



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Πιθανοτική Ροή Φορτίου με τη Μέθοδο Εκτίμησης Δύο Σημείων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεοδώρα-Έλλη Σταμάτη

Επιβλέπων: Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ανέστης Αναστασιάδης
Υ.Δ. Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2009



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Πιθανοτική Ροή Φορτίου με τη Μέθοδο Εκτίμησης Δύο Σημείων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεοδώρα Έλλη Σταμάτη

Επιβλέπων: Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

.....
Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Σταύρος Παπαθανασίου
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Σταυρούλα Καβατζά
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

.....

ΘΕΟΔΩΡΑ-ΕΛΛΗ ΣΤΑΜΑΤΗ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Θεοδώρα- Έλλη Σταμάτη, 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συνγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα στοιχεία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα. Η παραγόμενη ισχύς από τις μονάδες παραγωγής, η ζήτηση φορτίου, οι παράμετροι των γραμμών μεταφοράς όπως επίσης και η τοπολογία του δικτύου είναι τυχαίες μεταβλητές. Στις μέρες μας, όπου τα περιβαλλοντικά θέματα βρίσκονται στο προσκήνιο και επιτάσσουν την παραγωγή ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές, η αβεβαιότητα που διέπει την παραγόμενη “πράσινη” ενέργεια μεγαλώνει ακόμα περισσότερο. Η πιθανοτική προσέγγιση της ανάλυσης ροών φορτίου αποτελεί, λοιπόν, επιτακτική ανάγκη για τον σωστό σχεδιασμό των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας όσο και για την ασφαλή και παράλληλα οικονομική τους λειτουργία.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη μίας νέας μεθόδου πιθανοτικής ανάλυσης της ροής φορτίου. Πρόκειται για τη Μέθοδο Εκτίμησης Σημείων και συγκεκριμένα μελετάται λεπτομερώς η Μέθοδος Εκτίμησης Δύο Σημείων. Με βάση αυτή τη μέθοδο, η συμπεριφορά κάθε αβέβαιης παραμέτρου ενός συστήματος εκτιμάται μέσω δύο σημείων και των αντίστοιχων πιθανοτήτων εμφάνισής τους. Για να υπολογιστούν τα σημεία αυτά απαιτείται αποκλειστικά και μόνο να γνωρίζουμε τις ροπές των τριών πρώτων τάξεων της εκάστοτε κατανομής. Με τη συγκεκριμένη μέθοδο μπορούν να υπολογιστούν οι ροπές των ζητούμενων μεγεθών μέσω απλών αριθμητικών πράξεων και έτσι μπορούμε εύκολα και γρήγορα να βγάλουμε συμπεράσματα για τη λειτουργία του μελετώμενου συστήματος.

Η συμπεριφορά της Μεθόδου Εκτίμησης 2 σημείων εξετάζεται σε δύο ξεχωριστά δίκτυα. Αρχικά, στο δίκτυο 6 ζυγών της IEEE και στη συνέχεια σε ένα περισσότερο σύνθετο δίκτυο 26 ζυγών στο οποίο εκτός από συμβατικές μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, λειτουργούν και κάποια αιολικά πάρκα, ένας φωτοβολταϊκός σταθμός καθώς κι ένας σταθμός συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού. Η προτεινόμενη μέθοδος συγκρίνεται με την πιο ακριβή μέθοδο Monte Carlo. Οι υπολογιστικές διαδικασίες που απαιτούνται υλοποιούνται σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.

Λέξεις – Κλειδιά: Πιθανοτική Ροή φορτίου, Μέθοδος Εκτίμηση Σημείων, αβεβαιότητα στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, σχεδιασμός συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας

ABSTRACT

The components of a power system are characterized by uncertainty. The generation power injections, the load, the parameters of transmission lines as well as the topology of the network are random variables. Nowadays, where environmental issues are at the forefront, the production of energy from renewable sources (RES) has become very popular. Therefore, the uncertainty that characterizes the generating power is even bigger. As a result, the probabilistic approach to load flow analysis is imperative for proper planning and also for safer and more economic operation of the electric power systems.

The purpose of this thesis is to study a new method of load flow probabilistic analysis. The proposed method is a Point Estimate Method (PEM) which replaces the probability density function of each random variable with m estimating points. This thesis is focused basically in the analysis of the 2 Point Estimate Method, where in order to calculate the statistical moments of load-flow solution distributions, two probability concentrations of each random variable are used, calculated by matching the first three moments.

The performance of the 2 Point Estimate Method was tested on two systems. Initially, the proposed method was tested on the 6 bus network of IEEE and afterwards on a more complex network of 26 buses, in which apart from conventional power plants, there were included three wind farms, one photovoltaic park and a combined heat and power plant. The proposed method is verified and compared with the results obtained by Monte Carlo simulation technique. The computational procedure required was implemented in Matlab.

Keywords: Probabilistic load flow, point estimate method, uncertainty in power systems, renewable energy, electric power systems planning

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2008-2009 στον τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ.

Αντικείμενο της εργασίας είναι η μελέτη της πιθανοτικής ροής φορτίου με μία νέα μέθοδο επονομαζόμενη Μέθοδο Εκτίμησης Σημείων. Συγκεκριμένα η οργάνωση του κειμένου έχει ως εξής:

Στο κεφάλαιο 1 γίνεται μία σύντομη περιγραφή των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και των υποσυστημάτων στα οποία αυτά χωρίζονται, καθώς και τα βασικά μεγέθη που τα χαρακτηρίζουν.

Στο κεφάλαιο 2 περιγράφεται το πρόβλημα της ροής φορτίου ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας και παρουσιάζονται δύο επαναληπτικές μέθοδοι επίλυσής του, η μέθοδος Gauss-Seidel και η Newton-Raphson.

Στο κεφάλαιο 3 αναλύεται η έννοια της πιθανοτικής ροής φορτίου, οι λόγοι που οδηγούν στην ανάγκη πιθανοτικής προσέγγισης του συγκεκριμένου προβλήματος και διατυπώνεται μαθηματικά το πρόβλημα. Παρουσιάζονται, ακόμα, και οι μέθοδοι της γραμμικοποίησης και πολυγραμμικοποίησης που χρησιμοποιούνται συχνά.

Στο κεφάλαιο 4 περιγράφεται σύντομα η διαδικασία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από αιολική και ηλιακή, καθώς και η λειτουργία σταθμών συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού. Επίσης, για καθεμία από τις προαναφερθείσες τεχνολογίες, παρουσιάζονται οι κατανομές της εκάστοτε παραγόμενης ισχύος.

Στο κεφάλαιο 5 γίνεται εκτενής παρουσίαση της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείων και περιγράφεται η προσαρμογή της μεθόδου για την επίλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου.

Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της Μεθόδου Εκτίμησης Δύο Σημείων στο δίκτυο 6 Ζυγών της IEEE και η σύγκρισή τους με αυτά της μεθόδου Monte Carlo .

Στο κεφάλαιο 7 εφαρμόζεται η Μέθοδος Εκτίμησης 2 Σημείων σε δίκτυο 26 ζυγών το οποίο περιλαμβάνει και ανανεώσιμες πηγές ενέργειας.

Τέλος, στο κεφάλαιο 8 συνοψίζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα, παρουσιάζονται κάποια συμπεράσματα και προτείνονται επεκτάσεις του αντικειμένου της συγκεκριμένης εργασίας.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω από τη θέση αυτή τον Καθηγητή κ. Νικόλαο Χατζηαργυρίου για την ανάθεση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Ακόμα, ευχαριστώ θερμά τον Ανέστη Αναστασιάδη για τη συνεχή του καθοδήγηση και τις κατευθυντήριες συμβουλές του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Αθήνα, Οκτώβριος 2009

Θεοδώρα- Έλλη Σταμάτη

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο	1
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	1
1.1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ	1
1.2 ΖΗΤΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	1
1.3 ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	1
1.3.1 Σύστημα Παραγωγής.....	3
1.3.2 Σύστημα Διασύνδεσης και Μεταφοράς.....	4
1.3.3 Σύστημα Διανομής	4
1.4 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ.....	4
1.5 ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ.....	4
1.5.1 Ροή Ισχύος και Ενέργειας.....	5
1.5.2 Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας	5
1.5.3 Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος.....	5
1.5.4 Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος.....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο	7
ΜΕΛΕΤΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	7
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
2.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ	8
2.2.1 Μεταβλητές του συστήματος	8
2.2.2 Θέση του προβλήματος	8
2.2.3 Εξισώσεις ροών φορτίου	9
2.3 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	11
2.3.1 Μέθοδος Gauss-Seidel	11
2.3.2 Μέθοδος Newton-Raphson.....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο	17
ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ	17
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	17
3.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	19
3.3 ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ	20
3.4 ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ	23

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο	29
ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΑΠΟ Α.Π.Ε.	29
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	29
4.2 ΑΙΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ.....	30
4.3 ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	39
4.4 ΣΤΑΘΜΟΙ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ-ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ	41
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο	45
ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ	45
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	45
5.2 ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΙΔΕΑΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ	46
5.3 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ	47
5.3.1 Συναρτήσεις μίας μεταβλητής	47
5.3.2 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	49
5.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	53
5.5 ΣΥΝΟΨΗ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΑΚΑΣΙΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ	55
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο	57
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ	57
6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	57
6.2 ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ	57
6.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΣΗΜΕΙΩΝ	59
6.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ MONTE CARLO	61
6.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ	65
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο	71
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΜΕ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗ ΑΝΑΝΕΩΣΙΜΩΝ ΠΗΓΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	71
7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	71
7.2 ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ	72
7.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ MONTE CARLO ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΧΩΡΙΣ ΑΠΕ	75
7.4 ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΑΠΕ ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ	77
7.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΣΗΜΕΙΩΝ	81

7.6 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΟΝΤΕ CARLO	83
7.7 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ	88
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8^ο.....	93
ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	93
8.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	93
8.2 ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ	94
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	95
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	97
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ.....	97
A.1 ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	97
A.2 ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	98
A.3 ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ.....	100
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	103
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕ CARLO	103
B.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	103
B.2 ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ	103
B.2.1 Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών	103
B.2.2 Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί	105
B.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΜΟΝΤΕ CARLO.....	106

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1- Βασική Δομή Σ.Η.Ε.	3
Σχήμα 2.1- Ζυγός ενός Σ.Η.Ε.	8
Σχήμα 2.2-Τυπικό κομμάτι δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας	9
Σχήμα 3.1- Σύνθεση τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας	27
Σχήμα 4.1-Μορφή κατανομής Weibull για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου μορφής k. Παράμετρος κλίμακας $c=10\text{m/s}$	32
Σχήμα 4.2- Μορφή κατανομής Weibull για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου κλίμακας c. Παράμετρος μορφής $k =2$ (κατανομή Rayleigh)	33
Σχήμα 4.3-Παραγωγή της ανεμογεννήτριας συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου x.	34
Σχήμα 4.4-Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της παραγωγής από ανεμογεννήτρια	37
Σχήμα 4. 5-Σύνθεση Φ/Β συλλεκτών	40
Σχήμα 4. 6-Ισοδύναμο κύκλωμα ενός φωτιζόμενου ηλιακού στοιχείου	40
Σχήμα 4.7-Τυπικές μορφές διακύμανσης της ηλιακής ακτινοβολίας σε 4 χαρακτηριστικές ημέρες	41
Σχήμα 4.8-Περιοχή λειτουργία των μονάδων παραγωγής ενέργειας	43
Σχήμα 4.9 – Ζήτηση Ημερήσιου θερμικού φορτίου, Καθημερινές.....	44
Σχήμα 4.10 -Ζήτηση Ημερήσιου θερμικού φορτίου, Σαββατοκύριακα	44
Σχήμα 5.1-Βασική ιδέα της Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων.....	46
Σχήμα 5.2-Διάγραμμα Ροής Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων.....	56
Σχήμα 6.1-Δίκτυο 6 Ζυγών IEEE	58
Σχήμα 6.2-Τάση στον Ζυγό 6	63
Σχήμα 6.3- Γωνία του Ζυγού 6	63
Σχήμα 6.4-Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή 1-5.....	64
Σχήμα 6.5-Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή 6-5.....	64
Σχήμα 6.6-Απώλειες της γραμμής 6-5.....	65
Σχήμα 6.7- Τάση Ζυγού 6 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Ε.Σ.	67
Σχήμα 6.8- Τάση Ζυγού 6 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Σ.....	67
Σχήμα 6.9- Ροή Ισχύος στη Γραμμή1-5 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Ε.Σ.....	67

Σχήμα 6.10- Ροή Ισχύος στη Γραμμή 1-5 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής – M.C.	67
Σχήμα 6.11-Ανάλυση Ευαισθησίας ως προς την αβεβαιότητα στις εγχύσεις ισχύος..68	
Σχήμα 6.12-Ανάλυση Ευαισθησίας ως προς την αβεβαιότητα στις παραμέτρους των γραμμών.....	69
Σχήμα 7.1 -Τοπολογία συστήματος 26 ζυγών	72
Σχήμα 7.2-Δίκτυο 26 ζυγών με ΑΠΕ.....	77
Σχήμα 7.3 Κατανομή της ταχύτητας του ανέμου	78
Σχήμα 7.4-- Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας για το Α/Π 1, Α/Π 2 και Α/Π 3 (περίπτωση 1).....	79
Σχήμα 7.5- Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας για το Α/Π 1, Α/Π 2 και Α/Π 3 (περίπτωση 2).....	80
Σχήμα 7.6 Χαρακτηριστική καμπύλη P-Q της μονάδας CHP.....	80
Σχήμα 7.7-Τάση Ζυγού 12 (περίπτωση 1).....	85
Σχήμα 7.8- Γωνία Ζυγού 12 (περίπτωση 1).....	85
Σχήμα 7.9-Ροή ενεργού ισχύος 12-15 (περίπτωση 1).....	86
Σχήμα 7.10-Ροή ενεργού ισχύος 16-17 (περίπτωση 1).....	86
Σχήμα 7.11-Ροή ενεργού ισχύος 4-12 (περίπτωση 1)	86
Σχήμα 7.12- Τάση Ζυγού 12 (περίπτωση 2).....	88
Σχήμα 7.13-Ροή ενεργού ισχύος 4-12 (περίπτωση 2).....	88
Σχήμα 7.14-Τάση Ζυγού 12 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)-M.E.Σ	90
Σχήμα 7.15-Τάση Ζυγού 12 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)-M.C	91
Σχήμα A.1- Κανονική Κατανομή	100
Σχήμα A.2- Κατανομή Weibull	101
Σχήμα A.3- Ομοιόμορφη Κατανομή	101
Σχήμα B.1-Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών.....	104

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 6.1- Κατανομές των εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς - Κανονική κατανομή	58
Πίνακας 6.2 -Κατανομές των εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς - Διακριτή κατανομή..	58
Πίνακας 6.3- Κατανομές για τις παραμέτρους των γραμμών.....	59
Πίνακας 6.4-Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς	59
Πίνακας 6.5- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές.....	60
Πίνακας 6.6- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές.....	60
Πίνακας 6.7-Ροπές της κατανομής της ενεργού ισχύος στη γραμμή 6-5	61
Πίνακας 6.8-Ροπές της κατανομής της ενεργού ισχύος στη γραμμή 1-5	61
Πίνακας 6.9 - Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς	62
Πίνακας 6.10- Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές.....	63
Πίνακας 6.11- Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές	64
Πίνακας 6.12-Σφάλματα των μεθόδων	66
Πίνακας 6.13- Σφάλματα της Μ.Ε.Σ. με αυξανόμενη αβεβαιότητα στις εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς.....	68
Πίνακας 6. 14-Σφάλματα για διάφορες τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας των εγκάρσιων αγωγιμοτήτων	69
Πίνακας 7.1: Κατανομές των φορτίων του συστήματος 26 ζυγών.....	73
Πίνακας 7.2 : Κατανομές της παραγόμενης ενεργού ισχύος από συμβατικές μονάδες	74
Πίνακας 7.3: Παράμετροι των γραμμών μεταφοράς	75
Πίνακας 7.4 - Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς	76
Πίνακας 7.5- Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές.....	76
Πίνακας 7.6- Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές	76
Πίνακας 7.7- Κατανομές παραγόμενης ισχύος από ΑΠΕ.....	81
Πίνακας 7.8-Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (1)	81
Πίνακας 7.9- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (1).....	82
Πίνακας 7.10- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (1)	82
Πίνακας 7.11-Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (2)	82
Πίνακας 7.12- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (2).....	83
Πίνακας 7.13- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (2)	83
Πίνακας 7.14 - Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (1)	84
Πίνακας 7.15- Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (1).....	84

Πίνακας 7.16- Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (1)	85
Πίνακας 7.17-Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (2)	87
Πίνακας 7.18- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (2).....	87
Πίνακας 7.19- Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (2)	87
Πίνακας 7.20-Σφάλματα (περίπτωση 1)	89
Πίνακας 7.21-Σφάλματα (περίπτωση 2)	89

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

1.1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Η ηλεκτρική ενέργεια είναι μια μορφή ενέργειας, η οποία συνδέεται με την παρουσία ή την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Είναι μια πολύ χρήσιμη μορφή ενέργειας, γιατί μπορεί εύκολα να μετατραπεί σε άλλες μορφές. Μερικά από τα πλεονεκτήματά της είναι τα εξής:

- Είναι «καθαρή» στη χρήση της.
- Είναι διαθέσιμη όποτε ζητηθεί.
- Μεταφέρεται εύκολα και αποδοτικά.

Τα πλεονεκτήματα αυτά που παρουσιάζει η ηλεκτρική ενέργεια είχαν ως αποτέλεσμα τη συνεχώς αυξανόμενη διείσδυσή της στην κάλυψη των αναγκών της ανθρώπινης κοινωνίας και ιδιαίτερα των αστικών αναγκών.

1.2 ΖΗΤΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Χαρακτηριστικά γνωρίσματα της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας από ένα καταναλωτή είναι η μέγιστη ζήτηση ηλεκτρικής ισχύος, η οποία λέγεται και μέγιστο φορτίο (μονάδα μέτρησης το kW), η συνολική κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας (μονάδα μέτρησης η kWh) και η μορφή της καμπύλης ζήτησης του καταναλωτή κατά τη διάρκεια της ημέρας.

Το φορτίο των καταναλωτών, δηλαδή το συγκρότημα των συσκευών που τροφοδοτούνται με ηλεκτρική ενέργεια από το σύστημα ποικίλλει πολύ. Τα διάφορα φορτία μπορούν να καταταγούν κατηγορίες όπως κινητήρες (πάσης φύσεως και τύπου), συσκευές θέρμανσεως, ηλεκτρικές συσκευές και φωτιστικά σώματα. Η κατανομή του οικιακού φορτίου κατά τη διάρκεια του 24ώρου, εξαρτάται από την περίοδο του έτους, την ημέρα της εβδομάδας, υπάρχει για παράδειγμα διαφορά μεταξύ εργάσιμης ημέρας και σαββατοκύριακου, και από άλλους κοινωνικούς και οικονομικούς παράγοντες. Αντίστοιχοι παράγοντες επηρεάζουν και τη διαμόρφωση του εμπορικού φορτίου, δηλαδή του φορτίου των γραφείων και καταστημάτων καθώς και τη διαμόρφωση του βιομηχανικού φορτίου, στις βιομηχανικές περιοχές.

1.3 ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) είναι το σύνολο των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας σε εξυπηρετούμενες περιοχές κατανάλωσης. Βασικές προϋποθέσεις καλής λειτουργίας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) είναι να παρέχει ηλεκτρική ενέργεια

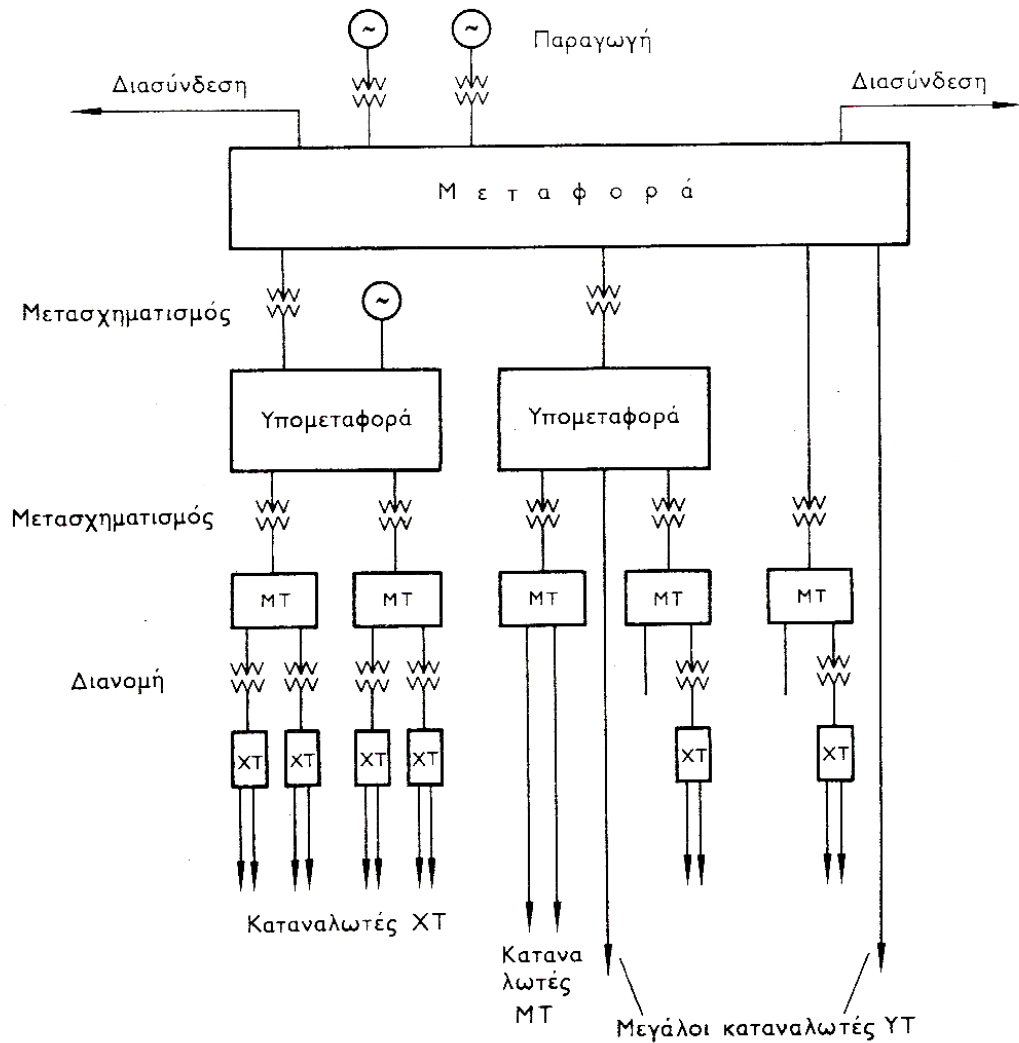
οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση, η οποία μεταβάλλεται συνεχώς με το χρόνο, με το ελάχιστο δυνατό κόστος και τις ελάχιστες οικολογικές επιπτώσεις, εξασφαλίζοντας σταθερή συχνότητα, σταθερή τάση και υψηλή αξιοπιστία τροφοδοτήσεως

Η δομή του συστήματος έχει πρωτεύουσα σημασία για τη γεωγραφική διαθεσιμότητα της ηλεκτρικής ενέργειας. Η ιδιότητα, η οποία χαρακτηρίζει τη δομή του συστήματος περισσότερο από κάθε άλλη είναι το μέγεθος του συστήματος. Η δομή και η σύνθεση του συστήματος εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από το μέγεθος του. Οποσδήποτε όμως ακόμη και το μικρότερο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι ένα ηλεκτρικό δίκτυο πολύπλοκο.

Δεδομένου ότι η εξυπηρέτηση των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ενός συνόλου καταναλωτών προϋποθέτει τις διακεκριμένες φάσεις της παραγωγής, της μεταφοράς και της διανομής, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι δυνατόν να διακριθούν τα εξής ειδικότερα συστήματα: το «Σύστημα Παραγωγής», το «Σύστημα Διασυνδέσεως και Μεταφοράς» και το «Σύστημα Διανομής». Το Σύστημα Παραγωγής περιλαμβάνει τους σταθμούς παραγωγής, όπου παράγεται το ηλεκτρικό ρεύμα, μαζί με τους υποσταθμούς ανυψώσεως της τάσης για τη μεταφορά του υπό υψηλή τάση. Το Σύστημα Μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξεως των δικτύων αυτών, τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων τάσεων του δικτύου, και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσεως σε μέση τάση προς τροφοδότηση των δικτύων διανομής. Με το σύστημα μεταφοράς, η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής προς τις περιοχές καταναλώσεως. Το Σύστημα Διανομής περιλαμβάνει τα δίκτυα διανομής μέσης και χαμηλής τάσεως – μερικές φορές όμως και υψηλής τάσεως – στα οποία δίκτυα υπάγονται και οι υποσταθμοί διανομής μέσω των οποίων η μέση τάση υποβιβάζεται σε χαμηλή τάση. Με τα δίκτυα διανομής η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στις μικρότερες περιοχές φορτίου, και παρέχεται στους καταναλωτές μέσης κι χαμηλής τάσης.

Ένα σύστημα παραγωγής και μεταφοράς μπορεί να λειτουργεί μεμονωμένο ή διασυνδεδεμένο με ένα ή περισσότερα άλλα γειτονικά συστήματα. Η διασύνδεση γίνεται συνήθως σε επίπεδο εθνικών συστημάτων, και προσφέρει ορισμένα τεχνικά και οικονομικά πλεονεκτήματα στη λειτουργία του κάθε συστήματος.

Η βασική δομή του συστήματος παριστάνεται στο Σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1- Βασική Δομή Σ.Η.Ε.

1.3.1 Σύστημα Παραγωγής

Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ονομάζεται η διαδικασία που απαιτείται για την μετατροπή μιας μορφής πρωτογενούς ενέργειας σε ηλεκτρική. Σήμερα χρησιμοποιείται κυρίως η μετατροπή κάποιας άλλης μορφής πρώτα σε μηχανική (κινητήριες μηχανές, στρόβιλοι) και στη συνέχεια σε ηλεκτρική μέσω των γεννητριών. Το σύνολο της ηλεκτρικής ενέργειας που παρέχεται στον καταναλωτή σήμερα προέρχεται κυρίως από θερμοηλεκτρικούς σταθμούς με την καύση ορυκτών καυσίμων (άνθρακας, λιγνίτης, πετρέλαιο, φυσικό αέριο), από υδροηλεκτρικούς σταθμούς με τη ροή ή την πτώση των υδάτων, από πυρηνικούς σταθμούς με την πυρηνική σχάση και τα τελευταία χρόνια με μεγαλύτερη ένταση από σταθμούς ανανεώσιμων πηγών ενέργειας όπως είναι ο άνεμος (αιολική ενέργεια), τα θαλάσσια κύματα, η ηλιακή ενέργεια, η γεωθερμία, η βιομάζα κ.λπ.

1.3.2 Σύστημα Διασύνδεσης και Μεταφοράς

Μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας εννοούμε το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από την έξοδο των σταθμών παραγωγής μέχρι τους υποσταθμούς που τροφοδοτούν τα μεγάλα κέντρα κατανάλωσης και απ' όπου ξεκινούν τα δίκτυα διανομής. Επίσης τροφοδοτούν τους μεγάλους καταναλωτές υψηλής τάσης, που κατασκευάζουν δικό τους υποσταθμό υποβιβασμό υψηλής σε μέση τάση και εσωτερικά δίκτυα μέσης και χαμηλής τάσης, και είναι κυρίως μεγάλες βιομηχανικές εγκαταστάσεις με εγκατεστημένη ισχύ πάνω των 10MW.

Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξης των δικτύων αυτών και τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων επιπέδων τάσεως που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς. Με το σύστημα μεταφοράς η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής προς τις περιοχές κατανάλωσης.

1.3.3 Σύστημα Διανομής

Με τον όρο διανομής ηλεκτρικής ενέργειας εννοούμε το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου με τις οποίες η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στους καταναλωτές. Τα δίκτυα διανομής περιλαμβάνουν τις γραμμές ηλεκτρικής ενέργειας, μέσω των οποίων αυτή φτάνει έως τους καταναλωτές και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσης, οι οποίοι τις συνδέουν με το σύστημα μεταφοράς.

Τα δίκτυα διανομής φθάνουν μέχρι το μετρητή της παρεχόμενης στον καταναλωτή ενέργειας. μετά τον μετρητή αρχίζει η εσωτερική εγκατάσταση, που περιλαμβάνει τα εσωτερικά δίκτυα διανομής και τις συσκευές κατανάλωσης.

1.4 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Τρία γενικά, αλλά βασικά, χαρακτηριστικά σχεδιάσεως και αναφοράς ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι η *Τάση*, η *Ισχύς Βραχυκυκλώσεως* και η *Στάθμη Μονώσεως* αυτού. Τάση του δικτύου είναι η μέγιστη τάση λειτουργίας των ηλεκτρικών γραμμών. Ισχύς βραχυκυκλώσεως του δικτύου είναι η συμβατική ισχύς που αντιστοιχεί στη μέγιστη ισχύ, η οποία αποδίδεται στο δίκτυο σε περίπτωση τριφασικού βραχυκυκλώματος μέσα σε αυτό. Η στάθμη μονώσεως του δικτύου αναφέρεται συνήθως στην τιμή της κρουστικής αντοχής αυτού, δηλαδή της διηλεκτρικής αντοχής της μονώσεως του εξοπλισμού των υποσταθμών σε κρουστικές υπερτάσεις τυποποιημένης μορφής.

1.5 ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

Η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας πρέπει να είναι καλή και ασφαλής, οι δύο δε αυτές έννοιες χαρακτηρίζουν τις κανονικές συνθήκες λειτουργίας

του δικτύου. Ο όρος καλή λειτουργία αφορά περισσότερο τους καταναλωτές, ο δε όρος ασφαλής το σύστημα. Η ηλεκτρική ενέργεια παρέχεται από το ηλεκτρικό σύστημα στους καταναλωτές υπό ορισμένη τάση, της οποίας η τιμή πρέπει να τηρείται μέσα σε προκαθορισμένα συμβατικά όρια. Τα παραδεκτά όρια διακυμάνσεως της παρεχόμενης τάσης στην περιοχή του καταναλωτή είναι $\pm 5\%$. Ως καλή λειτουργία του δικτύου, θεωρείται εκείνη κατά την οποία η παροχή προς τους καταναλωτές είναι απρόσκοπτη και η τάση τροφοδοτήσεως τηρείται μέσα στα συμβατικά όρια. Κατά τη λειτουργία του συστήματος οι εγκαταστάσεις του υφίστανται διηλεκτρικές, θερμικές και δυναμικές καταπονήσεις. Η ασφαλής λειτουργία απαιτεί, να μπορούν οι εγκαταστάσεις και ο εξοπλισμός του όλου συστήματος να υφίστανται ακίνδυνα τις ανωτέρω λειτουργικές καταπονήσεις, και οι τελευταίες να τηρούνται μέσα στα προκαθορισμένα για την ασφάλεια του δικτύου όρια.

1.5.1 Ροή Ισχύος και Ενέργειας

Η ισχύς αποτελεί βασικό μέτρο, το οποίο είναι φυσικό σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας να χαρακτηρίζει το μέγεθος και την ικανότητα, τόσο του συστήματος ολόκληρου, όσο και κάθε στοιχείου της εγκαταστάσεως αυτού, όπως επίσης και του καταναλωτή. Η ηλεκτρική ισχύς ισούται γενικώς με το γινόμενο της τάσεως και του ρεύματος. Ενώ όμως στο συνεχές ρεύμα η ισχύς είναι μια και σχετίζεται με την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, η ύπαρξη αυτεπαγωγών και χωρητικοτήτων σε ένα ηλεκτρικό σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος δημιουργεί δύο μορφές ισχύος, την ενεργό ή πραγματική ισχύ και την άεργο ισχύ ή ισχύ αντιδράσεως.

1.5.2 Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας

Τα όρια διακυμάνσεως της συχνότητας πρέπει να είναι πολύ στενά, για διάφορους ειδικούς λόγους, όπως είναι η σημασία της σταθερής ταχύτητας των κινητήρων και των ωρολογιακών μηχανισμών, καθώς και για γενικότερους λόγους όπως ο έλεγχος της όλης λειτουργίας του συστήματος. Ο τελευταίος λόγος είναι και ο σοβαρότερος όλων. Ασυνήθιστες αποκλίσεις της συχνότητας δείχνουν ότι κάποια ανωμαλία συμβαίνει στο σύστημα. Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η σταθερότητα της συχνότητας διατηρείται υπό κανονικές συνθήκες μέσα σε $\pm 0,05 \text{ Hz}$.

1.5.3 Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος

Συναφής με την ισορροπία φορτίου – συχνότητας είναι η έννοια της ευστάθειας του συστήματος. Η ευστάθεια είναι μία βασική ιδιότητα, η οποία πρέπει να διέπει τη λειτουργία ενός συστήματος παραγωγής και μεταφοράς και η οποία αποκτά τόσο μεγαλύτερη σπουδαιότητα, όσο πιο εκτεταμένο είναι το σύστημα, ή

όσες περισσότερες διασυνδέσεις με γειτονικά συστήματα έχει. Το σύστημα χαρακτηρίζεται σαν ευσταθές, όταν, υφιστάμενο, ενώ λειτουργεί σε ορισμένη μόνιμη κατάσταση, μία διαταραχή από οποιαδήποτε αιτία τείνει να επανέλθει σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, είτε την αρχική, είτε άλλη. Αντίθετα, εάν αυτό τείνει να μην επανέλθει πλέον σε κατάσταση μόνιμης λειτουργίας χαρακτηρίζεται σαν ασταθές. Μόνιμη κατάσταση λειτουργίας χαρακτηρίζεται η συνήθης κατάσταση λειτουργίας του συστήματος, κατά την οποία αυτό εκτελεί τον προορισμό του, δηλαδή παράγει, μεταφέρει και διανέμει σε κάθε στιγμή τη ζητούμενη κατά την ίδια στιγμή από την κατανάλωση ισχύ.

1.5.4 Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος

Όπως η σταθερότητα της συχνότητας εξασφαλίζει ότι υπάρχει ισορροπία της ενεργού ισχύος στο σύστημα, έτσι και σταθερές τάσεις ζυγών εξασφαλίζουν ισορροπία μεταξύ παραγόμενης και καταναλισκόμενης άεργου ισχύος.

Έτσι, για να διατηρηθεί το μέγεθος της τάσης σταθερό σε κάθε ζυγό θα πρέπει οι μεταβολές της άεργου ισχύος να αντισταθμίζονται τοπικά ώστε να μην απαιτείται μεταφορά άεργου ισχύος από τη γραμμή και συνεπώς επίδραση της τάσεως. Η τοπική παραγωγή άεργου ισχύος επιτυγχάνεται με στατούς πυκνωτές και σύγχρονους πυκνωτές εν παραλλήλω. Αυτή χρειάζεται επειδή τα φορτία είναι επαγωγικά και υπάρχει η τάση όταν αυξάνουν τα φορτία να πέφτει η τάση των ζυγών. Το αντίθετο συμβαίνει όταν ελαττώνονται τα φορτία π.χ. την νύχτα. Στην περίπτωση αυτή πολλές φορές χρειάζεται αντιστάθμιση των γραμμών με εγκάρσια πηνία. Τέλος, η διατήρηση της τάσεως επιτυγχάνεται, εκτός από τα παραπάνω, με ρύθμιση της στα συστήματα διεγέρσεως των γεννητριών και στους μετασχηματιστές ανυψώσεως και υποβιβασμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΜΕΛΕΤΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση ροών φορτίου συνίσταται στον υπολογισμό των τάσεων κατά μέτρο και γωνία σε όλους τους ζυγούς, καθώς και των ροών ενεργού και άεργου ισχύος σε όλες τις γραμμές ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας για ένα δεδομένο σημείο λειτουργίας, το οποίο ορίζεται από τις καταναλώσεις των φορτίων, την παραγωγή ενεργού ισχύος και τις τάσεις των γεννητριών. Οι μελέτες ροών φορτίου είναι πολύ χρήσιμες για διάφορους λόγους, μερικοί από τους οποίους αναφέρονται ενδεικτικά παρακάτω:

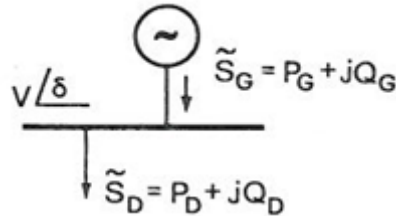
- Είναι απαραίτητες για την επιλογή της πλέον οικονομικής λειτουργίας των γεννητριών του συστήματος. Επειδή στη διάρκεια κάθε ημέρας τα φορτία μεταβάλλονται συνεχώς, απαιτείται συχνά ο υπολογισμός εκ νέου της παραγόμενης ισχύος κάθε γεννήτριας, ώστε τα φορτία να τροφοδοτούνται με τον πιο οικονομικό τρόπο.
- Είναι απαραίτητες για τον έλεγχο των τάσεων και ροών, ώστε να διατηρούνται εντός προκαθορισμένων ορίων λειτουργίας.
- Είναι απαραίτητες στη μελέτη των επιπτώσεων ενδεχόμενων διαταραχών (απώλεια γραμμής, γεννήτριας, κ.λπ.).
- Είναι απαραίτητες σε μελέτες ανάπτυξης και επέκτασης του συστήματος παραγωγής και μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι η ανάλυση των ροών φορτίου είναι το σημείο εκκίνησης για όλες τις επιμέρους μελέτες των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

2.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ

2.2.1 Μεταβλητές του συστήματος

Θεωρώντας τη γενική περίπτωση ενός ζυγού του συστήματος, με παραγωγή και φορτίο, που εκφράζονται ως ισχείς, διακρίνουμε τα ακόλουθα 6 μεγέθη:



Σχήμα 2.1- Ζυγός ενός Σ.Η.Ε.

