



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης σε Συστοιχίες Υπολογιστών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αναστάσιος Α. Τζαβέλλας

Επιβλέπων: Γεώργιος Κορρές
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2010



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης σε Συστοιχίες Υπολογιστών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αναστάσιος Α. Τζαβέλλας

Επιβλέπων : Γεώργιος Κορρές
Αναπληρωτής Καθηγητής

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 12^η Μαρτίου 2010.

.....
Γ. Κορρές
Αναπληρωτής Καθηγητής
Ε.Μ.Π.

.....
Ν. Κοζύρης
Αναπληρωτής Καθηγητής
Ε.Μ.Π.

.....
Π. Γεωργηλάκης
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2010

.....
Αναστάσιος Α. Τζαβέλλας

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright© Αναστάσιος Α. Τζαβέλλας, 2010
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Τα συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας παρακολουθούνται συνεχώς, προκειμένου να διατηρούν τις λειτουργικές συνθήκες σε μια κανονική και ασφαλή κατάσταση. Η λειτουργία της στατικής εκτίμησης κατάστασης χρησιμοποιείται για αυτό το σκοπό. Αναφέρεται στη διαδικασία λήψης των παραστατικών μιγαδικών τάσεων από τους ζυγούς όλου του συστήματος, κάθε χρονική στιγμή μέσω συγχρονισμένων μετρήσεων ακριβείας. Ωστόσο, μια τέτοια προσέγγιση είναι επιρρεπής σε σφάλματα μετρήσεων και αστοχίες τηλεμετρίας. Αντί αυτής της προσέγγισης, η διαδικασία της εκτίμησης κατάστασης αξιοποιεί ένα επαρκές σύνολο μετρήσεων, προκειμένου να φιλτράρει αυτά τα λάθη και να βρει μια βέλτιστη εκτίμηση.

Καθώς τα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας του κόσμου μεγαλώνουν ολοένα και περισσότερο, υπάρχει μια αυξημένη ανάγκη για έναν υπολογιστικά αποδοτικό αλγόριθμο εκτίμησης κατάστασης. Σε αυτή την κατεύθυνση, η πρόοδος έχει έρθει μέσω της κατανεμημένης επεξεργασίας.

Ο σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι να εξετάσει το πρόβλημα της εκτίμησης κατάστασης, μέσω ενός κατανεμημένου αλγορίθμου. Αντί να περιοριστούν σε μια περιοχή ελέγχου, οι κατανεμημένοι εκτιμητές κατάστασης χωρίζουν το μεγάλο σύστημα σε διάφορες μικρότερες περιοχές ελέγχου, όπου αποκεντρωμένες εκτιμήσεις υπολογίζονται παράλληλα. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης κατάστασης από κάθε περιοχή αποστέλλονται σε μια περιοχή Συντονιστή, όπου συνδυάζονται σε μια λύση για ολόκληρο το σύστημα.

Λέξεις Κλειδιά

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, εκτίμηση κατάστασης, παραστατικός μιγαδικός, μέτρηση, αλγόριθμος, κατανεμημένη επεξεργασία, περιοχή ελέγχου, παράλληλος, MPI, PETSc.

Abstract

Power systems are continuously monitored in order to maintain the operating conditions in a normal and secure state. Static state estimation function is used for this purpose. It refers to the procedure of obtaining the voltage phasors at all of the system buses at a given point in time, via very accurate synchronized phasor measurements. However, such an approach would be very vulnerable to measurement errors or telemetry failures. Instead, state estimation procedure makes use of a set of redundant measurements in order to filter out such errors and find an optimal estimate.

As the electrical power networks of the world continue to grow even larger, there has been an increasing demand for a highly robust, computationally efficient state estimation algorithm. In this direction, a new advance has come in the form of distributed processing.

The objective of this diploma thesis is to investigate the state estimation problem through a distributed state estimation algorithm. Instead of being limited to a single control area, the distributed state estimators break the large system down into several control areas, where decentralized estimates are computed in parallel. The state estimation results from these individual areas are then sent to a coordinating area, where they are combined into a single solution for the entire system.

Key Words

Power system, state estimation, voltage phasor, measurement, algorithm, distributed processing, control area, parallel, MPI, PETSc.

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας κ. Γεώργιο Κορρέ, Αναπληρωτή Καθηγητή Ε.Μ.Π., για τη ευκαιρία που μου πρόσφερε να ασχοληθώ με το αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Η καθοδήγησή του σε όλα τα στάδια εκπόνησής της ήταν για μένα πολύτιμη. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Μεταδιδακτορικό Ερευνητή Γεώργιο Γκούμα για τη συμβολή του στο κομμάτι του προγραμματισμού και της εκτέλεσης. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές μου Ευάγγελο Γαλήνα και Βασιλική Καλαβρή για τη βοήθεια που μου προσέφεραν κατά την εκπόνηση της εργασίας, καθώς επίσης και την οικογένειά μου για την συνεχή τους υποστήριξη κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

Πίνακας Περιεχομένων

Ευρετήριο Εικόνων	9
Ευρετήριο Πινάκων.....	10
Κεφάλαιο 1ο – Εκτίμηση Κατάστασης.....	11
1.1 Εισαγωγή.....	11
1.2 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης	13
1.2.1 Υποθέσεις.....	14
1.2.1.1 Γραμμές Μεταφοράς.....	14
1.2.1.2 Εγκάρσια Στοιχεία.....	15
1.2.1.3 Φορτία και Γεννήτριες	15
1.2.1.4 Μετασχηματιστές.....	16
1.2.1.5 Γενικευμένος Ζυγός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	17
1.2.2 Εκτίμηση Μέγιστης Πιθανοφάνειας.....	18
1.2.2.1 Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κανονικής Κατανομής.....	19
1.2.2.2 Η Συνάρτηση Πιθανοφάνειας.....	19
1.2.2.3 Μοντέλο Μετρήσεων και Υποθέσεις.....	21
1.2.3 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων	22
1.2.3.1 Μη Γραμμική Συνάρτηση Μετρήσεων $h(x^k)$	23
1.2.3.2 Ιακωβιανή Μήτρα Μετρήσεων H	24
1.2.3.3 Μήτρα Κέρδους G	25
1.2.3.4 Παραγοντοποίηση του G και επίλυση Κανονικών Εξισώσεων.....	26
Κεφάλαιο 2ο – Παράλληλη και Κατανεμημένη Επεξεργασία	27
2.1 Εισαγωγή.....	27
2.1.1 Παράλληλα συστήματα.....	27
2.1.2 Κατανεμημένα συστήματα.....	27
2.1.3 Σύγκριση.....	28
2.2 MPI.....	29
2.2.1 Περιγραφή Βιβλιοθήκης και Βασικές Έννοιες.....	29
2.2.1.1 Διεργασία.....	30
2.2.1.2 Communicator και Ομάδες.....	30
2.2.1.3 Βαθμός Διεργασίας	30
2.2.1.4 Μηνύματα.....	31
2.2.1.5 Διευθυνσιοδότηση.....	32
2.2.1.6 Επικοινωνία Σημείο-σε-Σημείο	32
2.2.1.7 Τάξη και Δικαιοσύνη Μηνυμάτων.....	33
2.2.1.8 Συλλογική Επικοινωνία.....	33
2.2.2.1 Τύποι Δεδομένων MPI.....	36
2.2.2.2 Βασικές Ρουτίνες MPI.....	37
2.3 PETSc	43
2.3.1 Βασικές Ρουτίνες PETSc και Τύποι Δεδομένων	44
2.3.2 Διανύσματα	45
2.3.2.1 Δημιουργία.....	45
2.3.2.2 Αρχικοποίηση-Αλλαγή Τιμής.....	45
2.3.2.3 Κατασκευή.....	46
2.3.2.4 Γραμμικός Συνδυασμός διανυσμάτων	46
2.3.2.5 Συναρτήσεις Προσπέλασης Χαρακτηριστικών Διανύσματος.....	47
2.3.2.6 Καταστροφή.....	48
2.3.3 Πίνακες.....	48

2.3.3.1 Δημιουργία.....	48
2.3.3.2 Αρχικοποίηση-Αλλαγή Τιμής.....	49
2.3.3.3 Κατασκευή.....	49
2.3.3.4 Συναρτήσεις Γραμμικής Άλγεβρας με Πίνακες.....	50
2.3.3.5 Συναρτήσεις Προσπέλασης Χαρακτηριστικών Πίνακα.....	51
2.3.3.6 Καταστροφή.....	52
Κεφάλαιο 3 ^ο – Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης	53
3.1 Εισαγωγή.....	53
3.1.1 Τοπολογική Ανάλυση	53
3.1.2 Ανάλυση Παρατηρησιμότητας	54
3.2 Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης	55
3.2.1 Μαθηματική Διατύπωση.....	55
3.3 Λεπτομέρειες Υλοποίησης Αλγορίθμου.....	60
3.3.1 Λεπτομέρειες υπολογισμού Πίνακα Κέρδους G_c	60
3.3.2 Λεπτομέρειες υπολογισμού Δz_c^k	63
3.4 Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης.....	65
Κεφάλαιο 4 ^ο – Εφαρμογή Κατανεμημένης Εκτίμησης Κατάστασης.....	68
4.1 Δίκτυο 14 Ζυγών, 4 Περιοχών	68
4.1.1 1 ^η Επανάληψη.....	70
4.1.2 2 ^η Επανάληψη.....	76
4.2 Μετρήσεις και Επιδόσεις σε δίκτυα μεγάλων διαστάσεων	81
4.2.1 Περιγραφή Δικτύων.....	82
4.2.2 Κατανομή του Χρόνου Εκτέλεσης	85
4.2.2 Συνολικός Χρόνος Εκτέλεσης.....	93
Κεφάλαιο 5 ^ο – Επίλογος.....	95
5.1 Κυριότερα Συμπεράσματα της εργασίας.....	95
5.2 Σημεία Προαγωγής της επιστήμης.....	95
5.3 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση	96
Βιβλιογραφία	97
Παράρτημα	98
Περιγραφή αρχείου ΡΤΙ.....	98
Περιγραφή Δικτύου 118 Ζυγών σε μορφή ΡΤΙ.....	99
Αποτελέσματα Εκτέλεσης Αλγορίθμων στο δίκτυο 118 Ζυγών	112
Περιγραφή Εργαστηρίου	115

Ευρετήριο Εικόνων

Εικόνα 1.....	11
Εικόνα 2.....	13
Εικόνα 3.....	14
Εικόνα 4.....	15
Εικόνα 5.....	15
Εικόνα 6.....	16
Εικόνα 7.....	17
Εικόνα 8.....	31
Εικόνα 9.....	33
Εικόνα 10.....	34
Εικόνα 11.....	35
Εικόνα 12.....	35
Εικόνα 13.....	36

Εικόνα 14.....	37
Εικόνα 15.....	44
Εικόνα 16.....	56
Εικόνα 17.....	63
Εικόνα 18.....	66
Εικόνα 19.....	68
Εικόνα 20.....	83
Εικόνα 21.....	84
Εικόνα 22.....	85
Εικόνα 23.....	86
Εικόνα 24.....	86
Εικόνα 25.....	87
Εικόνα 26.....	88
Εικόνα 27.....	88
Εικόνα 28.....	89
Εικόνα 29.....	90
Εικόνα 30.....	90
Εικόνα 31.....	91
Εικόνα 32.....	92
Εικόνα 33.....	92
Εικόνα 34.....	93
Εικόνα 35.....	94
Εικόνα 36.....	94
Εικόνα 37.....	115

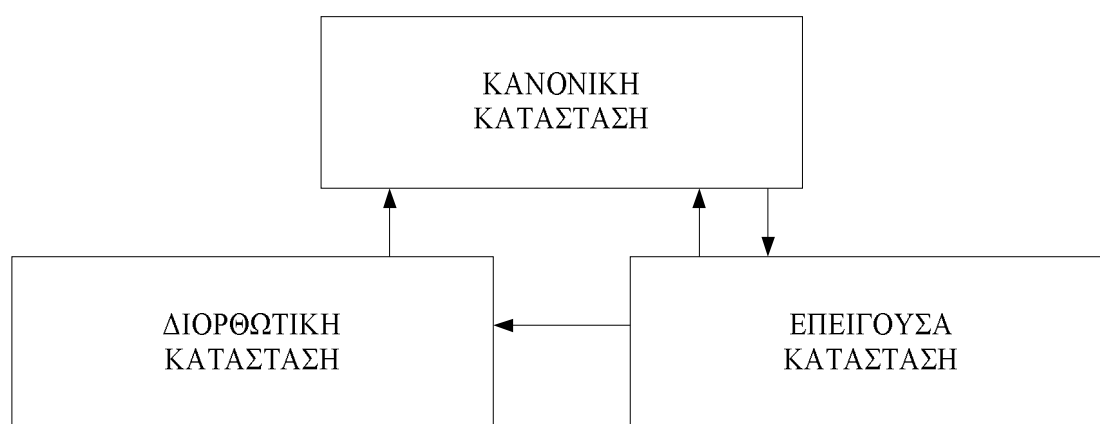
Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 1.....	15
Πίνακας 2.....	36
Πίνακας 3.....	44
Πίνακας 4.....	47
Πίνακας 5.....	54
Πίνακας 6.....	62
Πίνακας 7.....	65
Πίνακας 8.....	69
Πίνακας 9.....	69
Πίνακας 10.....	81
Πίνακας 11.....	83
Πίνακας 12.....	85
Πίνακας 13.....	87
Πίνακας 14.....	89
Πίνακας 15.....	91
Πίνακας 16.....	93
Πίνακας 17.....	93
Πίνακας 18.....	94
Πίνακας 19.....	114

Κεφάλαιο 1ο – Εκτίμηση Κατάστασης

1.1 Εισαγωγή

Οι συνθήκες κάτω από τις οποίες λειτουργεί ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας ανά πάσα χρονική στιγμή, μπορούν να προσδιοριστούν πλήρως αν είναι γνωστό το μοντέλο του δικτύου και οι παραστατικοί μιγαδικοί των τάσεων (μέτρο και γωνία) κάθε ζυγού. Εφόσον οι παραστατικοί μιγαδικοί των τάσεων προσδιορίζουν πλήρως το σύστημα, αναφέρονται ως στατική κατάσταση συστήματος. Υπάρχουν 3 πιθανές καταστάσεις για ένα σύστημα, η κανονική, η επείγουσα και η διορθωτική (Εικόνα 1).



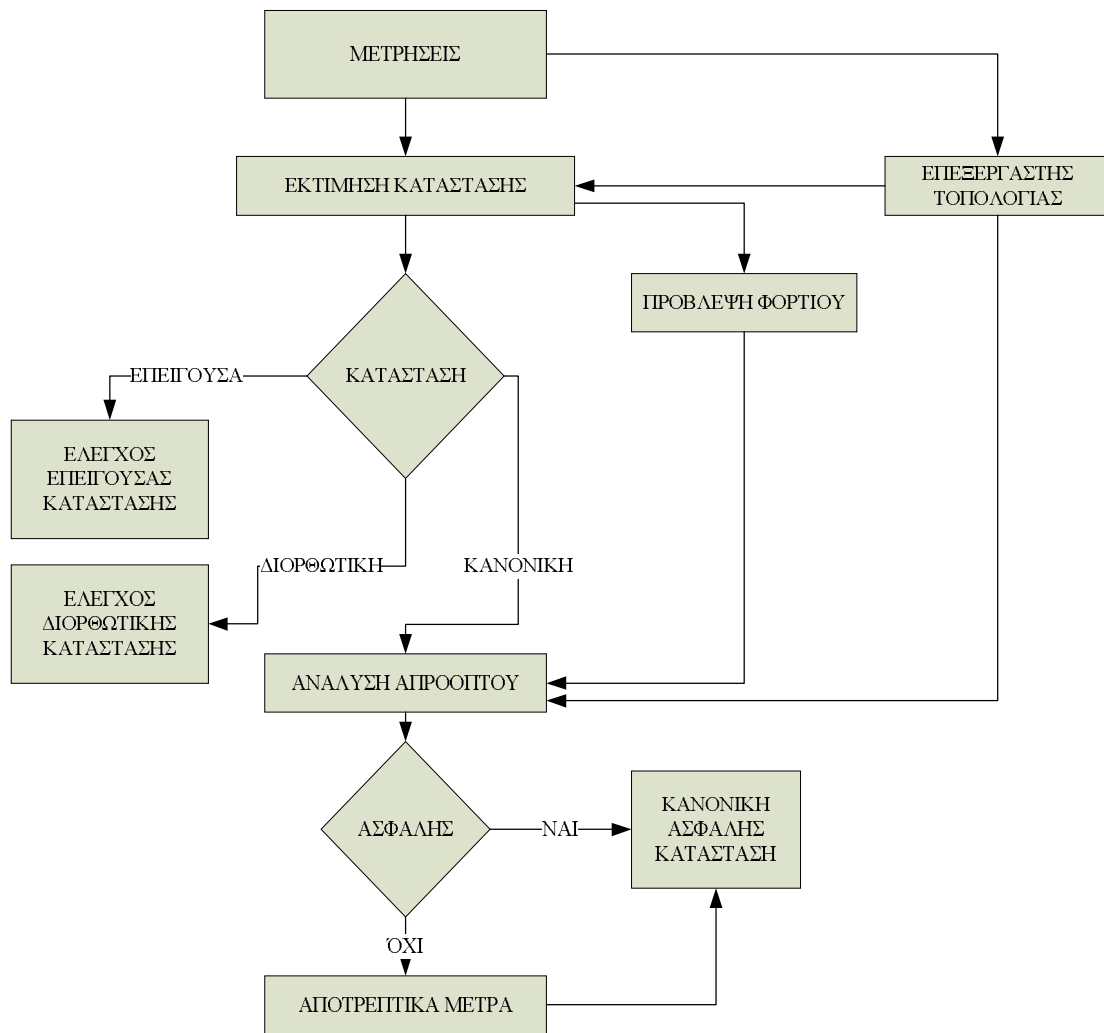
Εικόνα 1

Η εισαγωγή της εκτίμηση κατάστασης στα Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας διεύρυνε τις δυνατότητες των συστημάτων SCADA, τα οποία οδήγησαν στα Συστήματα Διαχείρισης Ενέργειας (EMS). Προκειμένου να αναγνωριστεί η τρέχουσα λειτουργική κατάσταση του συστήματος, οι εκτιμητές κατάστασης διευκολύνουν στην ακριβή και αποδοτική παρακολούθηση των λειτουργικών περιορισμών ορισμένων ποσοτήτων, όπως ο φόρτος των γραμμών μεταφοράς ή τα μέτρα τάσεων των ζυγών. Επίσης, παρέχουν μια βάση δεδομένων του συστήματος, πραγματικού χρόνου, περιλαμβανομένης της τρέχουσας κατάστασης, πάνω στην οποία μπορούν να εφαρμοστούν λειτουργίες ελέγχου ασφάλειας του συστήματος. Συνήθως, οι εκτιμητές κατάστασης περιλαμβάνουν τις παρακάτω λειτουργίες:

- *Επεξεργαστής Τοπολογίας*: Συγκεντρώνει δεδομένα κατάστασης των αποξενκτών και διακοπών και παράγει το τρέχον διάγραμμα του συστήματος.

- *Ανάλυση Παρατηρησιμότητας*: Προσδιορίζει αν μπορεί να ληφθεί μια λύση από τον εκτιμητή κατάστασης, χρησιμοποιώντας το διαθέσιμο σύνολο μετρήσεων. Επίσης, αναγνωρίζει μη παρατηρήσιμους κλάδους και τα παρατηρήσιμα «νησιά» του συστήματος, αν υπάρχουν.
- *Εκτίμηση κατάστασης*: Προσδιορίζει τη βέλτιστη εκτίμηση για την κατάσταση του συστήματος. Αυτή αποτελείται από τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλου του συστήματος.
- *Επεξεργασία μη αποδεκτών δεδομένων*: Εντοπίζει την ύπαρξη μεγάλων σφαλμάτων στο σύνολο των μετρήσεων. Επιπλέον, αναγνωρίζει και εξαλείφει μη αποδεκτές μετρήσεις, με την προϋπόθεση να υπάρχει πλεόνασμα μετρήσεων.
- *Επεξεργασία παραμέτρων και δομικών σφαλμάτων*: Κάνει εκτίμηση διάφορων παραμέτρων του δικτύου. Εντοπίζει δομικά σφάλματα στην τρέχουσα διαμόρφωση του δικτύου και αναγνωρίζει τους αποζεύκτες που αναφέρουν λάθος κατάσταση.

Από τα παραπάνω, είναι εμφανές ότι ο εκτιμητής κατάστασης είναι ο «πυρήνας» της ανάλυσης ασφάλειας. Λειτουργεί ως φίλτρο ανάμεσα στις ακατέργαστες μετρήσεις και τις υπόλοιπες εφαρμογές που απαιτούν αξιόπιστα δεδομένα. Το μπλοκ διάγραμμα της ανάλυσης ασφάλειας παρουσιάζεται στην Εικόνα 2.



Εικόνα 2

1.2 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης

Η στατική εκτίμηση κατάστασης αναφέρεται στη διαδικασία λήψης των μετρήσεων τάσεων (μέτρου και φάσης), σε όλους τους ζυγούς του συστήματος, κάθε χρονική στιγμή. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με άμεση λήψη συγχρονισμένων μετρήσεων από όλους τους ζυγούς του συστήματος. Ωστόσο, μια τέτοια μέθοδος δε θα ήταν αξιόπιστη, εξαιτίας των σφαλμάτων των μετρήσεων αλλά και της αδυναμίας απόλυτα ταυτόχρονης λήψης μετρήσεων από απομακρυσμένους ζυγούς. Αντί αυτής της μεθόδου, η εκτίμηση κατάστασης χρησιμοποιεί ένα επαρκές σύνολο μετρήσεων, προκειμένου να φιλτράρει τα σφάλματα και αν υπολογίσει τη βέλτιστη εικόνα του συστήματος. Όπως προαναφέρθηκε, ταυτόχρονες μετρήσεις από διαφορετικά μέρη του συστήματος είναι πρακτικά αδύνατες και για αυτό το λόγο μια χρονική απόκλιση ανάμεσα στις μετρήσεις είναι ανεκτή. Η ανοχή δικαιολογείται εξαιτίας των αργά

μεταβαλλόμενων συνθηκών ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας στην κανονική λειτουργία.

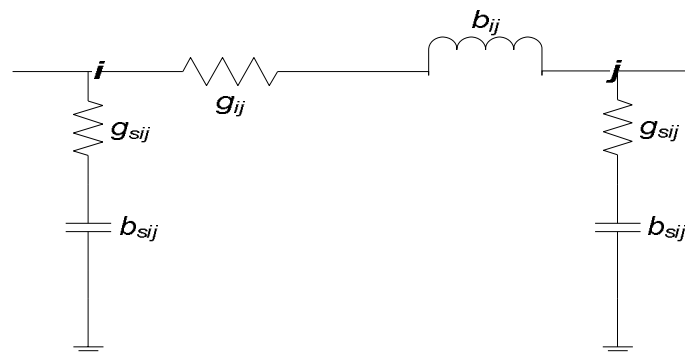
Ο ορισμός της κατάστασης του συστήματος περιλαμβάνει μόνο τις μιγαδικές τάσεις των ζυγών του συστήματος, στη μόνιμη κατάσταση. Βέβαια, υπονοείται ότι η τοπολογία του δικτύου και οι παράμετροί του είναι πλήρως γνωστά. Ωστόσο, σφάλματα στις παραμέτρους ή την τοπολογία εμφανίζονται μερικές φορές, εξαιτίας βλαβών σε εξοπλισμό. Τέτοια σφάλματα μπορούν να αντισταθμιστούν από τον εκτιμητή κατάστασης.

1.2.1 Υποθέσεις

Το Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας θεωρείται ότι λειτουργεί στη μόνιμη συμμετρική κατάσταση. Αυτό σημαίνει ότι όλα τα φορτία, οι ροές ισχύος, οι γραμμές μεταφοράς και οι εγκάρσιες αγωγιμότητες του δικτύου θα είναι τριφασικά και συμμετρικά. Οι παραπάνω προϋποθέσεις επιτρέπουν τη χρήση του μονοφασικού ισοδύναμου για την εξαγωγή των μοντέλων των διαφόρων στοιχείων και τελικά του μοντέλου όλου του συστήματος. Επιπλέον, όλα τα μεγέθη εκφράζονται στο ανά μονάδα σύστημα. Τα ακόλουθα μοντέλα στοιχείων θα χρησιμοποιηθούν.

1.2.1.1 Γραμμές Μεταφοράς

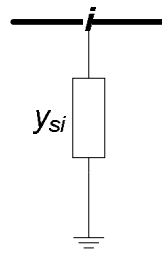
Οι γραμμές μεταφοράς αναπαρίστανται με το δίθυρο ισοδύναμο “π”. Το μοντέλο μιας τέτοιας γραμμής μεταφοράς, που συνδέει τον ζυγό i με τον ζυγό j , αποτελείται από μια εν σειρά σύνθετη αγωγιμότητα $y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$ και δύο εγκάρσιες σύνθετες αγωγιμότητες γραμμής $y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij}$, μία συνδεδεμένη στο ζυγό i και μία στο ζυγό j . Το σχήμα του μοντέλου φαίνεται στην Εικόνα 3.



Εικόνα 3

1.2.1.2 Εγκάρσια Στοιχεία

Τα εγκάρσια στοιχεία μπορεί να είναι είτε πυκνωτές είτε αυτεπαγωγές και χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της τάσης ή της άεργου ισχύος. Αναπαρίστανται με μια εγκάρσια φανταστική αγωγιμότητα $y_{si} = jb_{si}$. Το πρόσημο της τιμής της αγωγιμότητας καθορίζει τον τύπο του εγκάρσιου στοιχείου. Αν είναι θετικό ($b_{si} > 0$) αντιστοιχεί σε εγκάρσιο πυκνωτή, ενώ αν είναι αρνητικό ($b_{si} < 0$) αντιστοιχεί σε εγκάρσια αυτεπαγωγή. Το σχήμα του μοντέλου φαίνεται στην Εικόνα 4.



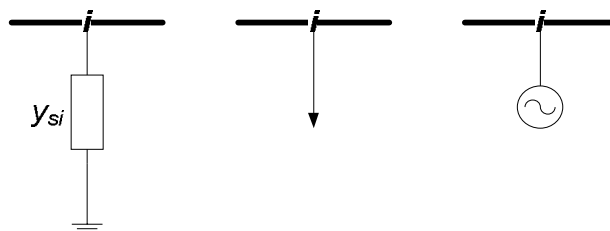
Εικόνα 4

1.2.1.3 Φορτία και Γεννήτριες

Τα φορτία σταθερής ισχύος και οι γεννήτριες αναπαρίστανται ως ισοδύναμες μιγαδικές εγχύσεις ισχύος και ως εκ τούτου δεν έχουν καμία επίδραση στο μοντέλο του δικτύου. Η γεννήτρια έχει μιγαδική έγχυση $\tilde{S}_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$ με θετική ενεργό ισχύ, ενώ το φορτίο σταθερής ισχύος έχει μιγαδική έγχυση $\tilde{S}_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di}$ με αρνητική ενεργό ισχύ. Αντίθετα, τα φορτία σταθερής αγωγιμότητας έχουν επίδραση στο μοντέλο του δικτύου και αναπαρίστανται ως εγκάρσιες σύνθετες αγωγιμότητες $y_{si} = g_{si} + jb_{si}$. Στην Εικόνα 5 φαίνονται τα σχήματα για φορτίο σταθερής αγωγιμότητας, σταθερής ισχύος και γεννήτριας αντίστοιχα.

	Ενεργός Ισχύς P	Άεργος Ισχύς Q
Φορτίο Σταθερής Αγωγιμότητας	$P > 0$ ή $P < 0$	$Q > 0$ ή $Q < 0$
Φορτίο Σταθερής Ισχύος	$P < 0$	$Q > 0$ ή $Q < 0$
Γεννήτρια	$P > 0$	$Q > 0$ ή $Q < 0$

Πίνακας 1



Εικόνα 5

1.2.1.4 Μετασηματιστές

Οι πραγματικοί μετασηματιστές μοντελοποιούνται ως ένας ιδανικός μετασηματιστής, με λόγο μετασηματισμού a , εν σειρά με μια ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση $Z = R + jX$, όπως φαίνεται στην Εικόνα 6. Οι ακροδέκτες του πραγματικού μετασηματιστή αντιστοιχούν στους ζυγούς i και j . Οι εξισώσεις κόμβων του δίθυρου δικτύου προκύπτουν αν εκφραστούν κατάλληλα τα ρεύματα I_{kj} και I_j στα άκρα του κλάδου της σύνθετης αντίστασης. Αν η σύνθετη αγωγιμότητα του κλάδου $k-j$ είναι $y = \frac{1}{Z}$, τότε τα ρεύματα συναρτήσει των τάσεων v_k και v_j δίνονται από το σύστημα εξισώσεων:

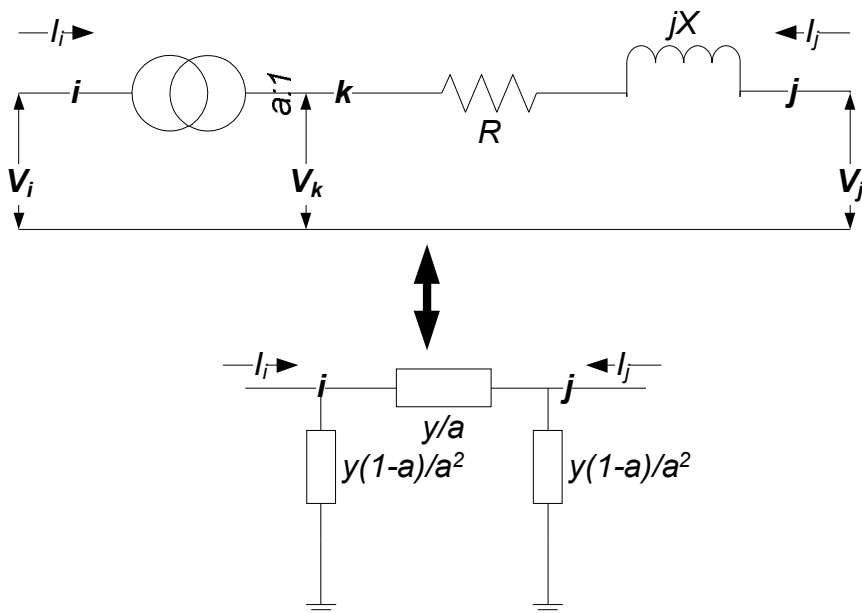
$$\begin{bmatrix} I_{kj} \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_j \end{bmatrix}$$

Αν αντικατασταθούν το ρεύμα I_{kj} και η τάση v_k με

$$\begin{cases} I_{kj} = a \cdot I_i \\ v_k = \frac{v_i}{a} \end{cases}, \text{ τότε:}$$

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y}{a^2} & -\frac{y}{a} \\ -\frac{y}{a} & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix}$$

Το σχήμα του τελικού μοντέλου του μετασηματιστή φαίνεται επίσης στην Εικόνα 6.



Εικόνα 6

1.2.1.5 Γενικευμένος Ζυγός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ας θεωρήσουμε τον γενικευμένο ζυγό ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας i . Σε αυτόν συνδέεται μια γραμμή μεταφοράς, της οποίας το άλλο άκρο συνδέεται στο ζυγό j και παριστάνεται με το ισοδύναμο «Π» μοντέλο. Στο ζυγό i είναι επίσης συνδεδεμένη μια εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα y_{si} , που παριστάνει οποιονδήποτε συνδυασμό πυκνωτών, αυτεπαγωγών ή φορτίων σταθερής σύνθετης αγωγιμότητας. Η γεννήτρια που συνδέεται στον ζυγό i εγχέει μιγαδική ισχύ \tilde{S}_{Gi} , ενώ το αντίστοιχο φορτίο σταθερής ισχύος απορροφά μιγαδική ισχύ \tilde{S}_{Di} . Η μιγαδική τάση στο ζυγό i συμβολίζεται με \tilde{V}_i και η μιγαδική τάση στο ζυγό j με \tilde{V}_j . Μετασχηματιστής δεν υπάρχει στο ζυγό i , αλλά αν υπήρχε θα ήταν συνδεδεμένος εν σειρά με τη γραμμή μεταφοράς, οπότε θα μπορούσε να υπολογιστεί ένα ισοδύναμο κύκλωμα που θα αποτελούταν από μια σύνθετη αγωγιμότητα γραμμής y_{ij} και δύο εγκάρσιες αγωγιμότητες y_{sij} , όπως στην Εικόνα 7.

Τα μιγαδικά μεγέθη των τάσεων μπορούν να εκφραστούν σε τριγωνομετρική μορφή, ενώ οι σταθερές σύνθετες αγωγιμότητες σε καρτεσιανή μορφή:

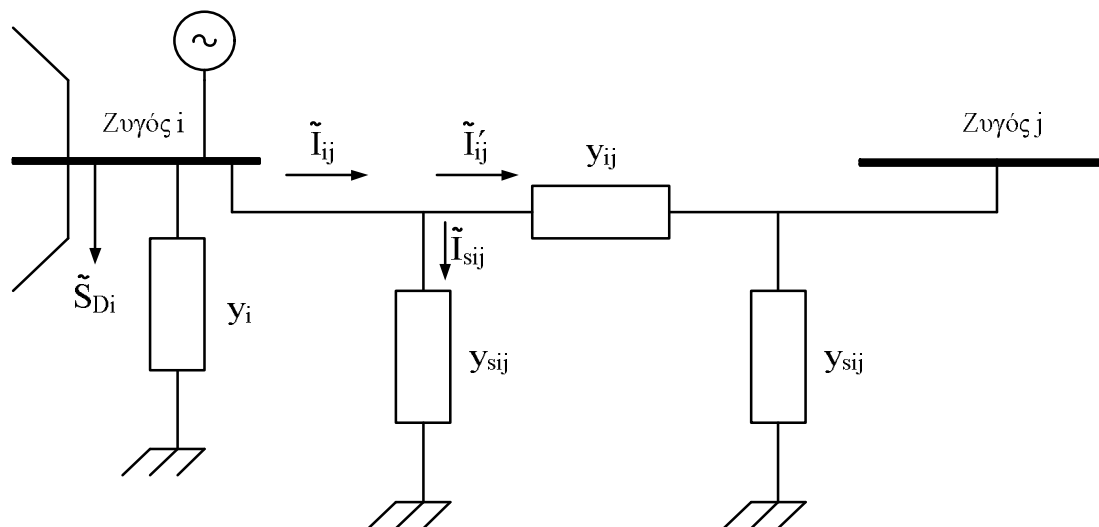
$$\tilde{V}_i = V_i \cos \theta_i + j V_i \sin \theta_i$$

$$\tilde{V}_j = V_j \cos \theta_j + j V_j \sin \theta_j$$

$$y_{ij} = g_{ij} + j b_{ij}$$

$$y_{sij} = g_{sij} + j b_{sij}$$

$$y_{si} = g_{si} + j b_{si}$$



Εικόνα 7

Οι εξισώσεις έγχυσης και ροής ισχύος συναρτήσει των μέτρων τάσεων, γωνιών τάσεων και αγωγιμοτήτων είναι οι παρακάτω:

$$P_i = V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_{si} - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j \{g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)\}$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_{si} - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j \{g_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - b_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)\}$$

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \{g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)\}$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \{g_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - b_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)\}$$

Στις εξισώσεις ισχύος υπάρχουν το σύνολο a_i και η διαφορά $\theta_i - \theta_j$. Το σύνολο a_i είναι το σύνολο των ζυγών που είναι συνδεδεμένοι με τον ζυγό i και η διαφορά $\theta_i - \theta_j$ θα γράφεται για λόγους συντομίας $\theta_i - \theta_j = \theta_{ij}$.

1.2.2 Εκτίμηση Μέγιστης Πιθανοφάνειας

Ο στόχος της εκτίμησης κατάστασης είναι ο προσδιορισμός της πιο πιθανής κατάστασης του συστήματος, βάσει κάποιων μετρούμενων ποσοτήτων. Ένας τρόπος να επιτευχθεί αυτός ο στόχος, είναι με χρήση της Εκτίμησης Μέγιστης Πιθανοφάνειας. Τα σφάλματα των μετρήσεων υποτίθεται ότι έχουν γνωστή κατανομή πιθανότητας με άγνωστες παραμέτρους. Η μικτή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας όλων των μετρήσεων, μπορεί να γραφεί βάσει αυτών των άγνωστων παραμέτρων. Αυτή η συνάρτηση αναφέρεται ως συνάρτηση πιθανοφάνειας και παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν οι άγνωστοι παράμετροι επιλεγούν ώστε να είναι πιο «κοντά» στις πραγματικές τους τιμές. Επομένως, ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να οριστεί, προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση πιθανοφάνειας, συναρτήσει των άγνωστων παραμέτρων. Η λύση θα δώσει την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για τις παραμέτρους που μας ενδιαφέρουν.

Συνήθως, τα σφάλματα των μετρήσεων υποτίθεται πως έχουν Κανονική Κατανομή και οι παράμετροι μιας τέτοιας κατανομής είναι η μέση τιμή μ και η διασπορά σ^2 . Κατόπιν, το πρόβλημα της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας επιλύεται για αυτές τις δύο παραμέτρους.

1.2.2.1 Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κανονικής Κατανομής

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Κανονικής Κατανομής για μια τυχαία μεταβλητή z ορίζεται ως:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left\{\frac{z-\mu}{\sigma}\right\}^2}$$

όπου z : τυχαία μεταβλητή

μ : μέση τιμή της z ($= E(z)$)

σ : τυπική απόκλιση της z

Η συνάρτηση $f(z)$ αλλάζει σχήμα ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων μ και σ . Ωστόσο, το σχήμα μπορεί να κανονικοποιηθεί εφαρμόζοντας την αλλαγή μεταβλητής:

$$u = \frac{z - \mu}{\sigma}$$

Οπότε:

$$E(u) = \frac{1}{\sigma}(E(z) - \mu) = 0$$

$$Var(u) = \frac{1}{\sigma^2} Var(z - \mu) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

Η νέα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μετασχηματίζεται στην:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

1.2.2.2 Η Συνάρτηση Πιθανοφάνειας

Έστω η μικτή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που αναπαριστά την πιθανότητα μέτρησης m ανεξάρτητων μετρήσεων, κάθε μία από τις οποίες έχει την ίδια Κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Η μικτή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να εκφραστεί ως το γινόμενο όλων των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, αφού κάθε μέτρηση θεωρείται ανεξάρτητη από τις άλλες:

$$f_m(z) = f(z_1)f(z_2)\cdots f(z_m)$$

Όπου z_i : η i -οστή μέτρηση

$$z^T : [z_1, z_2, \dots, z_m]$$

Η συνάρτηση $f_m(z)$ ονομάζεται συνάρτηση πιθανοφάνειας της τυχαίας μεταβλητής z . Ουσιαστικά, εκφράζει ένα μέτρο της πιθανότητας να παρατηρηθεί ένα συγκεκριμένο σύνολο μετρήσεων στο διάνυσμα z .

