



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΕ
ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Κ. ΓΑΛΗΝΑΣ

Επιβλέπων : Κορρές Γεώργιος
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα , Μάρτιος 2010



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Κ. ΓΑΛΗΝΑΣ

Επιβλέπων : **Κορρές Γεώργιος**
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

.....

Γ. Κορρές
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....

Ν. Κοζύρης
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Π.Γεωργηλάκης
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα , Μάρτιος 2010

.....
ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Κ. ΓΑΛΗΝΑΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Κ. ΓΑΛΗΝΑΣ

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα Συστήματα Ηλεκτρική Ενέργειας παρακολουθούνται συνεχώς με στόχο να διατηρηθεί η λειτουργία τους σε ομαλή – ασφαλή κατάσταση. Η λειτουργία της εκτίμησης καταστάσεως εφαρμόζεται για τον σκοπό αυτό. Επεξεργάζεται άφθονες μετρήσεις με στόχο να παρέχει μια βέλτιστη εκτίμηση της παρούσας λειτουργικής κατάστασης. Το πρόβλημα της εκτίμησης καταστάσεως ερευνάται από τα τέλη της δεκαετίας του 1960 όταν και πρωτοεισήχθη ο όρος. Όντας μια on-line λειτουργία, υπολογιστικά θέματα σχετικά με την ταχύτητα, την αποθήκευση και την αριθμητική ευρωστία των αλγορίθμων λύσεων έχουν διεξοδικά εξεταστεί. Η διαμόρφωση των μετρήσεων και η επίδραση της στην εκτίμηση καταστάσεως έχουν αντιμετωπιστεί μέσω των μεθόδων ανάλυσης της παρατηρησιμότητας που έχουν αναπτυχθεί κατά καιρούς. Οι εκτιμητές κατάστασης, επιπλέον, λειτουργούν και ως φίλτρα λανθασμένων μετρήσεων, δεδομένων και άλλων πληροφοριών που λαμβάνονται μέσω του συστήματος SCADA.

Η παρούσα διπλωματική εργασία χωρίζεται σε δυο μέρη. Σκοπός του πρώτου μέρους είναι η παρουσίαση, η ανάλυση αλλά και η υλοποίηση ενός αλγορίθμου κλασσικής εκτίμησης καταστάσεως στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Σκοπός του δεύτερου μέρους είναι η παρουσίαση και η υλοποίηση αλγορίθμων παράλληλης και κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης με στόχο την ελαχιστοποίηση του φόρτου εργασίας των κέντρων ελέγχου υποπεριοχών του δικτύου και την ταχύτερη επίλυση του προβλήματος εκτίμησης κατάστασης σε μεγάλα δίκτυα.

Τέλος, η σύγκριση των αποτελεσμάτων των υλοποιήσεων διαφόρων σεναρίων δικτύων και υποπεριοχών τόσο με τη σειριακή όσο και με την κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης οδηγεί σε συμπεράσματα αλλά και αμφιβολίες για το κατά πόσο είναι αποδοτική και οικονομικά εφικτή μια κατανεμημένη υλοποίηση εκτίμησης κατάστασης εξαιτίας του trade-off μεταξύ κόστους επικοινωνίας και κόστους υπολογισμού. Ακόμη, η εφαρμογή της υλοποίησης σε πληθώρα σεναρίων αναφορικά με τη χρήση πολλαπλών υπολογιστικών πόρων κατά την επίλυση του προβλήματος αναδεικνύει τα πλεονεκτήματα της παράλληλης επεξεργασίας.

Λέξεις Κλειδιά :

Εκτίμηση κατάστασης, παράλληλη επεξεργασία, κατανεμημένη επεξεργασία, αναγνώριση εσφαλμένων δεδομένων, ανάλυση παρατηρησιμότητας, υποπεριοχές, συντονιστής, διεργασίες, βαθμοί, επικοινωνία επεξεργαστών, PETSc, MPI, Αρχιτεκτονική Ανταλλαγής Μηνυμάτων, αποστολή / λήψη δεδομένων, συνοριακός ζυγός, συνοριακός κλάδος, μετρήσεις εγχύσεως, μετρήσεις ροών, ψευδομετρήσεις, μήτρα κέρδους, Ιακωβιανή μήτρα

ABSTRACT

Power systems are continuously monitored in order to maintain the operating conditions in a normal and secure state. State estimation function is used for this purpose. It processes redundant measurements in order to provide an optimal estimate of the current operating state. State estimation Problem has been investigated by several researchers since its introduction in the late 1960s. Being an on-line function, computational issues related to speed, storage and numerical robustness of the solution algorithms have been carefully studied. Measurement configuration and its effect on state estimation have been addressed by the developed observability analysis methods. State estimators also function as filters against incorrect measurements, data and other information received through the SCADA system.

This thesis is divided into two large parts. The purpose of the first part is to present, analyze and implement an algorithm of the classical serial state estimation problem. The purpose of the second part is to present and implement distributed and parallel state estimation problems on the scope of reducing the computation effort of the network subareas control centers as well as minimizing the time needed for the solution of the state estimation problem in wide area networks.

Finally, comparing the results of the different network and subareas scenarios both for the serial and the distributed state estimation implementations leads not only to conclusions but also raises doubts on whether a distributed state estimation implementation is effective and economically viable due to the trade – off between the computation and communication cost. Moreover, different implementations on various computing resources highlights the benefits of parallel processing on large scale problems.

Keywords:

State estimation, parallel process, distributed process, bad data identification, observability analysis, subareas, coordinator, tasks, ranks, processors communication, PETSc, MPI, Message Passing Interface, send / receive data, boundary bus, tie line, injection measurements, flow measurements, pseudomeasurements, gain matrix, Jacobian matrix

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας κ. Γεώργιο Κορρέ Αναπληρωτή Καθηγητή Ε.Μ.Π. για την ευκαιρία που μου προσέφερε να ασχοληθώ με το τόσο ενδιαφέρον θέμα της εκτίμησης καταστάσεως. Η καθοδήγηση του σε όλα τα στάδια εκπόνησης της ήταν για μένα πολύτιμη ενώ δίχως την αρωγή του η περάτωση της παρούσας εργασίας θα ήταν αδύνατη. Επιπλέον, η συμβολή του μεταδιδακτορικού ερευνητή Γεώργιου Γκούμα στο κομμάτι της υλοποίησης και εκτέλεσης του αλγορίθμου ήταν σημαντικότερη. Θα ήθελα ακόμη να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές και συνεργάτες Τζαβέλλα Αναστάσιο και Καλαβρή Βασιλική για την υποστήριξη και τη βοήθεια τους καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας, καθώς και την οικογένεια μου για την αμέριστη συμπαράσταση τους.

Περιεχόμενα

Ευρετήριο Σχημάτων.....	9
Ευρετήριο Πινάκων	10
1 ^ο Κεφάλαιο – Εισαγωγή	11
1.1Ο ρόλος των Συστημάτων Ηλεκτρικής	11
1.2 Λειτουργικές Καταστάσεις ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας	12
1.3 Δομή της εργασίας	18
1.4 Συνεισφορά της εργασίας	19
2 ^ο Κεφάλαιο – Εκτίμηση Κατάστασης.....	20
2.1 Εκτίμηση κατάστασης σε απλό κύκλωμα υπό στενή μαθηματική σκοπιά.....	24
2.2Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης σε ένα πραγματικό Σ.Η.Ε	28
2.2.1 Μοντέλο συστατικών στοιχείων ενός Σ.Η.Ε.....	28
2.2.2 Εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας.....	31
2.2.3 Συνάρτηση Πιθανοφάνειας.....	33
2.2.4.Μοντέλο μετρήσεων	34
2.2.5. Αλγόριθμος WLS εκτίμησης καταστάσεως	35
2.2.6. Συνάρτηση μετρήσεων	36
2.2.7 Ιακωβιανή Μήτρα	37
2.2.8 Η μήτρα κέρδους G	39
2.2.9 Παραγοντοποίηση Cholesky της G.....	40
2.2.10 Πραγματοποιώντας τις Μπρος/Πίσω Αντικαταστάσεις	40
2.2.11 Ταχέως αποζευγμένη εκτίμηση κατάστασης.....	41
3 ^ο Κεφάλαιο – Σύντομη Παρουσίαση της μεθόδου	44
3.1 Σχηματική αναπαράσταση της υλοποίησης που πραγματοποιήθηκε	44
3.2 Σύντομη Παρουσίαση της υλοποίησης σε δίκτυο 3 ζυγών με το λογισμικό Mathcad. 46	
4 ^ο Κεφάλαιο – Παράλληλη/Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης.....	56
4.1 Παράλληλα και κατανεμημένα συστήματα – Γενικά.....	56
4.1.1 Παράλληλα Συστήματα	56
4.1.2 Κατανεμημένα συστήματα.....	56
4.1.3 Σύγκριση	57
4.2 Παράλληλη/Κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης	59
4.2.1 Παράλληλη εκτίμηση κατάστασης.....	62
4.2.2 Κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης.....	65
4.3 Παρουσίαση Αλγορίθμου κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης	68

4.3.1 Υπολογιστικές λεπτομέρειες για τις μήτρες κέρδους	75
4.3.2 Αλγόριθμος Κατανεμημένης Εκτίμησης Κατάστασης	76
5° Κεφάλαιο – Σύνομη Παρουσίαση της κατανεμημένης υλοποίησης	80
5.1 Σχηματική αναπαράσταση κατανεμημένου προγράμματος	80
5.2 Σύνομη Παρουσίαση της υλοποίησης σε δίκτυο 7 ζυγών (3 περιοχών) με το λογισμικό Mathcad	85
6° Κεφάλαιο – Παρουσίαση του προτύπου MPI	101
6.1 Δημιουργία και στόχοι του προτύπου MPI	101
6.2 Βασικές Αρχές της Αρχιτεκτονικής Ανταλλαγής Μηνυμάτων	104
6.2.1 Δρομολόγηση μηνυμάτων	105
6.2.2 Μηχανισμοί Μεταγωγής	106
6.2.3 Προγραμματιστικά μοντέλα ανταλλαγής μηνυμάτων	107
6.2.4 Αρχιτεκτονική ανταλλαγής μηνυμάτων / Μοιραζόμενης Μνήμης	108
6.3 Περιγραφή - Βασικές έννοιες του προτύπου	109
6.3.1 Διεργασία	109
6.3.2 Communicator	110
6.3.3 Επικοινωνία Διεργασιών	111
6.3.4 Συλλογικές Λειτουργίες (collective operations)	116
6.3.5 Τύποι Δεδομένων MPI	119
6.3.6 Επιπλέον Βασικές Ρουτίνες MPI	120
6.4 Λίγα Λόγια για τη διαδικασία Παραλληλοποίησης ενός Προγράμματος	120
7° Κεφάλαιο – Παρουσίαση της Βιβλιοθήκης PETSC	126
7.1 Η βιβλιοθήκη Petsc	126
7.2 Βασικές Ρουτίνες PETSC	127
8° Κεφάλαιο: Παρουσίαση αποτελεσμάτων	134
9° Κεφάλαιο: Συμπεράσματα	147
9.1 Κυριότερα Συμπεράσματα της Εργασίας	147
9.2 Σημεία προαγωγής της επιστήμης	149
9.3 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση	149
Βιβλιογραφία	151
Παράρτημα	153
Π.1: Παρουσίαση των αρχείων εισόδου που χρησιμοποιήθηκαν	153
Π.1.1: Αρχείο .SYS	153
Π.1.2: Αρχείο .Ses	156

Π.2 Αποτελέσματα υλοποίησης για δίκτυο 118 ζυγών – 3 περιοχών	158
---	-----

Ευρετήριο Σχημάτων

Σχήμα 1.1.....	11
Σχήμα 1.2.....	12
Σχήμα 1.3.....	14
Σχήμα 1.4.....	16
Σχήμα 2.1.....	19
Σχήμα 2.2.....	20
Σχήμα 2.3.....	21
Σχήμα 2.4.....	22
Σχήμα 2.5.....	23
Σχήμα 2.6.....	24
Σχήμα 2.7.....	28
Σχήμα 2.8.....	28
Σχήμα 2.9.....	29
Σχήμα 2.10	30
Σχήμα 2.11	35
Σχήμα 4.1.....	58
Σχήμα 4.2.....	59
Σχήμα 4.3.....	62
Σχήμα 4.4.....	63
Σχήμα 4.5.....	64
Σχήμα 4.6.....	65
Σχήμα 4.7.....	66
Σχήμα 4.8.....	67
Σχήμα 4.9.....	70
Σχήμα 4.10	77
Σχήμα 6.1.....	104
Σχήμα 6.2.....	105
Σχήμα 6.3.....	107
Σχήμα 6.4.....	108
Σχήμα 6.5.....	110
Σχήμα 6.6.....	117
Σχήμα 6.7.....	118
Σχήμα 6.8.....	119
Σχήμα 8.0.....	134
Σχήμα 8.1.....	135
Σχήμα 8.2.....	135
Σχήμα 8.3.....	136
Σχήμα 8.4.....	137
Σχήμα 8.5.....	138
Σχήμα 8.6.....	139

Σχήμα 8.7.....	139
Σχήμα 8.8.....	140
Σχήμα 8.9.....	141
Σχήμα 8.10.....	142
Σχήμα 8.11.....	143
Σχήμα 8.12.....	144
Σχήμα 8.13.....	144
Σχήμα 8.14.....	145
Σχήμα 8.15.....	145
Σχήμα 8.16.....	145
Σχήμα 8.17.....	146
Σχήμα Π.1.....	158

Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 6.1.....	116
Πίνακας 6.2.....	117
Πίνακας 6.3.....	119
Πίνακας 7.1.....	127
Πίνακας 8.1.....	136
Πίνακας 8.2.....	137
Πίνακας 8.3.....	137
Πίνακας 8.4.....	138
Πίνακας 8.5.....	139
Πίνακας 8.6.....	140
Πίνακας 8.7.....	141
Πίνακας 8.8.....	142
Πίνακας 8.9.....	143
Πίνακας 8.10.....	144
Πίνακας 9.1.....	147
Πίνακας Π.1.....	159

1^ο Κεφάλαιο – Εισαγωγή

1.10 ρόλος των Συστημάτων Ηλεκτρικής

Ο ρόλος των Σ.Η.Ε έχει σταδιακά με τον καιρό αυξηθεί, τόσο σε απαιτήσεις όσο και σε αναγκαιότητα, και ο ηλεκτρισμός αναγνωρίζεται πλέον ως κλειδί για την κοινωνική και οικονομική ανάπτυξη σε όλες τις αναπτυσσόμενες χώρες καθώς ένα αξιόπιστο σύστημα ισχύος συντελεί σημαντικά στη θεμελίωση μιας ευημερούσας κοινωνίας. Καθώς τα στοιχεία κλειδιά και οι αρχές λειτουργίας δικτύων ευρείας κλίμακας θεμελιώθηκαν πριν την έκρηξη των εκτεταμένων υπολογιστικών συστημάτων και των δικτύων επικοινωνιών, ευρείες εφαρμογές ανεπτυγμένων υπολογιστικών και επικοινωνιακών τεχνολογιών έχουν βελτιώσει εξαιρετικά τη λειτουργία και την απόδοση των σύγχρονων συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας. Καθώς οι κοινωνίες και οι οικονομίες αναπτύσσονται όλο και ταχύτερα, είναι πλέον κοινή πίστη πως φαινόμενα ανεπάρκειας ενέργειας αλλά και bottleneck στη μεταφορά θα συνεχίσουν να υπάρχουν, ειδικά σε περιοχές όπου η απαίτηση ισχύος αυξάνεται με γρηγορότερους ρυθμούς από την παραγωγή. Υπό αυτές τις συνθήκες, αποφασίζονται τοπικές αποκοπές φορτίου διαδοχικά και περιοδικά για την αποφυγή καταστροφικών βλαβών σε ολόκληρο το δίκτυο.

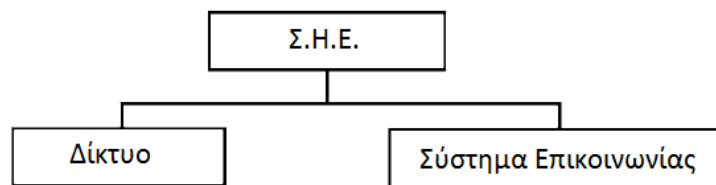
Για την καλύτερη κατανόηση των θεμάτων που αντιμετωπίζουν τα συστήματα ισχύος, ας δούμε πρώτα πως τα αποξενωμένα Σ.Η.Ε. εξελίχθηκαν σε διασυνδεδεμένα δίκτυα και πως σταδιακά οι διασυνδέσεις αυτές άλλαξαν το ρόλο τους. Αρχικά, τα συστήματα ισχύος ήταν σχεδιασμένα για να λειτουργούν ως αυτό – επαρκείς νησίδες. Κάθε αποξενωμένο σύστημα είχε ως στόχο να εξασφαλίζει το ισοζύγιο ισχύος μεταξύ των γεννητριών, του φορτίου και της εφεδρείας. Τα κριτήρια σχεδιασμού του δικτύου βασιζόταν στην αναμενόμενη αύξηση του φορτίου, τις διαθέσιμες μονάδες παραγωγής καθώς και τα όρια φόρτισης των γραμμών μεταφοράς για την παροχή αδιάκοπτης ισχύος στους καταναλωτές σε περιπτώσεις προσωρινών διακοπών στην παραγωγή ή στη μεταφορά. Ωστόσο, σύντομα διαπιστώθηκε πως οι διασυνδέσεις μεταξύ των συστημάτων ισχύος θα είχαν πολλά περισσότερα πλεονεκτήματα απέναντι στα απομονωμένα δίκτυα.

Πρωταρχική απαίτηση για τις διασυνδέσεις ήταν το μοίρασμα των ευθυνών ανάμεσα στις επιχειρήσεις ηλεκτρισμού, η οποία περιελάμβανε τη χρήση συμβατού ελέγχου, την υποβοήθηση γειτονικών συστημάτων σε καταστάσεις εκτάκτου ανάγκης αλλά και το συντονισμό των διακοπών συντήρησης ολόκληρου του δικτύου. Για παράδειγμα, σε περίπτωση προβλήματος, ένα σύστημα θα μπορούσε να αντλήσει ισχύ από την εφεδρεία γειτονικού συστήματος, ενώ το πρόβλημα της ρύθμισης συχνότητας στα νησιδοποιημένα δίκτυα θα μπορούσε κάλλιστα να ελαχιστοποιηθεί με το διαμοιρασμό της ευθύνης σε όλες τις γεννήτριες του διασυνδεδεμένου συστήματος. Επιπλέον, εάν το οριακό κόστος παραγωγής σε κάποιο σύστημα ήταν μικρότερο απ' ότι σε κάποια άλλα, μια συναλλαγή μεταξύ των συστημάτων θα μείωνε δραστικά το συνολικό κόστος παραγωγής.

Ωστόσο, η αναδόμηση των δικτύων έχει επιδεινώσει σε κάποιο βαθμό τις λειτουργίες ολόκληρου του συστήματος. Σε ένα αναδομημένο περιβάλλον, όπου γεννήτριες δύνανται να εγκατασταθούν σε οποιοδήποτε σημείο στο σύστημα, δίχως ιδιαίτερους περιορισμούς, φαινόμενα bottleneck στη μεταφορά μπορούν να γίνουν πιο συχνά. Θεωρείται δεδομένο πως νέα κριτήρια σχεδιασμού, προγραμματισμού, προσομοίωσης και βελτιστοποίησης σε όλα τα επίπεδα του αναδομημένου συστήματος ισχύος επιβάλλεται να

καθοριστούν από κατάλληλες ρυθμιστικές αρχές. Η διασύνδεση, άλλωστε, μπορεί να οδηγήσει σε ένα πολύ πιο αργό συντονισμό στο σύστημα επειδή ορισμένες λειτουργίες ίσως πρέπει να περάσουν μέσα από πολλές ενδιαμέσες διαδικασίες ή και να εγκριθούν από διαφορετικούς συμμετέχοντες στην αγορά ενέργειας.

Καθώς φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί, ένα Σ.Η.Ε. διαθέτει δύο βασικές υποδομές. Η μία είναι το δίκτυο και η άλλη το σύστημα επικοινωνίας. Αργώ στις περισσότερες συντονιστικές ενέργειες μεταξύ των κέντρων ελέγχου αποτελούν σήμερα άκρως ανεπτυγμένα υπολογιστικά εργαλεία. Μια άμεση διάδραση εκτεταμένων δικτύων επικοινωνίας που βασίζονται σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές με το δίκτυο σίγουρα διευκολύνει τη λειτουργία και τον έλεγχο του συστήματος. Για τη συνειδητοποίηση του γεγονότος αυτού, επιβάλλεται η πλήρης αλλαγή της άποψης που επικρατεί για τα συστήματα ισχύος και η θεώρηση των Σ.Η.Ε. ως περίπλοκα διαδραστικά συστήματα.

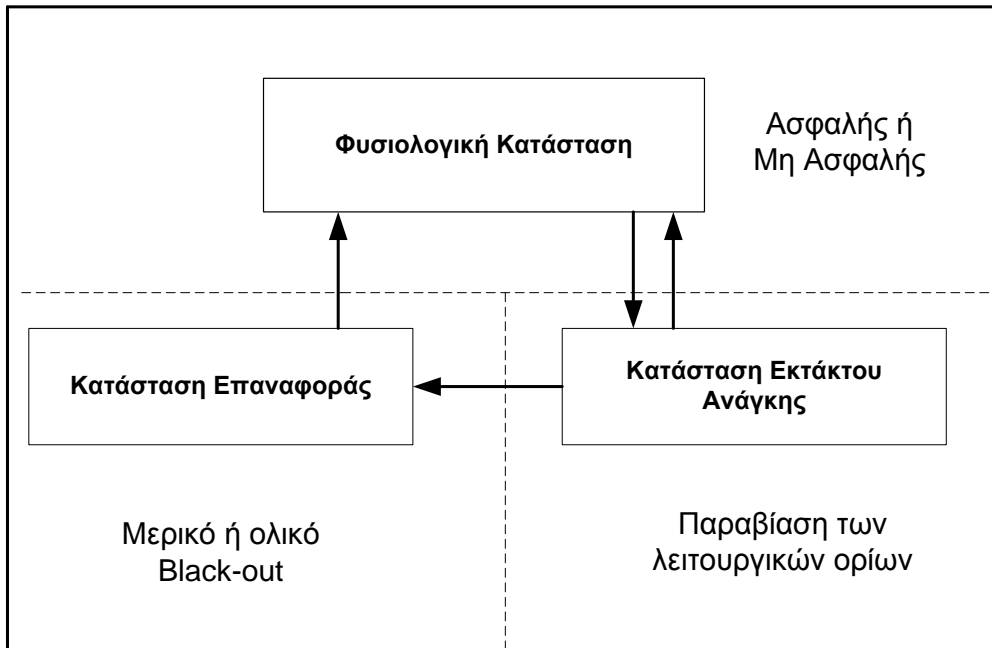


Σχήμα 1.1: Βασικές υποδομές ενός Σ.Η.Ε.

1.2 Λειτουργικές Καταστάσεις ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας

Τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, γενικά, αποτελούνται από υποσυστήματα μεταφοράς, υπομεταφοράς, διανομής καθώς και παραγωγής. Τα δίκτυα μεταφοράς δύνανται να περιέχουν μεγάλο αριθμό υποσταθμών οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι με γραμμές μεταφοράς, μετασχηματιστές και άλλα μέσα ελέγχου και προστασίας του δικτύου. Η ισχύς μπορεί να εγχέεται στο δίκτυο μέσω γεννητριών ή να απορροφάται από το σύστημα από τα φορτία αυτών των υποσταθμών. Οι τάσεις εξόδου των γεννητριών συνήθως δεν υπερβαίνουν τα 30 kV. Ωστόσο, για την αποτελεσματική μεταφορά της ισχύος, χρησιμοποιούνται μετασχηματιστές για να αυξήσουν την τάση σε επίπεδα από 69kV έως 765 kV στους ζυγούς των γεννητριών. Η Υψηλή Τάση προτιμάται για την μεταφορά της ισχύος για μια ποικιλία λόγων, ένας εκ των οποίων είναι η ελαχιστοποίηση των απωλειών του χαλκού, οι οποίες είναι ανάλογες του ρεύματος που ρέει κατά μήκος των γραμμών. Στο άλλο άκρο των γραμμών, τα συστήματα μεταφοράς είναι συνδεδεμένα με τα δίκτυα υπομεταφοράς και διανομής τα οποία λειτουργούν σε χαμηλότερα επίπεδα τάσης συνήθως από 4.16 kV έως 115 kV. Τα δίκτυα διανομής είθισται να διαμορφώνονται έτσι ώστε να λειτουργούν ακτινικά σχηματίζοντας μια δενδροειδή μορφή όπου οι “ρίζες” ξεκινούν από τον υποσταθμό ενώ τα “κλαδιά” απλώνονται στην περιοχή εξυπηρέτησης.

Οι λειτουργικές συνθήκες ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα συγκεκριμένο σημείο μια καθορισμένη χρονική στιγμή, μπορούν να προσδιοριστούν εάν το μοντέλο του δικτύου και οι σύνθετες τάσεις (μέτρο- γωνία) κάθε ζυγού του δικτύου είναι γνωστές. Καθώς το σύνολο των σύνθετων τάσεων προσδιορίζει πλήρως το σύστημα, αναφέρεται ως η στατική συνθήκη του συστήματος. Σύμφωνα με το σχήμα που ακολουθεί, το σύστημα, καθώς οι συνθήκες λειτουργίας μεταβάλλονται, είναι πιθανό να βρεθεί σε μία από τις εξής τρεις δυνατές καταστάσεις: ομαλή-φυσιολογική, εκτάκτου ανάγκης και αποκατάσταση.



Σχήμα 1.2: Διάγραμμα καταστάσεων λειτουργίας Συστήματος Ηλ. Ενέργειας

Ένα Σ.Η.Ε. θεωρείται ότι λειτουργεί σε Φυσιολογική Κατάσταση αν όλα τα φορτία μπορούν να τροφοδοτηθούν από τις υπάρχουσες γεννήτριες χωρίς να παραβιάζεται κανένας λειτουργικός περιορισμός. Οι περιορισμοί αυτοί περιλαμβάνουν τα όρια φόρτισης των γραμμών μεταφοράς καθώς και τα άνω και κάτω όρια των μέτρων των τάσεων. Η φυσιολογική κατάσταση του δικτύου θεωρείται Ασφαλής εάν το σύστημα μπορεί να παραμείνει σε ομαλή κατάσταση ακόμη και μετά την παρουσίαση συγκεκριμένων - κρίσιμων ενδεχομένων. Άξια ενδιαφέροντος απρόοπτα αποτελούν η διακοπή λειτουργίας μιας γραμμής μεταφοράς ή μιας γεννήτριας εξαιτίας απροσδόκητων σφαλμάτων στον εξοπλισμό ή λόγω φυσικών αιτιών όπως π.χ. οι καταιγίδες. Στην αντίθετη περίπτωση η φυσιολογική κατάσταση κατατάσσεται ως Μη Ασφαλής στην περίπτωση που ενώ το ισοζύγιο ισχύος σε κάθε ζυγό καθώς και όλοι οι λειτουργικοί ανισοτικοί περιορισμοί συνεχίζουν να ικανοποιούνται, το σύστημα παραμένει ευάλωτο όσον αφορά κάποια συγκεκριμένα απρόοπτα. Αν το σύστημα ευρεθεί να είναι σε ομαλή - μη ασφαλή λειτουργία, τότε συγκεκριμένοι τρόποι δράσης πρέπει να εφαρμοστούν ούτως ώστε να παρεμποδιστεί η μεταπήδηση του σε συνθήκη εκτάκτου ανάγκης. Τέτοιοι περιοριστικοί έλεγχοι μπορούν να προσδιοριστούν με τη βοήθεια ενός προγράμματος ασφάλειας, εξαναγκασμένης και βέλτιστης ροής φορτίου το οποίο θα λαμβάνει υπ' όψιν του συγκεκριμένες καταστάσεις κινδύνου.

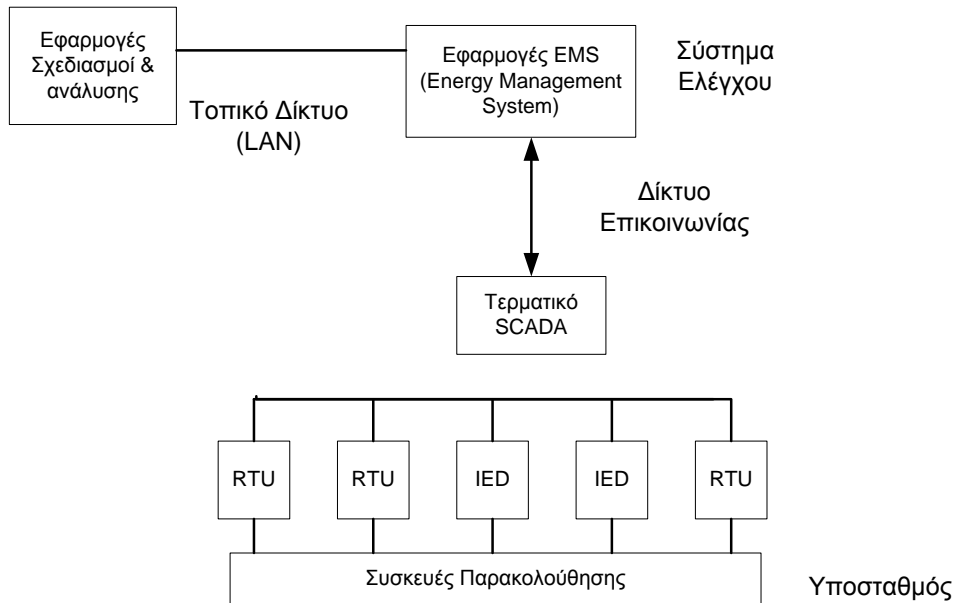
Οι συνθήκες λειτουργίας δύνανται να μεταβληθούν σημαντικά εξαιτίας ενός συμβάντος που μπορεί να οδηγήσει στην παραβίαση κάποιων λειτουργικών περιορισμών, ενώ το Σ.Η.Ε. συνεχίζει να παρέχει ισχύ σε όλα τα φορτία που είναι συνδεδεμένα στο σύστημα. Σε μια τέτοια περίπτωση το δίκτυο θεωρείται πως λειτουργεί σε Κατάσταση Εκτάκτου Ανάγκης. Σε ένα τέτοιο ενδεχόμενο, επιβάλλεται η εφαρμογή άμεσων διορθωτικών ρυθμίσεων από τον διαχειριστή του δικτύου ώστε το σύστημα να επιστρέψει σε φυσιολογική κατάσταση.

Όσο το δίκτυο παραμένει σε κατάσταση εκτάκτου ανάγκης, η κατάρρευση ολόκληρου του συστήματος μπορεί να αποφευχθεί με διορθωτικές κινήσεις ελέγχου όπως η αποσύνδεση φορτίων, μετασχηματιστών, γραμμών μεταφοράς και άλλου εξοπλισμού. Με απόρριψη φορτίου και αναδιαρθρωμένη τοπολογία, λοιπόν, η παραβίαση των λειτουργικών ορίων μπορεί να εξαλειφθεί και το σύστημα να επανέλθει σε σταθερότητα. Τότε η ισορροπία μεταξύ φορτίου και παραγωγής χρειάζεται να αποκατασταθεί για να αρχίσει η τροφοδότηση όλων των φορτίων. Εδώ, όπως είναι προφανές, έγινε περιγραφή της Καταστάσεως Επαναφοράς ενώ οι ενέργειες που πρέπει να πραγματοποιηθούν για την μεταπήδηση στην ομαλή κατάσταση λειτουργίας αναφέρονται ως έλεγχοι επαναφοράς. Το διάγραμμα καταστάσεων που προηγείται παρουσιάζει τις πιθανές μεταβάσεις ανάμεσα στις λειτουργικές καταστάσεις.

Τα συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας λειτουργούν υπό την εποπτεία των διαχειριστών του δικτύου από τα κέντρα ελέγχου της περιοχής. Ο κύριος στόχος του διαχειριστή είναι να διατηρεί το σύστημα σε ομαλή – ασφαλή κατάσταση καθώς οι συνθήκες μεταβάλλονται κατά την καθημερινή λειτουργία. Η πραγματοποίηση αυτού του στόχου απαιτεί συνεχή παρακολούθηση των συνθηκών του συστήματος, αναγνώριση της κατάστασης λειτουργίας αλλά και προσδιορισμό των απαραίτητων περιοριστικών ενεργειών σε περίπτωση που το σύστημα ευρεθεί να είναι Μη Ασφαλές. Αυτή η ακολουθία ενεργειών αναφέρεται ως ανάλυση ασφαλείας του συστήματος.

Το πρώτο βήμα της ακολουθίας αυτής είναι η παρακολούθηση της παρούσας κατάστασης του συστήματος. Αυτό περιλαμβάνει τη λήψη μετρήσεων (τόσο αναλογικές όσο και ψηφιακές) από όλα τα σημεία του συστήματος και την επεξεργασία τους για τον προσδιορισμό της κατάστασης λειτουργίας του. Οι υποσταθμοί γενικά είναι εξοπλισμένοι με συσκευές RTU (Remote terminal units) ή τις πιο σύγχρονες IED (intelligent electronic devices) οι οποίες συλλέγουν διαφόρων ειδών μετρήσεις από το δίκτυο και τις αποστέλλουν πίσω στο κέντρο ελέγχου. Είναι πιθανός, μάλιστα, ένας συνδυασμός των συσκευών αυτών συνδεδεμένων με ένα τοπικό δίκτυο (LAN) και ένα SCADA τερματικό, το οποίο επιτρέπει την μεταφορά των δεδομένων στον κεντρικό υπολογιστή του κέντρου ελέγχου. Το κεντρικό τερματικό SCADA (supervisory control and data acquisition) δέχεται μετρήσεις από όλα τα υπόλοιπα τερματικά των υποσταθμών μέσω δορυφόρου, μικροκυμάτων, οπτικών ινών κλπ.

Οι μετρήσεις που λαμβάνονται στον κεντρικό υπολογιστή περιλαμβάνουν ροές ισχύος στις γραμμές, μέτρα τάσεων στους ζυγούς και ρεύματος στις γραμμές, παραγωγή γεννητριών, φορτία, καταστάσεις αποζευκτών και διακοπών ισχύος, θέσεις των λήψεων στους μετασχηματιστές καθώς και τις αντιδράσεις τυχόν αποζεύξιμων πυκνωτών. Αυτά τα δεδομένα επεξεργάζονται από τον εκτιμητή καταστάσεως με σκοπό να φιλτραρισθεί ο θόρυβος των μετρήσεων και να ανιχνευτούν τυχόν λάθη. Η επίλυση του εκτιμητή καταστάσεως μας παρέχει μια βέλτιστη εκτίμηση της κατάστασης του συστήματος βασισμένη στις διαθέσιμες μετρήσεις και το υποτιθέμενο μοντέλο συστήματος. Η λύση αυτή, στη συνέχεια θα δοθεί σε όλες τις εφαρμογές διαχείρισης ενέργειας του συστήματος (EMS – Energy Management Systems) όπως ο αυτόματος έλεγχος παραγωγής, η πρόβλεψη φορτίου, η βέλτιστη ροή φορτίου κ.α. Οι ίδιες πληροφορίες θα είναι διαθέσιμες μέσω ενός τοπικού δικτύου και στα επιχειρησιακά γραφεία όπου άλλα σχέδια και αναλύσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν off - line.



Σχήμα 1.3: Διάρθρωση συστήματος SCADA/EMS

Αρχικά, ένα Σ.Η.Ε παρακολουθείτο από εποπτικά συστήματα ελέγχου που απλά παρακολουθούσαν και ήλεγχαν την κατάσταση των αποζευκτών στους υποσταθμούς, ενώ η έξοδος των γεννητριών και η συχνότητα του συστήματος από τα AGC (Automatic Generation Control) και τα ED (Economic Dispatch). Τέτοιου τύπου εποπτικά συστήματα ξεπεράστηκαν αργότερα από τα συστήματα πραγματικού χρόνου και τις ευρείες δυνατότητες τους απόκτησης δεδομένων, επιτρέποντας στα κέντρα ελέγχου να συγκεντρώνουν κάθε είδους αναλογικές μετρήσεις και καταστάσεις αποζευκτών από το Σ.Η.Ε. Έτσι, οδηγηθήκαμε στην εγκατάσταση του πρώτου συστήματος Εποπτικού Ελέγχου και Απόκτησης Δεδομένων (SCADA). Ο κύριος στόχος της αναβάθμισης αυτής, ήταν η αρωγή στην ανάλυση ασφαλείας. Ποικίλες εφαρμογές και λειτουργίες όπως η ανάλυση δυσμενών επιπτώσεων (contingency analysis) δεν θα ήταν δυνατό να πραγματοποιηθούν δίχως να γνωρίζουμε τις συνθήκες του συστήματος σε πραγματικό χρόνο. Ωστόσο, οι πληροφορίες που παρέχονται από τα συστήματα SCADA δεν είναι πάντα αξιόπιστες λόγω πιθανών σφαλμάτων στις μετρήσεις ή και θορύβου στην επικοινωνία των τερματικών. Περαιτέρω, το σύνολο των μετρήσεων δεν είναι απαραίτητο ότι θα επιτρέπει την εξαγωγή συμπεράσματος για την κατάσταση λειτουργίας του αντίστοιχου εναλλασσόμενου συστήματος. Για παράδειγμα, οι γωνίες της τάσης των ζυγών δεν μετρούνται ενδελεχώς ενώ δεν είναι διαθέσιμες και όλες οι ροές των γραμμών μεταφοράς. Εκτός των άλλων ίσως δεν είναι και οικονομικά εφικτή η μεταφορά όλων των μετρήσεων στο κεντρικό τερματικό, ακόμη κ είναι διαθέσιμες από τους μετατροπείς στους υποσταθμούς.

Οι προαναφερθείσες “ανησυχίες” αναγνωρίστηκαν και αντιμετωπίστηκαν για πρώτη φορά από τον Fred Schverpe, ο οποίος πρότεινε την ιδέα της εκτίμησης καταστάσεως στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Η εισαγωγή της λειτουργίας της εκτίμησης καταστάσεως διευρύνει τις δυνατότητες των συστημάτων SCADA, οδηγώντας στην καθιέρωση των προαναφερθέντων EMS, που εκτός των άλλων λειτουργιών είναι πλέον εξοπλισμένα και με έναν εκτιμητή καταστάσεως.

Για την αναγνώριση της παρούσας λειτουργικής κατάστασης, οι εκτιμητές κατάστασης διευκολύνουν την ακριβή και αποτελεσματική παρακολούθηση των

λειτουργικών περιορισμών σε ποσότητες όπως η φόρτιση των γραμμών μεταφοράς ή τα μέτρα των τάσεων των ζυγών. Παρέχουν μια αξιόπιστη, πραγματικού χρόνου βάση δεδομένων του συστήματος, και βασισμένοι στην υπάρχουσα κατάσταση, καθιστούν δυνατή την εφαρμογή λειτουργιών αποτίμησης της ασφάλειας του συστήματος με στόχο την ανάλυση δυσμενών ενδεχομένων (contingencies) καθώς και τον καθορισμό των απαραίτητων διορθωτικών κινήσεων.

Οι τυπικοί εκτιμητές καταστάσεως περιλαμβάνουν τις ακόλουθες λειτουργίες:

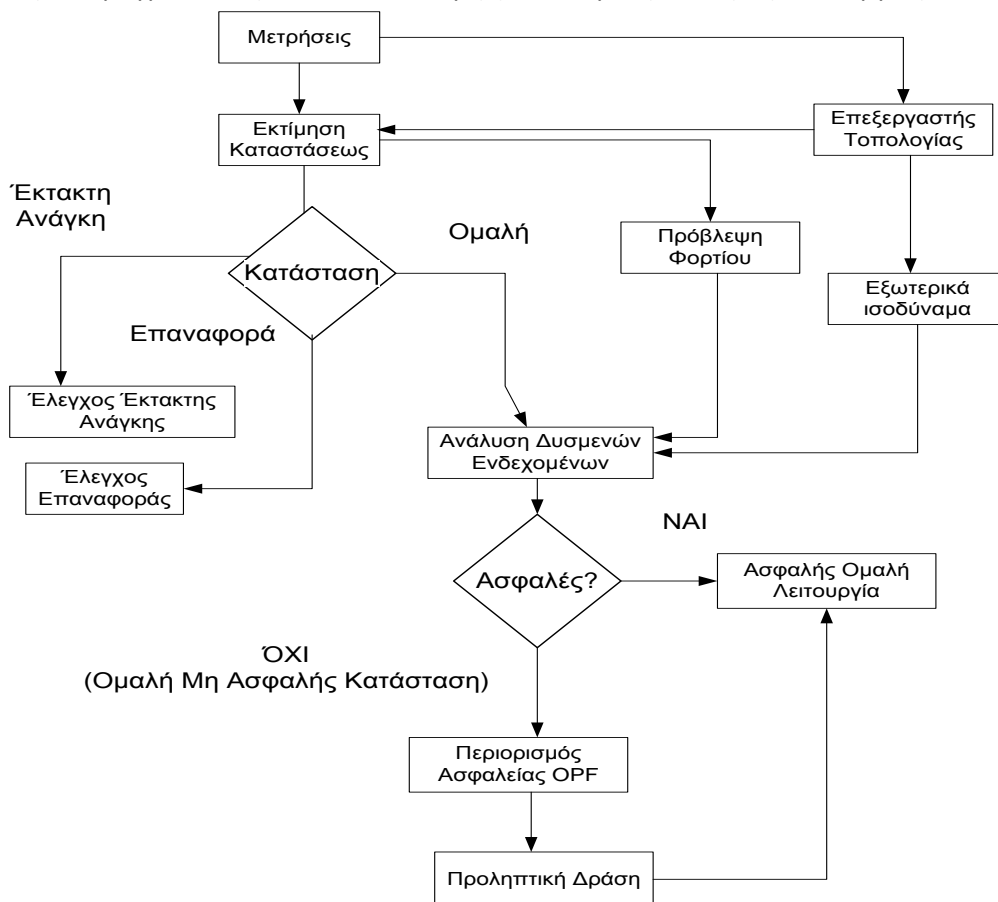
- Επεξεργασία τοπολογίας: Συγκέντρωση δεδομένων καταστάσεως αποζευκτών και διακοπών ισχύος αλλά και διαμόρφωση του μονογραμμικού διαγράμματος του συστήματος.
- Ανάλυση παρατηρησιμότητας: Καθορίζεται εάν με τις διαθέσιμες μετρήσεις μπορεί να προσδιοριστεί μια λύση της εκτίμησης καταστάσεως για ολόκληρο το σύστημα. Αναγνωρίζονται, ακόμη, οι μη παρατηρήσιμοι κλάδοι του συστήματος καθώς και (αν υπάρχουν) οι παρατηρήσιμες νησίδες.
- Λύση της εκτίμησης καταστάσεως: Καθορίζεται η βέλτιστη εκτίμηση για την κατάσταση του συστήματος, η οποία αποτελείται από σύνθετες τάσεις ζυγών σε ολόκληρο το Σ.Η.Ε, βασισμένη στο μοντέλο του δικτύου και στις μετρήσεις που έχουν παρθεί από το σύστημα. Ακόμη, παρέχεται η καλύτερη εκτίμηση για όλες τις ροές, τα φορτία, τις λήψεις των μετασχηματιστών και τις εξόδους των γεννητριών
- Επεξεργασία των λανθασμένων δεδομένων: Ανίχνευση της ύπαρξης μεγάλων σφαλμάτων στο σύνολο των μετρήσεων. Αναγνωρίζει και εξαλείφει λανθασμένες μετρήσεις δεδομένου ότι υπάρχει πλεόνασμα στη διαμόρφωση των μετρήσεων
- Επεξεργασία των παραμετρικών και δομικών σφαλμάτων: Εκτίμηση διάφορων παραμέτρων του δικτύου, όπως αυτές των μοντέλων των γραμμών μεταφοράς, των αλλαγών των λήψεων των μετασχηματιστών, των εγκάρσιων χωρητικότητων και αντιδράσεων. Ανίχνευση, ακόμη, κατασκευαστικών σφαλμάτων στη διαμόρφωση του δικτύου αλλά και αναγνώριση εσφαλμένων καταστάσεως των διακοπών δεδομένου και εδώ υπάρξεως αφθονίας μετρήσεων.

Κατ' αυτόν τον τρόπο, η εκτίμηση καταστάσεως ενός Σ.Η.Ε. αποτελεί τον πυρήνα της on-line ανάλυσης ασφαλείας. Δρα σαν φίλτρο μεταξύ των ανεπεξέργαστων μετρήσεων που λαμβάνονται από το σύστημα και όλων των εφαρμογών που απαιτούν την πιο αξιόπιστη βάση δεδομένων για την παρούσα κατάσταση του συστήματος. Το σχήμα 4 περιγράφει τα δεδομένα και τις λειτουργικές διασυνδέσεις μεταξύ των διαφόρων εφαρμογών που εμπλέκονται στην on-line διαδικασία της στατικής αποτίμησης ασφαλείας. Οι μετρήσεις που περιλαμβάνουν τις θέσεις των αποζευκτών και των διακοπών ισχύος στους υποσταθμούς επεξεργάζονται από τον επεξεργαστή τοπολογίας, ο οποίος με τη σειρά του παράγει ένα μοντέλο γεννητριών – κλάδων του συστήματος. Το μοντέλο αυτό όχι μόνο περιλαμβάνει όλους τους ζυγούς του κέντρου ελέγχου αλλά και ζυγούς γειτονικών συστημάτων. Οι πληροφορίες και οι μετρήσεις που αποκτώνται από τα γειτονικά συστήματα χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία και την ενημέρωση του μοντέλου του εξωτερικού συστήματος.

Επιπλέον, δύναται η ύπαρξη μη παρατηρήσιμων νησίδων μέσα στην ίδια περιοχή του συστήματος εξαιτίας παροδικής απώλειας των τηλεμετρήσεων, απόρριψης λανθασμένων

δεδομένων ή άλλα μη αναμενόμενα σφάλματα. Τέτοιες περιοχές, είτε φυσικά τοποθετημένες στην περιοχή ελέγχου του συστήματος είτε ως μέρος του εξωτερικού συστήματος, θα εκτιμηθούν με τη χρήση ψευδομετρήσεων. Ψευδομετρήσεις μπορούν να παραχθούν με βάση τη βραχυχρόνια πρόβλεψη φορτίου, τα ιστορικά στοιχεία και άλλες παρόμοιες προσεγγιστικές μεθόδους. Βέβαια, στις ψευδομετρήσεις προσδίδονται υψηλές μεταβλητότητες (χαμηλά βάρη) ή επιβάλλονται ως κρίσιμες μετρήσεις κατά το σχεδιασμό. Ακόμη, μπορεί να υπάρχουν παθητικοί ζυγοί χωρίς καθόλου παραγωγή ή φορτίο, με μηδενική έγχυση ενεργού και αέργου ισχύος. Τέτοιες εγχύσεις ζυγών, αν και δεν μετρώνται, μπορούν να θεωρηθούν ως μετρήσεις δίχως σφάλμα στη διαμόρφωση της εκτίμησης καταστάσεως και να αναφέρονται ως “εικονικές” μετρήσεις.

Τα αποτελέσματα στα οποία οδηγούμαστε από την εκτίμηση καταστάσεως, ελέγχονται έτσι ώστε να κατατάξουμε την κατάσταση του συστήματος σε μία από τις τρεις κατηγορίες που εμφανίζονται στο σχήμα 1.2. Σε περίπτωση που το δίκτυο ευρεθεί να είναι σε ομαλή κατάσταση, τότε απαιτείται η διεξαγωγή ανάλυσης δυσμενών ενδεχομένων για να καθοριστεί η ασφάλεια του συστήματος απέναντι σε ένα σύνολο συγκεκριμένων απροόπτων. Εάν το σύστημα αποδειχθεί μη ασφαλές, διορθωτικές - προληπτικές κινήσεις ελέγχου επιβάλλεται να υπολογιστούν μέσω της χρήσης κατάλληλου λογισμικού όπως η βέλτιστη ροή φορτίου υπό περιορισμούς ασφαλείας. Η υλοποίηση των μέτρων αυτών, θα οδηγήσει το σύστημα στη μετάβαση στην επιθυμητή ομαλή – ασφαλή κατάσταση λειτουργίας. Το σχήμα 1.4 επιπλέον παρουσιάζει και τις δράσεις ελέγχου επαναφοράς οι οποίες θα πραγματοποιηθούν κάτω από μη φυσιολογικές συνθήκες λειτουργίας.



Σχήμα 1.4: Λειτουργικό Διάγραμμα: On-line στατική αποτίμηση ασφαλείας

1.3 Δομή της εργασίας

Αντικείμενο μελέτης της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτελεί η μελέτη της θεωρίας της εκτίμησης καταστάσεως στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα αναπτύσσεται η θεωρία της σειριακής εκτίμησης κατάστασης και παράγεται σε γλώσσα προγραμματισμού C ένα πρόγραμμα που υλοποιεί τον αλγόριθμο αυτό. Κατόπιν αναπτύσσεται η θεωρία της παράλληλης και κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης ενώ παράγεται μια υλοποίηση σε C της ταχεία αποζευγμένης μεθόδου για την κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης. Οι υλοποιήσεις πραγματοποιούνται με τη βοήθεια ρουτινών γραμμικής άλγεβρας της βιβλιοθήκης PETSc. Οι επικοινωνίες δεδομένων, όπου χρειάζεται, πραγματοποιούνται μέσω του πρωτοκόλλου MPI. Κατόπιν, συγκρίνονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων που λήφθηκαν για το σειριακό πρόγραμμα για δίκτυο 1180 και 2360 ζυγών με διάφορα σενάρια των ίδιων δικτύων χωρισμένων με ποικίλους τρόπους σε περιοχές. Η εργασία αναπτύσσεται σε 9 κεφάλαια.

Στο πρώτο κεφάλαιο πραγματοποιήθηκε μια επισκόπηση του ρόλου των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας στη σημερινή εποχή καθώς και της σημασίας της εκτίμησης κατάστασης για την εύρυθμη λειτουργία αυτών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικά η θεωρία της εκτίμησης κατάστασης τόσο υπό μαθηματική σκοπιά όσο και συγκεκριμένα στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Σημαντικά θέματα όπως η ανάλυση παρατηρησιμότητας του δικτύου καθώς και η αντιμετώπιση των εσφαλμένων δεδομένων αναλύονται στην παρούσα ενότητα. Τέλος, παρατίθεται ο αλγόριθμος της εκτίμησης κατάστασης.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται σχηματικά οι βασικές ρουτίνες της υλοποίησης που πραγματοποιήθηκε ενώ ακόμη μέσω του λογισμικού Mathcad εποπτικά αναλύεται ένα παράδειγμα εκτίμησης κατάστασης εκπαιδευτικού δικτύου 3 ζυγών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στα κατανεμημένα και παράλληλα συστήματα επεξεργασίας, ενώ παρουσιάζονται και οι βασικές αρχές τόσο της παράλληλης όσο και της κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης. Ακόμη παρατίθεται ο αλγόριθμος κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης δικτύου πολλών περιοχών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναλύεται σχηματικά η συμπεριφορά των περιφερειακών διεργασιών καθώς και του συντονιστή κατά την υλοποίηση της κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης που πραγματοποιήθηκε. Εποπτικά, με τη βοήθεια του πακέτου Mathcad, παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα εφαρμογής του αλγορίθμου σε δίκτυο 7 ζυγών χωρισμένο σε 3 περιοχές.

Στο έκτο κεφάλαιο ακολουθεί μια παρουσίαση του πρωτοκόλλου MPI που εφαρμόστηκε για την επικοινωνία των δεδομένων μεταξύ των επεξεργαστών. Ακόμη παρουσιάζονται οι κύριες σχεδιαστικές αρχές του καθώς και οι βασικότερες ρουτίνες που χρησιμοποιήθηκαν.

Στο έβδομο κεφάλαιο, πραγματοποιείται μια έκθεση της βιβλιοθήκης γραμμικής άλγεβρας PETSC που χρησιμοποιήθηκε ευρέως κατά την υλοποίηση τόσο του σειριακού όσο και του κατανεμημένου προγράμματος καθώς επίσης και των σημαντικότερων ρουτινών της.

Στο όγδοο κεφάλαιο παρατίθενται συγκριτικά τα αποτελέσματα εφαρμογής των παραπάνω αλγορίθμων σε δίκτυα 1180 και 2360 ζυγών τα οποία προέκυψαν από επέκταση του πρότυπου δικτύου IEEE-118.

Στο ένατο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας και επισημαίνονται τα σημεία καινοτομίας της. Επίσης αναφέρονται θέματα τα οποία ανέδειξε η παρούσα διπλωματική εργασία και τα οποία θα μπορούσαν να αποτελέσουν αντικείμενο μελλοντικής ερευνητικής διερεύνησης.

Τέλος παρατίθεται η βιβλιογραφία καθώς και το Παράρτημα το οποίο περιλαμβάνει τυπικά αρχεία .SES και .SYS τα οποία λαμβάνονται ως είσοδοι στην υλοποίηση που πραγματοποιήθηκε και περιέχουν πληροφορίες του δικτύου καθώς και τις απαραίτητες μετρήσεις ισχύος και τάσης για την εκτέλεση της εκτίμησης κατάστασης. Ακόμη παρουσιάζεται μια περιγραφή των αρχείων αυτών.

1.4 Συνεισφορά της εργασίας

Η συνεισφορά της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η πραγματοποίηση σε γλώσσα C με τη βοήθεια του πρωτοκόλλου MPI αλλά και της βιβλιοθήκης PETSC υλοποιήσεων της θεωρίας εκτίμησης κατάστασης. Οι υλοποιήσεις αυτές αναφέρονται τόσο στη σειριακή εκτίμηση κατάστασης όπου ένας επεξεργαστής στο Κέντρο Ελέγχου του δικτύου εργάζεται για την επίλυση του προβλήματος, όσο κυρίως στην κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης όπου τα περιφερειακά Κέντρα Ελέγχου λύνουν το πρόβλημα και στη συνέχεια ανταλλάσσοντας δεδομένα αποφαίνονται για την κατάσταση του δικτύου, κατανέμοντας έτσι τον υπολογιστικό φόρτο σε περισσότερα του ενός μηχανήματα. Τα συμπεράσματα που αφορούν τη σχέση χρόνου υπολογισμού αλλά και επικοινωνίας μεταξύ των επεξεργαστών (άρα και των αντίστοιχων Κέντρων Ελέγχου των υποπεριοχών) κρίνονται σημαντικά καθώς έως τώρα ο χρόνος επικοινωνίας συνηθιζόταν να θεωρείται αμελητέος καθιστώντας εκ των προτέρων την κατανεμημένη μέθοδο ταχύτερη από τη σειριακή. Τέλος, η εκτίμηση κατάστασης σε συστοιχίες υπολογιστών ανέδειξε για ακόμη μια φορά τα πολλά πλεονεκτήματα του parallel processing.

2^ο Κεφάλαιο – Εκτίμηση Κατάστασης

Απαραίτητα χαρακτηριστικά ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας είναι η ασφάλης και οικονομική λειτουργία του. Γι' αυτό ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στον έλεγχο και ρύθμιση του συστήματος. Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει αποδεκτό από πολλές επιχειρήσεις ηλεκτρισμού σαν γεγονός ότι απαραίτητη προϋπόθεση για τη βελτίωση της ασφαλούς και οικονομικής λειτουργίας των συστημάτων είναι η συγκέντρωση πληροφοριών σε πραγματικό χρόνο.

Μερικές επιχειρήσεις συγκεντρώνουν τόσες πληροφορίες όσες είναι απαραίτητες για την εκτέλεση προγραμμάτων ροών φορτίου. Η μεθοδολογία όμως αυτή δεν λαμβάνει υπόψη ότι οι μετρήσεις είναι ανακριβείς εξαιτίας υπεισερχομένου θορύβου, ετεροχρονισμένες εξαιτίας της μη ταυτόχρονης λήψης των μετρήσεων και για να αναγνωρισθούν οι εσφαλμένες μετρήσεις θα πρέπει να εφαρμοσθούν τεχνικές εκτίμησης κατάστασης.

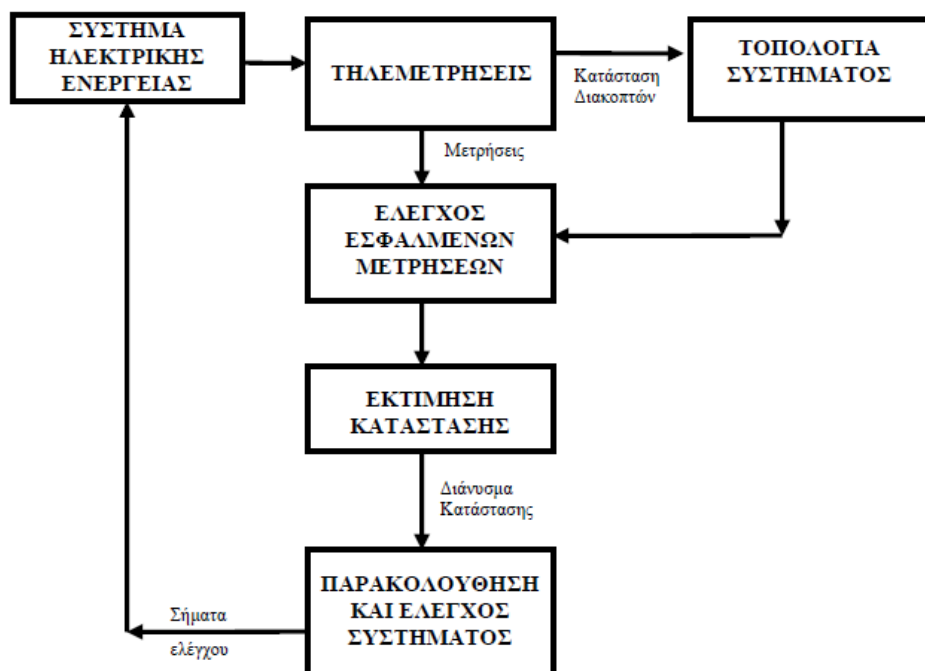
Εκτίμηση κατάστασης είναι ένας αλγόριθμος επεξεργασίας πληροφοριών, που υπολογίζει την καλύτερη δυνατή εκτίμηση της κατάστασης (μέτρα και γωνίες τάσεων των ζυγών) του συστήματος χρησιμοποιώντας μετρήσεις σε πραγματικό χρόνο, ένα μαθηματικό μοντέλο του συστήματος καθώς και ψευδομετρήσεις.

Εποπτικά ο ρόλος της Εκτίμησης Κατάστασης στη λειτουργία συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας δίνεται στο σχήμα 2.1.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η εκτίμηση κατάστασης έχει σαν σκοπό να βοηθήσει όχι μόνο τη λειτουργία αλλά και την ανάλυση των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Όσον αφορά τη λειτουργία ενός συστήματος ισχύος η εκτίμηση κατάστασης παρέχει αξιόπιστες εισόδους στα προγράμματα Η/Υ που εκτελούνται σε πραγματικό χρόνο.

Οι εισόδοι αυτοί παρέχουν:

- μέτρα και γωνίες τάσεων όλων των ζυγών του συστήματος (διάνυσμα κατάστασης)
- πραγματικές και άεργες ροές όλων των γραμμών μεταφοράς
- συνολικές πραγματικές και άεργες ισχύεις των ζυγών



Σχήμα 2.1 Ρόλος εκτίμησης κατάστασης στη λειτουργία ενός Σ.Η.Ε.

Η οικονομική και ασφαλής λειτουργία ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας εξαρτάται από την διαθεσιμότητα των πληροφοριών και διαδικασιών λήψης αποφάσεων στο Κέντρο Ελέγχου Ενέργειας. Το ΚΕΕ, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2, με την χρήση υπολογιστών πραγματικού χρόνου και συστήματος συγκέντρωσης μετρήσεων, συλλέγει από το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας σε περιοδικά διαστήματα, κυμαινόμενα από 1 έως 10 δευτερόλεπτα, ένα σύνολο μετρήσεων αποτελούμενο από:

- Ροές ενεργού και αέργου ισχύος γραμμών
- Συνολικές ενεργές και άεργες ισχύεις ζυγών του δικτύου
- Μέτρα τάσεων ζυγών του δικτύου

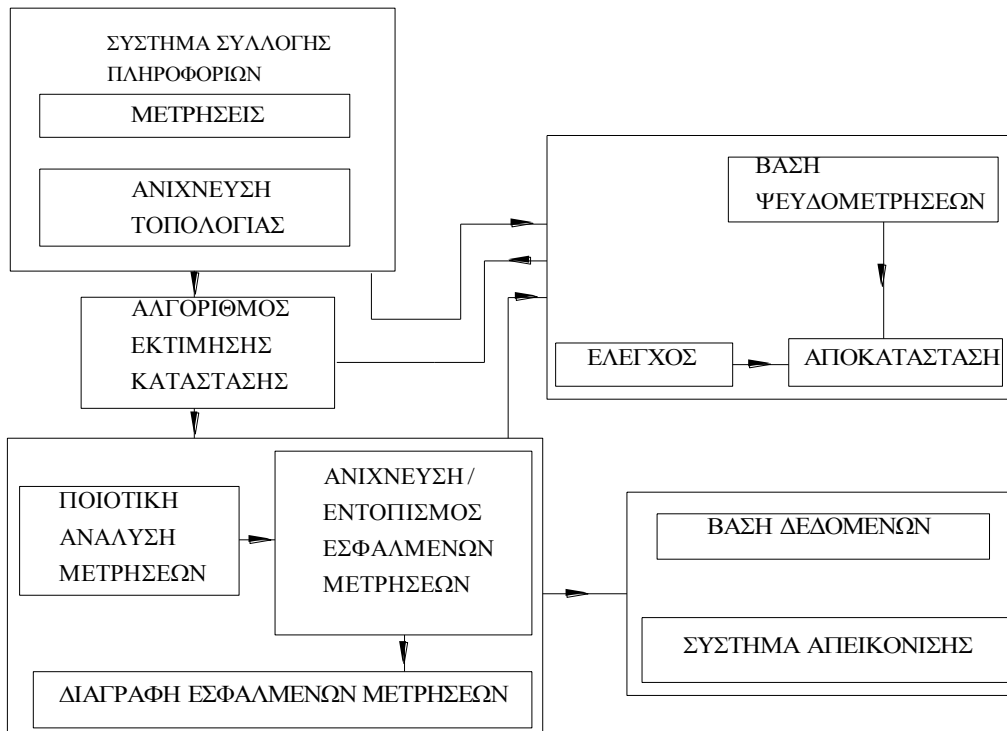


Σχήμα 2.2 Κέντρο Ελέγχου Ενέργειας

Επιπρόσθετα στο ΚΕΕ συλλέγονται και πληροφορίες για την τοπολογία του δικτύου (θέση διακοπών) και την λειτουργική κατάσταση του ηλεκτρολογικού εξοπλισμού.

Ο έλεγχος της ασφάλειας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας απαιτεί τη γνώση, σε πραγματικό χρόνο, του διανύσματος κατάστασης του συστήματος. Η πιο γνωστή και αξιόπιστη διαδικασία υπολογισμού της κατάστασης του συστήματος είναι ο εκτιμητής κατάστασης.

Στο σχήμα 2.3 παρουσιάζονται οι λειτουργίες του εκτιμητή κατάστασης. Παρατηρούμε ότι όταν το σύστημα μετρήσεων ή η τοπολογία του δικτύου αλλάζουν ή όταν διαγράφονται εσφαλμένες μετρήσεις, είναι απαραίτητη η ανάλυση της παρατηρησιμότητας του συστήματος των μετρήσεων. Αν δεν υπάρχουν εσφαλμένες μετρήσεις τότε ενημερώνεται η βάση δεδομένων με το εκτιμώμενο διάνυσμα κατάστασης και απεικονίζονται τα υπολογιζόμενα μεγέθη του συστήματος (παραγωγές γεννητριών, ροές ισχύος, ...).

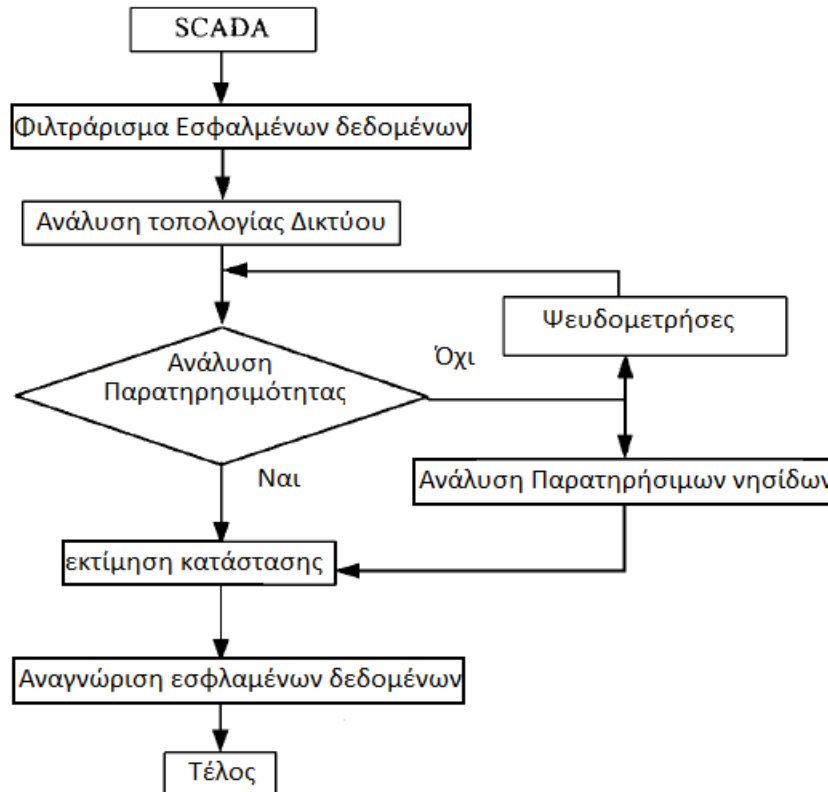


Σχήμα 2.3 Λειτουργίες του εκτιμητή κατάστασης

Παρότι ο αριθμός των ΚΕΕ με εκτιμητή κατάσταση δεν είναι πολύ μεγάλος, αυξάνεται με ταχύ ρυθμό. Η απαίτηση εκτίμησης κατάσταση στα μοντέρνα ΚΕΕ έχει γίνει ο κανόνας παρά η εξαίρεση. Η τάση αυτή ενισχύεται από την ελάττωση του κόστους και την αύξηση της ισχύος των υπολογιστικών συστημάτων και την ανάπτυξη του κατάλληλου λογισμικού. Μολονότι η κατάσταση του συστήματος μπορεί να βρεθεί και με άλλες μεθόδους, όπως τηλεμετρώντας γωνίες και μέτρα ζυγών ή χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις εγχύσεων ζυγών σαν είσοδο σε μια ροή φορτίου, καμιά προσέγγιση δεν είναι τόσο απλή και πρακτική όσο η εκτίμηση κατάσταση.

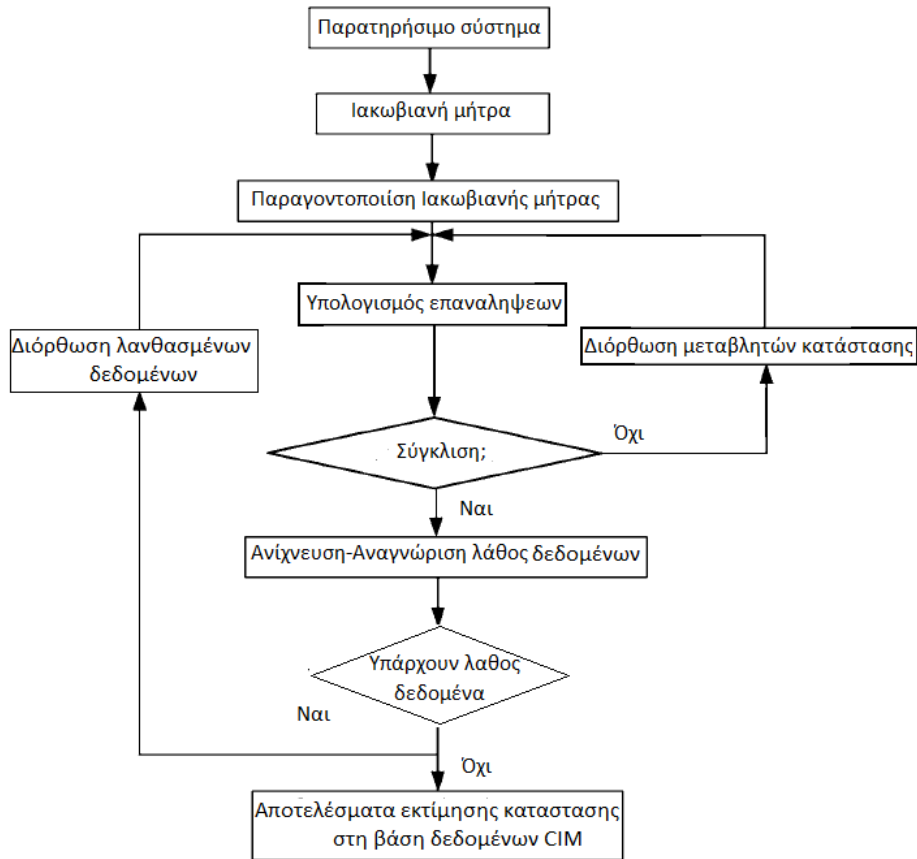
Αν και η εκτίμηση κατάσταση έχει κοινά γνωρίσματα με μια γενικευμένη ροή φορτίου, η υλοποίηση της εκτίμησης κατάσταση είναι πολύ πιο σύνθετη από τον υπολογισμό της ροής φορτίου. Πριν τον υπολογισμό της εκτίμησης κατάσταση, ορισμένες προκαταρκτικές διεργασίες όπως το φιλτράρισμα των μετρήσεων, η ανάλυση της τοπολογίας του δικτύου και η ανάλυση παρατηρησιμότητας επιβάλλεται να εκτελεστούν, ενώ η ανίχνευση και αναγνώριση των εσφαλμένων δεδομένων βελτιώνουν περαιτέρω την ακρίβεια της εκτίμησης κατάσταση.

