου  $a$  να μην περιορίζεται από την αδυναμία των κεραιών να εκπέμπουν ή να λαμβάνουν κατά την πόλωση στην οποία είναι προσανατολισμένες. Επιπλέον, ο πίνακας  $\overline{\mathbf{C}}$  είναι ο πίνακας συσχέτισης της μεταβλητής συνιστώσας των νεπερίων λογαρίθμων των στοιχείων του πίνακα  $\overline{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$ . Αν τεθεί  $\mathbf{v} = \Psi/20 \cdot \overline{\mathbf{C}}^{1/2} \text{vec}\left(\mathbf{H}_{\text{W}}^{\text{H}}\right) = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4]^{\text{T}}$  στη σχέση (4.24), τότε  $10^{\mathbf{v}} = \left[10^{v_1} \ 10^{v_2} \ 10^{v_3} \ 10^{v_4}\right]^{\text{T}}$ .

Ο πίνακας  $\overline{\mathbf{\Theta}}$  θεωρεί τις κεραιές RHCP και LHCP τοποθετημένες στο ίδιο σημείο τόσο στην πλευρά εκπομπής όσο και στην πλευρά λήψης με αποτέλεσμα τα στοιχεία του να θεωρούνται πλήρως συσχετισμένα. Για το λόγο αυτό τα στοιχεία του  $\overline{\mathbf{\Theta}}$  αποτελούν θετικούς αριθμούς καθώς η κοινή τους φάση μπορεί να ενσωματωθεί σε αυτήν των στοιχείων του πίνακα  $\overline{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$ . Επιπλέον, επειδή η τυχαιότητα που εισάγουν οι συνθήκες σκίασης στο απευθείας σήμα λαμβάνονται υπόψη στον πίνακα  $\overline{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$ , τα μέτρα των στοιχείων του πίνακα  $\overline{\mathbf{\Theta}}$  αποτελούν ντετερμινιστικά μεγέθη, επομένως είναι σταθερά. Θεωρώντας τα μεγέθη  $XPI_i$  και  $XPI_r$  κοινά για τις κεραιές δεξιόστροφης και αριστερόστροφης πόλωσης και επιπλέον ότι τα εμπόδια στα οποία οφείλεται η σκίαση δεν αποπολώνουν τα διαδιδόμενα κύματα ώστε  $XPR \rightarrow \infty$ , ο πίνακας  $\overline{\mathbf{\Theta}}$  δίνεται από την (3.27) με κατάλληλη προσαρμογή των κερδών ισχύος των στοιχείων. Το κέρδος της (4.15) γράφτηκε για κεραιές που εκπέμπουν και λαμβάνουν αντίστοιχα, στην ίδια πόλωση. Για το λόγο αυτό, προκειμένου για πεπερασμένη τιμή της απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών εκπομπής ( $XPI_i$ ) και λήψης ( $XPI_r$ ), το κέρδος της (4.15) μεταξύ της κεραιάς εκπομπής  $i$  και της κεραιάς λήψης  $j$  πολλαπλασιάζεται με  $\sqrt{XPI_i/(XPI_i+1)}$  όταν η κεραία λήψης  $j$  είναι προσανατολισμένη κατά την ίδια πόλωση με την κεραία εκπομπής  $i$ , ενώ πολλαπλασιάζεται με  $\sqrt{XPI_i/(XPI_i+1)}$  όταν η κεραία λήψης  $j$  είναι προσανατολισμένη κατά την κάθετη πόλωση της κεραιάς εκπομπής  $i$ , όπου  $XPI^{-1} = XPI_i^{-1} + XPI_r^{-1}$  η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών για όλη τη ζεύξη. Η διαπίστωση αυτή οδηγεί στις σχέσεις

$$E\left[|\overline{\theta}_{++}|^2\right] + E\left[|\overline{\theta}_{-+}|^2\right] = 1 \quad (4.25.a)$$

$$E\left[|\overline{\theta}_{--}|^2\right] + E\left[|\overline{\theta}_{+-}|^2\right] = 1 \quad (4.25.β)$$

όπου ο συμβολισμός “+” αναφέρεται σε δεξιόστροφα πολωμένη κεραία και ο συμβολισμός “-” σε αριστερόστροφα πολωμένη κεραία.

Λαμβάνοντας υπόψη τα ανωτέρω συμπεράσματα, ο πίνακας  $\overline{\mathbf{\Theta}}$  γράφεται

$$\bar{\Theta} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\beta} & \sqrt{\beta} \\ \sqrt{\beta} & \sqrt{1-\beta} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

όπου

$$\text{XPI} = \frac{1-\beta}{\beta} \quad (4.27)$$

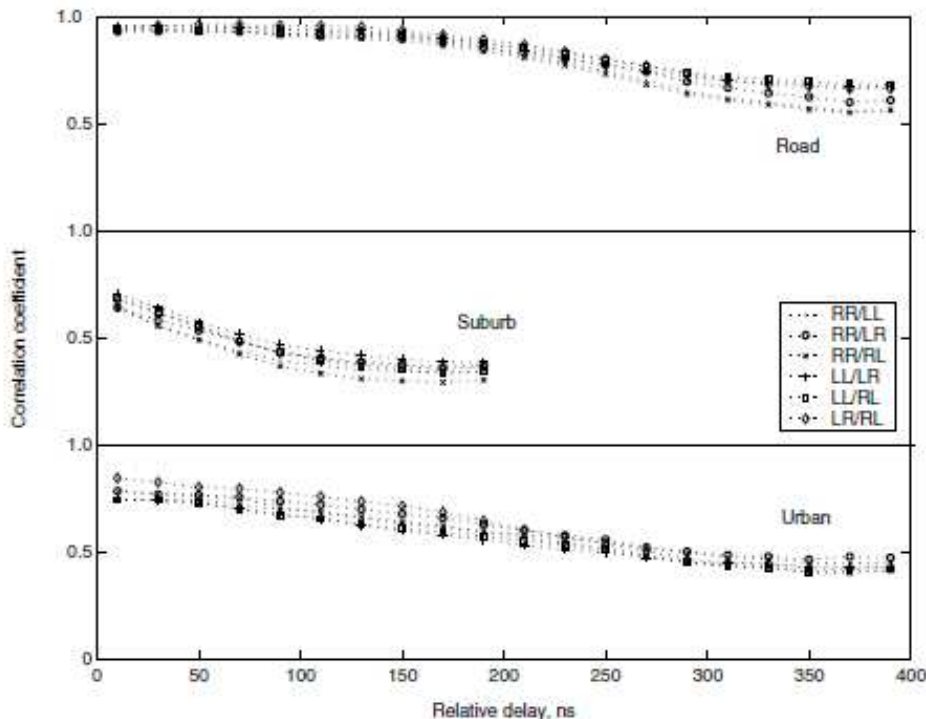
Επειδή το XPI αποτελεί σχεδιαστικό παράγοντα των κεραιών μπορεί να ρυθμιστεί κατάλληλα κατά την κατασκευή τους και την εγκατάστασή τους κατά τον επιθυμητό προσανατολισμό ώστε η τιμή του να θεωρείται σταθερή. Όπου δεν αναφέρεται διαφορετικά, θεωρείται [Lio]

$$\text{XPI} = 15\text{dB} \quad (4.28.\alpha)$$

ή, ισοδύναμα, από την (4.27)

$$\beta \approx 0.03 \quad (4.28.\beta)$$

Για την απευθείας συνιστώσα απομένουν να προσδιοριστούν οι τιμές που λαμβάνουν τα στοιχεία του πίνακα συσχέτισης  $\bar{C}$ . Στο Σχήμα 4.8 [Sta] φαίνονται μετρήσεις που έχουν γίνει αναφορικά με τους χωρικούς συντελεστές συσχέτισης για τη ζώνη συχνοτήτων S.



**Σχήμα 4.8:** Συσχέτιση σημάτων λήψης για τη ζώνη συχνοτήτων S και σχήμα διπλής πόλωσης RHCP - LHCP συναρτήσει της σχετικής καθυστέρησης



Στην απευθείας συνιστώσα αντιστοιχεί μηδενική σχετική καθυστέρηση ώστε οι συσχετίσεις για τα τρία διαφορετικά περιβάλλοντα να κυμαίνονται μεταξύ 0.7 και 1.0. Συγκεκριμένα, ο πίνακας  $\bar{\mathbf{C}}$  γράφεται για διαφορετικά περιβάλλοντα [Lio]

α) για ανοικτό περιβάλλον

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.86 & 0.85 & 0.90 \\ 0.86 & 1 & 0.91 & 0.87 \\ 0.85 & 0.91 & 1 & 0.88 \\ 0.90 & 0.87 & 0.88 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29.α)$$

β) για ημιαστικό περιβάλλον

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.76 & 0.76 & 0.83 \\ 0.76 & 1 & 0.83 & 0.75 \\ 0.76 & 0.83 & 1 & 0.78 \\ 0.83 & 0.75 & 0.78 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29.β)$$

γ) για αστικό περιβάλλον

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.86 & 0.86 & 0.92 \\ 0.86 & 1 & 0.89 & 0.85 \\ 0.86 & 0.89 & 1 & 0.93 \\ 0.92 & 0.85 & 0.93 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29.γ)$$

### 4.3.2 Η σκεδαζόμενη συνιστώσα

Σε σχέση με τη σκεδαζόμενη συνιστώσα, η σχέση (3.21) γράφεται

$$\tilde{\mathbf{H}}_{x,a} = \tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi} \circ \tilde{\mathbf{\Theta}} \quad (4.30)$$

Επειδή τα στοιχεία του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$  είναι της μορφής (4.16), για αυτόν ισχύει

$$\text{vec}\left(\left(\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}\right)^H\right) = 10^{MP/20} \cdot \mathbf{R}^{1/2} \text{vec}\left(\mathbf{H}_w^H\right) \quad (4.31)$$

όπου ο πίνακας συνδιακύμανσης  $\mathbf{R}$  δίνεται από τη (2.20).

Λόγω της (4.31) ο πίνακας  $\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$  γράφεται

$$\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi} = 10^{MP/20} \cdot \begin{bmatrix} h_{w1} & h_{w2} \\ h_{w3} & h_{w4} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

όπου  $h_{w_i}$  τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία τυπική απόκλιση. Οι μεταξύ τους συσχετίσεις είναι εκείνες του πίνακα  $\mathbf{R}$ .

Η ισοδυναμία του σχήματος RHCP-LHCP με το σχήμα  $\pm 45^\circ$  συνεπάγεται ότι ο πίνακας πόλωσης του διαύλου  $\tilde{\mathbf{X}}$  δίνεται από την (3.38.α) ώστε να ισχύουν οι σχέσεις (3.41)-(3.45). Το γεγονός ότι τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα του διαύλου είναι μεταξύ τους ίσα όπως και τα μη διαγώνια στοιχεία επιτρέπει τη γραφή του πίνακα στη μορφή

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-a} & \sqrt{a} \\ \sqrt{a} & \sqrt{1-a} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} h_{\text{random},1} & h_{\text{random},2} \\ h_{\text{random},2} & h_{\text{random},1} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

όπου  $h_{\text{random},1}$  και  $h_{\text{random},2}$  τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία τυπική απόκλιση. Επιπλέον ισχύει

$$E[h_{\text{random},1} \cdot h_{\text{random},2}^*] = \frac{\text{XPC}}{\sqrt{a(1-a)}} \quad (4.34)$$

Για την εξαγωγή της (4.33) έγινε η υπόθεση τέλει απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης για τις κεραίες και επιπλέον ότι

$$E[|\tilde{x}_{++}|^2] + E[|\tilde{x}_{-+}|^2] = 1 \quad (4.35.α)$$

$$E[|\tilde{x}_{--}|^2] + E[|\tilde{x}_{+-}|^2] = 1 \quad (4.35.β)$$

Σύμφωνα με τις (4.35), το σήμα που εκπέμπεται στην κάθε πόλωση και του οποίου ένα ποσοστό έχει αποπολώσει ο διάυλος θεωρείται ότι λαμβάνεται στις δύο πολώσεις από τις κεραίες του δέκτη με μέση ισχύ λήψης MP(dB). Με βάση την προηγούμενη διαπίστωση ισχύει

$$\text{XPR} = \frac{1-a}{a} \quad (4.36)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την πεπερασμένη τιμή του XPI, με βάση την (3.23.α) τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $\tilde{\Theta}$  προκύπτουν ίσα μεταξύ τους όπως και τα μη διαγώνια στοιχεία του ώστε ο πίνακας  $\tilde{\Theta}$  είναι της ίδιας μορφής με τον  $\tilde{\mathbf{X}}$  οπότε

$$\tilde{\Theta} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\gamma} & \sqrt{\gamma} \\ \sqrt{\gamma} & \sqrt{1-\gamma} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} h_{\text{random},3} & h_{\text{random},4} \\ h_{\text{random},4} & h_{\text{random},3} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

όπου  $h_{\text{random},3}$  και  $h_{\text{random},4}$  τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία τυπική απόκλιση και επαληθεύουν τις σχέσεις

$$E\left[|\tilde{\theta}_{++}|^2\right] + E\left[|\tilde{\theta}_{-+}|^2\right] = 1 \quad (4.38.α)$$

$$E\left[|\tilde{\theta}_{--}|^2\right] + E\left[|\tilde{\theta}_{+-}|^2\right] = 1 \quad (4.38.β)$$

Πλέον, η συνολική απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης της ζεύξης γράφεται

$$XPD = \frac{1-\gamma}{\gamma} \quad (4.39)$$

Με βάση τις σχέσεις (3.7) και (3.8) προκύπτει

$$XPD^{-1} = XPI^{-1} + XPR^{-1} \quad (4.40)$$

οπότε συνδυάζοντας τις (4.27), (4.36), (4.39) και (4.40) προκύπτει

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\beta}{1-\beta} + \frac{a}{1-a} \quad (4.41)$$

Από τις (4.32) και (4.37), ο πίνακας της (4.30) γράφεται

$$\tilde{\mathbf{H}}_{x,a} = 10^{MP/20} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}} \circ \tilde{\mathbf{\Theta}}_{\beta} \quad (4.42)$$

όπου

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}} = \begin{bmatrix} h_{w1} \cdot h_{\text{random},3} & h_{w2} \cdot h_{\text{random},4} \\ h_{w3} \cdot h_{\text{random},4} & h_{w4} \cdot h_{\text{random},3} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

ο πίνακας συσχετίσεων πολώσεων του διαύλου, και

$$\tilde{\mathbf{\Theta}}_{\beta} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\gamma} & \sqrt{\gamma} \\ \sqrt{\gamma} & \sqrt{1-\gamma} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Σημειώνεται ότι σε κανένα πείραμα οι συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα  $\tilde{\mathbf{\Theta}}$  και εκείνες μεταξύ των στοιχείων του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$  δεν μετρούνται ξεχωριστά αλλά αντί αυτών μετρούνται οι συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}}$ . Συνεπώς, για πρακτικούς λόγους επιβάλλεται η γραφή του πίνακα της σκεδαζόμενης συνιστώσας στη μορφή (4.42).

Το γεγονός ότι τα στοιχεία των πινάκων  $\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$  και  $\tilde{\mathbf{\Theta}}$  είναι μεταξύ τους ασυσχετίστα οδηγεί σε δύο συμπεράσματα:

α) Τα στοιχεία του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}}$  είναι τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία τυπική απόκλιση.

β) Οι συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}}$  είναι ίσες με το γινόμενο των αντιστοίχων συσχετίσεων των πινάκων  $\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\text{H}}$  και  $\tilde{\mathbf{\Theta}}$ . Συνεπώς, αν  $t_c, r_c, s_{1c}, s_{2c}$  οι αντίστοιχες των  $t, r, s_1, s_2$  συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}}$  και  $\theta_c = E[h_{\text{random},3} \cdot h_{\text{random},4}^*]$  ισχύουν οι σχέσεις

$$t_c = t \cdot \theta_c \quad (4.45.α)$$

$$r_c = r \cdot \theta_c \quad (4.45.β)$$

$$s_{1c} = s_1 \quad (4.45.γ)$$

$$s_{2c} = s_2 \quad (4.45.δ)$$

Από τις (4.45.α) και (4.45.β) προκύπτει ότι το σύστημα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει μικρότερες τιμές συσχέτισης κατά ένα παράγοντα  $\theta_c \leq 1$  τόσο στην πλευρά εκπομπής όσο και στην πλευρά λήψης σε σύγκριση με το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει ένα σαφές πλεονέκτημα της διπλής πόλωσης έναντι της απλής πόλωσης που αναφέρεται στη μεγαλύτερη αποσυσχέτιση των σημάτων τόσο κατά την εκπομπή όσο και κατά τη λήψη τους.

Εφαρμόζοντας την (2.19.α) στην (4.42) υπολογίζεται ο πίνακας συνδιακύμανσης του διαύλου για τη σκεδαζόμενη συνιστώσα

$$\mathbf{R}_{x,a} = 10^{\text{MP}/10} \cdot \begin{bmatrix} 1-\gamma & t_c^* \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} & r_c^* \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} & s_{1c}^* \cdot (1-\gamma) \\ t_c \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} & \gamma & s_{2c}^* \cdot \gamma & r_c \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} \\ r_c \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} & s_{2c} \cdot \gamma & \gamma & t_c \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} \\ s_{1c} \cdot (1-\gamma) & r_c^* \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} & t_c^* \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)} & 1-\gamma \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Πλέον, για τον πίνακα της σκεδαζόμενης συνιστώσας ισχύει

$$\text{vec}(\tilde{\mathbf{H}}_{x,a}^{\text{H}}) = \mathbf{R}_{x,a}^{1/2} \text{vec}(\mathbf{H}_w^{\text{H}}) \quad (4.47)$$

Από την (4.46) φαίνεται ότι εκτός από τις συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα της σκεδαζόμενης συνιστώσας, η τάξη του πίνακα  $\mathbf{R}_{x,a}$  εξαρτάται και από τα κέρδη ισχύος τους σε αντίθεση με την περίπτωση συστήματος απλής πόλωσης όπως φαίνεται από τον πίνακα  $\mathbf{R}$  της (2.20). Συγκεκριμένα, η ποσότητα  $\sqrt{\gamma(1-\gamma)}$  παίρνει τη μέγιστη τιμή της, ίση με 0.5, για  $\text{XPD} = 0\text{dB} \Rightarrow \gamma = 0.5$  και μειώνεται με την αύξηση του XPD. Συνεπώς, όταν η τιμή της συσχέτισης είτε στην πλευρά εκπομπής ( $t_c$ ) είτε στην πλευρά λήψης ( $r_c$ ) είναι μεγάλη, αυξημένες τιμές του XPD βοηθούν στην επίτευξη μικρής τιμής για τα γινόμενα  $t_c \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)}$  και  $r_c \cdot \sqrt{\gamma(1-\gamma)}$  που συντελούν στην ανεξαρτητοποίηση μεταξύ των γραμμών του πίνακα  $\mathbf{R}_{x,a}$ , δηλαδή στην αύξηση της τάξης του. Ερμηνεύοντας αυτή τη συμπεριφορά, οι χωρικές συσχετίσεις αφορούν αποκλειστικά τις τιμές των μη διαγωνίων στοιχείων του διαύλου. Επειδή όσο μειώνονται τα κέρδη ισχύος τους μειώνεται αντίστοιχα η επίδρασή τους σε οποιοδήποτε μέγεθος που αφορά την επίδοση του συστήματος, γίνονται αδιάφορες οι τιμές των χωρικών συσχετίσεων. Η ακραία περίπτωση

συμβαίνει για τέλεια απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης ζεύξης. Στην περίπτωση αυτή, η κεραία που λαμβάνει στην κάθετη πόλωση εκείνης που εκπέμπει η κεραία εκπομπής δεν λαμβάνει καθόλου σήμα ώστε να στερείται νοήματος η έννοια της χωρικής συσχέτισης. Επιπλέον, η αύξηση του XPD συνεπάγεται την αύξηση της τιμής του πρώτου στοιχείου της διαγωνίου που ισούται με  $1-\gamma$ . Η τελευταία διαπίστωση είναι ισοδύναμη με την αύξηση του ισοδύναμου σηματοθορυβικού λόγου λήψης όπως ορίστηκε στην (3.33) που λειτουργεί ευνοϊκά τόσο για τη χωρητικότητα όσο και για την πιθανότητα λάθους αυξάνοντας και μειώνοντάς τις αντίστοιχα. Αντίθετα, όταν οι συσχετίσεις στην πλευρά εκπομπής ή λήψης είναι μικρές, υπάρχουν ελάχιστα περιθώρια περαιτέρω μείωσης τους μέσω της αύξησης του XPD. Συνεπώς, το μόνο ουσιαστικό πλεονέκτημα με την αύξηση του XPD στην περίπτωση αυτή είναι η αύξηση του ισοδύναμου σηματοθορυβικού λόγου λήψης. Συνοψίζοντας, όσο μεγαλύτερα είναι τα μέτρα των συσχετίσεων  $t_c$  και  $r_c$  τόσο περισσότερο ανεξαρτητοποιούνται οι γραμμές του πίνακα  $\mathbf{R}_{x,a}$  με την αύξηση του XPD, ή, ισοδύναμα τη μείωση του  $\gamma$ .

### 4.3.3 Ο πίνακας του δορυφορικού διαύλου για σύστημα MIMO διπλής πόλωσης

Από την (4.15) προκύπτει η μέση ισχύς που φθάνει στο δέκτη μέσω της απευθείας συνιστώσας

$$P_{\text{LOS}} = E \left[ \left| 10^{(\alpha/20 + \Psi/20 \cdot h_{\text{random}})} \right|^2 \right] = 10^{\alpha/10} \cdot E \left[ 10^{(\Psi/10 \cdot \text{Re}\{h_{\text{random}}\})} \right] \quad (4.48)$$

Αντίστοιχα, από την (4.16) προκύπτει η μέση ισχύς που φθάνει στο δέκτη μέσω της συνιστώσας NLOS

$$P_{\text{NLOS}} = E \left[ \left| 10^{\text{MP}/20} \cdot h_{\text{random}} \right|^2 \right] = 10^{\text{MP}/10} \quad (4.49)$$

Σε συμφωνία με τη (2.9) και με βάση τις (2.11), (4.48) και (4.49), ο πίνακας του διαύλου γράφεται

$$\mathbf{H}_{x,a} = \frac{1}{\sqrt{10^{\alpha/10} \cdot E \left[ 10^{(\Psi/10 \cdot \text{Re}\{h_{\text{random}}\})} \right] + 10^{\text{MP}/10}}} \left( \bar{\mathbf{H}}_{x,a} + \tilde{\mathbf{H}}_{x,a} \right) \quad (4.50)$$

Όταν η διακύμανση  $\Psi$  είναι μηδενική, η απευθείας συνιστώσα είναι σταθερή. Η περίπτωση αυτή μελετήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο για επίγειες ζεύξεις. Γενικεύοντας για την περίπτωση μη μηδενικής διακύμανσης, μπορεί να οριστεί ο παράγοντας *Rice* ως μέτρο σύγκρισης της ισχύος μεταξύ της απευθείας και της σκεδαζόμενης συνιστώσας, μέσω της σχέσης

$$K = 10^{(\alpha - \text{MP})/10} \quad (4.51)$$

Στον ακόλουθο πίνακα δίνονται συνήθεις τιμές των μεγεθών που προσδιορίζουν το δορυφορικό δίαυλο για σύστημα MIMO διπλής πόλωσης [Lio].

Περιβάλλον Διάδοσης	XPR Σε dB	XPI σε dB	XPД σε dB	t <sub>c</sub>	r <sub>c</sub>
Ανοικτό	15	15	12	0.4	0.5
Ημιαστικό	6		5.5	0.5	0.5
Αστικό	5		4.6	0.5	0.5

**Πίνακας 4.5:** Συνήθεις τιμές των μεγεθών XPR, XPI, XPД, t<sub>c</sub>, r<sub>c</sub> για τη φασματική ζώνη S και γωνία ανύψωσης  $\theta = 40^\circ$

#### 4.4 Εργοδική χωρητικότητα για σύστημα MIMO διπλής πόλωσης

Η εργοδική χωρητικότητα υπολογίζεται με εφαρμογή της (2.38) όταν ο πίνακας του διαύλου δίνεται από την (4.50).

Για δίαυλο μόνο απευθείας συνιστώσας:

α) η εργοδική χωρητικότητα είναι αύξουσα συνάρτηση της απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών (Σχήμα 4.11) για τον ακόλουθο λόγο. Η αύξηση του XPI συνεπάγεται την αύξηση των διαγωνίων στοιχείων του πίνακα  $\bar{\Theta}$  που δίνεται από την (4.26) και τη μείωση των μη διαγωνίων στοιχείων του, γεγονός που συντελεί στην ανεξαρτητοποίηση των γραμμών του πίνακα του διαύλου ο οποίος τείνει προς τη διαγώνια μορφή, από τη στιγμή μάλιστα που τα στοιχεία του πίνακα  $\bar{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$  εμφανίζουν μεταξύ τους ισχυρή συσχέτιση. Συνεπώς, αύξηση του XPI των κεραιών αυξάνει την τάξη του πίνακα του διαύλου. Επιπλέον, η αύξηση των διαγωνίων στοιχείων του  $\bar{\Theta}$  συντελεί στην αύξηση του ισοδύναμου σηματοθορυβικού λόγου της (3.33).

