



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

## ΝΕΥΡΟΑΣΑΦΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΥ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΟΥ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Γ. Γεωργατζής

**Επιβλέπων :** Ανδρέας-Γεώργιος Ν. Σταφυλοπάτης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2009





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

# Νευροασαφές Σύστημα Αναλογικού Συμπερασμού

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Γ. Γεωργατζής

**Επιβλέπων :** Ανδρέας- Γεώργιος Ν. Σταφυλοπάτης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 26<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2009.

.....  
Α.-Γ. Σταφυλοπάτης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Σ. Κόλλιας  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Γ. Στάμου  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

*Αθήνα, Οκτώβριος 2009*

Κωνσταντίνος Γ. Γεωργατζής

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Κωνσταντίνος Γ. Γεωργατζής

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου

# Περιεχόμενα

Περιεχόμενα .....	5
Περίληψη.....	8
Abstract.....	9
Εισαγωγή .....	10
Σκοπός-Κίνητρα και Διάρθρωση της διπλωματικής.....	11
Κεφάλαιο 1 : Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα .....	12
1.1 Γενικά.....	12
1.2 Το μοντέλο McCulloch-Pitts .....	13
1.3 Το δίκτυο Perceptron.....	15
1.4 Μάθηση στο δίκτυο Perceptron.....	16
1.5 Το μοντέλο Multi Layer Perceptron(MLP) .....	17
1.6 Μάθηση των πολυστρωματικών δικτύων Perceptron.....	18
1.6.1 Επιβλεπόμενη μάθηση.....	18
1.6.2 Ενισχυτική μάθηση .....	21
1.6.3 Μη επιβλεπόμενη μάθηση (αυτο-οργανούμενη μάθηση).....	22
Κεφάλαιο 2 : Ασαφής Λογική.....	23
2.1 Γενικά.....	23
2.2 Στοιχεία των ασαφών συνόλων.....	23
2.3 Πράξεις μεταξύ ασαφών συνόλων.....	25

2.4	Συνήθεις συναρτήσεις συμμετοχής.....	25
2.5	Ασαφής συλλογιστική.....	26
2.6	Ασαφή συστήματα.....	29
2.6.1	Αρχιτεκτονική ασαφών συστημάτων.....	29
2.6.2	Μέθοδοι αποασαφοποίησης.....	31
2.6.3	Μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού.....	32
Κεφάλαιο3: Αλγόριθμος υλοποίησης, Περιγραφή του μοντέλου TWNFI (Transductive Weighted Neuro-fuzzy Inference system).....		34
3.1	Γενικά.....	34
3.1.1	Σύγκριση αναλογικής-επαγωγικής συλλογιστικής πορείας στα νευροασαφή συστήματα.....	34
3.1.2	Κανονικοποίηση και στάθμιση δεδομένων.....	36
3.2	Ανάλυση TWNFI.....	36
3.2.1	Βασικές αρχές του TWNFI.....	36
3.2.2	Ο αλγόριθμος μάθησης του TWNFI.....	38
3.2.3	Παρατηρήσεις επί χρησιμοποιούμενων παραμέτρων στο TWNFI.....	38
3.3	Αποτίμηση χρήσης TWNFI.....	39
Κεφάλαιο4: Μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού. Περιγραφή του μοντέλου ASuPFuNIS (Asymmetric Subsethood Product Fuzzy Neural Inference System).....		40
4.1	Γενικά χαρακτηριστικά του μοντέλου ASuPFuNIS.....	40
4.2	Αρχιτεκτονική και λειτουργικές λεπτομέρειες του δικτύου.....	41
4.3	Μετάδοση του σήματος στους κόμβους εισόδου.....	43
4.4	Μέτρο ομοιότητας.....	44
4.5	Μετάδοση σήματος με βάση τις σχέσεις αμοιβαίου εγκλεισμού.....	46
4.6	Στρώμα κανόνων.....	47

4.7 Υπολογισμός σήματος στο στρώμα εξόδου .....	48
Κεφάλαιο 5: Η υλοποίηση του Νευροασαφούς Συστήματος Αναλογικού Συμπερασμού .....	50
5.1 Γενικά .....	50
5.2 Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης .....	51
5.2.1 Ορισμός .....	51
5.2.2 Παρατηρήσεις επί του αλγόριθμου εκπαίδευσης .....	52
5.3 Πειραματικά αποτελέσματα .....	53
5.3.1 Γενική επισκόπηση .....	53
5.3.2 Σύνολα δεδομένων .....	54
5.4 Παρουσίαση πειραματικών αποτελεσμάτων .....	56
5.4.1 Πίνακες αποτελεσμάτων .....	56
5.4.2 Γραφικές παραστάσεις αποτελεσμάτων .....	59
Κεφάλαιο 6 : Επίλογος .....	65
6.1 Συμπεράσματα .....	67
6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις .....	67
Παράρτημα Ι .....	68
Παράρτημα ΙΙ .....	71
Παράρτημα ΙΙΙ .....	73
Βιβλιογραφία .....	74

## Περίληψη

Το πεδίο των νευροασαφών συστημάτων αποτελεί καίριο αντικείμενο μελέτης των σύγχρονων επιστημόνων και ταυτόχρονα παράγει αποτελέσματα που αποτελούν εφαρμόσιμες επιλογές (είτε άμεσα, είτε μελλοντικά). Παρ'όλα αυτά, καθώς οι απαιτήσεις για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που καλούνται να επιλύσουν, ολοένα και αυξάνουν, γίνεται αναγκαία η ανάδειξη νέων μοντέλων που θα αντεπεξέλθουν σε αυτές τις απαιτήσεις. Σ' αυτήν τη διπλωματική εργασία έγινε μια προσπάθεια να εισαχθεί ένα νέο μοντέλο το οποίο πιστεύουμε πως έχει σαφές, διακριτό πεδίο εφαρμογής. Κατ' αρχάς, επιχειρήσαμε τη δημιουργία ενός νευροασαφούς συστήματος, το οποίο θα παρουσιάζει εξατομικευμένη δράση. Δηλαδή, ενός συστήματος που θα μπορεί να προσαρμόζει την εκπαίδευσή επικεντρώνοντας σε ένα συγκεκριμένο σημείο του χώρου εισόδου και συνάγοντας συμπεράσματα εξειδικευμένα για αυτό (εξού και ο όρος αναλογικός συμπερασμός). Επίσης, προσπαθήσαμε να επιτύχουμε μέσω της υλοποίησής μας υψηλή ταχύτητα εκπαίδευσης δεδομένου ότι θεωρούμε σημαντική τη δυνατότητα χρήσης του δικτύου μας σε εφαρμογές πραγματικών συνθηκών και πραγματικού χρόνου. Φυσικά, δεν θα μπορούσε να παραλειφθεί και οι προσπάθειες για επίτευξη υψηλής απόδοσης, ούτως ώστε το σύστημά μας να αποτελεί μια αξιόπιστη πρόταση επίλυσης προβλημάτων. Η μέθοδος που εφαρμόζεται χρησιμοποιεί ως κέντρο του μηχανισμού ασαφούς συλλογισμού, τα νευροασαφή συστήματα γινομένου (ειδικότερα κάνει χρήση του τελεστή εσωτερικού ασαφούς γινομένου), ενώ το πλαίσιο στο οποίο συνάγονται τα τελικά αποτελέσματα αποτελείται από έναν αλγόριθμο που εισάγει την έννοια του αναλογικού συμπερασμού. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε ο μηχανισμός συναγωγής συμπερασμάτων του δικτύου ASuPFuNIS, ενώ ο αλγόριθμος που ακολουθήθηκε είχε ως εμπνευστή του τον αντίστοιχο του συστήματος TWNFI. Το υλοποιηθέν νευροασαφές σύστημα αναλογικού συμπερασμού δοκιμάσθηκε σε μία ποικιλία προβλημάτων ταξινόμησης με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και τα αποτελέσματα που παράχθηκαν επιβεβαιώνουν την επίτευξη των αρχικών στόχων που τέθηκαν.

### **Λέξεις-Κλειδιά:**

Εξατομικευμένη μοντελοποίηση, Αναλογικός συμπερασμός, Νευροασαφή συστήματα γινομένου, Τελεστής ασαφούς εσωτερικού γινομένου, Εφαρμογές πραγματικού χρόνου.



# Abstract

Neuro-fuzzy systems' scientific field is a crucial object of study for contemporary scientists and at the same time it produces applicable results (either instantly ,or in the near future).Nevertheless, as the requirements neuro-fuzzy systems are called to meet are increasing, so does the need of new models which will address these issues.In this diploma thesis there has been made an attempt to introduce a new model, which we believe it has a clear and distinct application field. First of all, we tried to create a system, which will manifest a personalized character.A system that is, which will be able to adapt its training, focusing on a particular point of the data space and to draw conclusions especially for that point(hence the term transductive reasoning).Furthermore, we tried to achieve high training speed given the importance of the ability to use our network on real-world, real-time applications. Naturally, the attempt to achieve high efficiency, in order for our system to constitute a reliable problem solver, could not be overlooked.The applied method has at its inference engine centered around neuro-fuzzy product systems( and uses in particular the fuzzy inner product operand), while the algorithm which forms the context of induced results, introduces the concept of transductive reasoning.More specifically, the ASuPFuNIS inference engine has been used, while the overall training algorithm was inspired by its TWNFI network counterpart.The constructed transductive reasoning neuro-fuzzy system was tested on a variety of classification problems and the produced results confirm that the originally posed goals have been attained.

## **Keywords:**

Personalized modeling, Transductive reasoning, Neuro-fuzzy product systems, Fuzzy inner product operand, Real-time applications

## Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια γινόμαστε μάρτυρες ολοένα και περισσότερο της εφαρμογής της ασαφούς λογικής και των τεχνητών νευρωνικών δικτύων στην επίλυση προβλημάτων. Ο συνδυασμός αυτών των δύο πεδίων, που έδωσε υπόσταση στη δημιουργία των νευροασαφών συστημάτων, αποτελεί πλέον ένα ισχυρό εργαλείο στη μοντελοποίηση προβλημάτων που εμπλέκουν όλες εκείνες τις δυσκολίες που παρουσιάζει ο πραγματικός κόσμος. Πλεονάζουσες πληροφορίες, αντιφατικές, μη ακριβείς, έλλειψη δυνατότητας ενσωμάτωσης γνώσης που έχει ήδη αποκτηθεί κ.α. Όλα αυτά αποτελούν συνηθισμένα –και αρκετά περιοριστικά– χαρακτηριστικά που συναντώνται κατά την αντιμετώπιση σύνθετων πραγματικών προβλημάτων. Η δυνατότητα χειρισμού των πληροφοριών σε ένα τέτοιο ‘ασαφές’ περιβάλλον, σε συνδυασμό με την ικανότητα εισαγωγής προηγούμενης εξειδικευμένης εμπειρίας αλλά και με τη δυνατότητα αυτοεκπαίδευσης και προσαρμογής σε δυναμικά μεταβαλλόμενα περιβάλλοντα, καθιστούν τα νευροασαφή συστήματα τον ενδεδειγμένο τρόπο για να ξεπεραστούν όλα εκείνα τα εμπόδια που αναδεικνύονται κατά την προσέγγιση πραγματικών προβλημάτων και προοιωνίζουν τον αυξημένο ρόλο που πρόκειται να παίξουν στο μέλλον στη σύλληψη και το σχεδιασμό υβριδικών ευφυών συστημάτων.

Τα βασικά μέρη της θεωρίας των νευροασαφών συστημάτων αποτελούν : α) η θεωρία των ασαφών συνόλων, η οποία τα προμηθεύει με το κατάλληλο μαθηματικό εργαλείο για τον χειρισμό ‘λεκτικών’-μη αυστηρά ορισμένων μεταβλητών και β) η θεωρία των τεχνητών νευρωνικών δικτύων η οποία δίνει τη δυνατότητα στις υλοποιήσεις μας να αυτοεκπαιδεύονται και να προσαρμόζονται στα νέα δεδομένα που λαμβάνουν, καθιστώντας τα έτσι ικανά να αντεπεξέρχονται σε μεταβαλλόμενες απαιτήσεις με όσο το δυνατόν λιγότερη εξάρτηση από τον ανθρώπινο παράγοντα (παρ’όλο που αποτελεί ακόμα σημαντικό περιοριστικό παράγοντα για την ικανοποιητική λειτουργία τους.).

## Σκοπός-Κίνητρα και Διάρθρωση της διπλωματικής

Όπως προκύπτει και από την εισαγωγή, τα νευροασαφή συστήματα αποτελούν ένα πεδίο έρευνας στο οποίο έχουν επενδυθεί πολλές ώρες εργασίας και αναμένονται υλοποιήσεις υψηλών επιδόσεων που θα ωθήσουν την τεχνολογία σε ακόμα ταχύτερους και αποδοτικότερους τρόπους αντιμετώπισης των σύγχρονων προβλημάτων. Τα περισσότερα νευροασαφή συστήματα ακολουθούν μία συγκεκριμένη λογική στην υλοποίησή τους : με βάση τα δεδομένα με τα οποία εκπαιδεύονται, προσπαθούν να 'ανιχνεύσουν' τον μηχανισμό με τον οποίο γίνεται η απεικόνιση από την είσοδο στην έξοδο, έτσι ώστε για κάθε νέο στοιχείο εισόδου να μπορούν να το κατατάξουν επιτυχώς. Απαιτείται δηλαδή να εμφανίζουν τη λεγόμενη ικανότητα γενίκευσης σε όλο το χώρο εισόδου.

Στη δικιά μας υλοποίηση, ο στόχος που τέθηκε διαφοροποιείται, ως ένα βαθμό, από την παραπάνω λογική. Το σύστημά μας επιθυμούμε να γενικεύει μεν, αλλά σε μία περιορισμένη έκταση του αρχικού χώρου, ο οποίος επιλέγεται έτσι ώστε να είναι κάθε φορά ο πιο αντιπροσωπευτικός για το εκάστοτε τρέχον σημείο εισόδου (ικανοποιώντας έτσι την έννοια της τοπικής γενίκευσης). Επιπρόσθετα, η λογική στην οποία βασίζεται το δίκτυό μας, εξασφαλίζει και την ικανοποίηση της ταχείας εκπαίδευσης την οποία θεωρούμε πρωτεύουσας σημασίας για την εφαρμογή της υλοποίησής μας σε συνθήκες πραγματικού χρόνου. Προφανώς, εκ των ων ουκ άνευ αποτελεί και η εγγύηση υψηλής αποδοσης για την επαρκή αντιμετώπιση των σύγχρονων προκλήσεων.

Η παρούσα διπλωματική εργασία ακολουθεί την παρακάτω διάρθρωση :

Στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση των βασικών εννοιών των τεχνητών νευρωνικών δικτύων που ενσωματώνονται στην υλοποίησή μας.

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται μια αντίστοιχη παρουσίαση των βασικών σημείων της θεωρίας των ασαφών συνόλων που αποτελούν κομμάτι του συστήματός μας.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο αναφερόμαστε στον αλγόριθμο που αποτελεί το γενικό πλαίσιο στο οποίο στηρίζεται η υλοποίηση του δικού μας νευροασαφούς συστήματος (TWNFI).

Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο αναλύεται ο μηχανισμός εξαγωγής ασαφών συμπερασμάτων μέσω της αναλυτικής παρουσίασης του μοντέλου ASuPFuNIS.

Στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο, παρουσιάζεται το μοντέλο μας, τα αποτελέσματα που παράχθηκαν από τη δοκιμή του σε διάφορα σύνολα δεδομένων και παρατίθενται τα συμπεράσματά μας.

Τέλος, ακολουθούν 2 παραρτήματα με απαραίτητες πληροφορίες και η βιβλιογραφία στην οποία βασίστηκε η συγγραφή της παρούσας διπλωματικής.

# Κεφάλαιο 1 : Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα αποτελούν θεμελιώδες κομμάτι στο οποίο στηρίχτηκε το αντικείμενο αυτής της διπλωματικής. Γι'αυτό, στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση, χωρίς να μπαίνουμε σε μεγάλη μαθηματική λεπτομέρεια, των κεντρικών σημείων της θεωρίας στην οποία έχουν βασιστεί.

## 1.1 Γενικά

Πηγή έμπνευσης της θεωρίας των τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι ο τρόπος λειτουργίας και η δομή του ανθρώπινου εγκεφάλου. Οι δομικοί λίθοι του ανθρώπινου εγκεφάλου είναι οι νευρώνες, οι οποίοι, συνδεδεμένοι μεταξύ τους με πολυάριθμες συνδέσεις σχηματίζουν ένα εξαιρετικά πολύπλοκο βιολογικό νευρωνικό δίκτυο. Στην προσπάθειά μας λοιπόν να κατασκευάσουμε ένα υπολογιστικό μοντέλο που να μπορεί να παρουσιάσει ευφυή συμπεριφορά, στραφήκαμε στη δημιουργία μιας δικτυακής δομής όμοιας με αυτή του εγκεφάλου.

Τα κλασσικά τεχνητά νευρωνικά αποτελούν μία πολύ απλοποιημένη προσέγγιση του μοντέλου των βιολογικών νευρώνων και σε καμία περίπτωση δεν παρουσιάζουν την πολυπλοκότητα της δομής των βιολογικών τους 'συγγενών'. Παρ'όλα αυτά, μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για τη δημιουργία δικτύων που παρουσιάζουν ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά, αρκεί να πληρούν δύο προϋποθέσεις:

- οι νευρώνες να έχουν ρυθμιζόμενες παραμέτρους, ώστε να διευκολύνεται η διαδικασία της μάθησης – ιδιότητα γνωστή ως πλαστικότητα των νευρώνων.
- το δίκτυο να αποτελείται από ικανό πλήθος νευρώνων ώστε να επιτυγχάνεται παραλληλισμός της επεξεργασίας και κατανομή της πληροφορίας.[1]

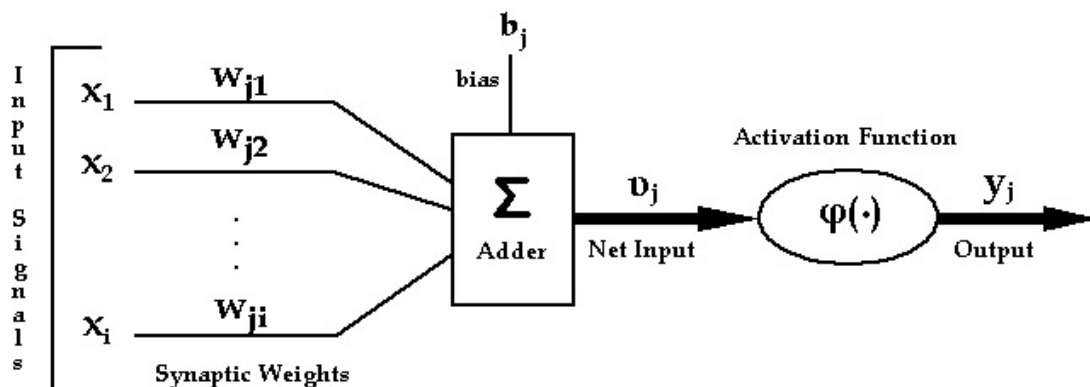
Παράλληλα, πρέπει να αναπτυχθούν οι κατάλληλοι αλγόριθμοι εκπαίδευσης που θα επιτρέψουν στα δημιουργηθέντα δίκτυα να παρουσιάζουν ευφυή συμπεριφορά όπως αυτές που μόλις αναφέρθηκαν. Δηλαδή, θα εκπαιδεύονται σε ένα επιβλεπόμενο περιβάλλον, όπου κάποιος οδηγός θα ελέγχει κάθε φορά τα αποτελέσματα ή το δίκτυο θα αυτοοργανώνεται χωρίς καμία εξωτερική επίβλεψη;

## 1.2 Το μοντέλο McCulloch-Pitts

Το 1943, οι McCulloch και Pitts περιέγραψαν ένα απλό μοντέλο της δραστηριότητας του νευρώνα. Η κατάσταση του νευρώνα προσδιορίζεται από ένα δυαδικό αριθμό  $y_j$  (για τον τυχαίο  $j$ -οστό νευρώνα).

Αν  $y = 0$ , τότε ο νευρώνας είναι ανενεργός

Αν  $y = 1$ , τότε ο νευρώνας είναι ενεργός



Σχήμα 1.1 : Το μοντέλο νευρώνα των McCulloch και Pitts

Τα συναπτικά βάρη είναι πραγματικοί αριθμοί, θετικοί για τις ενισχυτικές συμβολές των συνάψεων και αρνητικοί για τις αναιρετικές συμβολές. Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι εισόδους του νευρώνα τότε το σταθμισμένο άθροισμα των εισόδων που δέχεται ο νευρώνας είναι :

$$u = \sum_{i=1}^n w_i x_i .$$

Αν το άθροισμα  $u$  είναι μεγαλύτερο από το κατώφλι  $b_j$  τότε ο νευρώνας ενεργοποιείται, αλλιώς παραμένει ανενεργός. Πιο συγκεκριμένα,

$$y = \phi(u - b)$$

όπου  $\phi(\cdot)$ , είναι η βηματική συνάρτηση, δλδ.

$$\phi(u) = \begin{cases} 0, u \leq 0 \\ 1, u > 0 \end{cases}$$

Το κατώφλι  $b$  και τα συναπτικά βάρη  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι πραγματικοί αριθμοί.

Υπάρχουν και διάφορες παραλλαγές του μοντέλου αυτού, που έγκεινται στη χρησιμοποίηση διαφορετικών μη-γραμμικών συναρτήσεων  $\phi(\cdot)$  (που ονομάζονται συναρτήσεις ενεργοποίησης του νευρώνα) που καθορίζουν την έξοδο του νευρώνα. Ορισμένες από αυτές τις παραλλαγές είναι :

Συνάσταση προσήμου :

$$\phi(u) = \begin{cases} -1, u \leq 0 \\ 1, u > 0 \end{cases}$$

Σιγμοειδής συνάρτηση :

$$\phi(u) = 1 / (1 + e^{-u})$$

Συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης :

$$\phi(u) = (1 - e^{-u}) / (1 + e^{-u})$$

Συνάρτηση κατωφλιού :

$$\phi(u) = \begin{cases} 0, u \leq 0 \\ u, 0 < u < 1 \\ 1, u \geq 1 \end{cases}$$

Συνάρτηση κλίσης :

$$\phi(u) = \begin{cases} 0, u \leq 0 \\ u, u > 0 \end{cases}$$

Γραμμική συνάρτηση :

$$\phi(u) = u$$

### 1.3 Το δίκτυο Perceptron

Η πιο απλή μορφή που μπορεί να λάβει ένα νευρωνικό δίκτυο, είναι αυτή με τη συμμετοχή ενός μόνο νευρώνα. Η μορφή αυτή (που ουσιαστικά ταυτίζεται με τη μορφή που παρουσιάστηκε στο σχήμα 1), ονομάζεται μοντέλο Perceptron και η συνάρτηση μεταφοράς του είναι :

$$y = \phi(u)$$

όπου

$$u = \sum_{i=1}^n w_i x_i - b$$

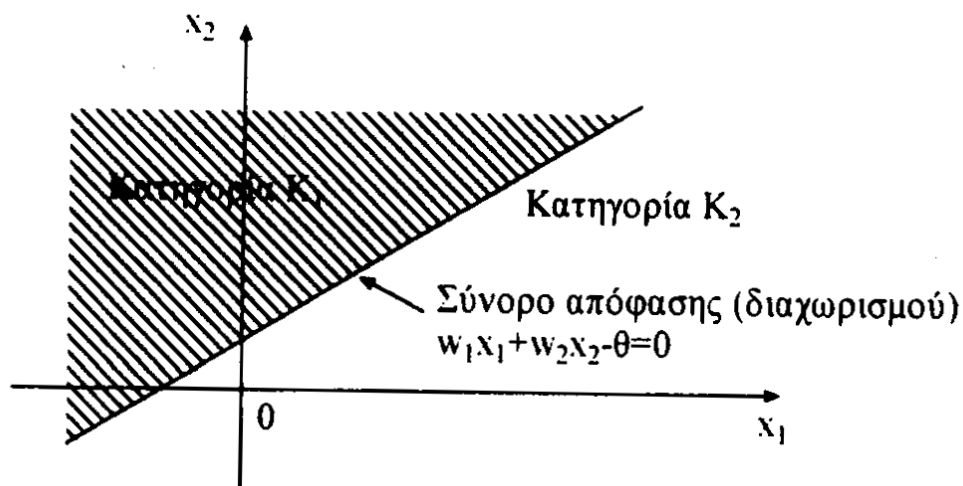
Η συνάρτηση μεταφοράς πραγματοποιεί την απεικόνιση του διανύσματος εισόδου  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  (αποκαλούμενο στο εξής και με το όνομα πρότυπα) στην έξοδο  $y$ . Οι παράμετροι  $w_1, w_2, \dots, w_n$  ονομάζονται, όπως έχουμε αναφέρει, συναπτικά βάρη και το  $b$  ονομάζεται κατώφλι ενεργοποίησης και οφείλει το όνομά του στο ότι, ο νευρώνας ενεργοποιείται αν το άθροισμα  $\sum_{i=1}^n w_i x_i$  είναι μεγαλύτερο του  $b$ .

