



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

**Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών
Υπολογιστών**

**Πιθανοτική Βέλτιστη Ροή Φορτίου σε
Αγορές Ηλεκτρικής Ενέργειας με Βάση τη
Μέθοδο Εκτίμησης Δύο Σημείων**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΛΕΟΝΩΡΑ ΚΟΥΡΤΖΗ

Επιβλέπων : Χατζηαργυρίου Νικόλαος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ανέστης Αναστασιάδης
Υ.Δ. Ε.Μ.Π

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2009



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

**Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών
Υπολογιστών**

**Πιθανοτική Βέλτιστη Ροή Φορτίου σε
Αγορές Ηλεκτρικής Ενέργειας με Βάση τη
Μέθοδο Εκτίμησης Δύο Σημείων**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΛΕΟΝΩΡΑ ΚΟΥΡΤΖΗ

Επιβλέπων : Χατζηαργυρίου Νικόλαος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 09/09/2009

.....
Χατζηαργυρίου Νικόλαος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Παπαθανασίου Σταύρος
Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Καβατζά Σταυρούλα
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2009

.....
ΕΛΕΟΝΩΡΑ ΚΟΥΡΤΖΗ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Ελεονώρα Κουρτζή, 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τους συγγραφείς και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η εργασία αυτή επιχειρεί τη μελέτη της αβεβαιότητας που παρουσιάζεται στο πρόβλημα της βέλτιστης ροής φορτίου στα πλαίσια μίας ανταγωνιστικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Για το σκοπό εφαρμόζεται μία μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων.

Η αβεβαιότητα η οποία μελετάται εντοπίζεται στην «απρόβλεπτη» συμπεριφορά των συμμετεχόντων στην αγορά. Ως αποτέλεσμα αυτής οι μεταβλητές εισόδου και εξόδου της βέλτιστης ροής φορτίου δε λαμβάνουν συγκεκριμένες τιμές αλλά αντιπροσωπεύονται από κατανομές πιθανότητας. Οι αβέβαιες μεταβλητές εισόδου του προβλήματος είναι οι προσφορές των παραγωγών και των προμηθευτών ως προς την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας. Με γνωστές τις κατανομές αυτών υπολογίζονται οι κατανομές των μεταβλητών εξόδου. Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στη μελέτη ενός τύπου μεταβλητών εξόδου, τις οριακές κομβικές τιμές, οι οποίες χρησιμοποιούνται συχνά για την τιμολόγηση της ηλεκτρικής ενέργειας.

Εφαρμόζεται μία μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων ως εναλλακτική σε σχέση με άλλες υπολογιστικά απαιτητικότερες μεθόδους. Η προσέγγιση αυτή απαιτεί $2n$ επαναλήψεις της ντετερμινιστικής βέλτιστης ροής φορτίου για n αβέβαιες μεταβλητές. Ως αποτέλεσμα λαμβάνονται οι τρεις πρώτες στατιστικές ροπές των ζητούμενων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

Η προτεινόμενη μέθοδος δοκιμάζεται σε ένα σύστημα τριών ζυγών και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τα πιο ακριβή αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo. Η υπολογισμοί γίνονται σε περιβάλλον Matlab με τη βοήθεια του προγράμματος PSAT.

Λέξεις Κλειδιά – Αγορά ηλεκτρικής ενέργειας, πιθανοτική βέλτιστη ροή φορτίου, κατανομή πιθανότητας, μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων, αβεβαιότητα

Abstract

This paper presents an application of a two point estimate method to account for uncertainties in the optimal power flow problem in the context of competitive electricity markets.

These uncertainties are the product of the “unpredictable” behavior of market participants. As a result, input and output variables of the optimal power flow problem are represented by appropriate probability density functions. Supply and demand bids are the uncertain input variables. With the input probability density functions known, the probability distributions of the output variables are calculated. This paper focuses on the study of locational marginal prices, which are one type of output variable often used for electricity pricing.

Instead of using computationally demanding methods, the proposed approach needs $2n$ runs of the deterministic optimal power flow for n uncertain variables to get the result in terms of the first three moments of the corresponding probability density functions.

The proposed method is tested on a 3-bus test system and results are compared against more accurate results acquired from Monte Carlo simulations. All results were obtained in MATLAB, using PSAT to solve the required optimal power flows.

Key Words – Electricity market, probabilistic optimal power flow, probability density function, two-point estimate method, uncertainty

Πρόλογος

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2008- 2009 υπό την επίβλεψη του κ. Νικόλαου Δ. Χατζηαργυρίου, καθηγητή του Ε.Μ.Π. της σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεσή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Ανέστη Αναστασιάδη για τις κατευθυντήριες συμβουλές και οδηγίες που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Τέλος, ευχαριστώ το Μάρκο Δουρίδα για την πολύτιμη υποστήριξή του.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2009

Περιεχόμενα

Λίστα Σχημάτων	12
Λίστα Πινάκων	14
Ονοματολογία	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – Εισαγωγή	17
1.1 Η Αβεβαιότητα στην Αγορά Ηλεκτρικής Ενέργειας	17
1.2 Η Λειτουργία της Αγοράς Ηλεκτρική Ενέργειας	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Μελέτη Ροών Φορτίου	21
2.1 Μοντέλα Συνιστωσών ΣΗΕ	22
2.1.1 Παράσταση Γραμμών Μεταφοράς	22
2.1.2 Παράσταση Εγκάρσιων Πυκνωτών και Αυτεπαγωγών	23
2.1.3 Παράσταση Μετασχηματιστών	23
2.1.4 Παράσταση Γεννητριών	24
2.1.5 Παράσταση Φορτίων	25
2.2 Εξισώσεις Ροών Φορτίου	25
2.3 Θεμελίωση του Προβλήματος Ροών Φορτίου	29
2.4 Επιλογή Μεταβλητών και Περιορισμοί	31
2.5 Ψηφιακές Μέθοδοι Επίλυσης για τη Ροή Φορτίου	32
2.5.1 Υπολογισμός Ροών και Απωλειών	33

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – Βέλτιστη Ροή Φορτίου	35
3.1 Β.Ρ.Φ. – Γενική Διατύπωση	36
3.2 Εφαρμογές της Β.Ρ.Φ.	37
3.2.1 Οικονομική Κατανομή με Περιορισμούς Ασφαλείας	38
3.2.2 Πρόληψη και Διόρθωση με Ανακατανομή	38
3.2.3 Σχεδιασμός VAr και Έλεγχος Τάσης	39
3.2.4 Τιμολόγηση Πραγματικής και Άεργου Ισχύος	39
3.3 Β.Ρ.Φ. – Μεγιστοποίηση του κοινωνικού πλεονάσματος	40
3.4 Τεχνικές Βελτιστοποίησης	43
3.4.1 Μέθοδος Εσωτερικού Σημείου	44
3.5 Πιθανοτική Βέλτιστη Ροή Φορτίου	47
3.5.1 Διαμόρφωση του Προβλήματος	49
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – Μέθοδος Εκτίμησης Δύο Σημείων	51
4.1 Μέθοδος Εκτίμησης Δύο Σημείων	51
4.2 Υπολογιστική Διαδικασία	54
4.3 Αναλυτική Περιγραφή της Μεθόδου	56
4.3.1 Συνάρτηση μίας μεταβλητής	56
4.3.2 Συνάρτηση Πολλών Μεταβλητών	59
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – Εφαρμογή στο Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών	63
5.1 Μέθοδος Σύγκρισης των Αποτελεσμάτων	64
5.2 Υλοποίηση σε Περιβάλλον MATLAB	65
5.3 Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών	67

Περιεχόμενα	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 – Σύνοψη – Συμπεράσματα	85
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – Κώδικας	87
A.1 Κώδικας Προσομοίωσης Monte Carlo	87
A.2 Κώδικας Μεθόδου Εκτίμησης Δύο Σημείων	89
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β – PSAT	95
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ - Προσομοίωση Monte Carlo	99
Γ.1. Τυχαίοι Αριθμοί και Τρόποι Παραγωγής τους	100
Γ.1.1. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών	100
Γ.1.2. Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί	102
Γ.2. Ακρίβεια της Προσομοίωσης Monte Carlo	104
Βιβλιογραφία	107

Λίστα Σχημάτων

Σχήμα 2.1	Ονομαστικό ισοδύναμο κύκλωμα Π γραμμής μεταφοράς	22
Σχήμα 2.2	Παράσταση εγκάρσιου στοιχείου	23
Σχήμα 2.3	Παράσταση Μ/Σ σε ονομαστική σχέση μετασχηματισμού	23
Σχήμα 2.4	Παράσταση φορτίων	25
Σχήμα 2.5	Γενικευμένος ζυγός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας	26
Σχήμα 2.6	Ροές φορτίου σε στοιχείο μεταφοράς του κλάδου ij	33
Σχήμα 3.1	Πλεόνασμα Καταναλωτού και Παραγωγού	41
Σχήμα 4.1	Σχηματική απεικόνιση της μεθόδου εκτίμησης δυο σημείων	53
Σχήμα 5.1	Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Μεθόδου Εκτίμησης Δύο Σημείων	66
Σχήμα 5.2	Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών	67
Σχήμα 5.3	ΟΚΤ στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 0.5$	70
Σχήμα 5.4	ΟΚΤ στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 1.5$	71
Σχήμα 5.5	Εκκαθάριση της Αγοράς για Αβέβαιη Προσφερόμενη Τιμή του Προμηθευτή 2	72
Σχήμα 5.6	ΟΚΤ στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 0.1$	73
Σχήμα 5.7	Εκκαθάριση της Αγοράς για Αβέβαιη Προσφερόμενη Τιμή του Παραγωγού 3	74
Σχήμα 5.8	ΟΚΤ στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 0.1$	76

Σχήμα 5.9	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 0.5$	76
Σχήμα 5.10	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 1.0$	77
Σχήμα 5.11	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 0.1$	77
Σχήμα 5.12	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 0.5$	78
Σχήμα 5.13	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 1.0$	78
Σχήμα 5.14	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 1.5$	79
Σχήμα 5.15	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 0.1$	79
Σχήμα 5.16	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 1.0$	80
Σχήμα 5.17	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 1.5$	80
Σχήμα 5.18	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.0, \sigma(C_D) = 0.1$	81
Σχήμα 5.19	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.0, \sigma(C_D) = 0.5$	81
Σχήμα 5.20	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.0, \sigma(C_D) = 1.0$	82
Σχήμα 5.21	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.0, \sigma(C_D) = 1.5$	82
Σχήμα 5.22	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 0.1$	83
Σχήμα 5.23	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 0.5$	83
Σχήμα 5.24	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 1.0$	84
Σχήμα 5.25	OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 1.5$	84
Σχήμα Β.1	Γραφικό Περιβάλλον του PSAT	96
Σχήμα Γ.1	Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών	101

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 5.1	Δεδομένα Ζυγών για το Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών	68
Πίνακας 5.2	Δεδομένα Γραμμών για το Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών	68
Πίνακας 5.3	Προσφερόμενες Τιμές – Ποσότητες για το Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών	68

Ονοματολογία

B.P.Φ	Βέλτιστη ροή φορτίου
O.K.T.	Οριακή κομβική τιμή
Λ.Σ.Μ.	Λειτουργός συστήματος μεταφοράς
PV	Ζυγός παραγωγής
PQ	Ζυγός φορτίου
P_{gi} Q_{gi}	Παραγόμενη ενεργός και άεργος ισχύς της μονάδας i αντίστοιχα
P_{ir} Q_i	Εγχεόμενη ενεργός και άεργος ισχύς του ζυγού i αντίστοιχα
P_{dir} Q_{di}	Ζήτηση ενεργού και άεργου ισχύος στο ζυγό i αντίστοιχα
P_{ij}	Ενεργός φόρτιση της γραμμής μεταφοράς $i-j$
P_{loss}	Συνάρτηση απωλειών
V_{ir} θ_i	Μέτρο και γωνία τάσης στο ζυγό i αντίστοιχα
x	Διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης
u	Διάνυσμα μεταβλητών ελέγχου
$g(x,u)$	Σύνολο εξισωτικών περιορισμών
$h(x,u)$	Σύνολο ανισωτικών περιορισμών
λ	Πολλαπλασιαστής Lagrange
$L(P_{gr}\lambda)$	Συνάρτηση Lagrange
Y	Σύνθετος πίνακας αγωγιμοτήτων
G_{ij}	Στοιχείο ij πραγματικού μέρους του σύνθετου πίνακα αγωγιμοτήτων
B_{ij}	Στοιχείο ij φανταστικού μέρους του σύνθετου πίνακα αγωγιμοτήτων
J_h	Ιακωβιανός πίνακας
ΔP_{ir} ΔQ_i	Μεταβολή - απόκλιση παραγόμενης ενεργού και άεργου ισχύος του ζυγού i

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Η Αβεβαιότητα στην Αγορά Ηλεκτρικής Ενέργειας

Η εισαγωγή του ανταγωνισμού στην αγορά ηλεκτρισμού επέδρασε σημαντικά στον προγραμματισμό λειτουργίας των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς οδήγησε τους συμμετέχοντες στην αγορά προς πιο «απρόβλεπτες» συμπεριφορές. Στην προσπάθεια για μελέτη της αυξημένης αβεβαιότητας που προέκυψε παρουσιάζει μεγάλη χρησιμότητα η εφαρμογή στοχαστικών εργαλείων για τη μελέτη και στη συνέχεια κατανόηση του συστήματος και της αγοράς στα πλαίσια της οποίας αυτό λειτουργεί. Σε αγορές οι οποίες βασίζουν τον υπολογισμό των τιμών του ηλεκτρισμού στη βέλτιστη ροή φορτίου (B.P.F.), τα στοχαστικά εργαλεία ανάλυσης μπορούν να αναδείξουν την επίδραση που έχει η συμπεριφορά των συμμετεχόντων στην αγορά στις τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας.

Καθώς η βέλτιστη ροή φορτίου είναι ένα ντετερμινιστικό εργαλείο, απαιτούνται πολλές δοκιμές για να περιληφθούν όλες, ή τουλάχιστον οι περισσότερες συνθήκες λειτουργίας. Η προσομοίωση Monte Carlo, η οποία μπορεί να χειριστεί σύνθετα προβλήματα τυχαίων μεταβλητών, είναι μία πιο ακριβής αλλά και περισσότερο υπολογιστικά απαιτητική εναλλακτική μέθοδος. Επομένως, παρουσιάζουν ενδιαφέρον οι ακριβείς, αξιόπιστες και ταυτόχρονα υπολογιστικά αποδοτικές μέθοδοι.

Παρότι είναι δυνατή η εξέταση του προβλήματος και ως προς άλλες αβεβαιότητες, όπως οι πιθανές βλάβες εξοπλισμού, η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στη μελέτη της επίδρασης της αβεβαιότητας των προσφερόμενων τιμών και του φορτίου στις τιμές ηλεκτρικής ενέργειας.

Στη βιβλιογραφία εμφανίζονται ποικίλες μέθοδοι για την ανάλυση συστημάτων υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Παραδείγματα αυτών είναι η μέθοδος αποκομμένης σειράς Taylor, η μέθοδος διακριτοποίησης, η μέθοδος δεύτερης ροπής πρώτης τάξης, η οποία είναι κατ' ουσία μία παραλλαγή της μεθόδου σειράς Taylor και η μέθοδος εκτίμησης σε σημεία. Η βασική ιδέα πίσω από αυτές τις μεθόδους είναι η χρήση προσεγγιστικών τύπων για τον υπολογισμό των στατιστικών ροπών μίας τυχαίας ποσότητας η οποία είναι συνάρτηση ν τυχαίων μεταβλητών.

Στην παρούσα εργασία η στοχαστική συμπεριφορά των συμμετεχόντων στην αγορά εισάγεται στον υπολογισμό της βέλτιστης ροής φορτίου μέσω μίας μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων. Κάθε αβέβαιη μεταβλητή αντικαθίσταται από μόνο δύο ντετερμινιστικά σημεία τοποθετημένα εκατέρωθεν της αντίστοιχης μέσης τιμής και έτσι καθίσταται δυνατή η χρήση της ντετερμινιστικής βέλτιστης ροής φορτίου. Τα αποτελέσματα είναι οι ροπές των υπό μελέτη μεταβλητών, οι οποίες στην παρούσα εργασία είναι οι οριακές κομβικές τιμές (Ο.Κ.Τ). Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα της προτεινόμενης προσέγγισης είναι η μειωμένη υπολογιστική επιβάρυνση, καθώς απαιτούνται μόλις $2n$ δοκιμές της ντετερμινιστικής βέλτιστης ροής φορτίου για n αβέβαιες μεταβλητές.

1.2 Η Λειτουργία της Αγοράς Ηλεκτρική Ενέργειας

Ο τομέας της ηλεκτρικής ενέργειας αλλάζει πλέον σε παγκόσμιο επίπεδο, με τη μετάβαση από τα παραδοσιακά μονοπώλια στην ανταγωνιστική αγορά και από τις καθετοποιημένες επιχειρήσεις στην απελευθερωμένη αγορά ενέργειας, με κύριο στόχο την αύξηση της αποτελεσματικότητας και τη μείωση των τιμών. Στις αγορές ηλεκτρικής ενέργειας οι τομείς της παραγωγής, της μεταφοράς και της κατανάλωσης είναι διαχωρισμένοι και δεν αποτελούν αποκλειστικό δικαίωμα μίας επιχείρησης. Ο ανταγωνισμός εισάγεται στο επίπεδο τόσο της παραγωγής όσο και της κατανάλωσης, ενώ όλοι οι συμμετέχοντες στην αγορά έχουν ίσο δικαίωμα χρήσης του δικτύου μεταφοράς και διανομής (1), (2).

Ανά τον κόσμο έχουν καθιερωθεί αρκετοί διαφορετικοί τρόποι λειτουργίας των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας. Οι ποικίλες μορφές της αγοράς κατηγοριοποιούνται συχνά σε τρεις ομάδες: τις συγκεντρωτικές, τις αποκεντρωμένες και τις υβριδικές αγορές. Οι συγκεντρωτικές αγορές μπορούν να θεωρηθούν ως ένα πρόβλημα κατανομής φορτίου και βέλτιστης ροής φορτίου, όπου ένας κεντρικός διαχειριστής, ο Λειτουργός του Συστήματος Μεταφοράς (Λ.Σ.Μ), έχει την ευθύνη της λειτουργίας της αγοράς και του συστήματος μεταφοράς. Στις αποκεντρωμένες αγορές, ο διαχειριστής της αγοράς ορίζει την τιμή εκκαθάρισης της αγοράς με βάση τις τιμές που υποβάλλουν οι συμμετέχοντες σε αυτήν και χρησιμοποιώντας έναν απλό μηχανισμό πλειστηριασμού. Σε αυτή την περίπτωση υπεύθυνος για την ασφαλή και αποδοτική διακίνηση της ενέργειας στο δίκτυο είναι ο Λ.Σ.Μ. Οι υβριδικές αγορές βασίζονται στη θεωρία της τιμολόγησης σε πραγματικό χρόνο και σε μεθόδους βέλτιστης ροής φορτίου. Από τα τρία μοντέλα, η αποκεντρωμένη αγορά θεωρείται η πιο «διαφανής» σε όλους τους συμμετέχοντες. Ωστόσο, στο μοντέλο αυτό η λειτουργία της αγοράς είναι διαχωρισμένη από τη λειτουργία του συστήματος.

Ως προς την τιμολόγηση εφαρμόζονται δύο μεθοδολογίες χρέωσης: η ενιαία χρέωση και η χρέωση με βάση τη θέση στο δίκτυο. Στην πρώτη περίπτωση καθορίζεται μία τιμή για όλους τους συμμετέχοντες, ενώ στη δεύτερη λαμβάνονται υπόψη οι ανά κόμβο διαφοροποιήσεις ως προς τα κόστη απωλειών δικτύου. Οι οριακές κομβικές τιμές, οι οποίες χρησιμοποιούνται συνήθως στις μεθοδολογίες χρέωσης με βάση τη θέση στο δίκτυο, συνδέονται κατά κανόνα με τους πολλαπλασιαστές Lagrange της βέλτιστης ροής φορτίου. Σύμφωνα με αυτή τη μεθοδολογία, η πληρωμή του παραγωγού που παρέχει ενέργεια σε ένα συγκεκριμένο κόμβο γίνεται με βάση την οριακή κομβική τιμή που αντιστοιχεί στον κόμβο αυτό. Αντίστοιχα, ο προμηθευτής αγοράζει ενέργεια από ένα συγκεκριμένο κόμβο στην οριακή κομβική τιμή του κόμβου αυτού. Η οριακή κομβική τιμή εκφράζει επίσης το υποθετικό οριακό κόστος παροχής μίας επιπλέον μεγαβατώρας στον υπό μελέτη κόμβο, ως αποτέλεσμα της ανακατανομής του φορτίου στις μονάδες παραγωγής για την ικανοποίηση των περιορισμών του δικτύου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Μελέτη Ροών Φορτίου

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση ροών φορτίου συνίσταται στον υπολογισμό των τάσεων κατά μέτρο και γωνία σε όλους τους ζυγούς, καθώς και των ροών ενεργού και άεργου ισχύος σε όλες τις γραμμές ενός ΣΗΕ για ένα δεδομένο σημείο λειτουργίας, το οποίο ορίζεται από τις καταναλώσεις των φορτίων, την παραγωγή ενεργού ισχύος και τις τάσεις των γεννητριών. Η μεγάλη χρησιμότητα των μελετών ροών φορτίου εντοπίζεται στα παρακάτω σημεία:

- Είναι απαραίτητες για την επιλογή της πλέον οικονομικής λειτουργίας των γεννητριών του συστήματος. Επειδή στη διάρκεια κάθε ημέρας τα φορτία μεταβάλλονται συνεχώς, απαιτείται συχνά ο υπολογισμός εκ νέου της παραγόμενης ισχύος κάθε γεννήτριας, ώστε τα φορτία να τροφοδοτούνται με τον πιο οικονομικό τρόπο.
- Είναι απαραίτητες για τον έλεγχο των τάσεων και ροών, ώστε να διατηρούνται εντός προκαθορισμένων ορίων λειτουργίας.
- Είναι απαραίτητες στη μελέτη των επιπτώσεων ενδεχομένων διαταραχών (π.χ. απώλεια γραμμής, γεννήτριας, κλπ.).
- Είναι απαραίτητες σε μελέτες ανάπτυξης και επέκτασης του συστήματος παραγωγής και μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

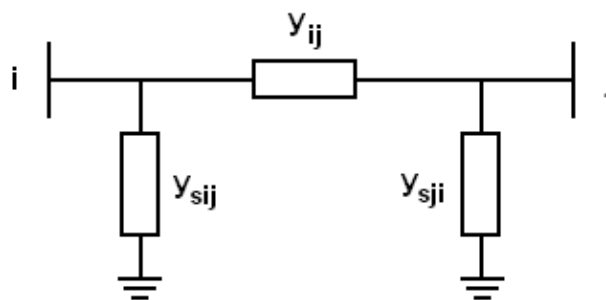
Στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην ανάλυση ροών φορτίου, που είναι το σημείο εκκίνησης για όλες τις επιμέρους μελέτες των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η μελέτη αυτή στηρίχθηκε στις αναφορές (3), (4), (5) και (6).

2.1 Μοντέλα Συνιστωσών ΣΗΕ

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα μοντέλα των στοιχείων ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως αυτά χρησιμοποιούνται σε μελέτες ρών φορτίου. Επειδή η μελέτη ρών φορτίου προϋποθέτει τη συμμετρική κατάσταση του συστήματος, η ανάλυση βασίζεται στα μονοφασικά ισοδύναμα κυκλώματα, οι παράμετροι των οποίων εκφράζονται σε κοινό ανά μονάδα σύστημα.

2.1.1 Παράσταση Γραμμών Μεταφοράς

Οι γραμμές μεταφοράς παριστάνονται στις μελέτες ρών φορτίου με το ονομαστικό κύκλωμα Π όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.1:



Σχήμα 2.1 Ονομαστικό ισοδύναμο κύκλωμα Π γραμμής μεταφοράς

Στο σχήμα 2.1 η αγωγιμότητα Y_{ij} είναι η αγωγιμότητα σειράς της γραμμής, ενώ οι Y_{sij} , Y_{sji} είναι οι εγκάρσιες αγωγιμότητες. Οι αγωγιμότητες αυτές μπορούν να γραφούν χωρίζοντας πραγματικά και φανταστικά μέρη ως εξής:

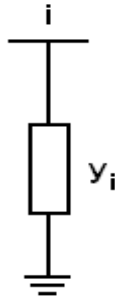
$$Y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$$

$$Y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij} \quad (2.1)$$

$$Y_{sji} = g_{sji} + jb_{sji}$$

2.1.2 Παράσταση Εγκάρσιων Πυκνωτών και Αυτεπαγωγών

Οι εγκάρσιοι πυκνωτές και αυτεπαγωγές παριστάνονται με μια απλή αγωγιμότητα y_i όπως στο Σχήμα 2.2:



Σχήμα 2.2 Παράσταση εγκάρσιου στοιχείου

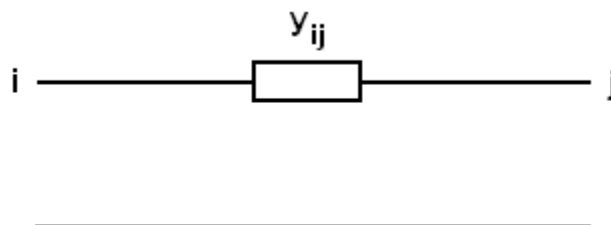
Η αγωγιμότητα y_i είναι της μορφής:

$$y_i = jb_i, \quad (2.2)$$

όπου η παράμετρος b_i είναι θετική για πυκνωτή και αρνητική για αυτεπαγωγή.

2.1.3 Παράσταση Μετασχηματιστών

Οι μετασχηματιστές παριστάνονται τις περισσότερες φορές στις μελέτες ροών φορτίου με το απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα χωρίς την αγωγιμότητα μαγνητίσεως. Οπότε, ο μετασχηματιστής παριστάνεται με μια αγωγιμότητα σειράς, όπως στο Σχήμα 2.3:



Σχήμα 2.3 Παράσταση Μ/Σ σε ονομαστική σχέση μετασχηματισμού

Το Σχήμα 2.3 αναφέρεται σε ένα μετασχηματιστή με ονομαστική σχέση μετασχηματισμού, δηλαδή τέτοια που να αντιστοιχεί στο λόγο των βασικών τάσεων πρωτεύοντος και δευτερεύοντος. Στα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας υπάρχουν επίσης μετασχηματιστές ρύθμισης, η σχέση μετασχηματισμού των οποίων διαφέρει από το λόγο των ονομαστικών τάσεων. Στους μετασχηματιστές αυτούς πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και η σχέση μετασχηματισμού ανάγοντας τις ανά μονάδα αντιστάσεις στο ένα από τα δύο τυλίγματα του.

2.1.4 Παράσταση Γεννητριών

Οι γεννήτριες παριστάνονται σαν πηγές ενεργού και άεργου ισχύος:

$$S_G = P_G + jQ_G \quad (2.3)$$

όπου:

S_G είναι η μιγαδική παραγόμενη ισχύς,

P_G η παραγόμενη ενεργός ισχύς και

Q_G η παραγόμενη άεργος ισχύς.

