



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΤΜΗΜΑ Η.Μ.Μ.Υ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΗΛΙΑΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΚΑΙ  
ΚΑΛΥΨΗ ΜΕ ΦΒ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Αγγελική Ι. Βλάσση

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

Νικόλαος Χατζηαργυρίου, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2010



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΤΜΗΜΑ Η.Μ.Μ.Υ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΗΛΙΑΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΚΑΙ  
ΚΑΛΥΨΗ ΜΕ ΦΒ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Αγγελική Ι. Βλάσση

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:  
Νικόλαος Χατζηαργυρίου, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την Ιουλίου 2010

---

N. Χατζηαργυρίου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

---

Σ. Παπαθανασίου  
Επίκουρος Καθηγητής  
Ε.Μ.Π

---

Π. Γεωργιλάκης  
Λέκτορας Ε.Μ.Π

.....

Αγγελική Ι. Βλάσση

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών  
Ε.Μ.Π.

Copyright © Αγγελική Ι. Βλάσση  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

Σήμερα η διείσδυση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας γίνεται ολοένα και πιο επιτακτική ανάγκη για την σταδιακή εξάλειψη των συμβατικών εργοστασίων παραγωγής αλλά και για να επιτευχθούν οι στόχοι που τίθενται από την Ευρωπαϊκή Ένωση σχετικά με τα αέρια του θερμοκηπίου. Όπως οι περισσότερες ΑΠΕ έτσι και η ηλιακή ενέργεια είναι ένα μέγεθος στοχαστικό και άρα για να μπορέσει η παραγωγή ενός ΦΒ πάρκου να είναι εγγυημένη θα πρέπει να υπάρχει αξιόπιστη πρόβλεψη.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία επιχειρήθηκε η πρόβλεψη της ηλιακής ακτινοβολίας για το επόμενο εικοσιτετράωρο με την βοήθεια ενός νευρωνικού δικτύου perceptron πολλών επιπέδων (multi-layer perceptron) το οποίο βελτιστοποιήθηκε ώστε η πρόβλεψη να έχει το μικρότερο δυνατό μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Το δίκτυο υλοποιήθηκε με τη βοήθεια του Matlab και πιο συγκεκριμένα του Neural Network Toolbox. Για την εκπαίδευση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα ηλιακής ακτινοβολίας, ατμοσφαιρικής πίεσης και θερμοκρασίας για 445 μέρες και η πρόβλεψη αφορά στην 446<sup>η</sup> μέρα. Στη συνέχεια υλοποιήθηκε ένα μοντέλο φωτοβολταϊκού πλαισίου στο Simulink βασισμένο σε ένα μοντέλο της Sandia το οποίο καλύπτει μια πολύ μεγάλη γκάμα των πλαισίων που κυκλοφορούν στην αγορά και έτσι τελικά προκύπτει η πρόβλεψη ισχύος μέγιστης λειτουργίας που μπορεί να παράγει ένα φωτοβολταϊκό πλαίσιο συγκεκριμένου τύπου.

## **Abstract**

Nowadays the penetration of renewable energy sources is of great importance for the gradual phasing out of conventional plants and the achievement of the goals set by the EU on greenhouse gases. Like most renewable energy sources, solar energy is stochastic, and thus to reassure that the production of a PV park is guaranteed, a reliable prediction is needed.

This thesis has attempted to predict the solar radiation for the next day with the help of a neural network based on multi-layer perceptron which is optimized so that the prediction has the lowest mean square error. The network was implemented with the help of Matlab and namely the Neural Network Toolbox. To train the model we used solar radiation, atmospheric pressure and temperature data for 445 days and the forecast refers to the 446th day. Then a model for the output of photovoltaic modules was implemented in Simulink based on a model of Sandia, which covers a very wide range of modules on the market. Thus ultimately we could forecast the maximum power of a photovoltaic module for the next day.

## **Ευχαριστίες**

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή αυτής της διπλωματικής εργασίας κ. Χατζηαργυρίου Νικόλαο, για την πολύτιμη βοήθεια του, η οποία συντέλεσε καταλυτικά στην πραγματοποίηση της εργασίας. Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω την υποψήφια διδάκτορα Κολεντίνη Ευσταθία για την βοήθεια, γνώση και την καθοδήγηση που μου πρόσφερε κατά την διάρκεια αυτής της εργασίας.

