



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ **ΤΟΜΕΑΣ** ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

# ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΩΜΑΣ Γ. ΒΑΣΙΛΗΣ

**Επιβλέποντες:** Χατζηαργυρίου Νικόλαος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αναστασιάδης Ανέστης

Υ. Δ. Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2009





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ **ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ**

# ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΩΜΑΣ Γ. ΒΑΣΙΛΗΣ

**Επιβλέποντες:** Χατζηαργυρίου Νικόλαος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αναστασιάδης Ανέστης

Υ. Δ. Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 8<sup>η</sup> Ιουλίου

Ν.Χατζηαργυρίου

Σ.Παπαθανασίου

Σ.Καβατζά

Καθηγητής ΕΜΠ

Λέκτορας ΕΜΠ

Λέκτορας ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2009

Θωμάς Βασίλης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Θωμάς Γ. Βασίλης, 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

*Η άρση των ελέγχων της βιομηχανίας παροχής ενέργειας, κατέστησε δυνατό για μία τυπική εγκατάσταση συμπαραγωγής να λειτουργήσει παράλληλα με έναν παροχέα ηλεκτρικής ενέργειας, επιτρέποντας κατά συνέπεια να αγοραστεί η αναγκαία ηλεκτρική ενέργεια ή να πωληθεί η πλεονάζουσα οποιαδήποτε χρονική περίοδο. Σε αυτή την εργασία, παρουσιάζεται το στοχαστικό μοντέλο για την λειτουργία μιας τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής 'βάσης' και τα αποτελέσματα της προσομοίωσής του. Το μοντέλο υποθέτει κανονικοποιημένη κατανομή Gauss για τα φορτία και διωνυμική κατανομή για την τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής.*

**Λέξεις κλειδιά:** Συμπαραγωγή ηλεκτρισμού & θερμότητας (ΣΗΘ); Εγκατάσταση συμπαραγωγής 'βάσης'; Μοντέλο στοχαστικής λειτουργίας; Στοχαστική βελτιστοποίηση; Ενέργεια

## **Abstract**

*Deregulation of utility industry made it possible for a local cogeneration facility to operate in parallel with an electricity provider, thus enabling to purchase needed electric energy or sell any excess in each time-band. The stochastic model for the operation of an on-site bottoming-cycle cogeneration facility and its simulation results are presented in this paper. The model assumes the modified Gaussian distribution for loads and binomial distribution for the on-site cogeneration facility.*

**Keywords:** *Combined heat & power production (CHP); Bottoming-Cycle Cogeneration, Stochastic Operation model; Stochastic optimization; Energy*

## Πρόλογος

Για να είναι βιώσιμη μία εγκατάσταση συμπαραγωγής θα πρέπει αφενός μεν να έχει έσοδα από την πώληση της ενέργειας στους καταναλωτές, αφετέρου να προβαίνει και σε αγοραπωλησία ενέργειας από και προς το δίκτυο / πάροχο με τον πλέον συμφέροντα τρόπο. Από την στιγμή που εξετάζεται μία εγκατάσταση βάσης, οπότε και η κάλυψη των θερμικών φορτίων θεωρείται δεδομένη, αντικείμενο της συγκεκριμένης μελέτης θα αποτελέσει η διαχείριση της συνεπαγομένης ηλεκτρικής ενέργειας ανάλογα με το αν παρατηρείται περίσσεια ή έλλειμμα παραγωγής της. Σκοπός στο τέλος της ημέρας είναι να μεγιστοποιηθεί το αναμενόμενο κέρδος εξασφαλίζοντας έτσι της βιωσιμότητα της εγκατάστασης.

# Περιεχόμενα

<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ</b>	<b>i</b>
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ</b>	<b>ii</b>
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ</b>	<b>iii</b>
<b>ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ</b>	<b>iv</b>

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

<b>ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ</b>	<b>17</b>
1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ	18
1.2 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ	20
1.3 ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	22
1.4 Η ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ	23

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

<b>ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ</b>	<b>25</b>
2.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΤΜΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ	26
2.1.1 Συστήματα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο αντίθλιψης	26
2.1.2 Συστήματα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο απομάστευσης	27
2.1.3 Συστήματα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο σε κύκλο βάσης	28
2.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ	30
2.2.1 Συστήματα αεριοστρόβιλου ανοικτού κύκλου	30
2.2.2 Συστήματα αεριοστρόβιλου κλειστού κύκλου	32
2.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΚΑΥΣΗΣ	34
2.4 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΟΥ ΚΥΚΛΟΥ	38
2.5 ΚΥΚΛΟΙ ΒΑΣΗΣ RANKINE ΜΕ ΟΡΓΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ	41
2.6 ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (‘ΠΑΚΕΤΑ’)	42
2.7 ΚΥΨΕΛΕΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ	43



2.8	ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING	45
-----	------------------	----

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

	<b>ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ</b>	<b>46</b>
--	----------------------------------	-----------

3.1	ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ	47
3.1.1	Γενικά	47
3.1.2	Ιστορικά στοιχεία	48
3.1.3	Χρήσεις	48
3.2	ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ	50
3.2.1	Γενικά	50
3.2.2	Επίλυση στοχαστικών προγραμμάτων	52
3.3	ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕΝΑΡΙΩΝ	25
3.3.1	Γενικά	54
3.3.2	Δημοσιονομικές εφαρμογές	54
3.3.3	Γεω-πολιτικές εφαρμογές	55
3.3.4	Παραδοσιακή κριτική	55

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

	<b>ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ‘ΒΑΣΗΣ’ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ</b>	<b>57</b>
--	---	-----------

4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	58
4.2	ΣΥΣΤΗΜΑ ΧΡΗΣΤΗ & ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ	59
4.3	ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ	60
4.3.1	Τιμή αγοράς ενέργειας από τον πάροχο < τοπικό κόστος μονάδας συμπαγωγής ( $q_t < r_t$ )	60
4.3.2	Τιμή αγοράς ενέργειας από τον πάροχο > τοπικό κόστος μονάδας συμπαγωγής ( $q_t > r_t$ ) & τιμή πώλησης ενέργειας στον πάροχο ή στο ηλεκτρικό δίκτυο > τοπικό κόστος μονάδας συμπαγωγής ( $s_t > r_t$ )	62
4.3.3	Τιμή αγοράς ενέργειας από τον πάροχο > τοπικό κόστος μονάδας συμπαγωγής ( $q_t > r_t$ ) & τιμή πώλησης ενέργειας στον πάροχο ή στο ηλεκτρικό δίκτυο < τοπικό κόστος μονάδας συμπαγωγής ( $s_t < r_t$ )	63

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ‘ΒΑΣΗΣ’ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ** 65

- 5.1 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ (DATA FLOW DIAGRAM) 66
- 5.2 ΚΩΔΙΚΑΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ 82
- 5.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ 82

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

### **ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ** 90

- 6.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ 91
- 6.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ 93
- 6.3 ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ (CASE STUDY) 98
  - 6.3.1 Case study 1 Μεταβολή διαθεσιμότητας CHP εγκατάστασης 98
  - 6.3.2 Case study 2 Μεταβολή διαθεσιμότητας παρόχου 104
  - 6.3.3 Case study 3 Μεταβολή δυναμικότητας παρόχου 109
  - 6.3.4 Case study 4 Μεταβολή αριθμού μονάδων CHP 114
  - 6.3.5 Case study 5 Μεταβολή τιμής αγοράς qt 121
  - 6.3.6 Case study 6 Μεταβολή τιμής πώλησης st 127
- 6.4 ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ 134

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7**

### **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ** 136

<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α</b>	<b>138</b>
<b>A.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ</b>	<b>139</b>
A.1.1 Κανονική κατανομή	139
A.1.1.1 Θεωρία κανονικής κατανομής	139
A.1.1.2 Ιστορία	140
A.1.1.3 Χαρακτηρισμός	141
A.1.2 Διωνυμική κατανομή	142
A.1.2.1 Γενικά	142
A.1.2.2 Παραδείγματα	142
A.1.2.3 Προσδιορισμός	142
A.1.2.4 Μέση τιμή και διακύμανση	145
A.1.3 Κίνηση κατά Brown	147
A.1.3.1 Γενικά	147
A.1.3.2 Ιστορική αναδρομή	147
A.1.3.3 Διαισθητική μεταφορά	149
A.1.3.4 Μαθηματική ανάλυση	149
A.1.3.5 Φυσική θεωρία Brown	151
A.1.3.6 Κώδικας Matlab	153
A.1.4 Δυαδική αναζήτηση	154
A.1.4.1 Γενικά	154
A.1.4.2 Επισκόπηση	154
A.1.4.3 Παιχνίδι εύρεσης αριθμών	155
A.1.4.4 Λίστες λέξεων	155
A.1.4.5 Εφαρμογές στην θεωρία πολυπλοκότητας	155
A.1.4.6 Μέθοδος	156
A.1.4.7 Λειτουργία μεθόδου	156
A.1.4.8 Κώδικας Matlab	158
<b>A.2 BUILD-IN ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ MATLAB</b>	<b>160</b>
A.2.1 Συνάρτηση binornd	160

A.2.2 Συνάρτηση normrnd	160
A.2.3 Συνάρτηση fmincon	160
A.2.4 Συνάρτηση mean	161
A.2.5 Συνάρτηση std	161
A.2.6 Συνάρτηση sort	162

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β**

### **ΚΩΔΙΚΑΣ ΜΑΤΛΑΒ**

### **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

## Κατάλογος Σχημάτων

<b>Σχήμα -1.1-</b> Ενδεικτικά συστήματα συμπαραγωγής α) Βιομηχανία, β) Κτίρια & γ) Τηλεθέρμανση / τηλεψύξη.....	18
<b>Σχήμα-1.2-</b> Σύγκριση βαθμού απόδοσης συμπαραγωγής με χωριστή παραγωγή θερμότητας και ηλεκτρισμού.....	19
<b>Σχήμα -2.1-</b> Σύστημα συμπαραγωγής με αμοστρόβιλο αντίθλιψης.....	27
<b>Σχήμα -2.2-</b> Σύστημα συμπαραγωγής με αμοστρόβιλο απομάστευσης.....	28
<b>Σχήμα -2.3-</b> Σύστημα συμπαραγωγής με κύκλο βάσης ατμού.....	29
<b>Σχήμα -2.4-</b> Σύστημα συμπαραγωγής με αεριοστρόβιλο ανοικτού κύκλου.....	31
<b>Σχήμα -2.5-</b> Σύστημα συμπαραγωγής με αεριοστρόβιλο κλειστού κύκλου.....	32
<b>Σχήμα -2.6-</b> Σύστημα συμπαραγωγής με παλινδρομική μηχανή εσωτερικής καύσης..	36
<b>Σχήμα -2.7-</b> Σύστημα συμπαραγωγής συνδυασμένου κύκλου με αμοστρόβιλο αντίθλιψης.....	39
<b>Σχήμα -2.8-</b> Διάγραμμα ροής σύγχρονου συστήματος συνδυασμένου κύκλου με αμοστρόβιλο απομάστευσης.....	40
<b>Σχήμα -4.1-</b> Ηλεκτρική και θερμική ροή φορτίου.....	59
<b>Σχήμα -4.2-</b> Φόρτωση της τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής σε χρονική περίοδο $t$ για την ικανοποίηση των ηλεκτρικών φορτίων.....	61
<b>Σχήμα -4.3-</b> Φόρτωση της τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής σε χρονική περίοδο $t$ για την ικανοποίηση των ηλεκτρικών φορτίων.....	62
<b>Σχήμα -4.4-</b> Φόρτωση της Τοπικής Εγκατάστασης Συμπαραγωγής σε Χρονική Περίοδο $t$ για την Ικανοποίηση των Ηλεκτρικών Φορτίων.....	63
<b>Σχήμα -4.5-</b> Φόρτωση της τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής σε χρονική περίοδο $t$ για την ικανοποίηση των ηλεκτρικών φορτίων.....	64

## Κατάλογος Διαγραμμάτων

<b>Διάγραμμα -1.1-</b> Συμπαράγωγή ανά τομέα στην Ελλάδα.....	24
<b>Διάγραμμα -5.1.α- έως -5.1.π-</b> Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)..	66-81
<b>Διάγραμμα -6.1- έως -6.5-</b> Διαγράμματα προσομοίωσης.....	94-96
<b>Διάγραμμα -6.6- έως -6.14-</b> Διαγράμματα case study 1.....	98-103
<b>Διάγραμμα -6.15- έως -6.23-</b> Διαγράμματα case study 2.....	104-108
<b>Διάγραμμα -6.24- έως -6.32-</b> Διαγράμματα case study 3.....	109-114
<b>Διάγραμμα -6.33- έως -6.41-</b> Διαγράμματα case study 4.....	115-120
<b>Διάγραμμα -6.42- έως -6.50-</b> Διαγράμματα case study 5.....	122-126
<b>Διάγραμμα -6.51- έως -6.59-</b> Διαγράμματα case study 6.....	128-132
<b>Διάγραμμα -6.60-</b> Αποδοτικότητα αλγορίθμου.....	135
<b>Διάγραμμα -A.1-</b> Κανονική κατανομή για διάφορες μέσες τιμές και αποκλίσεις.....	139
<b>Διάγραμμα -A.2-</b> Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.....	143
<b>Διάγραμμα -A.3-</b> Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και κανονική προσέγγιση για $n=6$ και $p=0,5$ .....	144
<b>Διάγραμμα -A.4-</b> Συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας.....	145
<b>Διάγραμμα -A.5-</b> Τρεις ιχνογραφήσεις της κίνησης των κolloειδών σωματιδίων ακτίνας $0,53 \mu\text{m}$ , όπως φαίνονται από το μικροσκόπιο.....	148
<b>Διάγραμμα -A.6-</b> Τρεις διαφορετικές μορφές της κίνησης κατά Brown, με $32$ , $256$ , $2.048$ βήματα, σχεδιασμένες με προοδευτικά ελαφρύτερα χρώματα.....	151
<b>Διάγραμμα -A.7-</b> Ενιαία υλοποίηση τρισδιάστατης κίνησης κατά Brown για $0 \leq t \leq 2$ .....	152
<b>Διάγραμμα -A.8-</b> Διάγραμμα ροής δεδομένων δυαδικής αναζήτησης.....	157

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας -2.1- Χαρακτηριστικά κινητήρων Diesel.....	35
Πίνακας -5.1- total_results_matrix.....	87
Πίνακας -5.2- normalised_results_matrix.....	88
Πίνακας -6.1- Μέσος όρος και απόκλιση ημερήσιων θερμικών και ηλεκτρικών φορτίων για κάθε χρονική περίοδο.....	91
Πίνακας -6.2- Ημερήσιες τιμές ενέργειας.....	92
Πίνακας -6.3- Αποτελέσματα προσομοίωσης.....	93
Πίνακας -6.4- Χρόνος προσομοίωσης.....	134

## Συντομογραφίες

- CH<sub>4</sub>** Χημικός τύπος Μεθανίου (Methane)
- CHP** Cogeneration or Combined Heat & Power (ΣΗΘ)
- CO<sub>2</sub>** Χημικός τύπος Διοξειδίου του Άνθρακα (Carbon Dioxide)
- E/S** Electricity to Steam Ratio (Λόγος Ηλεκτρισμού προς Ατμό)
- LP** Linear programming (Γραμμικός Προγραμματισμός)
- NO<sub>x</sub>** Nitrus Oxides (Νιτρικά Οξείδια)
- PDF** Probability Density Function (Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας)
- SO<sub>2</sub>** Χημικός τύπος Διοξειδίου του Θείου (Sulfur Dioxide)
- ΑΠΕ** Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας
- ΔΕΠΑ** Δημόσια Επιχείρηση Αερίου
- ΕΕ** Ευρωπαϊκή Ένωση
- ΜΜΕ** Μικρομεσαίες Επιχειρήσεις
- ΣΗΘ** Συμπαγωγή Ηλεκτρισμού & Θερμότητας (CHP)
- ΣΗΘ** Συμπαγωγή Ηλεκτρισμού & Θερμότητας (CHP)
- ΦΑ** Φυσικό Αέριο



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

### **ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ**

## 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ (ΣΗΘ)

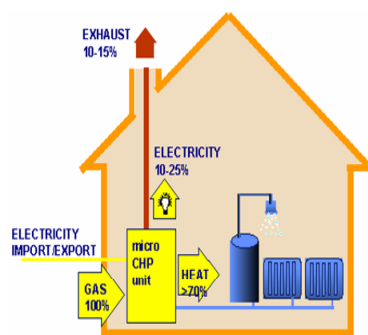
Η σημερινή κατάσταση του περιβάλλοντος δεν είναι ικανοποιητική, όχι μόνο εξ αιτίας της αυξημένης κατανάλωσης ενέργειας αλλά και λόγω της μη ουσιαστικής αντιμετώπισης του σημαντικού αυτού προβλήματος σε παγκόσμιο επίπεδο.

Ο συμβατικός τρόπος κάλυψης των ηλεκτρικών αναγκών ενός καταναλωτή (οικιακού ή βιομηχανικού) είναι η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας από το εθνικό δίκτυο. Ομοίως, η κάλυψη των θερμικών αναγκών γίνεται με την καύση κάποιου καυσίμου (πετρέλαιο, φυσικό αέριο κ.τ.λ) με στόχο την παραγωγή θερμότητας. Τονίζεται ότι η θερμική ενέργεια μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για θέρμανση όσο και για ψύξη με την χρήση μηχανών απορρόφησης. Η συνολική κατανάλωση καυσίμων, μειώνεται σημαντικά με εφαρμογή της συμπαραγωγής. Η συμπαραγωγή (Cogeneration ή Combined Heat & Power – CHP), δηλαδή η συνδυασμένη παραγωγή ηλεκτρικής (ή μηχανικής) και θερμικής ενέργειας (ΣΗΘ) από την ίδια αρχική πηγή ενέργειας είναι δυνατόν να συντελέσει μερικώς στη μείωση:

- Των ρύπων και
- Της εξάρτησης της χώρας από το πετρέλαιο.

Οι εγκαταστάσεις συμπαραγωγής έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιούν πολλαπλά καύσιμα (στερεά, υγρά και αέρια) μεμονωμένα ή και σε συνδυασμό, αλλά και ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (ηλιακή, γεωθερμία). Σήμερα στη χώρα μας παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον ως καύσιμο το φυσικό αέριο (Φ.Α.).

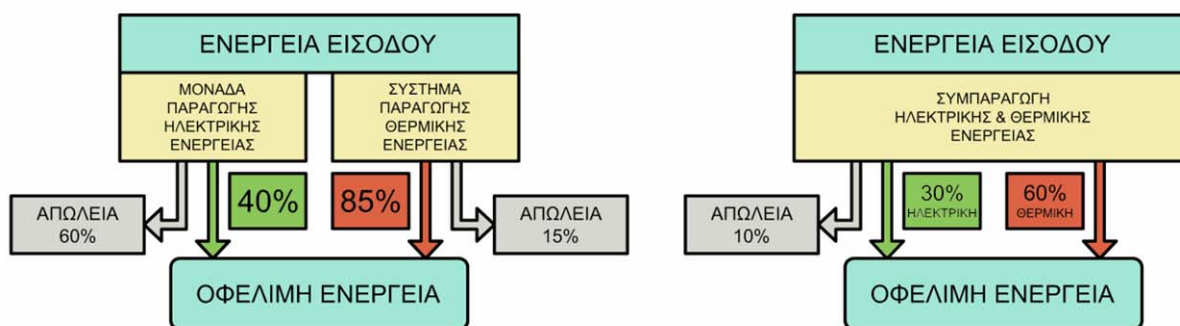
Τα συστήματα Συμπαραγωγής εγκαθίστανται συνήθως σε ενεργοβόρες βιομηχανίες, στον τριτογενή τομέα (νοσοκομεία, ξενοδοχεία, μεγάλα κτίρια, αθλητικά κέντρα, κλπ), ή καλύπτουν τις θερμικές και ηλεκτρικές ανάγκες μιας αστικής περιοχής, μέσω συστημάτων τηλεθέρμανσης / τηλεψύξης.



**Σχήμα -1.1-** Ενδεικτικά συστήματα συμπαραγωγής α) Βιομηχανία, β) Κτίρια & γ) Τηλεθέρμανση / τηλεψύξη

Κατά την λειτουργία ενός συμβατικού θερμοηλεκτρικού σταθμού, μεγάλα ποσά ενέργειας αποβάλλονται στο περιβάλλον είτε μέσω των ψυκτικών μηχανισμών είτε μέσω των καυσαερίων. Εξαιτίας αυτών των απωλειών, ο τυπικός βαθμός απόδοσης μίας τέτοιας εγκατάστασης είναι της τάξεως του 30-45% σε αντίθεση με αυτόν μίας εγκατάστασης συμπαραγωγής που είναι της τάξεως του 80-95%, καθώς αξιοποιεί ωφέλιμα το μεγαλύτερο μέρος της αποβαλλόμενης ενέργειας.

Τα παρακάτω σχήματα δείχνουν ένα τυπικό συμβατικό σύστημα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας σε σύγκριση με ένα τυπικό σύστημα Συμπαραγωγής, όπου φαίνονται τα πλεονεκτήματα από τη χρήση της ΣΗΘ έναντι των συμβατικών συστημάτων.



**Σχήμα -1.2- Σύγκριση βαθμού απόδοσης συμπαραγωγής με χωριστή παραγωγή θερμότητας και ηλεκτρισμού.**

Ίσως η πρώτη εφαρμογή εφαρμογή ΣΗΘ να έγινε από τον Thomas Edison, όπου το 1882 κατασκεύασε τον πρώτο εμπορικό σταθμό συμπαραγωγής ενέργειας, Pearl Street Station, παράγοντας ηλεκτρισμό και χρησιμοποιώντας την αποβαλλόμενη θερμότητα για την θέρμανση των γειτονικών κτιρίων, επιτυγχάνοντας απόδοση περίπου 50%.

Η ΣΗΘ ξεκίνησε στη Δυτική Ευρώπη και στις Η.Π.Α. στα τέλη του 19ου αιώνα. Τις πρώτες δεκαετίες του 20ου αιώνα, οι περισσότερες βιομηχανίες είχαν δικές τους μονάδες ηλεκτροπαραγωγής με ατμολέβητα-στρόβιλο, που καταλάωναν μορφές άνθρακα. Περίπου το 60% της ηλεκτρικής ενέργειας, που παραγόταν σε βιομηχανίες των Η.Π.Α. στις αρχές του προηγούμενου αιώνα, προερχόταν από μονάδες συμπαραγωγής. Κατόπιν, λόγω της ανάπτυξης των δικτύων μεταφοράς και διανομής ηλεκτρισμού που προσέφεραν σχετικά φθηνή και αξιόπιστη ηλεκτρική ενέργεια, καθώς επίσης και λόγω της διαθεσιμότητας των υγρών καυσίμων και του φυσικού αερίου σε χαμηλές τιμές, η συμπαραγωγή ενέργειας ακολούθησε μία κάμψη έως το 1974 που έφθασε στο 5%. Από το 1974 και μετά, εξαιτίας της μεγάλης αύξησης των τιμών πετρελαίου, υπάρχει ικανοποιητική ανάκαμψη που συνοδεύεται και από σημαντική πρόοδο της απαιτούμενης τεχνολογίας.

## 1.2 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

Η εφαρμογή της συμπαραγωγής στην παραγωγή ενέργειας μπορεί να αποφέρει σημαντικά οφέλη τόσο ενεργειακά όσο και περιβαλλοντικά και οικονομικά. Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της συμπαραγωγής είναι τα ακόλουθα:

- Η συμπαραγωγή είναι η πλέον αποτελεσματική και αποδοτική μορφή ηλεκτροπαραγωγής αλλά και παραγωγής θερμότητας, με αποτέλεσμα την αυξημένη απόδοση της μετατροπής και χρήσης της ενέργειας.
- Η συμπαραγωγή είναι μία από τις καλύτερες λύσεις για την επίτευξη των στόχων που έχουν τεθεί από το πρωτόκολλο του Κιότο, τους οποίους έχει αποδεχθεί και η Ελλάδα, καθώς έχει μικρότερες εκπομπές προς το περιβάλλον, ιδιαίτερα CO<sub>2</sub>, του σημαντικότερου αερίου στο οποίο οφείλεται το φαινόμενο του θερμοκηπίου.
- Προσφέρει σημαντική εξοικονόμηση οικονομικών πόρων, παρέχοντας πρόσθετη ανταγωνιστικότητα στη βιομηχανία και στις ΜΜΕ, καθώς η ηλεκτρική ενέργεια και η θερμότητα παρέχονται σε προσιτές τιμές.
- Αποτελεί σημαντική ευκαιρία ώστε να προωθηθούν αποκεντρωμένες λύσεις ηλεκτροπαραγωγής, όπου οι σταθμοί ΣΗΘ σχεδιάζονται έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στις ανάγκες των τοπικών καταναλωτών, παρέχοντας υψηλή απόδοση, αποφεύγοντας απώλειες μεταφοράς και αυξάνοντας την ευελιξία στη χρήση του συστήματος. Το πλεονέκτημα αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό, όταν το φυσικό αέριο χρησιμοποιείται σαν κύριο καύσιμο.
- Η διάδοση της συμπαραγωγής αυξάνει το δυναμικό ηλεκτροπαραγωγής και περιορίζει τις ανάγκες κατασκευής νέων ηλεκτρικών σταθμών, προσφέροντας έτσι σημαντική εξοικονόμηση κεφαλαίων και καθιστά πιο ευέλικτη την κατασκευή νέων σταθμών ηλεκτροπαραγωγής για την αντιμετώπιση μελλοντικής αύξησης της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας.
- Η βελτιωμένη τοπική και γενική ασφάλεια παροχής, μπορεί να μειώσει την πιθανότητα να μείνουν οι καταναλωτές χωρίς ηλεκτρική ή/και θερμική ενέργεια. Επιπρόσθετα, η μειωμένη ανάγκη καυσίμων που παρέχει η συμπαραγωγή μειώνει την εξάρτηση από εισαγωγές - μία κεφαλαιώδη πρόκληση για το ενεργειακό μέλλον της Ελλάδας αλλά και της Ευρώπης.
- Η συμπαραγωγή παρέχει ένα από τα σημαντικότερα μέσα για την προώθηση της απελευθέρωσης στις ενεργειακές αγορές, συντελώντας στην αύξηση της ποικιλίας των σταθμών ηλεκτροπαραγωγής και στη δημιουργία συνθηκών ανταγωνισμού στην ηλεκτροπαραγωγή.
- Σύμφωνα με μελέτες που έχουν εκπονηθεί, η ανάπτυξη των συστημάτων συμπαραγωγής δημιουργούν νέες θέσεις εργασίας και τόνωση της οικονομικής δραστηριότητας της περιφέρειας.

Η συμπαραγωγή εκτός από τις θετικές μπορεί να έχει και ορισμένες αρνητικές επιπτώσεις στην εξάντληση μη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, στο σύστημα ηλεκτρισμού της χώρας, στο περιβάλλον και στην κοινωνία. Μερικές από τις σημαντικότερες παρουσιάζονται παρακάτω:

- Η συμπαραγωγή μπορεί να βελτιώνει την αξιοπιστία παροχής ηλεκτρικής ενέργειας, μπορεί όμως να έχει σημαντικές επιπτώσεις στην ευστάθεια του συστήματος. Τα προβλήματα αυτά μπορούν να εξλειφθούν ή/και να περιοριστούν όταν το σύστημα συμπαραγωγής και η σύνδεση του με το δίκτυο πληρούν ορισμένες προδιαγραφές.
- Όταν πολλές μικρές διεσπαρμένες μονάδες συμπαραγωγής αντικαθιστούν μεγάλους κεντρικούς σταθμούς παραγωγής δεν είναι δεδομένη η βελτίωση της ποιότητας του περιβάλλοντος. Κατά κανόνα οι κεντρικοί σταθμοί παραγωγής βρίσκονται μακριά από τα αστικά κέντρα και διαθέτουν υψηλές καπνοδόχους που διασκορπίζουν επαρκώς τους προκαλούμενους ρύπους, σε αντίθεση με τις μικρές μονάδες συμπαραγωγής που βρίσκονται πολύ κοντά σε αστικά κέντρα και διαθέτουν χαμηλότερες καπνοδόχους, οι οποίες σε συνδυασμό με τα ψηλά κτίρια των αστικών κέντρων εμποδίζουν την διασπορά των ρύπων. Σε όλα αυτά θα πρέπει να συνυπολογίσουμε και την προκαλούμενη ηχορύπανση από την λειτουργία την μονάδας εντός του αστικού κέντρου.

### 1.3 ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Τα συστήματα Συμπαραγωγής μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

- Συστήματα ‘κορυφής’ (topping systems)
- Συστήματα ‘βάσης’ (bottoming systems)

Στα συστήματα ‘κορυφής’ ρευστό υψηλής θερμοκρασίας χρησιμοποιείται για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας με στόχο την κάλυψη του συνόλου των ηλεκτρικών αναγκών και στην συνέχεια η αποβαλλόμενη θερμότητα χρησιμοποιείται είτε για την κάλυψη των θερμικών αναγκών είτε για την παραγωγή πρόσθετης ποσότητας ηλεκτρικής ενέργειας.

Από την άλλη, στα συστήματα ‘βάσης’ παράγεται πρώτα θερμική ενέργεια υψηλής θερμοκρασίας, εξασφαλίζεται η κάλυψη του συνόλου των θερμικών αναγκών και στην συνέχεια τα θερμά αέρια διοχετεύονται στις περισσότερες περιπτώσεις σε λέβητα ανακομιδής θερμότητας όπου παράγεται ατμός και στην συνέχεια ηλεκτρική ενέργεια.

Εκτός από τις δύο παραπάνω κατηγορίες τα συστήματα συμπαραγωγής μπορούν να λειτουργούν και σε επιπλέον δύο καταστάσεις:

- Μικτός τρόπος λειτουργίας, όπου ανάλογα με τα φορτία καλύπτεται άλλοτε τον θερμικό και άλλοτε το ηλεκτρικό φορτίο εξ’ ολοκλήρου.
- Πλήρης κάλυψη και των θερμικών και των ηλεκτρικών φορτίων κάθε χρονική στιγμή, γεγονός που οδηγεί σε μη σύνδεση την μονάδας με το εθνικό δίκτυο. Γενικά απαιτείται μεγάλη εφεδρεία ισχύος και αρκετά περίπλοκο σύστημα λειτουργίας, γεγονός που καθιστά αρκετά δαπανηρή την λειτουργία του.

Επιγραμματικά, τα συστήματα Συμπαραγωγής Ηλεκτρισμού και Θερμότητας που συνήθως χρησιμοποιούνται είναι:

- Μηχανές Εσωτερικής Καύσης (ΜΕΚ)
- Αεριοστρόβιλοι
- Ατμοστρόβιλοι
- Μονάδες Συνδυασμένου Κύκλου
- Κυψέλες καυσίμου
- Κύκλοι βάσης Rankine με οργανικά ρευστά
- Μηχανές Stirling

## 1.4 Η ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

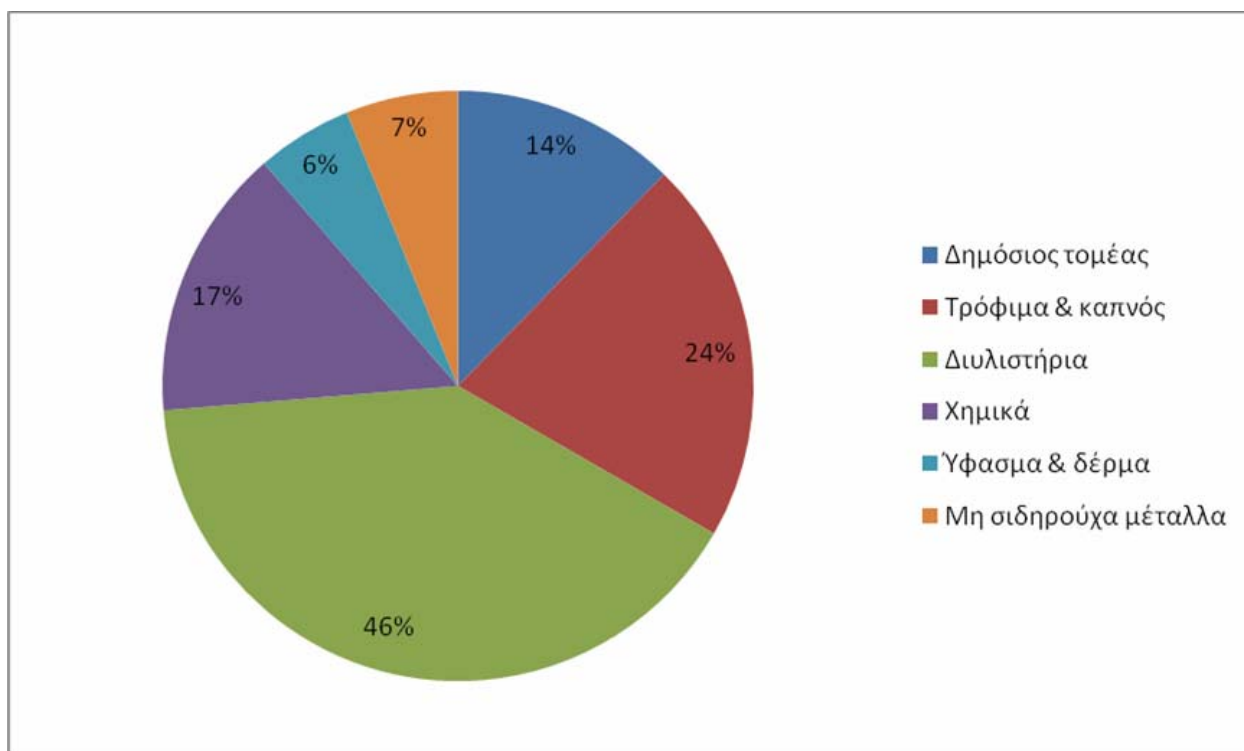
Το πρώτο σύστημα συμπαραγωγής στην Ελλάδα εγκαταστάθηκε στο Βόλο, και ειδικότερα στην κεραμοποιεία Τσαλαπάτα, από Βέλγους μηχανικούς στις αρχές του 20ου αιώνα και λειτουργούσε μέχρι και τα τέλη της δεκαετίας του '70. Σε ευρύτερη κλίμακα, οι πρώτες μονάδες συμπαραγωγής εγκαταστάθηκαν σε μεγάλες ελληνικές βιομηχανίες στις αρχές της δεκαετίας του '70. Σήμερα, λειτουργούν μονάδες συμπαραγωγής σε βιομηχανίες ζάχαρης και χάρτου, διυλιστήρια πετρελαίου, κλωστοϋφαντουργίες, κ.λπ. Επίσης, ηλεκτροπαραγωγικές μονάδες της ΔΕΗ έχουν τροποποιηθεί κατάλληλα, ώστε να καλύπτουν τις θερμικές ανάγκες αστικών περιοχών με τα δίκτυα τηλεθέρμανσης, όπως τα δίκτυα της Κοζάνης, της Πτολεμαΐδας, του Αμυνταίου και της Μεγαλόπολης.

Η μεγάλη έξαρση και η ουσιαστική ανάπτυξη των συστημάτων συμπαραγωγής παρατηρήθηκε από το 1990 και μετά, ειδικότερα μετά την άφιξη του φυσικού αερίου στη χώρα μας. Το φυσικό αέριο εισάγεται στην Ελλάδα από τη Ρωσία μέσω αγωγών σε αέρια μορφή και από την Αλγερία μέσω δεξαμενόπλοιων σε υγροποιημένη μορφή στους -160 οC. Φθάνοντας στο νησάκι της Ρεβυθούσας εξαερώνεται και αναμιγνύεται με το Ρωσικό, για να διοχετευθεί στην συνέχεια στα δίκτυα διανομής της Αττικής. Πολλές εταιρίες και οργανισμοί δραστηριοποιούνται στο χώρο με ενημερωτικές εκστρατείες προς βιομηχάνους και καταναλωτές με αποτέλεσμα την κατασκευή πολλών μονάδων συμπαραγωγής στην Ελλάδα την τελευταία δεκαετία. Δυστυχώς όμως, αρκετές από αυτές τις εγκαταστάσεις έχουν βγει εκτός λειτουργίας και άλλες δεν έχουν ξεκινήσει να λειτουργούν εξαιτίας μιας σειράς εμποδίων που προκύπτουν παρά τη γενναία χρηματοδότηση από την Ε.Ε. μέσω των Κοινοτικών Πλαισίων Στήριξης. Κάποια από αυτά τα εμπόδια είναι:

- Αύξηση των τιμών του πετρελαίου και του φυσικού αερίου που επιβαρύνει τη συμπαραγωγή.
- Δυσκολία στον προσδιορισμό των βασικών μεγεθών για οικονομικοτεχνικές αναλύσεις στον ενεργειακό τομέα.
- Έλλειψη ανταγωνιστικής τιμολογιακής πολιτικής για συμπαραγωγή στον τριτογενή τομέα.
- Έλλειψη ανταγωνιστικής τιμολογιακής πολιτικής για συμπαραγωγή στον βιομηχανικό τομέα.
- Δυσκολίες για την περαιτέρω ανάπτυξη του δικτύου διανομής φυσικού αερίου.
- Αδυναμία της ΔΕΠΑ για την τήρηση του προβλεπόμενου χρονοδιαγράμματος για τη σύνδεση μεγάλων βιομηχανιών.
- Έλλειψη εμπειρίας στην ενεργειακή διαχείριση και αξιολόγηση εναλλακτικών λύσεων.

Έτσι, εξαιτίας των εμποδίων αυτών, η συμμετοχή της συμπαραγωγής στην παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια είναι σήμερα της τάξης του 2% και στην εγκατεστημένη ισχύ είναι επίσης της τάξης του 2%, σε αντίθεση με τις άλλες Ευρωπαϊκές χώρες, όπου 11 χώρες παράγουν πάνω από το 20% της ηλεκτρικής τους ενέργειας από συμπαραγωγή και 4 χώρες πάνω από 50%. Ο Ευρωπαϊκός μέσος όρος είναι γύρω στο 10%. Από τη συμπαραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια το 40% παράγεται από καύση φυσικού αερίου, το 19% από καύση άνθρακα και το 10% από ΑΠΕ.

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται οι τομείς στους οποίους εφαρμόζονται τεχνολογίες συμπαραγωγής στην Ελλάδα.



**Διάγραμμα -1.1- Συμπαραγωγή ανά τομέα στην Ελλάδα**



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

### **ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ**

## 2.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΤΜΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Είναι τα πιο διαδεδομένα συστήματα συμπαραγωγής, κατάλληλα για ισχείς 500kW - 100MW ή και μεγαλύτερες. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν οποιοδήποτε καύσιμο. Ακόμη και στερεά απόβλητα καίγονται σε ειδικούς λέβητες εφοδιασμένους με συστήματα κατακράτησης ή και εξουδετέρωσης ρύπων και τοξικών ουσιών, που δημιουργούνται κατά την καύση. Ο βαθμός απόδοσης φθάνει το 60-85%. Για σύγκριση, υπενθυμίζεται ότι ο βαθμός απόδοσης ενός συμβατικού ατμοηλεκτρικού σταθμού βρίσκεται στην περιοχή του 35%.

Τα συστήματα ατμοστρόβιλου έχουν υψηλή αξιοπιστία (με την έννοια της ικανοποιητικής λειτουργίας ενός συστήματος για δεδομένο χρονικό διάστημα και με προκαθορισμένες συνθήκες), που φθάνει το 95%, υψηλή διαθεσιμότητα(90-95%) και μεγάλη διάρκεια ζωής (25-35 έτη). Όμως, ο χρόνος εγκατάστασης είναι σχετικά μεγάλος: 12-18 μήνες για μικρές μονάδες και μέχρι τρία έτη για μεγαλύτερα συστήματα.

Οι τρεις βασικές διατάξεις συστημάτων της κατηγορίας αυτής περιγράφονται πιο αναλυτικά στη συνέχεια.

### 2.1.1 Συστήματα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο αντίθλιψης

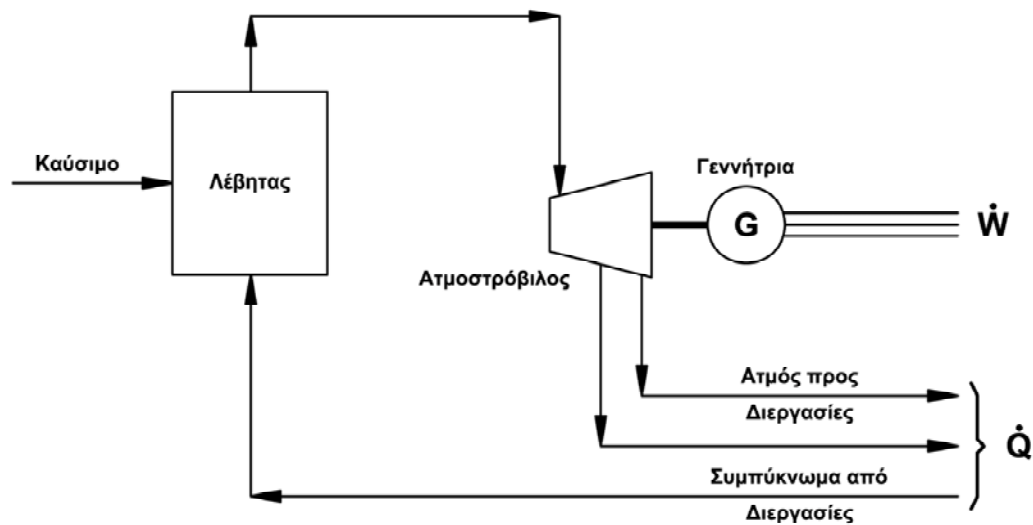
Ατμός υψηλής πίεσης (20-100 bar) και θερμοκρασίας (480-540 °C) παράγεται σε λέβητα με κατανάλωση καυσίμου και χρησιμοποιείται για την κίνηση ατμοστρόβιλου, στον άξονα του οποίου είναι συνδεδεμένη ηλεκτρογεννήτρια (βλ. Σχήμα -2.1- στην επόμενη σελίδα). Ο ατμός βγαίνει από τον στρόβιλο σε πίεση και θερμοκρασία κατάλληλη για τις θερμικές διεργασίες. Ο όρος 'αντίθλιψη' οφείλεται στο ότι η πίεση αυτή είναι μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής (3-20 bar). Απομάστευση (δηλ. εξαγωγή) μέρους του ατμού από ενδιάμεσες βαθμίδες του στρόβιλου στις επιθυμητές πιέσεις είναι επίσης δυνατή.

Σε σύγκριση με το σύστημα απομάστευσης, που περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο, αυτό της αντίθλιψης έχει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Απλή μορφή,
- Μικρότερο κόστος,
- Μειωμένη ή και καθόλου ανάγκη ψυκτικού νερού,
- Υψηλότερο βαθμό απόδοσης (περίπου 85%), κυρίως διότι δεν αποβάλλει θερμότητα στο περιβάλλον μέσω ψυγείου.

Σημαντικό μειονέκτημα του, όμως, είναι ότι η παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια είναι στενά συνδεδεμένη με την απαιτούμενη θερμότητα. Έτσι:

- είναι αδύνατη η ανεξάρτητη λειτουργία του ατμοηλεκτρικού σταθμού από το δίκτυο θέρμανσης, και
- είναι αναγκαία η αμφίδρομη σύνδεση με το εθνικό δίκτυο ηλεκτρισμού για την κάλυψη πρόσθετων αναγκών ή για τη διοχέτευση της πιθανής περίσσειας ηλεκτρικής ενέργειας.

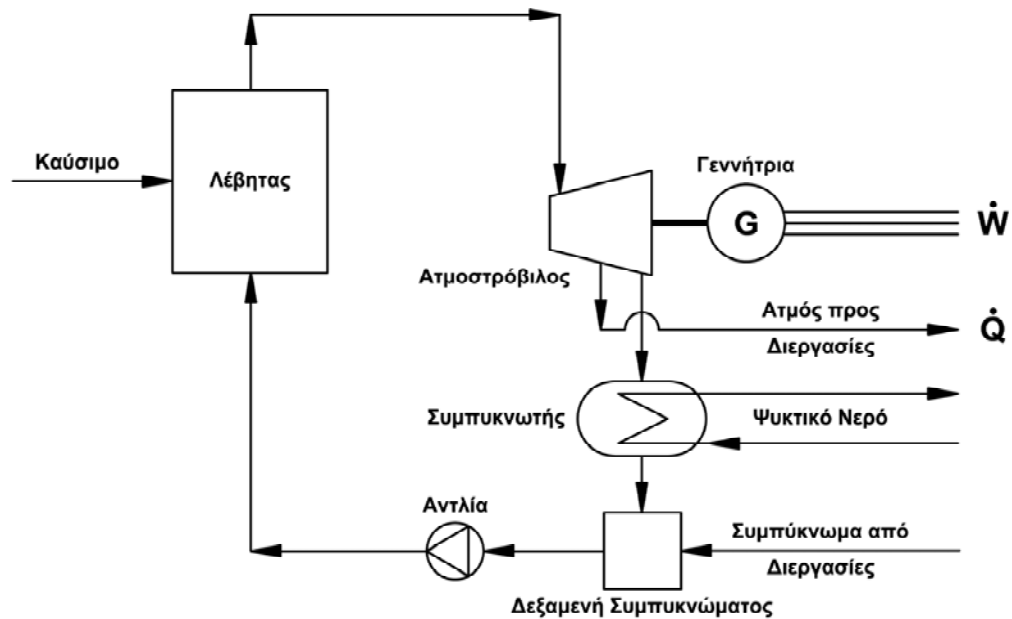


**Σχήμα -2.1-** Σύστημα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο αντίθλιψης

### 2.1.2 Συστήματα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο απομάστευσης

Μέρος του ατμού απομαστεύεται από μία ή περισσότερες ενδιάμεσες βαθμίδες του στροβίλου στις επιθυμητές πιέσεις, ενώ ο υπόλοιπος εκτονώνεται μέχρι την πίεση του συμπυκνωτή (λέγεται και ψυγείο ατμού) που είναι 0,05-0,10 bar (βλ. Σχήμα -2.2- στην επόμενη σελίδα).

Τα συστήματα απομάστευσης είναι ακριβότερα και έχουν μικρότερο βαθμό απόδοσης (περίπου 80%) από τα συστήματα αντίθλιψης. Όμως, έχουν τη δυνατότητα ανεξάρτητης (μέσα σε ορισμένα όρια) ρύθμισης της ηλεκτρικής και θερμικής ισχύος. Αυτό επιτυγχάνεται με ρύθμιση της ολικής παροχής ατμού και επομένως της παροχής ατμού προς τον συμπυκνωτή.

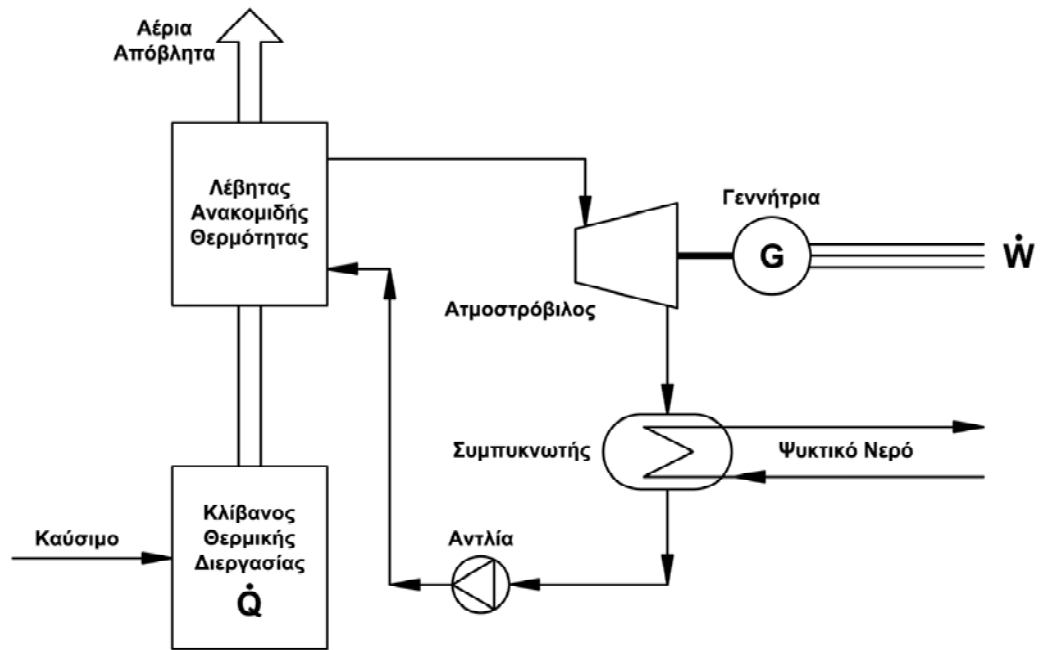


**Σχήμα -2.2- Σύστημα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο απομάστευσης**

Τα συστήματα απομάστευσης είναι ακριβότερα και έχουν μικρότερο βαθμό απόδοσης (περίπου 80%) από τα συστήματα αντίθλιψης. Όμως, έχουν τη δυνατότητα ανεξάρτητης (μέσα σε ορισμένα όρια) ρύθμισης της ηλεκτρικής και θερμικής ισχύος. Αυτό επιτυγχάνεται με ρύθμιση της ολικής παροχής ατμού και επομένως της παροχής ατμού προς τον συμπυκνωτή.

### **2.1.3 Συστήματα συμπαραγωγής με ατμοστρόβιλο σε κύκλο βάσης**

Αρκετές βιομηχανίες (π.χ. χαλυβουργεία, υαλουργεία, κεραμουργεία, εργοστάσια τσιμέντου, εργοστάσια αλουμινίου, διυλιστήρια πετρελαίου, κ.λπ.) έχουν αέρια απόβλητα υψηλής θερμοκρασίας. Μετά τη θερμική διεργασία, τα αέρια αυτά μπορούν να περάσουν μέσα από λέβητα ανακομιδής θερμότητας, όπου παράγεται ατμός που κινεί μια ατμοστροβιλογεννήτρια. Έτσι, η μονάδα παραγωγής θερμότητας μετατρέπεται σε σύστημα συμπαραγωγής με κύκλο βάσης ατμού (βλ. Σχήμα -2.3- στην επόμενη σελίδα).



Σχήμα -2.3- Σύστημα συμπαραγωγής με κύκλο βάσης ατμού

## 2.2 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΙΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ

Υπάρχουν δύο βασικές διατάξεις : ανοικτού κύκλου και κλειστού κύκλου, οι οποίες αναλύονται παρακάτω.

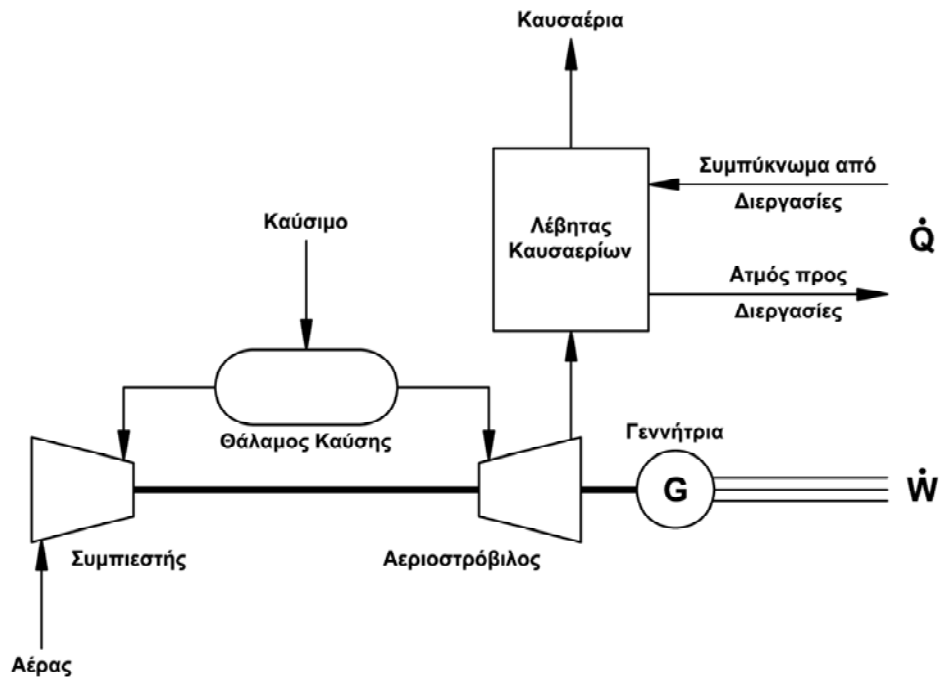
### 2.2.1 Συστήματα αεριοστροβίλου ανοικτού κύκλου

Οι περισσότερες αεριοστροβιλικές μονάδες είναι ανοικτού τύπου: αέρας αναρροφάται από την ατμόσφαιρα, συμπιέζεται και οδηγείται στον θάλαμο καύσης. Τα καυσαέρια αποτονώνονται στον αεριοστρόβιλο (που κινεί τη γεννήτρια), από τον οποίο βγαίνουν με θερμοκρασία 300-600 °C. Η σημαντική ισχύς που απαιτείται για την κίνηση του συμπιεστή και η υψηλή θερμοκρασία εξόδου των καυσαερίων είναι οι κύριες αιτίες του μικρού βαθμού απόδοσης ενός τέτοιου συστήματος ηλεκτροπαραγωγής (25-35% και σε σύγχρονες προηγμένες μονάδες 40%).

Η υψηλή θερμοκρασία των καυσαερίων κάνει τις μονάδες αυτές ιδανικές για συμπαραγωγή (βλ. Σχήμα -2.4- στην επόμενη σελίδα), που αυξάνει τον βαθμό απόδοσης στο 60-80%. Υπάρχουν δύο βασικοί τρόποι εκμετάλλευσης της θερμότητας των καυσαερίων:

- Άμεση χρήση σε θερμικές διεργασίες (θέρμανση, ξήρανση, κ.λπ.).
- Διοχέτευση των καυσαερίων σε λέβητα ανακομιδής θερμότητας (λέγεται και λέβητας καυσαερίων). Εκεί παράγεται ατμός υψηλών χαρακτηριστικών, που είναι κατάλληλος όχι μόνον για θερμικές διεργασίες αλλά και για την κίνηση ατμοστροβίλου (συνδεδεμένου με γεννήτρια ή άλλο μηχάνημα). Στη δεύτερη περίπτωση πρόκειται για σύστημα συνδυασμένου κύκλου, που περιγράφεται εκτενέστερα σε επόμενη ενότητα.

Και στους δύο τρόπους, είναι δυνατή η αύξηση του θερμικού περιεχομένου (δηλ. της θερμοκρασίας) των καυσαερίων, και επομένως της αποδιδόμενης θερμότητας, όταν απαιτείται. Αυτό επιτυγχάνεται χάρη στην υψηλή περιεκτικότητα οξυγόνου των καυσαερίων. Καυστήρες τοποθετημένοι μετά τον αεριοστρόβιλο χρησιμοποιούν τα καυσαέρια για την καύση πρόσθετου καυσίμου.



**Σχήμα -2.4- Σύστημα συμπαραγωγής με αεριοστρόβιλο ανοικτού κύκλου**

Τα συστήματα συμπαραγωγής με αεριοστρόβιλο ανοικτού κύκλου έχουν ισχύ 100kW – 100MW. Λειτουργούν συνήθως με φυσικό αέριο ή ελαφρά αποστάγματα πετρελαίου (π.χ. καύσιμο Diesel), ενώ ευόιωνες παρουσιάζονται οι προοπτικές για χρήση γαιανθράκων σε εξαερωμένη μορφή. Μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν καύσιμα αέρια, που παράγονται, π.χ., κατά την καταλυτική σχάση υδρογονανθράκων σε διυλιστήρια πετρελαίου.

Γενικά, πάντως, χρειάζεται προσοχή, επειδή τα πτερύγια του αεριοστρόβιλου είναι εκτεθειμένα στα προϊόντα της καύσης, τα προϊόντα αυτά πρέπει να μην έχουν συστατικά που προκαλούν διάβρωση (νάτριο, κάλιο, ασβέστιο, βανάδιο, θείο, κ.λπ.) και τα στερεά σωματίδια πρέπει να είναι αρκετά μικρού μεγέθους ώστε να μην προκαλούν φθορά κατά την πρόσκρουσή τους στα πτερύγια.

Εάν το καυσαέριο περιέχει τέτοια συστατικά, πρέπει να καθαριστεί με ειδικές διατάξεις, πριν οδηγηθεί στον αεριοστρόβιλο. Είναι επίσης ενδεχόμενο, το καύσιμο να χρειασθεί καθαρισμό, πριν από την εισαγωγή του στο θάλαμο καύσης.

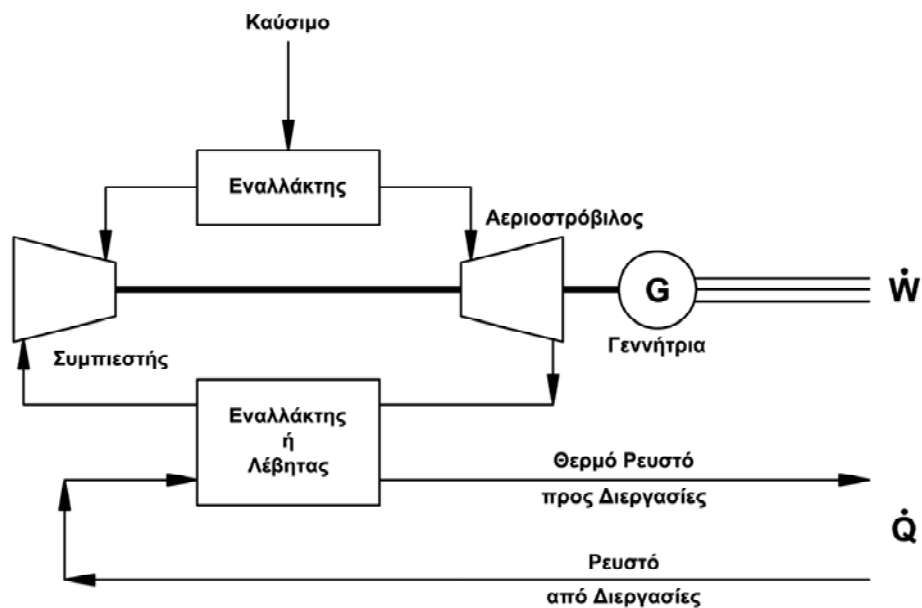
Ο χρόνος εγκατάστασης των συστημάτων συμπαραγωγής αεριοστρόβιλων είναι 9-14 μήνες για ισχύς μέχρι 7 MW και φθάνει τα δύο έτη για μεγαλύτερες μονάδες. Η αξιοπιστία και η μέση ετήσια διαθεσιμότητα συστημάτων αεριοστρόβιλου, που χρησιμοποιούν φυσικό αέριο, είναι συγκρίσιμες με εκείνες των συστημάτων

ατμοστροβίλου. Οι μονάδες που λειτουργούν με υγρό καύσιμο απαιτούν πιο συχνές συντηρήσεις, με συνέπεια τη χαμηλότερη διαθεσιμότητα. Η χρήσιμη διάρκεια ζωής είναι 15-20 έτη και μπορεί να μειωθεί σημαντικά από καύσιμο κακής ποιότητας ή ανεπαρκή συντήρηση.

## 2.2.2 Συστήματα αεριοστροβίλου κλειστού κύκλου

Στα συστήματα κλειστού κύκλου, το εργαζόμενο ρευστό (συνήθως ήλιο ή αέρας) κυκλοφορεί σε κλειστό κύκλωμα. Θερμαίνεται μέχρι την κατάλληλη θερμοκρασία σε εναλλάκτη θερμότητας, πριν από την είσοδο στον αεριοστρόβιλο, και ψύχεται μετά την έξοδό του από αυτόν (βλ. Σχήμα -2.5-) καθώς το ρευστό δεν συμμετέχει στην καύση, διατηρείται καθαρό και έτσι αποφεύγεται η μηχανική και η χημική διάβρωση του αεριοστροβίλου από τα προϊόντα της καύσης.

Η εξωτερική καύση επιτρέπει τη χρήση οποιουδήποτε καυσίμου στα συστήματα αυτά: άνθρακα, απόβλητα βιομηχανιών ή πόλεων, βιομάζα, υγρά ή αέρια καύσιμα παραγόμενα από βιομάζα, κ.λπ. Πυρηνική ή ηλιακή ενέργεια μπορούν επίσης να αποτελέσουν την πηγή θερμότητας.



**Σχήμα -2.5-** Σύστημα συμπαραγωγής με αεριοστρόβιλο κλειστού κύκλου



Στην Ευρώπη και στην Ιαπωνία λειτουργούν συστήματα αυτού του τύπου με ισχείς από 2-50 MW, ο αριθμός τους όμως είναι περιορισμένος. Μετά την απόκτηση αρκετής εμπειρίας, η αξιοπιστία των συστημάτων κλειστού κύκλου προβλέπεται ότι θα είναι τουλάχιστον ίση με εκείνη των συστημάτων ανοικτού κύκλου, ενώ η διαθεσιμότητα θα είναι υψηλότερη χάρη στις μικρότερες απαιτήσεις συντήρησης, που οφείλονται στην καθαρότητα του εργαζόμενου ρευστού.