Ένα πρόγραμμα εκτίμησης καταστάσεως θα περιλαμβάνει γενικά τα τέσσερα στοιχεία που απεικονίζονται στο ακόλουθο σχήμα. Ένα φίλτρο εσφαλμένων δεδομένων δύναται να προστεθεί ακριβώς πίσω από το σύστημα SCADA για την απόρριψη των λανθασμένων μετρήσεων που εμφανέστατα είναι εκτός ορίων. Είναι εύκολος ο σχεδιασμός ενός τέτοιου φίλτρου με βάση την κοινή λογική καθώς και τα δοσμένα όρια για τις σχετικές μετρήσεις. Η λογική για πού χρησιμοποιείται σε ένα τέτοιο φίλτρο επιβάλλεται να είναι πολύ απλή. Για παράδειγμα, η μέτρηση τάσης για έναν ζυγό 110 kV δεν μπορεί να ξεπερνά τα 150 kV, ή η μέτρηση ισχύος στα δύο άκρα μιας γραμμής θα πρέπει να έχει αντίθετα πρόσημα. Οι λειτουργίες των τεσσάρων αυτών συστατικών περιγράφεται ακολούθως:



Σχήμα 2.4: Κύρια μέρη εκτίμησης κατάστασης

- **Ανάλυση τοπολογίας δικτύου:** Το στάδιο αυτό χρησιμοποιείται για τον καθορισμό της δομής του δικτύου σε πραγματικό χρόνο με βάση τις ψηφιακές μετρήσεις που έχουν ληφθεί. Η ανάλυση της τοπολογίας του δικτύου αποτελεί τη βάση της ανάλυσης και έλεγχου του συστήματος ισχύος σε πραγματικό χρόνο.
- **Ανάλυση παρατηρησιμότητας:** Χρησιμοποιείται για να καθορίσει αν ένα σύστημα είναι παρατηρήσιμο βασισμένο στις χρησιμοποιούμενες αναλογικές μετρήσεις και τα αποτελέσματα της τοπολογικής ανάλυσης του δικτύου. Αν το σύστημα ισχύος δεν είναι παρατηρήσιμο, η ανάλυση θα καθορίσει περαιτέρω που χρειάζεται να προστεθούν ψευδομετρήσεις για να καταστήσουν το σύστημα παρατηρήσιμο. Επίσης θα καθορίσει τις αναλογίες του συστήματος που καθιστούν παρατηρήσιμες νησίδες. Μόνο τα παρατηρήσιμα μέρη του συστήματος μπορούν να εκτιμηθούν. Υπάρχουν δύο είδη μεθόδων ανάλυσης της παρατηρησιμότητας: Η τοπολογική μέθοδος και η αριθμητική μέθοδος. Η τοπολογική μέθοδος χρησιμοποιεί πληροφορίες από την κατανομή των φυσικών μετρήσεων σε ολόκληρο το σύστημα, ενώ η αριθμητική μέθοδος χρησιμοποιεί πληροφορίες που παρέχονται από την Ιακωβιανή μήτρα της εκτίμησης καταστάσεως.
- **Υπολογισμός της εκτίμησης καταστάσεως:** Χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της κατάστασης του συστήματος ισχύος σύμφωνα με τις χρησιμοποιούμενες μετρήσεις. Ο υπολογισμός της εκτίμησης κατάστασης συμπεριλαμβάνει την ανίχνευση εσφαμένων δεδομένων καθώς και τη διαδικασία αναγνώρισης που απεικονίζεται ακολούθως



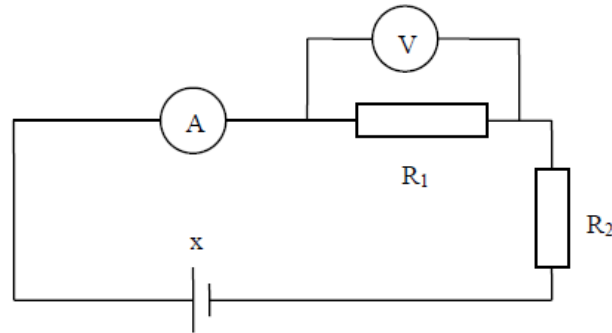
Σχήμα 2.5: Διάγραμμα ροής εκτίμησης κατάστασης

- **Ανίχνευση και αναγνώριση εσφαλμένων δεδομένων:** χρησιμοποιείται για την ανίχνευση και αναγνώριση εσφαλμένων δεδομένων στο σύνολο των μετρήσεων με βάση την ανάλυση των υπολοίπων των μετρήσεων. Εάν κάποιο εσφαλμένο δεδομένο ανιχνευτεί στη διαδικασία εκτίμησης κατάστασης, ο αλγόριθμος προχωρά στην αναγνώριση των εσφαλμένων δεδομένων. Τα λάθος δεδομένα δύνανται να “μολύνουν” τις γειτονικές μετρήσεις ανεπανόρθωτα και έτσι να προκαλέσουν περισσότερα λάθη στην εκτίμηση κατάστασης. Σαν αποτέλεσμα, τα λάθος δεδομένα επιβάλλεται να αναγνωρίζονται και να απομακρύνονται πριν την τελική επίλυση της εκτίμησης κατάστασης.

2.1 Εκτίμηση κατάστασης σε απλό κύκλωμα υπό στενή μαθηματική σκοπιά

Το αντικείμενο της εκτίμησης είναι αρκετά εκτεταμένο αλλά θα συγκεντρώσουμε την προσοχή μας στην εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων όπου το πρόβλημα της εκτίμησης αντιμετωπίζεται σαν ντετερμινιστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Για την κατανόηση του προβλήματος εκτίμησης κατάστασης ας θεωρήσουμε το απλό δίκτυο του σχήματος 2.6.

Σχήμα 2.6. Συνδεσμολογία για εκτίμηση της τάσεως της πηγής x

Στο δίκτυο του σχήματος 2.6 οι αντιστάσεις R_1 και R_2 θεωρούνται γνωστές και ζητείται να προσδιοριστεί η τάση της πηγής x . Έστω z_1 είναι η ένδειξη του αμπερόμετρου A (σε Ampers) και z_2 η ένδειξη του βολτόμετρου V (σε Volts). Γίνεται η υπόθεση ότι τα σφάλματα του αμπερόμετρου και βολτόμετρου ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέσες τιμές μηδέν και τυπικές αποκλίσεις σ_1 και σ_2 αντίστοιχα.

Οι εξισώσεις που συνδέουν τις μετρήσεις z_1 και z_2 με το άγνωστο μέγεθος x ονομάζονται εξισώσεις παρατηρήσεων και είναι της μορφής:

$$z_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} x + v_1$$

$$z_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} x + v_2$$

όπου v_1, v_2 αντιπροσωπεύουν τα σφάλματα του αμπερόμετρου και βολτόμετρου αντίστοιχα. Τα μεγέθη v_1, v_2 μπορεί να θεωρηθούν σαν ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με την ιδιότητα:

$$E\{v_1\} = 0 \quad E\{v_2\} = 0 \quad E\{v_1 v_2\} = 0 \quad E\{v_1^2\} = \sigma_1^2 \quad E\{v_2^2\} = \sigma_2^2$$

Όπου $E\{ \}$ η αναμενόμενη τιμή.

Οι ανωτέρω εξισώσεις μπορούν να γραφούν στην ακόλουθη μητρική μορφή

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 + R_2} \\ \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{bmatrix} x + \underline{v} = H \underline{x} + \underline{v}$$

$$\text{Όπου } \underline{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad \underline{x} = x \quad H = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 + R_2} \\ \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{bmatrix}$$

$$E\{\underline{v}\} = 0 \quad \text{και} \quad E\{\underline{v} \underline{v}^T\} = R$$

R είναι η διαγώνια μήτρα διασποράς - συνδιακύμανσης του διανύσματος \underline{v}

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

Από τις αρχικές εξισώσεις θα πρέπει να προσδιοριστεί μια εκτίμηση του αγνώστου μεγέθους x που συμβολίζεται με \underline{x} . Η εκτίμηση υπολογίζεται ελαχιστοποιώντας μία συνάρτηση των σφαλμάτων

$$z_1 - \frac{1}{R_1 + R_2} x \quad \text{και} \quad z_2 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} x$$

Αν π.χ. επιλεγεί σαν συνάρτηση η $J_1(x) = \left(z_1 - \frac{1}{R_1 + R_2} x \right)^2 + \left(z_2 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} x \right)^2$

τότε η εκτίμηση x είναι εκείνη η τιμή που ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων. Η επιλογή όμως αυτή αγνοεί τη στατιστικότητα των σφαλμάτων v_1 και v_2 . Γι' αυτό επιλέγεται σαν αντικειμενική συνάρτηση η:

$$J(x) = \frac{1}{\sigma_1^2} \left(z_1 - \frac{1}{R_1 + R_2} x \right)^2 + \frac{1}{\sigma_2^2} \left(z_2 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} x \right)^2$$

Στην ανωτέρω συνάρτηση δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα σε μετρήσεις με μικρότερη τιμή τυπικής απόκλισης, δηλαδή σε μετρήσεις μεγαλύτερης ακρίβειας.

Η συνάρτηση $J(x)$ μπορεί επίσης να γραφτεί στην ακόλουθη μητρική μορφή:

$$J(\underline{x}) = (\underline{z} - H\underline{x})^T \cdot R^{-1} \cdot (\underline{z} - H\underline{x})$$

Η εκτίμηση που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση $J(\underline{x})$ ονομάζεται εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων.

Η εκτίμηση x υπολογίζεται παραγωγίζοντας την εξίσωση της $J(\underline{x})$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right|_{x=x} = 0 &\Rightarrow -\frac{2}{\sigma_1^2} \left(z_1 - \frac{1}{R_1 + R_2} x \right)^2 \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{2}{\sigma_2^2} \left(z_2 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} x \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0 \\ \Rightarrow x &= \frac{\frac{1}{\sigma_1^2} \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot z_1 + \frac{1}{\sigma_2^2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot z_1}{\frac{1}{\sigma_1^2} \cdot \frac{1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot z_1 + \frac{1}{\sigma_2^2} \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2}} \end{aligned}$$

Είναι εύκολο κανείς να παρατηρήσει ότι σε μητρική μορφή η εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων δίνεται από την εξίσωση:

$$\underline{x} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{z}$$

Συνοψίζοντας λοιπόν, οι εξισώσεις παρατηρήσεων δίνονται στην ακόλουθη μητρική μορφή: οι εξισώσεις παρατηρήσεων δίνονται στην ακόλουθη μητρική μορφή:

$$\underline{z} = H\underline{x} + \underline{v}$$

Όπου \underline{z} είναι το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει τις μετρούμενες ποσότητες, \underline{v} είναι το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει τον θόρυβο των μετρήσεων και \underline{x} το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει τις άγνωστες ποσότητες που θα εκτιμηθούν. Τα διανύσματα \underline{z} και \underline{v} είναι διαστάσεως m ενώ το διάνυσμα \underline{x} είναι διαστάσεως n . Η μήτρα H , διαστάσεως $m \times n$, θεωρείται γνωστή μήτρα.

Το πρόβλημα είναι να υπολογιστεί η εκτίμηση \underline{x} του διανύσματος \underline{x} έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το τετραγωνικό μέτρο:

$$J(\underline{x}) = (\underline{z} - H\underline{x})^T \cdot R^{-1} \cdot (\underline{z} - H\underline{x})$$

Η μήτρα R θεωρείται θετικά ορισμένη μήτρα. Διαφορετική εκλογή της μήτρας βαρύτητας R θα οδηγήσει σε διαφορετική συνάρτηση $J(x)$ και συνεπώς σε διαφορετική εκτίμηση \underline{x} .

Η εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων υπολογίζεται θέτοντας

$$\left. \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right|_{x=\underline{x}} = 0$$

Η μερική παραγωγήιση οδηγεί στην εξίσωση:

$$\left. \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right|_{x=\underline{x}} = 2H^T \cdot R^{-1} \cdot (\underline{z} - H\underline{x}) = 0 \quad \text{ή} \quad \underline{x} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{z}$$

που είναι η εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων. Γίνεται η υπόθεση ότι η μήτρα $H^T R^{-1} H$ είναι αντιστρέψιμη.

Αν η $\underline{z} = H\underline{x} + \underline{v}$ αντικατασταθεί στην τελευταία εξίσωση τότε, έχουμε,

$$\underline{x} = \underline{x} + (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{v}$$

Μέχρι τη σημείο αυτό δεν έχουμε θεωρήσει καμία γνώση της στατιστικής του διανύσματος θορύβου \underline{v} .

Αν η μέση τιμή μ_v του διανύσματος \underline{v} είναι μηδέν τότε από την τελευταία εξίσωση προκύπτει:

$$E\{\underline{x}\} = \underline{x}$$

Έτσι αν $\mu_v = 0$, \underline{x} είναι μια αμερόληπτη εκτίμηση του διανύσματος \underline{x} . Η διασπορά της εκτίμησης ελαχίστων τετραγώνων δίνεται από την:

$$\begin{aligned} V_x &= E\left\{(\underline{x} - \underline{x})(\underline{x} - \underline{x})^T\right\} = E\left\{(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} v v^T R^{-1} H (H^T R^{-1} H)^{-1}\right\} \\ &= (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} V_v R^{-1} H (H^T R^{-1} H)^{-1} \end{aligned}$$

όπου V_v είναι η μήτρα διασποράς του θορύβου \underline{v} .

Μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι εάν σαν μήτρα βαρύτητας R εκλεγεί η μήτρα διασποράς του διανύσματος θορύβου \underline{v} , τότε η διασπορά της εκτίμησης ελαχίστων τετραγώνων γίνεται:

$$V_x = (H^T R^{-1} H)^{-1}$$

Η διασπορά όπως δίνεται στην ανωτέρω εξίσωση είναι επίσης η διασπορά της εκτίμησης ελάχιστης διασποράς (minimum variance estimator). Έτσι, αν σαν μήτρα βαρύτητας R εκλεγεί η μήτρα διασποράς του διανύσματος θορύβου \underline{v} , τότε η εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων \underline{x} όπως δίνεται από την εξίσωση $\underline{x} = \underline{x} + (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \underline{v}$ είναι επίσης και εκτίμηση ελάχιστης διασποράς.

2.2 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης σε ένα πραγματικό Σ.Η.Ε

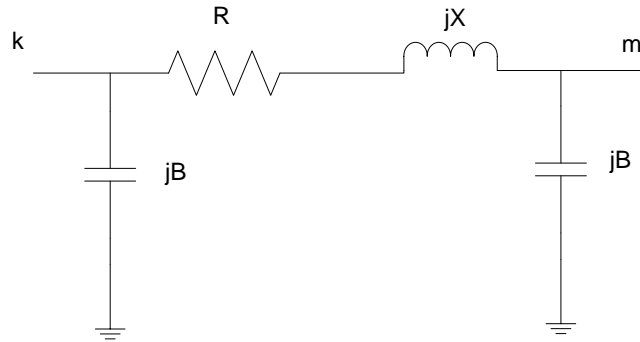
2.2.1 Μοντέλο συστατικών στοιχείων ενός Σ.Η.Ε

Η στατική εκτίμηση καταστάσεως αναφέρεται στη διαδικασία λήψης των διανυσμάτων της τάσης σε όλους τους ζυγούς του συστήματος σε δοσμένο σημείο συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Τούτο μπορεί να επιτευχθεί με άμεσα μέσα που περιλαμβάνουν πολύ ακριβείς συγχρονισμένες μετρήσεις διανυσμάτων τάσεων σε όλους τους ζυγούς του συστήματος. Ωστόσο, μια τέτοια προσέγγιση θα ήταν πολύ ευάλωτη σε λανθασμένες μετρήσεις και σφάλματα τηλεμετρήσεων. Εν αντιθέσει, η διαδικασία της εκτίμησης καταστάσεως χρησιμοποιεί ένα σύνολο περιορισμένων μετρήσεων με στόχο το φιλτράρισμα τέτοιων λαθών και την εύρεση μιας βέλτιστης εκτίμησης. Οι μετρήσεις μπορεί να περιλαμβάνουν όχι μόνο τις συμβατικές μετρήσεις τάσεων και ισχύος, αλλά και άλλες όπως τα πλάτη των ρευμάτων ή και τα συγχρονισμένα διανύσματα των τάσεων. Η ταυτόχρονη μέτρηση ποσοτήτων σε διάφορα τμήματα του δικτύου είναι πρακτικά αδύνατη και γι' αυτό μια μικρή ανοχή είναι γενικά αποδεκτή. Αυτή η ανοχή δικαιολογείται κυρίως λόγω της αργής μεταβολής των λειτουργικών συνθηκών του συστήματός στην ομαλή – φυσιολογική κατάσταση λειτουργίας.

Ο ορισμός της κατάστασης του συστήματος συνήθως περιλαμβάνει μόνο τα διανύσματα των τάσεων των ζυγών σε μόνιμη κατάσταση. Αυτό, βέβαια, συνεπάγεται ότι η τοπολογία και οι παράμετροι του δικτύου είναι πλήρως γνωστά. Εντούτοις, σφάλματα στην τοπολογία και στις παραμέτρους εμφανίζονται περιστασιακά εξαιτίας διαφόρων λόγων όπως μη προγραμματισμένες διακοπές της λειτουργίας τμήματος του δικτύου, προβλήματα στις γραμμές μεταφοράς τις ζεστές ημέρες κλπ.

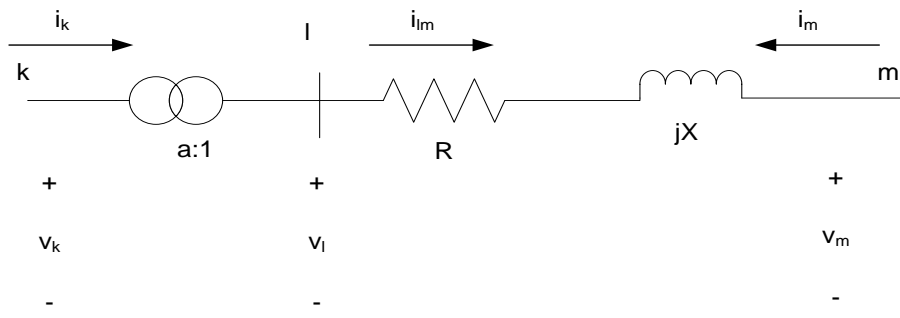
Ένα Σ.Η.Ε. θεωρείται πως λειτουργεί σε σταθερή κατάσταση κάτω από συνθήκες ισορροπίας. Αυτό σημαίνει, πως όλα τα φορτία των ζυγών είναι τριφασικά και σε ισορροπία καθώς επίσης και οι ροές ισχύος στους κλάδους. Ακόμη οι γραμμές μεταφοράς είναι πλήρως αντιμεταθέσιμες και όλα τα υπόλοιπα εγκάρσια ή σειράς μεγέθη συμμετρικά ως προς τις τρεις φάσεις. Οι ανωτέρω υποθέσεις επιτρέπουν τη χρήση του θετικής ακολουθίας, μονοφασικού ισοδύναμου κυκλώματος για τη μοντελοποίηση ολόκληρου του συστήματος. Η λύση που θα βρεθεί με τη χρήση ενός τέτοιου μοντέλου, θα είναι προφανώς και αυτή, η συνιστώσα θετικής ακολουθίας της κατάστασης του συστήματος κατά τη λειτουργία σταθερής κατάστασης σε ισορροπία. Όπως και στην περίπτωση της ροής ισχύος, όλα τα δεδομένα του δικτύου καθώς και οι παράμετροι, είναι εκφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα. Έτσι, τα μοντέλα που ακολουθούν θα χρησιμοποιηθούν για την απεικόνιση ολόκληρου του δικτύου.

- Οι γραμμές μεταφοράς απεικονίζονται από το κλασικό δίθυρο μοντέλο του ισοδύναμου π όπου οι παράμετροι του αντιστοιχούν στο ισοδύναμο κύκλωμα θετικής ακολουθίας των γραμμών μεταφοράς. Μια γραμμή μεταφοράς με σύνθετη αντίσταση θετικής ακολουθίας $R+jX$ και συνολική αγωγιμότητα $j2B$, μοντελοποιείται με το κύκλωμα που παρουσιάζεται στο πιο κάτω σχήμα:



Σχήμα 2.7: Ισοδύναμο κύκλωμα γραμμής μεταφοράς

- Οι εγκάρσιες χωρητικότητες ή επαγωγές που μπορεί να χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της τάσης και/ή της ισχύος, αντιπροσωπεύονται από την ανά μονάδα αγωγιμότητα στον αντίστοιχο ζυγό. Το πρόσημο της τιμής της αγωγιμότητας προσδιορίζει τον τύπο του εγκάρσιου στοιχείου. Θα είναι θετικό ή αρνητικό για μια χωρητικότητα(πυκνωτή) ή επαγωγή(πηνίο) αντίστοιχα.
- Μετασχηματιστές με μη ονομαστικές τιμές τάσης αλλά συμφασικές λήψεις, μπορούν να μοντελοποιηθούν ως σύνθετες αντιστάσεις σειράς σε σειρά με ιδανικούς μετασχηματιστές όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο σχήμα 5. Οι δύο ακραίοι ζυγοί του μετασχηματιστή m και k ορίζονται συνήθως ως η μεριά της αντίστασης και των λήψεων αντίστοιχα.



Σχήμα 2.8: Ισοδύναμο κύκλωμα μη ονομαστικών λήψεων μετασχηματιστή

Οι εξισώσεις των κόμβων του δίθυρου μοντέλου του παραπάνω σχήματος προκύπτουν εκφράζοντας τις εγχύσεις ρεύματος σε κάθε άκρο του κλάδου R+jX με βάση τα ρεύματα i_{lm} και i_m και θεωρώντας y τη σύνθετη αγωγιμότητα του κλάδου l – m. Έτσι,

$$\begin{bmatrix} i_{lm} \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_l \\ u_m \end{bmatrix}$$

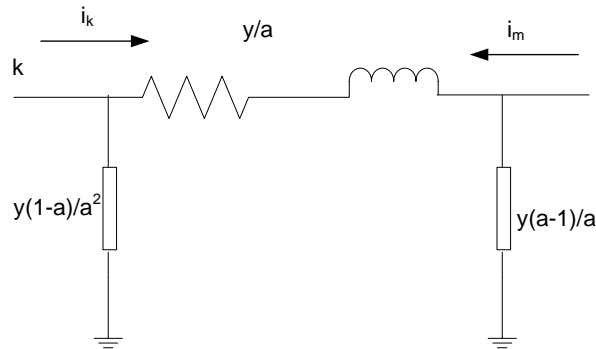
και αντικαθιστώντας τα i_{lm} και v_l με :

$$i_{lm} = a \cdot i_k \quad u_l = u_k / a$$

Προκύπτει η τελική μορφή ως εξής:

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y/a^2 & -y/a \\ -y/a & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_l \end{bmatrix}$$

όπου a είναι ο λόγος των σε φάση λήψεων. Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει το αντίστοιχο δίθυρο ισοδύναμο κύκλωμα για το σύνολο των παραπάνω σχέσεων.



Σχήμα 2.9: Ισοδύναμο κύκλωμα

Για έναν μετασχηματιστή με διαφορά φάσης όπου η μη ονομαστική τιμή των λήψεων a είναι σύνθετη, οι εξισώσεις είναι ελαφρώς διαφορετικές:

$$a \cdot i_k = i_m$$

$$a \cdot u_l = u_k$$

Με αποτέλεσμα να προκύπτει το ακόλουθο νέο σύνολο εξισώσεων των κόμβων:

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y/|a|^2 & -y/a^* \\ -y/a & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_m \end{bmatrix}$$

Παρατηρούμε την απώλεια αμφοτεροβαρότητας καθώς ο πίνακας αγωγιμοτήτων παύει να είναι πλέον συμμετρικός. Συνεπώς, ένα παθητικό ισοδύναμο στοιχείο, όπως αυτό του προηγούμενου σχήματος για τις συμφασικές αλλαγές λήψεων, δεν μπορεί πλέον να χρησιμοποιηθεί και για μετασχηματιστές με διαφορά φάσης. Εντούτοις, οι εξισώσεις του κυκλώματος μπορούν ακόμη να λυθούν μεταβάλλοντας μόνο το πίνακα αγωγιμοτήτων που δεν είναι πλέον συμμετρικός.

- Τα φορτία και οι γεννήτριες μοντελοποιούνται ως ισοδύναμες σύνθετες εγχύσεις ισχύος με αποτέλεσμα να μην έχουν ουδεμία επίπτωση στο μοντέλο του δικτύου. Εξαιρέσεις αποτελούν τα φορτία αγωγιμοτήτων τα οποία συμπεριλαμβάνονται σαν εγκαρσίες αγωγιμότητες στους αντίστοιχους ζυγούς.

Τα ανωτέρα στοιχεία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή του μοντέλου του δικτύου για ολόκληρο το σύστημα. Τούτο, επιτυγχάνεται με το σύνολο των εξισώσεων των κόμβων που προκύπτουν εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff σε κάθε ζυγό. Δηλώνοντας το διάνυσμα των εγχύσεων ρεύματος I και των διανυσμάτων των τάσεων των ζυγών ως V , αυτές οι εξισώσεις αποκτούν την ακόλουθη μορφή:

$$I = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = Y \cdot V$$

Όπου i_k είναι το διάνυσμα της καθαρής εγχύσεως ρεύματος στον ζυγό k

u_k το διάνυσμα της τάσης στον ζυγό K

και Y_{km} το (k,m) ιστό στοιχείο της Y .

Σημειώνουμε σαν σύμβαση για τη συνέχεια ότι ρεύματα ή ισχείς που εισέρχονται σε έναν κόμβο θα θεωρούνται θετικού προσήμου εγχύσεις. Η μήτρα αγωγιμοτήτων Y έχει τις ακόλουθες ιδιότητες.

1. Αποτελείται από σύνθετα στοιχεία και μπορεί να γραφεί ως άθροισμα των επιμέρους μητρών $G + jB$
2. Είναι δομικά συμμετρική. Μπορεί κάλλιστα να είναι και αριθμητικά συμμετρική, γεγονός που εξαρτάται από την απουσία συγκεκριμένων στοιχείων του δικτύου ή μη συμμετρικών εξισώσεων κόμβων.
3. Είναι πολύ αραιή.
4. Δεν είναι μοναδική δεδομένου πως σε κάθε νησίδα του δικτύου παρουσιάζεται μια τουλάχιστον εγκάρσια γείωση.

Η ανωτέρω εξίσωση ισχύει για κάθε N -θυρο παθητικό κύκλωμα με εξωτερικές εγχύσεις ρεύματος που ορίζονται από το διάνυσμα i . Η απεικόνιση αυτή του δικτύου διευκολύνει την μετατροπή των εξισώσεων σε περίπτωση αλλαγών στην τοπολογία του δικτύου. Η προσθήκη ή απομάκρυνση ενός k -θυρου υποκυκλώματος μπορεί έτσι, εύκολα να πραγματοποιηθεί με την πρόσθεση ή αφαίρεση των αντίστοιχων στοιχείων στην μήτρα Y . Για παράδειγμα, θεωρούμε ένα δίθυρο μοντέλο ενός μετασχηματιστή συνδεδεμένου μεταξύ των ζυγών k και m , με αγωγιμότητα σειράς y_t και λόγω λήψεων a , που απεικονίζεται από τις εξισώσεις που ακολουθούν:

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_t / |a|^2 & -y_t / a^* \\ -y_t / a & y_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_m \end{bmatrix}$$

Δεδομένης της μήτρας αγωγιμοτήτων Y για ολόκληρο το σύστημα, το μοντέλο του μετασχηματιστή μπορεί να παραχθεί μεταβάλλοντας τα ακόλουθα τέσσερα στοιχεία της Y :

$$\begin{aligned} Y_{kk}^{new} &= Y_{kk} + y_t / |a|^2 \\ Y_{km}^{new} &= Y_{km} - y_t / a^* \\ Y_{mk}^{new} &= Y_{mk} - y_t / a \\ Y_{mm}^{new} &= Y_{mm} + y_t \end{aligned}$$

Συνεπώς, η μήτρα Y ενός μεγάλου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί να δημιουργηθεί σταδιακά, εισάγοντας ένα υποσύστημα τη φορά και μεταβάλλοντας τα αντίστοιχα στοιχεία της Y μέχρι να καλύψουμε όλους τους κλάδους του δικτύου.

2.2.2 Εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας

Ο σκοπός της εκτίμησης καταστάσεως είναι να προσδιορίσει την πιο πιθανή κατάσταση του συστήματος με βάση τις μετρούμενες ποσότητες κατά μήκος του δικτύου. Ένας τρόπος να επιτευχθεί τούτο είναι μέσω της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας, μιας μεθόδου ευρέως χρησιμοποιούμενης στη στατιστική. Τα λάθη των μετρήσεων θεωρείται

πως έχουν μια γνωστή κατανομή πιθανότητας με άγνωστες παραμέτρους. Η Αθροιστική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας μπορεί να γραφτεί για όλες τις μετρήσεις βάσει αυτών των άγνωστων παραμέτρων. Η συνάρτηση αυτή αναφέρεται ως η συνάρτηση πιθανοφάνειας που αποκτά τη μέγιστη τιμή της όταν οι άγνωστες παράμετροι επιλέγονται έτσι ώστε να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πραγματικές τους τιμές. Ως εκ τούτου, προσδιορίζεται ένα πρόβλημα βελτίωσης με στόχο τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης πιθανοφάνειας συναρτήσει αυτών των αγνώστων παραμέτρων. Το αποτέλεσμα θα δώσει τις εκτιμήσεις μέγιστης πιθανοφάνειας για τις παραμέτρους που μας ενδιαφέρουν.

Τα λάθη των μετρήσεων συνήθως θεωρούνται πως έχουν κανονική (Gauss) κατανομή. Οι παράμετροι για μια τέτοια κατανομή είναι ο μέσος όρος μ καθώς και η διακύμανση σ^2 . Το πρόβλημα της εκτίμησης της μέγιστης πιθανοφάνειας λύνεται τότε γι' αυτές τις δύο παραμέτρους. Η γκαουσιανή Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (ΣΠΠ) και η αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας παρουσιάζονται σύντομα παρακάτω.

Η κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για μια τυχαία μεταβλητή z ορίζεται ως εξής:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left\{\frac{z-\mu}{\sigma}\right\}^2}$$

Όπου z η τυχαία μεταβλητή

μ ο μέσος όρος ή η αναμενόμενη τιμή της $z=E(z)$

σ η τυπική απόκλιση της μεταβλητής z

Η συνάρτηση $f(z)$ αλλάζει το σχήμα της εξαρτώμενη από τις παραμέτρους μ και σ . Ωστόσο, το σχήμα της μπορεί να καθοριστεί χρησιμοποιώντας την ακόλουθη αλλαγή μεταβλητής:

$$u = \frac{z - \mu}{\sigma}$$

απ' όπου προκύπτει

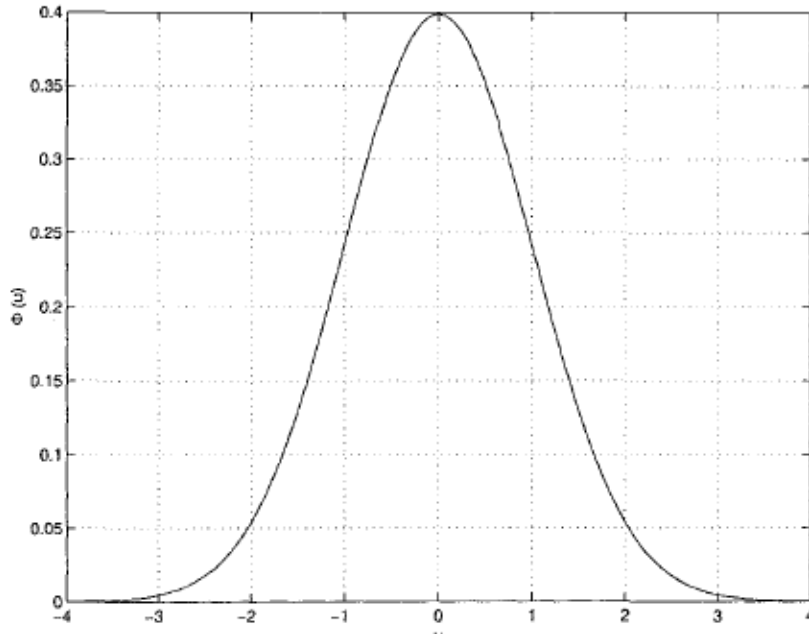
$$E(u) = \frac{1}{\sigma}(E(z) - \mu) = 0$$

$$Var(u) = \frac{1}{\sigma^2} Var(z - \mu) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1.0$$

Έτσι, η νέα συνάρτηση γίνεται:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Ακολουθεί ένα διάγραμμα της $\Phi(u)$, το οποίο αναφέρεται γενικά στη βιβλιογραφία ως η Τυπική Κανονική (Γκαουσιανή) Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας:



Σχήμα 2.10: Τυπική Κανονική (Γκαουσιανή) Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας $\Phi(u)$

2.2.3 Συνάρτηση Πιθανοφάνειας

Θεωρούμε την Αθροιστική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας ή οποία αντιπροσωπεύει την πιθανότητα μέτρησης m ανεξάρτητων μετρήσεων η κάθε μία εκ των οποίων έχει την ίδια Γκαουσιανή Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας. Η Αθροιστική ΣΠΠ μπορεί απλά να εκφραστεί ως το γινόμενο των ανεξάρτητων ΣΠΠ εάν κάθε μέτρηση υποτίθεται ανεξάρτητη των υπόλοιπων. Έτσι,

$$f_m(z) = f(z_1)f(z_2)\cdots f(z_m)$$

$$z^T : [z_1, z_2, \dots, z_m]$$

Όπου z_i η i -οστή μέτρηση

Η συνάρτηση $f_m(z)$ είναι η συνάρτηση πιθανοφάνειας για τη μεταβλητή z . Βασικά, είναι ένα μέτρο της πιθανότητας για να παρατηρηθεί ένα συγκεκριμένο σύνολο μετρήσεων στο διάνυσμα z .

Ο αντικειμενικός σκοπός της εκτίμησης της μέγιστης πιθανοφάνειας είναι να μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση πιθανοφάνειας μεταβάλλοντας τις παραμέτρους της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας μ και σ . Κατά τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών τους, για την απλοποίηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης, η συνάρτηση συνήθως αντικαθίσταται από τον λογάριθμο της. Η τροποποιημένη συνάρτηση ονομάζεται Λογαριθμική Συνάρτηση Πιθανοφάνειας και δίνεται από:

$$L = \log f_m(z) = \sum_{i=1}^m \log f(z_i) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i$$

Η εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας (ΕΜΠ) μεγιστοποιεί τη συνάρτηση (λογαριθμικής) πιθανοφάνειας για ένα δεδομένο σύνολο παρατηρήσεων $z_1, z_2, z_3, \dots, z_m$. Έτσι, επιβάλλεται η επίλυση του ακόλουθου προβλήματος:

$$\max \{ \log f_m(z) \} \quad \text{ή} \quad \min \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$$

Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης αυτό μπορεί να γραφτεί και με βάση τα υπόλοιπα r_i των μετρήσεων i , τα οποία ορίζονται ως εξής:

$$r_i = z_i - \mu_i = z_i - E(z_i)$$

Όπου η μέση τιμή μ_i , ή η αναμενόμενη τιμή $E(z_i)$ της μέτρησης z_i , εκφράζεται ως $h_i(x)$, μια μη γραμμική συνάρτηση που συσχετίζει το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος x με την ισοστή μέτρηση. Το τετράγωνο του κάθε υπολοίπου r_i^2 σταθμίζεται με βάρος $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$ που είναι αντιστρόφως συνδεδεμένο με τη διακύμανση του λάθους για τη συγκεκριμένη μέτρηση. Συνεπώς, το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της προηγούμενης εξίσωσης είναι ισοδύναμο με την ελαχιστοποίηση του σταθμισμένου αθροίσματος των τετραγώνων των υπολοίπων, ή την επίλυση του ακόλουθου προβλήματος βελτιστοποίησης για το διάνυσμα κατάστασης x :

$$\min \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2$$

$$z_i = h_i(x) + r_i, i = 1, \dots, m$$

Η λύση του ανωτέρου προβλήματος βελτιστοποίησης ονομάζεται εκτίμηση σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων (WLS estimator) για το x .

2.2.4. Μοντέλο μετρήσεων

Θεωρούμε το σύνολο των μετρήσεων που δίνεται από το διάνυσμα z :

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e$$

Όπου $h^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]$

$h_i(x)$ η μη γραμμική συνάρτηση που συσχετίζει την ισοστή μέτρηση με το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος x

$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_m]$ το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος

$e^T = [e_1, e_2, \dots, e_m]$ το διάνυσμα των σφαλμάτων μετρήσεων

Όσον αφορά τα σφάλματα μετρήσεων έχουν γίνει οι παρακάτω συνηθισμένες συμβάσεις – υποθέσεις:

- $E(e_i) = 0, i = 1, \dots, m$
- Τα σφάλματα των μετρήσεων είναι ανεξάρτητα. Έτσι, $Cov(e) = E[ee^T] = R = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}$
- Η τυπική απόκλιση σ_i κάθε μιας από τις i μετρήσεις υπολογίζεται έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει την αναμενόμενη ακρίβεια του αντίστοιχου οργάνου που χρησιμοποιήθηκε.

Ο εκτιμητής WLS θα ελαχιστοποιήσει την ακόλουθη αντικειμενική συνάρτηση:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m (z_i - h_i(x))^2 / R_{ii} = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)]$$

Στο ελάχιστο, οι πρώτης τάξεως συνθήκες ακρότατου θα πρέπει να ικανοποιούνται. Τούτο εκφράζεται σε συμπυγμένη μορφή ως εξής:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T(x)R^{-1}[z - h(x)] = 0$$

$$\text{Όπου } H(x) = \left[\frac{\partial h(x)}{\partial x} \right]$$

Αναπτύσσοντας τη μη γραμμική συνάρτηση $g(x)$ σε σειρά Taylor γύρω από το διάνυσμα κατάστασης x^k προκύπτει:

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0$$

Αμελώντας τους μεγιστοτάξιους όρους οδηγούμαστε σε μια επαναληπτική μεθοδολογία γνωστή ως Gauss-Newton όπως χαρακτηριστικά δείχνεται παρακάτω:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k)$$

όπου k ο δείκτης επανάληψης και

x^k το διάνυσμα της λύσης στην k -στη επανάληψη

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = H^T(x^k)R^{-1}H(x^k)$$

$$g(x) = -H^T(x^k)R^{-1}[z - h(x)]$$

Ο πίνακας $G(x)$ ονομάζεται μήτρα κέρδους. Είναι αραιός, θετικά ορισμένος και συμμετρικός δεδομένου πως το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Ο $G(x)$ είναι γενικά μη αντιστρέψιμος, τουναντίον ωστόσο, δύναται να αναλυθεί στους τριγωνικούς του παράγοντες και έτσι το ακόλουθο σύνολο αραιών και γραμμικών εξισώσεων επιλύεται χρησιμοποιώντας μπρος - πίσω αντικαταστάσεις σε κάθε επανάληψη k :

$$[G(x^k)]\Delta x^{k+1} = H^T(x^k)R^{-1}[z - h(x^k)] \quad (a)$$

Όπου $\Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k$. Το σύνολο αυτό των εξισώσεων ονομάζεται συχνά και κανονικές εξισώσεις.

2.2.5. Αλγόριθμος WLS εκτίμησης καταστάσεως

Η WLS (σταθμισμένα ελάχιστα τετράγωνα) εκτίμηση καταστάσεως περιλαμβάνει την επαναληπτική επίλυση των κανονικών εξισώσεων. Μια αρχική υπόθεση επιβάλλεται για το διάνυσμα κατάστασης x^0 . Όπως και στην περίπτωση της ροής φορτίου, η εικασία αυτή αντιστοιχεί σε αρχικές συνθήκες όπου οι τάσεις όλων των ζυγών υποτίθενται ίσες με 1,0 ανά μονάδα και σε φάση μεταξύ τους (flat conditions). Ο αλγόριθμος της επαναληπτικής επίλυσης για το πρόβλημα της WLS εκτίμησης καταστάσεως μπορεί να σκιαγραφηθεί ως εξής:

1. Αρχή επαναλήψεων. Θέτουμε τον δείκτη επανάληψης $k=0$
2. Αρχικοποίηση του διανύσματος κατάστασης x^k , συνήθως με flat αρχικές συνθήκες (τάσεις 1 α. μ. και μηδενικές γωνίες)
3. Υπολογισμός της μήτρας κέρδους $G(x^k)$

4. Υπολογισμός του δεξιού μέλους της εξίσωσης (α) $t^k = H(x^k)^T R^{-1}(z - h(x^k))$ Ανάλυση της $G(x^k)$ και επίλυση για Δx^k
5. Έλεγχος σύγκλισης, είναι το μέγιστο στοιχείο του διανύσματος Δx μικρότερο της ευαισθησίας ε ; $\{ \max |\Delta x^{k+1}| \leq \varepsilon \}$
6. Αν όχι, ενημέρωσε τα $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$, $k = k + 1$ και πήγαινε στο βήμα 3. Αλλιώς, τέλος.

Ο ανωτέρω αλγόριθμος βασικά περιλαμβάνει τους ακόλουθους υπολογισμούς σε κάθε επανάληψη k:

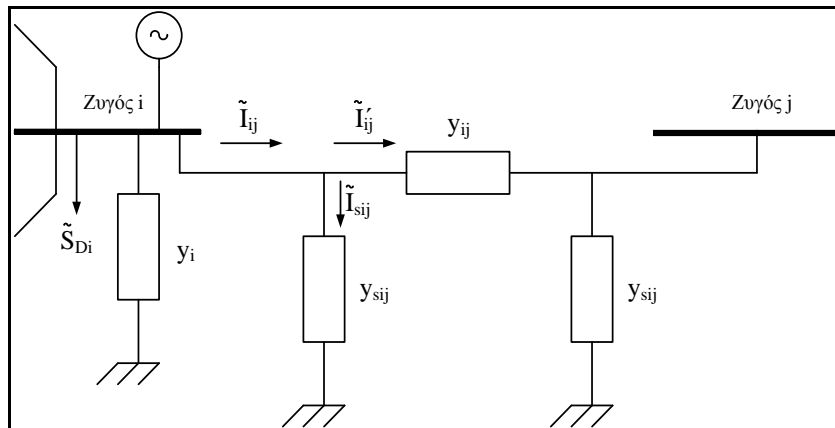
1. Υπολογισμός του δεξιού μέλους της εξίσωσης (α) t^k (βήμα 4)
 - a. Υπολογισμός της συνάρτησης μετρήσεων $h(x^k)$
 - b. Κατασκευή της Ιακωβιανής μήτρας $H(x^k)$
2. Υπολογισμός της $G(x^k)$ και επίλυση της εξίσωσης (α)
 - a. Κατασκευή της μήτρας κέρδους $G(x^k)$
 - b. Ανάλυση της $G(x^k)$ στους Cholesky παράγοντές της
 - c. Εφαρμογή της μπρος/πίσω αντικατάστασης για την επίλυση του Δx^{k+1}

2.2.6. Συνάρτηση μετρήσεων

Οι μετρήσεις μπορεί να είναι διαφόρων ειδών. Οι πιο συνηθισμένες είναι: μετρήσεις ρών ισχύος στις γραμμές, εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς, πλάτη τάσεων στους ζυγούς καθώς και πλάτη ρών ρεύματος στις γραμμές. Οι μετρήσεις αυτές δύνανται να εκφραστούν ως συνάρτηση των μεταβλητών κατάστασης σε καρτεσιανές ή σε πολικές συντεταγμένες. Σε περίπτωση που χρησιμοποιηθούν πολικές συντεταγμένες για ένα σύστημα που περιλαμβάνει N ζυγούς, το διάνυσμα κατάστασης θα περιλαμβάνει $2N-1$ στοιχεία, εκ των οποίων N πλάτη τάσεων ζυγών και (N-1) φάσεις γωνιών, όπου η φάση της γωνίας του ζυγού αναφοράς τίθεται ίση με μια αυθαίρετη τιμή ίση με το μηδέν. Το διάνυσμα κατάστασης x θα έχει την ακόλουθη μορφή θεωρώντας πως ο ζυγός 1 επιλέγεται ως αναφορά:

$$x^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, V_1, V_2, \dots, V_N]$$

Οι εκφράσεις του κάθε τύπου μέτρησης δίνονται παρακάτω, υποθέτοντας ότι ισχύει το γενικό 2θυρο ισοδύναμο μοντέλο π του ακόλουθου σχήματος:



Σχήμα 2.11: Γενικευμένο Ισοδύναμο κύκλωμα 2 ζυγών

Οι πραγματικές και οι αντιδραστικές εγχύσεις ισχύος στο ζυγό i δίνονται από:

$$P_{inj} = V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_{si} - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$Q_{inj} = -V_i^2 \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - V_i^2 b_{si} - V_i \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

Οι πραγματικές και οι αντιδραστικές ροές ισχύος μεταξύ των ζυγών i, j δίνονται από:

$$P_{fl} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$Q_{fl} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

Ακόμη τα πλάτη των ροών ρεύματος στις γραμμές από τον ζυγό i στο ζυγό j από:

$$I_{ij} = \frac{\sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}}{V_i}$$

Ή αγνοώντας την εγκάρσια αγωγιμότητα ($g_{si} + jb_{si}$):

$$I_{ij} = \sqrt{(g_{ij}^2 + b_{ij}^2)(V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\delta_i - \delta_j))}$$

Όπου V_i, θ_i το πλάτος της τάσης και η φάση της γωνίας στον ζυγό i

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$$

$G_{ij} + jB_{ij}$ το ij -οστό στοιχείο της μήτρας αγωγιμοτήτων

$g_{ij} + jb_{ij}$ η αγωγιμότητα σειράς του κλάδου που συνδέει τους ζυγούς i και j

$g_{sj} + jb_{sj}$ η εγκάρσια αγωγιμότητα του κλάδου i

N_i το σύνολο των ζυγών που είναι απευθείας συνδεδεμένοι με το ζυγό i

2.2.7 Ιακωβιανή Μήτρα

Η κατασκευή της Ιακωβιανής μήτρας πραγματοποιείται όπως δείχνεται παρακάτω:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{flow}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{mag}}{\partial \theta} & \frac{\partial I_{mag}}{\partial V} \\ 0 & \frac{\partial V_{mag}}{\partial V} \end{bmatrix}$$

Οι εκφράσεις για κάθε μέλος, τότε είναι:

- Στοιχεία που αντιστοιχούν σε μετρήσεις ενεργού εγχύσεως ισχύος

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial V_i} = 2V_i \sum_{m \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + 2V_i g_{si} - \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial P_{inj}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

- Στοιχεία που αντιστοιχούν σε μετρήσεις αέργου εγχύσεως ισχύος

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial V_i} = -2V_i \sum_{m \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - 2V_i b_{si} - \sum_{m \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial Q_{inj}}{\partial V_j} = -V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

- Στοιχεία που αντιστοιχούν σε μετρήσεις πραγματικής ροής ισχύος

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial \delta_i} = V_i V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial V_i} = 2V_i (g_{ij} + g_{sij}) - V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial P_{fl}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

- Στοιχεία που αντιστοιχούν σε μετρήσεις αέργου ροής ισχύος

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial \delta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial \delta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial V_i} = -2V_i (b_{ij} + b_{sij}) - V_j g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$$

$$\frac{\partial Q_{fl}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j))$$

- Στοιχεία που αντιστοιχούν σε μετρήσεις πλάτους τάσεως

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1, \frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \delta_j} = 0$$

- Στοιχεία που αντιστοιχούν σε μετρήσεις πλάτους ρεύματος (αγνοώντας την εγκάρσια αγωγιμότητα του κλάδου)

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = -\frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j)$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} (V_i - V_j \cos(\delta_i - \delta_j))$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{I_{ij}} (V_j - V_i \cos(\delta_i - \delta_j))$$

Σημειώνεται εδώ ότι η H είναι μια αραιή μήτρα, γεγονός που είναι πιο ευδιάκριτο σε μεγάλης έκτασης συστήματα όπου ο αριθμός των μη μηδενικών στοιχείων παραμένει γενικά σταθερός, ανεξαρτήτως του μεγέθους του συστήματος.

2.2.8 Η μήτρα κέρδους G

Η μήτρα κέρδους σχηματίζεται χρησιμοποιώντας την Ιακωβιανή H αλλά και τη μήτρα συνδιακύμανσης των λαθών μετρήσεων, R . Η μήτρα συνδιακύμανσης υποτίθεται διαγώνια με διαγώνια στοιχεία τις διακυμάνσεις των μετρήσεων. Τελικά η G σχηματίζεται ως $G(x^k) = H^T R^{-1} H$ και έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Είναι δομικά και αριθμητικά συμμετρική.
- Είναι αραιή, αν και λιγότερη αραιή σε σύγκριση με την H
- Γενικά είναι μια μη αρνητικά ορισμένη μήτρα με όλες τις ιδιοτιμές της μη αρνητικές. Για πλήρως παρατηρήσιμα δίκτυα είναι θετικά ορισμένη

Η μήτρα G κατασκευάζεται και αποθηκεύεται ως αραιή μήτρα για υπολογιστική αποδοτικότητα αλλά και για λόγους οικονομίας μνήμης. Δομείται με την επεξεργασία μιας μέτρησης κάθε φορά. Έστω, Ιακωβιανή H και η μήτρα συνδιακυμάνσεων R για ένα σύνολο μετρήσεων m , κάθε μία εκ των οποίων ανταποκρίνονται σε μια γραμμή όπως χαρακτηριστικά δείχνεται πιο κάτω.

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_m \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_{22} & & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & R_{mm} \end{bmatrix}$$

Έπειτα, η μήτρα κέρδους μπορεί να επαναγραφεί ως εξής:

$$G = \sum_{i=1}^m H_i^T R_{ii}^{-1} H_i$$

Καθώς οι πίνακες H_i είναι πολύ αραιά διανύσματα στήλες, το γινόμενο τους θα προκύψει κ αυτό ένας αραιός πίνακας. Μη μηδενικοί όροι στη G μπορούν, έτσι, να υπολογιστούν και να αποθηκευτούν σε αραιά μορφή.

2.2.9 Παραγοντοποίηση Cholesky της G

Η μήτρα κέρδους G δύναται να γραφεί σαν γινόμενο ενός κάτω τριγωνικού αραιού πίνακα και του αντίστροφου του. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται ανάλυση Cholesky της G με την G να γράφεται πλέον ως: $G=LL^T$

Σημειώνουμε εδώ πως η παραγοντοποίηση αυτή μπορεί να μην είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί σε συστήματα που δεν είναι πλήρως παρατηρήσιμα. Σαν αποτέλεσμα, δεν μπορεί να προσδιοριστεί μια επίλυση της εκτίμησης καταστάσεως για τέτοια μη παρατηρήσιμα συστήματα.

Οι τριγωνικοί συντελεστές της G δεν είναι μοναδικοί και το πόσο αραιοί είναι εξαρτάται σημαντικά από τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η τριγωνοποίηση και γι' αυτό υπάρχουν διάφοροι τρόποι βελτίωσης της αραιότητας των L συντελεστών που προκύπτουν.

2.2.10 Πραγματοποιώντας τις Μπρος/Πίσω Αντικαταστάσεις

Υποθέτοντας πως η μήτρα κέρδους έχει αναλυθεί σωστά στους παράγοντες Cholesky L και L^T , το επόμενο βήμα είναι η επίλυση της κανονικής εξίσωσης ως προς Δx^k , δηλ.

$$LL^T \Delta x^k = t^k$$

Όπου το t^k υποδηλώνει το δεξί μέλος της (α). Η λύση αυτή αποκτάται σε 2 στάδια:

1. Εμπρός αντικατάσταση: έστω $L^T \Delta x^k = u$. Τότε παίρνουμε τα στοιχεία του u ξεκινώντας από το u_1 και χρησιμοποιώντας αντικαταστάσεις στη μετασχηματισμένη εξίσωση $Lu = t^k$. Από την πάνω σειρά θα προκύψει η λύση για το u_1 ως t_1 / L_{11} . Αντικαθιστώντας το u_1 στις εναπομείναντες σειρές θα μειώσει το σύνολο των εξισώσεων κατά 1. Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία για το u_2 και τα υπόλοιπα στοιχεία, θα προκύψει η επίλυση για ολόκληρο το u .
2. Πίσω αντικατάσταση: Τώρα που πλέον το u είναι διαθέσιμο, χρησιμοποιούμε την $L^T \Delta x^k = u$, για να αντικαταστήσουμε το u και να επιλύσουμε για τα στοιχεία του Δx^k . Ετούτη τη φορά, οι αντικαταστάσεις επιβάλλεται να αρχίσουν από την τελευταία σειρά, όπου το τελευταίο στοιχείο του διανύσματος επίλυσης δίνεται ως $\Delta x^k(n) = u_n / L_{nn}$. Αντικαθιστώντας στις υπόλοιπες σειρές, η διαδικασία της πίσω αντικατάστασης συνεχίζεται μέχρι όλα τα στοιχεία να έχουν υπολογιστεί.

Σημειώνουμε πως τόσο η εμπρός όσο και η πίσω αντικατάσταση λειτουργούν πολύ αποδοτικά λόγω της αραιής δομής των τριγωνικών συντελεστών L . Ακόμη πως αν και

υπάρχουν εξαιρέσεις τα στοιχεία της μήτρας κέρδους δεν αλλάζουν ιδιαίτερα κατά τη διαδικασία της επαναληπτικής επίλυσης.

2.2.11 Ταχέως αποζευγμένη εκτίμηση κατάστασης

Το κύριο υπολογιστικό φορτίο που σχετίζεται με τον αλγόριθμο WLS που παρουσιάστηκε προηγουμένως έγκειται στον υπολογισμό και την τριγωνική διάσπαση της μήτρας κέρδους. Ένας τρόπος να μειωθεί ο φόρτος είναι να διατηρήσουμε μια σταθερή αλλά προσεγγιστική μήτρα κέρδους. Η προσέγγιση αυτή βρίσκεται σε συμφωνία με την παρατήρηση που έγινε στο τέλος της προηγούμενης παραγράφου, ότι δηλαδή τα στοιχεία της μήτρας κέρδους δεν αλλάζουν σημαντικά μεταξύ των αρχικών μηδενικών συνθηκών και της επίλυσης που έχει συγκλίνει. Εξάλλου, όπως ισχύει και στην περίπτωση του προβλήματος ροής φορτίου, η ευαισθησία των εξισώσεων ενεργούς (άεργης) ισχύος ως προς το μέτρο (γωνία) της τάσης είναι πάρα πολύ μικρή, ιδιαίτερα για συστήματα μεταφοράς υψηλής τάσης. Οι παρατηρήσεις αυτές οδηγούν στη μορφοποίηση της ταχέως αποζευγμένης μεθόδου για το πρόβλημα της εκτίμησης κατάστασης. Σε αυτή τη μέθοδο, οι εξισώσεις μετρήσεων χωρίζονται σε δύο μέρη:

- Μετρήσεις πραγματικής ισχύος, που περιλαμβάνουν τις πραγματικές εγχύσεις ισχύος των ζυγών και τις πραγματικές ροές ισχύος στους κλάδους. Οι μετρήσεις αυτές θα δηλώνονται από εδώ και στο εξής ως A (active measurements).
- Μετρήσεις άεργου ισχύος, που περιλαμβάνουν τις άεργες εγχύσεις ισχύος των ζυγών, τις άεργες ροές ισχύος στους κλάδους και τις μετρήσεις πλάτους τάσεως. Οι μετρήσεις αυτές θα δηλώνονται από εδώ και στο εξής ως R (reactive measurements).

Έτσι, οι μετρήσεις και οι σχετικοί πίνακες μπορούν να διαχωριστούν με βάση τον παραπάνω σχεδιασμό ως εξής:

$$z^T = \begin{bmatrix} z_A^T & z_R^T \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} H_{AA} & H_{AR} \\ H_{RA} & H_{RR} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_A & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix}$$

Χρησιμοποιούνται οι ακόλουθες υποθέσεις για τη δημιουργία του αλγορίθμου της ταχέως αποζευγμένης εκτίμησης κατάστασης:

- Υποθέτουμε μηδενικές αρχικές λειτουργικές συνθήκες, δηλαδή όλες τις τάσεις των ζυγών με πλάτος 1.0 και σε φάση μεταξύ τους
- Αγνοούμε τη μη διαγώνια μπλοκ της Ιακωβιανής μήτρας H_{AR} και H_{RA} και υπολογίζουμε τη μήτρα κέρδους με αυτή την προσέγγιση, γεγονός που απαλείφει και τα μη διαγώνια μπλοκ στη μήτρα κέρδους, με αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας σταθερής και αποζευγμένης μήτρας κέρδους από μηδενικές αρχικές συνθήκες

$$G = \begin{bmatrix} G_{AA} & 0 \\ 0 & G_{RR} \end{bmatrix}$$

$$G_{AA} = H_{AA}^T R_A^{-1} H_{AA}$$

$$G_{RR} = H_{RR}^T R_R^{-1} H_{RR}$$

- Επανάληψη των ίδιων προσεγγίσεων για την Ιακωβιανή μήτρα κατά τον υπολογισμό του διανύσματος του δεξιού μέλους

$$T = \begin{bmatrix} H_{AA}^T R_A^{-1} \Delta z'_A \\ H_{RR}^T R_R^{-1} \Delta z'_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_A \\ T_R \end{bmatrix}$$

$$\Delta z'_A = \Delta z_A / V$$

$$\Delta z'_R = \Delta z_R / V$$

Όπου

$$\Delta z_A = z_A - h_A(x)$$

$$\Delta z_R = z_R - h_R(x)$$

Οι ανωτέρω υποθέσεις οδηγούν σε έναν αλγόριθμο αποζευγμένης επίλυσης που χρησιμοποιεί πολικές συντεταγμένες στους υπολογισμούς. Τότε, η επίλυση για τις ενημερώσεις των φάσεων των γωνιών $\Delta\theta$ και των πλατών ΔV αποκτάται με εναλλαγές και η σύγκλιση ελέγχεται με βάση τις μέγιστες αλλαγές και στους δύο πίνακες. Τα βήματα του αλγορίθμου παρουσιάζονται παρακάτω:

- i. Αρχικοποίηση των τάσεων σε μηδενικές αρχικές συνθήκες, $V_i = 1.0$ ρ.υ. και $\theta_i = 0$ για όλους τους ζυγούς $i = 1, \dots, N$
- ii. Δημιουργία και τριγωνική διάσπαση των μητρών κέρδους G_{AA} και G_{RR}
- iii. Υπολογισμός του T_A
- iv. Επίλυση του $G_{AA} \Delta\theta = T_A$
- v. Έλεγχος τόσο του $\Delta\theta$ όσο και του ΔV για την ικανοποίηση της ανοχής σύγκλισης. Εάν ναι, τέλος. Αλλιώς, συνέχεια.
- vi. Ενημέρωση του $\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta$
- vii. Υπολογισμός του T_R
- viii. Επίλυση του $G_{RR} \Delta V = T_R$
- ix. Έλεγχος τόσο του $\Delta\theta$ όσο και του ΔV για την ικανοποίηση της ανοχής σύγκλισης. Εάν ναι, τέλος. Αλλιώς, συνέχεια.
- x. Ενημέρωση του $V^{k+1} = V^k + \Delta V$
- xi. Επιστροφή στο βήμα iii.

Σημειώνεται εδώ, πως οι υπομήτρες κέρδους G_{AA} και G_{RR} υπολογίζονται και διασπώνται στους τριγωνικούς τους παράγοντες μόνο μια φορά στην αρχή της επαναληπτικής επίλυσης. Οι επιλύσεις για τα $\Delta\theta$ και ΔV εκτελούνται πολύ αποτελεσματικά εφαρμόζοντας εμπρός και πίσω αντικαταστάσεις, καθώς οι τριγωνικοί συντελεστές δεν χρειάζονται να ενημερώνονται κατά τις επαναλήψεις. Επιπλέον, οι

διαστάσεις των δύο υπομητρών κέρδους είναι ακριβώς το μισό των διαστάσεων της μήτρας κέρδους της πλήρους μεθόδου, μειώνοντας έτσι κατά πολύ τον υπολογιστικό φόρτο.

Η ταχέως αποζευγμένη εκτίμηση κατάστασης έχει βρει ευρεία εφαρμογή στη βιομηχανία και διάφορες εκδόσεις της εκτελούνται σε κέντρα ελέγχου σε ολόκληρο τον κόσμο. Εν συγκρίσει με τον αλγόριθμο της πλήρους WLS μεθόδου, παρουσιάζει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Απαιτεί λιγότερη μνήμη
- Είναι υπολογιστικά ταχύτερη καθώς οι υπομήτρες κέρδους είναι μικρότερες και σταθερές ενώ η τριγωνική διάσπαση εκτελείται μόνο μια φορά κατά την πρώτη επανάληψη.

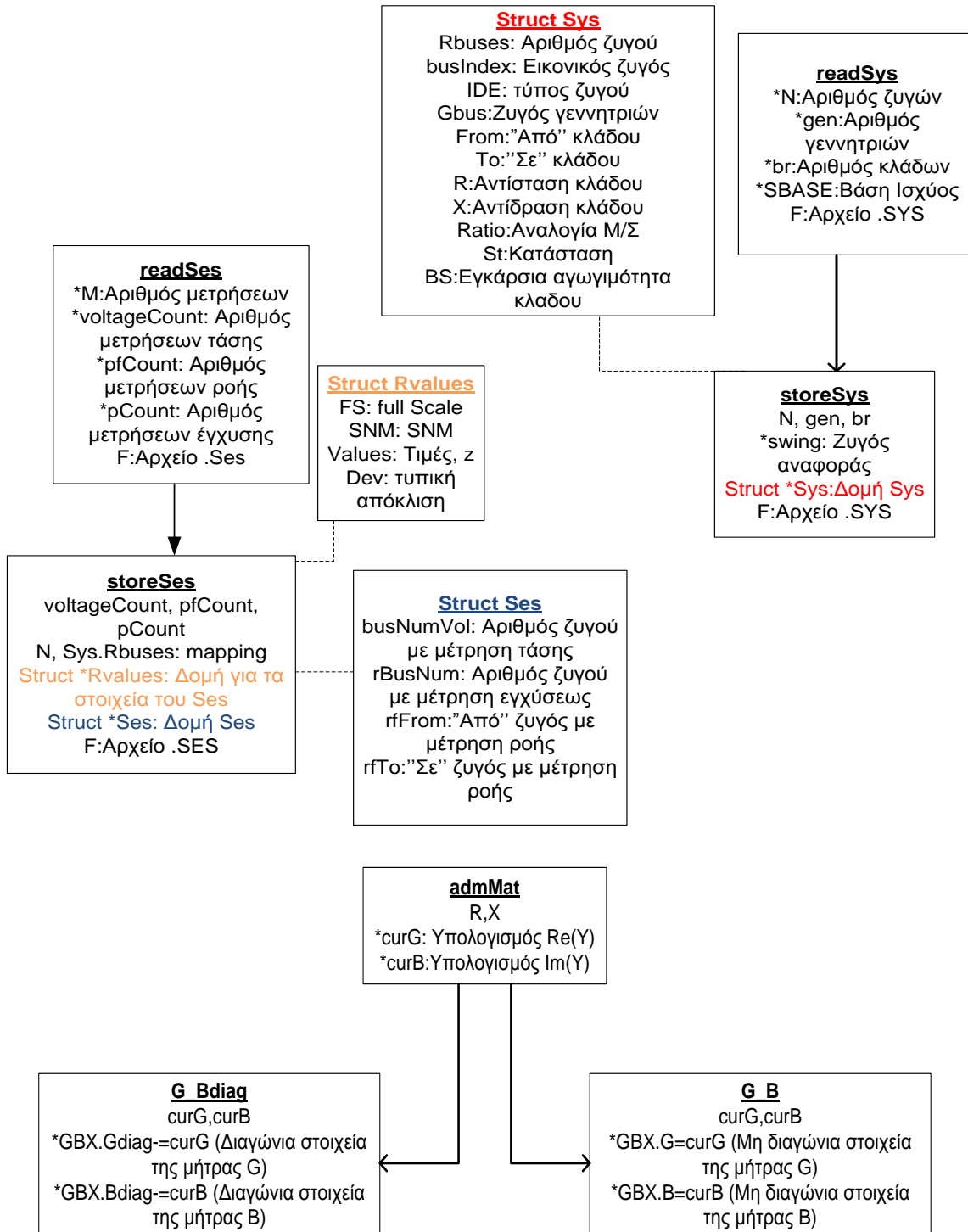
Από την άλλη, η μέθοδος έχει τον παρακάτω περιορισμό οι οποίοι θα πρέπει να λαμβάνονται προσεκτικά υπ' όψιν προτού χρησιμοποιηθεί για συγκεκριμένα συστήματα και σύνολα μετρήσεων. Μπορεί να υπάρχουν περιπτώσεις όπου οι παράμετροι του δικτύου ή λειτουργικές συνθήκες να παραβιάζουν τις υποθέσεις της μεθόδου. Τέτοιες περιπτώσεις μπορεί να μη συγκλίνουν ή να συγκλίνουν σε ιδιαίτερα ανακριβείς τιμές. Ωστόσο, κάτι τέτοιο είναι πολύ σπάνιο.

3ο Κεφάλαιο – Σύντομη Παρουσίαση της μεθόδου

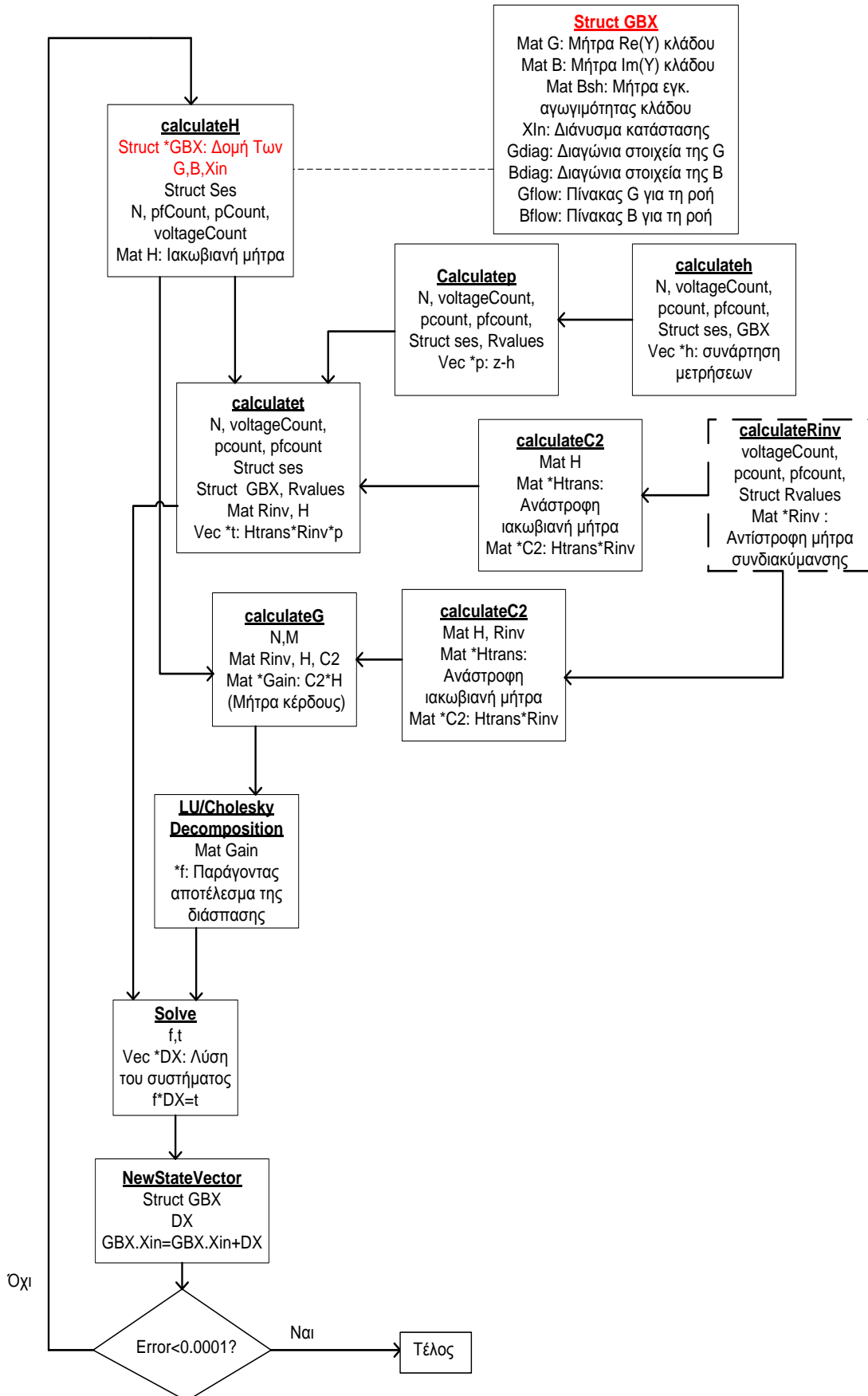
3.1 Σχηματική αναπαράσταση της υλοποίησης που πραγματοποιήθηκε

Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται οι βασικές ρουτίνες του προγράμματος που δημιουργήθηκε, τα ορίσματα τους, η σειρά κλήσης των ρουτινών καθώς και οι κυριότερες δομές που παρήχθησαν.