Η συνάρτηση ενεργοποίησης  $\phi(\cdot)$ , που δέχεται ως μεταβλητή τη διέγερση  $u$  και καθορίζει την έξοδό μας, στο δίκτυο Perceptron μπορεί να είναι είτε η βηματική, είτε η συνάρτηση προσήμου. Έστω ότι χρησιμοποιούμε τη βηματική συνάρτηση. Τότε η εξίσωση  $u = \sum_{i=1}^n w_i x_i - b = 0$  αντιστοιχεί σε ένα υπερεπίπεδο στο χώρο των  $n$  διαστάσεων. Τα σημεία  $\mathbf{x}$  που αντιστοιχούν σε θετικές τιμές,  $u > 0$ , βρίσκονται από τη μία πλευρά του επιπέδου, ενώ τα σημεία που αντιστοιχούν σε αρνητικές τιμές,  $u < 0$ , βρίσκονται στην απέναντι πλευρά του υπερεπιπέδου. Τα σημεία που αντιστοιχούν σε  $u = 0$  βρίσκονται πάνω στο υπερεπίπεδο.

Μια καλύτερη εξήγηση των παραπάνω προκύπτει από την εφαρμογή τους στις δύο διαστάσεις. Στο επίπεδο λοιπόν, η εξίσωση  $u = w_1 x_1 + w_2 x_2 - b = 0$ , ορίζει μια ευθεία που είναι κάθετη στο διάνυσμα των συναπτικών βαρών. Αυτή η ευθεία χωρίζει λοιπόν το επίπεδο σε δύο ημιεπίπεδα, όπου, στο ένα ανήκουν τα  $x$  για τα οποία  $y = 1$  και στο άλλο ανήκουν τα  $x$  για τα οποία  $y = 0$ .

Έστω ότι υπάρχει μία τέτοια ευθεία η οποία να μπορεί να χωρίσει το επίπεδο (ή υπερεπίπεδο) σε δύο ημιεπίπεδα, έτσι ώστε όλα τα πρότυπα εισόδου που ανήκουν στο ένα ημιεπίπεδο να ανήκουν στην ίδια κατηγορία (έστω ότι

αντιπροσωπεύουν άνδρες) και όλα τα υπόλοιπα να ανήκουν επίσης σε μία, μοναδική, διαφορετική κατηγορία (έστω γυναίκες). Τότε λέμε ότι οι κατηγορίες (κλάσεις) είναι γραμμικά διαχωρίσιμες. Όταν ισχύουν τα παραπάνω τότε υπάρχει και ένα δίκτυο Perceptron το οποίο αντιστοιχεί στην κατάλληλη ευθεία που επιτελεί τον παραπάνω διαχωρισμό[1].



Σχήμα 1.2 : Παράδειγμα διαχωρίσιμων κλάσεων στο επίπεδο

#### 1.4 Μάθηση στο δίκτυο Perceptron

Κύριο μέλημά μας σε ένα νευρωνικό δίκτυο είναι η εύρεση ενός τρόπου, ούτως ώστε να μπορεί, με κάποιο μηχανισμό, το ίδιο να ανανεώνει τις παραμέτρους του, για να επιτύχει την επιθυμητή απόκριση. Το δίκτυο Perceptron εκπαιδεύεται με επιβλεπόμενη μάθηση. Δηλαδή είναι πάντα γνωστή η επιθυμητή τιμή εξόδου  $d_p$  για κάθε πρότυπο εκπαίδευσης  $p$ . Το δίκτυο τώρα, για κάθε πρότυπο  $p$  ανανεώνει τα βάρη του με βάση κάποιον κανόνα, έτσι ώστε να πλησιάζει περισσότερο στην επιθυμητή έξοδο[2].

Ένας τέτοιος επαναληπτικός κανόνας εκπαίδευσης είναι ο κανόνας σταθερής αύξησης. Τα πρότυπα εισάγονται στο δίκτυο ένα ένα και όταν εισαχθεί και το τελευταίο, η διαδικασία ξεκινάει από την αρχή. Κάθε ένας ολοκληρωμένος κύκλος εισαγωγής όλων των προτύπων ονομάζεται εποχή.

Ο κανόνας ανανεώνει το διάνυσμα των συναπτικών βαρών μόνο όταν υπάρχει διαφορά μεταξύ του προτύπου που εισήχθη και της καθορισμένης επιθυμητής τιμής. Όταν παρατηρείται λοιπόν μια τέτοια διαφορά, η ανανέωση των βαρών γίνεται προσθέτοντας ή αφαιρώντας ένα ποσοστό του προτύπου εισόδου. Συγκεκριμένα, αν κατά την επανάληψη  $k$ , εισάγεται το πρότυπο  $p$  τότε ο κανόνας ανανέωσης είναι :



$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \eta(d_p - y)\mathbf{x}_p$$

όπου  $\mathbf{w}(k)$  είναι το διάνυσμα των συναπτικών βαρών μετά την επανάληψη  $k$ .

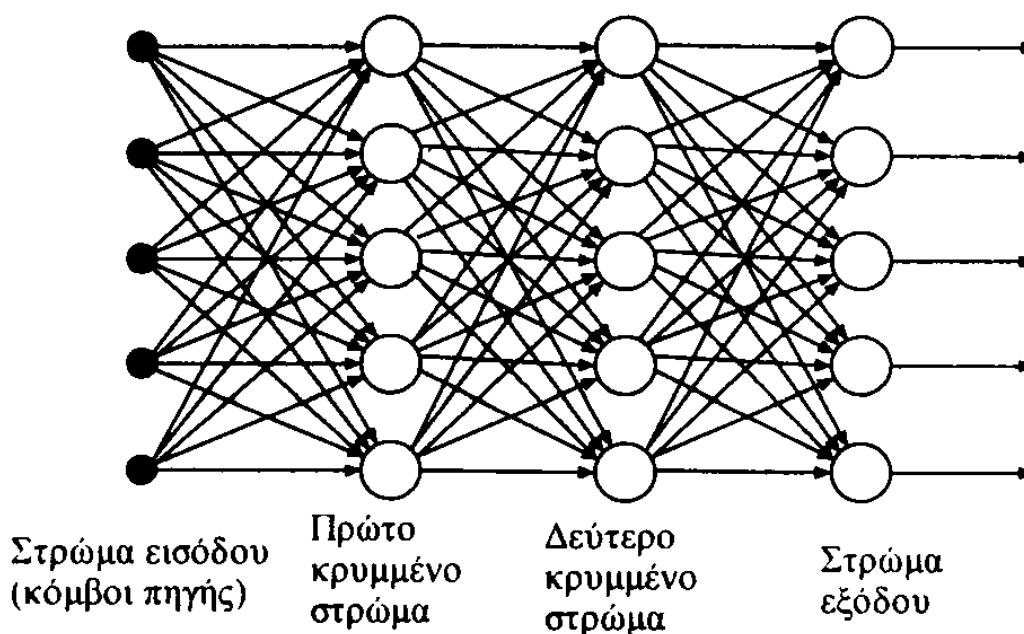
Η παράμετρος  $\eta$  καθορίζει το μέγεθος της διόρθωσης και καλείται ρυθμός μάθησης ή βήμα μάθησης και είναι ένας μικρός θετικός αριθμός.

Αποδεικνύεται ότι η εκπαίδευση του  $\mathbf{w}$  γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται πάντα, ότι ένα πρότυπο που στην τρέχουσα εποχή ταξινομήθηκε λάθος, στην επόμενη εποχή, είτε θα ταξινομηθεί σωστά είτε η τιμή του θα πλησιάζει περισσότερο στην επιθυμητή.

Αποδεικνύεται επίσης ότι το μοντέλο Perceptron συγκλίνει πάντα σε μία λύση, αρκεί αυτή να υπάρχει, δηλαδή το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε να είναι γραμμικά διαχωρίσιμο.

### 1.5 Το μοντέλο Multi Layer Perceptron(MLP)

Η ικανότητα ταξινόμησης προτύπων του perceptron περιορίζεται σημαντικά από το γεγονός ότι οι κατηγορίες των προτύπων πρέπει να είναι γραμμικά διαχωρίσιμες. Ωστόσο, υπάρχουν προβλήματα, ακόμα και πολύ απλά, τα οποία δεν ικανοποιούν αυτό τον περιορισμό (χαρακτηριστικότερο παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι το πρόβλημα XOR). Ο περιορισμός αυτός αίρεται με την προσθήκη κρυμμένων στρωμάτων.



Σχήμα 1.3 : Αρχιτεκτονική ενός MLP με δύο κρυμμένα στρώματα

Δίκτυα της μορφής αυτής, όπως του σχήματος 3, καλούνται πολυστρωματικά δίκτυα Perceptron (multi-layer). Το χαρακτηριστικό των δικτύων αυτών είναι ότι οι νευρώνες οποιουδήποτε στρώματος (στη γενική περίπτωση, ένα MLP έχει η στρώματα) τροφοδοτούνται αποκλειστικά από τους νευρώνες του προηγούμενου επιπέδου και τροφοδοτούν αποκλειστικά τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου[3].

Στα δίκτυα Perceptron πολλών στρωμάτων, για την ενεργοποίηση (ή μη) των νευρώνων αποφεύγεται η χρήση της βηματικής συνάρτησης ή της συνάρτησης προσήμου, διότι δεν είναι διαφορίσιμες, ενώ οι περισσότεροι κανόνες εκπαίδευσης κάνουν χρήση παραγώγων για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων των MLP. Γι' αυτό χρησιμοποιείται η σιγμοειδής συνάρτηση ή κάποια άλλη, παραγωγίσιμη.

Τα πολυστρωματικά δίκτυα Perceptron που κάνουν χρήση της σιγμοειδούς συνάρτησης έχουν πολύ ισχυρές δυνατότητες για την αναπαράσταση συναρτήσεων. Η πιο σημαντική τους δυνατότητα, είναι ότι μπορούν να προσεγγίσουν οποιαδήποτε ομαλή συνάρτηση όσο κοντά επιθυμούμε[1]. Λόγω αυτής τους της ιδιότητας τα MLP καλούνται και universal approximators (καθολικοί προσεγγιστές).

## 1.6 Μάθηση των πολυστρωματικών δικτύων Perceptron

Η εκπαίδευση ενός MLP θέτει ως στόχο, τον κοινό στόχο που έχουν όλες οι διαδικασίες εκπαίδευσης των τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Την κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων του (συναπτικά βάρη), έτσι ώστε να ικανοποιείται κάποιο κριτήριο που έχουμε εμείς θέσει εκ των προτέρων ως επαρκές. Για την εκπαίδευση των MLP υπάρχουν διάφορες κατηγορίες εκπαίδευσης, οι οποίες θα παρουσιασθούν εδώ. Αναλυτικότερα θα παρουσιασθεί η μέθοδος κατάβασης δυναμικού (αλγόριθμος Back-Propagation), ενώ θα αναφερθούν συνοπτικά και η ενισχυτική μάθηση, καθώς και η αυτοοργανούμενη μάθηση.

### 1.6.1 Επιβλεπόμενη μάθηση

#### α) Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης Back-Propagation (ανάστροφης διάδοσης)

Γενικά οι αλγόριθμοι ανάστροφης διάδοσης έχουν το χαρακτηριστικό ότι υπολογίζουν ανάστροφα σήματα σφάλματος και μεταβάλλουν τα βάρη του κάθε νευρώνα ανάλογα με το πόσο συνέβαλλε στο σφάλμα. Για συνάρτηση σφάλματος συνήθως χρησιμοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του διανύσματος εξόδου του δικτύου από την επιθυμητή έξοδο. Αν θεωρήσουμε δεδομένα τα παραδείγματα εκπαίδευσης, τότε είναι σαφές ότι η συνάρτηση σφάλματος εξαρτάται αποκλειστικά από τα βάρη του δικτύου. Στόχος της εκπαιδευτικής διαδικασίας είναι η ελαχιστοποίηση αυτής της συνάρτησης ως προς τις παραμέτρους του δικτύου. Κάτι τέτοιο είναι δυνατό να επιτευχθεί με την κατάβαση δυναμικού (gradient descent).

Ο αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης λειτουργεί ως εξής:

Αρχικά παρουσιάζουμε κάποιο παράδειγμα στην είσοδο του δικτύου και από την έξοδό του υπολογίζουμε την τιμή της συνάρτησης σφάλματος. Στη συνέχεια υπολογίζουμε με φορά από την έξοδο προς την είσοδο (ανάστροφη) τα σήματα σφάλματος  $\delta$ . Τέλος με βάση τα σήματα αυτά καθώς και τις εισόδους των νευρώνων ανανεώνουμε τα βάρη. Κάθε σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης χρειάζεται να περάσει πολλές φορές από ένα δίκτυο ώστε να συγκλίνουν τα βάρη σε τέτοιες τιμές που να εξασφαλίζουν ότι το νευρωνικό δίκτυο έμαθε τα παραδείγματα. Πολλοί αλγόριθμοι εκπαίδευσης αντί να αλλάζουν τα βάρη με κάθε παράδειγμα που τους παρουσιάζεται κάνουν συνολική αλλαγή των βαρών μετά το πέρας όλου του συνόλου εκπαίδευσης, δηλαδή στο τέλος κάθε εποχής.

Αν  $f(\cdot)$  είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης ενός νευρώνα,  $y^k_i$  είναι η έξοδος (που είναι ίση με την είσοδο για το πρώτο επίπεδο  $k=1$ ),  $\delta^k_i$  είναι το σήμα σφάλματος του  $i$  νευρώνα του  $k^{ου}$  επιπέδου. Το βάρος  $w^k_{ji}$  συνδέει τον  $j$  νευρώνα του  $k-1$  επιπέδου με τον  $i$  του  $k$ . Η έξοδος σε κάθε επίπεδο για κάθε νευρώνα είναι:

$$y^k_i = f\left(\sum_j y_j^{k-1} \cdot w^k_{ji} + b^k_i\right)$$

και η συνάρτηση σφάλματος είναι:

$$E_p^k = \frac{1}{2} \sum_j (e_j^k)^2$$

$$\text{με } e_j^k = d_j^k - y_j^k$$

όπου  $d^k_j$  είναι η επιθυμητή έξοδος για την έξοδο  $j$  του επιπέδου  $k$ .

Με βάση τον κανόνα της κατάβασης δυναμικού, έχουμε τον παρακάτω τύπο που μας δίνει έναν τρόπο για την αλλαγή των βαρών ώστε να μειωθεί το σφάλμα του δικτύου:

$$\Delta w^k_{ij} = -\eta \frac{dE_p^k}{dw^k_{ij}}$$

όπου  $\eta$  είναι μια θετική παράμετρος μικρότερη της μονάδας και είναι ο γνωστός ρυθμός μάθησης.

Συμβολίζοντας τώρα με  $h^k_i$  το άθροισμα πριν περάσει από τη συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$ , έχουμε:

$$h^k_i = \sum_j y_j^{(k-1)} \cdot w^k_{ji} + b^k_i$$

Η παράγωγος του σφάλματος ως προς τα βάρη είναι:

$$\frac{dE_p^k}{dw_{ij}^k} = \frac{dE_p^k}{de_j^k} \frac{de_j^k}{dy_j^k} \frac{dy_j^k}{dh_j^k} \frac{dh_j^k}{dw_{ij}^k} = e_j^k (-1) \frac{df(h_j^k)}{dh_j^k} y_i^k$$

ενώ

$$\delta_j^k = e_j^k \cdot \frac{df(h_j^k)}{dh_j^k}$$

Χωρίς να μπορούμε σε περαιτέρω λεπτομέρειες για τον υπολογισμό των μερικών παραγώγων (άλλωστε αυτό γίνεται στα πλαίσια του νευροασαφούς συστήματος αναλογικού συμπερασμού που θα παρουσιάσουμε), παρατίθεται ο αλγόριθμος back-propagation :

1. Αρχικοποιούμε τα βάρη σε μικρές τυχαίες τιμές.
2. Παρουσιάζουμε στο νευρωνικό δίκτυο ένα διάνυσμα εκπαίδευσης με τις επιθυμητές εξόδους.
3. Υπολογίζουμε τις εξόδους κάθε νευρώνα του δικτύου από την είσοδο προς την έξοδο, σε ένα επίπεδο κάθε φορά.
4. Υπολογίζουμε τα σήματα σφάλματος  $\delta$  με βάση τις επιθυμητές εξόδους από το επίπεδο εξόδου προς την είσοδο.
5. Ανανεώνουμε τα βάρη στην κατεύθυνση της ελαχιστοποίησης της συναρτήσεως σφάλματος.
6. Συνεχίζουμε από το βήμα 2 παρουσιάζοντας στο δίκτυο ένα άλλο παράδειγμα από τα δεδομένα εκπαίδευσης μέχρι να παρουσιασθεί και το τελευταίο.
7. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία από το βήμα 2 παρουσιάζοντας ξανά όλα τα δεδομένα έως ότου επιτευχθεί η επιθυμητή απόδοση του δικτύου, δηλαδή έως ότου πέσει η τιμή του σφάλματος κάτω από μια τιμή ή μέχρι να ολοκληρωθεί ο μέγιστος αριθμός εποχών που έχουμε θέσει.

Πολύ σημαντική για τη λειτουργία του δικτύου είναι η κανονικοποίηση των δεδομένων που παρουσιάζονται σε αυτό ως προς το εύρος. Αν και η κανονικοποίηση δεν είναι απαραίτητη για την λειτουργία του αλγόριθμου εκπαίδευσης ωστόσο εξασφαλίζει καλύτερη συμπεριφορά και γρηγορότερη σύγκλιση.

Συχνά στον τύπο για την ανανέωση των βαρών προσθέτουμε μία παράμετρο ορμής η οποία μας εξασφαλίζει πιο γρήγορη κατάβαση. Ο όρος αυτός ορμής λαμβάνει υπόψη του την προηγούμενη μεταβολή του βάρους. Πιο συγκεκριμένα:

$$w(t+1) = w(t) + \eta \delta y + a[w(t) - w(t-1)]$$

όπου  $w(t)$  είναι το βάρος τη χρονική στιγμή  $t$ , και  $\alpha$  ένας αριθμός όπου  $0 < \alpha < 1$  που ονομάζεται όρος ορμής. Τέλος οι όροι  $\delta, \gamma$  είναι αυτοί που υπολογίστηκαν παραπάνω για το κάθε βάρος.

Ο αλγόριθμος αυτός εκπαίδευσης δεν εγγυάται τη σύγκλιση όταν τα βάρη ανανεώνονται με το πέρασμα κάθε παραδείγματος του συνόλου εκπαίδευσης[1]. Αυτό συμβαίνει γιατί η κλίση που υπολογίζεται για την ανανέωση των βαρών υπολογίζεται μόνο για ένα παράδειγμα και όχι για όλο το σύνολο εκπαίδευσης. Για να εξασφαλισθεί η σύγκλιση ο αλγόριθμος πρέπει να βασίζεται σε όλο το σετ εκπαίδευσης. Ο βελτιωμένος αυτός αλγόριθμος ανανεώνει τα βάρη μια φορά ομαδικά στο τέλος κάθε εποχής (batch training). Για τη συνάρτηση σφάλματος χρησιμοποιούμε το συνολικό κριτήριο σφάλματος για όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης:

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i$$

Ο αλγόριθμος αυτός αν και πιο βελτιωμένος ως προς τον στόχο που θέλουμε να πετύχουμε, ωστόσο έχει πολύ μεγαλύτερες απαιτήσεις σε μνήμη.

### 1.6.2 Ενισχυτική μάθηση

Κατά την ενισχυτική μάθηση, το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο τροφοδοτείται με πρότυπα εισόδου αλλά δεν του δίνονται και οι επιθυμητές αποκρίσεις στο κάθε πρότυπο. Αντ' αυτού, όταν το δίκτυο παράγει μία έξοδο, του δίνεται ως απάντηση ένας δείκτης που αποτιμά την συμπεριφορά του.

Η βασική ιδέα στην οποία βασίζεται η ενισχυτική μάθηση είναι ότι αν μία ενέργεια του συστήματος ακολουθείται από κάποιας μορφής επιβράβευση, η τάση του συστήματος να παράγει αυτή την ενέργεια ενισχύεται. Αντίθετα, αν κάποια ενέργειά του ακολουθείται από κάποιας μορφής τιμωρία, η τάση του να παράγει την ενέργεια αυτή εξασθενεί.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η ενισχυτική μάθηση λειτουργεί ως εξής :

- Το δίκτυο δέχεται ως ερέθισμα ένα διάνυσμα εισόδου και παράγει ως αποτέλεσμα μία έξοδο, όπως αυτή προκύπτει με τις τρέχουσες τιμές των βαρών.
- Το σύστημα αξιολογεί την έξοδο και παράγει ως μέτρο της αξιολόγησης αυτής ένα ενισχυτικό σήμα, το οποίο τροφοδοτείται στο δίκτυο.
- Με βάση το ενισχυτικό σήμα, το σύστημα τείνει να αυξάνει τα βάρη εκείνα που συμβάλλουν στην καλή συμπεριφορά και να μειώνει εκείνα που προκαλούν κακή συμπεριφορά.

- Το δίκτυο αναζητά ένα σύνολο βαρών τα οποία τείνουν να αποφεύγουν να λαμβάνουν αρνητικά ενισχυτικά σήματα.

Η ενισχυτική μάθηση χωρίζεται σε συσχετιστική και μη-συσχετιστική. Στην πρώτη περίπτωση, το σύστημα, εκτός από το ενισχυτικό σήμα, τροφοδοτείται και με άλλες πληροφορίες από τις οποίες πρέπει να μάθει μια απεικόνιση με τη μορφή αιτίου-αποτελέσματος. Αντίθετα, στη δεύτερη περίπτωση, το δίκτυο τροφοδοτείται αποκλειστικά με το ενισχυτικό σήμα και σκοπός του δικτύου είναι να μάθει αποκλειστικά μία μοναδική βέλτιστη ενέργεια και όχι να συσχετίσει διάφορες ενέργειες με διαφορετικά ερεθίσματα[2].

### 1.6.3 Μη επιβλεπόμενη μάθηση (αυτο-οργανούμενη μάθηση)

Σε αυτό τον τύπο μάθησης δεν χρησιμοποιείται εξωτερικός δάσκαλος για να επιβλέψει την εκπαίδευση του δικτύου. Το δίκτυο, αντί να μάθει συγκεκριμένα ζευγάρια εισόδου – εξόδου, μαθαίνει ένα μέτρο της ποιότητας της παράστασης. Οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου, προσαρμόζονται έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το μέτρο αυτό.

Η μη επιβλεπόμενη μάθηση μπορεί να συνδυαστεί με την επιβλεπόμενη μάθηση σε ένα πολυστρωματικό δίκτυο προσοτροφodότησης εκπαιδευόμενο με τον αλγόριθμο ανάστροφης διάδοσης για να επιταχύνει τη διαδικασία μάθησης.

## Κεφάλαιο 2 : Ασαφής Λογική

### 2.1 Γενικά

Η παρούσα εργασία (όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή) έχει ως σκοπό τη δημιουργία ενός συστήματος που θα χρησιμεύει σε εξατομικευμένη εκπαίδευση στα πλαίσια κάποιου πραγματικού προβλήματος. Από τη φύση τους, τα πραγματικά προβλήματα εμπλέκουν, εκτός από καθαρά αριθμητικά μεγέθη (π.χ θερμοκρασία, απόσταση ή αριθμός λευκών αιμοσφαιρίων στην περίπτωση ιατρικών προβλημάτων ) και άλλες παραμέτρους, οι οποίες δεν είναι δυνατόν να αντιστοιχιστούν σε κάποια αριθμητική τιμή (όπως η ηλικία, ο χαρακτηρισμός της σεισμικής δραστηριότητας σε μια περιοχή, ο βαθμός επικινδυνότητας εμφάνισης μιας επιδημίας κ.ο.κ.). Επιπλέον στα φυσικά προβλήματα, συχνά η σχέση διέγερσης-απόκρισης χαρακτηρίζεται από ισχυρές μη γραμμικότητες, από ανακρίβειες, ακόμα και από αντιφάσεις. Χρειάζεται λοιπόν κάποιος τρόπος, ώστε να συντεθούν και να αντιμετωπιστούν κατάλληλα, όλες αυτές οι δυσκολίες. Επιπρόσθετα, το σύστημα καλείται, λαμβάνοντας υπ'όψιν του τις παραμέτρους που δίνονται, να βγάλει συμπεράσματα προσεγγίζοντας κατά το δυνατόν τη συλλογιστική που θα ακολουθούσε ένας άνθρωπος. Πρέπει δηλαδή να είναι σε θέση να επεξεργαστεί περιγραφικά δεδομένα και να βγάλει συμπεράσματα από αυτά βάσει της γνώσης που έχει για το πρόβλημα. Τα παραπάνω καθιστούν κατάλληλο εργαλείο για την επίλυση του προβλήματος την ασαφή συλλογιστική, της οποίας οι βασικές έννοιες αναπτύσσονται στο κεφάλαιο αυτό. Αρχικά ορίζονται τα ασαφή σύνολα, τα οποία αποτελούν τη βάση της θεωρίας. Στη συνέχεια, περιγράφεται ο μηχανισμός του ασαφούς συλλογισμού. Τέλος, δείχνεται πώς ο μηχανισμός αυτός αξιοποιείται στη δημιουργία ασαφών συστημάτων.