## 2.3 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΚΑΥΣΗΣ

Διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες:

- Μονάδες μικρής κλίμακας με αεριομηχανή (15-1.000 kW) ή κινητήρα Diesel (75-1.000 kW)
- Συστήματα μέσης ισχύος (1.000-6.000 kW) με αεριομηχανή ή κινητήρα Diesel
- Συστήματα μεγάλης ισχύος (άνω των 6000 kW) με κινητήρα Diesel

Αεριομηχανές (Gas engines) ονομάζονται οι παλινδρομικές μηχανές εσωτερικής καύσης που λειτουργούν με αέριο καύσιμο, π.χ., φυσικό αέριο, βιοαέριο, κ.λπ. Εμπορικά είναι διαθέσιμοι οι ακόλουθοι τύποι αεριομηχανών:

- Βενζινοκινητήρες αυτοκινήτων που έχουν μετατραπεί σε αεριομηχανές. Είναι συνήθως μικρές μηχανές (15-30 kW), ελαφρές, με μεγάλη συγκέντρωση ισχύος. Η μετατροπή πολύ λίγο επηρεάζει τον βαθμό απόδοσης, ενώ μειώνει την ισχύ κατά 18% περίπου. Χάρη στη μαζική παραγωγή οι τιμές τους είναι χαμηλές αλλά η διάρκεια ζωής τους είναι σχετικά μικρή (1.000-3.000 ώρες).
- Κινητήρες Diesel αυτοκινήτων που έχουν μετατραπεί σε αεριομηχανές. Έχουν ισχύ μέχρι 200 kW. Η μετατροπή επιτυγχάνεται με τροποποιήσεις των εμβόλων, των κεφαλών και του μηχανισμού των βαλβίδων, που επιβάλλονται από το ότι η έναυση δεν γίνεται πλέον με απλή συμπίεση αλλά με σπινθηριστή. Η μετατροπή συνήθως δεν προκαλεί μείωση της ισχύος, καθώς υπάρχει περιθώριο μείωσης της περισσειας αέρα.
- Σταθερές μηχανές(Λέγονται σταθερές μηχανές (stationary engines) σε αντιδιαστολή από τις μηχανές αυτοκινήτων, τραίνων, πλοίων, κ.λπ., που είναι κινητές, δηλ. μεταφερόμενες ) που έχουν μετατραπεί σε αεριομηχανές ή που έχουν από την αρχή σχεδιασθεί ως αεριομηχανές. Οι μηχανές αυτές είναι βαριές και στιβαρές. Κατασκευάζονται για εφαρμογές στη βιομηχανία και στα πλοία. Η ισχύς τους φθάνει 3.000 kW. Η ανθεκτική κατασκευή τους μειώνει τις απαιτήσεις συντηρήσεων αλλά αυξάνει το κόστος αγοράς τους. Είναι μηχανές κατάλληλες για συνεχή λειτουργία σε υψηλό φορτίο.
- Σταθερές μηχανές διπλού καυσίμου. Είναι κινητήρες Diesel ισχύος μέχρι 6.000 kW. Το καύσιμο αποτελείται κατά 90% από φυσικό αέριο, η έναυση του οποίου γίνεται όχι με σπινθηριστή αλλά με έγχυση υγρού καυσίμου Diesel (που αποτελεί το υπόλοιπο 10% της προσφερόμενης ενέργειας). Έχουν το πλεονέκτημα ότι μπορούν να λειτουργούν είτε με φυσικό αέριο είτε με καύσιμο Diesel, το οποίο βέβαια αυξάνει το κόστος αγοράς και συντήρησης. Οι κινητήρες Diesel διακρίνονται σε ταχύστροφους, μεσόστροφους και βραδύστροφους.

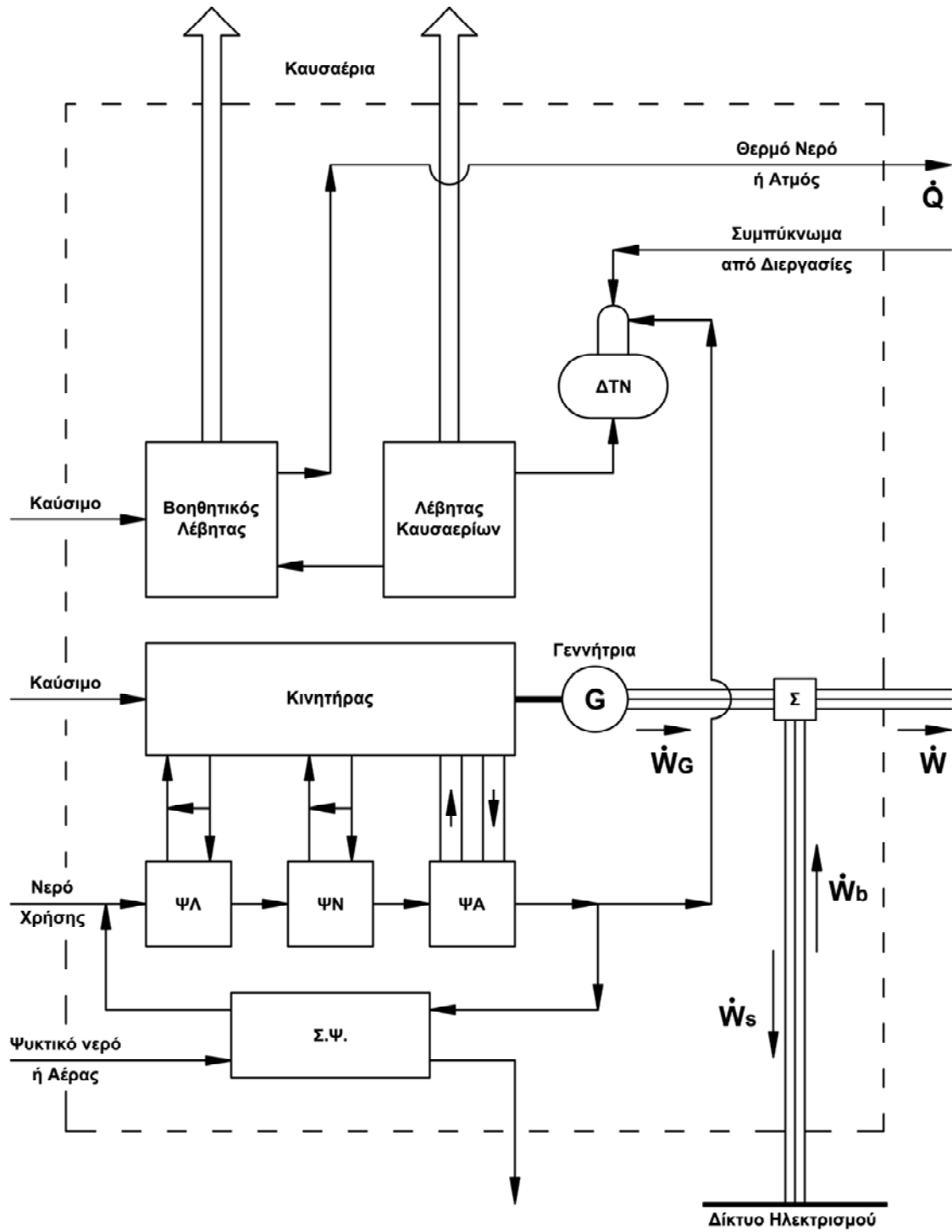
Ο Πίνακας -2.1- δίνει τα όρια ταχύτητας περιστροφής και ισχύος για τον κάθε τύπο, χωρίς τα όρια αυτά να είναι απόλυτα αυστηρά.

Τύπος	Ταχύτητα (RPM)	Ισχύς (kW)	Εφαρμογές
Ταχύστροφος	1.200 – 3.600	75 – 1.500	Αυτοκίνητα-Πλοία
Μεσόστροφος	500 – 1.200	500 – 15.000	Πλοία-Σιδηρόδρομος
Βραδύστροφος	100 – 180	2.000 – 40.000	Πλοία-Βιομηχανία

**Πίνακας -2.1- Χαρακτηριστικά κινητήρων Diesel**

Κατάλληλα καύσιμα είναι όλα τα αποστάγματα πετρελαίου (τα βαρύτερα για τους μεγαλύτερους κινητήρες). Οι μεγάλοι βραδύστροφοι κινητήρες μπορούν να καύσουν ακόμη και κατάλοιπα από την απόσταξη του πετρελαίου (residuals). Όπως και στην περίπτωση των αεριοστροβίλων, τα καυσαέρια των κινητήρων βρίσκουν είτε άμεση είτε έμμεση χρήση. Η θερμοκρασία των καυσαερίων είναι 300-400 °C, δηλ. αισθητά χαμηλότερη από εκείνη του αεριοστροβίλου, γι'αυτό και κάνει πιο συχνή την ανάγκη για συμπληρωματική θερμότητα. Αυτή αποκτάται είτε με τοποθέτηση καυστήρα και προσαγωγή αέρα για καύση συμπληρωματικού καυσίμου στον λέβητα καυσαερίων (ή στον κλίβανο της θερμικής διεργασίας), είτε με εγκατάσταση βοηθητικού λέβητα. Οι μεγάλοι κινητήρες προσφέρουν τη δυνατότητα συνδυασμένου κύκλου.

Το Σχήμα -2.6- στην επόμενη σελίδα, απεικονίζει ένα γενικό διάγραμμα ροής τέτοιου συστήματος, χωρίς να αποτελεί τη μόνη δυνατή διάταξη. Ο κινητήρας κινεί τη γεννήτρια. Τέσσερις εναλλάκτες ανακτούν θερμότητα από ρευστά που έχουν σχέση λειτουργία της μηχανής: ψυγείο λαδιού, ψυγείο νερού (του κλειστού κυκλώματος του κινητήρα), ψυγείο αέρα υπερπλήρωσης και εναλλάκτης ανακομιδής θερμότητας από τα καυσαέρια του κινητήρα (ή λέβητας καυσαερίων). Με τη θερμότητα αυτή θερμαίνεται το νερό που προορίζεται για διάφορες χρήσεις. Σε συστήματα μέσης και μεγάλης ισχύος, η θερμότητα επαρκεί και για την παραγωγή ατμού.



**Σχήμα -2.6-** Σύστημα συμπαραγωγής με παλινδρομική μηχανή εσωτερικής καύσης

Οι μικροί κινητήρες δεν έχουν ψυγείο λαδιού. Εξάλλου, όταν ο κινητήρας δεν είναι εφοδιασμένος με στροβιλοπληρωτή (σε μονάδες προς το κάτω όριο της περιοχής ισχύος), δεν υπάρχει ψυγείο αέρα υπερπλήρωσης. Η συγκέντρωση ισχύος του κινητήρα αυξάνει με υπερπλήρωση του θαλάμου καύσης. Ο στροβιλοπληρωτής (λέγεται και ζεύγος υπερπλήρωσης) αποτελείται από αεριοστρόβιλο, που κινείται με τα καυσαέρια του κινητήρα και κινεί φυγοκεντρικό αεροσυμπιεστή. Εξαιτίας της υψηλής θερμοκρασίας εξόδου από τον στροβιλοπληρωτή (120-140 °C), ο αέρας έχει χαμηλή πυκνότητα. Για να αυξηθεί ο βαθμός πληρότητας των κυλίνδρων, ο αέρας ψύχεται σε ειδικό ψυγείο (Σχήμα -2.6-), προσφέροντας θερμότητα στο νερό χρήσης.

Διακρίνονται δύο περιπτώσεις από πλευράς θερμοκρασίας εξόδου του αέρα από το ψυγείο: χαμηλή θερμοκρασία (περίπου 45 °C), ή υψηλή θερμοκρασία (περίπου 90 °C). Η χαμηλή θερμοκρασία συντελεί σε υψηλότερο βαθμό πληρότητας και επομένως υψηλότερη συγκέντρωση ισχύος. Όμως, η ανακτώμενη θερμότητα βρίσκει περιορισμένη χρήση, διότι το νερό στην έξοδο του ψυγείου έχει χαμηλή θερμοκρασία (30-35 °C). Η λύση αυτή μπορεί να επιλεγεί όταν υπάρχει ανάγκη προθέρμανσης νερού, που έρχεται στο σύστημα με θερμοκρασία 20-25 °C. εάν το νερό έρχεται στο σύστημα με θερμοκρασία 60-70 °C, όπως συμβαίνει, π.χ. στα δίκτυα κεντρικής θέρμανσης, τότε η λύση της υψηλής θερμοκρασίας είναι προτιμότερη από πλευράς εκμεταλλεύσεως της ενέργειας του καυσίμου, καθώς αυξάνει τον ολικό βαθμό απόδοσης του συστήματος κατά 3-5%. Η θερμοκρασιακή στάθμη επηρεάζει τη σχετική ως προς τη ροή του νερού τοποθέτηση των τριών ψυγείων (λαδιού, νερού και αέρα).

Με ανάκτηση θερμότητας από τα τρία ψυγεία, το νερό θερμαίνεται μέχρι τους 75-80 °C. Κατόπιν έρχεται στον εναλλάκτη ανακομιδής θερμότητας των καυσαερίων, όπου θερμαίνεται μέχρι τους 85-90 °C ή και ατμοποιείται. Μονάδες μεσαίου μεγέθους παράγουν κορεσμένο ατμό 180-200 °C, ενώ μεγάλες μονάδες μπορούν να δώσουν υπέρθερμο ατμό με πίεση 15-20 bar και θερμοκρασία 250-350 °C.

Η ελάχιστη επιτρεπτή θερμοκρασία των καυσαερίων στην έξοδο του εναλλάκτη εξαρτάται από την περιεκτικότητα του καυσίμου σε θείο. Για καύσιμο Diesel, το όριο είναι 160-170 °C, ενώ για φυσικό αέριο είναι 90-100°C.

Ο βαθμός απόδοσης μικρών και μεσαίων κινητήρων είναι 35-45%, ενώ σε σύγχρονους μεγάλους κινητήρες φθάνει το 50%. Ο βαθμός απόδοσης ενός συστήματος συμπαραγωγής με εμβολοφόρο κινητήρα εσωτερικής καύσης βρίσκεται στην περιοχή του 80%.

Η διάρκεια ζωής είναι 15-20 έτη και εξαρτάται από το μέγεθος της μονάδας, την ποιότητα του καυσίμου και την ποιότητα της συντήρησης. Οι παλινδρομικοί κινητήρες απαιτούν τακτικότερη συντήρηση απ' ό,τι τα προηγούμενα συστήματα με αποτέλεσμα μικρότερη μέση ετήσια διαθεσιμότητα: 80-90%.

## 2.4 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Ο όρος 'συνδυασμένος κύκλος' αναφέρεται σε συστήματα με δύο θερμοδυναμικούς κύκλους, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με κάποιο εργαζόμενο ρευστό και λειτουργούν σε διαφορετικές θερμοκρασίες. Ο κύκλος υψηλής θερμοκρασίας (κορυφής) αποβάλλει θερμότητα, που ανακτάται και χρησιμοποιείται από τον κύκλο χαμηλής θερμοκρασίας (βάσης) για την παραγωγή πρόσθετης ηλεκτρικής ή μηχανικής ενέργειας αυξάνοντας έτσι τον βαθμό απόδοσης.

Τα πιο διαδεδομένα συστήματα συνδυασμένου κύκλου είναι εκείνα με συνδυασμό αεριοστροβίλου - ατμοστροβίλου (κύκλοι Joule - Rankine). Το Σχήμα -2.7- στην επόμενη σελίδα δείχνει τα βασικά στοιχεία ενός τέτοιου συστήματος, ενώ το Σχήμα -2.8- απεικονίζει λεπτομερέστερα ένα σύγχρονο σύστημα δύο πιέσεων ατμού και δίνει τα κύρια λειτουργικά χαρακτηριστικά του. Η παραγωγή ατμού σε δύο ή και τρεις διαφορετικές πιέσεις κάνει την εγκατάσταση πιο περίπλοκη, αλλά αυξάνει τον βαθμό απόδοσης. Χρησιμοποιείται στις μεγάλες μονάδες.

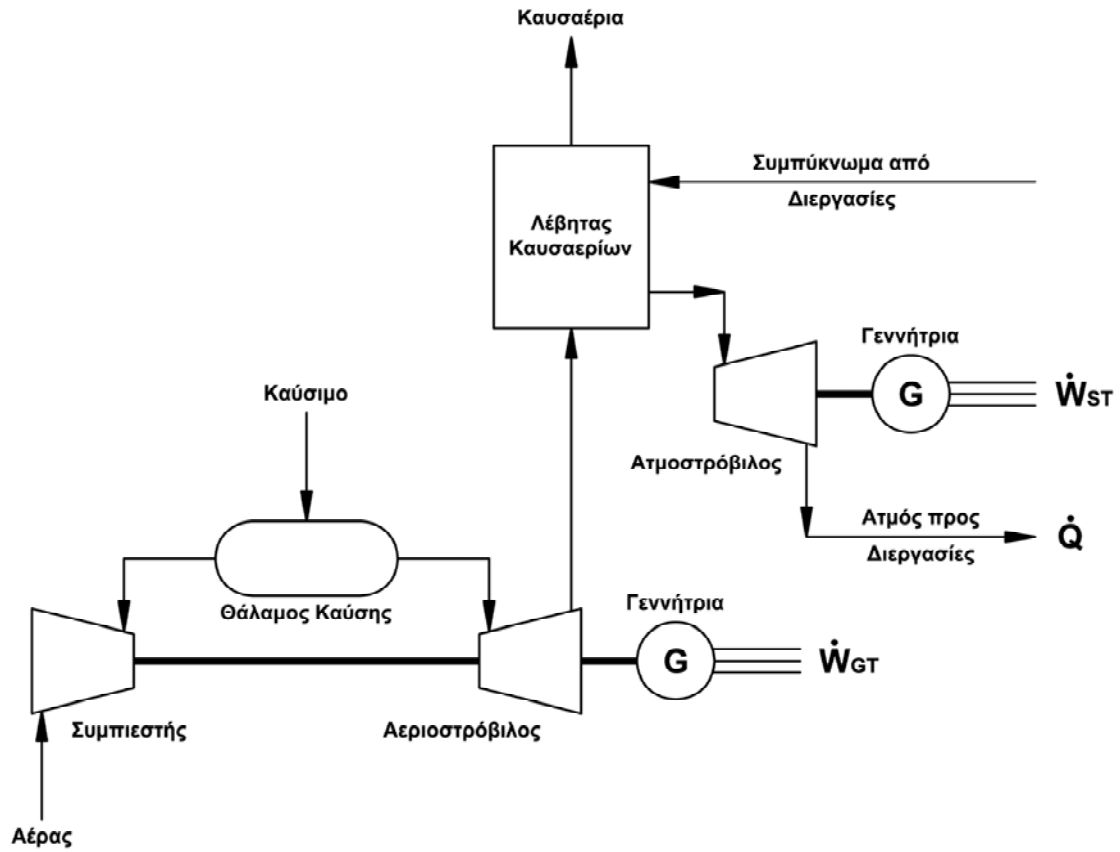
Η υψηλή περιεκτικότητα οξυγόνου στα καυσαέρια του αεριοστροβίλου (περίπου 17%) επιτρέπει την καύση συμπληρωματικού καυσίμου στον λέβητα καυσαερίων, εάν κριθεί αναγκαία για την αύξηση ισχύος του συστήματος. Η συμπληρωματική καύση αυξάνει τον βαθμό απόδοσης του συστήματος κατά τη λειτουργία σε μερικό φορτίο, αλλά κάνει την εγκατάσταση και ιδιαίτερα τις διατάξεις ρύθμισης και ελέγχου πιο περίπλοκες.

Η ισχύς των συστημάτων συνδυασμένου κύκλου κυμαίνεται συνήθως στην περιοχή 20-400 MW, ενώ κατασκευάζονται επίσης και μικρότερες μονάδες με ισχύ 4-11 MW. Η συγκέντρωση ισχύος (ισχύς ανά μονάδα όγκου) των συστημάτων αυτών είναι υψηλότερη από τη συγκέντρωση ισχύος των συστημάτων απλού κύκλου αεριοστροβίλου (Joule) ή ατμοστροβίλου (Rankine). Ως προς τα καύσιμα ισχύει ότι αναφέρθηκε για τα συστήματα αεριοστροβίλου.

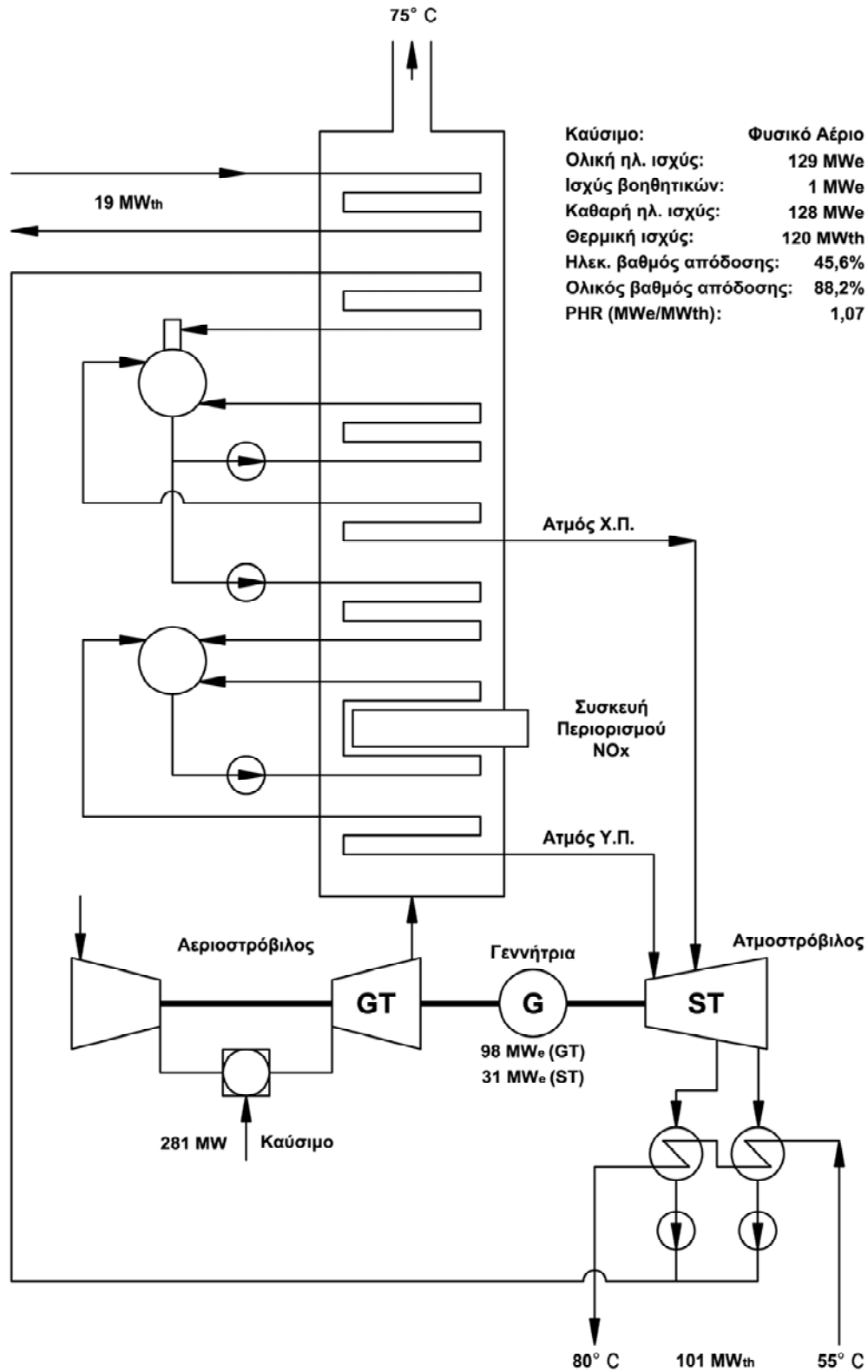
Ο χρόνος εγκατάστασης είναι 2-3 έτη. Είναι δυνατή η ολοκλήρωση της εγκατάστασης σε δύο πεδία: Εγκαθίσταται πρώτα η μονάδα αεριοστροβίλου, που μπορεί να είναι έτοιμη για λειτουργία σε 12-18 μήνες. Ενώ αυτή λειτουργεί, συμπληρώνεται το σύστημα με τη μονάδα του ατμοστροβίλου.

Η αξιοπιστία των συστημάτων συνδυασμένου κύκλου είναι 80-85%, η μέση ετήσια διαθεσιμότητα 77-85% και ο οικονομικός χρόνος ζωής 15-25 έτη.

Είναι επίσης δυνατός ο συνδυασμός κύκλου Diesel με κύκλο Rankine. Η διάταξη μοιάζει με εκείνη του Σχήματος -2.7-, όπου η μονάδα συμπιεστή - θαλάμου καύσης - αεριοστροβίλου αντικαθίσταται από τον κινητήρα Diesel και τους εναλλάκτες θερμότητας που τον συνοδεύουν.



**Σχήμα -2.7-** Σύστημα συμπαραγωγής συνδυασμένου κύκλου με ατμοστρόβιλο αντίθλιψης



**Σχήμα -2.8-** Διάγραμμα ροής σύγχρονου συστήματος συνδυασμένου κύκλου με ατμοστρόβιλο απομάστευσης



## 2.5 ΚΥΚΛΟΙ ΒΑΣΗΣ RANKINE ΜΕ ΟΡΓΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ

Στον κύκλο βάσης του Σχήματος -2.3-, εργαζόμενο μέσο είναι το νερό, που εξατμίζεται με ανάκτηση θερμότητας από αέρια υψηλής θερμοκρασίας (600 °C ή και υψηλότερης). Η παραγωγή ηλεκτρικής ή μηχανικής ενέργειας με ανάκτηση θερμότητας χαμηλής θερμοκρασίας (80-300 °C) είναι δυνατή εάν χρησιμοποιηθούν οργανικά ρευστά, π.χ. τολουένη, που έχουν θερμοκρασία βρασμού αρκετά χαμηλότερης εκείνης του νερού. Έτσι, πηγές θερμότητας μπορούν να είναι η ηλιακή ενέργεια, βιομηχανικά απόβλητα, γεωθερμική ενέργεια, καυσαέρια ή θερμότητα ψύξης μηχανών, κ.λπ.

Η ισχύς των συστημάτων αυτών κυμαίνεται στην περιοχή 2 kW-10 MW. Ο βαθμός απόδοσης είναι μικρός, 10-30%, αλλά σημασία έχει το γεγονός ότι ένα τέτοιο σύστημα παράγει πρόσθετη ισχύ χωρίς να ξοδεύει καύσιμο. Από κατασκευαστικής πλευράς, χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην επιλογή των υλικών, ώστε να μην παθαίνουν διάβρωση από το οργανικό ρευστό (π.χ. χρήση ανοξείδωτου χάλυβα), και στη στεγανότητα των στοιχείων του συστήματος, ώστε να μην διαφεύγει το οργανικό ρευστό στην ατμόσφαιρα.

Ο χρόνος εγκατάστασης μικρών συστημάτων (μέχρι 50 kW), και ιδιαίτερα εκείνων που είναι κατάλληλα για χρήση στον εμπορικό – κτιριακό τομέα, είναι 4-8 μήνες, ενώ για μεγαλύτερες μονάδες είναι 1-2 έτη. Καθώς η τεχνολογία αυτή είναι σχετικά νέα, δεν υπάρχουν αρκετές πληροφορίες για την αξιοπιστία των συστημάτων. Εκτιμάται ότι η μέση ετήσια διαθεσιμότητά τους είναι 80-90%. Η αναμενόμενη διάρκεια ζωής τους είναι περίπου 20 έτη.

## 2.6 ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (‘ΠΑΚΕΤΑ’)

Μεγάλη ώθηση στη διάδοση της συμπαραγωγής αναμένεται ότι θα δώσει η μαζική παραγωγή τυποποιημένων μονάδων σε μορφή πακέτου με ηλεκτρική ισχύ 10-1.000 kW, που έχουν τα ακόλουθα πλεονεκτήματα:

- Χαμηλό κόστος,
- Μικρό όγκο,
- Εύκολη εγκατάσταση (το μόνο που χρειάζεται είναι η σύνδεσή τους με τα υδραυλικά και ηλεκτρικά δίκτυα),
- Αυτοματοποιημένη λειτουργία χωρίς τη συνεχή παρακολούθηση από εξειδικευμένο προσωπικό.

Οι μονάδες αυτές συνήθως έχουν κινητήρα Diesel. Σε ισχείς μικρότερες των 100 kW είναι δυνατή η χρήση αεριοστροβίλου. Μπορούν να λειτουργούν με υγρό ή αέριο καύσιμο. Το φυσικό αέριο είναι ιδιαίτερα κατάλληλο καύσιμο για τις μονάδες αυτές χάρη στην καθαρότητα, την έλλειψη ανάγκης αποθήκευσης και τη χαμηλή τιμή του.

Τα πακέτα συμπαραγωγής με κινητήρα Diesel είναι ιδιαίτερα κατάλληλα για τις εφαρμογές του εμπορικού-κτιριακού τομέα. Είναι γνωστά επίσης με το όνομα συστήματα συμπαραγωγής μικρής κλίμακας «small-scale cogeneration systems». Το 27-35% της ενέργειας του καυσίμου μετατρέπεται σε ηλεκτρισμό και το 50-55% σε θερμότητα.

Καθώς η διάδοση των μονάδων αυτών έχει αρχίσει σχετικά πρόσφατα, δεν υπάρχουν πολλά δημοσιευμένα στοιχεία γύρω από την αξιοπιστία και τη διαθεσιμότητα τους.

Σχετική μελέτη με αντικείμενο 46 μονάδες εγκαταστημένες στην Καλιφόρνια έδειξε έναν μέσο όρο διαθεσιμότητας 79% με τυπική απόκλιση 22,9%. Η διαθεσιμότητα των μονάδων με επιμελημένη κατασκευή και συντήρηση φθάνει το 90%. Σημαντική συμβολή στο σημείο αυτό έχει ο αυτόματος έλεγχος της λειτουργίας των μονάδων. Μικροεπεξεργαστές, εγκατεστημένοι στον χώρο όπου βρίσκεται η μονάδα, παρακολουθούν τις τιμές κρίσιμων παραμέτρων και μεταβιβάζουν τα σχετικές πληροφορίες, μέσω αποκλειστικής τηλεφωνικής γραμμής, σε κεντρικό ηλεκτρονικό υπολογιστή. Όταν η εξέλιξη των τιμών ορισμένων παραμέτρων δείχνει επερχόμενη βλάβη, ειδοποιείται η ομάδα συντήρησης, που επεμβαίνει πριν ακόμη η βλάβη εκδηλωθεί. Ένα τέτοιο δίκτυο παρακολούθησης συστημάτων συμπαραγωγής μικρής κλίμακας έχει εγκατασταθεί στην Αγγλία με πολύ καλά αποτελέσματα. Έντονη διάδοση των μονάδων αυτών παρατηρείται επίσης στην Ολλανδία και Γερμανία.

## 2.7 ΚΥΨΕΛΕΣ ΚΑΥΣΙΜΟΥ

Η κυψέλη καυσίμου (fuel cell) είναι μια ηλεκτροχημική συσκευή, που μετατρέπει τη χημική ενέργεια του καυσίμου σε ηλεκτρισμό χωρίς τη μεσολάβηση της καύσης.

Στη βασική της μορφή λειτουργεί ως εξής: υδρογόνο και οξυγόνο αντιδρούν με την παρουσία ηλεκτρολύτη και παράγουν νερό, ενώ ταυτόχρονα αναπτύσσεται ένα ηλεκτροχημικό δυναμικό που προκαλεί ροή ηλεκτρικού ρεύματος στο εξωτερικό κύκλωμα (φορτίο). Καθώς η αντίδραση είναι εξώθερμη, παράγεται θερμότητα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ωφέλιμα.

Το απαιτούμενο υδρογόνο παράγεται από ορυκτά καύσιμα και συνήθως μεθάνιο ( $\text{CH}_4$ ), που αποτελεί το κύριο συστατικό του φυσικού αερίου. Ορισμένοι τύποι κυψελών μπορούν να λειτουργήσουν επίσης και διοξείδιο του άνθρακα ή υδρογονάνθρακες.

Πρόκειται για τεχνολογία που βρίσκεται στο στάδιο της έρευνας και ανάπτυξης. Δεν είναι πλατιά γνωστή και διαδεδομένη ακόμη αλλά έχει πολύ καλές προοπτικές εφαρμογών στη συμπαραγωγή.

Από τους διάφορους τύπους κυψελών καυσίμου μόνον οι κυψέλες φωσφορικού οξέος έχουν αναπτυχθεί βαθμό που είναι ήδη κατάλληλες για σταθμούς ηλεκτροπαραγωγής και είναι σήμερα εμπορικά διαθέσιμες. Επιδεικτικές μονάδες ισχύος 25 kW - 11 MW έχουν κατασκευασθεί σε διάφορες Ευρωπαϊκές χώρες, στις Η.Π.Α. και στην Ιαπωνία. Η θερμοκρασία λειτουργίας τους (περίπου 200 °C) περιορίζει τη θερμοκρασία της ανακτώμενης θερμότητας. Υπάρχουν σήμερα τυποποιημένες μονάδες συμπαραγωγής με θερμότητα που είναι διαθέσιμη σε θερμοκρασία 80-90 °C.

Οι κυψέλες καυσίμου είναι κατάλληλες για συμπαραγωγή στον βιομηχανικό και εμπορικό- κτιριακό τομέα (ιδιαίτερα σε συνδυασμό με το φυσικό αέριο). Κύρια πλεονεκτήματά τους είναι τα ακόλουθα:

- Αρθρωτή (modular) δομή, που διευκολύνει την κατασκευή μονάδων με την επιθυμητή ισχύ,
- Διατήρηση υψηλού ηλεκτρικού βαθμού απόδοσης ακόμη και σε μερικό φορτίο (δηλ. φορτίο μικρότερο του ονομαστικού),
- Ευκολία αυτοματισμού,
- Χαμηλές εκπομπές ρύπων,
- Χαμηλή στάθμη θορύβου.

Χάρη στον υψηλό βαθμό απόδοσης και τα καθαρά καύσιμα που χρησιμοποιούνται, οι εκπομπές CO<sub>2</sub> και SO<sub>2</sub> είναι κατά 10-100 φορές χαμηλότερες από εκείνες άλλων συστημάτων. Ειδικότερα, επειδή οι θερμοκρασίες που αναπτύσσονται είναι σημαντικά μικρότερες από εκείνες της καύσης, οι εκπομπές NOx είναι μικρότερες κατά μία τάξη μεγέθους από τις εκπομπές των συστημάτων που στηρίζονται στην καύση. Οι χαμηλές εκπομπές ρύπων και η χαμηλή στάθμη θορύβου κάνουν τις κυψέλες καυσίμου πιο κατάλληλες από άλλα συστήματα για εγκατάσταση και λειτουργία σε κατοικημένες περιοχές και σε κτίρια όπως ξενοδοχεία, νοσοκομεία, κ.λπ. Μειονεκτήματα, που εμποδίζουν προς το παρόν την πλατιά διάδοσή τους, είναι:

- Το υψηλό κόστος κατασκευής
- Η σχετικά μικρή διάρκεια ζωής

Οι προσπάθειες για αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών συνεχίζονται με προγράμματα έρευνας και ανάπτυξης καθώς και με κατασκευή επιδεικτικών μονάδων.

## 2.8 ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING

Η συμπαραγωγή ηλεκτρισμού και θερμότητας είναι επίσης δυνατή με μηχανές Stirling. Η τεχνική αυτή δεν έχει ακόμη αναπτυχθεί και διαδοθεί αρκετά, αλλά το ενδιαφέρον για την ανάπτυξή της έχει αυξηθεί τελευταία, χάρη στα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει σε σύγκριση με συστήματα κινητήρων Diesel, αεριοστροβίλων ή ατμοστροβίλων: δυνατότητα υψηλότερου βαθμού απόδοσης, μεγαλύτερη ευελιξία καυσίμου, καλή συμπεριφορά σε μερικό φορτίο, χαμηλές εκπομπές ρύπων, χαμηλή στάθμη θορύβου και κραδασμών.

Αρχικά, η έρευνα και ανάπτυξη είχε ως αντικείμενο κινητήρες ισχύος 3-100 kW, κατάλληλους για αυτοκίνητα. Η προσπάθεια στράφηκε κατόπιν και προς κινητήρες ισχύος μέχρι 1-1,5 MW με αναμενόμενη διάρκεια ζωής της τάξεως των 20 ετών. Καθώς τα συστήματα βρίσκονται στο στάδιο της ανάπτυξης, δεν υπάρχουν συγκεντρωμένα στοιχεία για τη διαθεσιμότητα και την αξιοπιστία τους, αναμένεται όμως ότι θα είναι συγκρίσιμη με εκείνη των κινητήρων Diesel. Χάρη στην εξωτερική καύση και στον κλειστό κύκλο λειτουργίας, τα κινούμενα μέρη του κινητήρα δεν εκτίθενται στα προϊόντα της καύσης με αποτέλεσμα οι φθορές να είναι περιορισμένες. Όμως, απαιτούνται στεγανωτικές διατάξεις για την αποφυγή διαρροών τόσο του αερίου υψηλής πίεσης προς το εξωτερικό του κυλίνδρου, όσο και του λιπαντικού λαδιού προς το εσωτερικό του κυλίνδρου. Η κατασκευή αποτελεσματικών διατάξεων με ικανοποιητική διάρκεια ζωής είναι ένα από τα προβλήματα που πρέπει να αντιμετωπισθούν.

Η εξωτερική καύση στις μηχανές Stirling επιτρέπει η χρήση διαφόρων καυσίμων: υγρά ή αέρια καύσιμα, αέρια ή υγρά προερχόμενα από άνθρακα, καύσιμα προερχόμενα από βιομάζα, ακόμη και απορρίμματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Επιπλέον, είναι δυνατή η αλλαγή καυσίμου χωρίς διακοπή της λειτουργίας ή μετατροπή των ρυθμίσεων του κινητήρα. Χάρη στην ευελιξία τους, οι μηχανές Stirling μπορούν επίσης να αποτελέσουν στοιχεία ηλιακών ή πυρηνικών σταθμών ηλεκτροπαραγωγής ή συμπαραγωγής.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**  
**ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ**

## 3.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

### 3.1.1 Γενικά

Στα μαθηματικά, ο γραμμικός προγραμματισμός (LP) είναι μια τεχνική για την βελτιστοποίηση μιας γραμμικής αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία υπόκειται σε γραμμικούς περιορισμούς ισότητας και ανισότητας. Ανεπίσημα, ο γραμμικός προγραμματισμός καθορίζει τον τρόπο για να επιτευχθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα (όπως το μέγιστο κέρδος ή το χαμηλότερο κόστος) σε ένα συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο με δοσμένο κάποιο σύνολο απαιτήσεων που εκπροσωπούνται από τις γραμμικές εξισώσεις. Πιο επίσημα, με δοσμένο ένα χώρο (για παράδειγμα, ένα πολύγωνο ή ένα πολύεδρο), και μια πραγματική συνάρτηση:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n + d$$

η οποία ορίζεται στον συγκεκριμένο χώρο, η μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού θα βρει ένα σημείο του χώρου, στο οποίο η συνάρτηση έχει την ελάχιστη (ή μέγιστη) τιμή της. Τέτοια σημεία μπορεί να μην υπάρχουν, αλλά εάν υπάρχουν, η αναζήτηση στον συγκεκριμένο χώρο θα καταλήξει εγγυημένα σε τουλάχιστον ένα από αυτά.

Γραμμικά προγράμματα είναι τα προβλήματα που εκφράζονται σε κανονική μορφή ως εξής:

- μεγιστοποίησε το  $c^T \cdot x$
- υπό τους περιορισμούς  $A \cdot x \leq b$

Το  $x$  αντιπροσωπεύει το διάνυσμα των μεταβλητών (που θα καθοριστεί), ενώ τα  $c$  και  $b$  είναι διανύσματα (γνωστών) συντελεστών και  $A$  είναι ένας (γνωστός) πίνακας συντελεστών. Ο όρος που πρέπει να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση ( $c^T \cdot x$  στην περίπτωση μας). Οι ανισότητες  $A \cdot x \leq b$  είναι οι περιορισμοί που καθορίζουν το κυρτό πολύεδρο επί του οποίου θα βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση.

Ο γραμμικός προγραμματισμός μπορεί να εφαρμοστεί σε διάφορα πεδία μελέτης. Πιο εκτεταμένη είναι η χρήση του σε επιχειρηματικές και οικονομικές καταστάσεις, αλλά μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και για ορισμένα προβλήματα της μηχανικής. Ορισμένες βιομηχανίες που χρησιμοποιούν μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού περιλαμβάνουν τις μεταφορές, την ενέργεια, τις τηλεπικοινωνίες, και τις κατασκευές. Έχει αποδειχθεί χρήσιμος για την μοντελοποίηση ποικίλων τύπων προβλημάτων, στο σχεδιασμό, τη δρομολόγηση, τον προγραμματισμό, την ανάθεση και τον σχεδιασμό.

### 3.1.2 Ιστορικά στοιχεία

Το πρόβλημα της επίλυσης ενός συστήματος γραμμικών ανισοτήτων χρονολογείται τουλάχιστον από την εποχή του Fourier, από τον οποίο πήρε το όνομα της η μέθοδος Fourier-Motzkin. Ο γραμμικός προγραμματισμός προέκυψε ως ένα μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε κατά τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο για τον σχεδιασμό των δαπανών και των επιστροφών, με στόχο την μείωση του κόστους στο στρατό και την αύξηση των απωλειών του εχθρού. Η μέθοδος αποτελούσε κρυφό μυστικό μέχρι το 1947. Μεταπολεμικά, πολλές βιομηχανίες διαπίστωσαν τη χρησιμότητά της στον καθημερινό τους σχεδιασμό.

Οι θεμελιωτές της θεωρίας είναι ο Leonid Kantorovich, ένας Ρώσος μαθηματικός που ανέπτυξε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, το 1939, ο George B. Dantzig, που δημοσίευσε την μέθοδο Simplex το 1947, και ο John von Neumann, που ανέπτυξε τη θεωρία της δυαδικότητας κατά το ίδιο έτος. Το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού για πρώτη φορά αποδεικνύεται ότι είναι επιλύσιμο σε πολυωνυμικό χρόνο από τον Leonid Khachiyan το 1979, αλλά μια ευρύτερη θεωρητική και πρακτική πρόοδος στον συγκεκριμένο τομέα έλαβε χώρα το 1984 όταν ο Narendra Karmarkar εισήγαγε μία νέα μέθοδο εσωτερικού σημείου για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

Η χρησιμότητα του γραμμικού προγραμματισμού γίνεται περισσότερο εμφανής εξετάζοντας το παράδειγμα του Dantzig σχετικά με την καλύτερη κατανομή 70 ατόμων σε 70 θέσεις εργασίας. Η υπολογιστική ισχύς που απαιτείται για τη δοκιμή όλων των δυνατών περιπτώσεων και την επιλογή της βέλτιστης ανάθεσης είναι τεράστια. Ο αριθμός των πιθανών συνδυασμών υπερβαίνει τον αριθμό των σωματιδίων στο σύμπαν. Εντούτοις, χρειάζεται μόνο μια στιγμή για την εύρεση της βέλτιστης λύσης αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο Simplex. Η θεωρία πίσω από γραμμικό προγραμματισμό μειώνει δραστικά τον αριθμό των πιθανών βέλτιστων λύσεων που πρέπει να ελεγχθούν.

### 3.1.3 Χρήσεις

Ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί ένα σημαντικό τομέα της βελτιστοποίησης για διάφορους λόγους. Πολλά πρακτικά προβλήματα στον ερευνητικό τομέα μπορούν να εκφραστούν ως προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Ορισμένες ειδικές περιπτώσεις του γραμμικού προγραμματισμού, όπως τα προβλήματα ροής δικτύου και πολύπλευρα προβλήματα ροής θεωρούνται αρκετά σημαντικές με αποτέλεσμα να έχουν οδηγήσει σε πολύ εξειδικευμένη έρευνα για αλγορίθμους επίλυσής τους. Ένας αριθμός των αλγορίθμων για άλλα είδη προβλημάτων βελτιστοποίησης λειτουργούν λύνοντας τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού ως υπο-προβλήματα. Ιστορικά,



οι ιδέες από το γραμμικό προγραμματισμό ενέπνευσαν πολλές από τις κεντρικές έννοιες της θεωρίας βελτιστοποίησης, όπως η δυαδικότητα, η αποσύνθεση και η σημασία της κυρτότητας και των γενικεύσεών της. Ομοίως, ο γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό και στην μικροοικονομία και την διοίκηση επιχειρήσεων σε τομείς όπως ο σχεδιασμός, η παραγωγή, η μεταφορά και η τεχνολογία. Παρά το γεγονός ότι τα ζητήματα σύγχρονης διαχείρισης είναι ρευστά, οι περισσότερες επιχειρήσεις θα ήθελαν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη ή να ελαχιστοποιήσουν τα κόστη, με περιορισμένους πόρους. Ως εκ τούτου, πολλά θέματα μπορεί να συνοψίζονται σε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού.

## 3.2 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

### 3.2.1 Γενικά

Ο στοχαστικός προγραμματισμός είναι μια προσέγγιση για την μοντελοποίηση των προβλημάτων βελτιστοποίησης που εμπεριέχουν αβεβαιότητα. Ενώ τα ντετερμινιστικά προβλήματα βελτιστοποίησης διατυπώνονται με γνωστές παραμέτρους, τα προβλήματα που συναντάμε στην πραγματικότητα σχεδόν πάντα περιλαμβάνουν ορισμένες παραμέτρους, οι οποίες είναι άγνωστες όταν πρέπει να ληφθεί μια απόφαση. Όταν οι παράμετροι είναι αβέβαιες, αλλά υποτίθεται ότι παίρνουν ένα συγκεκριμένο σύνολο δυνατών τιμών, μπορεί να αναζητηθεί μια λύση που θα είναι εφικτή για όλες τις πιθανές επιλογές παραμέτρων και θα βελτιστοποιεί μια δοσμένη αντικειμενική συνάρτηση. Μια τέτοια προσέγγιση θα μπορούσε να έχει νόημα για παράδειγμα, κατά τον σχεδιασμό μιας γέφυρας ελαχίστου βάρους από χάλυβα, με αντοχή σε εφελκυσμό που είναι γνωστή μόνο με κάποια ανοχή. Τα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού είναι παρόμοια σε μορφή, αλλά προσπαθούν να επωφεληθούν από το γεγονός ότι οι κατανομές πιθανότητας που διέπουν τα στοιχεία είναι γνωστές ή μπορούν να εκτιμηθούν. Συχνά αυτά τα μοντέλα εφαρμόζονται σε περιπτώσεις όπου οι αποφάσεις λαμβάνονται ουσιαστικά κατ' επανάληψη κάτω από τις ίδιες συνθήκες, και ο στόχος είναι η λήψη μιας απόφασης που θα έχει καλή απόδοση κατά μέσο όρο. Ένα παράδειγμα θα μπορούσε να είναι ο σχεδιασμός των καθημερινών δρομολογίων των φορτηγών μεταφοράς γάλακτος σε πελάτες με τυχαία ζήτηση. Εδώ οι κατανομές πιθανότητας (π.χ., της ζήτησης) μπορούν να εκτιμηθούν από τα δεδομένα που έχουν συλλεχθεί καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου. Ο στόχος εδώ είναι να βρεθεί κάποια λύση που θα είναι εφικτή για όλες (ή σχεδόν όλες) τις πιθανές περιπτώσεις, και μεγιστοποιεί το προσδοκώμενο κέρδος κάποιας συνάρτησης των αποφάσεων και των τυχαίων μεταβλητών.

Ο στοχαστικός προγραμματισμός μπορεί επίσης να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις που πρέπει να ληφθεί μια ακαριαία απόφαση. Ένα παράδειγμα θα ήταν η κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου επενδύσεων με στόχο την μεγιστοποίηση του κέρδους. Όπως και στο παράδειγμα της παράδοσης του γάλακτος, οι κατανομές πιθανότητας των αποδόσεων για τα χρηματοπιστωτικά μέσα που εξετάζονται θεωρούνται γνωστές, αλλά εξαιτίας της έλλειψης στοιχείων για μελλοντικές περιόδους, αυτές οι κατανομές θα πρέπει να εξάγονται από κάποιο συνοδευτικό μοντέλο, το οποίο στην πιο απλή του μορφή θα μπορούσε να προέρχεται αποκλειστικά από τις πεποιθήσεις του αποφασίζοντα (DM). Μια άλλη επιπλοκή σε αυτή την περίπτωση είναι η επιλογή της αντικειμενικής συνάρτησης: η μεγιστοποίηση του αναμενόμενου κέρδους γίνεται λιγότερο δικαιολογημένη, όταν η απόφαση πρόκειται να γίνει μία μόνο φορά, και η στάση του αποφασίζοντα απέναντι στο ρίσκο τότε γίνεται σημαντική.

Τα πιο διαδεδομένα και θεωρητικά ανεπτυγμένα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού είναι τα γραμμικά προγράμματα δύο σταδίων. Σε αυτά ο αποφασίζων προχωρά σε κάποιες ενέργειες σε πρώτη φάση, μετά τις οποίες λαμβάνει χώρα ένα τυχαίο γεγονός που επηρεάζει το αποτέλεσμα της πρώτης απόφασης. Μια αναδρομική απόφαση μπορεί να ληφθεί στο δεύτερο στάδιο, που θα αντισταθμίζει οποιαδήποτε αρνητική επίδραση που μπορεί να έχει καταγραφεί ως αποτέλεσμα της πρώτης απόφασης. Η βέλτιστη πολιτική από ένα τέτοιο μοντέλο είναι μία και μόνη απόφαση κατά την πρώτη φάση και ένα σύνολο από αναδρομικές αποφάσεις (με βάση κάποιον κανόνα απόφασης) που θα καθορίζει ποια δράση της δεύτερης φάσης θα πρέπει να ληφθεί σε σχέση με κάθε τυχαίο αποτέλεσμα.

Παρά το γεγονός ότι τα γραμμικά στοχαστικά προγράμματα δύο σταδίων συχνά θεωρούνται ως το κλασικό παράδειγμα μοντελοποίησης στοχαστικού προγραμματισμού, η ισχύς του στοχαστικού προγραμματισμού έχει αναπτυχθεί και διευρυνθεί ώστε να συμπεριλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα μοντέλων και προσεγγίσεων λύσεων. Οι εφαρμογές του είναι ευρέως διαδεδομένες, από την οικονομία μέχρι και την διαχείριση της αλιείας. Ένα εναλλακτικό μοντέλο προσέγγισης χρησιμοποιεί τους λεγόμενους τυχαίους περιορισμούς. Αυτοί δεν απαιτούν οι αποφάσεις μας να είναι εφικτές για σχεδόν όλα τα αποτελέσματα των τυχαίων παραμέτρων, αλλά τουλάχιστον με κάποια συγκεκριμένη πιθανότητα.

Μια φυσική γενίκευση του μοντέλου δύο σταδίων το επεκτείνει σε πολλά στάδια. Σε αυτή την περίπτωση κάθε στάδιο αποτελείται από μια απόφαση που ακολουθείται από μια σειρά από παρατηρήσεις των αβέβαιων παραμέτρων που κάνουν την εμφάνιση τους σταδιακά με την πάροδο του χρόνου. Σε αυτό το πλαίσιο, ο στοχαστικός προγραμματισμός σχετίζεται στενά με την ανάλυση αποφάσεων, την βελτιστοποίηση των προσομοιώσεων διακριτών περιπτώσεων, την στοχαστική θεωρία ελέγχου, τις διαδικασίες λήψης αποφάσεων Markov, και τον δυναμικό προγραμματισμό.

Σε γενικές γραμμές η μέθοδος συνδυάζει τη δύναμη του μαθηματικού προγραμματισμού με προηγμένες τεχνικές πιθανότητας, για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης που εμπεριέχουν την αβεβαιότητα. Μια προσέγγιση μαθηματικού προγραμματισμού έχει σημαντικά πλεονεκτήματα: τα εργαλεία της κυρτής ανάλυσης και η δυαδική θεωρία μπορούν να εφαρμοστούν για να αποφέρουν σημαντικές γνώσεις και να αναπτύξουν τεχνικές επίλυσης βασισμένες στην αποσύνθεση μεγάλων προβλημάτων σε τμήματα που μπορούν να μελετηθούν εύκολα. Τα εργαλεία του μαθηματικού προγραμματισμού είναι επίσης απαραίτητα για τον χειρισμό γενικών περιορισμών του προβλήματος και μεταβλητών απόφασης. Η προσθήκη των περιορισμών είναι συχνά ένα σοβαρό εμπόδιο για τις τεχνικές δυναμικού προγραμματισμού, καθώς αυξάνει την διάσταση του χώρου δυνατών καταστάσεων, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε ένα δυσεπίλυτο πρόβλημα. Ένας σημαντικός τρέχων περιορισμός για τα προβλήματα στοχαστικού προγραμματισμού -σε αντίθεση με τα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού- είναι

ότι οι κατανομές πιθανότητας των τυχαίων παραμέτρων θεωρούνται δεδομένες, και δεν μπορούν να εξαρτώνται από τις αποφάσεις που λαμβάνονται.

### 3.2.2 Επίλυση στοχαστικών προγραμμάτων

Η προσέγγιση της λύσης για τα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού μοντέλα κατευθύνονται από τον τύπο των κατανομών πιθανότητας που διέπουν τις τυχαίες παραμέτρους. Μια συνηθισμένη προσέγγιση για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας είναι ο καθορισμός ενός μικρού αριθμού σεναρίων, τα οποία αντιπροσωπεύουν το μέλλον. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατόν να υπολογιστεί μια λύση στο πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού από την επίλυση ενός ντετερμινιστικού ισοδύναμου γραμμικού προγράμματος. Τα προβλήματα αυτά είναι συνήθως προβλήματα πολύ μεγάλης κλίμακας και, ως εκ τούτου, μεγάλο μέρος των ερευνητικών προσπαθειών της κοινότητας στοχαστικού προγραμματισμού έχει αφιερωθεί στην ανάπτυξη αλγορίθμων που εκμεταλλεύονται την δομή του προβλήματος, ιδίως με την ελπίδα της αποσύνθεσης μεγάλων προβλημάτων σε μικρότερα απλούστερα συστατικά. Στην περίπτωση αυτή η κυρτότητα είναι μία βασική ιδιότητα.

Όταν οι κατανομές πιθανότητας των τυχαίων παραμέτρων είναι συνεχείς, ή όταν υπάρχουν πολλές τυχαίες παράμετροι, εμφανίζεται το πρόβλημα της κατασκευής κατάλληλων σεναρίων για την προσέγγιση της αβεβαιότητας. Μία προσέγγιση του προβλήματος κατασκευάζει δύο διαφορετικά ντετερμινιστικά ισοδύναμα προβλήματα, οι βέλτιστες λύσεις των οποίων παρέχουν τα άνω και κάτω όρια της βέλτιστης τιμής  $z^*$  του αρχικού προβλήματος.

Μια εναλλακτική μεθοδολογία εύρεσης της λύσης αντικαθιστά τις τυχαίες μεταβλητές από ένα πεπερασμένο τυχαίο δείγμα και λύνει τα προκύπτοντα (ντετερμινιστικά) προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού, όπως ακριβώς θα γινόταν για μία ορισμένη σεναριακή περίπτωση (βλ. παραπάνω). Η διαδικασία αυτή αποκαλείται συχνά εξωτερική μέθοδος δειγματοληψίας (external sampling method). Υπό αρκετά πιο ήπιες συνθήκες μπορεί να ληφθεί μια στατιστική εκτίμηση της τιμής της βέλτιστης λύσης που να συγκλίνει στο  $z^*$  καθώς το μέγεθος του δείγματος αυξάνει. Οι εξωτερικές μέθοδοι δειγματοληψίας συνήθως επιλέγουν ένα δείγμα πριν από την εφαρμογή μίας μεθόδου μαθηματικού προγραμματισμού. Ένας αριθμός αλγοριθμικών διαδικασιών (βλ. δεύτερο μισό της εργασίας του Birge) έχει αναπτυχθεί για την λήψη επαναλαμβανόμενων δειγμάτων κατά τη διάρκεια του αλγορίθμου. Η μέθοδος αυτή συχνά ονομάζεται εσωτερική μέθοδος δειγματοληψίας.

Μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού ακεραίων προκύψουν όταν οι μεταβλητές απόφασης απαιτείται να λάβουν ακέραιες τιμές. Στις περισσότερες πραγματικές περιπτώσεις αυτό οδηγεί σε απώλεια της κυρτότητας και καθιστά την εφαρμογή των

μεθόδων αποσύνθεσης προβληματική. Οι τεχνικές για την επίλυση των μοντέλων στοχαστικού προγραμματισμού ακεραίων, αποτελούν ενεργό τμήμα της έρευνας.

## **3.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕΝΑΡΙΩΝ**

### **3.3.1 Γενικά**

Η ανάλυση είναι σχεδιασμένη έτσι ώστε να οδηγεί σε βελτιωμένη διαδικασία λήψης αποφάσεων, επιτρέποντας την εξέταση των αποτελεσμάτων και των συνεπειών τους.

Η σεναριακή ανάλυση μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να φωτίζει τα λεγόμενα 'βαριά χαρτιά'. Για παράδειγμα, η ανάλυση της πιθανότητας η γη να συγκρουστεί με ένα μεγάλο ουράνιο αντικείμενο (μετεωρίτη) δείχνει ότι, ενώ η πιθανότητα είναι μικρή, οι προκαλούμενες ζημιές είναι τόσο υψηλές, ώστε αυτό το ενδεχόμενο είναι πολύ πιο σημαντικό (απειλητικό) από ότι υποδηλώνει μεμονωμένα η μικρή πιθανότητα (σε οποιοδήποτε έτος). Ωστόσο, αυτή η πιθανότητα αυτή συνήθως αγνοείται από τους οργανισμούς που χρησιμοποιούν σεναριακή ανάλυση για την ανάπτυξη ενός στρατηγικού σχεδίου, δεδομένου ότι έχει τέτοιες σημαντικές επιπτώσεις.

### **3.3.2 Δημοσιονομικές εφαρμογές**

Για παράδειγμα, στην οικονομία και τις επενδύσεις, ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα θα μπορούσε να επιχειρήσει να προβλέψει πολλά πιθανά σενάρια για την οικονομία (π.χ. ταχεία ανάπτυξη, μέτρια ανάπτυξη, αργή ανάπτυξη) και θα μπορούσε επίσης να επιχειρήσει να προβλέψει τα κέρδη της χρηματοπιστωτικής αγοράς (για τα ομόλογα, τις μετοχές και τα μετρητά) σε καθένα από αυτά τα σενάρια. Θα μπορούσε να θεωρήσει υποσύνολα για καθεμία από τις πιθανότητες. Θα μπορούσε να προσπαθήσει να καθορίσει περαιτέρω συσχετίσεις και να αναθέσει πιθανότητες σε κάθε σενάριο (και υποσύνολο εάν υπάρχει). Τότε θα ήταν σε θέση να εξετάσει τον τρόπο διανομής των στοιχείων ενεργητικού σε κατηγορίες στοιχείων. Το ίδρυμα θα μπορούσε να υπολογίσει το σεναριακά σταθμισμένο αναμενόμενο κέρδος (το οποίο θα αντιπροσωπεύει την συνολική ελκυστικότητα του οικονομικού περιβάλλοντος). Θα μπορούσε επίσης να εκτελέσει δοκιμές ακραίων περιπτώσεων, με δυσμενή σενάρια.

Ανάλογα με την πολυπλοκότητα του προβλήματος, η σεναριακή ανάλυση μπορεί να είναι μια απαιτητική διαδικασία. Μπορεί να είναι δύσκολη η πρόβλεψη των μελλοντικών γεγονότων (π.χ. το πραγματικό μελλοντικό αποτέλεσμα μπορεί να είναι εντελώς απρόσμενο), για παράδειγμα να προβλέψει ποια ακριβώς είναι τα πιθανά σενάρια και να αναθέσει πιθανότητες σε αυτά. Και είναι γεγονός ότι οι γενικές προβλέψεις δεν επηρεάζονται από τα συνεπαγόμενα κέρδη της οικονομικής αγοράς. Τα αποτελέσματα μπορούν να μοντελοποιηθούν μαθηματικά/στατιστικά π.χ. λαμβάνοντας υπόψη την πιθανή μεταβλητότητα εντός ενός σεναρίου, καθώς και διατυπώνοντας πιθανές σχέσεις μεταξύ των σεναρίων. Σε γενικές γραμμές, θα πρέπει η εκχώρηση πιθανοτήτων σε διαφορετικά σενάρια να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή, καθώς αυτό θα μπορούσε να

προκαλέσει την τάση να λαμβάνεται υπόψη μόνο το σενάριο με την υψηλότερη πιθανότητα.

Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα μπορούν να προχωρήσουν την ανάλυση περαιτέρω συσχετίζοντας τα στοιχεία του ενεργητικού που προκύπτουν από τους ανωτέρω υπολογισμούς με την κατανομή των στοιχείων του ενεργητικού της εταιρείας. Με αυτόν τον τρόπο το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα επιδιώκει να ελέγχει το δικό του επιχειρηματικό κίνδυνο και όχι τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου του πελάτη.

### **3.3.3 Γεω-πολιτικές εφαρμογές**

Στην πολιτική ή την γεω-πολιτική, η σεναριακή ανάλυση περιλαμβάνει την μοντελοποίηση των πιθανών εναλλακτικών διαδρομών ενός κοινωνικού ή πολιτικού περιβάλλοντος και, ενδεχομένως, των διπλωματικών και πολεμικών κινδύνων. Για παράδειγμα, στον πρόσφατο πόλεμο στο Ιράκ, το Πεντάγωνο είχε να μοντελοποιήσει εναλλακτικές πιθανότητες που είναι δυνατόν να προκύψουν κατά την εμπόλεμη κατάσταση και είχε να προγραμματίσει ανάλογα την θέση του υλικού και των στρατευμάτων. Η δυσκολία αυτής της πρόβλεψης τονίζεται σε αυτή την περίπτωση από το γεγονός ότι αναμφισβήτητα το Πεντάγωνο απέτυχε να προβλέψει την ανομία και την ανασφάλεια της μεταπολεμικής κατάστασης και το επίπεδο της εχθρότητας έναντι των δυνάμεων κατοχής.

### **3.3.4 Παραδοσιακή κριτική**

Ενώ υπάρχει χρησιμότητα στην στάθμιση των υποθέσεων και στην διακλάδωση πιθανών αποτελεσμάτων που προκύπτουν από αυτές, η εμπιστοσύνη στην σεναριακή ανάλυση, χωρίς κάποια ανάλυση των παραμέτρων μέτρησης της ακρίβειας (τυπικά σφάλματα, διαστήματα εμπιστοσύνης των προβλέψεων, μεταδεδομένα, τυποποίηση και κωδικοποίηση, στάθμιση για μη απόκριση, λάθος στην αναφορά, σχεδιασμός του δείγματος, μέτρηση περιπτώσεων, κ.λπ.), δεν μπορεί να αντικαταστήσει αυτήν της παραδοσιακής πρόβλεψης. Ειδικά σε σύνθετα προβλήματα, παράγοντες και υποθέσεις δεν συσχετίζονται με αδιάρρηκτο τρόπο. Μόλις μια συγκεκριμένη ευαισθησία είναι απροσδιόριστη, το σύνολο της μελέτης μπορεί να οδηγηθεί σε αμφισβήτηση.

Είναι λανθασμένη λογική να θεωρούμε, όταν κρίνουμε τα αποτελέσματα, ότι η καλύτερη περίπτωση θα αποτρέψει την ανάγκη για αισθησιαρχία. Από την άποψη αυτή, η σεναριακή ανάλυση προσπαθεί να αναβάλλει την ανάλυση των στατιστικών νόμων (π.χ. νόμος του Chebyshev), επειδή οι κανόνες απόφασης συμβαίνουν έξω από ένα περιορισμένο σύνολο. Τα αποτελέσματα δεν επιτρέπεται απλώς να 'συμβούν'. Μάλλον,

θα είναι υποχρεωμένα να συμμορφώνονται με αυθαίρετες υποθέσεις εκ των υστέρων και, κατά συνέπεια, δεν υπάρχει βάση επί της οποίας θα τεθούν οι αναμενόμενες τιμές. Στην πραγματικότητα, δεν υπάρχουν εκ των προτέρων αναμενόμενες τιμές, μόνο υποθέσεις, και ενυπάρχει πάντα μια αμφιβολία σχετικά με το ρόλο των μοντέλων και των δεδομένων απόφασης. Με λίγα λόγια, οι συγκρίσεις των σεναρίων με τα αποτελέσματα είναι μεροληπτική καθώς δεν αναφέρονται στα δεδομένα. Αυτό μπορεί να είναι βολικό, αλλά είναι απαράδεκτο.

Η σεναριακή ανάλυση δεν μπορεί να υποκαθιστά την πλήρη και τεκμηριωμένη έκθεση της έρευνας σφαλμάτων σε οικονομικές μελέτες. Στην παραδοσιακή πρόβλεψη, με δεδομένα τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν για την μοντελοποίηση του προβλήματος, με αιτιολογημένη προδιαγραφή και τεχνική, ένας αναλυτής μπορεί να εκθέσει, μέσα σε ένα ορισμένο ποσοστό στατιστικού σφάλματος, την πιθανότητα ένας συντελεστής να βρίσκεται εντός ορισμένου αριθμητικού διαστήματος. Αυτή η ακρίβεια δεν χρειάζεται να έρχεται σε βάρος της πολύ αναλυτικής δήλωσης των υποθέσεων. Το λογισμικό R, και συγκεκριμένα η ενότητα "WhatIf" (βλέπε επίσης και Matchit Zelig) έχει αναπτυχθεί για την αιτιώδη συνάφεια, και για να αξιολογήσει τις αντιπαραθέσεις. Το εν λόγω πρόγραμμα έχει αρκετά εξελιγμένες θεραπείες για τον προσδιορισμό των εξαρτήσεων του μοντέλου, έτσι ώστε να διατυπώσει με ακρίβεια πόσο ευαίσθητα είναι τα αποτελέσματα για μοντέλα που δεν βασίζονται σε εμπειρικές αποδείξεις.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

### **ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ 'ΒΑΣΗΣ' ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ**

## 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η άρση των ελέγχων της βιομηχανίας παροχής υπηρεσιών, κατέστησε δυνατό για τους βιομηχανικούς και τους οικιακούς καταναλωτές ηλεκτρικών και θερμικών φορτίων, να εξετάσουν το ενδεχόμενο εγκατάστασης μίας τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής λόγω ενεργειακής οικονομίας και αξιοπιστίας λειτουργίας.

Γενικά οι τεχνολογίες συμπαραγωγής μπορούν να ταξινομηθούν σε συστήματα 'βάσης' και συστήματα 'κορυφής'. Πρωταρχικός σκοπός της τεχνολογίας συμπαραγωγής 'βάσης' είναι η ικανοποίηση των τοπικών θερμικών φορτίων, με το πλεόνασμα να χρησιμοποιείται για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Η τεχνολογία συμπαραγωγής 'κορυφής', ικανοποιεί πρώτα τις ανάγκες σε ηλεκτρική ενέργεια, με την πλεονάζουσα θερμότητα, διαθέσιμη από τις βιομηχανικές διαδικασίες, να χρησιμοποιείται για την κάλυψη των θερμικών αναγκών. Η εγκατάσταση θα μπορούσε να λειτουργήσει παράλληλα με έναν πάροχο ή δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας έτσι ώστε να διασφαλιστεί η αξιοπιστία της παροχής της ηλεκτρικής ενέργειας και να ελαχιστοποιηθεί το λειτουργικό κόστος (ή να μεγιστοποιηθεί το κέρδος) σύμφωνα με τις ισχύουσες τιμές ενέργειας την δεδομένη χρονική περίοδο.

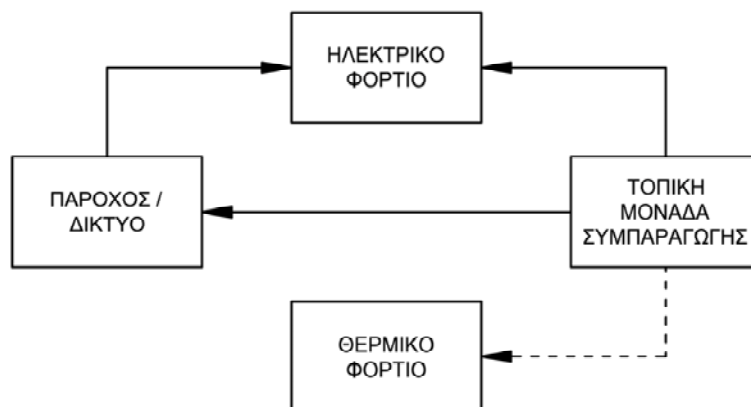
Όταν υπάρχει πλεόνασμα της τοπικής παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, ανάλογα με το τοπικό κόστος παραγωγής και την τιμή αγοράς της ενέργειας από τον πάροχο ή την ελεύθερη αγορά ενέργειας, τότε αυτό μπορεί να αποφέρει κέρδη. Όταν όμως δεν υπάρχει αρκετή παραγωγή να καλύψει τις τοπικές ανάγκες σε ηλεκτρική ενέργεια, ο καταναλωτής μπορεί να αγοράσει ενέργεια από τον πάροχο. Οι τεχνολογικές εξελίξεις κατέστησαν δυνατή την αυτοματοποίηση τέτοιων διαδικασιών χωρίς υψηλό αρχικό κεφάλαιο και χαμηλά λειτουργικά κόστη.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται ένα στοχαστικό μοντέλο για τον καθορισμό της βέλτιστης λειτουργίας μίας τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής βάσης σε παράλληλη λειτουργία με έναν πάροχο ηλεκτρικής ενέργειας κάτω από τις ισχύουσες τιμές πώλησης της ενέργειας την εξεταζόμενη χρονική περίοδο. Είναι βασισμένη στο στοχαστικό μοντέλο κόστους παραγωγής ισχύος όπου τα ηλεκτρικά και θερμικά φορτία θεωρείται ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή Gauss (βλ. Παράρτημα 4.1.1). Στην κανονική κατανομή Gauss τα φορτία εξαρτώνται από την μέγιστη και ελάχιστη τιμή τους. Η εγκατάσταση συμπαραγωγής και ο πάροχος, μοντελοποιούνται έτσι ώστε να συμπεριφέρονται σύμφωνα με την διωνυμική κατανομή (βλ. Παράρτημα 4.1.2) της διαθεσιμότητας των εγκαταστάσεων.

## 4.2 ΣΥΣΤΗΜΑ ΧΡΗΣΤΗ & ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

Τα συστήματα χρήστη που πραγματεύεται αυτή η εργασία αποτελούνται από μία τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής 'βάσης' και έναν ανεξάρτητο πάροχο. Η εγκατεστημένη ισχύς της εγκατάστασης, θεωρείται ότι είναι ικανή να καλύψει τις τοπικές ανάγκες σε θερμικά φορτία με την απαιτούμενη αξιοπιστία.

Στο Σχήμα -4.1- που ακολουθεί φαίνεται σχηματικά η ηλεκτρική (συνεχείς γραμμές) και η θερμική (διακεκομμένες γραμμές) ροή φορτίου στο σύστημα χρήστη. Το θερμικό φορτίο σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή ικανοποιείται από την τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής ενώ το ηλεκτρικό φορτίο ικανοποιείται από την τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής ή/και από τον πάροχο. Οποιοδήποτε πλεόνασμα ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται από την τοπική εγκατάσταση, μπορεί να πωληθεί στον ανεξάρτητο πάροχο εάν η τιμή πώλησης στον πάροχο είναι μεγαλύτερη από το τοπικό κόστος παραγωγής.



**Διάγραμμα -4.1- Ηλεκτρική και θερμική ροή φορτίου**

Το μοντέλο χρησιμοποιεί την αναλογία Ηλεκτρικής Ενέργειας - Ατμού (Electricity - to - Steam Ratio), E/S, για να καθορίσει την βέλτιστη ηλεκτρική παραγωγή σε μία δεδομένη χρονική περίοδο. Η E/S αναλογία σε κάθε χρονική περίοδο ποικίλει κατά την διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης μεταξύ των χαμηλότερων και ανώτερων ορίων της, τα οποία είναι τοπικά εξαρτώμενα.

### 4.3 ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ

Σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο, η τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής είναι η μοναδική που παρέχει θερμική ενέργεια για την κάλυψη των θερμικών φορτίων. Κατά συνέπεια, η βέλτιστη λειτουργία του συστήματος χρήστη, σε κάθε χρονική περίοδο, καθορίζεται από την βέλτιστη κατανομή ηλεκτρικού φορτίου μεταξύ μονάδας συμπαραγωγής ή/και παρόχου συγκρίνοντας τις ισχύουσες τιμές αγοράς και πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας την εξεταζόμενη χρονική περίοδο και από την εύρεση της βέλτιστης E/S αναλογίας κάθε χρονική περίοδο. Η εξίσωση ισχύος του στοχαστικού μοντέλου κόστους παραγωγής ισχύος χρησιμοποιείται για την εύρεση της θερμικής και ηλεκτρικής ισχύος κάθε χρονική περίοδο. Το συνολικό λειτουργικό κόστος κατά την διάρκεια μιας δεδομένης περιόδου προκύπτει από το σύνολο των ενεργειακών δαπανών των επί μέρους χρονικών στιγμών.

Σε μια δεδομένη χρονική περίοδο, κατά την διάρκεια της φόρτωσης των τοπικών εγκαταστάσεων συμπαραγωγής και του παρόχου για την κάλυψη του ηλεκτρικού φορτίου, το επιθυμητό επίπεδο της μη εξυπηρετούμενης ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιείται ως περιορισμός αξιοπιστίας για την εύρεση της βέλτιστης αναλογίας E/S και της ποσότητας ενέργειας προς αγορά από τον πάροχο, εάν χρειάζεται. Η μη εξυπηρετούμενες ενέργειες για την κάλυψη ηλεκτρικών και θερμικών φορτίων θεωρούνται επίσης ως μέτρο αξιοπιστίας του συστήματος.

Ακολουθούν τρεις πιθανές περιπτώσεις σε κάθε χρονική περίοδο σχετικά με την κάλυψη του ηλεκτρικού φορτίου, δεδομένου ότι:

$s_t$  = Τιμή Πώλησης Ενέργειας στον Πάροχο ή στο Ηλεκτρικό Δίκτυο (€/MWh)

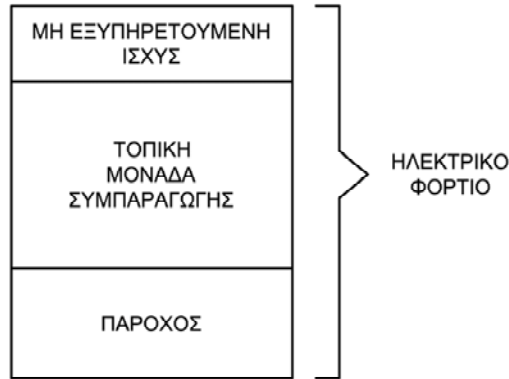
$q_t$  = Τιμή Αγοράς Ενέργειας από τον Πάροχο (€/MWh)

$r_t$  = Τοπικό Κόστος Μονάδας Συμπαραγωγής Βασιζόμενο στην Ηλεκτρική Παραγωγή (€/MWh)

#### 4.3.1 Τιμή αγοράς ενέργειας από τον πάροχο < τοπικό κόστος μονάδας συμπαραγωγής ( $q_t < r_t$ )

Καθώς η ενέργεια που αγοράζεται από τον πάροχο είναι φθηνότερη από την ενέργεια που παράγεται από την τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής, η βέλτιστη αναλογία E/S είναι ίση με το χαμηλότερο όριό της. Ο πάροχος καλύπτει τις ανάγκες σε ηλεκτρικό φορτίο μέχρι το συμβατικό ποσό. Στο Σχήμα -4.2- που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα, απεικονίζεται η φόρτιση της τοπικής μονάδας συμπαραγωγής για την ικανοποίηση της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας σε μία χρονική περίοδο  $t$ . Η εξίσωση ισχύος του

στοχαστικού μοντέλου κόστους παραγωγής ισχύος υπολογίζει τις απαιτούμενες ισχύεις από τον πάροχο και την τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής για την ικανοποίηση της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας.



**Διάγραμμα -4.2- Φόρτωση της τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής σε χρονική περίοδο  $t$  για την ικανοποίηση των ηλεκτρικών φορτίων**

Στην περίπτωση που η τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής έχει την ελάχιστη ηλεκτρική παραγωγή, αυτό το ελάχιστο μπορεί να φορτωθεί πριν τον πάροχο. Στην περίπτωση που  $q_t = r_t$  ο πάροχος θα φορτωθεί πρώτα για να βελτιώσει την αξιοπιστία του συστήματος. Σε αυτή την χρονική περίοδο, δεν υπάρχει καμία ανάγκη να έχουμε σπατάλη θερμικής ενέργειας για την παραγωγή περισσότερης ηλεκτρικής ενέργειας.

Το κόστος ενέργειας σε χρονική περίοδο  $t$  δίνεται από την σχέση:

$$EC_t = [P_{t1}q_t + P_{t2}r_t]\Delta_t \quad (4.1)$$

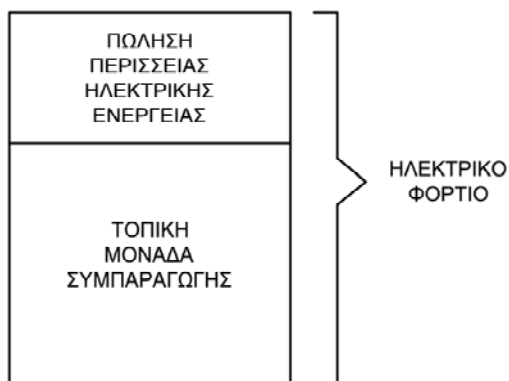
Όπου  $\Delta_t$  = Διάρκεια της χρονικής περιόδου  $t$

$P_{t1}\Delta_t$  = Ηλεκτρική ενέργεια που αγοράζεται από τον πάροχο (MWh)

$P_{t2}\Delta_t$  = Ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από τις τοπικές γεννήτριες (MWh)

### 4.3.2 Τιμή αγοράς ενέργειας από τον πάροχο > τοπικό κόστος μονάδας συμπαραγωγής ( $q_t > r_t$ ) & τιμή πώλησης ενέργειας στον πάροχο ή στο ηλεκτρικό δίκτυο > τοπικό κόστος μονάδας συμπαραγωγής ( $s_t > r_t$ )

Σε αυτήν την περίπτωση, είναι επιθυμητή η μέγιστη ηλεκτρική παραγωγή έτσι ώστε οποιαδήποτε περίσσεια ηλεκτρικής ενέργειας να μπορεί να πουληθεί στον πάροχο. Έτσι μπορεί να παραχθεί περίσσεια θερμική ενέργεια με αποτέλεσμα την παραγωγή περισσότερης ηλεκτρικής ενέργειας και μεγιστοποίηση της E/S αναλογίας. Το Σχήμα -4.3- απεικονίζει την φόρτωση της τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής και την πώληση της περίσσειας ηλεκτρικής ενέργειας στον πάροχο.



**Διάγραμμα -4.3-** Φόρτωση της τοπικής εγκατάστασης συμπαραγωγής σε χρονική περίοδο  $t$  για την ικανοποίηση των ηλεκτρικών φορτίων

Σε αυτήν την περίπτωση το λειτουργικό κόστος σε χρονική περίοδο  $t$ ,  $EC_t$ , δίνεται από την σχέση:

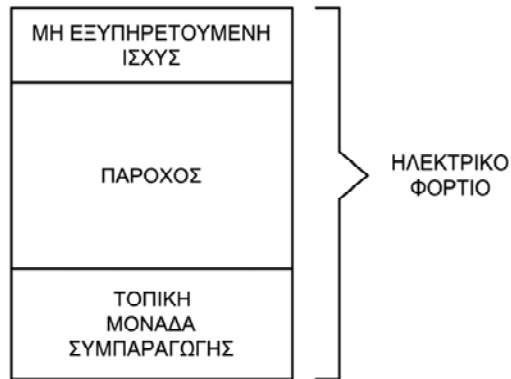
$$EC_t = [P_t r_t - (Y_t - L_t) s_t] \Delta_t \quad (4.2)$$

Όπου  $P_t \Delta_t$  = Ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από τις τοπικές γεννήτριες (MWh)

$Y_t$  = Διαθέσιμη χωρητικότητα τοπικής παραγωγής (MW)

$(Y_t - L_t) \Delta_t$  = Ηλεκτρική ενέργεια που πωλείται στον πάροχο ή στο δίκτυο (MWh)

Στην περίπτωση που η τοπική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι ικανή να ικανοποιήσει την ηλεκτρική ζήτηση, θα αγοραστεί ηλεκτρική ενέργεια από τον πάροχο, όπως φαίνεται στο Σχήμα -4.4- που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα.



**Διάγραμμα -4.4- Φόρτωση της Τοπικής Εγκατάστασης Συμπαγωγής σε Χρονική Περίοδο t για την Ικανοποίηση των Ηλεκτρικών Φορτίων**

Στην περίπτωση αυτή, το λειτουργικό κόστος σε χρονική περίοδο t,  $EC_t$ , δίνεται από την σχέση:

$$EC_t = [P_{t1} q_t + P_{t2} r_t] \Delta_t \quad (4.3)$$

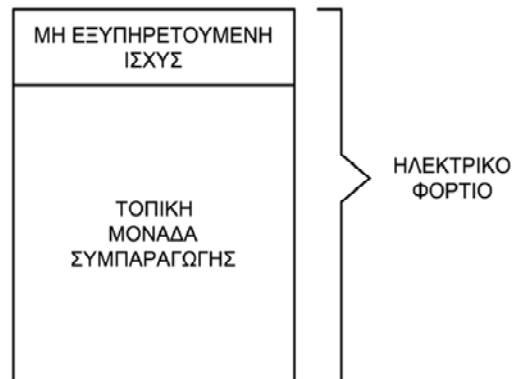
Όπου  $P_{t1} \Delta_t$  = Διαθέσιμη ηλεκτρική ενέργεια που αγοράζεται από τον πάροχο ή το δίκτυο (MWh)

$P_{t2} \Delta_t$  = Ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από τις τοπικές γεννήτριες (MWh)

**4.3.3 Τιμή αγοράς ενέργειας από τον πάροχο > τοπικό κόστος μονάδας συμπαγωγής ( $q_t > r_t$ ) & τιμή πώλησης ενέργειας στον πάροχο ή στο ηλεκτρικό δίκτυο < τοπικό κόστος μονάδας συμπαγωγής ( $s_t < r_t$ )**

Σε αυτή την περίπτωση επειδή δεν υπάρχει πώληση περίσσειας ενέργειας στον πάροχο, μία βέλτιστη τιμή της E/S αναλογίας που ικανοποιεί την ζήτηση του ηλεκτρικού φορτίου, μπορεί να βρεθεί με χρήση της μη εξυπηρετούμενης ενέργειας ως περιορισμό. Η φόρτωση των τοπικών μονάδων συμπαγωγής απεικονίζεται στο Σχήμα -4.5- στην επόμενη σελίδα. Περίσσεια θερμική ενέργεια μπορεί να παραχθεί για να αυξήσει την παραγομένη ηλεκτρική ισχύ προς ικανοποίηση της ζήτησης σε ηλεκτρική ενέργεια. Αν το κόστος διαχείρισης της περίσσειας θερμικής ενέργειας είναι σημαντικό, τότε μπορεί να ληφθεί υπ' όψιν στον υπολογισμό της βέλτιστης τιμής της E/S αναλογίας και της συνολικής ηλεκτρικής παραγωγής. Όταν η τοπική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι ικανή να καλύψει την ηλεκτρική ζήτηση, λαμβάνει χώρα αγορά ενέργειας από τον πάροχο. Σε αυτή την περίπτωση η σειρά φόρτωσης της τοπικής εγκατάστασης

συμπαγωγής και του παρόχου είναι αυτή που φαίνεται στο Σχήμα -4.4-, και το λειτουργικό κόστος δίνεται από την σχέση (4.3).



**Διάγραμμα -4.5- Φόρτωση της τοπικής εγκατάστασης συμπαγωγής σε χρονική περίοδο  $t$  για την ικανοποίηση των ηλεκτρικών φορτίων**

Το λειτουργικό κόστος σε χρονική περίοδο  $t$ ,  $EC_t$ , δίνεται από την σχέση:

$$EC_t = [P_{t1}r_t + P_{t2}q_t]\Delta_t \quad (4.4)$$

Όπου  $P_{t1}\Delta_t$  = Διαθέσιμη ηλεκτρική ενέργεια που αγοράζεται από τον πάροχο ή το δίκτυο (MWh)

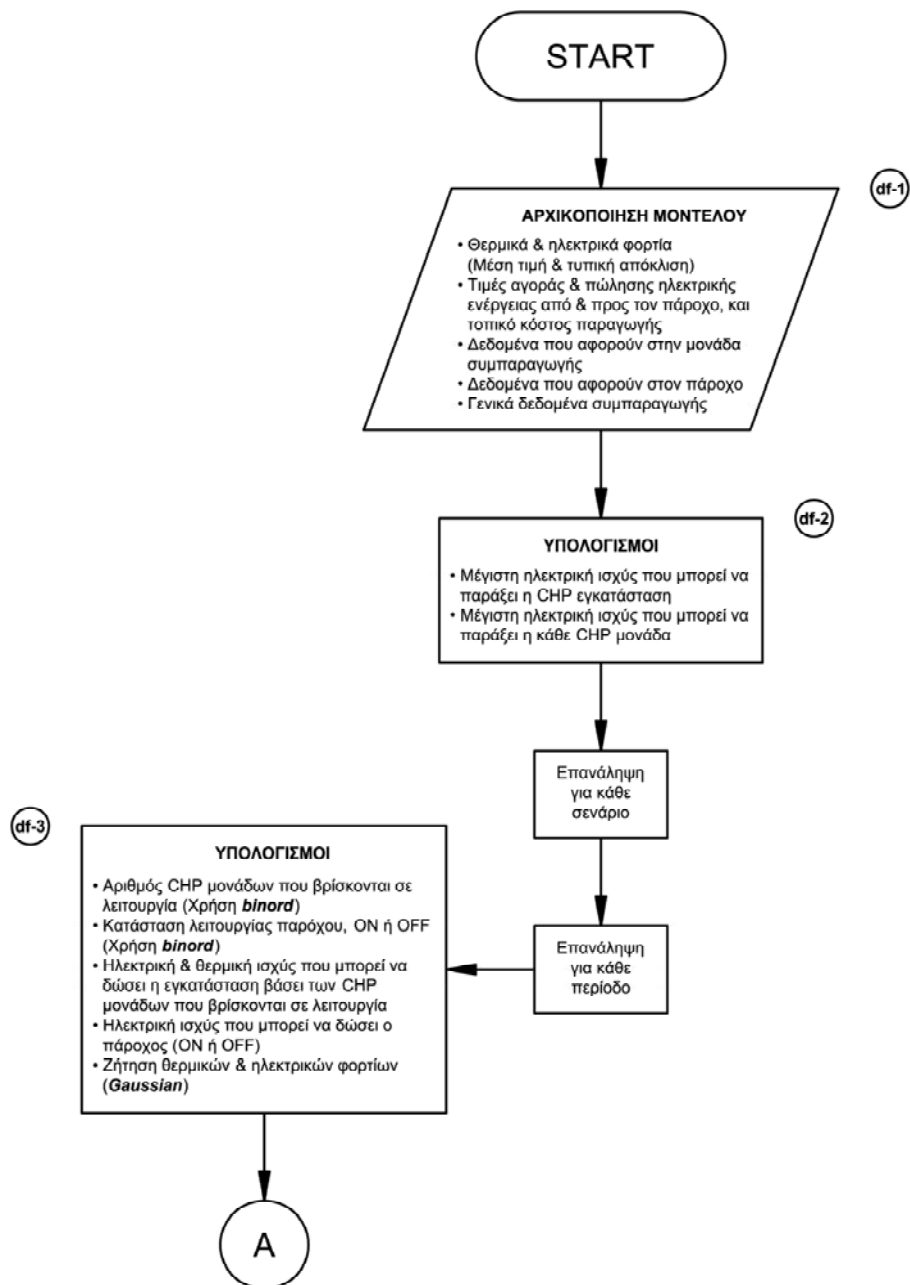
$P_{t2}\Delta_t$  = Ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από τις τοπικές γεννήτριες (MWh)



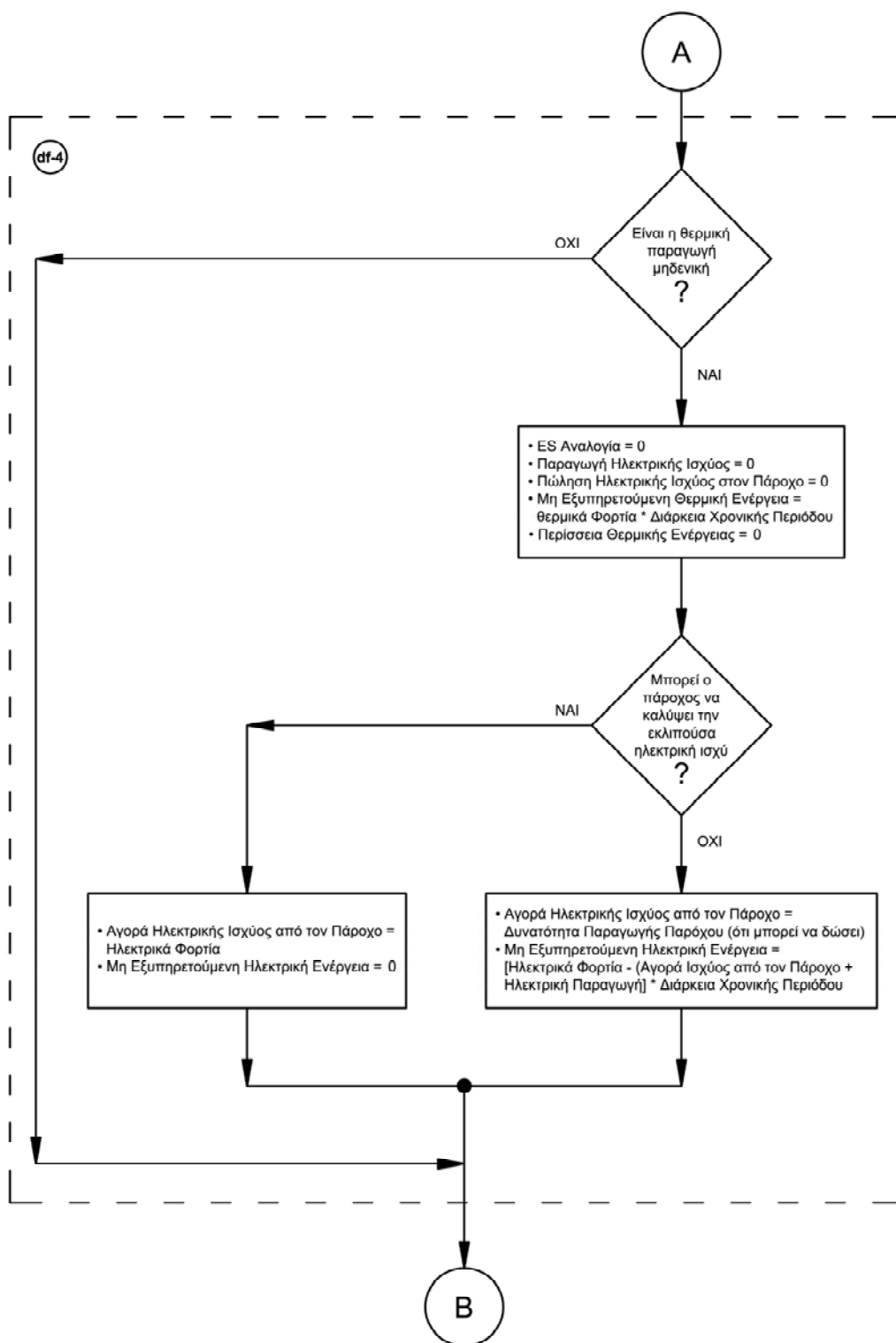
## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ 'ΒΑΣΗΣ' ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ**

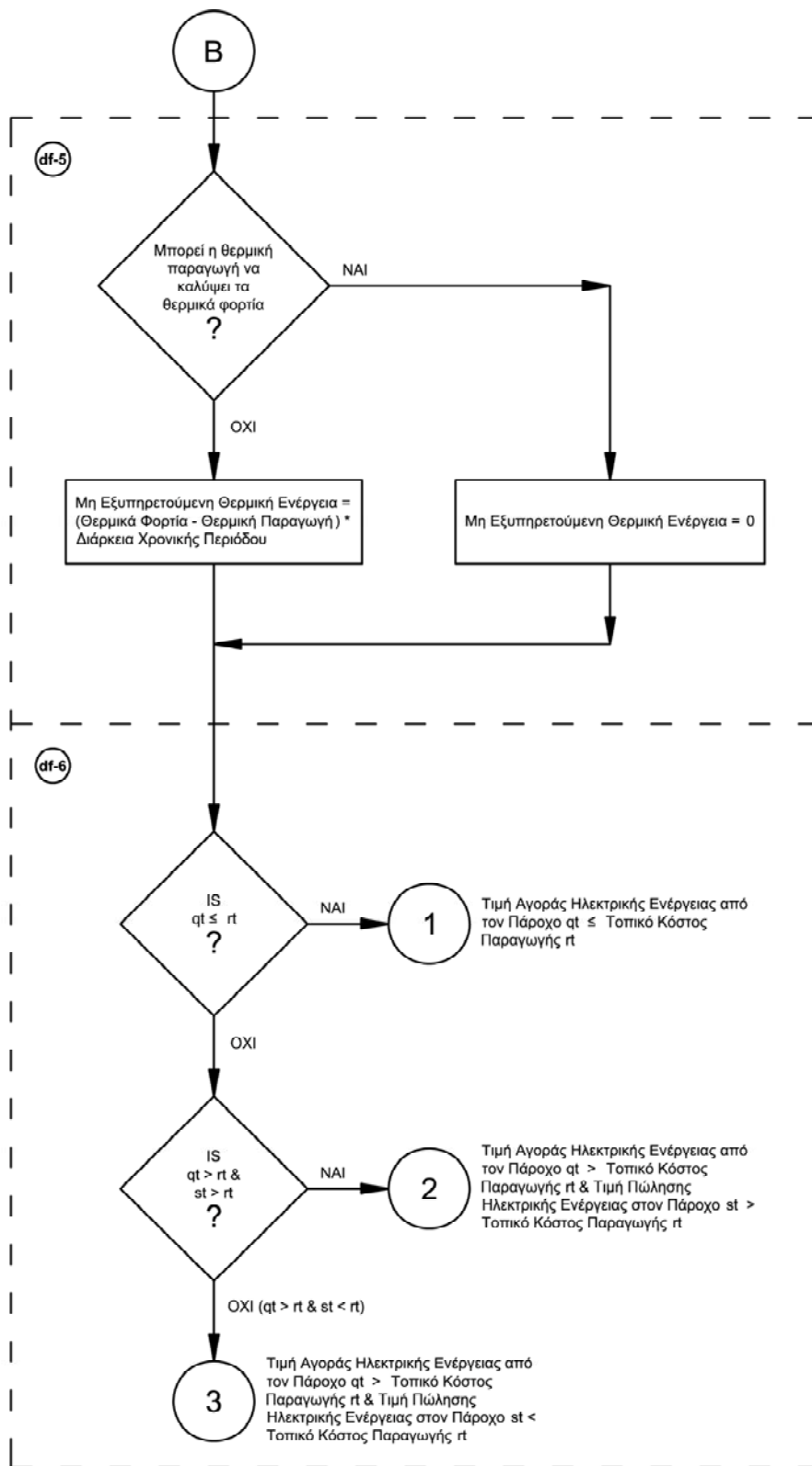
## 5.1 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ (DATA FLOW DIAGRAM)



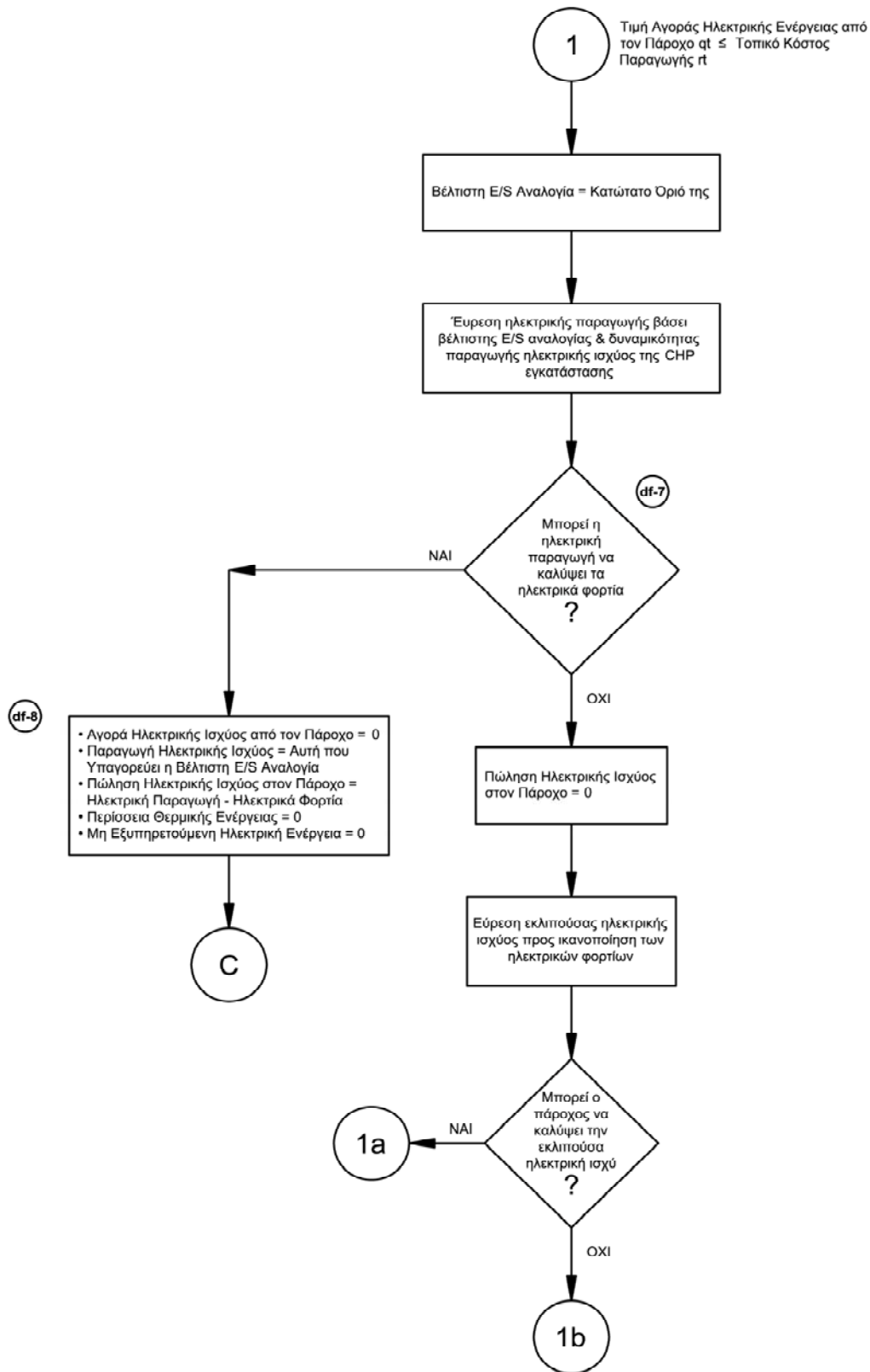
Διάγραμμα -5.1.α- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)



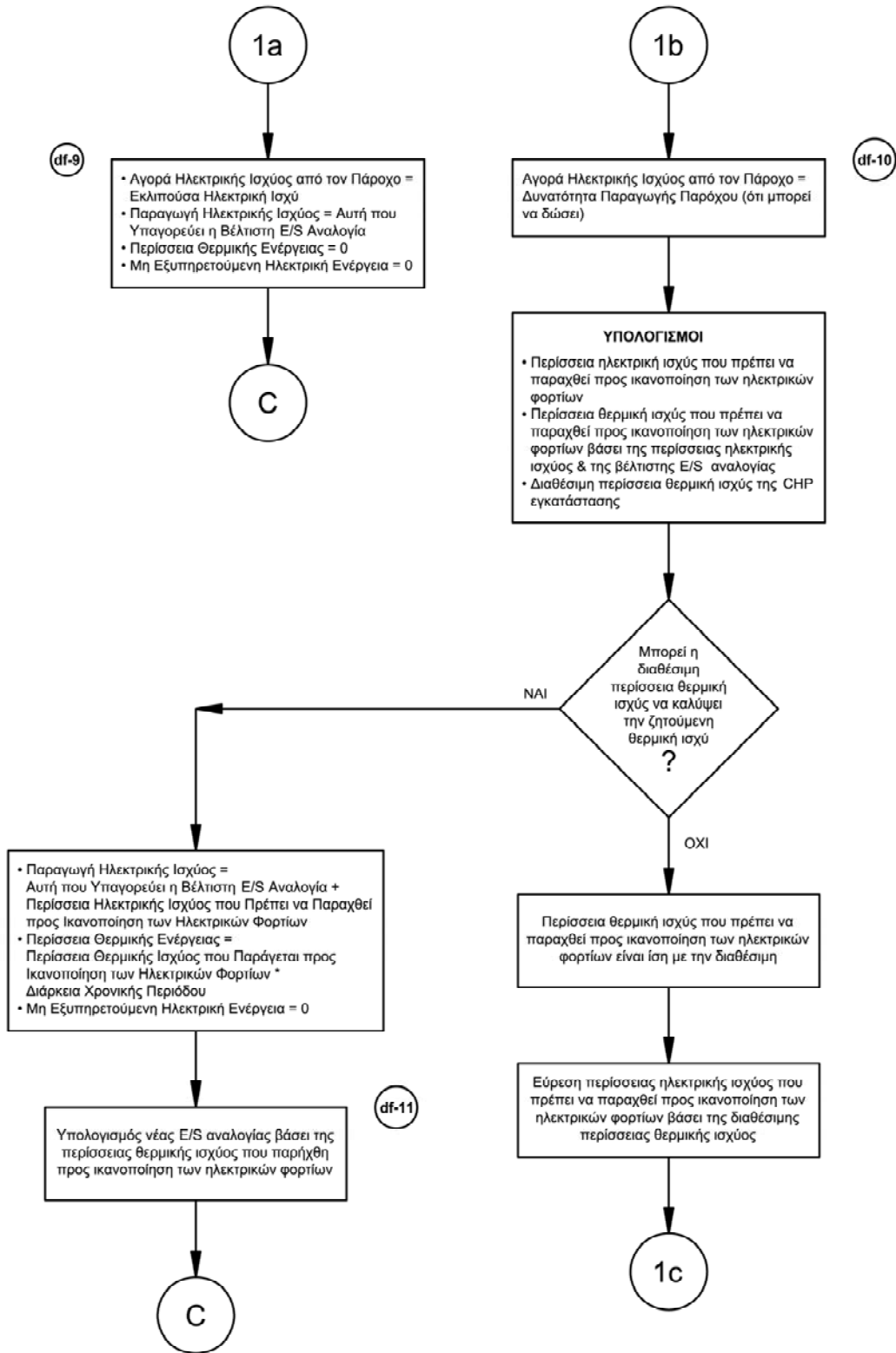
**Διάγραμμα -5.1.β- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



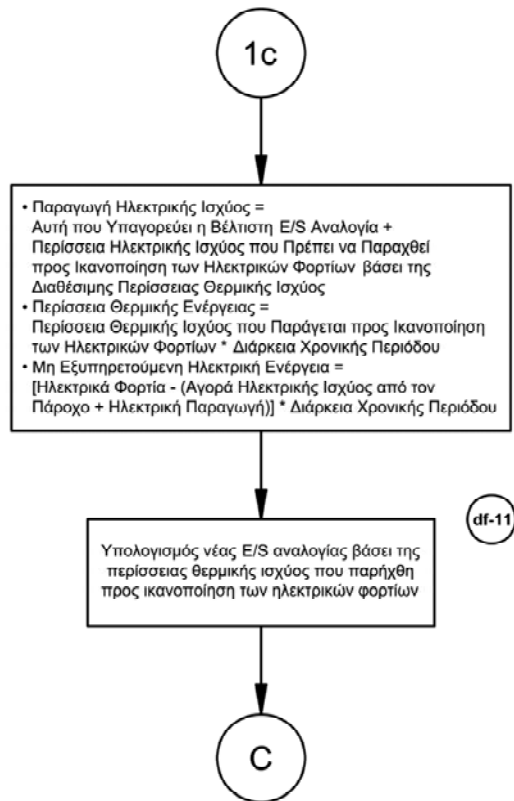
**Διάγραμμα -5.1.γ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



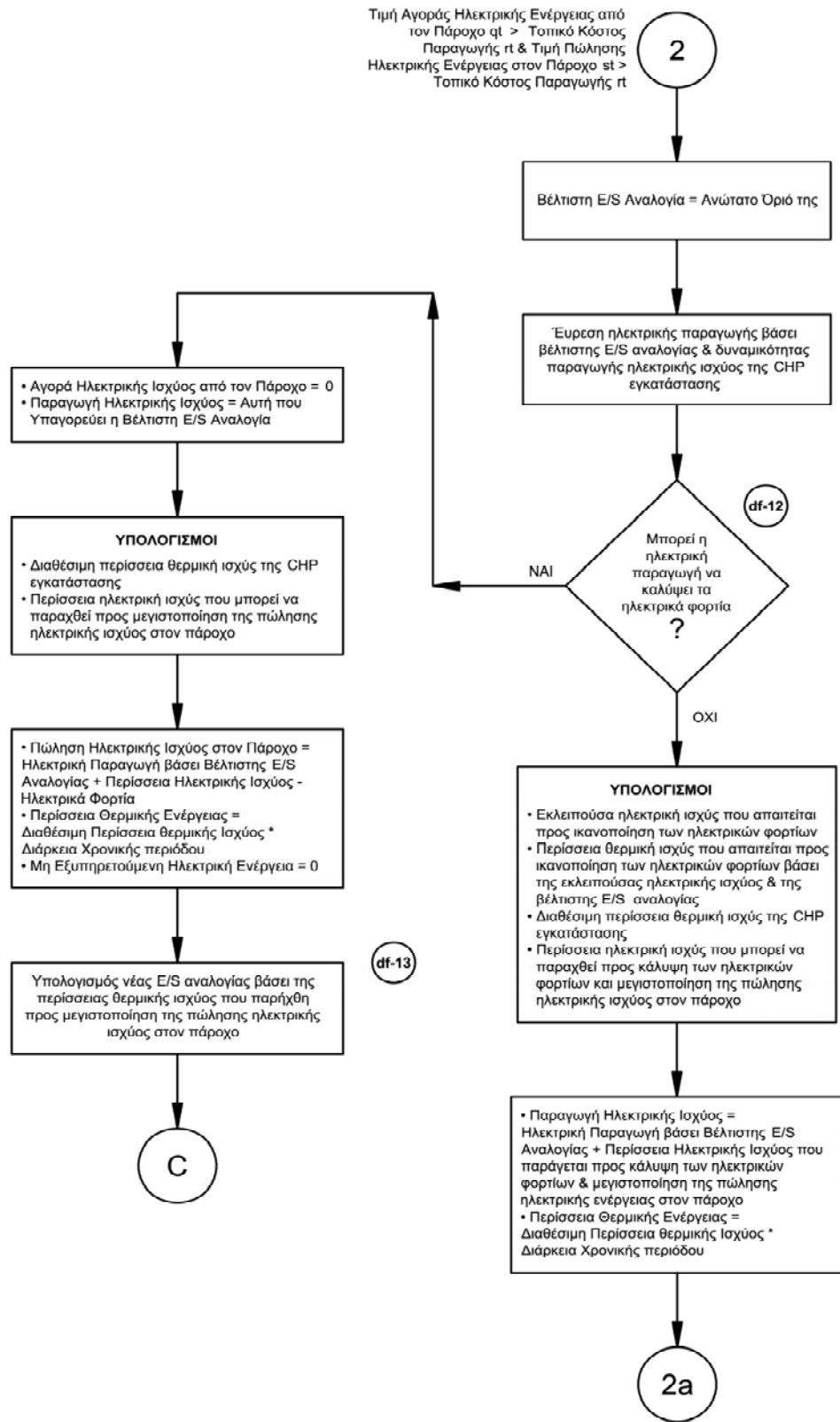
**Διάγραμμα -5.1.δ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



**Διάγραμμα -5.1.ε- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**

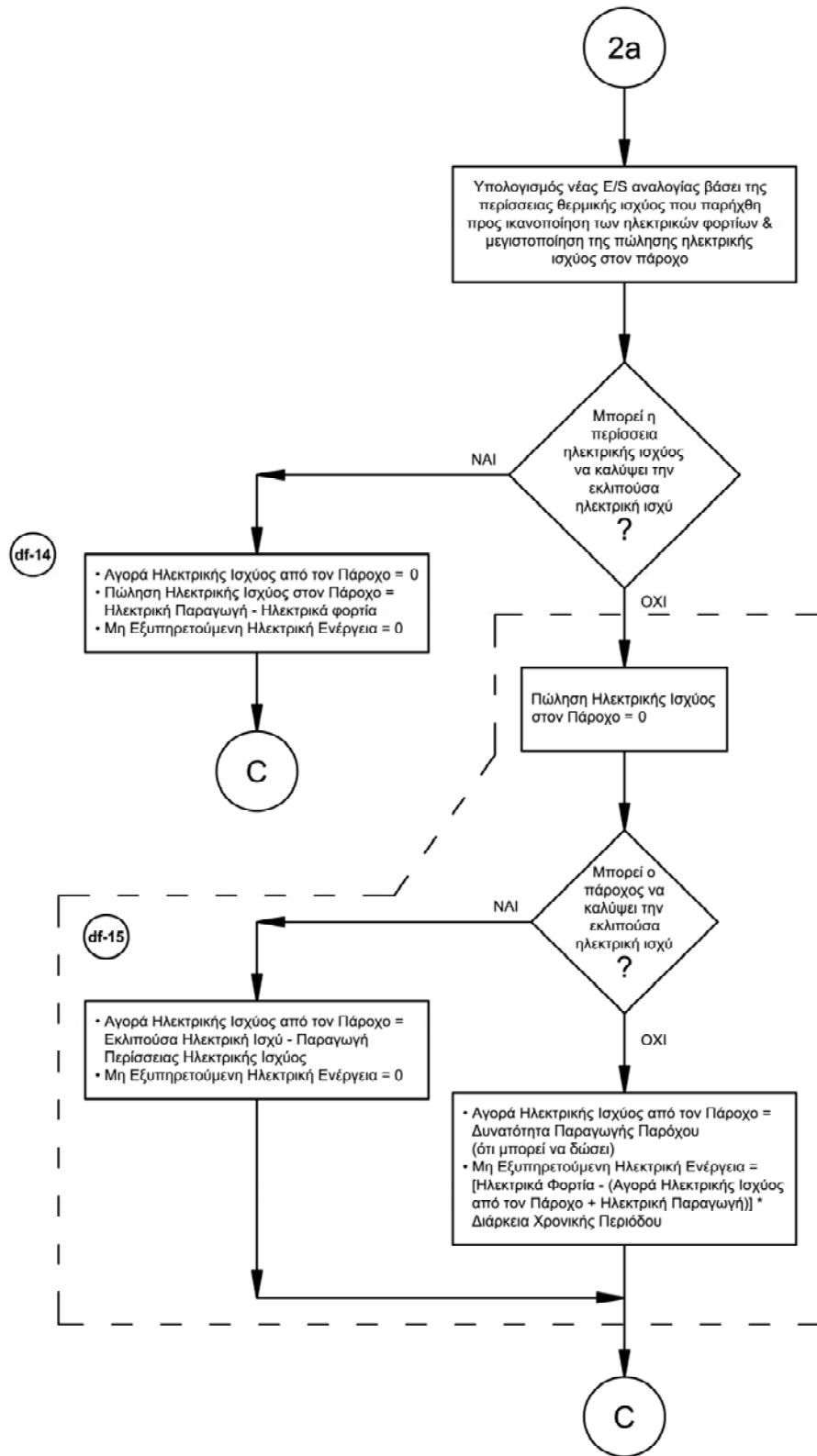


**Διάγραμμα -5.1.ζ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**

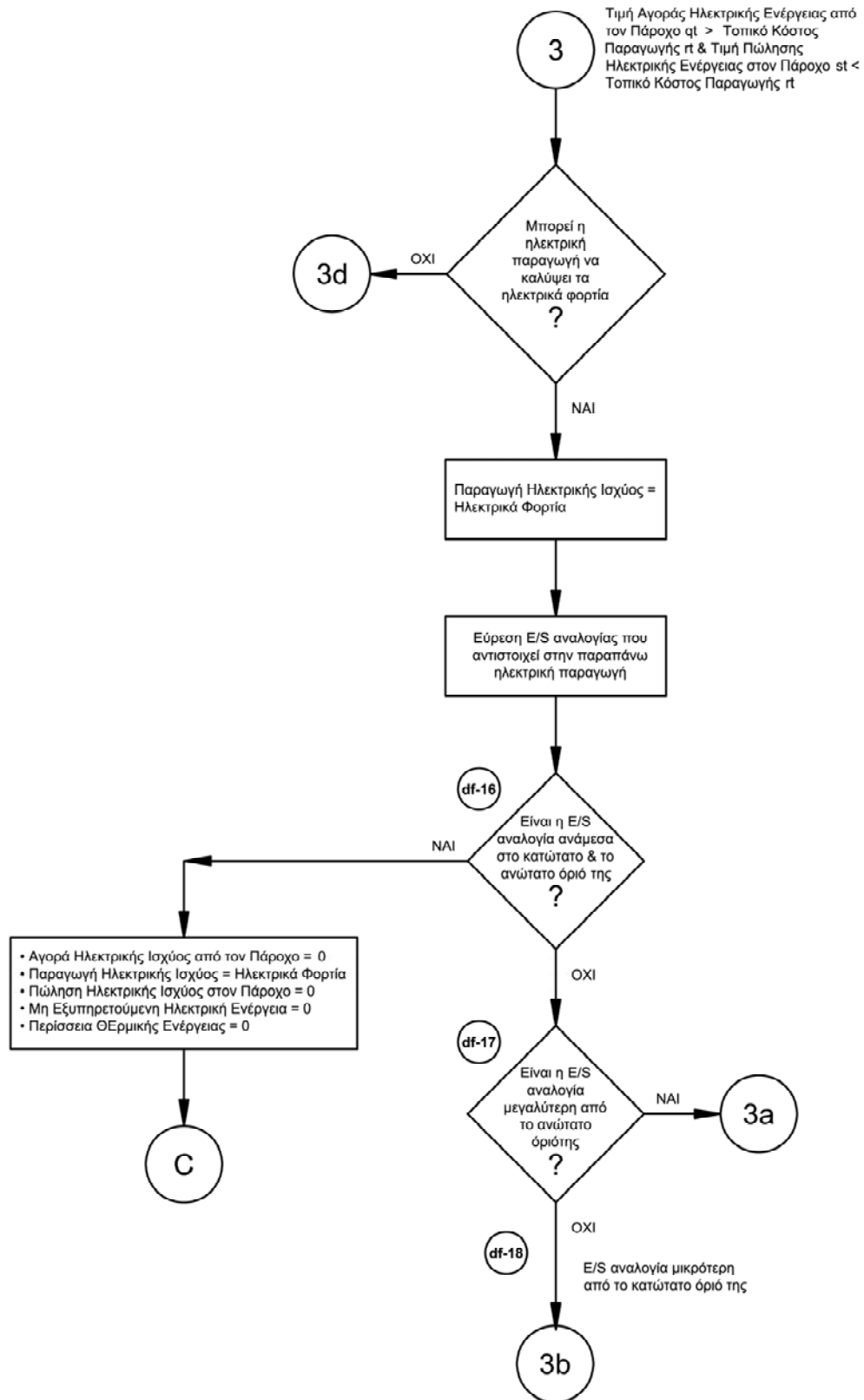


**Διάγραμμα -5.1.η- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**

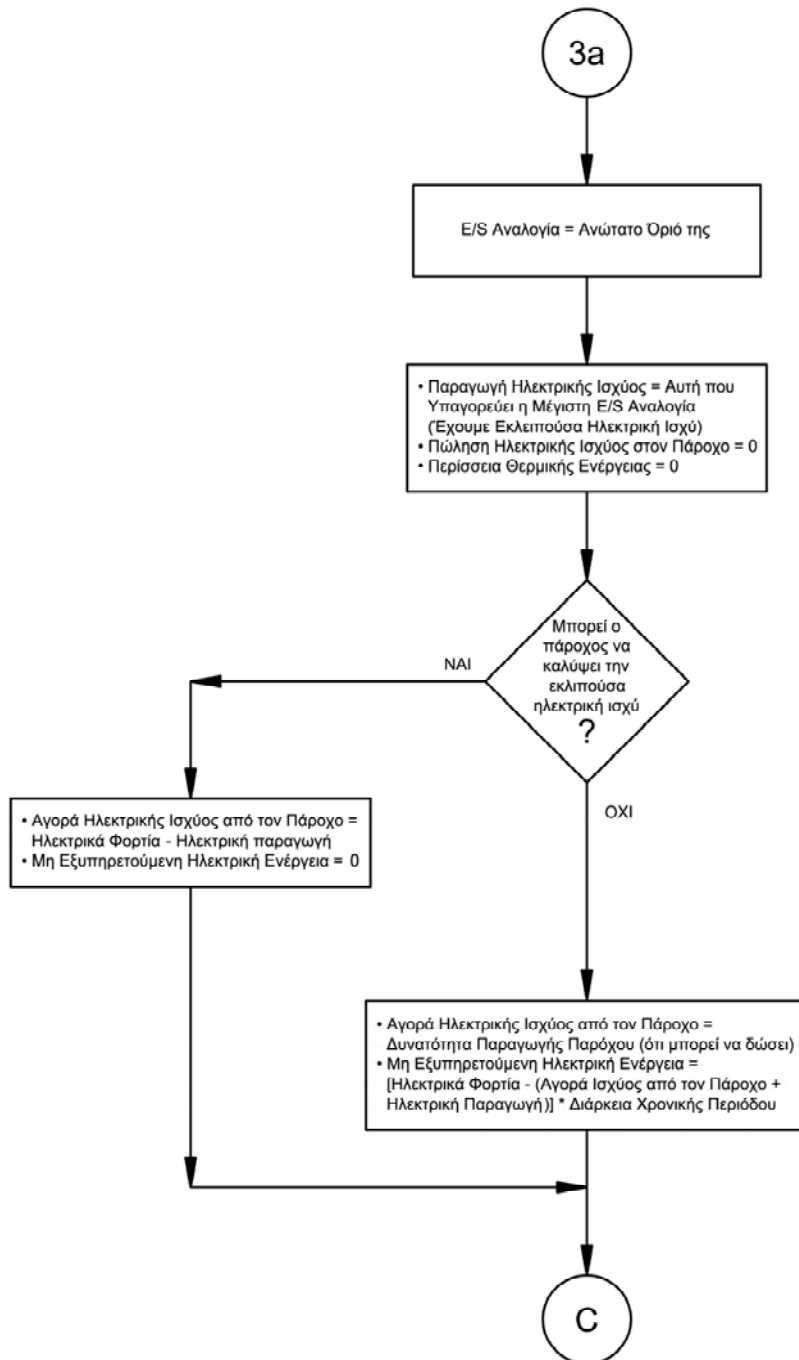




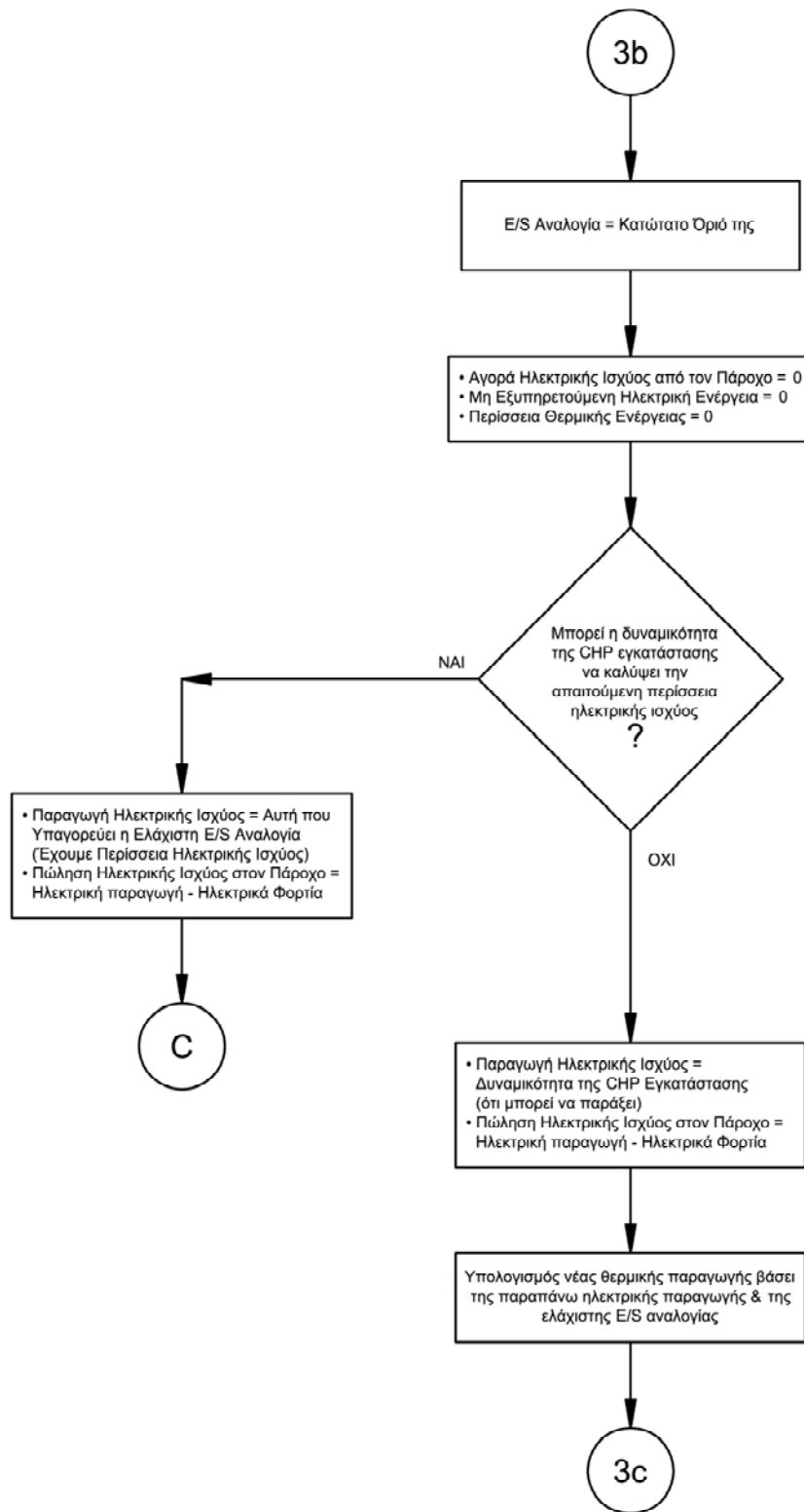
**Διάγραμμα -5.1.θ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