Οι σύγχρονες γεννήτριες ρυθμίζονται συνεχώς από δύο διατάξεις ελέγχου:

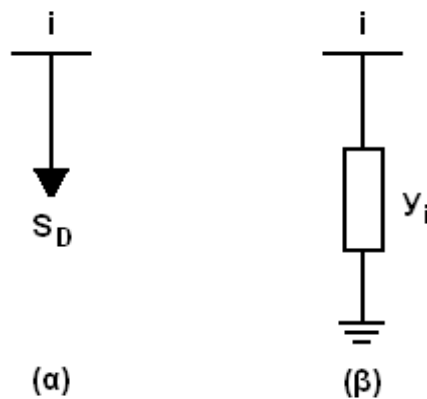
- i) τον αυτόματο ρυθμιστή τάσεως, ο οποίος διατηρεί σταθερό το μέτρο της τερματικής τάσης της γεννήτριας ρυθμίζοντας κατάλληλα το ρεύμα διεγέρσεως και
- ii) το ρυθμιστή στροφών, οποίος κρατάει σταθερή την ενεργό παραγωγή προσαρμόζοντας την παραγόμενη μηχανική ισχύ της κινητήριας μηχανής.

Έτσι, στις μελέτες ροής φορτίου οι σύγχρονες γεννήτριες παριστάνονται συνήθως με σταθερή κατά μέτρο τερματική τάση και σταθερή παραγωγή πραγματικής ισχύος.

2.1.5 Παράσταση Φορτίων

Τα φορτία που συμπεριλαμβάνονται στις συνηθισμένες μελέτες ροών φορτίου ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες:

- Φορτία σταθερής ενεργού και άεργου ισχύος (Σχήμα 2.4α)
- Φορτία σταθερής σύνθετης αγωγιμότητας (Σχήμα 2.4β)



Σχήμα 2.4 Παράσταση φορτίων

Όσον αφορά το φορτίο σταθερής ισχύος η μιγαδική ισχύς που απορροφά είναι:

$$S_D = P_D + jQ_D \quad (2.4)$$

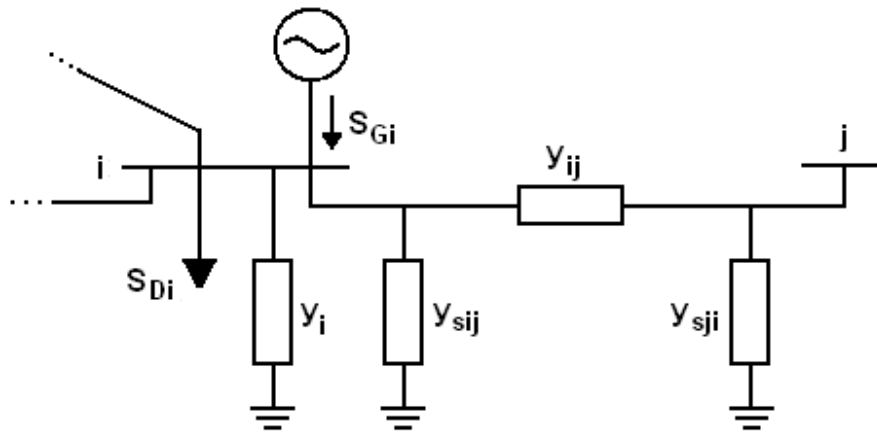
όπου P_D είναι η ενεργός ισχύς και Q_D είναι η άεργος ισχύς.

Ενώ, το φορτίο σταθερής αγωγιμότητας γράφεται με την εξής μορφή:

$$y_i = g_i + jb_i \quad (2.5)$$

2.2 Εξισώσεις Ροών Φορτίου

Οι εξισώσεις ροών φορτίου μπορούν να καταστρωθούν με τη βοήθεια του Σχήματος 2.5 που απεικονίζει ένα γενικευμένο ζυγό συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας.



Σχήμα 2.5 Γενικευμένος ζυγός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας

Η γραμμή μεταξύ των ζυγών i και j παριστάνεται με το ονομαστικό κύκλωμα Π . Γενικά μπορεί να είναι συνδεδεμένες στο ζυγό i μία ή περισσότερες γραμμές ή και μετασχηματιστές. Στο ζυγό i είναι επίσης συνδεδεμένη μια εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα y_i , που παριστάνει οποιοδήποτε συνδυασμό πυκνωτών, αυτεπαγωγών ή φορτίων με σταθερή αγωγιμότητα. Η γεννήτρια που είναι συνδεδεμένη στο ζυγό i εγχύει ρεύμα I_{Gi} , ενώ το αντίστοιχο φορτίο S_{Di} απορροφά ρεύμα I_{Di} . Η τάση στο ζυγό i συμβολίζεται με V_i , ενώ η τάση στο ζυγό j με V_j .

Το ρεύμα I_{ij} που ρέει στη γραμμή από το ζυγό i στο ζυγό j ισούται με:

$$I_{ij} = (y_{sij} + y_{ij}) \cdot V_i - y_{ij} \cdot V_j \quad (2.6)$$

Το ρεύμα που απορροφάται από την εγκάρσια αγωγιμότητα y_i ισούται με $y_i \cdot V_i$.

Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων Kirchhoff στο ζυγό i προκύπτει:

$$I_i = I_{Gi} - I_{Di} = y_i \cdot V_i + \sum_{j \in A(i)} I_{ij}, \quad (2.7)$$

όπου $A(i)$ είναι το σύνολο που περιέχει τους αριθμούς των ζυγών που είναι διασυνδεδεμένοι με τον ζυγό i .

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.6) στην (2.7) προκύπτει:

$$I_i = \left[y_i + \sum_{j \in A(i)} (y_{sij} + y_{ij}) \right] \cdot V_i - \sum_{j \in A(i)} y_{ij} \cdot V_j \quad (2.8)$$

Ορίζοντας τις παραμέτρους:

$$Y_{ii} = y_i + \sum_{j \in A(i)} (y_{sij} + y_{ij}) \quad (2.9)$$

$$Y_{ij} = -y_{ij} \quad (2.10)$$

η εξίσωση (2.8) γράφεται ως εξής:

$$I_i = Y_{ii} \cdot V_i + \sum_{j \in A(i)} Y_{ij} \cdot V_j \quad (2.11)$$

Το σύστημα των εξισώσεων ρευμάτων-τάσεων (2.11) γράφεται σε μητρική μορφή:

$$[\bar{I}] = [Y] \cdot [\bar{V}], \quad (2.12)$$

όπου:

$[\bar{I}]$, $[\bar{V}]$ είναι τα διανύσματα ρευμάτων και τάσεων όλων των ζυγών n , διαστάσεως $n \times 1$,

$[Y]$ είναι η μήτρα σύνθετων αγωγιμοτήτων ζυγών του συστήματος, διαστάσεως $n \times n$.

Έτσι, τα στοιχεία Y_{ii} και Y_{ij} της εξίσωσης (2.11) αποτελούν τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία τις μήτρας σύνθετων αγωγιμοτήτων, αντίστοιχα.

Στις μελέτες ροής φορτίου, οι γνωστές ή ζητούμενες ποσότητες σε κάθε ζυγό είναι οι μιγαδικές ισχείς παραγωγής S_{Gi} και φορτίσεων S_{Di} . Οι μιγαδικές αυτές ισχείς δίνονται στο ανά μονάδα σύστημα από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} S_{Gi} &= V_i \cdot I_{Gi}^* \\ S_{Di} &= V_i \cdot I_{Di}^* \end{aligned} \quad (2.13)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.11) και (2.13) προκύπτει:

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} = Y_{ii}^* \cdot V_i^2 + V_i \cdot \sum_{j \in A(i)} Y_{ij}^* \cdot V_j^* \quad (2.14)$$

Η εξίσωση (2.14) εκφράζει το ισοζύγιο ισχύος στον ζυγό i . Για ένα σύστημα n ζυγών, μπορούν να γραφούν n εξισώσεις του τύπου (2.14). Οι n αυτές εξισώσεις αποτελούν τις μιγαδικές εξισώσεις ροής φορτίου.

Εν συνεχεία, χρησιμοποιείται ο συμβολισμός:

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &= V_i \cdot e^{j\delta_i} \\ Y_{ij} &= G_{ij} + jB_{ij} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Αντικαθιστώντας τις αγωγιμότητες και τις τάσεις από την (2.15) στην εξίσωση (2.14) και ξεχωρίζοντας πραγματικά και φανταστικά μέρη, προκύπτουν οι εξισώσεις ροής φορτίου σε πραγματική μορφή:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} = V_i^2 \cdot G_{ii} + V_i \cdot \sum_{j \in A(i)} V_j \cdot [G_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j)] \quad (2.16)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = -V_i^2 \cdot B_{ii} + V_i \cdot \sum_{j \in A(i)} V_j \cdot [G_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j)] \quad (2.17)$$

Για ένα σύστημα n ζυγών υπάρχουν n εξισώσεις ενεργού και άεργου ισχύος της μορφής (2.16) και (2.17) αντίστοιχα. Οι $2n$ αυτές εξισώσεις αποτελούν τις εξισώσεις ροής φορτίου με πραγματικές μεταβλητές. Ας σημειωθεί ότι η μορφή (2.16) - (2.17) δεν είναι η μοναδική, αφού αντί για την πολική μορφή των τάσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί η καρτεσιανή, και αντιστρόφως, αντί για την καρτεσιανή μορφή των αγωγιμοτήτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί η πολική.

2.3 Θεμελίωση του Προβλήματος Ροών Φορτίου

Θεωρώντας τη γενική περίπτωση ενός ζυγού του συστήματος, με παραγωγή και φορτίο που εκφράζονται ως ισχύεις, διακρίνουμε τα ακόλουθα 6 μεγέθη:

- P_G : παραγόμενη ενεργός ισχύς
- Q_G : παραγόμενη άεργος ισχύς
- P_D : ενεργός ισχύς φορτίου
- Q_D : άεργος ισχύς φορτίου
- V : μέτρο τάσης του ζυγού
- δ : φασική γωνία τάσης του ζυγού

Τα ηλεκτρικά αυτά μεγέθη αποτελούν τις μεταβλητές του προβλήματος και είναι 6 ανά ζυγό. Σε ένα σύστημα με n ζυγούς υπάρχουν συνολικά $6n$ μεταβλητές, οι οποίες μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις ομάδες.

- Τα φορτία, ή μεταβλητές ζήτησης (P_D, Q_D) χαρακτηρίζονται και σαν μεταβλητές διαταραχής και μπορούν να αποτελέσουν τα στοιχεία ενός διανύσματος διάστασης $2n$. Είναι οι ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος.
- Οι ισχύεις παραγωγής (P_G, Q_G) χαρακτηρίζονται σαν μεταβλητές ελέγχου και μπορούν επίσης να θεωρηθούν σαν στοιχεία ενός άλλου διανύσματος $2n$. Ονομάζονται έτσι γιατί οι μονάδες παραγωγής αποτελούν τα κύρια μέσα ελέγχου της λειτουργίας του συστήματος.
- Οι τάσεις και οι γωνίες των ζυγών ανήκουν στις μεταβλητές κατάστασης και είναι εξαρτημένες. Οπότε μπορούν να αποτελέσουν τα στοιχεία ενός διανύσματος κατάστασης, διάστασης $2n$.

Η εγχυόμενη ενεργός και άεργος ισχύς σε ένα ζυγό i ορίζεται ως εξής:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$$

και έχει χαρακτήρα παραγωγής όταν εισέρχεται στο δίκτυο ή χαρακτήρα φορτίου όταν εξέρχεται από αυτό.

Οι ζυγοί ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες:

- Ζυγός Φορτίου (PQ), στον οποίο θεωρούνται γνωστές η ενεργός και άεργος ισχύς φορτίου και κατά συνέπεια οι εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος ($P_i = -P_{Di}$, $Q_i = -Q_{Di}$). Ενώ, άγνωστα θεωρούνται το μέτρο και η γωνία τάσης του ζυγού.
- Ζυγός παραγωγής (PV), στον οποίο είναι γνωστά η παραγόμενη ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης και άγνωστα η παραγόμενη άεργος ισχύς και η γωνία της τάσης.
- Ζυγός Ταλάντωσης ή Ζυγός Αναφοράς (slack), ο οποίος είναι ζυγός παραγωγής που χρησιμοποιείται για να αντισταθμίζει τις άγνωστες εξ αρχής απώλειες του δικτύου και γενικά για άμεση αντιμετώπιση των μεταβολών ισχύος. Στον ζυγό αυτό επιβάλλεται σταθερή τάση κατά μέτρο και γωνία, ενώ προσδιορίζονται η ενεργός και άεργος παραγόμενη ισχύς. Συνήθως, ορίζουμε για το ζυγό ταλάντωσης γωνία τάσης $\delta=0$.

Γενικά, το πρόβλημα προσδιορισμού των ροών φορτίου για ένα σύστημα με n ζυγούς ανάγεται στην επίλυση n μιγαδικών εξισώσεων (2.14) με n αγνώστους. Οι εξισώσεις αυτές συνδέουν ισχείς, τάσεις και γωνίες, δηλαδή τις τρεις χαρακτηριστικές μεταβλητές του προβλήματος. Τα ρεύματα δεν μας ενδιαφέρουν ποτέ απευθείας και υπολογίζονται εύκολα μετά την εύρεση των τάσεων και των γωνιών. Ωστόσο, το πρόβλημα αυτό παρουσιάζει τις εξής ιδιαιτερότητες:

α) Οι εξισώσεις είναι μιγαδικές: Δεδομένου ότι οι περισσότεροι ηλεκτρονικοί υπολογιστές έχουν τη δυνατότητα επεξεργασίας μιγαδικών αριθμών, η μιγαδική φύση των εξισώσεων ροής φορτίου δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία. Αν δεν υπάρχει αυτή η δυνατότητα, θα πρέπει οι μιγαδικές εξισώσεις (2.14) να μετατραπούν σε πραγματικές εξισώσεις (2.16) – (2.17). Η διαδικασία αυτή ωστόσο διπλασιάζει τον αριθμό των προς επίλυση εξισώσεων σε $2n$.

β) Οι εξισώσεις είναι μη γραμμικές: Ο μη γραμμικός χαρακτήρας των εξισώσεων ροής φορτίου δυσχεραίνει κάπως την αναλυτική επίλυση του προβλήματος. Ωστόσο, με τη βοήθεια ισχυρών ψηφιακών υπολογιστών το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά με επαναληπτικούς αλγορίθμους.

2.4 Επιλογή Μεταβλητών και Περιορισμοί

Είναι ήδη εμφανές ότι ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας με ορισμένα φορτία στους ζυγούς του μπορεί να λειτουργήσει με πολλούς τρόπους, ή “καταστάσεις” και να ικανοποιεί τις ζητήσεις. Κύρια επιδίωξη της μελέτης ροών φορτίου αποτελεί η εύρεση της καταλληλότερης - βέλτιστης λύσης, βάσει ορισμένων κριτηρίων και υπό ορισμένους περιορισμούς, που πρέπει να τηρηθούν σε κάθε περίπτωση.

Κατά κανόνα, είναι γνωστή η ζήτηση φορτίου των ζυγών, δηλαδή οι $2n$ μεταβλητές διαταραχής, που αποτελούν τα βασικά δεδομένα του προβλήματος. Στη συνέχεια, ορίζονται $2n$ μεταβλητές από τις ισχύεις και τις τάσεις των ζυγών παραγωγής, οπότε και προσδιορίζονται από την επίλυση των εξισώσεων ροής φορτίου (2.16) – (2.17) οι υπόλοιπες $2n$ άγνωστες μεταβλητές. Η προδιαγραφή των $2n$ μεταβλητών από τις ισχύεις και τις τάσεις των ζυγών παραγωγής διευκολύνεται από τις ακόλουθες συνθήκες και περιορισμούς λειτουργίας του συστήματος.

- Η οικονομική λειτουργία των μονάδων παραγωγής επιβάλλει ορισμένες τιμές της παραγόμενης ενεργού ισχύος κάθε μονάδας σε κάθε περίπτωση.

- Για τους ζυγούς φορτίου δεν υπάρχει παραγωγή, δηλαδή $P_G = 0$. Η Q_G είναι είτε μηδενική, είτε έχει ορισμένη τιμή αν προέρχεται από χωρητική αντιστάθμιση.
- Τα επίπεδα τάσης ορισμένων ζυγών έχουν στενά όρια τιμών.

Γενικά, οι περισσότερες από τις $2n$ άγνωστες μεταβλητές είναι οι γωνίες δ , οι οποίες προσδιορίζονται από την επίλυση των εξισώσεων. Τελικά, οι λύσεις που θα προκύψουν πρέπει να ικανοποιούν όρια και περιορισμούς, όπως οι εξής:

- οι τάσεις των ζυγών: $V_{i,\min} \leq V_i \leq V_{i,\max}$
- οι γωνιακές διαφορές ορισμένων ζυγών: $|\delta_i - \delta_j| \leq |\delta_i - \delta_j|_{\max}$
- οι ισχείς παραγωγής: $P_{Gi,\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi,\max}$ και $Q_{Gi,\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi,\max}$
- οι γραμμές μεταφοράς έχουν όρια ευστάθειας και όρια απωλειών ισχύος.

Επιπλέον των ανωτέρω, πρέπει να ληφθούν υπόψη ενδεχόμενες ειδικές συνθήκες σε κάθε περίπτωση. Εάν, η λύση οδηγήσει τελικά σε τιμές μεταβλητών εκτός ορίων, η επίλυση επαναλαμβάνεται προς την κατεύθυνση βελτίωσης των τιμών των αγνώστων μεταβλητών.

2.5 Ψηφιακές Μέθοδοι Επίλυσης για τη Ροή Φορτίου

Οι ψηφιακές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για τους υπολογισμούς των ρών φορτίου μπορούν να επιλύσουν με ικανοποιητική ακρίβεια τις μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις των ρών φορτίου για μεγάλα συστήματα με εκατοντάδες ζυγούς και απώλειες. Οι τρεις βασικές επαναληπτικές μέθοδοι που εφαρμόζονται στις μελέτες ρών φορτίου είναι η μέθοδος Gauss-Seidel, η μέθοδος Newton-Raphson και η ταχεία αποζευγμένη μέθοδος.

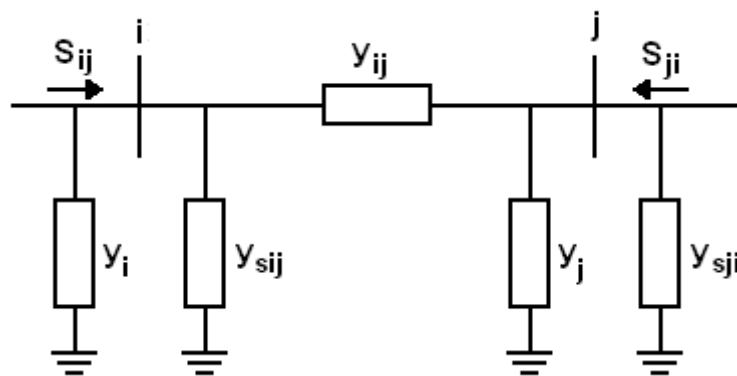
Και οι τρεις αυτές μέθοδοι ξεκινούν από μια αρχική λύση και με διαδοχικές ανακυκλώσεις προσεγγίζουν την τελική με τον ακόλουθο τρόπο: Η αρχική λύση χρησιμοποιείται στις εξισώσεις του προβλήματος για να βρεθεί μια καινούρια καλύτερη λύση. Εν συνεχεία, η

δεύτερη λύση χρησιμοποιείται για να βρεθεί μια τρίτη ακόμα καλύτερη κ.ο.κ. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται συνεχώς έως ότου η λύση συγκλίνει. Μια τέτοια συγκλίνουσα διαδικασία ονομάζεται μέθοδος ανακυκλώσεως και η ποιότητά της κρίνεται από την ταχύτητα σύγκλισής της.

2.5.1 Υπολογισμός Ροών και Απωλειών

Μετά τη σύγκλιση των προσεγγιστικών μεθόδων είναι γνωστή η τάση κατά μέτρο και γωνία σε όλους τους ζυγούς του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Επομένως, είναι πλέον δυνατό να υπολογιστούν οι ροές ισχύος σε όλους τους κλάδους.

Στο σχήμα 2.6 παρατηρούνται οι ροές φορτίου στον κλάδο-γραμμή ij του δικτύου.



Σχήμα 2.6 Ροές φορτίου σε στοιχείο μεταφοράς του κλάδου ij

Η ροή ισχύος S_{ij} της γραμμής μεταφοράς ij δίνεται από τη σχέση:

$$S_{ij} = \bar{V}_i \cdot \bar{I}_{ij}^* = V_i^2 \cdot (y_{ij} + y_{sij} + y_i)^* - \bar{V}_i \cdot \bar{V}_j^* \cdot y_{ij}^* \quad (2.18)$$

Η ροή ισχύος S_{ji} της γραμμής μεταφοράς ij δίνεται από τη σχέση:

$$S_{ji} = \bar{V}_j \cdot \bar{I}_{ji}^* = V_j^2 \cdot (y_{ij} + y_{sij} + y_j)^* - \bar{V}_j \cdot \bar{V}_i^* \cdot y_{ij}^* \quad (2.19)$$

Τα y_{ij} , y_i , y_j παριστάνουν τις φυσικές αγωγιμότητες της γραμμής μεταφοράς.

Οι απώλειες του κλάδου-γραμμής ij δίνονται από τις σχέσεις:

$$P_{Lji} = \text{Re}\{S_{ij} + S_{ji}\} \quad (2.20)$$

$$Q_{Lji} = \text{Im}\{S_{ij} + S_{ji}\} \quad (2.21)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Βέλτιστη Ροή Φορτίου

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η οικονομία λειτουργίας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας έχει ιδιαίτερη σημασία. Το σύστημα μπορεί να λειτουργήσει ικανοποιώντας τις απαιτήσεις τάσης και συχνότητας της ζήτησης με διάταξη των ροών φορτίου κατά άπειρους τρόπους. Εντούτοις, μόνο μία διάταξη θα δώσει επιπλέον την οικονομικότερη λειτουργία. Ένα σύστημα που λειτουργεί με τον τρόπο αυτό λέγεται ότι λειτουργεί με οικονομική κατανομή φορτίου.

Η ιδέα της βέλτιστης ροής φορτίου εισήχθηκε στις αρχές του 1960 σαν μια επέκταση της απλής οικονομικής κατανομής για να καθοριστούν οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών ελέγχου, οι οποίες να ικανοποιούν ταυτόχρονα ποικίλους περιορισμούς. Στις μέρες μας, ο όρος χρησιμοποιείται ως ένα γενικό όνομα για την επίλυση αρκετών ειδών προβλημάτων σχετικών με την βελτιστοποίηση δικτύων.

Η ανάπτυξη της Β.Ρ.Φ στις τελευταίες δύο δεκαετίες έχει σημειώσει σημαντική πρόοδο σε αριθμητικές τεχνικές βελτιστοποίησης και στην τεχνολογία υπολογιστών. Σύγχρονα εμπορικά προγράμματα Β.Ρ.Φ μπορούν να επιλύσουν προβλήματα βελτιστοποίησης για πολύ μεγάλα και πολύπλοκα συστήματα ηλεκτρικής ισχύος σε σύντομο σχετικά χρονικό διάστημα. Πολλές διαφορετικές προσεγγιστικές λύσεις έχουν προταθεί για να επιλυθούν προβλήματα Β.Ρ.Φ.

Σε μια απλή ροή ισχύος οι τιμές των μεταβλητών ελέγχου είναι προκαθορισμένες. Όσον αφορά μια Β.Ρ.Φ, οι τιμές μερικών ή και όλων των μεταβλητών ελέγχου χρειάζεται να υπολογιστούν, έτσι ώστε να βελτιστοποιηθεί (ελαχιστοποιηθεί ή μεγιστοποιηθεί) μια

δεδομένη αντικειμενική συνάρτηση. Ο υπολογισμός της Β.Ρ.Φ έχει πολλές εφαρμογές σε συστήματα ισχύος, σε έλεγχο πραγματικού χρόνου, λειτουργικό προγραμματισμό και σχεδιασμό.

3.1 Β.Ρ.Φ. – Γενική Διατύπωση

Το γενικό πρόβλημα της Β.Ρ.Φ, που θα εξεταστεί στην ενότητα αυτή και του οποίου η μελέτη βασίστηκε στις αναφορές (6), (7), και (8) έχει να κάνει με την ελαχιστοποίηση μιας γενικής αντικειμενικής συνάρτησης, ικανοποιώντας ταυτόχρονα κάποιους περιορισμούς για την ασφαλή λειτουργία του συστήματος.

Συγκεκριμένα, το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

Ελαχιστοποίηση την $F(x,u)$

υπό τους περιορισμούς:

$$g(x,u) = 0$$

$$h(x,u) \leq 0,$$

όπου:

$g(x,u)$ αναπαριστά τους μη γραμμικούς εξισωτικούς περιορισμούς (εξισώσεις ροής φορτίου) και

$h(x,u)$ είναι οι μη γραμμικοί ανισωτικοί περιορισμοί των διανυσμάτων x και u .

Το διάνυσμα x , που περιέχει τις εξαρτημένες μεταβλητές, μπορεί να αποτελείται από:

- τα μέτρα των τάσεων των ζυγών
- τις φασικές γωνίες των τάσεων

- την άεργο ισχύ εξόδου (MVar) των γεννητριών, που είναι σχεδιασμένες για τον έλεγχο των τάσεων των ζυγών.

Επιπλέον, το διάνυσμα x μπορεί να περιέχει σταθερές παραμέτρους, όπως:

- τις γωνίες των ζυγών αναφοράς,
- τις μη ελεγχόμενες εξόδους ενεργού (MW) και άεργου (MVar) ισχύος των γεννητριών,
- τις παραμέτρους των γραμμών, κ.τ.λ.

Το διάνυσμα u αποτελείται από μεταβλητές ελέγχου που περιλαμβάνουν:

- Ενεργό και άεργο ισχύ παραγωγής
- Φασικές γωνίες μετατόπισης
- Καθαρή ανταλλαγή
- Φορτίο ενεργού και άεργου ισχύος (MW και MVar)
- DC ροές μεταφοράς γραμμών
- Ρυθμίσεις ελέγχου τάσης
- Ρυθμίσεις μετασχηματιστών με tap

3.2 Εφαρμογές της Β.Ρ.Φ.

Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της Β.Ρ.Φ. είναι ότι πρόκειται για ένα ευέλικτο αναλυτικό εργαλείο, το οποίο επιτρέπει τη χρήση διαφορετικών αντικειμενικών συναρτήσεων για τη λύση διαφορετικών προβλημάτων. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις

που χρησιμοποιούνται συχνότερα κατά τη μελέτη λειτουργίας και προγραμματισμού των μονάδων είναι οι εξής:

- Ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας
- Ελαχιστοποίηση απωλειών
- Ελαχιστοποίηση του κόστους περικοπής φορτίου
- Ελαχιστοποίηση του κόστους εγκατάστασης επιπρόσθετης άεργου ισχύος
- Ελαχιστοποίηση εκπομπών καυσίμου

Ο παραπάνω κατάλογος δεν είναι πλήρης και σε ορισμένες περιπτώσεις χρησιμοποιούνται συνδυασμοί των παραπάνω αντικειμενικών συναρτήσεων. Μερικές από τις σημαντικότερες εφαρμογές της Β.Ρ.Φ. συζητιούνται παρακάτω, με βάση την αναφορά (9).

3.2.1 Οικονομική Κατανομή με Περιορισμούς Ασφαλείας

Στην τυπική μορφή του προβλήματος οικονομικής κατανομής φορτίου, το συνολικό κόστος του συστήματος ελαχιστοποιείται μέσω της ρύθμισης της παραγωγής των μονάδων. Στο πρόβλημα οικονομικής κατανομής με περιορισμούς ασφαλείας, η Β.Ρ.Φ. χρησιμοποιείται για τον καθορισμό των δεσμευτικών περιορισμών δικτύου και παραγωγής και στη συνέχεια τη χρήση αυτών στην οικονομική κατανομή για την εκτίμηση της βέλτιστης λειτουργίας των μονάδων παραγωγής.

