



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Σχεδίαση και ανάλυση της λογαριθμικής περιοδικής κεραίας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Νικόλα Άλμπερτ

Επιβλέπων : Νικόλαος Ουζούνογλου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2010



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Σχεδίαση και ανάλυση της λογαριθμικής περιοδικής κεραίας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Νικόλα Άλμπερτ

Επιβλέπων : Νικόλαος Ουζούνογλου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την.

(Υπογραφή)

.....

Νικόλαος Ουζούνογλου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2010

(Υπογραφή)

.....

Νικόλα Άλμπερτ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright ©2010 ΑΛΜΠΕΡΤ ΝΙΚΟΛΑ – All rights reserved

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιείται μελέτη της ακτινοβολίας των λογαριθμικών περιοδικών κεραιών. Αρχικά αναφέρονται οι γενικές αρχές λειτουργίας των κεραιών και τα κυριότερα μεγέθη που χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά τους και χρειάζονται για την ανάλυσή τους. Μελετάται επίσης η ακτινοβολία τους παρουσία αγώγιμων ανακλαστικών επιφανειών. Επειδή η απόδοση των κεραιών εξαρτάται και από την τροφοδότησή τους γίνεται μια σύντομη παρουσίαση της θεωρίας γραμμών μεταφοράς.

Στη συνέχεια γίνεται μια εισαγωγή στην κατηγορία των ανεξαρτήτων από συχνότητα κεραιών όπου ανήκει και η προς μελέτη κεραία. Η μελέτη που γίνεται είναι ποιοτική, χωρίς ιδιαίτερη μαθηματική υποστήριξη. Η πιο αντιπροσωπευτική κεραία αυτής της κατηγορίας είναι η Λογαριθμική Περιοδική Διπολική Κεραία (Log-Periodic Dipole Antenna LPDA). Παρουσιάζονται τα γεωμετρικά και ηλεκτρικά χαρακτηριστικά της και περιγράφεται ο τρόπος λειτουργίας της. Παρουσιάζεται επίσης μια σχεδιαστική μέθοδος κατασκευής της σύμφωνα με τις προδιαγραφές που θέλουμε να ικανοποιεί. Τέλος επιχειρείται ο υπολογισμός του διαγράμματος ακτινοβολίας μέσω των ρευμάτων που διαρρέουν τα στοιχεία της. Η μέθοδος αυτή συνδυάζει θεωρία στοιχειοκεραίων και γραμμών μεταφοράς.

Η λογαριθμική περιοδική μονοπολική κεραία (LPMA) πάνω από επίπεδη αγώγιμη επιφάνεια έχει αρκετές ομοιότητες με την LPDA. Η ανάλυσή της επομένως περιορίζεται στις διαφορές τους και ειδικότερα στον τρόπο τροφοδότησής της. Για αυτή την ανάλυση χρησιμοποιούνται εξισώσεις δίθυρων και συνδυασμός τους με γραμμές μεταφοράς. Η μέθοδος αποσκοπεί στη εύρεση καταλλήλων (σύνθετων) αντιστάσεων που θα προστεθούν στη γραμμή μεταφοράς έτσι ώστε η LPMA να λειτουργεί ικανοποιητικά ως μια (σχεδόν) ανεξάρτητη από συχνότητα κεραία.

Λέξεις κλειδιά : Λογαριθμικές περιοδικές διπολικές, μονοπολικές κεραιές, ανεξάρτητες από τη συχνότητα, τροφοδότηση, αντίσταση εισόδου, μονόπολα, αγώγιμες επιφάνειες, στοιχειοκεραίες, ενεργός περιοχή,

ABSTRACT

This diploma thesis deals with the study of the radiation of Log-Periodic Antennas (LPA). At first the general operating principles of antennas are mentioned, as well as the main properties that characterize their behavior and are needed for their analysis. The radiation of LPAs is also studied under the presence of conductive and reflective planes. Since the performance of the antennas depends on their feeding, there is also a brief presentation of transmission line theory.

Next, there is an introduction at the frequency-independent antennas category in which the antenna under study is also included. The respective analysis is qualitative without deep mathematical support. The most representative antenna of this category is the Log-Periodic Dipole Antenna (LPDA). Its geometric and electrical characteristics are presented and its operation mode is described. A design method of its construction according to the required specifications is also presented. Then, the pattern diagram is calculated based on the currents that flow through the antenna elements. This method combines the transmission line and array antennas theories.

The Log-Periodic Monopole Antenna (LPMA) over reflective ground plane has many similarities with LPDA. Hence, its analysis is limited on their differences and especially on their feeding mode. For that purpose equations of the two-port networks, combined with transmission line theory are used. This method aims at finding suitable impedances that will be added on the transmission line in order for the LPMA to operate satisfyingly as a quasi frequency independent antenna.

Keywords: Log-periodic dipole, monopoles antennas, frequency-independent, feeding, input-impedance, monopole, conductive plane, antenna arrays, active region,

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2009-2010 στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κ. Νικόλαου Ουζούνογλου. Το αντικείμενο που πραγματεύεται είναι η θεωρητική μελέτη μιας λογαριθμικής μονοπολικής κεραίας πάνω από αγώγιμη επιφάνεια που χρησιμοποιείται για εκπομπή ή λήψη στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων και σε μεγάλο εύρος ζώνης. Στο σημείο αυτό, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με στήριξαν κατά τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας για τη γόνιμη συνεργασία και τις παρατηρήσεις τους, και ιδιαίτερα τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Νικόλαο Ουζούνογλου για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, την ευγενική του καθοδήγηση και τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο, εξαιρετικά ενδιαφέρον θέμα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>Περίληψη</u>	<u>5</u>
<u>Abstract</u>	<u>6</u>
<u>Πρόλογος</u>	<u>7</u>
<u>Περιεχόμενα</u>	<u>8</u>
<u>Κεφάλαιο 1: Γενικά</u>	
<u>1.1 Βασικές έννοιες κεραιών</u>	<u>10</u>
<u>1.2 Κεραίες πάνω από αγώγιμες επιφάνειες</u>	<u>21</u>
<u>1.3 Γραμμές μεταφοράς</u>	<u>25</u>
<u>Κεφάλαιο 2: Κεραίες ανεξάρτητες από τη συχνότητα</u>	
<u>2.1 Αρχές λειτουργίας</u>	<u>31</u>
<u>2.2 Διάφορες πρακτικές κεραίες</u>	<u>35</u>
<u>2.3 Κεραίες βραχέων κυμάτων</u>	<u>37</u>
<u>Κεφάλαιο 3: Η λογαριθμική περιοδική διπολική κεραία LPDA</u>	
<u>3.1 Γενικά χαρακτηριστικά</u>	<u>41</u>
<u>3.2 Ρευματική ανάλυση</u>	<u>48</u>
<u>3.3 Σχεδίαση της λογαριθμικής κεραίας</u>	<u>60</u>
<u>3.4 Τροφοδότηση της κεραίας</u>	<u>63</u>
<u>Κεφάλαιο 4: Η λογαριθμική περιοδική μονοπολική κεραία πάνω από αγώγιμο επίπεδο</u>	
<u>4.1 Γενικά</u>	<u>65</u>
<u>Κεφάλαιο 5: Εφαρμογές του Matlab στις λογαριθμικές κεραίες</u>	
<u>5.1 Η λογαριθμική περιοδική διπολική κεραία</u>	<u>74</u>
<u>Βιβλιογραφία</u>	<u>79</u>

Κεφάλαιο 1

Γενικά

1.1 Βασικές έννοιες κεραιών

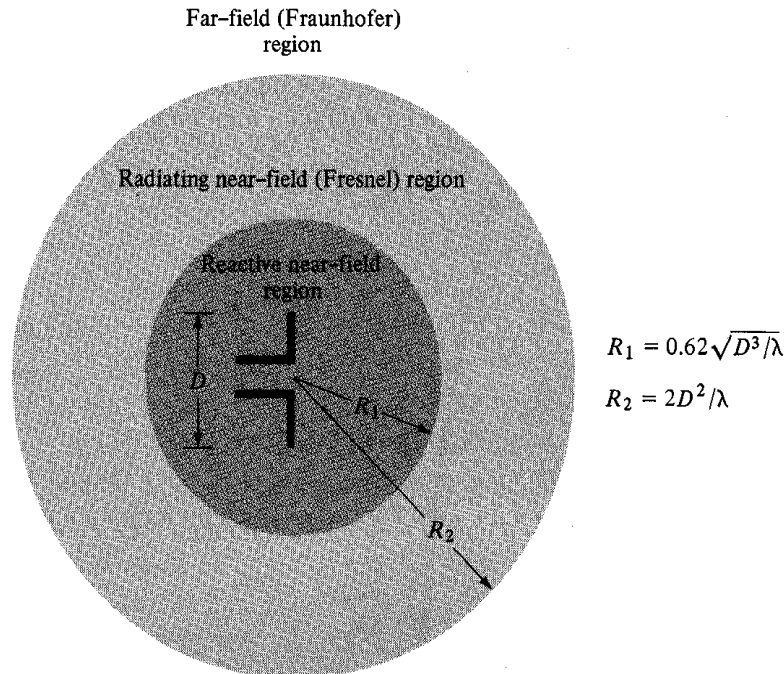
Η κεραία είναι μια δομή γενικά μεταλλική, και μερικές φορές περίπλοκη σχεδιασμένη ώστε να παρέχει ζεύξη μεταξύ του κενού και της εξόδου του πομπού ή της εισόδου στον δέκτη. Όπως η γραμμή μεταφοράς, η κεραία είναι μια συσκευή με διανεμημένα στοιχεία, έτσι ώστε το ρεύμα, η τάση και η σύνθετη αντίσταση να διαφέρουν από ένα σημείο στο επόμενο κατά μήκος της. Αυτός ο παράγοντας πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι αν εξετάζονται σημαντικές ιδιότητες των κεραιών, όπως η σύνθετη αντίσταση, το κέρδος και η μορφή του διαγράμματος ακτινοβολίας. Τα παραπάνω χαρακτηριστικά προσδιορίζουν την συμπεριφορά της κεραίας και σύμφωνα με το θεώρημα της αμοιβαιότητας είναι ίδια είτε η κεραία λειτουργεί σαν εκπομπές είτε σαν δέκτης. Παρόλα αυτά η σχετική σπουδαιότητα τους είναι διαφορετική στην κάθε περίπτωση. Η πιο πολλές κεραιές διασύνδεουν τα πεδία ακτινοβολίας με τα ρεύματα που διαρρέουν τα κυκλώματα με αντιστρεπτό τρόπο σε συχνότητες που κυμαίνονται από πολύ χαμηλές συχνότητες (VLF Very Low Frequency 3-30 KHz) μέχρι και σε συχνότητες που φτάνουν τα 300 GHz (EHF Extremely High Frequency). Ο ρόλος της διάταξης κυματοδότησης ή γραμμής μεταφοράς είναι να μεταφέρει ηλεκτρομαγνητική ενέργεια από τον πομπό στην κεραία (εκπομπής) ή από την κεραία (λήψης) στο δέκτη.

Αν και υπάρχουν πάρα πολλά είδη κεραιών η αρχή λειτουργίας τους είναι ίδια. Κατά τη λειτουργία μετάδοσης η κεραία εκπέμπει στον κενό χώρο την ενέργεια που λαμβάνει από την ενσύρματη γραμμή μεταφοράς, ενώ κατά την λήψη προωθεί στη γραμμή μεταφοράς την ενέργεια που συγκεντρώνει από τα προσπίπτοντα πάνω της κύματα. Η γραμμή μεταφοράς μπορεί να είναι χάλκινα σύρματα, ομοαξονικό καλώδιο, κυματοδηγός κτλ. Η κεραίες ποικίλουν σε σχήμα και σε μέγεθος ανάλογα με τον σκοπό χρησιμοποίησής τους. Ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει παρουσιαστεί τα τελευταία χρόνια σε σχέση με το μέγεθος τους. Η αλματώδης ανάπτυξη των ηλεκτρονικών και κυρίως φορητών συσκευών έχει κάνει την απαίτηση για μείωση των φυσικών μεγεθών της.

Ο περιβάλλον χώρος μιας κεραίας υποδιαιρείται σε τρεις περιοχές:

- το αντιδρόν κοντινό πεδίο
- το κοντινό πεδίο ακτινοβολίας (περιοχή Fresnel)
- το μακρινό πεδίο ακτινοβολίας (περιοχή Fraunhofer)

Οι τρεις περιοχές φαίνονται στο σχήμα 2.2.



Σχήμα 1.1: Περιοχές ακτινοβολίας κεραίων

Τα όρια μεταξύ των περιοχών δεν είναι μοναδικά καθώς υπάρχουν διάφορα κριτήρια για τον καθορισμό τους. Κάθε περιοχή χαρακτηρίζει το πεδίο από πλευράς δομής χωρίς αυτό να σημαίνει ότι συμβαίνουν απότομες μεταβολές στα όρια των περιοχών.

Το *αντιδρόν κοντινό πεδίο* (reactive near-field region) είναι η περιοχή που άμεσα περιβάλλει την κεραία και όπου το πεδίο παρουσιάζει άεργη συμπεριφορά χωρίς να έχουμε ακτινοβολήση ισχύος. Μπορεί να αποδειχτεί ότι το όριο αυτής της περιοχής βρίσκεται σε απόσταση

$$R_1 = 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad (1.1.1)$$

από τον ακτινοβολητή, όπου D είναι η μεγαλύτερη του διάσταση και λ το μήκος κύματος λειτουργίας.

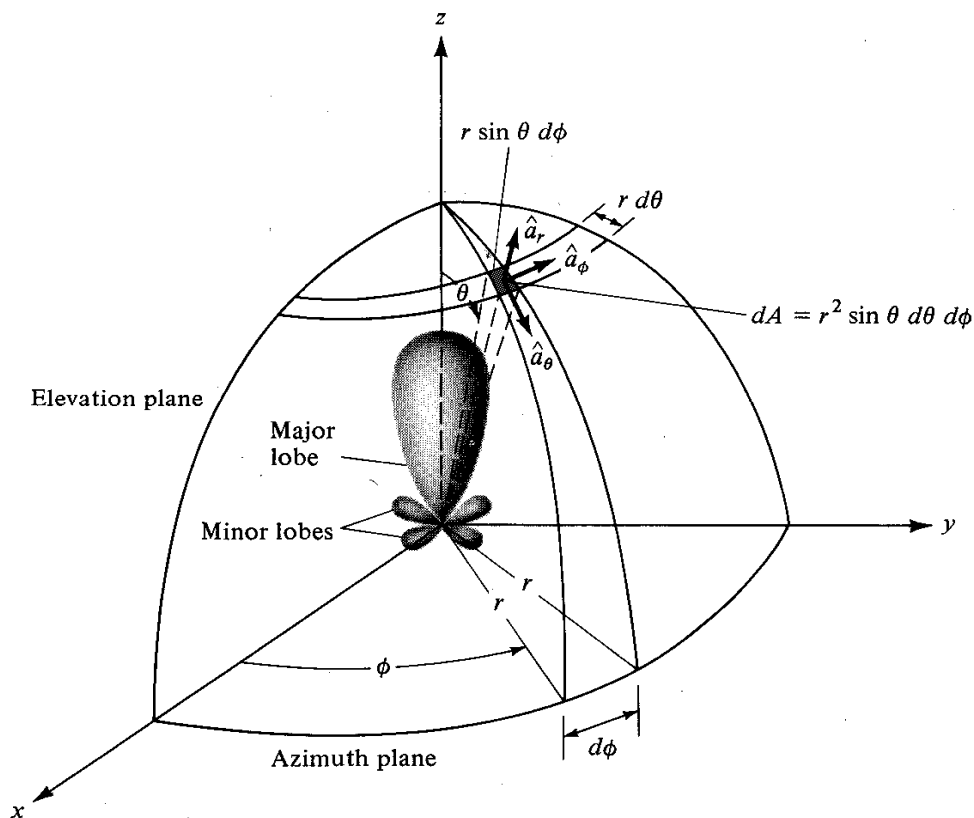
Το *κοντινό πεδίο ακτινοβολίας ή περιοχή Fresnel* (radiating near-field or Fresnel region) είναι η ενδιάμεση περιοχή μεταξύ κοντινής και μακρινής περιοχής της κεραίας. Εδώ ακτινοβολείται μεν ισχύς, αλλά οι συνιστώσες του πεδίου εξαρτώνται ισχυρά από

την απόσταση καθώς επίσης η ακτινική συνιστώσα δεν είναι αμελητέα. Το εξωτερικό όριο της περιοχής Fresnel πάλι μπορεί να αποδειχτεί (με βάση το κριτήριο μέγιστης διαφοράς φάσης $\pi/8$) [2] ότι βρίσκεται σε απόσταση από την κεραία ίση με

$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda} \quad (1.1.2)$$

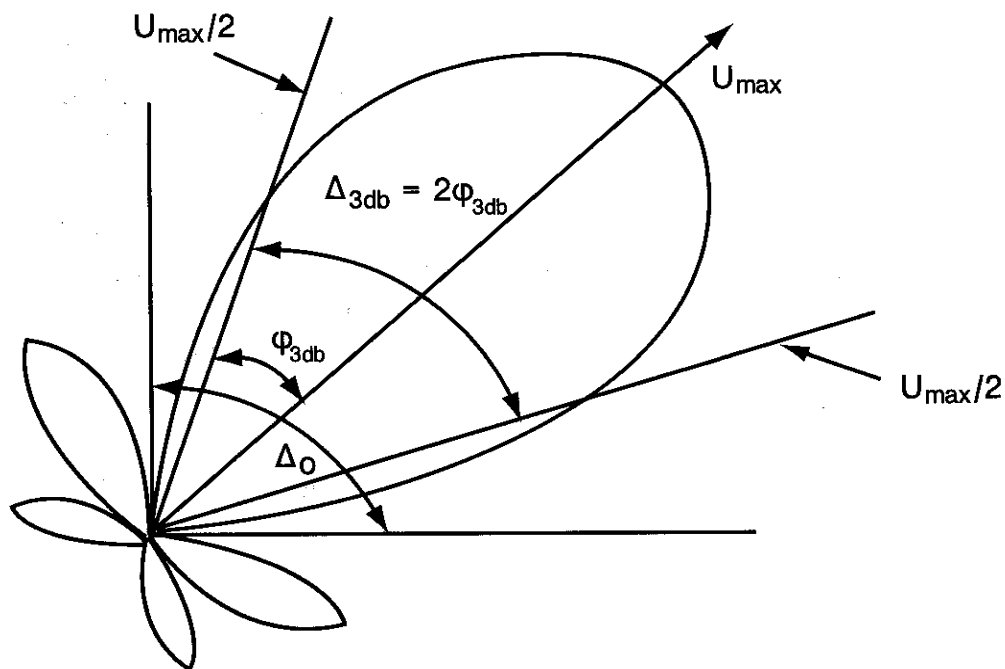
Το μακρινό πεδίο ακτινοβολίας ή περιοχή *Fraunhofer* (far-field or Fraunhofer region) ορίζεται ως η περιοχή όπου οι εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου δεν εξαρτώνται από την απόσταση και όπου η ακτινική συνιστώσα είναι τόσο μικρή ώστε να μπορούμε να μιλάμε για εγκάρσιο πεδίο. Η περιοχή αυτή εκτείνεται σε αποστάσεις μεγαλύτερες της R_2 και είναι η πιο σημαντική κατά την μελέτη μιας κεραίας.

Ένα από τα σημαντικότερα μεγέθη της κεραίας είναι το *διάγραμμα ακτινοβολίας*. Το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι η γραφική παράσταση του τρόπου ακτινοβολίας της κεραίας καθώς μεταβάλλεται το σημείο παρατήρησης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Το διάγραμμα είναι τρισδιάστατο, παρόλα αυτά, συνήθως αρκούν δισδιάστατα διαγράμματα ως συνάρτηση της μιας εκ των δύο συντεταγμένων κατεύθυνσης για μία συγκεκριμένη τιμή της άλλης π.χ. συναρτήσει του θ για δεδομένο ϕ .



Αποτελεί ένα μέγεθος που κυρίως αφορά το μακρινό πεδίο ακτινοβολίας.

Γωνιακό εύρος ονομάζεται η γωνία μεταξύ των μηδενισμών ή ελαχίστων του διαγράμματος στην οποία βρίσκεται η κατεύθυνση μεγίστου (βλ. σχήμα 2.5). Πρακτικά, πιο πολύ ενδιαφέρον παρουσιάζει το εύρος ημίσειας ισχύος (half-power beamwidth) που ορίζεται ως η γωνία που περιλαμβάνει την κατεύθυνση μεγίστου και η οποία οριοθετείται από τις κατευθύνσεις στις οποίες η ένταση ακτινοβολίας έχει την μισή τιμή της μέγιστης.



Σχήμα 2.5: Λοβοί ακτινοβολίας, γωνιακό εύρος, εύρος ημίσειας ισχύος

Το γωνιακό εύρος ονομάζεται και *κύριος λοβός* ακτινοβολίας. Μια κεραία μπορεί να έχει παραπάνω από ένα λοβό ακτινοβολίας. Οι υπόλοιποι λοβοί ονομάζονται *δευτερεύοντες λοβοί* και αντιπροσωπεύουν την ακτινοβολία προς ανεπιθύμητες κατευθύνσεις. Τέλος ο λοβός που έχει διεύθυνση αντίθετη με αυτή του κυρίου ονομάζεται *οπίσθιος λοβός*. Συνήθως, μια μείωση του εύρους του κύριου λοβού (που σημαίνει πιο κατευθυντική κεραία) συνεπάγεται αύξηση της στάθμης των πλευρικών λοβών. Στόχος μας κατά τη σχεδίαση μιας κεραίας είναι η ελαχιστοποίηση των δευτερευόντων λοβών. Ο ιστροπικός ακτινοβολητής δεν περιέχει κανένα λοβό (ούτε κύριο ούτε δευτερεύων) επειδή ακτινοβολεί εξίσου προς όλες τις κατευθύνσεις.

Όπως ξέρουμε το ηλεκτρομαγνητικό κύμα αποτελείται από το ηλεκτρικό $E(r,t)$ και το μαγνητικό $H(r,t)$ πεδίο τα οποία είναι διανυσματικά μεγέθη και είναι κάθετα μεταξύ τους. Η κατεύθυνση διάδοσης του κύματος είναι κάθετη με το επίπεδο που ορίζουν τα δύο πεδία έτσι ώστε ηλεκτρικό πεδίο, μαγνητικό πεδίο και κατεύθυνση διάδοσης να ορίζουν ένα δεξιόστροφο ορθογονικό σύστημα. Τα δύο πεδία παρουσιάζουν μια εξασθένηση ανάλογη της απόστασης ($1/R$) από τον ακτινοβολητή.

Το διάνυσμα Pointing ορίζεται από τη σχέση:

$$P(r,t) = E(r,t) \times H(r,t)$$

έχει την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος, και αντιπροσωπεύει τη πυκνότητα ισχύος που διαπερνά το μοναδιαίο εμβαδόν που ορίζουν τα E και H . Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το διάνυσμα Pointing είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης ($1/R^2$) από την κεραία.

Από την άλλη η ένταση ακτινοβολίας είναι το μέγεθος που χαρακτηρίζει τη μακρινή περιοχή μιας κεραίας και εκφράζει την ισχύ που ακτινοβολείται ανά μονάδα στερεάς γωνίας.

$$U(r,t) = r^2 \vec{P}_{av}(\vec{r})$$

Βλέπουμε ότι η ένταση ακτινοβολίας είναι εξαρτάται από τη γωνία παρατήρησης και όχι από την απόσταση. Στις περισσότερες περιπτώσεις η ένταση ακτινοβολίας παριστάνεται ως συνάρτηση των συντεταγμένων διεύθυνσης θ και φ ενός κατάλληλου συστήματος σφαιρικών συντεταγμένων. Από το διάγραμμα της έντασης ακτινοβολίας μπορούμε να συμπεράνουμε προς πια κατεύθυνση ευνοείται η μετάδοση της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας.

Μια από τις πιο σημαντικές κεραίες συγκρίσεως είναι η *ιστροπική κεραία*, η οποία δεν είναι δυνατό να υπάρξει στην πράξη. Παρόλα αυτά, εναρμονίζεται με την ιδιότητα της

συνολικά μη κατευθυντικής ακτινοβολίας (δηλαδή έχει ένα τέλεια σφαιρικό διάγραμμα ακτινοβολίας), γεγονός που την καθιστά άκρως χρήσιμη για να περιγράψει το κέρδος των πρακτικών κεραιών.