P_G : παραγόμενη ενεργός ισχύς

Q_G : παραγόμενη άεργος ισχύς

P_D : ενεργός ισχύς φορτίου

Q_D : άεργος ισχύς φορτίου

V : τάση ζυγού (μέτρο)

δ : γωνία (τάσης) ζυγού

Τα ηλεκτρικά αυτά μεγέθη αποτελούν τις μεταβλητές του προβλήματος και είναι 6 ανά ζυγό. Σε ένα σύστημα με N ζυγούς υπάρχουν συνολικά $6N$ μεταβλητές, οι οποίες μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις ομάδες. Τα φορτία ή μεταβλητές ζήτησης (P_D, Q_D) χαρακτηρίζονται και σαν μεταβλητές διαταραχής. Οι ισχείς παραγωγής (P_G, Q_G) χαρακτηρίζονται σαν μεταβλητές ελέγχου. Ο όρος δικαιολογείται από το γεγονός ότι οι μονάδες παραγωγής αποτελούν τα κύρια μέσα ελέγχου της λειτουργίας του συστήματος. Τέλος, οι τάσεις και οι γωνίες των ζυγών είναι εξαρτημένες μεταβλητές, οι οποίες κατά συνέπεια προς τα προηγούμενα μπορούν να ονομαστούν μεταβλητές κατάστασης.

2.2.2 Θέση του προβλήματος

Η μελέτη των ροών φορτίου συνιστάται στον υπολογισμό των ισχύων και τάσεων σε κάθε κόμβο ενός δικτύου, για δεδομένες συνθήκες. Οι γραμμές παριστάνονται με κυκλώματα Π , με ανηγμένες παραμέτρους και τα φορτία θεωρούνται συμμετρικά. Εάν τα φορτία μπορούσαν να παρασταθούν με σταθερές σύνθετες αγωγιμότητες, και οι γεννήτριες, σαν πηγές πίσω από αντιστάσεις, θα ήταν δυνατή μία άμεση λύση του προβλήματος.

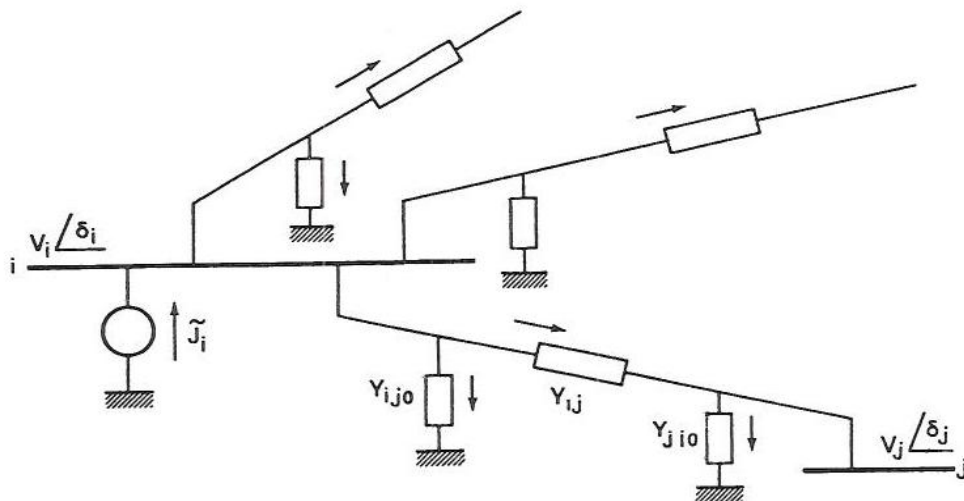
Γενικά, όμως τα φορτία ορίζονται ως ισχύς πραγματικές και άεργες και οι γεννήτριες επίσης από τις παραγόμενες ισχύς και τις τάσεις ζυγού. Βάσει αυτών των χαρακτηριστικών, ορίζονται για τις μελέτες ροών φορτίου οι ακόλουθοι τρεις χαρακτηριστικοί τύποι ζυγών:

- Ζυγοί φορτίου, στους οποίους είναι γνωστές οι ισχύς ζήτησεως, ή φορτίου και άγνωστη η τάση (κατά μέγεθος και γωνία)
- Ζυγοί παραγωγής, όπου είναι γνωστά, η παραγόμενη ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης και προσδιορίζονται η άεργος ισχύς και η γωνία της τάσης.
- Ζυγός ταλάντωσης, ή ζυγός αναφοράς, ο οποίος είναι ζυγός παραγωγής, χρησιμοποιούμενος για να αντισταθμίζει τις απώλειες του δικτύου, που δεν είναι γνωστές εξ αρχής και γενικά για άμεση αντιμετώπιση των μεταβολών ισχύος. Στον ζυγό αυτόν επιβάλλεται σταθερή τάση κατά μέτρο και γωνία και προσδιορίζονται οι ισχύς παραγωγής.

Άλλοι συνδυασμοί ζυγών είναι επίσης δυνατόν να προκύψουν κατά περίπτωση.

2.2.3 Εξισώσεις ροών φορτίου

Θεωρούμε ένα αντιπροσωπευτικό κομμάτι ενός δικτύου με δύο ζυγούς i και j και τη γραμμή μεταφοράς μεταξύ τους (Σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2-Τυπικό κομμάτι δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας

Η συνισταμένη ισχύς που εισέρχεται στον ζυγό i είναι

$$\vec{S}_i = P_i + jQ_i \quad (2.1)$$

όπου P_i είναι η ενεργός ισχύς και Q_i η άεργος ισχύς που εξέρχεται από τον ζυγό i . Και οι δύο αυτές συνιστώσες είναι οι αντίστοιχες διαφορές παραγόμενης και καταναλισκόμενης ισχύς στο ζυγό i , δηλαδή,

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} \quad (2.2)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (2.3)$$

Οι εγκάρσιες αγωγιμότητες προς γη των γραμμών μεταφοράς συγκεντρώνονται στους ζυγούς, οπότε θα είναι:

$$Y_{i0} = \sum_{j=1}^N Y_{ij0} \quad (2.4)$$

Έστω \vec{V}_i η τάση στον ζυγό i και \vec{V}_j η τάση στον ζυγό j , το ρεύμα του ζυγού \vec{J}_i ορίζεται ως

$$\vec{J}_i = \vec{V}_i Y_{i0} + \sum_{j=1}^N (\vec{V}_i - \vec{V}_j) \vec{Y}_{ij} = \dots = \left(Y_{i0} + \sum_{j \neq i}^N Y_{ij} \right) \vec{V}_i - \sum_{j=1}^N \vec{Y}_{ij} \vec{V}_j \quad (2.5)$$

όπου \vec{Y}_{ij} οι αγωγιμότητες σειράς των γραμμών οι οποίες συνδέονται στον ζυγό i .

Εισάγοντας τις ακόλουθες παραμέτρους (μήτρα αγωγιμοτήτων),

$$y_{ii} = Y_{i0} + \sum_{j \neq i}^N Y_{ij} \quad (2.6)$$

$$y_{ij} = -Y_{ij} = -Y_{ji} \quad (2.7)$$

η εξίσωση γίνεται

$$\vec{J}_i = \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j \quad (2.8)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις καταλήγουμε στην

$$P_i - jQ_i = \vec{V}_i^* \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j \quad (2.9)$$

Οι εξισώσεις ροής φορτίου προσδιορίζονται από την προηγούμενη εξίσωση χωρίζοντας το πραγματικό και το φανταστικό μέρος και αντικαθιστώντας $\vec{V}_i^* = V_i e^{-j\delta_i}$, $\vec{V}_j = V_j e^{-j\delta_j}$ και $y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$, όπου V_i , V_j , δ_i και δ_j οι τάσεις και οι γωνίες των αντίστοιχων ζυγών. Έτσι, έχουμε

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (2.10)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2.11)$$

Οι εξισώσεις για τη ροή ισχύος στη γραμμή ij είναι οι εξής:

$$P_{ij} = -t_{ij} G_{ij} V_i^2 + V_i V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (2.12)$$

$$Q_{ij} = -t_{ij} B_{ij} V_i^2 - B'_{ij} V_i^2 + V_i V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2.13)$$

όπου t_{ij} είναι η λήψη του μετασχηματιστή, $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ και $B'_{ij} = 0.5B_{ij}$.

2.3 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ

Είναι προφανές από το προηγούμενο εδάφιο ότι η επίλυση του προβλήματος ροών φορτίου συνίσταται στην λύση ενός συστήματος μη γραμμικών εξισώσεων. Είναι προτιμότερο, λοιπόν, να επιλυθεί το εν λόγω πρόβλημα μέσω επαναληπτικών μεθόδων. Οι κυριότερες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι η *Gauss-Seidel* και η *Newton-Raphson*, οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

2.3.1 Μέθοδος Gauss-Seidel

Υποθέτουμε μια γνωστή αρχική σειρά τιμών όλων των μεταβλητών, θεωρούμε τη γενική μορφή των εξισώσεων ροών φορτίου (2.9), λυμένη ως προς V_i :

$$V_i = \frac{1}{y_{ii}} \left\{ \frac{P_i - jQ_i}{\vec{V}_i^*} - \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j \right\} \quad j \neq i \quad (2.14)$$

Η σχέση αυτή χρησιμοποιείται επαναληπτικά και για τον προσδιορισμό της V_i στο βήμα $(n+1)$ χρησιμοποιείται η ακόλουθη σχέση:

$$V_i^{(n+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left\{ \frac{P_i^{(n)} - jQ_i^{(n)}}{\vec{V}_i^{(n)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} \vec{V}_j^{(n+1)} - \sum_{j=i+1}^N y_{ij} \vec{V}_j^{(n)} \right\} \quad (2.15)$$

Στους ζυγούς φορτίου ο παραπάνω τύπος εφαρμόζεται κατευθείαν καθώς τα P_i και Q_i είναι γνωστά. Στους ζυγούς παραγωγής χρειάζεται να υπολογιστεί το Q_i σύμφωνα με τον τύπο

$$Q_i^{(n)} = -Im \left\{ \vec{V}_i^{(n)*} \left[\sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} \vec{V}_j^{(n+1)} + \sum_{j=i}^N y_{ij} \vec{V}_j^{(n)} \right] \right\} \quad (2.16)$$

Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται ώσπου η μέθοδος να συγκλίνει. Ο βαθμός σύγκλισης αυξάνεται χρησιμοποιώντας έναν παράγοντα επιτάχυνσης στην προσεγγιστική λύση που λαμβάνεται μετά από κάθε επανάληψη.

$$V_i^{(n+1)} = V_i^{(n)} + a(V_i^{(n+1)'} - V_i^{(n)}) \quad (2.17)$$

Η τιμή του $V_i^{(n+1)'}$ είναι αυτή που προκύπτει από τον τύπο (2.15).

Στους ζυγούς παραγωγής ο συντελεστής επιτάχυνσης εφαρμόζεται στη γωνία δ του ζυγού.

$$\delta_i^{(n+1)} = \delta_i^{(n)} + a(\delta_i^{(n+1)'} - \delta_i^{(n)}) \quad (2.18)$$

Ένας συνοπτικός αλγόριθμος της μεθόδου Gauss-Seidel είναι ο ακόλουθος:

- Δίνονται οι αρχικές τιμές των τάσεων V , των ζυγών φορτίου και στις γωνίες δ των ζυγών παραγωγής.
- Για κάθε ζυγό του συστήματος (εκτός του ζυγού ταλάντωσης):
 - 2α. Αν είναι ζυγός παραγωγής υπολογίζουμε το Q_i από τον τύπο (2.16)
 - 2β. Υπολογίζεται η νέα τιμή της τάσης $V_i^{(n+1)'}$ από τον τύπο (2.15)
 - 2γ. Αν είναι ζυγός φορτίου διορθώνουμε το V_i και έχουμε τη νέα προσέγγιση $V_i^{(n+1)}$.
 - 2δ. Αν είναι ζυγός παραγωγής διορθώνουμε τη γωνία $\delta_i^{(n+1)'}$ του 2β, σύμφωνα με τον τύπο (2.18).
- Εάν οι νέες τιμές των τάσεων διαφέρουν από τις προηγούμενες περισσότερο από ένα όριο ανοχής ξαναγυρίζουμε στο 2.
- Εφόσον η μέθοδος έχει συγκλίνει υπολογίζουμε τις ροές ισχύων και τις απώλειες.

2.3.2 Μέθοδος Newton-Raphson

Η επαναληπτική αυτή μέθοδος είναι πιο σύνθετη αλλά και ασφαλέστερη. Στις περισσότερες περιπτώσεις δεν έχει πρόβλημα σύγκλισης και κατά κανόνα συγκλίνει γρηγορότερα από την *Gauss-Seidel*.

Γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση

$$P_i - jQ_i = \vec{V}_i^* \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j = V_i^2 y_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^N y_{ij} \vec{V}_j \quad (2.19)$$

Θεωρούμε ότι

$$\vec{V}_i = |V_i| \angle \delta_i \text{ και } \vec{y}_{ij} = |y_{ij}| \angle -\theta_{ij},$$

Χωρίζοντας τα πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουμε

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.20)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.21)$$

Οι εξισώσεις (2.20) και (2.21) αποτελούν ένα σύνολο από μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις ανεξάρτητων μεταβλητών, όπου οι τιμές των τάσεων είναι σε ανά μονάδα (α.μ.) τιμές και γωνίες φάσης σε rad. Έχουμε δύο εξισώσεις για κάθε ζυγό φορτίου, οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.21) και μία εξίσωση για κάθε ζυγό παραγωγής (*PV*), που δίνεται από την (2.20). Αναπτύσσοντας αυτές τις εξισώσεις σε *σειρά Taylor* για την αρχική εκτίμηση και παραλείποντας όλους τους όρους μεγαλύτερης τάξης καταλήγουμε στο παρακάτω σύνολο γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, ο ζυγός 1 θεωρείται ο ζυγός αναφοράς. Ο Ιακωβιανός πίνακας δίνει την γραμμική σχέση μεταξύ των μικρών αλλαγών στην

γωνία της τάσης $\Delta\delta_i^{(k)}$ και στην τιμή της τάσης $\Delta|V_i^{(k)}|$ με τις αλλαγές στην πραγματική και άεργο ισχύ $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$. Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα είναι οι μερικές παράγωγοι των εξισώσεων (2.20) και (2.21), υπολογισμένες στα $\Delta\delta_i^{(k)}$ και $\Delta|V_i^{(k)}|$. Σε ποιο σύντομη μορφή μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|V| \end{bmatrix}$$

Οι πλήρεις διαστάσεις της Ιακωβιανής μήτρας είναι $2n \times 2n$. Στην πραγματικότητα όμως δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε όλες τις παραγώγους. Για ζυγούς PV , τα μέτρα των τάσεων είναι γνωστά. Επομένως, αν m ζυγοί του συστήματος είναι ελεγχόμενης τάσης, τότε m εξισώσεις που περιλαμβάνουν τα ΔQ και ΔV και τις αντίστοιχες στήλες του Ιακωβιανού πίνακα, διαγράφονται. Έτσι, υπάρχουν $n-1$ περιορισμοί πραγματικής ισχύος και $n-1-m$ περιορισμοί άεργου ισχύος, και ο Ιακωβιανός πίνακας είναι τάξης $(2n-2-m) \times (2n-2-m)$. Ο πίνακας J_1 είναι τάξης $(n-1) \times (n-1)$, ο πίνακας J_2 είναι τάξης $(n-1) \times (n-1-m)$, J_3 τάξης $(n-1-m) \times (n-1)$ και ο J_4 τάξης $(n-1-m) \times (n-1-m)$.

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_1 είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.24)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_2 είναι:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2 |V_i| |Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) + \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.26)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_3 είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.28)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_4 είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2 |V_i| |Y_{ii}| \sin(\theta_{ii}) - \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.30)$$

Συνοπτικά η (2.21) γράφεται:

$$\begin{bmatrix} [\Delta P] \\ [\Delta Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right] & \left[\frac{\partial P}{\partial V} \right] \\ \left[\frac{\partial Q}{\partial \delta} \right] & \left[\frac{\partial Q}{\partial V} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta \delta] \\ [\Delta V] \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Οι όροι $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$ είναι η διαφορά μεταξύ των αρχικών (επιθυμητών ή προγραμματισμένων) και υπολογιζόμενων τιμών, γνωστών σαν υπόλοιπα ισχύος, και δίνονται από:

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \quad (2.32)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \quad (2.33)$$

Άρα, οι γωνίες όλων των ζυγών βρίσκονται από την σχέση

$$[\Delta \delta] = \left([\Delta P] - \left[\frac{\partial P}{\partial V} \right] [\Delta V] \right) \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} \quad (2.34)$$

με γνωστά $[\Delta P]$, $[\Delta Q]$ από την προηγούμενη εκτίμηση τάσεων,

και οι τάσεις από την

$$[\Delta V] = \left([\Delta Q] - \left[\frac{\partial Q}{\partial \delta} \right] [\Delta \delta] \right) \left[\frac{\partial Q}{\partial V} \right]^{-1} \quad (2.35)$$

βάσει των $[\Delta \delta]$ που υπολογίστηκαν προηγουμένως.

Με γνωστές τις τάσεις και τις γωνίες όλων των ζυγών, μπορούν να υπολογιστούν τα Q των ζυγών παραγωγής και τα P, Q του ζυγού ταλάντωσης.

Ένας συνοπτικός αλγόριθμος της μεθόδου *Newton-Raphson* είναι ο ακόλουθος:

- Δίνονται οι αρχικές τιμές των τάσεων V και στις γωνίες δ όπου αυτά δεν είναι καθορισμένα.
- Υπολογίζονται οι ισχείς των ζυγών. Για ζυγούς φορτίου, οι $P_i^{(k)}$ και $Q_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.21), ενώ οι $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.32) και (2.33). Για ζυγούς PV , οι $P_i^{(k)}$ και $\Delta P_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.32) αντίστοιχα.
- Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα (J_1, J_2, J_3, J_4) υπολογίζονται από τις (2.22) - (2.29).
- Η γραμμική εξίσωση (2.21) λύνεται απευθείας με τη μέθοδο της τριγωνοποίησης και απαλοιφής Gauss.
- Τα νέα μέτρα των τάσεων και οι νέες γωνίες φάσεων υπολογίζονται από τις (2.34) και (2.35).
- Εάν οι αποκλίσεις είναι μεγαλύτερες από τα όρια ανοχής, ξαναγυρίζουμε στο 2.
- Εφόσον η μέθοδος έχει συγκλίνει υπολογίζουμε τα P_1, Q_1 του ζυγού αναφοράς και έπειτα τις ροές ισχύων στις γραμμές και τις απώλειες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας οι βασικότερες παράμετροι, όπως η ζήτηση φορτίου και η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, είναι αδύνατο να προβλεφθούν με ακρίβεια για κάθε χρονική στιγμή. Η αβεβαιότητα των φορτίων οφείλεται κυρίως στην αβεβαιότητα των στατιστικών δεδομένων και στην αβεβαιότητα να προσαρμοστεί τελείως στα στατιστικά δεδομένα η αναλυτική συνάρτηση που χρησιμοποιείται κατά την πρόβλεψη. Η αβεβαιότητα της παραγωγής μπορεί να οφείλεται είτε σε προβλεπόμενους παράγοντες, όπως λόγω χειρισμού ή συντήρησης, είτε σε απρόβλεπτους παράγοντες όπως λόγω βλάβης. Σε περιπτώσεις ανανεώσιμων πηγών πρωτογενούς ενέργειας η αβεβαιότητα οφείλεται στη στοχαστική φύση των καιρικών συνθηκών, όπως για παράδειγμα η αβεβαιότητα της παραγωγής ανεμογεννήτριας οφείλεται στην αβεβαιότητα του ανέμου.

Ακόμα και η τοπολογία του συστήματος είναι μεταβλητή. Οι μεταβολές των παραμέτρων που προσδιορίζουν τις γραμμές, τους μετασχηματιστές και τα άλλα στοιχεία του συστήματος π.χ. η αγωγιμότητα μιας γραμμής μπορεί να μεταβάλλεται, καθώς και οι μεταβλητές ελέγχου του συστήματος όπως λήψεις μετασχηματιστών, τάσεις γεννητριών κ.λπ. δεν είναι πάντα σταθερές. Αβεβαιότητα υπάρχει, επίσης, και στη διαθεσιμότητα ή όχι των στοιχείων του συστήματος δηλαδή των γραμμών μεταφοράς, των μετασχηματιστών, των διακοπών κ.λπ. λόγω τυχαίου γεγονότος ή προγραμματισμένης συντήρησης.

Γνωρίζουμε ότι η *ντετερμινιστική ροή φορτίου* δίνει αποτελέσματα αποκλειστικά και μόνο για ένα συγκεκριμένο στιγμιότυπο του συστήματος. Σύμφωνα με την ντετερμινιστική μέθοδο, η επίλυση ροών φορτίου απαιτεί συγκεκριμένες τιμές δεδομένων και τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται αντιστοιχούν αποκλειστικά στο συγκεκριμένο σύστημα δεδομένων. Κάθε αλλαγή των δεδομένων απαιτεί καινούρια επίλυση για τον υπολογισμό της νέας κατάστασης. Για να ληφθούν υπόψη όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί μεταβολής των φορτίων και της παραγωγής απαιτείται η επίλυση υπερβολικά μεγάλου πλήθους ντετερμινιστικών ροών φορτίου.

Για συστήματα με N ζυγούς και κ μόνο διαφορετικές τιμές φορτίων σε κάθε ζυγό απαιτείται η επίλυση κ^N ροών φορτίου, π.χ. σε ένα σύστημα $N = 100$ ζυγών και $\kappa = 4$ διαφορετικών τιμών φορτίου σε κάθε ζυγό απαιτούνται $4^{100} \approx 10^{60}$ ροές φορτίου. Η εκτίμηση τόσο μεγάλου πλήθους αποτελεσμάτων ροής φορτίου για την εύρεση της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και τον σχεδιασμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών είναι πρακτικά αδύνατη.

Αντίθετα, η *πιθανοτική ροή φορτίου* μπορεί να οριστεί ως μία μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ροής φορτίου που λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής, και υπολογίζει τα άγνωστα μεγέθη ως τυχαίες μεταβλητές με μία μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Είναι ένας τρόπος υπολογισμού όλων των πιθανών καταστάσεων του συστήματος, που αντιστοιχούν σε όλες τις δυνατές στατιστικές μεταβολές των φορτίων και της παραγωγής μέσω μίας μόνο ανάλυσης ροής φορτίου.

Στην πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου, ως δεδομένα θεωρούνται οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής στο σύστημα και ζητείται ο υπολογισμός των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας του μέτρου και των γωνιών των τάσεων, των ενεργών και άεργων ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου, των απωλειών κ.λπ. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου μπορεί να είναι αναλυτικές, αριθμητικές ή συνδυασμός και των δύο. Οι αριθμητικοί μέθοδοι έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι απλές και εφαρμόζονται χωρίς καμία παραδοχή, ενώ οι αναλυτικές επειδή χρησιμοποιούν πιο σύνθετη μοντελοποίηση συνήθως απαιτούν να γίνουν σοβαρές παραδοχές και απλοποιήσεις που έχουν επίδραση στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Η αριθμητική μέθοδος Monte Carlo συνίσταται στην επαναληπτική διαδικασία της επίλυσης του ίδιου προβλήματος ντετερμινιστικά, με συγκεκριμένες πάντα τιμές δεδομένων σε κάθε επίλυση. Η επιλογή των τιμών των δεδομένων γίνεται τυχαία με βάση την πιθανοτική κατανομή που ακολουθεί το κάθε μέγεθος. Τα διαδοχικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την ντετερμινιστική επίλυση ροής φορτίου, αποτελούν πιθανές καταστάσεις του ίδιου συστήματος και συνθέτουν τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών. Θεωρητικά δεν υπάρχουν περιοριστικές παραδοχές στην μέθοδο Monte Carlo. Κατά την επίλυση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακριβείς μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου, να θεωρηθεί εξάρτηση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών, καθώς επίσης και διαφορετική τοπολογία δικτύου και διαφορετικές τιμές στις παραμέτρους ελέγχου του συστήματος. Έτσι αποτελεί ένα τρόπο ελέγχου της ακρίβειας και της ορθότητας των παραδοχών των αναλυτικών μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου που χρησιμοποιούνται. Η ακρίβεια της μεθόδου είναι ανάλογη του αριθμού των διαδοχικών επιλύσεων που θεωρούνται. Συνήθως μια αξιόπιστη ανάλυση απαιτεί μερικές χιλιάδες διαφορετικές επιλύσεις. Έτσι, το μειονέκτημα της μεθόδου Monte Carlo είναι το πλήθος των αριθμών που χρειάζεται να επεξεργαστούν για να δοθούν αξιόπιστα αποτελέσματα.

Για να ξεπεραστούν τα πιο πάνω προβλήματα, μπορούν να εφαρμοστούν αναλυτικές μέθοδοι στην επίλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου. Η βασικότερη παραδοχή που γίνεται σε όλες τις αναλυτικές μεθόδους είναι η γραμμικότητα των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο, συνήθως γύρω από την αναμενόμενη τιμή. Η παραδοχή αυτή οδηγεί σε αποτελέσματα ικανοποιητικής ακρίβειας μόνο για την περιοχή γύρω από το

συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο. Όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα των δεδομένων, ή όσο εντονότερη είναι η μη γραμμικότητα των εξισώσεων τόσο η μοντελοποίηση των αναλυτικών μεθόδων γίνεται πολυπλοκότερη για να διατηρήσει ικανοποιητική ακρίβεια των αποτελεσμάτων ιδιαίτερα στα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά τα πλεονεκτήματα αλλά και τα μειονεκτήματα της πιθανοτικής ανάλυσης της ροής φορτίου.

Πλεονεκτήματα:

- Το αυξημένο πλήθος πληροφοριών που αποκομίζονται για την ικανοποιητική λειτουργία ή το σχεδιασμό του συστήματος.
- Η εύκολη εκτίμηση των αποτελεσμάτων.
- Η δυνατότητα απεικονίσεως των επιθυμητών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας με γραφικές παραστάσεις.
- Η δυνατότητα εξαγωγής των ντετερμινιστικών αποτελεσμάτων μέσω της πιθανοτικής μεθόδου.

Μειονεκτήματα:

- Η αναγκαία γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο σημείο που απέχει πολύ ή λίγο από το λειτουργικό σημείο του συστήματος. Τα αποτελέσματα είναι περισσότερο ακριβή γύρω από αυτό το σημείο και λιγότερο ακριβή όσο απομακρύνονται από αυτό.
- Η αύξηση του αριθμού των δεδομένων σε σχέση με τη ντετερμινιστική μέθοδο και η δυσκολία προσδιορισμού τους με στατιστικές παραμέτρους.
- Το μεγάλο πλήθος σημείων που συνιστά τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών και καθιστά αναγκαία τη χρησιμοποίηση αριθμητικής μεθόδου για την παράστασή τους.

3.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το πρόβλημα της ροής φορτίου μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από δύο συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων της μορφής:

$$Y = g(X, L) \quad (3.1)$$

$$Z = h(X, L) \quad (3.2)$$

όπου Y το διάνυσμα εισόδου

X το διάνυσμα κατάστασης

Z το διάνυσμα εξόδου

g, h μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις

Το διάνυσμα Y αντιπροσωπεύει τις ενεργές εγχύσεις σε όλους τους ζυγούς (PQ και PV), εκτός του ζυγού αναφοράς και τις άεργες εγχύσεις στους ζυγούς φορτίου (PQ), το διάνυσμα X αντιπροσωπεύει το μέτρο των τάσεων και τις γωνίες των τάσεων και τέλος το διάνυσμα Z αντιπροσωπεύει όλα τα μεγέθη που μπορούν να υπολογιστούν από το διάνυσμα κατάστασης, όπως ενεργές και άεργες ροές ισχύος, απώλειες κ.λπ..

Στο στάδιο αυτό, λόγω των φυσικών δυσκολιών του προβλήματος είναι απαραίτητο να γίνουν ορισμένες παραδοχές:

- Οι τυχαίες μεταβλητές θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Η τοπολογία του δικτύου θεωρείται σταθερή (με πιθανότητα μονάδα).
- Οι συναρτήσεις g και h πρέπει να γραμμικοποιηθούν γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο, συνήθως την αναμενόμενη τιμή.

3.3 ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Αν Y_0 είναι η αναμενόμενη τιμή του διανύσματος των δεδομένων εγχύσεων ισχύος Y και το διάνυσμα κατάστασης X_0 τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Y_0 = g(X_0) \quad (3.3)$$

τότε το διάνυσμα X_0 μπορεί να προκύψει από την επίλυση μιας ντετερμινιστικής ροής φορτίου όπου τα δεδομένα είναι οι αναμενόμενες τιμές των στοιχείων του διανύσματος Y . Το διάνυσμα X_0 είναι μια εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος X . Ομοίως το διάνυσμα Z_0 , που ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Z_0 = h(X_0) \quad (3.4)$$

αποτελεί εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος Z .

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου (3.1) και (3.2) γύρω από τα σημεία (X_0, Y_0) και (Z_0, Y_0) , δηλαδή γύρω από την αναμενόμενη τιμή, δίνει:

$$Y \approx g(X_0) + J(X - X_0) \quad (3.5)$$

$$Z \approx H(X_0) + K(X - X_0) \quad (3.6)$$

όπου:

$$J = \frac{\partial g}{\partial X} \Big|_{X = X_0} \quad \text{η Ιακωβιανή της } g \text{ στο σημείο } X_0 \quad (3.7)$$

και

$$K = \frac{\partial H}{\partial X} \Big|_{X = X_0} \quad \text{η Ιακωβιανή της } h \text{ στο σημείο } X_0 \quad (3.8)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.3) και (3.4) στις (3.5) και (3.6) προκύπτει:

$$Y = Y_0 + J(X - X_0) \quad (3.9)$$

$$Z = Z_0 + K(X - X_0) \quad (3.10)$$

Η επίλυση των εξισώσεων (3.3.9) και (3.3.10) ως προς το διάνυσμα κατάστασης και το διάνυσμα εξόδου δίνει:

$$X = X_0 + J^{-1}(Y - Y_0) \quad (3.11)$$

$$Z = Z_0 + KJ^{-1}(Y - Y_0) \quad (3.12)$$

ή ακόμα $X = X'_0 + AY \quad (3.13)$

$$Z = Z'_0 + BY \quad (3.14)$$

όπου $A = J^{-1}, X'_0 = X_0 - AY_0,$

$$B = KA, Z'_0 = Z_0 - BY_0$$

Οι εξισώσεις (3.13) και (3.14) μπορούν να εκφραστούν στην αναλυτική τους μορφή ως:

$$X_i = X'_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij} Y_j \quad (3.15)$$

$$Z_k = Z'_{0k} + \sum_{j=1}^m b_{kj} Y_j \quad (3.16)$$

Όπου $i = 1, 2, \dots, n$

$k = 1, 2, \dots, l$

$j = 1, 2, \dots, m$

n η διάσταση του διανύσματος κατάστασης X

m η διάσταση του διανύσματος δεδομένων Y

l η διάσταση του διανύσματος ζητούμενων Z

a_{ij} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας A

b_{ij} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας B

Έτσι οι εξισώσεις (3.15) και (3.16) δείχνουν ότι κάθε τυχαία μεταβλητή των διανυσμάτων X και Z εκφράζεται ως αλγεβρικό άθροισμα των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών του διανύσματος Y με συντελεστές βαρύτητας κατάλληλα υπολογισμένους από τους συντελεστές ευαισθησίας. Επομένως οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών των διανυσμάτων X και Z μπορούν να υπολογιστούν από τη μαθηματική συνέλιξη των δεδομένων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής οι οποίες ακολουθούν τις γνωστές κατανομές πιθανότητας.

Γνωρίζουμε ότι αν έχουμε δύο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X και Y με δεδομένες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$ και $f_Y(y)$ αντίστοιχα και μία καινούρια μεταβλητή Z δίνεται από τη σχέση $Z = \alpha X + \beta Y$, τότε η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_Z(z)$ της μεταβλητής Z υπολογίζεται μέσω της συνέλιξης των $f_X(x)$ και $f_Y(y)$ από τον τύπο

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(ax) f_Y(z - \beta y) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(\beta y) f_X(z - ax) dy$$

ή

$$f_Z(z) = f_X(ax) * f_Y(\beta y)$$

ομοίως και για n μεταβλητές ισχύει

$$f_Z(z) = f_1(\alpha_1 x_1) * f_2(\alpha_2 x_2) * \dots * f_i(\alpha_i x_i) * \dots * f_n(\alpha_n x_n)$$

Συνεπώς, χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τύπο υπολογίζονται εύκολα οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών των διανυσμάτων X και Z .

3.4 ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Η απαιτούμενη γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο, συνήθως γύρω από την αναμενόμενη τιμή, όπως παρουσιάστηκε πιο πάνω, έχει το μειονέκτημα ότι δίνει αποτελέσματα ακριβή γύρω από αυτό το σημείο ενώ τα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας υπολογίζονται με τόσο μικρότερη ακρίβεια όσο μεγαλύτερη είναι η απόστασή τους από το σημείο γραμμικοποίησης ή όσο πιο έντονη είναι η μη γραμμική μορφή των εξισώσεων όπως π.χ. στον υπολογισμό των άεργων συναρτήσεων πιθανότητας. Στις περισσότερες περιπτώσεις όμως ενδιαφέρει η ακρίβεια των ακραίων τιμών για την εξαγωγή πρακτικών συμπερασμάτων, όπως η πιθανότητα η τάση σε κάποιο ζυγό να ξεπεράσει τα επιθυμητά λειτουργικά της όρια ή η πιθανότητα άεργης υπερφορτίσεως κάποιας γεννήτριας ή ακόμα η πιθανότητα η ροή ισχύος σε μια γραμμή να ξεπεράσει το επιτρεπόμενο όριο φόρτισής της.

Η πιθανοτική ροή φορτίου με πολλαπλά σημεία γραμμικοποίησης παρέχει τη δυνατότητα αλλαγής του σημείου γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου σε όλη την έκταση των πιθανών τιμών που μπορεί να λάβουν οι μεταβλητές τους συστήματος, και έτσι διαπιστώνει την επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου στα αποτελέσματα.

Έστω ότι ζητείται η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του στοιχείου X_i του διανύσματος X γνωρίζοντας ότι τα στοιχεία του διανύσματος Y παίρνουν τιμές σε δεδομένα διαστήματα. Ο υπολογισμός αυτός απαιτεί την ανακυκλωτική επίλυση του συστήματος γραμμικών εξισώσεων (3.11) και (3.12), θεωρώντας ως πρώτο σημείο γραμμικοποίησης το (Y_0, X_0) . Κάθε στοιχείο X_i του διανύσματος κατάστασης X δίνεται ως:

$$X_i = X_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_j - Y_{0j}) \quad (3.17)$$

όπου a_{ij} στοιχείο του πίνακα συντελεστών ευαισθησίας A .