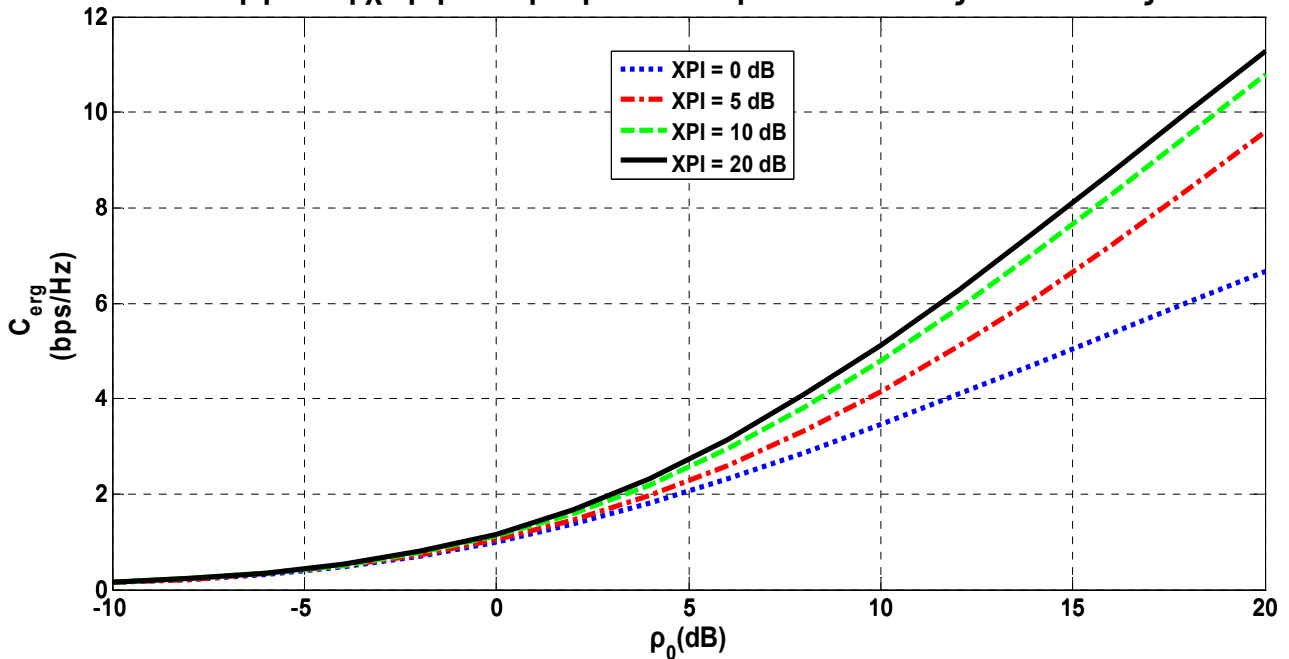
β) η εργοδική χωρητικότητα είναι φθίνουσα συνάρτηση της διακύμανσης  $\Psi$ (dB) όπως φαίνεται (Σχήμα 4.12) για τον ακόλουθο λόγο. Για δίαυλο που διαθέτει μόνο απευθείας συνιστώσα ο παράγοντας κανονικοποίησης της (4.50) γράφεται

$$10^{\alpha/20} \cdot \sqrt{E \left[ 10^{(\Psi/10 \cdot \text{Re}\{h_{\text{random}}\})} \right]}$$

και είναι αύξων με τη διακύμανση  $\Psi$ . Επειδή ο παράγοντας αυτός βρίσκεται στον παρονομαστή της (4.50), τα κέρδη ισχύος των στοιχείων του  $\bar{\mathbf{H}}_{x,a}$  μειώνονται με την αύξηση της διακύμανσης  $\Psi$  με αποτέλεσμα τη μείωση της εργοδικής χωρητικότητας. Ουσιαστικά, η αύξηση της διακύμανσης της ισχύος λήψης δυσκολεύει τον υπολογισμό του μεταβλητού ως προς το χρόνο πίνακα του διαύλου συντελώντας στη μειωμένη επίδοση του συστήματος βασικό μέγεθος της οποίας αποτελεί η εργοδική χωρητικότητα. Επειδή η μειωμένη τιμή της εργοδικής χωρητικότητας όσο αυξάνει η τιμή της διακύμανσης  $\Psi$  την καθιστά περισσότερο

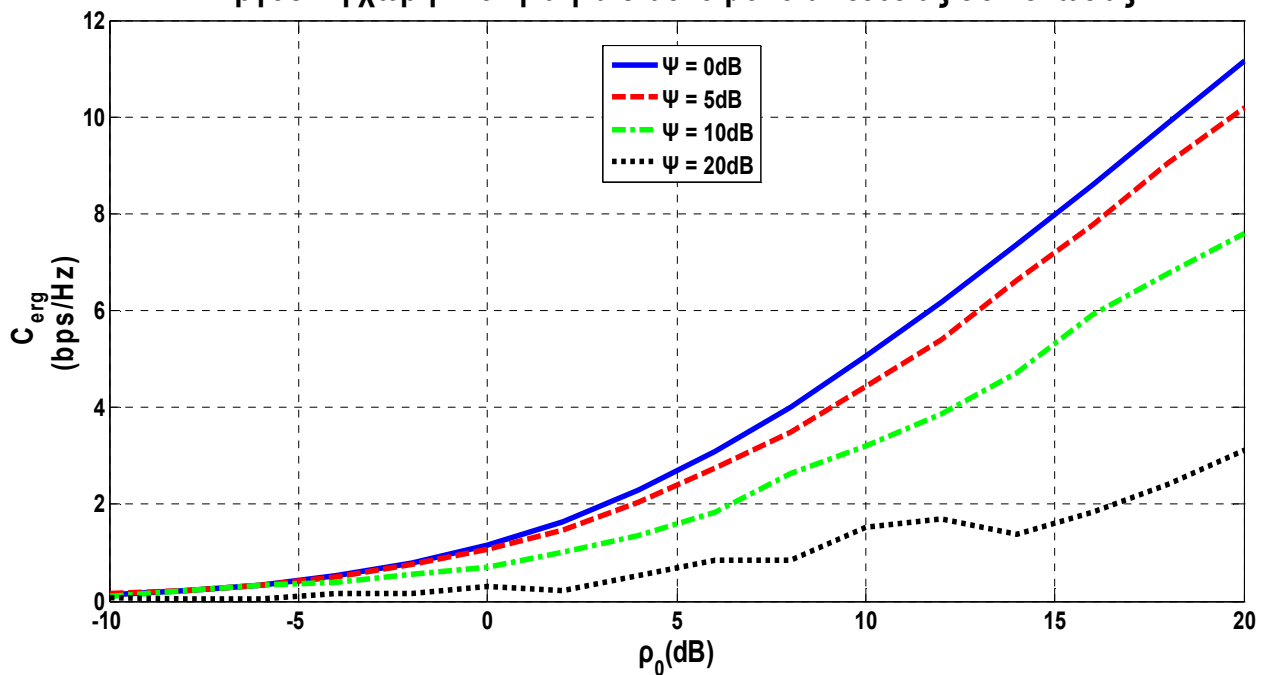
ευαίσθητη στις χρονικές μεταβολές του διαύλου λόγω σκίασης, ενοείται η κυμάτωση των αντίστοιχων καμπυλών όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.12.

### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο μόνο απευθείας συνιστώσας



**Σχήμα 4.11:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  για δίαυλο που διαθέτει μόνο απευθείας συνιστώσα ( $\alpha = 0$  dB/LOS,  $\Psi = 0$  dB και  $MP = -\infty$  dB/LOS)

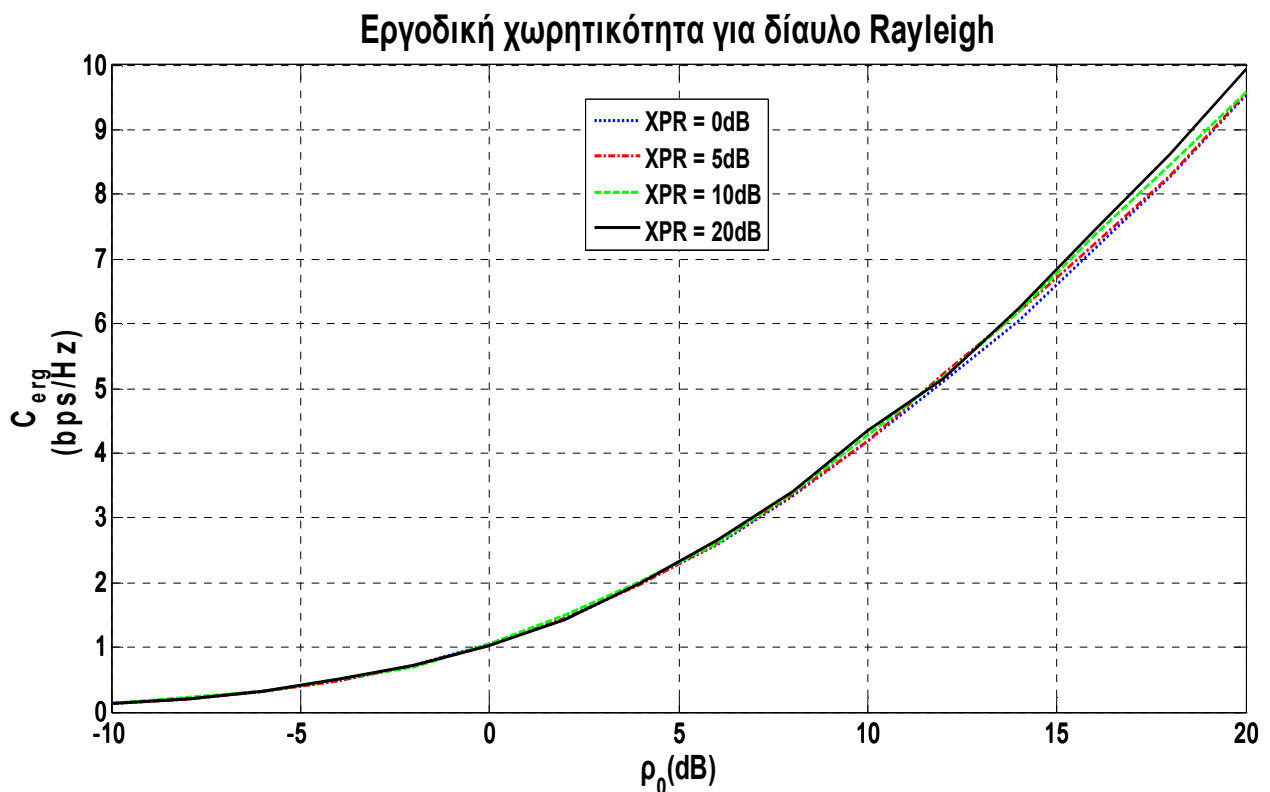
### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο μόνο απευθείας συνιστώσας



**Σχήμα 4.12:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  για δίαυλο που διαθέτει μόνο απευθείας συνιστώσα ( $\alpha = 0$  dB/LOS,  $MP = -\infty$  dB/LOS και  $XPI = 15$  dB)

Για δίαυλο *Rayleigh*:

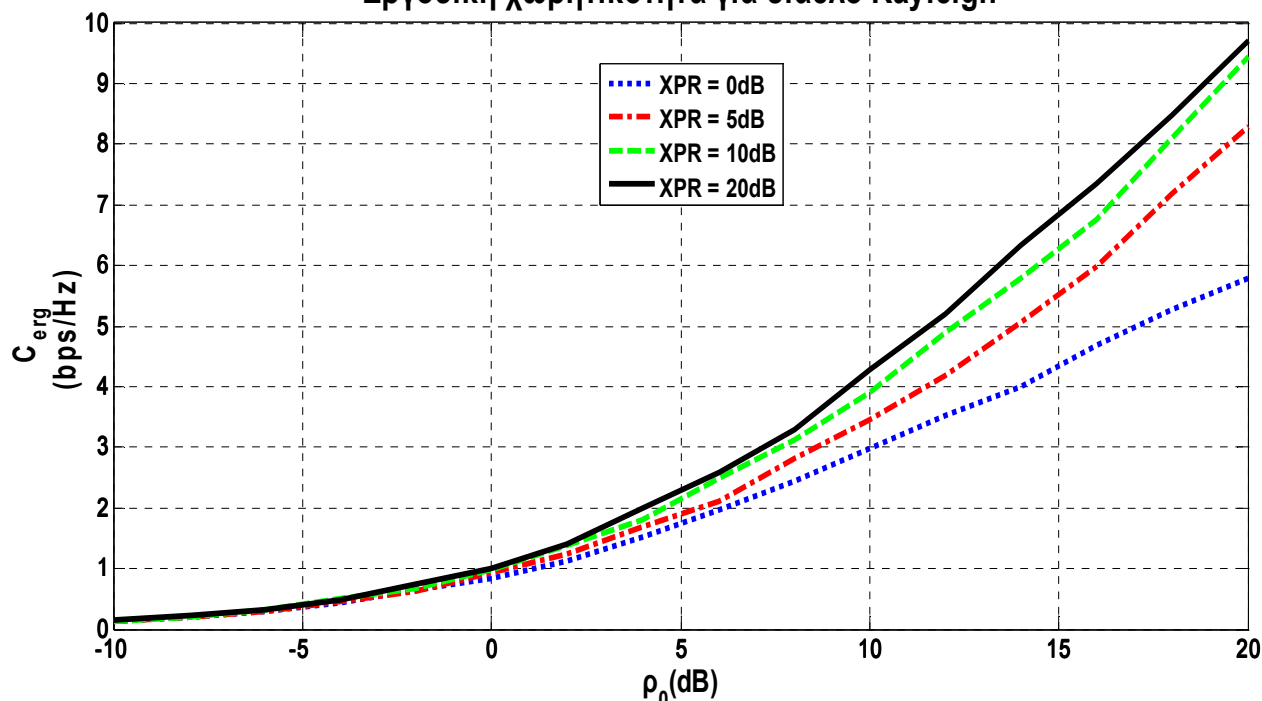
α) η εργοδική χωρητικότητα είναι τόσο περισσότερο αύξουσα συνάρτηση της απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης του διαύλου όσο η χωρική συσχέτιση είτε στην πλευρά εκπομπής είτε στην πλευρά λήψης αυξάνει (Σχήματα 4.13 και 4.14). Επειδή με βάση την (4.40) και δεδομένο XPI τα συμπεράσματα που αναφέρονται στο XPD ταυτίζονται για δίαυλο *Rayleigh* με εκείνα που αναφέρονται στο XPR, οι λόγοι για τη συμπεριφορά της εργοδικής χωρητικότητας ως προς το XPR είναι εκείνοι που παρουσιάστηκαν κατά την επεξήγηση του πίνακα συνδιακύμανσης του διαύλου  $\mathbf{R}_{x,a}$  της σχέσης (4.46). Αντίστοιχα, η εργοδική χωρητικότητα είναι φθίνουσα συνάρτηση των χωρικών συσχετίσεων  $t_c, r_c$  όπως φαίνεται από τα Σχήματα 4.13 και 4.14 συγκρίνοντας τις αντίστοιχες καμπύλες για δεδομένο XPR. Εξαιρέση αποτελεί η περίπτωση υψηλών τιμών του XPR (XPR = 20dB) για τις οποίες η εργοδική χωρητικότητα είναι εξίσου υψηλή είτε η χωρική συσχέτιση είναι μεγάλη είτε είναι μικρή. Η αναισθησία αυτή του σχήματος διπλής πόλωσης ως προς τη χωρική συσχέτιση όταν το περιβάλλον διάδοσης δεν αποπολώνει έντονα τα διαδιδόμενα κύματα του δίνει σαφές πλεονέκτημα έναντι του σχήματος απλής πόλωσης ως προς την επίτευξη υψηλών ρυθμών μετάδοσης για μεγάλες τιμές των χωρικών συσχετίσεων (όπως στην περίπτωση γειτονικής τοποθέτησης των κεραιών στο τερματικό λόγω έλλειψης χώρου).



**Σχήμα 4.13:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  για δίαυλο *Rayleigh* ( $\alpha = -\infty$  dB/LOS,  $\Psi = 0$  dB,  $MP = 0$  dB/LOS, XPI = 15dB) και  $t_c = r_c = 0$



### Εργοδική χωρητικότητα για δίαυλο Rayleigh



**Σχήμα 4.14:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  για δίαυλο *Rayleigh* ( $\alpha = -\infty$  dB/LOS,  $\Psi = 0$  dB,  $MP = 0$  dB/LOS,  $XPI = 15$  dB) και  $t_c = r_c = 1$

#### 4.5 Πιθανότητα λάθους για σύστημα MIMO διπλής πόλωσης και σχήμα Alamouti

Η πιθανότητα λάθους υπολογίζεται με εφαρμογή της (3.70) στον πίνακα του διαύλου που δίνεται από την (4.50) μη λαμβάνοντας υπόψη το στοχαστικό μέγεθος  $\bar{N}_e$  και θεωρώντας  $d_{\min} = \sqrt{2}$ .

Για δίαυλο που διαθέτει μόνο απευθείας συνιστώσα:

α) η πιθανότητα λάθους είναι ανεξάρτητη της απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών καθώς το γεγονός ότι τα στοιχεία του πίνακα  $\bar{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^H$  είναι ισχυρά συσχετισμένα μεταξύ τους, επιτρέπει τη γραφή του πίνακα του διαύλου στη μορφή

$$\mathbf{H}_{x,a} \approx \frac{h_{\text{LOS}} \cdot \bar{\Theta}}{10^{\alpha/20} \cdot \sqrt{\mathbb{E} \left[ 10^{(\Psi/10 \cdot \text{Re}\{h_{\text{random}}\})} \right]}}$$

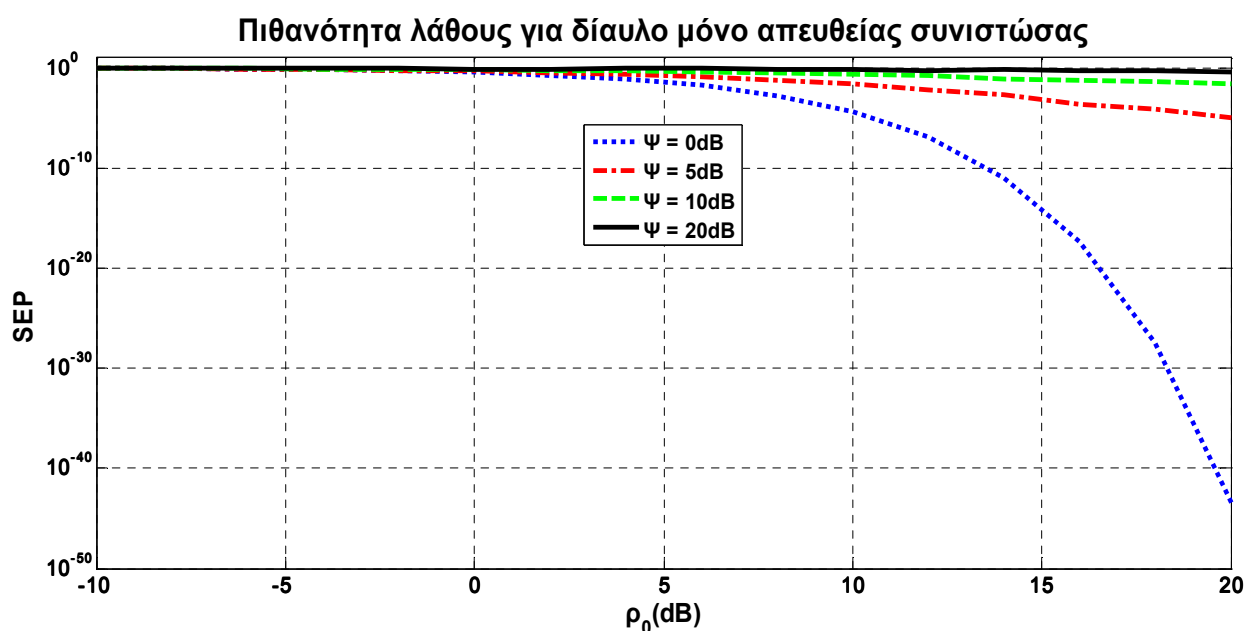
όπου  $h_{\text{LOS}}$  δίνεται από την (4.15).

Στην περίπτωση αυτή, για το μεταβλητό με το χρόνο μέτρο *Frobenius* του παράγοντα  $\bar{\mathbf{u}}$  που υπεισέρχεται στη σχέση προσδιορισμού της πιθανότητας λάθους, προκύπτει

$$\|\bar{\mathbf{u}}\|^2 = \|\text{vec}(\mathbf{H}_{x,a})\|^2 \approx \frac{2 \cdot |h_{\text{LOS}}|^2}{10^{\alpha/10} \cdot \mathbb{E}[10^{(\Psi/10 \cdot \text{Re}\{h_{\text{random}}\})}]} \quad (4.52)$$

του οποίου η τιμή είναι ανεξάρτητη του XPI.

β) Η πιθανότητα λάθους είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση της διακύμανσης  $\Psi$ (dB) (Σχήμα 4.15). Αυτό εξηγείται από τη σχέση (4.52) όπου αύξηση του  $\Psi$  συνεπάγεται αύξηση του παρονομαστή αλλά όχι αντίστοιχη αύξηση του  $|h_{\text{LOS}}|$  το οποίο αποτελεί τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή. Η εξήγηση της μονοτονίας της πιθανότητας λάθους ως προς τη διακύμανση  $\Psi$  από πρακτικής άποψης είναι αυτή που δόθηκε για την εργοδική χωρητικότητα στο Σχήμα 4.12.



**Σχήμα 4.15:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  για δίαυλο που διαθέτει μόνο απευθείας συνιστώσα ( $\alpha = 0$  dB/LOS,  $MP = -\infty$  dB/LOS και  $XPI = 15$  dB)

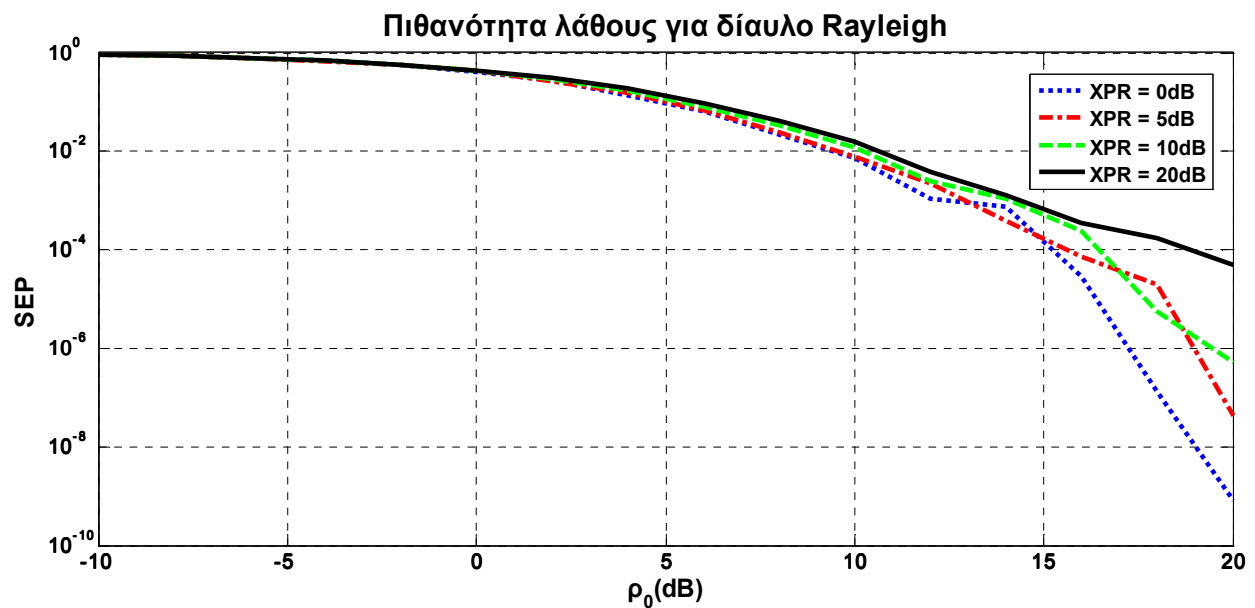
Για δίαυλο *Rayleigh*:

α) Η πιθανότητας λάθους είναι τόσο λιγότερο φθίνουσα συνάρτηση της απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης του διαύλου όσο αυξάνει είτε η χωρική συσχέτιση εκπομπής είτε η χωρική συσχέτιση λήψης ( Σχήματα 4.16 και 4.17). Από τη σχέση (3.72) προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη του πίνακα συνδιακύμανσης  $\mathbf{R}_{x,a}$  τόσο μικρότερο προκύπτει το άνω όριο της πιθανότητας λάθους. Για το Σχήμα 4.16 το άνω όριο της πιθανότητας λάθους προκύπτει ανάλογο της παράστασης

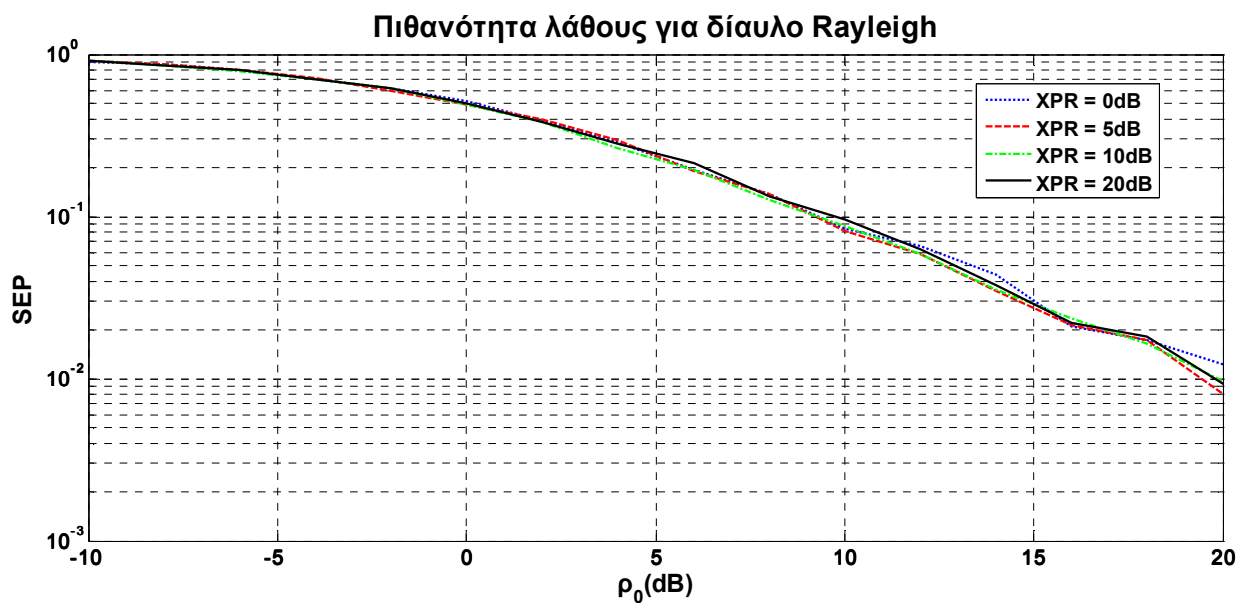
$$\left( 1 + \left( \frac{\rho_0}{2} \right)^2 \cdot (1 - 2\gamma) + \rho_0 \cdot (1 - \gamma) \right)^{-1}, \text{ οπότε η αύξηση του XPR ή, ισοδύναμα, η}$$

μείωση του  $\gamma$  συνεπάγεται τη μείωση της πιθανότητας λάθους. Για την περίπτωση

$t_c = r_c = 1$  η τάξη του πίνακα  $\mathbf{R}_{x,a}$  εκφυλλίζεται σε 2 λόγω της ταύτισης της πρώτης με την τέταρτη γραμμή και της δεύτερης με την τρίτη. Συνεπώς, το άνω όριο της πιθανότητας λάθους προκύπτει μεγάλο ενώ όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.17, η επίδραση της τιμής του XPR σε αυτό είναι αμελητέα. Πάντως, ακόμη και στην περίπτωση  $t_c = r_c = 0$ , η μείωση της πιθανότητας λάθους για σηματοθορυβικούς λόγους λήψης μικρότερους των 15dB είναι ελάχιστη αυξανόμενου του XPR, γεγονός που δείχνει (χωρίς ωστόσο να το αποδεικνύει) ότι η χρησιμοποίηση του σχήματος *Alamouti* για σχήμα διπλής πόλωσης δεν είναι η πλέον αποδοτική.