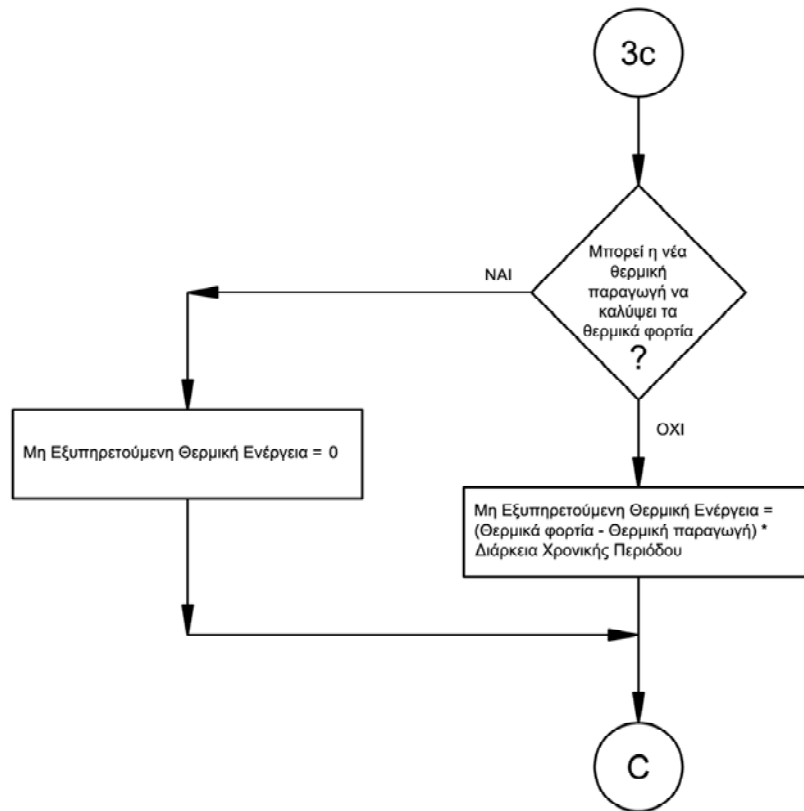
**Διάγραμμα -5.1.1- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



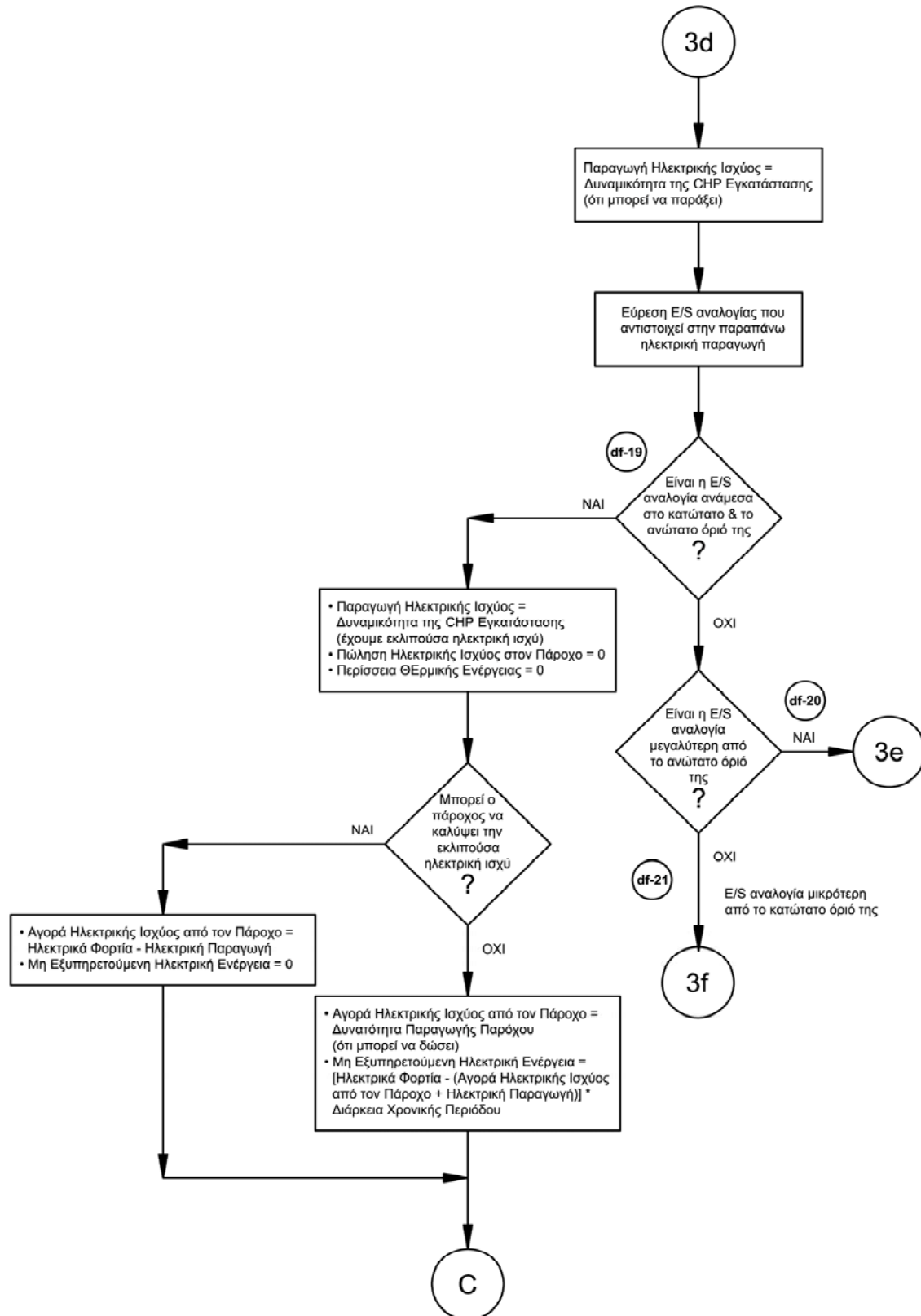
**Διάγραμμα -5.1.κ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



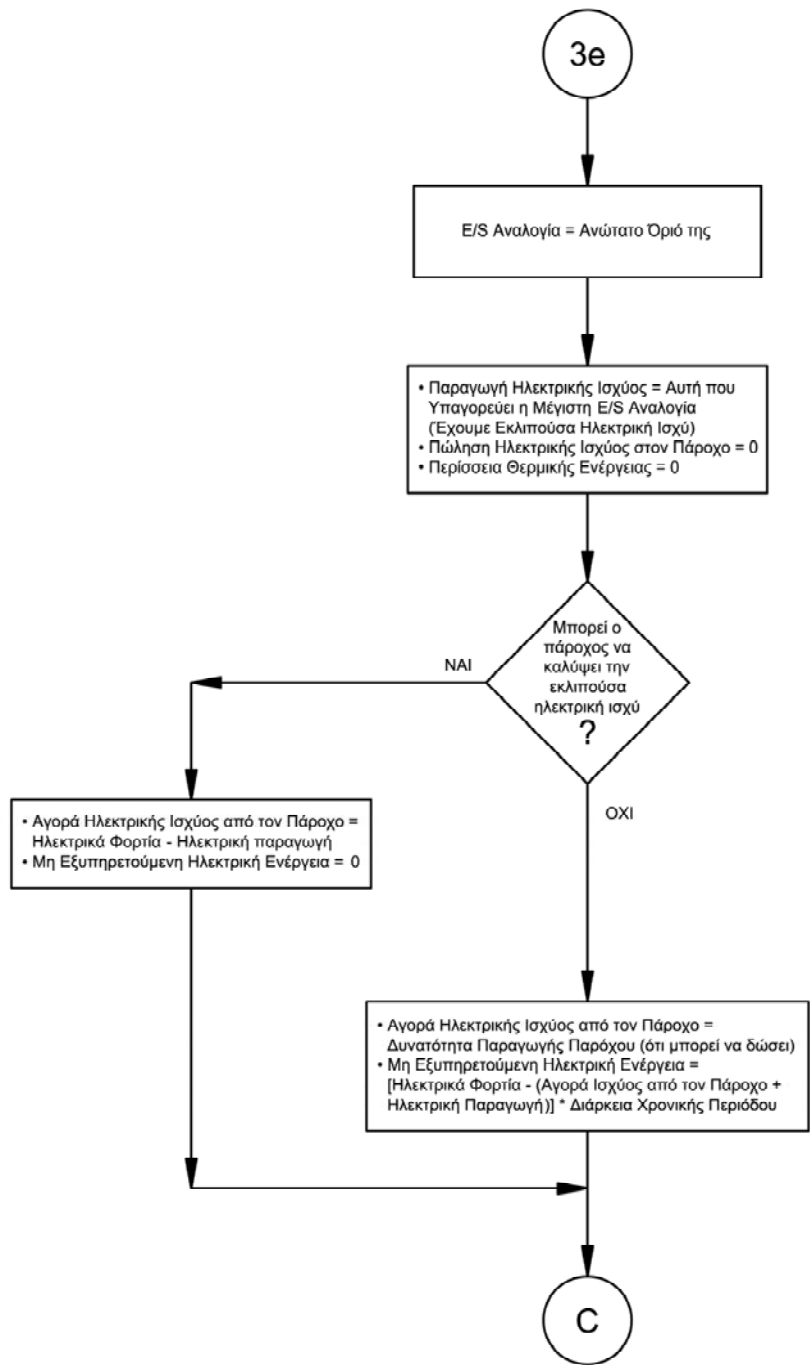
**Διάγραμμα -5.1.λ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



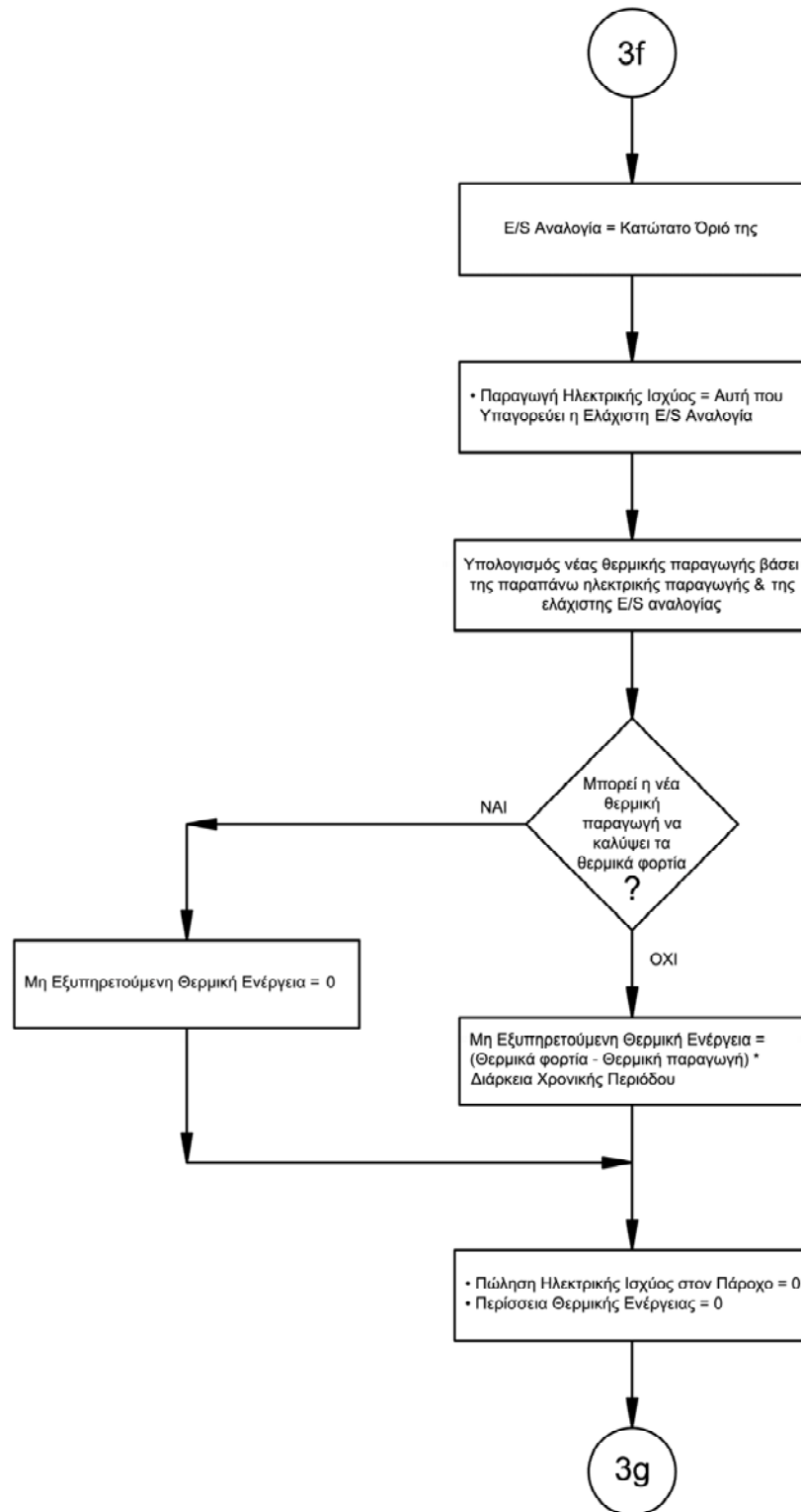
**Διάγραμμα -5.1.μ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



**Διάγραμμα -5.1.v- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**

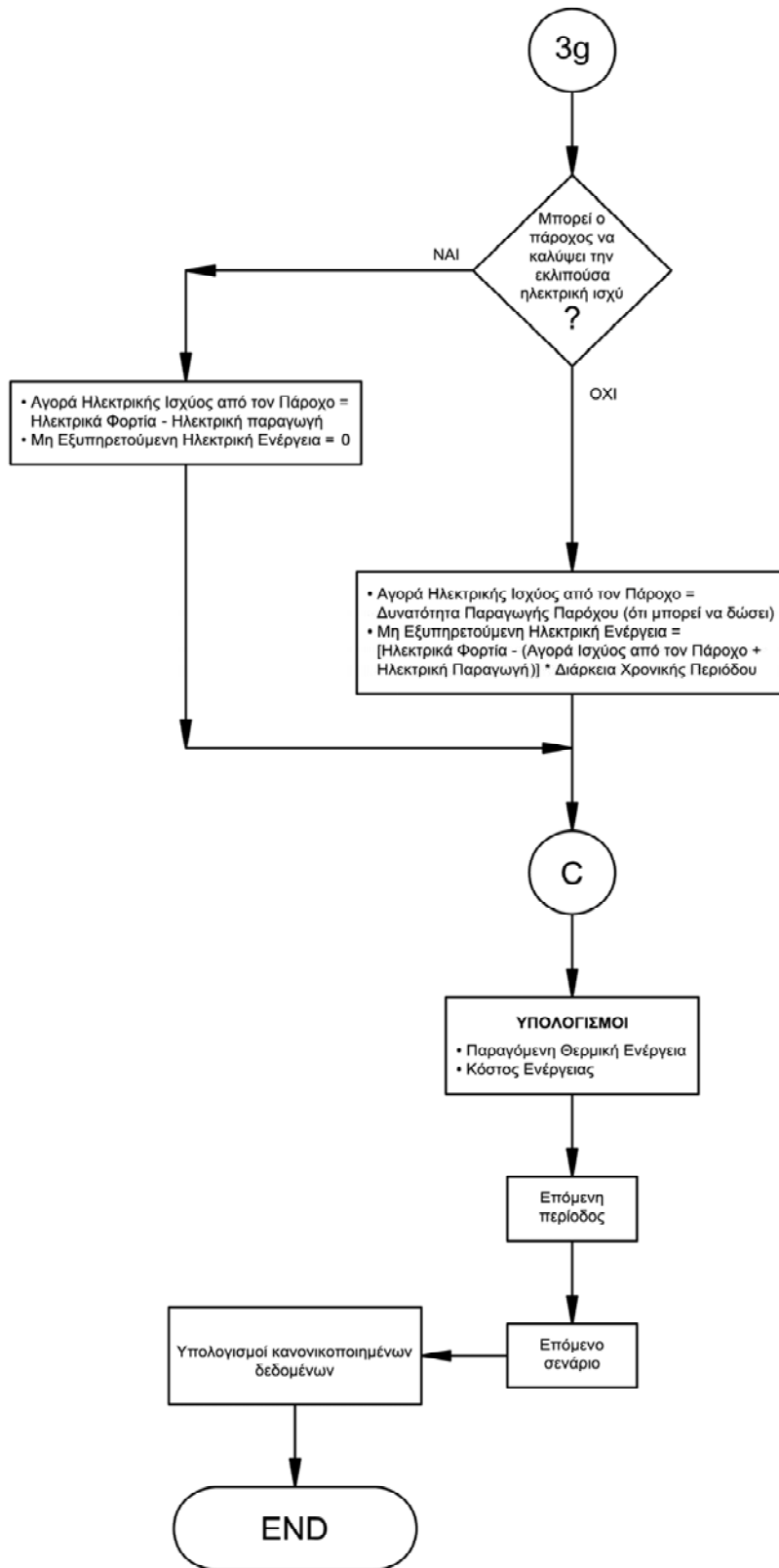


**Διάγραμμα -5.1.ξ- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**



**Διάγραμμα -5.1.ο- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**





**Διάγραμμα -5.1.π- Διάγραμμα ροής δεδομένων (Data flow diagram)**

## 5.2 ΚΩΔΙΚΑΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Ο κώδικας του προγράμματος παρατίθεται στο Παραρτήματα Β

## 5.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Αρχικά δηλώνονται τα διάφορα δεδομένα που χρησιμοποιεί το μοντέλο (βλ. διαδικασία *df-1* στο Data Flow Diagram) και τα οποία ομαδοποιούνται στις ακόλουθες κατηγορίες:

- **Δεδομένα θερμικών και ηλεκτρικών φορτίων, τοπικού κόστους παραγωγής και τιμών αγοράς και πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας από και προς τον πάροχο**

Τα δεδομένα δίνονται με την μορφή πινάκων. Τα φορτία εισάγονται στον πίνακα *Load* (σε MW) ο οποίος είναι ένας 6X4 πίνακας, μία γραμμή για κάθε περίοδο μέσα στην ημέρα (έχουν υποτεθεί τετράωρες περίοδοι, δηλαδή τα φορτία αλλάζουν κάθε τέσσερις ώρες). Για κάθε περίοδο δίνεται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των θερμικών και ηλεκτρικών φορτίων βάσει πραγματικών δεδομένων. Οι τιμές αγοράς και πώλησης ηλεκτρικής ενέργειας από και προς τον πάροχο, καθώς επίσης και το τοπικό κόστος παραγωγής εισάγονται στον πίνακα *Price* (σε €/MWh).

- **Δεδομένα που αφορούν στην μονάδα συμπαραγωγής**

Εδώ δηλώνεται ο αριθμός των μονάδων από τις οποίες αποτελείται η εξεταζόμενη εγκατάσταση (*number\_of\_chp\_units*), η συνολική εγκατεστημένη ισχύς (*total\_installed\_chp\_capacity* σε MW) καθώς και η εγκατεστημένη θερμική ισχύς (*thermal\_chp\_capacity* σε MW). Εδώ επίσης δηλώνονται το άνω και κάτω άκρο της E/S αναλογίας (*ES\_max* & *ES\_min* αντίστοιχα) και η διαθεσιμότητα της μονάδας (*chp\_unit\_availability*).

- **Δεδομένα που αφορούν στον πάροχο**

Εισάγεται η μέγιστη συμβατική ποσότητα ισχύος που μπορεί να δώσει ο πάροχος (*provider\_capacity*), η οποία χρησιμοποιείται αποκλειστικά για την κάλυψη των ηλεκτρικών φορτίων, καθώς επίσης και η διαθεσιμότητα του παρόχου (*provider\_availability*).

- **Γενικά δεδομένα προσομοίωσης**

Εδώ δηλώνεται ο αριθμός των επαναλήψεων (σεναρίων) βάσει των οποίων επιλύεται το πρόβλημα παραγωγής της CHP εγκατάστασης (*number\_of\_repetitions*) και ο αριθμός των περιόδων μέσα στην ημέρα (*number\_of\_periods*). Οι επαναλήψεις έχουν ως σκοπό να ενισχύσουν την στοχαστικότητα του μοντέλου και συντελούν στην κανονικοποίηση των αποτελεσμάτων.

Σε αυτό το σημείο έχει ολοκληρωθεί η διαδικασία εισαγωγής δεδομένων του μοντέλου. Στην συνέχεια ακολουθούν υπολογισμοί της μέγιστης ηλεκτρικής ισχύος που μπορεί να παράξει η εγκατάσταση (συνολική εγκατεστημένη ισχύς – εγκατεστημένη θερμική ισχύς), και ανάγονται η συνολική εγκατεστημένη θερμική και ηλεκτρική ισχύς στην κάθε μονάδα της εγκατάστασης με την παραδοχή ότι όλες οι μονάδες έχουν την ίδια δυνατότητα παραγωγής (βλ. διαδικασία *df-2* στο Data Flow Diagram).

Στην συνέχεια, για κάθε σενάριο και περίοδο της ημέρας, υπολογίζεται ο αριθμός των CHP μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία και η κατάσταση λειτουργίας του παρόχου (on ή off) με βάση την διωνυμική κατανομή (χρήση της matlab function ***binornd*** βλ. Παραρτήματα A.1.2 & A.2.1). Βάσει των παραπάνω, προκύπτει η διαθέσιμη ηλεκτρική και θερμική ισχύς των δύο. Η ζήτηση των θερμικών και ηλεκτρικών φορτίων προκύπτουν με βάση την κατανομή Gauss (χρήση της matlab function ***normrnd*** βλ. Παραρτήματα A.1.1 & A.2.2). Οι τιμές αυτές προκύπτουν με χρήση πραγματικών δεδομένων που αποτελούν και την καλύτερη πρόβλεψη για το μέλλον (βλ. διαδικασία *df-3* στο Data Flow Diagram). Τα παραπάνω αποτελέσματα μαζί με τις δεδομένες τιμές αγοράς και πώλησης ενέργειας ( $q(t)$  &  $s(t)$  αντίστοιχα) καθώς και το τοπικό κόστος παραγωγής ( $r(t)$ ) αποθηκεύονται στις 10 πρώτες στήλες του πίνακα *daily\_results\_matrix* προς χρήση σε μετέπειτα υπολογισμούς.

Προς αποφυγή απροσδιοριστίας κατά τον υπολογισμό της E/S αναλογίας, στην περίπτωση που η θερμική παραγωγή (*thermal\_chp\_production*) μηδενιστεί όταν όλες οι μονάδες είναι εκτός λειτουργίας (μικρή αλλά υπαρκτή πιθανότητα), γίνεται έλεγχος αυτής και η αναλογία παίρνει μηδενική τιμή (βλ. διαδικασία *df-4* στο Data Flow Diagram). Στην περίπτωση αυτή, η παραγωγή ηλεκτρικής ισχύος της εγκατάστασης ( $Pt2$ ) είναι προφανώς μηδενική και η κάλυψη των ηλεκτρικών φορτίων γίνεται αποκλειστικά με αγορά ισχύος από τον πάροχο (ό,τι μπορεί να δώσει).

Έχοντας εξασφαλίσει ότι έστω και μία μονάδα βρίσκεται σε λειτουργία, ακολουθεί υπολογισμός των θερμικών φορτίων που ικανοποιούνται και της αντίστοιχης μη εξυπηρετούμενης θερμικής ενέργειας (*unserved\_thermal\_energy*), εάν υπάρχει (βλ. διαδικασία *df-5* στο Data Flow Diagram).

Ανάλογα με την σχέση μεταξύ των τιμών αγοράς και πώλησης ενέργειας από και προς τον πάροχο και του τοπικού κόστους παραγωγής, ακολουθούν τρεις διαφορετικοί αλγόριθμοι (βλ. διαδικασία *df-6* στο Data Flow Diagram) υπολογισμού των απαραίτητων μεγεθών που ορίζουν την συνάρτηση κόστους της εγκατάστασης και χαρακτηρίζουν την λειτουργία της. Αυτά είναι:

- E/S αναλογία (*ES\_ratio*)
- Αγορά ηλεκτρικής ισχύος από τον πάροχο (*Pt1 σε MW*),
- Παραγωγή ηλεκτρικής ισχύος της εγκατάστασης (*Pt2 σε MW*),
- Πώληση ηλεκτρικής ισχύος στον πάροχο (*Yt\_Lt σε MW*),
- Παραγωγή θερμικής ενέργειας της εγκατάστασης (*thermal\_chp\_energy σε MWh*),
- Μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια (*unserved\_thermal\_energy σε MWh*),
- Μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια (*unserved\_electrical\_energy σε MWh*),
- Περίσσεια θερμικής ενέργειας (*thermal\_energy\_waste σε MWh*)

Στην πρώτη περίπτωση, όπου η τιμή αγοράς από τον πάροχο είναι μικρότερη ή ίση από το τοπικό κόστος παραγωγής ( $qt \leq rt$ ), κρίνεται συμφέρουσα οικονομικά η αγορά όσο το δυνατό μεγαλύτερης ποσότητας ισχύος από τον πάροχο και η E/S αναλογία γίνεται ίση με το κατώτερο όριό της ( $ES\_ratio = ES\_min$ ). Υπολογίζεται η ηλεκτρική παραγωγή που αντιστοιχεί σε αυτήν την E/S αναλογία (*Electricity*) και ακολουθεί έλεγχος κατά πόσο μπορεί να καλύψει τα ηλεκτρικά φορτία (βλ. διαδικασία *df-7* στο Data Flow Diagram). Στην περίπτωση που η κάλυψη των ηλεκτρικών μπορεί να γίνει αποκλειστικά από την εγκατάσταση, η αγορά ενέργειας από τον πάροχο είναι μηδενική και όποια περίσσεια ηλεκτρικής ενέργειας πωλείται σε αυτόν (βλ. διαδικασία *df-8* στο Data Flow Diagram). Στην αντίθετη περίπτωση, η εγκατάσταση καλύπτει μέρος των φορτίων και τα υπόλοιπα καλύπτονται ολικώς ή μερικώς από τον πάροχο, ανάλογα με την δυνατότητα παραγωγής του (βλ. διαδικασίες *df-9* και *df-10* στο Data Flow Diagram). Στην περίπτωση μερικής κάλυψης των φορτίων από τον πάροχο, γίνεται επιτακτική η ανάγκη παραγωγής περίσσειας θερμικής ενέργειας έτσι ώστε να αυξηθεί η ηλεκτρική παραγωγή της εγκατάστασης και να ικανοποιηθούν όσο το δυνατόν περισσότερα ηλεκτρικά φορτία. Η E/S αναλογία επαναπροσδιορίζεται βάσει των νέων τιμών θερμικής και ηλεκτρικής παραγωγής (βλ. διαδικασία *df-11* στο Data Flow Diagram).

Στην δεύτερη περίπτωση, όπου η τιμή αγοράς από τον πάροχο είναι μεγαλύτερη από το τοπικό κόστος παραγωγής ( $qt > rt$ ) και η τιμή πώλησης ενέργειας στον πάροχο είναι και αυτή μεγαλύτερη από το τοπικό κόστος παραγωγής ( $st > rt$ ), κρίνεται συμφέρουσα οικονομικά η πώληση όσο το δυνατό μεγαλύτερης ποσότητας ισχύος στον πάροχο και η

E/S αναλογία γίνεται ίση με το ανώτερο όριο της ( $ES_{ratio} = ES_{max}$ ). Αντίστοιχα με την προηγούμενη περίπτωση, υπολογίζεται η ηλεκτρική παραγωγή που αντιστοιχεί σε αυτήν την E/S αναλογία (*Electricity*) και ακολουθεί έλεγχος κατά πόσο μπορεί να καλύψει τα ηλεκτρικά φορτία (βλ. διαδικασία *df-12* στο Data Flow Diagram). Στην περίπτωση που η ηλεκτρική παραγωγή μπορεί να καλύψει τα φορτία, εξετάζεται η δυνατότητα παραγωγής περίσσειας θερμικής ενέργειας, έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας και η πώληση αυτής στον πάροχο. Η E/S αναλογία επαναπροσδιορίζεται βάσει των νέων τιμών θερμικής και ηλεκτρικής παραγωγής (βλ. διαδικασία *df-13* στο Data Flow Diagram). Στην αντίθετη περίπτωση όπου η ηλεκτρική παραγωγή δεν αρκεί να καλύψει τα ηλεκτρικά φορτία, εξετάζεται ομοίως με πριν η δυνατότητα παραγωγής περίσσειας θερμικής ενέργειας. Εάν η αύξηση αυτή υπερπληροί τις ανάγκες και οδηγεί σε περίσσεια ηλεκτρικής ενέργειας, τότε αυτή πωλείται στον πάροχο (βλ. διαδικασία *df-14* στο Data Flow Diagram). Εάν όμως παρά την αύξηση δεν υπάρχει πλήρης κάλυψη των φορτίων από την εγκατάσταση, τότε καλείται να τα καλύψει ο πάροχος (βλ. διαδικασία *df-15* στο Data Flow Diagram).

Τέλος, στην περίπτωση όπου η τιμή αγοράς από τον πάροχο είναι μεγαλύτερη από το τοπικό κόστος παραγωγής ( $q_t > r_t$ ) και η τιμή πώλησης ενέργειας στον πάροχο είναι μικρότερη από το τοπικό κόστος παραγωγής ( $s_t < r_t$ ), δεν είναι συμφέρουσα ούτε η αγορά ούτε η πώληση ενέργειας από και προς τον πάροχο. Η γενική ιδέα σε αυτήν την περίπτωση, είναι να παραχθεί τόση ενέργεια όση χρειάζεται για την κάλυψη των φορτίων. Εάν η δυνατότητα παραγωγής ενέργειας της εγκατάστασης είναι αρκετή για την κάλυψη των φορτίων, τότε παράγεται όση ενέργεια απαιτείται για την κάλυψη τους και ακολουθεί έλεγχος κατά πόσο η E/S αναλογία που ορίζεται από το συγκεκριμένο επίπεδο παραγωγής ικανοποιεί το ανώτερο και κατώτερο όριο της εγκατάστασης. Διακρίνονται τρεις περιπτώσεις σχετικά με την τιμή της E/S αναλογίας. Στην περίπτωση που αυτή βρίσκεται εντός των αποδεκτών ορίων η παραγωγή καθίσταται ίση με τα φορτία, και δεν λαμβάνει χώρα αγοραπωλησία ενέργειας από και προς τον πάροχο (βλ. διαδικασία *df-16* στο Data Flow Diagram). Στην περίπτωση που η E/S αναλογία είναι μεγαλύτερη από το ανώτατο όριό της, γίνεται ίση με αυτό. Καθώς η παραγωγή που καθορίζεται από την νέα μικρότερη E/S αναλογία δεν είναι ικανή να καλύψει τα φορτία, ακολουθεί αγορά ενέργειας από τον πάροχο, ολική ή μερική ανάλογα με την δυνατότητα παραγωγής του παρόχου (βλ. διαδικασία *df-17* στο Data Flow Diagram). Όταν η E/S αναλογία είναι μικρότερη από το κατώτατο όριό της, γίνεται ίση με αυτό. Η περίσσεια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας στην οποία οδηγεί η νέα μεγαλύτερη τιμή της E/S αναλογίας, με την προϋπόθεση ότι μπορεί να την παράξει η εγκατάσταση, πωλείται στον πάροχο. Εάν δεν μπορεί να την παράξει τότε παράγει την ποσότητα που μπορεί και ακολουθεί μείωση της θερμικής παραγωγής έτσι ώστε η E/S αναλογία να παραμείνει ίση με το κατώτατο όριό της (βλ. διαδικασία *df-18* στο Data Flow Diagram).

Εάν η δυνατότητα παραγωγής ενέργειας της εγκατάστασης δεν είναι αρκετή για την κάλυψη των φορτίων τότε υπολογίζεται η E/S αναλογία που αντιστοιχεί στην δυνατότητα παραγωγής της εγκατάστασης και ομοίως με πριν ακολουθεί έλεγχος κατά πόσο η E/S αναλογία που ορίζεται από το συγκεκριμένο επίπεδο παραγωγής ικανοποιεί το ανώτερο και κατώτερο όριο της. Στην περίπτωση που αυτή βρίσκεται εντός των αποδεκτών ορίων τότε ακολουθεί αγορά της εκλιπούσας ισχύος προς κάλυψη των φορτίων, ολική ή μερική ανάλογα με την δυνατότητα παραγωγής του παρόχου. Προφανώς η πώληση ενέργειας στον πάροχο σε αυτήν την περίπτωση, είναι μηδενική (βλ. διαδικασία *df-19* στο Data Flow Diagram). Στην περίπτωση που η E/S αναλογία είναι μεγαλύτερη από το ανώτατο όριό της, τότε γίνεται ίση με αυτό (βλ. διαδικασία *df-20* στο Data Flow Diagram). Παράγεται τόση ηλεκτρική ενέργεια, όση καθορίζει η νέα μικρότερη τιμή της E/S αναλογίας και η εκλιπούσα ενέργεια καλύπτεται μερικώς ή ολικώς από τον πάροχο. Τέλος, όταν η E/S αναλογία είναι μικρότερη από το κατώτατο όριό της, γίνεται ίση με αυτό (βλ. διαδικασία *df-20* στο Data Flow Diagram). Καθώς η ηλεκτρική παραγωγή δεν μπορεί να αυξηθεί προς αύξηση της E/S αναλογίας (έχει εξαντληθεί η δυνατότητα παραγωγής της εγκατάστασης) πρέπει να μειωθεί η θερμική παραγωγή. Ακολουθεί υπολογισμός της νέας μικρότερης θερμικής παραγωγής και έλεγχος κατά πόσο μπορεί αυτή να καλύψει τα θερμικά φορτία. Οποιοδήποτε έλλειμμα ηλεκτρικής ενέργειας καλύπτεται με αγορά από τον πάροχο.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από όλες τις επαναλήψεις και για όλες τις περιόδους αποθηκεύονται στον πίνακα *total\_results\_matrix* που φαίνεται στην επόμενη σελίδα (Πίνακας -5.1-).

Με χρήση των παραπάνω, υπολογίζεται το κατά περίοδο κόστος ενέργειας χρησιμοποιώντας την σχέση:

***Κόστος Ενέργειας = Κόστος Παραγωγής Ηλεκτρικής Ισχύος +***

***Κόστος Αγοράς Ισχύος από τον Πάροχο -***

***Κέρδος από Πώληση Ισχύος στον Πάροχο***

Προς βελτίωση της στοχαστικότητας του μοντέλου, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις επαναλήψεις κανονικοποιούνται και καταχωρούνται στον πίνακα *normalized\_results* (Πίνακας -5.2-).

α/α Στήλης	1	2	3	4	5	6
Παράμετρος	α/α Επανάληψης	α/α Περιόδου	Θερμικά Φορτία (MW)	Δυνατότητα Θερμικής Παραγωγής CHP Εγκατάστασης (MW)	Ηλεκτρικά Φορτία (MW)	Δυνατότητα Ηλεκτρικής Παραγωγής CHP Εγκατάστασης (MW)
matlab μεταβλητή	-	-	thermal_load	thermal_chp_production	electrical_load	electrical_chp_production

α/α Στήλης	7	8	9	10	11	12
Παράμετρος	Δυνατότητα Παραγωγής Ισχύος Παρόχου (MW)	Τιμή Αγοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας από τον Πάροχο (€/MWh)	Τιμή Πώλησης Ηλεκτρικής Ενέργειας από τον Πάροχο (€/MWh)	Τοπικό Κόστος Παραγωγής (€/MWh)	Προσδιορισμός Αλγορίθμου	E/S Αναλογία
matlab μεταβλητή	provider_power_production	qt	st	rt	flag	ES_ratio

α/α Στήλης	13	14	15	16	17	18
Παράμετρος	Θερμική Παραγωγή CHP Εγκατάστασης (MWh)	Μη Εξυπηρετούμενη Θερμική Ενέργεια (MWh)	Περίσσεια Θερμικής Ενέργειας (MWh)	Ηλεκτρική Παραγωγή CHP Εγκατάστασης (MWh)	Αγορά Ενέργειας από τον Πάροχο (MWh)	Μη Εξυπηρετούμενη Ηλεκτρική Ενέργεια (MWh)
matlab μεταβλητή	thermal_chp_energy	unserved_thermal_energy	thermal_energy_waste	Pt2	Pt1	unserved_electrical_energy

α/α Στήλης	19	20
Παράμετρος	Πώληση Ενέργειας στον Πάροχο (MWh)	Κόστος Ενέργειας (€)
matlab μεταβλητή	Yt_Lt	Energy_Cost

**Πίνακας -5.1- total results matrix**

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΘΕΡΜΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ					
α/α Στήλης	1	2	3	4	5
Παράμετρος	Προσδιορισμός Αλγορίθμου	E/S Αναλογία	Θερμική Παραγωγή CHP Εγκατάστασης (MWh)	Μη Εξυπηρετούμενη Θερμική Ενέργεια (MWh)	Περίσσεια Θερμικής Ενέργειας (MWh)
matlab μεταβλητή	flag	ES_ratio	thermal_chp_energy	unserved_thermal_energy	thermal_energy_waste

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ					
α/α Στήλης	6	7	8	9	10
Παράμετρος	Ηλεκτρική Παραγωγή CHP Εγκατάστασης (MWh)	Αγορά Ενέργειας από τον Πάροχο (MWh)	Μη Εξυπηρετούμενη Ηλεκτρική Ενέργεια (MWh)	Πώληση Ενέργειας στον Πάροχο (MWh)	Κόστος Ενέργειας (€)
matlab μεταβλητή	Pt2	Pt1	unserved_electrical_energy	Yt_Lt	Energy_Cost

**Πίνακας -5.2- normalised results matrix**



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**  
**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ**

## 6.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

### Τοπική εγκατάσταση συμπαραγωγής:

- Άνω και κάτω όριο της E/S αναλογίας: 0,8 & 0,4
- Αριθμός χρονικών περιόδων για τα ημερήσια θερμικά και ηλεκτρικά φορτία: 6
- Εγκατεστημένη ισχύς για την τοπική θερμική εγκατάσταση συμπαραγωγής: 68 MW
- Διαθεσιμότητα των μονάδων παραγωγής: 0,94
- Αριθμός μονάδων παραγωγής: 4
- Συνολική εγκατεστημένη ισχύς: 100 MW

### Πάροχος ηλεκτρικής ενέργειας:

- Μέγιστη συμβατική ποσότητα ισχύος από τον πάροχο ηλεκτρικής ενέργειας: 25.000 MW
- Διαθεσιμότητα του ηλεκτρικού παρόχου: 0,99

Χρονική περίοδος	Μέσος όρος θερμικής ισχύος (KW)	Απόκλιση (KW)	Μέσος όρος ηλεκτρικής ισχύος (KW)	Απόκλιση (KW)
1	38.068	1.628	38.220	3.674
2	41.622	2.941	38.565	1.746
3	43.713	1.975	30.977	1.884
4	49.503	2.958	43.394	4.455
5	49.170	2.881	45.192	4.177
6	43.325	2.992	30.589	2.958

**Πίνακας -6.1-** Μέσος όρος και απόκλιση ημερήσιων θερμικών και ηλεκτρικών φορτίων για κάθε χρονική περίοδο

Χρονική περίοδος	qt (€/MWh)	st (€/MWh)	rt (€/MWh)
1	46	40	47
2	57	51	47
3	52	45	47
4	47	41	47
5	53	48	47
6	58	51	47

**Πίνακας -6.2- Ημερήσιες τιμές ενέργειας**

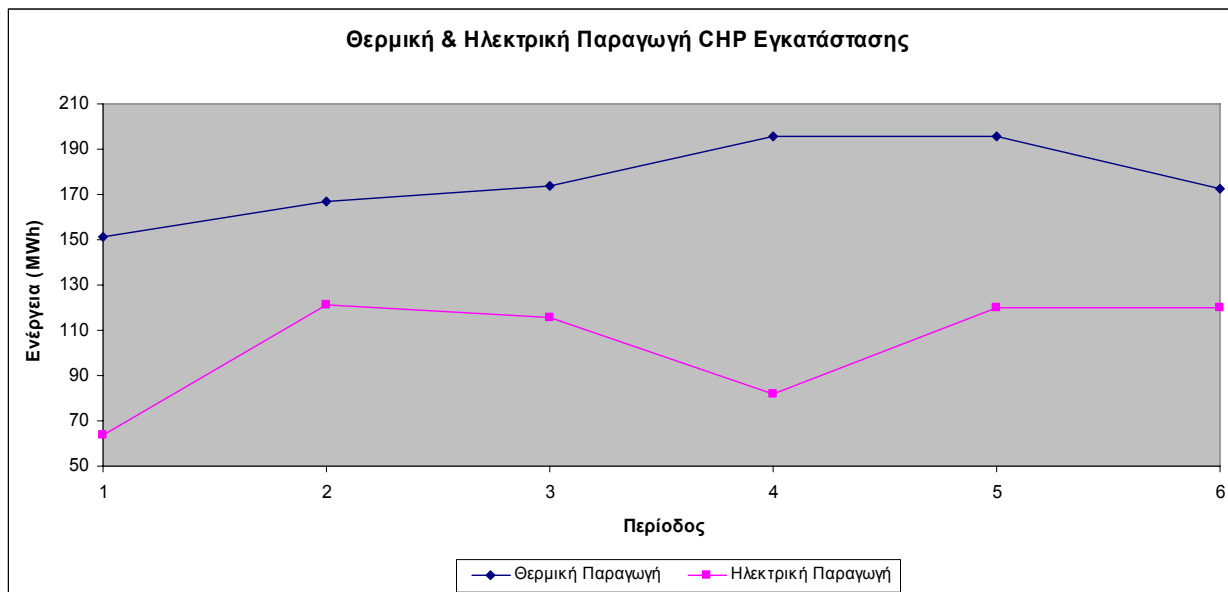
## 6.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Στον Πίνακα -6.3- που ακολουθεί βλέπουμε συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, τα οποία παρουσιάζονται και στα Διαγράμματα -6.1- έως -6.5-.

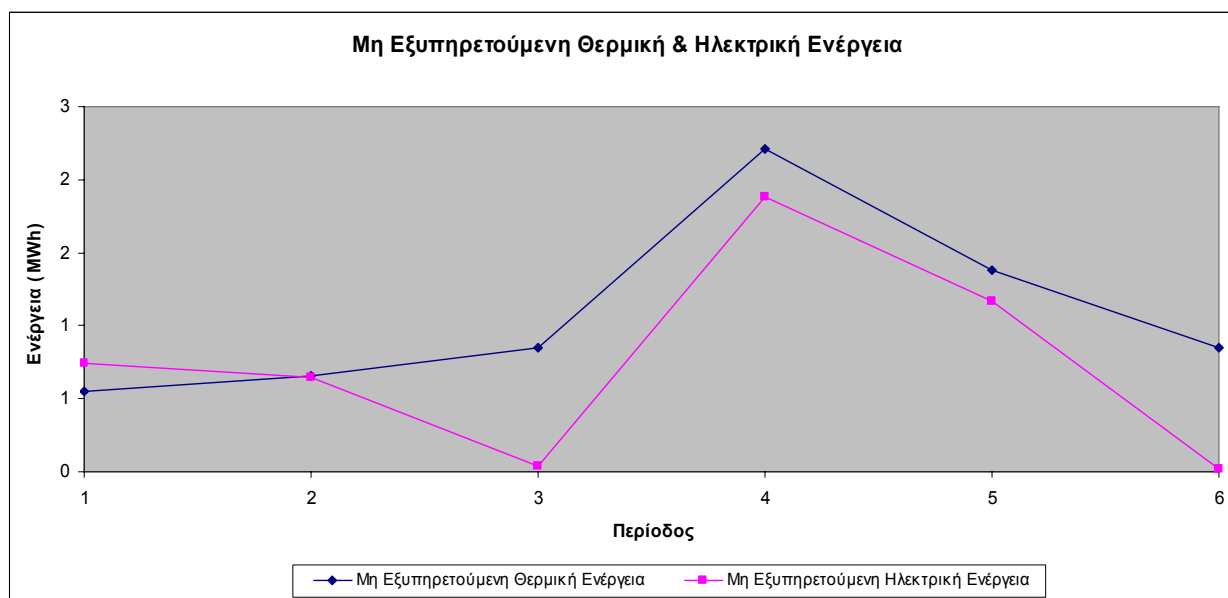
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΘΕΡΜΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ					
α/α Περιόδου	Προσδιορισμός Αλγορίθμου	Ε/Σ Αναλογία	Θερμική Παραγωγή CHP Εγκατάστασης (MWh)	Μη Εξυπηρετούμενη Θερμική Ενέργεια (MWh)	Περίσσεια Θερμικής Ενέργειας (MWh)
1	1,000	0,400	151,545	0,554	7,321
2	2,000	0,800	166,582	0,659	1,523
3	3,000	0,666	173,776	0,854	0,000
4	1,000	0,400	195,645	2,208	9,396
5	2,000	0,800	195,316	1,376	0,000
6	2,000	0,800	172,670	0,848	0,604

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ				
Ηλεκτρική Παραγωγή CHP Εγκατάστασης (MWh)	Αγορά Ενέργειας από τον Πάροχο (MWh)	Μη Εξυπηρετούμενη Ηλεκτρική Ενέργεια (MWh)	Πώληση Ενέργειας στον Πάροχο (MWh)	Κόστος Ενέργειας (€)
63,546	87,616	0,743	0,000	7.017,005
121,344	32,419	0,650	0,000	7.551,061
115,700	8,117	0,040	0,000	5.859,968
82,016	89,248	1,878	0,000	8.049,410
120,256	58,369	1,165	0,006	8.745,268
120,270	8,318	0,019	6,260	5.815,863

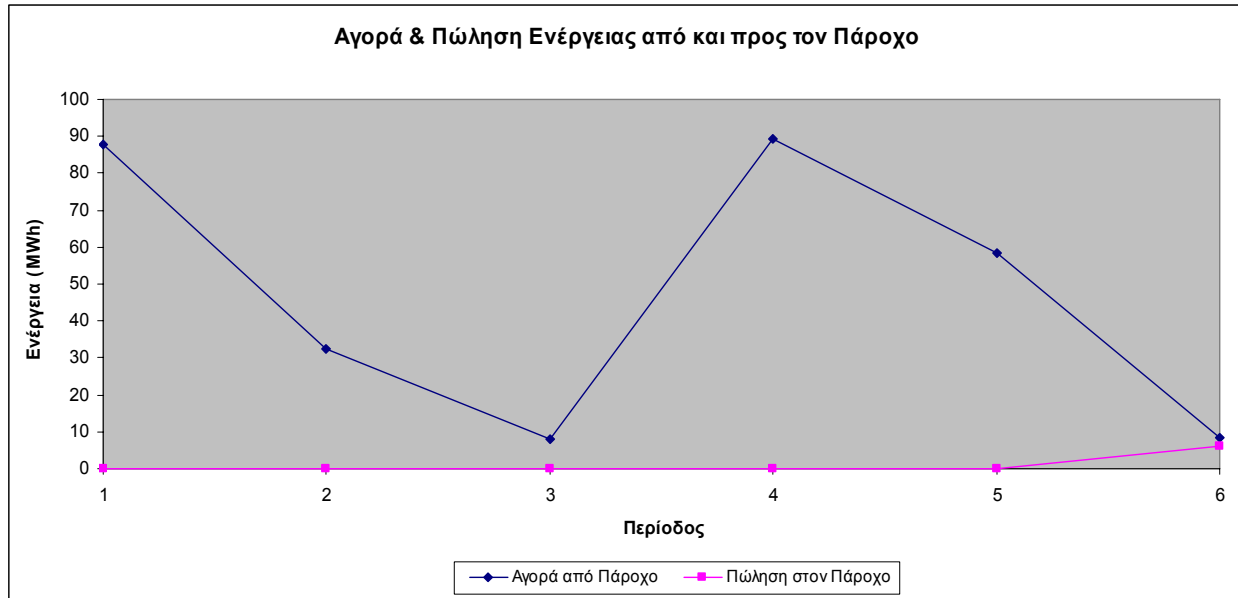
**Πίνακας -6.3-** Αποτελέσματα προσομοίωσης



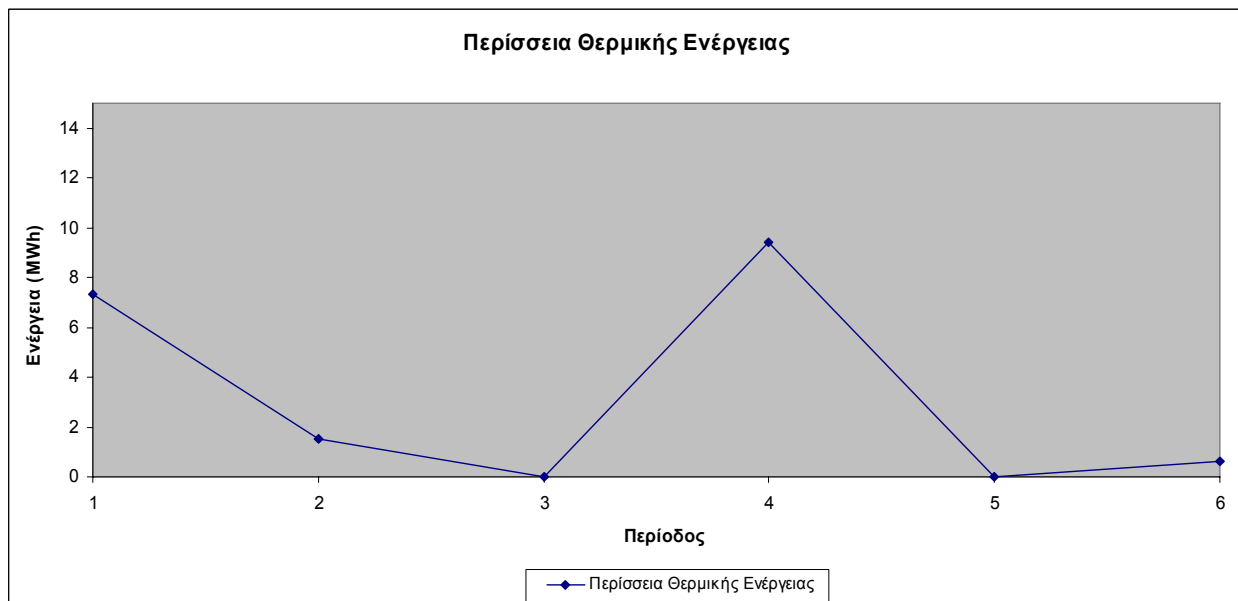
**Διάγραμμα -6.1-** Θερμική και ηλεκτρική παραγωγή της CHP εγκατάστασης



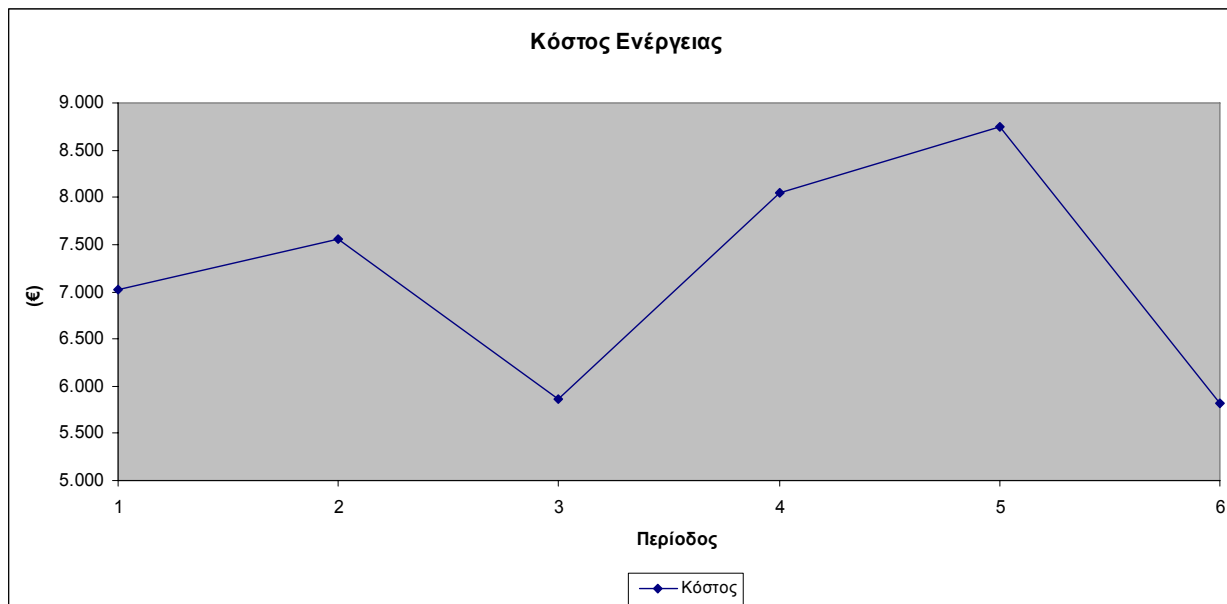
**Διάγραμμα -6.2-** Μη εξυπηρετούμενη θερμική και ηλεκτρική ενέργεια



**Διάγραμμα -6.3- Αγορά και πώληση ενέργειας από και προς τον πάροχο**



**Διάγραμμα -6.4- Περίσσεια θερμικής ενέργειας**



**Διάγραμμα -6.5- Κόστος ενέργειας**

Το πρώτο συμπέρασμα που προκύπτει από το Διάγραμμα -6.1- είναι ότι η ηλεκτρική παραγωγή είναι πολύ πιο ευμετάβλητη σε σχέση με την θερμική, γεγονός απόλυτα λογικό καθώς η εγκατάστασή μας καλύπτει εξ' ολοκλήρου τα θερμικά φορτία σε κάθε χρονική περίοδο, ενώ όσον αφορά την ηλεκτρική παραγωγή μπορεί να υπάρχει και αγορά και πώληση ενέργειας από και προς τον πάροχο. Επιπλέον, η δυνατότητα θερμικής παραγωγής της εγκατάστασης είναι αρκετά μεγάλη σε σχέση με τα αντίστοιχα φορτία σε αντίθεση με την ηλεκτρική δυνατότητα παραγωγής που είναι αρκετά μικρότερη. Τα παραπάνω έχουν ως αποτέλεσμα η μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια να παρουσιάζει σχετική σταθερότητα, ενώ η μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική εμφανίζει αρκετές διακυμάνσεις, όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα -6.2-. Η αγορά και η πώληση ενέργειας καθορίζονται κάθε φορά από την σχέση μεταξύ των τιμών αγοράς και πώλησης και του τοπικού κόστους παραγωγής. Έτσι, κατά τις περιόδους 1 και 4, όταν και η τιμή αγοράς είναι μικρότερη από το κόστος παραγωγής είναι προφανές ότι είναι συμφέρον να υπάρξει αγορά ενέργειας, ενώ κατά τις υπόλοιπες περιόδους αγορά ενέργειας λαμβάνει χώρα μόνο αυτό κρίνεται απαραίτητο για την κάλυψη των φορτίων. Αντίθετα, πώληση ενέργειας παρατηρείται μόνο κατά την περίοδο 6 όταν και η τιμές ενέργειας και κόστους παραγωγής και τα φορτία την επιτρέπουν. Κατά την περίοδο αυτή, η τιμή πώλησης ενέργειας είναι μεγαλύτερη από το κόστος παραγωγής και είναι συμφέρον να υπάρξει πώληση ενέργειας και τα φορτία λαμβάνουν τέτοιες τιμές, ώστε να υπάρχει περίσσεια ενέργειας διαθέσιμη προς πώληση. Στην περίπτωση 3 οι ισχύουσες τιμές δεν υπαγορεύουν ούτε αγορά ούτε πώληση ενέργειας, οπότε η λειτουργία καθορίζεται με γνώμονα την κάλυψη των φορτίων και εν συνεχεία την

οποιαδήποτε αγορά ή πώληση ενέργειας, εάν υπάρχει έλλειμμα ή περίσσεια αυτής. Τα παραπάνω απεικονίζονται και στο Διάγραμμα -6.3-. Περίσσεια θερμικής ενέργειας υπάρχει μόνο στις περιπτώσεις που είναι συμφέρουσα η πώληση ενέργειας ή η ηλεκτρική παραγωγή δεν αρκεί για την κάλυψη των φορτίων (και προφανώς δεν συμφέρει η αγορά από τον πάροχο). Έτσι, μεγαλύτερες ποσότητες περίσσειας παρουσιάζονται στις περιόδους 2, 5 και 6 όπου λαμβάνει χώρα πώληση, καθώς και στις 1 και 4 που δεν γίνεται αγορά από τον πάροχο (Διάγραμμα -6.4-). Τέλος το κόστος ενέργειας μεταβάλλεται σε κάθε περίοδο ανάλογα με τις αγοραπωλησίες και η μεταβολή αυτή απεικονίζεται στο Διάγραμμα -6.5-. Η πιθανή συνύπαρξη αγοράς και πώλησης ενέργειας κατά την διάρκεια της ίδιας περιόδου οφείλεται στην στοχαστική φύση του μοντέλου κόστους παραγωγής ισχύος. Το συνολικό ημερήσιο κόστος ενέργειας είναι 43.038,58 €.