Για την ισοτροπική κεραιά ισχύει: $\vec{P}_0(r) = \frac{W_{rad}}{4\pi r^2} \hat{r}$ όπου W_{rad} η ισχύς ακτινοβολίας.

ενώ η ένταση ακτινοβολίας είναι σταθερή: $U_0 = \frac{W_{rad}}{4\pi}$

Το κατευθυντικό κέρδος μιας κεραιάς ορίζεται ως ο λόγος της πυκνότητας ισχύος που παράγεται από μια πρακτική κεραιά σε μια κατεύθυνση προς την πυκνότητα ισχύος που παράγεται από μια ισοτροπική κεραιά η οποία ακτινοβολεί την ίδια συνολική ισχύ. Αποτελεί λοιπόν ένα μέτρο της ικανότητας της πρακτικής κεραιάς να συγκεντρώνει την ακτινοβολία της.

$$D_g(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta, \varphi)}{W_{rad}}$$

Όταν λαμβάνεται η κατεύθυνση της μέγιστης ακτινοβολίας της πρακτικής κεραιάς, το κέρδος κατευθυντικότητας γίνεται μέγιστο για αυτήν την κεραιά και ονομάζεται κατευθυντικότητα.

$$D_m = D_g(\theta, \varphi)|_{\max} = \frac{U(\theta, \varphi)|_{\max}}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta, \varphi)|_{\max}}{W_{rad}}$$

Αν τώρα συγκρίνουμε τις εισόδους και όχι τις ισχύεις που ακτινοβολούνται, το κέρδος της κεραιάς μειώνεται, μια που ένα μέρος της ισχύος εισόδου σπαταλιέται στην κεραιά. Η νέα ποσότητα είναι γνωστή ως κέρδος ισχύος και ισούται με την κατευθυντικότητα πολλαπλασιασμένη με τον βαθμό αποδόσεως της κεραιάς.

Η ισχύς ακτινοβολίας συνδέεται με την ισχύ τροφοδότησης από την παρακάτω σχέση:

$$W_{rad} = n_r W_{in}$$

Η τιμή του συντελεστή απόδοσης (n_r) είναι μικρότερη από 1 και αυτό οφείλεται τόσο στις ωμικές απώλειες της κεραιάς όσο και στις ισχύ που αν ακλάται λόγω της μη προσαρμογής με την γραμμή μεταφοράς.

Επομένως για το κέρδος ισχύος της κεραιάς έχουμε:

$$G = n_r D_m$$

Εύρος ζώνης μιας κεραιάς ορίζεται το εύρος συχνοτήτων μέσα στο οποίο επιτυγχάνει μια ικανοποιητική απόδοση, σε σχέση με κάποιο μέγεθος. Συνήθως αυτό το μέγεθος είναι η κατευθυντικότητα. Στο σημείο όπου η ισχύς της κεραιάς μειώνεται στο μισό της μέγιστης τιμής της (3dB), το μέγιστο και ελάχιστο του συγκεκριμένου εύρους

ζώνης συχνοτήτων στο οποίο λειτουργεί η κεραία έχει επιτευχθεί οπότε και η απόδοση της κεραίας μειώνεται σταδιακά. Για κεραίες στενής ζώνης, το εύρος ζώνης εκφράζεται ως ποσοστό της κεντρικής συχνότητας του. Για παράδειγμα, εύρος ζώνης 10% σημαίνει ότι η διαφορά της χαμηλότερης από την υψηλότερη συχνότητα είναι το 10% της κεντρικής συχνότητας. Για τις κεραίες ευρείας ζώνης, το εύρος ζώνης εκφράζεται ως ο λόγος της μεγαλύτερης προς την μικρότερη συχνότητα (π.χ. 4:1).

Η αντίσταση εισόδου (input impedance) αποτελεί το μέγεθος που χαρακτηρίζει μια κεραία ως στοιχείο κυκλώματος. Στη γενική περίπτωση είναι μιγαδική και ορίζεται ως το πηλίκο της τάσης προς το ρεύμα που εμφανίζει η κεραία στα άκρα της. Μπορούμε να γράψουμε

$$Z_{\alpha} = R_{\alpha} + jX_{\alpha}$$

όπου R_{α} και X_{α} είναι το πραγματικό και φανταστικό μέρος της αντίστασης εισόδου Z_{α} , αντίστοιχα. Το πραγματικό μέρος αποτελείται, γενικά, από δύο όρους, την αντίσταση ακτινοβολίας (radiation resistance) R_r και την αντίσταση απωλειών (loss resistance) R_L . Γράφουμε:

$$R_{\alpha} = R_r + R_L$$

Η αντίσταση ακτινοβολίας ορίζεται ως η ωμική αντίσταση που αν διαρρεόταν με το ρεύμα εισόδου θα κατανάλωνε τη μέση ισχύ ακτινοβολίας και δίνεται από την ακόλουθη σχέση

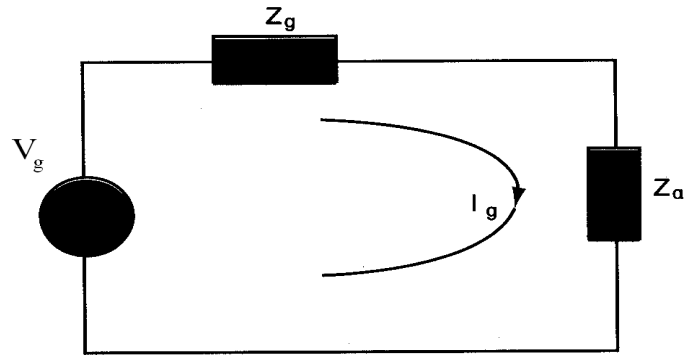
$$R_r = \frac{P_{rad}}{I_e^2}$$

όπου I_e είναι η ενεργός τιμή του ρεύματος εισόδου της κεραίας.

Συνήθως, στόχος είναι η αντίσταση εισόδου μιας κεραίας να είναι ωμική ώστε να είναι δυνατή η προσαρμογή της στην διάταξη τροφοδότησης της, που εμφανίζει ωμική χαρακτηριστική αντίσταση. Επίσης, το φανταστικό μέρος της αντίστασης εισόδου συνδέεται με την άεργο ισχύ στο αντιδρόν κοντινό πεδίο της κεραίας. Φυσικά, η αντίσταση εισόδου εξαρτάται από τη συχνότητα λειτουργίας. Η διαδικασία με την οποία επιτυγχάνεται ο μηδενισμός του φανταστικού μέρους της αντίστασης μιας κεραίας σε μία ορισμένη συχνότητα ω_0 ονομάζεται συντονισμός. Σε μία, λοιπόν, συντονισμένη κεραία θα ισχύει

$$\text{Im}\{Z_{\alpha}(\omega_0)\} = X_{\alpha}(\omega_0) = 0$$

Στο σχήμα 2.10 φαίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα μιας κεραίας σε λειτουργία εκπομπής.



Σχήμα 1.2: Ισοδύναμο Thevenin κεραίας εκπομπής

Υποθέτουμε ότι η κεραία τροφοδοτείται απευθείας από πομπό μιγαδικής ημιτονοειδούς τάσης V_g και εσωτερικής αντίστασης Z_g , με

$$Z_g = R_g + jX_g$$

Το μιγαδικό ρεύμα που αναπτύσσεται στο κύκλωμα δίνεται από την

$$I_g = \frac{V_g}{Z_a + Z_g} = \frac{V_g}{(R_g + R_r + R_L) + j(X_g + X_a)}$$

με το πλάτος του να είναι ίσο με

$$|I_g| = \frac{|V_g|}{\sqrt{(R_g + R_r + R_L)^2 + (X_g + X_a)^2}}$$

Η ισχύς ακτινοβολίας της κεραίας δίνεται από την σχέση

$$P_{rad} = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_r = \frac{|V_g|^2}{2} \frac{R_r}{(R_g + R_r + R_L)^2 + (X_g + X_a)^2}$$

ενώ η ισχύς απωλειών από την

$$P_L = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_L = \frac{|V_g|^2}{2} \frac{R_L}{(R_g + R_r + R_L)^2 + (X_g + X_a)^2}$$

Η εναπομείνουσα ισχύς

$$P_g = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_g = \frac{|V_g|^2}{2} \frac{R_g}{(R_g + R_r + R_L)^2 + (X_g + X_a)^2}$$

αποτελεί την ισχύ που καταναλώνεται υπό μορφή θερμότητας στην εσωτερική αντίσταση της πηγής.

Μπορούμε, τώρα, να ορίσουμε τον *συντελεστή απόδοσης ακτινοβολίας* της κεραίας ως τον λόγο της ισχύος που απορροφάται από την αντίσταση ακτινοβολίας R_r προς την ισχύ που απορροφάται μαζί από τις R_r και R_L . Από τις σχέσεις (2.57) και (2.58) προκύπτει η παρακάτω σχέση

$$e_{rad} = \frac{R_r}{R_L + R_r}$$

Σημειώνεται ότι, το ανωτέρω ισοδύναμο κύκλωμα ισχύει για περιπτώσεις κεραίων που βρίσκονται μόνες στον ελεύθερο χώρο χωρίς την παρουσία άλλων κεραίων ή σκεδαστών της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Η ισχύς που λαμβάνει η κεραία από το κύκλωμα τροφοδότησης μεγιστοποιείται υπό συνθήκες συζυγούς προσαρμογής όπου ισχύει

$$R_r + R_L = R_g$$

$$X_\alpha = -X_g$$

Τότε ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις για τις ισχύεις

$$P_{rad} = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_r}{(R_r + R_L)^2}$$

$$P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_L}{(R_r + R_L)^2}$$

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_g}{(R_r + R_L)^2} = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{1}{R_r + R_L} = \frac{|V_g|^2}{8R_g}$$

από τις οποίες προκύπτει ότι κατά τη συζυγή προσαρμογή ισχύει

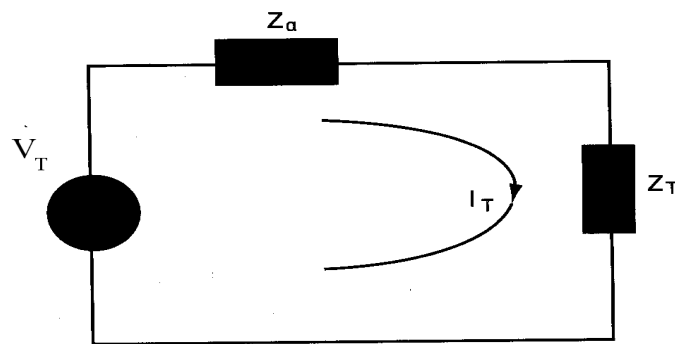
$$P_g = P_r + P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{R_g}{(R_r + R_L)^2} = \frac{|V_g|^2}{8} \frac{1}{R_r + R_L}$$

ενώ η ολική ισχύς που παρέχεται από την πηγή είναι

$$P_s = \frac{1}{2} V_g I_g^* = \frac{V_g}{2} \frac{V_g^*}{2(R_r + R_L)} = \frac{|V_g|^2}{4} \frac{1}{R_r + R_L} = \frac{|V_g|^2}{4R_g} = 2P_g$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι όταν πληρούνται οι συνθήκες συζυγούς προσαρμογής, η μισή ισχύς της πηγής καταναλώνεται ως θερμότητα στην εσωτερική πηγή της πηγής. Από την άλλη μισή, ένα μέρος καταναλώνεται υπό μορφή θερμικών κυρίως απωλειών στην κεραία, ενώ, το υπόλοιπο εκπέμπεται. Αυτά, βεβαίως, ισχύουν με την προϋπόθεση μηδενικών ανακλάσεων στη γραμμή μεταφοράς. Αλλιώς, η ολική απόδοση της κεραίας μειώνεται περαιτέρω.

Στο σχήμα 2.11 φαίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα της κεραίας για λειτουργία δέκτη. Το προσπίπτον επί της κεραίας κύμα προκαλεί τάση V_T η οποία είναι ανάλογη της τάσης V_g του πομπού και αποτελεί την πηγή του ισοδύναμου κυκλώματος λήψης. Στα άκρα της κεραίας συνδέεται ο δέκτης ο οποίος εμφανίζει μιγαδική εν γένει αντίσταση Z_T . Η ανάλυση του κυκλώματος του δέκτη είναι εντελώς ανάλογη με αυτήν του πομπού.



Σχήμα 1.2: Ισοδύναμο Thevenin κεραίας λήψης

Επειδή τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που ακτινοβολούνται από μια κεραία έχουν τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε ορθές γωνίες μεταξύ τους και με τη σειρά τους κάθετα στην διεύθυνση διαδόσεως, λέγεται ότι είναι *πολωμένα*, όπως είναι και η ίδια η κεραία. Η διεύθυνση της πόλωσης θεωρείται ότι είναι η ίδια με τον προσανατολισμό του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου του ακτινοβολούντος κύματος. Απλές κεραίες μπορούν λοιπόν να είναι οριζόντια ή κατακόρυφα πολωμένες (δηλαδή οι ίδιες οριζόντιες ή κατακόρυφες), αντίστοιχα. Πιο πολύπλοκες κεραίες μπορούν να είναι κυκλικά πολωμένες, τόσο κατακόρυφα όσο και οριζόντια πολωμένα κύματα ακτινοβολούνται, με ίση ισχύ και τα δύο. Αν οι δύο συνιστώσες δεν έχουν την ίδια ισχύ, τότε η κεραία λέγεται ότι είναι ελλειπτικά πολωμένη.

Μία άλλη παράμετρος που χαρακτηρίζει μια κεραία λήψης είναι η *ενεργός επιφάνεια* η οποία αντιπροσωπεύει την ικανότητα της να συλλέγει την ηλεκτρομαγνητική ισχύ που καταφθάνει στην περιοχή της. Ενεργός επιφάνεια είναι η υποθετική επιφάνεια

που θα συνέλεγε από το ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον της κεραίας ισχύ ίση με αυτήν που συλλέγει στην πραγματικότητα η κεραία.

$$A_e = \frac{W_T}{P_{av}}$$

όπου W_T η ισχύς στους ακροδέκτες της κεραίας και P_{av} το μέτρο του διανύσματος Poynting του προσπίπτοντος ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στην περιοχή της.

Μπορεί να αποδειχθεί ότι για κάθε κεραία η ενεργός επιφάνεια έχει μια αναλογική σχέση με την κατευθυντικότητα και ισχύει:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_m$$

Οι επικοινωνίες σημείο προς σημείο είναι η επικρατέστερη απαίτηση στην ζώνη μεσαίων συχνοτήτων (medium frequency MF), αξιόνοντας κεραίες με καλές ιδιότητες κατευθυντικότητας. Κατευθυντικές M F κεραίες είναι γενικά στοιχειοκεραίες, όπου οι ιδιότητες των δίπολων συνδυάζονται για να παράγουν το επιθυμητό διάγραμμα ακτινοβολίας. Γραμμικές διπολικές στοιχειοκεραίες χρησιμοποιούνται συχνά, με μετωπικά ή αξονικά διαγράμματα ακτινοβολίας, ανάλογα από το πώς τροφοδοτούνται τα δίπολα στην στοιχειοκεραία. Οποιοδήποτε δίπολο της στοιχειοκεραίας δεν τροφοδοτείται απευθείας ονομάζεται παρασιτικό στοιχείο. Αυτά τα στοιχεία λαμβάνουν ενέργεια από το πεδίο επαγωγής που περιβάλλει τα διεγερόμενα στοιχεία: είναι γνωστά ως κατευθυντήρες όταν το μήκος τους είναι μικρότερο του διεγερόμενου στοιχείου και ανακλαστήρες όταν είναι μεγαλύτερο. Η Yagi-Uda κεραία χρησιμοποιεί ένα αναδιπλωμένο δίπολο και παρασιτικά στοιχεία για να αποκτήσει ένα λογικό κέρδος στις HF και VHF ζώνες.

Ανεξαρτήτως των διαφορετικών λειτουργιών τους, οι κεραίες λήψης και εκπομπής εμφανίζουν παρόμοια χαρακτηριστικά γεγονός που συνεπάγεται την ομοιότητα της συμπεριφορά τους.

Οι διαστάσεις, το μέγεθος και το σχήμα των κεραιών σχετίζονται άμεσα και εξαρτώνται από το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου.

1.2 Κεραίες πάνω από αγώγιμες επιφάνειες και μέθοδος των ειδώλων

Μέχρι τώρα έχουμε μελετήσει τις ιδιότητες των κεραίων θεωρώντας τις απομονωμένες από το υπόλοιπο περιβάλλον. Η παρουσία ενός αγωγού, ειδικά όταν βρίσκεται στο κοντινό πεδίο ακτινοβολίας της μπορεί να μεταβάλλει σημαντικά αυτές τις ιδιότητες. Στην πράξη το πιο συνηθισμένο εμπόδιο που είναι πάντα παρών, ακόμα και στην απουσία όλων των άλλων είναι η επιφάνεια της γης. Οποιαδήποτε ακτινοβολία κατευθυνόμενη προς τη γη υφίσταται μερική ανάκλαση. Το ποσοστό της ανάκλασης εξαρτάται από την αγωγιμότητα και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του εδάφους. Στη συνέχεια θα θεωρήσουμε την κεραία πάνω από μια απέραντη και αγώγιμη επιφάνεια.

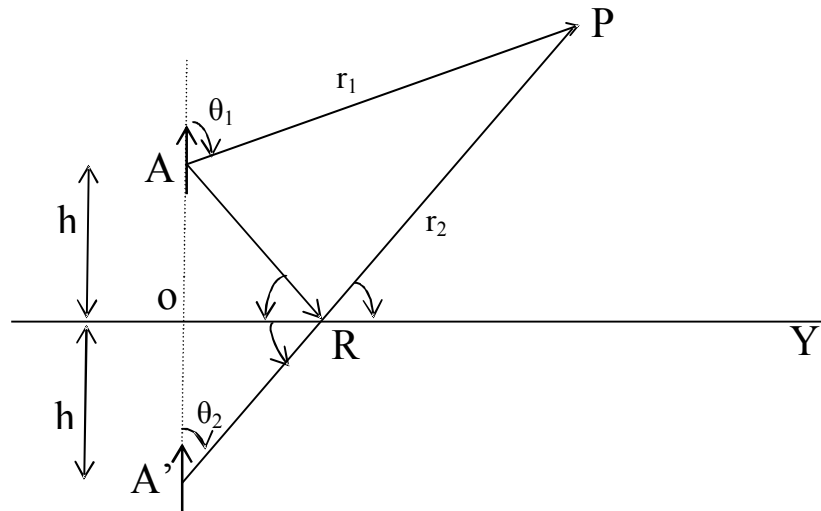
Στην περίπτωση που η πηγή ή της ακτινοβολίας είναι τοποθετημένη πάνω από μια ανακλαστική επιφάνεια, το λαμβανόμενο σήμα σε οποιοδήποτε σημείο του περιβάλλοντα χώρου προσδιορίζεται από το διανυσματικό άθροισμα (vector sum) του απευθείας (*direct*) διαδιδόμενου και του ανακλώμενου (*reflected*) από την επιφάνεια κύματος. Περιμένουμε η επίπεδη επιφάνεια σχεδόν να διπλασιάζει το κέρδος της κεραίας αφού περιορίζει την κατεύθυνση ακτινοβολίας της.

Η μέθοδος των ειδώλων (*method of images*) αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για τον υπολογισμό του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Όταν ένας αγωγός βρίσκεται στην εγγύτητα ενός φορτίου, μια επιφανειακή κατανομή φορτίου επάγεται στον αγωγό. Έτσι ο αγωγός έχει ένα σταθερό δυναμικό σε όλη την επιφάνεια του και το φορτίο στο εσωτερικό του είναι μηδέν. Το επαγόμενο φορτίο συνεισφέρει στο εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο έτσι να ικανοποιούνται οι συνοριακές συνθήκες στην επιφάνεια του, δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο να έχει μόνο κάθετη συνιστώσα σ αυτήν. Στη γενική περίπτωση η λύση της εξίσωσης του ηλεκτρικού πεδίου στο χώρο είναι δύσκολη για διάφορα σχήματα του αγωγού. Μας ενδιαφέρει η λύση για την απλούστερη περίπτωση στην οποία ο αγωγός είναι μια απέραντη επίπεδη πλάκα.

Για την απλοποίηση της ανάλυσης η θεωρία των ειδώλων εισάγει την έννοια της εικονικής κεραίας (κεραία είδωλο) η ακτινοβολία της οποίας παριστάνει την ακτινοβολία από τις ανακλάσεις. Με αυτήν τη μέθοδο αγνοούμε την παρουσία της απέραντης επιφάνειας. Τα αποτελέσματα αυτής της μεθοδολογίας μας είναι σωστά μόνο για την περιοχή που βρίσκεται πάνω από τον απέραντο αγωγό. Όπως ξέρουμε στην περιοχή κάτω από τον αγωγό το πεδίο είναι μηδενικό.

Μας ενδιαφέρει η περίπτωση ενός κάθετου διπόλου τοποθετημένου σε κάποιο ύψος από τον αγωγό.

Στο παρακάτω σχήμα στο σημείο A βρίσκεται το πραγματικό κατακόρυφο δίπολο που εκπέμπει προς όλες τις κατευθύνσεις. Στο σημείο παρατήρησης P καταφθάνουν δύο κύματα: το ένα είναι το απευθείας κύμα AP και το δεύτερο είναι η ανάκλαση του κύματος AR, δηλαδή το κύμα RP.



Σύμφωνα με το νόμο της ανάκλασης η γωνίες $\hat{A}RO$ και $\hat{P}RY$ είναι ίσες.

$$\hat{A}RO = \hat{P}RY$$

Επεκτείνοντας το PR πέρα του σημείου R και σε μήκος AR έχουμε :

$$A'R + RP = AR + RP$$

Άρα το ανακλώμενο κύμα του διπόλου A στη θέση P ισοδυναμεί με αυτό ενός υποθετικού δίπολου που βρίσκεται στο σημείο A'.

Από το σχήμα φαίνεται ότι

$$A'RO = PRY \Leftrightarrow A'RO = ARO$$

Άρα το τρίγωνο ARA' είναι ισοσκελές και επειδή

$$AO \perp OY \Rightarrow AO = A'O$$

Το σημείο A' επομένως βρίσκεται στη συμμετρική θέση του A ως προς την απέραντη πλάκα.

Το ηλεκτρικό πεδίο που προκαλεί το απευθείας κύμα στο σημείο P δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$E_{\theta_1} = \frac{jnI_0}{4\pi r_1} e^{-jk_0 r_1} \frac{\cos\left(k_0 \frac{L}{2} \cos(\theta_1)\right) - \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\right)}{\sin \theta_1}$$

Το αντίστοιχο ηλεκτρικό πεδίο που προκαλείται από το ανακλώμενο κύμα ισοδυναμεί με το πεδίο λόγω του εικονικού διπόλου :

$$E_{\theta_2} = \frac{jnI_0}{4\pi r_2} e^{-jk_0 r_2} \frac{\cos\left(k_0 \frac{L}{2} \cos(\theta_2)\right) - \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\right)}{\sin \theta_2}$$

Επειδή το σημείο P βρίσκεται στο μακρινό πεδίο των ακτινοβολητών μπορούμε να κάνουμε κάποιες προσεγγίσεις για τις αποστάσεις r_1 , r_2 και τις γωνίες θ_1 , θ_2 .

$$\frac{1}{4\pi r_1} \cong \frac{1}{4\pi r_2} \cong \frac{1}{4\pi r} \quad \text{και} \quad \theta_1 \cong \theta_2 \cong \theta$$

Η προσέγγιση για της αποστάσεις r_1 , r_2 ισχύει μόνο σε ότι αφορά τον παρανομαστή των παραπάνω σχέσεων. Επειδή μια ελάχιστη μεταβολή της απόστασης έχει ως συνέπεια μια σημαντική διαφορά φάσης, κάνουμε μια διαφορετική παραδοχή για τις αποστάσεις.

Η κεραίες υψηλών συχνοτήτων (HF-antennas) συνήθως λειτουργούν σε απόσταση ένα-δύο μήκων κύματος από την αγωγίμη επιφάνεια (που τις περισσότερες φορές είναι η γη) ενώ στην περίπτωση μονόπολων που τροφοδοτούνται από τη βάση, τοποθετούνται κατευθείαν πάνω από τη γη.