3.2.2 Πρόληψη και Διόρθωση με Ανακατανομή

Ενέργειες προληπτικού ελέγχου με ανακατανομή απαιτούνται όταν η ανάλυση ενδεχομένων βλαβών ανιχνεύσει ενδεχόμενη βλάβη στο σύστημα. Σε αυτή την περίπτωση, η Β.Ρ.Φ. μπορεί να καθορίσει το βέλτιστο συνδυασμό ενεργειών ελέγχου που απαιτούνται πριν και μετά από τη βλάβη. Η συνήθης αντικειμενική συνάρτηση είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους.

3.2.3 Σχεδιασμός VAr και Έλεγχος Τάσης

Πραγματοποιούνται μελέτες σχεδιασμού του συστήματος ισχύος με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους εγκατάστασης επιπρόσθετης άεργου ισχύος για να διατηρηθεί το σύστημα ασφαλές. Ο VAr σχεδιασμός περιλαμβάνει αναγνώριση των ακριβών VAr περιοχών και μετρήσιμες ποσότητες πηγών άεργου ισχύος ώστε οι μεταβλητές του συστήματος, όπως οι τάσεις στους ζυγούς, να παραμείνουν στα επιθυμητά επίπεδα. Ο σχεδιαστής έχει την επιλογή να εισάγει ποικίλους περιορισμούς και διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις, όπως π.χ. την ελαχιστοποίηση των απωλειών μεταφοράς ή την ελαχιστοποίηση του κόστους.

3.2.4 Τιμολόγηση Πραγματικής και Άεργου Ισχύος

Ως προς την τιμολόγηση της ηλεκτρικής ενέργειας σε πραγματικό χρόνο, η χρήση μοντέλων B.P.Φ. επιτρέπει την ανάπτυξη μηχανισμών τιμολόγησης τόσο της πραγματικής όσο και της άεργου ισχύος που παρέχεται σε έναν κόμβο του συστήματος.

Με μαθηματικούς όρους, η παροχή πραγματικής ή άεργου ισχύος σε έναν κόμβο υποδηλώνει το αλγεβρικό άθροισμα των ρών ενεργού και άεργου ισχύος στις γραμμές που καταλήγουν στον κόμβο αυτό. Η τιμή της πραγματικής ισχύος βασιζόμενη στο οριακό κόστος σε έναν κόμβο δίνεται από τη σχέση

$$\rho_{P_i} = MCP_{P_i} - \lambda_i^{\text{Min}} + \lambda_i^{\text{Max}} \quad (3.1)$$

όπου λ_i^{Min} και λ_i^{Max} είναι οι δεικτικές μεταβλητές που συνδέονται με τους περιορισμούς παραγωγής ενεργού ισχύος, ενώ MCP_p είναι το οριακό κόστος της παροχής ενεργού ισχύος στον κόμβο.

Ομοίως, η τιμή της άεργου ισχύος σε έναν κόμβο μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\rho_{Q_i} = MCP_{Q_i} - \mu_i^{\text{Min}} + \mu_i^{\text{Max}} \quad (3.2)$$

όπου μ_i^{Min} και μ_i^{Max} είναι οι δυικές μεταβλητές που συνδέονται με τους περιορισμούς παραγωγής άεργης ισχύος, ενώ MCP_q είναι το οριακό κόστος της παροχής άεργου ισχύος στον κόμβο.

Ας σημειωθεί πως η ανωτέρω διαμόρφωση των τιμών ενεργού και άεργου ισχύος μπορεί να επεκταθεί ώστε να περιέχει τις δυικές μεταβλητές και άλλων περιορισμών λειτουργίας.

3.3 Β.Ρ.Φ. – Μεγιστοποίηση του κοινωνικού πλεονάσματος

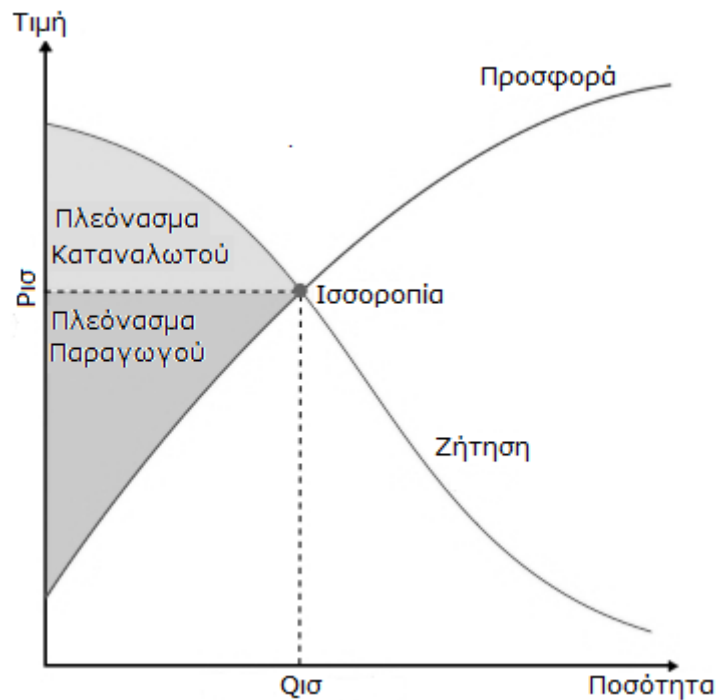
Στη διατύπωση της Β.Ρ.Φ. που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία στόχος είναι η μεγιστοποίηση του κοινωνικού πλεονάσματος.

Στην οικονομική θεωρία, το πλεόνασμα του καταναλωτού ισούται με τη χρησιμότητα $U(Q)$ ενός αγαθού μείον τη δαπάνη για την απόκτηση ποσότητας Q αυτού του αγαθού.

$$ΠΚ = U(Q) - PQ \quad (3.3)$$

Από την πλευρά της επιχείρησης που παράγει το προϊόν Q , δημιουργείται ένα πλεόνασμα παραγωγού ίσο προς το έσοδο από τη διάθεση της ποσότητας Q στην τιμή P μείον το αντίστοιχο κόστος παραγωγής $C(Q)$.

$$ΠΠ = PQ - C(Q) \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.1 Πλεόνασμα Καταναλωτού και Παραγωγού

Το κοινωνικό πλεόνασμα, ή αλλιώς η κοινωνική ευημερία, ορίζεται ως το άθροισμα του πλεονάσματος του καταναλωτού και του πλεονάσματος του παραγωγού και εκφράζεται από τη σχέση

$$KK = U(Q) - C(Q) \quad (3.5)$$

Η διατύπωση του προβλήματος Β.Ρ.Φ. με μεγιστοποίηση του κοινωνικού πλεονάσματος είναι η εξής:

Ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης

$$G = -(C_D^T P_D - C_S^T P_S) \quad \text{κοινωνικό πλεόνασμα} \quad (3.6)$$

υπό τους περιορισμούς

$$F(\delta, V, Q_G, P_S, P_D) = 0 \quad \text{εξισώσεις ρών φορτίου}$$

$$0 \leq P_S \leq P_{S_{max}} \quad \text{όρια προσφερόμενης ισχύος παραγωγών}$$

$0 \leq P_D \leq P_{D,max}$ όρια προσφερόμενης ισχύος προμηθευτών

$|P_{i,j}(\delta, V)| \leq P_{i,j,max}$ όρια «ασφαλείας»

$|P_{j,i}(\delta, V)| \leq P_{j,i,max}$

$I_{i,j}(\delta, V) \leq I_{i,j,max}$ θερμικά όρια

$I_{j,l}(\delta, V) \leq I_{j,l,max}$

$V_{min} \leq V \leq V_{max}$ όρια τάσεων

$Q_{G,min} \leq Q_G \leq Q_{G,max}$ όρια γεννητριών

όπου:

- C_S διάνυσμα που περιέχει τις τιμές που προσφέρουν οι παραγωγοί σε €/MWh
- C_D διάνυσμα που περιέχει τις τιμές που προσφέρουν οι προμηθευτές σε €/MWh
- Q_G παραγόμενη άεργος ισχύς
- V μέτρο τάσης του ζυγού
- δ φασική γωνία τάσης του ζυγού
- $P_{i,j}$ και $P_{j,i}$ οι ροές ισχύος στις γραμμές προς τις δύο κατευθύνσεις, χρησιμοποιούνται για τον περιορισμό της ροής ισχύος στις γραμμές μεταφοράς
- $I_{i,j}$ και $I_{j,l}$ τα ρεύματα γραμμών, χρησιμοποιούνται για την έκφραση των θερμικών ορίων
- P_S και P_D οι φραγμένες ποσότητες ισχύος προσφοράς και ζήτησης των παραγωγών και των προμηθευτών αντίστοιχα, σε MW.

Στο μοντέλο αυτό, το οποίο συχνά αποκαλείται πρόβλημα βέλτιστης φορτίου υπό περιορισμούς ασφαλείας, η ασφάλεια του συστήματος εισάγεται μέσω του περιορισμού των ροών ισχύος, των θερμικών ορίων και των ορίων τάσης ζυγών. Τα όρια $P_{i,j}$ και $P_{j,i}$ προκύπτουν από μελέτες ευστάθειας γωνιών και τάσεων.

3.4 Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Οποιαδήποτε τεχνική επίλυσης του προβλήματος της Β.Ρ.Φ και αν εφαρμοστεί, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι παρακάτω απαιτήσεις:

Αξιοπιστία : Οι υπολογισμοί της Β.Ρ.Φ πρέπει να είναι αξιόπιστοι για εφαρμογή σε πραγματικό χρόνο. Πρέπει να συγκλίνουν σε πραγματικές απαντήσεις, αλλιώς αν δεν συγκλίνουν, τότε πρέπει να προταθούν ορθές δικαιολογίες. Όσο πιο βαρύ λειτουργικά είναι το σύστημα ισχύος, τόσο πιο δύσκολη μαθηματικά είναι η λύση του προβλήματος της Β.Ρ.Φ. Η αποδοχή για τη Β.Ρ.Φ βασίζεται στην αξιόπιστη παρουσίασή της όλες τις φορές. Το να αποτύχει σε κάτι τέτοιο, σημαίνει ότι η Β.Ρ.Φ δε θα γίνει αποδεκτή.

Ταχύτητα : Κατά τη Β.Ρ.Φ γίνονται υπολογισμοί μη γραμμικών αντικειμενικών συναρτήσεων και μη γραμμικών περιορισμών με δεκάδες χιλιάδες μεταβλητές. Το γεγονός αυτό, συνεπώς, απαιτεί μεθόδους λύσεων που να συγκλίνουν γρήγορα.

Ευελιξία : Οι μέθοδοι επίλυσης της Β.Ρ.Φ προσομοιώνουν την πραγματική λειτουργία του συστήματος ισχύος και καταστάσεις ελέγχου, και διαρκώς ορίζονται νέες απαιτήσεις για τους υπολογισμούς. Επομένως, γεροί και ευέλικτοι αλγόριθμοι Β.Ρ.Φ πρέπει να εξυπηρετούν και να προσαρμόζουν ένα τεράστιο εύρος μοντέλων αντικειμενικών συναρτήσεων και περιορισμών.

Συντηρησιμότητα : Εξαιτίας της νέας γνώσης των μοντέλων συστημάτων και των αντιληπτών προτεραιοτήτων των αντικειμενικών συναρτήσεων και περιορισμών, ένας αλγόριθμος Β.Ρ.Φ πρέπει να περιλαμβάνει ένα βασισμένο σε κανόνες σχήμα και να διατηρεί εύκολα τα χαρακτηριστικά του για εφαρμογές πραγματικού χρόνου.

Η βέλτιστη ροή φορτίου είναι ένα πολύ μεγάλο και δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα προγραμματισμού. Σχεδόν κάθε μαθηματική προσέγγιση προγραμματισμού έχει δοκιμαστεί. Πέρασαν πολλές δεκαετίες μέχρι οι ερευνητές να μπορέσουν να αναπτύξουν κώδικες προγραμματισμού σε Η/Υ, που να μπορούν να επιλύσουν το πολύπλοκο

πρόβλημα της Β.Ρ.Φ και που ταυτόχρονα να χαρακτηρίζονται για την αξιοπιστία, την ταχύτητα, την ευελιξία και τη συντηρησιμότητά τους.

Η απελευθέρωση των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας έθεσε νέες προκλήσεις ως προς την επίλυση του προβλήματος βέλτιστης ροής φορτίου. Ο υπολογισμός της Β.Ρ.Φ. είναι πλέον βασικό τμήμα της μεθοδολογίας τιμολόγησης στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας, όπου οι προσφορές των παραγωγών και των προμηθευτών μεταβάλλονται με μεγάλη συχνότητα.

Προκειμένου να ανταπεξέλθει στις υποχρεώσεις του για έγκαιρη εκκαθάριση της αγοράς και διασφάλιση δίκαιης και αποδοτικής λειτουργίας της αγοράς, ο λειτουργός του συστήματος μεταφοράς έχει ανάγκη εργαλείων επίλυσης της Β.Ρ.Φ. τα οποία να παρέχουν (10):

- Ντετερμινιστική σύγκλιση
- Ακριβή υπολογισμό των οριακών κομβικών τιμών (Ο.Κ.Τ) (δηλαδή των πολλαπλασιαστών Lagrange)
- Ικανότητας διαχείρισης τόσο συνεχών συναρτήσεων κόστους όσο και διακριτών προσφερομένων τιμών από τους παραγωγούς
- Πλήρη μοντελοποίηση των ροών ενεργού και άεργου ισχύος συστημάτων μεγάλης κλίμακας
- Ικανοποιητική απόδοση που να ικανοποιεί την απαίτηση για κατανομή των μονάδων σε πραγματικό χρόνο.

3.4.1 Μέθοδος Εσωτερικού Σημείου

Στην παρούσα εργασία το πρόβλημα βέλτιστης ροής φορτίου επιλύεται με τον αλγόριθμο εσωτερικού σημείου. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στις εξής ιδέες:

- Μετατροπή των συναρτησιακών ανισοτήτων σε ισότητες και όρια περιορισμού χρησιμοποιώντας μεταβλητές αναφοράς.

- Αντικατάσταση των περιορισμών ορίου προσθέτοντάς τους ως επιπρόσθετους όρους στην αντικειμενική συνάρτηση χρησιμοποιώντας λογαριθμικά φράγματα.
- Χρήση πολλαπλασιαστών Lagrange για την προσθήκη των ισοτήτων στην αντικειμενική συνάρτηση και συνεπώς μετατροπή του προβλήματος σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς.
- Χρήση της μεθόδου Newton για να λυθούν οι πρωταρχικές συνθήκες για τα σταθερά σημεία του προβλήματος χωρίς περιορισμούς.

Πιο αναλυτικά, στη μέθοδο αυτή δεν γίνεται καμία διάκριση μεταξύ των μεταβλητών ελέγχου και των μεταβλητών κατάστασης. Αντιθέτως, όλες οι μεταβλητές θεωρούνται μέσα στο διάνυσμα x . Η αντικειμενική συνάρτηση συμβολίζεται με $f(x)$. Οι περιορισμοί διακρίνονται στους εξισωτικούς και ανισωτικούς περιορισμούς. Ο εξισωτικοί περιορισμοί είναι οι $g(x) = 0$ και οι ανισωτικοί περιορισμοί είναι οι

$$h^- \leq h(x) \leq h^+, \quad (3.7)$$

όπου τα διανύσματα h^- και h^+ είναι τα κατώτατα και ανώτατα όρια των ανισωτικών περιορισμών, αντίστοιχα.

Τέλος, περιορίζουμε τις μεταβλητές μεταξύ των ορίων

$$x^- \leq x \leq x^+ \quad (3.8)$$

Το πρώτο βήμα για τη διαμόρφωση του προβλήματος είναι να προσθέσουμε μεταβλητές αναφοράς, έτσι ώστε όλες οι εξισώσεις να γίνουν εξισωτικοί περιορισμοί. Έτσι, προκύπτει το ακόλουθο σύνολο εξισώσεων:

$$\begin{aligned}
& \min f(x) \\
& g(x) = 0 \\
& h(x) + s_h = h^+ \\
& s_h + s_{sh} = h^+ - h^- \\
& x + s_x = x^+ \\
& x - x^- \geq 0, \quad s_x, s_h, s_{sh} \geq 0
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Επισημαίνεται ότι τώρα έχουμε ένα σύνολο εξισώσεων με όλους της εξισωτικούς περιορισμούς εκτός της τελευταίας σχέσης που αποτελείται από μη αρνητικές συνθήκες του $x - x^-$ και των μεταβλητών αναφοράς s_x, s_h, s_{sh} . Αυτές οι μη αρνητικές συνθήκες διαχειρίζονται προσθέτοντας στην αντικειμενική συνάρτηση τη λεγόμενη «λογαριθμική συνάρτηση φραγμού». Ουσιαστικά, αυτή είναι μια μορφή συνάρτησης ποινής η οποία γίνεται πολύ μεγάλη καθώς η συνάρτηση ή η μεταβλητή πλησιάζει το μηδέν.

Επομένως, η νέα αντικειμενική συνάρτηση έχει την εξής μορφή:

$$f_\mu = f(x) - \mu \sum_j \ln(x - x^-)_j - \mu \sum_j \ln(s_x)_j - \mu \sum_i \ln(s_h)_i - \mu \sum_i \ln(s_{sh})_i \tag{3.10}$$

Η παράμετρος μ ονομάζεται παράμετρος φραγμού και είναι ένας θετικός αριθμός που τείνει να πλησιάζει το μηδέν καθώς ο αλγόριθμος συγκλίνει στη βέλτιστη λύση. Έτσι, η εξίσωση Lagrange γίνεται:

$$\begin{aligned}
L_\mu = & f(x) - \lambda^T g(x) - \lambda^T (h^+ - s_h - h(x)) \\
& - \lambda_{sh}^T (h^+ - h^- - s_h - s_{sh}) - \lambda_x^T (x^+ - x^- - s_x) \\
& - \mu \sum_j \ln(x - x^-)_j - \mu \sum_j \ln(s_x)_j - \mu \sum_i \ln(s_h)_i - \mu \sum_i \ln(s_{sh})_i
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Η λύση της εξίσωσης Lagrange προκύπτει θέτοντας την κλίση ίση με το μηδέν.

$$\begin{aligned}
\nabla_x L_\mu &= \nabla f(x) - \nabla g(x)^T \lambda + \nabla h(x)^T \lambda_h + \lambda_x - \mu(x - x^-)^{-1} e = 0 \\
\nabla_{s_h} L_\mu &= \lambda_h + \lambda_{s_h} - \mu^{-1} e = 0 \\
\nabla_{s_{sh}} L_\mu &= \lambda_{s_h} + \lambda_{s_{sh}} - \mu s_{sh}^{-1} e = 0 \\
\nabla_{s_x} L_\mu &= \lambda_x + \lambda_{s_x} - \mu s_x^{-1} e = 0 \\
\nabla_\lambda L_\mu &= -g(x) \\
\nabla_{\lambda_{sx}} L_\mu &= h(x) + s_x - h^+ \\
\nabla_{\lambda_x} L_\mu &= x + s_x - x^+ \\
\nabla_{\lambda_h} L_\mu &= s_h + s_{sh} - h^+ + h^-
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Οι μη γραμμικές εξισώσεις (3.12) λύνονται επαναληπτικά με τη μέθοδο Newton και η τιμή του μ επιλέγεται κοντά στο μηδέν.

Η λύση παράγει τις τιμές των δεικτών μεταβλητών, ορισμένες από τις οποίες είναι τα οριακά κόστη για την ενεργό και άεργο ισχύ των ζυγών.

3.5 Πιθανοτική Βέλτιστη Ροή Φορτίου

Τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας είναι από τη φύση τους στοχαστικά. Αυτό καθιστά ανακριβή, τουλάχιστον σε κάποιο βαθμό, τα εργαλεία ανάλυσης τους όταν χρησιμοποιούνται ντετερμινιστικά δεδομένα. Προκειμένου να ληφθεί υπόψη η έμφυτη αυτή αβεβαιότητα των ηλεκτρικών συστημάτων, ξεκίνησε η χρήση πιθανοτικών τεχνικών στις αρχές της δεκαετίας του 1970, όταν για πρώτη φορά θεωρήθηκε αβέβαιη η ζήτηση σε ένα τυπικό πρόβλημα ροής φορτίου (11). Έκτοτε προτάθηκαν αρκετές διαφορετικές προσεγγίσεις για τη μελέτη του προβλήματος, όπως η διαμόρφωση αυτού ως γενικός πιθανοτικός γραμμικός μετασχηματισμός, η μέθοδος δεύτερης ροπής πρώτης τάξης για την περίπτωση που το πρόβλημα αντιμετωπίζεται σαν ένα γενικό μη γραμμικό πρόβλημα και ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier για τη θεώρηση διαφορετικών τύπων κατανομών.

Το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής θεωρείται πιθανοτικό στην (12), όπου οι συγγραφείς χρησιμοποιούν σειρές Gram-Charlier για την προσέγγιση της συνάρτησης

πυκνότητας πιθανότητας του φορτίου του συστήματος, το οποίο είναι η μόνη μεταβλητή που θεωρείται αβέβαιη. Στην (13) οι συγγραφείς προτείνουν μία πιο γενική προσέγγιση για τη μελέτη της αβεβαιότητας ως προς όλες τις μεταβλητές της βέλτιστης ροής φορτίου, με βάση τη ίδια τεχνική σειρών Gram-Charlier. Στην (14) προτείνεται ο όρος πιθανοτική βέλτιστη ροή φορτίου και οι συνθήκες βελτίστου αντιμετωπίζονται ως γενικός μη γραμμικός πιθανοτικός μετασχηματισμός. Η μέθοδος δεύτερης ροής πρώτης τάξης εφαρμόζεται για την εύρεση των στατιστικών χαρακτηριστικών των μεταβλητών εξόδου, οι οποίες είναι η τάσεις και οι γωνίες στους ζυγούς και οι ενεργές και άεργες ισχύεις. Αβέβαια θεωρούνται μόνο τα φορτία στους ζυγούς.

Στην (15) οι συγγραφείς προτείνουν τη μέθοδο επισσωρευτών (cumulants) για τη μελέτη της πιθανοτικής βέλτιστης ροής φορτίου. Για ανελαστική ζήτηση η οποία θεωρείται αβέβαιη η μέθοδος δίνει τους επισσωρευτές των αγνώστων μεταβλητών του συστήματος, οι οποίες είναι οι τάσεις και οι γωνίες στους ζυγούς και οι ενεργές και άεργες ισχύεις. Το πρόβλημα είναι όμοιο με την (14), ενώ τα αποτελέσματα συγκρίνονται στην (16), όπου οι συγγραφείς αποδεικνύουν ότι τα αποτελέσματα της μεθόδου δεύτερης ροής πρώτης τάξης ταυτίζονται με τα αποτελέσματα της μεθόδου επισσωρευτών για ορισμένους συνδυασμούς ανεξάρτητων κατανομών Gauss.

Στην παρούσα εργασία θεωρούνται αβέβαιες μεταβλητές οι οριακές κομβικές τιμές, λόγω της σημασίας τους στα πλαίσια της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Συζητείται η αβεβαιότητα ως προς τις προσφερόμενες τιμές των συμμετεχόντων στην αγορά και αναδεικνύονται κάποια προβλήματα που δεν παρατηρούνται όταν θεωρείται αβέβαιο μόνο το φορτίο. Η παρούσα εργασία μελετά αυτά τα ζητήματα, εφαρμόζοντας μία υπολογιστικά αποδοτική τεχνική για τον υπολογισμό των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των οριακών κομβικών τιμών, ως αποτέλεσμα της αβέβαιης συμπεριφοράς των συμμετεχόντων στην αγορά.

3.5.1 Διαμόρφωση του Προβλήματος

Όταν κάποιες από τις μεταβλητές εισόδου παρουσιάζουν αβεβαιότητα, το πρόβλημα της βέλτιστης ροής φορτίου καθίσταται πιθανοτικό. Με την επίλυση της Β.Ρ.Φ. με τη μέθοδο εσωτερικού σημείου, προκύπτει η συνάρτηση Lagrange, μία μη γραμμική εξίσωση της μορφής

$$Y = h(X) \quad (3.13)$$

Συνεπώς η Β.Ρ.Φ. μπορεί να θεωρηθεί μία μη γραμμική συνάρτηση h πολλών μεταβλητών, της μορφής (3.13), όπου τα κεφαλαία γράμματα δηλώνουν τυχαίες μεταβλητές. Στην παρούσα εργασία, όπου το πρόβλημα της Β.Ρ.Φ. μελετάται στα πλαίσια της απελευθερωμένης αγοράς ενέργειας, το διάνυσμα εισόδου X μπορεί να γραφεί

$$X = [C_D \ C_S \ P_{D_{max}} \ P_{S_{max}}] \quad (3.14)$$

και το διάνυσμα εξόδου Y μπορεί να γραφεί

$$Y = [\delta \ V \ Q_G \ P_S \ P_D \ \rho] \quad (3.15)$$

όπου ρ το διάνυσμα των πολλαπλασιαστών Lagrange. Οι πολλαπλασιαστές Lagrange των εξισώσεων ροής ενεργού ισχύος εκφράζουν τις οριακές κομβικές τιμές, που είναι και το αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας.

Ας σημειωθεί πως η αβεβαιότητα ως προς τις μεταβλητές εισόδου καθιστά αβέβαιες όλες τις μεταβλητές εξόδου. Ωστόσο η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στην ανάλυση της αβεβαιότητας ως προς τις οριακές κομβικές τιμές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Μέθοδος Εκτίμησης Δύο Σημείων

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Προκειμένου να ληφθεί υπόψη η αβεβαιότητα στην πιθανοτική βέλτιστη ροή φορτίου χρησιμοποιείται η μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων. Πρόκειται ουσιαστικά για μία παραλλαγή της μεθόδου εκτίμησης σε σημεία που περιγράφεται στις (17) και (18), η οποία οδηγεί στο διαχωρισμό της $Y = h(X)$ σε δύο υπό-προβλήματα θεωρώντας για κάθε αβέβαιη μεταβλητή δύο μόνο ντετερμινιστικές τιμές τοποθετημένες εκατέρωθεν της αντίστοιχης μέσης τιμής. Στη συνέχεια απαιτούνται δύο δοκιμές της ντετερμινιστικής βέλτιστης ροής φορτίου για κάθε αβέβαιη μεταβλητή, μία για την τιμή που βρίσκεται πάνω από τη μέση τιμή και μία για εκείνη που βρίσκεται κάτω από τη μέση τιμή, ενώ όλες οι άλλες μεταβλητές θεωρούνται σταθερές και ίσες με τη μέση τιμή τους. Στις επόμενες ενότητες περιγράφεται η μέθοδος αναλυτικά.

4.1 Μέθοδος Εκτίμησης Δύο Σημείων

Έστω ότι $Y = h(X)$ είναι μία γενικής μορφής συνάρτηση πολλών μεταβλητών. Στόχος είναι η εύρεση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $f_Y(y)$ της Y όταν είναι γνωστή η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$, όπου $x \in X$ και $y \in Y$.