Το διάνυσμα Y_L που παράγει τη μέγιστη τιμή X_i αποτελείται από τις μέγιστες τιμές των εγχύσεων αν ο συντελεστής ευαισθησίας a_{ij} είναι θετικός ενώ αν είναι αρνητικός από τις ελάχιστες τιμές των εγχύσεων. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν στις ακραίες τιμές των διακριτών ή διωνυμικών κατανομών που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των εγχύσεων. Οι τιμές των κανονικών κατανομών εκτείνονται θεωρητικά ως το $\pm\infty$ και έτσι για τον υπολογισμό του διανύσματος Y_L απαιτείται κατάλληλη αποκοπή όλων των κανονικών κατανομών. Η αποκοπή αυτή της κάθε κανονικής κατανομής οφείλει να γίνει έτσι ώστε:

- να αποκοπεί το ίδιο ποσοστό πιθανών τιμών από την κάθε μια κανονική κατανομή που συμμετέχει στη συνέλιξη, και

- η τελική ισοδύναμη κανονική κατανομή να εκτείνεται στο διάστημα $\pm 3\sigma_n$ γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Έτσι, αν η κάθε κανονική κατανομή j εκτείνεται στο διάστημα $\pm \alpha \sigma_j$ γύρω από την αναμενόμενη τιμή της, όπου α κατάλληλος συντελεστής αποκοπής θα πρέπει να ισχύει:

$$\alpha \alpha_1 \sigma_1 + \alpha \alpha_2 \sigma_2 + \dots + \alpha \alpha_r \sigma_r = 3\sigma_n \quad (3.18)$$

και:

$$\alpha = \frac{3\sigma_n}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} = 3 \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^r \sigma_j^2}}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} \quad (3.19)$$

όπου r ο αριθμός των κανονικών κατανομών που συνελίσσονται, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_r$ οι τυπικές αποκλίσεις και α_j οι συντελεστές ευαισθησίας.

Επειδή οι συντελεστές ευαισθησίας ανανεώνονται σε κάθε ανακύκλωση πρέπει να ανανεώνεται και ο συντελεστής α και όταν η διαδικασία συγκλίνει, τείνει σε μία σταθερή τιμή, που γενικά είναι μικρότερη ή ίση του τρία.

Έτσι, μετά τον υπολογισμό του διανύσματος Y_L η μέγιστη τιμή X_i του μέγιστου διανύσματος κατάστασης X_M , δίνεται από την αναλυτική σχέση:

$$X_{i(\max)} = X_{oi} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_{Lj} - Y_{oi}) \quad (3.20)$$

και το διάνυσμα X_M σε μητρική μορφή ως εξής:

$$X_M = X_O + A(Y_L - Y_O) \quad (3.21)$$

Το σημείο (X_M, Y_L) δεν ικανοποιεί την εξίσωση ροής φορτίου (3.3.1) και έτσι υπολογίζεται ένα καινούριο διάνυσμα Y_M τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την εξίσωση:

$$Y_M = g(X_M) \quad (3.22)$$

Το νέο σημείο (X_M, Y_M) χρησιμοποιείται ως δεύτερο σημείο γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται και προσδιορίζεται το ανανεωμένο διάνυσμα X_M , μέχρι να επέλθει σύγκλιση.

Όμοια υπολογίζεται και η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του διανύσματος Z των ζητούμενων μεταβλητών, γραμμικοποιώντας τις εξισώσεις ροής φορτίου γύρω από το σημείο (Y_M, X_M, Z_M) και επιλύοντας ανακυκλωτικά την εξίσωση:

$$Z_i = Z_{Mi} + \sum_{j=1}^m b_{ij} (Y_j - Y_{Mj}) \quad (3.23)$$

όπου b_{ij} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας B .

Όπως έχει αναφερθεί το διάνυσμα Y_L αποτελείται από τις ακραίες τιμές (μέγιστες ή ελάχιστες) των δεδομένων μεταβλητών (εγχύσεων), ανάλογα με το πρόσημο των συντελεστών ευαισθησίας. Όταν ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου δεν είναι μεγάλος, οι συντελεστές ευαισθησίας δεν αλλάζουν πρόσημο κατά την διάρκεια της διαδικασίας σύγκλισης. Αυτό σημαίνει ότι η ανακυκλωτική διαδικασία συγκλίνει στη μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή, χρησιμοποιώντας συνεχώς τα ίδια ακραία σημεία στο διάνυσμα Y_L σε κάθε ανακύκλωση.

Σε ορισμένες περιπτώσεις όμως, κυρίως σε μερικές τάσεις και άεργες ροές ισχύος, όπου ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου είναι πολύ μεγάλος, είναι πιθανό ο συντελεστής ευαισθησίας που αντιστοιχεί σε κάποιο στοιχείο Y_j του διανύσματος Y_L να αλλάζει πρόσημο από μία ανακύκλωση στην άλλη. Στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί ποια ακραία τιμή συντελεί στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής X_j ή Z_i που ζητείται ο υπολογισμός της.

Έτσι για να ξεπεραστούν τα πιο πάνω προβλήματα κατά τη διαδικασία σύγκλισης οι συντελεστές ευαισθησίας που αλλάζουν πρόσημο σταθεροποιούνται μετά από δύο ή τρεις ανακυκλώσεις σε μια ενδιάμεση τιμή και η διαδικασία σύγκλισης συνεχίζεται κανονικά. Αυτό σημαίνει ότι όχι μόνο οι ακραίες τιμές των στοιχείων του διανύσματος δεδομένων συντελούν στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής που ζητείται ο υπολογισμός της, αλλά επίσης και κάποιες ενδιάμεσες τιμές, ιδιαίτερα σε περιοχές με έντονη μη γραμμικότητα.

Σύμφωνα με την πιο πάνω αναλυτική μέθοδο πιθανοτικής ροής φορτίου των άκρων, μπορούν να προσδιοριστούν και ενδιάμεσα σημεία γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου, μεταξύ Y_{0j} και Y_{j-max} ή μεταξύ Y_{j-min} και Y_{0j} , αν θεωρηθεί κατάλληλη ποσοστιαία αποκοπή των διαστημάτων των δεδομένων μεταβλητών Y_j όπως δίνεται στις εξισώσεις που ακολουθούν:

$$Y'_{j-max} = Y_{0j} (1 - \beta) + \beta Y_{j-max} \quad (3.24)$$

$$Y'_{j-min} = Y_{0j} (\beta - 1) - \beta Y_{j-min} \quad (3.25)$$

όπου β κατάλληλος συντελεστής αποκοπής ανηγμένος στη μονάδα.

Έτσι για $\beta = 1$ συμμετέχει στην πιθανοτική ροή φορτίου των άκρων ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνετε γραμμικοποίηση στις ακραίες τιμές (μέγιστο ή ελάχιστο), ανάλογα με την πλευρά που επιλέγεται κάθε φορά, ενώ για $\beta = 0$ αποκόπτεται ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνετε γραμμικοποίηση γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών προκύπτει από τον κατάλληλο συνδυασμό των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που υπολογίζονται για τα διάφορα σημεία γραμμικοποίησης και που η κάθε μία είναι περισσότερο ακριβής γύρω από το δικό της σημείο γραμμικοποίησης. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στα σημεία προσαρμογής των συναρτήσεων μεταξύ τους καθώς και στην απαίτηση της αθροιστικής πιθανότητας της τελικής συνάρτησης να παραμένει μονάδα.

Έτσι, η σύνθεση της τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας γίνεται όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3, για την περίπτωση των $N = 5$ σημείων γραμμικοποίησης, όπου:

- Η συνάρτηση που προκύπτει από την αναμενόμενη τιμή ισχύει μεταξύ των σημείων P_1 και P_2 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της μέγιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων P_2 και P_4 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της ελάχιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων P_1 και P_3 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη μέγιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο P_4 και τέλος
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη ελάχιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο P_3 .

και

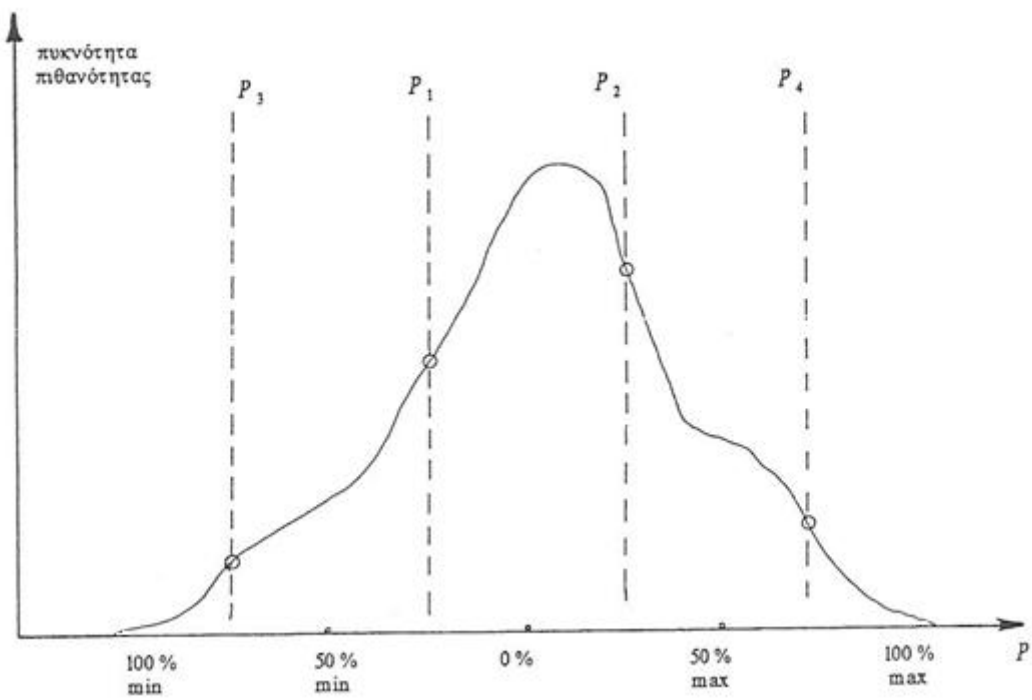
$$P_1 = \frac{P(0\%) + P_{min}(50\%)}{2}$$

$$P_2 = \frac{P(0\%) + P_{max}(50\%)}{2}$$

(3.26)

$$P_3 = \frac{P_{min}(50\%) + P_{min}(100\%)}{2}$$

$$P_4 = \frac{P_{max}(50\%) + P_{max}(100\%)}{2}$$



Σχήμα 3.3- Σύνθεση τελικής συνάρτησης πικνότητας πιθανότητας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΑΠΟ Α.Π.Ε.

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αντικατάσταση των συμβατικών πηγών ενέργειας από άλλες πηγές ενέργειας που δε ρυπαίνουν και ενσωματώνονται φιλικά στο περιβάλλον αποτελεί επιτακτική ανάγκη. Οι πηγές αυτές ονομάζονται Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας (Α.Π.Ε.) και χρησιμοποιούν πηγές ενέργειας που βρίσκονται στη φύση πρακτικά ανεξάντλητες (π.χ. ηλιακή ενέργεια, αιολική ενέργεια, θαλάσσια κύματα). Οι περισσότερο διαδεδομένοι τύποι είναι τα φωτοβολταϊκά και οι ανεμογεννήτριες οι οποίες συγκροτούν τα αιολικά πάρκα.

Όταν στοχεύουμε για πράσινη ενέργεια φιλική προς το περιβάλλον είναι εύλογη η ενσωμάτωσή στο δίκτυο αιολικών πάρκων, φωτοβολταϊκών σταθμών αλλά και μονάδων συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού (CHP). Οι μονάδες συμπαραγωγής ηλεκτρισμού και θερμότητας μπορεί να μην ανήκουν θεωρητικά στην κατηγορία των Α.Π.Ε, αλλά αποτελούν έναν τρόπο για σημαντική εξοικονόμηση ενέργειας που καταναλώνεται για την εξυπηρέτηση θερμικού και ηλεκτρικού φορτίου. Γενικά αποτελούν έναν τρόπο για τη ραγδαία αύξηση του βαθμού απόδοσης των μονάδων παραγωγής ενέργειας. Έτσι, συντελούν στην εξοικονόμηση ορυκτών καυσίμων και συνεπώς στην προστασία του περιβάλλοντος.

Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (Α.Π.Ε.) που έχουν, στην πλειονότητά τους, ως γενεσιουργό αιτία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, την ηλιακή ακτινοβολία και την αιολική ενέργεια, χαρακτηρίζονται γι' αυτό το λόγο σε μικρό ή μεγάλο βαθμό, από στοχαστικότητα κατά τη λειτουργία τους. Οι καιρικές συνθήκες, οι οποίες παίζουν καταλυτικό ρόλο στα ποσοστά ηλιοφάνειας αλλά στην ταχύτητα του ανέμου που ουσιαστικά αποτελούν τις πηγές ενέργειας, δεν είναι μεγέθη που μπορούν να προβλεφθούν με ακρίβεια. Βέβαια, μετά από εκτενείς μελέτες έχουν μοντελοποιηθεί και έτσι υπάρχουν στοιχεία για την εκτίμηση τόσο της ηλιοφάνειας όσο και της ταχύτητας του ανέμου.

Για να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή χρησιμοποίηση των Α.Π.Ε. προσεκτικός σχεδιασμός, ειδικά όταν πρόκειται για μικρά συστήματα παραγωγής. Ο σχεδιασμός αυτός βασίζεται στην μελλοντική προεκβολή των μετρήσεων κάθε ώρα του φορτίου και των καιρικών συνθηκών. Χρειάζεται έτσι η αξιολόγηση μεγάλου αριθμού καταστάσεων του συστήματος για να ληφθεί υπόψη η στατιστικότητα των φορτίων και της παραγωγής ισχύος. Για σύστημα με ανανεώσιμες πηγές ενέργειας η ανάλυση παρουσιάζει πρόσθετες δυσκολίες, αφού η αβεβαιότητα στη διαθεσιμότητα των

μονάδων παραγωγής, όπως ήδη γνωρίζουμε, δεν οφείλεται μόνο σε τυχαίες βλάβες, αλλά οφείλεται κυρίως στη στατιστική φύση των ατμοσφαιρικών συνθηκών. Δηλαδή η παραγωγή ανεμογεννητριών δεν είναι διαθέσιμη όταν ζητείται, αλλά όταν η ταχύτητα του ανέμου επιτρέπει τη λειτουργία των ανεμογεννητριών. Η εφαρμογή ντετερμινιστικών μεθόδων στην ανάλυση αυτών των συστημάτων θα μπορούσε να οδηγήσει σε λανθασμένες αποφάσεις ως προς την επιλογή του μεγέθους των ανεμογεννητριών, του μεγέθους των νηξελογεννητριών και ως προς τα οφέλη που αποκομίζονται από κάποιο εγκατεστημένο σύστημα συσσώρευσης. Η πιθανοτική ανάλυση του συστήματος μπορεί συνεπώς να επιτύχει μια περισσότερο αποδοτική χρήση των φυσικών πόρων.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μία σύντομη παρουσίαση της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από ανεμογεννήτριες, φωτοβολταϊκά και των σταθμών συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού. Καθώς, η πιθανοτική ανάλυση ενός συστήματος όπου η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται μέσω συμβατικών μονάδων αλλά και σε σημαντικό βαθμό από Α.Π.Ε. είναι επιτακτική ανάγκη, στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται ακόμα η πιθανοτική προσέγγιση της παραγωγής ηλεκτρικής ισχύος από αιολικά πάρκα, Φ/Β σταθμούς και σταθμούς συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού. Σκοπός είναι η εύρεση κατάλληλων εύχρηστων κατανομών και συναρτήσεων, ώστε να είναι δυνατή η πιθανοτική προσομοίωση ενός τέτοιου συστήματος, η οποία βέβαια να διασφαλίζει ακρίβεια στα αποτελέσματα.

4.2 ΑΙΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από την αιολική έχει αρχίσει τα τελευταία χρόνια και κατέχει ένα αξιοσημείωτο ποσοστό. Η ανάπτυξη της τεχνολογίας της λειτουργίας των ανεμογεννητριών έχει αυξήσει την απόδοσή τους και επιπρόσθετα έχει μειωθεί τα κόστος παραγωγής ενέργειας από αυτές. Συνεπώς, η αιολική ενέργεια έχει γίνει οικονομικά πιο προσιτή. Παράλληλα και με την προσπάθεια μείωσης της παραγωγής ενέργειας από συμβατικούς σταθμούς, βλέπουμε πως ο αριθμός των αιολικών πάρκων, τόσο στην Ελλάδα όσο και παγκοσμίως αυξάνεται συνεχώς.

Τα αιολικά πάρκα αποτελούνται από συστοιχίες ανεμογεννητριών που συνδέονται στον ίδιο ζυγό του δικτύου. Οι ανεμογεννήτριες (Α/Γ) μετατρέπουν την αιολική ενέργεια σε ηλεκτρική. Η ισχύς που παράγεται εξαρτάται κυρίως από την ταχύτητα του ανέμου και κατά προσέγγιση είναι ανάλογη της τρίτης τάξης δύναμης της ταχύτητας. Η συνολική ετήσια παραγωγή ενέργειας εξαρτάται από τη μορφή της ετήσιας καμπύλης κατανομής της ταχύτητας.

Κάθε ανεμογεννήτρια αποτελείται από τα εξής μέρη: τον ανεμοκινητήρα (περιλαμβάνει πτερύγια, μηχανισμό αλλαγής βήματος, πλήμνη), τη μηχανική μετάδοση κίνησης (περιλαμβάνει κιβώτιο αύξησης στροφών, άξονες, ελαστικούς συνδέσμους, έδρανα), τον ηλεκτρολογικό εξοπλισμό (περιλαμβάνει τη γεννήτρια και

τον πίνακα φορτίου), τον πύργο στήριξης (περιλαμβάνει θεμέλια και θάλαμο) και το σύστημα ασφάλειας.

Η λειτουργία της Α/Γ οριζόντιου άξονα, που είναι και η συνήθης κατηγορία, έχει ως εξής: Ο ανεμοκινητήρας μετατρέπει την κινητική ενέργεια του ανέμου σε μηχανική, η οποία μεταφέρεται μέσω του άξονα και ενός κιβώτιου αύξησης της ταχύτητας περιστροφής στον άξονα της γεννήτριας που βρίσκεται στο θάλαμο μηχανισμών στη κορυφή του πύργου. Ο άξονας περιστροφής του ανεμοκινητήρα διατηρείται παράλληλος ως προς τα πεδίο ροής του ανέμου με τη βοήθεια του συστήματος προσανατολισμού.

Η σημαντικότερη παράμετρος για τον καθορισμό της παραγόμενης ισχύος ενός αιολικού πάρκου είναι η ταχύτητα του ανέμου της περιοχής. Η **στατιστική κατανομή του ανέμου** σε μία συγκεκριμένη περιοχή περιγράφεται συνήθως από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Weibull:

$$h(v) = \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \text{ για } 0 \leq v \leq \infty \quad (4.1)$$

Η πιθανότητα η ταχύτητα του ανέμου να βρίσκεται εντός συγκεκριμένου διαστήματος τιμών υπολογίζεται από την αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας, η οποία για την κατανομή Weibull δίνεται από τη σχέση:

$$H(V) = 1 - e^{-\left(\frac{V}{c}\right)^k} \text{ για } 0 \leq V \leq \infty \quad (4.2)$$

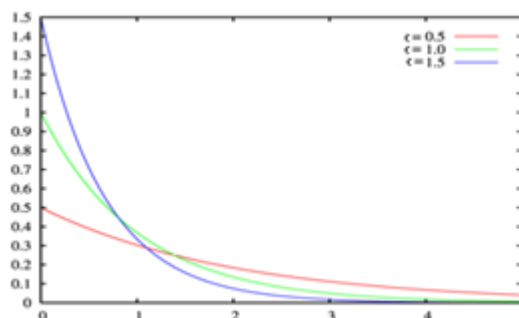
Συνεπώς προκύπτει ότι

$$P(V_1 \leq V \leq V_2) = e^{-\left(\frac{V_1}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{V_2}{c}\right)^k} \quad (4.3)$$

όπου k, c παράμετροι, οι τιμές των οποίων εξαρτώνται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κατανομής της ταχύτητας του ανέμου στο συγκεκριμένο τόπο και υπολογίζονται πειραματικά με παρατηρήσεις και μετρήσεις σε όλη τη διάρκεια του χρόνου. Η παράμετρος k καθορίζει το ύψος της κατανομής και αν αυξηθεί παρατηρείται μετατόπιση της κατανομής σε υψηλότερες ταχύτητες.

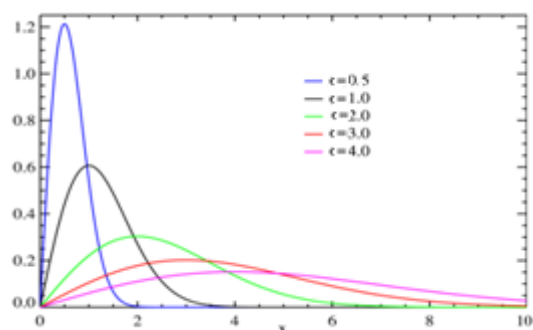
Για $k = 1$ προκύπτει η εκθετική κατανομή:

$$h(v) = \frac{k}{c} e^{-\left(\frac{v}{c}\right)} \quad (4.4)$$



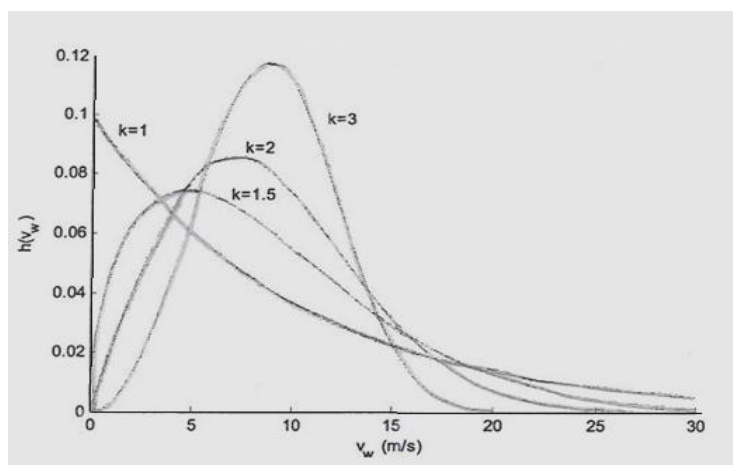
Για $k = 2$ προκύπτει η κατανομή Rayleigh:

$$h(v) = \frac{2}{c^2} v e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (4.5)$$

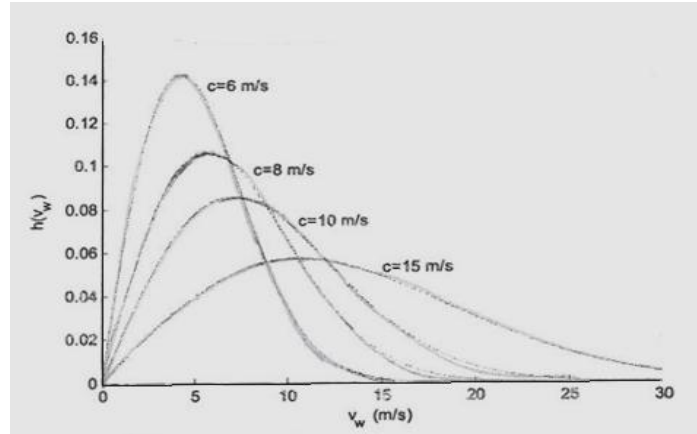


Η παράμετρος k είναι αδιάστατο μέγεθος και οι τιμές της κυμαίνονται μεταξύ 1,5 και 2,0. Μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς το τετράγωνο της τυπικής διασποράς των τιμών ταχύτητας του ανέμου.

Η παράμετρος c έχει μονάδες ταχύτητας και η τιμή της καθορίζει τη μέση ταχύτητα του ανέμου.



**Σχήμα 4.4-Μορφή κατανομής Weibull για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου μορφής k .
Παράμετρος κλίμακας $c=10\text{m/s}$**



Σχήμα 4.5- Μορφή κατανομής Weibull για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου κλίμακας c . Παράμετρος μορφής $k=2$ (κατανομή Rayleigh)

Η μέση ταχύτητα μιας κατανομής ταχυτήτων κατά Weibull, όπως αποδεικνύεται προκύπτει από τη σχέση

$$\bar{V} = \int_0^{\infty} v h(v) dv = c \Gamma \left(1 + \frac{1}{k} \right) \quad (4.6)$$

όπου Γ , η συνάρτηση «Γάμμα».

Για $k = 2$ (τυπική τιμή κατανομές ταχυτήτων – προσέγγιση Rayleigh) η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην

$$\bar{V} = c \Gamma(1.5) \cong 0.886 \cdot c \approx 0,90 \cdot c \quad (4.7)$$

Η παραγόμενη μηχανική ισχύς του άξονα του δρομέα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P_A = \frac{1}{2} \rho C_p A v_w^3 \quad (4.8)$$

όπου ρ η πυκνότητα του αέρα

A η επιφάνεια του δρομέα (πR^2)

v_w η ταχύτητα του ανέμου

$C_p(\lambda, \beta)$ ο αεροδυναμικός συντελεστής ισχύος

$\lambda = \frac{R \omega_R}{v_w}$ ο λόγος της ταχύτητας του ακροπτερυγίου προς την ταχύτητα

του ανέμου

β η γωνία του πτερυγίου ως προς την ταχύτητα του ανέμου

Συνεπώς η ηλεκτρική ισχύς που παράγει η A/G θα είναι:

$$P = n \cdot P_A = n \frac{1}{2} \rho C_p A v_w^3 \quad (4.9)$$

όπου n ο συνολικός βαθμός απόδοσης της A/G

$$n = n_b \cdot n_g$$

όπου n_b , ο βαθμός απόδοσης του πολλαπλασιαστή στροφών

n_g , της γεννήτριας

Η παραγωγή της ανεμογεννήτριας στη γενική περίπτωση μια συνάρτηση της ταχύτητας του ανέμου και μπορεί να εκφραστεί από τη σχέση:

$$y = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq x_{ci} \\ g(x) & x_{ci} \leq x \leq x_r \\ S & x_r \leq x \leq x_{co} \\ 0 & x \geq x_{co} \end{cases} \quad (4.10)$$

όπου

S η σταθερή ισχύς εξόδου της ανεμογεννήτριας

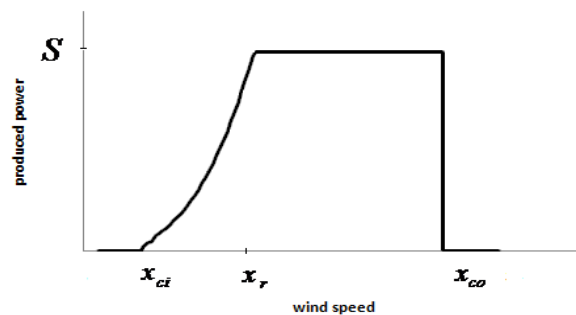
x_r η ταχύτητα του ανέμου πάνω από την οποία σταθεροποιείται η παραγωγή της ανεμογεννήτριας

x_{ci} η κάτω οριακή ταχύτητα λειτουργίας της ανεμογεννήτριας

x_{co} η πάνω οριακή ταχύτητα λειτουργίας της ανεμογεννήτριας

$g(x)$ μία συνάρτηση του x που αντιπροσωπεύει τη μορφή της παραγωγής

της ανεμογεννήτριας στην περιοχή $x_{ci} \leq x \leq x_r$.



Σχήμα 4.6-Παραγωγή της ανεμογεννήτριας συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου x .

Η συνάρτηση $g(x)$ προσεγγίζεται με τη γραμμική, παραβολική ή κυβική συνάρτησης, οι σταθερές των οποίων προσδιορίζονται από τα χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας x_{ci} , x_r και S .

Για να υπολογιστεί η συνάρτηση **πυκνότητας πιθανότητας** $f_y(y)$ της **παραγωγής της Α/Γ** όταν είναι γνωστή η πιθανοτική κατανομή της ταχύτητας του ανέμου και η αναλυτική έκφραση που συνδέει την παραγωγή της ανεμογεννήτριας με την ταχύτητα του ανέμου, εφαρμόζεται το θεμελιώδες θεώρημα.

Η πιθανότητα να είναι η ταχύτητα του ανέμου μικρότερη από κάποια τιμή x δίνεται ως

$$P(X \leq x) = \int_0^x f_x(x) dx = \int_0^x \frac{k}{c} \left(\frac{x}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{c}\right)^k} dx = 1 - e^{-\left(\frac{x}{c}\right)^k} \quad (4.11)$$

Έτσι

$$\begin{aligned} f_y(0) &= P(x \leq x_{ci}) + P(x \geq x_{co}) = P(x \leq x_{ci}) + 1 - P(x \leq x_{co}) \\ &= 1 - e^{-\left(\frac{x_{ci}}{c}\right)^k} + e^{-\left(\frac{x_{co}}{c}\right)^k} \end{aligned} \quad (4.12)$$

και

$$\begin{aligned} f_y(S) &= P(x_r \leq x \leq x_{co}) = P(x \leq x_{co}) - P(x \leq x_r) = 1 - e^{-\left(\frac{x_{co}}{c}\right)^k} - 1 + e^{-\left(\frac{x_r}{c}\right)^k} \\ &= e^{-\left(\frac{x_{co}}{c}\right)^k} + e^{-\left(\frac{x_r}{c}\right)^k} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Στην περιοχή $x_{ci} \leq x \leq x_r$ όπου $y = g(x)$ ισχύει :

$$f_y(y) = \frac{f_x(x)}{|g'(x)|}$$

Υπολογίζονται οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $f_y(y)$ για

$$y = g(x) = ax + b \quad \text{ή} \quad ax^2 + b \quad \text{ή} \quad ax^3 + b$$

1^η περίπτωση : $y = ax + b$

$$\text{Τότε} \quad \left. \begin{array}{l} ax_{ci} + b = 0 \\ ax_r + b = S \end{array} \right\} \rightarrow a = \frac{S}{x_r - x_{ci}}, b = -ax_{ci}$$

$$\text{και } g'(x) = a, x = \frac{y-b}{a}$$

Άρα

$$f_y(y) = \frac{1}{a} f_x\left(\frac{y-b}{a}\right) = \frac{1}{a} \frac{k}{c} \left(\frac{y-b}{ac}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{y-b}{ac}\right)^k} \quad (4.14)$$

2^η περίπτωση : $y = ax^2 + b$

$$\text{Τότε } \left. \begin{array}{l} ax_{ci}^2 + b = 0 \\ ax_r^2 + b = S \end{array} \right\} \rightarrow a = \frac{s}{x_r^2 - x_{ci}^2}, b = -ax_{ci}^2$$

$$\text{και } g'(x) = 2ax, x = \sqrt{\frac{y-b}{a}}$$

Άρα

$$f_y(y) = \frac{1}{2a\sqrt{\frac{y-b}{a}}} f_x\left(\sqrt{\frac{y-b}{a}}\right) = \frac{1}{2a\sqrt{\frac{y-b}{a}}} \left(\frac{k}{c}\right) \left(\sqrt{\frac{y-b}{ac^2}}\right)^{k-1} e^{-\left(\sqrt{\frac{y-b}{ac^2}}\right)^k} \quad (4.15)$$

3^η περίπτωση : $y = ax^3 + b$

$$\text{Τότε } \left. \begin{array}{l} ax_{ci}^3 + b = 0 \\ ax_r^3 + b = S \end{array} \right\} \rightarrow a = \frac{s}{x_r^3 - x_{ci}^3}, b = -ax_{ci}^3$$

$$\text{και } g'(x) = 3ax^2, x = \left(\frac{y-b}{a}\right)^{1/3}$$

Άρα

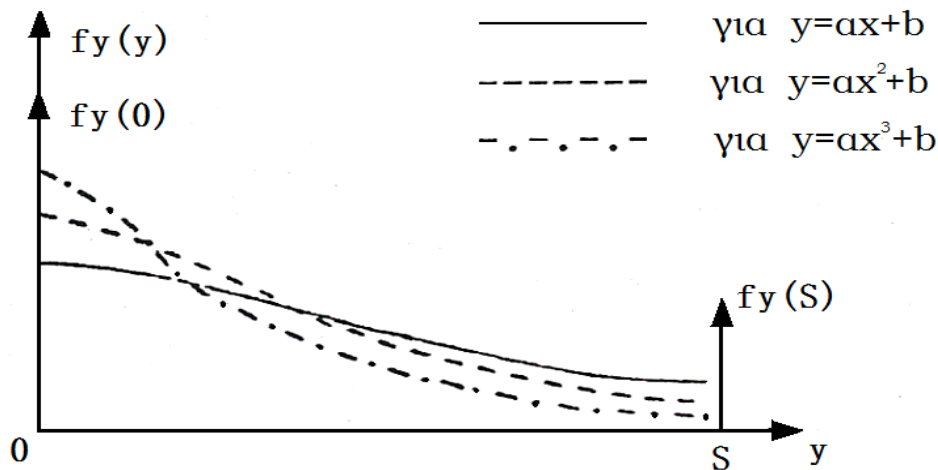
$$\begin{aligned} f_y(y) &= \frac{1}{3a\left(\frac{y-b}{a}\right)^{2/3}} f_x\left(\left(\frac{y-b}{a}\right)^{1/3}\right) \\ &= \frac{1}{3a\left(\frac{y-b}{a}\right)^{2/3}} \left(\frac{k}{c}\right) \left(\left(\frac{y-b}{a}\right)^{1/3} \frac{1}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\left(\frac{y-b}{a}\right)^{1/3} \frac{1}{c}\right)^k} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Για όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις $0 \leq y \leq S$.

Γενικά η έκφραση που εξάγεται για τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της παραγωγής από ανεμογεννήτρια λαμβάνοντας υπόψη όλες τις περιπτώσεις είναι :

$$f_y(y) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x_{ci}}{c}\right)^k} + e^{-\left(\frac{x_{co}}{c}\right)^k} & y = 0 \\ \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{x}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{c}\right)^k} \frac{dx}{dy} & 0 < y < S \\ e^{-\left(\frac{x_r}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{x_{co}}{c}\right)^k} & y = S \end{cases} \quad (4.17)$$

και η γραφική της παράσταση έχει τη μορφή του Σχήματος 4.4.



Σχήμα 4.7-Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της παραγωγής από ανεμογεννήτρια

Η παραγωγή της ανεμογεννήτριας μπορεί να παρασταθεί επίσης και ως διακριτή κατανομή.

Σε όλες τις περιπτώσεις η περιοχή μεταξύ 0 και S χωρίζεται σε $N - 2$ διαστήματα και αντιπροσωπεύεται από μία σειρά N διακριτών τιμών. Σε κάθε διάστημα $|y_{min}, y_{max}|$ υπολογίζεται το ολοκλήρωμα

$$\int_{y_{min}}^{y_{max}} f_y(y) dy$$

που παριστάνει την πιθανότητα να αποδώσει η ανεμογεννήτρια παραγωγή

$$y = \frac{y_{min} + y_{max}}{2}$$

Για κάθε περίπτωση εξάγονται οι ακόλουθες εξισώσεις :

α)

$$\begin{aligned} \int_{y_{min}}^{y_{max}} f_y(y) dy &= \int_{\frac{y_{min}-b}{a}}^{\frac{y_{max}-b}{a}} \frac{k}{c} \left(\frac{y}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{y}{c}\right)^k} dy = \\ &= e^{-\left(\frac{y_{min}-b}{a}\right)^k \left(\frac{1}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{y_{max}-b}{a}\right)^k \left(\frac{1}{c}\right)^k} \end{aligned} \quad (4.18)$$

β)

$$\begin{aligned} \int_{y_{min}}^{y_{max}} f_y(y) dy &= \int_{\left(\frac{y_{min}-b}{a}\right)^{1/2}}^{\left(\frac{y_{max}-b}{a}\right)^{1/2}} \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{y}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{y}{c}\right)^k} dy = \\ &= e^{-\left(\frac{y_{min}-b}{a}\right)^{k/2} \left(\frac{1}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{y_{max}-b}{a}\right)^{k/2} \left(\frac{1}{c}\right)^k} \end{aligned} \quad (4.19)$$

γ)

$$\begin{aligned} \int_{y_{min}}^{y_{max}} f_y(y) dy &= \int_{(\frac{y_{min}-b}{a})^{1/3}}^{(\frac{y_{max}-b}{a})^{1/3}} \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{y}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{y}{c}\right)^k} dy = \\ &= e^{-\left(\frac{y_{min}-b}{a}\right)^{k/3} \left(\frac{1}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{y_{max}-b}{a}\right)^{k/3} \left(\frac{1}{c}\right)^k} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Αν χωριστεί το διάστημα $|0, S|$ σε $N - 2$ διαστήματα όπου N ο επιθυμητός αριθμός των διακεκριμένων τιμών με τις οποίες θα αντιπροσωπευθεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της παραγωγής από ανεμογεννήτρια, τότε όλες οι προηγούμενες εκφράσεις συνοψίζονται ως εξής :

$$P_1 = 1 - e^{-\left(\frac{x_{ci}}{c}\right)^k} + e^{-\left(\frac{x_{c0}}{c}\right)^k}, \quad W_1 = 0$$

...

$$P_n = e^{-\left(\frac{W_{min}}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{W_{max}}{c}\right)^k}, \quad W_n = W_{n-1} + \frac{S}{N-2} \quad (4.21)$$

...

$$P_N = e^{-\left(\frac{x_r}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{x_{c0}}{c}\right)^k}, \quad W_N = S$$

όπου $W_{max} = \left| \frac{(n-1)\frac{S}{N-2} - b}{a} \right|^{1/i}$

$$W_{min} = \left| \frac{(n-2)\frac{S}{N-2} - b}{a} \right|^{1/i}$$

$$a = \frac{S}{x_r^i - x_{ci}^i}, \quad b = -x_{ci}^i a$$

και $i = 1$ για τη 1^η περίπτωση

$i = 2$ για τη 2^η περίπτωση

$i = 3$ για τη 3^η περίπτωση

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι καθώς η τιμή του εκθέτη i μεγαλώνει, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της παραγωγής της ανεμογεννήτριας προσεγγίζει τη διακριτή κατανομή δύο τιμών στις θέσεις 0 και S .