**Σχήμα 4.16:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  για δίαυλο *Rayleigh* ( $\alpha = -\infty$  dB/LOS,  $\Psi = 0$  dB,  $MP = 0$  dB/LOS,  $XPI = 15$  dB) και  $t_c = r_c = 0$



**Σχήμα 4.17:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  για δίαυλο *Rayleigh* ( $\alpha = -\infty$  dB/LOS,  $\Psi = 0$  dB,  $MP = 0$  dB/LOS,  $XPI = 15$  dB) και  $t_c = r_c = 1$

#### 4.6 Επέκταση συστήματος διπλής πόλωσης σε περισσότερες διαστάσεις

Το σύστημα του Σχήματος 4.4 μπορεί να επεκταθεί σε σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 4X4 όπως δίνεται στο Σχήμα 3.4 με την προϋπόθεση της ύπαρξης αρκετού χώρου στο κινητό τερματικό για την τοποθέτηση των κεραιών ίδιας πόλωσης σε απόσταση που να εξασφαλίζει μικρή τιμή της μεταξύ τους χωρικής συσχέτισης. Τέτοιες συνθήκες εξασφαλίζονται για μεγάλα τερματικά που είναι τοποθετημένα σε πλοία, φορτηγά ή αεροπλάνα.

Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται η περίπτωση κατά την οποία τόσο στην πλευρά εκπομπής όσο και στην πλευρά λήψης οι κεραιές ίδιας μεταξύ τους πόλωσης τοποθετούνται στην ίδια απόσταση όπως οι κεραιές κάθετης μεταξύ τους πόλωσης, δηλαδή με βάση το Σχήμα 3.4

$$d_T = d_r \quad (4.53.a)$$

$$d_R = d_r \quad (4.53.β)$$

Με τον τρόπο αυτό απαιτείται μια σχετικά μικρή μεγέθυνση της πλατφόρμας τοποθέτησης των κεραιών στο κινητό τερματικό ώστε ως μέτρο σύγκρισης να μπορεί να δοθεί ότι αν το σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 εφαρμόζεται στη στέγη ενός αυτοκινήτου, το αντίστοιχο σύστημα 4X4 μπορεί να εφαρμοστεί στη στέγη ενός φορτηγού.

Λόγω των (4.53), ισχύει η ισότητα

$$\mathbf{H}_{2 \times 2} = \mathbf{H}_{2 \times 2}^{\Pi} \quad (4.54)$$

Στο σημείο αυτό αξίζει να προσεχθεί ότι η (3.22) αφορά διάυλο χρονικά σταθερής απευθείας συνιστώσας. Στην περίπτωση όμως των δορυφορικών επικοινωνιών LMS, η περιβάλλουσα του σήματος ακολουθεί την κατανομή του *Loo* όπως διαπιστώθηκε στην παράγραφο 2.2.3.3. και η μοντελοποίηση της απευθείας συνιστώσας γίνεται ανεξάρτητα από τη μοντελοποίηση της συνιστώσας *NLOS*.

Για την απευθείας συνιστώσα, ο πίνακας συνδιακύμανσης αποτελεί το γινόμενο Kronecker των αντίστοιχων πινάκων συνδιακύμανσης των πινάκων  $\bar{\mathbf{H}}_{2 \times 2}$  και  $\bar{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$ . Συνεπώς, λόγω της (4.54) ο πίνακας συσχέτισης του συστήματος διπλής πόλωσης 4X4 για την απευθείας συνιστώσα είναι διαστάσεων 16X16 και γράφεται

$$\bar{\mathbf{C}}_{4 \times 4} = \bar{\mathbf{C}} \otimes \bar{\mathbf{C}} \quad (4.55)$$

όπου ο πίνακας  $\bar{\mathbf{C}}$  δίνεται κατά περίπτωση από τις (4.29).

Πλέον, ο πίνακας του διαύλου που αναφέρεται στην απευθείας συνιστώσα και αφορά μόνο τις χωρικές συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα του διαύλου γράφεται

$$\text{vec}(\bar{\mathbf{H}}_{4 \times 4}^H) = 10^{a/20} \cdot 10^{\Psi/20} \cdot \bar{\mathbf{C}}_{4 \times 4}^{1/2} \text{vec}(\mathbf{H}_w^H) \quad (4.56)$$

όπου ο πίνακας  $\mathbf{H}_w$  είναι διαστάσεων 4X4.

Επιπλέον, αν τεθεί  $\mathbf{v} = \Psi/20 \cdot \overline{\mathbf{C}}_{4 \times 4}^{1/2} \text{vec}(\mathbf{H}_W^H) = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_{16}]^T$  στη σχέση (4.56), τότε  $10^{\mathbf{V}} = [10^{V_1} \ 10^{V_2} \ \dots \ 10^{V_{16}}]^T$ .

Λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση των χρησιμοποιούμενων πολώσεων, ο πίνακας του διαύλου για την απευθείας συνιστώσα γράφεται

$$\overline{\mathbf{H}}_{x,a} = \overline{\mathbf{H}}_{4 \times 4} \circ \overline{\Theta}_{4 \times 4} \quad (4.57)$$

όπου

$$\overline{\Theta}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \overline{\Theta} & \overline{\Theta} \\ \overline{\Theta} & \overline{\Theta} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

διαστάσεων  $4 \times 4$  όπου ο πίνακας  $\overline{\Theta}$  δίνεται από την (4.26).

Σχετικά με τον πίνακα του διαύλου για τη συνιστώσα NLOS, αυτός δίνεται από τη σχέση

$$\tilde{\mathbf{H}}_{x,a} = \tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi} \otimes (\tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}} \circ \tilde{\Theta}_{\beta}) \quad (4.59)$$

όπου οι πίνακες  $\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{corr}}$  και  $\tilde{\Theta}_{\beta}$  δίνονται από τις σχέσεις (4.32), (4.43) και (4.44) αντίστοιχα.

Ο πίνακας του διαύλου προκύπτει από την (4.50) αντικαθιστώντας τις (4.57) και (4.59).

Η εργοδική χωρητικότητα για το σύστημα διπλής πόλωσης  $4 \times 4$  προκύπτει προσαρμόζοντας τη (2.38) μέσω της σχέσης

$$C_{\text{erg}} = E \left[ \log_2 \left\{ \det \left( \mathbf{I}_4 + \frac{\rho_0}{4} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right\} \right] \quad (4.60)$$

όπου  $\mathbf{H}$ , ο πίνακας  $\mathbf{H}_{x,a}$  όπως προκύπτει από τις (4.50), (4.57) και (4.59).

Όσον αφορά τη μέση πιθανότητα λάθους, το σχήμα *Alamouti* επεκτείνεται σε σχήμα OSTBC για σύστημα διαστάσεων  $4 \times 4$ , όπως έχει αναφερθεί στην παράγραφο 2.4.1.1. Η περίπτωση αυτή δεν μελετάται στην παρούσα εργασία. Εξάλλου, όπως διαπιστώνεται από τα Σχήματα 3.34 - 3.39 για διάυλο *Rayleigh* και από το Σχήμα 3.40 για διάυλο μόνο οπτικής επαφής για τον επίγειο διάυλο, το σχήμα  $\pm 45^\circ$  δεν συνιστάται για τη μείωση της πιθανότητας λάθους σε αντιδιαστολή με το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης. Όμοια, από τα διαγράμματα που ακολουθούν διαπιστώνεται ότι το ίδιο ισχύει για τις δορυφορικές επικοινωνίες LMS όταν χρησιμοποιείται σχήμα RHCP-LHCP σε συνδυασμό με το σχήμα *Alamouti*. Συνεπώς, σε κάθε περίπτωση στερείται νοήματος ο υπολογισμός της πιθανότητας

λάθους για σχήμα OSTBC και σύστημα διπλής πόλωσης αφού δεν βελτιώνει τη μέση πιθανότητα λάθους σε σύγκριση με το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης.

#### 4.7 Συστήματα απλής πόλωσης

Για τις προσομοιώσεις που ακολουθούν στην παράγραφο 4.8 σχεδιάζονται τα διαγράμματα τόσο για σύστημα διπλής πόλωσης όσο και για τα αντίστοιχα συστήματα απλής πόλωσης αλλά και για σύστημα SISO. Για το σύστημα απλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 (Σχήμα 3.3) ο πίνακας του διαύλου για την απευθείας συνιστώσα γράφεται

$$\bar{\mathbf{H}}_{sp} = \sqrt{1-\beta} \cdot \bar{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi} \quad (4.61)$$

όπου ο πίνακας  $\bar{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi}$  δίνεται από την (4.24).

Αντίστοιχα, ο πίνακας του διαύλου για τη σκεδαζόμενη συνιστώσα γράφεται

$$\tilde{\mathbf{H}}_{sp} = \sqrt{1-\gamma} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi} \quad (4.62)$$

όπου ο πίνακας  $\tilde{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi}$  δίνεται από την (4.32).

Ο πίνακας του διαύλου για σύστημα απλής πόλωσης 2X2 δίνεται μέσω της σχέσης

$$\mathbf{H}_{sp} = \frac{1}{\sqrt{10^{\alpha/10} \cdot E \left[ 10^{(\Psi/10 - \text{Re}\{h_{\text{random}}\})} \right] + 10^{MP/10}}} (\bar{\mathbf{H}}_{sp} + \tilde{\mathbf{H}}_{sp}) \quad (4.63)$$

ενώ η εργοδική χωρητικότητα προκύπτει με εφαρμογή της (2.38) και το άνω όριο της πιθανότητας λάθους για σχήμα *Alamouti* με εφαρμογή της (3.71).

Για το αντίστοιχο σύστημα SISO θεωρείται ότι το κέρδος διαύλου  $h$  ταυτίζεται με το πρώτο στοιχείο της διαγωνίου του πίνακα  $\mathbf{H}_{sp}$  οπότε η εργοδική χωρητικότητα δίνεται από την (2.39.β) και η πιθανότητα λάθους από τη σχέση

$$P(\hat{s} \neq s) \approx E \left[ \bar{N}_e Q(\sqrt{\rho_0 \cdot d_{\min}^2 |h|^2}) \right] \quad (4.64.α)$$

ή, με χρήση του ορίου *Chernoff*

$$P(\hat{s} \neq s) \leq E \left[ \bar{N}_e \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot d_{\min}^2 |h|^2}{2}} \right] \quad (4.64.β)$$

με  $d_{\min}$  όπως ορίστηκε στην (3.69) και  $\bar{N}_e$  όπως ορίστηκε στην (3.70).

Για το σύστημα απλής πόλωσης που είναι αντίστοιχο του συστήματος διπλής πόλωσης διαστάσεων 4X4 της παραγράφου 4.6 με αποτέλεσμα να ισχύει η (4.54), ο πίνακας του διαύλου για την απευθείας συνιστώσα γράφεται

$$\bar{\mathbf{H}}_{sp} = \sqrt{1-\beta} \cdot \bar{\mathbf{H}}_{4X4} \quad (4.65)$$

όπου ο πίνακας  $\bar{\mathbf{H}}_{4X4}$  δίνεται από την (4.56)

Αντίστοιχα, ο πίνακας του διαύλου για τη σκεδαζόμενη συνιστώσα γράφεται

$$\tilde{\mathbf{H}}_{sp} = \sqrt{1-\gamma} \cdot 10^{-MP/20} \cdot (\tilde{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi} \otimes \tilde{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi}) \quad (4.66)$$

όπου ο πίνακας  $\tilde{\mathbf{H}}_{2X2}^{\Pi}$  δίνεται από την (4.32).

Ο πίνακας του διαύλου για σύστημα απλής πόλωσης 4X4 δίνεται μέσω της σχέσης (4.63) ενώ η εργοδική χωρητικότητα δίνεται μέσω της (4.60) για  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{sp}$ .

#### 4.8 Προσομοιώσεις

Οι προσομοιώσεις που ακολουθούν γίνονται για τη φασματική ζώνη S και γωνία ανύψωσης  $\theta = 40^\circ$  με βάση τις τιμές του Πίνακα 4.2, ενώ ο πίνακας  $\bar{\mathbf{C}}$  δίνεται από τις (4.29) ανάλογα με το περιβάλλον διάδοσης. Η συγκεκριμένη φασματική ζώνη και γωνία ανύψωσης επιλέγονται καθώς σε αυτές αναφέρονται οι τιμές του Πίνακα 4.5 σχετικά με τις απομονώσεις διασταύρωσης πόλωσης XPI, XPR, XPD και τις συσχετίσεις  $t_c$  και  $r_c$ . Η έλλειψη αντίστοιχων πειραματικών τιμών για τις χωρικές συσχετίσεις  $t$  και  $r$  οδηγεί στην επιλογή εκτιμήσεων για την τιμή της παραμέτρου  $\theta_c$  των σχέσεων (4.45). Επειδή με βάση τον Πίνακα 4.5 ισχύει  $XPR = 15\text{dB}$  για ανοικτό περιβάλλον, η μεγάλη τιμή της απομόνωσης διασταύρωσης πόλωσης του διαύλου η οποία μάλιστα είναι ίση με την απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης των κεραιών συνεπάγεται την ύπαρξη ελάχιστων σκεδαστών στο δίαυλο που αποπολώνουν το κύμα NLOS. Αυτό με τη σειρά του σημαίνει ότι οι σκεδαστές του διαύλου δεν είναι ικανοί να ευνοήσουν σε επαρκή βαθμό τη διάδοση των κατακόρυφα πολωμένων κυμάτων έναντι των οριζόντια πολωμένων κυμάτων ώστε το στοιχείο  $\tilde{x}_{vv}$  να επηρεάσει αισθητά και τα τέσσερα στοιχεία του πίνακα πόλωσης του διαύλου που δίνεται από την (3.38.α). Συνεπώς, η συνδιακύμανση των διαγωνίων στοιχείων με τα μη διαγώνια δεν είναι μεγάλη, ενώ η μεγάλη τιμή του XPI συνεπάγεται ότι η αντίστοιχη συσχέτιση είναι παραπλήσια της συσχέτισης  $\theta_c$ . Από την άλλη πλευρά, το  $\theta_c$  δεν μπορεί να είναι μικρότερο από 0.5 καθώς στην περίπτωση αυτή προκύπτει  $r > 1$  με βάση την (4.45.β). Επομένως, για ανοικτό περιβάλλον επιλέγεται η μικρότερη δυνατή τιμή που μπορεί να λάβει και είναι ίση με  $\theta_c = 0.5$ . Με παρόμοιο σκεπτικό, η σαφώς μικρότερη τιμή του  $XPR = 6\text{dB}$  για ημιαστικό περιβάλλον οδηγεί στην επιλογή μεγαλύτερης τιμής για το  $\theta_c$ , ίση με  $\theta_c = 0.7$ , ενώ η κατά 1dB μικρότερη τιμή  $XPR = 5\text{dB}$  για αστικό περιβάλλον οδηγεί στην επιλογή  $\theta_c = 0.8$ . Αντίστροφα, με βάση τον Πίνακα 4.5, για ημιαστικό περιβάλλον η τιμή  $\theta_c = 0.7$  συνεπάγεται  $t = r \approx 0.7$  και για το αστικό περιβάλλον η τιμή  $\theta_c = 0.8$

συνεπάγεται  $t = r \approx 0.6$ . Αυτές οι τιμές είναι λογικές καθώς η μετρίου βαθμού αποπόλωση που υφίστανται τα διαδιδόμενα κύματα όπως φαίνεται από τις αντίστοιχες τιμές των XPR για ημιαστικό και αστικό περιβάλλον αντίστοιχα σημαίνει ότι υπάρχουν αρκετοί, ωστόσο όχι πολλοί, σκεδαστές που αποπολώνουν τα κύματα οι οποίοι αποτελούν ποσοστό των συνολικών σκεδαστών του διαύλου. Συνεπώς, οι χωρικές συσχετίσεις φθίνουν με τη μείωση του XPR. Συνοψίζοντας τα παραπάνω προκύπτει ο πίνακας

Περιβάλλον Διάδοσης	$\theta_c$	t	r
Ανοικτό	0.5	0.8	1
Ημιαστικό	0.7	0.7	0.7
Αστικό	0.8	0.6	0.6

**Πίνακας 4.6:** Εκτίμηση τιμών των μεγεθών  $\theta_c$ , t και r για φασματική ζώνη S και γωνία ανύψωσης  $\theta = 40^\circ$

Με βάση τις άνω παρατηρήσεις, παρουσιάζονται τα διαγράμματα σε τρεις κατηγορίες:

A) Εργοδική χωρητικότητα ( $C_{erg}(\text{bps/Hz})$ ) συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$

Η συμπεριφορά της εργοδικής χωρητικότητας ως προς τα διάφορα σχήματα εξαρτάται κυρίως από τον παράγοντα *Rice* της (4.51). Το γεγονός ότι η εργοδική χωρητικότητα αποτελεί μέση τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας καθιστά την επίδραση της διακύμανσης  $\Psi$  ελάχιστα σημαντική, όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.12 όπου για  $\Psi < 5\text{dB}$  η μεταβολή στην εργοδική χωρητικότητα είναι το πολύ της τάξεως του 1bps/Hz. Μάλιστα, για τα σχήματα που αφορούν ανοικτό περιβάλλον (Σχήματα 4.18–4.20), οι υψηλές τιμές του παράγοντα *Rice* οι οποίες υποδεικνύουν ισχύ  $P_{LOS}$  περίπου 100 φορές μεγαλύτερη από την ισχύ  $P_{NLOS}$  σε συνδυασμό με τη μικρή τιμή της διακύμανσης  $\Psi$  η οποία μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα, καθιστούν το δίαυλο χρονικά σχεδόν σταθερό και πρακτικά μόνο *LOS*. Συνεπώς, σε συμφωνία με το Σχήμα 3.27, η εργοδική χωρητικότητα λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές για το σύστημα διπλής πόλωσης σε σύγκριση με το σύστημα απλής πόλωσης όταν  $\rho_0 > 6\text{dB}$ . Όσον αφορά το σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 4X4, αυτό επιτυγχάνει καλύτερη επίδοση έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης για τιμές  $\rho_0 > 3\text{dB}$ , ενώ για τιμές



$\rho_0 > 11\text{dB}$  το σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές χωρητικότητας από ότι το σύστημα απλής πόλωσης 4X4, δηλαδή το σύστημα απλής πόλωσης με τις διπλάσιες από αυτό κεραίες. Αντίστροφα, ακόμη και στην περίπτωση μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης μικρότερου των ανωτέρω κατωφλίων, η επίδοση των συστημάτων απλής πόλωσης έναντι των αντίστοιχων συστημάτων διπλής πόλωσης είναι ελάχιστα καλύτερη ώστε να θεωρείται αμελητέα. Επιπλέον, όπως φαίνεται από τα Σχήματα 4.18 – 4.20, η εργοδική χωρητικότητα είναι μετατοπισμένη κατά μια σταθερή τιμή για τα συστήματα απλής πόλωσης ως προς εκείνη του συστήματος SISO και συγκεκριμένα, περίπου 1bps/Hz για το σύστημα απλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 και 2bps/Hz για το σύστημα απλής πόλωσης διαστάσεων 4X4. Αντίθετα, όσον αφορά τα συστήματα διπλής πόλωσης, η κυρτότητα των αντίστοιχων καμπυλών επιφέρει διπλασιασμό της εργοδικής χωρητικότητας έναντι του συστήματος SISO για σύστημα διπλής πόλωσης 4X4 ενώ η εργοδική χωρητικότητα για σύστημα διπλής πόλωσης 2X2 είναι σταθερά μικρότερη εκείνης του συστήματος διπλής πόλωσης 4X4 κατά περίπου 2bps/Hz. Η διαφορά ως προς τη χωρητικότητα των δύο συστημάτων διπλής πόλωσης οφείλεται στο διπλασιασμό των κεραιών αφού το σύστημα 4X4 απαρτίζεται από δύο συστήματα 2X2 σε απόσταση μεταξύ τους χωρίς, ωστόσο, να χρησιμοποιείται κάποια επιπλέον πόλωση. Όμως, όπως γίνεται αντιληπτό από τα σχήματα απλής πόλωσης, η αύξηση του αριθμού των κεραιών εκπομπής και λήψης επιφέρει μικρή αύξηση στη χωρητικότητα με σταθερή μετατόπιση της αντίστοιχης καμπύλης. Με τον τρόπο αυτό εξηγείται η σταθερή και ταυτόχρονα μικρή διαφορά μεταξύ της χωρητικότητας για τα δύο σχήματα διπλής πόλωσης. Το συμπέρασμα που προκύπτει από την ανωτέρω ανάλυση είναι ότι η χρήση συστημάτων διπλής πόλωσης για ανοικτό περιβάλλον λειτουργεί πολύ ευνοϊκά για την εργοδική χωρητικότητα και αποτελεί μια ελκυστική λύση προκειμένου οι δορυφορικές επικοινωνίες να γίνουν ανταγωνιστικές προς τις επίγειες ως προς το χαρακτηριστικό αυτό. Πάντως, λόγω της μικρής διαφοράς στην επίδοση μεταξύ των συστημάτων διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 και 4X4, η χρήση του συστήματος 4X4 δεν προτείνεται όταν κριτήριο αποτελεί η εργοδική χωρητικότητα.

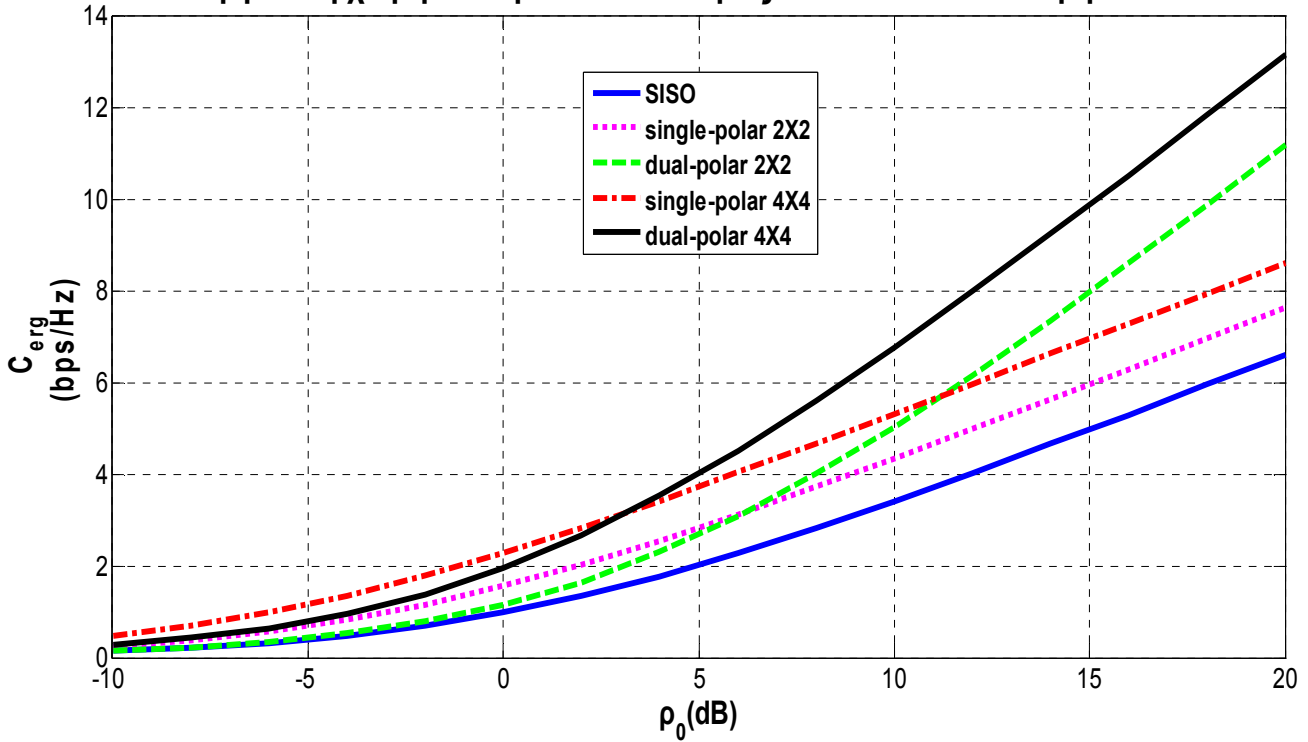
Σχετικά με τα σχήματα για ημιαστικό περιβάλλον και συνθήκες *LOS* ή μέτριας σκίασης (Σχήματα 4.21 και 4.22), οι μειωμένες σε σχέση με την περίπτωση ανοικτού περιβάλλοντος τιμές του  $K$  καθιστούν την ισχύ  $P_{LOS}$  μεγαλύτερη από την ισχύ  $P_{NLOS}$  περίπου 16 και 7 φορές αντίστοιχα, ενώ η διακύμανση  $\Psi$  εξακολουθεί να θεωρείται αμελητέα ώστε ο διάυλος να θεωρείται *Rice*. Ωστόσο, όπως φαίνεται από τα Σχήματα 3.22 και 3.25 που αφορούν διάυλο *Rayleigh*, για χαμηλές και μέτριες χωρικές συσχετίσεις, το σύστημα απλής πόλωσης επιτυγχάνει καλύτερη επίδοση ως προς την εργοδική χωρητικότητα σε σχέση με το αντίστοιχο σύστημα διπλής πόλωσης για τις επίγειες επικοινωνίες. Για την περίπτωση δορυφορικών επικοινωνιών και διάδοσης σε ημιαστικό περιβάλλον, οι χωρικές συσχετίσεις είναι ίσες με 0.7 οπότε υπάγονται στην κατηγορία των μέτριων συσχετίσεων. Η μεγαλύτερη αύξηση ως προς τη χωρητικότητα που επιτυγχάνεται για τα σχήματα απλής πόλωσης και οφείλεται στις εναλλακτικές εκδοχές του σήματος που παρέχει η συνιστώσα *NLOS*, μετατοπίζει τα κατώφλια των σηματοθορυβικών λόγων που αναφέρθηκαν για ανοικτό περιβάλλον διάδοσης προς μεγαλύτερες τιμές τόσο περισσότερο όσο μειώνεται ο παράγοντας  $K$ . Συγκεκριμένα, για συνθήκες *LOS* σε ημιαστικό περιβάλλον (Σχήμα 4.21), η εργοδική χωρητικότητα λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές για το σύστημα διπλής πόλωσης 2X2 σε σύγκριση με το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης όταν  $\rho_0 > 7\text{dB}$ , για το σχήμα διπλής πόλωσης 4X4 σε σύγκριση με το αντίστοιχο σχήμα απλής πόλωσης για

$\rho_0 > 4\text{dB}$ , ενώ το σχήμα διπλής πόλωσης 2X2 επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές χωρητικότητας από το σχήμα απλής πόλωσης 4X4 για  $\rho_0 > 13\text{dB}$ . Οι αντίστοιχες τιμές για συνθήκες μέτριας σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον (Σχήμα 4.22) είναι  $\rho_0 > 9\text{dB}$  και  $\rho_0 > 6\text{dB}$ , ενώ το σύστημα απλής πόλωσης 4X4 επιτυγχάνει για όλες τις τιμές του  $\rho_0$  μεγαλύτερη τιμή εργοδικής χωρητικότητας από το σύστημα διπλής πόλωσης 2X2. Συμπερασματικά, παρά τη σημαντική αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας για τα συστήματα απλής πόλωσης έναντι του αντίστοιχου συστήματος SISO που φθάνει μέχρι και το διπλασιασμό της για το σύστημα απλής πόλωσης 4X4 και συνθήκες μέτριας σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον, τα αντίστοιχα συστήματα διπλής πόλωσης εξακολουθούν να επιτυγχάνουν μεγαλύτερες τιμές χωρητικότητας οπότε και προτιμώνται. Όσον αφορά τη διάδοση υπό συνθήκες έντονης σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον (Σχήμα 4.23), η ισχύς  $P_{\text{LOS}}$  είναι μικρότερη από την ισχύ  $P_{\text{NLOS}}$  με αποτέλεσμα τα σχήματα απλής πόλωσης να ευνοούνται σημαντικά από την ύπαρξη εναλλακτικών εκδοχών του σήματος από τη συνιστώσα NLOS. Μάλιστα, προκειμένου για το σύστημα διπλής πόλωσης 2X2, η επίδοσή του μειώνεται ελαφρώς σε σύγκριση με τα προηγούμενα περιβάλλοντα και συνθήκες διάδοσης. Πλέον, η επίδοση ως προς τη χωρητικότητα ταυτίζεται για τα αντίστοιχα συστήματα απλής και διπλής πόλωσης.