Τα συμπεράσματα από τη θεωρία διπόλων μπορούν να εφαρμοστούν και στις κεραίες μονόπολα. Το μονόπολο είναι ένα δίπολο χωρισμένο στη μέση και τροφοδοτούμενο από τη μία άκρη του σε σχέση με το επίπεδο της γης. Τα μονόπολα υψηλών συχνοτήτων συχνά τροφοδοτούνται από ομοαξονικά καλώδια. Τα ρεύματα και τα φορτία του μονόπολου είναι ίδια με τα αντίστοιχα του διπόλου. Η τάση του όμως είναι το ήμισυ του διπόλου επειδή το πλάτος του διάκενου στους ακροδέκτες τροφοδοσίας είναι το μισό και προκαλεί ίδιο ηλεκτρικό πεδίο με του διπόλου. Η αντίσταση εισόδου του μονόπολου δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$Z_{in\ mono} = \frac{V_{in\ mono}}{I_{in\ mono}} = \frac{1/2 V_{in\ dipole}}{I_{in\ dipole}} = 1/2 Z_{in\ dipole}$$

Αυτό μπορεί να αποδειχθεί εύκολα και για την αντίσταση ακτινοβολίας. Εφόσον το πεδίο εκτείνεται μόνο στο πάνω ημισφαίριο, η εκπεμπόμενη ισχύς είναι μόνο η μισή του διπόλου με ίδιο ρεύμα.

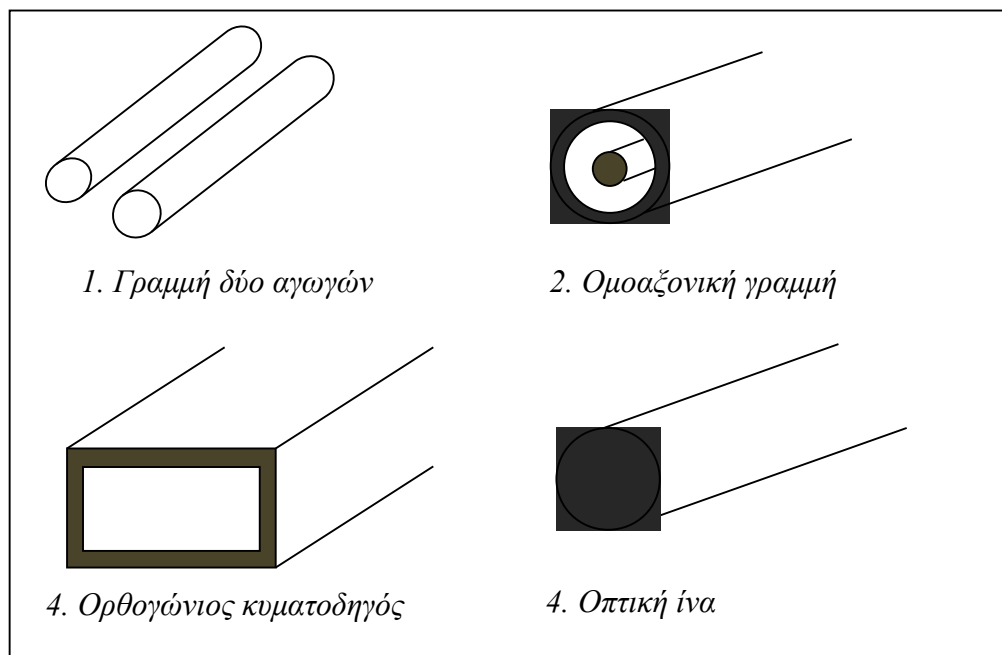
$$R_{r\ mono} = \frac{P_{rad\ mono}}{1/2 |I_{in\ mono}|^2} = \frac{1/2 P_{rad\ dipole}}{1/2 |I_{in\ dipole}|^2} = 1/2 R_{r\ dipole}$$

Το διάγραμμα ακτινοβολίας του μονόπολου πάνω από αγωγίμη επιφάνεια είναι ίδιο με του διπόλου τοποθετημένου σε ελεύθερο χώρο, άρα το μονόπολο ακτινοβολεί μόνο τη μισή ισχύ σε σχέση με το δίπολο. Επίσης ο στερεός λοβός ακτινοβολίας Ω_A είναι μειωμένος κατά το ήμισυ. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το μονόπολο έχει κατευθυντικότητα διπλάσια του διπόλου.

$$D_{mono} = \frac{4\pi}{\Omega_{A mono}} = \frac{4\pi}{1/2 \Omega_{A dipole}} = 2D_{dipole}$$

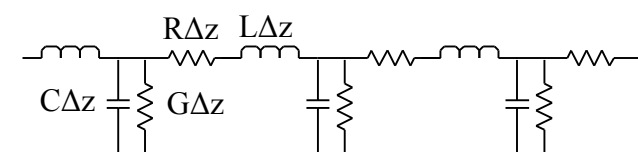
1.3 Γραμμές μεταφοράς

Η μετάδοση της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας από ένα σημείο σε ένα άλλο πραγματοποιείται είτε με απευθείας ακτινοβολία στον ελεύθερο χώρο είτε με διατάξεις που ονομάζονται γραμμές μεταφοράς. Στις περισσότερες περιπτώσεις η ωμική αντίσταση, η αυτεπαγωγή και η χωρητικότητα θεωρούνται ομοιόμορφα κατανεμημένες σε όλο το μήκος των γραμμών. Παραδείγματα γραμμών μεταφοράς είναι η δισύρματη γραμμή, το ομοαξονικό καλώδιο, η μικροταινία, οι κυματοδηγοί και οι οπτικές ίνες. Οι κυματοδηγοί και οι οπτικές ίνες αποτελούνται από ένα μόνο αγωγό ενώ όλες οι άλλες περιπτώσεις διαθέτουν τουλάχιστον δυο απομονωμένους αγωγούς.



Σχήμα 1.3.1 Διάφορα είδη γραμμών μεταφοράς

Στην περίπτωση των κεραιών που θα αναλύσουμε θα χρησιμοποιήσουμε την δισύρματη γραμμή μεταφοράς.



Σχήμα 1.3.2 Γραμμή μεταφοράς με απώλειες. Κατανεμημένο ισοδύναμο κύκλωμα

Η εξισώσεις που συνδέουν τους φασιθέτες της τάσης και του ρεύματος με τα χαρακτηριστικά μεγέθη της γραμμής μεταφοράς είναι :

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -(R + j\omega L)I(z) \quad (1.3.1)$$

και

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -(G + j\omega C)V(z) \quad (1.3.2)$$

Παραγωγίζοντας την πρώτη ως προς z και έχουμε :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} &= -(R + j\omega L)\frac{\partial I}{\partial z} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V(z) \\ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \gamma^2 V(z) &= 0 \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

Το γ η αλλιώς μιγαδική σταθερά διάδοσης, δίνεται από τον τύπο:

$$\gamma = a + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{(RG - \omega^2 LC) + j\omega(LG + RC)} \quad (1.3.4)$$

Ο αριθμός a αντιπροσωπεύει τις απώλειες της γραμμής μεταφοράς ανά μονάδα μήκους σε Neper ενώ ο β την στροφή φάσης σε ακτίνια ανά μονάδα μήκους και ονομάζεται σταθερά φάσης.

Με παρόμοιο τρόπο καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (1.3.5)$$

Οι λύσεις των παραπάνω διαφορικών εξισώσεων είναι :

$$\text{για την τάση} \quad V(z) = V_\pi e^{-\gamma z} + V_a e^{\gamma z} \quad (1.3.6)$$

$$\text{και} \quad I(z) = \frac{1}{Z_0} [V_\pi e^{-\gamma z} - V_a e^{\gamma z}] \quad (1.3.7)$$

για το ρεύμα.

Όπου $Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$ είναι η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής.

Οι παραπάνω σχέσεις για την τάση και το ρεύμα στο πεδίο του χρόνου αντίστοιχα γράφονται:

$$v(z, t) = \text{Re}(V(z) \exp(j\omega t)) = |V_\pi| (e^{-az} \cos(\omega t - \beta z)) + |V_a| (e^{az} \cos(\omega t + \beta z) + \varphi)$$

$$i(z, t) = \frac{|V_\pi|}{Z_0} (e^{-az} \cos(\omega t - \beta z - \varphi_z)) + \frac{|V_a|}{Z_0} (e^{az} \cos(\omega t + \beta z) + \varphi - \varphi_z)$$

όπου φ είναι η διαφορά φάσης προσπίπτοντος και ανακλώμενου κύματος και φ_z είναι η γωνία της μιγαδικής στη γενική περίπτωση παραμέτρου Z_0 .

Αν θεωρήσουμε $z = 0$ τη θέση όπου τερματίζεται η γραμμή μεταφοράς με μιγαδική αντίσταση Z_L τότε ισχύει

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = Z_0 \frac{V_\pi + V_\alpha}{V_\pi - V_\alpha} \quad (1.3.8)$$

Όπως φαίνεται από τις σχέσεις, τα κύματα της τάσης και της έντασης αποτελούνται από δύο οδύοντα κύματα, το προσπίπτον και το ανακλώμενο. Το προσπίπτον έχει πλάτος που μειώνεται εκθετικά και φάση που αυξάνεται καθώς απομακρυνόμαστε από την πηγή τροφοδοσίας. Αντίθετα, το ανακλώμενο κύμα έχει πλάτος που μειώνεται εκθετικά και φάση που αυξάνεται καθώς απομακρυνόμαστε από τον τερματισμό. Η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων της γραμμής μεταφοράς που έχουν την ίδια φάση ονομάζεται *μήκος κύματος*. Τα προσπίπτοντα και τα ανακλώμενα κύματα της τάσης και του ρεύματος έχουν όλα κοινό μήκος κύματος που προκύπτει από τη σχέση :

$$\beta\lambda = 2\pi \quad (1.3.9)$$

Η υπέρθεση του προσπίπτοντος και ανακλώμενου κύματος δημιουργεί το *στάσιμο κύμα*. Ο λόγος του ανακλώμενου και του προσπίπτοντος κύματος ονομάζεται *συντελεστής ανάκλασης*.

$$\rho = \frac{V_a e^{\gamma z}}{V_\pi e^{-\gamma z}} \quad (1.3.10)$$

Ο συντελεστής ανάκλασης μπορεί να υπολογιστεί σε κάθε σημείο της γραμμής μεταφοράς. Η τιμή του στη θέση τερματισμού είναι

$$\rho_L = \left. \frac{V_a e^{\gamma z}}{V_\pi e^{-\gamma z}} \right|_{z=0} = \frac{V_a}{V_\pi}$$

Από την (1) έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{Z_L}{Z_0} &= \frac{V_\pi + V_\alpha}{V_\pi - V_\alpha} \Rightarrow Z_L (V_\pi - V_\alpha) = Z_0 (V_\pi + V_\alpha) \\ Z_L V_\pi - Z_L V_\alpha &= Z_0 V_\pi + Z_0 V_\alpha \Rightarrow V_\pi (Z_L - Z_0) = V_\alpha (Z_L + Z_0) \\ \rho_L &= \frac{V_a}{V_\pi} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \end{aligned} \quad (1.3.11)$$

Από αυτή την εξίσωση παρατηρούμε ότι αν $Z_L = Z_0$ τότε προκύπτει $\rho_L = 0$ που σημαίνει ότι όταν το φορτίο έχει τιμή ίση με την χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής

μεταφοράς τότε δεν υπάρχει ανακλώμενο κύμα. Σε αυτή την περίπτωση η λέμε ότι το φορτίο είναι προσαρμοσμένο. Στόχος μιας τηλεπικοινωνιακής ζεύξης είναι ο μηδενισμός του συντελεστή ανάκλασης ώστε όλη η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια να απορροφηθεί από το φορτίο. Επίσης σε περίπτωση ισχυρού ανακλώμενου κύματος είναι δυνατόν να επηρεαστεί η λειτουργία της γεννήτριας η ακόμα και να της προκαλέσει βλάβη.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι προσαρμογής του φορτίου ακόμα και όταν και όταν η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής είναι διάφορη από την αντίσταση φορτίου.

Μια γραμμή μεταφοράς θεωρείται χωρίς απώλειες όταν $R = 0$ και $G = 0$. Η σχέση για την χαρακτηριστική αντίσταση γίνεται :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.3.12)$$

Αν και θεωρητικά δεν υπάρχουν γραμμές μεταφοράς χωρίς απώλειες, οι περισσότερες γραμμές που χρησιμοποιούνται στις τηλεπικοινωνίες είναι χαμηλών απωλειών για μικρές αποστάσεις και μπορούν να θεωρηθούν με πολύ καλή προσέγγιση γραμμές χωρίς απώλειες. Σε αυτή τη περίπτωση η μιγαδική σταθερά διάδοσης έχει μόνο φανταστικό μέρος

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC} \quad (1.3.13)$$

Σε περίπτωση που η γραμμή μεταφοράς είναι μικρών απωλειών η σταθερά διάδοσης β επηρεάζεται κατά αμελητέο τρόπο. Οι μικρές απώλειες υπεισέρχονται στις εξισώσεις των γραμμών μόνο μέσω του πολλαπλασιασμού του πλάτους του προσπίπτοντος με τον παράγοντα $e^{-\gamma z}$ και του πλάτους του ανακλώμενου με $e^{\gamma z}$.

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων σε γραμμές χωρίς απώλειες είναι σταθερή και ίση προς :

$$U = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.3.14)$$

Αν και οι απώλειες είναι ένας αρνητικός παράγοντας σε μια γραμμή μεταφοράς μπορούν να διορθωθούν μέσω της αύξησης της ισχύος τροφοδοσίας ή και τη χρήση διαφόρων ενισχυτών και επαναληπτών. Το σοβαρότερο μειονέκτημα σε μια γραμμή μεταφοράς είναι η μη γραμμική συμπεριφορά της ανάλογα με της συχνότητες του κύματος, δηλαδή ο διαφορετικός ρυθμός εξασθένησης τους.

Αν και η μελέτη των γραμμών μεταφοράς που χαρακτηρίζουν τη λειτουργία τους αναφέρονται σε διέγερση από γεννήτρια ημιτονοειδούς μορφής, στην πράξη, μέσω μιας γραμμής μεταφέρεται ένα φάσμα συχνοτήτων $\Delta\omega$ περί μια κεντρική συχνότητα ω . Το φάσμα αυτό είναι φάσμα συχνοτήτων που μεταδίδει η γραμμή μεταφοράς, ενώ η

κεντρική συχνότητα είναι η *φέρουσα* συχνότητά του. Όπως είδαμε από τις παραπάνω σχέσεις, η σταθερά διάδοσης γ και η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς είναι μεγέθη που εξαρτώνται από τη συχνότητα λειτουργίας. Συνεπώς, οι διάφορες φασματικές συνιστώσες των διαμορφωμένων σημάτων που μεταδίδονται μέσω μιας γραμμής μεταφοράς υφίστανται διαφορετική μεταχείριση από το μέσο μετάδοσης. Σε μια γραμμή μεταφοράς η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται η κάθε φασματική συνιστώσα ονομάζεται *ταχύτητα ομάδας* και είναι ίση με:

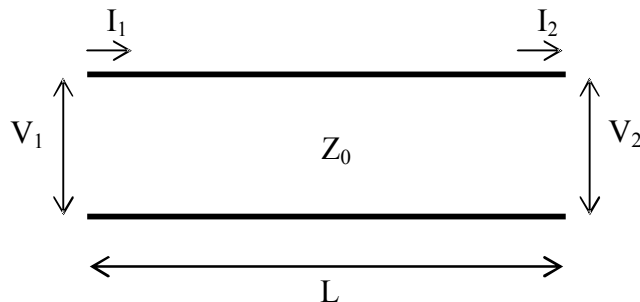
$$v_g = \frac{1}{(d\beta / d\omega)} \quad (1.3.15)$$

Η καθυστέρηση κάθε φασματικής συνιστώσας για μήκος L της γραμμής είναι:

$$t_d = L \quad (1.3.16)$$

Η παράμετρος $\frac{d\beta}{d\omega}$ ονομάζεται καθυστέρηση ομάδας.

Παρακάτω θεωρούμε ένα τμήμα μιας γραμμής μεταφοράς μήκους L στο οποίο θα βρούμε τη συσχέτιση μεταξύ των τάσεων και ρευμάτων στα δύο άκρα.



Σχήμα 3 Γραμμή μεταφοράς μήκους L

Ορίζουμε την αρχή του άξονα z ($z=0$) στο δεξί άκρο της γραμμής μεταφοράς, επομένως στο αριστερό άκρο είναι η θέση $z=-L$.

Από τις εξισώσεις (1.3.6) και (1.3.7) γράφουμε τις τιμές που αντιστοιχούν για ρεύμα και τάση στο κάθε άκρο:

$$V_1 = V(z)|_{z=-L} = V_\pi e^{\gamma L} + V_a e^{-\gamma L}$$

$$I_1 = I(z)|_{z=-L} = \frac{1}{Z_0} [V_\pi e^{\gamma L} - V_a e^{-\gamma L}]$$

$$V_2 = V(z)|_{z=0} = V_\pi + V_a$$

$$I_2 = I(z)|_{z=0} = \frac{1}{Z_0} [V_\pi - V_a]$$

Όπου οι τιμές του προσπίπτοντος V_{π} και του ανακλώμενου V_{α} έχουν υπολογιστεί από τις οριακές συνθήκες για το κλειστό κύκλωμα.

Η τάση V_1 μπορεί να αναλυθεί περαιτέρω χρησιμοποιώντας και την ταυτότητα του Euler

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$$

$$V_1 = V_{\pi} e^{\gamma L} + V_{\alpha} e^{-\gamma L} = V_{\pi} (\cos(\gamma L) + i \sin(\gamma L)) + V_{\alpha} (\cos(\gamma L) - i \sin(\gamma L))$$

$$V_1 = (V_{\pi} + V_{\alpha}) \cos(\gamma L) + i(V_{\pi} - V_{\alpha}) \sin(\gamma L)$$

$$V_1 = V_2 \cos(\gamma L) + i I_2 Z_0 \sin(\gamma L) \quad (1.3.17)$$

Το ίδιο μπορούμε να εφαρμόσουμε και για το ρεύμα I_1

$$I_1 = \frac{1}{Z_0} (V_{\pi} e^{\gamma L} - V_{\alpha} e^{-\gamma L}) = \frac{1}{Z_0} [V_{\pi} (\cos(\gamma L) + i \sin(\gamma L)) - V_{\alpha} (\cos(\gamma L) - i \sin(\gamma L))]$$

$$I_1 = \frac{1}{Z_0} [(V_{\pi} - V_{\alpha}) \cos(\gamma L) + i(V_{\pi} + V_{\alpha}) \sin(\gamma L)] = \frac{1}{Z_0} [Z_0 I_2 \cos(\gamma L) + V_2 \sin(\gamma L)]$$

$$I_1 = j V_2 \sin(\gamma L) / Z_0 + I_2 \cos(\gamma L) \quad (1.3.18)$$

Οι σχέσεις (1.3.17) και (1.3.18) χρησιμεύουν στον υπολογισμό των ρευμάτων και τάσεων της γραμμής μεταφοράς που τροφοδοτεί μια στοιχειοκεραία.

Κεφάλαιο 2

Κεραίες ανεξάρτητες από τη συχνότητα

2.1 Αρχές λειτουργίας

Σε πολλές εφαρμογές μια κεραία πρέπει να λειτουργεί αποδοτικά σε μια ευρεία ζώνη συχνοτήτων. Μια τέτοια κεραία ονομάζεται *κεραία ευρείας ζώνης*. Θεωρούμε f_U και f_L την υψηλότερη και χαμηλότερη συχνότητα λειτουργίας για τις οποίες πετυχαίνουμε μια ικανοποιητική απόδοση. Ορίζουμε κεντρική συχνότητα την παρακάτω:

$$f_c = \frac{f_U - f_L}{2} \quad (2.1.1)$$

Το εύρος ζώνης μπορεί να οριστεί ως ποσοστό επί τοις εκατό της κεντρικής συχνότητας:

$$\frac{f_U - f_L}{f_c} \times 100 \quad (2.1.2)$$

Μπορεί να οριστεί επίσης ως ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη συχνότητα.

$$\frac{f_U}{f_L} \quad (2.1.3)$$

Το εύρος των κεραιών στενής ζώνης εκφράζεται συνήθως από την (2.1.2) ενώ των κεραιών ευρείας ζώνης από τη σχέση (2.1.3).

Όπως ξέρουμε οι περισσότεροι γνωστοί τύποι κεραιών έχουν μικρό εύρος ζώνης της τάξης του 5% μέχρι 20% (π.χ. δίπολο μισού μήκους κύματος 8% -16%). Από την άλλη οι *κεραίες οδεύοντος κύματος* που έχουν οδεύοντα κύματα αντί για στάσιμα μπορούν να λειτουργούν σε μεγαλύτερο εύρος συχνοτήτων. Ο ορισμός της κεραίας ευρείας ζώνης είναι κάπως αυθαίρετος και εξαρτάται από την συγκεκριμένη κεραία. Δίνουμε παρακάτω έναν ορισμό για το τι θα θεωρούμε κεραία ευρείας ζώνης :

Αν το διάγραμμα ακτινοβολίας και η αντίσταση εισόδου μιας κεραίας δεν αλλάζουν σημαντικά κατά το διάστημα μιας οκτάβας ($f_U / f_L = 2$) η και παραπάνω, θα θεωρείται μια κεραία ευρείας ζώνης.

Η ιδέα των ανεξάρτητων από συχνότητα κεραιών προέκυψε από την παρατήρηση ότι οι ηλεκτρικές ιδιότητες μιας κεραίας προσδιορίζονται από τη μορφή τους (γεωμετρικό σχήμα) και τις διαστάσεις τους, εκφρασμένα σε μήκη κύματος.

Έστω ότι έχουμε μια κεραία που λειτουργεί σε μια συχνότητα f και μια δεύτερη ίδια σε σχήμα με την πρώτη αλλά με διαστάσεις πολλαπλασιασμένες κατά έναν παράγοντα τ , και η οποία λειτουργεί σε συχνότητα f/τ . Το διάγραμμα ακτινοβολίας, η σύνθετη αντίσταση και ο λόγος στάσιμου κύματος (SWR) των δυο κεραιών και γενικά η ηλεκτρικές ιδιότητες είναι ίδιες επειδή οι αντίστοιχες διαστάσεις εκφρασμένες σε μήκη κύματος είναι ίσες.

Έχοντας μια δομή που περιέχει n τέτοιες κεραιές που η κάθε μία προκύπτει από την προηγούμενη σε σμίκρυνση (ή σε μεγέθυνση) κατά έναν παράγοντα τ , μπορούμε πρακτικά να πετύχουμε ίδια συμπεριφορά για συχνότητες $f, f/\tau, f/\tau^2, \dots, f/\tau^{n-1}$. Συμβατικά θεωρούμε ότι $0 < \tau < 1$, άρα $f^{n-1} < f^n$. Αυτή η σταθερή συμπεριφορά δεν είναι δυνατών να επιτευχθεί για τις άλλες δομές κεραιών (π.χ. για τις απλές στοιχειοκεραίες).

Υπάρχουν δύο προσεγγίσεις για να επιτύχουμε μια τέτοια δομή.

Στην πρώτη εκφράζουμε την κεραία μόνο μέσω των γωνιακών μεγεθών της. Καθε τμήμα αυτής την δομής είναι μια όμοια μορφή της συνολικής (*self-similarity*). Το αποτέλεσμα αυτής της προσέγγισης είναι η ελικοειδής κεραία. Αυτοί οι τύποι κεραιών μπορούν να οριστούν με όρους πολικών συντεταγμένων τροφοδοτούμενες στην κορυφή τους και ως εκ τούτου οριοθετούνται από ισογώνιες καμπύλες. Το σχήμα αυτών των δομών ορίζεται από την απαίτηση στο ότι μια αλλαγή στην κλίμακα πρέπει να ισοδυναμεί με μια στροφή στην αζιμούθια γωνία, και αυτό ισχύει τόσο για τα επίπεδα σχήματα όσο και για τα τρισδιάστατα. Η πόλωση της κεραίας σε αυτήν την περίπτωση είναι πάντα κυκλική.