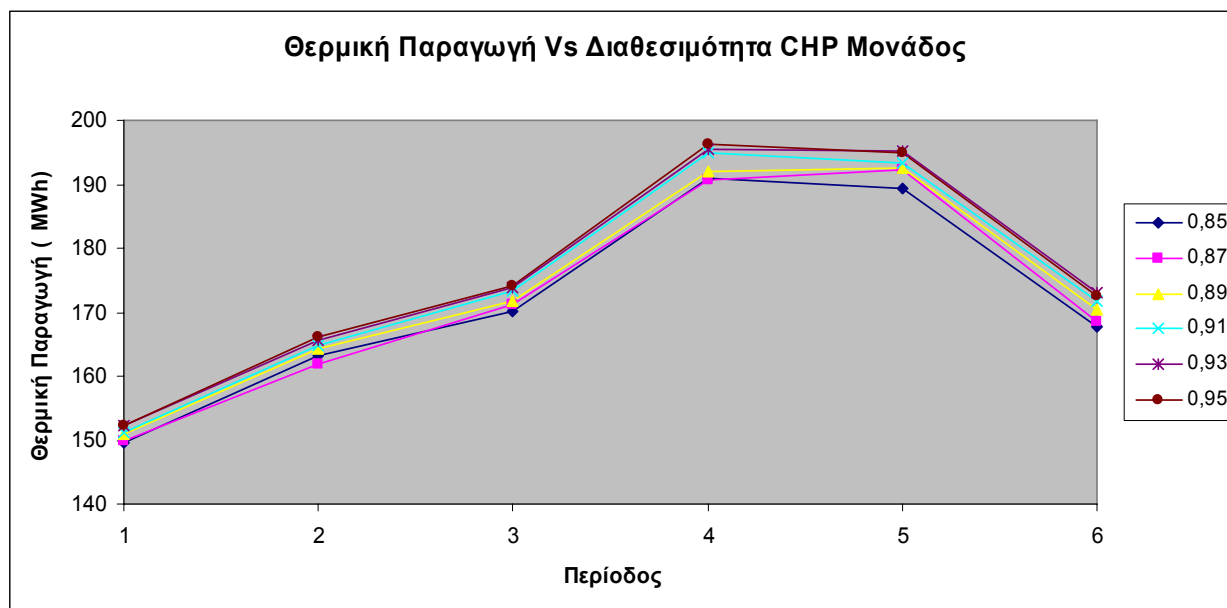
## 6.3 ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ (CASE STUDY)

Για την πλήρη κατανόηση των διαδικασιών που λαμβάνουν χώρα στο πρόβλημα βελτιστοποίησης της παραγωγής και αγοραπωλησίας ενέργειας μελετήθηκαν διάφορες περιπτώσεις (case studies), μεταβάλλοντας ελεγχόμενα, μείζονος σημασίας, παραμέτρους.

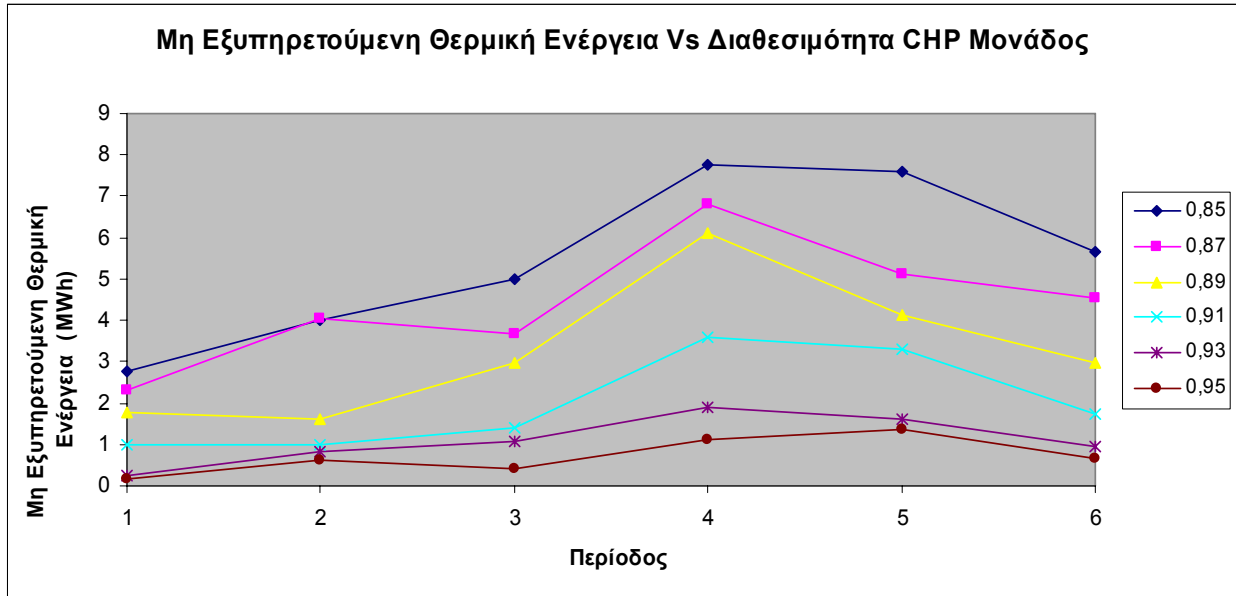
### 6.3.1 Case study 1 Μεταβολή διαθεσιμότητας CHP εγκατάστασης

Η διαθεσιμότητα επηρεάζει τον αριθμό των μονάδων της CHP εγκατάστασης που βρίσκονται σε λειτουργία και, κατά συνέπεια, την δυνατότητα παραγωγής ισχύος της, οπότε κρίνεται σκόπιμη η μελέτη της μεταβολής των βασικών μεγεθών του προβλήματος καθώς αυτή αλλάζει. Οι τιμές που παίρνει είναι από 0,85 μέχρι 0,95 και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Διαγράμματα -6.6- έως -6.14-.

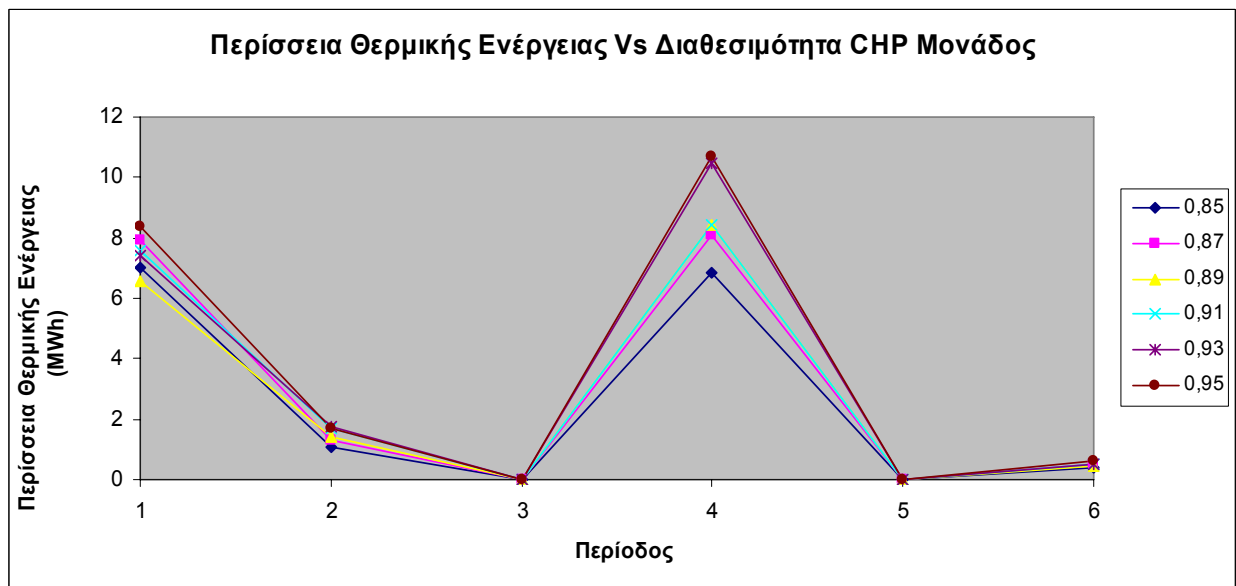
Όπως φαίνεται στο Διάγραμμα -6.6-, όσο αυξάνει η διαθεσιμότητα της κάθε μονάδας αυξάνεται αντίστοιχα και η συνολική θερμική παραγωγή της εγκατάστασης. Έτσι, έχουμε μείωση της μη εξυπηρετούμενης θερμικής ενέργειας σε κάθε περίπτωση και αύξηση της περίσσειας θερμικής ενέργειας στις περιπτώσεις 2, 5 και 6 όταν και κρίνεται συμφέρουσα η πώληση ενέργειας στον πάροχο (βλ. Διαγράμματα -6.7- & -6.8-).



**Διάγραμμα -6.6-** Θερμική παραγωγή Vs διαθεσιμότητα μονάδας



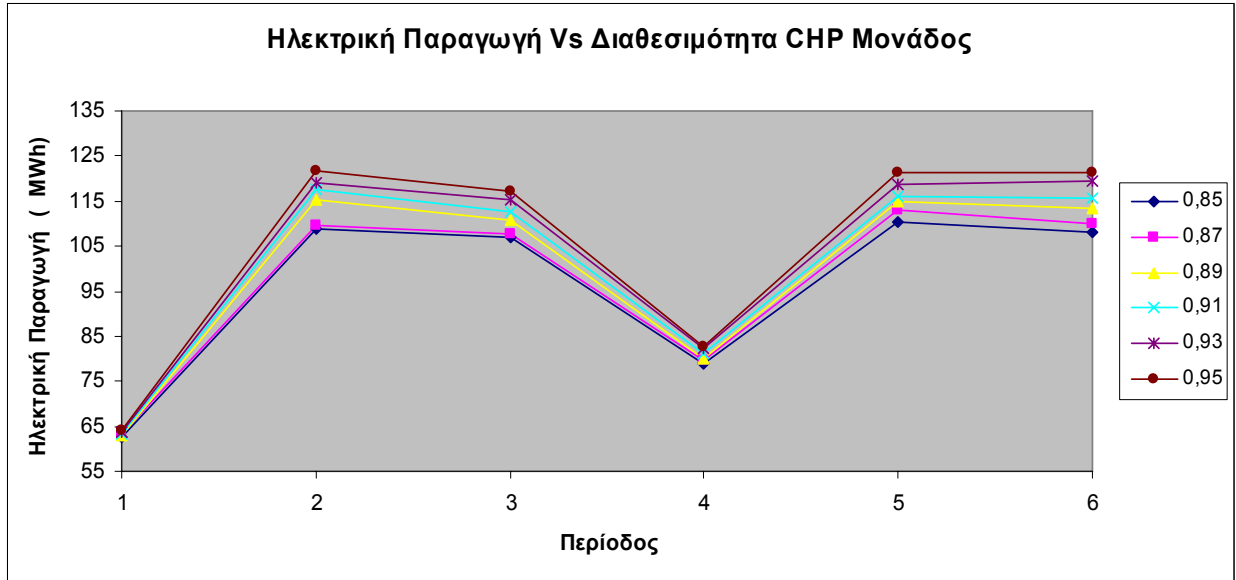
**Διάγραμμα -6.7-** Μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας



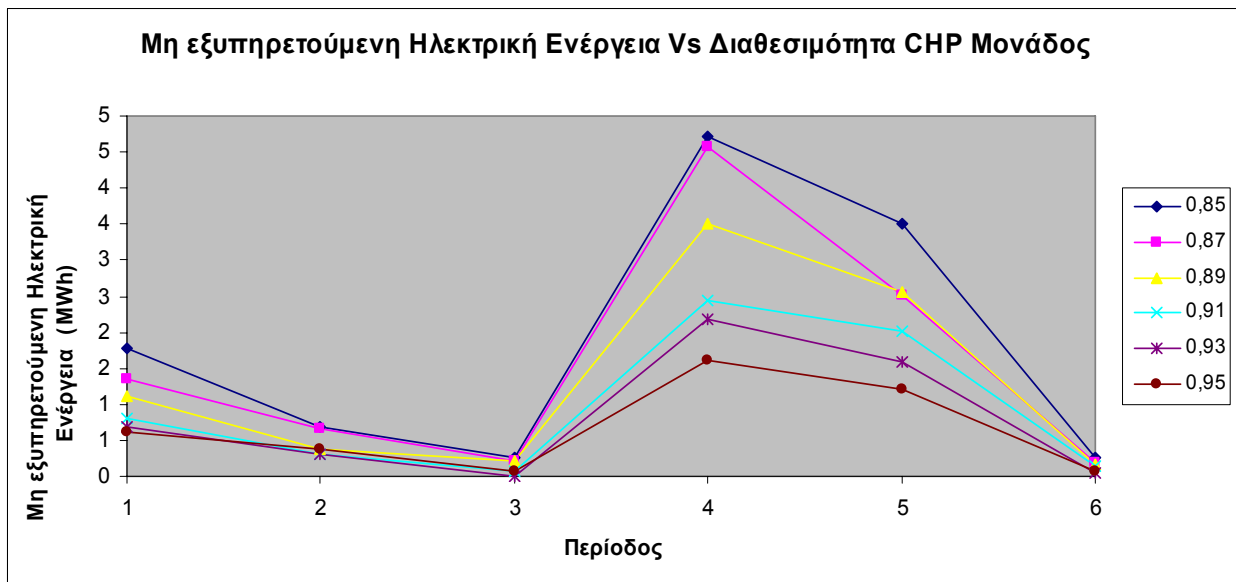
**Διάγραμμα -6.8-** Περίσσεια θερμικής ενέργειας Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας

Αντίστοιχα, αναμενόμενη είναι και η αύξηση της παραγωγής ηλεκτρικής ισχύος καθώς και η αντίστοιχη μείωση της μη εξυπηρετούμενης ηλεκτρικής ενέργειας. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές κατά

τις περιόδους 1 και 4, όταν δηλαδή κρίνεται συμφέρουσα η αγορά ενέργειας από τον πάροχο (βλ. Διαγράμματα -6.9- & -6.10-).



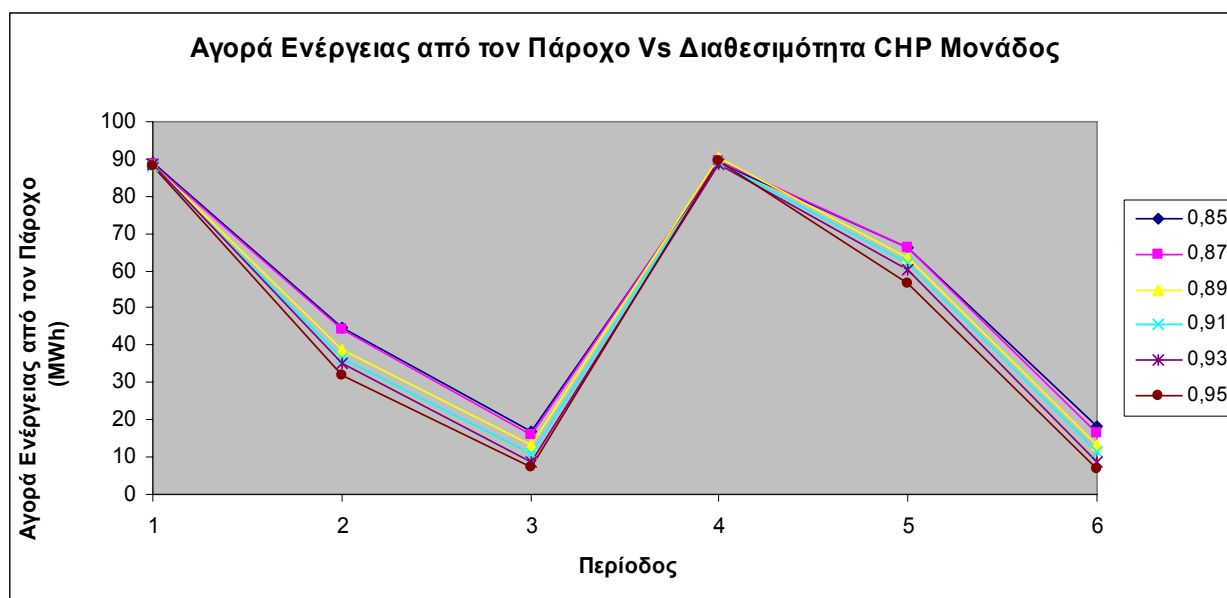
**Διάγραμμα -6.9-** Ηλεκτρική παραγωγή Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας



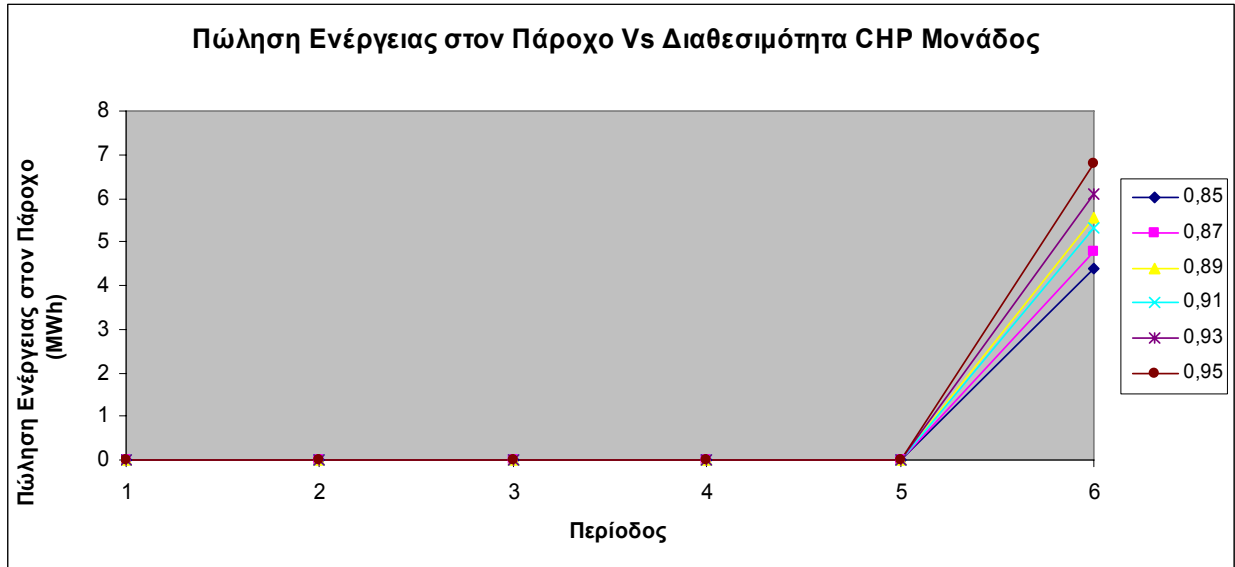
**Διάγραμμα -6.10-** Μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας

Στις περιπτώσεις 2, 5 και 6 τα φορτία ικανοποιούνται κατά κανόνα από την εγκατάσταση, οπότε η μείωση της διαθεσιμότητας της μονάδας οδηγεί σε αύξηση της ενέργειας που απαιτείται από τον πάροχο για την κάλυψη τους. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και στην περίπτωση 3, στην οποία υπάρχει τάση αποφυγής οποιασδήποτε αγοραπωλησίας, με αποτέλεσμα η μείωση της διαθεσιμότητας να μειώνει την δυνατότητα παραγωγής ισχύος της εγκατάστασης και πάλι να είναι επιτακτική η ανάγκη αγοράς μεγαλύτερων ποσοτήτων ενέργειας από τον πάροχο (βλ. Διάγραμμα -6.11-).

Η πώληση ενέργειας στον πάροχο προτιμάται στις περιόδους 2, 5 και 6 και, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα -6.12-, η αύξηση της διαθεσιμότητας οδηγεί σε αντίστοιχη αύξηση των ποσοτήτων ενέργειας που πωλούνται στον πάροχο. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις δεν υπάρχουν ιδιαίτερες μεταβολές, καθώς η πώληση δεν είναι οικονομικά συμφέρουσα, και λαμβάνει χώρα μονό όταν είναι απαραίτητη για την κάλυψη των φορτίων.

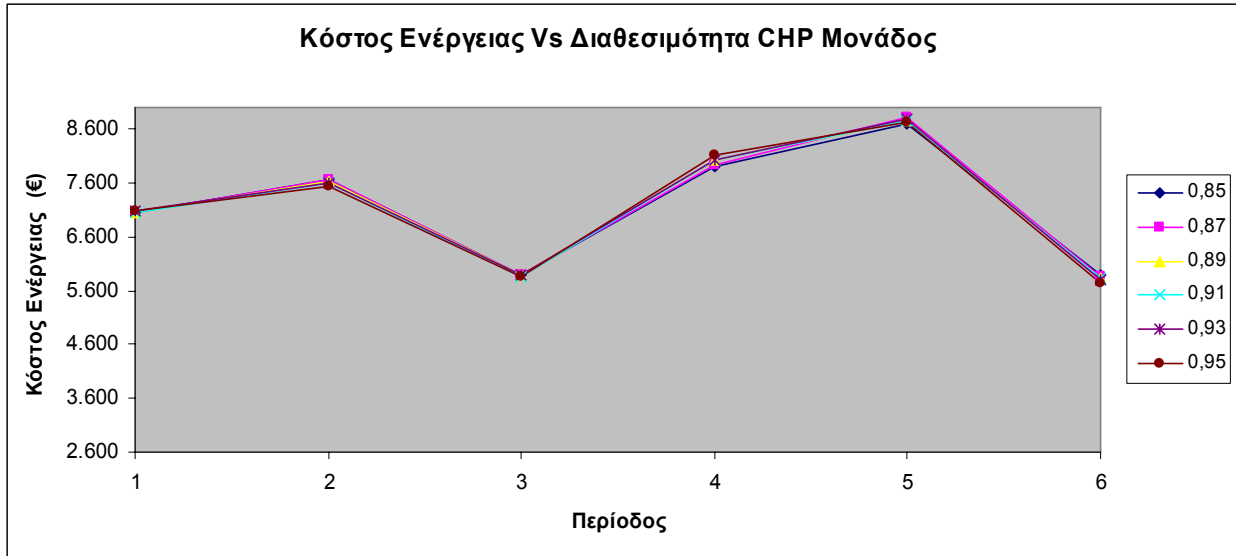


**Διάγραμμα -6.11-** Αγορά ενέργειας από τον πάροχο Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας

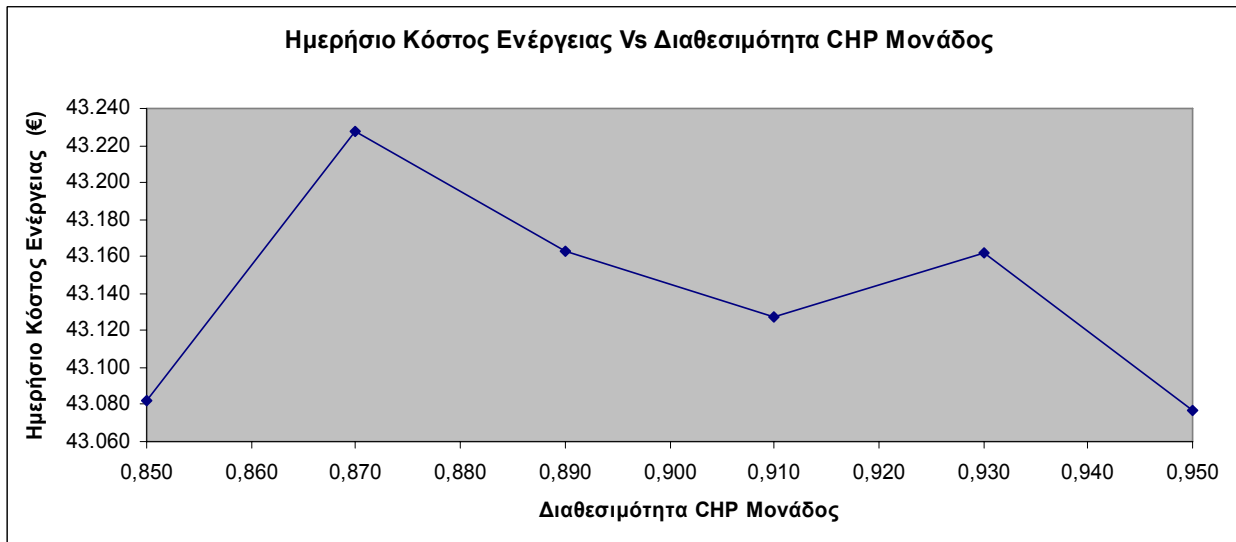


**Διάγραμμα -6.12- Πώληση ενέργειας στον πάροχο Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας**

Οι μεταβολές στις τιμές του κόστους ενέργειας ανά περίοδο είναι πολύ μικρές, καθώς οι τιμές αγοράς και πώλησης και το τοπικό κόστος παραγωγής έχουν μικρές διαφορές. Έτσι, οποιαδήποτε μεταβολή στην διαθεσιμότητα που θα επηρεάσει τις ποσότητες ενέργειας που παράγονται, αγοράζονται και πωλούνται δεν θα επιφέρει σημαντικές αλλαγές στο κόστος ανά περίοδο (βλ. Διάγραμμα -6.13-). Αντίθετα, επειδή η τιμή αγοράς ενέργειας είναι μεγαλύτερη από την τιμή πώλησης, η αύξηση της διαθεσιμότητας, που συνεπάγεται μικρότερη ανάγκη αγοράς από τον πάροχο και μεγαλύτερη δυνατότητα πώλησης, οδηγεί σε μείωση, έστω και μικρή, του ημερήσιου κόστους ενέργειας (βλ. Διάγραμμα -6.14-).



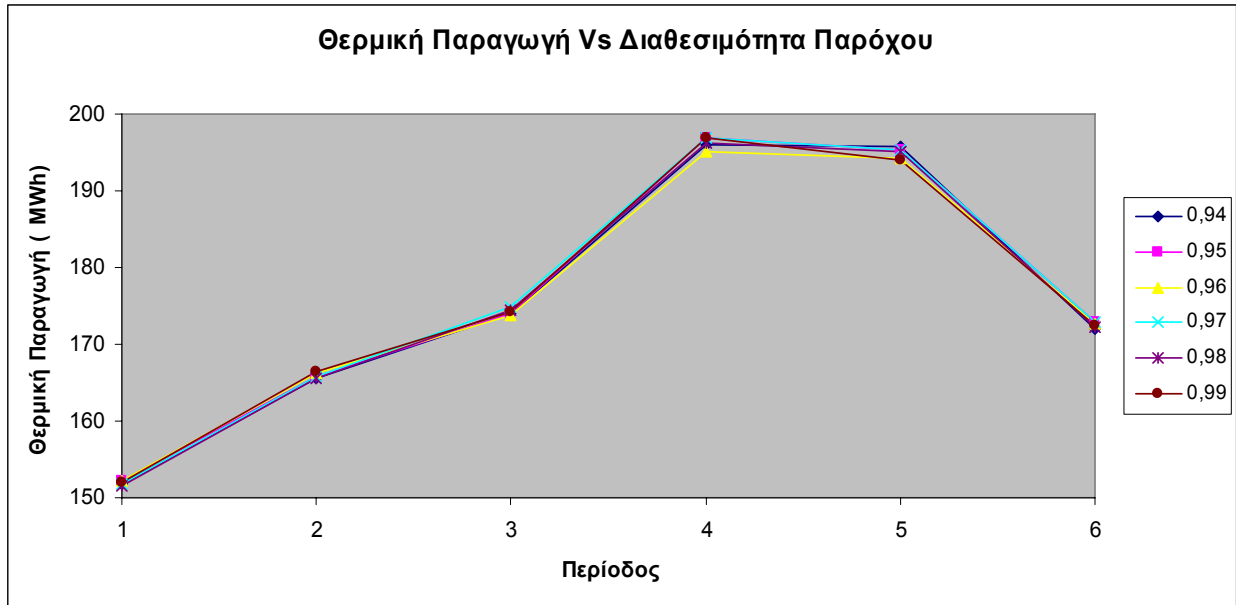
**Διάγραμμα -6.13-** Κόστος ενέργειας Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας



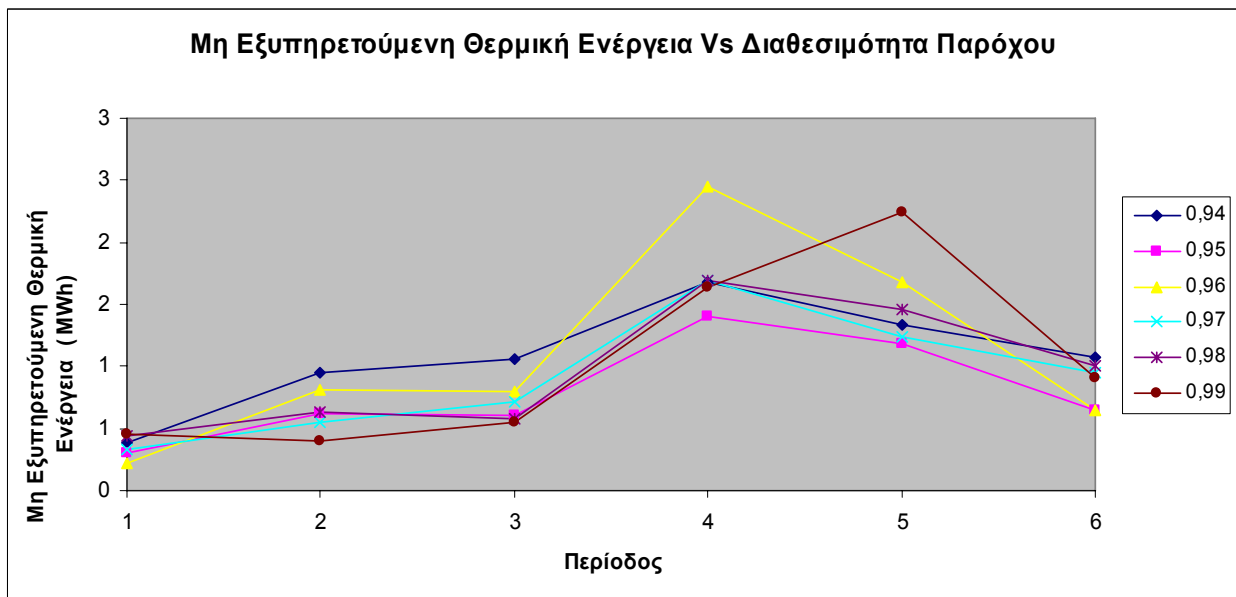
**Διάγραμμα -6.14-** Ημερήσιο κόστος ενέργειας Vs διαθεσιμότητα CHP μονάδας

### 6.3.2 Case study 2 Μεταβολή διαθεσιμότητας παρόχου

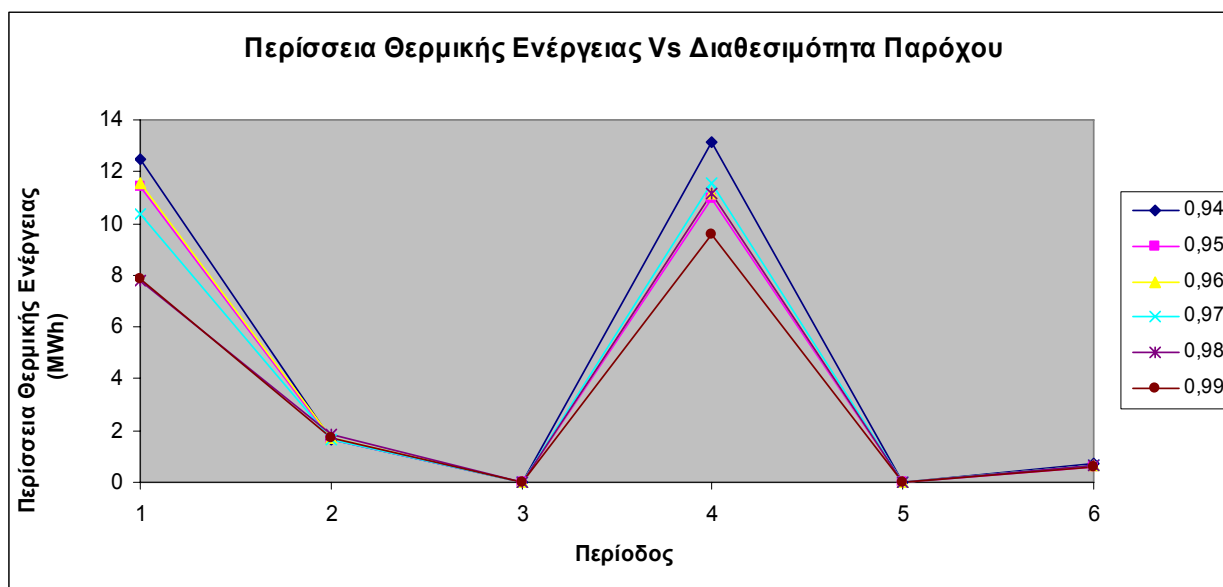
Η διαθεσιμότητα του παρόχου επηρεάζει την ποσότητα ενέργειας που μπορεί να παρέχει και κατά συνέπεια την ποσότητα ενέργειας που χρειάζεται να παραχθεί από την εγκατάσταση για την κάλυψη των φορτίων. Οι τιμές που παίρνει είναι από 0,94 μέχρι 0,99 και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Διαγράμματα -6.15- έως -6.23-.



**Διάγραμμα -6.15-** Θερμική παραγωγή Vs διαθεσιμότητα παρόχου



**Διάγραμμα -6.16-** Μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια Vs διαθεσιμότητα παρόχου

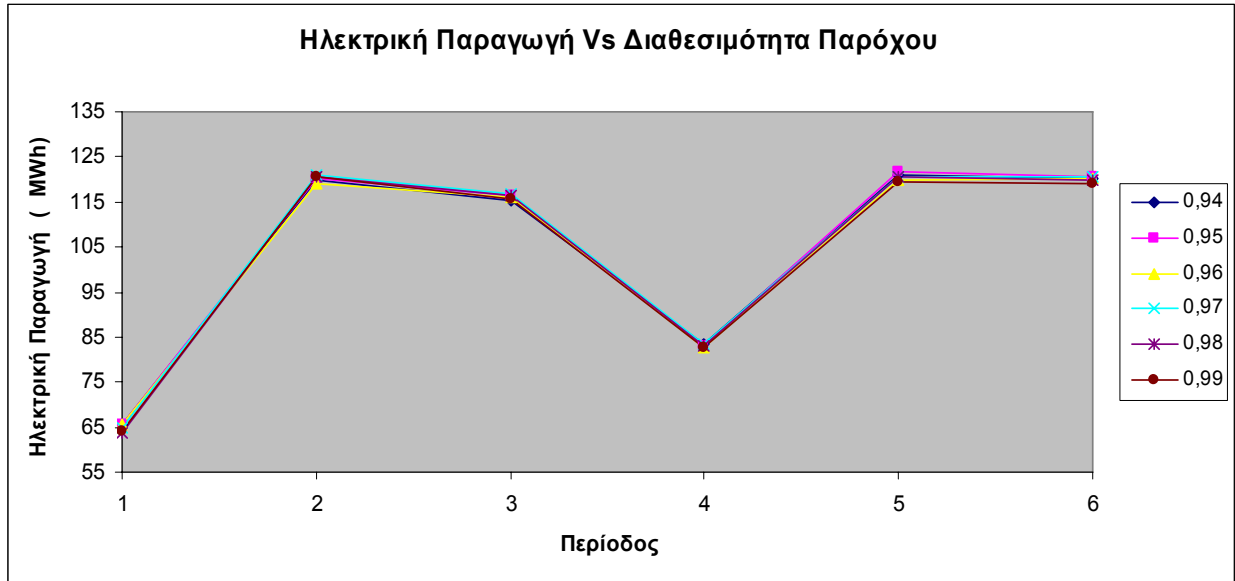


**Διάγραμμα -6.17-** Περίσσεια θερμικής ενέργειας Vs διαθεσιμότητα παρόχου

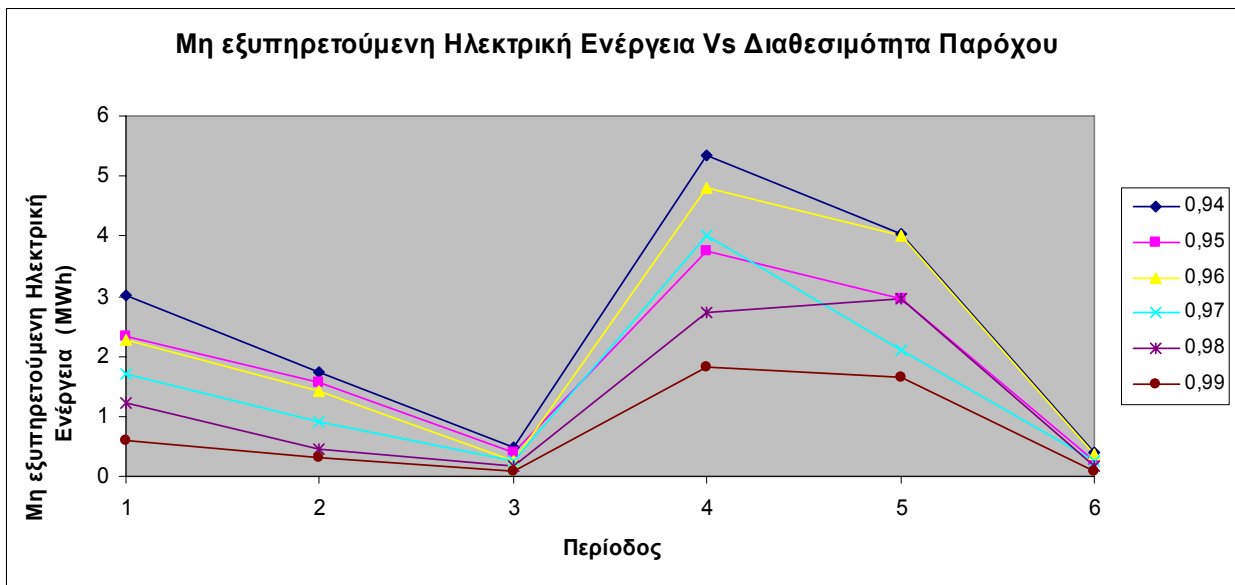
Όπως είναι αναμενόμενο η μεταβολή της διαθεσιμότητας του παρόχου δεν επηρεάζει την θερμική παραγωγή της εγκατάστασης. Από την άλλη, η μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια φαίνεται να επηρεάζεται σε σημαντικό βαθμό, γεγονός που οφείλεται αποκλειστικά στην στοχαστικότητα του μοντέλου. Τέλος, η περίσσεια θερμικής ενέργειας μεταβάλλεται στις περιπτώσεις 1 και 4, όταν και είναι συμφέρουσα η αγορά από τον πάροχο. Έτσι, με μειωμένη την διαθεσιμότητα του παρόχου είναι αναγκαία η παραγωγή περίσσειας θερμικής ενέργειας με στόχο την κάλυψη των ηλεκτρικών φορτίων στις συγκεκριμένες περιπτώσεις (βλ. Διαγράμματα -6.15- έως -6.17-).

Αντίστοιχα, παρατηρούνται ελάχιστες μεταβολές στην ηλεκτρική παραγωγή της εγκατάστασης, σε αντίθεση με την μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια. Η μείωση της διαθεσιμότητας του παρόχου, έχει ως αποτέλεσμα ο πάροχος να βρίσκεται περισσότερες φορές εκτός λειτουργίας και τα ηλεκτρικά φορτία να πρέπει να καλυφθούν εξ' ολοκλήρου από την εγκατάσταση. Επειδή, όμως, τα ηλεκτρικά φορτία έχουν αρκετά μεγάλες τιμές σε σχέση με την δυνατότητα ηλεκτρικής παραγωγής της εγκατάστασης, υπάρχει αύξηση της αντίστοιχης μη εξυπηρετούμενης ηλεκτρικής ενέργειας (βλ. Διαγράμματα -6.18- και -6.19-).

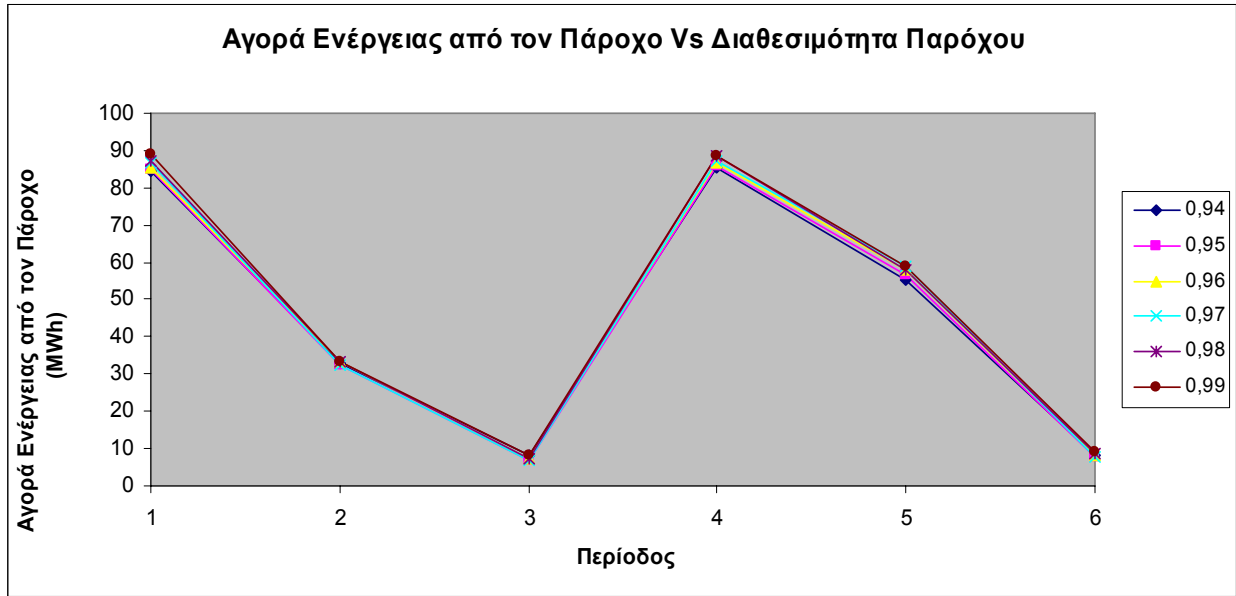




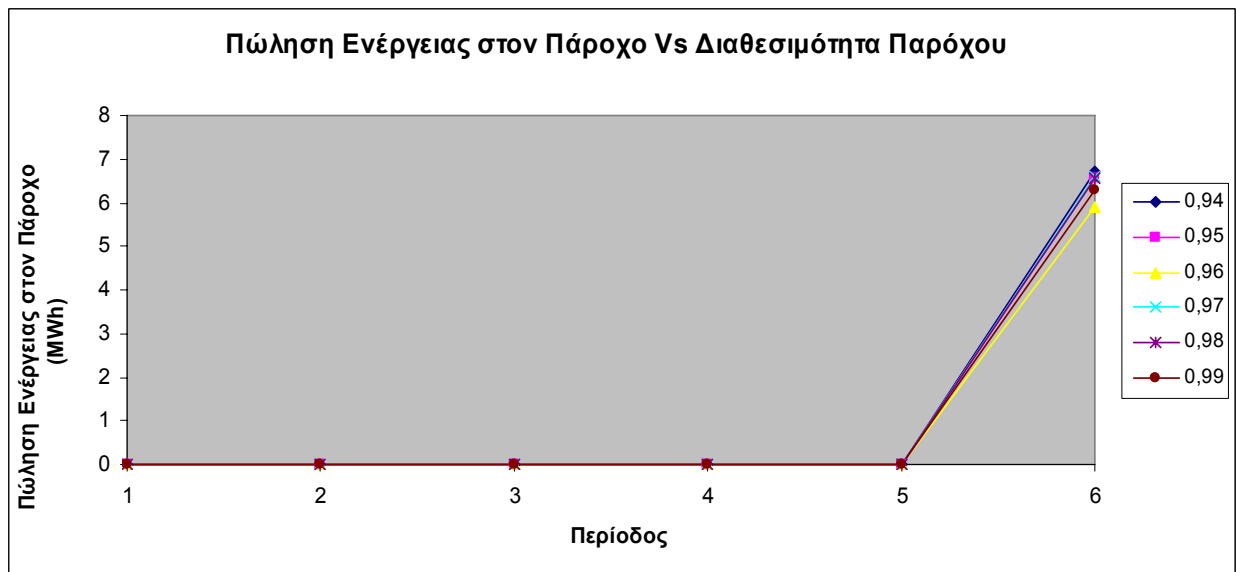
**Διάγραμμα -6.18-** Ηλεκτρική παραγωγή Vs διαθεσιμότητα παρόχου



**Διάγραμμα -6.19-** Μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια Vs διαθεσιμότητα παρόχου



**Διάγραμμα -6.20-** Αγορά ενέργειας από τον πάροχο Vs διαθεσιμότητα παρόχου

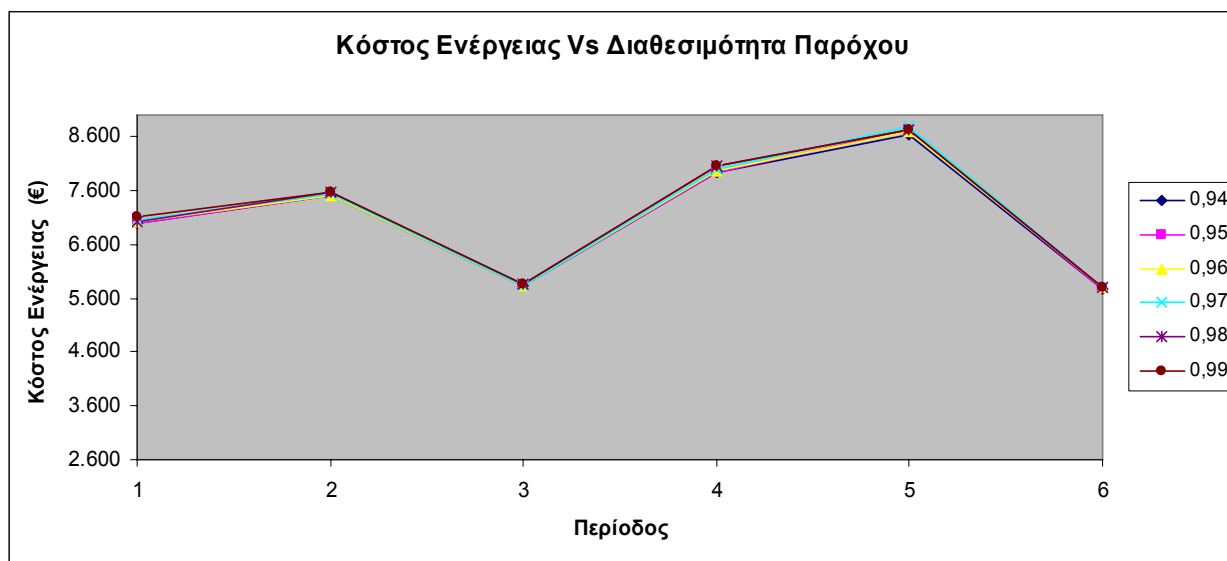


**Διάγραμμα -6.21-** Πώληση ενέργειας στον πάροχο Vs διαθεσιμότητα παρόχου

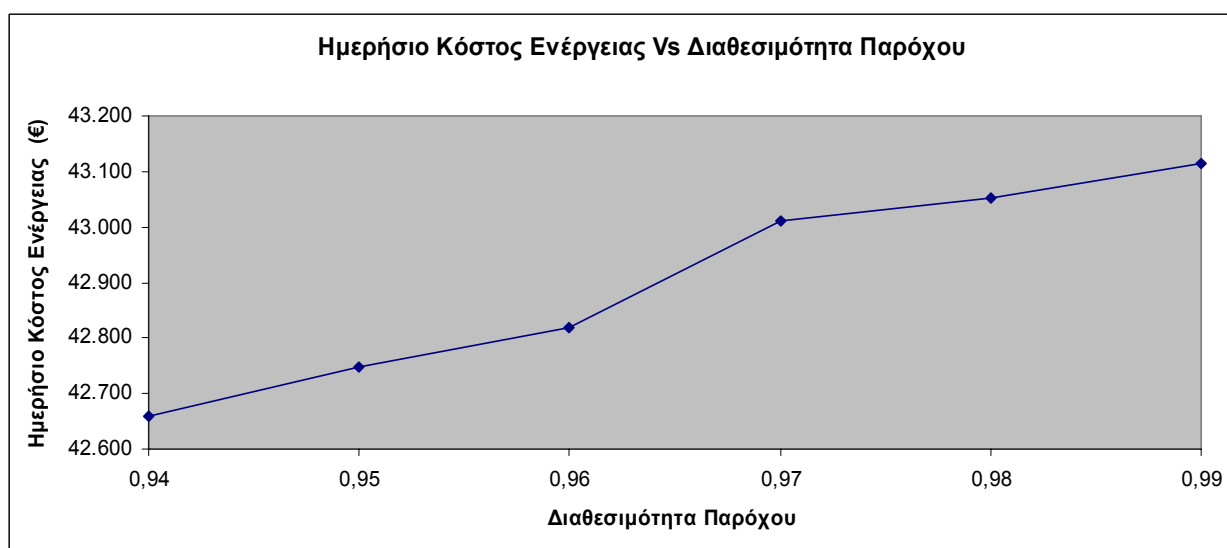
Η αγορά ενέργειας από τον πάροχο δεν φαίνεται να μεταβάλλεται ιδιαίτερα, παρά μόνο στις περιπτώσεις 1 και 4. Στις περιπτώσεις αυτές, η αύξηση της διαθεσιμότητας οδηγεί σε αυξημένη αγορά ενέργειας από τον πάροχο, καθώς ο πάροχος είναι πιθανότερο να

βρίσκεται σε λειτουργία και η αγορά είναι οικονομικά συμφέρουσα (βλ. Διαγράμματα -6.20- & -6.21-).

Το κόστος ενέργειας παρουσιάζει ελάχιστες διακυμάνσεις, καθώς οι τιμές αγοράς και πώλησης και το τοπικό κόστος παραγωγής βρίσκονται αρκετά κοντά. Τέλος, το ημερήσιο κόστος παρουσιάζει μια ελαφρά ανοδική τάση με την αύξηση της διαθεσιμότητας, καθώς αγοράζονται μεγαλύτερες ποσότητες ενέργειας και η τιμή αγοράς είναι μεγαλύτερη από το κόστος παραγωγής (βλ. Διαγράμματα -6.22- & -6.23-).



**Διάγραμμα -6.22- Κόστος ενέργειας Vs διαθεσιμότητα παρόχου**

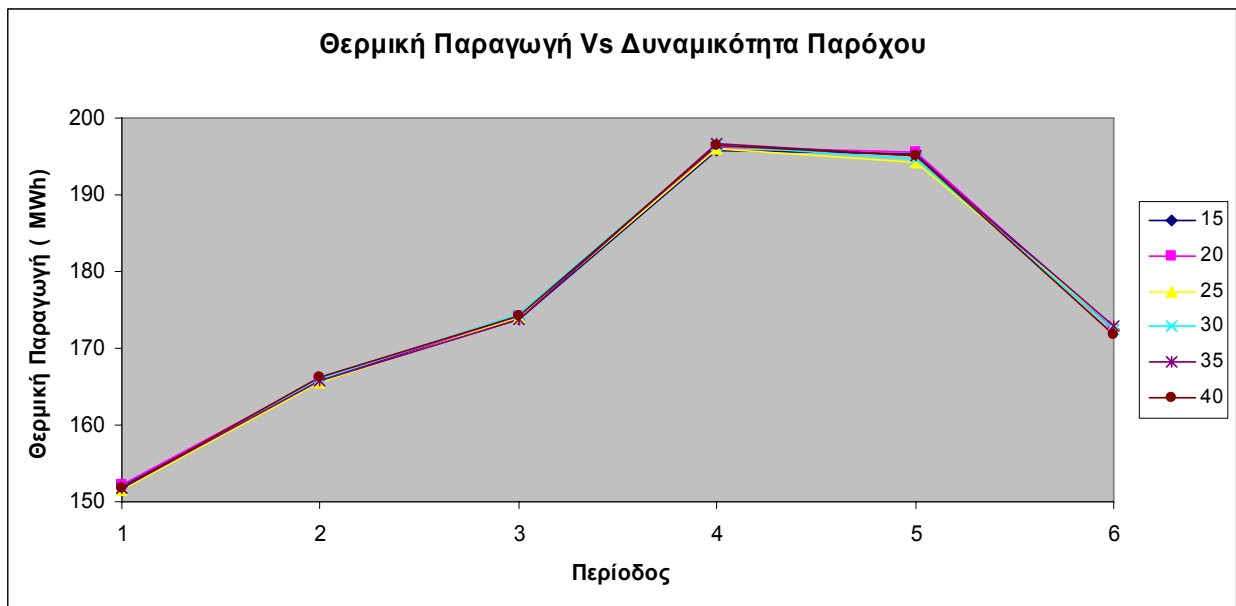


**Διάγραμμα -6.23- Ημερήσιο κόστος ενέργειας Vs διαθεσιμότητα παρόχου**

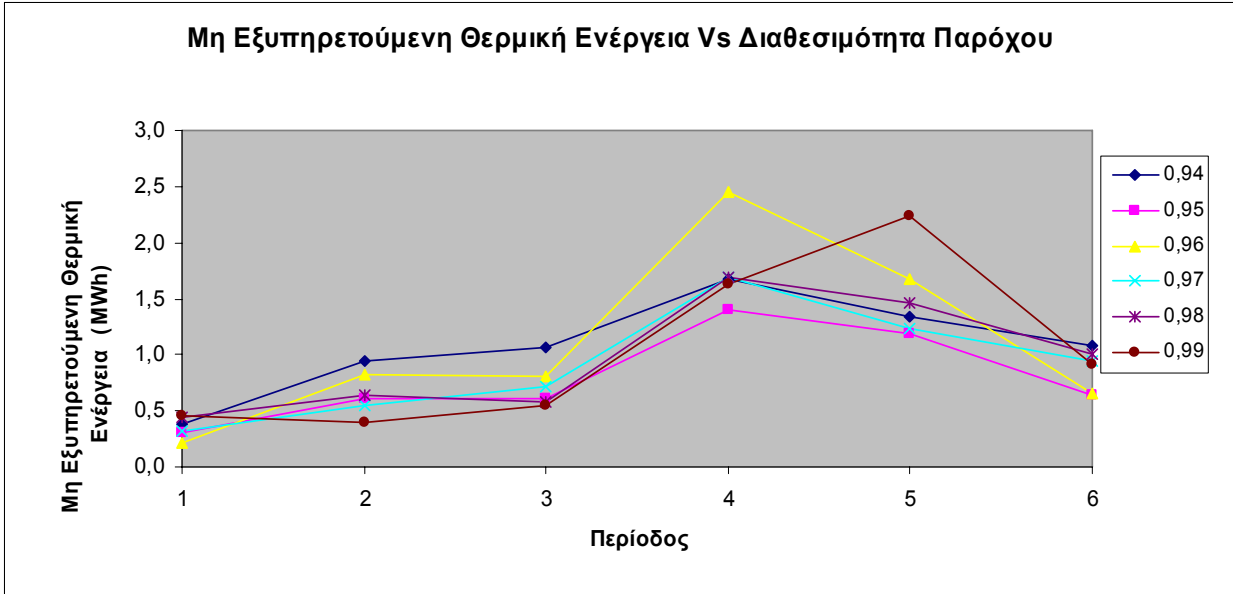
### 6.3.3 Case study 3 Μεταβολή δυναμικότητας παρόχου

Η δυναμικότητα του παρόχου είναι ένας, επίσης, σημαντικός παράγοντας καθώς επηρεάζει την ποσότητα ενέργειας που μπορεί να αγοραστεί από τον πάροχο και, κατά συνέπεια, την ενέργεια που χρειάζεται να παραχθεί από την CHP εγκατάσταση. Οι τιμές που παίρνει είναι από 15 μέχρι 40 MW και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Διαγράμματα -6.24- έως -6.32-.

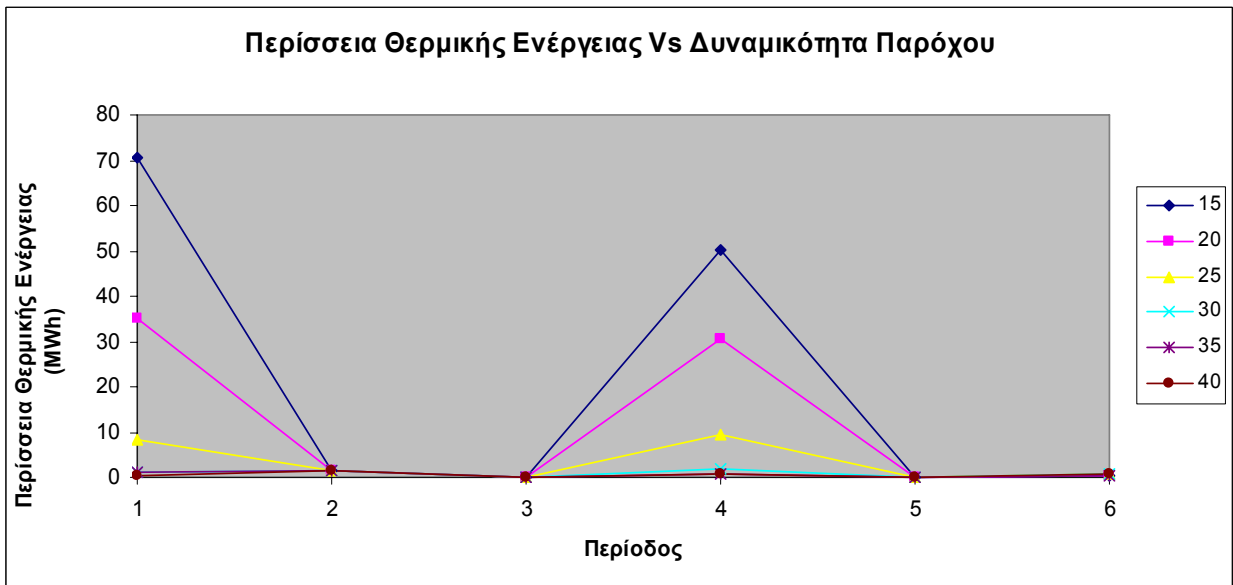
Η παραγωγή θερμικής ισχύος, όπως είναι αναμενόμενο, δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα από την μεταβολή της δυναμικότητας του παρόχου. Η μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια παρουσιάζει αρκετές διακυμάνσεις, γεγονός που οφείλεται αποκλειστικά στην στοχαστικότητα του μοντέλου. Από την άλλη, η περίσσεια θερμικής ισχύος παρουσιάζει τεράστιες μεταβολές στις περιπτώσεις 1 και 4. Πρόκειται για τις περιπτώσεις που κρίνεται συμφέρουσα η αγορά ενέργειας από τον πάροχο και είναι απόλυτα λογικό, όσο μεγαλώνει η δυνατότητα παραγωγής του παρόχου, τόσο να μειώνεται η παραγωγή περίσσειας ισχύος από την εγκατάσταση, με στόχο την παραγωγή περισσότερης ηλεκτρικής ενέργειας (βλ. Διαγράμματα -6.24- έως -6.26-).