Ο στόχος της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας είναι να μεγιστοποιήσει αυτή τη συνάρτηση πιθανοφάνειας, μεταβάλλοντας, εν προκειμένω, τις παραμέτρους μ και σ . Για διευκόλυνση στους υπολογισμούς, η συνάρτηση αντικαθίσταται από το λογάριθμό της. Η νέα συνάρτηση λέγεται συνάρτηση Λογαριθμο-Πιθανοφάνειας, συμβολίζεται με L και δίνεται από:

$$\begin{aligned} L &= \log f_m(z) = \sum_{i=1}^m \log f(z_i) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i \end{aligned}$$

Για να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση Λογαριθμο-Πιθανοφάνειας, πρέπει:

να μεγιστοποιηθεί η $\log f_m(z)$

ή

να ελαχιστοποιηθεί το $\sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$,

αφού οι υπόλοιποι όροι του αθροίσματος είναι σταθεροί. Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί να γραφεί συναρτήσει της διαφοράς $r_i = z_i - \mu_i = z_i - E(z_i)$. Η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής, μ , μπορεί να εκφραστεί ως $h_i(x)$, δηλαδή ως μια μη γραμμική συνάρτηση που συνδέει το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος x με την i -οστή μέτρηση. Το τετράγωνο της διαφοράς r_i^2 πολλαπλασιάζεται με το βάρος $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$. Τελικά, το πρόβλημα

ελαχιστοποίησης του όρου $\sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ θα είναι ισοδύναμο με το παρακάτω:

Ελαχιστοποίηση του $\sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2$

με $z_i = h_i(x) + r_i$, $i = 1, \dots, m$.

Η λύση του παραπάνω προβλήματος λέγεται σταθμισμένη εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων για το διάνυσμα κατάστασης x .

1.2.2.3 Μοντέλο Μετρήσεων και Υποθέσεις

Έστω το παρακάτω σύνολο μετρήσεων:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e$$

Όπου:

$$h^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]$$

$h_i(x)$ είναι η μη γραμμική συνάρτηση που συνδέει την i -οστή μέτρηση με το διάνυσμα κατάστασης x .

$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_m]$ είναι το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος

$e^T = [e_1, e_2, \dots, e_m]$ είναι το διάνυσμα των σφαλμάτων των μετρήσεων.

Συνήθως, γίνονται οι παρακάτω υποθέσεις, σχετικά με τις στατιστικές ιδιότητες των σφαλμάτων των μετρήσεων:

- $E(e_i) = 0, i = 1, \dots, m$
- Τα σφάλματα των μετρήσεων είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους: $E[e_i e_j] = 0$.

$$\text{Άρα, } \text{Cov}(e) = E[ee^T] = R = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}.$$

Η σταθμισμένη εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων θα πρέπει να ελαχιστοποιήσει την παρακάτω συνάρτηση:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(x))^2}{R_{ii}} = [z - h(x)]^T \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x)]$$

Για να είναι ελάχιστη η $J(x)$, πρέπει τουλάχιστον οι συνθήκες πρώτης τάξης πρέπει να ικανοποιούνται, δηλαδή:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T(x)R^{-1}[z - h(x)] = 0$$

$$\text{όπου } H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}.$$

Αναπτύσσουμε την $g(x)$ σε σειρά Taylor, γύρω από το διάνυσμα κατάστασης x^k :

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0$$

Αγνοούμε τους όρους υψηλότερης τάξης ώστε να φτάσουμε μια επαναληπτική λύση που είναι γνωστή ως Μέθοδος Gauss-Newton:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k)$$

όπου k είναι ο δείκτης της επανάληψης

x^k είναι το διάνυσμα κατάστασης στην επανάληψη k ,

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot H(x^k)$$

$$g(x^k) = -H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot (z - h(x^k))$$

Ο πίνακας $G(x)$ λέγεται πίνακας κέρδους. Είναι αραιός, θετικά ορισμένος και συμμετρικός, υπό την προϋπόθεση ότι το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Γενικά, κατά την επίλυση, ο $G(x)$ δεν αντιστρέφεται, αλλά παραγοντοποιείται σε 2 τριγωνικούς πίνακες και κατόπιν το σύστημα εξισώσεων επιλύεται με πίσω-αντικατάσταση σε κάθε επανάληψη k :

$$G(x^k) \Delta x^{k+1} = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x^k)]$$

όπου $\Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k$. Το παραπάνω σύνολο εξισώσεων αναφέρεται ως Κανονικές Εξισώσεις.

1.2.3 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων

Η λύση των Κανονικών Εξισώσεων είναι επαναληπτική και για αυτό το λόγο απαιτείται μια αρχική εικασία για το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος x^0 . Στην περίπτωση των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας, θεωρούμε μοναδιαία μέτρα τάσεων (ανά-μονάδα) και μηδενικές γωνίες τάσεων (rad). Τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα ακόλουθα:

1. Εκκίνηση επαναλήψεων και ορισμός του δείκτη επανάληψης $k=0$.
2. Αρχικοποίηση του διανύσματος κατάστασης στην τιμή x^0 , που αναφέρθηκε πριν.
3. Υπολογισμός του πίνακα κέρδους $G(x^k)$.
4. Υπολογισμός του δεξιού μέλους $t^k = H(x^k)^T R^{-1} (z - h(x^k))$.
5. Παραγοντοποίηση του $G(x^k)$ και επίλυση για την εύρεση του Δx^{k+1} .
6. Έλεγχος για σύγκλιση, αν το $\max |\Delta x^{k+1}| \leq \varepsilon$, όπου ε το μέγιστο σφάλμα.

7. Αν όχι, $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$, $k = k + 1$ και επιστροφή στο βήμα 3. Αν ναι, τέλος.

Ο παραπάνω αλγόριθμος περιλαμβάνει τους εξής υπολογισμούς σε κάθε επανάληψη k :

1. Υπολογισμός του δεξιού μέλους $t^k = H(x^k)^T R^{-1}(z - h(x^k))$,
 - a. Υπολογισμός της συνάρτησης μετρήσεων, $h(x^k)$.
 - b. Δημιουργία της Ιακωβιανής μετρήσεων, $H(x^k)$.
2. Υπολογισμός της $G(x^k)$ και επίλυση των Κανονικών εξισώσεων.
 - a. Δημιουργία του πίνακα κέρδους $G(x^k)$.
 - b. Παραγοντοποίηση του $G(x^k)$ σε LU.
 - c. Εφαρμογή εμπρός και πίσω-αντικατάστασης για την εύρεση του Δx^{k+1} .

1.2.3.1 Μη Γραμμική Συνάρτηση Μετρήσεων $h(x^k)$

Οι μετρήσεις μπορεί να είναι διαφόρων ειδών. Όμως, οι πιο συνηθισμένοι τύποι μετρήσεων είναι ροές ισχύος γραμμών, εγχύσεις ισχύος ζυγών και μέτρα τάσεων ζυγών. Αυτές οι μετρήσεις μπορούν να εκφραστούν συναρτήσεων των μεταβλητών κατάστασης του διάνυσματος x^k , είτε σε καρτεσιανό είτε σε πολικό σύστημα συντεταγμένων. Αν χρησιμοποιηθεί πολικό σύστημα συντεταγμένων για ένα σύστημα N ζυγών, το διάνυσμα κατάστασης x^k θα έχει $2N$ στοιχεία, N μέτρα τάσεων ζυγών και N γωνίες τάσεων ζυγών. Δηλαδή, το διάνυσμα x^k θα είναι:

$$x^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, V_1, V_2, \dots, V_N]$$

Οι αναλυτικές εκφράσεις των παραπάνω τύπων μετρήσεων δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

- Μέτρηση έγχυσης ενεργού ισχύος:

$$P_i = V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_{ij} - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

- Μέτρηση έγχυσης άεργου ισχύος:

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_{ij} - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

- Μέτρηση ροής ενεργού ισχύος:

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

- Μέτρηση ροής άεργου ισχύος:

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

1.2.3.2 Ιακωβιανή Μήτρα Μετρήσεων H

Η δομή της ιακωβιανής μήτρας μετρήσεων έχει την παρακάτω δομή:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{ing}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{ing}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial V}{\partial V} \\ 0 & \frac{\partial V_{mag}}{\partial V} \end{bmatrix}$$

Με παραγωγή των εξισώσεων έγχυσης και ροής ισχύος προκύπτουν οι ακόλουθες αναλυτικές εκφράσεις των επιμέρους στοιχείων:

- Μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + 2V_i g_{ij} - \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

- Μετρήσεις έγχυσης άεργου ισχύος

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = -V_i \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2V_i \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sj}) - 2V_i b_{ij} - \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

- Μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) + 2V_i (g_{ij} + g_{si})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

- Μετρήσεις ροής άεργου ισχύος

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) - 2V_i (b_{ij} + b_{si})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})$$

- Μετρήσεις τάσεως

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1, \frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \theta_i} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \theta_j} = 0$$

1.2.3.3 Μήτρα Κέρδους G

Η μήτρα κέρδους G σχηματίζεται από την ιακωβιανή H και τον πίνακα αυτομεταβλητότητας των σφαλμάτων R .

$$G(x^k) = H^T R^{-1} H$$

Ο πίνακας R θεωρείται ότι είναι διαγώνιος, με διαγώνια στοιχεία τις διασπορές των μετρήσεων. Οι ιδιότητες του G είναι οι εξής:

1. Είναι δομικά και αριθμητικά συμμετρικός

2. Είναι αραιός, αλλά λιγότερο αραιός από την H .
3. Γενικά, όλες οι ιδιοτιμές του είναι μη αρνητικές και αν το δίκτυο είναι παρατηρήσιμο, είναι επιπλέον θετικά ορισμένος.

1.2.3.4 Παραγοντοποίηση του G και επίλυση Κανονικών Εξισώσεων

Ο πίνακας κέρδους μπορεί να γραφεί ως το γινόμενο δύο τριγωνικών πινάκων, ενός κάτω L και ενός άνω U . Δηλαδή είναι:

$$G = L \cdot U$$

Αφού ο G είναι πλέον παραγοντοποιημένος, το επόμενο βήμα είναι η επίλυση των κανονικών εξισώσεων:

$$LU\Delta x^k = t^k$$

Η λύση υπολογίζεται σε δύο βήματα και δεδομένης της αραιότητας των πινάκων L και U υπολογίζεται πολύ αποδοτικά. Τα δύο βήματα είναι:

1. Εμπρός-αντικατάσταση: $U\Delta x^k = u$
2. Πίσω-αντικατάσταση: $Lu = t^k$

Κεφάλαιο 2ο – Παράλληλη και Κατανεμημένη Επεξεργασία

2.1 Εισαγωγή

Η παράλληλη και κατανεμημένη επεξεργασία είναι ένας τομέας που ερευνάται για αρκετές δεκαετίες. Μέχρι πρόσφατα, οι υπερυπολογιστές στηρίζονταν σε μονοπύρηνους επεξεργαστές, αλλά ήταν πολύ ακριβοί και οι επιδόσεις τους περιορίζονταν από τις επιδόσεις της μνήμης. Όμως, οι εξελίξεις στην αρχιτεκτονική υπολογιστών, την μικροηλεκτρονική και τις επικοινωνίες επέτρεψαν την εμφάνιση παράλληλων και κατανεμημένων συστημάτων.

2.1.1 Παράλληλα συστήματα

Τα παράλληλα συστήματα αποτελούν μια συλλογή όμοιων επεξεργαστικών στοιχείων που συνεργάζονται και επικοινωνούν με σκοπό την γρήγορη επίλυση μεγάλων προβλημάτων. Οι διάυλοι επικοινωνίας μεταξύ των επεξεργαστικών στοιχείων είναι πολύ σύντομοι και χαρακτηρίζονται από υψηλή ταχύτητα. Επίσης, χαρακτηρίζονται από υψηλή αξιοπιστία και οι οποιεσδήποτε καθυστερήσεις θεωρούνται προβλέψιμες. Τέλος, η μνήμη αυτών των στοιχείων μπορεί να είναι και μοιραζόμενη.

2.1.2 Κατανεμημένα συστήματα

Τα κατανεμημένα συστήματα αποτελούν επίσης μια συλλογή επεξεργαστικών στοιχείων και έχουν το ίδιο σκοπό με τα παράλληλα. Η διαφορά τους οφείλεται στους διαύλους επικοινωνίας καθώς επίσης και στην ομοιογένεια. Ένα κατανεμημένο σύστημα χρησιμοποιεί ένα δίκτυο υπολογιστών που εκτείνεται σε μεγάλη γεωγραφική έκταση. Όπως είναι αναμενόμενο, οι μεγάλες αποστάσεις περιορίζουν την αξιοπιστία, καθώς ο θόρυβος μπορεί να επηρεάσει τα δεδομένα που μεταφέρονται μέσω των επικοινωνιακών συνδέσμων. Εξαιτίας αυτής της έλλειψης αξιοπιστίας, είναι σχεδιασμένα να λειτουργούν ορθά παρ' όλες τις περιορισμένες συνθήκες. Επιπλέον, η ταχύτητα επικοινωνίας ανάμεσα σε δύο μονάδες του συστήματος είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μικρότερη, σε σχέση με τα παράλληλα συστήματα. Τέλος, οι επεξεργαστικές μονάδες του συστήματος δεν είναι απαραίτητα όμοιες. Για το λόγο αυτό τα κατανεμημένα συστήματα είναι γενικά ετερογενή.

Ωστόσο, μολονότι μειονεκτούν σε αρκετά σημεία σε σχέση με τα παράλληλα, έχουν επίσης τη δυνατότητα επίλυσης μεγάλων προβλημάτων αλλά και άσκησης ελέγχου σε άλλα συστήματα μεγάλης κλίμακας.

2.1.3 Σύγκριση

Η παράλληλη επεξεργασία χρησιμοποιεί πολλούς επεξεργαστές ταυτόχρονα για να λύσει ένα πρόβλημα. Ο μοναδικός σκοπός της παράλληλης επεξεργασίας είναι η πιο γρήγορη εύρεση της λύσης του προβλήματος. Εξαιτίας του μικρού μήκους των επικοινωνιακών συνδέσμων των παράλληλων συστημάτων, η επικοινωνία θεωρείται πολύ αξιόπιστη. Άρα, οι παράλληλοι αλγόριθμοι που εκτελούνται στα παράλληλα συστήματα είναι απόλυτα συγχρονισμένοι, εκτός και αν επιβληθούν εσκεμμένα τεχνητές καθυστερήσεις. Θεωρητικά, όταν δεν ζητείται προσεγγιστική λύση ενός προβλήματος, οι παράλληλοι αλγόριθμοι συγκλίνουν το ίδιο με τους αντίστοιχους σειριακούς.

Η κατανεμημένη επεξεργασία χρησιμοποιεί επίσης πολλούς επεξεργαστές ταυτόχρονα, με τη διαφορά ότι η ταχύτερη επίλυση ενός προβλήματος δεν είναι ο μοναδικός σκοπός της και ότι οι επικοινωνιακοί σύνδεσμοι δεν είναι αξιόπιστοι. Η έννοια του συγχρονισμού δεν μπορεί να υπάρξει όπως στα παράλληλα συστήματα και συνήθως οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι επιδιώκουν να πετύχουν προσεγγιστικές λύσεις.

Μολονότι ο παράλληλος υπολογισμός επιλύει ένα πρόβλημα παράλληλα, ο τρόπος επίλυσης είναι συγκεντρωτικός. Αυτό οφείλεται στην απαίτηση όλα τα δεδομένα να υπάρχουν στην τοποθεσία του παράλληλου συστήματος. Ο παράλληλος υπολογισμός προσεγγίζεται με δύο βασικά μοντέλα:

- Επεξεργασία μοιραζόμενης μνήμης (SMP): Εφαρμόζεται σε παράλληλα συστήματα με πολλούς πυρήνες. Πραγματική επικοινωνία δεδομένων δεν υπάρχει, γιατί όλα τα δεδομένα που πρόκειται να ανταλλαχθούν από τους πυρήνες αποθηκεύονται σε μια μνήμη, στην οποία έχουν πρόσβαση όλοι. Η μοναδική ιδιαίτερη απαίτηση ενός τέτοιου συστήματος είναι η ύπαρξη αρκετά μεγάλης μνήμης.
- Επεξεργασία με πέρασμα μηνυμάτων (MPI): Το MPI είναι ένα πρωτόκολλο για επικοινωνία δεδομένων ανάμεσα σε επεξεργαστές. Στο μοντέλο του MPI, οι επεξεργαστές που συμμετέχουν στον υπολογισμό, αποθηκεύουν τα δεδομένα τους σε τοπικές μνήμες και τα ανταλλάσσουν με άλλους επεξεργαστές.

Αντίθετα, ο κατανεμημένος υπολογισμός δεν απαιτεί την συγκέντρωση σε μία τοποθεσία, όλων των δεδομένων του προβλήματος. Τα μοντέλα που υπάρχουν είναι:

- Εξυπηρετητής αρχείων: Ένας εξυπηρετητής αρχείων παρέχει ένα μέρος όπου μοιράζονται τα δεδομένα των υπολογιστών που συμμετέχουν στον επεξεργασία. Ωστόσο, η αποδοτικότητα ενός τέτοιου συστήματος είναι πολύ χαμηλή επειδή ένα αρχείο μπορεί να εγγραφεί μόνο από έναν υπολογιστή τη φορά.
- Επεξεργασία με πέρασμα μηνυμάτων (MPI): Το MPI είναι κατάλληλο και στην κατανεμημένη επεξεργασία γιατί ο τρόπος λειτουργίας του προσαρμόζεται εύκολα στη δομή του κατανεμημένου συστήματος.

2.2 MPI

Το MPI (Message Passing Interface) είναι ένα προτυποποιημένο και φορητό πρωτόκολλο επικοινωνίας και προγραμματισμού που χρησιμοποιείται σε παράλληλους υπολογιστές. Το MPI υλοποιεί το μοντέλο προγραμματισμού πέρασματος μηνυμάτων (message passing). Σχεδιάστηκε από ακαδημαϊκούς και βιομηχανικούς ερευνητές, ώστε να λειτουργεί σε μια πληθώρα παράλληλων υπολογιστών. Το πρότυπο ορίζει τη σύνταξη και τη σημασιολογία μιας βασικής βιβλιοθήκης ρουτινών και συναρτήσεων, μέσω της οποίας μπορούν να γραφούν παράλληλα προγράμματα σε πολλές γλώσσες προγραμματισμού, μεταξύ των οποίων η C, η Fortran, η C++ και η Java. Υπάρχουν πολλές υλοποιήσεις του προτύπου, ανοιχτού και κλειστού κώδικα. Η υλοποίηση MPICH ήταν από τις πρώτες ανοιχτού κώδικα (MPICH1) και πλέον είναι από τις πιο διαδεδομένες. Από το 2006 καλείται MPICH2 και υλοποιεί το αναθεωρημένο πρότυπο του MPI, το MPI-2.0.

2.2.1 Περιγραφή Βιβλιοθήκης και Βασικές Έννοιες

Παρακάτω αναπτύσσονται κάποιες βασικές έννοιες, οι οποίες είναι προαπαιτούμενες προκειμένου να είναι κατανοητή η περιγραφή της βιβλιοθήκης. Στη συνέχεια ακολουθεί η περιγραφή της βιβλιοθήκης.

2.2.1.1 Διεργασία

Διεργασία είναι ένα στιγμιότυπο ενός προγράμματος που εκτελείται στον πυρήνα ενός επεξεργαστή. Περιλαμβάνει:

- μια εικόνα του κώδικα μηχανής που εκτελείται
- μνήμη που περιέχει τον εκτελέσιμο κώδικα, δεδομένα του προγράμματος, μια δομή στοίβας (call stack) και μια δομή σωρού (heap)
- πόρους του λειτουργικού συστήματος (descriptors, handles), που κατανέμονται στη διεργασία για διαχείριση αρχείων, συσκευών κτλ.
- Χαρακτηριστικά ασφάλειας, που καθορίζουν τα δικαιώματα πρόσβασης της διεργασίας
- Κατάσταση του επεξεργαστή, όπως περιεχόμενο καταχωρητών, μετρητής προγράμματος κτλ.

Η παραπάνω περιγραφή υπονοεί ότι δεδομένα μιας διεργασίας δεν είναι εμφανή ή προσβάσιμα σε άλλη διεργασία. Δηλαδή, οι διεργασίες δεν έχουν κοινό χώρο διευθύνσεων. Επιπλέον, σε σύγχρονα συστήματα με πολλούς επεξεργαστές και πολλούς πυρήνες ανά επεξεργαστή, διεργασίες του συστήματος μπορεί να εκτελούνται όχι μόνο σε διαφορετικούς επεξεργαστές, αλλά και σε διαφορετικούς πυρήνες. Για συνεργασία ανάμεσα σε δύο διεργασίες απαιτείται σύστημα περάσματος μηνυμάτων (message passing).

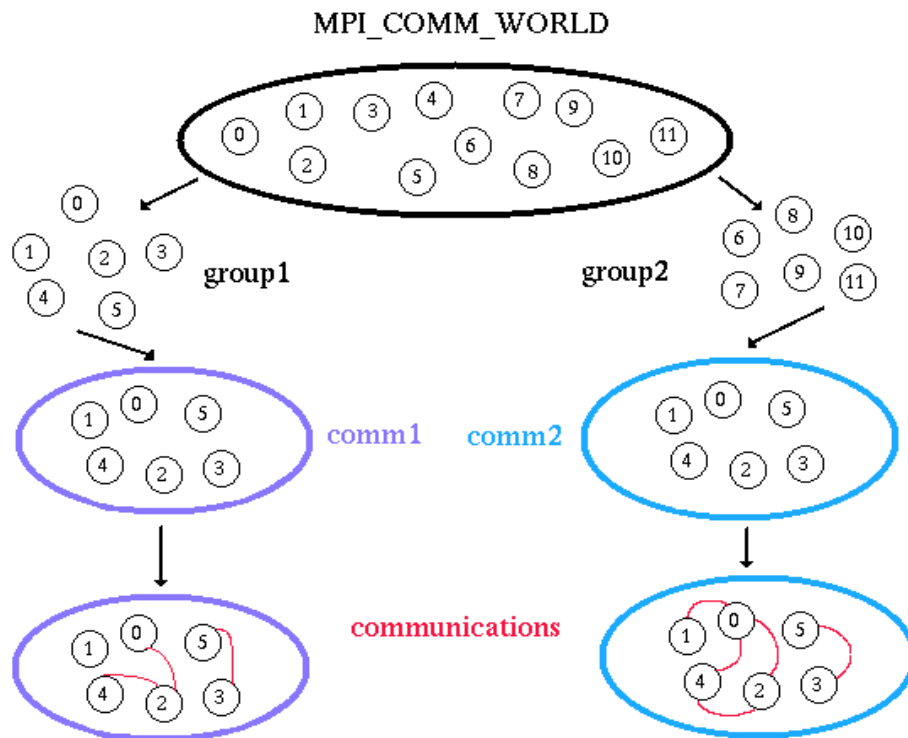
2.2.1.2 Communicator και Ομάδες

Το MPI χρησιμοποιεί ομάδες (group) και αντικείμενα χειρισμού ομάδων που ονομάζονται communicator, για να προσδιορίσει ποιές διεργασίες μπορούν να επικοινωνούν μεταξύ τους. Οι περισσότερες ρουτίνες MPI απαιτούν να εισαχθεί ένας communicator ως όρισμα, για να καθοριστεί η ομάδα στην οποία βρίσκονται οι διεργασίες που θα εκτελέσουν τη ρουτίνα. Ο πρωταρχικά ορισμένος communicator που υπάρχει σε κάθε πρόγραμμα MPI είναι ο *MPI_COMM_WORLD*, ο οποίος περιλαμβάνει όλες τις διεργασίες που συμμετέχουν στην εκτέλεση του προγράμματος. Ο *MPI_COMM_WORLD* φαίνεται στην Εικόνα 8.

2.2.1.3 Βαθμός Διεργασίας

Σε κάθε communicator, κάθε διεργασία έχει ένα μοναδικό ακέραιο αναγνωριστικό, που δίνεται από το σύστημα κατά την αρχικοποίησή της. Αυτό το αναγνωριστικό ονομάζεται βαθμός της διεργασίας (rank). Οι βαθμοί ξεκινούν από

την τιμή 0 και δίνονται συνεχόμενοι. Είναι χρήσιμοι στον προγραμματιστή, επειδή αφενός καθορίζουν τον αποστολέα και τον παραλήπτη των μηνυμάτων και αφετέρου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να ελέγξουν τη ροή εκτέλεσης του προγράμματος.



Εικόνα 8

2.2.1.4 Μηνύματα

Μεταφορά ενός μηνύματος είναι η διαδικασία κατά την οποία τιμές μεταβλητών μιας διεργασίας μετακινούνται σε μεταβλητές μιας άλλης διεργασίας. Το μήνυμα αποτελείται από τα δεδομένα που αποστέλλονται. Το σύστημα μεταφοράς μηνύματος ενδιαφέρεται μόνο για τη μετακίνηση και όχι για την τιμή των δεδομένων. Για την αποστολή του μηνύματος χρειάζονται κάποιες πληροφορίες:

- Η διεργασία προέλευσης του μηνύματος.
- Η θέση των δεδομένων στην διεργασία προέλευσης (διεύθυνση μνήμης).
- Το είδος των δεδομένων, ώστε να καθοριστεί το μέγεθος σε bytes κάθε στοιχείου που θα μεταφερθεί (ακέραιοι, αριθμοί κινητής υποδιαστολής κτλ.).
- Το πλήθος των στοιχείων που θα μεταφερθούν, ώστε να καθοριστεί το μέγεθος του μηνύματος σε bytes.
- Η διεργασία παραλαβής του μηνύματος.

- Η θέση αποθήκευσης των παραληφθέντων δεδομένων στην διεργασία παραλαβής.
- Η μέγιστη ποσότητα δεδομένων που μπορεί να λάβει η διεργασία παραλαβής.

Γενικά, η διεργασία προέλευσης θα συνεργαστεί με την διεργασία παραλαβής για τις παραπάνω πληροφορίες. Το σύστημα μεταφοράς μηνυμάτων πρέπει να παρέχει κάποιες πληροφορίες σχετικές με την πρόοδο της επικοινωνίας. Αυτές οι πληροφορίες είναι πληροφορίες συγχρονισμού ανάμεσα στον αποστολέα και τον παραλήπτη του μηνύματος.

2.2.1.5 Διευθυνσιοδότηση

Τα μηνύματα απαιτούν ένα είδος διευθυνσιοδότησης προκειμένου να είναι σαφής η επικοινωνία. Πιο αναλυτικά, τα δεδομένα, που μετακινούνται μέσω του συστήματος περάσματος μηνυμάτων, πρέπει να περιλαμβάνουν την πληροφορία του αποστολέα και του παραλήπτη του μηνύματος, ώστε το σύστημα να μπορεί να μεταβιβάσει το μήνυμα στον σωστό αποδέκτη. Επιπλέον, όταν το μήνυμα μεταβιβαστεί στο σωστό αποδέκτη, απαιτείται να είναι γνωστός ο χώρος όπου θα αποθηκευτούν προσωρινά τα περιεχόμενα του μηνύματος. Ο χώρος αυτός ονομάζεται ενταμιευτής (buffer).

2.2.1.6 Επικοινωνία Σημείο-σε-Σημείο

Η πιο απλή μορφή μηνύματος είναι επικοινωνία σημείο-σε-σημείο. Η επικοινωνία από σημείο-σε-σημείο περιλαμβάνει δύο διαφορετικές λειτουργίες MPI. Η μία λειτουργία είναι η αποστολή του μηνύματος και η δεύτερη είναι η παραλαβή του μηνύματος. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι επικοινωνίας από σημείο-σε-σημείο.

Η πιο βασική διάκριση στους τρόπους επικοινωνίας είναι η σύγχρονη και η ασύγχρονη. Στη σύγχρονη επικοινωνία, περιλαμβάνονται πληροφορίες σχετικές με την ολοκλήρωση της αποστολής του μηνύματος. Στην ασύγχρονη επικοινωνία, είναι γνωστό μόνο το πότε έφυγε το μήνυμα, όχι το αν έφτασε.

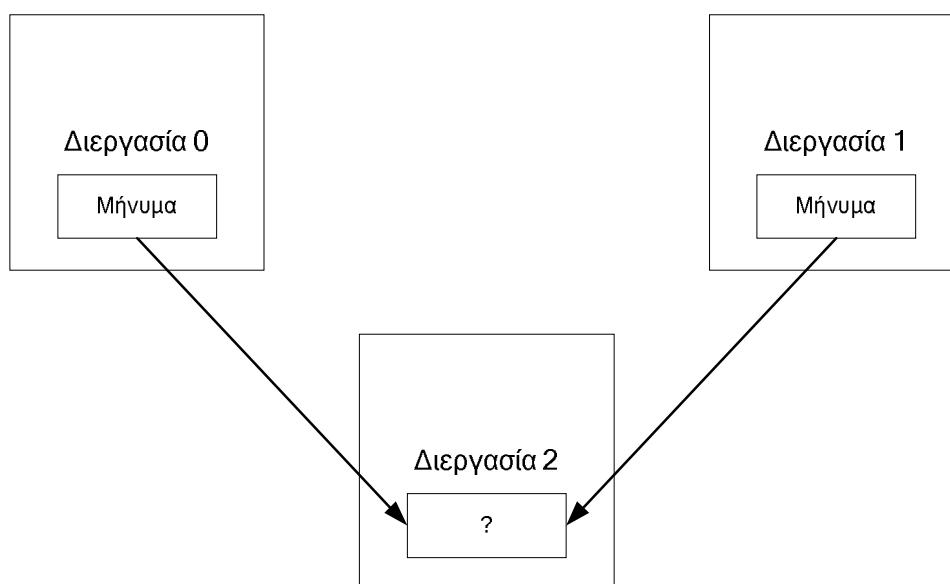
Άλλη μια σημαντική διάκριση στους τρόπους επικοινωνίας είναι το κλείδωμα ή όχι της επικοινωνίας. Λειτουργίες μεταφοράς δεδομένων που κλειδώνουν (blocking) επιτρέπουν την έξοδο από την κληθείσα ρουτίνα, μόνο εφόσον έχει ολοκληρωθεί η επικοινωνία και τα δεδομένα είναι έτοιμα προς χρήση. Λειτουργίες που δεν κλειδώνουν (non-blocking) επιτρέπουν έξοδο, ώστε το πρόγραμμα που κάλεσε τη ρουτίνα να συνεχίσει με μια άλλη εργασία. Ουσιαστικά, οι λειτουργίες

επικοινωνίας που δεν κλειδώνουν, ζητούν από το MPI να ολοκληρώσει την επικοινωνία όταν είναι δυνατό. Ο χρήστης δεν μπορεί να προβλέψει ποτέ το πέρας της επικοινωνίας. Ο έλεγχος για το πέρας της, μπορεί να γίνει αργότερα με κατάλληλες ρουτίνες αναμονής. Οι λειτουργίες που δεν κλειδώνουν χρησιμοποιούνται για τη βελτίωση της απόδοσης.

2.2.1.7 Τάξη και Δικαιοσύνη Μηνυμάτων

Το MPI εγγυάται τάξη στα μηνύματα που αποστέλλονται ή λαμβάνονται από μια διεργασία. Συγκεκριμένα, τα μηνύματα δεν μπορούν να προσπεράσουν το ένα το άλλο. Αν αποσταλούν, διαδοχικά, δύο μηνύματα στον ίδιο παραλήπτη, είναι σίγουρο ότι το πρώτο μήνυμα θα φτάσει πριν το δεύτερο. Ωστόσο, η τάξη δεν μπορεί να τηρηθεί αν κάθε διεργασία περιλαμβάνει πολλαπλά νήματα εκτέλεσης.

Αντίθετα με την τάξη, η έννοια της δικαιοσύνης δεν υπάρχει στο MPI. Συγκεκριμένα, αν δύο διεργασίες στείλουν ένα μήνυμα έκαστη σε μια τρίτη διεργασία και ανταγωνίζονται για την ίδια θέση, τότε μόνο μια από τις δύο αποστολές θα ολοκληρωθεί. Το ποια από τις δύο θα ολοκληρωθεί είναι απροσδιόριστο.

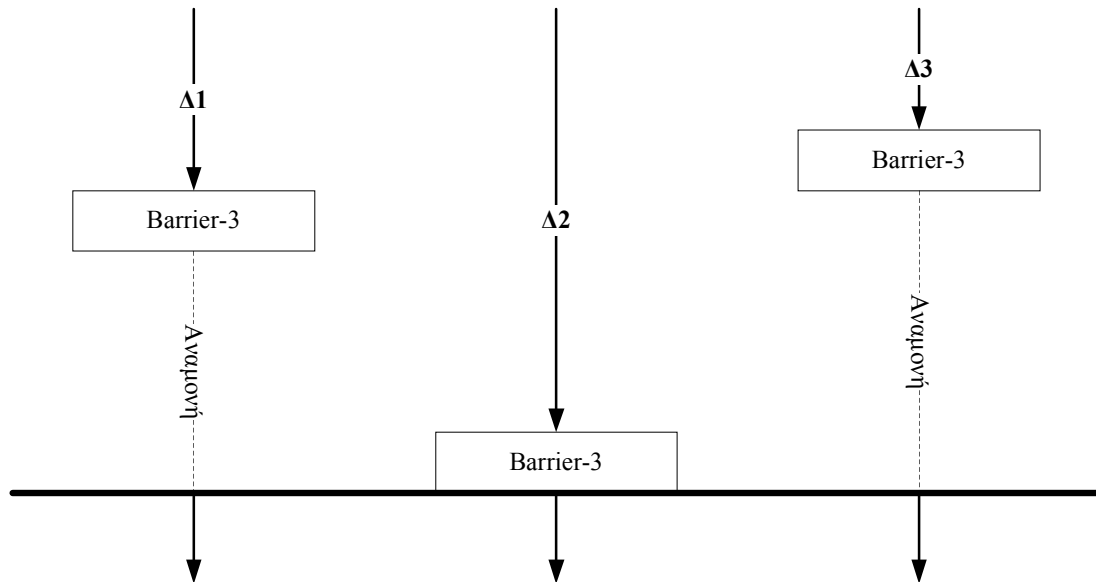


Εικόνα 9

2.2.1.8 Συλλογική Επικοινωνία

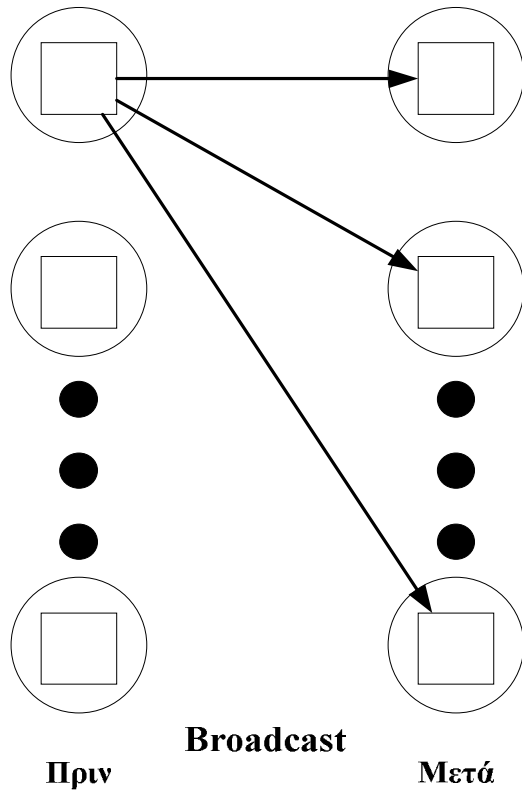
Το σύστημα περάσματος μηνυμάτων περιλαμβάνει λειτουργίες επικοινωνίας ώστε ένα πλήθος διεργασιών, μεγαλύτερο των δύο, να μπορεί να επικοινωνήσει μεταξύ τους. Το πλήθος των διεργασιών καθορίζεται από έναν communicator ή μια ομάδα. Υπάρχουν τρεις λόγοι για συλλογική επικοινωνία, ο συγχρονισμός, η μεταφορά δεδομένων και ο συλλογικός υπολογισμός.

Το φράγμα (barrier) είναι μια λειτουργία που συγχρονίζει διεργασίες. Δεν υφίσταται ανταλλαγή δεδομένων, αλλά προκαλείται κλείδωμα της καλούσας διεργασίας, μέχρι όλες οι συμμετέχουσες διεργασίες στο φράγμα, να καλέσουν τη ρουτίνα του φράγματος. Στην Εικόνα 10 φαίνεται η λειτουργία του φράγματος.



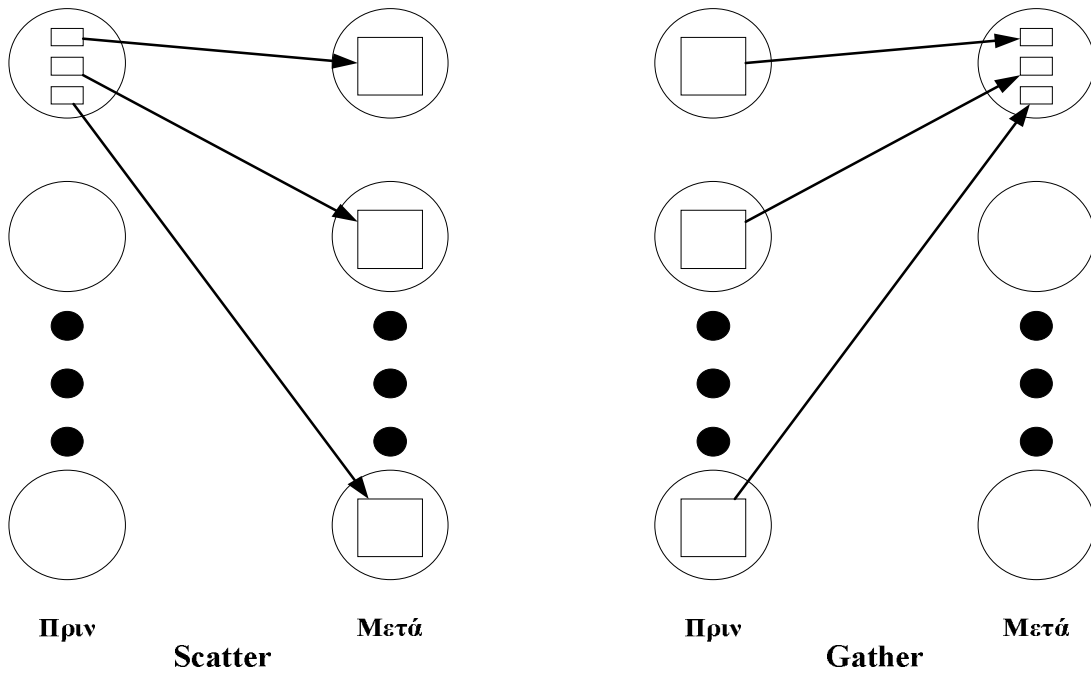
Εικόνα 10

Η εξαγγελία ενός μηνύματος (broadcast), ο διασκορπισμός (scatter) και η περισυλλογή (gather) είναι λειτουργίες επικοινωνίας από έναν-σε-πολλούς. Στην εξαγγελία ένα μήνυμα αποστέλλεται από μια διεργασία σε πολλούς αποδέκτες, με μία μόνο κλήση ρουτίνας. Η λειτουργία της εξαγγελίας μπορεί να φαίνεται περιττή, αν υλοποιηθεί με πολλαπλές διαδοχικές λειτουργίες αποστολής-λήψης από σημείο-σε-σημείο. Ωστόσο, μια τέτοια υλοποίηση θα ήταν αργή, γιατί αν μια λειτουργία από σημείο-σε-σημείο έχει καθυστέρηση t_{comm} , n διαδοχικές κλήσεις θα είχαν συνολική καθυστέρηση $t_{sum} = n \cdot t_{comm}$. Η υλοποίηση του MPI για την εξαγγελία ενός μηνύματος είναι πολύ πιο αποδοτική και ως εκ τούτου καθιστά την ύπαρξη της εξαγγελίας απαραίτητη. Στην Εικόνα 11 φαίνεται η λειτουργία της εξαγγελίας (broadcast).