Μια δεύτερη μέθοδος είναι η κεραία να αποτελείται από τέτοια τμήματα που το καθένα την αναπαριστά για συγκεκριμένη συχνότητα. Αν και η δομή αυτή παρουσιάζει μια περιοδικότητα, δεν είναι πραγματικά ανεξάρτητη από τη συχνότητα αφού οι ηλεκτρικές ιδιότητες διαφέρουν κατά μήκος τις κάθε “περίοδου”. Όμως αν οι δομές αυτές έχουν διαστάσεις που το κάθε κομμάτι διαφέρει ελάχιστα με το προηγούμενο του τότε έχουμε πρακτικά μια ανεξάρτητη από συχνότητα κεραία. Επιλέγουμε τις συχνότητες σε λογαριθμική κλίμακα ώστε τα διαστήματα (και οι διαστάσεις) να αυξάνονται γεωμετρικά. Οι πιο πολλές επιστημονικές δημοσιεύσεις για τις συγκεκριμένες κεραιές είναι πειραματικής φύσεως ενώ η θεωρητική ανάπτυξη τους βρίσκεται σε πρώιμο στάδιο. Η λογαριθμική περιοδική κεραία LPA (Log-Periodic Antenna) ανήκει στην κατηγορία των (σχεδόν) ανεξάρτητων (*pseudo-frequency independent antenna*) από συχνότητα

κεραίων. Προέκυψε στα τέλη του 1950 από τις τροποποιήσεις της κωνικής ελικοειδούς κεραίας.

Θεωρούμε ότι σε κάθε συχνότητα εκπέμπει ή λαμβάνει την περισσότερη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια το τμήμα της κεραίας που είναι σχεδιασμένο γι' αυτή τη συχνότητα. Για τα υπόλοιπα τμήματα είτε η επίδραση τους είναι αμελητέα, είτε αλληλοαναιρούνται μεταξύ τους. Το κομμάτι της κεραίας που συμμετέχει κάθε φορά ονομάζεται *ενεργός περιοχή*. Η περιοχή αυτή περιορίζεται συνήθως στο 15% του φυσικού μεγέθους της κεραίας. Τα ρεύματα εξασθενούν καθώς απομακρυνόμαστε από την ενεργό περιοχή γι' αυτό μειώνεται η αλληλεπίδραση των μακρινών μεταξύ τους στοιχείων. Κάθε τμήμα της κεραίας είναι μια μικρυνμένη μορφή της συνολικής δομής, συνεπώς η κεραία από γεωμετρικής σκοπιά επαναλαμβάνει τον εαυτό της.

Για κάθε ηλεκτρικό μέγεθος (αντίσταση εισόδου, ηλεκτρικό πεδίο, κατευθυντικότητα κ.α.) Φ μιας τέτοιας κεραίας θα ισχύει:

$$\Phi(f) = \Phi(f\tau) = \Phi(f\tau^{n-1}) \quad (2.1.4)$$

Λογαριθμίζοντας τις συχνότητες έχουμε :

$$\ln(f\tau^{n-1}) = (n-1)\ln(\tau) + \ln(f) \quad (2.1.5)$$

Παρατηρούμε ότι για συχνότητες οι λογάριθμοι των οποίων διαφέρουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του $\ln(\tau)$, οι ηλεκτρικές ιδιότητες της κεραίας είναι ίδιες . Άρα οι ιδιότητες επαναλαμβάνονται σε σχέση με τον λογάριθμο της συχνότητας. Αυτός είναι και ο λόγος που ονομάζονται λογαριθμικές περιοδικές κεραίες (*Log-Periodic Antennas*). Η βελτιστοποίηση της κεραίας ασχολείται μεταξύ άλλων και με την ελαχιστοποίηση των διακυμάνσεων στο διάστημα κάθε περιόδου ώστε να έχουμε μια σχεδόν σταθερή απόκριση συχνότητας μεταξύ των άκρων της περιόδου.

Το εύρος ζώνης αυτών των κεραίων υπολογίζεται από τον λόγο της μέγιστης ως προς την ελάχιστη συχνότητα λειτουργίας. Μια κεραία που λειτουργεί μεταξύ 10 MHz και 30 MHz έχει λόγο συχνοτήτων 3.

Για την λογαριθμική κεραία ο λόγος ελάχιστης προς μέγιστης συχνότητας είναι $1/\tau^{n-1}$.

Για να αυξήσουμε αυτό το λόγο άρα και το εύρος ζώνης έχουμε δύο τρόπους, είτε μειώνοντας το τ και συνεπώς μεγαλώνοντας την περίοδο είτε αυξάνοντας τον αριθμό των αυτο-επαναλήψεων της κεραίας n .

Έχουμε $\tau < 1 \Rightarrow \ln(\tau) < 0$ άρα μειώνοντας το τ (να πλησιάζει το 0) μεγαλώνει το $|\ln(\tau)|$, δηλαδή η περίοδος επανάληψης των συχνοτήτων. Αυτό σημαίνει πως οι μεταβολές στις γεωμετρικές διαστάσεις των συνεχόμενων όμοιων δομών θα είναι πιο απότομες. Η αύξηση της περιόδου όμως έχει το μειονέκτημα ότι καθιστά πιο δύσκολη την σταθερή απόκριση συχνότητας κατά τη διάρκειά της.

Από την άλλη μεριά μπορούμε να αυξήσουμε τον αριθμό επαναλήψεων δηλαδή τα στοιχεία που αποτελούν την κεραία. Αυτό όμως περιορίζεται από κατασκευαστικούς παράγοντες (μεγάλο βάρος, κατασκευές στήριξης, δύσκολη περιστροφή, μετακίνηση, ακριβότερος εξοπλισμός κ.α.).

Τα στοιχεία που αποτελούν την κεραία είναι ισχυρά συζευγμένα μεταξύ τους, δηλαδή η ακτινοβολία του καθενός επηρεάζει τα ρεύματα που διαρρέουν τα γειτονικά του. Άρα δεν μπορούμε να μελετήσουμε την κεραία θεωρώντας μεμονωμένα τα στοιχεία της με μεθόδους επαλληλίας.

Παρακάτω παρουσιάζουμε κάποια κριτήρια που πρέπει να ισχύουν στις κεραίες ώστε να ικανοποιούνται οι προδιαγραφές τους.

Τα ρεύματα της κεραίας στα στοιχεία εκτός ενεργής περιοχής πρέπει να ελαττώνονται αρκετά, ώστε να μπορεί να μελετηθεί κάθε φορά η κεραία αποκόπτοντας τις υπόλοιπες περιοχές χωρίς σημαντικά σφάλματα (*truncation condition*). Αυτό σημαίνει πως η ενεργός περιοχή εκπέμπει (η λαμβάνει) το μεγαλύτερο μέρος της ακτινοβολίας. Η ταχύτητα μείωσης των ρευμάτων εκτός ενεργού περιοχής διαφέρει ανάλογα με τη δομή κεραίας που χρησιμοποιούμε. Για παράδειγμα στην κωνική κεραία που τροφοδοτείται στην κορυφή το πεδίο είναι κάθετο ως προς την ακτινική κατεύθυνση. Όταν η ενεργός περιοχή αρχίζει να περιλαμβάνει το πρώτο ή το τελευταίο στοιχείο τότε έχουμε φτάσει την μεγαλύτερη ή μικρότερη συχνότητα λειτουργίας της κεραίας.

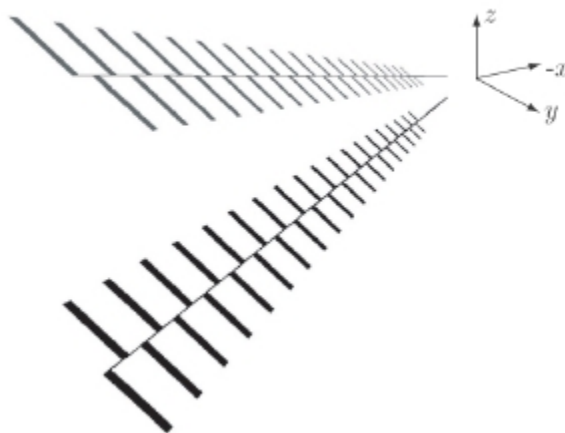
Η κατεύθυνση ακτινοβολίας πρέπει να είναι προς την πλευρά που ελαττώνονται οι διαστάσεις της κεραίας.

2.2 Διάφορες πρακτικές κεραίες

Η περισσότερη έρευνα στις ανεξάρτητες από συχνότητα κεραίες έλαβε μέρος στο πανεπιστήμιο του Ιλινόις στις δεκαετίες του 50 και 60. Μια σειρά από κεραίες είχαν ανακαλυφθεί και κατασκευαστεί μέσα από διάφορα πειράματα. Αρκετά γεωμετρικά σχήματα είχαν μελετηθεί και αυτά που παρουσίαζαν σταθερή συμπεριφορά σε ευρεία ζώνη συχνοτήτων έμπαιναν προς παραγωγή.

Μία από τις πρώτες λογαριθμικές περιοδικές κεραίες ήταν η *λογαριθμική-περιοδική οδοντωτή επίπεδη κεραία* όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Η ευρείας ζώνης ικανότητες αυτών των δομών προσέλκυσαν το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών. Η πρώτη επιτυχημένη κεραία παρουσιάστηκε από τους Raymond H. DuHamel και Dwight Isbell αποτελούμενη από δύο τραπεζοειδή λωρίδες τοποθετημένες σε γωνία όπως στο σχήμα.



Σχήμα 2.2.1 Τραπεζοειδής Λογαριθμική Περιοδική Κεραία δύο συστοιχιών

Οι δύο συστοιχίες τροφοδοτούνται από μια γεννήτρια τοποθετημένη ανάμεσα στις κορυφές τους. Αυτή η κεραία έχει διάγραμμα ακτινοβολίας διπλής κατεύθυνσης. Στην εργασία τους γίνεται μια πλήρης ανάλυση της συγκεκριμένης κεραίας. Οι παραπάνω

παρατηρήσεις ώθησαν στην ανακάλυψη διαφόρων σχημάτων και παραλλαγών με σκοπό να βελτιώσουν τα χαρακτηριστικά των κεραιών.

2.3 Κεραίες βραχέων κυμάτων

Οι κεραίες βραχέων κυμάτων λειτουργούν στη ζώνη υψηλών συχνοτήτων (HF-high frequency) η οποία εκτείνεται από 3 μέχρι 30 MHz . Η μετάδοση των κυμάτων σ' αυτή τη ζώνη είναι κυρίως ιονοσφαιρική.

Επειδή η ιονοσφαιρική μετάδοση σε μεγάλες αποστάσεις εμπεριέχει σημαντικές απώλειες αλλά και κινδύνους παρεμβολών, χρησιμοποιούνται κεραίες υψηλού κέρδους και κατευθυντικότητας. Οι σημαντικότερες σχεδιαστικές παράμετροι κεραιών στη ζώνη HF είναι το εύρος ζώνης, το κέρδος ισχύος, η κατευθυντικότητα, οι γωνίες μισής ισχύος, ο λόγος στάσιμου κύματος και άλλες μηχανικές και περιβαλλοντικές απαιτήσεις.

Η πρακτική ανάλυση HF κεραιών είναι μαθηματικά πολύπλοκη, ιδιαίτερα για σύνθετες γεωμετρικές διατάξεις (π.χ. επίλυση εξισώσεων Maxwell) και γι' αυτό έχουν αναπτυχθεί πακέτα λογισμικού (όπως το NEC) που προσομοιώνουν με αρκετή ακρίβεια τη συμπεριφορά κεραιών.

Ένας από τους παράγοντες που επηρεάζουν την ανάλυση είναι και η απόσταση της κεραίας από τη γη. Συγκεκριμένα επηρεάζεται η σύνθετη αντίσταση εισόδου και το διάγραμμα ακτινοβολίας της κεραίας. Προκειμένου να διευκολυνθούν οι υπολογισμοί, η γη θεωρείται ιδανικά ως τέλεια αγωγίμο επίπεδο και η ανάλυση γίνεται με τη βοήθεια της θεωρίας ειδώλων. Μάλιστα, η σύνθετη αντίσταση εισόδου δίνεται από τον τύπο $Z_{ant} = Z_{fs} + Z_m$, όπου Z_{fs} η αντίσταση στον ελεύθερο χώρο και Z_m η αμοιβαία μεταξύ κεραίας και ειδώλου.

Η πόλωση των HF κεραιών είναι είτε κατακόρυφη είτε οριζόντια. Ένα είδος κεραίας είναι η λογαριθμική κεραία οριζόντιας πόλωσης (Horizontal Log-Periodic Antenna ή HLP). Αποτελείται από μια σειρά δίπολων μισού κύματος τοποθετημένων κατά μήκος μιας γραμμής μεταφοράς. Οι διαδοχικές τιμές των μηκών των δίπολων και οι αποστάσεις μεταξύ τους έχουν σταθερό λόγο ο οποίος κυμαίνεται από 0.8 μέχρι 0.95, με κέρδος περίπου 10 dB.

Μια παραλλαγή αυτής της κεραίας προκύπτει διπλασιάζοντας το άνοιγμα στο οριζόντιο επίπεδο. Με τον τρόπο αυτό πετυχαίνεται αύξηση του κέρδους μέχρι και 3 dB. Το ίδιο μπορεί να γίνει στο κατακόρυφο επίπεδο, ή ακόμη και με συνδυασμό στοιχείων ταυτόχρονα και στα δύο κάθετα επίπεδα. Είναι επίσης δυνατόν να πετύχουμε ομοιοκατευθυντικότητα στο οριζόντιο επίπεδο χρησιμοποιώντας μια σειρά από λογαριθμικές κεραίες σχηματίζοντας έναν ανεστραμμένο κώνο.

Η ισχύς εκπομπής μπορεί να προσαρμοστεί ανάλογα με την ευαισθησία του δέκτη και μπορεί να κυμανθεί από 100 έως 500 kW .

Από την άλλη μεριά, οι κεραιές κατακόρυφης πόλωσης χρησιμοποιούνται για ευρύτερη κάλυψη περιοχών, κάτι που επιτυγχάνουν μέσω μεγάλης αζιμουθιακής γωνίας. Η απλούστερη διάταξη αυτής της κατηγορίας είναι το κατακόρυφο μονόπολο το οποίο είναι ομοιοκατευθυντικό. Για να επιτύχουμε λοιπόν μεγαλύτερη κατευθυντικότητα χρησιμοποιούμε λογαριθμικές κεραιές κατακόρυφης πόλωσης (Vertical Log-Periodic Antennas ή V-LPA). Το μειονέκτημα αυτών των κεραιών είναι η μείωση κέρδους λόγω απωλειών στο περιβάλλον έδαφος, κάτι που αντιμετωπίζεται π.χ. με την επιλογή εδάφους υψηλής αγωγιμότητας.

Το κωνικό μονόπολο και ο ανεστραμμένος κώνος παρέχουν ομοιοκατευθυντική κάλυψη σε ευρύ φάσμα συχνοτήτων, με μικρό λόγο στάσιμου κύματος, μεγάλη αντίσταση εισόδου, αλλά και με κατασκευαστικούς και οικονομικούς περιορισμούς.

Για τις χαμηλές συχνότητες της ζώνης HF το ύψος ενός κατακόρυφου δίπολου $\lambda/2$ γίνεται ανεπιθύμητα μεγάλο. Για το κάτω άκρο λοιπόν των HF όπου απαιτείται κατευθυντικό κέρδος, μία λογαριθμική κεραιά αποτελούμενη από μονόπολα $\lambda/4$, που λειτουργεί πάνω από αγωγή επιφάνεια είναι κατάλληλη.

Σε περιπτώσεις που είναι εφικτό μεγαλύτερο ύψος μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια λογαριθμική περιοδική κεραιά αποτελούμενη από δίπολα. Το μεγαλύτερο κατακόρυφο άνοιγμα αποδίδει ένα κέρδος περίπου ίσο με 12 db. Σε αντίθεση με τις LPA αποτελούμενες από μονόπολα δε χρειαζόμαστε αγωγή επιφάνεια για καλύτερο VSWR. Η υβριδική LPA μονόπολου-δίπολου συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των δυο προηγούμενων τοποθετώντας μονόπολα για τις χαμηλές συχνότητες και δίπολα για τις υψηλές.

Το βασικό πλεονέκτημα της LPA είναι ότι παρόλο το μεγάλο οριζόντιο γωνιακό εύρος της, έχει μεγάλη κατευθυντικότητα. Το κέρδος της μπορεί να αυξηθεί χωρίς μείωση του γωνιακού εύρους επιμηκώνοντας τα στοιχεία που την αποτελούν. Αν βέβαια τα στοιχεία ξεπεράσουν το μισό μήκος κύματος αυτό οδηγεί σε μηδενικά στην κατανομή του ρεύματος και στο διάγραμμα ακτινοβολίας καθώς και σε μη αποδεκτές μεταβολές στην αντίσταση της κεραιάς.

Άλλοι τύποι κεραιών που λειτουργούν στις υψηλές συχνότητες είναι η κατακόρυφη τύπου whip, η κεραιά ρόμβου, το οριζόντιο δίπολο σε σχήμα ανεμιστήρα (Fan dipole) και ο βρόχος εκπομπής (Transmitting loop).

Για παθητικές γραμμικές κεραιές το κέρδος, το διάγραμμα ακτινοβολίας, και η σύνθετη αντίσταση είναι ίδια είτε πρόκειται για κεραιά λήψης είτε εκπομπής. Παρόλα αυτά η σχετική σημασία αυτών των παραμέτρων διαφέρει. Στις κεραιές λήψης η κυριότερη παράμετρος που μας ενδιαφέρει είναι ο λόγος σήματος προς θόρυβο (SNR). Κύριες πηγές θορύβου είναι ο ατμοσφαιρικός, ο γαλαξιακός και ο προκαλούμενος τόσο από τις διάφορες ηλεκτρονικές διατάξεις του συστήματος λήψης όσο και από παρεμβολές άλλων συστημάτων όπως κινητήρες και λαμπτήρες πυρακτώσεως.

Σημαντικό ρόλο στον υπολογισμό του SNR παίζουν οι ωμικές απώλειες της κεραιάς καθώς και οι απώλειες προσαρμογής μεταξύ κεραιάς και γραμμής μεταφοράς.

Οι HF κεραιές λήψης χωρίζονται σε 2 κύριες κατηγορίες: αυτές που προορίζονται τόσο για εκπομπή όσο και λήψη και αυτές που είναι ειδικά σχεδιασμένες μόνο για λήψη.

Ένα πρακτικό παράδειγμα κεραιάς λήψης με αποδεκτό επίπεδο θορύβου για τις περισσότερες εφαρμογές είναι ο κατακόρυφος βρόχος λήψης. Το επίπεδο θορύβου μιας τέτοιας κεραιάς εξαρτάται ισχυρά από την συχνότητα λειτουργίας και την επιφάνεια της. Χρησιμοποιώντας μια συστοιχία βρόχων μπορούμε να πετύχουμε το επιθυμητό διάγραμμα ακτινοβολίας.

Ενεργές κεραιές ονομάζονται αυτές στις οποίες παρεμβάλλεται ενισχυτής μεταξύ της κεραιάς και της γραμμής μεταφοράς προς τον δέκτη. Ο ενισχυτής ελαχιστοποιεί τις απώλειες προσαρμογής και το επίπεδο θορύβου.

Για εφαρμογές παρακολούθησής ή εντοπισμού εκπομπών χρησιμοποιούνται διατάξεις αποτελούμενες από κυκλικά τοποθετημένα στοιχεία κεραιών. Πολλές φορές είναι χρήσιμο κάθε στοιχείο της διάταξης να είναι από μόνο του μια LPA κεραιά (είτε κατακόρυφη είτε οριζόντια).

Από την άλλη μεριά για μετάδοση υψηλής ισχύος (100 -500kW) χρησιμοποιούνται διατάξεις δίπολων σε μορφή πλέγματος. Αυτές οι διατάξεις έχουν πλεονεκτήματα όπως η ανεξάρτητη επιλογή κατακόρυφων και οριζόντιων διαγραμμάτων ακτινοβολίας, το υψηλό κέρδος ισχύος, η περιστροφή δέσμης σε αζιμουθιακή και κατακόρυφη γωνία και ο χαμηλός VSWR.

Η τιμή του VSWR πρέπει να είναι χαμηλή για δύο λόγους: οι τάσεις στην κεραιά και τις γραμμές τροφοδοσίας γίνονται υπερβολικά μεγάλες για υψηλό VSWR και δεύτερον, ότα τα συστήματα μεταγωγής και οι γραμμές τροφοδοσίας εισάγουν ασυνέχειες.

Ο σχεδιασμός των σύγχρονων διατάξεων δίπολων διευκολύνεται από τη χρήση αναλυτικών πακέτων λογισμικού.

Αντίθετα με τις θεωρητικές παραδοχές, οι πραγματικές επιφάνειες πάνω στις οποίες τοποθετούνται οι κεραιές δεν είναι λείες, τέλεια αγωγίμες ή επίπεδες και υφίστανται παρεμβολές από τις γειτονικές κεραιές ή από άλλα τεχνητά ή φυσικά εμπόδια.

Επομένως εξετάζονται κάποια κριτήρια πριν από την τοποθέτηση HF κεραιών. Τα βασικότερα από αυτά είναι:

- η καθαρότητα της ζώνης Fresnel καθώς οι ανακλάσεις στο κοντινό πεδίο είναι αρνητικά καθοριστικές

- η τραχύτητα του εδάφους στην πρώτη ζώνη Fresnel

- η κλίση του εδάφους που επηρεάζει την γωνία ανύψωσης

- η αγωγιμότητα του εδάφους

- η σύζευξη γειτονικών κεραιών.

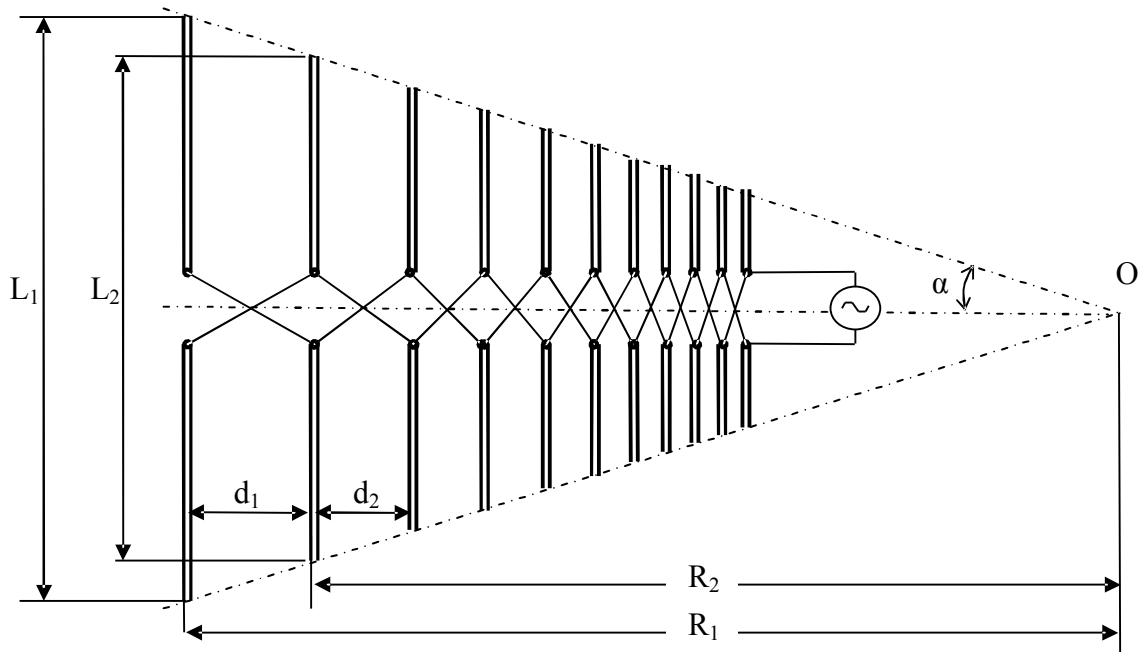
Κεφάλαιο 3

Η λογαριθμική περιοδική διπολική κεραία LPDA

3.1 Γενικά χαρακτηριστικά

Οι λογαριθμικές κεραίες που περιγράψαμε πιο πάνω οδηγούν σε μια πληθώρα γεωμετρικών σχημάτων και διατάξεων. Πολλές από αυτές έχουν αξιοπερίεργα γεωμετρικά σχήματα και είναι σχεδόν αδύνατη η πρακτική χρήση τους. Η απλούστερη δομή που επιτρέπει ανεξάρτητη από συχνότητα ακτινοβολία σε ένα μεγάλο εύρος ζώνης η οποία μπορεί να αποτελείται εξολοκλήρου από ευθυγράμμους αγωγούς και επομένως εύκολη κατασκευή, είναι η *λογαριθμική περιοδική διπολική κεραία (log-periodic dipole antenna) LPDA*.