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 1, το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με διάφορες προσεγγιστικές μεθόδους. Ένα από τα μειονεκτήματα τόσο της μεθόδου αποκομμένης σειράς Taylor όσο και της μεθόδου δεύτερης ροπής πρώτης τάξης είναι ότι απαιτούν τον υπολογισμό των παραγώγων της $h(X)$ ως προς X . Η μέθοδος διακριτοποίησης, από την

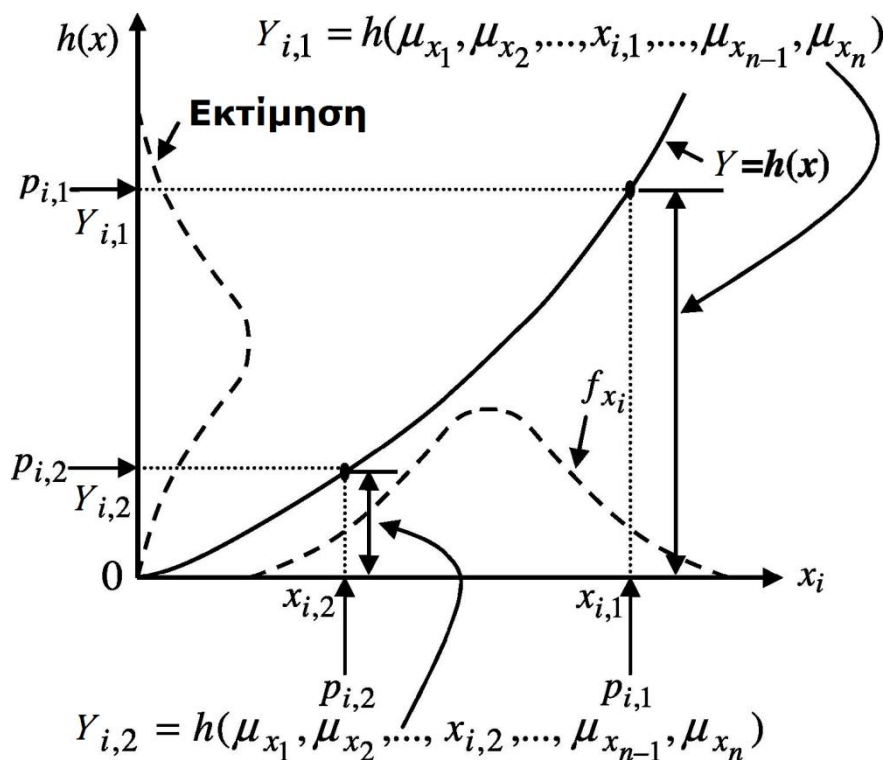
άλλη πλευρά, χρησιμοποιεί διακριτές κατανομές πιθανότητας σε αντικατάσταση των συνεχών κατανομών πιθανότητας. Η μέθοδος αυτή είναι απλή στη χρήση αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις υπολογιστικά απαιτητική. Εάν για παράδειγμα η συνάρτηση πολλών μεταβλητών $Y = h(X)$ αποτελείται από 20 μεταβλητές και κάθε μία από αυτές αντικατασταθεί με 3 διακριτές τιμές, θα χρειαστούν 3^{20} εκτιμήσεις για να βρεθεί η κατανομή πιθανότητας της εξόδου.

Η μέθοδος εκτίμησης σε σημεία είναι μία απλή στη χρήση υπολογιστική μέθοδος για τον υπολογισμό των ροπών της συνάρτησης πολλών μεταβλητών. Η μέθοδος αναπτύχθηκε από τον E. Rosenblueth τη δεκαετία του 1970 (17) και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των ροπών μίας τυχαίας ποσότητας η οποία είναι συνάρτηση μίας ή περισσότερων τυχαίων μεταβλητών. Παρότι υπολογίζονται οι ροπές των μεταβλητών εξόδου, δεν παρέχονται πληροφορίες για τη σχετική κατανομή πιθανότητας. Μάλιστα, η κατανομή αυτή θα μπορούσε να είναι οποιαδήποτε κατανομή με τις ίδιες ροπές πρώτης, δεύτερης και τρίτης τάξης. Ωστόσο, όταν η κατανομή πιθανότητας των μεταβλητών εισόδου είναι γνωστή, οι μεταβλητές εξόδου τείνουν να ακολουθούν την ίδια κατανομή, όπως εξηγείται στην παρούσα εργασία για το πρόβλημα της βέλτιστης ροής φορτίου, όπου τόσο οι μεταβλητές εισόδου όσο και οι μεταβλητές εξόδου ακολουθούν κανονική κατανομή.

Έστω X μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$. Για $Y = h(X)$ η μέθοδος εκτίμησης σε σημεία χρησιμοποιεί δύο συγκεντρώσεις πιθανότητας για να αντικαταστήσει την $h(X)$ αντιστοιχίζοντας τις τρεις πρώτες ροπές της $h(X)$. Όταν η Y είναι συνάρτηση n τυχαίων μεταβλητών, η μέθοδος εκτίμησης σημείου χρησιμοποιεί 2^n συγκεντρώσεις πιθανότητας τοποθετημένες σε 2^n σημεία για να αντικαταστήσει την αρχική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που παρουσιάζουν οι τυχαίες μεταβλητές μαζί, αντιστοιχίζοντας τις ροπές έως και τρίτης τάξης. Η ροπή της Y , δηλαδή η $E(Y^l), l = 1, 2$, όπου $E(\cdot)$ η αναμενόμενη τιμή, υπολογίζεται σταθμίζοντας την τιμή της Y υψωμένη στη δύναμη l που εκτιμάται σε κάθε ένα από τα 2^n σημεία. Για μεγάλο όμως πλήθος

μεταβλητών n η χρήση 2^n συγκεντώσεων πιθανότητας πάυει να είναι οικονομική. Για το λόγο αυτό προτάθηκε στη (19) μία μέθοδος που χρησιμοποιεί μόνο $2n$ εκτιμήσεις, η αποκαλούμενη μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων.

Η μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων χρησιμοποιεί δύο συγκεντρώσεις πιθανότητας για να αντικαταστήσει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_{x_i} της τυχαίας μεταβλητής x_i , η οποία είναι μία από τις μεταβλητές εισόδου της $Y = h(X)$, αντιστοιχίζοντας τις τρεις πρώτες ροπές της f_{x_i} . Μία αναπαράσταση σε δύο διαστάσεις της λογικής της μεθόδου εικονίζεται στο Σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1 Σχηματική απεικόνιση της μεθόδου εκτίμησης δυο σημείων (20)

Η πληροφορίες για τις δύο συγκεντρώσεις $x_{i,1}$ και $x_{i,2}$ χρησιμοποιούνται για να παραχθούν δύο εκτιμήσεις των συγκεντρώσεων $Y_{i,1}$ και $Y_{i,2}$ της ποσότητας Y , μέσα από τη συναρτησιακή σχέση που συνδέει τις x_i και $h(x)$. Στη συνέχεια οι δύο εκτιμήσεις

σταθμίζονται με δύο παράγοντες $p_{i,1}$ και $p_{i,2}$ για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της Y .

4.2 Υπολογιστική Διαδικασία

Όπως αναφέρεται στην (17), όταν το αντικείμενο ενδιαφέροντος δεν είναι η κατανομή της Y αλλά η προσέγγιση των τριών πρώτων ροπών της, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της X μπορεί να αγνοηθεί με χρήση μόνο των ροπών που αντιστοιχούν σε αυτή. Στην περίπτωση αυτή η λύση θα είναι ανεξάρτητη της κατανομής που συνδέεται με τη X . Οποιαδήποτε κατανομή έχει τις ίδιες πρώτες ροπές με τη δοθείσα κατανομή θα οδηγήσει σε ακριβή λύση, όταν η Y είναι γραμμική συνάρτηση της X . Όταν η Y είναι μη γραμμική αλλά επαρκώς λεία, όπως στην περίπτωση της βέλτιστης ροής φορτίου, η λύση θα είναι ικανοποιητικά ακριβής στην περιοχή της αναμενόμενης τιμής της X , με την προϋπόθεση ότι η διασπορά της X δεν είναι πολύ μεγάλη. Ας σημειωθεί ότι η προσέγγιση αυτή είναι αποτελεσματική για όλες τις κατανομές της X που έχουν τις ίδιες τρεις πρώτες ροπές.

Η ίδια μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιονδήποτε αριθμό συγκεντρώσεων, ανάλογα με τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας που συνδέονται με τις μεταβλητές εισόδου. Η τάξη της μεθόδου εκτίμησης σε σημεία που εφαρμόζεται στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε με βάση την υπόθεση ότι η κατανομή πιθανότητας των μεταβλητών εισόδου είναι κανονική. Ως εκ τούτου η μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων αρκεί. Εάν η κατανομή των μεταβλητών εισόδου ήταν μεγαλύτερης τάξης, θα απαιτούνταν μία μέθοδος εκτίμησης σημείου επίσης μεγαλύτερης τάξης. Εφόσον ζητούμενο είναι μόνο οι τρεις πρώτες ροπές της, δηλαδή η μέση τιμή, η ροπή και η λοξότητα, αρκούν δύο συγκεντρώσεις για κάθε αβέβαιη μεταβλητή. Ακόμη, εφόσον θεωρείται ότι οι μεταβλητές εισόδου ακολουθούν κανονική κατανομή, η ροπή τρίτης τάξης είναι μηδενική.

Η διαδικασία για τον υπολογισμό των ροών των μεταβλητών εξόδου για το πρόβλημα της βέλτιστης ροής φορτίου συνοψίζεται στα ακόλουθα βήματα.

- 1) Προσδιορισμός του αριθμού n των αβέβαιων μεταβλητών
- 2) Αρχικοποίηση $E(Y) = 0$ και $E(Y^2) = 0$.
- 3) Αρχικοποίηση $k = 1$.
- 4) Προσδιορισμός των θέσεων των συγκεντρώσεων $\xi_{k,1}$ και $\xi_{k,2}$ και των πιθανοτήτων των συγκεντρώσεων $P_{k,1}$ και $P_{k,2}$

$$\xi_{k,1} = \sqrt{n} \quad (4.1)$$

$$\xi_{k,2} = -\sqrt{n} \quad (4.2)$$

$$P_{k,1} = P_{k,2} = \frac{1}{2n} \quad (4.3)$$

- 5) Προσδιορισμός των δύο συγκεντρώσεων $x_{k,1}$ και $x_{k,2}$

$$x_{k,1} = \mu_{X,k} + \xi_{k,1}\sigma_{X,k} \quad (4.4)$$

$$x_{k,2} = \mu_{X,k} + \xi_{k,2}\sigma_{X,k} \quad (4.5)$$

όπου $\mu_{X,k}$ και $\sigma_{X,k}$ η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της X_k , αντίστοιχα.

- 6) Δοκιμή της ντετερμινιστικής βέλτιστης ροής φορτίου για κάθε μία από τις δύο συγκεντρώσεις $x_{k,i}$ με χρήση της $X = [\mu_{X,1}, \mu_{X,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{X,n}]$.
- 7) Ενημέρωση των $E(Y)$ και $E(Y^2)$

$$E(Y) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 (P_{k,i} h([\mu_{X,1}, \mu_{X,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{X,n}])) \quad (4.6)$$

$$E(Y^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 (P_{k,i} h([\mu_{X,1}, \mu_{X,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{X,n}]))^2 \quad (4.7)$$

- 8) Υπολογισμός της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης

$$\mu_Y = E(Y) \quad (4.8)$$

$$\sigma_Y = \sqrt{E(Y^2) - \mu_Y^2} \quad (4.9)$$

- 9) Επανάληψη των βημάτων 4) έως 8) για $k = k + 1$ μέχρι να εξαντληθεί η λίστα των αβέβαιων μεταβλητών.

4.3 Αναλυτική Περιγραφή της Μεθόδου

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί πλήρως η εξαγωγή των βασικών εξισώσεων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία. Εάν $Y = h(x)$ είναι μία μη γραμμική συνάρτηση πολλών μεταβλητών, στόχος είναι η εύρεση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $f_Y(y)$ της Y με γνωστή τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$.

4.3.1 Συνάρτηση μίας μεταβλητής

Καταρχήν επιλέγεται μία κατανομή της X , τέτοια, ώστε να έχει κοινές τις τρεις πρώτες ροπές με τη δοθείσα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της X . Προκειμένου να εκτιμηθούν οι τρεις πρώτες ροπές της Y μπορεί να επιλεχθεί μία κατανομή της X με μόνο δύο συγκεντρώσεις τοποθετημένες μη συμμετρικά γύρω από την αναμενόμενη τιμή της X . Σε αυτή τη περίπτωση είναι δυνατόν από τις τρεις πρώτες ροπές της X να βρεθεί μία προσέγγιση τρίτης τάξης των τριών πρώτων ροπών της Y . Μία ιδιαίτερα απλή συνάρτηση η οποία ικανοποιεί τις προϋποθέσεις αυτές αποτελείται από δύο συγκεντρώσεις, P_1 και P_2 , της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$, αντίστοιχα στις θέσεις $X = x_1$ και x_2 :

$$f_X(x) = P_1\delta(x - x_1) + P_2\delta(x - x_2) \quad (4.10)$$

όπου τα μικρά γράμματα δηλώνουν συγκεκριμένες τιμές μίας τυχαίας μεταβλητής και $\delta(\cdot)$ είναι η συνάρτηση δέλτα.

Επιλέγοντας $\xi_i = \frac{|x_i - \mu_X|}{\sigma_X}$, $i = 1, 2$ όπου μ_X και σ_X η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της X αντίστοιχα, είναι δυνατός ο υπολογισμός των τριών πρώτων ροπών της $f_X(x)$. Επομένως η ροπή j τάξης ορίζεται

$$M_j(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^j f_X(x) dx \quad j = 1, 2, \dots \quad (4.11)$$

Εναλλακτικά, οι κεντρικές ροπές είναι

$$M'_j(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^j f_X(x) dx \quad j = 1, 2, \dots \quad (4.12)$$

Οι ροπές μηδενικής και πρώτης τάξης ισούνται με 1 και 0 αντίστοιχα. Συνεπώς η ροπή μηδενικής τάξης και οι τρεις πρώτες κεντρικές ροπές της (4.10) είναι

$$M'_0 = 1 = P_1 + P_2 \quad (4.13)$$

$$M'_1 = 0 = \xi_1 P_1 - \xi_2 P_2 \quad (4.14)$$

$$M'_2 = \sigma_X^2 = \sigma_X^2 (\xi_1^2 P_1 + \xi_2^2 P_2) \quad (4.15)$$

$$M'_3 = \nu_X \sigma_X^3 = \sigma_X^3 (\xi_1^3 P_1 - \xi_2^3 P_2) \quad (4.16)$$

όπου ν_X η λοξότητα της X .

Με χρήση της σειράς Taylor της $h(x)$ γύρω από τη μ_X προκύπτει

$$h(X) = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} g^{(j)}(\mu_X) (x - \mu_X)^j \quad (4.17)$$

όπου $g^{(j)}(\cdot)$, $j = 1, 2, \dots$ η παράγωγος j τάξης της $h(\cdot)$ ως προς x . Η μέση τιμή της Y μπορεί να υπολογιστεί παίρνοντας την αναμενόμενη τιμή της εξίσωσης (4.17), όποτε προκύπτει

$$\mu_Y = E(h(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) f_X(x) dx = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} g^{(j)}(\mu_X) M'_j(X) \quad (4.18)$$

Έστω $x_i = \mu_X + \xi_i \sigma_X$, $i = 1, 2$ η i θέση όπου ξ_1 και ξ_2 είναι σταθερές που πρέπει να υπολογιστούν. Έστω P_i οι συγκεντρώσεις πιθανότητας στις θέσεις x_i , $i = 1, 2$. Πολλαπλασιάζοντας την (4.17) με P_i για x_i , $i = 1, 2$ και στη συνέχεια αθροίζοντας προκύπτει

$$P_1 h(x_1) + P_2 h(x_2) = h(\mu_X)(P_1 + P_2) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} g^{(j)}(\mu_X) (P_1 \xi_1^j + P_2 \xi_2^j) \sigma_X^j \quad (4.19)$$

Με αντιστοίχιση των τεσσάρων πρώτων όρων της δεξιάς πλευράς των (4.18) και (4.19) προκύπτουν οι

$$P_1 + P_2 = M'_0(X) = 1 \quad (4.20)$$

$$P_1 \xi_1 + P_2 \xi_2 = \frac{M'_1(X)}{\sigma_X} = \lambda_{X,1}$$

$$P_1 \xi_1^2 + P_2 \xi_2^2 = \frac{M'_2(X)}{\sigma_X^2} = \lambda_{X,2}$$

$$P_1 \xi_1^3 + P_2 \xi_2^3 = \frac{M'_3(X)}{\sigma_X^3} = \lambda_{X,3}$$

Αυτό το σύστημα τεσσάρων εξισώσεων έχει 4 αγνώστους, τις P_1 , P_2 , ξ_1 , και ξ_2 . Η λύση του συστήματος είναι

$$\xi_1 = \frac{\lambda_{X,3}}{2} + \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2} \quad (4.21)$$

$$\xi_2 = \frac{\lambda_{X,3}}{2} - \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2}$$

$$P_1 = -\xi_2/\zeta$$

$$P_2 = \xi_1/\zeta$$

όπου $\zeta = \xi_1 - \xi_2 = 2\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2}$. Επομένως, για κανονική κατανομή όπου $\lambda_{X,3} = 0$,

$$\xi_1 = 1 \quad (4.22)$$

$$\xi_2 = -1$$

$$P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$$

Από τις (4.19) και (4.20)

$$h(\mu_X) + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{i!} g^{(i)}(\mu_X) \lambda_{X,i} \sigma_X^i = P_1 h(x_1) + P_2 h(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{i!} g^{(i)}(\mu_X) (P_1 \xi_1^i + P_2 \xi_2^i) \sigma_X^i \quad (4.23)$$

Με αντικατάσταση της (4.23) στην (4.18)

$$\mu_Y = P_1 h(x_1) + P_2 h(x_2) + \sum_{j=4}^{\infty} \frac{1}{j!} g^{(j)}(\mu_X) (\lambda_{X,j} - (P_1 \xi_1^j + P_2 \xi_2^j) \sigma_X^j) \quad (4.24)$$

Επομένως η

$$\mu_Y \cong P_1 h(x_1) + P_2 h(x_2) \quad (4.25)$$

είναι μία προσέγγιση τρίτης τάξης. Εάν η $h(X)$ είναι πολυώνυμο τρίτου βαθμού, δηλαδή με μηδενικές παραγώγους τάξης ανώτερης του τρία, η λύση ως προς μ_Y που παρέχεται από τη μέθοδο εκτίμησης δύο σημείων είναι ακριβής.

Ομοίως μπορεί να δειχθεί ότι οι ροπές δεύτερης και τρίτης τάξης της Y , αντίστοιχα, προσεγγίζονται από τις

$$E(Y^2) \cong P_1 h(x_1)^2 + P_2 h(x_2)^2 \quad (4.26)$$

$$E(Y^3) \cong P_1 h(x_1)^3 + P_2 h(x_2)^3 \quad (4.27)$$

4.3.2 Συνάρτηση Πολλών Μεταβλητών

Έστω Y μία τυχαία ποσότητα η οποία είναι συνάρτηση n μεταβλητών, δηλαδή $Y = h(X) = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Έστω $\mu_{X,k}$, $\sigma_{X,k}$ και $\nu_{X,k}$ η μέση τιμή, τυπική απόκλιση και λοξότητα της X_k αντίστοιχα, όπου οι μεταβλητές θεωρούνται ανεξάρτητες. Έστω $P_{k,i}$ οι συγκεντρώσεις (ή βάρη) στις θέσεις $X = [\mu_{X,1}, \mu_{X,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{X,n-1}, \mu_{X,n}]$, όπου

$$x_{k,i} = \mu_{X,k} + \xi_{k,i} \sigma_{X,k}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.28)$$

Η $Y = h(X)$ μπορεί να προσεγγισθεί με μία σειρά Taylor πολλών μεταβλητών γύρω από τις μέσες τιμές της X . Με αυτό τον τρόπο, όπως και στην περίπτωση της συνάρτησης μίας μεταβλητής, μπορούν να καταστρωθούν τρεις εξισώσεις για κάθε τυχαία μεταβλητή X_k , αντιστοιχίζοντας τις τρεις πρώτες ροπές της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της X_k . Προκύπτουν οι

$$P_{k,1}\xi_{k,1} + P_{k,2}\xi_{k,2} = \frac{M'_1(X_k)}{\sigma_{X,k}} = \lambda_{X,k,1} \quad (4.29)$$

$$P_{k,1}\xi_{k,1}^2 + P_{k,2}\xi_{k,2}^2 = \frac{M'_2(X_k)}{\sigma_{X,k}^2} = \lambda_{X,k,2}$$

$$P_{k,1}\xi_{k,1}^3 + P_{k,2}\xi_{k,2}^3 = \frac{M'_3(X_k)}{\sigma_{X,k}^3} = \lambda_{X,k,3}$$

όπου $k = 1, 2, \dots, n$. Εφόσον το άθροισμα των συγκεντρώσεων είναι ένα, ισχύει

$$\sum_{k=1}^n (P_{k,1} + P_{k,2}) = 1 \quad (4.30)$$

Με την απαίτηση τα αθροίσματα των συγκεντρώσεων να ικανοποιούν την

$$P_{k,1} + P_{k,2} = \frac{1}{n}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.31)$$

Προκύπτουν τέσσερις εξισώσεις για κάθε τυχαία μεταβλητή X_k , δίνοντας τη λύση

$$\xi_{k,1} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad (4.32)$$

$$\xi_{k,2} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} - \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$$

$$P_{k,1} = -\xi_{k,2}/n\zeta_k$$

$$P_{k,2} = \xi_{k,1}/n\zeta_k$$

όπου $\zeta_k = 2\sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$ και $k = 1, 2, \dots, n$. Για συμμετρικές κατανομές πιθανότητας, όπου η λοξότητα $\nu_{k,3}$ και κατά συνέπεια και η $\lambda_{k,3}$ ισούνται με μηδέν, η (4.32) απλοποιείται περαιτέρω σε

$$\xi_{k,1} = \sqrt{n} \quad (4.33)$$

$$\xi_{k,2} = -\sqrt{n}$$

$$P_{k,1} = P_{k,2} = \frac{1}{2n}$$

όπου $k = 1, 2, \dots, n$.

Οι τρεις πρώτες ροπές μπορούν τότε να βρεθούν προσεγγιστικά από τις

$$E(Y) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 (P_{k,i} h([\mu_{X,1}, \mu_{X,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{X,n}])) \quad (4.34)$$

$$E(Y^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 (P_{k,i} h([\mu_{X,1}, \mu_{X,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{X,n}]))^2 \quad (4.35)$$

$$E(Y^3) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 (P_{k,i} h([\mu_{X,1}, \mu_{X,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{X,n}]))^3 \quad (4.36)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Εφαρμογή στο Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η προτεινόμενη μέθοδος δοκιμάστηκε σε ένα σύστημα τριών ζυγών. Το σύστημα αυτό επιλέχθηκε διότι είναι αρκετά απλό ώστε να επιτρέπει τη βαθιά κατανόηση της φύσης του προβλήματος, αλλά και διότι παράλληλα διατηρεί κάποια από τα χαρακτηριστικά των «πραγματικών» συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

Οι τιμές που προσφέρονται τόσο από τους παραγωγούς όσο και από τους προμηθευτές θεωρούνται αβέβαιες και συνεπώς αντιπροσωπεύονται από κατάλληλες συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας. Σε όλες τις περιπτώσεις θεωρήθηκε κανονική κατανομή, με τη μέση τιμή να αντιστοιχεί στην αρχική τιμή της μεταβλητής. Ας σημειωθεί ωστόσο πως είναι δυνατή και η χρήση άλλων κατανομών, όπως η λογαριθμική ή η κατανομή γάμμα. Για την αναπαράσταση της συμπεριφοράς των συμμετεχόντων στην αγορά χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικές τιμές τυπικής απόκλισης.

Όλοι οι υπολογισμοί έγιναν σε περιβάλλον MATLAB, με χρήση του προγράμματος PSAT (21) προκειμένου να επιλυθούν οι απαιτούμενες βέλτιστες ροές φορτίου. Τα χαρακτηριστικά του προγράμματος PSAT περιγράφονται στο Παράρτημα Β.

5.1 Μέθοδος Σύγκρισης των Αποτελεσμάτων

Για όλα τα σενάρια, συγκρίνονται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων με τις αντίστοιχες τιμές που προέκυψαν από την προσομοίωση Monte Carlo. Το Παράρτημα Γ περιέχει τις θεωρητικές αρχές πίσω από την προσομοίωση Monte Carlo. Οι τιμές που προέκυψαν από την προσομοίωση θεωρούνται «ακριβείς» και υπολογίζονται ως εξής:

$$\mu_{MCS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5.1)$$

$$\sigma_{MCS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_{MCS})^2} \quad (5.2)$$

όπου N ο αριθμός των δειγμάτων Monte Carlo και x η μεταβλητή για την οποία υπολογίζονται η μέση τιμή μ_{MCS} και η τυπική απόκλιση σ_{MCS} . Το σφάλμα για τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση αντίστοιχα ορίζεται ως

$$\epsilon_{\mu} = \frac{100(\mu_{MCS} - \mu_{ME2\Sigma})}{\mu_{MCS}} [\%] \quad (5.3)$$

$$\epsilon_{\sigma} = \frac{100(\sigma_{MCS} - \sigma_{ME2\Sigma})}{\sigma_{MCS}} [\%] \quad (5.4)$$

Όπως επιδεικνύεται στα παρακάτω παραδείγματα, οι μεταβλητές εξόδου τείνουν να έχουν την ίδια κατανομή πιθανότητας με τις μεταβλητές εισόδου, η οποία στην παρούσα εργασία είναι η κανονική κατανομή. Για το λόγο αυτό, μία κανονική κατανομή προσαρμόζεται στα αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo και χρησιμοποιούνται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση για να αναδειχθούν οι διαφορές ανάμεσα στις δύο ομάδες αποτελεσμάτων. Η διαφορά αυτή αναδεικνύεται ακόμη περισσότερο στα γραφήματα που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό. Ωστόσο, σε μερικές από τις περιπτώσεις που συζητιούνται παρακάτω, η «ιδιαιτερή» συμπεριφορά της βέλτιστης ροής φορτίου αλλοιώνει τη συμμετρία της κατανομής πιθανότητας των μεταβλητών εξόδου. Στις

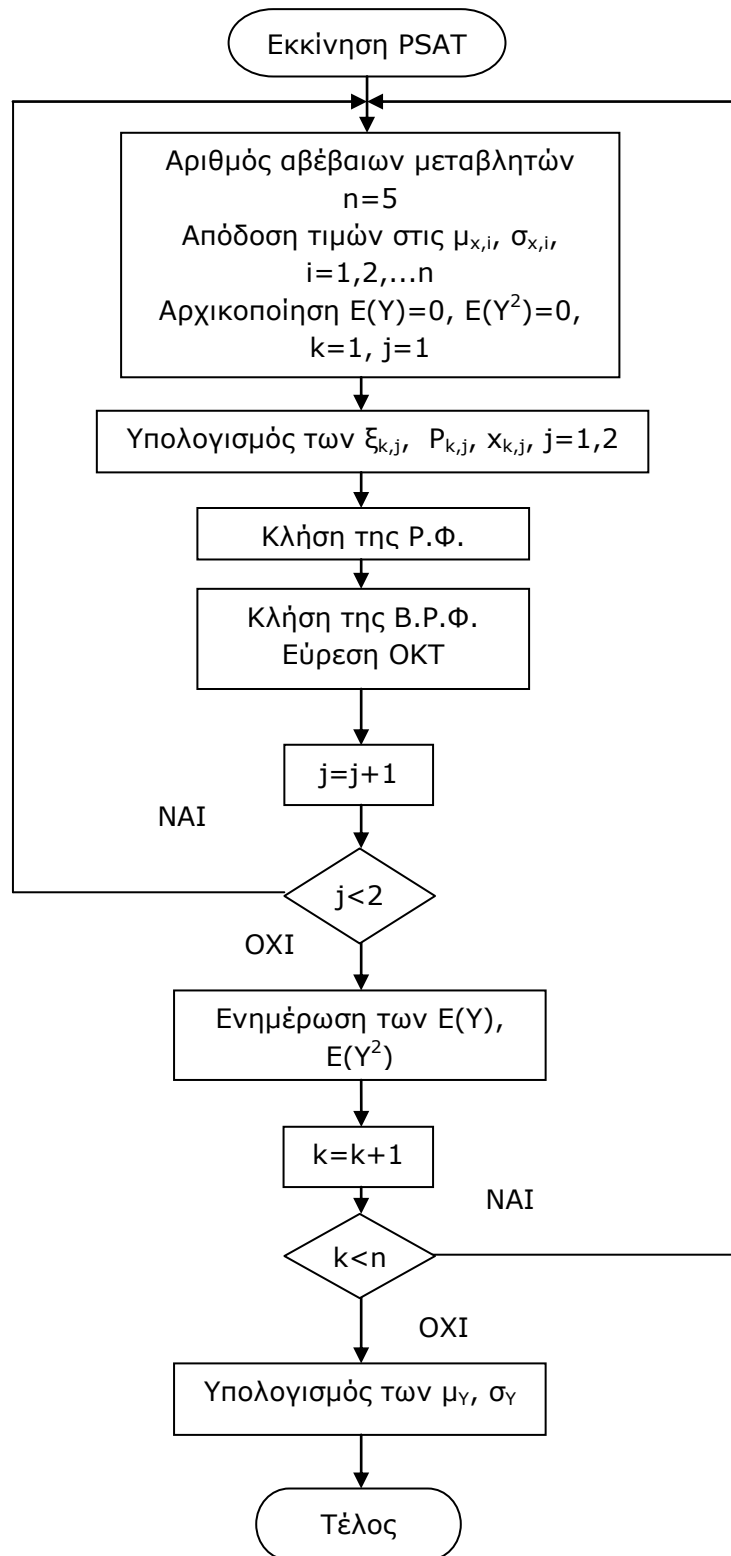
περιπτώσεις αυτές η κανονική κατανομή που προσαρμόζεται στα αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo δεν εφαρμόζει ικανοποιητικά, γεγονός το οποίο επηρεάζει τη σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μπορεί να γίνει και με άλλους μεθόδους, όπως για παράδειγμα με τη σύγκριση των αντίστοιχων συναρτήσεων αθροιστικής κατανομής. Μία τέτοια προσέγγιση όμως δεν επιτρέπει την άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων για όλες τις μεταβλητές εξόδου, ιδιαίτερα όταν ο αριθμός των μεταβλητών είναι σχετικά μεγάλος. Επομένως στην παρούσα εργασία για τη σύγκριση χρησιμοποιούνται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων και της προσομοίωσης Monte Carlo αντίστοιχα. Από τη μέθοδο αυτή προκύπτουν ικανοποιητικά αποτελέσματα στις περισσότερες περιπτώσεις, δεδομένου του γεγονότος ότι οι μεταβλητές εξόδου τείνουν να ακολουθούν κανονική κατανομή.