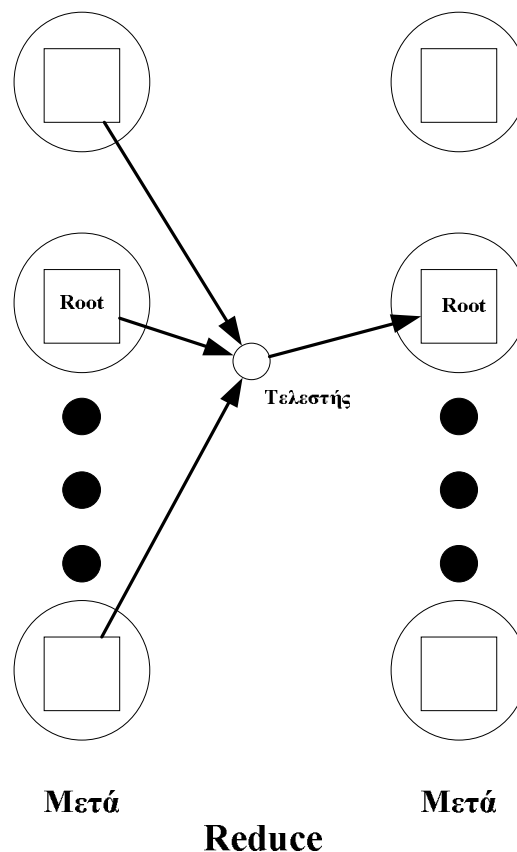
Εικόνα 11

Στον διασκορπισμό, αποστέλλονται διακριτά μηνύματα από μία ή κάθε διεργασία σε κάθε άλλη διεργασία της ομάδας. Στην περισυλλογή, γίνεται το αντίθετο του διασκορπισμού, δηλαδή κάθε διεργασία συλλέγει διακριτά μηνύματα από μία ή κάθε άλλη διεργασία της ομάδας. Στην Εικόνα 12 φαίνονται οι λειτουργίες scatter και gather.



Εικόνα 12

Οι λειτουργίες ελάττωσης (reduction) παίρνουν δεδομένα από πολλές διεργασίες, εφαρμόζουν ένα τελεστή πάνω σε αυτά τα δεδομένα και επιστρέφουν το αποτέλεσμα της ελάττωσης σε μια ή όλες τις συμμετέχουσες διεργασίες. Οι δυνατές λειτουργίες ελάττωσης στο MPI είναι οι εξής: υπολογισμός μεγίστου, υπολογισμός ελαχίστου, υπολογισμός αθροίσματος, υπολογισμός γινομένου, υπολογισμός λογικού AND, υπολογισμός λογικού OR, υπολογισμός αποκλειστικού OR, υπολογισμός μέγιστου και ελάχιστου συμπεριλαμβανομένης της θέσης του μέγιστου ή του ελάχιστου. Στην Εικόνα 13 φαίνεται η λειτουργία της ελάττωσης.



Εικόνα 13

2.2.2.1 Τύποι Δεδομένων MPI

Για λόγους φορητότητας των προγραμμάτων, το MPI ορίζει κάποιους βασικούς τύπους δεδομένων. Μερικοί από αυτούς αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα για τη γλώσσα προγραμματισμού C:

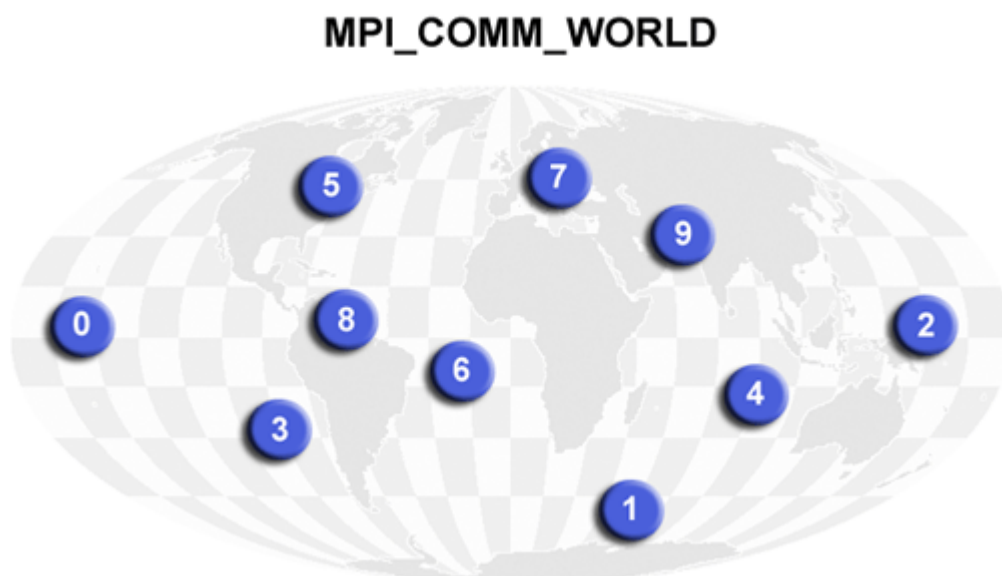
ΑΚΕΡΑΙΟΙ	ΚΙΝΗΤΗΣ ΥΠΟΔΙΑΣΤΟΛΗΣ	ΔΥΑΔΙΚΟΙ	ΑΛΛΟΙ
<i>MPI_CHAR</i>	<i>MPI_FLOAT</i>	<i>MPI_BYTE</i>	<i>MPI_PACKED</i>
<i>MPI_SHORT</i>	<i>MPI_DOUBLE</i>		
<i>MPI_INT</i>	<i>MPI_LONG_DOUBLE</i>		

Πίνακας 2

Οι τύποι δεδομένων *MPI_PACKED* και *MPI_BYTE* δεν αντιστοιχούν σε κανένα γνωστό τύπο δεδομένων της γλώσσας C. Ο τύπος *MPI_BYTE* αποθηκεύει δυαδικά δεδομένα, ενώ ο *MPI_PACKED* αποθηκεύει δεδομένα που έχουν πακεταριστεί με τη συνάρτηση *MPI_Pack()*. Επιπλέον των παραπάνω τύπων δεδομένων, οι προγραμματιστές έχουν τη δυνατότητα να ορίσουν δομές δεδομένων βάσει των πρωταρχικών τύπων που αναφέρθηκαν.

2.2.2.2 Βασικές Ρουτίνες MPI

*MPI_Init(int *argc, char ***argv)*: Αρχικοποιεί το περιβάλλον εκτέλεσης MPI. Αυτή η ρουτίνα πρέπει να καλείται σε οποιοδήποτε πρόγραμμα MPI και πρέπει να καλείται πριν από οποιαδήποτε άλλη συνάρτηση MPI. Η κλήση της γίνεται μόνο μια φορά. Η κλήση της *MPI_Init()* ορίζει έναν communicator, τον *MPI_COMM_WORLD*, για κάθε διεργασία που την καλεί. Όλες οι κλήσεις επικοινωνίας του MPI απαιτούν ένα όρισμα communicator και δύο διεργασίες MPI μπορούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους μόνο αν έχουν ένα κοινό communicator. Κάθε communicator περιέχει μια ομάδα διεργασιών και κάθε διεργασία αριθμείται μέσα στην ομάδα διαδοχικά από το 0. Ο αριθμός μια διεργασίας είναι ο βαθμός της για τον συγκεκριμένο communicator και είναι αυτό που την ξεχωρίζει από τις άλλες. Μια διεργασία μπορεί να ανήκει σε παραπάνω από ένα communicator και να έχει διαφορετικό βαθμό σε κάθε ένα. Όλες όμως οι διεργασίες ανήκουν στον communicator *MPI_COMM_WORLD*.



Εικόνα 14

MPI_Finalize(): Με αυτή τη ρουτίνα, τερματίζεται το περιβάλλον εκτέλεσης του MPI. Αυτή η ρουτίνα πρέπει να είναι η τελευταία που καλείται σε ένα πρόγραμμα MPI, όταν όλες οι επικοινωνίες έχουν ολοκληρωθεί. Καμία άλλη συνάρτηση MPI δεν μπορεί να κληθεί μετά από αυτή. Είναι μια ρουτίνα καθαρισμού όλων των δομών που χρησιμοποιήθηκαν.

MPI_Abort(MPI_Comm comm, int errcode): Με αυτή τη ρουτίνα όλες οι διεργασίες της ομάδας που σχετίζεται με τον communicator *comm* τερματίζονται. Στις περισσότερες υλοποιήσεις του MPI, τερματίζονται όλες οι διεργασίες, ανεξαρτήτως του communicator.

*MPI_Comm_Rank(MPI_Comm comm, int *rank)*: Η ρουτίνα επιστρέφει στο όρισμα *rank* τον βαθμό που έχει η διεργασία που την καλεί, μέσα στην ομάδα του communicator *comm*. Αρχικά, κάθε διεργασία θα έχει έναν μοναδικό ακέραιο βαθμό ανάμεσα στις τιμές 0 και τον αριθμό των διεργασιών μείων 1, εντός του communicator *MPI_COMM_WORLD*. Αν μια διεργασία συσχετιστεί με άλλους communicator, θα έχει ένα μοναδικό βαθμό σε κάθε έναν από αυτούς.

*MPI_Comm_Size(MPI_Comm comm, int *size)*: Η ρουτίνα επιστρέφει στο όρισμα *size* το πλήθος των διεργασιών, που ανήκουν στην ομάδα που σχετίζεται με τον communicator *comm*.

*MPI_Group_incl(MPI_Group group, int n, int *ranks, MPI_Group *group_out)*: Η ρουτίνα δημιουργεί μια νέα ομάδα *group_out*, αναδιατάσσοντας μια ήδη υπάρχουσα ομάδα *group* και επιλέγοντας μόνο τα μέλη που καθορίζονται από τον πίνακα *ranks*.

*MPI_Comm_create(MPI_Comm comm, MPI_Group group, MPI_Comm *comm_out)*: Η ρουτίνα δημιουργεί έναν νέο communicator *comm_out* για μια νέα ομάδα *group*.

*MPI_Send(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int dest, int tag, MPI_Comm comm)*: Είναι η βασική ρουτίνα αποστολής μηνύματος που κλειδώνει (blocking) κατά την κλήση της. Τα διάφορα ορίσματα της ρουτίνας είναι:

- *buf*: Είναι ένας δείκτης (διεύθυνση) στη θέση της μνήμης, όπου είναι αποθηκευμένα τα δεδομένα που θα αποσταλούν με το μήνυμα. Ουσιαστικά, είναι το συμβολικό όνομα ενός μονοδιάστατου πίνακα.
- *count*: Πρόκειται για το πλήθος των στοιχείων του παραπάνω μονοδιάστατου πίνακα.
- *datatype*: Είναι ο τύπος δεδομένων (data type) των στοιχείων του πίνακα. Πιθανοί τύποι δεδομένων του MPI έχουν ήδη αναφερθεί.
- *dest*: Αναφέρεται στην διεργασία για την οποία προορίζεται το μήνυμα. Στη θέση *dest* εισάγεται ο βαθμός που έχει η διεργασία προορισμού, μέσα στην ομάδα του communicator *comm*.
- *comm*: Η ομάδα στην οποία ανήκουν η αποστέλλουσα και η παραλαμβάνουσα διεργασία, χαρακτηρίζεται από τον communicator *comm*.

*MPI_Isend(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int dest, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Request *request)*: Είναι μια ρουτίνα αποστολής μηνύματος που δεν κλειδώνει (non-blocking) κατά την κλήση της. Τα διάφορα ορίσματα της ρουτίνας είναι:

- *buf*: Είναι ένας δείκτης (διεύθυνση) στη θέση της μνήμης, όπου είναι αποθηκευμένα τα δεδομένα που θα αποσταλούν με το μήνυμα. Ουσιαστικά, είναι το συμβολικό όνομα ενός μονοδιάστατου πίνακα.
- *count*: Πρόκειται για το πλήθος των στοιχείων του παραπάνω μονοδιάστατου πίνακα.
- *datatype*: Είναι ο τύπος δεδομένων (data type) των στοιχείων του πίνακα. Πιθανοί τύποι δεδομένων του MPI έχουν ήδη αναφερθεί.
- *dest*: Αναφέρεται στην διεργασία για την οποία προορίζεται το μήνυμα. Στη θέση *dest* εισάγεται ο βαθμός που έχει η διεργασία προορισμού, μέσα στην ομάδα του communicator *comm*.
- *comm*: Η ομάδα στην οποία ανήκουν η αποστέλλουσα και η παραλαμβάνουσα διεργασία, χαρακτηρίζεται από τον communicator *comm*.
- *request*: Είναι η μεταβλητή εξόδου της ρουτίνας. Σε αυτή αποθηκεύεται η κατάσταση την αποστολής (αν ολοκληρώθηκε, αν εκκρεμεί ακόμα ή αν υπάρχει κάποιο σφάλμα). Κάθε ρουτίνα *MPI_Isend* οφείλει να ακολουθείται από την κλήση μιας ρουτίνας ελέγχου της κατάστασης της αποστολής.

*MPI_Recv(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int source, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Status *status)*: Είναι η βασική ρουτίνα παραλαβής μηνύματος που κλειδώνει (blocking) κατά την κλήση της. Πρόκειται για τη συμπληρωματική της *MPI_Send*. Τα διάφορα ορίσματα της ρουτίνας είναι:

- *buf*: Είναι ένας δείκτης (διεύθυνση) στη μνήμη, στην οποία θα αποθηκευτούν τα δεδομένα που περιέχει το εισερχόμενο μήνυμα. Ουσιαστικά, είναι το συμβολικό όνομα ενός μονοδιάστατου πίνακα που λειτουργεί ως ενταμιευτής (buffer).
- *count*: Πρόκειται για το μέγιστο πλήθος των στοιχείων που μπορούν να αποθηκευτούν στον παραπάνω μονοδιάστατο πίνακα. Μετά την ολοκλήρωση της λήψης, ο ενταμιευτής μπορεί να περιέχει το πολύ *count* στοιχεία.
- *datatype*: Είναι ο τύπος δεδομένων (data type) των στοιχείων του πίνακα. Πιθανοί τύποι δεδομένων του MPI έχουν ήδη αναφερθεί.
- *source*: Αναφέρεται στην διεργασία από την οποία προέρχεται το μήνυμα. Στη θέση *source* εισάγεται ο βαθμός που έχει η διεργασία προέλευσης, μέσα στην ομάδα του communicator *comm*.
- *comm*: Η ομάδα στην οποία ανήκουν η αποστέλλουσα και η παραλαμβάνουσα διεργασίες, χαρακτηρίζεται από τον communicator *comm*.
- *status*: Είναι η μεταβλητή εξόδου της ρουτίνας. Σε αυτή αποθηκεύεται η κατάσταση την λήψης (αν ολοκληρώθηκε, αν εκκρεμεί ακόμα ή αν υπάρχει κάποιο σφάλμα).

*MPI_IRecv(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int source, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Request *request)*: Είναι μια ρουτίνα παραλαβής μηνύματος που δεν κλειδώνει (non-blocking) κατά την κλήση της. Πρόκειται για τη συμπληρωματική της *MPI_Isend*. Τα διάφορα ορίσματα της ρουτίνας είναι:

- *buf*: Είναι ένας δείκτης (διεύθυνση) στη μνήμη, στην οποία θα αποθηκευτούν τα δεδομένα που περιέχει το εισερχόμενο μήνυμα. Ουσιαστικά, είναι το συμβολικό όνομα ενός μονοδιάστατου πίνακα που λειτουργεί ως ενταμιευτής (buffer).
- *count*: Πρόκειται για το μέγιστο πλήθος των στοιχείων που μπορούν να αποθηκευτούν στον παραπάνω μονοδιάστατο πίνακα. Μετά την ολοκλήρωση της λήψης, ο ενταμιευτής μπορεί να περιέχει το πολύ *count* στοιχεία.

- *datatype*: Είναι ο τύπος δεδομένων (data type) των στοιχείων του πίνακα. Πιθανοί τύποι δεδομένων του MPI έχουν ήδη αναφερθεί.
- *source*: Αναφέρεται στην διεργασία από την οποία προέρχεται το μήνυμα. Στη θέση *source* εισάγεται ο βαθμός που έχει η διεργασία προέλευσης, μέσα στην ομάδα του communicator *comm*.
- *comm*: Η ομάδα στην οποία ανήκουν η αποστέλλουσα και η παραλαμβάνουσα διεργασίες, χαρακτηρίζεται από τον communicator *comm*.
- *request*: Είναι η μεταβλητή εξόδου της ρουτίνας. Σε αυτή αποθηκεύεται η κατάσταση την λήψης (αν ολοκληρώθηκε, αν εκκρεμεί ακόμα ή αν υπάρχει κάποιο σφάλμα). Κάθε ρουτίνα *MPI_Irecv()* οφείλει να ακολουθείται από την κλήση μιας ρουτίνας ελέγχου της κατάστασης της λήψης.

*MPI_Wait(MPI_Request *request, MPI_Status *status)*: Είναι μια εκ των δύο ρουτινών ελέγχου της κατάστασης μια διαδικασίας επικοινωνίας. Αυτή η ρουτίνα κλειδώνει (block) και ελέγχει την κατάσταση της διαδικασίας επικοινωνίας, μέσω της μεταβλητής εξόδου της διαδικασίας *request*.

*MPI_Test(MPI_Request *request, int *flag, MPI_Status *status)*: Πρόκειται για τη δεύτερη ρουτίνα ελέγχου της κατάστασης μιας διαδικασίας επικοινωνίας. Σε αντίθεση με την *MPI_Wait()*, η *MPI_Test()* δεν κλειδώνει. Εξετάζει αν η διαδικασία επικοινωνίας ολοκληρώθηκε και επιστρέφει το αποτέλεσμα της εξέτασης στη μεταβλητή *flag* (0 ή 1).

MPI_Barrier(MPI_Comm comm): Αυτή η ρουτίνα υλοποιεί τη διαδικασία φράγματος που περιγράφηκε νωρίτερα. Πιο συγκεκριμένα, η ρουτίνα κλειδώνει (block) τη διεργασία που την κάλεσε, μέχρι όλες οι διεργασίες, που ανήκουν στην ομάδα του communicator *comm*, να καλέσουν επίσης τη ρουτίνα. Δεν υφίσταται ανταλλαγή δεδομένων.

*MPI_Bcast(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int root, MPI_Comm comm)*: Είναι μια ρουτίνα συλλογικής επικοινωνίας. Σε αυτή τη ρουτίνα καθορίζεται η βασική διεργασία (*root*), και όλες οι άλλες διεργασίες που την καλούν λαμβάνουν

ένα αντίγραφο των δεδομένων της βασικής διεργασίας. Τα διάφορα ορίσματα της ρουτίνας είναι:

- *buf*: Είναι ένας δείκτης (διεύθυνση) στη μνήμη. Αν η διεργασία που καλεί τη ρουτίνα είναι η βασική (*root*), το *buf* αναφέρεται στη διεύθυνση στην οποία βρίσκεται το αντίγραφο που πρέπει να διαδοθεί στις άλλες διεργασίες. Σε διαφορετική περίπτωση, αναφέρεται στη διεύθυνση όπου θα αποθηκευτεί το αντίγραφο της βασικής (*root*) διεργασίας. Ουσιαστικά, είναι το συμβολικό όνομα ενός μονοδιάστατου πίνακα που λειτουργεί ως ενταμιευτής και στις δύο περιπτώσεις.
- *count*: Και αυτό το όρισμα έχει διττή σημασία. Αν η ρουτίνα καλείται από την βασική (*root*) διεργασία, είναι το πλήθος των στοιχείων του αντιγράφου. Αν όμως καλείται από κάποια άλλη διεργασία, πρόκειται για το μέγιστο πλήθος των στοιχείων που μπορούν να αποθηκευτούν στον παραπάνω ενταμιευτή.
- *datatype*: Είναι ο τύπος δεδομένων (data type) των στοιχείων του ενταμιευτή. Αυτό το όρισμα έχει μια μόνο σημασία, ανεξάρτητα με το ποιός καλεί τη ρουτίνα.
- *root*: Είναι ο βαθμός της βασικής (*root*) διεργασίας. Η βασική (*root*) διεργασία εισάγει τον ίδιο της το βαθμό.
- *comm*: Η ομάδα, στην οποία ανήκουν οι διεργασίες που λαμβάνουν μέρος σε αυτή τη συλλογική επικοινωνία, χαρακτηρίζεται από τον communicator *comm*.

*MPI_Gather(void *sendbuf, int sendcnt, MPI_Datatype sendtype, void *recvbuf, int recvcnt, MPI_Datatype recvtype, int root, MPI_Comm comm)*: Είναι μια ρουτίνα συλλογικής επικοινωνίας. Σε αυτή τη ρουτίνα καθορίζεται η βασική διεργασία (*root*), και σε αυτή τη διεργασία αποστέλλονται τιμές από όλες τις άλλες διεργασίες της ομάδας. Τα διάφορα ορίσματα της ρουτίνας είναι:

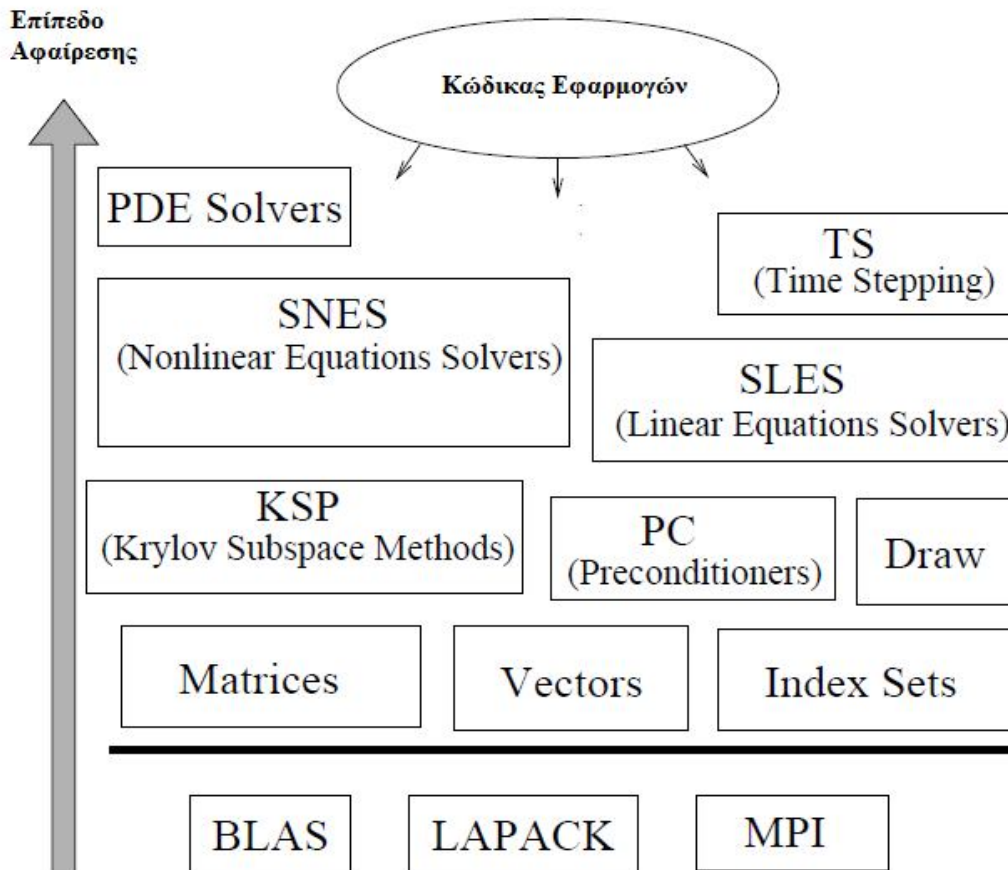
- *sendbuf*: Είναι ένας δείκτης (διεύθυνση) στη μνήμη. Το *sendbuf* αναφέρεται στη διεύθυνση που θα υπάρχουν τα δεδομένα που θα αποσταλούν στη βασική. Ουσιαστικά, είναι το συμβολικό όνομα ενός μονοδιάστατου πίνακα που λειτουργεί ως ενταμιευτής αποστολής.
- *sendcnt*: Σε αυτό το όρισμα καθορίζεται το πλήθος των στοιχείων που θα αποσταλούν.

- *sendtype*: Είναι ο τύπος δεδομένων (data type) των στοιχείων του ενταμιευτή αποστολής.
- *recvbuf*: Είναι ένας δείκτης (διεύθυνση) στη μνήμη. Το *recvbuf* αναφέρεται στη διεύθυνση που θα λειφθούν όλα τα δεδομένα που έχουν σταλεί από την ομάδα. Ουσιαστικά, είναι το συμβολικό όνομα ενός μονοδιάστατου πίνακα που λειτουργεί ως ενταμιευτής λήψης.
- *recvcnt*: Σε αυτό το όρισμα καθορίζεται το πλήθος των στοιχείων που θα ληφθούν. Αυτό το όρισμα και το προηγούμενο, έχουν σημασία μόνο στη βασική διεργασία.
- *root*: Είναι ο βαθμός της βασικής (*root*) διεργασίας. Η βασική (*root*) διεργασία εισάγει τον ίδιο της το βαθμό.
- *comm*: Η ομάδα, στην οποία ανήκουν οι διεργασίες που λαμβάνουν μέρος σε αυτή τη συλλογική επικοινωνία, χαρακτηρίζεται από τον communicator *comm*.

2.3 PETSc

Η βιβλιοθήκη PETSc (Portable, Extensible Toolkit for Scientific Computation) είναι μια σουίτα δομών δεδομένων και ρουτινών που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παράλληλη επίλυση προβλημάτων. Τέτοιου είδους προβλήματα προκύπτουν από σύγχρονες επιστημονικές εφαρμογές και μοντελοποιούνται με μερικές διαφορικές εξισώσεις. Η παράλληλη επικοινωνία υλοποιείται με χρήση του MPI. Η PETSc ενδείκνυται για εφαρμογές μεγάλης κλίμακας. Περιλαμβάνει ένα μεγάλο εύρος παράλληλων γραμμικών και μη-γραμμικών επιλυτών εξισώσεων, οι οποίοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προγραμματιστικές εφαρμογές γραμμένες σε C, C++, Fortran.

Η δομή της PETSc αποτελείται από διάφορες μικρότερες βιβλιοθήκες, κάθε μία από τις οποίες είναι σχεδιασμένη να χειρίζεται συγκεκριμένο τύπο αντικειμένων. Βασικά τέτοια αντικείμενα είναι τα διανύσματα (vector), οι πίνακες (matrix), μέθοδοι Krylov, μεταθέσεις, επιλυτές. Τα παραπάνω εμφανίζονται εποπτικά στην Εικόνα 15.



Οργάνωση των Βιβλιοθηκών της PETSc

Εικόνα 15

2.3.1 Βασικές Ρουτίνες PETSc και Τύποι Δεδομένων

Η PETSc χρησιμοποιεί εσωτερικά το MPI για παράλληλη επικοινωνία. Η χρήση αυτή είναι τελείως διαφανής στο χρήστη. Ωστόσο, επειδή χρησιμοποιείται το MPI, υπάρχουν κάποιες απαραίτητες ρουτίνες που πρέπει να κληθούν σε κάθε πρόγραμμα PETSC. Αυτές είναι οι *PetscInitialize()* και *PetscFinalize()*, που είναι οι αντίστοιχες (wrapper) των *MPI_Init()* και *MPI_Finalize()*.

Επιπλέον, η PETSc ορίζει δικούς της πρωταρχικούς τύπους δεδομένων, αλλά οι περισσότεροι από αυτούς είναι περιτυλίγματα (wrapper) των αντίστοιχων τύπων δεδομένων του MPI. Επιπλέον, ορίζονται και αφαιρετικές δομές δεδομένων για την παράσταση σύνθετων δομών όπως επιλυτές, διανύσματα και πίνακες. Μερικοί από αυτούς αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα:

ΑΚΕΡΑΙΟΙ	ΚΙΝΗΤΗΣ ΥΠΟΔΙΑΣΤΟΛΗΣ	ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ
<i>PetscChar</i>	<i>PetscReal</i>	<i>Vec</i>
<i>PetscMPIInt</i>	<i>PetscScalar</i>	<i>Mat</i>
<i>PetscInt</i>		<i>Ksp</i>

Πίνακας 3

Ο τύπος δεδομένων *PetscReal* είναι πραγματικός αριθμός, κινητής υποδιαστολής διπλής ακρίβειας. Ο τύπος *PetscScalar* ορίζεται κατά την εγκατάσταση της PETSc, είτε ως μιγαδικός αριθμός είτε ως πραγματικός.

2.3.2 Διανύσματα

Τα διανύσματα αναπαρίστανται με τη δομή δεδομένων *Vec*. Δεν πρόκειται για περιτύλιγμα απλής μονοδιάστατης διάταξης. Εσωτερικά, η δομή περιλαμβάνει αρκετές μεταβλητές που είναι απαραίτητες για το χειρισμό της, αλλά καμία δεν είναι άμεσα προσπελάσιμη από το χρήστη, παρά μόνο με τη χρήση ειδικών συναρτήσεων, όπως αυτές που ακολουθούν.

2.3.2.1 Δημιουργία

Η δημιουργία ενός διανύσματος γίνεται με κλήση της ρουτίνας *VecCreate(MPI Comm comm, Vec *x)*. Η ρουτίνα δημιουργεί μια δομή τύπου *Vec*, στην οποία αποθηκεύεται το διάνυσμα. Ανάλογα με τον communicator *comm* που δίνεται ως όρισμα, το διάνυσμα που θα δημιουργηθεί θα είναι είτε παράλληλο είτε σειριακό. Παράλληλο θα είναι, αν στον communicator ανήκουν περισσότερες από μια διεργασίες, ενώ σειριακό αν ανήκει μόνο μία. Το διάνυσμα που έχει δημιουργηθεί με κλήση της *VecCreate()* δεν έχει καθορισμένη διάσταση, ούτε περιεχόμενα. Η διάσταση του διανύσματος καθορίζεται μέσω της *VecSetSizes(Vec x, int m, int M)*. Το *M* είναι η καθολική διάσταση του διανύσματος, ενώ το προαιρετικό όρισμα *m* είναι το πλήθος των στοιχείων που αποθηκεύεται στην τοπική διεργασία, όταν πρόκειται για παράλληλο διάνυσμα. Ο όρος προαιρετικό σημαίνει ότι το *m* μπορεί να πάρει την τιμή *PETSC_DECIDE*, αν δεν ενδιαφέρει να καθορισθεί σαφώς από τον χρήστη.

Εναλλακτικά, αν είναι γνωστό εκ των προτέρων ότι το διάνυσμα θα είναι σειριακό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση *VecCreateSeq(MPI Comm comm, PetscInt n, Vec *x)*. Σε αυτή την κλήση, ο communicator πρέπει να έχει τιμή *PETSC_COMM_SELF*. Οποιαδήποτε άλλη τιμή προκαλεί σφάλμα. Το όρισμα *n* είναι η διάσταση του σειριακού διανύσματος.

2.3.2.2 Αρχικοποίηση-Αλλαγή Τιμής

Για την αρχικοποίηση ή αλλαγή της τιμής πολλαπλών στοιχείων του διανύσματος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο ρουτίνες, η *VecSet(Vec x, PetscScalar value)* και η *VecSetValues(Vec x, int n, int *indices, PetscScalar *values,*

InsertMode iora). Η πρώτη αρχικοποιεί στην τιμή *value* όλα τα στοιχεία το διανύσματος, ενώ η δεύτερη αλλάζει μόνο τα στοιχεία με δείκτες που καθορίζονται από τον πίνακα *indices*, στις τιμές που καθορίζονται από τον πίνακα *values*. Στη δεύτερη ρουτίνα υπάρχει η μεταβλητή *iora* που καθορίζει αν η τιμές του πίνακα *values* θα αντικαταστήσουν τις ήδη υπάρχουσες ή αν θα προστεθούν σε αυτές.

Αν χρειάζεται να αλλάξει η τιμή ενός μόνο στοιχείου του διανύσματος, υπάρχει η συνάρτηση *VecSetValue(Vec x, int row, PetscScalar value, InsertMode iora)* η οποία αλλάζει την τιμή του στοιχείου στη θέση με δείκτη *row*. Όπως και στην *VecSetValues()*, το όρισμα *iora* που καθορίζει αν η τιμή της μεταβλητής *value* θα αντικαταστήσει την ήδη υπάρχουσα ή αν θα προστεθεί σε αυτή.

2.3.2.3 Κατασκευή

Η δημιουργία ενός διανύσματος δεν είναι αρκετή ώστε η δομή τύπου *Vec* να είναι έτοιμη να χρησιμοποιηθεί ως όρισμα σε συναρτήσεις γραμμικής άλγεβρας. Προκειμένου να ολοκληρωθεί η διαδικασία κατασκευής, πρέπει να κληθούν δύο συναρτήσεις, μετά την αρχικοποίηση του διανύσματος. Αυτές είναι οι *VecAssemblyBegin(Vec x)* και *VecAssemblyEnd(Vec x)* και πρέπει να κληθούν με αυτή τη σειρά.

2.3.2.4 Γραμμικός Συνδυασμός διανυσμάτων

Ο γραμμικός συνδυασμός δύο διανυσμάτων είναι από τις πιο συνηθισμένες διανυσματικές πράξεις σε αλγόριθμους αριθμητικής ανάλυσης. Μαθηματικά ο γραμμικός συνδυασμός γράφεται ως:

$$w = a \cdot x + b \cdot y$$

όπου a, b πραγματικοί αριθμοί, x, y τα δύο διανύσματα και w ο γραμμικός συνδυασμός. Αν $a = b = 1$, τότε το διάνυσμα w είναι το άθροισμα των x, y . Αν $a = 1$ και $b = -1$ τότε το διάνυσμα w είναι η διαφορά των x, y .

Η PETSc παρέχει δύο συναρτήσεις για τον υπολογισμό του γραμμικού συνδυασμού δύο διανυσμάτων. Αυτές είναι οι *VecWAXPY(Vec w, PetscScalar alpha, Vec x, Vec y)* και *VecAXPY(Vec y, PetscScalar alpha, Vec x)*. Και οι δύο υλοποιούν τον παραπάνω γραμμικό συνδυασμό για $b = 1$, δηλαδή:

$$w = a \cdot x + y$$

Η διαφορά είναι ότι στην πρώτη ο γραμμικός συνδυασμός αποθηκεύεται σε νέο διάνυσμα w , ενώ στη δεύτερη η αποθήκευση γίνεται στο ίδιο το διάνυσμα y , δηλαδή:

$$y = a \cdot x + y$$

Στον Πίνακα 4, αναφέρονται επιλεκτικά ορισμένες συναρτήσεις διανυσμάτων.

Όνομα Συνάρτησης	Πράξη
$VecAXPY(Vec\ y, PetscScalar\ a, Vec\ x)$	$y = y + a \cdot x$
$VecAYPX(Vec\ y, PetscScalar\ a, Vec\ x)$	$y = x + a \cdot y$
$VecWAYPX(Vec\ w, PetscScalar\ a, Vec\ x, Vec\ y)$	$w = x + a \cdot y$
$VecScale(Vec\ x, PetscScalar\ a)$	$x = a \cdot x$
$VecCopy(Vec\ y, Vec\ x)$	$y = x$
$VecMax(Vec\ x, PetscInt\ *i, PetscScalar\ *r)$	$r = \max r_i$
$VecShift(Vec\ x, PetscScalar\ r)$	$x_i = x_i + r$
$VecAbs(Vec\ x)$	$x_i = x_i $
$VecDot(Vec\ x, Vec\ y, PetscScalar\ *a)$	$a = x \cdot y$
$VecNorm(Vec\ x, NormType\ type, PetscReal\ *r)$	$r = \ x\ $

Πίνακας 4

2.3.2.5 Συναρτήσεις Προσπέλασης Χαρακτηριστικών Διανύσματος

Ο τύπος δεδομένων *Vec* είναι αφαιρετικός. Συγκεκριμένα, η διοχέτευση του ως όρισμα σε μια συνάρτηση γραμμικής άλγεβρας θα έχει το επιθυμητό αποτέλεσμα, αλλά λεπτομέρειες όπως το μέγεθος αλλά και τα περιεχόμενα του διανύσματος δεν είναι ορατά στον προγραμματιστή. Όμως, πολλές φορές είναι απαραίτητη η γνώση αυτών των λεπτομερειών. Για το λόγο αυτό, η PETSc προσφέρει συναρτήσεις για την προσπέλαση τέτοιων στοιχείων. Δύο συχνά χρησιμοποιούμενες συναρτήσεις είναι η $VecGetSize(Vec\ x, PetscInt\ *size)$ και η $VecGetArray(Vec\ x, PetscScalar\ *a[])$. Η πρώτη επιστρέφει στον ακέραιο *size* το πλήθος των στοιχείων του διανύσματος *x*. Η δεύτερη επιστρέφει στον προγραμματιστή έναν μονοδιάστατο πίνακα *a*, με τις τιμές των στοιχείων του διανύσματος. Μετά την κλήση της $VecGetArray()$, δεν μπορεί να εκτελεστεί καμία συνάρτηση με όρισμα το διάνυσμα *x*, μέχρι να κληθεί η ρουτίνα $VecRestoreArray(Vec\ x, PetscScalar\ *a[])$.

2.3.2.6 Καταστροφή

Μετά την περάτωση ενός προγράμματος, είναι καλή πρακτική οποιαδήποτε προγραμματιστικά αντικείμενα δημιουργήθηκαν να καταστραφούν. Για την καταστροφή ενός διανύσματος, η PETSc παρέχει μια μοναδική ρουτίνα, την *VecDestroy(Vec x)*.

2.3.3 Πίνακες

Οι πίνακες ή μήτρες, όπως και τα διανύσματα, αναπαρίστανται με μια δομή δεδομένων, τη *Mat*. Όμοια, δεν πρόκειται για περιτύλιγμα μιας δισδιάστατης διάταξης. Εσωτερικά, η δομή περιλαμβάνει αρκετές μεταβλητές που είναι απαραίτητες για το χειρισμό της, αλλά καμία δεν είναι άμεσα προσπελάσιμη από το χρήστη, παρά μόνο με τη χρήση ειδικών συναρτήσεων, όπως αυτές που ακολουθούν.