Τέλος θέλω να εκφράσω την αγάπη και την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου και την αδελφή μου, για την αμέριστη υποστήριξη τους τόσο πνευματικά όσο και υλικά, όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου.

# Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΑ.....	9
1.1 Ιστορική προσέγγιση φωτοβολταικών .....	9
1.2 Φωτοβολταϊκά κελιά.....	10
1.2.1 Τι είναι φωτοβολταϊκά κελιά.....	10
1.2.1 Λειτουργία φωτοβολταϊκών .....	13
1.2.1.1 Ηλεκτρική δομή ημιαγωγών.....	13
1.2.1.2 Απορρόφηση φωτός από ημιαγωγούς.....	17
1.2.1.3 Δομή φωτοβολταϊκού κελιού.....	18
1.2.1.4 Απώλειες ισχύος.....	24
1.3 Ηλιακή ακτινοβολία.....	26
1.3.1 Εισαγωγή.....	26
1.3.2 Ενέργεια από τον ήλιο.....	26
1.3.3 Ακτινοβολία σε κεκλιμένο επίπεδο.....	28
1.4 Τοπολογίες φωτοβολταϊκών στοιχείων.....	31
1.4.1 Εισαγωγή.....	31
1.4.2 Τρόποι σύνδεσης φωτοβολταϊκών στοιχείων.....	32
1.4.3 Διασύνδεση – Βαθμός αυτονομίας.....	32
1.4.4 Προσανατολισμός και γωνία κλίσης φβ συστοιχειών .....	33
1.4.5 Ελάχιστη απόσταση φβ συστοιχειών.....	34
1.4.6 Ελάχιστη απόσταση φβ συστοιχειών σε κεκλιμένο επίπεδο.....	35
1.4.7 Έδραση φβ πλαισίων.....	35
1.4.8 Συστήματα κινητής βάσης φβ διάταξης.....	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	38
2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των νευρωνικών δικτύων.....	38
2.2 Βιολογικός νευρώνας.....	38
2.2.1 Δομή βιολογικού νευρώνα.....	38
2.2.2 Λειτουργία βιολογικού νευρώνα.....	39
2.3 Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα.....	39
2.3.1 Εισαγωγή.....	39
2.3.2 Ιστορική αναδρομή τεχνητών νευρωνικών δικτύων.....	40
2.3.3 Είδη τεχνητών νευρωνικών δικτύων.....	42
2.3.3.1 Κατηγορίες TNΔ με βάση την αρχιτεκτονική.....	42
2.3.3.2 Συνάρτηση ενεργοποίησης.....	42
2.3.3.3 Κατηγορίες TNΔ με βάση τον αλγόριθμο εκπαίδευσης.....	42
2.3.4 Εφαρμογές νευρωνικών δικτύων.....	43
2.4 Multi-layer perceptron.....	43
2.4.1 Δομή multi-layer perceptron.....	43
2.4.2 Εκπαίδευση δικτύων.....	45
2.4.2.1 Ορισμός εκπαίδευσης.....	45
2.4.2.2 Εκπαίδευση διόρθωσης σφάλματος.....	45
2.4.2.3 Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης backpropagation.....	47
2.4.2.4 Αλγόριθμος Levenberg-Marquardt.....	53
2.4.3 Γενίκευση.....	54

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΙΚΩΝ.....</b>	<b>56</b>
3.1 Παρουσίαση του βασικού μοντέλου της Sandia.....	56
3.2 Επεξήγηση των παραμέτρων του μοντέλου.....	57
3.3 Παράμετροι που εξαρτώνται από την ακτινοβολία.....	58
3.4 Παράμετροι που εξαρτώνται από τη γωνία πρόσπτωσης.....	60
3.5 Παράμετροι που εξαρτώνται από τη θερμοκρασία.....	61
3.6 Θερμοκρασία λειτουργίας.....	62
3.7 Εξισώσεις για φωτοβολταϊκές συστοιχίες.....	63
3.8 Προσδιορισμός ενεργούς ακτινοβολίας.....	64
3.9 Απλοποιημένη προσέγγιση με χρήση ενός αισθητήρα.....	65
3.10 Τελικό μοντέλο.....	66
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟ MATLAB ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ.....</b>	<b>67</b>
4.1 Εισαγωγή.....	67
4.2 Ιστορική αναδρομή.....	67
4.3 Simulink.....	68
4.3.1 Μπλοκ.....	69
4.3.2 Γραμμές.....	70
4.3.3 Προσομοίωση.....	71
4.4 Neural Network Toolbox.....	71
4.4.1 Neural network fitting tool (nftool).....	71
4.5 Μοντέλο Simulink.....	76
4.6 Πρόβλεψη ηλιακής ακτινοβολίας.....	82
4.7 Πρόβλεψη εξόδου ΦΒ πλαισίου.....	89
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>94</b>
<b>ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....</b>	<b>95</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α .....</b>	<b>97</b>