Διάβασμα αρχείων .SYS και .SES

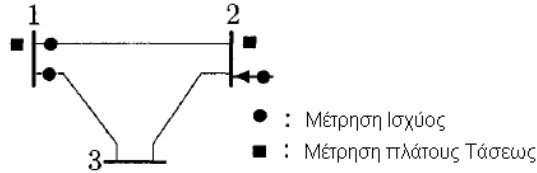


Main



3.2 Σύντομη Παρουσίαση της υλοποίησης σε δίκτυο 3 ζυγών με το λογισμικό Mathcad

Έστω το παρακάτω δίκτυο με τα χαρακτηριστικά και τις μετρήσεις που ακολουθούν



Γραμμή		Αντίσταση R(α.μ.)	Αντίδραση X(α.μ.)	Εγκάρσια αγωγιμότητα 2b _s (α.μ.)
Ζυγός "Από"	Ζυγός "Σε"			
1	2	0.01	0.03	0.0
1	3	0.02	0.05	0.0
2	3	0.03	0.08	0.0

Μέτρηση, i	Τύπος	Τιμή (α.μ.)	R _{ii} ^{1/2} (α.μ.)
1	ρ ₁₂	0.888	0.008
2	ρ ₁₃	1.173	0.008
3	ρ ₂	-0.501	0.010
4	q ₁₂	0.568	0.008
5	q ₁₃	0.663	0.008
6	q ₂	-0.286	0.010
7	V ₁	1.006	0.004
8	V ₂	0.968	0.004

Τότε, προκύπτουν τα παρακάτω δεδομένα του δικτύου

$$g_{12} := \frac{0.01}{0.01^2 + 0.03^2} = 10 \quad g_{13} := \frac{0.02}{0.02^2 + 0.05^2} = 6.897 \quad g_{23} := \frac{0.03}{0.03^2 + 0.08^2} = 4.11$$

$$b_{12} := \frac{-0.03}{0.01^2 + 0.03^2} = -30 \quad b_{13} := \frac{-0.05}{0.02^2 + 0.05^2} = -17.241 \quad b_{23} := \frac{-0.08}{0.03^2 + 0.08^2} = -10.959$$

$$G_{12} := -g_{12} \quad G_{13} := -g_{13} \quad G_{23} := -g_{23} \quad G_{22} := g_{12} + g_{23}$$

$$B_{12} := -b_{12} \quad B_{13} := -b_{13} \quad B_{23} := -b_{23} \quad B_{22} := b_{12} + b_{23}$$

Διάνυσμα εισόδου

$$X_0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} V_1 := X_{0_3} = 1 & \theta_1 := X_{0_0} = 0 \\ V_2 := X_{0_4} = 1 & \theta_2 := X_{0_1} = 0 \\ V_3 := X_{0_5} = 1 & \theta_3 := X_{0_2} = 0 \end{matrix}$$

Για διευκόλυνση ορίζουμε τους παρακάτω συντελεστές

$$\begin{aligned}
 a_{12} &:= (g_{12} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) - b_{12} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2)) & a_{13} &:= (g_{13} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) - b_{13} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3)) \\
 c_{12} &:= (g_{12} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) + b_{12} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2)) & c_{13} &:= (g_{13} \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3) + b_{13} \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3)) \\
 a_{23} &:= (g_{23} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3) - b_{23} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3)) & ai_{12} &:= (g_{12} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_1) - b_{12} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)) \\
 c_{23} &:= (g_{23} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3) + b_{23} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3)) & ci_{12} &:= (g_{12} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1) + b_{12} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_1))
 \end{aligned}$$

Μήτρα Η

$$H_i := \begin{pmatrix}
 V_1 \cdot V_2 \cdot a_{12} & -V_1 \cdot V_2 \cdot a_{12} & 0 & -V_2 \cdot c_{12} + 2V_1 \cdot (g_{12}) & -V_1 \cdot c_{12} & 0 \\
 V_1 \cdot V_3 \cdot a_{13} & 0 & -V_1 \cdot V_3 \cdot a_{13} & -V_3 \cdot c_{13} + 2V_1 \cdot (g_{13}) & 0 & -V_1 \cdot c_{13} \\
 V_2 \cdot V_1 \cdot (-ai_{12}) & V_2 \cdot V_1 \cdot (ai_{12}) + V_2 \cdot V_3 \cdot (a_{23}) & V_2 \cdot V_3 \cdot (-a_{23}) & V_2 \cdot (-ci_{12}) & V_1 \cdot (-ci_{12}) + V_3 \cdot (-c_{23}) + 2V_2 \cdot G_{22} & V_2 \cdot (-c_{23}) \\
 -V_1 \cdot V_2 \cdot c_{12} & V_1 \cdot V_2 \cdot c_{12} & 0 & -V_2 \cdot a_{12} - 2V_1 \cdot (b_{12}) & -V_1 \cdot a_{12} & 0 \\
 -V_1 \cdot V_3 \cdot c_{13} & 0 & V_1 \cdot V_3 \cdot c_{13} & -V_3 \cdot a_{13} - 2V_1 \cdot (b_{13}) & 0 & -V_1 \cdot a_{13} \\
 V_2 \cdot V_1 \cdot (ci_{12}) & V_2 \cdot V_1 \cdot (-ci_{12}) + V_2 \cdot V_3 \cdot (-c_{23}) & V_2 \cdot V_3 \cdot (c_{23}) & V_2 \cdot (-ai_{12}) & V_1 \cdot (-ai_{12}) + V_3 \cdot (-a_{23}) - 2V_2 \cdot B_{22} & V_2 \cdot (-a_{23}) \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

$$H_i = \begin{pmatrix}
 30 & -30 & 0 & 10 & -10 & 0 \\
 17.241 & 0 & -17.241 & 6.897 & 0 & -6.897 \\
 -30 & 40.959 & -10.959 & -10 & 14.11 & -4.11 \\
 -10 & 10 & 0 & 30 & -30 & 0 \\
 -6.897 & 0 & 6.897 & 17.241 & 0 & -17.241 \\
 10 & -14.11 & 4.11 & -30 & 40.959 & -10.959 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

Μήτρα R

$$R_i := \begin{pmatrix} 0.008^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.010^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.008^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.008^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.010^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.004^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.004^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.004^2 \end{pmatrix}$$

Μήτρα κέρδους G

$$G_i := H_i^T \cdot R_i^{-1} \cdot H_i$$

$$G_i = \begin{pmatrix} 3.108 \times 10^7 & -2.932 \times 10^7 & -1.689 \times 10^6 & 0 & -1.37 \times 10^5 & 1.37 \times 10^5 \\ -2.932 \times 10^7 & 3.439 \times 10^7 & -5.068 \times 10^6 & 1.37 \times 10^5 & 0 & -1.37 \times 10^5 \\ -1.689 \times 10^6 & -5.068 \times 10^6 & 6.758 \times 10^6 & -1.37 \times 10^5 & 1.37 \times 10^5 & 2.328 \times 10^{-10} \\ 0 & 1.37 \times 10^5 & -1.37 \times 10^5 & 3.108 \times 10^7 & -2.932 \times 10^7 & -1.689 \times 10^6 \\ -1.37 \times 10^5 & 0 & 1.37 \times 10^5 & -2.932 \times 10^7 & 3.445 \times 10^7 & -5.068 \times 10^6 \\ 1.37 \times 10^5 & -1.37 \times 10^5 & -5.239 \times 10^{-10} & -1.689 \times 10^6 & -5.068 \times 10^6 & 6.758 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Διάλυση μετρήσεων h

$$h := \begin{pmatrix} V_1^2 \cdot g_{12} - V_1 \cdot V_2 \cdot c_{12} \\ V_1^2 \cdot g_{13} - V_1 \cdot V_3 \cdot c_{13} \\ V_2 \cdot [V_1 \cdot (-c_{12}) + V_3 \cdot (-c_{23}) + V_2 \cdot G_{22}] \\ -V_1^2 \cdot b_{12} - V_1 \cdot V_2 \cdot a_{12} \\ -V_1^2 \cdot (b_{13}) - V_1 \cdot V_3 \cdot (a_{13}) \\ V_2 \cdot [V_1 \cdot (-a_{12}) + V_3 \cdot (-a_{23}) - B_{22} \cdot V_2] \\ V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Διανύσματα z , $z-h$

$$z := \begin{pmatrix} 0.888 \\ 1.173 \\ -0.501 \\ 0.568 \\ 0.663 \\ -0.286 \\ 1.006 \\ 0.968 \\ 0.0 \end{pmatrix} \quad p := z - h = \begin{pmatrix} 0.888 \\ 1.173 \\ -0.501 \\ 0.568 \\ 0.663 \\ -0.286 \\ 6 \times 10^{-3} \\ -0.032 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Το δεξί μέλος της εξίσωσης

$$t := H_1^T \cdot R_1^{-1} \cdot p = \begin{pmatrix} 6.938 \times 10^5 \\ -4.924 \times 10^5 \\ -2.014 \times 10^5 \\ 8.463 \times 10^5 \\ -5.948 \times 10^5 \\ -2.531 \times 10^5 \end{pmatrix}$$

Παραγοντοποίηση Cholesky και επίλυση του συστήματος

$$L_1 := \text{cholesky}(G_1) = \begin{pmatrix} 5.575 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5.26 \times 10^3 & 2.593 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -303.039 & -2.57 \times 10^3 & 248.71 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 52.838 & -4.833 & 5.574 \times 10^3 & 0 & 0 \\ -24.574 & -49.859 & 5.668 & -5.26 \times 10^3 & 2.605 \times 10^3 & 0 \\ 24.574 & -2.979 & -0.835 & -303.025 & -2.558 \times 10^3 & 350.284 \end{pmatrix}$$

$$u := \text{lsolve}(L_1, t) = \begin{pmatrix} 124.45133 \\ 62.600867 \\ -11.33594 \\ 151.216492 \\ 79.407713 \\ -20.052665 \end{pmatrix} \quad DX2 := \text{lsolve}(L_1^T, u) = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.021203 \\ -0.04519 \\ -2.669203 \times 10^{-4} \\ -0.025733 \\ -0.057247 \end{pmatrix}$$

Νέο διάνυσμα εισόδου

$$X_1 := DX + X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0212026 \\ -0.0451899 \\ 0.9997331 \\ 0.9742669 \\ 0.9427531 \end{pmatrix}$$

$$\text{err} := X_1 - X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.021 \\ -0.045 \\ -2.669 \times 10^{-4} \\ -0.026 \\ -0.057 \end{pmatrix} \quad \text{err} := \begin{pmatrix} |\text{err}_0| \\ |\text{err}_1| \\ |\text{err}_2| \\ |\text{err}_3| \\ |\text{err}_4| \\ |\text{err}_5| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.021 \\ 0.045 \\ 2.669 \times 10^{-4} \\ 0.026 \\ 0.057 \end{pmatrix} \quad \max(\text{err}) = 0.057$$

Επανάληψη 2

$$\begin{aligned} V_1 := X_{1_3} &= 0.9997331 & \theta_1 := X_{1_0} &= 0 \\ V_2 := X_{1_4} &= 0.974267 & \theta_2 := X_{1_1} &= -0.021 \\ V_3 := X_{1_5} &= 0.942753 & \theta_3 := X_{1_2} &= -0.045 \end{aligned}$$

Μετά και τον επαναπροσδιορισμό των συντελεστών, a_{12} , c_{12} , a_{13} , c_{13} , a_{23} , c_{23} a_{i12} , c_{i12} έχουμε:

Μήτρα H

$$H_{i1} = \begin{pmatrix} 29.420137 & -29.420137 & 0 & 10.873844 & -9.359225 & 0 \\ 16.527071 & 0 & -16.527071 & 8.028597 & 0 & -6.109009 \\ -29.00714 & 39.160457 & -10.153318 & -10.360141 & 13.236658 & -3.746599 \\ -9.118383 & 9.118383 & 0 & 30.555993 & -30.197204 & 0 \\ -5.759287 & 0 & 5.759287 & 17.942071 & 0 & -17.530646 \\ 10.357376 & -13.889494 & 3.532118 & -29.014884 & 39.615018 & -10.769858 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Μήτρα κέρδους G

$$G_{i1} := H_{i1}^T \cdot R_i^{-1} \cdot H_{i1}$$

$$G_{i1} = \begin{pmatrix} 2.916 \times 10^7 & -2.762 \times 10^7 & -1.475 \times 10^6 & 1.104 \times 10^6 & 2.635 \times 10^5 & -2.869 \times 10^4 \\ -2.762 \times 10^7 & 3.209 \times 10^7 & -4.467 \times 10^6 & -6.722 \times 10^5 & -3.188 \times 10^5 & 2.869 \times 10^4 \\ -1.475 \times 10^6 & -4.467 \times 10^6 & 5.942 \times 10^6 & -4.316 \times 10^5 & 5.529 \times 10^4 & 1.164 \times 10^{-10} \\ 1.104 \times 10^6 & -6.722 \times 10^5 & -4.316 \times 10^5 & 3.203 \times 10^7 & -2.887 \times 10^7 & -2.168 \times 10^6 \\ 2.635 \times 10^5 & -3.188 \times 10^5 & 5.529 \times 10^4 & -2.887 \times 10^7 & 3.312 \times 10^7 & -4.762 \times 10^6 \\ -2.869 \times 10^4 & 2.869 \times 10^4 & 1.164 \times 10^{-10} & -2.168 \times 10^6 & -4.762 \times 10^6 & 6.685 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Τα διανύσματα h και z-h

$$h_1 := \begin{pmatrix} V_1^2 \cdot g_{12} - V_1 \cdot V_2 \cdot c_{12} \\ V_1^2 \cdot g_{13} - V_1 \cdot V_3 \cdot c_{13} \\ V_2 \cdot [V_1 \cdot (-c_{12}) + V_3 \cdot (-c_{23}) + V_2 \cdot G_{22}] \\ -V_1^2 \cdot b_{12} - V_1 \cdot V_2 \cdot a_{12} \\ -V_1^2 \cdot (b_{13}) - V_1 \cdot V_3 \cdot (a_{13}) \\ V_2 \cdot [V_1 \cdot (-a_{12}) + V_3 \cdot (-a_{23}) - B_{22} \cdot V_2] \\ V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.876 \\ 1.134 \\ -0.497 \\ 0.564 \\ 0.705 \\ -0.282 \\ 1 \\ 0.974 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$p_1 := z - h_1 = \begin{pmatrix} 0.012 \\ 0.039 \\ -4.272 \times 10^{-3} \\ 4.15 \times 10^{-3} \\ -0.042 \\ -3.572 \times 10^{-3} \\ 6.267 \times 10^{-3} \\ -6.267 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Το δεξί μέλος της εξίσωσης

$$t_1 := H_{i1}^T \cdot R_i^{-1} \cdot p_1 = \begin{pmatrix} 1.963 \times 10^4 \\ -5.973 \times 10^3 \\ -1.366 \times 10^4 \\ -1.016 \times 10^3 \\ -6.044 \times 10^3 \\ 8.316 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Παραγοντοποίηση Cholesky και επίλυση του συστήματος

$$L_{i1} := \text{cholesky}(G_{i1}) = \begin{pmatrix} 5.4 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5.115 \times 10^3 & 2.434 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -273.177 & -2.409 \times 10^3 & 248.544 & 0 & 0 & 0 \\ 204.415 & 153.431 & -24.536 & 5.653 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 48.797 & -28.427 & 0.51 & -5.108 \times 10^3 & 2.651 \times 10^3 & 0 \\ -5.314 & 0.622 & 0.187 & -383.299 & -2.535 \times 10^3 & 336.637 \end{pmatrix}$$

$$u_1 := \text{lsolve}(L_{i1}, t_1) = \begin{pmatrix} 3.635926 \\ 5.187412 \\ -0.677035 \\ -0.454852 \\ -3.167494 \\ 0.382211 \end{pmatrix} \quad DX2 := \text{lsolve}(L_{i1}^T, u_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -5.710718 \times 10^{-4} \\ -2.734714 \times 10^{-3} \\ -1.021656 \times 10^{-4} \\ -1.092237 \times 10^{-4} \\ 1.135379 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Νέο διάνυσμα εισόδου

$$X_2 := DX_1 + X_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0217736 \\ -0.0479246 \\ 0.9996309 \\ 0.9741577 \\ 0.9438885 \end{pmatrix}$$

$$\text{err}_1 := X_2 - X_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -5.711 \times 10^{-4} \\ -2.735 \times 10^{-3} \\ -1.022 \times 10^{-4} \\ -1.092 \times 10^{-4} \\ 1.135 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad \text{err}_1 := \begin{pmatrix} |\text{err}_{10}| \\ |\text{err}_{11}| \\ |\text{err}_{12}| \\ |\text{err}_{13}| \\ |\text{err}_{14}| \\ |\text{err}_{15}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5.711 \times 10^{-4} \\ 2.735 \times 10^{-3} \\ 1.022 \times 10^{-4} \\ 1.092 \times 10^{-4} \\ 1.135 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad \max(\text{err}_1) = 2.735 \times 10^{-3}$$

Όπως παρατηρούμε εύκολα το μέγιστο σφάλμα όλο και μικραίνει πράγμα που οδηγεί τον αλγόριθμο στη σύγκλιση.

Επανάληψη 3

$$\begin{aligned} V_1 &:= X_{2_3} = 0.9996309 & \theta_1 &:= X_{2_0} = 0 \\ V_2 &:= X_{2_4} = 0.974158 & \theta_2 &:= X_{2_1} = -0.022 \\ V_3 &:= X_{2_5} = 0.943889 & \theta_3 &:= X_{2_2} = -0.048 \end{aligned}$$

Μετά και τον επαναπροσδιορισμό των συντελεστών, a_{12} , c_{12} , a_{13} , c_{13} , a_{23} , c_{23} a_{i12} , c_{i12} έχουμε:

Μήτρα H

$$H_{i2} = \begin{pmatrix} 29.419034 & -29.419034 & 0 & 10.889628 & -9.341024 & 0 \\ 16.560989 & 0 & -16.560989 & 8.065534 & 0 & -6.060426 \\ -28.995005 & 39.167038 & -10.172033 & -10.375546 & 13.235881 & -3.722871 \\ -9.09963 & 9.09963 & 0 & 30.547959 & -30.199458 & 0 \\ -5.720366 & 0 & 5.720366 & 17.902927 & 0 & -17.545493 \\ 10.371716 & -13.885691 & 3.513975 & -29.005711 & 39.594808 & -10.776731 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Μήτρα κέρδους G

$$G_{i2} := H_{i2}^T \cdot R_i^{-1} \cdot H_{i2}$$

$$G_{i2} = \begin{pmatrix} 2.916 \times 10^7 & -2.761 \times 10^7 & -1.483 \times 10^6 & 1.149 \times 10^6 & 2.689 \times 10^5 & -3.829 \times 10^4 \\ -2.761 \times 10^7 & 3.209 \times 10^7 & -4.472 \times 10^6 & -6.985 \times 10^5 & -3.139 \times 10^5 & 3.829 \times 10^4 \\ -1.483 \times 10^6 & -4.472 \times 10^6 & 5.955 \times 10^6 & -4.508 \times 10^5 & 4.499 \times 10^4 & 1.746 \times 10^{-10} \\ 1.149 \times 10^6 & -6.985 \times 10^5 & -4.508 \times 10^5 & 3.201 \times 10^7 & -2.886 \times 10^7 & -2.16 \times 10^6 \\ 2.689 \times 10^5 & -3.139 \times 10^5 & 4.499 \times 10^4 & -2.886 \times 10^7 & 3.311 \times 10^7 & -4.76 \times 10^6 \\ -3.829 \times 10^4 & 3.829 \times 10^4 & 3.492 \times 10^{-10} & -2.16 \times 10^6 & -4.76 \times 10^6 & 6.684 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Τα διανύσματα h και $z-h$

$$h_2 := \begin{bmatrix} V_1^2 \cdot g_{12} - V_1 \cdot V_2 \cdot c_{12} \\ V_1^2 \cdot g_{13} - V_1 \cdot V_3 \cdot c_{13} \\ V_2 [V_1 \cdot (-c_{i12}) + V_3 \cdot (-c_{23}) + V_2 \cdot G_{22}] \\ -V_1^2 \cdot b_{12} - V_1 \cdot V_2 \cdot a_{12} \\ -V_1^2 \cdot (b_{13}) - V_1 \cdot V_3 \cdot (a_{13}) \\ V_2 [V_1 \cdot (-a_{i12}) + V_3 \cdot (-a_{23}) - B_{22} \cdot V_2] \\ V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.893 \\ 1.171 \\ -0.496 \\ 0.559 \\ 0.668 \\ -0.298 \\ 1 \\ 0.974 \\ 0 \end{pmatrix} \quad p_2 := z - h_2 = \begin{pmatrix} -4.99 \times 10^{-3} \\ 1.904 \times 10^{-3} \\ -5.072 \times 10^{-3} \\ 9.175 \times 10^{-3} \\ -4.665 \times 10^{-3} \\ 0.012 \\ 6.369 \times 10^{-3} \\ -6.158 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Το δεξί μέλος της εξίσωσης

$$t_2 := H_{12}^T \cdot R_i^{-1} \cdot p_2 = \begin{pmatrix} -1.676 \\ -16.522 \\ 18.198 \\ -11.304 \\ -14.732 \\ 23.83 \end{pmatrix}$$

Παραγοντοποίηση Cholesky και επίλυση του συστήματος

$$L_{12} := \text{cholesky}(G_{12}) = \begin{pmatrix} 5.4 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5.114 \times 10^3 & 2.436 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -274.609 & -2.412 \times 10^3 & 248.547 & 0 & 0 & 0 \\ 212.82 & 160.018 & -25.551 & 5.651 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 49.8 & -24.318 & 0.058 & -5.108 \times 10^3 & 2.647 \times 10^3 & 0 \\ -7.09 & 0.833 & 0.249 & -381.901 & -2.535 \times 10^3 & 337.106 \end{pmatrix}$$

$$u_2 := \text{lsolve}(L_{i2}, t_2) = \begin{pmatrix} -3.103576 \times 10^{-4} \\ -7.43296 \times 10^{-3} \\ 7.409858 \times 10^{-4} \\ -1.774776 \times 10^{-3} \\ -9.051748 \times 10^{-3} \\ 6.317043 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \quad DX2 := \text{lsolve}(L_{i2}^T, u_2) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.775309 \times 10^{-7} \\ 2.809505 \times 10^{-6} \\ -1.656208 \times 10^{-6} \\ -1.625015 \times 10^{-6} \\ 1.873904 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

Νέο διάνυσμα εισόδου

$$X_3 := DX_2 + X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0217738 \\ -0.0479218 \\ 0.9996293 \\ 0.9741561 \\ 0.9438904 \end{pmatrix}$$

$$\text{err}_2 := X_3 - X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.775 \times 10^{-7} \\ 2.81 \times 10^{-6} \\ -1.656 \times 10^{-6} \\ -1.625 \times 10^{-6} \\ 1.874 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \quad \text{err}_2 := \begin{pmatrix} |\text{err}_{20}| \\ |\text{err}_{21}| \\ |\text{err}_{22}| \\ |\text{err}_{23}| \\ |\text{err}_{24}| \\ |\text{err}_{25}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.775 \times 10^{-7} \\ 2.81 \times 10^{-6} \\ 1.656 \times 10^{-6} \\ 1.625 \times 10^{-6} \\ 1.874 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \quad \max(\text{err}_2) = 2.81 \times 10^{-6}$$

Παρατηρούμε ότι το μέγιστο σφάλμα είναι της τάξης του 10^{-6} γεγονός που σημαίνει πως ο αλγόριθμος συνέκλινε και δεν χρειάζεται επιπλέον επανάληψη. Η τελική εκτίμηση κατάστασης είναι η:

$$\begin{aligned} V_1 &:= X_{33} = 0.9996293 \text{ pu} & \theta_1 &:= X_{30} = 0 \\ V_2 &:= X_{34} = 0.974156 \text{ pu} & \theta_2 &:= X_{31} = -1.248 \text{ deg} \\ V_3 &:= X_{35} = 0.94389 \text{ pu} & \theta_3 &:= X_{32} = -2.746 \text{ deg} \end{aligned}$$

4^ο Κεφάλαιο – Παράλληλη/Κατανεμημένη Εκτίμηση Κατάστασης

4.1 Παράλληλα και κατανεμημένα συστήματα – Γενικά

Η παράλληλη και κατανεμημένη επεξεργασία έχει υπάρξει ένας τομέας διεξοδικής έρευνας εδώ και αρκετές δεκαετίες. Οι παραδοσιακοί μονοπύρηνιοι υπερ - υπολογιστές, μπορεί ακόμη και σήμερα να θεωρούνται εξαιρετικά γρήγοροι, ωστόσο, παραμένουν πολύ ακριβοί ενώ οι επιδόσεις τους περιορίζονται από τις επιδόσεις της μνήμης. Με τις ταχύτερες εξελίξεις στις τεχνολογίες υπολογιστών και επικοινωνιών, οι μονοπύρηνιοι υπερ - υπολογιστές σταδιακά αντικαθίστανται από λιγότερο ακριβά αλλά και περισσότερο ισχυρά παράλληλα και κατανεμημένα υπολογιστικά.

Τις τελευταίες δεκαετίες, τεχνικές παράλληλης και κατανεμημένης επεξεργασίας έχουν εξελιχτεί ως ένα συνυφασμένο πεδίο υπολογισμού. Η κύρια διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος ευρείας κλίμακας είναι η εξής: Αρχικά το πρόβλημα μορφοποιείται για παράλληλη ή κατανεμημένη επεξεργασία ενώ στη συνέχεια, κατάλληλοι αλγόριθμοι αναπτύσσονται για την επίλυση αυτών των προβλημάτων. Τέλος η πολυπλοκότητα και η απόδοση των αλγορίθμων αξιολογείται για να μετρηθεί η αξιοπιστία και η ακρίβεια των προτεινόμενων λύσεων.

4.1.1 Παράλληλα Συστήματα

Ένα παράλληλο σύστημα αντιπροσωπεύει τη φυσική διάταξη για παράλληλη επεξεργασία. Τα παράλληλα συστήματα αποτελούν μια συλλογή όμοιων επεξεργαστικών στοιχείων που συνεργάζονται και επικοινωνούν με σκοπό την γρήγορη επίλυση μεγάλων προβλημάτων. Υπάρχουν δύο είδη παράλληλων συστημάτων. Το πρώτο είναι ένα παράλληλο μηχάνημα ενώ το άλλο είναι ένα δίκτυο υπολογιστών όπως το SAN αφιερωμένο για παράλληλη επεξεργασία. Και οι δύο τύποι αποτελούνται από έναν αριθμό επεξεργαστών που είναι στενά συνδεδεμένοι μέσα σε έναν μικρό φυσικό χώρο. Όταν ένα δίκτυο υπολογιστών χρησιμοποιείται για παράλληλη επεξεργασία, αντιπροσωπεύει ένα εικονικό παράλληλο μηχάνημα με όλους τους υπολογιστές στο δίκτυο να λειτουργούν ως επεξεργαστές του παράλληλου μηχανήματος.

Οι δίαυλοι επικοινωνίας μεταξύ των επεξεργαστών είναι συνήθως πολύ σύντομοι. Για παράδειγμα, οι επεξεργαστές δύνανται να βρίσκονται ακόμη και πάνω στην ίδια μητρική κάρτα. Η επικοινωνία των δεδομένων μεταξύ των επεξεργαστών ενός παράλληλου συστήματος θεωρείται πολύ αξιόπιστη και οι όποιες καθυστερήσεις, εάν ληφθούν υπ' όψιν, είναι προβλέψιμες.

Ο κύριος στόχος ενός παράλληλου συστήματος είναι η επιτάχυνση των υπολογισμών με τη χρησιμοποίηση για το σκοπό αυτό περισσότερων του ενός επεξεργαστών τη φορά. Με άλλα λόγια, ο βασικός σκοπός εφαρμογής των παράλληλων συστημάτων είναι η γρήγορη επίλυση μιας κοινής εργασίας με την ταυτόχρονη λειτουργία πολλών επεξεργαστών.

4.1.2 Κατανεμημένα συστήματα

Παρόμοια με τα παράλληλα συστήματα, ένα κατανεμημένο σύστημα αποτελεί τη φυσική διάταξη για κατανεμημένη επεξεργασία. Αποτελούν επίσης μια συλλογή επεξεργαστικών στοιχείων και έχουν το ίδιο σκοπό με τα παράλληλα. Εν αντιθέσει, όμως με τα παράλληλα συστήματα, ένα κατανεμημένο σύστημα είναι συνήθως ένα δίκτυο υπολογιστών που είναι τοποθετημένο σε μια εκτεταμένη γεωγραφικά περιοχή. Οι

υπολογιστές ενός καταναμημένου συστήματος δεν είναι απαραίτητα ίδιοι και μπορούν να είναι ετερογενείς. Συνήθως είναι η χρήση ενός καταναμημένου δικτύου υπολογιστών για την απόκτηση πληροφοριών.

Η σωστή χρονικά δρομολόγηση των μηνυμάτων που ταξιδεύουν κατά δίκτυο επικοινωνίας ενός καταναμημένου συστήματος ελέγχεται με καταναμημένο τρόπο μέσω της συνεργασίας των υπολογιστών που υπάρχουν στο σύστημα. Οι δίαυλοι επικοινωνίας μεταξύ των υπολογιστών είναι συνήθως αρκετά μεγάλοι και γι' αυτό τα δεδομένα πρέπει να αναμεταδίδονται αρκετές φορές με αποτέλεσμα να υπεισέρχεται σημαντικός θόρυβος κατά την επικοινωνία. Ακόμη, εν αντιθέσει με τα παράλληλα συστήματα, οι καθυστερήσεις της επικοινωνίας των δεδομένων μεταξύ των υπολογιστών είναι σχεδόν αδύνατο να προβλεφθούν. Γενικά, ένα καταναμημένο σύστημα, είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να μπορεί να λειτουργεί σωστά υπό την παρουσία περιορισμένων και ορισμένες φορές αναξιόπιστων διαύλων επικοινωνίας ενώ και συχνά δίχως την ύπαρξη ενός κεντρικού μηχανισμού ελέγχου.

4.1.3 Σύγκριση

Η παράλληλη επεξεργασία χρησιμοποιεί πολλούς επεξεργαστές ταυτόχρονα για να λύσει ένα πρόβλημα. Ιστορικά ο μοναδικός σκοπός της παράλληλης επεξεργασίας είναι η πιο γρήγορη εύρεση της λύσης του προβλήματος. Εξαιτίας του μικρού μήκους των επικοινωνιακών συνδέσμων των παράλληλων συστημάτων, η επικοινωνία θεωρείται πολύ αξιόπιστη. Έτσι, εκτός και αν επιβληθεί εσκεμμένη καθυστέρηση, οι παράλληλοι αλγόριθμοι είναι γενικά σχεδιασμένοι να είναι πλήρως συγχρονισμένοι. Για την εγγύηση πλήρους συγχρονισμού σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας, κάθε επεξεργαστής θα πρέπει να περιμένει να λάβει όλα τα δεδομένα που υποτίθεται ότι πρέπει να μεταδοθούν από τους άλλους επεξεργαστές, προτού να προχωρήσει στην επόμενη επανάληψη. Θεωρητικά, όταν δεν εισάγεται ανάγκη προσεγγιστικής επίλυσης κατά την παραλληλοποίηση, οι παράλληλοι αλγόριθμοι θα πρέπει να έχουν την ίδια αναλογία σύγκλισης με τους αντίστοιχους σειριακούς.

Η καταναμημένη επεξεργασία χρησιμοποιεί επίσης πολλούς επεξεργαστές ταυτόχρονα με τη διαφορά ότι η ταχύτερη επίλυση ενός προβλήματος δεν είναι ο μοναδικός σκοπός της και ότι οι επικοινωνιακοί σύνδεσμοι δεν είναι αξιόπιστοι. Η έννοια του συγχρονισμού δεν μπορεί να υπάρξει όπως στα παράλληλα συστήματα και συνήθως οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι επιδιώκουν να πετύχουν προσεγγιστικές λύσεις.

Αν και ο παράλληλος υπολογισμός επιλύει ένα πρόβλημα παράλληλα, ο τρόπος επίλυσης είναι συγκεντρωτικός, από την οπτική ενός ανεξάρτητου παρατηρητή. Αυτό οφείλεται στην απαίτηση όλα τα δεδομένα να έχουν αποσταλεί στην τοποθεσία του παράλληλου συστήματος. Ο παράλληλος υπολογισμός προσεγγίζεται με δύο βασικά μοντέλα:

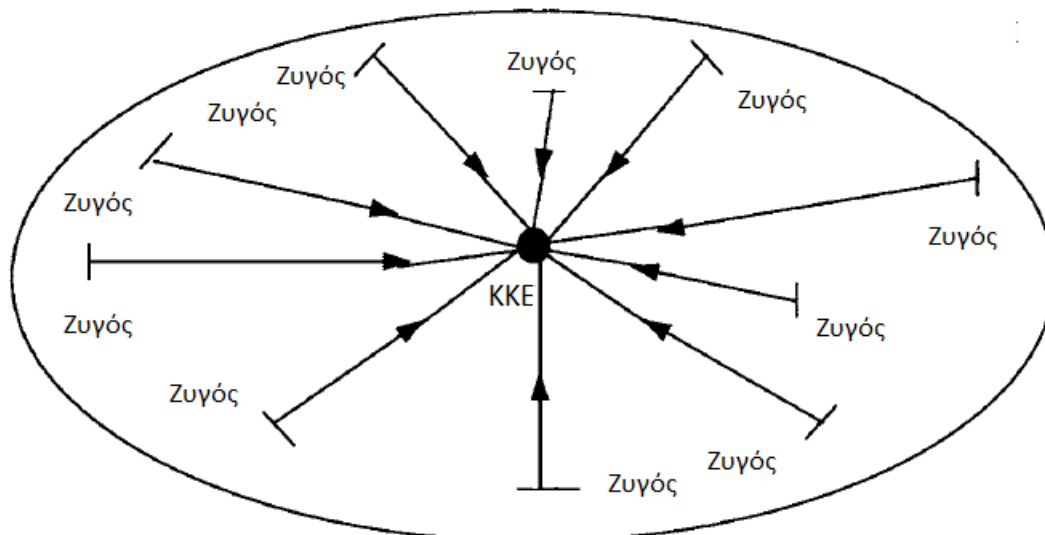
- Επεξεργασία μοιραζόμενης μνήμης (SMP): Εφαρμόζεται για παράλληλο υπολογισμό σε παράλληλα μηχανήματα με πολλαπλούς επεξεργαστές. Πραγματική επικοινωνία δεδομένων δεν υπάρχει στο SMP, γιατί όλα τα δεδομένα που πρόκειται να ανταλλαχθούν από τους πυρήνες αποθηκεύονται σε μια μνήμη, στην οποία όλοι έχουν δικαιώματα πρόσβασης. Το λειτουργικό σύστημα των περισσότερων παράλληλων μηχανημάτων υποστηρίζει την

εφαρμογή SMP με μοναδική ιδιαίτερη απαίτηση ενός τέτοιου συστήματος την ύπαρξη αρκετά μεγάλης μνήμης για την επίλυση των προβλημάτων.

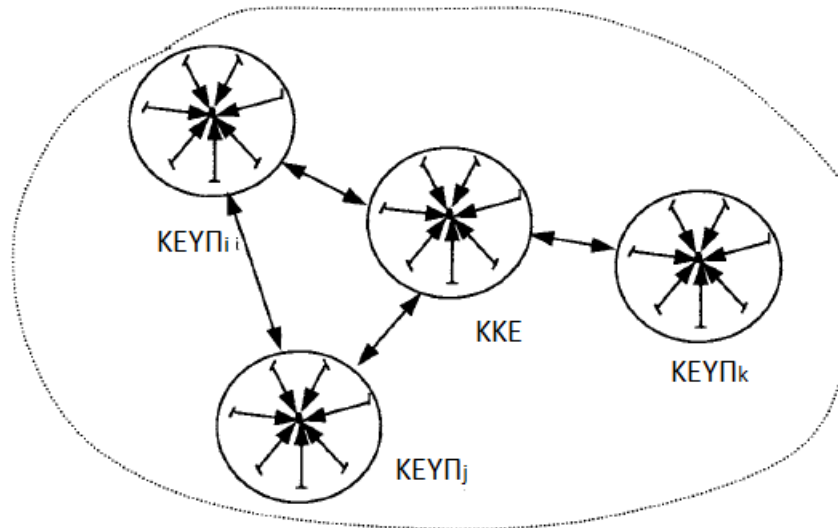
- Επεξεργασία με πέρασμα μηνυμάτων (MPI): Το MPI είναι ένα πρωτόκολλο για επικοινωνία δεδομένων ανάμεσα σε επεξεργαστές. Στο μοντέλο του MPI, οι επεξεργαστές που συμμετέχουν στον παράλληλο υπολογισμό, αποθηκεύουν τα δεδομένα τους σε τοπικές μνήμες και στη συνέχεια τα ανταλλάσσουν με άλλους επεξεργαστές.

Τόσο η παράλληλη όσο και η κατανεμημένη επεξεργασία βασίζονται στην αρχή του ταυτοχρονισμού. Έτσι, στις περισσότερες περιπτώσεις, εκτός και αν η παράλληλη επεξεργασία εφαρμόζεται σε ένα πραγματικό παράλληλο μηχάνημα, οι δύο αυτοί όροι μπορούν να εφαρμοστούν εναλλάξιμα και γενικά να αναφέρονται ως παράλληλη επεξεργασία. Μια ευρέως αποδεκτή διαφοροποίηση μεταξύ των δύο τεχνικών είναι πως η παράλληλη επεξεργασία χρησιμοποιεί έναν αριθμό στενά συνδεδεμένων επεξεργαστών ενώ η κατανεμημένη, ένα πλήθος επεξεργαστών που δεν συνδέονται στενά και είναι γεωγραφικά κατανεμημένοι. Έτσι, η διάκριση μεταξύ των τεχνικών εξαρτάται στο πως τα στοιχεία ενός συστήματος είναι φυσικά διατεταγμένα.

Η παράλληλη επεξεργασία αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα με έναν κεντροποιημένο τρόπο, το οποίο σημαίνει πως οι πληροφορίες για την επεξεργασία πρέπει να σταλούν στο μέρος που το παράλληλο σύστημα είναι τοποθετημένο. Εν αντιθέσει, η κατανεμημένη επεξεργασία αντιμετωπίζει τις πληροφορίες με κατανεμημένο τρόπο. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί, η παραγωγή και το φορτίο των ζυγών του συστήματος θα συγκεντρωθεί στο ΚΚΕ (Κεντρικό Κέντρο Ελέγχου) όπου ο διαχειριστής του συστήματος εκτελεί μια παράλληλη πραγματικού χρόνου ροή φορτίου, η οποία απαιτεί ένα περίπλοκο δίκτυο τηλεπικοινωνίας για τη μετάδοση των δεδομένων. Όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 4.2, ωστόσο, εάν ο διαχειριστής εκτελέσει κατανεμημένη ροή φορτίου, τα δεδομένα παραγωγής και φορτίου των ζυγών στέλνονται στα ΚΕΥΠ (Κέντρα Ελέγχου ΥποΠεριοχής) παρά στο ΚΚΕ.



Σχήμα 4.1: Επικοινωνία Δεδομένων στην Παράλληλη Επεξεργασία



Σχήμα 4.2 Επικοινωνία Δεδομένων στην καταναμημένη επεξεργασία

Εν αντιθέσει με την παράλληλη επεξεργασία η οποία εκτελείται σε ένα μηχάνημα, η καταναμημένη επεξεργασία είναι η εκτέλεση ενός προγράμματος σε ένα δίκτυο υπολογιστών. Συνήθως ένα καταναμημένο σύστημα, καταλαμβάνει ευρύτερο φυσικό χώρο απ' ότι ένα παράλληλο. Κάποια εξειδικευμένα καταναμημένα συστήματα εκτείνονται σε περιοχές οι οποίες μπορεί να είναι εκατοντάδες ίσως και χιλιάδες χιλιόμετρα σε μήκος και πλάτος. Υπό αυτές τις συνθήκες, ο χρόνος για την επικοινωνία των δεδομένων ανάμεσα στους υπολογιστές απαιτείται να ληφθεί υπ' όψιν για κάποιους καταναμημένους αλγορίθμους, ενώ η πιθανότητα ο χρόνος υπολογισμού να είναι μικρότερος από αυτόν της επικοινωνίας είναι εξαιρετικά μεγάλη

Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται ευρέως για την καταναμημένη επεξεργασία είναι:

- Εξυπηρετητής αρχείων: Ένας εξυπηρετητής αρχείων παρέχει ένα μέρος όπου μοιράζονται τα δεδομένα των υπολογιστών στο ίδιο δίκτυο υπολογιστών. Ωστόσο, η αποδοτικότητα ενός τέτοιου συστήματος είναι πολύ χαμηλή επειδή ένα αρχείο μπορεί να εγγραφεί μόνο από έναν υπολογιστή τη φορά.
- Επεξεργασία με πέρασμα μηνυμάτων (MPI): Το MPI είναι κατάλληλο και στην καταναμημένη επεξεργασία γιατί ο τρόπος λειτουργίας του προσαρμόζεται εύκολα στη δομή του καταναμημένου συστήματος.

4.2 Παράλληλη/Καταναμημένη εκτίμηση κατάστασης

Στην καθημερινή λειτουργία και έλεγχο ενός μεγάλου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, ο χειριστής του δικτύου βασίζεται σε ένα πλήθος μετρηθέντων ποσοτήτων, όπως τα πλάτη των τάσεων των ζυγών, οι ροές στις γραμμές, τα φορτία και οι εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, με σκοπό να παρατηρεί την παρούσα κατάσταση του δικτύου αλλά και να εκκινεί διαδικασίες ελέγχου ανάλογα με τους λειτουργικούς σκοπούς του συστήματος. Κατά τον έλεγχο και την παρακολούθηση ενός συστήματος σε πραγματικό χρόνο, το σύστημα SCADA στο κέντρο ελέγχου του δικτύου θα πρέπει να σαρώνει το δίκτυο περιοδικά και να λαμβάνει εκατοντάδες χιλιάδες δεδομένα μετρήσεων, που περιλαμβάνουν μετρήσεις ενεργού και άεργου ισχύος, τάσεως, ρεύματος καθώς και την

κατάσταση αποζευκτών και διακοπών. Αυτά τα δεδομένα αποκτώνται κυρίως από τις λεγόμενες μονάδες απομακρυσμένου τερματικού (RTU), που είναι διασκορπισμένες σε ολόκληρο το σύστημα ισχύος, και στη συνέχεια μεταδίδονται διαμέσω μεγάλων επικοινωνιακών συνδέσμων στο κέντρο ελέγχου είτε ολόκληρου του συστήματος είτε μιας υποπεριοχής αυτού.

Επειδή η διαδικασία απόκτησης δεδομένων περιλαμβάνει περίπλοκες μεθόδους, τα μετρημένα αυτά δεδομένα αναπόφευκτα περιλαμβάνουν λάθη τα οποία συνήθως προκαλούνται από τους ακόλουθους παράγοντες

- Λάθη μετρήσεων συμπεριλαμβανομένων εκείνων που προκαλούνται από μη ισορροπημένες φάσεις.
- Λάθη μετατροπών και μετασχηματιστών
- Λάθη αναλογικής-ψηφιακής μετατροπής
- Θόρυβος επικοινωνίας

Χωρίς κανένα εξωτερικό φιλτράρισμα ή μέσα ανίχνευσης, οι εσφαλμένες αυτές μετρήσεις μπορούν να παραμορφώσουν την αντίληψη που έχει ο διαχειριστής για το ποια κατάσταση επικρατεί στο δίκτυο. Συνεπώς, ο διαχειριστής μπορεί να οδηγηθεί στην υιοθέτηση ενεργειών που μπορεί όχι μόνο να μην είναι οι βέλτιστες αλλά και υψηλού κινδύνου για την εν λόγω κατάσταση. Σε ειδικές περιπτώσεις μάλιστα, λειτουργίες ελέγχου που έχουν πραγματοποιηθεί λόγω εσφαλμένων μετρήσεων δύνανται να υπονομεύσουν την ευστάθεια του συστήματος. Συνήθως, ωστόσο τα λάθη δεν είναι τόσο σημαντικά ώστε να απειλούν την ασφάλεια του συστήματος. Εν τέλει, όμως, η βελτιστοποίηση του συστήματος με άξονα την ασφάλεια και το κόστος είναι άμεσα εξαρτημένη με τη διαθεσιμότητα ακριβών μετρήσεων. Καθώς είναι συνήθως αδύνατον να εξακριβωθεί με απλή εξέταση, αν και κατά πόσο μια συγκεκριμένη μέτρηση αντιπροσωπεύει επακριβώς μια ποσότητα του παρακολουθούμενου συστήματος, υπάρχει ένα υψηλό κίνητρο για γενικές μεθόδους που παράγουν ακριβείς πληροφορίες από ακατέργαστα δεδομένα. Καθώς όλες οι μετρήσεις είναι θεωρητικά συσχετισμένες, επειδή τα στοιχεία του δικτύου είναι διασυνδεδεμένα, μια ακριβής κατάσταση του συστήματος ισχύος μπορεί να εκτιμηθεί εφαρμόζοντας συγκεκριμένα κριτήρια βελτιστοποίησης στα μετρηθέντα δεδομένα.

Στόχος της εκτίμησης κατάστασης ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας είναι να παρέχει ένα αξιόπιστο, ακριβές και ολοκληρωμένο σύνολο δεδομένων για τον έλεγχο και την παρακολούθηση του συστήματος σε πραγματικό χρόνο. Με την επεξεργασία των διαθέσιμων μετρήσεων αλλά και τη γνώση της τοπολογίας του δικτύου και τις παραμέτρους των μοντέλων των γραμμών του, η εκτίμηση κατάστασης μπορεί να οδηγήσει σε μια ακριβή εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης που περιλαμβάνουν τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων των ζυγών. Δεδομένης μιας ακριβούς εκτίμησης των σύνθετων τάσεων των ζυγών, της γνώσης της τοπολογίας και των τιμών των παραμέτρων των γραμμών, δύναται να υπολογιστούν επακριβείς τιμές για όλες τις ποσότητες του συστήματος χρησιμοποιώντας της εξισώσεις ροής φορτίου και τους κανόνες του Kirchhoff.

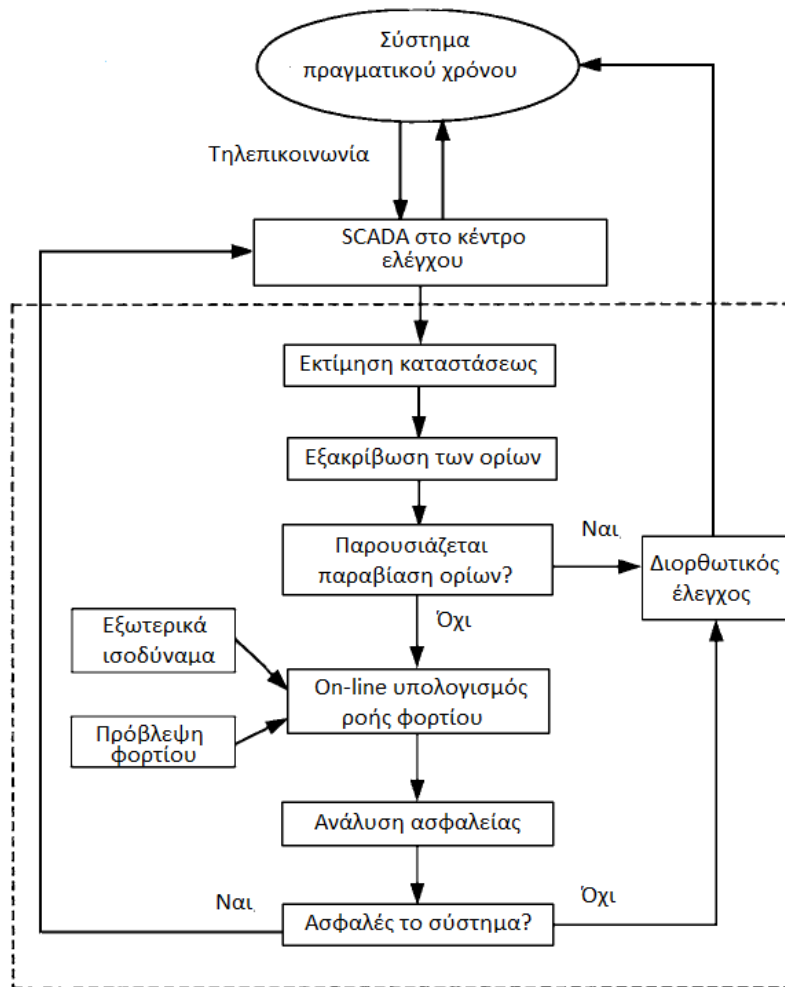
Όπως φαίνεται και στο ακόλουθο σχήμα, η εκτίμηση κατάστασης δεν μετατρέπει μόνο τα ακατέργαστα δεδομένα σε έτοιμες προς χρήση πληροφορίες αλλά ανιχνεύει επιπλέον και αναγνωρίζει επιπλέον τα λάθος δεδομένα που πιθανώς επηρεάζουν τα υπόλοιπα. Ο εκτιμητής κατάστασης ενός συστήματος ισχύος είναι μια συλλογή προγραμμάτων που

μετατρέπουν τηλεμεταδιδόμενα δεδομένα σε μια αξιόπιστη εκτίμηση της κατάστασης του συστήματος και της τοπολογίας. Τούτο πραγματοποιείται λαμβάνοντας υπόψη τυχαία σφάλματα μετρήσεων ή επικοινωνίας, αβεβαιότητες στις παραμέτρους του συστήματος και λάθη στο μοντέλο του δικτύου λόγω εσφαλμένων ενδείξεων των διακοπών ισχύος του συστήματος. Συγκεκριμένα, ο εκτιμητής κατάστασης παρέχει τις επόμενες 4 βασικές λειτουργίες για την πραγματικού χρόνου παρακολούθηση και έλεγχο ενός συστήματος ισχύος:

- Εξάλειψη σφαλμάτων μετρήσεων
- Ανίχνευση και αναγνώριση εσφαλμένων μετρήσεων
- Εκτίμηση των παραμέτρων του συστήματος όπως η σύνθετη αντίσταση των γραμμών
- Παροχή δεδομένων για τις γραμμές και τους ζυγούς για τα οποία δεν πραγματοποιούνται μετρήσεις

Η εκτίμηση καταστάσεως έχει γίνει το πλέον βασικό και ισχυρό εργαλείο των χειριστών των δικτύων για την παρακολούθηση και τον έλεγχο του δικτύου. Συνεπώς, έχει εξελιχθεί στην πιο βασική και απαραίτητη λειτουργία ενός EMS (Energy Management System) στα κέντρα ελέγχου. Η απόδοση της βελτιστοποίησης και ελέγχου ενός μοντέρνου συστήματος ισχύος εξαρτάται άμεσα από την απόδοση του εκτιμητή κατάστασης τον οποίο το EMS χρησιμοποιεί. Η εκτίμηση καταστάσεως συνήθως υπολογίζεται με σειριακό τρόπο στο κέντρο ελέγχου του συστήματος με συνέπεια πιθανές δυσκολίες στην τήρηση αυστηρών χρονικών περιορισμών για τον on-line έλεγχο και παρακολούθηση ενός Σ.Η.Ε. σε περίπτωση που ένα μεγάλο πλήθος μετρηθέντων δεδομένων επιβάλλεται να υποστεί επεξεργασία μέσα σε πολύ περιορισμένο χρονικό διάστημα.

Παλαιότερα, είχαν προταθεί δύο διαφορετικές προσεγγίσεις για την αύξηση της ταχύτητας υπολογισμού για την εκτίμηση κατάστασης. Η πρώτη ήταν η χρησιμοποίηση ενός υπολογιστή υψηλότερης απόδοσης ενώ η άλλη περιελάμβανε την σκόπιμη μείωση του φόρτου εργασίας με την απλό περιορισμό των παρατηρήσιμων νησίδων σε συγκεκριμένες περιοχές του συστήματος. Η πρώτη προσέγγιση απαιτούσε μεγάλη επένδυση σε υπολογιστικά μέσα, ενώ η δεύτερη παρείχε περιορισμένο μέγεθος πληροφοριών στους χειριστές του συστήματος, σε ενδεχόμενα απαιτήσης επέκτασης των αναλύσεων ώστε να περιληφθεί ολόκληρο το δίκτυο.



Σχήμα 4.3: Εκτίμηση κατάστασης Σ.Η.Ε

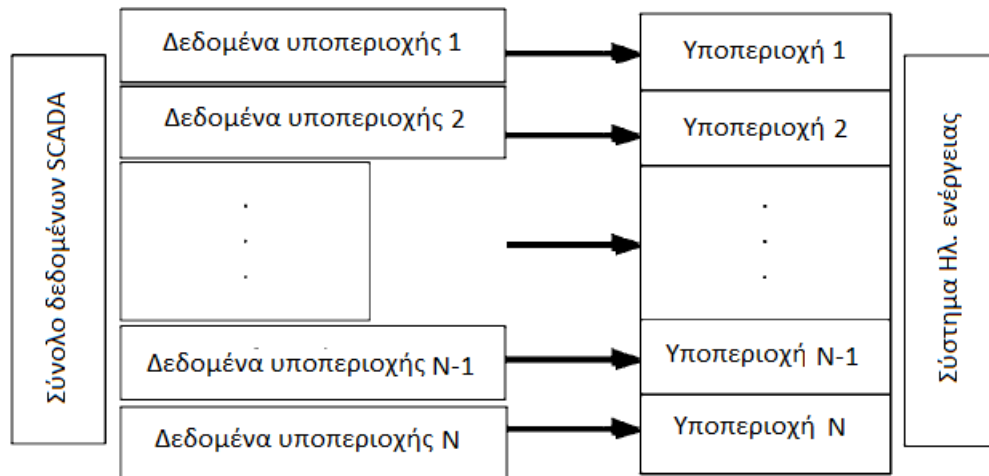
Ένα κατακεντημένο δίκτυο υπολογιστών είναι πλέον ικανό να παρέχει super computing τόσο ισχυρό όσο και ένας υψηλής απόδοσης παράλληλο μηχάνημα, και τούτο αντιπροσωπεύει τις πρόσφατες εξελίξεις στις υπολογιστικές και τηλεπικοινωνιακές τεχνικές. Οι υπολογιστές σε ένα κέντρο ελέγχου καθώς και στα περιφερειακά κέντρα είναι συνήθως διασυνδεδεμένοι μέσω αποκλειστικών τηλεπικοινωνιακών συνδέσεων χρησιμοποιώντας ένα ισχυρό δίκτυο ευρείας περιοχής (WAN). Με τη χρησιμοποίηση κατακεντημένων υπολογιστικών τεχνικών, πολλοί πολύπλοκοι υπολογισμοί και λειτουργίες ελέγχου μπορούν να εκτελεστούν σε αυτό το WAN. Επιπλέον, ο υπολογισμός σφαλμάτων του συστήματος καθώς και βραχυκυκλωμάτων μπορεί να εντοπισθεί στο WAN με περιορισμένες συνέπειες στο υπόλοιπο σύστημα, γεγονός το οποίο έχει προφανώς βελτιώσει την ικανότητα ανοχής στα σφάλματα κατά τη βελτιστοποίηση και τον έλεγχο του δικτύου. Το χαρακτηριστικό αυτό μπορεί ειδικά να χρησιμοποιηθεί στην εκτίμηση κατάστασης, τον έλεγχο της τάσεως και της αέργου ισχύος, ακόμη και στη διαχείριση της συμφόρησης κατά τη μεταφορά.

4.2.1 Παράλληλη εκτίμηση κατάστασης

Έστω παράλληλο μηχάνημα με N επεξεργαστές διαθέσιμους για παράλληλη εκτίμηση κατάστασης, Το πρώτο βήμα του υπολογισμού είναι ο διαχωρισμός των συνόλων

των μετρήσεων σε N μικρότερα σύνολα έτσι ώστε κάθε επεξεργαστής να υπολογίζει ένα υποσύνολο παράλληλα. Δεύτερο βήμα είναι η ελαχιστοποίηση των επιβαρύνσεων επικοινωνίας διάμεσο των N αυτών παράλληλων επεξεργαστών.

Αντίστοιχα, το σύστημα χωρίζεται σε N υποπεριοχές για τις οποίες κάθε επεξεργαστής είναι υπεύθυνος για τον υπολογισμό της εκτίμησης της. Για την υλοποίηση του σταδίου αυτού, το σύνολο των δεδομένων των μετρήσεων που λαμβάνονται μέσω SCADA αντίστοιχα χωρίζεται σε N σύνολα. Η αντιστοίχιση του συνόλου των δεδομένων μετρήσεων σε υποπεριοχές απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 4.4: Διαχωρισμός Δεδομένων συστήματος για παράλληλη μεθοδολογία

Ο υπολογισμός της παράλληλης εκτίμησης καταστάσεως θα πραγματοποιηθεί με βάση τον διαχωρισμό του συνόλου των μετρήσεων. Ο σωστός διαχωρισμός των μετρήσεων και του συστήματος όχι μόνο διευκολύνει τον παράλληλο υπολογισμό αλλά επιταχύνει και ολόκληρη τη λύση του συστήματος μειώνοντας τα δεδομένα που μεταδίδονται μεταξύ των επεξεργαστών.

- **Παράλληλη τοπολογία:**

Ο αλγόριθμος επιλέγει ένα αρχικό σημείο αναζήτησης σε κάθε υποπεριοχή, έτσι ώστε κάθε ένας από τους N επεξεργαστές να δύναται να πραγματοποιήσει μια εκ βαθέων αναζήτηση παράλληλα. Αντίστοιχα κάθε επεξεργαστής θα σχηματίζει ένα υποδέντρο της τοπολογίας του συστήματος. Βασισμένο στο δικό του υποσύνολο δεδομένων. Το αποτέλεσμα της αναλύσεων των τοπικών τοπολογιών θα συγχωνευθούν για το σχηματισμό της τοπολογίας ολόκληρου του συστήματος χρησιμοποιώντας πληροφορίες της κατάστασης των συνοριακών ζυγών.

- **Παράλληλη παρατηρησιμότητα:**

Κάθε επεξεργαστής πραγματοποιεί ανάλυση παρατηρησιμότητας στην υποπεριοχή του. Για τον σκοπό αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθούν οι μέθοδοι είτε της αριθμητικής ανάλυσης είτε της ανάλυσης τοπολογίας. Η ανάλυση παρατηρησιμότητας ολόκληρου του συστήματος εξαρτάται από τα αποτελέσματα της ανάλυσης των άλλων περιοχών καθώς και από τις μετρήσεις των συνοριακών γραμμών και ζυγών. Όλοι οι συνοριακοί κόμβοι του συστήματος θα πρέπει να είναι

παρατηρήσιμοι χρησιμοποιώντας συνοριακές μετρήσεις, οι οποίες περιλαμβάνουν μετρήσεις ζυγών και γραμμών.

- **Παράλληλος υπολογισμός εκτίμησης κατάστασης:**

Κάθε παράλληλος επεξεργαστής υπολογίζει την ιακωβιανή μήτρα για τη δική του υποπεριοχή. Ο υπολογισμός των στοιχείων της ιακωβιανής μήτρας είναι ο ίδιος όπως και με τη σειριακή εκτίμηση κατάστασης. Έστω ότι η i -οστή υποπεριοχή περιλαμβάνει n μετρήσεις. Το επόμενο σχήμα παρουσιάζει την ιακωβιανή μήτρα της i -οστής περιοχής:

$$H_i = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & H_{ii} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

(m+1) στήλη

(m+1) γραμμή

(m+n) γραμμή

(m+n) στήλη

Σχήμα 4.5: Στοιχεία της Ιακωβιανής H_i

Αντίστοιχα θα υπολογιστεί η μήτρα κέρδους καθώς και η επαναληπτική εξίσωση εκτίμησης κατάστασης. Σε κάθε επανάληψη στον παράλληλο υπολογισμό, κάθε επεξεργαστής πρέπει να περιμένει την αποστολή των συνοριακών πληροφοριών από τις γειτονικές περιοχές. Αν ο υπολογιστικός φόρτος δεν είναι σωστά ισορροπημένος, ένα σημαντικό ποσοστό χρόνο θα ξοδευτεί περιμένοντας για την επικοινωνία των δεδομένων, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα μεγάλη ποινή συγχρονισμού.

- **Παράλληλη ανίχνευση και αναγνώριση λαθών:**

Η αναγνώριση λαθών είναι ένα αναπόσπαστο κομμάτι της εκτίμησης κατάστασης καθώς εσφαλμένες μετρήσεις δύνανται να οδηγήσουν σε λανθασμένες εκτιμήσεις. Αποτελεί μια δύσκολη διαδικασία και μέχρι τώρα οι περισσότερες μέθοδοι ανίχνευσης βασίζονται σε παραδοσιακές στατιστικές θεωρίες. Η πιο απλή και αποδοτική προσέγγιση είναι η μέθοδος υποθετικής εξέτασης, η οποία ελέγχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της εκτίμησης κατάστασης $J(x)$. Εάν η τιμή της $J(x)$ ξεπερνά ένα συγκεκριμένο όριο, τότε θεωρητικά τουλάχιστον υπάρχουν κάποια εσφαλμένα δεδομένα στο σύνολο των μετρήσεων και πρέπει να προχωρήσουμε σε περαιτέρω αναγνώριση. Αλλιώς, υποθέτουμε πως οι μετρήσεις είναι σωστές με αποτέλεσμα να θεωρείται η εκτίμηση αξιόπιστη.

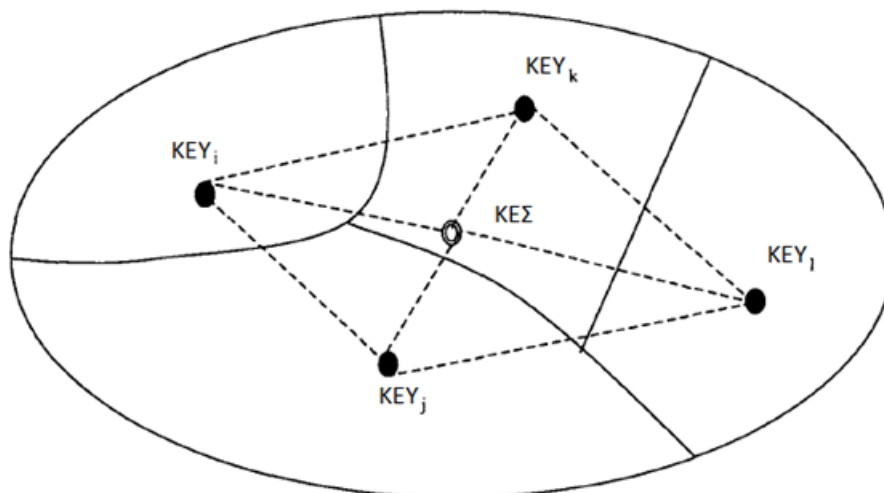
Καθώς το κανονικοποιημένο υπόλοιπο των μετρήσεων είναι ένα διάνυσμα, ένας αποτελεσματικός τρόπος για τον υπολογισμό των υπολοίπων είναι κάθε επεξεργαστής μιας υποπεριοχής να υπολογίζει το δικό του υποδιάνυσμα του υπολοίπου. Έστω ο επεξεργαστής k ότι δρα σαν συντονιστής, για τον παράλληλο υπολογισμό. Τότε συγκεντρώνοντας όλα τα υπόλοιπα των υποπεριοχών μπορεί να συμπεράνει κατά πόσο υπάρχουν εσφαλμένα δεδομένα στις μετρήσεις.

4.2.2 Κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης

Εν αντιθέσει με την παράλληλη εκτίμηση κατάστασης όπου το σύστημα διαιρείται εικονικά σε N υποπεριοχές, η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης πραγματοποιεί πραγματικό διαχωρισμό του δικτύου σε διάφορες υποπεριοχές. Με άλλα λόγια, η κατανεμημένη εκτίμηση καταστάσεως βασίζεται στο προϋπάρχον κατανεμημένο σύστημα, το οποίο αποτελείται από υπολογιστές RTO και δορυφορικά κέντρα ελέγχου.

Τα κέντρα ελέγχου σηματοδοτούν το φυσικό διαχωρισμό ενός συστήματος ισχύος σε περιοχές ελέγχου. Στην περίπτωση αυτή, ο κατανεμημένος υπολογισμός θα πραγματοποιηθεί σε έναν συγκεκριμένο αριθμό υπολογιστών. Τούτο είναι αντίθετο με τον παράλληλο υπολογισμό σε ένα παράλληλο μηχάνημα όπου ο αριθμός των επεξεργασιών που θα εργαστούν συνήθως προσαρμόζεται ώστε να ικανοποιήσει τις απαιτήσεις του παράλληλου αλγορίθμου.

Κάθε υποπεριοχή του σχήματος διαθέτει το δικό της σύστημα SCADA το οποίο συλλέγει δεδομένα μετρήσεων πραγματικού χρόνου της περιοχής του για να υποστούν επεξεργασία από το κέντρο ελέγχου τα συγκεκριμένης περιοχής. Σε ένα τέτοιο κατανεμημένο σύστημα, καθώς ο διαχωρισμός του συστήματος είναι ήδη καθορισμένος, κάθε κέντρο ελέγχου της υποπεριοχής (KEY) θα πραγματοποιήσει κατανεμημένη εκτίμηση καταστάσεως για τη δική του περιοχή.



KEY: Κέντρο Ελέγχου Υποπεριοχής
 ΚΕΣ: Κέντρο Ελέγχου Συστήματος
 ---: Σύνδεσμοι επικοινωνίας μεταξύ κέντρων ελέγχου

Σχήμα 4.6: Διαχωρισμός Δεδομένων συστήματος για κατανεμημένη μεθοδολογία

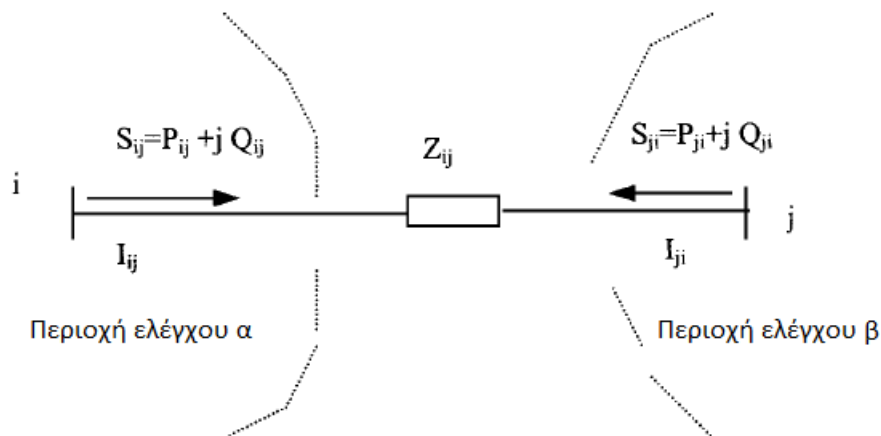
Όπως και στην παράλληλη, η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης απαιτεί έναν “συντονιστή” στον κατανεμημένο υπολογισμό που δρα ως συλλέκτης πληροφοριών. Υπάρχουν δύο πιθανοί τρόποι ικανοποίησης αυτής της απαίτησης. Ένας τρόπος είναι να ορίσουμε το ΚΕΣ ως συντονιστή χωρίς τη συμμετοχή του στον κατανεμημένο υπολογισμό. Ένα τέτοιο ΚΕΣ δύναται να υπάρχει σε ηλεκτρικά συστήματα ισχύος, όπου η κύρια λειτουργία του ΚΕΣ είναι ο συντονισμός της συμπεριφοράς των KEY. Ο εναλλακτικός τρόπος είναι η συμμετοχή του ΚΕΣ στον κατανεμημένο υπολογισμό, γεγονός που θεωρητικά επιτρέπει σε οποιονδήποτε από τους υπολογιστές να είναι ο συντονιστής. Σε κάθε περίπτωση, καθώς δεν υπάρχει και πολύ συντονισμός στην κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης, δεν απαιτείται απαραίτητα και ο καθορισμός ενός συγκεκριμένου υπολογιστή ως συντονιστή. Ωστόσο, καθώς τα KEY είναι διασυνδεδεμένα με το ΚΕΣ, είναι γενικά

καλύτερο να επιλέγουμε ένα ΚΕΣ ως το συντονιστή που είναι απασχολημένος και με υπολογισμούς, παρά ένα ΚΕΥ.

- **Κατανεμημένη τοπολογία:**

Καθώς η μεθοδολογία για τον διαχωρισμό των δεδομένων για την κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης είναι ακριβώς ίδια με αυτή της παράλληλης, η ανάλυση της τοπολογίας είναι και για την κατανεμημένη παρόμοια με της παράλληλης εκτίμησης κατάστασης

Κάθε ΚΕΥ αρχικά αναλύει την τοπολογία της δικής του υποπεριοχής και στη συνέχεια ο συντονιστής αποφασίζει την τοπολογία ολόκληρου του συστήματος βασισμένος στην κατάσταση των συνοριακών γραμμών. Η τοπολογία, ωστόσο, ολόκληρου του συστήματος δεν είναι τόσο αναγκαία για ένα εξ' ολοκλήρου κατανεμημένο σύστημα καθώς κάθε περιοχή είναι υπεύθυνη για το δικό της τοπικό σύστημα. Από τη σκοπιά των RTO's από την άλλη, η τοπολογία ολόκληρου του συστήματος είναι η πλέον απαραίτητη για την παρακολούθηση και έλεγχο του δικτύου σε πραγματικό χρόνο. Το ακόλουθο σχήμα απεικονίζει τη διαδικασία για την τοπολογική ανάλυση δύο γειτονικών περιοχών.