2.3.3.1 Δημιουργία

Η δημιουργία ενός πίνακα γίνεται με κλήση της ρουτίνας *MatCreate(MPI Comm comm, Mat *A)*. Η ρουτίνα δημιουργεί μια δομή τύπου *Mat*, στην οποία αποθηκεύεται ο πίνακας. Ανάλογα με τον communicator που δίνεται σαν όρισμα, ο πίνακας που θα δημιουργηθεί θα είναι είτε παράλληλος είτε σειριακός. Αν στον communicator ανήκουν περισσότερες από μια διεργασίες θα είναι παράλληλος, ενώ αν ανήκει μόνο μία θα είναι σειριακός. Ο πίνακας που δημιουργείται μετά την κλήση της *MatCreate()* δεν έχει καθορισμένες διαστάσεις, ούτε περιεχόμενα. Η διαστάσεις του πίνακα καθορίζονται μέσω της συνάρτησης *MatSetSizes(Mat A, int m, int n, int M, int N)*. Τα *M* και *N* είναι οι καθολικές διαστάσεις του πίνακα, που αντιστοιχούν σε πλήθος γραμμών και στηλών. Τα προαιρετικά ορίσματα *m* και *n* προσδιορίζουν το πλήθος των γραμμών και στηλών που αποθηκεύονται τοπικά στη διεργασία, αν πρόκειται για παράλληλο πίνακα. Η τιμή αυτών μπορεί να καθοριστεί και κατά το χρόνο εκτέλεσης από την ίδια την βιβλιοθήκη.

Επιπλέον των διαστάσεων του πίνακα, πρέπει να καθοριστεί η μορφή με την οποία θα αποθηκευτεί ο πίνακας. Η βιβλιοθήκη υποστηρίζει πολλές μορφές αποθήκευσης, κάθε μια από τις οποίες έχει πλεονεκτήματα ταχύτητας αλλά και οικονομίας μνήμης, σε σχέση με άλλες και σε ορισμένους αλγόριθμους. Τέτοιες μορφές είναι AIJ για αραιούς πίνακες, DENSE για μη αραιούς, SEQ για σειριακούς, MPI για παράλληλους αλλά και συνδυασμούς αυτών. Ο καθορισμός γίνεται με την

κλήση της ρουτίνας *MatSetType(Mat A, MatType type)*. Οι πιο συνηθισμένοι τρόπος αποθήκευσης είναι στην μορφή AIJ, είτε παράλληλη είτε σειριακή.

Πολλές φορές, αν είναι γνωστό εκ των προτέρων ότι ο πίνακας πρέπει να είναι σειριακός και να αποθηκευτεί σε μορφή AIJ, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση *MatCreateSeqAIJ(MPI_Comm comm, PetscInt m, PetscInt n, PetscInt nz, PetscInt nnz[], Mat *A)*. Σε αυτή την κλήση, ο communicator πρέπει να έχει τιμή *PETSC_COMM_SELF*. Οποιαδήποτε άλλη τιμή προκαλεί σφάλμα. Τα ορίσματα *m* και *n* είναι οι διαστάσεις του πίνακα. Επειδή η μορφή αποθήκευσης του πίνακα είναι αραιή, δεν απαιτείται να δεσμευτεί μνήμη για $m \times n$ στοιχεία, αλλά μόνο για τα μη μηδενικά. Τα ορίσματα *nz* και *nnz[]* καθορίζουν ακριβώς αυτό. Το πρώτο καθορίζει το συνολικό πλήθος μη μηδενικών στοιχείων, ενώ το δεύτερο είναι μια διάταξη που καθορίζει το πλήθος μη μηδενικών στοιχείων ανά γραμμή. Ο σαφής προσδιορισμός τουλάχιστον ενός εκ των δύο ορισμάτων προτείνεται, αλλά δεν είναι απαραίτητος. Γενικά, είναι καλή πρακτική να προσδιορίζεται κάποιο, καθώς συμβάλλει στην ταχύτερη κατασκευή της δομής και τελικά σε καλύτερες επιδόσεις.

2.3.3.2 Αρχικοποίηση-Αλλαγή Τιμής

Για την αρχικοποίηση ή αλλαγή τιμής πολλαπλών στοιχείων ενός πίνακα μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ρουτίνα *MatSetValues(Mat A, int m, int *idxm, int n, int *idxn, PetscScalar values[], InsertMode iora)*. Η τιμή της μεταβλητής *iora*, έχει τον ίδιο ρόλο με την αντίστοιχη ρουτίνα των διανυσμάτων. Πιο συγκεκριμένα, καθορίζει αν τα στοιχεία που υπάρχουν στον πίνακα *values[]* θα προστεθούν στα ήδη υπάρχοντα ή θα τα αντικαταστήσουν. Η τοποθέτηση των στοιχείων στον πίνακα γίνεται κατά μπλοκ διαστάσεων $m \times n$. Οι πίνακες *idxm* και *idxn* περιέχουν τους δείκτες των γραμμών και σειρών αντίστοιχα όπου θα τοποθετηθούν οι νέες τιμές.

Αν είναι επιθυμητή η αλλαγή της τιμής ενός μόνο στοιχείου, υπάρχει εναλλακτικά η ρουτίνα *MatSetValue(Mat A, PetscInt row, PetscInt column, PetscScalar values, InsertMode iora)*. Η θέση του στοιχείου που θα αλλαχτεί καθορίζεται από τα ορίσματα *row* και *column* και η νέα τιμή από τα ορίσματα *values* και *iora*.

2.3.3.3 Κατασκευή

Όπως και στα διανύσματα, η δημιουργία ενός πίνακα δεν είναι αρκετή ώστε η δομή τύπου *Mat* να είναι έτοιμη να χρησιμοποιηθεί ως όρισμα σε συναρτήσεις γραμμικής άλγεβρας. Προκειμένου να ολοκληρωθεί η διαδικασία κατασκευής, πρέπει

να κληθούν δύο συναρτήσεις, μετά την αρχικοποίηση του πίνακα. Αυτές είναι οι $MatAssemblyBegin(Mat A, MatAssemblyType type)$ και $MatAssemblyEnd(Mat A, MatAssemblyType type)$ και πρέπει να κληθούν με αυτή τη σειρά. Το όρισμα $type$ μπορεί να πάρει δύο πιθανές τιμές, την $MAT_FLUSH_ASSEMBLY$ ή την $MAT_FINAL_ASSEMBLY$. Η πρώτη χρησιμοποιείται όταν η δομή του πίνακα υφίσταται αλλαγές πριν την τελική χρήση της, ενώ η δεύτερη όταν είναι οριστικά έτοιμη προς χρήση.

2.3.3.4 Συναρτήσεις Γραμμικής Άλγεβρας με Πίνακες

Όταν η δομή τύπου Mat είναι έτοιμη προς χρήση, είναι πλέον δυνατό να διοχετευτεί ως όρισμα σε συναρτήσεις γραμμικής άλγεβρας. Τέτοιες συναρτήσεις γραμμικής άλγεβρας είναι η προβολή ενός πίνακα, το γινόμενο ενός πίνακα με ένα διάνυσμα, η αναστροφή ενός πίνακα, η παραγοντοποίηση ενός πίνακα και τέλος η επίλυση ενός γραμμικού συστήματος δοσμένου του πίνακα και του δεξιού μέλους.

Η αναστροφή ενός πίνακα υλοποιείται μέσω της ρουτίνας $MatTranspose(Mat A, Mat *B)$. Ο πίνακας A είναι ο αρχικός πίνακας και ο πίνακας B είναι ο ανάστροφος του A , δηλαδή $B = A^T$.

Η προβολή ενός πίνακα είναι το γινόμενο $C = P^T A P$, όπου P ο πίνακας προβολής και A ο αρχικός πίνακας. Η προβολή του πίνακα υλοποιείται μέσω της συνάρτησης $MatPtAP(Mat A, Mat P, MatReuse scall, PetscReal fill, Mat *C)$. Το όρισμα $fill$ καθορίζει τον αναμενόμενο λόγο μη μηδενικών στοιχείων του πίνακα C προς τα μη μηδενικά στοιχεία του αρχικού πίνακα A , δηλαδή το $fill = \frac{nnz(C)}{nnz(A)}$.

Το γινόμενο ενός πίνακα με ένα διάνυσμα είναι η πράξη $y = A \cdot x$, όπου A ο πίνακας, x το διάνυσμα και y το γινόμενο. Η ρουτίνα της PETSc για το γινόμενο πίνακα με διάνυσμα είναι η $MatMult(Mat A, Vec x, Vec y)$. Συνήθως, σε αλγορίθμους αριθμητικής ανάλυσης, στο γινόμενο $A \cdot x$ προστίθεται ένα δεύτερο διάνυσμα v_2 . Τελικά, αν $x = v_1$ και $y = v_3$, προκύπτει η πράξη $v_3 = v_2 + A \cdot v_1$. Αυτή η πράξη μπορεί να γίνει με κλήση της $MatMult()$ και κατόπιν της $VecWAXPY()$. Όμως έτσι απαιτείται η κλήση δύο συναρτήσεων. Η PETSc διαθέτει άλλη μια συνάρτηση που εκτελεί το γινόμενο και το άθροισμα. Η συνάρτηση για αυτή την πράξη είναι η $MatMultAdd(Mat A, Vec v1, Vec v2, Vec v3)$.

Μια άλλη συνήθης πράξη, είναι το γινόμενο ενός διανύσματος με τον ανάστροφο ενός πίνακα, δηλαδή $y = A^T \cdot x$. Αυτό μπορεί να υλοποιηθεί με την `MatMult()` με $A = A^T$. Βέβαια, προϋπόθεση είναι να έχει υπολογιστεί ο ανάστροφος του πίνακα A , μέσω της `MatTranspose()`. Εναλλακτικά, η PETSc προσφέρει την `MatMultTranspose(Mat A, Vec x, Vec y)`, όπου το γινόμενο εκτελείται χωρίς να είναι απαραίτητος ο υπολογισμός του ανάστροφου πίνακα.

Η παραγοντοποίηση ενός πίνακα είναι η ανάλυση ενός πίνακα σε δύο τριγωνικούς κανονικής μορφής. Συνήθως, χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι παραγοντοποίησης LU και Cholesky. Στην LU ισχύει η σχέση $A = LU$, όπου L κάτω τριγωνικός πίνακας και U πάνω τριγωνικός. Στην Cholesky ισχύει ότι $A = U^T U$ ή $A = LL^T$, όπου U άνω τριγωνικός πίνακας με θετικά στοιχεία διαγωνίου και L κάτω τριγωνικός με θετικά στοιχεία διαγωνίου. Γενικά, η παραγοντοποίηση γίνεται σε δύο στάδια στην PETSc. Το πρώτο στάδιο είναι η συμβολική και το δεύτερο η αριθμητική. Για την παραγοντοποίηση LU, οι ρουτίνες είναι οι `MatLUFactorSymbolic(Mat A, IS row, IS column, MatFactorInfo *info, Mat *fact)` και `MatLUFactorNumeric(Mat A, MatFactorInfo *info, Mat *fact)`. Τα ορίσματα `row` και `column` είναι οι δυνατές μεταθέσεις γραμμών και στηλών αντίστοιχα. Το όρισμα A είναι ο αρχικός πίνακας, ενώ το $fact$ ο παραγοντοποιημένος πίνακας. Τέλος, το όρισμα `info` περιέχει κάποιες πληροφορίες σχετικές με την παραγοντοποίηση.

Τέλος, η επίλυση ενός γραμμικού συστήματος $Ax = b$ μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Ο πρώτος τρόπος περιλαμβάνει τη χρήση ενός παραγοντοποιημένου πίνακα και υλοποιείται μέσω της συνάρτησης `MatSolve(Mat A, Vec b, Vec x)`. Ο πίνακας A έχει προκύψει από παραγοντοποίηση, όπως περιγράφηκε. Το διάνυσμα b είναι το δεξί μέλος και είναι γνωστό, ενώ το x η λύση του συστήματος. Ο δεύτερος τρόπος περιλαμβάνει τη γραμμική επαναληπτική επίλυση ενός συστήματος χρησιμοποιώντας τη διεπαφή KSP. Η συνάρτηση που λύνει το γραμμικό σύστημα είναι η `KSPSolve(KSP ksp, Vec b, Vec x)`. Το όρισμα `ksp` καθορίζει την επαναληπτική μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί, τον πίνακα του συστήματος και άλλες επιλογές. Ο δεύτερος τρόπος είναι πιο γενικός και διαφανής στο χρήστη.

2.3.3.5 Συναρτήσεις Προσπέλασης Χαρακτηριστικών Πίνακα

Ο τύπος δεδομένων `Mat` είναι αφαιρετικός, όπως και ο `Vec`. Συνήθως, δεν χρειάζεται να είναι γνωστές λεπτομέρειες για έναν πίνακα τύπου `Mat`. Ωστόσο, σε

περιπτώσεις που κάτι τέτοιο απαραίτητο, η PETSc παρέχει εργαλεία για την προσπέλαση αυτών.

Η συνάρτηση $MatGetSize(Mat A, PetscInt *m, PetscInt *n)$ επιστρέφει στα ορίσματα m και n το καθολικό πλήθος των γραμμών και στηλών του πίνακα. Αν ο πίνακας είναι παράλληλος, η συνάρτηση $MatGetLocalSize(Mat A, PetscInt *m, PetscInt *n)$ επιστρέφει στα ορίσματα m και n το πλήθος των γραμμών και στηλών που είναι αποθηκευμένες τοπικά στη διεργασία.

Επίσης, πολλές φορές απαιτείται η προσπέλαση μια στήλης ή μιας γραμμής του πίνακα. Η προσπέλαση μιας στήλης γίνεται με τη συνάρτηση $MatGetColumnVector(Mat A, Vec yy, PetscInt col)$, ενώ η προσπέλαση μιας γραμμής με την $MatGetRow(Mat A, PetscInt row, PetscInt *ncols, const PetscInt *ncols[], const PetscScalar *vals[])$. Οι δύο συναρτήσεις είναι διαφορετικές ως προς την έξοδό τους, καθώς η πρώτη επιστρέφει δομή τύπου Vec , ενώ η δεύτερη μια διάταξη με τις τιμές της γραμμής $vals[]$. Κατά την προσπέλαση με αυτές τις δύο ρουτίνες δεν είναι δυνατή η αλλαγή των τιμών του πίνακα.

2.3.3.6 Καταστροφή

Για την καταστροφή μιας δομή τύπου Mat , η PETSc παρέχει μια μοναδική ρουτίνα, την $MatDestroy(Mat A)$.

Κεφάλαιο 3^ο – Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης

3.1 Εισαγωγή

Στην κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης, το Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας θεωρείται ότι είναι ήδη χωρισμένο σε ορισμένες περιοχές με βάση κάποια γεωγραφικά κριτήρια. Κάθε περιοχή ελέγχεται από το δικό της Κέντρο Ελέγχου, και επομένως τα Κέντρα Ελέγχου είναι αυτά που καθορίζουν το φυσικό διαχωρισμό του Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας σε περιοχές. Κάθε περιοχή περιλαμβάνει το δικό της σύστημα SCADA, το οποίο συλλέγει μετρήσεις πραγματικού χρόνου από τη ίδια την περιοχή μόνο.

Η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης, σε αντίθεση με τη συγκεντρωμένη, απαιτεί ένα Συντονιστή για την περάτωση της κατανεμημένης επεξεργασίας, ο οποίος λειτουργεί ως συλλέκτης πληροφοριών. Συνήθως, ορίζεται ένα Κέντρο Ελέγχου ως ο Συντονιστής, το οποίο δεν ελέγχει κάποια συγκεκριμένη περιοχή και δεν συμμετέχει με τον ίδιο τρόπο στην κατανεμημένη επεξεργασία, όπως τα άλλα Κέντρα Ελέγχου κάθε περιοχής.

Η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης περιλαμβάνει κάποια στάδια προετοιμασίας πριν το υπολογιστικό κομμάτι. Αυτά είναι η τοπολογική ανάλυση και η ανάλυση της παρατηρησιμότητας του συστήματος. Ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή.

3.1.1 Τοπολογική Ανάλυση

Η ανάλυση της τοπολογίας του συστήματος γίνεται με την εκτέλεση ενός αλγορίθμου, σε κάθε περιοχή. Ο αλγόριθμος ξεκινάει από ένα σημείο και εκτελεί μια αναζήτηση πρώτα σε βάθος. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται ένα υποδέντρο της τοπολογίας του συστήματος. Τα αποτελέσματα της τοπολογικής ανάλυσης συγχωνεύονται στο Συντονιστή προκειμένου να δημιουργηθεί η τοπολογία του δικτύου όλου του συστήματος χρησιμοποιώντας επιπλέον πληροφορίες των συνοριακών γραμμών διασύνδεσης. Το παρακάτω σχήμα δείχνει τη διαδικασία της τοπολογικής ανάλυσης δύο γειτονικών περιοχών.

Η λειτουργική κατάσταση μιας γραμμής διασύνδεσης καθορίζεται από τις τιμές των μετρήσεων της μιγαδικής ισχύος και του ρεύματος που μετράει κάθε περιοχή. Συνοπτικά, τα κριτήρια για τον προσδιορισμό της κατάστασης εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ Γ_{ij}
$S_{ij} = 0, S_{ji} = 0$	ΑΝΟΙΧΤΗ
$S_{ij} \neq 0, S_{ji} \neq 0$	ΚΛΕΙΣΤΗ
$S_{ij} = 0, S_{ji} = I, I_{ij} \neq 0, I_{ji} \neq 0$	ΚΛΕΙΣΤΗ
$S_{ij} = I, S_{ji} = 0, I_{ij} \neq 0, I_{ji} \neq 0$	ΚΛΕΙΣΤΗ

Πίνακας 5

3.1.2 Ανάλυση Παρατηρησιμότητας

Μετά το πέρας της τοπολογικής ανάλυσης, το Κέντρο Ελέγχου κάθε περιοχής προχωρά στην ανάλυση της παρατηρησιμότητας της περιοχής. Υπάρχουν δύο μέθοδοι για την ανάλυση της παρατηρησιμότητας ενός δικτύου. Μια είναι αριθμητική και η άλλη είναι τοπολογική. Καμία δεν είναι καλύτερη από την άλλη, καθώς και οι δύο έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Η αριθμητική μέθοδος προσδιορίζει την παρατηρησιμότητα του συστήματος ερευνώντας την ύπαρξη μηδενικών στοιχείων στις διαγώνιες θέσεις του παραγοντοποιημένου πίνακα πληροφοριών. Συνήθως, αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται στη συγκεντρωμένη εκτίμηση κατάστασης. Αντίθετα, στην κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης, προτιμάται η τοπολογική μέθοδος, κατά την οποία ερευνάται αν οι διαθέσιμες και ορθές μετρήσεις σχηματίζουν ένα ελάχιστο συνδετικό δέντρο.

Η προϋπόθεση για την κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης είναι κάθε περιοχή του Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας να είναι παρατηρήσιμη. Αν μια περιοχή δεν είναι παρατηρήσιμη, τότε το ίδιο ισχύει για ολόκληρο το σύστημα. Το αντίστροφο δεν ισχύει. Ο λόγος είναι η ύπαρξη των διασυνδεδετικών γραμμών. Προκειμένου να είναι ολόκληρο το σύστημα παρατηρήσιμο, πρέπει αφενός οι περιοχές του να είναι παρατηρήσιμες και αφετέρου οι μετρήσεις των διασυνδεδετικών γραμμών να είναι επαρκείς, ώστε να τις καθιστούν παρατηρήσιμες. Γενικά, η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης επιβάλλει αυστηρούς περιορισμούς ως προς τη διάθεση μετρήσεων σε συνοριακές διασυνδεδετικές γραμμές. Ωστόσο, αν ορισμένες διασυνδεδετικές γραμμές είναι μη παρατηρήσιμες, τότε το σύστημα μπορεί να διαχωριστεί σε κάποια απομονωμένα και παρατηρήσιμα νησιά.

3.2 Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης

Όπως προαναφέρθηκε, σε ένα Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας που είναι χωρισμένο σε περιοχές, κάθε περιοχή έχει διατηρήσει τον δικό της τοπικό εκτιμητή κατάστασης. Ο χωρισμός του δικτύου σε περιοχές πραγματοποιήθηκε, επειδή ο προσδιορισμός της κατάστασης ολόκληρου του συστήματος έχει γίνει πρόκληση εξαιτίας του μεγάλου μεγέθους του. Ένας συγκεντρωμένος εκτιμητής κατάστασης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να συλλέγει μετρήσεις από μια ευρεία περιοχή. Ωστόσο, το τεράστιο μέγεθος του διασυνδεδεμένου συστήματος κάνει αυτή την εργασία πολύ δύσκολη. Σε αυτή την περίπτωση πρέπει να γίνει ένας συμβιβασμός. Κάθε περιοχή πρέπει να διατηρήσει τους τοπικούς εκτιμητές κατάστασης και να υπάρξει μια κεντρική οντότητα για να συντονίσει τα επιμέρους αποτελέσματα προκειμένου να προσδιοριστεί η κατάσταση όλου του συστήματος.

Έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις στο πρόβλημα και βασίζονται σε παράλληλες ή κατανεμημένες λύσεις. Μια προτεινόμενη προσέγγιση στο πρόβλημα είναι η υλοποίηση ενός κατανεμημένου εκτιμητή κατάστασης. Ολόκληρο το σύστημα χωρίζεται σε συγκεκριμένο αριθμό περιοχών, που καμία δεν έχει κοινούς ζυγούς με κάποια άλλη, μόνο γειτονικούς. Τα κριτήρια για τον χωρισμό των περιοχών είναι γεωγραφικά. Κάθε περιοχή, ανεξάρτητα από τις άλλες, εκτελεί έναν αλγόριθμο εκτίμησης κατάστασης, χρησιμοποιώντας τοπικές μετρήσεις. Ένας κεντρικός Συντονιστής λαμβάνει τις τιμές των συνοριακών μετρήσεων και των υπολογισμένων τάσεων και υπολογίζει την κατάσταση για ολόκληρο το σύστημα. Η ανάλυση της παρατηρησιμότητας και των σφαλμάτων γίνεται επίσης με κατανεμημένο τρόπο.

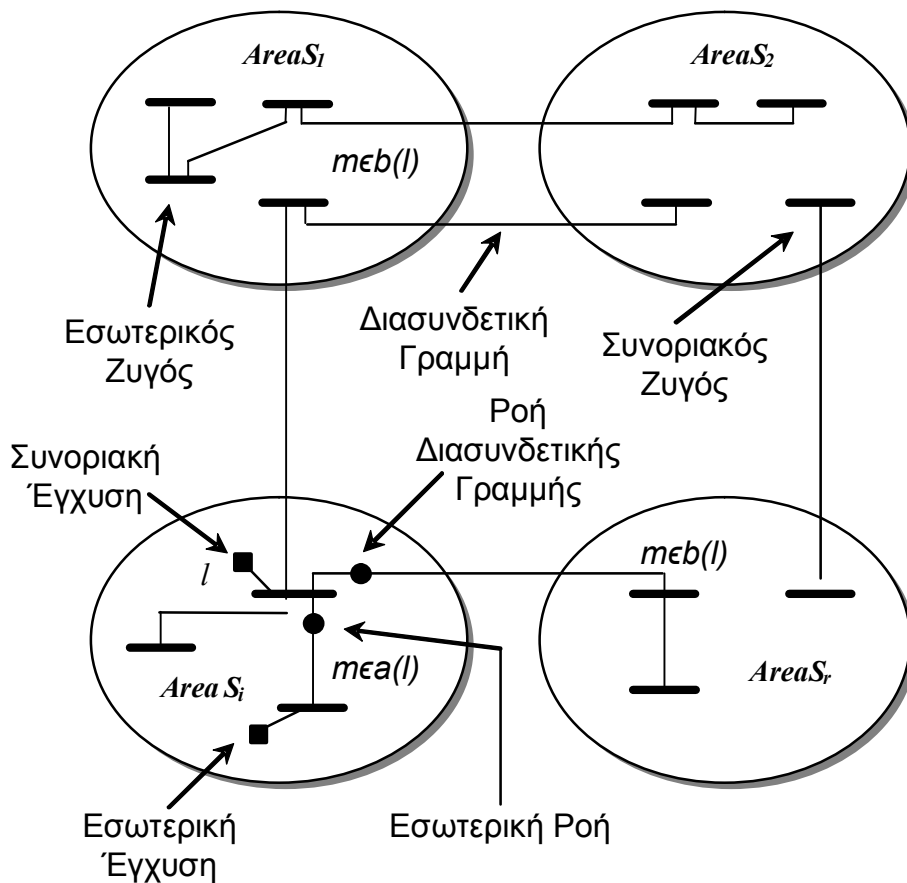
3.2.1 Μαθηματική Διατύπωση

Υποθέτουμε ότι ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας, που έχει n ζυγούς, είναι χωρισμένο, με γεωγραφικά κριτήρια, σε r μη-επικαλυπτόμενες περιοχές S_i . Κάθε περιοχή έχει n_i ζυγούς και συνδέεται με άλλες περιοχές μέσω κάποιων γραμμών. Κάθε περιοχή ελέγχεται από το δικό της Κέντρο Ελέγχου, το οποίο είναι και υπεύθυνο για τον υπολογισμό της κατάστασης της περιοχής και συνδέεται με το Κέντρο Ελέγχου Συντονισμού. Χωρίς απώλεια της γενικότητας, υποτίθεται ότι η περιοχή S_1 περιέχει το ζυγό αναφοράς του συστήματος. Το μοντέλο μετρήσεων για τον εκτιμητή κατάστασης είναι:

$$z_i = h_i(x_i) + e_i, i = 1, \dots, r$$

$$z_c = h_c(x) + e_c$$

,όπου z_i διάνυσμα μετρήσεων της περιοχής S_i διαστάσεων $m_i \times 1$, z_c διάνυσμα συνοριακών μετρήσεων διαστάσεων $m_c \times 1$, $x_i = \begin{pmatrix} \delta_i \\ V_i \end{pmatrix}$ διάνυσμα κατάστασης της περιοχής S_i αποτελούμενο από n_i μέτρα τάσεων και n_i γωνίες τάσεων, διαστάσεων $2n_i \times 1$, $x = (x_1^T \dots x_r^T)^T$ διάνυσμα κατάστασης όλου του συστήματος διαστάσεων $2n \times 1$ με $(n = \sum_{i=1}^r n_i)$, $h_i(\bullet), h_c(\bullet)$ μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις και e_i, e_c τυχαία γκαουσιανά διανύσματα σφάλματος. Το σχέδιο ενός τέτοιου συστήματος φαίνεται στην Εικόνα 16.



Εικόνα 16

Το σύνολο των μετρήσεων μπορεί να περιλαμβάνει:

- Μέτρα τάσεων $V_i^{meas} = V_i + e_{V_i}$
- Ενεργές και άεργες ροές ισχύος

$$P_{lm}^{meas} = P_{lm} + e_{P_{lm}}$$

$$Q_{lm}^{meas} = Q_{lm} + e_{Q_{lm}}$$

- Ενεργές και άεργες εγχύσεις ισχύος

$$P_l^{meas} = \left(V_l^2 g_l + \sum_{m \in a(l)} P_{lm} \right) + \sum_{m \in b(l)} P_{lm} + e_{P_l}$$

$$Q_l^{meas} = \left(-V_l^2 b_l + \sum_{m \in a(l)} Q_{lm} \right) + \sum_{m \in b(l)} Q_{lm} + e_{Q_l}$$

$$\text{όπου } P_{lm} = V_l^2 (g_{lm} + g_{slm}) - V_l V_m (g_{lm} \cos(\delta_l - \delta_m) + b_{lm} \sin(\delta_l - \delta_m))$$

$$Q_{lm} = -V_l^2 (b_{lm} + b_{slm}) - V_l V_m (g_{lm} \sin(\delta_l - \delta_m) - b_{lm} \cos(\delta_l - \delta_m))$$

και l είναι αριθμός ζυγού που ανήκει στην περιοχή S_i , $V_l, V_m, \delta_l, \delta_m$ είναι τα μέτρα και οι γωνίες, αντίστοιχα, των τάσεων των ζυγών l και m , $g_{lm} + b_{lm}$ είναι η εν σειρά αγωγιμότητα του κλάδου $l-m$, $g_{slm} + b_{slm}$ είναι η εγκάρσια αγωγιμότητα του κλάδου $l-m$, $g_l + b_l$ είναι η εγκάρσια αγωγιμότητα που συνδέεται στον ζυγό l , $a(l)$ είναι το σύνολο των ζυγών της περιοχής S_i που συνδέονται με το ζυγό l και $b(l)$ είναι το σύνολο των ζυγών της περιοχής $S_j, j \neq i$ που συνδέονται με το ζυγό l .

Χωρίς βλάβη της γενικότητας, υποτίθεται ότι η περιοχή S_i περιέχει τουλάχιστον μια μέτρηση μέτρου τάσης. Αν ο ζυγός l είναι συνοριακός ζυγός της περιοχής S_i , τότε οι προηγούμενες σχέσεις αντιστοιχούν σε συνοριακές ροές και εγχύσεις ισχύος. Σε κάθε άλλη περίπτωση, οι μετρήσεις είναι εσωτερικές στην περιοχή S_i .

Το πρόβλημα εκτίμησης κατάστασης πολλαπλών περιοχών μπορεί να διατυπωθεί ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων με περιορισμούς. Δηλαδή:

$$\text{ελαχιστοποίηση της } J = r_c^T R_c^{-1} r_c + \sum_{i=1}^r r_i^T (x_i) R_i^{-1} r_i (x_i)$$

$$\text{με } r_c = z_c - h_c(x), r_i(x_i) = z_i - h_i(x_i), \text{ όπου}$$

$$R_i = \text{Cov}(e_i) = E(e_i e_i^T) = \text{diag}(\sigma_1^2 \cdots \sigma_{m_i}^2)$$

$$R_c = \text{Cov}(e_c) = E(e_c e_c^T) = \text{diag}(\sigma_1^2 \cdots \sigma_{m_c}^2)$$

είναι διαγώνιοι πίνακες συμμεταβλητότητας, και σ_i είναι η τυπική απόκλιση του σφάλματος που σχετίζεται με τη μέτρηση i . Το αντίστροφο της τυπικής απόκλισης $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$ είναι ο σταθμισμένος παράγοντας της μέτρησης i .

Το παραπάνω διατυπωθέν πρόβλημα λύνεται με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange. Ο πολλαπλασιαστής Lagrange $L(x, \lambda)$ ορίζεται ως:

$$L(x, \lambda) = \frac{1}{2} r_c^T R_c^{-1} r_c + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r r_i^T(x_i) R_i^{-1} r_i(x_i) + \lambda^T (r_c - z_c + h_c(x)),$$

όπου λ είναι ένα διάνυσμα $m_c \times 1$ διαστάσεων. Η εκτιμώμενη κατάσταση \hat{x} είναι η λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης και ικανοποιεί τις συνθήκες:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} H_1^T(\hat{x}_1) R_1^{-1} & & \\ & \ddots & \\ & & H_r^T(\hat{x}_r) R_r^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 - h_1(\hat{x}_1) \\ \\ z_r - h_r(\hat{x}_r) \end{pmatrix} + H_c^T(\hat{x}) \hat{\lambda} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_c} = 0 \rightarrow R_c^{-1} r_c + \hat{\lambda} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow r_c - z_c + h_c(\hat{x}) = 0$$

Από τις δύο τελευταίες συνθήκες προκύπτει ότι $h_c(\hat{x}) - z_c - R_c \hat{\lambda} = 0$. Οι μη γραμμικές εξισώσεις (11) και (14) επιλύονται ως προς \hat{x} με τον ακόλουθο επαναληπτικό αλγόριθμο:

$$\begin{pmatrix} G_1(x_1^k) & & \\ & \ddots & \\ & & G_r(x_r^k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1^k \\ \\ \Delta x_r^k \end{pmatrix} + H_c^T(x^k) \lambda^{k+1} = \begin{pmatrix} H_1^T(x_1^k) R_1^{-1} \Delta z_1^k \\ \vdots \\ H_r^T(x_r^k) R_r^{-1} \Delta z_r^k \end{pmatrix} \text{ και}$$

$$H_c(x^k) \Delta x^k - R_c \lambda^{k+1} = \Delta z_c^k,$$

όπου k είναι ο δείκτης της επανάληψης. Τα επιμέρους στοιχεία του αλγορίθμου είναι:

$$\Delta x^k = x^{k+1} - x^k = \begin{pmatrix} x_1^{k+1} - x_1^k \\ \vdots \\ x_i^{k+1} - x_i^k \\ \vdots \\ x_r^{k+1} - x_r^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_1^k \\ \vdots \\ \Delta x_i^k \\ \vdots \\ \Delta x_r^k \end{pmatrix},$$

$$\Delta z_i^k = z_i - h_i(x_i^k), i = 1, \dots, r, \quad \Delta z_c^k = z_c - h_c(x^k),$$

$H_i(x_i^k) = \frac{\partial h_i(x_i^k)}{\partial x_i}$ είναι η Ιακωβιανή μήτρα ($m_i \times 2n_i$) των εσωτερικών μετρήσεων

της περιοχής S_i ,

$G_i(x_i^k) = H_i^T(x_i^k)R_i^{-1}H_i(x_i^k)$ είναι ο πίνακας κερδών ($2n_i \times 2n_i$) της περιοχής S_i , και

$H_c(x^k) = \frac{\partial h_c(x^k)}{\partial x}$ είναι η Ιακωβιανή μήτρα ($m_c \times 2n$) των συνοριακών μετρήσεων,

που μπορεί να γραφεί και ως $H_c(x^k) = [H_{c1}(x_1^k) \ \dots \ H_{cr}(x_r^k)]$, με $H_{ci}(x_i^k)$

υποπίνακα ($m_c \times 2n_i$) του $H_c(x^k)$, του οποίου οι στήλες αντιστοιχούν στους ζυγούς

της περιοχής S_i .

Τελικά, οι εξισώσεις του προβλήματος σε μητρική μορφή είναι:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} G_1(x_1^k) & & H_{c1}^T(x_1^k) & \Delta x_1^k \\ & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & G_r(x_r^k) & H_{cr}^T(x_r^k) & \Delta x_r^k \\ \hline H_{c1}(x_1^k) \cdots H_{cr}(x_r^k) & & -R_c & \lambda^{k+1} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} H_1^T(x_1^k)R_1^{-1}\Delta z_1^k \\ \vdots \\ H_r^T(x_r^k)R_r^{-1}\Delta z_r^k \\ \hline \Delta z_c^k \end{array} \right)$$

Σε αλγεβρική μορφή, σε κάθε επανάληψη πρέπει να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\Delta y_i^k = G_i^{-1}(x_i^k)H_i^T(x_i^k)R_i^{-1}\Delta z_i^k, \quad i = 1, \dots, r$$

$$\lambda^{k+1} = G_c^{-1}(x^k) \left(\Delta z_c^k - \sum_{i=1}^r H_{ci}(x_i^k)\Delta y_i^k \right)$$

$$u_i^{k+1} = G_i^{-1}(x_i^k)H_{ci}^T(x_i^k)\lambda^{k+1}, \quad i = 1, \dots, r$$

$$\Delta x_i^k = \Delta y_i^k + u_i^{k+1}, \quad i = 1, \dots, r$$

όπου, $G_c(x^k) = \sum_{i=1}^r (R_{ci} + H_{ci}(x_i^k)G_i^{-1}(x_i^k)H_{ci}^T(x_i^k))$ ο πίνακας κέρδους των συνοριακών

μετρήσεων διαστάσεων $m_c \times m_c$ και ο πίνακας R_{ci} περιλαμβάνει τα διαγώνια στοιχεία

του $R_c = \sum_{i=1}^r R_{ci}$ που αφορούν τις συνοριακές μετρήσεις της περιοχής S_i .

Ο επαναληπτικός αλγόριθμος που περιγράφηκε μαθηματικά, είναι η βάση για την καταναμημένη εκτίμηση κατάσταση. Αυτή η προσέγγιση έχει το ίδιο επίπεδο ακρίβειας, όπως ένας συγκεντρωμένος αλγόριθμος εκτίμησης κατάσταση και καταλήγει στην ίδια λύση από μαθηματικής άποψης, θεωρώντας ότι οι καθυστερήσεις

στην άφιξη των μετρήσεων είναι ίσες με αυτές που υφίστανται στο συγκεντρωμένο αλγόριθμο.

3.3 Λεπτομέρειες Υλοποίησης Αλγορίθμου

Η μαθηματική περιγραφή που προηγήθηκε, έχει ορισμένα σημεία που απαιτούν περαιτέρω ανάλυση. Η ανάλυση αυτών των σημείων ακολουθεί στις παρακάτω παραγράφους.

3.3.1 Λεπτομέρειες υπολογισμού Πίνακα Κέρδους G_c

Ο πίνακας κέρδους G_c υπολογίζεται από τον Συντονιστή. Γενικά, είναι το άθροισμα:

$$G_c(x^k) = \sum_{i=1}^r \left(R_{ci} + H_{ci}(x_i^k)G_i^{-1}(x_i^k)H_{ci}^T(x_i^k) \right)$$

Όμως, οι επιμέρους πίνακες του αθροίσματος είναι διαθέσιμοι μόνο τοπικά σε κάθε περιοχή. Επομένως, κάθε περιοχή πρέπει να υπολογίσει τον αντίστροφο του δικού της πίνακα κέρδους G_i^{-1} , να εκτελέσει το γινόμενο $H_{ci}G_i^{-1}H_{ci}^T$ και να προσθέσει και τα βάρη μέσω του R_{ci} . Κατόπιν, ο πίνακας που προκύπτει G_{ci} , πρέπει να σταλεί στον Συντονιστή, ο οποίος θα εκτελέσει απλά το άθροισμα $G_c = \sum_{i=1}^r G_{ci}$. Το υπολογιστικά δύσκολο κομμάτι είναι η αντιστροφή του πίνακα G_i . Γενικά, δεν είναι σωστή πρακτική να υπολογίζεται ο αντίστροφος ενός πίνακα. Αντί αυτού χρησιμοποιείται η ακόλουθη τεχνική. Έστω X το γινόμενο του H_{ci} με τον αντίστροφο του πίνακα κέρδους, δηλαδή $\underbrace{H_{ci}G_i^{-1}H_{ci}^T}_X$. Οπότε, $G_{ci} = R_{ci} + X \cdot H_{ci}^T$.

Πλέον είναι $X = H_{ci}G_i^{-1} \leftrightarrow G_i \cdot X = H_{ci}$. Αν ο πίνακας H_{ci} είναι $m_c \times 2n_i$ διαστάσεων, τότε έχει $2n_i$ στήλες, όπως και ο X . Τότε, το $G_i \cdot X = H_{ci}$ ανάγεται σε $2n_i$ γραμμικά συστήματα, και η λύση καθενός δίνει τη j στήλη του X . Δηλαδή:

$$G_i \cdot X = H_{ci} \leftrightarrow \begin{cases} G_i \cdot X_1 = H_{ci-1} \\ \vdots \\ G_i \cdot X_{2n_i} = H_{ci-2n_i} \end{cases} \text{ και } X = \begin{bmatrix} X_1 & \cdots & X_{2n_i} \end{bmatrix}.$$

Στη συνέχεια, μπορεί να υπολογιστεί ο G_{ci} , αφού ο X είναι γνωστός, με $G_{ci} = R_{ci} + X \cdot H_{ci}^T$.