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup> : ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΑ**

### **1.1 Ιστορική προσέγγιση φωτοβολταϊκών:**

Ο Ήλιος δίνει ζωή στον πλανήτη μας και λατρεύεται για αυτό από τα αρχαία χρόνια. Κατά την εποχή της βιομηχανοποίησης οι επιστήμονες ανακάλυψαν ότι το φώς του ήλιου μπορεί χρησιμοποιηθεί ως πηγή ενέργειας. Η ανακάλυψη αυτή είναι σήμερα πιο σημαντική από ποτέ, καθώς η εκμετάλλευση των συμβατικών καυσίμων έχει δυσμενείς επιδράσεις στο περιβάλλον.

Η ενέργεια που παρέχεται από τον Ήλιο είναι πραγματικά τεράστια αφού κατά μέσο όρο η επιφάνεια της γης δέχεται  $1,2 \times 10^{17}$  W ηλιακής ενέργειας. Αυτό σημαίνει ότι σε μια μόνο ώρα ο Ήλιος παρέχει αρκετή ενέργεια για να καλύψει το σύνολο της ζήτησης για έναν ολόκληρο χρόνο. Αυτή η ενέργεια αφομοιώνεται από τους βιολογικούς οργανισμούς εδώ και χιλιάδες χρόνια και έχει συντελέσει στην βιομηχανική ανάπτυξη όπως την ξέρουμε σήμερα. Αξίζει ακόμα να αναφέρουμε ότι οι περισσότερες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (υδροηλεκτρική, αιολική και ενέργεια από τα κύματα) εξαρτώνται πρωτογενώς από την ηλιακή.

Η ιστορία των φωτοβολταϊκών ξεκίνησε περίπου πριν από 170 χρόνια όταν, το 1839, ο Edmund Becquerel παρατήρησε ότι 'ηλεκτρικά ρεύματα παράγονται κατά η διάρκεια συγκεκριμένων φωτοχημικών αντιδράσεων'. Παρόμοιο φαινόμενο παρατηρήθηκε σε ένα στερεό, το σελήνιο, πολλές δεκαετίες αργότερα. Η πλήρης κατανόηση αυτών των φαινομένων όμως έπρεπε να περιμένει την ολοκλήρωση της κβαντικής θεωρίας στις αρχές του προηγούμενου αιώνα. Το πρώτο φωτοβολταϊκό στοιχείο ήταν γεγονός στα εργαστήρια της Bell το 1954 από τους Chapin, Fuller και Pearson. Η απόδοση του ήταν 6% και ήταν το πρώτο φωτοβολταϊκό που μπορούσε να χρησιμοποιηθεί.

Τα φωτοβολταϊκά δεν χρειάστηκε να περιμένουν πολύ για να βρουν εφαρμογή. Τέσσερα μόλις χρόνια αργότερα τοποθετήθηκε ένα αυτόνομο φωτοβολταϊκό σύστημα στον δορυφόρο Vanguard I. Το σύστημα αυτό λειτούργησε επιτυχώς για 8 χρόνια και αποτέλεσε ένα από τα πρώτα φωτοβολταϊκά συστήματα. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ηλιακή ενέργεια παρουσιάστηκε στην αρχή της κρίσης του πετρελαίου τη δεκαετία του '70. Σήμερα η απευθείας μετατροπή φωτός σε ηλεκτρική ενέργεια θεωρείται μια από τις σημαντικότερες μορφές παραγωγής ενέργειας.

Περισσότερα από 50MW φωτοβολταϊκής ενέργειας παράχθηκαν το 1991. Το ποσοστό παραγωγής αυξάνεται 20% ετησίως κατά τα τελευταία χρόνια και με μια συντηρητική εκτίμηση η παραγωγή θα αριθμεί δεκάδες GW τα επόμενα χρόνια 30-40 χρόνια.