Η λογαριθμική περιοδική διπολική κεραία είναι μια στοιχειοκεραία που αποτελείται από αρκετά παράλληλα δίπολα, τα άκρα των οποίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Παρακάτω βλέπουμε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της.



Σχήμα 3.1.1 Λογαριθμική διπολική περιοδική κεραία

Έστω L_1 το μήκος του μεγαλύτερου δίπολου, R_1 η απόσταση του από την κορυφή O , L_n και R_n αντίστοιχα το μήκος και η απόσταση του δίπολου n . Τότε ισχύουν τα παρακάτω:

$$L_2 = \tau * L_1 \quad L_3 = \tau * L_2 = \tau^2 * L_1 \quad L_n = \tau^{n-1} * L_1$$

$$R_2 = \tau * R_1 \quad R_3 = \tau * R_2 = \tau^2 * R_1 \quad R_n = \tau^{n-1} * R_1$$

όπου τ ονομάζεται γεωμετρικός λόγος (*scale constant*) και έχει τιμή μικρότερη του 1.

Το σημείο O ονομάζεται και εικονική κορυφή (*virtual apex*) της κεραίας.

Παρατηρούμε ότι τα μήκη των διπόλων αποτελούν τους όρους μιας γεωμετρικής προόδου ξεκινώντας από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο.

Θεωρούμε d_n την απόσταση μεταξύ του δίπολου n και του δίπολου $n+1$. Η παράμετρος αυτή δεν είναι ανεξάρτητη και προκύπτει από τον τύπο:

$$d_n = R_n - R_{n+1} = R_n(1 - \tau) \quad (1)$$

Μία πιο αυστηρή προσέγγιση απαιτεί οι αναλογίες να διατηρούνται και στις τρεις διαστάσεις. Αν r_n είναι η ακτίνα του δίπολου πρέπει να ισχύει $r_n = \tau^{n-1} * r_1$.

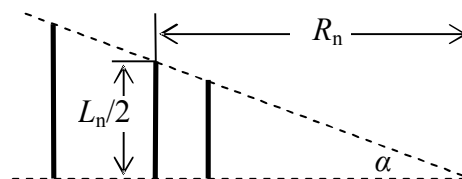
Επίσης το διάκενο μεταξύ των άκρων τροφοδοσίας του κάθε δίπολου θα πρέπει να διαφέρει κατά τον παράγοντα τ στα διαδοχικά στοιχεία. Επειδή οι διαστάσεις για τις οποίες μιλάμε είναι πολύ μικρές μπορούν να παραλειφθούν οι συγκεκριμένες αναλογίες χωρίς να επηρεάσουν την απόδοση της κεραίας.

Μια άλλη σημαντική παράμετρος της κεραίας είναι η *σταθερά χώρου* σ (*spacing factor*) η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = \frac{d_n}{2L_n} \quad (2)$$

Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή της σταθεράς σ , τόσο πιο αραιά είναι τα δίπολα μεταξύ τους. Αν κάποιο δίπολο έχει μήκος $\lambda/2$ για δεδομένη συχνότητα τότε σ είναι η απόσταση σε μήκη κύματος του συγκεκριμένου δίπολου από το διπλανό μικρότερο κοντινότερο του.

Η γωνία α (*half apex angle*) είναι η γωνία που σχηματίζεται από τη νοητή ευθεία που περνά από τα άκρα των διπόλων και τον άξονα που περνά από τα κέντρα των διπόλων.



Σχήμα . (*Half-apex angle*)

Από την τριγωνομετρία βρίσκουμε την τιμή της δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{L_n}{2R_n}$$

Από τις (1) και (2) έχουμε:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{L_n}{2} \frac{1-\tau}{d_n} = \tan^{-1} \frac{1-\tau}{4\sigma} \quad (3)$$

Συμπεραίνουμε ότι οι τρεις παράμετροι α , τ και σ είναι εξαρτημένες, άρα γνωρίζοντας δύο από αυτές μπορούμε να προσδιορίσουμε την τρίτη.

$$\text{Επίσης έχουμε: } \sigma = \frac{d_n}{2L_n} = \frac{R_n(1-\tau)}{2L_n} \Rightarrow R_n = \frac{2L_n\sigma}{1-\tau} \quad (4)$$

Ορίζουμε ως αξονικό μήκος την απόσταση μεταξύ του μικρότερου και του μεγαλύτερου δίπολου :

$$D = R_1 - R_n = d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_{N-1} = (R_1 - R_2) + (R_2 - R_3) + (R_3 - R_4) + \dots + (R_{N-1} - R_N)$$

$$D = R_1 * (1-\tau) + R_2 * (1-\tau) + R_3 * (1-\tau) + \dots + R_{N-1} * (1-\tau)$$

$$D = R_1 * (1-\tau) + \tau R_1 * (1-\tau) + \tau^2 R_1 * (1-\tau) + \dots + \tau^{N-2} R_1 * (1-\tau)$$

$$D = R_1 * (1-\tau) (1 + \tau + \tau^2 + \dots + \tau^{N-2})$$

$$D = R_1 * (1-\tau) \frac{(1-\tau^{N-1})}{(1-\tau)} = R_1 (1-\tau^{N-1}) = \frac{2L_1\sigma (1-\tau^{N-1})}{1-\tau}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την απόσταση μεταξύ δυο τυχαίων διπόλων. Ορίζουμε d_{ij} την απόσταση μεταξύ του διπόλου i και j .

Όπως ξέρουμε $d_{ij} = |R_i - R_j|$, όμως $R_i = R_1 * \tau^{i-1}$ και $R_j = R_1 * \tau^{j-1}$

Άρα έχουμε :

$$d_{ij} = R_1 * \tau^{i-1} - R_1 * \tau^{j-1} = R_1 (\tau^{i-1} - \tau^{j-1})$$

Επίσης έχουμε

$$\frac{R_n}{\cos(a)} = \frac{L_n}{2 * \sin(a)} \Rightarrow R_n = \frac{L_n}{2 \tan(a)}$$

$$d_{ij} = d_{ji} = \left| \frac{L_1 (\tau^{i-1} - \tau^{j-1})}{2 \tan(a)} \right|$$

Αν και έχει ομοιότητες με τους γνωστούς τύπους παρασιτικών κεραιών όπως η Yagi-Uda κεραία ως προς το διάγραμμα ακτινοβολίας και την κατευθυντικότητα, λειτουργεί σε πολύ μεγαλύτερο εύρος ζώνης. Σε αντίθεση με την Yagi-Uda η οποία τροφοδοτείται σε ένα μόνο στοιχείο (στο αναδιπλωμένο δίπολο), όλα τα στοιχεία της LPDA

τροφοδοτούνται μέσω μιας διασταυρωμένης γραμμής μεταφοράς ξεκινώντας από το μικρότερο δίπολο.

Τα μικρά δίπολα βρίσκονται σε μικρότερες αποστάσεις και έχουν σχεδόν αντίθετη φάση γι' αυτό και αλληλοαναιρούν την ακτινοβολία τους. Καθώς απομακρυνόμαστε και μεγαλώνει η απόσταση d μεταξύ των στοιχείων, η γραμμή μεταφοράς εισάγει μια καθυστέρηση φάσης, που σε συνδυασμό με την εναλλαγή πολικότητας δίνει μια μηδενική μετατόπιση φάσης ($180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$). Η καθυστέρηση φάσης της γραμμής μεταφοράς μεταβάλλεται από στοιχείο σε στοιχείο λόγω της μεταβαλλόμενης απόστασης τους.

Το διάγραμμα ακτινοβολίας πρέπει να έχει αξονική κατεύθυνση με φορά προς τα μικρότερα δίπολα. Παρόλο που η κεραία αποτελείται από πολλά δίπολα μόνο 2 ή 3 απ' αυτά "λειτουργούν" (δηλαδή διαρρέονται από μεγαλύτερες τιμές ρεύματος) σε κάθε συχνότητα. Η περιοχή της κεραίας που είναι συντονισμένη για μια δεδομένη συχνότητα ονομάζεται *ενεργός περιοχή* της κεραίας. Είναι σημαντικό να πούμε ότι η ενεργός περιοχή προσδιορίζεται κάθε φορά από τη συχνότητα λειτουργίας και μετακινείται προς τα μικρότερα στοιχεία καθώς αυξάνεται. Αν υποθέσουμε ότι η LPDA έχει σχεδιαστεί για ένα εύρος ζώνης τότε η σχεδίαση πρέπει να περιλαμβάνει μία ενεργή περιοχή δίπολων για την υψηλότερη και χαμηλότερη συχνότητα. Η απόσταση της κορυφής από την ενεργό περιοχή εκφρασμένη σε μήκη κύματος παραμένει σταθερή για όλο το φάσμα λειτουργίας της κεραίας.

Ο αριθμός των στοιχείων που αποτελούν την ενεργό περιοχή της μεταβάλλεται ανάλογα με τις παραμέτρους τ και σ .

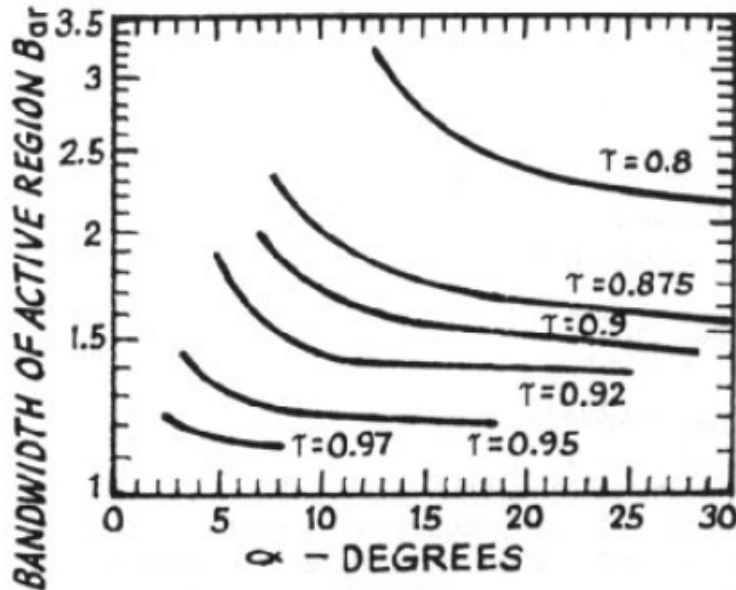


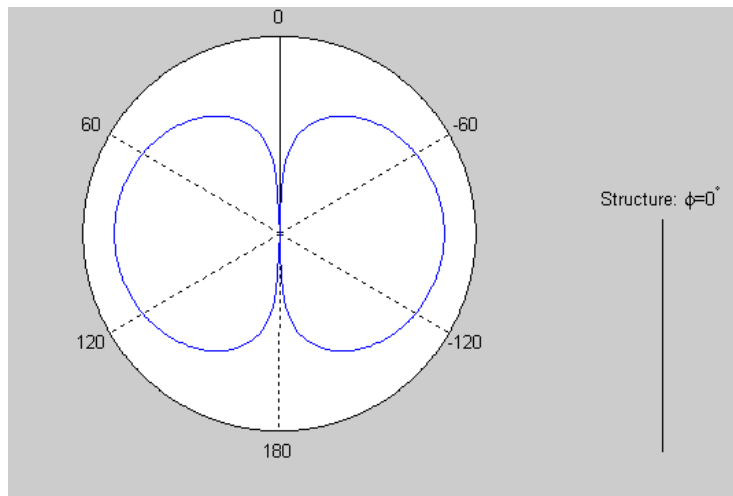
Figure 2

Τα στοιχεία που βρίσκονται εκτός ενεργής συνεισφέρουν ελάχιστα στα χαρακτηριστικά της κεραίας.

Υποθέτουμε ότι η κεραία αποτελείται από 12 δίπολα. Τα ρεύματα που διαρρέουν τα στοιχεία έχουν πραγματικό και φανταστικό μέρος. Όπως ξέρουμε κάθε δίπολο βρίσκεται σε συντονισμό (μηδενικό φανταστικό μέρος) όταν το μήκος του είναι λίγο μικρότερο από το μισό του μήκους κύματος ($L_n = 0.48 \times \lambda$). Αυτή η σχέση ισχύει ανεξάρτητα από το πάχος του δίπολου. Αν κάποιο δίπολο γίνεται $\lambda/2$ για κάποια συχνότητα τότε αυτό θα παρουσιάζει την μικρότερη αντίσταση εισόδου και θα δεχθεί την περισσότερη ενέργεια από όλα τα άλλα στοιχεία της κεραίας.

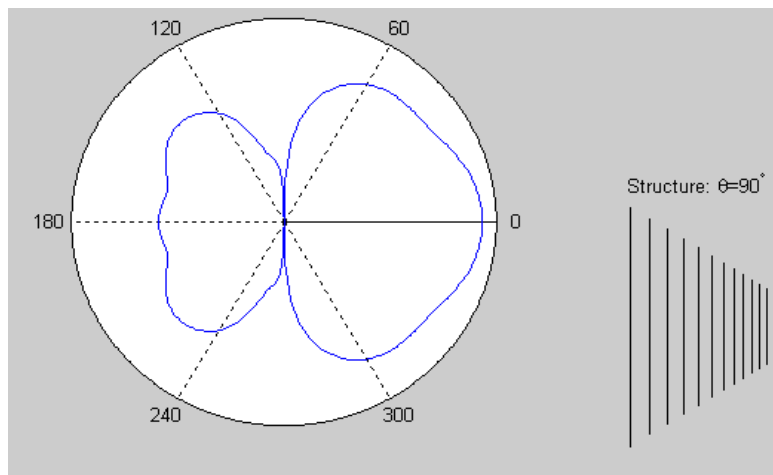
Θεωρούμε ότι η κεραία λειτουργεί σε συχνότητα συντονισμού για το έκτο στοιχείο της. Τα φανταστικά μέρη των ρευμάτων στα μικρότερα στοιχεία, 7 μέχρι 12 είναι αρνητικά (χωρητική συμπεριφορά) επειδή για αυτά ισχύει $L_n < 0.48 \times \lambda$, ενώ στα στοιχεία 1 μέχρι 5 τα δίπολα παρουσιάζουν επαγωγική συμπεριφορά επειδή το μήκος τους είναι μεγαλύτερο από $0.48 \times \lambda$. Τα μικρά δίπολα λαμβάνουν ελάχιστη ισχύ, (κυρίως τα δίπολα 9 και 10) από την τροφοδοσία, αφήνοντας την υπόλοιπη να περάσει προς τα μεγαλύτερα. Επομένως τα μικρά δίπολα δρουν ως παρασιτικοί *κατευθυντήρες* για την κεραία. Από την άλλη πλευρά τα μεγαλύτερα δίπολα απορροφούν και αυτά μικρή ισχύ και δρουν ως παρασιτικοί *ανακλαστήρες*. Αυτός είναι και ο λόγος που το διάγραμμα ακτινοβολίας έχει φορά προς τα μικρότερα δίπολα. Προσθέτοντας επιπλέον στοιχεία από τις δύο πλευρές της κεραίας δεν μεταβάλλονται σημαντικά τα ρεύματα στα δίπολα. Όπως ξέρουμε, κάθε

δίπολο ανεξάρτητα από το μήκος του, έχει διάγραμμα ακτινοβολίας συμμετρικό ως προς τον άξονα του είτε πρόκειται για κύριο λοβό είτε για πλευρικούς.



Σχήμα 3.. Αξιμουθιακό διάγραμμα ακτινοβολίας διπόλου $\lambda/2$

Θα περίμενε κανείς σύμφωνα με την αρχή της υπέρθεσης ο οπίσθιος λοβός της λογαριθμικής κεραίας να είναι ίσος με τον κύριο και να έχουμε μια συμμετρική διάταξη.



Σχήμα 3.. Διάγραμμα ακτινοβολίας λογαριθμικής κεραίας

Όμως η σύζευξη που έχουν μεταξύ τους τα δίπολα επηρεάζει αυτή τη συμμετρία και δίνει ένα ικανοποιητικό λόγο κυρίου προς οπίσθιου λοβού (*front to back ratio F/B*). Το ρεύμα κάθε δίπολου επηρεάζεται από το πεδίο που δημιουργούν στην περιοχή του τα άλλα δίπολα και κυρίως τα γειτονικά του. Χονδρικά μπορούμε να πούμε ότι η ακτινοβολία προς την αντίθετη επιθυμητή κατεύθυνση του κάθε δίπολου αντανακλάται από τα μεγαλύτερα δίπολα που βρίσκονται πίσω του. Τροφοδοτούμενη από την

υψηλής συχνότητας πλευρά η κεραία μετατρέπεται σε μια γραμμή μεταφοράς ισχύος προς την χαμηλής συχνότητας άκρη.

Μια καλή LPDA κεραία μπορεί να σχεδιαστεί για κάθε συχνότητα από HF μέχρι UHF και να ικανοποιήσει τις προδιαγραφές της με ελάχιστο κόστος. Μπορούμε να έχουμε υψηλό κέρδος, χαμηλό λόγο στάσιμου κύματος (SWR), και μια ενεργό περιοχή ισοδύναμη με μία Yagi-Uda κεραία τριών στοιχείων. Η LPDA παρουσιάζει SWR συνήθως μικρότερο από 2 για ένα μεγάλο σχετικά εύρος συχνοτήτων με μια κατευθυντικότητα 9.5 dB. Παρατηρούμε ότι η κεραία έχει περίπου 7 dB μεγαλύτερο κέρδος από ένα απλό δίπολο $\lambda/2$.

3.2 Ρευματική ανάλυση της LPDA

Για την εύρεση του πεδίου κάθε στοιχειοκ εραίας είναι απαραίτητη η γνώση των ρευμάτων που διαρρέουν τα στοιχεία της. Τα στοιχεία αυτά συνεισφέρουν προσθετικά στο τελικό διάγραμμα ακτινοβολίας.

Αν θεωρήσουμε ένα δίπολο στον ελεύθερο χώρο (free space) τροφοδοτούμενο από μια γραμμή μεταφοράς όπου δεν υπάρχει επίδραση της γης ή κάποιου αγωγού τότε η αντίσταση εισόδου μεταξύ των άκρων τροφοδοσίας του ονομάζεται και ίδια αντίσταση (*self-impedance*). Αν τοποθετήσουμε έναν αγωγό στο κοντινό πεδίο του δίπολου π.χ. ένα δεύτερο δίπολο τότε το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το τροφοδοτούμενο δίπολο θα προκαλέσει επαγωγή ρεύματος στο δεύτερο και άμεσος μετά, το μη-τροφοδοτούμενο δίπολο θα δημιουργήσει με τη σειρά του ένα ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που θα επάγει ρεύμα στο αρχικό δίπολο. Συνήθως είναι η φάση του ρεύματος που επηρεάζεται περισσότερο από την παρουσία του αγωγού. Αυτή η αλληλουχία ακτινοβολίας/επαγωγής/επανα-ακτινοβολίας αναφέρεται ως αμοιβαία σύζευξη (*mutual coupling*) των διπόλων και ο λόγος της τάσης τροφοδοσίας του πρώτου διπόλου προς το ρεύμα του δεύτερου ονομάζεται αμοιβαία αντίσταση τους και ονομάζεται Z_{12} . Άρα το ρεύμα σε ένα στοιχείο δεν εξαρτάται μόνο από την τάση τροφοδοσίας του αλλά και από την παρουσία άλλων αγωγών στο περιβάλλον του.

Μπορεί να αποδεχτεί από το θεώρημα της αμοιβαιότητας ότι :

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{V_1}{I_2}$$

Δηλαδή μπορούμε να αλλάξουμε τους ρόλους του τροφοδοτημένου (ενεργού) και του μη-τροφοδοτουμένου (παρασιτικού) διπόλου και να υπολογίσουμε ίδια αμοιβαία αντίσταση. Στη γενική περίπτωση θα μπορούσαν να τροφοδοτούνται και τα δύο δίπολα (όπως συμβαίνει στις λογαριθμικές κεραίες) χωρίς να αλλάζει η τιμή της αμοιβαίας αντίστασης. Η αμοιβαία αντίσταση έχει πραγματικό και φανταστικό μέρος, δεν εξαρτάται από την τάση τροφοδοσίας αλλά από τη συχνότητα, τη γεωμετρία των στοιχείων και την απόστασή τους.

Για μια πλήρη ανάλυση του πεδίου και ακριβή αποτελέσματα μιας κεραίας χρειάζεται ηλεκτρομαγνητική προσέγγιση με επίλυση των εξισώσεων του Maxwell στο κοντινό πεδίο της κεραίας όπως και εφαρμογή των οριακών συνθηκών για τον μηδενισμό εφαπτομενικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια της. Η πιο δημοφιλής μέθοδος για υπολογισμό του πεδίου της κεραίας είναι η μέθοδος των ροπών. Αυτή η

προσέγγιση μας οδηγεί σε συστήματα ολοκληρωτικών εξισώσεων που είναι ιδιαίτερα δύσκολα ακόμα και για απλά γεωμετρικά σχήματα. Η LPDA χρησιμοποιεί την αμοιβαία σύζευξη μεταξύ των διπόλων που διαρρέονται από στάσιμου κύματος ρεύματα για να παράγει ένα μονοκατευθυντικό διάγραμμα ακτινοβολίας.

Στην λογαριθμική κεραία όπως και σε κάθε στοιχειοκεραία το ρεύμα κάθε δίπολου αποτελείται από το ρεύμα που προκαλεί η τάση τροφοδοσίας και το ρεύμα που επάγεται από την ακτινοβολία στην κοντινή περιοχή του από τα άλλα δίπολα.

Οι σχέσεις μεταξύ ρευμάτων και τάσεων περιγράφονται από το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

όπου :

V_n η τάση τροφοδότησης του στοιχείου n

I_n το ρεύμα στο σημείο τροφοδότησης του κάθε διπόλου n

Z_{nm} η αμοιβαία αντίσταση μεταξύ των στοιχείων m και n ($m \neq n$)

Z_{nn} η ίδια αντίσταση του στοιχείου n $\{n = 1, 2 \dots N\}$

Οι αμοιβαίες αντιστάσεις δύο διπόλων εξαρτώνται από τη γεωμετρία τους (μήκη και μεταξύ τους απόσταση) και τη συχνότητα λειτουργίας. Ο πίνακας των συντελεστών στις εξισώσεις 4.1 αποτελείται όπως και τα ρεύματα, από μιγαδικούς αριθμούς. Αν θεωρήσουμε την καρτεσιανή παρουσίαση των μιγαδικών αριθμών : $I = a + bi$ τότε για κάθε ρεύμα έχουμε να υπολογίσουμε δύο αγνώστους.

Η αντίσταση εισόδου για το στοιχείο n δίνεται από τη σχέση

$$Z_n^{in} = \frac{V_n}{I_n}$$

Η ίδια αντίσταση ενός διπόλου μήκους L δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$Z_{11} = j \frac{n}{4\pi \sin^2(k_0 L/2)} \int_{-L/2}^{L/2} \left[\frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} + \frac{e^{-jk_0 R_2}}{R_2} - 2 \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\right) \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \right] * \sin\left[k_0 \left(\frac{L_2}{2} - |z|\right)\right] dz$$

όπου:

$$n = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \text{ Ohms} \text{ η κυματική αντίσταση του μέσου διάδοσης}$$

$$R_1 = \sqrt{a^2 + \left(z - \frac{L}{2}\right)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{a^2 + \left(z + \frac{L}{2}\right)^2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + z^2}$$

με a την ακτίνα της διατομής του διπόλου.

