



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Προσομοίωση επικοινωνιών laser μεταξύ δορυφορικών συστημάτων και τροποσφαιρικών πλατφορμών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Βασίλης Παπαδημητράκης

Επιβλέπων: Φίλιππος Κωνσταντίνου
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2009



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ**

Προσομοίωση επικοινωνιών laser μεταξύ δορυφορικών συστημάτων και τροποσφαιρικών πλατφορμών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Βασίλης Παπαδημητράκης

Επιβλέπων: Φίλιππος Κωνσταντίνου
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 8η Σεπτεμβρίου 2009.

.....
Φίλιππος Κωνσταντίνου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ιωάννης Κανελλόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Αθανάσιος Παναγόπουλος
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2009

.....

Βασίλης Παπαδημητράκης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Βασίλης Παπαδημητράκης 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η εργασία αυτή αποσκοπεί να αναλύσει ένα σημαντικό κομμάτι των οπτικών επικοινωνιών μεταξύ δορυφορικών συστημάτων και αεροσκάφους, που είναι η μορφή του κύματος της ακτίνας στην ευρύτερη περιοχή του αεροσκάφους. Το αεροσκάφος προσομοιώνεται με 4 συγκεκριμένα σχήματα: αρχικά υποθέτουμε ότι έχει σφαιρική μορφή ενώ στη συνέχεια γίνεται μια πιο ακριβής προσέγγιση με τη χρήση 3 διαφορετικών ελλειψοειδών εκ περιστροφής με διαδοχική αύξηση της αεροδυναμικότητας.

Λαμβάνουμε υπόψη τις ατμοσφαιρικές συνθήκες και τις ιδιότητες του αέρα στο ύψος που είναι δυνατόν να κινηθεί το αεροσκάφος, τις ιδιότητες του αέρα ως ρευστό με τη βοήθεια της ρευστοδυναμικής και δημιουργούμε με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab ένα χώρο μέσα στον οποίο γίνεται η υπολογιστική προσομοίωση της ροής του αέρα με επίκεντρο το καθένα από τα αεροδυναμικά αντικείμενα. Έπειτα, ακολουθούμε μια διαδικασία ώστε να καταλήξουμε σε κάποιο συμπέρασμα σχετικά με την κυματομορφή της ακτίνας laser.

Αρχικά, υπολογίζουμε την πίεση του αέρα σε καθένα από τα σημεία του χώρου γύρω από το αντικείμενο με τη βοήθεια του συντελεστή πίεσης (C_p). Η ταχύτητα Mach και η πυκνότητα βρίσκονται κατόπιν με την απλή χρήση κάποιων τύπων. Είναι εύκολο να υπολογιστεί ύστερα το μήκος οπτικού μονοπατιού (OPL) και η διαφορά οπτικού μονοπατιού (OPD) ώστε να έχουμε μια πληρέστερη εικόνα της κυματομορφής. Αυτό γίνεται στο τελικό στάδιο, όπου υπολογίζουμε τα πολυώνυμα zernike, τα οποία βοηθούν στην καλύτερη απεικόνιση της κυματομορφής όπως επίσης και η μέση κλίση και η OPD-RMS. Όλοι οι υπολογισμοί γίνονται για 4 διαφορετικά αντικείμενα και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τη βοήθεια των κατάλληλα σχεδιασμένων στο Matlab σχημάτων.

Λέξεις-κλειδιά

συντελεστής πίεσης, κυματομορφή ακτίνας λέιζερ, δορυφορικές επικοινωνίες, ελλειψοειδές εκ περιστροφής, πολυώνυμα zernike, μήκος οπτικού μονοπατιού, κυκλική κεραία, γωνία ανύψωσης

Abstract

This diploma thesis aims to analyze a very important part of optical telecommunication between satellites and airplanes, which is the type of the wavefront of the laser nearby the airplane. The airplane is emulated by 4 particular objects: in the beginning we assume that it is like a sphere and after we take 3 different ellipsoids, with decreasing axis ratios in order to simulate the flying object .

We bear in mind the air conditions and the properties of the air as a fluid in an altitude range that we think it is able for an airplane to fly, with the help of fluid dynamics. After that we use Matlab in order to make an area that surrounds our simulated objects. Then we follow a process to make a conclusion about the laser beam wavefront.

First of all we calculate the air pressure at any point near our objects using the pressure coefficient (C_p). With some simple physic equations we can find Mach number and density ratio. Then it is easy to calculate the optical path length (OPL) and after that the optical path difference (OPD) in order to have a clearest view of the wavetype. This happens in the last part, where zernike polynomials, mean wavefront tilt and RMS value of OPD are calculated. All the calculations and simulations are made in Matlab.

Keywords

pressure coefficient, laser beam wavefront, satellite telecommunications, ellipsoid, zernike polynomials, optical path length, circular aperture, elevation angle

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω καταρχήν τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου, τον καθηγητή κ. Φίλιππο Κωνσταντίνου για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον και σύγχρονο θέμα και να εμβαθύνω σε αυτό και για την καθοδήγησή του σε κάθε φάση της εργασίας. Τις θερμές μου ευχαριστίες στον κ. Φώτη Σταθόπουλο, Ηλεκτρολόγο Μηχανικό και παλαιότερο απόφοιτο της σχολής μου, για την πολύπλευρη και πολύ σημαντική βοήθειά του και για τις καίριες οδηγίες του και στους Λέκτορες του City University London, κ. Μανώλη Γαβαΐση και Μάνο Γιανναδάκη, για τη συνεργασία τους, παρέχοντάς μου τα δεδομένα προσομοίωσης στο Tecplot. Τέλος, τη βαθειά μου ευγνωμοσύνη στην οικογένειά μου αλλά και στους φίλους μου που με στήριξαν όλο αυτό το διάστημα.

Βασίλης Παπαδημητράκης,
Αθήνα, 1η Σεπτεμβρίου 2009.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	5
Λέξεις-κλειδιά.....	5
Abstract.....	6
Keywords.....	6
Ευχαριστίες.....	7
1 Εισαγωγή.....	18
1.1 Σκοπός της εργασίας.....	18
1.2 Σύνοψη της εργασίας	18
2 Ατμοσφαιρικές συνθήκες.....	19
2.1 Ατμοσφαιρικές διαταραχές.....	19
2.2 Συντελεστής πίεσης (C_p).....	20
2.3 Αριθμός Mach	21
2.4 Δείκτης διάθλασης	21
2.5 Πυκνότητα ροής ατμοσφαιρικού αέρα.....	22
2.6 Μοντέλα περιγραφής ατμοσφαιρικών συνθηκών.....	23
2.6.1 Βαρομετρική Φόρμουλα.....	23
2.6.2 Συνθήκες STP.....	25
2.7 Ταχύτητα αέρα.....	26
3 Ρευστοδυναμική.....	27
3.1 Νευτώνια Ρευστά.....	27
3.2 Εξισώσεις Navier-Stokes.....	27
3.3 Αριθμός Reynolds.....	28
3.4 Κατηγοριοποίηση ροών.....	29
3.4.1 Γραμμική ή ταραχώδης ροή.....	29
3.4.2 Σταθερή ή ασταθής ροή.....	29
3.4.3 Συμπιεσμένη ή ασυμπιεστή ροή.....	30
3.4.4 Ιξώδης ή μη ιξώδης ροή.....	30
3.5 Οριακό στρώμα.....	30
3.6 Γραμμές Ροής	31
3.7 Χρήσιμες σχέσεις Θερμοδυναμικής – Ρευστοδυναμικής.....	32
3.7.1 Νόμος ιδανικών αερίων.....	32
3.7.2 Αδιαβατικός νόμος.....	32
3.7.3 Νόμος του Bernoulli.....	32
4 Ελλειψοειδές και σφαίρα.....	34
5 Ροή γύρω από το αντικείμενο (σφαίρα ή ελλειψοειδές).....	36
5.1 Εισαγωγή.....	36
5.2 Ροή και ταχύτητα γύρω από το αντικείμενο.....	38
5.3 Συντελεστής πίεσης.....	39
5.4 Ταχύτητα και λόγος πυκνοτήτων.....	41
5.5 Μήκος και διαφορά οπτικού μονοπατιού (OPL-OPD).....	43
5.6 Διαφορά οπτικού μονοπατιού (OPD) για κυκλική κεραία	46
5.7 Boresight error.....	49
5.8 Μέση κλίση μετώπου κύματος.....	55
5.8.1 Μέση κλίση ως προς γωνία ανύψωσης.....	55
5.8.2 Μέση κλίση ως προς λόγο διαμέτρων.....	56
5.8.3 Η μέση κλίση ως προς τον αριθμό Mach.....	58
5.8.4 Η μέση κλίση ως προς το υψόμετρο.....	59

5.9 Πολυώνυμα zernike.....	61
5.9.1 Συντελεστές zernike.....	61
5.9.2 Συντελεστές zernike ως προς λόγο διαμέτρων.....	67
5.9.3 Συντελεστές zernike ως προς αριθμό Mach.....	71
5.9.4 Συντελεστές zernike ως προς υψόμετρο.....	75
5.9.5 Συντελεστές zernike ως προς γωνία ανύψωσης.....	79
5.10 Root Mean Square OPD.....	83
6 Συμπεράσματα.....	86
6.1 Αποτελέσματα.....	86
6.2 Μελλοντική έρευνα.....	87
Συντομογραφίες.....	88
Βιβλιογραφία.....	89
Πηγές σχημάτων.....	90

Σχήματα

Σχ. 2.1 Τα στρώματα της ατμόσφαιρας.....	19
Σχ. 2.2 Οι αναταράξεις των ρευμάτων του αέρα στη στρατόσφαιρα και στην τροπόσφαιρα.....	19
Σχ. 1.3 Βαρομετρική μέθοδος: Η πίεση του αέρα συναρτήσεται του ύψους.....	24
Σχ. 2.4 Βαρομετρική μέθοδος: Η πυκνότητα του αέρα συναρτήσεται του ύψους.....	24
Σχ. 2.5 Συνθήκες STP: Ο συντελεστής ανάκλασης συναρτήσεται του μήκους κύματος.....	25
Σχ. 2.6 Η ταχύτητα του αέρα συναρτήσεται του ύψους.....	26
Σχ. 3.1 Ταξινόμηση τύπων ροής με βάση τον αριθμό Reynolds γύρω από κύλινδρο.....	28
Σχ. 3.2 Γραμμική ή ταραχώδης ροή.....	29
Σχ. 3.3 Γραμμή ροής.....	31
Σχ. 5.1 Περίπτωση σφαίρας.....	36
Σχ. 5.2 Περίπτωση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 1/2.....	36
Σχ. 5.3 Περίπτωση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 1/3.....	36
Σχ. 5.4 Περίπτωση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 1/4.....	36
Σχ. 5.5 Διαδικασία εύρεσης της διακύμανσης της κυματομορφής.....	37
Σχ. 5.6 Ορισμός της γωνίας ανύψωσης.....	38
Σχ. 5.7 Συντελεστής πίεσης για σφαίρα.....	39
Σχ. 5.8 Συντελεστής πίεσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2.....	39
Σχ. 5.9 Συντελεστής πίεσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3.....	40
Σχ. 5.10 Συντελεστής πίεσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4.....	40
Σχ. 5.11 Συντελεστής πίεσης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια της σφαίρας.....	40
Σχ. 5.12 Συντελεστής πίεσης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 2.....	40
Σχ. 5.13 Συντελεστής ανάκλασης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 3.....	41
Σχ. 5.14 Συντελεστής ανάκλασης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 4.....	41
Σχ. 5.15 Αριθμός Mach για σφαίρα.....	42
Σχ. 5.16 Αριθμός Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2.....	42
Σχ. 5.17 Αριθμός Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3.....	42
Σχ. 5.18 Αριθμός Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4.....	42
Σχ. 5.19 Πυκνότητα για σφαίρα.....	42
Σχ. 5.20 Πυκνότητα για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2.....	42
Σχ. 5.21 Πυκνότητα για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3.....	43
Σχ. 5.22 Πυκνότητα για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4.....	43
Σχ. 5.23 OPL για σφαίρα.....	44
Σχ. 5.24 OPL για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2.....	44
Σχ. 5.25 OPL για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3.....	44
Σχ. 5.26 OPL για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4.....	44
Σχ. 5.27 OPD για σφαίρα.....	45
Σχ. 5.28 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2.....	45
Σχ. 5.29 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3.....	45
Σχ. 5.30 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4.....	45
Σχ. 5.31 OPD για σφαίρα στις 0°.....	46
Σχ. 5.32 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2 στις 0°.....	46
Σχ. 5.33 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3 στις 0°.....	46

ημιαξόνων 2.....	55
Σχ. 5.85 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς γωνία ανύψωσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3.....	56
Σχ. 5.86 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς γωνία ανύψωσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4.....	56
Σχ. 5.87 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για σφαίρα	56
Σχ. 5.88 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2.....	56
Σχ. 5.89 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3.....	57
Σχ. 5.90 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4.....	57
Σχ. 5.91 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για σφαίρα και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	57
Σχ. 5.92 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	57
Σχ. 5.93 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	58
Σχ. 5.94 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	58
Σχ. 5.95 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για σφαίρα	58
Σχ. 5.96 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2.....	58
Σχ. 5.97 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3.....	58
Σχ. 5.98 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4.....	58
Σχ. 5.99 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για σφαίρα.....	59
Σχ. 5.100 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2	59
Σχ. 5.101 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3	59
Σχ. 5.102 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4	59
Σχ. 5.103 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για σφαίρα και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	60
Σχ. 5.104 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	60
Σχ. 5.105 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	60
Σχ. 5.106 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης.....	60
Σχ. 5.107 Ο 1ος συντελεστής zernike.....	62
Σχ. 5.108 Ο 2ος συντελεστής zernike	62
Σχ. 5.109 Ο 3ος συντελεστής zernike.....	62
Σχ. 5.110 Ο 4ος συντελεστής zernike.....	62
Σχ. 5.111 Ο 5ος συντελεστής zernike.....	62
Σχ. 5.112 Ο 6ος συντελεστής zernike.....	62
Σχ. 5.113 Οι 6 πρώτοι συντελεστές zernike για σφαίρα στις 0°.....	63
Σχ. 5.114 Οι 6 πρώτοι συντελεστές zernike για σφαίρα στις 30°.....	63
Σχ. 5.115 Οι 6 πρώτοι συντελεστές zernike για σφαίρα στις 45°.....	63

Σχ. 5.224 Ο 4ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	81
Σχ. 5.225 Ο 5ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	81
Σχ. 5.226 Ο 6ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	81
Σχ. 5.227 Ο 1ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	82
Σχ. 5.228 Ο 2ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	82
Σχ. 5.229 Ο 3ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	82
Σχ. 5.230 Ο 4ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	82
Σχ. 5.231 Ο 5ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	82
Σχ. 5.232 Ο 6ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης.....	82
Σχ. 5.233 OPDRMS για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων.....	83
Σχ. 5.234 OPDRMS για ελλειψοειδές-2 ως προς λόγο διαμέτρων.....	83
Σχ. 5.235 OPDRMS για ελλειψοειδές-3 ως προς λόγο διαμέτρων.....	83
Σχ. 5.236 OPDRMS για ελλειψοειδές-4 ως προς λόγο διαμέτρων.....	83
Σχ. 5.237 OPDRMS για σφαίρα ως προς ταχύτητα.....	84
Σχ. 5.238 OPDRMS για ελλειψοειδές-2 ως προς ταχύτητα.....	84
Σχ. 5.239 OPDRMS για ελλειψοειδές-3 ως προς ταχύτητα.....	84
Σχ. 5.240 OPDRMS για ελλειψοειδές-4 ως προς ταχύτητα.....	84
Σχ. 5.241 OPDRMS για σφαίρα ως προς υψόμετρο.....	84
Σχ. 5.242 OPDRMS για ελλειψοειδές-2 ως προς υψόμετρο.....	84
Σχ. 5.243 OPDRMS για ελλειψοειδές-3 ως προς υψόμετρο.....	85
Σχ. 5.244 OPDRMS για ελλειψοειδές-4 ως προς υψόμετρο.....	85
Σχ. 5.245 OPDRMS για σφαίρα ως προς γωνία ανύψωσης.....	85
Σχ. 5.246 OPDRMS για ελλειψοειδές-2 ως προς γωνία ανύψωσης.....	85
Σχ. 5.247 OPDRMS για ελλειψοειδές-3 ως προς γωνία ανύψωσης.....	85
Σχ. 5.248 OPDRMS για ελλειψοειδές-4 ως προς γωνία ανύψωσης.....	85
Σχ. 6.1 HAPS.....	86
Σχ. 6.2	87

1 Εισαγωγή

1.1 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της εργασίας είναι να παρουσιάσουμε τις διαταραχές που υπόκειται μια ακτίνα εξαιτίας της ροής που δημιουργείται γύρω από ένα αεροσκάφος. Να αναλύσουμε τις μεταβλητές που επηρεάζουν τη ροή του αέρα και συνεπώς την πορεία της ακτίνας. Τέλος, να συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας για διαφορετικά σχήματα, με τα οποία θα προσπαθήσουμε να προσομοιώσουμε ένα περιβάλλον πτήσης ενός αεροσκάφους πάνω σε ορισμένες συνθήκες.

Δεν έχει περάσει πολύς καιρός από τότε που αποπειράθηκε για πρώτη φορά η οπτική σύνδεση δορυφόρου και αεροσκάφους. Το 2006 έγινε το πρώτο βήμα με το πείραμα LOLA της EADS-Astrium. Από τότε έχουν γίνει πολλές σημαντικές εξελίξεις στον τομέα αυτό, αλλά παρόλ' αυτά βρίσκεται ακόμα σε βρεφικό στάδιο. Σκοπός, λοιπόν, της εργασίας αυτής είναι να διευρύνει τους ορίζοντες πάνω σε αυτό το πολύ χρήσιμο και εξελιγμένο κομμάτι των οπτικών τηλεπικοινωνιών και της επιστήμης γενικότερα.

1.2 Σύνοψη της εργασίας

Πρώτα απ' όλα, επειδή είναι επιθυμητό αυτή η διπλωματική να μπορεί να διαβαστεί και τα αντικείμενά της να επεξεργαστούν και να φανούν χρήσιμα και από μη εξειδικευμένους με το αντικείμενο επιστήμονες, αρχικά γίνεται μια εισαγωγή σε κάποιες βασικές έννοιες που θα μας απασχολήσουν στους υπολογισμούς μας. Αυτό είναι και το πρώτο κομμάτι της εργασίας.

Το δεύτερο κομμάτι αφορά το κυρίως θέμα της εργασίας αυτής πάνω στο οποίο γίνονται οι σχετικοί υπολογισμοί ώστε να βγούν κάποια συμπεράσματα.

Έτσι η εργασία απαρτίζεται από τα εξής κεφάλαια:

Κεφάλαιο 2:

Γίνεται κάποια αναφορά στις συνθήκες του αέρα και της ατμόσφαιρα στις περιοχές που θα μας απασχολήσουν, καθώς και μια γενική παρουσίαση στις σχέσεις που έχουν να κάνουν με τις συνθήκες αυτές, όπως επίσης και σε κάποια συγκεκριμένα πρότυπα που ορίζουν τυποποιημένες συνθήκες.

Κεφάλαιο 3:

Σε αυτό το κεφάλαιο μπαίνουμε στο χώρο της ρευστοδυναμικής και της θερμοδυναμικής, όπου αναλύουμε κάποιους τύπους που θα χρειαστούμε και κατηγοριοποιούμε τους τύπους ροών.

Κεφάλαιο 4:

Εδώ μας απασχολεί περισσότερο η γεωμετρία του ελλειψοειδούς και κατ' επέκτασιν της σφαίρας (ως ένα ελλειψοειδές με "ιδανικές" διαστάσεις) και οι εξισώσεις που τα περιγράφουν.

Κεφάλαιο 5:

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζουμε τη ροή γύρω από το ελλειψοειδές (ξεχωριστά για διάφορους λόγους ημιαξόνων) και με βάση κάποια συγκεκριμένη διαδικασία υπολογίζουμε την τελική διακύμανση της ακτίνας laser και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα αυτά για κάθε μορφή ελλειψοειδούς.

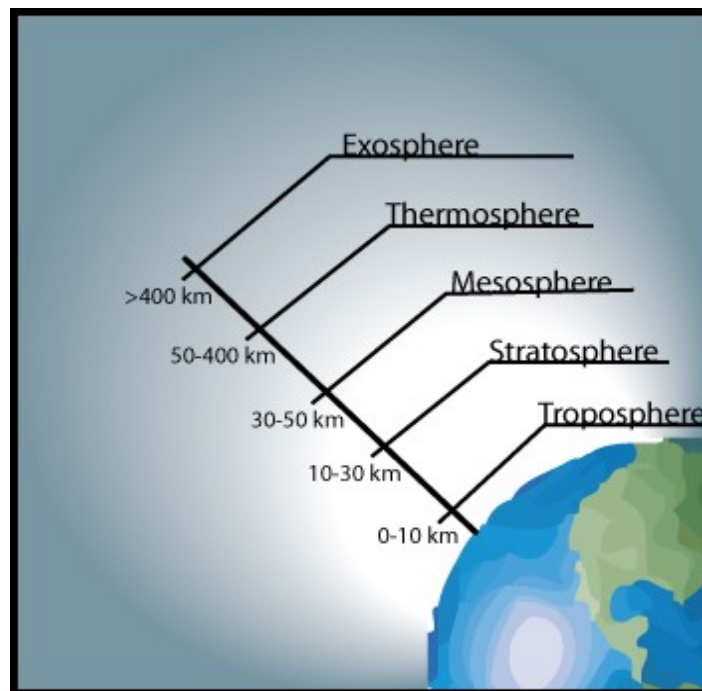
2 Ατμοσφαιρικές συνθήκες

Οι ατμοσφαιρικές συνθήκες αποτελούν κύριο μέρος της μελέτης μας διότι, όπως θα δούμε παρακάτω, επηρεάζουν σημαντικά το πεδίο και μεταβάλλουν κατά πολύ τα τελικά αποτελέσματα.

2.1 Ατμοσφαιρικές διαταραχές

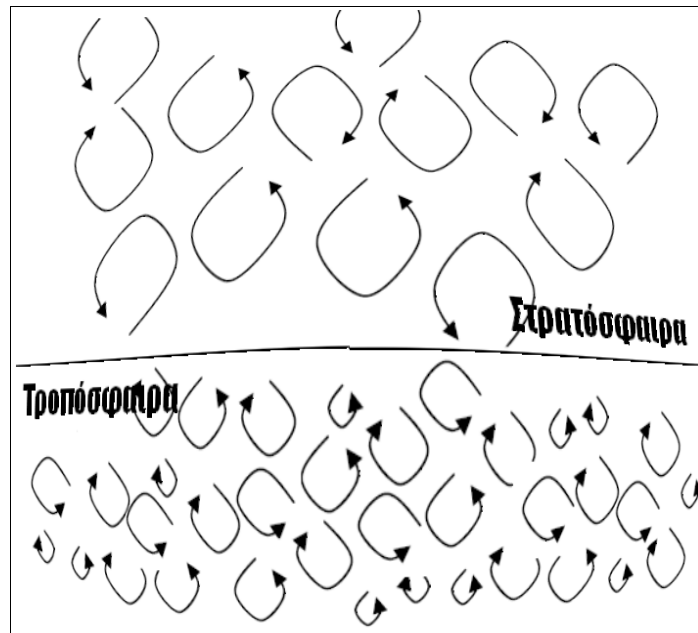
Οι ατμοσφαιρικές διαταραχές προκαλούνται κυρίως από την άνιση θέρμανση της γήινης επιφάνειας από τον ήλιο. Έτσι, λόγω αυτής της διαφοράς στη θερμότητα δημιουργούνται δίνες και κυκλικά ρεύματα. Αποτέλεσμα όλων αυτών είναι η μεταβολή του δείκτη διάθλασης και συνεπώς διαταράσσουν το μέτωπο κύματος.

Τα HAPs κινούνται κυρίως στα ατμοσφαιρικά στρώματα της Στρατόσφαιρας και της Τροπόσφαιρας. Αυτά τα στρώματα ευθύνονται για τις περισσότερες από τις διαταραχές (π.χ διάτμηση των ανέμων, μεταβολή της θερμοκρασίας) αποτέλεσμα των οποίων είναι οι παραμορφώσεις του μετώπου του κύματος.



Σχ. 2.1 Τα στρώματα της ατμόσφαιρας

Το μέτωπο του κύματος συνήθως παραμορφώνεται σημαντικά στην στρατόσφαιρα (βλ. Σχ.2.2), αντίθετα με την τροπόσφαιρα όπου υπάρχουν πολλές δίνες και άρα υπάρχει τεράστια παραμόρφωση του κύματος. Μια καθαρότερη εικόνα μας δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχ. 2.2 Οι αναταράξεις των ρευμάτων του αέρα στη στρατόσφαιρα και στην τροπόσφαιρα

2.2 Συντελεστής πίεσης (C_p)

Το πώς συμπεριφέρεται ένα ρευστό γύρω από κάποιο αντικείμενο μπορούμε να το μελετήσουμε μέσω της μεταβολής ιδιοτήτων του ρευστού και πολύ ευκολότερα μέσω της μεταβολής της πίεσης. Ο συντελεστής πίεσης C_p αναφέρεται στην απόκλιση της πίεσης από την free-stream πίεση, μακριά από κάθε πηγή διαταραχής.

Ο C_p είναι αδιάστατος αριθμός, μικρότερος της μονάδας και είναι μοναδικός για κάθε σημείο ενός ρευστού. Περιγράφεται σε σχέση με την πίεση και από την πίεση στη free-stream περιοχή από την εξίσωση[14]:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty U^2} \quad (2.1)$$

Για σταθερές ροές ισχύει $d\Phi/dt=0$

οπότε:

$$C_p = \frac{p - \frac{p_\infty}{\rho_\infty}}{\frac{1}{2} U_\infty^2} = \frac{\frac{1}{2} (U_\infty^2 - U^2)}{\frac{1}{2} U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{U}{U_\infty} \right)^2 \quad (2.2)$$

όπου:

p : πίεση στο σημείο υπολογισμού του συντελεστή

p_∞ : πίεση μακριά από πηγές διαταραχών

ρ : πυκνότητα του ρευστού

U : ταχύτητα στο συγκεκριμένο σημείο

U_∞ : ταχύτητα free-stream

Ο C_p σε πολλές περιπτώσεις είναι ανεξάρτητος του σχήματος του σώματος. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να δοκιμάσουμε μηχανικά μοντέλα σε τούνελ νερού ή αέρα και οι C_p μπορούν να καθοριστούν με ακρίβεια σε κρίσιμες περιοχές των μοντέλων αυτών. Αυτοί οι συντελεστές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προβλέψουμε την πίεση σε αυτές τις κρίσιμες περιοχές γύρω από ένα πλήρων διαστάσεων αεροσκάφος.

2.3 Αριθμός Mach

Ο Mach number (M) ορίζεται ως ο λόγος της ταχύτητας του αντικειμένου σε ένα σημείο προς την ταχύτητα του ήχου στο σημείο αυτό[5]. Δηλαδή:

$$M = \frac{U}{\alpha} \quad (2.3)$$

(Ορίζουμε την ταχύτητα του ήχου (α) ως: $\alpha^2 = \frac{dp}{d\rho}$)

Αν θέσουμε τον Mach number $M_A = M$ στο σημείο A και $M_B = M_\infty$ στο σημείο B, με δοσμένο το M_∞ , θα έχουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2}{\left(1 + \frac{\gamma}{2} M_\infty^2 C_p\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}} - 1 \right]} \quad (2.4)$$

από την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε το M_A .

2.4 Δείκτης διάθλασης

Ο δείκτης διάθλασης παριστάνει το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του φωτός στο μέσο. Στην περίπτωση που μελετάμε δείχνει την μεταβολή της δέσμης του laser. Ορίζεται ως ο λόγος της ταχύτητας του κύματος στο κενό προς την ταχύτητα του κύματος στο μέσο[5].

$$n = \frac{c}{U_p} \quad (2.5)$$

Σχετίζεται με την πυκνότητα μέσω της σταθεράς Gladstone – Dale, όπως φαίνεται στην εξίσωση:

$$G = \frac{n-1}{\rho} \rightarrow n = 1 + \rho G \quad (2.6)$$

Όπου G η Gladstone – Dale σταθερά η οποία συνδέεται με το μήκος κύματος μέσω της εξίσωσης:

$$G(\lambda) = \left(2.192539 + \frac{0.01785076}{\lambda^2} \right) 10^{-4} \quad (2.7)$$

Επομένως αν γνωρίζουμε το μήκος κύματος και την πυκνότητα του μέσου σε ένα σημείο, μπορούμε να υπολογίσουμε το δείκτη διάθλασής του στο σημείο αυτό.

2.5 Πυκνότητα ροής ατμοσφαιρικού αέρα

Η ατμοσφαιρική πυκνότητα ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\rho = \left(\frac{P_d}{R_d T} \right) + \left(\frac{P_v}{R_v T} \right) \quad (2.8)$$

με:

ρ : πυκνότητα, σε kg/m³

T: θερμοκρασία, σε °K

P_d : πίεση ξηρού αέρα, σε Pascal

P_v : πίεση υδρατμού (vapor pressure), σε Pascal

R_d : σταθερά αερίου, σε J/kg·K (287.05 J/kg·K για ξηρό αέρα)

R_v : σταθερά υδρατμών, σε J/kg·K ($R_v=461.495$ J/kg·K)

Η συνολική ατμοσφαιρική πίεση P μετράται σε Pascals και ορίζεται ως:

$$P = P_d + P_v \quad (2.9)$$

Η διπλωματική μας ασχολείται με την περίπτωση που η κεραία περικλείεται από ένα προστατευτικό κέλυφος με τη γεωμετρία ενός ελλειψοειδούς (ή σφαίρας κατ' επέκτασιν).

Στην ακόλουθη σχέση φαίνεται το πώς ο λόγος πυκνοτήτων προκύπτει από τον αδιαβατικό νόμο και το λόγο πιέσεων:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.10)$$

2.6 Μοντέλα περιγραφής ατμοσφαιρικών συνθηκών

Για την περιγραφή των ατμοσφαιρικών συνθηκών γύρω από το αεροσκάφος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα μοντέλα της Βαρομετρικής Φόρμουλας (Barometric Formula) και αυτό της σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας (συνθήκες STP).

2.6.1 Βαρομετρική Φόρμουλα

Η Βαρομετρική φόρμουλα μοντελοποιεί το πώς η αλλαγή του ύψους επηρεάζει την πίεση του αέρα και την πυκνότητά του.

Παρακάτω φαίνεται ενδεικτικά η μεταβολή πίεσης, θερμοκρασίας και πυκνότητας με την αλλαγή του υψομέτρου.[5]

Ύψος (km)	Θερμοκρασία (°K)	Πίεση (Pa)	Ρυθμός μείωσης θερμοκρασίας (K/m)	Πυκνότητα (kg/m ³)
0	288.15	101325	-0.0065	1.225
11	216.65	22632	0	0.36391
20	216.65	5474.9	0.0010	0.08803
32	228.65	868.02	0.0028	0.01322
47	270.65	110.91	0	0.00143
51	270.65	66.939	-0.0028	0.00086
71	214.65	3.9564	-0.002	0.000064

Πίνακας 2.1

Για ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας διάφορο του μηδενός υπολογίζουμε την πίεση από τον εξής τύπο[1]:

$$P = P_b \left[\frac{T_b}{T_b + L_b(h - h_b)} \right]^{\frac{g_0 M}{R L_b}} \quad (2.11)$$

ενώ για ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ίσο με μηδέν:

$$P = P_b \exp\left(\frac{-g_0 M(h - h_b)}{R T_b}\right) \quad (2.12)$$

Αντίστοιχα οι τύποι για την πυκνότητα μπορούν να προκύψουν από τα παραπάνω ως εξής:

$$\rho = \rho_b \left[\frac{T_b}{T_b + L_b(h - h_b)} \right]^{\frac{g_0 M}{R L_b}} \quad (2.13)$$

και για την περίπτωση μηδενικού ρυθμού μείωσης της θερμοκρασίας:

$$\rho = \rho_b \frac{g_0 M (h - h_b)}{RT_b} \quad (2.14)$$

με:

P: στατική πίεση (Pa)

T: σταθερή θερμοκρασία (°K)

L_b: ρυθμός μείωσης θερμοκρασίας (K/m)

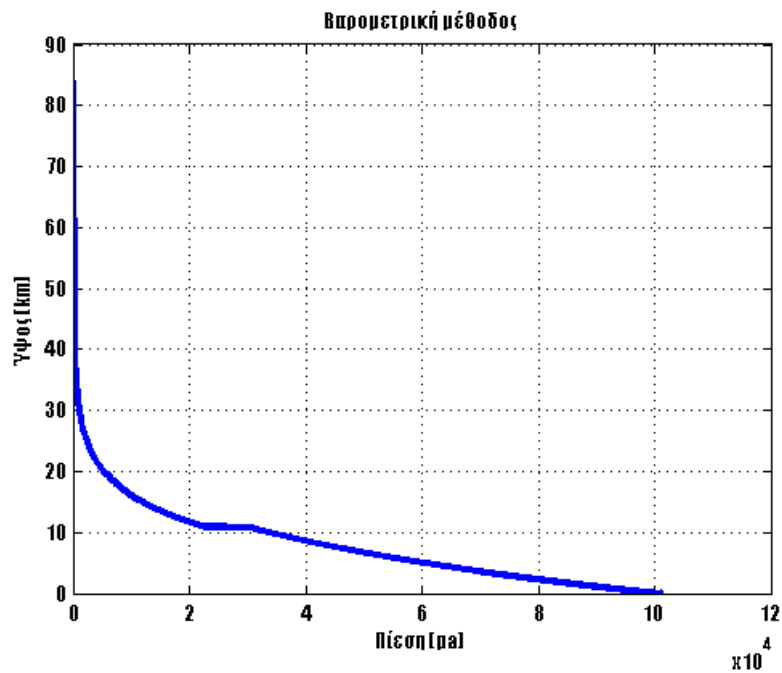
h: ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας (m)

R*: παγκόσμια σταθερά αερίων : 8.31432 N·m/mol·K

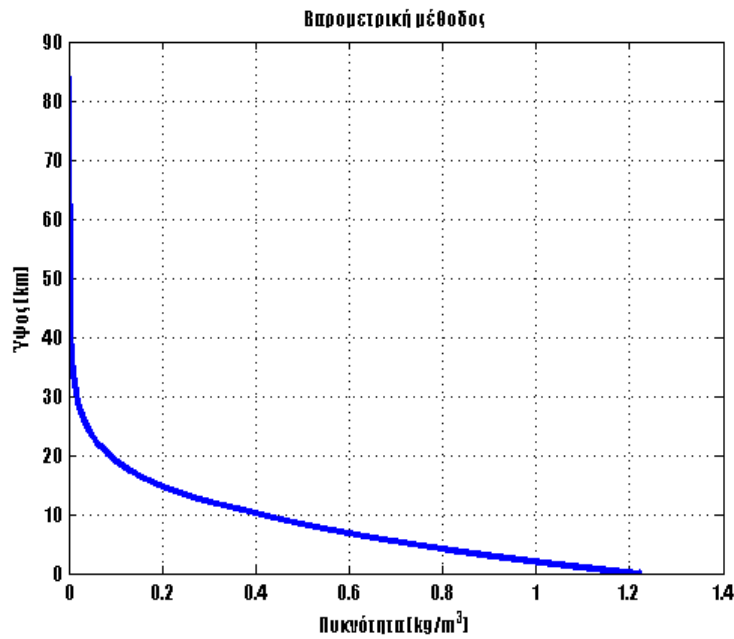
g₀: βαρυντική επιτάχυνση : 9.80665 m/s²

M: μοριακή μάζα του αέρα της Γης : 0.0289644 kg/mol

σχηματικά, η πίεση και η πυκνότητα μεταβάλλονται συναρτήσει του ύψους της κεραίας ως εξής:



Σχ. 1.3 Βαρομετρική μέθοδος: Η πίεση του αέρα συναρτήσει του ύψους



Σχ. 2.4 Βαρομετρική μέθοδος: Η πυκνότητα του αέρα συναρτίζει του ύψους

2.6.2 Συνθήκες STP

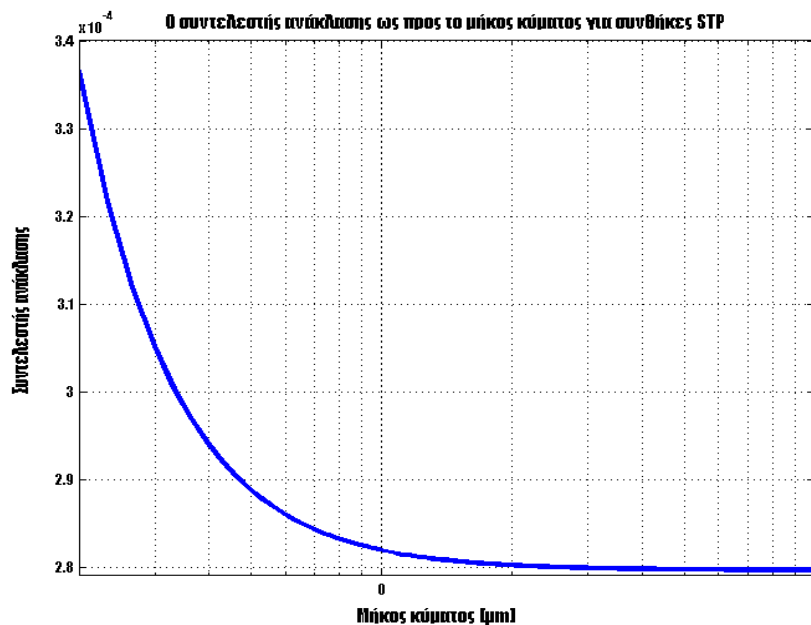
Το μοντέλο STP αφορά συνθήκες σταθερής πίεσης και θερμοκρασίας κατά το οποίο έχουν τις εξής τιμές:

Πίεση ίση με 1 bar (δηλ. 105 Pa).

Θερμοκρασία 273.15 K (0 °C)

Η πυκνότητα υπό αυτές τις συνθήκες είναι 1.2754 kg/m³.

Ο δείκτης ανάκλασης ως προς το μήκος κύματος για το μοντέλο STP παριστάνεται σχηματικά παρακάτω:



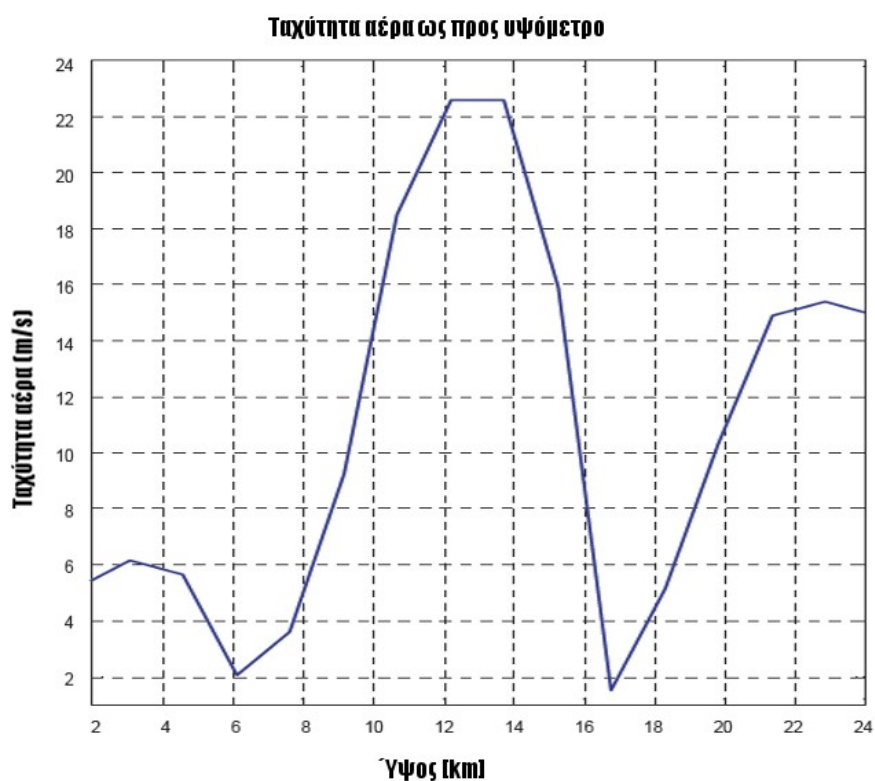
Σχ. 2.5 Συνθήκες STP: Ο συντελεστής ανάκλασης συναρτίζει του μήκους κύματος

Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με τη Βαρομετρική Μέθοδο, διότι μας προσφέρει περισσότερη ακρίβεια από ότι το μοντέλο STP.

2.7 Ταχύτητα αέρα

Στο υψόμετρο που κινούνται συνήθως τα HAPs (20-22km από την επιφάνεια της θάλασσας), οι άνεμοι είναι σχετικά ήπιοι και υπάρχουν σχετικά μικρές διαταραχές. Η ταχύτητα του αέρα επηρεάζει κατά πολύ τις μετρήσεις μας.

Ενδεικτικά, η μεταβολή της ταχύτητας του αέρα ως προς το υψόμετρο απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Σχ. 2.6 Η ταχύτητα του αέρα συναρτήσει του ύψους

3 Ρευστοδυναμική

3.1 Νευτώνια Ρευστά

Νευτώνια αποκαλούνται τα ρευστά που έχουν συνεχή ροή, η οποία και είναι ανεξάρτητη από τις δυνάμεις που ασκούνται στο ρευστό.

Το αν ένα ρευστό είναι Νευτώνιο καθορίζεται από το ιξώδες του:

$$\tau = \mu \frac{du}{dx} \quad (3.1)$$

όπου:

τ : δυνάμεις διάτμησης εξερχόμενες από το ρευστό

μ : δυναμικό ιξώδες

και $\frac{du}{dx}$: η κλίση της ταχύτητας που είναι κάθετη στη διεύθυνση των δυνάμεων διάτμησης.

Αν είναι μεγάλη η τιμή του ιξώδους, τότε το ρευστό δεν είναι Νευτώνιο. Στην παρούσα διπλωματική θα ασχοληθούμε μόνο με Νευτώνια ρευστά[22].

3.2 Εξισώσεις Navier-Stokes

Οι εξισώσεις Navier-Stokes είναι σχέσεις μεταξύ της ταχύτητας, της πίεσης, της πυκνότητας, της θερμοκρασίας και του ιξώδους που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη ροή ενός Νευτώνιου ρευστού[3].

Γενική μορφή:

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla p + \nabla T + F \quad (3.2)$$

όπου:

∇T : οι δυνάμεις διάτμησης

F: όλες οι υπόλοιπες δυνάμεις

U: η ταχύτητα

Ισχύει η σχέση:

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla) U \quad (3.3)$$

Μέσω των εξισώσεων Navier-Stokes μπορούμε να βρούμε πότε έχουμε ταραχώδη ροή, την αλληλεπίδραση των επιπέδων και σχεδόν όλα τα ενδιαφέροντα αεροδυναμικά φαινόμενα.

3.3 Αριθμός Reynolds

Η ροή ενός ρευστού δεν γίνεται πάντα ομοιόμορφα. Σε μικρές ταχύτητες υπάρχει γραμμική ροή, διότι οι δυνάμεις τριβής είναι μικρές. Αντίθετα η ροή του ρευστού για μεγάλες ταχύτητες είναι πολύ διαφορετική. Οι γραμμές ροής διαταράσσονται και δημιουργούνται στρόβιλοι. Κι αυτό γιατί ασκούνται ισχυρές δυνάμεις τριβής στο ρευστό λόγω της μεγάλης ταχύτητας[1].

Ο Reynolds υπολόγισε την κρίσιμη ταχύτητα, δηλαδή την ταχύτητα που οριοθετεί τους διαφορετικούς τρόπους ροής για διαφορετικές ομάδες ταχυτήτων.

Ο αριθμός Reynolds ορίζεται ως:

$$Rey = \frac{\rho U^2 / L_c}{\mu U^2 / L_c^2} = \frac{\rho U L_c}{\mu} = \frac{U L_c}{\nu} \quad (3.4)$$

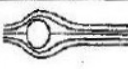






όπου:

L_c το χαρακτηριστικό μήκος (m)

μ το απόλυτο ή δυναμικό ιξώδες (Pa·s)

ν το κινηματικό ιξώδες (m²/s) - με $\nu = \mu / \rho$.

Αύξηση του αριθμού Reynolds αλλάζει δραστικά τις συνέπειες στις ιδιότητες του ρευστού, αφού ο Reynolds περιγράφει πόσο επιδρά κάθε δύναμη στην κίνηση του ρευστού. Επειδή οι δυνάμεις συνεκτικότητας σε αυτή την περίπτωση είναι πολύ μικρές, αγνοούνται στις εξισώσεις Navier – Stokes, οπότε προκύπτουν οι εξισώσεις Euler (διατήρησης ορμής του μη συνεκτικού ρευστού) και η ροή χαρακτηρίζεται ως μη ιξώδης. Αντίθετα, μικρό Reynolds σημαίνει υπολογίσιμες δυνάμεις συνεκτικότητας και πιο ομαλή ροή. Στον παρακάτω πίνακα μπορούμε να δούμε ένα παράδειγμα τύπων ροής με βάση τους αντίστοιχους αριθμούς Reynolds γύρω από κύλινδρο[1].

Reynolds number regime	Flow regime	Flow form	Flow characteristic	Strouhal number St_r	Drag coefficient c_D	Separation angle θ_S
$Re \rightarrow 0$	Creeping flow		Steady, no wake	-	see Fig. 1.12	-
$3 - 4 < Re < 30 - 40$	Vortex pairs in wake		Steady, symmetric separation	-	$1.59 < c_D < 4.52$ ($Re = 30$) ($Re = 40$)	$130^\circ < \theta_S < 180^\circ$ ($Re = 35$) ($Re = 5$)
$\frac{30}{40} < Re < \frac{80}{90}$	Onset of Karman vortex street		Laminar, unstable wake	-	$1.17 < c_D < 1.59$ ($Re = 100$) ($Re = 30$)	$115^\circ < \theta_S < 130^\circ$ ($Re = 90$) ($Re = 35$)
$\frac{80}{90} < Re < \frac{150}{300}$	Pure Karman vortex street		Karman vortex street	$0.14 < St_r < 0.21$		
$\frac{150}{300} < Re < \frac{10^6}{1.3 \cdot 10^5}$	Subcritical regime		Laminar, with vortex street instabilities	$St_r \approx 0.21$	$c_D \approx 1.2$	$\theta_S \approx 80^\circ$
$\frac{10^5}{1.3 \cdot 10^5} < Re < 3.5 \cdot 10^6$	Critical regime		Laminar separation Turbulent reattachment Turbulent separation Turbulent wake	No preferred frequency	$0.2 < c_D < 1.2$	$80^\circ < \theta_S < 140^\circ$
$3.5 \cdot 10^6 < Re$	Supercritical regime (transcritical)		Turbulent separation	$0.25 < St_r < 0.30$	$c_D \approx 0.6$	$\theta_S \approx 115^\circ$

Σχ. 3.1 Ταξινόμηση τύπων ροής με βάση τον αριθμό Reynolds γύρω από κύλινδρο

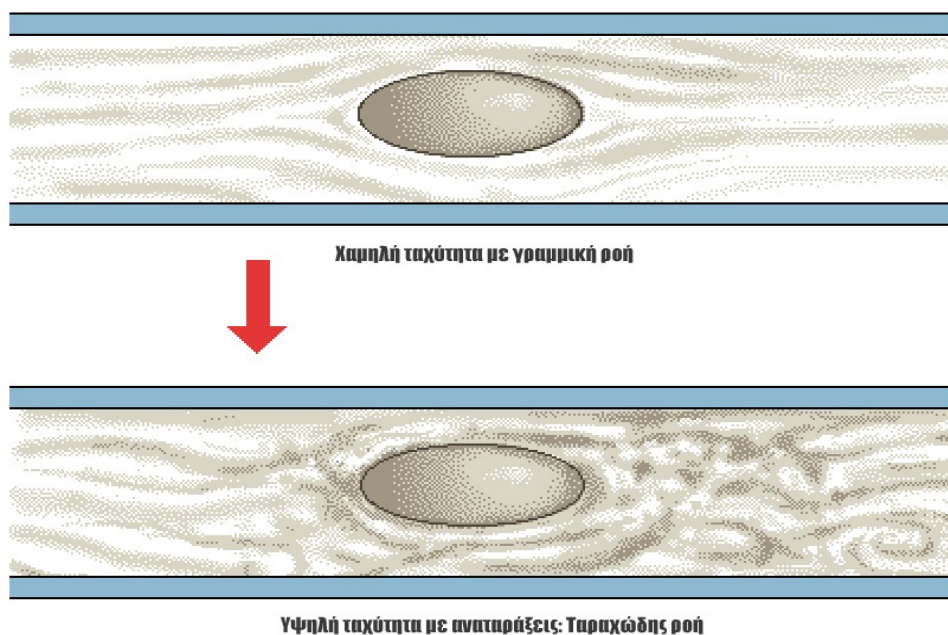
3.4 Κατηγοριοποίηση ροών

Εφόσον γνωρίζουμε τον τύπο της ροής σ' ένα ρευστό, μπορούμε να βρούμε τις εξισώσεις ροής και από αυτές να υπολογίσουμε κάποιες από τις ιδιότητες του ρευστού[1].