### 2.2 Στοιχεία των ασαφών συνόλων

Για την αναπαράσταση ενός ασαφούς συνόλου έχουν καθιερωθεί διάφοροι τρόποι. Έστω ένα σύνολο  $X$  που αποτελείται από διακριτές και πεπερασμένες τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , δηλαδή :

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

Το ασαφές σύνολο αναπαρίσταται ως η ένωση των διατεταγμένων ζευγών  $(x_i, \mu_A(x_i))$  όπου  $x_i \in X$  και  $\mu_A(x_i) \in [0,1]$ , ο αντίστοιχος βαθμός συμμετοχής της τιμής  $x_i$ . Αν  $A$  είναι ασαφές σύνολο τότε έχουμε την ακόλουθη αναπαράσταση :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, \mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]\}$$

Ένα ασαφές σύνολο  $A$  συμβολίζεται :

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \dots + \mu_A(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)/x_i$$

αν είναι πεπερασμένο και :

$$A = \int_X \mu_A(x)/x$$

αν είναι άπειρο .

Το πεδίου ορισμού της  $\mu_A(x)$  ονομάζεται και υπερσύνολο αναφοράς (universe of discourse) του ασαφούς συνόλου.

Ασαφές δυναμοσύνολο,  $F(X)$ , του υπερσυνόλου αναφοράς  $X$ , ονομάζεται το σύνολο όλων των ασαφών υποσυνόλων του  $X$ .

Έστω το υπερσύνολο αναφοράς  $X$  και  $A$  ένα ασαφές υποσύνολο του  $X$ . Τότε :

Το κλασικό υποσύνολο  $\text{Supp}(A)$  του  $X$  καλείται στήριγμα (support) του ασαφούς υποσυνόλου όταν και μόνο όταν :

$$\text{supp}(A) = \{x \in X : \mu_A(x) \geq 0\}$$

Το κλασικό υποσύνολο  $L_a A$  του  $X$  καλείται  $\alpha$ -τομή ( $\alpha$ -cut) του ασαφούς υποσυνόλου  $A$ , όταν και μόνο όταν :

$$L_a A = \{x \in X : \mu_A(x) \geq a\}$$

Εάν  $A, B \subseteq X$ , τότε :

$$A = B, \text{ όταν και μόνο όταν } \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

$$A \subseteq B, \text{ όταν και μόνο όταν } \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

$$A \subset B, \text{ όταν και μόνο όταν } \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \text{ και υπάρχει } y \in X \text{ τέτοιο ώστε } \mu_A(y) < \mu_B(y)$$

Το πλάτος ενός ασαφούς συνόλου που είναι το εύρος του πεδίου ορισμού του, αποτελεί ένα μέτρο της ασάφειας του όρου που περιγράφει, η οποία αντικατοπτρίζει το βαθμό αβεβαιότητας για το συγκεκριμένο όρο.



Κανονικό ασαφές σύνολο ονομάζεται το ασαφές σύνολο για το οποίο υπάρχει τουλάχιστον μια τιμή στο πεδίο ορισμού του με βαθμό συμμετοχής μονάδα.

Ύψος ασαφούς συνόλου (Height), ονομάζεται η μέγιστη τιμή της συνάρτησης συμμετοχής. Ένα κανονικό ασαφές σύνολο έχει ύψος 1 ενώ ένα ασαφές σύνολο με ύψος μικρότερο του 1 ονομάζεται υποκανονικό.

Τα όρια ενός ασαφούς συνόλου (boundaries) ονομάζονται τα σημεία του πεδίου ορισμού του για τα οποία ισχύει  $0 < \mu_A(x) < 1$ .

Κυρτό (convex) ασαφές σύνολο είναι το ασαφές σύνολο το οποίο έχει μονότονα αύξουσα ή μονότονα φθίνουσα συνάρτηση συμμετοχής.

### 2.3 Πράξεις μεταξύ ασαφών συνόλων

Μεταξύ ασαφών συνόλων ορίζονται ορισμένες πράξεις οι βασικότερες από τις οποίες είναι:

A) Η ένωση (union)

B) Η τομή (intersection)

Γ) Το συμπλήρωμα ενός ασαφούς συνόλου (complement)

$$A) \text{ Ένωση : } C = A \cup B = \{(x, \mu_C(x)) \mid x \in X, \mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))\}$$

$$B) \text{ Τομή : } C = A \cap B = \{(x, \mu_C(x)) \mid x \in X, \mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))\}$$

$$Γ) \text{ Συμπλήρωμα : } A^c = \{(x, \mu_{A^c}(x)) \mid x \in X, \mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)\}$$

Για τις πράξεις αυτές ισχύουν οι γνωστές από τα κλασικά σύνολα ιδιότητες :

-Ιδιότητα De Morgan

-Αντιμεταθετική

-Προσεταιριστική

-Επιμεριστική

### 2.4 Συνήθεις συναρτήσεις συμμετοχής

Ένα ασαφές σύνολο περιγράφεται πλήρως από τη συνάρτηση συμμετοχής του. Παρακάτω παρατίθενται κάποιες από τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες, στην πράξη, συναρτήσεις συμμετοχής.

#### α) Τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής

Η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από τρεις παραμέτρους  $\{a, b, c\}$ . Ορίζεται από τη σχέση

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & , b \leq x \leq c \\ 0 & , c \leq x \end{cases}$$

### β) Τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής

Κατά αναλογία με την τριγωνική, η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής προσδιορίζεται από τέσσερις παραμέτρους  $\{a,b,c,d\}$ , και δίνεται από τη σχέση:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a \leq x \leq b \\ 1 & , b \leq x \leq c \\ \frac{c-x}{c-b} & , c \leq x \leq d \\ 0 & , d \leq x \end{cases}$$

### γ) Συνάρτηση συμμετοχής Gauss

Η συνάρτηση συμμετοχής Gauss είναι η συχνότερα χρησιμοποιούμενη συνάρτηση συμμετοχής. Προσδιορίζεται από δύο παραμέτρους, το κέντρο  $c$  και τη διασπορά  $\sigma$  και δίνεται από τη σχέση :

$$\mu(x) = e^{-\frac{1(x-c)^2}{2\sigma}}$$

## 2.5 Ασαφής συλλογιστική

Ασαφής συλλογιστική ονομάζεται η διαδικασία εξαγωγής ασαφών συμπερασμάτων. Η ασαφής συλλογιστική βασίζεται σε τρεις θεμελιώδεις έννοιες :

- Γλωσσικές μεταβλητές
- Γενικευμένος κανόνας του θέτειν και του αναιρείν
- Ασαφείς σχέσεις

### i Γλωσσικές μεταβλητές

Γλωσσική μεταβλητή είναι μια μεταβλητή η οποία παίρνει τιμές που εκφράζονται με λέξεις σε φυσική γλώσσα, σε αντίθεση με τις αριθμητικές μεταβλητές, των οποίων οι τιμές εκφράζονται με αριθμούς. Παραδείγματα γλωσσικών μεταβλητών είναι η ηλικία, η απόσταση, το ύψος. Παραδείγματα αντίστοιχων τιμών είναι {γέρος, κοντά, ψηλός}. Οι τιμές αυτές των γλωσσικών μεταβλητών παριστάνονται με τη χρήση ασαφών συνόλων και γι' αυτό ονομάζονται επίσης και ασαφείς μεταβλητές. Μαθηματικά, μια γλωσσική μεταβλητή περιγράφεται από την πεντάδα :

$\langle x, T(x), U, G, M \rangle$

όπου :

$x$  : Το όνομα της μεταβλητής

$T(x)$  : Το σύνολο των τιμών της

$U$  : Το υπερσύνολο αναφοράς πάνω στο οποίο δομείται το  $T(x)$

$G$  : Ένας συντακτικός κανόνας που παράγει τα ονόματα των τιμών της  $x$ , δηλαδή τα ονόματα των ασαφών συνόλων

$M$  : Ένας σημασιολογικός κανόνας που αποδίδει νόημα στα ονόματα

## ii Γενικευμένος κανόνας του θέτειν (Modus Ponens) και του αναιρείν (Modus Tollens).

Η βάση στην οποία στηρίζεται η εξαγωγή αποφάσεων είναι η παραγωγή συλλογιστικής. Η κλασική παραγωγή συλλογιστικής (ακολουθώντας την Αριστοτέλεια λογική Άσπρο-Μαύρο, Δεκτό-Μη αποδεκτό, Κατάλληλο – Ακατάλληλο), λειτουργώντας σε ένα αυστηρό πλαίσιο, παράγει σημαντικά συμπεράσματα, αλλά αδυνατεί να χειριστεί με αποτελεσματικότητα ένα περιβάλλον αβεβαιότητας, στο οποίο, αντίθετα παρουσιάζει μεγάλη ευχέρεια (μέσω των ήδη ορισμένων ασαφών συνόλων και των συναρτήσεων συμμετοχής τους). Οι συλλογιστικοί τρόποι που κυρίως χρησιμοποιούνται στα βασισμένα σε κανόνες συστήματα είναι τρεις : ο modus ponens (MP), ο modus tollens (MT) και ο υποθετικός συλλογισμός (HS).

Modus Ponens :  $\{(A \Rightarrow B) \wedge A\} \Rightarrow B$  (Κανόνας του θέτειν )

Modus Tollens :  $\{(A \Rightarrow B) \wedge \neg B\} \Rightarrow \neg A$  (Κανόνας του αναιρείν )

Υποθετικός Συλλογισμός :  $\{(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)\} \Rightarrow (A \Rightarrow C)$  ( Αλυσίδα )

Ας θεωρήσουμε τον modus ponens. Ο κανόνας αυτός ερμηνεύεται ως εξής : Αν η πραγματοποίηση του γεγονότος  $A$  συνεπάγεται την πραγματοποίηση του γεγονότος  $B$  και ταυτόχρονα πραγματοποιείται το γεγονός  $A$ , τότε πραγματοποιείται και το γεγονός  $B$ .

Αντίστοιχα για τον modus tollens, με την ίδια υπόθεση που γίνεται στον modus ponens, η πραγματοποίηση του συμπληρώματος του  $A$ , συνεπάγεται την πραγματοποίηση του συμπληρώματος του  $B$ .

Όμως, πόσο συχνά μπορούμε να είμαστε σίγουροι για την ακριβή πραγματοποίηση ενός γεγονότος; Πολύ συχνά, στον πραγματικό κόσμο, μπορούμε να είμαστε σίγουροι για την εώς ένα βαθμό (‘περίπου’) πραγματοποίηση ενός γεγονότος. Το πώς μπορούμε να εξαγάγουμε συμπεράσματα από μία τέτοια συλλογιστική πορεία, μας το δείχνουν οι γενικευμένοι κανόνες του θέτειν και του αναιρείν ( Generalized Modus Ponens και Generalized Modus Tollens ) :

Συνεπαγωγή :  $A \Rightarrow B$

Γεγονός :  $x = A'$

Συμπέρασμα :  $y = B'$

όπου  $A, A', B$  και  $B'$  είναι ασαφή σύνολα.

Ο κανόνας αυτός ονομάζεται επίσης και ασαφής κανόνας του θέτειν (fuzzy Modus Ponens).

Ο τροποποιημένος αυτός κανόνας μιμείται πολύ περισσότερο τον ανθρώπινο τρόπο σκέψης από ότι ο κλασικός, αφού λειτουργεί όχι μόνο κάτω από συνθήκες ταυτότητας, αλλά και κάτω από συνθήκες ομοιότητας. Το γεγονός αυτό έχει πολύ μεγάλη σημασία γιατί μειώνει δραστικά τον αριθμό κανόνων που επιβάλλεται να υπάρχει στη βάση γνώσης ενός ευφυούς συστήματος απόφασης ή ελέγχου.

Μια επέκταση του GMP είναι η εξής :

Συνεπαγωγή :  $R_1 : \{x_1 = A_1, \dots, x_n = A_n\} \Rightarrow y = B$

Γεγονός :  $x_1$  είναι  $A'_1, \dots, x_n$  είναι  $A'_n$

Συμπέρασμα :  $y$  είναι  $B'$

Όπου  $A_i, A'_i, B$  και  $B'$  είναι ασαφή σύνολα .

Μερικά εμπειρικά κριτήρια εφαρμογής του GMP, δηλαδή κριτήρια που συνδέουν το  $B'$  με το  $A_i$ , είναι τα ακόλουθα :

Κριτήριο	Γεγονός : $x$ είναι $A'$	Συμπέρασμα : $y$ είναι $B'$
1	$x$ είναι $A$	$y$ είναι $B$
2.1	$x$ είναι πολύ $A$	$y$ είναι πολύ $B$
2.2	$x$ είναι πολύ $A$	$y$ είναι $B$
3.1	$x$ είναι περίπου $A$	$y$ είναι περίπου $B$
3.2	$x$ είναι περίπου $A$	$y$ είναι $B$
4.1	$x$ είναι όχι $A$	$y$ είναι άγνωστο
4.2	$x$ είναι όχι $A$	$y$ είναι όχι $B$

Κατ' αναλογία με τον GMP προκύπτει ο γενικευμένος κανόνας του αναιρείν (Generalized Modus Tollens), ο οποίος έχει τη μορφή :

Συνεπαγωγή :  $A \Rightarrow B$

Γεγονός :  $y$  είναι  $B'$

Συμπέρασμα :  $x$  είναι  $A'$

Οδηγεί σε αντίστροφο συλλογισμό (οδηγούμενο από το στόχο συμπέρασμα), ο οποίος εφαρμόζεται συνήθως σε προβλήματα διάγνωσης (έμπειρα διαγνωστικά συστήματα).

Μερικά εμπειρικά κριτήρια εφαρμογής του κανόνα :

Κριτήριο	Γεγονός : $\gamma$ είναι $B'$	Συμπέρασμα : $x$ είναι $A'$
5	$\gamma$ είναι όχι $B$	$x$ είναι όχι $A$
6	$\gamma$ είναι όχι πολύ $B$	$x$ είναι όχι πολύ $A$
7	$\gamma$ είναι περίπου $B$	$x$ είναι περίπου $A$
8.1	$\gamma$ είναι $B$	$x$ είναι άγνωστο
8.2	$\gamma$ είναι $B$	$x$ είναι $A$

- **Ασαφής κανόνας της μορφής EAN-TOTE**

Εννοιολογικά, ο ασαφής κανόνας είναι ένας μηχανισμός αναπαράστασης της γνώσης, ο οποίος προσιδιάζει στον ανθρώπινο τρόπο σκέψης. Τα ασαφή σύνολα που εκφράζουν λεκτικούς όρους συνδυάζονται μεταξύ τους και δημιουργούν ασαφείς κανόνες που αναπαριστούν τη γνώση που έχουμε για το σύστημα. Ένας ασαφής κανόνας αποτελείται από δύο βασικά μέρη α) το τμήμα υπόθεσης (προκειμένη-antecedent) και β) το τμήμα συμπεράσματος (consequent)[4]. Ένας απλός κανόνας είναι της μορφής:

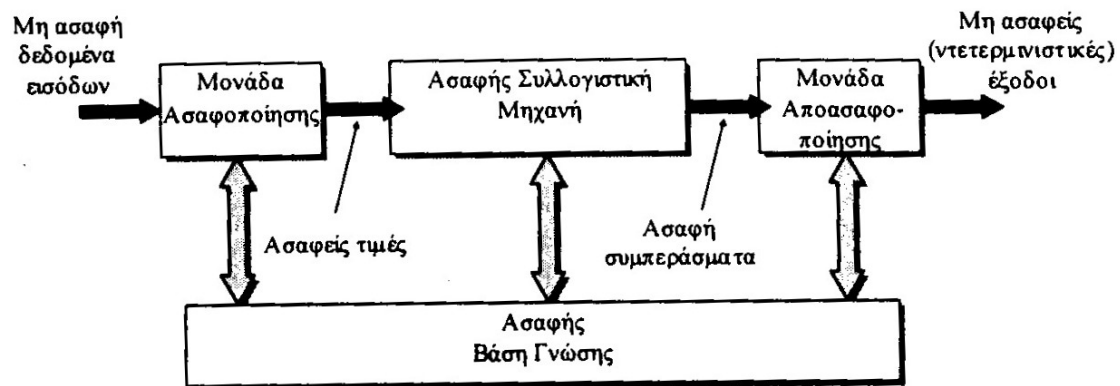
EAN  $x$  είναι  $A$  TOTE  $y$  είναι  $B$

Το τμήμα, EAN  $x$  είναι  $A$ , είναι η υπόθεση και το τμήμα, TOTE το  $y$  είναι  $B$ , είναι το συμπέρασμα, όπου  $A$  και  $B$  ασαφή σύνολα,  $x$  είναι η τιμή μιας μεταβλητής εισόδου, η οποία ασαφοποιείται (fuzzyfication), δηλαδή αποκτά ένα βαθμό συμμετοχής στο ασαφές σύνολο  $A$  και  $y$  είναι η έξοδος του συστήματος που εκφράζει την απόφαση του κανόνα και παρέχεται από το μηχανισμό του συμπεράσματος (inference) σε ασαφή μορφή. Στη συνέχεια το ασαφές συμπέρασμα από-ασαφοποιείται με το μηχανισμό της αποασαφοποίησης (defuzzyfication), και προκύπτει μια συγκεκριμένη τιμή που είναι το τελικό αριθμητικό συμπέρασμα που μπορεί να χειριστεί η υπολογιστική μηχανή ή ένα αισθητήριο. Ένας κανόνας μπορεί να πάρει και άλλες μορφές[5].

## 2.6 Ασαφή συστήματα

### 2.6.1 Αρχιτεκτονική ασαφών συστημάτων

Η γενική αρχιτεκτονική των ασαφών συστημάτων εικονίζεται στο σχήμα 1 και περιλαμβάνει τέσσερις μονάδες :



Σχήμα 2.1 : Αρχιτεκτονική ασαφούς συστήματος

1. Μία βάση κανόνων της μορφής EAN TOTE (ασαφής βάση γνώσης). Η βάση αυτή, περιέχει συνήθως, εκτός από τους ασαφείς κανόνες, και ένα τμήμα βάσης αριθμητικών δεδομένων τα οποία απαιτούνται για τη διαδικασία εξαγωγής των αποτελεσμάτων. Οι κανόνες της βάσης γνώσης λαμβάνονται συνήθως από εμπειρογνώμονες και πολλές φορές από διαδικασίες προσομοίωσης.

2. Μία ασαφή συλλογιστική μονάδα (μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων). Η μηχανή αυτή αποτελεί τον πυρήνα του ασαφούς συστήματος και περιέχει τη λογική λήψης αποφάσεων (π.χ. γενικευμένο κανόνα συναγωγής, κανόνα σύνθεσης min-max, κ.λπ).

3. Μία μονάδα ασαφοποίησης, η οποία μετατρέπει τα δεδομένα εισόδου σε ασαφή σύνολα. Η μονάδα αυτή παραλαμβάνει τις μη ασαφείς τιμές εισόδου του συστήματος, απεικονίζει τις περιοχές μεταβολής των τιμών αυτών σε κατάλληλα υπερσύνολα αναφοράς και τέλος μετατρέπει τις τιμές αυτές σε ασαφή (ή γλωσσική) μορφή.

4. Μία μονάδα απο-ασαφοποίησης, η οποία μετατρέπει τα ασαφή συμπεράσματα αριθμητικές τιμές. Η μονάδα αυτή απεικονίζει τις περιοχές μεταβολής των τιμών εξόδου σε κατάλληλα υπερσύνολα αναφοράς και μετατρέπει τα δεδομένα εξόδου σε ντετερμινιστική μορφή, για παραπέρα χρήση από επόμενα συστήματα ή διεργασίες απόφασης[2].

Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά κάποιες βασικές μέθοδοι απο-ασαφοποίησης και ο μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού Mamdani.

## 2.6.2 Μέθοδοι αποασαφοποίησης

### - Μέθοδος κέντρου βάρους

Στη μέθοδο αυτή, η οποία είναι γνωστή ως μέθοδος COG (Center Of Gravity), η τιμή  $w_0$  δίνεται από τη σχέση :

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i \mu_B(w_i)}{\sum_i \mu_B(w_i)}$$

### - Μέθοδος μέσης τιμής μεγίστων

Στη μέθοδο αυτή το  $w_0$  δίνεται από :

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i}{m}$$

όπου  $w_j$  είναι η τιμή που αντιστοιχεί στο  $j$  μέγιστο της συνάρτησης συμμετοχής. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή ως μέθοδος MOM (Mean Of Maxima).

### - Μέθοδος του ύψους

Η μέθοδος αυτή υπολογίζει το  $w_0$  ως μία μέση τιμή με βάρη  $h_i$  των αντιπροσωπευτικών σημείων  $w_i$  του B.

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i h_i}{\sum_i h_i}$$

Η επιλογή των αντιπροσωπευτικών σημείων  $w_i$  εξαρτάται από το εκάστοτε πρόβλημα και τη μορφή της συνάρτησης συμμετοχής.

### - Τροποποιημένη μέθοδος κέντρου βάρους

Αποτελεί παραλλαγή της μεθόδου κέντρου βάρους. Το  $w_0$  δίνεται από τη σχέση:

$$w_0 = \frac{\sum_i w_i [\mu_B(w_i) / \delta_i]}{\sum_i \mu_B(w_i) / \delta_i}$$

όπου το  $\delta_i$  χαρακτηρίζει το σχήμα της συνάρτησης συμμετοχής.

### 2.6.3 Μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού

Ένας από τους συνηθέστερους μηχανισμούς ασαφούς συλλογισμού είναι η μέθοδος Mamdani, η οποία λειτουργεί ως εξής[2] :

Θεωρούμε μία ασαφή βάση γνώσης που αποτελείται από 2 κανόνες και 2 εισόδους.

Κανόνας 1 : ΕΑΝ  $x$  είναι  $A_1$  ΚΑΙ  $y$  είναι  $B_1$  ΤΟΤΕ  $z$  είναι  $C_1$

Κανόνας 2 : ΕΑΝ  $x$  είναι  $A_2$  ΚΑΙ  $y$  είναι  $B_2$  ΤΟΤΕ  $z$  είναι  $C_2$

Όπου  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1$  και  $C_2$  είναι ασαφή σύνολα .

Θεωρώντας ένα διάνυσμα εισόδου  $(x_0, y_0)$ , η διαδικασία συλλογισμού ακολουθεί τα εξής βήματα :

- Βήμα 1 : Υπολογίζουμε την δύναμη (προσαρμοστικότητα) κάθε κανόνα για το διάνυσμα εισόδου :

$$\text{Προσαρμοστικότητα κανόνα 1 : } \mu_1 = \min\{\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0)\}$$

$$\text{Προσαρμοστικότητα κανόνα 2 : } \mu_2 = \min\{\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0)\}$$

- Βήμα 2 : Εφαρμόζουμε την προσαρμοστικότητα που προκύπτει από το Βήμα 1 στα ασαφή σύνολα της εξόδου κάθε κανόνα για να λάβουμε το συμπέρασμα του κανόνα :

$$\text{Συμπέρασμα κανόνα 1 : } \mu_{C_1}(x_0) = \min\{\mu_1, \mu_{C_1}(z)\}, \forall z \in Z$$

$$\text{Συμπέρασμα κανόνα 2 : } \mu_{C_2}(x_0) = \min\{\mu_2, \mu_{C_2}(z)\}, \forall z \in Z$$

- Βήμα 3 : Συνδυάζουμε τα αποτελέσματα των κανόνων για να λάβουμε το συνολικό (τελικό) αποτέλεσμα .

$$\text{Ολικό αποτέλεσμα : } \mu_c(z) = \min\{\mu_{C_1}(z), \mu_{C_2}(z)\}$$

Γενικεύοντας τα παραπάνω για  $m$  εισόδους και  $n$  κανόνες, ορίζουμε την προσαρμοστικότητα του  $i$  κανόνα ως εξής :

$$\mu_i = \min\{\mu_{A_1^i}(x_1), \dots, \mu_{A_m^i}(x_m), \mu_{B^i}(y)\}$$



Όπου  $A_1^i, \dots, A_{m-1}^i$  είναι τα ασαφή σύνολα εισόδου και  $B_m^i$  το ασαφές σύνολο εξόδου του κανόνα  $i$ , ενώ το τελικό συμπέρασμα δίνεται από τη σχέση :

$$\mu_c(z) = \min\{\mu_{c_1}(z), \mu_{c_2}(z), \dots, \mu_{c_n}(z)\}.$$

Υπάρχουν και άλλοι κανόνες ασαφούς συλλογισμού, ένας εκ των οποίων (που χρησιμοποιεί τον τελεστή γινομένου υποσυνόλων), παρουσιάζεται σε μεταγενέστερο κεφάλαιο.