---

1839 Ο Becquerel ανακαλύπτει το φωτοβολταϊκό φαινόμενο

1876 Οι Adams και Day παρατηρούν το φωτ. φαινόμενο στο σελήνιο

1900 O Planck θεμελιώνει την κβαντική φύση του φωτός

---

1930	O Wilson προτείνει τη κβαντική θεωρία των στερεών
1940	Oi Mott και Schottky διατυπώνουν τη θεωρία του στερεάς κατάστασης
1949	Oi Bardeen, Brattain και Shockley ανακαλύπτουν το τρανζίστορ
1954	Oi Chapin, Fuller και Pearson ανακοινώνουν το πρώτο φβ με απόδοση 6%
1954	O Reynolds αναφέρεται σε φωτ. στοιχεία από σουλφίδια του καδμίου
1958	Πρώτη χρήση φωτοβολταϊκών στον δορυφόρο Vanguard I

---

### Πίνακας 1.1 Σταθμοί στην ιστορία των φωτοβολταϊκών

Η παραγωγή ενέργειας από φωτοβολταϊκά είναι αξιόπιστη, δεν περιλαμβάνει κινούμενα μέρη και τα κόστη λειτουργίας και συντήρησης είναι πολύ μικρά. Η λειτουργία ενός φωτοβολταϊκού συστήματος είναι αθόρυβη και παράγει μηδενικούς ατμοσφαιρικούς ρύπους. Τα ίδια τα φωτοβολταϊκά συστήματα μπορούν να εγκατασταθούν εύκολα και γρήγορα ενώ η ενέργεια παράγεται εκεί που χρειάζεται και δεν απαιτούνται γραμμές μεταφοράς. Επιπλέον η μέγιστη έξοδος του φωτοβολταϊκού κατά τις μεσημεριανές ώρες συμπίπτει με το μέγιστο του φορτίου.

Σήμερα λειτουργούν πολλοί φωτοβολταϊκοί σταθμοί και πολλοί από αυτούς σε περιοχές όπου οι συμβατικοί τρόποι παροχής ενέργειας θα ήταν εκτός συζήτησης προσφέροντας σημαντικά προνόμια σε κατοίκους αγροτικών περιοχών σε όλο τον κόσμο.