3.4.1 Γραμμική ή ταραχώδης ροή

Όπως είδαμε και πιο πριν, ο αριθμός Reynolds καθορίζει αν έχουμε γραμμική ή ταραχώδη ροή. Ο κρίσιμος αριθμός Reynolds, που κατηγοριοποιεί τις διάφορες μορφές ροής γύρω από το αντικείμενο, εξαρτάται πρωτίστως από την ταχύτητα και επίσης από το σχήμα και τη γωνία του αντικειμένου (angle of attack).

Στην περίπτωση που έχουμε γραμμική ροή, έχουμε παράλληλες δυναμικές γραμμές, χωρίς καμία διαταραχή μεταξύ τους:



Σχ. 3.2 Γραμμική ή ταραχώδης ροή

Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούνται απλοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes και έχουμε χαμηλή μεταφορά θερμότητας.

Στην ταραχώδη ροή αντίθετα, η μεταφορά θερμότητας είναι μεγάλη και η ροή παριστάνεται από στρόβιλους και ασύμμετρες δυναμικές γραμμές. Θεωρείται (παρόλο που δεν έχει αποδειχτεί) ότι και στην ταραχώδη ροή οι εξισώσεις Navier-Stokes συνεχίζουν να ισχύουν. Είναι πολύ δύσκολο να καθορίσουμε τα όρια μεταξύ γραμμικής και ταραχώδους ροής.

3.4.2 Σταθερή ή ασταθής ροή

Σταθερή ροή έχουμε όταν δεν επηρεάζεται χρονικά η ροή. Δηλαδή η μερική παράγωγος της ροής ως προς το χρόνο πρέπει να είναι μηδέν:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad (3.5)$$

Όταν δεν ισχύει η παραπάνω σχέση, έχουμε ασταθή ροή.

3.4.3 Συμπιεσμένη ή ασυμπιέστη ροή

Συμπιεσμένη χαρακτηρίζεται η ροή αν έχουμε αλλαγές στη πυκνότητα του ρευστού λόγω των διαταραχών της πίεσής του. Ασυμπιέστη ροή έχουμε όταν η αλλαγή αυτή της ροής δεν είναι σημαντική.[3]

Η ταχύτητα παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στο χαρακτηρισμό της ροής. Αν η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από 1 Mach έχουμε συμπιεσμένη ροή, αλλιώς ασυμπιέστη.

Όσον αφορά στις εξισώσεις, σε συμπιεσμένη ροή εφαρμόζουμε τις σχέσεις των Navier-Stokes. Όμως, όταν η ροή είναι ασυμπιέστη, οι εξισώσεις αυτές παίρνουν τη μορφή:

$$\nabla T = \mu \nabla^2 U \quad (3.6)$$

και άρα έχουμε:

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \cdot \nabla U \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 U + F \quad (3.7)$$

Και εφόσον σε ασυμπιέστη ροή ισχύει $\rho = \text{σταθ}$, και λόγω συνέχειας ισχύει:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (3.8)$$

3.4.4 Ιξώδης ή μη ιξώδης ροή

Πάλι ο αριθμός Reynolds παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην κατηγοριοποίηση. Όταν οι δυνάμεις συνεκτικότητας είναι μικρές και ο αριθμός Reynolds είναι πολύ μεγαλύτερος της μονάδας, τότε έχουμε μη ιξώδη ροή. Στην αντίθετη περίπτωση, όπου οι δυνάμεις συνεκτικότητας είναι μεγάλες, η ροή ονομάζεται ιξώδης.

Σε μη ιξώδη ροή οι εξισώσεις Navier-Stokes απλοποιούνται στις εξισώσεις Euler.

Δηλαδή:

$$\nabla p = \mu \nabla U \quad (3.9)$$

3.5 Οριακό στρώμα

Όταν κινείται το αντικείμενο σε ρευστό μέσο, ή το ρευστό κινείται γύρω από ένα αντικείμενο, δημιουργούνται αεροδυναμικές δυνάμεις των οποίων η ένταση εξαρτάται από [9]:

1. το σχήμα του αντικειμένου
2. τη μάζα του ρευστού
3. το ιξώδες του ρευστού
4. τη συμπιεστότητα του ρευστού

Χρησιμοποιούμε λόγους δυνάμεων που επιδρούν στο αντικείμενο για να μοντελοποιήσουμε το σύστημά μας.

Οι δυνάμεις αυτές εξαρτώνται από το ιξώδες του ρευστού.

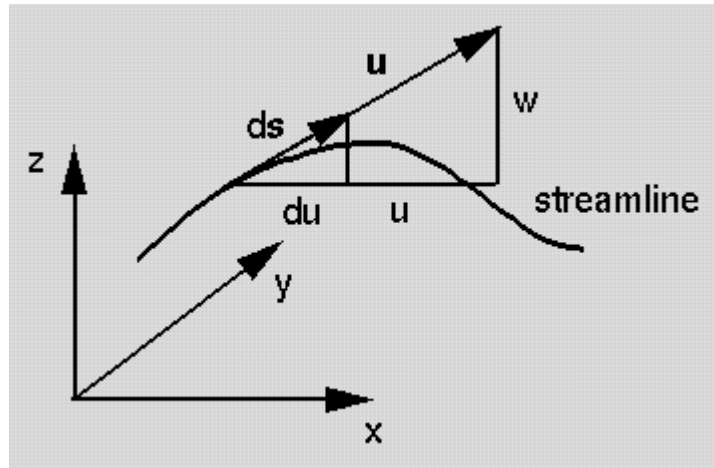
Όταν κινείται το αντικείμενο, μόρια του ρευστού προσκολλώνται στην επιφάνειά του. Τα μόρια αυτά επιβραδύνονται κατά τη διάρκεια των μεταξύ τους συγκρούσεων και έτσι δημιουργείται λεπτό στρώμα ρευστού γύρω από τα όρια του αντικειμένου. Σε αυτό το στρώμα η ταχύτητα των

μορίων του ρευστού είναι σχεδόν μηδενική και αυξάνεται όσο απομακρυνόμαστε από το αντικείμενο.

Αυτή είναι και η φυσική σημασία του **Οριακού Στρώματος** του αντικειμένου, το οποίο μπορεί να είναι γραμμικό ή ταραχώδες (εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds)[8].

3.6 Γραμμές Ροής

Είναι οικογένειες καμπυλών που περιγράφουν τον τρόπο που κινείται το ρευστό σε κάθε σημείο των οποίων εφάπτεται το διάνυσμα της ταχύτητάς του.



Σχ. 3.3 Γραμμή ροής

Άρα αυτό σημαίνει:

$$\frac{dx}{ds} = \bar{u} \quad (3.10)$$

Κατά μήκος μιας γραμμής ροής ισχύει:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad (3.11)$$

, όπου u, v, w οι συνιστώσες της ταχύτητας.

$$\text{Οπότε: } u \cdot dy - v \cdot dx = v \cdot dz - w \cdot dy = w \cdot dx - u \cdot dz \quad (3.12)$$

Επειδή έχουμε στιγμιαίες τιμές στον υπολογισμό των γραμμών ροής, δεν υπάρχει χρονική εξάρτηση στην παραπάνω σχέση.

Με το νόμο του Bernoulli μπορούμε, όπως θα δούμε λίγο παρακάτω, να συσχετίσουμε την ταχύτητα με την πίεση κατά μήκος μιας γραμμής ροής.

3.7 Χρήσιμες σχέσεις Θερμοδυναμικής – Ρευστοδυναμικής

3.7.1 Νόμος ιδανικών αερίων

Περιγράφεται από τον τύπο [27]:

$$pV = nRT \quad (3.13)$$

με:

p: πίεση σε Pa

V: όγκο σε m³

n: moles αερίου

R: σταθερά αερίου (=8.31432 J/mol·K)

T: θερμοκρασία σε °K

Ο νόμος ιδανικών αερίων μπορεί να γραφτεί κι αλλιώς:

$$p = \rho \bar{R} T \quad (3.14)$$

όπου:

$$\bar{R} = \frac{R}{\text{Mol}} \quad (3.15)$$

Mol είναι η μοριακή μάζα του ρευστού και για ξηρό αέρα ισούται με 287.05 J/kg·K.

3.7.2 Αδιαβατικός νόμος

Αδιαβατική λέγεται μια διαδικασία, όταν κατά τη διάρκειά της δεν έχουμε μεταφορά θερμότητας από και προς το ρευστό.

Ισχύει, δηλαδή ο αδιαβατικός νόμος:

$$pV^\gamma = \text{σταθ.} \quad (3.16)$$

όπου γ: ο αδιαβατικός δείκτης, ένα αδιάστατο μέγεθος το οποίο στον αέρα έχει τιμή γ=1.4

Για σταθερή μάζα ο αδιαβατικός νόμος τροποποιείται ως εξής:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{σταθ.} \quad (3.17)$$

3.7.3 Νόμος του Bernoulli

Ο νόμος του Bernoulli αποδεικνύει ότι σε ιδανικό ρευστό όταν υπάρξει αύξηση της ταχύτητας, έχουμε και πτώση της πίεσης, δεδομένου ότι δεν υπάρχει μεταφορά θερμότητας[7].

Αυτός ο νόμος ισχύει μόνο για ασυμπίεστες ροές ή για συμπιεσμένες ροές μόνο για μικρά Mach Number.

Ισχύει, κατά τον Bernoulli ο τύπος:

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = P_{ολ} = \text{σταθ.} \quad (3.18)$$

Δηλαδή, με άλλα λόγια, το άθροισμα στατικής (p) και δυναμικής ($\frac{1}{2}\rho V^2$) πίεσης μας δίνει την ολική πίεση, η οποία είναι σταθερή για ιδανικά ρευστά.

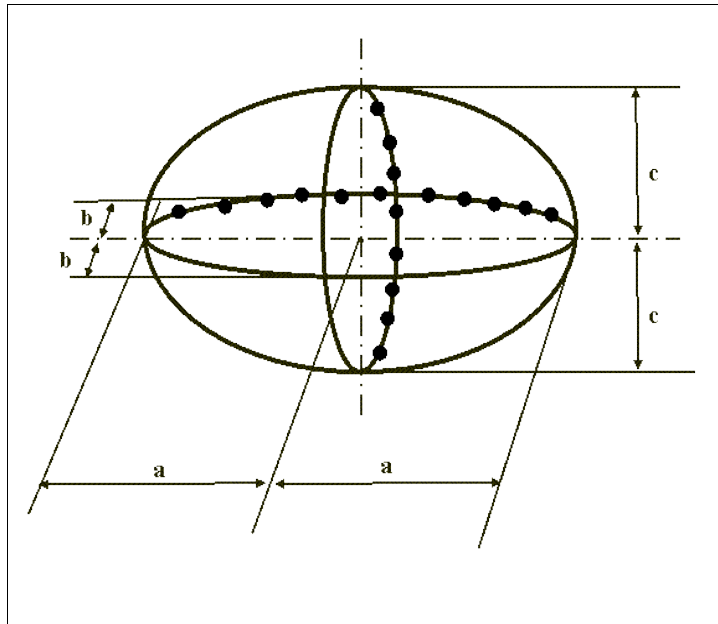
4 Ελλειψοειδές και σφαίρα

Στους υπολογισμούς που θα ακολουθήσουν στο επόμενο κεφάλαιο, πρόκειται να μας απασχολήσει η περίπτωση του ελλειψοειδούς. Το ελλειψοειδές είναι ένα γεωμετρικό στερεό, το οποίο είναι το τρισδιάστατο ανάλογο της έλλειψης. Η γεωμετρική του εικόνα μάς ενδιαφέρει διότι πολλά είδη αεροσκαφών (πχ. ΗΑΡs) προσεγγίζουν τη μορφή του ελλειψοειδούς. Οι συντεταγμένες του ικανοποιούν την παρακάτω εξίσωση[5]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (4.1)$$

όπου a, b, c σταθερές οι οποίες παριστάνουν τους ημιάξονες του ελλειψοειδούς.

Σχηματικά, οι ημιάξονες αυτοί είναι οι εξής:



Σχ.4.1 Οι ημιάξονες του ελλειψοειδούς

Αν δυο από τα a, b, c είναι ίσα (δηλ. $a=b$ ή $b=c$ ή $c=a$) τότε το ελλειψοειδές είναι *εκ περιστροφής*, ενώ αν $a=b=c$ τότε η εξίσωση παριστάνει σφαίρα με ακτίνα $R=a$. Δηλαδή με άλλα λόγια η εξίσωση:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1 \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \quad (4.2)$$

παριστάνει το γεωμετρικό τόπο μιας σφαίρας με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $R=a$.

Στα κεφάλαια της διπλωματικής αυτής θα ασχοληθούμε με την περίπτωση όπου $b=c$ (εκ περιστροφής) και κέντρο του ελλειψοειδούς (ή της σφαίρας) θα είναι η αρχή των αξόνων.

Επίσης θα πάρουμε 3 περιπτώσεις διαφορετικών σχημάτων. Αυτά θα λέμε ότι έχουν λόγο ημιαξόνων:

α) $1/2$ εάν είναι $b/a=1/2$

β) $1/3$ εάν είναι $b/a=1/3$

γ) $1/4$ εάν είναι $b/a=1/4$

Όπως γίνεται αντιληπτό συμπεριλαμβάνεται και η σφαίρα στους υπολογισμούς για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1 (δηλ. $b/a=1$).

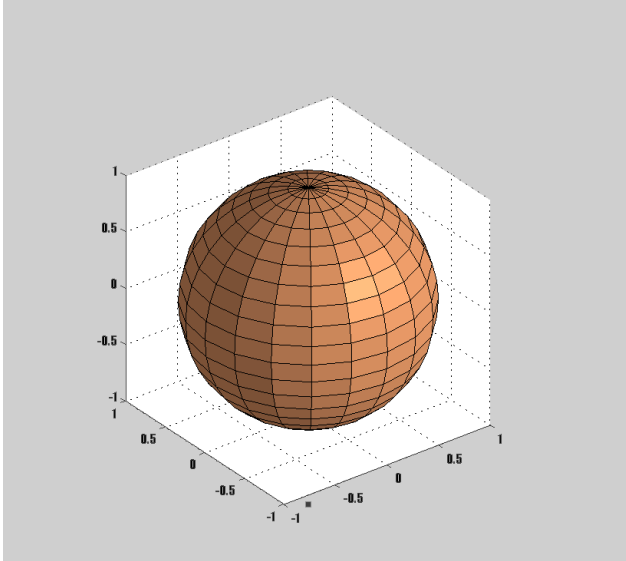
Όσο μικρότερος είναι ο λόγος ημιαξόνων τόσο το σχήμα γίνεται περισσότερο αεροδυναμικό. Στην περίπτωση μας πιο αεροδυναμικό είναι το ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων $1/4$.

Ας σημειώσουμε εδώ ότι θα θεωρούμε πλέον συχνά για δική μας διευκόλυνση τους λόγους ημιαξόνων 2,3 και 4 (δηλ. για $a/b=2$, $a/b=3$ και $a/b=4$ αντίστοιχα) οι οποίοι είναι στην ουσία οι λόγοι $1/2$, $1/3$ και $1/4$.

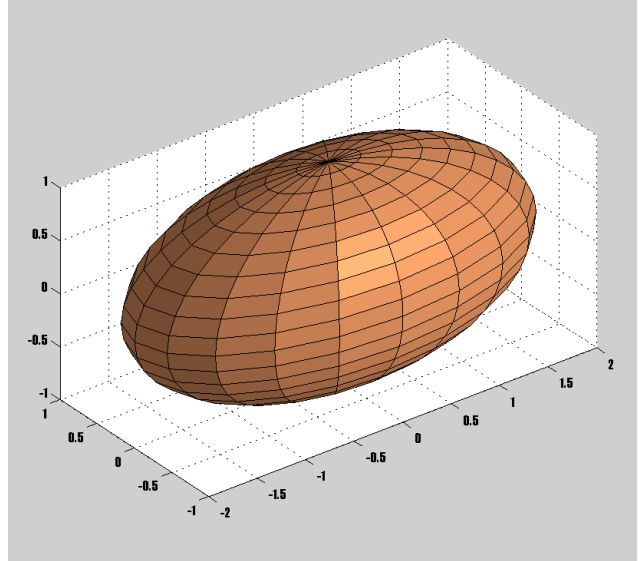
5 Ροή γύρω από το αντικείμενο (σφαίρα ή ελλειψοειδές)

5.1 Εισαγωγή

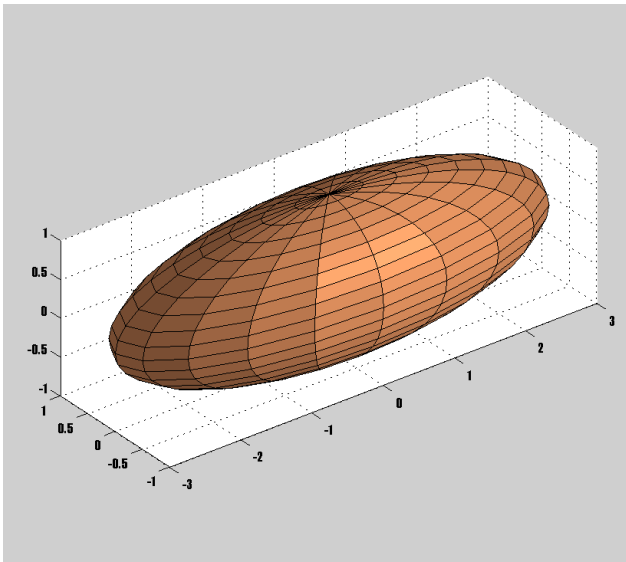
Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τη διακύμανση του μετώπου κύματος μιας ακτίνας laser. Θα μας απασχολήσουν κάποια αεροδυναμικά σχήματα γύρω από τα οποία θα μελετήσουμε τη ροή του αέρα και κατ' επέκταση (με βάση κάποια συγκεκριμένη μεθοδολογία) τις διαταραχές της ακτίνας κοντά σε καθένα από τα αντικείμενα και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα. Υποθέτουμε, λοιπόν, ότι έχουμε 4 διαφορετικά γεωμετρικά σχήματα: τη σφαίρα και 3 ελλειψοειδή εκ περιστροφής, με λόγο ημιαξόνων $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ και $\frac{1}{4}$.



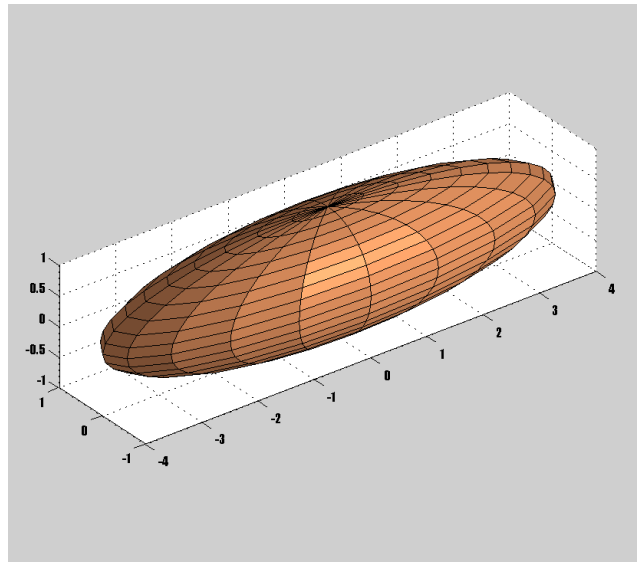
Σχ. 5.1 Περίπτωση σφαίρας



Σχ. 5.2 Περίπτωση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 1/2



Σχ. 5.3 Περίπτωση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 1/3

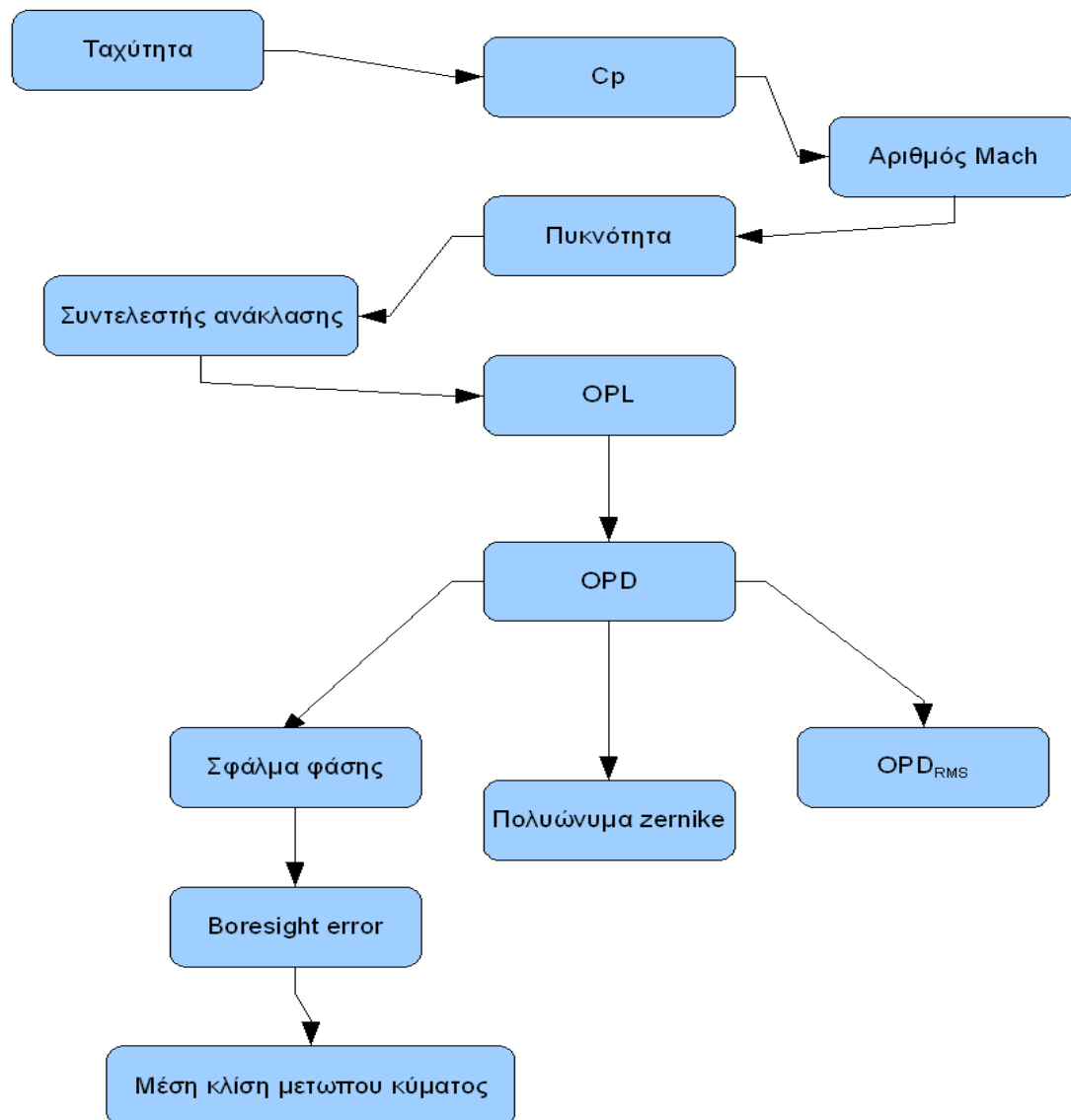


Σχ. 5.4 Περίπτωση ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 1/4

Για να υπολογίσουμε τις τελικές διαταραχές της ακτίνας πρέπει να ακολουθήσουμε την εξής διαδικασία:

- 1) Καταρχήν βρίσκουμε το **πεδίο της ταχύτητας** γύρω από το αντικείμενο που μελετάμε
- 2) Υπολογίζουμε μέσω της ταχύτητας τον **συντελεστή πίεσης (C_p)** και για κάποιες ορισμένες συνθήκες την πίεση
- 3) Από την πίεση μπορούμε να υπολογίσουμε την **πυκνότητα** και ύστερα
- 4) Τον **συντελεστή ανάκλασης** μέσω της σχέσης των Gladstone – Dale
- 5) Μέσω του συντελεστή ανάκλασης βρίσκουμε το **OPL** και συνεπώς και το **OPD**.
- 6) Χρησιμοποιούμε τα πολυώνυμα **zernike** για να βρούμε το **OPD_{rms}**
- 7) Τέλος υπολογίζουμε μέσω του OPD το **σφάλμα φάσης** και τη **μέση κλίση μετώπου κύματος**.

Ο αλγόριθμος αυτός φαίνεται σχηματικά και παρακάτω (Σχ.5.5).

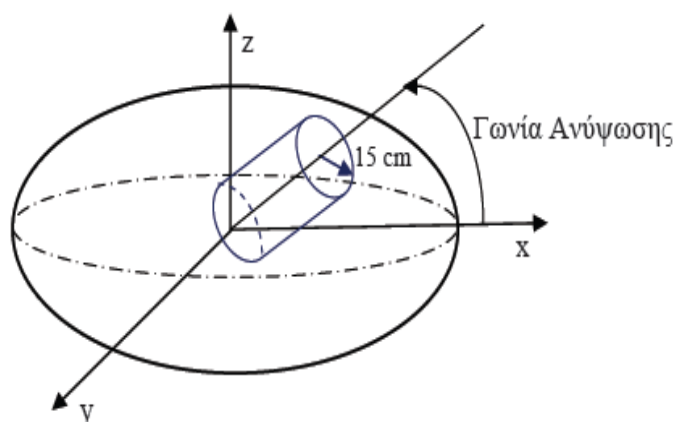


Σχ. 5.5 Διαδικασία εύρεσης της διακύμανσης της κυματομορφής

Για να υπολογίσουμε τις τελικές διαταραχές πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι οι τιμές των ιδιοτήτων (πυκνότητα, πίεση, συντελεστής ανάκλασης) στο περιβάλλον που μελετάμε επηρεάζονται δραστικά από τα εξής μεγέθη: το **υπόμετρο**, την **ταχύτητα σε Mach**, τη **γωνία ανύψωσης** της ακτίνας, καθώς και το **λόγο διαμέτρων** κεραίας-αντικειμένου (στην περίπτωση του ελλειψοειδούς λαμβάνουμε το λόγο ακτίνας κεραίας προς μικρό ημιάξονα του αντικειμένου). Έτσι θα κάνουμε υπολογισμούς για διάφορες τιμές των μεταβλητών αυτών στα αντικείμενά μας.

Τέλος, πρέπει να σημειώσουμε ότι σε όλους τους υπολογισμούς του αλγορίθμου η ροή είναι σταθερή, γραμμική και ασυμπίεστη και ο αριθμός Reynolds είναι πολύ μικρός. Η κεραία είναι ένας μικρός ομόκεντρος με το αντικείμενο (στο ελλειψοειδές ομόκεντρος με τον μικρό ημιάξονά του) δίσκος διαμέτρου d . Γενικά θα θεωρούμε $d/D=1/6$ με D τη διάμετρο της σφαίρας ή το μικρό άξονα του ελλειψοειδούς ($D=2b$). Τα μήκη κύματος της ακτίνας για τα οποία θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα θα είναι 800nm και 1550nm.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η κυκλική κεραία και γίνεται ο ορισμός της γωνίας ανύψωσης[4].



Σχ. 5.6 Ορισμός της γωνίας ανύψωσης

5.2 Ροή και ταχύτητα γύρω από το αντικείμενο

Υποθέτουμε ότι η ροή γύρω από το αντικείμενο (σφαίρα ή ελλειψοειδές) είναι σταθερή, γραμμική και ασυμπίεστη. Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα πρέπει να μην ξεπερνά τα 0.3 Mach. Οπότε θεωρούμε τα 0.3 ως κρίσιμο Mach Number. Όμως κι ο αριθμός Reynolds πρέπει να είναι πολύ μικρός, οπότε τον θέτουμε ίσο με 0.2.

Για τον συγκεκριμένο τύπο ροής η πιθανή ταχύτητα υπακούει στην εξίσωση Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (5.1)$$

Αν λύσουμε την εξίσωση αυτή για τις 3 διαστάσεις της σφαίρας ή του ελλειψοειδούς προκύπτει η εξής εξίσωση:

$$\phi = U_{\infty} \left(1 + \frac{R^3}{r^3} \right) x \quad (5.2)$$

όπου για σφαίρα R είναι η ακτίνα, ενώ για ελλειψοειδές εκ περιστροφής $R=b$, δηλαδή ο μικρός ημιάξονας του ελλειψοειδούς (ως γνωστόν $b=c$). Οπότε η ταχύτητα θα είναι ανεξάρτητη του μεγάλου ημιάξονα του ελλειψοειδούς, εφόσον απλουστεύουμε τα αποτελέσματά μας θεωρώντας τον άξονα x ως τη διεύθυνση ροής και κατεύθυνσης του ελλειψοειδούς.

Μπορούμε να βρούμε από τον τύπο:

$$U = \text{grad}(\phi) \quad (5.3)$$

τις συντεταγμένες u, v, w της πιθανής ταχύτητας με βάση τις καρτεσιανές συντεταγμένες x, y, z .

Οπότε μετά από πράξεις έχουμε:

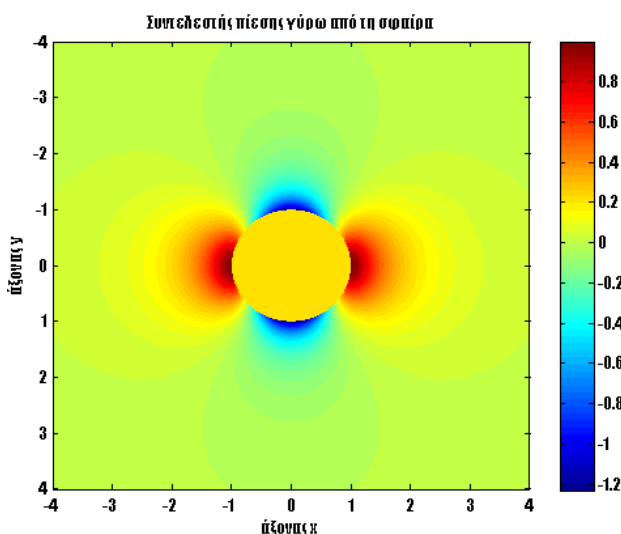
$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = U_{\infty} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{r}{R}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{x}{R}\right)^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^5} \right] \quad (5.4)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{3}{2} \cdot U_{\infty} \cdot \frac{\left(\frac{x}{R}\right) \cdot \left(\frac{y}{R}\right)}{\left(\frac{r}{R}\right)^5} \quad (5.5)$$

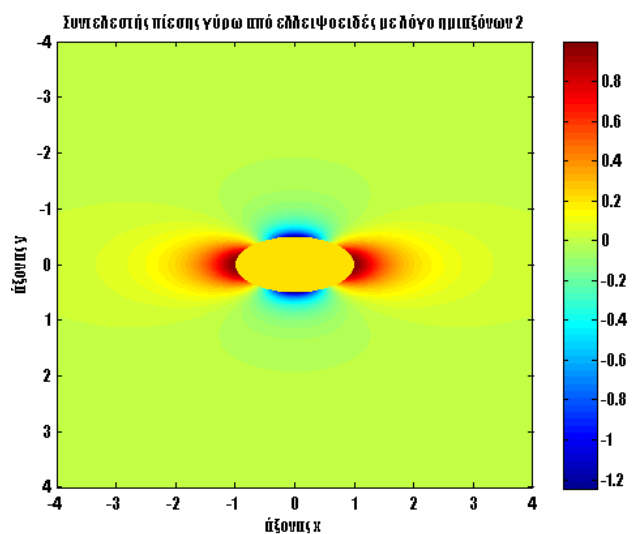
$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{3}{2} \cdot U_{\infty} \cdot \frac{\left(\frac{x}{R}\right) \cdot \left(\frac{z}{R}\right)}{\left(\frac{r}{R}\right)^5} \quad (5.6)$$

5.3 Συντελεστής πίεσης

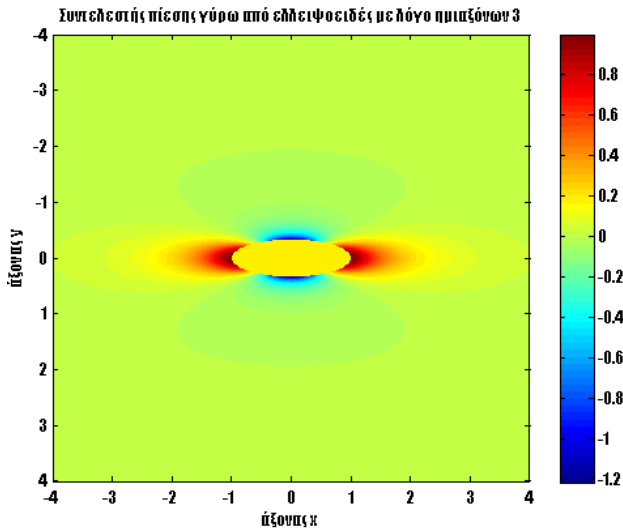
Μέσω της ταχύτητας σε κάθε σημείο γύρω από το αντικείμενο μπορούμε να μετρήσουμε και το συντελεστή πίεσης (C_p) γύρω από αυτό. Στα σχήματα 5.6-5.9 φαίνεται ο C_p γύρω από τη σφαίρα και τα 3 διαφορετικά είδη ελλειψοειδών εκ περιστροφής. Πρέπει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει καμία απολύτως μεταβολή στο συντελεστή πίεσης με την αλλαγή της ταχύτητας ή με την ομοιόμορφη αλλαγή του μεγέθους του αντικειμένου.



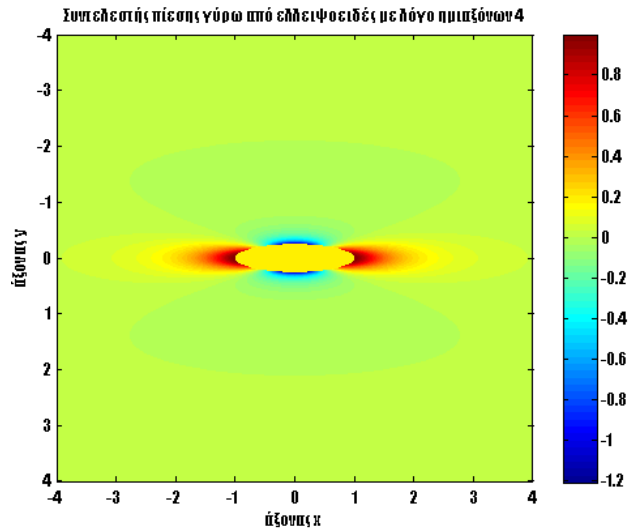
Σχ. 5.7 Συντελεστής πίεσης για σφαίρα



Σχ. 5.8 Συντελεστής πίεσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2



Σχ. 5.9 Συντελεστής πίεσης γύρω από ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3



Σχ. 5.10 Συντελεστής πίεσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4

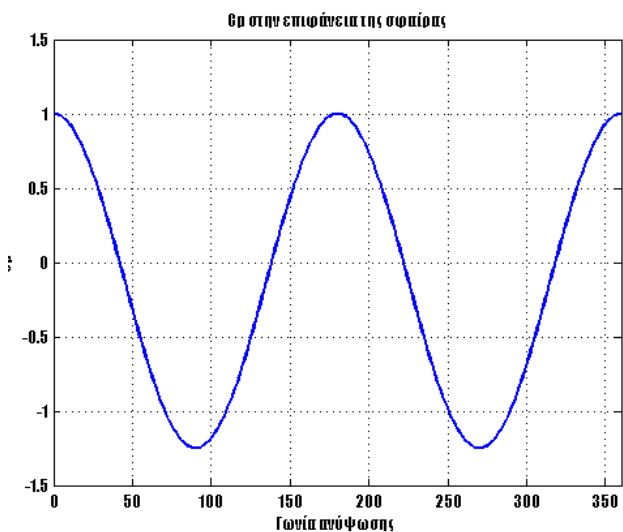
Παρατηρούμε ότι αλλάζει δραστικά ο συντελεστής πίεσης με την αλλαγή του σχήματος από σφαίρα σε ελλειψοειδές και ο συντελεστής ακολουθεί την αλλαγή της αεροδυναμικότητας του σχήματος αποκτώντας μέγιστο και ελάχιστο στις ανάλογες περιοχές.

Χρησιμοποιήσαμε τον τύπο:

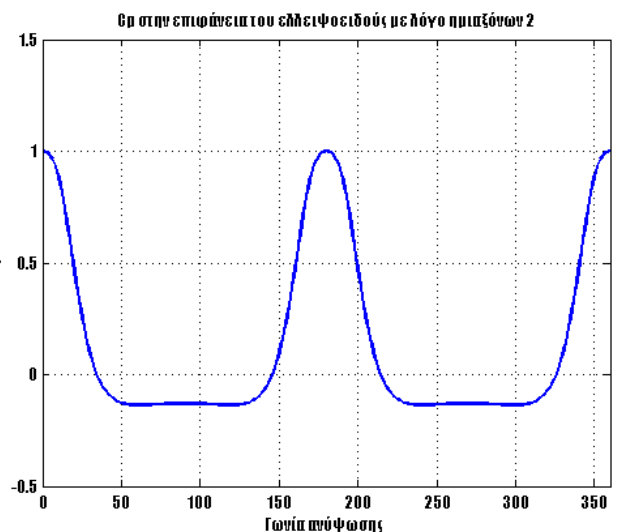
$$C_p = 1 - \left(\frac{U}{U_\infty} \right)^2 = 1 - \left[\left(\frac{u}{U_\infty} \right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty} \right)^2 + \left(\frac{w}{U_\infty} \right)^2 \right] \quad (5.7)$$

για να υπολογίσουμε το συντελεστή πίεσης μέσω των τριών συντεταγμένων u,v,w της ταχύτητας.

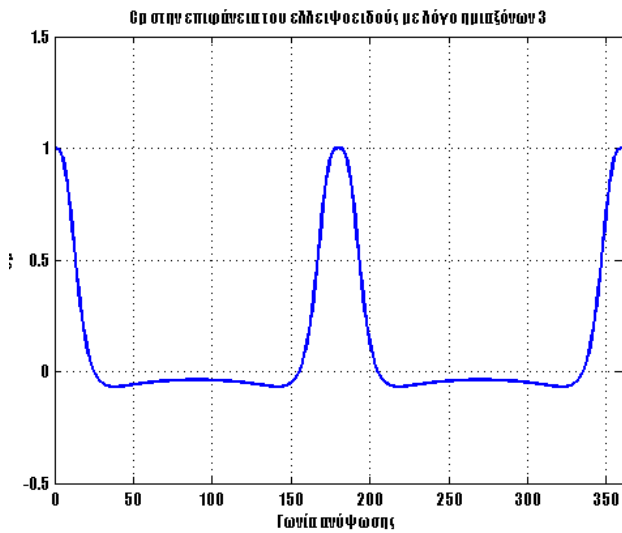
Στα παρακάτω σχήματα (Σχ.5.11-5.14) φαίνεται ο συντελεστής πίεσης στην επιφάνεια καθενός από τα 4 αντικείμενα.



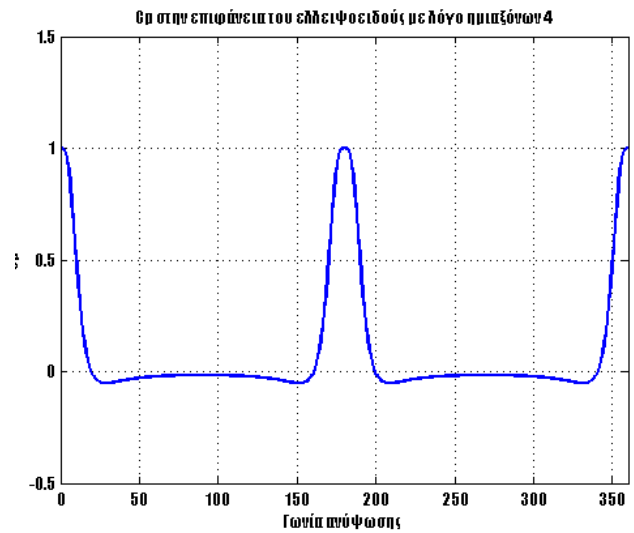
Σχ. 5.11 Συντελεστής πίεσης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια της σφαίρας



Σχ. 5.12 Συντελεστής πίεσης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 2



Σχ. 5.13 Συντελεστής ανάκλασης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 3



Σχ. 5.14 Συντελεστής ανάκλασης ως προς γωνία ανύψωσης στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς με λόγο ημιαξόνων 4

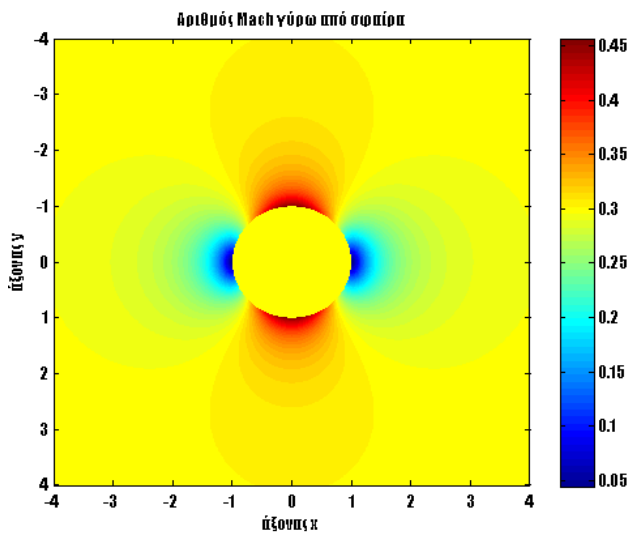
5.4 Ταχύτητα και λόγος πυκνοτήτων

Γνωρίζοντας το συντελεστή πίεσης σε κάθε σημείο μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα (Mach number) και το λόγο πυκνοτήτων:

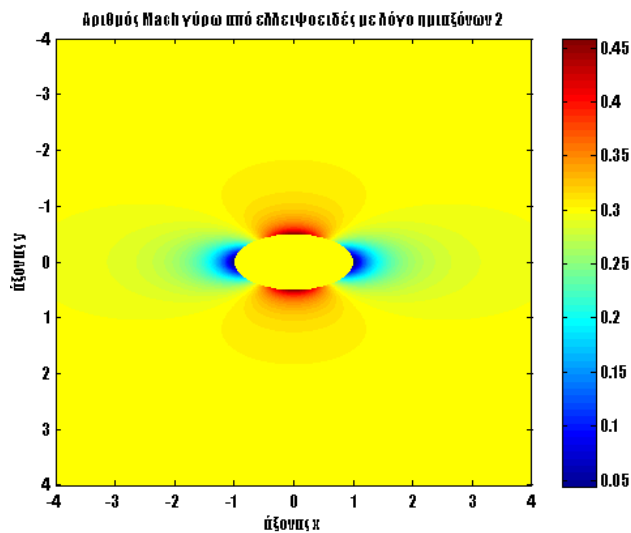
$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{\left(1 + \frac{\gamma}{2} M_\infty^2 \cdot C_p\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} - 1 \right]} \quad (5.8)$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (5.9)$$

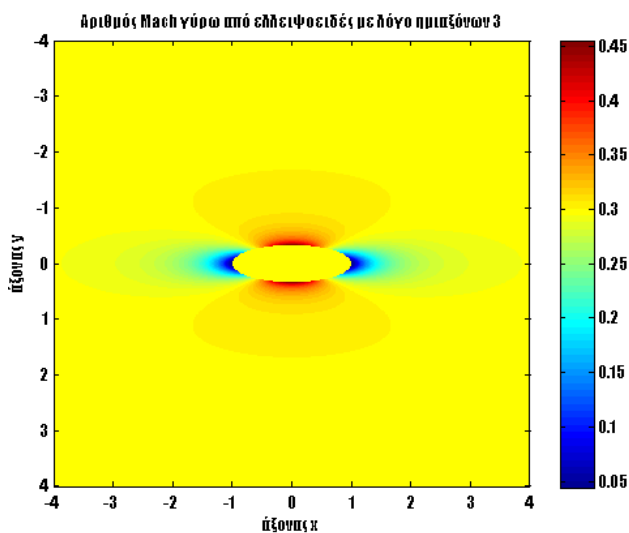
Τα αποτελέσματά μας φαίνονται στα σχήματα (Σχ.5.15-5.22).