## Κεφάλαιο 3 : Αλγόριθμος υλοποίησης, Περιγραφή του μοντέλου TWNFI (Transductive Weighted Neuro-fuzzy Inference system)

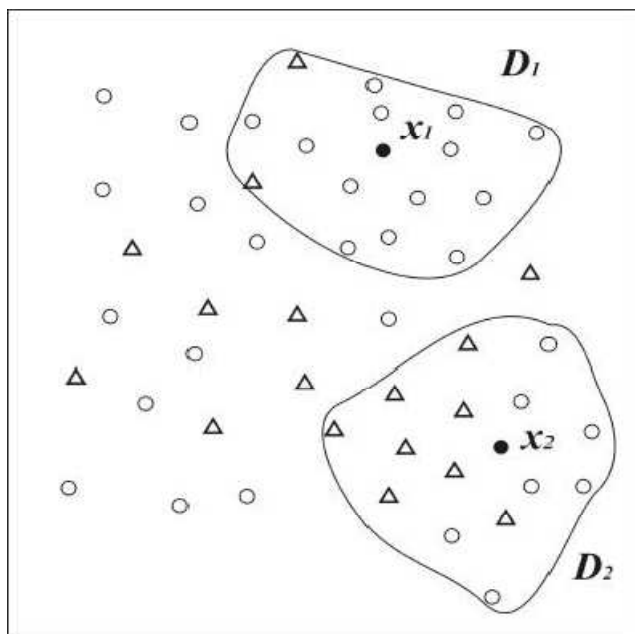
### 3.1 Γενικά

#### 3.1.1 Σύγκριση αναλογικής-επαγωγικής συλλογιστικής πορείας στα νευροασαφή συστήματα

Η πλειοψηφία των συστημάτων (και των μεθόδων μάθησης που χρησιμοποιούνται σε αυτά) που αναπτύσσονται και χρησιμοποιούνται στο πεδίο των τεχνητών νευρωνικών δικτύων(και της τεχνητής νοημοσύνης γενικότερα) χρησιμοποιούν επαγωγικές μεθόδους συλλογιστικής. Δηλαδή, με βάση κάποια δεδομένα που αντιπροσωπεύουν το χώρο εισόδου μας(από το μερικό), το νευροασαφές σύστημα εκπαιδύεται έτσι ώστε να δημιουργήσει ένα μοντέλο που να ανταποκρίνεται ικανοποιητικά στο σύνολο των εισόδων και να παρουσιάζει ικανοποιητική γενίκευση, προκειμένου να μπορεί να εφαρμοστεί επιτυχώς σε νέα, άγνωστα, προς το σύστημα δεδομένα(στο γενικό). Το προκύπτον από μια τέτοια διαδικασία μοντέλο δεν λαμβάνει ειδική μέριμνα για κάθε νέο διάνυσμα εισόδου, παρά αντιμετωπίζει όλα τα διανύσματα εισόδου ως ισοδύναμα για την παραμετροποίηση και εκπαίδευση του δικτύου, υπολογίζοντας απλά μέσω ενός σφάλματος, κατά πόσο το νέο διάνυσμα ταιριάζει στο μοντέλο μας. Αυτού του είδους η μοντελοποίηση ενδείκνυται όταν χρειαζόμαστε ένα γενικό μοντέλο αναπαράστασης και επίλυσης του προβλήματος(έστω κι αν αυτό είναι προσεγγιστικό). Στον αντίποδα της παραπάνω διαδικασίας βρίσκεται η λογική του αναλογικού συμπερασμού, με τον οποίο αποτιμάται η τιμή(έξοδος) ενός μοντέλου μόνο σε ένα σημείο του χώρου(ή σε μία περιορισμένη περιοχή του, αναλόγως του ενδιαφέροντός και της ερμηνείας που θα αποδώσουμε), λαμβάνοντας υπόψη επιπρόσθετες χρήσιμες πληροφορίες από μία κοντινή περιοχή του σημείου αυτού(δλδ. του νέου διανύσματος εισόδου). Αυτή η προσέγγιση ενδείκνυται για ιατρικές εφαρμογές, όπου το επίκεντρο του ενδιαφέροντος είναι κατά κανόνα στον ασθενή και όχι στην εξαγωγή κάποιου γενικού μοντέλου (χωρίς να αναιρείται η ανάγκη και της γενίκευσης σε ορισμένες περιπτώσεις). Κάθε νέο, ξεχωριστό διάνυσμα εισόδου, σε μια τέτοια περίπτωση, χρειάζεται να εφαρμοσθεί μέσα σε

ένα τοπικό μοντέλο, δημιουργημένο με επίκεντρο το ίδιο ( το διάνυσμα εισόδου), παρά σε ένα γενικό μοντέλο, το οποίο δημιουργείται χωρίς να συνυπολογίζεται η ιδιαίτερη συνεισφορά του νέου δεδομένου.

Ο αναλογικός συμπερασμός λοιπόν πραγματεύεται την προσέγγιση ενός μοντέλου σε ένα δεδομένο σημείο του χώρου. Για κάθε νέο διάνυσμα εισόδου  $x_i$  που πρόκειται να εισαχθεί σε ένα νευροασαφές δίκτυο, τα  $N_i$  κοντινότερα, γειτονικά διανύσματα, τα οποία ορίζουν ένα υποσύνολο δεδομένων  $D_i$ , εξάγονται από ένα υπάρχον σύνολο δεδομένων  $D$ . Κάποια δεδομένα του  $D_i$  μπορούν επίσης να δημιουργηθούν από ένα ήδη υπάρχον μοντέλο  $M$  (Σχ. 1). Ένα νέο μοντέλο  $M_i$  δημιουργείται με βάση αυτά τα, αντιπροσωπευτικά πλέον, δείγματα, το οποίο χρησιμοποιείται με τη σειρά του για τον υπολογισμό της τιμής εξόδου  $y_i$  που αντιστοιχεί στο διάνυσμα εισόδου  $x_i$ .



Σχήμα 3.1 : Στο κέντρο ενός αναλογικού συστήματος συμπερασμού βρίσκεται το εκάστοτε νέο διάνυσμα εισόδου(εδώ δύο διανύσματα εισόδου  $x_1, x_2$ ), το οποίο περιβάλλεται από ένα σταθερό αριθμό γειτονικών δεδομένων, επιλεγμένα από από τα δεδομένα εκπαίδευσης  $D$  ή δημιουργημένα από ένα υπάρχον μοντέλο  $M$ .

### 3.1.2 Κανονικοποίηση και στάθμιση δεδομένων

Σε πολλά νευροασαφή συστήματα (και γενικά σε νευρωνικά ή/και ασαφή συστήματα) χρησιμοποιούνται μη κανονικοποιημένα δεδομένα. Κάτι τέτοιο είναι επιθυμητό όταν όλες οι μεταβλητές εισόδου έχουν (τουλάχιστον) τις ίδιες μονάδες μέτρησης. Η διαδικασία της κανονικοποίησης επιβάλλεται όταν οι μεταβλητές εκφράζονται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης ή όταν παρουσιάζουν αυξημένη διασπορά. Μία συνήθης κανονικοποίηση, κανονικοποιεί κάθε μεταβλητή στο ίδιο εύρος, ( συνήθως στο  $[0,1]$  ), με την προϋπόθεση ότι όλες οι μεταβλητές έχουν την ίδια βαρύτητα για τον προσδιορισμό της εξόδου του συστήματος.

Για πολλά πραγματικά προβλήματα, οι μεταβλητές έχουν διαφορετική συνεισφορά στον προσδιορισμό της τελικής εξόδου. Στο μοντέλο του TWNFI, οι μεταβλητές εισάγονται στο δίκτυο με διαφορετικά βάρη, αντικατοπτρίζοντας έτσι τη διαφορετική σημασία κάθε μεταβλητής στο εξαγόμενο μοντέλο. Συνήθως, η απόσταση μεταξύ των κόμβων-κανόνων και των διανυσμάτων εισόδου μετράται μέσω της Ευκλείδειας απόστασης, έτσι ώστε οι μεταβλητές με μεγαλύτερο εύρος κανονικοποίησης να έχουν μεγαλύτερη επίδραση στη διαδικασία μάθησης. Στην παρούσα υλοποίηση, μέριμνα για τη διαφορετική βαρύτητα που φέρει κάθε μεταβλητή, λαμβάνεται από τις σχέσεις αμοιβαίου εγκλεισμού που χρησιμοποιούνται από την ενσωμάτωση του ASuPFuNIS για την παραμετροποίηση του δικτύου μας, εξασφαλίζοντας έτσι την απαιτούμενη, αυξημένη συνεισφορά των σημαντικότερων μεταβλητών για την υλοποίηση του τελικού μοντέλου. Εξασφαλίζεται μαλίστα σε τέτοιο βαθμό ώστε να θεωρείται άσκοπη η επιπλέον υποβάθμιση των λιγότερο συνεισφερουσών μεταβλητών, μέσω της στάθμισής τους (ουσιαστικά του γινομένου τους με ποσότητα μικρότερης της μονάδας), που ως αποτέλεσμα θα είχε την αύξηση της πολυπλοκότητας και του χρόνου εκπαίδευσης του μοντέλου. Κάτι τέτοιο θα ήταν αντίθετο και σε έναν από τους βασικούς άξονες της υλοποίησής μας, την ταχεία εκπαίδευση και απόκριση. Εντούτοις, αναφέρεται ως συστατικό στοιχείο του μοντέλου TWNFI και ενσωματώνεται τυπικά στην υλοποίησή μας (ανάθεση μοναδιαίου βάρους σε κάθε μεταβλητή), ώστε να είναι δυνατή είτε μια επέκτασή του στη λογική του TWNFI, είτε η ενσωμάτωση πρότερης γνώσης στο στάδιο της αρχικοποίησης σχετικά με τη διαφορετική βαρύτητα των μεταβλητών (δλδ. χειροκίνητη ανάθεση διαφορετικών βαρών στις μεταβλητές των διανυσμάτων εισόδου που εισάγονται μέσω ήδη υπάρχουσας εμπειρίας).

## 3.2 Ανάλυση TWNFI

### 3.2.1 Βασικές αρχές του TWNFI

Το TWNFI είναι ένα δυναμικό νευροασαφές σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων μέσω της ιδέας της τοπικής γενίκευσης, στο οποίο εφαρμόζεται η μέθοδος του γινομένου υποσυνόλων, ως μέθοδος παραγωγής συμπερασμάτων (βλ. ASuPFuNIS). Η ιδέα της τοπικής γενίκευσης έγκειται στη δημιουργία ενός υποχώρου (τοπικής περιοχής) του συνολικού χώρου και στη μετέπειτα δημιουργία ενός μοντέλου που προσπαθεί να γενικεύσει στη νεοδημιουργηθείσα περιοχή. Στο μοντέλο TWNFI, σε κάθε ασαφή κανόνα, χρησιμοποιούνται Γκαουσιανές συναρτήσεις συμμετοχής τόσο για της προκείμενες (υπόθεση) όσο και για το συμπέρασμα. Χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος μάθησης οπισθοτροφοδότησης (back-propagation), για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων των συναρτήσεων συμμετοχής. Η απόσταση μεταξύ δύο διανυσμάτων  $x$  και  $y$  μετράται με τη βοήθεια της σταθμισμένης κανονικοποιημένης Ευκλείδειας απόστασης, η οποία ορίζεται ως εξής :

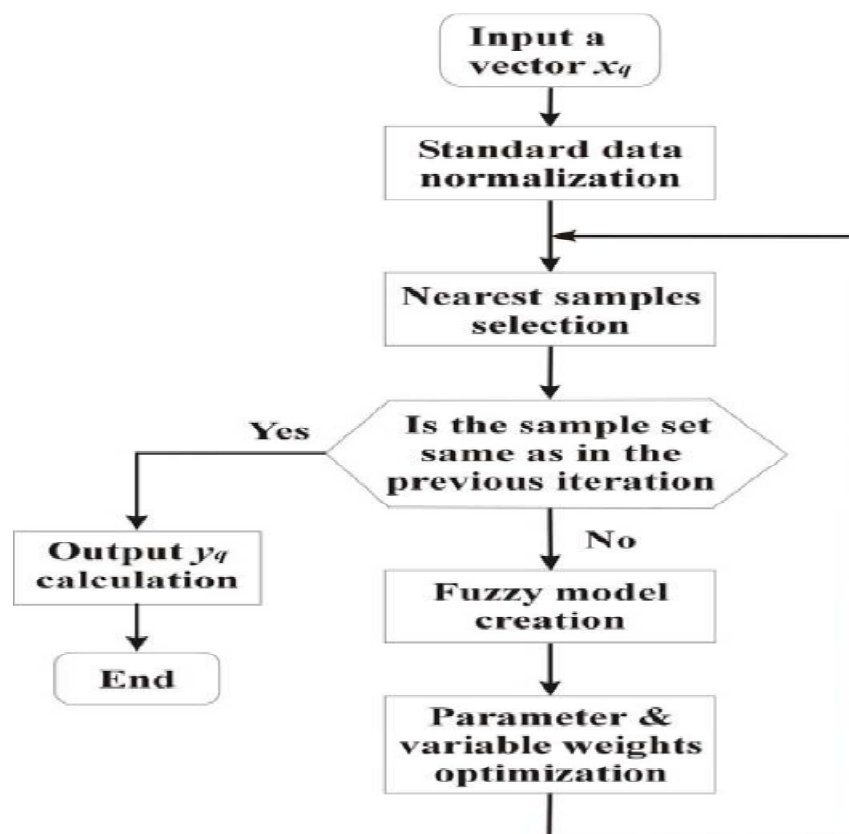
$$\|x - y\| = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p w_j |x_j - y_j|^2 \right]$$

όπου :  $x, y$  ανήκουν στο  $R^p$  και  $w_j$  είναι τα βάρη που εφαρμόζονται σε στις μεταβλητές εισόδου  $x_j$ .

Η απόσταση αυτή κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1, καθώς όλα τα δεδομένα (συμπεριλαμβανομένων των βαρών των μεταβλητών) κανονικοποιούνται στο ίδιο διάστημα.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται συνοπτικά ο αλγόριθμος του TWNFI [6]

:



Σχήμα 3.2 : Διάγραμμα ροής του συστήματος TWNFI

### 3.2.2 Ο αλγόριθμος μάθησης του TWNFI

Για κάθε νέο διάνυσμα δεδομένων  $x_q$ , δημιουργείται ένα εξατομικευμένο μοντέλο με την εφαρμογή των παρακάτω βημάτων:

1. Κανονικοποίηση του συνόλου των δεδομένων εκπαίδευσης και του διανύσματος εισόδου  $x_q$  στο διάστημα  $[0,1]$ . Αρχικοποίηση όλων των βαρών των μεταβλητών ( $w_j$ ) σε 1.
2. Εύρεση των  $N_q$  κοντινότερων στο  $x_q$  δεδομένων εκπαίδευσης χρησιμοποιώντας τη σταθμισμένη κανονικοποιημένη Ευκλείδεια απόσταση. Στην περίπτωση μας το  $N_q$  προκαθορίζεται με βάση το μέγεθος του συνόλου δεδομένων και την εμπειρία μας στο εκάστοτε πρόβλημα.
3. Υπολογισμός των αποστάσεων  $d_i = 1, 2, \dots, N_q$  μέσω της σταθμισμένης κανονικοποιημένης Ευκλείδεια απόστασης και των βαρών για κάθε δείγμα,  $u_i = 1 - (d_i - \min(d))$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_q$ ,  $\min(d)$  είναι το ελάχιστο του διανύσματος απόστασης  $d$ .
4. Χρήση ενός αλγόριθμου ομαδοποίησης (ή διαμέρισης) για τη διαμέριση του υποχώρου εισόδου που αποτελείται πλέον από τα  $N_q$  επιλεγμένα δεδομένα εκπαίδευσης.
5. Δημιουργία ασαφών κανόνων και αρχικοποίηση παραμέτρων με βάση τα αποτελέσματα του αλγορίθμου ομαδοποίησης. Κάθε ασαφής κανόνας δημιουργείται με βάση μία ομάδα (cluster). Το κέντρο της ομάδας αποτελεί το κέντρο της συνάρτησης συμμετοχής, ενώ το εύρος της συνάρτησης αρχικοποιείται με μία τυχαία τιμή.
6. Εφαρμογή μίας μεθόδου μάθησης οπισθοτροφοδότησης για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων των ασαφών κανόνων στο τοπικό δημιουργηθέν μοντέλο  $M_q$ .
7. Έλεγχος στο σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης για εύρεση ενός νέου συνόλου  $N_q$  δειγμάτων, κοντινότερα στο  $x_q$ . Αν τα δείγματα ταυτίζονται με αυτά της προηγούμενης επανάληψης, πήγαινε στο βήμα 8, αλλιώς, πήγαινε στο βήμα 3.
8. Υπολογισμός της τιμής εξόδου  $y_q$  που αντιστοιχεί στο διάνυσμα εισόδου  $x_q$  εφαρμόζοντας μία μέθοδο ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων[5].

### 3.2.3 Παρατηρήσεις επί χρησιμοποιούμενων παραμέτρων στο TWNFI

Στο TWNFI, όπως άλλωστε και σε κάθε νευροασαφές σύστημα, εμφανίζονται κάποιες παράμετροι, οι οποίες καθορίζονται χειροκίνητα και βασίζονται σε εμπειρία που έχουμε αποκτήσει πάνω στο σύστημα (συνήθως από πειραματικά δεδομένα). Μία παράμετρος είναι ο αριθμός των ασαφών κανόνων που θα

χρησιμοποιηθούν, ο οποίος καθορίζεται κατά βάση από πρότερη εμπειρία επί του προβλήματος και έγκειται σε κάποιους βασικούς περιορισμούς. Άλλη βασική παράμετρος προς καθορισμό, είναι ο αριθμός  $N_q$  των γειτονικών, προς το διάνυσμα εισόδου, δειγμάτων, ο οποίος αποτελεί ουσιαστικά το πλαίσιο στο οποίο διαμορφώνεται η απόκριση του συστήματος σε σχέση με την είσοδο. Και αυτή η παράμετρος έγκειται σε κάποιους εμπειρικούς περιορισμούς (όπως το να μην ξεπερνούν ένα κατώφλι αλλά παράλληλα να αποτελούν ένα ικανοποιητικό ποσοστό ως προς το μέγεθος των δεδομένων εισόδου). Πιο αναλυτικά θα παρουσιαστούν οι περιορισμοί αυτοί στην εφαρμογή του μικτού μας μοντέλου .

### 3.3 Αποτίμηση χρήσης TWNFI

Γενικά, το TWNFI αποτελεί ένα νευροασαφές σύστημα το οποίο παρουσιάζει κάποια χαρακτηριστικά που αποτελούν επιθυμητούς στόχους για το μοντέλο μας. Έχει α) τη δυνατότητα να πραγματοποιεί καλύτερη τοπική γενίκευση σε κάθε καινούριο δεδομένο υπό την έννοια ότι λαμβάνει κάθε φορά υπόψη του το νέο διάνυσμα εισόδου για μία εκπαίδευση 'εξατομικευμένη' στο εκάστοτε νέο δείγμα και έχει β) τη δυνατότητα άμεσης προσαρμογής σε νέα δεδομένα, υπό την έννοια ότι ζεύγη εισόδου-εξόδου μπορούν να προστίθενται συνεχώς στο σύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης που με τη σειρά τους θα συμμετέχουν στην αναλογική μέθοδο εξαγωγής συμπερασμάτων (ή δεν θα συμμετέχουν αν κρίνονται ως μη αντιπροσωπευτικά για κάθε νέο διάνυσμα εισόδου και ως εκ τούτου δεν θα εμπεριέχονται στο δημιουργηθέν κάθε φορά υπομοντέλο  $M_q$  ). Θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε αυτό το μοντέλο ως 'εξατομικευμένο' και ενδείκνυται για την εφαρμογή του σε συστήματα παροχής ιατρικής συμβουλής και γενικά σε συστήματα όπου η ανάγκη πρόγνωσης σε μία εντοπισμένη περιοχή του χώρου εξόδου (ένας ασθενής, κάποια συγκεκριμένη μέρα στο χρηματιστήριο κ.λ.π) είναι πιο κρίσιμη από μία γενικότερη αποτίμηση.

## Κεφάλαιο 4 : Μηχανισμός ασαφούς συλλογισμού, Περιγραφή του μοντέλου ASuPFuNIS (Asymmetric Subsethood Product Fuzzy Neural Inference System)

### 4.1 Γενικά χαρακτηριστικά του μοντέλου ASuPFuNIS

Το μοντέλο TWNFI αποτελεί το σκελετό του μοντέλου μας. Το πλαίσιο, το οποίο περιβάλλει τη διαδικασία μάθησης και μας προμηθεύει με τη βασική αλγοριθμική λογική με την οποία θα εκπαιδευτεί και θα βελτιστοποιηθεί το δίκτυο μας. Στο εσωτερικό, υπό-κείμενο επίπεδο του δικτύου μας βρίσκεται το μοντέλο ASuPFuNIS. Το νευροασαφές αυτό σύστημα μας εφοδιάζει με το βασικό εργαλείο εξαγωγής συμπερασμάτων (με το γινόμενο των συνόλων που ορίζονται από σχέσεις αμοιβαίου εγκλεισμού). Ο σχεδιασμός νευροασαφών συστημάτων που βασίζονται στο συγκεκριμένο μηχανισμό συλλογισμού έχει αναλυθεί και δοκιμασθεί σε διάφορες περιπτώσεις ([7],[8],[9]). Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά η αρχιτεκτονική του δικτύου αυτού και οι λειτουργικές του λεπτομέρεις, η δημιουργία των ασαφών του κανόνων, καθώς και η διαδικασία μάθησής του.

Το ASuPFuNIS χρησιμοποιεί την κλασσική αρχιτεκτονική ενός νευροασαφούς δικτύου που ενσωματώνει κανόνες της μορφής EAN – TOTE ως κρυμμένο στρώμα. Αυτό επιτυγχάνεται αναθέτοντας τις προκείμενες (υποθέσεις) των κανόνων στα προσυναπτικά βάρη του κρυμμένου στρώματος και τα συμπεράσματα στα μετασυναπτικά βάρη. Η γνώση που παρέχεται (με τη μορφή κανόνων EAN-TOTE) από την ομαδοποίηση των αριθμητικών δεδομένων χρησιμοποιείται για την αρχικοποίηση των ασαφών κανόνων. Ωστόσο, παρουσιάζει κάποιες ιδιαιτερότητες που το διαφοροποιούν από τα υπόλοιπα νευροασαφή δίκτυα :

- Χρησιμοποιεί έναν ρυθμιζόμενο ασαφοποιητή εισόδου ο οποίος είναι υπεύθυνος για την ασαφοποίηση των αριθμητικών δεδομένων (σχ 1). Κάθε αριθμητική είσοδος ασαφοποιείται βάσει μίας συνάρτησης Gauss που αντιστοιχεί σε κάθε χαρακτηριστικό (μεταβλητή) του προβλήματος.
- Όλες οι πληροφορίες που διαδίδονται από το στρώμα εισόδου είναι ασαφείς. Κατά αυτό τον τρόπο, το μοντέλο χρησιμοποιεί ένα μηχανισμό σύνθεσης βασισμένο σε ένα κριτήριο ομοιότητας το οποίο ονομάζεται



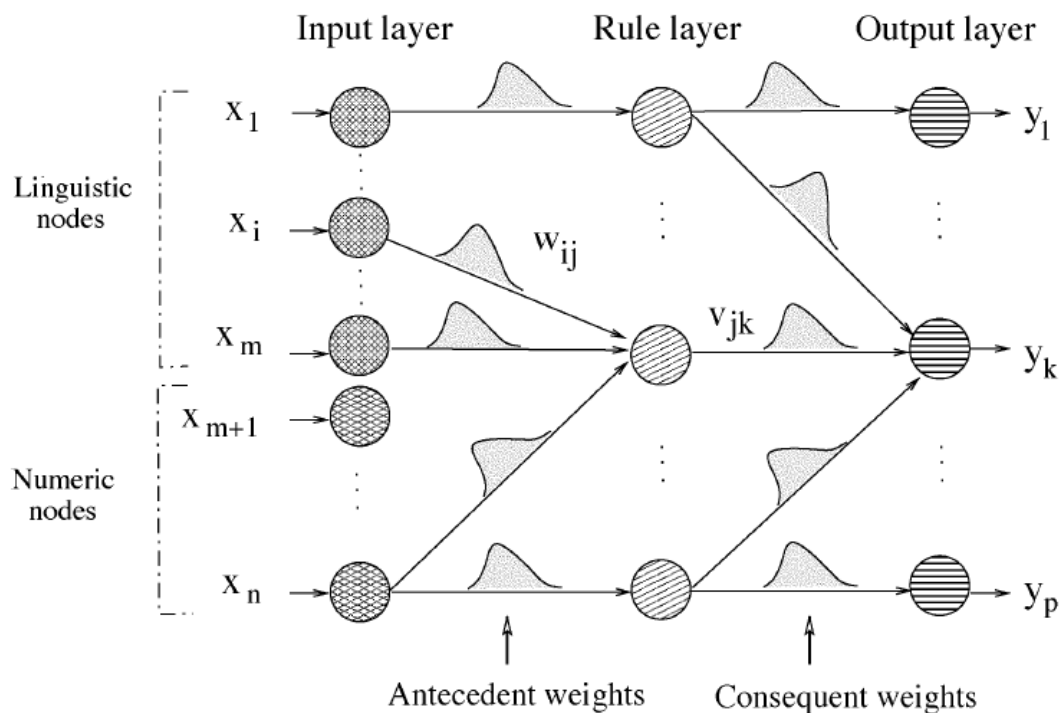
αμοιβαί σχέση εγκλεισμού. Αυτό το διαφοροποιεί από τη συνηθισμένη προσέγγιση να χρησιμοποιείται ο τελεστής min για να βρεθεί η τελική ενεργοποίηση.