5.2 Υλοποίηση σε Περιβάλλον MATLAB

Για την επίλυση του προβλήματος σε περιβάλλον MATLAB συντάχθηκε κατάλληλος κώδικας ο οποίος παρουσιάζεται Παράρτημα Α. Τόσο για την προσομοίωση Monte Carlo όσο και για την επίλυση της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων, ο κώδικας αρχικά υπολογίζει τις τιμές των μεταβλητών που απαιτούνται για το τρέξιμο της βέλτιστης ροής φορτίου. Οι μεταβλητές αυτές είναι οι τιμές που προσφέρουν οι παραγωγοί και οι προμηθευτές στο σύστημα. Μετά τον υπολογισμό αυτών είναι δυνατή η χρήση της ντετερμινιστικής βέλτιστης ροής φορτίου, όποτε ο κώδικας καλεί το πρόγραμμα PSAT. Τέλος χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα της βέλτιστης ροής φορτίου και συγκεκριμένα τις οριακές κομβικές τιμές που προέκυψαν για τον υπολογισμό της ζητούμενης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης. Για τα διάφορα σενάρια που μελετούνται, οι μεταβλητές που αλλάζουν από το χρήστη είναι οι $\sigma_{x,i}$, οι οποίες αντιπροσωπεύουν την τυπική απόκλιση των κατανομών που ακολουθούν οι προσφερόμενες τιμές των παραγωγών και των προμηθευτών.

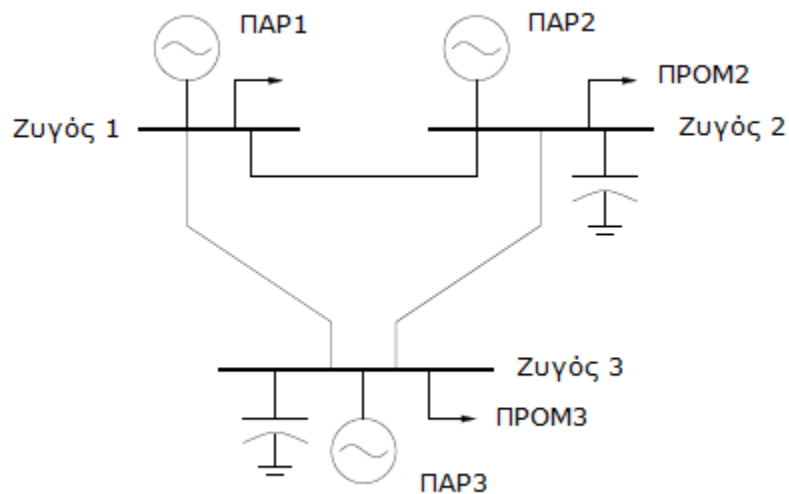
Παρακάτω παρουσιάζονται σε μορφή διαγράμματος ροής τα βήματα που ακολουθούνται από τον αλγόριθμο για την επίλυση της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων.



Σχήμα 5.1 Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Μεθόδου Εκτίμησης Δύο Σημείων

5.3 Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών

Το σύστημα δοκιμής 3-ζυγών που εικονίζεται στο Σχήμα 5.2 αντιπροσωπεύει τρεις παραγωγούς και δύο προμηθευτές ηλεκτρικής ενέργειας οι οποίοι υποβάλλουν τιμές προσφοράς και ζήτησης. Το σύστημα αυτό παρουσιάζεται στην αναφορά (1).



Σχήμα 5.2 Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών

Στους Πίνακες 5.1, 5.2 και 5.3 παρουσιάζονται τα δεδομένα του συστήματος και οι προσφορές των παραγωγών και των προμηθευτών ως προς την τιμή και την ποσότητα της ηλεκτρικής ενέργειας για μία αγορά ηλεκτρικής ενέργειας τριών περιοχών.

Περιοχή	V_b [kV]	V [α.μ.]	P_{G0} [MW]	P_{L0} [MW]	Q_{L0} [MVar]	Διακλάδωση [MVar]	Q_{Gop} [MVar]
Ζυγός 1	138	1.2	150	150	80	0	±150
Ζυγός 2	138	1.0	100	150	70	80	±150
Ζυγός 3	138	1.0	100	50	30	50	±150

Πίνακας 5.2 Δεδομένα Ζυγών για το Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών

Γραμμή i-j	R_{hk} [α.μ]	X_{hk} [α.μ]	$B_h/2$ [α.μ]	P_{max} [MW]	I_{max} [A]
1-2	0.01	0.12	0.0	-	-
1-3	0.01	0.12	0.0	-	-
2-3	0.01	0.12	0.0	-	-

Πίνακας 5.2 Δεδομένα Γραμμών για το Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών

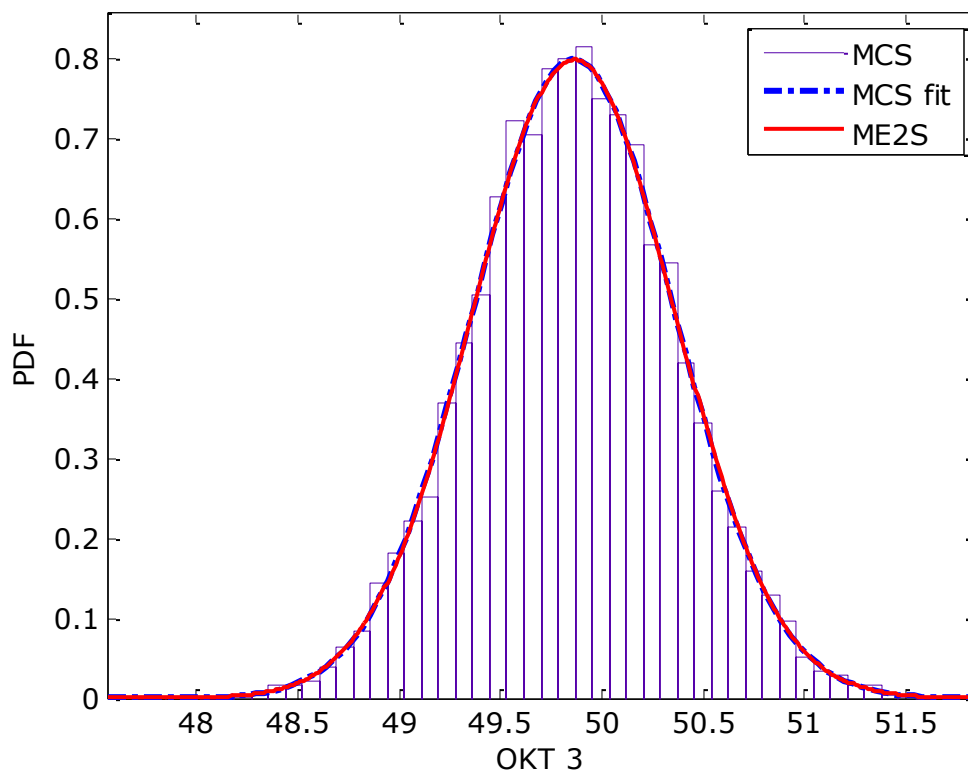
Ζυγός i	Συμμετέχων	C [€/MWh]	P_{max} [MW]
1	Παραγωγός 1	45	150
2	Παραγωγός 2	53	100
3	Παραγωγός 3	52	100
2	Προμηθευτής 2	50	100
3	Προμηθευτής 3	55	100

Πίνακας 5.3 Προσφερόμενες Τιμές – Ποσότητες για το Σύστημα Δοκιμής 3-Ζυγών

Εφόσον το σύστημα 3-ζυγών δε βασίζεται σε κάποιο πραγματικό σύστημα, οι κατανομές πιθανότητας δεν αντικατοπτρίζουν κατ' ανάγκη την πραγματική συμπεριφορά των συμμετεχόντων στην αγορά. Για το λόγο αυτό δε δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στην αναπαράσταση της συμπεριφοράς των διαγωνιζομένων, δηλαδή οι τιμές επιλέχθηκαν αποκλειστικά ως μέσο δοκιμής της προτεινόμενης τεχνικής και επεξήγησης της χρήσης των τεχνικών ανάλυσης που παρουσιάζονται. Προκειμένου να απλοποιηθεί η διαδικασία θεωρήθηκε κοινή η τιμή της τυπικής απόκλισης για τις προσφερόμενες τιμές όλων των παραγωγών και όλων των προμηθευτών αντίστοιχα. Εξετάστηκαν αρκετά σενάρια, με την τυπική απόκλιση να λαμβάνει τις τιμές 0, 0.1, 0.5, 1.0 και 1.5. Η μέση τιμή των προσφερόμενων τιμών κινείται ανάμεσα στις τιμές 45€ και 55€. Με πέντε διαφορετικές κατανομές πιθανότητας για τις τιμές των παραγωγών και των προμηθευτών αντίστοιχα προκύπτουν 25 σενάρια.

Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αυτά της προσομοίωσης Monte Carlo, για την οποία χρησιμοποιήθηκαν 10000 δείγματα. Παρότι θα μπορούσαν να προκύψουν ικανοποιητικά αποτελέσματα και με χρήση λιγότερων δειγμάτων, επιλέχθηκε αυτός ο σχετικά μεγάλος αριθμός διότι το υπολογιστικό κόστος δεν αποτελεί ζήτημα για την περίπτωση του συστήματος 3-ζυγών. Ως προς την τυπική απόκλιση, το σφάλμα ανάμεσα στην τιμή που προέκυψε από τη μέθοδο εκτίμησης δύο σημείων και στα αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo ήταν αρκετά μικρότερο από 10% στις περισσότερες περιπτώσεις. Ως προς τη μέση τιμή, το σφάλμα δεν ξεπέρασε ποτέ το 0.33%. Σε ορισμένα ωστόσο σενάρια η εκτιμώμενη τιμή της τυπικής απόκλισης διέφερε από την τιμή της προσομοίωσης Monte Carlo σχεδόν κατά 40%. Με μία πιο λεπτομερή εξέταση των περιπτώσεων αυτών διαπιστώνεται ότι η κανονική κατανομή που προσαρμόστηκε στα αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo δεν παρουσιάζει καλή εφαρμογή, όπως εξηγείται παρακάτω. Η υπόθεση ότι οι προσφερόμενες τιμές των προμηθευτών έχουν μηδενική τυπική απόκλιση, ή αλλιώς είναι ντετερμινιστικές, παρείχε οριακές κομβικές τιμές με πολύ μικρή ή ακόμη και μηδενική τυπική απόκλιση.

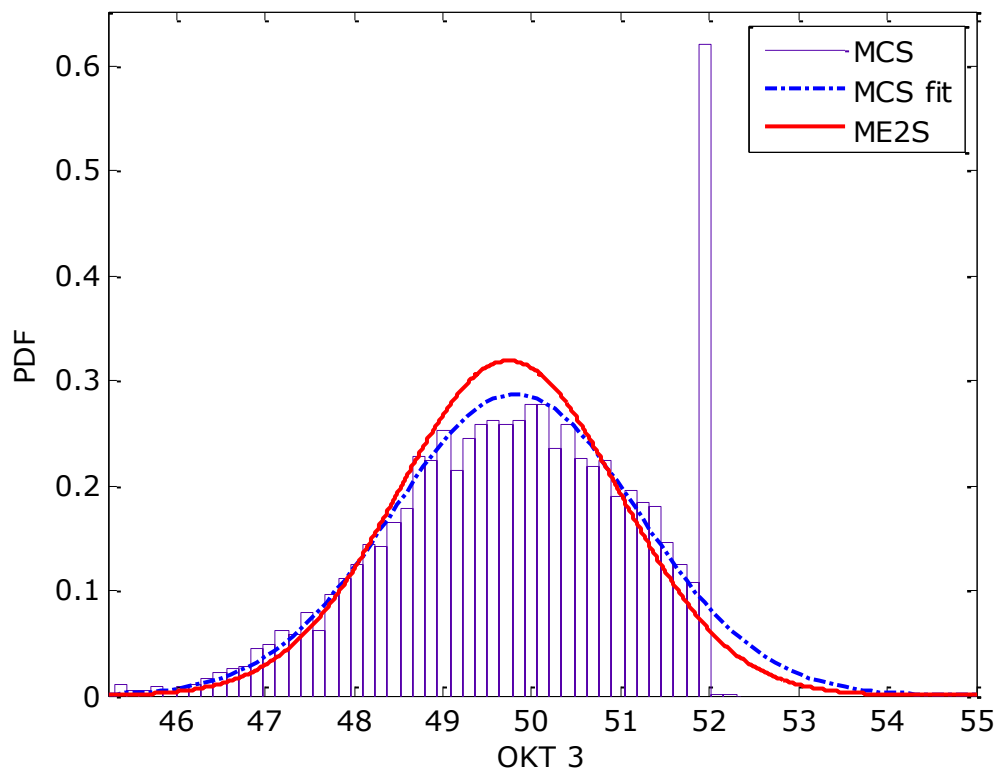
Τρεις αντιπροσωπευτικές ομάδες αποτελεσμάτων φαίνονται στα Σχήματα 5.3, 5.4 και 5.6. Στο Σχήμα 5.3 απεικονίζονται τα αποτελέσματα για την Ο.Κ.Τ στο ζυγό 3 της περίπτωσης στην οποία η μέθοδος δίνει καλά αποτελέσματα. Παρουσιάζονται τρία γραφήματα: η κόκκινη γραμμή εκφράζει το αποτέλεσμα της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων, το ιστόγραμμα εκφράζει το αποτέλεσμα της προσομοίωσης Monte Carlo και η διαστιγμένη γραμμή είναι η προσεγγιστική καμπύλη που προσαρμόστηκε στο ιστόγραμμα. Θεωρήθηκε κοινή τυπική απόκλιση ίση με 0.5 για τις προσφερόμενες τιμές τόσο των παραγωγών όσο και των προμηθευτών.



Σχήμα 5.3 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 0.5$

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι από την προσομοίωση Monte Carlo και από τη μέθοδο εκτίμησης δύο σημείων προκύπτουν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα. Αυτό μπορεί να

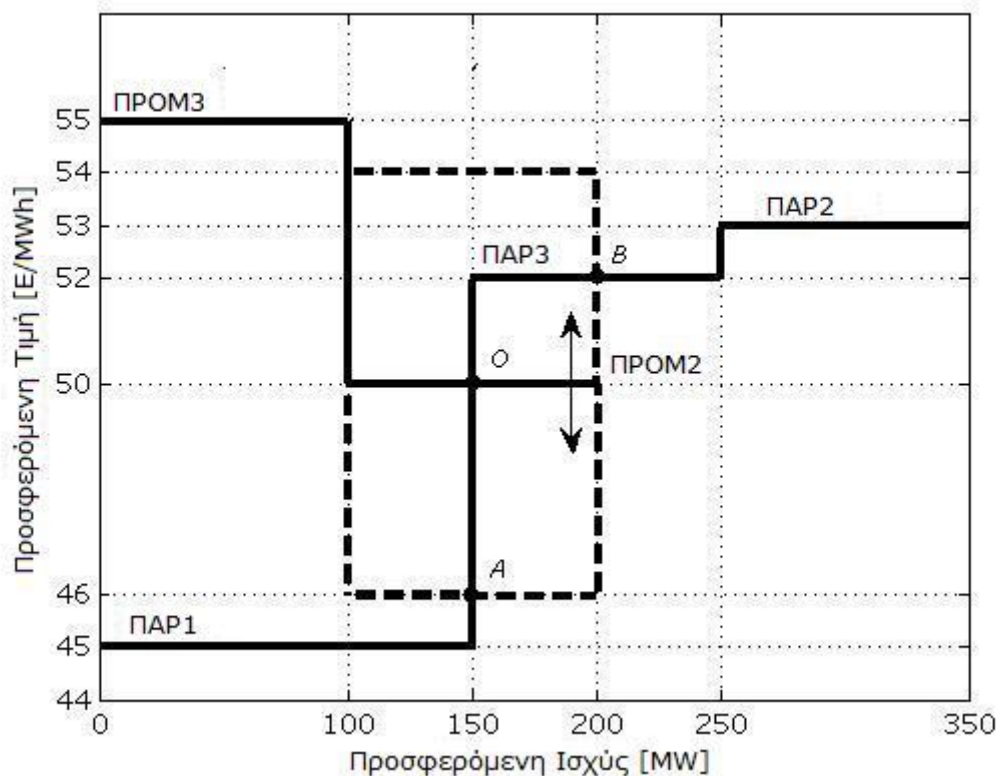
εξηγηθεί με βάση το γεγονός ότι η βέλτιστη ροή φορτίου, η οποία ουσιαστικά είναι μία μη γραμμική συνάρτηση, είναι σε μεγάλο βαθμό λεία, δηλαδή δεν παρουσιάζει απότομα άλματα. Αυτό όμως δεν ισχύει πάντα, όπως φαίνεται στα Σχήματα 5.4 και 5.6 για την Ο.Κ.Τ στο ζυγό 3.



Σχήμα 5.4 ΟΚΤ στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 1.5$

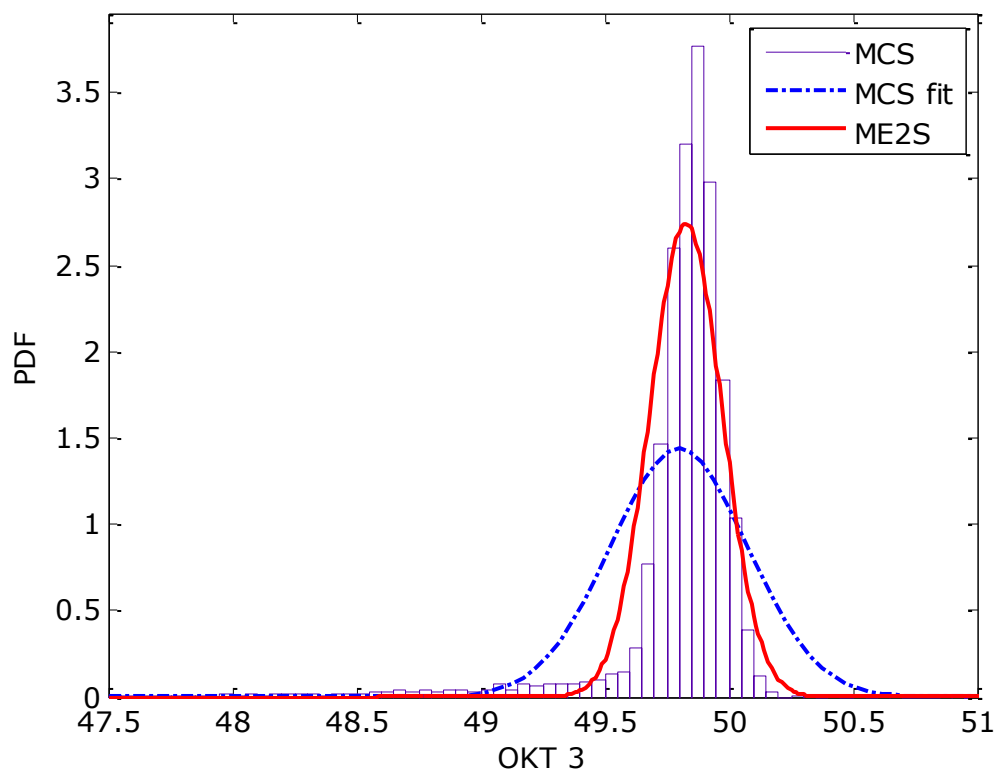
Στο Σχήμα 5.4 οι προσφερόμενες τιμές των παραγωγών θεωρούνται ντετερμινιστικές, δηλαδή έχουν μηδενική τυπική απόκλιση, ενώ προσφερόμενες τιμές των προμηθευτών παρουσιάζουν μεγάλη τυπική απόκλιση ίση με 1.5. Παρατηρείται ότι η Ο.Κ.Τ δεν αυξάνεται πέρα από ένα σημείο, προκαλώντας την απότομη αύξηση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητάς της. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ανεξάρτητα από την πρόθεση του προμηθευτή να πληρώσει περισσότερο, η Ο.Κ.Τ. δεν μπορεί να αυξηθεί

περαιτέρω γιατί η ζήτηση για το συγκεκριμένο προμηθευτή είναι στο ανώτερο όριο της. Αυτή είναι ουσιαστικά η περίπτωση της ανελαστικής ζήτησης. Εάν το όριο της ζήτησης ήταν υψηλότερο η Ο.Κ.Τ θα αυξανόταν περισσότερο, σε εξάρτηση με το ποια είναι η οριακή μονάδα παραγωγής. Αξίζει να σημειωθεί ωστόσο ότι σε ρεαλιστικά συστήματα με μεγάλο αριθμό προσφερόμενων τιμών παραγωγών το φαινόμενο αυτό αναμένεται να είναι λιγότερο έντονο. Παρ' όλα αυτά η εκτίμηση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας παραμένει αρκετά ακριβής διότι η απότομη αύξηση της κατανομής κατά κάποιο τρόπο αντισταθμίζει τη «χαμένη ουρά» πέρα από τη μέγιστη Ο.Κ.Τ. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να εξηγηθεί καλύτερα με τη χρήση του απλοποιημένου μηχανισμού εκκαθάρισης της αγοράς που απεικονίζεται στο Σχήμα 5.4.



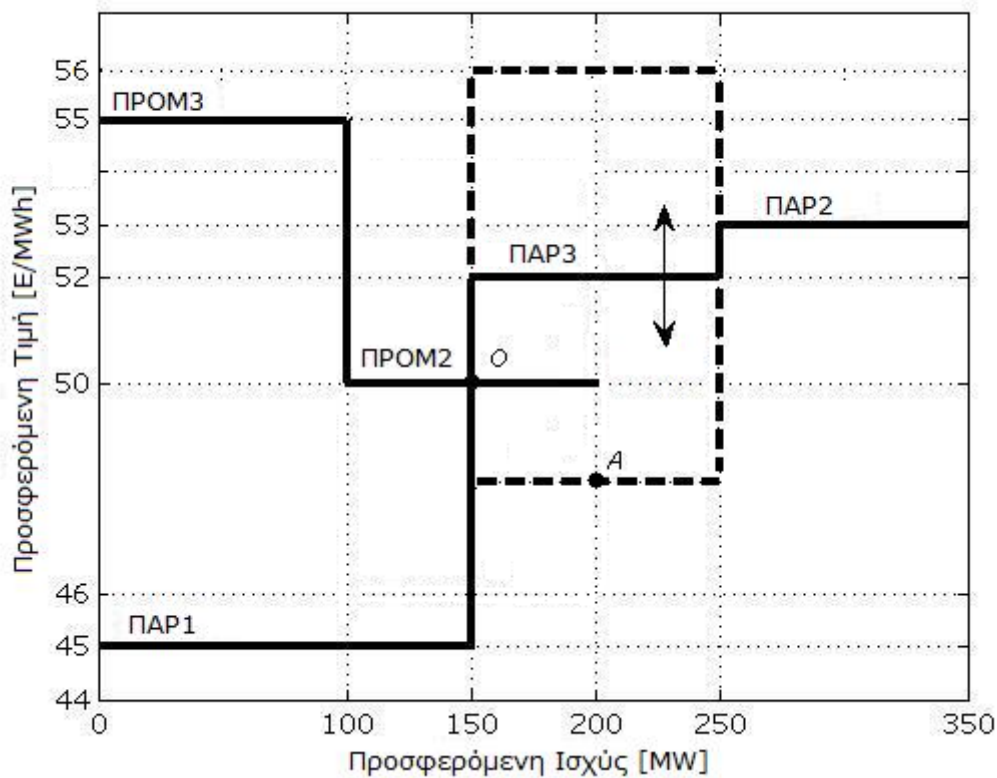
Σχήμα 5.5 Εκκαθάριση της Αγοράς για Αβέβαιη Προσφερόμενη Τιμή του Προμηθευτή 2

Για λόγους απλοΰστευσης θεωρείται αβέβαιη μόνο η προσφερόμενη τιμή του Προμηθευτή 2, ενώ αγνοούνται οι απώλειες συστήματος και συμφόρησης. Η διαστιγμένη γραμμή αντιστοιχεί στο ανώτατο και κατώτατο όριο της προσφερόμενης τιμής. Όσο η τιμή του Προμηθευτή 2 είναι χαμηλότερη από την τιμή του Παραγωγού 3, η αγορά εκκαθαρίζεται στα 150 MW και Παραγωγός 1 είναι η οριακή μονάδα παραγωγής (σημείο O). Πέρα από αυτό το σημείο οριακή μονάδα γίνεται ο Παραγωγός 3 με αποτέλεσμα η αγορά να εκκαθαρίζεται στα 200 MW (σημείο B). Η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς μεταβάλλεται ανάμεσα στις τιμές που αντιστοιχούν στα σημεία A και B. Παρατηρείται ότι η τιμή εκκαθάρισης δεν μπορεί να αυξηθεί πέρα από την τιμή στο σημείο B διότι η ζήτηση του Προμηθευτή 2 βρίσκεται στο ανώτατο όριό της, ανεξάρτητα από την προσφερόμενη τιμή του προμηθευτή. Με άλλα λόγια, υπάρχει ένα ανώτατο όριο για την τιμή εκκαθάρισης της αγοράς, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.5.