Η παραπάνω συνάρτηση είναι άρτια λόγω της συμμετρίας ως προς z και μπορούμε να κάνουμε την ολοκλήρωση από 0 μέχρι $L/2$. Επίσης διαχωρίζουμε το πραγματικό από το φανταστικό μέρος με τη βοήθεια της σχέσης του Euler

$$e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$$

Το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της ίδιας αντίστασης του διπόλου είναι :

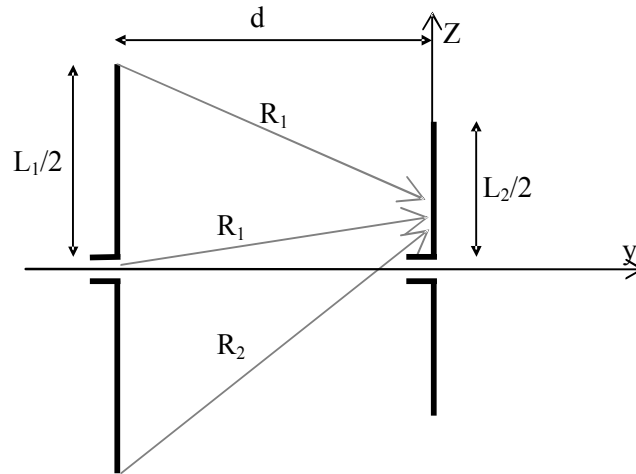
$$R_{11} = \frac{n}{2\pi \sin^2(k_0 L/2)} \int_0^{L/2} \left[\frac{\sin(k_0 R_1)}{R_1} + \frac{\sin(k_0 R_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\right) \frac{\sin(k_0 r)}{r} \right] * \sin\left[k_0 \left(\frac{L_2}{2} - |z|\right)\right] dz$$

$$X_{11} = \frac{n}{2\pi \sin^2(k_0 L/2)} \int_0^{L/2} \left[\frac{\cos(k_0 R_1)}{R_1} + \frac{\cos(k_0 R_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\right) \frac{\cos(k_0 r)}{r} \right] * \sin\left[k_0 \left(\frac{L_2}{2} - |z|\right)\right] dz$$

Η αναλυτική λύση των παραπάνω ολοκληρωμάτων μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια των συναρτήσεων του ολοκληρωτικού ημιτόνου και συνημίτονου. Πλήρης απόδειξη αυτών των αποτελεσμάτων βρίσκεται στο βιβλίο του Ι. Φικιώρη : “Εισαγωγή εις την Θεωρίαν των Κεραιών Αθήνα 1982”. Σε αυτή την εργασία θα αρκεστούμε στα αριθμητικά αποτελέσματα που μας δίνει η προσέγγιση τους με την ολοκληρωτική μέθοδο του τραπεζίου. Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου όπως και τον περισσότερων αριθμητικών είναι η ακρίβεια των υπολογισμών τους η οποία μπορεί να μεγαλώσει μειώνοντας το βήμα της ολοκλήρωσης.

Παρουσιάζουμε ενδεικτικά τη μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της ίδιας αντίστασης

Θα ασχοληθούμε τώρα με τον υπολογισμό της αμοιβαίας αντίστασης δύο τυχαίων δίπολων της κεραίας τα οποία είναι τοποθετημένα συμμετρικά ως προς τον άξονα που συνδέει τα κέντρα τους.



Σχήμα 3.. Παράλληλα δίπολα διαφορετικού μήκους με κέντρα επί ευθείας κάθετης στον άξονα των δίπολων

Από το θεώρημα αμοιβαιότητας σε συνδυασμό με τον υπολογισμό του κοντινού πεδίου του δίπολου έχουμε

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{V_{21}}{I_{1i}} = \frac{1}{I_{1i} I_{2i}} \int_0^{L_2} I_2(z) E_{21}(z) dz$$

όπου :

I_{1i}, I_{2i} , το ρεύμα στο σημείο τροφοδοσίας του δίπολου 1 και 2 αντίστοιχα

V_{21} : Η επαγόμενη τάση στα άκρα του δίπολου 2 όταν το δίπολο 1 τροφοδοτείται με ρεύμα I_{1i}

$I_{1i}(z) = I_{1m} \sin(k_0 L_1/2)$ η ρευματική κατανομή επί του δίπολου 2

$E_{21}(z)$ η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια του δίπολου 2 που προκαλείται από την ακτινοβολία του δίπολου 1.

Αντικαθιστώντας την ακτινοβολία του δίπολου στην κοντινή περιοχή η αμοιβαία αντίσταση δίνεται από τον παρακάτω τύπο

$$Z_{12} = Z_{21} = j \frac{n I_{1m} I_{2m}}{4\pi I_{1i} I_{2i}} \int_{-L_2/2}^{L_2/2} \sin \left[k_0 \left(\frac{L_2}{2} - |z| \right) \right] \left[\frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} + \frac{e^{-jk_0 R_2}}{R_2} - 2 \cos \left(k_0 \frac{L_1}{2} \right) \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \right] dz$$

Όπου

$$R_1 = \sqrt{d^2 + \left(z - \frac{L_1}{2} \right)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{d^2 + \left(z + \frac{L_1}{2} \right)^2}$$

$$R = \sqrt{d^2 + z^2}$$

Παρομοίως με την περίπτωση της ίδιας αντίστασης θα διαχωρίσουμε το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του ολοκληρώματος και θα τα υπολογίσουμε με την αριθμητική μέθοδο ολοκλήρωσης του τραπεζίου.

$$R_{12} = \frac{n}{2\pi \sin(k_0 L_1/2) \sin(k_0 L_2/2)} \int_0^{L_2/2} \sin\left[k_0\left(\frac{L_2}{2} - z\right)\right] \left[\frac{\sin(k_0 R_1)}{R_1} + \frac{\sin(k_0 R_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k_0 \frac{L_1}{2}\right) \frac{\sin(k_0 R)}{R} \right] dz$$

$$X_{12} = \frac{n}{2\pi \sin(k_0 L_1/2) \sin(k_0 L_2/2)} \int_0^{L_2/2} \sin\left[k_0\left(\frac{L_2}{2} - z\right)\right] \left[\frac{\cos(k_0 R_1)}{R_1} + \frac{\cos(k_0 R_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k_0 \frac{L_1}{2}\right) \frac{\cos(k_0 R)}{R} \right] dz$$

Στην περίπτωση της λογαριθμικής κεραίας τα μήκη των στοιχείων και οι αποστάσεις μεταξύ τους είναι δεδομένα (η μπορούν να υπολογιστούν από τις σχεδιαστικές παραμέτρους) και αυτό σημαίνει ότι γνωρίζουμε τον τετραγωνικό $N \times N$ πίνακα με τις μιγαδικές αντιστάσεις. Παρατηρούμε ότι όταν η απόσταση d τείνει στο μηδέν και $L_1 = L_2$ η αμοιβαία αντίσταση γίνεται ίση με την ίδια αντίσταση. Στο παράρτημα παρουσιάζουμε κάποια προγράμματα για τον αριθμητικό υπολογισμό του πίνακα.

Συνεχίζουμε τώρα με την ανάλυση ρευμάτων από τη σκοπιά των γραμμών μεταφοράς. Υποθέτουμε ότι η κεραία τροφοδοτείται ξεκινώντας από το μικρότερο δίπολο με μια τάση V_N και η γραμμή μεταφοράς παρέχει ρεύμα και στα υπόλοιπα δίπολα με την γνωστή εναλλαγή φάσης. Η γραμμή μεταφοράς θεωρείται χωρίς απώλειες με χαρακτηριστική αντίσταση Z_L , δηλαδή έχει μόνο πραγματικό μέρος. Πρέπει να πούμε εδώ ότι όταν η γραμμή μεταφοράς παρουσιάζει μόνο ωμική αντίσταση αυτό δεν σημαίνει πως οι παράμετροι L και C είναι μηδέν αλλά ότι ικανοποιείται η παρακάτω συνθήκη :

$$\text{Im}\left(\sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}\right) = 0$$

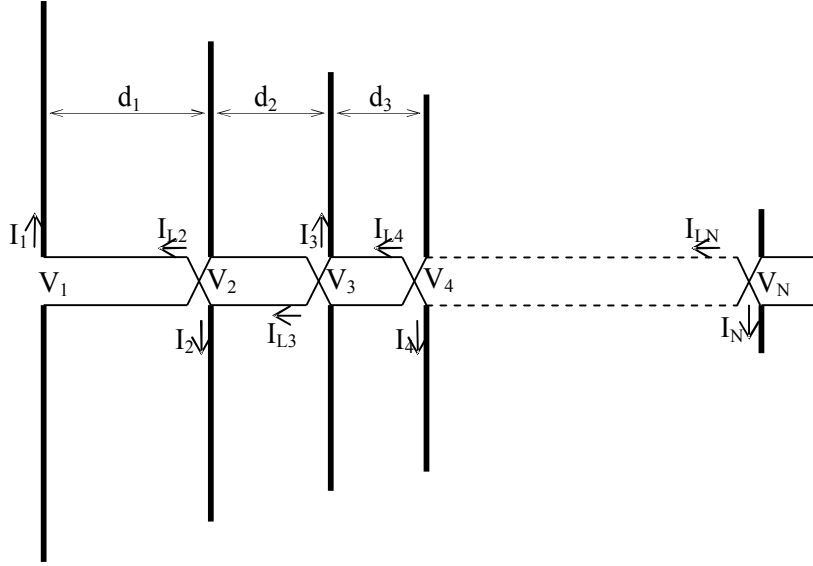
Για να είναι μια ρίζα πραγματικός αριθμός πρέπει ο λόγος των παραπάνω όρων να είναι πραγματικός.

$$\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C} = \frac{(R + j\omega L)(G - j\omega C)}{(G + j\omega C)(G - j\omega C)} = \frac{RG + j\omega LG - j\omega RC + \omega^2 LC}{G^2 + \omega^2 C^2}$$

Το παραπάνω κλάσμα γίνεται πραγματικός αριθμός όταν $\omega LG - \omega RC = 0$ ή $LG = RC$

Για τις γραμμές μεταφοράς που μελετάμε θεωρούμε ότι ισχύει αυτή η σχέση και επομένως έχουμε μετάδοση χωρίς παραμόρφωση.

Στα σημεία τροφοδοσίας σε κάθε δίπολο (εκτός από το μεγαλύτερο) το ρεύμα μοιράζεται μεταξύ του διπόλου και της γραμμής μεταφοράς που το συνδέει με το επόμενο δίπολο.



Σχήμα 3.. Τροφοδοσία της LPDA μέσω μιας διασταυρωμένης γραμμής μεταφοράς

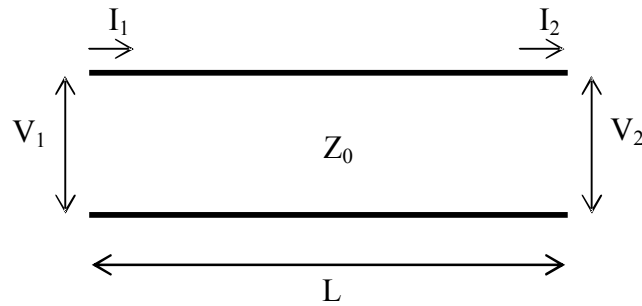
Παρακάτω δίνουμε τις εξισώσεις της γραμμής μεταφοράς για μια LPDA που τροφοδοτείται όπως στο σχήμα ξεκινώντας από το μεγαλύτερο δίπολο της κεραίας.

$$\begin{aligned}
 V_2 &= -V_1 \cos(k_0 d_1) & -jZ_0 I_1 \sin(k_0 d_1) \\
 I_{L2} &= -jV_1 \sin(k_0 d_1)/Z_0 & -I_1 \cos(k_0 d_1) \\
 V_3 &= -V_2 \cos(k_0 d_2) & -jZ_0 (I_2 + I_{L2}) \sin(k_0 d_2) \\
 I_{L3} &= -jV_2 \sin(k_0 d_2)/Z_0 & -(I_2 + I_{L2}) \cos(k_0 d_2) \\
 &\vdots & \\
 V_n &= -V_{n-1} \cos(k_0 d_{n-1}) & -jZ_0 (I_{n-1} + I_{Ln-1}) \sin(k_0 d_{n-1}) \\
 I_{Ln} &= -jV_{n-1} \sin(k_0 d_{n-1})/Z_0 & -(I_{n-1} + I_{Ln-1}) \cos(k_0 d_{n-1}) \\
 &\vdots & \\
 V_N &= -V_{N-1} \cos(k_0 d_{N-1}) & -jZ_0 (I_{N-1} + I_{LN-1}) \sin(k_0 d_{N-1}) \\
 I_{LN} &= -jV_{N-1} \sin(k_0 d_{N-1})/Z_0 & -(I_{N-1} + I_{LN-1}) \cos(k_0 d_{N-1})
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Το αρνητικό πρόσημο στο δεξί σκέλος των εξισώσεων αναφέρεται στην αλλαγή φάσης 180° , λόγω της διασταύρωσης της γραμμής μεταφοράς. Αυτές οι $2 \times N - 2$ ανεξάρτητες

εξισώσεις μαζί με τις N ανεξάρτητες εξισώσεις (4.1) αρκούν για την μοναδική λύση $3 \times N - 2$ αγνώστων. Οι άγνωστοι είναι : $I_1, I_2, \dots, I_N, V_1, V_2, \dots, V_{N-1}, I_{L2}, I_{L2}, \dots, I_{LN}$

Οι εξισώσεις (4.5) προέκυψαν από τη θεωρία γραμμών μεταφοράς που περιγράφει την μεταβολή της τάσης και του ρεύματος για μια γραμμή μήκους L και χαρακτηριστικής αντίστασης Z_0 .



Σχήμα 3 Γραμμή μεταφοράς μήκους L

$$V_1 = V_2 \cos(kL) + jZ_0 I_2 \sin(kL)$$

$$I_1 = jV_2 \sin(kL) / Z_0 + I_2 \cos(kL)$$

η αντίστροφα

$$V_2 = V_1 \cos(kL) - jZ_0 I_1 \sin(kL)$$

$$I_2 = -jV_1 \sin(kL) / Z_0 + I_1 \cos(kL)$$

Προς συνέχιση...

- Εκφραση όλων των Z_{ij} μέσω L_1 τ και σ ($i \neq j$)
- Το ίδιο και για Z_{ii} (αντίσταση ιδίου δίπολου)
- Επίλυση $3N-2$ εξισώσεων και εύρεση ρευμάτων I_1, I_2, \dots, I_N ,
- Υπολογισμός μακρινού πεδίου με επαλληλία

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα για μια υποθετική LPDA 4 στοιχείων. Η ανάλυση για κεραιές με περισσότερα στοιχεία είναι παρόμοια.

Η εξισώσεις τάσεων-ρευμάτων στους ακροδέκτες των διπόλων με βάση με βάση τους ορισμούς της αμοιβαίας και ίδιας αντίστασης γράφονται

$$\begin{aligned} I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12} + I_3 Z_{13} - I_4 Z_{14} - V_1 &= 0 \\ I_1 Z_{21} - I_2 Z_{22} + I_3 Z_{23} - I_4 Z_{24} - V_2 &= 0 \\ I_1 Z_{31} - I_2 Z_{32} + I_3 Z_{33} - I_4 Z_{34} - V_3 &= 0 \\ I_1 Z_{41} - I_2 Z_{42} + I_3 Z_{43} - I_4 Z_{44} &= V_4 \end{aligned}$$

Ενώ για τις γραμμές μεταφοράς που τα τροφοδοτούν γράφουμε

$$\begin{aligned} V_1 \cos(kd_1) + iZ_L I_1 \sin(kd_1) + V_2 &= 0 \\ iV_1 \sin(kd_1) + Z_L I_1 \cos(kd_1) + Z_L I_{L2} &= 0 \\ V_2 \cos(kd_2) + iZ_L I_2 \sin(kd_2) + iZ_L I_{L2} \sin(kd_2) + V_3 &= 0 \\ iV_2 \sin(kd_2) + Z_L I_2 \cos(kd_2) + Z_L I_{L2} \cos(kd_2) + Z_L I_{L3} &= 0 \\ V_3 \cos(kd_3) + iZ_L I_3 \sin(kd_3) + iZ_L I_{L3} \sin(kd_3) &= -V_4 \\ iV_3 \sin(kd_3) + Z_L I_3 \cos(kd_3) + Z_L I_{L3} \cos(kd_3) + Z_L I_{L4} &= 0 \end{aligned}$$

Αναδιατάσσουμε τις τελευταίες εξισώσεις ομαδοποιώντας τις παρόμοιες μεταξύ τους

$$\begin{aligned} V_1 \cos(kd_1) + iZ_L I_1 \sin(kd_1) + V_2 &= 0 \\ V_2 \cos(kd_2) + iZ_L I_2 \sin(kd_2) + iZ_L I_{L2} \sin(kd_2) + V_3 &= 0 \\ V_3 \cos(kd_3) + iZ_L I_3 \sin(kd_3) + iZ_L I_{L3} \sin(kd_3) &= -V_4 \\ \\ iV_1 \sin(kd_1) + Z_L I_1 \cos(kd_1) + Z_L I_{L2} &= 0 \\ iV_2 \sin(kd_2) + Z_L I_2 \cos(kd_2) + Z_L I_{L2} \cos(kd_2) + Z_L I_{L3} &= 0 \\ iV_3 \sin(kd_3) + Z_L I_3 \cos(kd_3) + Z_L I_{L3} \cos(kd_3) + Z_L I_{L4} &= 0 \end{aligned}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να γραφτούν όλες μαζί μέσω του συστήματος εξισώσεων.

$$A^* X = B$$

Όπου ο πίνακας A είναι ο παρακάτω :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & -Z_{12} & Z_{13} & -Z_{14} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{12} & -Z_{22} & Z_{23} & -Z_{24} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{13} & -Z_{23} & Z_{33} & -Z_{34} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{14} & -Z_{24} & Z_{34} & -Z_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ iZ_L \sin(kd_1) & 0 & 0 & 0 & \cos(kd_1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & iZ_L \sin(kd_2) & 0 & 0 & 0 & \cos(kd_2) & 1 & iZ_L \sin(kd_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & iZ_L \sin(kd_3) & 0 & 0 & 0 & \cos(kd_3) & 0 & iZ_L \sin(kd_3) & 0 \\ Z_L \cos(kd_1) & 0 & 0 & 0 & i \sin(kd_1) & 0 & 0 & Z_L & 0 & 0 \\ 0 & Z_L \cos(kd_2) & 0 & 0 & 0 & i \sin(kd_2) & 0 & Z_L \cos(kd_2) & Z_L & 0 \\ 0 & 0 & Z_L \cos(kd_3) & 0 & 0 & 0 & i \sin(kd_3) & 0 & Z_L \cos(kd_3) & Z_L \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας X είναι ο : $X = [I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ V_1 \ V_2 \ V_3 \ I_{L2} \ I_{L3} \ I_{L4}]^T$

Παρατηρώντας τον πίνακα A μ μπορούμε να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα ώστε να είναι πιο εύκολη η κατασκευή του. Χωρίζουμε τον πίνακα σε τρία κομμάτια κατά γραμμές και το ίδιο κατά στήλες. Ο συνδυασμός τους μας δίνει ένα σύνολο από εννέα περιοχές. Για μια κεραία N στοιχείων, ο πίνακας ε είναι τετραγωνικός $(3 \times N - 2) \times (3 \times N - 2)$ στοιχείων

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ A_4 & A_5 & A_6 \\ A_7 & A_8 & A_9 \end{bmatrix}$$

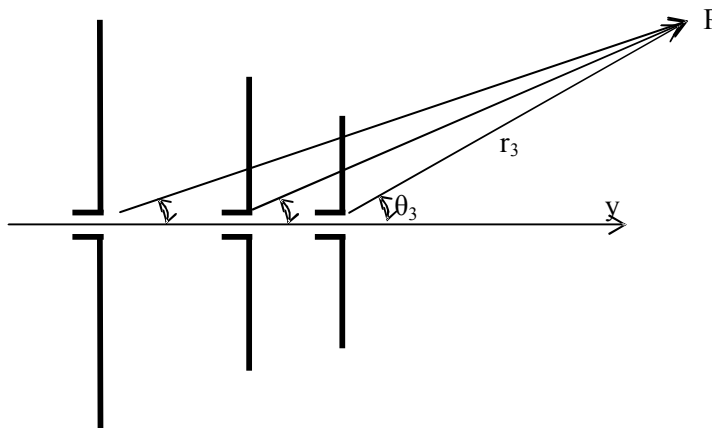
- Πίνακας A_1 με διαστάσεις $N \times N$: $A_1[i, j] = (-1)^{j-1} Z_{ij}$. Η τιμή του στοιχείου είναι: Z_{ij} αν είναι σε στήλη περιττού δείκτη και $-Z_{ij}$ αν είναι σε στήλη αρτίου δείκτη.
- Πίνακας A_2 με διαστάσεις $N \times N - 1$: Για $1 \leq i \leq N - 1$ έχουμε $A_2[i, i] = -1$. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδέν.
- Ο πίνακας A_3 με διαστάσεις $N \times N - 1$ είναι μηδενικός. Για $1 \leq i \leq N$ και $1 \leq j \leq N - 1$ έχουμε $A_2[i, j] = 0$.
- Πίνακας A_4 με διαστάσεις $N - 1 \times N$: $A_4[i, i] = \sqrt{-1} * Z_L \sin(kd_i)$ Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδέν.
- Πίνακας A_5 με διαστάσεις $N - 1 \times N - 1$: $A_5[i, i] = \cos(kd_i)$ και $A_5[i, i+1] = 1$ Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδέν.

- Πίνακας A_6 με διαστάσεις $N-1 \times N-1$: $A[i+1, i] = \sqrt{-1} Z_L \sin(kd_{i+1})$. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδέν.
- Πίνακας A_7 με διαστάσεις $N-1 \times N$: $A[i, i] = Z_L \cos(kd_{i+1})$. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδέν.
- Πίνακας A_8 με διαστάσεις $N-1 \times N-1$: $A[i, i] = \sqrt{-1} \sin(kd_i)$. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδέν.
- Πίνακας A_9 με διαστάσεις $N-1 \times N-1$: $A[i, i] = Z_L$ και $A[i+1, i] = Z_L \cos(kd_{i+1})$. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι μηδέν.

Ο πίνακας B είναι πίνακας στήλη με $(3 \times N - 2)$ στοιχεία τα οποία είναι όλα μηδέν εκτός από $B[N] = V_N$ και $B[3N-3] = -V_N$.

Η λύση της εξίσωσης $A * X = B$ είναι ο πίνακας στήλη X όπου τα N πρώτα στοιχεία του είναι η τιμές των ρευμάτων $I_1, I_2, I_3 \dots I_N$.

Το επόμενο μας βήμα είναι ο υπολογισμός του διαγράμματος ακτινοβολίας γνωρίζοντας τα ρεύματα που διαρρέουν το κάθε δίπολο.



Η κατανομή ρεύματος κατά μήκος κάθε διπόλου είναι της μορφής:

$$I_z = \begin{cases} I_m \sin \left[k \left(\frac{L}{2} - z \right) \right] & z > 0 \\ I_m \sin \left[k \left(\frac{L}{2} + z \right) \right] & z < 0 \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι έχει ημιτονοειδή μορφή και πάντα μηδενίζεται στα άκρα.

Θεωρούμε ένα σημείο P στο μακρινό πεδίο της κεραιάς την οποία για πρακτικούς λόγους την έχουμε σχεδιάσει να αποτελείται από τρία μόνο δίπολα. Αυτό δεν επηρεάζει την ανάλυση όπου θεωρούμε αυθαίρετο πλήθος N στοιχείων. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P της μακρινής περιοχής δίνεται από τη σχέση

$$E(r) = E_1(r) + E_2(r) + \dots + E_N(r)$$

Δυστυχώς ο υπολογισμός δεν μπορεί να γίνει αναλυτικά καθώς έχουμε διαφορές τόσο στα ρεύματα που διαρρέουν τα δίπολα (μέτρο και φάση) όσο και τα μήκη τους που μειώνονται προοδευτικά. Επομένως δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε κάποιον παράγοντα διάταξης. Συμφώνα με τη θεωρία κεραιών στο μακρινό πεδίο το κάθε δίπολο έχει μόνο H_ϕ και E_θ συνιστώσες και οι τιμές τους δίνονται παρακάτω:

$$H_\phi = \frac{jI_{i0}}{2\pi r_i} e^{-jkr_i} \frac{\cos\left(k \frac{L_i}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(k \frac{L_i}{2}\right)}{\sin\theta}$$

$$E_{i\theta} = nH_\phi = \frac{jnI_{i0}}{2\pi r_i} e^{-jkr_i} \frac{\cos\left(k \frac{L_i}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(k \frac{L_i}{2}\right)}{\sin\theta}$$

όπου I_{i0} είναι η ένταση του ρεύματος στο σημείο τροφοδοσίας του διπόλου i.

Η ένταση ακτινοβολίας υπολογίζεται από τη σχέση

$$U_\theta = r_i^2 P_{r_i}(r_i, \theta) = \frac{1}{2} \left| \text{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}_i) \times \vec{H}(\vec{r}_i)^* \right] \right| = \frac{nI_{im}^2}{8\pi^2} \left(\frac{\cos\left(k \frac{L_i}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(k \frac{L_i}{2}\right)}{\sin\theta} \right)^2$$

Για τον υπολογισμό του μακρινού πεδίου αυτής της διάταξης θα υιοθετήσουμε μερικές παραδοχές.