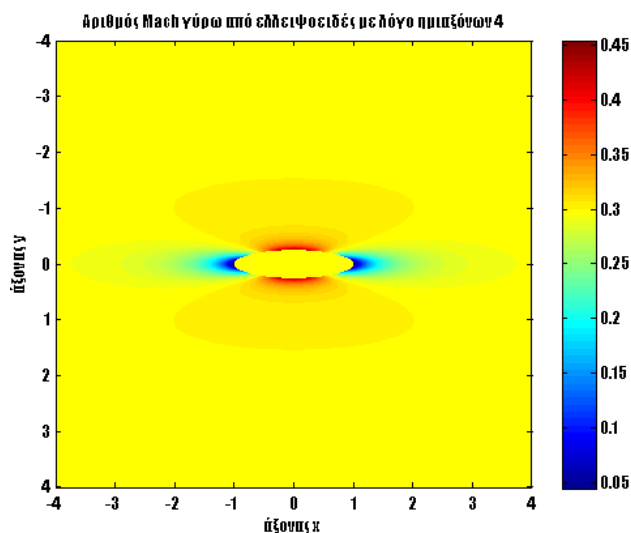
Σχ. 5.15 Αριθμός Mach για σφαίρα



Σχ. 5.16 Αριθμός Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2

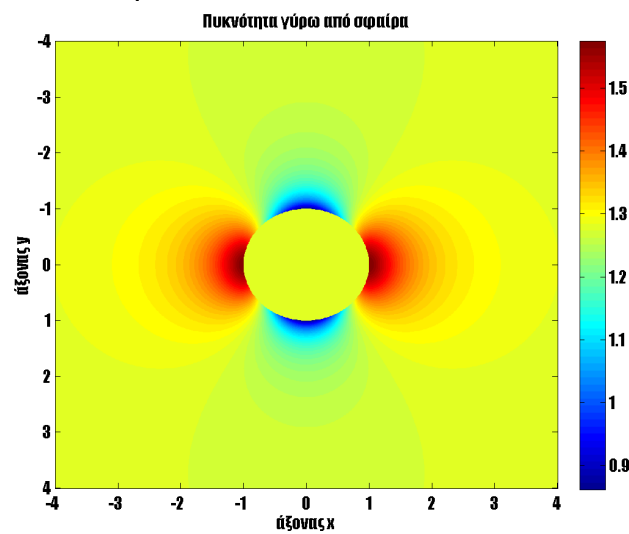


Σχ. 5.17 Αριθμός Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3

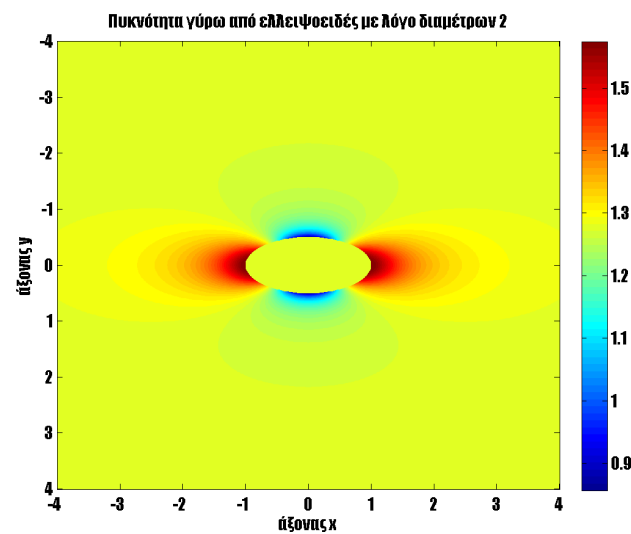


Σχ. 5.18 Αριθμός Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4

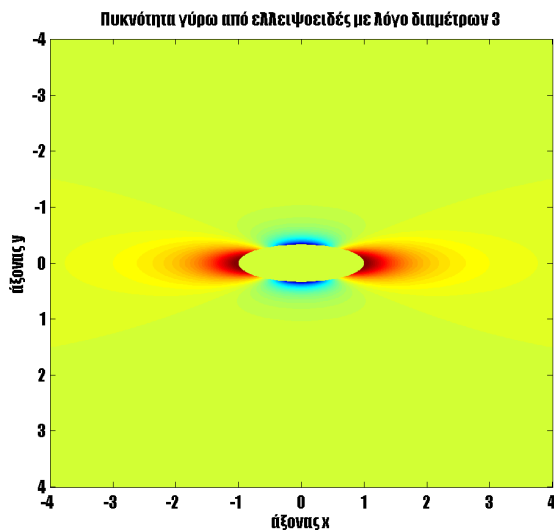
Η πυκνότητα:



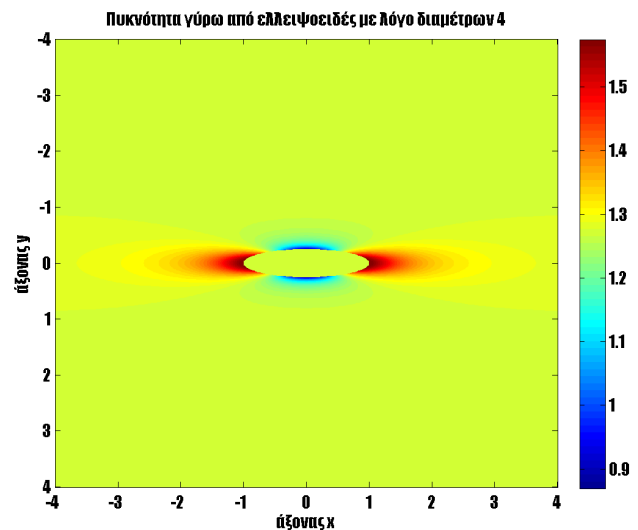
Σχ. 5.19 Πυκνότητα για σφαίρα



Σχ. 5.20 Πυκνότητα για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2



Σχ. 5.21 Πυκνότητα για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3



Σχ. 5.22 Πυκνότητα για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4

5.5 Μήκος και διαφορά οπτικού μονοπατιού (OPL-OPD)

Με τη χρήση του αλγόριθμου για την εύρεση της τελικής διακύμανσης του μετώπου κύματος και με τους κατάλληλους τύπους μπορούμε μέσω του λόγου πυκνοτήτων να υπολογίσουμε το δείκτη διάθλασης σε κάθε σημείο και ύστερα τα OPL (μήκος οπτικού μονοπατιού) και OPD (διαφορά οπτικού μονοπατιού). Πιο συγκεκριμένα:

$$OPL(x, y, z) = \int_0^y n(x, y, z) dy \quad (5.10)$$

$$OPD = OPL - OPL_{\min} \quad (5.11)$$

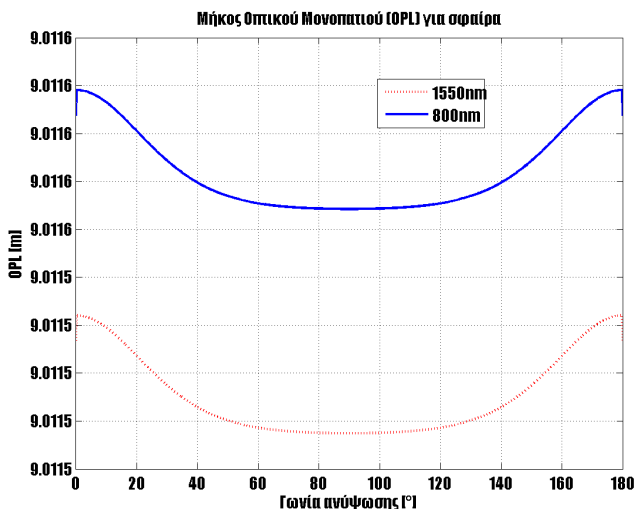
με n τον δείκτη διάθλασης (refractive index).

Μπορούμε να κανονικοποιήσουμε τα αποτελέσματα για να έχουμε μια πιο σαφή εικόνα και έτσι θεωρούμε τον παράγοντα f που ισούται με:

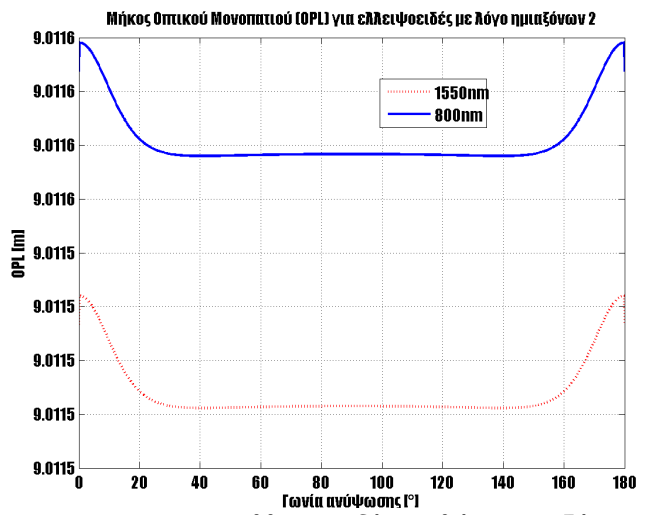
$$\text{factor} = \frac{OP}{R} \quad (5.12)$$

Τα σχήματά μας απεικονίζουν τα ίδια αντικείμενα με πριν, δηλαδή τις περιπτώσεις σφαίρας και ελλειψοειδών και το πεδίο μας ξεκινά από το κέντρο του αντικειμένου και τελειώνει σε μια απόσταση ίση με $10R$ από το κέντρο, διότι σε απόσταση μεγαλύτερη από αυτή δεν υπάρχει ουσιαστική αλλαγή στην τιμή του OPL. Έχουμε συνθήκες STP, η ταχύτητα είναι 0.3 Mach και το μήκος κύματος της ακτίνας 800nm και 1550nm .

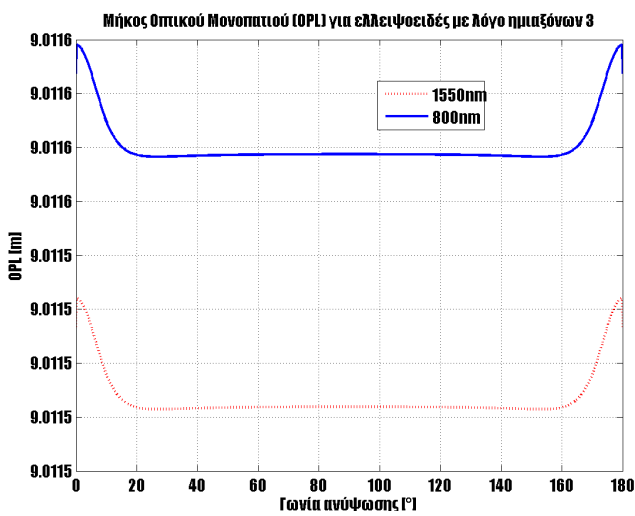
Έτσι, αρχικά υπολογίζουμε το κανονικοποιημένο **μήκος οπτικού μονοπατιού** (OPL). Εξετάζουμε την περίπτωση σφαίρας και ελλειψοειδών με λόγο ημιαξόνων 2,3 και 4. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.



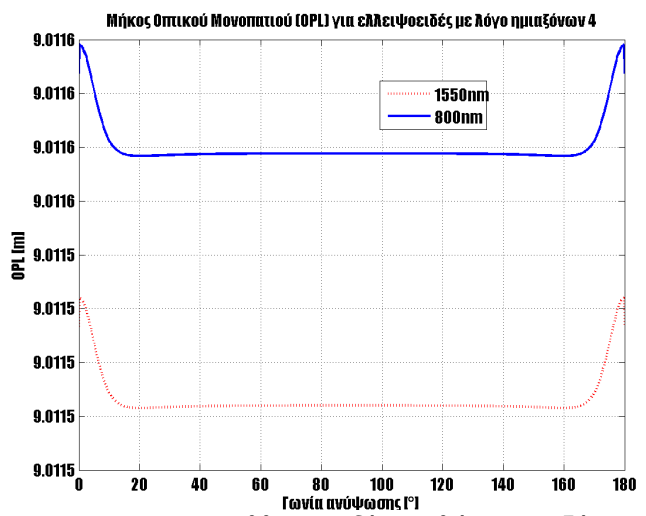
Σχ. 5.23 OPL για σφαίρα



Σχ. 5.24 OPL για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2



Σχ. 5.25 OPL για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3

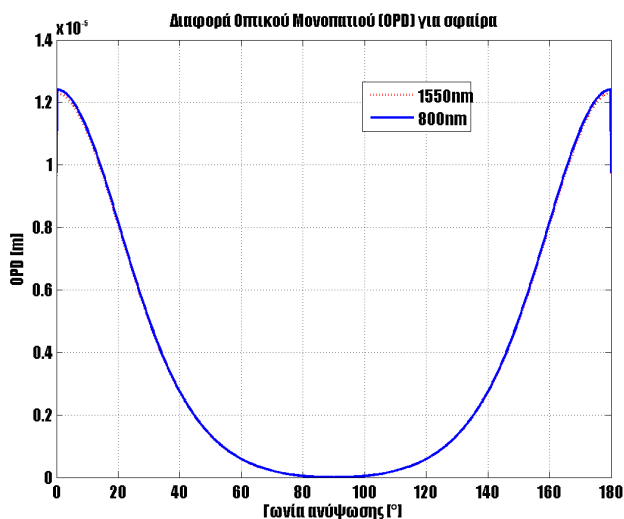


Σχ. 5.26 OPL για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4

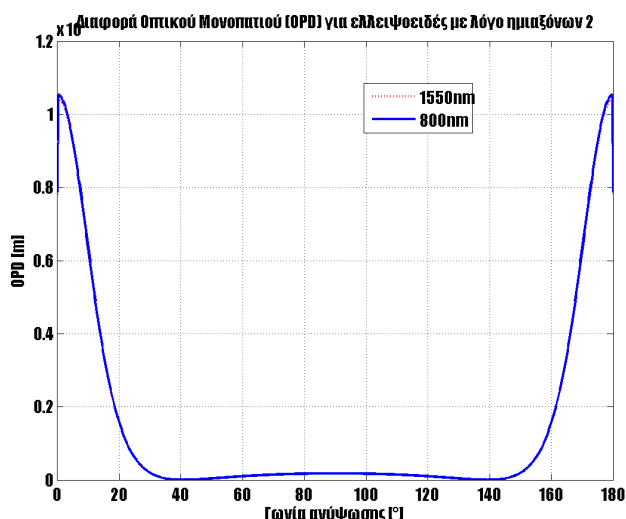
Από τον ήδη γνωστό μας τύπο η διαφορά οπτικού μονοπατιού ισούται με:

$$OPD = OPL - OPL_{\min}$$

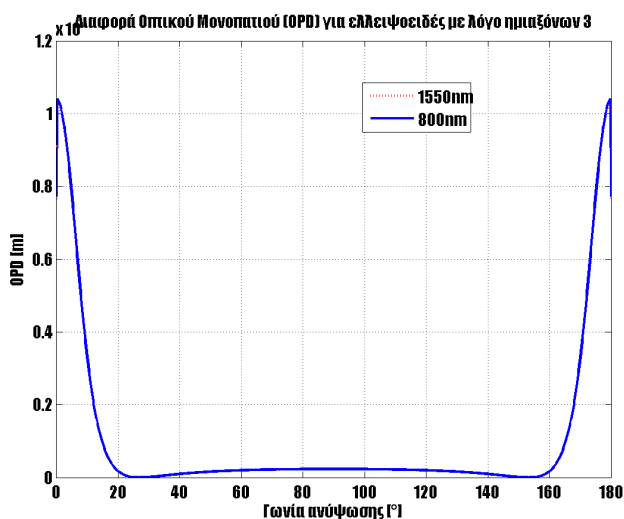
οπότε το OPD για τις 4 παραπάνω περιπτώσεις απεικονίζεται στα σχήματα που ακολουθούν.



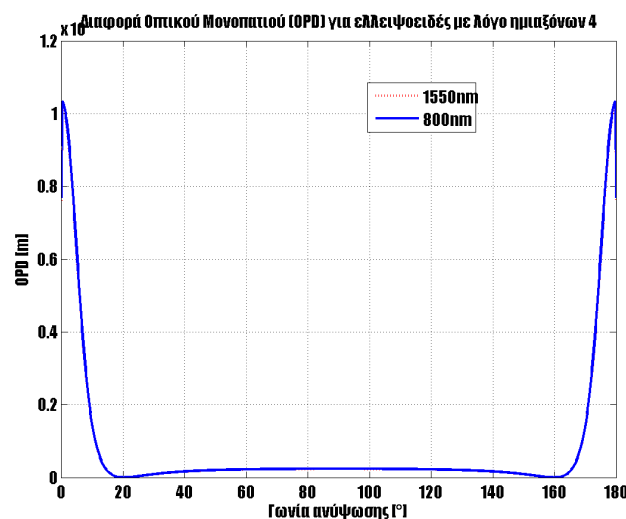
Σχ. 5.27 OPD για σφαίρα



Σχ. 5.28 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2



Σχ. 5.29 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3



Σχ. 5.30 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4

Παρατηρούμε ότι στη σφαίρα στις γωνίες από 40° έως 140° έχουμε ελάχιστο OPD. Στις περιπτώσεις των ελλειψοειδών η περιοχή αυτή διευρύνεται και υπάρχει πιο απότομη μετάβαση στις ελάχιστες τιμές. Τα διαγράμματα παρουσιάζουν τις τιμές των OPL και OPD για γωνίες ανύψωσης από 0° μέχρι 180° , διότι υπάρχει συμμετρία για τις γωνίες από 180° έως 360° .

Βλέπουμε επίσης ότι η διαφορά στο μήκος κύματος προκαλεί πολύ μικρή αλλαγή στην τιμή του OPD, και αυτό διότι:

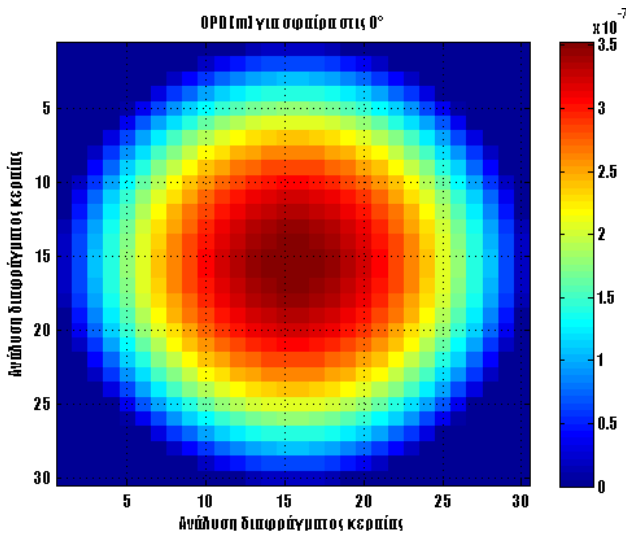
$$OPL_{800} = 1.009 \cdot OPL_{1550} \quad (5.13)$$

οπότε πλέον θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα μόνο για τη μεγαλύτερη τιμή του μήκους κύματος, δηλαδή $\lambda = 1550 \text{ nm}$, παρατηρώντας ότι για τα 800nm δεν υπάρχει ουσιαστική αλλαγή στα αποτελέσματα.

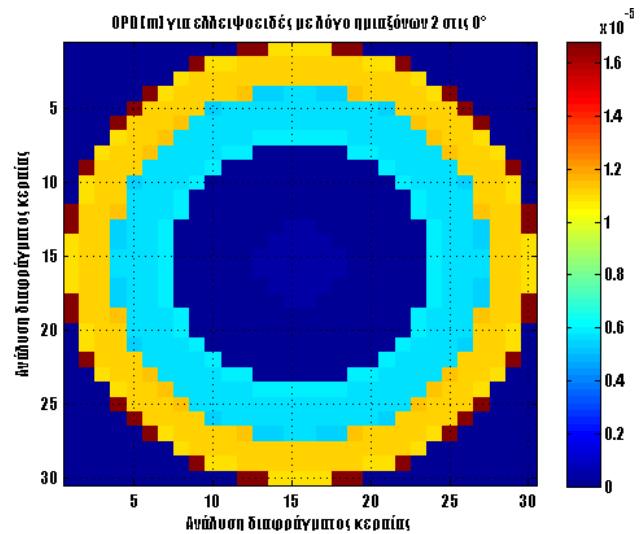
5.6 Διαφορά οπτικού μονοπατιού (OPD) για κυκλική κεραία

Οι ατμοσφαιρικές συνθήκες παραμένουν οι ίδιες και το πεδίο έρευνάς μας εξακολουθεί να εκτείνεται από 0 έως 10R, όπου R η ακτίνα της σφαίρας ή το μήκος του μικρού ημιάξονα του ελλειψοειδούς.

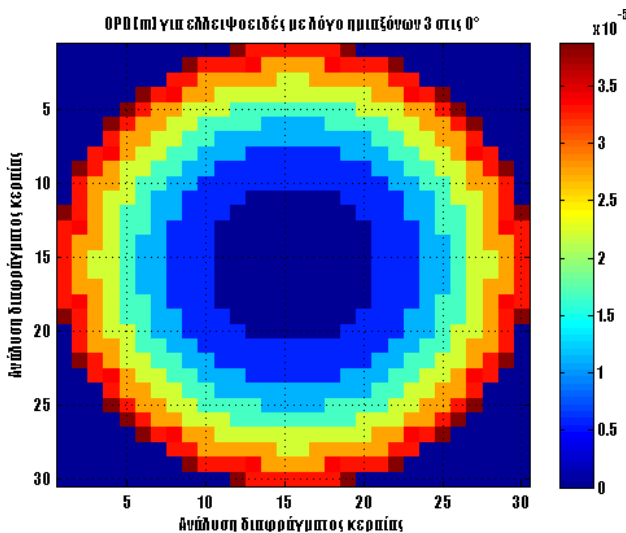
Στα σχήματα που ακολουθούν βλέπουμε τη διακύμανση του μετώπου του κύματος για 4 διαφορετικές γωνίες ανύψωσης (0° , 30° , 60° και 90°) και για 4 διαφορετικά αντικείμενα, όπου ο λόγος διαμέτρων κεραίας προς διάμετρο σφαίρας (ή προς μικρό ημιάξονα ελλειψοειδούς) d/D παραμένει σταθερός και ίσος με $\frac{1}{6}$. Ο αριθμός Mach ισούται με 0.3 και έχουμε συνθήκες STP.



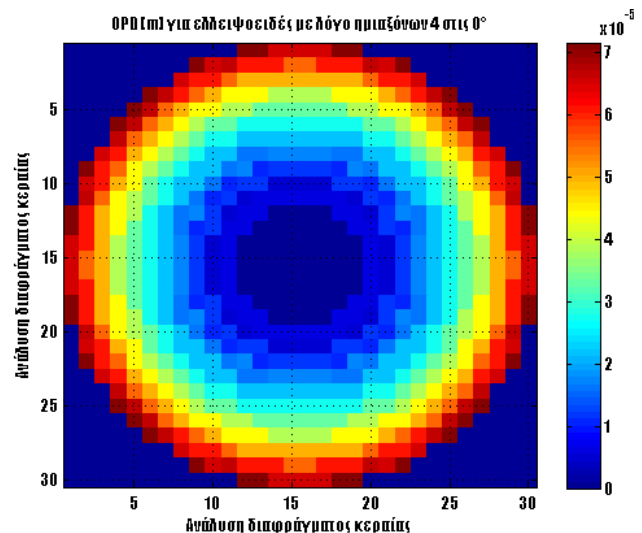
Σχ. 5.31 OPD για σφαίρα στις 0°



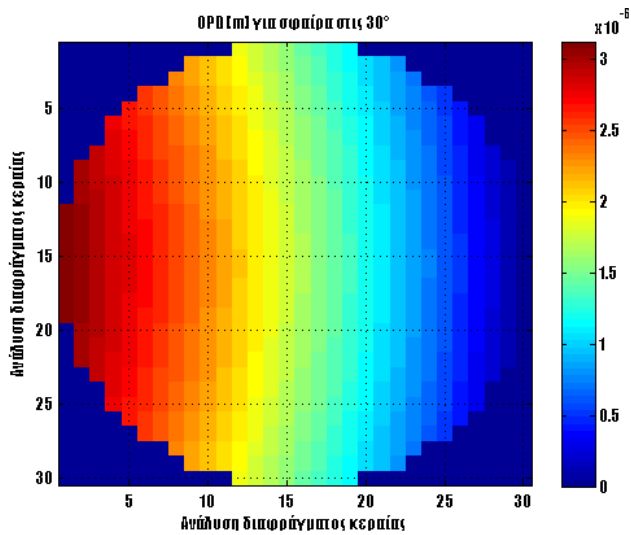
Σχ. 5.32 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 0°



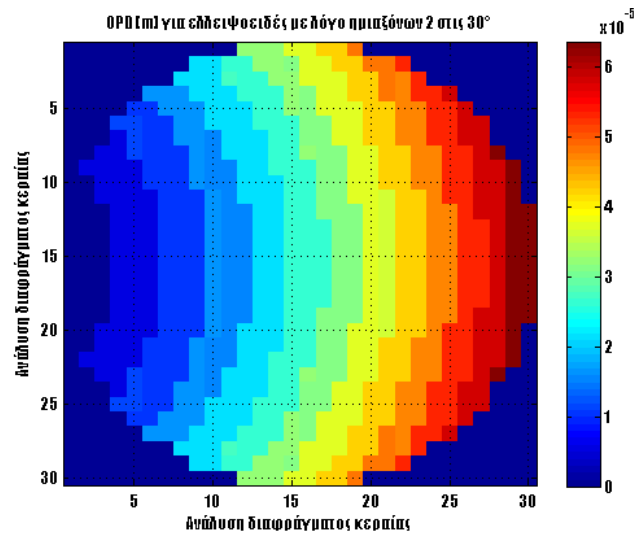
Σχ. 5.33 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3 στις 0°



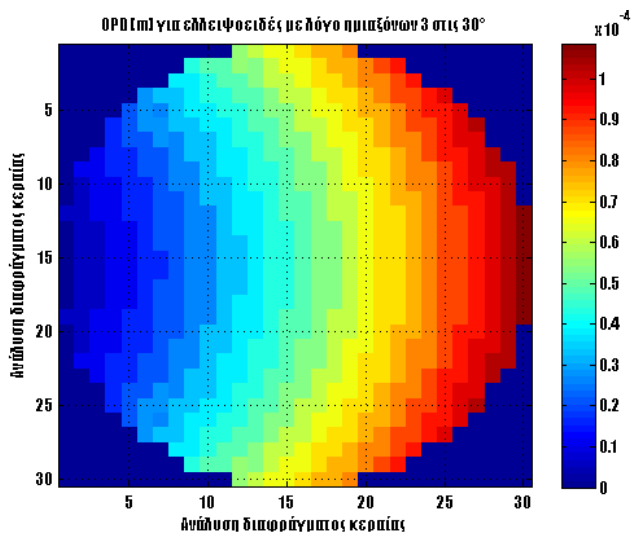
Σχ. 5.34 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4 στις 0°



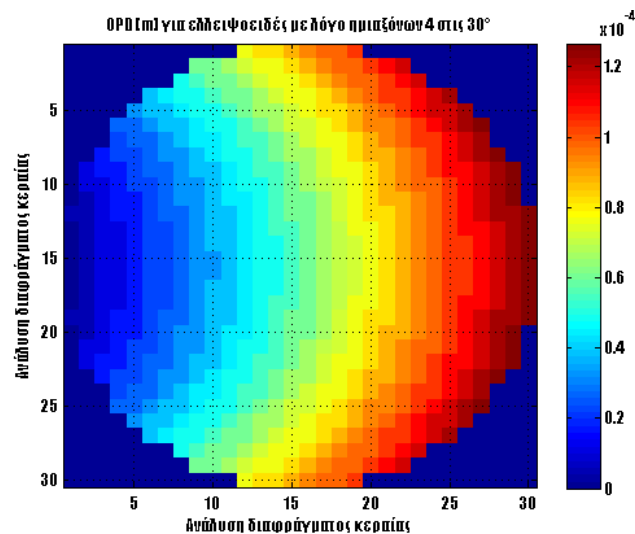
Σχ. 5.35 OPD σφαίρα στις 30°



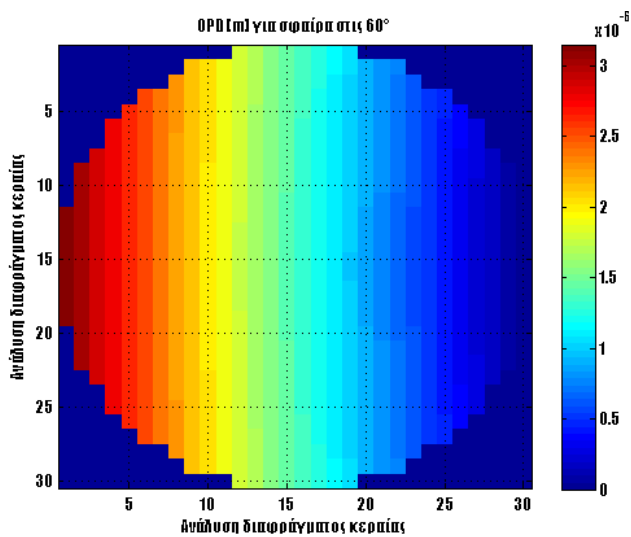
Σχ. 5.36 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 30°



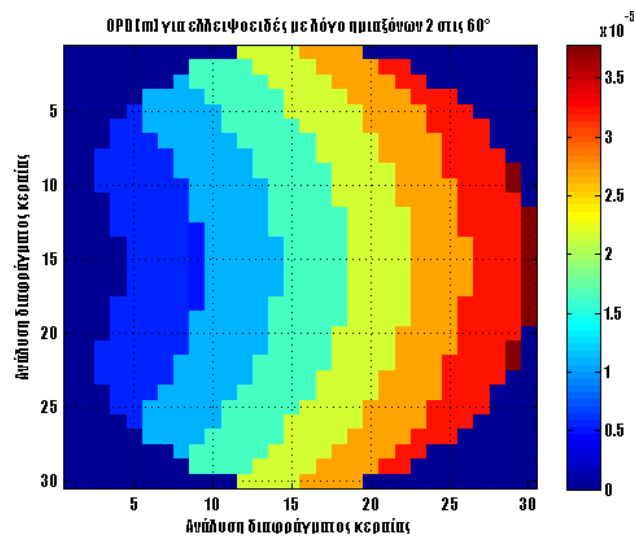
Σχ. 5.37 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3 στις 30°



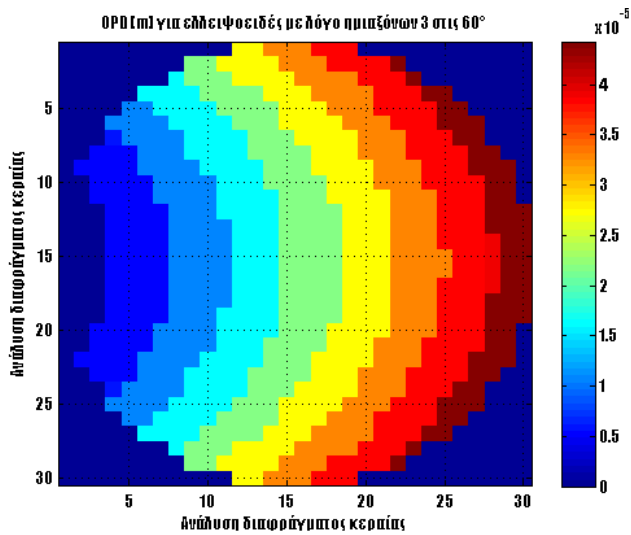
Σχ. 5.38 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4 στις 30°



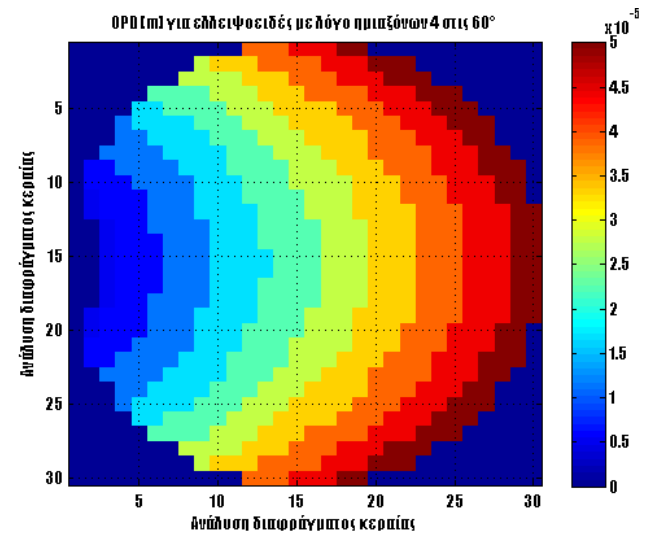
Σχ. 5.39 OPD για σφαίρα στις 60°



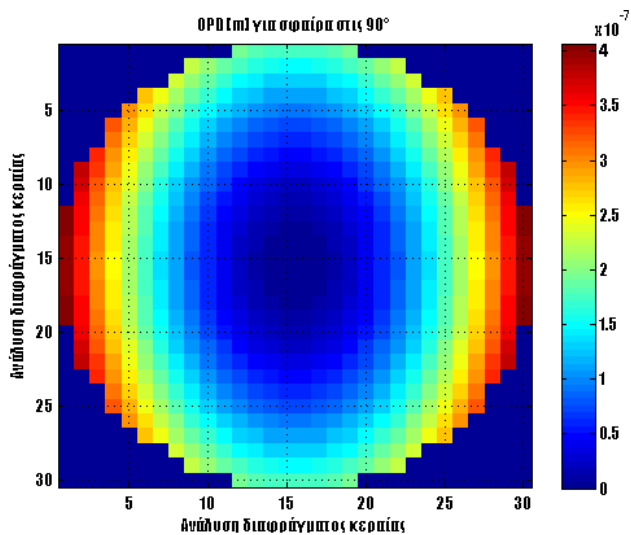
Σχ. 5.40 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/2 στις 60°



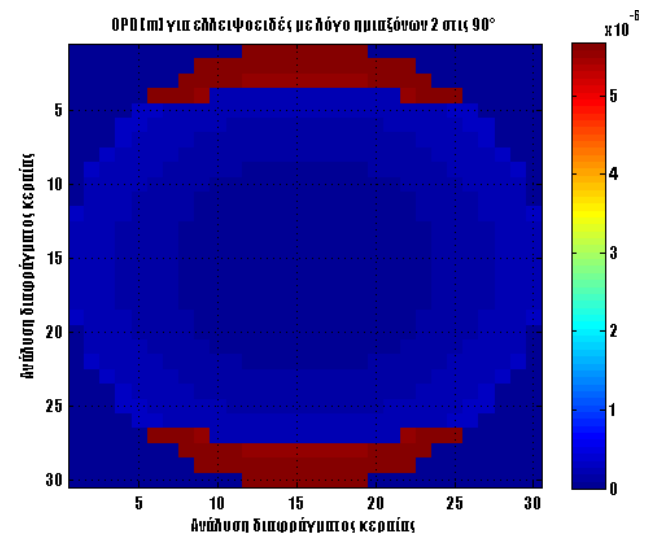
Σχ. 5.41 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 60°



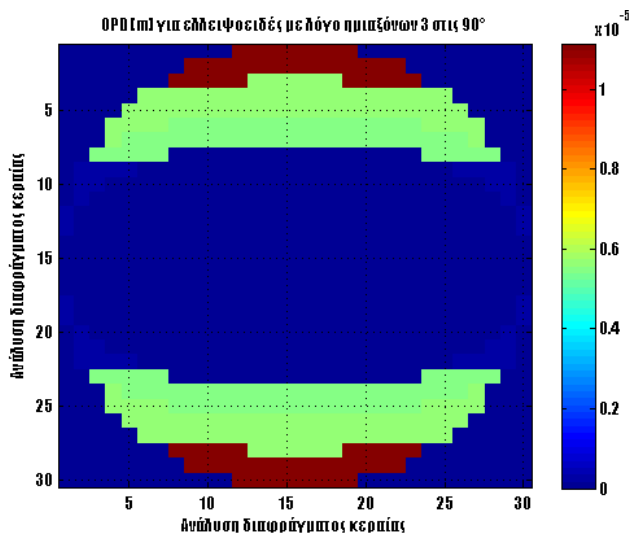
Σχ. 5.42 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 60°



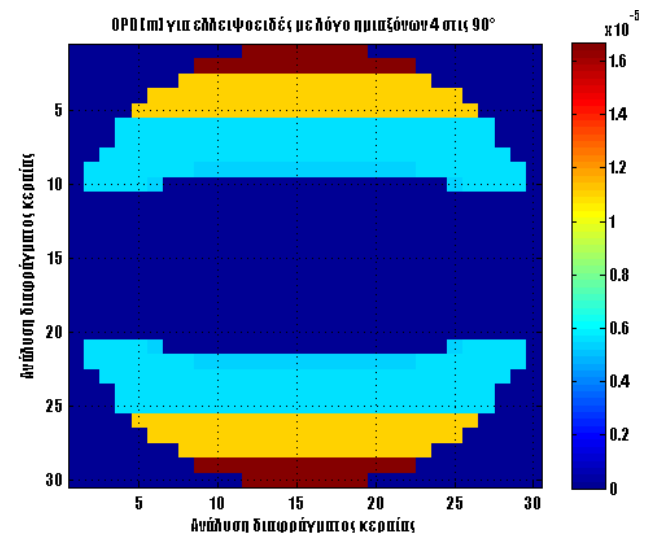
Σχ. 5.43 OPD για σφαίρα στις 90°



Σχ. 5.44 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 90°



Σχ. 5.45 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/3 στις 90°



Σχ. 5.46 OPD για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 1/4 στις 90°

5.7 Boresight error

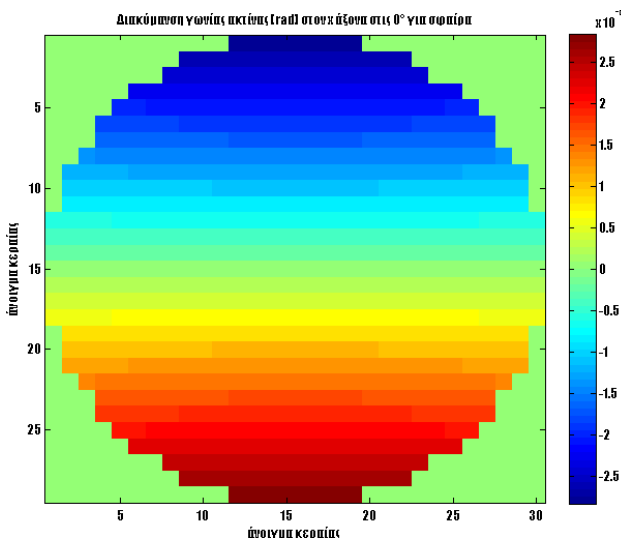
Γνωρίζοντας τη δαμόρφωση του κύματος μέσω του $OPD(x,y)$, μπορούμε να υπολογίσουμε το σφάλμα μετώπου κύματος $e(x,y)$ και από αυτό το boresight error $a(x,y)$, από τους τύπους:

$$e(x,y) = k_0 \cdot OPD(x,y) \quad (5.14)$$

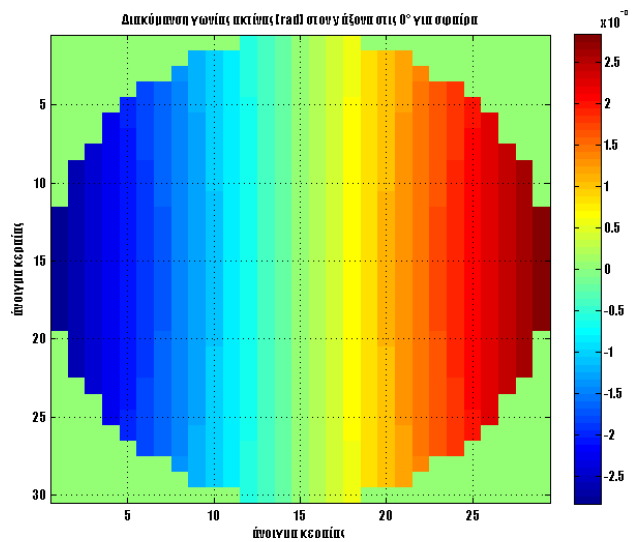
$$a(x,y) = -\frac{\partial}{\partial(x,y)} \phi(x,y) = -\frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial(x,y)} e(x,y) \quad (5.15)$$

Ολοκληρώνοντας και στις 2 διαστάσεις (x,y) βρίσκουμε την απόκλιση δέσμης (σφάλμα φάσης) η οποία απεικονίζεται στα παρακάτω σχήματα:

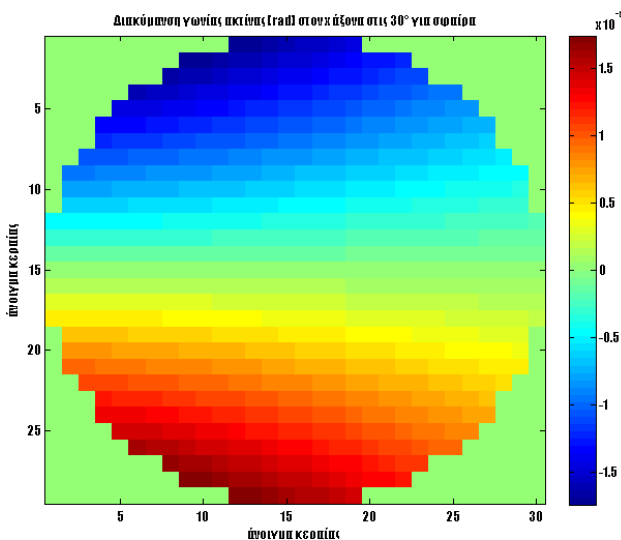
Για σφαίρα:



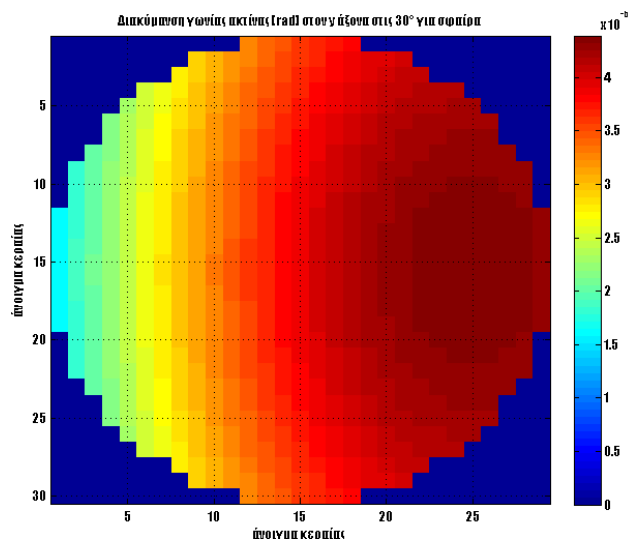
Σχ. 5.47 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για σφαίρα στις 0°



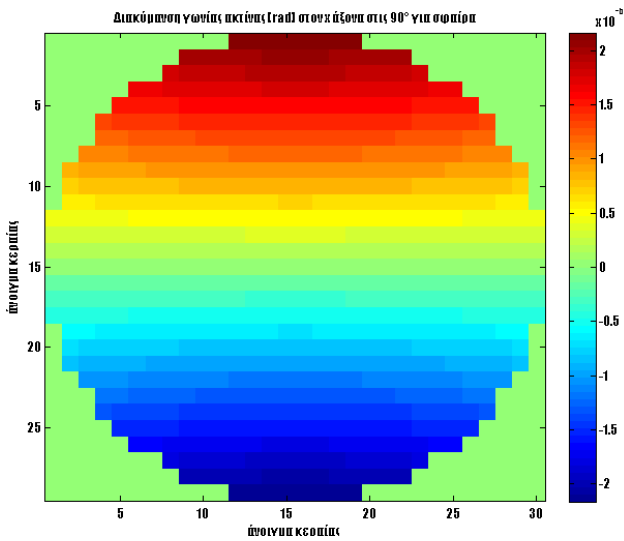
Σχ. 5.48 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για σφαίρα στις 0°



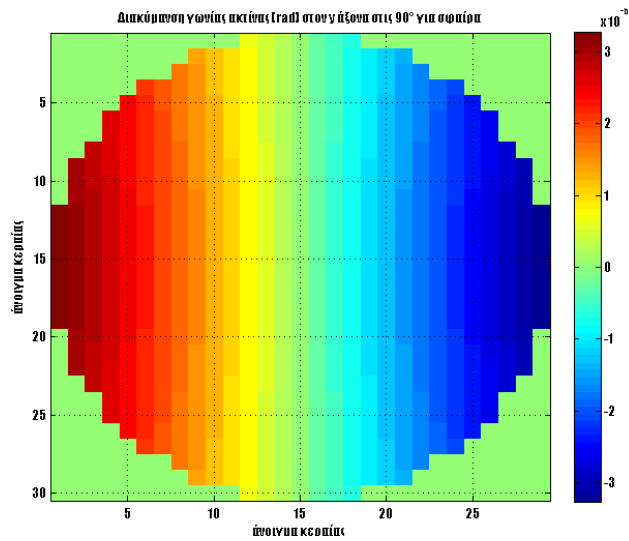
Σχ. 5.49 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για σφαίρα στις 30°



Σχ. 5.50 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για σφαίρα στις 30°

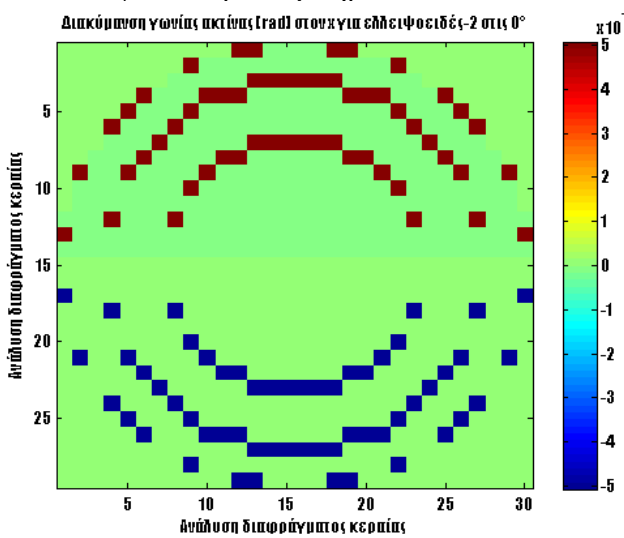


Σχ. 5.51 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για σφαίρα στις 90°

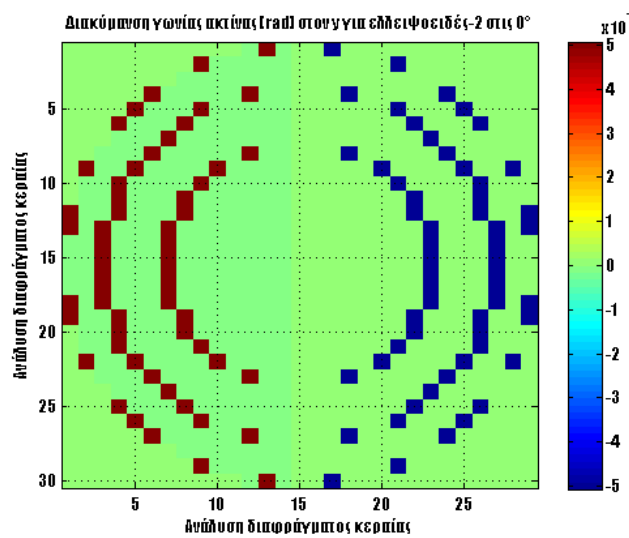


Σχ. 5.52 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για σφαίρα στις 90°

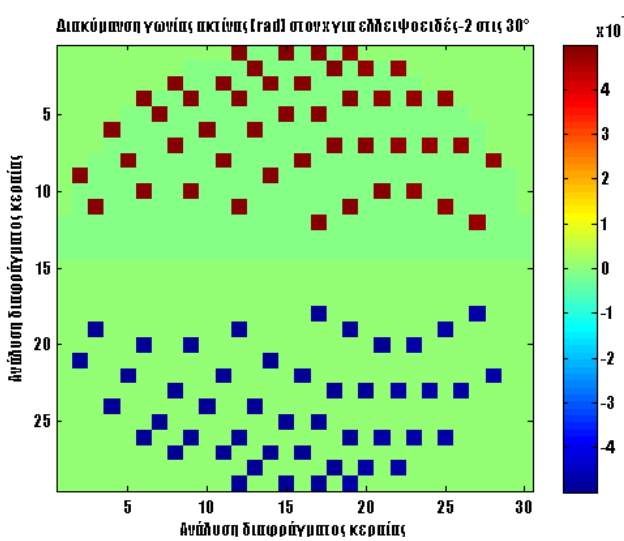
Για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2:



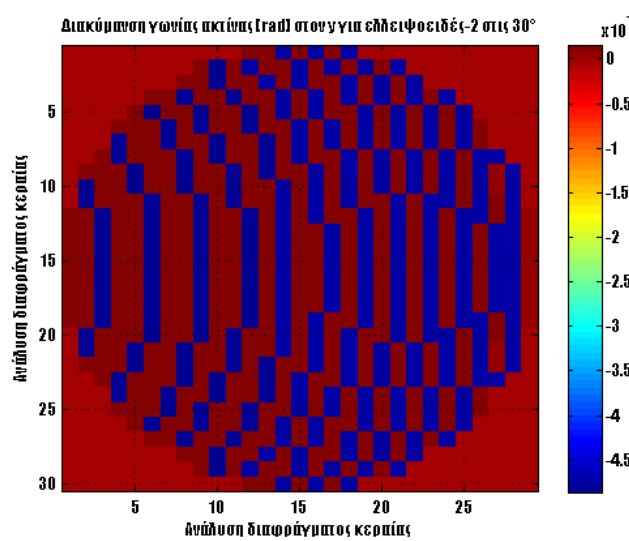
Σχ. 5.53 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 0°



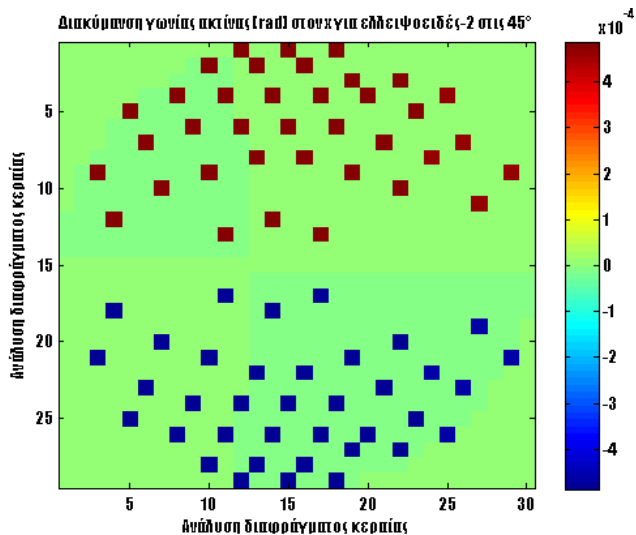
Σχ. 5.54 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 0°