Περιορισμοί διείσδυσης αιολικής ενέργειας

Στην περίπτωση αιολικών πάρκων που συνδέονται σε ηλεκτρικά συστήματα περιορισμένου μεγέθους, τότε το σύστημα και κυρίως οι συμβατικές μονάδες παραγωγής εισάγουν σημαντικούς περιορισμούς στη λειτουργία των Α/Γ. Συνεπώς, εκτός από τον περιοριστικό παράγοντα της ταχύτητας του ανέμου και το ίδιο το δίκτυο βάζει περιορισμούς στη συνολική ισχύ που παράγεται από Α/Γ.

Συγκεκριμένα, οι πετρελαϊκές μονάδες δεν είναι αποδεκτό να υποφορτίζονται κάτω από ένα ποσοστό της ονομαστικής τους ισχύος, κυρίως για λόγους φθορών, αυξημένων αναγκών συντήρησης και αντιοικονομικής λειτουργίας των κινητήρων ντήζελ. Έτσι για την παραγόμενη ισχύ από τη μονάδα πρέπει να ισχύει:

$$P_{Dmin} \leq P_D \leq P_{Dn}$$

$$P_{Dmin} = c_T P_{Dn}$$

όπου P_D η παραγόμενη ισχύς από τη μονάδα

P_{Dn} η ονομαστική της ισχύς

P_{Dmin} το τεχνικό της ελάχιστο

c_T ο συντελεστής τεχνικού ελαχίστου ($\approx 40 - 60\%$)

Ακόμα, κατά τον προγραμματισμό της λειτουργίας των συμβατικών μονάδων τηρείται πάντοτε κάποια στρεφόμενη εφεδρεία, δηλαδή η ονομαστική ισχύς των εν λειτουργία νηζελογεννητριών είναι μεγαλύτερη από την ισχύ εξόδου τους, ώστε να είναι σε θέση να αναλάβουν πρόσθετη ισχύ, αν αυτό απαιτηθεί.

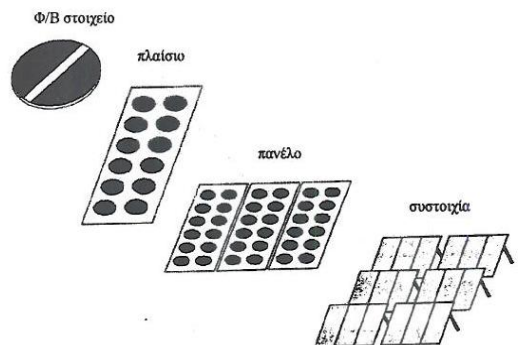
Επιπρόσθετα, ιδιαίτερα σημαντικές αποκλίσεις συχνότητας ή ακόμη και κίνδυνος της ευστάθειας του συστήματος μπορεί να υπάρξει στην περίπτωση απότομης απώλειας της αιολικής παραγωγής, όταν αυτή εξυπηρετεί σημαντικό ποσοστό του φορτίου. Το ενδεχόμενο αυτό μπορεί να προέλθει κυρίως εξαιτίας σφαλμάτων επί του δικτύου, αλλά δυνητικά και ως αποτέλεσμα υψηλών ταχυτήτων ανέμου που υπερβαίνουν την ταχύτητα αποσύνδεσης των Α/Γ. Συνεπώς, το μέγιστο αποδεκτό στιγμιαίο όριο διείσδυσης δεν πρέπει να υπερβαίνει το 25 – 40% της ισχύος των εν λειτουργία συμβατικών μονάδων.

4.3 ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Τα τελευταία χρόνια βρίσκεται όλο και σε ταχύτερη ανάπτυξη η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω της ηλιακής ενέργειας από φωτοβολταϊκά συστήματα.

Στο σχήμα 4.5 παρουσιάζεται ένα Φ/Β πλαίσιο που περιλαμβάνει 12 Φ/Β στοιχεία και ακόμα τρία Φ/Β πλαίσια που στηρίζονται στην ίδια μεταλλική κατασκευή και σχηματίζουν ένα Φ/Β πάνελ. Περισσότερα πάνελ σχηματίζουν τη Φ/Β

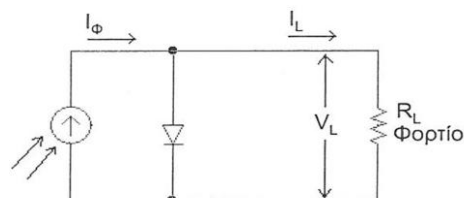
συστοιχία και έτσι δημιουργείται ένα Φ/Β πάρκο. Τα Φ/Β στοιχεία είναι δίοδοι ημιαγωγών (συνήθως πυριτίου), οι οποίες όταν δέχονται στην επιφάνεια τους την ηλιακή ακτινοβολία, τα φορτία συσσωρεύονται στις δύο αντικρινές επιφάνειες με αποτέλεσμα τη δημιουργία διαφοράς δυναμικού ανάμεσα στους δύο ακροδέκτες των δύο τμημάτων του ηλιακού στοιχείου. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται φωτοβολταϊκό φαινόμενο. Η διαφορά δυναμικού είναι της τάξης των 0,5 με 1 V και το παραγόμενο ηλεκτρικό ρεύμα από 20 έως 40 mA ανά cm^2 της επιφάνειας. Τα Φ/Β συστήματα εκτός από τα πολλά Φ/Β στοιχεία, διαθέτουν και διατάξεις ελέγχου και προστασίας, ηλεκτρονικούς μετατροπείς του παραγόμενου συνεχούς ρεύματος σε εναλλασσόμενο και συσσωρευτές για την αποθήκευση της ηλεκτρικής ενέργειας.



Σχήμα 4. 8-Σύνθεση Φ/Β συλλεκτών

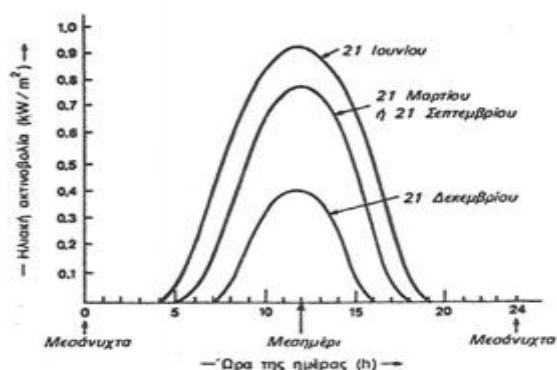
Τα Φ/Β πλαίσια είναι δύο ειδών: τα επίπεδα, τα οποία είναι τα πλέον συνήθη και αυτά που χρησιμοποιούν συσκευές συγκέντρωσης ηλεκτρικής ενέργειας για την αύξηση του βαθμού απόδοσης. Οι Φ/Β σταθμοί μπορούν να ομαδοποιηθούν στις εξής κατηγορίες: στους σταθμούς οι οποίοι τροφοδοτούν αυτόνομα μικρά συστήματα με ισχύ από 100W έως 200kW και στους σταθμούς που συνδέονται σε ηλεκτρικά συστήματα και έχουν ισχύ μέχρι κάποια MW.

Στο σχήμα 4.6 παρουσιάζεται το απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα ενός Φ/Β στοιχείου όταν στα άκρα του συνδέεται μία ωμική αντίσταση R_L . Το Φ/Β στοιχείο παρίσταται με μία πηγή εντάσεως, η οποία παράγει το Φωτόρευμα I_ϕ , όταν προσπίπτει σε αυτό ηλιακή ακτινοβολία, το δε μέγεθός του είναι ευθέως ανάλογο της εντάσεως της ηλιακής ακτινοβολίας.



Σχήμα 4. 10-Ισοδύναμο κύκλωμα ενός φωτιζόμενου ηλιακού στοιχείου

Η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας στο οριζόντιο επίπεδο κατά τη διάρκεια του 24ώρου, μεταβάλλεται όπως δείχνει το Σχήμα 4.7 για χαρακτηριστικές ημερομηνίες και με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν σύννεφα. Η σημειούμενη στον οριζόντιο άξονα «ώρα ημέρας» είναι η «ηλιακή ώρα». Παρατηρούμε λοιπόν πως η ημερήσια ηλιακή ενέργεια ακολουθεί γενικά κανονική κατανομή. Αθροιστικά μπορούμε να υποθέσουμε ότι γενικά η ηλιακή ενέργεια ακολουθεί κανονική κατανομή και συνεπώς η παραγόμενη ισχύς του Φ/Β πάρκου θεωρείται πως και αυτή ακολουθεί κανονική κατανομή με γνωστή μέση τιμή και τυπικά απόκλιση.



Σχήμα 4.10-Τυπικές μορφές διακύμανσης της ηλιακής ακτινοβολίας σε 4 χαρακτηριστικές ημέρες

4.4 ΣΤΑΘΜΟΙ ΣΥΜΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ-ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ

Υπό τον όρο συμπαραγωγή ηλεκτρισμού και θερμότητας περιλαμβάνονται όλες οι εγκαταστάσεις παραγωγής ενέργειας υψηλής ποιότητας, έργου στις οποίες όμως γίνεται και παραγωγή ωφέλιμης θερμότητας από την ίδια πηγή. Με την συμπαραγωγή, η ενέργεια που παρέχεται σε ένα θερμικό σταθμό για την παραγωγή ηλεκτρισμού χρησιμοποιείται πιο αποδοτικά για την παραγωγή ηλεκτρισμού και ωφέλιμης θερμότητας. Θεωρείται ως μία μέθοδος παραγωγής ενέργειας ελκυστική τόσο από περιβαλλοντική όσο και από οικονομική άποψη.

Οι συμβατικές πηγές ενέργειας που χρησιμοποιούν ως πηγή ενέργειας τη χημική ενέργεια των υδρογονανθράκων ή την ενέργεια σχάσης κάποιου πυρηνικού καυσίμου εμφανίζουν σημαντικές απώλειες δεδομένου ότι περίπου τα 2/3 της ενέργειας του χρησιμοποιούμενου καυσίμου χάνονται υπό τη μορφή χλιαρού ύδατος σε πύργους ψύξης, ποταμούς ή θάλασσες. Συνεπώς, μόνο το 1/3 της ενέργειας του καυσίμου (άνθρακας, πετρέλαιο) μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια.

Η συμπαραγωγή προσφέρει εξοικονόμηση ενέργειας που κυμαίνεται μεταξύ 15 και 40% σε σύγκριση με τη διάθεση ηλεκτρικής και θερμικής ενέργειας από συμβατικούς ηλεκτροπαραγωγικούς σταθμούς και λέβητες αντίστοιχα εφόσον η απόδοση μιας εγκατάστασης τέτοιου τύπου μπορεί να φτάσει ή και να ξεπεράσει το

90%. Επομένως, η μετατροπή του σχεδιασμού και της λειτουργίας ενός σταθμού ηλεκτροπαραγωγής σε σταθμό συμπαραγωγής βελτιώνει τη χρήση της εκλυόμενης ενέργειας του καυσίμου. Ως πηγή ενέργειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε καύσιμο – ορυκτό ή βιομάζα. Σήμερα, προτιμάται το φυσικό αέριο όχι μόνο για οικονομικούς αλλά κυρίως για περιβαλλοντικούς λόγους.

Δύο είναι οι γενικοί τομείς χρήσης της συμπαραγωγής:

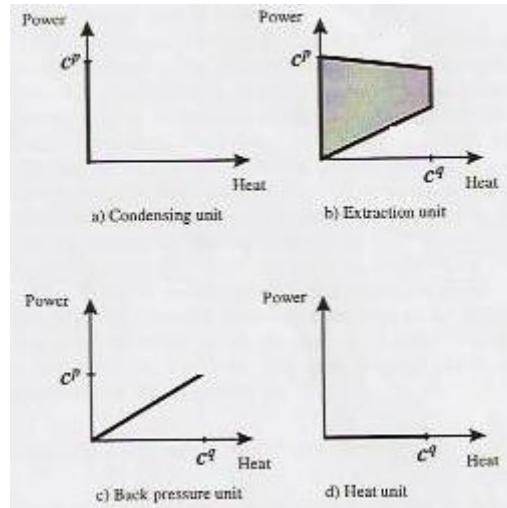
- Ο τομέας της *τηλεθέρμανσης* (Combined Heat and Power for district heating – CHP/DH) που περιλαμβάνει την κατασκευή δικτύων μεταφοράς και παροχής ύδατος, σε θερμοκρασίες 80 – 150°, για τη θέρμανση χώρων.
- Ο τομέας των *βιομηχανικών εφαρμογών* (CHP for industry – CHP/IN) όπου οι παραπάνω τιμές θερμοκρασίας καλύπτονται μέσω εκτονούμενου ατμού ή απομαστεύσεων αμοστροβίλων (ή από ατμό παρεχόμενο από λέβητα που χρησιμοποιεί τα καυσαέρια ενός αεριοστροβίλου για τη θέρμανση του ύδατος).

Επομένως, τα συστήματα συμπαραγωγής μπορούν να εγκατασταθούν σε ενεργοβόρες βιομηχανίες, στον τριτογενή τομέα (νοσοκομεία, ξενοδοχεία, μεγάλα κτίρια, αθλητικά κέντρα, κλπ.) ή να καλύψουν τις θερμικές και ηλεκτρικές ανάγκες μιας αστικής περιοχής, μέσω συστημάτων τηλεθέρμανσης ή τηλεψύξης.

Ένα σύστημα συμπαραγωγής αποτελείται από πολλές μονάδες, η καθεμία παράγει ηλεκτρισμό ή/και θερμότητα. Οι μονάδες του συστήματος μπορούν να χωριστούν σε δύο ομάδες: μονάδες που παράγουν μόνο ένα είδος ενέργειας, είτε θερμότητα είτε ηλεκτρισμό και μονάδες που παράγουν τόσο ηλεκτρισμό όσο και θερμότητα (μονάδες CHP). Η πρώτη ομάδα αποτελείται από μονάδες λεβήτων, που παράγουν μόνο θερμότητα και από μονάδες τύπου *condensing*, οι οποίες παράγουν μόνο ηλεκτρική ενέργεια. Η ομάδα των μονάδων CHP αποτελείται από μονάδες τύπου *back pressure* και *extraction*.

Οι δυνατοί συνδυασμοί παραγωγής ηλεκτρισμού και θερμότητας μιας μονάδας μπορούν να εξεταστούν μέσω της περιοχής λειτουργίας της. Οι περιοχές λειτουργίας των τεσσάρων τύπων μονάδων παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.8. Το σχήμα της περιοχής λειτουργίας καθορίζει τους διάφορους συνδυασμούς παραγωγής ηλεκτρισμού και θερμότητας.

Η περιοχή λειτουργίας μιας μονάδας παραγωγής θερμότητας χαρακτηρίζεται από την θερμική ισχύ $c^q (MJ s^{-1})$ και για μία μονάδα τύπου *condensing* χαρακτηρίζεται από την ηλεκτρική ισχύ $c^p (MW)$. Μία μονάδα παραγωγής θερμότητας έχει μηδενική ηλεκτρική ισχύ $c^p = 0$, ενώ μία μονάδα τύπου *condensing* έχει μηδενική θερμική ισχύ $c^q = 0$.



Σχήμα 4.11-Περιοχή λειτουργία των μονάδων παραγωγής ενέργειας

Όσον αφορά στις μονάδες τύπου back — pressure, η χαρακτηριστική γραμμή λειτουργίας τους καθορίζεται βάσει της κλίσης $c^m = c^p / c^q$, όπου τα μεγέθη c^p και c^q αντιπροσωπεύουν την θερμική (MJs^{-1}) και την ηλεκτρική (MW) ισχύ αντίστοιχα. Επίσης, ορίζεται $c^m = 0$ για τις μονάδες παραγωγής θερμότητας και $c^m = \infty$ για τις μονάδες τύπου condensing.

Οι μονάδες τύπου extraction επιτρέπουν κάποια ελευθερία στην επιλογή των πιθανών συνδυασμών ηλεκτρισμού και θερμότητας εν αντιθέσει με τη μονάδα back—pressure όπου οι συνδυασμοί καθορίζονται βάσει της γραμμής back—pressure.

Η περιοχή λειτουργίας των μονάδων τύπου extraction είναι ένα πολύγωνο, τα όρια του οποίου καθορίζονται από τέσσερις γραμμές. Δύο γραμμές ορίζουν την θερμική παραγωγή q στο διάστημα $0 \leq q \leq c^q$. Η γραμμή back — pressure με κλίση c^m καθορίζει το κατώτερο όριο της ηλεκτρικής παραγωγής που αντιστοιχεί σε οποιαδήποτε δεδομένη θερμική παραγωγή. Συνεπώς, οι συνδυασμοί (q, p) θερμότητας και ηλεκτρισμού που βρίσκονται εντός της περιοχής λειτουργίας ικανοποιούν τις σχέσεις 4.22.α - 4.22.γ:

$$0 \leq q \leq c^q \quad (4.22. \alpha)$$

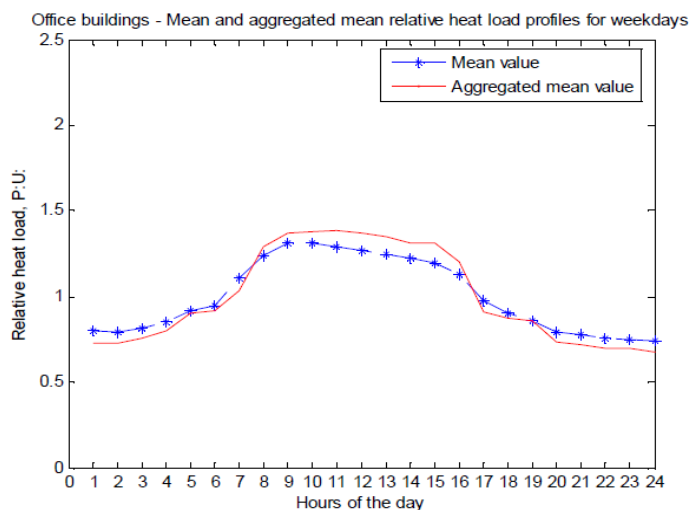
$$0 \leq p \leq c^p \quad (4.22. \beta)$$

$$c^m q \leq p \leq c^p - c^u q \quad (4.22. \gamma)$$

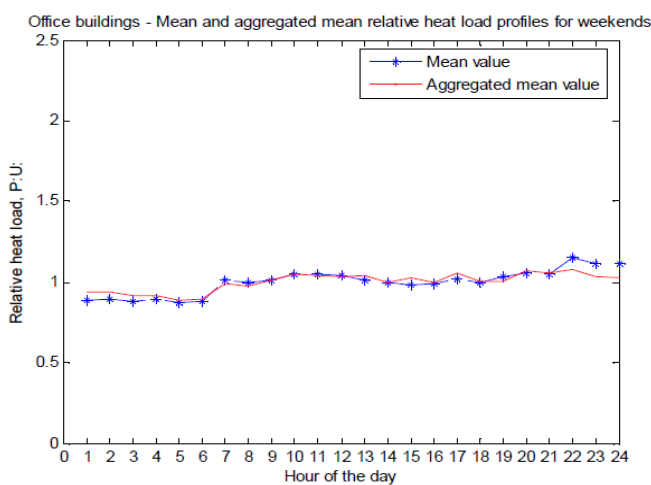
Συνεπώς, σε μία μονάδα back—pressure η παραγωγή θερμότητας και ηλεκτρισμού ακολουθούν την ίδια μορφή κατανομής. Όταν προτεραιότητα έχει η κάλυψη του θερμικού φορτίου, τότε η παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια θα ακολουθεί τη κατανομή της καμπύλης ζήτησης θερμικού φορτίου πολλαπλασιαζόμενη με τον συντελεστή σταθερό c^m .

Ένα παράδειγμα της κατανομής της ημερήσιας ζήτησης θερμικού φορτίου αποτελεί η καμπύλη του σχήματος. Τα δεδομένα της καμπύλης αποτελούν στοιχεία

για το ζητούμενα φορτίο σε κτήρια γραφείων τις καθημερινές (4.9) και τα σαββατοκύριακα (4.10).



Σχήμα 4.12 – Ζήτηση Ημερήσιου θερμικού φορτίου, Καθημερινές



Σχήμα 4.13 -Ζήτηση Ημερήσιου θερμικού φορτίου, Σαββατοκύριακα

Παρατηρούμε ότι το μεσημέρι η ζήτηση αυξάνεται σε σχέση με τις πρώτες ώρες της ημέρας και μετά πάλι μειώνεται. Θα μπορούσαμε να υποθέσουμε, λοιπόν, ότι αθροιστικά η ζήτηση για θερμικό φορτίο ακολουθεί κανονική κατανομή με αρκετά μεγάλη τυπική απόκλιση. Συμπερασματικά, για τις μονάδες back – pressure που χρησιμοποιούνται συνήθως στη τηλεθέρμανση μπορεί να θεωρηθεί ότι η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή και τυπική απόκλιση που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη κατανομή της παραγόμενης θερμότητας και από την τιμή του συντελεστή c^m . Συγκεκριμένα πρόκειται πάλι για κανονική κατανομή με μέση τιμή και τυπική απόκλιση αυτή της κατανομή του θερμικού φορτίου πολλαπλασιαζόμενη με το συντελεστή c^m .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε πληθώρα συστημάτων που λειτουργούν υπό συνθήκες αβεβαιότητας, όπως και η ροή φορτίου στο δίκτυο, η πιθανοτική προσέγγιση είναι απαραίτητη για πολλούς και σημαντικούς λόγους που έχουν αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο. Βέβαια, λόγω του ότι μια τέτοια προσέγγιση είναι αρκετά πολύπλοκη και χρονοβόρα, συχνά προτιμάται η ντετερμινιστική η οποία όμως υστερεί σε μεγάλο βαθμό, καθώς ως γνωστόν λαμβάνει υπόψη της μόνο ένα συγκεκριμένο στιγμιότυπο του συστήματος και αγνοεί την αβεβαιότητα που διέπει πολλές παραμέτρους.

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται μία μέθοδος πιθανοτικής ανάλυσης η οποία είναι σημαντικά πιο απλή, γρήγορη και εύκολη στη χρήση συγκριτικά με τις περισσότερες που ήδη χρησιμοποιούνται. Η μέθοδος αυτή αρχικά αναπτύχθηκε από τον Emilio Rosenblueth το 1981 και στη συνέχεια εξελίχθηκε και προσαρμόστηκε κατάλληλα για την επίλυση προβλημάτων διάφορων κατηγοριών.

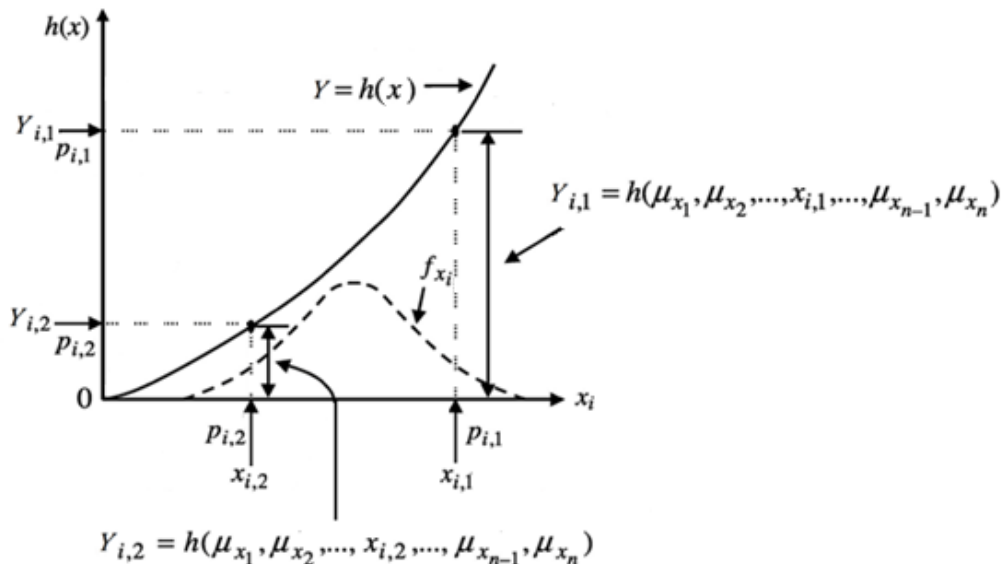
Συγκεκριμένα με την εν λόγω μέθοδο είναι δυνατός ο υπολογισμός των στατιστικών ροπών μίας τυχαίας μεταβλητής η οποία είναι συνάρτηση μίας ή πολλών τυχαίων μεταβλητών. Με βάση αυτή τη μέθοδο, οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών αντικαθίστανται από ένα σύνολο σημείων και σε καθένα από αυτά τα σημεία αντιστοιχίζεται η τιμή της πιθανότητας εμφάνισης του. Για τον λόγο αυτό αποκαλείται Μέθοδος Εκτίμησης Σημείων (Μ.Ε.Σ.). Ο αριθμός των σημείων που θα αποτελούν την εκτίμηση της συνάρτησης κατανομής της κάθε τυχαίας μεταβλητής ποικίλλει ανάλογα με την ακρίβεια που απαιτεί το πρόβλημα για το οποίο εφαρμόζεται η μέθοδος. Για τη Μέθοδο Εκτίμησης 2 Σημείων, όταν στο πρόβλημα υπάρχουν n τυχαίες μεταβλητές, χρησιμοποιούνται 2^n συγκεντρώσεις πιθανότητας τοποθετημένες σε 2^n σημεία για να αντικαταστήσουν την αρχική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που παρουσιάζουν οι τυχαίες μεταβλητές, αντιστοιχίζοντας τις ροπές έως και τρίτης τάξης. Βέβαια, όπως είναι αναμενόμενο, όσο λιγότερα σημεία χρησιμοποιηθούν, η επίλυση γίνεται όλο και ταχύτερη θυσιάζοντας όμως την ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Συνεπώς, για τη Μ.Ε.Σ. ουσιαστικά αρκεί μόνο η γνώση των κεντρικών ροπών των τριών πρώτων τάξεων των τυχαίων μεταβλητών, δηλαδή της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και της λοξότητας, οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν άμεσα από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής. Από τη στιγμή που οι τιμές των παραπάνω μεγεθών είναι γνωστές, ο υπολογισμός των κεντρικών ροπών

της άγνωστης μεταβλητής απαιτεί μόνο απλές αριθμητικές πράξεις. Συμπερασματικά, πρόκειται για μία μέθοδο απλή, καθόλου χρονοβόρα και η οποία μπορεί να εφαρμοστεί για την επίλυση μεγάλης γκάμας προβλημάτων.

5.2 ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΙΔΕΑΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Θεωρούμε τη μέθοδο με εκτίμηση σε δύο σημεία. Στο σχήμα 5.1 παρουσιάζεται γραφικά η βασική της ιδέα. Στη Μέθοδο Εκτίμησης 2 Σημείων αντικαθίσταται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κάθε τυχαίας μεταβλητής με δύο τιμές και δύο πιθανότητες εμφάνισης των δύο αυτών τιμών. Συγκεκριμένα, έστω μία ποσότητα Y που είναι συνάρτηση n τυχαίων μεταβλητών x_i , δηλαδή $Y = h(\mathbf{X})$. Για κάθε τυχαία μεταβλητή x_i υπολογίζουμε τα 2 εκτιμώμενα σημεία $x_{i,1}$ και $x_{i,2}$ με τις αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισης $p_{i,1}$ και $p_{i,2}$. Στη συνέχεια, δημιουργούμε ένα σύνολο με όλα τα πιθανά διανύσματα \mathbf{X} , ένα για κάθε εκτιμώμενη τιμή $x_{i,j}$ ($j = 1$ ή 2), θεωρώντας για τις υπόλοιπες τυχαίες $n - 1$ μεταβλητές ότι ισούνται με τις μέσες τιμές τους. Έχουμε δηλαδή 2^n διανύσματα της μορφής $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{i,j}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$, όπου μ_i η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής x_i και για καθένα από αυτά μπορούμε να υπολογίσουμε μία εκτίμηση Y_i του μεγέθους Y , μέσω της συνάρτησης h , το οποίο θα παρουσιάζει πιθανότητα εμφάνισης αντίστοιχα $p_{i,j}$. Έτσι τελικά έχουμε ένα σύνολο 2^n πιθανών τιμών για το Y με γνωστή την πιθανότητα για την εκάστοτε τιμή.



Σχήμα 5.1 -Βασική ιδέα της Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων

5.3 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ

Η μέθοδος εκτίμησης σημείου μπορεί να υλοποιηθεί για συναρτήσεις μίας αλλά και πολλαπλών μεταβλητών. Παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικά η μέθοδος και για τις δύο αυτές περιπτώσεις ξεχωριστά.

5.3.1 Συναρτήσεις μίας μεταβλητής

Έστω μία ποσότητα Z η οποία είναι συνάρτηση της μεταβλητής X , $Z = h(X)$, όπου X είναι μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$. Έστω ότι μ_X και σ_X είναι η μέση τιμή και τυπική απόκλιση του X . Επίσης, έστω $M'_j(X)$ είναι η κεντρική ροπή j τάξης του X ,

$$M'_j(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^j f_X(x) dx \quad (5.1)$$

και έστω $\lambda_{X,j}$ ο λόγος $M'_j(X)$ προς σ_X^j , $j = 1, 2, 3, \dots$,

$$\lambda_{X,j} = M'_j(X) / (\sigma_X)^j \quad (5.2)$$

όπου $\lambda_{X,1}$ ισούται με 0, $\lambda_{X,2}$ ισούται με 1 και $\lambda_{X,3}$ και $\lambda_{X,4}$ είναι ο συντελεστής λοξότητας και κύρτωσης του X αντίστοιχα.

Η ανάπτυξη της $h(X)$ σε σειρά Taylor γύρω από τη μ_X είναι:

$$h(X) = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (x - \mu_X)^j \quad (5.3)$$

όπου $h^j(\bullet)$, $j = 1, 2, \dots$ εκφράζει την παράγωγο j τάξης της $h(\bullet)$ ως προς x .

Η μέση τιμή του Z μπορεί να υπολογιστεί λαμβάνοντας την εκτίμηση της παραπάνω εξίσωσης που καταλήγει στην

$$\mu_Z = E(h(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) f(x) dx = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) \lambda_{X,j} \sigma_X^j \quad (5.4)$$

όπου $E(\bullet)$ εκφράζει την εκτίμηση.

Έστω $x_i = \mu_X + \xi_i \sigma_X$, εκφράζει την i συγκέντρωση του x . Για τη ΜΕΣ 2 σημείων ισχύει ότι $i = 1, 2$, όπου ξ_1 και ξ_2 σταθερές που πρέπει να υπολογιστούν. Έστω p_i η πιθανότητα της συγκέντρωσης x_i , $i = 1, 2$. Πολλαπλασιάζοντας την εξ.(5.3) επί p_i με $x = x_i$, $i = 1, 2$ και αθροίζοντας, καταλήγουμε στην

$$p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) = h(\mu_X)(p_1 + p_2) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X)(p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j) \sigma_X^j \quad (5.5)$$

Προσεγγίζοντας την ακριβή μέση τιμή του Z που εκφράζεται στην εξίσωση (5.4) από τη σχέση $p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2)$, μπορούμε να συνδυάσουμε τους τέσσερις πρώτους όρους του δεξιού μέρους της εξίσωσης (5.4) και (5.5) [π.χ. συνδυάζοντας τις ροπές μέχρι και τρίτης τάξης] καταλήγουμε στο εξής

$$\sum_{i=1}^k p_i \xi_i^j = M_j'(X) / \sigma_X^j = \lambda_{X,j} \quad (5.6)$$

$j = 0, \dots, 2k - 1$, όπου $k = 2$.

Το παραπάνω είναι ένα σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους (p_i και ξ_i , $i = 1, 2$). Η λύση του συστήματος είναι

$$\xi_i = \frac{\lambda_{X,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2} \quad (5.7)$$

$$\text{και } p_i = (-1)^i \xi_{3-i} / \zeta \quad (5.8)$$

$$\text{όπου } \zeta = \xi_1 - \xi_2 = 2 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2}$$

Από τις εξ. (5.5) και (5.6) έχουμε ότι

$$\begin{aligned} h(\mu_X) + \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) \lambda_{X,j} \sigma_X^j \\ = p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X)(p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j) \sigma_X^i \end{aligned} \quad (5.9)$$

Αντικαθιστώντας την εξ. (5.9) στην (5.4) παίρνουμε την

$$\mu_Z = p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X)(\lambda_{X,j} - (p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j)) \sigma_X^j \quad (5.10)$$

Συνεπώς,

$$\mu_Z \cong p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) \quad (5.11)$$

η οποία είναι μια προσέγγιση τρίτης τάξης. Στην εξίσωση (5.11) το ' \cong ' σημαίνει ίσο εκτός για όρους τέταρτης κ άνω τάξης. Εάν $h^j(\bullet)$, $j = 4, 5, \dots$, είναι ίσο με μηδέν (π.χ. εάν η $h(x)$ είναι πολυώνυμο τρίτης τάξης), η Μ.Ε.Σ. 2 σημείων δίνει ακριβή

λύση για την μ_Z . Ομοίως, μπορούμε να δείξουμε ότι η ροπή δεύτερης τάξης του Z μπορεί να εκτιμηθεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^2) \cong p_1(h(x_1))^2 + p_2(h(x_2))^2. \quad (5.12)$$

Η τυπική απόκλιση υπολογίζεται τότε από τη σχέση

$$\sigma_Z = \sqrt{E(Z^2) - [E(Z)]^2} \quad (5.13)$$

Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε μέθοδο m σημείων συγκέντρωσης με πιθανότητα p_i για το x_i , συνδυάζοντας τις ροπές των πρώτων $2m - 1$ τάξεων της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του X . Αποδεικνύεται ομοίως ότι

$$\mu_Z = \sum_{i=1}^m p_i h(x_i) - \sum_{j=2m}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (\lambda_{X,j} - \sum_{i=1}^m p_i \xi_i^j) \sigma_X^j \quad (5.14)$$

Η προσέγγιση του μ_Z χρησιμοποιώντας m σημεία είναι

$$\mu_Z \cong \sum_{i=1}^m p_i h(x_i), \quad (5.15)$$

η οποία είναι μια προσέγγιση $2m - 1$ τάξης. Η Μ.Ε.Σ. m σημείων δίνει ακριβή λύση για τη μ_Z και τη σ_X εάν η $h(x)$ είναι πολυώνυμο μικρότερης από m και $2m$ τάξης αντίστοιχα. Αξίζει να σημειωθεί ότι συχνά η χρήση μικρού αριθμού σημείων μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένο υπολογισμό της μ_Z και της σ_X και συνεπώς προτείνεται χρησιμοποίηση περισσότερων σημείων.