Σχετικά με τα διαγράμματα για αστικό περιβάλλον και συνθήκες LOS ή μέτριας σκίασης (Σχήματα 4.24 και 4.25), αυτά είναι αντίστοιχα ως προς τα Σχήματα 4.20 και 4.21 αναφορικά με τον παράγοντα K ώστε για τις περιπτώσεις αυτές να ισχύουν τα ίδια με όσα αναφέρθηκαν για συνθήκες έντονης σκίασης σε ανοικτό περιβάλλον και συνθήκες LOS σε ημιαστικό περιβάλλον αντίστοιχα. Επισημαίνεται ότι η κυμάτωση των καμπυλών του Σχήματος 4.25 οφείλεται στην αυξημένη τιμή της διακύμανσης  $\Psi$ . Για συνθήκες έντονης σκίασης σε αστικό περιβάλλον (Σχήμα 4.26), η μικρή τιμή του K μεταφράζεται σε ισχύ  $P_{\text{NLOS}}$  μεγαλύτερη κατά 3.5 φορές της ισχύος  $P_{\text{LOS}}$  με αποτέλεσμα για τα συστήματα 4X4, εκείνο της απλής πόλωσης να έχει λίγο καλύτερη επίδοση από το αντίστοιχο σύστημα διπλής πόλωσης, ενώ το ίδιο συμβαίνει για τα συστήματα 2X2 για  $\rho_0 < 11\text{dB}$ . Πάντως, ακόμη και σε αυτή την περίπτωση, η επίδοση των συστημάτων απλής πόλωσης σχεδόν ταυτίζεται με εκείνη των συστημάτων διπλής πόλωσης όπως και για συνθήκες έντονης σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον που μελετήθηκε.

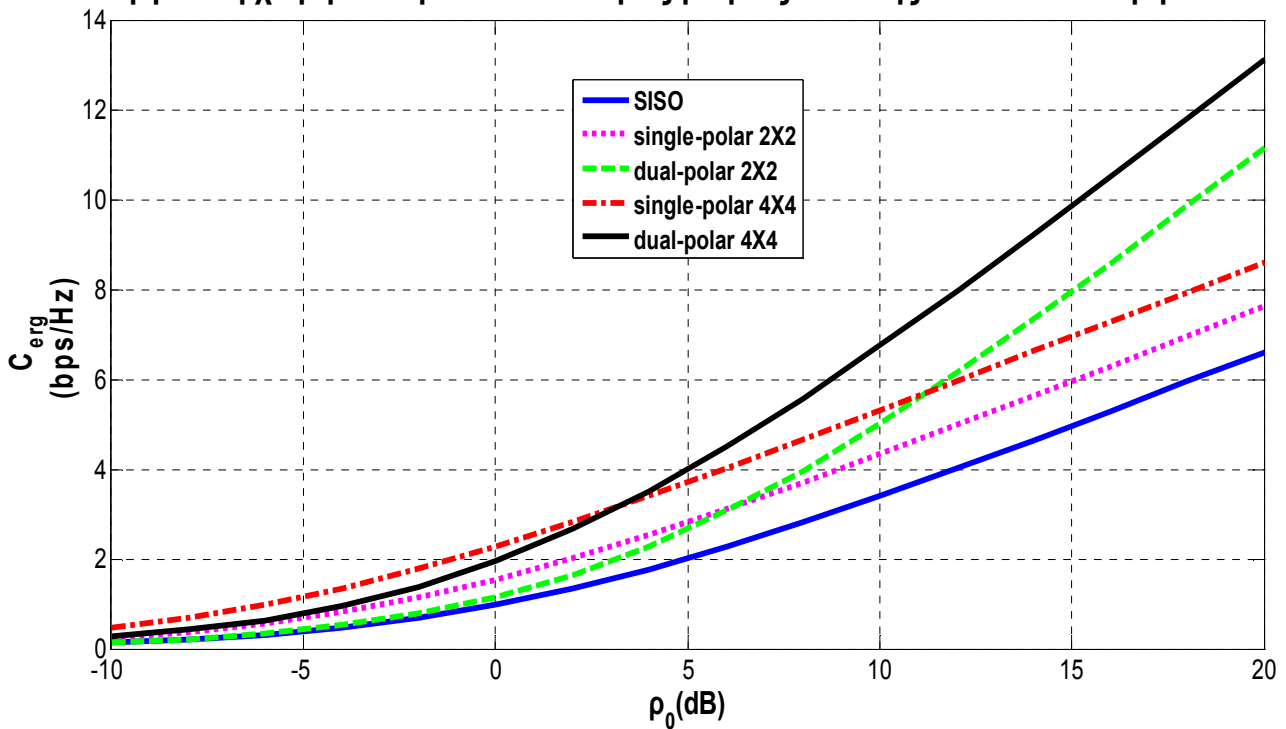
Συμπερασματικά, τα συστήματα διπλής πόλωσης επιτυγχάνουν σημαντική βελτίωση ως προς τη χωρητικότητα σε περιβάλλοντα ισχυρής απευθείας συνιστώσας έναντι τόσο του αντίστοιχου συστήματος SISO όσο και των αντίστοιχων συστημάτων απλής πόλωσης, ώστε να αποτελούν ελκυστική λύση για την επίτευξη μεγάλων ρυθμών μετάδοσης στις δορυφορικές επικοινωνίες. Όσο η συνιστώσα NLOS γίνεται ισχυρότερη, αυξάνει αισθητά η επίδοση των συστημάτων απλής πόλωσης ως προς τη χωρητικότητα χωρίς ωστόσο να υπερβαίνει σε εμφανή βαθμό εκείνη των αντίστοιχων συστημάτων διπλής πόλωσης. Συνεπώς, τα συστήματα διπλής πόλωσης δεν μπορούν να θεωρηθούν επιζήμια ως προς την επίτευξη μεγάλων τιμών χωρητικότητας για τις περιπτώσεις αυτές. Πλέον, σε κάθε περιβάλλον και συνθήκες διάδοσης προτείνεται η αντικατάσταση των συστημάτων απλής πόλωσης με αντίστοιχα διπλής πόλωσης όταν κριτήριο αποτελεί η εργοδική χωρητικότητα.

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες LOS σε ανοικτό περιβάλλον



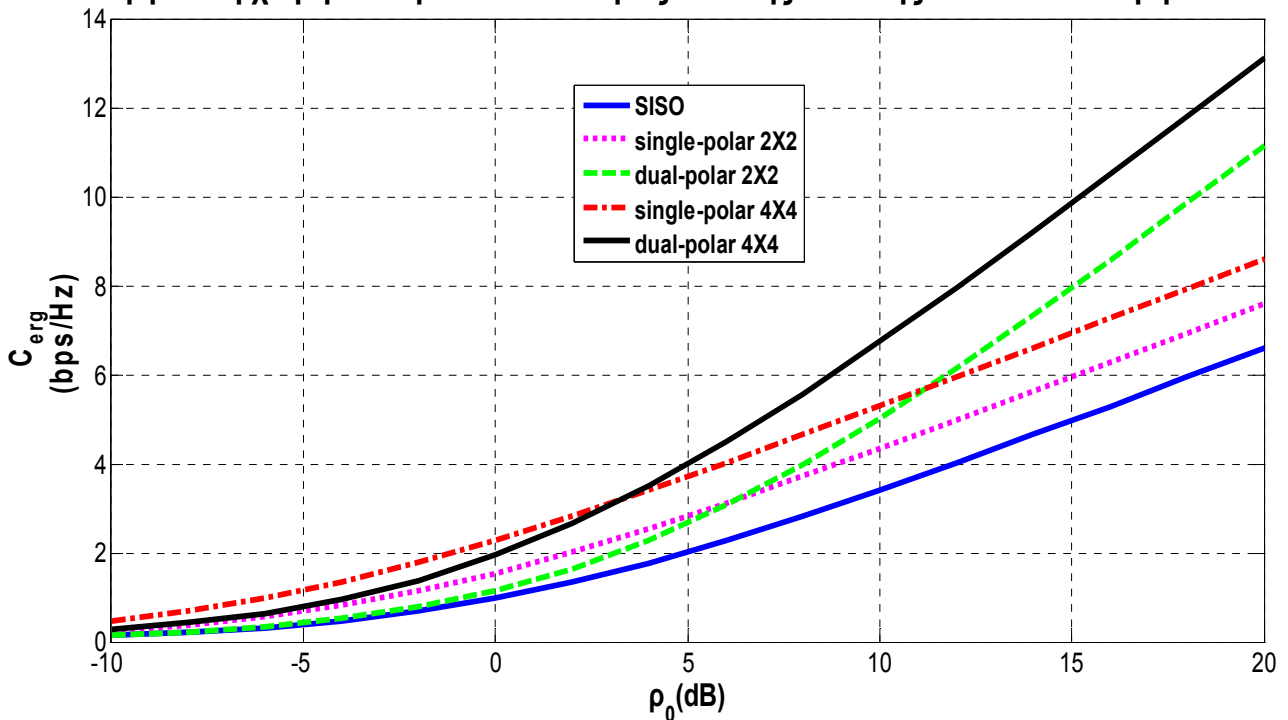
**Σχήμα 4.18:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες *LOS* ( $\alpha = 0.1\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.37\text{dB}$  και  $\text{MP} = -22\text{dB/LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον ( $K = 22.1\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες μέτριας σκίασης σε ανοικτό περιβάλλον



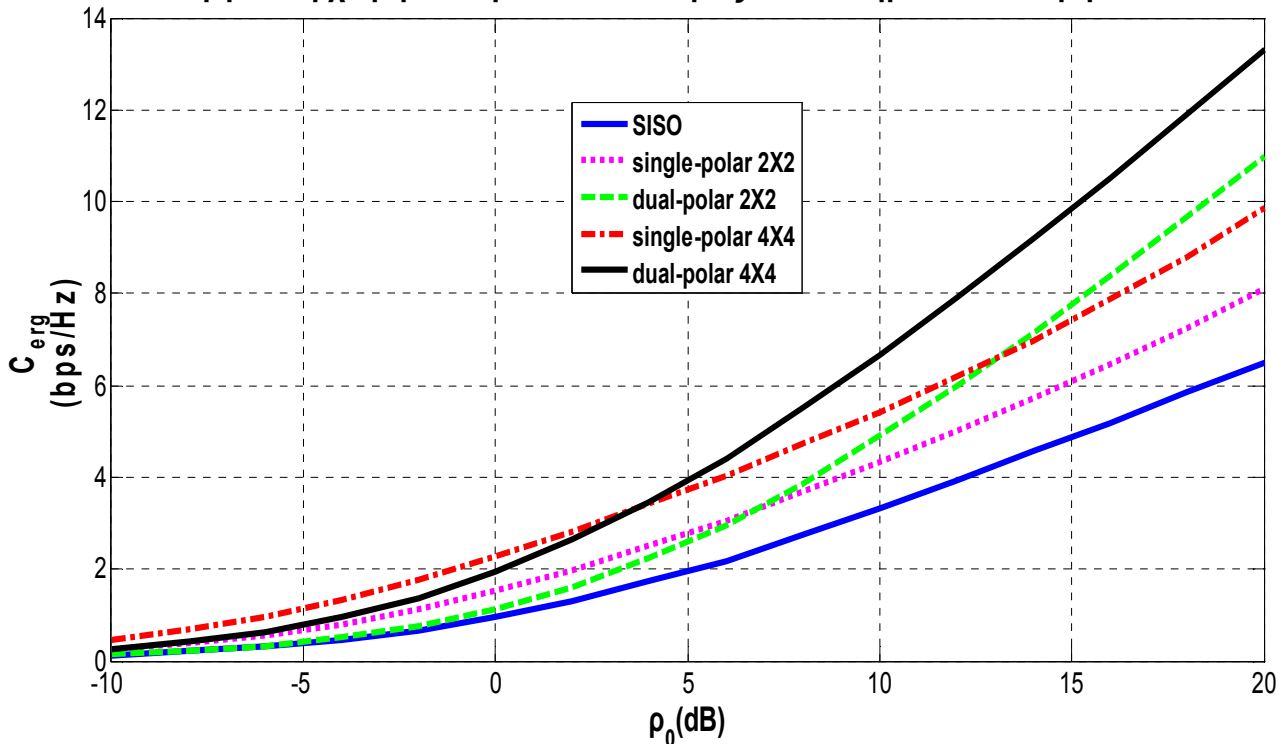
**Σχήμα 4.19:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -1\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -22\text{dB/LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον ( $K = 21\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες έντονης σκίασης σε ανοικτό περιβάλλον



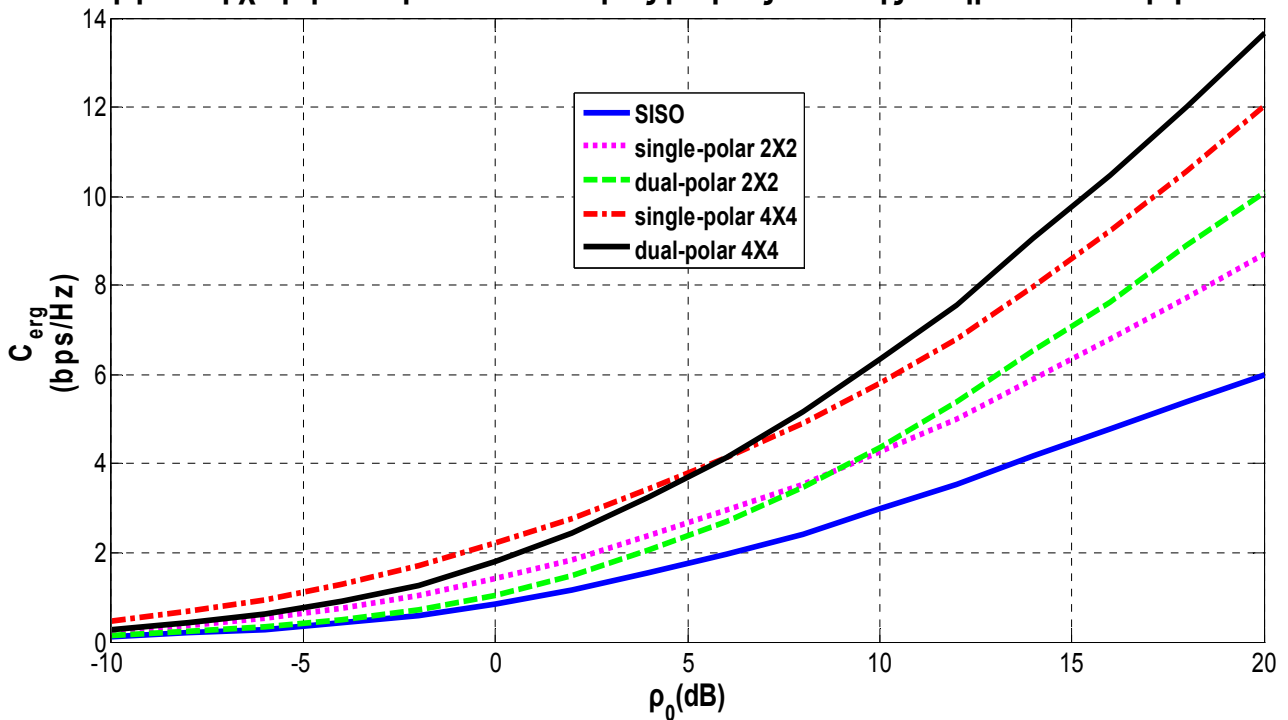
**Σχήμα 4.20:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -2.25\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 0.13\text{dB}$  και  $\text{MP} = -21.2\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον ( $K = 18.95\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες LOS σε ημιαστικό περιβάλλον



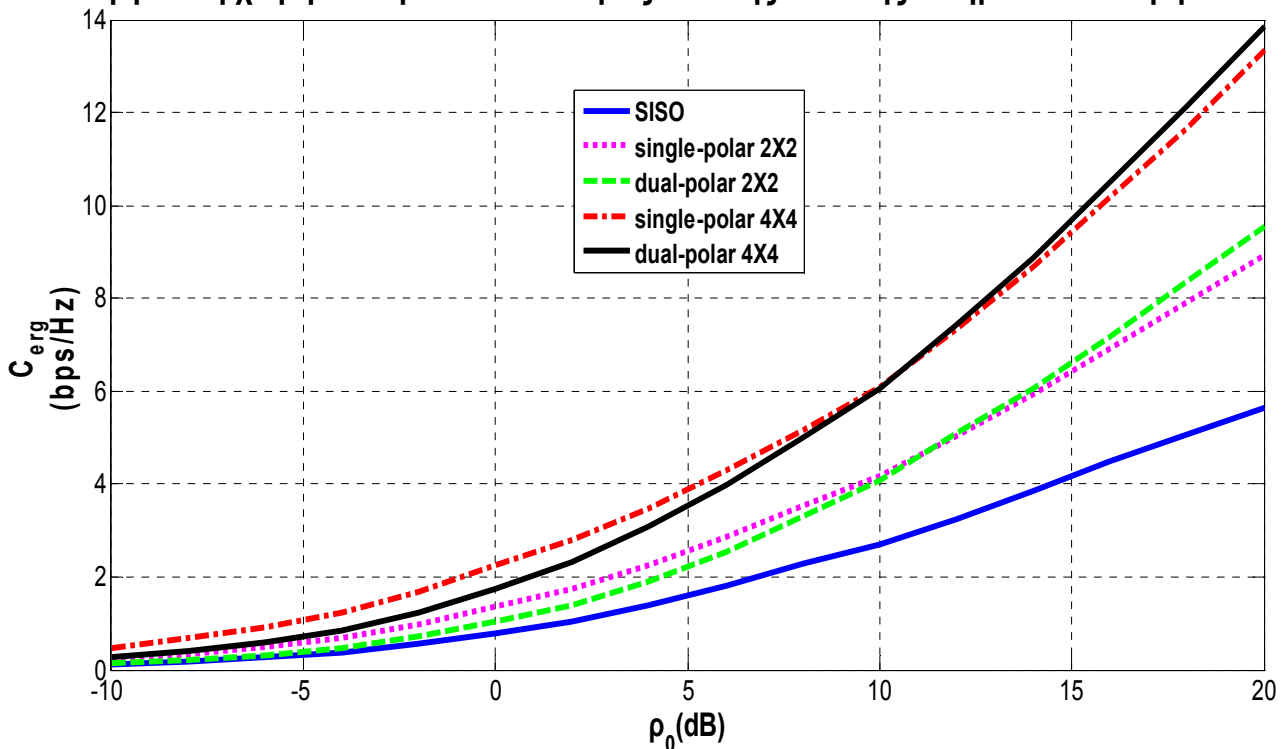
**Σχήμα 4.21:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες *LOS* ( $\alpha = -1\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 0.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -13\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον ( $K = 12\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες μέτριας σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον



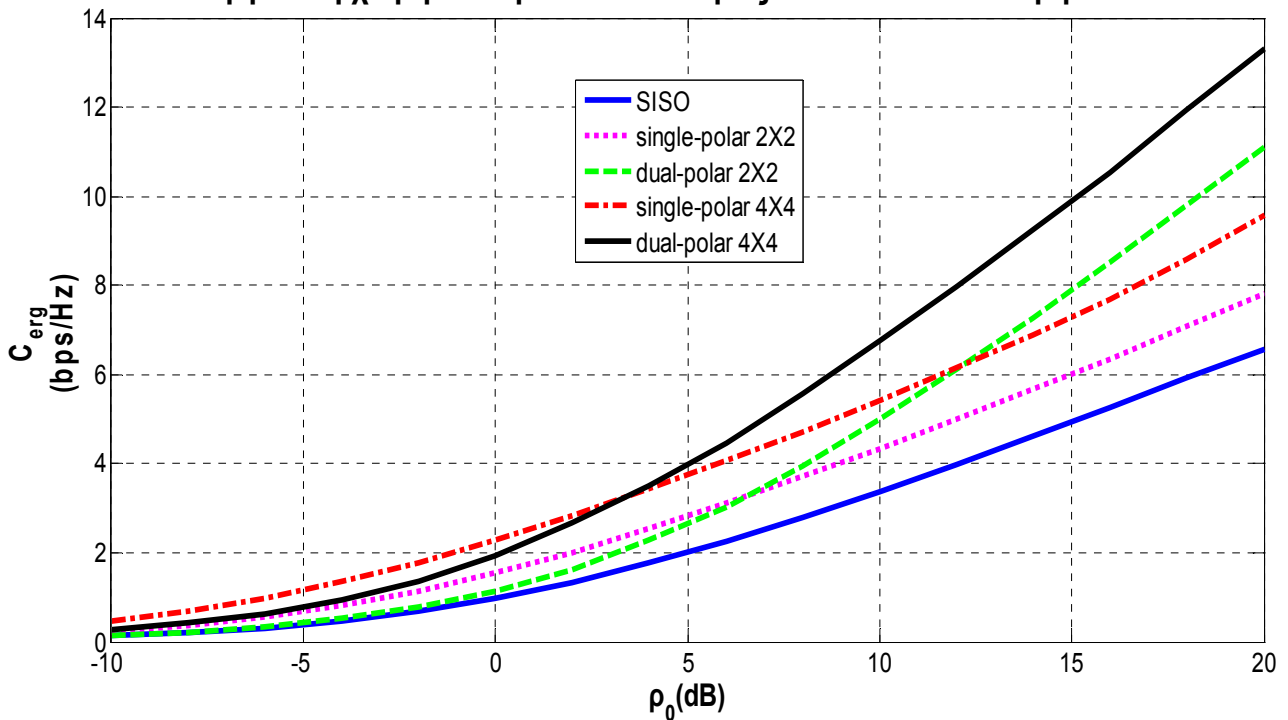
**Σχήμα 4.22:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -3.7\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.98\text{dB}$  και  $\text{MP} = -12.2\text{dB/LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον ( $K = 8.5\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες έντονης σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον



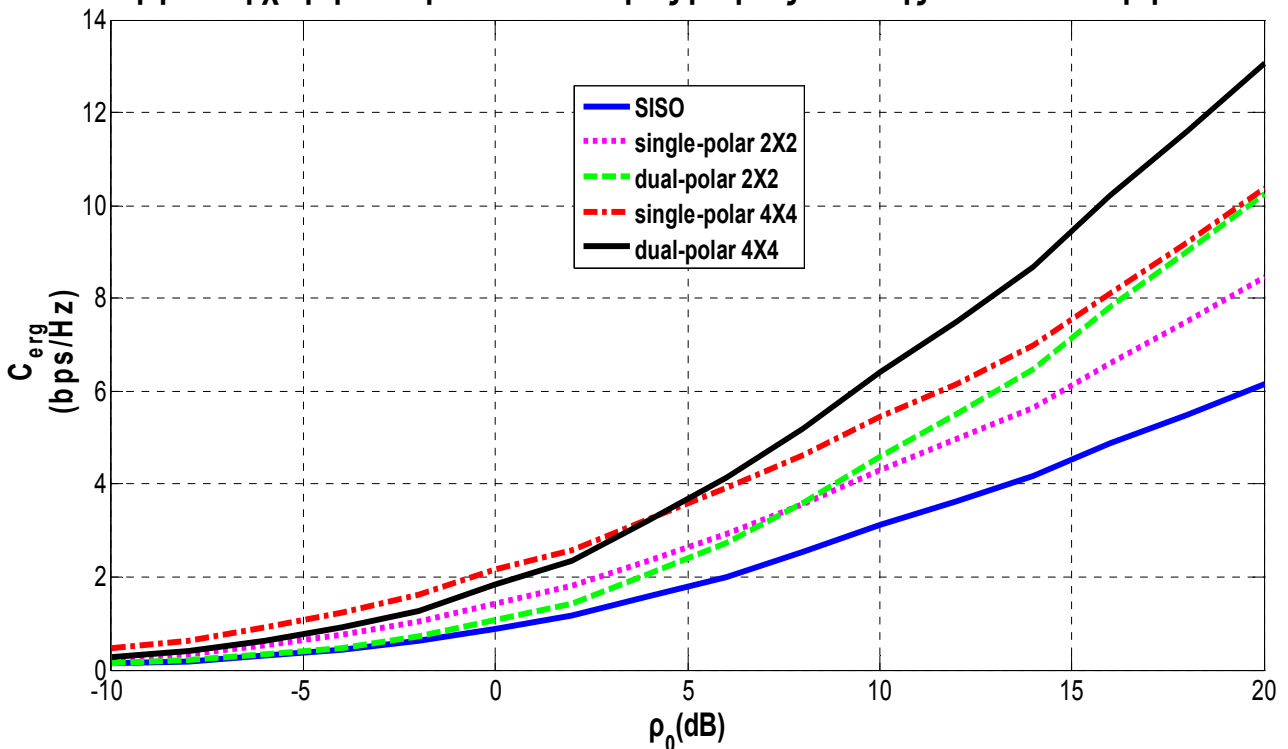
**Σχήμα 4.23:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -15\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 5.9\text{dB}$  και  $\text{MP} = -13\text{dB/LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον ( $K = -2\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες LOS σε αστικό περιβάλλον