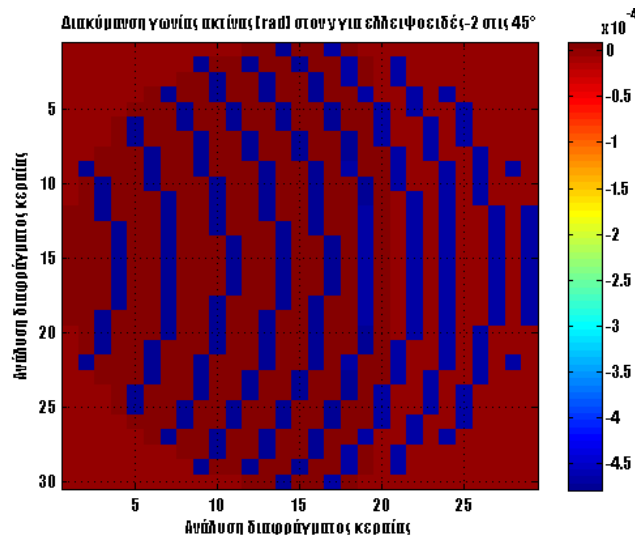
Σχ. 5.55 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 30°



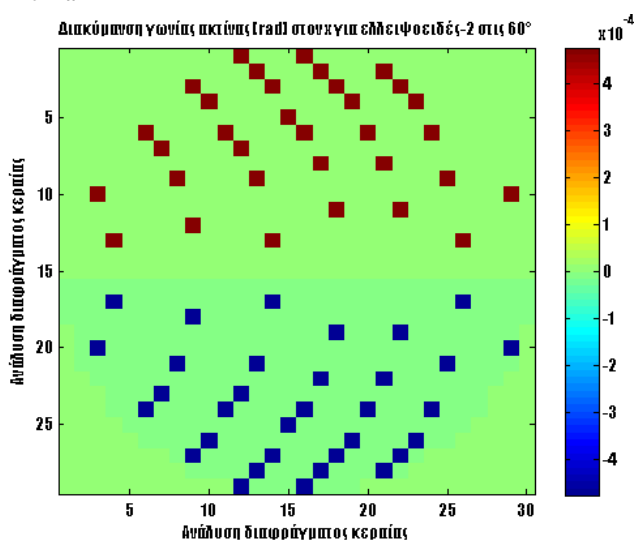
Σχ. 5.56 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 30°



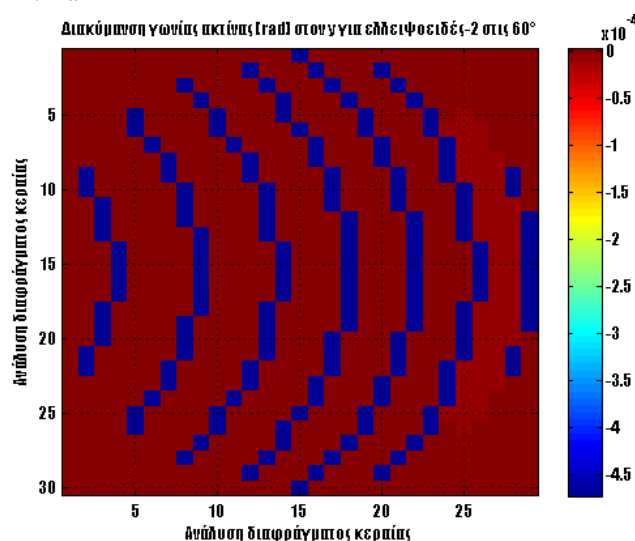
Σχ. 5.57 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 45°



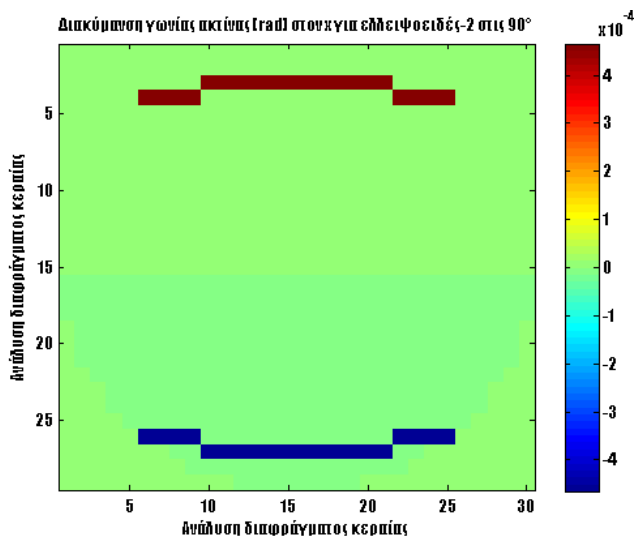
Σχ. 5.58 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 45°



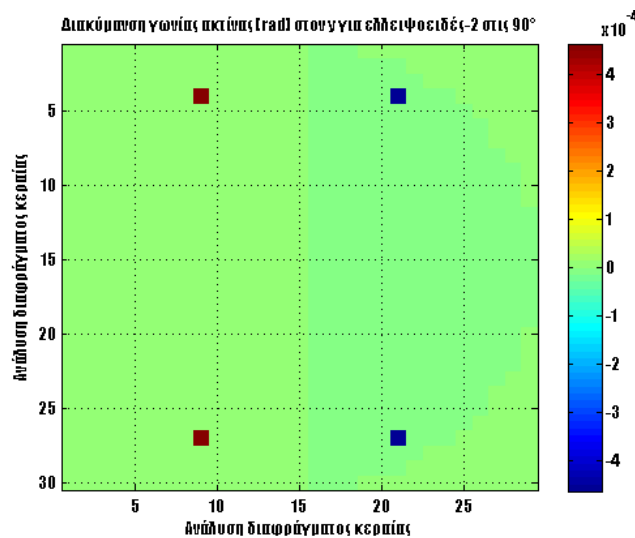
Σχ. 5.59 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 60°



Σχ. 5.60 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 60°

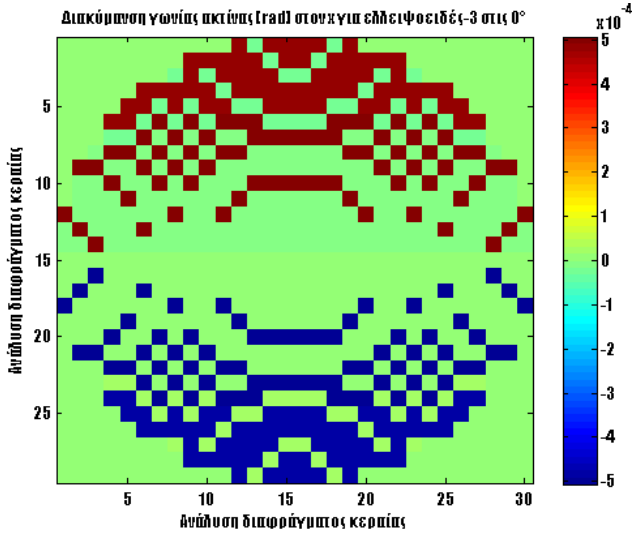


Σχ. 5.61 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 90°

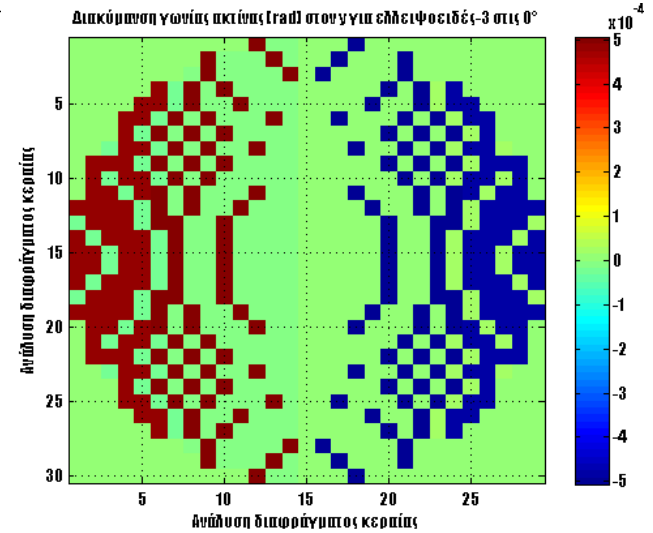


Σχ. 5.62 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 90°

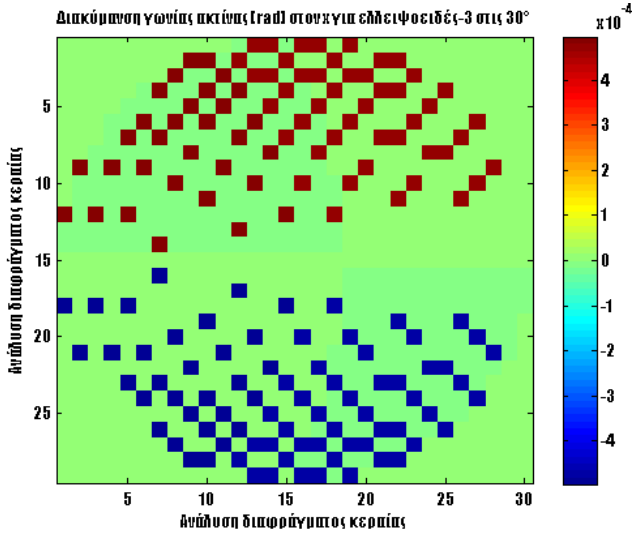
Για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3:



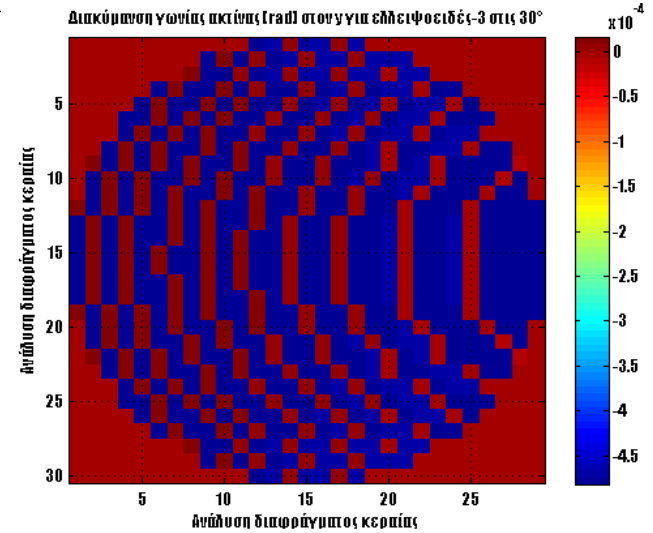
Σχ. 5.63 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 0°



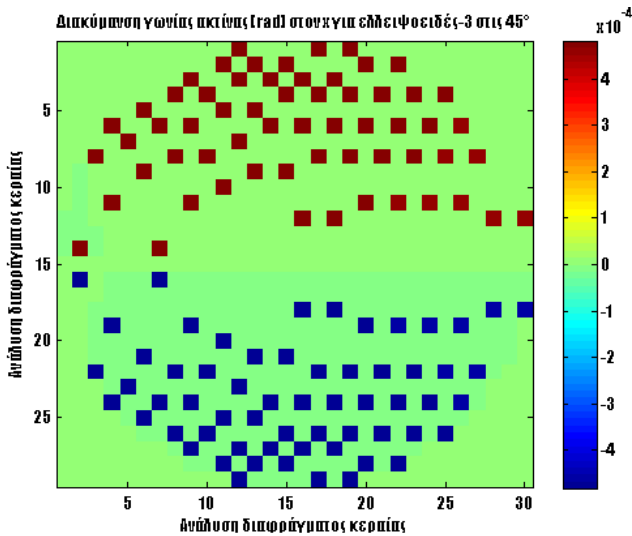
Σχ. 5.64 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 0°



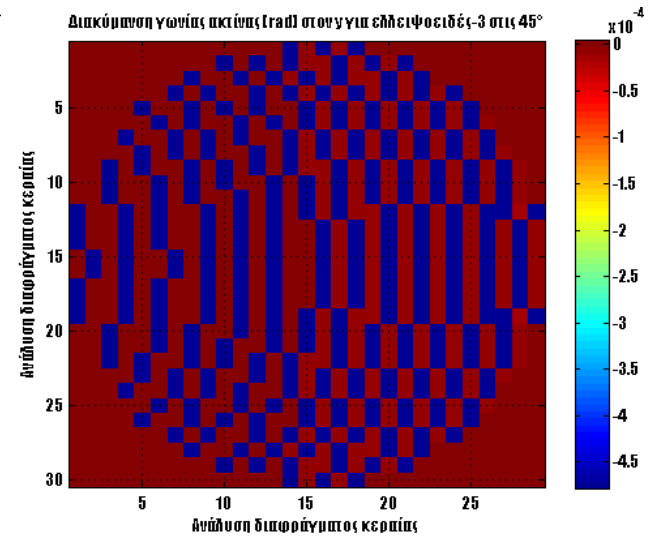
Σχ. 5.65 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 30°



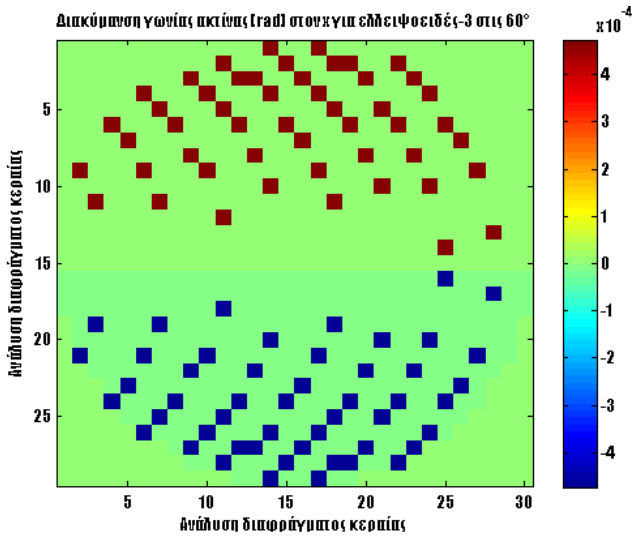
Σχ. 5.66 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 30°



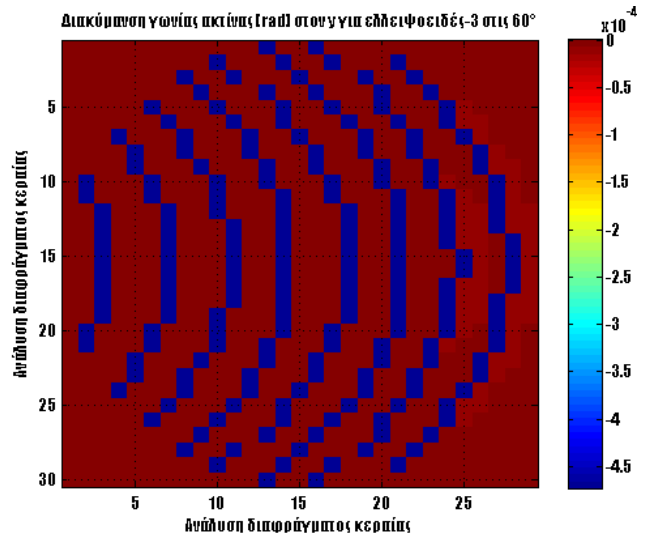
Σχ. 5.67 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 45°



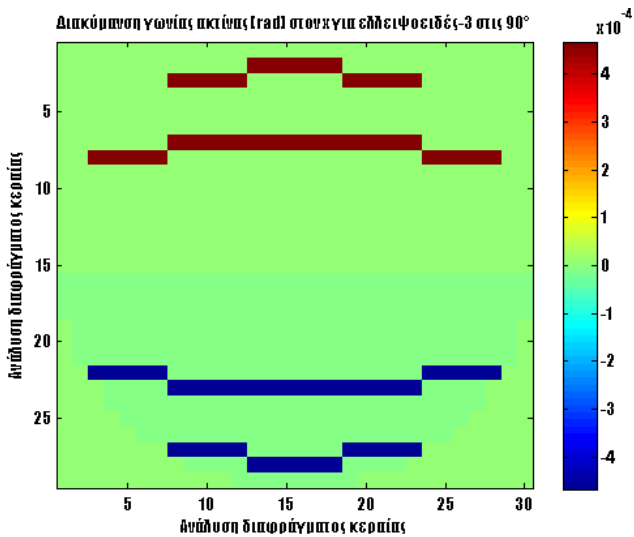
Σχ. 5.68 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 45°



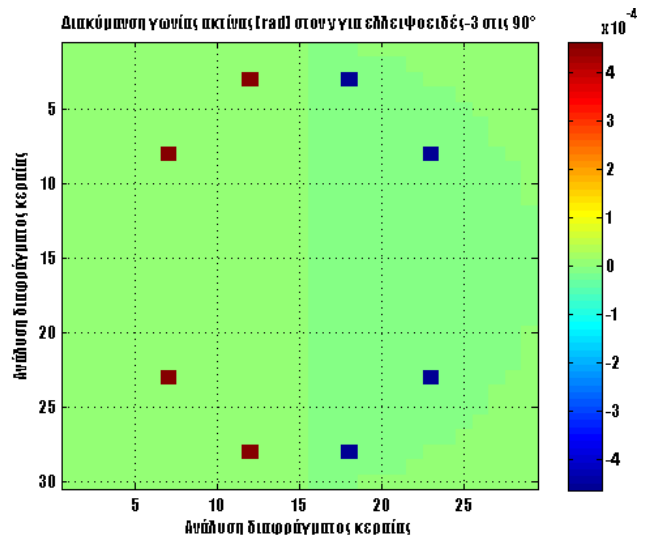
Σχ. 5.69 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 60°



Σχ. 5.70 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 60°

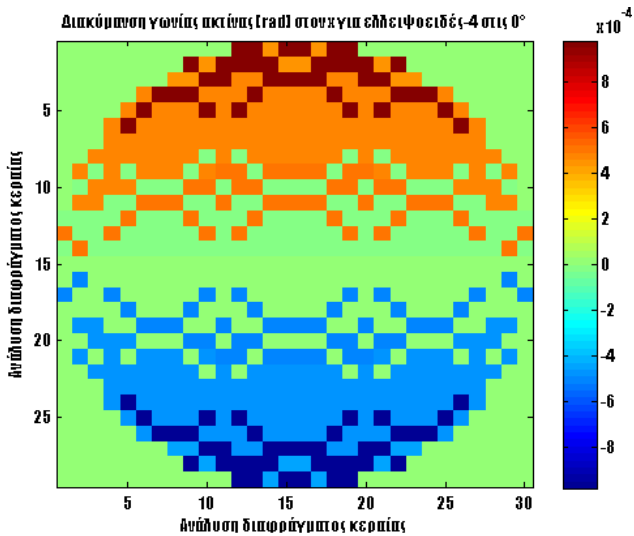


Σχ. 5.71 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 90°

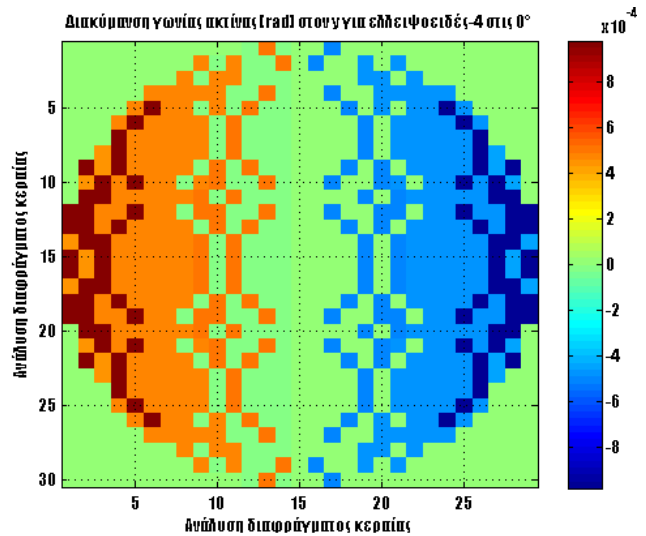


Σχ. 5.72 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 90°

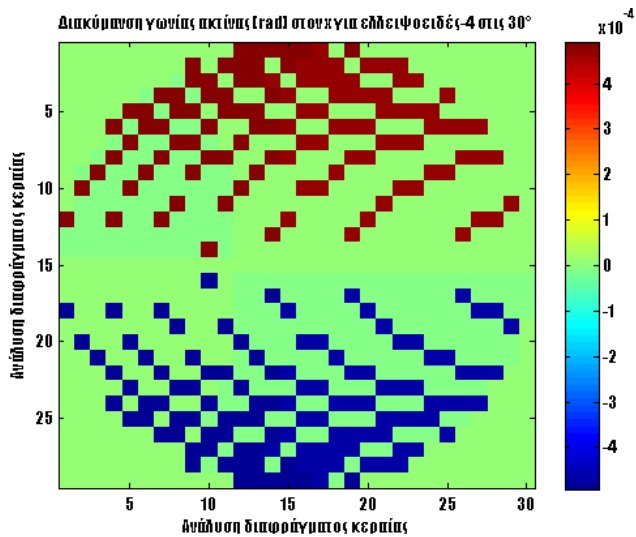
Για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4:



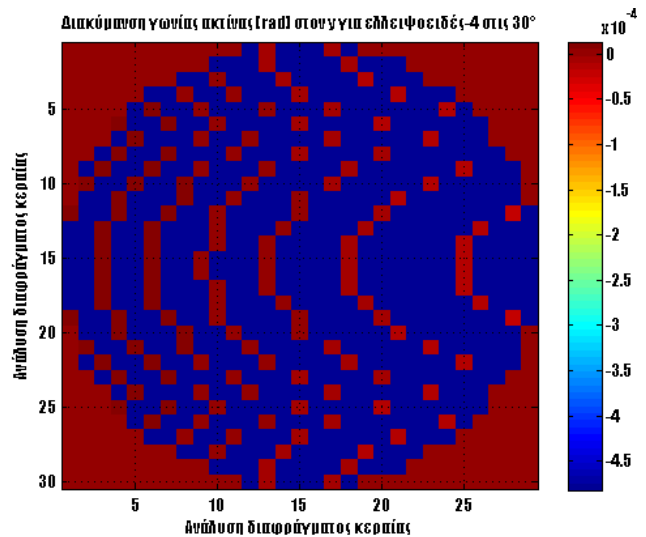
Σχ. 5.73 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 0°



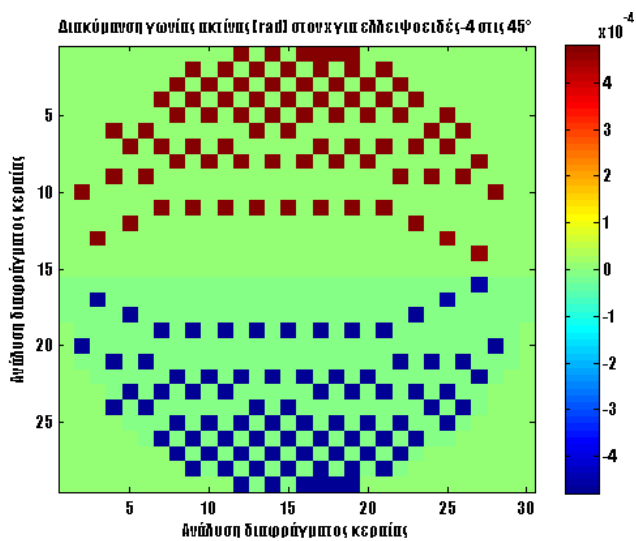
Σχ. 5.74 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 0°



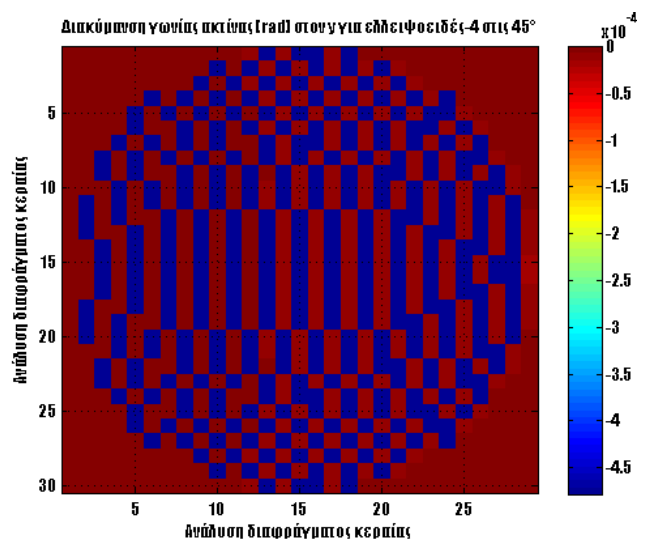
Σχ. 5.75 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 30°



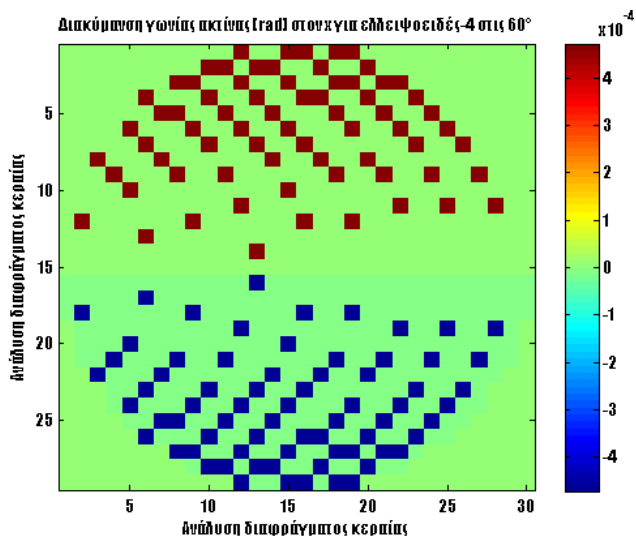
Σχ. 5.76 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 30°



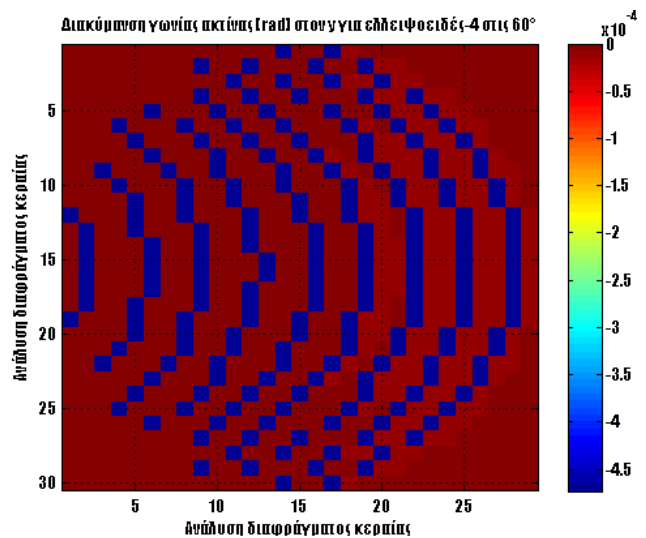
Σχ. 5.77 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 45°



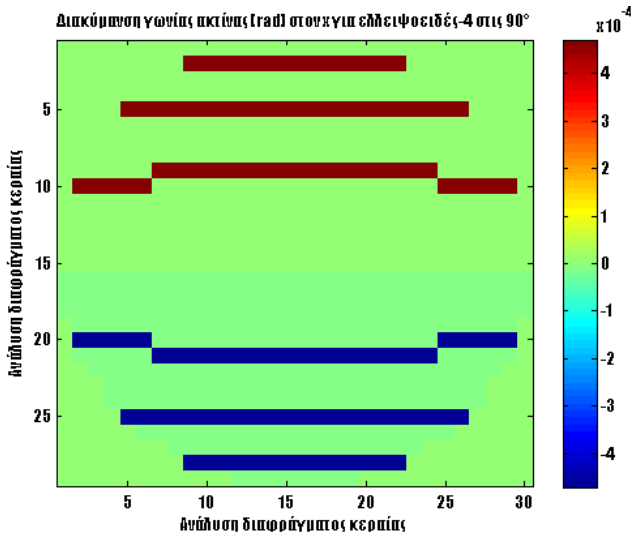
Σχ. 5.78 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 45°



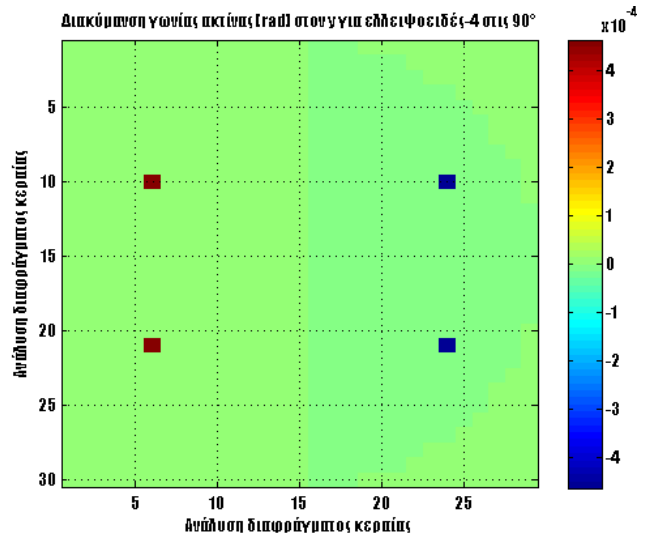
Σχ. 5.79 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 60°



Σχ. 5.80 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 60°



Σχ. 5.81 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον x για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 90°



Σχ. 5.82 Διακύμανση γωνίας ακτίνας στον y για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 90°

5.8 Μέση κλίση μετώπου κύματος

Η μέση κλίση μετώπου κύματος μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο, μέσω του boresight error:

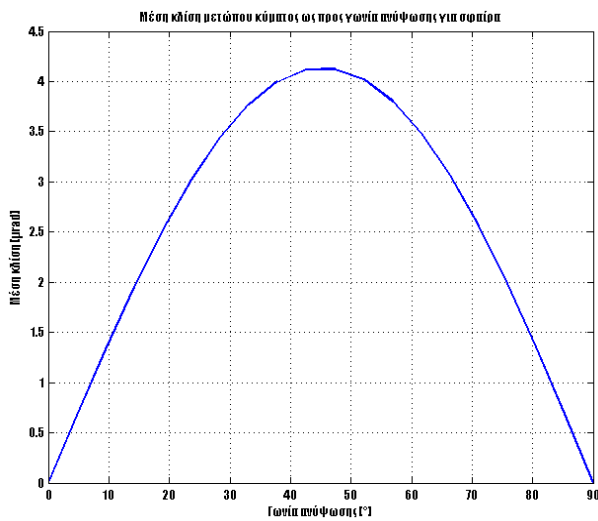
$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad (5.16)$$

οπότε για δύο διαστάσεις (x,y) η μέση κλίση είναι:

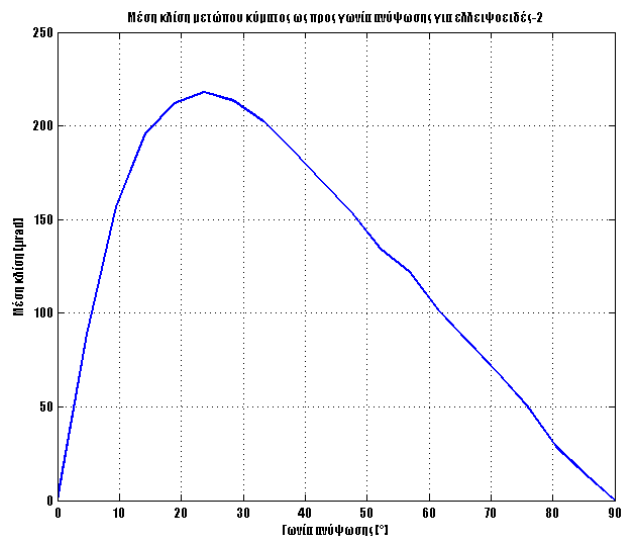
$$\bar{a} = \sqrt{(\bar{a}_x)^2 + (\bar{a}_y)^2} \quad (5.17)$$

5.8.1 Μέση κλίση ως προς γωνία ανύψωσης

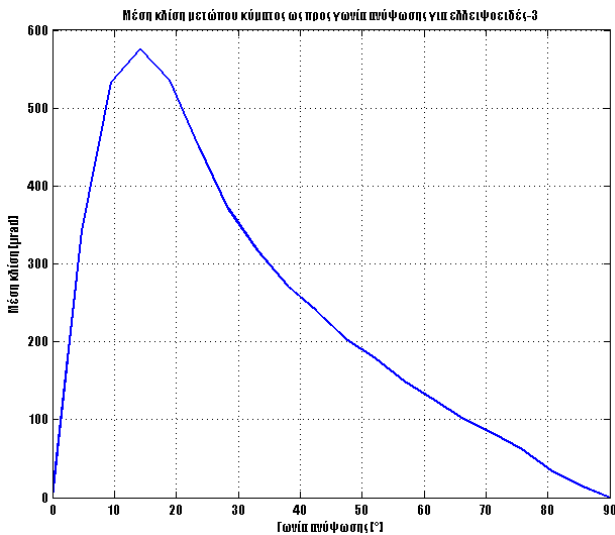
Η μέση κλίση μετώπου κύματος σε συνάρτηση με τη γωνία ανύψωσης για τις περιπτώσεις σφαίρας-ελλειψοειδών παριστάνεται παρακάτω. Όπως πριν, έχουμε συνθήκες STP, ο λόγος διαμέτρων είναι 1/6 και ο αριθμός Mach 0.3. Οι γωνίες ανύψωσης βρίσκονται στην περιοχή [0°, 90°].



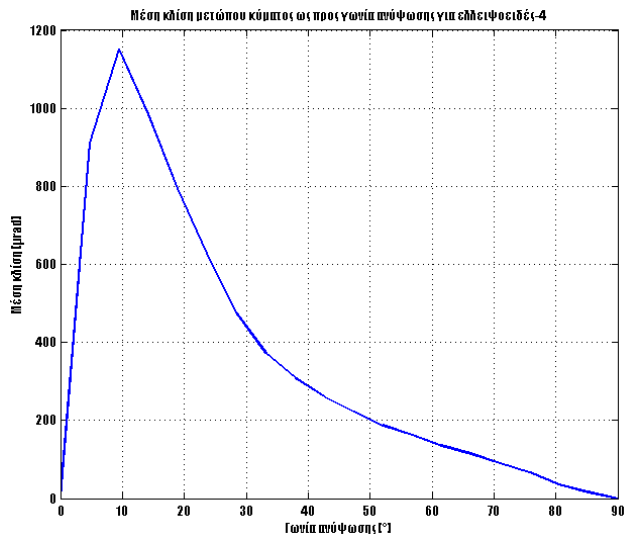
Σχ. 5.83 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς γωνία ανύψωσης για σφαίρα



Σχ. 5.84 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς γωνία ανύψωσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2



Σχ. 5.85 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς γωνία ανύψωσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3



Σχ. 5.86 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς γωνία ανύψωσης για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4

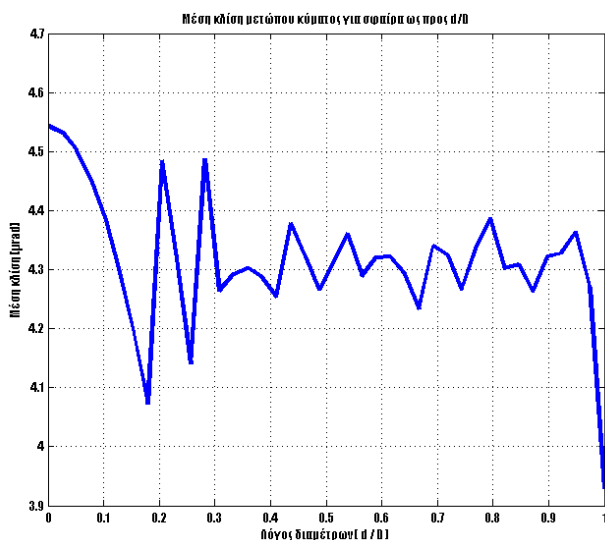
Από τα παραπάνω σχήματα φαίνεται ότι στη σφαίρα το μέγιστο της μέσης κλίσης παρατηρείται στις 45° ενώ στις περιπτώσεις ελλειψοειδών το μέγιστο κυμαίνεται στις 10°-25° ενώ δεν υπάρχει η συμμετρία που υπάρχει στη σφαίρα, ενώ η καμπύλη έχει μεταφερθεί προς τα αριστερά.

5.8.2 Μέση κλίση ως προς λόγο διαμέτρων

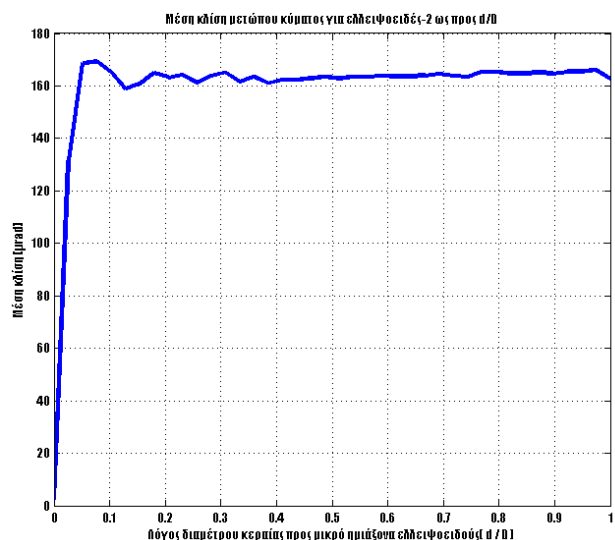
Επιλέγουμε τη σταθερή γωνία ανύψωσης των 45° και υπολογίζουμε τη μέση κλίση μετώπου κύματος (mean wavefront tilt) σε συνάρτηση με το λόγο διαμέτρων. Οι συνθήκες αέρα και η ταχύτητα παραμένουν σταθερές και ίδιες με τις προηγούμενες και για τα 4 αντικείμενα που μελετάμε.

Από τα σχήματα (Σχ.5.91-5.96) βγάζουμε τα εξής συμπεράσματα:

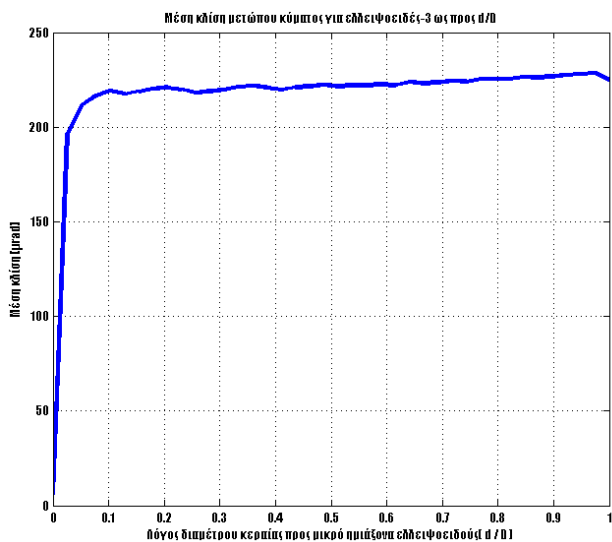
- Στη σφαίρα έχουμε minimum στο $d/D=1$ ενώ στα ελλειψοειδή το ελάχιστο παρουσιάζεται όσο ο λόγος διαμέτρων προσεγγίζει το 0 και το μέγιστο παρουσιάζεται στο 1 ενώ αντίθετα στη σφαίρα στο $d/D=1$.
- Όσο αυξάνεται ο λόγος ημιαξόνων (μεγάλου ημιάξονα προς μικρό) αυξάνεται κι η ανάλογη μέση κλίση, όπως άλλωστε παρατηρήσαμε και στην περίπτωση της γωνίας ανύψωσης.



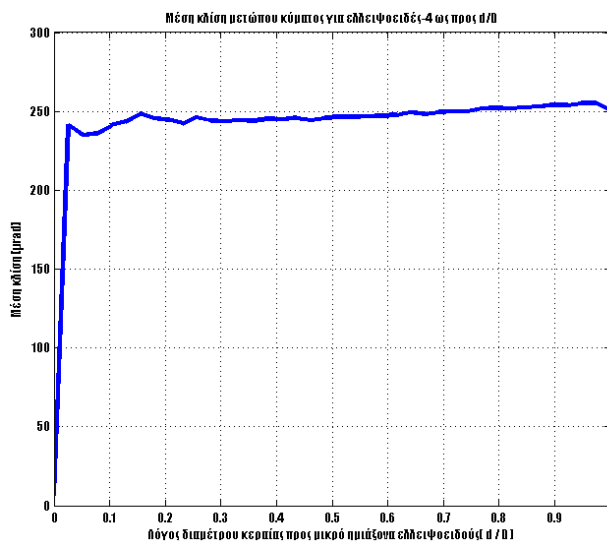
Σχ. 5.87 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για σφαίρα



Σχ. 5.88 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2

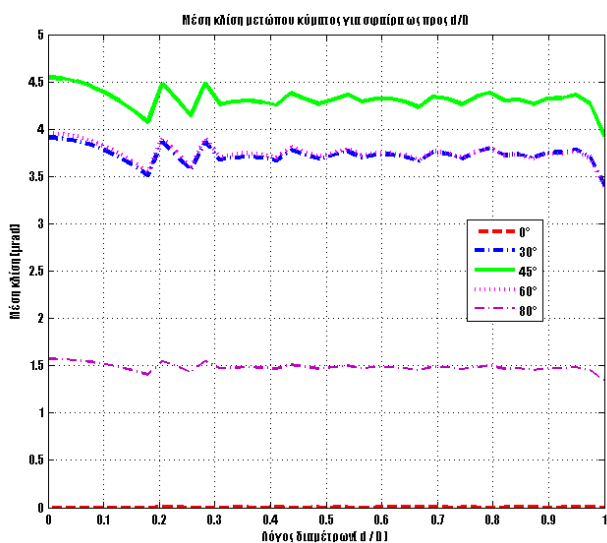


Σχ. 5.89 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3

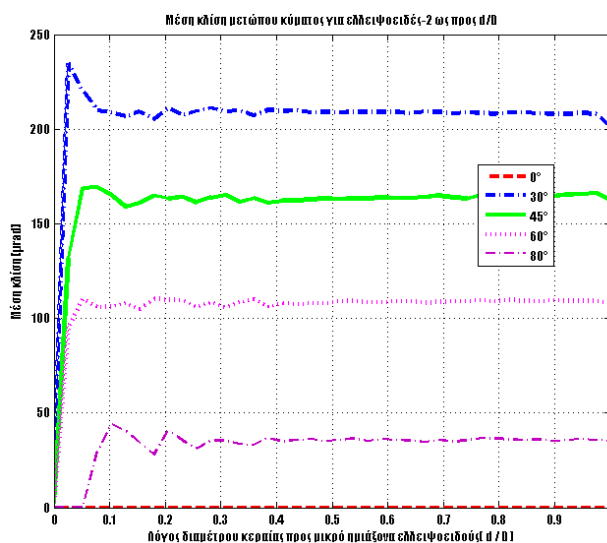


Σχ. 5.90 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4

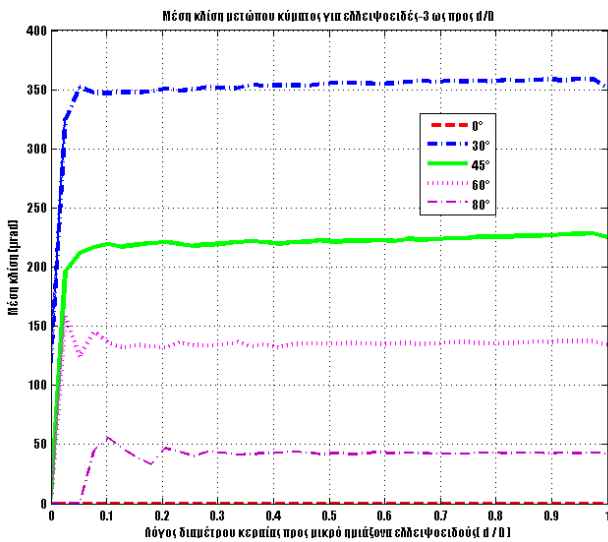
Η αλλαγή της γωνίας ανύψωσης σε κάθε αντικείμενο φέρνει δραστικές αλλαγές στη μέση κλίση ως προς το λόγο διαμέτρων. Αυτό φαίνεται στα παρακάτω σχήματα (Σχ.5.95-5.98), τα οποία δείχνουν τη μέση κλίση για διαφορετικές γωνίες ($0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ και 80°). Βλέπουμε επίσης ότι για την περίπτωση των ελλειψοειδών η μέση κλίση είναι αντιστρόφως ανάλογης της αύξησης της γωνίας ανύψωσης (για γωνίες $0^\circ < \theta < 90^\circ$). Για τη σφαίρα δεν παρατηρείται κάποια αναλογία γωνίας-μέσης κλίσης.



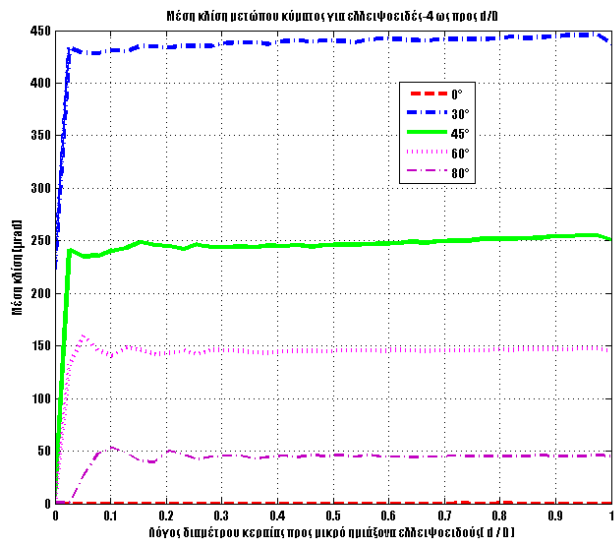
Σχ. 5.91 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για σφαίρα και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης



Σχ. 5.92 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης



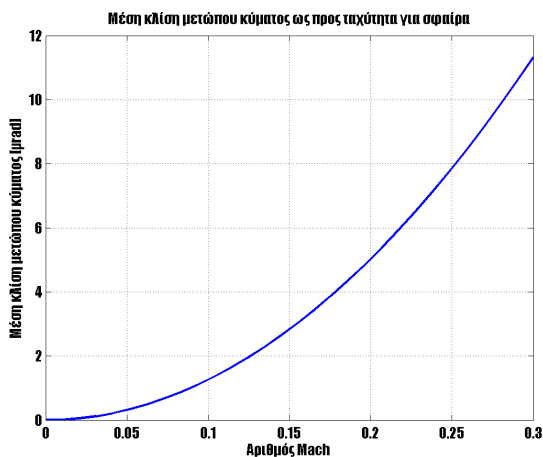
Σχ. 5.93 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης



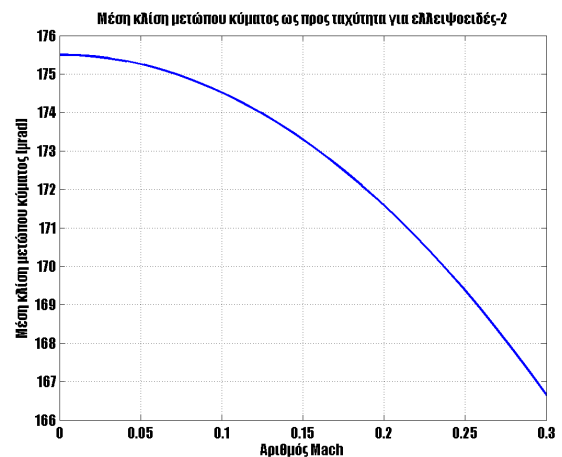
Σχ. 5.94 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς λόγο διαμέτρων για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης

5.8.3 Η μέση κλίση ως προς τον αριθμό Mach

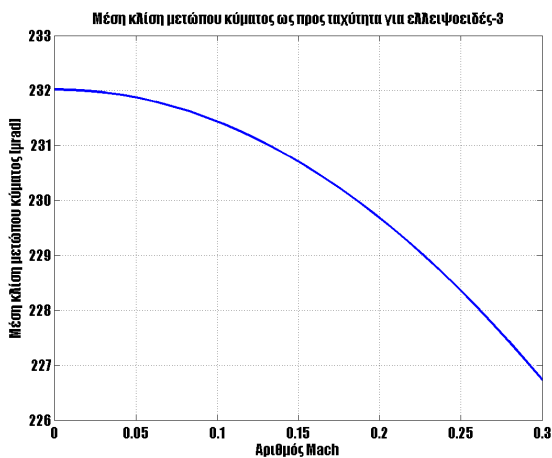
Θα δούμε τώρα πώς επηρεάζεται η μέση κλίση μετώπου κύματος από την αλλαγή της ταχύτητας.