- Οι έξοδοι παράγονται με τη μέθοδο της ποσοτικής απο-ασαφοποίησης (volume de-fuzzyfication), η οποία είναι παραλλαγή της συνηθισμένης μεθόδου κέντρου βάρους.

Τα τέσσερα παραπάνω χαρακτηριστικά προσδίδουν στο μοντέλο ταυτόχρονα υψηλές επιδόσεις και οικονομία παραμέτρων.

#### 4.2 Αρχιτεκτονική και λειτουργικές λεπτομέρειες του δικτύου

Η αρχιτεκτονική του χρησιμοποιούμενου μοντέλου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα[7] :



Σχήμα 4.1 : Αρχιτεκτονική του μοντέλου ASuPFuNIS

Είναι σαφές ότι το ASuPFuNIS ενσωματώνει ασαφείς κανόνες της μορφής :

Αν το  $x_1$  είναι  $A_1^m$  και το  $x_2$  είναι  $A_2^m \dots$  και το  $x_n$  είναι  $A_n$  τότε

$$\text{το } y_j \text{ είναι } B_j^m, \quad m = 1 \dots q, \quad j = 1 \dots p \quad (4.1)$$

όπου  $n, q, p$  συμβολίζουν των αριθμό εισόδων, κανόνων και εξόδων αντίστοιχα, ενώ τα  $A_j^m$  και  $B_j^m$  συμβολίζουν ασύμμετρα ασαφή σύνολα που ορίζονται στα υπερσύνολα αναφοράς των εισόδων και εξόδων αντίστοιχα για τον  $m$ -οστό κανόνα. Κάθε κόμβος εισόδου αντιπροσωπεύει μία μεταβλητή ή ένα χαρακτηριστικό του πεδίου ορισμού και κάθε κόμβος εξόδου, μία μεταβλητή ή ένα χαρακτηριστικό του πεδίου τιμών.

Κάθε κρυμμένος κόμβος αντιπροσωπεύει έναν ασαφή κανόνα και οι συνάψεις μεταξύ των κόμβων εισόδου και των κόμβων κανόνων αντιπροσωπεύουν τις προκείμενες του ασαφούς κανόνα. Ομοίως, οι συνάψεις μεταξύ των κόμβων κανόνων και των κόμβων εξόδου αντιπροσωπεύουν τα συμπεράσματα του ασαφούς κανόνα. Ασαφή σύνολα που αντιστοιχούν σε γλωσσικές μεταβλητές, ορίζονται στα υπερσύνολα αναφοράς εισόδου και εξόδου και αντιπροσωπεύονται από ασύμμετρες συναρτήσεις συμμετοχής Gauss που χαρακτηρίζονται από το κέντρο και τη διασπορά τους.

Έτσι, ένα ασαφές προσυναπτικό βάρος που συνδέει τον κόμβο εισόδου  $i$  με τον κρυμμένο κόμβο (κανόνας)  $j$  αντιπροσωπεύεται από ένα κέντρο (κεντρική τιμή)  $w_{ij}^c$ , μία αριστερή διασπορά  $w_{ij}^{ol}$  και μία δεξιά διασπορά  $w_{ij}^{or}$  ενός ασύμμετρου Γκαουσιανού ασαφούς συνόλου. Κατ'αυτόν τον τρόπο, ένα προσυναπτικό βάρος στο ASuPFuNIS καθορίζεται από μία τριάδα τιμών  $w_{ij} = (w_{ij}^c, w_{ij}^{ol}, w_{ij}^{or})$ . Ομοίως, ένα μετασυναπτικό βάρος που συνδέει έναν κρυμμένο κόμβο  $j$  με έναν κόμβο εξόδου  $k$  καθορίζεται από μία αντίστοιχη τριάδα τιμών  $v_{jk} = (v_{jk}^c, v_{jk}^{ol}, v_{jk}^{or})$ .

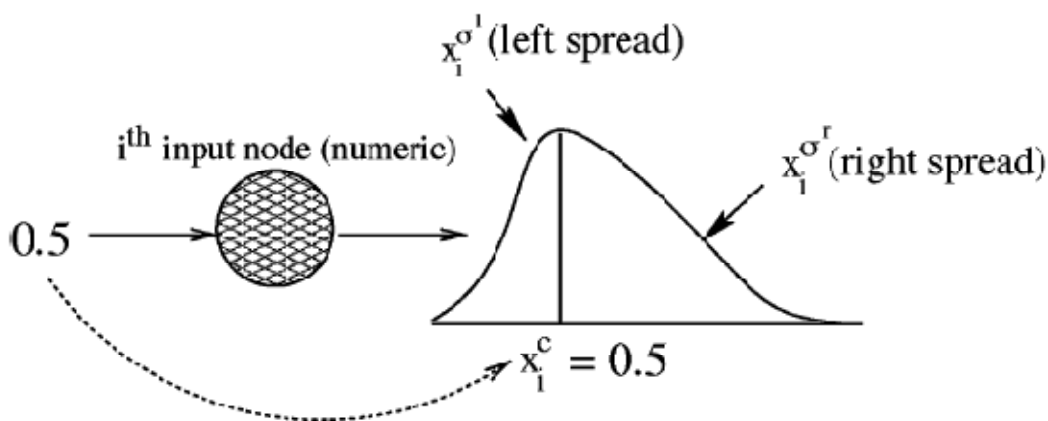
Το δίκτυο μπορεί να δεχτεί ταυτόχρονα ως εισόδους αριθμητικές τιμές και ασαφείς ποσότητες. Οι αριθμητικές τιμές ασαφοποιούνται ώστε όλες οι είσοδοι του δικτύου να παρουσιάζουν τον επιθυμητό ασαφή χαρακτήρα. Καθώς και τα προσυναπτικά βάρη είναι επίσης ασαφείς μεταβλητές, χρειάζεται να καθοριστεί ο τρόπος μετάδοσης ενός ασαφούς σήματος μέσω μίας ασαφούς σύναψης. Στις περισσότερες περιπτώσεις νευρωνικών δικτύων το σήμα εισόδου πολλαπλασιάζεται απευθείας με μία ποσότητα ανάλογη του βάρους και οι τιμές που προκύπτουν αθροίζονται για να δώσουν την τιμή ενεργοποίησης ενός κόμβου. Στο συγκεκριμένο δίκτυο, για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί ένα διαφορετικό μέτρο ομοιότητας, αυτό της αμοιβαίας επικάλυψης (ή αμοιβαίας σχέσης εγκλεισμού).

### 4.3 Μετάδοση του σήματος στους κόμβους εισόδου

Εφόσον το διάνυσμα εισόδου  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  μπορεί να περιλαμβάνει είτε αριθμητικές είτε γλωσσικές μεταβλητές, υπάρχουν δύο είδη κόμβων στο στρώμα εισόδου.

Οι γλωσσικοί κόμβοι δέχονται γλωσσικές εισόδους που αναπαριστούνται από ασύμμετρα Γκαουσιανά ασαφή σύνολα και μοντελοποιούνται από το κέντρο  $x_i^c$ , την αριστερή διασπορά  $x_i^{\sigma^l}$  και τη δεξιά διασπορά  $x_i^{\sigma^r}$ . Κατά αυτό τον τρόπο, η γλωσσική μεταβλητή  $x_i$  αναπαριστάται από  $x_i = (x_i^c, x_i^{\sigma^l}, x_i^{\sigma^r})$ . Το σήμα  $S(x_i) = x_i$  μεταδίδεται από τον γλωσσικό κόμβο  $i$ , εφόσον οι είσοδοι δεν υφίστανται καμία επεξεργασία στο στρώμα εισόδου.

Οι αριθμητικοί κόμβοι αποτελούν παραμετροποιήσιμους ασαφοποιητές. Δέχονται αριθμητικές εισόδους και τις ασαφοποιούν χρησιμοποιώντας ασαφή σύνολα Gauss. Η αριθμητική είσοδος ασαφοποιείται θεωρώντας την ως κέντρο  $x_i^c$  μίας ασύμμετρης συνάρτησης συμμετοχής Gauss με ρυθμιζόμενες διασπορές  $x_i^{\sigma^l}$  και  $x_i^{\sigma^r}$ . Αυτό φαίνεται στο σχήμα 4.2 όπου μία αριθμητική είσοδος με τιμή 0.5 έχει ασαφοποιηθεί σε μία ασύμμετρη συνάρτηση συμμετοχής Gauss με κεντρική τιμή 0.5 και ρυθμιζόμενες διασπορές  $x_i^{\sigma^l}$  και  $x_i^{\sigma^r}$ . Κατ'αυτόν τον τρόπο, το μεταδιδόμενο σήμα από έναν αριθμητικό κόμβο του στρώματος εισόδου αντιπροσωπεύεται κατ'αναλογία από το σήμα  $S(x_i) = x_i = (x_i^c, x_i^{\sigma^l}, x_i^{\sigma^r})$ . Αυτά τα ασαφή σήματα μεταδίδονται από το στρώμα εισόδου στο κρυμμένο στρώμα κανόνων μέσω των ασαφών βαρών  $w_{ij} = (w_{ij}^c, w_{ij}^{\sigma^l}, w_{ij}^{\sigma^r})$ , που αντιστοιχούν στα προσυναπτικά βάρη.



Σχήμα 4.2 : Παράδειγμα ασαφοποίησης αριθμητικής μεταβλητής με τη βοήθεια ενός παραμετροποιήσιμου ασύμμετρου Γκαουσιανού ασαφούς συνόλου

#### 4.4 Μέτρο ομοιότητας

Δεδομένου ότι και το σήμα και τα βάρη είναι ασαφή σύνολα τα οποία αντιπροσωπεύονται από συναρτήσεις συμμετοχής Gauss, φαίνεται εύλογο να επιλεγεί ως σήμα προς μετάδοση ο βαθμός ομοιότητας (σχέση αμοιβαίου εγκλεισμού) των δύο ασαφών συνόλων. Ο βαθμός αυτός ορίζεται παρακάτω :

Έστω δύο ασαφή σύνολα A και B που περιγράφονται από ασύμμετρες συναρτήσεις συμμετοχής Gauss με κέντρα  $c_1, c_2$  και αποκλίσεις  $\sigma_1^l, \sigma_2^l$  (αριστερές),  $\sigma_1^r, \sigma_2^r$  (δεξιές) :

$$a(x) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{(x-c_1)}{\sigma_1^l}\right)^2}, & -\infty < x \leq c_1 \\ e^{-\left(\frac{(x-c_1)}{\sigma_1^r}\right)^2}, & c_1 \leq x < \infty \end{cases}$$

$$b(x) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{(x-c_2)}{\sigma_2^l}\right)^2}, & -\infty < x \leq c_2 \\ e^{-\left(\frac{(x-c_2)}{\sigma_2^r}\right)^2}, & c_2 \leq x < \infty. \end{cases}$$

Η πληθικότητα του συνόλου A ορίζεται ως εξής:

$$C(A) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) dx = \int_{-\infty}^{c_1} e^{-\left(\frac{(x-c_1)}{\sigma_1^l}\right)^2} + \int_{c_1}^{+\infty} e^{-\left(\frac{(x-c_1)}{\sigma_1^r}\right)^2} dx \quad (4.2)$$

Ο βαθμός ομοιότητας  $\varepsilon(A, B)$  παριστάνει το βαθμό στον οποίο δύο ασαφή σύνολα A και B είναι ίσα :

$$\varepsilon(A, B) = \text{βαθμός}(A = B) = \text{βαθμός}(A \subseteq B \text{ και } B \subseteq A)$$

Και δίνεται από τη σχέση :

$$\varepsilon(A, B) = \frac{C(A \cap B)}{C(A \cup B)} = \frac{C(A \cap B)}{C(A) + C(B) - C(A \cap B)} \in [0, 1] \quad (4.3)$$

Ανάλογα με τις τιμές των  $c_1, c_2$  και  $\sigma_1, \sigma_2$ , προκύπτουν τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις για τον υπολογισμό της ομοιότητας:

Περίπτωση 1A :  $c_1 = c_2, \sigma_1^l \leq \sigma_2^l, \sigma_1^r \leq \sigma_2^r$  | Περίπτωση 1B :  $c_1 = c_2, \sigma_1^l \geq \sigma_2^l, \sigma_1^r \geq \sigma_2^r$

Περίπτωση 2A :  $c_1 = c_2, \sigma_1^l < \sigma_2^l, \sigma_1^r > \sigma_2^r$  | Περίπτωση 2B :  $c_1 = c_2, \sigma_1^l > \sigma_2^l, \sigma_1^r < \sigma_2^r$

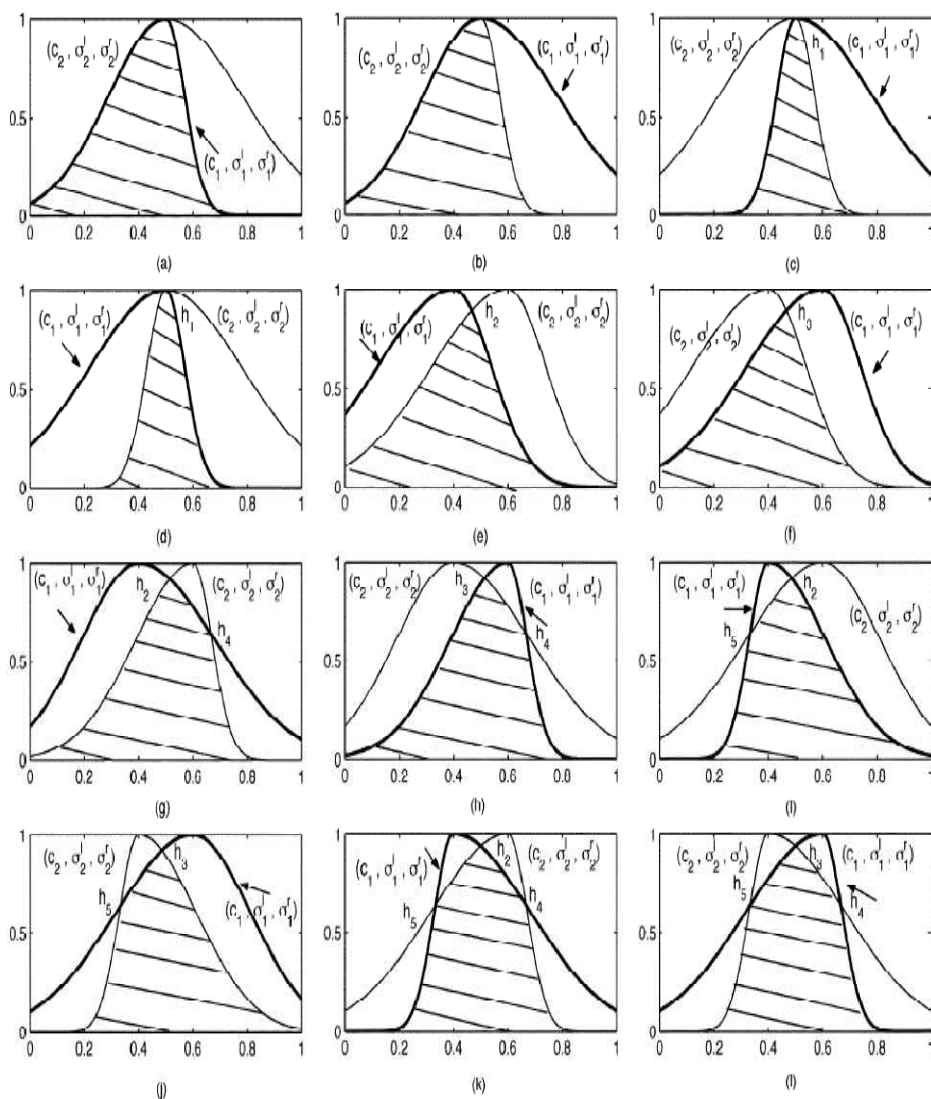
Περίπτωση 3A :  $c_1 < c_2, \sigma_1^l \geq \sigma_2^l, \sigma_1^r \leq \sigma_2^r$  | Περίπτωση 3B :  $c_1 > c_2, \sigma_1^l \leq \sigma_2^l, \sigma_1^r \geq \sigma_2^r$

Περίπτωση 4A :  $c_1 < c_2, \sigma_1^l \geq \sigma_2^l, \sigma_1^r > \sigma_2^r$  | Περίπτωση 4B :  $c_1 > c_2, \sigma_1^l \leq \sigma_2^l, \sigma_1^r < \sigma_2^r$

Περίπτωση 5A :  $c_1 < c_2, \sigma_1^l < \sigma_2^l, \sigma_1^r \leq \sigma_2^r$  | Περίπτωση 5B :  $c_1 > c_2, \sigma_1^l > \sigma_2^l, \sigma_1^r \geq \sigma_2^r$

Περίπτωση 6A :  $c_1 < c_2, \sigma_1^l < \sigma_2^l, \sigma_1^r > \sigma_2^r$  | Περίπτωση 6B :  $c_1 > c_2, \sigma_1^l > \sigma_2^l, \sigma_1^r < \sigma_2^r$

Αυτές οι έξι διαφορετικές περιπτώσεις επικάλυψης απεικονίζονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.3 : Έξι περιπτώσεις επικάλυψης, εξαρτώμενες από τις σχετικές τιμές των κέντρων και των διασπορών των προσυναπτικών βαρών και των βαρών του σήματος εισόδου. (a) Περίπτωση 1A, (b) Περίπτωση 1B, (c) Περίπτωση 2A, (d) Περίπτωση 2B, (e) Περίπτωση 3A, (f) Περίπτωση 3B, (g) Περίπτωση 4A, (h) Περίπτωση 4B, (i) Περίπτωση 5A, (j) Περίπτωση 5B, (k) Περίπτωση 6A, (l) Περίπτωση 6B.

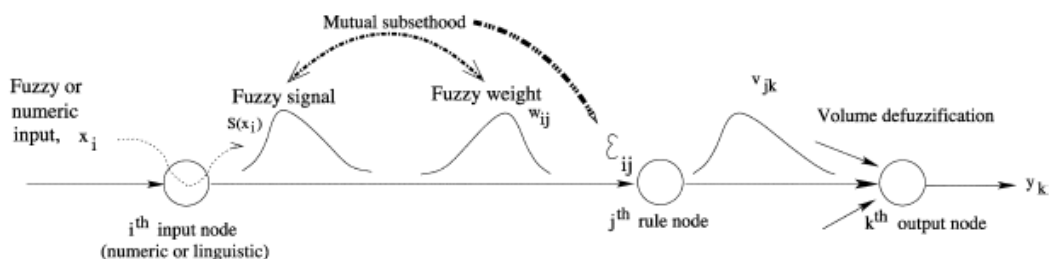
Στην περίπτωση 1 τα δύο ασαφή σύνολα δεν τέμνονται . Είτε το ένα ασαφές υποσύνολο είναι γνήσιο υποσύνολο του άλλου , είτε είναι ίσα. Στην περίπτωση 2, υπάρχει ένα σημείο τομής  $h_1$ , ακριβώς στο κέντρο. Στην περίπτωση 3, υπάρχει ένα σημείο τομής  $h_2$  ή  $h_3$ , ενώ στις περιπτώσεις 4 και 5 υπάρχουν 2 σημεία τομής ( $h_2, h_4$ ), ( $h_3, h_4$ ), ( $h_5, h_2$ ) και ( $h_5, h_3$ ). Τέλος, στην περίπτωση έξι υπάρχουν 3 σημεία τομής ( $h_5, h_2, h_4$ ) και ( $h_5, h_3, h_4$ ). Τα σημεία τομής των παραπάνω περιπτώσεων επικάλυψης μπορούν να υπολογισθούν αναλυτικά θέτοντας  $a(x) = b(x)$  . Ο βαθμός ομοιότητας  $\varepsilon(A,B)$  μπορεί έτσι να υπολογισθεί με όρους πληθικότητας των ασαφών συνόλων. Για τον υπολογισμό του μέτρου ομοιότητας, θα χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό της συνάρτησης σφάλματος, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$erf(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-(1/2)t^2} dt .$$

#### 4.5 Μετάδοση σήματος με βάση τις σχέσεις αμοιβαίου εγκλεισμού

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.4, το μοντέλο μεταδίδει το ασαφές σήμα εισόδου κατά μήκος ενός επίσης ασαφούς προσυναπτικού βάρους, τόσο για αριθμητικές, όσο και για γλωσσικές εισόδους. Η ποσότητα που μεταδίδεται τελικά μέσω του βάρους αυτού στο στρώμα κανόνων του δικτύου είναι το μέτρο ομοιότητας μεταξύ του βάρους και του ασαφούς σήματος εισόδου. Συμβολίζοντας το σήμα εισόδου  $s_i = (x_i^c, x_i^{\sigma^l}, x_i^{\sigma^r})$  και το αντίστοιχο προσυναπτικό βάρος  $w_{ij} = (w_{ij}^c, w_{ij}^{\sigma^l}, w_{ij}^{\sigma^r})$  η μεταξύ τους ομοιότητα θα είναι [6] :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon(s_i, w_{ij}) = \frac{C(s_i \cap w_{ij})}{C(s_i) + C(w_{ij}) - C(s_i \cap w_{ij})} \quad (4.4)$$



Σχ.4.4: Μετάδοση ασαφούς σήματος.

Η τελική έκφραση για τον υπολογισμό του  $C(s_i \cap w_{ij})$  σε κάθε μία από τις έξι περιπτώσεις μπορεί να υπολογισθεί αναλυτικά και τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον πίνακα του παραρτήματος III. Τέλος, οι αντίστοιχες τελικές εκφράσεις για το  $\varepsilon(s_i, w_{ij})$  υπολογίζονται αντικαθιστώντας τις εκφράσεις για το  $C(s_i \cap w_{ij})$  στην εξίσωση (4.4). Το ASuPFuNIS, εφαρμόζει μία σχέση αμοιβαίου εγκλεισμού για να καθορίσει το μέγεθος της ενεργοποίησης που προωθείται σε έναν κόμβο-κανόνα μέσω μίας ασαφούς σύναψης. Η σχέση αυτή του αμοιβαίου εγκλεισμού μας παρέχει ένα συμπαγές εργαλείο που αντικατοπτρίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια το μέγεθος της ομοιότητας μεταξύ του ασαφούς συνόλου του διανύσματος εισόδου και του ασαφούς συνόλου των προσυναπτικών βαρών καλύπτοντας ένα ευρύ φάσμα διαφορετικών περιπτώσεων διασπορών. Λεπτομερείς μελέτες πάνω στο ίδιο το ASuPFuNIS επικυρώνουν την αποτελεσματικότητα των σχέσεων αμοιβαίου εγκλεισμού, ως ένα πολύ εύρωστο μέτρο ομοιότητας.