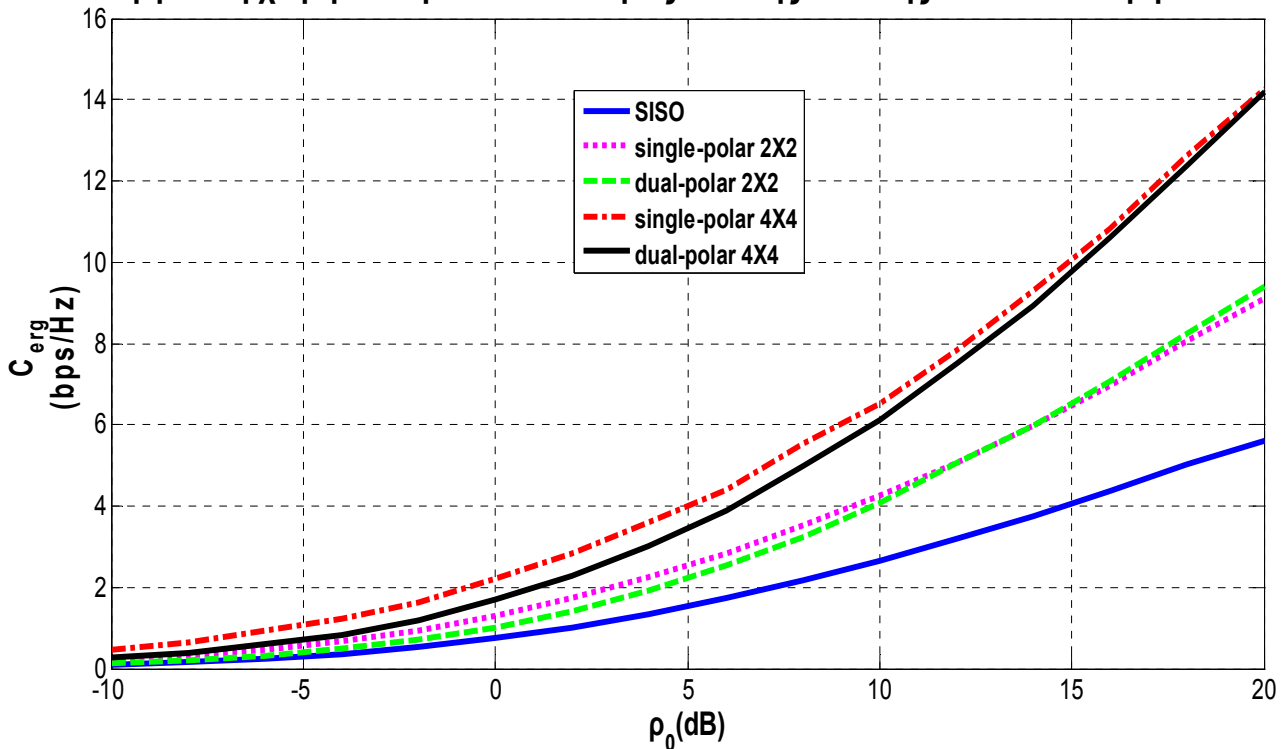
**Σχήμα 4.24:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες *LOS* ( $\alpha = -0.3\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 0.73\text{dB}$  και  $\text{MP} = -15.9\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον ( $K = 15.6\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες μέτριας σκίασης σε αστικό περιβάλλον



**Σχήμα 4.25:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -8\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 4.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -19.2\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον ( $K = 11.2\text{dB}$ )

### Εργοδική χωρητικότητα υπό συνθήκες έντονης σκίασης σε αστικό περιβάλλον



**Σχήμα 4.26:** Εργοδική χωρητικότητα συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -24.4\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 4.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -19\text{dB/LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον ( $K = -5.4\text{dB}$ )

B) Χωρητικότητα διακοπής ( $C_{\text{out}}(\text{bps/Hz})$ ) συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$

Για τον υπολογισμό της χωρητικότητας διακοπής χρησιμοποιείται η σχέση (2.53) θεωρώντας ότι για κάθε περιβάλλον και συνθήκες διάδοσης η πιθανότητα να τεθεί το σύστημα εκτός λειτουργίας είναι ίση με  $P_{\text{out}} = 1\%$ . Συγκεκριμένα, το πρόγραμμα προσομοίωσης υπολογίζει την τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας της (2.35) για  $n_{\text{sample}}$  πιθανούς συνδυασμούς τιμών για τα στοιχεία των πινάκων του διαύλου όπως προκύπτουν από τις μεταξύ τους συσχετίσεις. Στη συνέχεια, κατατάσσει τις τιμές που υπολόγισε για την αμοιβαία πληροφορία σε αύξουσα σειρά και επιλέγει ως  $C_{\text{out}}$  την  $i$ -οστή από αυτές τις τιμές όπου  $i$  ο αμέσως μεγαλύτερος ακέραιος του γινομένου  $\frac{P_{\text{out}}}{100} \cdot n_{\text{sample}}$ . Η εξάρτηση της χωρητικότητας διακοπής εστιάζεται στην εξάρτησή της από δύο παράγοντες:

α) Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της διακύμανσης  $\Psi$ , τόσο περισσότερο διασπαρμένες είναι οι υπολογισμένες τιμές της αμοιβαίας πληροφορίας γύρω από την τιμή  $C_{\text{erg}}$  οπότε, τόσο μικρότερη είναι για μικρές τιμές του  $P_{\text{out}}$  (όπως στην περίπτωση που μελετάται) η  $i$ -οστή τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας που ισούται με τη χωρητικότητα διακοπής. Μάλιστα, επειδή με βάση τις σχέσεις (4.29) οι χωρικές συσχετίσεις του

πίνακα  $\bar{C}$  είναι μεγάλες, μπορεί να θεωρηθεί ότι τα στοιχεία του πίνακα  $\bar{H}_{2 \times 2}^{\Pi}$  είναι σχεδόν πλήρως συσχετισμένα μεταξύ τους. Αυτό σημαίνει ότι η επίδραση της διακύμανσης  $\Psi$  σε όλα τα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  της (2.35) είναι η ίδια είτε πρόκειται για σχήμα απλής πόλωσης είτε για σχήμα διπλής πόλωσης. Συνεπώς, στα διαγράμματα της χωρητικότητας διακοπής διατηρείται η σχετική θέση μεταξύ των καμπυλών που αφορούν τα συστήματα απλής και διπλής πόλωσης σε σύγκριση με τις αντίστοιχες καμπύλες των διαγραμμάτων της εργοδικής χωρητικότητας όταν η απευθείας συνιστώσα είναι κατά πολύ ισχυρότερη της σκεδαζόμενης συνιστώσας. Αυτό που μεταβάλλεται με την αύξηση της διακύμανσης  $\Psi$  είναι η αύξηση της μετατόπισης των καμπυλών εργοδικής χωρητικότητας προς τα κάτω. Πλέον, επειδή για  $P_{out} = 1\%$  επιλέγεται μία από τις μικρότερες υπολογισμένες τιμές της αμοιβαίας πληροφορίας, το μέγεθος που αντιπροσωπεύει το λόγο των ισχύων της απευθείας προς τη σκεδαζόμενη συνιστώσα ορίζεται από τη σχέση

$$K' = 10^{(\alpha - \Psi - MP)/10} \quad (4.66)$$

β) Όπως διαπιστώθηκε, η εργοδική χωρητικότητα ευνοείται ως προς τη σκεδαζόμενη συνιστώσα για συστήματα απλής πόλωσης έναντι των αντίστοιχων συστημάτων διπλής πόλωσης. Για την χωρητικότητα διακοπής το φαινόμενο είναι εντονότερο καθώς προκειμένου για μικρές τιμές του XPR, η ανισοροπία που εισάγεται μεταξύ των μέτρων των διαγωνίων με τα μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}^H$  για τα συστήματα διπλής πόλωσης αυξάνει τη διασπορά των υπολογισμένων τιμών της αμοιβαίας πληροφορίας γύρω από την τιμή της εργοδικής χωρητικότητας σε σύγκριση με τα αντίστοιχα συστήματα απλής πόλωσης όπου η προαναφερθείσα ανισοροπία δεν υφίσταται. Αυτή η αύξηση της διασποράς έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της i-οστής τιμής της αμοιβαίας πληροφορίας για τα συστήματα διπλής πόλωσης, που ισούται με τη χωρητικότητα διακοπής. Επιπλέον, μέσω της (4.66) γίνεται αντιληπτό ότι η αύξηση της διακύμανσης  $\Psi$  επηρεάζει με έμμεσο τρόπο τη σχετική θέση μεταξύ των καμπυλών των διαγραμμάτων της χωρητικότητας διακοπής καθώς ισχυροποιεί τη σκεδαζόμενη συνιστώσα έναντι της μειωμένης λόγω διακύμανσης απευθείας συνιστώσας, συμπεριφορά από την οποία επωφελούνται τα συστήματα απλής πόλωσης έναντι των αντίστοιχων συστημάτων διπλής πόλωσης.

Σύμφωνα με τις ανωτέρω επισημάνσεις, η μικρή τιμή του  $\Psi$  σε συνδυασμό με την πολύ μεγάλη τιμή του  $K'$  για διάδοση σε ανοικτό περιβάλλον (Σχήματα 4.27 – 4.29) μετατοπίζει τις καμπύλες κατά λιγότερο του 1dB προς τα κάτω σε σύγκριση με τις αντίστοιχες καμπύλες της εργοδικής χωρητικότητας, διατηρώντας παράλληλα τη σχετική μεταξύ τους θέση. Συγκεκριμένα, το γεγονός ότι ο διάυλος είναι χρονικά σταθερός καθώς είναι σχεδόν μόνο απευθείας συνιστώσας και η τιμή του  $\Psi$  είναι αμελητέα, τον καθιστά σχεδόν ντετερμινιστικό. Αυτό σημαίνει ότι για οποιαδήποτε πιθανότητα  $P_{out}$ , η χωρητικότητα διακοπής τόσο για τα συστήματα απλής πόλωσης όσο και για τα συστήματα διπλής πόλωσης είναι περίπου ίση με την εργοδική χωρητικότητα.

Όσον αφορά τη διάδοση σε ημιαστικό περιβάλλον, η τιμή του  $K'$  για συνθήκες LOS (Σχήμα 4.30) υποδηλώνει ότι η ισχύς της απευθείας συνιστώσας είναι περίπου 14 φορές μεγαλύτερη από τη συνιστώσα NLOS, ωστόσο κατά  $\Psi = 0.5\text{dB}$  μειωμένη σε σχέση με εκείνη για τον υπολογισμό της εργοδικής χωρητικότητας. Αυτή η μικρή ισχυροποίηση της συνιστώσας NLOS μετατοπίζει τα κατώφλια των σηματοθορυβικών λόγων προς τα δεξιά. Γενικά, σε σύγκριση με την εργοδική

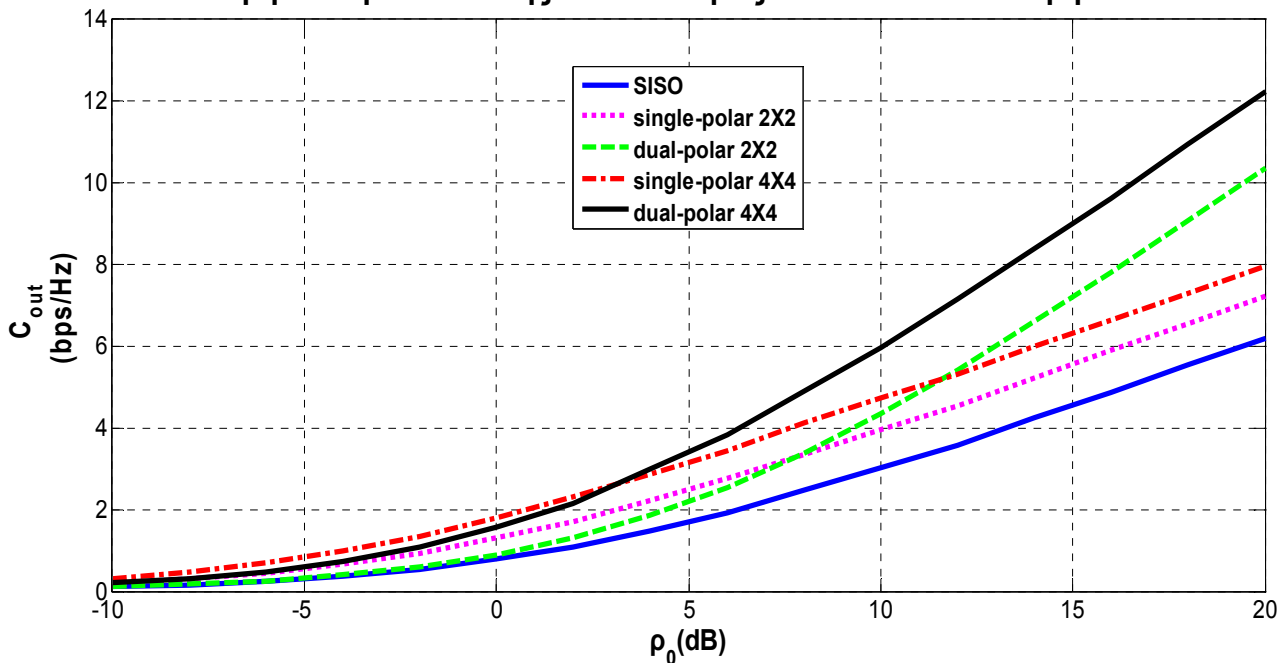


χωρητικότητα, η χωρητικότητα διακοπής προκύπτει περίπου 2dB μικρότερη τόσο για τα συστήματα απλής πόλωσης όσο και για τα συστήματα διπλής πόλωσης. Για συνθήκες μέτριας σκίασης (Σχήμα 4.31), η χαμηλή τιμή του  $K' = 7.52\text{dB}$  ισχυροποιεί αρκετά τη συνιστώσα *NLOS* ώστε το σύστημα απλής πόλωσης 2X2 να επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές της χωρητικότητας διακοπής από το αντίστοιχο σύστημα διπλής πόλωσης. Επισημαίνεται ότι το σύστημα διπλής πόλωσης 4X4 εξακολουθεί να επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές χωρητικότητας διακοπής από το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης άνω ενός κατωφλίου σηματοθορυβικού λόγου λήψης, όπως και στα υπόλοιπα διαγράμματα. Αυτό οφείλεται στην υβριδική του φύση καθώς αποτελεί σύστημα απλής πόλωσης 2X2 κάθε μία από τις διαστάσεις του οποίου αποτελεί σύστημα διπλής πόλωσης 2X2. Για το λόγο αυτό, αν και χρησιμοποιεί δύο πολώσεις, έχει τη δυνατότητα να εκμεταλλεύεται τις διαφορετικές εκδοχές που λαμβάνουν οι κεραιές λήψης μέσω της συνιστώσας *NLOS* ανάλογα με τις τιμές των χωρικών συσχετίσεων του πίνακα  $\tilde{\mathbf{H}}_{2 \times 2}^{\Pi}$  που συμμετέχει στην (4.59). Για συνθήκες μέτριας σκίασης, η σχετικά μεγάλη τιμή της διακύμανσης σε σύγκριση με τη μέση ισχύ της απευθείας συνιστώσας, μετατοπίζει τις καμπύλες του Σχήματος 4.32 κατά 4-5dB προς τα κάτω. Για συνθήκες έντονης σκίασης (Σχήμα 4.33), οι σχετικές θέσεις μεταξύ των καμπυλών είναι ίδιες με εκείνες για συνθήκες μέτριας σκίασης. Η μόνη διαφορά έγκειται στην πολύ μεγάλη τιμή του  $\Psi$  έναντι του  $\alpha$  που επιφέρει μια επιπλέον μείωση της χωρητικότητας διακοπής για τις καμπύλες κατά περίπου 1dB. Όσον αφορά τη διάδοση σε αστικό περιβάλλον, για συνθήκες *LOS* (Σχήμα 4.34) οι καμπύλες είναι παρόμοιες με εκείνες για συνθήκες *LOS* σε ανοικτό περιβάλλον, ενώ για συνθήκες μέτριας σκίασης (Σχήμα 4.35) και έντονης σκίασης (Σχήμα 4.36) είναι παρόμοιες με τις αντίστοιχες για διάδοση σε ημιαστικό περιβάλλον.

Συμπερασματικά, προκειμένου για αξιόπιστες δορυφορικές επικοινωνίες, όπου το μέγεθος της αξιοπιστίας αντικατοπτρίζεται στη μικρή τιμή του  $P_{\text{out}} = 1\%$ , η υβριδική φύση του συστήματος διπλής πόλωσης 4X4 επιτρέπει την επίτευξη υψηλών τιμών χωρητικότητας διακοπής οι οποίες για διάυλο ισχυρής συνιστώσας *NLOS* (Σχήμα 4.35) φθάνουν μέχρι και στον επταπλασιασμό των αντίστοιχων τιμών για το σύστημα SISO. Συνεπώς, τα συστήματα διπλής πόλωσης 4X4 μπορούν να παρέχουν αξιόπιστες δορυφορικές επικοινωνίες με αρκετά υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης. Ακόμη και για τις τιμές του σηματοθορυβικού λόγου λήψης όπου το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές της χωρητικότητας διακοπής, η διαφορά ανάμεσα στα δύο συστήματα είναι μικρότερη του 0.5dB, δηλαδή αμελητέα. Σχετικά με τα συστήματα 2X2, αρκεί η συνιστώσα *NLOS* να μην είναι αμελητέα ώστε το σύστημα απλής πόλωσης να επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές χωρητικότητας διακοπής από το αντίστοιχο σύστημα διπλής πόλωσης. Επισημαίνεται ότι για ισχυρή συνιστώσα *NLOS* (Σχήμα 4.35), η χωρητικότητα διακοπής για το σύστημα απλής πόλωσης γίνεται μέχρι και πενταπλάσια αυτής του συστήματος SISO. Αντίστοιχα, για συνθήκες αμελητέας συνιστώσας *NLOS* (Σχήματα 4.27 – 4.29), το σύστημα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει μεγαλύτερη χωρητικότητα διακοπής από το σύστημα SISO μέχρι και 4bps/Hz για υψηλές τιμές σηματοθορυβικού λόγου λήψης. Επειδή αυτές οι βελτιώσεις είναι σημαντικές ώστε να παρέχουν στις δορυφορικές επικοινωνίες αξιοπιστία και σχετικά υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης, προκειμένου για συστήματα διαστάσεων 2X2, προτείνεται ως προσαρμοστική τεχνική η αλλαγή της πόλωσης στη μία από τις κεραιές εκπομπής και στη μία από τις κεραιές λήψης με δυναμικό τρόπο ώστε όταν το κινητό τερματικό κινείται σε περιβάλλον με αμελητέα συνιστώσα *NLOS* να χρησιμοποιείται το σύστημα ως διπλής πόλωσης ενώ όταν

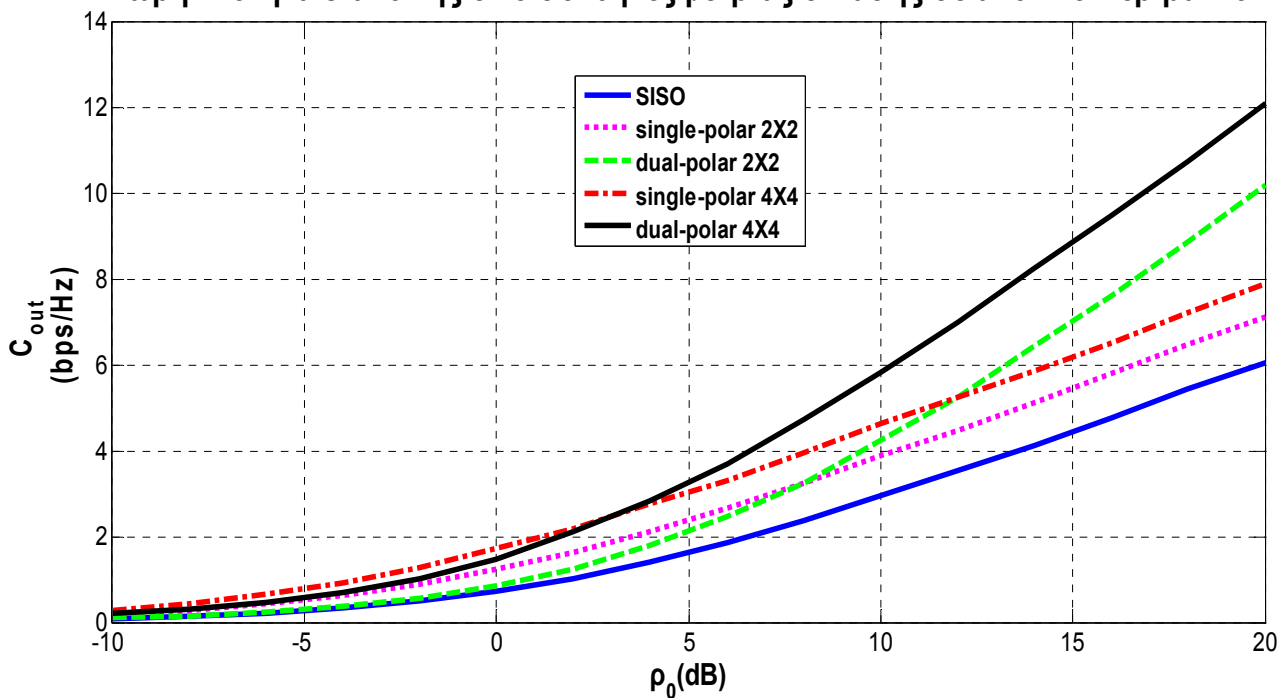
φθάνει σε περιοχή όπου η συνιστώσα *NLOS* γίνεται ισχυρή, το σύστημα να προσαρμόζεται σε απλής πόλωσης.