Η αποστολή του G_{ci} στον Συντονιστή μπορεί να γίνει εύκολα, αποστέλλοντας τον G_{ci} κατά στήλες ή κατά γραμμές. Αν σταλούν $(2n_i \times 2n_i)$ στοιχεία σε ένα πακέτο μεγέθους $2n_i \times 2n_i$ με ρυθμό μετάδοσης b και μια αρχική καθυστέρηση δικτύου t_{mit} , ο συνολικός χρόνος αποστολής θα είναι $t_{dl} = t_{mit} + \frac{2n_i \times 2n_i}{b}$.

Ωστόσο, ο πίνακας G_{ci} είναι αραιός και με αυτόν τον τρόπο θα αποσταλεί μεγάλος αριθμός μηδενικών στοιχείων. Μια πιο αποδοτική αποστολή του G_{ci} θα περιλάμβανε την συμπίεση του G_{ci} . Το σχήμα συμπίεσης που χρησιμοποιήθηκε περιγράφεται παρακάτω:

Ο G_{ci} είναι διαστάσεων $2n_i \times 2n_i$. Κάθε στήλη j περιέχει $k(j)$ μη μηδενικά στοιχεία. Ο συμπίεσμένος πίνακας που αποστέλλεται, θα αποσταλεί κατά στήλες και κάθε στήλη θα περιλαμβάνει τα $k(j)$ μη μηδενικά στοιχεία της και τους $k(j)$ αριθμούς γραμμών που αντιστοιχούν στις θέσεις των μη μηδενικών στοιχείων στον πίνακα G_{ci} . Επιπλέον, πριν την αποστολή των μη μηδενικών στοιχείων και των θέσεών πρέπει να αποσταλεί κι ένας μονοδιάστατος πίνακας $2n_i$ στοιχείων, με τον αριθμό των μη μηδενικών στοιχείων κάθε γραμμής, δηλαδή τα $k(j)$. Οπότε:

$$G_{ci} = \begin{bmatrix} G_{ci}(1) & G_{ci}(2) & \dots & G_{ci}(2n_i) \\ [\vdots] & \dots & [\vdots] & \dots & [\vdots] \end{bmatrix} \Rightarrow$$

1. Μη Μηδενικά Στοιχεία: $\left[\underbrace{G_{ci}(1)}_{k(1)} \quad \underbrace{G_{ci}(2)}_{k(2)} \quad \dots \quad \underbrace{G_{ci}(2n_i)}_{k(2n_i)} \right]$
2. Γραμμές μη μηδενικών στοιχείων: $\left[\underbrace{G_{ci}(1)}_{k(1)} \quad \underbrace{G_{ci}(2)}_{k(2)} \quad \dots \quad \underbrace{G_{ci}(2n_i)}_{k(2n_i)} \right]$
3. Πλήθος μη μηδενικών κάθε στήλης: $\left[\underbrace{k(1) \quad k(2) \quad \dots \quad k(2n_i)}_{2n_i} \right]$.

Αυτό το σχήμα συμπίεσης θα περιλαμβάνει την αποστολή 3 πινάκων. Έστω p το ποσοστό πληρότητας του πίνακα G_{ci} , με $0 < p < 1$. Ο 1^{os} πίνακας θα έχει $p \cdot (2n_i \times 2n_i)$ στοιχεία. Ο 2^{os} πίνακας είναι πίνακας ακεραίων και κάθε στοιχείο θα

έχει μισό μέγεθος σε σχέση με τα στοιχεία του 1^{ου} πίνακα, οπότε τελικά $\frac{1}{2}p \cdot (2n_i \times 2n_i)$. Ο 3^{ος} πίνακας θα είναι πίνακας ακεραίων, οπότε θα έχει $\frac{1}{2}2n_i$ στοιχεία. Ο ολικός χρόνος καθυστέρησης θα είναι:

$$t_{d2} = \left(t_{init} + \frac{p \cdot (2n_i \times 2n_i)}{b} \right) + \left(t_{init} + \frac{p \cdot (2n_i \times 2n_i)}{2b} \right) + \left(t_{init} + \frac{2n_i}{2b} \right) \rightarrow$$

$$t_{d2} = 3t_{init} + \frac{2n_i}{b} \frac{3p \cdot 2n_i + 1}{2}.$$

Για να συμφέρει το σχήμα συμπίεσης, πρέπει $t_{d1} > t_{d2} \rightarrow t_{init} + \frac{2n_i}{b} \cdot 2n_i > 3t_{init} + \frac{2n_i}{b} \frac{3p \cdot 2n_i + 1}{2}$. Στην ανίσωση υπάρχουν πολλές παράμετροι για να εξαχθεί ένα ασφαλές συμπέρασμα για την αποτελεσματικότητα της συμπίεσης. Πρέπει να γίνουν ορισμένες παραδοχές και θεωρήσεις.

Αν $t_{init} \ll \frac{2n_i}{b}$, τότε $t_{d1} < t_{d2}$ για οποιοδήποτε p και δεν συμφέρει το σχήμα συμπίεσης. Όμως, συνήθως δεν ισχύει αυτή η συνθήκη, γιατί η αρχική καθυστέρηση του δικτύου δεν είναι τόσο μεγάλη, παρά μόνο σε πολύ αργά δίκτυα. Αν $t_{init} \ll \frac{2n_i}{b}$ ή αν οι 3 χρόνοι t_{init} του t_{d2} επικαλύπτονται, τότε το σχήμα συμφέρει ανάλογα με την τιμή του p . Συγκεκριμένα, για να είναι $t_{d1} > t_{d2}$ πρέπει $2n_i > \frac{3p \cdot 2n_i + 1}{2} \rightarrow p < \frac{4n_i - 1}{6n_i}$. Το όριο του p για δίκτυα 14, 118, 5000 και 7000 ζυγών ακολουθούν στον παρακάτω πίνακα.

Αριθμός Ζυγών n_i	$\frac{4n_i - 1}{6n_i}$
14	65.48%
118	66.53%
5000	66.66%
7000	66.66%

Πίνακας 6

Από τον πίνακα συμπεραίνεται ότι το ποσοστό πληρότητας του πίνακα πρέπει να είναι $p < 66\%$ για να συμφέρει το σχήμα συμπίεσης. Τα δίκτυα που εξετάζονται ικανοποιούν αυτή τη συνθήκη, άρα το σχήμα συμπίεσης είναι αποδεκτό.

3.3.2 Λεπτομέρειες υπολογισμού Δz_c^k

Ο υπολογισμός του πολλαπλασιαστή Lagrange προκύπτει από την επίλυση του συστήματος $G_c(x^k)\lambda^{k+1} = \Delta z_c^k - \sum_{i=1}^r H_{ci}(x_i^k)\Delta y_i^k$. Ο υπολογισμός του πίνακα $G_c(x^k)$ περιγράφηκε. Το δεξί μέλος του συστήματος αποτελείται από τη διαφορά δύο όρων. Ο δεύτερος είναι το άθροισμα διανυσμάτων που έχει υπολογίσει κάθε περιοχή. Ο πρώτος είναι το $\Delta z_c^k = z_c - h_c(x^k)$.

Το Δz_c^k μπορεί να γραφεί ως:

$$\Delta z_c^k = \begin{pmatrix} z_{c1} - h_{c1}^a(x_{a1}^k) \\ \vdots \\ z_{ci} - h_{ci}^a(x_{ai}^k) \\ \vdots \\ z_{cr} - h_{cr}^a(x_{ar}^k) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{c1}^b(x_{b1}^k) \\ \vdots \\ h_{ci}^b(x_{bi}^k) \\ \vdots \\ h_{cr}^b(x_{br}^k) \end{pmatrix} = \left(\sum_{i=1}^r \Delta z_{ci}^k \right) - \begin{pmatrix} h_{c1}^b(x_{b1}^k) \\ \vdots \\ h_{ci}^b(x_{bi}^k) \\ \vdots \\ h_{cr}^b(x_{br}^k) \end{pmatrix}$$

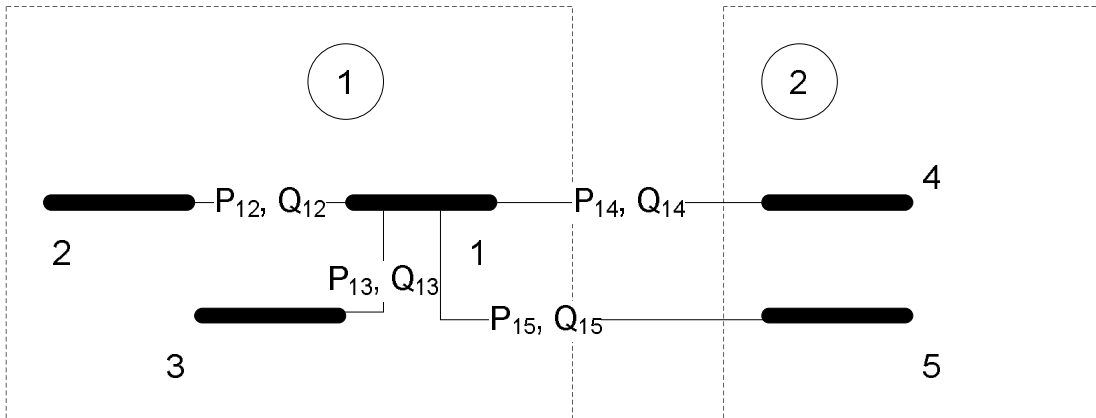
Όπου z_{ci} : διάνυσμα $m_{ci} \times 1$ των συνοριακών μετρήσεων της περιοχής S_i .

x_{ai} : μεταβλητές κατάστασης των ζυγών της περιοχής S_i που σχετίζονται με τις συνοριακές μετρήσεις του z_{ci} .

x_{bi} : μεταβλητές κατάστασης γειτονικών ζυγών που σχετίζονται με τις συνοριακές μετρήσεις του z_{ci} .

$$\Delta z_{ci}^k = \left(0 \quad \dots \quad (z_{ci} - h_{ci}^a(x_{ai}^k))^T \quad \dots \quad 0 \right)^T.$$

Το παραπάνω σχήμα υπολογισμού του Δz_c^k γίνεται πιο εύκολα κατανοητό με ένα παράδειγμα όπως αυτό του συστήματος δύο περιοχών που φαίνεται στην Εικόνα 17. Γενίκευση σε συστήματα περισσότερων περιοχών γίνεται εύκολα.



Εικόνα 17

Έστω ότι είναι διαθέσιμες οι παρακάτω μετρήσεις για την περιοχή 1, σε μορφή διανύσματος:

$$z_1 = [P_{12} \ P_{13} \ P_{14} \ P_{15} \ P_1 \ P_2 \ P_3 \ Q_{12} \ Q_{13} \ Q_{14} \ Q_{15} \ Q_1 \ Q_2 \ Q_3]^T$$

Το διάνυσμα των συνοριακών μετρήσεων της περιοχής 1, θα περιλαμβάνει μόνο τις μετρήσεις που αφορούν στο ζυγό 1 και στη διασυνδετική γραμμή που τον συνδέει με την περιοχή 2. Δηλαδή:

$$z_{c1} = [P_{14} \ P_{15} \ P_1 \ Q_{14} \ Q_{15} \ Q_1]^T$$

Οι ζυγοί που συνδέονται με τον ζυγό 1, χωρίζονται σε δύο σύνολα, τα $a(I)$ και $b(I)$. Το σύνολο $a(I)$ περιλαμβάνει τους ζυγούς εντός της περιοχής 1 και το σύνολο $b(I)$ τους ζυγούς εκτός της περιοχής 1. Επομένως, είναι $a(I) = \{2,3\}$ και $b(I) = \{4,5\}$.

Το διάνυσμα της μη γραμμικής συνάρτησης υπολογίζεται σύμφωνα με τους τύπους των ροών και εγχύσεων και σπάει σε 2 διανύσματα τα h_{c1}^a και h_{c1}^b . Ισχύει δε:

$h_{c1} = h_{c1}^a + h_{c1}^b$. Τα διανύσματα γράφονται:

$$h_{c1}^a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_1^2(g_{12} + g_{s12} + g_{13} + g_{s13}) - V_1[V_2(g_{12} \cos \delta_{12} + b_{12} \sin \delta_{12}) + V_3(g_{13} \cos \delta_{13} + b_{13} \sin \delta_{13})] \\ 0 \\ 0 \\ -V_1^2(b_{12} + b_{s12} + b_{13} + b_{s13}) - V_1[V_2(g_{12} \sin \delta_{12} - b_{12} \cos \delta_{12}) + V_3(g_{13} \sin \delta_{13} - b_{13} \cos \delta_{13})] \end{bmatrix}$$

$$h_{c1}^b = \begin{bmatrix} V_1^2(g_{14} + g_{s14}) - V_1 V_4(g_{14} \cos \delta_{14} + b_{14} \sin \delta_{14}) \\ V_1^2(g_{15} + g_{s15}) - V_1 V_5(g_{15} \cos \delta_{15} + b_{15} \sin \delta_{15}) \\ V_1^2(g_{14} + g_{s14} + g_{15} + g_{s15}) - V_1[V_4(g_{14} \cos \delta_{14} + b_{14} \sin \delta_{14}) + V_5(g_{15} \cos \delta_{15} + b_{15} \sin \delta_{15})] \\ -V_1^2(b_{14} + b_{s14}) - V_1 V_4(g_{14} \sin \delta_{14} - b_{14} \cos \delta_{14}) \\ -V_1^2(b_{15} + b_{s15}) - V_1 V_5(g_{15} \sin \delta_{15} - b_{15} \cos \delta_{15}) \\ -V_1^2(b_{14} + b_{s14} + b_{15} + b_{s15}) - V_1[V_4(g_{14} \sin \delta_{14} - b_{14} \cos \delta_{14}) + V_5(g_{15} \sin \delta_{15} - b_{15} \cos \delta_{15})] \end{bmatrix}$$

Όμοια υπολογίζεται και το διάνυσμα $h_{c2} = h_{c2}^a + h_{c2}^b$ της περιοχής 2.

Τελικά, το διάνυσμα Δz_c θα υπολογίζεται ως: $\Delta z_c = \begin{pmatrix} z_{c1} - h_{c1}^a \\ z_{c2} - h_{c2}^a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{c1}^b \\ h_{c2}^b \end{pmatrix}$.

Η Περιοχή 1 υπολογίζει το $\Delta z_{c1} = \begin{pmatrix} z_{c1} - h_{c1}^a \\ 0 \end{pmatrix}$ και η Περιοχή 2 το $\Delta z_{c2} = \begin{pmatrix} 0 \\ z_{c2} - h_{c2}^a \end{pmatrix}$.

Το διάνυσμα $\begin{pmatrix} h_{c1}^b \\ h_{c2}^b \end{pmatrix}$ υπολογίζεται από το Συντονιστή, όπως επίσης και το άθροισμα

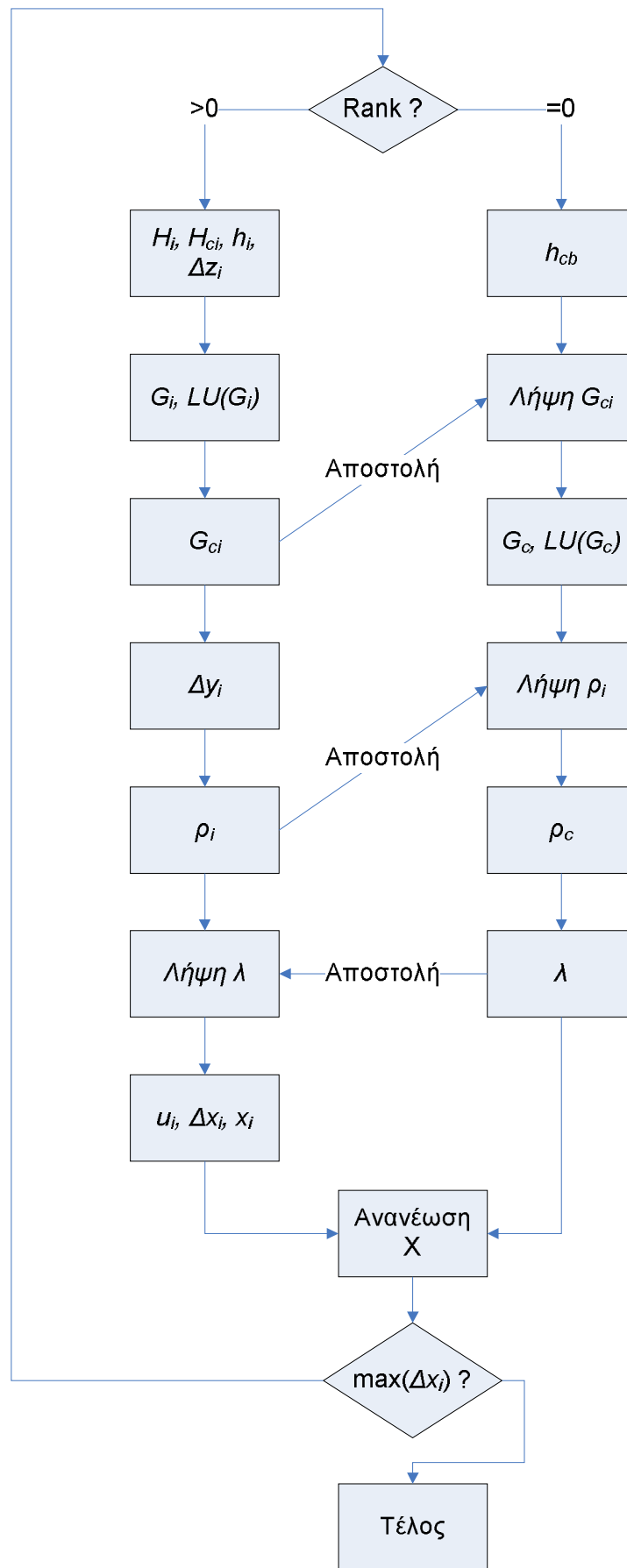
$$\Delta z_c = \begin{pmatrix} z_{c1} - h_{c1}^a \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ z_{c2} - h_{c2}^a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{c1}^b \\ h_{c2}^b \end{pmatrix}.$$

3.4 Ψευδοκώδικας Αλγορίθμου Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης

Τα διακριτά βήματα του αλγορίθμου Κατανεμημένης Εκτίμησης κατάστασης φαίνονται στον Πίνακα 7. Ακολουθεί το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου στην Εικόνα και τέλος αναφέρεται ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου.

	Συντονιστής	Περιφερειακά Κέντρα
	Ανάγνωση_Δεδομένων()	Ανάγνωση_Δεδομένων()
	Βρόχος(k<επαναλ ή σύγκλιση)	Βρόχος(k<επαναλ ή σύγκλιση)
1	Υπολογισμός $h_c(x_b)$	Υπολογισμός $h_i(x_i^k), h_c(x_a)$ $\Delta z_i^k = z_i - h_i(x_i^k), H_i(x_i^k)$
2		$G_i(x_i^k) = (H_i^T R_i^{-1} H_i) \Big _{x_i^k}$ Παραγοντοποίηση $G_i(x_i^k) = LU$
3	$n \times$ Λήψη(G_{ci}^k) $G_c^k = \sum_{i=1}^n G_{ci}^k$ Παραγοντοποίηση $G_c^k = LU$	$G_{ci}^k = (R_{ci} + H_{ci} G_i^{-1} H_{ci}^T) \Big _{x_i^k}$ Αποστολή(G_{ci}^k)
4		$\Delta y_i^k = G_i^{-1}(x_i^k) H_i^T(x_i^k) R_i^{-1} \Delta z_i^k$
5	$n \times$ Λήψη(ρ_i^{k+1}) $\rho_c^{k+1} = \sum_{i=1}^n \rho_i^{k+1} - h_c(x_b)$	$\rho_i^{k+1} = \Delta z_{ci}^k - H_{ci}(x_i^k) \Delta y_i^k$ Αποστολή(ρ_i^{k+1})
6	$\lambda^{k+1} = (G_c^k)^{-1} \rho_c^{k+1}$ Εκπομπή(λ^{k+1})	Λήψη(λ^{k+1}) $u_i^{k+1} = G_i^{-1}(x_i^k) H_{ci}^T(x_i^k) \lambda^{k+1}$
7	Ανανέωση_Συντονιστή(x_i^{k+1})	$\Delta x_i^k = \Delta y_i^k + u_i^{k+1}$ $x_i^{k+1} = x_i^k + \Delta x_i^k$ Ανανέωση_Συντονιστή(x_i^{k+1})
8	Έλεγχος_Σύγκλισης(Δx_i^k)	Έλεγχος_Σύγκλισης(Δx_i^k)

Πίνακας 7



Εικόνα 18

```

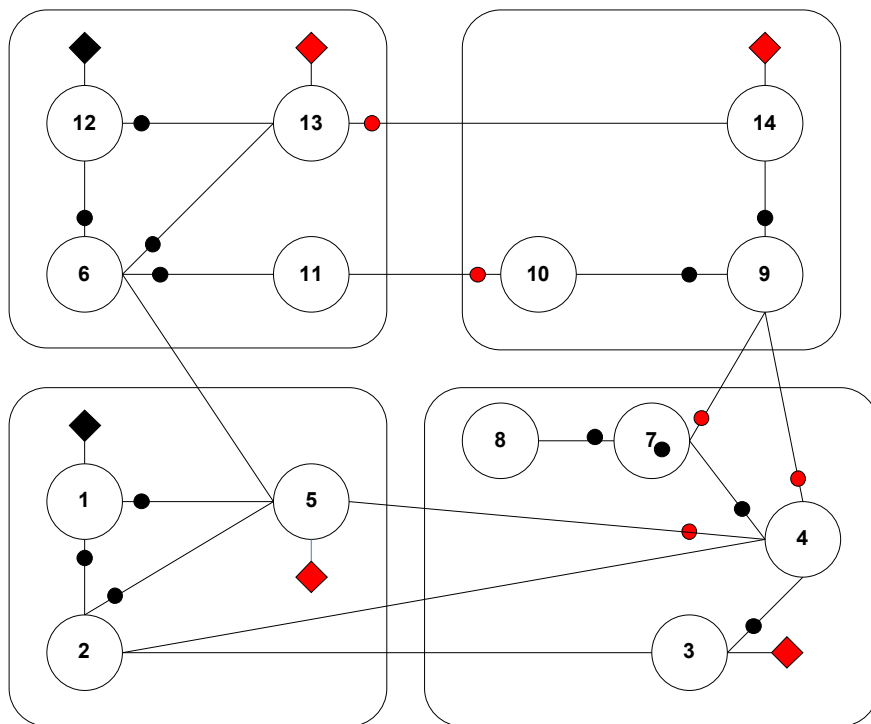
Begin
Read_input_files();
if(rank==0) create_rank0_structures();
else if(rank!=0) create_rank_structures();
PreCalculation_Communication();
while( (k<iteration_number) || (error<max_error) ){
    if(rank==0){
        calculate( $h_c(x_b)$ );
        calculate( $G_c$ );
        factorize( $G_c$ );
         $\rho = \text{sum}(\rho_i)$ ;
        VecAXPY( $\rho, -h_c(x_b), \rho$ );
        MatSolve( $G_c, \rho, \mu$ );
        Bcast( $\mu$ );
        Renew_Root( $x^{k+1}$ );
        check_convergence(error);
    }
    else if(rank!=0){
        calculate( $h_i$ );
        calculate( $h_c(x_a)$ );
        calculate( $dz_i$ );
        calculate( $H_i$ );
        calculate( $G_i$ );
        factorize( $G_i$ );
        calculate( $H_{ci}$ );
        MatMult( $R_i^{-1}, dz_i, a$ );
        MatMultTranspose( $H_i^T, a, b$ );
        MatSolve( $G_i, b, y_i$ );
        VecWAXPY( $h_{ci}(x_a), z_{ci}, dz_{ci}$ );
        MatMultAdd( $H_{ci}, y_i, dz_{ci}, \rho_i$ );
        Sum( $\rho_i$ );
        Bcast( $\mu$ );
        MatMult( $R_{ci}^T, \mu, c$ );
        MatSolve( $G_i, c, u_i$ );
        VecWAXPY( $u_i, -y_i, dx_i$ );
        Renew_Local( $dx_i, x_i^k, x_i^{k+1}$ );
        Renew_Root( $x_i^{k+1}$ );
        check_convergence(error);
    }
}
}
End

```

Κεφάλαιο 4ο – Εφαρμογή Κατανεμημένης Εκτίμησης Κατάστασης

4.1 Δίκτυο 14 Ζυγών, 4 Περιοχών

Προκειμένου να είναι κατανοητή η μέθοδος, πρέπει να γίνει παρουσίαση ενός χαρακτηριστικού παραδείγματος. Ιδανική επιλογή αποτελούν μικρά δίκτυα. Εν προκειμένω, θα χρησιμοποιηθεί ένα πρότυπο δίκτυο του IEEE 14 ζυγών, το οποίο παρουσιάζεται στην Εικόνα 19.



Εικόνα 19

Για λόγους απλότητας, θα αγνοηθούν οι εγκάρσιες αγωγιμότητες των γραμμών προς τη γη. Ο ζυγός αναφοράς όλου του δικτύου θεωρείται ο ζυγός 1. Το δίκτυο διαμερίζεται σε 4 περιοχές, με κάθε περιοχή να έχει αριθμό ζυγών $n_1 = 3$, $n_2 = 4$, $n_3 = 4$ και $n_4 = 3$. Οι μετρήσεις ομαδοποιούνται σε εσωτερικές και συνοριακές ως εξής:

- *Εσωτερικές*

$$S_1 = \{P_{1-2}, P_{1-5}, P_{2-5}, Q_{1-2}, Q_{1-5}, Q_{2-5}, P_1, Q_1, V_1\},$$

$$S_2 = \{P_{3-4}, P_{4-7}, P_{7-8}, Q_{3-4}, Q_{4-7}, Q_{7-8}, V_3\},$$

$$S_3 = \{P_{6-11}, P_{6-12}, P_{6-13}, P_{12-13}, P_{12}, Q_{6-11}, Q_{6-12}, Q_{6-13}, Q_{12-13}, Q_{12}, V_6\},$$

$$S_4 = \{P_{9-10}, P_{9-14}, Q_{9-10}, Q_{9-14}, V_9\}.$$

- Συνοριακές

$$\{P_{4-5}, P_{4-9}, P_{7-9}, P_{10-11}, Q_{4-5}, Q_{4-9}, Q_{7-9}, Q_{10-11}, P_3, P_5, P_{13}, P_{14}, Q_3, Q_5, Q_{13}, Q_{14}\}$$

Οι γωνίες των τάσεων δίνονται σε *rad*. Οι ανά μονάδα τιμές των μετρήσεων περιέχουν μια συνιστώσα σφάλματος με μηδενική μέση τιμή. Η συνδιακύμανση της συνιστώσας σ^2 εξαρτάται από την μέτρηση και δίνεται στους Πίνακες Συνδιακύμανσης Ροών και Εγχύσεων, που ακολουθούν. Τα διαγώνια στοιχεία των πινάκων $R_i, i = 1, 2, 3, 4$ και R_c προκύπτουν από τις τιμές αυτών των Πινάκων.

Πίνακας Συνδιακύμανσης Ροών			
i	j	P_{ij}	Q_{ij}
1	2	0.0317	0.0036
1	5	0.0150	0.0028
2	5	0.0083	0.0025
3	4	0.0046	0.0018
4	5	0.0131	0.0002
4	7	0.0063	0.0024
4	9	0.0036	0.0018
6	11	0.0017	0.0001
6	12	0.0014	0.0005
6	13	0.0027	0.0012
7	8	0.0000	0.0034
7	9	0.0063	0.0052
9	10	0.0010	0.0016
9	14	0.0031	0.0012
10	11	0.0009	0.0004
12	13	0.0001	0.0002

Πίνακας 8

Πίνακας Συνδιακύμανσης Εγχύσεων		
i	P_i	Q_i
1	0.0467	0.0008
3	0.0189	0.0009
5	0.0016	0.0004
12	0.0013	0.0004
13	0.0027	0.0012
14	0.0030	0.0010

Πίνακας 9

Τελικά, τα διανύσματα των μετρήσεων είναι:

$$z_{c1} = \begin{pmatrix} -0.076 \\ -0.016 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_5 \\ Q_5 \end{matrix}, z_{c2} = \begin{pmatrix} -0.6506 \\ 0.1792 \\ 0.3142 \\ -0.942 \\ -0.0064 \\ 0.0852 \\ 0.2592 \\ 0.044 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{4-5} \\ P_{4-9} \\ P_{7-9} \\ P_3 \\ Q_{4-5} \\ Q_{4-9} \\ Q_{7-9} \\ Q_3 \\ V_3 \end{matrix}, z_{c3} = \begin{pmatrix} -0.135 \\ -0.058 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{13} \\ Q_{13} \\ V_6 \end{matrix}, z_{c4} = \begin{pmatrix} -0.0448 \\ -0.149 \\ 0.0181 \\ -0.050 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{10-11} \\ P_{14} \\ Q_{10-11} \\ Q_{14} \\ V_9 \end{matrix}$$

$$z_c = \begin{pmatrix} z_{c1} \\ z_{c2} \\ z_{c3} \\ z_{c4} \end{pmatrix}$$

$$z_1 = \begin{pmatrix} 1.5848 \\ 0.7465 \\ 0.4144 \\ 2.3313 \\ -0.1781 \\ 0.1387 \\ 0.1221 \\ -0.0393 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{1-2} \\ P_{1-5} \\ P_{2-5} \\ P_1 \\ Q_{1-2} \\ Q_{1-5} \\ Q_{2-5} \\ Q_1 \\ V_1 \end{matrix}, z_2 = \begin{pmatrix} -0.2275 \\ 0.3142 \\ 0.000 \\ 0.0867 \\ 0.1150 \\ -0.1684 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{3-4} \\ P_{4-7} \\ P_{7-8} \\ Q_{3-4} \\ Q_{4-7} \\ Q_{7-8} \\ V_3 \end{matrix}, z_3 = \begin{pmatrix} 0.0808 \\ 0.0658 \\ 0.1324 \\ 0.0041 \\ -0.0610 \\ 0.0019 \\ 0.0229 \\ 0.0556 \\ 0.0055 \\ -0.0160 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{6-11} \\ P_{6-12} \\ P_{6-13} \\ P_{12-13} \\ P_{12} \\ Q_{6-11} \\ Q_{6-12} \\ Q_{6-13} \\ Q_{12-13} \\ Q_{12} \\ V_6 \end{matrix}, z_4 = \begin{pmatrix} 0.0453 \\ 0.1530 \\ 0.0769 \\ 0.0585 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{9-10} \\ P_{9-14} \\ Q_{9-10} \\ Q_{9-14} \\ V_9 \end{matrix}$$

4.1.1 1^η Επανάληψη

Οι ιακωβιανές μήτρες των τοπικών μετρήσεων $H_i, i=1,2,3,4$ κατά τη διάρκεια της 1^{ης} επανάληψης είναι:

$$H_1 = \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_5 & V_1 & V_2 & V_5 \\ 15.2631 & -15.2631 & 0 & 4.99913 & -4.99913 & 0 \\ 4.23498 & 0 & -4.23498 & 1.0259 & 0 & -1.0259 \\ 0 & 5.19393 & -5.19393 & 0 & 1.70114 & -1.70114 \\ 19.4981 & -15.2631 & -4.23498 & 6.02503 & -4.99913 & -1.0259 \\ -4.99913 & 4.99913 & 0 & 15.2631 & -15.2631 & 0 \\ -1.0259 & 0 & 1.0259 & 4.23498 & 0 & -4.23498 \\ 0 & -1.70114 & 1.70114 & 0 & 5.19393 & -5.19393 \\ -6.02503 & 4.99913 & 1.0259 & 19.4981 & -15.2631 & -4.23498 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{1-2} \\ P_{1-5} \\ P_{2-5} \\ P_1 \\ Q_{1-2} \\ Q_{1-5} \\ Q_{2-5} \\ Q_1 \\ V_1 \end{matrix}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} \delta_3 & \delta_4 & \delta_7 & \delta_8 & V_3 & V_4 & V_7 & V_8 \\ 5.06882 & -5.06882 & 0 & 0 & 1.98598 & -1.98598 & 0 & 0 \\ 0 & 4.78194 & -4.78194 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.67698 & -5.67698 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.98598 & 1.98598 & 0 & 0 & 5.06882 & -5.06882 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.78194 & -4.78194 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.67698 & -5.67698 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{3-4} \\ P_{4-7} \\ P_{7-8} \\ Q_{3-4} \\ Q_{4-7} \\ Q_{7-8} \\ V_3 \end{matrix}$$

$$H_3 = \begin{pmatrix} \delta_6 & \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & V_6 & V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ 4.09407 & -4.09407 & 0 & 0 & 1.95503 & -1.95503 & 0 & 0 \\ 3.17596 & 0 & -3.17596 & 0 & 1.52597 & 0 & 0 & -1.52597 \\ 6.10276 & 0 & 0 & -6.10276 & 3.09893 & 0 & 0 & -3.09893 \\ 0 & 0 & 2.25197 & -2.25197 & 0 & 0 & 2.48902 & -2.48902 \\ -3.17596 & 0 & 5.42794 & -2.25197 & -1.52597 & 0 & 4.01499 & -2.48902 \\ -1.95503 & 1.95503 & 0 & 0 & 4.09407 & -4.09407 & 0 & 0 \\ -1.52597 & 0 & 1.52597 & 0 & 3.17596 & 0 & -3.17596 & 0 \\ -3.09893 & 0 & 0 & 3.09893 & 6.10276 & 0 & 0 & -6.10276 \\ 0 & 0 & -2.48902 & 2.48902 & 0 & 0 & 2.25197 & -2.25197 \\ 1.52597 & 0 & -4.01499 & 2.48902 & -3.17596 & 0 & 5.42794 & -2.25197 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{6-11} \\ P_{6-12} \\ P_{6-13} \\ P_{12-13} \\ P_{12} \\ Q_{6-11} \\ Q_{6-12} \\ Q_{6-13} \\ Q_{12-13} \\ Q_{12} \\ V_6 \end{matrix}$$

$$H_4 = \begin{pmatrix} \delta_9 & \delta_{10} & \delta_{14} & V_9 & V_{10} & V_{14} \\ 10.3654 & -10.3654 & 0 & 3.90205 & -3.90205 & 0 \\ 3.90205 & 0 & -3.90205 & 1.42401 & 0 & -1.42401 \\ -3.90205 & 3.90205 & 0 & 10.3654 & -10.3654 & 0 \\ -1.42401 & 0 & 1.42401 & 3.02905 & 0 & -3.02905 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{9-10} \\ P_{9-14} \\ Q_{9-10} \\ Q_{9-14} \\ V_9 \end{matrix}$$

Οι πίνακες κέρδους υπολογίζονται μέσω της $G_i = H_i^T R_i^{-1} H_i$:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1.00486e+10 & -4.04647e+07 & -8.09086e+06 & -1.55192e+08 & 1.22305e+08 & 3.28875e+07 \\ -4.04647e+07 & 3.47558e+07 & 5.70891e+06 & 1.29305e+08 & -1.03679e+08 & -2.56267e+07 \\ -8.09086e+06 & 5.70891e+06 & 2.38195e+06 & 2.58869e+07 & -1.86261e+07 & -7.26074e+06 \\ -1.55192e+08 & 1.29305e+08 & 2.58869e+07 & 5.02327e+08 & -3.95186e+08 & -1.06998e+08 \\ 1.22305e+08 & -1.03679e+08 & -1.86261e+07 & -3.95186e+08 & 3.17344e+08 & 7.78419e+07 \\ 3.28875e+07 & -2.56267e+07 & -7.26074e+06 & -1.06998e+08 & 7.78419e+07 & 2.91562e+07 \end{pmatrix}$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} 2.3590e+06 & -2.3590e+06 & 0 & 0 & -2.5251e+06 & 2.5251e+06 & 0 & 0 \\ -2.3590e+06 & 2.9201e+06 & -561047 & 0 & 2.5251e+06 & -2.5251e+06 & 0 & 0 \\ 0 & -561047 & 3.2233e+09 & -3.2228e+09 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.2228e+09 & 3.2228e+09 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.5251e+06 & 2.5251e+06 & 0 & 0 & 7.8146e+06 & -7.8146e+06 & 0 & 0 \\ 2.5251e+06 & -2.5251e+06 & 0 & 0 & -7.8146e+06 & 1.1782e+07 & -3.967e+06 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.9679e+06 & 6.6453e+06 & -2.6774e+06 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6774e+06 & 2.6774e+06 \end{pmatrix}$$

$$G_3 = \begin{pmatrix} 2.485e+08 & -2.056e+08 & -5.708e+07 & 1.418e+07 & -4.641e+08 & 4.160e+08 & 5.268e+07 & -4.593e+06 \\ -2.056e+08 & 2.056e+08 & 0 & 0 & 4.160e+08 & -4.160e+08 & 0 & 0 \\ -5.708e+07 & 0 & 4.127e+08 & -3.556e+08 & 8.058e+07 & 0 & -8.240e+07 & 1.816e+06 \\ 1.418e+07 & 0 & -3.556e+08 & 3.414e+08 & -3.249e+07 & 0 & 2.971e+07 & 2.777e+06 \\ -4.641e+08 & 4.160e+08 & 8.058e+07 & -3.249e+07 & 9.966e+08 & -8.782e+08 & -1.345e+08 & 1.614e+07 \\ 4.160e+08 & -4.160e+08 & 0 & 0 & -8.782e+08 & 8.782e+08 & 0 & 0 \\ 5.268e+07 & 0 & -8.240e+07 & 2.971e+07 & -1.345e+08 & 0 & 5.099e+08 & -3.754e+08 \\ -4.593e+06 & 0 & 1.816e+06 & 2.777e+06 & 1.614e+07 & 0 & -3.75e+08 & 3.592e+08 \end{pmatrix}$$

$$G_4 = \begin{pmatrix} 1.1358e+08 & -1.1141e+08 & -2.1741e+06 & 2.2514e+07 & -2.4752e+07 & 2.2386e+06 \\ -1.1141e+08 & 1.1141e+08 & 0 & -2.4752e+07 & 2.4752e+07 & 0 \\ -2.1741e+06 & 0 & 2.1741e+06 & 2.2386e+06 & 0 & -2.2386e+06 \\ 2.2514e+07 & -2.4752e+07 & 2.2386e+06 & 6.0861e+07 & -5.4978e+07 & -5.8836e+06 \\ -2.4752e+07 & 2.4752e+07 & 0 & -5.4978e+07 & 5.4978e+07 & 0 \\ 2.2386e+06 & 0 & -2.2386e+06 & -5.8836e+06 & 0 & 5.8836e+06 \end{pmatrix}$$