#### 4.6 Στρώμα κανόνων

Υπολογίζοντας όλες τις τιμές ομοιότητας  $E_j = (\varepsilon_{1j}, \dots, \varepsilon_{nj})$  για τον κόμβο κανόνων  $j$ , αποτιμούμε την συμβατότητα του διανύσματος εισόδου  $S = (s_1, \dots, s_n)$  και του διανύσματος  $W_j = (w_{1j}, \dots, w_{nj})$ . Κάθε κόμβος κανόνων συσσωρεύει ουσιαστικά αυτό το διάνυσμα, κατά τρόπο που η τιμή ενεργοποίησης που προκύπτει να αντικατοπτρίζει αυτή τη συμβατότητα. Με άλλα λόγια, ο βαθμός στον οποίο πυροδοτείται ο κανόνας, όπως αυτός παρουσιάζεται μέσα από την ενεργοποίηση του αντίστοιχου κόμβου, μετρά το βαθμό στον οποίο η είσοδος  $S = (s_1, \dots, s_n)$  αντιστοιχεί στο προσυναπτικό βάρος του κανόνα.

Ο τελεστής  $\min$  που χρησιμοποιείται συνήθως στα ασαφή συστήματα, θα αντικατασταθεί εδώ με τον τελεστή γινομένου, με σκοπό να αθροιστούν οι τιμές ενεργοποίησης ενός κόμβου κανόνων. Έτσι, η τιμή ενεργοποίησης  $z_j$  του κόμβου  $j$  είναι ένα γινόμενο βασισμένο στη σχέση αμοιβαίου εγκλεισμού. Η διαφορισμότητα της ποσότητας αυτής επιτρέπει στο σύστημα να εκπαιδευτεί με τη χρήση της μεθόδου κλίσης.

Η τιμή ενεργοποίησης  $z_j$  του  $j$ -οστού κανόνα είναι το ασαφές εσωτερικό γινόμενο, δηλαδή :

$$z_j = \prod_{i=1}^n \varepsilon_{ij} = \prod_{i=1}^n \varepsilon(s_i, w_{ij}) \in [0,1] \quad (4.5)$$

Ο τελεστής εσωτερικού γινομένου παρουσιάζει τις εξής ιδιότητες : Παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1, είναι αύξουσα συνάρτηση, είναι συνεχής και παίρνει μη μοναδιαίες τιμές. Τα χαρακτηριστικά αυτά προσδίδουν βελτιωμένη συμπεριφορά στο μοντέλο.

Η αντικατάσταση του τελεστή min από τον τελεστή γινομένου παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι δεν αγνοεί τη διάσταση του διανύσματος εισόδου (όπως κάνει ο τελεστής min). Επιπλέον, παρέχει μία καλύτερη εκτίμηση της συνεκτικής ισχύος των εισόδων. Τέλος, παρουσιάζει αυξημένη ικανότητα να διαχωρίσει τις εισόδους που μοιάζουν με το διάνυσμα βάρους από εκείνες που διαφέρουν. Συνολικά, ο τελεστής εσωτερικού γινομένου θα μπορούσαμε να πούμε ότι παρουσιάζει καλύτερη διακριτική ικανότητα από τον τελεστή min[6].

Η συνάρτηση ενεργοποίησης του κόμβου κανόνων είναι γραμμική, και δίνεται από τη σχέση :

$$S(z_j) = z_j$$

Συνεπώς οι τιμές μεταδίδονται χωρίς καμία μεταβολή στις μετασυναπτικές συνδέσεις[8].

#### 4.7 Υπολογισμός σήματος στο στρώμα εξόδου

Το σήμα κάθε κόμβου εξόδου υπολογίζεται με τη μέθοδο αποασαφοποίησης του κέντρου βάρους. Ονομάζοντας  $V_{jk}$  το χώρο των μετασυναπτικών βαρών και  $\xi_{jk}$  τα βάρη που αντιστοιχούν στο  $z_j$ , η τιμή του κ-οστού κόμβου εξόδου δίνεται από τη σχέση :

$$y_k = \frac{\sum_{j=1}^q z_j \hat{v}_{jk}^c V_{jk} \xi_{jk}}{\sum_{j=1}^q z_j V_{jk} \xi_{jk}}$$

όπου q ο αριθμός των κανόνων. Τα  $V_{jk}$  παριστάνουν ασύμμετρα ασαφή σύνολα Gauss, συνεπώς  $V_{jk} = (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r}) (\sqrt{\pi} / 2)$ . Η έκφραση για τα μετασυναπτικά κέντρα είναι  $\hat{v}_{jk}^c = (v_{jk}^c + ((v_{jk}^{\sigma^r} - v_{jk}^{\sigma^l}) / \sqrt{\pi}))$ . Τα βάρη  $\xi_{jk}$  έχουν θεωρηθεί μοναδιαία, οπότε η τελική έκφραση γίνεται :

$$y_k = \frac{\sum_{j=1}^q z_j \left( v_{jk}^c + \frac{v_{jk}^{\sigma^r} - v_{jk}^{\sigma^l}}{\sqrt{\pi}} \right) (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r})}{\sum_{j=1}^q z_j (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r})}$$



Ο απο-ασαφοποιητής αυτός υπολογίζει το κυρτό άθροισμα του συνόλου των μετασυναπτικών κέντρων[8].

### -Επιβλεπόμενη μάθηση

Το εν λόγω δίκτυο εκπαιδεύεται μέσω επιβλεπόμενης μάθησης. Δηλαδή, μέσω της επαναλαμβανόμενης εισαγωγής σε αυτό, διανυσμάτων εισόδου (τα οποία προέρχονται από το σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης-training data-) και σύγκρισής της εξόδου του συστήματος με την επιθυμητή τιμή, λαμβάνεται η τιμή του σφάλματος. Στη συνέχεια, τα βάρη του δικτύου μεταβάλλονται με βάση ένα κριτήριο ελαχιστοποίησης σφάλματος. Μόλις το δίκτυο εκπαιδευθεί στο επιθυμητό επίπεδο σφάλματος, δοκιμάζεται εισάγοντάς του καινούρια διανύσματα εισόδου, τα οποία αντλούνται από το χώρο δεδομένων δοκιμής (test data), που είναι ξένος προς το χώρο δεδομένων εκπαίδευσης.

Η διαδικασία μάθησης ενσωματώνεται στο ASuPFuNIS χρησιμοποιώντας την επαναληπτική μέθοδο κατάβασης δυναμικού (gradient descent). Το στιγμιαίο τετραγωνικό σφάλμα  $e(t)$ , της επανάληψης  $t$ , χρησιμοποιείται σαν παράμετρος της απόδοσης της εκπαίδευσης και υπολογίζεται από :

$$e(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (d_k(t) - s(y_k(t)))^2$$

όπου  $d_k(t)$ , η επιθυμητή τιμή στον κόμβο εξόδου  $k$  και το  $e(t)$  υπολογίζεται επί όλων των  $p$  εξόδων για κάθε δείγμα εισόδου  $X(t)$ . Παρατηρείται ότι για μία  $n-q-p$  αρχιτεκτονική ο αριθμός των δημιουργούμενων συνδέσεων είναι  $(nq + qp)$ . Μιας και στο μοντέλο μας, η αναπαράσταση ενός ασαφούς βάρους απαιτεί τον καθορισμό τριών παραμέτρων (κεντρική τιμή, δεξιά και αριστερή διασπορά) και κάθε μεταβλητή εισόδου απαιτεί τον καθορισμό δύο παραμέτρων (αριστερή και δεξιά διασπορά), ο συνολικός αριθμός των παραμέτρων που πρέπει να εκπαιδευθούν είναι  $3(nq + qp) + 2n$ . Αν συμβολίσουμε τις παραμέτρους προς εκπαίδευση ως ένα διάνυσμα

$P = (x_i^{\sigma^l}, x_i^{\sigma^r}, w_{ij}^c, w_{ij}^{\sigma^l}, w_{ij}^{\sigma^r}, v_{jk}^c, v_{jk}^{\sigma^l}, v_{jk}^{\sigma^r})^T$ , τότε η εξίσωση εκπαίδευσης του επαναληπτικού αλγόριθμου κατάβασης δυναμικού μπορεί να γραφεί ως :

$$P(t+1) = P(t) - \eta \nabla e(t) + \alpha \Delta P(t-1)$$

Όπου  $\eta$  είναι ο ρυθμός μάθησης,

$$\nabla e(t) = ((\partial e(t) / \partial x_i^{\sigma^l}), (\partial e(t) / \partial x_i^{\sigma^r}), (\partial e(t) / \partial w_{ij}^c), (\partial e(t) / \partial w_{ij}^{\sigma^l}), (\partial e(t) / \partial w_{ij}^{\sigma^r}), (\partial e(t) / \partial v_{jk}^c), (\partial e(t) / \partial v_{jk}^{\sigma^l}), (\partial e(t) / \partial v_{jk}^{\sigma^r}))^T$$

είναι το διάνυσμα κλίσης,  $\alpha$  είναι η παράμετρος ορμής και  $\Delta P(t-1) = P(t) - P(t-1)$ . Αναλυτικές εκφράσεις για όλες τις μερικές παραγώγους παρατίθενται στο παράρτημα Ι[8].

## Κεφάλαιο 5 : Η υλοποίηση του Νευροασαφούς Συστήματος Αναλογικού Συμπερασμού

Στο παρόν κεφάλαιο, γίνεται μία αναλυτική παρουσίαση του βασικού αντικειμένου αυτής της διπλωματικής, μέσω της παρουσίασης του αλγορίθμου εκπαίδευσης.

### 5.1 Γενικά

Το υλοποιηθέν σύστημα χαρακτηρίζεται ως νευροασαφές σύστημα αναλογικού συμπερασμού. Περιέχει τα βασικά χαρακτηριστικά ενός νευροασαφούς συστήματος, διότι χειρίζεται δεδομένα στη μορφή ασαφών συνόλων και των συναρτήσεων συμμετοχής τους (ενώ έχει την ικανότητα χειρισμού και αριθμητικών δεδομένων), ικανοποιώντας έτσι τις απαιτήσεις λειτουργίας του σε ένα πραγματικό, περιβάλλον, όπου παράγονται κυρίως ασαφή δεδομένα. Επίσης, αποτελεί μία μηχανική αναλογικού συμπερασμού, υπό την έννοια ότι **απο το μερικό** εξάγει συμπεράσματα **για το μερικό**, δεδομένου ότι η διαδικασία μάθησης του είναι τέτοια, ώστε να εξάγει συμπεράσματα από λίγα νέα δεδομένα, για επίσης λίγα (ή ένα) νέα δεδομένα (αναλόγως την ερμηνεία του χρήστη). Μετά την περιγραφή των συστημάτων που αναφέρθηκαν προηγουμένως, παρουσιάζεται αναλυτικότερα το νευροασαφές σύστημα αναλογικού συμπερασμού, που υλοποιήσαμε.

Όπως αναφέρουμε και στην εισαγωγή, βασικοί στόχοι που επιθυμούμε να ικανοποιεί το δίκτυό μας είναι:

- Υψηλή απόδοση. Προφανώς, οποιοδήποτε νευροασαφές σύστημα, για να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πραγματικές εφαρμογές πρέπει να εξασφαλίζει ότι θα παράγει αξιόπιστα αποτελέσματα, μέσα από υψηλές επιδόσεις.
- 'Εξατομικευμένη' εκπαίδευση. Αυτό, αποτελεί και έναν από τους κυριότερους στόχους του συστήματός μας, μιας και επιθυμούμε κάθε συνεισφορά από ένα νέο δεδομένο εισόδου να λαμβάνεται υπόψη, ως

καφαλαιώδους σημασίας για την εκπαίδευση και τελική απόκριση του δικτύου μας.

- Ταχεία εκπαίδευση. Δεδομένου, ότι το σύστημά μας προορίζεται, μεταξύ άλλων, και για ιατρικές εφαρμογές, επιθυμούμε να του προσδώσουμε τη δυνατότητα να παρέχονται συμβουλές μέσω των αποτελεσμάτων του, οι οποίες, εκτός από αξιόπιστες, να είναι και εφαρμόσιμες σε πραγματικό χρόνο.

Θα δούμε πώς, μέσω του αλγόριθμου εκπαίδευσης, επιτυγχάνονται οι παραπάνω στόχοι.

## 5.2 Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης

### 5.2.1 Ορισμός

Εδώ, παρουσιάζονται αναλυτικά τα βήματα που ακολουθούνται για την εκπαίδευση του δικτύου μας, ορίζοντας τον τρόπο επιλογής του υπομοντέλου προς εκπαίδευση, τον τρόπο ομαδοποίησης του προκύπτοντος χώρου, τη μέθοδο μάθησης που ακολουθείται, καθώς και την μηχανή ασαφούς συλλογισμού που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή ασαφών συμπερασμάτων :

1. Κανονικοποίηση του συνόλου των δεδομένων εκπαίδευσης και του διανύσματος εισόδου  $x_q$  στο διάστημα  $[0,1]$ . Αρχικοποίηση όλων των βαρών των μεταβλητών ( $w_j$ ) σε 1.
2. Εύρεση των  $N_q$  κοντινότερων στο  $x_q$  δεδομένων εκπαίδευσης χρησιμοποιώντας τη σταθμισμένη κανονικοποιημένη Ευκλείδεια απόσταση (στην υλοποίησή μας, θεωρούμε ότι το βάρος των μεταβλητών  $w_j$ , παραμένει 1). Στην περίπτωση μας το  $N_q$  προκαθορίζεται με βάση το μέγεθος του συνόλου δεδομένων και την εμπειρία στο εκάστοτε πρόβλημα.
3. Χρήση του αλγόριθμου ομαδοποίησης (clustering) K-ασαφών μέσω (Fuzzy C-Means/FCM-βλ. Παράρτημα II) για τη διαμέριση του υποχώρου εισόδου που αποτελείται πλέον από τα  $N_q$  επιλεγμένα δεδομένα εκπαίδευσης.
4. Δημιουργία ασαφών κανόνων και αρχικοποίηση παραμέτρων με βάση τα αποτελέσματα του αλγορίθμου FCM. Κάθε ασαφής κανόνας δημιουργείται με

βάση μία ομάδα(cluster).Το κέντρο της ομάδας αποτελεί το κέντρο της συνάρτησης συμμετοχής, ενώ το εύρος της συνάρτησης αρχικοποιείται με μία τυχαία τιμή.

5. Εφαρμογή της μεθόδου μάθησης κατάβασης δυναμικού για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων των ασαφών κανόνων στο τοπικό δημιουργηθέν μοντέλο  $M_q$ .
  6. Υπολογισμός της τιμής εξόδου του συστήματος που αντιστοιχεί στο διάνυσμα εισόδου  $x_q$ , αλλά και στον δημιουργηθέντα υποχώρο συνολικά, εφαρμόζοντας μία μέθοδο ασαφούς συλλογισμού, που βασίζεται στον τελεστή υπολογισμού της αμοιβαίας σχέσης εγκλεισμού ανάμεσα σε ασύμμετρα, γκαουσιανά, ασαφή σύνολα.
7. Τέλος της διαδικασίας.

### 5.2.2 Παρατηρήσεις επί του αλγόριθμου εκπαίδευσης

A)

Ο καθορισμός του αριθμού των κοντινότερων, στο νεό διάνυσμα εισόδου, δεδομένων ( $N_q$ ) γίνεται, στην περίπτωσή μας, 'χειροκίνητα', από τον χρήστη. Παρ' όλα αυτά, ακολουθούνται δύο χαλαροί, εμπειρικοί περιορισμοί που προέκυψαν από τα πειραματικά δεδομένα, με σειρά προτεραιότητας:

- 1) Να μην είναι πολύ μεγάλος (όχι μεγαλύτερος των 500 δεδομένων), διότι τότε παραβιάζεται ο βασικός στόχος της ταχείας εκπαίδευσης, αλλοιώνοντας τα επιθυμητά χαρακτηριστικά του δικτύου μας και,
- 2) δεδομένου ότι τηρείται ο πρώτος περιορισμός, ο υποχώρος εκπαίδευσης, δεν θα πρέπει επίσης να είναι πολύ μικρός (όχι κάτω από 50 δείγματα), ούτως ώστε το μέτρο της απόδοσης να αξιολογείται σε έναν αριθμό δεδομένων που θα είναι κατάλληλα για μια στοιχειώδη έστω επεξεργασία.

Οι παραπάνω περιορισμοί καταδεικνύουν ως κατάλληλα, μεγάλα σύνολα δεδομένων, ώστε να είναι εμφανής και η ιδιαίτερη συνεισφορά του συστήματός μας.

B)

Ο αλγόριθμος ομαδοποίησης που χρησιμοποιήθηκε έχει παρουσιασθεί ήδη σε προηγούμενο κεφάλαιο. Καθορίζει με ταχύτητα και αποτελεσματικότητα τα επιθυμητά κέντρα των ασύμμετρων ασαφών συνόλων, ενώ για τον αντίστοιχο καθορισμό των διασπορών, έγινε τυχαία κανονικοποίηση μιας και δεν θεωρήθηκε απαραίτητη κάποια διαδικασία βελτιστοποίησης, αφού κρίνεται ικανοποιητική η ανανέωση των παραμέτρων αυτών από την ίδια τη διαδικασία εκπαίδευσης.

Γ)

Το βάρος των μεταβλητών  $w_j$  παραμένει μοναδιαίο. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ο εξής: η ίδια η μηχανή ασαφούς συλλογισμού, λαμβάνει υπόψη της τη βαρύτητα που έχει κάθε μεταβλητή του εκάστοτε διανύσματος εισόδου στην πυροδότηση ενός κανόνα, μέσω της εφαρμοζόμενης σχέσης αμοιβαίου εγκλεισμού μεταξύ του προσυναπτικού βάρους και του σήματος εισόδου. Με άλλα λόγια, η βαρύτητα κάθε μεταβλητής αντικατοπτρίζεται ήδη αποτελεσματικά από τη διαδικασία συμπερασμού, αναιρώντας την ανάγκη να ληφθεί υπόψη εξ αρχής, μέσω του  $w_j$ . Μάλιστα, θα μπορούσαμε να πούμε ότι μία διαδικασία βελτιστοποίησης της εν λόγω παραμέτρου θα προσέφερε (αρνητικά) μόνο στην πολυπλοκότητα του συστήματος και την -ανάλογη με τη διάσταση του χώρου εισόδου- ελάττωση της ταχύτητας εκπαίδευσης. Παρ'όλα αυτά, παραμένει ως μεταβλητή (για μελλοντική μελέτη), στην οποία όμως αποδίδουμε σταθερά την τιμή 1.

### 5.3 Πειραματικά αποτελέσματα

#### 5.3.1 Γενική επισκόπηση

Όπως έχει αναφερθεί ήδη σε προηγούμενα κεφάλαια, το κύριο αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία ενός συστήματος, το οποίο να μπορεί να λειτουργεί και να παράγει αποτελέσματα, στα οποία μπορούν να βασιστούν αποφάσεις σε συνθήκες πραγματικού χρόνου, ενώ παράλληλα να αξιοποιεί κάθε νέα πληροφορία που παράγεται από το περιβάλλον, ενσωματώνοντάς τη στο χώρο δεδομένων εκπαίδευσής του. Η αποτελεσματικότητά του κρίνεται από την ικανότητα του να ταξινομεί άγνωστα πρότυπα σε προκαθορισμένες κατηγορίες.

Θεωρητικά, η εξακρίβωση ή όχι των παραπάνω επιθυμητών χαρακτηριστικών θα έπρεπε να δοκιμασθεί σε συνθήκες πραγματικής λειτουργίας, όπως για παράδειγμα σε μία real-time δοκιμή σε ασθενείς. Λαμβάνοντας τα βιοσήματά τους σε πραγματικό χρόνο και εκπαιδεύοντας το δίκτυό μας ομοίως, θα μπορούσαμε να προχωρήσουμε σε μία απόφαση (διάγνωση στο προκειμένο παράδειγμα), η οποία θα έχει πραγματικό αντίκτυπο στο περιβάλλον λειτουργίας του δικτύου αλλά και θα δοκίμαζε πλέον με έναν de facto τρόπο, την καταλληλότητα λειτουργίας του νευροασαφούς συστήματος αναλογικού συμπερασμού σε πραγματικά δεδομένα

και συνθήκες συνηγορώντας ή μη στην περαιτέρω δοκιμή του σε άλλες, real-time εφαρμογές. Κάτι τέτοιο, όμως δεν ήταν δυνατό στα πλαίσια της διπλωματικής, οδηγώντας μας στην επιλογή της δοκιμής του δικτύου μας σε γνωστά(και μη) προβλήματα ταξινόμησης.

Η ικανότητα μάθησης του δικτύου λοιπόν, εξετάζεται μέσω προσομοίωσης, με τη χρήση των εξής συνόλων δεδομένων:

- Ionosphere Dataset
- Wisconsin Breast Cancer Dataset
- Pima Indians Dataset
- Clouds Dataset
- Statlog(shuttle) Dataset

τα οποία περιγράφονται παρακάτω.

### 5.3.2 Σύνολα δεδομένων

#### **i. . Ionosphere Dataset**

Το σύνολο δεδομένων αποτελείται από 351 δείγματα τα οποία ανήκουν σε 2 κατηγορίες. Στην πρώτη ανήκουν 225 δείγματα ενώ στη δεύτερη 126 δείγματα. Το κάθε δείγμα αποτελείται από 34 χαρακτηριστικά. Τα δεδομένα προκύπτουν από εκπομπή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και η κατηγοριοποίησή τους περιγράφει το αν διαπερνούν την ιονόσφαιρα ή όχι.

#### **ii. Wisconsin Breast Cancer Dataset**

Το σύνολο δεδομένων αποτελείται από 699 δείγματα με 9 χαρακτηριστικά εισόδου το καθένα, βάσει των οποίων τα δείγματα κατατάσσονται σε 2 κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία αντιστοιχούν 458 δείγματα ενώ στη δεύτερη 241 δείγματα. Το κάθε δείγμα αφορά τα χαρακτηριστικά του όγκου που παρουσιάζει ένας ασθενής και η κατηγοριοποίηση κατατάσσει αυτό τον όγκο σε καλοήγη ή κακοήγη αντίστοιχα.

#### **iii. Pima Indians Dataset**

Το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων αποτελείται από 768 πρότυπα, με 8 χαρακτηριστικά εισόδου το καθένα, τα οποία κατατάσσονται σε 2 κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία περιέχονται 500 πρότυπα, ενώ η δεύτερη αποτελείται από 268 πρότυπα. Το κάθε δείγμα αφορά διάφορα χαρακτηριστικά ιατρικού ενδιαφέροντος που παρουσιάζουν γυναίκες έως 21 ετών κοινής καταγωγής και η κατηγοριοποίηση κατατάσσει κάθε υποκείμενο ανάλογα με το αν έχει διαβήτη ή όχι.

#### iv. Clouds Dataset

Το σύνολο δεδομένων Clouds αποτελείται από 5000 πρότυπα, που βάσει δύο χαρακτηριστικών εισόδου κατατάσσονται σε 2 κατηγορίες, με 2500 δείγματα να αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία. Τα δεδομένα που το αποτελούν είναι δημιουργημένα με τεχνητό τρόπο και δεν έχουν καμία φυσική σημασία.

#### v. Statlog (shuttle) Dataset

Θα κάνουμε ιδιαίτερη αναφορά σ' αυτό εδώ το σύνολο δεδομένων, μιας και παρουσιάζει κάποιες ιδιομορφίες, οι οποίες σχετίζονται με την οργάνωση του συστήματός μας. Κατ' αρχάς, από τον τρόπο που έχει ήδη παρουσιασθεί το δίκτυό μας, δημιουργείται η εξής θεωρητική απορία. Ενώ αναμένεται να παρουσιάσει υψηλές αποδόσεις στα περισσότερα σύνολα δεδομένων, υπάρχει μία (λιγότερο συχνή έστω) περίπτωση στην οποία δημιουργούνται κάποια ζητήματα σχετικά με την ικανότητα τοπικής γενίκευσης. Πιο συγκεκριμένα, αν ένα σύνολο δεδομένων, με μεγάλο αριθμό δεδομένων εισόδου, αποτελείται στη συντριπτική του πλειοψηφία από δεδομένα που ανήκουν στην ίδια κατηγορία και από άλλα, εξαιρετικά μικρότερα σε αριθμό, που ανήκουν σε διαφορετικές κατηγορίες, πώς αναμένεται να αποδώσει; Ακόμα πιο συγκεκριμένα, πώς θα συμπεριφερόταν στην περίπτωση που το νέο διάνυσμα εισόδου, γύρω από το οποίο θα οργανωνόταν το δίκτυο, αποτελούσε μέρος ενός εκ των συνόλων-κατηγοριών με ελάχιστη πληθικότητα;

Τα παραπάνω ερωτήματα έρχεται να δοκιμάσει η προσομοίωση με το shuttle σύνολο δεδομένων, το οποίο συγκεντρώνει τα 'επικίνδυνα' χαρακτηριστικά που μόλις αναφέρθηκαν. Συγκεκριμένα, αποτελείται από 58000 δεδομένα, τα οποία, βάσει 9 μεταβλητών εισόδου, κατατάσσονται σε 7 κατηγορίες, ανάλογα με διάφορα χαρακτηριστικά πτήσης του διαστημοπλοίου. Η αντιστοίχιση αριθμού δεδομένων εισόδου ανά κατηγορία είναι:

Κατηγορία 1 : 45586 δείγματα ( περίπου 80% του συνολικού χώρου δεδομένων)

Κατηγορία 2 : 50 δείγματα

Κατηγορία 3 : 171 δείγματα

Κατηγορία 4 : 8903 δείγματα

Κατηγορία 5 : 3267 δείγματα

Κατηγορία 6 : 10 δείγματα

Κατηγορία 7 : 13 δείγματα

Όπως φαίνεται από την παραπάνω κατανομή των δεδομένων εισόδου, το shuttle αποτελεί την ιδανική περίπτωση για να αποφανθούμε για τα ερωτήματα που θέσαμε παραπάνω.

