ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Σχεδιασμός ευέλικτων δρομολογίων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρυσάνθη Κ. Στεφανουδάκη

Επιβλέπων: Μιλτιάδης Αναγνώστου

Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2009

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Σχεδιασμός ευέλικτων δρομολογίων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρυσάνθη Κ. Στεφανουδάκη

Επιβλέπων : Μιλτιάδης Ε. Αναγνώστου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 26$^{\eta}$ Οκτωβρίου 2009.

....	....	....
Μιλτιάδης Ε. Αναγνώστου Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Μιχαήλ Ε. Θεολόγου Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Ευστάθιος Δ. Συκάς Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2009

....

Χρυσάνθη Κ. Στεφανουδάκη

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Η δρομολόγηση αποτελεί τη βασικότερη διαδικασία υπολογισμού βέλτιστων διαδρομών, σε δίκτυα όλων των μορφών, από τα δίκτυα υπολογιστών, ως τα δίκτυα συγκοινωνιών.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής αποτελεί ο σχεδιασμός βέλτιστων δρομολογίων, για εφαρμογή σε μεταφορικά-συγκοινωνιακά δίκτυα και ειδικότερα σε δίκτυα λεωφορειακών γραμμών, με χρήση συγκεκριμένου αλγορίθμου.

Εξετάζονται, διαδοχικά, βασικές έννοιες των γράφων, όπως ορισμοί, τρόποι αναπαράστασής τους, αλλά και κάποιες βασικές έννοιες των δικτύων, όπως τα προβλήματα των συντομότερων μονοπατιών.

Επίσης, γίνεται επισκόπηση των δύο βασικών κατηγοριών αλγορίθμων δυναμικής δρομολόγησης, των αλγορίθμων διανύσματος απόστασης και των αλγορίθμων κατάστασης ζεύξης.

Επιπλέον, γίνεται συνοπτική αναφορά σε βασικά στοιχεία των δικτύων συγκοινωνιών, όπως για παράδειγμα στους τύπους των λεωφορειακών γραμμών που μπορεί να συναντήσει κανείς, σε κάποιες βασικές μορφές του δικτύου συγκοινωνιών καθώς και σε κριτήρια προσδιορισμού της θέσης των λεωφορειακών στάσεων.

Περιγράφεται ακόμη, ο αλγόριθμος υλοποίησης ευέλικτων δρομολογίων που προτείνεται στην παρούσα διπλωματική (ο οποίος βασίζεται στον αλγόριθμο dijkstra), το σχεδιαστικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για την απεικόνιση της απαιτούμενης πληροφορίας του οδικού δικτύου σε μορφή γράφου (yEd) καθώς και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια εξαγωγής συμπερασμάτων.

Λέξεις Κλειδιά

δρομολόγηση, αλγόριθμος dijkstra, συγκοινωνιακό δίκτυο, γράφοι, κόμβοι, στάσεις, επιβάτες

Abstract

Routing is the core procedure for calculating optimal routes, in all types of networks, from computer networks, to transport networks.

The subject of this thesis is the design of optimal routing in the field of transport networks and especially in bus-line networks, with the use of a specific algorithm.

We examine consecutively, basic concepts of graphs, such as definitions, methods of their representation and also some basic concepts of networks, such as shortest path problems.

Also, there is an overview of the two main categories of dynamic routing algorithms, the distance vector algorithms and the link-state algorithms.

In addition, there is a brief reference to key elements of transport networks, such as to the types of bus lines that somemone may encounter, to some basic types of transport networks and to some criteria for determining the position of bus stations.

Thesis continues with the proposal of flexible routes implementation algorithm (that is based on Dijkstra algorithm), the design tool (yEd) used for the display of the required information of the road network in a form of graph and the results of produced simulations carried out for exporting conclusions.

Keywords

routing, dijkstra algorithm, transport network, graphs, nodes, stations, passengers

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αναγνώστου για τη βοήθεια, την καθοδήγηση, την κατανόησή του, καθώς και για τη συνολική συνεργασία μας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω το φιλικό και οικογενειακό μου περιβάλλον, για τη στήριξη και την εμψύχωση τόσο κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής, όσο και κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

Αφιερώνεται στη μητέρα μου,

στην αδερφή μου και

στη μνήμη του πατέρα μου.

Πίνακας Περιεχομένων

Περιεχόμενα Σχημάτων

Περιεχόμενα Πινάκων

Περιεχόμενα Διαγραμμάτων

1. Εισαγωγή

1.1 Δρομολόγηση και εφαρμογή της στα μεταφορικά δίκτυα

Όταν συναντούμε τη λέξη δίκτυα, μπορούμε να φανταστούμε μια πλειάδα διαφορετικών περιπτώσεων. Τα δίκτυα καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα, το οποίο συμπεριλαμβάνει δίκτυα επικοινωνίας, ηλεκτρικά δικτύα, μηχανικά δικτύα, δικτύα μεταφοράς και άλλα.

Ο παρακάτω πίνακας [9], συνοψίζει τα συστατικά στοιχεία κάποιων φυσικών δικτύων που εμφανίζονται σε διάφορες εφαρμογές:

Εφαρμογή	Φυσικό ανάλογο κόμβων	Φυσικό ανάλογο ακμών	Ροή
Συστήματα επικοινωνιών	Υπολογιστές, δορυφόροι,τηλέφωνα	Καλώδια, σύνδεση οπτικών ινών,μικροκυματική σύνδεση αναμετάδοσης	Μηνύματα φωνής, μεταφορά ήχου και εικόνας
Υδραυλικά συστήματα	Αντλιοστάσιο, λίμνες, ταμιευτήρες	Σωλήνες	Νερό, αέριο, λάδι
Ολοκληρωμένα κυκλώματα υπολογιστών	Πύλες, επεξεργαστές, καταχωρητές	Σύρματα	Ηλεκτρικό ρεύμα
Μηχανικά συστήματα	Άρθρωση	Δοκοί,ράβδοι, ελατήρια	Ενέργεια
Μεταφορικά συστήματα	Διασταυρώσεις, αεροδρόμια, σταθμοί τρένων	Λεωφόροι, σιδηροδρομικές γραμμές	Επιβάτες, οχήματα,φορτία

Πίνακας 1.1: Συστατικά στοιχεία των πιο συνηθισμένων φυσικών δικτύων

Η έννοια της δρομολόγησης, είναι συνυφασμένη με τα δίκτυα. Στην περίπτωση ενός δικτύου υπολογιστών, (όπως για παράδειγμα το διαδίκτυο) η δρομολόγηση μπορεί να οριστεί ως η διαδικασία εύρεσης της κατάλληλης διαδρομής που πρέπει να ακολουθήσουν τα πακέτα των δεδομένων, από τον αποστολέα τους προς κάποιο/κάποιους επιθυμητούς παραλήπτες. Η επιλογή της κατάλληλης αυτής διαδρομής ανάμεσα σε όλες τις διαθέσιμες, βασίζεται σε συγκεκριμένους αλγορίθμους οι οποίοι λαμβάνουν υπ'όψη τους κριτήρια που ποικίλλουν για κάθε εφαρμογή (συντομότερος δρόμος, ελάχιστη κατανάλωση ισχύος, ελάχιστη παρεμβολή κ.ά.). Επίσης η επιλογή της βέλτιστης διαδρομής προσαρμόζεται ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν τόσο στο δίκτυο όσο και στους ενδιάμεσους παραλήπτες (που μεσολαβούν μεταξύ αποστολέα και τελικών παραληπτών) τη στιγμή της αποστολής.

Η έννοια της δρομολόγησης εφαρμόζεται και σε πλήθος άλλες μορφές δικτύων, εκτός των δικτύων υπολογιστών. Ένα από τα πολλά πεδία στα οποία βρίσκει εφαρμογή η δρομολόγηση, είναι και αυτό του μεταφορικού/συγκοινωνιακού δικτύου ξηράς. Στην περίπτωση αυτή, ο όρος ‘διαδρομή’ αναφέρεται σε πραγματικούς δρόμους του οδικού δικτύου, ο όρος ‘πακέτα δεδομένων’ στα μέσα μαζικής μεταφοράς (ΜΜΜ), ενώ ο όρος ‘δεδομένα’ σε ανθρώπους ή αγαθά, όπως μπορούμε συμπληρωματικά να δούμε και από την τελευταία σειρά του πίνακα 1.1.

Σχήμα 1.1 Παραλληλισμός δικτύου υπολογιστών με μεταφορικό/συγκοινωνιακό δικτύο ξηράς

Το τελικό προϊόν της συγκεκριμένης δρομολόγησης, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε πως αποτελείται ενδεικτικά από τα παρακάτω: Ορισμός των γραμμών των λεωφορείων (route planning): δηλαδή καθορισμός αφετηρίας, τέρματος των στάσεων, των δρόμων από τους οποίους θα περάσει η γραμμή, (οπότε αυτομάτως καθορίζεται το μήκος και σε δεύτερο επίπεδο ο χρόνος της διαδρομής), η συχνότητα των λεωφορείων, κλπ. Επίσης θα μπορούσαμε να αναφέρουμε τον υπολογισμό των ωραρίων των δρομολογίων, δηλαδή κατάστρωση πίνακα με ώρες αφίξεων και αναχωρήσεων, καθώς και άλλες παραμέτρους.[7]

Στην παρούσα διπλωματική, έμφαση θα δοθεί στο κομμάτι της διαδρομής που θα ακολουθηθεί κατά τη διάρκεια εκτέλεσης ενός δρομολογίου και στον τρόπο με τον οποίο αυτή θα μπορεί να διαμορφωθεί, ώστε να έχει ως αποτέλεσμα την ελαχιστοποίηση της διάρκειάς της, σε συνδυασμό με την καλύτερη δυνατή εξυπηρέτηση των επιβατών.

Η δρομολόγηση ΜΜΜ στα δίκτυα μεταφοράς κοινού, μπορεί να γίνει είτε με στατικό, είτε με δυναμικό τρόπο. Μιλώντας συγκεκριμένα για λεωφορεία, με τα οποία θα ασχοληθούμε στην παρούσα διπλωματική, ο στατικός τρόπος είναι αυτός που εφαρμόζεται κλασικά στις αστικές συγκοινωνίες: όσοι επιβάτες επιθυμούν να επιβιβαστούν στο λεωφορείο, περιμένουν το λεωφορείο σε προκαθορισμένες στάσεις. Το λεωφορείο περνά από όλες ανεξαιρέτως τις στάσεις και σταματά εάν υπάρχουν επιβάτες που θέλουν να ανέβουν ή να κατέβουν από αυτό.

Μια δυναμική προσέγγιση της παραπάνω διαδικασίας την οποία υιοθετούμε και στην παρούσα διπλωματική, θα ήταν η εξής: πριν το λεωφορείο ξεκινήσει από την αφετηρία του, θα γνωρίζει σε ποιά σημεία υπάρχουν επιβάτες που θέλουν να επιβιβαστούν σε αυτό.

Η πρώτη διαφορά σε σχέση με τον στατικό τρόπο έγκειται στο ότι τα σημεία αυτά δεν είναι προκαθορισμένες στάσεις, αλλά κάποια σημεία εύκολης πρόσβασης τόσο για το μεταφορικό μέσο (στη συγκεκριμένη περίπτωση το λεωφορείο) όσο και για τους ίδιους τους επιβάτες. Τέτοια σημεία, θα μπορούσαν να είναι για παράδειγμα, κοντά σε διασταυρώσεις δρόμων, επειδή εκεί μπορούν να φτάσουν (υποψήφιοι) επιβάτες κάθετα στην πορεία του λεωφορείου. Επίσης, σε αυτό τον τρόπο προσέγγισης το λεωφορείο θα αναπροσαρμόζει κάθε φορά τη διαδρομή που θα ακολουθήσει, ως εξής: θα ξεκινά από την αφετηρία και θα καταλήγει στο τέρμα, αφού, όμως, θα έχει περάσει μόνο από όσα σημεία γνωρίζει πως υπάρχουν επιβάτες για να επιβιβαστούν σε αυτό. Στη δυναμική προσέγγιση, σκοπός είναι να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή διαδρομή του λεωφορείου με ένα κριτήριο που θα περιλαμβάνει το κόστος του λεωφορείου (διανυόμενη απόσταση, χρόνο διαδρομής κ.λπ.) και το κόστος των επιβατών (απόσταση που διανύουν, συνολικό χρόνο ταξιδιού κ.λπ.).

1.2 Ορισμός/ Περιγραφή του προβλήματος

Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω, το πρόβλημα που καλείται να αντιμετωπίσει η παρούσα διπλωματική είναι το εξής: θεωρώντας δεδομένη τη θέση της αφετηρίας αναζητούμε τη βέλτιστη διαδρομή που θα περάσει μόνο από όσες θέσεις βρίσκονται επιβάτες και θα καταλήξει στο τέρμα, του οποίου η θέση είναι επίσης δεδομένη.

Η προσέγγιση αυτή μπορούμε να πούμε ότι αποτελεί μια μορφή ToD (Transportation on Demand), δηλαδή μεταφοράς κατ' απαίτηση των επιβατών.

Η βελτιστοποίηση σε τέτοιου είδους προβλήματα συνίσταται από την ικανοποίηση των παρακάτω συγκρουόμενων στόχων:

- Μεγιστοποίηση των αιτήσεων των επιβατών που ικανοποιούνται
- Ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας
- Ελαχιστοποίηση της αναστάτωσης των επιβατών

Μια ισορροπία μεταξύ αυτών των στόχων είναι κάτι που επιτυγχάνεται με το να αυξηθεί ο αριθμός των αιτήσεων που θα γίνονται δεκτές δεδομένης της διαθέσιμης χωρητικότητας των λεωφορείων και κατόπιν να ελαχιστοποιηθεί το κόστος λειτουργίας ενώ η ποιότητα υπηρεσίας θα παραμένει σε επιθυμητά επίπεδα. [1]

Στόχος λοιπόν της διπλωματικής είναι χρησιμοποιώντας κατάλληλους αλγορίθμους, να εντοπίσουμε την επιθυμητή βέλτιστη διαδρομή. Η εφαρμογή του αλγορίθμου θα γίνει σε τυχαίες τοπολογίες, αντιπροσωπευτικές για συγκεκριμένες περιπτώσεις πραγματικών δικτύων.

1.3 Διάρθρωση εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία, διαρθρώνεται σε 6 κεφάλαια.

Στο πρώτο κεφάλαιο, γίνεται εισαγωγή στην εφαρμογή της δρομολόγησης στα δίκτυα ΜΜΜ και συγκεκριμένα στα λεωφορειακά δίκτυα. Επίσης γίνεται αναφορά στο πρόβλημα που θα πραγματευτεί η παρούσα διπλωματική καθώς και μία σύντομη περιγραφή αυτού.

Το δεύτερο κεφάλαιο περιλαμβάνει βασικές έννοιες και ορισμούς που αφορούν τα δίκτυα και τους γράφους. Οι γράφοι θα χρησιμοποιηθούν ως μέσο απεικόνισης των οδικών δικτύων που θα μελετηθούν. Επίσης γίνεται αναφορά στις βασικές κατηγορίες προβλημάτων εύρεσης συντομότερων μονοπατιών σε ένα δίκτυο.

Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά στις βασικότερες κατηγορίες αλγορίθμων δρομολόγησης: διανύσματος απόστασης και κατάστασης ζεύξης καθώς και στα πιο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αυτών: τους αλγορίθμους Bellman Ford και Dijkstra αντίστοιχα. Επιπλέον γίνεται και μια μικρή περιγραφή των πιθανών τύπων λεωφορειακών γραμμών που μπορεί να συναντήσει κάποιος καθώς και κάποιων ειδών δικτύων συγκοινωνιών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, περιγράφεται η υλοποίηση για τη δρομολόγηση ενός λεωφορείου, όπως αυτή διαμορφώθηκε στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής. Γίνεται αναφορά στο σχεδιαστικό εργαλείο yEd που χρησιμοποιήθηκε για την απεικόνιση του δικτύου με μορφή γράφων καθώς και στη γλώσσα προγραμματισμού της οποίας έγινε χρήση.

Το πέμπτο κεφάλαιο είναι αφιερωμένο στα παραδείγματα που βασίστηκαν στον αλγόριθμο που χρησιμοποιήθηκε καθώς και στην αξιολόγηση και τον έλεγχο των αποτελεσμάτων.

Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο γίνεται η εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων και προτείνονται θέματα για μελλοντική εργασία.

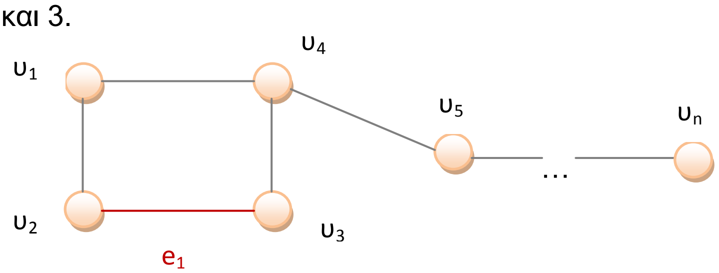
2. Βασικές έννοιες δικτύων και γράφων

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε σε βασικές έννοιες που αφορούν τα δίκτυα και τους γράφους. Οι γράφοι είναι το μαθηματικό εργαλείο που θα μας βοηθήσει να απεικονίσουμε με τρόπο κατανοητό, το δίκτυο που μας ενδιαφέρει με όλες τις απαραίτητες πληροφορίες του. Ακολουθούν οι βασικοί ορισμοί που θα χρησιμοποιηθούν στην πορεία της παρούσας διπλωματικής, ώστε να είναι κατανοητοί όπου εμφανίζονται.

2.1 Βασικά στοιχεία – Ορισμοί

2.1.1 Γράφος

Κάθε γράφος G αποτελείται από δύο σύνολα, τα V και E. Το σύνολο $V=\{υ_1,υ_2,\dots,υ_n\}$ είναι ένα πεπερασμένο μη κενό σύνολο τα στοιχεία του οποίου είναι οι κορυφές (vertices) ή αλλιώς κόμβοι (nodes) του γράφου. Το σύνολο $E=\{e_1,e_2,..,e_m\}$ είναι επίσης ένα πεπερασμένο μη κενό σύνολο που έχει ως στοιχεία τις ακμές (edges) ή αλλιώς τόξα (arcs) του γράφου, που συνδέουν μεταξύ τους τους κόμβους. Κάθε ακμή συνδυάζεται με ένα ζεύγος κορυφών, που είναι τα άκρα της ακμής αυτής. Για παράδειγμα: η $e_1=(υ_2,υ_3)$ συμβολίζει την ακμή 1 που συνδέει μεταξύ τους τους κόμβους 2 και 3.



Σχήμα 2.1 Γράφος

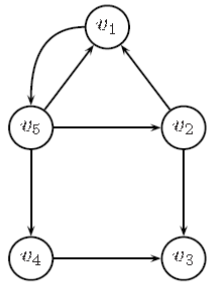
Οι γράφοι συμβολίζονται ως G=(V,E) ενώ V(G) και E(G) συμβολίζονται τα σύνολα των κορυφών και των ακμών τους, αντίστοιχα. Αν θεωρήσουμε ότι οι κορυφές ενός γράφου χρησιμοποιούνται για την παράσταση κάποιων δεδομένων, τότε μπορούμε να πούμε ότι οι ακμές χρησιμοποιούνται για να απεικονίσουν κάποια σχέση που συνδέει μεταξύ τους τα δεδομένα αυτά. [5]

2.1.1.1 Μη κατευθυνόμενος γράφος

Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο, το ζεύγος των κορυφών που αποτελούν τα άκρα κάθε ακμής του δεν έχει διάταξη. Συνεπώς τα ζεύγη κορυφών (u_i ,u_j) και (u_i ,u_j) παριστάνουν την ίδια ακμή, η οποία και δεν έχει κατεύθυνση, ή διαφορετικά είναι αμφίδρομη. [5]

2.1.1.2 Κατευθυνόμενος Γράφος

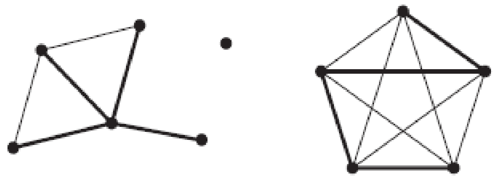
Κατευθυνόμενος γράφος είναι ο γράφος στον οποίο κάθε ακμή αυτού μετατρέπεται σε ένα βέλος με συγκεκριμένη κατεύθυνση, δηλαδή με συγκεκριμένο κόμβο-αφετηρία και συγκεκριμένο κόμβο-προορισμό. Στον κατευθυνόμενο γράφο, η ακμή που ξεκινά από τον κόμβο u_i και καταλήγει στον κόμβο u_j διαφοροποιείται από αυτήν που ξεκινά από τον u_j και καταλήγει στον u_i .