5.3.2 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών

Έστω μία ποσότητα Z η οποία είναι συνάρτηση n τυχαίων μεταβλητών, $Z = h(\mathbf{X}) = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$, όπου \mathbf{X} είναι ένα σύνολο τυχαίων μεταβλητών X_k , $k = 1, 2, \dots, n$. Έστω ότι μ_k και σ_k η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της τυχαίας μεταβλητής X_k που έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_{X_k} . Επίσης, έστω $M'_j(X_k)$ είναι η κεντρική ροπή i τάξης του X ,

$$M'_j(X_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_k - \mu_k)^j f_{X_k}(x) dx \quad (5.16)$$

και έστω $\lambda_{X,j}$ ο λόγος $M'_j(X_k)$ προς σ_X^j , $j = 1, 2, 3, \dots$,

$$\lambda_{k,j} = M'_j(X_k) / (\sigma_{X_k})^j \quad (5.17)$$

όπου $\lambda_{k,1}$ ισούται με 0, $\lambda_{k,2}$ ισούται με 1 και $\lambda_{k,3}$ και $\lambda_{k,4}$ είναι ο συντελεστής λοξότητας και κύρτωσης του X_k αντίστοιχα.

Η ανάπτυξη της $h(\mathbf{X})$ σε σειρά Taylor πολλών μεταβλητών γύρω από του τη μέση τιμή του X_k είναι:

$$Z_c = h_c(X_1, X_2, \dots, X_n) = h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) (X_k - \mu_{X_k})^i \quad (5.18)$$

όπου $h^j(\bullet)$, $j = 1, 2, \dots$ εκφράζει την παράγωγο j τάξης της $h(\bullet)$ ως προς x .

Η μέση τιμή του Z_c μπορεί να υπολογιστεί λαμβάνοντας την εκτίμηση της παραπάνω εξίσωσης που καταλήγει στην

$$\begin{aligned} \mu_{Z_c} = E(Z_c) &= \\ &= h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\ &+ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \int_{-\infty}^{+\infty} (x_k - \mu_k)^j f_X(x) dx \\ &= h_j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times M'_j(X_k) = \\ &= h_j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j \quad (5.19) \end{aligned}$$

όπου $E(\bullet)$ εκφράζει την εκτίμηση.

Έστω, $p_{k,i}$ εκφράζει τη συγκέντρωση (ή το βάρος) του διανύσματος $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$ όπου $x_{k,i} = \mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k$, $k = 1, 2, \dots, n$, $i = 1, 2$ (για Μ.Ε.Σ. 2 σημείων). Οι μεταβλητές $p_{k,i}$ και $\xi_{k,i}$ πρέπει να υπολογιστούν. Για αυτό το λόγο πολλαπλασιάζουμε την (5.18) επί $p_{k,i}$ με $x_k = x_{k,i}$ για κάθε τυχαία μεταβλητή x_k και αθροίζοντας καταλήγουμε στην

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n) \\ &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,j} \times (x_{k,j} - \mu_k)^j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k - \mu_k)^j \\
&= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{k,i})^j \quad (5.20)
\end{aligned}$$

Προσεγγίζοντας τη μέση τιμή του Z_c με $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$ από την εξ (5.20), μπορούμε να συνδυάσουμε τα τέσσερα πρώτα μέρη του δεξιού μέλους της (5.19) και της (5.20) (παίρνοντας τις ροπές έως και 3ης τάξης του X_k) και καταλήγουμε σε ένα σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_{i=1}^2 p_{k,i} (\xi_{k,i})^j = \lambda_{k,j} \quad (5.21)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} = 1 \quad (5.22)$$

$$\sum_{i=1}^m p_{k,i} = 1/n \quad (5.23)$$

όπου, $j = 1, 2, 3$, (αφού πήραμε έως ροπές 3ης τάξης)

$i = 1, 2$, (αφού πρόκειται για Μ.Ε.Σ. 2 σημείων)

$k = 1, 2, \dots, n$ (οι τυχαίες μεταβλητές)

Η λύση του παραπάνω συστήματος είναι η εξής:

$$\xi_{k,i} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad (5.24)$$

$i = 1, 2$ και $k = 1, 2, \dots, n$

$$p_{k,i} = (-1)^i \xi_{k,3-i} / \zeta_k \quad (5.25)$$

$$\text{όπου } \zeta_k = 2\sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$$

Για να ελέγξουμε το κατά πόσο η μέθοδος προσεγγίζει την πραγματική μέση τιμή του Z_c αντικαθιστούμε τις (5.21) και (5.22) στη (5.20) και έχουμε

$$\begin{aligned} E(Z_c) &= h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j \\ &\quad + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \end{aligned} \quad (5.26)$$

Η οποία μπορεί να γραφεί ως

$$\begin{aligned} h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) &+ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j \\ &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\ &\quad + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \end{aligned} \quad (5.27)$$

Και καταλήγουμε τελικά ότι

$$\begin{aligned} E(Z_c) &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\ &\quad - \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \\ &\quad + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j \\ &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\ &\quad + \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \left[\lambda_{k,j} - \sum_{i=1}^2 p_{k,i} (\xi_{k,i})^j \right] \times (\sigma_{X_k})^j \end{aligned} \quad (5.28)$$

Παρατηρούμε ότι η $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))$ δίνει μια προσέγγιση τρίτης τάξης μέσης τιμής. Εάν η $h_c(x)$ είναι πολυώνυμο τρίτης τάξης τότε η Μ.Ε.Σ. 2 σημείων δίνει ακριβή λύση για την μ_Z .

Η ροπές j τάξης μπορούν να υπολογιστούν μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j \quad (5.29)$$

Παρατηρούμε ότι η παραπάνω μέθοδος και στις δύο περιπτώσεις, της συνάρτησης μίας αλλά και των πολλών μεταβλητών, απαιτεί απλές αριθμητικές πράξεις. Το γνωστός χρειάζεται μόνο να είναι οι ροπές των τριών πρώτων τάξεων των κατανομών και άμεσα υπολογίζονται οι ροπές του ζητούμενου μεγέθους.

5.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

Οι μελέτες της πιθανοτικής ροής φορτίου μοντελοποιούν τις εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, τα φορτία, τις παραμέτρους των γραμμών και την τοπολογία του δικτύου και πραγματοποιούν υπολογισμούς της ροής φορτίου λαμβάνοντας υπόψη τους συγκεκριμένους παράγοντες αβεβαιότητας. Τα σοβαρότερα θέματα που αντιμετωπίζει κανείς κατά την προσομοίωση αυτή είναι η αποτελεσματικότητα και η ορθότητα των αποτελεσμάτων.

Η μέθοδος που αναλύθηκε παραπάνω μπορεί πολύ εύκολα να προσαρμοστεί ώστε να επιλυθεί η πιθανοτική ροή φορτίου. Στη μέθοδο που θα παρουσιαστεί παρακάτω, λαμβάνεται υπόψη η αβεβαιότητα των εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς, όπως επίσης και των παραμέτρων των ζυγών. Η τοπολογία που δικτύου θεωρείται ότι παραμένει σταθερή. Βέβαια, δοθείσας της πιθανότητας που διέπει κάθε εναλλακτική διάρθρωση του δικτύου, εύκολα ο αλγόριθμος τροποποιείται ώστε ληφθεί υπόψη και αυτή. Όπως έχει ήδη σημειωθεί, η μέθοδος αυτή παρέχει υψηλή αποτελεσματικότητα όπως και ορθότητα. Σε αυτή την υποενότητα θα παρουσιαστεί αναλυτικά και βήμα προς βήμα η μελέτη του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου με τη μέθοδο των 2 σημείων.

Το πρόβλημα της πιθανοτικής ροής φορτίου διατυπώνεται ως εξής

$$Y = g(X, L) \quad (5.30)$$

$$Z = h(X, L) \quad (5.31)$$

όπου Y το διάνυσμα των εγχύσεων ισχύος

X το διάνυσμα κατάστασης

L το διάνυσμα των παραμέτρων των γραμμών

Z το διάνυσμα των ροών ισχύος στις γραμμές

g, h μη γραμμικές εξισώσεις της ροής φορτίου

Στην συγκεκριμένη μέθοδο θεωρούμε ότι η μεταβλητή x_k εκφράζει την έγχυση ενεργού ή άεργου ισχύος στο ζυγό k , η οποία είναι μία τυχαία μεταβλητή με γνωστή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_{p_k} . Αντί για τη χρησιμοποίηση της f_{p_k} κατά την επίλυση της ροής φορτίου, η προτεινόμενη μέθοδος την αντικαθιστά χρησιμοποιώντας δύο τιμές του x_k , τις $x_{k,1}$ και $x_{k,2}$, οι οποίες υπολογίζονται από τη σχέση:

$$x_{k,i} = \mu_k + \xi_{k,i}\sigma_k, \quad (5.32)$$

$$i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n.$$

όπου μ_k και σ_k η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της f_{p_k} αντίστοιχα,

το $\xi_{k,i}$ υπολογίζεται (όπως δείχθηκε και προηγουμένως) από την σχέση

$$\xi_{k,i} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad (5.33)$$

$$i = 1, 2 \text{ και } k = 1, 2, \dots, n$$

όπου $\lambda_{k,3}$ ο συντελεστής λοξότητας της f_{p_k} , δηλαδή $\lambda_{k,3} = \frac{E[(x_k - \mu_k)^3]}{(\sigma_k)^3}$

Η πιθανότητα της συγκέντρωσης $x_{k,i}$ εκφράζεται από την ποσότητα $p_{k,i}$ που υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_{k,i} = (-1)^i \xi_{k,3-i} / \zeta_k \quad (5.34)$$

$$\text{όπου } \zeta_k = 2 \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$$

Η ροπή j τάξης του άγνωστου μεγέθους Z μπορεί να υπολογιστεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j \quad (5.35)$$

Συγκεκριμένα για τη μέση τιμή του Z ισχύει

$$\mu_{Z,i} = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n) \quad (5.36)$$

Για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης του Z χρησιμοποιώ τις σχέσεις

$$E(Z^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^2 \quad (5.37)$$

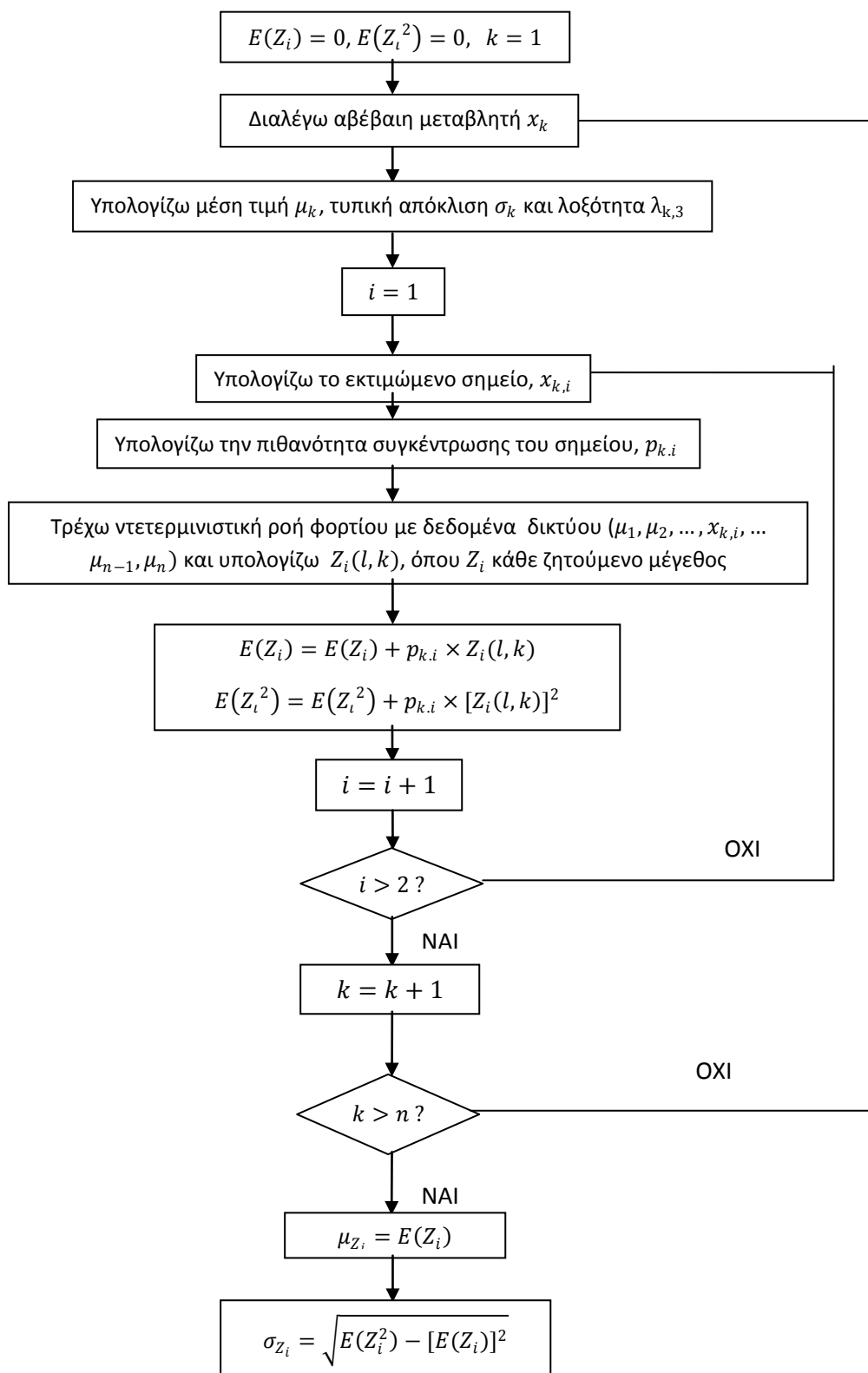
$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{\text{var}(Z_i)} = \sqrt{E(Z_i^2) - [E(Z_i)]^2} \quad (5.38)$$

5.5 ΣΥΝΟΨΗ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΑΚΑΣΙΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΟΥ

Συνεπώς, η υπολογιστική διαδικασία της μεθόδου κατά βήματα έχει ως εξής:

- Υπολογισμός των στατιστικών ροπών ως και τρίτης τάξης των εγχύσεων ενεργού και άεργου ισχύος των ζυγών.
- Υπολογισμός των 2 σημείων που εκτιμούν την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και των αντίστοιχων πιθανοτήτων συγκέντρωσης αυτών μέσω των εξισώσεων (5.32) και (5.33).
- Για τις τιμές αυτές που υπολογίστηκαν στο παραπάνω βήμα, επιλύονται ντετερμινιστικές ροές φορτίου για δεδομένα του δικτύου $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$. Έτσι δημιουργείται ένα σύνολο τιμών για τις τάσεις και τις αντίστοιχες γωνίες στους ζυγούς και τις ροές ισχύος στις γραμμές.
- Για καθένα από αυτά τα σύνολα τιμών υπολογίζονται οι ροπές σύμφωνα με τη σχέση (5.35), όπου $h(\bullet)$ το αποτέλεσμα που προέκυψε από την αντίστοιχη ντετερμινιστική ροή φορτίου.
- Μέσω των ροπών που υπολογίστηκαν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής μπορούν να υπολογιστούν για παράδειγμα μέσω των μεθόδων Gram-Charlier ή Cornish-Fisher .

Όπως παρατηρούμε η μελέτη της πιθανοτικής ροής φορτίου με τη μέθοδο εκτίμησης δύο σημείων αποτελεί μία απλή υπολογιστική διαδικασία. Κατά τη διαδικασία αυτή εκτελούνται απλές αριθμητικές πράξεις. Για ένα δίκτυο με n τυχαίες παραμέτρους, τις οποίες αποτελούν είτε εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς είτε οι παράμετροι στις γραμμές, η συγκεκριμένη μέθοδος πραγματοποιεί $2n$ ντετερμινιστικές ροές φορτίου ώστε να καταλήξει στις κατανομές των αγνώστων μεγεθών, δηλαδή των μέτρων και των γωνιών των τάσεων των ζυγών και των ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου. Σημαντικό είναι πως η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τις μη γραμμικές εξισώσεις ροών φορτίου, γεγονός που συντελεί στην ορθότητα των αποτελεσμάτων και κάνει την εν λόγω μέθοδο να υπερέχει σε σχέση με άλλες που απαιτούν γραμμικοποίηση.



Σχήμα 5.2 -Διάγραμμα Ροής Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου (Μ.Ε.Σ.), όπως αναλύθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση ροών φορτίου ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Επιπρόσθετα με τη θεωρητική προσέγγιση είναι απαραίτητη και η μελέτη της συμπεριφοράς της μεθόδου ως προς την ακρίβεια και αποτελεσματικότητά της σε περίπτωση πρακτικής εφαρμογής της.

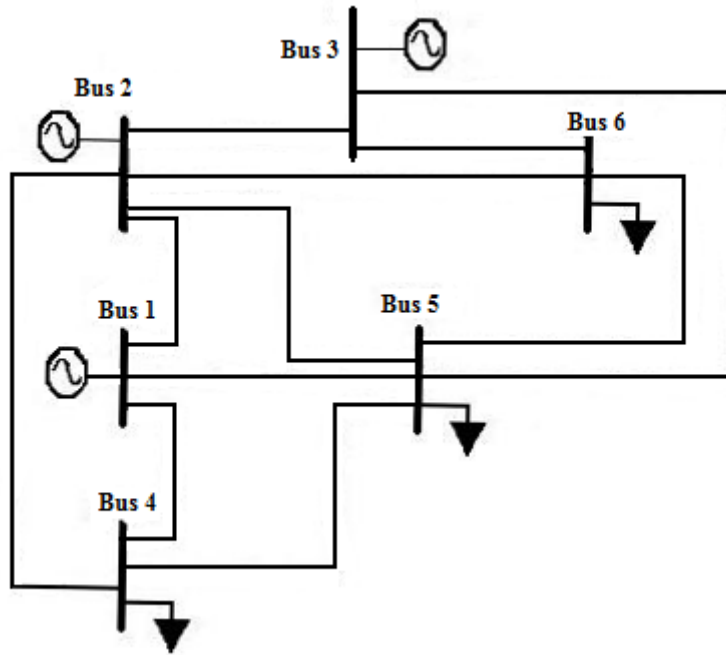
Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιασθεί η εφαρμογή της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου στο σύστημα 6 ζυγών της ΙΕΕΕ. Ως τυχαίες μεταβλητές εισόδου θεωρούνται οι εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος καθώς και οι παράμετροι των γραμμών. Ζητούμενο είναι ο υπολογισμός των κατανομών των τάσεων και γωνιών των ζυγών, οι ροές ισχύος στις γραμμές και οι αντίστοιχες απώλειες. Στη συνέχεια για να κριθεί η ακρίβεια της μεθόδου γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων της με τα αντίστοιχα της μεθόδου Monte Carlo.

Σε αυτό το σημείο θα ήταν καλό να αναφέρουμε ότι όλοι οι υπολογισμοί, τόσο για τη Μέθοδο Εκτίμησης 2 Σημείων όσο και για τη Monte Carlo, έγιναν στο περιβάλλον της Matlab.

6.2 ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

Η δομή του συστήματος 6 ζυγών της ΙΕΕΕ φαίνεται στο Σχήμα 6.1. Τα δεδομένα που υποθέτουμε ότι ισχύουν για το συγκεκριμένο δίκτυο, όσον αφορά τις κατανομές για τις εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς (παραγωγή & φορτίο) και τις παραμέτρους των γραμμών, είναι αναλυτικά στους Πίνακες 6.1-6.3.

Συγκεκριμένα, υποθέτουμε ότι υπάρχουν τρεις παραγωγές που ακολουθούν κανονική κατανομή με συντελεστή μεταβλητότητας 5%. Ακόμα, στους ζυγούς 4 και 5 οι κατανομές των φορτίων είναι επίσης κανονικές, ενώ ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να ληφθεί για το ζυγό 6 που ακολουθεί διακριτή κατανομή ενεργού ισχύος. Όσον αφορά τις παραμέτρους στις γραμμές του δικτύου, υποθέτουμε ότι η ωμική και επαγωγική αντίσταση σειράς ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή με γνωστή μέση τιμή, που λαμβάνεται σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της εφαρμογής, ενώ η εγκάρσια χωρητικότητα ακολουθεί διακριτή κατανομή 2 σημείων.



Σχήμα 6.1 Δίκτυο 6 Ζυγών IEEE

Ζυγός		Τάση (p.u.)	Κατανομή της έγχυσης ισχύος στο ζυγό			
No	Τύπος		Ενεργός Ισχύς		Αεργός Ισχύς	
			μ (p.u.)	σ(%)	μ (p.u.)	σ(%)
1	Ταλάντωσης	1.05	-	-	-	-
2	Παραγωγής	1.05	0.5	2.5	0.0	0.0
3	Παραγωγής	1.07	0.6	3.0	0.0	0.0
4	Φορτίου	-	-0.7	3.5	-0.7	3.5
5	Φορτίου	-	-0.7	3.5	-0.7	3.5
6	Φορτίου	-	-	-	-0.7	3.5

Πίνακας 6.1- Κατανομές των εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς - Κανονική κατανομή

Ζυγός		Κατανομή της έγχυσης ισχύος στο ζυγό	
No	Τύπος	Ενεργός Ισχύς	
		Ισχύς (p.u.)	Πιθανότητα
6	Φορτίου	0.7	0.2
		0.6	0.4
		0.5	0.4

Πίνακας 6.2 -Κατανομές των εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς - Διακριτή κατανομή

Δεδομένα Γραμμών		R (p.u)	X(p.u)	BCAP(p.u.)
Από	Προς	Ομοιόμορφη Κατανομή		Διακριτή Κατανομή
1	2	$\mu=0.10$	$\mu=0.20$	$\text{prob}\{B=0.02\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
1	4	$\mu=0.05$	$\mu=0.20$	$\text{prob}\{B=0.02\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
1	5	$\mu=0.08$	$\mu=0.30$	$\text{prob}\{B=0.03\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
2	3	$\mu=0.05$	$\mu=0.25$	$\text{prob}\{B=0.03\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
2	4	$\mu=0.05$	$\mu=0.10$	$\text{prob}\{B=0.01\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
2	5	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	$\text{prob}\{B=0.02\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
2	6	$\mu=0.07$	$\mu=0.20$	$\text{prob}\{B=0.025\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
3	5	$\mu=0.12$	$\mu=0.26$	$\text{prob}\{B=0.025\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
3	6	$\mu=0.02$	$\mu=0.10$	$\text{prob}\{B=0.01\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
4	5	$\mu=0.20$	$\mu=0.40$	$\text{prob}\{B=0.04\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$
5	6	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	$\text{prob}\{B=0.03\}=0.95, \text{prob}\{B=0\}=0.05$

Πίνακας 6.3- Κατανομές για τις παραμέτρους των γραμμών

6.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΣΗΜΕΙΩΝ

Η εφαρμογή της μεθόδου για το δίκτυο 6 ζυγών της IEEE έγινε, όπως έχει ήδη αναφερθεί, στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab. Όπως γνωρίζουμε, για ένα σύστημα με N αβέβαιες μεταβλητές απαιτούνται $2N$ ντετερμινιστικές ροές φορτίου, στη συγκεκριμένη εφαρμογή η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson (βλ. ενότητα 2.3.2), όπου τέθηκε μέγιστος αριθμός επαναλήψεων 100 και ακρίβεια 0,001. Η ισχύς βάσης σε όλες τις επόμενες μετρήσεις τίθενται ίση με 100MVA.

Στους επόμενους πίνακες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, δηλαδή οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών και ενδεικτικά μερικές τιμές για τις ροές ισχύος και τις απώλειες στις γραμμές.

Ζυγός	μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ
1	1.05	0.0	0.0	0.0
2	1.05	0.0	-2.9186	0.4969
3	1.07	0.0	-3.2818	0.7339
4	0.989	0.0025	-3.7011	0.3974
5	0.9876	0.0030	-4.7749	0.5416
6	1.0068	0.0026	-4.738	0.8292

Πίνακας 6.4-Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	μ (p.u)	σ (p.u.)
Q_{1-4}	0.2119	0.0152
Q_{1-5}	0.1123	0.0136
Q_{6-5}	0.0286	0.0116
P_{1-4}	0.3934	0.0345
P_{1-5}	0.3260	0.0314
P_{6-5}	0.0213	0.0192

Πίνακας 6.5- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ (p.u)	σ (p.u.)
L_{1-4}	0.0095	0.0012
L_{1-5}	0.0093	0.0015
L_{6-5}	0.0004	0.0002
Συνολικές	6.67	0.62

Πίνακας 6.6- Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος ήταν $t_{PEM} = 0.99 \text{ sec}$.

Εκτός από τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση με τη μέθοδο εκτίμησης σημείου μπορούν να υπολογιστούν οι ροπές οποιασδήποτε τάξης μέσω της σχέσης (5.29). Αν γνωρίζουμε τις ροπές μιας κατανομής μπορούμε να υπολογίσουμε τις κεντρικές μέσω της ακόλουθης σχέσης

$$\mu_n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} (-1)^{n-j} \mu_j' \mu^{n-j} \quad (6.1)$$

όπου μ_n η κεντρική ροπή n τάξης, μ_j' η ροπή n τάξης και $\binom{n}{j}$ ο διωνυμικός συντελεστής που ισούται με $\binom{n}{j} = \frac{n!}{j!(n-j)!}$.

Στους Πίνακες 6.7 και 6.8 παρουσιάζονται οι ροπές έως και ένατης τάξης των κατανομών της ροής ενεργού ισχύος στις γραμμές 1-5 και 6-5.

Τάξη	Ροπές	Κεντρικές Ροπές
0	1.0	1.0
1	0.0213	0.0
2	$8.22 \cdot 10^{-4}$	$3.68 \cdot 10^{-4}$
3	$3.12 \cdot 10^{-5}$	$-1.97 \cdot 10^{-6}$
4	$3.42 \cdot 10^{-6}$	$2.37 \cdot 10^{-6}$
5	$2.56 \cdot 10^{-7}$	$-2.81 \cdot 10^{-8}$

6	$3.02 \cdot 10^{-8}$	$1.68 \cdot 10^{-8}$
7	$2.77 \cdot 10^{-9}$	-2.9910^{-10}
8	$3.02 \cdot 10^{-10}$	$1.20 \cdot 10^{-10}$
9	$2.95 \cdot 10^{-11}$	$-2.82 \cdot 10^{-12}$

Πίνακας 6.7-Ροπές της κατανομής της ενεργού ισχύος στη γραμμή 6-5

Τάξη	Ροπές	Κεντρικές Ροπές
0	1.0	1.0
1	0.3260	0.0
2	0.1072	0.001028
3	0.0356	$-5.40 \cdot 10^{-6}$
4	0.0119	$1.30 \cdot 10^{-5}$
5	0.0040	$-1.28 \cdot 10^{-6}$
6	0.001387	$5.74 \cdot 10^{-7}$
7	0.0004817	-1.54^{-7}
8	0.0001697	$5.33 \cdot 10^{-8}$
9	$6.078 \cdot 10^{-5}$	$-1.73 \cdot 10^{-8}$

Πίνακας 6.8-Ροπές της κατανομής της ενεργού ισχύος στη γραμμή 1-5

6.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ MONTE CARLO

Η μέθοδος Monte Carlo είναι μια επαναληπτική μέθοδος που βασίζεται στην παραγωγή ενός συνόλου τυχαίων τιμών για τις μεταβλητές εισόδου. Μετά από αρκετό αριθμό προσομοιώσεων του συστήματος, λαμβάνουμε τον μέσο όρο των αποτελεσμάτων και το δεχόμαστε ως τη λύση του προβλήματος που επιθυμούσαμε να επιλύσουμε.

Το προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab διαθέτει συνάρτηση για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κανονική κατανομή με γνωστή μέση τιμή και τυπική απόκλιση ('normrnd'). Συνεπώς για τις εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος των ζυγών 1, 2, 3, 4, και 5 και για την έγχυση άεργου ισχύος του ζυγού 6 εφαρμόστηκε η συγκεκριμένη συνάρτηση.

Για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν διακριτή κατανομή διανύσματος $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ με αντίστοιχη πιθανότητα $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, όπως στο συγκεκριμένο σύστημα η έγχυση ενεργού ισχύος του ζυγού 6, δεν υπάρχει έτοιμη συνάρτηση. Έτσι, αρχικά παράγουμε τυχαίους αριθμούς μέσω της τυποποιημένης ομοιόμορφης κατανομής $U(0,1)$ χρησιμοποιώντας την έτοιμη συνάρτηση του Matlab 'unifrnd'. Στη συνέχεια, ανάλογα με την τυχαία τιμή u αντιστοιχίζεται και μία τιμή του X ως εξής:

$$x_i = \begin{cases} x_1 & u \leq p_1 \\ x_2 & u \leq p_1 + p_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & u \leq \sum_{i=1}^n p_i \end{cases} \quad (6.2)$$

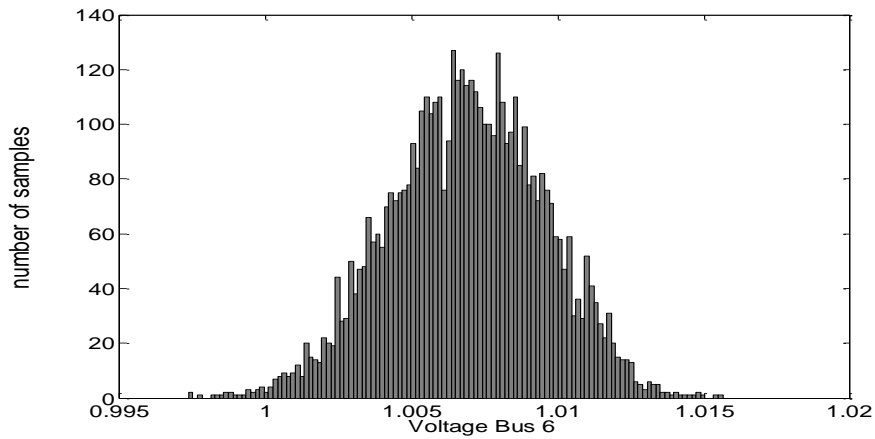
Για την συγκεκριμένη εφαρμογή του συστήματος της IEEE των 6 ζυγών έγιναν συνολικά δύο προσομοιώσεις με τη μέθοδο Monte Carlo, μία με 700 δοκιμές και μία με 5.000 δοκιμές. Και στις δύο περιπτώσεις, η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson, όμοια δηλαδή και κατά την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης 2 σημείων, ώστε η σύγκριση μεταξύ τους να είναι όσο το δυνατόν πιο ακριβής.

Τα αποτελέσματα και των 2 προσομοιώσεων, δηλαδή οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών και ενδεικτικά μερικές τιμές για τις ροές ισχύος στις γραμμές, παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.9-6.11.

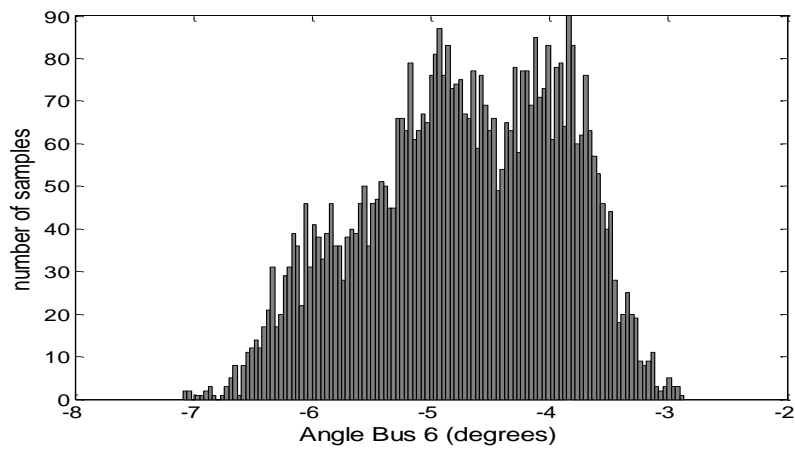
Μέσω των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης των 5.000 δοκιμών σχεδιάζοντας το ιστόγραμμα των υπολογιζόμενων τιμών για τις τάσεις ή ροές ισχύος, μπορούμε να λάβουμε μία εικόνα για τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής τους.

Ζυγός	700 δοκιμές				5000 δοκιμές			
	μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)		μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
1	1.05	0.0	0.0	0.0	1.05	0.0	0.0	0.0
2	1.05	0.0	-2.9194	0.5011	1.05	0.0	-2.949	0.5026
3	1.07	0.0	-3.2881	0.741	1.07	0.0	-3.3262	0.7437
4	0.9862	0.0025	-3.6512	0.3905	0.9861	0.0024	-3.6736	0.4002
5	0.9819	0.0028	-4.7006	0.5462	0.9819	0.0027	-4.7296	0.5475
6	1.0067	0.0026	-4.7565	0.8509	1.0068	0.0026	-4.7445	0.8381

Πίνακας 6.9 - Αποτελέσματα M.C. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς



Σχήμα 6.2 - Τάση στον Ζυγό 6



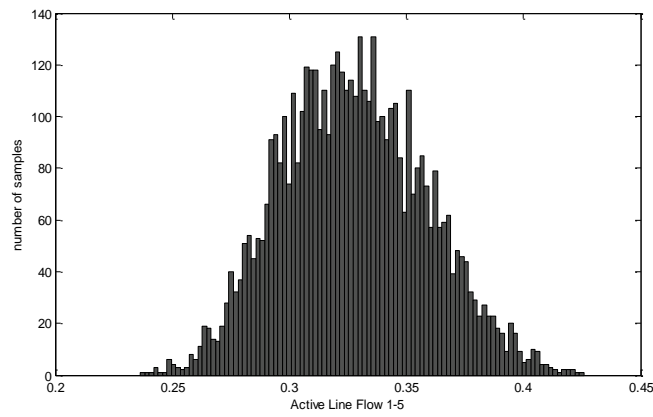
Σχήμα 6.3 - Γωνία του Ζυγού 6

	700 δοκιμές		5000 δοκιμές	
	μ	σ	μ	σ
Ροές ισχύος στις γραμμές				
Q_{1-4}	0.2372	0.0138	0.2371	0.0136
Q_{1-5}	0.1120	0.0132	0.1124	0.0136
Q_{6-5}	0.0286	0.0118	0.0288	0.0116
P_{1-4}	0.3916	0.0339	0.3936	0.0346
P_{1-5}	0.3252	0.0315	0.3268	0.0315
P_{6-5}	0.0230	0.0191	0.0213	0.0190

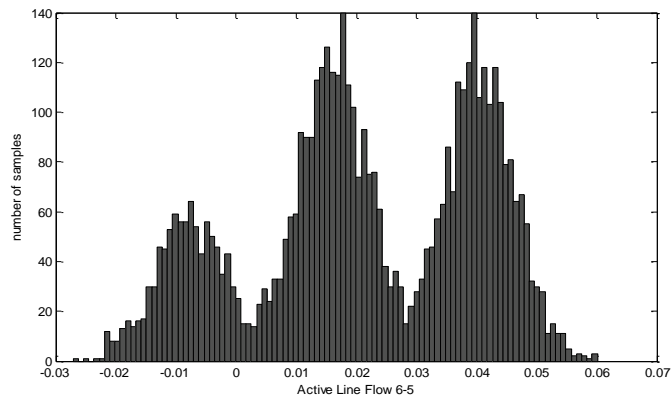
Πίνακας 6.10- Αποτελέσματα M.C. για τις ροές ισχύος στις γραμμές

	700 δοκιμές		5000 δοκιμές	
Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ	σ	μ	σ
L_{1-4}	0.0096	0.0012	0.0095	0.0011
L_{1-5}	0.0094	0.0015	0.0093	0.0014
L_{6-5}	0.0004	0.0001	0.0004	0.0001
Συνολικές	6.7	0.6	6.7	0.6

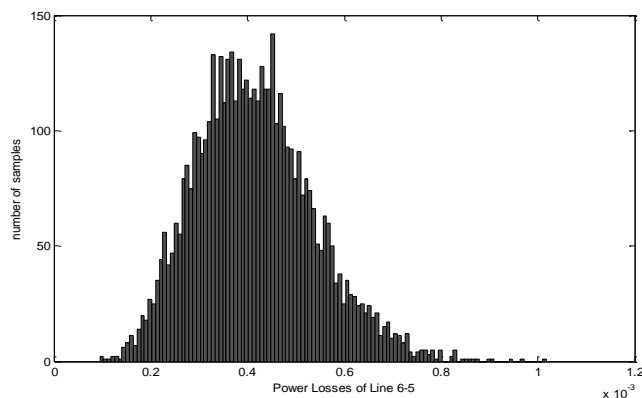
Πίνακας 6.11- Αποτελέσματα M.C. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές



Σχήμα 6.4 -Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή 1-5



Σχήμα 6.5 -Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή 6-5



Σχήμα 6.6-Απώλειες της γραμμής 6-5

Μέσω των Σχημάτων 6.4 και 6.5 παρατηρούμε ότι η ροή της γραμμής 1-5 προσεγγίζει την κανονική κατανομή, ενώ της 6-5 έχει μορφή που παραπέμπει σε διακριτή κατανομή τριών σημείων.

Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος για 700 δοκιμές και για 5,000 δοκιμές ήταν αντίστοιχα $t_{700} = 13.66sec$ και $t_{5000} = 93.45 sec$.

6.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Μετά τη λήψη των απαιτούμενων αποτελεσμάτων, είναι πολύ σημαντική επεξεργασία τους ώστε να ληφθούν κατάλληλα συμπεράσματα. Θεωρώντας τα αποτελέσματα της Monte Carlo 5,000 δοκιμών ως τη βάση, δηλαδή το πραγματικό αποτέλεσμα, υπολογίζουμε τρεις δείκτες σφαλμάτων για να συμπεράνουμε την αποτελεσματικότητα και την ακρίβεια των προαναφερθέντων μεθόδων. Συγκεκριμένα, βρίσκουμε το σχετικό σφάλμα των υπολογιζόμενων τιμών για τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των γωνιών και το απόλυτο σφάλμα των τιμών για τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των τάσεων και των ροών ισχύος στις γραμμές.

Τα σφάλματα αυτά υπολογίζονται από τις σχέσεις (6.3)-(6.5), και παρουσιάζονται συνοπτικά στον Πίνακα 6.12.

$$\text{Για τις γωνίες: } \varepsilon_{\theta} = \left| \frac{\theta_{MC_5000} - \theta_{PEM}}{\theta_{MC_5000}} \right| \cdot 100\% \quad (6.3)$$

$$\text{Για τις τάσεις: } \varepsilon_V = |V_{MC_5000} - V_{PEM}| \cdot 100\% \quad (6.4)$$

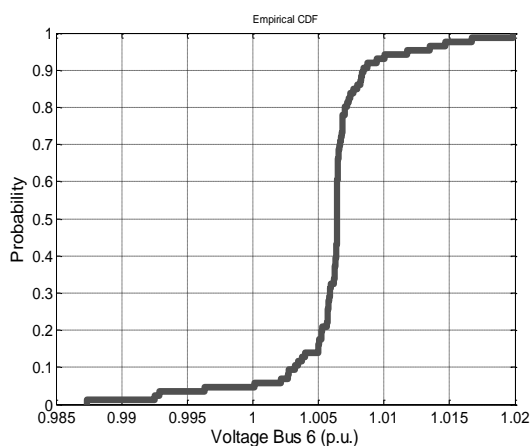
$$\text{και όμοια για τις ροές ισχύος στις γραμμές: } \varepsilon_{flow} = |P_{MC_5000} - P_{PEM}| \cdot 100\% \quad (6.5)$$

		Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου	Monte Carlo 700 δοκιμών
$\epsilon_{\theta}(\%)$	μ	0.4093	0.0673
	σ	0.3374	0.4589
$\epsilon_V(\%)$	μ	0.0034	0.0017
	σ	0.5747	1.2414
$\epsilon_{P_flow}(\%)$	μ	0.0464	0.0127
	σ	0.0159	0.0309
$\epsilon_{Q_flow}(\%)$	μ	0.0464	0.0423
	σ	0.0159	0.7245
$\epsilon_{losses}(\%)$	μ	0.00	0.0035
	σ	0.0045	0.0045

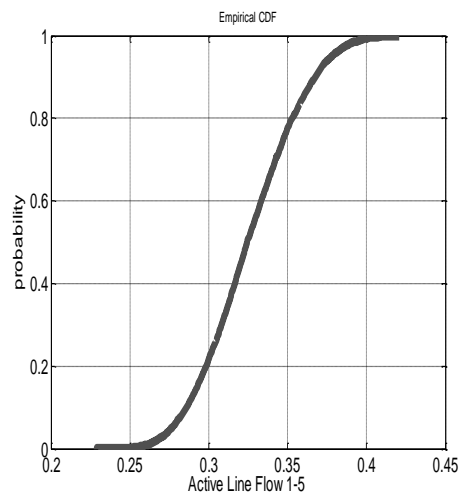
Πίνακας 6.12-Σφάλματα των μεθόδων

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι τα υπολογιζόμενα σφάλματα της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου έχουν ιδιαίτερα μικρές τιμές που κυμαίνονται γύρω από 0,1 έως 1% και έτσι συμπεραίνουμε ότι είναι μία ακριβής πιθανοτική μέθοδος. Σε σύγκριση με τη Monte Carlo 700 δοκιμών, σε αρκετά μεγέθη οι υπολογιζόμενες τιμές της προτεινόμενης μεθόδου προσεγγίζουν περισσότερο αυτές της Monte Carlo 5000 δοκιμών.

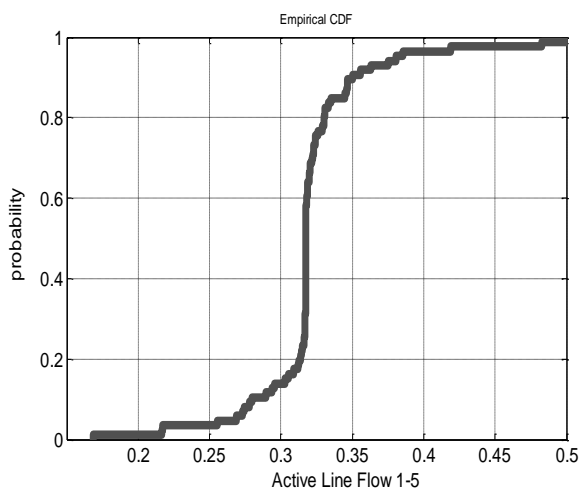
Γνωρίζουμε ότι κατά την εκτέλεση της Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων πραγματοποιούνται 2N ντετερμινιστικές ροές φορτίου και στη συγκεκριμένη περίπτωση όπου N=19 οι τυχαίες μεταβλητές, υπολογίζονται 38 ντετερμινιστικές τιμές για κάθε ζητούμενο μέγεθος. Αν χαράξουμε την αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για παράδειγμα της τάσης του ζυγού 6, παίρνουμε την καμπύλη του σχήματος 6.7 η οποία προσεγγίζει με κάποια απόκλιση αλλά γενικά σε ικανοποιητικό βαθμό την αντίστοιχη καμπύλη σχεδιαζόμενη μέσω της Monte Carlo. Ομοίως σχεδιάστηκε και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής για τη ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή 1-5 (σχήματα 6.9/6.10). Με αυτό τον τρόπο έχουμε πρόχειρα μία γρήγορη προσέγγιση της μορφής των κατανομών.



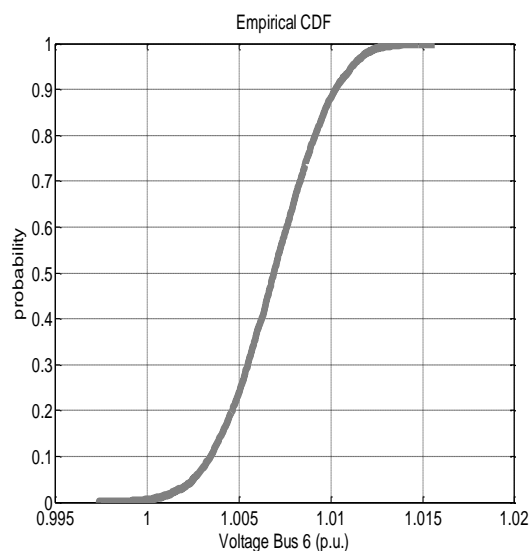
Σχήμα 6.7 – Τάση Ζυγού 6 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Ε.Σ



Σχήμα 6.8 – Τάση Ζυγού 6 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Ε.Σ



Σχήμα 6.9 – Ροή Ισχύος στη γραμμή 1-5 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Ε.Σ



Σχήμα 6.10 – Ροή Ισχύος στη γραμμή 1-5 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Ε.Σ

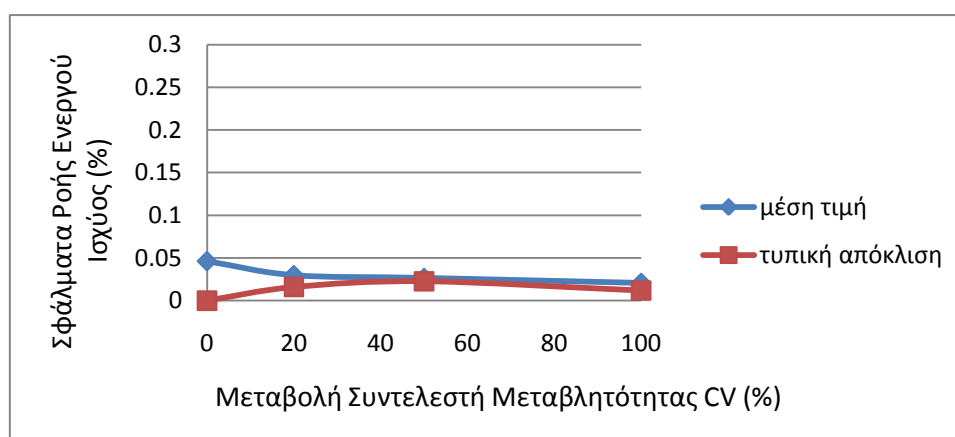
Το δυνατό σημείο που αναμφισβήτητα υπερτερεί η μέθοδος από τη Monte Carlo είναι ο χρόνος εκτέλεσης. Σε σχέση με τη Monte Carlo 700 δοκιμών είναι 14 φορές γρηγορότερη και σε σχέση με τη Monte Carlo 5,000 δοκιμών είναι 94 φορές γρηγορότερη.

Για να μπορέσουμε να βγάλουμε ακόμη βαθύτερα συμπεράσματα για τη Μέθοδο Εκτίμησης Σημείων, πραγματοποιήσαμε ανάλυση ευαισθησίας ως προς το συντελεστή μεταβλητότητας των αβέβαιων παραμέτρων των δεδομένων των ζυγών. Υπενθυμίζεται ότι συντελεστής μεταβλητότητας (CV) ορίζεται ο λόγος τυπικής απόκλισης προς μέση τιμή δηλαδή, $CV = \sigma/\mu$ και εκφράζει πόσο αβέβαιη είναι η τιμή ενός μεγέθους.

Στις κατανομές για τις εγχύσεις ισχύος που θεωρήσαμε σε προηγούμενο εδάφιο, ο συντελεστής μεταβλητότητας ήταν 5%. Στον Πίνακα 6.13 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μεθόδου για μεταβολή του *CV* κατά 20%, 50% και 100% δηλαδή για *CV* ίσο με 6%, 7.5% και 10% αντίστοιχα.

CV:		5%	6%	7.5%	10%
$\epsilon_{\theta}(\%)$	μ	0.4093	0.2060	0.1716	0.0465
	σ	0.3374	1.2568	0.3968	0.2714
$\epsilon_V(\%)$	μ	0.0034	0.0033	0.0017	0.0033
	σ	0.5747	1.0649	0.1017	0.00
$\epsilon_{P_flow}(\%)$	μ	0.0464	0.0300	0.0268	0.0209
	σ	0.0159	0.0227	0.0118	0.0173
$\epsilon_{Q_flow}(\%)$	μ	0.0464	0.0168	0.0219	0.0200
	σ	0.0159	0.0200	0.0173	0.0141

Πίνακας 6.13- Σφάλματα της Μ.Ε.Σ. με αυξανόμενη αβεβαιότητα στις εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς



Σχήμα 6.11-Ανάλυση ευαισθησίας ως προς την αβεβαιότητα στις εγχύσεις ισχύος

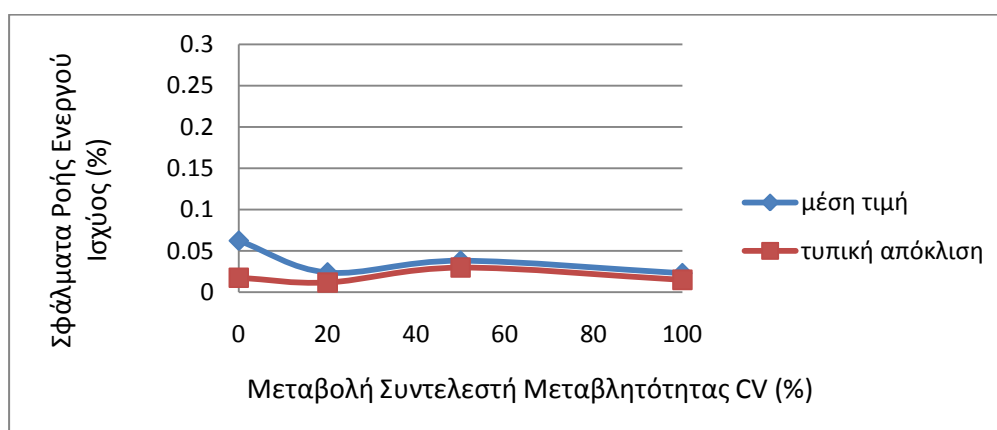
Στη συνέχεια, κάνουμε ανάλυση ευαισθησίας ως προς την εγκάρσια χωρητικότητα των γραμμών. Κρατώντας τις πιθανές τιμές σταθερές, μεταβάλλουμε την τιμή των πιθανοτήτων ώστε να αυξηθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας κατά 20%, 50% και 100%. Συγκεκριμένα έγιναν προσομοιώσεις για τα παρακάτω ενδεχόμενα:

CV	p_1	p_2
0%	0.95	0.05
20%	0.93	0.07
50%	0.89	0.11
100%	0.825	0.175

Τα σφάλματα που προκύπτουν από τη μέθοδο εκτίμησης σημείου σε σχέση με τη monte carlo 5.000 δοκιμών παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.14 για τις τάσεις, τις γωνίες και τις ροές ενεργού και άεργου ισχύος.

CV		0%	20%	50%	100%
$\epsilon_{\theta}(\%)$	μ	0.4093	0.1436	0.1879	0.1449
	σ	0.3374	0.8573	1.4749	0.4111
$\epsilon_{\gamma}(\%)$	μ	0.0034	0.0033	0.0033	0.0033
	σ	0.5747	1.2043	0.5376	0.00
$\epsilon_{P_{flow}}(\%)$	μ	0.0623	0.0241	0.0382	0.0232
	σ	0.0177	0.0118	0.0300	0.0150
$\epsilon_{Q_{flow}}(\%)$	μ	0.0300	0.0223	0.0138	0.0219
	σ	0.0141	0.0173	0.0241	0.0127

Πίνακας 6.14-Σφάλματα για διάφορες τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας των εγκάρσιων αγωγιμοτήτων



Σχήμα 6.12-Ανάλυση ευαισθησίας ως προς την αβεβαιότητα στις παραμέτρους των γραμμών

Ο συντελεστής μεταβλητότητας εφόσον εκφράζει την αβεβαιότητα που διέπει ένα μέγεθος, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή σημαίνει ότι τα δεδομένα εκφράζουν όλο και πιο μακροπρόθεσμες προβλέψεις και συνεπώς τα αποτελέσματα αφορούν όλο και πιο μακροπρόθεσμο σχεδιασμό του συστήματος.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, δηλαδή, εξετάσαμε την συμπεριφορά της μεθόδου όταν οι εγχύσεις ροής ισχύος παρουσιάζουν όλο και μεγαλύτερη αβεβαιότητα αλλά υπό συνθήκες υψηλής αβεβαιότητας των παραμέτρων των γραμμών. Από τις υπολογιζόμενες τιμές παρατηρούμε ότι η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου διατηρεί την ακρίβειά της και για υψηλές τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας. Το συμπέρασμα αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό καθώς σε περιπτώσεις μεγάλης αβεβαιότητας τα σφάλματα συνήθως αυξάνονται κατά πολύ. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη ότι ο χρόνος κατασκευής ή και επέκτασης ενός

συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι σημαντικά μεγάλος, απαιτείται συνεπώς μακροπρόθεσμος και λεπτομερής σχεδιασμός των ενεργειών που πρόκειται να υλοποιηθούν. Έτσι, οι ακριβείς προβλέψεις και μελέτες είναι σημαντικές προϋποθέσεις για την αποφυγή λαθών που διορθώνονται δύσκολα και κοστίζουν χρονικά αλλά και οικονομικά.

Συνεπώς πρόκειται για μία μέθοδος που εκτελείται ταχύτητα και δίνει ακριβή αποτελέσματα ώστε να μπορεί με ασφάλεια να πραγματοποιηθεί βραχυπρόθεσμος αλλά και μακροπρόθεσμος προγραμματισμός ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ ΜΕ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗ ΑΝΑΝΕΩΣΙΜΩΝ ΠΗΓΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

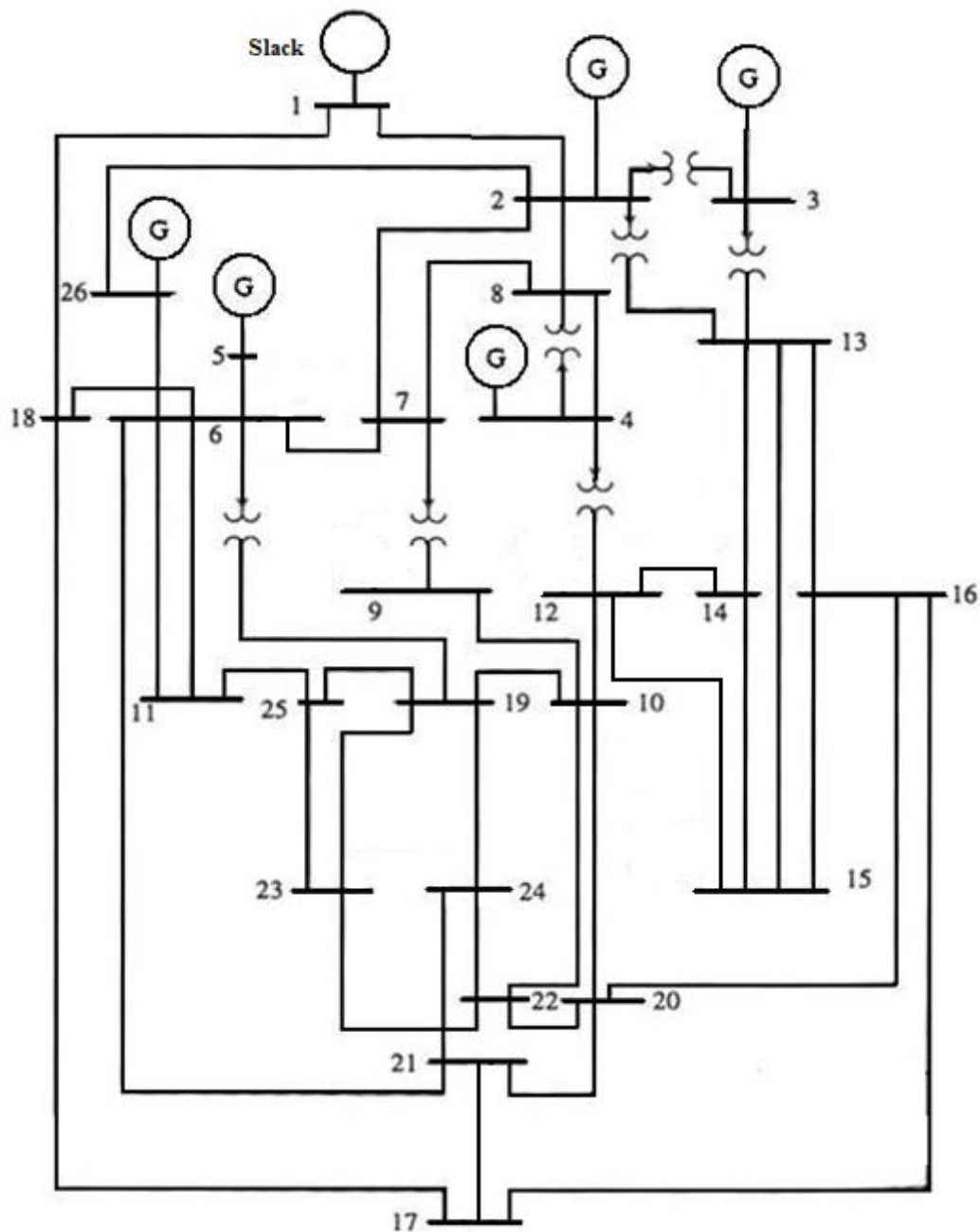
Είναι ευρέως γνωστό ότι στις μέρες μας μείζον θέμα αποτελεί η κλιματική αλλαγή, το φαινόμενο του θερμοκηπίου και γενικά περιβάλλον. Παράλληλα, τα αποθέματα ορυκτών καυσίμων, όπως λιγνίτη, άνθρακα και πετρέλαιο που αποτελούν πρώτες ύλες για τους συμβατικούς σταθμούς παραγωγής λιγοστεύουν. Ακόμα, λόγοι εξωτερικής πολιτικής και διεθνών σχέσεων, δημιουργούν την ανάγκη αποφυγής της εξάρτησης από χώρες-προμηθευτές των ορυκτών αυτών καυσίμων όπως για παράδειγμα η Ρωσία. Είναι, λοιπόν, αντιληπτό ότι η Ευρωπαϊκή Ένωση και συνεπώς η Ελλάδα να βάζει ως κυρίαρχο στόχο της την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω ανανεώσιμων πηγών (ΑΠΕ).

Η διαδικασία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από ΑΠΕ διαφέρει σημαντικά σε σχέση με αυτή στους συμβατικούς σταθμούς παραγωγής λόγω του ότι χρησιμοποιούν πηγές ενέργειας που βρίσκονται ελεύθερες στη φύση (π.χ. ηλιακή ενέργεια, αιολική ενέργεια, θαλάσσια κύματα). Οι πηγές αυτές θεωρούνται αφενός ανεξάντλητες και δεν παράγουν καυσαέρια ώστε να μολύνουν το περιβάλλον, όμως δεν είναι πλήρως ελεγχόμενες. Η ταχύτητα του αέρα και η ηλιακή ακτινοβολία, οι οποίες αποτελούν τις “πρώτες ύλες” για τις ανεμογεννήτριες και τα φωτοβολταϊκά που κατέχουν το βασικό μερίδιο των ΑΠΕ, δεν μπορούν να ελεγχθούν ή να προβλεφθούν με ακρίβεια. Βέβαια, μετά από μελέτες υπάρχουν πλέον δεδομένα των στατιστικών κατανομών τους για συγκεκριμένες γεωγραφικές θέσεις. Συνεπώς, η υπάρχουσα αβεβαιότητα στα μεγέθη των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας μεγαλώνει όταν σε αυτά μεγάλο ποσοστό παραγωγής ενέργειας προέρχεται από ΑΠΕ. Συμπερασματικά, η πιθανοτική ανάλυση των συστημάτων αυτών είναι το βασικό εργαλείο ώστε να παρθούν κατάλληλα συμπεράσματα για την ασφαλή λειτουργία και προέκταση των υπαρχόντων ή τον σωστό σχεδιασμό μελλοντικών δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας.

Έτσι, θεωρήθηκε αναγκαία η εξέταση της Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων και σε ένα υποθετικό σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας στο οποίο η παραγωγή από ΑΠΕ κατέχει σημαντικό ρόλο στην εξυπηρέτηση του ζητούμενου φορτίου. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πιθανοτικής προσομοίωσης ενός δεύτερου δικτύου και γίνεται σύγκριση με την επαναληπτική μέθοδο Monte Carlo, ώστε να έχουμε εικόνα της συμπεριφοράς της Μ.Ε.Σ. και σε ένα περισσότερο πολύπλοκο δίκτυο το οποίο προσεγγίζει περισσότερο τη πραγματικότητα.

7.2 ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Το δίκτυο που επιλέχθηκε ώστε να εφαρμοστεί η μέθοδος εκτίμησης σημείου είναι ένα σύστημα 26 ζυγών, η τοπολογία του οποίου φαίνεται στο Σχήμα 7.1 .



Σχήμα 7.1-Τοπολογία συστήματος 26 ζυγών

Στο συγκεκριμένο δίκτυο υποθέτουμε πως οι παραγωγές από θερμοηλεκτρικούς σταθμούς ακολουθούν διακριτή κατανομή και τα φορτία προς εξυπηρέτηση κανονική κατανομή. Οι τιμές των παραμέτρων των κατανομών παρουσιάζονται αναλυτικά στους Πίνακες 7.1-7.3.

Ζυγός		Τάση (ρ.υ.)	Παράμετροι της κανονικής κατανομής του φορτίου στο ζυγό			
No	Τύπος		Ενεργός Ισχύς		Άεργος Ισχύς	
			μ (MW)	σ(%)	μ (MW)	σ(%)
1	Ταλάντωσης	1.025	51	4.0	41	4.0
2	Παραγωγής	1.020	22	10.0	15	10.0
3	Παραγωγής	1.025	64	2.5	50	3.0
4	Παραγωγής	1.050	25	9.0	10	10.0
5	Παραγωγής	1.045	50	3.0	30	7.0
6	Παραγωγής	1.000	76	2.0	29	7.0
7	Φορτίου	1.000	0	0.0	0	0.0
8	Φορτίου	1.000	0	0.0	0	0.0
9	Παραγωγής	1.000	89	2.0	50	3.0
10	Φορτίου	1.000	0	0.0	0	0.0
11	Φορτίου	1.000	25	10.0	15	9.0
12	Παραγωγής	1.000	89	2.0	48	3.0
13	Φορτίου	1.000	31	8.0	15	9.0
14	Φορτίου	1.000	24	10.0	12	9.0
15	Παραγωγής	1.000	70	2.0	31	5.0
16	Φορτίου	1.000	55	5.0	27	6.0
17	Παραγωγής	1.000	78	3.0	38	5.0
18	Φορτίου	1.000	153	2.0	67	2.0
19	Φορτίου	1.000	75	6.0	15	10.0
20	Φορτίου	1.000	48	6.0	27	6.0
21	Φορτίου	1.000	46	5.0	23	6.0
22	Φορτίου	1.000	45	5.0	22	6.0
23	Φορτίου	1.000	25	9.0	12	10.0
24	Φορτίου	1.000	54	2.5	27	6.0
25	Φορτίου	1.000	28	9.0	13	9.0
26	Παραγωγής	1.015	40	5.0	20	7.0

Πίνακας 7.1: Κατανομές των φορτίων του συστήματος 26 ζυγών

Ζυγός		Κατανομή της έγχυσης ισχύος στο ζυγό	
No	Τύπος	Ενεργός Ισχύς	
		Ισχύς (MW)	Πιθανότητα
2	Παραγωγής	90	0.2
		80	0.4
		70	0.4
3	Παραγωγής	25	0.2
		20	0.6
		15	0.2
4	Παραγωγής	100	0.8
		60	0.2
5	Παραγωγής	300	1.0
26	Παραγωγής	70	0.2
		60	0.4
		50	0.4

Πίνακας 7.2 : Κατανομές της παραγόμενης ενεργού ισχύος από συμβατικές μονάδες

Η δομή του δικτύου, οι υπάρχουσες γραμμές μεταφοράς καθώς και οι παράμετροι των γραμμών (ωμική και επαγωγική αντίσταση, εγκάρσια χωρητικότητα) παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.3.

Bus nl	Bus nr	R (p.u.)	X (p.u.)	1/2 B (p.u.)	Line code 1 for lines , >1 or <1 for taps at bus nl
1	2	0.00055	0.0048	0.03	1
1	18	0.0013	0.0115	0.06	1
2	3	0.00146	0.0513	0.05	0.96
2	7	0.0103	0.0586	0.018	1
2	8	0.0074	0.0321	0.039	1
2	13	0.00357	0.0967	0.025	0.96
2	26	0.0323	0.1967	0	1
3	13	0.0007	0.00548	0.0005	1.017
4	8	0.0008	0.024	0.0001	1.05
4	12	0.0016	0.0207	0.015	1.05
5	6	0.0069	0.03	0.099	1
6	7	0.00535	0.0306	0.00105	1
6	11	0.0097	0.057	0.0001	1
6	18	0.00374	0.0222	0.0012	1
6	19	0.0035	0.066	0.045	0.95

6	21	0.005	0.09	0.0226	1
7	8	0.0012	0.00693	0.0001	1
7	9	0.00095	0.0429	0.025	0.95
8	12	0.002	0.018	0.02	1
9	10	0.00104	0.0493	0.001	1
10	12	0.00247	0.0132	0.01	1
10	19	0.0547	0.236	0	1
10	20	0.0066	0.016	0.001	1
10	22	0.0069	0.0298	0.005	1
11	25	0.096	0.27	0.01	1
11	26	0.0165	0.097	0.004	1
12	14	0.0327	0.0802	0	1
12	15	0.018	0.0598	0	1
13	14	0.0046	0.0271	0.001	1
13	15	0.0116	0.061	0	1
13	16	0.01793	0.0888	0.001	1
14	15	0.0069	0.0382	0	1
15	16	0.0209	0.0512	0	1
16	17	0.099	0.06	0	1
16	20	0.0239	0.0585	0	1
17	18	0.0032	0.06	0.038	1
17	21	0.229	0.445	0	1
19	23	0.03	0.131	0	1
19	24	0.03	0.125	0.002	1
19	25	0.119	0.2249	0.004	1
20	21	0.0657	0.157	0	1
20	22	0.015	0.0366	0	1
21	24	0.0476	0.151	0	1
22	23	0.029	0.099	0	1
22	24	0.031	0.088	0	1
23	25	0.0987	0.1168	0	1

Πίνακας 7.3: Παράμετροι των γραμμών μεταφοράς

7.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ MONTE CARLO ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΧΩΡΙΣ ΑΠΕ

Αρχικά, εκτελείται πιθανοτική ροή φορτίου στο δίκτυο που παρουσιάστηκε στην παραπάνω ενότητα. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η Monte Carlo με αριθμό δοκιμών 5.000. Συγκεκριμένα υπολογίζουμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των ζητούμενων μεγεθών. Ενδεικτικά αποτελέσματα για τις γωνίες και τις τάσεις στους ζυγούς, για τις ροές ισχύος στις γραμμές και τις απώλειες στην εκάστοτε γραμμή όσο και συνολικά φαίνονται στους Πίνακες 7.4-7.6.

Ζυγός	μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ
2	1.02	0	-0.9529	0.0825
6	0.9988	0.0019	-2.6232	0.2185
9	1.0082	0.0026	-5.4682	0.2639
12	0.9923	0.0025	-4.7819	0.294
15	0.9914	0.0025	-5.6046	0.277
17	0.9872	0.0029	-5.0187	0.176

Πίνακας 7.4 - Αποτελέσματα M.C. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	μ	σ
P_{3-13}	0.8111	0.0542
P_{4-12}	0.9131	0.088
P_{6-5}	-2.4523	0.029
P_{12-15}	0.2213	0.026
P_{16-17}	-0.1041	0.0222
P_{16-20}	0.0524	0.0295

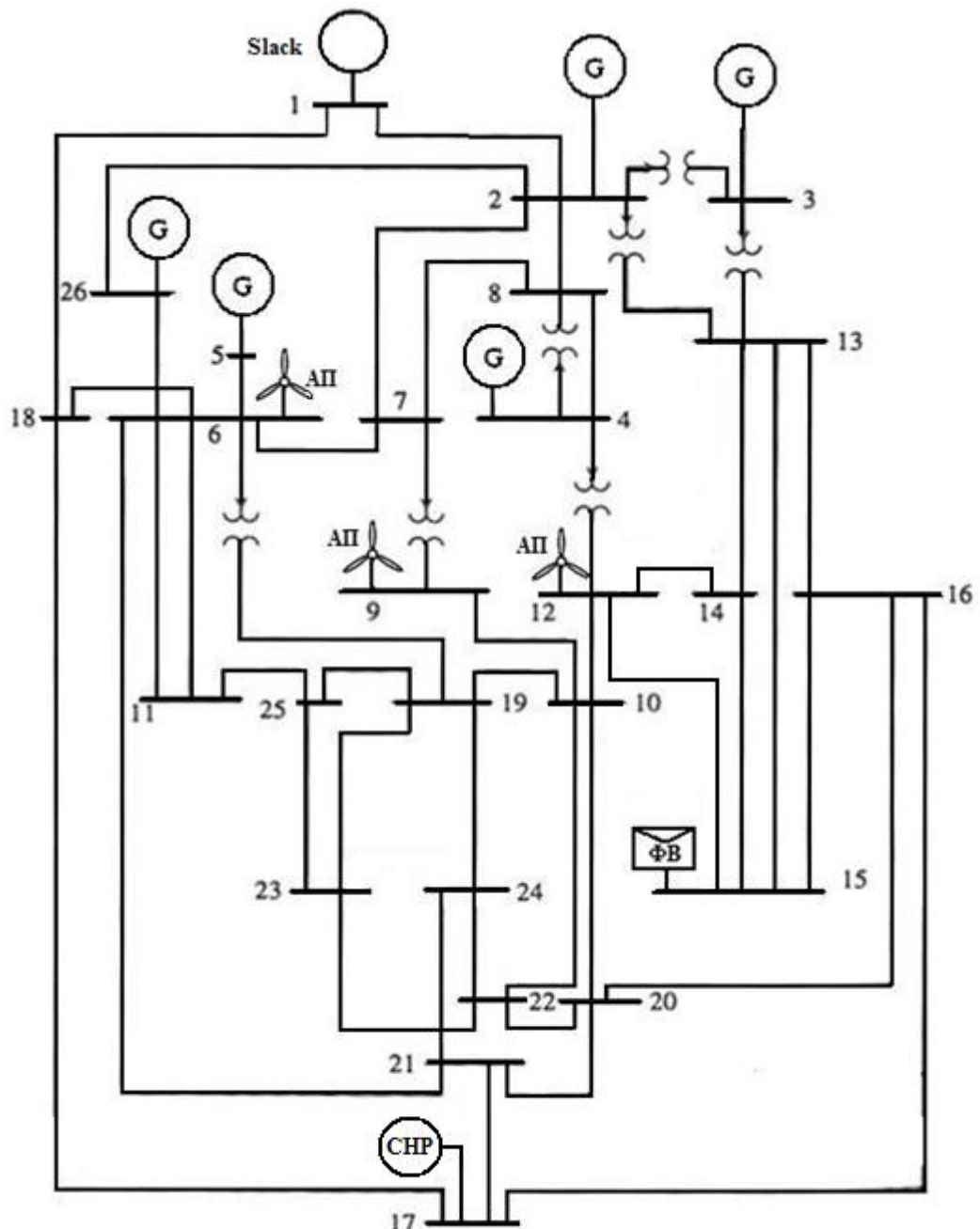
Πίνακας 7.515- Αποτελέσματα M.C. για τις ροές ισχύος στις γραμμές

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ	σ
L_{3-13}	0.0008	0.0542
L_{4-12}	0.0015	0.088
L_{6-5}	0.0473	0.029
L_{12-15}	0.001	0.026
L_{16-17}	0.0021	0.0222
L_{16-20}	0.0001	0.0295
Συνολικές	16	1.0

Πίνακας 7.6 - Αποτελέσματα M.C. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

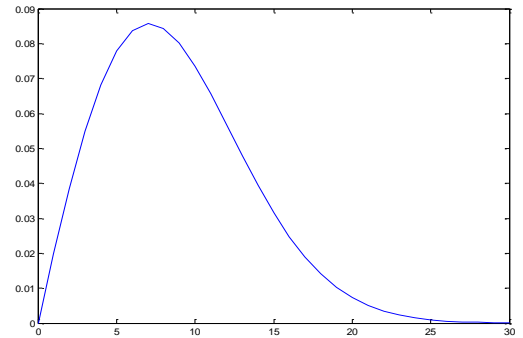
7.4 ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΑΠΕ ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται το δίκτυο των 26 ζυγών με προσθήκη Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας. Συγκεκριμένα σε ζυγούς που παρατηρούμε ότι εξυπηρετούν σημαντικό φορτίο υποθέτουμε ότι προστίθενται οι εξής επιπλέον μονάδες: 3 αιολικά πάρκα ονομαστικής ισχύος 100, 150 και 200 MW, ένα φωτοβολταϊκό σύστημα των 50 MW και ένας σταθμός συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού.



Σχήμα 7.2 -Δίκτυο 26 ζυγών με ΑΠΕ

Όσον αφορά στα αιολικά πάρκα, όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο η στατιστική κατανομή της παραγόμενης ισχύος καθορίζεται από την κατανομή της ταχύτητας του ανέμου στην περιοχή και την καμπύλη ισχύος της Α/Γ. Θεωρούμε ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση τα Α/Π βρίσκονται σε θέση όπου η ταχύτητα του ανέμου ακολουθεί κατανομή Weibull με τιμές των παραμέτρων $k=2$ και $c=10\text{m/s}$.