**Διάγραμμα -6.24- Θερμική παραγωγή Vs δυναμικότητα παρόχου**

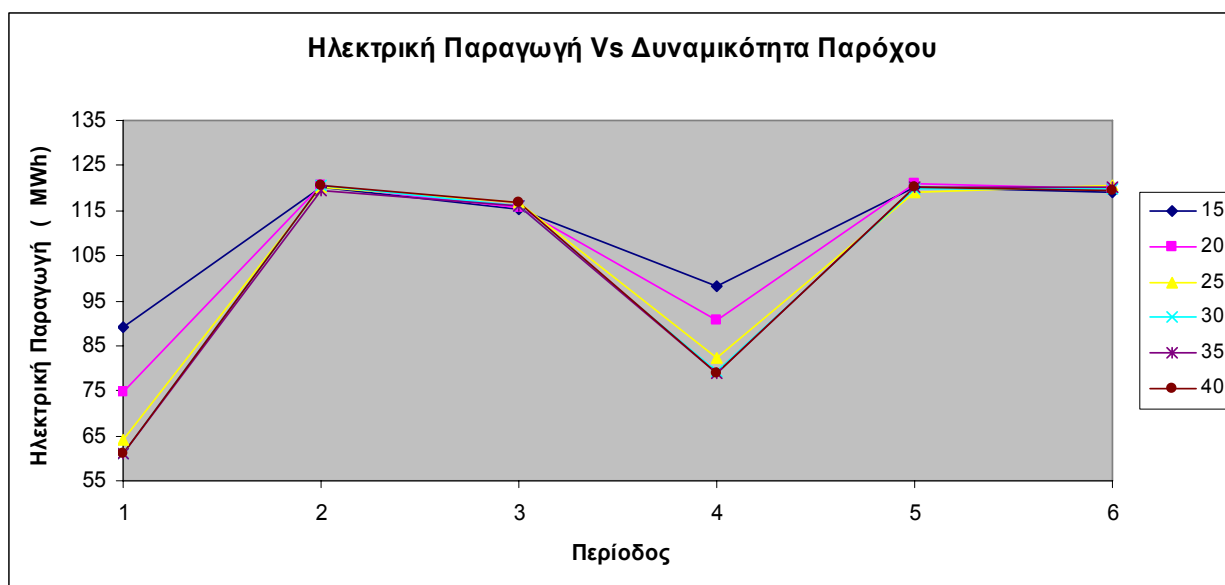


**Διάγραμμα -6.25-** Μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια Vs δυναμικότητα παρόχου

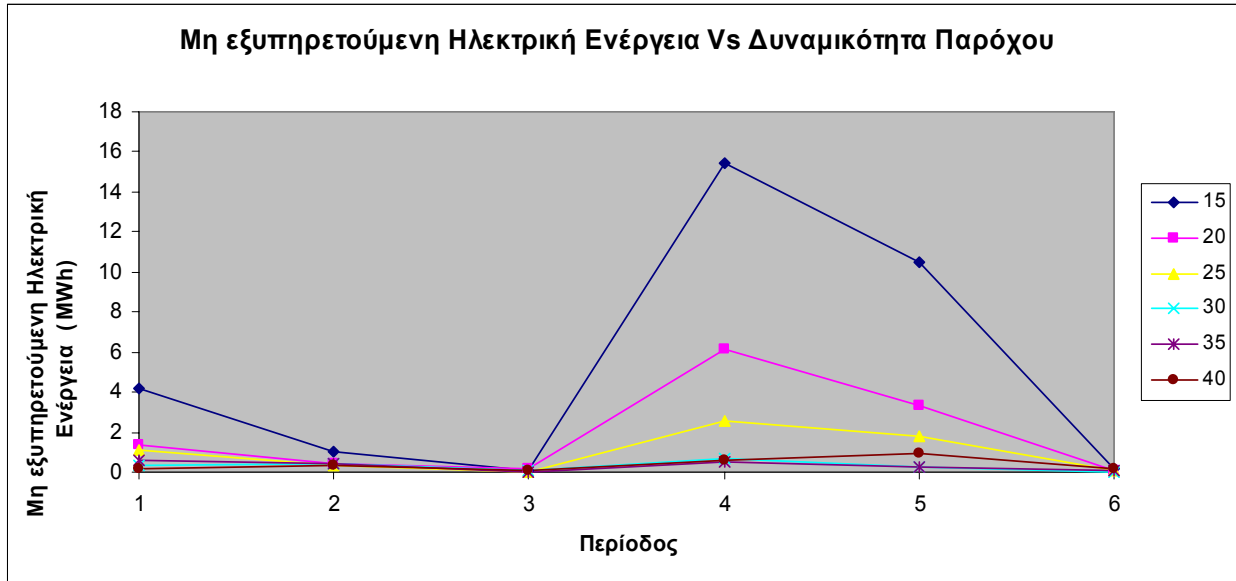


**Διάγραμμα -6.26-** Περίσσεια θερμικής ενέργειας Vs δυναμικότητα παρόχου

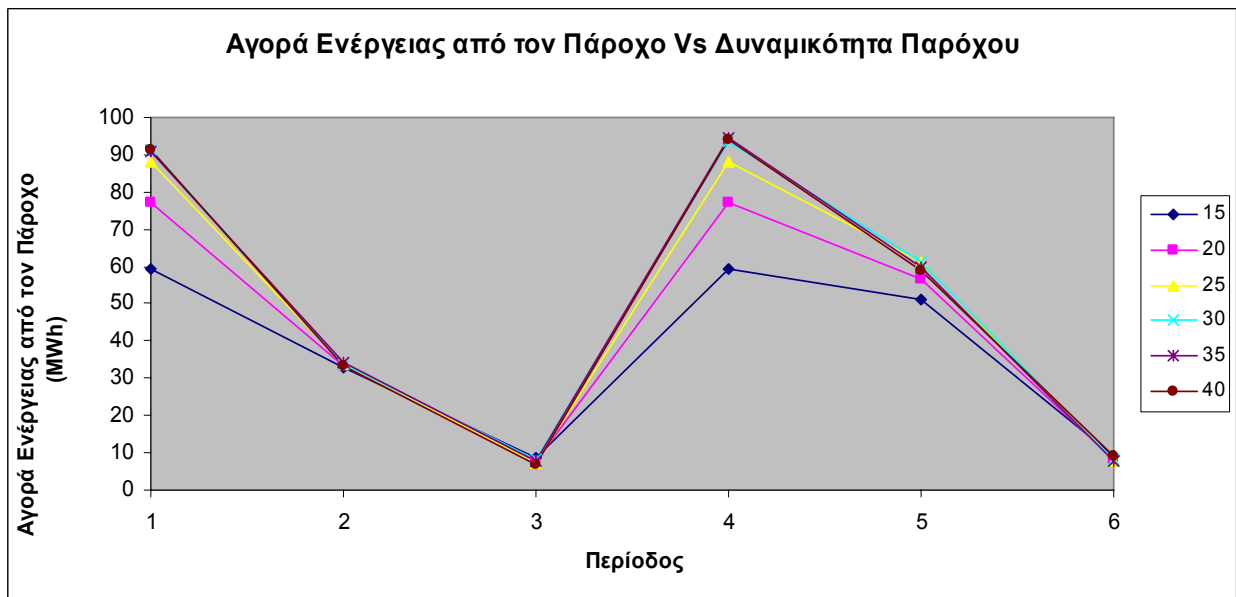
Για του ίδιους λόγους με παραπάνω παρατηρείται έντονη μεταβολή της ηλεκτρικής παραγωγής στις περιόδους 1 και 4, όταν και η μειωμένη δυνατότητα παραγωγής του παρόχου πρέπει να αντισταθμιστεί από την ηλεκτρική παραγωγή της εγκατάστασης. Αντίστοιχη είναι και η μεταβολή της μη εξυπηρετούμενης ενέργειας στις συγκεκριμένες περιόδους, καθώς είναι απόλυτα λογικό η αύξηση της δυναμικότητας του παρόχου να οδηγεί σε μικρότερο αριθμό ανικανοποίητων φορτίων (και μικρότερη μη εξυπηρετούμενη ενέργεια). Ομοίως, η αγορά ενέργειας από τον πάροχο παρουσιάζει έντονη αύξηση όσο αυξάνεται η δυναμικότητα του παρόχου. Τέλος, η πώληση στον πάροχο ουσιαστικά παραμένει ανεπηρέαστη και η μικρές διακυμάνσεις που παρουσιάζει οφείλονται στον σχετικό περιορισμό της ενέργειας που απομένει προς πώληση, αφού η εγκατάσταση καλείται να καλύψει μεγαλύτερο μέρος των φορτίων (βλ. Διαγράμματα -2.27- έως -2.30-).



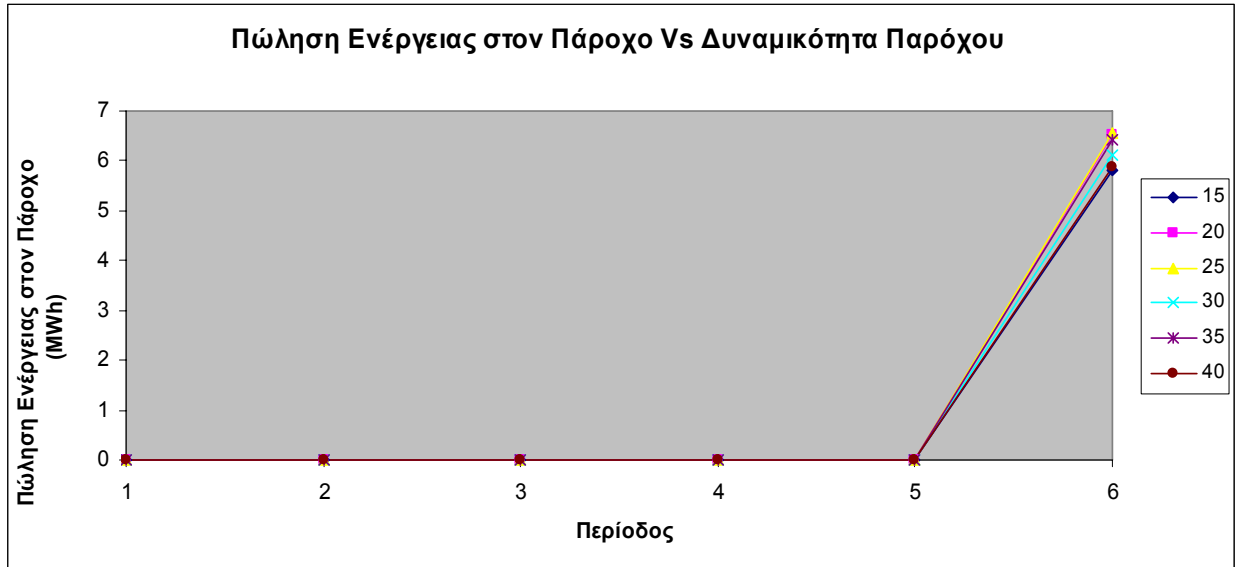
**Διάγραμμα -6.27- Ηλεκτρική παραγωγή Vs δυναμικότητα παρόχου**



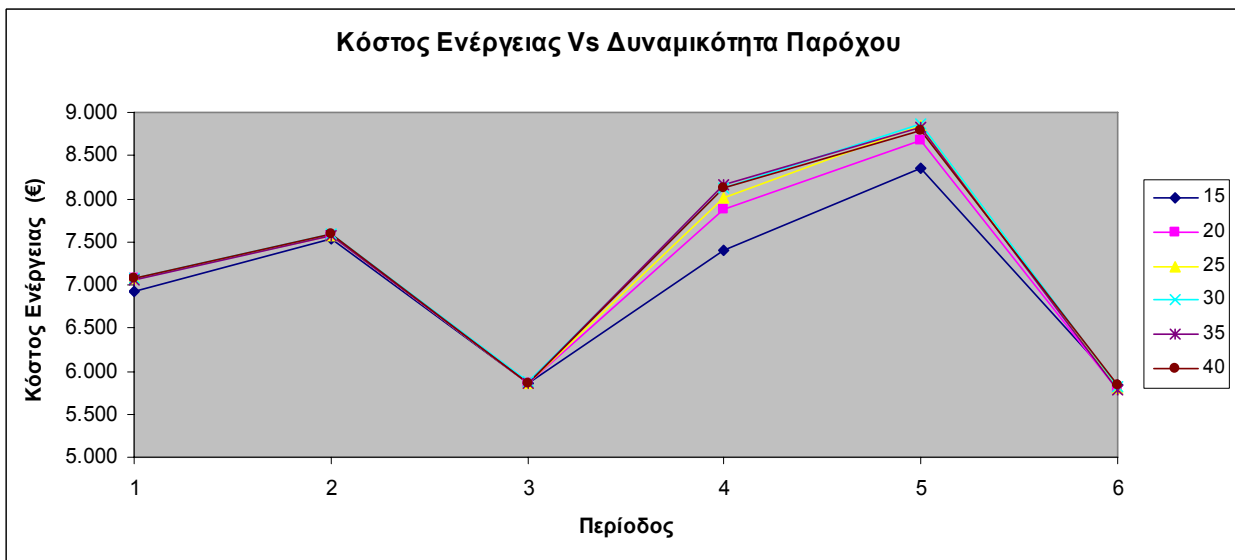
**Διάγραμμα -6.28-** Μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια Vs δυναμικότητα παρόχου



**Διάγραμμα -6.29-** Αγορά ενέργειας από τον πάροχο Vs δυναμικότητα παρόχου

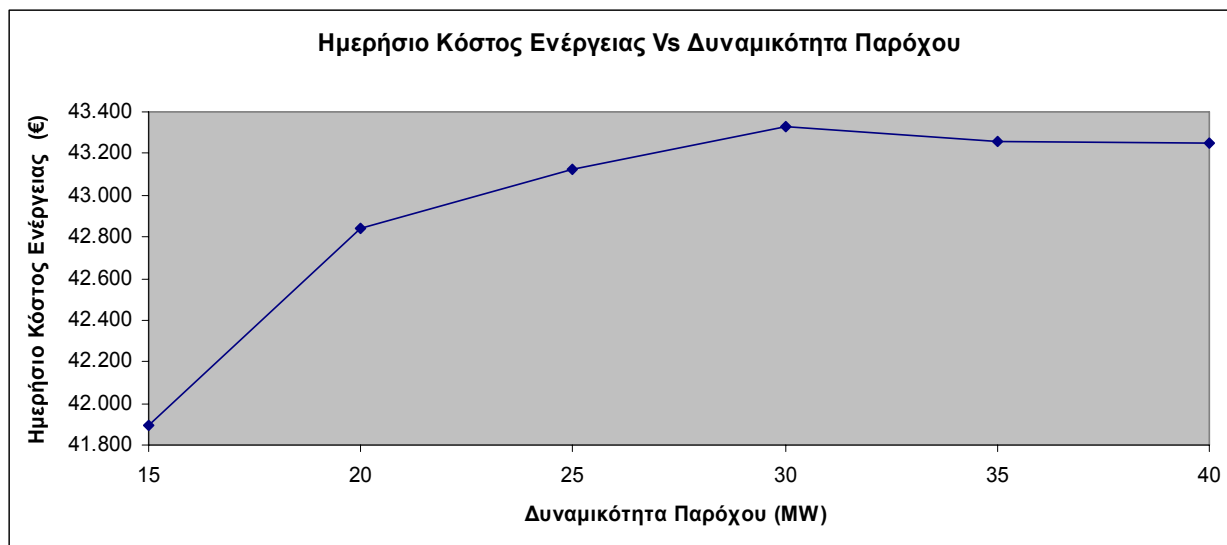


**Διάγραμμα -6.30-** Πώληση ενέργειας στον πάροχο Vs δυναμικότητα παρόχου



**Διάγραμμα -6.31-** Κόστος ενέργειας Vs δυναμικότητα παρόχου



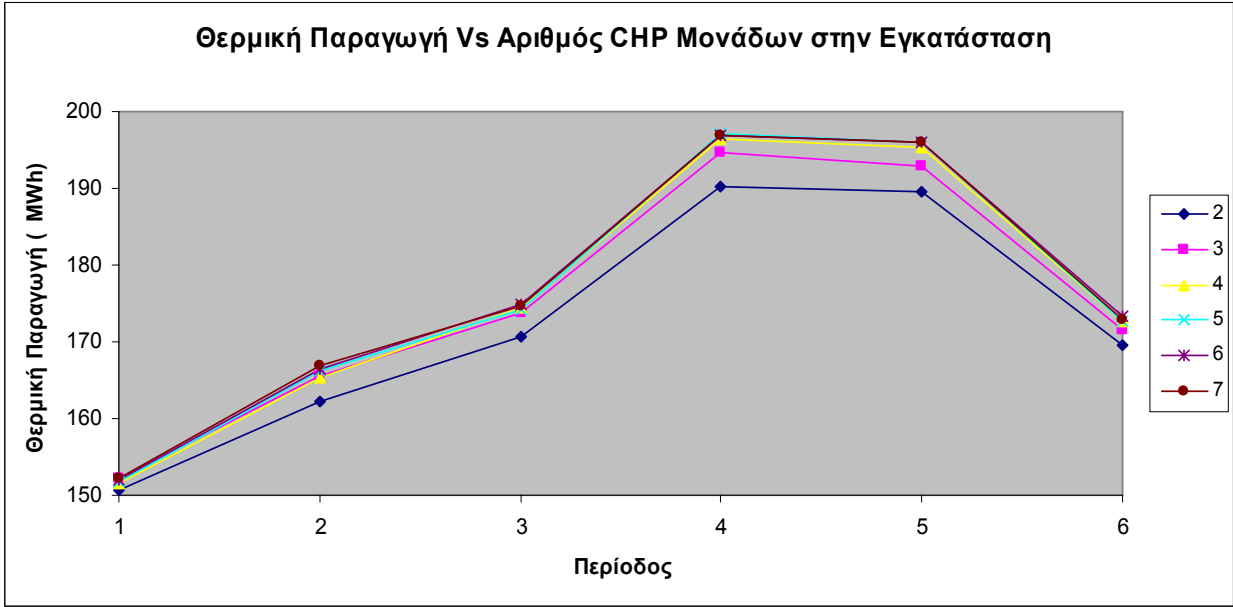


**Διάγραμμα -6.32-** Ημερήσιο κόστος ενέργειας Vs δυναμικότητα παρόχου

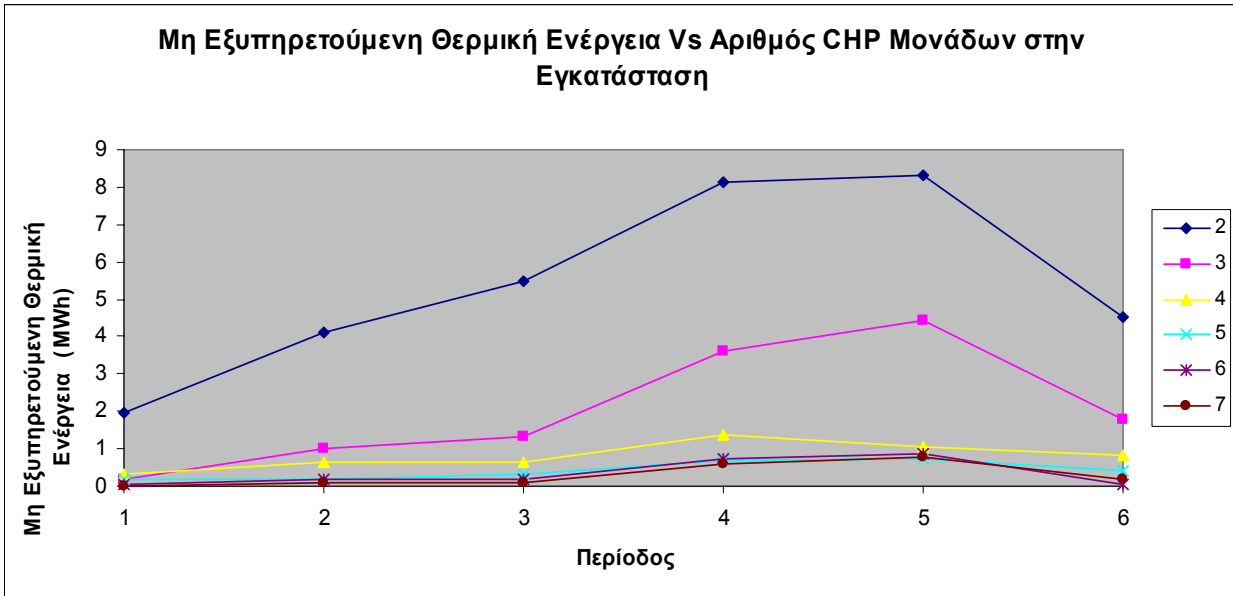
Το κόστος ενέργειας ανά περίοδο παρουσιάζει εντονότερες διακυμάνσεις κατά τις περιόδους 1 και 4. Στις περιπτώσεις αυτές που υπάρχει προτίμηση για αγορά από τον πάροχο, η αύξηση της δυναμικότητας του οδηγεί σε αντίστοιχη αύξηση της ενέργειας που αγοράζεται και, κατά συνέπεια παρατηρείται αύξηση και στο κόστος. Το ημερήσιο κόστος εμφανίζει μια ελαφρά ανοδική τάση καθώς αυξάνεται η δυναμικότητα ακριβώς για τους ίδιους λόγους με παραπάνω (βλ. Διαγράμματα -6.31- & -6.32-).

#### **6.3.4 Case study 4 Μεταβολή αριθμού μονάδων CHP**

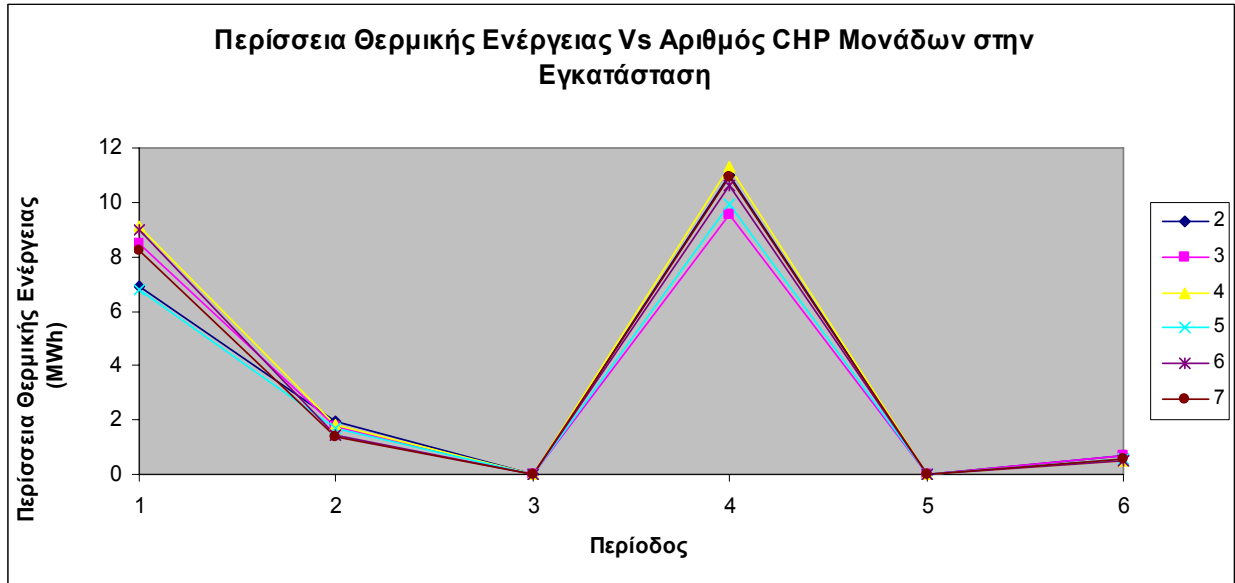
Με δεδομένη την δυναμικότητα της CHP εγκατάστασης, ο αριθμός των μονάδων που την αποτελούν παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, καθώς επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό τη ισχύ που βρίσκεται σε λειτουργία. Αξίζει να σημειωθεί ότι όσο περισσότερες μονάδες αποτελούν την εγκατάσταση τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα να μεταβεί σε κατάσταση εκτός λειτουργίας (δεν λειτουργεί καμία μονάδα). Ο αριθμός των μονάδων που εξετάζονται κυμαίνεται από 2 μέχρι 7 μονάδες και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Διαγράμματα -6.33- έως -6.41-.



**Διάγραμμα -6.33-** Θερμική παραγωγή Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση

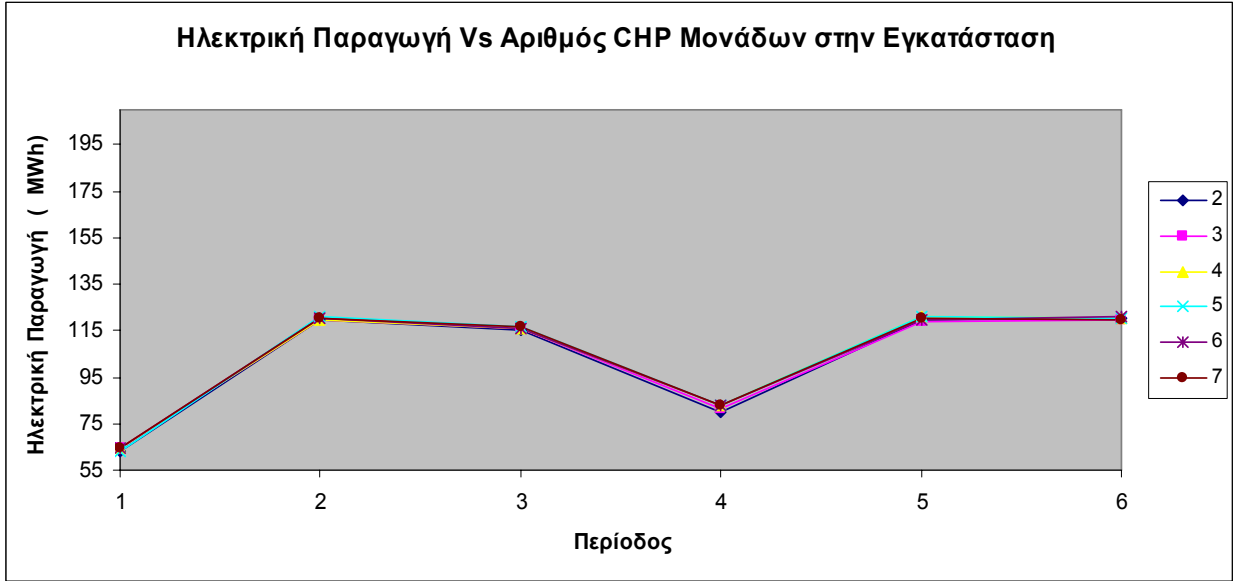


**Διάγραμμα -6.34-** Μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση

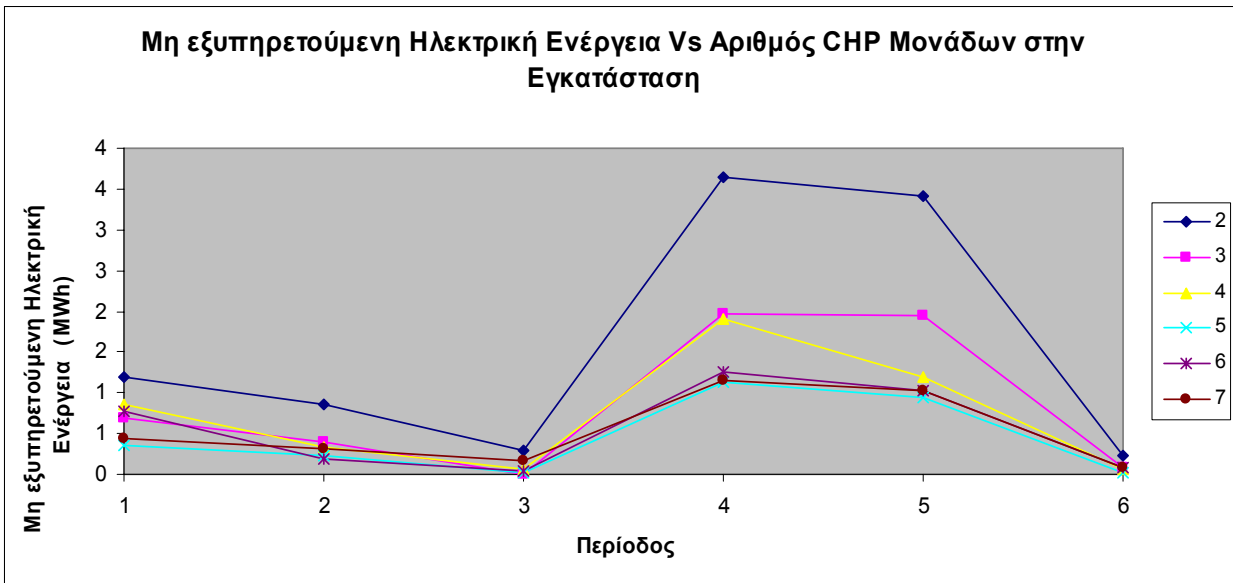


**Διάγραμμα -6.35-** Περίσσεια θερμικής ενέργειας Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση

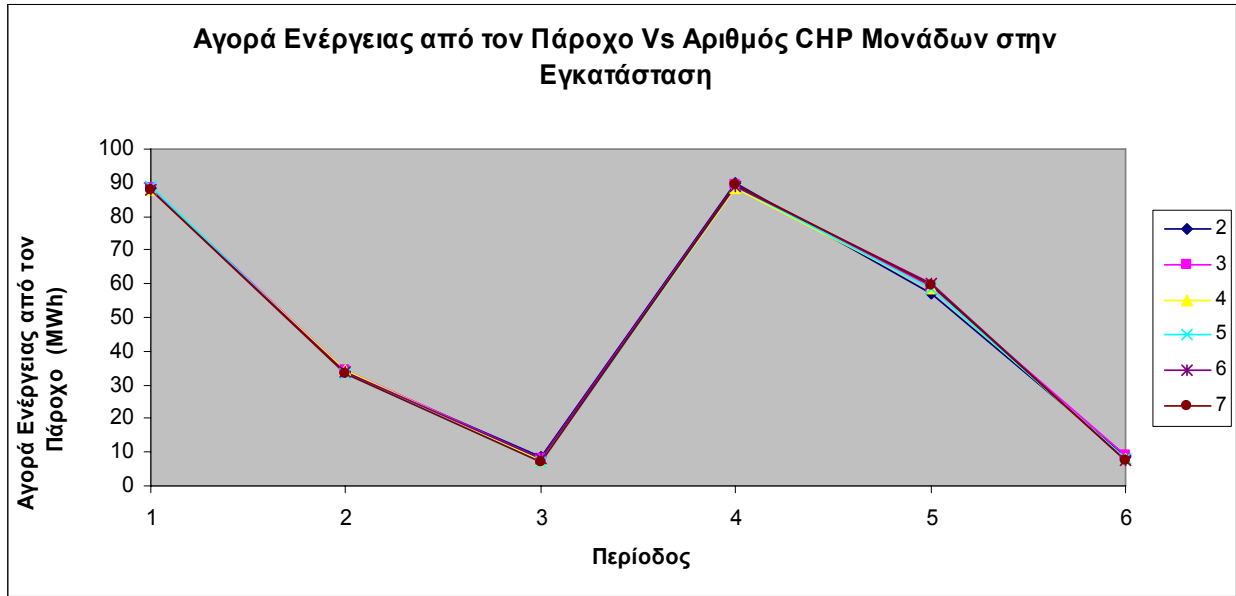
Με την διαθεσιμότητα και την δυναμικότητα της εγκατάστασης να παραμένουν σταθερές, και με δεδομένο το γεγονός ότι ο αριθμός των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία προκύπτει με βάση την διωνυμική κατανομή, είναι αναμενόμενο η αύξηση του αριθμού των μονάδων να οδηγεί σε αύξηση της συνολικής παραγόμενης θερμικής ισχύος (βλ. Διάγραμμα -6.33-). Λόγω των παραπάνω είναι λογική και η μείωση της μη εξυπηρετούμενης ενέργειας με την αύξηση του αριθμού των μονάδων, αφού είναι λιγότερο πιθανό να υπάρχουν θερμικά φορτία ανικανοποίητα (βλ. Διάγραμμα -6.34-). Η περίσσεια θερμικής ενέργειας παρουσιάζει πολύ μικρότερες διακυμάνσεις, καθώς εξαρτάται σημαντικά από τις ισχύουσες τιμές και το κατά πόσον είναι συμφέρουσα η πώληση ενέργειας στον πάροχο. Πράγματι οι εντονότερες διακυμάνσεις παρατηρούνται στις περιόδους 2, 5 και 6, όταν δηλαδή κρίνεται συμφέρουσα η πώληση και τα φορτία λαμβάνουν τις μεγαλύτερες τιμές τους (βλ. Διάγραμμα -6.35-).



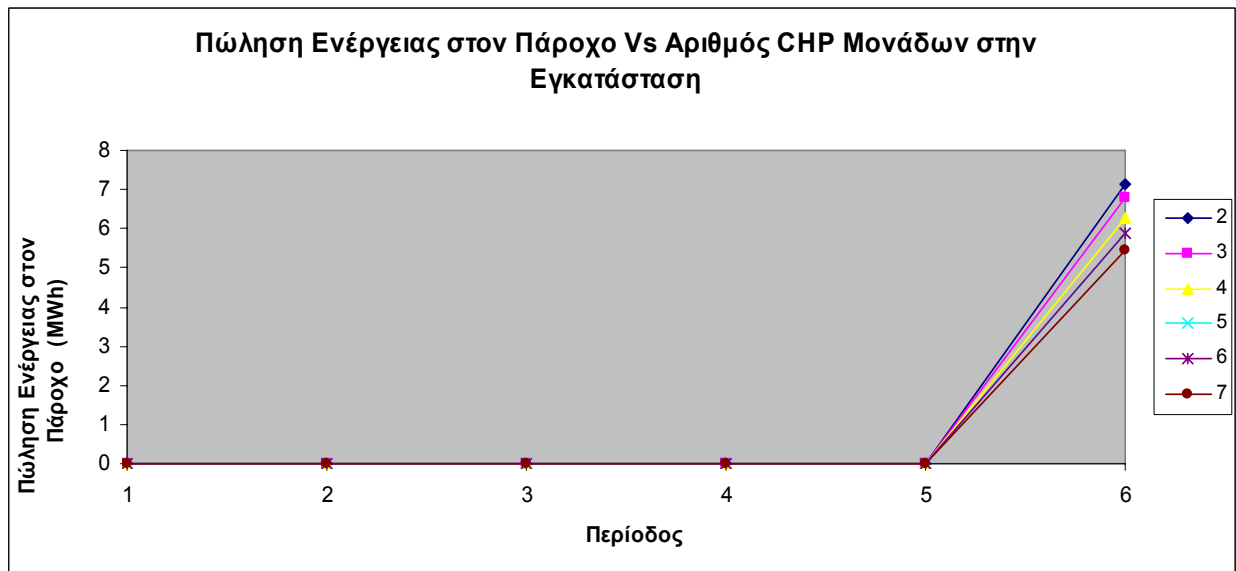
**Διάγραμμα -6.36-** Ηλεκτρική παραγωγή Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση



**Διάγραμμα -6.37-** Μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση



**Διάγραμμα -6.38-** Αγορά ενέργειας από τον πάροχο Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση

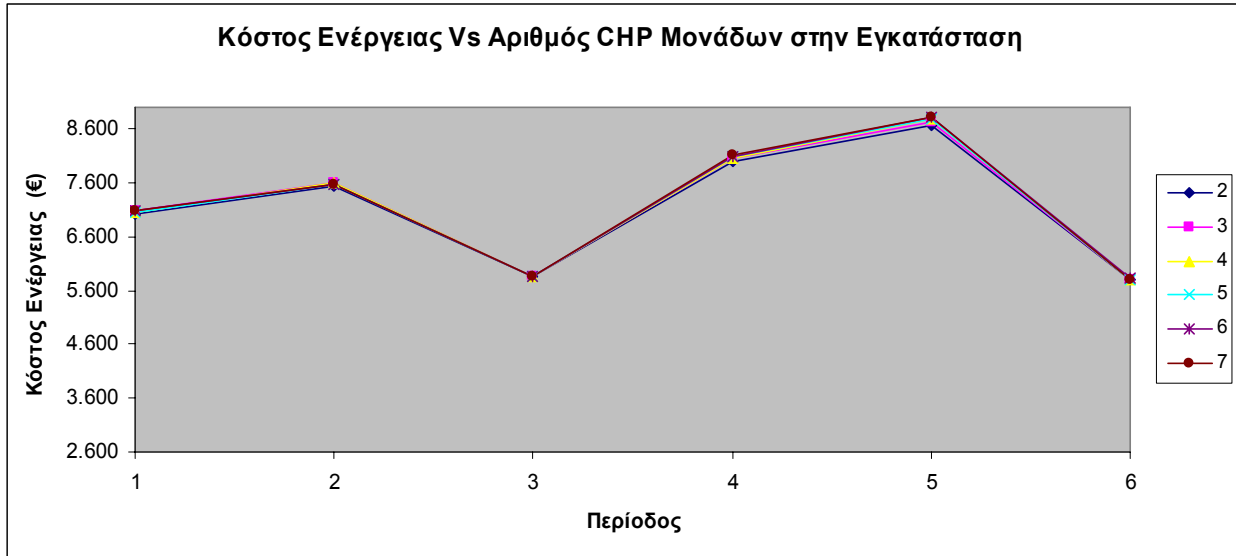


**Διάγραμμα -6.39-** Πώληση ενέργειας στον πάροχο Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση

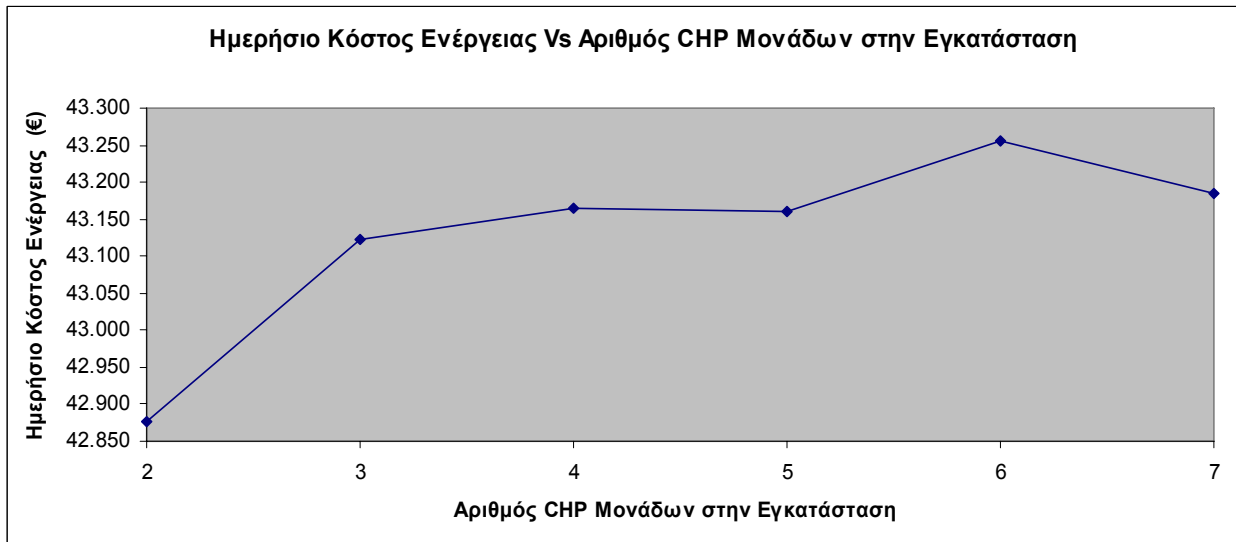
Η ηλεκτρική παραγωγή δεν φαίνεται να επηρεάζεται σε σημαντικό βαθμό από τον αριθμό των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία, καθώς είναι λίγες οι περιπτώσεις που εξαντλείται η δυναμικότητα της εγκατάστασης για την κάλυψη των φορτίων. Στις περισσότερες περιπτώσεις η παραγωγή περιορίζεται από την βέλτιστη E/S αναλογία και τα φορτία καλύπτονται με την συνεισφορά του παρόχου. Παρόλα αυτά οι μεγαλύτερες διακυμάνσεις παρουσιάζονται κατά τις περιόδους 4 και 5, όταν, δηλαδή, τα φορτία παίρνουν τις μεγαλύτερες τιμές τους (βλ. Διάγραμμα -6.36-). Αντίστοιχα, η μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια παρουσιάζει αρκετές διακυμάνσεις, οι οποίες είναι εντονότερες κατά τις περιόδους 4 και 5 λόγω των μεγαλύτερων φορτίων. Η αύξηση των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία, όπως είναι λογικό, οδηγεί σε μείωση της μη εξυπηρετούμενης ηλεκτρικής ενέργειας, και οι όποιες διακυμάνσεις φαίνονται εντονότερες σε σχέση με αυτές της ηλεκτρικής παραγωγής, λόγω της κλίμακας των αντίστοιχων αξόνων (βλ. Διάγραμμα -6.37-).

Η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας από τον πάροχο είναι εντονότερη στις περιπτώσεις που βρίσκονται λιγότερες μονάδες σε λειτουργία, και υπάρχει ανάγκη ενέργειας για την κάλυψη των ηλεκτρικών φορτίων. Έτσι, η αγορά ενέργειας φαίνεται να μεταβάλλεται περισσότερο στις περιπτώσεις 1,4 και 5, όταν και η εγκατάσταση λειτουργεί σε ελάχιστη E/S αναλογία (περιπτώσεις 1 και 4) ή τα φορτία λαμβάνουν μεγάλες τιμές (περιπτώσεις 4 και 5). Όπως και στα προηγούμενα διαγράμματα, οι διακυμάνσεις ίσως δεν είναι τόσο εμφανείς λόγω της κλίμακας του άξονα (βλ. Διάγραμμα -6.38-). Αντίστοιχα, η πώληση ενέργειας στον πάροχο που λαμβάνει χώρα, κατά κύριο λόγο, στην περίοδο 6 είναι αναμενόμενο να αυξάνεται με την αύξηση του μονάδων που απαρτίζουν την εγκατάσταση, καθώς υπάρχει μεγαλύτερη ποσότητα ενέργειας διαθέσιμη προς πώληση (βλ. Διάγραμμα -6.39-).

Το κόστος ενέργειας παρουσιάζει μικρές διακυμάνσεις, οι οποίες είναι εντονότερες κατά τις περιόδους 4 και 5, όταν και τα φορτία λαμβάνουν μεγαλύτερες τιμές και η αύξηση των μονάδων που απαρτίζουν την εγκατάσταση οδηγεί σε αύξηση της παραγωγής και, κατά συνέπεια, μεγαλύτερο κόστος παραγωγής (βλ. Διάγραμμα -6.40-). Τέλος, το συνολικό κόστος ενέργειας φαίνεται να παρουσιάζει μια έντονη αύξηση στην αρχή (για αριθμό μονάδων 2 έως 4), αφού αυξάνεται σημαντικά η διαθέσιμη ενέργεια προς πώληση ή κάλυψη των φορτίων και έπειτα φαίνεται να σταθεροποιείται γύρω στα 43.200 €, καθώς η περαιτέρω αύξηση των μονάδων δεν αυξάνει δραστικά την διαθέσιμη ενέργεια (βλ. Διάγραμμα -6.41-).



**Διάγραμμα -6.40-** Κόστος ενέργειας Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση



**Διάγραμμα -6.41-** Ημερήσιο κόστος ενέργειας Vs αριθμός CHP μονάδων στην εγκατάσταση

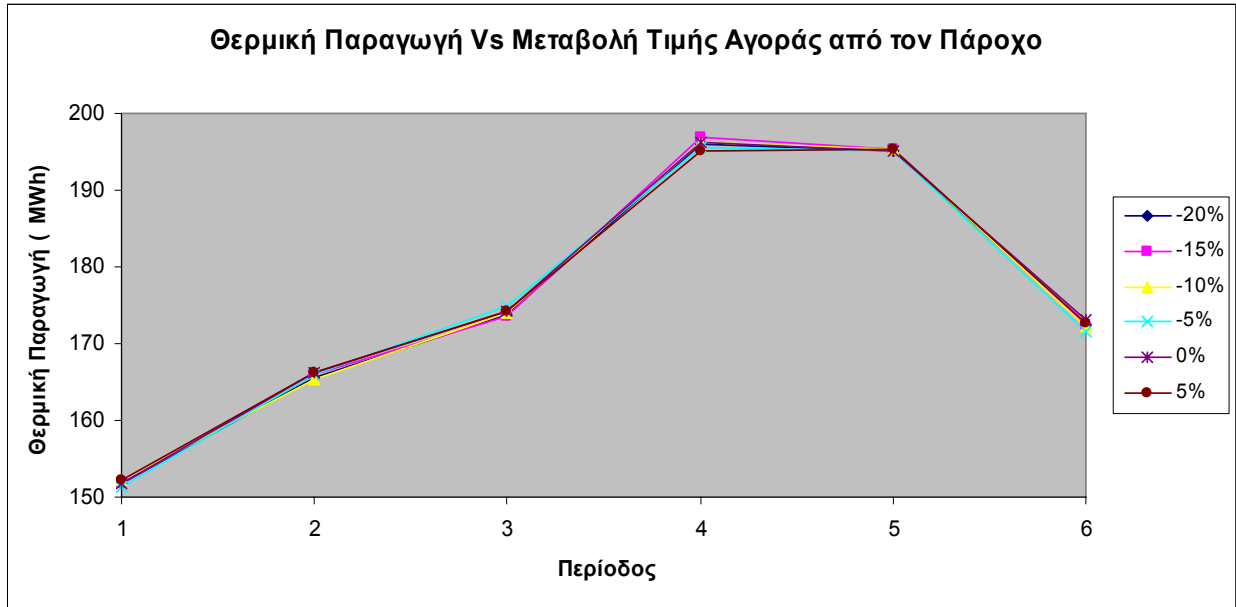
### 6.3.5 Case study 5 Μεταβολή τιμής αγοράς qt

Η μεταβολή της τιμής αγοράς της ενέργειας από τον πάροχο παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό της λειτουργίας της εγκατάστασης, αλλά και στα κέρδη της καθώς καθορίζει αν είναι περισσότερο συμφέρουσα η παραγωγή της ενέργειας από την ίδια την εγκατάσταση ή η αγορά ενέργειας από τον πάροχο. Οι τιμές αγοράς που θα μελετηθούν έχουν επιλεγεί έτσι ώστε όλες οι περιπτώσεις να μεταβούν τελικά σε κατάσταση που η αγορά κρίνεται συμφέρουσα. Οι μεταβολές που εξεταστούν κυμαίνονται από -20% μέχρι 5% σε σχέση με την αρχική τιμή και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Διαγράμματα -6.42- έως -6.50-.

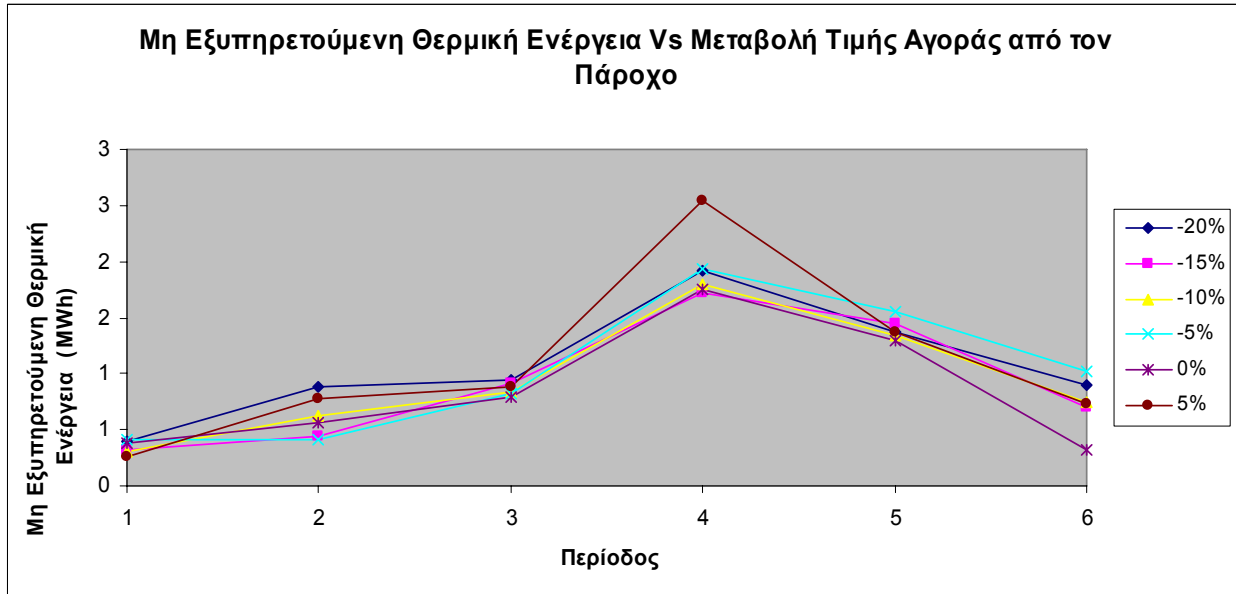
Αρχικά θα πρέπει να σημειωθεί ότι ξεκινώντας με μείωση 20% σε σχέση με την τιμή αγοράς της αρχικής προσομοίωσης όλες οι περιπτώσεις βρίσκονται σε κατάσταση που κρίνεται συμφέρουσα η αγορά ενέργειας από τον πάροχο. Από το σημείο αυτό και πέρα, η τιμή αγοράς συνεχώς αυξάνεται με αποτέλεσμα τελικά να μην είναι συμφέρουσα η αγορά σε καμία από τις περιόδους (αύξηση 5% σε σχέση με την αρχική τιμή).

Η παραγωγή θερμικής ενέργειας παρουσιάζει πολύ μικρές μεταβολές και κυρίως κατά τις περιόδους 4 και 5 όταν και τα φορτία είναι μεγαλύτερα και απαιτείται υψηλότερη θερμική παραγωγή για την ικανοποίηση της E/S αναλογίας (βλ. διάγραμμα -6.42-). Η μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια παρουσιάζει αρκετά έντονες διακυμάνσεις, οι οποίες είναι ανεξάρτητες από την μεταβολή της τιμής αγοράς και οφείλονται στην στοχαστικότητα του μοντέλου (βλ. Διάγραμμα -6.43-). Περίσσεια θερμικής ενέργειας φαίνεται να υπάρχει σε κάθε περίοδο που κρίνεται συμφέρουσα η πώληση ενέργειας στον πάροχο, μέχρι το σημείο που η μεταβολή της τιμής θα οδηγήσει σε κατάσταση που κρίνεται συμφέρουσα η αγορά από τον πάροχο ή στις περιπτώσεις που τα φορτία λαμβάνουν αρκετά υψηλές τιμές (βλ. Διάγραμμα -6.44-).

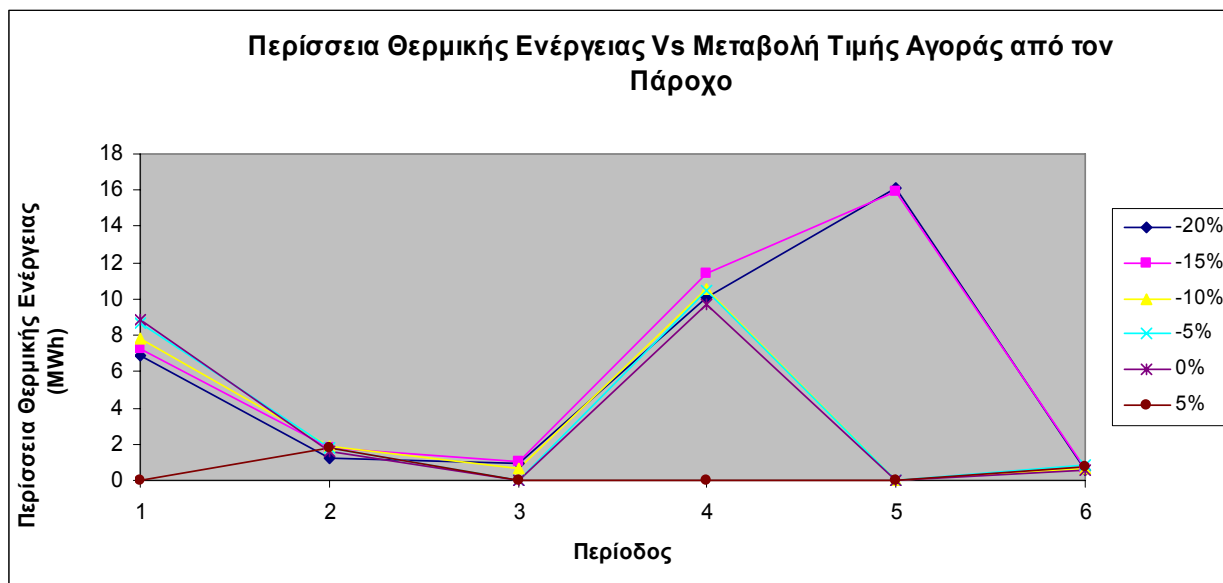




**Διάγραμμα -6.42-** Θερμική παραγωγή Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο



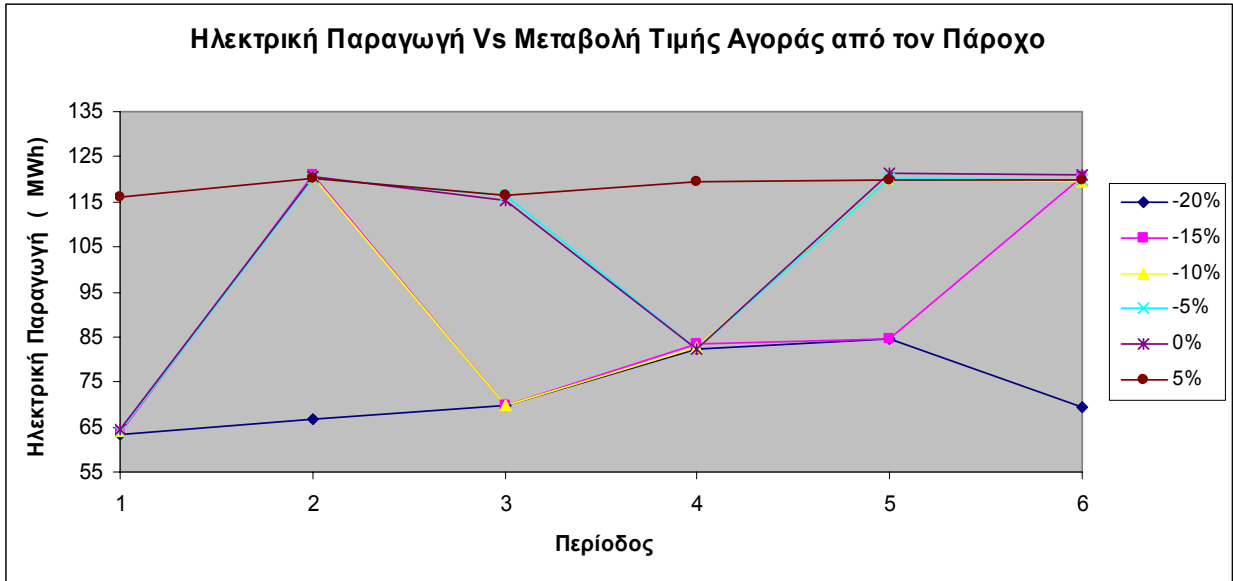
**Διάγραμμα -6.43-** Μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο



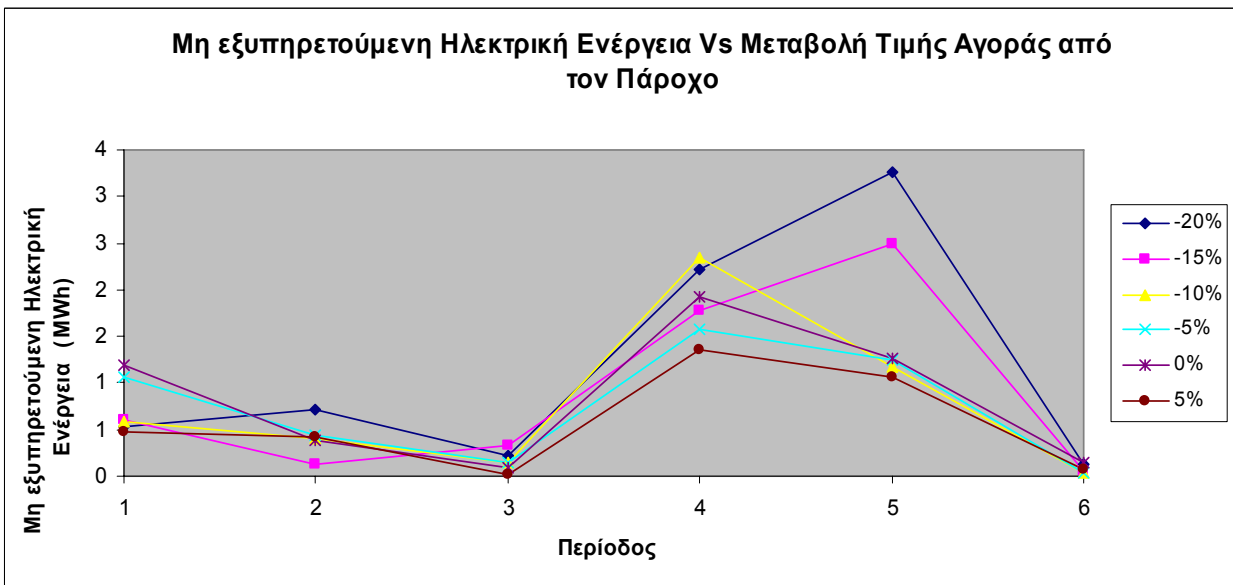
**Διάγραμμα -6.44-** Περίσσεια θερμικής ενέργειας Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο

Η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας παρουσιάζει ιδιαίτερα έντονες διακυμάνσεις, καθώς επηρεάζεται και από τις αγοραπωλησίες ενέργειας. Έτσι, όταν υπάρχει μείωση της τιμής αγοράς κατά 20% και σε όλες τις περιπτώσεις κρίνεται συμφέρουσα η αγορά ενέργειας από τον πάροχο, η ηλεκτρική παραγωγή φαίνεται να λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της σε όλες της περιόδους, με τιμή που να ικανοποιεί την ελάχιστη E/S αναλογία. Καθώς η τιμή αγοράς αυξάνεται η αγορά ενέργειας είναι συμφέρουσα σε όλο και λιγότερες περιπτώσεις, με αποκορύφωμα την αύξηση κατά 5% σε σχέση με την αρχική της τιμή, που την καθιστά ασύμφορη για όλες τις περιόδους και η ηλεκτρική παραγωγή μεγιστοποιείται, μέχρι το σημείο που επιτρέπει η μέγιστη E/S αναλογία (βλ. Διάγραμμα -6.45-). Αντίστοιχη είναι και η μεταβολή της μη εξυπηρετούμενης ενέργειας, η οποία ωστόσο παρουσιάζει μεγαλύτερη τυχαιότητα λόγω της στοχαστικότητας του μοντέλου (βλ. Διάγραμμα -6.46-).

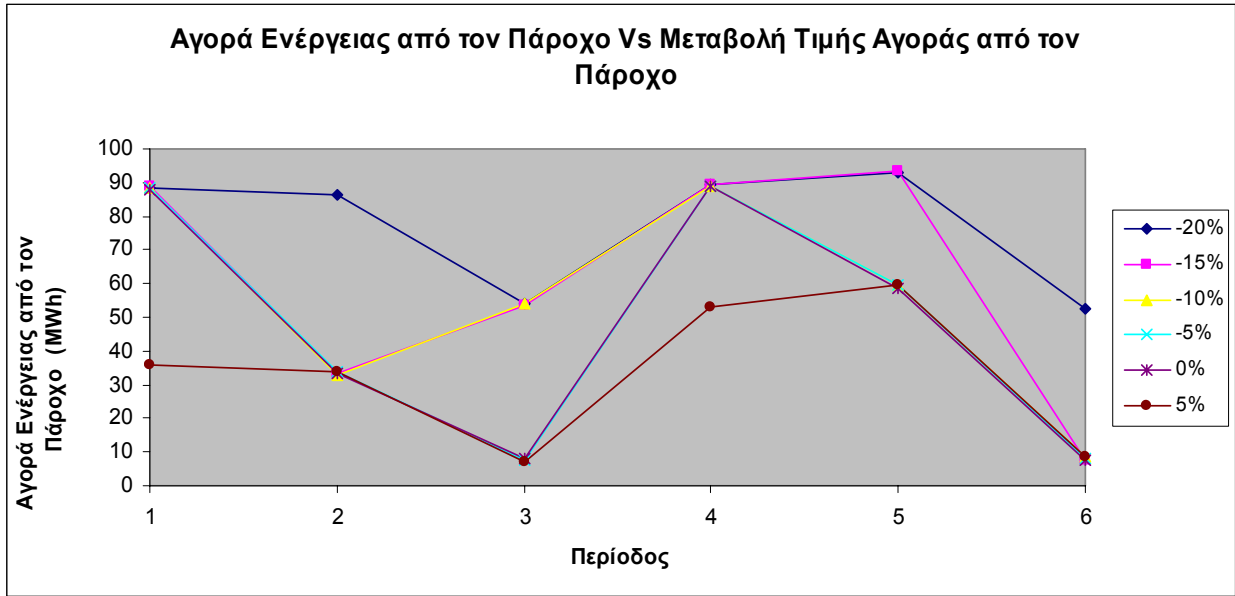
Η αγορά ενέργειας από τον πάροχο ακολουθεί την αντίστροφη κίνηση από αυτή της ηλεκτρικής παραγωγής, καθώς αρχικά η τιμή αγοράς είναι χαμηλή και αγοράζονται όσο το δυνατόν μεγαλύτερες ποσότητες ενέργειας και καθώς η τιμή αυξάνεται η ποσότητες αυτές σταδιακά μειώνονται (βλ. Διάγραμμα -6.47-). Η πώληση ενέργειας δεν φαίνεται να επηρεάζεται σε σημαντικό βαθμό καθώς λαμβάνει χώρα μόνο κατά την τελευταία περίοδο. Παρόλα αυτά, όταν υπάρχει μείωση 20% στην τιμή κρίνεται συμφέρουσα η αγορά και η πώληση έχει μηδενική τιμή. Για οποιαδήποτε άλλη τιμή αγοράς από τις εξεταζόμενες η πώληση εξελίσσεται κανονικά (βλ. Διάγραμμα -6.48-).