Σχήμα 2.2 Κατευθυνόμενος Γράφος

2.1.1.3 Πλήρης Γράφος

Πλήρης ονομάζεται ο γράφος στον οποίο κάθε (ανεξαιρέτως) ζεύγος κορυφών του συνδέεται με μία τουλάχιστον ακμή. (Αν ο γράφος είναι πλήρης και κατευθυνόμενος οι κόμβοι μεταξύ τους θα συνδέονται με δύο ακμές.) Ουσιαστικά στο γράφο αυτό, όλοι οι κόμβοι είναι γειτονικοί μεταξύ τους.



Σχήμα 2.3 Μη πλήρης γράφος-Πλήρης γράφος

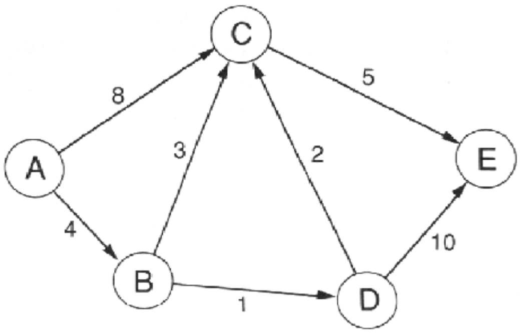
2.1.2 Γειτονικοί κόμβοι

Γειτονικοί ονομάζονται οι κόμβοι ενός γράφου, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με ακμή.

2.1.3 Βάρος ακμής

Βάρος της ακμής είναι η τιμή που αντιστοιχίζεται σε αυτήν σε ένα γράφο και παριστάνει διαφορετικό μέγεθος, ανάλογα με το τι αντιπροσωπεύει ο γράφος που εξετάζουμε. Μπορεί να είναι χρόνος για τη μετάβαση από το ένα άκρο της ακμής στο άλλο, απόσταση που συνδέει τις δύο ακμές, φόρτος δικτύου κατά μήκος της ακμής αυτής ή ακόμα και το αποτέλεσμα κάποιας συνάρτησης που να τα συνδυάζει.

Με βάση το παρακάτω σχήμα το βάρος της ακμής που συνδέει τους κόμβους A και C είναι 8, τους B και C 3, κλπ.



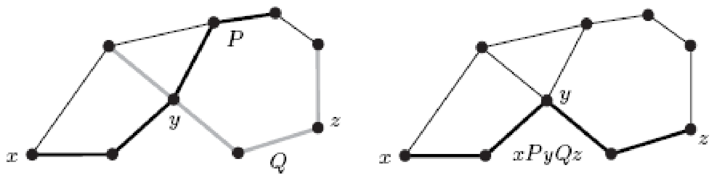
Σχήμα 2.4 Γράφος με βάρη ακμής

2.1.4 Δρόμος

Σε ένα γράφο G, ονομάζουμε δρόμο μια πεπερασμένη ακολουθία εναλλάξ κορυφών και πλευρών του G που αρχίζει και τελειώνει σε κορυφή και που κάθε πλευρά που περιέχεται στην ακολουθία προσπίπτει στην κορυφή που προηγείται και σε αυτήν που έπεται.[6]

2.1.5 Μονοπάτι

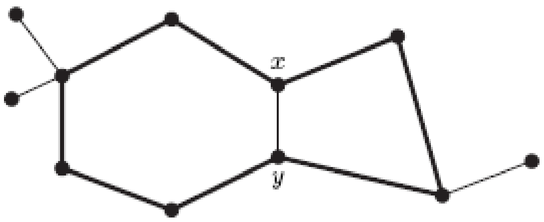
(Απλό) Μονοπάτι ονομάζεται ο δρόμος στον οποίο κάθε κορυφή και κάθε πλευρά του, εμφανίζονται ακριβώς μία φορά.[6]



Σχήμα 2.5 Μονοπάτι P, Q και xPyQ

2.1.6 Κύκλος

Κύκλος είναι ένα κλειστό μονοπάτι, δηλαδή ένα μονοπάτι που έχει αρχή και τέλος την ίδια κορυφή.



Σχήμα 2.6 Κύκλος

2.1.7 Βαθμός κορυφής(κόμβου)

Βαθμός κορυφής ενός γράφου, είναι το πλήθος των ακμών που προσπίπτουν ή αναχωρούν από αυτήν [6]. Ειδικότερα, μιλώντας για κατευθυνόμενους γράφους, ορίζουμε ως έσω-βαθμό (in-degree) μιας κορυφής υ, το πλήθος των ακμών των οποίων αποτελεί κεφαλή, ενώ ως έξω-βαθμό (out-degree) της κορυφής υ, ορίζουμε το πλήθος των ακμών των οποίων αποτελεί ουρά. [5]

2.1.8 Τάξη και μέγεθος γράφου

Τάξη ενός γράφου G(V,E) ονομάζεται το πλήθος των κορυφών του και συμβολίζεται με |V|. Μέγεθος ενός γράφου G ονομάζεται το πλήθος των ακμών αυτού, και συμβολίζεται με |E|. [6]

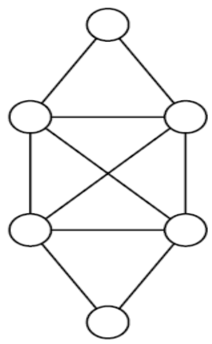
Ο αριθμός

$$d(G) := \frac{1}{|V|} \sum_{\upsilon \in V} d(\upsilon)$$

είναι ο μέσος βαθμός του γράφου G, όπου |V| είναι το πλήθος των ακμών και υ κάθε ένας από τους κόμβους του γράφου [12].

2.1.9 Γράφος Euler

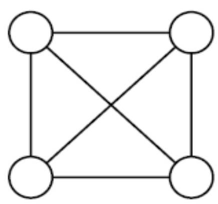
Γράφος Euler ονομάζεται ο γράφος που έχει κύκλο Euler. Κύκλος Euler είναι ένας κύκλος που περνά ακριβώς μία φορά από κάθε ακμή ενός γράφου G, χωρίς να περνά ακριβώς μια φορά και από κάθε κορυφή. Ένας γράφος έχει κύκλο Euler αν και μόνο αν όλες οι κορυφές του έχουν άρτιο βαθμό.[6]



Σχήμα 2.7 Κύκλος Euler

2.1.10 Γράφος Hamilton

Γράφος Hamilton ονομάζεται ο γράφος που έχει κύκλο Hamilton. Κύκλος Hamilton είναι ένας κύκλος που περνά ακριβώς μια φορά από κάθε κορυφή ενός γράφου, χωρίς απαραίτητα να περνά και από όλες τις ακμές.[6]



Σχήμα 2.8 Γράφος Hamilton

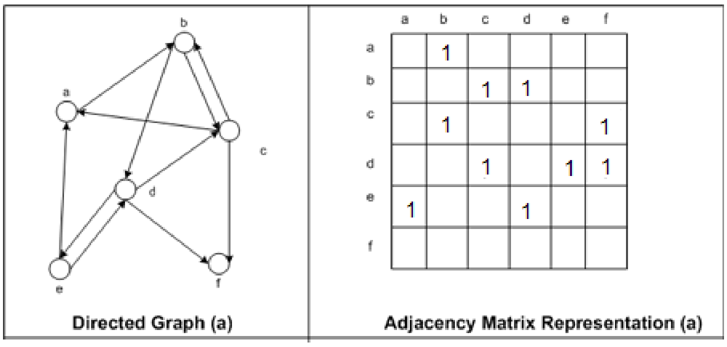
2.2 Τρόποι παράστασης γράφων

Ως τώρα γνωρίσαμε ορισμούς και τα βασικά στοιχεία ενός γράφου. Οι γράφοι χρησιμοποιούνται όπως αναφέραμε και στην εισαγωγική παράγραφο του κεφαλαίου, για την εύκολη και κατανοητή απεικόνιση ενός δικτύου και των στοιχείων που το αποτελούν.

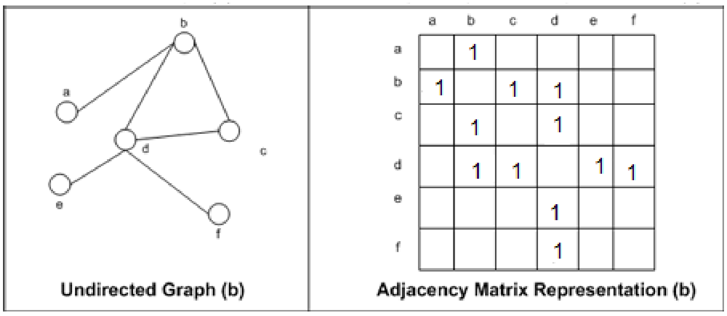
Όλη η πληροφορία τώρα που περιέχει ένας γράφος, μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα από τους παρακάτω τρόπους: με ένα πίνακα γειτνίασης κόμβων, με μια λίστα γειτνίασης κόμβων ή με ένα πίνακα πρόσπτωσης κόμβων-ακμών. Οι τρόποι που προαναφέραμε είναι οι πλέον συνηθισμένοι, όχι όμως και οι μοναδικοί. [5]

2.2.1 *Πίνακας γειτνίασης (adjacency matrix)*

Ο πίνακας γειτνίασης είναι ένας τετραγωνικός πίνακας, του οποίου και οι δύο διαστάσεις αντιστοιχούν στους κόμβους του γράφου (δικτύου). Σύμφωνα με τον ορισμό του πίνακα γειτνίασης, η τιμή του στοιχείου του (i,j) είναι ίση με 1, αν υπάρχει ακμή στο γράφο που να συνδέει μεταξύ τους τους κόμβους i και j, διαφορετικά η τιμή του στοιχείου (i,j) είναι ίση με 0.



Σχήμα 2.9 Πίνακας γειτνίασης κατευθυνόμενου γράφου



Σχήμα 2.10 Πίνακας γειτνίασης απλού γράφου

Στα δύο παραπάνω σχήματα, όπου το στοιχείο των πινάκων είναι κενό, εννοείται το μηδέν.

Η διαγώνιος του πίνακα γειτνίασης αποτελείται μόνο από μηδενικά, γιατί υποθέτουμε πως δεν υπάρχουν ανακυκλώσεις, δηλαδή δεν υπάρχει ακμή στο γράφο που η αρχή και το τέρμα της να είναι ο ίδιος κόμβος.

Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο, όπως αυτόν του Σχήματος 2.10, ο πίνακας γειτνίασης είναι συμμετρικός, αφού όπως έχουμε αναφέρει η ακμή ($υ_i$,$υ_j$) είναι στοιχείο του συνόλου E(G) αν και μόνο αν ισχύει το ίδιο και για την ακμή ($υ_j$,$υ_i$).

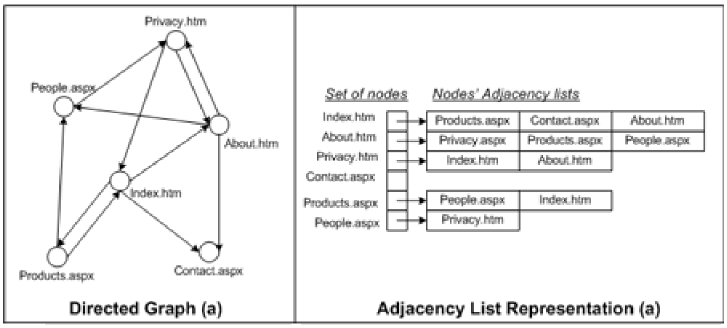
Παρακάτω φαίνεται ο μαθηματικός ορισμός του πίνακα γειτνίασης:
Έστω γράφος G=(V,E) με V={$υ_1$,$υ_2$,…,$υ_n$} και E={e_1,e_2,..,e_m}. Τότε ο γράφος μπορεί να παρασταθεί με ένα πίνακα A(G) διαστάσεων nxn, όπου:

$$A\,(G) = [\alpha_{ij}] \quad , \quad \alpha_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ αν } \{υ_i,\, υ_j\} \;\; ε\; E \\ 0, \text{ αλλιώς} \end{cases}$$

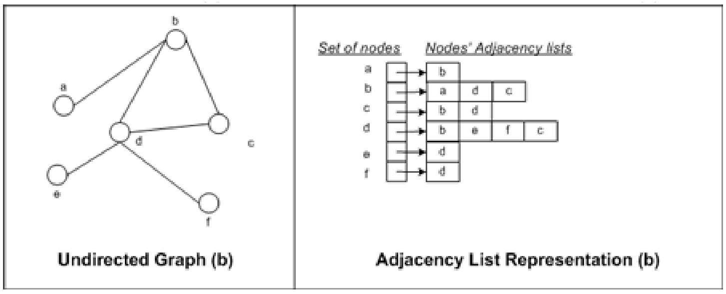
2.2.2 *Λίστα γειτνίασης (adjacency list)*

Η λίστα γειτνίασης είναι θα λέγαμε το ‘δυναμικό’ ισοδύναμο του πίνακα γειτνίασης, ο οποίος θεωρείται στατικός τρόπος αναπαράστασης ενός γράφου.

Στην αναπαράσταση αυτή σε κάθε κόμβο του γράφου αντιστοιχεί μία συνδεδεμένη λίστα, η οποία περιέχει όλους τους γειτονικούς κόμβους αυτού. Ουσιαστικά ο γράφος, παριστάνεται σαν ένας πίνακας δεικτών. Το κάθε στοιχείο του πίνακα αυτού αντιστοιχεί σε ένα κόμβο του γράφου και η τιμή του είναι ένας δείκτης που δείχνει σε ένα κόμβο-κεφαλή. Ο κόμβος-κεφαλή περιέχει τα δεδομένα του κόμβου του γράφου και ένα δείκτη σε μια συνδεδεμένη λίστα κόμβων. Κάθε κόμβος έχει δύο πεδία: ένα ακέραιο πεδίο, το οποίο περιέχει τον αριθμό του κόμβου που παριστάνει και ένα πεδίο-δείκτη που δείχνει στον επόμενο κόμβο που είναι γειτονικός με τον κόμβο που παριστάνει ο κόμβος-κεφαλή.[5]



Σχήμα 2.11 Λίστα γειτνίασης ενός κατευθυνόμενου γράφου



Σχήμα 2.12 Λίστα γειτνίασης ενός απλού γράφου

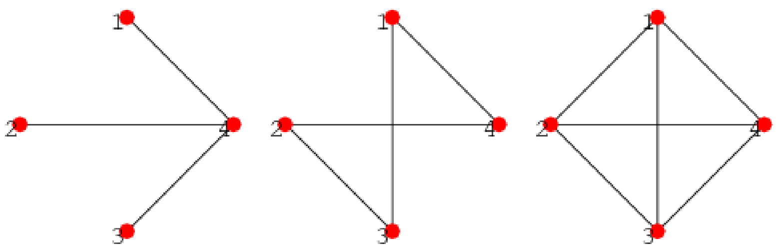
2.2.3 Πίνακας πρόσπτωσης κόμβων-ακμών

Ξεκινώντας από τον ορισμό του, υποθέτουμε γράφο G=(V,E) με V={$υ_1$,$υ_2$,…,$υ_n$} και E={e_1,e_2,..,e_m}. Ο γράφος αυτός μπορεί να παρασταθεί με τον πίνακα πρόσπτωσης, ο οποίος θα έχει διαστάσεις nxm ως εξής:

$$B(G) = [b_{ij}], \text{ όπου } \quad b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ αν } e_i \text{ προσπίπτει στην } υ_j \\ 0, \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Στον πίνακα αυτό, η μία διάσταση αντιστοιχίζεται στο πλήθος των κόμβων του γράφου και η άλλη στο πλήθος των ακμών του.

Το στοιχείο (i,j) του πίνακα πρόσπτωσης έχει τιμή 1, αν ο κόμβος i αποτελεί αρχή ή πέρας της ακμής j. Αν όχι, τότε η τιμή του στοιχείου αυτού είναι μηδενική. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τρεις περιπτώσεις γράφων με τους αντίστοιχους πίνακες πρόσπτωσης.



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

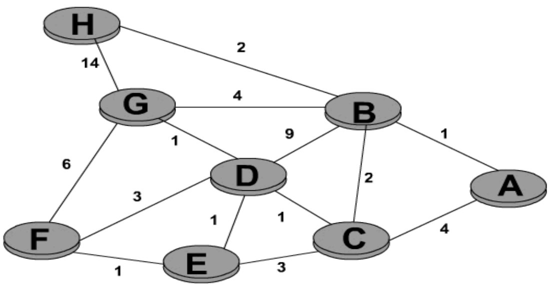
Σχήμα 2.13 Γράφοι και πίνακες πρόσπτωσης

Στην παρούσα διπλωματική και στα πλαίσια του κώδικα που συντάχθηκε, επιλέχθηκε ο πρώτος τρόπος αναπαράστασης του γράφου (πίνακας γειτνίασης), με ένα ελαφρώς τροποποιημένο ορισμό, σε σχέση με τον προηγούμενο.

Η τροποποίηση αναφέρεται πιο συγκεκριμένα, στο γεγονός οτι κάθε στοιχείο του πίνακα που αντιστοιχεί σε ύπαρξη ακμής η οποία συνδέει δύο κόμβους μεταξύ τους, δεν έχει τιμή 1, όπως ορίσαμε μόλις προηγουμένως, αλλά τιμή ίση με το βάρος της ακμής αυτής.

2.3 Το πρόβλημα των συντομότερων μονοπατιών (shortest path problem)

Στην παράγραφο αυτή παραθέτουμε κάποιες γενικές κατηγορίες προβλημάτων εύρεσης συντομότερων μονοπατιών σε ένα γράφο/δίκτυο.



Σχήμα 2.14 Γράφος / δίκτυο

2.3.1 Single-pair shortest path problem

Είναι ουσιαστικά το κλασικό shortest-path problem, ονομάζεται όμως έτσι για να διαχωριστεί από τα υπόλοιπα προβλήματα της κατηγορίας αυτής. Συνίσταται στην εύρεση ενός μονοπατιού μεταξύ δύο κόμβων έτσι ώστε το άθροισμα των βαρών των ακμών που το αποτελούν (το μονοπάτι) να είναι το ελάχιστο δυνατό.

2.3.2 Single-source shortest path problem

Σε αυτή την κατηγορία, καλούμαστε να βρούμε τα ελάχιστα μονοπάτια από ένα κόμβο-πηγή προς όλους τους άλλους κόμβους του γράφου. Θεωρώντας λοιπόν ένα συγκεκριμένο κόμβο-αφετηρία, υπολογίζουμε το μήκος κάθε μονοπατιού που τον συνδέει με κάθε άλλο κόμβο-προορισμό μέσα στο γράφο.

2.3.3 Single-destination shortest path problem

Στην προκειμένη περίπτωση, στόχος είναι να βρεθούν τα ελάχιστα μονοπάτια από όλους τους κόμβους του γράφου προς ένα μοναδικό κόμβο- προορισμό. Εδώ παραμένει σταθερός ο προορισμός και καλούμαστε να υπολογίσουμε το μήκος κάθε μονοπατιού που συνδέει όλους τους υπόλοιπους κόμβους-αφετηρίες του γράφου, με το δεδομένο προορισμό. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να μετατραπεί στο single-source shortest path problem αντιστρέφοντας τις ακμές του γράφου.