Σχήμα 4.7: Συνοριακή ανάλυση τοπολογίας

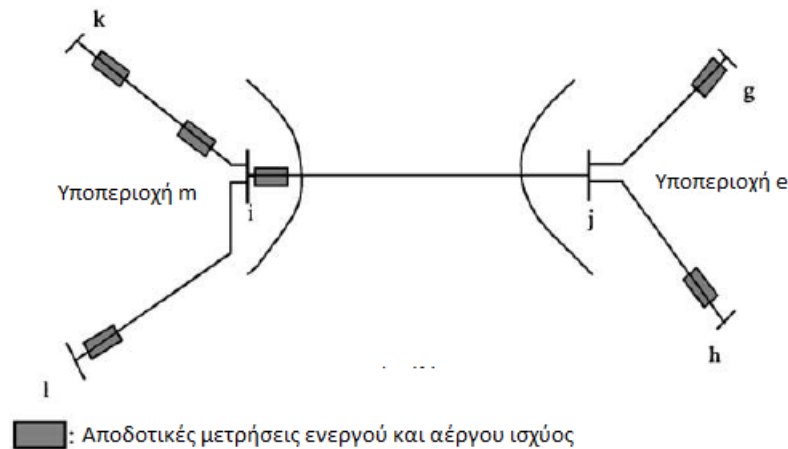
- **Ανάλυση κατανεμημένης παρατηρησιμότητας:**

Μετά το πέρας της τοπολογικής ανάλυσης, κάθε ΚΕΥ θα συνεχίσει με την ανάλυση της παρατηρησιμότητας της κάθε υποπεριοχής. Υπάρχουν δύο μέθοδοι για τον σκοπό αυτό, η αριθμητική και η τοπολογική με πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα εκατέρωθεν. Η αριθμητική μέθοδος καθορίζει την παρατηρησιμότητα του δικτύου ανιχνεύοντας εάν υπάρχουν μηδενικά στοιχεία στις διαγώνιες θέσεις όταν ο πίνακας πληροφοριών της εκτίμησης κατάστασης παραγοντοποιείται. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται ευρέως στους κεντρικούς υπολογισμούς εκτιμήσεως κατάστασης.

Η προϋπόθεση για την κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης είναι κάθε υποπεριοχή να είναι παρατηρήσιμη. Ειδικότερα, το σύστημα θα μεταπέσει σε κατάσταση μη παρατηρησιμότητας αν κάποια υποπεριοχή είναι μη παρατηρήσιμη. Σημειώνουμε εδώ, πως το αντίθετο δεν ισχύει, δηλαδή δεν είναι απαραίτητο πως ένα σύστημα ισχύος θα είναι παρατηρήσιμο εάν όλες οι υποπεριοχές του είναι παρατηρήσιμες. Το φαινόμενο αυτό αποτελεί και τον λόγο για τον οποίο παρατηρήσιμες υποπεριοχές διασυνδέονται με παρατηρήσιμες συνοριακές μετρήσεις με στόχο τη συνολική παρατηρησιμότητα του συστήματος. Εάν κάποιες συνοριακές γραμμές ή ζυγοί είναι μη παρατηρήσιμες, ολόκληρο το σύστημα διαχωρίζεται σε διάφορες

απομονωμένες μη παρατηρήσιμες νησίδες. Σε κάποιες ιδιαίτερες περιπτώσεις συγκεκριμένα, ακόμη και αν το σύστημα είναι παρατηρήσιμο για μια σειριακή εκτίμηση κατάστασης, το ίδιο σύστημα μπορεί να είναι μη παρατηρήσιμο για μια κατανεμημένη εκτίμηση.

Υποθέτουμε πως η υποπεριοχή e στο σχήμα που ακολουθεί έχει μια μόνο διασυνδετική γραμμή με τις γειτονικές της περιοχές και συνδέεται με την υποπεριοχή m . Εάν οι υποπεριοχές e και m είναι παρατηρήσιμες, ολόκληρο το σύστημα θα είναι παρατηρήσιμο για τη σειριακή εκτίμηση κατάστασης με βάση την ανάπτυξη των μετρήσεων που δείχνεται στο σχήμα. Ωστόσο, επειδή δεν υπάρχει συνοριακή μέτρηση στον ζυγό j της υποπεριοχής e , η υποπεριοχή e δεν μπορεί να αποκτήσει την πληροφορία της μεταβλητής σχετικής συνοριακής κατάστασης από την γειτονική της υποπεριοχή m και η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης για ολόκληρο το σύστημα θα προκύψει μη παρατηρήσιμη εκτός και εάν ο ζυγός j θεωρηθεί ως ζυγός αναφοράς.



Σχήμα 4.8 : Διάταξη μη παρατηρήσιμων μετρήσεων

Το ανωτέρω παράδειγμα δείχνει πως η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης θέτει πιο αυστηρές απαιτήσεις για τη διάταξη των μετρήσεων σε συνοριακούς ζυγούς και διασυνδετικές γραμμές. Ο κύριος λόγος για το γεγονός αυτό είναι πως υπάρχει μόνο ένας ζυγός αναφοράς σε ολόκληρο το δίκτυο για την κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης και κάθε υποπεριοχή θα πρέπει να αναφέρεται σε αυτόν τον ζυγό αναφοράς.

Το ζήτημα αυτό δεν μας ενδιαφέρει στη συμβατική σειριακή εκτίμηση κατάστασης επειδή η ανάλυση παρατηρησιμότητας για τη σειριακή εκτίμηση κατάστασης θεωρεί αυτονόητο πως όλοι οι ζυγοί αναφέρονται στον ίδιο ζυγό ταλάντωσης. Ωστόσο, για την παρατηρησιμότητα της παράλληλης και κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης, επιβάλλεται να εξασφαλίσουμε πως κάθε υποπεριοχή μπορεί να αποκτήσει τις αναγκαίες πληροφορίες αναφοράς άμεσα ή έμμεσα.

- **Κατανεμημένος υπολογισμός εκτίμησης καταστάσεως:**

Κάθε ΚΕΥΠ συγκεντρώνει μετρήσεις ξεχωριστά και υπολογίζει την εκτίμηση κατάστασης για την υποπεριοχή η οποία βρίσκεται υπό την επίβλεψη του. Η δυσκολία με την εφαρμογή της μεθόδου έγκειται στην εύρεση ενός αποτελεσματικού τρόπου για τον διαχωρισμό της Ιακωβιανής μήτρας H ολόκληρου του δικτύου σε πολλές H_i κάθε υποπεριοχής. Αφού δημιουργήσουμε τις H_i των εσωτερικών μετρήσεων των περιοχών

προχωράμε στη δημιουργία των συνοριακών Η_c όπου όλες οι μεταβλητές κατάστασης των υπόλοιπων περιοχών λαμβάνονται ως σταθερές έτσι ώστε όλα τα στοιχεία της μήτρας που αντιστοιχούν σε αυτές τις περιοχές να ισούνται με μηδέν. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τις συνοριακές μετρήσεις πραγματικής και αέργου ισχύος της περιοχής *i* για τον υπολογισμό των τοπικών μητρών. Υπάρχουν δυο κύριες μεθοδολογίες υλοποίησης του αλγορίθμου.

Σύγχρονη: Στη σύγχρονη κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης, οι υπολογιστές συγχρονίζονται στο ίδιο στάδιο προόδου, με αποτέλεσμα τα γρήγορα υπολογιστικά μηχανήματα να αναγκάζονται να περιμένουν τα πιο αργά. Σε αυτή τη διαδικασία επίλυσης μόνο οι μεταβλητές κατάστασης των συνοριακών ζυγών ανταλλάσσονται. Ο υπολογιστής σε κάθε ΚΕΥΠ προχωρά στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου αμέσως μετά τη λήψη της πληροφορίας των συνοριακών μετρήσεων των γειτονικών ΚΕΥΠ.

Ασύγχρονη: Στην ασύγχρονη εκτίμηση κατάστασης γενικά (μερική ή πλήρη) υπάρχει διαφορά στις ιδιότητες της σύγκλισης λόγω των υπολογιστικών αποτελεσμάτων στους συνοριακούς ζυγούς, ενώ οι υπολογιστές δεν είναι απαραίτητα συγχρονισμένοι στο ίδιο στάδιο προόδου

- **Κατανεμημένη ανίχνευση και αναγνώριση λαθών:**

Η επεξεργασία της ανίχνευσης των λαθών ξεκινά μετά την ολοκλήρωση της κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης. Η διαδικασία είναι παρόμοια με αυτή που ακολουθείται για τα παράλληλα συστήματα, με τη διαφορά εδώ πως τα αποτελέσματα στέλνονται σε έναν καθορισμένο υπολογιστή παρά σε έναν επεξεργαστή. Ο υπολογιστής συγκεντρώνει τα υποδιανύσματα και κρίνει κατά πόσο υπάρχουν εσφαλμένα δεδομένα στο σύνολο των μετρήσεων για την κατανεμημένη εκτίμησης κατάστασης.

4.3 Παρουσίαση Αλγορίθμου κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης

Στο ρυθμισμένο περιβάλλον των πρώτων εποχών των ηλεκτρικών επιχειρήσεων, το σύστημα ισχύος ανήκε και το διαχειριζόταν τοπικές επιχειρήσεις χρησιμοποιώντας τη δική τους περιοχή ελέγχου. Υπήρχε ελάχιστη έως καθόλου ανάγκη για ανταλλαγή δεδομένων με άλλους οργανισμούς. Μετά την απελευθέρωση των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, αυτές οι επιχειρήσεις έχουν αποδεσμεύσει το λειτουργικό έλεγχο των δικτύων μεταφοράς τους για το σχηματισμό ISOs/RTOs διατηρώντας παράλληλα τους δικούς τους εκτιμητές κατάστασης. Ο καθορισμός της κατάστασης ολόκληρου του δικτύου θεωρείται πρόκληση εξ αιτίας του μεγάλου μεγέθους του και μπορεί να λάβει χώρα με έναν κεντρικό εκτιμητή κατάστασης ο οποίος θα συλλέγει μετρήσεις από την ευρύτερη περιοχή. Ωστόσο, το τεράστιο μέγεθος του διασυνδεδεμένου συστήματος καθιστά τη διαδικασία αυτή αδύνατη. Ένας καλός συμβιβασμός, λοιπόν, θα ήταν τα ISOs να διατηρήσουν τους ήδη υπάρχοντες εκτιμητές τους ενώ μια κεντρική οντότητα να επεξεργάζεται τα αποτελέσματά τους για τον καθορισμό της κατάστασης σε ολόκληρο το σύστημα.

Οι πρώτες προσεγγίσεις στο πρόβλημα παράλληλη εκτίμηση κατάστασης επικεντρώθηκαν σε ιεραρχικές μεθόδους, οι οποίες υπέθεταν ότι κάθε περιοχή πραγματοποιεί τη δική της τοπική εκτίμηση και τα αποτελέσματα στέλνονται σε ένα συντονιστικό κέντρο ελέγχου το οποίο υπολογίζει την κατάσταση ολόκληρου του συστήματος. Πρόσφατα, ποικίλες καινούριες προσεγγίσεις έχουν προταθεί για το

πρόβλημα, οι περισσότερες εκ των οποίων βασίζονται σε παράλληλες ή κατανεμημένες μεθοδολογίες.

Παρακάτω προτείνεται ένας κατανεμημένος εκτιμητής καταστάσεως για την επίλυση του προβλήματος της εκτίμησης καταστάσεως πολλών περιοχών. Κάθε περιοχή ανεξάρτητα εκτελεί μια τοπική εκτίμηση κατάστασης και ένας κεντρικός συντονιστής παραλαμβάνει τις πληροφορίες των συνοριακών μετρήσεων. Η ανάλυση παρατηρησιμότητας και εσφαλμένων μετρήσεων πραγματοποιούνται με μια αποκεντρωμένη προσέγγιση.

Υποθέτουμε ότι ένα σύστημα ισχύος, αποτελούμενο από n ζυγούς, καταμερίζεται γεωγραφικά σε r μη επικαλυπτόμενες περιοχές (ή υποσυστήματα) S_i με n_i ζυγούς η κάθε μία συνδεδεμένες με συνοριακές γραμμές μεταξύ τους, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 4.11. Κάθε περιοχή ελέγχεται από το δικό της τοπικό κέντρο ελέγχου, το οποίο είναι υπεύθυνο για την εκτίμηση της δικής του κατάστασης, και είναι διασυνδεδεμένο μέσω συνδέσμων επικοινωνίας με το συντονιστικό κέντρο ελέγχου. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, υποθέτουμε πώς η περιοχή S_i περιλαμβάνει τον καθολικό ζυγό αναφοράς του συστήματος. Το μοντέλο μετρήσεων της εκτίμησης κατάστασης πολλών περιοχών μορφώνεται ως εξής:

$$z_i = h_i(x_i) + e_i, \quad i=1, \dots, r$$

$$z_c = h_c(x) + e_c$$

Όπου

- z_i $m_i \times 1$ διάνυσμα των εσωτερικών ή τοπικών μετρήσεων της περιοχής S_i
- z_c $m_c \times 1$ διάνυσμα των συνοριακών μετρήσεων
- $x_i = \begin{pmatrix} \delta_i \\ V_i \end{pmatrix}$ $2n_i \times 1$ διάνυσμα τοπικής κατάστασης αποτελούμενο από n_i γωνίες φάσεων τάσης και n_i πλάτη τάσεων σε όλους τους ζυγούς της περιοχής S_i
- $x = (x_1^T \dots x_r^T)^T$ $2n \times 1$ διάνυσμα κατάστασης ολόκληρου του δικτύου ($n = \sum_{i=1}^r n_i$)
- $h_i(\cdot), h_c(\cdot)$ Διάνυσμα μη γραμμικών συναρτήσεων
- e_i, e_c Διανύσματα Γκαουσιανών(κανονικών) τυχαίων λαθών.

Το σύνολο των μετρήσεων δύναται να περιλαμβάνει

$$\blacksquare \text{ Πλάτη τάσεων } V_l^{meas} = V_l + e_{V_l} \quad (2)$$

$$\blacksquare \text{ Ενεργές και άεργες ροές ισχύος } P_{lm}^{meas} = P_{lm} + e_{P_{lm}} \quad (3)$$

$$P_{lm}^{meas} = P_{lm} + e_{P_{lm}} \quad (4)$$

- Ενεργές και άεργες εγχύσεις ισχύος

$$P_l^{meas} = \left(V_l^2 g_l + \sum_{m \in a(l)} P_{lm} \right) + \sum_{m \in b(l)} P_{lm} + e_{P_l} \quad (5)$$

$$Q_l^{meas} = \left(-V_l^2 b_l + \sum_{m \in a(l)} Q_{lm} \right) + \sum_{m \in b(l)} Q_{lm} + e_{Q_l} \quad (6)$$

Όπου $P_{lm} = V_l^2 (g_{lm} + g_{slm}) - V_l V_m (g_{lm} \cos(\delta_l - \delta_m) + b_{lm} \sin(\delta_l - \delta_m))$

$Q_{lm} = -V_l^2 (b_{lm} + b_{slm}) - V_l V_m (g_{lm} \sin(\delta_l - \delta_m) - b_{lm} \cos(\delta_l - \delta_m))$

l : ζυγός που ανήκει σε μία από τις περιοχές S_i

V_l, V_m : πλάτη τάσεων των ζυγών l και m

δ_l, δ_m : γωνίες τάσεων των ζυγών l και m

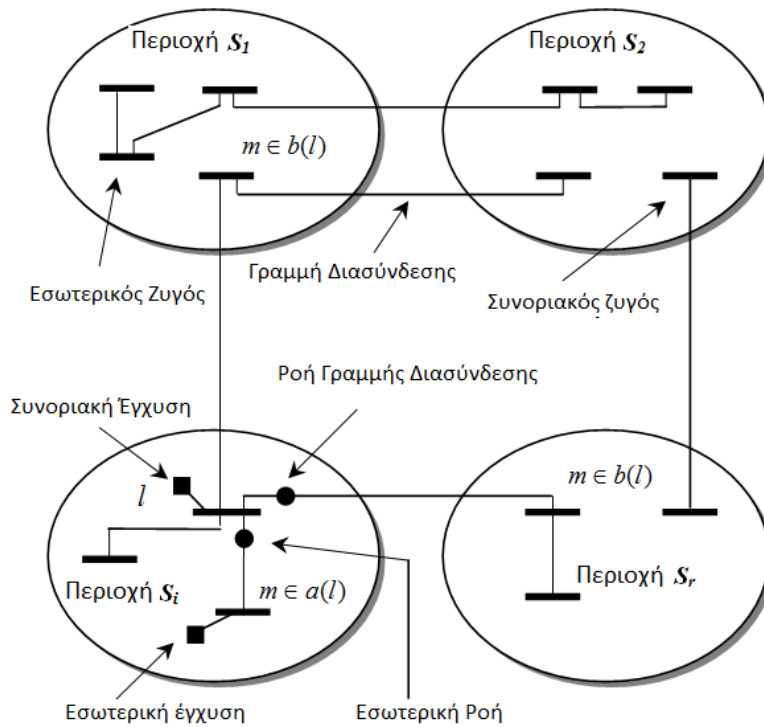
$g_{lm} + jb_{lm}$: εν σειρά αγωγιμότητα του κλάδου $l-m$

$g_{slm} + jb_{slm}$: εγκάρσια αγωγιμότητα του κλάδου $l-m$

$g_l + jb_l$: εγκάρσια αγωγιμότητα συνδεδεμένη στον ζυγό l

$a(l)$: σύνολο ζυγών της περιοχής S_i συνδεδεμένων στον ζυγό l

$b(l)$: σύνολο ζυγών της περιοχής $S_j, j \neq i$ συνδεδεμένων στον ζυγό l



Σχήμα 4.9: Σύστημα ισχύος αποτελούμενο από r μη επικαλυπτόμενες περιοχές

Χωρίς βλάβη της γενικότητας υποθέτουμε πως η περιοχή S_i περιλαμβάνει μία τουλάχιστον μέτρηση πλάτους τάσεως. Εάν l είναι ένας συνοριακός ζυγός της περιοχής S_i , τότε οι εξισώσεις (3)-(4) αντιπροσωπεύουν τις ροές διασυνδεδεμένων γραμμών για όλα τα $m \in b(l)$ ενώ οι (5)-(6) τις συνοριακές εγχύσεις. Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις, οι μετρήσεις (2)-(6) είναι εσωτερικές στην περιοχή S_i .

Το πρόβλημα της εκτίμησης καταστάσεως πολλών περιοχών υλοποιείται ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

$$\begin{aligned} \min_x J(x) &= r_c^T(x) R_c^{-1} r_c(x) + \sum_{i=1}^r r_i^T(x_i) R_i^{-1} r_i(x_i) \\ \text{s.t. } r_c(x) &= z_c - h_c(x) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{Όπου } r_i(x_i) = z_i - h_i(x_i) \quad (8)$$

και

$$\begin{aligned} R_i &= \text{cov}(e_i) = E(e_i e_i^T) = \text{diag}(\sigma_1^2 \cdots \sigma_{m_i}^2) \\ R_c &= \text{cov}(e_c) = E(e_c e_c^T) = \text{diag}(\sigma_1^2 \cdots \sigma_{m_c}^2) \end{aligned} \quad (9)$$

είναι οι διαγώνιοι πίνακες συνδιακύμανσης, όπου σ_i η τυπική απόκλιση του λάθους που σχετίζεται με τη μέτρηση i ($w_i = 1/\sigma_i^2$ το βάρος της μέτρησης i).

Το παραπάνω πρόβλημα επιλύεται με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange.

$$\text{Η λαγκρατζιανή } L(x, \lambda) \text{ ορίζεται ως} \quad L(x, \lambda) = \frac{1}{2} r_c^T R_c^{-1} r_c + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r r_i^T(x_i) R_i^{-1} r_i(x_i) + \lambda^T (r_c - z_c + h_c(x)) \quad (10)$$

Όπου λ είναι το $m_c \times 1$ διάνυσμα των πολλαπλασιαστών Lagrange. Η εκτιμώμενη κατάσταση \hat{x} είναι η επίλυση της (7) και ικανοποιεί τις συνθήκες βελτιστοποίησης:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow - \begin{pmatrix} H_1^T(\hat{x}_1) R_1^{-1} & & \\ & \ddots & \\ & & H_r^T(\hat{x}_r) R_r^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 - h_1(\hat{x}_1) \\ \vdots \\ z_r - h_r(\hat{x}_r) \end{pmatrix} + H_c^T(\hat{x}) \hat{\lambda} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_c} = 0 \Rightarrow R_c^{-1} r_c + \hat{\lambda} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow r_c - z_c + h_c(\hat{x}) = 0 \quad (13)$$

$$\text{Από τις (12) και (13) προκύπτει } h_c(\hat{x}) - z_c - R_c \hat{\lambda} = 0 \quad (14)$$

Οι μη γραμμικές εξισώσεις (11) και (14) επιλύονται για τη \hat{x} με την ακόλουθη επαναληπτική μεθοδολογία:

$$\begin{pmatrix} G_1(x_1^k) & & \\ & \ddots & \\ & & G_r(x_r^k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1^k \\ \vdots \\ \Delta x_r^k \end{pmatrix} + H_c^T(x^k) \lambda^{k+1} = \begin{pmatrix} H_1^T(x_1^k) R_1^{-1} \Delta z_1^k \\ \vdots \\ H_r^T(x_r^k) R_r^{-1} \Delta z_r^k \end{pmatrix} \\ H_c(x^k) \Delta x^k - R_c \lambda^{k+1} = \Delta z_c^k \quad (15)$$

$$\Delta x^k = x^{k+1} - x^k = \begin{pmatrix} x_1^{k+1} - x_1^k \\ \vdots \\ x_i^{k+1} - x_i^k \\ \vdots \\ x_r^{k+1} - x_r^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_1^k \\ \vdots \\ \Delta x_i^k \\ \vdots \\ \Delta x_r^k \end{pmatrix}$$

$$\Delta z_i^k = z_i - h_i(x_i^k), \quad i = 1, \dots, r$$

$$\Delta z_c^k = z_c - h_c(x^k)$$

Όπου k ο δείκτης της επανάληψης.

$H_i(x_i^k) = \frac{\partial h_i(x_i^k)}{\partial x_i}$ είναι η ιακωβιανή μήτρα $m_c \times 2n$ που σχετίζεται με τις εσωτερικές μετρήσεις της περιοχής S_i

$$G_i(x_i^k) = H_i^T(x_i^k) R_i^{-1} H_i(x_i^k) \quad (16)$$

Η μήτρα κέρδους $2n_i \times 2n_i$ της περιοχής S_i

$H_c(x^k) = \frac{\partial h_c(x^k)}{\partial x}$ η ιακωβιανή μήτρα $m_c \times 2n$ που σχετίζεται με τις συνοριακές μετρήσεις, οι οποίες μπορούν να διαχωριστούν ως εξής

$$H_c(x^k) = [H_{c1}(x_1^k) \ \cdots \ H_{cr}(x_r^k)] \quad (17)$$

Όπου $H_{ci}(x_i^k)$ είναι η υπομήτρα $m_c \times 2n$ της $H_c(x^k)$ οι στήλες της οποίας αντιστοιχούν στους ζυγούς της περιοχής .

Από τις (15) και (17) προκύπτουν οι επόμενες εξισώσεις:

$$\begin{pmatrix} G_1(x_1^k) & & & H_{c1}^T(x_1^k) \\ & \ddots & & \vdots \\ & & G_r(x_r^k) & H_{cr}^T(x_r^k) \\ \hline H_{c1}(x_1^k) \cdots H_{cr}(x_r^k) & & & -R_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1^k \\ \vdots \\ \Delta x_r^k \\ \lambda^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1^T(x_1^k) R_1^{-1} \Delta z_1^k \\ \vdots \\ H_r^T(x_r^k) R_r^{-1} \Delta z_r^k \\ \Delta z_c^k \end{pmatrix} \quad (18)$$

Από την (18) παράγονται οι επόμενες εξισώσεις οι οποίες επιλύονται επαναληπτικά σε κάθε επανάληψη:

$$\Delta y_i^k = G_i^{-1}(x_i^k) H_i^T(x_i^k) R_i^{-1} \Delta z_i^k, \quad i = 1, \dots, r \quad (19)$$

$$\lambda^{k+1} = G_c^{-1}(x^k) \left(\Delta z_c^k - \sum_{i=1}^r H_{ci}(x_i^k) \Delta y_i^k \right) \quad (20)$$

$$u_i^{k+1} = G_i^{-1}(x_i^k) H_{ci}^T(x_i^k) \lambda^{k+1}, \quad i = 1, \dots, r \quad (21)$$

$$\Delta x_i^k = \Delta y_i^k + u_i^{k+1}, \quad i = 1, \dots, r \quad (22)$$

$$\text{Όπου } G_c(x^k) = \sum_{i=1}^r (R_{ci} + H_{ci}(x_i^k) G_i^{-1}(x_i^k) H_{ci}^T(x_i^k)) \quad (23)$$

η μήτρα κέρδους $m_c \times m_c$ που σχετίζεται με τις συνοριακές μετρήσεις και η R_{ci} περιλαμβάνει μόνο τα διαγώνια στοιχεία της $R_c = \sum_{i=1}^r R_{ci}$ που σχετίζονται με της συνοριακές μετρήσεις της περιοχής S_i

Η επαναληπτική μεθοδολογία (19)-(22) αποτελεί τη βάση για τον προτεινόμενο καταναμημένο αλγόριθμο πολλαπλών περιοχών. Η προτεινόμενη καταναμημένη προσέγγιση έχει την ίδια ακρίβεια και επίπεδο εφεδρείας με τον κεντρικό σειριακό εκτιμητή και παρέχει την ίδια λύση μόνο από αυστηρή μαθηματική σκοπιά, υποθέτοντας ότι η καθυστέρηση της άφιξης των μετρήσεων αλλά και οι εσφαλμένες μετρήσεις είναι πανομοιότυπα με αυτά του κεντρικού εκτιμητή κατάστασης.

Ανάλυση παρατηρησιμότητας

Καθώς όλοι οι ζυγοί περιλαμβάνονται στο σχηματισμό μια περιοχή είναι S_i παρατηρήσιμη αν και μόνο αν

$$\text{rank}(H_i) = \text{rank}(G_i) = 2n_i - 1 \quad (24)$$

εδώ κάνουμε την εισαγωγή της $m_c \times 2r$ μήτρας W_c

$$W_c = (w_{c1} \ \cdots \ w_{cr}) \quad (25)$$

Όπου οι στήλες w_{ci} είναι το άθροισμα των στηλών της H_{ci}

Η μήτρα W_c μπορεί να θεωρηθεί ως ιακωβιανή μήτρα ενός περιορισμένου δικτύου όπου κάθε περιοχή S_i αντιπροσωπεύεται από έναν “ζυγό” i και κάθε διασυνδετική γραμμή

μεταξύ των περιοχών S_i και S_j με τη “γραμμή” $i-j$. Μια μετρηθείσα ροή ισχύος μεταξύ 2 περιοχών S_i και S_j μετασχηματίζεται σε μια μέτρηση ροής της “γραμμής” $i-j$. Μια μέτρηση έγχυσης σε έναν συνοριακό ζυγό της περιοχής S_i συνδεδεμένο με συνοριακούς ζυγούς της περιοχής S_j ($j \neq i$), μετατρέπεται σε άθροισμα ροών στις “γραμμές” $i-j$. Υποθέτοντας πως όλες οι περιοχές S_i είναι παρατηρήσιμες αν και μόνο αν

$$\text{rank}(W_c) = \text{rank}(W_c^T W_c) = 2r - 1 \quad (26)$$

Σύμφωνα με τις (24) και (26), η ανάλυση παρατηρησιμότητας μπορεί να πραγματοποιηθεί με κατανεμημένο τρόπο:

- Εκτέλεση τοπικής ανάλυσης παρατηρησιμότητας για κάθε περιοχή S_i βασισμένη στη G_i . Εάν μια περιοχή είναι μη παρατηρήσιμη, ορίζονται οι παρατηρήσιμες νησίδες και αποκαθίσταται η παρατηρησιμότητα για τη συγκεκριμένη περιοχή
- Με δεδομένο πως όλες οι περιοχές είναι παρατηρήσιμες, εκτελείται ανάλυση παρατηρησιμότητας για όλο το δίκτυο από το συντονιστή με βάση τη $W_c^T W_c$

Η τάξη του G_i ή του $W_c^T W_c$ μπορεί να καθοριστεί από τον αριθμό των μηδενικών γραμμών που θα εμφανιστούν κατά την τριγωνική του παραγοντοποίηση: εάν μόνο ένα μηδενικό ανιχνευτεί στους παράγοντες Cholesky της G_i (ή $W_c^T W_c$), τότε η περιοχή S_i (ή όλο το σύστημα) είναι παρατηρήσιμο, ενώ διαφορετικά είναι μη παρατηρήσιμη. Οι παρατηρήσιμες νησίδες καθορίζονται από την άμεση αριθμητική μέθοδο.

Έστω ότι οι περιοχές S_i είναι παρατηρήσιμες. Σύμφωνα με την (24) οι μήτρες κέρδους G_i είναι μη ομαλές με αποτέλεσμα οι (19) και (21) να μην μπορούν να λυθούν αριθμητικά. Τούτο δύναται να επιλυθεί με την προσθήκη:

- Μια ψευδομέτρηση φάσης γωνίας στον καθολικό ζυγό αναφοράς της περιοχής S_i (που συμπεριλαμβάνεται στα z_i και H_i) με μηδενική τιμή και αυθαίρετο βάρος, και όχι μια μηδενική σταθερά
- Μια ψευδομέτρηση φάσης γωνίας στους ζυγούς αναφοράς κάθε περιοχής S_i , $i \neq 1$ (που συμπεριλαμβάνεται στα z_i και H_i) με αυθαίρετο βάρος $w_{r,i}$, και την ίδια ψευδομέτρηση ως συνοριακή μέτρηση (που συμπεριλαμβάνεται στα z_c και H_c) με αρνητικό βάρος ($-w_{r,i}$)

Καθώς οι ψευδομετρήσεις φάσεως γωνίας των περιοχών S_i , $i \neq 1$ δεν υπάρχουν στην πραγματικότητα στο σύνολο των μετρήσεων, η παρουσία τους τόσο στην H_i όσο και στην H_c με αντίθετα βάρη διασφαλίζει την ικανοποίηση της (15). Οι διαστάσεις των H_i , H_c , H_{ci} , G_i , και G_c είναι $(m_i + 1) \times 2n_i$, $(m_c + r - 1) \times 2n$, $(m_c + r - 1) \times 2n_i$, $2n_i \times 2n_i$, και $(m_c + r - 1) \times (m_c + r - 1)$ αντίστοιχα. Με την προσθήκη των ψευδομετρήσεων φάσεως γωνίας στον ζυγό αναφοράς όλων των περιοχών S_i , οι μήτρες κέρδους G_i γίνονται ομαλές ($\text{rank}(G_i) = 2n_i$) με αποτέλεσμα οι (19) και (21) να δύναται να επιλυθούν αριθμητικά.

Ο πίνακας συντελεστών της (18) μπορεί να γραφτεί ως:

$$\begin{pmatrix} G_1 & \dots & H_{c1}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_r & \dots & H_{cr}^T \\ H_{c1} & \dots & H_{cr} & R_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ I_r & \dots & 0 \\ H_{c1}G_1^{-1} & \dots & H_{cr}G_r^{-1} & I_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1 & \dots & H_{c1}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_r & \dots & H_{cr}^T \\ 0 & \dots & 0 & -G_c \end{pmatrix} \quad (27)$$

Εάν το σύστημα είναι παρατηρήσιμο, ο πίνακας συντελεστών είναι ομαλός. Από την (27) έχουμε επίσης ότι η G_c είναι ομαλή και πλήρους βαθμού:

$$\text{rank}(G_c) = m_c + r - 1 \quad (28)$$

Και η (20) μπορεί να λυθεί αριθμητικά

Επεξεργασία των εσφαλμένων δεδομένων

Ο ρόλος της επεξεργασίας των εσφαλμένων δεδομένων είναι η ανίχνευση, αναγνώριση και εξάλειψη των λανθασμένων μετρήσεων, μετά τη σύγκλιση της εκτίμησης κατάστασης. Ο κανονικοποιημένος έλεγχος υπολοίπων χρησιμοποιείται για την αναγνώριση των λανθασμένων δεδομένων. Η μέτρηση με το μέγιστο κανονικοποιημένο υπόλοιπο

Μεγαλύτερο από 3 θεωρείται λάθος με 99,7% βαθμό βεβαιότητας και αφαιρείται από το σύνολο των μετρήσεων. Η εκτίμηση κατάστασης επαναλαμβάνεται όσες φορές χρειαστεί μετά από κάθε αναγνώριση και εξάλειψη ενός εσφαλμένου δεδομένου. Επαναληπτικές λύσεις μπορούν να ξεκινούν από την πλέον πρόσφατη εκτίμηση, αντί από μηδενικές αρχικές συνθήκες και έτσι απαιτούνται λιγότερες επαναλήψεις για τη σύγκλιση. Τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα ορίζονται ως εξής:

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_1^N \\ \vdots \\ \hat{r}_r^N \\ \hat{r}_c^N \end{pmatrix} = (\text{diag}P)^{-1/2} \begin{pmatrix} \hat{r}_1 \\ \vdots \\ \hat{r}_r \\ \hat{r}_c \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\text{Όπου} \quad \hat{r}_i = z_i - h_i(\hat{x}_i), \quad i = 1, \dots, r \quad (30)$$

$$\hat{r}_c = z_c - h_c(\hat{x}) \quad (31)$$

$$P = \text{cov} \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_r \\ r_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} H_a & 0 \\ 0 & R_c \end{pmatrix} A_1 \begin{pmatrix} H_a & 0 \\ 0 & R_c \end{pmatrix}^T \quad (32)$$

$$\text{Με} \quad R_a = \begin{pmatrix} R_1 & \dots \\ \vdots & \ddots \\ \vdots & \dots & R_r \end{pmatrix}, \quad H_a = \begin{pmatrix} H_1 & \dots \\ \vdots & \ddots \\ \vdots & \dots & H_r \end{pmatrix}, \quad G_a = \begin{pmatrix} G_1 & \dots \\ \vdots & \ddots \\ \vdots & \dots & G_r \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2^T \\ A_2 & -A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_a & H_c^T \\ H_c & -R_c \end{pmatrix}^{-1} \quad (33)$$

$$A_1 = G_a^{-1} - G_a^{-1} H_c^T G_c^{-1} H_c G_a^{-1} \quad (34)$$

Συνδυάζοντας τις (29), (32) και (34) έχουμε

$$\hat{r}_i^N = (\text{diag}P_i)^{-1/2} \hat{r}_i, \quad i = 1, \dots, r \quad (35)$$

$$\hat{r}_c^N = (\text{diag}P_c)^{-1/2} \hat{r}_c \quad (36)$$

$$\text{Όπου} \quad P_i = \text{cov}(r_i) = R_i - H_i G_i^{-1} H_i^T + H_i G_i^{-1} (H_{ci}^T G_c^{-1} H_{ci}) G_i^{-1} H_i^T \quad (37)$$

$$P_c = \text{cov}(r_c) = R_c G_c^{-1} R_c \quad (38)$$

Η πιο αποτελεσματική μέθοδος για τον υπολογισμό των διαγώνιων στοιχείων P_i και P_c , είναι η αναλυτικός υπολογισμός των αντίστροφων μητρών G_i^{-1} και G_c^{-1} και στη συνέχεια η εκτέλεση των αναγκαίων λειτουργιών που ορίστηκαν από τις (37) και (38). Τούτο πραγματοποιείται με κατανεμημένο τρόπο.

- Η αραιή αντίστροφη μήτρα G_c^{-1} υπολογίζεται από το συντονιστή και αποστέλλεται στους εκτιμητές των τοπικών περιοχών
- Οι αραιές αντίστροφες μήτρες G_i^{-1} υπολογίζονται από τους τοπικούς εκτιμητές, αφού ληφθεί η αραιή αντίστροφη G_c^{-1} από το συντονιστή.

Με βάση τον κατανεμημένο υπολογισμό των υπολοίπων των μητρών συνδιακύμανσης, η επεξεργασία των εσφαλμένων μετρήσεων μπορεί να τοπικοποιηθεί για τις εσωτερικές μετρήσεις (στάδιο περιοχής) και για τις συντοιακές μετρήσεις (στάδιο συντονιστή) Μόλις ένα εσφαλμένο δεδομένο αναγνωριστεί και απομακρυνθεί, επιβάλλεται να εκτελεστούν τάξη-1 επαναλήψεις στους συντελεστές Cholesky των μητρών κέρδους G_i και G_c . Εάν η λάθος μέτρηση είναι εσωτερική στην περιοχή S_i , μόνο οι τριγωνικοί συντελεστές των G_i και G_c πρέπει να ενημερωθούν. Εάν ωστόσο η εσφαλμένη μέτρηση είναι συντοιακή στην περιοχή S_i , μόνο οι τριγωνικοί συντελεστές της G_c θα προσαρμοστούν. Τούτο μπορεί να εκτελεστεί πολύ αποδοτικά με την ενημέρωση των απαραίτητων και μόνο στοιχείων (μερική παραγοντοποίηση). Τα στοιχεία των αραιών αντίστροφων μητρών G_i^{-1} και G_c^{-1} δύναται επίσης να ενημερωθούν αποδοτικά χρησιμοποιώντας το Λήμμα αντιστροφής Πινάκων. Σαν αποτέλεσμα, στην αρχή κάθε κύκλου εσφαλμένων δεδομένων, οι πιο πρόσφατοι τριγωνικοί συντελεστές και αραιοί αντίστροφοι πίνακες των G_i και G_c είναι διαθέσιμοι. Καθώς οι απαιτούμενοι αραιοί αντίστροφοι όροι ενημερώνονται, το ίδιο συμβαίνει και με τα διαγώνια στοιχεία των P_i και P_c σύμφωνα με τις (37) και (38) αντίστοιχα

4.3.1 Υπολογιστικές λεπτομέρειες για τις μήτρες κέρδους

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο της ταχέως αποζευγμένης εκτίμησης κατάστασης, οι μήτρες κέρδους $G_i, i=1,\dots,r$ και G_c γίνονται σταθερές με αποτέλεσμα ο υπολογισμός και η παραγοντοποίηση τους να απαιτείται να εκτελεστεί μονάχα μια φορά, κατά την πρώτη επανάληψη.

Η παραγοντοποίηση Cholesky $L_i L_i^T$ κάθε θετικά ορισμένης αραιής μήτρας G_i δεν απαιτεί οδήγηση για αριθμητική ευστάθεια, έτσι ώστε η διάταξη των στηλών της H_i μπορεί να γίνει συμβολικά χρησιμοποιώντας μόνο το κριτήριο της αραιότητας. Οι στήλες της H_{ci} διατάσσονται ανάλογα. Η κατώτερη τριγωνική μήτρα L_i (άνω τριγωνικός πίνακας L_i^T) αποθηκεύεται και προσπελάζεται κατά στήλες (κατά γραμμές). Με σκοπό τον υπολογισμό της μήτρας κέρδους G_c όπως ορίστηκε στην (23), κάθε περιοχή S_i υπολογίζει τη μήτρα $E_{ci} = H_{ci} G_i^{-1} H_{ci}^T$ με μία από τις δύο ακόλουθες εναλλακτικές διαδικασίες:

- Συμμετρική παραγοντοποίηση μπλοκ: $E_{ci} = (H_{ci} L_i^{-T}) (L_i^{-1} H_{ci}^T) = F_i F_i^T$

- Ασύμμετρη παραγοντοποίηση μπλοκ: $E_{ci} = H_{ci} \left(L_i^{-T} \left(L_i^{-1} H_{ci}^T \right) \right) = H_{ci} \left(L_i^{-T} F_i^T \right) = H_{ci} \tilde{F}_i^T$
Υποθέτουμε πως κάθε H_{ci} αποθηκεύεται και προσπελάζεται κατά σειρά

Στη συμμετρική μεθοδολογία, υπολογίζουμε και αποθηκεύουμε τη μήτρα F_i^T μία στήλη τη φορά: για την j -οστή στήλη της H_{ci}^T (j -οστή γραμμή της H_{ci}), υπολογίζουμε και αποθηκεύουμε τη j -οστή στήλη της F_i^T , επιλύοντας $L_i(F_i^T)_j = (H_{ci}^T)_j$. Το στοιχείο jk της E_{ci} υπολογίζεται ως το εσωτερικό γινόμενο της j -οστής και k -οστής στήλης της F_i^T .

Στην ασύμμετρη μεθοδολογία, υπολογίζουμε και αποθηκεύουμε το γινόμενο $H_{ci} \tilde{F}_i^T = E_{ci}$ μια στήλη τη φορά: για την j -οστή στήλη της H_{ci}^T (j -οστή γραμμή της H_{ci}), υπολογίζουμε και αποθηκεύουμε τη j -οστή στήλη της F_i^T , επιλύοντας $L_i(F_i^T)_j = (H_{ci}^T)_j$, ενώ στη συνέχεια υπολογίζουμε την j -οστή στήλη της \tilde{F}_i^T , επιλύοντας $L_i^T(\tilde{F}_i^T)_j = (F_i^T)_j$, και την j -οστή στήλη της E_{ci} , υπολογίζοντας το γινόμενο $H_{ci}(\tilde{F}_i^T)_j$. Μόνο ένα προσωρινό διάνυσμα διάστασης $2n_i$ απαιτείται για την αποθήκευση των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων $(F_i^T)_j$ και $(\tilde{F}_i^T)_j$.

Η διαφορά μεταξύ των δύο μεθοδολογιών έγκειται στο κόστος επίλυσης του $L_i F_i^T = H_{ci}^T$ και τον υπολογισμό του $F_i F_i^T$ (συμμετρική μεθοδολογία) εν συγκρίσει με το κόστος επίλυσης του $L_i F_i^T = H_{ci}^T$ και $L_i^T \tilde{F}_i^T = F_i^T$ και στη συνέχεια τον υπολογισμό του $H_{ci} \tilde{F}_i^T$ (ασύμμετρη μεθοδολογία). Στην ασύμμετρη μεθοδολογία οι απαιτήσεις αποθήκευσης μειώνονται καθώς η F_i δεν είναι αναγκαία αναλυτικά. Αφού οι στήλες της H_{ci}^T (γραμμές της H_{ci}) είναι πολύ αραιές, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αραιές τεχνικές διανυσμάτων για την επιτάχυνση της διαδικασίας.

Η μήτρα κέρδους G_c είναι αόριστη και μια προσημασμένη παραγοντοποίηση Cholesky $G_c = L_c D_c L_c^T$ μπορεί να υπολογιστεί δίχως αριθμητική οδήγηση, όπου τα διαγώνια στοιχεία της D_c που αντιστοιχούν τόσο στις πραγματικές μετρήσεις όσο και στις ψευδομετρήσεις φάσεως γωνίας ισούνται με 1 και -1 αντίστοιχα.

4.3.2 Αλγόριθμος Κατανεμημένης Εκτίμησης Κατάστασης

Σύμφωνα με τις (3)-(6), η διαφορά $\Delta z_c^k = z_c - h_c(x^k)$ μπορεί να γραφεί ως :

$$\begin{aligned} \Delta z_c^k &= z_c - h_c(x^k) \\ &= \begin{pmatrix} z_{c1} - h_{c1}^a(x_{a1}^k) \\ \vdots \\ z_{ci} - h_{ci}^a(x_{ai}^k) \\ \vdots \\ z_{cr} - h_{cr}^a(x_{ar}^k) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{c1}^b(x_{b1}^k) \\ \vdots \\ h_{ci}^b(x_{bi}^k) \\ \vdots \\ h_{cr}^b(x_{br}^k) \end{pmatrix} = \left(\sum_{i=1}^r \Delta z_{ci}^k \right) - \begin{pmatrix} h_{c1}^b(x_{b1}^k) \\ \vdots \\ h_{ci}^b(x_{bi}^k) \\ \vdots \\ h_{cr}^b(x_{br}^k) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (42)$$

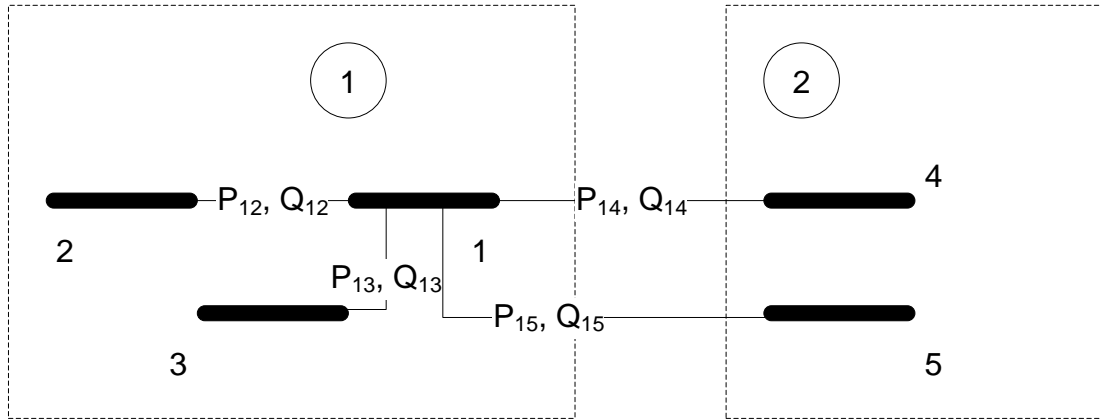
Όπου z_{ci} : το $m_{ci} \times 1$ διάνυσμα των συνοριακών μετρήσεων στην περιοχή S_i

x_{ai} : μεταβλητές κατάστασης των ζυγών της περιοχής S_i που σχετίζονται με τις συνοριακές μετρήσεις z_{ci}

x_{bi} : μεταβλητές κατάστασης των συνοριακών ζυγών που σχετίζονται με τις συνοριακές μετρήσεις z_{ci}

$$\Delta z_{ci}^k = \left(0 \quad \dots \quad (z_{ci} - h_{ci}^a(x_{ai}^k))^T \quad \dots \quad 0 \right)^T$$

Σημειώνεται στο σημείο αυτό πως ο πρώτος συντελεστής της (42) υπολογίζεται από την κάθε περιοχή S_i , ξεχωριστά ενώ ο δεύτερος από τον συντονιστή. Ακόμη τονίζεται ότι για μια ροή διασυνδεδετικής γραμμής, η είσοδος που αντιστοιχεί στο $h_{ci}^a(\cdot)$ είναι μηδενική. Το παραπάνω σχήμα υπολογισμού του Δz_c^k γίνεται πιο εύκολα κατανοητό με ένα παράδειγμα όπως αυτό του συστήματος δύο περιοχών που φαίνεται στο σχήμα 4.10. Γενίκευση σε συστήματα περισσότερων περιοχών γίνεται εύκολα.



Σχήμα 4.10: Λεπτομέρειες Υπολογισμού του Δz_c^k

Από τις (42) και (20) έχουμε λοιπόν:

$$\lambda^{k+1} = G_c^{-1}(x^k) \left(\sum_{i=1}^r (\Delta z_{ci}^k - H_{ci}(x_i^k) \Delta y_i^k) - \begin{pmatrix} h_{c1}^b(x_{b1}^k) \\ \vdots \\ h_{ci}^b(x_{bi}^k) \\ \vdots \\ h_{cr}^b(x_{br}^k) \end{pmatrix} \right) \quad (43)$$

Με βάση τις (19)-(22) και (42)-(43), τα βήματα επίλυσης του καταναμεμημένου αλγόριθμου εκτίμησης καταστάσεως δηλώνονται ως ακολούθως:

1. Κάθε περιοχή S_i ταυτόχρονα
 - a) Διαβάζει τις παραμέτρους του δικού της δικτύου καθώς και των διασυνδεδετικών γραμμών που τη συνδέουν με το υπόλοιπο σύστημα
 - b) Διαβάζει τις εσωτερικές και συνοριακές μετρήσεις, z_i και z_{ci} αντίστοιχα
 - c) Υπολογίζει τις ιακωβιανές μήτρες H_i και H_{ci} , την μήτρα κέρδους $G_i = H_i^T R_i^{-1} H_i$ καθώς και τους συντελεστές Cholesky $G_i = L_i L_i^T$
 - d) Υπολογίζει την κάτω τριγωνική ποσότητα του $G_{ci} = R_{ci} + H_{ci} G_i^{-1} H_{ci}^T$ και την αποστέλλει στον συντονιστή
2. Ο συντονιστής
 - a) Διαβάζει όλες τις παραμέτρους των διασυνδεδετικών γραμμών
 - b) Υπολογίζει τη μήτρα κέρδους $G_c = \sum_{i=1}^r G_{ci}$ καθώς και τους συντελεστές της προσημασμένης ανάλυσης Cholesky $G_c = L_c D_c L_c^T$

c) Μεταδίδει τους συντελεστές L_c και D_c σε κάθε περιοχή

3. Θέτουμε $k=0$ και x_i^0 σε μηδενικές αρχικές συνθήκες και επαναληπτικά εκτελούμε τα παρακάτω βήματα
4. Κάθε περιοχή S_i υπολογίζει το διάνυσμα $\Delta y_i^k = G_i^{-1} H_i^T R_i^{-1} \Delta z_i^k$ και στη συνέχεια υπολογίζει και αποστέλλει το διάνυσμα $\rho_i^{k+1} = \Delta z_{ci}^k - H_{ci}(x_i^k) \Delta y_i^k$ στο συντονιστή
5. Μόλις ο συντονιστής λάβει όλα τα ρ_i^{k+1} , υπολογίζει τα διανύσματα

$$\rho_c^{k+1} = \sum_{i=1}^r \rho_i^{k+1} - \begin{pmatrix} h_{c1}^b(x_{b1}^k) \\ \vdots \\ h_{ci}^b(x_{bi}^k) \\ \vdots \\ h_{cr}^b(x_{br}^k) \end{pmatrix} \text{ και } \lambda^{k+1} = G_c^{-1} \rho_c^{k+1} \text{ διαδοχικά, και στη συνέχεια αποστέλλει}$$

τα λ^{k+1} σε κάθε περιοχή S_i

6. Όταν το διάνυσμα λ^{k+1} λαμβάνεται από την κάθε περιοχή S_i , υπολογίζεται το διάνυσμα $u_i^{k+1} = G_i^{-1} H_{ci}^T \lambda^{k+1}$
7. Κάθε περιοχή S_i υπολογίζει τη διόρθωση $\Delta x_i^k = \Delta y_i^k + u_i^{k+1}$, στέλνει στο συντονιστή μόνο τα στοιχεία του x_i^{k+1} που σχετίζονται με τους δικούς της συνοριακούς ζυγούς αλλά και τις συνοριακές μετρήσεις z_{ci} , ελέγχει τη δική της σύγκλιση και ενημερώνει το συντονιστή για την κατάσταση της σύγκλισης. Εάν όλα τα υποσυστήματα έχουν συγκλίνει, μια λύση για ολόκληρο το σύστημα ευρίσκεται και εκτελείται το βήμα 8. Αλλιώς, θέτουμε $k=k+1$ και επιστρέφουμε στο βήμα 4.
8. Ο συντονιστής υπολογίζει και αποστέλλει την αραιή αντίστροφη μήτρα G_c^{-1} σε κάθε περιοχή S_i . Στη συνέχεια υπολογίζει τις διαγώνιες εισόδους του P_c και τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα των συνοριακών μετρήσεων, όπως στις εξισώσεις (36) και (38), και ελέγχει για την ύπαρξη σημαντικών λαθών.
9. Κάθε περιοχή S_i υπολογίζει την αραιή αντίστροφη G_i^{-1} , οι διαγώνιες είσοδοι του P_i και τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα των τοπικών μετρήσεων, όπως στις εξισώσεις (35) και (37) και ελέγχει για την ύπαρξη σημαντικών λαθών.
10. Εάν ανιχνευτεί κάποιο σημαντικό λάθος σε τοπική ή συνοριακή μέτρηση, είτε από κάποιον τοπικό είτε από τον κεντρικό εκτιμητή, το λάθος δεδομένο εξαλείφεται και η διαδικασία της κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης επαναλαμβάνεται από το βήμα 3.

Αντί να χρησιμοποιηθούν πλέον μηδενικές αρχικές συνθήκες για κάθε x_i^0 στο βήμα 3, μια εναλλακτική προσέγγιση είναι η εκτέλεση μίας ανεξάρτητης τοπικής εκτίμησης για κάθε περιοχή S_i , με την επαναληπτική επίλυση της 19 και τη χρήση $x_i^0 = \hat{y}_i$ για τα υπόλοιπα βήματα του πλήρους επαναληπτικού κύκλου, λαμβάνοντας υπ' όψιν και τις συνοριακές μετρήσεις. Με αυτή την αρχικοποίηση, λιγότερες επαναλήψεις θα απαιτηθούν για τη σύγκλιση του ευρύτερου συστήματος. Με βάση την εκτιμηθείσα κατάσταση \hat{y}_i , οι τοπικοί εκτιμητές μπορούν να αναγνωρίσουν λανθασμένα δεδομένα που παρουσιάζονται στις μετρήσεις. Με βάση, τώρα, την εκτιμηθείσα κατάσταση \hat{x}_i από τον πλήρως κατανεμημένο αλγόριθμο, οι τοπικοί εκτιμητές θα αναγνωρίσουν πρόσθετες εσωτερικές λανθασμένες μετρήσεις, τοποθετημένες κοντά στα σύνορα με άλλες περιοχές, ενώ ο συντονιστής θα αναγνωρίσει όλες τις λανθασμένες συνοριακές μετρήσεις.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος περιλαμβάνει τα 2 ακόλουθα στάδια:

- a. Μη επαναληπτικό, αποτελούμενο από τον υπολογισμό και την παραγοντοποίηση των μητρών κέρδους
- b. Επαναληπτικό, αποτελούμενο από τις επαναλήψεις της εκτίμησης κατάστασης

Οι απαιτήσεις για την αποστολή δεδομένων κάθε σταδίου είναι οι εξής:

- a. Για το μη επαναληπτικό στάδιο:
 - Από κάθε περιοχή S_i στο συντονιστή: την κάτω τριγωνική ποσότητα του συμμετρικού πίνακα G_{ci} διαστάσεως $m_c + r - 1$
 - Από τον συντονιστή σε κάθε περιοχή: οι συντελεστές Cholesky L_c και D_c της μήτρας $G_c = \sum_{i=1}^r G_{ci}$, διαστάσεως $m_c + r - 1$
- b. Για το επαναληπτικό στάδιο:
 - Από κάθε περιοχή S_i στο συντονιστή: το διάνυσμα ρ_i^{k+1} , διαστάσεως $m_c + r - 1$ και τις ενημερωμένες τάσεις ζυγών από τους συνοριακούς ζυγούς που σχετίζονται με τις συνοριακές μετρήσεις z_{ci}
 - Από τον συντονιστή σε κάθε περιοχή: το διάνυσμα λ^{k+1} , διαστάσεως $m_c + r - 1$

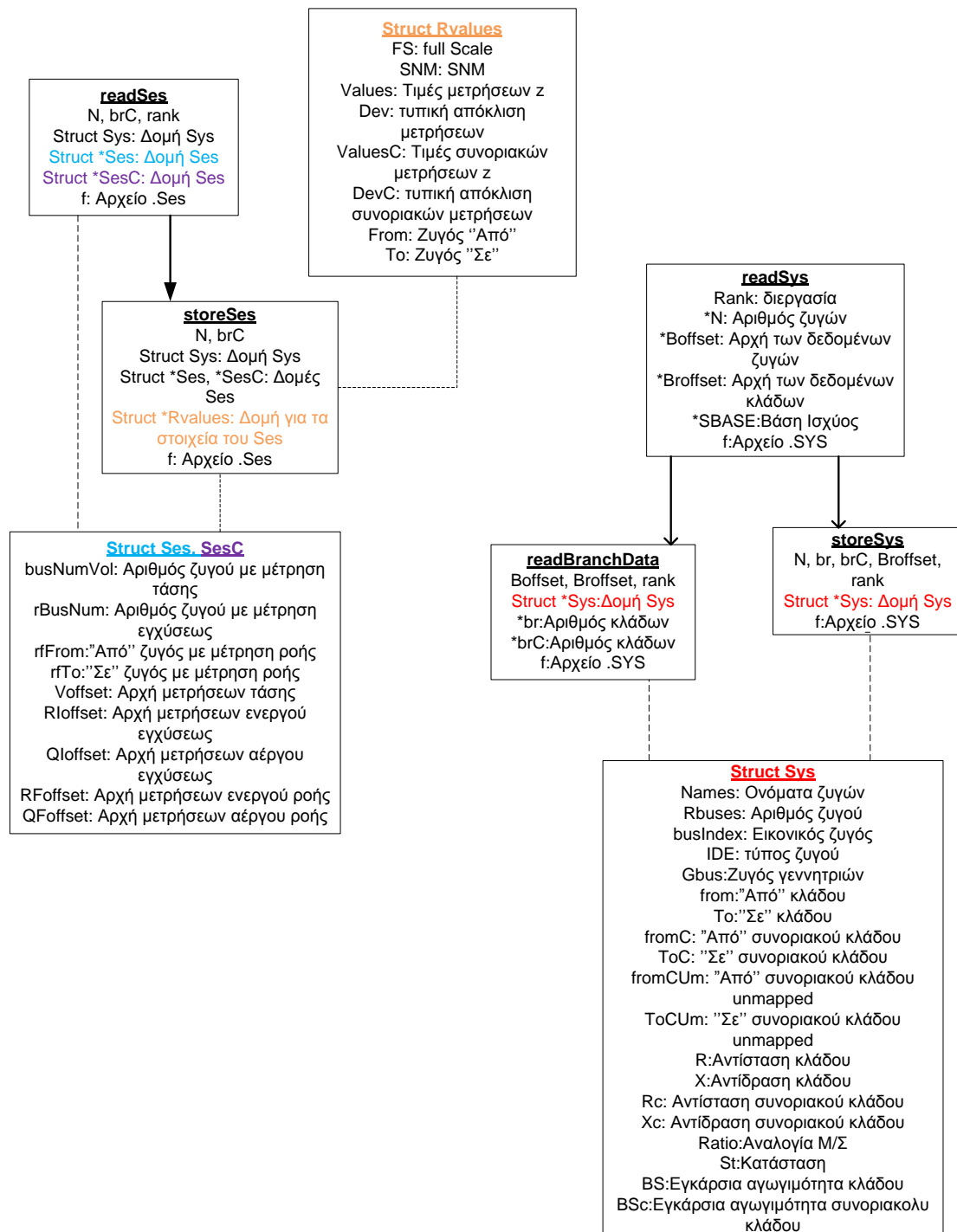
Η ταχύτητα υπολογισμού του επαναληπτικού σταδίου εξαρτάται κυρίως από αυτή του αργότερου υποσυστήματος, καθώς ο συντονιστής καταναλώνει το λιγότερο χρόνο. Κατά το επαναληπτικό στάδιο, μόνο μια μικρή ποσότητα δεδομένων ανταλλάσσεται μεταξύ της κάθε περιοχής και του συντονιστή. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της προτεινόμενης προσέγγισης είναι πως σε περίπτωση σφάλματος επικοινωνίας μεταξύ του συντονιστή και κάποιας περιοχής ή τη μη σύγκλιση του εκτιμητή της, η επίλυση της εκτίμησης κατάστασης μπορεί να προχωρήσει για το υπόλοιπο σύστημα με κατανομημένο τρόπο.

5^ο Κεφάλαιο - Σύντομη Παρουσίαση της κατανεμημένης υλοποίησης

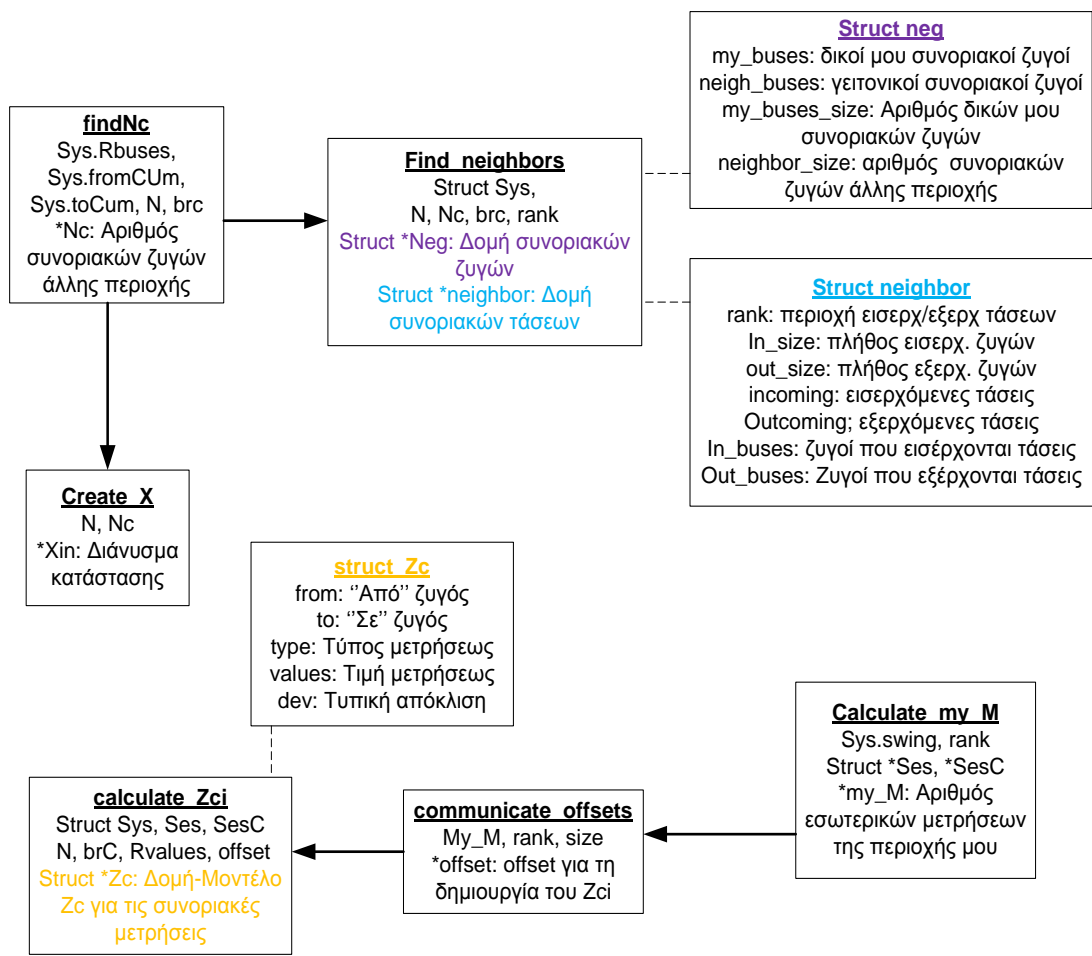
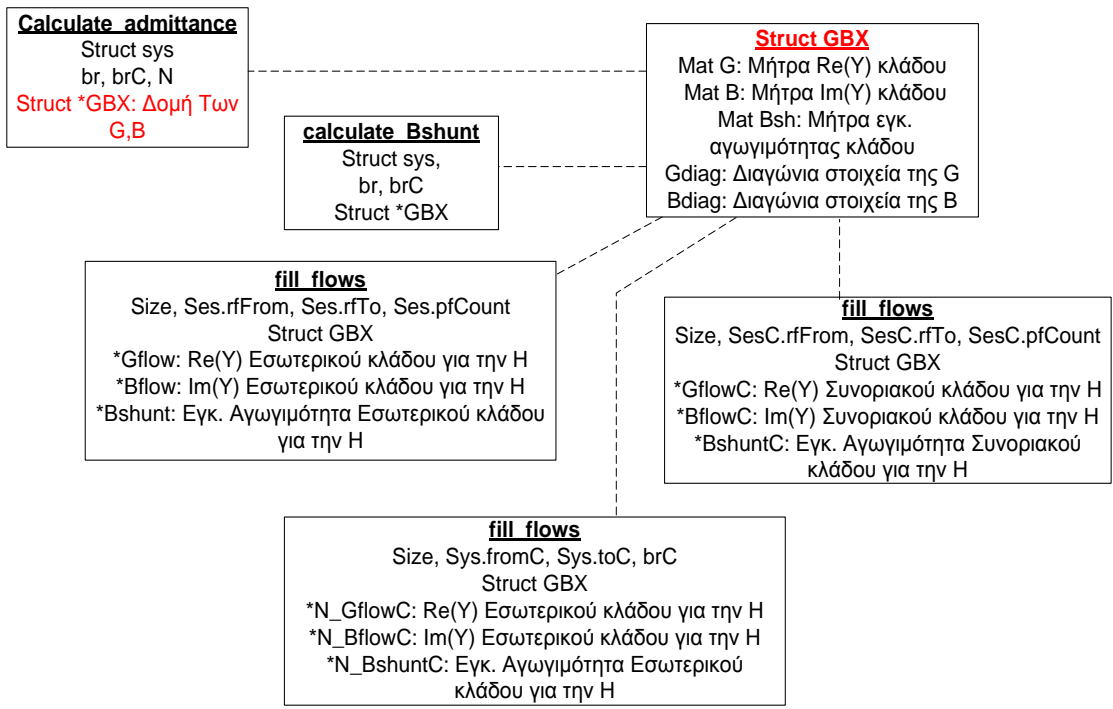
5.1 Σχηματική αναπαράσταση κατανεμημένου προγράμματος

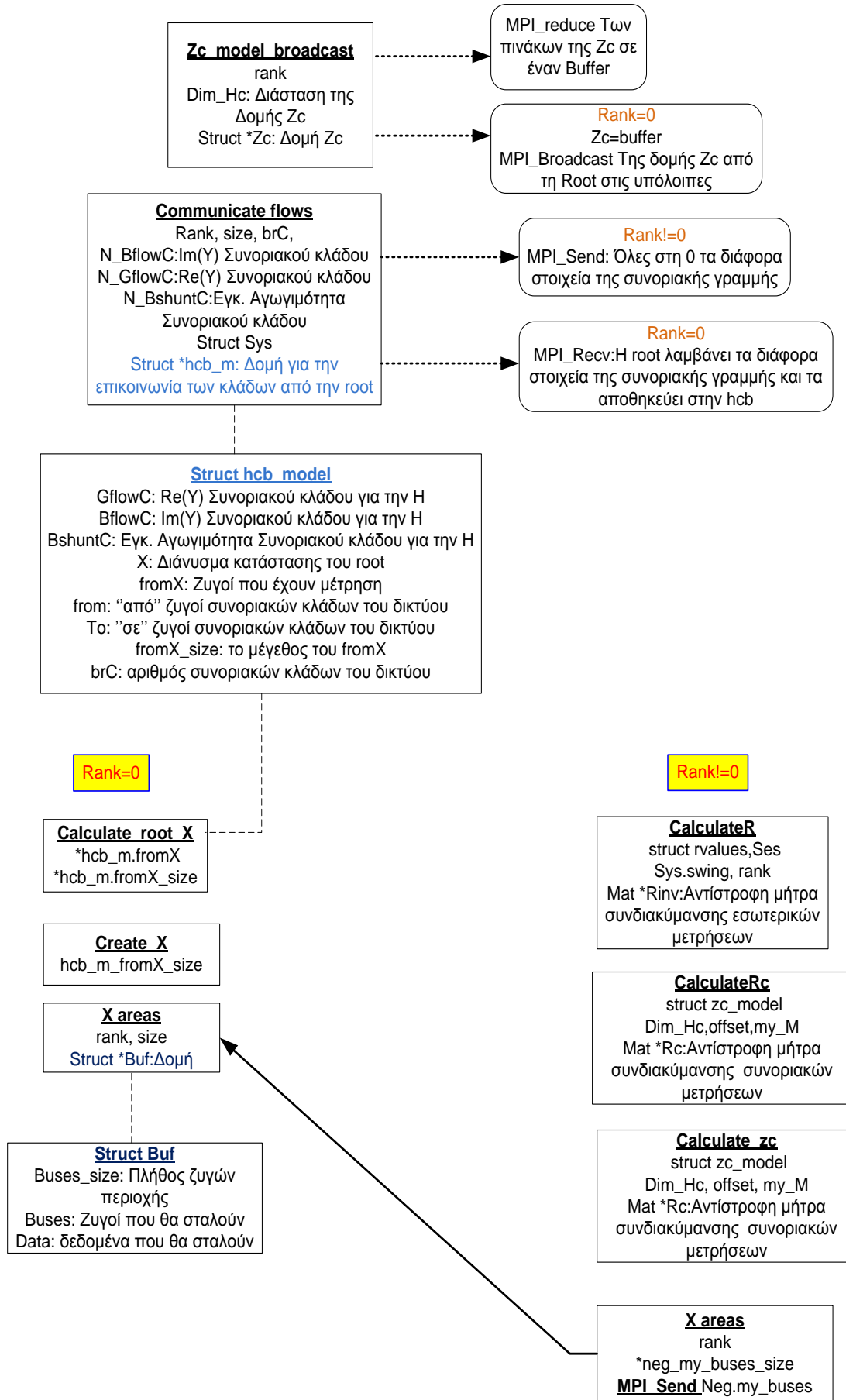
Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται οι βασικές ρουτίνες της κατανεμημένης υλοποίησης που δημιουργήθηκε, τα ορίσματα τους, η σειρά κλήσης των ρουτινών καθώς και οι κυριότερες δομές που παρήχθησαν