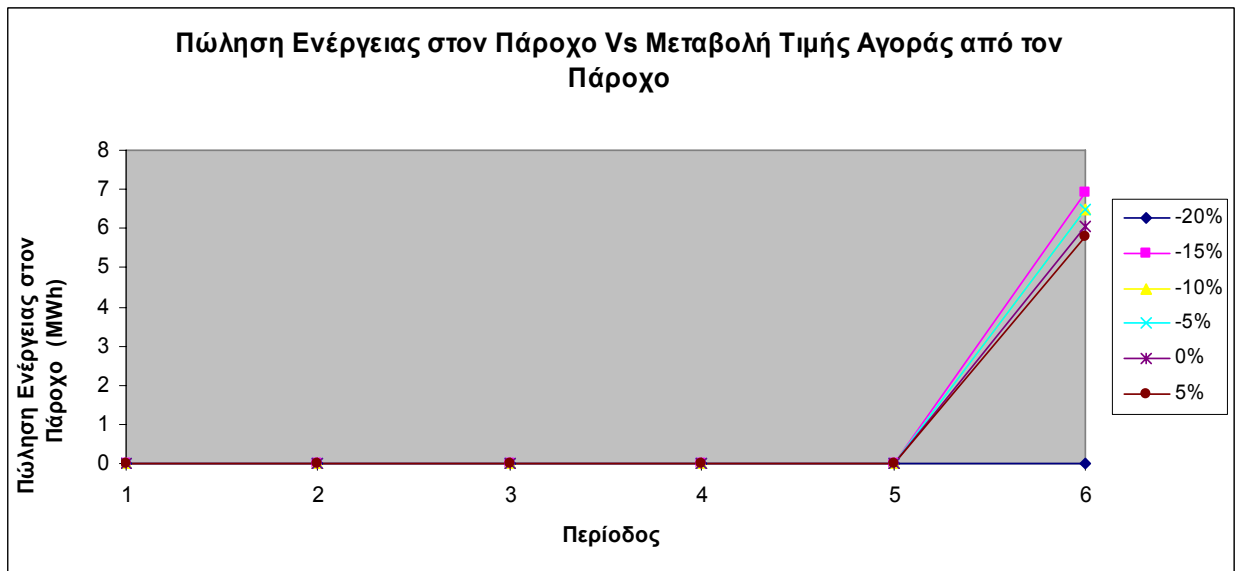
**Διάγραμμα -6.45-** Ηλεκτρική παραγωγή Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο



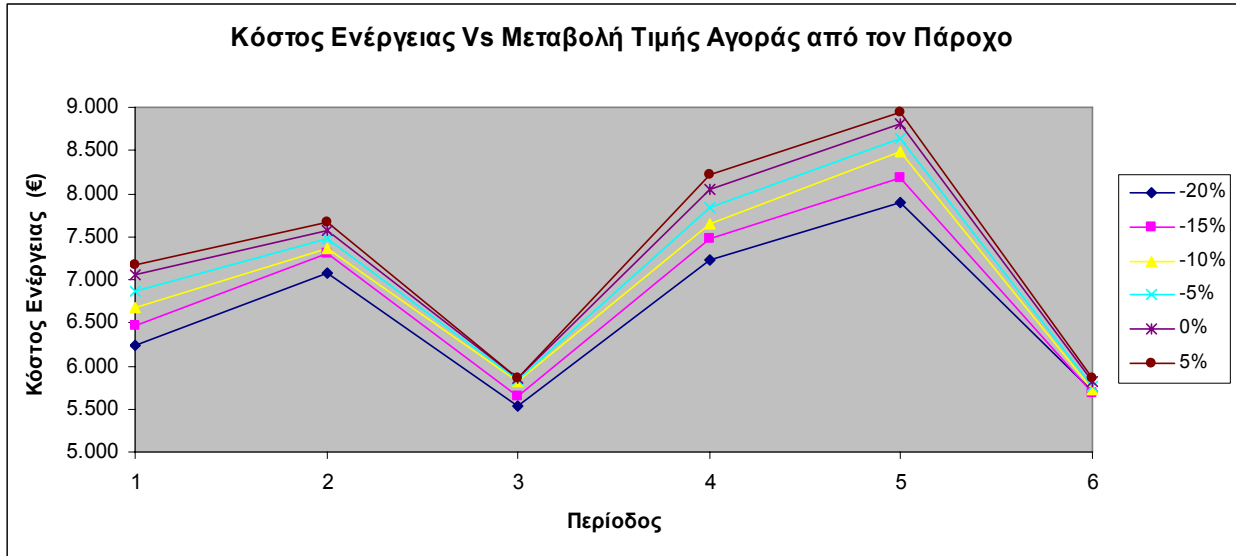
**Διάγραμμα -6.46-** Μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο



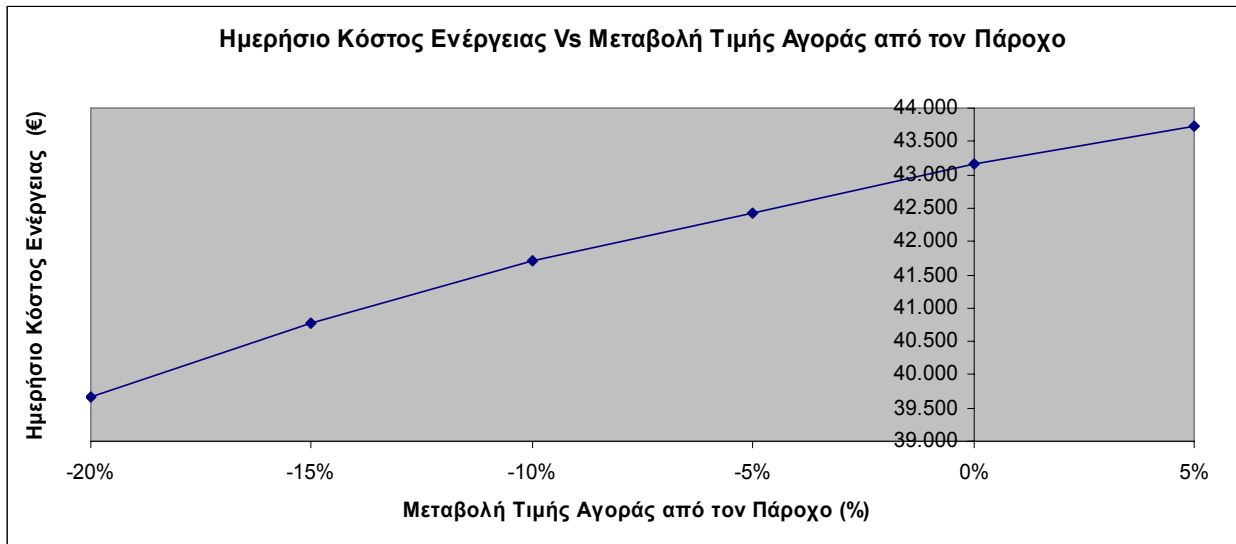
**Διάγραμμα -6.47-** Αγορά ενέργειας από τον πάροχο Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο



**Διάγραμμα -6.48-** Πώληση ενέργειας στον πάροχο Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο



**Διάγραμμα -6.49-** Κόστος ενέργειας Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο



**Διάγραμμα -6.50-** Ημερήσιο κόστος ενέργειας Vs μεταβολή τιμής αγοράς από τον πάροχο

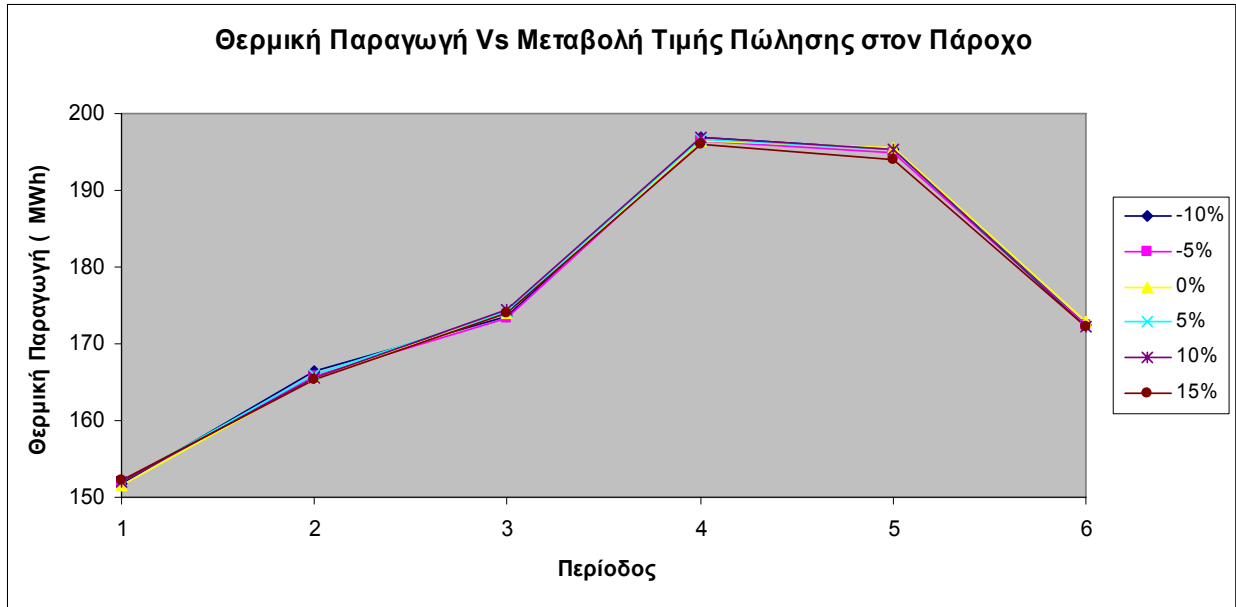
Το κόστος ενέργειας αυξάνεται σε κάθε περίοδο με την αύξηση της τιμής αγοράς από τον πάροχο, καθώς αγοράζονται όλο και μικρότερες ποσότητες και η μονάδα επιβαρύνεται με όλο και μεγαλύτερη ηλεκτρική παραγωγή (βλ. Διάγραμμα -6.49-). Αντίστοιχη είναι και η αύξηση του συνολικού ημερήσιου κόστους, καθώς αυξάνεται η τιμή αγοράς (βλ. Διάγραμμα -6.50-).

### **6.3.6 Case study 6 Μεταβολή τιμής πώλησης st**

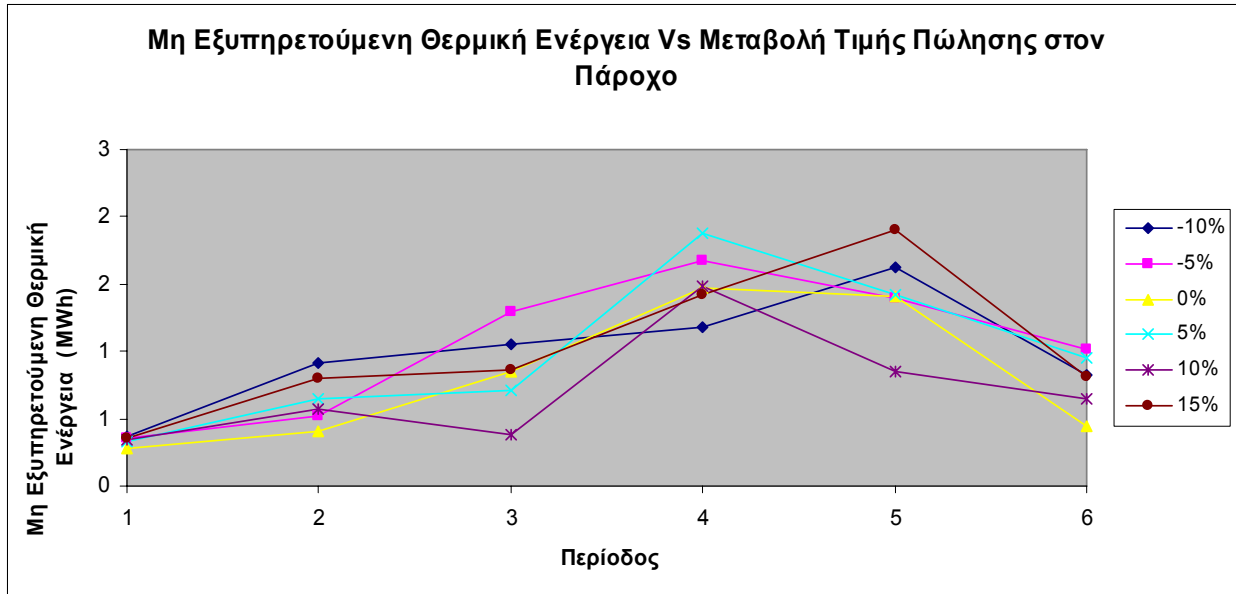
Η μεταβολή της τιμής πώλησης της ενέργειας στον πάροχο παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό της λειτουργίας της εγκατάστασης, αλλά και στα κέρδη της καθώς καθορίζει αν είναι περισσότερο συμφέρουσα η παραγωγή της ακριβούς ποσότητας ενέργειας που απαιτείται από τα φορτία ή η παραγωγή περίσσειας και πώληση ενέργειας στον πάροχο. Οι τιμές αγοράς που θα μελετηθούν έχουν επιλεγεί έτσι ώστε οι περισσότερες περιπτώσεις να μεταβούν τελικά σε κατάσταση που η πώληση κρίνεται συμφέρουσα. Οι μεταβολές που εξεταστούν κυμαίνονται από -10% μέχρι 15% σε σχέση με την αρχική τιμή και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Διαγράμματα -6.51- έως -6.59-.

Αρχικά θα πρέπει να σημειωθεί ότι ξεκινώντας με μείωση 10% σε σχέση με την τιμή πώλησης της αρχικής προσομοίωσης σε όλες οι περιπτώσεις κρίνεται ασύμφορη η πώληση ενέργειας στον πάροχο. Από το σημείο αυτό και πέρα, η τιμή πώλησης συνεχώς αυξάνεται και σταδιακά ξεπερνάει το τοπικό κόστος παραγωγής με αποτέλεσμα τελικά να καθίσταται συμφέρουσα η πώληση στις περισσότερες περιόδους (αύξηση 15% σε σχέση με την αρχική τιμή).

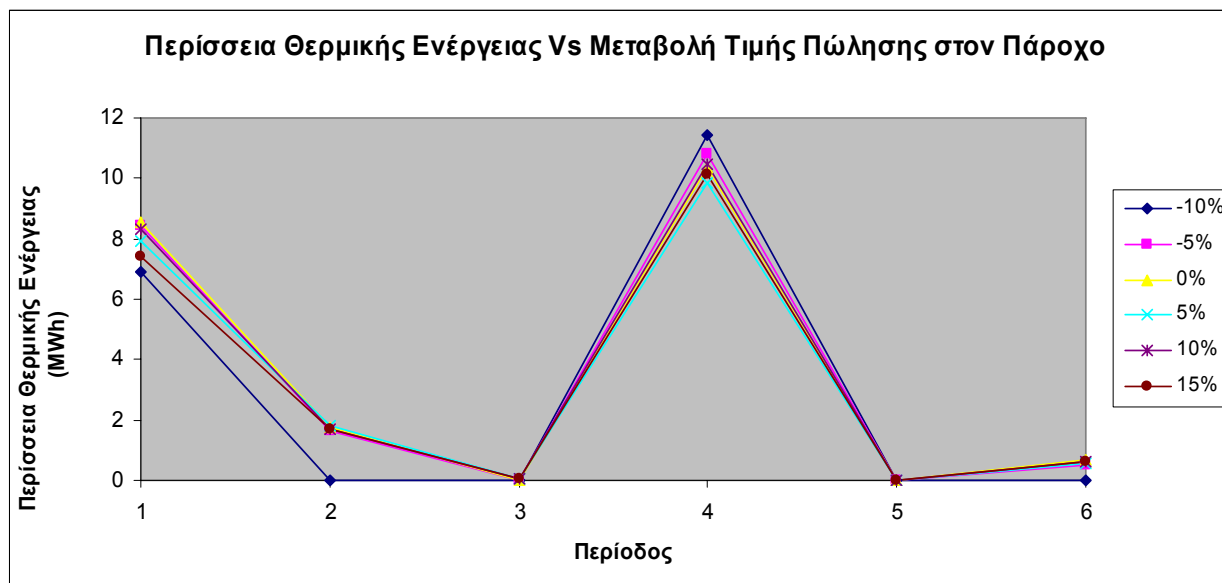
Η θερμική παραγωγή παρουσιάζει μια σχετική αύξηση, καθώς αυξάνεται η τιμή πώλησης, καθώς με την παραγωγή περίσσειας θερμότητας αυξάνεται και η διαθέσιμη προς πώληση ηλεκτρική ενέργεια (βλ. Διάγραμμα -6.51-). Έτσι, παρατηρείται ότι και η περίσσεια αυξάνεται με την αύξηση της τιμής σε όλες τις περιόδους εκτός από την 4 που σε καμία περίπτωση δεν κρίνεται συμφέρουσα η πώληση στον πάροχο (βλ. Διάγραμμα -6.53-). Η μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια παρουσιάζει σημαντικές και τυχαίες διακυμάνσεις, κυρίως λόγω της στοχαστικότητας του μοντέλου (βλ. Διάγραμμα -6.52-).



**Διάγραμμα -6.51-** Θερμική παραγωγή Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο



**Διάγραμμα -6.52-** Μη εξυπηρετούμενη θερμική ενέργεια Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο

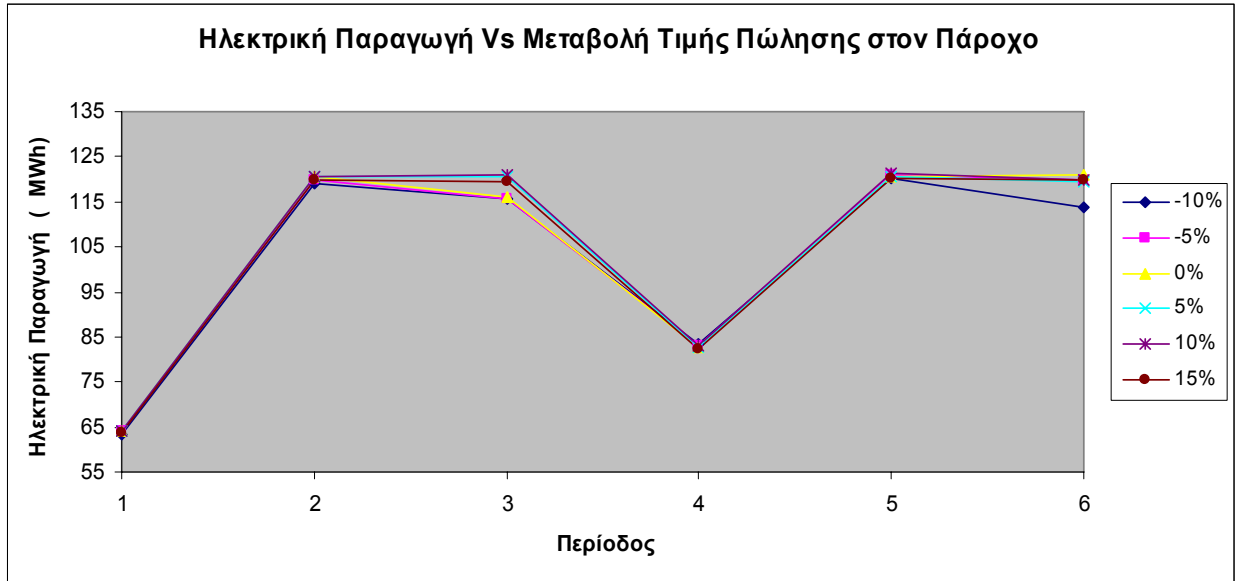


**Διάγραμμα -6.53-** Περίσσεια θερμικής ενέργειας Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο

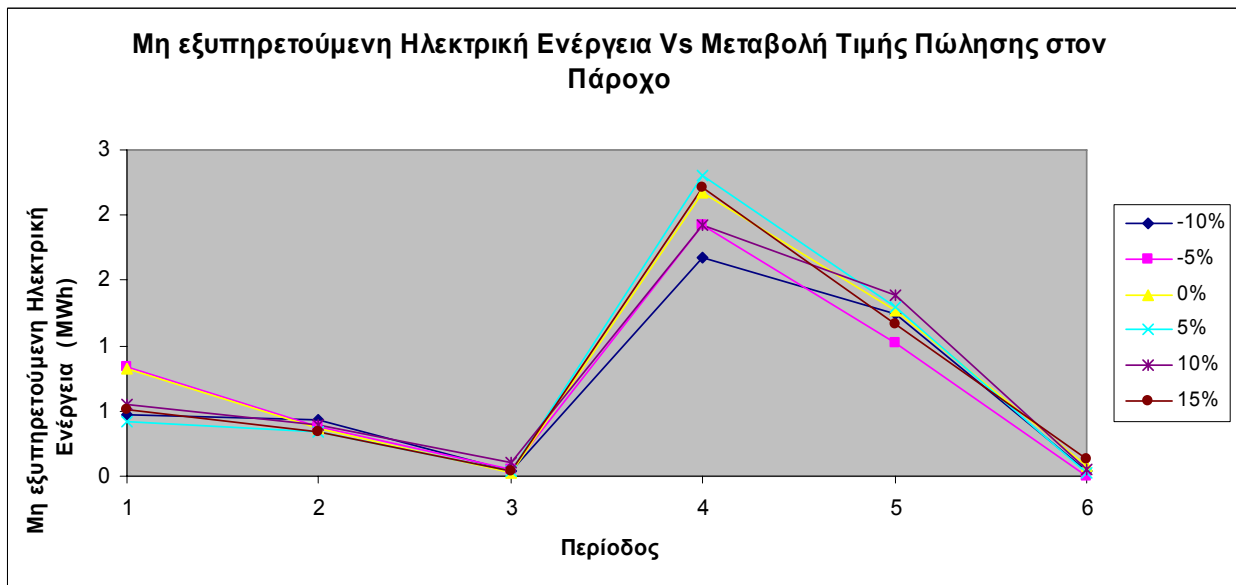
Όπως είναι αναμενόμενο, όσο αυξάνεται η τιμή πώλησης στον πάροχο και η πώληση κρίνεται συμφέρουσα σε ολοένα και περισσότερες περιόδους, τόσο αυξάνεται και η ηλεκτρική παραγωγή. Συγκεκριμένα, οι μεταβολές είναι εμφανείς κατά τις περιόδους 2, 3, 5 και 6 οι οποίες με την αύξηση της τιμής μεταβαίνουν σταδιακά σε περίπτωση πώλησης. Κατά τις περιόδους 3 και 6 οι διακυμάνσεις είναι εντονότερες καθώς τα φορτία λαμβάνουν μικρότερες τιμές και υπάρχει περισσότερη ενέργεια διαθέσιμη προς πώληση. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι περίοδοι 1 και 4 δεν μεταβαίνουν ποτέ σε κατάσταση που να κρίνεται συμφέρουσα η πώληση και για τον λόγο αυτό δεν επηρεάζονται από την μεταβολή της τιμής πώλησης (βλ. Διάγραμμα -6.54-). Οι μεταβολές της μη εξυπηρετούμενης ενέργειας είναι αρκετά τυχαίες λόγω της στοχαστικότητας του μοντέλου (βλ. Διάγραμμα -6.55-).

Η αγορά ενέργειας από τον πάροχο δεν επηρεάζεται καθόλου από την μεταβολή της τιμής πώλησης σε αυτόν, γεγονός που είναι εμφανές και στο Διάγραμμα -6.56-. Αντίθετα, η πώληση ενέργειας στον πάροχο επηρεάζεται σε σημαντικό βαθμό από την τιμή πώλησης, επειδή όμως οποιαδήποτε διαδικασία πώλησης λαμβάνει χώρα μόνο μετά την κάλυψη των αντίστοιχων ηλεκτρικών φορτίων, πώληση ενέργειας παρατηρείται μόνο κατά τις περιόδους 3 και 6 (βλ. Διάγραμμα -6.57-).

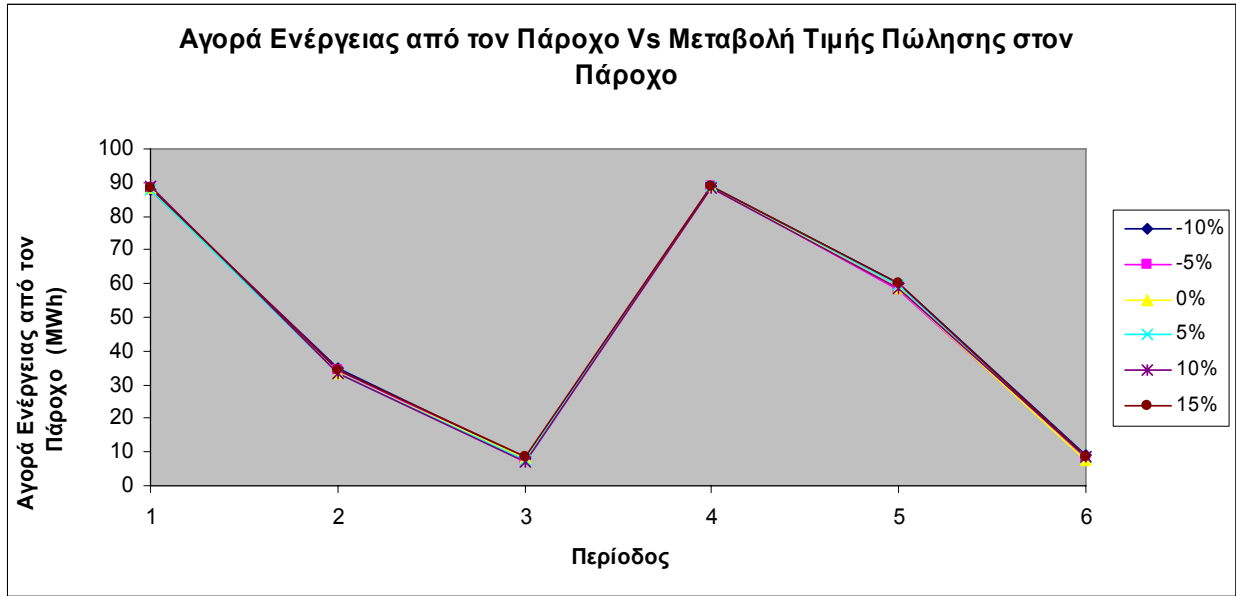




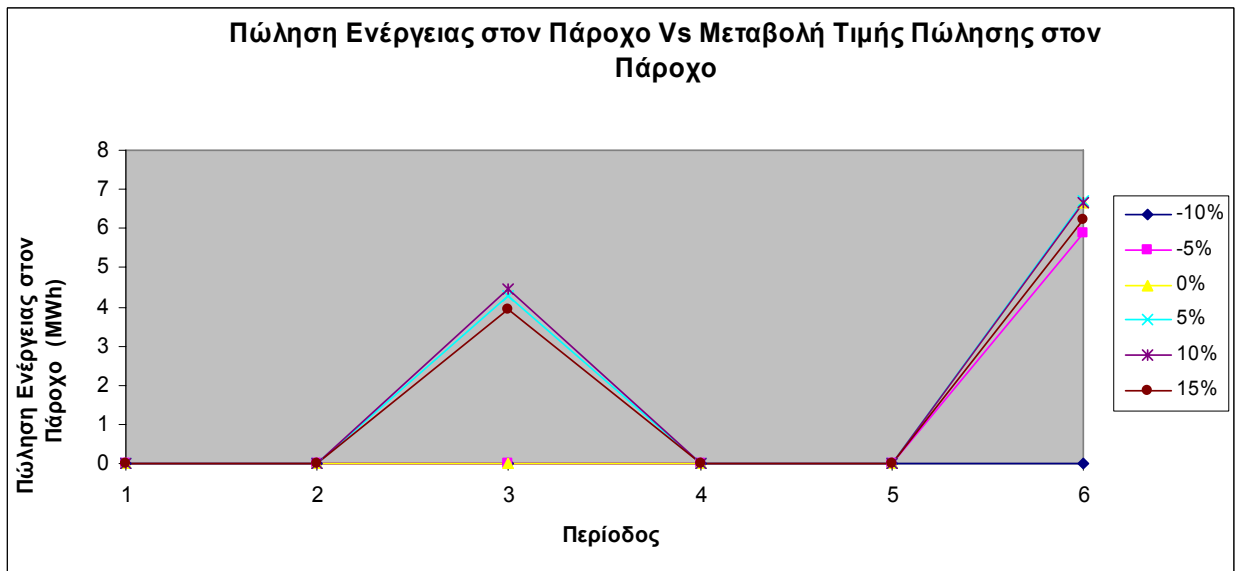
**Διάγραμμα -6.54-** Ηλεκτρική παραγωγή Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο



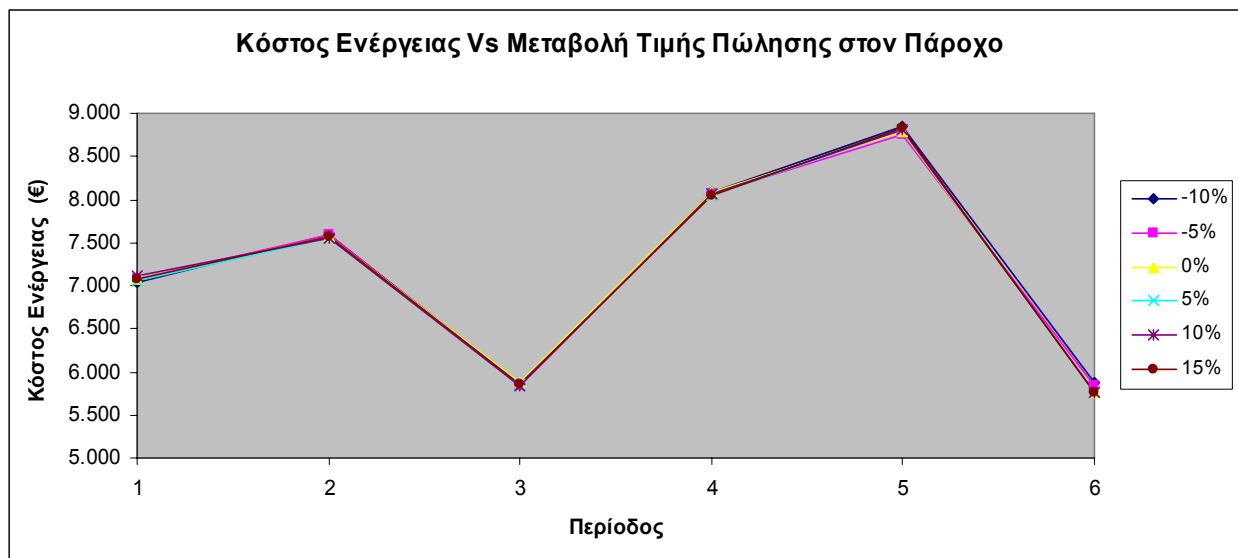
**Διάγραμμα -6.55-** Μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο



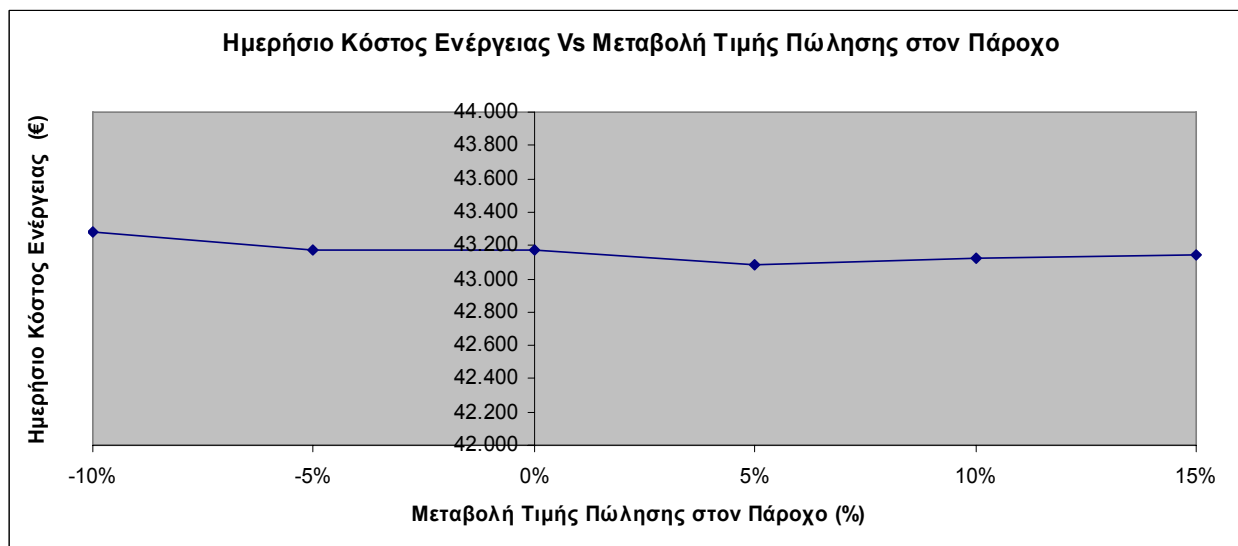
**Διάγραμμα -6.56-** Αγορά ενέργειας από τον πάροχο Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο



**Διάγραμμα -6.57-** Πώληση ενέργειας στον πάροχο Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο



**Διάγραμμα -6.58-** Κόστος ενέργειας Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο



**Διάγραμμα -6.59-** Ημερήσιο κόστος ενέργειας Vs μεταβολή τιμής πώλησης στον πάροχο

Το κόστος ενέργειας επηρεάζεται κατά τις περιόδους που λαμβάνει χώρα πώληση ενέργειας στον πάροχο, οπότε οι μεταβολές είναι περισσότερο εμφανείς κατά τις περιόδους 3 και 6 (βλ. Διάγραμμα -6.58-). Το ημερήσιο κόστος ενέργειας παρουσιάζει μια σταθερότητα περί τα 43.200 €, καθώς πώληση ενέργειας λαμβάνει χώρα σε λίγες περιόδους και αφορά περιορισμένες ποσότητες ενέργειας (βλ. Διάγραμμα -6.59-).

## 6.4 ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

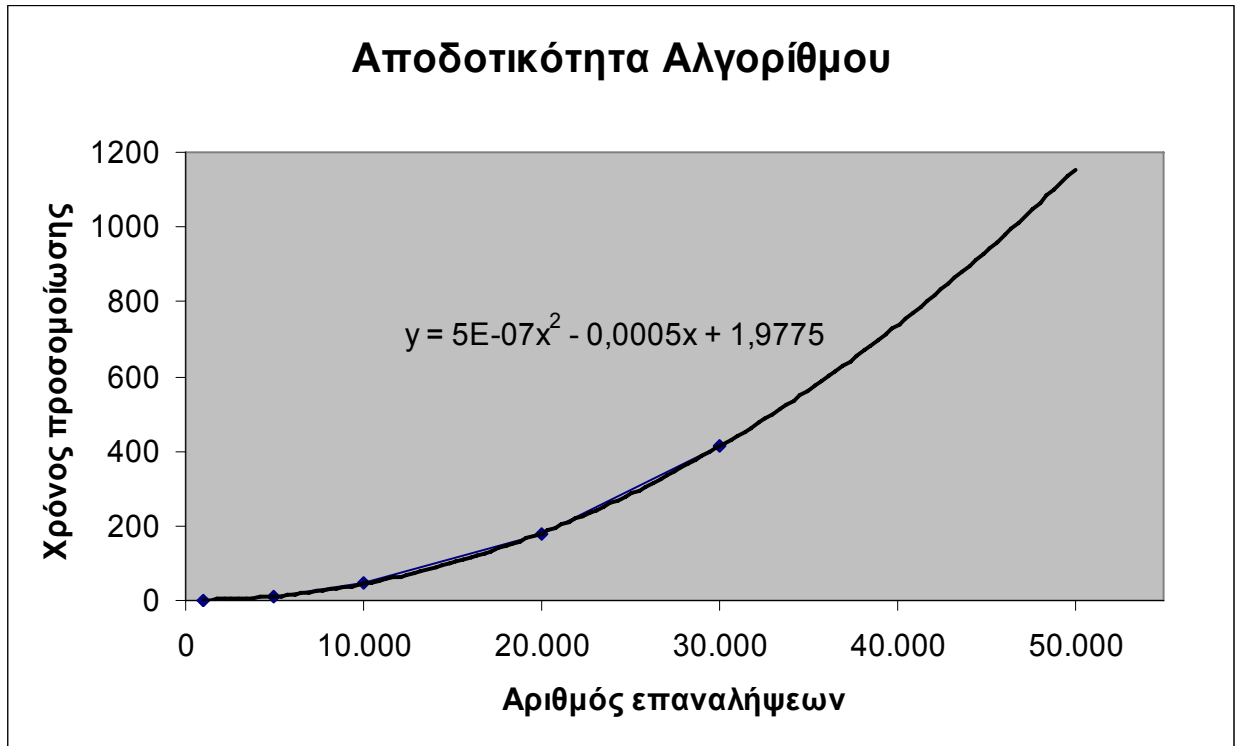
Οι παραπάνω προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν σε υπολογιστή με τα ακόλουθα στοιχεία:

- CPU : 2 x 2,83GHz
- RAM : 2GB

Μετά από διαφορετικό αριθμό προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν προέκυψε ο παρακάτω πίνακας, τα αποτελέσματα του οποίου απεικονίζονται και στο Διάγραμμα - 6.60-:

Αριθμός επαναλήψεων	Χρόνος προσομοίωσης
5000	12
10000	46
20000	179
30000	412

**Πίνακας -6.4- Χρόνος προσομοίωσης**



**Διάγραμμα -6.60- Αποδοτικότητα αλγορίθμου**

Η εξίσωση που προσεγγίζει την συγκεκριμένη καμπύλη είναι η εξής:

$$\text{Χρόνος προσομοίωσης} = 5 * 10^{-7} * (\text{Αριθμός επαναλήψεων})^2 - 0,0005 * \text{Αριθμός επαναλήψεων} + 1,9775$$

$$\text{αριθμός επαναλήψεων} \geq 1000$$

Με βάση την παραπάνω σχέση ο χρόνος προσομοίωσης για 50.000 επαναλήψεις είναι 1226,9775 sec, ενώ κατά την προσομοίωση για τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων χρειάστηκαν 1108 sec. Η προσεγγιστική εξίσωση εισάγει σφάλμα 10,74%, το οποίο κρίνεται αρκετά ικανοποιητικό.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7**  
**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Είναι σημαντικός ο σωστός σχεδιασμός της παραγωγής ενέργειας μίας εγκατάστασης 'βάσης' συμπαραγωγής ηλεκτρισμού και θερμότητας σε συνάρτηση με την αγοραπωλησία ενέργειας από και προς το δίκτυο / πάροχο, καθώς αυτό μπορεί να αποφέρει σημαντικά κέρδη πλέον του κέρδους της καθ' αυτής παραγωγής. Πρέπει η εγκατάσταση να είναι σε θέση να παράξει περίσσεια θερμικής ενέργειας με στόχο την παραγωγή περίσσειας ηλεκτρικής και πώληση αυτής στον πάροχο, πάντα ευρισκόμενη εντός των ορίων της E/S αναλογίας, όταν οι ισχύουσες τιμές πώλησης καθιστούν την διαδικασία συμφέρουσα.

Στις προηγούμενες ενότητες περιγράφηκαν και μελετήθηκαν οι παράγοντες που επηρεάζουν την παραγωγή ενέργειας και την αγοραπωλησία αυτής. Μοντελοποιήθηκε ένας αριθμός σεναρίων μεταβάλλοντας ελεγχόμενα, μείζονος σημασίας, παραμέτρους οι οποίες κρίθηκε ότι μπορεί να επηρεάσουν σημαντικά το σχεδιασμό της παραγωγής της εγκατάστασης.

Μία πρώτη παρατήρηση είναι ότι η διαθεσιμότητα των μονάδων της εγκατάστασης επηρεάζει σημαντικά την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Παρατηρήθηκε αύξηση της παραγωγής 10% για αύξηση της διαθεσιμότητας από 0,85 σε 0,95. Το συνολικό κόστος παραγωγής δεν επηρεάζεται σημαντικά καθώς το κόστος παραγωγής της περίσσειας ενέργειας αντισταθμίζεται από την δυνατότητα πώλησής της στον πάροχο. Αυξανόμενη της διαθεσιμότητας, τα επίπεδα μη εξυπηρετούμενης ενέργειας μειώνονται γεγονός που βελτιώνει την αξιοπιστία του συστήματος. Από την άλλη, η διαθεσιμότητα του παρόχου επιφέρει σημαντικές μεταβολές στην μη εξυπηρετούμενη ηλεκτρική ενέργεια καθώς στις περιπτώσεις που η εγκατάσταση δεν μπορεί να καλύψει τα ηλεκτρικά φορτία καλείται να τα καλύψει ο πάροχος.

Η μεταβολή της δυναμικότητας του παρόχου επηρεάζει την παραγωγή περίσσειας θερμικής ενέργειας, κυρίως στις περιπτώσεις που κρίνεται συμφέρουσα η αγορά από αυτόν. Παρατηρείται αύξηση της ηλεκτρικής παραγωγής και της μη εξυπηρετούμενης ηλεκτρικής ενέργειας όσο μειώνεται η δυναμικότητα του παρόχου. Το κόστος αυξάνεται στις περιπτώσεις που κρίνεται συμφέρουσα η αγορά ενέργειας καθώς το τοπικό κόστος παραγωγής είναι μεγαλύτερο από την τιμή αγοράς.

Τέλος, η μεταβολή του αριθμού των μονάδων που αποτελούν την εγκατάσταση παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, με δεδομένη την δυναμικότητά της, καθώς επηρεάζει σημαντικά την ισχύ που βρίσκεται σε λειτουργία. Όσο περισσότερες μονάδες αποτελούν την εγκατάσταση τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα να μεταβεί σε κατάσταση εκτός λειτουργίας, η οποία θα ήταν καταστροφική οικονομικά. Παρόλα αυτά, υπάρχει ένας πεπερασμένος αριθμός μονάδων πέρα από τον οποίο οι μεταβολές που παρατηρούνται στην παραγωγή ενέργειας, στην μη εξυπηρετούμενη ενέργεια και στο κόστος της παραγωγής, δεν είναι σημαντικές. Για την συγκεκριμένη εγκατάσταση, οι 4 μονάδες αποδεικνύονται αρκετές για την αξιόπιστη και συμφέρουσα λειτουργία της.



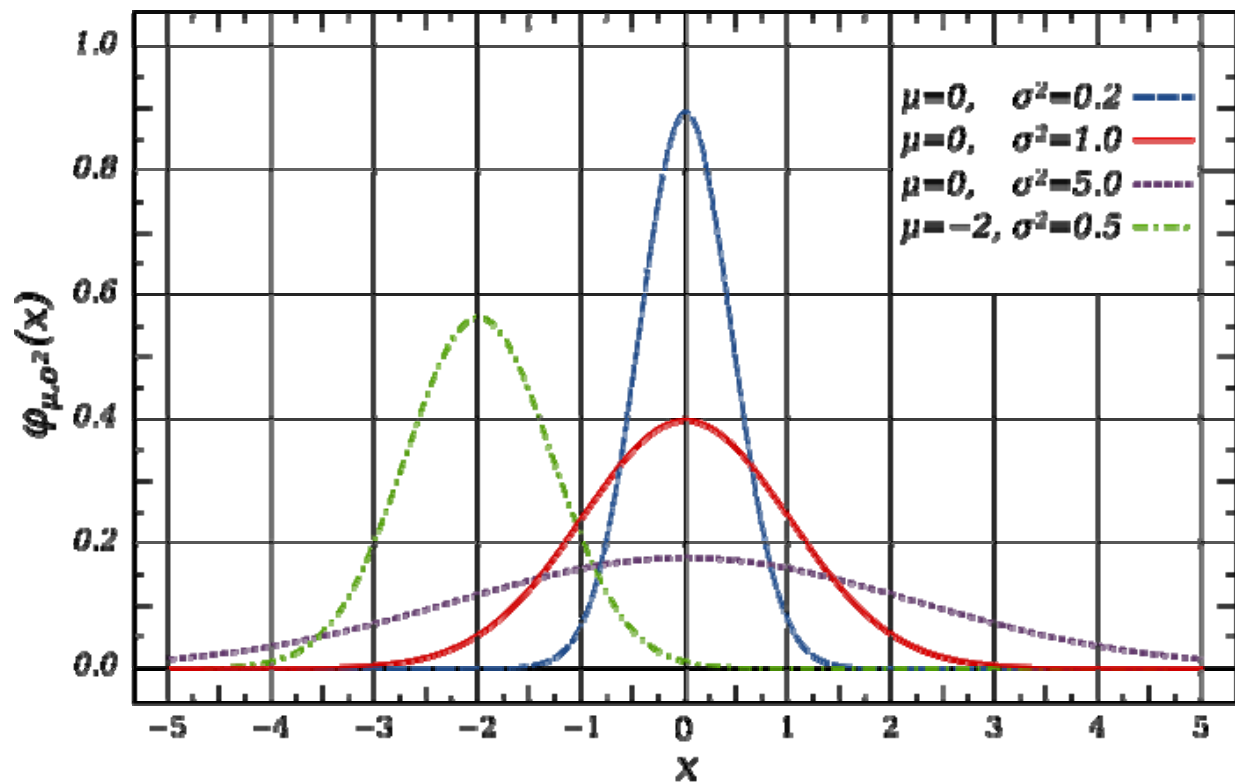
## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**

## A.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

### A.1.1 Κανονική κατανομή

#### A.1.1.1 Θεωρία κανονική κατανομής

Στη θεωρία πιθανοτήτων και στατιστικής, η κανονική κατανομή ή κατανομή Gauss είναι μία συνεχής κατανομή πιθανότητας που περιγράφει δεδομένα που συσπειρώνονται γύρω από μια μέση τιμή ή ένα μέσο όρο. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής έχει σχήμα καμπάνας, με μία αιχμή στη μέση, και είναι γνωστή ως συνάρτηση Gauss ή καμπύλη καμπάνας.



**Διάγραμμα -A.1-** Κανονική κατανομή για διάφορες μέσες τιμές και αποκλίσεις

Η κανονική κατανομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει κάθε μεταβλητή που τείνει να συγκεντρώνεται γύρω από μία μέση τιμή. Για παράδειγμα, το ύψος των ενηλίκων ανδρών στις Ηνωμένες Πολιτείες κατανέμονται περίπου κανονικά, με μέσο όρο περίπου τις 70 ίντσες. Οι περισσότεροι άντρες έχουν ύψος κοντά στη μέση, αν και ένας μικρός αριθμός ακραίων τιμών έχει ύψος σημαντικά πάνω ή κάτω από τη μέση. Ένα ιστόγραμμα του ύψους των ανδρών θα είναι παρόμοιο με μία καμπύλη καμπάνας, με την αντιστοιχία να γίνεται στενότερη με την χρήση περισσότερων δεδομένων.

Για θεωρητικούς λόγους (όπως το θεώρημα κεντρικού ορίου), κάθε μεταβλητή που είναι το άθροισμα ενός μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων παραγόντων είναι πιθανό να είναι κανονικά κατανομημένη. Για το λόγο αυτό, η κανονική κατανομή χρησιμοποιείται στη στατιστική, τις φυσικές επιστήμες και τις κοινωνικές επιστήμες, ως ένα απλό μοντέλο για πολύπλοκα φαινόμενα. Για παράδειγμα, το σφάλμα παρατήρησης σε ένα πείραμα συνήθως θεωρείται ότι ακολουθεί μια κανονική κατανομή, και το εύρος της αβεβαιότητας υπολογίζεται με την υπόθεση αυτή.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για μία κανονική κατανομή δίνεται από τον τύπο:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.1})$$

όπου  $\mu$  είναι ο μέσος όρος,  $\sigma$  είναι η τυπική απόκλιση (μέτρο του "πλάτους" της καμπάνας), και το  $\exp$  συμβολίζει την εκθετική συνάρτηση. Για μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1, αυτή η φόρμουλα απλοποιείται σε:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (\text{A.2})$$

η οποία είναι γνωστή ως η τυπική κανονική κατανομή. Όταν είναι ορθά κλιμακωτή και μεταφρασμένη, η αντίστοιχη αθροιστική συνάρτηση κατανομής είναι γνωστή ως το σφάλμα της συνάρτησης.

Η κατανομή Gauss ονομάζεται έτσι από τον Carl Friedrich Gauss, που την χρησιμοποίησε για την ανάλυση αστρονομικών στοιχείων, και καθόρισε τον τύπο για την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

### A.1.1.2 Ιστορία

Η κανονική κατανομή παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον Abraham de Moivre σε ένα άρθρο του, κατά τη διάρκεια του έτους 1733, και επανεκδόθηκε στην δεύτερη έκδοση του έργου 'Το δόγμα των πιθανοτήτων', το 1738, στο πλαίσιο της προσέγγισης ορισμένων διωνυμικών κατανομών για μεγάλες τιμές του  $n$ . Το αποτέλεσμα αυτό επεκτάθηκε από τον Laplace στο βιβλίο του 'Αναλυτική Θεωρία Πιθανοτήτων' (1812), και τώρα ονομάζεται θεώρημα των de Moivre-Laplace.

Ο Laplace χρησιμοποίησε την κανονική κατανομή για την ανάλυση των σφαλμάτων των πειραμάτων. Η σημαντική μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων καθιερώθηκε από τον Legendre το 1805. Ο Gauss, ο οποίος ισχυρίστηκε ότι είχε χρησιμοποιήσει την μέθοδο από το 1794, την δικαιολόγησε με αυστηρότητα το 1809 διατυπώνοντας μια κανονική

κατανομή των σφαλμάτων. Το γεγονός ότι η κατανομή μερικές φορές καλείται Gaussian αποτελεί παράδειγμα του νόμου του Stigler.

Το όνομα "καμπύλη καμπάνας" έλκει την καταγωγή του από τον Esprit Jouffret ο οποίος πρώτος χρησιμοποίησε τον όρο "επιφάνεια καμπάνας" το 1872 για μια κανονική δύο μεταβλητών με ανεξάρτητες συνιστώσες. Το όνομα "κανονική κατανομή" επινοήθηκε ανεξάρτητα από τους Charles S. Peirce, Francis Galton και Wilhelm Lexis περίπου το 1875. Παρά την ορολογία αυτή, άλλες κατανομές πιθανότητας μπορεί να είναι πιο κατάλληλες σε ορισμένες περιπτώσεις.

### A.1.1.3 Χαρακτηρισμός

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για τον χαρακτηρισμό μιας κατανομής πιθανότητας. Η πιο οπτική είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF). Ισοδύναμοι τρόποι είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής, τα στιγμιότυπα, τα υπόλοιπα, η χαρακτηριστική συνάρτηση, η γεννήτρια συνάρτηση στιγμιοτύπων, η γεννήτρια συνάρτηση υπολοίπων και το θεώρημα Maxwell.

Για να υποδηλώσουμε ότι μια πραγματική τυχαία μεταβλητή  $X$  είναι κανονικά κατανομημένη με μέση τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2 \geq 0$ , γράφουμε

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (\text{A.3})$$

Αν και είναι σίγουρα χρήσιμο για ορισμένα θεωρήματα ορίων (π.χ. ασυμπτωτικής ομαλότητας των εκτιμητριών) και για τη θεωρία των διαδικασιών Gauss να εξετάζεται η κατανομή πιθανότητας συγκεντρωμένη στο  $\mu$  (βλέπε μέτρο Dirac) ως κατανομή με μέση τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2 = 0$ , η εν λόγω εκφυλισμένη περίπτωση συχνά αποκλείεται από τις εκτιμήσεις, επειδή δεν υπάρχει καμιά πυκνότητα που να συμβαδίζει με το μέτρο Lebesgue.

Η κανονική κατανομή μπορεί επίσης να παραμετροποιηθεί χρησιμοποιώντας μια παράμετρο ακρίβειας  $\tau$ , που ορίζεται ως το αμοιβαία του  $\sigma^2$ . Αυτή η παραμετροποίηση έχει ένα πλεονέκτημα σε αριθμητικές εφαρμογές, όπου το  $\sigma^2$  είναι πολύ κοντά στο μηδέν και είναι πιο βολικό να εργαστεί κανείς με το  $\tau$  στην ανάλυση, καθώς το  $\tau$  είναι φυσική παράμετρος της κανονικής κατανομής.

## A.1.2 Διωνυμική κατανομή

### A.1.2.1 Γενικά

Στη θεωρία πιθανοτήτων και στατιστικής, η διωνυμική κατανομή είναι η διακριτή κατανομή πιθανότητας του αριθμού των επιτυχιών σε μια ακολουθία  $n$  ανεξάρτητων πειραμάτων μορφής ΝΑΙ/ΟΧΙ, καθένα από τα οποία έχει πιθανότητα επιτυχίας  $p$ . Ένα τέτοιο πείραμα επιτυχίας/αποτυχίας ονομάζεται επίσης πείραμα ή δοκιμή Bernoulli. Στην πραγματικότητα, όταν  $n=1$ , η διωνυμική κατανομή καταλήγει σε κατανομή Bernoulli. Η διωνυμική κατανομή είναι η βάση για το δημοφιλές διωνυμικό πείραμα στατιστικής σημαντικότητας. Η διωνυμική κατανομή δεν πρέπει να συγχέεται με την διττή κατανομή.

Χρησιμοποιείται συχνά για την μοντελοποίηση του αριθμού των επιτυχιών της επιλογής ενός δείγματος μεγέθους  $n$  από ένα πληθυσμό μεγέθους  $N$ . Καθώς τα δείγματα δεν είναι ανεξάρτητα (πρόκειται για δειγματοληψία χωρίς αντικατάσταση), η κατανομή που προκύπτει είναι υπεργεωμετρική, και όχι διωνυμική. Ωστόσο, για  $N$  πολύ μεγαλύτερο από το  $n$ , η διωνυμική κατανομή αποτελεί μια καλή προσέγγιση, και χρησιμοποιείται ευρύτατα.

### A.1.2.2 Παραδείγματα

Ένα στοιχειώδες παράδειγμα είναι το εξής: Ένα τυπικό ζάρι ρίχνεται δέκα φορές και μετρείται ο αριθμός των εξαριών. Η κατανομή του εν λόγω τυχαίου αριθμού είναι μια διωνυμική κατανομή με  $n=10$  και  $p=1/6$ .

Ως άλλο παράδειγμα, υποθέτουμε ότι το 5% ενός πολύ μεγάλου πληθυσμού έχει πράσινα μάτια. Γίνεται τυχαία επιλογή 100 ατόμων. Ο αριθμός των ατόμων με πράσινα μάτια που επιλέχθηκαν είναι μια τυχαία μεταβλητή  $X$ , η οποία ακολουθεί περίπτωση μια διωνυμική κατανομή με  $n=100$  και  $p=0,05$  (αυστηρά ακολουθεί μια υπεργεωμετρική κατανομή).

### A.1.2.3 Προσδιορισμός

#### A) Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

Σε γενικές γραμμές, αν η τυχαία μεταβλητή  $K$  ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή με παραμέτρους  $n$  και  $p$ , γράφουμε  $K \sim B(n, p)$ . Η πιθανότητα εμφάνισης ακριβώς  $k$  επιτυχιών σε  $n$  δοκιμές δίνεται από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$\Pr(K = k) = f(k; n, p) \quad (\text{A.4})$$

$$\Pr(K = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{για } k=1,2,\dots,n \quad (\text{A.5})$$

όπου  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  είναι ο διωνυμικός συντελεστής (εξ ου και το όνομα της κατανομής) που σημαίνει 'από n επέλεξε k' και παριστάνεται, επίσης, ως  $C(n,k)$ ,  ${}_n C_k$ , ή  ${}^n C_k$ . Ο παραπάνω τύπος μπορεί να γίνει κατανοητός ως εξής: θέλουμε k επιτυχίες (πιθανότητα  $p^k$ ) και n-k αποτυχίες (πιθανότητα  $(1-p)^{n-k}$ ). Ωστόσο, οι k επιτυχίες μπορούν να προκύψουν οπουδήποτε μεταξύ των n δοκιμών, και υπάρχουν  $C(n,k)$  διαφορετικοί τρόποι κατανομής k επιτυχιών σε μια ακολουθία από n δοκιμές.

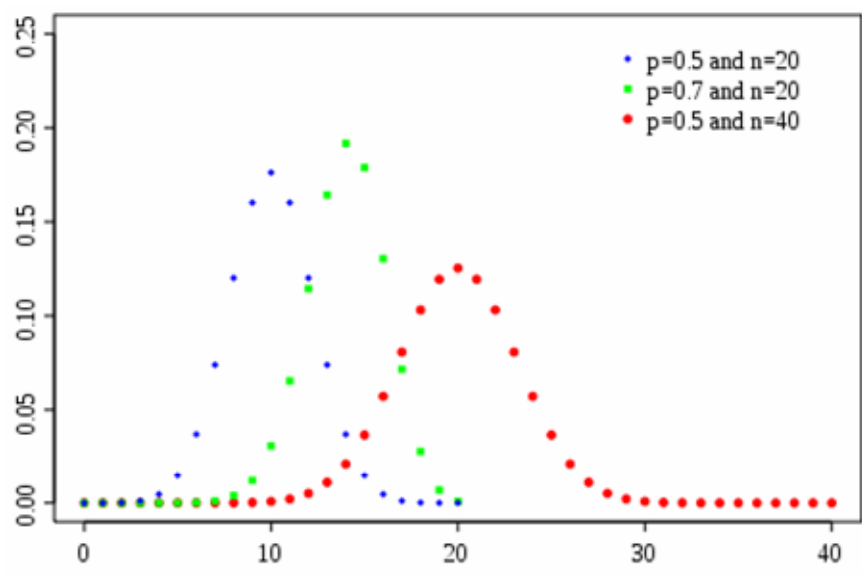
Κατά την δημιουργία πινάκων αναφοράς για την διωνυμική κατανομή πιθανότητας, συνήθως ο πίνακας συμπληρώνεται το πολύ με  $n/2$  τιμές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για  $k > n/2$ , η πιθανότητα μπορεί να υπολογιστεί από το συμπλήρωμά της ως εξής:

$$f(k;n,p) = f(n-k;n,1-p) \quad (\text{A.6})$$

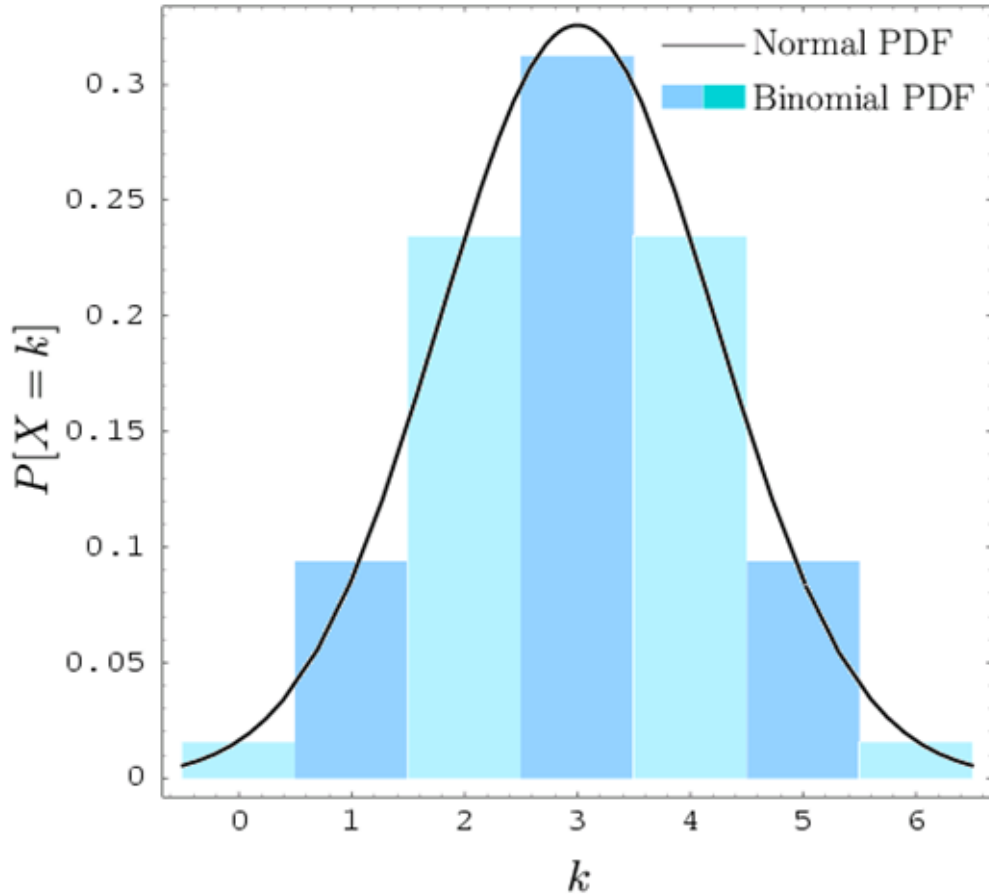
Έτσι, θα πρέπει να γίνει εξέταση σε διαφορετικά k, καθώς και σε διαφορετικά p (η διωνυμική κατανομή, σε γενικές γραμμές, δεν είναι συμμετρική). Ωστόσο, η συμπεριφορά της δεν είναι τυχαία. Υπάρχει πάντα ένας ακέραιος m, που να ικανοποιεί την σχέση:

$$(n+1)p - 1 \leq m \leq (n+1)p \quad (\text{A.7})$$

Ως συνάρτηση του k, η έκφραση  $f(k;n,p)$  είναι γνησίως αύξουσα για  $k < m$  και γνησίως φθίνουσα για  $k > m$ , με εξαίρεση μια περίπτωση κατά την οποία το  $(n+1)p$  είναι ακέραιος. Σε αυτή την περίπτωση, εμφανίζονται δύο μέγιστες τιμές για  $m=(n+1)p$  και  $m-1$ . Το m είναι γνωστό ως το πιο πιθανό αποτέλεσμα των δοκιμών Bernoulli. Σημειώστε ότι η πιθανότητα εμφάνισής του μπορεί να είναι αρκετά μικρή.