Σχήμα 5.6 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 0.1$

Στο Σχήμα 5.6 απεικονίζεται η περίπτωση στην οποία οι προσφερόμενες τιμές των παραγωγών παρουσιάζουν μεγάλη τυπική απόκλιση ίση με 1.5, ενώ οι προσφερόμενες τιμές των προμηθευτών θεωρούνται «στενές», με σχετικά μικρή τυπική απόκλιση ίση με 0.1. Στο σχήμα αυτό αναδεικνύεται ένα φαινόμενο διαφορετικό από αυτό της προηγούμενης περίπτωσης. Εδώ, η Ο.Κ.Τ έχει μία μακριά «ουρά» στην αριστερή πλευρά της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί με τη χρήση του απλοποιημένου μηχανισμού εκκαθάρισης της αγοράς που απεικονίζεται στο Σχήμα 5.7.



Σχήμα 5.7 Εκκαθάριση της Αγοράς για Αβέβαιη Προσφερόμενη Τιμή του Παραγωγού 3

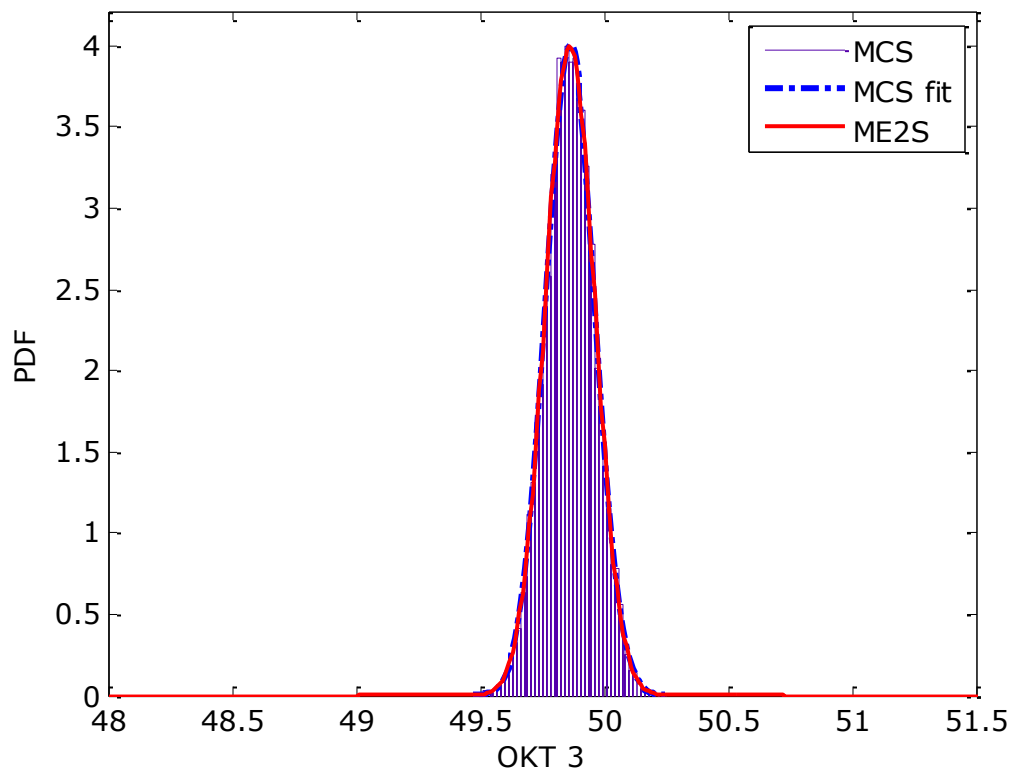
Σε αυτή τη περίπτωση θεωρείται αβέβαιη μόνο η προσφερόμενη τιμή του Παραγωγού 3 ώστε να απλοποιηθεί το πρόβλημα. Σημειώνεται ότι όσο η τιμή του Παραγωγού 3 παραμένει μεγαλύτερη της τιμής του Προμηθευτή 2, η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς

βρίσκεται στο σημείο O και η αγορά εκκαθαρίζεται στα 150 MW. Η τιμή εκκαθάρισης θα αλλάξει μόνο εφόσον η τιμή του Παραγωγού 3 είναι χαμηλότερη από την τιμή του Προμηθευτή 2. Τότε η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς εντοπίζεται ανάμεσα στα σημεία A και O και η αγορά εκκαθαρίζεται στα 200 MW. Το σημείο A στο Σχήμα 5.7 αντιστοιχεί στη χαμηλότερη δυνατή προσφερόμενη τιμή του Παραγωγού 3. Παρατηρείται ότι εάν η τιμή του Προμηθευτή 2 μεταβάλλεται σε ένα μικρό εύρος, η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς ακολουθεί με παρόμοια μεταβολή, γεγονός το οποίο δικαιολογεί την περιορισμένη διακύμανση γύρω από τη μέση τιμή που φαίνεται στο Σχήμα 5.6.

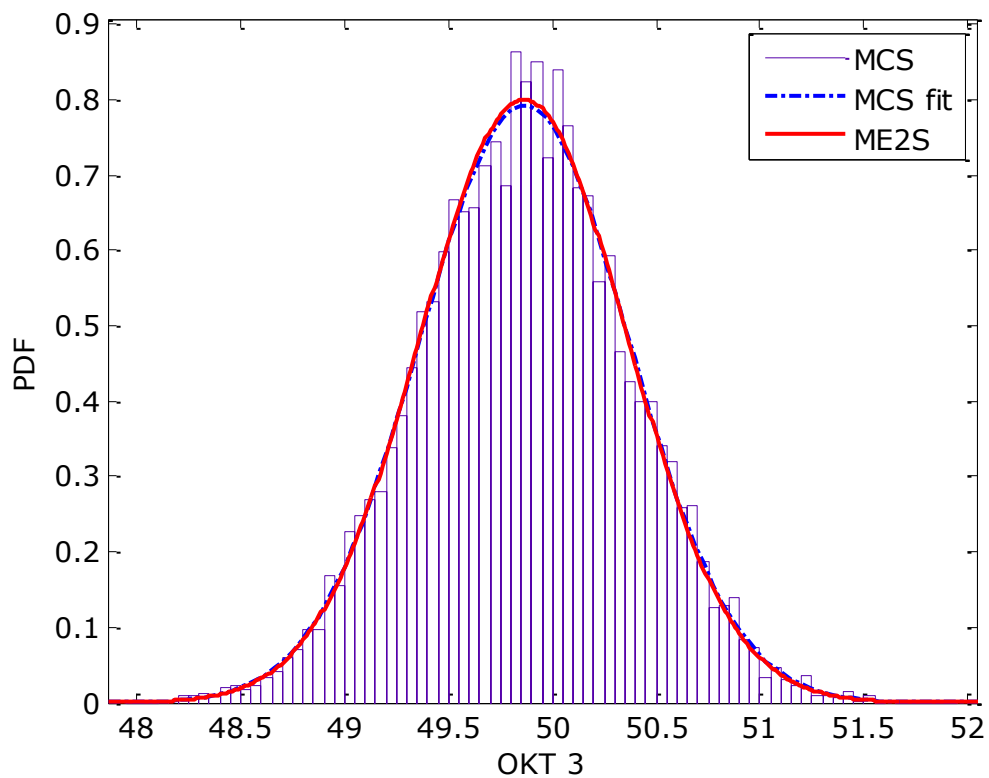
Μέσα από αυτά τα παραδείγματα διαπιστώνεται ότι η ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το κατά πόσον είναι λεία η βέλτιστη ροή φορτίου, όταν αυτή αντιμετωπίζεται σε μία μη γραμμική πιθανοτική συνάρτηση. Υπάρχει δυσκολία στο να προβλεφθεί αυτή η συμπεριφορά εκ των προτέρων, καθώς εξαρτάται από τη συμπεριφορά των συμμετεχόντων στην αγορά, δηλαδή από τις προσφερόμενες τιμές και την αβεβαιότητα αυτών.

Αξίζει να σημειωθεί πως απαιτήθηκαν $2n = 2 \cdot 5 = 10$ επαναλήψεις της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων για κάθε σενάριο, ενώ ο αντίστοιχος αριθμός επαναλήψεων της προσομοίωσης Monte Carlo ήταν 10000. Παρατηρείται λοιπόν η μεγάλη υπολογιστική αποδοτικότητα της προτεινόμενης μεθόδου για το σύστημα μικρού αριθμού αβέβαιων μεταβλητών που μελετήθηκε.

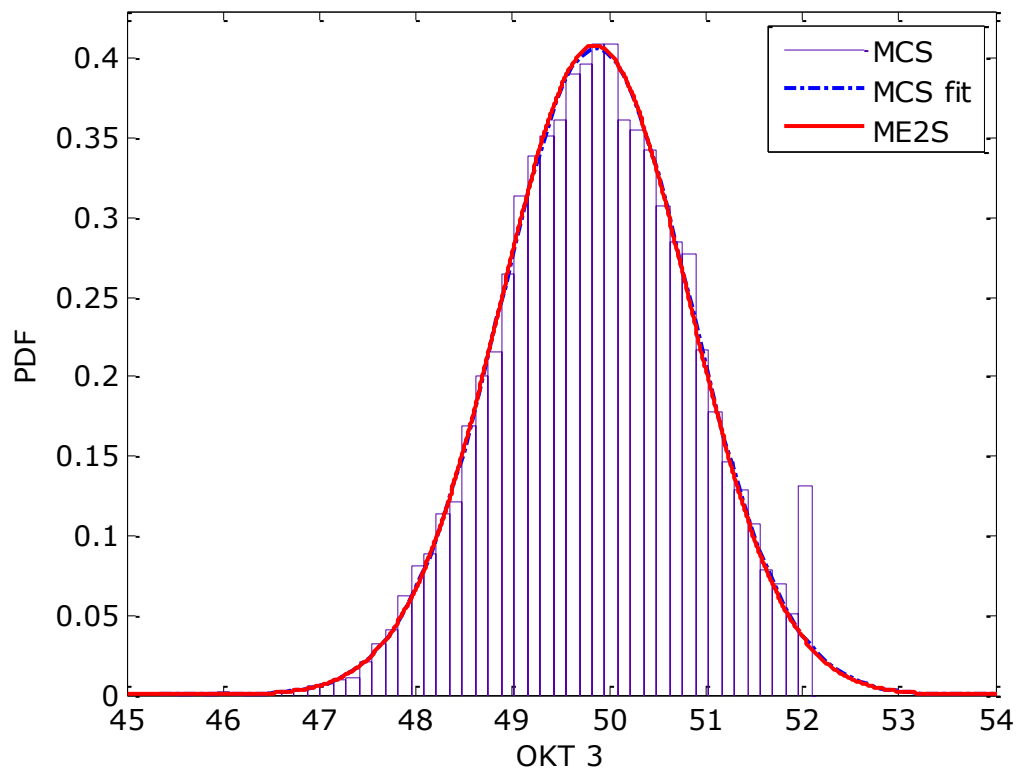
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των υπολοίπων σεναρίων που εξετάστηκαν.



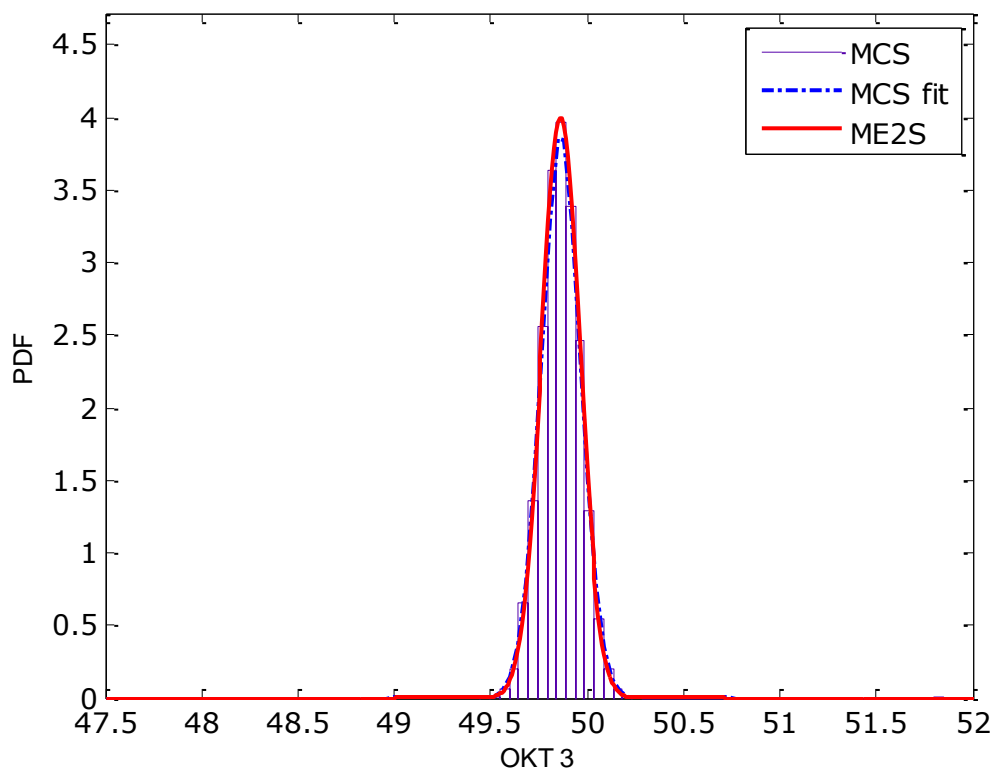
Σχήμα 5.8 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 0.1$



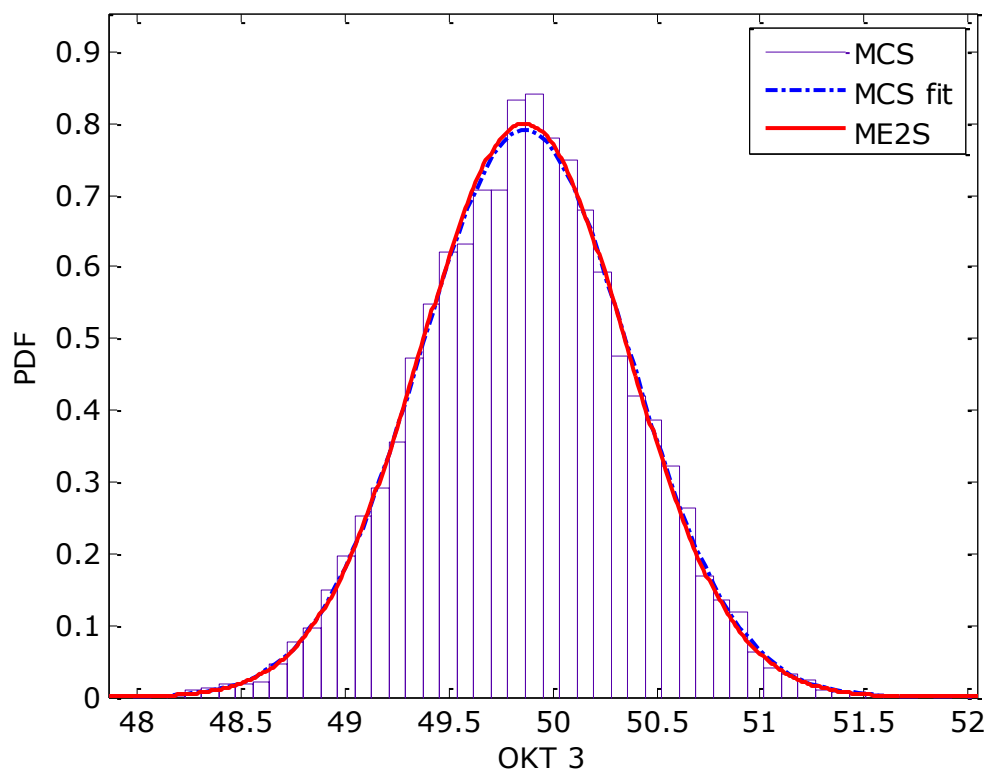
Σχήμα 5.9 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 0.5$



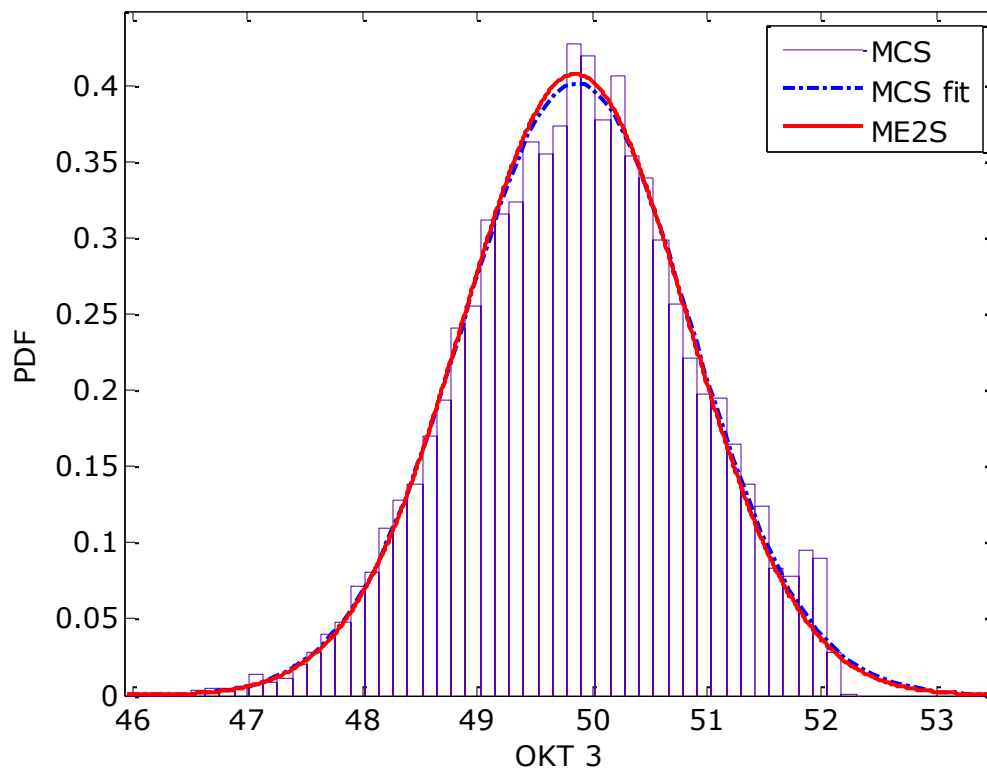
Σχήμα 5.10 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.0, \sigma(C_D) = 1.0$



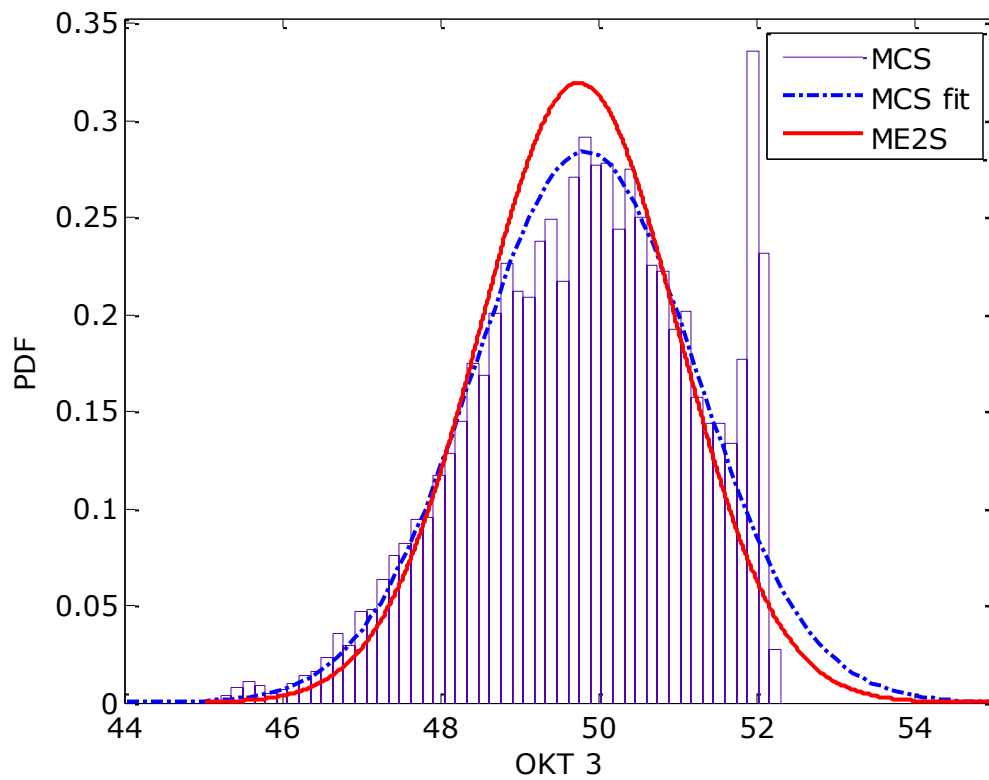
Σχήμα 5.11 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 0.1$



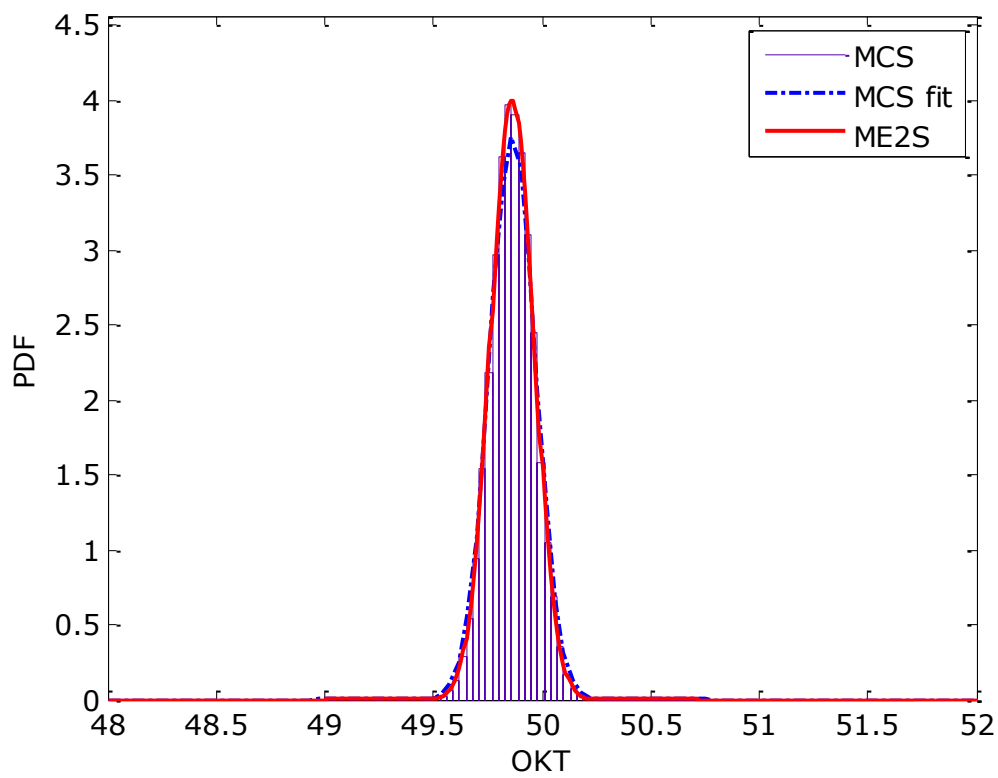
Σχήμα 5.12 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 0.5$



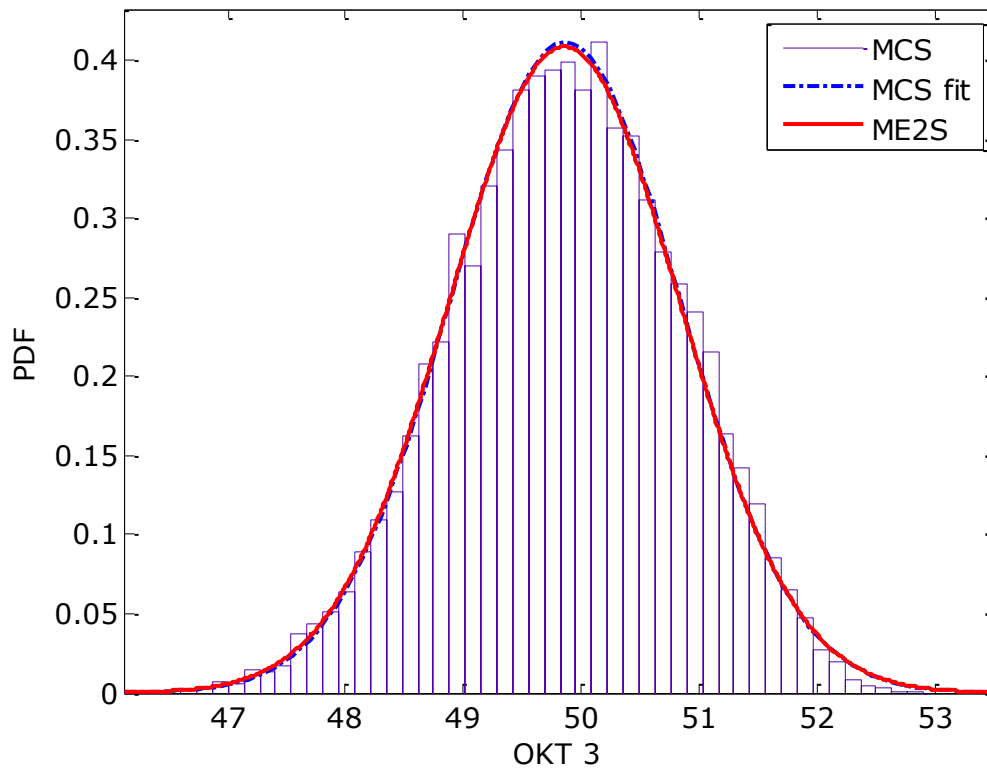
Σχήμα 5.13 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 1.0$



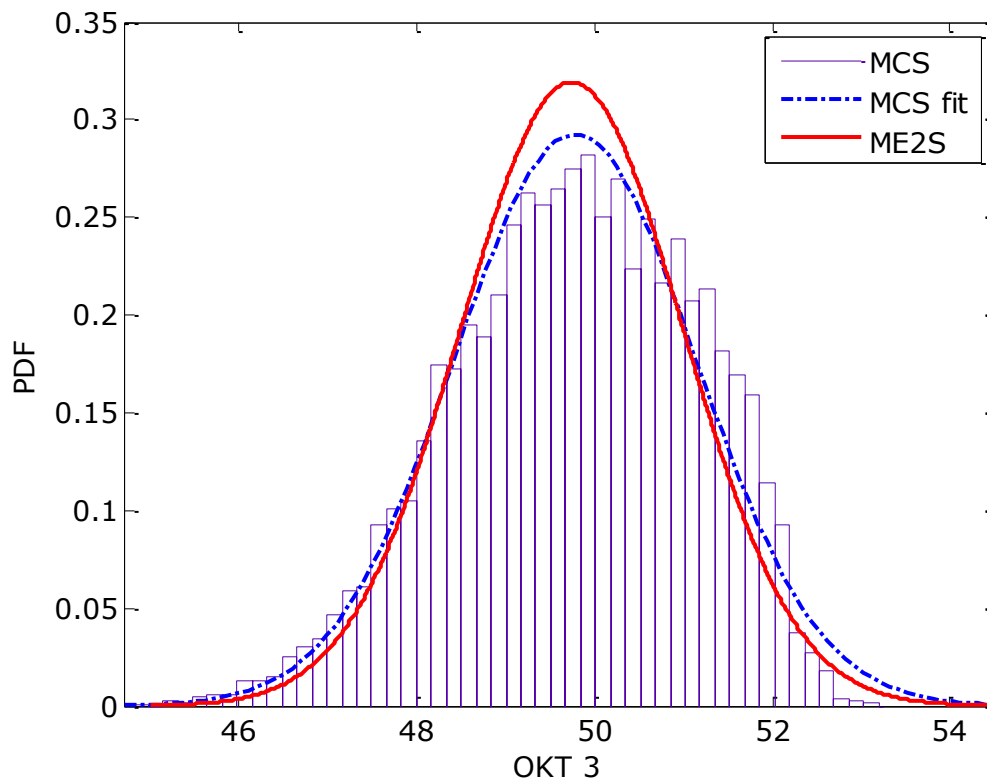
Σχήμα 5.14 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.1, \sigma(C_D) = 1.5$