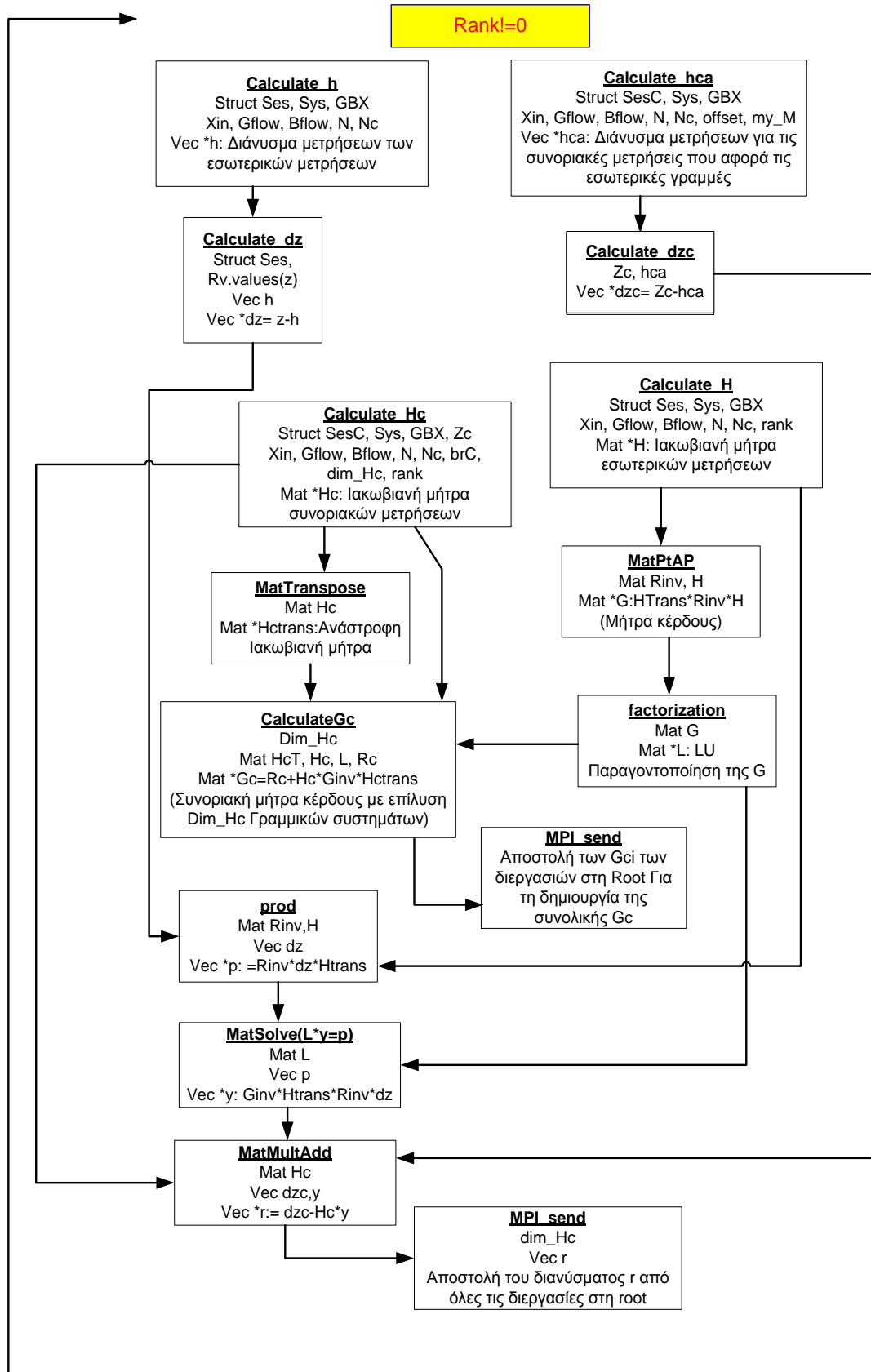
Read_files (rank!=0)

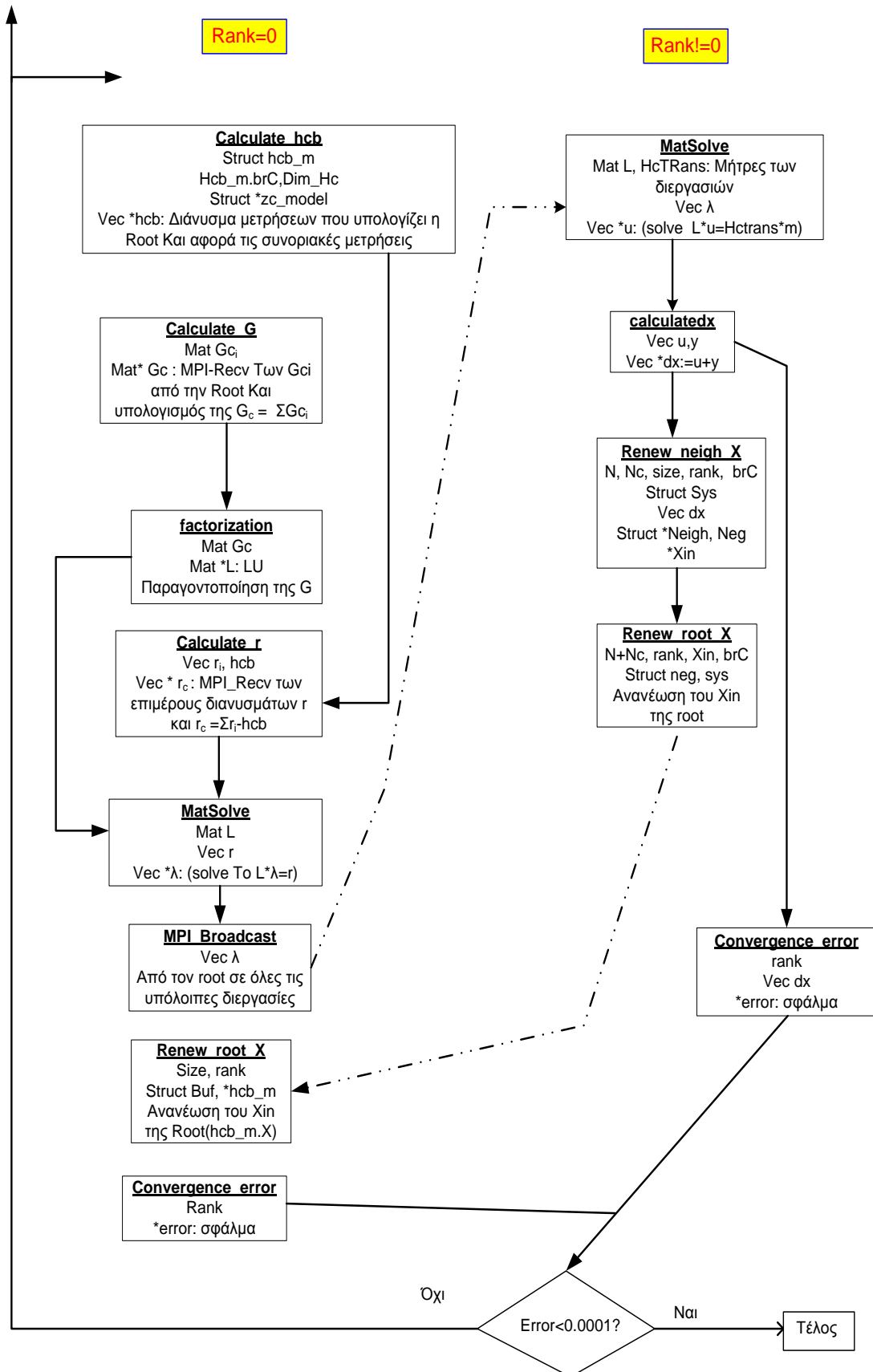


Rank!=0



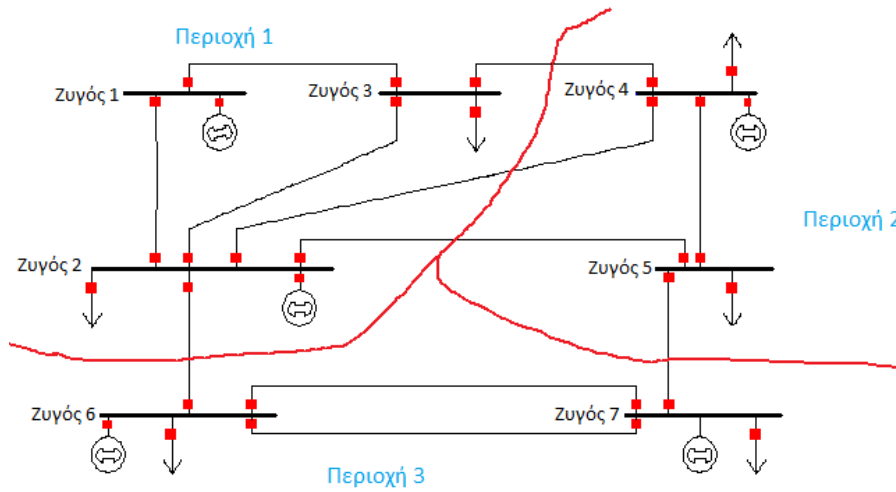






5.2 Σύνοψη Παρουσίαση της υλοποίησης σε δίκτυο 7 ζυγών (3 περιοχών) με το λογισμικό Mathcad

Έστω το παρακάτω δίκτυο με τα χαρακτηριστικά και τις μετρήσεις που ακολουθούν



R :=

	1
1	0.02
2	0.08
3	0.06
4	0.06
5	0.04
6	0.02
7	0.01
8	0.08
9	0.02
10	0.08

X :=

	1
1	0.06
2	0.24
3	0.18
4	0.18
5	0.12
6	0.06
7	0.03
8	0.24
9	0.06
10	0.24

B :=

	1
1	0.06
2	0.05
3	0.04
4	0.04
5	0.03
6	0.05
7	0.02
8	0.05
9	0.04
10	0.05

Άρα

$$\begin{pmatrix} g_{12} \\ g_{13} \\ g_{23} \\ g_{24} \\ g_{25} \\ g_{26} \\ g_{34} \\ g_{45} \\ g_{57} \\ g_{67} \end{pmatrix} = \left(\frac{R}{R^2 + X^2} \right) \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{13} \\ b_{23} \\ b_{24} \\ b_{25} \\ b_{26} \\ b_{34} \\ b_{45} \\ b_{57} \\ b_{67} \end{pmatrix} = \left(\frac{-X}{R^2 + X^2} \right) \begin{pmatrix} b_{s12} \\ b_{s13} \\ b_{s23} \\ b_{s24} \\ b_{s25} \\ b_{s26} \\ b_{s34} \\ b_{s45} \\ b_{s75} \\ b_{s67} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot B$$

Ακόμη, ακολουθούν οι μετρήσεις του δικτύου

$$z_1 := \begin{pmatrix} 0.614624517782408 \\ 0.442325482215646 \\ 0.386971216576464 \\ 1.056950000000000 \\ -0.019275524258699 \\ 0.127577216090447 \\ 0.161736246530772 \\ 0.108301691831748 \\ 1.00000 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_1 := \begin{pmatrix} 0.012392490078363 \\ 0.008946509444052 \\ 0.007839424156013 \\ 0.021238999524980 \\ 0.000485510474031 \\ 0.002651544262251 \\ 0.003334724855787 \\ 0.002266033785694 \\ 0.002624999941327 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} P1-2 \\ P1-3 \\ P2-3 \\ P1 \\ Q1-2 \\ Q1-3 \\ Q2-3 \\ Q1 \\ V1 \\ \delta 1 \end{pmatrix}$$

$$z_2 := \begin{pmatrix} 0.170290082588351 \\ -0.070024371700712 \\ 1.00000 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 := \begin{pmatrix} 0.003505801573115 \\ 0.001500487400185 \\ 0.002499999944121 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} P4-5 \\ Q4-5 \\ V4 \\ \delta 4 \end{pmatrix}$$

$$z_3 := \begin{pmatrix} 0.295495087069088 \\ -0.086805494945768 \\ 1.0000 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 := \begin{pmatrix} 0.006009901606759 \\ 0.001836109857584 \\ 0.002599999941885 \\ 0.0000100 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} P6-7 \\ Q6-7 \\ V6 \\ \delta 7 \end{pmatrix}$$

$$z_c := \begin{pmatrix} 0.337224939518288 \\ 0.867018538802349 \\ 0.293980234295858 \\ -0.295839342844968 \\ 1.277430000000000 \\ -1.100000000000000 \\ 0.126246031025602 \\ 0.062002078020166 \\ -0.095051499274927 \\ -0.186094662306115 \\ 0.294787147564099 \\ -0.40000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_c := \begin{pmatrix} 0.006844498637088 \\ 0.017440370385933 \\ 0.005979604551972 \\ 0.006016786722123 \\ 0.025648599426418 \\ 0.022099999505735 \\ 0.002624920561549 \\ 0.001340041530160 \\ 0.002001029940481 \\ 0.003821893160405 \\ 0.005995742816976 \\ 0.008099999818660 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} P2-4 \\ P2-5 \\ P2-6 \\ P3-4 \\ P2 \\ P3 \\ Q2-4 \\ Q2-5 \\ Q2-6 \\ Q3-4 \\ Q2 \\ Q3 \\ \delta 1 \\ \delta 4 \end{pmatrix}$$

Διανύσματα εισόδου των περιοχών

$$x_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} := x_1 \quad x_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \delta_4 \\ \delta_5 \\ V_4 \\ V_5 \end{pmatrix} := x_2 \quad x_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \delta_6 \\ \delta_7 \\ V_6 \\ V_7 \end{pmatrix} := x_3$$

Ακόμη, για διευκόλυνση ορίζουμε τους παρακάτω συντελεστές για όλες τις συνδέσεις μεταξύ των ζυγών στο δίκτυο:

$$\alpha_{ij} := g_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j)$$

$$\beta_{ij} := g_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j)$$

Υπολογισμός Ιακωβιανών Μητρών H_i εσωτερικών μετρήσεων κάθε περιοχής

$$H_1 := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ V_1 \cdot V_2 \cdot \beta_{12} & -V_1 \cdot V_2 \cdot \beta_{12} & 0 & 2 \cdot V_1 \cdot g_{12} - V_2 \cdot \alpha_{12} & -V_1 \cdot \alpha_{12} & 0 \\ V_1 \cdot V_3 \cdot \beta_{13} & 0 & -V_1 \cdot V_3 \cdot \beta_{13} & 2 \cdot V_1 \cdot g_{13} - V_3 \cdot \alpha_{13} & 0 & -V_1 \cdot \alpha_{13} \\ 0 & V_2 \cdot V_3 \cdot \beta_{23} & -V_2 \cdot V_3 \cdot \beta_{23} & 0 & 2 \cdot V_2 \cdot g_{23} - V_3 \cdot \alpha_{23} & -V_2 \cdot \alpha_{23} \\ V_1 \cdot V_2 \cdot \beta_{12} + V_1 \cdot V_3 \cdot \beta_{13} & -V_1 \cdot V_2 \cdot \beta_{12} & -V_1 \cdot V_3 \cdot \beta_{13} & 2 \cdot V_1 \cdot (g_{12} + g_{13}) - V_2 \cdot \alpha_{12} - V_3 \cdot \alpha_{13} & -V_1 \cdot \alpha_{12} & -V_1 \cdot \alpha_{13} \\ -V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha_{12} & V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha_{12} & 0 & -2 \cdot V_1 \cdot (b_{12} + b_{s12}) - V_2 \cdot \beta_{12} & -V_1 \cdot \beta_{12} & 0 \\ -V_1 \cdot V_3 \cdot \alpha_{13} & 0 & V_1 \cdot V_3 \cdot \alpha_{13} & -2 \cdot V_1 \cdot (b_{13} + b_{s13}) - V_3 \cdot \beta_{13} & 0 & -V_1 \cdot \beta_{13} \\ 0 & -V_2 \cdot V_3 \cdot \alpha_{23} & V_2 \cdot V_3 \cdot \alpha_{23} & 0 & -2 \cdot V_2 \cdot (b_{23} + b_{s23}) - V_3 \cdot \beta_{23} & -V_2 \cdot \beta_{23} \\ -V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha_{12} - V_1 \cdot V_3 \cdot \alpha_{13} & V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha_{12} & V_1 \cdot V_3 \cdot \alpha_{13} & -2 \cdot V_1 \cdot [(b_{12} + b_{s12}) + (b_{13} + b_{s13})] - V_2 \cdot \beta_{12} - V_3 \cdot \beta_{13} & -V_1 \cdot \beta_{12} & -V_1 \cdot \beta_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 15 & -15 & 0 & 5 & -5 & 0 \\ 3.75 & 0 & -3.75 & 1.25 & 0 & -1.25 \\ 0 & 5 & -5 & 0 & 1.66667 & -1.66667 \\ 18.75 & -15 & -3.75 & 6.25 & -5 & -1.25 \\ -5 & 5 & 0 & 15 & -15 & 0 \\ -1.25 & 0 & 1.25 & 3.75 & 0 & -3.75 \\ 0 & -1.66667 & 1.66667 & 0 & 5 & -5 \\ -6.25 & 5 & 1.25 & 18.75 & -15 & -3.75 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_2 := \begin{bmatrix} 4 & 5 & 4 & 5 \\ V_4 \cdot V_5 \cdot \beta_{45} & -V_4 \cdot V_5 \cdot \beta_{45} & 2 \cdot V_4 \cdot g_{45} - V_5 \cdot \alpha_{45} & -V_4 \cdot \alpha_{45} \\ -V_4 \cdot V_5 \cdot \alpha_{45} & V_4 \cdot V_5 \cdot \alpha_{45} & -2 \cdot V_4 \cdot (b_{45} + b_{s45}) - V_5 \cdot \beta_{45} & -V_4 \cdot \beta_{45} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_3 := \begin{bmatrix} 6 & 7 & 6 & 7 \\ V_6 \cdot V_7 \cdot \beta_{67} & -V_6 \cdot V_7 \cdot \beta_{67} & 2 \cdot V_6 \cdot g_{67} - V_7 \cdot \alpha_{67} & -V_6 \cdot \alpha_{67} \\ -V_6 \cdot V_7 \cdot \alpha_{67} & V_6 \cdot V_7 \cdot \alpha_{67} & -2 \cdot V_6 \cdot (b_{67} + b_{s67}) - V_7 \cdot \beta_{67} & -V_6 \cdot \beta_{67} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} 3.75 & -3.75 & 1.25 & -1.25 \\ -1.25 & 1.25 & 3.75 & -3.75 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad H_3 = \begin{pmatrix} 3.75 & -3.75 & 1.25 & -1.25 \\ -1.25 & 1.25 & 3.75 & -3.75 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Μήτρες διασποράς R_i εσωτερικών μετρήσεων των περιοχών

$$R_1 := \text{diag}(\sigma_1) \cdot \text{diag}(\sigma_1)$$

$$R_2 := \text{diag}(\sigma_2) \cdot \text{diag}(\sigma_2)$$

$$R_3 := \text{diag}(\sigma_3) \cdot \text{diag}(\sigma_3)$$

Μήτρες κέρδους G_i των περιοχών

$$G_1 := H_1^T \cdot R_1^{-1} \cdot H_1 = \begin{pmatrix} 1.16307 \times 10^8 & -1.14232 \times 10^8 & -2.07525 \times 10^6 & -3.40855 \times 10^8 & 3.35735 \times 10^8 & 5.12054 \times 10^6 \\ -1.14232 \times 10^8 & 1.13547 \times 10^8 & 6.85273 \times 10^5 & 3.35735 \times 10^8 & -3.32739 \times 10^8 & -2.99613 \times 10^6 \\ -2.07525 \times 10^6 & 6.85273 \times 10^5 & 1.38998 \times 10^6 & 5.12054 \times 10^6 & -2.99613 \times 10^6 & -2.12441 \times 10^6 \\ -3.40855 \times 10^8 & 3.35735 \times 10^8 & 5.12054 \times 10^6 & 1.0254 \times 10^9 & -1.00952 \times 10^9 & -1.573 \times 10^7 \\ 3.35735 \times 10^8 & -3.32739 \times 10^8 & -2.99613 \times 10^6 & -1.00952 \times 10^9 & 1.00085 \times 10^9 & 8.67496 \times 10^6 \\ 5.12054 \times 10^6 & -2.99613 \times 10^6 & -2.12441 \times 10^6 & -1.573 \times 10^7 & 8.67496 \times 10^6 & 7.05507 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

$$G_2 := H_2^T \cdot R_2^{-1} \cdot H_2 = \begin{pmatrix} 1.83816 \times 10^6 & -1.83816 \times 10^6 & -1.70059 \times 10^6 & 1.70059 \times 10^6 \\ -1.83816 \times 10^6 & 1.83816 \times 10^6 & 1.70059 \times 10^6 & -1.70059 \times 10^6 \\ -1.70059 \times 10^6 & 1.70059 \times 10^6 & 6.53307 \times 10^6 & -6.37307 \times 10^6 \\ 1.70059 \times 10^6 & -1.70059 \times 10^6 & -6.37307 \times 10^6 & 6.37307 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

$$G_3 := H_3^T \cdot R_3^{-1} \cdot H_3 = \begin{pmatrix} 8.5281 \times 10^5 & -8.5281 \times 10^5 & -1.26063 \times 10^6 & 1.26063 \times 10^6 \\ -8.5281 \times 10^5 & 1.00009 \times 10^{10} & 1.26063 \times 10^6 & -1.26063 \times 10^6 \\ -1.26063 \times 10^6 & 1.26063 \times 10^6 & 4.36243 \times 10^6 & -4.2145 \times 10^6 \\ 1.26063 \times 10^6 & -1.26063 \times 10^6 & -4.2145 \times 10^6 & 4.2145 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Διανύσματα μετρήσεων h_i και $\Delta z_i = z_i - h_i$ κάθε περιοχής

$$h_1 := \begin{bmatrix} V_1^2 \cdot (g_{12}) - V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha_{12} \\ V_1^2 \cdot (g_{13}) - V_1 \cdot V_3 \cdot \alpha_{13} \\ V_2^2 \cdot (g_{23}) - V_2 \cdot V_3 \cdot \alpha_{23} \\ V_1^2 \cdot (g_{12} + g_{13}) - V_1 \cdot (V_2 \cdot \alpha_{12} + V_3 \cdot \alpha_{13}) \\ -V_1^2 \cdot (b_{12} + b_{s12}) - V_1 \cdot V_2 \cdot \beta_{12} \\ -V_1^2 \cdot (b_{13} + b_{s13}) - V_1 \cdot V_3 \cdot \beta_{13} \\ -V_2^2 \cdot (b_{23} + b_{s23}) - V_2 \cdot V_3 \cdot \beta_{23} \\ -V_1^2 \cdot [(b_{12} + b_{s12}) + (b_{13} + b_{s13})] - V_1 \cdot (V_2 \cdot \beta_{12} + V_3 \cdot \beta_{13}) \\ V_1 \\ \delta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta z_1 := z_1 - h_1 = \begin{bmatrix} 0.61462 \\ 0.44233 \\ 0.38697 \\ 1.05695 \\ -0.01928 \\ 0.12758 \\ 0.16174 \\ 0.1083 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$h_2 := \begin{bmatrix} V_4^2 \cdot (g_{45}) - V_4 \cdot V_5 \cdot \alpha_{45} \\ -V_4^2 \cdot (b_{45} + b_{s45}) - V_4 \cdot V_5 \cdot \beta_{45} \\ V_4 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta z_2 := z_2 - h_2 = \begin{bmatrix} 0.17029 \\ -0.07002 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$h_3 := \begin{bmatrix} V_6^2 \cdot (g_{67}) - V_6 \cdot V_7 \cdot \alpha_{67} \\ -V_6^2 \cdot (b_{67} + b_{s67}) - V_6 \cdot V_7 \cdot \beta_{67} \\ V_6 \\ \delta_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta z_3 := z_3 - h_3 = \begin{bmatrix} 0.2955 \\ -0.08681 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Υπολογισμός των διανυσμάτων y_i κάθε περιοχής

$$y_1 := G_1^{-1} \cdot H_1^T \cdot R_1^{-1} \cdot \Delta z_1 = \begin{pmatrix} 3.09566 \times 10^{-10} \\ -0.03722 \\ -0.09647 \\ -7.10058 \times 10^{-15} \\ -0.01114 \\ -0.06521 \end{pmatrix}$$

$$y_2 := G_2^{-1} \cdot H_2^T \cdot R_2^{-1} \cdot \Delta z_2 = \begin{pmatrix} 1.22356 \times 10^{-11} \\ -0.04647 \\ 0 \\ 3.18264 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$y_3 := G_3^{-1} \cdot H_3^T \cdot R_3^{-1} \cdot \Delta z_3 = \begin{pmatrix} 0.07786 \\ 0 \\ 0 \\ -2.80629 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός υπομητρών H_i της γενικής Ιακωβιανής μήτρας συνοριακών μετρήσεων H_c

Εν προκειμένω χρησιμοποιούμε κάποια επιπλέον βοηθητικά ορίσματα για την περίπτωση των μετρήσεων εγχύσεως όπως τα παρακάτω

$$\theta P2_ \theta \delta 2 := V_2 \cdot (V_1 \cdot \beta_{21} + V_3 \cdot \beta_{23} + V_4 \cdot \beta_{24} + V_5 \cdot \beta_{25} + V_6 \cdot \beta_{26})$$

$$\theta P2_ \theta V2 := 2 \cdot V_2 \cdot (g_{12} + g_{23} + g_{24} + g_{25} + g_{26}) - (V_1 \cdot \alpha_{21} + V_3 \cdot \alpha_{23} + V_4 \cdot \alpha_{24} + V_5 \cdot \alpha_{25} + V_6 \cdot \alpha_{26})$$

Έτσι προκύπτουν οι παρακάτω συνοριακές μήτρες

$$H_{c1} := \begin{bmatrix} 0 & V_2 \cdot V_4 \cdot \beta_{24} & 0 & 0 & 2 \cdot V_2 \cdot g_{24} - V_4 \cdot \alpha_{24} & 0 \\ 0 & V_2 \cdot V_5 \cdot \beta_{25} & 0 & 0 & 2 \cdot V_2 \cdot g_{25} - V_5 \cdot \alpha_{25} & 0 \\ 0 & V_2 \cdot V_6 \cdot \beta_{26} & 0 & 0 & 2 \cdot V_2 \cdot g_{26} - V_6 \cdot \alpha_{26} & 0 \\ 0 & 0 & V_3 \cdot V_4 \cdot \beta_{34} & 0 & 0 & 2 \cdot V_3 \cdot g_{34} - V_4 \cdot \alpha_{34} \\ -V_2 \cdot V_1 \cdot \beta_{21} & \theta P2_ \theta \delta 2 & -V_2 \cdot V_3 \cdot \beta_{23} & -V_2 \cdot \alpha_{21} & \theta P2_ \theta V2 & -V_2 \cdot \alpha_{23} \\ -V_3 \cdot V_1 \cdot \beta_{31} & -V_3 \cdot V_2 \cdot \beta_{32} & \theta P3_ \theta \delta 3 & -V_3 \cdot \alpha_{31} & -V_3 \cdot \alpha_{32} & \theta P3_ \theta V3 \\ 0 & -V_2 \cdot V_4 \cdot \alpha_{24} & 0 & 0 & -2 \cdot V_2 \cdot (b_{24} + b_{s24}) - V_4 \cdot \beta_{24} & 0 \\ 0 & -V_2 \cdot V_5 \cdot \alpha_{25} & 0 & 0 & -2 \cdot V_2 \cdot (b_{25} + b_{s25}) - V_5 \cdot \beta_{25} & 0 \\ 0 & -V_2 \cdot V_6 \cdot \alpha_{26} & 0 & 0 & -2 \cdot V_2 \cdot (b_{26} + b_{s26}) - V_6 \cdot \beta_{26} & 0 \\ 0 & 0 & -V_3 \cdot V_4 \cdot \alpha_{34} & 0 & 0 & -2 \cdot V_3 \cdot (b_{34} + b_{s34}) - V_4 \cdot \beta_{34} \\ V_2 \cdot V_1 \cdot \alpha_{21} & \theta Q2_ \theta \delta 2 & V_2 \cdot V_3 \cdot \alpha_{23} & -V_2 \cdot \beta_{21} & \theta Q2_ \theta V2 & -V_2 \cdot \beta_{23} \\ V_3 \cdot V_1 \cdot \alpha_{31} & V_3 \cdot V_2 \cdot \alpha_{32} & \theta Q3_ \theta \delta 3 & -V_3 \cdot \beta_{31} & -V_3 \cdot \beta_{32} & \theta Q3_ \theta V3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 & 1.667 & 0 \\ 0 & 7.5 & 0 & 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 15 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 0 & 0 & 10 \\ -15 & 47.5 & -5 & -5 & 15.833 & -1.667 \\ -3.75 & -5 & 38.75 & -1.25 & -1.667 & 12.917 \\ 0 & -1.667 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2.5 & 0 & 0 & 7.5 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 30 \\ 5 & -15.833 & 1.667 & -15 & 47.5 & -5 \\ 1.25 & 1.667 & -12.917 & -3.75 & -5 & 38.75 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{c2} := \begin{bmatrix} -V_2 \cdot V_4 \cdot \beta_{24} & 0 & -V_2 \cdot \alpha_{24} & 0 \\ 0 & -V_2 \cdot V_5 \cdot \beta_{25} & 0 & -V_2 \cdot \alpha_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -V_3 \cdot V_4 \cdot \beta_{34} & 0 & -V_3 \cdot \alpha_{34} & 0 \\ -V_2 \cdot V_4 \cdot \beta_{24} & -V_2 \cdot V_5 \cdot \beta_{25} & -V_2 \cdot \alpha_{24} & -V_2 \cdot \alpha_2 \\ -V_3 \cdot V_4 \cdot \beta_{34} & 0 & -V_3 \cdot \alpha_{34} & 0 \\ V_2 \cdot V_4 \cdot \alpha_{24} & 0 & -V_2 \cdot \beta_{24} & 0 \\ 0 & V_2 \cdot V_5 \cdot \alpha_{25} & 0 & -V_2 \cdot \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_3 \cdot V_4 \cdot \alpha_{34} & 0 & -V_3 \cdot \beta_{34} & 0 \\ V_2 \cdot V_4 \cdot \alpha_{24} & V_2 \cdot V_5 \cdot \alpha_{25} & -V_2 \cdot \beta_{24} & -V_2 \cdot \beta_2 \\ V_3 \cdot V_4 \cdot \alpha_{34} & 0 & -V_3 \cdot \beta_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H_{c3} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -V_2 \cdot V_6 \cdot \beta_{26} & 0 & -V_2 \cdot \alpha_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -V_2 \cdot V_6 \cdot \beta_{26} & 0 & -V_2 \cdot \alpha_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_2 \cdot V_6 \cdot \alpha_{26} & 0 & -V_2 \cdot \beta_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_2 \cdot V_6 \cdot \alpha_{26} & 0 & -V_2 \cdot \beta_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{c2} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1.667 & 0 \\ 0 & -7.5 & 0 & -2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -30 & 0 & -10 & 0 \\ -5 & -7.5 & -1.667 & -2.5 \\ -30 & 0 & -10 & 0 \\ 1.667 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 & -7.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & -30 & 0 \\ 1.667 & 2.5 & -5 & -7.5 \\ 10 & 0 & -30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H_{c3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -15 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -15 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Υπολογισμός της μήτρας διασποράς R_c των συνοριακών μετρήσεων

$$R_c := \text{diag}(\sigma_c) \cdot \text{diag}(\sigma_c)$$

$$R_{c_{\text{rows}(R_c), \text{rows}(R_c)}} := \frac{-1}{\left(R_{c_{\text{rows}(R_c), \text{rows}(R_c)}}}\right)^2}$$

$$R_{c_{\text{rows}(R_c)-1, \text{rows}(R_c)-1}} := R_{c_{\text{rows}(R_c), \text{rows}(R_c)}}$$

Σημειώνουμε εδώ το γεγονός πως στη θέση των ψευδομετρήσεων δ_1 και δ_4 τοποθετείται αρνητικό βάρος ίσο με -1 , ενώ ουσιαστικά κάθε περιοχή υπολογίζει το δικό της R_{c_i} και στη συνέχεια προστίθενται μεταξύ τους για τη δημιουργία του συνολικού R_c

Υπολογισμός της συνολικής συνοριακής μήτρας κέρδους G_c από το συντονιστή με την άθροιση των επιμέρους G_{c_i}

$$G_c := \left(H_{c1} \cdot G_1^{-1} \cdot H_{c1}^T + H_{c2} \cdot G_2^{-1} \cdot H_{c2}^T + H_{c3} \cdot G_3^{-1} \cdot H_{c3}^T \right) + R_c$$

Υπολογισμός των συνοριακών διανυσμάτων h_c και ΔZ_c

Ορίζουμε τους παρακάτω συντελεστές:

$$b_{22} := b_{12} + b_{23} + b_{24} + b_{25} + b_{26} + (b_{s12} + b_{s23} + b_{s24} + b_{s25} + b_{s26})$$

$$b_{33} := b_{13} + b_{23} + b_{34} + (b_{s13} + b_{s23} + b_{s34})$$

$$g_{22} := g_{12} + g_{23} + g_{24} + g_{25} + g_{26}$$

$$g_{33} := g_{13} + g_{23} + g_{34}$$

Τότε, προκύπτει:

$$h_c := \begin{bmatrix} V_2^2 \cdot (g_{24}) - V_2 \cdot V_4 \cdot \alpha_{24} \\ V_2^2 \cdot (g_{25}) - V_2 \cdot V_5 \cdot \alpha_{25} \\ V_2^2 \cdot (g_{26}) - V_2 \cdot V_6 \cdot \alpha_{26} \\ V_3^2 \cdot (g_{34}) - V_3 \cdot V_4 \cdot \alpha_{34} \\ V_2^2 \cdot (g_{22}) - V_2 \cdot (V_1 \cdot \alpha_{21} + V_3 \cdot \alpha_{23} + V_4 \cdot \alpha_{24} + V_5 \cdot \alpha_{25} + V_6 \cdot \alpha_{26}) \\ V_3^2 \cdot (g_{33}) - V_3 \cdot (V_1 \cdot \alpha_{31} + V_2 \cdot \alpha_{32} + V_4 \cdot \alpha_{34}) \\ -V_2^2 \cdot (b_{24} + b_{s24}) - V_2 \cdot V_4 \cdot \beta_{24} \\ -V_2^2 \cdot (b_{25} + b_{s25}) - V_2 \cdot V_5 \cdot \beta_{25} \\ -V_2^2 \cdot (b_{26} + b_{s26}) - V_2 \cdot V_6 \cdot \beta_{26} \\ -V_3^2 \cdot (b_{34} + b_{s34}) - V_3 \cdot V_4 \cdot \beta_{34} \\ -V_2^2 \cdot (b_{22}) - V_2 \cdot (V_1 \cdot \beta_{21} + V_3 \cdot \beta_{23} + V_4 \cdot \beta_{24} + V_5 \cdot \beta_{25} + V_6 \cdot \beta_{26}) \\ -V_3^2 \cdot (b_{33}) - V_3 \cdot (V_1 \cdot \beta_{31} + V_2 \cdot \beta_{32} + V_4 \cdot \beta_{34}) \\ \delta_4 \\ \delta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta z_c := z_c - h_c = \begin{bmatrix} 0.33722 \\ 0.86702 \\ 0.29398 \\ -0.29584 \\ 1.27743 \\ -1.1 \\ 0.12625 \\ 0.062 \\ -0.09505 \\ -0.18609 \\ 0.29479 \\ -0.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Στην πραγματικότητα το διάνυσμα h_c υπολογίζεται τόσο από κάθε διεργασία ξεχωριστά όσο και κάποια τμήματα του από τον συντονιστή. Τα τμήματα αυτά αφορούν τις εγχύσεις ισχύος και συγκεκριμένα τις εκτός περιοχής γραμμές ενός συνοριακού ζυγού.

Υπολογισμός του διανύσματος λ από το συντονιστή και αποστολή του στις υπόλοιπες διεργασίες

$$\lambda := G_c^{-1} \cdot (\Delta z_c - H_{c1} \cdot y_1 - H_{c2} \cdot y_2 - H_{c3} \cdot y_3) = \begin{bmatrix} 56.96246 \\ 65.25116 \\ -66.48964 \\ -24.20155 \\ 31.50008 \\ 36.32505 \\ -1.01835 \cdot 10^3 \\ -62.33875 \\ -419.22947 \\ -654.2081 \\ 314.26079 \\ 861.74066 \\ 0.13419 \\ 0.04529 \end{bmatrix}$$

Υπολογισμός των διανυσμάτων u από την κάθε περιοχή

$$u_1 := G_1^{-1} \cdot H_{c1}^T \cdot \lambda = \begin{pmatrix} 0.13419 \\ 0.13473 \\ 0.13468 \\ 0.02313 \\ 0.02329 \\ 0.02505 \end{pmatrix} \quad u_2 := G_2^{-1} \cdot H_{c2}^T \cdot \lambda = \begin{pmatrix} 0.04529 \\ 0.04481 \\ -0.03191 \\ -0.03237 \end{pmatrix} \quad u_3 := G_3^{-1} \cdot H_{c3}^T \cdot \lambda = \begin{pmatrix} -3.16847 \times 10^{-15} \\ 0 \\ 0.01183 \\ 0.01183 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός των διανυσμάτων ΔX κάθε περιοχής

$$DX_1 := u_1 + y_1 = \begin{pmatrix} 0.13419 \\ 0.09751 \\ 0.0382 \\ 0.02313 \\ 0.01215 \\ -0.04016 \end{pmatrix} \quad DX_2 := u_2 + y_2 = \begin{pmatrix} 0.04529 \\ -1.66382 \times 10^{-3} \\ -0.03191 \\ -0.02919 \end{pmatrix} \quad DX_3 := u_3 + y_3 = \begin{pmatrix} 0.07786 \\ 0 \\ 0.01183 \\ 9.02018 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Νέο Διάνυσμα Κατάστασης

$$x_1 = \begin{pmatrix} 0.134194 \\ 0.097512 \\ 0.038204 \\ 1.023125 \\ 1.012151 \\ 0.959845 \end{pmatrix} \quad x_2 = \begin{pmatrix} 0.04529 \\ -1.66382 \times 10^{-3} \\ 0.96809 \\ 0.97081 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} 0.07786 \\ 0 \\ 1.01183 \\ 1.00902 \end{pmatrix}$$

Θεωρούμε X_1 και X_0 το συνολικό νέο και παλιό διάνυσμα κατάστασης αντίστοιχα. Τότε,

$$\text{err}_2 := X_1 - X_0 = \begin{array}{|c|} \hline 0.13419 \\ \hline 0.09751 \\ \hline 0.0382 \\ \hline 0.04529 \\ \hline -1.66382 \cdot 10^{-3} \\ \hline 0.07786 \\ \hline 0 \\ \hline 0.02313 \\ \hline 0.01215 \\ \hline -0.04016 \\ \hline -0.03191 \\ \hline -0.02919 \\ \hline 0.01183 \\ \hline 9.02 \cdot 10^{-3} \\ \hline \end{array} \quad \max \left(\begin{array}{|c|} \hline |\text{err}_{2_1}| \\ \hline |\text{err}_{2_2}| \\ \hline |\text{err}_{2_3}| \\ \hline |\text{err}_{2_4}| \\ \hline |\text{err}_{2_5}| \\ \hline |\text{err}_{2_6}| \\ \hline |\text{err}_{2_7}| \\ \hline |\text{err}_{2_8}| \\ \hline |\text{err}_{2_9}| \\ \hline |\text{err}_{2_{10}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{11}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{12}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{13}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{14}}| \\ \hline \end{array} \right) = 0.13419$$

Επανάληψη 2

$$\begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} := x_1 \quad \begin{pmatrix} \delta_4 \\ \delta_5 \\ V_4 \\ V_5 \end{pmatrix} := x_2 \quad \begin{pmatrix} \delta_6 \\ \delta_7 \\ V_6 \\ V_7 \end{pmatrix} := x_3$$

Ακολουθεί εδώ ο επαναπροσδιορισμός των συντελεστών που χρησιμοποιήσαμε προηγουμένως

Υπολογισμός Ιακωβιανών Μητρών H_i εσωτερικών μετρήσεων κάθε περιοχής

$$H_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 15.7128 & -15.7128 & 0 & 5.73069 & -4.54936 & 0 \\ \hline 3.78335 & 0 & -3.78335 & 1.70851 & 0 & -0.9053 \\ \hline 0 & 4.94497 & -4.94497 & 0 & 2.06137 & -1.38399 \\ \hline 19.49615 & -15.7128 & -3.78335 & 7.43919 & -4.54936 & -0.9053 \\ \hline -4.60464 & 4.60464 & 0 & 15.3361 & -15.52416 & 0 \\ \hline -0.86895 & 0 & 0.86895 & 3.9756 & 0 & -3.94163 \\ \hline 0 & -1.32841 & 1.32841 & 0 & 5.2359 & -5.15185 \\ \hline -5.47359 & 4.60464 & 0.86895 & 19.3117 & -15.52416 & -3.94163 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} 3.57563 & -3.57563 & 1.37892 & -1.03839 \\ -1.00808 & 1.00808 & 3.5672 & -3.68313 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad H_3 = \begin{pmatrix} 3.92714 & -3.91624 & 1.56644 & -0.96581 \\ -0.97452 & 0.97452 & 3.71823 & -3.88123 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Μήτρες κέρδους G_i των περιοχών

$$G_1 := H_1^T \cdot R_1^{-1} \cdot H_1$$

$$G_1 = \begin{pmatrix} 9.85197E+007 & -9.71437E+007 & -1.376E+006 & -3.19669E+008 & 3.1914E+008 & 4.60685E+006 \\ -9.71437E+007 & 9.67893E+007 & 3.54422E+005 & 3.16053E+008 & -3.17011E+008 & -2.99899E+006 \\ -1.376E+006 & 3.54422E+005 & 1.02158E+006 & 3.6162E+006 & -2.12929E+006 & -1.60786E+006 \\ -3.19669E+008 & 3.16053E+008 & 3.6162E+006 & 1.07317E+009 & -1.06864E+009 & -1.7087E+007 \\ 3.1914E+008 & -3.17011E+008 & -2.12929E+006 & -1.06864E+009 & 1.07204E+009 & 9.45359E+006 \\ 4.60685E+006 & -2.99899E+006 & -1.60786E+006 & -1.7087E+007 & 9.45359E+006 & 7.66543E+006 \end{pmatrix}$$

$$G_2 := H_2^T \cdot R_2^{-1} \cdot H_2 = \begin{pmatrix} 1.4916 \times 10^6 & -1.49159 \times 10^6 & -1.19604 \times 10^6 & 1.34702 \times 10^6 \\ -1.49159 \times 10^6 & 1.49159 \times 10^6 & 1.19604 \times 10^6 & -1.34702 \times 10^6 \\ -1.19604 \times 10^6 & 1.19604 \times 10^6 & 5.96654 \times 10^6 & -5.95202 \times 10^6 \\ 1.34702 \times 10^6 & -1.34702 \times 10^6 & -5.95202 \times 10^6 & 6.11292 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

$$G_3 := H_3^T \cdot R_3^{-1} \cdot H_3 = \begin{pmatrix} 7.08688 \times 10^5 & -7.07504 \times 10^5 & -9.0449 \times 10^5 & 1.01691 \times 10^6 \\ -7.07504 \times 10^5 & 1.00007 \times 10^{10} & 9.04963 \times 10^5 & -1.01721 \times 10^6 \\ -9.0449 \times 10^5 & 9.04963 \times 10^5 & 4.31672 \times 10^6 & -4.32253 \times 10^6 \\ 1.01691 \times 10^6 & -1.01721 \times 10^6 & -4.32253 \times 10^6 & 4.49412 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Διανύσματα μετρήσεων h_i και $\Delta z_i = z_i - h_i$ κάθε περιοχής

$$h_1 := \begin{bmatrix} V_1^2 \cdot (g_{12}) - V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha_{12} \\ V_1^2 \cdot (g_{13}) - V_1 \cdot V_3 \cdot \alpha_{13} \\ V_2^2 \cdot (g_{23}) - V_2 \cdot V_3 \cdot \alpha_{23} \\ V_1^2 \cdot (g_{12} + g_{13}) - V_1 \cdot (V_2 \cdot \alpha_{12} + V_3 \cdot \alpha_{13}) \\ -V_1^2 \cdot (b_{12} + b_{s12}) - V_1 \cdot V_2 \cdot \beta_{12} \\ -V_1^2 \cdot (b_{13} + b_{s13}) - V_1 \cdot V_3 \cdot \beta_{13} \\ -V_2^2 \cdot (b_{23} + b_{s23}) - V_2 \cdot V_3 \cdot \beta_{23} \\ -V_1^2 \cdot [(b_{12} + b_{s12}) + (b_{13} + b_{s13})] - V_1 \cdot (V_2 \cdot \beta_{12} + V_3 \cdot \beta_{13}) \\ V_1 \\ \delta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6293 \\ 0.4395 \\ 0.379 \\ 1.0688 \\ -0.011 \\ 0.1421 \\ 0.1773 \\ 0.1311 \\ 1.0231 \\ 0.1342 \end{bmatrix}$$

$$\Delta z_1 := z_1 - h_1 = \begin{bmatrix} -0.0147 \\ 2.7909 \cdot 10^{-3} \\ 7.9659 \cdot 10^{-3} \\ -0.0119 \\ -8.2522 \cdot 10^{-3} \\ -0.0145 \\ -0.0155 \\ -0.0228 \\ -0.0231 \\ -0.1342 \end{bmatrix}$$

$$h_2 := \begin{bmatrix} V_4^2 \cdot (g_{45}) - V_4 \cdot V_5 \cdot \alpha_{45} \\ -V_4^2 \cdot (b_{45} + b_{s45}) - V_4 \cdot V_5 \cdot \beta_{45} \\ V_4 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.16342 \\ -0.06113 \\ 0.96809 \\ 0.04529 \end{bmatrix} \Delta z_2 := z_2 - h_2 = \begin{bmatrix} 6.87294 \times 10^{-3} \\ -8.89527 \times 10^{-3} \\ 0.03191 \\ -0.04529 \end{bmatrix}$$

$$h_3 := \begin{bmatrix} V_6^2 \cdot (g_{67}) - V_6 \cdot V_7 \cdot \alpha_{67} \\ -V_6^2 \cdot (b_{67} + b_{s67}) - V_6 \cdot V_7 \cdot \beta_{67} \\ V_6 \\ \delta_7 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.30522 \\ -0.07702 \\ 1.01183 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Delta z_3 := z_3 - h_3 = \begin{pmatrix} -9.72508 \times 10^{-3} \\ -9.78533 \times 10^{-3} \\ -0.01183 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός των διανυσμάτων y_i κάθε περιοχής

$$y_1 := G_1^{-1} \cdot H_1^T \cdot R_1^{-1} \cdot \Delta z_1 = \begin{pmatrix} -0.13419 \\ -0.13515 \\ -0.14027 \\ -0.02311 \\ -0.02258 \\ -0.02105 \end{pmatrix}$$

$$y_2 := G_2^{-1} \cdot H_2^T \cdot R_2^{-1} \cdot \Delta z_2 = \begin{pmatrix} -0.04529 \\ -0.04463 \\ 0.03191 \\ 0.0335 \end{pmatrix}$$

$$y_3 := G_3^{-1} \cdot H_3^T \cdot R_3^{-1} \cdot \Delta z_3 = \begin{pmatrix} 7.02475 \times 10^{-5} \\ 0 \\ -0.01183 \\ -8.82623 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός υπομητρών H_{ci} της γενικής Ιακωβιανής μήτρας συνοριακών μετρήσεων H_c

$$H_{c1} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 4.9778 & 0 & 0 & 2.0152 & 0 \\ 0 & 7.5766 & 0 & 0 & 3.3666 & 0 \\ 0 & 15.4595 & 0 & 0 & 5.3616 & 0 \\ 0 & 0 & 27.81 & 0 & 0 & 9.3105 \\ -15.333 & 48.2919 & -4.945 & -5.6141 & 17.2512 & -1.384 \\ -3.5481 & -4.753 & 36.1111 & -1.5393 & -1.8814 & 11.2849 \\ 0 & -1.3751 & 0 & 0 & 5.2034 & 0 \\ 0 & -1.7148 & 0 & 0 & 7.6967 & 0 \\ 0 & -4.8178 & 0 & 0 & 15.0907 & 0 \\ 0 & 0 & -9.4894 & 0 & 0 & 28.6173 \\ 5.744 & -14.9801 & 1.3284 & -14.9865 & 48.4423 & -5.1518 \\ 1.5749 & 1.9043 & -12.9685 & -3.4679 & -4.696 & 36.7662 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \end{array}$$

-4.97784	0	-1.42044	0
0	-7.57657	0	-1.76632
0	0	0	0
-27.80998	0	-9.80218	0
-4.97784	-7.57657	-1.42044	-1.76632
-27.80998	0	-9.80218	0
1.37512	0	-5.14191	0
0	1.71476	0	-7.80437
0	0	0	0
9.4894	0	-28.72663	0
1.37512	1.71476	-5.14191	-7.80437
9.4894	0	-28.72663	0
0	0	0	0
1	0	0	0

 $H_{c2} =$

0	0	0	0
0	0	0	0
-15.45946	0	-4.76148	0
0	0	0	0
-15.45946	0	-4.76148	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
4.8178	0	-15.27877	0
0	0	0	0
4.8178	0	-15.27877	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

 $H_{c3} =$

Υπολογισμός της συνολικής συνοριακής μήτρας κέρδους G_c από το συντονιστή με την άθροιση των επιμέρους G_{ci}

$$G_c := (H_{c1} \cdot G_1^{-1} \cdot H_{c1}^T + H_{c2} \cdot G_2^{-1} \cdot H_{c2}^T + H_{c3} \cdot G_3^{-1} \cdot H_{c3}^T) + R_c$$

Υπολογισμός των συνοριακών διανυσμάτων h_c και Δz_c

$h_c :=$	$V_2^2 \cdot (g_{24}) - V_2 \cdot V_4 \cdot \alpha_{24}$	=	0.3323	$\Delta z_c := z_c - h_c =$	0.004927
	$V_2^2 \cdot (g_{25}) - V_2 \cdot V_5 \cdot \alpha_{25}$		0.84636		0.020655
	$V_2^2 \cdot (g_{26}) - V_2 \cdot V_6 \cdot \alpha_{26}$		0.30446		-0.010476
	$V_3^2 \cdot (g_{34}) - V_3 \cdot V_4 \cdot \alpha_{34}$		-0.27638		-0.019464
	$V_2^2 \cdot (g_{22}) - V_2 \cdot (V_1 \cdot \alpha_{21} + V_3 \cdot \alpha_{23} + V_4 \cdot \alpha_{24} + V_5 \cdot \alpha_{25} + V_6 \cdot \alpha_{26})$		1.24041		0.037022
	$V_3^2 \cdot (g_{33}) - V_3 \cdot (V_1 \cdot \alpha_{31} + V_2 \cdot \alpha_{32} + V_4 \cdot \alpha_{34})$		-1.06835		-0.031646
	$-V_2^2 \cdot (b_{24} + b_{s24}) - V_2 \cdot V_4 \cdot \beta_{24}$		0.14441		-0.018165
	$-V_2^2 \cdot (b_{25} + b_{s25}) - V_2 \cdot V_5 \cdot \beta_{25}$		0.10681		-0.044804
	$-V_2^2 \cdot (b_{26} + b_{s26}) - V_2 \cdot V_6 \cdot \beta_{26}$		-0.09271		-0.00234
	$-V_3^2 \cdot (b_{34} + b_{s34}) - V_3 \cdot V_4 \cdot \beta_{34}$		-0.17092		-0.015174
	$-V_2^2 \cdot (b_{22}) - V_2 \cdot (V_1 \cdot \beta_{21} + V_3 \cdot \beta_{23} + V_4 \cdot \beta_{24} + V_5 \cdot \beta_{25} + V_6 \cdot \beta_{26})$		0.36951		-0.074724
	$-V_3^2 \cdot (b_{33}) - V_3 \cdot (V_1 \cdot \beta_{31} + V_2 \cdot \beta_{32} + V_4 \cdot \beta_{34})$		-0.4106		0.010605
	δ_4		0.04529		-0.045288
	δ_1		0.13419		-0.134194

Υπολογισμός του διανύσματος λ από το συντονιστή και αποστολή του στις υπόλοιπες διεργασίες

$$\lambda := G_c^{-1} \cdot (\Delta z_c - H_{c1} \cdot y_1 - H_{c2} \cdot y_2 - H_{c3} \cdot y_3) =$$

71.08489
15.64955
-39.67294
37.45995
8.07281
-12.34812
250.01633
103.44535
-150.42181
106.083
49.02248
-42.91993
0.04019
0.12895

Υπολογισμός των διανυσμάτων u από την κάθε περιοχή

$$u_1 := G_1^{-1} \cdot H_{c1}^T \cdot \lambda = \begin{pmatrix} 0.13118 \\ 0.13296 \\ 0.13627 \\ 0.02172 \\ 0.02198 \\ 0.02322 \end{pmatrix} \quad u_2 := G_2^{-1} \cdot H_{c2}^T \cdot \lambda = \begin{pmatrix} 0.04174 \\ 0.03883 \\ -0.02902 \\ -0.02911 \end{pmatrix} \quad u_3 := G_3^{-1} \cdot H_{c3}^T \cdot \lambda = \begin{pmatrix} -1.76957 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0.01151 \\ 0.01147 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός των διανυσμάτων ΔX κάθε περιοχής

$$\Delta X_1 := u_1 + y_1 = \begin{pmatrix} -3.01109 \times 10^{-3} \\ -2.18113 \times 10^{-3} \\ -4.00168 \times 10^{-3} \\ -1.38991 \times 10^{-3} \\ -5.93831 \times 10^{-4} \\ 2.16276 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad \Delta X_2 := u_2 + y_2 = \begin{pmatrix} -3.54658 \times 10^{-3} \\ -5.80606 \times 10^{-3} \\ 2.88462 \times 10^{-3} \\ 4.38623 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad \Delta X_3 := u_3 + y_3 = \begin{pmatrix} -1.69932 \times 10^{-3} \\ 0 \\ -3.19017 \times 10^{-4} \\ 2.64225 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Νέο Διανύσμα Κατάστασης

$$x_1 = \begin{pmatrix} 0.1311828 \\ 0.095331 \\ 0.0342026 \\ 1.0217352 \\ 1.0115574 \\ 0.9620076 \end{pmatrix} \quad x_2 = \begin{pmatrix} 0.04174 \\ -7.46988 \times 10^{-3} \\ 0.97098 \\ 0.9752 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} 0.07616 \\ 0 \\ 1.01151 \\ 1.01166 \end{pmatrix}$$

Αντίστοιχα με την 1^η επανάληψη

υπολογίζουμε και το σφάλμα της 2^{ης} :

$$\text{err}_2 := X_2 - X_1 = \begin{array}{|c|} \hline -3.01 \cdot 10^{-3} \\ \hline -2.18 \cdot 10^{-3} \\ \hline -4 \cdot 10^{-3} \\ \hline -3.55 \cdot 10^{-3} \\ \hline -5.8061 \cdot 10^{-3} \\ \hline -1.7 \cdot 10^{-3} \\ \hline 0 \\ \hline -1.39 \cdot 10^{-3} \\ \hline -5.9 \cdot 10^{-4} \\ \hline 2.17 \cdot 10^{-3} \\ \hline 2.89 \cdot 10^{-3} \\ \hline 4.39 \cdot 10^{-3} \\ \hline -3.2 \cdot 10^{-4} \\ \hline 2.64 \cdot 10^{-3} \\ \hline \end{array} \max \left(\begin{array}{|c|} \hline |\text{err}_{2_1}| \\ \hline |\text{err}_{2_2}| \\ \hline |\text{err}_{2_3}| \\ \hline |\text{err}_{2_4}| \\ \hline |\text{err}_{2_5}| \\ \hline |\text{err}_{2_6}| \\ \hline |\text{err}_{2_7}| \\ \hline |\text{err}_{2_8}| \\ \hline |\text{err}_{2_9}| \\ \hline |\text{err}_{2_{10}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{11}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{12}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{13}}| \\ \hline |\text{err}_{2_{14}}| \\ \hline \end{array} \right) = 5.8061 \times 10^{-3}$$

Παρατηρούμε ότι το μέγιστο σφάλμα είναι της τάξης του 10^{-3} γεγονός που σημαίνει πως ο αλγόριθμος συγκλίνει και δεν χρειάζεται (τουλάχιστον να παρουσιαστεί) επιπλέον επανάληψη. Η τελική εκτίμηση κατάστασης είναι η:

$$v_1 := x_{1_4} = 1.02174\text{pu}$$

$$v_2 := x_{1_5} = 1.01156\text{pu}$$

$$v_3 := x_{1_6} = 0.96201\text{pu}$$

$$\theta_1 := x_{1_1} = 7.51622\text{deg}$$

$$\theta_2 := x_{1_2} = 5.46207\text{deg}$$

$$\theta_3 := x_{1_3} = 1.95966\text{deg}$$

$$v_4 := x_{2_3} = 0.97098$$

$$v_5 := x_{2_4} = 0.9752$$

$$\theta_4 := x_{2_1} = 2.39159\text{deg}$$

$$\theta_5 := x_{2_2} = -0.42799\text{deg}$$

$$v_6 := x_{3_3} = 1.01151\text{pu}$$

$$v_7 := x_{3_4} = 1.01166\text{pu}$$

$$\theta_6 := x_{3_1} = 4.36387\text{deg}$$

$$\theta_7 := x_{3_2} = 0$$

6^ο Κεφάλαιο - Παρουσίαση του προτύπου MPI

6.1 Δημιουργία και στόχοι του προτύπου MPI

Η ανταλλαγή μηνυμάτων είναι μια προγραμματιστική τεχνική που χρησιμοποιείται ευρέως στα παράλληλα συστήματα υπολογιστών, κυρίως στα συστήματα με κατανεμημένη μνήμη (Scalable Parallel Computers) και σε δίκτυα σταθμών εργασίας (Networks of Workstations). Αν και υπάρχουν διάφορες παραλλαγές, η βασική ιδέα της επικοινωνίας μεταξύ διεργασιών με τη χρήση μηνυμάτων είναι πλήρως κατανοητή. Τα τελευταία δέκα χρόνια έχει γίνει ουσιαστική πρόοδος όσον αφορά στην προσαρμογή σημαντικών εφαρμογών στο μοντέλο αυτό. Πρόσφατα, διάφορα public-domain συστήματα έχουν επιδείξει ότι ένα σύστημα ανταλλαγής μηνυμάτων μπορεί να υλοποιηθεί αποδοτικά και φορητά συγχρόνως. Έτσι, λοιπόν, ήταν επιτακτική η ανάγκη για τον ορισμό της σύνταξης και της σημασιολογίας ενός πρότυπου πυρήνα ρουτινών βιβλιοθήκης ώστε να χρησιμεύσουν σε ένα μεγάλο πλήθος χρηστών και να είναι υλοποιήσιμες σε ένα μεγάλο εύρος υπολογιστικών συστημάτων. Την προσπάθεια αυτή έχει αναλάβει τα τελευταία χρόνια το Message Passing Interface (MPI) Forum, μία ομάδα περισσότερων από 80 ατόμων από περισσότερους από 40 οργανισμούς, οι οποίοι εκπροσωπούν εταιρείες παράλληλων συστημάτων, βιομηχανικούς χρήστες, ιδιωτικά και δημόσια ερευνητικά κέντρα και πανεπιστήμια.

Οι σχεδιαστές του MPI επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν τα πιο ελκυστικά χαρακτηριστικά των προϋπαρχόντων συστημάτων ανταλλαγής μηνυμάτων αντί να επικεντρωθούν σε ένα από αυτά. Το MPI έχει, λοιπόν, επιρροές από εργασίες διάφορων ερευνητικών κέντρων και εταιρειών. Το MPI Forum ανακάλυψε κάποιες σοβαρές αδυναμίες των υπάρχοντων συστημάτων χρήσης μηνυμάτων, σε περιοχές όπως διατάξεις σύνθετων δεδομένων, υποστήριξη modularity και ασφαλή επικοινωνία. Αυτό οδήγησε στην εισαγωγή νέων (καινοτόμων) στοιχείων στο MPI.

Το πρότυπο MPI ορίζει τη διεπαφή (interface) χρήστη και τη λειτουργικότητα ενός μεγάλου συνόλου δυνατοτήτων για πέρασμα μηνυμάτων. Από την ολοκλήρωσή του το 1994 το MPI είναι κοινώς αποδεκτό και έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως. Είναι διαθέσιμες διάφορες υλοποιήσεις τόσο για συστήματα κατανεμημένης μνήμης όσο και για δίκτυα σταθμών εργασίας. Έτσι, λοιπόν, το MPI πέτυχε έναν από τους στόχους του, την προσθήκη αξιοπιστίας στα παράλληλα συστήματα. Εμπορικές επιχειρήσεις, ερευνητές και άλλοι έχουν πλέον έναν αξιόπιστο και φορητό τρόπο για να εκφράσουν παράλληλα προγράμματα με τη χρήση μηνυμάτων.

Ο κύριος στόχος του MPI, όπως και σχεδόν κάθε προτύπου, είναι η επίτευξη ενός βαθμού φορητότητας ανάμεσα σε διαφορετικές πλατφόρμες, συγκρίσιμη με αυτή που προσφέρεται από γλώσσες προγραμματισμού, όπως για παράδειγμα η Fortran. Αυτό σημαίνει ότι ο ίδιος πηγαίος κώδικας MPI να μπορεί να εκτελεστεί σε πληθώρα μηχανημάτων με μόνη προϋπόθεση τη διαθεσιμότητα της βιβλιοθήκης MPI, ενώ παράλληλα να δίνεται η δυνατότητα για εκμετάλλευση των πλεονεκτημάτων κάθε ξεχωριστού συστήματος. Αν και τις περισσότερες φορές το πέρασμα μηνυμάτων είναι στενά συνδεδεμένο με τα παράλληλα συστήματα κατανεμημένης μνήμης, ο ίδιος κώδικας μπορεί να εκτελεστεί και σε έναν παράλληλο υπολογιστή μοιραζόμενης μνήμης επίσης. Μπορεί να εκτελεστεί από ένα δίκτυο σταθμών εργασίας ή ακόμη και από ένα σύνολο

διεργασιών ενός μοναδικού σταθμού εργασίας. Γνωρίζοντας την ύπαρξη αποδοτικών υλοποιήσεων με MPI σε μεγάλη ποικιλία προβλημάτων παρέχεται ένας υψηλός βαθμός ευελιξίας στη συγγραφή και τον έλεγχο του κώδικα και στην επιλογή της κατάλληλης πλατφόρμας εκτέλεσης.

Άλλη μια μορφή συμβατότητας που προσφέρει το MPI είναι η δυνατότητα να εκτελείται διάφανα (transparently) σε ετερογενή συστήματα, όπως π.χ. σε ομάδες επεξεργαστών με διακριτές αρχιτεκτονικές. Είναι δυνατό για υλοποίηση MPI να καλύπτει μια τέτοια ετερογενή ομάδα αλλά συγχρόνως να παρέχει ένα εικονικό υπολογιστικό μοντέλο απόκρυψης των αρχιτεκτονικών διαφορών. Ο χρήστης δε χρειάζεται να ανησυχεί για το αν ο κώδικας προκαλεί αποστολή μηνυμάτων μεταξύ επεξεργαστών όμοιας ή όχι αρχιτεκτονικής, καθώς η εκάστοτε υλοποίηση του MPI θα κάνει αυτόματα τις απαραίτητες μετατροπές στα δεδομένα και θα χρησιμοποιήσει το κατάλληλο πρωτόκολλο επικοινωνίας. Ωστόσο, για το MPI δεν απαγορεύονται υλοποιήσεις που στοχεύουν σε ένα μοναδικό και ομογενές σύστημα ούτε θεωρείται υποχρεωτική η διαλειτουργικότητα *διακριτών* υλοποιήσεων. Χρήστες που επιθυμούν να εργαστούν σε ετερογενές σύστημα πρέπει απλά να χρησιμοποιήσουν κάποια από τις εκδόσεις του MPI που υποστηρίζει ετερογένεια.

Η φορητότητα ήταν από τους κύριους στόχους του προτύπου, όπως και η επίδοση στην οποία τελικά επικεντρώθηκαν οι εμπνευστές του ώστε να το κάνουν ευρέως χρησιμοποιούμενο. Το κρίσιμο σημείο είναι ότι το MPI σχεδιάστηκε προσεχτικά ώστε να επιτρέπει τη δημιουργία αποδοτικών υλοποιήσεων και φαίνεται πως αυτές οι σχεδιαστικές επιλογές ήταν τελικά σωστές, όπως αποδεικνύουν οι αποδοτικές MPI εφαρμογές που έχουν υλοποιηθεί σε πληθώρα συστημάτων.

Άλλος ένας σημαντικός σχεδιαστικός στόχος του MPI ήταν να επιτρέπει αποδοτικές υλοποιήσεις ανάμεσα σε μηχανήματα με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, το πρότυπο αποφεύγει διακριτικά να διευκρινίσει πώς θα συμβούν οι επιμέρους λειτουργίες. Το μόνο που διασαφηνίζεται είναι η λογική της κάθε λειτουργίας. Έτσι, το MPI μπορεί εύκολα να υλοποιηθεί σε συστήματα που αποθηκεύουν μηνύματα στον αποστολέα, στον παραλήπτη ή και καθόλου. Οι υλοποιήσεις μπορούν, επίσης, να εκμεταλλευτούν τα πλεονεκτήματα των υποσυστημάτων επικοινωνίας. Σε μηχανήματα με ευφυή επικοινωνούντες συνεπεξεργαστές ένα μεγάλο μέρος του πρωτοκόλλου αποστολής μηνυμάτων μπορεί να ανατεθεί στον τρέχοντα συνεπεξεργαστή. Σε άλλα συστήματα, το μεγαλύτερο μέρος του κώδικα επικοινωνίας εκτελείται από τον κύριο επεξεργαστή. Συνεπώς, κρύβοντας τις λεπτομέρειες υλοποίησης και αναπαράστασης των αντικειμένων MPI από το χρήστη επιλέγεται ότι είναι καλύτερο ανάλογα την εφαρμογή και τις συνθήκες.

Ακόμη μία σχεδιαστική επιλογή που οδήγησε στην αποδοτικότητα του προτύπου ήταν η αποφυγή κάθε περιττής λειτουργίας. Το MPI σχεδιάστηκε προσεκτικά ώστε να αποφευχθεί η απαίτηση για μεγάλο μέρος πληροφορίας σε κάθε μήνυμα και η ανάγκη για πολύπλοκη κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση των επικεφαλίδων των μηνυμάτων. Το πρότυπο αποφεύγει επίσης επιπλέον υπολογισμούς και ελέγχους σε κρίσιμες ρουτίνες καθώς αυτό θα είχε μεγάλο αντίκτυπο στο χρόνο εκτέλεσης. Ακόμη ένας τρόπος ελαχιστοποίησης των εργασιών είναι η επαναχρησιμοποίηση προηγούμενων υπολογισμών. Το MPI παρέχει αυτή τη δυνατότητα μέσω δομών όπως επίμονες αιτήσεις επικοινωνίας (persistent communication requests) και τοπική αποθήκευση ιδιοτήτων των communicators. Ο σχεδιασμός του MPI αποφεύγει την ανάγκη για επιπλέον αντιγραφή και αποθήκευση δεδομένων: σε πολλές περιπτώσεις τα δεδομένα μπορούν να μετακινηθούν

από τη μνήμη του αποστολέα κατευθείαν στο μέσο μετάδοσης (καλώδιο) και να ληφθούν απ' ευθείας από το καλώδιο στη μνήμη του παραλήπτη.

Το MPI σχεδιάστηκε με σκοπό να ενθαρρύνει την επικάλυψη της επικοινωνίας και των υπολογισμών ώστε να μπορεί να εκμεταλλευτεί ευφυείς πράκτορες επικοινωνίας και να αποκρύψει το χρόνο που απαιτείται από την έναρξη της επικοινωνίας ως την ολοκλήρωσή της.

Η επεκτασιμότητα είναι πολύ σημαντικός στόχος της παράλληλης επεξεργασίας. Το MPI υποστηρίζει επεκτασιμότητα μέσω διάφορων χαρακτηριστικών του. Για παράδειγμα, είναι δυνατόν μια εφαρμογή να δημιουργήσει υποσύνολα διεργασιών οι οποίες με τη σειρά τους επιτρέπουν συλλογικές λειτουργίες επικοινωνίας περιορισμένες στην εμβέλεια των εμπλεκόμενων διεργασιών.

Συμπερασματικά, το MPI, όπως όλα τα καλά σχεδιασμένα πρότυπα, είναι χρήσιμο γιατί ορίζει την ελάχιστη συμπεριφορά υλοποιήσεων που χρησιμοποιούν αποστολή μηνυμάτων. Το γεγονός αυτό απαλλάσσει τον προγραμματιστή από την ευθύνη να αντιμετωπίσει διάφορα προβλήματα που μπορούν να προκύψουν. Ένα παράδειγμα είναι το γεγονός ότι το MPI φροντίζει για την αξιόπιστη μετάδοση των μηνυμάτων. Έτσι, ο χρήστης δε χρειάζεται να ελέγξει αν κάθε μήνυμα παραδόθηκε σωστά.

Οι στόχοι του MPI

Ο βασικός στόχος του MPI είναι η ανάπτυξη ενός ευρέως χρησιμοποιούμενου προτύπου για τη συγγραφή προγραμμάτων ανταλλαγής μηνυμάτων. Θα πρέπει, λοιπόν, να ορίσει ένα πρακτικό, φορητό, αποδοτικό και ευέλικτο πρότυπο για την αποστολή μηνυμάτων.

Ακολουθεί μία λίστα με τους βασικούς στόχους του προτύπου:

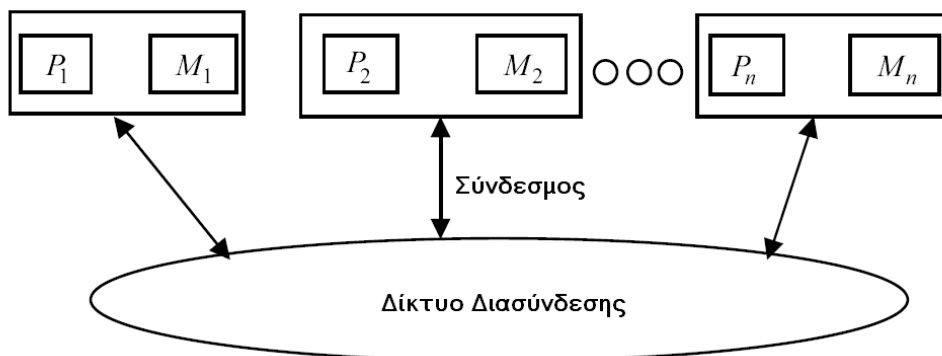
- Ο σχεδιασμός μιας διεπαφής για τον προγραμματισμό εφαρμογών.
- Επίτευξη αποδοτικής επικοινωνίας αποφεύγοντας αντιγραφές από μνήμη σε μνήμη και επιτρέποντας την επικάλυψη υπολογισμών και επικοινωνίας, επιβαρύνοντας τον κάθε συνεπεξεργαστή όποτε αυτό είναι εφικτό.
- Δυνατότητα για υλοποιήσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ετερογενή περιβάλλοντα.
- Δυνατότητα κατάλληλης διασύνδεσης με τη C και τη Fortran 77. Ωστόσο, η σημασιολογία του προτύπου θα πρέπει να είναι ανεξάρτητη της γλώσσας προγραμματισμού.
- Η παροχή ενός αξιόπιστου τρόπου επικοινωνίας ώστε ο χρήστης να μη χρειάζεται να αντιμετωπίσει αποτυχία μετάδοσης μηνυμάτων.
- Ο ορισμός μιας διεπαφής παρόμοιας με τα προϋπάρχοντα πρότυπα (PVM, NX, Express, p4 κ.τ.λ.) παρέχοντας συγχρόνως επεκτάσεις για περισσότερη ευελιξία.
- Δυνατότητα να υλοποιηθεί στα περισσότερα εμπορικά συστήματα χωρίς να χρειαστούν σημαντικές αλλαγές στο υπάρχον λογισμικό και δίκτυο διασύνδεσης αυτών.