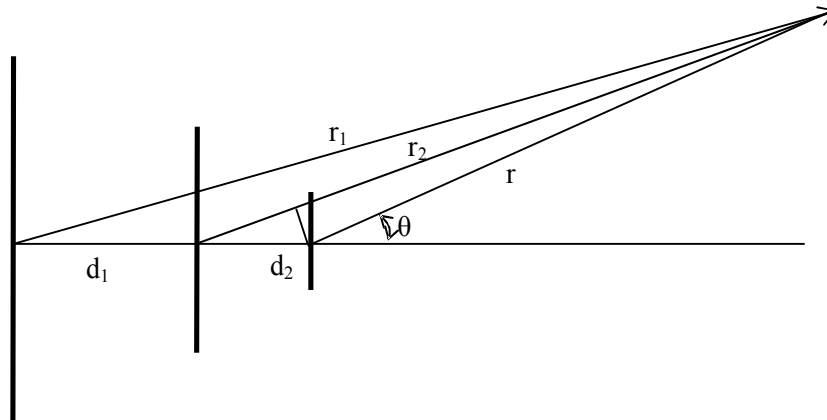
$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_1 &= \hat{\theta}_2 = \dots = \hat{\theta}_N \\ \theta_1 &= \theta_2 = \dots = \theta_2 \\ r_1 &= r_2 = \dots = r_N \end{aligned} \right\} \text{για μεταβολές του μέτρου των πεδριακών μεγεθών}$$

Ως σημείο αναφοράς (κέντρο των συντεταγμένων) θα ορίσουμε το σημείο τροφοδοσίας του μικρότερου διπόλου. Όπως ξέρουμε αυτή η προσέγγιση δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε ότι αφορά τους εκθέτες διότι μια ελάχιστη μεταβολή του r_i θα είχε ως αποτέλεσμα μια σημαντική μεταβολή της φάσης.

Π.χ. στο παρακάτω παράδειγμα έχουμε μήκος κύματος $\lambda=2m$ ($f=150\text{ MHz}$) . Η φάση του κύματος που αντιστοιχεί σε αποστάσεις $r_1 = 1000\text{ m}$ και $r_2 = 1001\text{ m}$ είναι :

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} r_1 = 180000^\circ \quad \text{και} \quad \phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} r_2 = 180180^\circ$$

Παρατηρούμε ό τι τα πεδία που βρίσκονται στις αποστάσεις 1000 m και 1001 m αντίστοιχα έχουν διαφορά φάσης 180° !



$$r_1 = r + (d_1 + d_2)\cos\theta \quad r_2 = r + d_2\cos\theta$$

Πρώτα θα υπολογίσουμε τα ηλεκτρικά πεδία ξεχωριστά του κάθε διπόλου και έπειτα θα τα αθροίσουμε. Το πεδίο που προκαλεί το κάθε δίπολο διαφέρει από τα άλλα επειδή διαφέρει το μήκος τους, η απόστασή τους και το ρεύμα τροφοδοσίας τους.

3.3 Σχεδίαση της λογαριθμικής περιοδικής διπολικής κεραίας

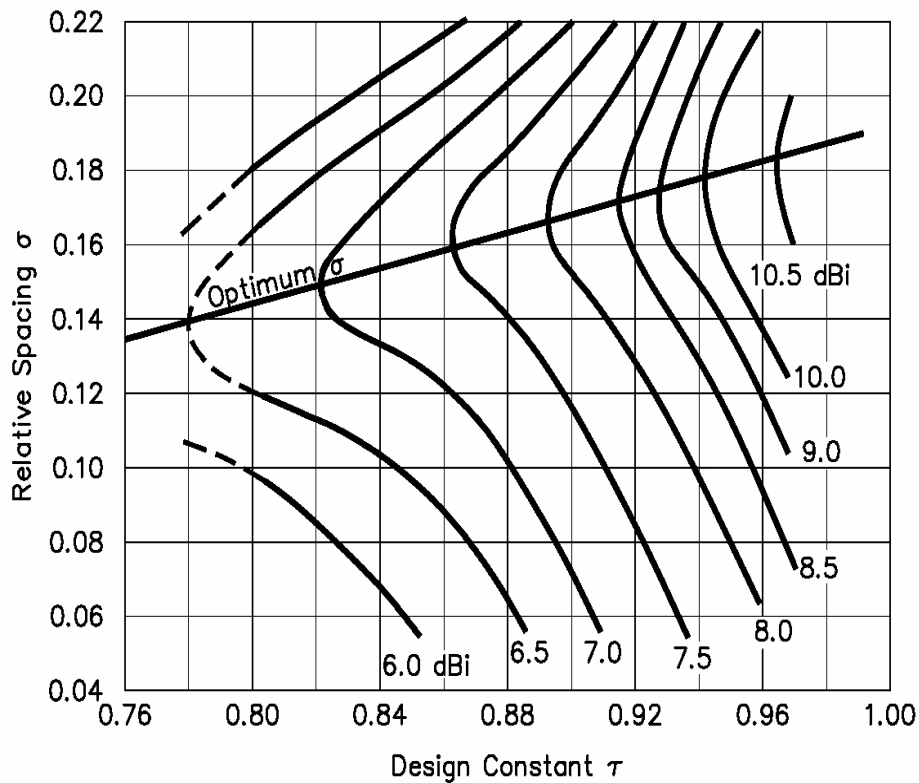
Μέχρι στιγμής είχαμε επικεντρωθεί στην ανάλυση των χαρακτηριστικών μεγεθών της κεραίας. Η ανάλυση αναφερόταν στον προσδιορισμό του διαγράμματος ακτινοβολίας μιας δεδομένης κεραίας. Αντίθετα η σχεδίαση αναφέρεται στα υλικά χαρακτηριστικά (μήκη, γωνίες κλπ.) της κεραίας που πρέπει να προσδιοριστούν με στόχο το επιθυμητό διάγραμμα ακτινοβολίας. Δυστυχώς δεν υπάρχει μοναδική μέθοδος σχεδίασης που να δίνει ως αποτέλεσμα μια βέλτιστη κεραία για τις συγκεκριμένες προδιαγραφές. Διάφορες μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί για την σχεδίαση μιας λογαριθμικής περιοδικής διπολικής κεραίας. Η περισσότερες επινοήθηκαν από τις παρατηρήσεις των εργαστηριακών πειραμάτων. Η σχεδίαση κεραίων ανήκει σε μια ευρύτερη κατηγορία που είναι η *σύνθεση κεραίων*. Η διαφορά της σύνθεσης από τη σχεδίαση είναι ότι στη σύνθεση δεν έχει επιλεγθεί το είδος της κεραίας που θα χρησιμοποιηθεί. Π.χ. με δεδομένο κάποιο διάγραμμα ακτινοβολίας να προσδιοριστεί το είδος και τα φυσικά μεγέθη της κεραίας με τα επιθυμητά αποτελέσματα. Από τη στιγμή που αναφερόμαστε στον LPDA θα επικεντρωθούμε στην εύρεση του πλάτους και των μήκων των στοιχείων της, όπως και της γωνίας α . Άρα αναφερόμαστε σε ένα πρόβλημα σχεδίασης. Για πολλά χρόνια η βέλτιστη σχεδίαση πετυχαίνονταν πειραματικά. Όμως με την έλευση των υπολογιστών υψηλής ταχύτητας πολλές αριθμητικές μέθοδοι, βασισμένες σε αναλυτικές διατυπώσεις, έχουν χρησιμοποιηθεί για να εξάγουν τις γεωμετρικές διαστάσεις για βέλτιστη απόδοση λειτουργίας.

Η σχεδίαση που θα παρουσιάσουμε παρακάτω γίνεται με ένα συστηματικό τρόπο ακολουθώντας έναν αριθμό βημάτων.

Αρχικά καθορίζουμε το μεγαλύτερο, λ_L και το μικρότερο, λ_U μήκος κύματος λειτουργίας της κεραίας, που αντιστοιχούν στην μικρότερη και μεγαλύτερη συχνότητα από τη σχέση μήκους κύματος - συχνότητας: $\lambda = c/f$

Επιλέγουμε τις σχεδιαστικές παραμέτρους τ και σ από το παρακάτω γράφημα για το συγκεκριμένο κέρδος που θέλουμε να έχουμε.

Το γράφημα αυτό παρουσιάζει τη βέλτιστη σχέση μεταξύ των παραμέτρων τ και σ για μέγιστη κατευθυντικότητα, και αναφέρεται σε λόγο μήκους προς διάμετρο δίπολων, ίσο με 70.



Το μήκος του μεγαλύτερου δίπολου καθορίζεται από τη σχέση

$$L_1 = K_1 \times \lambda_L$$

όπου K_1 είναι η κάτω σταθερά αποκοπής και προσδιορίζεται από την εμπειρική σχέση

$$K_1 = 1.01 - 0.519\tau$$

Παρατηρούμε ότι το K_1 κυμαίνεται στο 0.5 ώστε το L_1 να είναι περίπου δίπολο $\lambda/2$ για την χαμηλότερη συχνότητα..

Αντίστοιχα K_2 είναι η άνω σταθερά αποκοπής και υπολογίζεται:

$$K_2 = 7.08\tau^3 - 21.3\tau^2 + 21.98\tau - 7.3 + \sigma(21.82 - 66\tau + 62.12\tau^2 - 18.29\tau^3)$$

Έχουμε : $L_N = K_2 * \lambda_U$ όπου L_N το μήκος του μικρότερου δίπολου.

Όπως ξέρουμε

$$L_N/L_1 = \tau^{N-1} \Rightarrow K_2 \times \lambda_U / K_1 \times \lambda_L = \tau^{N-1}$$

Αν λογαριθμίσουμε έχουμε :

$$\log\left(\frac{K_2 * \lambda_U}{K_1 * \lambda_L}\right) = (N-1) \log(\tau)$$

Απ' εδώ μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των στοιχείων της κεραίας

$$N = 1 + \frac{\log\left(\frac{K_2 * \lambda_U}{K_1 * \lambda_L}\right)}{\log(\tau)} = 1 + \frac{\log\left(\frac{K_2}{K_1}\right) + \log\left(\frac{\lambda_U}{\lambda_L}\right)}{\log(\tau)}$$

$$\frac{\lambda_U}{\lambda_L} = \frac{f_L}{f_U}$$

Αντικαθιστούμε τα μήκη κύματος με συχνότητες και ο αριθμός των δίπολων είναι :

$$N = 1 + \frac{\log\left(\frac{K_2}{K_1}\right) + \log\left(\frac{f_L}{f_U}\right)}{\log(\tau)}$$

Στον παραπάνω τύπο το N πρέπει να είναι ακέραιος αριθμός γι' αυτό στρογγυλοποιούμε το δεξί μέλος στον πλησιέστερο ακέραιο εισάγοντας ένα μικρό σφάλμα.

Για μια δεδομένη συχνότητα λειτουργίας έχουμε $f_U = f_L = f$. Ο αριθμός των δίπολων στην ενεργό περιοχή (active region) είναι

$$N_{ar} = 1 + \frac{\log\left(\frac{K_2}{K_1}\right)}{\log(\tau)}$$

Η αύξηση των δίπολων στην ενεργό περιοχή σημαίνει μείωση του $|\log(\tau)|$, άρα αύξηση του κέρδους κεραίας.

Ξέροντας το μήκος του μεγαλύτερου και μικρότερου δίπολου μπορούμε να βρούμε όλα τα μήκη από τις σχέσεις

$$L_2 = \tau * L_1, \quad L_3 = \tau * L_2 = \tau^2 * L_1 \quad L_n = \tau^{n-1} * L_1$$

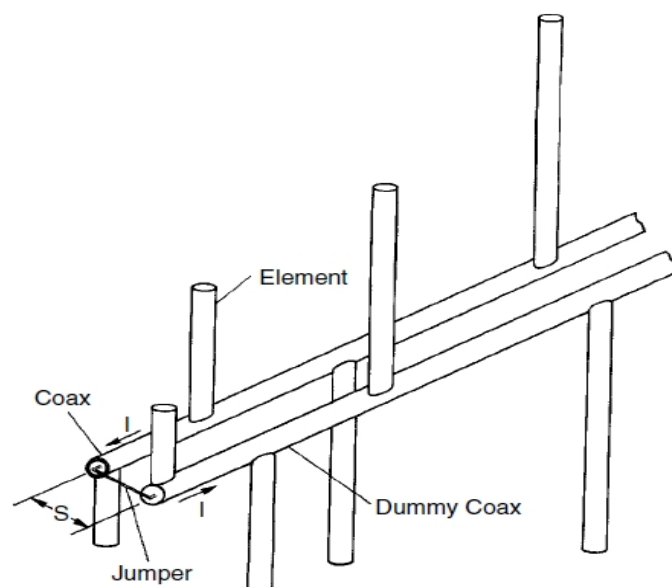
Η απόσταση του δίπολου 2 από το 1 είναι

$$d_1 = \frac{L_1 - L_2}{2} \cot(a)$$

Έτσι μπορούμε να προσδιορίσουμε όλες τις θέσεις των δίπολων. Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να αυτοματοποιηθεί και μέσω κάποιου λογισμικού.

3.4 Τροφοδότηση λογαριθμικής περιοδικής κεραίας

Όταν συνδέουμε μια κεραία με μια γραμμή μεταφοράς είναι σημαντικό να γίνεται αποδοτική μεταφορά της διατιθέμενης ισχύος. Ο κυριότερος στόχος της τροφοδοσίας είναι η προσαρμογή μεταξύ της κεραίας και της γραμμής μεταφοράς. Η LPDA κεραία είναι η πιο διαδεδομένη κεραία στις *πολύ υψηλές συχνότητες* VHF (Very High Frequency) και συνεχίζει να κερδίζει έδαφος και στην περιοχή των *Εξαιρετικά υψηλών συχνοτήτων* UHF (Ultra High Frequency). Στην πραγματικότητα πολλές κεραίες τηλεόρασης που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι LPDA έτσι ώστε να παρέχουν υψηλό κέρδος και κατευθυντικότητα για τις δύο ζώνες συχνοτήτων VHF και UHF. Το διάγραμμα ακτινοβολίας, το κέρδος και η αντίσταση εισόδου μιας LPDA εξαρτώνται από τις σχεδιαστικές παραμέτρους τ και σ . Συνήθως η εμπορικές κεραίες κυρίως για λήψη σχεδιάζονται με ένα μειωμένο κέρδος για την χαμηλότερη τ ουσ συχνότητα αφαιρώντας τα μεγαλύτερα δίπολα που έχουν και μεγαλύτερο κόστος κατασκευής. Η τροφοδότηση της LPDA γίνεται γενικά διαμέσου μιας προσαρμοσμένης γραμμής μεταφοράς. Γενικά όλες οι κεραίες που λειτουργούν στη ζώνη HF χρειάζονται κάποια προσαρμογή με την πηγή τροφοδοσίας τους. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να υπάρξει ώστε να εμποδιστεί η γραμμή μεταφοράς από το να παρεμβάλλεται στο διάγραμμα ακτινοβολίας. Όπως ξέρουμε υπάρχουν διάφορες προσαρμοστικές διατάξεις για να επιτύχουμε ταύτιση του πραγματικού μέρους της αντίστασης της κεραίας με την χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς. Η αντίσταση της κεραίας εξαρτάται επίσης από το πάχος των δίπολων και το διάκενο στην τροφοδοσία τους.



Σχήμα 3.χ Τροφοδοσία LPDA με ομοαξονικό καλώδιο

Ουσιαστικά η αντίσταση κάθε διπόλου είναι συνάρτηση του μεγέθους : μήκος/διάμετρο, εφόσον όμως τα μήκη μεταβάλλονται θα πρέπει να μεταβάλλονται και οι διάμετροι για να έχουμε σταθερή αντίσταση. Η κύρια επίπτωση αυτής της διακύμανσης είναι η μεταβολή της αντίστασης εισόδου σε σχέση με τη συχνότητα. Η αντίσταση της γραμμής μεταφοράς σχεδιάζεται έτσι ώστε στην ενεργό περιοχή η κεραία να παρουσιάζει μόνο ωμική αντίσταση. Οι κεραίες με λίγα στοιχεία στην ενεργή περιοχή παρουσιάζουν φτωχή απόδοση σε διάφορες συχνότητες που αντιστοιχούν στη μετατόπισή της σε περιοχή με απουσία στοιχείων. Συνήθως η γραμμή μεταφοράς μετά και το τελευταίο (μεγαλύτερο) δίπολο κλείνει μέσω μιας δεύτερης γραμμής με υψηλή χαρακτηριστική αντίσταση ($Z_0 \approx 150 \text{ ohms}$) ή απλώς προσθέτοντας μια ωμική αντίσταση ίδιου μεγέθους. Εάν είχε απλώς βραχυκυκλωθεί (η ανοιχτοκυκλωθεί) τότε θα είχαμε ανεπιθύμητα φαινόμενα συντονισμού προκαλούμενα από την ανάκλαση της ενέργειας μεταξύ του τερματισμού και το κάτω άκρο (που αντιστοιχεί στη μικρότερη συχνότητα) της ενεργούς περιοχής. Η προσθήκη της αντίστασης στον τερματισμό κάνει πιο αποδοτική τη συμπεριφορά της κεραίας στην ενεργό περιοχή.

Στη θεωρία κεραιών ορίζουμε το κέντρο φάσης (*phase center*) το σημείο από το οποίο η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια διαδίδεται σφαιρικά προς τα έξω, με τη φάση του σήματος να είναι ίση σε κάθε σημείο της σφαίρας. Το κέντρο φάσης της λογαριθμικής κεραίας βρίσκεται στη μέση της ενεργούς περιοχής κάθε φορά. Αν οι κεραία αποτελείται από πολλά δίπολα $\lambda/2$ το καθένα συντονισμένο για κάποια συχνότητα, το κέντρο φάσης θα βρίσκεται σε αυτό που αντιστοιχεί στη συχνότητα $\lambda/2$.

Η συνθήκη για την ακτινοβολία μιας τέτοιας δομής ικανοποιείται όταν η μεταβολή φάσης από στοιχείο σε στοιχείο είναι σχεδόν ίδια η μεγαλύτερη από αυτή του ελευθέρου χώρου.

Κεφάλαιο 4

Η λογαριθμική περιοδική μονοπολική κεραία πάνω από αγώγιμο επίπεδο

4.1 Η λογαριθμική περιοδική μονοπολική κεραία πάνω από αγώγιμο επίπεδο

Η ραγδαία πρόοδος των ασύρματων επικοινωνιών τα τελευταία χρόνια προκάλεσε την ανάγκη για νέες σχεδιαστικές ιδέες στην κατασκευή κεραιών. Ένας αντικειμενικός σκοπός της σχεδίασης κεραιών ήταν πάντα η ελάττωση του φυσικού μεγέθους και του βάρους χωρίς να επηρεαστεί σημαντικά η απόδοση της. Ένα έντονο ενδιαφέρον στην έρευνα έχει παρατηρηθεί τον τελευταίο καιρό στην περιοχή της σμίκρυνσης κεραιών (*antenna miniaturization*). Για πολλές εφαρμογές εκπομπής στο ύψος της LPDA είναι σχεδόν απαγορευτικό ειδικά στο φάσμα των χαμηλών συχνοτήτων (σε περιπτώσεις εκπομπής φτάνει μέχρι και τα 6 μέτρα) για την επιλογή της. Αυτό που χρειάζεται είναι μια κεραία που ενσωματώνει όλα τα πλεονεκτήματα της ωστόσο σε πιο συμπαγή μορφή. Το μεγαλύτερο μέρος της θεωρίας κεραιών αναφέρεται σε ομογενές μέσο που χαρακτηρίζεται από τις παραμέτρους ϵ και μ .

Η λογαριθμική περιοδική μονοπολική κεραία (LPM A) προκύπτει από την αντίστοιχη διπολική αντικαθιστώντας τα δίπολα με μονόπολα. Αν τοποθετήσουμε την LPMA πάνω από μια αγώγιμη επιφάνεια τότε σύμφωνα με τη θεωρία των ειδώλων το κάθε μονόπολο ισοδυναμεί με ένα δίπολο διπλάσιου μεγέθους, επομένως η μονοπολική θα ισοδυναμεί με την διπολική κεραία. Αν και η αγώγιμη επιφάνεια είναι ένα ενεργό κομμάτι του συστήματος ακτινοβολίας λίγη προσοχή έχει δοθεί στην επίδρασή της στο σύστημα ακτινοβολίας. Λόγο του μεγάλου φυσικού μεγέθους των λογαριθμικών κεραιών (κυρίως κεραιών εκπομπής), ο υπό-διπλασιασμός αυτός έχει αρκετά πλεονεκτήματα όπως

- μικρότερο βάρος
- λιγότερες και μικρότερες κατασκευές υποστήριξης
- μικρότερο κόστος

Κύριο μειονέκτημα της μονοπολικής είναι η δυσκολία τροφοδότησης της για την προσαρμογή της

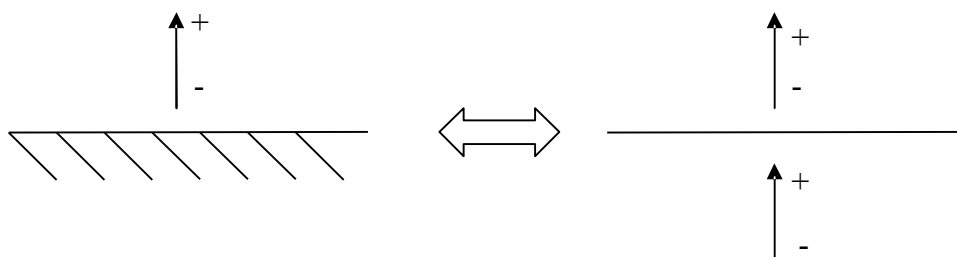
Η μονοπολική κεραία υποστηρίζει μόνο την κάθετη πόλωση σε αντίθεση με την διπολική που υποστηρίζει και την οριζόντια. Για οριζόντια πόλωση θα έπρεπε η μεταλλική επιφάνεια να είναι κάθετη στο επίπεδο της γης, πράγμα πρακτικά αδύνατο.

Οι παράμετροι σ , τ και α είναι ίδιοι με τις διπολικής γι' αυτό δεν θα αναφερθούμε σε γεωμετρικά χαρακτηριστικά της LPMA (αναλυτική παρουσίαση έχει γίνει στο 3.1).

Κανονικά ένα μονόπολο μπορεί να τροφοδοτηθεί μέσω μιας γραμμής μεταφοράς της οποίας η χαρακτηριστική αντίσταση η μισή αυτής που τροφοδοτεί το δίπολο, ή με την προσαρμοσμένη εκδοχή της : η μια πλευρά συνδεδεμένη με το γειωμένο αγωγίμο επίπεδο και η άλλη με τον ακτινοβολητή.

Όπως ξέρουμε η παρουσία αγωγίμων επιπέδων στο περιβάλλον μιας κεραίας επηρεάζει σημαντικά τα χαρακτηριστικά ακτινοβολίας της, λόγω της ανάκλασης των ηλεκτρο-μαγνητικών κυμάτων επί του αγωγίμου επιπέδου.

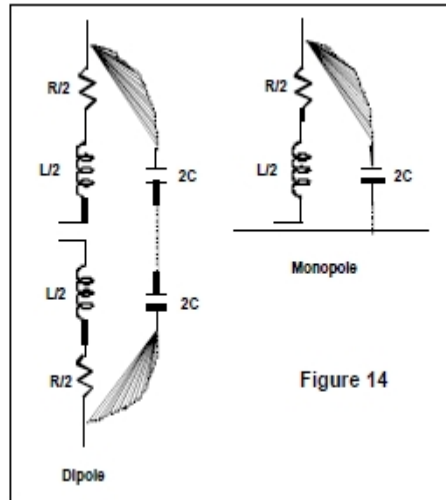
Θεωρούμε ένα στοιχειώδη αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα I και είναι κάθετος σε απόσταση d από το αγωγίμο επίπεδο.



Ο υπολογισμός του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου μπορεί να γίνει με την αντικατάσταση του αγωγίμου επιπέδου από το είδωλο του αγωγού. Ο αγωγός είδωλο έχει την ίδια κατανομή φορτίου με τον πραγματικό έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι οριακές συνθήκες στην επιφάνεια του αγωγίμου επιπέδου.