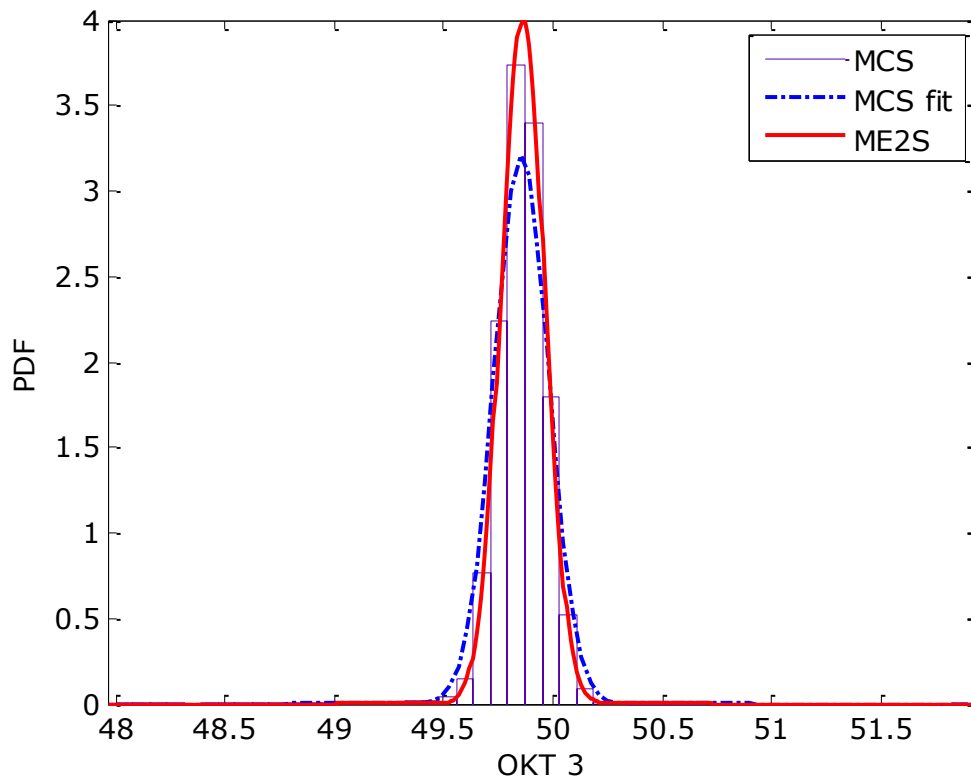
Σχήμα 5.15 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 0.1$



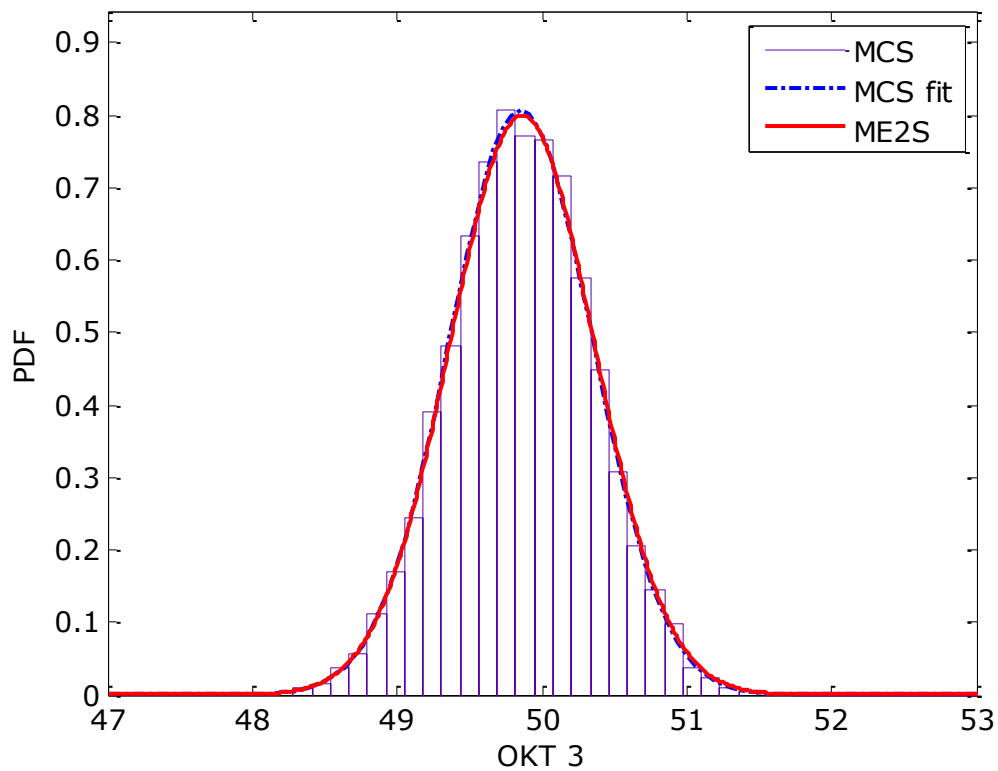
Σχήμα 5.16 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 1.0$



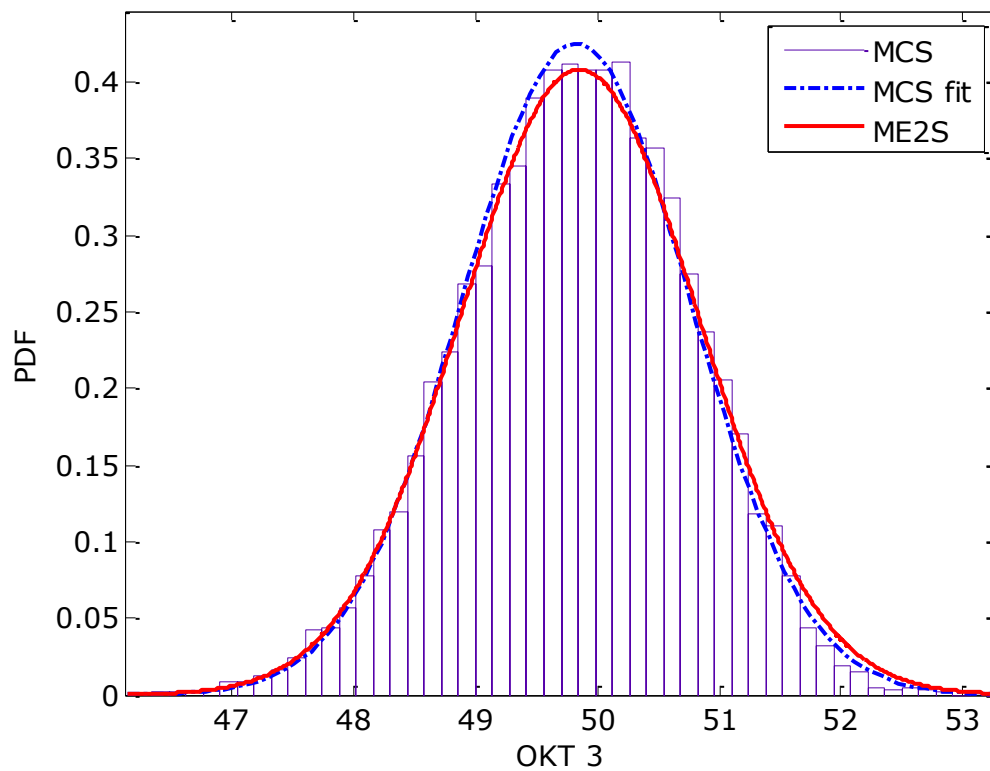
Σχήμα 5.17 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 0.5, \sigma(C_D) = 1.5$



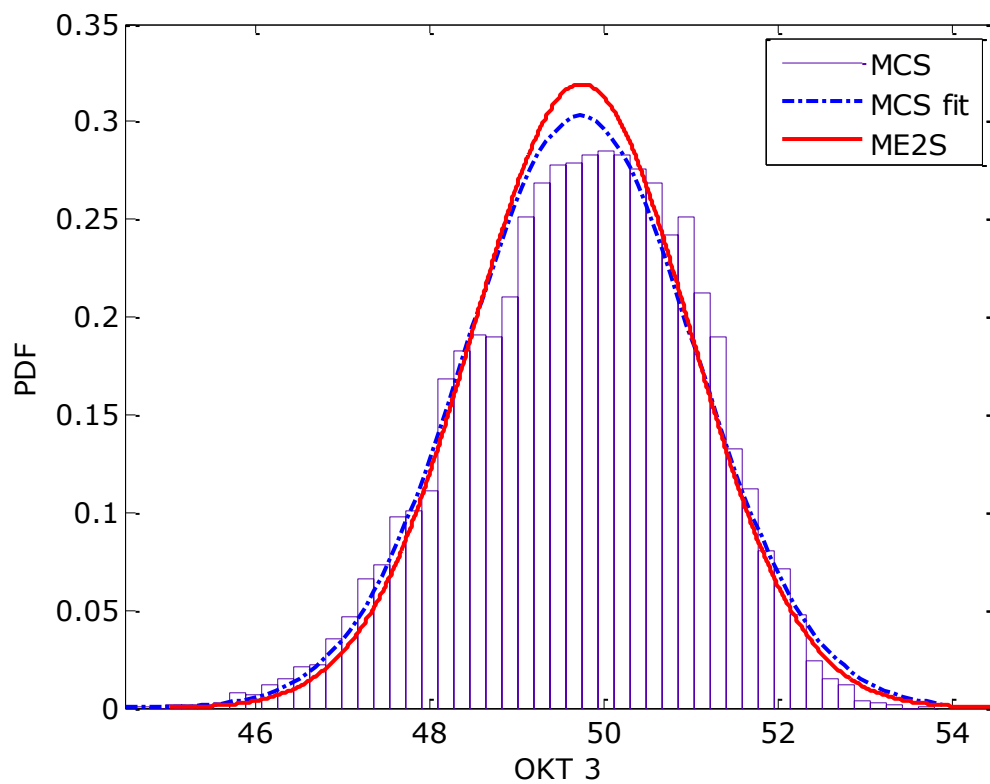
Σχήμα 5.18 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.0, \sigma(C_D) = 0.1$



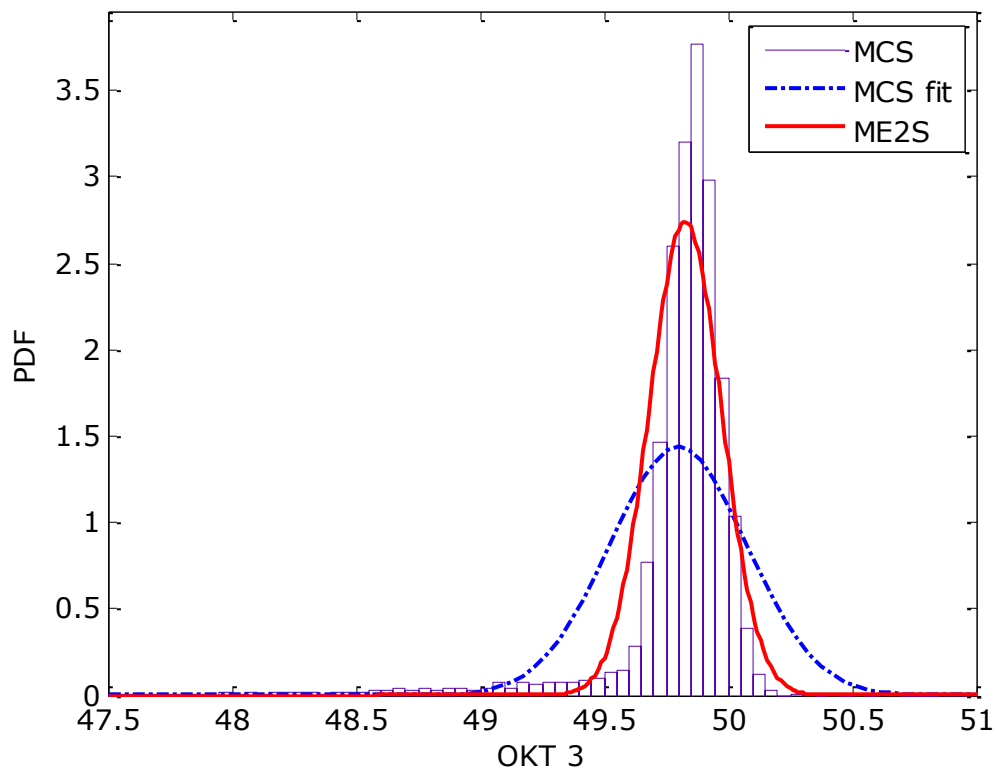
Σχήμα 5.19 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.0, \sigma(C_D) = 0.5$



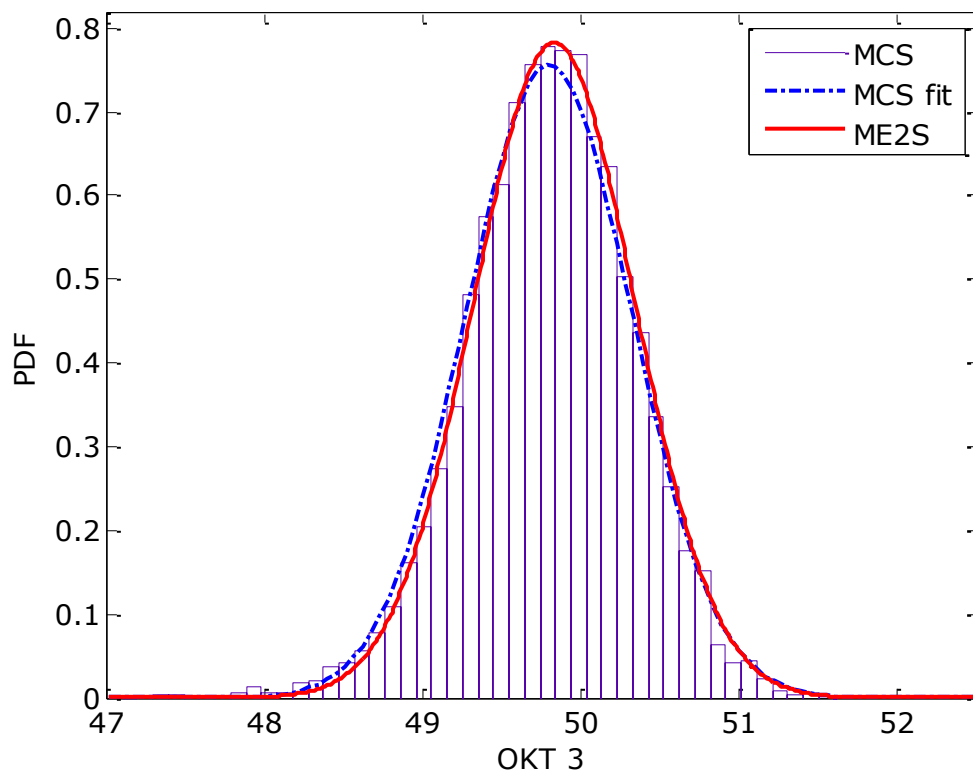
Σχήμα 5.20 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_s) = 1.0, \sigma(C_D) = 1.0$



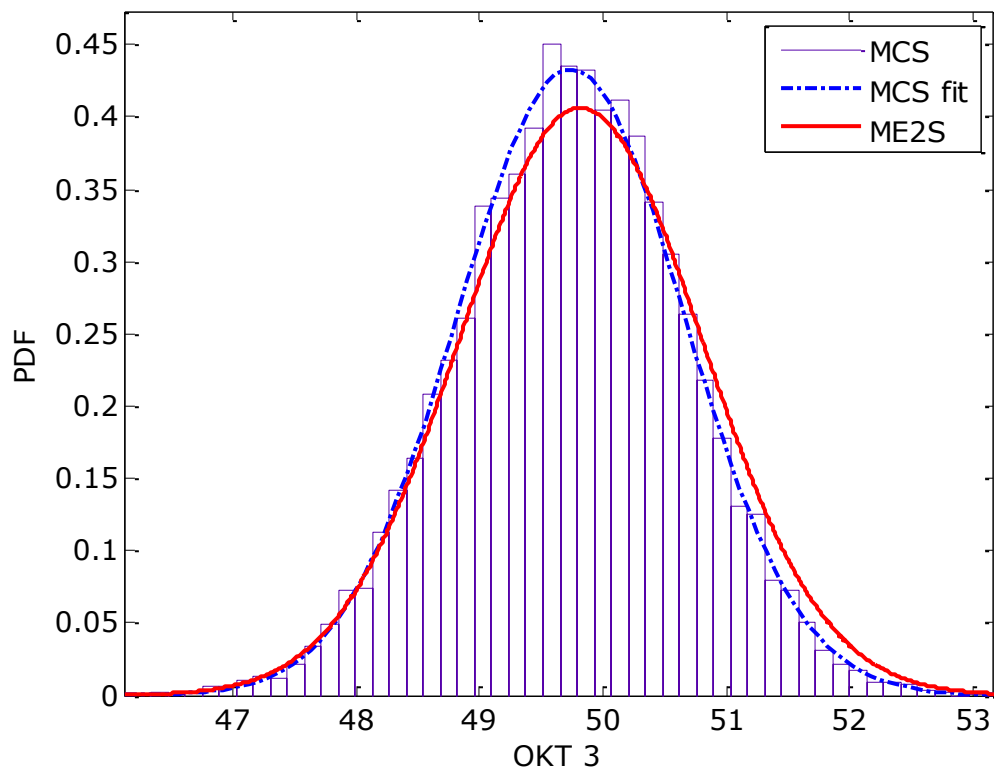
Σχήμα 5.21 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_s) = 1.0, \sigma(C_D) = 1.5$



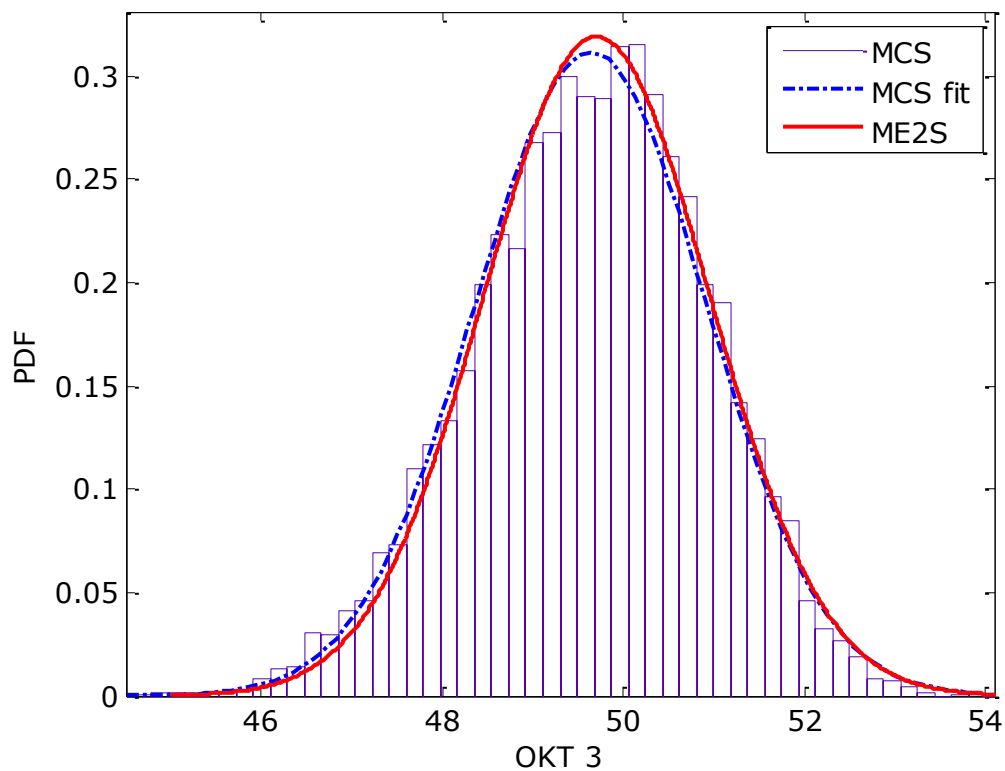
Σχήμα 5.22 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 0.1$



Σχήμα 5.23 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 0.5$



Σχήμα 5.24 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 1.0$



Σχήμα 5.25 OKT στο Ζυγό 3, $\sigma(C_S) = 1.5, \sigma(C_D) = 1.5$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Σύνοψη – Συμπεράσματα

Στην εργασία αυτή υλοποιήθηκε μία μέθοδος εκτίμησης δύο σημείων για τη μελέτη της αβεβαιότητας που παρουσιάζεται στο πρόβλημα βέλτιστης ροής φορτίου σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας. Η αβεβαιότητα αυτή εντοπίζεται στις προσφορές των συμμετεχόντων στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας, οι οποίοι πωλούν ενέργεια στο σύστημα ή αγοράζουν ενέργεια από αυτό σε τιμές που θεωρούνται αβέβαιες. Στόχος της μελέτης ήταν ο υπολογισμός των δύο πρώτων ροπών των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που ακολουθούνται από τις οριακές κομβικές τιμές του συστήματος. Η προτεινόμενη προσέγγιση δοκιμάστηκε σε ένα σύστημα τριών ζυγών με αβέβαιες τις προσφερόμενες τιμές των παραγωγών και των προμηθευτών.

Για το μικρό αριθμό αβέβαιων μεταβλητών του συστήματος δοκιμής η μέθοδος είχε καλά αποτελέσματα, με την προϋπόθεση ότι η βέλτιστη ροή φορτίου παρουσιάζει «καλή» συμπεριφορά. Σε ορισμένες περιπτώσεις, η «ιδιαιτέρη» συμπεριφορά της Β.Ρ.Φ. επηρέασε την ακρίβεια της μεθόδου. Το φαινόμενο αυτό αναμένεται να είναι πολύ λιγότερο εμφανές σε μεγαλύτερα συστήματα με περισσότερους παίκτες, καθώς αιτία όξυνσης του είναι ο μικρός αριθμός συμμετεχόντων στην αγορά.

Η προτεινόμενη μέθοδος είναι σημαντικά αποδοτικότερη ως προς την υπολογιστική επιβάρυνση σε σχέση με την προσομοίωση Monte Carlo. Καθώς το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων είναι ευθέως ανάλογο του αριθμού των αβέβαιων μεταβλητών, η μέθοδος πλεονεκτεί ιδιαίτερα για μικρό αριθμό αυτών. Όταν ο αριθμός των αβέβαιων μεταβλητών είναι μεγάλος, η προσομοίωση Monte Carlo υπερτερεί λόγω της ακρίβειάς της.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Κώδικας

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζεται ο κώδικας που συντάχθηκε για την επίλυση του προβλήματος σε περιβάλλον MATLAB.

A.1 Κώδικας Προσομοίωσης Monte Carlo

```
initpsat
```

```
clpsat.readfile=0;
```

```
runpsat('d_003_mdl_nora','C:\Program Files\MATLAB71\psat\tests','data')
```

```
n=10000;
```

```
sd_S=0.5;
```

```
sd_D=0.5;
```

```
mu_S1=45;
```

```
mu_S2=53;
```

```
mu_S3=52;
```

```
mu_D1=50;
```

```
mu_D2=55;
```

```
for i=1:n
```

```
x_S1 = ( randn(1) * sd_S ) + mu_S1;
```

```
x_S2 = ( randn(1) * sd_S ) + mu_S2;
```

```
x_S3 = ( randn(1) * sd_S ) + mu_S3;
```

```
x_D1=( randn(1) * sd_D ) + mu_D1;
```

```
x_D2=( randn(1) * sd_D ) + mu_D2;
```

```
Supply.store(:,8)=[x_S1;x_S2;x_S3];
```

```
Demand.store(:,9)=[x_D1;x_D2];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```



```
LMP_MCS(i)=OPF.LMP(3);
```

```
end
```

```
hist(LMP_MCS,50)
```

```
muMCS=(sum(LMP_MCS))/n
```

```
sdMCS=sqrt((sum((LMP_MCS-muMCS).^2))/n)
```

A.2 Κώδικας Μεθόδου Εκτίμησης Δύο Σημείων

```
initpsat
```

```
clpsat.readfile=0;
```

```
runpsat('d_003_mdI_nora','C:\Program Files\MATLAB71\psat\tests','data')
```

```
n=5;
```

```
sdX(1)=0.5;
```

```
sdX(4)=0.5;
```

```
mux(1)=45;
```

```
mux(2)=53;
```

```
mux(3)=52;
```

```
mux(4)=50;
```

```
mux(5)=55;
```

```
sdx(2)=sdx(1);
```

```
sdx(3)=sdx(1);
```

```
sdx(5)=sdx(4);
```

```
E_Y=0;
```

```
E_Y2=0;
```

```
for k=1:n
```

```
J1(k)=sqrt(n);
```

```
J2(k)=-sqrt(n);
```

```
P1(k)=1/(2*n);
```

```
P2(k)=P1(k);
```

```
x1(k)=mux(k)+J1(k)*sdx(k);
```

```
x2(k)=mux(k)+J2(k)*sdx(k);
```

```
end
```

```
disp(x1)
```

```
disp(x2)
```

```
Supply.store(:,8)=[x1(1);mux(2);mux(3)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(1,1)=OPF.LMP(3);
```

```
Supply.store(:,8)=[x2(1);mux(2);mux(3)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(1,2)=OPF.LMP(3);
```

```
Supply.store(:,8)=[mux(1);x1(2);mux(3)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(2,1)=OPF.LMP(3);
```

```
Supply.store(:,8)=[mux(1);x2(2);mux(3)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(2,2)=OPF.LMP(3);
```

```
Supply.store(:,8)=[mux(1);mux(2);x1(3)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(3,1)=OPF.LMP(3);
```

```
Supply.store(:,8)=[mux(1);mux(2);x1(3)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(3,2)=OPF.LMP(3);
```

```
Supply.store(:,8)=[mux(1);mux(2);mux(3)];
```

```
Demand.store(:,9)=[x1(4);mux(5)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(4,1)=OPF.LMP(3);
```

```
Demand.store(:,9)=[x2(4);mux(5)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(4,2)=OPF.LMP(3);
```

```
Demand.store(:,9)=[mux(4);x1(5)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(5,1)=OPF.LMP(3);
```

```
Demand.store(:,9)=[mux(4);x2(5)];
```

```
runpsat('pf')
```

```
runpsat('opf')
```

```
LMP(5,2)=OPF.LMP(3);
```

```
E_Y=P1(1)*(LMP(1,1)+LMP(1,2))+P1(2)*(LMP(2,1)+LMP(2,2))+P1(3)*(LMP(3,1)+LMP(3,2))+P1(4)*(LMP(4,1)+LMP(4,2))+P1(5)*(LMP(5,1)+LMP(5,2));
```

```
E_Y2=P1(1)*((LMP(1,1))^2+(LMP(1,2))^2)+P1(2)*((LMP(2,1))^2+(LMP(2,2))^2)+P1(3)*((LMP(3,1))^2+(LMP(3,2))^2)+P1(4)*((LMP(4,1))^2+(LMP(4,2))^2)+P1(5)*((LMP(5,1))^2+(LMP(5,2))^2);
```

```
muy=E_Y;
```

```
sdv=sqrt(E_Y2-(muy)^2);
```

```
disp(muy)
```

```
disp(sdv)
```

```
x=45:0.1:55;
```

```
y=normpdf(x,muy,sdv);
```

```
plot(x,y)
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

PSAT

Το PSAT είναι μία εφαρμογή για το περιβάλλον MATLAB και προορίζεται για την ανάλυση και τον έλεγχο συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Έχει τη δυνατότητα διαχείρισης μικρών εκπαιδευτικών δικτύων αλλά και μεγαλύτερων ρεαλιστικών συστημάτων. Το PSAT διανέμεται δωρεάν και ο κώδικάς του διατίθεται ελεύθερα προς τροποποίηση.