2.3.4 All-pairs path problem

Εδώ το πρόβλημα είναι η εύρεση των ελάχιστων μονοπατιών μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων στο γράφο. Δηλαδή θεωρούμε κάθε φορά και ένα διαφορετικό ζεύγος κόμβων του γράφου που αντιστοιχεί σε μια αφετηρία και ένα προορισμό και αναζητούμε το ελάχιστο μήκος του μονοπατιού που τα συνδέει.

2.3.5 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP,Travelling Salesman Problem)

Το TSP είναι ένα δημοφιλές πρόβλημα εύρεσης ελάχιστης διαδρομής που αποτελεί μια ειδική κατηγορία. Ορίζεται ως εξής: ένας πλανόδιος πωλητής θέλει να επισκεφθεί συγκεκριμένο αριθμό πόλεων σε μια περιοχή, περνώντας από την κάθε μία από αυτές για μία και μοναδική φορά. Ξεκινά από μία πόλη, η οποία θεωρείται η αφετηρία και στην οποία θα πρέπει να επιστρέψει , όταν ολοκληρώσει το ταξίδι του (είναι και η μόνη πόλη που θα επισκεφτεί δύο φορές). Με δεδομένο το κόστος του ταξιδιού μεταξύ δύο οποιωνδήποτε πόλεων καθώς και τις πόλεις τις οποίες πρέπει να επισκεφθεί, το ζητούμενο του προβλήματος είναι η σειρά με την οποία θα πρέπει να επισκεφθεί ο πωλητής τις πόλεις αυτές, ώστε το κόστος του ταξιδιού του να είναι το ελάχιστο δυνατό.

Το TSP έχει αρκετές εφαρμογές τόσο στην αυθεντική, όσο και στην τροποποιημένη του μορφή. Θεωρώντας το ως ένα γραφοθεωρητικό πρόβλημα, το TSP μπορεί να διαμορφωθεί ως εξής: Οι κόμβοι (vertices) του γράφου αντιστοιχούν στις πόλεις και οι ακμές (edges) αυτού, αντιστοιχούν στις συνδέσεις μεταξύ των πόλεων, δηλαδή στους δρόμους οι οποίοι τις ενώνουν. Το μήκος μιας ακμής είναι το αντίστοιχο μήκος του δρόμου.

Το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή είναι ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης (combinatorial optimization). Τον τομέα της συνδυαστικής βελτιστοποίησης, αποτελούν προβλήματα βελτιστοποίησης όπου το σύνολο των εφικτών λύσεων είναι διακριτό ή μπορεί να μειωθεί σε μια διακριτή λύση και ο στόχος είναι να βρεθεί η καλύτερη δυνατή λύση. Θεωρείται ως ένα NP-complete πρόβλημα (NP-nondeterministic polynomial time). Τα προβλήματα της κατηγορίας αυτής, έχουν τις εξής δύο ιδιότητες:

1.Κάθε δοσμένη λύση στο πρόβλημα μπορεί να επαληθευτεί γρήγορα (σε πολυωνυμικό χρόνο) - το σύνολο των προβλημάτων με αυτή την ιδιότητα ονομάζεται NP.

2.Αν το πρόβλημα μπορεί να λυθεί γρήγορα (σε πολυωνυμικό χρόνο), τότε το ίδιο μπορεί και κάθε πρόβλημα NP.

Αν και κάθε συγκεκριμένη λύση σε ένα τέτοιο πρόβλημα μπορεί να επαληθευθεί γρήγορα, δεν είναι γνωστός κανένας αποτελεσματικός τρόπος για να βρεθεί μια λύση σε πρώτη φάση - πράγματι, το πιο αξιοσημείωτο χαρακτηριστικό των NP - complete προβλημάτων είναι ότι καμία γρήγορη λύση για αυτά δεν είναι γνωστή. Αυτό σημαίνει πως ο απαιτούμενος χρόνος για να λυθεί το πρόβλημα με χρήση οποιουδήποτε γνωστού αλγορίθμου αυξάνεται πολύ γρήγορα καθώς το πρόβλημα (το δίκτυο) μεγαλώνει.

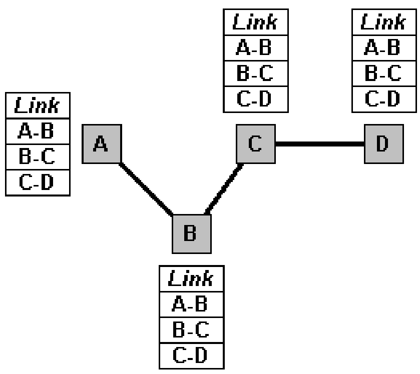
3. Οι βασικότεροι αλγόριθμοι δυναμικής δρομολόγησης- Μεταφορικά Δίκτυα

3.1 Αλγόριθμοι δυναμικής δρομολόγησης

Οι αλγόριθμοι δυναμικής δρομολόγησης χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις όπου κάποια συγκεκριμένη διαδρομή του δικτύου γίνεται για κάποιο λόγο μη διαθέσιμη, συνεπώς οι υπάρχοντες κόμβοι πρέπει να αποφασίσουν μια εναλλακτική διαδρομή για να φτάσουν τα πακέτα που στέλνουν στον προορισμό τους.

3.1.1 Link State Αλγόριθμοι

Σε ένα αλγόριθμο κατάστασης ζεύξης (link state algorithm), η τοπολογία του δικτύου και το κόστος όλων των ζεύξεων είναι γνωστά εκ των προτέρων, και μάλιστα διαθέσιμα ως είσοδος στον αντίστοιχο αλγόριθμο. Αυτό επιτυγχάνεται με εκπομπή κατάστασης ζεύξης όλων των κόμβων και έτσι όλοι οι κόμβοι έχουν μια πανομοιότυπη και πλήρη άποψη για το δίκτυο (Σχήμα 3.1). Κάθε κόμβος μπορεί μετά να εκτελέσει ένα αλγόριθμο κατάστασης ζεύξης και να υπολογίσει το σύνολο διαδρομών ελαχίστου κόστους με κάθε άλλο κόμβο [4] .



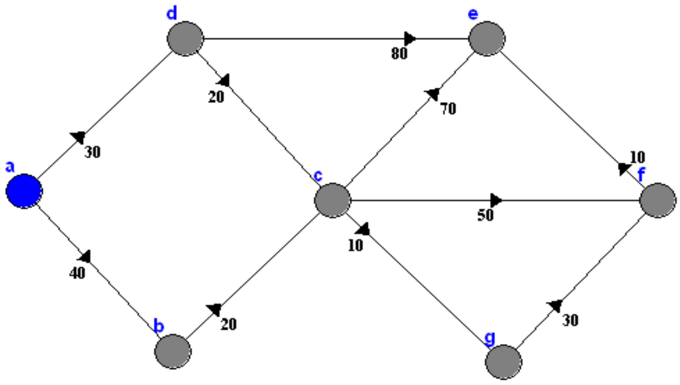
Σχήμα 3.1 Link state αλγόριθμοι-Όλοι οι κόμβοι έχουν την ίδια πληροφορία

3.1.1.1 Ο αλγόριθμος Dijkstra

Ο πιο διάσημος αλγόριθμος δρομολόγησης της κατηγορίας link-state, είναι ο Dijkstra, ο πλέον γνωστός και χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος για την εύρεση ελαχίστων μονοπατιών (shortest-path problems) σε ένα δεδομένο δίκτυο/γράφο. Επιλύει το single-source path problem και εφαρμόζεται σε γράφους με μη αρνητικές ακμές, υπολογίζοντας το μήκος του ελάχιστου (συντομότερου) μονοπατιού που συνδέει ένα κόμβο-πηγή με κάθε άλλο κόμβο-προορισμό μέσα στο γράφο.

Ο αλγόριθμος είναι επαναληπτικός και έχει την ιδιότητα ότι, δεδομένης της πηγής, μετά από τη n-οστή επανάληψή του, οι διαδρομές ελαχίστου κόστους είναι γνωστές σε **n** κόμβους προορισμού και ανάμεσα στις διαδρομές ελαχίστου κόστους προς όλους τους κόμβους προορισμού, αυτές οι n διαδρομές θα έχουν τα n μικρότερα κόστη [4].

Παρακάτω φαίνεται ένας γράφος με πηγή τον κόμβο a του οποίου θα βρεθεί το ελάχιστο μονοπάτι από τον κόμβο a προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους, κάνοντας χρήση του αλγορίθμου Dijkstra.



Εξεταζόμενος κόμβος	b		c		d		e		f		g	
	D	π	D	π	D	π	D	π	D	π	D	π
a	40	a	∞	-	**30**	a	∞	-	∞	-	∞	-
d	**40**	a	50	d	30	a	110	d	∞	-	∞	-
b	40	a	**50**	d	30	a	110	d	∞	-	∞	-
c	40	a	50	d	30	a	110	d	100	c	**60**	c
g	40	a	50	d	30	a	110	d	**90**	g	60	c
f	40	a	50	d	30	a	**100**	f	90	g	60	c
e	40	a	50	d	30	a	100	f	90	g	60	c

Σχήμα 3.2 Γράφος και εφαρμογή του αλγορίθμου Dijkstra

Η στήλη εξεταζόμενος κόμβος, δηλώνει τον κόμβο που εξετάζουμε σε κάθε επανάληψη. Η στήλη D περιέχει το ελάχιστο –μέχρι την εκάστοτε επανάληψη- κόστος της διαδρομής από την πηγή προς τον κόμβο-προορισμό της συγκεκριμένης στήλης και η στήλη π περιλαμβάνει τους πρόγονους του αντίστοιχου κόμβου που βρίσκονται πάνω στην τρέχουσα διαδρομή ελαχίστου κόστους από την πηγή προς τον κόμβο αυτό.

Στην πρώτη σειρά του πίνακα, γίνεται η αρχικοποίηση του αλγορίθμου. Οι κόμβοι b,d είναι γειτονικοί της πηγής, οπότε τίθεται σε αυτούς το αντίστοιχο κόστος από την πηγή, ενώ για τους υπόλοιπους κόμβους, το κόστος θεωρείται άπειρο, αφού δεν συνδέονται άμεσα με τον a.

Ο κύριος βρόχος που εκτελεί ο αλγόριθμος μετά την αρχικοποίηση, έχει ως εξής: Από τους κόμβους που δεν έχουν ακόμα εξεταστεί, διαλέγουμε αυτόν με το μικρότερο dist, τον οποίο ονομάζουμε τρέχοντα κόμβο. Ενημερώνουμε κάθε γειτονικό (παραλείποντας τους ήδη εξετασθέντες) κόμβο του τρέχοντος ως εξής: αν το dist του γειτονικού κόμβου είναι μεγαλύτερο από το dist που θα προκύψει αν λάβουμε υπ’όψη μας το ήδη υπολογισμένο dist του τρέχοντος και το κόστος της άμεσης ζεύξης του ζευγαριού τρέχων-γειτονικός τρέχοντος, τότε το dist παίρνει την τελευταία τιμή.

Αν x τρέχων κόμβος, y γειτονικός αυτού (που δεν έχει ακόμα εξεταστεί), D(x) ελάχιστο κόστος από την πηγή στον κόμβο x, D(y) ελάχιστο κόστος από την πηγή στον κόμβο y και c(x,y) το κόστος της απευθείας ζεύξης των γειτόνων x,y μπορούμε να συνοψίσουμε τον πυρήνα του dijkstra:

$$D(y) = \min \{ D(y), D(x) + c(x,y) \}$$

Για να δημιουργηθεί οποιοδήποτε ζητούμενο ελάχιστο μονοπάτι από την πηγή σε κάποιο προορισμό, κάνουμε το εξής: έστω το ζητούμενο μονοπάτι είναι από τον a στον g. Στη στήλη του g, εντοπίζουμε τον πρόγονό του στη διαδρομή ελαχίστου κόστους από την πηγή: αυτός είναι ο c. Έπειτα από τη στήλη του c, εντοπίζουμε ποιός είναι ο δικός του πρόγονος στη διαδρομή ελαχίστου κόστους από την πηγή: ο d. Τέλος, πρόγονος του d στη διαδρομή ελαχίστου κόστους από την πηγή είναι η ίδια η πηγή a. Συνεπώς το ελάχιστο ζητούμενο μονοπάτι είναι το: a->d->c->g και έχει κόστος D(g)=60.

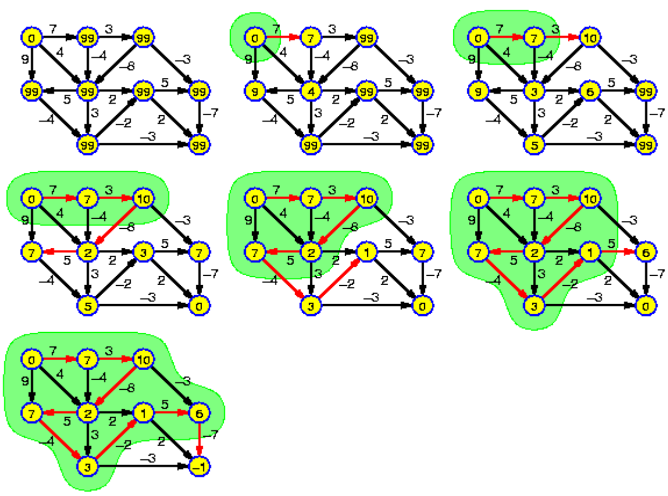
3.1.2 Distance Vector Αλγόριθμοι

Στους distance vector αλγορίθμους, κάθε κόμβος δέχεται κάποιες πληροφορίες από έναν ή περισσότερους από τους απευθείας συνδεδεμένους γείτονές του, κάνει τους απαραίτητους υπολογισμούς και κατόπιν κατανέμει το αποτέλεσμα των υπολογισμών του, πίσω στους γείτονές του. [4]

Όταν ξεκινάει ένας κόμβος ξέρει μόνο τους άμεσους γείτονές του, και το κόστος που εμπλέκεται ώστε να φτάσει σε αυτούς. (Αυτές οι πληροφορίες, η λίστα με τους προορισμούς, το εμπλεκόμενο κόστος για να φτάσει κανείς σε αυτόν, και στον *επόμενο κόμβο (hop)*, σχηματίζουν τον πίνακα δρομολόγησης ή *πίνακα αποστάσεων*). Κάθε κόμβος, σε τακτικά χρονικά διαστήματα, στέλνει σε κάθε γείτονά του την δική του παρούσα αντίληψη για το κόστος που εμπλέκεται μέχρι να φτάσει σε όλους τους προορισμούς που του είναι γνωστοί. Οι γειτονικοί κόμβοι εξετάζουν αυτές τις πληροφορίες, τις συγκρίνουν με αυτές που ήδη 'ξέρουν'· ότι τους παρουσιάζει μια βελτίωση σε σχέση με αυτά που ήδη έχουν το εισάγουν στον δικό τους πίνακα δρομολόγησης. Με τον καιρό, όλοι οι κόμβοι του δικτύου θα ανακαλύπτουν το καλύτερο επόμενο βήμα (hop) για όλους τους προορισμούς και το καλύτερο συνολικό κόστος.

3.1.2.1 Ο αλγόριθμος Bellman-Ford

Ο αλγόριθμος Bellman-Ford ανήκει στην κατηγορία των distance vector αλγορίθμων και λύνει το single-source shortest path problem στην πιο γενική περίπτωση, στην οποία τα βάρη των ακμών μπορούν να είναι αρνητικά. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα ακολουθεί στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.3 Αλγόριθμος Bellman-Ford

3.2 Μεταφορικά Δίκτυα

3.2.1 Τύποι λεωφορειακών γραμμών

Όπως υπάρχουν διάφορα είδη δικτύων υπάρχουν και διάφορα είδη λεωφορειακών γραμμών, τα κυριότερα από τα οποία θα παρουσιάσουμε ακολούθως.[7]

Έχουμε λοιπόν 4 βασικά είδη λεωφορειακών γραμμών:

3.2.1.1 Σταθερής διαδρομής και στάσεων

Πρόκειται για τη συνηθέστερη περίπτωση γραμμών, η οποία χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι υπάρχει μια προκαθορισμένη διαδρομή και ένας προκαθορισμένος αριθμός στάσεων, τα οποία ο οδηγός του λεωφορείου είναι υποχρεωμένος να ακολουθήσει σε όλα του τα δρομολόγια.

3.2.1.2 Σταθερής διαδρομής και μεταβλητών στάσεων

Οι γραμμές του τύπου αυτού χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι ο οδηγός του λεωφορείου έχει τη δυνατότητα να μη σταματήσει σε όλες τις στάσεις ανάλογα με την ώρα της ημέρας (και τις γενικότερες κυκλοφοριακές συνθήκες) ή με το αν έχει να παραλάβει επιβάτες από κάποια στάση, κλπ. Παραλλαγή του τύπου αυτού είναι και οι λεωφορειακές γραμμές express.

3.2.1.3 Μεταβλητής διαδρομής αλλά ορισμένων σταθερών στάσεων

Στις γραμμές του τύπου αυτού ο οδηγός του λεωφορείου έχει τη δυνατότητα να αλλάξει τη διαδρομή του, αλλά είναι υποχρεωμένος να περάσει από ορισμένες στάσεις. Η ελαστικότητα αυτή στην επιλογή διαδρομής δίνεται κυρίως για να παρακαμφθούν κυκλοφοριακές συμφορήσεις ή να εξυπηρετηθούν συγκεκριμένες χρήσεις γης που έχουν μεγάλη ζήτηση για εξυπηρέτηση, αλλά για μικρά όμως χρονικά διαστήματα.

3.2.1.4 Μεταβλητής διαδρομής και στάσεων

Οι περιπτώσεις αυτές λεωφορειακών γραμμών χρησιμοποιούνται συνήθως σε περιοχές με μεσαία ζήτηση. Η διαδρομή και οι στάσεις του λεωφορείου καθορίζονται κάθε φορά ανάλογα με τη ‘ζήτηση’ που θα υπάρχει δηλαδή με το πόσοι επιβάτες θα ζητήσουν το λεωφορείο και το πού βρίσκονται αυτοί. Σε αυτή την κατηγορία, ανήκει και η λεωφορειακή γραμμή που εξετάζουμε στην παρούσα διπλωματική, καθώς κάθε φορά δεδομένου του ίδιου οδικού δικτύου, η διαδρομή του λεωφορείου και οι στάσεις που αυτό πραγματοποιεί, καθορίζονται από την εκάστοτε θέση και τον αριθμό των επιβατών.

3.2.2 Κατηγορίες στάσεων λεωφορείων

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της διπλωματικής, οι στάσεις του λεωφορείου θα επιλεχθούν να τοποθετηθούν σε σημεία εύκολης πρόσβασης, όπως για παράδειγμα κοντά σε διασταυρώσεις δρόμων. Παρακάτω παρατίθενται κάποιες επιλογές ως προς τον πιο ακριβή προσδιορισμό της θέσης των στάσεων σε σχέση με τις διασταυρώσεις.

3.2.2.1 Στάση λεωφορείου off-line (εκτός δρόμου)

Στην περίπτωση αυτή, το λεωφορείο σταματά εκτός της κυκλοφοριακής ροής. Λόγω των καθυστερήσεων που παρουσιάζονται όταν τα λεωφορεία προσπαθούν να ξαναμπούν στην κυκλοφορία και λόγω της αθροιστικής επίδρασης των καθυστερήσεων αυτών στην ταχύτητα του λεωφορείου και στο χρόνο ολοκλήρωσης του δρομολογίου, οι στάσεις αυτές αποφεύγονται εκτός αν το όριο ταχύτητας του συγκεκριμένου δρόμου είναι σχετικά υψηλό (μεγαλύτερο από 60 ή 70 χλμ/ώρα).[13]

3.2.2.2 Στάση λεωφορείου on-line (επί του δρόμου)

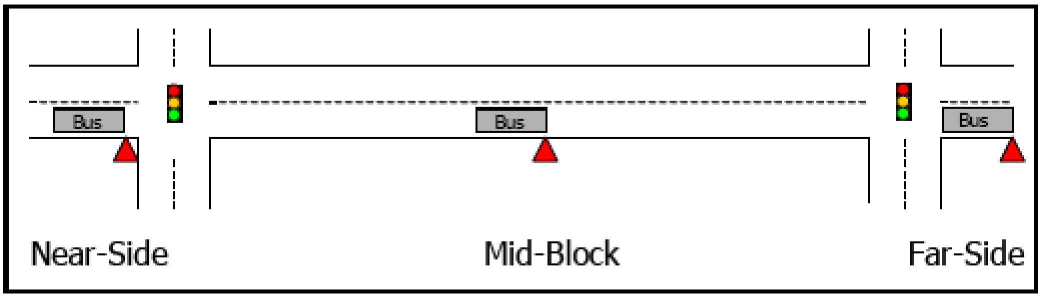
Στην περίπτωση αυτή, οι στάσεις των λεωφορείων εντοπίζονται επί του δρόμου και μπορούν να τοποθετηθούν σε μια από τις τρεις παρακάτω περιοχές:

(α) *Near side*, όπου το λεωφορείο πραγματοποιεί στάση αμέσως πριν από μία διασταύρωση

(β) *Far side*, όπου το λεωφορείο σταματά αμέσως μετά από μια διασταύρωση

(γ) *Mid-block*, όπου το λεωφορείο σταματά στο ενδιάμεσο μεταξύ δύο διασταυρώσεων.