6.2 Βασικές Αρχές της Αρχιτεκτονικής Ανταλλαγής Μηνυμάτων

Τα συστήματα ανταλλαγής μηνυμάτων παρέχουν εναλλακτικές μεθόδους για επικοινωνία και μεταφορά δεδομένων ανάμεσα σε πολυεπεξεργαστές συγκριτικά με τα πολυεπεξεργαστικά συστήματα μοιραζόμενης μνήμης. Ένα σύστημα ανταλλαγής μηνυμάτων συνδυάζει την τοπική μνήμη και τον επεξεργαστή σε κάθε κόμβο του δικτύου διασύνδεσης. Δεν υπάρχει καθολική μνήμη, οπότε είναι αναγκαία η μεταφορά δεδομένων ανάμεσα σε τοπικές μνήμες μέσω της αποστολής μηνυμάτων. Αυτό υλοποιείται συνήθως από ζεύγη εντολών αποστολής/λήψης οι οποίες πρέπει να γραφούν από τον προγραμματιστή. Στο σχήμα 6.1 φαίνεται μία υψηλού επιπέδου περιγραφή ενός τέτοιου συστήματος. Κάθε επεξεργαστής έχει πρόσβαση στη δική του τοπική μνήμη και μπορεί να επικοινωνεί με τους άλλους επεξεργαστές μέσω του δικτύου διασύνδεσης. Αυτά τα συστήματα διαδέχτηκαν τελικά διαδικτυακά συστήματα όπου οι επεξεργαστικοί κόμβοι είναι cluster-nodes, εξυπηρετητές, πελάτες ή κόμβοι σε κάποιο μεγαλύτερο πλέγμα.

Η αρχιτεκτονική ανταλλαγής μηνυμάτων χρησιμοποιείται για τη μεταφορά δεδομένων ανάμεσα σε ένα σύνολο επεξεργαστών χωρίς την ανάγκη για μία καθολική μνήμη. Η ιδέα είναι ότι κάθε επεξεργαστής έχει τη δική του τοπική μνήμη και επικοινωνεί με τους άλλους επεξεργαστές χρησιμοποιώντας μηνύματα. Η εξάλειψη της ανάγκης για μία μεγάλη και καθολική μνήμη καθώς και της απαίτησής της για συγχρονισμό προσδίδει στην αρχιτεκτονική ανταλλαγής μηνυμάτων ένα μεγάλο πλεονέκτημα σε σχέση με τις αρχιτεκτονικές μοιραζόμενης μνήμης.

Στο σχήμα 6.1 φαίνονται τα βασικά συστατικά μιας πολυεπεξεργαστικής αρχιτεκτονικής ανταλλαγής μηνυμάτων. Υπάρχουν n κόμβοι αριθμημένοι από N_1 ως N_n όπου κάθε κόμβος N_i αποτελείται από έναν επεξεργαστή P_i και την τοπική μνήμη M_i . Κάθε επεξεργαστής έχει, λοιπόν, το δικό του χώρο διευθύνσεων. Οι κόμβοι επικοινωνούν μεταξύ τους μέσω συνδέσμων (ονομάζονται και εξωτερικά κανάλια) και μέσω του δικτύου διασύνδεσης που είναι συνήθως στατικό.

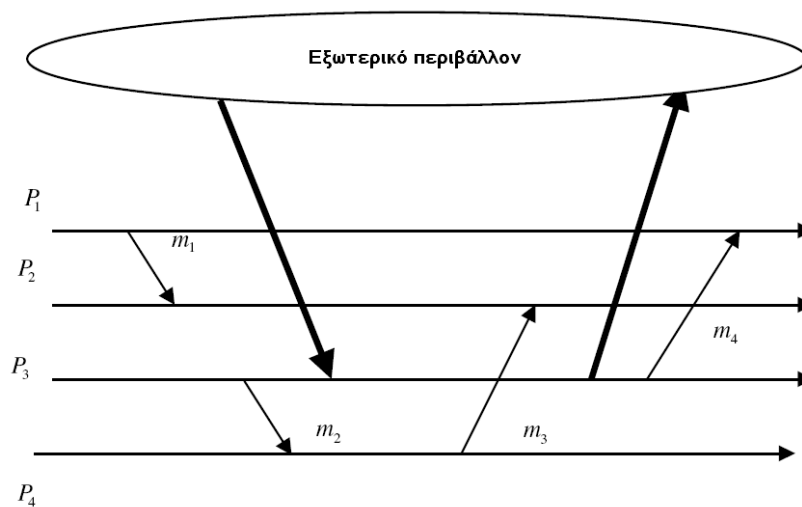


Σχήμα 6.1: Σύστημα Ανταλλαγής Μηνυμάτων

Σε μια τέτοια αρχιτεκτονική η εκτέλεση ενός προγράμματος διαχωρίζεται σε παράλληλες ταυτόχρονες διεργασίες όπου κάθε μία εκτελείται σε ξεχωριστό επεξεργαστή. Αν ο αριθμός των διεργασιών είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των επεξεργαστών, σε κάθε επεξεργαστή θα πρέπει να εκτελεστούν περισσότερες από μια διεργασίες με κάποια χρονοδρομολόγηση. Οι διεργασίες που τρέχουν στον ίδιο επεξεργαστή χρησιμοποιούν τα ονομαζόμενα εσωτερικά κανάλια για να ανταλλάξουν μηνύματα μεταξύ τους. Τα δεδομένα

που ανταλλάσσονται μεταξύ επεξεργαστών δεν είναι μοιραζόμενα αλλά γίνεται αντιγραφή αυτών με αποστολή και παραλαβή μηνυμάτων. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτής της μορφής ανταλλαγής μηνυμάτων είναι ότι δεν απαιτεί μηχανισμούς συγχρονισμού, όπως σηματοφορείς, γεγονός που βελτιώνει αισθητά την επίδοση.

Στο σχήμα 6.2 φαίνεται ένα παράδειγμα ενός συστήματος ανταλλαγής μηνυμάτων που αποτελείται από τέσσερις διεργασίες. Στο σχήμα αυτό οι οριζόντιες γραμμές παριστάνουν την εκτέλεση κάθε διεργασίας και οι γραμμές ανάμεσα στις διεργασίες παριστάνουν τα μηνύματα που ανταλλάσσουν μεταξύ τους. Το *μήνυμα* ορίζεται ως η λογική μονάδα για τη διακομβική επικοινωνία. Θεωρείται ως μια συλλογή συσχετιζόμενης πληροφορίας που μεταφέρεται σαν μια οντότητα. Ένα σύστημα ανταλλαγής μηνυμάτων επικοινωνεί με το εξωτερικό περιβάλλον λαμβάνοντας μηνύματα εισόδου και στέλνοντας μηνύματα εξόδου.



Σχήμα 6.2: Παράδειγμα Συστήματος Ανταλλαγής Μηνυμάτων

6.2.1 Δρομολόγηση μηνυμάτων

Ως δρομολόγηση ορίζονται οι τεχνικές που χρησιμοποιεί ένα μήνυμα για να επιλέξει τη διαδρομή του σε ένα δίκτυο από κανάλια. Τυπικά, η δρομολόγηση περιλαμβάνει την εύρεση ενός συνόλου επιτρεπτών διαδρομών που μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα μήνυμα για να φτάσει στον προορισμό του και μια συνάρτηση, έστω ϕ , η οποία χρησιμοποιείται για την επιλογή μίας διαδρομής από το σύνολο.

Μια τεχνική δρομολόγησης λέγεται μη ντετερμινιστική (adaptive) αν, για δοσμένο ζεύγος αφετηρίας και προορισμού, η διαδρομή που θα ακολουθήσει το μήνυμα εξαρτάται από τις συνθήκες που επικρατούν κάθε στιγμή στο δίκτυο, όπως π.χ. τη συμφόρηση του δικτύου. Αντιθέτως, μια ντετερμινιστική τεχνική καθορίζει τη διαδρομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο την αφετηρία και τον προορισμό ανεξάρτητα από τις συνθήκες του δικτύου.

Οι τεχνικές δρομολόγησης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν, επίσης, με βάση τη μέθοδο επιλογής διαδρομής, ως κεντρικές ή κατακεντρωμένες. Στην κεντρική δρομολόγηση, οι αποφάσεις που αφορούν ολόκληρη τη διαδρομή παίρνονται πριν την αποστολή του μηνύματος. Στην κατακεντρωμένη δρομολόγηση, ωστόσο, κάθε κόμβος αποφασίζει ποιο κανάλι πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την προώθηση του εισερχόμενου μηνύματος. Η

κεντρική δρομολόγηση απαιτεί ολοκληρωμένη γνώση της κατάστασης όλων των υπόλοιπων κόμβων του δικτύου ενώ η κατανεμημένη απαιτεί γνώση μόνο για την κατάσταση των γειτονικών κόμβων.

6.2.2 Μηχανισμοί Μεταγωγής

Οι μηχανισμοί μεταγωγής αφορούν στους μηχανισμούς που χρησιμοποιούνται για την ανάκτηση δεδομένων από ένα κανάλι εισόδου και την τοποθέτησή τους σε ένα κανάλι εξόδου. Οι κυριότεροι από τους μηχανισμούς που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής: αποθήκευση και προώθηση (store and forward), μεταγωγή κυκλώματος, virtual cut-through.

Στα δίκτυα μεταγωγής κυκλώματος, καθορίζεται αρχικά η διαδρομή ανάμεσα σε πομπό και δέκτη, έπειτα όλοι οι σύνδεσμοι που ανήκουν στη διαδρομή δεσμεύονται και δεν απαιτείται χώρος αποθήκευσης σε κάθε κόμβο. Μετά την μεταφορά των δεδομένων, οι δεσμευμένοι κόμβοι αποδεσμεύονται και είναι διαθέσιμοι για χρήση από άλλα μηνύματα. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της τεχνικής μεταγωγής κυκλώματος είναι ότι ο πομπός και ο δέκτης έχουν στη διάθεσή τους ένα εγγυημένο εύρος ζώνης όταν εγκαθίσταται η επικοινωνία ανάμεσά τους. Αυτή η στατική κατανομή εύρους ζώνης είναι και το μεγαλύτερο μειονέκτημα της τεχνικής αυτής. Ωστόσο, η στατική κατανομή εύρους ζώνης οδηγεί σε μια απλοϊκή στρατηγική αποθήκευσης δεδομένων. Επιπροσθέτως, τα δίκτυα μεταγωγής κυκλώματος χαρακτηρίζονται από πολύ μικρή καθυστέρηση ανάμεσα στην αποστολή διαδοχικών μηνυμάτων, γεγονός που τα καθιστά κατάλληλα στην περίπτωση μεγάλου αριθμού μηνυμάτων.

Ο μηχανισμός αποθήκευσης και προώθησης παρέχει μια εναλλακτική μέθοδο μεταφοράς δεδομένων. Η βασική ιδέα είναι η προσφορά δυναμικού εύρους ζώνης στα μηνύματα καθώς αυτά ρέουν στο δίκτυο, αποφεύγοντας έτσι το μειονέκτημα του μηχανισμού μεταγωγής κυκλώματος. Δύο είναι τα συνηθισμένα είδη δικτύων αυτού του τύπου: Δίκτυα μεταγωγής πακέτου και δίκτυα virtual cut-through. Στα δίκτυα μεταγωγής πακέτου, κάθε μήνυμα, πριν μεταδοθεί, χωρίζεται σε μικρότερα μέρη ορισμένου μεγέθους που ονομάζονται *πακέτα*. Κάθε κόμβος πρέπει, επομένως, να διαθέτει αρκετό αποθηκευτικό χώρο για να αποθηκεύει τα πακέτα πριν τα προωθήσει. Στην αρχή μιας μετάδοσης μπορεί να μην είναι διαθέσιμο ολόκληρο το μονοπάτι από την αφετηρία στον προορισμό. Καθώς οι σύνδεσμοι αποδεσμεύονται, τα πακέτα μετακινούνται από κόμβο σε κόμβο μέχρι να φτάσουν στον κόμβο προορισμού. Αφού τα πακέτα δρομολογούνται ανεξάρτητα μέσα στο δίκτυο, είναι δυνατό να ακολουθούν διαφορετικές διαδρομές, με αποτέλεσμα να φτάνουν εκτός σειράς στον προορισμό. Για το λόγο αυτό απαιτείται κάποια πρόσθετη μέθοδος ανακατασκευής του μηνύματος. Ακόμη ένα μειονέκτημα της μεταγωγής πακέτου είναι η επιβάρυνση του δικτύου από κάθε πακέτο αντί για κάθε μήνυμα.

Στην τεχνική virtual cut-through, ένα πακέτο αποθηκεύεται σε έναν ενδιάμεσο κόμβο μόνο αν το κανάλι που πρέπει να ακολουθήσει στη συνέχεια είναι κατειλημμένο. Το virtual cut-through είναι σαν την τεχνική μεταγωγής πακέτου με την ακόλουθη, όμως, διαφορά: Σε αντίθεση με τη μεταγωγή πακέτου, όταν ένα πακέτο φτάσει σε έναν ενδιάμεσο κόμβο και το επιλεγμένο κανάλι εξόδου του είναι ελεύθερο, το πακέτο αποστέλλεται στο γειτονικό κόμβο προς τον προορισμό πριν ληφθεί εξ' ολοκλήρου. Ως αποτέλεσμα,

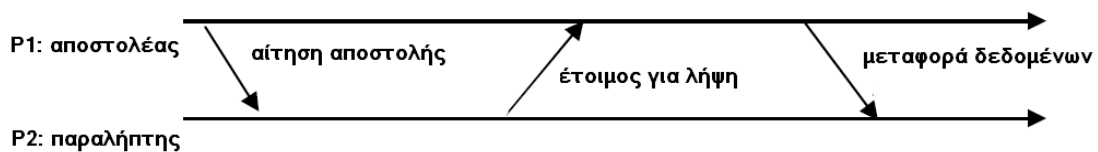
μειώνεται η καθυστέρηση της αποθήκευσης του πακέτου σε κάθε κόμβο αν δεν είναι απαραίτητο.

6.2.3 Προγραμματιστικά μοντέλα ανταλλαγής μηνυμάτων

Μια αρχιτεκτονική ανταλλαγής μηνυμάτων χρησιμοποιεί ένα σύνολο από κύριες λειτουργίες που επιτρέπουν στις διεργασίες να επικοινωνούν μεταξύ τους. Σε αυτές περιλαμβάνονται οι λειτουργίες *send*, *receive*, *broadcast* και *barrier*. Η λειτουργία *send* παίρνει δεδομένα από τη μνήμη του κόμβου-αποστολέα και τα στέλνει στον κόμβο-προορισμό. Η λειτουργία *receive* δέχεται ένα μήνυμα από τον αποστολέα και το αποθηκεύει στη μνήμη του παραλήπτη. Το βασικό προγραμματιστικό μοντέλο που χρησιμοποιείται στις αρχιτεκτονικές ανταλλαγής μηνυμάτων βασίζεται στην ιδέα του συνδυασμού μιας αίτησης *send* από έναν επεξεργαστή με μια αίτηση *receive* από κάποιον άλλο. Σε ένα τέτοιο σχήμα, ο επεξεργαστής που εκτελεί την αποστολή περιμένει μέχρι ο άλλος επεξεργαστής να εκτελέσει τη λειτουργία λήψης και στη συνέχεια ξεκινά η μεταφορά δεδομένων. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι συμβαίνει *blocking-send* και *blocking-recv*.

Η υλοποίηση της αποστολής και λήψης ανάμεσα σε διεργασίες απαιτεί ένα πρωτόκολλο τριών φάσεων όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.3. Στην περίπτωση αυτή, η διεργασία-αποστολέας στέλνει μια αίτηση αποστολής στη διεργασία-παραλήπτη. Η τελευταία αποθηκεύει την αίτηση και στέλνει ένα μήνυμα απάντησης. Όταν εκτελεστεί η λειτουργία λήψης, η διεργασία-αποστολέας λαμβάνει τη απάντηση και τελικά ξεκινά η μεταφορά δεδομένων. Οι λειτουργίες *blocking-send* και *blocking-recv* είναι πολύ απλές. Δεν απαιτείται καμία αποθήκευση ούτε στην αφετηρία ούτε στον προορισμό. Ωστόσο, η τριμερής χειραψία του πρωτοκόλλου υποχρεώνει τόσο τον πομπό όσο και τον δέκτη να περιμένουν για έναν ολόκληρο κύκλο τουλάχιστον, κατά τη διάρκεια του οποίου οι επεξεργαστές είναι αδρανείς. Επιπλέον, με λειτουργίες *blocking* είναι αδύνατη η επικάλυψη επικοινωνίας και υπολογισμών, γεγονός που αφήνει μέρος του εύρους ζώνης του δικτύου ακριβώς χαμένο.

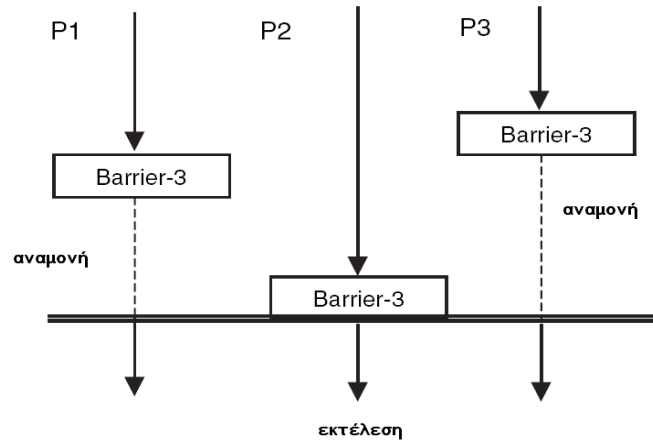
Για την αποφυγή των μειονεκτημάτων της τριμερούς χειραψίας, οι περισσότερες υλοποιήσεις ανταλλαγής μηνυμάτων χρησιμοποιούν *non-blocking* λειτουργίες. Στην περίπτωση αυτή, υπάρχει ένα στρώμα μηνυμάτων στο οποίο αποθηκεύονται τα μηνύματα μέχρι να είναι διαθέσιμη μία θύρα στο δίκτυο, ώστε ο αποστολέας να μη χρειάζεται να περιμένει μέχρι την εκτέλεση της λήψης. Όταν ο κόμβος προορισμού εκτελέσει τη λειτουργία λήψης τότε θα αρχίσει η μεταφορά από το στρώμα μηνυμάτων σε αυτόν.



Σχήμα 6.3: Πρωτόκολλο τριμερούς χειραψίας *blocking-send/receive*

Η λειτουργία *broadcast* υλοποιεί την επικοινωνία ενός προς πολλούς. Ένας επεξεργαστής στέλνει το ίδιο μήνυμα σε διάφορους προορισμούς με μία εντολή.

Η λειτουργία *barrier* χρησιμοποιείται για το συγχρονισμό των διεργασιών όπως φαίνεται στο Σχήμα 4. Καμία ανταλλαγή δεδομένων δεν επιτρέπεται μέχρι όλοι οι επεξεργαστές που συμμετέχουν σε αυτή να καλέσουν τη ρουτίνα *barrier*.



Σχήμα 6.4: Λειτουργία *barrier*

6.2.4 Αρχιτεκτονική ανταλλαγής μηνυμάτων / Μοιραζόμενη Μνήμη

Το κύριο χαρακτηριστικό των συστημάτων μοιραζόμενη μνήμη είναι το γεγονός ότι η επικοινωνία υλοποιείται με λειτουργίες *load-store* σε έναν κοινό χώρο διευθύνσεων. Ακόμη ένα θεμελιώδες χαρακτηριστικό της μοιραζόμενη μνήμη είναι ο ξεκάθαρος διαχωρισμός επικοινωνίας και συγχρονισμού. Απαιτείται να υπάρχουν ειδικοί μηχανισμοί συγχρονισμού, επιπλέον των λειτουργιών *load-store*, ώστε να διαπιστώνεται πότε παράγονται ή καταναλώνονται δεδομένα. Αντιθέτως, η ανταλλαγή μηνυμάτων χρησιμοποιεί ένα σαφές μοντέλο επικοινωνίας. Διακριτά μηνύματα ανταλλάσσονται ανάμεσα στους επεξεργαστές. Ο συγχρονισμός και η επικοινωνία ενοποιούνται μέσα από την ανταλλαγή μηνυμάτων. Η παραγωγή απομακρυσμένων, ασύγχρονων γεγονότων είναι αναπόσπαστο κομμάτι του μοντέλου ανταλλαγής μηνυμάτων. Είναι, ωστόσο, σημαντικό να σημειώσουμε ότι τα μοντέλα επικοινωνίας των δύο αρχιτεκτονικών είναι καθολικά, δηλαδή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ένα για να προσομοιώσουμε το άλλο. Ωστόσο, έχει παρατηρηθεί ότι είναι πιο εύκολο να προσομοιωθεί ένα σύστημα μοιραζόμενη μνήμη από ένα σύστημα ανταλλαγής μηνυμάτων απ' ότι το αντίστροφο.

Οι αρχιτεκτονικές μοιραζόμενη μνήμη χαρακτηρίζονται από πολλά επιθυμητά στοιχεία. Το μοντέλο επικοινωνίας επιτρέπει στον προγραμματιστή να επικεντρωθεί σε θέματα παραλληλισμού αποκρύπτοντάς του τις λεπτομέρειες της πολυεπεξεργαστικής επικοινωνίας. Από αυτή την άποψη, η επικοινωνία μοιραζόμενη μνήμη παριστάνει μια σαφή επέκταση του μονοεπεξεργαστικού μοντέλου προγραμματισμού. Επιπλέον, η σημασιολογία της μοιραζόμενη μνήμη είναι ανεξάρτητη της φυσικής θέσης με αποτέλεσμα να επιδέχεται δυναμικών βελτιστοποιήσεων από το εκάστοτε λειτουργικό σύστημα. Από την άλλη πλευρά το μοντέλο μοιραζόμενη μνήμη είναι κατ' ανάγκη ανταγωνιστικό μοντέλο. Αυτό είναι μειονέκτημα όσον αφορά στο συγχρονισμό. Το γεγονός αυτό έχει διαπιστωθεί από πολλούς αρχιτέκτονες πολυεπεξεργαστικών συστημάτων και η λύση τους ήταν πάντα επαύξηση του βασικού μοντέλου επικοινωνίας με πρόσθετους

μηχανισμούς συγχρονισμού. Ακόμη ένα μειονέκτημα είναι η αδυναμία των αρχιτεκτονικών μοιραζόμενης μνήμης για μονόδρομη επικοινωνία.

Η ανταλλαγή μηνυμάτων μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα είδος επικοινωνιακού μοντέλου βασισμένο στις διακοπές. Η αρχιτεκτονική αυτή ενοποιεί τα δεδομένα και το συγχρονισμό σε μία μονάδα. Έτσι, το μοντέλο ανταλλαγής μηνυμάτων προσφέρεται για τις ενέργειες εκείνες ενός λειτουργικού συστήματος κατά τις οποίες τα πρότυπα επικοινωνίας είναι εκ των προτέρων γνωστά, όπως λειτουργίες εισόδου/εξόδου, διακοπές και μετατόπιση διεργασιών και δεδομένων (task and data migration). Η επικοινωνία με μηνύματα είναι επίσης κατάλληλη για εφαρμογές που περιέχουν συστατικά συγχρονισμού, όπως επίλυση συστημάτων αραιών πινάκων και προσομοίωση γεγονότων. Επιπλέον, τα μοντέλα ανταλλαγής μηνυμάτων είναι εξ' ορισμού μοντέλα πελάτη-εξυπηρετητή. Από την άλλη, η ανταλλαγή μηνυμάτων μειονεκτεί λόγω του κόστους διάταξης, το οποίο αναφέρεται στη συναρμολόγηση και αποσυναρμολόγηση του μηνύματος.

Συμπερασματικά, το μοντέλο μοιραζόμενης μνήμης και το μοντέλο ανταλλαγής μηνυμάτων είναι κατάλληλα για συγκεκριμένους τομείς εφαρμογής το καθένα. Το μοντέλο μοιραζόμενης μνήμης επικρατεί ανάμεσα στους συγγραφείς εφαρμογών ενώ το μοντέλο ανταλλαγής μηνυμάτων είναι ιδιαίτερα δημοφιλές στους σχεδιαστές λειτουργικών συστημάτων.

6.3 Περιγραφή - Βασικές έννοιες του προτύπου

Μια εφαρμογή MPI μπορεί να θεωρηθεί ως μια συλλογή από ταυτόχρονες διεργασίες που επικοινωνούν. Ένα πρόγραμμα περιέχει κώδικα, γραμμένο από τον προγραμματιστή της εφαρμογής, ο οποίος συνδέεται με μια βιβλιοθήκη από ρουτίνες που παρέχει η υλοποίηση MPI. Σε κάθε διεργασία δίνεται ένας μοναδικός βαθμός (*rank*), δηλαδή ένας ακέραιος από 0 ως $n-1$, αν n είναι οι διεργασίες που αποτελούν την εφαρμογή. Τα αναγνωριστικά αυτά χρησιμοποιούνται από τις διεργασίες του MPI για να αναγνωρίζουν η μία την άλλη όταν στέλνουν ή λαμβάνουν μηνύματα, όταν εκτελούν συλλογικές λειτουργίες και γενικά για να συνεργάζονται. Οι διεργασίες του MPI μπορούν να εκτελούνται στον ίδιο ή σε διαφορετικούς επεξεργαστές ταυτόχρονα.

6.3.1 Διεργασία

Η Διεργασία είναι ένα στιγμιότυπο ενός προγράμματος που εκτελείται στον πυρήνα ενός επεξεργαστή. Περιλαμβάνει πληροφορίες για την κατάσταση του επεξεργαστή, τους πόρους του λειτουργικού συστήματος που κατανέμονται στη διεργασία, τη μνήμη που περιέχει τον εκτελέσιμο κώδικα αλλά και τα δεδομένα του προγράμματος και χαρακτηριστικά ασφαλείας που καθορίζουν τα δικαιώματα πρόσβασης σε αυτή. Είναι σημαντικό εδώ να τονίσουμε ότι τα δεδομένα μιας διεργασίας δεν είναι εμφανή ή προσβάσιμα σε άλλη διεργασία. Δηλαδή, οι διεργασίες δεν έχουν κοινό χώρο διευθύνσεων. Επιπλέον, σε σύγχρονα συστήματα με πολλούς επεξεργαστές και πολλούς πυρήνες ανά επεξεργαστή, διεργασίες του συστήματος μπορεί να εκτελούνται όχι μόνο σε διαφορετικούς επεξεργαστές, αλλά και σε διαφορετικούς πυρήνες

6.3.2 Communicator

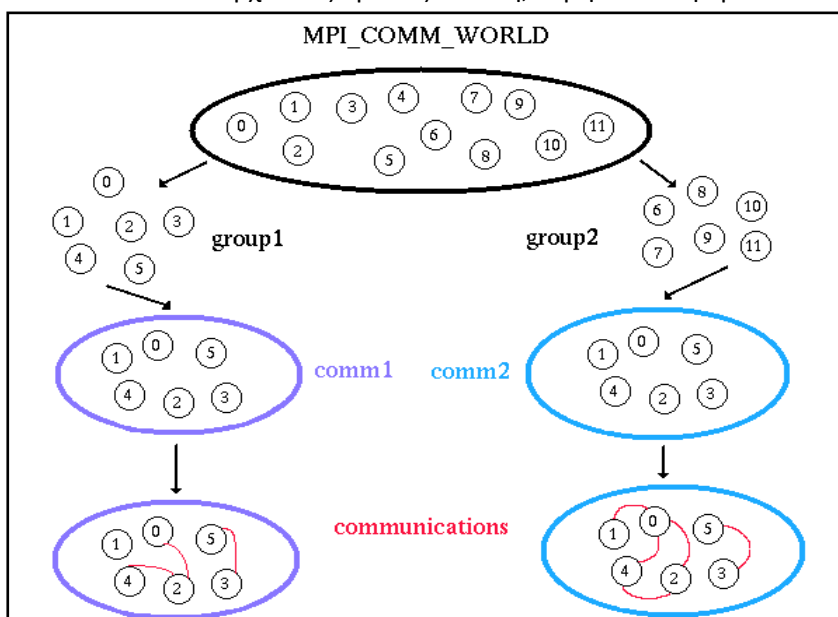
Μια σημαντική απαίτηση σε όλα τα συστήματα ανταλλαγής μηνυμάτων είναι να εγγυώνται έναν ασφαλή χώρο επικοινωνίας όπου μη σχετιζόμενα μεταξύ τους μηνύματα να είναι διαχωρισμένα το ένα από το άλλο. Για παράδειγμα, τα μηνύματα βιβλιοθήκης μπορούν να αποσταλούν και να ληφθούν χωρίς παρεμβολές από άλλα μηνύματα που παράγονται στο σύστημα.

Στο MPI, όπου δεν υπάρχει εικονική μηχανή, η χρήση μιας απλής ετικέτας σε κάθε μήνυμα δεν είναι αρκετή για τον ασφαλή διαχωρισμό των μηνυμάτων βιβλιοθήκης από τα μηνύματα του χρήστη. Για την επίτευξη της απαίτησης αυτής, εισάγεται στο MPI η έννοια του *communicator*. Ο *communicator* μπορεί να θεωρηθεί ως μια συσχέτιση ανάμεσα σε μια ομάδα διεργασιών στο γενικό πλαίσιο της επικοινωνίας. Ο *communicator* είναι ένα αντικείμενο που μπορεί να προσπελαστεί μέσω ενός χειριστή τύπου MPI_COMM.

α. Ομάδες Διεργασιών

Οι διεργασίες στο MPI επιτρέπεται να ανήκουν σε ομάδες. Μια ομάδα (group) στο MPI είναι ένα αντικείμενο που μπορεί να προσπελαστεί μέσω ενός χειριστή του προκαθορισμένου τύπου MPI_Group. Οι ομάδες διεργασιών παρέχουν γενικά πλαίσια μέσα από τα οποία οι λειτουργίες MPI μπορούν να περιοριστούν μόνο στα μέλη μιας συγκεκριμένης ομάδας. Στα μέλη μιας ομάδας ανατίθενται μοναδικά αναγνωριστικά μέσα στην ομάδα που ονομάζονται *ranks*. Μια ομάδα αποτελείται από ένα διατεταγμένο σύνολο από συνεχόμενα *ranks* που ξεκινούν από το μηδέν.

Το MPI παρέχει συναρτήσεις για τη δημιουργία νέων ομάδων από υπάρχουσες αλλά δεν παρέχει συναρτήσεις για τη δημιουργία μιας ομάδας από το μηδέν. Στην αρχή, όλες οι διεργασίες ανήκουν σε μια βασική ομάδα από την οποία μπορούν να προκύψουν άλλες ομάδες. Δοσμένης μιας ομάδας, μια νέα ομάδα μπορεί να κατασκευαστεί είτε εξαιρώντας διεργασίες από αυτή είτε προσθέτοντας ένα σύνολο από διεργασίες μιας άλλης ομάδας. Μια νέα ομάδα μπορεί επίσης να δημιουργηθεί χρησιμοποιώντας πράξεις συνόλων πάνω σε δύο υπάρχουσες ομάδες: ένωση, τομή και διαφορά.



Σχήμα 6.5: ομάδες και Communicators του MPI

β. Προεπιλεγμένος Communicator

Το MPI παρέχει τον προκαθορισμένο communicator `MPI_COMM_WORLD` ως προεπιλεγμένο. Αφού κληθεί η `MPI_Init()`, ο προεπιλεγμένος αυτός communicator ορίζει ένα πλαίσιο που περιέχει όλες τις διαθέσιμες για υπολογισμούς διεργασίες. Ο communicator `MPI_COMM_WORLD` έχει την ίδια τιμή σε όλες τις διεργασίες, η οποία δεν μπορεί να αλλάξει κατά τη διάρκεια της ζωής μιας διεργασίας. Το MPI παρέχει επίσης τον προκαθορισμένο communicator `MPI_COMM_SELF`, ο οποίος περιέχει μόνο τη διεργασία που τον καλεί.

γ. Βαθμός Διεργασίας

Στις διεργασίες που ανήκουν σε κάποιον communicator ανατίθενται συνεχόμενοι ακέραιοι από μηδέν ως n , όπου n το μέγεθος της ομάδας του communicator πλην ένα, ως αναγνωριστικά. Τα αναγνωριστικά αυτά, που ονομάζονται βαθμοί (ranks), χρησιμοποιούνται για το διαχωρισμό των διεργασιών μέσα στην ίδια ομάδα. Για παράδειγμα, σε διεργασίες με διαφορετικό βαθμό μπορούν να ανατεθούν διαφορετικές εργασίες για εκτέλεση. Μια διεργασία μπορεί να βρει το βαθμό της μέσα σε έναν communicator καλώντας τη συνάρτηση `MPI_Comm_Rank` ως εξής:

```
MPI_Comm communicator; /* communicator handle */
int my_rank; /* ο βαθμός της καλούσας διεργασίας */
MPI_Comm_rank(communicator, &my_rank);
```

δ. Μέγεθος μιας ομάδας

Το μέγεθος μιας ομάδας συσχετιζόμενης με έναν communicator μπορεί να βρεθεί καλώντας τη συνάρτηση `MPI_Comm_size()`. Η συνάρτηση αυτή δέχεται έναν communicator και επιστρέφει το μέγεθος της αντίστοιχης ομάδας ως εξής:

```
MPI_Comm communicator; /*communicator handle */
int number_of_tasks;
MPI_Comm_size(communicator, &number_of_tasks)
```

6.3.3 Επικοινωνία Διεργασιών

Η επικοινωνία ανάμεσα στις διεργασίες του MPI βασίζεται στην τεχνική της ανταλλαγής μηνυμάτων. Το MPI χρησιμοποιεί ένα πλούσιο σύνολο συναρτήσεων για την αποστολή και τη λήψη μηνυμάτων. Η επικοινωνία μεταξύ δύο διεργασιών περιλαμβάνει τα εξής στοιχεία:

1. Αποστολέας, ο οποίος προσδιορίζεται συνήθως από το βαθμό της διεργασίας.
2. Η θέση των δεδομένων του μηνύματος στη διεργασία προέλευσης.
3. Παραλήπτης, ο οποίος προσδιορίζεται επίσης από το βαθμό της διεργασίας.
4. Η θέση αποθήκευσης των παραληφθέντων δεδομένων στη διεργασία παραλαβής.
5. Ο τύπος των δεδομένων του μηνύματος.
6. Το πλήθος των δεδομένων του μηνύματος.
7. Η ετικέτα του μηνύματος, η οποία χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση των μηνυμάτων που ανταλλάσσονται μεταξύ δύο διεργασιών.

8. Ο Communicator, ο οποίος παρέχει το γενικό πλαίσιο για την επικοινωνία.

Μέθοδοι επικοινωνίας

Η πιο βασική διάκριση στους τρόπους επικοινωνίας είναι η σύγχρονη και η ασύγχρονη. Στη σύγχρονη επικοινωνία, περιλαμβάνονται πληροφορίες σχετικές με την ολοκλήρωση της αποστολής του μηνύματος. Στην ασύγχρονη επικοινωνία, είναι γνωστό μόνο το πότε έφυγε το μήνυμα, όχι το αν έφτασε.

Άλλη μια σημαντική διάκριση στους τρόπους επικοινωνίας είναι το κλειδωμα ή όχι της επικοινωνίας. Λειτουργίες μεταφοράς δεδομένων που κλειδώνουν (blocking) επιτρέπουν την έξοδο από την κληθείσα ρουτίνα, μόνο εφόσον έχει ολοκληρωθεί η επικοινωνία και τα δεδομένα είναι έτοιμα προς χρήση. Λειτουργίες που δεν κλειδώνουν (non-blocking) επιτρέπουν έξοδο, ώστε το πρόγραμμα που κάλεσε τη ρουτίνα να συνεχίσει με μια άλλη εργασία. Ουσιαστικά, οι λειτουργίες επικοινωνίας που δεν κλειδώνουν, ζητούν από το MPI να ολοκληρώσει την επικοινωνία όταν είναι δυνατό. Ο χρήστης δεν μπορεί να προβλέψει ποτέ το πέρας της επικοινωνίας. Ο έλεγχος για το πέρας της, μπορεί να γίνει αργότερα με κατάλληλες ρουτίνες αναμονής. Οι λειτουργίες που δεν κλειδώνουν χρησιμοποιούνται για τη βελτίωση της απόδοσης.

Blocking Επικοινωνία

Οι βασικές συναρτήσεις για την αποστολή και τη λήψη μηνυμάτων στο MPI είναι η *blocking send* και η *blocking receive*. Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές των συναρτήσεων αυτών που εξυπηρετούν διαφορετικά είδη επικοινωνίας μεταξύ διεργασιών. Το MPI υποστηρίζει τις παρακάτω μεθόδους:

Standard Send

Με τη μέθοδο αυτή, ο αποστολέας θα «μπλοκάρει» μέχρι το μήνυμά του να αντιγραφεί με ασφάλεια είτε στον αντίστοιχο χώρο αποθήκευσης του παραλήπτη είτε σε έναν προσωρινό χώρο αποθήκευσης του συστήματος. Αν το μήνυμα πρέπει να αποθηκευτεί ή όχι εξαρτάται από την εκάστοτε υλοποίηση του MPI. Μόλις γίνει επιστροφή της κλήσης *send*, η προσωρινή μνήμη του αποστολέα μπορεί να επαναχρησιμοποιηθεί για άλλους σκοπούς από τον αποστολέα. Η συνάρτηση αυτή ορίζεται ως εξής:

```
MPI_Send(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int dest, int tag, MPI_Comm comm)
```

Η συνάρτηση αυτή θα στείλει το μήνυμα που είναι αποθηκευμένο στην αρχή της διεύθυνσης *buf* στη διεργασία με *rank dest*. Το μήνυμα αποτελείται από *count* στοιχεία, καθένα από τα οποία είναι τύπου *datatype*. Η ετικέτα του μηνύματος είναι η παράμετρος *tag*. Τόσο ο αποστολέας όσο και ο παραλήπτης πρέπει να είναι μέλη του ίδιου communicator *comm*. Αν χρησιμοποιείται προσωρινή μνήμη για την αποθήκευση του εξερχόμενου μηνύματος, ο αποστολέας θα συνεχίσει την εκτέλεσή του χωρίς να χρειάζεται να περιμένει για την αντίστοιχη λειτουργία *receive*.

Blocking Receive

Η πρότυπη συνάρτηση λήψης στο MPI είναι η *blocking receive*. Μια κλήση σε αυτή τη συνάρτηση δεν θα επιστρέψει μέχρι να παραλάβει το μήνυμα που αναμένει στην προσωρινή της μνήμη. Η συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

```
MPI_Recv(void buf, int count, MPI_Datatype datatype, int source, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Status *status)
```

Η συνάρτηση αυτή θα επιλέξει ένα μήνυμα από τον αποστολέα με rank *source* και ετικέτα *tag* και θα το αποθηκεύσει στη διεύθυνση που ξεκινά από τη διεύθυνση μνήμης με δείκτη *buf* δεσμεύοντας μνήμη για *count*datatype* στοιχεία. Πρόσθετη πληροφορία για την κατάσταση της λειτουργίας θα επιστραφεί στη μεταβλητή *status*. Η μεταβλητή αυτή είναι συνήθως μια δομή που αποτελείται από τρία πεδία *MPI_SOURCE*, *MPI_TAG* και *MPI_ERROR* που αντιστοιχούν στο βαθμό του αποστολέα, στην ετικέτα του μηνύματος και κατάσταση της λήψης. Και εδώ ο αποστολέας και ο παραλήπτης πρέπει να ανήκουν στον communicator.

Buffered Send

Στη λειτουργία *Standard Send* που περιγράφηκε προηγουμένως, αν το εξερχόμενο μήνυμα θα αποθηκευτεί προσωρινά ή όχι είναι μια απόφαση που λαμβάνεται από το σύστημα. Με τη λειτουργία *Buffered Send* η προσωρινή αποθήκευση είναι εγγυημένη. Αυτό σημαίνει ότι η συνάρτηση αποστολής μπορεί να επιστρέψει ακόμη και αν δεν έχει βρεθεί η αντίστοιχη κλήση μιας συνάρτησης παραλαβής του μηνύματος. Η σύνταξη της συνάρτησης είναι ίδια όπως της *Standard Send* με τη διαφορά ότι στο όνομά της έχει προστεθεί ένα *B* στην αρχή, δηλαδή καλείται ως *MPI_Bsend()*.

Synchronous Send

Συγχρονισμένη επικοινωνία μπορεί να επιτευχθεί αν τόσο ο αποστολέας όσο και ο παραλήπτης «μπλοκάρουν» μέχρι να ολοκληρωθεί η επικοινωνία μεταξύ τους. Το MPI παρέχει τη συνάρτηση *MPI_Ssend()* για το σκοπό αυτό. Έχει την ίδια σύνταξη με την *Standard Send* και μπορεί να ξεκινήσει να εκτελείται χωρίς να χρειάζεται να περιμένει για την αντίστοιχη συνάρτηση λήψης. Ωστόσο, δεν μπορεί να ολοκληρωθεί αν ο παραλήπτης δεν έχει ξεκινήσει να λαμβάνει το μήνυμα.

Ready Send

Μία λειτουργία αποστολής αυτής της μορφής μπορεί να ξεκινήσει μόνο αφού βρεθεί η αντίστοιχη κλήση συνάρτησης παραλαβής του μηνύματός της. Η συνάρτηση που εκτελεί αυτή τη λειτουργία λέγεται *MPI_Rsend()* και η ολοκλήρωσή της δεν εξαρτάται από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται ο παραλήπτης.

Nonblocking Επικοινωνία

Το MPI υποστηρίζει nonblocking επικοινωνία κατά την οποία μια διεργασία μπορεί να ξεκινήσει μια λειτουργία αποστολής ή παραλαβής, να εκτελέσει στη συνέχεια κάποια άλλη εργασία και έπειτα να επιστρέψει για να ελέγξει την κατάσταση της λειτουργίας ανταλλαγής μηνύματος. Αυτές οι δυνατότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε συνδυασμό

με τις standard λειτουργίες και δεν είναι ανάγκη να απαντώνται σε ζεύγη. Η χρήση μιας nonblocking λειτουργίας αποστολής (λήψης) μπορεί να επιτευχθεί σε τρία βήματα:

1. Έναρξη λειτουργίας αποστολής (λήψης) καλώντας τη συνάρτηση `MPI_Isend()` (`MPI_Irecv()`).
2. Εκτέλεση κάποιων υπολογισμών κατά τη διάρκεια του χρόνου επικοινωνίας.
3. Ολοκλήρωση της επικοινωνίας καλώντας την `MPI_Wait()` ή την `MPI_Test()`.

Έναρξη της Nonblocking Επικοινωνίας

Η συνάρτηση που χρησιμοποιείται για μια nonblocking αποστολή είναι η εξής:

```
MPI_Isend(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int dest, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Request *request)
```

Μια κλήση στη συνάρτηση αυτή θα επιστρέψει πριν αντιγραφεί το μήνυμα από την προσωρινή μνήμη του αποστολέα. Όλα τα ορίσματα της συνάρτησης αυτής, εκτός από ένα, έχουν το ίδιο νόημα όπως στις υπόλοιπες συναρτήσεις αποστολής. Το τελευταίο όρισμα, *request*, είναι ένα αντικείμενο του συστήματος που επιστρέφεται όταν καλείται η συνάρτηση και μπορεί να προσπελαστεί μέσω ενός χειριστή. Χρησιμοποιείται για την αναγνώριση και το συνδυασμό διάφορων λειτουργιών επικοινωνίας. Ομοίως, για nonblocking λήψη ενός μηνύματος χρησιμοποιείται η εξής συνάρτηση:

```
MPI_IRecv(void buf, int count, MPI_Datatype datatype, int source, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Request *request)
```

Μια κλήση στη συνάρτηση αυτή θα ξεκινήσει τη λειτουργία λήψης. Θα επιστρέψει αμέσως χωρίς να χρειάζεται να περιμένει να αποθηκευτεί κάποιο μήνυμα στην προσωρινή μνήμη λήψης. Όπως και στην περίπτωση της αποστολής, το όρισμα *request* μπορεί να χρησιμοποιηθεί αργότερα για την εξακρίβωση της κατάστασης λειτουργίας.

Ολοκλήρωση της Nonblocking Επικοινωνίας

Το MPI παρέχει ρουτίνες για τον έλεγχο της ολοκλήρωσης των λειτουργιών επικοινωνίας που έχουν ξεκινήσει. Η ολοκλήρωση μιας nonblocking λειτουργίας αποστολής υποδηλώνει ότι τα δεδομένα έχουν αντιγραφεί από τη μνήμη του αποστολέα και η μνήμη αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί από άλλες λειτουργίες. Αντίστοιχα, η ολοκλήρωση μιας nonblocking λειτουργίας λήψης υποδηλώνει ότι τα δεδομένα έχουν ήδη τοποθετηθεί στον κατάλληλο χώρο αποθήκευσης ώστε ο παραλήπτης να είναι σε θέση να τα διαβάσει.

Η ακόλουθη συνάρτηση χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της ολοκλήρωσης μιας nonblocking λειτουργίας:

```
MPI_Test(MPI_Request *request, int *flag, MPI_Status *status)
```

Μια κλήση στη συνάρτηση αυτή επιστρέφει την τρέχουσα κατάσταση της λειτουργίας που δηλώνεται μέσω της μεταβλητής *request*. Το όρισμα *flag* θα τεθεί true (1) αν η επικοινωνία έχει ολοκληρωθεί, αλλιώς θα πάρει την τιμή false (0). Το πεδίο *status* θα επιστρέψει πρόσθετη πληροφορία για την κατάσταση της λειτουργίας.

Η ακόλουθη συνάρτηση θα περιμένει μέχρι η επικοινωνία να ολοκληρωθεί:

```
MPI_Wait( MPI_Request *request, MPI_Status *status)
```

Μια κλήση στην `MPI_Wait()` θα επιστρέψει όταν ολοκληρωθεί η λειτουργία που ορίζεται από τη μεταβλητή `request`. Αυτή η ρουτίνα κλειδώνει (block) και ελέγχει την κατάσταση της διαδικασίας επικοινωνίας, μέσω της μεταβλητής εξόδου της διαδικασίας `request`.

Σε μερικές περιπτώσεις θέλουμε να ελέγξουμε την κατάσταση ή να περιμένουμε την ολοκλήρωση περισσότερων από μία λειτουργιών. Το MPI παρέχει συναρτήσεις για τον έλεγχο ή την αναμονή όλων ή όποιων από τις λειτουργίες που ανήκουν σε μια συλλογή από λειτουργίες:

```
MPI_Testall(count, array_of_requests, &flag, &array_of_statuses)
```

```
MPI_Testany(count, array_of_requests, &flag, &status)
```

```
MPI_Waitall(count, array_of_requests, &array_of_statuses)
```

```
MPI_Waitany(count, array_of_requests, &status)
```

Συγχρονισμός

Οι δομές συγχρονισμού χρησιμοποιούνται για την επιβολή μιας συγκεκριμένης σειράς εκτέλεσης ανάμεσα στις λειτουργίες των παράλληλων διεργασιών. Σε μερικές περιπτώσεις, οι παράλληλες διεργασίες απαιτείται να συγχρονιστούν μεταξύ τους σε κάποιο σημείο κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης. Τα μέλη μιας ομάδας ίσως χρειαστεί να περιμένουν σε κάποιο σημείο συγχρονισμού μέχρι όλες οι διεργασίες να φτάσουν στο ίδιο σημείο. Ο συγχρονισμός στο MPI μπορεί να επιτευχθεί είτε με την ανταλλαγή μηνυμάτων, χρησιμοποιώντας blocking μεθόδους, είτε με τη χρήση barriers (φραγμάτων).

Barriers

Οι διεργασίες που ανήκουν σε μία ομάδα μπορούν να συγχρονιστούν σε ένα σημείο χρησιμοποιώντας ένα **barrier**. Καμία διεργασία δεν μπορεί να προχωρήσει πέραν του σημείου μέχρι ότου όλες οι διεργασίες να φτάσουν στο **barrier**. Ανάλογα με τον communicator, μπορούμε να συγχρονίσουμε όλες τις διεργασίες μιας ομάδας ή ένα υποσύνολο αυτών. Η συνάρτηση που εκτελεί την παραπάνω λειτουργία ορίζεται ως εξής:

```
MPI_Barrier(MPI_Comm comm)
```

Ο συγχρονισμός επιτυγχάνεται αν όλες οι διεργασίες στην ομάδα του communicator καλέσουν τη συνάρτηση αυτή. Μία κλήση στη συνάρτηση αυτή επιστρέφει όταν όλα τα μέλη της ομάδας του communicator έχουν εκτελέσει την δική τους κλήση στην `MPI_Barrier()`.

6.3.4 Συλλογικές Λειτουργίες (collective operations)

Συλλογικές λειτουργίες στο MPI είναι εκείνες που εφαρμόζονται σε όλα τα μέλη μιας ομάδας ενός communicator. Μια συλλογική λειτουργία ορίζεται συνήθως στα πλαίσια μιας ομάδας διεργασιών. Η λειτουργία εκτελείται όταν όλες οι διεργασίες της ομάδας καλέσουν την αντίστοιχη ρουτίνα με τις κατάλληλες παραμέτρους. Υπάρχουν τρεις τύποι συλλογικών λειτουργιών: ελέγχου διεργασιών, καθολικού υπολογισμού και μεταφοράς δεδομένων. Η συνάρτηση *MPI_Barrier()* που περιγράφηκε προηγουμένως μπορεί να θεωρηθεί ως συλλογική λειτουργία ελέγχου διεργασιών.

Καθολικός Υπολογισμός (Global Computation)

Στην κατηγορία αυτή ανήκουν λειτουργίες ελάττωσης-αναγωγής και σάρωσης. Μια λειτουργία αναγωγής είναι μια συσχετιστική, τροποποιητική λειτουργία που εφαρμόζεται πάνω σε δεδομένα που παρέχονται από διεργασίες μιας ομάδας. Μια λειτουργία ελάττωσης μπορεί να είναι προκαθορισμένη από το MPI, όπως άθροισμα, εύρεση ελάχιστου-μέγιστου κ.ά. ή μια ορισμένη από το χρήστη συνάρτηση. Το αποτέλεσμα της ελάττωσης μπορεί να σταλεί σε κάθε διεργασία της ομάδας ή σε μία μόνο η οποία ονομάζεται ρίζα (root).

Το MPI παρέχει την παρακάτω συνάρτηση ελάττωσης με την οποία το αποτέλεσμα επιστρέφεται μόνο στη διεργασία-ρίζα:

```
MPI_Reduce ( void *sendbuf, void *recvbuf, int count, MPI_Datatype
datatype, MPI_Op op, int root, MPI_Comm comm )
```

Τα ορίσματα της συνάρτησης αυτής και η χρήση τους περιγράφονται στον Πίνακα 1. Ο τελεστής της αναγωγής εφαρμόζεται στα δεδομένα που δίνονται στην προσωρινή μνήμη αποστολής κάθε διεργασίας. Το αποτέλεσμα θα επιστραφεί μόνο στην προσωρινή μνήμη λήψης της root-διεργασίας. Να σημειώσουμε ότι η παράμετρος *recvbuf* έχει νόημα μόνο στη root-διεργασία. Το MPI παρέχει διάφορες προκαθορισμένες λειτουργίες αναγωγής οι οποίες αναφέρονται στον Πίνακα 6.2.

Πίνακας 6.1: Παράμετροι *MPI_Reduce()*

Παράμετρος	Χρήση
sendbuf	Διεύθυνση της προσωρινής μνήμης αποστολής.
recvbuf	Διεύθυνση της προσωρινής μνήμης λήψης.
Count	Αριθμός δεδομένων στην προσωρινή μνήμη αποστολής.
data_type	Τύπος των δεδομένων.
op	Τελεστής αναγωγής.
root	Βαθμός της root-διεργασίας.
comm	Communicator.

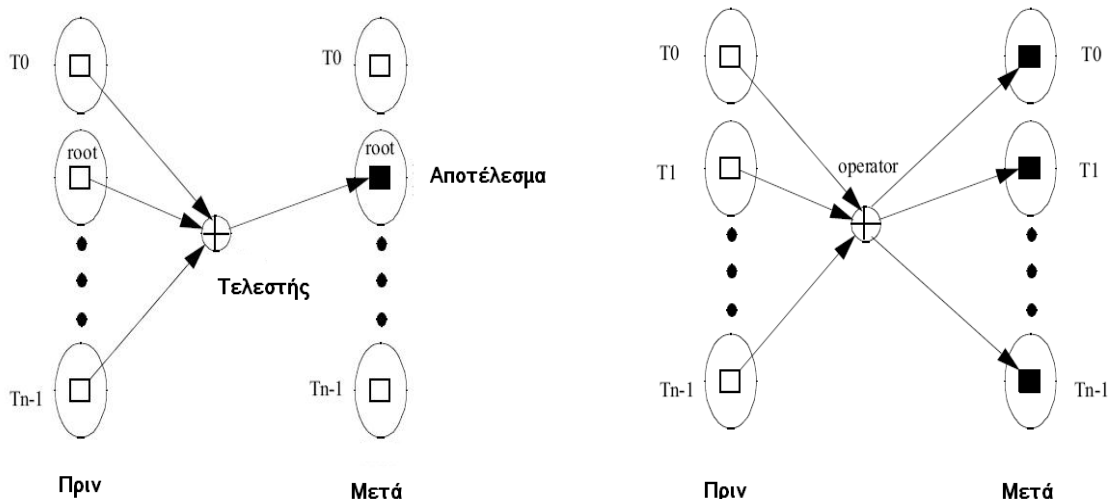
Μια παραλλαγή της παραπάνω συνάρτησης είναι η λειτουργία ελάττωσης κατά την οποία το αποτέλεσμα αποστέλλεται σε όλες τις διεργασίες που είναι μέλη της ομάδας. Η συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

```
int MPI_Allreduce ( void *sendbuf, void *recvbuf, int count,
MPI_Datatype datatype, MPI_Op op, MPI_Comm comm )
```

Τα ορίσματα έχουν την ίδια σημασία όπως στην MPI_Reduce(). Οι δύο παραπάνω λειτουργίες παρουσιάζονται σχηματικά στο Σχήμα 6.6.

Πίνακας 6.2: Προκαθορισμένες λειτουργίες αναγωγής

Όνομα MPI	Λειτουργία
MPI_SUM	Άθροισμα
MPI_PROD	Γινόμενο
MPI_MIN	Ελάχιστο
MPI_MAX	Μέγιστο
MPI_LAND	Λογικό AND
MPI_LOR	Λογικό OR
MPI_LXOR	Λογικό XOR



Σχήμα 6.6: Αριστερά παρουσιάζεται η λειτουργία Reduce και δεξιά η λειτουργία AllReduce.

Μεταφορά Δεδομένων

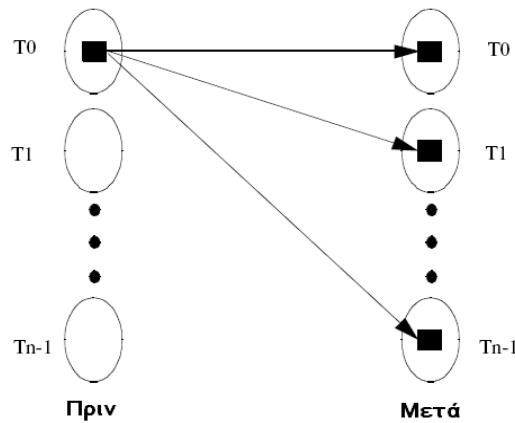
Το MPI υποστηρίζει μεγάλη ποικιλία συλλογικών συναρτήσεων για τη μεταφορά δεδομένων. Οι βασικές λειτουργίες που καλύπτονται είναι οι *broadcast*, *scatter* και *gather*. Με τη λειτουργία *broadcast*, μια διεργασία στέλνει το ίδιο μήνυμα σε κάθε μέλος μιας ομάδας. Μια λειτουργία *scatter* επιτρέπει σε μια διεργασία να στείλει διαφορετικό μήνυμα σε κάθε μέλος, ενώ η λειτουργία *gather* είναι η δυική της *scatter*, κατά την οποία μία διεργασία θα λάβει ένα μήνυμα από κάθε μέλος μιας ομάδας διεργασιών.

Broadcasting

Το MPI παρέχει την ακόλουθη συνάρτηση για την αποστολή ενός μηνύματος από τη root-διεργασία σε όλες τις υπόλοιπες στην ομάδα ενός communicator:

```
MPI_Bcast(void buf, int count, MPI_Datatype datatype, int root,
MPI_Comm comm)
```

Η συνάρτηση αυτή πρέπει να κληθεί από όλες τις διεργασίες μιας ομάδας χρησιμοποιώντας τα ίδια ορίσματα για το βαθμό της root-διεργασίας και τον communicator. Αν η διεργασία που καλεί τη ρουτίνα είναι η *root*, το *buf* αναφέρεται στη διεύθυνση στην οποία βρίσκεται το αντίγραφο που πρέπει να διαδοθεί στις άλλες διεργασίες. Σε διαφορετική περίπτωση, αναφέρεται στη διεύθυνση όπου θα αποθηκευτεί το αντίγραφο της *root*. Τα περιεχόμενα της προσωρινής μνήμης αποστολής της root-διεργασίας θα αντιγραφούν στις μνήμες όλων των υπόλοιπων διεργασιών (βλέπε Σχήμα 6).



Σχήμα 6.7 : Λειτουργία Broadcast

Scatter – Gather

Η συνάρτηση *scatter* επιτρέπει σε μια διεργασία να κατανείμει τα δεδομένα της μνήμης της σε κάθε μέλος μιας ομάδας διεργασιών ενώ η συνάρτηση *gather* επιτρέπει σε μια διεργασία να συλλέξει κομμάτια δεδομένων από τις άλλες διεργασίες για να χτίσει το περιεχόμενο της μνήμης της. Οι δύο συναρτήσεις ορίζονται ως εξής:

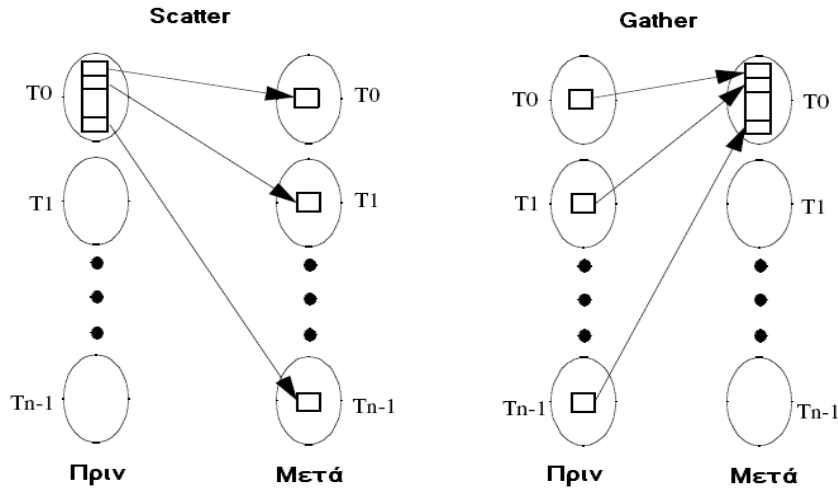
```
MPI_Scatter (void *sendbuf, int sendcnt, MPI_Datatype sendtype, void
*recvbuf, int recvcnt, MPI_Datatype recvtype, int root, MPI_Comm comm)
```

```
MPI_Gather ( void *sendbuf, int sendcnt, MPI_Datatype sendtype, void
*recvbuf, int recvcnt, MPI_Datatype recvtype, int root, MPI_Comm comm)
```

Στη *scatter* η προσωρινή μνήμη αποστολής της root-διεργασίας χωρίζεται σε τμήματα μεγέθους *sendcnt*. Τα πρώτα *n* στοιχεία στη μνήμη της root-διεργασίας αντιγράφονται στο χώρο αποθήκευσης του πρώτου μέλους της ομάδας, τα επόμενα *n* στοιχεία στο χώρο του δεύτερου μέλους κ.ο.κ.

Στη *gather*, κάθε διεργασία (συμπεριλαμβανομένης της *root*) στέλνει τα περιεχόμενα της προσωρινής της μνήμης στη root-διεργασία. Η root-διεργασία λαμβάνει τα μηνύματα και τα αποθηκεύει στη σειρά με βάση το βαθμό της κάθε διεργασίας.

Οι λειτουργίες αυτές παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.8 ενώ τα ορίσματά τους επεξηγούνται στον Πίνακα 3.



Σχήμα 6.8: Λειτουργίες Scatter και Gather

Οι συναρτήσεις αυτές πρέπει να κληθούν από όλα τα μέλη της ομάδας του communicator χρησιμοποιώντας τα ίδια ορίσματα για τη root-διεργασία και τον communicator. Οι παράμετροι που αφορούν την προσωρινή μνήμη αποστολής αγνοούνται από όλες τις διεργασίες εκτός της root στη λειτουργία *scatter*, ενώ στη λειτουργία *gather* οι παράμετροι που αφορούν στην προσωρινή μνήμη αποστολής αγνοούνται αντίστοιχα. Στη *scatter*, οι παράμετροι *sendcnt* και *sendtype* στη root-διεργασία πρέπει να είναι ίσες με τις παραμέτρους *rcvcnt* και *rcvtype* στις υπόλοιπες διεργασίες-παραλήπτες. Αντίστοιχη ισότητα πρέπει να ισχύει και στην περίπτωση της συνάρτησης *gather*.

Πίνακας 6.3: Παράμετροι MPI_Scatter, MPI_Gather()

Παράμετρος	Χρήση
sendbuf	Διεύθυνση της προσωρινής μνήμης αποστολής.
sendcnt	Αριθμός δεδομένων που θα σταλούν σε κάθε διεργασία (scatter) ή στην προσωρινή μνήμη αποστολής κάθε διεργασίας (gather).
sendtype	Τύπος των δεδομένων στην προσωρινή μνήμη αποστολής.
rcvbuf	Διεύθυνση της προσωρινής μνήμης λήψης.
rcvcnt	Αριθμός δεδομένων στην προσωρινή μνήμη λήψης κάθε διεργασίας (scatter) ή αριθμός δεδομένων που θα ληφθούν από κάθε διεργασία (gather).
rcvtype	Τύπος των δεδομένων στην προσωρινή μνήμη λήψης.
root	Βαθμός διεργασίας-αποστολέα (scatter) ή διεργασίας-παραλήπτη (gather).
comm	Communicator.

6.3.5 Τύποι Δεδομένων MPI

Για λόγους φορητότητας των προγραμμάτων, το MPI ορίζει κάποιους βασικούς τύπους δεδομένων. Οι κυριότεροι από αυτούς αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα για τη γλώσσα προγραμματισμού C:

ΑΚΕΡΑΙΟΙ		ΚΙΝΗΤΗΣ ΥΠΟΔΙΑΣΤΟΛΗΣ	
MPI_CHAR		MPI_FLOAT	
MPI_SHORT		MPI_DOUBLE	
MPI_INT		MPI_LONG_DOUBLE	

Επιπλέον των παραπάνω τύπων δεδομένων, οι προγραμματιστές έχουν τη δυνατότητα να ορίσουν δομές δεδομένων βάσει των πρωταρχικών τύπων που αναφέρθηκαν.

6.3.6 Επιπλέον Βασικές Ρουτίνες MPI

```
MPI_Init(int *argc, char ***argv)
```

Αρχικοποιεί το περιβάλλον εκτέλεσης MPI. Αυτή η ρουτίνα πρέπει να καλείται σε οποιοδήποτε πρόγραμμα MPI και πρέπει να καλείται πριν από οποιαδήποτε άλλη συνάρτηση MPI. Η κλήση της γίνεται μόνο μια φορά. Η κλήση της *MPI_Init()* ορίζει έναν communicator, τον *MPI_COMM_WORLD*, για κάθε διεργασία που την καλεί. Όλες οι κλήσεις επικοινωνίας του MPI απαιτούν ένα όρισμα communicator και δύο διεργασίες MPI μπορούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους μόνο αν έχουν ένα κοινό communicator

```
MPI_Finalize()
```

Με αυτή τη ρουτίνα, τερματίζεται το περιβάλλον εκτέλεσης του MPI. Αυτή η ρουτίνα πρέπει να είναι η τελευταία που καλείται σε ένα πρόγραμμα MPI, όταν όλες οι επικοινωνίες έχουν ολοκληρωθεί. Καμία άλλη συνάρτηση MPI δεν μπορεί να κληθεί μετά από αυτή. Είναι μια ρουτίνα καθαρισμού όλων των δομών που χρησιμοποιήθηκαν.

```
MPI_Abort(MPI_Comm comm, int errcode)
```

Με αυτή τη ρουτίνα όλες οι διεργασίες της ομάδας που σχετίζεται με τον communicator *comm* τερματίζονται. Στις περισσότερες υλοποιήσεις του MPI, τερματίζονται όλες οι διεργασίες, ανεξαρτήτως του communicator.

6.4 Λίγα Λόγια για τη διαδικασία Παραλληλοποίησης ενός Προγράμματος

Έστω ότι ο σειριακός αλγόριθμος, τον οποίο πρέπει να παραλληλοποιήσουμε, μας δίνεται είτε ως περιγραφή είτε ως ένα σειριακό πρόγραμμα. Σε πολλές περιπτώσεις, ο καλύτερος σειριακός αλγόριθμος για ένα πρόβλημα προσφέρεται εύκολα για παραλληλοποίηση. Σε άλλες περιπτώσεις, ίσως δεν δέχεται αρκετή παραλληλοποίηση με αποτέλεσμα να απαιτείται ένας τελείως διαφορετικός αλγόριθμος. Αν και οι λεπτομέρειες του σχεδιασμού παράλληλων αλγορίθμων ξεφεύγουν από τους σκοπούς της εργασίας αυτής, θεωρήθηκε σκόπιμο να εξεταστούν τα βασικά βήματα της δημιουργίας ενός καλού παράλληλου προγράμματος το οποίο θα υλοποιεί τον σειριακό αλγόριθμο.

Σε υψηλό επίπεδο, η διαδικασία της παραλληλοποίησης περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

α. Εντοπισμός των εργασιών που προσφέρονται για παραλληλοποίηση

β. Καθορισμός μεθόδων για την κατανομή των εργασιών και ίσως των δεδομένων στους επεξεργαστικούς κόμβους.

γ. Εύρεση τρόπων διαχείρισης της προσπέλασης δεδομένων, της επικοινωνίας και του συγχρονισμού.

Ας σημειωθεί ότι στον όρο «εργασία» συμπεριλαμβάνονται οι υπολογισμοί, η προσπέλαση δεδομένων και οι λειτουργίες εισόδου/εξόδου. Σκοπός είναι να πετύχουμε υψηλή απόδοση διατηρώντας την πολυπλοκότητα και τις απαιτήσεις του προγράμματος χαμηλές. Συγκεκριμένα, επιθυμούμε να πετύχουμε σημαντική επιτάχυνση σε σχέση με το αποδοτικότερο σειριακό πρόγραμμα που λύνει το ίδιο πρόβλημα. Αυτό απαιτεί ομοιόμορφη κατανομή των εργασιών ανάμεσα στους επεξεργαστές, ελαχιστοποίηση της διαεπεξεργαστικής επικοινωνίας η οποία είναι ιδιαίτερα ακριβή, και διατήρηση του κόστους διαχείρισης της επικοινωνίας, του συγχρονισμού και του παραλληλισμού σε χαμηλά επίπεδα.

Τα βήματα στη διαδικασία της δημιουργίας ενός παράλληλου προγράμματος μπορούν να εκτελεστούν είτε από τον προγραμματιστή είτε από ένα από τα πολλά επίπεδα του λογισμικού του συστήματος που παρεμβάλλονται μεταξύ του προγραμματιστή και της αρχιτεκτονικής. Τα επίπεδα αυτά περιλαμβάνουν τον μεταγλωττιστή, το runtime system, και το λειτουργικό σύστημα. Σε έναν τέλειο κόσμο, το λογισμικό του συστήματος θα επέτρεπε στους χρήστες να γράφουν προγράμματα στη μορφή που θα θεωρούσαν βολικότερη (π.χ. ως σειριακά προγράμματα σε μια γλώσσα υψηλού επιπέδου ή ως μια ακόμη υψηλότερου επιπέδου περιγραφή των προδιαγραφών του προβλήματος), και θα τα μετέτρεπε αυτόματα σε αποδοτικές υλοποιήσεις. Αν και διενεργείται σημαντική έρευνα προς αυτή την κατεύθυνση, οι στόχοι μοιάζουν ιδιαίτερα φιλόδοξοι και βρισκόμαστε πολύ μακριά από την επίτευξη τους. Πρακτικά, σήμερα η πλειονότητα των διεργασιών είναι ακόμη ευθύνη του προγραμματιστή, με κάποια βοήθεια ίσως από τον μεταγλωττιστή και το runtime system.

Τα βήματα της διαδικασίας

Για να γίνουν κατανοητά τα βήματα της δημιουργίας ενός παράλληλου προγράμματος, ορίζονται αρχικά κάποιες σημαντικές έννοιες. Μία διεργασία είναι ένα αυθαίρετα ορισμένο τμήμα της εργασίας που εκτελείται από το πρόγραμμα. Είναι η ελάχιστη μονάδα ταυτοχρονισμού που μπορεί να εκμεταλλευτεί το πρόγραμμα. Για παράδειγμα, μια ξεχωριστή διεργασία εκτελείται από έναν μόνο επεξεργαστή και ο ταυτοχρονισμός επιτυγχάνεται ανάμεσα στις διεργασίες. Το τι ακριβώς απαρτίζει μια διεργασία δεν είναι πάντα σαφές προδιαγεγραμμένο από το υποκείμενο σειριακό πρόγραμμα. Είναι επιλογή του προγραμματιστή τι θα ορίσει ως διεργασία, αν και συνήθως αυτό υποδεικνύεται από τη δομή του σειριακού προγράμματος.