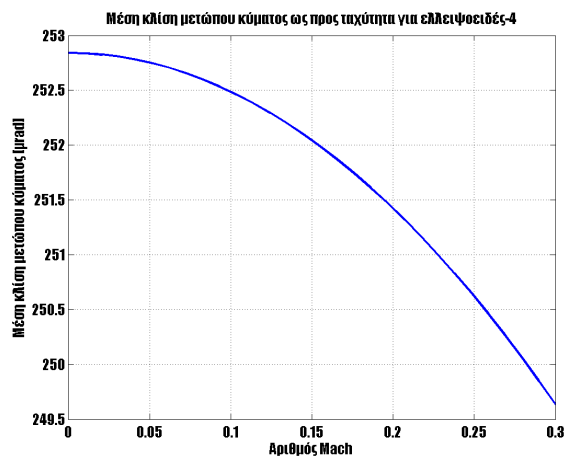
Σχ. 5.95 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για σφαίρα



Σχ. 5.96 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2



Σχ. 5.97 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3

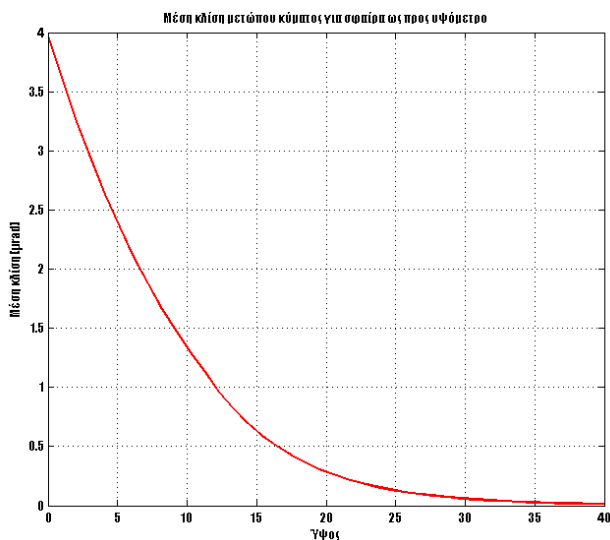


Σχ. 5.98 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς αριθμό Mach για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4

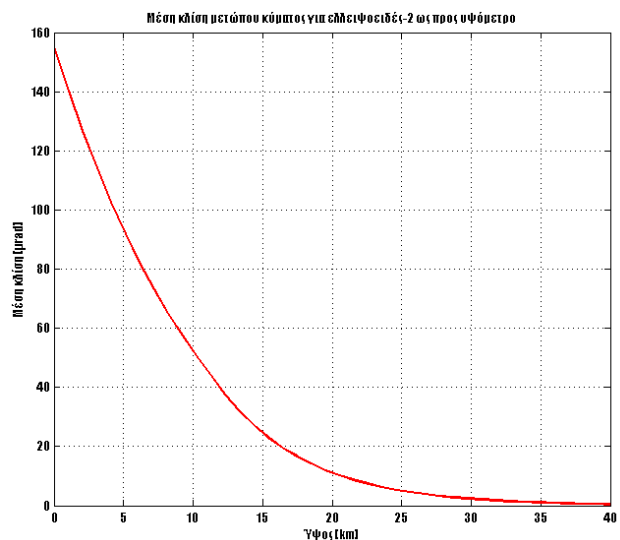
Στη σφαίρα παρατηρούμε ότι η μέση κλίση αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση του αριθμού Mach, ενώ στο ελλειψοειδές έχουμε εκθετική μείωση για όλους τους λόγους ημιαξόνων. Πρέπει να σημειώσουμε ότι επειδή για $M < 8$ έχουμε ασυμπίεστη ροή θέτουμε ως όριο αυτή την τιμή της ταχύτητας και εφόσον έχουμε συνθήκες STP, 1 Mach ισούται με 331.3 m/s.

5.8.4 Η μέση κλίση ως προς το υψόμετρο

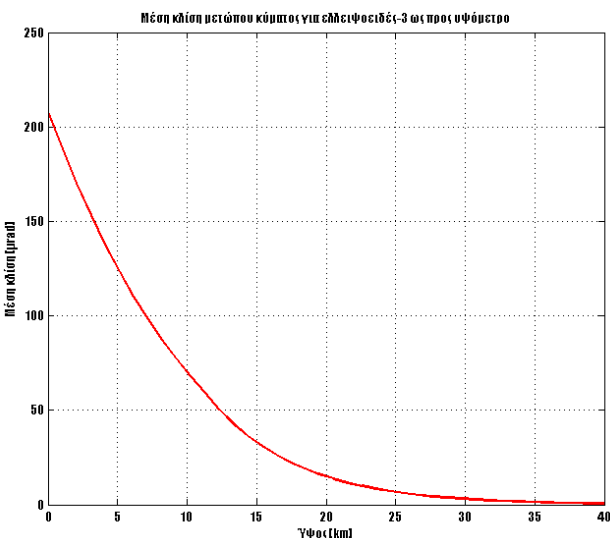
Μια εξίσου σημαντική μεταβλητή που επηρεάζει καθοριστικά τη διακύμανση της κυματομορφής είναι το υψόμετρο. Εδώ μας αφορούν συνθήκες STP οι τιμές του ύψους μέχρι 40km. Σχηματικά, για σταθερή ταχύτητα Mach και λόγο διαμέτρων (0.3 και 1/6 αντίστοιχα), λαμβάνοντας υπόψη και τη μεταβολή του αριθμού Mach με την αλλαγή του υψομέτρου αποκομίσαμε τα σχήματα (Σχ.5.111-5.114) της μέσης κλίσης όπου παρατηρούμε ότι διατηρείται η ίδια καμπύλη ανεξαρτήτως σχήματος, αλλά με διαφορά στην κλίμακα της μέσης κλίσης του μετώπου κύματος (η οποία παρουσιάζει μέγιστα 4,155,205 και 230 μrad , ανάλογα με το σχήμα). Η καμπύλη για όλα τα σχήματα παρουσιάζει μείωση της μέσης κλίσης η οποία μειώνεται γεωμετρικά με την αύξηση του ύψους για να προσεγγίσει τα 0 μrad στα 40km.



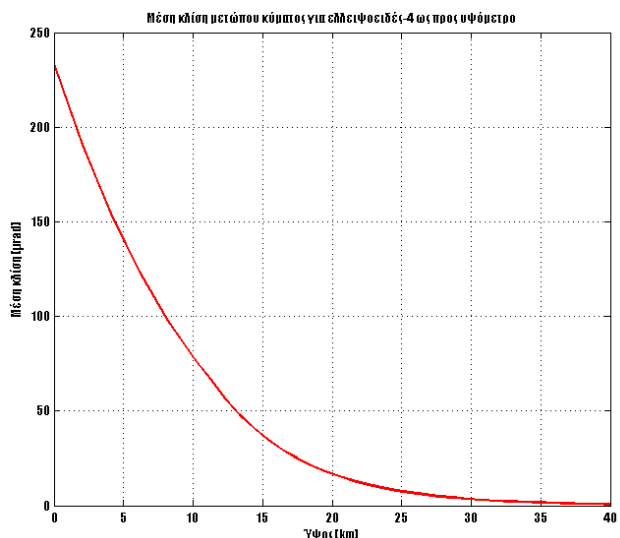
Σχ. 5.99 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για σφαίρα



Σχ. 5.100 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2

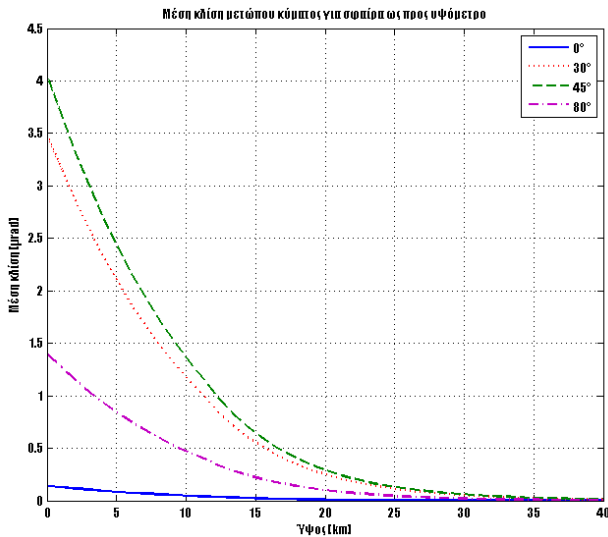


Σχ. 5.101 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3

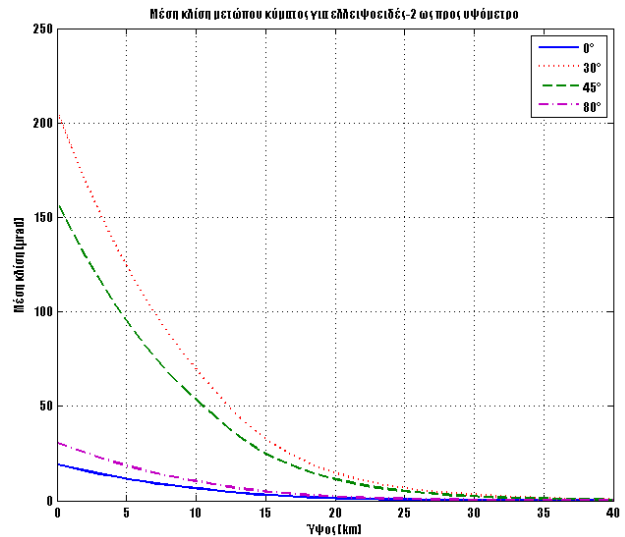


Σχ. 5.102 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4

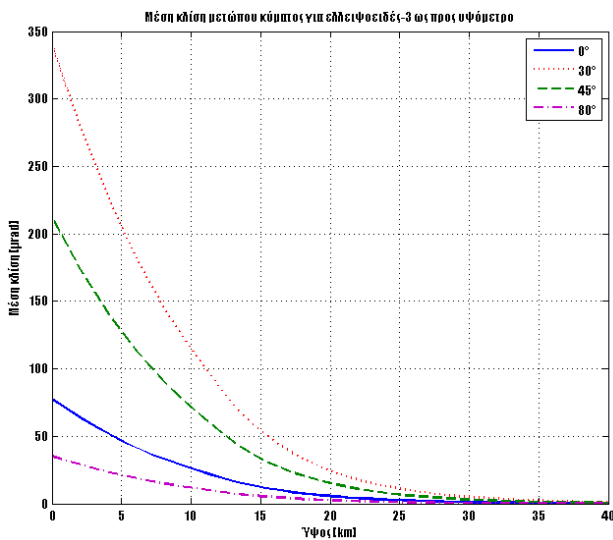
Όταν αλλάζει η γωνία ανύψωσης επηρεάζονται δραστικά τα διαγράμματα της μέσης κλίσης του μετώπου κύματος. Αυτό το γεγονός επαληθεύει τα προηγούμενα αποτελέσματά μας. Όπως βλέπουμε στα παρακάτω σχήματα, η μέση κλίση για τα ελλειψοειδή μειώνεται με την αύξηση της γωνίας ανύψωσης (για γωνίες $0^\circ < \theta < 90^\circ$), ενώ για την περίπτωση της σφαίρας δεν έχουμε ένδειξη ότι υπάρχει κάποια συγκεκριμένη αναλογία, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις που μελετήσαμε αλλαγή της γωνίας ανύψωσης.



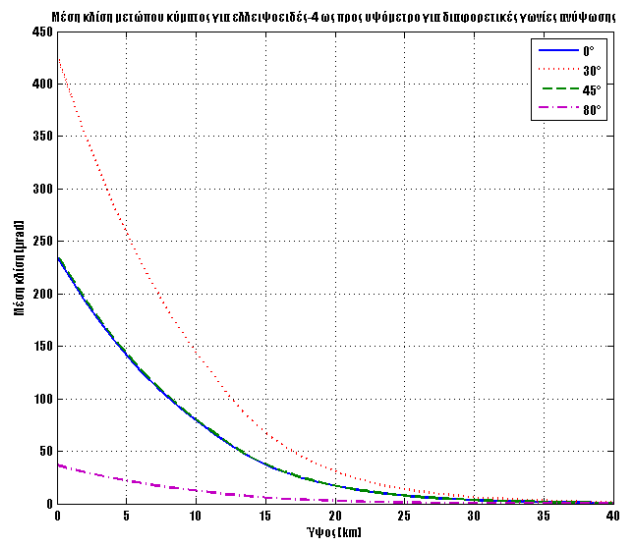
Σχ. 5.103 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για σφαίρα και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης



Σχ. 5.104 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης



Σχ. 5.105 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης



Σχ. 5.106 Μέση κλίση μετώπου κύματος ως προς υψόμετρο για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 και για διαφορετικές γωνίες ανύψωσης

5.9 Πολυώνυμα zernike

5.9.1 Συντελεστές zernike

Τα πολυώνυμα Zernike χρησιμοποιούνται με σκοπό να διευκολύνουν στην περιγραφή της διακύμανσης της κυματομορφής. Ορίζονται από τον τύπο:

Τα άρτια πολυώνυμα:

$$Z_n^m(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho) \cos(m\varphi) \quad (5.18)$$

και για περιττά:

$$Z_n^{-m}(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho) \sin(m\varphi) \quad (5.19)$$

όπου:

οι m και n είναι μη αρνητικοί ακέραιοι με $n \geq m$

η φ είναι η αζιμουθιακή ακτίνα σε rad,

το ρ είναι το μέτρο της απόστασης από την αρχή των αξόνων

και R_n^m είναι τα ακτινικά πολυώνυμα για τα οποία ισχύει:

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k!((n+m)/2-k)!((n-m)/2-k)!} \rho^{n-2k} \quad (5.20)$$

για $n-m$ άρτια ενώ

$$R_n^m(\rho) = 0 \quad (5.21)$$

για $n-m$ περιττά.

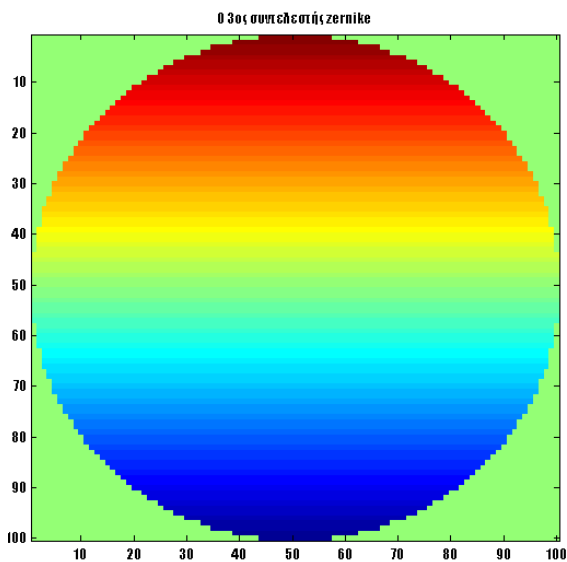
Έτσι, η κυματομορφή ϕ σε συνάρτηση με τα πολυώνυμα Zernike δίνεται από:

$$\phi(x, y, z) = \sum_{j=1}^N A_j Z_j \quad (5.22)$$

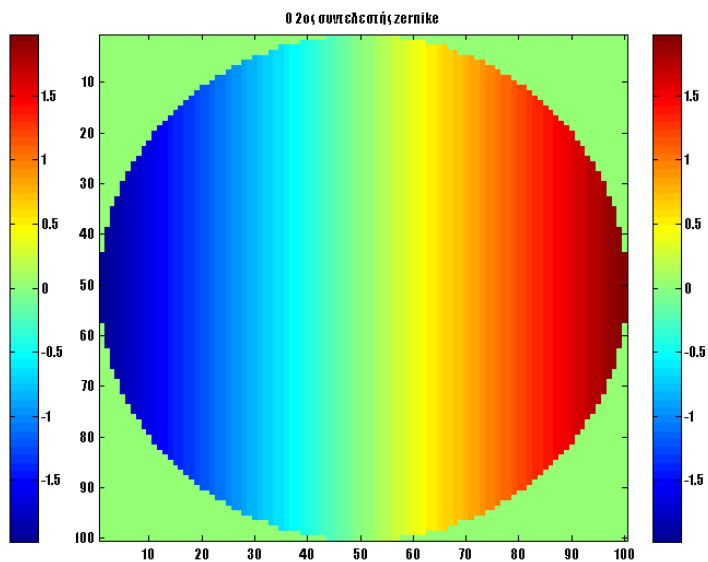
όπου ο A_j ονομάζεται j -συντελεστής zernike και ορίζεται από τη σχέση:

$$A_j = \int_0^{2\pi} \int_0^R \phi_j(r, \theta) \cdot Z_j(r, \theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (5.23)$$

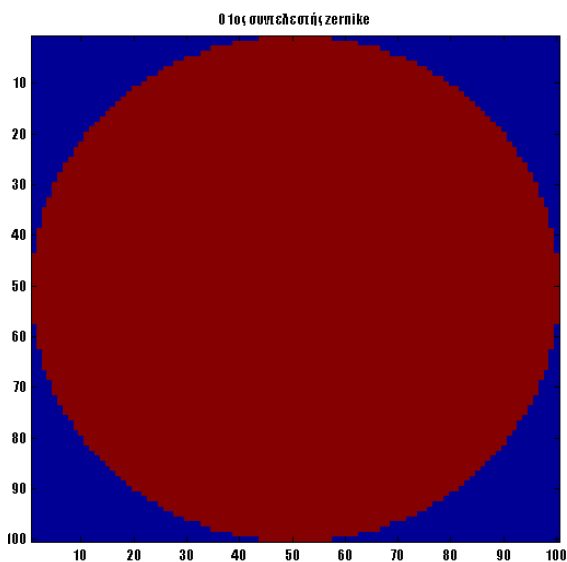
Οι έξι πρώτοι συντελεστές zernike είναι οι εξής:



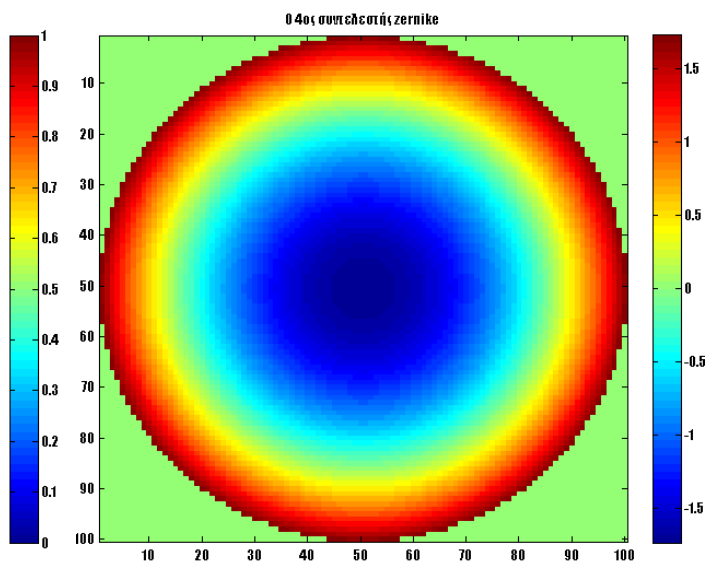
Σχ. 5.107 Ο 1ος συντελεστής zernike



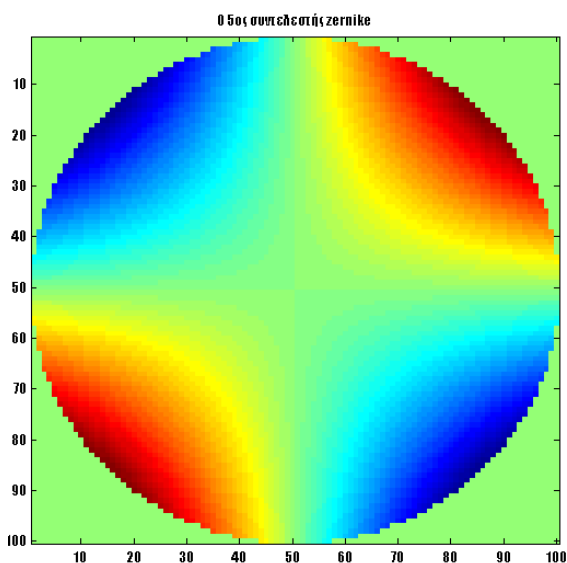
Σχ. 5.108 Ο 2ος συντελεστής zernike



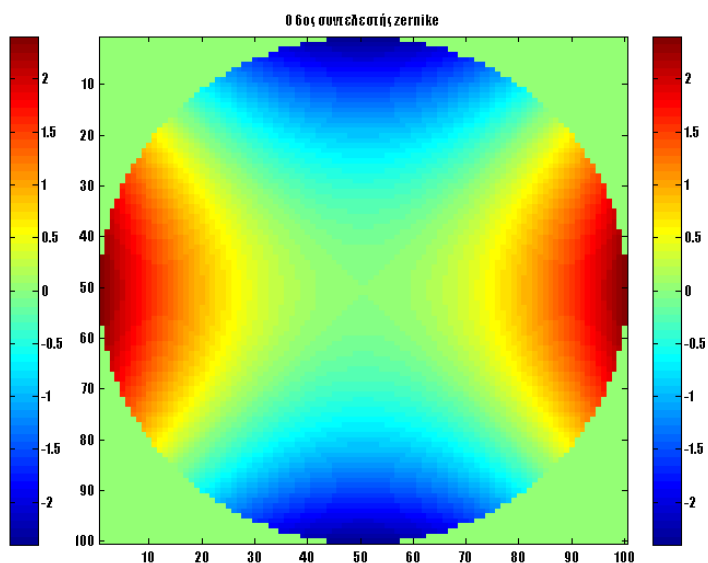
Σχ. 5.109 Ο 3ος συντελεστής zernike



Σχ. 5.110 Ο 4ος συντελεστής zernike



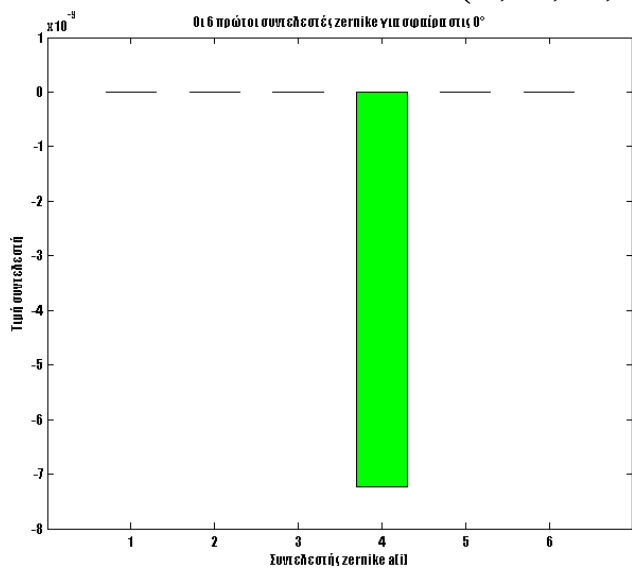
Σχ. 5.111 Ο 5ος συντελεστής zernike



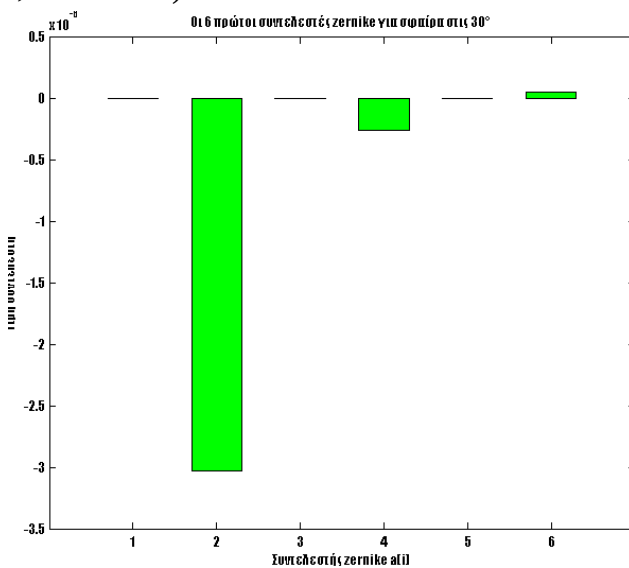
Σχ. 5.112 Ο 6ος συντελεστής zernike

Σχ.5.119-5.124 Οι 6 πρώτοι συντελεστές zernike

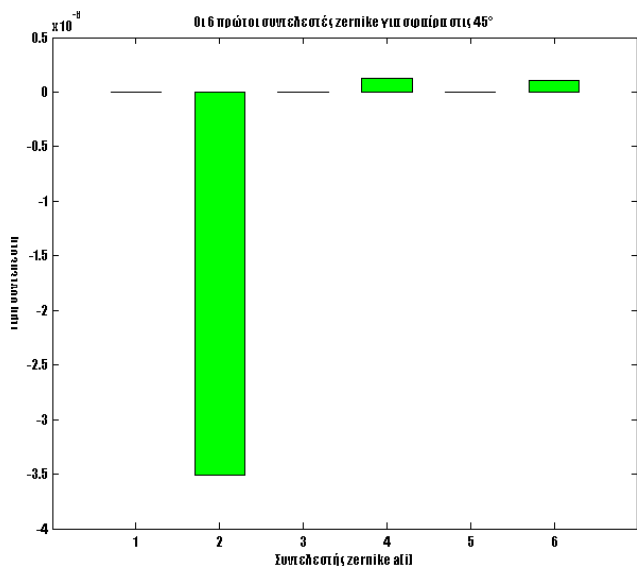
Παρακάτω παρουσιάζονται οι 6 πρώτοι συντελεστές ζερνικε για 6 διαφορετικές τιμές της γωνίας θ ($0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ και 90°)



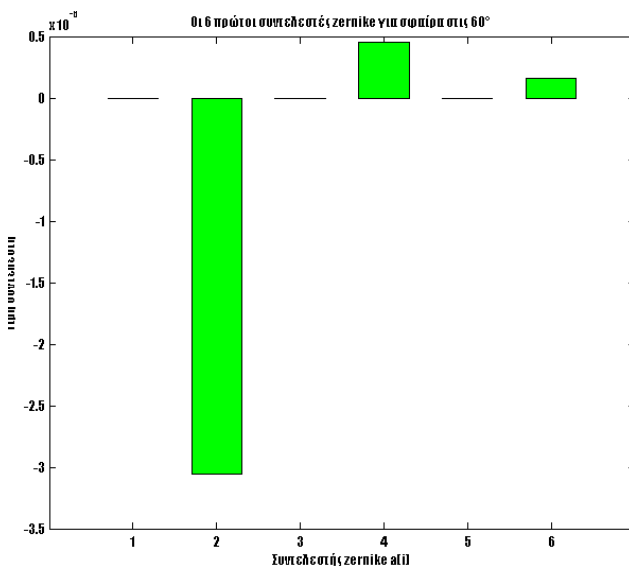
Σχ. 5.113 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζερνικε για σφαίρα στις 0°



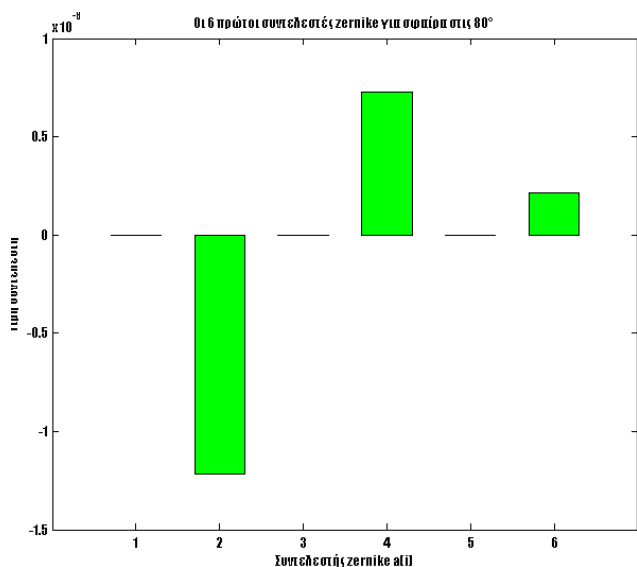
Σχ. 5.114 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζερνικε για σφαίρα στις 30°



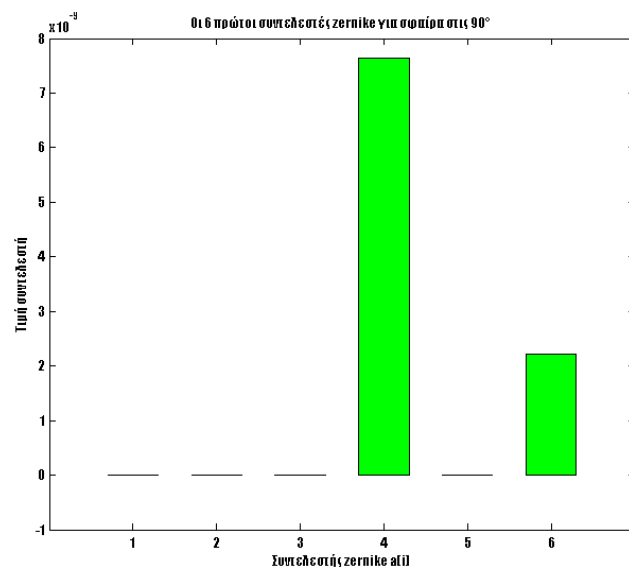
Σχ. 5.115 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζερνικε για σφαίρα στις 45°



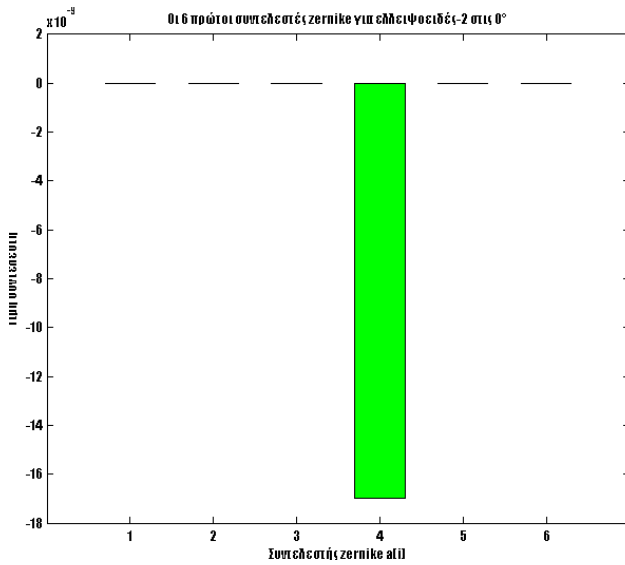
Σχ. 5.116 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζερνικε για σφαίρα στις 60°



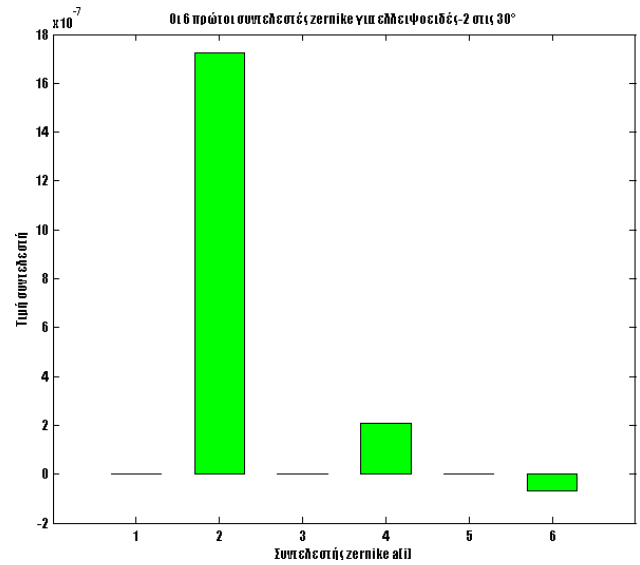
Σχ. 5.117 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζερνικε για σφαίρα στις 80°



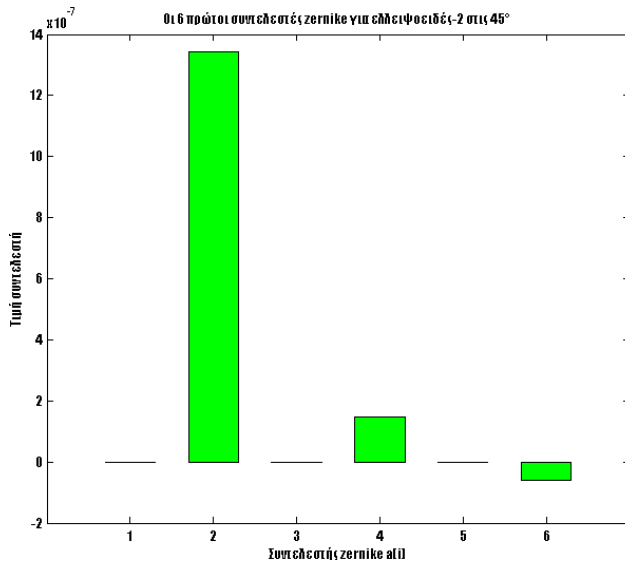
Σχ. 5.118 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζερνικε για σφαίρα στις 90°



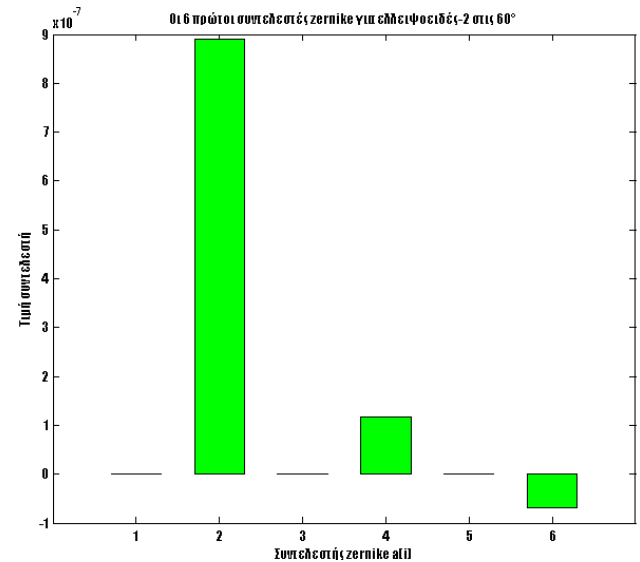
Σχ. 5.119 Οι 6 πρώτοι συντελεστές Zernike για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 0°



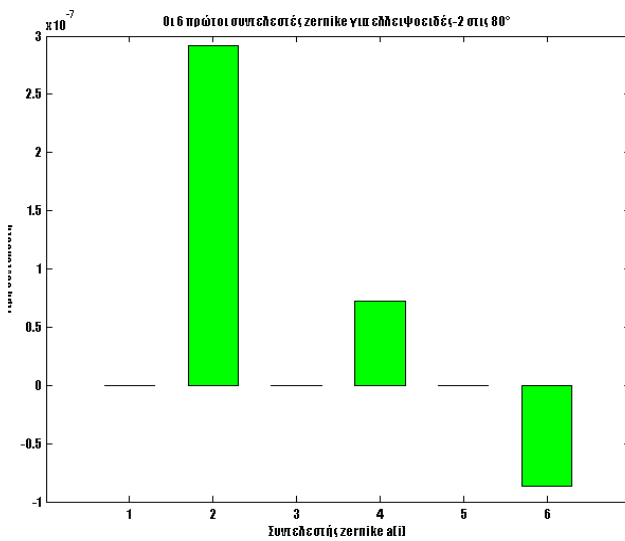
Σχ. 5.120 Οι 6 πρώτοι συντελεστές Zernike για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 30°



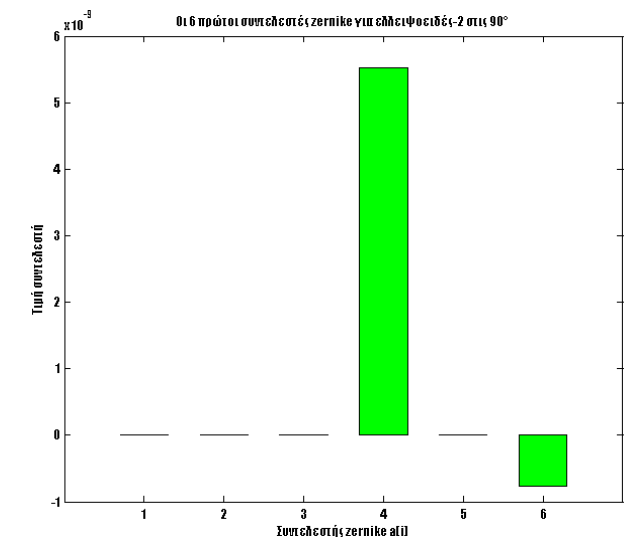
Σχ. 5.121 Οι 6 πρώτοι συντελεστές Zernike για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 45°



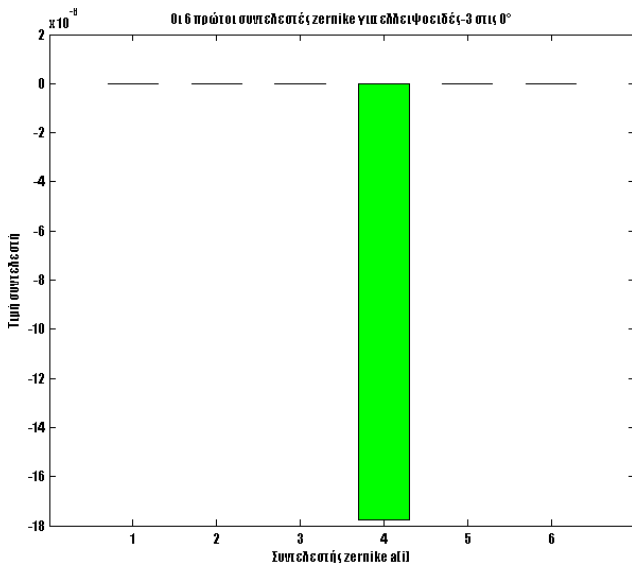
Σχ. 5.122 Οι 6 πρώτοι συντελεστές Zernike για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 60°



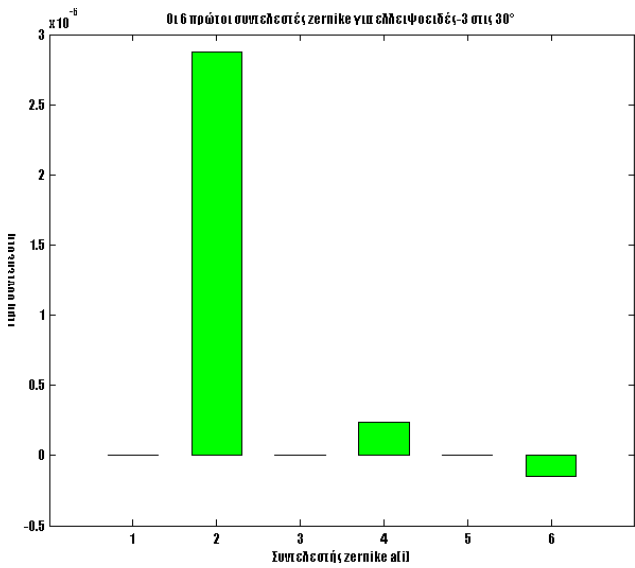
Σχ. 5.123 Οι 6 πρώτοι συντελεστές Zernike για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 80°



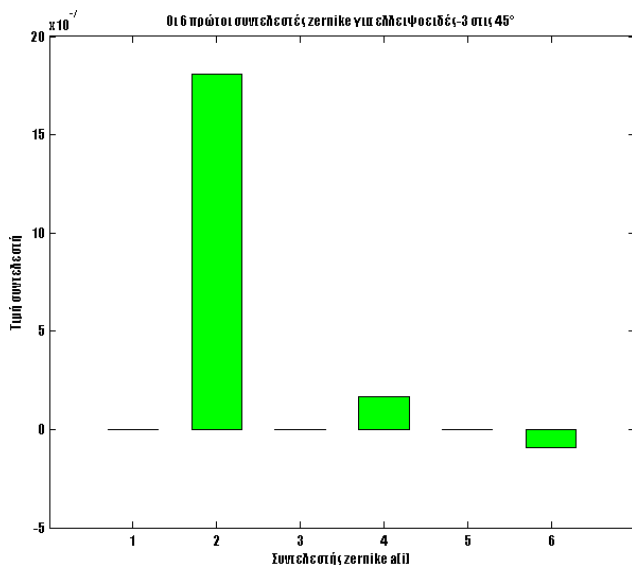
Σχ. 5.124 Οι 6 πρώτοι συντελεστές Zernike για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 2 στις 90°



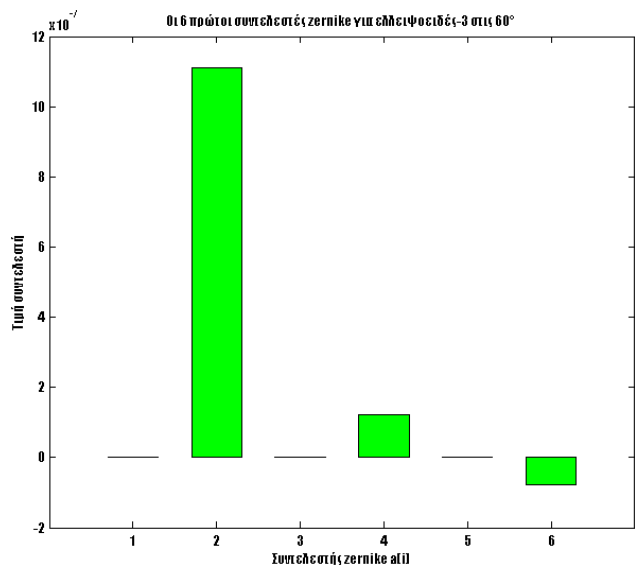
Σχ. 5.125 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 0°



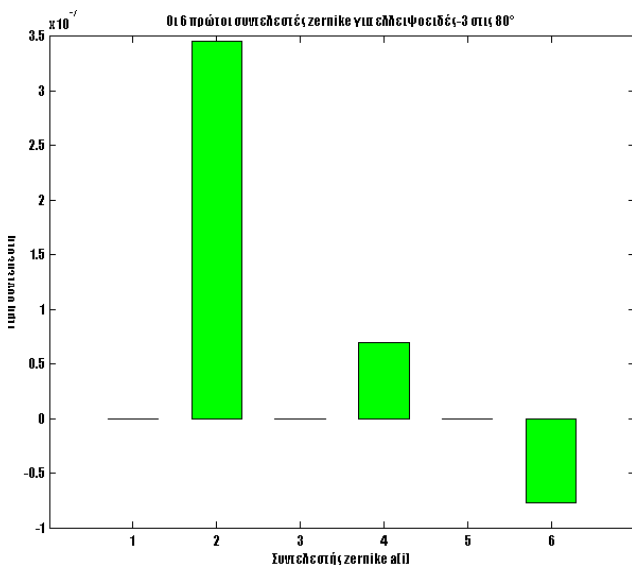
Σχ. 5.126 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 30°



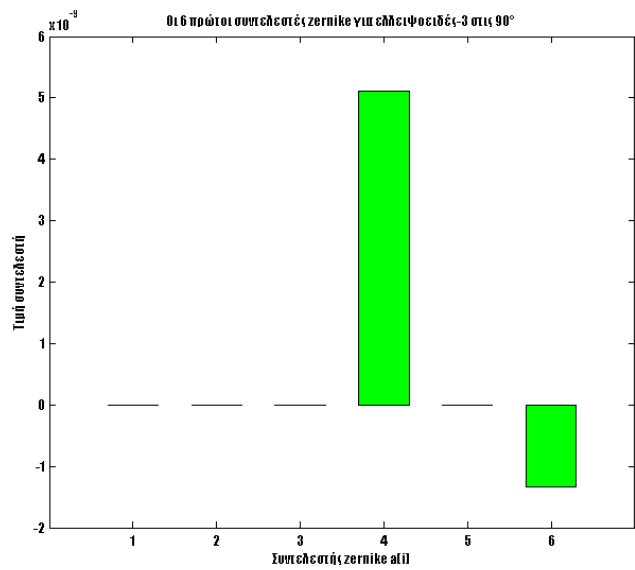
Σχ. 5.127 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 45°



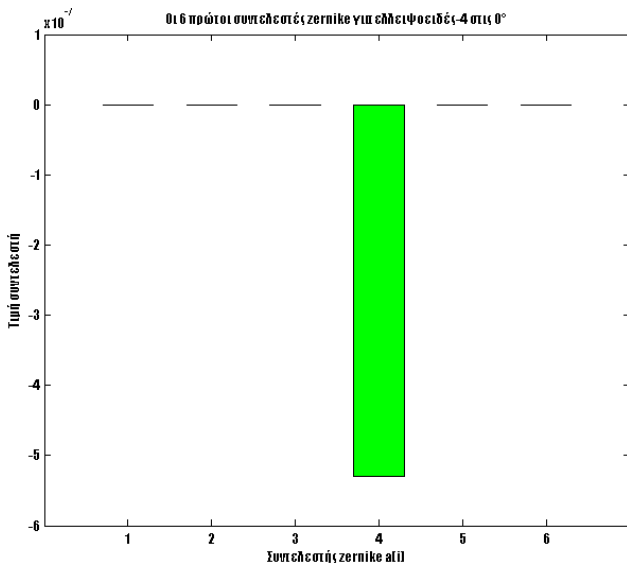
Σχ. 5.128 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 60°



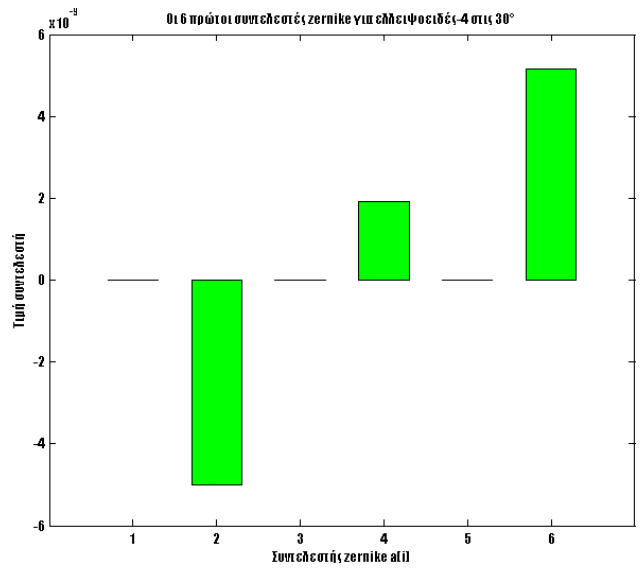
Σχ. 5.129 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 80°



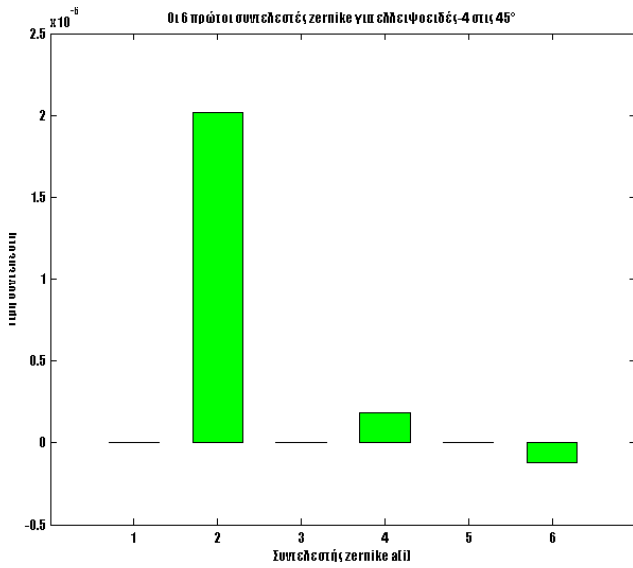
Σχ. 5.130 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 3 στις 90°