Όσα προαναφέρθηκαν, φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.4 On-line στάση λεωφορείου

Παρακάτω, παραθέτουμε κάποια πλεονεκτήματα και κάποια μειονεκτήματα, των τριών περιοχών στις οποίες μπορούν να τοποθετηθούν στάσεις.

Far-Side:

Πλεονεκτήματα:

1.Ελαχιστοποιεί το πρόβλημα ορατότητας καθώς κάποιος προσεγγίζει τη διασταύρωση.
2.Δημιουργεί μικρότερες αποστάσεις επιβράδυνσης για τα λεωφορεία, αφού η διασταύρωση που μόλις θα έχουν περάσει, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επιβράδυνση.

Μειονεκτήματα:

1.Μπορεί να δημιουργήσει κυκλοφοριακή συμφόρηση, όταν το λεωφορειο σταματήσει αμέσως μετά τη διασταύρωση, ειδικά για όσους θέλουν να στρίψουν , προερχόμενοι από την κάθετη στη διασταύρωση οδό.
2.Μπορεί να δημιουργήσει προβλήματα ορατότητας στα αυτοκίνητα που διασχίζουν κάθετα τη διαστάυρωση.

Near-side:

Πλεονεκτήματα:

1. Μειώνει την παρεμπόδιση της κυκλοφορίας, όταν υπάρχει πυκνή κίνηση μετά τη διασταύρωση.
2.Επιτρέπει στους επιβάτες να επιβιβαστούν όσο το φανάρι της διασταύρωσης είναι ακόμα κόκκινο.

Μειονεκτήματα:

1.Αυξάνει συγκρούσεις με τα αυτοκίνητα που θέλουν να στρίψουν δεξιά.
2.Αυξάνει τα προβλήματα ορατότητας για τους πεζούς που διασχίζουν κάθετα το δρόμο.

Mid-block:

Πλεονεκτήματα:

1.Ελαχιστοποιεί τα προβλήματα ορατότητας για πεζούς και οχήματα.
2. Δίνει τη δυνατότητα αναμονής περισσότερων επιβατών.

Μειονεκτήματα:

1.Αυξάνει την απόσταση που πρέπει να διανύσουν οι επιβάτες που διασχίζουν τις διασταυρώσεις.
2.Ενθαρρύνει τους επιβάτες να διασχίσουν κάθετα το δρόμο στο σημείο που τους αφήνει το λεωφορείο δηλαδή στο ενδιάμεσο των διασταυρώσεων και όχι από εκεί που υπάρχει φανάρι. Συνεπώς, αυξάνει την επικινδυνότητα για κάποιο ατύχημα.

Σε συγκεκριμένες περιπτώσεις, όπως όταν τα λεωφορεία μοιράζονται τις στάσεις με άλλα αυτοκίνητα, είναι δυνατόν η στάση ενός λεωφορείου να τοποθετείται σε μια νησίδα επιβίβασης.[13]

3.2.3 Κριτήρια μεταβολής της θέσης των στάσεων

Αμέσως παρακάτω παραθέτουμε τρεις λειτουργίες διαφορετικού ‘χειρισμού’ δηλαδή μεταβολής της θέσης των υπαρχόντων στάσεων, προς όφελος της διαδρομής του λεωφορείου.

3.2.3.1 Λειτουργία Μετάθεσης Στάσεων (Bus Stop Relocation)

Το σύστημα της φωτεινής σήμανσης (φαναριών) των δρόμων, συνήθως είναι σχεδιασμένο για να βελτιώνει τη ροή της κίνησης των αυτοκινήτων: τα φανάρια σε μια σειρά από διασταυρώσεις είναι έτσι χρονισμένα, ώστε να γίνονται πράσινα καθώς μια ροή από αυτοκίνητα πλησιάζει κάθε διασταύρωση, προερχόμενη από την προηγούμενη. Όταν οι στάσεις ενός λεωφορείου τοποθετούνται στη μία πλευρά της διασταύρωσης (near-side στάση για παράδειγμα) τα λεωφορεία πολλές φορές, θα φτάσουν στη διασταύρωση, όσο το φανάρι είναι πράσινο. Μέχρι να ολοκληρωθεί η επιβίβαση / αποβίβαση των επιβατών, το φανάρι θα έχει γίνει κόκκινο και τα λεωφορεία θα πρέπει να περιμένουν.

Όταν τα φανάρια είναι τοποθετημένα σχετικά κοντά, τα λεωφορεία μπορούν να επωφεληθούν από την υπάρχουσα αλλαγή της σήμανσης όταν η θέση των στάσεων εναλλάσσεται από near-side σε far-side από τη μία διασταύρωση στην επόμενη. Για παράδειγμα, ένα λεωφορείο εγκαταλείπει μία near-side στάση μαζί με άλλα οχήματα, όταν το φανάρι ανάψει πράσινο. Το λεωφορείο συνεχίζει προς τους επόμενους φωτεινούς σηματοδότες, μαζί με τα υπόλοιπα οχήματα και φτάνει σε μία far-side στάση. Μέχρι να ολοκληρωθούν οι μετεπιβιβάσεις των επιβατών, το φανάρι που βρίσκεται πλέον πίσω από το λεωφορείο, πιθανόν έχει ανάψει κόκκινο και για το λεωφορείο θα είναι ευκολότερο να ενσωματωθεί ξανά μέσα στην κίνηση των οχημάτων. Μπορεί έτσι να συνεχίσει στην επόμενη στάση near-side μόλις το φανάρι ανάψει πράσινο, να ολοκληρώσει τις μετεπιβιβάσεις του όσο το φανάρι θα είναι κόκκινο και να συνεχίσει την πορεία του. Συνεπώς η εναλλαγή near-side και far-side στάσεων σε διαδοχικές διασταυρώσεις, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την βελτίωση της ροής των λεωφορείων.[13]

3.2.3.2 Συγχώνευση στάσεων (Bus Stop Consolidation)

Γενικά, η ελαχιστοποίηση του πλήθους των στάσεων που πρέπει να πραγματοποιήσουν τα λεωφορεία, βελτιώνει τις ταχύτητες των λεωφορείων. Η βελτίωση αυτή προκύπτει τόσο από τη μείωση της διανυόμενης από το λεωφορείο διαδρομής, όσο και από την μείωση της καθυστέρησης που πραγματοποιείται σε κάθε στάση. Παρ'όλα αυτά, θα πρέπει να δοθεί προσοχή ώστε να μην αυξηθεί ο χρόνος παραμονής των επιβατών στις στάσεις, καθώς όταν μια στάση μετακινείται, οι επιβάτες θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουν την κοντινότερη στάση και υπάρχει κίνδυνος για συσσώρευση επιβατών.

Η συγχώνευση των στάσεων, περιλαμβάνει αντισταθμίσεις μεταξύ της ικανοποίησης των επιβατών που χρησιμοποιούν τη συγκεκριμένη στάση και όσων επιβατών έχουν ήδη επιβιβαστεί στο λεωφορείο, οι οποίοι υπόκεινται σε καθυστέρηση, κάθε φορά που το λεωφορείο σταματά. Από τη μία δηλαδή δεν επιθυμούμε να 'αναγκασουμε ' τους επιβάτες να περπατήσουν αρκετά προς την επόμενη στάση, από την άλλη δεν θέλουμε να καθυστερήσουν πολύ όσοι επιβάτες έχουν ήδη επιβιβασθεί στο λεωφορείο.

Το να ζητηθεί από τους επιβάτες να περπατήσουν μια μεγάλη απόσταση για να βρουν μια άλλη στάση λεωφορείου, μπορεί να αποθαρρύνει κάποιους από αυτούς, ειδικά αν βρίσκονται κοντά σε μια στάση που 'μετατοπίστηκε' από το να χρησιμοποιήσουν το λεωφορείο για τη μετακίνησή τους. Παρ'όλα αυτά, όταν οι στάσεις τοποθετούνται κοντά μεταξύ τους, και χρησιμοποιηθεί μια σταθερή και αντικειμενική διαδικασία για τον καθορισμό των στάσεων που θα ελαχιστοποιηθούν, η συγχώνευση των στάσεων μπορεί να επιφέρει προνόμια σε όλους τους χρήστες του μέσου.

Σε μερικές περιπτώσεις βέβαια, οι επιβάτες μπορεί να επιλέξουν να περπατήσουν λίγο περισσότερο για να φτάσουν στον προορισμό τους, από το να περιμένουν ένα τοπικό λεωφορείο.[13]

3.2.3.3 Παράβλεψη Στάσεων (Skip-Stop Operation)

Όταν όλα τα λεωφορεία σταματούν σε κάθε στάση λεωφορείου, η διαθέσιμη χωρητικότητά τους χρησιμοποιείται γρηγορότερα, σε σχέση με το αν οι στάσεις χωρίζονται σε συγκεκριμένες ομάδες στάσεων. Εκτός λοιπόν από την επίδραση στην ταχύτητα του λεωφορείου, η επιπλέον καθυστέρηση έχει επίδραση στο χρόνο αναμονής των ήδη επιβιβασθέντων στο λεωφορείο. Η τεχνική του να μοιράζονται οι στάσεις σε 2-4 εναλλακτικές ομάδες, είναι γνωστή ως skip-stop λειτουργία.

Ένας χωρισμός μπορεί να γίνει θεωρώντας το σημείο του ορίζοντα στο οποίο επιθυμούν να μετακινηθούν οι επιβάτες. Δηλαδή η δημιουργία 4 ομάδων στάσεων και λεωφορείων αντίστοιχα που να αντιστοιχούν σε κίνηση βόρεια, νότια, ανατολικά, δυτικά της περιοχής, κλπ. Όλα τα λεωφορεία που ανήκουν σε μια συγκεκριμένη ομάδα, πραγματοποιούν στάση μόνο στις στάσεις της ομάδας αυτής και παρακάμπτουν τις στάσεις των άλλων ομάδων.[13]

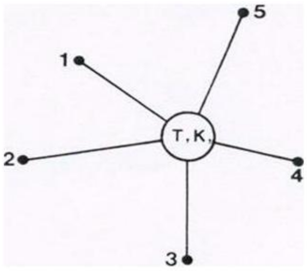
ΜΕΘΟΔΟΣ	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Bus Stop Relocation	Χρησιμοποιεί την υπάρχουσα πρόοδο της σήμανσης για το συμφέρον του λεωφορείου	Πιθανώς να αυξάνει την απόσταση περπατήματος των επιβατών
Bus Stop Consolidation	Μειώνει το πλήθος των στάσεων,συνεπώς βελτιώνει τη μέση ταχύτητα των λεωφορείων	Αυξάνει τις αποστάσεις που διανύουν πεζοί κάποιοι επιβάτες των οποίων η μετακίνηση ως την επόμενη στάση μπορεί να μην είναι εύκολη
Skip-Stops	Βελτιώνει ουσιαστικά την ταχύτητα και τη χωρητικότητα των λεωφορείων	Κάποιοι επιβάτες δεν γνωρίζουν την κατεύθυνση της διαδρομής τους, οπότε πιθανό να αντιμετωπίσουν πρόβλημα στη μετακίνησή τους

Πίνακας 3.1 Συγκεντρωτικός πίνακας μεθόδων μεταβολής της θέσης των στάσεων

3.2.4 Βασικές μορφές δικτύου συγκοινωνιών

3.2.4.1 Ακτινωτή Μορφή Δικτύου

Στο δίκτυο αυτό οι λεωφορειακές γραμμές ξεκινούν από το κέντρο της πόλης, με κατεύθυνση προς την περιφέρεια, με κύριο στόχο την εξυπηρέτηση ακτινωτών διαδρομών υψηλής ζήτησης. Η γενική άποψη για τη μορφή αυτή του δικτύου είναι ότι στην αμιγή της μορφή είναι επιθυμητή μόνο για μικρές αστικές περιοχές. [7]



Σχήμα 3.5 Ακτινωτή μορφή δικτύου

3.2.4.2 Ορθογωνική μορφή δικτύου

Για να έχει τη μορφή αυτή ένα δίκτυο συγκοινωνιών, πρέπει οι γραμμές του περίπου να δημιουργούν ένα ορθογώνιο πλέγμα. Μερικές γραμμές περνούν και από το κέντρο αλλά οι περισσότερες ακολουθούν το ορθογωνικό οδικό σύστημα που συνήθως αποτελεί και την προϋπόθεση εφαρμογής αυτής της μορφής δικτύου. [7]

Σχήμα 3.6 Ορθογωνική μορφή δικτύου

3.2.4.3 Γραμμική ή Μικτή μορφή δικτύου

Πρόκειται στην ουσία για το σύστημα γραμμών κορμού και τροφοδοτικών τους όπου με μια γραμμή ‘κορμού’ (γι’αυτό η ονομασία γραμμική) μεταξύ δύο σημείων κεντροβαρικών μιας γενικότερης αστικής ανάπτυξης και με ένα ολόκληρο σύστημα τροφοδοτικών γραμμών που ξεκινούν από τα σημεία αυτά εξυπηρετείται μια ολόκληρη περιοχή χωρίς να υπάρχει ανάγκη πολλών ακτινικών γραμμών ή κάποιου αμιγούς ορθογωνικού δικτύου. [7]

4. Προτεινόμενο μοντέλο ευέλικτου δρομολογίου λεωφορείου

4.1 Σκεπτικό – Βασικές παραδοχές

Όπως έχει αναφερθεί ήδη στο κείμενο, για να απεικονίσουμε το οδικό δίκτυο μιας περιοχής, θα κάνουμε χρήση γράφων. Οι γράφοι αυτοί, καθένας από τους οποίους προσομοιώνει το εκάστοτε οδικό δίκτυο της περιοχής που μας ενδιαφέρει αποτελούνται από ένα σύνολο ακμών οι οποίες αναπαριστούν τους δρόμους της περιοχής και από ένα σύνολο κόμβων, οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τις διασταυρώσεις των δρόμων αυτών.

Ως θέσεις των στάσεων σε σχέση με τις διασταυρώσεις θα χρησιμοποιήσουμε τις near-side και far-side στάσεις, δεν θα επιλέξουμε δηλαδή στάση που να βρίσκεται στο μέσο μιας διασταύρωσης. Κατά προσέγγιση και για να μπορέσουμε να απεικονίσουμε τις στάσεις πάνω στο γράφο, θεωρούμε οτι οι στάσεις βρίσκονται ακριβώς στο σημείο της διασταύρωσης. Επίσης στην προσέγγισή μας εξετάζουμε την περίπτωση όπου στο λεωφορείο γίνονται μόνο επιβιβάσεις στο λεωφορείο και όλοι οι επιβάτες έχουν κοινό προορισμό.

Το μικρό πλήθος των κόμβων επιβατών που εξετάζουμε, ακολουθεί τη λογική του περιορισμένου πλήθους στάσεων, καθώς επίσης και το γεγονός οτι επιχειρήσαμε να εξετάσουμε τοπολογίες μικρές σχετικά σε έκταση, που να αφορούν δρομολόγια λεωφορείων σε τοπικό επίπεδο. Θα εξεταστούν επίσης κάποιες από τις μεθόδους μεταβολής της θέσης των στάσεων που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.2.3.

Θεωρούμε λοιπόν οτι σε ορισμένους από τους κόμβους του γράφου και συγκεκριμένα στο σύνολο { n_1,n_2,..,n_{k}} βρίσκονται επιβάτες που αναμένουν να επιβιβαστούν στο λεωφορείο, θεωρούμε δηλαδή οτι μας είναι γνωστή η θέση στην οποία βρίσκονται οι επιβάτες. Ειδικότερα, οι κόμβοι n_1 και n_k αποτελούν την αφετηρία και το τέρμα του λεωφορείου, ενώ οι υπόλοιποι είναι οι κόμβοι που μεσολαβούν μεταξύ αφετηρίας και τερματισμού της διαδρομής.

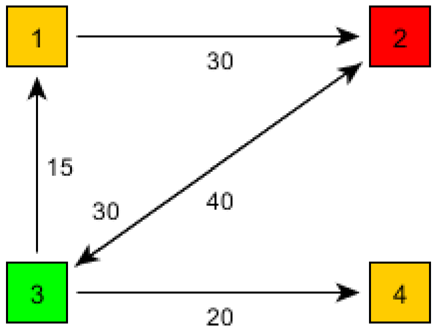
Το λεωφορείο έχει ως σκοπό να περάσει από καθένα από τους κόμβους n_1,n_2,….,$n_{k,}$ δηλαδή ξεκινώντας από την αφετηρία, να περάσει από όλους τους κόμβους στους οποίους βρίσκονται επιβάτες που περιμένουν να επιβιβαστούν σε αυτό και να καταλήξει στο τέρμα. Συνεπώς η διαδρομή του λεωφορείου θα είναι μια ακολουθία κόμβων, τους οποίους θα πρέπει να επισκεφθεί με σειρά που θα πρέπει να καθορίσει(εξαιρούνται η αφετηρία και το τέρμα, τα οποία εξ αρχής γνωρίζουμε οτι βρίσκονται στην αρχή και στο τέλος της διαδρομής). Ο τρόπος που θα γίνει αυτό, αναλύεται παρακάτω.

4.2 Σχεδιαστικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν

Για την επεξεργασία των δεδομένων των γράφων που αντιπροσωπεύουν το εκάστοτε οδικό δίκτυο, χρησιμοποιήσαμε το σχεδιαστικό εργαλείο yEd, στο οποίο σχεδιάσαμε τους γράφους που απεικονίζουν δεδομένο οδικό δίκτυο μιας περιοχής. Στο yEd μπορούμε να σχεδιάσουμε γράφους σε πολλές μορφές και δομές (τυχαία,πλέγματος), να καθορίσουμε τους κόμβους που αποτελούν το γράφο, να καθορίσουμε το χρώμα τους, το πλήθος τους, τις ακμές που τους ενώνουν (με τα αντίστοιχα βάρη) και να επιτελέσουμε πλήθος άλλων λειτουργιών (αυτόματη καταμέτρηση πλήθους ακμών και κόμβων, κ.α.).

Το εργαλείο yEd διαθέτει τη δυνατότητα να αποθηκεύει τα δεδομένα του δικτύου-γράφου σε διάφορες μορφές, μία εκ των οποίων είναι τα αρχεία τύπου graphml. Το graphml είναι ουσιαστικά ένα xml αρχείο, που περιλαμβάνει πληροφορία σχετική με γράφους, δηλαδή από πόσους και ποιούς κόμβους αυτός αποτελείται, πόσες και ποιές ακμές συνδέουν κάθε ζευγάρι κόμβων, το βάρος των ακμών αυτών, το χρώμα που αυτοί είναι σχεδιασμένοι -θα μας βοηθήσει να διακρίνουμε μεταξύ τους τους κόμβους- και άλλες πληροφορίες.