Σχήμα 7.3 Κατανομή της ταχύτητας του ανέμου

Η ταχύτητα ένταξης των Α/Γ είναι $v_{ci} = 4\text{m/s}$, η ταχύτητα που αποκτά την ονομαστική ισχύ είναι $v_r = 12\text{m/s}$ και η ταχύτητα αποκοπής $v_{co} = 25\text{m/s}$. Θεωρούμε ότι ο συντελεστής ισχύος κάθε Α/Π ισούται με μονάδα και συνεπώς δεν υπάρχει παραγωγή άεργου ισχύος. Σύμφωνα με την ενότητα 4.2 (δεχόμαστε ότι ισχύει η περίπτωση 3 που προσεγγίζει περισσότερο την πραγματικότητα) θεωρούμε ότι η παραγόμενη ενεργός ισχύς για κάθε αιολικό πάρκο ακολουθεί κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

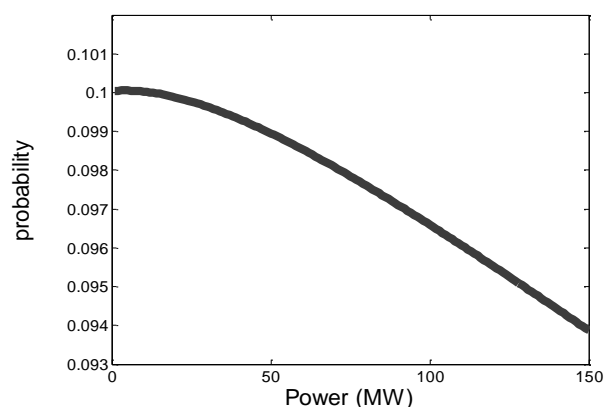
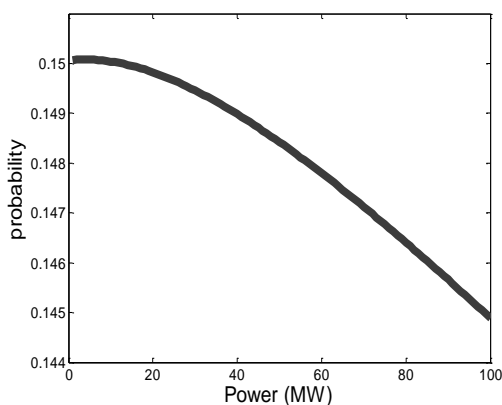
$$f_y(0) = 1 - e^{-\left(\frac{x_{ci}}{c}\right)^k} + e^{-\left(\frac{x_{co}}{c}\right)^k}$$

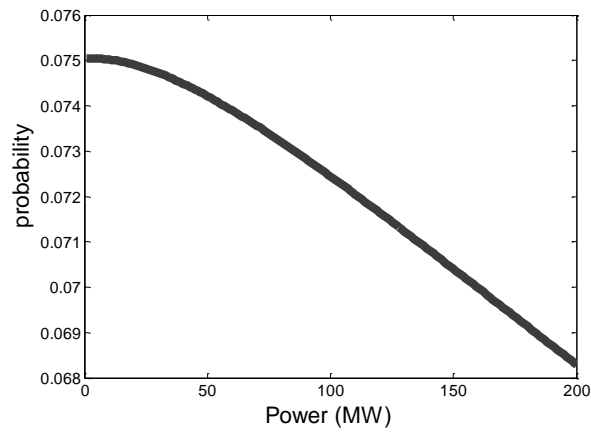
$$f_y(y) = \frac{1}{3a\left(\frac{y-b}{a}\right)^{2/3}} \left(\frac{k}{c}\right) \left(\left(\frac{y-b}{a}\right)^{1/3} \frac{1}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\left(\frac{y-b}{a}\right)^{1/3} \frac{1}{c}\right)^k} \quad \text{για } 0 < y < S \quad (7.1)$$

$$f_y(S) = e^{-\left(\frac{x_r}{c}\right)^k} - e^{-\left(\frac{x_{co}}{c}\right)^k}$$

$$\text{όπου } a = \frac{s}{x_r^3 - x_{ci}^3}, \quad b = -ax_{ci}^3$$

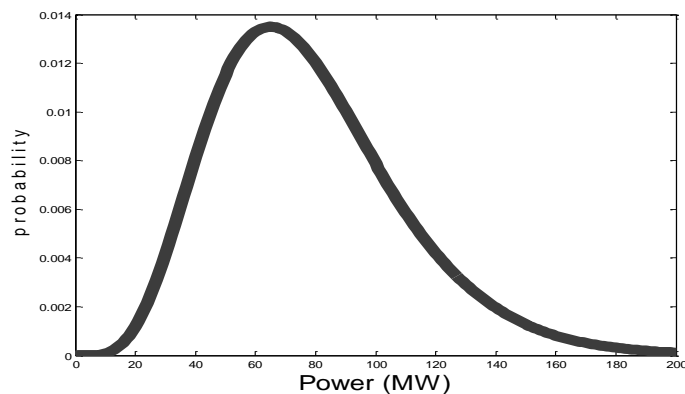
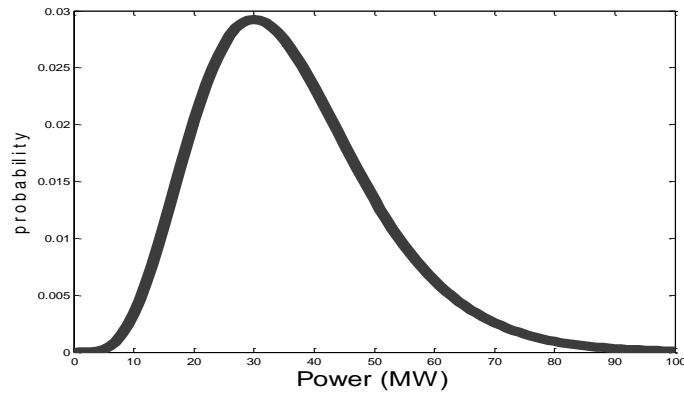
S : η ονομαστική ισχύς εξόδου του Α/Π

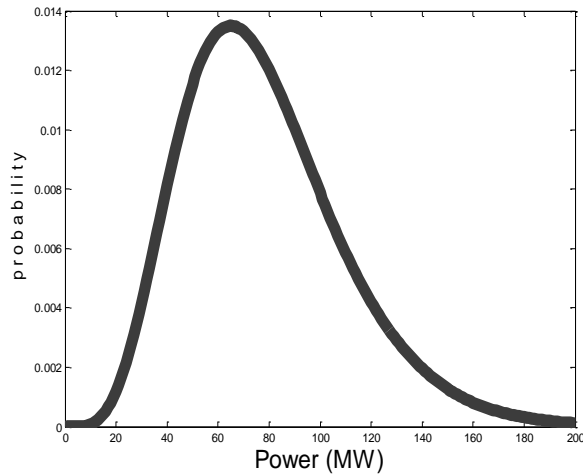




Σχήμα 7.4--Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας για το Α/Π 1, Α/Π 2 και Α/Π 3 (περίπτωση 1)

Επίσης, αν λάβουμε υπόψη την κατανομή του ανέμου, την καμπύλη παραγόμενης ισχύος και τους περιορισμούς διείσδυσης της αιολικής ενέργειας σε ένα δίκτυο, μπορούμε με ασφάλεια να θεωρήσουμε πως η παραγόμενη ισχύς από κάθε Α/Π μπορεί να μοντελοποιηθεί ως συνάρτηση «Γάμμα» με τιμή μέγιστης πιθανότητας γύρω στο $\frac{1}{3}$ της ονομαστικής ισχύος του. Οι παράμετροι της κατανομής για κάθε αιολικό πάρκο βρίσκονται στον Πίνακα 7.7 και γραφική παρουσίαση των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας στο Σχήμα 7.5.

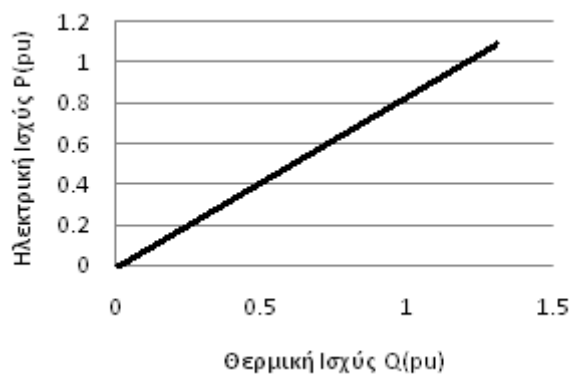




Σχήμα 7.5- Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας για το Α/Π 1, Α/Π 2 και Α/Π 3 (περίπτωση 2)

Γνωρίζουμε από την ενότητα 4.3 ότι η κατανομή της παραγόμενης ισχύος από Φ/Β προσεγγίζεται με μεγάλη ακρίβεια την κανονική. Έτσι στο συγκεκριμένο δίκτυο γίνεται η υπόθεση λειτουργίας ενός Φ/Β συστήματος στο ζυγό 15 και ισχύς που παράγεται από αυτό θεωρούμε ότι ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 50 MW και τυπική απόκλιση 10%.

Επίσης στο ζυγό 17 του δικτύου προστίθεται ένας σταθμός συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού (CHP). Θεωρούμε ότι το θερμικό φορτίο της εν λόγω περιοχής ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 200MW και τυπική απόκλιση 25%. Επίσης, υποθέτουμε ότι πρόκειται για μία μονάδα back-pressure της οποίας η χαρακτηριστική έχει κλίση $c_m = 0.8$ (Σχήμα 7.6). Με βάση το θεώρημα αλλαγής μεταβλητής (Παράρτημα Α, Σχέση Α.32) ο παραγόμενος ηλεκτρισμός ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 160MW και τυπική απόκλιση 20%.



Σχήμα 7.6 Χαρακτηριστική καμπύλη P-Q της μονάδας CHP

Στον Πίνακα 7.7 παρατίθενται συνοπτικά οι παράμετροι των κατανομών των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας που προστέθηκαν στο δίκτυο.

Είδος ΑΠΕ	Ζυγός	Κατανομή			
Α.Π.	6	Σχέση (7.1)	S=100MW	$\alpha=0.06$	b= -3.84
Α.Π.	9	Σχέση (7.1)	S=150MW	$\alpha=0.09$	b= -5.76
Α.Π.	12	Σχέση (7.1)	S=200MW	$\alpha=0.12$	b= -7.68
Α.Π.	6	Γάμμα	$\alpha=6$	b=6	
Α.Π.	9	Γάμμα	$\alpha=6$	b=10	
Α.Π.	12	Γάμμα	$\alpha=6$	b=13	
Φ/Β	15	Κανονική	$\mu=50MW$	$\sigma=10\%$	
Σ.Η.Θ.	17	Κανονική	$\mu=160MW$	$\sigma=20\%$	

Πίνακας 7.7 - Κατανομές παραγόμενης ισχύος από ΑΠΕ

7.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΣΗΜΕΙΩΝ

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου στο δίκτυο των 26 ζυγών. Όπως γνωρίζουμε, για ένα σύστημα με N αβέβαιες μεταβλητές απαιτούνται $2N$ ντετερμινιστικές ροές φορτίου. Σε αυτή την εφαρμογή έχουμε 26 ζυγούς, στους οποίους καταναλώνονται φορτία οι τιμές ενεργού και άεργου ισχύος των οποίων θεωρούνται αβέβαιες μεταβλητές. Επίσης, η παραγωγή ενεργού ισχύος από τις συμβατικές μονάδες (4) όσο και από ανανεώσιμες πηγές (5) αποτελούν αβέβαιες μεταβλητές. Συνεπώς συνολικά χρειάστηκε να πραγματοποιηθούν 122 ντετερμινιστικές ροές φορτίου κατά την εκτέλεση της μεθόδου εκτίμησης 2 σημείων. Η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson (βλ. ενότητα 2.3.2), όπου τέθηκε μέγιστος αριθμός επαναλήψεων 100 και ακρίβεια της μεθόδου 0,001.

Στους επόμενους πίνακες παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα, δηλαδή οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα, τις γωνίες των τάσεων των ζυγών, για τις ροές ισχύος στις γραμμές και τις απώλειες. Συγκεκριμένα, μας ενδιαφέρει περισσότερο να παρατηρήσουμε τα αποτελέσματα σε ζυγούς παραγωγής στους οποίους η έγχυση ισχύος ακολουθεί διακριτή κατανομή και σε αυτούς όπου η παραγωγή προέρχεται από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας.

Ζυγός	μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ
2	1.020	0	-0.3949	0.2062
6	1.0022	0.0025	-0.5861	0.6728
9	1.0128	0.0049	-2.1371	1.5214
12	0.9962	0.0049	-1.9286	1.1366
15	0.9940	0.0042	-2.5815	0.8207
17	1.0071	0.0042	0.2103	0.6904

Πίνακας 7.8 -Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (1)

Ροές ισχύος στις γραμμές	μ (p.u)	σ (p.u.)
P_{3-13}	0.3155	0.1403
P_{4-12}	0.652	0.1573
P_{6-5}	-2.4543	0.0291
P_{12-15}	0.1839	0.1017
P_{16-17}	-0.3971	0.0678
P_{16-20}	0.1023	0.073

Πίνακας 7.9 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (1)

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ	σ
L_{3-13}	0.0004	0.0001
L_{4-12}	0.0008	0.0004
L_{6-5}	0.0457	0.0014
L_{12-15}	0.0008	0.0013
L_{16-17}	0.0247	0.0086
L_{16-20}	0.0005	0.0007
Συνολικές	13.9	2.8

Πίνακας 7.10 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (1)

Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος ήταν $t_{PEM(1)} = 10sec$.

Στη συνέχεια, έγινε προσομοίωση του συστήματος θεωρώντας ότι η παραγωγή ισχύος από τα αιολικά πάρκα μοντελοποιείται ως συνάρτηση «Γάμμα». Τα αντίστοιχα αποτελέσματα είναι τα εξής:

Ζυγός	μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ
2	1.020	0	-0.3990	0.1046
6	1.0021	0.0022	-0.7287	0.3291
9	1.0126	0.0035	-2.3559	0.6571
12	0.9959	0.0050	-2.1084	0.5221
15	0.9939	0.0040	-2.7102	0.4154
17	1.0072	0.0040	0.1278	0.5702

Πίνακας 7.11 -Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (2)

Ροές ισχύος στις γραμμές	μ (p.u)	σ (p.u.)
P_{3-13}	0.3357	0.0806

P_{4-12}	0.6681	0.1037
P_{6-5}	-2.4542	0.0291
P_{12-15}	0.1690	0.0488
P_{16-17}	-0.4030	0.0552
P_{16-20}	0.1133	0.0421

Πίνακας 7.12 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (2)

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ	σ
L_{3-13}	0.0004	0.0001
L_{4-12}	0.0008	0.0002
L_{6-5}	0.0458	0.0013
L_{12-15}	0.0006	0.0004
L_{16-17}	0.0252	0.0071
L_{16-20}	0.0005	0.0003
Συνολικές	13.7	1.3

Πίνακας 7.13 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (2)

$$t_{PEM(2)} = 12sec.$$

Παρατηρώντας τους πίνακες των δύο προσομοιώσεων, βλέπουμε πολύ μικρές διαφορές στα αποτελέσματα γεγονός που δείχνει ότι η μοντελοποίηση της παραγωγής ισχύος των Α/Π που υποθέσαμε είναι εύλογη. Αν και αρχικά ίσως να θεωρηθεί, συγκριτικά με την πρώτη περίπτωση που συνήθως χρησιμοποιείται, πιο αφηρημένη υπόθεση αποδεικνύεται ποιοτικά σωστή. Αυτό έχει ενδιαφέρον καθώς έτσι απλοποιείται σε μεγάλο βαθμό ο υπολογισμός των ροπών έως και τρίτης τάξης που απαιτεί η μέθοδος, ενώ λαμβάνοντας ως σ.π.π. αυτήν της σχέσης (7.1) οι υπολογισμοί είναι περισσότερο πολύπλοκοι και χρειάστηκε διακριτοποίηση της συνάρτησης για να λάβουμε τα αποτελέσματα.

7.6 ΕΦΑΡΜΟΓΗ MONTE CARLO

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε την εφαρμογή της μεθόδου Monte Carlo στο δίκτυο των 26 ζυγών ύστερα από τη διείσδυση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Η μέθοδος Monte Carlo, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι μια επαναληπτική μέθοδος που βασίζεται στην παραγωγή ενός συνόλου τυχαίων τιμών για τις αβέβαιες μεταβλητές. Ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια των αποτελεσμάτων γίνεται και αντίστοιχος αριθμός επαναλήψεων. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή πραγματοποιήθηκαν 5.000 δοκιμές

Το προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab διαθέτει συνάρτηση για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κανονική κατανομή με γνωστή μέση τιμή και τυπική απόκλιση (`normrnd`). Συνεπώς για τις εγχύσεις ενεργού και άεργου

ισχύος των φορτίων και την παραγωγή ισχύος του φωτοβολταϊκού και του σταθμού συμπαραγωγής θερμότητας-ηλεκτρισμού εφαρμόστηκε η συγκεκριμένη συνάρτηση. Για την παραγωγή του αιολικού πάρκου παρήχθησαν τυχαίοι αριθμοί για την τιμή της ταχύτητας ανέμου από τη συνάρτηση «wblrnd» και στη συνέχεια μέσω της συνάρτησης της παραγωγής ισχύος ($y = ax^3 + b$) υπολογίστηκε η αντίστοιχη τιμή για την ισχύ. Στην περίπτωση που δεχόμαστε ότι η παραγωγή από το κάθε Α/Π ακολουθεί την κατανομή «Γάμμα», χρησιμοποιείται η συνάρτηση «gamrnd».

Η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson, όμοια δηλαδή και κατά την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης 2 σημείων, ώστε η σύγκριση μεταξύ τους να είναι όσο το δυνατόν πιο ακριβής. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, δηλαδή οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων των ζυγών και για τις ροές ισχύος στις γραμμές, παρουσιάζονται στους Πίνακες 7.14-7.16.

Ζυγός	μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ
2	1.0202	0.0013	-0.3601	0.2131
6	1.0026	0.0024	-0.5689	0.6826
9	1.0138	0.0046	-2.1135	1.5218
12	0.9973	0.0048	-1.9077	1.1463
15	0.9945	0.0036	-2.5607	0.831
17	1.0073	0.004	0.2265	0.6992

Πίνακας 7.14 - Αποτελέσματα M.C. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (1)

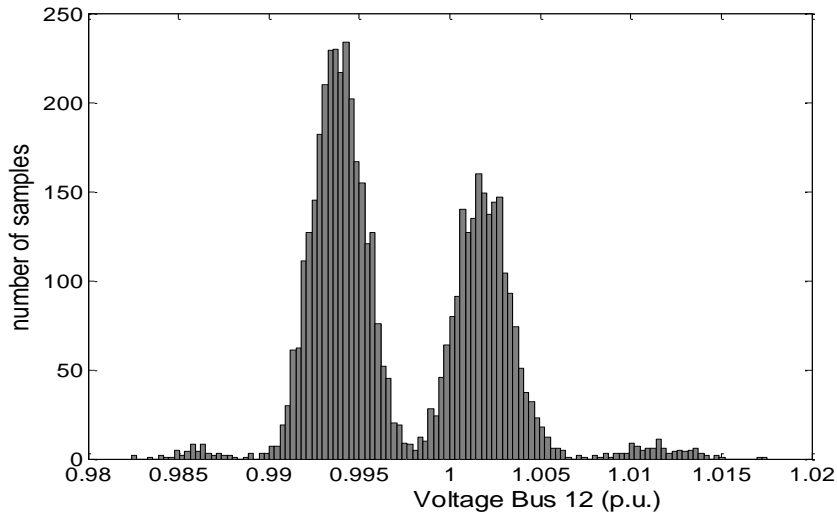
Ροές ισχύος στις γραμμές	μ (p.u.)	σ (p.u.)
P_{3-13}	0.3109	0.1387
P_{4-12}	0.6496	0.1550
P_{6-5}	-2.4553	0.0295
P_{12-15}	0.1869	0.1022
P_{16-17}	-0.3950	0.0678
P_{16-20}	0.0997	0.0730

Πίνακας 7.15 - Αποτελέσματα M.C. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (1)

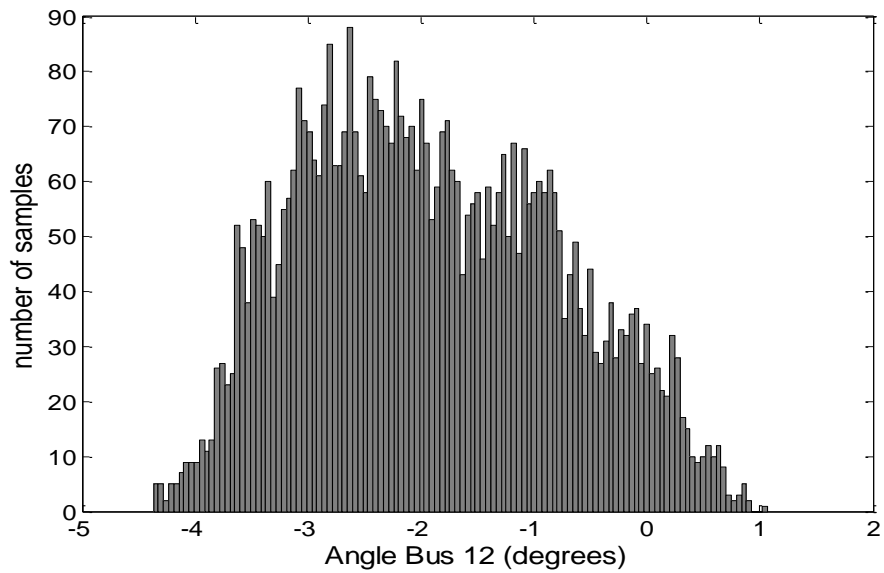
Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ	σ
L_{3-13}	0.0004	0.0001
L_{4-12}	0.0008	0.0003
L_{6-5}	0.0456	0.0014
L_{12-15}	0.0008	0.0008

L_{16-17}	0.0246	0.0081
L_{16-20}	0.0005	0.0004
Συνολικές	13.7	1.6

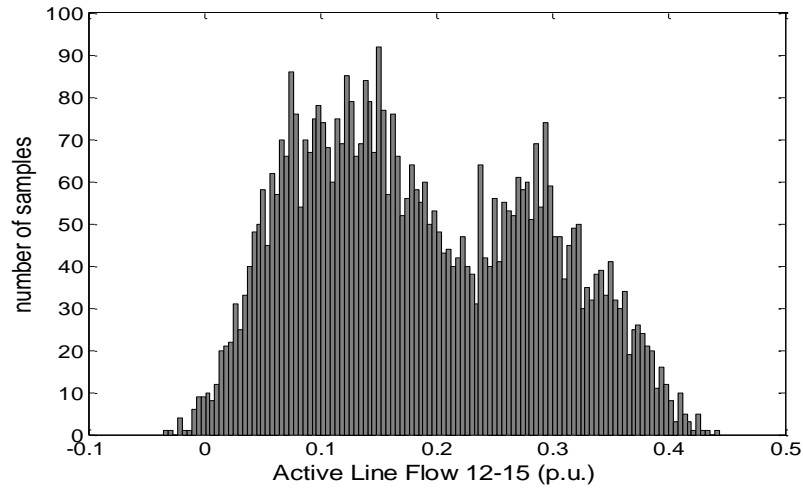
Πίνακας 7.16 - Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (1)



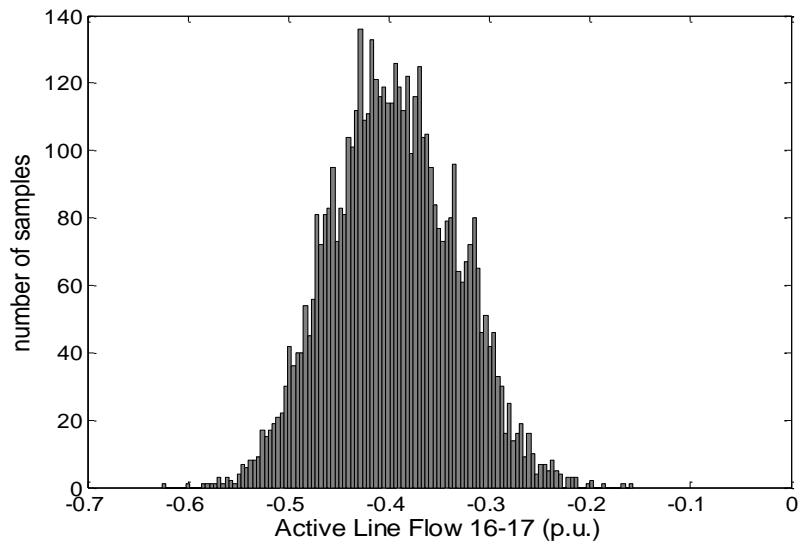
Σχήμα 7.7-Τάση Ζυγού 12 (περίπτωση 1)



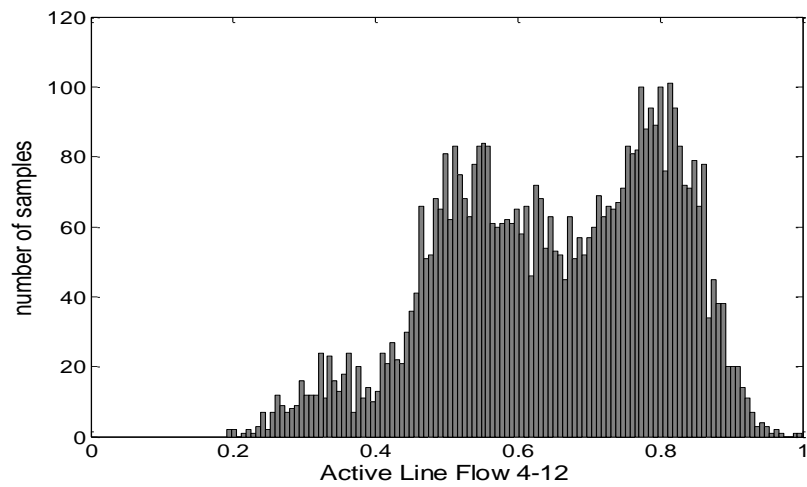
Σχήμα 7.8- Γωνία Ζυγού 12 (περίπτωση 1)



Σχήμα 7.9-Ροή ενεργού ισχύος 12-15 (περίπτωση 1)



Σχήμα 7.10-Ροή ενεργού ισχύος 16-17 (περίπτωση 1)



Σχήμα 7.11-Ροή ενεργού ισχύος 4-12 (περίπτωση 1)

Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος ήταν $t_{MC(1)} = 513 \text{ sec}$.

Τα αντίστοιχα αποτελέσματα αν μοντελοποιήσουμε την παραγωγή των Α/Π ως συναρτήσεις «Γάμμα» είναι τα εξής:

Ζυγός	μέτρο τάσης V (p.u.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ
2	1.0201	0.0009	-0.3978	0.1140
6	1.0023	0.0021	-0.7289	0.3385
9	1.0128	0.0037	-2.13122	0.6553
12	0.9968	0.0038	-1.9286	0.5338
15	0.9944	0.0033	-2.7076	0.4259
17	1.0075	0.0039	0.1309	0.5701

Πίνακας 7.17 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς (2)

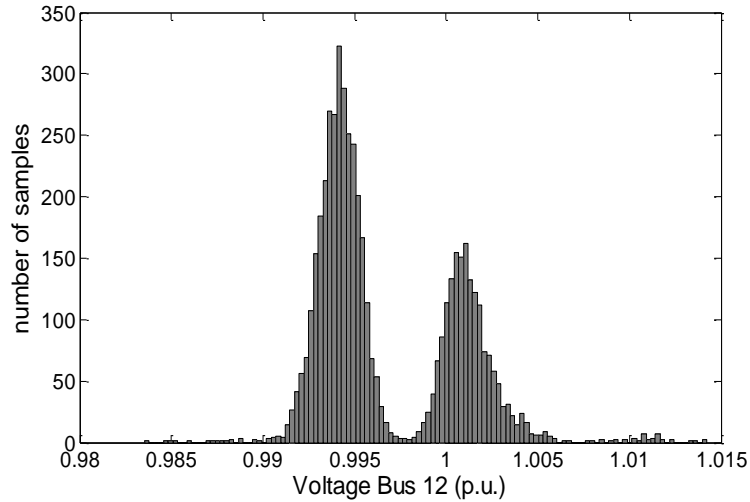
Ροές ισχύος στις γραμμές	μ (p.u.)	σ (p.u.)
P_{3-13}	0.3356	0.0760
P_{4-12}	0.6706	0.1006
P_{6-5}	-2.4546	0.0290
P_{12-15}	0.1692	0.0485
P_{16-17}	-0.4016	0.0557
P_{16-20}	0.1130	0.0411

Πίνακας 7.18 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές (2)

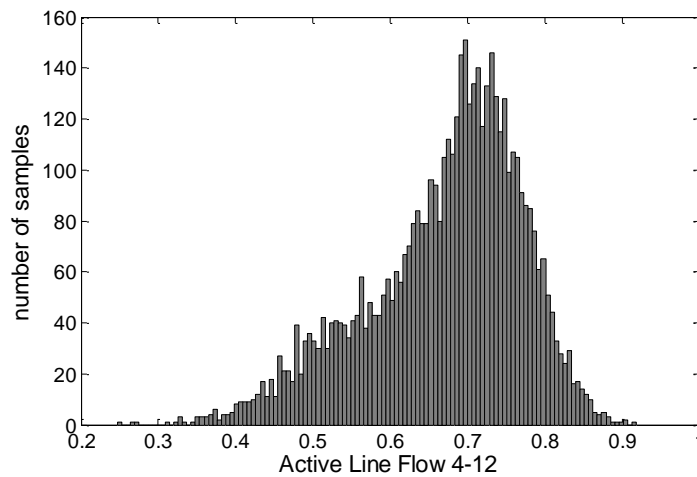
Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ	σ
L_{3-13}	0.0004	0.0001
L_{4-12}	0.0009	0.0002
L_{6-5}	0.0457	0.0013
L_{12-15}	0.0006	0.0003
L_{16-17}	0.0251	0.0067
L_{16-20}	0.0005	0.0003
Συνολικές	13.7	1.2

Πίνακας 7.19 - Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές (2)

$$t_{MC(2)} = 518 \text{ sec}$$



Σχήμα 7.11 - Τάση Ζυγού 12 (περίπτωση 2)



Σχήμα 7.12 -Ροή ενεργού ισχύος 4-12 (περίπτωση 2)

Παρατηρούμε ότι οι τιμές της μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης για τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις για τις κατανομές της παραγωγής από τα Α/Π σχεδόν ταυτίζονται. Τα ιστογράμματα που παρουσιάζουν τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των μεγεθών είναι παρόμοιες με κάποιες βέβαια διαφοροποιήσεις, αποδεκτές όμως αφού και οι αρχικές υποθέσεις διαφέρουν ως ένα βαθμό. Γενικά πάντως αποδεικνύεται ότι και οι στις 2 περιπτώσεις παίρνουμε την ίδια εικόνα για τη λειτουργία του συστήματος.

7.7 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ

Προσθέτοντας τις επιπλέον μονάδες στο δίκτυο παρατηρούμε στους συγκεκριμένους αυτούς ζυγούς μία αμυδρή ανύψωση της τάσης. Όσον αφορά τις ροές ισχύος στις γραμμές και τις απώλειες βλέπουμε πως υπάρχει μία μικρή μείωση των τιμών στη δεύτερη περίπτωση, άρα με την προσθήκη των επιπλέον μονάδων υπήρξε μία ελάφρυνση κάποιων γραμμών. Εκεί που παρατηρείται ότι οι γραμμές

φορτίστηκαν περισσότερο είναι στον σταθμό συμπαραγωγής. Συνολικά βέβαια και στις δύο περιπτώσεις φαίνεται το δίκτυο να λειτουργεί με παρόμοιο τρόπο αρμονικά.

Μετά τη λήψη των απαιτούμενων αποτελεσμάτων, είναι πολύ σημαντική η επεξεργασία τους ώστε να ληφθούν κατάλληλα συμπεράσματα για τη Μέθοδο Εκτίμησης Σημείου. Θεωρώντας τα αποτελέσματα της Monte Carlo 5,000 δοκιμών ως τη βάση, δηλαδή το πραγματικό αποτέλεσμα, υπολογίζουμε τρεις δείκτες σφαλμάτων για να συμπεράνουμε την αποτελεσματικότητα και την ακρίβεια των προαναφερθέντων μεθόδων. Συγκεκριμένα, βρίσκουμε το απόλυτο σφάλμα των υπολογιζόμενων τιμών για τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των τάσεων, των γωνιών και των ροών ισχύος στις γραμμές της Μ.Ε.Σ. ως προς τα αποτελέσματα που πήραμε από τη Monte Carlo.

Τα σφάλματα αυτά υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις,

$$\varepsilon_{\theta}(\%) = |\theta_{MC5000} - \theta_{PEM}| \cdot 100 \quad (7.2)$$

$$\varepsilon_V(\%) = |V_{MC5000} - V_{PEM}| \cdot 100 \quad (7.3)$$

και αντίστοιχα για τη ροή ενεργού ισχύος και τις απώλειες στις γραμμές και παρουσιάζονται συνοπτικά στους Πίνακες 7.20-7.21.

$\varepsilon_V(\%)$	μ	0.06
	σ	0.05
$\varepsilon_{\theta}(\%)$	μ	1.86
	σ	1.03
$\varepsilon_{P_flow}(\%)$	μ	0.27
	σ	0.17
$\varepsilon_{losses}(\%)$	μ	0.00
	σ	0.03
$\varepsilon_{Total\ losses}$	μ	0.11
	σ	1.17

Πίνακας 7.20 -Σφάλματα (1)

$\varepsilon_V(\%)$	μ	0.04
	σ	0.04
$\varepsilon_{\theta}(\%)$	μ	0.28
	σ	0.95
$\varepsilon_{P_flow}(\%)$	μ	0.07
	σ	0.18
$\varepsilon_{losses}(\%)$	μ	0.00
	σ	0.01
$\varepsilon_{Total\ losses}$	μ	0.05
	σ	0.16

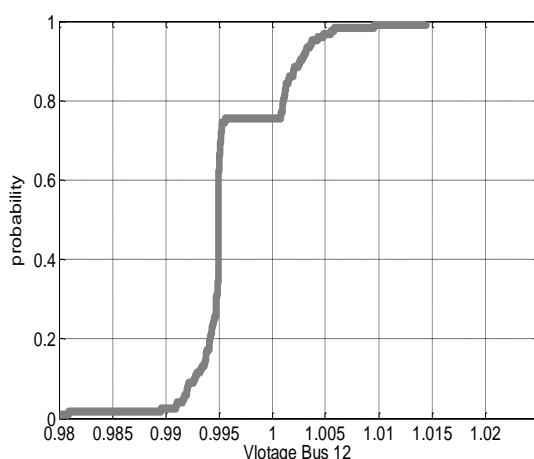
Πίνακας 7.21 -Σφάλματα (2)

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα είναι ιδιαίτερα ικανοποιητικά. Τα σφάλματα που προκύπτουν κυμαίνονται από 0.00% έως λιγότερο από 2% γεγονός που αποδεικνύει την ακρίβεια της μεθόδου εκτίμησης σημείου. Το μεγαλύτερο σφάλμα προκύπτει στις τιμές των γωνιών όπου είναι αντιληπτό βέβαια ότι απόκλιση 0,2° είναι προφανώς μηδαμινή. Βέβαια, το απόλυτο σφάλμα στις συνολικές απώλειες και ειδικά στην τυπική απόκλιση είναι γύρω στο 1, τιμή εν μέρη μεγαλύτερη από τις υπόλοιπες αλλά δικαιολογείται καθώς στις συνολικές απώλειες συσσωρεύονται τα επιμέρους σφάλματα των απωλειών ενεργού ισχύος στις γραμμές. Ικανοποιητική

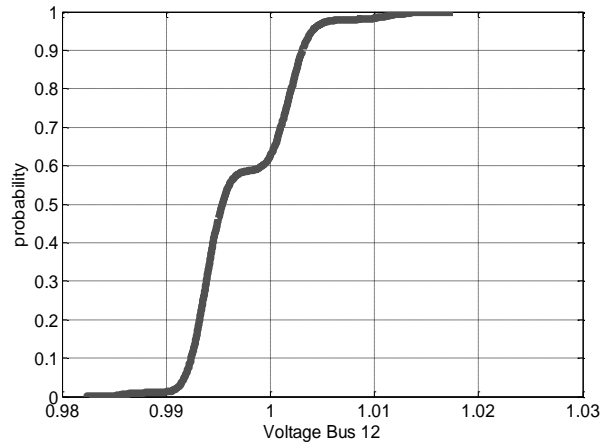
όμως παραμένει η τιμή του σφάλματος της μέσης τιμής των συνολικών απωλειών που ανέρχεται σε 0.11 ή 11% και 0.05 ή 5% αντίστοιχα για τις 2 περιπτώσεις.