## 5.4 Παρουσίαση πειραματικών αποτελεσμάτων

Στην παρούσα παράγραφο, καταγράφονται κάποια αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις πολυάριθμες δοκιμές μας, πρώτα σε μορφή πινάκων και μετά σε μορφή γραφικών παραστάσεων.

Σε κάθε πείραμα διατηρούνται σταθερές οι εξής παράμετροι : αριθμός εποχών(20), ρυθμός μάθησης  $\eta$  (0,05), παράμετρος ορμής  $\alpha$  (0,0001). Ο αριθμός των κανόνων προκύπτει εμπειρικά (δεδομένου ότι δεν μας απασχολεί ιδιαίτερα η καθυστέρηση που εισάγει ένας μεγάλος αριθμός κανόνων, εφόσον ο χώρος εισόδου ελλατώνεται σημαντικά, μπορούμε να είμαστε σχετικά 'γενναιόδωροι' με την παράμετρο αυτή). Παράλληλα μελετάται η επίδραση του  $N_q$  στην απόδοση(τόσο από άποψη αποτελεσμάτων, όσο και από άποψη χρόνου).

Η πειραματική μέθοδος είχε ως εξής : από κάθε σύνολο δεδομένων επιλέχθηκαν με τυχαίο τρόπο 100 δείγματα, τα οποία ,ένα προς ένα, εισήχθησαν στο δίκτυο ως τα νέα διανύσματα, γύρω από τα οποία θα οργανωθεί το δίκτυό μας, και στη συνέχεια, μετά τον καθορισμό του νέου υποχώρου εισόδου, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος του ten-fold cross validation. Κατά τον αλγόριθμο αυτό, πραγματοποιούνται 10 επαναλήψεις, σε κάθε μία από τις οποίες, το 90% των δεδομένων χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εκπαίδευσης και το υπόλοιπο 10%, ως δεδομένα επαλήθευσης(δεδομένου ότι δεν έχουν χρησιμοποιηθεί τα ίδια σε κάποια προηγούμενη επανάληψη).

Έχοντας καθορίσει και τις παραμέτρους της εκπαίδευσης, μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

### 5.4.1 Πίνακες αποτελεσμάτων

#### Ionosphere Dataset (αριθμός κανόνων = 10)

Αριθμός δειγμάτων υποχώρου ( $N_q$ )	Ακρίβεια ταξινόμησης
50	92,14%
75	92,98%
100	91,03%
125	93,61%

*Πίνακας 5.1 : Ακρίβεια ταξινόμησης συναρτήσεως του  $N_q$  για το Ionosphere Dataset*



### Wisconsin Breast Cancer Dataset (αριθμός κανόνων = 8)

Αριθμός δειγμάτων υποχώρου (Nq)	Ακρίβεια ταξινόμησης
50	95,90%
75	94,98%
100	97,69%
125	95,69%
150	96,02%
175	96,14%
200	95,77%

*Πίνακας 5.2 : Ακρίβεια ταξινόμησης συναρτήσεως του Nq για το Wisconsin Breast Cancer Dataset*

### Pima Indians Dataset (αριθμός κανόνων = 10)

Αριθμός δειγμάτων υποχώρου (Nq)	Ακρίβεια ταξινόμησης
50	74,39%
75	75,62%
100	78,89%
125	77,53%
150	76,53%
175	74,97%
200	78,41%

*Πίνακας 5.3 : Ακρίβεια ταξινόμησης συναρτήσεως του Nq για το Pima Indians Dataset*

### Clouds Dataset (αριθμός κανόνων = 10)

Αριθμός δειγμάτων υποχώρου (Nq)	Ακρίβεια ταξινόμησης
100	82,43%
150	84,68%
200	83,53%
250	83,99%
300	84,76%

350	85,09%
400	83,18%
450	84,45%
500	84,12%

*Πίνακας 5.4 : Ακρίβεια ταξινόμησης συναρτήσεως του  $N_q$  για το Clouds Dataset*

### **Shuttle Dataset (αριθμός κανόνων = 15)**

Εδώ, λόγω της φύσης του συνόλου δεδομένων, ακολουθείται μία κάπως διαφορετική πορεία εκπαίδευσης. Επειδή μία τυχαία επιλογή, θα είχε ως αποτέλεσμα τον ουσιαστικό αποκλεισμό δειγμάτων που ανήκουν σε κατηγορία με μικρό πληθυσμό (το 80% των δεδομένων ανήκει σε μία κατηγορία και το 99,6% ανήκει σε 3 από τις 7 συνολικά κατηγορίες), επιλέγουμε χειροκίνητα την εκπαίδευση του δικτύου με κέντρο δημιουργίας του υποχώρου ένα διάνυσμα εισόδου που ανήκει στις 'μη προνομιούχες' κατηγορίες και προβαίνουμε στην αξιολόγηση της ακρίβειας ταξινόμησης, τόσο για τον δημιουργηθέντα υποχώρο, όσο και για τα μεμονομένα διανύσματα εισόδου  $x_q$  (με τη μέθοδο leave-one-out cross-validation). Παράλληλα γίνεται και μία τυχαία εκπαίδευση για λόγους ομοιομορφίας αλλά και αξιολόγησης των πολυπληθέστερων κατηγοριών.

<b>Αριθμός δειγμάτων υποχώρου (<math>N_q</math>)</b>	<b>Ακρίβεια ταξινόμησης</b>
100	96,29%
200	94,31%
300	90,82%
400	96,44%
500	98,15%
600	95,38%
700	90,22%
800	97,55%
900	94,46%
1000	94,37%

*Πίνακας 5.5 : Ακρίβεια ταξινόμησης συναρτήσεως του  $N_q$  για το Shuttle Dataset*

- **$N_q = 100$**

Αριθμός κατηγορίας δείγματος / Πλήθος προτύπων στην κατηγορία	Ακρίβεια ταξινόμησης
2 / 50	92%
3 / 171	89,47%
6 / 10	100%
7 / 13	100%

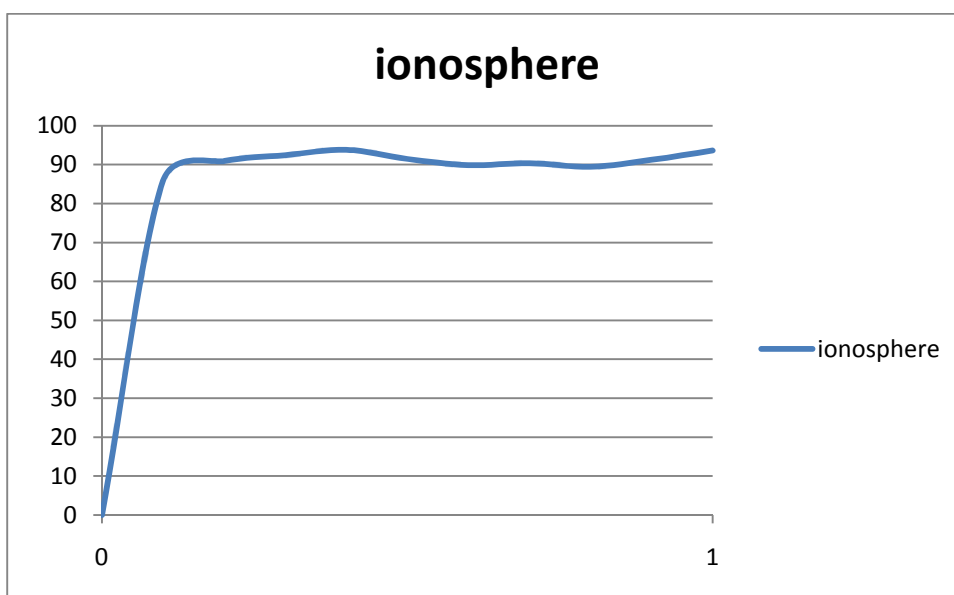
Πίνακας 5.1 : Ακρίβεια ταξινόμησης ανά κατηγορία για σταθερό  $N_q$  για το Shuttle Dataset

### 5.4.2 Γραφικές παραστάσεις αποτελεσμάτων

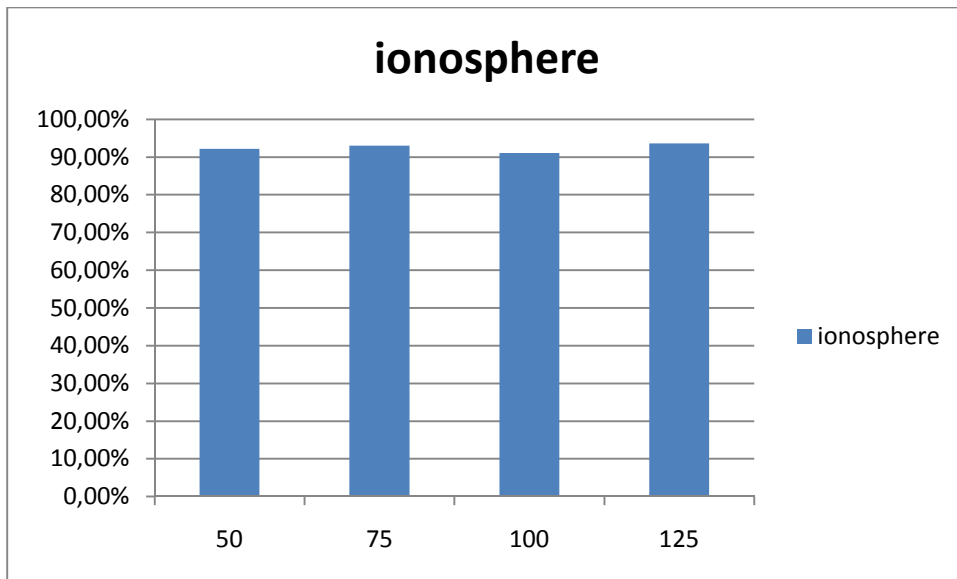
Για χάρη μιας συνοπτικής παρουσίασης των διαφόρων αποτελεσμάτων, θα θεωρήσουμε ένα υποθετικό πρότυπο με το οποίο εκπαιδεύεται κάθε φορά το σύστημά μας, και αποτελεί ουσιαστικά τον μαθηματικό μέσο όρο της ακρίβειας ταξινόμησης όλων των προτύπων που παρουσιάστηκαν ως συνάρτηση του χρόνου (όπου 0 η αρχή της εκπαίδευσης και 1 το τέλος της).

Για κάθε σύνολο δεδομένων παρουσιάζονται δύο γραφικές παραστάσεις.

- Η πρώτη δείχνει την ακρίβεια ταξινόμησης για μία υποθετική εκπαίδευση (που όπως προαναφέρθηκε είναι ο μέσος όρος των εκπαιδεύσεων που πραγματοποιήθηκαν), συναρτήσει του χρόνου.
- Η δεύτερη δείχνει την ακρίβεια ταξινόμησης για διάφορες τιμές του μεγέθους του υποχώρου των προτύπων εισόδου ( $N_q$ ).
  - **Ionosphere dataset**

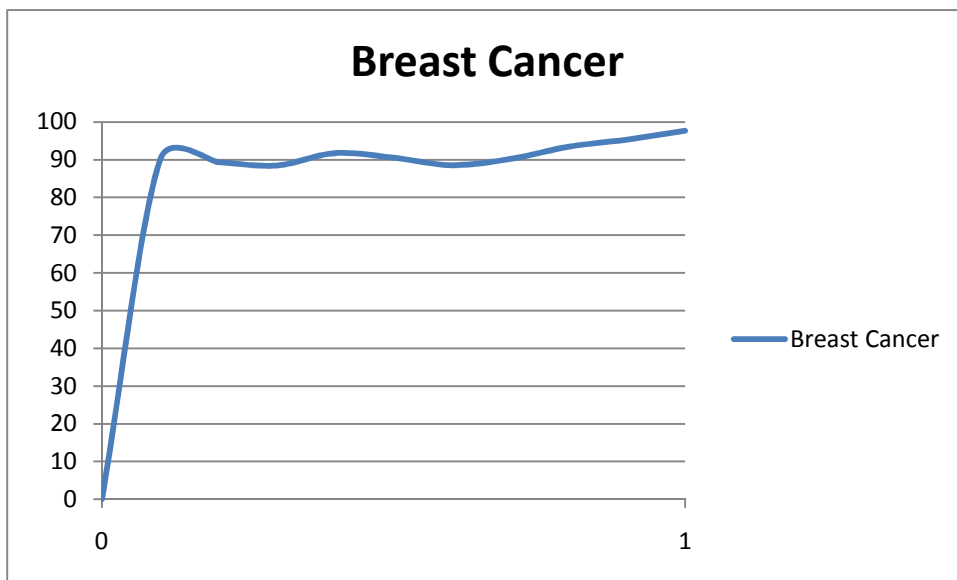


Σχήμα 5.1 : Γραφική παράσταση της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του χρόνου για το Ionosphere Dataset

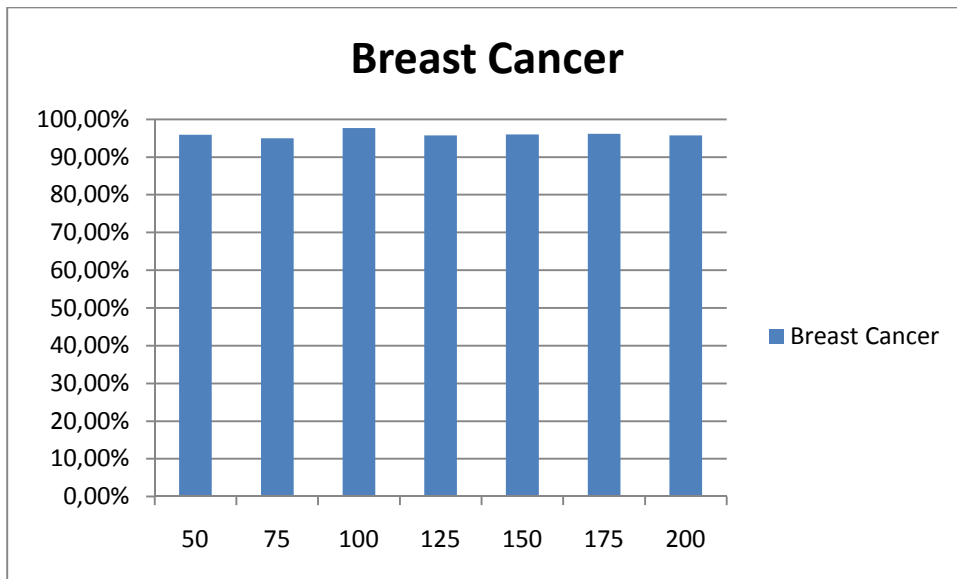


Σχήμα 5.2 : Ραβδόγραμμα της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του Nq για το Ionosphere Dataset

- **Wisconsin Breast Cancer Dataset**

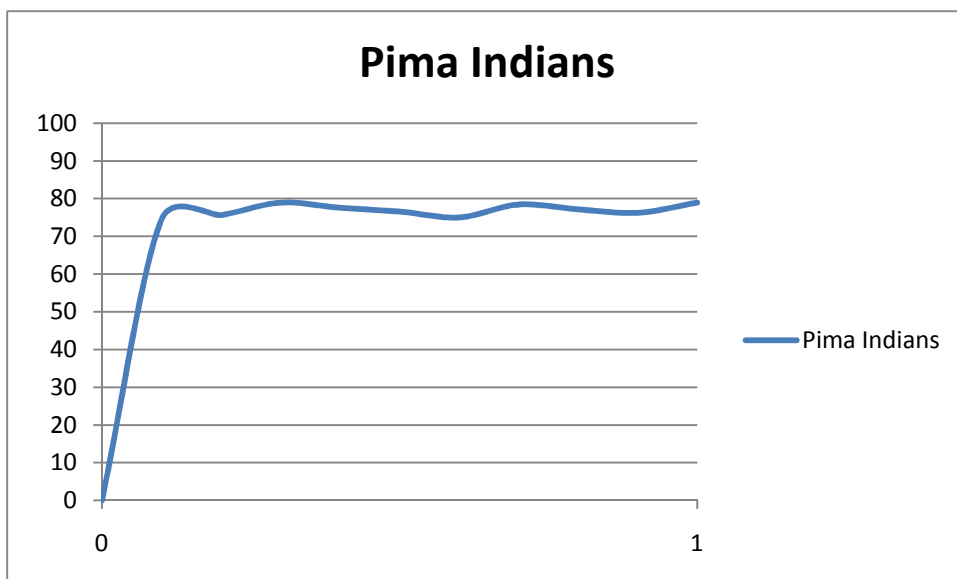


Σχήμα 5.3 : Γραφική παράσταση της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του χρόνου για το Wisconsin Breast Cancer Dataset

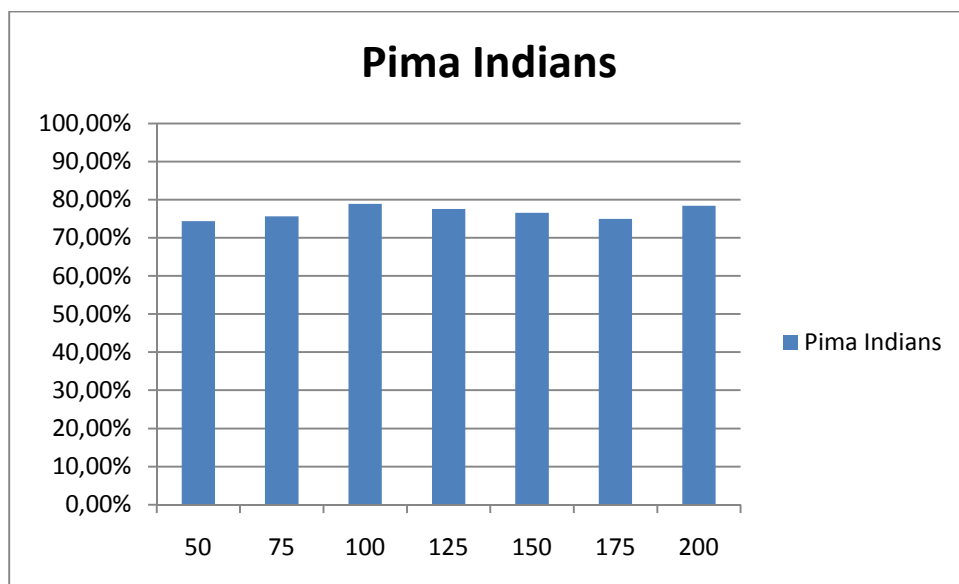


Σχήμα 5.4 : Ραβδόγραμμα της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσεως του  $N_q$  για το *Ionosphere Dataset*

- **Pima Indians Dataset**

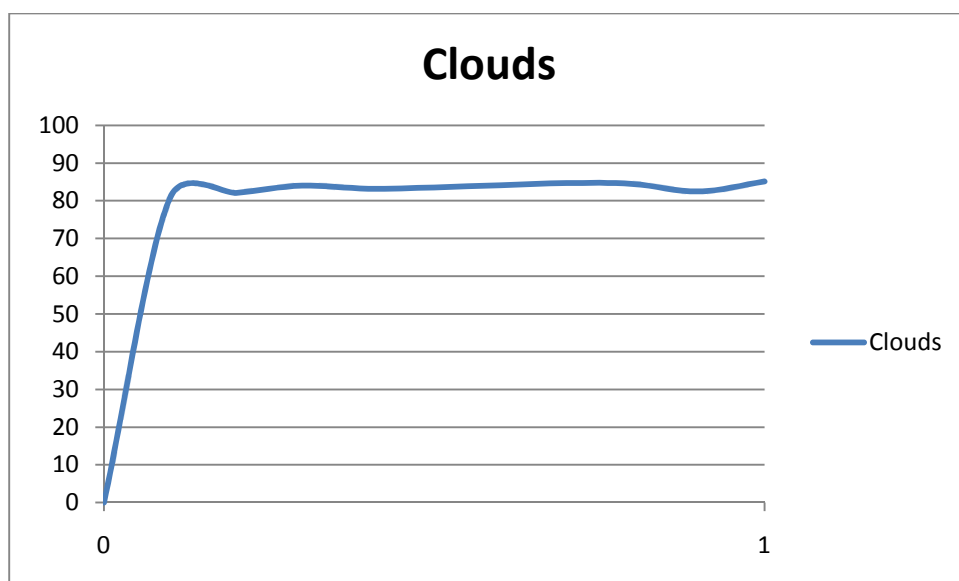


Σχήμα 5.5 : Γραφική παράσταση της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσεως του χρόνου για το *Pima Indians Dataset*

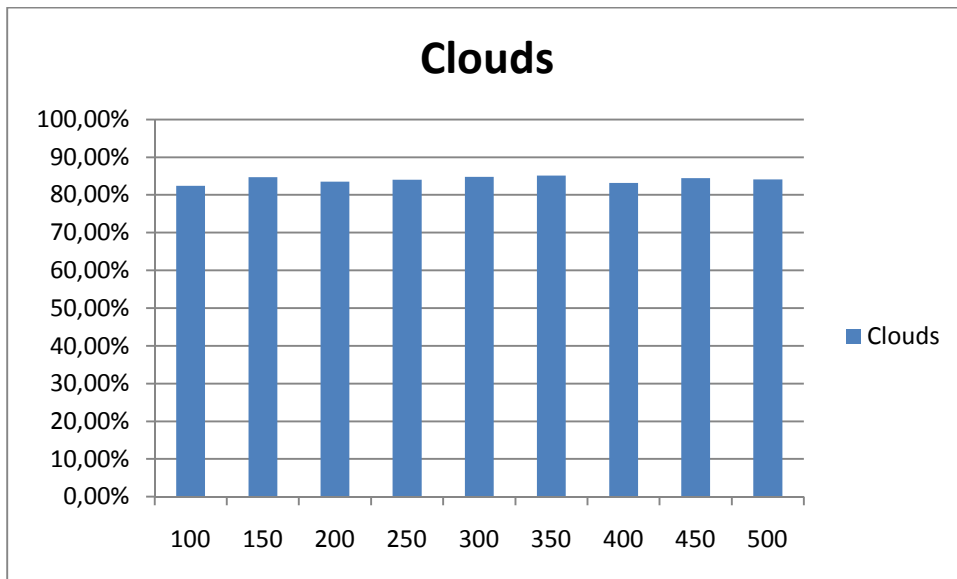


Σχήμα 5.6 : Ραβδόγραμμα της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του  $N_q$  για το Pima Indians Dataset

- **Clouds Dataset**

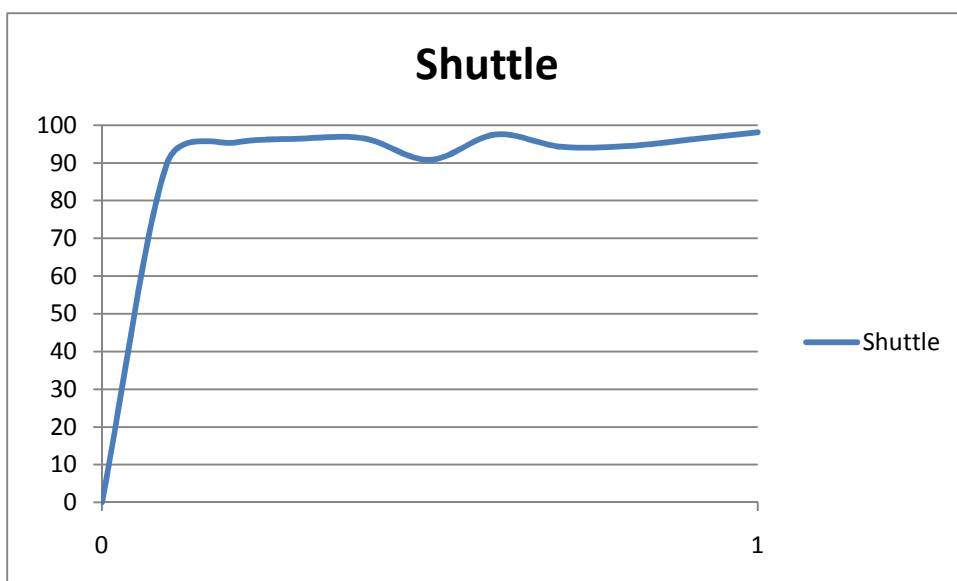


Σχήμα 5.7 : Γραφική παράσταση της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του χρόνου για το Clouds Dataset