Ακολουθεί δείγμα ενός απλού γράφου που σχεδιάστηκε στο περιβάλλον του yEd και αμέσως μετά το αντίστοιχο graphml αρχείο που περιλαμβάνει όλη τη σχετική με το γράφο πληροφορία. Σκοπός είναι να γίνει κατανοητή η μορφή του αρχείου καθώς και ο τρόπος που η πληροφορία του μας χρησίμευσε στην υλοποίησή του μοντέλου δρομολόγησης.



Σχήμα 4.1 Γράφος στο yEd

Το αντίστοιχο graphml αρχείο:

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" standalone="no"?>

<graphml xmlns="http://graphml.graphdrawing.org/xmlns/graphml"
xmlns:xsi="http://www.w3.org/2001/XMLSchema-instance"
xmlns:y="http://www.yworks.com/xml/graphml"
xsi:schemaLocation="http://graphml.graphdrawing.org/xmlns/graphml
http://www.yworks.com/xml/schema/graphml/1.0/ygraphml.xsd">

  <key attr.name="description" attr.type="string" for="node" id="d0"/>

  <key for="node" id="d1" yfiles.type="nodegraphics"/>

  <key attr.name="description" attr.type="string" for="edge" id="d2"/>

  <key for="edge" id="d3" yfiles.type="edgegraphics"/>

  <key for="graphml" id="d4" yfiles.type="resources"/>

  <graph edgedefault="directed" id="G" parse.edges="4" parse.nodes="4"
parse.order="free">

    <node id="n0">

      <data key="d0"/>

      <data key="d1">

        <y:ShapeNode>

          <y:Geometry height="30.0" width="30.0" x="199.0" y="180.0"/>

          <y:Fill color="#FFCC00" transparent="false"/>

          <y:BorderStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/>

          <y:NodeLabel alignment="center" autoSizePolicy="content"
fontFamily="Dialog" fontSize="13" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false"
hasLineColor="false" height="19.92626953125" modelName="internal"
```

```
modelPosition="c" textColor="#000000" visible="true" width="11.22998046875"
x="9.385009765625" y="5.036865234375">1</y:NodeLabel>
          <y:Shape type="rectangle"/>
        </y:ShapeNode>
      </data>
    </node>
    <node id="n1">
      <data key="d0"/>
      <data key="d1">
        <y:ShapeNode>
          <y:Geometry height="30.0" width="30.0" x="380.0" y="180.0"/>
          <y:Fill color="#FF0000" transparent="false"/>
          <y:BorderStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/>
          <y:NodeLabel alignment="center" autoSizePolicy="content"
fontFamily="Dialog" fontSize="13" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false"
hasLineColor="false" height="19.92626953125" modelName="internal"
modelPosition="c" textColor="#000000" visible="true" width="11.22998046875"
x="9.385009765625" y="5.036865234375">2</y:NodeLabel>
          <y:Shape type="rectangle"/>
        </y:ShapeNode>
      </data>
    </node>
    <node id="n2">
      <data key="d0"/>
      <data key="d1">
        <y:ShapeNode>
          <y:Geometry height="30.0" width="30.0" x="199.0" y="270.0"/>
          <y:Fill color="#00FF00" transparent="false"/>
          <y:BorderStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/>
          <y:NodeLabel alignment="center" autoSizePolicy="content"
fontFamily="Dialog" fontSize="13" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false"
hasLineColor="false" height="19.92626953125" modelName="internal"
modelPosition="c" textColor="#000000" visible="true" width="11.22998046875"
x="9.385009765625" y="5.036865234375">3</y:NodeLabel>
          <y:Shape type="rectangle"/>
```

```
    &lt;/y:ShapeNode&gt;
   &lt;/data&gt;
  &lt;/node&gt;
  &lt;node id="n3"&gt;
   &lt;data key="d0"/&gt;
   &lt;data key="d1"&gt;
    &lt;y:ShapeNode&gt;
     &lt;y:Geometry height="30.0" width="30.0" x="380.0" y="270.0"/&gt;
     &lt;y:Fill color="#FFCC00" transparent="false"/&gt;
     &lt;y:BorderStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/&gt;
     <y:NodeLabel alignment="center" autoSizePolicy="content"
fontFamily="Dialog" fontSize="13" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false"
hasLineColor="false" height="19.92626953125" modelName="internal"
modelPosition="c" textColor="#000000" visible="true" width="11.22998046875"
x="9.385009765625" y="5.036865234375">4&lt;/y:NodeLabel&gt;
     &lt;y:Shape type="rectangle"/&gt;
    &lt;/y:ShapeNode&gt;
   &lt;/data&gt;
  &lt;/node&gt;
  &lt;edge id="e0" source="n0" target="n1"&gt;
   &lt;data key="d2"/&gt;
   &lt;data key="d3"&gt;
    &lt;y:PolyLineEdge&gt;
     &lt;y:Path sx="0.0" sy="0.0" tx="0.0" ty="0.0"/&gt;
     &lt;y:LineStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/&gt;
     &lt;y:Arrows source="none" target="standard"/&gt;
     <y:EdgeLabel alignment="center" distance="2.0" fontFamily="Dialog"
fontSize="12" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false" hasLineColor="false"
height="18.701171875" modelName="six_pos" modelPosition="tail"
preferredPlacement="anywhere" ratio="0.5" textColor="#000000" visible="true"
width="17.34765625" x="66.826171875" y="2.0">30&lt;/y:EdgeLabel&gt;
     &lt;y:BendStyle smoothed="false"/&gt;
    &lt;/y:PolyLineEdge&gt;
   &lt;/data&gt;
```

```
  </edge>
  <edge id="e1" source="n1" target="n2">
    <data key="d2"/>
    <data key="d3">
      <y:PolyLineEdge>
        <y:Path sx="0.0" sy="0.0" tx="0.0" ty="0.0"/>
        <y:LineStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/>
        <y:Arrows source="none" target="standard"/>
        <y:EdgeLabel alignment="center" distance="2.0" fontFamily="Dialog"
fontSize="12" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false" hasLineColor="false"
height="18.701171875" modelName="six_pos" modelPosition="tail"
preferredPlacement="anywhere" ratio="0.5" textColor="#000000" visible="true"
width="17.34765625" x="-84.173828125"
y="43.854396082419726">40</y:EdgeLabel>
        <y:BendStyle smoothed="false"/>
      </y:PolyLineEdge>
    </data>
  </edge>
  <edge id="e2" source="n2" target="n1">
    <data key="d2"/>
    <data key="d3">
      <y:PolyLineEdge>
        <y:Path sx="0.0" sy="0.0" tx="0.0" ty="0.0"/>
        <y:LineStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/>
        <y:Arrows source="none" target="standard"/>
        <y:EdgeLabel alignment="center" distance="2.0" fontFamily="Dialog"
fontSize="12" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false" hasLineColor="false"
height="18.701171875" modelName="six_pos" modelPosition="thead"
preferredPlacement="anywhere" ratio="0.5" textColor="#000000" visible="true"
width="17.34765625" x="123.52734375" y="-90.7495208234418">30</y:EdgeLabel>
        <y:BendStyle smoothed="false"/>
      </y:PolyLineEdge>
    </data>
  </edge>
  <edge id="e3" source="n2" target="n3">
```