Μια διαδικασία (ή νήμα όπως απαντάται συχνά στη βιβλιογραφία) είναι μια αφηρημένη οντότητα που εκτελεί διεργασίες. Ένα παράλληλο πρόγραμμα απαρτίζεται από πολλαπλές συνεργαζόμενες διαδικασίες, καθεμία από τις οποίες εκτελεί ένα υποσύνολο των διεργασιών του προγράμματος. Οι διεργασίες ανατίθενται στις διαδικασίες με κάποιο μηχανισμό ανάθεσης. Για παράδειγμα, αν ο υπολογισμός κάθε γραμμής σε ένα πλέγμα Ocean θεωρηθεί ως μια διεργασία, ένας απλός μηχανισμός ανάθεσης θα ήταν να ανατεθεί ίσος αριθμός γειτονικών γραμμών σε κάθε διαδικασία, χωρίζοντας έτσι το πλέγμα σε τόσες οριζόντιες περιοχές όσες οι διαδικασίες. Στην εξόρυξη δεδομένων, η ανάθεση θα μπορούσε

να καθοριστεί με βάση τα τμήματα της βάσης δεδομένων που θα αναλάβει κάθε διαδικασία ή με βάση τα υποσύνολα των δεδομένων που κάθε διαδικασία θα μπορούσε να αναζητήσει. Τελικά, ο τρόπος με τον οποίο οι διαδικασίες ολοκληρώνουν τις διεργασίες που τους έχουν ανατεθεί είναι εκτελώντας τες σε φυσικούς επεξεργαστές του μηχανήματος.

Είναι σημαντική η κατανόηση της διαφοράς ανάμεσα στις διαδικασίες και στους επεξεργαστές από την πλευρά του παραλληλισμού. Ενώ οι επεξεργαστές είναι φυσικοί πόροι, οι διαδικασίες μας παρέχουν ένα βολικό τρόπο αφαίρεσης και απεικόνισης ενός πολυεπεξεργαστή: Γράφουμε καταρχήν παράλληλα προγράμματα χρησιμοποιώντας την έννοια της διαδικασίας και όχι βασιζόμενοι στους φυσικούς επεξεργαστές. Η αντιστοίχιση των διαδικασιών σε επεξεργαστές είναι επακόλουθο βήμα. Δεν είναι απαραίτητο οι διαδικασίες να είναι ίσες με τον αριθμό των διαθέσιμων επεξεργαστών. Αν υπάρχουν περισσότερες διαδικασίες πολυπλέκονται στους διαθέσιμους επεξεργαστές. Αν είναι λιγότερες, τότε κάποιοι επεξεργαστές παραμένουν ανενεργοί.

Έχοντας ξεκαθαρίσει τις έννοιες αυτές, η διαδικασία δημιουργίας ενός παράλληλου προγράμματος από ένα σειριακό αποτελείται από τα παρακάτω τέσσερα βήματα:

1. Διάσπαση του υπολογισμού σε διεργασίες.
2. Ανάθεση των διεργασιών σε διαδικασίες.
3. Οργάνωση και συντονισμός των απαραίτητων προσπελάσεων σε δεδομένα, της επικοινωνίας και του συγχρονισμού ανάμεσα στις διαδικασίες.
4. Αντιστοίχιση των διαδικασιών σε επεξεργαστές.

Διάσπαση (decomposition)

Η διάσπαση αναφέρεται στο χωρισμό των υπολογισμών σε μια συλλογή από διεργασίες. Γενικά, οι διεργασίες μπορούν να γίνουν διαθέσιμες δυναμικά κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του προγράμματος και ο αριθμός τους μπορεί να ποικίλει. Ο μέγιστος αριθμός διεργασιών σε μια χρονική στιγμή παρέχει ένα άνω φράγμα για τις διαδικασίες (άρα και τους επεξεργαστές) που μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποδοτικά την ίδια χρονική στιγμή. Έτσι, ο κύριος σκοπός της διάσπασης είναι να ανακαλύψει αρκετό ταυτοχρονισμό ώστε να κρατά τις διαδικασίες απασχολημένες συνεχώς, ωστόσο όχι σε τέτοιο βαθμό ώστε να καταστήσει ακριβή τη διαχείρισή τους σε σχέση με τη χρήσιμη εργασία που αυτές εκτελούν.

Οι περιορισμοί στον ταυτοχρονισμό καθορίζουν και τους περιορισμούς στην επιτάχυνση που μπορούμε να πετύχουμε μέσα από τον παραλληλισμό. Η επιρροή του διαθέσιμου ταυτοχρονισμού κωδικοποιείται σε έναν από τους λίγους «νόμους» της παράλληλης επεξεργασίας, ο οποίος ονομάζεται νόμος του Amdahl. Αν κάποια τμήματα της εκτέλεσης ενός προγράμματος δεν απαιτούν τόσο ταυτοχρονισμό όσο οι επεξεργαστές που χρησιμοποιούνται, τότε κάποιοι από τους επεξεργαστές θα πρέπει να μείνουν ανενεργοί για τα τμήματα αυτά και η επιτάχυνση θα είναι μη βέλτιστη. Για να το δούμε αυτό στην πιο απλή μορφή, ας θεωρήσουμε ένα πρόγραμμα του οποίου ένα τμήμα s του χρόνου εκτέλεσης σε ένα μονοεπεξεργαστικό σύστημα είναι εγγενώς σειριακό, δηλαδή δεν μπορεί να παραλληλοποιηθεί. Ακόμη κι αν το υπόλοιπο πρόγραμμα παραλληλοποιηθεί ώστε να τρέχει από ένα μεγάλο πλήθος επεξεργαστών σε απειροστό χρόνο, αυτός ο σειριακός χρόνος θα παραμείνει. Ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του παράλληλου προγράμματος θα είναι τουλάχιστον s , και η επιτάχυνση θα φράσσεται από το $1/s$.

Γενικεύοντας, δοσμένης μιας διάσπασης και ενός μεγέθους προβλήματος, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα προφίλ ταυτοχρονισμού το οποίο να απεικονίζει πόσες λειτουργίες είναι διαθέσιμες για να εκτελεστούν ταυτόχρονα στην εφαρμογή, σε δοσμένο χρόνο. Το προφίλ αυτό αποτελεί μία συνάρτηση του προβλήματος, της διάσπασης και του μεγέθους του προβλήματος αλλά είναι ανεξάρτητο του αριθμού των επεξεργαστών, θεωρώντας χωρίς σφάλμα ότι είναι διαθέσιμο άπειρο πλήθος επεξεργαστών. Είναι επίσης ανεξάρτητο της ανάθεσης και της οργάνωσης. Τα προφίλ ταυτοχρονισμού μπορεί να είναι γενικά εύκολο να αναλυθούν ή μπορεί να είναι αρκετά ακανόνιστα.

Ανάθεση

Με τον όρο ανάθεση εννοούμε τον προσδιορισμό του μηχανισμού μέσω του οποίου οι διεργασίες θα κατανεμηθούν στους επεξεργαστές. Οι πρωταρχικοί σκοποί της ανάθεσης είναι η εξισορρόπηση του φόρτου εργασίας η ελαχιστοποίηση της επικοινωνίας ανάμεσα στις διαδικασίες, καθώς και η ελαχιστοποίηση των καθυστερήσεων στο χρόνο εκτέλεσης της διαχείρισης της ανάθεσης. Ο φόρτος εργασίας που πρέπει να εξισορροπηθεί περιέχει τους υπολογισμούς, τις λειτουργίες εισόδου/εξόδου, την προσπέλαση των δεδομένων και την επικοινωνία. Η επίτευξη όλων αυτών των στόχων επίδοσης μπορεί να μοιάζει ιδιαίτερα δύσκολη. Ωστόσο, τα περισσότερα προγράμματα προσφέρονται για μια δομημένη προσέγγιση κατάτμησης (διάσπασης κα ανάθεσης). Για παράδειγμα, τα προγράμματα είναι συχνά δομημένα σε φάσεις και οι υποψήφιες διεργασίες για διάσπαση μέσα σε μία φάση είναι συχνά εύκολα διακριτές. Η κατάλληλη ανάθεση των διεργασιών επιτυγχάνεται συνήθως είτε αναλύοντας τον κώδικα είτε μέσω μιας υψηλού επιπέδου κατανόησης της εφαρμογής. Όπου αυτό δεν είναι εφικτό, συχνά μπορούν να εφαρμοστούν ευρέως γνωστές ευριστικές τεχνικές. Αν η ανάθεση προσδιοριστεί συνολικά από την αρχή του προγράμματος –ή αμέσως μετά το διάβασμα και την ανάλυση της εισόδου- και δεν αλλάξει στην πορεία, καλείται στατική ή προκαθορισμένη ανάθεση. Αν η ανάθεση εργασίας στις διαδικασίες καθορίζεται κατά το χρόνο εκτέλεσης, τότε καλείται δυναμική ανάθεση.

Η διάσπαση και η ανάθεση είναι τα κύρια αλγοριθμικά βήματα της παραλληλοποίησης. Είναι συνήθως ανεξάρτητα της υποκείμενης αρχιτεκτονικής και του μοντέλου προγραμματισμού, αν και μερικές φορές το κόστος και η πολυπλοκότητα της χρήσης κάποιων στοιχείων σε ένα σύστημα μπορούν να επηρεάσουν τις αποφάσεις για τη διάσπαση και την ανάθεση. Αν ένας υπολογισμός δεν είναι αρκετά παράλληλος ή εξισορροπημένος ανάμεσα στις διαδικασίες, ή αν κατακλύζει το σύστημα με επικοινωνία, τότε τα περιθώρια βελτίωσης είναι πολύ λίγα. Ένας προγραμματιστής, επικεντρώνεται αρχικά στη διάσπαση και την ανάθεση, ανεξάρτητα από το προγραμματιστικό μοντέλο ή την αρχιτεκτονική, αν και σε μερικές περιπτώσεις οι ιδιότητες της τελευταίας μπορεί να τον αναγκάσουν να επαναπροσδιορίσει τη στρατηγική του.

Οργάνωση και Συντονισμός

Αυτό είναι το βήμα στο οποίο η αρχιτεκτονική και το προγραμματιστικό μοντέλο παίζουν το μεγαλύτερο ρόλο, όπως και η ίδια η γλώσσα προγραμματισμού. Για να εκτελέσουν τις διεργασίες που τους έχουν ανατεθεί, οι διαδικασίες χρειάζονται μηχανισμούς για να ονομάσουν και να προσπελάσουν τα δεδομένα, για να ανταλλάξουν δεδομένα (επικοινωνήσουν) με άλλες διαδικασίες, και να συγχρονιστούν μεταξύ τους. Στο βήμα αυτό, χρησιμοποιούμε τους διαθέσιμους μηχανισμούς για την επίτευξη αυτών των

στόχων αποδοτικά. Οι αποφάσεις που λαμβάνονται σε αυτό το σημείο εξαρτώνται πολύ περισσότερο από το προγραμματιστικό μοντέλο από αυτές που λήφθηκαν στα προηγούμενα βήματα. Μερικά από τα θέματα που συμπεριλαμβάνονται στο στάδιο αυτό είναι ο τρόπος με τον οποίο θα οργανωθούν οι δομές δεδομένων και η χρονοδρομολόγηση των διεργασιών ώστε να εκμεταλλευτούμε την χωρική τοπικότητα, το μέγεθος των μηνυμάτων που θα χρησιμοποιηθούν στην επικοινωνία, και τον ακριβή τρόπο με το οποίο θα οργανωθεί και θα εκφραστεί η επικοινωνία και ο συγχρονισμός. Στο βήμα αυτό περιλαμβάνεται επίσης η δρομολόγηση των διεργασιών που ανατίθενται σε μια διαδικασία προσωρινά, δηλαδή η απόφαση για τη σειρά με την οποία θα εκτελεστούν. Η γλώσσα προγραμματισμού είναι σημαντική τόσο διότι αυτό είναι το βήμα κατά το οποίο το πρόγραμμα γράφεται όσο και επειδή αρκετοί από τους παραπάνω παράγοντες επηρεάζονται σημαντικά από τους διαθέσιμους μηχανισμούς της γλώσσας και τα κόστη τους.

Οι κύριοι στόχοι επίδοσης της οργάνωσης και του συντονισμού είναι:

- η μείωση του κόστους επικοινωνίας και του συγχρονισμού από τη σκοπιά των επεξεργαστών,
- η διατήρηση της τοπικότητας στην αναφορά δεδομένων,
- η χρονοδρομολόγηση των διεργασιών ώστε αυτές από τις οποίες εξαρτώνται οι περισσότερες άλλες να ολοκληρωθούν νωρίς και
- η μείωση των καθυστερήσεων λόγω διαχείρισης του παραλληλισμού.

Η δουλειά των αρχιτεκτόνων είναι να παρέχουν τα κατάλληλα στοιχεία με χαρακτηριστικά που θα απλοποιούν την επιτυχημένη οργάνωση.

Αντιστοίχιση

Οι συνεργαζόμενες διεργασίες που προκύπτουν από τα τρία προηγούμενα βήματα αποτελούν ένα πλήρως αναπτυγμένο πρόγραμμα στα σύγχρονα συστήματα. Το πρόγραμμα αυτό μπορεί να ελέγξει την αντιστοίχιση των διαδικασιών σε επεξεργαστές, αν το λειτουργικό σύστημα δεν μεριμνήσει γι' αυτό, παρέχοντας μια παράλληλη εκτέλεση. Η αντιστοίχιση είναι συνήθως επακριβής σε ένα σύστημα ή προγραμματιστικό περιβάλλον. Στην απλούστερη των περιπτώσεων, οι επεξεργαστές του μηχανήματος διαχωρίζονται σε σταθερά υποσύνολα, πιθανώς ολόκληρο το μηχάνημα, και μόνο ένα πρόγραμμα εκτελείται σε κάθε χρονική στιγμή σε κάθε υποσύνολο. Αυτό καλείται μοίρασμα του χώρου. Το πρόγραμμα μπορεί να δεσμεύσει διαδικασίες, ή μπορεί να ελέγξει επακριβώς σε ποιον επεξεργαστή τρέχει κάθε διαδικασία ώστε να διατηρήσει την τοπικότητα της επικοινωνίας στην τοπολογία του δικτύου. Αυστηρά σχήματα μοιράσματος του χώρου και απλοί μηχανισμοί μοιράσματος του χρόνου σε υποσύνολα έχουν αναπτυχθεί και είναι τυπικά σε πολυεπεξεργαστικά συστήματα μεγάλης κλίμακας.

Στο άλλο άκρο, το λειτουργικό σύστημα μπορεί να ελέγχει δυναμικά ποια διαδικασία εκτελείται πού και πότε –χωρίς να επιτρέπει στο χρήστη να ελέγξει καθόλου την αντιστοίχιση- ώστε να επιτευχθεί καλύτερη εκμετάλλευση των πόρων. Κάθε επεξεργαστής μπορεί να χρησιμοποιεί τα συνήθη κριτήρια χρονοδρομολόγησης για να διαχειριστεί τις διαδικασίες από το ίδιο ή διαφορετικά προγράμματα, και οι διαδικασίες μπορεί να μετακινούνται ανάμεσα στους επεξεργαστές όπως ορίζει ο δρομολογητής. Το λειτουργικό σύστημα μπορεί να επεκτείνει τα κριτήρια της μονοεπεξεργαστικής χρονοδρομολόγησης

ώστε να συμπεριλάβουν και θέματα πολυεπεξεργασίας. Στην πραγματικότητα, τα περισσότερα συστήματα βρίσκονται κάπου ανάμεσα στα δύο άκρα: Ο χρήστης μπορεί να ζητήσει από το σύστημα να διατηρήσει κάποιες ιδιότητες, δίνοντας στο πρόγραμμα κάποιον έλεγχο για την αντιστοίχιση, αλλά επιτρέπεται στο λειτουργικό σύστημα να αλλάξει την αντιστοίχιση δυναμικά για πιο αποδοτική διαχείριση των πόρων.

Τα θέματα της αντιστοίχισης και της διαχείρισης πόρων σε συστήματα πολυπρογραμματισμού αποτελούν ενεργές περιοχές έρευνας. Για τους σκοπούς της εργασίας αυτής γίνεται κατ' αρχήν η θεώρηση ότι ο αριθμός των διαδικασιών ισούται με τον αριθμό των επεξεργαστών και τίποτα από τα δύο δεν αλλάζει κατά την εκτέλεση του προγράμματος. Το λειτουργικό σύστημα θα τοποθετήσει μία διαδικασία σε κάθε επεξεργαστή, χωρίς συγκεκριμένη σειρά. Θεωρούμε, τέλος, ότι οι διαδικασίες δεν μετακινούνται από τον έναν επεξεργαστή στον άλλο κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης.

7^ο Κεφάλαιο – Παρουσίαση της Βιβλιοθήκης PETSC

7.1 Η βιβλιοθήκη Petsc

Η βιβλιοθήκη PETSc (the Portable, Extensible Toolkit for Scientific Computation) αποτελεί μια σουίτα που χρησιμοποιεί δομές δεδομένων και ρουτίνες χτισμένη με τη βοήθεια των προτύπων blas, lapack και MPI. Έχει χτιστεί με ιδιαίτερο στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου ανάπτυξης λογισμικών για την παράλληλη επεξεργασία εφαρμογών. Στην πράξη, η ανάπτυξη παράλληλων και ευρείας κλίμακας, υψηλής απόδοσης, επιτυτών μερικών διαφορικών εξισώσεων αποτελεί μια επίπονη διαδικασία που απαιτεί μήνες, ίσως και χρόνια συγκεντρωμένης προσπάθειας. Η PETSc αποτελεί ένα εργαλείο που περιορίζει αυτές τις δυσκολίες και μειώνει το χρόνο ανάπτυξης.

Προέλευση της PETSC

Η βιβλιοθήκη PETSC αναπτύχθηκε αρχικά ως μία πλατφόρμα για πειραματισμό πάνω σε μοντέλα, διακριτοποιήσεις, επιλυτές και αλγόριθμους. Το έργο ξεκίνησε το Σεπτέμβριο του 1991 και χρηματοδοτήθηκε από το Αμερικανικό Τμήμα Ενέργειας (Department of Energy) και το Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών (National Science Foundation).

Σήμερα, είναι ένα σύνολο ελεύθερα διαθέσιμου και ερευνητικά υποστηριζόμενου κώδικα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τις γλώσσες C, C++, Fortran 77/90 και Python.

Μπορεί να εγκατασταθεί σε οποιοδήποτε παράλληλο σύστημα που υποστηρίζει MPI, όπως σε ισχυρά συνδεδεμένα συστήματα (Cray T3E, SGI Origin, IBM SP, HP 9000, Sub Enterprise) ή σε χαλαρά συνδεδεμένα όπως δίκτυα και σταθμούς εργασίας (Compaq, HP, IBM, SGI, Sun, PCs running Linux or Windows).

Δυνατότητες

- Σε PETSC έχουν εκτελεστεί προγράμματα για την επίλυση προβλημάτων με περισσότερους από 500 εκατομμύρια άγνωστους
- Η PETSC έχει εκτελεστεί αποδοτικά σε περισσότερους από 27,580 επεξεργαστές
- Εφαρμογές της PETSC έχουν εκτελεστεί σε 3 Teraflops ($3 \cdot 10^{12}$ λειτουργίες κινητής υποδιαστολής ανά δευτερόλεπτο).

Προγραμματιστικό Μοντέλο της PETSC

Οι στόχοι των δημιουργών της PETSC είναι τρεις:

- Η φορητότητα, ώστε να μπορεί να εκτελείται οπουδήποτε.
- Η υψηλή απόδοση.
- Η δυνατότητα για επεκτάσιμο προγραμματισμό.

Η PETSC χτίστηκε πάνω στο μοντέλο της κατανεμημένης μνήμης χωρίς να υπάρχει απαίτηση για κάποιον ειδικό μεταγλωττιστή. Η πρόσβαση σε δεδομένα απομακρυσμένων μηχανημάτων γίνεται μέσω της βιβλιοθήκης MPI, ενώ οι λεπτομέρειες της επικοινωνίας αποκρύπτονται μέσα στα αντικείμενα, με αποτέλεσμα ο χρήστης να διαχειρίζεται την επικοινωνία σε ένα υψηλότερο αφηρημένο επίπεδο.

Αντιμετώπιση Προβλήματος

Ουσιαστικά η PETSC αποτελείται από διάφορες μικρότερες βιβλιοθήκες, κάθε μία από τις οποίες είναι σχεδιασμένη να χειρίζεται συγκεκριμένο τύπο αντικειμένων. Βασικά τέτοια αντικείμενα είναι τα διανύσματα (vector), οι πίνακες (matrix), μέθοδοι Krylov, μεταθέσεις, επιλυτές.

Εν τέλει η PETSc αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα με τον παρακάτω τρόπο:

1. Πως ορίζουμε τα μαθηματικά του προβλήματος
 - Αντικείμενα Δεδομένων
 1. Διανύσματα, Πίνακες
2. Πως λύνουμε το πρόβλημα
 - Επιλυτές
 2. Γραμμικοί, Μη γραμμικοί και Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων
3. Υλοποιήσεις Παράλληλου Υπολογισμού
 - Διάταξη παράλληλων δεδομένων
 3. Δομημένα και μη Δομημένα πλέγματα-βρόγχοι (mesh)

Πίνακας 7.1: Βασικές συναρτήσεις χειρισμού αντικειμένων:

Συνάρτηση	Λειτουργία
Create ()	Δημιουργία νέου αντικειμένου
Get/SetName ()	Ονομασία του αντικειμένου
Get/SetType ()	Καθορισμός τύπου υλοποίησης
Get/SetOptionsPrefix ()	Καθορισμός προθέματος για όλες τις επιλογές
SetFromOptions ()	Διαχείριση του αντικειμένου από τη γραμμή εντολών
SetUp ()	Αρχικοποίηση
View ()	Προβολή του αντικειμένου
Destroy ()	Αποδέσμευση του χώρου αποθήκευσης του αντικειμένου

7.2 Βασικές Ρουτίνες PETSC

Η PETSC χρησιμοποιεί εσωτερικά το MPI για παράλληλη επικοινωνία. Η χρήση αυτή είναι τελείως διαφανής στο χρήστη. Ωστόσο, καθώς χρησιμοποιείται το MPI, υπάρχουν κάποιες απαραίτητες ρουτίνες που πρέπει να κληθούν σε κάθε πρόγραμμα PETSC. Αυτές είναι οι *PetscInitialize()* και *PetscFinalize()*, που είναι οι αντίστοιχες των *MPI_Init()* και *MPI_Finalize()* και πρέπει να καλούνται πάντα κατά την εκτέλεση ενός προγράμματος.

Διανύσματα

```
VecCreate (MPI Comm comm, Vec *x)
```

Η βασική συνάρτηση δημιουργίας ενός διανύσματος. Η ρουτίνα δημιουργεί ένα αντικείμενο τύπου Vec, στο οποίο αποθηκεύεται το διάνυσμα. Ανάλογο με τον communicator comm, ένα διάνυσμα μπορεί να είναι σειριακό ή παράλληλο. Για παράδειγμα ο communicator PETSC_COMM_SELF (αντίστοιχος του MPI_COMM_SELF)

δημιουργεί ένα σειριακό διάνυσμα εν αντιθέσει με τον PETSC_COMM_WORLD στον οποίο ανήκουν όλες οι διεργασίες και θα παράγει ένα παράλληλο διάνυσμα

```
VecSetSizes(Vec v, PetscInt n, PetscInt N)
```

Η διάσταση του διανύσματος που μόλις δημιουργήθηκε καθορίζεται από την ανωτέρω ρουτίνα. n είναι το διάνυσμα, N είναι το καθολικό μέγεθος του διανύσματος και n το τοπικό εφ' όσων πρόκειται για παράλληλο διάνυσμα. Σε περίπτωση που ο χρήστης δεν ενδιαφέρεται για το σαφή καθορισμό της μιας εκ των δύο διαστάσεων χρησιμοποιείται η default επιλογή της PETSC μέσω της τιμής PETSC_DECIDE

```
VecCreateSeq(MPI_Comm comm, PetscInt n, Vec *v)
```

Σε περίπτωση που θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα σειριακό διάνυσμα με γνωστό μέγεθος οι παραπάνω δύο εντολές συνενώνονται στην `VecCreateSeq()`. Εδώ χρησιμοποιείται αναγκαστικά ο communicator PETSC_COMM_SELF ενώ n είναι το μέγεθος του διανύσματος.

```
VecSet(Vec x, PetscScalar alpha)
```

Η ρουτίνα αυτή τοποθετεί σε όλα τα στοιχεία του διανύσματος μια τιμή α .

```
VecSetValues(Vec x, PetscInt ni, const PetscInt ix[], const PetscScalar y[], InsertMode iora)
```

Στο διάνυσμα x τοποθετούνται n_i στοιχεία σε θέσεις που καθορίζονται από τους δείκτες ix και λαμβάνονται από τον πίνακα y . Τα υπόλοιπα προϋπάρχοντα στοιχεία του διανύσματος δεν μεταβάλλονται. Η μεταβλητή $iora$ δύναται να λάβει δύο τιμές. INSERT VALUES ή ADD VALUES. Η πρώτη αντικαθιστά τα στοιχεία με τα ήδη προϋπάρχοντα ενώ η δεύτερη προσθέτει στα στοιχεία του διανύσματος τις νέες τιμές.

```
VecSetValue(Vec v, int row, PetscScalar value, InsertMode mode)
```

Η λογική είναι ίδια με αυτή της `VecSetValues()`. Απλά εδώ αντικαθίσταται ένα μόνο στοιχείο η θέση του οποίου καθορίζεται από τη μεταβλητή row .

```
VecAssemblyBegin(Vec vec)
```

```
VecAssemblyEnd(Vec vec)
```

Για να καταστεί δυνατή η χρήση των αντικειμένων `Vec` ως ορίσματα σε ρουτίνες γραμμικής άλγεβρας η PETSc επιβάλλει την κλήση των δύο ανωτέρω συναρτήσεων αμέσως μετά την ανάθεση των τιμών στο διάνυσμα `Vec`.

```
VecAXPBY(Vec y, PetscScalar a, PetscScalar b, Vec x)
```

Υλοποιεί τον πλέον κλασικό γραμμικό συνδυασμό δύο διανυσμάτων x και y με δύο παραγματικούς αριθμούς a, b αποθηκεύοντας το αποτέλεσμα στο διάνυσμα y

$$y = a \cdot x + b \cdot y$$

Υπάρχει μια πληθώρα επιλογών παρεχόμενη από την PETSc για πράξεις μεταξύ διανυσμάτων. Μερικές από αυτές αναφέρονται κατωτέρω.

<code>VecAXPY(Vec y, PetscScalar alpha, Vec x)</code>	$y = a \cdot x + y$
<code>VecAYPX(Vec y, PetscScalar alpha, Vec x)</code>	$y = x + a \cdot y$
<code>VecWAXPY(Vec w, PetscScalar alpha, Vec x, Vec y)</code>	$w = x + a \cdot y$
<code>VecScale(Vec x, PetscScalar alpha)</code>	$x = a \cdot x$
<code>VecMax(Vec x, PetscInt *p, PetscReal *val)</code>	$val = \max x$
<code>VecMin(Vec x, PetscInt *p, PetscReal *val)</code>	$val = \min x$
<code>VecDot(Vec x, Vec y, PetscScalar *val)</code>	$val = x \cdot y$
<code>VecAbs(Vec v)</code>	$v = v $
<code>VecShift(Vec v, PetscScalar shift)</code>	$v[i] = v[i] + shift$

`VecGetSize(Vec x, PetscInt *size)`

Επιστρέφει στη μεταβλητή `size` το πλήθος των στοιχείων του διανύσματος `x`.

`VecGetArray(Vec x, PetscScalar *a[])`

Επιστρέφει έναν δείκτη σε έναν συνεχόμενο πίνακα ο οποίος περιέχει τα δεδομένα ολόκληρου του διανύσματος ή τμήμα αυτού που αντιστοιχεί στην εκάστοτε διεργασία

`VecRestoreArray(Vec x, PetscScalar *a[])`

Επιστρέφει στο διάνυσμα `x` τις τιμές στις οποίες δείχνει ο δείκτης `a` αφού έχει κληθεί η `VecGetArray`. Μετά από κάθε κλήση της `VecGetArray`, πρέπει να καλείται και η `VecRestore`, πριν ξαναχρησιμοποιηθεί το διάνυσμα `x` ως όρισμα σε συναρτήσεις άλγεβρας.

`VecGetValues(Vec x, PetscInt ni, const PetscInt ix[], PetscScalar y[])`

Επιστρέφει έναν πίνακα τιμών `y` ο οποίος περιέχει `ni` στοιχεία του διανύσματος `x`, η θέση των οποίων στο διάνυσμα καθορίζεται από τους δείκτες `ix`

`VecView(Vec vec, PetscViewer viewer)`

Εμφανίζει το διάνυσμα `Vec` με διάφορες επιλογές

`VecDestroy(Vec v)`

Καταστρέφει ένα αντικείμενο `Vec`. Αφού χρησιμοποιηθεί το διάνυσμα και επιτελέσει τη λειτουργία του στο πρόγραμμα, μέσω της ρουτίνας αυτής καταστρέφεται η δομή του.

Μήτρες

`MatCreate(MPI_Comm comm, Mat *A)`

Η βασική συνάρτηση δημιουργίας μιας μήτρας. Η ρουτίνα δημιουργεί ένα αντικείμενο τύπου `Mat`, στο οποίο αποθηκεύεται η μήτρα. Ο communicator ορίζει με ανάλογο τρόπο όπως και στα διανύσματα αν η μήτρα θα είναι σειριακή ή παράλληλη.

```
MatSetSizes(Mat A, PetscInt m, PetscInt n, PetscInt M, PetscInt N)
```

Οι διαστάσεις της μήτρας που μόλις δημιουργήθηκε καθορίζεται από την ανωτέρω ρουτίνα. Α η μήτρα, M και N οι καθολικές διαστάσεις της μήτρας (γραμμές και στήλες αντίστοιχα) και m, n τα αντίστοιχα τοπικά μεγέθη εφ' όσων πρόκειται για παράλληλη μήτρα. Και εδώ μπορεί να χρησιμοποιηθεί η default τιμή PETSC_DECIDE για τα τοπικά μεγέθη.

```
MatSetType(Mat mat, const MatType matype)
```

Εδώ καθορίζεται η μορφή με την οποία θα αποθηκευτεί η μήτρα. Οι πλέον συνηθισμένες είναι οι AIJ για αραιές μήτρες, DENSE για μη αραιές SEQ για σειριακούς και MPI για παράλληλες. Κάθε μορφή υπερτερεί της άλλης σε συγκεκριμένους τομείς, γι' αυτό και υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί αυτών.

```
MatCreateSeqAIJ(MPI_Comm comm, PetscInt m, PetscInt n, PetscInt nz, const
  PetscInt nnz[], Mat *A)
```

Σε περίπτωση που θέλουμε να δημιουργήσουμε μια αραιή σειριακή μήτρα με καθορισμένες διαστάσεις, οι παραπάνω τρεις εντολές μπορούν να αντικατασταθούν με την MatCreateSeqAIJ(). Σαν communicator χρησιμοποιείται ο PETSC_COMM_SELF, ενώ μιας και μιλάμε για αραιή μήτρα, χρειάζεται να δεσμευτεί μνήμη μόνο για τα μη μηδενικά στοιχεία και όχι για $m*n$ στοιχεία. Τούτο πραγματοποιείται μέσω της μεταβλητής nz που περιέχει το μέγιστο πλήθος μη μηδενικών στοιχείων σε κάποια γραμμή και του πίνακα nnz[] με τα μη μηδενικά στοιχεία όλων των γραμμών. Σε περίπτωση άγνοιας, τίθεται σαν όρισμα η τιμή PETSC_NULL.

```
MatSetValues(Mat mat, PetscInt m, const PetscInt idxm[], PetscInt n,
  const PetscInt idxn[], const PetscScalar v[], InsertMode addv)
```

Με χρήση της ρουτίνας αυτής τοποθετούνται τιμές στη μήτρα mat. Η τοποθέτηση των στοιχείων στη μήτρα γίνεται κατά μπλοκ διαστάσεων $m*n$, οι τιμές των οποίων υπάρχουν στο διδιάστατο πίνακα v[]. Οι πίνακες idxm και idxn περιέχουν τους δείκτες σύμφωνα με τους οποίους θα τοποθετηθούν οι νέες τιμές. Η μεταβλητή addv έχει παρόμοια λειτουργία με αυτή της μεταβλητής iora της δομής Vec.

```
MatSetValue(Mat m, PetscInt row, PetscInt col, PetscScalar value,
  InsertMode iora)
```

Με τη ρουτίνα MatSetValue τοποθετείται ένα μόνο νέο στοιχείο στη μήτρα m. Η λογική είναι ίδια με αυτή της MatSetV. Η τιμή value τοποθετείται στο στοιχείο [row,col]

```
MatAssemblyBegin(Mat mat, MatAssemblyType type)
```

```
MatAssemblyEnd(Mat mat, MatAssemblyType type)
```

Ίδια λογική με τα διανύσματα. Προκειμένου να χρησιμοποιηθεί μια δομή τύπου Mat σε συναρτήσεις γραμμικής άλγεβρας η PETSc επιβάλλει την κλήση των δύο ανωτέρω συναρτήσεων αμέσως μετά την ανάθεση των τιμών στο διάνυσμα Vec. Το όρισμα type μπορεί να λάβει μία εκ των τιμών MAT_FLUSH_ASSEMBLY ή MAT_FINAL_ASSEMBLY ανάλογα με το αν η μήτρα είναι οριστικά έτοιμη προς χρήση.

```
MatTranspose(Mat A, MatReuse reuse, Mat *B)
```

Απλή ρουτίνα υπολογισμού του ανάστροφου ενός πίνακα. A ο αρχικός πίνακας και B ο ανάστροφός του, δηλαδή $B = A^T$.

Προσφέρεται, ακόμη, από την PETSc μια πληθώρα επιλογών για πράξεις γραμμικής άλγεβρας ανάμεσα σε μήτρες και διανύσματα, παραγοντοποιήσεις μητρών και επιλύσεις γραμμικών συστημάτων. Ορισμένα από αυτά παρουσιάζονται παρακάτω.

<code>MatMult(Mat mat, Vec x, Vec y)</code>	$y = A \cdot x$
<code>MatMultAdd(Mat mat, Vec v1, Vec v2, Vec v3)</code>	$v3 = v2 + A \cdot v1$
<code>MatMultTranspose(Mat mat, Vec x, Vec y)</code>	$y = A^T \cdot x$
<code>MatMultTransposeAdd(Mat mat, Vec v1, Vec v2, Vec v3)</code>	$v3 = v2 + A^T \cdot v1$
<code>MatAYPX(Mat Y, PetscScalar a, Mat X, MatStructure str)</code>	$Y = a \cdot Y + X$
<code>MatAXPY(Mat Y, PetscScalar a, Mat X, MatStructure str)</code>	$Y = a \cdot X + Y$

`MatMatMult(Mat A, Mat B, MatReuse scall, PetscReal fill, Mat *C)`
 $C = A \cdot B$

`MatMatMultTranspose(Mat A, Mat B, MatReuse scall, PetscReal fill, Mat *C)`
 $C = A^T \cdot B$

`MatPtAP(Mat A, Mat P, MatReuse scall, PetscReal fill, Mat *C)`
 $C = P^T A P$

Το όρισμα *fill*, όπου απαιτείται, καθορίζει τον αναμενόμενο λόγο μη μηδενικών στοιχείων του πίνακα αποτέλεσμα C προς τα μη μηδενικά στοιχεία του αρχικού πίνακα A (ή αρχικών

πινάκων A, B), δηλαδή το $fill = \frac{nnz(C)}{nnz(A)}$ (ή $fill = \frac{nnz(C)}{nnz(A) + nnz(B)}$). Σε περίπτωση μη

γνωστής εκτίμησης του λόγου, χρησιμοποιείται η τιμή PETSC_DEFAULT.

`MatGetFactor(Mat mat, const MatSolverPackage type, MatFactorType ftype, Mat *f)`

Ρουτίνα που μετατρέπει τη μήτρα *mat* σε κατάλληλη μορφή για παραγοντοποίηση (*f*). Στη μεταβλητή *type* χρησιμοποιούμε την default τιμή MAT_SOLVER_PETSC, ενώ η *ftype* παίρνει τιμή MAT_FACTOR_LU ή MAT_FACTOR_CHOLESKY ανάλογα με την παραγοντοποίηση που επιθυμούμε να κάνουμε. Η παραγοντοποίηση γίνεται εν συνεχεία με μία από τις δύο παρακάτω ομάδες εντολών

`MatCholeskyFactorSymbolic(Mat fact, Mat mat, IS perm, const MatFactorInfo *info)`
`MatCholeskyFactorNumeric(Mat fact, Mat mat, const MatFactorInfo *info)`

Συμβολική και στη συνέχεια Αριθμητική παραγοντοποίηση Cholesky μιας συμμετρικής μήτρας. Για την *cholesky* ισχύει ο παρακάτω τύπος $A = LL^T$ όπου L η κάτω τριγωνική με θετικά στοιχεία διαγωνίου. *Mat* η αρχική μήτρα, *fact* η μήτρα που προέκυψε από τη

`MatGetFactor`, `perm` οι αντιμεταθέσεις γραμμών και στηλών και `info` διάφορες επιλογές για την παραγοντοποίηση.

```
MatLUFactorSymbolic(Mat fact, Mat mat, IS row, IS col, const
MatFactorInfo *info)
MatLUFactorNumeric(Mat fact, Mat mat, const MatFactorInfo *info)
```

Συμβολική και στη συνέχεια Αριθμητική παραγοντοποίηση LU. Για την LU ισχύει ο παρακάτω τύπος $A=LU$ όπου L η κάτω τριγωνική μήτρα και αντίστοιχα U η άνω τριγωνική. Τα ορίσματα πανομοιότυπα με την Cholesky, απλά οι αντιμεταθέσεις γραμμών και στηλών αυτή τη φορά δίνονται σε ξεχωριστές μεταβλητές.

```
MatSolve(Mat mat, Vec b, Vec x)
```

Βασική ρουτίνα επίλυσης ενός γραμμικού συστήματος $Ax=b$. Δεδομένου του παραγοντοποιημένου πίνακα `mat` και του δεξιού μέλους της εξίσωσης διάνυσματος `b`, προκύπτει η λύση του συστήματος, διάνυσμα `x`.

```
MatGetSize(Mat mat, PetscInt *m, PetscInt* n)
```

```
MatGetLocalSize(Mat mat, PetscInt *m, PetscInt* n)
```

Σε αντιστοιχία με τη `VecGetSize()` οι ανωτέρω ρουτίνες επιστρέφουν τις καθολικές ή τοπικές διαστάσεις της μήτρας (ορίσματα `m` και `n`) ανάλογα με το αν ο πίνακας είναι σειριακός ή παράλληλος.

```
MatGetRow(Mat mat, PetscInt row, PetscInt *ncols, const PetscInt
*cols[], const PetscScalar *vals[])
```

Σε περίπτωση που απαιτείται η προσπέλαση μιας συγκεκριμένης γραμμής της μήτρας, χρησιμοποιείται η `MatGetRow`. Επιστρέφει στη μεταβλητή `ncols` το πλήθος των μη μηδενικών στοιχείων της γραμμής `row`, στον πίνακα `cols` τους αριθμούς των στηλών και στον `vals` τις τιμές των στοιχείων.

```
MatRestoreRow(Mat mat, PetscInt row, PetscInt *ncols, const PetscInt
*cols[], const PetscScalar *vals[])
```

Αποδεσμεύει ότι μνήμη είχε δεσμεύσει η `MatGetRow` και απαιτείται η κλήση της για να ξαναχρησιμοποιηθεί η μήτρα `Mat` σε ρουτίνες άλγεβρας.

```
MatGetColumnVector(Mat A, Vec yy, PetscInt col)
```

Αντίστοιχα, με την `MatGetRow`, η `MatGetColumnVector` επιστρέφει ένα διάνυσμα `yy` που περιλαμβάνει τα στοιχεία της στήλης `com` της μήτρας `A`.

```
MatGetValues(Mat mat, PetscInt m, const PetscInt idxm[], PetscInt
n, const PetscInt idxn[], PetscScalar v[])
```

Με χρήση της ρουτίνας αυτής ανακτώνται τιμές από τη μήτρα `mat`. Οι τιμές αυτές αποθηκεύονται κατά γραμμές σε δισδιάστατο πίνακα `v[]` διαστάσεων $m*n$, ενώ οι `idxm` και `idxn` καθορίζουν τη θέσεις απ' τις οποίες θα ληφθούν τα στοιχεία της `mat`.

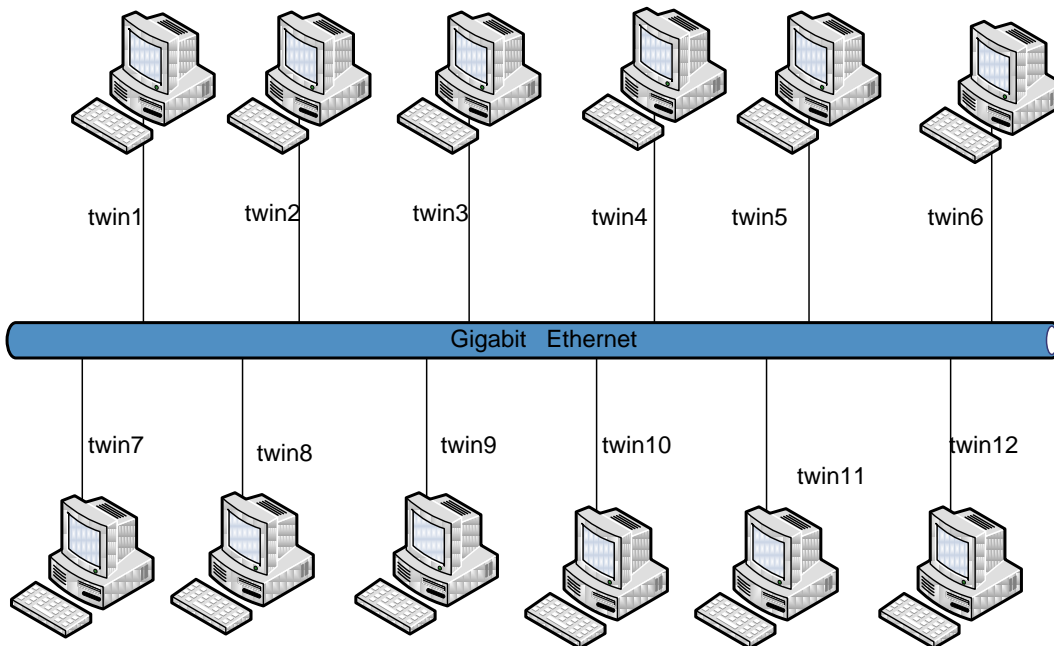
```
MatDestroy(Mat A)
```

Αποδέσμευση της μνήμης στην οποία είχε αποθηκευτεί η δομή `mat` της μήτρας `A`.

8^ο Κεφάλαιο: Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Ακολουθούν τα πειραματικά αποτελέσματα που πραγματοποιήθηκαν στο εργαστήριο Υπολογιστικών Συστημάτων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Η πειραματική πλατφόρμα του εργαστηρίου αποτελείται από ένα Linux cluster (kernel 2.6.23.1), 12 κόμβων, η λεγόμενη συστοιχία υπολογιστών twins. Κάθε κόμβος αποτελείται από 1 διπύρνηνο επεξεργαστή Xeon βασισμένο στη μικροαρχιτεκτονική της Intel για τα chip core 2 Duo (E8200@2.66GHz). Οι δύο πυρήνες καθενός chip μοιράζονται μια 6MB L2 cache μνήμη, ενώ η φυσική εγκατεστημένη RAM είναι ίση με 2GB. Το δίκτυο διασύνδεσης είναι το Gigabit Ethernet.

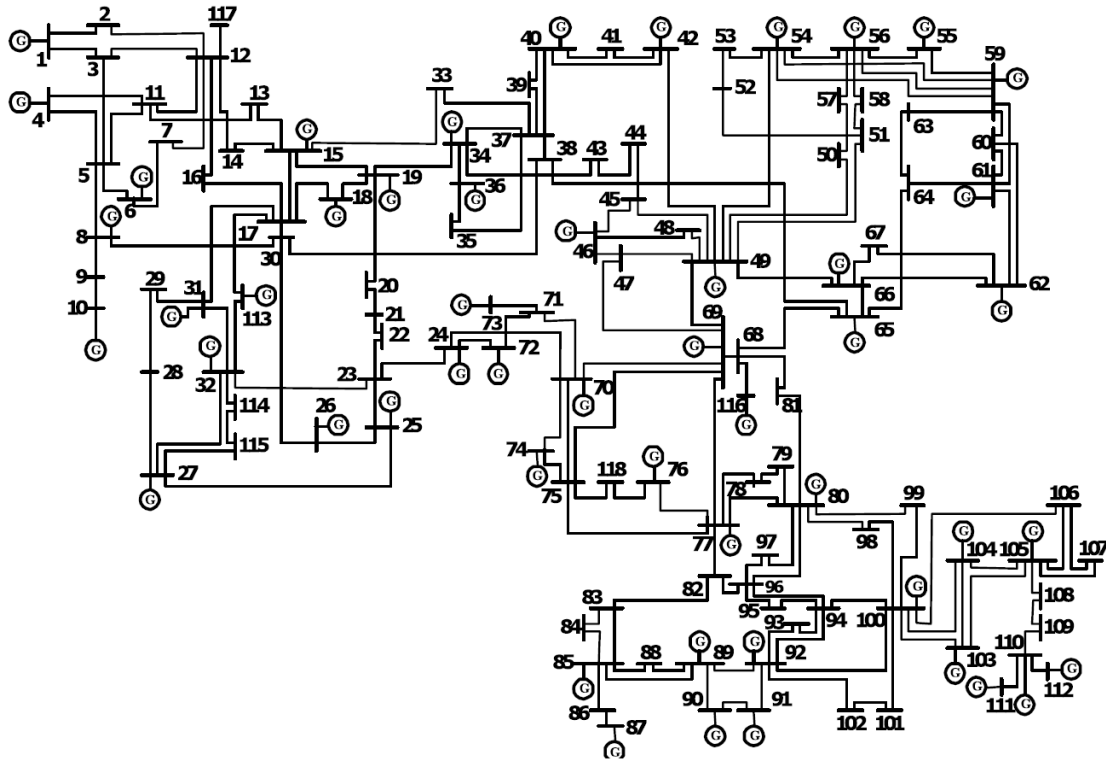


Σχήμα 8.0: Συστοιχία twins του εργαστηρίου υπολογιστικών συστημάτων Ε.Μ.Π.

Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν για διάφορα σενάρια δικτύων και περιοχών με στόχο να παρουσιαστεί η επιτάχυνση των υπολογισμών της κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης τόσο σε σχέση με τον κλασσικό σειριακό αλγόριθμο εκτίμησης κατάστασης όσο και σε σχέση με τη χρήση των πλεονεκτημάτων της παράλληλης επεξεργασίας.

Με τα δεδομένα αυτά παρουσιάζονται οι μετρήσεις χρόνου στα διάφορα στάδια του προγράμματος για το κλασσικό σειριακό πρόγραμμα και για τον κατανεμημένο αλγόριθμο εφαρμόζοντας διάφορα σενάρια χρήσης των υπολογιστικών πόρων του εργαστηρίου.

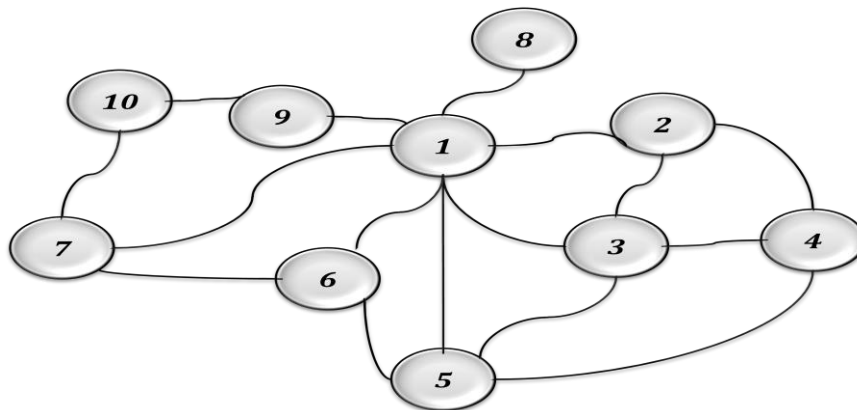
Αρχικά, ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε στο ακόλουθο πρότυπο δίκτυο 118 ζυγών IEEE-118. Τα αποτελέσματα της σύγκλισης του συγκεκριμένου δικτύου παρουσιάζονται αναλυτικά στο παράρτημα.



Σχήμα 8.1: Διάγραμμα του πρότυπου δικτύου IEEE-118

Με επέκταση του παραπάνω δικτύου προέκυψαν τα διάφορα σενάρια δικτύων προσομοίωσης αποτελούμενα από 1180 και 2360 ζυγών χωρισμένα για τον κατανεμημένο αλγόριθμο σε πολλαπλές περιοχές. Κάθε κόμβος στα σχήματα που ακολουθούν αποτελείται από ένα δίκτυο 118 ζυγών όπως το πρότυπο IEEE-118 και οι διασυνδέσεις μεταξύ των περιοχών έχουν γίνει με τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται η παρατηρησιμότητα του δικτύου στο σύνολο του. Από συνδυασμό 10 και 20 τέτοιων κόμβων έχουν προκύψει δίκτυα 1180 ζυγών και 2360 ζυγών αντίστοιχα, χωρισμένα με τρόπο ώστε να προσομοιώνεται ένα διασυνδεδεμένο Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας γειτονικών χωρών – περιοχών. Ακολουθεί αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

- Δίκτυο 1180 ζυγών – 10 περιοχές



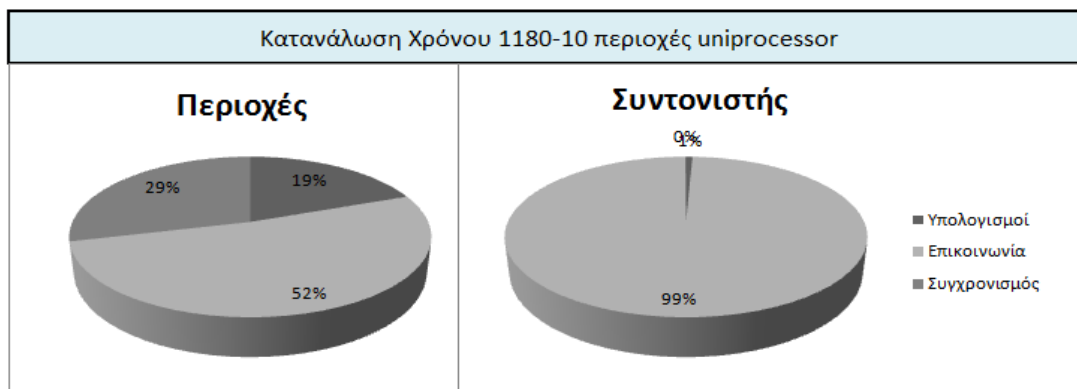
Σχήμα 8.2 : Δίκτυο 1180 ζυγών – 10 περιοχών – 118 ζυγοί / περιοχή

Δίκτυο 1180 ζυγών - Κλασσικός εκτιμητής Κατάστασης		
Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο		
H	1.548209	
G	0.015452	
G=LU	1.168870	
Επαναληπτικό στάδιο		
h,ΔZ, t	47.505936	98.690
ΔX	0.630602	1.310
Σύνολο	48.136538	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:	50.869069	

Πίνακας 8.1: Σειριακός αλγόριθμος σε δίκτυο 1180 ζυγών

Δίκτυο 1180 ζυγών - 10 περιοχών uniprocessor (core 2)						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H _i , H _c	0.101109				
	G _i , G _i =LU	0.036765		G _c , G _c =LU	0.213518	
	G _c	0.086847				
Επικοινωνία	Send G _c	0.243538		Rcv G _c	0.593565	
	Σύνολο	0.468259			0.807083	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	h _i , h _c , Δz _i	0.423529		h _c	0.007675	
	ρ _i , Δγ _i	0.024130		ρ _c	0.001620	
	Δx _i	0.002165	19.350	λ	0.006602	0.684
Επικοινωνία	Send ρ _i	0.000049		Rcv ρ _i	2.104497	
	Rcv λ	1.126069		Bcast λ	0.000106	
	Renew X	0.077411	51.773	Renew X	0.202299	99.237
	Συγχρονισμός	0.671289	28.877	Συγχρονισμός	0.001842	0.079
	Σύνολο	2.324641		Σύνολο	2.324641	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					3.1317243	

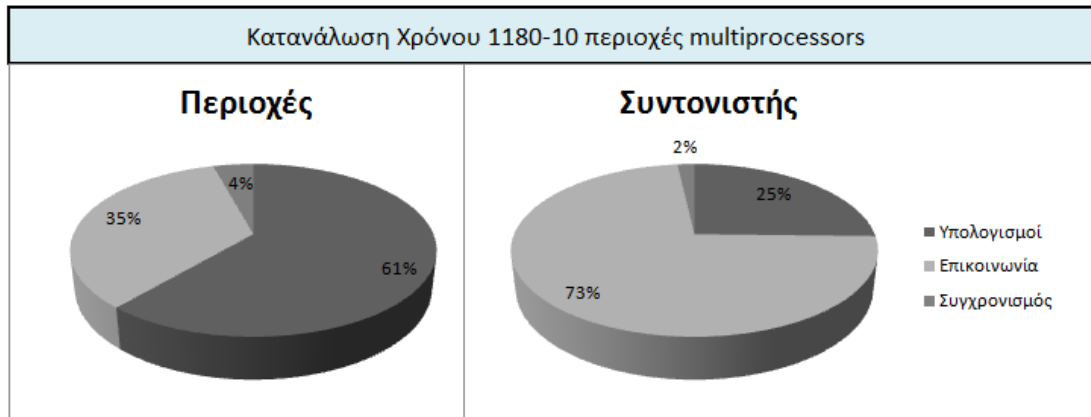
Πίνακας 8.2: Κατανεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 1180 ζυγών - 10 περιοχών σε διτύρηνο μηχάνημα



Σχήμα 8.3: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.2

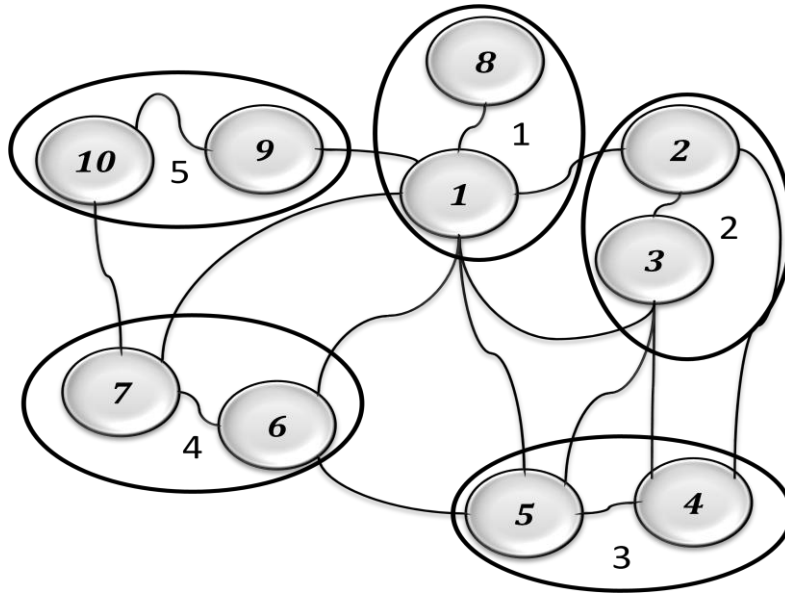
Δίκτυο 1180 ζυγών - 10 περιοχών multiprocessors						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H_i, H_{c_i}	0.019290				
	$G_i, G_i=LU$	0.003578		$G_c, G_c=LU$	0.377165	
	G_{c_i}	0.050174				
Επικοινωνία	Send G_{c_i}	0.001189		Rcv G_{c_i}	0.119516	
	Σύνολο	0.074231			0.496681	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	$h_i, h_{c_i}, \Delta z_i$	0.255109		hcb	0.007631	
	$\rho_i, \Delta \gamma_i$	0.004663		ρ_c	0.001541	
	Δx_i	0.003827	61.322	λ	0.099779	25.346
Επικοινωνία	Send ρ_i	0.000182		Rcv ρ_i	0.285727	
	Rcv λ	0.137900		Bcast λ	0.000592	
	Renew X	0.009965	34.441	Renew X	0.026931	72.873
	Συγχρονισμός	0.018212	4.237	Συγχρονισμός	0.007658	1.781
	Σύνολο	0.429858		Σύνολο	0.429858	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					0.9265394	

Πίνακας 8.3: Κατανεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 1180 ζυγών - 10 περιοχών σε 10+1 πυρήνες της συστοιχίας



Σχήμα 8.4: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.3

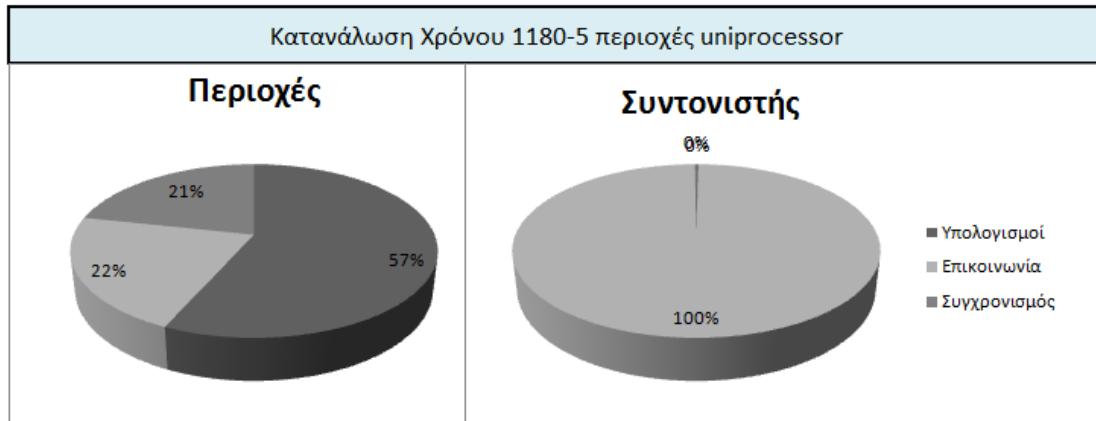
- Δίκτυο 1180 ζυγών - 5 περιοχών



Σχήμα 8.5: Δίκτυο 1180 ζυγών, 5 περιοχών – 236 ζυγοί / περιοχή

Δίκτυο 1180 ζυγών - 5 περιοχών uniprocessor (core 2)						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H_i, H_{c_i}	0.160681				
	$G_i, G_i=LU$	0.022547		$G_c, G_c=LU$	0.007366	
	G_{c_i}	0.080508				
Επικοινωνία	Send G_{c_i}	0.017864		Rcv G_{c_i}	0.060623	
	Σύνολο	0.281600			0.067989	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	$h_i, h_{c_i}, \Delta z_i$	1.489027		hcb	0.002784	
	$\rho_i, \Delta y_i$	0.005028		ρ_c	0.000660	
	Δx_i	0.003450	56.709	λ	0.001597	0.191
Επικοινωνία	Send ρ_i	0.000041		Rcv ρ_i	2.476184	
	Rcv λ	0.520107		Bcast λ	0.000079	
	Renew X	0.051976	21.666	Renew X	0.155438	99.660
	Συγχρονισμός	0.571038	21.625	Συγχρονισμός	0.003925	0.149
	Σύνολο	2.640667		Σύνολο	2.640667	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					2.9222667	

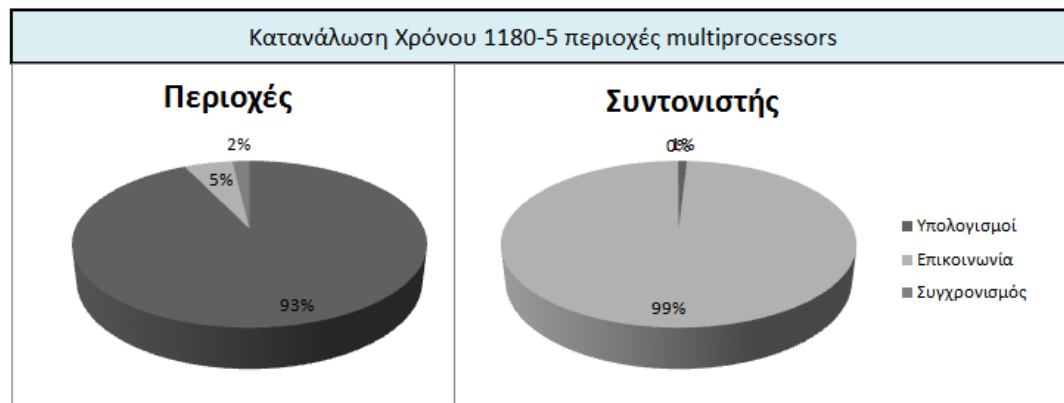
Πίνακας 8.4: Κατανεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 1180 ζυγών - 5 περιοχών σε διπύρνο μηχανήμα



Σχήμα 8.6: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.4

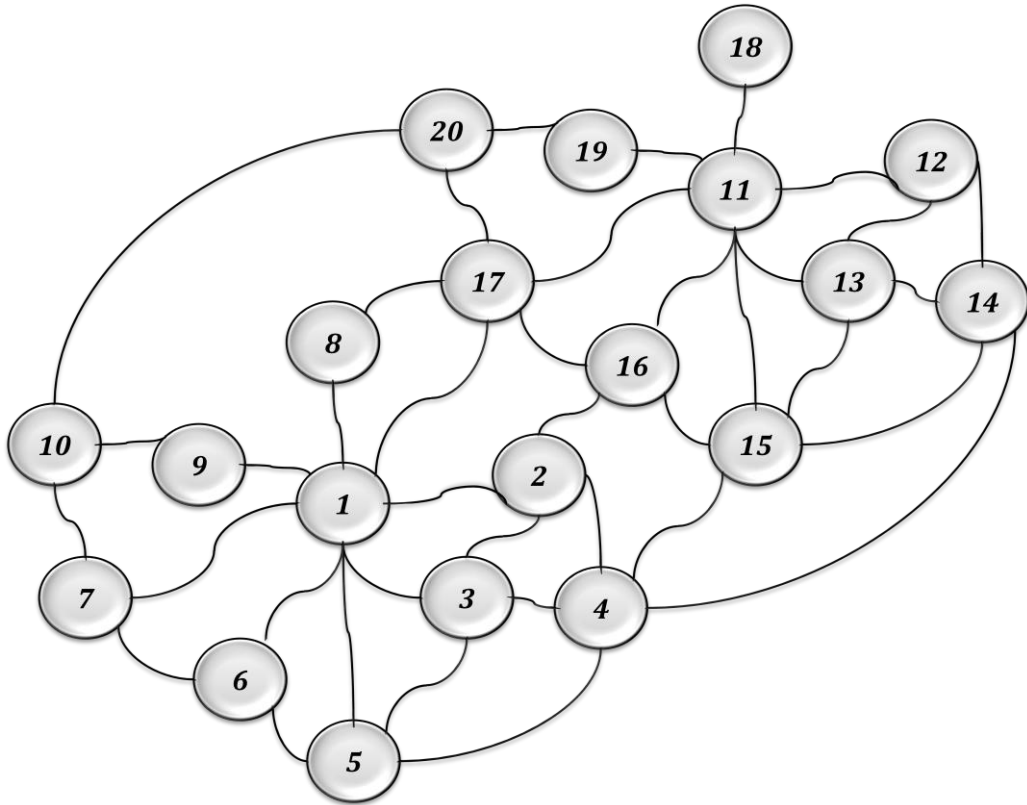
Δίκτυο 1180 ζυγών - 5 περιοχών multiprocessors						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό (%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό (%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H_i, H_{c_i}	0.032591				
	$G_i, G_i=LU$	0.003369		$G_c, G_c=LU$	0.007194	
	G_{c_i}	0.025050				
Επικοινωνία	Send G_{c_i}	0.000638		Rcv G_{c_i}	0.060623	
	Σύνολο	0.061648			0.067817	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	$h_i, h_{c_i}, \Delta z_i$	0.516625		hcb	0.002918	
	$\rho_i, \Delta y_i$	0.004777		ρ_c	0.000589	
	Δx_i	0.003442	92.834	λ	0.001558	0.896
Επικοινωνία	Send ρ_i	0.000148		Rcv ρ_i	0.536997	
	Rcv λ	0.023528		Bcast λ	0.000292	
	Renew X	0.006323	5.306	Renew X	0.022511	99.017
	Συγχρονισμός	0.010516	1.860	Συγχρονισμός	0.000493	0.087
	Σύνολο	0.565358		Σύνολο	0.5653583	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					0.6331753	

Πίνακας 8.5: Καταμεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 1180 ζυγών - 5 περιοχών σε 5+1 πυρήνες της συστοιχίας



Σχήμα 8.7: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.5

- Δίκτυο 2360 ζυγών - 20 περιοχών



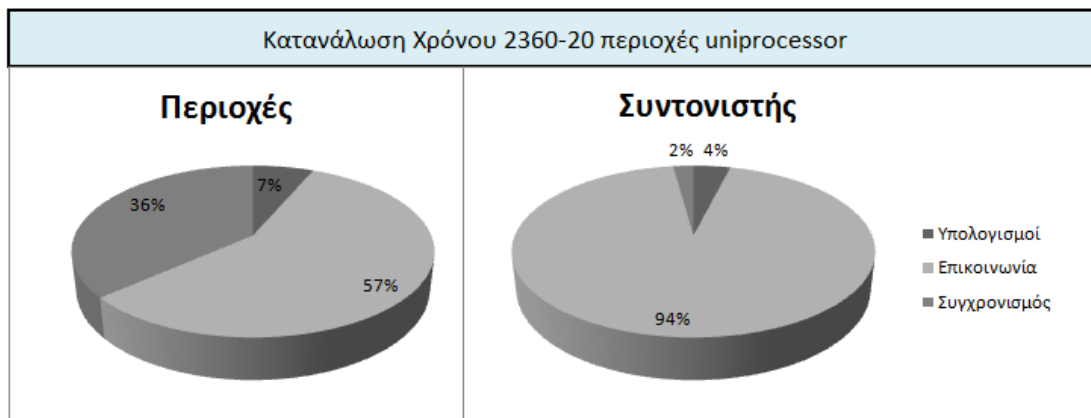
Σχήμα 8.8: Δίκτυο 2360 ζυγών, 20 περιοχών – 118 ζυγοί / περιοχή

Δίκτυο 2360 ζυγών - Κλασσικός εκτιμητής Κατάστασης		
Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο		
H	3.545708	
G	0.021135	
G=LU	4.333694	
Επαναληπτικό στάδιο		
h,ΔZ, t	89.151831	97.851
ΔX	1.957508	2.149
Σύνολο	91.109339	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:	99.009876	

Πίνακας 8.6: Σειριακός αλγόριθμος σε δίκτυο 2360 ζυγών

Δίκτυο 2360 ζυγών - 20 περιοχών uniprocessor (core 2)						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H_i, H_{c_i}	0.061340				
	$G_i, G_i=LU$	0.066750		$G_c, G_c=LU$	1.9206142	
	G_{c_i}	0.092488				
Επικοινωνία	Send G_{c_i}	1.770440		Rcv G_{c_i}	1.1812236	
	Σύνολο	1.991018			3.101838	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	$h_i, h_{c_i}, \Delta z_i$	0.209225		hcb	0.1101155	
	$\rho_i, \Delta y_i$	0.004647		ρ_c	0.0045912	
	Δx_i	0.001896	6.478	λ	0.0160832	3.927
Επικοινωνία	Send ρ_i	0.000058		Rcv ρ_i	2.5446034	
	Rcv λ	1.743540		Bcast λ	0.0002401	
	Renew X	0.156382	57.046	Renew X	0.5833597	93.923
	Συγχρονισμός	1.214854	36.476	Συγχρονισμός	0.0716085	2.150
	Σύνολο	3.330602		Σύνολο	3.330602	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					6.4324395	

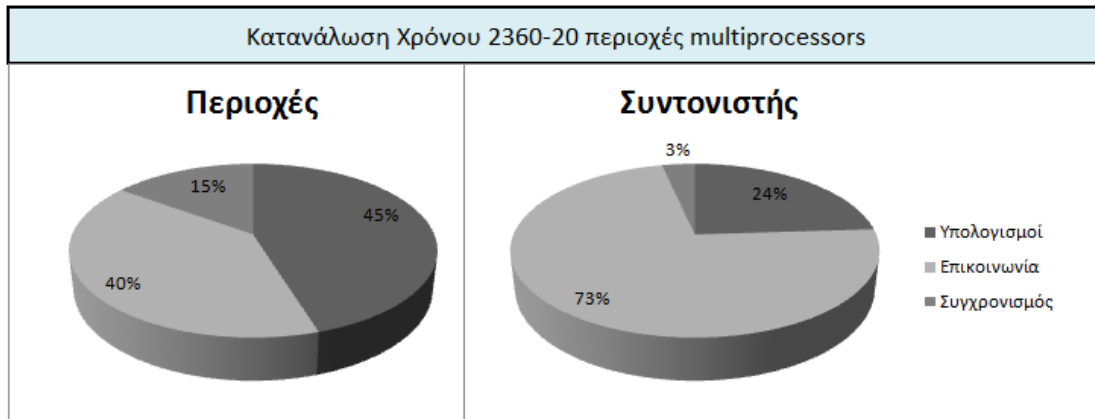
Πίνακας 8.7: Κατανεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 2360 ζυγών - 20 περιοχών σε διτύρνο μηχάνημα