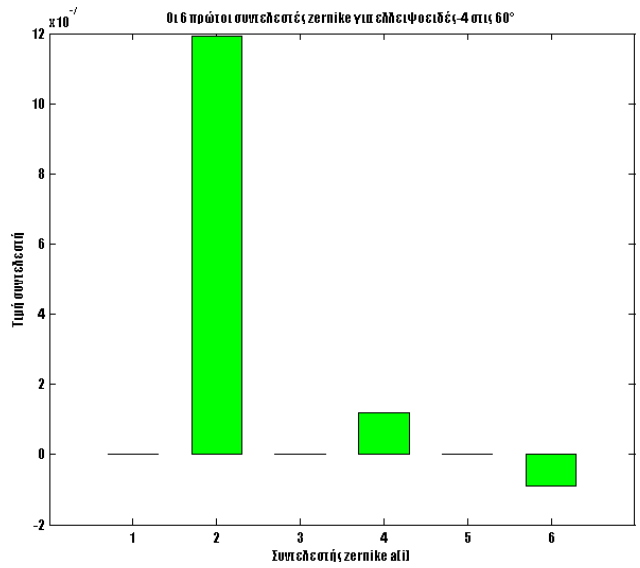
Σχ. 5.131 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 0°



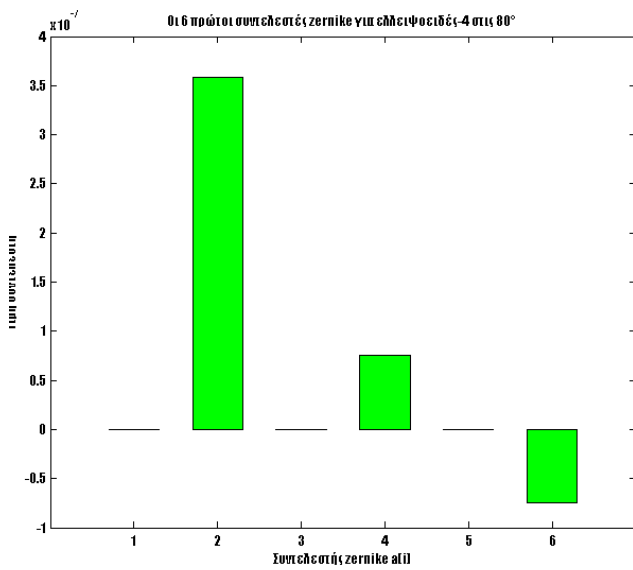
Σχ. 5.132 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 30°



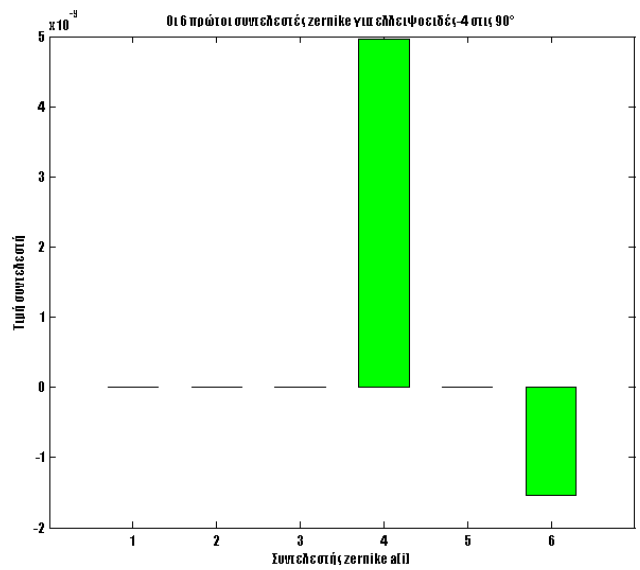
Σχ. 5.133 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 45°



Σχ. 5.134 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 60°

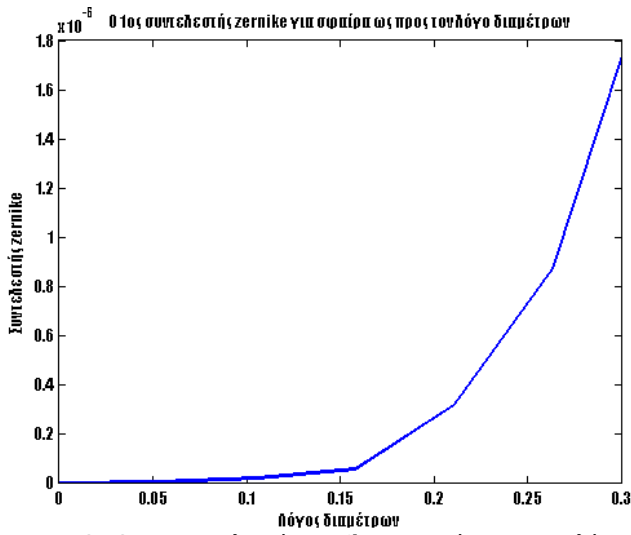


Σχ. 5.135 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 80°

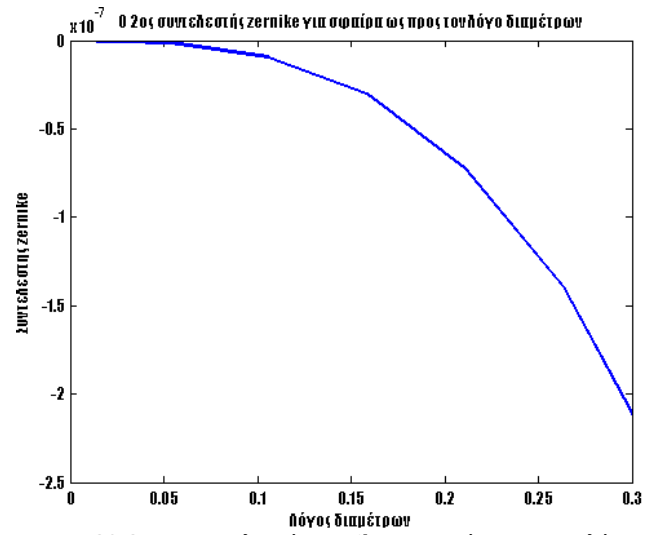


Σχ. 5.136 Οι 6 πρώτοι συντελεστές ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο ημιαξόνων 4 στις 90°

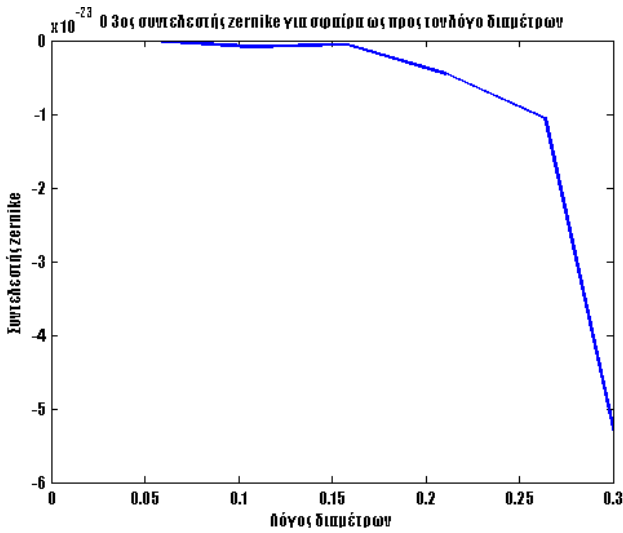
5.9.2 Συντελεστής ζερνίκε ως προς λόγο διαμέτρων



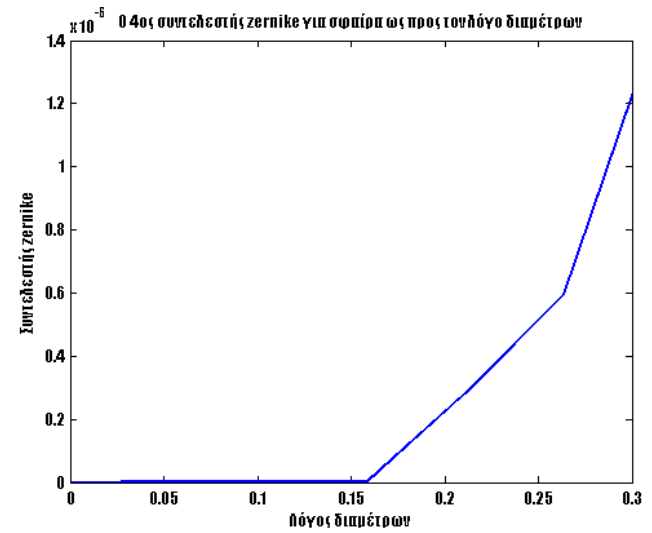
Σχ. 5.137 Ο 1ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων



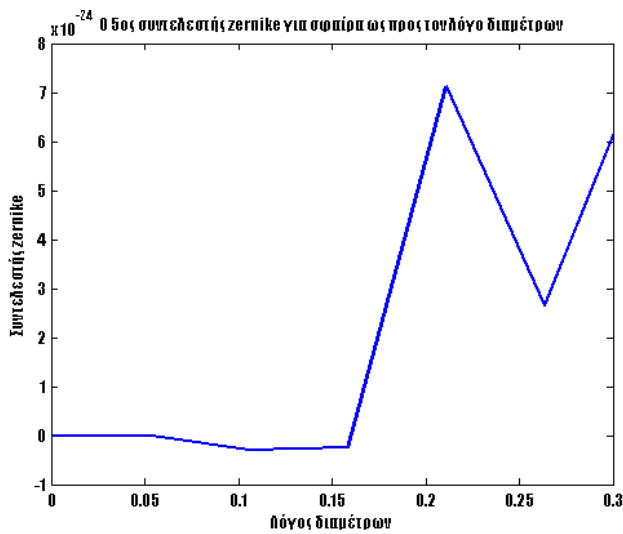
Σχ. 5.138 Ο 2ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων



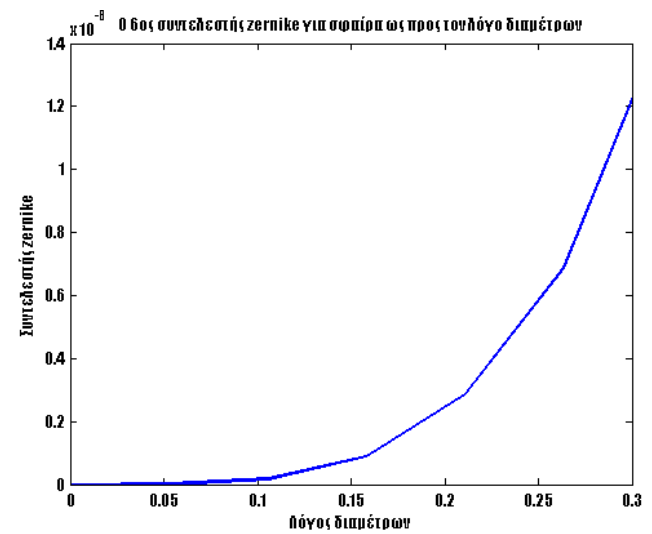
Σχ. 5.139 Ο 3ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων



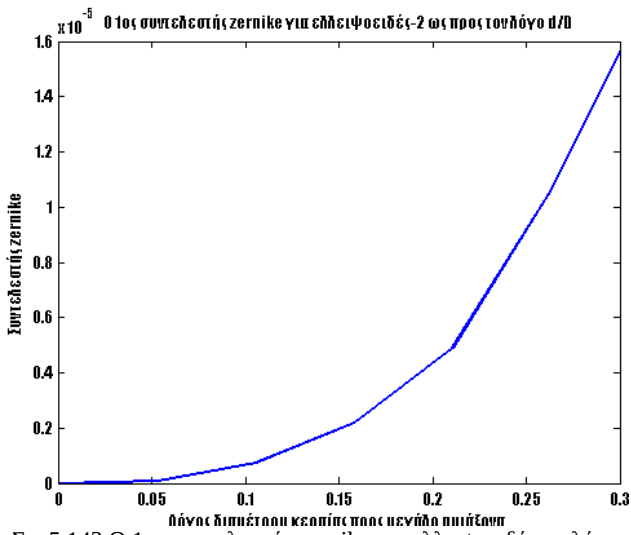
Σχ. 5.140 Ο 4ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων



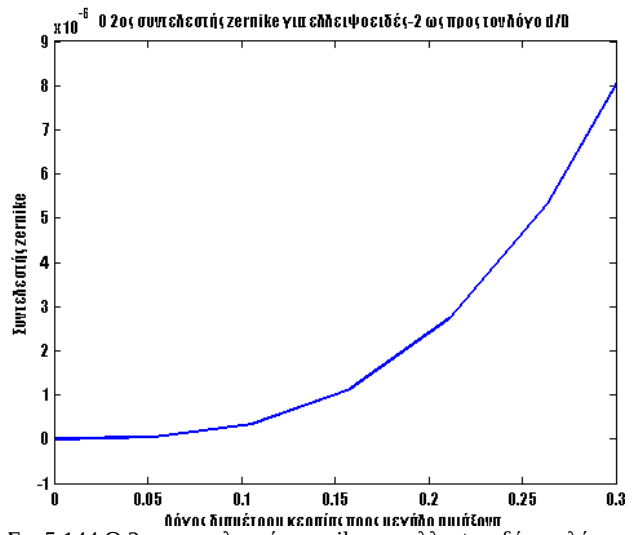
Σχ. 5.141 Ο 5ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων



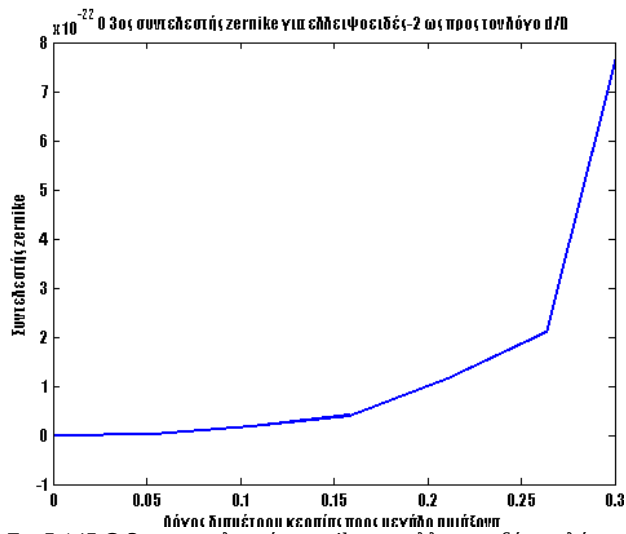
Σχ. 5.142 Ο 6ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων



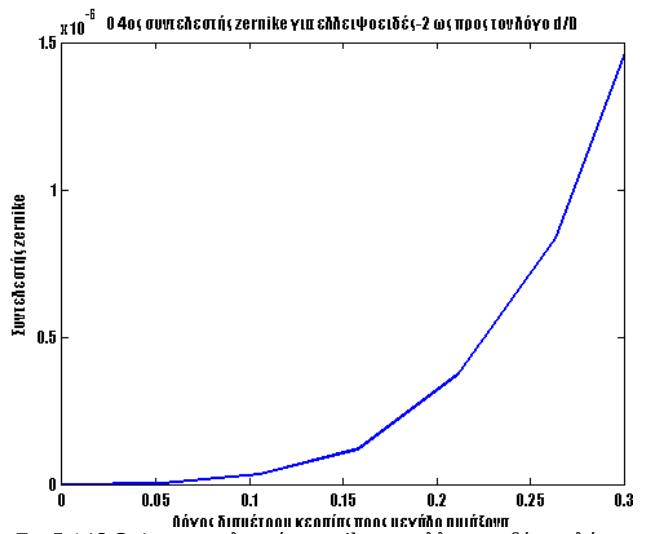
Σχ. 5.143 Ο 1ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς λόγο διαμέτρων



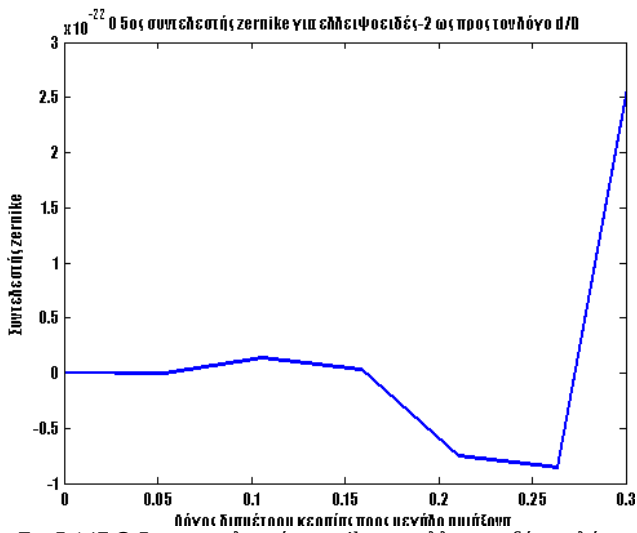
Σχ. 5.144 Ο 2ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς λόγο διαμέτρων



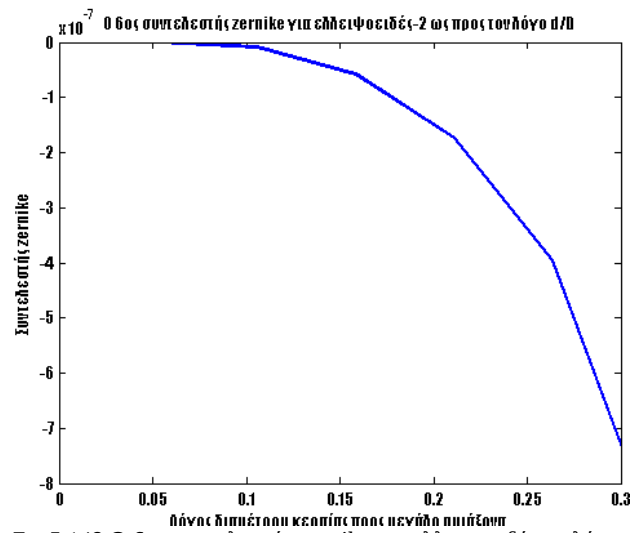
Σχ. 5.145 Ο 3ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς λόγο διαμέτρων



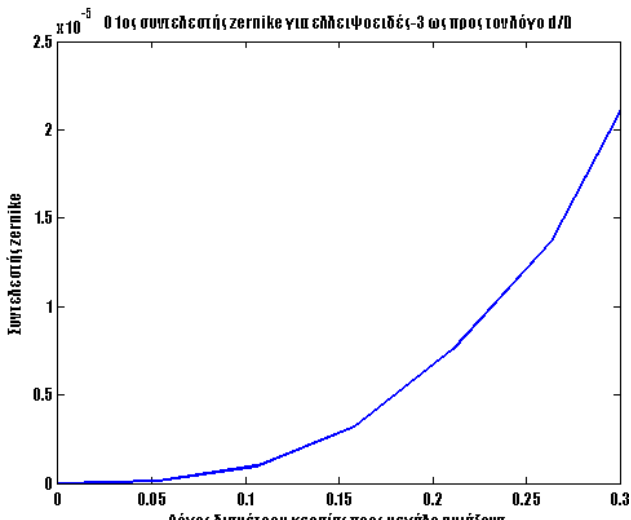
Σχ. 5.146 Ο 4ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς λόγο διαμέτρων



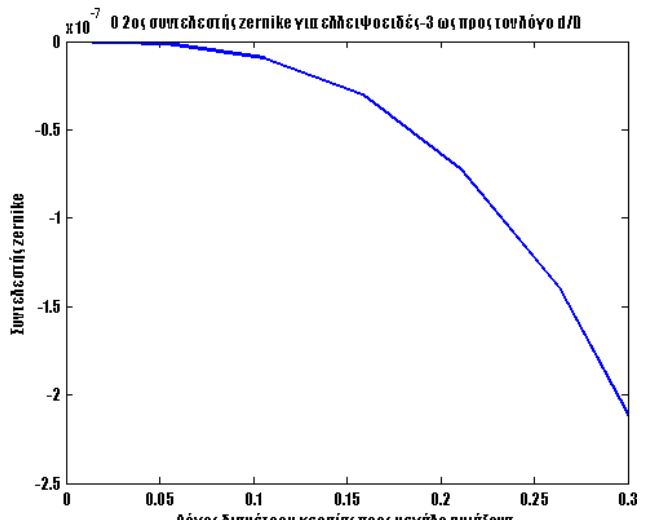
Σχ. 5.147 Ο 5ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς λόγο διαμέτρων



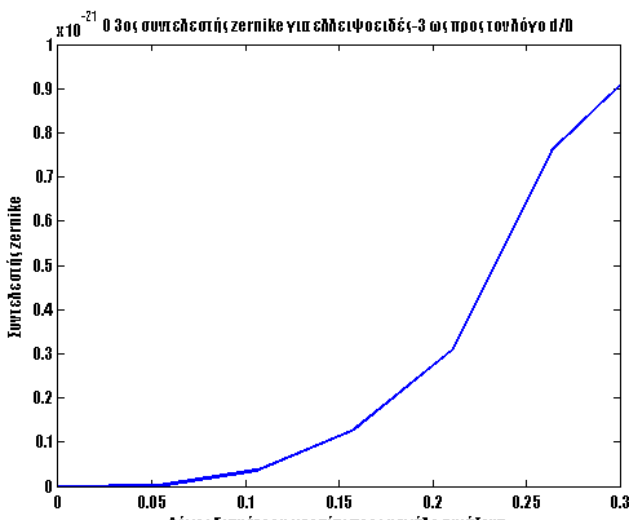
Σχ. 5.148 Ο 6ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς λόγο διαμέτρων



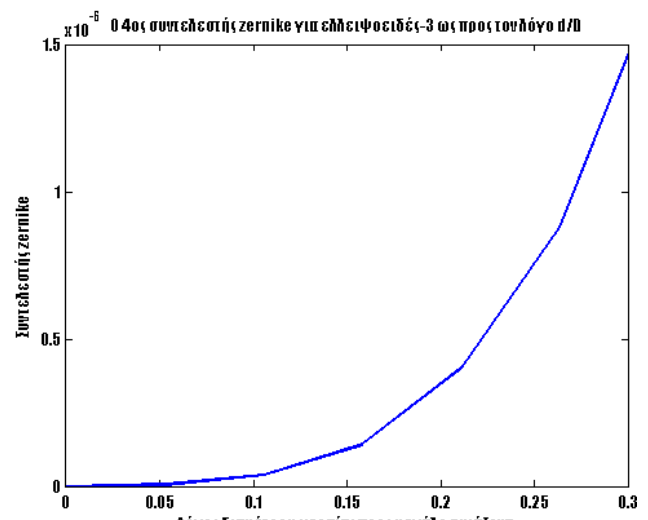
Σχ. 5.149 Ο 1ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς λόγο διαμέτρων



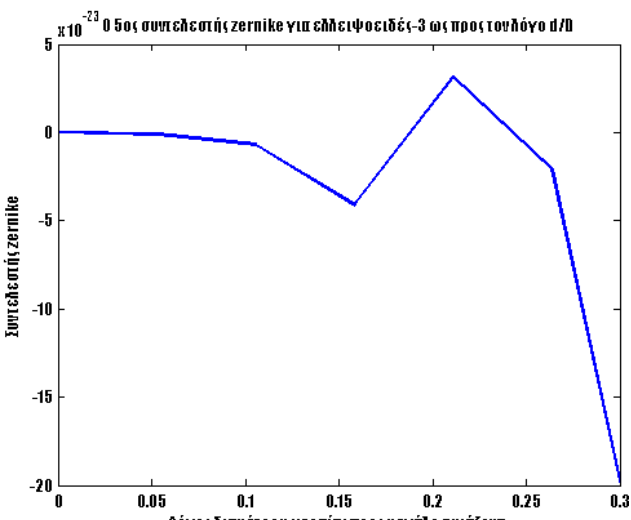
Σχ. 5.150 Ο 2ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς λόγο διαμέτρων



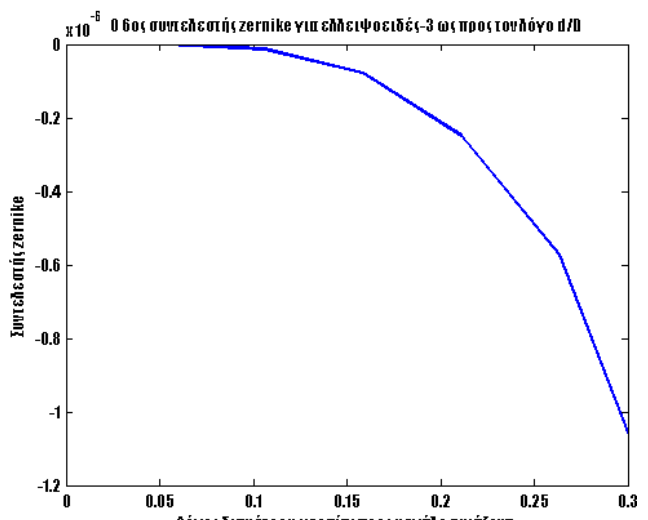
Σχ. 5.151 Ο 3ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς λόγο διαμέτρων



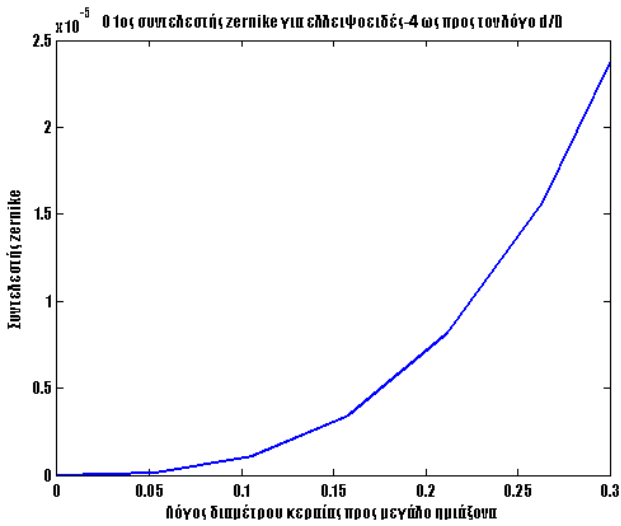
Σχ. 5.152 Ο 4ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς λόγο διαμέτρων



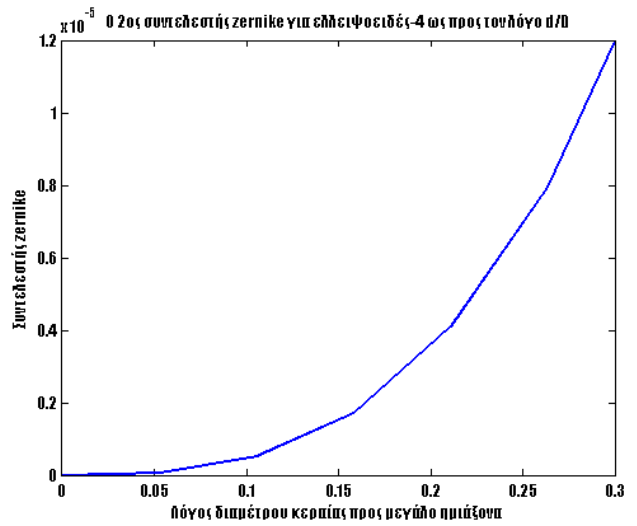
Σχ. 5.153 Ο 5ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς λόγο διαμέτρων



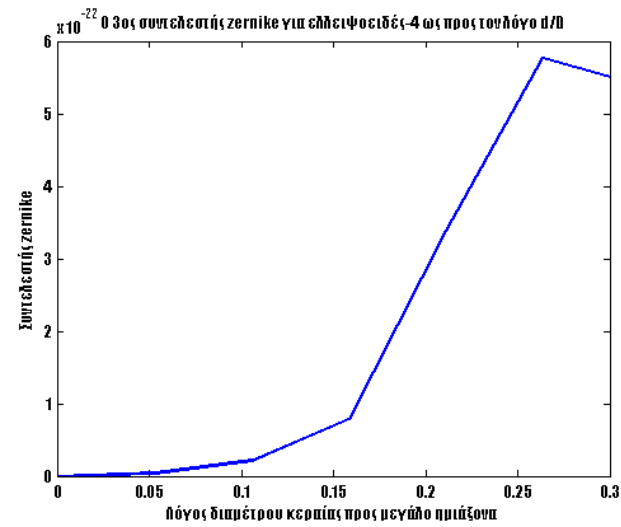
Σχ. 5.154 Ο 6ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς λόγο διαμέτρων



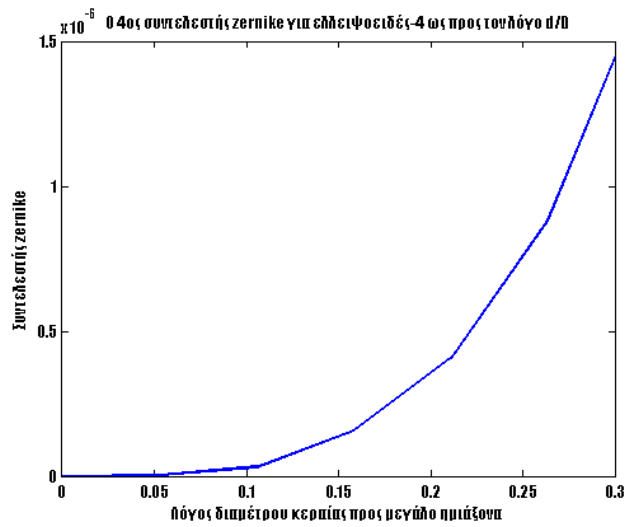
Σχ. 5.155 Ο 1ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδείς με λόγο διαμέτρων 4 ως προς λόγο διαμέτρων



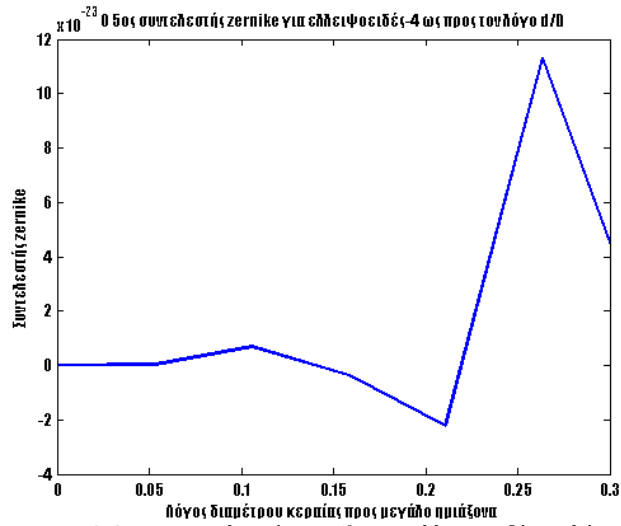
Σχ. 5.156 Ο 2ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδείς με λόγο διαμέτρων 4 ως προς λόγο διαμέτρων



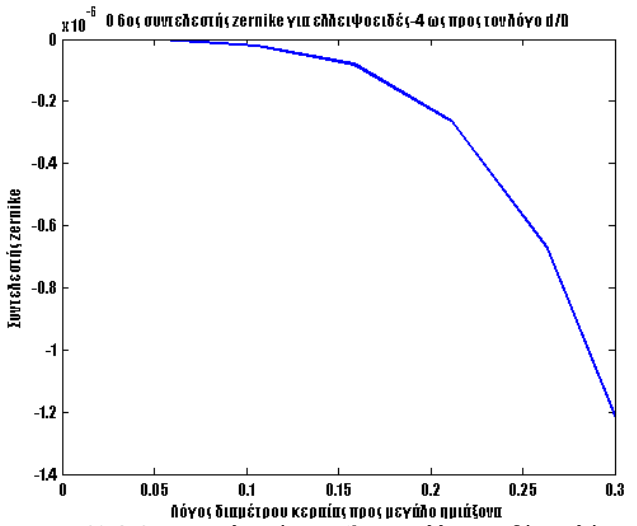
Σχ. 5.157 Ο 3ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδείς με λόγο διαμέτρων 4 ως προς λόγο διαμέτρων



Σχ. 5.158 Ο 4ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδείς με λόγο διαμέτρων 4 ως προς λόγο διαμέτρων

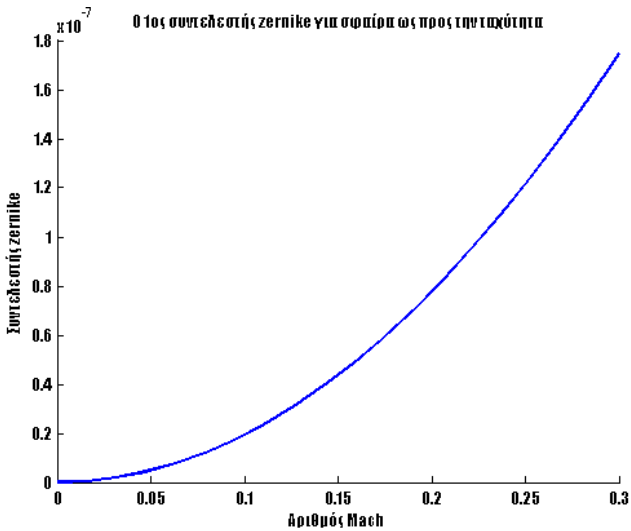


Σχ. 5.159 Ο 5ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδείς με λόγο διαμέτρων 4 ως προς λόγο διαμέτρων

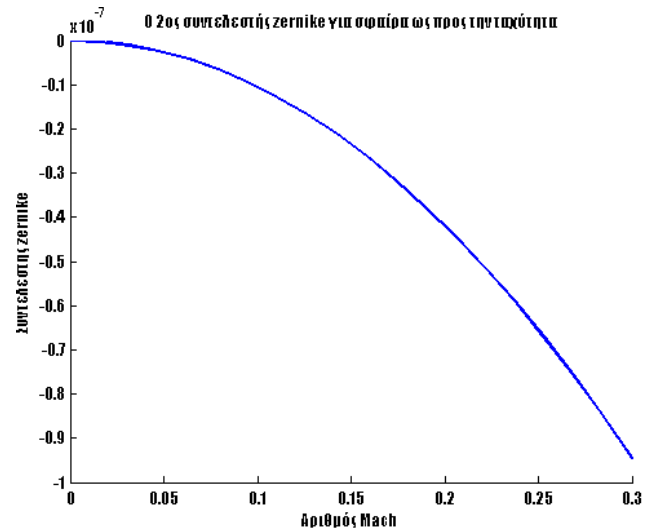


Σχ. 5.160 Ο 6ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδείς με λόγο διαμέτρων 4 ως προς λόγο διαμέτρων

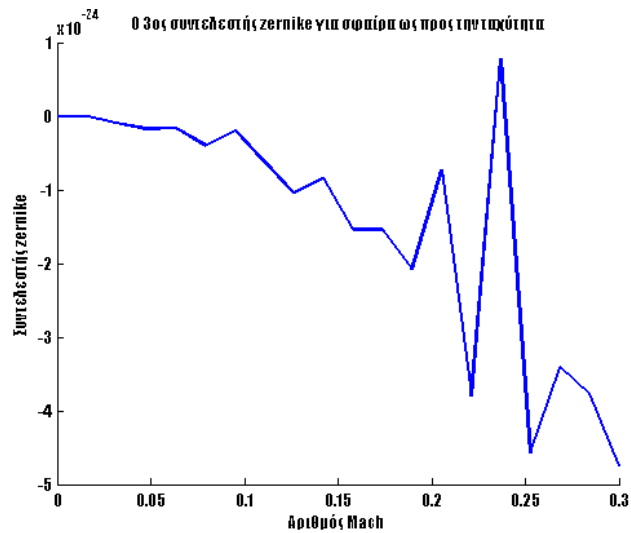
5.9.3 Συντελεστής zernike ως προς αριθμό Mach



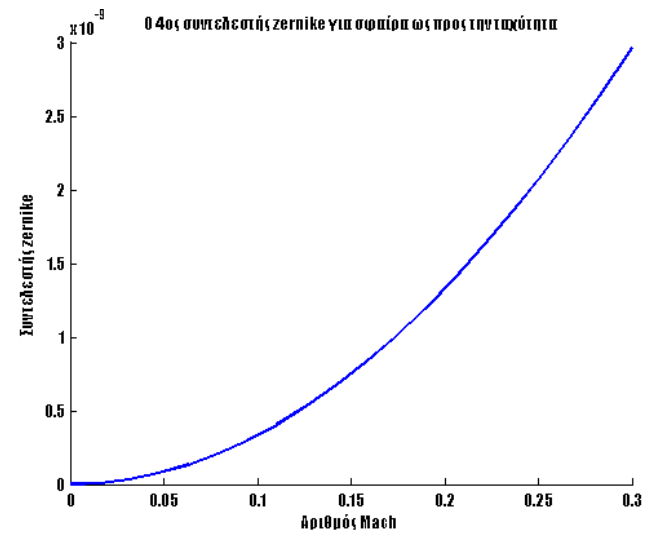
Σχ. 5.161 Ο 1ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς αριθμό Mach



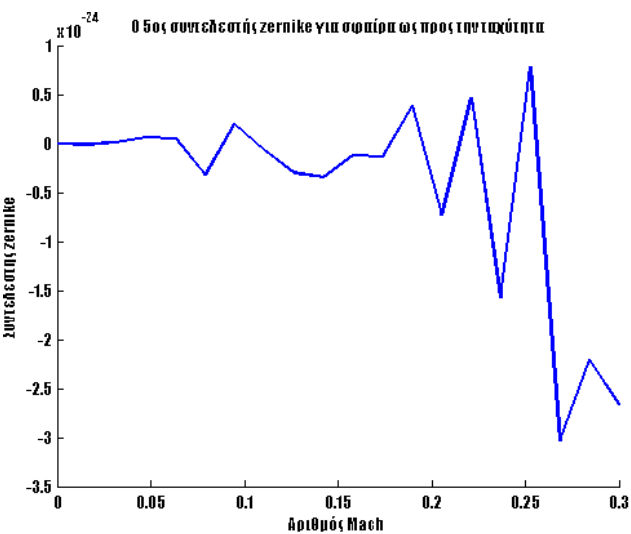
Σχ. 5.162 Ο 2ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς αριθμό Mach



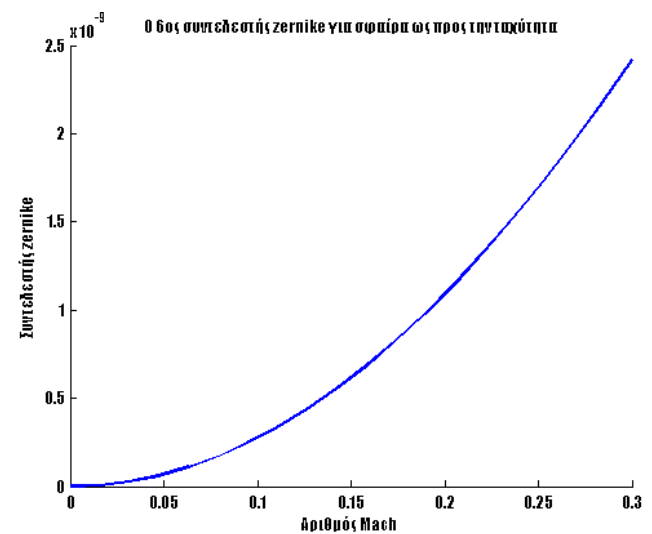
Σχ. 5.163 Ο 3ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς αριθμό Mach



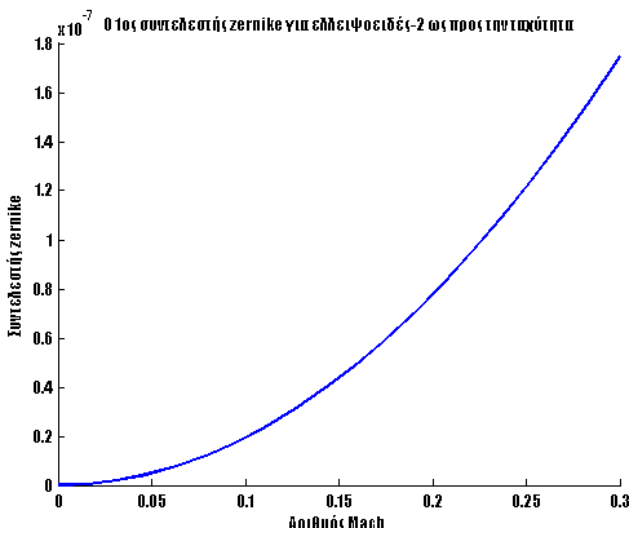
Σχ. 5.164 Ο 4ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς αριθμό Mach



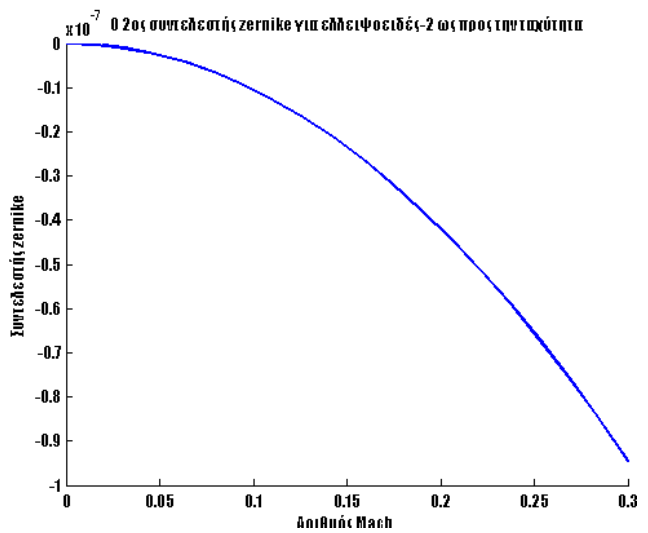
Σχ. 5.165 Ο 5ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς αριθμό Mach



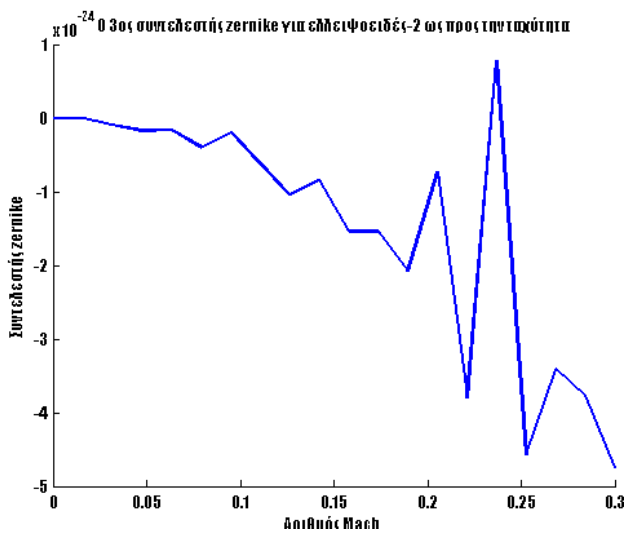
Σχ. 5.166 Ο 6ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς αριθμό Mach



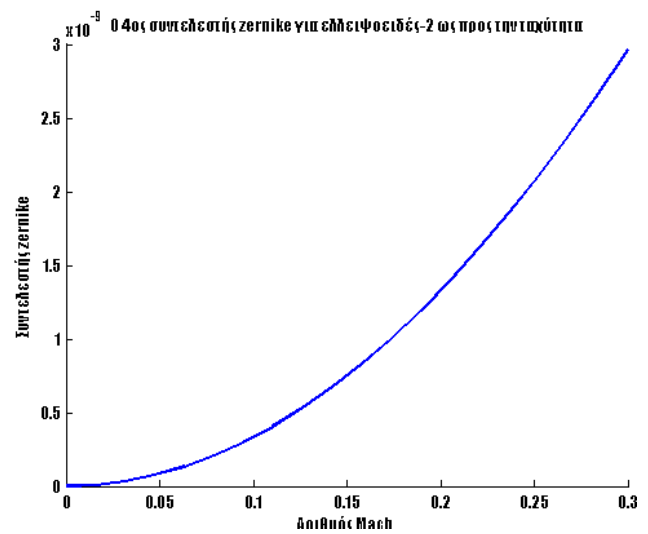
Σχ. 5.167 Ο 1ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς αριθμό Mach



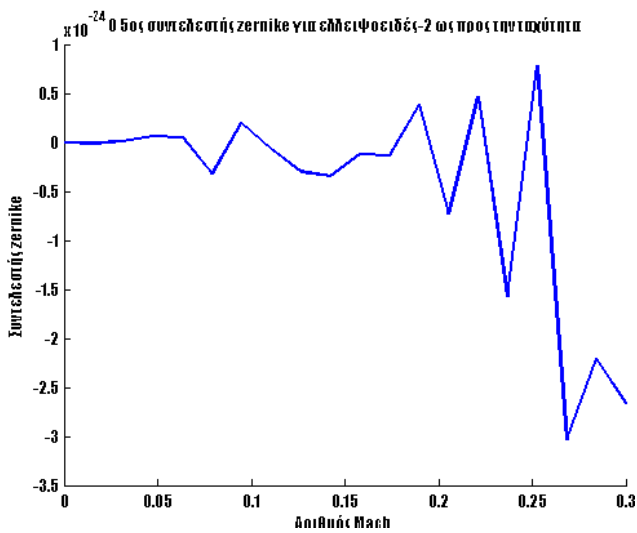
Σχ. 5.168 Ο 2ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς αριθμό Mach



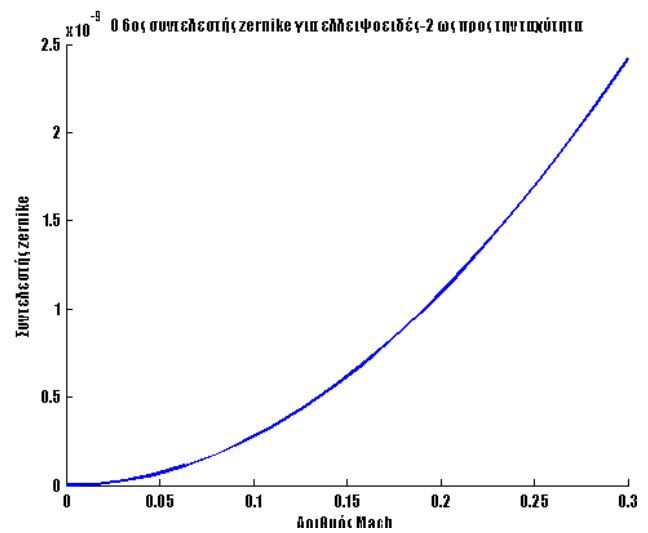
Σχ. 5.169 Ο 3ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς αριθμό Mach



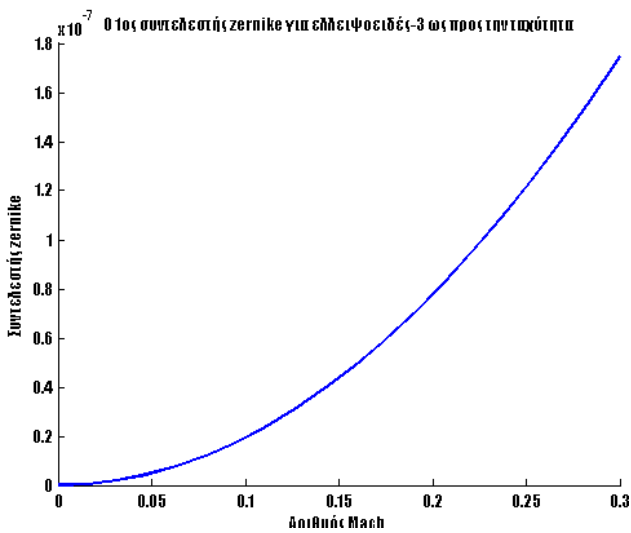
Σχ. 5.170 Ο 4ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς αριθμό Mach



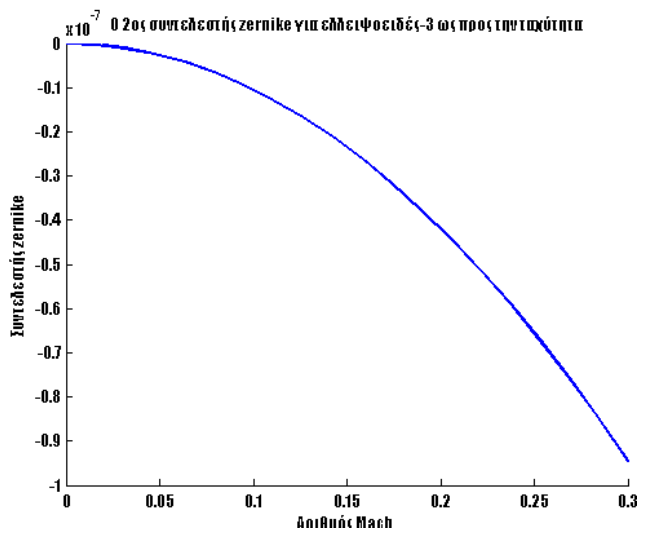
Σχ. 5.171 Ο 5ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς αριθμό Mach