```
    <data key="d2"/>
    <data key="d3">
      <y:PolyLineEdge>
        <y:Path sx="0.0" sy="0.0" tx="0.0" ty="0.0"/>
        <y:LineStyle color="#000000" type="line" width="1.0"/>
        <y:Arrows source="none" target="standard"/>
        <y:EdgeLabel alignment="center" distance="2.0" fontFamily="Dialog"
fontSize="12" fontStyle="plain" hasBackgroundColor="false" hasLineColor="false"
height="18.701171875" modelName="six_pos" modelPosition="tail"
preferredPlacement="anywhere" ratio="0.5" textColor="#000000" visible="true"
width="17.34765625" x="66.826171875" y="2.0">20</y:EdgeLabel>
        <y:BendStyle smoothed="false"/>
      </y:PolyLineEdge>
    </data>
  </edge>
 </graph>
 <data key="d4">
  <y: Resources/>
 </data>
</graphml>
```


4.3 Κώδικας που χρησιμοποιήθηκε

Παρακάτω θα αναλύσουμε τη φιλοσοφία του κώδικα που συντάχθηκε στα πλαίσια του μοντέλου που θα υλοποιήσουμε. Η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε ήταν η C. Σκοπός μας ήταν η ανάγνωση του graphml αρχείου και η απόσπαση από αυτό, όλων των απαιτούμενων πληροφοριών που θα χρειαστούν για την υλοποίηση του μοντέλου μας. Ο κώδικας λοιπόν, δέχεται ως είσοδο ένα αρχείο graphml, στο οποίο φαίνεται ότι έχουμε χρωματίσει διαφορετικά την αφετηρία (πράσινο) , διαφορετικό το τέρμα (πορτοκαλί) και διαφορετικά τους κόμβους με τους επιβάτες (κόκκινο). Διαβάζει το αρχείο αυτό και δημιουργεί σε πρώτη φάση τον πίνακα γειτνίασης του γράφου, δηλαδή ένα πίνακα που περιέχει όλη την πληροφορία για ποιά ακμή συνδέει ποιούς κόμβους καθώς και τι βάρος έχει η κάθε ακμή αυτή (τροποποιημένος πίνακας γειτνίασης, όπως έχει αναφερθεί και στη θεωρία).

Σε δεύτερη φάση, χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Dijkstra με κόμβους-πηγή την αφετηρία καθώς και όλους τους ενδιάμεσους κόμβους-επιβάτες. Η επιλογή του συγκεκριμένου αλγορίθμου, ο οποίος ανήκει στην κατηγορία κατάστασης ζεύξης, γίνεται για το λόγο οτι ξεκινώντας από την αφετηρία, το λεωφορείο έχει καθολική γνώση του οδικού δικτύου καθώς και της θέσης των κόμβων. Ως αποτέλεσμα της εφαρμογής του Dijkstra, έχουμε όλη την πληροφορία για τις ελάχιστες αποστάσεις που συνδέουν την αφετηρία και τους κόμβους-επιβάτες με όλους τους υπόλοιπους κόμβους στο γράφο.

Έχουμε λοιπόν υπολογίσει, μετά από την εφαρμογή του Dijkstra αλγορίθμου και με τη βοήθεια του πίνακα γειτνίασης του γράφου, το $d_{i,j}$, που είναι το μήκος της ελάχιστης διαδρομής που ενώνει τους κόμβους n_i και n_j Η πληροφορία αυτή αφορά μόνο κάθε δυνατό ζευγάρι κόμβων που έχουν επιβάτες καθώς και το ζευγάρι αφετηρία- πρώτη στάση. Ισοδύναμα τώρα έχουμε ένα νέο γράφο, ο οποίος θα έχει ως κόμβους μόνο την αφετηρία, το τέρμα και τους κόμβους- επιβάτες ενώ η κάθε ακμή θα έχει τώρα μήκος $d_{i,j}$. Οι ακμές του γράφου αυτού, δεν απεικονίζουν φυσική διαδρομή μεταξύ δύο κόμβων όπως πριν, αφού σχεδόν όλοι οι κόμβοι πλέον θα είναι γειτονικοί (στον αρχικό γράφο αυτό δε συμβαίνει).

Προκειμένου να βρούμε ποιά είναι η συντομότερη διαδρομή, δηλαδή η πιο συμφέρουσα σειρά επίσκεψης των κόμβων με επιβάτες, κρατάμε σταθερά στη θέση τους την αφετηρία και το τέρμα και θεωρούμε όλες τις πιθανές σειρές με τις οποίες μπορεί το λεωφορείο να επισκεφθεί τους k-2 ενδιάμεσους κόμβους επιβατών. Αν το λεωφορείο επιβιβάσει τους επιβάτες (έστω) με τη σειρά $n_1,n_2,\ldots,n_k$ θα κάνει μια διαδρομή που το μήκος της θα υπολογίζεται από το άθροισμα $d_{1,2}+d_{2,3}+\ldots+d_{k-1,k}$ (όπου $d_{i,j}$ η πληροφορία που έχει προκύψει από την εφαρμογή του dijkstra). Αν όμως τους επιβιβάσει με άλλη σειρά, π.χ. $n_1,n_4,n_2,n_3,\ldots,n_k$ θα πρέπει να υπολογίσουμε και για αυτή τη σειρά το αντίστοιχο μήκος της νέας διαδρομής: $d_{1,4}+d_{4,2}+d_{2,3}+\ldots$. Για κάθε διαφορετική σειρά επίσκεψης κόμβων, θα υπολογίζουμε εκ νέου το μήκος της αντίστοιχης διαδρομής και τελικά θα κρατήσουμε ως επιθυμητή, τη σειρά επίσκεψης των κόμβων που δίνει το μικρότερο κόστος διαδρομής.

5. Υλοποίηση/έλεγχος και αξιολόγηση

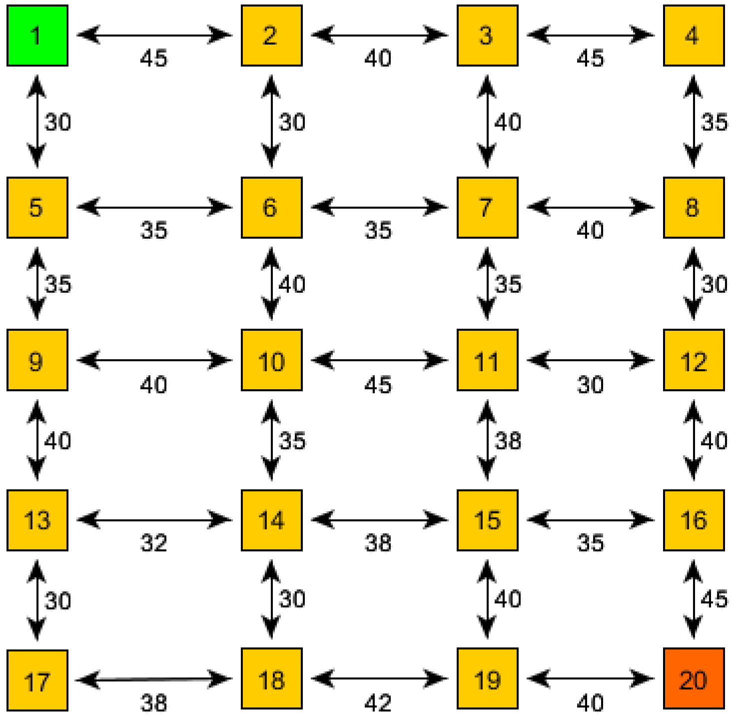
Για την εξέταση της ορθότητας της υλοποίησής μας, εφαρμόσαμε τον αλγόριθμο σε διάφορα παραδείγματα για την εξαγωγή αποτελεσμάτων. Τα παραδείγματα αφορούν τυχαίες τοπολογίες. Στις τυχαίες τοπολογίες δεν αναφέρεται μονάδα μέτρησης μήκους, αφού δεν αντιστοιχίζεται σε πραγματικά δεδομένα.

5.1 Παράδειγμα

Εξετάζουμε δίκτυο- πλέγμα το οποίο και θεωρούμε αντιπροσωπευτικό της δομής μιας αστικής περιοχής, αποτελούμενης από πλήθος κάθετων μεταξύ τους δρόμων. Οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων, δηλαδή τα μήκη των δρόμων μεταξύ των διασταυρώσεων, διαφοροποιούνται περίπου κατα 20%- 30%.

Η τοπολογία που θα εξεταστεί, σχεδιάστηκε στο σχεδιαστικό περιβάλλον yEd και αποτελείται από 20 κόμβους-διασταυρώσεις, με αφετηρία και τέρμα που καθορίζονται από τα δύο διαφορετικά χρώματα: πράσινος κόμβος 1- αφετηρία, πορτοκαλί κόμβος 20- τέρμα του δρομολογίου του λεωφορείου.

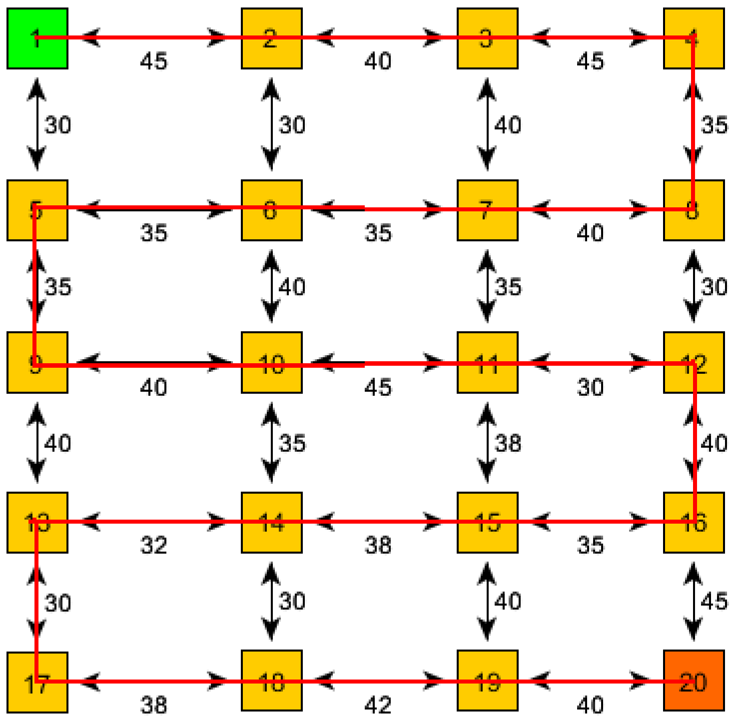
Όπως έχει προαναφερθεί, θεωρούμε οτι οι επιβάτες μπορούν να περιμένουν το λεωφορείο σε κάποιες από τις διασταυρώσεις δρόμων της περιοχής.



Εικόνα 5.1 Αστική τοπολογία 20 κόμβων

Θα επιχειρήσουμε να συγκρίνουμε τον αλγόριθμο ευέλικτου δρομολογίου με τη στατική περίπτωση κατά την οποία το λεωφορείο θα πρέπει να περάσει από όλες τις διασταυρώσεις των δρόμων, είτε σε αυτές βρίσκονται επιβάτες είτε όχι.

Η οριζόντια διάσχιση του δικτύου (όπως φαίνεται στο αμέσως επόμενο σχήμα) μπορεί να θεωρηθεί ως η μέγιστη δυνατή διαδρομή που μπορεί να πραγματοποιήσει το λεωφορείο, από πλευράς κόστους:



Εικόνα 5.2 Οριζόντια διάσχιση δικτύου με διέλευση από όλες τις στάσεις

✓ Μέγιστη διαδρομή που διέρχεται από όλους τους κόμβους:

Για να υπολογίσουμε το κόστος της οριζόντιας διάσχισης, δηλαδή της μέγιστης όπως έχουμε προαναφέρει διαδρομής, αθροίζουμε διαδοχικά όλες τις αποστάσεις μεταξύ των κόμβων πάνω στη διαδρομή αυτή, δηλαδή κάνουμε το άθροισμα ($d_{i,j}$ εδώ το φυσικό μήκος που ενώνει τα ζεύγη των κόμβων):

$$D_{max} = d_{1,2}+d_{2,3}+d_{3,4}+d_{4,8}+d_{8,7}+\ldots+d_{13,17}+d_{17,18}+d_{18,19}+d_{19,20}$$

Έπειτα από αντικατάσταση των δεδομένων προκύπτει οτι το μέγιστο μήκος διαδρομής είναι D_{max} = 649 μονάδες απόστασης.

✓ Ευέλικτη διαδρομή που διέρχεται μόνο από κόμβους με επιβάτες:

Τώρα θα εξετάσουμε στο ίδιο δίκτυο, τη δυναμική/ευέλικτη προσέγγιση που προτείνεται σε αυτή τη διπλωματική, δηλαδή τη διάσχιση από το λεωφορείο μόνο των κόμβων στους οποίους υπάρχουν επιβάτες. Θα τοποθετήσουμε κατά τυχαίο τρόπο – με χρήση τυχαίας συνάρτησης – σε κάποιες από τις διασταυρώσεις του δικτύου, επιβάτες οι οποίοι θα αναμένουν να επιβιβαστούν στο λεωφορείο. Για κάθε συγκεκριμένο πλήθος κόμβων στους οποίους θα υπάρχουν επιβάτες, θα τρέξουμε πλήθος επαναλήψεων, θα τοποθετούμε δηλαδή τους επιβάτες σε διαφορετική θέση κάθε φορά, ώστε να εξάγουμε όσο το δυνατόν πιο ασφαλή συμπεράσματα για το μήκος της διαδρομής.

Τα αποτελέσματα των επαναλήψεων, συγκεντρώθηκαν σε πίνακες. Πιο συγκεκριμένα, στους πίνακες των αποτελεσμάτων: Στην 1η στήλη βρίσκεται ο αύξων αριθμός της επανάληψης, στη 2η στήλη η σειρά με την οποία επισκέπτεται το λεωφορείο τους κόμβους των επιβατών (πρώτος και τελευταίος κόμβος πάντα δεδομένοι) και στην 3η στήλη, είναι καταγεγραμμένο το (ελάχιστο) κόστος της διαδρομής σε κάθε επανάληψη, όπως προκύπτει από τον αλγόριθμο που έχουμε υλοποιήσει.

1. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =4
   Μέγεθος δικτύου: n= 20

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=4 Μέγεθος δικτύου: n=20			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή**	**Κόστος/Μήκος διαδρομής**
1	9,11,18,16	1 -> 9 -->18-> 11->16 -> 20	388
2	8,13,14,15	1 -> 13->14->15 ->8 -> 20	388
3	18, 14, 4, 12	1 ->4->12->14->18-> 20	413
4	5, 9, 3, 12	1 ->...5...9...3...12 -> 20	395
5	2,8,14,15	1 ->...2...8...15...14 -> 20	398
6	3,5,6,15	1 ->...5...6...3...15 -> 20	328
7	9,11,12,15	1 ->...9...11...12...15 -> 20	328
8	6,10,13,17	1 ->...6...10...13...17 -> 20	322
9	4,6,15,17	1 ->...6...4...15...17 -> 20	528
10	4,5,10,15	1 ->...5...10...4...15 -> 20	458
11	7,12,13,14	1 ->...13...14...7...12 -> 20	397
12	6,12,17,18	1 ->...6...12...17...18 -> 20	453
13	9,12,15,18	1 ->...9...18...15...12 -> 20	388
14	3,12,16,17	1 ->...3...12...16...17 -> 20	485
15	11,13,18,19	1 ->...11...13...18...19 -> 20	387
Μέσος Όρος			403,73
Εύρος			206
Τυπική απόκλιση			57,84

Πίνακας 5.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=4 επιβάτες

Επιπλέον,έχει γίνει υπολογισμός του μέσου όρου των τιμών που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις καθώς και υπολογισμός επιπλέον στατιστικών τιμών όπως το εύρος και η τυπική απόκλιση των μετρήσεων.

2. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =5
   Μέγεθος δικτύου: n= 20

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=5 Μέγεθος δικτύου: n=20			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή**	**Κόστος διαδρομής**
1	5,6,9,10,19	1 ->...5...6...9...10...19 -> 20	322
2	5,8,11,17,19	1 ->...5...8...11...17...19 -> 20	458
3	5,6,10,12,13	1 ->...5...6...10...13...12 -> 20	395
4	5,7,9,16,17	1 ->...5...7...9...17...16 -> 20	455
5	4,5,9,18,19	1 ->...4...5...9...18...19 -> 20	494
6	14,15,17,18,19	1 ->...17...18...14...15...19-> 20	321
7	6,11,12,14,18	1 ->...6...11...12...14...18 -> 20	383
8	3,6,8,9,14	1 ->...9...14...6...3...8 -> 20	477
9	2,4,13,15,19	1 ->...2...4...15...13...19 -> 20	477
10	2,4,7,10,12	1 ->...2...10...7...4...12 -> 20	415
11	2,3,4,9,10	1 ->...9...10...2...3...4 -> 20	410
12	3,5,6,12,15	1 ->...5...6...3...12...15 -> 20	388
13	3,12,14,18,19	1 ->...3...12...14...18...19 -> 20	408
14	3,4,7,9,15	1 ->...9...7...3...4...15 -> 20	468
15	2,3,7,8,15	1 ->...2...3...7...8...15 -> 20	343
Μέσος Όρος			414,27
Εύρος			173
Τυπική απόκλιση			56,74

Πίνακας 5.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=5 επιβάτες

3. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =6
   Μέγεθος δικτύου: n= 20

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=6 **Μέγεθος δικτύου: n=20**			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή(Σειρά επίσκεψης των κόμβων)**	**Κόστος διαδρομής**
1	4,6,13,17,18,19	1 ->...4...6...13...17...18...19 -> 20	497
2	2,6,9,12,13,15	1 ->...2...6...9...13...15...12 -> 20	408
3	5,8,9,10,18,19	1 ->...5...9...10...8...18...19 -> 20	458
4	3,5,10,11,13,18	1 ->...5...3...11...10...13...18 -> 20	466
5	9,13,17,18,6,12	1 ->...9...13...17...18...6...12 -> 20	463
6	3,4,7,6,14,16	1 ->...3...4...7...6...14...16 -> 20	433
7	5,3,10,18,19,16	1 ->...5...3...10...18...19...16 -> 20	472
8	2,9,18,15,11,12	1 ->...2...9...18...15...11...12 -> 20	468
9	2,6,10,13,18,19	1->...2...6...10...13...18...19 -> 20	326
10	3,11,12,10,14,19	1 ->...3...11...12...10...14...19 -> 20	412
11	5,9,6,11,10,14	1 ->...5...9...6...11...10...14 -> 20	397
12	13,17,15,7,8,16	1 ->...13...17...15...7...8...16 -> 20	463
13	3,4,7,6,14,17	1 ->...3...4...7...6...14...17 -> 20	497
14	4,8,12,11,17,18	1 ->...4...8...12...11...17...18 -> 20	483
15	5,6,14,11,12,16	1 ->...5...6...14...11...12...16 -> 20	331
Μέσος Όρος			438,27
Εύρος			171
Τυπική απόκλιση			53,95

Πίνακας 5.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=6 επιβάτες

4. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =7
   Μέγεθος δικτύου: n= 20

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=7 **Μέγεθος δικτύου: n=20**			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή(Σειρά επίσκεψης των κόμβων)**	**Κόστος διαδρομής**
1	9,14,6,11,4,8,16	1 ->...9...14...6...11...4...8...16 -> 20	527
2	2,9,14,18,15,12,16	1 ->...2...9...14...18...15...12...16 -> 20	468
3	7,11,15,14,13,17,18	1 ->...7...11...15...14...13...17...18 -> 20	393
4	5,9,17,6,3,11,12	1 ->...5...9...17...6...3...11...12 -> 20	532
5	2,3,7,8,12,16,17	1 ->...2...3...7...8...12...16...17 -> 20	490
6	5,3,7,8,11,10,15	1 ->...5...3...7...8...11...10...15 -> 20	473
7	5,2,3,15,14,17,18	1 ->...5...2...3...15...14...17...18 -> 20	468
8	3,7,8,10,13,18,15	1 ->...3...7...8...10...13...18...15 -> 20	547
9	6,2,4,11,14,17,18	1 ->...6...2...4...11...14...17...18 -> 20	533
10	5,9,13,10,6,7,11	1 ->...5...9...13...10...6...7...11 -> 20	397

11	7,4,8,12,11,13,18	1 ->...7...4...8...12...11...13...18 -> 20	522
12	9,14,2,6,7,11,12	1 ->...9...14...2...6...7...11...12 -> 20	457
13	5,2,4,7,11,17,18	1 ->...5...2...4...7...11...17...18 -> 20	548
14	4,12,10,9,17,14,19	1 ->...4...12...10...9...17...14...19 -> 20	554
15	6,9,13,14,10, 8,19	1 ->...9...13...14...10...6...8...19 -> 20	465
Μέσος Όρος			491,6
Εύρος			161
Τυπική απόκλιση			51,90

Πίνακας 5.4 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=7 επιβάτες

5. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =8
   Μέγεθος δικτύου: n= 20

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=8 Μέγεθος δικτύου: n=20			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή(Σειρά επίσκεψης των κόμβων)**	**Κόστος διαδρομής**