Κάθε δίπολο μπορεί να αντικατασταθεί με ένα ισοδύναμο κύκλωμα ωμικής αντίστασης, ένα πηνίο και έναν πυκνωτή σε σύνδεση σε σειρά με τα δύο πρώτα στοιχεία όπως

φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα. Η μόνη συνιστώσα που θα ακτινοβολήσει ηλεκτρομαγνητική ενέργεια είναι η ωμική αντίσταση. Ονομάζουμε την αντίσταση “αντίσταση ακτινοβολίας” επειδή αντιπροσωπεύει την ενέργεια που μετατρέπεται σε ακτινοβολία. Στις χαμηλές συχνότητες η αντίσταση του δίπολου θα είναι χωρητική, στις υψηλές θα είναι επαγωγική και κατά το συντονισμό θα είναι ωμική.



Η αντίσταση εισόδου του μονόπολου θα είναι η μισή της αντίστασης του δίπολου.

Στόχος μας είναι να τροφοδοτήσουμε την μονοπολική κεραία με τέτοιο τρόπο ώστε τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά να είναι ίδια με της διπολικής. Αν και η τροφοδοσία της διπολικής είναι σχετικά απλή χρησιμοποιώντας μια διασταυρωμένη γραμμή μεταφοράς, για την μονοπολική τα πράγματα είναι πιο περίπλοκα. Διαφορές μεθόδου έχουν προταθεί, μερικές από τις οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

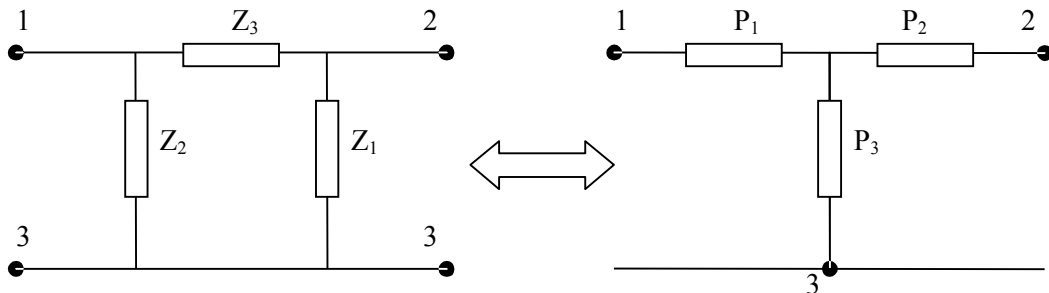
Τα στοιχεία που παρεμβάλλονται είναι σύνθετα και επιλέγονται ώστε να ρυθμίζουν κατάλληλα τα ρεύματα (μέτρο και φάση) των στοιχείων της κεραίας. Επίσης επειδή η κεραία είναι ευρείας ζώνης, πρέπει να ταυτίζεται με την αντίστοιχη διπολική για όλο το φάσμα λειτουργίας.

Εμείς θα ασχοληθούμε με τις δύο πρώτες τοπολογίες οι οποίες είναι ουσιαστικά ισοδύναμες μεταξύ τους. Πρόκειται για τις δύο συνδέσεις:

- σύνδεση κατά αστέρα (σύνδεση T)
- σύνδεση τριγώνου (σύνδεση Π)

Ακολουθεί μια σύντομη ανάλυση αυτής της ισοδυναμίας.

Από τη θεωρία κυκλωμάτων ξέρουμε ότι η σύνδεση αστέρα ισοδυναμεί με τη σύνδεση τριγώνου αντικαθιστώντας τις (στη γενική περίπτωση σύνθετες) αντιστάσεις R_1 , R_2 και R_3 με τις αντίστοιχες P_1 , P_2 και P_3 . Ο μετασχηματισμός αυτός είναι αμφιμονοσήμαντος.



Σχήμα 4.2 Ισοδυναμία μεταξύ αντιστάσεων σε σύνδεση τριγώνου και σε σύνδεση αστέρα

Η αντίσταση μεταξύ των σημείων 1 και 2 δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Z_{12} = P_1 + P_2 = Z_3 \parallel (Z_1 + Z_2) = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (4.1)$$

Το ίδιο γράφουμε και για τις αντιστάσεις μεταξύ των υπόλοιπων σημείων

$$Z_{13} = P_1 + P_3 = Z_2 \parallel (Z_1 + Z_3) = \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (4.2)$$

$$Z_{23} = P_2 + P_3 = Z_1 \parallel (Z_2 + Z_3) = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (4.3)$$

Αφαιρούμε από την (4.1) την (4.2) και έχουμε:

$$Z_{12} - Z_{13} = P_1 + P_2 - P_1 - P_3 = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} - \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$P_2 - P_3 = \frac{Z_3 Z_1 - Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (4.4)$$

Προσθέτουμε τις (4.3) και (4.4)

$$P_2 + P_3 + P_2 - P_3 = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_3 Z_1 - Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \Rightarrow 2P_2 = \frac{2Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

Επομένως έχουμε :
$$P_2 = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

Αντίστοιχα
$$P_1 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad \text{και} \quad P_3 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

Αντίστροφα για την μετατροπή από αστέρα σε τρίγωνο ισχύουν τα παρακάτω :

$$Z_1 = \frac{P_1 P_2 + P_1 P_3 + P_2 P_3}{P_1} \quad Z_2 = \frac{P_1 P_2 + P_1 P_3 + P_2 P_3}{P_2} \quad Z_3 = \frac{P_1 P_2 + P_1 P_3 + P_2 P_3}{P_3}$$

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με την κεραία σε σύνδεση αστέρα. Η ανάλυση για την κεραία σε σύνδεση τριγώνου είναι παρόμοια.

Αν θεωρήσουμε τα παραπάνω κυκλώματα σαν δίθυρα τότε μπορούμε εύκολα να βρούμε τη μήτρα παραμέτρων μεταφοράς τους.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

Όπου $A = V_1 / V_2 \Big|_{I_2=0}$ $B = V_1 / (-I_2) \Big|_{V_2=0}$ $C = I_1 / V_2 \Big|_{I_2=0}$ $D = I_1 / (-I_2) \Big|_{V_2=0}$

Για $I_2=0$ έχουμε τους τύπους $V_1 = (P_1 + P_3) * I_1$ και $V_2 = P_3 * I_1$ οπότε

$$A = (P_1 + P_3) * P_3 \quad \text{και} \quad C = 1 / P_3$$

Βραχυκυκλώνοντας τα σημεία 2 και 3 ($V_2 = 0$), λαμβάνουμε

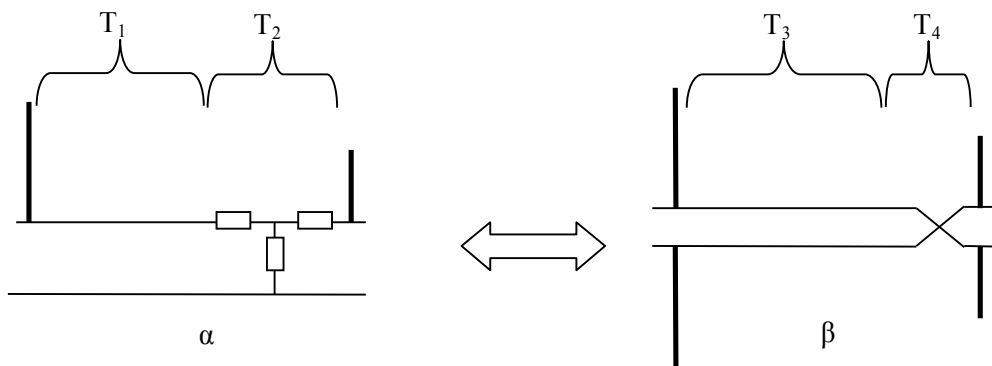
$$I_1 = V_1 / (P_1 + P_2 \parallel P_3) = V_1 / [P_1 + P_2 P_3 / (P_2 + P_3)]$$

$$I_2 = -I_1 * P_3 / (P_2 + P_3)$$

Από αυτές τις σχέσεις προκύπτουν και οι υπόλοιποι παράμετροι :

$$B = (P_1 P_2 + P_1 P_3 + P_2 P_3) / P_3 \quad \text{και} \quad D = (P_2 + P_3) / P_3$$

Επανερχόμαστε τώρα στην μονοπολική κεραία και την ισοδυναμία ως προς την διπολική που θέλουμε να πετύχουμε.



Σχήμα 4.3 Δύο συνεχόμενα στοιχεία της λογαριθμικής περιοδικής α) μονοπολικής και β) διπολικής κεραίας

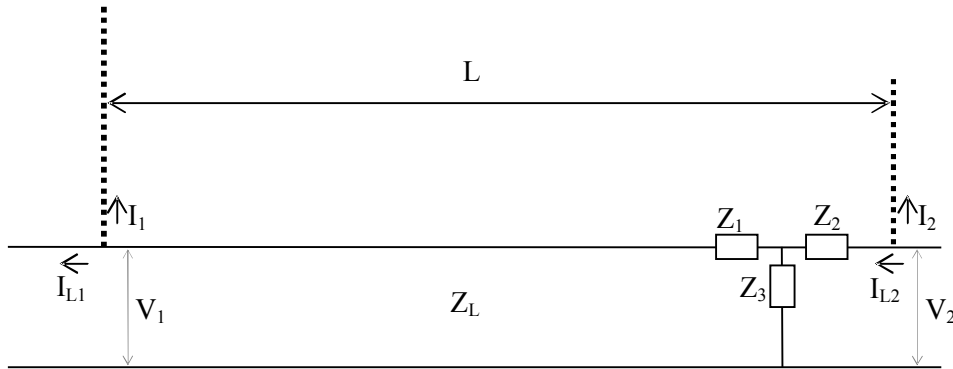
Για να έχουν το ίδιο διάγραμμα ακτινοβολίας θα πρέπει τα ρεύματα που διαρρέουν τα μονόπολα να είναι ίδια με τα αντίστοιχα που διαρρέουν το πάνω τμήμα των δίπολων εφόσον το μονόπολο είδωλο ισοδυναμεί με το κάτω τμήμα των δίπολων.

Η σχέση τάσεων-ρευμάτων για την καθεμία διάταξη είναι:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$$

Οι αμοιβαίες (Z_{ij}) και οι ίδιες αντιστάσεις (Z_{ii}) είναι ίσες για της δύο κεραίες σύμφωνα με τη θεωρία των ειδώλων. Η ισότητα αυτή επιβάλλει ίσες τάσεις έτσι ώστε να ταυτιστούν τα ρεύματα. Άρα αυτό συμπεραίνουμε ότι και οι γραμμές μεταφοράς πρέπει να είναι ισοδύναμες.

Παρακάτω θεωρούμε δύο συνεχόμενα στοιχεία της κεραίας και τις αντιστάσεις που παρεμβάλλονται μεταξύ τους. Οι αντιστάσεις είναι τοποθετημένες στο δεξί άκρο της απόστασης των στοιχείων.



Σχήμα 4.4 Τοποθέτηση σε σχήμα αστέρα σύνθετων αντιστάσεων μεταξύ των στοιχείων της κεραίας

Η παρακάτω μελέτη περιλαμβάνει το μέρος με τα συγκεντρωμένα στοιχεία που είναι οι αντιστάσεις Z_1 , Z_2 και Z_3 και την γραμμή μεταφοράς με κατανεμημένη αντίσταση Z_L .

Θέλουμε να βρούμε τα A , B , C και D στη σχέση :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_{L2} \end{bmatrix}$$

Για το λόγο αυτό θα χωρίσουμε τη διάταξη σε δύο μέρη :

1. το τμήμα αριστερά του αστέρα με μήτρα παραμέτρων μεταφοράς T_1
2. ο αστέρας με μήτρα παραμέτρων μεταφοράς T_2

Από τη θεωρία δικτύων η συνολική μήτρα δίνεται από τη σχέση :

$$T = T_1 * T_2$$

Η σειρά πολλαπλασιασμού είναι σημαντική στα αλυσωτά δίθυρα αρκεί να θυμηθούμε ότι από μαθηματικής σκοπιάς έχει σημασία η σειρά πολλαπλασιασμού πινάκων.

Έχουμε :

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos(kL) & jZ_L \sin(kL) \\ j \sin(kL)/Z_L & \cos(kL) \end{bmatrix}$$

Η μήτρα παραμέτρων του αστέρα αποδείξαμε παραπάνω ότι είναι :

$$T_2 = \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_3)/Z_3 & (Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3)/Z_3 \\ 1/Z_3 & (Z_2 + Z_3)/Z_3 \end{bmatrix}$$

Σύμφωνα με τη διάταξη των στοιχείων θα πρέπει να ισχύει :

$$T_1 \times T_2 = T_3 \times T_4$$

Όμως,

$$T_1 = T_3 \text{ και η ορίζουσα } \det(T_1) = \cos^2(kL) - (-j)^2 \sin^2(kL) * \frac{Z_L}{Z_L} = 1$$

Επειδή λοιπόν η ορίζουσα είναι διάφορη του μηδενός πρέπει να ισχύει $T_2 = T_4$

Γνωρίζουμε ότι $T_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, άρα πρέπει

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_3)/Z_3 & (Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3)/Z_3 \\ 1/Z_3 & (Z_2 + Z_3)/Z_3 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\frac{Z_1 + Z_3}{Z_3} = -1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{Z_3} = 0 \quad (2)$$

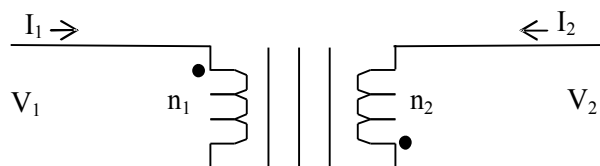
$$\frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_3} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{(Z_2 + Z_3)}{Z_3} = -1 \quad (4)$$

Όμως για να ισχύουν αυτές οι ισοδυναμίες πρέπει $Z_3 = \infty$ (από τη σχέση 2), πράγμα που μας οδηγεί στο ότι $Z_1 = -2 * Z_3$ και $Z_2 = -2 * Z_3$, δηλαδή άτοπο. Άρα δεν μπορούν να υπάρξουν παθητικά στοιχεία Z_1 , Z_2 , και Z_3 που ικανοποιούν τις παραπάνω σχέσεις.

Εφόσον για κάθε σύνδεση αστέρα υπάρχει μια μοναδική ισοδύναμη σύνδεση τριγώνου έπεται ότι δεν μπορεί να υπάρξει δίθυρο ούτε σε σύνδεση τριγώνου.

Παρατηρούμε ότι η μήτρα T_4 μεταβάλλει κατά 180° τη φάση των εισερχομένων ρευμάτων και τάσεων, ιδιότητα την οποία ικανοποιεί υπό συνθήκες ένας μετασχηματιστής. Πράγματι, ένας ιδανικός μετασχηματιστής με ισάριθμες σπείρες πρωτεύοντος και δευτερεύοντος πηνίου έχει συνάρτηση μεταφοράς ίση με T_4 .



Σχήμα 3.x Ιδανικός μετασχηματιστή με αντίθετη φορά περιέλιξης πηνίων

Ο μετασχηματιστής μεταφέρει την ηλεκτρομαγνητική ενέργεια από ένα σημείο του κυκλώματος σε ένα άλλο με τη βοήθεια του μαγνητικού πεδίου. Αποτελείται από δυο τυλίγματα (πηνία) που βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους και το καθένα καταλήγει σε δυο ακροδέκτες. Ο μετασχηματιστής θεωρείται ιδανικός όταν η αυτεπαγωγές και των δύο πηνίων τείνουν στο άπειρο ($L_1 \rightarrow \infty, L_2 \rightarrow \infty$) όμως ο λόγος τους παραμένει πεπερασμένος.

$$V_2 = -\frac{n_1}{n_2}V_1$$

$$-I_2 = -\frac{n_2}{n_1}I_1$$

Κεφάλαιο 5

Εφαρμογές του Matlab στις διπολικές λογαριθμικές κεραίες

5.1 Η λογαριθμική περιοδική διπολική κεραία

Στόχος των παρακάτω συναρτήσεων είναι ο προσδιορισμός του διαγράμματος ακτινοβολίας μια δεδομένης λογαριθμικής περιοδικής διπολικής κεραίας.

Ο αλγόριθμος μπορεί να περιγραφεί ως εξής :

Έστω ότι μας δίνεται μια κεραία N στοιχείων με παραμέτρους τ και σ που θα λειτουργήσει σε ένα φάσμα συχνοτήτων μεταξύ f_1 και $f_1 * \tau^{n-1}$. Ο υπολογισμός θα γίνει για πολλές ενδιάμεσες συχνότητες με κάποιο βήμα που θα καθορίζουμε.

Αρχικά, για κάθε συνδυασμό i και j βρίσκουμε τις αποστάσεις d_{ij} μεταξύ των διπόλων i και j μέσω της παρακάτω σχέσης

$$d_{ij} = d_{ji} = \left| \frac{L_1 (\tau^{i-1} - \tau^{j-1})}{2 \tan(\alpha)} \right|$$

που υλοποιήσαμε στο Matlab ως εξής:

```
function D=LPDADistances(L1,t,s,N)
alpha=atan((1-t)/(4*s));
R1=L1/(2*tan(alpha));
for k1=1:N
    for k2=1:N
        D(k1,k2)=R1*abs(t^(k1-1)-t^(k2-1));
    end
end
end
```

Συνάρτηση 1

Γνωρίζοντας τις αποστάσεις των διπόλων μπορούμε να βρούμε τις ίδιες αντιστάσεις τους μέσω της συνάρτησης 2 που χρησιμοποιεί την μέθοδο της αριθμητικής ολοκλήρωσης του τραπεζίου. Οι παρακάτω μαθηματικές σχέσεις:

$$R_{11} = \frac{n}{2\pi \sin^2(k_0 L/2)} \int_0^{L/2} \left[\frac{\sin(k_0 R_1)}{R_1} + \frac{\sin(k_0 R_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\right) \frac{\sin(k_0 r)}{r} \right] * \sin\left[k_0 \left(\frac{L_2}{2} - |z|\right)\right] dz$$

$$X_{11} = \frac{n}{2\pi \sin^2(k_0 L/2)} \int_0^{L/2} \left[\frac{\cos(k_0 R_1)}{R_1} + \frac{\cos(k_0 R_2)}{R_2} - 2 \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\right) \frac{\cos(k_0 r)}{r} \right] * \sin\left[k_0 \left(\frac{L_2}{2} - |z|\right)\right] dz$$

απεικονίζονται στο Matlab ως εξής:

```
function Z11 = SelfImpedance(L,a,k)
% Υπολογισμός της ίδιας αντίστασης διπόλου μήκους L, ακτίνας a
% και σε συχνότητα που αντιστοιχεί σε κυματαριθμό k
n=120*pi;
x=0: 0.1: L/2; z=x';
R1=sqrt (a^2+(L/2-z).^2);
R2=sqrt (a^2+(L/2+z).^2);
r=sqrt(a^2+z.^2);
real=(sin(k*R1)/R1 + sin(k*R2)/R2 - 2*cos(k*L/2)*sin(k*r)/r) *
sin(k*(L/2-z));
imag=(cos(k*R1)/R1 + cos(k*R2)/R2 - 2*cos(k*L/2)*cos(k*r)/r) *
sin(k*(L/2-z));
y=real+j*imag;
Z11=n*trapz(z,y)/(2*pi*sin(k*L/2)^2);
end
```

Συνάρτηση 2

ενώ οι αμοιβαίες αντιστάσεις τους προκύπτουν από τη συνάρτηση 3 που επίσης χρησιμοποιεί την ίδια μέθοδο ολοκλήρωσης:

```
function Zab= MutualImpedance(L1,L2,d,k)
% Υπολογισμός της αμοιβαίας αντίστασης διπόλων μήκους L1, L2 σε
% απόσταση d και σε συχνότητα που αντιστοιχεί σε κυματάρθμο k
n=120*pi;
x=0: 0.1: L2/2; z=x';
R1=sqrt(d^2+(L1/2-z).^2);
R2=sqrt(d^2+(L1/2+z).^2);
r=sqrt(d^2+z.^2);
real=(sin(k*R1)/R1 + sin(k*R2)/R2 - 2*cos(k*L1/2)*sin(k*r)/r) *
sin(k*(L2/2-z));
imag=(cos(k*R1)/R1 + cos(k*R2)/R2 - 2*cos(k*L1/2)*cos(k*r)/r) *
sin(k*(L2/2-z));
y=real+j*imag;
Zab=n*trapz(z,y)/(2*pi*sin(k*L1/2)*sin(k*L2/2));
end
```

Συνάρτηση 3

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η λύση για τα ρεύματα των διπόλων που δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση:

```
function X=Currents(L1,t,s,N,f)

Z0=50 %Χαρακτηριστική αντίσταση γραμμής μεταφοράς Ohm
k=2*pi*f/300000000; % κυματριθμός που αντιστοιχεί στη

for n=1:N % Υπολογισμός αποστάσεων d1,d2,...
    D(n)=2*s*L1*t^(n-1);
end

% Υπολογισμός αποστάσεων d11, d12, d13,...
DD=LPDADistances(L1,t,s,N);

A1=zeros(N,N); % Τδίες και αμοιβαίες αντιστάσεις
for n1=1:N
    for n2=1:N
        if n1==n2
            A1(n1,n2)=(-1)^(n2+1)*SelfImpedance(L1*t^(n1-1),0.2,k);
        else
            A1(n1,n2)=(-1)^(n2+1)*
                MutualImpedance(L1*t^(n1-1),L1*t^(n2-1),DD(n1,n2),k);
        end
    end
end

A2=zeros(N,N-1);
for n=1:N-1
    A2(n,n)=-1;
end

A3=zeros(N,N-1);

A4=zeros(N-1,N);
for n=1:N-1
    A4(n,n)=i*Z0*sin(D(n)*k);
end

A5=zeros(N-1,N-1);
for n=1:N-1
    A5(n,n)=cos(D(n)*k);
end
for n=1:N-2
    A5(n,n+1)=1;
end
```

```

A6=zeros(N-1,N-1);
for n=1 :N-2
    A6(n+1,n)=i*Z0*sin(D(n+1)*k);
end

A7=zeros(N-1,N);
for n=1 :N-1
    A7(n,n)=Z0*cos(D(n)*k);
end

A8=zeros(N-1, N-1);
for n=1 :N-1
    A8(n,n)=i*sin(D(n)*k);
end

A9=zeros(N-1, N-1);
for n=1 :N-1
    A9(n,n)=Z0;
end
for n=1 :N-2
    A9(n+1,n)=Z0*cos(D(n+1)*k);
end

A=[A1 A2 A3
    A4 A5 A6
    A7 A8 A9];

B(N)=10; % τάση τροφοδοσίας του μικρότερου στοιχείου (Vn)
B(2*N-1)=-10;
B(3*N-2)=0;
B=B';

Y=inv(A)*B;
X=Y(1:N,1);

```

Συνάρτηση 4

Εκτελώντας την παραπάνω συνάρτηση για μία λογαριθμική διπολική κεραία με τις εξής παραμέτρους:

Μήκος μεγαλύτερου διπόλου:	$L_1 = 0.5$ μέτρα
Γεωμετρικός λόγος:	$\tau = 0.9$
Παράγοντας απόστασης:	$\sigma = 0.2$
Πλήθος διπόλων:	$N = 8$
Τάση τροφοδοσίας	$V_g = 10$ Volt

Θεωρούμε ότι η τάση τροφοδοσίας εφαρμόζεται κατευθείαν στο μικρότερο δίπολο.

Currents(0.5, 0.9, 0.2, 8, 100000000)

ans =

0.0048 - 0.0225i

0.0600 - 0.0659i

0.0282 - 0.0867i

-0.0735 - 0.1634i

-0.0680 - 0.0133i

-0.0365 - 0.4672i

-0.0662 - 0.4186i

-0.0200 - 0.0447i

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] *Antenna Engineering Handbook – Third Edition*, Johnson,
- [2] *Εισαγωγή στα μικροκύματα – Β' Έκδοση*, Νικολάου Κ. Ουζούνογλου από εκδόσεις Παπασωτηρίου.
- [3] *Antenna theory – Second Edition*, C.A. Balanis, Wiley, 1997.
- [4] *Κεραίες-Ασύρματες ζεύξεις*, Χ. Καψάλη, Π. Κωττή από Εκδόσεις Τζιόλα.
- [5] *Modern antenna design*, Thomas A. Milligan by John Wiley & Sons.
- [6] *Solution of Maxwell's equations for LPDA*, Joachim Wolter, IEEE Transactions on Antennas and propagation, vol. ap-18, 6 November 1970.
- [7] *Antenna theory and design*, Warren L. Stutzman by John Wiley & Sons.
- [8] *Μαθήματα ειδικής ηλεκτροτεχνίας -Γραμμικά κυκλώματα*, Εμμανουήλ Ν. Πρωτονοτάριος, Μιχαήλ Ε. Θεολόγου, Εκδόσεις Συμμετρία .