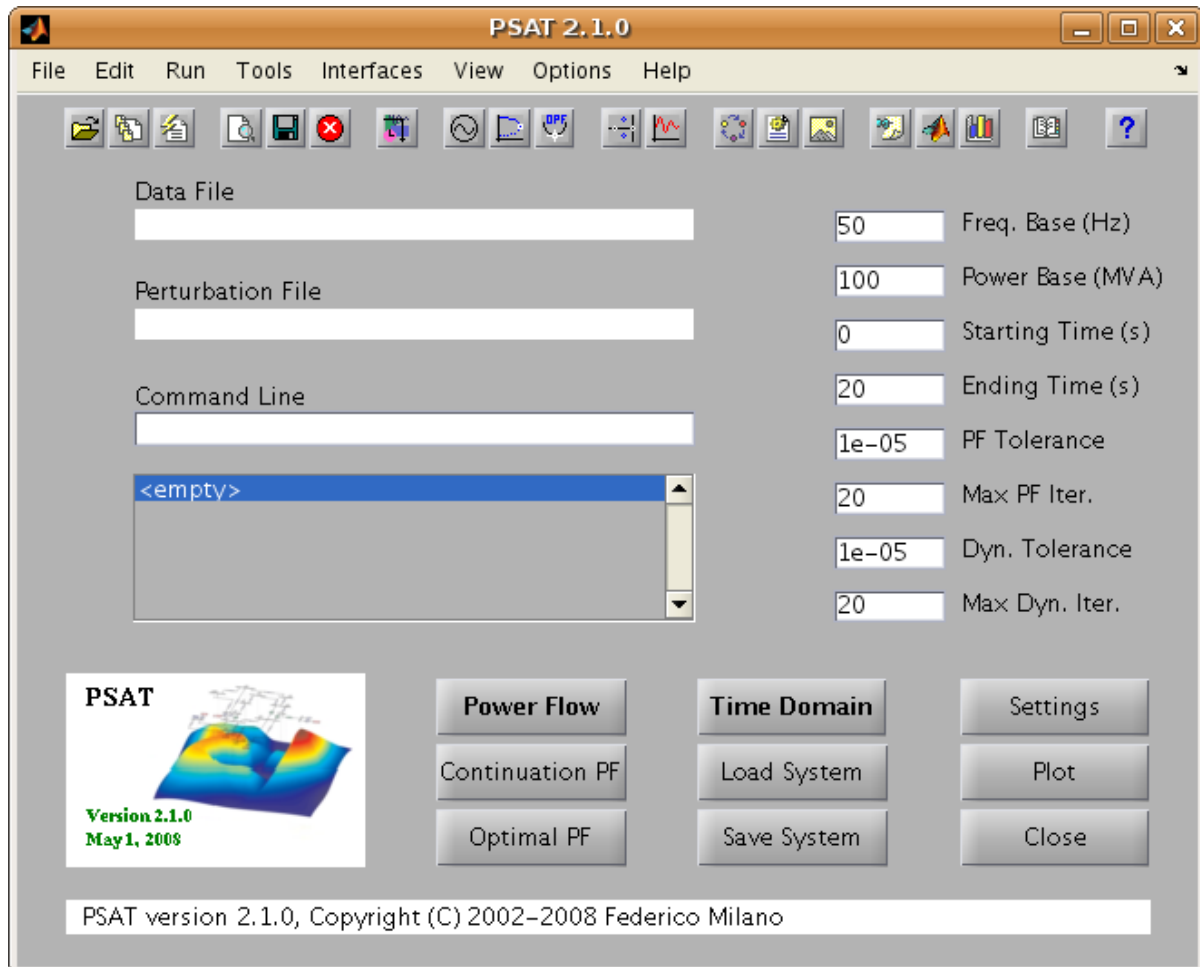
Βάση για όλες τις εφαρμογές του PSAT είναι ο αλγόριθμος της ροής φορτίου, ο οποίος είναι απαραίτητος για την ανάθεση αρχικών τιμών στις μεταβλητές κατάστασης. Μετά την επίλυση της ροής φορτίου ο χρήστης μπορεί να πραγματοποιήσει περαιτέρω στατικές ή δυναμικές αναλύσεις:

- 1) Μελέτη συνεχούς ροής φορτίου
- 2) Βέλτιστη ροή φορτίου
- 3) Ανάλυση ευστάθειας μικρού σήματος
- 4) Προσομοίωση στο πεδίο του χρόνου

Εκτός από μαθηματικούς αλγορίθμους και μοντέλα το PSAT παρέχει μία σειρά από εργαλεία:

- 1) Γραφικό περιβάλλον φιλικό προς το χρήστη
- 2) Βιβλιοθήκη Simulink για το σχεδιασμό δικτύων
- 3) Μετατροπή αρχείων δεδομένων ανάμεσα σε διαφορετικές μορφές
- 4) Εργαλείο δημιουργίας και εγκατάστασης μοντέλων από το χρήστη
- 5) Δυνατότητα λειτουργίας της εφαρμογής από τη γραμμή εντολών του MATLAB

Στο Σχήμα Β.1 παρουσιάζεται το γραφικό περιβάλλον του PSAT. Η εκκίνηση της εφαρμογής και η εμφάνιση του γραφικού περιβάλλοντος γίνεται με την εντολή psat στη γραμμή εργαλείων του MATLAB. Με την εντολή αυτή δημιουργούνται όλες οι απαραίτητες δομές δεδομένων.



Σχήμα Β.1 Γραφικό Περιβάλλον του PSAT

Το γραφικό περιβάλλον παρέχει εύκολη πρόσβαση σε όλα τα εργαλεία του PSAT. Δίνεται επίσης η δυνατότητα στο χρήστη να ρυθμίσει διάφορες παραμέτρους, όπως τον αριθμό επαναλήψεων των μεθόδων Newton – Raphson, τις τιμές βάσης των μεταβλητών κ.α.

Σημαντικό είναι πως το PSAT δε βασίζεται στο γραφικό περιβάλλον αλλά χρησιμοποιεί καθολικές μεταβλητές για την αποθήκευση τόσο των παραμέτρων όσο και των δεδομένων. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει τη χρήση του PSAT από τη γραμμή εργαλείων, όπως απαιτείται σε πολλές περιπτώσεις αλλά και στην παρούσα εργασία.

Το μοντέλο του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας διαμορφώνεται από ένα σύστημα διαφορικών - αλγεβρικών εξισώσεων:

$$x = f(x, y, p) \quad (\text{B.1})$$

$$0 = g(x, y, p)$$

όπου x οι μεταβλητές κατάστασης, y οι αλγεβρικές μεταβλητές, p οι ανεξάρτητες μεταβλητές, f οι διαφορικές εξισώσεις και g οι αλγεβρικές εξισώσεις. Το PSAT κάνει χρήση των (B.1) σε όλους τους αλγορίθμους που αναφέρθηκαν.

Οι αλγεβρικές εξισώσεις προκύπτουν από το άθροισμα όλων των εγχύσεων ενεργού και άεργου ισχύος σε κάθε ζυγό:

$$g(x, y, p) = \begin{bmatrix} g_p \\ g_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{pm} \\ g_{qm} \end{bmatrix} - \sum_{c \in C_m} \begin{bmatrix} g_{pc} \\ g_{qc} \end{bmatrix} \quad \forall m \in M \quad (\text{B.2})$$

όπου g_{pm} και g_{qm} οι ροές ισχύος στις γραμμές μεταφοράς, M το σύνολο των ζυγών του δικτύου, C_m και $[g_{pc}^T \ g_{qc}^T]^T$ το σύνολο και οι εγχύσεις ισχύος των στοιχείων του συστήματος που συνδέονται στο ζυγό αντίστοιχα.

Ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά του PSAT είναι πως κάθε στοιχείο ορίζεται ανεξάρτητα από το υπόλοιπο πρόγραμμα ως ένα σετ μη γραμμικών διαφορικών - αλγεβρικών εξισώσεων:

$$\dot{x}_c = f_c(x_c, y_c, p_c) \quad (\text{B.3})$$

$$P_c = g_{pc}(x_c, y_c, p_c)$$

$$Q_c = g_{qc}(x_c, y_c, p_c)$$

όπου x_c οι μεταβλητές κατάστασης του στοιχείου, y_c οι αλγεβρικές μεταβλητές, όπως η τάση V και η γωνία θ στους ζυγούς όπου συνδέεται το στοιχείο, και p_c οι ανεξάρτητες μεταβλητές.

Στη συνέχεια οι διαφορικές εξισώσεις της (B.1) διαμορφώνονται συνδέοντας αλυσιδωτά τις f_c κάθε στοιχείου του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Οι εξισώσεις (B.3) μαζί με τις ιακωβιανές μήτρες ορίζονται σε μία συνάρτηση που χρησιμοποιείται για στατική και δυναμική ανάλυση μέσω μίας δομής που περιέχει δεδομένα, παραμέτρους και πληροφορίες για την τοπολογία του δικτύου.

Οι εξής μέθοδοι παρέχονται από το PSAT για την επίλυση της μελέτης ρών φορτίου:

- Μέθοδος Newton – Raphson
- Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος
- Μοντέλο μελέτης ρών φορτίου με διανεμημένο ζυγό αναφοράς

Η βέλτιστη ροή φορτίου ορίζεται ως είναι μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς. Το PSAT χρησιμοποιεί τη μέθοδο εσωτερικού σημείου με μία μέθοδο πρόβλεψης – διόρθωσης Mehrotra για την επίλυση του προβλήματος.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Προσομοίωση Monte Carlo

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μία τεχνική που χρησιμοποιεί τυχαίους αριθμούς και πιθανότητες για την επίλυση προβλημάτων. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην επαναληπτική επίλυση ενός ντετερμινιστικού μοντέλου με χρήση τυχαίων αριθμών ως τιμές εισόδου. Χρησιμοποιείται συχνά σε μοντέλα σύνθετα, μη γραμμικά ή με αρκετές αβέβαιες παραμέτρους. Σε μία τυπική προσομοίωση μπορούν να γίνουν πάνω από 10000 επαναλήψεις, κάτι που μεταφράζεται σε μεγάλη υπολογιστική επιβάρυνση.

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μία από τις πολλές μεθόδους που υπάρχουν για την ανάλυση της διάδοσης της αβεβαιότητας, οι οποίες στοχεύουν στη διερεύνηση της επίδρασης που έχει μία τυχαία μεταβολή, η έλλειψη γνώσης ή ένα σφάλμα στην ευαισθησία, την απόδοση ή την αξιοπιστία ενός μοντελοποιημένου συστήματος. Εντάσσεται στην κατηγορία των μεθόδων δειγματοληψίας διότι οι τιμές εισόδου παράγονται τυχαία από κατανομές πιθανότητας ώστε να προσομοιωθεί η διαδικασία δειγματοληψίας ενός πραγματικού πληθυσμού. Ως εκ τούτου, επιδιώκεται η επιλογή μίας κατανομής των τιμών εισόδου όσο το δυνατόν πλησιέστερης στα υπάρχοντα δεδομένα ή αντιπροσωπευτικότερης της υπάρχουσας γνώσης. Τα δεδομένα που προκύπτουν από την προσομοίωση μπορούν να αντιπροσωπευθούν από κατανομές πιθανότητας ή ιστογράμματα.

Η προσομοίωση Monte Carlo αποτελείται από τα εξής πέντε βήματα:

- 1) Δημιουργία ενός παραμετρικού μοντέλου, $y=f(x_1, x_2, \dots, x_q)$

- 2) Παραγωγή τυχαίων τιμών εισόδου $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iq}$
- 3) Εκτίμηση των τιμών εξόδου του μοντέλου και αποθήκευση των αποτελεσμάτων y_i
- 4) Επανάληψη των βημάτων 2 και 3 για $i=1$ έως n
- 5) Ανάλυση των αποτελεσμάτων με χρήση ιστογραμμάτων, περιληπτικών στατιστικών, διαστημάτων εμπιστοσύνης κλπ.

Η παρουσίαση της προσομοίωσης Monte Carlo που ακολουθεί στηρίχθηκε στην αναφορά (22).

Γ.1 Τυχαίοι Αριθμοί και Τρόποι Παραγωγής τους

Γ.1.1 Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών

Κάθε προσέγγιση με τη χρήση της μεθόδου Monte-Carlo προϋποθέτει τη δημιουργία των κατάλληλων τιμών των τυχαίων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν, σε συμφωνία με την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής που προτείνεται για το μοντέλο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί συστηματικά για κάθε μεταβλητή που έχουμε, παράγοντας πρώτα ομοιόμορφα κατανομημένους τυχαίους αριθμούς στο διάστημα από 0 έως 1 και στη συνέχεια, μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών, να παράγεται το αντίστοιχο σύνολο τυχαίων αριθμών με τη δεδομένη συνάρτηση κατανομής. Τα κύρια βήματα της μεθόδου φαίνονται με τη βοήθεια του παραδείγματος:

Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση κατανομής $F_U(u)$ της τυποποιημένης ομοιόμορφης μεταβλητής u , η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$$F_U(u) = \begin{cases} 0 & \text{για } u < 0 \\ u & \text{για } 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & \text{για } u > 1 \end{cases}$$

και ότι αναζητείται η τιμή του x , έτσι ώστε $F_X(x) = u$. Η τιμή της μεταβλητής x βρίσκεται από τον υπολογισμό της αντίστροφης συνάρτησης:

$$x = F_X^{-1}(u) \quad (\Gamma.1)$$

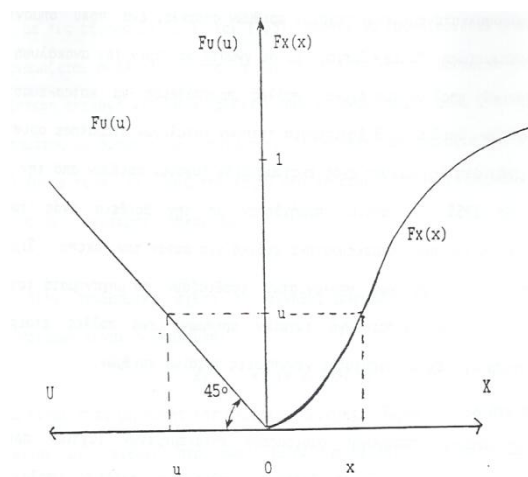
Εάν U είναι μία τιμή της U , η αντίστοιχη τιμή της X που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (Γ.1) θα έχει την αθροιστική πιθανότητα:

$$P(X \leq x) = P[F_X^{-1}(U) \leq x] = P[U \leq F_X(x)] = F_U[F_X(x)] = F_X(x) \quad (\Gamma.2)$$

που σημαίνει ότι εάν (u_1, u_2, \dots, u_n) είναι ένα σύνολο τιμών της U , το αντίστοιχο σύνολο τιμών που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (Γ.2) είναι:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (\Gamma.3)$$

και θα έχει την επιθυμητή συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$. Η σχέση μεταξύ των u και x φαίνεται γραφικά στο Σχήμα Γ.1.



Σχήμα Γ.1 Μέθοδος παραγωγής τυχαιών αριθμών

Γ.1.2 Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί

Όπως φαίνεται από τη συλλογιστική που οδήγησε στην εξίσωση (Γ.3), η παραγωγή ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών αποτελεί ένα πολύ σημαντικό βήμα στην προσομοίωση Monte – Carlo. Είναι γνωστό ότι πριν την ανακάλυψη των πρώτων ηλεκτρονικών υπολογιστών έγιναν πολλές προσπάθειες να κατασκευαστούν κατάλογοι τυχαίων αριθμών. Η δημιουργία τέτοιων καταλόγων σταμάτησε οριστικά μετά από τη μνημειώδη δημοσίευση ενός εκατομμυρίου τυχαίων αριθμών από την Rand Corporation το 1955, οι οποίοι παρήχθησαν με τη βοήθεια ενός τροχού ηλεκτρονικής ρουλέτας που κατασκευάστηκε ειδικά για αυτό το σκοπό. Σήμερα, οι κατασκευαστές ηλεκτρονικών υπολογιστών εφοδιάζουν τα μηχανήματά τους με εσωτερικές ρουτίνες για την παραγωγή τυχαίων αριθμών, ενώ πολλές εταιρείες αναπτύξεως λογισμικού έχουν αναπτύξει γεννήτριες τυχαίων αριθμών.

Όλες οι μέθοδοι παραγωγής ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών στηρίζονται σε υπολογισμούς με τη βοήθεια αναδρομικών σχέσεων υπολογισμού υπολοίπων (modulo m) που προκύπτουν από ένα γραμμικό μετασχηματισμό. Η εσωτερική παραγωγή αριθμών που χρησιμοποιείται περισσότερο σήμερα είναι η πολλαπλασιαστική μέθοδος σύγκλισης στην οποία τα υπόλοιπα διαδοχικών δυνάμεων ενός αριθμού x αποτελούν τους διαδοχικούς αριθμούς σε μία σειρά τυχαίων αριθμών, δηλαδή:

$$x_i = x^i \pmod{m} \quad (\Gamma.4)$$

Αυτή η μέθοδος είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε πολλούς υπολογιστές, διότι καταλήγει στην ύψωση ενός αριθμού σε μεγάλες δυνάμεις (π.χ. εάν χρειάζονται 100.000 τυχαίοι αριθμοί, ο τελευταίος θα υπολογιστεί ως $x^{100.000} \pmod{m}$). Όμως έχει αποδειχτεί ότι μία ισοδύναμη σχέση είναι η ακόλουθη:

$$x_i = \rho x_{i-1} \pmod{m} \quad (\Gamma.5)$$

όπου ρ μια σταθερά. Σε αυτήν την περίπτωση οι ζητούμενοι αριθμοί λαμβάνονται από τη σχέση:

$$u_i = x_i / m \quad (\Gamma.6)$$

Όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών όπως αυτή που ορίζεται με τις εξισώσεις (Γ.5) και (Γ.6), πρέπει να προσδιοριστεί η παράμετρος ρ που ονομάζεται πολλαπλασιαστής, η αρχική τιμή x_0 και το υπόλοιπο m . Σήμερα, η συνηθέστερη επιλογή για το m ορίζεται από τη σχέση $m = r^s$, όπου r είναι η βάση του συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιεί ο αντίστοιχος υπολογιστής (συνήθως 2, 10 ή 16) και s είναι το μήκος της λέξης που δέχεται ο υπολογιστής, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται ταχύτεροι υπολογισμοί.

Μία άλλη αναδρομική σχέση που συνήθως χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών είναι η ακόλουθη:

$$x_i = (\rho x_{i-1} + b) \pmod{m} \quad (\Gamma.7)$$

όπου b είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος αριθμός. Είναι φανερό ότι η εξίσωση (Γ.5) είναι μία ειδική περίπτωση αυτής της σχέσης, όταν $b = 0$. Σε δυαδικούς υπολογιστές έχουν χρησιμοποιηθεί οι τιμές $\rho = 129$, $b = 1$ και $m = 2^{35}$.

Στην πραγματικότητα, οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται με τις παραπάνω διαδικασίες, μπορούν να αναπαραχθούν ακριβώς οι ίδιοι και για το λόγο αυτό αποτελούν ένα αιτιοκρατικό σύνολο. Εάν εφαρμοστούν αυστηρά οι ορισμοί, τέτοιοι αριθμοί δεν είναι ακριβώς τυχαίοι και γι' αυτό το λόγο ονομάζονται ψευδό-τυχαίοι αριθμοί. Πάντως, αν και η παραπάνω διαδικασία είναι βέβαια αιτιοκρατική, μπορεί να αποδειχτεί ότι οι αριθμοί που παράγονται χρησιμοποιώντας μεγάλες τιμές του m παρουσιάζονται ομοιόμορφα κατανομημένοι και στατιστικά ανεξάρτητοι.

Γ.2 Ακρίβεια της Προσομοίωσης Monte Carlo

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια συνθετική διαδικασία δειγματοληψίας που πραγματοποιείται από ψηφιακό υπολογιστή. Σε οποιοδήποτε δειγματοληπτικό πείραμα, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται με τον αριθμό των δειγμάτων, επομένως η ακρίβεια της μεθόδου Monte Carlo θα εξαρτάται από τον αριθμό των προσομοιώσεων. Θεωρούμε λοιπόν, το συγκεκριμένο πρόβλημα υπολογισμού της μέσης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής Y . Υποθέτουμε ότι παρήγαμε n τιμές y_1, \dots, y_n της Y και υπολογίσαμε την μέση τιμή του δείγματος

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\Gamma.8)$$

Η μέση τιμή του δείγματος είναι μια τυχαία μεταβλητή και πρέπει η διακύμανσή της να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Η διασπορά της \bar{y} δίνεται ως εξής:

$$E\left[\left(\bar{y} - \mu_Y\right)^2\right] = \frac{\sigma_Y^2}{n} \quad (\Gamma.9)$$

όπου μ_Y και σ_Y είναι η μέση τιμή του πληθυσμού και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα.

Παρατηρούμε, ότι το σφάλμα στον υπολογισμό της μέσης τιμής είναι αντιστρόφως ανάλογο του \sqrt{n} , και για να βελτιώσουμε την εκτίμηση κατά ένα παράγοντα της τάξης του 2, θα πρέπει να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος κατά 4. Ο Shooman (1968) απέδειξε ότι στις μελέτες αξιοπιστίας των συστημάτων, ο απαιτούμενος αριθμός των προσομοιώσεων ώστε να επιτευχθεί ένας δεδομένος βαθμός ακρίβειας, είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του συστήματος, αλλά εξαρτάται από το βαθμό αξιοπιστίας του συστήματος που μελετάται. Προσεγγίζοντας την διωνυμική κατανομή με την κανονική, ανέπτυξε την ακόλουθη έκφραση για το εκατοστιαίο σφάλμα:

$$\pm \%error = 200 \sqrt{\frac{1-p_F}{np_F}} \quad (\Gamma.10)$$

όπου p_F είναι η υπολογισθείσα πιθανότητα σφάλματος και n το μέγεθος του δείγματος. Η εξίσωση (Γ.10) παρέχει μια κλίμακα όπου το ποσοστό του σφάλματος της πιθανότητας αποτυχίας, μπορεί να αναμένεται να βρεθεί στο 95% του χρόνου.

Ο Wang (1989) ερεύνησε την ακρίβεια της προσομοίωσης Monte Carlo για την εκτίμηση του μέσου χρόνου λειτουργίας των μονάδων παραγωγής. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ανωτέρω εκτιμήσεις μπορούν να προσεγγιστούν από κανονικές κατανομές, με τον συντελεστή διακύμανσης να προσεγγίζεται από τον ακόλουθο εμπειρικό τύπο:

$$\delta = 0.007p\sqrt{r} + 0.045 \quad (\Gamma.11)$$

όπου p η πιθανότητα σφάλματος σε μια μονάδα και r ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης (σε ώρες). Επίσης, απέδειξε, ότι τα προσεγγιστικά επιθυμητά όρια μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

Έστω : \bar{X} = η μέση τιμή των n μηνιαίως προσομοιωμένων χρόνων λειτουργίας

S = η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής

Τότε από την εξίσωση (Γ.11) έχουμε:

$$S = (\bar{X}/\sqrt{n})(0.07\sqrt{r} + 0.045) \quad (\Gamma.12)$$

Για ένα σταθμό παραγωγής με m ανεξάρτητες μονάδες, η μέση τιμή της παραγωγής του σταθμού είναι ίση με το άθροισμα όλων των μέσων τιμών όλων των μονάδων του σταθμού, η τυπική απόκλιση είναι ίση με την ρίζα του αθροίσματος των διασπορών, και το 90% των διαστημάτων εμπιστοσύνης του σταθμού παραγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (Γ.12).

Βιβλιογραφία

1. H. Chen, "Security Cost Analysis in Electricity Markets Based on Voltage Security Criteria and Web-based Implementation", PhD thesis, University of Waterloo, Waterloo, ON, Canada, 2002.
2. Ε. Λεκατσάς, "Οικονομική Ανάλυση Ηλεκτρικών Συστημάτων", Εκδόσεις Τεχνικού Επιμελητηρίου Ελλάδας, Αθήνα, 2000.
3. Hadi Saadat, "Power System Analysis", McGraw - Hill International Editions, Electrical Engineering Series, 1999.
4. Κ. Βουρνάς, Γ. Κονταξής, " Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας", Εκδόσεις Ε.Μ.Π, Αθήνα 2001.
5. Κ. Παπαδιάς, "Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας - Μόνιμη κατάσταση Λειτουργίας (Τόμος 1)", Εκδόσεις Ε.Μ.Π, Αθήνα 1985.
6. Ε. Μαριδάκη, "Επίλυση Βέλτιστης Ροής Φορτίου σε Σ.Η.Ε υπό τον Περιορισμό των Εκπομπών NOx με την Τεχνική του Διαδοχικού Γραμμικού Προγραμματισμού", Διπλωματική Εργασία, Αθήνα, 2008.
7. James A. Momoh, "Electric Power System Applications of Optimization".
8. Γ. Κονταξής, Ν. Χατζηαργυρίου, "Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας", ΕΜΠ, Αθήνα 2000.
9. Kankar Bhattacharya, Math H. J. Bollen, Jaap E. Daalder, "Operation of restructured power systems".
10. H. Wang, R. J. Thomas, "Towards Reliable Computation of Large-Scale Market-Based Optimal Power Flow", IEEE/Hawai International Conference on System Sciences, 2007.

11. M.Th. Schilling, A.M. Leite da Silva, and R. Billinton, "Bibliography on power system probabilistic analysis (1962-1988)," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 5, no. 1, Feb. 1990, pp. 1-11.
12. G.L. Vivian and G.T. Heydt, "Stochastic energy dispatch," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 100, no. 7, 1981, pp. 3221-3227.
13. M.E. El-Hawary and G.A.N. Mbamalu, "A comparison of probabilistic perturbation and deterministic based optimal power flow solutions," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, no. 3, Aug 1991, pp. 1099-1105. .
14. M. Madrigal, K. Ponnambalam, and V.H. Quintana, "Probabilistic optimal power flow" In Proceedings of the 1998 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, pp. 385-388, Waterloo, Ontario, May 1998. .
15. A. Schellenberg, W. Rosehart, and J. Aguado, "Cumulant-based probabilistic optimal power flow (P-OPF) with Gaussian and gamma distributions," IEEE Trans. Power Systems, vol. 20, no. 2, May 2005, pp. 773-781. .
16. A. Schellenberg, W. Rosehart, and J. Aguado, "Cumulant based probabilistic optimal power flow (P-OPF)". In Proceedings of the 2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, pp. 506-511, Sept 2004. .
17. E. Rosenblueth, "Point estimation for probability moments," Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, vol. 72, no. 10, Oct 1975, pp. 3812-3814.
18. E. Rosenblueth, "Two-point estimates in probability," Applied Mathematical Modelling, vol. 5, no. 5, Oct 1975, pp. 329-335.
19. H. P. Hong, "An efficient point estimate method for probabilistic analysis," Reliability Engineering and System Safety, vol. 59, 1998, pp.261-267.

20. M. E. Harr, "Reliability-Based Design in Civil Engineering". New York: McGraw-Hill, 1987.
21. F. Milano, "An Open Source Power System Analysis Toolbox ," IEEE Trans. Power Systems, vol. 20, no. 3, Aug 2005, pp. 1199–1206.
22. Ε. Διαλυνάς, Καθηγητής Ε.Μ.Π., "Προσομοίωση Monte-Carlo", Αθήνα, Οκτώβριος 1996.