1	3,5,6,7,10,13,17,19	1 ->...5...3...7...6...10...13...17...19 -> 20	467
2	2,4,7,10,12,13,17,19	1 ->...2...7...4...12...10...13...18...19 -> 20	536
3	5,9,18,11,3,8,12,16	1 ->...5...9...18...11...3...8...12...16 -> 20	543
4	2,4,6,5,9,10,14,15	1 ->...2...4...6...5...9...10...14...15 -> 20	503
5	5,7,3,4,12,11,14,16	1 ->...5...7...3...4...12...11...14...16 -> 20	474
6	3,4,7,11,9,13,15,19	1 ->...3...4...7...11...9...13...15...19 -> 20	515
7	6,7,4,8,12,10,17,15	1 ->...6...7...4...8...12...10...17...15 -> 20	592
8	2,6,8,12,11,9,17,18	1->...2...6...8...12...11...9...17...18 -> 20	485
9	5,9,7,4,12,11,15,19	1 ->...5...9...7...4...12...11...15...19 -> 20	458
10	2,3,11,9,13,17,19,16	1 ->...2...3...11...9...13...17...19...16 -> 20	515
11	5,13,10,7,4,8,16,19	1 ->...5...13...10...7...4...8...16...19 -> 20	542
12	2,7,12,10,9,17,14,19	1 ->...2...7...12...10...9...17...14...19 -> 20	534
13	5,2,6,7,12,13,17,19	1 ->...5...2...6...7...12...13...17...19 -> 20	513
14	2,3,11,12,10,9,13,15	1 ->...2...3...11...12...10...9...13...15 -> 20	495
15	5,2,7,8,12,10,14,16	1 ->...5...2...7...8...12...10...14...16 -> 20	458
Μέσος Όρος			508,67
Εύρος			134
Τυπική απόκλιση			37,39

Πίνακας 5.5 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=8 επιβάτες

Παρατηρούμε σε όλες τις περιπτώσεις αυξομοιώσεις των αποτελεσμάτων κατά την εκτέλεση των επαναλήψεων, με ελάχιστα και μέγιστα ανάλογα με τη σχετική θέση των επιβατών στην αντίστοιχη επανάληψη.

Πλήθος επιβατών	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8
Μέσος όρος	403,7	414,3	438,3	491,6	508,7
Εύρος	206	173	171	161	134
Τυπική απόκλιση	57,84	56,74	53,95	51,9	37,39

Πίνακας 5.6 Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων και στατιστικών της προσομοίωσης παραδείγματος 5.1

Με επισκόπηση του πίνακα 5.6, παρατηρούμε πως ο μέσος όρος της διανυόμενης από το λεωφορείο διαδρομής αυξάνεται, αυξανομένου του πλήθους των επιβατών τους οποίους πρέπει να συλλέξει, γεγονός αναμενόμενο.

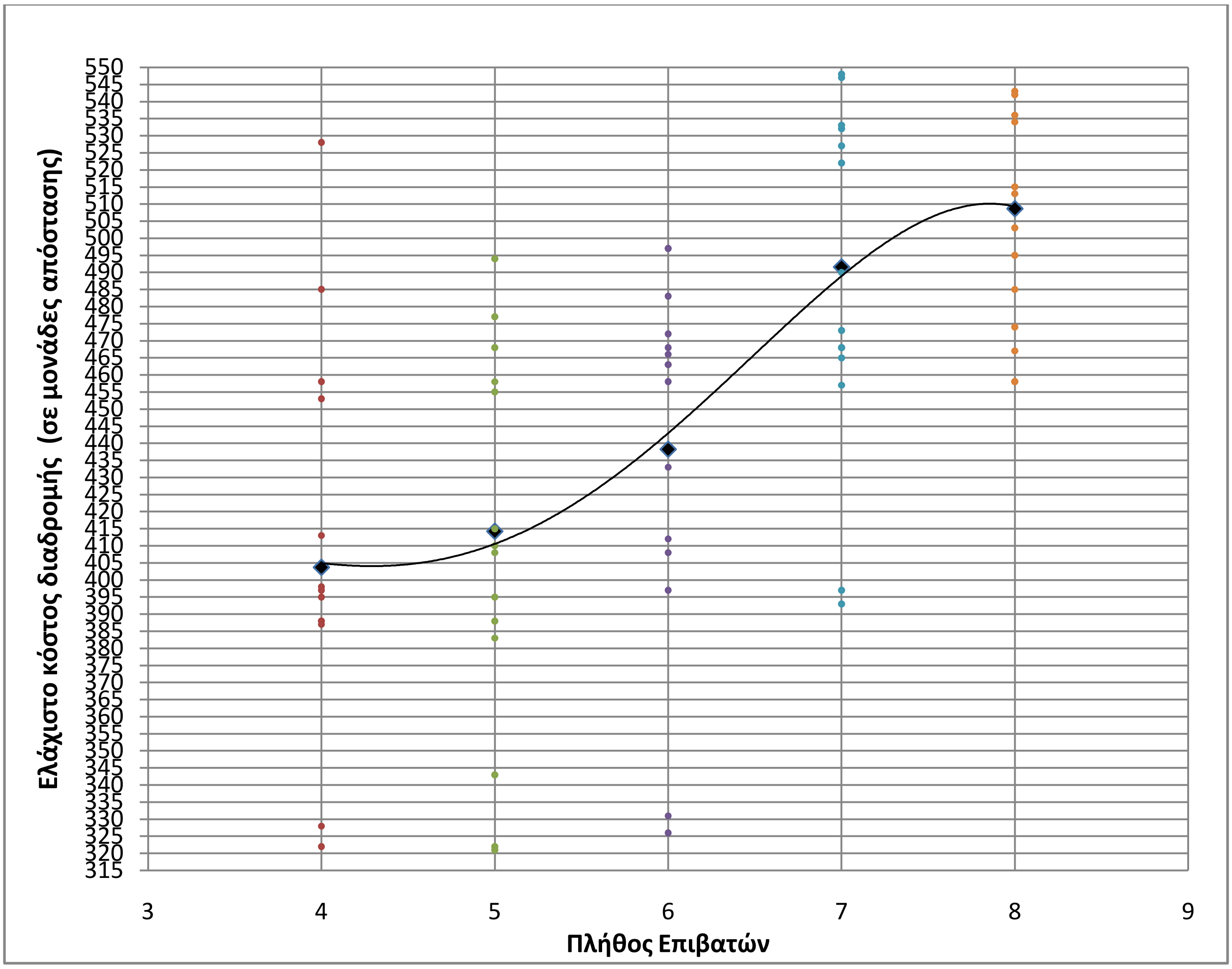
Θέλοντας τώρα να συγκρίνουμε την ευέλικτη διαδρομή του λεωφορείου με τη μέγιστη διαδρομή που υπολογίστηκε με τη συνολική διάσχιση των κόμβων (D_{max}=649), παραθέτουμε τον παρακάτω πίνακα:

Κόστος πλήρους δρομολογίου	649				
Κόστος δυναμικού δρομολογίου που διέρχεται μόνο από στάσεις με επιβάτες					
Πλήθος επιβατών	**κ=4**	**κ=5**	**κ=6**	**κ=7**	**κ=8**
Κόστος ευέλικτης διαδρομής	403,7	414,3	438,3	491,6	508,7
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο(σε μονάδες απόστασης)	245,3	234,7	210,7	157,4	140,3
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο(σε ποσοστό %)	37,79	36,17	32,47	24,25	21,62

Πίνακας 5.7 Συγκριτικός πίνακας πλήρους (μέγιστης) και ευέλικτης διαδρομής

Από επισκόπηση του πίνακα παρατηρούμε σε μονάδες αλλά και σε ποσοστά τη βελτίωση σε κόστος δρομολογίου που υπεισέρχεται από την εφαρμογή του αλγορίθμου για ευέλικτα δρομολόγια σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο. Όπως ήταν αναμενόμενο λογικά, το μεγαλύτερο ποσοστό βελτίωσης, παρουσιάζεται στα μικρής πυκνότητας δίκτυα, όπως αυτά με τους 4, 5, και 6 επιβάτες, όπου το αντίστοιχο ποσοστό ξεπερνά το 30%. Αυτό δικαιολογείται, αν φανταστούμε οτι το μεγαλύτερο μέρος της πλήρους διαδρομής θα γινόταν άσκοπα, αφού μόνο σε λίγους κόμβους βρίσκονται επιβάτες.

Παρακάτω παραθέτουμε ένα συγκεντρωτικό διάγραμμα που συνοψίζει τις μετρήσεις που παρουσιάστηκαν στους πίνακες 5.1 εώς 5.5, καθώς και την καμπύλη που ενώνει τους μέσους όρους ανά ομάδα μετρήσεων για κάθε διαφορετικό πλήθος επιβατών:



Διάγραμμα 5.1 Συγκεντρωτικό διάγραμμα όλων των μετρήσεων του παραδείγματος 5.1

Στις κατακορύφους που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένο πλήθος επιβατών, έχουν τοποθετηθεί οι επιμέρους μετρήσεις της κάθε επανάληψης.

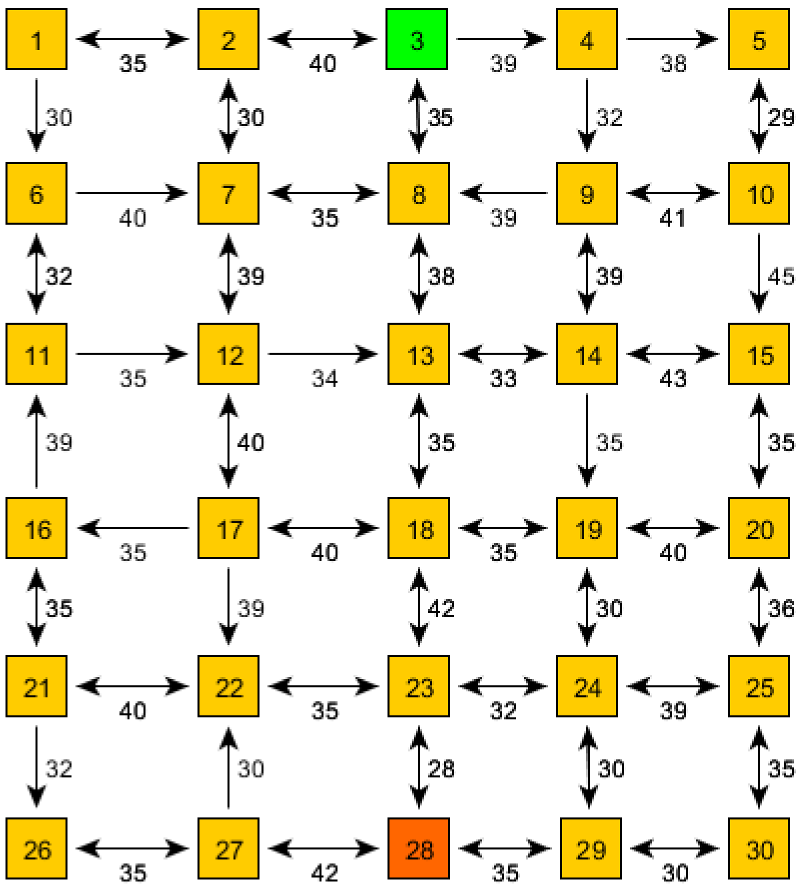
Παρατηρώντας και το συνολικό διάγραμμα, θα μπορούσαμε να προσθέσουμε οτι αυξανομένου του πλήθους των επιβατών, η διαδρομή αυξάνεται με σχετικά σταθερό ρυθμό, με τη μεγαλύτερη μεταβολή του κόστους της διαδρομής να γίνεται στη μετάβαση από 6 σε 7 επιβάτες. Στη μετάβαση δηλαδή αυτή, το κόστος της διαδρομής αυξήθηκε περισσότερο αναλογικά με τις προηγούμενες μεταβάσεις.

5.2 Παράδειγμα

Εξετάζουμε δεύτερο δίκτυο- πλέγμα, όμοιο σε δομή με το προηγούμενο, το οποίο και θεωρούμε αντιπροσωπευτικό της δομής μιας αστικής περιοχής, αποτελούμενης από πλήθος κάθετων μεταξύ τους δρόμων. Οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων, δηλαδή τα μήκη των δρόμων μεταξύ των διασταυρώσεων, διαφοροποιούνται περίπου κατα 20%- 30%, όπως συνέβη και στο προηγούμενο παράδειγμα.

Η τοπολογία που θα εξεταστεί, σχεδιάστηκε στο σχεδιαστικό περιβάλλον yEd και αποτελείται από 30 κόμβους-διασταυρώσεις, με αφετηρία και τέρμα που καθορίζονται από τα δύο διαφορετικά χρώματα: πράσινος κόμβος 3- αφετηρία, πορτοκαλί κόμβος 28- τέρμα του δρομολογίου του λεωφορείου.

Όπως έχει προαναφερθεί, θεωρούμε οτι οι επιβάτες μπορούν να περιμένουν το λεωφορείο σε κάποιες από τις διασταυρώσεις δρόμων της περιοχής.



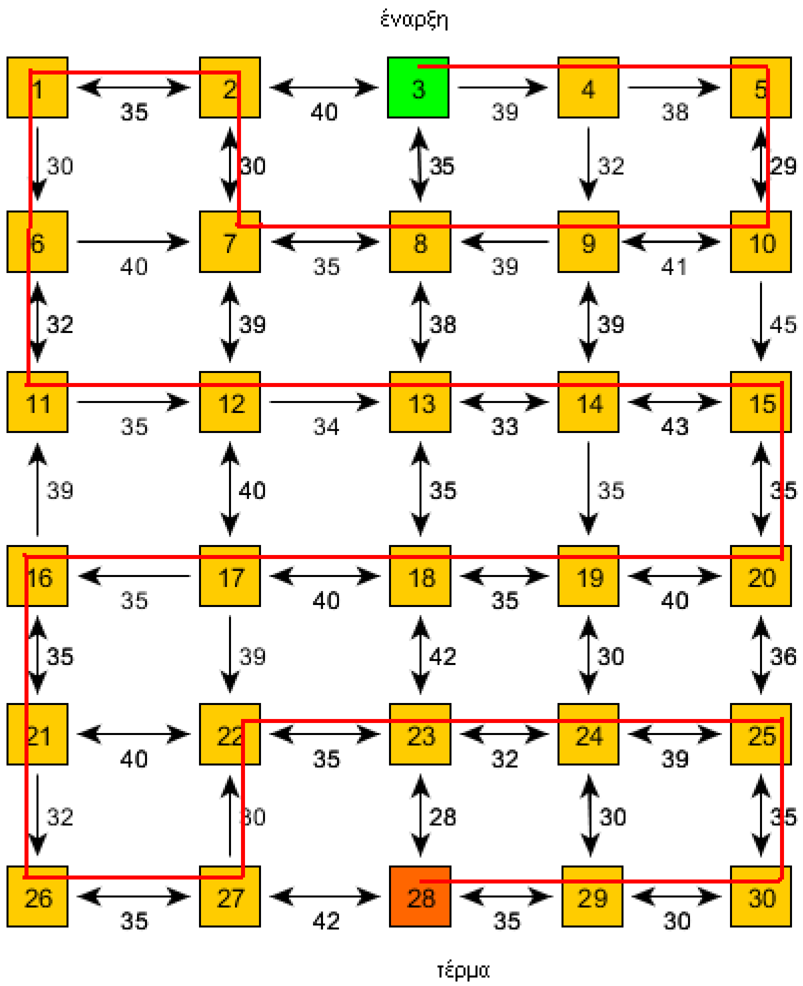
Εικόνα 5.3 Αστική τοπολογία 20 κόμβων

Αυτή τη φορά, θα εξετάσουμε 3 δυνατές διαδρομές:

- ✓ Τη μέγιστη με μήκος D_{max}
- ✓ Τη διαδρομή που προκύπτει από την εφαρμογή του αλγορίθμου ευέλικτου δρομολογίου.
- ✓ Τη διαδρομή που θα προκύψει αν ζητηθεί από τους επιβάτες στα πλαίσια της μεθόδου συγχώνευσης στάσεων (bus stop consolidation), για τη βελτίωση της ταχύτητας των λεωφορείων, να περπατήσουν το μέγιστο δύο τετράγωνα για να συναντήσουν το λεωφορείο στην κεντρική λεωφόρο του πλέγματος, απ’όπου και θα τους παραλάβει.

Έπειτα θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα του ευέλικτου δρομολογίου με τις άλλες δύο περιπτώσεις.

- ✓ Υπολογισμός μέγιστης διαδρομής:



Εικόνα 5.4 Οριζόντια διάσχιση δικτύου με διέλευση από όλες τις στάσεις

Επιχειρώντας να υπολογίσουμε το μήκος της μέγιστης διαδρομής όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, υπολογίζουμε το άθροισμα των παρακάτω αποστάσεων ($d_{i,j}$ εδώ το φυσικό μήκος που ενώνει τα ζεύγη των κόμβων) :

$$D_{max} = d_{3,4}+d_{4,5}+d_{5,10}+d_{10,9}+d_{9,8}+\ldots+d_{24,25}+d_{25,30}+d_{30,29}+d_{29,28}$$

Έπειτα από αντικατάσταση των αποστάσεων, προκύπτει οτι D_{max} =1016 μονάδες απόστασης.

✓ Υπολογισμός διαδρομής μέσω ευέλικτου δρομολογίου:

Τρέξαμε τον αλγόριθμο για πλήθος κόμβων με επιβάτες ίσο με 6 , 7 και 8. Δεν θεωρήσαμε περίπτωση με μικρότερο πλήθος κόμβων, καθώς το δίκτυο θα ήταν πολύ αραιό για να μπορεί να αντιπροσωπεύσει πραγματική αστική τοπολογία.

1. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =6
   Μέγεθος δικτύου: n= 30

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=6 Μέγεθος δικτύου: n=20			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή(Σειρά επίσκεψης των κόμβων)**	**Κόστος διαδρομής**
1	8,11,12,13,15,17	3 ->...8...13...17...11...12...15 -> 28	532
2	2,6,12,13,15,17	3 ->...2...6...12...17...13...15 -> 28	527
3	5,6,8,16,19,22	3 ->...8...5...19...16...6...22 -> 28	681
4	2,5,8,14,15,18	3 ->...2...8...5...15...14...18 -> 28	472
5	5,8,13,16,22,24	3 ->...5...8...13...16...22...24 -> 28	536
6	4,12,13,16,18,19	3 ->...4...19...16...12...13...18 -> 28	468
7	4,11,12,15,17,19	3 ->...4...15...19...17...11...12 -> 28	549
8	4,5,8,10,15,17	3 ->...8...4...5...10...15...17 -> 28	473
9	6,10,11,13,15,22	3 ->...6...11...13...10...15...22 -> 28	599
10	7,8,11,15,20,22,23	3 ->...8...7...11...15...20...22...23 -> 28	577
11	2,5,10,14,17,19,24	3 ->...5...10...2...17...19...24 -> 28	525
12	9,12,14,16,18,19	3 ->...9...14...19...16...12...18 -> 28	468
13	8,12,13,14,16,18	3 ->...8...13...18...16...12...14 -> 28	449
14	5,8,10,11,16,18	3 ->...5...10...8...16...11...18 -> 28	547
15	6,11,13,15,21,30	3 ->...6...11...13...15...30...21 -> 28	658
Μέσος Όρος			537,4
Εύρος			232
Τυπική απόκλιση			69,14

Πίνακας 5.8 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=6 επιβάτες

2. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =7
   Μέγεθος δικτύου: n= 30

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=7 Μέγεθος δικτύου: n=20			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή(Σειρά επίσκεψης των κόμβων)**	**Κόστος διαδρομής**
1	7,8,9,11,17,19,21	3 ->...9...8...7...17...21...11...19 -> 28	595
2	6,7,9,10,16,17,26	3 ->...10...9...7...6...17...16...26 -> 28	602
3	10,12,13,15,16,18,27	3 ->...10...15...13...18...12...16...27 -> 28	561
4	9,10,14,20,26,29,30	3 ->...10...9...14...20...30...29...26 -> 28	551
5	2,4,6,13,18,21,24	3 ->...4...2...6...13...18...24...21 -> 28	651
6	2,7,10,15,16,17,25	3 ->...2...7...17...16...10...15...25 -> 28	620
7	1,7,9,17,19,26,30	3 ->...9...7...1...17...19...30...26 -> 28	731
8	5,6,7,8,12,13,25	3 ->...6...7...12...13...8...5...25 -> 28	612
9	1,4,11,13,20,21,26	3 ->...4...1...11...13...20...21...26 -> 28	735
10	5,11,18,21,23,27,29	3 ->...5...29...27...21...11...18...23 -> 28	676
11	2,6,14,15,22,26,27	3 ->...2...6...14...15...22...26...27 -> 28	603
12	6,14,15,16,18,21,27	3 ->...6...14...15...18...16...21...27 -> 28	611
13	8,10,13,15,18,23,24	3 ->...8...10...15...13...18...24...23 -> 28	457
14	2,4,14,16,25,26,30	3 ->...2...4...14...16...26...25...30 -> 28	671
15	5,11,12,17,21,24,27	3 ->...5...24...27...21...11...12...17 -> 28	674
Μέσος Όρος			623,3
Εύρος			278
Τυπική απόκλιση			71,3

Πίνακας 5.9 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=7 επιβάτες

3. Πλήθος κόμβων με επιβάτες : k =8
   Μέγεθος δικτύου: n= 30

Πλήθος κόμβων με επιβάτες: k=8 Μέγεθος δικτύου: n=20			
Α/Α	**Κόμβοι επιβατών**	**Διαδρομή(Σειρά επίσκεψης των κόμβων)**	**Κόστος διαδρομής**
1	2,5,9,11,22,26,29,30	3 ->...5...9...2...11...22...26...29...30 -> 28	741
2	5,10,11,14,15,25,26,27	3 ->...11...14...5...10...15...25...26...27 -> 28	746
3	5,10,11,15,17,23,24,29	3 ->...5...10...15...17...11...23...24...29 -> 28	618
4	4,6,13,16,18,21,25,26	3 ->...4...6...13...18...16...21...26...25 -> 28	788
5	4,7,9,11,14,23,24,30	3 ->...4...9...7...11...14...24...30...23 -> 28	619
6	7,10,11,19,20,21,24,27	3 ->...7...11...10...20...19...24...21...27 -> 28	745
7	1,2,17,18,22,26,29,30	3 ->...2...1...18...17...22...26...29...30 -> 28	599

8	8,12,15,22,24,25,27,30	3 ->...8...12...15...25...30...24...27...22 -> 28	580
9	14,15,19,20,21,23,24,25	3 ->...14...15...20...25...19...24...21...23 -> 28	529
10	5,7,8,10,13,15,19,22	3 ->...5...10...15...19...13...8...7...22 -> 28	550
11	9,11,14,15,17,22,23,24	3 ->...9...14...15...24...11...17...22...23 -> 28	614
12	1,2,10,20,22,23,27,29	3 ->...1...2...10...20...29...27...22...23 -> 28	606
13	7,9,11,12,13,26,29,30	3 ->...9...7...11...12...13...29...30...26 -> 28	718
14	4,5,6,18,20,24,25,26	3 ->...4...5...20...25...24...18...6...26 -> 28	758
15	1,5,8,13,14,22,23,29	3 ->...1...5...8...13...14...29...22...23 -> 28	662
Μέσος Όρος			658,2
Εύρος			259
Τυπική απόκλιση			83,8

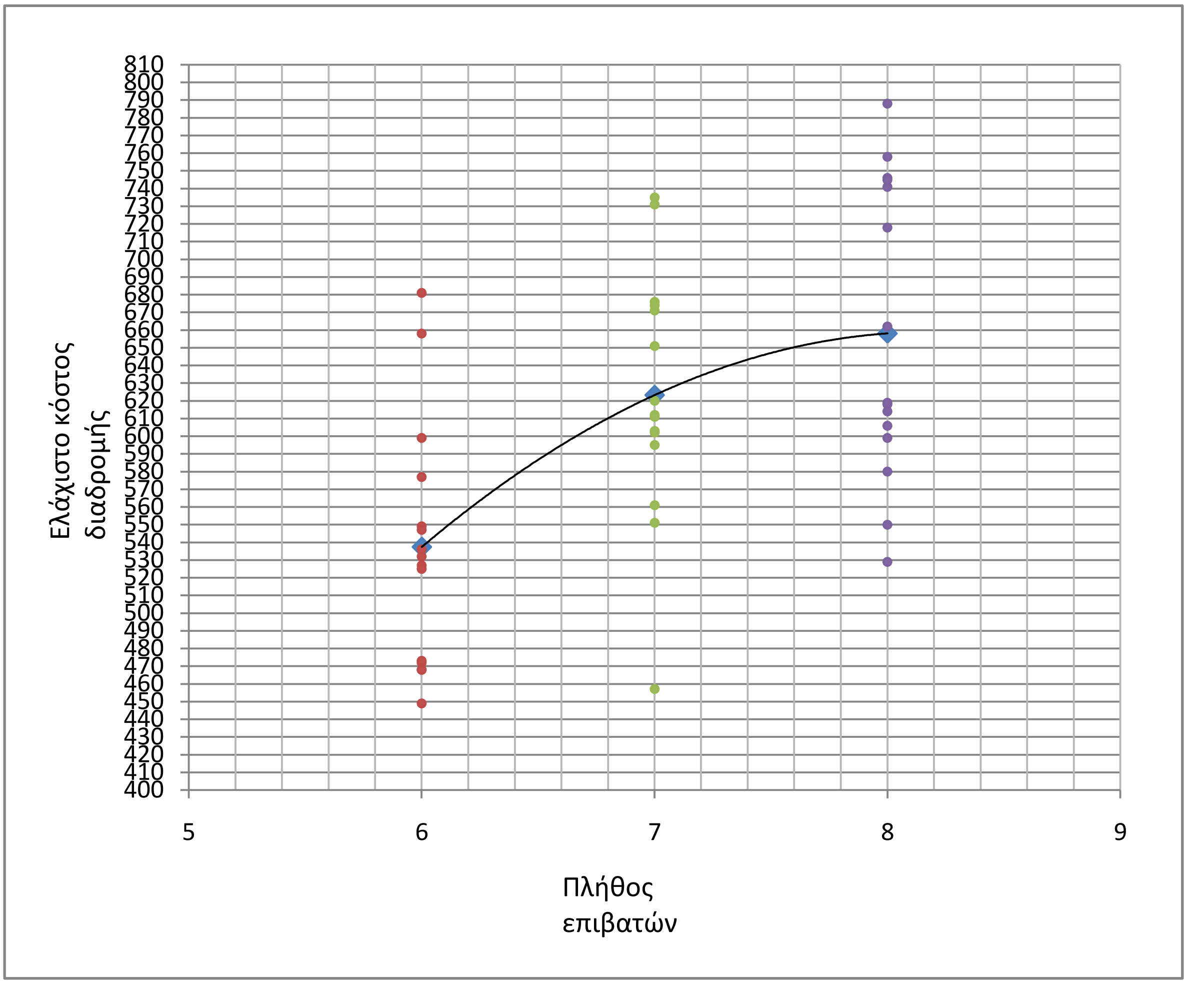
Πίνακας 5.10 Αποτελέσματα προσομοίωσης για k=8 επιβάτες

Παρατηρούμε σε όλες τις περιπτώσεις αυξομοιώσεις κατά την εκτέλεση των επαναλήψεων, με ελάχιστα και μέγιστα ανάλογα με τη σχετική θέση των επιβατών στην αντίστοιχη επανάληψη.

Πλήθος επιβατών στο δίκτυο	**k=6**	**k=7**	**k=8**
Μέσος όρος διαδρομής λεωφορείου	537,4	623,3	658,2
Εύρος τιμών	232	278	259
Τυπική απόκλιση τιμών	69,14	71,3	83,8

Πίνακας 5.11 Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων και στατιστικών της προσομοίωσης παραδείγματος 5.2

Παρακάτω παραθέτουμε ένα συγκεντρωτικό διάγραμμα που συνοψίζει τις μετρήσεις που παρουσιάστηκαν στους πίνακες 5.8 εώς 5.10, καθώς και την καμπύλη που ενώνει τους μέσους όρους ανά ομάδα μετρήσεων για κάθε διαφορετικό πλήθος επιβατών:



Διάγραμμα 5.2 Συγκεντρωτικό διάγραμμα όλων των μετρήσεων του παραδείγματος 5.2

Στις κατακορύφους που αντιστοιχούν σε πλήθος επιβατών 6, 7 και 8, έχουν επίσης τοποθετηθεί εκτός από τους μέσους όρους και οι επιμέρους μετρήσεις, από τις οποίες προέκυψε ο μέσος όρος αυτός.

- ✓ Συγχώνευση των στάσεων (Bus Stop Consolidation)

Στην περίπτωση που το λεωφορείο διέλθει μόνο από την κεντρική λεωφόρο, δηλαδή από την ευθεία που συνδέει αφετηρία και τέρμα, όπου και θα έχουν μετατοπιστεί οι επιβάτες, το κόστος της διαδρομής που θα διανύσει είναι το παρακάτω:

$$D_{consolidation} = d_{3,8}+d_{8,13}+d_{13,18}+d_{18,23}+d_{23,28} = 178 \text{ μονάδες απόστασης}$$

Αμέσως παρακάτω παρατίθεται ο πίνακας με τη διαδρομή που χρειάστηκε να διανυθεί από τους επιβάτες ώστε να φτάσουν στην κεντρική διαδρομή:

Μήκος διαδρομής επιβατών προς τον κεντρικό δρόμο (μονάδες απόστασης ανά επιβάτη)			
Α/Α	**k=6**	**k=7**	**k=8**
1	30,8	43,2	54,6
2	42,3	60,1	65,6
3	49,5	43,8	51,1
4	37,6	57	51,5
5	36,5	32,1	35,6
6	36	49,8	55,3
7	48,8	34	45,8
8	46	41,7	44,4
9	55,8	58,14	49,6
10	40,1	42,5	41
11	50,7	54	40,5
12	36	48,5	47,8
13	23,6	43,2	44,3
14	35	26,8	55,8
15	54	52,7	31,8
Μ.Ο.	41,5	52,7	31,8

Πίνακας 5.12 Μήκος διαδρομής επιβατών προς τον κεντρικό δρόμο