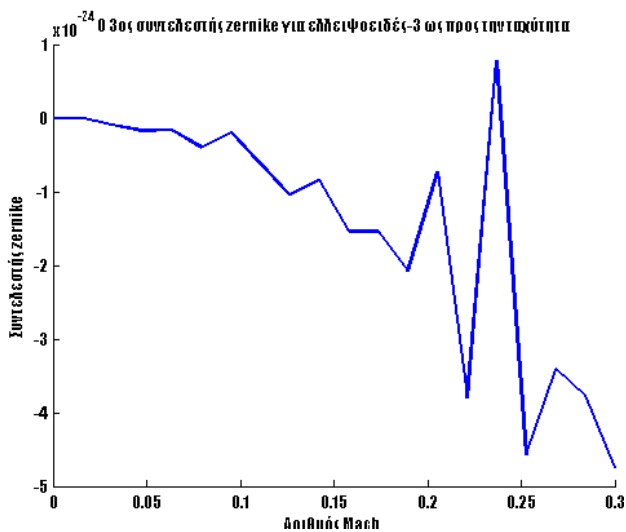
Σχ. 5.172 Ο 6ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς αριθμό Mach



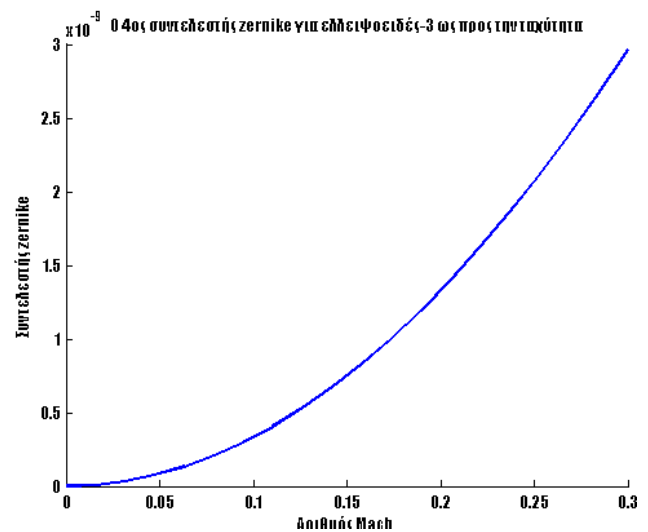
Σχ. 5.173 Ο 1ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς αριθμό Mach



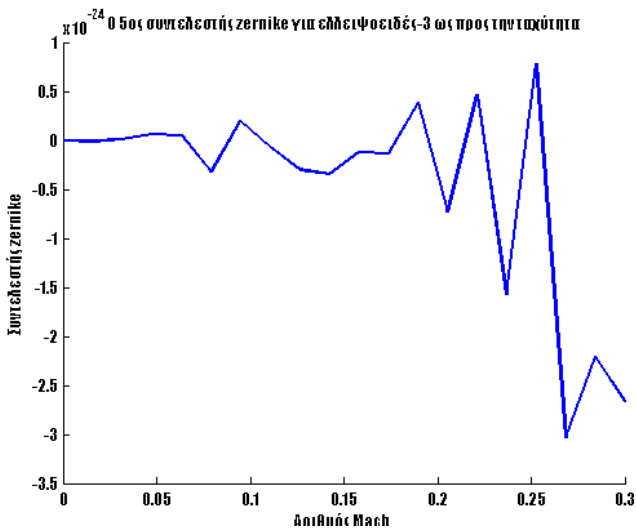
Σχ. 5.174 Ο 2ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς αριθμό Mach



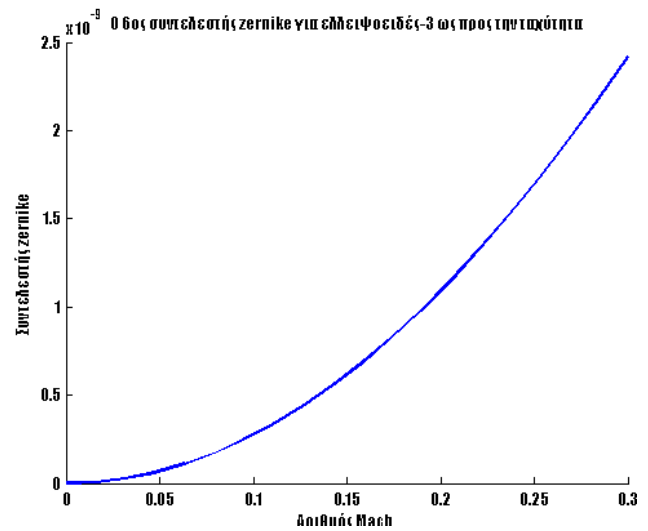
Σχ. 5.175 Ο 3ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς αριθμό Mach



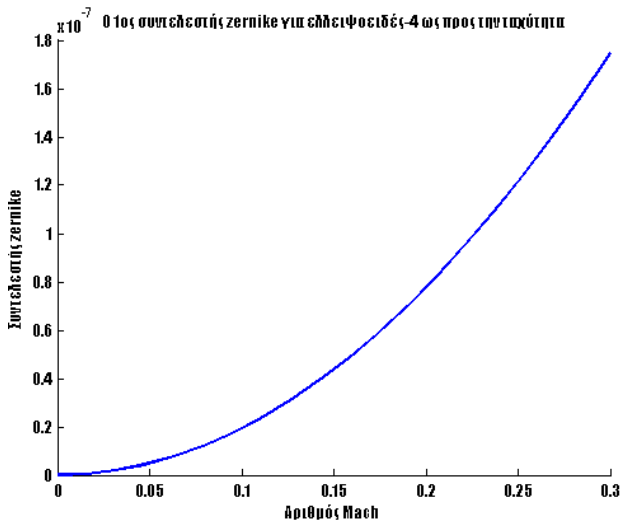
Σχ. 5.176 Ο 4ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς αριθμό Mach



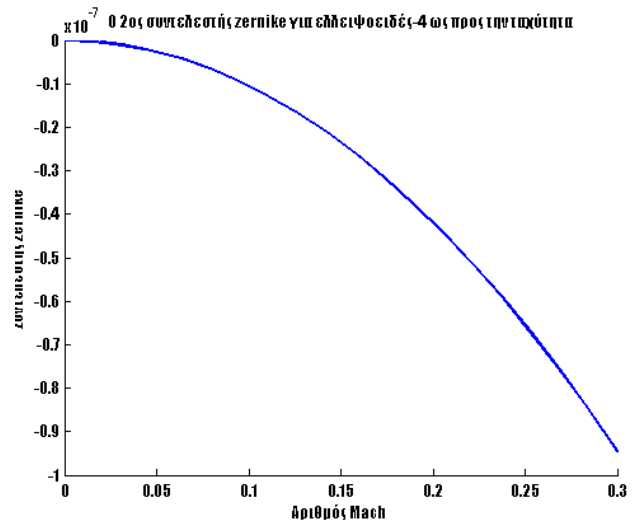
Σχ. 5.177 Ο 5ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς αριθμό Mach



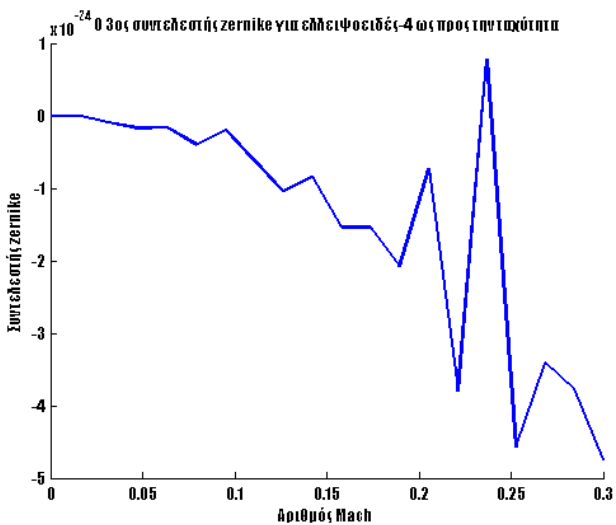
Σχ. 5.178 Ο 6ος συντελεστής ζερνίκε για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς αριθμό Mach



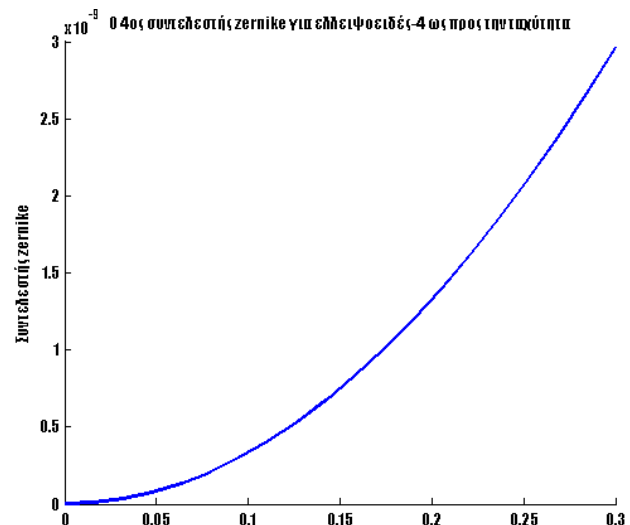
Σχ. 5.179 Ο 1ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς αριθμό Mach



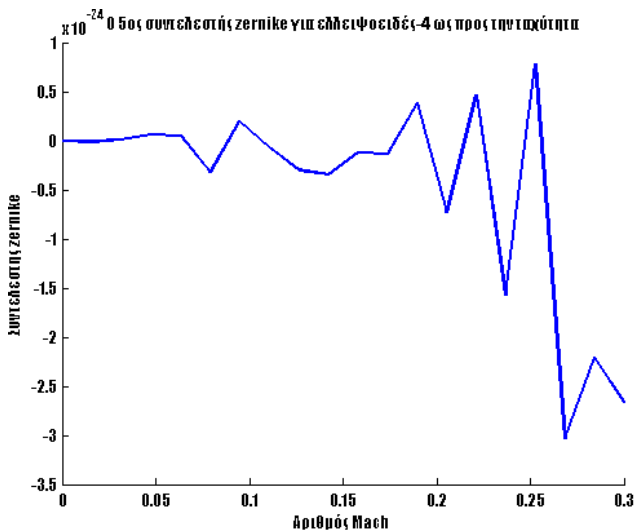
Σχ. 5.180 Ο 2ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς αριθμό Mach



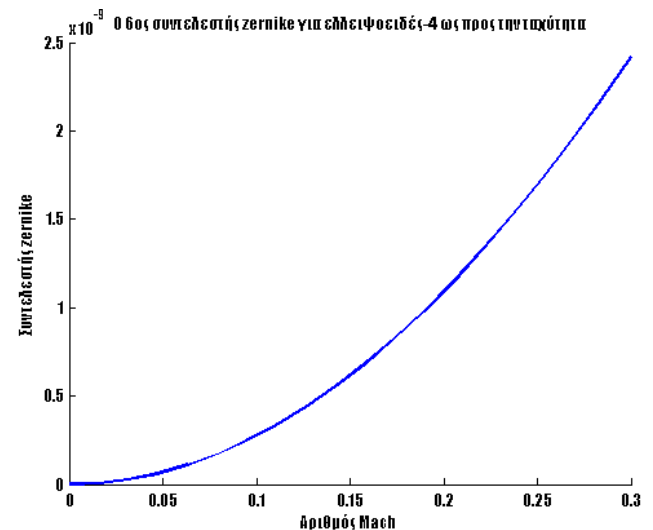
Σχ. 5.181 Ο 3ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς αριθμό Mach



Σχ. 5.182 Ο 4ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς αριθμό Mach

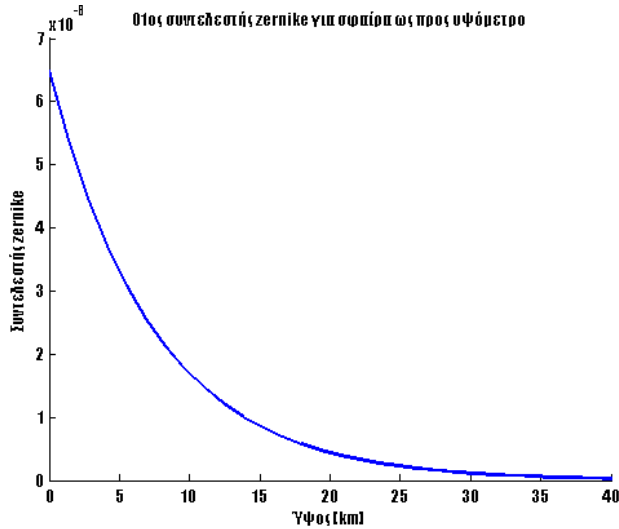


Σχ. 5.183 Ο 5ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς αριθμό Mach

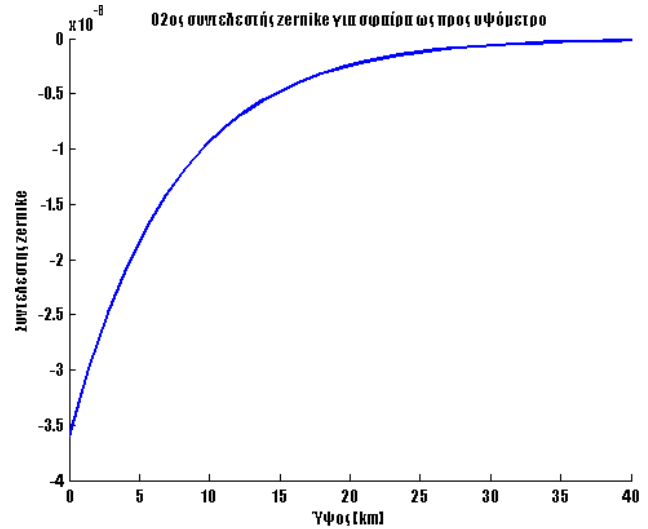


Σχ. 5.184 Ο 6ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς αριθμό Mach

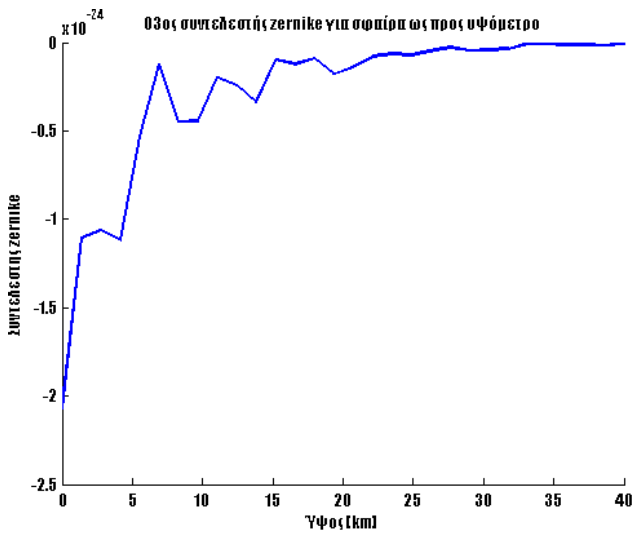
5.9.4 Συντελεστής ζερνίκε ως προς υψόμετρο



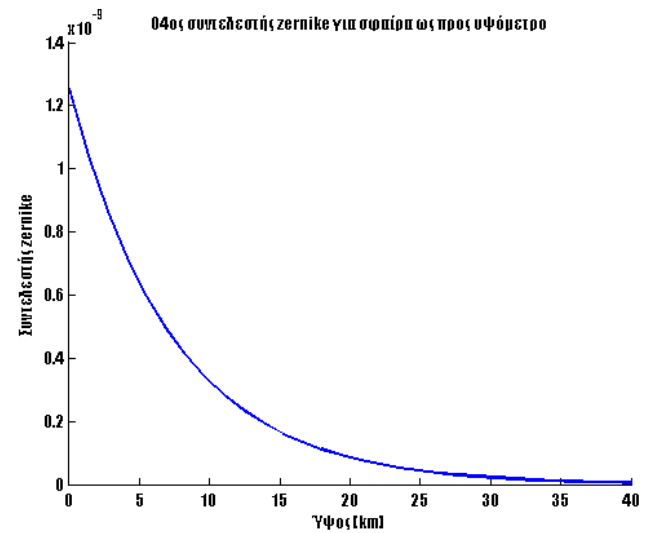
Σχ. 5.185 Ο 1ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς υψόμετρο



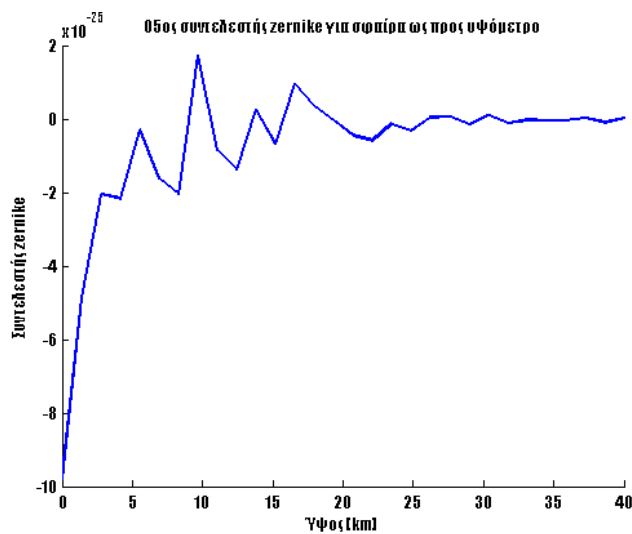
Σχ. 5.186 Ο 2ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς υψόμετρο



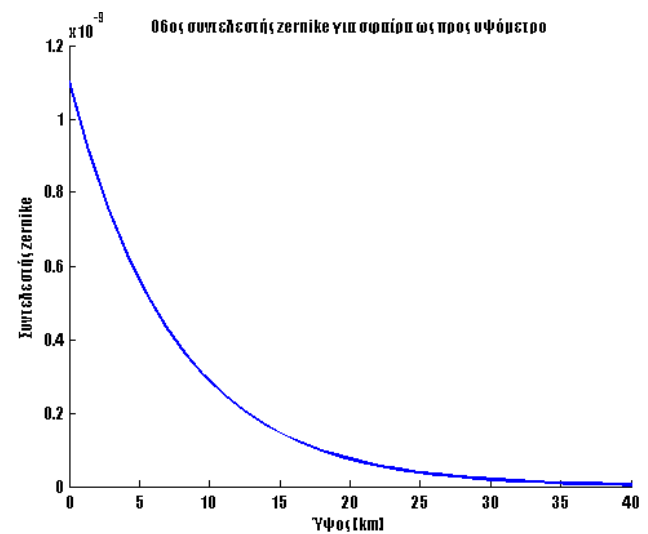
Σχ. 5.187 Ο 3ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς υψόμετρο



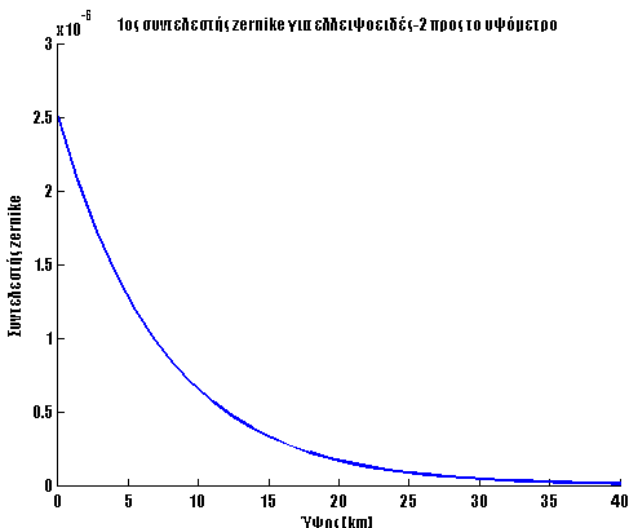
Σχ. 5.188 Ο 4ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς υψόμετρο



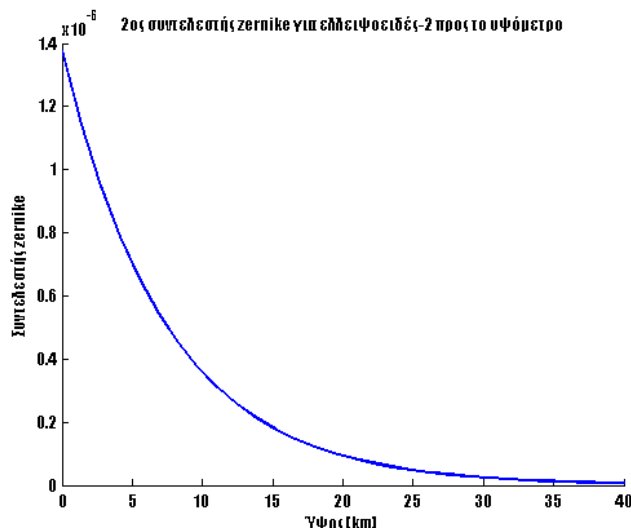
Σχ. 5.189 Ο 5ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς υψόμετρο



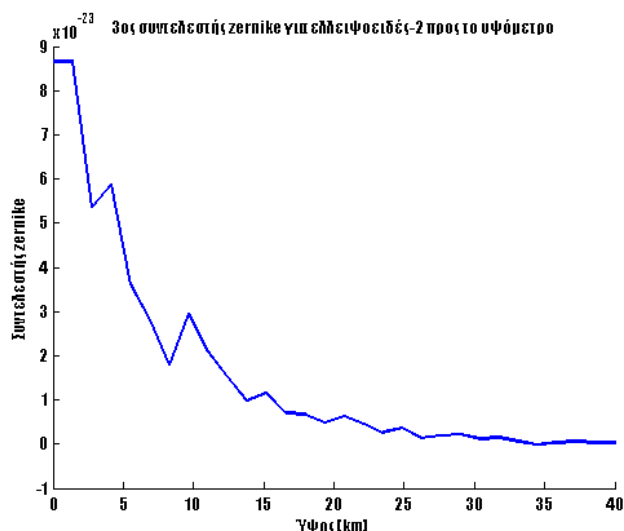
Σχ. 5.190 Ο 6ος συντελεστής ζερνίκε για σφαίρα ως προς υψόμετρο



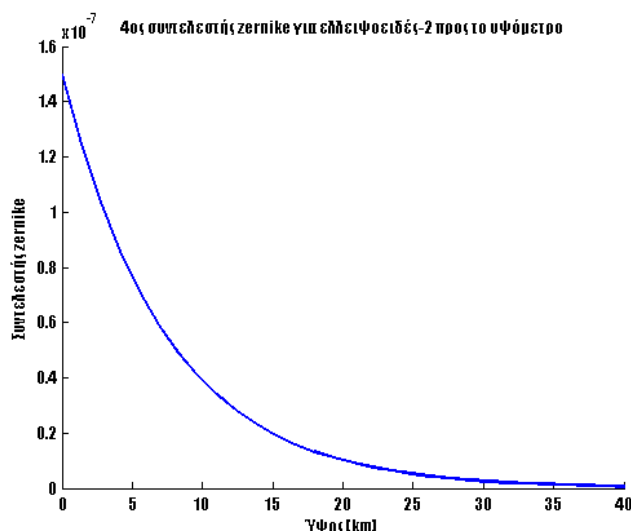
Σχ. 5.191 Ο 1ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς υψόμετρο



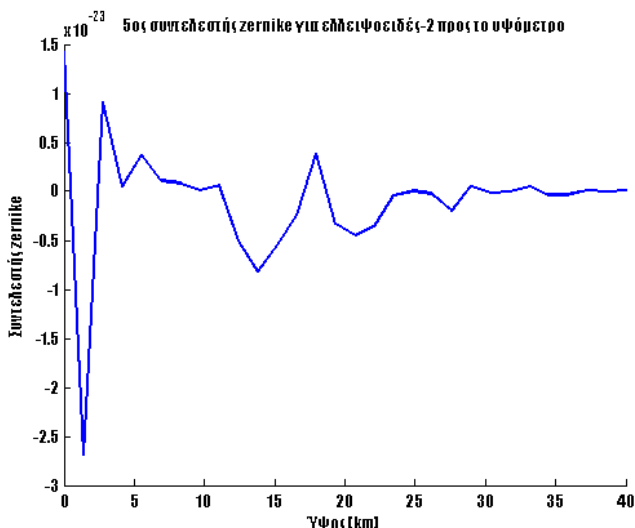
Σχ. 5.192 Ο 2ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς υψόμετρο



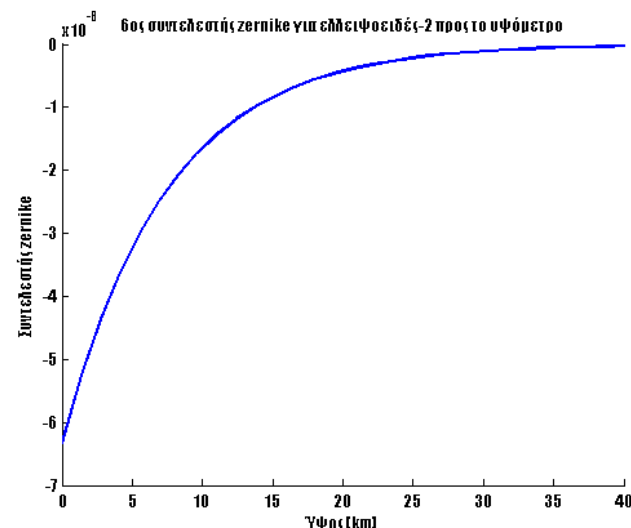
Σχ. 5.193 Ο 3ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς υψόμετρο



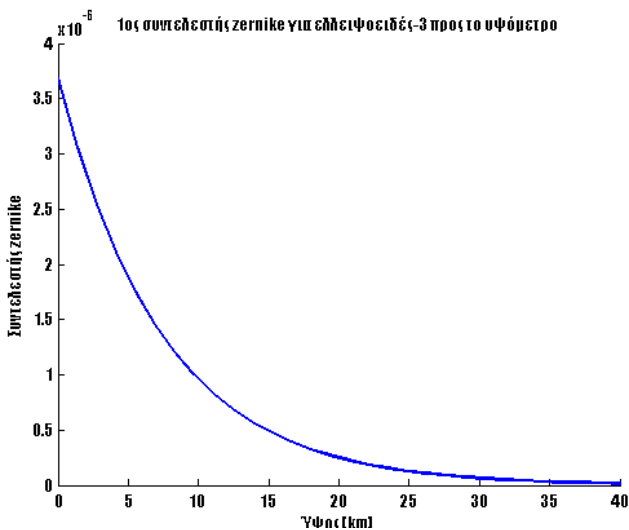
Σχ. 5.194 Ο 4ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς υψόμετρο



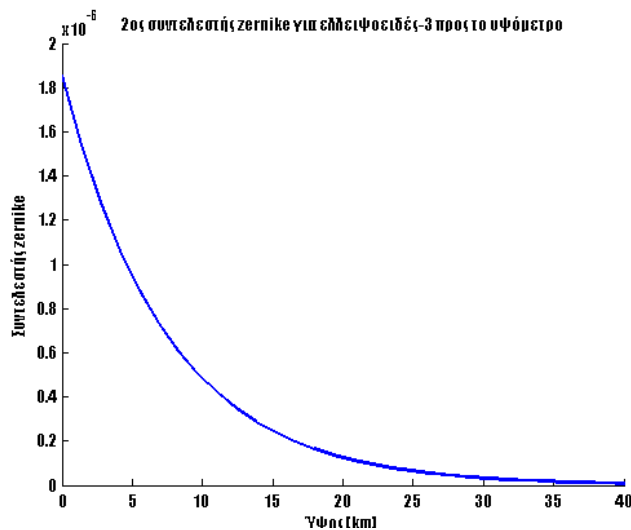
Σχ. 5.195 Ο 5ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς υψόμετρο



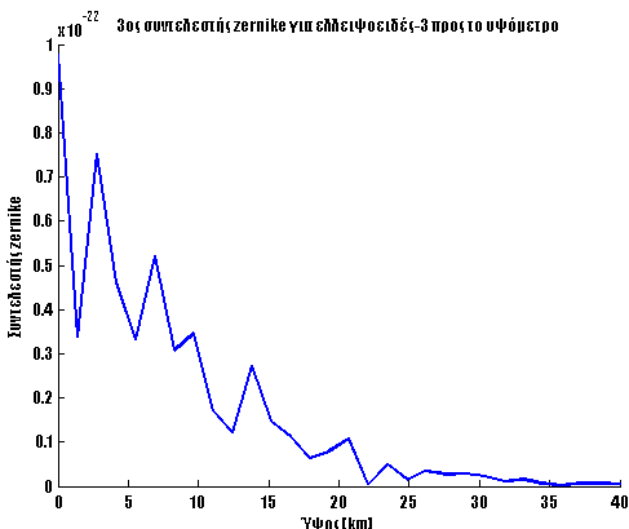
Σχ. 5.196 Ο 6ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς υψόμετρο



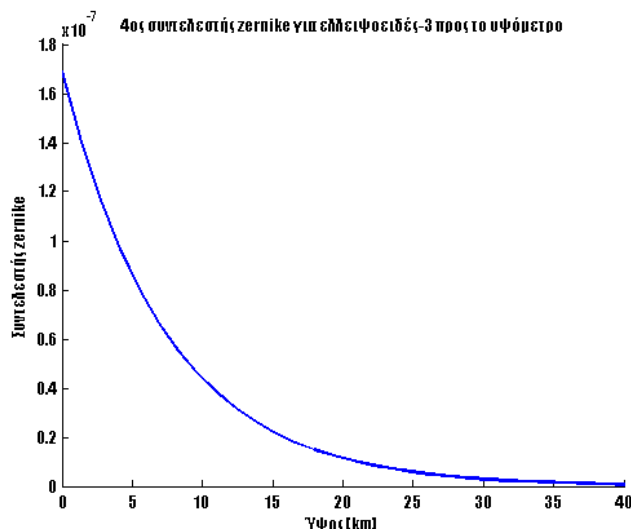
Σχ. 5.197 Ο 1ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς υψόμετρο



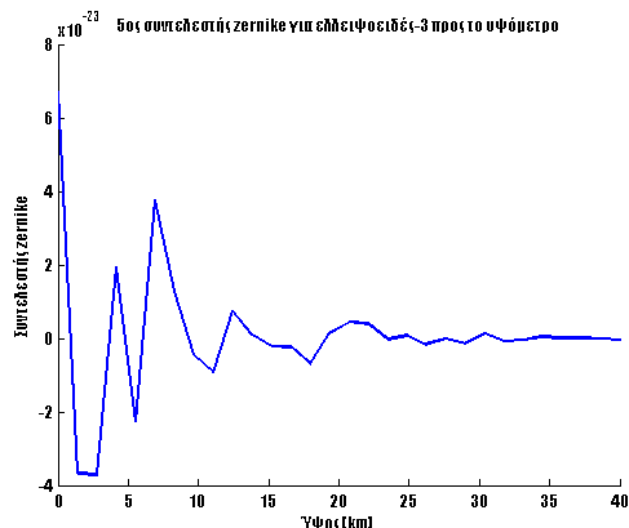
Σχ. 5.198 Ο 2ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς υψόμετρο



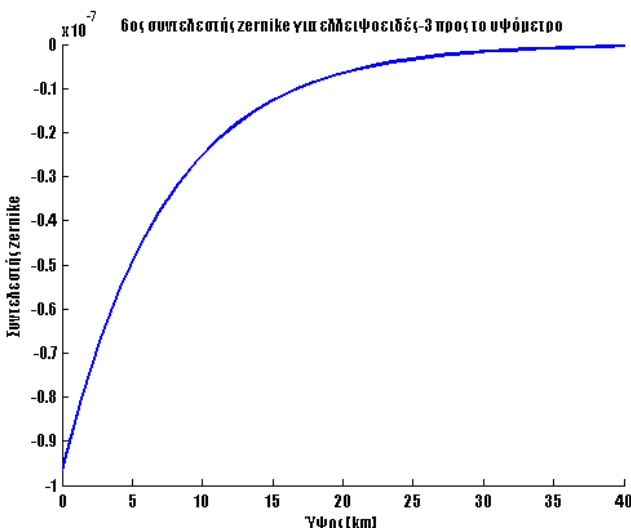
Σχ. 5.199 Ο 3ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς υψόμετρο



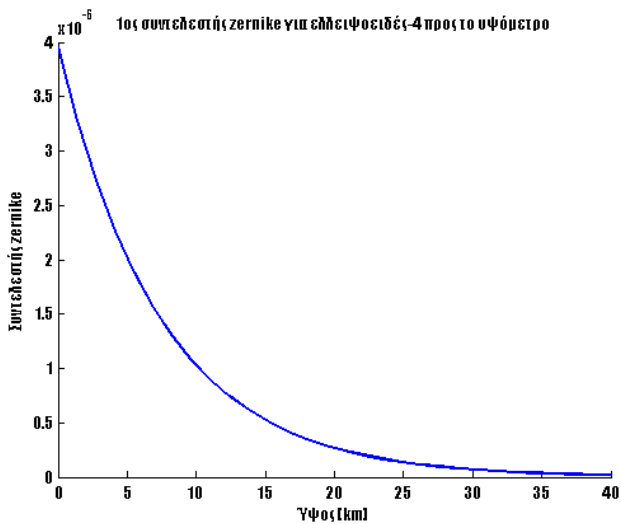
Σχ. 5.200 Ο 4ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς υψόμετρο



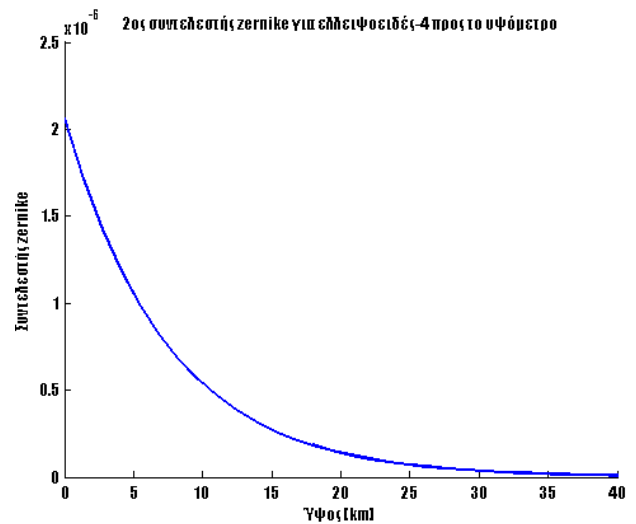
Σχ. 5.201 Ο 5ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς υψόμετρο



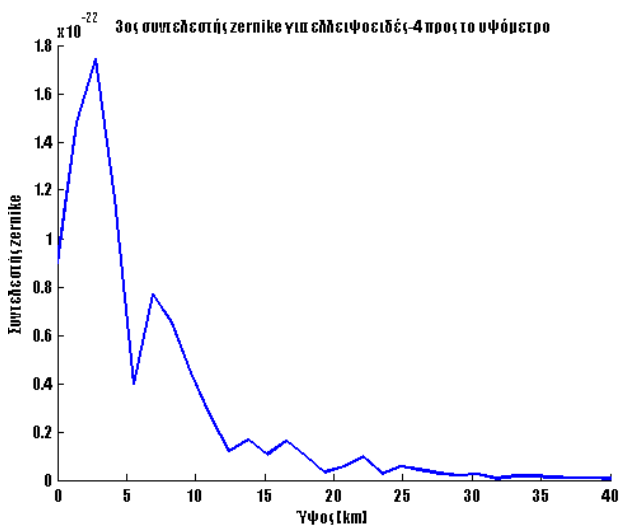
Σχ. 5.202 Ο 6ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς υψόμετρο



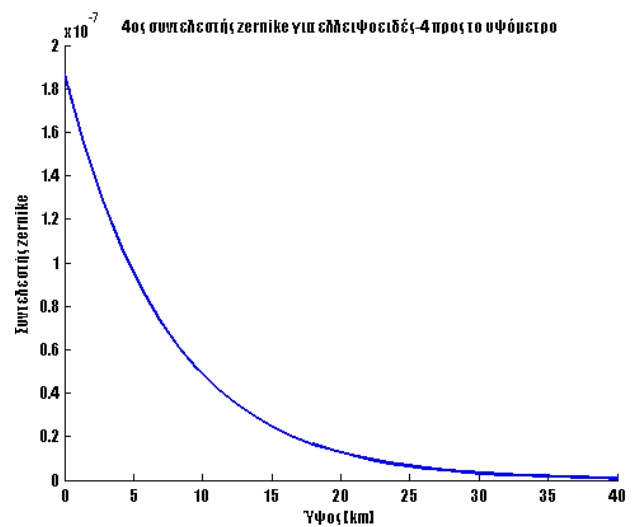
Σχ. 5.203 Ο 1ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς υψόμετρο



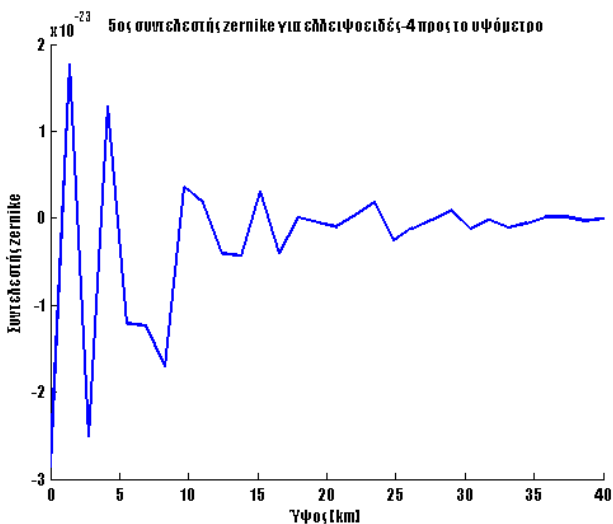
Σχ. 5.204 Ο 2ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς υψόμετρο



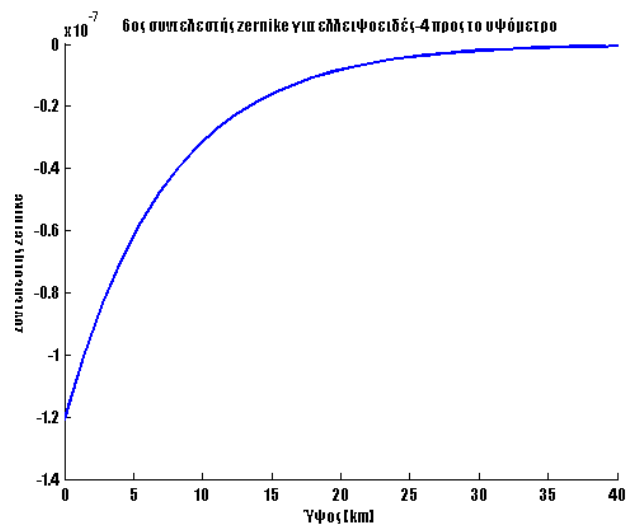
Σχ. 5.205 Ο 3ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς υψόμετρο



Σχ. 5.206 Ο 4ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς υψόμετρο

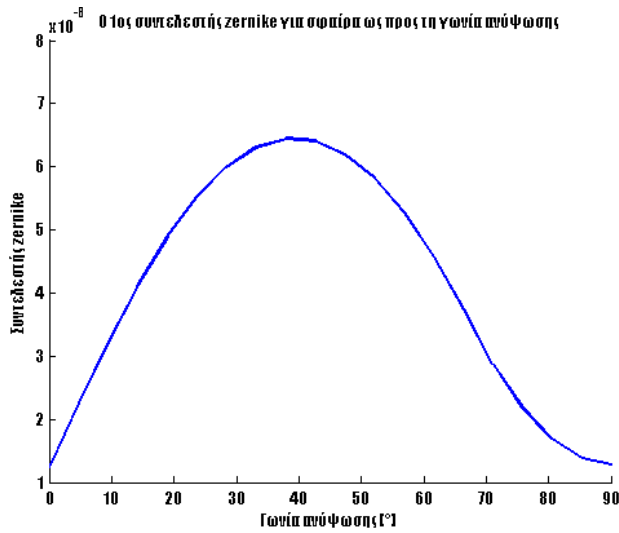


Σχ. 5.207 Ο 5ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς υψόμετρο

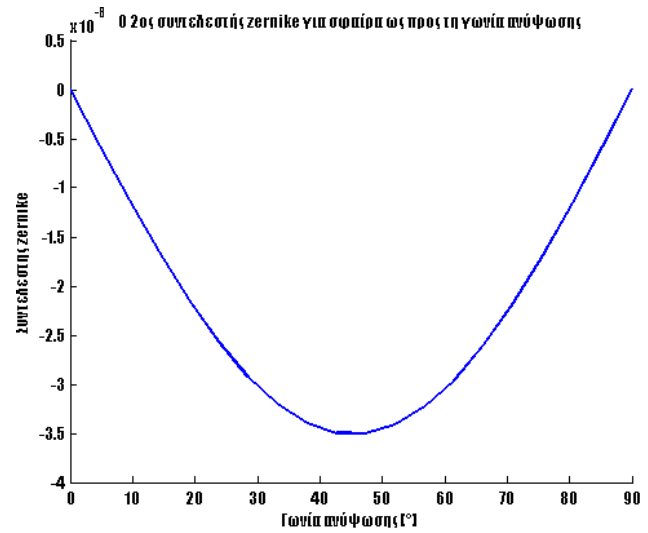


Σχ. 5.208 Ο 6ος συντελεστής ζωνική για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς υψόμετρο

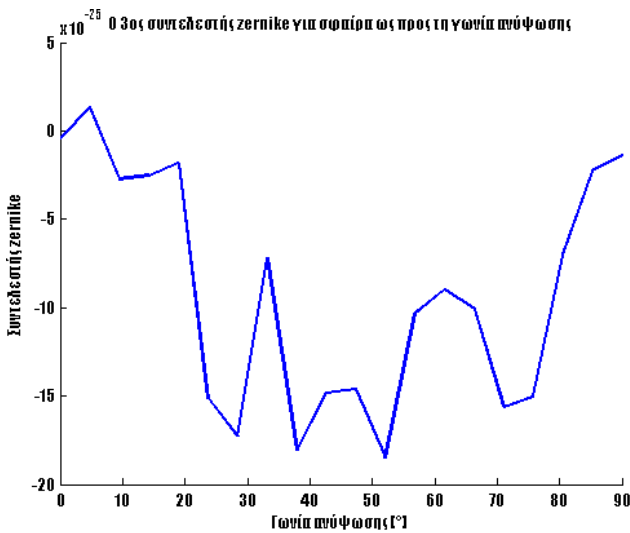
5.9.5 Συντελεστές zernike ως προς γωνία ανύψωσης



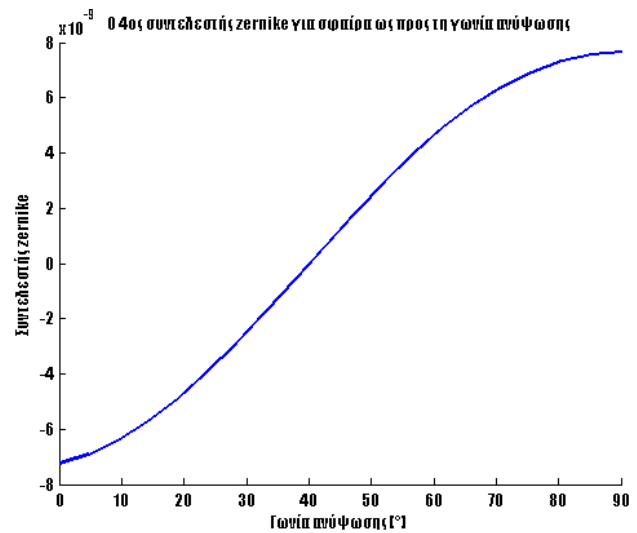
Σχ. 5.209 Ο 1ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς τη γωνία ανύψωσης



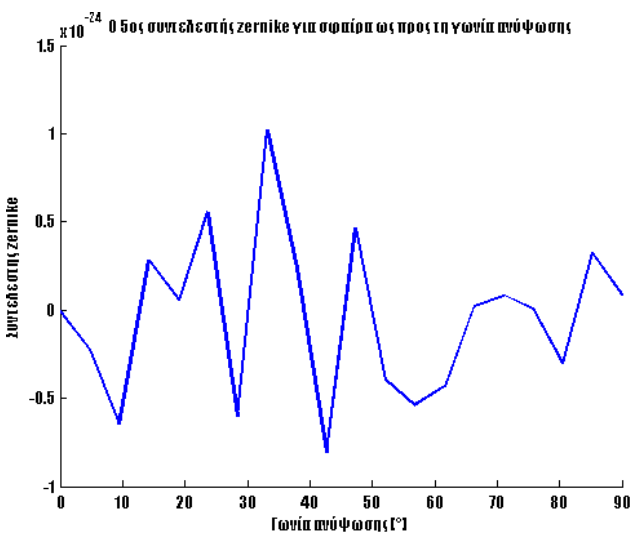
Σχ. 5.210 Ο 2ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς τη γωνία ανύψωσης



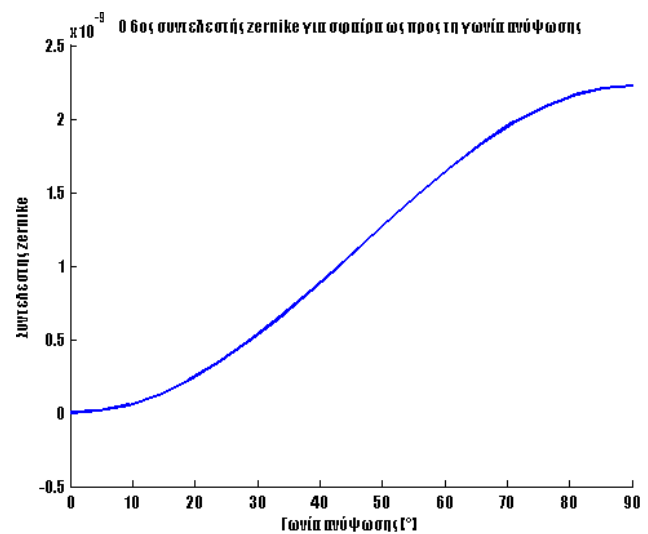
Σχ. 5.211 Ο 3ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς τη γωνία ανύψωσης



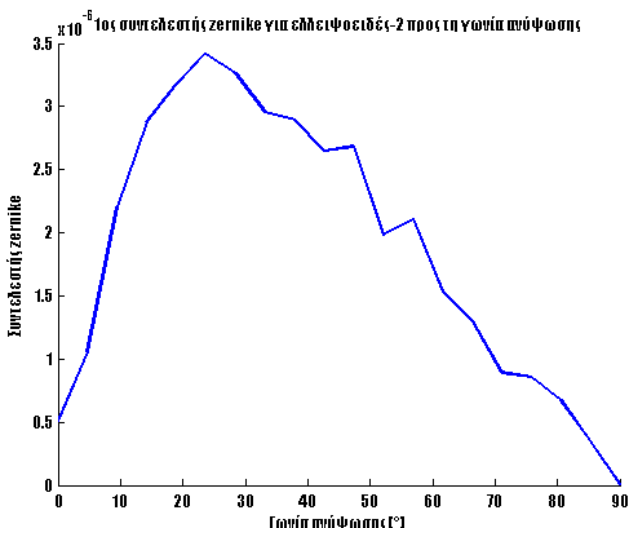
Σχ. 5.212 Ο 4ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς τη γωνία ανύψωσης