Σχήμα 8.9: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.7

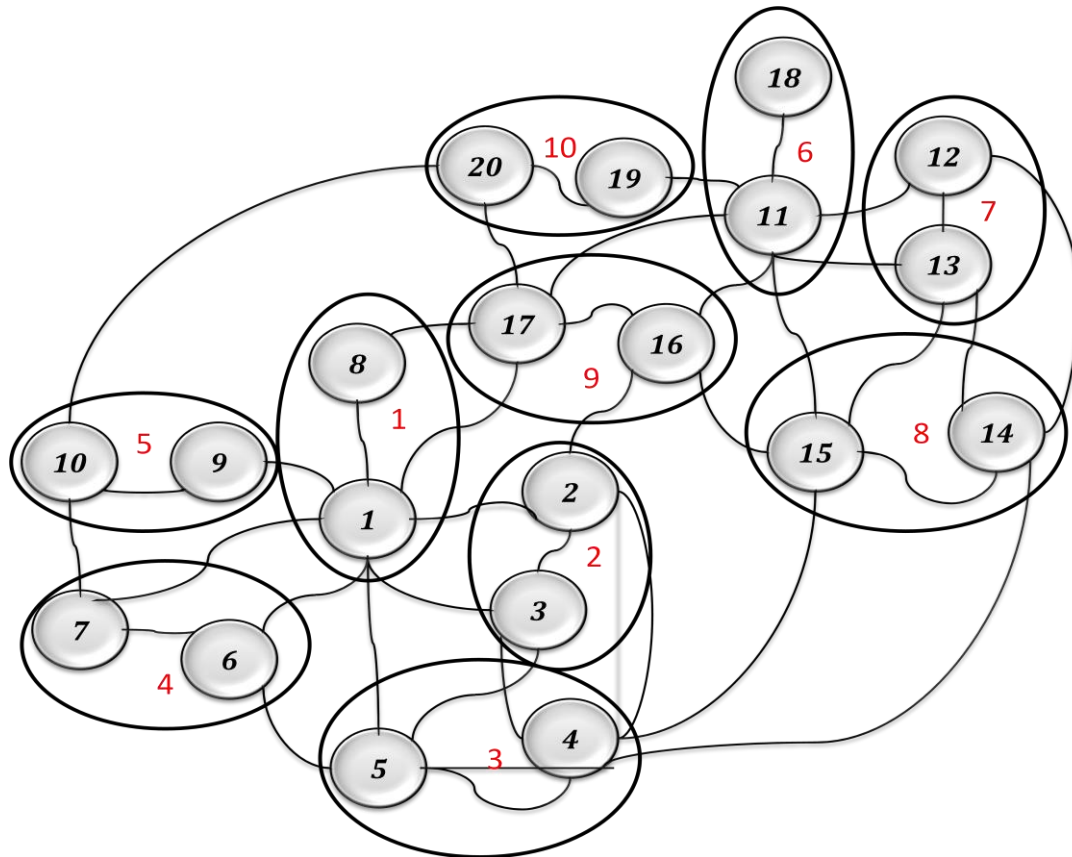
Δίκτυο 2360 ζυγών - 20 περιοχών multiprocessors						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H_i, H_{c_i}	0.011833				
	$G_i, G_i=LU$	0.002205		$G_c, G_c=LU$	0.0526057	
	G_{c_i}	0.052606				
Επικοινωνία	Send G_{c_i}	0.254903		Rcv G_{c_i}	0.3678858	
	Σύνολο	0.321546			0.420491	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	$h_i, h_{c_i}, \Delta z_i$	0.184236		hcb	0.0224106	
	$\rho_i, \Delta y_i$	0.003539		ρ_c	0.0056534	
	Δx_i	0.002415	45.202	λ	0.0728767	23.990
Επικοινωνία	Send ρ_i	0.000280		Rcv ρ_i	0.2272561	
	Rcv λ	0.152200		Bcast λ	0.0009468	
	Renew X	0.014986	39.801	Renew X	0.0771117	72.563
	Συγχρονισμός	0.063101	14.997	Συγχρονισμός	0.0145011	3.446
	Σύνολο	0.420756		Σύνολο	0.4207563	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					0.8412478	

Πίνακας 8.8: Κατανεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 2360 ζυγών - 20 περιοχών σε 20+1 πυρήνες της συστοιχίας



Σχήμα 8.10: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.8

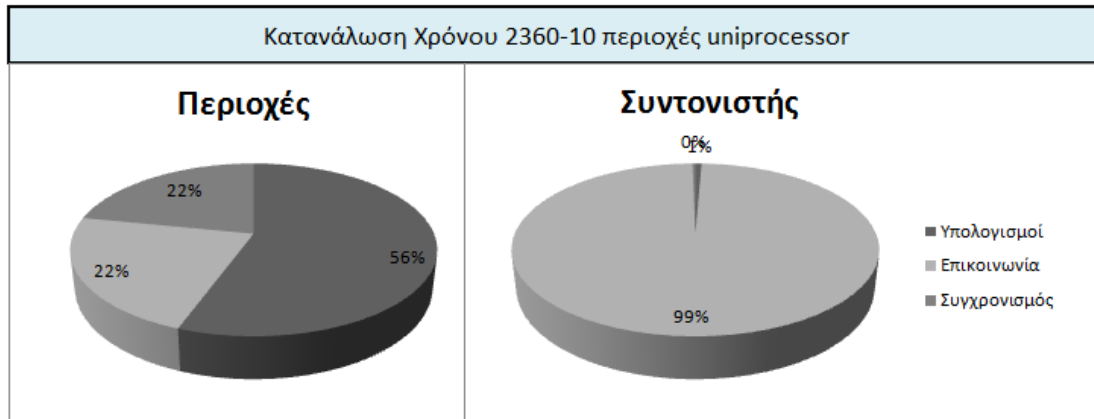
- Δίκτυο 2360 ζυγών 10 περιοχών



Σχήμα 8.11: Δίκτυο 2360 ζυγών, 10 περιοχών – 236 ζυγών / περιοχή

Δίκτυο 2360 ζυγών - 10 περιοχών uniprocessor (core 2)						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό(%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H_v, H_{c_i}	0.287677				
	$G_i, G_i=LU$	0.003324		$G_c, G_c=LU$	0.960286	
	G_{c_i}	0.486577				
Επικοινωνία	Send G_{c_i}	0.051909		Rcv G_{c_i}	0.072766	
	Σύνολο	0.829486			1.033052	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	$h_v, h_{c_v}, \Delta z_i$	2.137034		hcb	0.014933	
	$\rho_i, \Delta y_i$	0.005702		ρ_c	0.001945	
	Δx_i	0.003429	55.623	λ	0.008558	0.659
Επικοινωνία	Send ρ_i	0.000052		Rcv ρ_i	3.503829	
	Rcv λ	0.775134		Bcast λ	0.000117	
	Renew X	0.092821	22.497	Renew X	0.317215	99.035
	Συγχρονισμός	0.844224	21.880	Συγχρονισμός	0.011799	0.306
	Σύνολο	3.858395		Σύνολο	3.858395	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					4.8914474	

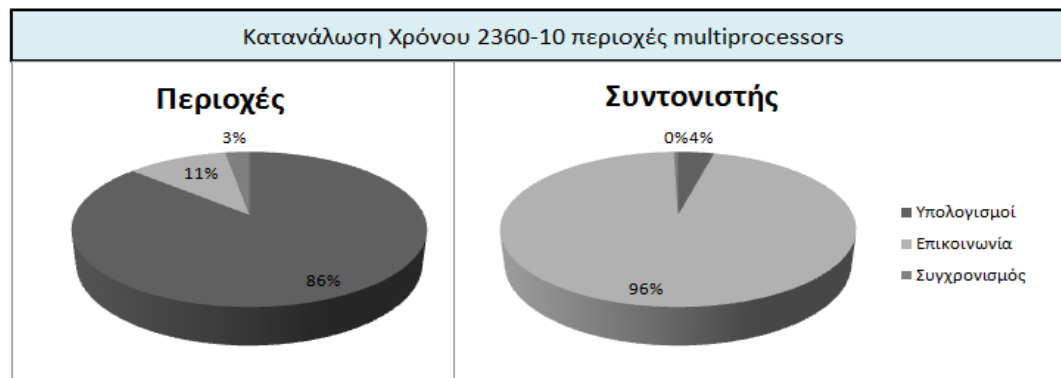
Πίνακας 8.9: Κατανεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 2360 ζυγών - 10 περιοχών σε διπύρνηνο μηχάνημα



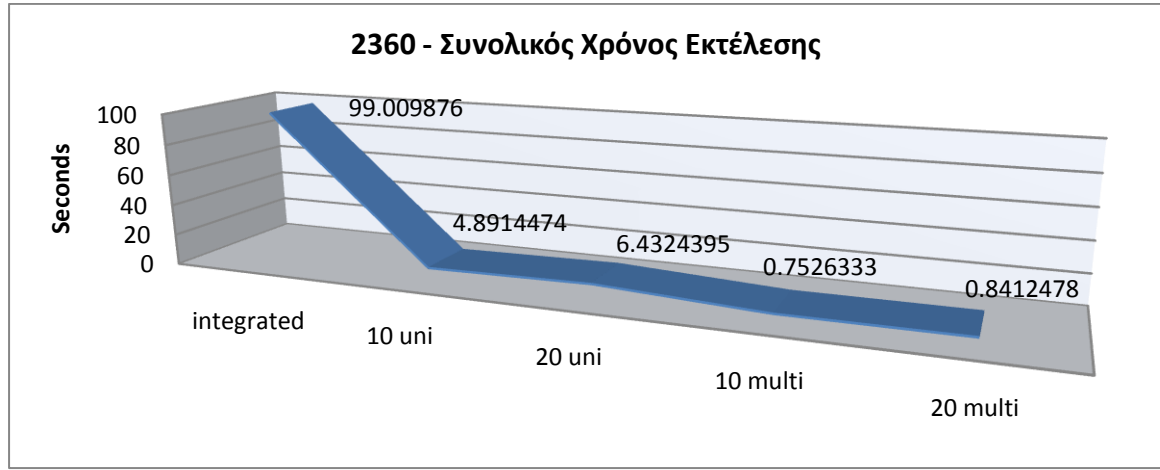
Σχήμα 8.12: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.9

Δίκτυο 2360 ζυγών - 10 περιοχών multiprocessors						
	Περιοχές			Συντονιστής		
	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό (%)	Ενέργεια	Χρόνος (Sec)	Ποσοστό (%)
Μη επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	H_v, H_{c_i}	0.036782				
	$G_i, G_i=LU$	0.003375		$G_c, G_c=LU$	0.036782	
	G_{c_i}	0.071673				
Επικοινωνία	Send G_{c_i}	0.001282		Rcv G_{c_i}	0.072766	
	Σύνολο	0.113113			0.109548	
Επαναληπτικό στάδιο						
Υπολογισμοί	$h_v, h_{c_v}, \Delta z_i$	0.544308		hcb	0.015134	
	$\rho_i, \Delta y_i$	0.004901		ρ_c	0.001877	
	Δx_i	0.003571	86.437	λ	0.008043	3.918
Επικοινωνία	Send ρ_i	0.000203		Rcv ρ_i	0.582530	
	Rcv λ	0.061715		Bcast λ	0.000807	
	Renew X	0.008027	10.937	Renew X	0.028164	95.619
	Συγχρονισμός	0.016796	2.626	Συγχρονισμός	0.002966	0.464
	Σύνολο	0.639520		Σύνολο	0.639520	
Συνολικός Χρόνος Αλγορίθμου:					0.7526333	

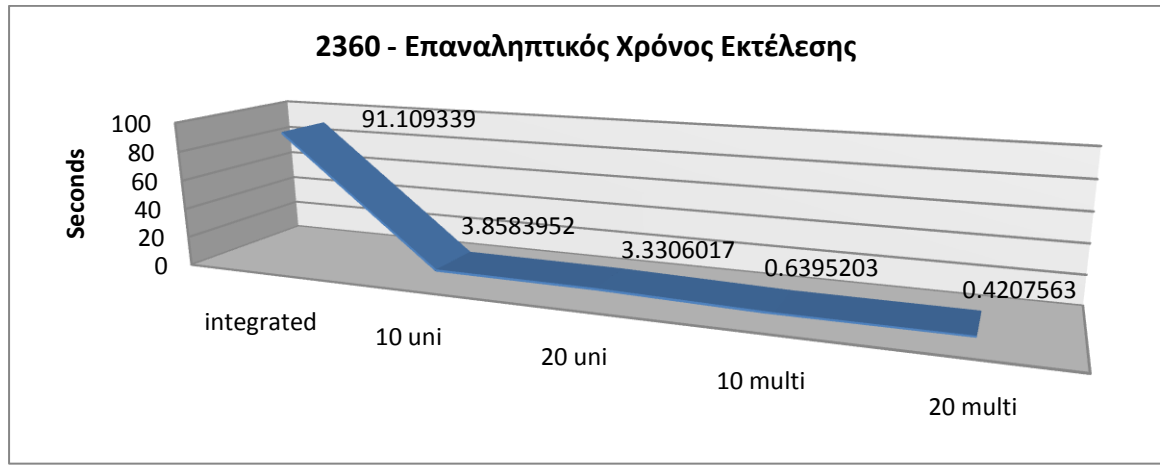
Πίνακας 8.10: Κατανεμημένος αλγόριθμος σε δίκτυο 2360 ζυγών - 20 περιοχών σε 10+1 πυρήνες της συστοιχίας



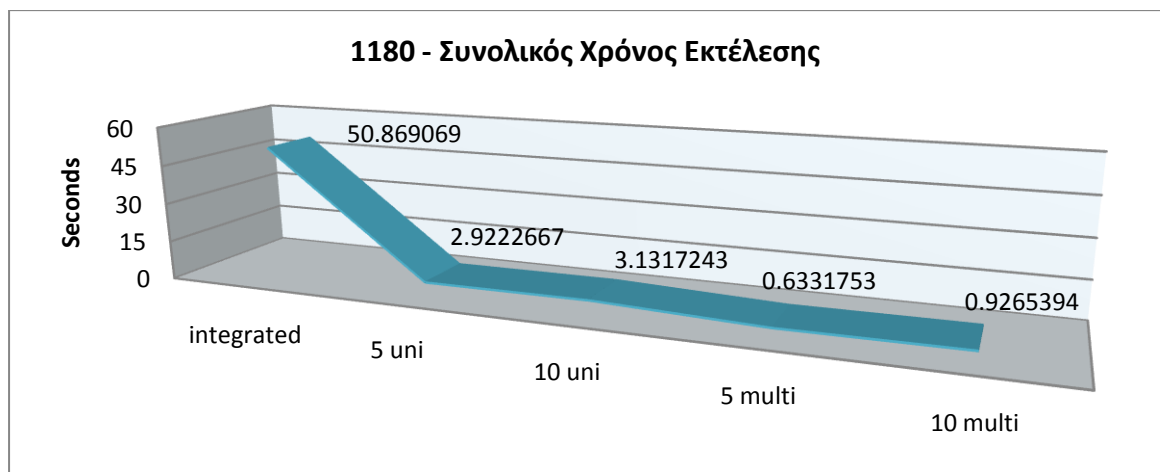
Σχήμα 8.13: Κατανομή χρόνων επαναληπτικού σταδίου του πίνακα 8.10



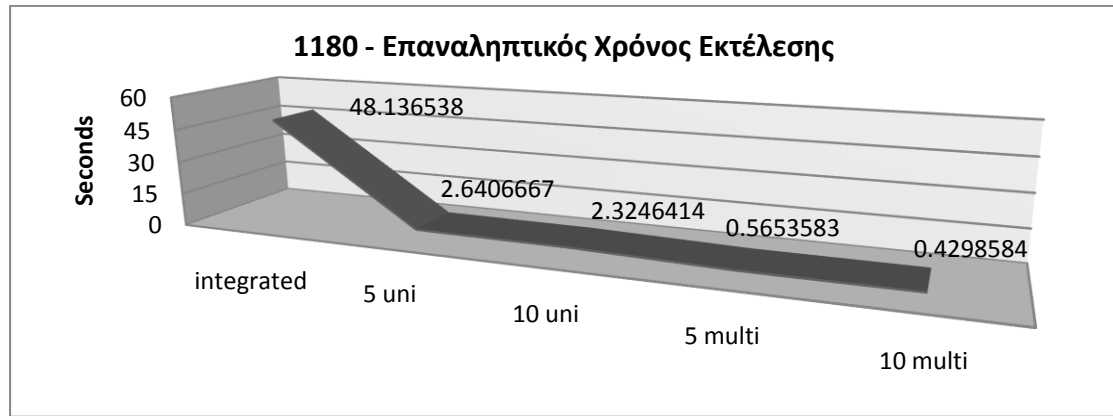
Σχήμα 8.14: Κατανομή των ολικών χρόνων εκτέλεσης των διαφόρων σεναρίων για το δίκτυο των 2360 ζυγών



Σχήμα 8.15: Κατανομή των επαναληπτικών χρόνων εκτέλεσης των διαφόρων σεναρίων για το δίκτυο των 2360 ζυγών



Σχήμα 8.16: Κατανομή των ολικών χρόνων εκτέλεσης των διαφόρων σεναρίων για το δίκτυο των 1180 ζυγών



Σχήμα 8.17: Κατανομή των επαναληπτικών χρόνων εκτέλεσης των διαφόρων σεναρίων για το δίκτυο των 2360 ζυγών

Οι μετρήσεις χρόνου τόσο για τον σειριακό αλγόριθμο όσο και για τον κατανεμημένο σε έναν μόνο επεξεργαστή, πραγματοποιήθηκαν στο διπύρνηνο μηχάνημα της συστοιχίας, twin1. Το συγκεκριμένο πείραμα πραγματοποιήθηκε για να αναδείξει τα πλεονεκτήματα της κατανεμημένης υλοποίησης σε σύγκριση με τη σειριακή. Στην κατανεμημένη αυτή υλοποίηση οι διεργασίες ανατέθηκαν από το λειτουργικό σύστημα σε διαφορετικά νήματα των δύο πυρήνων του επεξεργαστή. Εν συνέχεια, πραγματοποιήθηκε και πείραμα που μέσω machinefile κάθε διεργασία (υπεύθυνη για κάθε περιοχή) ανατέθηκε σε συγκεκριμένο πυρήνα της συστοιχίας. Συγκεκριμένα, για την υλοποίηση των 5 περιοχών για παράδειγμα χρησιμοποιήθηκαν 3 υπολογιστές της συστοιχίας αφού υπήρχε απαίτηση για 5 + 1 (για τον συντονιστή) πυρήνες. Αντίστοιχα, για το δίκτυο των 10 περιοχών χρησιμοποιήθηκαν 10 + 1 πυρήνες, άρα 6 μηχανήματα. Με τον τρόπο αυτό προσεγγίστηκε ακόμη περισσότερο η κατανεμημένη εκτίμηση κατάστασης, όπου κάθε κέντρο ελέγχου χρησιμοποιεί δικούς του πόρους για την εκτίμηση κατάστασης της περιοχής του.

9^ο Κεφάλαιο: Συμπεράσματα

9.1 Κυριότερα Συμπεράσματα της Εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκαν δύο διαφορετικές υλοποιήσεις του αλγορίθμου εκτίμησης καταστάσεως Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας. Η πρώτη υλοποίηση αναφέρεται στην κλασική σειριακή εκτίμηση κατάστασης ενώ η δεύτερη αφορά έναν κατανεμημένο αλγόριθμο εκτίμησης κατάστασης ο οποίος εφαρμόζεται και σε παράλληλη συστοιχία υπολογιστών. Αναλύοντας τα αποτελέσματα των μετρήσεων του χρόνου που λήφθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο καταλήγουμε σε ορισμένα ενδιαφέροντα συμπεράσματα.

Κατ' αρχάς το βασικότερο συμπέρασμα της παρούσης εργασίας αποτελεί το γεγονός πως ο κατανεμημένος αλγόριθμος επιταχύνει σημαντικότερα την εκτίμηση κατάστασης σε ένα κέντρο ελέγχου. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται αναλυτικότερα τα αποτελέσματα της ανάλυσης που έγινε. Ανεξαρτήτως των περιοχών στις οποίες έχει διαχωριστεί το δίκτυο στην εκάστοτε περίπτωση αλλά και αν μιλάμε για το επαναληπτικό ή όχι στάδιο, παρατηρούμε πως ο κατανεμημένος αλγόριθμος ακόμα και όταν εφαρμόζεται σε έναν μόνο υπολογιστή είναι από 15 έως 25 φορές γρηγορότερος. Στην περίπτωση δε, που χρησιμοποιηθούν υπολογιστικοί πόροι ανάλογοι με τις απαιτήσεις του εκάστοτε συστήματος, σε σχέση με το μονοεπεξεργαστικό σύστημα, παρατηρούμε μια επιτάχυνση της τάξης 300-800 %, ενώ σε σχέση με τη σειριακή εκτέλεση, ο αλγόριθμος γίνεται από 50 έως και 200 φορές πιο γρήγορος. Αναλυτικότερα,

1180							
Συνολικός Χρόνος				Χρόνος Επαναλήψεων			
		speed up από serial	speed up από uni			speed up από serial	speed up από uni
serial	50.869069			serial	48.136538		
5 uni	2.9222667	17.4074		5 uni	2.6406667	18.2289	
10 uni	3.1317243	16.2432		10 uni	2.32464142	20.7071	
5 multi	0.6331753	80.3396	4.6153	5 multi	0.5653583	85.1434	4.6708
10 multi	0.9265394	54.9022	3.3800	10 multi	0.4298584	111.9823	5.4079
2360							
Συνολικός Χρόνος				Χρόνος Επαναλήψεων			
		speed up από serial	speed up από uni			speed up από serial	speed up από uni
serial	99.009876			serial	91.109339		
10 uni	4.8914474	20.2414		10 uni	3.8583952	23.6133	
20 uni	6.4324395	15.3923		20 uni	3.3306017	27.3552	
10 multi	0.7526333	131.5513	6.4991	10 multi	0.6395203	142.4651	6.0333
20 multi	0.8412478	117.6941	7.6463	20 multi	0.4207563	216.5371	7.9157

Πίνακας 9.1: Επιτάχυνση της κατανεμημένης υλοποίησης σε σχέση με τη σειριακή

Το αποτέλεσμα αν και φαντάζει εξωπραγματικό, είναι αρκετά λογικό. Η σειριακή υλοποίηση έχει αποθηκευμένες στη μνήμη τεράστιες μήτρες (ακόμη και σε αραιή μορφή) και πολύ συχνά απαιτεί την εκτέλεση των πλέον αργών εντολών load και store. Εξαιτίας του μεγέθους των μητρών τα δεδομένα σβήνονται από τη μνήμη cache και έτσι απαιτείται επαναφόρτωση από τη RAM, κάτι καταστροφικό για την επίδοση του προγράμματος αν συμβαίνει επαναλαμβανόμενα. Εν αντιθέσει, οι κατά πολύ μικρότερου μεγέθους μήτρες και διανύσματα του κατανεμημένου αλγορίθμου ακόμη και στο μονοεπεξεργαστικό σύστημα δεν αντιμετωπίζουν τέτοια προβλήματα. Επιπλέον το υπολογιστικό σκέλος με τα μικρότερα μεγέθη είναι και αυτό κατά κόρον ταχύτερο.

Άλλο σημείο άξιο ενδιαφέροντος (το οποίο βέβαια είναι λογικό επακόλουθο της λογικής της κατανεμημένης υλοποίησης) αποτελεί το γεγονός πως ο συντονιστής καταναλώνει το μεγαλύτερο ποσοστό του χρόνου επαναλήψεων στην επικοινωνία του με τις περιοχές, εν αντιθέσει με τις διεργασίες των περιοχών που καταναλώνουν το χρόνο τους κυρίως στους υπολογισμούς. Σε όσο μάλιστα περισσότερες περιοχές είναι διαχωρισμένο ένα δίκτυο τόσο αυξάνεται ο χρόνος που ο συντονιστής ασχολείται με υπολογισμούς και οι τοπικές διεργασίες με επικοινωνία. Η παρατήρηση, αυτή συνεχίζει να ισχύει και στο μονοεπεξεργαστικό σύστημα για τις τοπικές διεργασίες αλλά στον συντονιστή δεν φαίνεται να έχει ιδιαίτερη βαρύτητα.

Επιβάλλεται να τονιστεί, ακόμη, πως για το ίδιο δίκτυο χωρισμένο για παράδειγμα σε 5 και 10 περιοχές, ο αλγόριθμος φτάνει σε σύγκλιση γρηγορότερα όταν το δίκτυο είναι χωρισμένο 5 περιοχές. Τούτο, συμβαίνει μολονότι το επαναληπτικό στάδιο είναι ταχύτερο για το δίκτυο των 10 περιοχών αλλά το μη επαναληπτικό στάδιο επιτρέπει στο λιγότερων περιοχών δίκτυο να συγκλίνει πρώτο. Το γεγονός αυτό δικαιολογείται απ' το ότι στο δίκτυο των 10 περιοχών, λόγω των περισσότερων διασυνδεδετικών γραμμών θα υπάρξουν μεγαλύτερες συνοριακές μήτρες H_c και συνεπακόλουθα G_c οι οποίες θα πρέπει να αποσταλούν πριν αρχίσουν να εκτελούνται οι επαναλήψεις στον συντονιστή. Όσο μάλιστα μεγαλύτερη είναι και η μήτρα G_c , τόσο περισσότερο θα διαρκέσει και η Cholesky/LU τριγωνοποίηση της. Τα ανωτέρω ισχύουν τόσο για τη μονοεπεξεργαστική όσο και για την πολυεπεξεργαστική εκτέλεση.

Ένα επιπλέον, βασικό συμπέρασμα που δύναται να προκύψει από τους ανωτέρω χρόνους είναι πως μιας και τα δίκτυα έχουν προκύψει όλα με επέκταση του πρότυπου δικτύου 118 ζυγών, ο χρόνος που χρειάζεται το επαναληπτικό στάδιο της περίπτωσης 1180 ζυγών – 5 περιοχών με το δίκτυο 2360 – 10 αλλά και επίσης του δικτύου 1180 – 10 με το 2360 – 20 είναι πάνω κάτω ο ίδιος. Φυσικά, το προαναφερθέν ισχύει μόνο για το πολυεπεξεργαστικό σύστημα.

Παρατηρούμε, ακόμη πως για το συντονιστή, σε οποιοδήποτε περίπτωση, η ρουτίνα που καταναλώνει τον περισσότερο χρόνο είναι η λήψη του διανύσματος ρ από τις τοπικές διεργασίες. Αντιθέτως για τις διεργασίες των περιοχών, η παραγωγή των διανυσμάτων των συναρτήσεων μετρήσεων h , h_c και Δz είναι αυτή με την περισσότερη κατανάλωση χρόνου. Αλλά, όσο περισσότερες γίνουν οι περιοχές τόσο περισσότερο χρόνο κάνει και η λήψη του διανύσματος λ από το broadcast του συντονιστή ενώ στην περίπτωση εφαρμογής της υλοποίησης σε ένα μηχάνημα, ο χρόνος λήψης του λ στα χωρισμένα σε πολλές περιοχές δίκτυα ξεπερνά αυτόν της παραγωγής των διανυσμάτων h .

Τέλος, είναι αρκετά προφανής ο λόγος της επιτάχυνσης της πολυεπεξεργαστικής κατανεμημένης εκτίμησης κατάστασης σε σχέση με την μονοεπεξεργαστική. Αν και βέβαια,

σε ένα μηχάνημα, οι διεργασίες μοιράζονται την ίδια μνήμη και οι αποστολές – λήψεις θα καταναλώνουν λιγότερο χρόνο, εντούτοις ο υπολογιστικός φόρτος που κατανέμεται στους άλλους υπολογιστές εκτοξεύει την επιτάχυνση της διαδικασίας.

Εν κατακλείδι, μέσω της διπλωματικής αυτής εργασίας παρουσιάσαμε την αξία που δύναται να αποκτήσει ένας κατανεμημένος αλγόριθμος εκτίμησης ενέργειας για τα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Αν και οι υπολογισμοί που γίνονται στις δύο υλοποιήσεις δεν είναι ακριβώς ίδιοι, με αποτέλεσμα να υπάρχουν κάποιες μικροδιαφορές στο τελικό διάλυμα κατάστασης, με μια λίγο μικρότερη ανοχή από τον κλασικό εκτιμητή, ο κατανεμημένος αλγόριθμος μπορεί να παράγει on-line εκτίμηση κατάστασης σε ελάχιστο χρόνο. Σε περίπτωση, μάλιστα, που σε κάποιο Κέντρο Ελέγχου Ενέργειας υπάρχει εγκατεστημένη και μια παράλληλη συστοιχία υπολογιστών, ακόμη και για συστήματα πάρα πολύ μεγάλης κλίμακας, ο χειριστής του δικτύου δύναται να εκτιμήσει την κατάσταση του μέσα σε ελάχιστα δευτερόλεπτα.

9.2 Σημεία προαγωγής της επιστήμης

Η διπλωματική εργασία περιλαμβάνει τα παρακάτω καινοτομικά στοιχεία:

- Ανάπτυξη υλοποίησης σε γλώσσα προγραμματισμού C του επαναληπτικού προβλήματος της κλασικής εκτίμησης κατάστασης. Το μοντέλο αυτό επιτρέπει την επεξεργασία δεδομένων και μετρήσεων ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας για τον καθορισμό της λειτουργικής του κατάστασης σε πραγματικό χρόνο.
- Υλοποίηση σε γλώσσα C και με το πρωτόκολλο MPI κατανεμημένου αλγόριθμου εκτίμησης κατάστασης ο οποίος επιτρέπει μέσω του διαχωρισμού του δικτύου σε πολλαπλές περιοχές την ταχύτερη εκτίμηση κατάστασης για δίκτυα ευρείας κλίμακας
- Αξιοποίηση των πλεονεκτημάτων της παράλληλης επεξεργασίας με την εφαρμογή του κατανεμημένου αλγορίθμου σε συστοιχίες υπολογιστών με αποτέλεσμα την ακόμη μεγαλύτερη επιτάχυνση του χρόνου επίλυσης του προβλήματος

9.3 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση

Με την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής αναδείχθηκαν τα ακόλουθα σημεία τα οποία χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης:

- Ανάπτυξη υλοποίησης για τον εντοπισμό, την ανίχνευση και την αναγνώριση των εσφαλμένων δεδομένων στην παραχθείσα κατανεμημένη εκτίμησης κατάστασης
- Ανάπτυξη Υλοποίησης για τον έλεγχο της παρατηρησιμότητας του δικτύου και των υποπεριοχών σύμφωνα με τις δύο γνωστές μεθόδους αλλά και περαιτέρω διερεύνηση για εφαρμογή ψευδομετρήσεων που θα παρακάμπτουν προβλήματα παρατηρησιμότητας
- Δυναμικός Διαχωρισμός του δικτύου σε περιοχές με εφαρμογή της τεχνικής graph partitioning. Το πρόβλημα διαχωρισμού γράφου στα μαθηματικά συνιστά τη διαίρεση ενός γράφου σε κομμάτια περίπου ίδιο μέγεθος και με

ελάχιστες συνδέσεις μεταξύ τους. Μια τέτοια υλοποίηση θα εξάλειφε την ανάγκη ήδη διαχωρισμένου δικτύου για την εφαρμογή της μεθόδου.

- Ανάπτυξη υλοποίησης που σε περίπτωση black out μιας περιοχής (πραγματικό ή τεχνητό), ο αλγόριθμος για τις υπόλοιπες περιοχές να συνεχίζει να συγκλίνει και να καταλήγει σε σωστή εκτίμηση.
- Υλοποίηση προβλήματος ροής φορτίου, ώστε ο αλγόριθμος να μην απαιτεί μετρήσεις από RTU σε διάφορες περιοχές του δικτύου αλλά να μπορούν να παράγονται μέσα από το ίδιο το πρόγραμμα.

Βιβλιογραφία

- [1] George N. Korres “ A Distrubuted Multi – Area State Estimation” under review
- [2] Γ. Κονταξής και Ν. Χατζηαργυρίου “Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας”. Εκδόσεις Ε.Μ.Π. Αθήνα 2003
- [3] Mohammad Shahidehpour and Yaoyu Wang, “Communication and control in Electric Power Systems, Applications of Parallel and Distributed Processing”, IEEE PRESS 2003
- [4] Ali Abur and Antonio Gomez Exposito, “Power System Estimation, Theory and implementation”, Marcel Dekker New York 2004
- [5] T. Van Cutsem, J. L. Horward, and M. Ribbens-Pavella, “A two-level static state estimator for electric power systems,” *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-100, no. 8, pp. 3722–3732, Aug. 1981.
- [6] T. Van Cutsem and M. Ribbens-Pavella, “Critical survey of hierarchical methods for state estimation of electric power systems,” *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-102, no. 10, pp. 247–256, Oct. 1983.
- [7] H. Sasaki, K. Aoki, and R. Yokoyama, “A parallel computation algorithm for static state estimation by means of matrix inversion lemma,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 2, no. 3, pp. 624-632, Aug. 1987.
- [8] S. Iwamoto, M. Kusano, and V.H. Quintana, “Hierarchical state estimation using a fast rectangular-coordinate method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 4, no. 3, pp. 870-880, Aug. 1989.
- [9] A. A. El-Keib, J. Nieplocha, H. Singh, and D. J. Maratukulam, “A decomposed state estimation technique suitable for parallel processor implementation,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 1088-1097, August 1992.
- [10] S.Y. Lin, C.H. Lin, “An implementable distributed state estimator and distributed bad data processing schemes for electric power systems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 3, pp. 1277–1284, Aug. 1994.
- [11] D. M. Falcao, F. F. Wu, and L. Murphy, “Parallel and Distributed State Estimation,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 2, pp. 724–730, May 1995.
- [12] G. N. Korres and G. C. Contaxis, “Application of a reduced model to a distributed state estimator,” in IEEE PES Winter Meeting, Singapore, Jan. 2000.
- [13] R. Ebrahimian and R. Baldick, “State Estimation Distributed Processing,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, no. 4, pp. 1240–1246, Nov. 2000.
- [14] L. Zhao and A. Abur, “Multiarea State Estimation Using Synchronized Phasor Measurements,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 2, pp. 611–617, May 2005.
- [15] A. J. Conejo, S. de la Torre, and M. Canas, “An Optimization Approach to Multiarea State Estimation,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 1, pp. 213–221, Feb. 2007.
- [16] W. Jiang, V. Vittal, and G. T. Heydt, “A distributed state estimator utilizing synchronized phasor measurements,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 2, pp. 563–571, May 2007.
- [17] W. Jiang, V. Vittal, and G. T. Heydt, “Diakoptic State Estimation Using Phasor Measurement Units,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 4, pp. 1580-1589, Nov. 2008.
- [18] G. C. Contaxis and G. N. Korres, “A Reduced Model for Power System Observability Analysis and Restoration,” *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 3, no. 4, pp. 1411-1417, Nov.1988.
- [19] B. Gou and A. Abur, “An Improved Measurement Placement Algorithm for Network Observability,” *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 819-824, Nov. 2001.

-
- [20]R. R. Nucera, V. Brandwajn, and M. L. Gilles, "Observability Analysis and Bad Data Analysis using Augmented Blocked Matrices," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 426-433, May 1993.
- [21]A. García, A. Monticelli, and P. Abreu, "Fast decoupled state estimation and bad data processing," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-98, no. 5, pp. 1645–1652, Sep./Oct. 1979.
- [22]F. Broussolle, "State Estimation in Power Systems: Detecting Bad Data Through the Sparse Inverse Matrix Method," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-97, pp. 678-682, May/June 1978.
- [23]W. F. Tinney, V. Brandwajn, and S. M. Chan, "Sparse Vector Methods," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-104, no. 2, pp. 295-301, Feb. 1985.
- [24]A. Abur and A. Gomez Exposito. *Power System State Estimation. Theory and implementation*, Marcel Dekker, Inc., New York, 2004.
- [25]A. George and J. W-H Liu, *Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems*, Prentice-Hall, 1981.
- [26]University of Washington, Power System Test Cases Archive
- [27] Hesham El-Rewini and Mostafa Abd-El-Barr "Advanced Computer Architecture and parallel processing", John Wiley & Sons, New Jersey 2005
- [28]Marc Snir and Steve Otto "MPI The complete Reference, MIT Boston 1996
- [29]Neil MacDonald, Elspeth Minty, Tim Haridng "Writing Message-Passing Parallel Programs With MPI", University of Edinburgh
- [30]David Culler and Jaswinder Pal Singh, "Parallel computer Architecture, Ahardware/software Approach" Kaufmann 1997
- [31]Peter S. Pacheco "A User's Guide to MPI" University of San Francisco, San Francisco March 1998
- [32]<http://www.mcs.anl.gov/petsc/petsc-as/>
- [33]<http://www.mcs.anl.gov/petsc/petsc-as/documentation/tutorials/TACCTutorial2009.pdf>
- [34]<http://www.mcs.anl.gov/petsc/petsc-as/documentation/tutorials/GUCASTutorial.pdf>

Παράρτημα

Π.1: Παρουσίαση των αρχείων εισόδου που χρησιμοποιήθηκαν

Ακολουθεί παρουσίαση τυπικών αρχείων .Sys και .Ses που χρησιμοποιούνται ως είσοδοι στις υλοποιήσεις που παρήχθησαν. Εδώ παρατίθενται τα αρχεία για δίκτυο 7 ζυγών και 3 περιοχών ενώ ακολουθεί και συνοπτική περιγραφή τους.

Π.1.1: Αρχείο .SYS

Αρχείο 7bus3.sys

```

0 100.00
'PTI 23 FORMAT 0'
7-BUS SYSTEM
1 2 0 0 0 0 1 1.05 6.2040 'Bus 1' 138.00 1
2 2 40 20 0 0 1 1.04 4.2274 'Bus 2' 138.00 1
3 1 110 40 0 0 1 0.9927 0.9842 'Bus 3' 138.00 1
4 2 80 30 0 0 2 1.00 1.4434 'Bus 4' 138.00 1
5 1 130 40 0 0 2 1.0066 -0.8276 'Bus 5' 138.00 1
6 2 200 0 0 0 3 1.04 2.8147 'Bus 6' 138.00 1
7 3 200 0 0 0 3 1.04 0.0000 'Bus 7' 138.00 1
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
1 1 105.695 4.180 9900 -9900 1.05 0 100 0 1 0 0 1 1 100 400 100
2 1 167.743 34.181 9900 -9900 1.04 0 100 0 1 0 0 1 1 100 500 150
4 1 93.734 20.497 9900 -9900 1.00 0 100 0 1 0 0 1 1 100 200 50
6 1 200.328 -6.589 9900 -9900 1.04 0 100 0 1 0 0 1 1 100 500 150
7 1 200.651 51.294 99999 -99999 1.04 0 100 0 1 0 0 1 1 100 600 0
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
1 2 1 0.02 0.06 0.06 150 100 100 0 0 0 0 1
1 3 1 0.08 0.24 0.05 65 80 80 0 0 0 0 1
2 3 1 0.06 0.18 0.04 80 80 80 0 0 0 0 1
2 4 1 0.06 0.18 0.04 100 100 100 0 0 0 0 1
2 5 1 0.04 0.12 0.03 100 100 100 0 0 0 0 1
2 6 1 0.02 0.06 0.05 200 200 200 0 0 0 0 1
3 4 1 0.01 0.03 0.02 100 100 100 0 0 0 0 1
4 5 1 0.08 0.24 0.05 60 100 100 0 0 0 0 1
7 5 1 0.02 0.06 0.04 200 200 200 0 0 0 0 1
6 7 1 0.08 0.24 0.05 200 200 200 0 0 0 0 1
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
0,0,0,0,0
0
0,0,0,0,0,0

```

Περιγραφή της Διάταξης των Δεδομένων του Αρχείου Δεδομένων .SYS**Δεδομένα αναγνώρισης περίπτωσης**

Πρώτη εγγραφή: **IC,SBASE**

IC - 0 για περίπτωση βάσης, 1 για περίπτωση προσθήκης νέων δεδομένων

SBASE – Βάση Ισχύος του συστήματος σε MVA

Εγγραφές 2 και 3 : δύο γραμμές επικεφαλίδα, το πολύ 60 χαρακτήρες σε κάθε γραμμή

Δεδομένα Ζυγών

Εγγραφές δεδομένων ζυγών, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό ζυγού 0.

I,IDE,PL,QL,GL,BL,IA,VM,VA,'NAME',BASKL,ZONE

I – Αριθμός ζυγού (1 to 29997)

IDE - Τύπος ζυγού

1 – Ζυγός Φορτίου (Μηδενική παραγωγή)

2 – Ζυγός Παραγωγής

3 – Ζυγός ταλάντωσης / αναφοράς

4 – Απομονωμένος ζυγός

PL - Φορτίο σε MW

QL - Φορτίο σε MVAR

GL - Εγκάρσια αγωγιμότητα, MW σε 1.0 ανά μονάδα τάσης

BL - Εγκάρσια χωρητικότητα, MVAR σε 1.0 ανά μονάδα τάσης (=-αντιδραστική)

IA - Αριθμός Περιοχής, 1-100

VM - Πλάτος τάσης, ανά μονάδα

VA - Γωνία τάσης, σε μοίρες

NAME - Όνομα ζυγού, 8 χαρακτήρες, μέσα σε απλά εισαγωγικά

BASKV - Βάση Τάσης, KV

ZONE - Απώλεια Ζώνης, 1-999

Δεδομένα Γεννητριών

Εγγραφές δεδομένων γεννητριών, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό γεννήτριας 0.

I,ID,PG,QG,QT,QB,VS,IREG,MBASE,ZR,ZX,RT,XT,GTAP,STAT,RMPCT,PT,PB

I - Αριθμός ζυγού

ID - Αναγνωριστικό μηχανής (0-9, A-Z)

PG - Έξοδος σε MW

QG - Έξοδος σε MVAR

QT - Μέγιστα MVAR

- QB - Ελάχιστα MVAR
VS - Σημείο ρύθμισης Τάσης
IREG - Ζυγός Απομακρυσμένου ελέγχου(τύπος 1), 0 για έλεγχο της δικής του τάσης και πρέπει να είναι 0 για γεννήτριες στο ζυγό αναφοράς
MBASE - Βάση Ισχύος σε MVA της μηχανής, με default τη βάση του συστήματος.
ZR,ZX - Εσωτερική αντίσταση μηχανής, ανά μονάδα της βάσης Ισχύος
RT,XT - Βηματική αντίδραση μετασχηματιστή, ανά μονάδα της MBASE
GTAP - Βηματικός μη ονομαστικών τιμών λόγος του μετασχηματιστή
STAT - Κατάσταση Γεννήτριας, 1 - σε λειτουργία, 0 - εκτός
RMPCT - Αναλογία των συνολικών VARs που απαιτούνται για διατήρηση της τάσης ζυγό IREG – για απομακρυσμένους ζυγούς που ελέγχονται από πολλές γεννήτριες
PT - Μέγιστα MW
PB - Ελάχιστα MW

Δεδομένα κλάδων

=====

Εγγραφές δεδομένων κλάδων, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό ζυγού “Από” 0.

I,J,CKT,R,X,B,RATEA,RATEB,RATEC,RATIO,ANGLE,GI,BI,GJ,BJ,ST

- I - Αριθμός “Από” Ζυγού
J - Αριθμός “Σε” Ζυγού
CKT - Αναγνωριστικό Κυκλώματος (δύο χαρακτήρες)
R - Αντίσταση ανά μονάδα
X - Αντίδραση ανά μονάδα
B - Συνολική φόρτιση γραμμής, ανά μονάδα
RATEA - Διαβάθμιση A σε MVA
RATEB
RATEC - Υψηλότερες Διαβαθμίσεις σε MVA
RATIO - Λόγος μη ονομαστικών τιμών μετασχηματιστή
ANGLE - Γωνιά μετάθεσης φάσης μετασχηματιστή
GI,BI - Εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα γραμμής στο “Από” άκρο(I ζυγός),αμ.
GJ,BJ - Εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα γραμμής στο “Σε” άκρο(J ζυγός),αμ.
ST - Κατάσταση κλάδου, 1 – σε λειτουργία, 0 - εκτός

Π.1.2: Αρχείο .Ses

Αρχείο 7bus3.ses

7-BUS SYSTEM

--- SET OF ACTUAL MEASUREMENTS ---

--- SET OF VOLTAGE MEASUREMENTS ---

1	0.010	1.0	1	1	1.0000000000000000	0.002624999
4	0.010	1.0	1	1	1.0000000000000000	0.002499999
6	0.010	1.0	1	1	1.0000000000000000	0.002599999

0000000

--- SET OF ACTIVE FLOW MEASUREMENTS ---

1	2	1	0.0	1.0	1	1	0.6146245177	0.0123924900
1	3	1	0.0	1.0	1	1	0.4423254822	0.0089465094
2	3	1	0.0	1.0	1	1	0.3869712165	0.0078394241
2	4	1	0.0	1.0	1	1	0.3372249395	0.0068444986
2	5	1	0.0	1.0	1	1	0.8670185388	0.0174403703
2	6	1	0.0	1.0	1	1	0.2939802342	0.0059796045
3	4	1	0.0	1.0	1	1	-0.2958393428	0.0060167867
4	5	1	0.0	1.0	1	1	0.1702900825	0.0035058015
6	7	1	0.0	1.0	1	1	0.2954950870	0.0060099016

000000000

--- SET OF REACTIVE FLOW MEASUREMENTS ---

1	2	1	0.0	1.0	1	1	-0.0192755242	0.0004855104
1	3	1	0.0	1.0	1	1	0.1275772160	0.0026515442
2	3	1	0.0	1.0	1	1	0.1617362465	0.0033347248
2	4	1	0.0	1.0	1	1	0.1262460310	0.0026249205
2	5	1	0.0	1.0	1	1	0.0620020780	0.0013400415
2	6	1	0.0	1.0	1	1	-0.0950514992	0.0020010299
3	4	1	0.0	1.0	1	1	-0.1860946623	0.0038218931
4	5	1	0.0	1.0	1	1	-0.0700243717	0.0015004874
6	7	1	0.0	1.0	1	1	-0.0868054949	0.0018361098

000000000

--- SET OF ACTIVE INJECTION MEASUREMENTS ---

1	0.0	1.0	1	1	1.0569500000	0.0212389995
2	0.0	1.0	1	1	1.2774300000	0.0256485994
3	0.0	1.0	1	1	-1.1000000000	0.0220999995

0000000

--- SET OF REACTIVE INJECTION MEASUREMENTS ---

1	0.0	1.0	1	1	0.1083016918	0.0022660337
2	0.0	1.0	1	1	0.2947871475	0.0059957428
3	0.0	1.0	1	1	-0.4000000000	0.0080999998

0000000

Περιγραφή της Διάταξης των Δεδομένων του Αρχείο Δεδομένων .SES**Δεδομένα αναγνώρισης περίπτωσης**

Εγγραφή 1^η :μία γραμμή επικεφαλίδα, το πολύ 60 χαρακτήρες

Δεδομένα μετρήσεων τάσης

Εγγραφές δεδομένων μετρήσεων τάσης, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό ζυγού 0.

I, SNM, FS, ST, RTU, V, S

- I - Αριθμός ζυγού (1 to 29997)
- SNM - Πολλαπλασιαστής λάθους
- FS - Πλήρης κλίμακα του μέτρου
- ST - Κατάσταση Μέτρησης, 1 - σε λειτουργία, 0 - εκτός
- RTU - Δείκτης της RTU μονάδας όπου πραγματοποιήθηκε η μέτρηση
- V - Τιμή μετρήσεως τάσης ανά μονάδα
- S - Τυπική Απόκλιση

Δεδομένα Μετρήσεων ενεργού ροής

Εγγραφές δεδομένων μετρήσεων ροής ενεργού ισχύος, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό ζυγού 0.

I, J, CKT, SNM, FS, ST, RTU, V, S

- I - Αριθμός "Από" Ζυγού
- J - Αριθμός "Σε" Ζυγού
- CKT - Αναγνωριστικό Κυκλώματος (ακέραιος)
- SNM - Error multiplier
- FS - Πλήρης κλίμακα του μέτρου
- ST - Κατάσταση Μέτρησης, 1 - σε λειτουργία, 0 - εκτός
- RTU - Δείκτης της RTU μονάδας όπου πραγματοποιήθηκε η μέτρηση
- V - Τιμή μετρήσεως ενεργού ροής ισχύος ανά μονάδα
- S - Τυπική Απόκλιση

Δεδομένα Μετρήσεων αέργου ροής

Παρόμοια δομή Δεδομένων με αυτή των μετρήσεων ενεργού ροής.

Δεδομένα Μετρήσεων ενεργού εγχύσεως

=====

Εγγραφές δεδομένων μετρήσεων εγχύσεως ενεργού ισχύος, που τερματίζονται από μια εγγραφή με αριθμό ζυγού 0.

I, SNM, FS, ST, RTU, V, S

- I - Αριθμός ζυγού (1 to 29997)
- SNM - Πολλαπλασιαστής λάθους
- FS - Πλήρης κλίμακα του μέτρου
- ST - Κατάσταση Μέτρησης, 1 - σε λειτουργία, 0 - εκτός
- RTU - Δείκτης της RTU μονάδας όπου πραγματοποιήθηκε η μέτρηση
- V - Τιμή μετρήσεως ενεργού εγχύσεως ισχύος ανά μονάδα
- S - Τυπική Απόκλιση

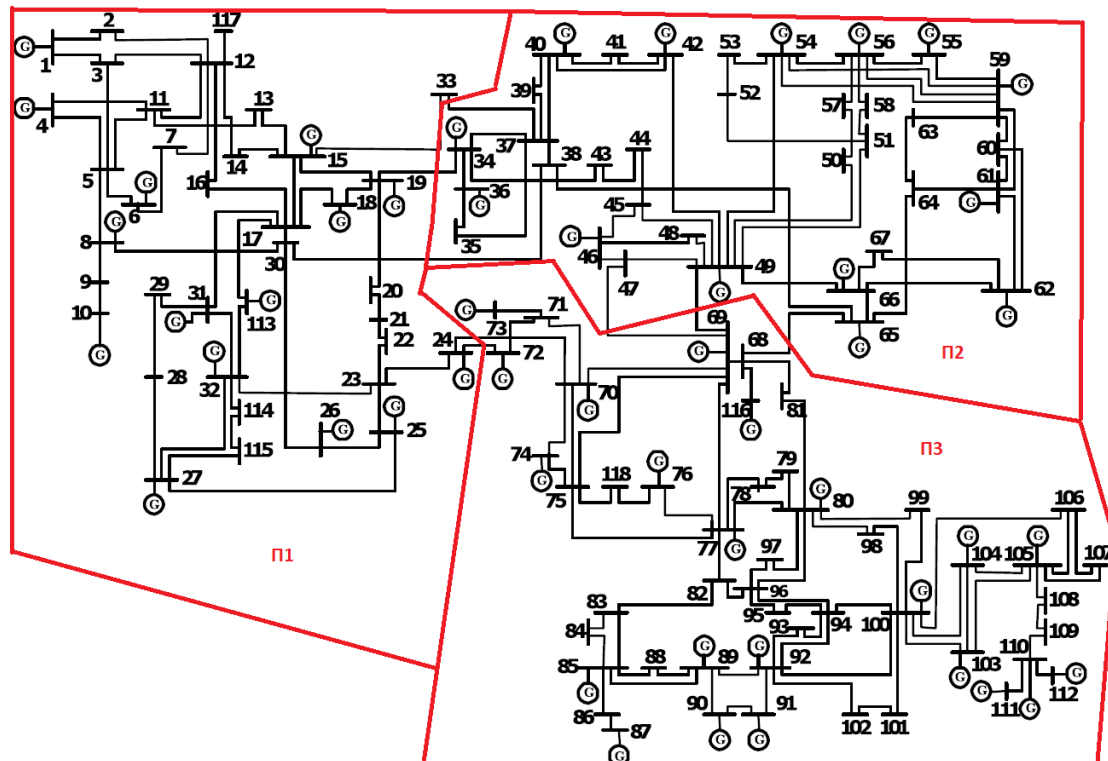
Δεδομένα Μετρήσεων αέργου εγχύσεως

=====

Παρόμοια δομή δεδομένων με αυτή των μετρήσεων ενεργού εγχύσεως.

Π.2 Αποτελέσματα υλοποίησης για δίκτυο 118 ζυγών - 3 περιοχών

Αρχικά παρατίθεται το πρότυπο δίκτυο 118 ζυγών IEEE – 118 χωρισμένο σε 3 περιοχές, και ακολουθούν τα αποτελέσματα της σειριακής και κατακεντρωμένης υλοποίησης για την ταχεία αποζευγμένη μέθοδο.



Σχήμα Π.1: Διάγραμμα του πρότυπου δικτύου IEEE-118 χωρισμένο σε 3 περιοχές

Πίνακας Π.1: Συγκριτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων του δικτύου 118 ζυγών για τις δύο υλοποιήσεις

Bus No	Σειριακή υλοποίηση		Κατανεμημένη Υλοποίηση	
	Angles (degrees)	Magnitude (pu)	Angles (degrees)	Magnitude (pu)
1	$\delta[001] = -17.5255720$	$V[001] = 0.9809877$	$\delta[001] = -16.6899993$	$V[001] = 0.9748298$
2	$\delta[002] = -16.8015448$	$V[002] = 0.9941162$	$\delta[002] = -15.9104013$	$V[002] = 0.9880522$
3	$\delta[003] = -16.5553708$	$V[003] = 0.9870337$	$\delta[003] = -15.6574719$	$V[003] = 0.9809917$
4	$\delta[004] = -12.7698298$	$V[004] = 1.0009109$	$\delta[004] = -11.7288296$	$V[004] = 0.9953186$
5	$\delta[005] = -12.3030235$	$V[005] = 0.9993573$	$\delta[005] = -11.2510518$	$V[005] = 0.9937281$
6	$\delta[006] = -14.9181607$	$V[006] = 1.0025596$	$\delta[006] = -13.8967195$	$V[006] = 0.9969922$
7	$\delta[007] = -15.3374133$	$V[007] = 1.0038408$	$\delta[007] = -14.3401005$	$V[007] = 0.9983041$
8	$\delta[008] = -7.2383312$	$V[008] = 1.0000111$	$\delta[008] = -6.0782915$	$V[008] = 0.9943990$
9	$\delta[009] = 0.3134929$	$V[009] = 1.0168268$	$\delta[009] = 1.9879396$	$V[009] = 1.0101222$
10	$\delta[010] = 8.1774936$	$V[010] = 1.0140961$	$\delta[010] = 9.3747582$	$V[010] = 1.0095009$
11	$\delta[011] = -15.2714509$	$V[011] = 1.0006467$	$\delta[011] = -14.2686154$	$V[011] = 0.9950308$
12	$\delta[012] = -15.6578387$	$V[012] = 1.0065479$	$\delta[012] = -14.6800092$	$V[012] = 0.9911126$
13	$\delta[013] = -16.7286551$	$V[013] = 0.9927891$	$\delta[013] = -15.7437151$	$V[013] = 0.9869050$
14	$\delta[014] = -16.3881619$	$V[014] = 1.0047848$	$\delta[014] = -15.4209094$	$V[014] = 0.9992846$
15	$\delta[015] = -16.8768164$	$V[015] = 0.9959953$	$\delta[015] = -15.8770553$	$V[015] = 0.9905231$
16	$\delta[016] = -16.0444230$	$V[016] = 1.0002681$	$\delta[016] = -15.1161280$	$V[016] = 0.9946649$
17	$\delta[017] = -14.3960169$	$V[017] = 0.9984670$	$\delta[017] = -13.5679622$	$V[017] = 0.9931650$
18	$\delta[018] = -16.5864251$	$V[018] = 0.9959914$	$\delta[018] = -15.5949770$	$V[018] = 0.9905213$
19	$\delta[019] = -17.1374012$	$V[019] = 0.9900718$	$\delta[019] = -16.1504614$	$V[019] = 0.9844831$
20	$\delta[020] = -16.4529846$	$V[020] = 0.9819190$	$\delta[020] = -15.5513770$	$V[020] = 0.9762379$
21	$\delta[021] = -15.0755205$	$V[021] = 0.9769062$	$\delta[021] = -14.3628033$	$V[021] = 0.9711758$
22	$\delta[022] = -12.7113193$	$V[022] = 0.9784114$	$\delta[022] = -12.3363945$	$V[022] = 0.9726970$
23	$\delta[023] = -7.9401503$	$V[023] = 0.9888786$	$\delta[023] = -8.1337240$	$V[023] = 0.9830622$
24	$\delta[024] = -8.2121681$	$V[024] = 0.9826198$	$\delta[024] = -7.4964132$	$V[024] = 0.9763848$
25	$\delta[025] = -0.7726927$	$V[025] = 1.0149533$	$\delta[025] = 0.3659071$	$V[025] = 0.9981023$
26	$\delta[026] = 1.3366852$	$V[026] = 0.9419108$	$\delta[026] = 2.7554135$	$V[026] = 0.9344489$
27	$\delta[027] = -13.4632386$	$V[027] = 0.9812565$	$\delta[027] = -12.6978647$	$V[027] = 0.9741631$
28	$\delta[028] = -15.0872739$	$V[028] = 0.9812925$	$\delta[028] = -14.3761906$	$V[028] = 0.9741879$
29	$\delta[029] = -15.9332604$	$V[029] = 0.9866669$	$\delta[029] = -15.2633076$	$V[029] = 0.9799117$
30	$\delta[030] = -9.5353113$	$V[030] = 0.9995809$	$\delta[030] = -8.9554276$	$V[030] = 0.9946747$
31	$\delta[031] = -15.7653575$	$V[031] = 0.9894586$	$\delta[031] = -15.0815631$	$V[031] = 0.9828682$
32	$\delta[032] = -14.0223089$	$V[032] = 0.9800688$	$\delta[032] = -11.2882114$	$V[032] = 0.9728496$
33	$\delta[033] = -17.3845644$	$V[033] = 0.9952197$	$\delta[033] = -14.3340324$	$V[033] = 0.9898070$
34	$\delta[034] = -16.5559041$	$V[034] = 1.0082460$	$\delta[034] = -13.2408669$	$V[034] = 1.0042274$
35	$\delta[035] = -16.9855458$	$V[035] = 1.0123575$	$\delta[035] = -13.6935473$	$V[035] = 1.0082613$
36	$\delta[036] = -16.9962086$	$V[036] = 1.0142001$	$\delta[036] = -13.7050987$	$V[036] = 1.0101495$
37	$\delta[037] = -16.0743539$	$V[037] = 1.0076040$	$\delta[037] = -12.7014573$	$V[037] = 0.9937390$
38	$\delta[038] = -11.6328057$	$V[038] = 1.0042864$	$\delta[038] = -9.3079306$	$V[038] = 1.0014914$
39	$\delta[039] = -18.3352200$	$V[039] = 1.0085674$	$\delta[039] = -12.7066797$	$V[039] = 1.0024487$

40	$\delta[040] = -19.0467648$	$V[040] = 1.0149193$	$\delta[040] = -12.9383275$	$V[040] = 1.0077571$
41	$\delta[041] = -19.4326433$	$V[041] = 1.0137208$	$\delta[041] = -13.2621953$	$V[041] = 1.0063924$
42	$\delta[042] = -17.5873509$	$V[042] = 1.0176097$	$\delta[042] = -10.5634507$	$V[042] = 0.9995550$
43	$\delta[043] = -16.7518155$	$V[043] = 1.0050910$	$\delta[043] = -13.5106087$	$V[043] = 0.9996669$
44	$\delta[044] = -14.8079819$	$V[044] = 1.0051796$	$\delta[044] = -12.2552705$	$V[044] = 0.9993618$
45	$\delta[045] = -13.2950347$	$V[045] = 1.0023607$	$\delta[045] = -11.0060199$	$V[045] = 0.9960286$
46	$\delta[046] = -10.7326759$	$V[046] = 1.0057934$	$\delta[046] = -8.8155245$	$V[046] = 0.9991332$
47	$\delta[047] = -8.6519526$	$V[047] = 1.0064522$	$\delta[047] = -6.9104384$	$V[047] = 1.0000016$
48	$\delta[048] = -9.2787006$	$V[048] = 1.0111461$	$\delta[048] = -7.5075189$	$V[048] = 1.0040562$
49	$\delta[049] = -8.3206190$	$V[049] = 1.0100259$	$\delta[049] = -6.5307733$	$V[049] = 1.0029178$
50	$\delta[050] = -10.2019477$	$V[050] = 1.0001250$	$\delta[050] = -7.8757105$	$V[050] = 0.9963182$
51	$\delta[051] = -12.4223266$	$V[051] = 0.9836102$	$\delta[051] = -8.9660884$	$V[051] = 0.9868840$
52	$\delta[052] = -13.3027271$	$V[052] = 0.9795482$	$\delta[052] = -11.6759222$	$V[052] = 0.9833328$
53	$\delta[053] = -14.2628737$	$V[053] = 0.9731794$	$\delta[053] = -14.5877604$	$V[053] = 0.9775106$
54	$\delta[054] = -13.3392864$	$V[054] = 0.9783339$	$\delta[054] = -12.5827908$	$V[054] = 0.9835033$
55	$\delta[055] = -13.6420438$	$V[055] = 0.9768636$	$\delta[055] = -12.9159935$	$V[055] = 0.9819443$
56	$\delta[056] = -13.4460361$	$V[056] = 0.9778552$	$\delta[056] = -11.7081068$	$V[056] = 0.9829252$
57	$\delta[057] = -12.3972091$	$V[057] = 0.9864947$	$\delta[057] = -12.1523274$	$V[057] = 0.9881685$
58	$\delta[058] = -13.1037274$	$V[058] = 0.9806290$	$\delta[058] = -11.4471198$	$V[058] = 0.9847503$
59	$\delta[059] = -11.0499442$	$V[059] = 0.9797648$	$\delta[059] = -10.7587220$	$V[059] = 0.9819128$
60	$\delta[060] = -7.7956126$	$V[060] = 0.9668588$	$\delta[060] = -7.6633818$	$V[060] = 0.9663971$
61	$\delta[061] = -6.8668450$	$V[061] = 0.9651961$	$\delta[061] = -6.7142290$	$V[061] = 0.9646237$
62	$\delta[062] = -7.4740805$	$V[062] = 0.9706650$	$\delta[062] = -7.3782521$	$V[062] = 0.9694422$
63	$\delta[063] = -7.9715053$	$V[063] = 0.9711956$	$\delta[063] = -7.1117871$	$V[063] = 0.9720636$
64	$\delta[064] = -6.3536236$	$V[064] = 0.9657310$	$\delta[064] = -6.2433381$	$V[064] = 0.9652035$
65	$\delta[065] = -3.2713738$	$V[065] = 0.9513021$	$\delta[065] = -4.3571103$	$V[065] = 0.9476789$
66	$\delta[066] = -3.4678195$	$V[066] = 1.0110786$	$\delta[066] = -4.6241083$	$V[066] = 1.0024353$
67	$\delta[067] = -6.0641839$	$V[067] = 0.9889017$	$\delta[067] = -6.4524920$	$V[067] = 0.9840978$
68	$\delta[068] = -3.4100326$	$V[068] = 0.9528178$	$\delta[068] = -4.4907112$	$V[068] = 0.9473083$
69	$\delta[069] = 0.0000000$	$V[069] = 0.9887573$	$\delta[069] = 0.0000000$	$V[069] = 0.9820178$
70	$\delta[070] = -7.0188343$	$V[070] = 0.9738951$	$\delta[070] = -6.7759274$	$V[070] = 0.9671282$
71	$\delta[071] = -7.3574942$	$V[071] = 0.9778630$	$\delta[071] = -6.0724391$	$V[071] = 0.9712165$
72	$\delta[072] = -8.4215093$	$V[072] = 0.9743121$	$\delta[072] = -7.8443474$	$V[072] = 0.9677828$
73	$\delta[073] = -7.5205716$	$V[073] = 0.9824748$	$\delta[073] = -7.2534785$	$V[073] = 0.9759856$
74	$\delta[074] = -8.2967396$	$V[074] = 0.9604538$	$\delta[074] = -8.0611323$	$V[074] = 0.9533572$
75	$\delta[075] = -7.0472039$	$V[075] = 0.9618265$	$\delta[075] = -6.8607966$	$V[075] = 0.9548036$
76	$\delta[076] = -8.4760382$	$V[076] = 0.9444032$	$\delta[076] = -7.3777938$	$V[076] = 0.9368131$
77	$\delta[077] = -3.5666975$	$V[077] = 0.9777660$	$\delta[077] = -3.5855962$	$V[077] = 0.9703448$
78	$\delta[078] = -3.8942305$	$V[078] = 0.9769932$	$\delta[078] = -3.9761482$	$V[078] = 0.9695557$
79	$\delta[079] = -3.5946975$	$V[079] = 0.9801777$	$\delta[079] = -3.7088537$	$V[079] = 0.9723387$
80	$\delta[080] = -1.8611958$	$V[080] = 0.9915034$	$\delta[080] = -2.6094885$	$V[080] = 0.9775802$

81	$\delta[081] = -2.8490080$	$V[081] = 0.9715278$	$\delta[081] = -3.8127715$	$V[081] = 0.9628092$
82	$\delta[082] = -3.5040499$	$V[082] = 0.9557143$	$\delta[082] = -3.6084453$	$V[082] = 0.9446132$
83	$\delta[083] = -2.7415836$	$V[083] = 0.9462609$	$\delta[083] = -2.9273276$	$V[083] = 0.9352673$
84	$\delta[084] = -1.1569063$	$V[084] = 0.9322645$	$\delta[084] = -1.5215001$	$V[084] = 0.9217312$
85	$\delta[085] = 0.0315091$	$V[085] = 0.9277909$	$\delta[085] = -0.4184528$	$V[085] = 0.9173323$
86	$\delta[086] = -1.2583630$	$V[086] = 0.9361190$	$\delta[086] = -1.7726288$	$V[086] = 0.9261910$
87	$\delta[087] = -0.7333908$	$V[087] = 0.9651441$	$\delta[087] = -1.1995187$	$V[087] = 0.9568235$
88	$\delta[088] = 2.5493552$	$V[088] = 0.9226751$	$\delta[088] = 1.9209668$	$V[088] = 0.9119500$
89	$\delta[089] = 5.9114784$	$V[089] = 0.9263581$	$\delta[089] = 4.9505488$	$V[089] = 0.9153321$
90	$\delta[090] = 2.4097013$	$V[090] = 0.9283095$	$\delta[090] = 3.4917200$	$V[090] = 0.9154199$
91	$\delta[091] = 2.3279158$	$V[091] = 0.9216446$	$\delta[091] = 3.3246801$	$V[091] = 0.9080065$
92	$\delta[092] = 2.9266477$	$V[092] = 0.9309309$	$\delta[092] = 3.4282781$	$V[092] = 0.9172236$
93	$\delta[093] = -0.0910817$	$V[093] = 0.9372058$	$\delta[093] = 0.0505915$	$V[093] = 0.9235410$
94	$\delta[094] = -2.1929434$	$V[094] = 0.9493888$	$\delta[094] = -2.3076145$	$V[094] = 0.9365003$
95	$\delta[095] = -3.3078911$	$V[095] = 0.9453846$	$\delta[095] = -3.5010411$	$V[095] = 0.9327013$
96	$\delta[096] = -3.2647875$	$V[096] = 0.9571117$	$\delta[096] = -3.4527848$	$V[096] = 0.9451736$
97	$\delta[097] = -2.8651858$	$V[097] = 0.9712715$	$\delta[097] = -3.2225741$	$V[097] = 0.9585790$
98	$\delta[098] = -3.1408477$	$V[098] = 0.9813768$	$\delta[098] = -3.5288622$	$V[098] = 0.9675136$
99	$\delta[099] = -3.6358558$	$V[099] = 0.9697763$	$\delta[099] = -4.0283181$	$V[099] = 0.9561107$
100	$\delta[100] = -2.3682692$	$V[100] = 0.9730730$	$\delta[100] = -2.5186097$	$V[100] = 0.9598396$
101	$\delta[101] = -1.0681227$	$V[101] = 0.9438905$	$\delta[101] = -1.0395984$	$V[101] = 0.9299235$
102	$\delta[102] = 1.4857288$	$V[102] = 0.9340138$	$\delta[102] = 1.8226469$	$V[102] = 0.9200389$
103	$\delta[103] = -6.1224284$	$V[103] = 0.9761090$	$\delta[103] = -6.6296329$	$V[103] = 0.9633480$
104	$\delta[104] = -9.3099050$	$V[104] = 0.9586503$	$\delta[104] = -10.1189810$	$V[104] = 0.9457507$
105	$\delta[105] = -10.4546139$	$V[105] = 0.9601249$	$\delta[105] = -11.3727242$	$V[105] = 0.9473463$
106	$\delta[106] = -10.7512891$	$V[106] = 0.9568595$	$\delta[106] = -11.6979252$	$V[106] = 0.9439382$
107	$\delta[107] = -13.5119364$	$V[107] = 0.9585812$	$\delta[107] = -14.7214802$	$V[107] = 0.9461076$
108	$\delta[108] = -11.5054509$	$V[108] = 0.9655196$	$\delta[108] = -12.5229187$	$V[108] = 0.9529938$
109	$\delta[109] = -11.8965559$	$V[109] = 0.9677279$	$\delta[109] = -12.9506556$	$V[109] = 0.9553358$
110	$\delta[110] = -12.5461717$	$V[110] = 0.9745886$	$\delta[110] = -13.6602075$	$V[110] = 0.9626559$
111	$\delta[111] = -10.9186025$	$V[111] = 0.9745056$	$\delta[111] = -11.8832349$	$V[111] = 0.9625874$
112	$\delta[112] = -15.1653840$	$V[112] = 0.9955255$	$\delta[112] = -16.5146939$	$V[112] = 0.9848704$
113	$\delta[113] = -14.4381974$	$V[113] = 1.0049200$	$\delta[113] = -14.6174309$	$V[113] = 0.9994635$
114	$\delta[114] = -14.3666312$	$V[114] = 0.9779426$	$\delta[114] = -14.6529460$	$V[114] = 0.9406178$
115	$\delta[115] = -14.3753877$	$V[115] = 0.9778230$	$\delta[115] = -13.6623446$	$V[115] = 0.9704952$
116	$\delta[116] = -3.9526057$	$V[116] = 0.9426525$	$\delta[116] = -4.1794561$	$V[116] = 0.9377145$
117	$\delta[117] = -17.2690262$	$V[117] = 0.9972101$	$\delta[117] = -16.4115744$	$V[117] = 0.9915666$
118	$\delta[118] = -8.2187167$	$V[118] = 0.9497780$	$\delta[118] = -8.0855352$	$V[118] = 0.9322921$