Οι τιμές του πίνακα έχουν προκύψει ως εξής: για συγκεκριμένο αριθμό επιβατών και συγκεκριμένη επανάληψη, υπολογίσαμε το μέσο όρο που θα χρειαστεί να περπατήσει ο κάθε επιβάτης για να φτάσει στην κεντρική λεωφόρο, δηλαδή σε έναν από τους κόμβους 3,8,13,18,23,28. Παρατηρούμε οτι μικρότερη κατά μέσο όρο διαδρομή χρειάστηκε να διανυθεί από τους επιβάτες στο πυκνότερο δίκτυο. Επίσης είναι δυνατόν κάποιοι επιβάτες σε κόμβους παρακείμενους στο τέρμα, να φτάσουν εκεί, χωρίς να αναμένουν τη διέλευση του λεωφορείου.

5.2.1 Συγκρίσεις:

✓ Μέγιστη διαδρομή – ευέλικτο δρομολόγιο

Θέλοντας τώρα να συγκρίνουμε την ευέλικτη διαδρομή του λεωφορείου με τη μέγιστη διαδρομή που υπολογίστηκε με τη συνολική διάσχιση των κόμβων (D_{max}=1016), παραθέτουμε τον παρακάτω πίνακα:

Κόστος πλήρους δρομολογίου	1016		
Δυναμικό δρομολόγιο που διέρχεται μόνο από στάσεις με επιβάτες			
Πλήθος επιβατών	**κ=6**	**κ=7**	**κ=8**
Κόστος ευέλικτης διαδρομής	537,4	623,3	658,2
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο (σε μονάδες απόστασης)	478,6	392,7	357,8
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο (σε ποσοστό %)	47,1	38,6	35,2

Πίνακας 5.13 Συγκριτικός πίνακας μέγιστης διαδρομής και ευέλικτου δρομολογίου

Παρατηρούμε οτι τα ποσοστά μείωσης της διαδρομής είναι ικανοποιητικά μεγάλα, ειδικά στην περίπτωση της μικρότερης πυκνότητας επιβατών στο δίκτυο (6 επιβάτες). Γενικά η μικρή πυκνότητα των επιβατών είναι φαινόμενο που παρουσιάζεται σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους τις ημέρας και ειδικότερα, εκτός των ωρών αιχμής. Σε αυτές λοιπόν τις περιπτώσεις, είναι προτιμότερο να εφαρμόζεται το ευέλικτο δρομολόγιο.

✓ Συγχώνευση στάσεων- ευέλικτο δρομολόγιο

Πλήθος επιβατών	**κ=6**	**κ=7**	**κ=8**
Κόστος διαδρομής λεωφορείου μετά τη συγχώνευση (μονάδες απόστασης)	478,6	392,7	357,8
Διανυόμενη απόσταση ανά επιβάτη (στην περίπτωση της συγχώνευσης)	41,5	52,7	31,8
Κόστος ευέλικτης διαδρομής λεωφορείου (σε μονάδες απόστασης)	537,4	623,3	658,2
Κέρδος συγχώνευσης σε σχέση με το ευέλικτο δρομολόγιο (σε μονάδες απόστασης)	58,88	230,6	300,4

Πίνακας 5.14 Συγκριτικός πίνακας συγχώνευσης στάσεων και ευέλικτου δρομολογίου

Παρατηρούμε οτι στην περίπτωση της συγχώνευσης στάσεων στην πρώτη περίπτωση, δηλαδή όταν στο δίκτυο βρίσκονται 6 επιβάτες, το κέρδος σε μονάδες απόστασης είναι μικρό, αν αναλογιστούμε την κατά μέσο όρο απόσταση που πρέπει να διανύσουν οι επιβάτες. Στις άλλες δύο περιπτώσεις όμως, το κέρδος είναι μεγαλύτερο και μάλιστα η συγχώνευση στάσεων φαίνεται να είναι συμφέρουσα λύση στην περίπτωση του πυκνότερου δικτύου των 8 επιβατών.

5.3 Επέκταση πλήθους επαναλήψεων

Οι προηγούμενες μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν μεν με τυχαία (μέσω χρήσης αντίστοιχης συνάρτησης) επιλογή, ο ορισμός όμως των κόμβων – επιβατών στο γράφο, είχε γίνει χειροκίνητα. Για να αυξήσουμε το διάστημα εμπιστοσύνης των μετρήσεών μας, τροποποιήσαμε ελαφρώς τον κώδικα και τρέξαμε περισσότερες επαναλήψεις για το ίδιο δίκτυο και για τα ίδια δεδομένα.

Παράδειγμα 5.1:

Παρακάτω παρατίθεται ο πίνακας των μετρήσεων:

Α/Α επανάληψης	**k=4**	**k=5**	**k=6**	**k=7**	**k=8**
1	387	373	410	468	539
2	410	457	463	419	470
3	477	330	485	538	467
4	494	518	484	533	536
5	343	451	460	532	543
6	263	483	401	475	503
7	395	468	454	544	474
8	265	350	463	484	515
9	329	265	480	404	592
10	419	483	477	470	485
11	472	412	404	490	458
12	472	458	465	533	515
13	402	533	410	408	542
14	463	525	395	458	534
15	313	385	532	475	513
16	497	393	415	495	495
17	483	463	468	475	458
18	410	263	542	415	476
19	388	528	458	497	495
20	398	399	495	515	533
21	323	403	468	532	468
22	388	427	515	477	408
23	388	373	462	490	513
24	255	393	532	458	538
25	322	391	479	528	550
26	395	453	522	472	490
27	337	483	528	455	512
28	483	386	483	462	458

29	405	472	388	446	590
30	332	383	412	393	601
31	395	390	392	528	487
32	412	328	485	528	474
33	263	328	467	547	515
34	388	275	458	483	592
35	328	335	473	470	536
36	331	348	420	518	468
37	318	483	458	547	408
38	462	322	391	528	533
39	395	460	533	465	485
40	310	389	458	462	512
41	252	332	420	526	537
42	253	405	459	513	399
43	402	483	465	470	546
44	393	463	482	532	403
45	473	398	388	398	464
46	329	385	468	410	490
47	406	398	358	460	512
48	447	327	408	478	531
49	398	433	409	408	495
50	391	427	392	395	462
51	388	322	497	527	528
52	388	458	408	468	544
53	413	395	458	393	499
54	395	455	466	532	550
55	468	494	463	490	410
56	328	321	433	473	458
57	328	383	472	468	474
58	322	477	468	547	501
59	528	477	326	533	595
60	458	415	412	397	539
61	397	410	397	522	598
62	453	388	463	457	472
63	388	408	497	548	548
64	485	468	483	554	518
65	387	343	331	465	467
Μ.Ο.	387,38	409,60	450,89	482,78	504,94
Εύρος	276	270	216	161	202
Τυπική απόκλιση	67,70	65,25	47,67	46,83	47,83

Πίνακας 5.15 Αποτελέσματα προσομοίωσης παραδείγματος 5.1 με μεγάλο πλήθος επαναλήψεων

✓ Σύγκριση ευέλικτου δρομολογίου με τη μέγιστη διαδρομή:

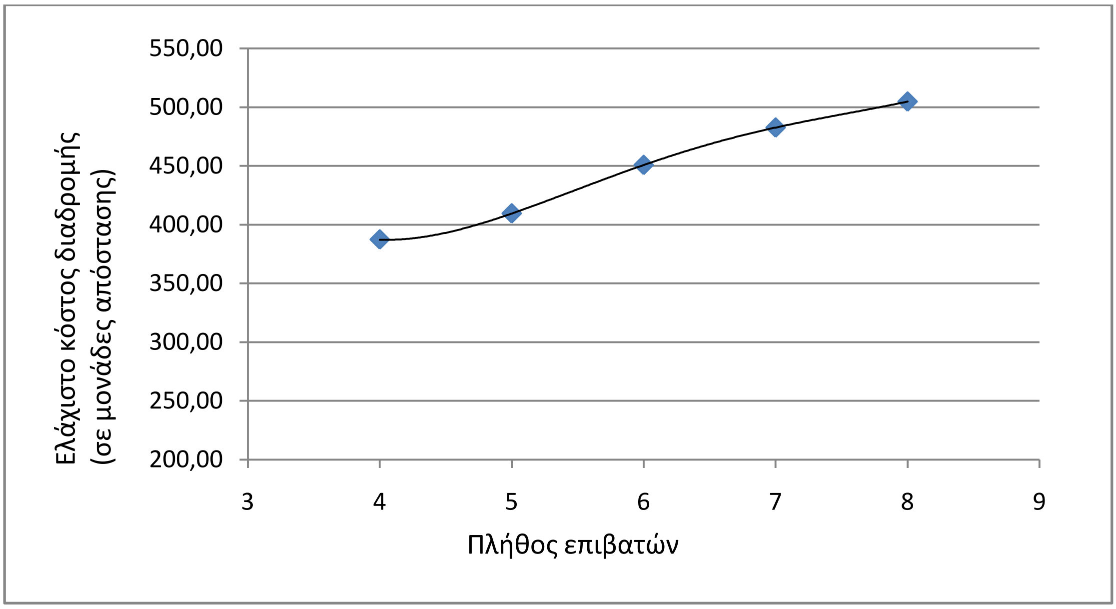
Θέλοντας τώρα να συγκρίνουμε την ευέλικτη διαδρομή του λεωφορείου με τη μέγιστη διαδρομή που υπολογίστηκε με τη συνολική διάσχιση των κόμβων (D_{max}=649), παραθέτουμε τον παρακάτω πίνακα:

Κόστος πλήρους δρομολογίου	649				
Κόστος δυναμικού δρομολογίου που διέρχεται μόνο από στάσεις με επιβάτες					
Πλήθος επιβατών	**κ=4**	**κ=5**	**κ=6**	**κ=7**	**κ=8**
Κόστος ευέλικτης διαδρομής	387,38	409,60	450,89	482,78	504,94
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο(σε μονάδες απόστασης)	261,6	239,4	198,1	166,2	144,06
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο(σε ποσοστό %)	40,30	36,89	30,52	25,6	22,2

Πίνακας 5.16 Συγκριτικός πίνακας πλήρους (μέγιστης) και ευέλικτης διαδρομής

Από επισκόπηση του πίνακα παρατηρούμε σε μονάδες αλλά και σε ποσοστά τη βελτίωση σε κόστος δρομολογίου που υπεισέρχεται από την εφαρμογή του αλγορίθμου για ευέλικτα δρομολόγια σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο. Όπως ήταν αναμενόμενο λογικά και όπως είχαμε παρατηρήσει για το ίδιο δίκτυο όταν πραγματοποιήσαμε λιγότερες επαναλήψεις, το μεγαλύτερο ποσοστό βελτίωσης, παρουσιάζεται στα μικρής πυκνότητας δίκτυα, όπως αυτά με τους 4, 5, και 6 επιβάτες, όπου το αντίστοιχο ποσοστό ξεπερνά και πάλι το 30%. Αυτό δικαιολογείται, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, αν φανταστούμε οτι το μεγαλύτερο μέρος της πλήρους διαδρομής θα γινόταν άσκοπα, αφού μόνο σε λίγους κόμβους βρίσκονται επιβάτες.

Παραθέτουμε και το συγκεντρωτικό διάγραμμα με τους μέσους όρους των μετρήσεων:



Διάγραμμα 5.3 Συγκεντρωτικό διάγραμμα μεγάλου πλήθους επαναλήψεων του παραδείγματος 5.1

Παρατηρούμε και εδώ περίπου σταθερή αύξηση του μήκους της διαδρομής καθώς αυξάνεται το πλήθος των επιβατών, με διαφοροποίηση στη μετάβαση από 5 σε 6 επιβάτες, όπου εκεί παρατηρούμε μεγαλύτερη αύξηση της διαδρομής σε σχέση με τις άλλες μεταβάσεις.

Παράδειγμα 5.2:

Παρακάτω παρατίθεται ο πίνακας των νέων μετρήσεων για το παράδειγμα 5.2:

Α/Α επανάληψης	k=6	k=7	k=8
1	395	673	683
2	449	439	610
3	541	532	741
4	454	670	746
5	464	616	618
6	466	467	588
7	548	595	619
8	582	542	530
9	519	543	599
10	537	468	740
11	446	453	529
12	613	437	550

13	527	590	512
14	681	593	606
15	472	595	718
16	542	514	758
17	468	672	662
18	479	597	627
19	473	606	605
20	599	679	556
21	577	530	745
22	525	602	735
23	468	595	579
24	449	548	580
25	547	561	620
26	658	615	603
27	551	651	661
28	522	620	614
29	622	731	788
30	532	612	523
31	469	755	745
32	537	676	668
33	667	603	675
34	458	594	558
35	549	457	618
36	472	671	669
37	542	674	583
38	594	521	752
39	604	591	710
40	458	544	645
41	601	629	534
42	544	596	679
43	536	667	543
44	610	735	689
45	466	525	755
46	544	602	628
47	683	544	793
48	396	615	529
49	530	611	538
50	537	549	617
51	540	671	503
52	663	551	677
53	525	602	618
54	602	606	733
55	454	542	627
56	603	531	620

57	614	461	489
58	673	622	506
59	672	688	643
60	630	610	728
61	566	683	625
62	547	537	731
63	549	530	652
64	681	597	534
65	480	660	703
Μ.Ο.	543,11	590,71	636,34
Εύρος	288	318	304
Τυπική απόκλιση	73,62	73,13	80,24

Πίνακας 5.17 Αποτελέσματα προσομοίωσης παραδείγματος 5.2 με μεγάλο πλήθος επαναλήψεων

✓ Σύγκριση μέγιστης διαδρομής με το ευέλικτο δρομολόγιο

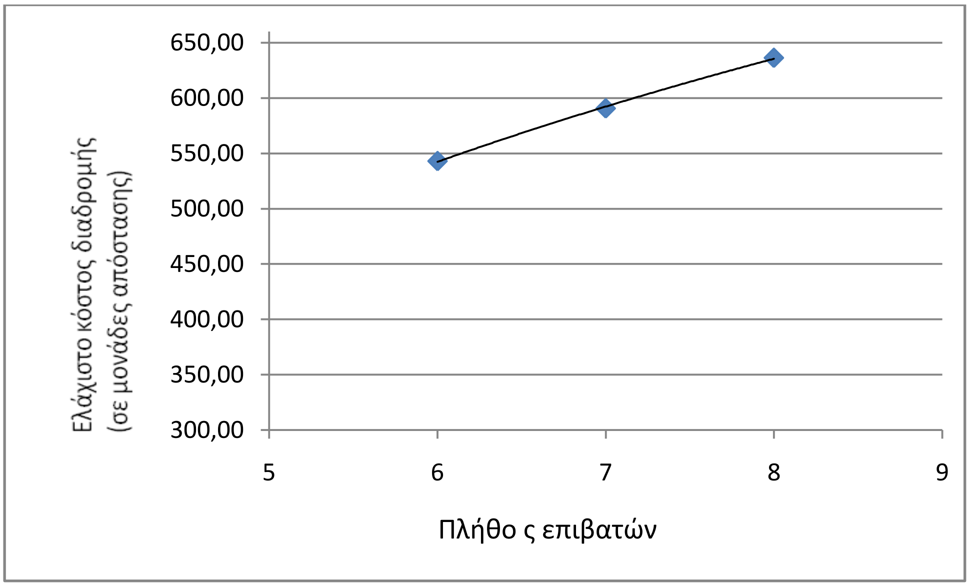
Στην περίπτωση αυτή θα συγκρίνουμε το ευέλικτο δρομολόγιο μόνο με τη μέγιστη διαδρομή (D_{max}=1016). Έτσι λοιπόν παραθέτουμε τον παρακάτω πίνακα:

Κόστος πλήρους δρομολογίου	1016		
Δυναμικό δρομολόγιο που διέρχεται μόνο από στάσεις με επιβάτες			
Πλήθος επιβατών	**κ=6**	**κ=7**	**κ=8**
Κόστος ευέλικτης διαδρομής	543,11	590,71	636,34
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο(σε μονάδες απόστασης)	472,9	425,3	379,7
Κέρδος σε σχέση με το πλήρες δρομολόγιο(σε ποσοστό %)	46,54	41,83	37,3

Πίνακας 5.18 Συγκριτικός πίνακας μέγιστης διαδρομής και ευέλικτου δρομολογίου

Παρατηρούμε, όπως και στη διεξαγωγή του αντίστοιχου πειράματος για το ίδιο δίκτυο, οτι τα ποσοστά μείωσης της διαδρομής είναι ικανοποιητικά μεγάλα, σε αυτές τις περιπτώσεις μικρής πυκνότητας επιβατών στο δίκτυο, φαινόμενο που παρουσιάζεται σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους τις ημέρας και ειδικότερα, εκτός των ωρών αιχμής. Συνεπώς,σε αυτές λοιπόν τις περιπτώσεις, είναι συμφερότερο να εφαρμόζεται το ευέλικτο δρομολόγιο.

Το αντίστοιχο διάγραμμα με τους μέσους όρους των μετρήσεων:



Διάγραμμα 5.4 Συγκεντρωτικό διάγραμμα μεγάλου πλήθους επαναλήψεων του παραδείγματος 5.1

Εδώ παρατηρούμε τη φυσιολογική αύξηση του μέσου όρου της διαδρομής, αυξανομένου του πλήθους των κόμβων-επιβατών.

6.Συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις

Σύμφωνα με τα όσα παρατηρήσαμε, η εφαρμογή ευέλικτων δρομολογίων και συγκεκριμένα το δρομολόγιο αυτό να περνά μόνο από τις στάσεις που βρίσκονται επιβάτες, μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική βελτίωση της διανυόμενης διαδρομής στις περισσότερες περιπτώσεις των δικτύων που εξετάσαμε.

Μια επέκταση των παραπάνω θα ήταν πιθανώς η μετατροπή ενός .kml αρχείου, το οποίο προκύπτει από την αποθήκευση των πληροφοριών σημείων ή μιας διαδρομής που δημιουργείται σε ένα σύστημα χαρτογράφησης (π.χ Google Earth) απ’ ευθείας σε αρχείο .graphml, έτσι ώστε η απεικόνιση πραγματικών δικτύων και τοπολογιών να γίνεται χωρίς τη δική μας παρέμβαση.

Ως μελλοντική επέκταση θα μπορούσε επίσης να θεωρηθεί η επιλογή της βέλτιστης διαδρομής, λαμβάνοντας υπόψιν ως βάρος των ακμών όχι μόνο την απόσταση, αλλά και άλλους παράγοντες όπως τον κυκλοφοριακό φόρτο, τη χρονική διάρκεια για να διανυθεί το μήκος μιας ακμής ή γενικότερα μια συνάρτηση που να περιλαμβάνει όλους αυτούς τους παράγοντες.

7. Βιβλιογραφία

1. Jean François Cordeau, Gilbert Laporte, Jean-Yves Potvin, Martin W.P. Savelsbergh - Transportation on demand (2004)
2. Pfoser Dieter, Tryfona Nectaria, Agnès Voisard: Dynamic Travel Time Maps-Enabling Efficient Navigation (2006)
3. Gaetano Borriello, Matthew Chalmers, Anthony LaMarca and Paddy Nixon: Delivering Real-World Ubiquitous Location Systems (2005)
4. James F.Kurose, Keith W.Ross: Computer Networking, Addison-Wesley p.301-317 (2004)
5. Νικόλαος Μισυρλής :Δομές δεδομένων με C – Αφηρημένοι τύποι δεδομένων σελίδες 294-339 (2002)
6. Στάθης Ζάχος, Νεκτάριος Κοζύρης :Εισαγωγή στην επιστήμη των υπολογιστών. Θεωρητική Πληροφορική, Γλώσσες προγραμματισμού, Οργάνωση Υπολογιστών (2006)
7. Γ.Α. Γιαννόπουλος, Δημόσιες Αστικές Συγκοινωνίες, Λεωφοριακές Συγκοινωνίες Τόμος 1 (2004)
8. Transport Planning and Traffic Engineering, CA O'Flaherty,MGH Bell,PW Bonsall, GR Leake, AD May,CA Nash,Arnold edition, 1997.
9. Ravindra K.Ahuja, Thomas L. Magnati, James Orlin: Network flows: Theory, Algorithms and Applications, Prentice Hall (1993)
10. Garey, M.R.; Johnson, D.S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York: W.H. Freeman. ISBN 0-7167-1045-5.
11. Dahlke K."NP-complete problems". *Math Reference Project*. http://www.mathreference.com/lan-cx-np,intro.html
12. Reinhard Diestel, Graph Theory, Electronic version of the 3rd edition (2005) , Springer- Verlag Heidelberg book.
13. Kittelson & Associates, Inc., KFH Group, Inc., Parsons Brinckerhoff Quade & Douglass, Inc., Dr. Katherine Hunter-Zaworski :Transit Cooperative Research Program: Transit Capacity and Quality of Service manual, 2nd edition(2003)
14. Andrew J.May, Tracy Ross, Steven H. Bayer, Mikko J. Tarkiainen: Pedestrian navigation aids:information requirements and design implications (2003)
15. Xiaolin Lu: Infrastructure for Intelligent Transportation Planning-CSCW System based on WEB-GIS Technology(2004)

16. Sushant Jain, Kevin Fall, and Rabin Patra: Routing in a Delay Tolerant Network (2004).
17. Herbert Mohring: Optimization and Scale Economies in Urban Bus Transportation- Source: The American Economic Review, Vol. 62, No.4
18. Αλγόριθμοι δρομολόγησης με μέσα μαζικής μεταφοράς στο δίκτυο των Αθηνών, Κωτσογιάννη Μαριάννα, Διπλωματική εργασία, ΕΜΠ 2006