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες LOS σε ανοικτό περιβάλλον



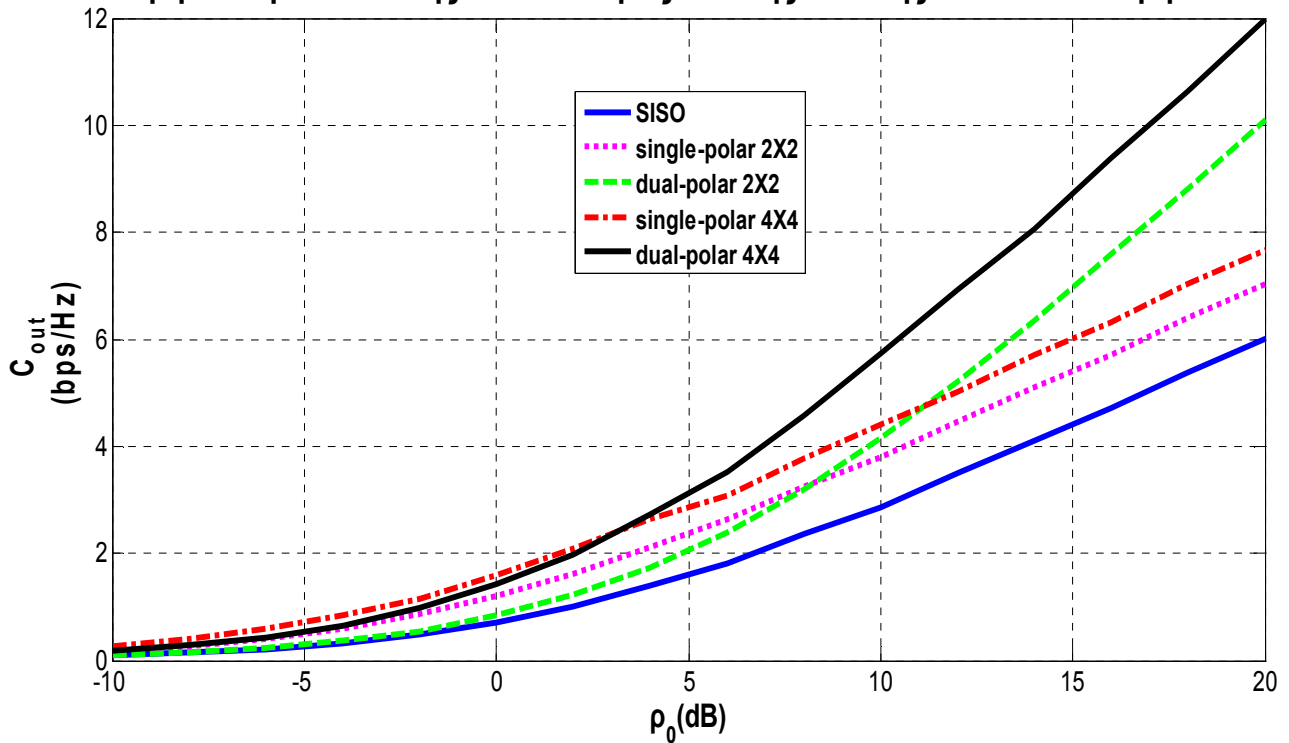
**Σχήμα 4.27:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψεως  $\rho_0$  υπό συνθήκες *LOS* ( $\alpha = 0.1\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.37\text{dB}$  και  $\text{MP} = -22\text{dB/LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον ( $K' = 21.73\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες μέτριας σκίασης σε ανοικτό περιβάλλον



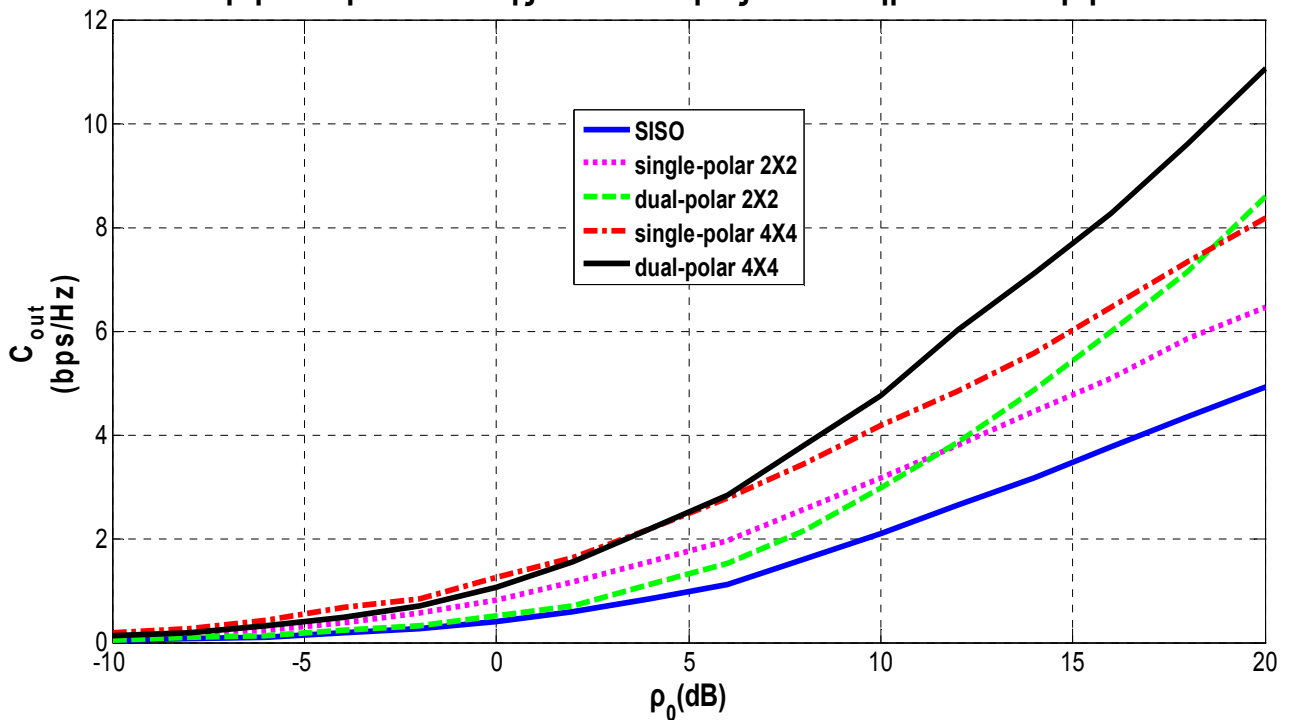
**Σχήμα 4.28:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψεως  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -1\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -22\text{dB/LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον ( $K' = 20.5\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες έντονης σκίασης σε ανοικτό περιβάλλον



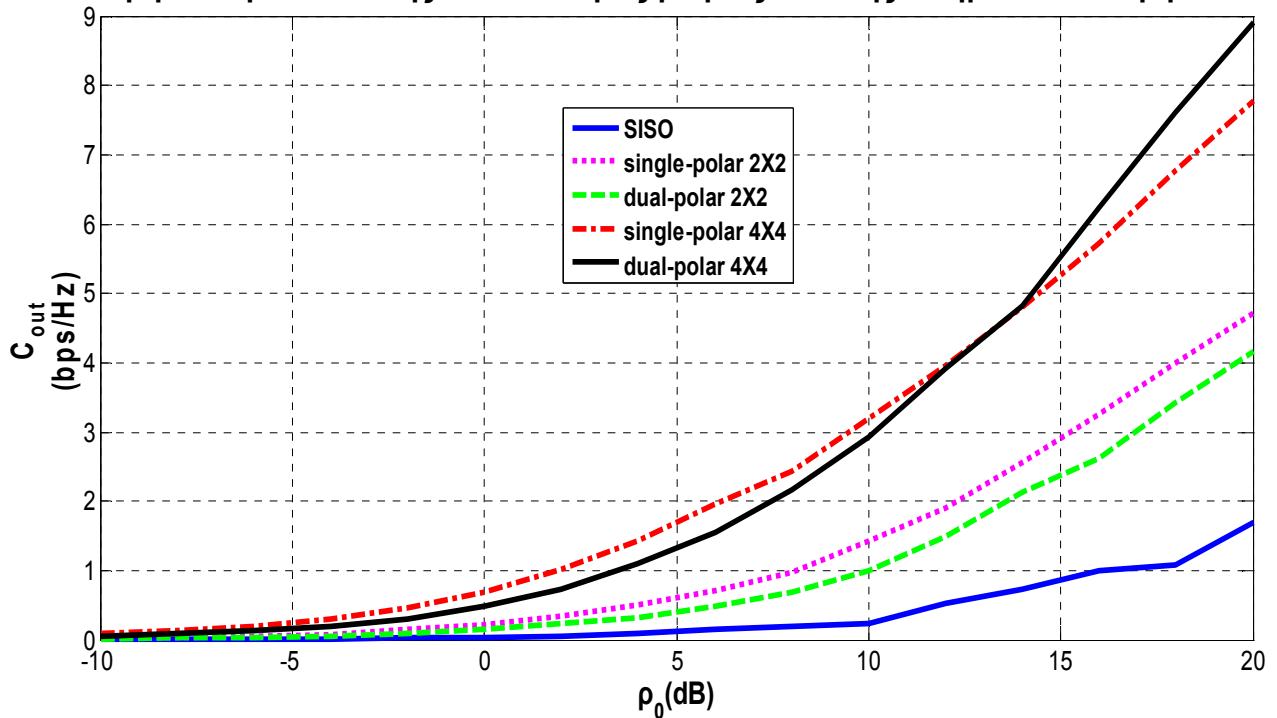
**Σχήμα 4.29:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -2.25\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.13\text{dB}$  και  $\text{MP} = -21.2\text{dB/LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον ( $K' = 18.82\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες LOS σε ημιαστικό περιβάλλον



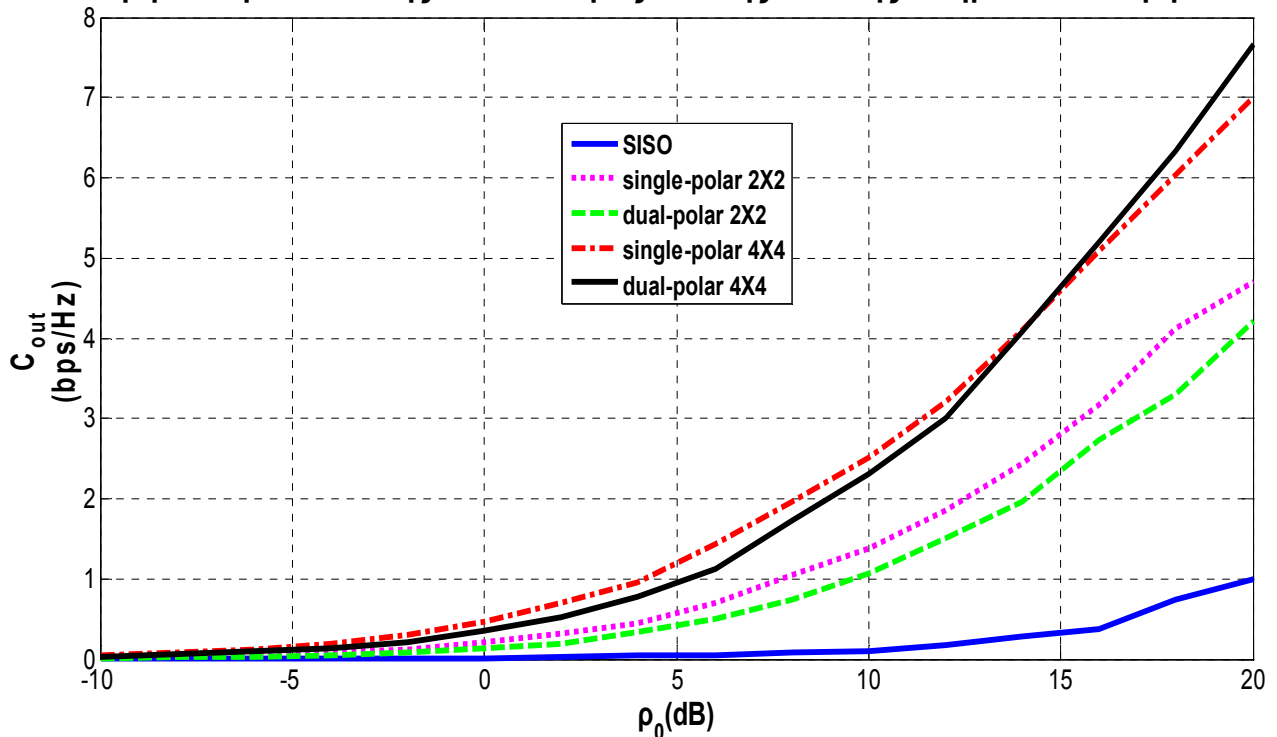
**Σχήμα 4.30:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες *LOS* ( $\alpha = -1\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -13\text{dB/LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον ( $K' = 11.5\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες μέτριας σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον



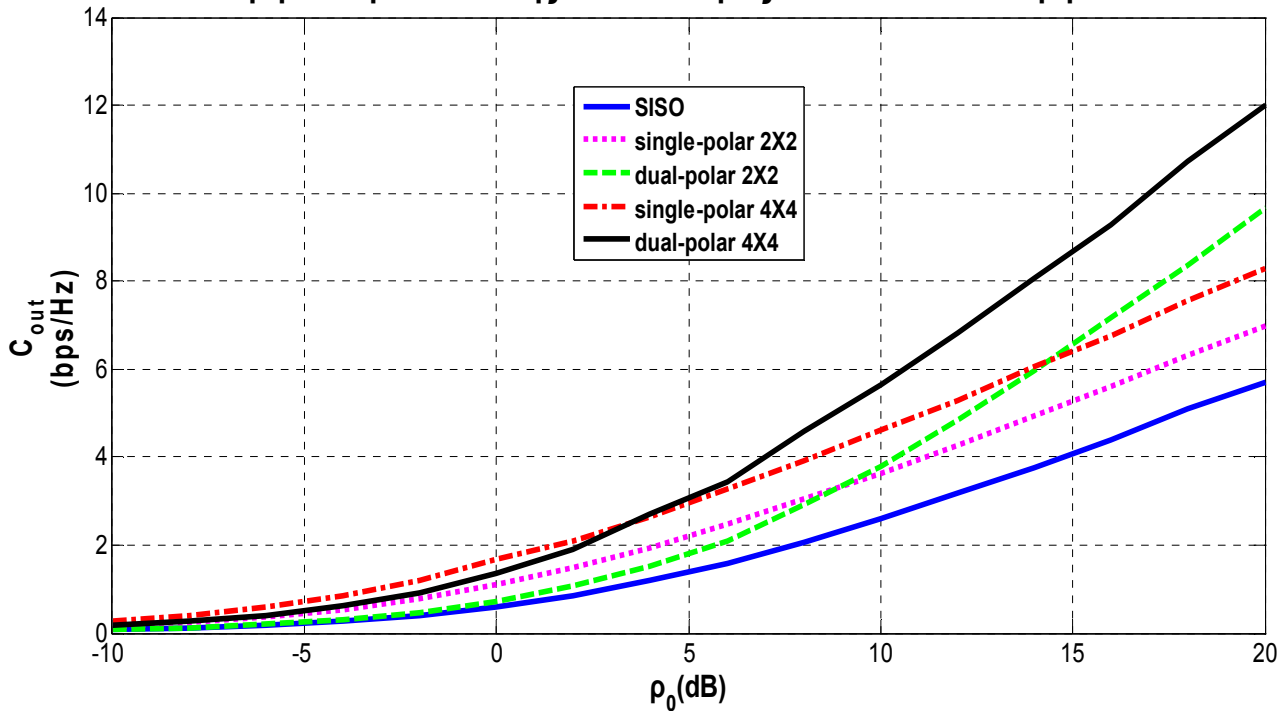
**Σχήμα 4.31:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -3.7\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.98\text{dB}$  και  $\text{MP} = -12.2\text{dB/LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον ( $K' = 7.52\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες έντονης σκίασης σε ημιαστικό περιβάλλον



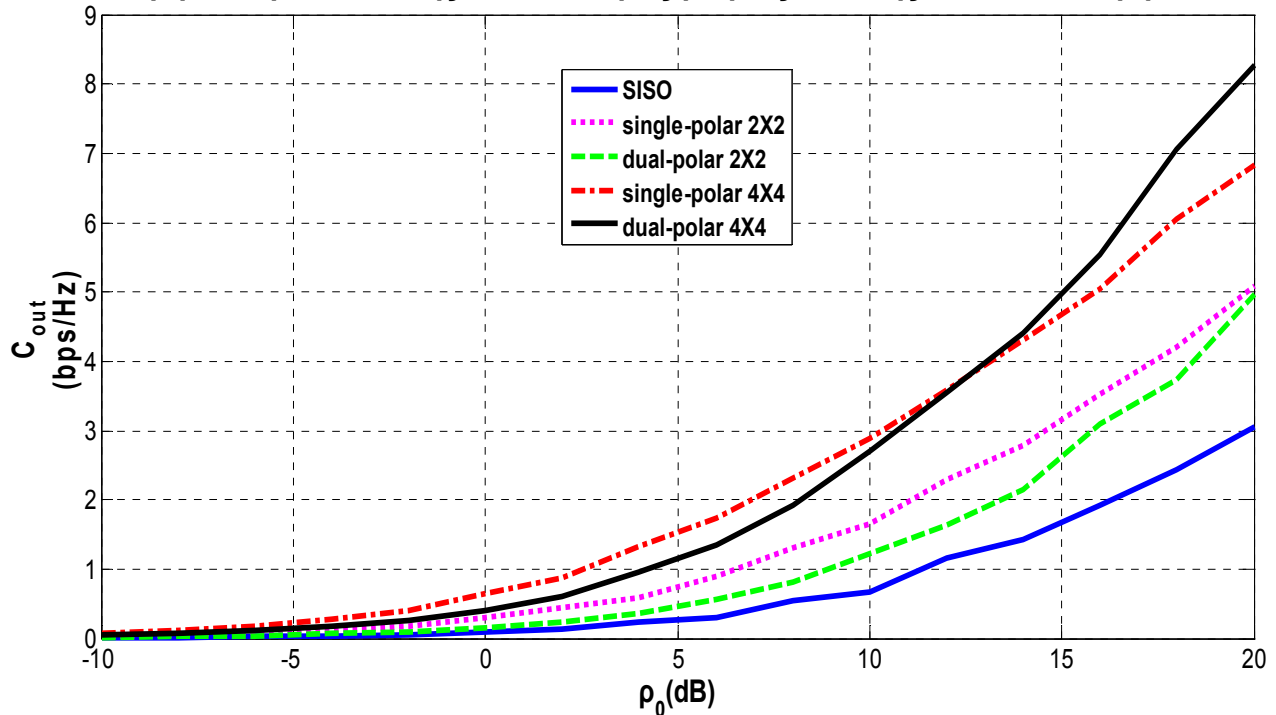
**Σχήμα 4.32:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -15\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 5.9\text{dB}$  και  $\text{MP} = -13\text{dB/LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον ( $K' = -7.9\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες LOS σε αστικό περιβάλλον



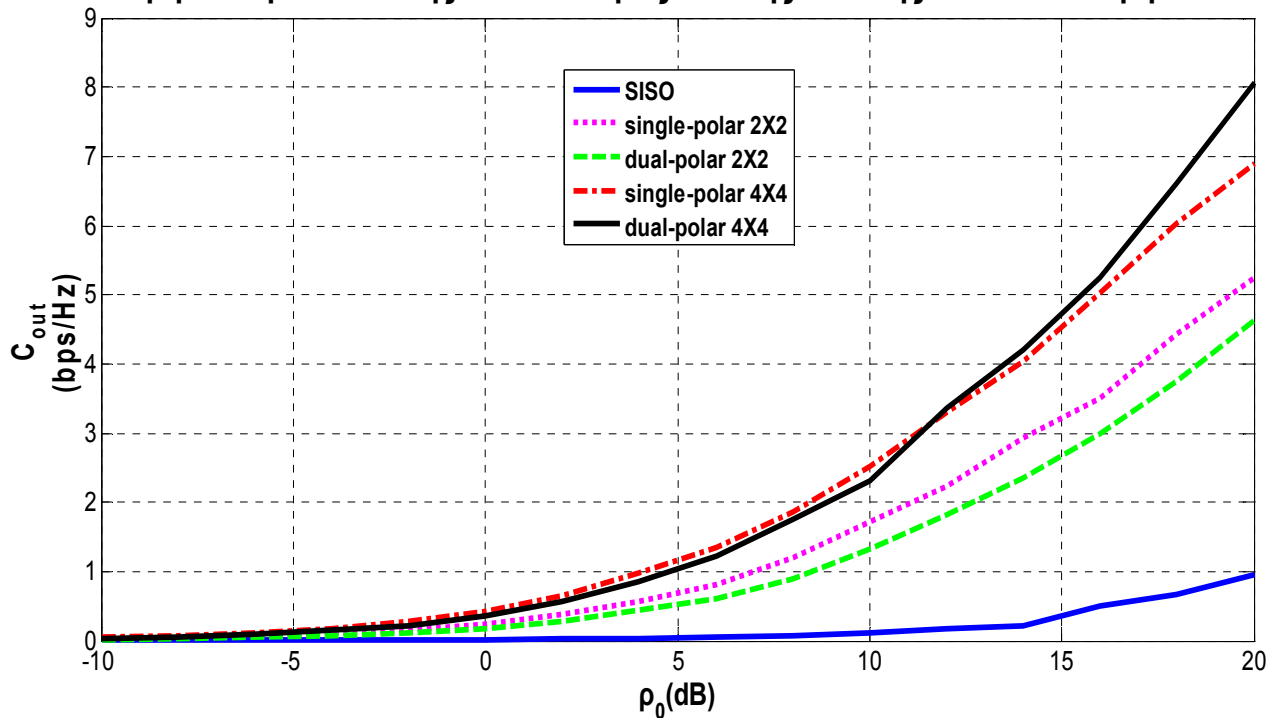
**Σχήμα 4.33:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες LOS ( $\alpha = -0.3\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.73\text{dB}$  και  $\text{MP} = -15.9\text{dB/LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον ( $K' = 14.87\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες μέτριας σκίασης σε αστικό περιβάλλον



**Σχήμα 4.34:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -8\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 4.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -19.2\text{dB/LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον ( $K' = 6.7\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

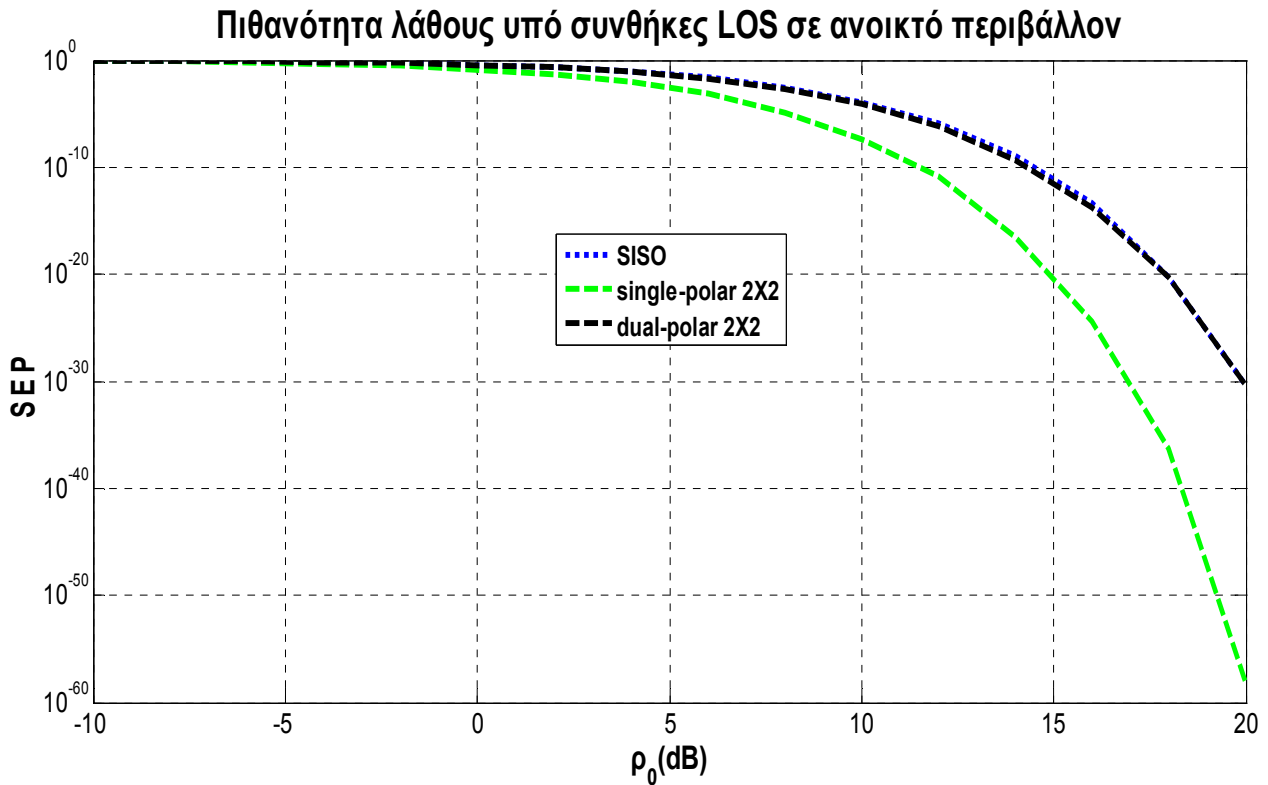
### Χωρητικότητα διακοπής υπό συνθήκες έντονης σκίασης σε αστικό περιβάλλον



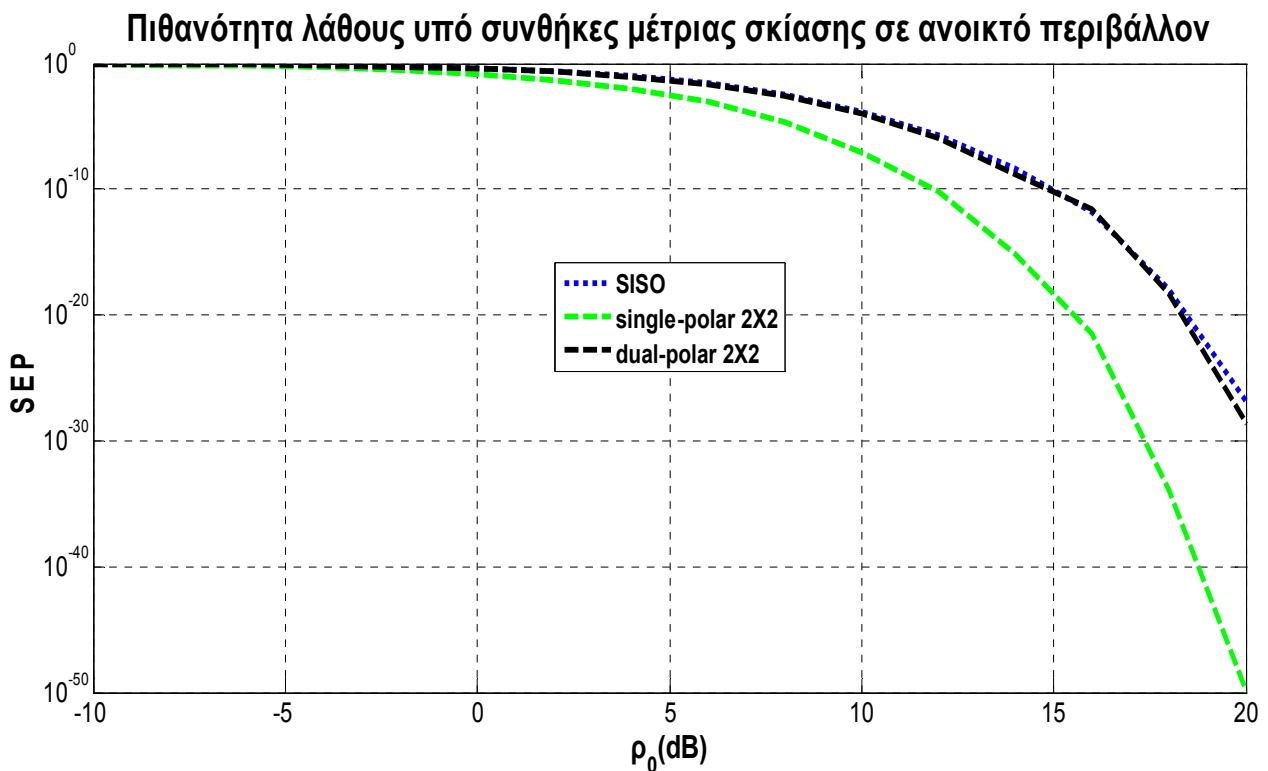
**Σχήμα 4.35:** Χωρητικότητα διακοπής συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -24.4\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 4.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -19\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον ( $K' = -9.9\text{dB}$ ) για  $P_{\text{out}} = 1\%$

Γ) Πιθανότητα λάθους (SEP) συναρτήσεως του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$