Ένα συγκεκριμένο μέγεθος που αξίζει να προσέξουμε είναι η τιμή της τάσης στον ζυγό 12 όπου συνδέεται το αιολικό πάρκο των 200MW. Με βάση το ιστόγραμμα που λαμβάνουμε από τη Monte Carlo (Σχήμα 7.6) το οποίο ουσιαστικά δείχνει τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, συμπεραίνουμε ότι η τάση στον ζυγό 12 ακολουθεί κατανομή που παραπέμπει σε διακριτή. Θεωρούμε αναγκαίο να ελέγξουμε λεπτομερέστερα αυτή τη περίπτωση, καθώς στις περισσότερες μεθόδους πιθανοτικής ανάλυσης εκεί εντοπίζονται οι μεγαλύτερες ανακρίβειες. Από τους Πίνακες 7.8/7.14 και 7.11/7.17, λοιπόν, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση υπολογιζόμενες από τη μέθοδο εκτίμησης 2 σημείων και τη Monte Carlo διαφέρουν κατά 0,0011 και 0,0001 αντίστοιχα, τιμές τόσο μικρές για μονάδες τάσεις p.u. που ουσιαστικά θεωρούμε ότι τα αποτελέσματα ταυτίζονται. Συνεπώς, η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί να φέρει ακριβή αποτελέσματα για διακριτές κατανομές.

Όπως ήδη γνωρίζουμε, κατά την εκτέλεση της Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων πραγματοποιούνται 122 ντετερμινιστικές ροές φορτίου. Αν χαράξουμε, με βάση τα αποτελέσματα των ροών φορτίου και με βάση τις υπολογιζόμενες από την προτεινόμενη μέθοδο πιθανότητες του εκάστοτε στιγμιότυπου του συστήματος, την αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας κάποιου μεγέθους, για παράδειγμα της τάσης του ζυγού 12, παίρνουμε την καμπύλη του σχήματος 7.13 η οποία προσεγγίζει με κάποια απόκλιση αλλά γενικά σε ικανοποιητικό βαθμό την αντίστοιχη καμπύλη σχεδιαζόμενη μέσω της Monte Carlo (Σχήμα 7.14). Παρατηρούμε και από τα σχήματα αυτά ότι η κατανομή της τάσης του ζυγού 12 παραπέμπει σε μία κατανομή με συγκεντρωμένα τα σημεία σε δύο περιοχές τιμών.



Σχήμα 7.13 - Τάση Ζυγού 12 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – Μ.Ε.Σ



Σχήμα 7.14 - Τάση Ζυγού 12 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής) – M.C.

Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει ο χρόνος εκτέλεσης των δύο μεθόδων. Για τη μέθοδο εκτίμησης σημείου χρειάστηκαν 10sec ενώ για τη Monte Carlo 520 sec. Συνεπώς, η εκτίμησης σημείου είναι 50 φορές γρηγορότερη από τη Monte Carlo. Το γεγονός αυτό δίνει σημαντική υπεροχή στη Μ.Ε.Σ. καθώς όταν μεγαλώνει το δίκτυο η Μ.Ε.Σ. αποδεικνύεται να παραμένει ταχύτατη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8^ο

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

8.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η πιθανοτική ανάλυση των ροών φορτίου σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας πλεονεκτεί σημαντικά σε σύγκριση με την ντετερμινιστική. Οι περισσότερες και κυριότερες παράμετροι το δικτύου, όπως οι εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, οι παράμετροι των γραμμών αλλά και η ίδια η τοπολογία του δικτύου, είναι μεγέθη τα οποία χαρακτηρίζει αβεβαιότητα και συνεπώς θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές. Μέχρι στιγμής έχουν αναλυθεί και καθιερωθεί διάφορες μέθοδοι που προσαρμόστηκαν κατάλληλα ώστε να επιλύουν πιθανοτικά τη ροή φορτίου ενός Σ.Η.Ε. Στην παρούσα διπλωματική προτείνεται η Μέθοδος Εκτίμησης 2 Σημείων και συγκεκριμένα έγινε αναλυτική παρουσίαση και εφαρμογή ώστε να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα και πάνω απ' όλα η ακρίβειά της.

Γενικά παρατηρούμε ότι πρόκειται για μία εύχρηστη μέθοδο. Για να υπολογιστούν τα σημεία που θα αντικαταστήσουν την κατανομή κάθε τυχαίας μεταβλητής, χρειάζεται να γνωρίζουμε τη μέση τιμή, τυπική απόκλιση και τη λοξότητα, μεγέθη εύκολα υπολογιζόμενα δοθείσης της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Επίσης, για n πλήθος τυχαίων παραμέτρων απαιτούνται $2n$ ντετερμινιστικές ροές φορτίου. Το γεγονός ότι χρησιμοποιούνται οι μη γραμμικές εξισώσεις ροών φορτίου αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου έναντι άλλων που απαιτούν τη γραμμικοποίησή τους γύρω από κάποιο ή κάποια σημεία. Συνεπώς, συμπεραίνουμε ότι η προτεινόμενη μέθοδος είναι μία εύκολη στη χρήση μέθοδος κατά την οποία απαιτείται εκτέλεση απλών αριθμητικών πράξεων.

Ακόμα, για να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα για το αν τα αποτελέσματα κρίνονται ακριβή ή όχι εφαρμόστηκε η προτεινόμενη μέθοδος σε δύο δίκτυα. Το πρώτο ήταν ένα δίκτυο 6 ζυγών σχετικά απλό και το δεύτερο 26 ζυγών το οποίο εκτός από συμβατικούς σταθμούς παραγωγής υπήρχαν και αιολικά πάρκα, φωτοβολταϊκά και ένας σταθμός συμπαραγωγής ενέργειας-ηλεκτρισμού. Στα δίκτυα αυτά υποθέτονται διάφορες κατανομές για τις παραγωγές ισχύος από τις μονάδες, για τα εξυπηρετούμενα φορτία όσο και για τις παραμέτρους των γραμμών. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τη Monte Carlo που θεωρείται μία ευρέως αποδεκτή μέθοδος για επίλυση πιθανοτικής ανάλυσης, η οποία αποδεικνύεται ότι προσεγγίζει το πραγματικό αποτέλεσμα σχεδόν απόλυτα με την προϋπόθεση αρκετά μεγάλου αριθμού δοκιμών. Μετά τη σύγκριση, τα αποτελέσματα της μεθόδου αποδεικνύονται σωστά με ελάχιστες έως μηδαμινές αποκλίσεις, οπότε δεχόμαστε ότι τελικά πρόκειται για μία ακριβή μέθοδο. Σε αυτό στο οποίο η προτεινόμενη μέθοδος αναμφισβήτητα υπερτερεί έναντι της Monte Carlo είναι η ταχύτητα εκτέλεσης, αν και μειώνεται όσο αυξάνεται το μέγεθος του εξεταζόμενου δικτύου. Αξίζει να σημειωθεί πως για το σύστημα των 6 ζυγών ήταν 90 φορές γρηγορότερη και για το σύστημα των 26 ζυγών

50 φορές γρηγορότερη. Βέβαια, η μέθοδος είναι αποδοτικότερη όσο ο αριθμός των αβέβαιων μεταβλητών είναι περιορισμένος καθώς όπως προαναφέρθηκε το υπολογιστικό κόστος της είναι ευθέως ανάλογο του αριθμού των αβέβαιων μεταβλητών.

8.2 ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Σε ένα σημείο στο οποίο υστερεί η Μέθοδος Εκτίμησης 2 Σημείων σε σχέση με άλλες όπως και με τη Monte Carlo με την οποία γίνεται σύγκριση στην παρούσα διπλωματική, είναι ότι υπολογίζονται αποκλειστικά οι ροπές των άγνωστων μεγεθών και δεν δίνεται η δυνατότητα αποτύπωσης της μορφής της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Βέβαια, μία υποτυπώδης αναπαράσταση μπορεί να υπάρξει μέσω των 2n σημείων που υπολογίζονται από την ντετερμινιστική ροή φορτίου. Γι' αυτό το λόγο, προτείνεται ο συνδυασμός της εν λόγω μεθόδου με κάποια άλλη, όπως για παράδειγμα είναι η Gram-Charlier ή η Cornish-Fisher, με την οποία γνωρίζοντας της ροπές μέχρι μιας ανώτερης τάξης μπορεί να υπολογιστεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

Επίσης, στη παρούσα διπλωματική έγιναν κάποιες υποθέσεις για τις κατανομές των γνωστών μεγεθών. Θα ήταν, λοιπόν, ενδιαφέρον μία επιπρόσθετη μελέτη των κατανομών που θεωρείται ότι ακολουθεί η παραγόμενη ενεργός ισχύς των μονάδων παραγωγής, το ζητούμενο φορτίο και οι παράμετροι των γραμμών. Συγκεκριμένα, ιδιαίτερα για τους σταθμούς συμπαραγωγής θερμότητας και ηλεκτρισμού, εξετάστηκε η περίπτωση μονάδας back-pressure στην οποία η χαρακτηριστική παραγόμενη θερμότητα και παραγόμενου ηλεκτρισμού είναι μία ευθεία γραμμή. Θα ήταν αρκετά σημαντική και η μελέτη μονάδας extraction που επιφέρει βέβαια επιπρόσθετες δυσκολίες καθώς η χαρακτηριστική της είναι ένα πολύγωνο.

Μία επιπλέον επέκταση που θα μπορούσε να γίνει είναι να θεωρηθεί ως αβέβαιη παράμετρος και η ίδια η τοπολογία του δικτύου. Γνωρίζουμε ότι γραμμές μεταφοράς, μονάδες παραγωγής ή και άλλα επιμέρους στοιχεία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως για παράδειγμα μετασχηματιστές, συχνά τίθενται εκτός λειτουργίας λόγω βλαβών ή προγραμματισμένων διακοπών για συντήρηση, αντικατάσταση κ.λπ.. Συνεπώς, παράλληλα με τα στοιχεία που λαμβάνονται ως τυχαίες μεταβλητές στην παρούσα διπλωματική, υπάρχουν και μερικά ακόμη που ενώ εδώ έχουν θεωρηθεί σταθερά στην πραγματικότητα δεν συμβαίνει κάτι τέτοιο.

Ενδιαφέρουσα θα ήταν και η μελέτη της μεθόδου με εκτίμηση παραπάνω των 2 σημείων. Σίγουρα τα αποτελέσματα θα είναι πιο ακριβή αλλά ο χρόνος εκτέλεσης θα αυξηθεί και αυτός ανάλογα. Με μία εμπεριστατωμένη μελέτη μπορεί να βρεθεί ο αριθμός των σημείων με τα οποία θα εκτιμηθεί η κατανομή των άγνωστων μεγεθών, ο οποίος θα βελτιστοποιεί τη συμπεριφορά της μεθόδου για την επίλυση της ροής φορτίου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Κ.Βουρνάς, Γ. Κονταξής, “Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π, 2001.
- [2] Κ.Παπαδιάς, “Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας – Μόνιμη κατάσταση Λειτουργίας (Τόμος 1)”, Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π, 1985.
- [3] Ε.Διαλυνάς, Καθηγητής Ε.Μ.Π., “Προσομοίωση Monte-Carlo”, Αθήνα, Οκτώβριος 1996.
- [4] Στ. Παπαθανασίου, “Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας”, Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π, 2008
- [5] Β. Παπαδιάς και Γ. Κονταξής, “Ηλεκτρική Οικονομία”, Αθήνα, Εκδόσεις ΕΜΠ, 2003
- [6] Θ. Καρακατσάνης, “Συμβολή της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου στον Έλεγχο Λειτουργίας των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1995
- [7] Μιχ. Π. Παπαδόπουλος, “Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας από Ανανεώσιμες Πηγές”, Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1997
- [8] Κ. Θ. Δέρβος, Καθηγητής Ε.Μ.Π., Εισαγωγή στα ημιαγωγικά υλικά και φωτοβολταϊκές διατάξεις, Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 2008
- [9] Γ. Κοκολάκης, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π., Ι. Σπηλιώτης, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π. “Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική”, Αθήνα, Εκδόσεις Συμεών, Έκδοση 3^η, Οκτώβριος 1999
- [10] Athanasios Papoulis, “Πιθανότητες, Τυχαίες Μεταβλητές και Στοχαστικές Διαδικασίες”, Εκδόσεις Τζιόλα Θεσσαλονίκη, 3^η Έκδοση, 1994
- [11] E.Rosenblueth, “Two-point estimates in probability,” Applied Mathematical Modelling, vol. 5, Oct 1981, pp. 329–335
- [12] H.P.Hong, “An efficient point estimate method for probabilistic analysis, Reliability Engineering and System Safety, vol. 59, 1998, pp.261–267
- [13] Chun-Lien Su, “Probabilistic Load-Flow Computation Using Point Estimate Method”, IEEE Transactions on Power Systems, vol.20, no. 4, November 2005

- [14] Chun-Lien Su, "A New Probabilistic Load-Flow Method", Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE, Pages: 389- 394 Vol. 1
- [15] Julio Usaola, "Probabilistic load flow in systems with high wind power penetration", Departamento de Ingenieria Eletrica, Univeridad Carlos III de Madrid, August 2008
- [16] A Method to Perform Probabilistic Production Simulation Involving Combined Heat and Power Units, Charlotte Søndergren and Hans F. Ravn, Institute of Mathematical Modeling, Technical University of Denmark
- [17] Probabilistic Production Simulation Including Combined Heat and Power Plants, Helge V. Larsen, Halldór Pálsson, Hans F. Ravn, Systems Analysis Department, Riso National Laboratory, Denmark
- [18] L.Pedersen, R.Ulseth, "Method for Load Modelling of Heat and Electricity Demand", 10th International Symposium on District Heating and Cooling, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim/Norway, September 2006
- [19] Hadi Saadat, "Power System Analysis", McGraw- Hill International Editions, Electrical Engineering Series, 1999
- [20] Sheldon M. Ross, "A course in simulation", Macmillan Publishing Company, New York, 1990

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

A.1 ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

Εάν μια τυχαία μεταβλητή παίρνει άπειρο μη αριθμήσιμο πλήθος τιμών, καλείται συνεχής τυχαία μεταβλητή.

Έστω μία τυχαία μεταβλητή X , που παίρνει τιμές στο διάστημα (x_{\min}, x_{\max}) και μία συνάρτηση $f_X(x)$ που ορίζεται στο διάστημα (x_{\min}, x_{\max}) που παίρνει πραγματικές τιμές. Τότε η $f_X(x)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X , αν ισχύουν :

$$A) \quad f_X(x) \geq 0 \quad \forall x \in (x_{\min}, x_{\max}) \quad (A.1)$$

$$B) \quad P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx \quad (A.2)$$

για οποιοδήποτε διάστημα $(x_1, x_2) \subseteq (x_{\min}, x_{\max})$

Από τον προηγούμενο ορισμό προκύπτει ότι :

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_X(x) dx = 1 \quad (A.3)$$

Σε μία τυχαία μεταβλητή X με πυκνότητα πιθανότητας f_X αντιστοιχεί η συνάρτηση κατανομής F_X για την οποία ισχύει :

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx' \quad (A.4)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι αύξουσα, παίρνει πραγματικές τιμές και σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό θα ισχύει :

$$F_X(-\infty) = 0 \quad (A.5)$$

$$F_X(\infty) = 1$$

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) \quad (A.6)$$

Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E(X^\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^\nu f(x) dx \quad (A.8)$$

για $\nu=1$ έχουμε τη ροπή 1ης τάξης (μέση τιμή) $\mu=E(X)$

Κεντρική Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E[(X - \mu)^\nu] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^\nu f(x) dx \quad (A.9)$$

για $\nu=2$ έχουμε τη διασπορά

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (A.10)$$

Η τυπική απόκλιση ορίζεται ως

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} \quad (A.11)$$

Η λοξότητα ορίζεται ως

$$\lambda = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (A.12)$$

A.2 ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

Εάν μια τυχαία μεταβλητή παίρνει πεπερασμένο ή άπειρο αριθμησιμο πλήθος τιμών, καλείται απαριθμητή ή διακριτή τυχαία μεταβλητή.

Έστω μία τυχαία μεταβλητή X, που παίρνει τιμές $(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ και μία ακολουθία p_k που παίρνει πραγματικές τιμές. Τότε η p_k είναι η συνάρτηση μάζας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X, αν ισχύουν :

$$A) p_k = P(X = x_k) \quad (A.13)$$

$$B) p_k \geq 0 \quad (A.14)$$

$$\Gamma) \sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1 \quad (A.15)$$

Σε μία τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση μάζας πιθανότητας p_k αντιστοιχεί η συνάρτηση κατανομής F_x για την οποία ισχύει :

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (A.16)$$

$$F(x) = \sum_{\substack{k \\ (x_k \leq x)}} p_k \quad (A.17)$$

$$p_k = F(x_k) - F(x_{k-1}) \quad (A.18)$$

Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E(X^v) = \sum_k p_k \cdot x_k^v \quad (A.19)$$

για ν=1 έχουμε τη ροπή 1ης τάξης (μέση τιμή) $\mu = E(X)$

Κεντρική Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E[(X - \mu)^v] = \sum_k p_k \cdot (x_k - \mu)^v \quad (A.20)$$

για ν=2 έχουμε τη διασπορά

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \sum_k p_k \cdot (x_k - \mu)^2 \quad (A.21)$$

Η τυπική απόκλιση ορίζεται ως

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} \quad (A.22)$$

Η λοξότητα ορίζεται ως

$$\lambda = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (A.23)$$

Οι τιμές των ροπών μίας τυχαίας μεταβλητής με τις τιμές των κεντρικών ροπών ικανοποιούν την επαναληπτική σχέση

$$\mu_\nu = \sum_{j=0}^{\nu} \binom{\nu}{j} \cdot (-1)^{\nu-j} \cdot \mu_j' \cdot \mu^{\nu-j} \quad (A.24)$$

όπου μ_ν η κεντρική ροπή ν-τάξης

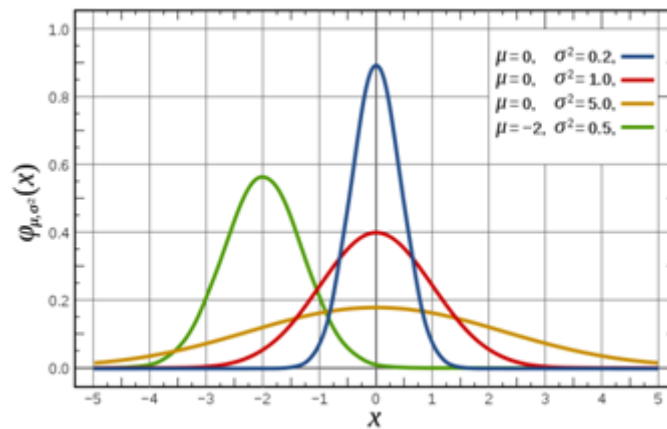
μ'_n η ροπή ν-τάξης
 μ η μέση τιμή
 $\binom{n}{j} = \frac{n!}{j!(n-j)!}$ ο διωνυμικός συντελεστής

A.3 ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

A) Κανονική Κατανομή

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής x που ακολουθεί κανονική κατανομή δίνεται από τη σχέση :

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad x, \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0 \quad (\text{A.25})$$



Σχήμα Α.1- Κανονική Κατανομή

Η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας δίνεται από τη σχέση :

$$F_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (\text{A.26})$$

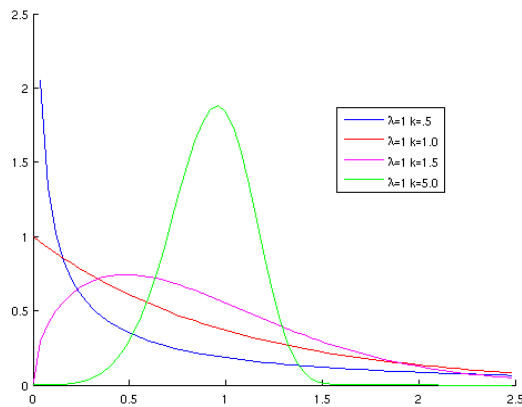
Συντελεστής λοξότητας: $\lambda = 0$

B) Κατανομή Weibull

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής αυτής χαρακτηρίζεται από δύο παραμέτρους k και c και δίνεται από τη σχέση :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} & 0 \leq x < \infty \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η μορφή της πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull.



Σχήμα Α.2- Κατανομή Weibull

Γ) Ομοιόμορφη κατανομή :

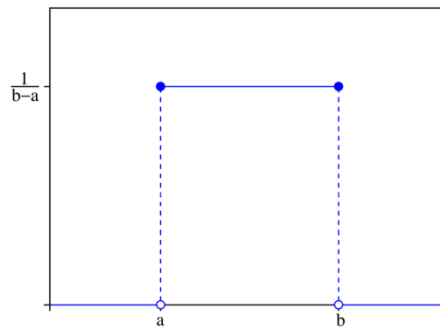
$$f(x) = \begin{cases} c & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

$$c = \frac{1}{b-a}$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$\lambda = 0$$



Σχήμα Α.3- Ομοιόμορφη Κατανομή

Δ) Gamma Κατανομή

$$f(x) = x^{\alpha-1} \frac{e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}, \quad 0 < x < \infty, \quad \alpha, \beta > 0 \quad (\text{A.29})$$

$$E[X] = \alpha\beta$$

$$\sigma^2 = \alpha\beta^2$$

$$\lambda = 2/\sqrt{\alpha}$$

E) Εκθετική Κατανομή :

$$f_x(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}, \quad x > 0 \quad (\text{A.30})$$

$$E[X] = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda^2$$

ΣΤ) Κατανομή Rayleigh

$$f(x) = \frac{x}{\alpha^2} e^{-x^2/2\alpha^2} \quad x > 0 \quad (\text{A.31})$$

$$E(X) = \alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Θεώρημα Αλλαγής Μεταβλητής

Έστω ότι μία τυχαία μεταβλητή X έχει σ.π.π. $f_x(x)$, μία δεύτερη τυχαία μεταβλητή Y , όπου $Y = g(X)$ (όπου η αντίστροφη είναι $X = h(Y)$), θα έχει σ.π.π.:

$$f_Y(y) = f_x(h(y)) \cdot |h'(y)| \quad (\text{A.32})$$

Αν υποθέσουμε ότι η X ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ , τότε η $Y = \alpha X$ ακολουθεί και αυτή κανονική κατανομή με μέση τιμή $\alpha\mu$ και τυπική απόκλιση $\alpha\sigma$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO

B.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η προσομοίωση Monte – Carlo ασχολείται με τη δημιουργία ενός πιθανοτικού μοντέλου του συστήματος που μελετάται (χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή). Όταν αναπτυχθεί αυτό το μοντέλο πραγματοποιείται ένας πολύ μεγάλος αριθμός επαναλήψεων της επίλυσης του μοντέλου στον υπολογιστή, ενώ στο τέλος κάθε μίας από τις οποίες καταγράφονται τα αποτελέσματα που ευρίσκονται. Ουσιαστικά πρόκειται για μία επαναληπτική μέθοδο κατά την οποία ως τιμές εισόδου χρησιμοποιούνται τυχαίοι αριθμοί παραγόμενοι βέβαια κατά υπό προϋποθέσεις που θέτει το εκάστοτε σύστημα. Ανάλογα με την απαιτούμενη ακρίβεια πραγματοποιείται και αντίστοιχος αριθμός επαναλήψεων. Στη συνέχεια, ανάλογα με τη φύση του προβλήματος προς επίλυση και του συστήματος που μελετάται γίνεται η αντίστοιχη επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

Είναι φανερό λοιπόν ότι η μεθοδολογία Monte – Carlo είναι πάρα πολύ εύκολο να εφαρμοστεί, ιδιαίτερα σε συστήματα που είναι πολύ πολύπλοκα και πολύ μεγάλα για να λυθούν με την αναλυτική μεθοδολογία. Τα αποτελέσματα ύστερα από αρκετό αριθμό επαναλήψεων μπορούν να θεωρηθούν ακριβή. Το μόνο μειονέκτημα της μεθόδου είναι ο μεγάλος χρόνος εκτέλεσης που απαιτείται κυρίως για μεγάλα και πολύπλοκα συστήματα.

B.2 ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ

B.2.1 Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών

Κάθε προσέγγιση με τη χρήση της μεθόδου Monte-Carlo προϋποθέτει τη δημιουργία των κατάλληλων τιμών των τυχαίων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν, σε συμφωνία με την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής που προτείνεται για το μοντέλο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί συστηματικά για κάθε μεταβλητή που έχουμε, παράγοντας πρώτα ομοιόμορφα κατανομημένους τυχαίους αριθμούς στο διάστημα από 0 έως 1 και στη συνέχεια, μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών, να παράγεται το αντίστοιχο σύνολο τυχαίων αριθμών με τη δεδομένη συνάρτηση κατανομής.

Γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση κατανομής $F_U(u)$ της τυποποιημένης ομοιόμορφης μεταβλητής u ορίζεται από τη σχέση:

$$F_U(u) = \begin{cases} 0 & u \leq 0 \\ u & 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & u \geq 1 \end{cases}$$

Θεωρούμε τη συνεχή τυχαία μεταβλητή x η οποία έχει συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$. Για να πάρουμε μία τυχαία τιμή του x γνωρίζοντας μία τυχαία τιμή u θα πρέπει να επιλύσουμε την εξίσωση $F_X(x) = u$. Η τιμή της μεταβλητής x βρίσκεται από τον υπολογισμό της αντίστροφης συνάρτησης:

$$x = F_X^{-1}(u) \quad (\text{B.1})$$

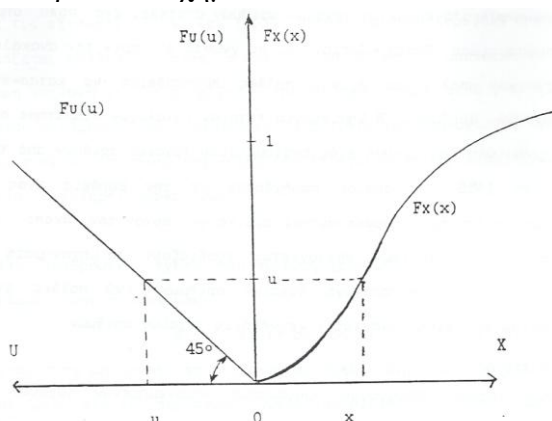
Εάν u είναι μία τιμή της U , η αντίστοιχη τιμή της X που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (B.1) θα έχει την αθροιστική πιθανότητα:

$$P(X \leq x) = P[F_X^{-1}(U) \leq x] = P[U \leq F_X(x)] = F_U[F_X(x)] = F_X(x) \quad (\text{B.2})$$

που σημαίνει ότι εάν (u_1, u_2, \dots, u_n) είναι ένα σύνολο τιμών της U , το αντίστοιχο σύνολο τιμών που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (B.2) είναι:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{B.3})$$

και θα έχει την επιθυμητή συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$. Η σχέση μεταξύ των u και x φαίνεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα 5.2.α.



Σχήμα B.1-Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών

Θεωρούμε την περίπτωση μία τυχαία μεταβλητή να ακολουθεί διακριτή κατανομή. Έστω το διάνυσμα $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ με αντίστοιχη πιθανότητα $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$. Έτσι, αρχικά παράγονται τυχαίοι αριθμοί μέσω της τυποποιημένης ομοιόμορφης κατανομής $U(0,1)$. Στη συνέχεια, ανάλογα με την τυχαία τιμή u αντιστοιχίζεται και μία τιμή του X ως εξής:

$$x_i = \begin{cases} x_1 & u \leq p_1 \\ x_2 & u \leq p_1 + p_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & u \leq \sum_{i=1}^n p_i \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

B.2.2 Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί

Όπως φαίνεται από τη συλλογιστική που οδήγησε στις εξισώσεις (B.3) και (B.4), η παραγωγή ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών αποτελεί ένα πολύ σημαντικό βήμα στην προσομοίωση Monte – Carlo. Είναι γνωστό ότι πριν την ανακάλυψη των πρώτων ηλεκτρονικών υπολογιστών έγιναν πολλές προσπάθειες να κατασκευαστούν κατάλογοι τυχαίων αριθμών. Η δημιουργία τέτοιων καταλόγων σταμάτησε οριστικά μετά από τη μνημειώδη δημοσίευση ενός εκατομμυρίου τυχαίων αριθμών από την Rand Corporation το 1955, οι οποίοι παρήχθησαν με τη βοήθεια ενός τροχού ηλεκτρονικής ρουλέτας που κατασκευάστηκε ειδικά για αυτό το σκοπό. Σήμερα, οι κατασκευαστές ηλεκτρονικών υπολογιστών εφοδιάζουν τα μηχανήματά τους με εσωτερικές ρουτίνες για την παραγωγή τυχαίων αριθμών, ενώ πολλές εταιρείες αναπτύξεως λογισμικού έχουν αναπτύξει γεννήτριες τυχαίων αριθμών.

Όλες οι μέθοδοι παραγωγής ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών στηρίζονται σε υπολογισμούς με τη βοήθεια αναδρομικών σχέσεων υπολογισμού υπολοίπων (*modulo m*) που προκύπτουν από ένα γραμμικό μετασχηματισμό. Η εσωτερική παραγωγή αριθμών που χρησιμοποιείται περισσότερο σήμερα είναι η πολλαπλασιαστική μέθοδος σύγκλισης στην οποία τα υπόλοιπα διαδοχικών δυνάμεων ενός αριθμού x αποτελούν τους διαδοχικούς αριθμούς σε μία σειρά τυχαίων αριθμών, δηλαδή:

$$x_i = x^i \pmod{m} \quad (\text{B.5})$$

Αυτή η μέθοδος είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε πολλούς υπολογιστές, διότι καταλήγει στην ύψωση ενός αριθμού σε μεγάλες δυνάμεις (π.χ. εάν χρειάζονται 100.000 τυχαίοι αριθμοί, ο τελευταίος θα υπολογιστεί ως $x^{100.000} \pmod{m}$). Όμως έχει αποδειχτεί ότι μία ισοδύναμη σχέση είναι η ακόλουθη:

$$x_i = \rho x_{i-1} \pmod{m} \quad (\text{B.6})$$

όπου ρ μια σταθερά. Σε αυτήν την περίπτωση οι ζητούμενοι αριθμοί λαμβάνονται από τη σχέση:

$$u_i = x_i / m \quad (\text{B.7})$$

Όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών όπως αυτή που ορίζεται με τις εξισώσεις (B.2.6) και (B.2.7), πρέπει να προσδιοριστεί η παράμετρος ρ που ονομάζεται πολλαπλασιαστής, η αρχική τιμή x_0 και το υπόλοιπο m . Σήμερα, η συνηθέστερη επιλογή για το m ορίζεται από τη σχέση $m = r^s$, όπου r είναι η βάση του συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιεί ο αντίστοιχος υπολογιστής (συνήθως 2, 10 ή 16) και s είναι το μήκος της λέξης που δέχεται ο υπολογιστής, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται ταχύτεροι υπολογισμοί.

Μία άλλη αναδρομική σχέση που συνήθως χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών είναι η ακόλουθη:

$$x_i = (ax_{i-1} + b) \pmod{m} \quad (\text{B.8})$$

όπου b είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος αριθμός. Είναι φανερό ότι η εξίσωση (B.2.6) είναι μία ειδική περίπτωση αυτής της σχέσης, όταν $b = 0$. Σε δυαδικούς υπολογιστές έχουν χρησιμοποιηθεί οι τιμές $\rho = 129$, $b = 1$ και $m = 2^{35}$.

Στην πραγματικότητα, οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται με τις παραπάνω διαδικασίες, μπορούν να αναπαραχθούν ακριβώς οι ίδιοι και για το λόγο αυτό αποτελούν ένα αιτιοκρατικό σύνολο. Εάν εφαρμοστούν αυστηρά οι ορισμοί, τέτοιοι αριθμοί δεν είναι ακριβώς τυχαίοι και γι' αυτό το λόγο ονομάζονται ψευδό-τυχαίοι αριθμοί. Πάντως, αν και η παραπάνω διαδικασία είναι βέβαια αιτιοκρατική, μπορεί να αποδειχτεί ότι οι αριθμοί που παράγονται χρησιμοποιώντας μεγάλες τιμές του m παρουσιάζονται ομοιόμορφα κατανομημένοι και στατιστικά ανεξάρτητοι.

B.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια συνθετική διαδικασία δειγματοληψίας που πραγματοποιείται από ψηφιακό υπολογιστή. Σε οποιοδήποτε δειγματοληπτικό πείραμα, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται με τον αριθμό των δειγμάτων, επομένως η ακρίβεια της μεθόδου Monte Carlo θα εξαρτάται από τον αριθμό των προσομοιώσεων. Θεωρούμε λοιπόν, το συγκεκριμένο πρόβλημα υπολογισμού της μέσης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής Y . Υποθέτουμε ότι παρήγαμε n τιμές y_1, \dots, y_n της Y και υπολογίσαμε την μέση τιμή του δείγματος

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{B.9})$$

Η μέση τιμή του δείγματος είναι μια τυχαία μεταβλητή και πρέπει η διακύμανσή της να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Η διασπορά της \bar{y} δίνεται ως εξής:

$$E\left[\left(\bar{y} - \mu_Y\right)^2\right] = \frac{\sigma_Y^2}{n} \quad (\text{B.10})$$

όπου μ_Y και σ_Y είναι η μέση τιμή του πληθυσμού και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα.

Παρατηρούμε, ότι το σφάλμα στον υπολογισμό της μέσης τιμής είναι αντιστρόφως ανάλογο του \sqrt{n} , και για να βελτιώσουμε την εκτίμηση κατά ένα παράγοντα της τάξης του 2, θα πρέπει να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος κατά 4. Ο Shooman (1968) απέδειξε ότι στις μελέτες αξιοπιστίας των συστημάτων, ο απαιτούμενος αριθμός των προσομοιώσεων ώστε να επιτευχθεί ένας δεδομένος βαθμός ακρίβειας, είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του συστήματος, αλλά εξαρτάται

από το βαθμό αξιοπιστίας του συστήματος που μελετάται. Προσεγγίζοντας τη διωνυμική κατανομή με την κανονική, ανέπτυξε την ακόλουθη έκφραση για το εκατοστιαίο σφάλμα:

$$\pm \%error = 200 \sqrt{\frac{1-p_F}{np_F}} \quad (B.11)$$

όπου p_F είναι η υπολογισθείσα πιθανότητα σφάλματος και n το μέγεθος του δείγματος. Η εξίσωση (B.11) παρέχει μια κλίμακα όπου το ποσοστό του σφάλματος της πιθανότητας αποτυχίας, μπορεί να αναμένεται να βρεθεί στο 95% του χρόνου.

Ο Wang (1989) ερεύνησε την ακρίβεια της προσομοίωσης Monte Carlo για την εκτίμηση του μέσου χρόνου λειτουργίας των μονάδων παραγωγής. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ανωτέρω εκτιμήσεις μπορούν να προσεγγιστούν από κανονικές κατανομές, με τον συντελεστή διακύμανσης να προσεγγίζεται από τον ακόλουθο εμπειρικό τύπο:

$$\delta = 0.007p\sqrt{r} + 0.045 \quad (B.12)$$

όπου p η πιθανότητα σφάλματος σε μια μονάδα και r ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης (σε ώρες). Επίσης, απέδειξε, ότι τα προσεγγιστικά επιθυμητά όρια μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

Έστω : \bar{X} = η μέση τιμή των n μηνιαίως προσομοιωμένων χρόνων λειτουργίας

S = η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής

Τότε από την εξίσωση (B.25) έχουμε:

$$S = (\bar{X}/\sqrt{n})(0.07\sqrt{r} + 0.045) \quad (B.13)$$

Για ένα σταθμό παραγωγής με m ανεξάρτητες μονάδες, η μέση τιμή της παραγωγής του σταθμού είναι ίση με το άθροισμα όλων των μέσων τιμών όλων των μονάδων του σταθμού, η τυπική απόκλιση είναι ίση με την ρίζα του αθροίσματος των διασπορών, και το 90% των διαστημάτων εμπιστοσύνης του σταθμού παραγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (B.13).