**Διάγραμμα -A.2-** Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας



**Διάγραμμα -A.3-** Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και κανονική προσέγγιση για  $n=6$  και  $p=0,5$

**B)** Συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας

Η συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$F(x; n, p) = \Pr(X \leq x) = \sum_{i=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (\text{A.8})$$

όπου το  $\lfloor x \rfloor$  είναι το όριο κάτω από το  $x$ , για παράδειγμα ο μεγαλύτερος ακέραιος που είναι μικρότερος ή ίσος με το  $x$ .

Επίσης, μπορεί να παρουσιαστεί με την βοήθεια της κανονικοποιημένης συνάρτησης βήτα ως εξής:

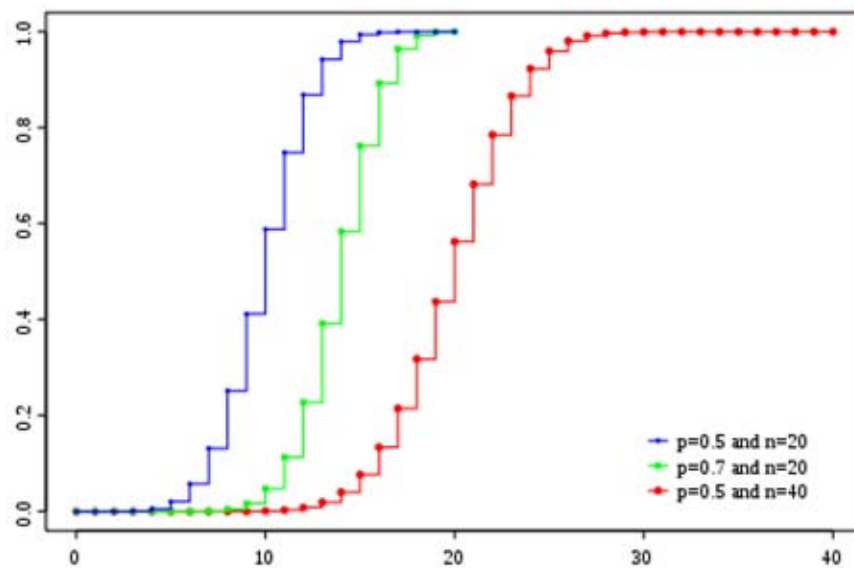
$$F(k; n, p) = \Pr(X \leq x) = I_{1-p}(n-k, k+1) = (n-k) \binom{n}{k} \int_0^{1-p} t^{n-k-1} (1-t)^k dt \quad (\text{A.9})$$

Για  $k \leq np$ , το ανώτερο όριο για το κάτω άκρο της συνάρτησης κατανομής μπορεί να προκύψουν με χρήση της ανισότητας του Hoeffding:

$$F(k; n, p) \leq \exp\left(-2 \frac{(np - k)^2}{n}\right) \quad (\text{A.10})$$

και με χρήση της ανισότητας του Chernoff:

$$F(k; n, p) \leq \exp\left(-\frac{1}{2p} \frac{(np - k)^2}{n}\right) \quad (\text{A.11})$$



**Διάγραμμα -A.4-** Συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας

#### A.1.2.4 Μέση τιμή και διακύμανση

Αν  $X \sim B(n, p)$  (δηλαδή,  $X$  είναι μία τυχαία μεταβλητή με διωνυμική κατανομή), τότε η αναμενόμενη τιμή της  $X$  είναι:

$$E(X) = np \quad (\text{A.12})$$

και η διακύμανση:

$$\text{Var}(X) = np(1 - p) \quad (\text{A.13})$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να αποδειχθεί ως εξής. Υποθέσουμε, αρχικά, ότι έχουμε ακριβώς μια δοκιμή Bernoulli. Τα πιθανά αποτελέσματα είναι δύο, 1 και 0, με το πρώτο



να έχει πιθανότητα  $p$  και το δεύτερο  $1-p$ . Ο μέσος όρος για αυτή τη δοκιμή δίνεται από την σχέση  $\mu=p$ . Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της διασποράς, έχουμε:

$$\sigma^2 = (1-p)^2 p + (0-p)^2 (1-p) = p(1-p) \quad (\text{A.14})$$

Τώρα, υποθέτουμε ότι θέλουμε τη διακύμανση για  $n$  τέτοιες δοκιμές (δηλαδή για την γενική περίπτωση διωνυμικής κατανομής). Δεδομένου ότι οι δοκιμές είναι ανεξάρτητες, μπορούν να προσθέτουν οι διακυμάνσεις κάθε δοκιμής, δίνοντας:

$$\sigma_v^2 = \sum_{k=1}^n np(1-p) \quad (\text{A.15})$$

### **A.1.3 Κίνηση κατά Brown**

#### **A.1.3.1 Γενικά**

Η κίνηση κατά Brown, η οποία πήρε το όνομά της από τον Σκοτσέζο βοτανολόγο Robert Brown, είναι η φαινομενικά τυχαία κίνηση των σωματιδίων που αιωρούνται σε ένα ρευστό (δηλαδή ένα υγρό ή αέριο) ή το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για να περιγράψει τέτοιες τυχαίες κινήσεις και συχνά αποκαλείται σωματιδιακή θεωρία.

Το μαθηματικό μοντέλο της κίνησης κατά Brownian έχει διάφορες εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο. Ένα παράδειγμα που αναφέρεται συχνά είναι οι διακυμάνσεις στην χρηματιστηριακή αγορά.

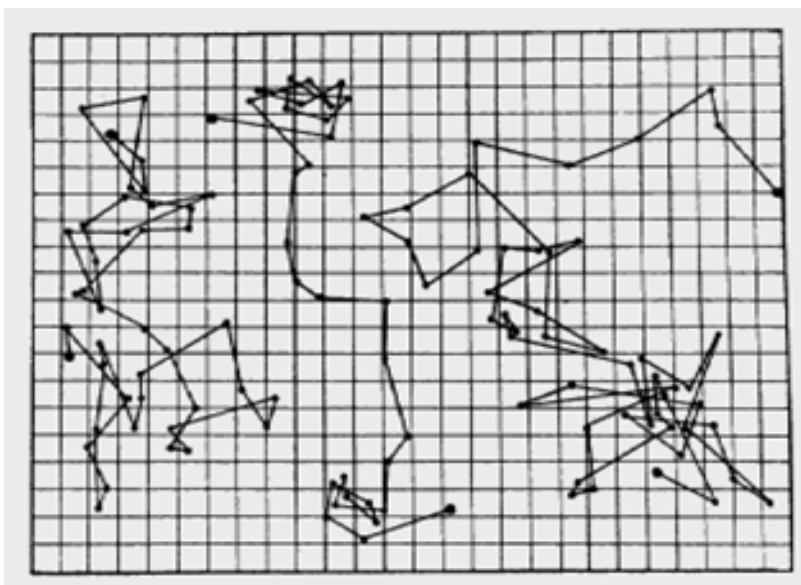
Η κίνηση κατά Brown είναι από τις πιο απλές στοχαστικές (ή τυχαίες) συναρτήσεις συνεχούς χρόνου, και αποτελεί το όριο ανάμεσα σε απλούστερες και πιο πολύπλοκες συναρτήσεις (βλέπε τυχαία όδευση και θεώρημα Donsker). Αυτή η καθολικότητα είναι στενά συνδεδεμένη με την καθολικότητα της κανονικής κατανομής. Και στις δύο περιπτώσεις, είναι συχνά η μαθηματική ευκολία και όχι η ακρίβεια των μοντέλων που θα οδηγήσει στην χρήση τους.

#### **A.1.3.2 Ιστορική Αναδρομή**

Το ποίημα του Ρωμαίου επιστημονικού ποιητή Lucretius 'Για τη φύση των πραγμάτων' (On the nature of things) περί το 60 π.Χ., έχει μια αξιοθαύμαστη περιγραφή της κίνησης κατά Brown των σωματιδίων σκόνης. Χρησιμοποιεί το γεγονός αυτό ως απόδειξη της ύπαρξης των ατόμων: «Παρατηρήστε τι συμβαίνει όταν ακτίνες ήλιου εισάγονται σε ένα κτίριο και ρίχνουν φως σε σκιερούς χώρους. Θα παρατηρήσετε ένα πλήθος από μικροσκοπικά σωματίδια να κινούνται με πληθώρα τρόπων... ο χορός τους είναι μια πραγματική ένδειξη των σχετικών κινήσεων της ύλης που δεν είναι ορατές με γυμνό μάτι...προέρχεται από τα άτομα που μετακινούνται από μόνα τους (δηλαδή αυθόρμητα). Στη συνέχεια, αυτά τα μικρά σύνθετα σώματα που μετακινούνται ελάχιστα εξαιτίας της ώθησης των ατόμων που βρίσκονται σε κίνηση, λόγω αυτών των αόρατων ωθήσεων βάλλονται με την σειρά τους κατά λίγο μεγαλύτερων σωματιδίων. Έτσι, η κίνηση αυτή που ξεκινά από τα άτομα σταδιακά αναδύεται στο επίπεδο των αισθήσεών μας, με αποτέλεσμα αυτά τα σωματίδια να είναι σε κίνηση όπως βλέπουμε στις ακτίνες του ηλίου, υποκινούμενες από ωθήσεις οι οποίες παραμένουν αόρατες. Αν και η τυχαία κίνηση των σωματιδίων σκόνης οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στα ρεύματα αέρα, η ακανόνιστη κίνηση μικρών σωματιδίων σκόνης πράγματι προκαλείται κυρίως από την πραγματικές δυναμικές Brown.

Ο Jan Ingenhousz είχε περιγράψει την αντικανονική κίνηση των σωματιδίων σκόνης άνθρακα, στην επιφάνεια του αλκοόλ το 1785. Ωστόσο, η κίνηση κατά Brown παραδοσιακά θεωρείται ότι ανακαλύφθηκε από τον βοτανολόγο Robert Brown το 1827. Θεωρείται ότι ο Brown μελετούσε στο μικροσκόπιο σωματίδια γύρης επιπλέοντα στο νερό. Στη συνέχεια παρατήρησε λεπτά σωματίδια εντός του κυτταρικού κενού των κόκκων γύρης να εκτελούν μια τυχαία κίνηση. Επαναλαμβάνοντας το πείραμα με σωματίδια σκόνης, ήταν σε θέση να αποκλείσει το γεγονός ότι η κίνηση αυτή οφείλεται στο ότι τα σωματίδια γύρης ήταν "ζωντανά", αν και η προέλευση της κίνησης έμενε ακόμα ανεξήγητη.

Ο πρώτος που περιέγραψε τα μαθηματικά πίσω από την κίνηση κατά Brown ήταν ο Thorvald N. Thiele το 1880 σε ένα έγγραφο του σχετικά με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Τα παραπάνω ακολούθησε ανεξάρτητα ο Louis Bachelier το 1900 στη διδακτορική του διατριβή με τίτλο "Η θεωρία της κερδοσκοπίας", στην οποία παρουσίασε μια στοχαστική ανάλυση των χρηματιστηριακών και προθεσμιακών αγορών. Ωστόσο, ήταν η ανεξάρτητη μελέτη του προβλήματος από τον Albert Einstein (1905) και την Marian Smoluchowski (1906) που ώθησε τους φυσικούς να προσέξουν την συγκεκριμένη λύση, και την παρουσίασε ως ένα τρόπο για την έμμεση επιβεβαίωση της ύπαρξης των ατόμων και μορίων.



**Διάγραμμα -Α.5-** Τρεις ιχνογραφήσεις της κίνησης των κolloειδών σωματιδίων ακτίνας 0,53 μm, όπως φαίνονται από το μικροσκόπιο.

### **A.1.3.3 Διαισθητική μεταφορά**

Θεωρείστε ένα μεγάλο μπαλόνι με διάμετρο 10 μέτρα. Φανταστείτε αυτό το μεγάλο μπαλόνι σε ένα γήπεδο ποδοσφαίρου. Το μπαλόνι είναι τόσο μεγάλο που βρίσκεται πάνω από πολλά άτομα του πλήθους. Επειδή είναι ενθουσιασμένοι, αυτοί οι φίλαθλοι χτυπούν το μπαλόνι σε διαφορετικές χρονικές στιγμές και με διαφορετικές κατευθύνσεις, με τις κινήσεις να είναι εντελώς τυχαίες. Στο τέλος, το μπαλόνι ωθείται σε τυχαίες κατευθύνσεις, έτσι ώστε κατά μέσο όρο να μένει ακίνητο. Ας εξετάσουμε τώρα τη δύναμη που ασκείται σε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα. Μπορεί να έχουμε 20 οπαδούς να πιέζουν δεξιά, και άλλους 21 οπαδούς να πιέζουν προς τα αριστερά, όπου κάθε οπαδός ασκεί ίση ποσότητα δύναμης. Στην περίπτωση αυτή, οι δυνάμεις που ασκούνται από την αριστερή και τη δεξιά πλευρά είναι άνισες υπέρ της αριστερής πλευράς. Το μπαλόνι θα μετακινηθεί λίγο προς τα αριστερά. Το είδος αυτό της ανισορροπία υπάρχει ανά πάσα στιγμή, και προκαλεί την τυχαία κίνηση του μπαλονιού. Αν δούμε αυτή την κατάσταση από πολύ πιο πάνω, έτσι ώστε να μην βλέπουμε τους οπαδούς, θα δούμε το μεγάλο μπαλόνι, σαν ένα μικρό αντικείμενο που εκτελεί μια ακανόνιστη κίνηση.

Λαμβάνοντας υπ' όψιν την τυχαία κίνηση κατά Brown των σωματιδίων γύρης στο νερό: γνωρίζουμε ότι ένα μόριο νερού έχει μέγεθος περίπου 0,1 με 0,2 nm, ενώ τα σωματίδια γύρης είναι περίπου 25 μm σε διάμετρο, δηλαδή περίπου 250.000 φορές μεγαλύτερη. Έτσι, τα σωματίδια γύρης μπορούν να εξομοιωθούν με το μπαλόνι, και τα μόρια νερού με τους οπαδούς μόνο που σε αυτή την περίπτωση το μπαλόνι περιβάλλεται από οπαδούς. Η κίνηση κατά Brown ενός σωματιδίου σε ένα υγρό είναι τέτοια λόγω της στιγμιαίας ανισορροπίας του συνδυασμού δυνάμεων που ασκούνται από τις συγκρούσεις των σωματιδίων με τα πολύ μικρότερα μόρια υγρού (τα οποία βρίσκονται σε τυχαία θερμική κίνηση) που το περιβάλλουν.

### **A.1.3.4 Μαθηματική ανάλυση**

Στα μαθηματικά, η συνάρτηση Wiener είναι μια συνεχής στοχαστική συνάρτηση που ονομάστηκε έτσι προς τιμήν του Norbert Wiener. Είναι μία από τις πιο γνωστές συναρτήσεις Levy (σύνολο στοχαστικών συναρτήσεων με σταθερές ανεξάρτητες προσαυξήσεις) και εμφανίζεται συχνά σε θεωρητικά και εφαρμοσμένα μαθηματικά, στην οικονομία και στη φυσική.

Η συνάρτηση Wiener  $W_t$  έχει τρία βασικά χαρακτηριστικά:

1.  $W_0 = 0$
2. η  $W_t$  είναι σχεδόν πάντα συνεχής
3. η  $W_t$  έχει ανεξάρτητες προσαυξήσεις με κατανομή  $W_t - W_s \sim N(0, t - s)$  (για  $0 \leq s < t$ ).

Ο συμβολισμός  $N(\mu, \sigma^2)$  δηλώνει την κανονική κατανομή με αναμενόμενη τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2$ . Η συνθήκη ότι έχουμε ανεξάρτητες προσαυξήσεις σημαίνει ότι αν  $0 \leq s_1 \leq t_1 \leq s_2 \leq t_2$  τότε οι  $W_{t_1} - W_{s_1}$  και  $W_{t_2} - W_{s_2}$  είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές.

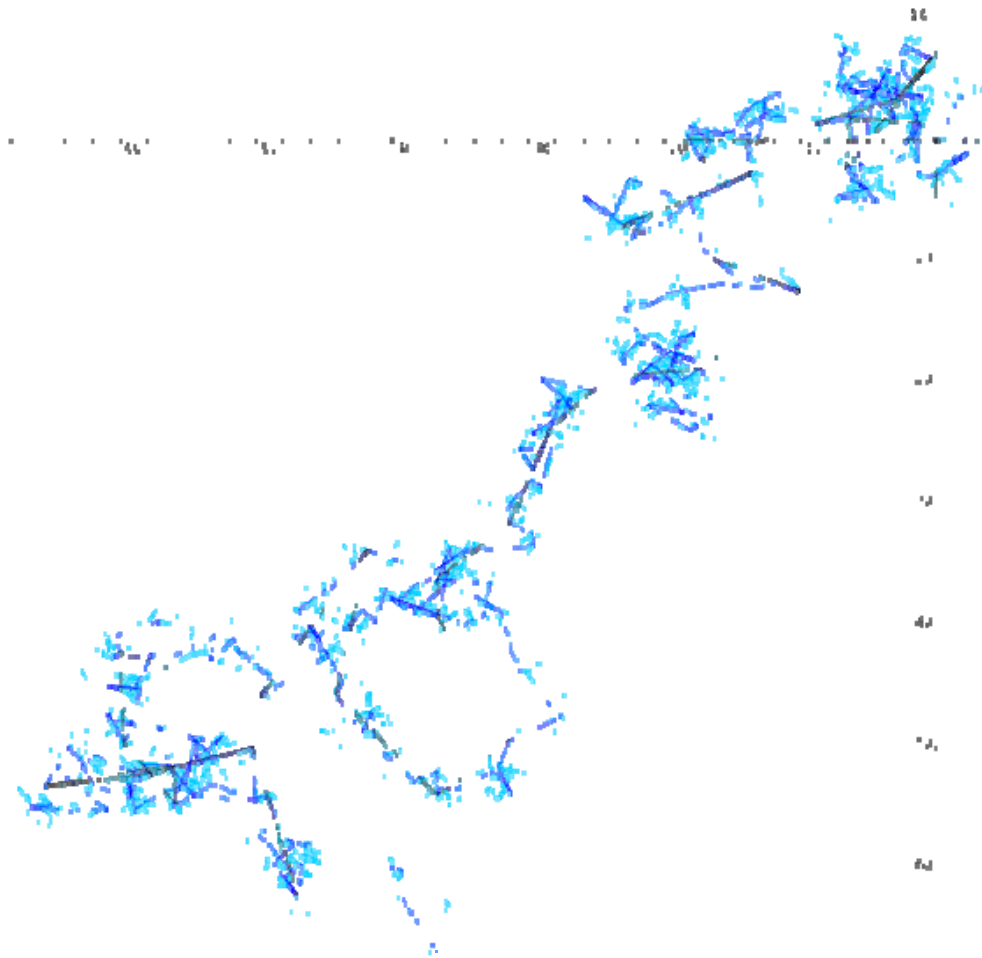
Μια εναλλακτική χαρακτηριστική της συνάρτησης Wiener είναι η λεγόμενη χαρακτηριστική Levy, που λέει ότι η συνάρτηση Wiener είναι μία σχεδόν σίγουρα συνεχής στοχαστική συνάρτηση με  $W_0 = 0$  και τετραγωνική διακύμανση  $[W_t, W_t] = t$ .

Ένας τρίτος χαρακτηρισμός είναι ότι η συνάρτηση Wiener έχει φασματική αναπαράσταση μία ημιτονική σειρά, οι συντελεστές της οποίας είναι ανεξάρτητες  $N(0, 1)$  τυχαίες μεταβλητές. Αυτή η αναπαράσταση μπορεί να ληφθεί με τη χρήση του θεωρήματος Karhunen-Loève.

Η συνάρτηση Wiener μπορεί να κατασκευαστεί ως το όριο ανόδου μιας τυχαίας όδευσης, ή άλλων στοχαστικών συναρτήσεων διακριτού χρόνου με σταθερές ανεξάρτητες προσαυξήσεις. Αυτό είναι γνωστό ως θεώρημα Donsker. Όπως και η τυχαία όδευση, η συνάρτηση Wiener είναι επαναλαμβανόμενη σε μία ή δύο διαστάσεις (που σημαίνει ότι επιστρέφει σχεδόν σίγουρα σε κάποια καθορισμένη γειτονιά της αρχής των αξόνων απείρως συχνά), ενώ δεν είναι επαναλαμβανόμενη σε τρεις διαστάσεις και παραπάνω. Σε αντίθεση με την τυχαία όδευση, δεν παρουσιάζει μεταβολές κλίμακας.

Η χρονική εξέλιξη της θέσης του σωματιδίου Brown μπορεί να περιγραφεί προσεγγιστικά από την εξίσωση Langevin, μια εξίσωση η οποία περιλαμβάνει μία τυχαία δυναμική που αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα των θερμικών διακυμάνσεων του διαλύτη στο θεώρημα Brown. Για μεγάλα χρονικά διαστήματα, η μαθηματική κίνηση κατά Brown περιγράφεται ικανοποιητικά από μια εξίσωση Langevin. Για μικρά χρονικά διαστήματα, τα αποτελέσματα της αδράνειας κυριαρχούν στην εξίσωση Langevin. Ωστόσο, η μαθηματική κίνηση κατά Brown απαλλάσσεται από τα αποτελέσματα της αδράνειας. Σημειώστε ότι τα φαινόμενα της αδράνειας πρέπει να ληφθούν υπόψη στην εξίσωση Langevin, αλλιώς η εξίσωση γίνεται ασυνήθης, με αποτέλεσμα η απλή αφαίρεση του όρου της αδράνειας από αυτή την εξίσωση να μην δίνει μια ακριβή

περιγραφή, αλλά μάλλον μια ασυνήθη συμπεριφορά στην οποία το σωματίδιο στην ουσία δεν κινείται.



**Διάγραμμα -A.6-** Τρεις διαφορετικές μορφές της κίνησης κατά Brown, με 32 , 256, 2.048 βήματα, σχεδιασμένες με προοδευτικά ελαφρύτερα χρώματα.

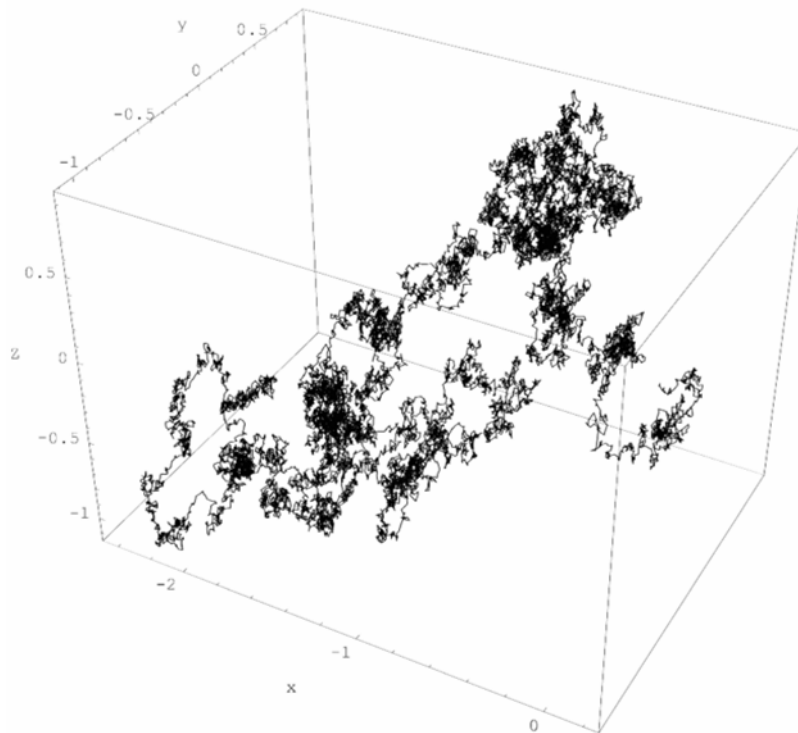
#### **A.1.3.5 Φυσική θεωρία Brown**

Η εξίσωση διάχυσης (διάδοσης) αποφέρει μία προσέγγιση της χρονικής εξέλιξης της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας σε σχέση με την θέση των σωματιδίων που βρίσκονται σε κίνηση κατά Brown, σύμφωνα με τον φυσικό ορισμό. Η προσέγγιση αυτή ισχύει για σύντομα χρονικά διαστήματα (βλ. εξίσωση Langevin για λεπτομέρειες).

Η χρονική εξέλιξη της θέσης των σωματιδίων Brown προσδιορίζεται καλύτερα χρησιμοποιώντας την εξίσωση Langevin, μια εξίσωση η οποία περιλαμβάνει μία τυχαία

δυναμική που αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα των θερμικών διακυμάνσεων του διαλύτη στο σωματίδιο.

Η μετατόπιση ενός σωματιδίου που υφίσταται κίνηση κατά Brown προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης διάχυσης υπό τις κατάλληλες οριακές συνθήκες και την εξεύρεση της rms της λύσης. Αυτό δείχνει ότι η μετατόπιση κυμαίνεται ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα του χρόνου (μη γραμμικά), πράγμα που εξηγεί γιατί τα προηγούμενα πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με την ταχύτητα των σωματιδίων Brown έδιναν ανόητα αποτελέσματα. Μια γραμμική χρονική εξάρτηση είχε εσφαλμένα θεωρηθεί.



**Διάγραμμα -A.7-** Ενιαία υλοποίηση τρισδιάστατης κίνησης κατά Brown για  $0 \leq t \leq 2$ .

### A.1.3.6 Κώδικας Matlab

Η γενική μορφή του κώδικα που χρησιμοποιήθηκε στο Matlab για κίνηση κατά Brown είναι ο παρακάτω:

```
N = 365;           % number of steps to take
T = 365;          % maximum time
h = T / N;        % time step
t = (0 : h : T);  % t is the vector [0 1h 2h 3h ... Nh]
sigma = 1.0;      % strength of noise
x=zeros (size(t)); % place to store x locations
x(1) = 10;        % initial x location
for i = 1 : N      % take N steps
    x(i+1) = x(i)+sigma * sqrt(h) * randn;
    if x(i+1) > 25
        x(i+1) = 25;
    end
    if x(i+1) < 5
        x(i+1) = 5;
    end
end;
plot(t,x);
grid on           % add a grid to axes
% axis([0 T -3 8]); % set axis limits
```



## **A.1.4 ΔΥΑΔΙΚΗ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ**

### **A.1.4.1 Γενικά**

Στην επιστήμη των υπολογιστών, ο αλγόριθμος της δυαδικής αναζήτησης είναι μια τεχνική για τον εντοπισμό μιας συγκεκριμένης τιμής σε μία ταξινομημένη λίστα. Η μέθοδος κάνει σταδιακά βελτιωμένες προβλέψεις, και καταλήγει σε μία περιοχή της ζητούμενης τιμής επιλέγοντας το μεσαίο στοιχείο της λίστας (το οποίο, επειδή η λίστα είναι ταξινομημένη σε αύξουσα σειρά, είναι η μέση τιμή), συγκρίνοντας την τιμή αυτή με την τιμή-στόχο, και καθορίζοντας, αν είναι μεγαλύτερη από, μικρότερη από, ή ίση με την τιμή στόχο. Ένας δείκτης πρόβλεψης η τιμή του οποίου αποδεικνύεται ότι είναι πολύ υψηλή γίνεται το νέο ανώτατο όριο της αναζήτησης, ενώ εάν η τιμή του είναι πολύ χαμηλή ο δείκτης αυτός είναι το νέο κατώτατο όριο. Μόνο το πρόσημο της διαφοράς λαμβάνεται υπ'όψιν, ενώ δεν γίνεται καμία χρήση του μεγέθους της διαφοράς. Συνεχίζοντας αυτή την στρατηγική επαναληπτικά, η μέθοδος μειώνει το διάστημα αναζήτησης κατά δύο κάθε φορά, και σύντομα εντοπίζει την τιμή στόχο ή κρίνει ότι δεν περιέχεται στην λίστα. Μια δυαδική αναζήτηση είναι ένα κλασικό παράδειγμα ενός αλγορίθμου αναζήτησης 'διαίρει και βασίλευε'.

### **A.1.4.2 Επισκόπηση**

Η εύρεση του δείκτη μιας συγκεκριμένης τιμής σε μία ταξινομημένη λίστα είναι χρήσιμη, διότι, με δεδομένο τον δείκτη, άλλες δομές δεδομένων θα περιέχουν συναφείς πληροφορίες. Ας υποθέσουμε ότι μια δομή δεδομένων που περιέχει την κλασική συλλογή ονόματος, διεύθυνσης, αριθμού τηλεφώνου κλπ. έχει κατασκευαστεί, και ένας πίνακας, με τα ονόματα αριθμημένα από το ένα έως το N, είναι έτοιμος. Ένα ερώτημα μπορεί να είναι: ποιος είναι ο τηλεφωνικός αριθμός για ένα δεδομένο όνομα X. Για να απαντηθεί το ερώτημα αυτό θα πρέπει να ερευνηθεί ο πίνακας και να καθοριστεί ο δείκτης (αν υπάρχει), που αντιστοιχεί σε αυτό το όνομα, οπότε ο σχετικός πίνακας αριθμών τηλεφώνου θα έχει τον αριθμό τηλεφώνου του X σε αυτό το δείκτη, όπως και ο σχετικός πίνακας διευθύνσεων και ούτω καθεξής. Η κατάλληλη πρόνοια πρέπει να ληφθεί για τα ονόματα που δεν είναι στον κατάλογο (κατά κανόνα με την επιστροφή ενός δείκτη με μηδενική τιμή), καθώς η ερώτηση μπορεί να είναι εάν το X περιέχεται στην λίστα ή όχι.

Αν ο κατάλογος των ονομάτων είναι ταξινομημένος σε σειρά, μια δυαδική αναζήτηση θα βρεί ένα συγκεκριμένο όνομα με πολύ λιγότερες προσπάθειες σε σχέση με την απλή διαδικασία της σχολαστικής αναζήτησης κάθε ονόματος στον κατάλογο, γραμμικά τη μία μετά την άλλη, και η διαδικασία είναι πολύ πιο απλή από την οργάνωση ενός τυχαίου πίνακα. Ωστόσο, από τη στιγμή που δημιουργήθηκε, η αναζήτηση ενός οργανωμένου πίνακα μπορεί να είναι ταχύτερη, συνήθως κατά μέσο όρο λίγο περισσότερο από μία προσπάθεια ανά αναζήτηση. Με μια μη ομοιόμορφη κατανομή τιμών, εάν είναι γνωστό ότι κάποια λίγα στοιχεία είναι πολύ πιο πιθανό να ζητηθούν σε σχέση με την

πλειοψηφία, τότε η γραμμική αναζήτηση με την λίστα διατεταγμένη έτσι ώστε τα πιο δημοφιλή στοιχεία να βρίσκονται πρώτα μπορεί να έχει καλύτερη απόδοση από την δυαδική αναζήτηση. Η επιλογή της καλύτερης μεθόδου μπορεί να μην είναι εμφανής. Εάν, μεταξύ των αναζητήσεων, τα στοιχεία της λίστας έχουν τροποποιηθεί ή στοιχεία προστίθενται ή αφαιρούνται, η διατήρηση της απαιτούμενης οργάνωσης μπορεί να καταναλώσει περισσότερο χρόνο από τις αναζητήσεις.

#### **A.1.4.3 Παιχνίδι εύρεσης αριθμών**

Αυτό το μάλλον απλό παιχνίδι ξεκινάει κάπως έτσι σκέφτομαι έναν ακέραιο μεταξύ του σαράντα και του εξήντα συμπεριλαμβανομένου, και οι απαντήσεις στις εικασίες σας θα είναι Υψηλή, Χαμηλή, ή Ναι ανάλογα με την περίπτωση'. Υποθέτοντας ότι το  $N$  είναι ο αριθμός των δυνατών τιμών (εδώ, είκοσι ένα καθώς συμπεριλαμβάνεται και το εξήντα), τότε το πολύ  $\lceil \log_2 N \rceil$  ερωτήσεις απαιτούνται για τον προσδιορισμό του αριθμού, δεδομένου ότι κάθε ερώτηση μειώνει στο ήμισυ το διάστημα αναζήτησης. Σημειώστε ότι απαιτείται μια ερώτηση (επανάληψη) λιγότερη σε σχέση με τον γενικό αλγόριθμο, δεδομένου ότι ο αριθμός είναι ήδη περιορισμένος σε ένα συγκεκριμένο εύρος.

Ακόμη και αν ο αριθμός που θα μαντέψουμε μπορεί να είναι αυθαίρετα μεγάλος, οπότε δεν υπάρχει άνω όριο  $N$ , μπορούμε να βρούμε τον αριθμό με το πολύ  $2\lceil \log_2 k \rceil$  βήματα (όπου το  $k$  είναι ένας άγνωστος επιλεγμένος αριθμός) βρίσκοντας αρχικά ένα άνω όριο με επαναλαμβανόμενους διπλασιασμούς. Για παράδειγμα, αν ο αριθμός ήταν το 11, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την ακόλουθη σειρά προβλέψεων για να το βρούμε: 1, 2, 4, 8, 16, 12, 10, 11. Κάποιος θα μπορούσε επίσης να επεκτείνει την τεχνική ώστε να συμπεριλάβει και τους αρνητικούς αριθμούς. Για παράδειγμα οι ακόλουθες εικασίες θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση του -13: 0, -1, -2, -4, -8, -16, -12, -14, -13.

#### **A.1.4.4 Λίστες λέξεων**

Οι άνθρωποι συνήθως χρησιμοποιούν ένα μείγμα αλγορίθμων δυαδικής αναζήτησης και αναζήτησης παρεμβολής κατά την αναζήτηση σε ένα τηλεφωνικό κατάλογο, μετά την αρχική μαντεψιά εκμεταλλευόμαστε το γεγονός ότι οι εγγραφές είναι ταξινομημένες και μπορούμε γρήγορα να βρούμε την απαιτούμενη εγγραφή. Για παράδειγμα, κατά την αναζήτηση του Smith, αν οι Thomas και Rogers έχουν ήδη βρεθεί, κάποιος μπορεί να μεταβεί σε άλλη σελίδα περίπου στη μέση των δύο προηγούμενων εικασιών. Αν αυτή περιέχει το Samson, γνωρίζουμε ότι ο Smith είναι σε κάποια σελίδα μεταξύ του Samson και του Thomas και έτσι μπορούμε να διχοτομήσουμε το διάστημα αυτό.

#### **A.1.4.5 Εφαρμογές στην θεωρία πολυπλοκότητας**

Ακόμη και αν δεν γνωρίζουμε ένα σταθερό διάστημα στο οποίο περιέχεται ο αριθμός  $k$ , μπορούμε ακόμη να καθορίσουμε την τιμή του, κάνοντας  $2\lceil \log_2 k \rceil$  απλές ΝΑΙ ή ΟΧΙ ερωτήσεις της μορφής 'Είναι το  $k$  μεγαλύτερο από το  $x$ ;' για κάποιον αριθμό  $x$ . Ως απλή

συνέπεια αυτού, αν μπορείτε να απαντήσετε στην ερώτηση 'Είναι η περιοχή του ακεραίου  $k$  μεγαλύτερη από μια συγκεκριμένη τιμή;' σε ορισμένο χρονικό διάστημα, τότε μπορείτε να βρείτε την περιοχή του ακεραίου στον ίδιο χρόνο αυξημένο κατά τον παράγοντα  $\log_2 k$ . Αυτό ονομάζεται μείωση, και εξαιτίας αυτής οι περισσότεροι θεωρητικοί της πολυπλοκότητας επικεντρώνονται σε προβλήματα αποφάσεων, αλγορίθμους που παράγουν απλές απαντήσεις της μορφής Ναι ή Όχι.

Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι θα μπορούσαμε να απαντήσουμε στην ερώτηση 'Έχει η  $n \times n$  μήτρα ορίζουσα μεγαλύτερη από  $k$  σε χρόνο  $O(n^2)$ ; Στη συνέχεια, με χρήση δυαδικής αναζήτησης, θα μπορούσαμε να βρούμε το ανώτατο όριο της ορίζουσας σε χρόνο  $O(n^2 \log d)$ , όπου  $d$  είναι η ορίζουσα. Αξίζει να σημειωθεί ότι το  $d$  δεν είναι το μέγεθος της εισόδου αλλά της εξόδου.

#### A.1.4.6 Μέθοδος

Για να συζητήσουμε την μέθοδο λεπτομερώς, είναι απαραίτητη μια πιο επίσημη περιγραφή. Η βασική ιδέα είναι ότι υπάρχει μια δομή δεδομένων που απεικονίζεται με ένα πίνακα  $A$ , με τα ανεξάρτητα στοιχεία του να συμβολίζονται ως  $A(1)$ ,  $A(2)$ , ...,  $A(N)$  και μπορεί να προσεγγιστεί με οποιαδήποτε σειρά. Η δομή δεδομένων περιέχει ένα υποστοιχείο ή ένα πεδίο δεδομένων που ονομάζεται κλειδί, και ο πίνακας διατάσσεται έτσι ώστε για τις διαδοχικές τιμές να ισχύει  $A(1) \times \text{κλειδί} \leq A(2)$  και ούτω καθεξής. Η απαίτηση είναι ότι με δεδομένη κάποια τιμή του  $x$ , να βρεθεί ένας δείκτης  $p$  (όχι απαραίτητα ο ένας και μοναδικός) τέτοιος ώστε  $A(p) \times \text{κλειδί} = x$ .

Καταρχάς, το διάστημα αναζήτησης είναι ο πλήρης κατάλογος των στοιχείων, που χαρακτηρίζεται από μεταβλητές  $L$  και  $R$ , οι τιμές των οποίων αλλάζουν σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας αναζήτησης, όπως φαίνεται από το διάγραμμα ροής. Σημειώστε ότι η διαίρεση με τον παράγοντα δύο είναι διαίρεση ακεραίων, με οποιοδήποτε υπόλοιπο να χάνεται, έτσι ώστε το  $3/2$  να γίνεται  $1$ , και όχι  $1 \frac{1}{2}$ . Η έρευνα ολοκληρώνεται είτε επειδή η τιμή έχει βρεθεί, είτε επειδή η συγκεκριμένη τιμή δεν περιέχεται στον κατάλογο.

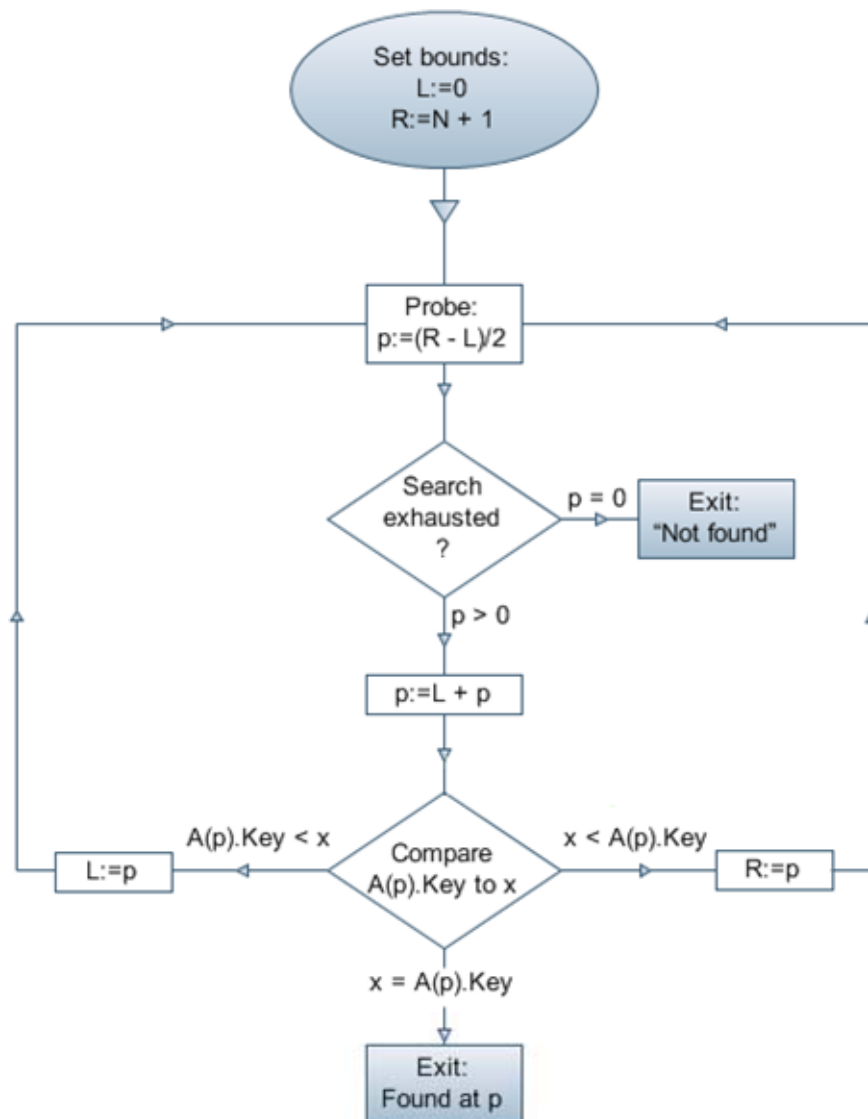
#### A.1.4.7 Λειτουργία μεθόδου

Η μέθοδος βασίζεται και υπερασπίζεται την ιδέα ότι εάν πρέπει να βρεθεί η τιμή του  $x$ , θα είναι μεταξύ των στοιχείων  $(L+1)$  και  $(R-1)$  του πίνακα.

Η αρχικοποίηση των  $L$  και  $R$ , κατά την οποία λαμβάνουν τιμές  $0$  και  $N+1$  είναι μια απλή επαναδιατύπωση του προβλήματος, ότι τα στοιχεία  $1$  έως  $N$  θα ερευνηθούν, και έτσι η μέθοδος είναι έτοιμη να ξεκινήσει. Το πρώτο βήμα της κάθε επανάληψης είναι ο έλεγχος ότι υπάρχει κάτι να αναζητηθεί, δηλαδή αν υπάρχουν στοιχεία στο διάστημα αναζήτησης  $(L+1)$  έως  $(R-1)$ . Ο αριθμός αυτών των στοιχείων είναι  $(R-L-1)$ , ώστε ο υπολογισμός  $(R-L)$  έχει ως αποτέλεσμα τον αριθμό των στοιχείων  $+ 1$ . Η μείωση του αριθμού αυτού κατά το ήμισυ (με ακέραια διαίρεση) σημαίνει ότι εάν υπάρχει ένα

στοιχείο (ή περισσότερα), τότε  $p=1$  (ή περισσότερο), αλλά αν δεν υπάρχει τότε  $p=0$ , και στην περίπτωση αυτή, η μέθοδος τερματίζεται με την αναφορά 'Δεν βρέθηκε'. Διαφορετικά, για  $p>0$ , η αναζήτηση συνεχίζεται με  $p:=L+p$ , το οποίο εξ' ορισμού είναι εντός των ορίων  $(L+1)$  και  $(R-1)$ . Το γεγονός ότι αυτή η τιμή στο ή κοντά στο μέσο της ρύθμισης δεν είναι σημαντικό στο συγκεκριμένο σημείο. Μας ενδιαφέρει απλώς το ότι είναι μια έγκυρη τιμή.

**Binary Search**  
**Given:** array  $A$  with attribute  $Key$ ,  
 elements 1 to  $N$  ordered on the values of  $Key$   
 so that  $A(1).Key \leq A(2).Key \leq \dots \leq A(N).Key$   
**Find** index  $p$  such that  $A(p).Key = x$ .



**Διάγραμμα -A.8-** Διάγραμμα ροής δεδομένων διαδικής αναζήτησης

Τώρα συγκρίνουμε το  $x$  με το  $A(p)$  x Κλειδί. Αν  $x=A(p)$  x Κλειδί τότε η μέθοδος τερματίζει επιτυχώς. Διαφορετικά, ας υποθέσουμε ότι  $x < A(p)$  x Κλειδί. Αν ναι, τότε καθώς η λίστα είναι ταξινομημένη, το  $x$  θα πρέπει να είναι μικρότερο από όλα τα επόμενα στοιχεία του πίνακα, μέχρι το τελικό στοιχείο ( $R-1$ ). Κατά συνέπεια, η τιμή του δεξιού δείκτη  $R$  μπορούν να τροποποιηθούν και να πάρει την τιμή  $p$ , δεδομένου ότι, από τη δοκιμή που μόλις έγινε,  $x < A(p)$  x Κλειδί και έτσι, αν πρέπει να βρεθεί το  $x$ , θα βρίσκεται ανάμεσα σε στοιχεία μικρότερα του  $p$ , δηλαδή από το  $(p-1)$  και νωρίτερα. Και αντιθέτως, για την περίπτωση που  $x > A(p)$  x Κλειδί, η τιμή του  $L$  θα πρέπει να αλλάξει. Έτσι, οποιοδήποτε όριο και αν αλλάξει, η βασική ιδέα επιβεβαιώνεται, και περαιτέρω, το διάστημα αναζήτησης που απομένει είναι μειωμένο. Αν άλλαξε το  $L$ , έχει λάβει μια μεγαλύτερη τιμή (τουλάχιστον  $L+1$ ), ενώ αν άλλαξε το  $R$ , έλαβε μια χαμηλότερη τιμή (πιθανότατα  $R-1$ ), καθώς αυτά είναι τα όρια του  $p$ .

Αν απομένει μόνο μια τιμή στο διάστημα αναζήτησης (έτσι ώστε  $L+1=p=R-1$ ), και το  $x$  δεν ταιριάζει, τότε, ανάλογα με το πρόσημο της σύγκρισης είτε το  $L$  είτε το  $R$  θα λάβει την τιμή του  $p$  και κατά την έναρξη της επόμενης επανάληψης το διάστημα θα βρεθεί κενό. Κατά συνέπεια, σε κάθε επανάληψη, αν το διάστημα αναζήτησης είναι κενό το αποτέλεσμα είναι "δεν βρέθηκε", αλλιώς είτε το  $x$  βρίσκεται στο αρχικό σημείο  $p$  είτε το διάστημα αναζήτησης μειώνεται για κάθε επόμενη επανάληψη.

#### A.1.4.8 Κώδικας Matlab

Η γενική μορφή του κώδικα που χρησιμοποιήθηκε στο Matlab για κίνηση κατά Brown είναι ο παρακάτω:

```
function IndVal = bin_sear (X,Val)

N = length(X);

if (N == 1),
    IndVal = 1;
else
    Ind1 = 1;
    Ind2 = N;
    IndM = floor(0.5.*N);
    Y1 = X(Ind1);
    Y2 = X(Ind2);
    Ym = X(IndM);

    Found = 0;
    while (Found == 0),
        %[[Ind1, IndM, Ind2]-499000, [Y1, Ym, Y2]]
        if (Val > Ym),
            Ind1 = IndM;
```

```

%Ind2 = Ind2;
Y1 = X(Ind1);
%Y2 = X(Ind2);

if ((Ind2-Ind1) >= 2),
    IndM = floor(floor(0.5.*(Ind2+Ind1)));
else
    Found = 1;
    if (abs(Val-Y1) < abs(Val-Y2)),
        IndVal = Ind1;
    else
        IndVal = Ind2;
    end
end

Ym = X(IndM);

elseif (Val < Ym),
    Ind2 = IndM;
    %Ind1 = Ind1;
    %Y1 = X(Ind1);
    Y2 = X(Ind2);

    if ((Ind2-Ind1) >= 2),
        IndM = floor(floor(0.5.*(Ind2+Ind1)));
    else
        Found = 1;
        if (abs(Val-Y1) < abs(Val-Y2)),
            IndVal = Ind1;
        else
            IndVal = Ind2;
        end
    end

    Ym = X(IndM);

else
    Found = 1;
    IndVal = IndM;
end
end
end

```

## A.2 BUILD-IN ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ MATLAB

### A.2.1 Συνάρτηση `binornd`

Η γενική μορφή της εντολής `binornd` όπως χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα είναι η εξής:

$$R = \text{binornd}(N,P) \quad (\text{A.16})$$

Η παραπάνω εντολή παράγει τυχαίους αριθμούς από τη διωνυμική κατανομή με παραμέτρους που καθορίζονται από το  $N$  και  $P$ . Τα  $N$  και  $P$  μπορεί να είναι διανύσματα, μήτρες, ή πολυδιάστατοι πίνακες που έχουν το ίδιο μέγεθος, το οποίο είναι και το μέγεθος του  $R$ . Μια βαθμωτή είσοδος για το  $N$  ή  $P$  επεκτείνεται σε έναν συνεχή πίνακα με τις ίδιες διαστάσεις όπως και οι υπόλοιπες εισοδοί.

### A.2.2 Συνάρτηση `normrnd`

Η γενική μορφή της εντολής `normrnd` όπως χρησιμοποιείται στο πρόγραμμά είναι η εξής:

$$R = \text{normrnd}(\mu, \sigma) \quad (\text{A.17})$$

Η παραπάνω εντολή παράγει τυχαίους αριθμούς από την κανονική κατανομή με παραμέτρους μέση τιμή  $\mu$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$ . Οι παράμετροι αυτές μπορεί να είναι διανύσματα, μήτρες ή πολυδιάστατοι πίνακες που έχουν το ίδιο μέγεθος, το οποίο είναι ίσο με το μέγεθος του  $R$ . Μία βαθμωτή είσοδος του  $\mu$  ή/και του  $\sigma$  επεκτείνεται σε ένα σταθερό πίνακα με τις ίδιες διαστάσεις όπως και για οποιαδήποτε άλλη είσοδο.

### A.2.3 Συνάρτηση `fmincon`

Χρησιμοποιείται για την εύρεση της ελάχιστης τιμής μιας μη γραμμικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών σύμφωνα με κάποιους περιορισμούς. Η γενική μορφή του προβλήματος είναι:

$$\min_x f(x) \text{ such that } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ \text{ceq}(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ A_{\text{eq}} \cdot x = b_{\text{eq}} \\ lb \leq x \leq ub, \end{cases}$$

όπου τα  $x$ ,  $b$ ,  $b_{\text{eq}}$ ,  $lb$ ,  $ub$  είναι διανύσματα, οι  $A$  και  $A_{\text{eq}}$  είναι πίνακες, οι  $c(x)$  και  $\text{ceq}(x)$  είναι συναρτήσεις που επιστρέφουν σαν αποτέλεσμα διανύσματα και η  $f(x)$  είναι

συνάρτηση που επιστρέφει σαν αποτέλεσμα ένα βαθμωτό μέγεθος. Οι  $f(x)$ ,  $c(x)$  και  $ceq(x)$  μπορούν να είναι μη γραμμικές συναρτήσεις. Η γενική μορφή της εντολής **fmincon** όπως χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα είναι η εξής:

$$[x, fval] = \text{fmincon} (@\text{myfun}, x_0, A, b) \quad (\text{A.18})$$

όπου  $x_0$  είναι μία αρχική τιμή από την οποία ξεκινάει η συνάρτηση **fmincon** για την εύρεση της τιμής του  $x$  που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση  $f$ . Οι πίνακες  $A$  και  $B$  περιέχουν τους συντελεστές των μεταβλητών καθώς και τους σταθερούς όρους των περιορισμών. Η  $\text{myfun}$  είναι η συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί και η τιμή που λαμβάνει η συνάρτηση αυτή μετά την διαδικασία της ελαχιστοποίησης καταχωρείται στην μεταβλητή  $fval$ .

#### A.2.4 Συνάρτηση mean

Η γενική μορφή της εντολής **mean** όπως χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα είναι η εξής:

$$M = \text{mean} (A) \quad (\text{A.19})$$

Η παραπάνω εντολή επιστρέφει τις μέσες τιμές των στοιχείων κατά μήκος διαφορετικών διαστάσεων ενός πίνακα. Αν ο  $A$  είναι διάνυσμα, τότε επιστρέφει την μέση τιμή του  $A$ . Αν ο  $A$  είναι μήτρα, η εντολή αντιμετωπίζει τις στήλες του  $A$  ως διανύσματα και επιστρέφει ένα διάνυσμα-σειρά των μέσων τιμών. Αν ο  $A$  είναι πολυδιάστατος πίνακας, αντιμετωπίζει τις τιμές της πρώτης non-Singleton διάστασης ως διανύσματα, επιστρέφοντας ένα πίνακα με τις μέσες τιμές. Ο μαθηματικός τύπος της παραπάνω συνάρτησης είναι:

$$M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \text{ όπου } n \text{ το πλήθος των στοιχείων} \quad (\text{A.20})$$

#### A.2.5 Συνάρτηση std

Η γενική μορφή της εντολής **std** όπως χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα είναι η εξής:

$$s = \text{std} (X) \quad (\text{A.21})$$

Υπάρχουν δύο κοινά αποδεκτοί ορισμοί για την τυπική απόκλιση  $s$  ενός διανύσματος δεδομένων  $X$ :

$$s = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.22})$$



$$s = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.23})$$

όπου  $n$  είναι ο αριθμός των στοιχείων του δείγματος. Οι δύο μορφές της εξίσωσης διαφέρουν μόνο στους όρους  $n-1$  και  $n$  του παρονομαστή.

Η εντολή `std (X)` όπου  $X$  είναι ένα διάνυσμα, επιστρέφει την τυπική απόκλιση με τη χρήση της σχέσης (A.22) παραπάνω. Το αποτέλεσμα είναι η τετραγωνική ρίζα μιας αμερόληπτης εκτιμήτριας της διακύμανσης του πληθυσμού από την οποία έχει προκύψει το  $X$ , εφόσον το  $X$  αποτελείται από ανεξάρτητα, ομοίως κατανομημένα δείγματα. Αν το  $X$  είναι μια μήτρα, τότε η εντολή `std (X)` επιστρέφει ένα διάνυσμα-σειρά που περιέχει την τυπική απόκλιση των στοιχείων της κάθε στήλης της  $X$ . Αν το  $X$  είναι ένας πολυδιάστατος πίνακας, το `std (X)` είναι η τυπική απόκλιση των στοιχείων κατά μήκος της πρώτης non-singleton διάστασης του  $X$ .

## A.2.6 Συνάρτηση `sort`

Η γενική μορφή της εντολής `sort` όπως χρησιμοποιείται στο πρόγραμμά είναι η εξής:

$$B = \text{sort} (A) \quad (\text{A.24})$$

Η παραπάνω εντολή ταξινομεί τα στοιχεία κατά μήκος διαφορετικών διαστάσεων ενός πίνακα, και τα τοποθετεί σε αύξουσα σειρά. Αν ο  $A$  είναι διάνυσμα, η εντολή επιστρέφει ταξινομημένα τα στοιχεία του  $A$ . Αν ο  $A$  είναι μήτρα, η εντολή επιστρέφει τα στοιχεία κάθε σειράς ταξινομημένα. Αν ο  $A$  είναι πολυδιάστατος πίνακας, η εντολή ταξινομεί τον  $A$  κατά μήκος της πρώτης non-singleton διαγωνίου και επιστρέφει έναν πίνακα ταξινομημένων διανυσμάτων.

Πίνακες ακεραίων αριθμών, αριθμών κινητής υποδιαστολής, λογικών συμβολών και χαρακτήρων επιτρέπονται. Οι πίνακες κινητής υποδιαστολής μπορεί να περιέχουν είτε θετικούς είτε αρνητικούς αριθμούς. Για τα στοιχεία του  $A$  με πανομοιότυπες τιμές, η σειρά των στοιχείων αυτών διατηρείται μέσα στη ταξινομημένη λίστα. Όταν ένας πίνακας περιέχει και θετικούς και αρνητικούς αριθμούς, τα στοιχεία του ταξινομούνται κατά μέγεθος, π.χ. `abs (A)`, και όπου τα μεγέθη είναι ίσα, ταξινομούνται περαιτέρω κατά γωνία φάσης, π.χ. `angle (A)`, στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$ . Αν  $A$  περιλαμβάνει στοιχεία NaN, η εντολή τα τοποθετεί στο άνω άκρο.

## **Βιβλιογραφία**

### **ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ**

Ι. ΨΑΡΡΑΣ, Καθ. ΕΜΠ

### **Η ΠΟΡΕΙΑ ΤΗΣ ΑΠΕΛΕΥΘΕΡΩΣΗΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

Π. ΚΑΠΡΟΥ, Πρόεδρος ΡΑΕ, Καθηγητής ΕΜΠ

### **ΦΥΣΙΚΟ ΑΕΡΙΟ ΚΑΙ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΨΥΞΗΣ - Η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ**

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΓΑΛΑΝΑΚΗΣ, Γραμματέας ΕΣΣΗΘ

Μάρτιος 2006

### **ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΩΝ ΕΠΙΠΤΩΣΕΩΝ**

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΤΗΤΑ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ

2007 -2013

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Δεκέμβριος 2006

### **ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ**

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΛΚΕΠΑ

Νοέμβριος 1994

ΗΜΕΡΙΔΑ ΤΕΕ

### **ΛΙΓΝΙΤΗΣ ΚΑΙ ΦΑ ΣΤΗΝ ΗΛΕΚΤΡΟΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΧΩΡΑΣ**

ΚΩΝ. ΓΡ. ΘΕΟΦΥΛΑΚΤΟΣ

Ελληνικός Σύνδεσμος Συμπαραγωγής Ηλεκτρισμού και Θερμότητας

Αθήνα, 9/6/2005

6<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

### **ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΑΙΧΜΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ, ΜΗΧΑΝΕΣ ΙΣΧΥΟΣ STIRLING ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ**

Ν. Α. ΜΠΟΡΜΠΙΛΑΣ, Δρ. ΕΜΠ

Θεσσαλονίκη, Δεκέμβριος 2004

**STOCHASTIC MODEL FOR OPERATION OF BOTTOMING-CYCLE  
COGENERATION FACILITY**

LUIS T. YOUN, KOUNG HEE LEEM

Future Power Systems, 2005 International Conference on  
Volume, Issue, 18-18 Nov. 2005 Page(s):5 pp. - 5

**CO2 EMISSIONS TRADING PLANNING IN COMBINED HEAT AND POWER  
PRODUCTION VIA MULTI-PERIOD STOCHASTIC OPTIMIZATION**

AIYING RONG, RISTO LAHDELMA

European Journal of Operational Research 176 (2007) 1874–1895

**THE EUROPEAN EDUCATIONAL TOOL ON COGENERATION (EDUCOGEN)**

Second Edition, December 2001

**COMBINED HEAT AND POWER: CAPTURING WASTED ENERGY**

NEAL ELLIOTT, MARK SPURR

May 1999

**SIMULATION AND OPTIMISATION OF POWER PRODUCTION IN BIOMASS-  
FUELLED SMALL-SCALE CHP PLANTS**

TUULA SAVOLA

A thesis presented in partial fulfillment of the requirements for the degree of Licentiate  
of Science in Technology on 14<sup>th</sup> of March 2005.

**CONTRIBUTION FOR THE REVIEW OF DIRECTIVE 2003/087/EC ON EMISSION  
TRADING - TREATMENT OF CHP/DHC UNDER EMISSION TRADING**

29 November 2005

**POSITION OF COGEN EUROPE ON EMISSIONS TRADING AND CHP**

21 MAY 2003

**NEW AND ADVANCED ENERGY CONVERSION TECHNOLOGIES - ANALYSIS OF  
COGENERATION, COMBINED AND INTEGRATED CYCLES**

M.A. KOROBITSYN

## **EU POLICIES ON COMBINED HEAT-AND-POWER PRODUCTION (CHP)**

REINHARD MADLENER

CEPE- Centre for Energy Policy and Economics, ETH Zurich

International OSCOGEN Workshop

'Cogeneration Operation in Competitive Markets'

St. Veit/Glan, Austria, January 2003

## **EFFICIENT ALGORITHMS FOR OPTIMIZING COMBINED HEAT AND POWER PRODUCTION UNDER THE ELECTRICITY MARKET**

AIYING RONG, RISTO LAHDELMA

Tucs Technical Report

No 615, July 2004

## **THE ECONOMICS OF COGENERATION TECHNOLOGY ADOPTION AND DIFFUSION - A DETERMINISTIC MODEL**

REINHARD MADLENER, MARCEL WICKART

CEPE Working Paper No. 27

December 2003, Revised December 2004

### ***Δικτυακοί Τόποι:***

[www.hachp.gr](http://www.hachp.gr)

[www.stoprog.org](http://www.stoprog.org)

[www.cogeneurope.eu](http://www.cogeneurope.eu)

[www.retscreen.net](http://www.retscreen.net)

[www.cogen.org](http://www.cogen.org)

Wikipedia

<http://mally.eco.rug.nl/index.html?lnmb/lnmb.html>

[http://www.ypan.gr/ape/sith\\_greece.html](http://www.ypan.gr/ape/sith_greece.html)