Οι πίνακες είναι αντιστρέψιμοι κι επομένως τα 4 υποσυστήματα είναι παρατηρήσιμα. Μέσω της $\Delta y_i = G_i^{-1} H_i^T R_i^{-1} z_i$ υπολογίζονται οι τοπικές καταστάσεις σε σχέση με τον τοπικό ζυγό αναφοράς:

$$\Delta y_1 = \begin{pmatrix} 6.5823e-20 \\ -0.097811 \\ -0.16324 \\ 0.06 \\ 0.03864 \\ -0.0086458 \end{pmatrix} \quad \Delta y_2 = \begin{pmatrix} -3.7451e-09 \\ 0.04473 \\ -0.020972 \\ -0.020972 \\ -5.636e-12 \\ 0.0004153 \\ -0.02364 \\ 0.006036 \end{pmatrix} \quad \Delta y_3 = \begin{pmatrix} 7.0700e-10 \\ -0.015901 \\ -0.014023 \\ -0.013586 \\ -1.3147e-10 \\ -0.0080604 \\ -0.013775 \\ -0.015840 \end{pmatrix} \quad \Delta y_4 = \begin{pmatrix} 3.5926e-11 \\ -0.0013883 \\ -0.0339 \\ 5.4281e-11 \\ -0.0079467 \\ -0.035278 \end{pmatrix}$$

Οι υπομήτρες $H_{ci}, i=1,2,3,4$ της Ιακωβιανής μήτρας H_c , που αφορά στις συνοριακές μετρήσεις είναι:

H_{c1}						
δ_1	δ_2	δ_5	V_1	V_2	V_5	
-4.23498	-5.19393	34.9754	-1.0259	-1.70114	9.56802	P_5
1.0259	1.70114	-9.56802	-4.23498	-5.19393	34.9754	Q_5
0	0	-21.5786	0	0	-6.84098	P_{4-5}
0	0	0	0	0	0	P_{4-9}
0	0	0	0	0	0	P_{7-9}
0	-4.78186	0	0	-1.13502	0	P_3
0	0	6.84098	0	0	-21.5786	Q_{4-5}
0	0	0	0	0	0	Q_{4-9}
0	0	0	0	0	0	Q_{7-9}
0	1.13502	0	0	-4.78186	0	Q_3
0	0	0	0	0	0	V_3
0	0	0	0	0	0	P_{13}
0	0	0	0	0	0	Q_{13}
0	0	0	0	0	0	V_6
0	0	0	0	0	0	P_{10-11}
0	0	0	0	0	0	P_{14}
0	0	0	0	0	0	Q_{10-11}
0	0	0	0	0	0	Q_{14}
0	0	0	0	0	0	V_9

H_{c2}								
δ_3	δ_4	δ_7	δ_8	V_3	V_4	V_7	V_8	
0	-21.5786	0	0	0	-6.84098	0	0	P_5
0	6.84098	0	0	0	-21.5786	0	0	Q_5
0	21.5786	0	0	0	6.84098	0	0	P_{4-5}
0	1.79798	0	0	0	0	0	0	P_{4-9}
0	0	9.09008	0	0	0	0	0	P_{7-9}
9.85068	-5.06882	0	0	3.12099	-1.98598	0	0	P_3
0	-6.84098	0	0	0	21.5786	0	0	Q_{4-5}
0	0	0	0	0	1.79798	0	0	Q_{4-9}
0	0	0	0	0	0	9.09008	0	Q_{7-9}
-3.12099	1.98598	0	0	9.85068	-5.06882	0	0	Q_3
0	0	0	0	1	0	0	0	V_3
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{13}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{13}
0	0	0	0	0	0	0	0	V_6
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{10-11}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{14}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{10-11}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{14}
0	0	0	0	0	0	0	0	V_9

H_{ε^3}

δ_6	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	V_6	V_{11}	V_{12}	V_{13}	
-3.96794	0	0	0	0	0	0	0	P_5
0	0	0	0	-3.96794	0	0	0	Q_5
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{4-5}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{4-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{7-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_3
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{4-5}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{4-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{7-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_3
0	0	0	0	0	0	0	0	V_3
-6.10276	0	-2.25197	10.6697	-3.09893	0	-2.48902	6.72495	P_{13}
3.09893	0	2.48902	-6.72495	-6.10276	0	-2.25197	10.6697	Q_{13}
0	0	0	0	1	0	0	0	V_6
0	-4.40294	0	0	0	-1.88088	0	0	P_{10-11}
0	0	0	-2.31496	0	0	0	-1.13699	P_{14}
0	1.88088	0	0	0	-4.40294	0	0	Q_{10-11}
0	0	0	1.13699	0	0	0	-2.31496	Q_{14}
0	0	0	0	0	0	0	0	V_9

 H_{ε^4}

δ_9	δ_{10}	δ_{14}	V_9	V_{10}	V_{14}	
0	0	0	0	0	0	P_5
0	0	0	0	0	0	Q_5
0	0	0	0	0	0	P_{4-5}
-1.79798	0	0	0	0	0	P_{4-9}
-9.09008	0	0	0	0	0	P_{7-9}
0	0	0	0	0	0	P_3
0	0	0	0	0	0	Q_{4-5}
0	0	0	-1.79798	0	0	Q_{4-9}
0	0	0	-9.09008	0	0	Q_{7-9}
0	0	0	0	0	0	Q_3
0	0	0	0	0	0	V_3
0	0	-2.31496	0	0	-1.13699	P_{13}
0	0	1.13699	0	0	-2.31496	Q_{13}
0	0	0	0	0	0	V_6
0	4.40294	0	0	1.88088	0	P_{10-11}
-3.02905	0	5.34401	-1.42401	0	2.561	P_{14}
0	-1.88088	0	0	4.40294	0	Q_{10-11}
1.42401	0	-2.561	-3.02905	0	5.34401	Q_{14}
0	0	0	1	0	0	V_9

Ο πίνακας G_c υπολογίζεται από το άθροισμα $\sum_{i=1}^r (R_{ci} + H_{ci}G_i^{-1}H_{ci}^T)$. Κατόπιν

επιλύεται το σύστημα $G_c \cdot \lambda = \left(\Delta z_c - \sum_{i=1}^r H_{ci} \Delta y_i \right)$, από το οποίο προκύπτει ο πολλαπλασιαστής Lagrange λ της 1^{ης} επανάληψης.

Η νέα προσέγγιση στις τιμές του διάνυσματος κατάστασης προκύπτει υπολογίζοντας το διάνυσμα $u_i = G_i^{-1}H_{ci}^T \lambda$, $i=1, \dots, 4$ και στη συνέχεια προσθέτοντας το Δy_i , $i=1, \dots, 4$, δηλαδή $\Delta x_i = \Delta y_i + u_i$, $i=1, \dots, 4$.

$$u_1 = \begin{pmatrix} -4.00833e-18 \\ -0.00123913 \\ 0.00274099 \\ 1.08703e-13 \\ -0.000669007 \\ 0.00155927 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} -0.232823 \\ -0.232433 \\ -0.232854 \\ -0.232854 \\ -0.0103243 \\ -0.0164108 \\ -0.0143444 \\ -0.0143444 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} -0.266452 \\ -0.26466 \\ -0.269047 \\ -0.26928 \\ -0.0643122 \\ -0.0634662 \\ -0.0653579 \\ -0.0654074 \end{pmatrix}, u_4 = \begin{pmatrix} -0.288509 \\ -0.288686 \\ -0.27251 \\ -0.0637371 \\ -0.06361 \\ -0.0555967 \end{pmatrix}.$$

$$\Delta x_1 = \begin{pmatrix} -3.94251e-18 \\ -0.0990509 \\ -0.160507 \\ 0.06 \\ 0.037974 \\ -0.00708658 \end{pmatrix}, \Delta x_2 = \begin{pmatrix} -0.232823 \\ -0.187698 \\ -0.253827 \\ -0.253827 \\ -0.0103243 \\ -0.0159955 \\ -0.0379843 \\ -0.00830829 \end{pmatrix}, \Delta x_3 = \begin{pmatrix} -0.266452 \\ -0.280561 \\ -0.28307 \\ -0.282866 \\ -0.0643122 \\ -0.0715267 \\ -0.079133 \\ -0.0812479 \end{pmatrix}, \Delta x_4 = \begin{pmatrix} -0.28850 \\ -0.29007 \\ -0.30644 \\ -0.063737 \\ -0.071556 \\ -0.090875 \end{pmatrix}.$$

Με τα Δx_i , $i=1, \dots, 4$ γνωστά, ανανεώνεται το διάνυσμα κατάστασης και ακολουθεί η δεύτερη επανάληψη.

4.1.2 2^η Επανάληψη

Οι ιακωβιανές μήτρες των τοπικών μετρήσεων $H_i, i=1,2,3,4$ κατά τη διάρκεια της 2^{ης} επανάληψης υπολογίζονται εκ νέου και είναι:

$$H_1 = \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_5 & V_1 & V_2 & V_5 \\ 17.2549 & -17.2549 & 0 & 7.00129 & -3.67319 & 0 \\ 4.57254 & 0 & -4.57254 & 1.8414 & 0 & -0.35603 \\ 0 & 5.45053 & -5.45053 & 0 & 2.16232 & -1.4313 \\ 21.8274 & -17.2549 & -4.5725 & 8.84269 & -3.67319 & -0.35603 \\ -3.81268 & 3.81268 & 0 & 16.0796 & -16.6236 & 0 \\ -0.35351 & 0 & 0.35351 & 4.66445 & 0 & -4.60518 \\ 0 & -1.42115 & 1.42115 & 0 & 5.5312 & -5.48943 \\ -4.16619 & 3.81268 & 0.35351 & 20.744 & -16.6236 & -4.60518 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{1-2} \\ P_{1-5} \\ P_{2-5} \\ P_1 \\ Q_{1-2} \\ Q_{1-5} \\ Q_{2-5} \\ Q_1 \\ V_1 \end{matrix}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} \delta_3 & \delta_4 & \delta_7 & \delta_8 & V_3 & V_4 & V_7 & V_8 \\ 4.84398 & -4.84398 & 0 & 0 & 1.75373 & -2.18976 & 0 & 0 \\ 0 & 4.51683 & -4.51683 & 0 & 0 & 0.303991 & 0.310939 & 0 \\ 0 & 0 & 5.41597 & -5.41597 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.15474 & 2.15474 & 0 & 0 & 5.13846 & -4.92272 & 0 & 0 \\ 0 & 0.299128 & -0.299128 & 0 & 0 & 4.82066 & -4.69517 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.29287 & -5.46134 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{3-4} \\ P_{4-7} \\ P_{7-8} \\ Q_{3-4} \\ Q_{4-7} \\ Q_{7-8} \\ V_3 \end{matrix}$$

$$H_3 = \begin{pmatrix} \delta_6 & \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & V_6 & V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ 3.58038 & -3.58038 & 0 & 0 & 1.89721 & -1.77507 & 0 & 0 \\ 2.75802 & 0 & -2.75802 & 0 & 1.49924 & 0 & 0 & -1.37825 \\ 5.28935 & 0 & 0 & -5.28935 & 3.04452 & 0 & 0 & -2.80551 \\ 0 & 0 & 1.90485 & -1.90485 & 0 & 0 & 2.2969 & -2.29248 \\ -2.71432 & 0 & 4.61918 & -1.90485 & -1.45362 & 0 & 3.63032 & -2.29248 \\ -1.6481 & 1.6481 & 0 & 0 & 3.83508 & -3.8562 & 0 & 0 \\ -1.26919 & 0 & 1.26919 & 0 & 2.99583 & 0 & -2.99503 & 0 \\ -2.57757 & 0 & 0 & 2.57757 & 5.76765 & 0 & 0 & -5.7571 \\ 0 & 0 & -2.10622 & 2.10622 & 0 & 0 & 2.079 & -2.0733 \\ 1.36013 & 0 & -3.46635 & 2.10622 & -2.90089 & 0 & 4.9807 & -2.0733 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{6-11} \\ P_{6-12} \\ P_{6-13} \\ P_{12-13} \\ P_{12} \\ Q_{6-11} \\ Q_{6-12} \\ Q_{6-13} \\ Q_{12-13} \\ Q_{12} \\ V_6 \end{matrix}$$

$$H_4 = \begin{pmatrix} \delta_9 & \delta_{10} & \delta_{14} & V_9 & V_{10} & V_{14} \\ 9.01559 & -9.01559 & 0 & 3.69893 & -3.63815 & 0 \\ 2.59958 & 0 & -2.59958 & 1.42147 & 0 & -1.28218 \\ -3.37781 & 3.37781 & 0 & 9.78013 & -9.71044 & 0 \\ -1.16566 & 0 & 1.16566 & 2.89542 & 0 & -2.85944 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} P_{9-10} \\ P_{9-14} \\ Q_{9-10} \\ Q_{9-14} \\ V_9 \end{matrix}$$

Οι πίνακες κέρδους υπολογίζονται μέσω της $G_i = H_i^T R_i^{-1} H_i$:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1.00237e+10 & -2.17146e+07 & -2.02297e+06 & -1.14233e+08 & 9.25421e+07 & 2.45412e+07 \\ -2.17146e+07 & 2.07021e+07 & 1.01251e+06 & 1.0478e+08 & -8.61382e+07 & -2.11898e+07 \\ -2.02297e+06 & 1.01251e+06 & 1.01046e+06 & 9.45271e+06 & -6.40389e+06 & -3.3514e+06 \\ -1.14233e+08 & 1.0478e+08 & 9.45271e+06 & 5.68399e+08 & -4.57715e+08 & -1.2387e+08 \\ 9.25421e+07 & -8.61382e+07 & -6.40389e+06 & -4.57715e+08 & 3.76217e+08 & 9.24394e+07 \\ 2.45412e+07 & -2.11898e+07 & -3.3514e+06 & -1.2387e+08 & 9.24394e+07 & 3.41782e+07 \end{pmatrix}$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} 2.4636e+06 & -2.4636e+06 & 0 & 0 & -2.8964e+06 & 2.6607e+06 & 0 & 0 \\ -2.4636e+06 & 2.9797e+06 & -516088 & 0 & 2.8964e+06 & -2.3768e+06 & -209244 & 0 \\ 0 & -516088 & 2.9337e+09 & -2.9332e+09 & 0 & -283905 & 209244 & 0 \\ 0 & 0 & -2.9332e+09 & 2.9332e+09 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.8964e+06 & 2.8964e+06 & 0 & 0 & 7.9857e+06 & -7.6917e+06 & 0 & 0 \\ 2.6607e+06 & -2.3768e+06 & -283905 & 0 & -7.6917e+06 & 1.1455e+07 & -3.9251e+06 & 0 \\ 0 & -209244 & 209244 & 0 & 0 & -3.9251e+06 & 6.1549e+06 & -2.4014e+06 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.4014e+06 & 2.4779e+06 \end{pmatrix}$$

$$G_3 = \begin{pmatrix} 1.7831e+08 & -1.4645e+08 & -4.2854e+07 & 1.0992e+07 & -3.6652e+08 & 3.3034e+08 & 4.2985e+07 & -4.2931e+06 \\ -1.4645e+08 & 1.4645e+08 & 0 & 0 & 3.2837e+08 & -3.3034e+08 & 0 & 0 \\ -4.2854e+07 & 0 & 2.9830e+08 & -2.5544e+08 & 6.3224e+07 & 0 & -6.602e+07 & 2.1874e+06 \\ 1.0992e+07 & 0 & -2.5544e+08 & 2.4445e+08 & -2.5074e+07 & 0 & 2.3042e+07 & 2.1056e+06 \\ -3.6652e+08 & 3.2837e+08 & 6.3224e+07 & -2.5074e+07 & 8.7321e+08 & -7.7486e+08 & -1.1460e+08 & 1.2313e+07 \\ 3.3034e+08 & -3.3034e+08 & 0 & 0 & -7.7486e+08 & 7.7905e+08 & 0 & 0 \\ 4.2985e+07 & 0 & -6.6028e+07 & 2.3042e+07 & -1.1460e+08 & 0 & 4.3364e+08 & -3.1861e+08 \\ -4.2931e+06 & 0 & 2.1874e+06 & 2.1056e+06 & 1.2313e+07 & 0 & -3.1861e+08 & 3.0567e+08 \end{pmatrix}$$

$$G_4 = \begin{pmatrix} 8.5762e+07 & -8.4244e+07 & -1.5178e+06 & 1.8805e+07 & -2.0073e+07 & 1.7298e+06 \\ -8.4244e+07 & 8.4244e+07 & 0 & -2.0524e+07 & 2.0073e+07 & 0 \\ -1.5178e+06 & 0 & 1.5178e+06 & 1.7196e+06 & 0 & -1.7298e+06 \\ 1.8805e+07 & -2.0524e+07 & 1.719e+06 & 5.4462e+07 & -4.8594e+07 & -5.3084e+06 \\ -2.0073e+07 & 2.0073e+07 & 0 & -4.8594e+07 & 4.8125e+07 & 0 \\ 1.7298e+06 & 0 & -1.7298e+06 & -5.3084e+06 & 0 & 5.2268e+06 \end{pmatrix}$$

Οι πίνακες είναι αντιστρέψιμοι κι επομένως τα 4 υποσυστήματα είναι παρατηρήσιμα. Μέσω της $\Delta y_i = G_i^{-1} H_i^T R_i^{-1} z_i$ υπολογίζονται οι τοπικές καταστάσεις σε σχέση με τον τοπικό ζυγό αναφοράς:

$$\Delta y_1 = \begin{pmatrix} 6.8220e-21 \\ 0.011247 \\ 0.010589 \\ -3.6713e-06 \\ 0.0069555 \\ 0.011060 \end{pmatrix}, \Delta y_2 = \begin{pmatrix} 0.23282 \\ 0.23237 \\ 0.23143 \\ 0.23143 \\ 0.010324 \\ 0.017484 \\ 0.017656 \\ 0.018283 \end{pmatrix}, \Delta y_3 = \begin{pmatrix} 0.26645 \\ 0.26190 \\ 0.26640 \\ 0.26667 \\ -0.01102 \\ -0.012362 \\ -0.011186 \\ -0.011287 \end{pmatrix}, \Delta y_4 = \begin{pmatrix} 0.28850 \\ 0.28869 \\ 0.26889 \\ 0.063737 \\ 0.063602 \\ 0.055527 \end{pmatrix}.$$

Οι υπομήτρες $H_{c_i}, i=1,2,3,4$ της Ιακωβιανής μήτρας H_c , που αφορά στις συνοριακές μετρήσεις είναι:

H_{c_i}						
δ_1	δ_2	δ_5	V_1	V_2	V_5	
-4.22742	-5.23517	34.3852	-1.67757	-2.00263	9.35684	P_5
1.77822	2.07868	-9.57525	-3.98813	-5.04365	34.8245	Q_5
0	0	-20.8934	0	0	-7.30636	P_{4-5}
0	0	0	0	0	0	P_{4-9}
0	0	0	0	0	0	P_{7-9}
0	-4.71281	0	0	-1.74445	0	P_3
0	0	7.25458	0	0	-21.0425	Q_{4-5}
0	0	0	0	0	0	Q_{4-9}
0	0	0	0	0	0	Q_{7-9}
0	1.8107	0	0	-4.54039	0	Q_3
0	0	0	0	0	0	V_3
0	0	0	0	0	0	P_{13}
0	0	0	0	0	0	Q_{13}
0	0	0	0	0	0	V_6
0	0	0	0	0	0	P_{10-11}
0	0	0	0	0	0	P_{14}
0	0	0	0	0	0	Q_{10-11}
0	0	0	0	0	0	Q_{14}
0	0	0	0	0	0	V_9

$$H_{\varepsilon^2}$$

δ_3	δ_4	δ_7	δ_8	V_3	V_4	V_7	V_8	
0	-21.2568	0	0	0	-6.20747	0	0	P_5
0	6.10818	0	0	0	-21.6024	0	0	Q_5
0	20.8934	0	0	0	6.0906	0	0	P_{4-5}
0	1.64804	0	0	0	0.169416	0	0	P_{4-9}
0	0	8.18251	0	0	0	0.295112	0	P_{7-9}
9.55679	-4.84398	0	0	2.17074	-2.18976	0	0	P_3
0	-7.25458	0	0	0	21.2337	0	0	Q_{4-5}
0	0.166706	0	0	0	1.8636	0	0	Q_{4-9}
0	0	0.283902	0	0	0	8.98401	0	Q_{7-9}
-3.96543	2.15474	0	0	9.84147	-4.92272	0	0	Q_3
0	0	0	0	1	0	0	0	V_3
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{13}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{13}
0	0	0	0	0	0	0	0	V_6
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{10-11}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{14}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{10-11}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{14}
0	0	0	0	0	0	0	0	V_9

$$H_{\varepsilon^3}$$

δ_6	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	V_6	V_{11}	V_{12}	V_{13}	
-3.66577	0	0	0	0.416627	0	0	0	P_5
-0.389833	0	0	0	-3.91773	0	0	0	Q_5
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{4-5}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{4-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_{7-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	P_3
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{4-5}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{4-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_{7-9}
0	0	0	0	0	0	0	0	Q_3
0	0	0	0	0	0	0	0	V_3
-5.20189	0	-1.90571	9.06305	-2.93879	0	-2.28638	6.08874	P_{13}
2.74979	0	2.10545	-5.75908	-5.55943	0	-2.06947	9.74109	Q_{13}
0	0	0	0	1	0	0	0	V_6
0	-3.7799	0	0	0	-1.7851	0	0	P_{10-11}
0	0	0	-1.91067	0	0	0	-1.08299	P_{14}
0	1.65742	0	0	0	-4.07109	0	0	Q_{10-11}
0	0	0	0.995	0	0	0	-2.07964	Q_{14}
0	0	0	0	0	0	0	0	V_9

H_{c4}						
δ_9	δ_{10}	δ_{14}	V_9	V_{10}	V_{14}	
0	0	0	0	0	0	P_5
0	0	0	0	0	0	Q_5
0	0	0	0	0	0	P_{4-5}
-1.64804	0	0	0.178055	0	0	P_{4-9}
-8.18251	0	0	0.303229	0	0	P_{7-9}
0	0	0	0	0	0	P_3
0	0	0	0	0	0	Q_{4-5}
-0.166706	0	0	-1.76024	0	0	Q_{4-9}
-0.283902	0	0	-8.73954	0	0	Q_{7-9}
0	0	0	0	0	0	Q_3
0	0	0	0	0	0	V_3
0	0	-1.95545	0	0	-0.994191	P_{13}
0	0	0.903843	0	0	-2.15091	Q_{13}
0	0	0	0	0	0	V_6
0	3.7799	0	0	1.70743	0	P_{10-11}
-2.55612	0	4.46679	-1.34377	0	2.17819	P_{14}
0	-1.65742	0	0	4.10455	0	Q_{10-11}
1.25812	0	-2.25312	-2.73013	0	4.80346	Q_{14}
0	0	0	1	0	0	V_9

Ο πίνακας G_c υπολογίζεται από το άθροισμα $\sum_{i=1}^r (R_{ci} + H_{ci}G_i^{-1}H_{ci}^T)$. Κατόπιν

επιλύεται το σύστημα $G_c \cdot \lambda = \left(\Delta z_c - \sum_{i=1}^r H_{ci} \Delta y_i \right)$, από το οποίο προκύπτει ο πολλαπλασιαστικής Lagrange λ της 2^{ης} επανάληψης.

Η νέα προσέγγιση στις τιμές του διανύσματος κατάστασης προκύπτει υπολογίζοντας το διάνυσμα $u_i = G_i^{-1}H_{ci}^T \lambda$, $i=1, \dots, 4$ και στη συνέχεια προσθέτοντας το Δy_i , $i=1, \dots, 4$, δηλαδή $\Delta x_i = \Delta y_i + u_i$, $i=1, \dots, 4$.

$$u_1 = \begin{pmatrix} 2.28069e-19 \\ 0.0114963 \\ 0.0287188 \\ 0.0136101 \\ 0.0164428 \\ 0.0133838 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} -0.187729 \\ -0.185851 \\ -0.183255 \\ -0.183255 \\ 0.0122889 \\ 0.00891 \\ 0.0148668 \\ 0.0144082 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} -0.214952 \\ -0.213066 \\ -0.216264 \\ -0.216264 \\ 0.0505412 \\ 0.0510436 \\ 0.0500191 \\ 0.050018 \end{pmatrix}, u_4 = \begin{pmatrix} -0.240714 \\ -0.241053 \\ -0.222284 \\ -0.025647 \\ -0.025336 \\ -0.018284 \end{pmatrix}.$$

$$\Delta x_1 = \begin{pmatrix} 2.348e-19 \\ 0.022743 \\ 0.039308 \\ 0.013606 \\ 0.023398 \\ 0.024444 \end{pmatrix} \quad \Delta x_2 = \begin{pmatrix} 0.045094 \\ 0.046526 \\ 0.048175 \\ 0.048175 \\ 0.022613 \\ 0.026394 \\ 0.032523 \\ 0.032691 \end{pmatrix} \quad \Delta x_3 = \begin{pmatrix} 0.051500 \\ 0.048836 \\ 0.050142 \\ 0.050150 \\ 0.039514 \\ 0.038681 \\ 0.038832 \\ 0.038730 \end{pmatrix} \quad \Delta x_4 = \begin{pmatrix} 0.0477945 \\ 0.0476377 \\ 0.0466059 \\ 0.0380897 \\ 0.0382663 \\ 0.0372429 \end{pmatrix}$$

Με τα $\Delta x_i, i=1, \dots, 4$ γνωστά, ανανεώνεται το διάνυσμα κατάστασης και ο αλγόριθμος έχει πλέον συγκλίνει. Παρατηρείται ότι το μέγιστο σφάλμα στο νέο διάνυσμα κατάστασης είναι 0.048175 και είναι αρκετά μικρό ώστε να τερματιστεί ο αλγόριθμος. Για περισσότερη ακρίβεια θα μπορούσε να εκτελεστεί μια ακόμα επανάληψη. Το τελικό διάνυσμα κατάστασης γράφεται στον Πίνακα 10.

i	Γωνία δ_i ($^\circ$)	Μέτρο V_i ($\alpha\mu$)
1	0.0000000	1.0736064
2	-4.3720978	1.0613723
3	-10.7560554	1.0122889
4	-8.0885495	1.0103990
5	-6.9441309	1.0173579
6	-12.3158425	0.9752021
7	-11.7829372	0.9945389
8	-11.7829372	1.0243834
9	-13.7919145	0.9743526
10	-13.8905907	0.9667096
11	-13.2768384	0.9671546
12	-13.3457797	0.9596992
13	-13.3336587	0.9574828
14	-14.8874266	0.9463674

Πίνακας 10

4.2 Μετρήσεις και Επιδόσεις σε δίκτυα μεγάλων διαστάσεων

Ο κατανεμημένος αλγόριθμος εκτίμησης κατάστασης είναι απαραίτητος στα διασυνδεδεμένα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, εξαιτίας της κατανεμημένης φύσης αυτών των συστημάτων. Η ακριβής εκτίμηση της κατάστασης ενός συστήματος είναι κρίσιμη για την ανάλυση της ασφάλειας του συστήματος, αλλά εξίσου κρίσιμη είναι και η άμεση εκτίμηση.

Συγκεκριμένα, για να επιτευχθεί άμεση εκτίμηση, ο καταναμημένος αλγόριθμος πρέπει να συγκλίνει μέσα σε ελάχιστες επαναλήψεις και αυτές οι επαναλήψεις πρέπει να εκτελούνται γρήγορα. Η απαίτηση για τη σύγκλιση μέσα σε ελάχιστο αριθμό επαναλήψεων προκύπτει από την αδυναμία των απομακρυσμένων Κέντρων Ελέγχου να ανταλλάσσουν δεδομένα μεταξύ τους συνεχώς. Τα απομακρυσμένα Κέντρα Ελέγχου διαθέτουν γραμμές επικοινωνίας με περιορισμένο εύρος ζώνης και συνήθως με υψηλή αρχική καθυστέρηση.

Αν εξαιρεθεί η καθυστέρηση της επικοινωνίας, η ταχύτητα εκτέλεσης των επαναλήψεων εξαρτάται από ένα μόνο παράγοντα. Ο παράγοντας αυτός είναι οι διαστάσεις της περιοχής. Όσο πιο μικρή είναι η περιοχή, τόσο πιο γρήγορα θα επιλύονται τα γραμμικά συστήματα που απαιτούνται για την εύρεση της λύσης. Ωστόσο, πολύ μικρό μέγεθος περιοχής συνεπάγεται πολλές περιοχές και αυτόματα μεγαλύτερη ποσότητα δεδομένων επικοινωνίας.

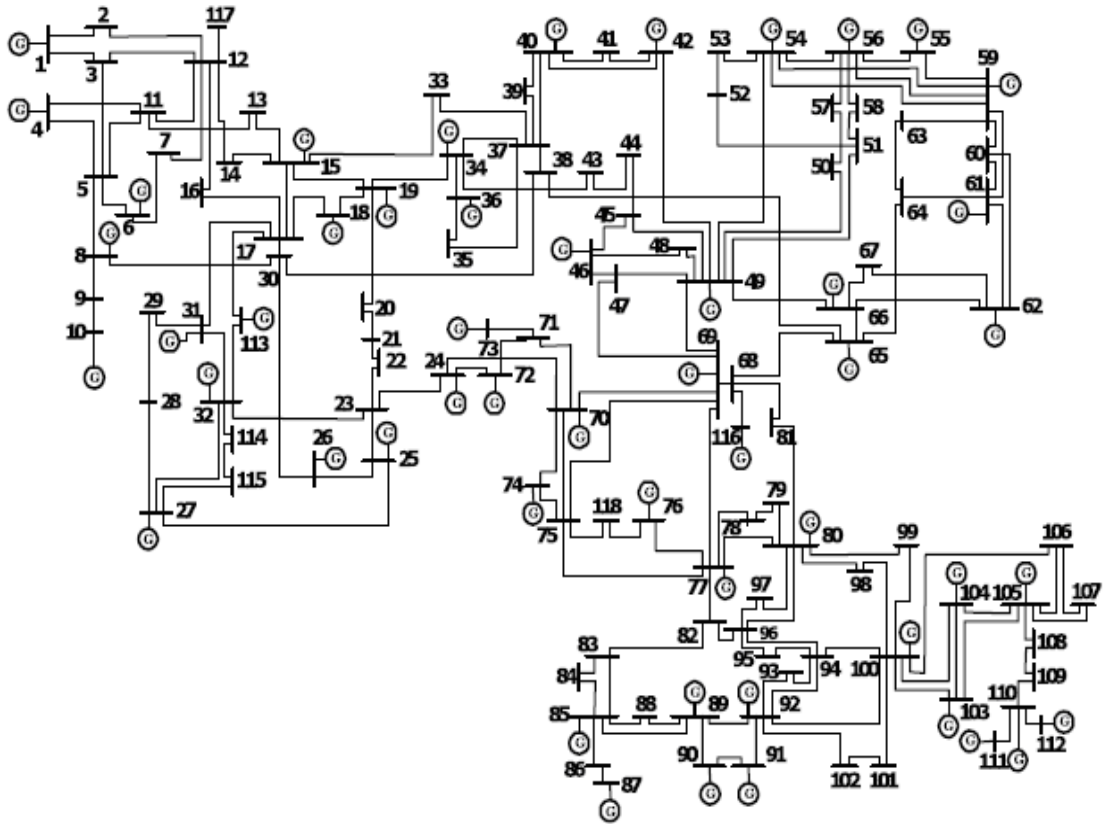
Για τους παραπάνω λόγους, πρέπει να εξεταστεί η επίδοση του αλγορίθμου σε δίκτυα πολλών ζυγών, με διαφορετικά μεγέθη και πλήθη περιοχών. Καταρχάς, θα παρουσιαστεί η επίδοση του αλγορίθμου σε ένα μικρό δίκτυο 118 ζυγών και 3 περιοχών, ώστε να φαίνεται η κλιμάκωση της επιβάρυνσης με την αύξηση των διαστάσεων. Στη συνέχεια, θα εξεταστεί ένα δίκτυο 1180 ζυγών, χωρισμένο σε 10 και 5 περιοχές. Τέλος, θα εξεταστεί ένα δίκτυο 2360 ζυγών, χωρισμένο σε 20 και 10 περιοχές. Τέλος, κρίνεται απαραίτητο να γίνει σύγκριση του χρόνου του καταναμημένου αλγορίθμου με το χρόνο του σειριακού 1 περιοχής, για κάθε ένα από τα παραπάνω δίκτυα.

Εκτός από το συνολικό χρόνο εκτέλεσης του καταναμημένου αλγορίθμου, πρέπει να εξεταστούν και οι συνιστώσες αυτού του χρόνου. Συγκεκριμένα, πρέπει να υπολογιστεί το ποσοστό του χρόνου που δαπανάται στους υπολογισμούς και την επικοινωνία. Αυτή η μελέτη, θα δείξει τα σημεία υστέρησης του αλγορίθμου και πιθανούς τρόπους βελτίωσής του.

4.2.1 Περιγραφή Δικτύων

Το δίκτυο των 118 ζυγών αποτελεί πρότυπο δίκτυο του IEEE. Το διάγραμμα του δικτύου φαίνεται στην Εικόνα 20. Η περιγραφή του δικτύου και τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του καταναμημένου και του σειριακού αλγορίθμου με είσοδο το δίκτυο

118 ζυγών ακολουθούν στο παράρτημα. Ο χωρισμός του σε 3 περιοχές γίνεται στον Πίνακα 11 και διαγραμματικά φαίνεται στην Εικόνα 20.

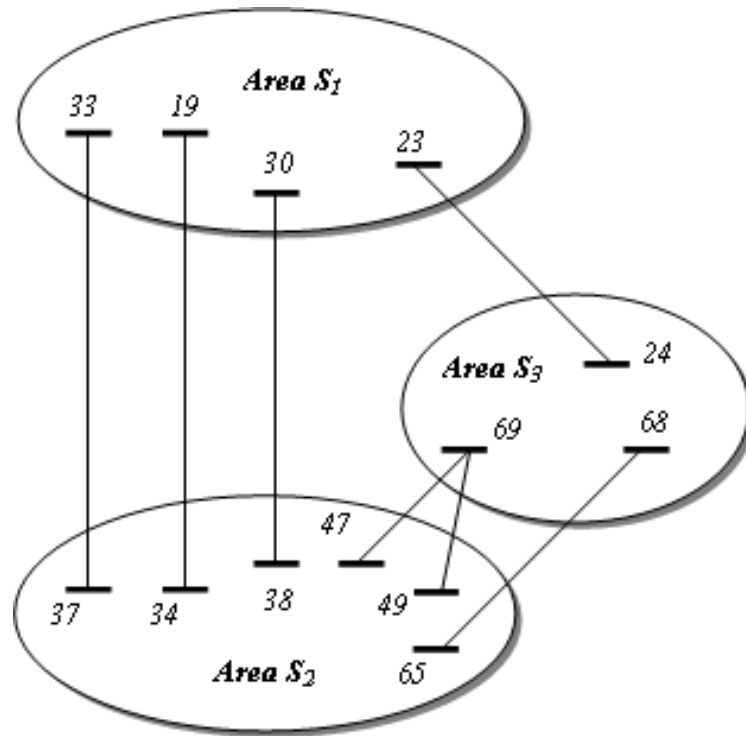


IEEE 118 Ζυγών

Εικόνα 20

Περιοχή	Ζυγοί	Πλήθος Ζυγών		Πλήθος Κλάδων
		Εσωτερικοί	Συνοριακοί	Εσωτερικοί
1	1-23, 25-33, 113-115, 117	32	4	49
2	34-67	28	6	56
3	24, 68-112, 116, 118	45	3	74

Πίνακας 11

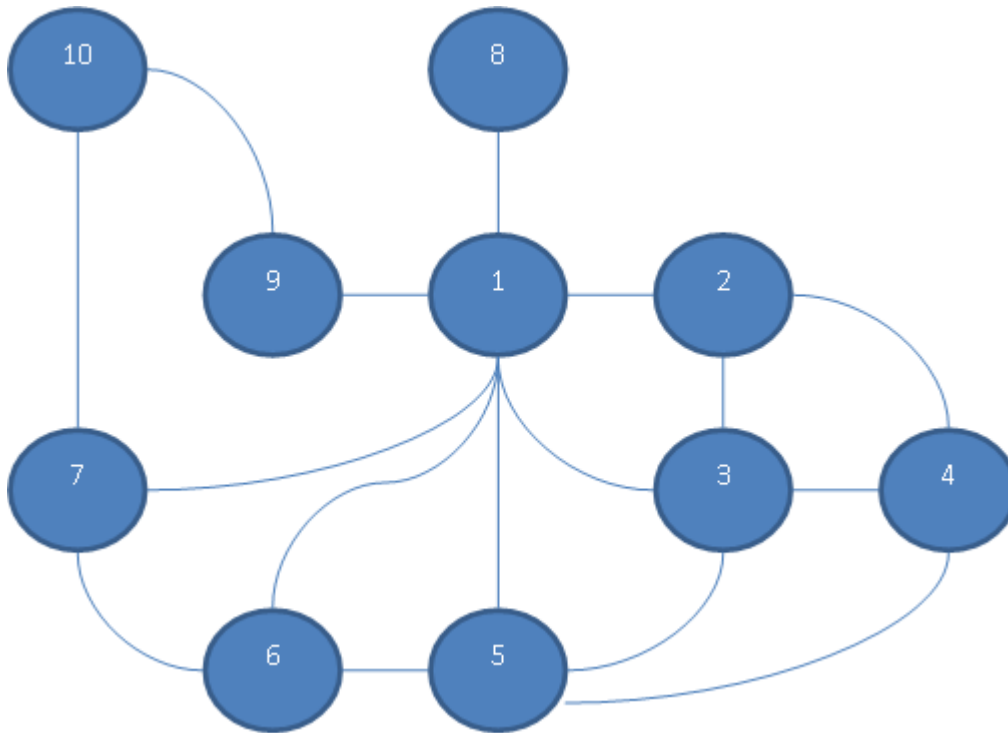


Εικόνα 21

Το δίκτυο των 118 ζυγών, αδιαίρετο, αποτέλεσε αφετηρία για την δημιουργία των δικτύων 1180 και 2360 ζυγών. Αρχικά, δημιουργήθηκε το δίκτυο 1180 ζυγών. Θεωρήθηκε ότι ένα μικρό δίκτυο 118 ζυγών μοντελοποιεί το δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας μιας ευρωπαϊκής χώρας. Κατόπιν, με τη χρήση ενός ευρωπαϊκού χάρτη, επιλέχθηκαν 10 χώρες, οι οποίες αριθμήθηκαν κατάλληλα και σε κάθε μία από αυτές τοποθετήθηκε ένα μικρό δίκτυο. Ανάλογα με τη γειτνίαση των χωρών, συνδέθηκαν κατάλληλα τα μικρά δίκτυα με διασυνδεδετικούς κλάδους. Έτσι, προέκυψε το δίκτυο 1180 ζυγών, 10 περιοχών. Το δίκτυο 1180 ζυγών, 5 περιοχών παρήχθη από τη συγχώνευση των περιοχών του προηγούμενου, ανά δύο. Τα διαγράμματα των δικτύων 1180-10 και 1180-5 φαίνονται στις Εικόνες 22 και 25.