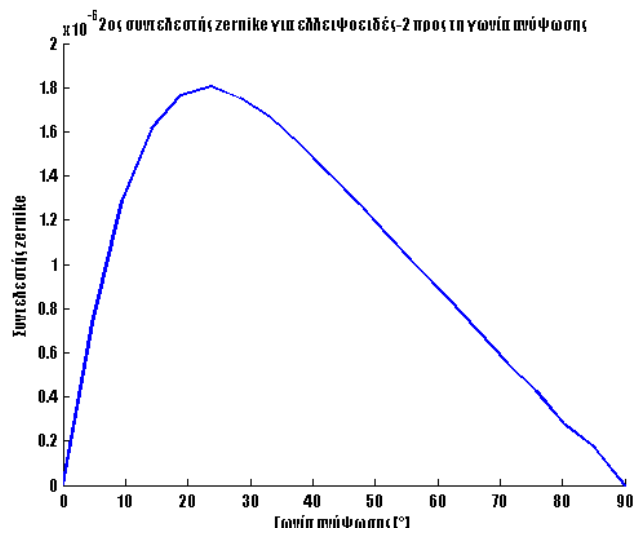
Σχ. 5.213 Ο 5ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς τη γωνία ανύψωσης



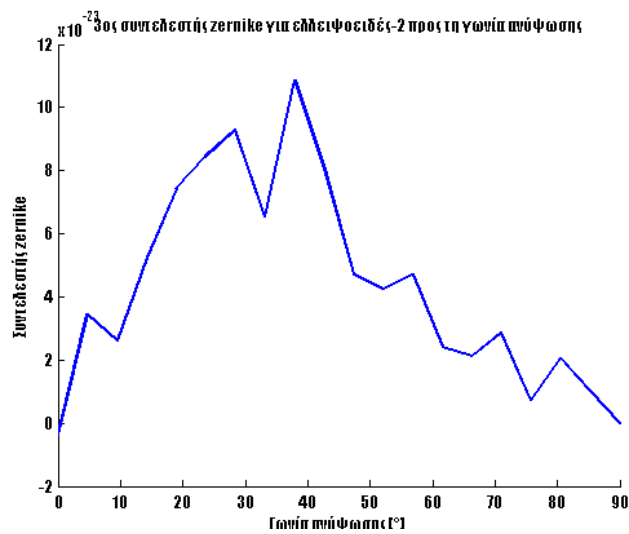
Σχ. 5.214 Ο 6ος συντελεστής zernike για σφαίρα ως προς τη γωνία ανύψωσης



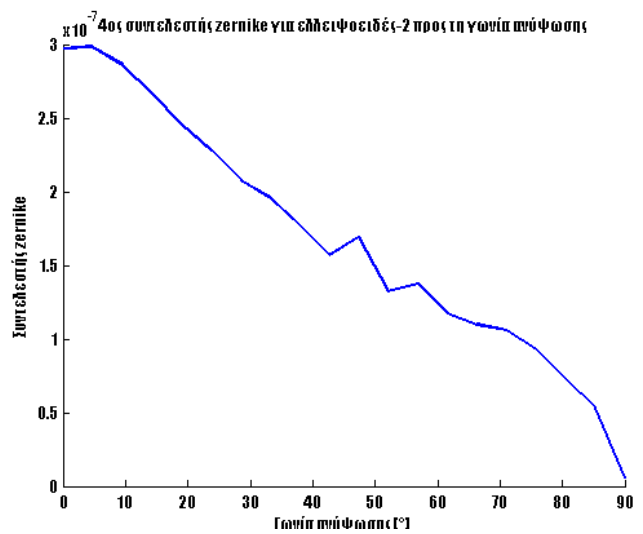
Σχ. 5.215 Ο 1ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς τη γωνία απόψωσης



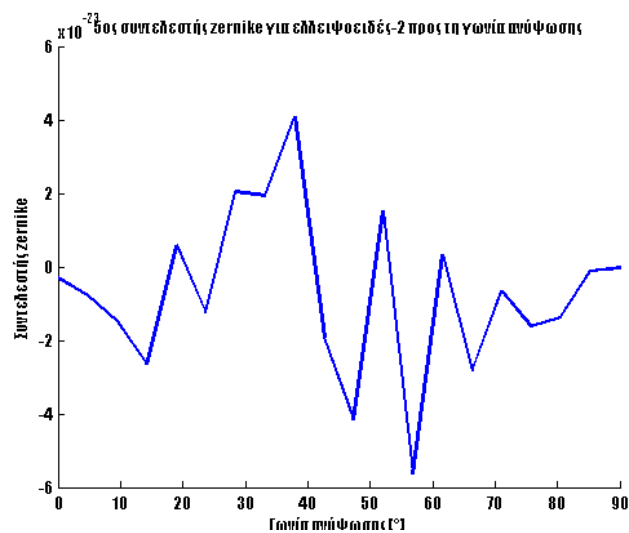
Σχ. 5.216 Ο 2ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς τη γωνία απόψωσης



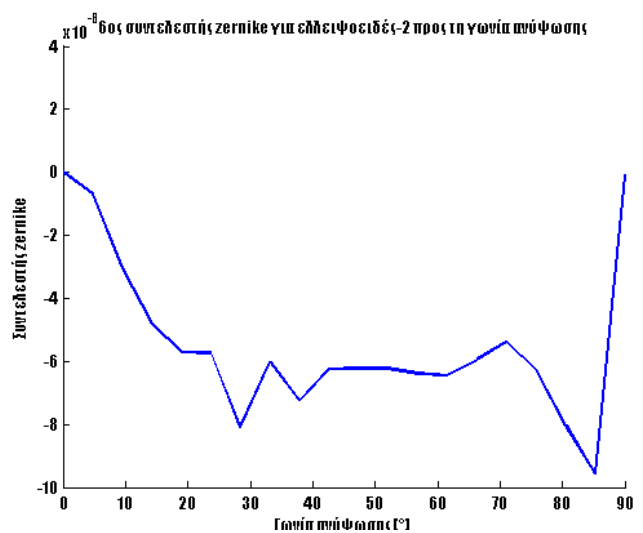
Σχ. 5.217 Ο 3ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς τη γωνία απόψωσης



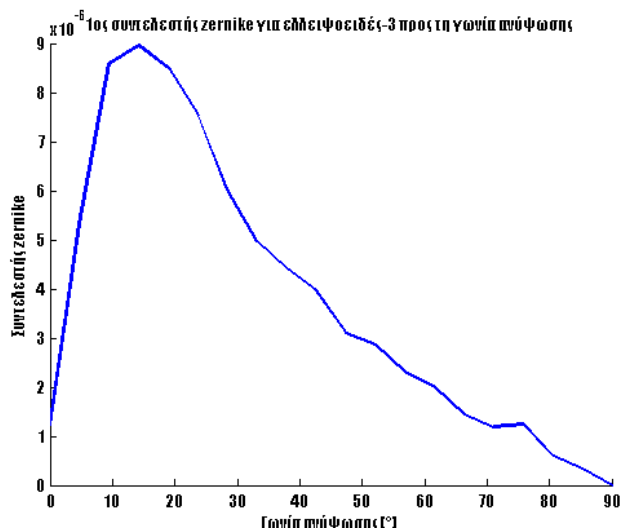
Σχ. 5.218 Ο 4ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς τη γωνία απόψωσης



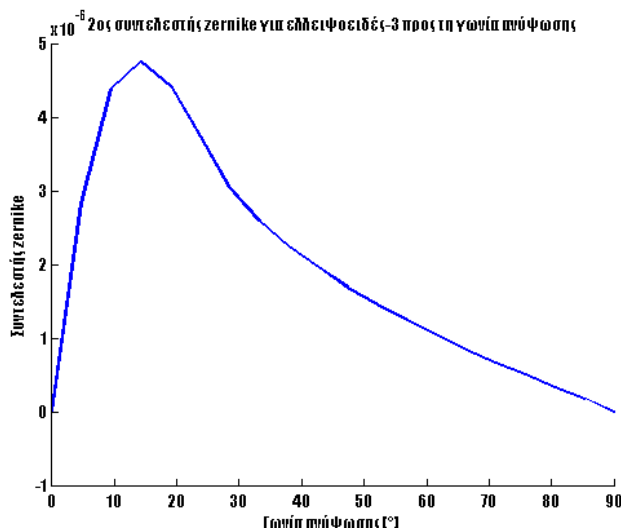
Σχ. 5.219 Ο 5ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς τη γωνία απόψωσης



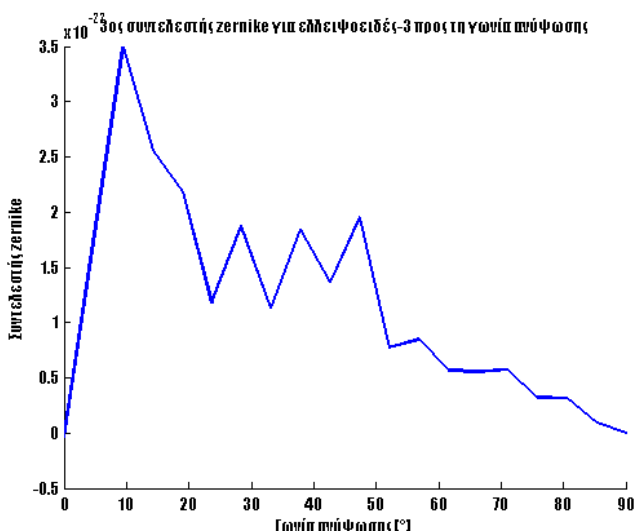
Σχ. 5.220 Ο 6ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 2 ως προς τη γωνία απόψωσης



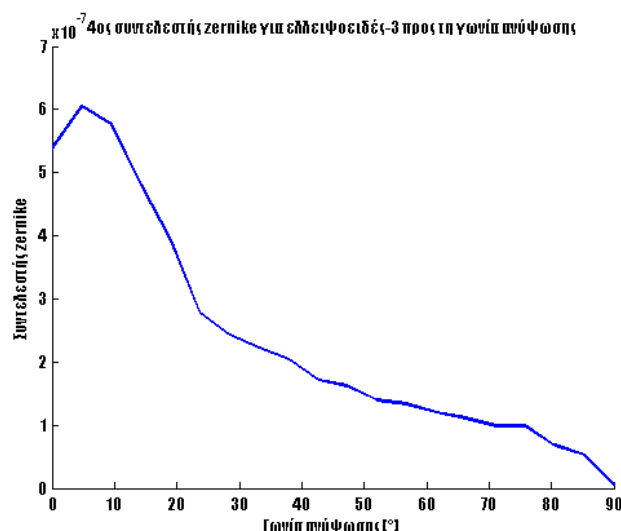
Σχ. 5.221 Ο 1ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία απόψωσης



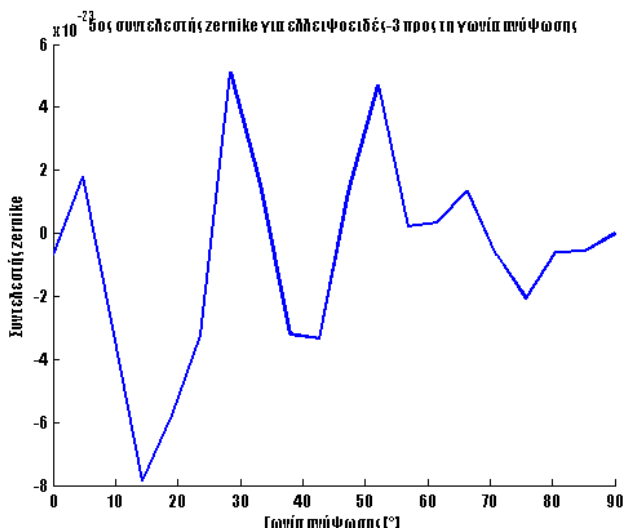
Σχ. 5.222 Ο 2ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία απόψωσης



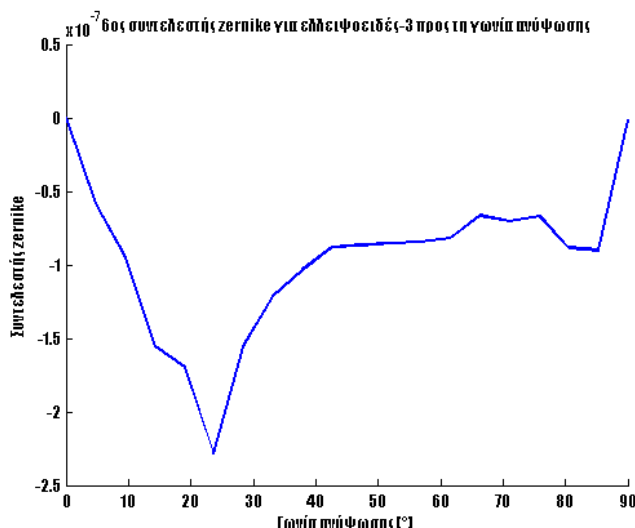
Σχ. 5.223 Ο 3ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία απόψωσης



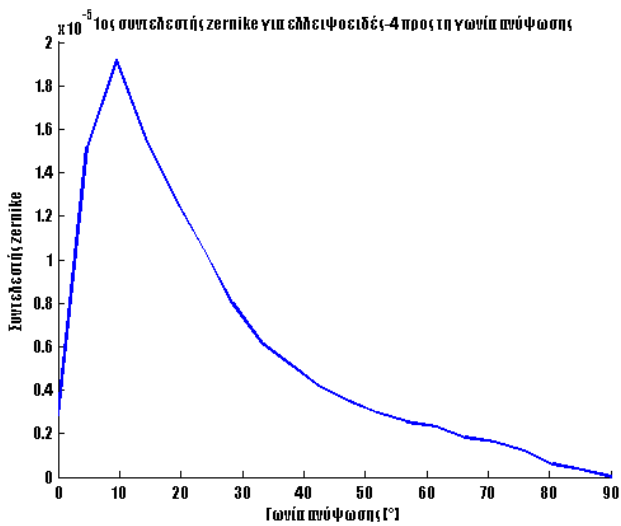
Σχ. 5.224 Ο 4ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία απόψωσης



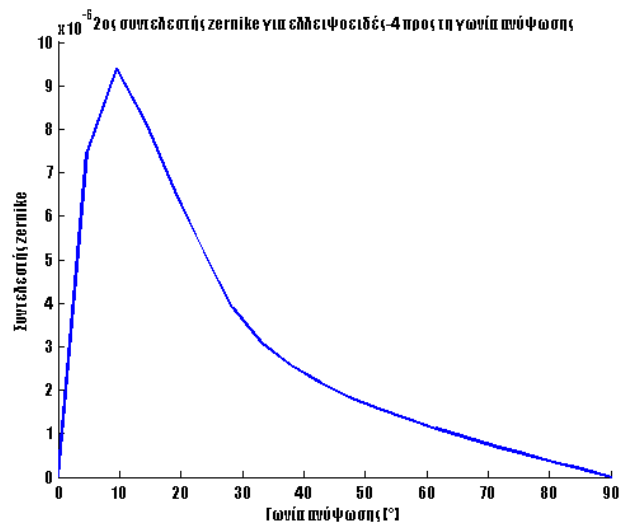
Σχ. 5.225 Ο 5ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία απόψωσης



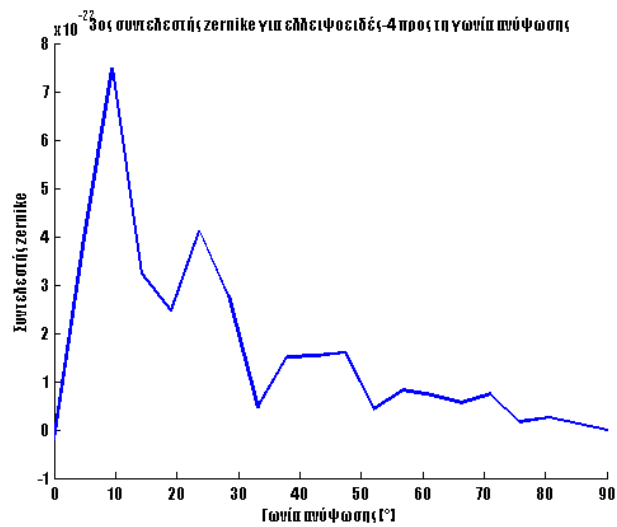
Σχ. 5.226 Ο 6ος συντελεστής Zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 3 ως προς τη γωνία απόψωσης



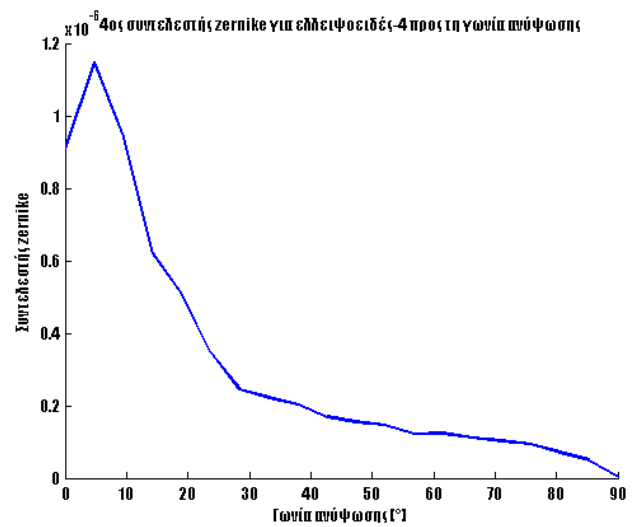
Σχ. 5.227 Ο 1ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης



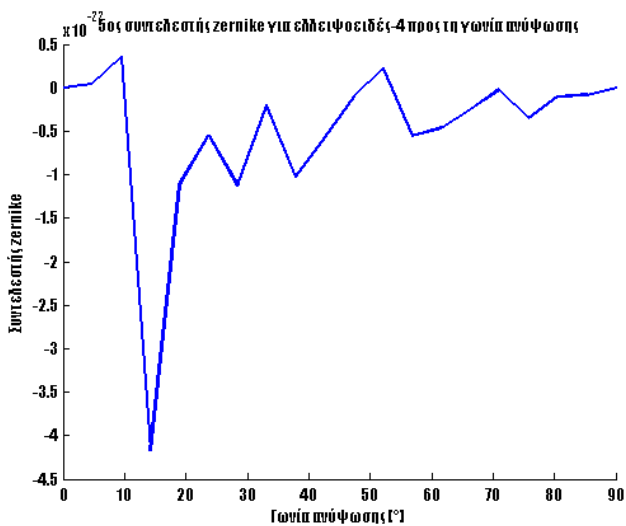
Σχ. 5.228 Ο 2ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης



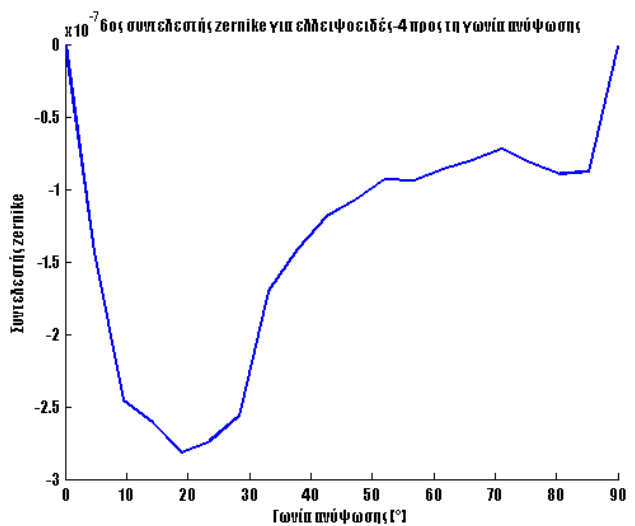
Σχ. 5.229 Ο 3ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης



Σχ. 5.230 Ο 4ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης



Σχ. 5.231 Ο 5ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης



Σχ. 5.232 Ο 6ος συντελεστής zernike για ελλειψοειδές με λόγο διαμέτρων 4 ως προς τη γωνία ανύψωσης

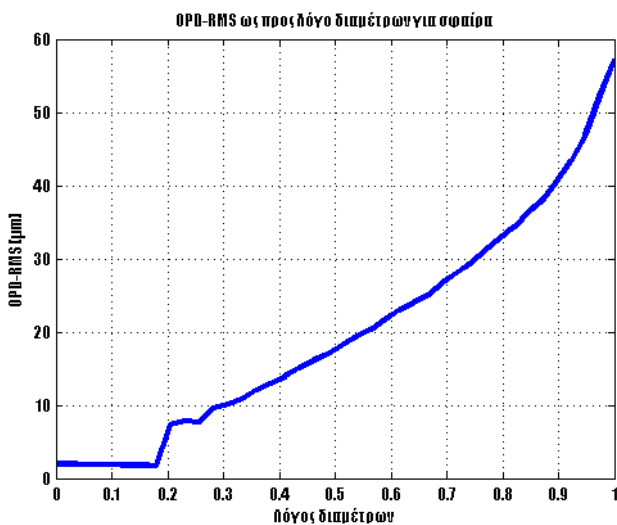
5.10 Root Mean Square OPD

Ένα μέγεθος που μας δίνει μια ακόμα πιο σαφή εικόνα της κυμάτωσης είναι η rms τιμή του OPD (OPD_{RMS}), η οποία ορίζεται από τον τύπο:

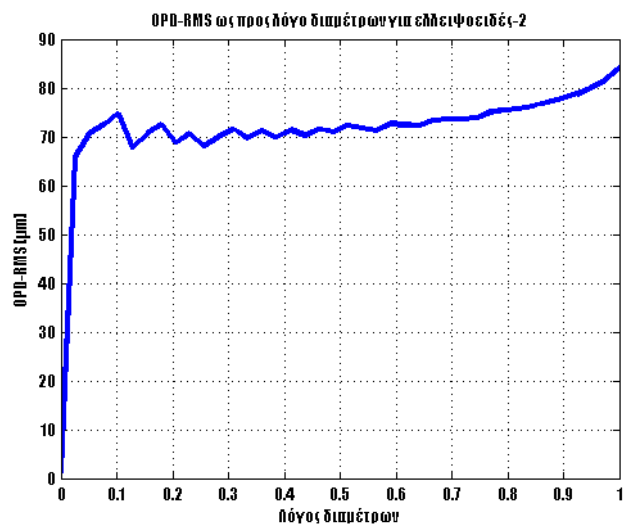
$$OPD_{RMS} = \frac{1}{S} \sqrt{\int \left(OPD^2 - \overline{OPD}^2 \right) dx \cdot dy} \quad (5.24)$$

όπου S είναι η επιφάνεια της κεραίας.

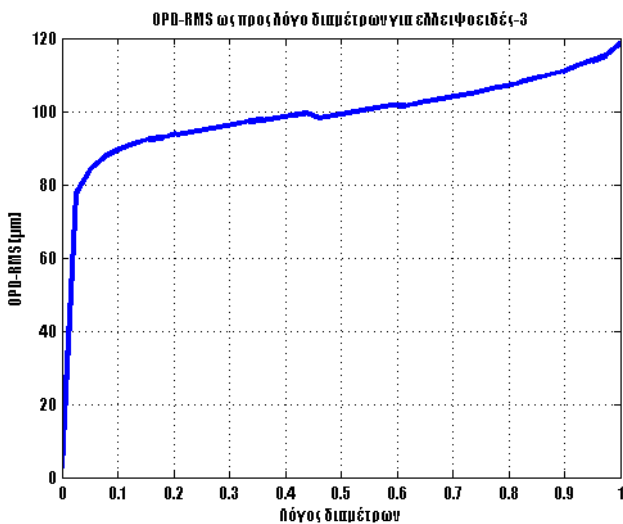
Παρακάτω συγκρίνουμε σχηματικά (Σχ.5.233-5.248) τις τιμές του OPD_{RMS} για σφαίρα και ελλειψοειδή, όπως προηγουμένως, ως προς το λόγο διαμέτρων, την ταχύτητα, το υψόμετρο και τη γωνία ανύψωσης.



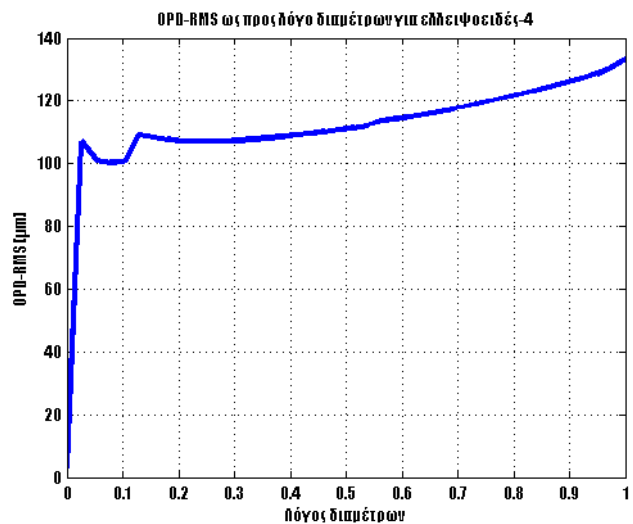
Σχ. 5.233 OPD_{RMS} για σφαίρα ως προς λόγο διαμέτρων



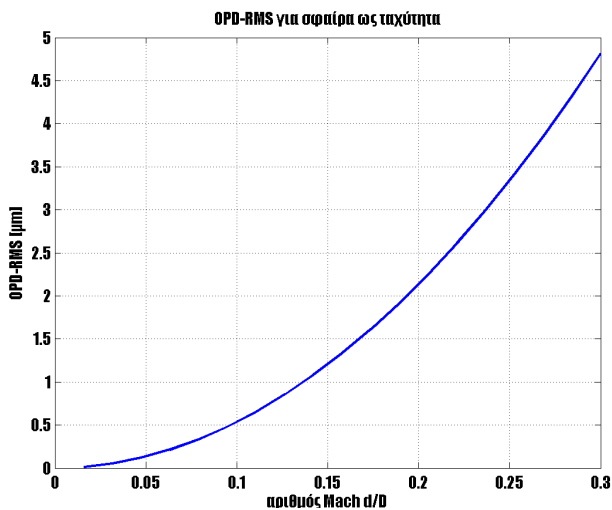
Σχ. 5.234 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-2 ως προς λόγο διαμέτρων



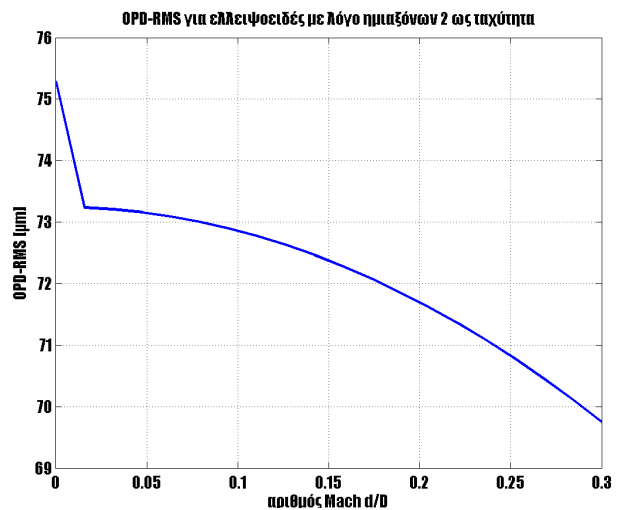
Σχ. 5.235 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-3 ως προς λόγο διαμέτρων



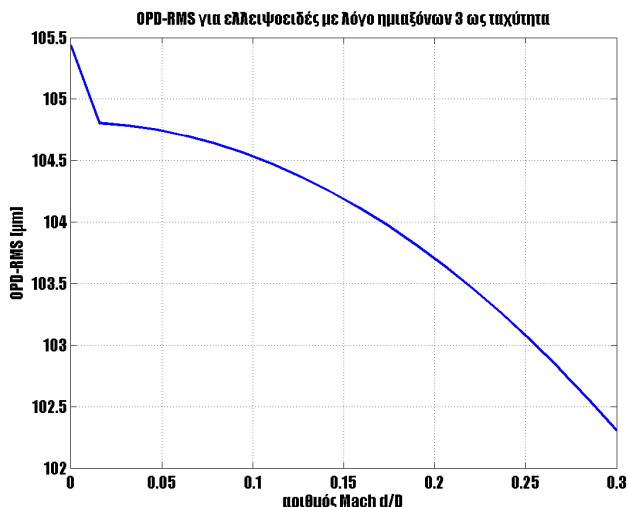
Σχ. 5.236 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-4 ως προς λόγο διαμέτρων



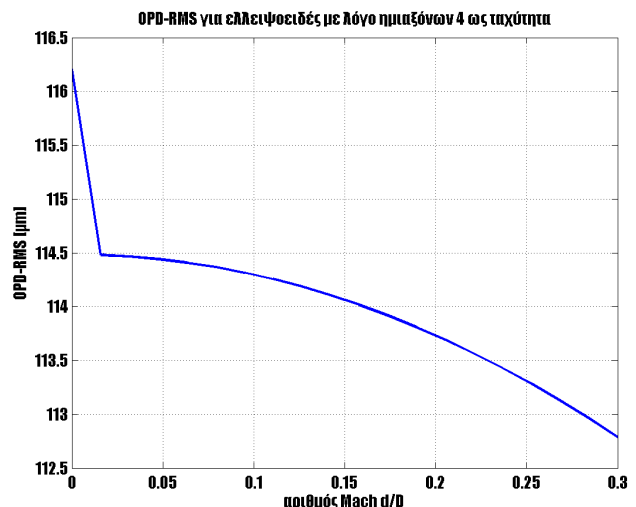
Σχ. 5.237 OPD_{RMS} για σφαίρα ως προς ταχύτητα



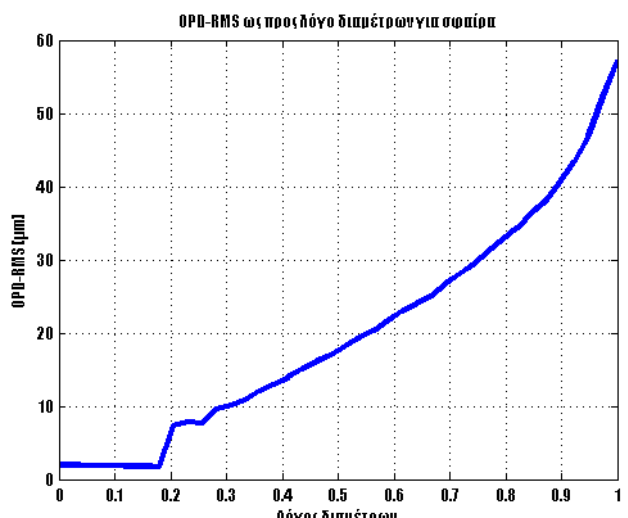
Σχ. 5.238 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-2 ως προς ταχύτητα



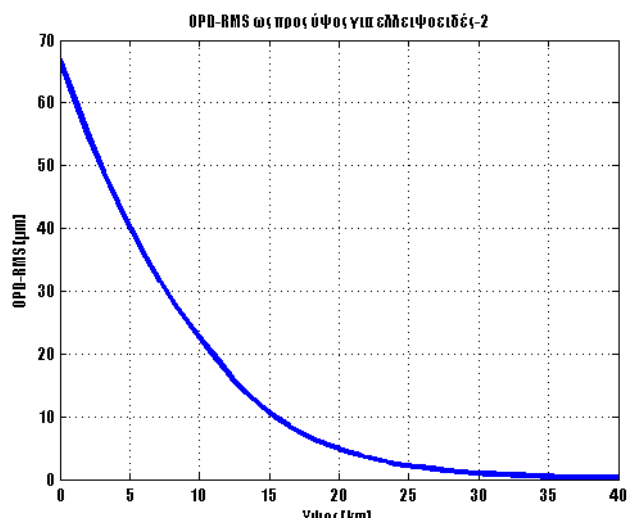
Σχ. 5.239 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-3 ως προς ταχύτητα



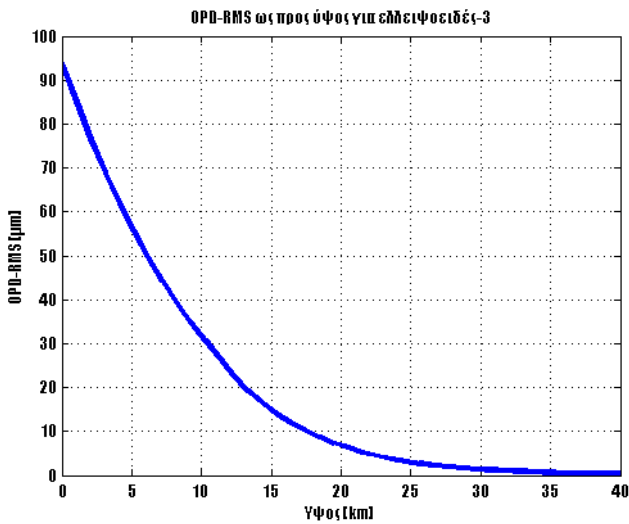
Σχ. 5.240 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-4 ως προς ταχύτητα



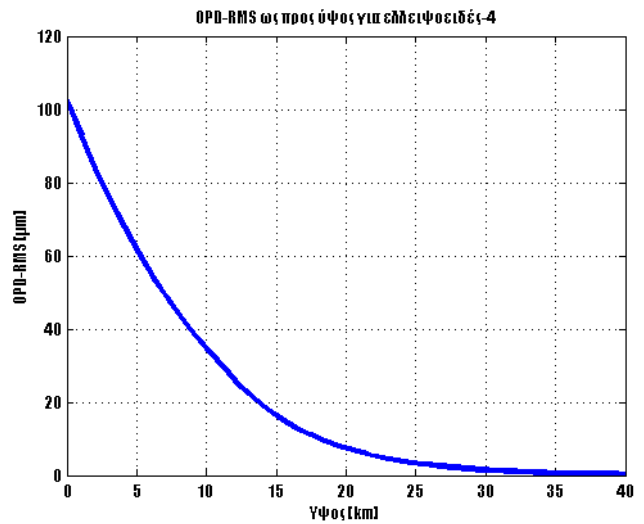
Σχ. 5.241 OPD_{RMS} για σφαίρα ως προς υψόμετρο



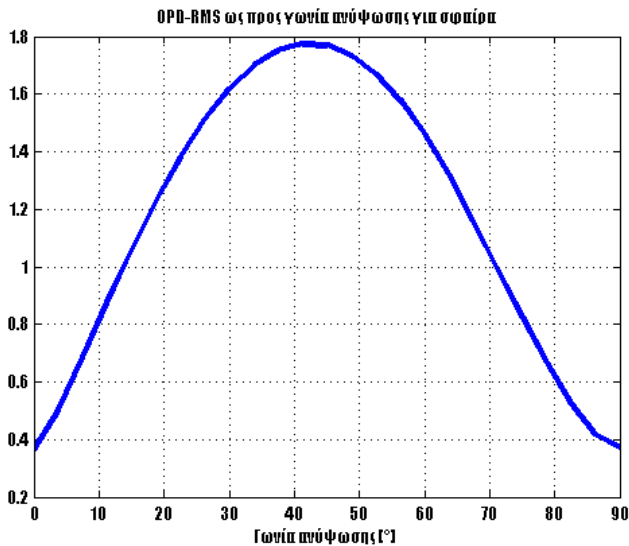
Σχ. 5.242 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-2 ως προς υψόμετρο



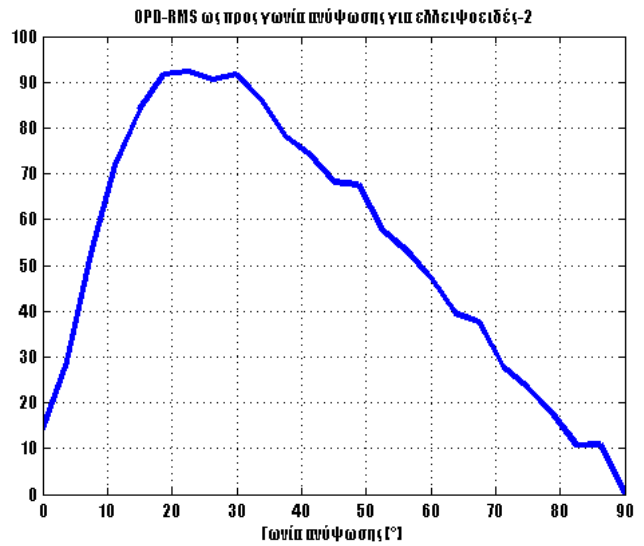
Σχ. 5.243 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-3 ως προς υψόμετρο



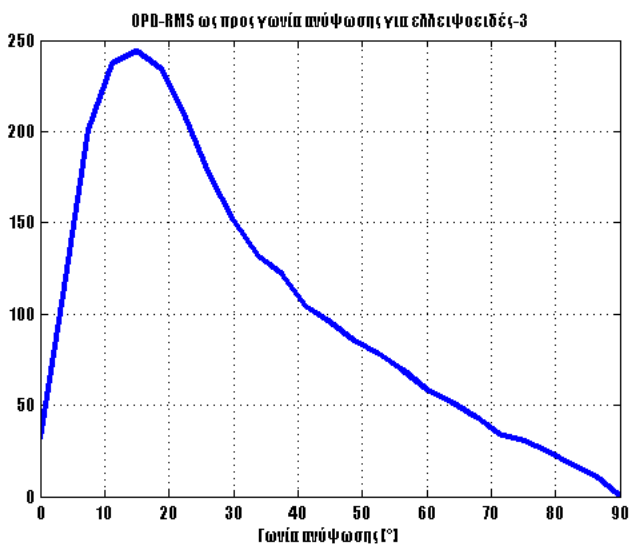
Σχ. 5.244 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-4 ως προς υψόμετρο



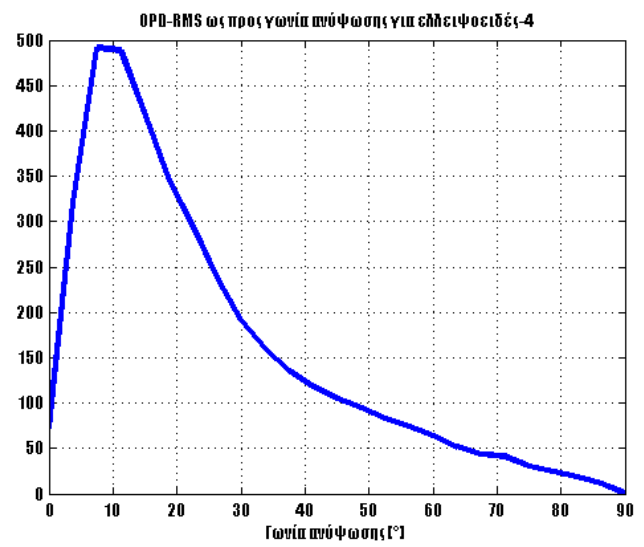
Σχ. 5.245 OPD_{RMS} για σφαίρα ως προς γωνία ανύψωσης



Σχ. 5.246 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-2 ως προς γωνία ανύψωσης



Σχ. 5.247 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-3 ως προς γωνία ανύψωσης



Σχ. 5.248 OPD_{RMS} για ελλειψοειδές-4 ως προς γωνία ανύψωσης

6 Συμπεράσματα

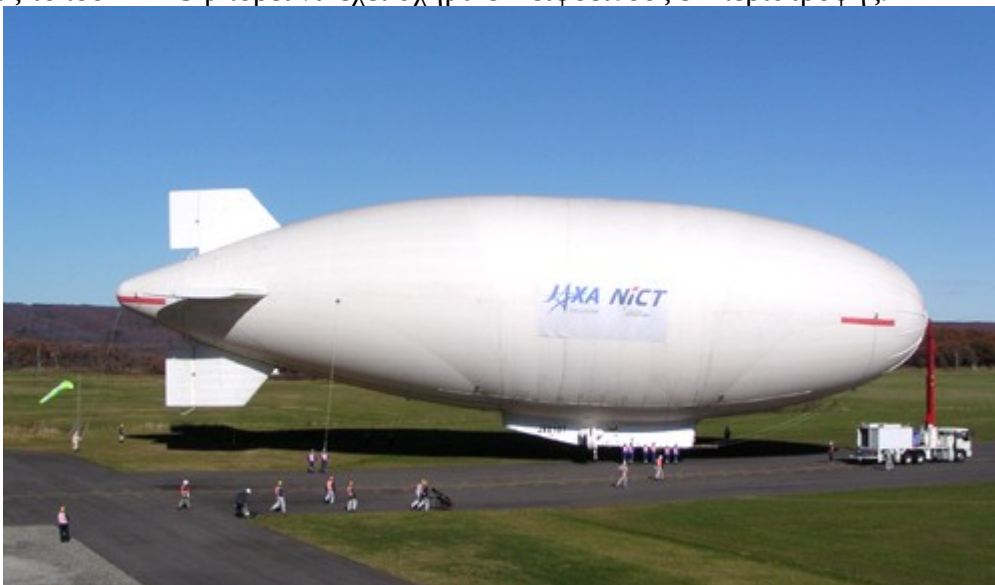
6.1 Αποτελέσματα

Στο τελευταίο κεφάλαιο αναλύσαμε τη ροή γύρω από τέσσερα διαφορετικά είδη αντικειμένων, μιας σφαίρας και τριών ελλειψοειδών εκ περιστροφής. Με μια συγκεκριμένη μεθοδολογία βγάλαμε κάποια συμπεράσματα σχετικά με το πώς η ροή επηρεάζει το μέτωπο του κύματος γύρω από κάθε αντικείμενο αλλά και με το πώς η διαφορά αυτή στο σχήμα του αντικειμένου επιφέρει πολύ σημαντικές αλλαγές στη διακύμανση της ακτίνας λέιζερ.

Συγκεκριμένα, μελετήσαμε τη ροή του αέρα, ακολουθώντας ένα συγκεκριμένο τύπο ροής. Σε αυτόν τον τύπο ροής χρησιμοποιήθηκαν τιμές των μεγεθών τα οποία ανταποκρίνονται στη χειρότερη περίπτωση (worst case) για ασυμπίεστη, γραμμική ροή. Για παράδειγμα θέσαμε τον αριθμό Mach ίσο με 0.3 και τη γωνία ανύψωσης 45° .

Ξεκινώντας από φυσικά μεγέθη όπως η πίεση, ο αριθμός Mach και η πυκνότητα, εκπέμψαμε στην προσομοίωσή μας ακτίνα laser με σταθερό μήκος κύματος (1550nm). Μια κυκλική κεραία με συγκεκριμένη ακτίνα (κατά κανόνα $1/6$ του μικρού ημιάξονα του ελλειψοειδούς) χρησιμοποιήθηκε για να λαμβάνει την κυματομορφή της ακτίνας. Έτσι καταλήξαμε σε μεγέθη όπως το OPL, το OPD, τα πολυώνυμα zernike, η μέση κλίση μετώπου κύματος και η RMS τιμή του OPD. Αυτά τα μεγέθη χαρακτηρίζουν την παραμόρφωση της ακτίνας κοντά στο αντικείμενο που προσομοιώνει το αεροσκάφος.

Από φυσικής απόψεως, θα ήταν αδύνατον ένα αεροσκάφος που θα συνέδεε με οπτική ζεύξη κάποιο δορυφόρο με κάποιο επίγειο δέκτη να είχε σφαιρικό σχήμα. Παρόλα αυτά επειδή είχε ήδη γίνει εκτενέστατη έρευνα για το πεδίο ροής γύρω από τη σφαίρα και κατ' επέκταση για το πεδίο της ακτίνας laser, προτιμήσαμε να διευρύνουμε την έρευνα αυτή παρατηρώντας ότι μια μικρή αλλαγή στο σχήμα επέφερε μεγάλες αλλαγές στο μέτωπο του κύματος. Αυτός ήταν κι ο λόγος που ασχοληθήκαμε με το ελλειψοειδές σαν αντικείμενο προσομοίωσης, εκτός από το προφανές ότι το σχήμα αυτό ανταποκρίνεται πολύ περισσότερο στην πραγματικότητα, καθότι στην πράξη ένα αεροσκάφος τύπου HAPS μπορεί να έχει σχήμα ελλειψοειδούς εκ περιστροφής.



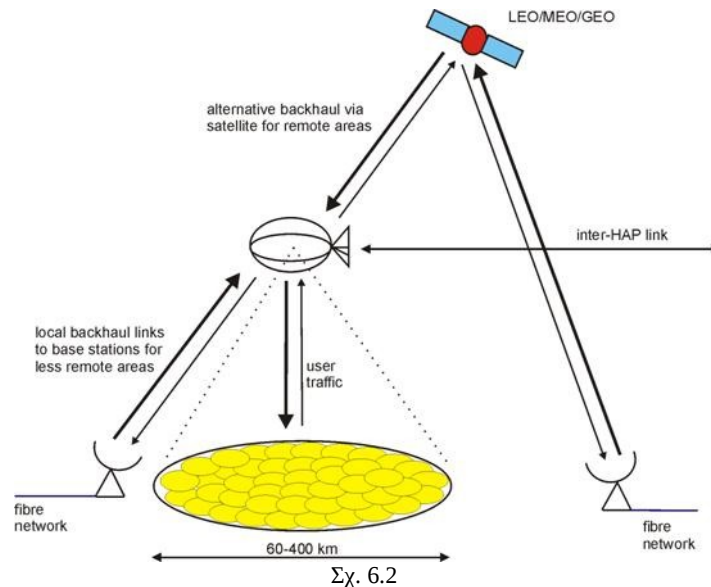
Σχ. 6.1 HAPS

6.2 Μελλοντική έρευνα

Όπως η μετάβαση από τη σφαίρα στο ελλειψοειδές, έτσι και ένα ακόμα πιο αεροδυναμικό σχήμα (πχ. πτερύγιο-airfoil ή κάποιο πιο σύνθετο σχήμα), θα είχε πολύ μεγάλο ενδιαφέρον και θα μπορούσε να αποτελέσει αφορμή για μια πιο βαθιά προσέγγιση στο ζήτημα.

Ένα άλλο σημαντικό κομμάτι της έρευνας που θα μπορούσε να γίνει στο μέλλον είναι η αλλαγή της ταχύτητας (δηλ. για Mach Number > 0.3) μιας και η ροή για τέτοιες ταχύτητες ξεφεύγει από τα όρια της γραμμικότητας και υπάρχουν πλέον ασαφείς αναταράξεις. Επίσης ακόμα πιο πολύπλοκος, αλλά και πιο συμβατός με την πραγματικότητα θα ήταν και ο συνδυασμός μεταβολής του σχήματος μαζί με την ταχύτητα του αεροσκάφους (πχ. ελλειψοειδές για μεγαλύτερες ταχύτητες).

Τέλος, μιας και οι τηλεπικοινωνίες δεν είναι μόνο οπτικές, θα ήταν πολύ ενδιαφέρουσα και η αλλαγή της συχνότητας από τα 1550nm της ακτίνας laser σε RF συχνότητες, ώστε να επιτύχουμε μια ηλεκτρομαγνητική ζεύξη με διαφορετικά πλέον χαρακτηριστικά και διαφορετικά πλεονεκτήματα.



Συντομογραφίες

ISA	International Standard Atmosphere
LOLA	Liaison Optique Laser Aeroportee
OPD	Optical Path Difference
OPL	Optical Path Length
RMS	Root Mean Square
STP	Standard Temperature and Pressure

Βιβλιογραφία

- [1] Σταθόπουλος Φ. (2007). Εφαρμογές Επικοινωνιών LASER σε Δορυφορικά Δίκτυα και Στρατοσφαιρικές Πλατφόρμες
- [2] Μπεργελές Γ. (2005). Η αεροδυναμική του υποηχητικού αεροσκάφους
- [3] D.J. Tritton: Physical Fluid Dynamics
- [4] Fotios Stathopoulos, Philip Constantinou, “Impact of aircraft boundary layer in laser beam propagation”, in International Workshop on Satellite and Space Communications 2008, October 2008, Toulouse, France.
- [5] <http://www.wikipedia.org>
- [6] Von Mises R. (1949). Theory of flight
- [7] J. Seddon, E.L. Goldsmith: Intake Aerodynamics
- [8] H. Schlichting, K. Gersten: Boundary Layer Theory
- [9] <http://www.grc.nasa.gov>
- [10] Fotios Stathopoulos, Philip Constantinou, Athanasios Panagopoulos “Impact of Various Flow-Fields on Laser Beam Propagation”, in International Workshop on Satellite and Space Communications 2009, September 2009, Siena, Italy.

Πηγές σχημάτων

<http://users.auth.gr/~kopel/par122.htm>

<http://www.abe.msstate.edu/Tools/Volume/images/ellipsoid.gif>

http://www.curriki.org/xwiki/bin/download/Coll_Athabasca/~atmosphericLayers.jpg

<http://library.thinkquest.org/18033/media/hydro.gif>

<http://prosjekt.ffi.no/unik-4660/lectures04/chapters/jpgfiles/streamline.jpg>

http://en.elmag.org/lib/exe/fetch.php/k317:nabidka_pracoviste:rfpropagation:hapfig3.jpg