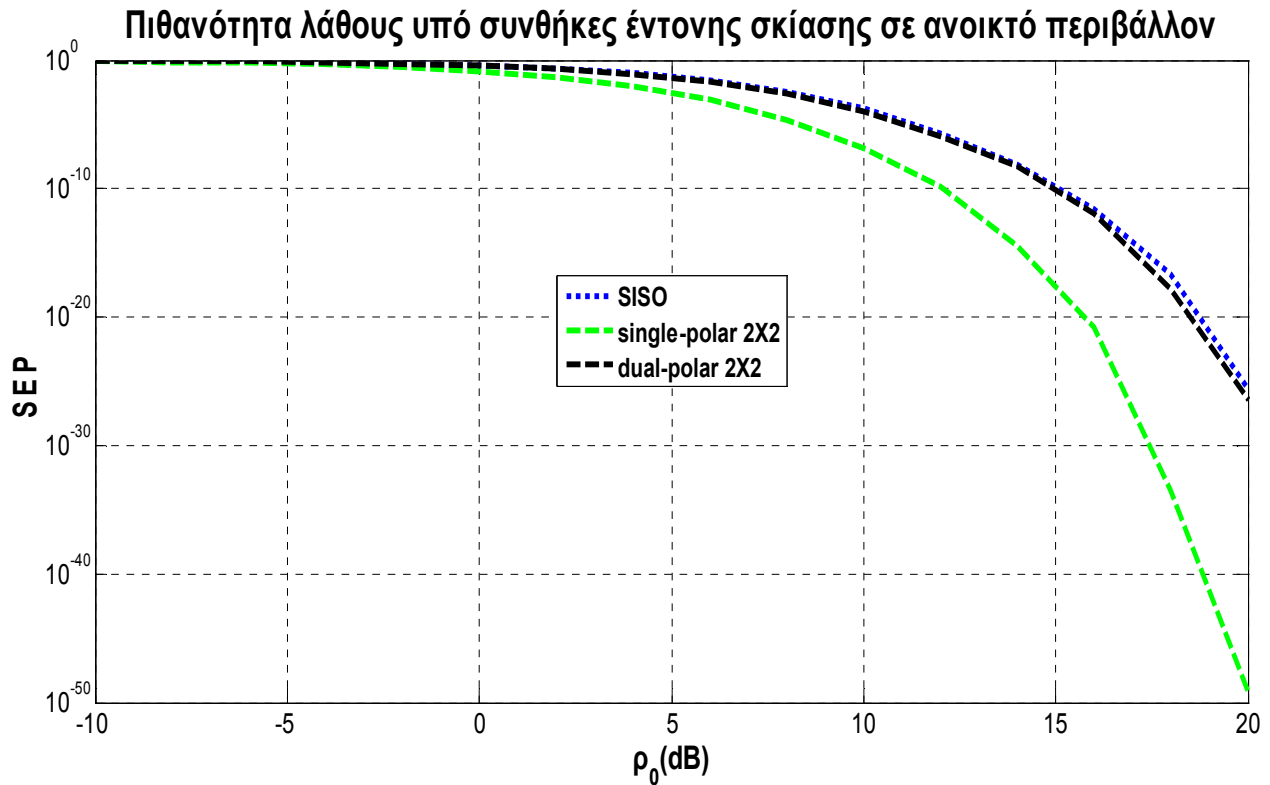
Σχετικά με την πιθανότητα λάθους για το σχήμα *Alamouti*, τα συμπεράσματα είναι κοινά με εκείνα για το σχήμα  $\pm 45^\circ$  για τις επίγειες επικοινωνίες. Στην περίπτωση αυτή, σύμφωνα με το Σχήμα 3.40, το σύστημα απλής πόλωσης επιτυγχάνει πολύ μικρότερη πιθανότητα λάθους από το αντίστοιχο σύστημα διπλής πόλωσης για διάυλο που διαθέτει μόνο απευθείας συνιστώσα ενώ το ίδιο συμβαίνει σε μικρότερο βαθμό για διάυλο *Rayleigh* σύμφωνα με τα Σχήματα 3.36 και 3.39, όταν οι χωρικές συσχετίσεις είναι κοντά στην τιμή 0.8 όπως στην περίπτωση του δορυφορικού διαύλου για ημιαστικό και αστικό περιβάλλον διάδοσης (Πίνακας 4.6). Όμοια, στα σχήματα που ακολουθούν, στην περίπτωση ισχυρής απευθείας συνιστώσας (Σχήματα 4.45 – 4.48, 4.51 και 4.52) το σύστημα απλής πόλωσης επιτυγχάνει πολύ μικρότερη πιθανότητα λάθους από το αντίστοιχο σύστημα διπλής πόλωσης για το οποίο μάλιστα σε αρκετές περιπτώσεις η πιθανότητα λάθους είναι τόσο μεγάλη όσο του αντίστοιχου συστήματος SISO, διαπίστωση που σημαίνει ότι δεν αποκομίζεται καθόλου διαφορικό κέρδος. Η διαφορά μεταξύ της πιθανότητας λάθους για το σύστημα απλής πόλωσης έναντι του αντίστοιχου συστήματος διπλής πόλωσης είναι μικρότερη για τις περιπτώσεις ισχυρής συνιστώσας *NLOS* (Σχήματα 4.49, 4.50 και 4.53), ωστόσο παραμένει αισθητή. Συμπερασματικά, το σύστημα διπλής πόλωσης δεν προτείνεται ως προς την επίτευξη διαφορικού κέρδους για δορυφορική ζεύξη που χρησιμοποιεί σχήμα *Alamouti*.



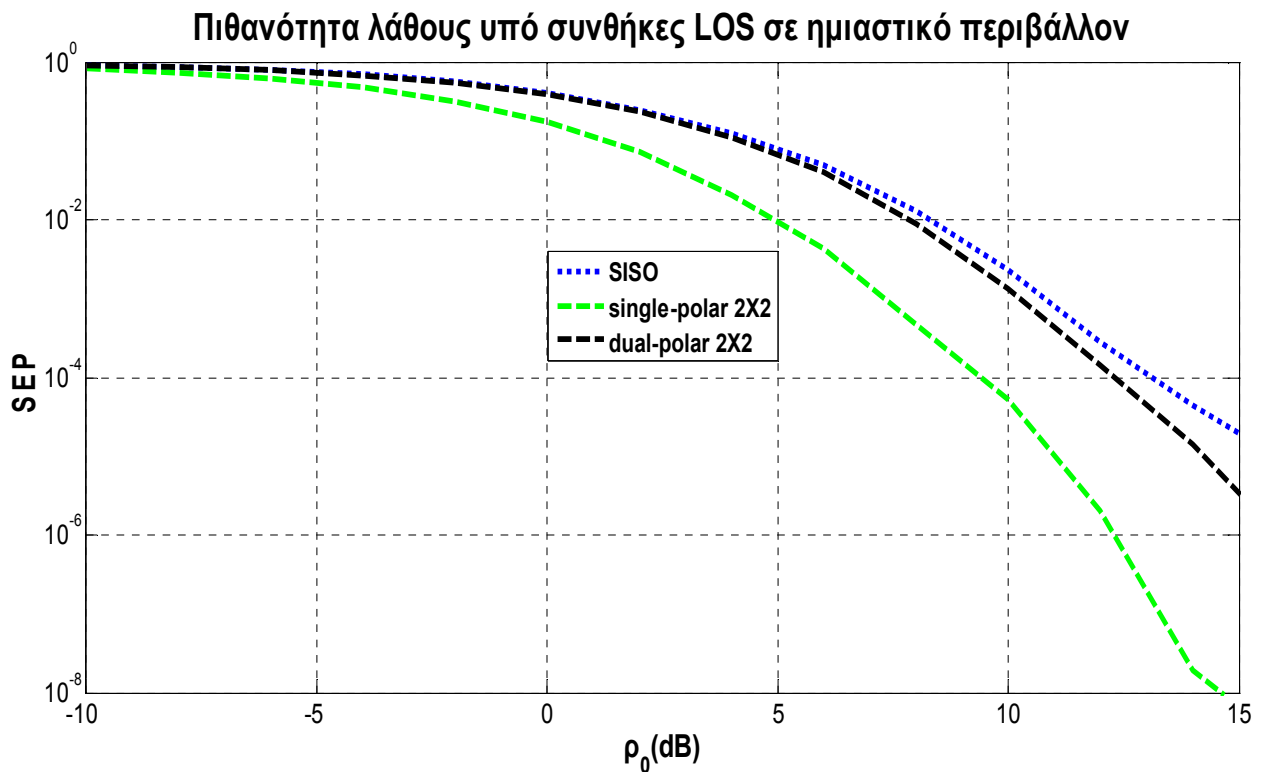
**Σχήμα 4.36:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες LOS ( $\alpha = 0.1\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 0.37\text{dB}$  και  $\text{MP} = -22\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον



**Σχήμα 4.37:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -1\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 0.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -22\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον

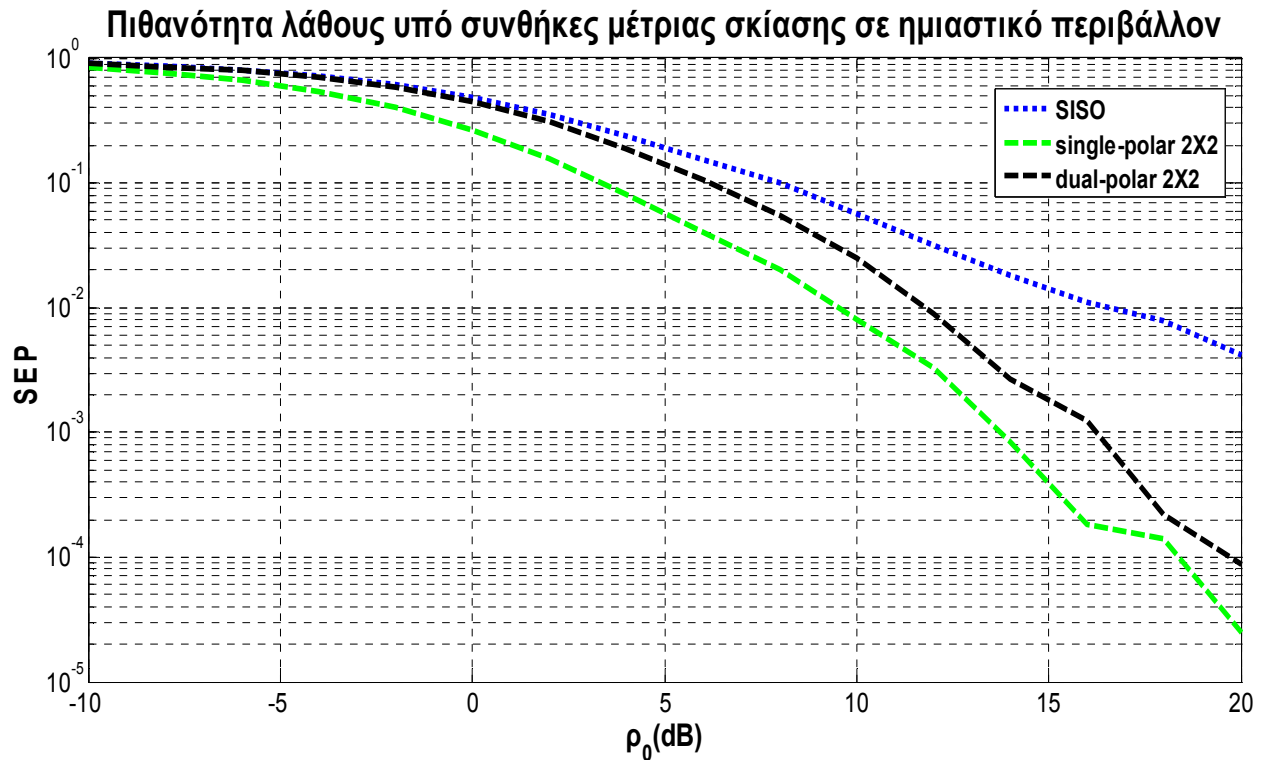


**Σχήμα 4.38:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -2.25\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 0.13\text{dB}$  και  $\text{MP} = -21.2\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε ανοικτό περιβάλλον

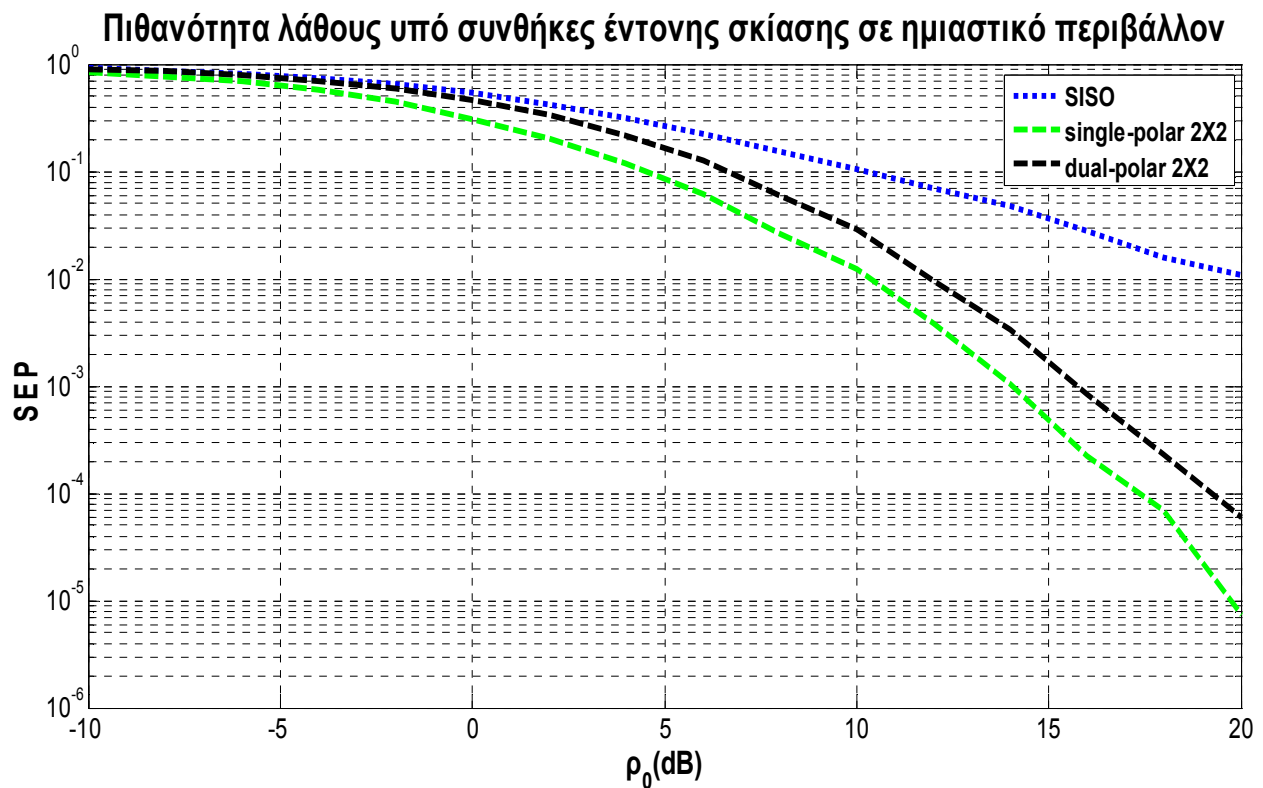


**Σχήμα 4.39:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες *LOS* ( $\alpha = -1\text{dB}/\text{LOS}$ ,  $\Psi = 0.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -13\text{dB}/\text{LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον

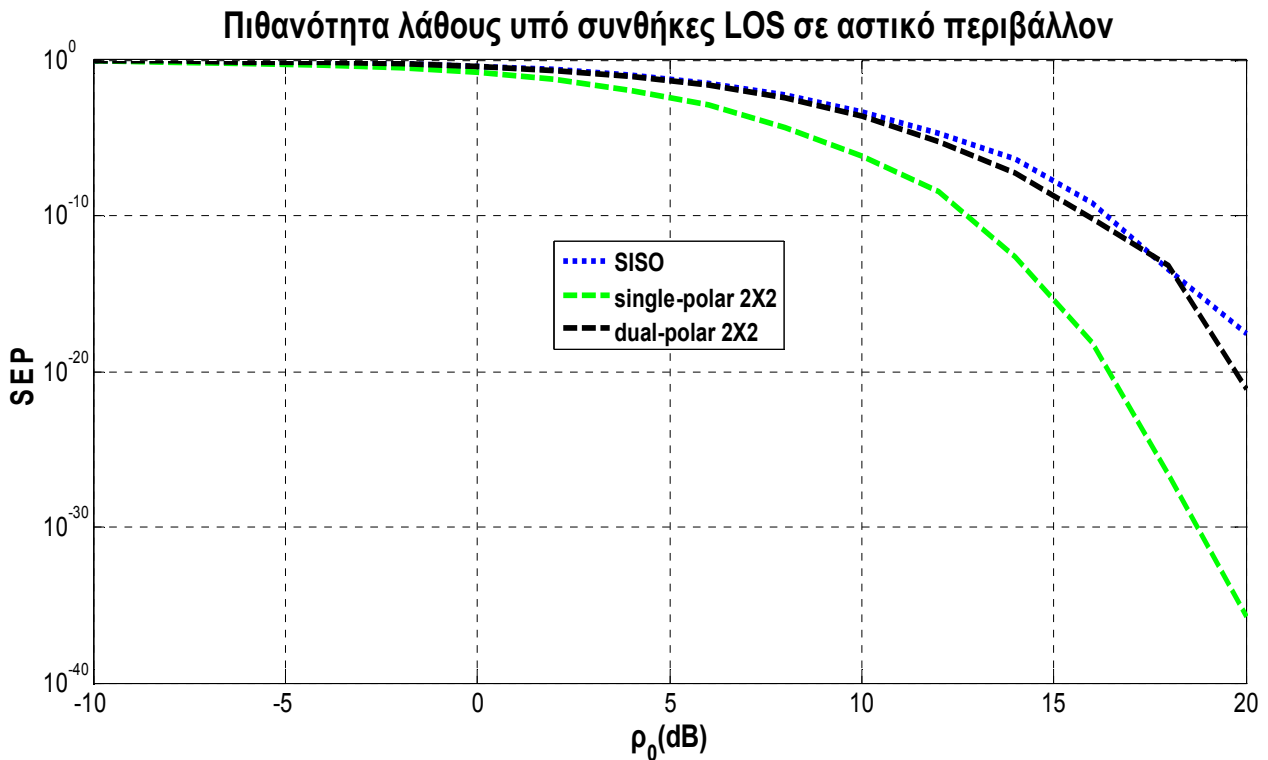




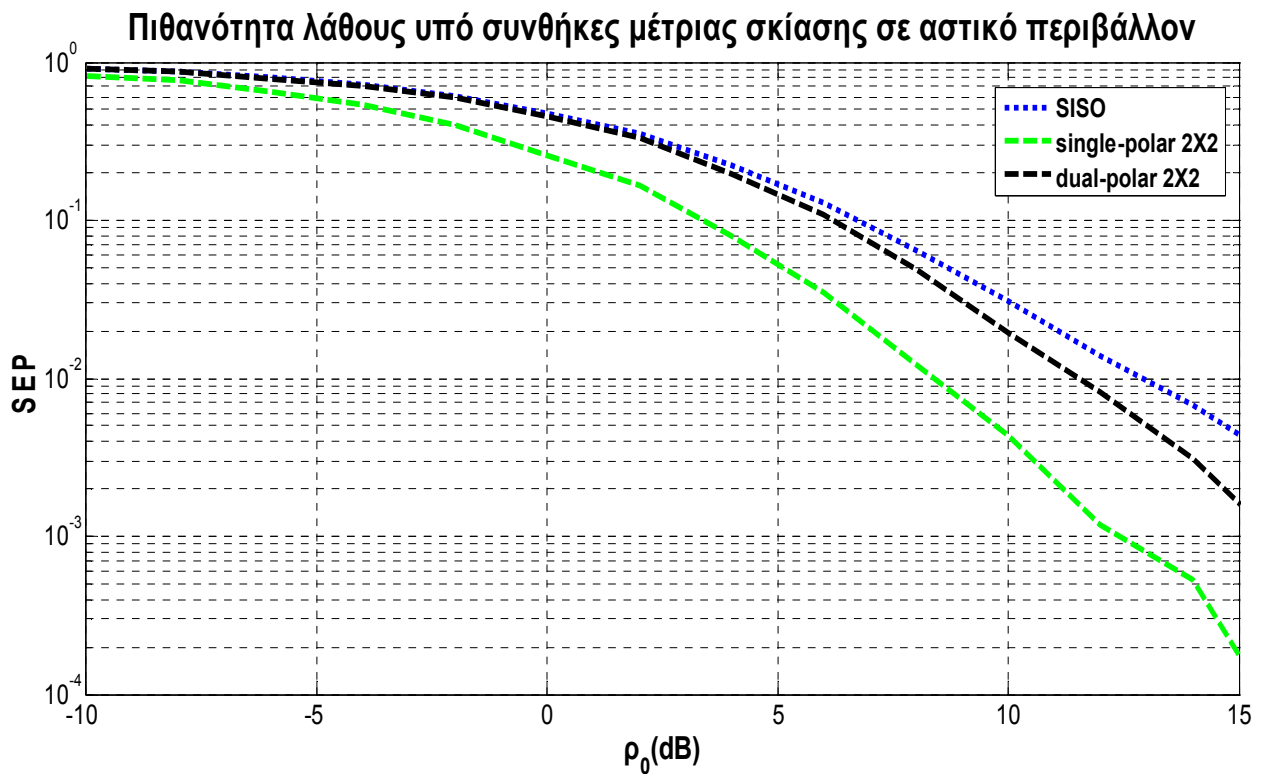
**Σχήμα 4.40:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -3.7\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.98\text{dB}$  και  $\text{MP} = -12.2\text{dB/LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον



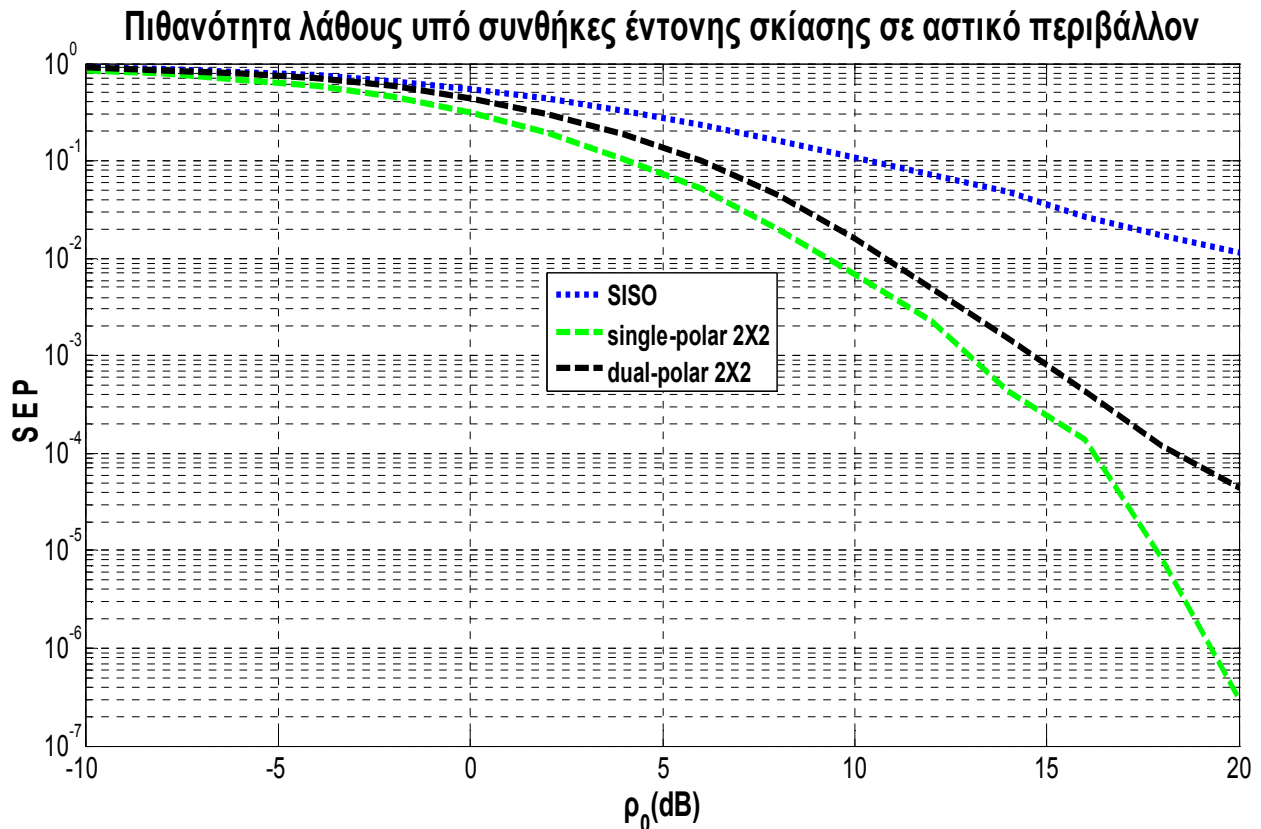
**Σχήμα 4.41:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -15\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 5.9\text{dB}$  και  $\text{MP} = -13\text{dB/LOS}$ ) σε ημιαστικό περιβάλλον



**Σχήμα 4.42:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες LOS ( $\alpha = -0.3\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 0.73\text{dB}$  και  $\text{MP} = -15.9\text{dB/LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον



**Σχήμα 4.43:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθορυβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες μέτριας σκίασης ( $\alpha = -8\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 4.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -19.2\text{dB/LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον



**Σχήμα 4.44:** Πιθανότητα λάθους συναρτήσει του μέσου σηματοθρομβικού λόγου λήψης  $\rho_0$  υπό συνθήκες έντονης σκίασης ( $\alpha = -24.4\text{dB/LOS}$ ,  $\Psi = 4.5\text{dB}$  και  $\text{MP} = -19\text{dB/LOS}$ ) σε αστικό περιβάλλον

#### 4.9 Συμπεράσματα

*Το σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 αποτελεί τη βέλτιστη επιλογή προκειμένου για διάδοση υπό συνθήκες ισχυρής συνιστώσας LOS όταν κριτήριο αποτελεί η επίτευξη υψηλής τιμής εργοδικής χωρητικότητας ή χωρητικότητας διακοπής. Η υβριδική φύση του συστήματος διπλής πόλωσης διαστάσεων 4X4 το καθιστά βέλτιστη επιλογή για διάδοση υπό συνθήκες μέτριας ή έντονης σκίασης όταν κριτήριο ως προς την επίδοση αποτελεί η χωρητικότητα διακοπής.*

Συγκεκριμένα, από την ανάλυση των ανωτέρω εδαφίων ως προς την επίδοση των συστημάτων MIMO διπλής πόλωσης που χρησιμοποιούν δεξιόστροφα πολωμένες κεραίες (RHCP) και αριστερόστροφα πολωμένες κεραίες (LHCP) συνοψίζονται τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η χρησιμοποίηση δεύτερης πόλωσης στις κεραίες εκπομπής και λήψης συμβάλλει στην επίτευξη μεγαλύτερων τιμών χωρητικότητας τόσο μεγαλύτερων όσο αυξάνουν είτε η απομόνωση διασταύρωσης πόλωσης της ζεύξης XPD είτε η χωρική συσχέτιση στην πλευρά εκπομπής ή στην πλευρά λήψης. Η ικανοποίηση των ανωτέρω προϋποθέσεων με την εφαρμογή συστήματος MIMO διπλής πόλωσης προσφέρει στις ζεύξεις ισχυρής απευθείας συνιστώσας τη δυνατότητα ευρυζωνικότητας.
- Το σύστημα διπλής πόλωσης δεν συνιστάται έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης όταν εφαρμόζεται η τεχνική *Alamouti* καθώς ανεξαρτήτως περιβάλλοντος διάδοσης το σύστημα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει μεγαλύτερη πιθανότητα λάθους.