Τέλος, το δίκτυο 2360 ζυγών δημιουργήθηκε με τον ίδιο τρόπο. Συγκεκριμένα, διπλασιάστηκε το δίκτυο 1180 ζυγών - 10 περιοχών και αριθμήθηκαν εκ νέου οι περιοχές του, ώστε να φτάσουν τις 20. Στη συνέχεια, οι 20 περιοχές του 2360-20 συγχωνεύθηκαν ανά δύο και προέκυψε το δίκτυο 2360 ζυγών – 10 περιοχών. Τα διαγράμματα των 2360-20 και 2360-10 φαίνονται στις Εικόνες 28 και 31.

4.2.2 Κατανομή του Χρόνου Εκτέλεσης



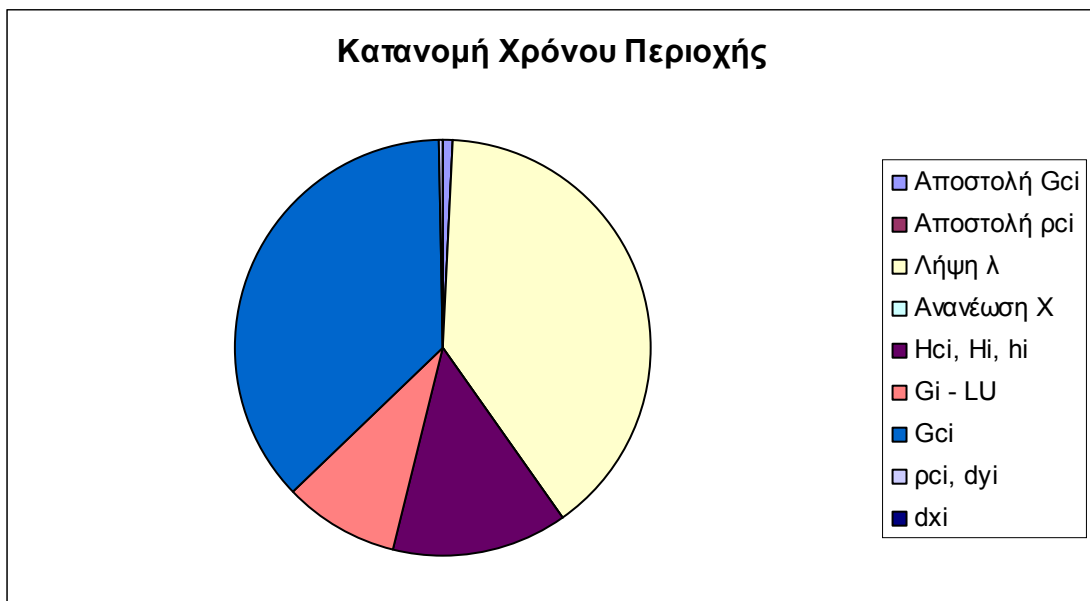
Εικόνα 22

ΔΙΚΤΥΟ 1180 ΖΥΓΩΝ - 10 ΠΕΡΙΟΧΩΝ					
Περιοχή			Συντονιστής		
	Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)		Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)
$h_i, h_c(x_a), \Delta z_i,$ H_i, H_{ci}	0.48448155	13.56488637	$h_c(x_b)$	0.00395870	0.11083872
$G_i, G_i = LU$	0.31435790	8.80163382	$G_c, G_c = LU$	1.92315173	53.84587853
G_{ci}			ρ_c	0.00084043	0.02353100
$\Delta y_i, \rho_i$	0.00455906	0.12764806	λ	0.00611401	0.17118475
Δx_i	0.00379369	0.10621865	-		
Αποστολή(G_{ci})	0.02508447	0.70233425	Λήψη(G_{ci})	1.61874151	45.32276750
Αποστολή(ρ_i)	0.00007734	0.00216542	Λήψη(ρ_i)	0.00040865	0.01144170
Λήψη(λ)	1.40532131	39.34726490	Εκπομπή(λ)	0.00055742	0.01560707
Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.00350971	0.09826755	Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.01594138	0.44633900

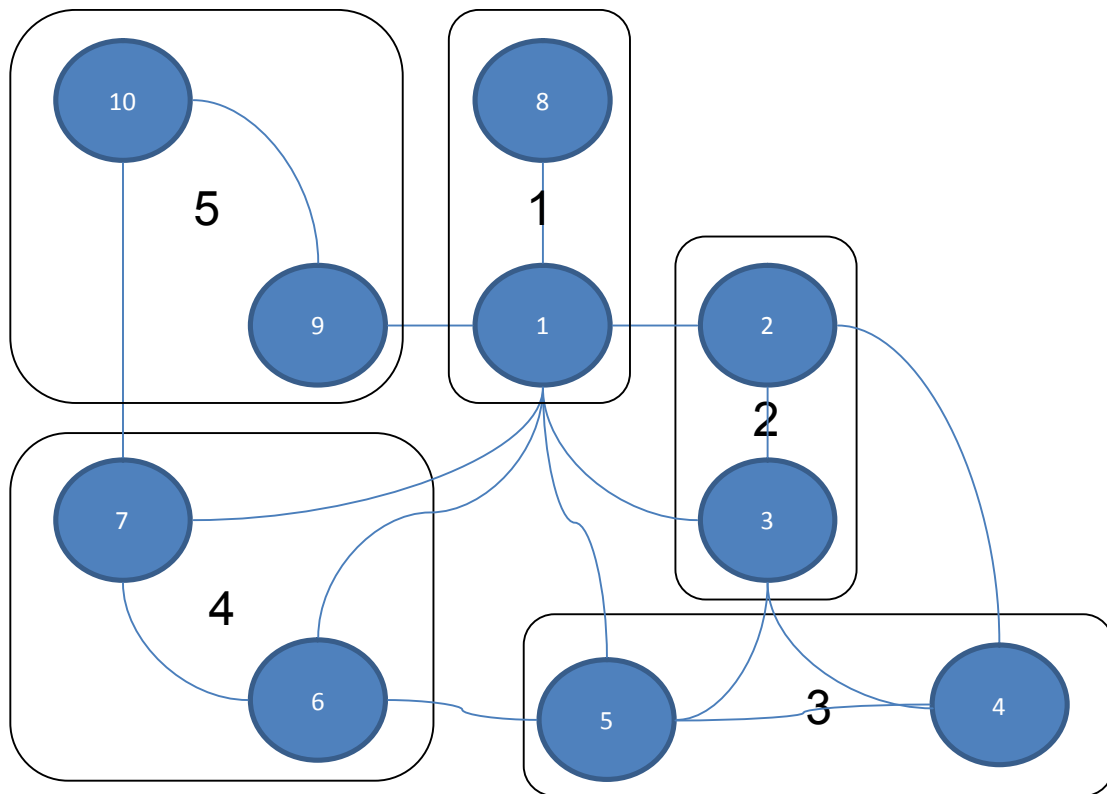
Πίνακας 12



Εικόνα 23



Εικόνα 24



Εικόνα 25

ΔΙΚΤΥΟ 1180 ΖΥΓΩΝ - 5 ΠΕΡΙΟΧΩΝ					
Περιοχή			Συντονιστής		
	Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)		Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)
$h_i, h_c(x_a), \Delta z_i, H_i, H_{ci}$	0.57932291	19.73488026	$h_c(x_b)$	0.00098348	0.03350266
$G_i, G_i = LU$	0.84939280	28.93492542	$G_c, G_c = LU$	0.15417838	5.25215186
G_{ci}	1.02019014	34.75320914	ρ_c	0.00021195	0.00722017
$\Delta y_i, \rho_i$	0.00739431	0.25189030	λ	0.00092483	0.03150473
Δx_i	0.00676246	0.23036606	-		
Αποστολή(G_{ci})	0.00606356	0.20655774	Λήψη(G_{ci})	2.76446986	94.17283741
Αποστολή(ρ_i)	0.00004835	0.00164706	Λήψη(ρ_i)	0.00014782	0.00503555
Λήψη(λ)	0.45967746	15.65910733	Εκπομπή(λ)	0.00012922	0.00440193
Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.00312181	0.10634578	Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.01419711	0.48363057

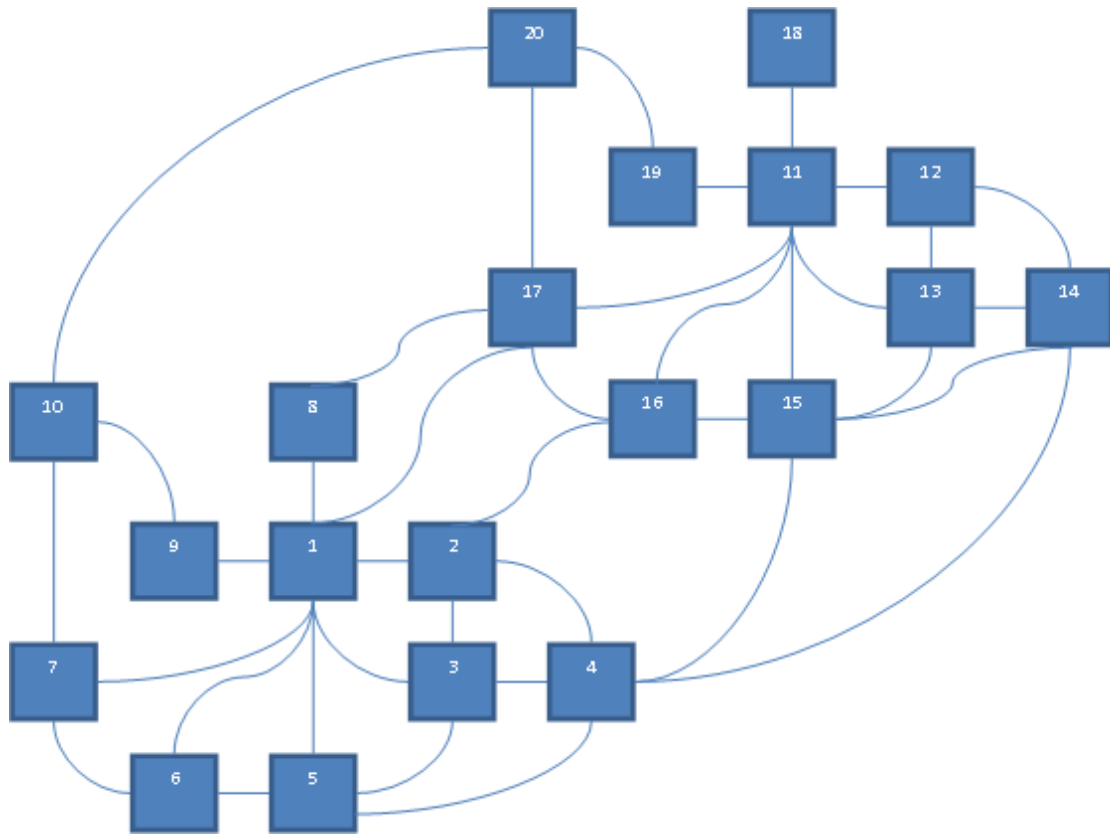
Πίνακας 13



Εικόνα 26



Εικόνα 27



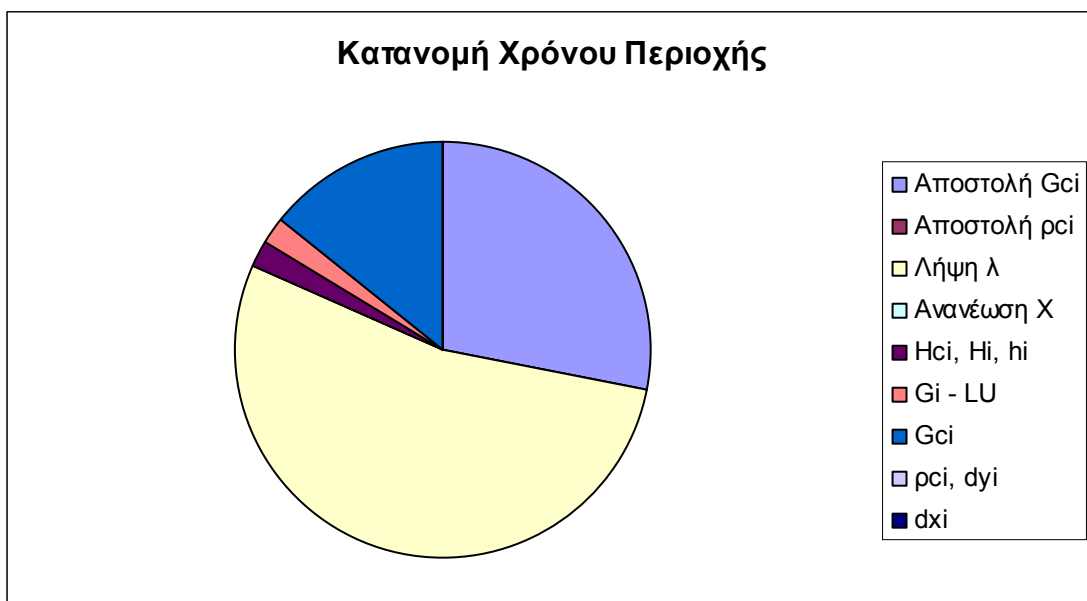
Εικόνα 28

ΔΙΚΤΥΟ 2360 ΖΥΓΩΝ - 20 ΠΕΡΙΟΧΩΝ					
Περιοχή			Συντονιστής		
	Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)		Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)
$h_i, h_c(x_a), \Delta z_i,$ H_i, H_{ci}	0.22602648	1.96521561	$h_c(x_b)$	0.00972199	0.08452906
$G_i, G_i = LU$	0.25975418	2.25846534	$G_c, G_c = LU$	6.08758903	52.92930726
G_{ci}	1.60742037	13.97591826	ρ_c	0.00186276	0.01619600
$\Delta y_i, \rho_i$	0.00321614	0.02796313	λ	0.01038623	0.09030438
Δx_i	0.00272961	0.02373294	-		
Αποστολή(G_{ci})	3.21227978	27.92956992	Λήψη(G_{ci})	5.34220243	46.44844986
Αποστολή(ρ_i)	0.00372630	0.03239878	Λήψη(ρ_i)	0.00183201	0.01592864
Λήψη(λ)	6.13460428	53.33808725	Εκπομπή(λ)	0.00072360	0.00629143
Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.00300851	0.02615787	Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.04588318	0.39893707

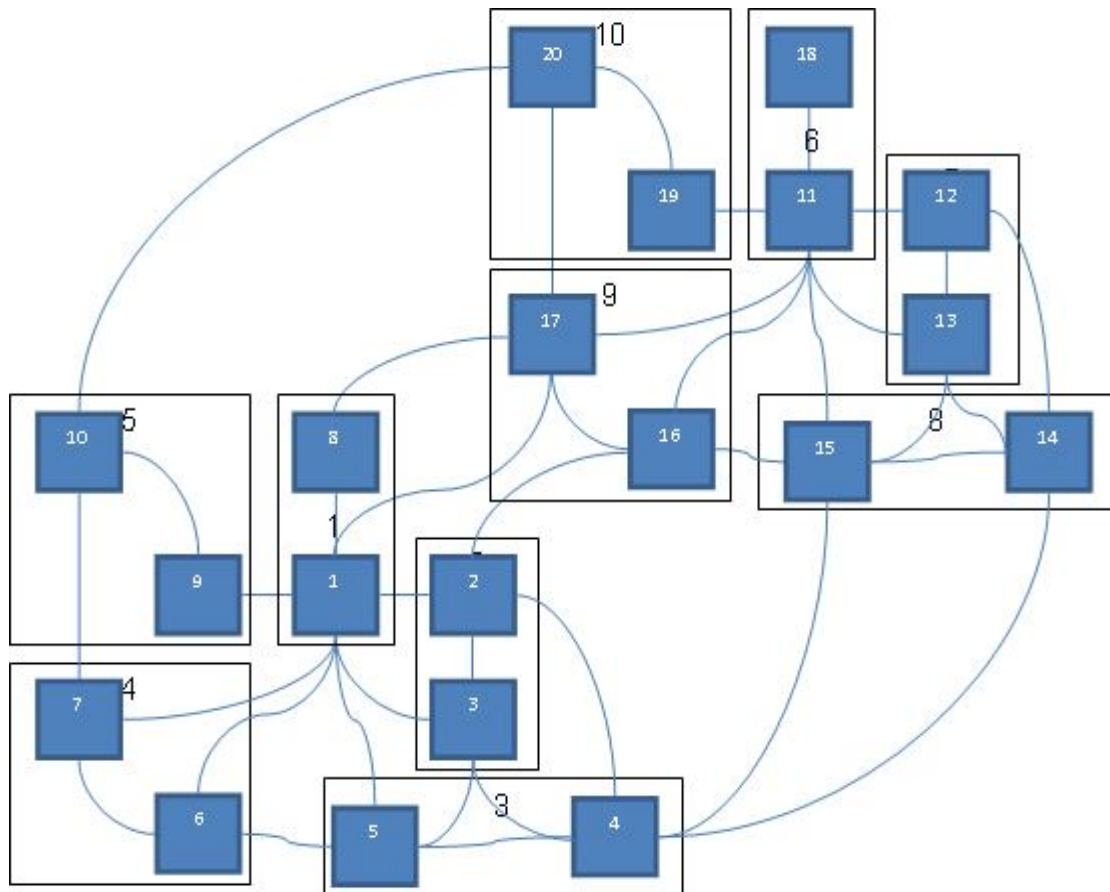
Πίνακας 14



Εικόνα 29



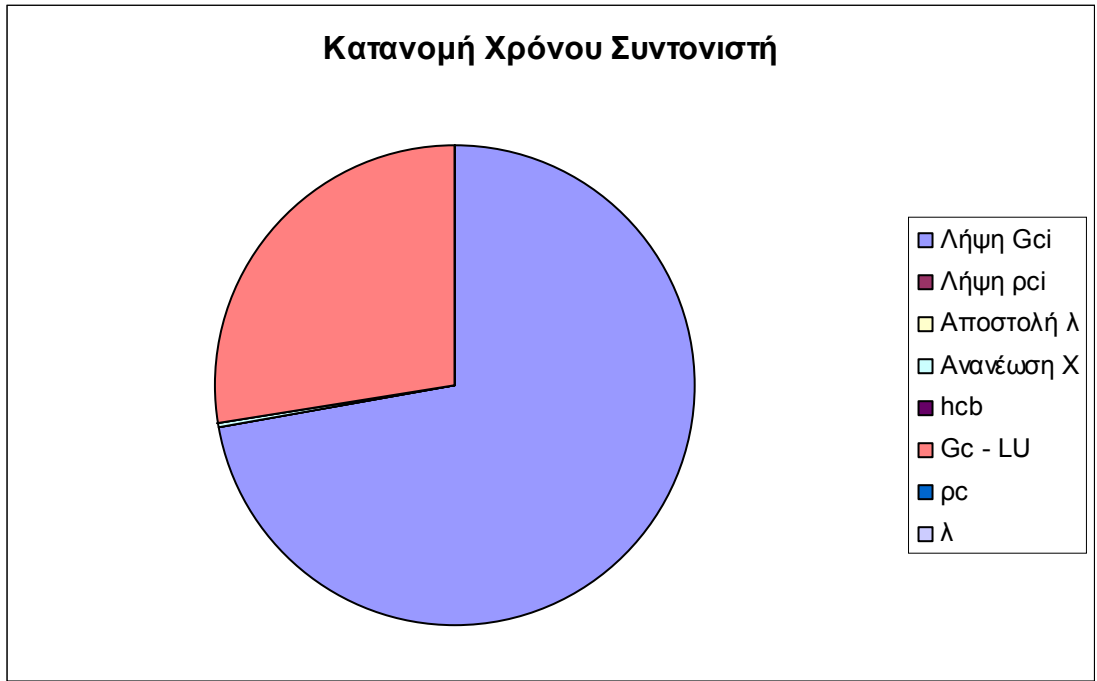
Εικόνα 30



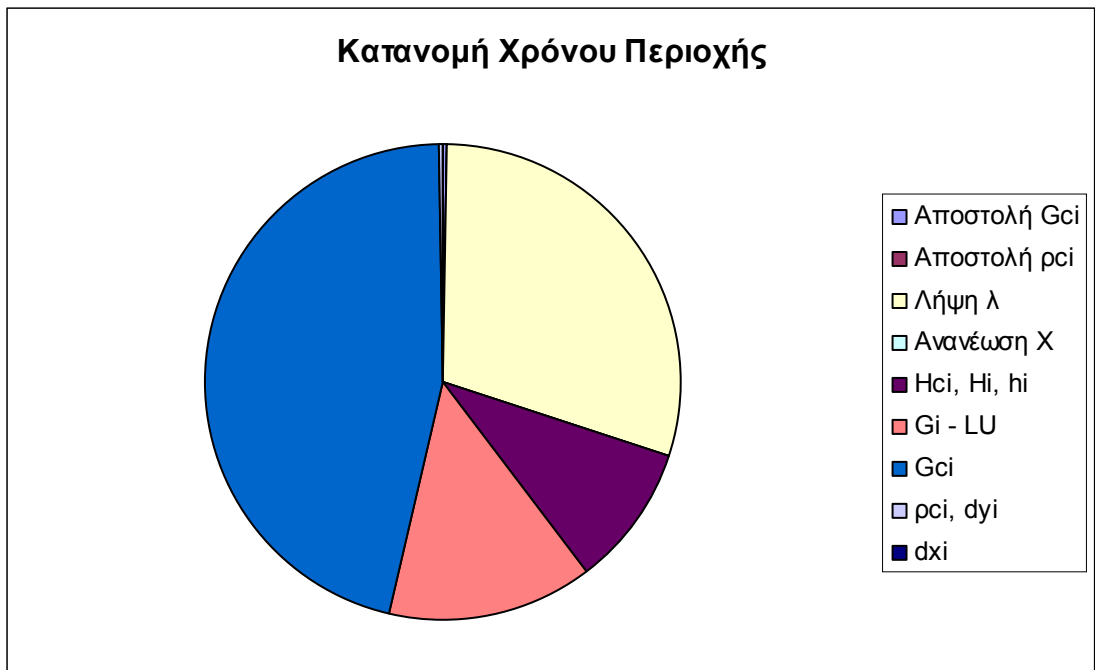
Εικόνα 31

ΔΙΚΤΥΟ 2360 ΖΥΓΩΝ - 10 ΠΕΡΙΟΧΩΝ					
	Περιοχή		Συντονιστής		
	Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)		Χρόνος(sec)	Ποσοστό(%)
$h_i, h_c(x_a), \Delta z_i,$ H_i, H_{ci}	1.05784657	9.70225841	$h_c(x_b)$	0.00909114	0.08338127
$G_i, G_i = LU$	1.51446502	13.89022888	$G_c, G_c = LU$	2.97805452	27.31384242
G_{ci}	5.01772652	46.02111564	ρ_c	0.00119209	0.01093350
$\Delta y_i, \rho_i$	0.01343219	0.12319611	λ	0.00927448	0.08506281
Δx_i	0.01242692	0.11397606	-		
Αποστολή(G_{ci})	0.03949811	0.36226508	Λήψη(G_{ci})	7.87466455	72.22411314
Αποστολή(ρ_i)	0.00010591	0.00097138	Λήψη(ρ_i)	0.00061584	0.00564830
Λήψη(λ)	3.23275969	29.64992352	Εκπομπή(λ)	0.00083232	0.00763379
Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.00581205	0.05330642	Ανανέωση Συντονιστή(x)	0.02692342	0.24693371

Πίνακας 15



Εικόνα 32



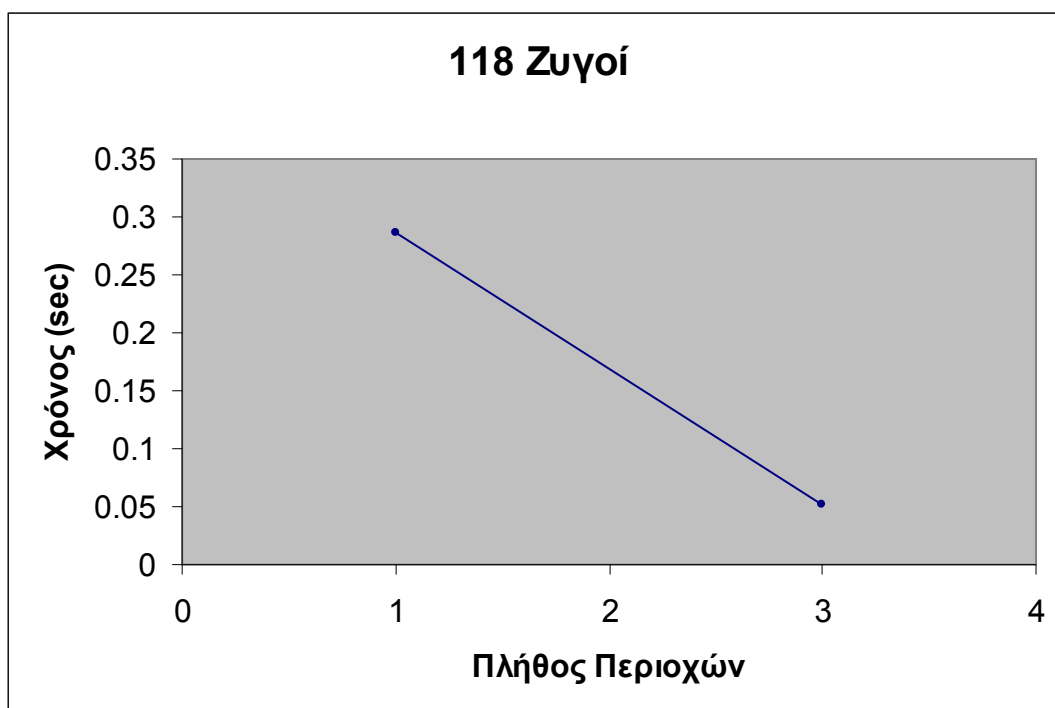
Εικόνα 33

4.2.2 Συνολικός Χρόνος Εκτέλεσης

Στους παρακάτω πίνακες και διαγράμματα εμφανίζεται ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης για δίκτυα 118, 1180 και 2360 ζυγών.

ΔΙΚΤΥΟ 118 ΖΥΓΩΝ	
<i>Αριθμός Περιοχών</i>	<i>Συνολικός Χρόνος Εκτέλεσης (sec)</i>
3	0.05240947
1	0.286893

Πίνακας 16



Εικόνα 34

ΔΙΚΤΥΟ 1180 ΖΥΓΩΝ	
<i>Αριθμός Περιοχών</i>	<i>Συνολικός Χρόνος Εκτέλεσης (sec)</i>
10	3.57158576
5	2.93552784
1	73.813607

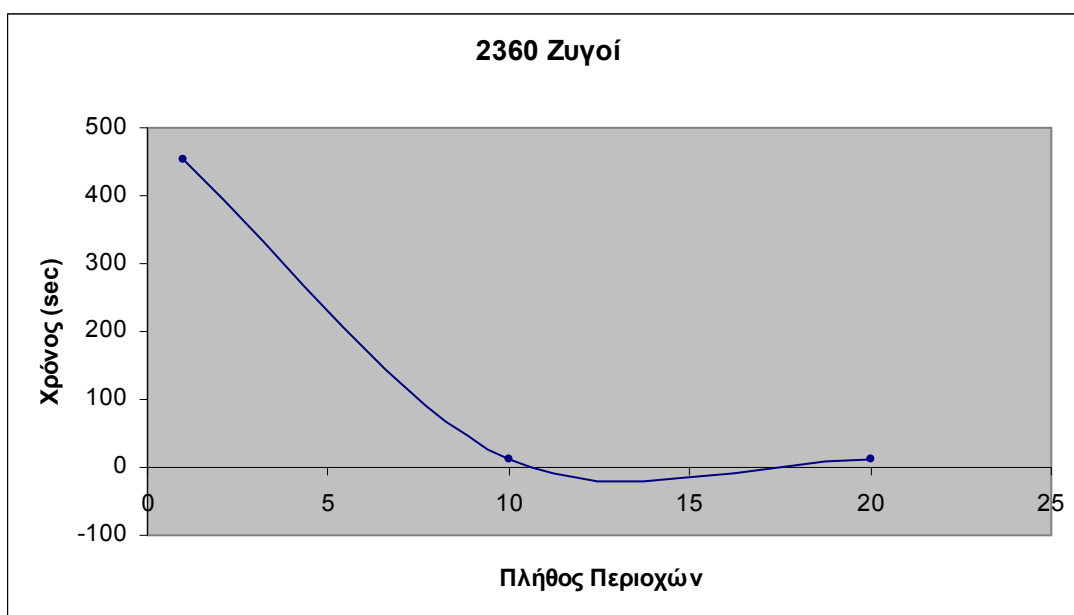
Πίνακας 17



Εικόνα 35

ΔΙΚΤΥΟ 2360 ΖΥΓΩΝ	
<i>Αριθμός Περιοχών</i>	<i>Συνολικός Χρόνος Εκτέλεσης (sec)</i>
20	11.50135784
10	10.90309622
1	452.28617

Πίνακας 18



Εικόνα 36

Κεφάλαιο 5^ο – Επίλογος

5.1 Κυριότερα Συμπεράσματα της εργασίας

Από τις μετρήσεις επίδοσης του κατανεμημένου αλγορίθμου, προκύπτουν κάποια ενδιαφέροντα συμπεράσματα. Καταρχάς, φαίνεται καθαρά ότι ο κατανεμημένος αλγόριθμος συγκλίνει και μάλιστα αρκετά πιο γρήγορα από τον σειριακό. Η επιτάχυνση που προσφέρει εμφανίζεται ήδη από το μικρό δίκτυο των 118 ζυγών. Με την αύξηση των διαστάσεων του δικτύου, η βελτίωση της επίδοσης είναι σημαντική, με χαρακτηριστικό παράδειγμα το δίκτυο 2360 ζυγών, όπου ο σειριακός αλγόριθμος είναι περίπου 45 φορές πιο αργός από τον κατανεμημένο.

Ωστόσο, η επιτάχυνση του κατανεμημένου αλγορίθμου δεν κλιμακώνεται γραμμικά σε σχέση με τον αριθμό των περιοχών, τουλάχιστον στα παραπάνω δίκτυα. Συγκεκριμένα, θα έπρεπε ο κατανεμημένος αλγόριθμος εκτελούμενος σε ένα δίκτυο με συγκεκριμένο αριθμό περιοχών να είναι πιο γρήγορος από ότι στο ίδιο δίκτυο με μικρότερο αριθμό περιοχών. Ποιοτικά, η επιτάχυνση εμφανίζεται στις Εικόνες 34 ως 36.

Αναφορικά με την κατανομή του χρόνου εκτέλεσης, παρατηρούμε ότι το πιο χρονοβόρο τμήμα είναι η λήψη και ο σχηματισμός της μήτρας G_c στον Συντονιστή. Συγκεκριμένα, η λήψη μπορεί να φτάσει και το 90% του χρόνου εκτέλεσης σε δίκτυα με μικρό αριθμό περιοχών. Ωστόσο, αυτός ο χρόνος φαίνεται να μειώνεται με την αύξηση του αριθμού των περιοχών. Αντίθετα, ο χρόνος σχηματισμού της G_c φαίνεται να αυξάνεται ανάλογα με την αύξηση του αριθμού των περιοχών.

5.2 Σημεία Προαγωγής της επιστήμης

Ο σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας ήταν να εξετάσει το πρόβλημα της εκτίμησης κατάστασης μέσω ενός κατανεμημένου αλγορίθμου. Τελικά, η εργασία περιλαμβάνει τα εξής:

- Προγραμματισμός αλγορίθμου κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης.
- Έλεγχος της ορθής σύγκλισης του αλγορίθμου
- Σύγκριση του κατανεμημένου αλγορίθμου με έναν αντίστοιχο σειριακό ως προς το χρόνο εκτέλεσης.

5.3 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση

Η μελέτη του κατανεμημένου αλγορίθμου ως προς την επίδοση εμφάνισε μια βελτίωση, αλλά το πλήθος των μετρήσεων που ελήφθησαν δεν ήταν ικανοποιητικό για να προκύψουν πιο σαφή συμπεράσματα. Συγκεκριμένα, για να προκύψει μια καλύτερη εικόνα, σχετικά με τις επιδόσεις του αλγορίθμου και τα περιθώρια βελτίωσής του, πρέπει να εκτελεστεί, αφενός σε δίκτυα μεγαλύτερων διαστάσεων και αφετέρου στα ίδια δίκτυα με διαφορετικό αριθμό περιοχών.

Επιπλέον, η μελέτη της κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης έγινε αγνοώντας την παρατηρησιμότητα του δικτύου. Πιο αναλυτικά, σε κάθε δίκτυο που εκτελέστηκε ο αλγόριθμος, θεωρήθηκε ότι το δίκτυο ήταν παρατηρήσιμο. Αυτή η παραδοχή γενικά δεν ισχύει και πριν από την εκτέλεση του αλγορίθμου πρέπει να προηγείται η κατανεμημένη ανάλυση της παρατηρησιμότητας, ώστε να είναι σίγουρο ότι οι πίνακες του αλγορίθμου θα είναι αντιστρέψιμοι. Μια τέτοια ανάλυση παρατηρησιμότητας μένει να υλοποιηθεί.

Τέλος, μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου, ακολουθεί η κατανεμημένη επεξεργασία των εσφαλμένων μετρήσεων (bad data processing), μέσω της οποίας γίνεται αναγνώριση και αποκλεισμός των λανθασμένων μετρήσεων που χρησιμοποιήθηκαν. Αυτή η επεξεργασία ήταν εκτός των ορίων της διπλωματικής και είναι άξια περαιτέρω διερεύνησης.

Βιβλιογραφία

- Power System State Estimation: Theory and Implementation, Ali Abur and Antonio Gomez Exposito, Marcel Dekker Inc., 2004
- Communication and Control in Electric Power Systems: Applications of Parallel and Distributed Processing, Mohammad Shahidehpour and Yaoyu Wang, Wiley-IEEE Press
- Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας, Γ. Κονταξής και Ν. Χατζηαργυρίου, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα 2003
- A Distributed Multi-Area State Estimation, G. Korres, Under Review
- Multi-Area Power System State Estimation Utilizing Boundary Measurements and Phasor Measurement Units (PMUs), M.A. Freeman, Thesis, August 2006
- An implementable distributed state estimator and distributed bad data processing schemes for electric power systems, S.Y. Lin and C.H. Lin, IEEE Trans. Power Syst., vol. 9, no. 3, pp. 1277-1284, Aug. 1994
- Parallel and Distributed State Estimation, D.M. Falcao, F.F. Wu and L. Murphy, IEEE Trans. Power Syst., vol. 10, no. 2, pp. 724-730, May 1995
- State Estimation Distributed Processing, R. Ebrahimian and R. Baldick, IEEE Trans. Power Syst., vol. 15, no. 4, pp. 1240-1246, November 2000
- Power System Test Cases Archive, University of Washington, <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>
- Writing Message Passing Parallel Programs with MPI: A Two Day course on MPI Usage, Neil MacDonald, Elspeth Minty, Joel Malard, Tim Harding, Simon Brown and Mario Antonioletti, http://www2.epcc.ed.ac.uk/computing/training/document_archive/mppi-course/mppi-course.pdf
- Συστήματα Παράλληλης Επεξεργασίας, Γ.Κ. Παπακωνσταντίνου, Θ.Α. Θεοχάρης και Π.Δ. Τσανάκας, Εκδόσεις Συμμετρία, 1994
- Message Passing Interface, Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Message_Passing_Interface
- MPICH, Wikipedia, <http://en.wikipedia.org/wiki/MPICH>
- Process (Computing), Wikipedia, [http://en.wikipedia.org/wiki/Process_\(computing\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Process_(computing))
- MPICH2 User's Guide, William Gropp, Ewing Lusk, David Ashton, Pavan Balaji, Darius Buntinas, Ralph Butler, Anthony Chan, David Goodell, Jayesh Krishna, Guillaume Mercier, Rob Ross, Rajeev Thakur and Brian Toonen, <http://www.mcs.anl.gov/research/projects/mpich2/documentation/files/mpich2-1.2.1-userguide.pdf>
- MPICH2 Installer's Guide, William Gropp, Ewing Lusk, David Ashton, Pavan Balaji, Darius Buntinas, Ralph Butler, Anthony Chan, David Goodell, Jayesh Krishna, Guillaume Mercier, Rob Ross, Rajeev Thakur and Brian Toonen, <http://www.mcs.anl.gov/research/projects/mpich2/documentation/files/mpich2-1.2.1-installguide.pdf>
- PETSc User's Manual: Revision 3.0.0, S. Balay, K. Buschelman, V. Eijkhout, W. Gropp, D. Kaushik, M. Knepley, L. Curfman McInnes, B. Smith and H. Zhang, <http://www.mcs.anl.gov/petsc/petsc-as/snapshots/petsc-current/docs/manual.pdf>

Παράρτημα

Στο παράρτημα που ακολουθεί περιλαμβάνονται η περιγραφή του αρχείου εισόδου PTI, τα αποτελέσματα του κατανεμημένου και του σειριακού αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης, η περιγραφή του δικτύου 118 ζυγών - 3 περιοχών και τέλος η περιγραφή του εργαστηρίου στο οποίο εκτελέστηκαν οι αλγόριθμοι.

Περιγραφή αρχείου PTI

Το αρχείο εισόδου PTI είναι ένα πρότυπο αρχείο, που χρησιμοποιείται για την παράσταση δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας. Το πρότυπο είναι ιδιόκτητο αλλά υποστηρίζεται και από το IEEE.

Δεδομένα αναγνώρισης περίπτωσης

Πρώτη εγγραφή: **IC,SBASE**

IC - 0 για αναλλοίωτη περίπτωση, 1 για περίπτωση προσθήκης νέων δεδομένων

SBASE – Βάση Ισχύος του συστήματος σε MVA

Εγγραφές 2 και 3 : δύο γραμμές επικεφαλίδα, το πολύ 60 χαρακτήρες σε κάθε γραμμή

Δεδομένα Ζυγών

Εγγραφές δεδομένων ζυγών, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό ζυγού 0.

I,IDE,PL,QL,GL,BL,IA,VM,VA,'NAME',BASKL,ZONE

I – Αριθμός ζυγού (1 to 29997)

IDE - Τύπος ζυγού

1 – Ζυγός Φορτίου (Μηδενική παραγωγή)

2 – Ζυγός Παραγωγής

3 – Ζυγός ταλάντωσης / αναφοράς

4 – Απομονωμένος ζυγός

PL - Φορτίο σε MW

QL - Φορτίο σε MVAR

GL - Εγκάρσια αγωγιμότητα, MW σε 1.0 ανά μονάδα τάσης

BL - Εγκάρσια χωρητικότητα, MVAR σε 1.0 ανά μονάδα τάσης (=-αντιδραστική)

IA - Αριθμός Περιοχής, 1-100

VM - Πλάτος τάσης, ανά μονάδα

VA - Γωνία τάσης, σε μοίρες

NAME - Όνομα ζυγού, 8 χαρακτήρες, μέσα σε απλά εισαγωγικά

BASKV - Βάση Τάσης, KV

ZONE - Απώλεια Ζώνης, 1-999

Δεδομένα Γεννητριών

Εγγραφές δεδομένων γεννητριών, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό γεννήτριας 0.