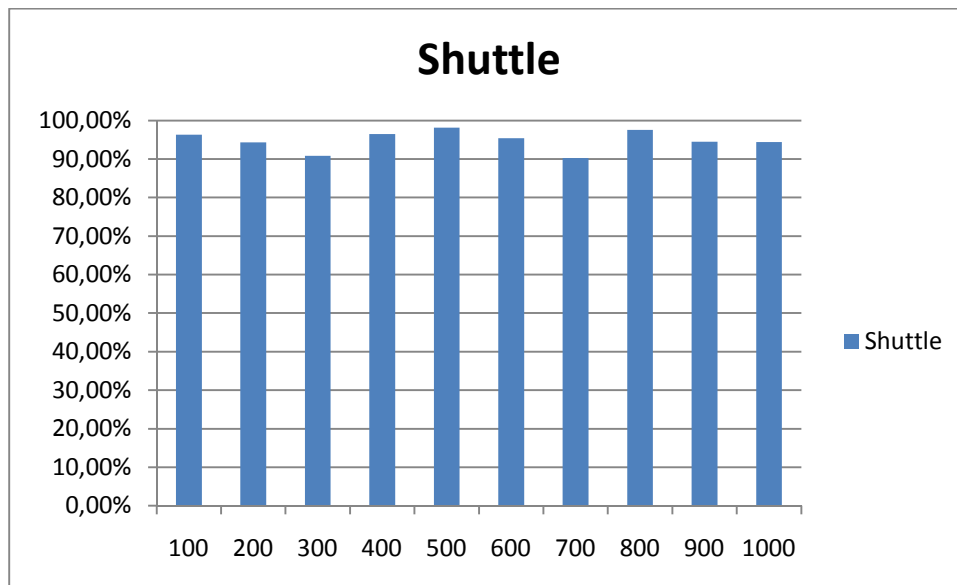


Σχήμα 5.8 : Ραβδόγραμμα της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του χρόνου για το Clouds Dataset

- Shuttle Dataset



Σχήμα 5.9 : Γραφική παράσταση της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του χρόνου για το Shuttle Dataset

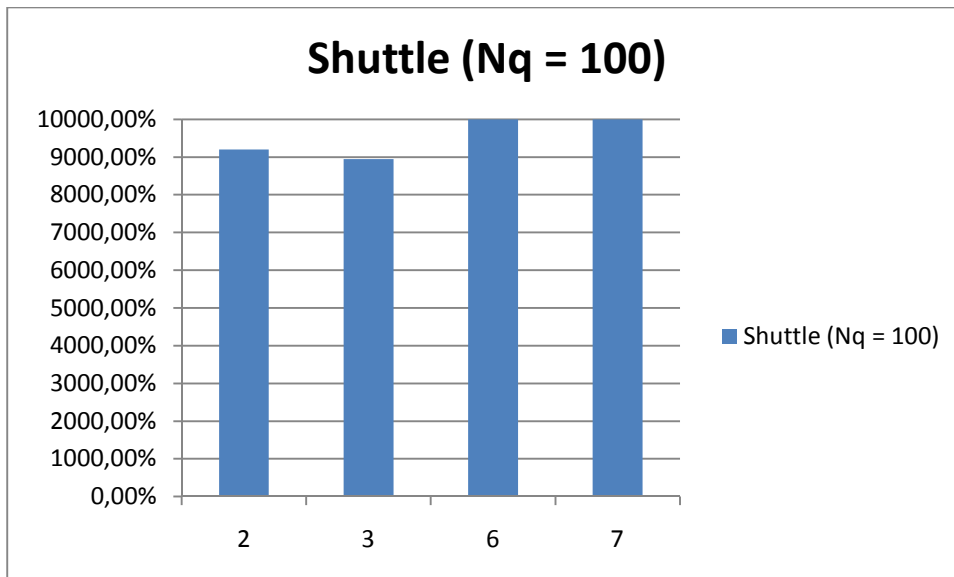


Σχήμα 5.10 : Ραβδόγραμμα της ακρίβειας ταξινόμησης συναρτήσει του  $N_q$  για το Ionosphere Dataset

Στο σύνολο δεδομένων shuttle, εξετάζουμε και τη συμπεριφορά του συστήματός μας, όσον αφορά το αν κατατάσσει σωστά τα δεδομένα εισόδου βάσει των οποίων δημιουργήθηκε ο υποχώρος εκπαίδευσης. Τα αποτελέσματα δεν περιλαμβάνουν τις πολυπληθείς κατηγορίες 1, 4, 5, δεδομένου ότι σε αυτές τις κατηγορίες σημειώθηκε επιτυχία της τάξης του 99%. (όπως αναμενόταν, μιας και το νευροασαφές σύστημα, ουσιαστικά επέλεγε δεδομένα προς εκπαίδευση που άνηκαν εξ ολοκλήρου στην ίδια κατηγορία με αυτή του νέου διανύσματος εισόδου  $x_q$ ).

Αντ'αυτού, μας απασχολούν οι κατηγορίες 2,3,6,7. Τα αποτελέσματα παρτίθενται παρακάτω.





*Σχήμα 5.11 : Ακρίβεια ταξινόμησης ανά κατηγορία (για τις κατηγορίες 2,3,6,7),για το Shuttle Dataset*

Γενικά, παρατηρούμε ότι το νευροασαφές σύστημα αναλογικού συμπερασμού έχει υψηλή απόδοση που κυμαίνεται στα επίπεδα ενός αποδοτικού νευροασαφούς που χρησιμοποιεί τον μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων που αναλύσαμε.

Τη διαφορά κάνει το γεγονός ότι η εκπαίδευση γίνεται με τρόπο ταχύτατο (δεδομένου ότι το  $N_q$  είναι της τάξης των 100 δειγμάτων απαιτούνται λιγότερα από 10 δευτερόλεπτα ανά εποχή, ενώ και ο μέγιστος αριθμός εποχών που απαιτείται για τη λήψη αξιόπιστων αποτελεσμάτων είναι εξίσου μικρός-20 εποχές είναι αρκετές) και κυρίως ότι, όσον αφορά στην ακρίβεια κατάταξης για ένα μεμονωμένο πρότυπο εισόδου, το σύστημά μας παρουσιάζει υψηλότερη απόδοση, απ'ό,τι θα παρουσίαζε ένα νευρωνικό δίκτυο που θα προσπαθούσε να γενικεύσει σε ολόκληρο τον χώρο εισόδου.

## Κεφάλαιο 6 : Επίλογος

### 6.1 Συμπεράσματα

Συνολικά, το νευροασαφές σύστημα αναλογικού συμπερασμού αποδίδει καλά και επιτυγχάνει ικανοποιητικά τους στόχους της παρούσας εργασίας. Πιο συγκεκριμένα :

- Επιτυγχάνει υψηλή απόδοση, εφάμιλλη των πιο αποτελεσματικών νευροασαφών δικτύων που έχουν υλοποιηθεί. Στα χαρακτηριστικά παραδείγματα που αναλύθηκαν, η απόδοσή του χαρακτηρίζεται ικανοποιητικά υψηλή και σίγουρα άνω του μέσου όρου των περισσότερων νευροασαφών συστημάτων και το οφείλει τόσο στην ευρωστία του μέτρου ομοιότητας (και του ασαφούς εσωτερικού γινομένου) που χρησιμοποιείται στο μηχανισμό ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων, όσο και στη δημιουργία κατάλληλου υποχώρου και την εκπαίδευση του δικτύου σε αυτόν.
- Παρουσιάζει υψηλότερη ταχύτητα. Βασικό πλεονέκτημα του συστήματός μας είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για την εξαγωγή αποδοτικού συμπεράσματος. Αυτό επιτυγχάνεται από το γεγονός ότι ο υποχώρος εκπαίδευσης ελλατώνεται σημαντικά σε σχέση με τον αρχικό χώρο εισόδου, ενώ παράλληλα παραμένει αντιπροσωπευτικός για το εκάστοτε νέο διάνυσμα εισόδου, για το οποίο πρέπει να αποφανθούμε.
- Με όσα έχουν ήδη αναφερθεί παραπάνω είναι σαφές ότι το σύστημα που υλοποιήσαμε είναι το πλέον ενδεδειγμένο για εξατομικευμένη μοντελοποίηση, αφού εμφανίζει πολύ υψηλή απόδοση όταν καλείται να δώσει απάντηση για ένα συγκεκριμένο διάνυσμα εισόδου (ή για έναν περιορισμένο, μικρό χώρο εισόδου).

Θα μπορούσαμε να προσθέσουμε, ότι η υλοποίησή μας ενδύκνεται για μια πλειάδα εφαρμογών, οι οποίες απαιτούν την εκπλήρωση των παραπάνω χαρακτηριστικών.

Ενδεικτικά, αναφέρεται η συμμετοχή στη λήψη αποφάσεων σχετικά με τη διάγνωση σε έναν ασθενή, βασιζόμενοι στα πιο πρόσφατα χαρακτηριστικά του. Θα ήταν δυνατό, με βάση βιοσήματα, λαμβανόμενα από τον ασθενή, να παρέχεται κατάλληλη συμβουλή σε έναν γιατρό με τρόπο αυτοματοποιημένο, ταχύ και μη επεμβατικό. Στη συνέχεια ο γιατρός, αξιολογώντας την παρεχόμενη συμβουλή

μπορεί να προβεί στη χορήγηση μιας πιο κατάλληλης, για τον συγκεκριμένο ασθενή, θεραπείας.

Ακόμα, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην εκτίμηση κάπου επικείμενου καταστροφικού γεγονότος(ας θεωρήσουμε έναν σεισμό), βασισμένο στην καταγραφή της πρόσφατης σεισμικής δραστηριότητας( και άλλων κατάλληλων παραμέτρων) σε κάποια περιοχή του πλανήτη. Ή ακόμα, θα ήταν δυνατή η παροχή μιας εκτίμησης σχετικά με τις πιθανότητες εκδήλωσης κάποιας επιδημίας με βάση στοιχεία από κάποια περιορισμένη ομάδα του πληθυσμού.

Τονίζεται βέβαια πως τα νευροασαφή συστήματα γενικά απέχουν ακόμα από την παραγωγή πλήρως αξιόπιστων αποτελεσμάτων. Γι'αυτό το λόγο, θα πρέπει να ερμηνεύονται (κυρίως στην περίπτωση που εμπλέκονται σε αξιολόγηση ιατρικών ζητημάτων) πάντα με την κατάλληλη καθοδήγηση από κάποιον ειδικό, ο οποίος θα μπορεί να αποφαινεται αν τα αποτελέσματα μπορούν να αποτελέσουν βάση για επίλυση του εκάστοτε προβλήματος.

## 6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις

Στις μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσας υλοποίησης θα μπορούσαν να περικλείονται βελτιστοποιήσεις στον τομέα των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων ομαδοποίησης( π.χ. γενετικοί αλγόριθμοι), αποδοτικότεροι αλγόριθμοι εκπαίδευσης (π.χ. Levenberg-Marquardt) ,καθώς και κάποιος αλγόριθμος εύρεσης του βέλτιστου  $N_q$  ανά σύνολο δεδομένων. Σε κάθε περίπτωση όμως, οι επεκτάσεις που μπορούν να επιχειρηθούν θα πρέπει να λαμβάνουν πάντα υπ'οψιν τη διατήρηση του βασικού πλεονεκτήματος της ταχείας εκπαίδευσης(η υψηλή απόδοση και η εξειδίκευση της μοντελοποίησης εξακολουθούν να αποτελούν προφανείς στόχους για όσους επιθυμούν την περαιτέρω επέκταση της παρούσας εργασίας).

## Παράρτημα Ι

Στο παρόν παράρτημα παρατίθενται οι απαραίτητοι μαθηματικοί τύποι για τον υπολογισμό των μερικών παραγώγων που πρέπει να υπολογισθούν κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης του δικτύου μας.

Παράγωγος σφάλματος ως προς τα μετασυναπτικά κέντρα :

$$\frac{\partial e}{\partial v_{jk}^c} = \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial v_{jk}^c} = -(d_k - y_k) \frac{z_j (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r})}{\sum_{j=1}^q z_j (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r})}.$$

Παράγωγοι σφάλματος ως προς τη δεξιά και αριστερή διασπορά αντίστοιχα :

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial v_{jk}^{\sigma^r}} &= \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial v_{jk}^{\sigma^r}} \\ &= -(d_k - y_k) \frac{\left[ z_j \left( v_{jk}^c + \frac{2v_{jk}^{\sigma^r}}{\sqrt{\pi}} \right) \sum_{j=1}^q z_j (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r}) - z_j \sum_{j=1}^q z_j \left( v_{jk}^c + \frac{v_{jk}^{\sigma^r} - v_{jk}^{\sigma^l}}{\sqrt{\pi}} \right) (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r}) \right]}{\left( \sum_{j=1}^q z_j (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r}) \right)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial v_{jk}^{\sigma^l}} &= \frac{\partial e}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial v_{jk}^{\sigma^l}} \\ &= -(d_k - y_k) \frac{\left[ z_j \left( v_{jk}^c - \frac{2v_{jk}^{\sigma^l}}{\sqrt{\pi}} \right) \sum_{j=1}^q z_j (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r}) - z_j \sum_{j=1}^q z_j \left( v_{jk}^c + \frac{v_{jk}^{\sigma^r} - v_{jk}^{\sigma^l}}{\sqrt{\pi}} \right) (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r}) \right]}{\left( \sum_{j=1}^q z_j (v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r}) \right)^2} \end{aligned}$$

Ο υπολογισμός των παραγώγων ως προς τα προσυναπτικά κέντρα, τις δεξιές και αριστερές διασπορές είναι αντίστοιχα :

$$\frac{\partial e}{\partial w_{ij}^c} = \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial \mathcal{E}_{ij}} \frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial w_{ij}^c}$$

$$\frac{\partial e}{\partial w_{ij}^{\sigma^r}} = \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial \mathcal{E}_{ij}} \frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial w_{ij}^{\sigma^r}}$$

$$\frac{\partial e}{\partial w_{ij}^{\sigma^l}} = \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial \mathcal{E}_{ij}} \frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial w_{ij}^{\sigma^l}}$$

Ενώ οι παράγωγοι ως προς τις διασπορές των χαρακτηριστικών εισόδου είναι :

$$\frac{\partial e}{\partial x_i^{\sigma^r}} = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial \mathcal{E}_{ij}} \frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial x_i^{\sigma^r}}$$

και

$$\frac{\partial e}{\partial x_i^{\sigma^l}} = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^p -(d_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial \mathcal{E}_{ij}} \frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial x_i^{\sigma^l}}$$

όπου :

$$\frac{\partial y_k}{\partial z_j} = \frac{\left( v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r} \right) \left[ \left( v_{jk}^c + \frac{v_{jk}^{\sigma^r} - v_{jk}^{\sigma^l}}{\sqrt{\pi}} \right) - y_k \right]}{\sum_{i=1}^q z_j \left( v_{jk}^{\sigma^l} + v_{jk}^{\sigma^r} \right)}$$

και

$$\frac{\partial z_j}{\partial \mathcal{E}_{ij}} = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \mathcal{E}_{ij}.$$

Τέλος παρατίθενται οι μερικές παράγωγοι των προσυναπτικών σχέσεων αμοιβαίου εγκλεισμού :

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial w_{ij}^{\epsilon}} = \frac{\left( \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^{\epsilon}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right) \right) \right) - \left( \frac{-\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^{\epsilon}} \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right)}{\left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial w_{ij}^{\sigma^l}} = \frac{\left( \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^{\sigma^l}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right) \right) \right) - \left( \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^{\sigma^l}} \right) \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right)}{\left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial w_{ij}^{\sigma^r}} = \frac{\left( \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^{\sigma^r}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right) \right) \right) - \left( \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial w_{ij}^{\sigma^r}} \right) \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right)}{\left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial x_i^{\sigma^l}} = \frac{\left( \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^{\sigma^l}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} (x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})) \right) \right) - \left( \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^{\sigma^l}} \right) \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right)}{\left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} (x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{ij}}{\partial x_i^{\sigma^r}} = \frac{\left( \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^{\sigma^r}} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} (x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})) \right) \right) - \left( \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\partial \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})}{\partial x_i^{\sigma^r}} \right) \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij}) \right)}{\left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} (x_i^{\sigma^l} + x_i^{\sigma^r} + w_{ij}^{\sigma^l} + w_{ij}^{\sigma^r} - \mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})) \right)^2}$$

## Παράρτημα II

Στο παρόν παράρτημα κρίθηκε σκόπιμο να παρουσιάσουμε τον αλγόριθμο ομαδοποίησης που χρησιμοποιήθηκε για τη διαμέριση του υποχώρου του νευροασαφούς συστήματος αναλογικού συμπερασμού.

### Ο αλγόριθμος Κ-ασαφών μέσων (Fuzzy C-Means/FCM)

Ο FCM, γνωστός και με το όνομα fuzzy ISODATA, είναι ένας αλγόριθμος ομαδοποίησης δεδομένων σύμφωνα με τον οποίο, κάθε σημείο του χώρου ανήκει σε μία ομάδα κατά έναν βαθμό, ο οποίος καθορίζεται από μία συνάρτηση συμμετοχής.

Ο FCM διαμερίζει ένα σύνολο από  $n$  διανύσματα  $\mathbf{x}_i, i=1, \dots, n$  σε  $c$  ασαφή σύνολα και καθορίζει ένα κέντρο σε κάθε ομάδα δεδομένων, τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιείται μία αντικειμενική συνάρτηση που εκφράζει ένα μέτρο ανομοιότητας. Ο FCM εφαρμόζει μια ασαφή διαμέριση κατά τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε σημείο του χώρου να μπορεί να ανήκει σε περισσότερες από μία ομάδες, με το βαθμό συμμετοχής του στην καθεμία να καθορίζεται από συναρτήσεις συμμετοχής, οι οποίες λαμβάνουν τιμές στο  $[0,1]$  (αυτή είναι και η κύρια διαφορά του FCM από τον 'απλό' αλγόριθμο Κ-ασαφών μέσων, ο οποίος κατατάσσει 'αυστηρά' κάθε σημείο με τέτοιο τρόπο, ώστε είτε να ανήκει σε μία ομάδα είτε όχι).

Οι προκύπτουσες ομάδες ορίζονται από έναν  $c \times n$  πίνακα συμμετοχής  $U$ , όπου το στοιχείο  $u_{ij}$  λαμβάνει τιμές στο  $[0,1]$  αναλόγως με τη συμμετοχή του σημείου  $\mathbf{x}_j$  στην ομάδα  $i$ . Επιπλέον, η κανονικοποίηση των δεδομένων επιβάλλει ότι το άθροισμα των βαθμών συμμετοχής για το σύνολο των δεδομένων πρέπει να ισούται πάντα με τη μονάδα :

$$\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1, \forall j = 1, \dots, n$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του FCM είναι η ακόλουθη :

$$J(U, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_c) = \sum_{i=1}^c J_i = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n u_{ij}^m d_{ij}^2, \quad d_{ij} = \|\mathbf{c}_i - \mathbf{x}_j\|$$

όπου  $\mathbf{c}_i$  είναι το κέντρο της ασαφούς ομάδας  $i$ ,  $d_{ij}$  είναι η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ του  $i$ -οστού κέντρου και του  $j$ -οστού σημείου του χώρου και  $m$  είναι ένας εκθέτης στάθμισης που λαμβάνει τιμές στο  $[1, \infty)$ .

Οι αναγκαίες συνθήκες για να ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση καθορίζονται από μία νέα αντικειμενική συνάρτηση

$$\bar{J}(U, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_c, \lambda_1, \dots, \lambda_n) = J(U, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_n) + \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \sum_{i=1}^c u_{ij} - 1 \right) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n u_{ij}^m d_{ij}^2 + \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \sum_{i=1}^c u_{ij} - 1 \right)$$

όπου  $\lambda_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  είναι οι πολλαπλασιαστές Lagrange για τις  $n$  συνθήκες στην παραπάνω εξίσωση. Παραγωγίζοντας την παραπάνω ως προς τα ορίσματα εισόδου, οι αναγκαίες συνθήκες για να ελαχιστοποιείται η  $J$  είναι :

$$\mathbf{c}_i = \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij}^m \mathbf{x}_j}{\sum_{j=1}^n u_{ij}^m}$$

και

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^c \left( \frac{d_{ij}}{d_{kj}} \right)^{2/(m-1)}}$$

Ο FCM είναι απλά ένας επαναληπτικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό των δύο παραπάνω συνθηκών και συνοψίζεται στα εξής απλά βήματα[10] :

1. Αρχικοποίηση του πίνακα συμμετοχής  $U$  με τυχαίες τιμές μεταξύ 0 και 1, τέτοιες ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση  $\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1, \forall j = 1, \dots, n$
2. Υπολογισμός των  $c$  ασαφών κέντρων  $\mathbf{c}_i$ .
3. Υπολογισμός της συνάρτησης κόστους  $J$ . Τερματισμός εαν, είτε είναι κάτω από μία καθορισμένη τιμή ευαισθησίας, είτε αν η βελτίωση από την προηγούμενη επανάληψη είναι κάτω από ένα συγκεκριμένο κατώφλι.
4. Υπολογισμός ενός νέου  $U$  μέσω του υπολογισμού του  $u_{ij}$ . Συνέχιση από το βήμα 2.

Μπορούν επίσης να αρχικοποιηθούν πρώτα τα κέντρα των ομάδων και μετά να συνεχισθεί η επαναληπτική διαδικασία. Δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι ο FCM συγκλίνει σε κάποια βέλτιστη λύση. Η απόδοσή του εξαρτάται από την αρχική κατανομή των κέντρων των ομάδων.



## Παράρτημα III

TABLE I  
CARDINALITY EXPRESSIONS FOR VARIOUS SIGNAL-WEIGHT FUZZY SET OVERLAP CASES

Cases	$\mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})$ for Case A	$\mathcal{C}(s_i \cap w_{ij})$ for Case B
1	$\frac{x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi}}{2} + \frac{x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi}}{2}$	$\frac{w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi}}{2} + \frac{w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi}}{2}$
2	$\frac{x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi}}{2} + \frac{w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi}}{2}$	$\frac{w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi}}{2} + \frac{x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi}}{2}$
3	$w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) \right]$	$x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) \right]$
4	$w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) \right]$	$x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) \right]$
5	$x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) \right]$	$w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_5 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_5 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) \right]$
6	$x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_5 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_2 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) \right]$	$w_{ij}^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_5 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^l} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_5 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^l}} \right) \right]$ $+ w_{ij}^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_3 - w_{ij}^c)}{w_{ij}^{\sigma^r}} \right) \right]$ $+ x_i^{\sigma^r} \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(h_4 - x_i^c)}{x_i^{\sigma^r}} \right) \right]$

## Βιβλιογραφία

- [1] Κωνσταντίνος Διαμαντάρας : “Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα”
- [2] Σπύρος Τζαφέστας : “Υπολογιστική Νοημοσύνη”
- [3] Βλαχάβας Ιωάννης, Κεφαλάς Πέτρος, Βασιλειάδης Νικόλαος, Κόκκορας Φώτης, Σακελλαρίου Ηλίας : “Τεχνητή Νοημοσύνη ”
- [4] Detlef Nauck, Frank Klawonn, Rudolf Kruse: “Foundations of neuro-fuzzy systems”
- [5] Da Ruan, Etienne E.Kerre: “Fuzzy if-then rules in computational intelligence”
- [6] Qun Song, Nikola Kasabov : “TWNFI-a transductive neuro-fuzzy inference system with weighted data normalization for personalized modeling ” Neural Networks, vol.19, pp. 1591-1596, May 2006
- [7] Sandeep Paul, Satish Kumar: “Subsethood Based Adaptive Linguistic Networks for Pattern Classification” IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. C, vol. 33, no.2, pp. 248-258, May 2003.
- [8] C.Shunmuga Velayutham, Satish Kumar : “Assymmetric Subsethood-Product Fuzzy Neural Inference System” IEEE Trans. Neural Networks, vol. 16, no.1, pp. 160-174, Jan. 2005.
- [9] Sandeep Paul, Satish Kumar : “Subsethood-Product Fuzzy Neural Inference System” IEEE Trans. Neural Networks, vol. 13, no.3, pp. 578-599, May 2002.
- [10] J.-S.R. Jang, C.-T. Sun, E.Mizutani: “Neuro-Fuzzy and Soft Computing”
- [11] Simon Haykin : “Neural Networks: A Comprehensive Foundation”