*A) Για διάδοση σε ανοικτό περιβάλλον:*

- i) *Η χρησιμοποίηση συστημάτων διπλής πόλωσης συνιστάται έναντι των αντίστοιχων συστημάτων απλής πόλωσης όταν κριτήριο αποτελεί η επίδοση του συστήματος ως προς την εργοδική χωρητικότητα.*

Συγκεκριμένα, η αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας για τα συστήματα διπλής πόλωσης είναι τόσο μεγαλύτερη εκείνης των αντίστοιχων συστημάτων απλής πόλωσης όσο αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος λήψης. Μάλιστα, για τιμές του  $\rho_0$  μεγαλύτερες συγκεκριμένων κατωφλίων, η εργοδική χωρητικότητα για τα συστήματα διπλής πόλωσης γίνεται ακόμη και διπλάσια εκείνης του αντίστοιχου συστήματος SISO προσφέροντας μεγάλα κέρδη χωρικής πολυπλεξίας. Ωστόσο, οι μεγάλες τιμές της χωρικής συσχέτισης δεν επιτρέπουν στο σύστημα διπλής πόλωσης 4X4 να επιτύχει σημαντική βελτίωση της επίδοσης ως προς το σύστημα διπλής πόλωσης 2X2 με αποτέλεσμα να προτιμάται το σύστημα διαστάσεων 2X2 λόγω μικρότερου κόστους και δέσμευσης λιγότερου χώρου για την τοποθέτηση των κεραίων. Εξάλλου, για υψηλές τιμές του σηματοθορυβικού λόγου λήψης, το σύστημα διπλής πόλωσης 2X2 επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές της εργοδικής χωρητικότητας όχι μόνο ως προς το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης αλλά και ως προς το σύστημα απλής πόλωσης 4X4.

- ii) *Όταν κριτήριο αποτελεί η επίτευξη υψηλής χωρητικότητας διακοπής, τα συμπεράσματα ταυτίζονται με εκείνα ως προς την εργοδική χωρητικότητα.*

Αυτό συμβαίνει διότι οι αμελητέες τιμές τόσο της διακύμανσης  $\Psi$  όσο και της ισχύος της πολυδιαδρομικής συνιστώσας καθιστούν το δίαυλο κατά προσέγγιση ντετερμινιστικό.

*B) Για διάδοση σε ημιαστικό περιβάλλον:*

- i) Η χρησιμοποίηση συστημάτων διπλής πόλωσης εξακολουθεί να συνιστάται έναντι των αντίστοιχων συστημάτων απλής πόλωσης όταν κριτήριο αποτελεί η επίδοση του συστήματος ως προς την εργοδική χωρητικότητα.*

Η συμπεριφορά των συστημάτων απλής και διπλής πόλωσης υπό συνθήκες *LOS* είναι η ίδια με εκείνη για διάδοση σε ανοικτό περιβάλλον διατηρώντας το σαφές πλεονέκτημα των συστημάτων διπλής πόλωσης ως προς το μεγάλο κέρδος χωρικής πολυπλεξίας που επιτυγχάνουν έναντι του αντίστοιχου συστήματος *SISO*. Σε περιβάλλοντα μέτριας και έντονης σκίασης, παρά την ισχυροποίηση της συνιστώσας *NLOS*, η βελτίωση της επίδοσης των συστημάτων απλής πόλωσης μέσω των εναλλακτικών διαδρομών που προσφέρει ο διάυλος δεν είναι ικανή ώστε η εργοδική χωρητικότητα που επιτυγχάνουν να υπερβεί εκείνη των αντίστοιχων συστημάτων διπλής πόλωσης. Πλέον, τα κέρδη χωρικής πολυπλεξίας τόσο των συστημάτων απλής πόλωσης όσο και των αντίστοιχων συστημάτων διπλής πόλωσης είναι σημαντικά έναντι του αντίστοιχου συστήματος *SISO* με αποτέλεσμα να καθίσταται αδιάφορη η χρησιμοποίηση του ενός συστήματος έναντι του άλλου.

- ii) Η χρησιμοποίηση του συστήματος διπλής πόλωσης διαστάσεων 4X4 προτιμάται έναντι των υπολοίπων συστημάτων όταν μελετάται η επίδοση του συστήματος ως προς τη χωρητικότητα διακοπής ανεξάρτητα των συνθηκών σκίασης. Αντίθετα, το σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 συνιστάται έναντι του αντίστοιχου συστήματος απλής πόλωσης μόνο για συνθήκες διάδοσης *LOS*.*

Η υβριδική φύση του συστήματος διπλής πόλωσης 4X4 του επιτρέπει να ανταπεξέλθει το συγκριτικό πλεονέκτημα που παρέχεται στα συστήματα απλής πόλωσης κατά την ισχυροποίηση της συνιστώσας *NLOS*, ισχυροποίηση η οποία εντείνεται σε περιπτώσεις έντονης διακύμανσης  $\Psi$ . Αντίθετα, η έλλειψη αυτής της ικανότητας από το σύστημα διπλής πόλωσης διαστάσεων 2X2 οδηγεί σε μείωση της επίδοσής του ως προς τη χωρητικότητα διακοπής κατά την ισχυροποίηση της συνιστώσας *NLOS*. Συνεπώς, υπό συνθήκες διάδοσης με μέτριας ή έντονη σκίαση, το σύστημα διπλής πόλωσης επιτυγχάνει χειρότερη επίδοση έναντι του συστήματος *SISO* από το αντίστοιχο σύστημα απλής πόλωσης.

*Γ) Για διάδοση σε αστικό περιβάλλον τα συμπεράσματα υπό συνθήκες *LOS* είναι κοινά με εκείνα για διάδοση σε ανοικτό περιβάλλον, ενώ υπό συνθήκες μέτριας ή έντονης σκίασης είναι κοινά με εκείνα για διάδοση σε ημιαστικό περιβάλλον.*

```
function [Cep_siso Cep_sp Cep_x Cep4_sp Cep4_x Cout_siso Cout_sp Cout_x Cout4_sp Cout4_x
Sep_siso Sep_sp Sep_x] = SatAll(nsamples, Pout, SNR, a, J, MP, XPI, XPR, tc, rc, thc, bool)
```

```
SNR = 10^(SNR/10);
XPI = 10^(XPI/10);
XPR = 10^(XPR/10);
XPD = 1/(1/XPI+1/XPR);
```

```
t = tc/thc;
r = rc/thc;
```

```
cep_siso = zeros(nsamples, 1);
cep_sp = zeros(nsamples, 1);
cep_x = zeros(nsamples, 1);
cep4_sp = zeros(nsamples, 1);
cep4_x = zeros(nsamples, 1);
sep_siso = zeros(nsamples, 1);
sep_sp = zeros(nsamples, 1);
sep_x = zeros(nsamples, 1);
I2 = eye(2);
I4 = eye(4);
```

```
b = 1/(1+XPI);
g = 1/(1+XPD);
```

```
a = a - .5*log10(1-b); %Προσαρμογή των τιμών του Πίνακα 4.5 σε τιμές όπου
θεωρείται απειρία ως προς το XPI
MP = MP - .5*log10(1-g); %Προσαρμογή των τιμών του Πίνακα 4.5 σε τιμές
όπου θεωρείται απειρία ως προς το XPD
```

```
Xlos = [sqrt(1-b) sqrt(b); sqrt(b) sqrt(1-b)];
XNLOS = [sqrt(1-g) sqrt(g); sqrt(g) sqrt(1-g)];
```

```
if (bool == 1)%bool = 1 αντιστοιχεί σε ανοικτό περιβάλλον, 2 σε ημισφαιρικό και 3
σε αστικό
```

```
C = [1 0.86 0.85 0.90; 0.86 1 0.91 0.87; 0.85 0.91 1 0.88; 0.90 0.87 0.88 1];
elseif (bool == 2)
C = [1 0.76 0.76 0.83; 0.76 1 0.83 0.75; 0.76 0.83 1 0.78; 0.83 0.75 0.78 1];
elseif (bool == 3)
C = [1 0.86 0.86 0.92; 0.86 1 0.89 0.85; 0.86 0.89 1 0.93; 0.92 0.85 0.93 1];
end
```

```
sqrt_C = C^0.5;
```

```
C4 = kronecker(C,C);
sqrt_C4 = C4^0.5;
```

```
q = sqrt(g*(1-g));
R = 10^(MP/10)*[1 t r t*r; t 1 t*r; r t*r 1 t; t*r r t 1]; %οι συσχετίσεις λαμβάνονται
πραγματικοί αριθμοί και γίνεται χρήση της (2.23) για τα s1 και s2
Rx = 10^(MP/10)*[1-g tc*q rc*q t*r*(1-g); tc*q g t*r*g rc*q; rc*q t*r*g g tc*q; t*r*(1-g) rc*q tc*q 1-g];
sqrt_Rx = Rx^0.5;
sqrt_R = R^0.5;
```

```
Hwlos = (randn(2, 2, nsamples) + sqrt(-1) * randn(2, 2, nsamples)) / sqrt(2);
Hw4los = (randn(4, 4, nsamples) + sqrt(-1) * randn(4, 4, nsamples)) / sqrt(2);
HwNLOS = (randn(2, 2, nsamples) + sqrt(-1) * randn(2, 2, nsamples)) / sqrt(2);
HwwNLOS = (randn(2, 2, nsamples) + sqrt(-1) * randn(2, 2, nsamples)) / sqrt(2);
meso_J = mesh(J);
kan = sqrt(10^(a/10)*meso_J+10^(MP/10));
```

```
for i = 1:nsamples
Hlos = invectorize(10^(a/20)*10.^(J/20*sqrt_C*vectorize(Hwlos(:,:,i))),2);
H4los = invectorize(10^(a/20)*10.^(J/20*sqrt_C4*vectorize(Hw4los(:,:,i))),4);
HNLOS = invectorize(sqrt_R*vectorize(HwNLOS(:,:,i)),2);
Hxlos = invectorize(sqrt_Rx*vectorize(HwwNLOS(:,:,i)),2);
```

```
Hsp = (Hlos*Xlos(1,1)+Hnlos*Xnlos(1,1))/kan;
h = Hsp(1,1);
```

```
H4sp = (H4los*Xlos(1,1)+10^(-MP/20)*kronecker(Hnlos,Hnlos)*Xnlos(1,1))/kan;
```

```
Hx = (Hlos.*Xlos+Hxlos)/kan;
```

```
H4x = (H4los.*[Xlos Xlos;Xlos Xlos]+10^(-MP/20)*kronecker(Hnlos,Hxlos))/kan;
```

```
cep_siso(i) = log2(1+SNR*abs(h)^2);
cep_sp(i) = log2(det(I2+SNR/2*Hsp*Hsp'));
cep_x(i) = log2(det(I2+SNR/2*Hx*Hx'));
cep4_sp(i) = log2(det(I4+SNR/4*H4sp*H4sp'));
cep4_x(i) = log2(det(I4+SNR/4*H4x*H4x'));
sep_siso(i) = exp(-SNR*abs(h)^2);
sep_sp(i) = exp(-SNR/2*sum(abs(vectorize(Hsp)).^2));
sep_x(i) = exp(-SNR/2*sum(abs(vectorize(Hx)).^2));
end
```

```
Cep_siso = real(mean(cep_siso));
Cep_sp = real(mean(cep_sp));
Cep_x = real(mean(cep_x));
Cep4_sp = real(mean(cep4_sp));
Cep4_x = real(mean(cep4_x));
```

```
Sep_siso = mean(sep_siso);
Sep_sp = mean(sep_sp);
Sep_x = mean(sep_x);
```

```
Cepp = sort(cep_siso);
qq = max(2,round(Pout/100*nsamples));
qq = (Cepp(qq-1,1)+Cepp(qq,1)+Cepp(qq+1,1))/3;%Λαμβάνεται η μέση τιμή
τριών στοιχείων για ομαλότητα της καμπύλης
```

```
Cout_siso = real(qq);
```

```
Cepp = sort(cep_sp);
qq = max(2,round(Pout/100*nsamples));
qq = (Cepp(qq-1,1)+Cepp(qq,1)+Cepp(qq+1,1))/3;
Cout_sp = real(qq);
```

```
Cepp = sort(cep_x);
qq = max(2,round(Pout/100*nsamples));
qq = (Cepp(qq-1,1)+Cepp(qq,1)+Cepp(qq+1,1))/3;
Cout_x = real(qq);
```

```
Cepp = sort(cep4_sp);
qq = max(2,round(Pout/100*nsamples));
qq = (Cepp(qq-1,1)+Cepp(qq,1)+Cepp(qq+1,1))/3;
Cout4_sp = real(qq);
```

```
Cepp = sort(cep4_x);
qq = max(2,round(Pout/100*nsamples));
qq = (Cepp(qq-1,1)+Cepp(qq,1)+Cepp(qq+1,1))/3;
Cout4_x = real(qq);
```

```
function A = vectorize(H)
```

```
G=H';
B=[];
count=length(G(1,:));
for i=1:count
B=[B;G(:,i)];
end
A=B;
end
```

```
function H = invectorize(v, num)
```

```
D=[];
for i=1:num:length(v)-num+1
A=[];
for j=1:num
A=[A conj(v(i+j-1,1))];
end
D=[D; A];
end
H=D;
end
```

```
function H = kronecker(A, B)
```

```
Ma = length(A(:,1));
Na = length(A(1,:));
```

```
Y = [];
```

```
for i=1:Ma
L = [];
for j=1:Na
P = A(i,j)*B;
L = [L P];
end
Y = [Y; L];
end
H = Y;
end
```

```
function kl = mesh(Ps)
```

```
Hw = (randn(1, 1000) + sqrt(-1) * randn(1, 1000)) / sqrt(2);
ww = zeros(1, 1000);
for y = 1:1000
ww(y) = 10^(Ps/10*real(Hw(1,y)));
end
kl = sum(ww)/1000;
end
```

## Κώδικας 4.1: Κώδικας Matlab για τις προσομοιώσεις της παραγράφου 4.8

## Βιβλιογραφία

- [Lio] K.P. Liolis, J. Gomez-Vilardebo, E. Casini, A. Perez-Neira, "Statistical modeling of MIMO land mobile satellite channels," submitted for publication to IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009
- [Hor] P. Horvath, G. K. Karagiannidis, P. R. King, St. Stavrou, I. Frigyes, "Investigations in Satellite MIMO Channel Modeling: Accent on Polarization", Hindawi Publishing Corporation EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, Volume 2007, Article ID 98942
- [Sta] P. R. King, St. Stavrou, "Low Elevation Wideband Land Mobile Satellite MIMO Channel Characteristics", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 6, no. 7, July 2007
- [Fon] F. P. Fontan, M. Vazquez-Castro, Cr. E. Cabado, J. P. García, E. Kubista, "Statistical Modeling of the LMS Channel", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 50, No. 6, November 2001
- [Loo85] C. Loo, "A Statistical Model for a Land Mobile Satellite Link", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.34, no.3, pp.122-127, August 1985.
- [The] Μ. Ε. Θεολόγου, "Δίκτυα Κινητών και Προσωπικών Επικοινωνιών", Εκδόσεις Τζιόλα, Αθήνα 2007





## Παράρτημα Α Μαθηματικοί Συμβολισμοί

- 1)  $E[\mathbf{X}]$  : Η μέση ή προσδοκώμενη τιμή της τυχαίας μεταβλητής  $\mathbf{X}$
- 2)  $\Pr(X < A)$  : Η πιθανότητα να είναι η τιμή της τυχαίας μεταβλητής  $X$  μικρότερη του κατωφλίου  $A$
- 3)  $\delta(t) = \begin{cases} 1, & t=0 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$  : η συνάρτηση Dirac
- 4)  $a^*$  : Ο συζυγής του μιγαδικού αριθμού  $a$
- 5)  $|a|$  : Το μέτρο του μιγαδικού αριθμού  $a$
- 6)  $\mathbf{I}_N$  : Ο μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων  $N \times N$
- 7)  $\mathbf{1}_{M,N}$  : Ο πίνακας με μοναδιαία στοιχεία διαστάσεων  $M \times N$
- 8) Έστω το διάνυσμα  $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N]^T$  διαστάσεων  $N \times 1$ .

α)  $\|\mathbf{a}\| = \left[ \sum_{j=1}^N (|a_{ij}|^2) \right]^{1/2}$  : Το  $N$ -διάστατο μέτρο του διανύσματος  $\mathbf{a}$

Υπό την προϋπόθεση ότι τα στοιχεία του διανύσματος  $\mathbf{a}$  αποτελούν πραγματικούς αριθμούς

β)  $\sum_{i=1}^N (a_i)^+$  : Το άθροισμα των θετικών στοιχείων του διανύσματος  $\mathbf{a}$

9) Έστω ο πίνακας  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ a_{M1} & \dots & \dots & a_{MN} \end{bmatrix}$  διαστάσεων  $M \times N$ .

α)  $\mathbf{A}^T$  : Ο ανάστροφος του πίνακα  $\mathbf{A}$

β)  $\mathbf{A}^H$  : Ο αναστροφοσυζυγής του πίνακα  $\mathbf{A}$

γ)  $\text{tr}(\mathbf{A})$  : Το ίχνος του πίνακα  $\mathbf{A}$

δ)  $\det(\mathbf{A})$  : Η ορίζουσα του πίνακα  $\mathbf{A}$

ε)  $\|\mathbf{A}\|_F = \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (|a_{ij}|^2) \right]^{1/2}$  : Το μέτρο Frobenius του πίνακα  $\mathbf{A}$

στ)  $\text{vec}(\mathbf{A}) = [a_{11} \ a_{21} \ \dots \ a_{M1} \ a_{12} \ a_{22} \ \dots \ a_{M2} \ \dots \ a_{1N} \ a_{2N} \ \dots \ a_{MN}]^T$   
 : Η μετατροπή του πίνακα  $\mathbf{A}$  σε διάνυσμα με την τοποθέτηση της στήλης  $i+1$  κάτω από τη στήλη  $i$

ζ)  $\text{diag}(\lambda_i, 0, \dots, 0)$  : Έστω  $\lambda_i$  οι ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{A}$  οι οποίες στο πλήθος δεν υπερβαίνουν τη μικρότερη από τις διαστάσεις του. Συμβολίζεται με  $\text{diag}(\lambda_i, 0, \dots, 0)$  ο διαγώνιος πίνακας διαστάσεων ίσων με τη μικρότερη διάσταση του πίνακα  $\mathbf{A}$  του οποίου τα πρώτα στοιχεία της διαγωνίου αποτελούν τις ιδιοτιμές  $\lambda_i$  και τα υπόλοιπα είναι μηδενικά.

η) Έστω πίνακας  $\mathbf{B}$  διαστάσεων  $P \times Q$ . Το γινόμενο Kronecker ορίζεται από τη σχέση

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot \mathbf{B} & a_{12} \cdot \mathbf{B} & \dots & a_{1N} \cdot \mathbf{B} \\ a_{21} \cdot \mathbf{B} & a_{22} \cdot \mathbf{B} & \dots & a_{2N} \cdot \mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} \cdot \mathbf{B} & \dots & \dots & a_{MN} \cdot \mathbf{B} \end{bmatrix} \text{ και προκύπτει διαστάσεων } (M \cdot P) \times (N \cdot Q)$$

θ) Έστω πίνακας  $\mathbf{B}$  ίδιων διαστάσεων με τον πίνακα  $\mathbf{A}$ , δηλαδή  $M \times N$ . Το γινόμενο Hadamard ορίζεται από τη σχέση

$$\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot b_{11} & a_{12} \cdot b_{12} & \dots & a_{1N} \cdot b_{1N} \\ a_{21} \cdot b_{21} & a_{22} \cdot b_{22} & \dots & a_{2N} \cdot b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} \cdot b_{M1} & \dots & \dots & a_{MN} \cdot b_{MN} \end{bmatrix} \text{ και προκύπτει διαστάσεων } M \times N$$

## Παράρτημα Β Οι κατανομές Rayleigh, Rice, lognormal και Loo

### Η κατανομή Rayleigh

Η κατανομή *Rayleigh* χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση του διαύλου στον οποίο το σήμα φθάνει στο δέκτη μέσω πολυδιαδρομικής διάδοσης υπό την απουσία απευθείας συνιστώσας. Τότε το κέρδος του διαύλου μεταξύ μιας κεραίας εκπομπής και μιας κεραίας λήψης δίνεται από την (4.1) αγνοώντας τον πρώτο όρο του αθροίσματος που αφορά το απευθείας σήμα. Ορίζεται το μιγαδικό κέρδος της  $i$ -οστής διαδρομής μέσω της σχέσης

$$c_i(t) = a_i(t)e^{j\phi_i(t)}, \quad i = 2, \dots, r \quad (\text{Π.Β.1})$$

Κάθε ένα από τα μιγαδικά κέρδη γράφεται ως άθροισμα της συμφασικής (inphase) και της ορθογώνιας (quadrature) συνιστώσας του στη μορφή

$$c_i(t) = c_1(t) + jc_Q(t) \quad (\text{II.B.2})$$

Επειδή τόσο η εξασθένιση όσο και η καθυστέρηση φάσης του σήματος σε κάθε διαδρομή είναι τυχαία μεταβλητές με το χρόνο, οι συνιστώσες  $c_1$  και  $c_Q$  αποτελούν πραγματικές τυχαίες διαδικασίες *i.i.d.* ώστε το κάθε μιγαδικό κέρδος να αποτελεί κυκλικά συμμετρική τυχαία μεταβλητή κανονικής κατανομής. Πλέον, η εξασθένιση της *i*-οστής διαδρομής προκύπτει

$$a_i(t) = \sqrt{c_1(t)^2 + c_Q(t)^2} \quad (\text{II.B.3})$$

και ακολουθεί την κατανομή *Rayleigh* με πυκνότητα πιθανότητας

$$p_{\text{Rayleigh}}(a) = \begin{cases} \frac{a}{\sigma^2} \exp[-a^2/2\sigma^2] & , a \geq 0 \\ 0 & , a < 0 \end{cases} \quad (\text{II.B.4})$$

$$\text{όπου } \sigma^2 = E[c_1^2] = E[c_Q^2].$$

Η μέση ισχύς του σήματος που φθάνει στο δέκτη μέσω πολυδιαδρομικής διάδοσης για τη διαδρομή *i* δίνεται μέσω της σχέσης

$$P_{i,\text{NLOS}} = E[a_i(t)^2] = E[c_1^2(t) + c_Q^2(t)] = 2\sigma^2 \quad (\text{II.B.5})$$

Προκειμένου για διάυλο στενής ζώνης, θεωρείται μία ισοδύναμη συνιστώσα πολυδιαδρομικής διάδοσης της οποίας η χρονική στιγμή άφιξης δίνεται από την (4.2). Στην περίπτωση αυτή, η περιβάλλουσα του συνολικού σήματος που φθάνει στο δέκτη θεωρείται κατανομημένο κατά *Rayleigh* μέσης ισχύος  $2\sigma^2$ , όπου πλέον ισχύει  $\sigma^2 = (r-1) \cdot E[c_1^2] = (r-1) \cdot E[c_Q^2]$ .

### Η κατανομή Rice

Η κατανομή *Rice* μοντελοποιεί το διάυλο όπου το σήμα φθάνει στο δέκτη τόσο μέσω απευθείας συνιστώσας όσο και μέσω πολυδιαδρομικής διάδοσης. Η απευθείας συνιστώσα που είναι πολύ ισχυρότερη της συνιστώσας *NLOS*, θεωρείται χρονικά αμετάβλητη, δηλαδή συνιστώσα *LOS* και όχι έχοντας υποστεί σκίαση. Η πυκνότητα πιθανότητας της κατανομής *Rice* δίνεται μέσω της σχέσης

$$p_{\text{Rice}}(a) = \begin{cases} \frac{a}{\sigma^2} \exp[-(a^2 + P_{\text{LOS}})/2\sigma^2] \cdot I_0\left(\frac{a \cdot \sqrt{P_{\text{LOS}}}}{\sigma^2}\right) & , a \geq 0 \\ 0 & , a < 0 \end{cases} \quad (\text{II.B.6})$$

όπου  $I_0(\cdot)$  η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel μηδενικής τάξης και η διασπορά  $\sigma^2$  όπως ορίστηκε στην κατανομή *Rayleigh*.

## Η κατανομή lognormal

Μια τυχαία μεταβλητή  $\beta$  ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή (lognormal distribution) όταν ο λογάριθμός της ακολουθεί την κανονική κατανομή. Η πυκνότητα πιθανότητας της λογαριθμοκανονικής κατανομής μέσης τιμής  $\mu$  και τυπικής απόκλισης  $\sqrt{d_0}$  δίνεται μέσω της σχέσης

$$p(\beta) = 1/(\beta\sqrt{2\pi \cdot d_0}) \cdot \exp[-(\ln\beta - \mu)^2 / 2d_0] \quad , \quad \beta > 0 \quad (\text{Π.Β.7})$$

## Η κατανομή Loo

Το μοντέλο του *Loo* αναφέρεται που αναφέρεται στις δορυφορικές επικοινωνίες LMS υποθέτει ότι η περιβάλλουσα της συνιστώσας *LOS* του σήματος που λαμβάνει ο δέκτης ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή της οποίας η πυκνότητα πιθανότητας δίνεται μέσω της (Π.Β.7). Αντίστοιχα, η περιβάλλουσα της συνιστώσας *NLOS* ακολουθεί την κατανομή *Rayleigh* της οποίας η πυκνότητα πιθανότητας δίνεται μέσω της (Π.Β.4). Οι δύο προηγούμενες τυχαίες διαδικασίες θεωρούνται μεταξύ τους συσχετισμένες ώστε η περιβάλλουσα  $|h|$  του συνολικού σήματος λήψης να ακολουθεί την κατανομή *Loo*. Η πυκνότητα πιθανότητας της κατανομής *Loo* δίνεται μέσω της σχέσης

$$p(|h|) = \frac{|h|}{\sigma^2 \sqrt{2\pi \cdot d_0}} \int_0^\infty \frac{1}{z} e^{-\frac{(\ln z - \mu)^2}{2d_0} - \frac{|h|^2 + z^2}{2\sigma^2}} \cdot I_0\left(\frac{|h|z}{2\sigma^2}\right) dz \quad (\text{Π.Β.8})$$

όπου τα μεγέθη  $\mu$ ,  $d_0$  ορίζονται από την (Π.Β.7), το μέγεθος  $\sigma^2$  ορίζεται από την (Π.Β.4), ενώ  $I_0(\cdot)$  είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel μηδενικής τάξης.