I, ID, PG, QG, QT, QB, VS, IREG, MBASE, ZR, ZX, RT, XT, GTAP, STAT, RMPCT, PT, PB

- I - Αριθμός ζυγού
- ID - Αναγνωριστικό μηχανής (0-9, A-Z)
- PG - Έξοδος σε MW
- QG - Έξοδος σε MVAR
- QT - Μέγιστα MVAR
- QB - Ελάχιστα MVAR
- VS - Σημείο ρύθμισης Τάσης
- IREG - Ζυγός Απομακρυσμένου ελέγχου(τύπος 1), 0 για έλεγχο της δικής του τάσης και πρέπει να είναι 0 για γεννήτριες στο ζυγό αναφοράς
- MBASE - Βάση Ισχύος σε MVA της μηχανής, με default τη βάση του συστήματος.
- ZR, ZX - Εσωτερική αντίσταση μηχανής, ανά μονάδα της βάσης Ισχύος
- RT, XT - Βηματική αντίδραση μετασχηματιστή, ανά μονάδα της MBASE
- GTAP - Βηματικός μη ονομαστικών τιμών λόγος του μετασχηματιστή
- STAT - Κατάσταση Γεννήτριας, 1 - σε λειτουργία, 0 - εκτός
- RMPCT - Αναλογία των συνολικών VARs που απαιτούνται για διατήρηση της τάσης ζυγό IREG – για απομακρυσμένους ζυγούς που ελέγχονται από πολλές γεννήτριες
- PT - Μέγιστα MW
- PB - Ελάχιστα MW

Δεδομένα κλάδων

Εγγραφές δεδομένων κλάδων, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό ζυγού “Από” 0.

I, J, CKT, R, X, B, RATEA, RATEB, RATEC, RATIO, ANGLE, GI, BI, GJ, BJ, ST

- I - Αριθμός “Από” Ζυγού
- J - Αριθμός “Σε” Ζυγού
- CKT - Αναγνωριστικό Κυκλώματος (δύο χαρακτήρες)
- R - Αντίσταση ανά μονάδα
- X - Αντίδραση ανά μονάδα
- B - Συνολική φόρτιση γραμμής, ανά μονάδα
- RATEA - Διαβάθμιση A σε MVA
- RATEB
- RATEC - Υψηλότερες Διαβαθμίσεις σε MVA
- RATIO - Λόγος μη ονομαστικών τιμών μετασχηματιστή
- ANGLE - Γωνιά μετάθεσης φάσης μετασχηματιστή
- GI, BI - Εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα γραμμής στο “Από” άκρο(I ζυγός), αμ.
- GJ, BJ - Εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα γραμμής στο “Σε” άκρο(J ζυγός), αμ.
- ST - Κατάσταση κλάδου, 1 – σε λειτουργία, 0 - εκτός

Περιγραφή Δικτύου 118 Ζυγών σε μορφή PTI

0,100 / October 2007

' PTI 23 FORMAT

0'

118-BUS SYSTEM

1	1	51.0	27.0	0.0	0.0	1	0.955	10.67	'Riversde'	1.0	1
2	1	20.0	9.0	0.0	0.0	1	0.971	11.22	'Pokagon'	1.0	1
3	1	39.0	10.0	0.0	0.0	1	0.968	11.56	'HickryCk'	1.0	1
4	2	30.0	12.0	0.0	0.0	1	0.998	15.28	'NwCarls'	1.0	1

5	1	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1.002	15.73	'Olive'	1.0	1
6	2	52.0	22.0	0.0	0.0	1	0.99	13	'Kankakee'	1.0	1
7	1	19.0	2.0	0.0	0.0	1	0.989	12.56	'JacksnRd'	1.0	1
8	2	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1.015	20.77	'Olive'	1.0	1
9	1	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1.043	28.02	'Bequine'	1.0	1
10	2	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1.05	35.61	'Breed'	1.0	1
11	1	70.0	23.0	0.0	0.0	1	0.985	12.72	'SouthBnd'	1.0	1
12	2	47.0	10.0	0.0	0.0	1	0.99	12.2	'TwinBrch'	1.0	1
13	1	34.0	16.0	0.0	0.0	1	0.968	11.35	'Concord'	1.0	1
14	1	14.0	1.0	0.0	0.0	1	0.984	11.5	'GoshenJt'	1.0	1
15	2	90.0	30.0	0.0	0.0	1	0.97	11.23	'FtWayne'	1.0	1
16	1	25.0	10.0	0.0	0.0	1	0.984	11.91	'N. E.'	1.0	1
17	1	11.0	3.0	0.0	0.0	1	0.995	13.74	'Sorenson'	1.0	1
18	2	60.0	34.0	0.0	0.0	1	0.973	11.53	'McKinley'	1.0	1
19	2	45.0	25.0	0.0	0.0	1	0.963	11.05	'Lincoln'	1.0	1
20	1	18.0	3.0	0.0	0.0	1	0.958	11.93	'Adams'	1.0	1
21	1	14.0	8.0	0.0	0.0	1	0.959	13.52	'Jay'	1.0	1
22	1	10.0	5.0	0.0	0.0	1	0.97	16.08	'Randolph'	1.0	1
23	1	7.0	3.0	0.0	0.0	1	1	21	'CollCrnr'	1.0	1
24	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	0.992	20.89	'Trenton'	1.0	1
25	2	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1.05	27.93	'TannrsCk'	1.0	1
26	2	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1.015	29.71	'TannrsCk'	1.0	1
27	2	62.0	13.0	0.0	0.0	1	0.968	15.35	'Madison'	1.0	1
28	1	17.0	7.0	0.0	0.0	1	0.962	13.62	'Mullin'	1.0	1
29	1	24.0	4.0	0.0	0.0	1	0.963	12.63	'Grant'	1.0	1
30	1	0.0	0.0	0.0	0.0	1	0.968	18.79	'Sorenson'	1.0	1
31	2	43.0	27.0	0.0	0.0	1	0.967	12.75	'DeerCrk'	1.0	1
32	2	59.0	23.0	0.0	0.0	1	0.964	14.8	'Delaware'	1.0	1
33	1	23.0	9.0	0.0	0.0	1	0.972	10.63	'Haviland'	1.0	1
34	1	59.0	26.0	0.0	0.0	2	0.986	11.3	'Rockhill'	1.0	1
35	1	33.0	9.0	0.0	0.0	2	0.981	10.87	'WestLima'	1.0	1
36	2	31.0	17.0	0.0	0.0	2	0.98	10.87	'Sterling'	1.0	1
37	1	0.0	0.0	0.0	0.0	2	0.992	11.77	'EastLima'	1.0	1
38	1	0.0	0.0	0.0	0.0	2	0.962	16.91	'EastLima'	1.0	1
39	1	27.0	11.0	0.0	0.0	2	0.97	8.41	'NwLibrty'	1.0	1
40	2	20.0	23.0	0.0	0.0	2	0.97	7.35	'West End'	1.0	1
41	1	37.0	10.0	0.0	0.0	2	0.967	6.92	'S.Tiffin'	1.0	1
42	2	37.0	23.0	0.0	0.0	2	0.985	8.53	'Howard'	1.0	1
43	1	18.0	7.0	0.0	0.0	2	0.978	11.28	'S.Kenton'	1.0	1
44	1	16.0	8.0	0.0	0.0	2	0.985	13.82	'WMVernon'	1.0	1
45	1	53.0	22.0	0.0	0.0	2	0.987	15.67	'N.Newark'	1.0	1
46	2	28.0	10.0	0.0	0.0	2	1.005	18.49	'W.Lancst'	1.0	1
47	1	34.0	0.0	0.0	0.0	2	1.017	20.73	'Crooksvl'	1.0	1
48	1	20.0	11.0	0.0	0.0	2	1.021	19.93	'Zanesvll'	1.0	1
49	2	87.0	30.0	0.0	0.0	2	1.025	20.94	'Philo'	1.0	1
50	1	17.0	4.0	0.0	0.0	2	1.001	18.9	'WCambrdg'	1.0	1
51	1	17.0	8.0	0.0	0.0	2	0.967	16.28	'Newcmrst'	1.0	1
52	1	18.0	5.0	0.0	0.0	2	0.957	15.32	'SCoshoct'	1.0	1
53	1	23.0	11.0	0.0	0.0	2	0.946	14.35	'Wooster'	1.0	1
54	2	113.0	32.0	0.0	0.0	2	0.955	15.26	'Torrey'	1.0	1

55	2	63.0	22.0	0.0	0.0	2	0.952	14.97	'Wagenhls' 1.0	1
56	2	84.0	18.0	0.0	0.0	2	0.954	15.16	'Sunnysde' 1.0	1
57	1	12.0	3.0	0.0	0.0	2	0.971	16.36	'WNwPhil1' 1.0	1
58	1	12.0	3.0	0.0	0.0	2	0.959	15.51	'WNwPhil2' 1.0	1
59	2	277.0	113.0	0.0	0.0	2	0.985	19.37	'Tidd' 1.0	1
60	1	78.0	3.0	0.0	0.0	2	0.993	23.15	'SWKammer' 1.0	1
61	2	0.0	0.0	0.0	0.0	2	0.995	24.04	'W.Kammer' 1.0	1
62	2	77.0	14.0	0.0	0.0	2	0.998	23.43	'Natrium' 1.0	1
63	1	0.0	0.0	0.0	0.0	2	0.969	22.75	'Tidd' 1.0	1
64	1	0.0	0.0	0.0	0.0	2	0.984	24.52	'Kammer' 1.0	1
65	2	0.0	0.0	0.0	0.0	2	1.005	27.65	'Muskngum' 1.0	1
66	2	39.0	18.0	0.0	0.0	2	1.05	27.48	'Muskngum' 1.0	1
67	1	28.0	7.0	0.0	0.0	2	1.02	24.84	'Summerfl' 1.0	1
68	1	0.0	0.0	0.0	0.0	3	1.003	27.55	'Sporn' 1.0	1
69	3	0.0	0.0	0.0	0.0	3	1.035	30	'Sporn' 1.0	1
70	2	66.0	20.0	0.0	0.0	3	0.984	22.58	'Portsmth' 1.0	1
71	1	0.0	0.0	0.0	0.0	3	0.987	22.15	'NPortsmt' 1.0	1
72	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	0.98	20.98	'Hillsbro' 1.0	1
73	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	0.991	21.94	'Sargents' 1.0	1
74	1	68.0	27.0	0.0	0.0	3	0.958	21.64	'Bellefnt' 1.0	1
75	1	47.0	11.0	0.0	0.0	3	0.967	22.91	'SthPoint' 1.0	1
76	2	68.0	36.0	0.0	0.0	3	0.943	21.77	'Darrah' 1.0	1
77	2	61.0	28.0	0.0	0.0	3	1.006	26.72	'Turner' 1.0	1
78	1	71.0	26.0	0.0	0.0	3	1.003	26.42	'Chemical' 1.0	1
79	1	39.0	32.0	0.0	0.0	3	1.009	26.72	'CapitlHI' 1.0	1
80	2	130.0	26.0	0.0	0.0	3	1.04	28.96	'CabinCrk' 1.0	1
81	1	0.0	0.0	0.0	0.0	3	0.997	28.1	'Kanawha' 1.0	1
82	1	54.0	27.0	0.0	0.0	3	0.989	27.24	'Logan' 1.0	1
83	1	20.0	10.0	0.0	0.0	3	0.985	28.42	'Sprigg' 1.0	1
84	1	11.0	7.0	0.0	0.0	3	0.98	30.95	'BetsyLne' 1.0	1
85	2	24.0	15.0	0.0	0.0	3	0.985	32.51	'BeaverCk' 1.0	1
86	1	21.0	10.0	0.0	0.0	3	0.987	31.14	'Hazard' 1.0	1
87	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	1.015	31.4	'Pinevll' 1.0	1
88	1	48.0	10.0	0.0	0.0	3	0.987	35.64	'Fremont' 1.0	1
89	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	1.005	39.69	'ClinchRv' 1.0	1
90	2	78.0	42.0	0.0	0.0	3	0.985	33.29	'Holston' 1.0	1
91	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	0.98	33.31	'HolstonT' 1.0	1
92	2	65.0	10.0	0.0	0.0	3	0.993	33.8	'Saltvll' 1.0	1
93	1	12.0	7.0	0.0	0.0	3	0.987	30.79	'Tazewell' 1.0	1
94	1	30.0	16.0	0.0	0.0	3	0.991	28.64	'Switchbk' 1.0	1
95	1	42.0	31.0	0.0	0.0	3	0.981	27.67	'Caldwell' 1.0	1
96	1	38.0	15.0	0.0	0.0	3	0.993	27.51	'Baileysv' 1.0	1
97	1	15.0	9.0	0.0	0.0	3	1.011	27.88	'Sundial' 1.0	1
98	1	34.0	8.0	0.0	0.0	3	1.024	27.4	'Bradley' 1.0	1
99	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	1.01	27.04	'Hinton' 1.0	1
100	2	37.0	18.0	0.0	0.0	3	1.017	28.03	'Glen Lyn' 1.0	1
101	1	22.0	15.0	0.0	0.0	3	0.993	29.61	'Wythe' 1.0	1
102	1	5.0	3.0	0.0	0.0	3	0.991	32.3	'Smythe' 1.0	1
103	2	23.0	16.0	0.0	0.0	3	1.001	24.44	'Claytor' 1.0	1
104	2	38.0	25.0	0.0	0.0	3	0.971	21.69	'Hancock' 1.0	1

105	1	31.0	26.0	0.0	0.0	3	0.965	20.57	'Roanoke'	1.0	1
106	1	43.0	16.0	0.0	0.0	3	0.962	20.32	'Cloverdl'	1.0	1
107	2	28.0	12.0	0.0	0.0	3	0.952	17.53	'Reusens'	1.0	1
108	1	2.0	1.0	0.0	0.0	3	0.967	19.38	'Blaine'	1.0	1
109	1	8.0	3.0	0.0	0.0	3	0.967	18.93	'Franklin'	1.0	1
110	1	39.0	30.0	0.0	0.0	3	0.973	18.09	'Fieldale'	1.0	1
111	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	0.98	19.74	'DanRiver'	1.0	1
112	2	25.0	13.0	0.0	0.0	3	0.975	14.99	'Danville'	1.0	1
113	2	0.0	0.0	0.0	0.0	1	0.993	13.74	'Deer Crk'	1.0	1
114	1	8.0	3.0	0.0	0.0	1	0.96	14.46	'WMedford'	1.0	1
115	1	22.0	7.0	0.0	0.0	1	0.96	14.46	'Medford'	1.0	1
116	2	0.0	0.0	0.0	0.0	3	1.005	27.12	'KygerCrk'	1.0	1
117	1	20.0	8.0	0.0	0.0	1	0.974	10.67	'Corey'	1.0	1
118	1	33.0	15.0	0.0	0.0	3	0.949	21.92	'WHuntngd'	1.0	1

0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

I,IDE,PL,QL,GL,BL,IA,VM,VA,'NAME',BASKL,ZONE

4	1	-9	0.0	0.0	0.0	0.9980	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
8	1	-28	0.0	0.0	0.0	1.0150	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
10	1	450	0.0	0.0	0.0	1.0500	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
12	1	85	0.0	0.0	0.0	0.9900	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
24	1	-13	0.0	0.0	0.0	0.9920	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
25	1	220	0.0	0.0	0.0	1.0500	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
26	1	314	0.0	0.0	0.0	1.0150	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
27	1	-9	0.0	0.0	0.0	0.9680	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
31	1	7	0.0	0.0	0.0	0.9670	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
40	1	-46	0.0	0.0	0.0	0.9700	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
42	1	-59	0.0	0.0	0.0	0.9850	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
46	1	19	0.0	0.0	0.0	1.0050	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
49	1	204	0.0	0.0	0.0	1.0250	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
54	1	48	0.0	0.0	0.0	0.9550	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
59	1	155	0.0	0.0	0.0	0.9850	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
61	1	160	0.0	0.0	0.0	0.9950	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					
65	1	391	0.0	0.0	0.0	1.0050	0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1	0.0	0.0					

66	1	392	0.0	0.0	0.0	1.0500	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
69	1	516.4	0.0	0.0	0.0	1.0350	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
72	1	-12	0.0	0.0	0.0	0.9800	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
73	1	-6	0.0	0.0	0.0	0.9910	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
80	1	477	0.0	0.0	0.0	1.0400	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
87	1	4	0.0	0.0	0.0	1.0150	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
89	1	607	0.0	0.0	0.0	1.0050	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
90	1	-85	0.0	0.0	0.0	0.9850	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
91	1	-10	0.0	0.0	0.0	0.9800	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
99	1	-42	0.0	0.0	0.0	1.0100	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
100	1	252	0.0	0.0	0.0	1.0170	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
103	1	40	0.0	0.0	0.0	1.0010	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
107	1	-22	0.0	0.0	0.0	0.9520	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
111	1	36	0.0	0.0	0.0	0.9800	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
112	1	-43	0.0	0.0	0.0	0.9750	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
113	1	-6	0.0	0.0	0.0	0.9930	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
116	1	-184	0.0	0.0	0.0	1.0050	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
6	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.99	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
15	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.97	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
18	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.973	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
19	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.963	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
32	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.964	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
36	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.98	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
55	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.952	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					

56	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.954	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
62	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.998	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
70	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.984	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
76	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.943	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
77	1	0.0	0.0	0.0	0.0	1.006	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
85	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.985	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
92	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.993	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					
104	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.971	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	1	0.0	0.0	0.0					

0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

I,ID,PG,QG,QT,QB,VS,I,REG,M,BASE,ZR,ZX,RT,XT,GTAP,STAT,RMPCT,PT,PB

1	2	1	0.0303	0.0999	0.0254	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
1	3	1	0.0129	0.0424	0.01082	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
2	12	1	0.0187	0.0616	0.01572	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
3	5	1	0.0241	0.108	0.0284	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
3	12	1	0.0484	0.16	0.0406	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
4	5	1	0.00176	0.00798	0.0021	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
4	11	1	0.0209	0.0688	0.01748	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
5	6	1	0.0119	0.054	0.01426	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
5	11	1	0.0203	0.0682	0.01738	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
6	7	1	0.00459	0.0208	0.0055	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
7	12	1	0.00862	0.034	0.00874	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
8	5	1	0	0.0267	0	100.0	100.0	100.0	0.985	0	0
	0	0	0	1							
8	9	1	0.00244	0.0305	1.162	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
8	30	1	0.00431	0.0504	0.514	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
9	10	1	0.00258	0.0322	1.23	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
11	12	1	0.00595	0.0196	0.00502	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

11	13	1	0.02225	0.0731	0.01876	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
12	14	1	0.0215	0.0707	0.01816	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
12	16	1	0.0212	0.0834	0.0214	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
12	117	1	0.0329	0.14	0.0358	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
13	15	1	0.0744	0.2444	0.06268	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
14	15	1	0.0595	0.195	0.0502	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
15	17	1	0.0132	0.0437	0.0444	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
15	19	1	0.012	0.0394	0.0101	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
15	33	1	0.038	0.1244	0.03194	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
16	17	1	0.0454	0.1801	0.0466	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
17	18	1	0.0123	0.0505	0.01298	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
17	31	1	0.0474	0.1563	0.0399	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
17	113	1	0.00913	0.0301	0.00768	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
18	19	1	0.01119	0.0493	0.01142	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
19	20	1	0.0252	0.117	0.0298	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
19	34	1	0.0752	0.247	0.0632	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
20	21	1	0.0183	0.0849	0.0216	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
21	22	1	0.0209	0.097	0.0246	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
22	23	1	0.0342	0.159	0.0404	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
23	24	1	0.0135	0.0492	0.0498	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
23	25	1	0.0156	0.08	0.0864	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
23	32	1	0.0317	0.1153	0.1173	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
24	70	1	0.00221	0.4115	0.10198	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
24	72	1	0.0488	0.196	0.0488	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
25	27	1	0.0318	0.163	0.1764	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

26	25	1	0	0.0382	0	100.0	100.0	100.0	0.96	0	0
	0	0	0	1							
26	30	1	0.00799	0.086	0.908	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
27	28	1	0.01913	0.0855	0.0216	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
27	32	1	0.0229	0.0755	0.01926	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
27	115	1	0.0164	0.0741	0.01972	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
28	29	1	0.0237	0.0943	0.0238	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
29	31	1	0.0108	0.0331	0.0083	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
30	17	1	0	0.0388	0	100.0	100.0	100.0	0.96	0	0
	0	0	0	1							
30	38	1	0.00464	0.054	0.422	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
31	32	1	0.0298	0.0985	0.0251	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
32	113	1	0.0615	0.203	0.0518	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
32	114	1	0.0135	0.0612	0.01628	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
33	37	1	0.0415	0.142	0.0366	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
34	36	1	0.00871	0.0268	0.00568	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
34	37	1	0.00256	0.0094	0.00984	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
34	43	1	0.0413	0.1681	0.04226	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
35	36	1	0.00224	0.0102	0.00268	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
35	37	1	0.011	0.0497	0.01318	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
37	39	1	0.0321	0.106	0.027	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
37	40	1	0.0593	0.168	0.042	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
38	37	1	0	0.0375	0	100.0	100.0	100.0	0.935	0	0
	0	0	0	1							
38	65	1	0.00901	0.0986	1.046	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
39	40	1	0.0184	0.0605	0.01552	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
40	41	1	0.0145	0.0487	0.01222	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
40	42	1	0.0555	0.183	0.0466	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

41	42	1	0.041	0.135	0.0344	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
42	49	1	0.0715	0.323	0.086	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
42	49	2	0.0715	0.323	0.086	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
43	44	1	0.0608	0.2454	0.06068	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
44	45	1	0.0224	0.0901	0.0224	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
45	46	1	0.04	0.1356	0.0332	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
45	49	1	0.0684	0.186	0.0444	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
46	47	1	0.038	0.127	0.0316	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
46	48	1	0.0601	0.189	0.0472	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
47	49	1	0.0191	0.0625	0.01604	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
47	69	1	0.0844	0.2778	0.07092	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
48	49	1	0.0179	0.0505	0.01258	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
49	50	1	0.0267	0.0752	0.01874	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
49	51	1	0.0486	0.137	0.0342	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
49	54	1	0.073	0.289	0.0738	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
49	54	2	0.0869	0.291	0.073	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
49	66	1	0.018	0.0919	0.0248	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
49	66	2	0.018	0.0919	0.0248	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
49	69	1	0.0985	0.324	0.0828	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
50	57	1	0.0474	0.134	0.0332	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
51	52	1	0.0203	0.0588	0.01396	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
51	58	1	0.0255	0.0719	0.01788	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
52	53	1	0.0405	0.1635	0.04058	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
53	54	1	0.0263	0.122	0.031	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
54	55	1	0.0169	0.0707	0.0202	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

54	56	1	0.00275	0.00955	0.00732	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
54	59	1	0.0503	0.2293	0.0598	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
55	56	1	0.00488	0.0151	0.00374	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
55	59	1	0.04739	0.2158	0.05646	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
56	57	1	0.0343	0.0966	0.0242	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
56	58	1	0.0343	0.0966	0.0242	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
56	59	1	0.0825	0.251	0.0569	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
56	59	2	0.0803	0.239	0.0536	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
59	60	1	0.0317	0.145	0.0376	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
59	61	1	0.0328	0.15	0.0388	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
60	61	1	0.00264	0.0135	0.01456	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
60	62	1	0.0123	0.0561	0.01468	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
61	62	1	0.00824	0.0376	0.0098	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
62	66	1	0.0482	0.218	0.0578	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
62	67	1	0.0258	0.117	0.031	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
63	59	1	0	0.0386	0	100.0	100.0	100.0	0.96	0	0
	0	0	0	1							
63	64	1	0.00172	0.02	0.216	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
64	61	1	0	0.0268	0	100.0	100.0	100.0	0.985	0	0
	0	0	0	1							
64	65	1	0.00269	0.0302	0.38	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
65	66	1	0	0.037	0	100.0	100.0	100.0	0.935	0	0
	0	0	0	1							
65	68	1	0.00138	0.016	0.638	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
66	67	1	0.0224	0.1015	0.02682	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
68	69	1	0	0.037	0	100.0	100.0	100.0	0.935	0	0
	0	0	0	1							
68	81	1	0.00175	0.0202	0.808	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
68	116	1	0.00034	0.00405	0.164	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

69	70	1	0.03	0.127	0.122	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
69	75	1	0.0405	0.122	0.124	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
69	77	1	0.0309	0.101	0.1038	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
70	71	1	0.00882	0.0355	0.00878	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
70	74	1	0.0401	0.1323	0.03368	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
70	75	1	0.0428	0.141	0.036	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
71	72	1	0.0446	0.18	0.04444	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
71	73	1	0.00866	0.0454	0.01178	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
74	75	1	0.0123	0.0406	0.01034	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
75	77	1	0.0601	0.1999	0.04978	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
75	118	1	0.0145	0.0481	0.01198	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
76	77	1	0.0444	0.148	0.0368	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
76	118	1	0.0164	0.0544	0.01356	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
77	78	1	0.00376	0.0124	0.01264	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
77	80	1	0.017	0.0485	0.0472	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
77	80	2	0.0294	0.105	0.0228	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
77	82	1	0.0298	0.0853	0.08174	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
78	79	1	0.00546	0.0244	0.00648	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
79	80	1	0.0156	0.0704	0.0187	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
80	96	1	0.0356	0.182	0.0494	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
80	97	1	0.0183	0.0934	0.0254	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
80	98	1	0.0238	0.108	0.0286	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
80	99	1	0.0454	0.206	0.0546	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
81	80	1	0	0.037	0	100.0	100.0	100.0	0.935	0	0
	0	0	0	1							
82	83	1	0.0112	0.03665	0.03796	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

82	96	1	0.0162	0.053	0.0544	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
83	84	1	0.0625	0.132	0.0258	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
83	85	1	0.043	0.148	0.0348	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
84	85	1	0.0302	0.0641	0.01234	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
85	86	1	0.035	0.123	0.0276	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
85	88	1	0.02	0.102	0.0276	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
85	89	1	0.0239	0.173	0.047	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
86	87	1	0.02828	0.2074	0.0445	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
88	89	1	0.0139	0.0712	0.01934	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
89	90	1	0.0518	0.188	0.0528	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
89	90	2	0.0238	0.0997	0.106	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
89	92	1	0.0099	0.0505	0.0548	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
89	92	2	0.0393	0.1581	0.0414	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
90	91	1	0.0254	0.0836	0.0214	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
91	92	1	0.0387	0.1272	0.03268	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
92	93	1	0.0258	0.0848	0.0218	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
92	94	1	0.0481	0.158	0.0406	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
92	100	1	0.0648	0.295	0.0472	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
92	102	1	0.0123	0.0559	0.01464	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
93	94	1	0.0223	0.0732	0.01876	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
94	95	1	0.0132	0.0434	0.0111	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
94	96	1	0.0269	0.0869	0.023	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
94	100	1	0.0178	0.058	0.0604	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
95	96	1	0.0171	0.0547	0.01474	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
96	97	1	0.0173	0.0885	0.024	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

98	100	1	0.0397	0.179	0.0476	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
99	100	1	0.018	0.0813	0.0216	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
100	101	1	0.0277	0.1262	0.0328	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
100	103	1	0.016	0.0525	0.0536	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
100	104	1	0.0451	0.204	0.0541	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
100	106	1	0.0605	0.229	0.062	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
101	102	1	0.0246	0.112	0.0294	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
103	104	1	0.0466	0.1584	0.0407	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
103	105	1	0.0535	0.1625	0.0408	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
103	110	1	0.03906	0.1813	0.0461	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
104	105	1	0.00994	0.0378	0.00986	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
105	106	1	0.014	0.0547	0.01434	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
105	107	1	0.053	0.183	0.0472	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
105	108	1	0.0261	0.0703	0.01844	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
106	107	1	0.053	0.183	0.0472	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
108	109	1	0.0105	0.0288	0.0076	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
109	110	1	0.0278	0.0762	0.0202	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
110	111	1	0.022	0.0755	0.02	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
110	112	1	0.0247	0.064	0.062	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							
114	115	1	0.0023	0.0104	0.00276	100.0	100.0	100.0	0	0	0
	0	0	0	1							

0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0

Αποτελέσματα Εκτέλεσης Αλγορίθμων στο δίκτυο 118 Ζυγών

i	Γωνία δ_i (°)		Μέτρο V_i (αμ)	
	Σειριακός	Κατανεμημένος	Σειριακός	Κατανεμημένος
1	-17.8598348	-17.8347851	0.9168169	0.9181061
2	-17.2670174	-17.2458712	0.9334675	0.9347435
3	-16.8929262	-16.8711383	0.9286309	0.9299079
4	-13.0550152	-13.0408658	0.9595054	0.9607573
5	-12.5405612	-12.5269782	0.9595557	0.9608088
6	-15.3500001	-15.3333325	0.9521571	0.9533990
7	-15.8226680	-15.8048250	0.9516368	0.9528778
8	-7.2384701	-7.2316160	0.9601648	0.9614117
9	0.5146309	0.5103303	0.9872777	0.9885471
10	8.5748899	8.5598799	0.9969935	0.9982094
11	-15.6355842	-15.6180554	0.9465427	0.9477955
12	-16.2090293	-16.1901622	0.9526447	0.9538865
13	-16.9771937	-16.9549806	0.9307847	0.9320753
14	-16.9296661	-16.9081660	0.9470171	0.9482777
15	-17.2137612	-17.1879440	0.9362142	0.9375122
16	-16.5514970	-16.5309960	0.9446051	0.9458570
17	-14.7068446	-14.6861004	0.9512259	0.9525076
18	-16.9112185	-16.8876234	0.9389690	0.9402597
19	-17.3921538	-17.3659966	0.9295966	0.9309111
20	-16.5421255	-16.5168121	0.9241152	0.9254372
21	-14.9993566	-14.9765458	0.9244462	0.9257650
22	-12.5185334	-12.5002018	0.9351437	0.9364492
23	-7.6788153	-7.6688530	0.9646483	0.9658998
24	-7.8816698	-7.8715108	0.9572364	0.9584703
25	-0.6155887	-0.6164202	1.0143969	1.0155881
26	1.7396876	1.7348282	0.9157559	0.9168779
27	-13.2883909	-13.2693339	0.9331374	0.9344104
28	-15.1052176	-15.0822038	0.9265756	0.9278517
29	-16.1511542	-16.1258682	0.9280962	0.9293748
30	-9.6534736	-9.6403015	0.9535804	0.9548303
31	-16.0208150	-15.9959214	0.9319595	0.9332343
32	-13.8789694	-13.8582366	0.9291264	0.9304010
33	-17.7057166	-17.6769709	0.9335090	0.9347450
34	-16.7885860	-16.7556542	0.9554411	0.9566181
35	-17.3506026	-17.3160422	0.9578026	0.9589741
36	-17.3872154	-17.3525610	0.9596299	0.9607986
37	-16.3042778	-16.2724814	0.9570007	0.9581758
38	-11.8538981	-11.8326728	0.9550056	0.9561934
39	-18.4048370	-18.3652259	0.9464985	0.9476211
40	-19.2865264	-19.2438252	0.9485178	0.9496610
41	-19.7010119	-19.6572778	0.9450710	0.9461936
42	-17.7299589	-17.6955373	0.9590247	0.9602242
43	-16.9342511	-16.9012646	0.9489777	0.9502932

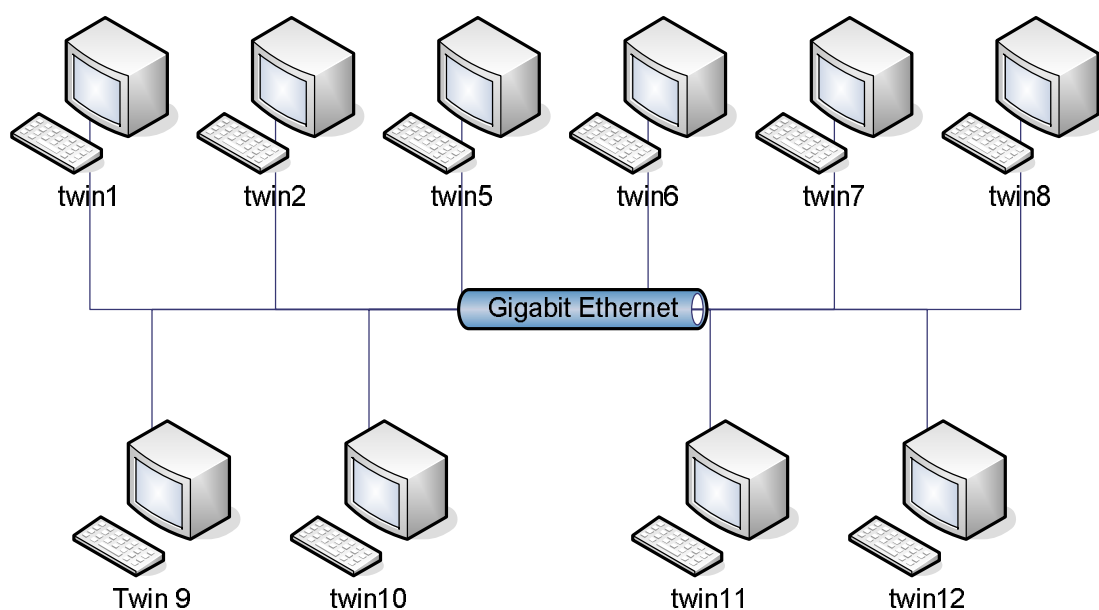
44	-14.9458336	-14.9194501	0.9494273	0.9503877
45	-13.3276258	-13.3046113	0.9510139	0.9519615
46	-10.9420892	-10.9220482	0.9662368	0.9671824
47	-8.8937987	-8.8766124	0.9771598	0.9781037
48	-9.6364813	-9.6179264	0.9788468	0.9797364
49	-8.6216386	-8.6045175	0.9836947	0.9846066
50	-10.3441772	-10.3241267	0.9628501	0.9637517
51	-12.2090139	-12.1883623	0.9349354	0.9357846
52	-13.0537083	-13.0313806	0.9256038	0.9264587
53	-14.0100107	-13.9868286	0.9150557	0.9159104
54	-13.0468107	-13.0253828	0.9244438	0.9252908
55	-13.3571760	-13.3352078	0.9212782	0.9221294
56	-13.1570615	-13.1354529	0.9233731	0.9242226
57	-12.2827380	-12.2615644	0.9373559	0.9382270
58	-12.8529095	-12.8330635	0.9280331	0.9288730
59	-10.6447829	-10.6247359	0.9387858	0.9396558
60	-8.2320847	-8.2163238	0.9294769	0.9304503
61	-7.2394594	-7.2258523	0.9305529	0.9315310
62	-7.9424206	-7.9271170	0.9346915	0.9356634
63	-7.9539712	-7.9382377	0.9325384	0.9334686
64	-6.5206073	-6.5074527	0.9300051	0.9309614
65	-3.4541525	-3.4454526	0.9201818	0.9211418
66	-3.6674110	-3.6581725	1.0015054	1.0024079
67	-6.4338654	-6.4204908	0.9634590	0.9644084
68	-3.6416142	-3.6330213	0.9290802	0.9300674
69	0.0000000	0.0000000	0.9987990	0.9998253
70	-6.6697270	-6.6603714	0.9512888	0.9523691
71	-7.0638076	-7.0539280	0.9540764	0.9551574
72	-8.0057902	-7.9958011	0.9469552	0.9480695
73	-7.2915309	-7.2810739	0.9582846	0.9593566
74	-7.7134727	-7.7023619	0.9291425	0.9302091
75	-6.4469234	-6.4391754	0.9368538	0.9379113
76	-7.6206238	-7.6109005	0.9120042	0.9130838
77	-3.5447409	-3.5397424	0.9681725	0.9691674
78	-3.8768240	-3.8710661	0.9656325	0.9666268
79	-3.6152272	-3.6092927	0.9702504	0.9712279
80	-2.0200819	-2.0143139	0.9910949	0.9920228
81	-3.1348133	-3.1271638	0.9565303	0.9575015
82	-3.0750656	-3.0744803	0.9481872	0.9491330
83	-2.1182115	-2.1199468	0.9435968	0.9445482
84	-0.1605658	-0.1683476	0.9406071	0.9415768
85	1.1132513	1.1025226	0.9445610	0.9455276
86	-0.2623511	-0.2699732	0.9472149	0.9481701
87	0.0194580	0.0113411	0.9770915	0.9780069
88	3.6513075	3.6370024	0.9449448	0.9459299
89	6.7786195	6.7623636	0.9579893	0.9589775
90	3.2932793	3.2839274	0.9453730	0.9463679
91	3.3257482	3.3171566	0.9386831	0.9396986

92	3.6811474	3.6681432	0.9519193	0.9528964
93	0.6191169	0.6132630	0.9443612	0.9453351
94	-1.6803823	-1.6805247	0.9473358	0.9482950
95	-2.7045781	-2.7017897	0.9379476	0.9389113
96	-2.8928011	-2.8895152	0.9505425	0.9514882
97	-2.7050555	-2.6985103	0.9667740	0.9677168
98	-3.1900856	-3.1847270	0.9762845	0.9772192
99	-3.5434201	-3.5377156	0.9630101	0.9639571
100	-2.3035360	-2.3018437	0.9711813	0.9721117
101	-0.5880431	-0.5907792	0.9489155	0.9498809
102	2.1766969	2.1672030	0.9493382	0.9503196
103	-6.1910056	-6.1821381	0.9549942	0.9559322
104	-9.1471116	-9.1328874	0.9239044	0.9248650
105	-10.3833841	-10.3666779	0.9202848	0.9212468
106	-10.6495269	-10.6322126	0.9156703	0.9166349
107	-13.5579954	-13.5336124	0.9042752	0.9052506
108	-11.6801266	-11.6608214	0.9204171	0.9213820
109	-12.1691588	-12.1488533	0.9207856	0.9217502
110	-13.0784381	-13.0562286	0.9256557	0.9266133
111	-11.2959489	-11.2772211	0.9340103	0.9349656
112	-16.5197296	-16.4907215	0.9300960	0.9310423
113	-14.8763723	-14.8554426	0.9576682	0.9589559
114	-14.2323050	-14.2106288	0.9256859	0.9269650
115	-14.2405318	-14.2188350	0.9255392	0.9268185
116	-4.1760551	-4.1662484	0.9148614	0.9158511
117	-17.8761439	-17.8531035	0.9359787	0.9372335
118	-7.4463883	-7.4370220	0.9188720	0.9199391

Πίνακας 19

Περιγραφή Εργαστηρίου

Η μέτρηση της επίδοσης του αλγορίθμου έγινε στη συστοιχία υπολογιστών “twins” του Εργαστηρίου Υπολογιστικών Συστημάτων ΕΜΠ. Η συστοιχία αποτελείται από 10 υπολογιστές συνδεδεμένους σε δίκτυο Gigabit Ethernet. Κάθε υπολογιστής διαθέτει ένα διπύρηνιο επεξεργαστή Intel Core 2 Duo E8200, χρονισμένο στα 2.66GHz με 6MB cache, ενώ η φυσική εγκατεστημένη μνήμη RAM είναι ίση με 2GB. Το διάγραμμα της συστοιχίας φαίνεται στην Εικόνα 37.



Εικόνα 37