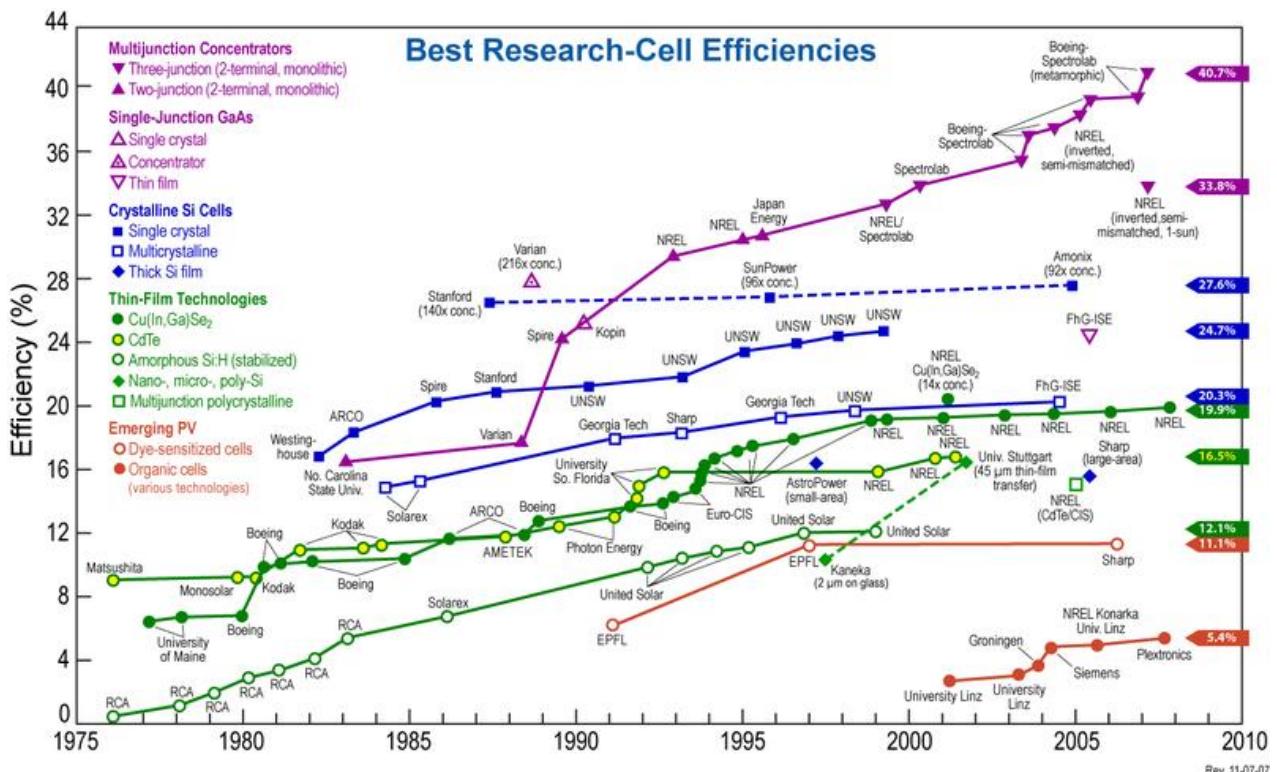
Η ηλεκτρική ενέργεια έχει ένα σημαντικό μειονέκτημα, το υψηλό κεφαλαιακό κόστος που απαιτεί η εγκατάσταση φωτοβολταϊκών. Παρόλα αυτά, όσο αυξάνεται ο αριθμός των φωτοβολταϊκών που παράγονται και αυξάνονται και οι επιστημονικές ανακαλύψεις, τόσο θα αυξάνεται η επιρροή των φωτοβολταϊκών στην παραγωγή ενέργειας. Η οικονομική σύγκριση με τις συμβατικές μορφές ενέργειας αναμένεται να πάρει περεταίρω ώθηση αφού τα περιβαλλοντικά και κοινωνικά κόστη μπαίνουν ολοένα και περισσότερο στο προσκήνιο.

### 1.2 Φωτοβολταϊκά κελιά (Solar cells):

#### 1.2.1 Τι είναι τα φωτοβολταϊκά κελιά

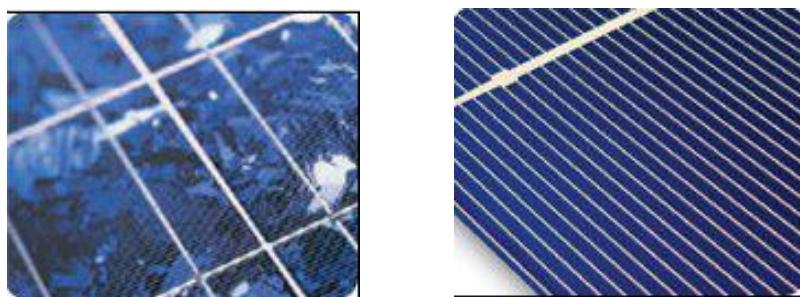
Τα φωτοβολταϊκά κελιά αποτελούν τη στοιχειώδη μονάδα ενεργειακής μετατροπής ενός φωτοβολταϊκού συστήματος. Κατασκευάζονται από ημιαγωγούς και έχουν πολλά κοινά με άλλες ηλεκτρονικές συσκευές στερεάς κατάστασης όπως τις διόδους, τα τρανζίστορ και τα ενσωματωμένα κυκλώματα. Για πρακτικούς λόγους κελιά οργανώνονται σε δομές που ονομάζονται πλαίσια.

Πολλά είδη φωτοβολταϊκών κελιών είναι σήμερα διαθέσιμα στην αγορά και πολλά ακόμα βρίσκονται σε εξέλιξη. Η ποικιλία τους αφορά στο υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένα καθώς και στη δομή τους με απότερο πάντα σκοπό την μεγιστοποίηση της παραγόμενης ενέργειας με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους. Στα εργαστήρια έχουν παρουσιαστεί φωτοβολταϊκά κελιά με απόδοση που ξεπερνά το 40%. Παρόλα αυτά όμως η απόδοση των κελιών που πωλούνται είναι αρκετά μικρότερη [3].



**Εικόνα 1.1** Μέγιστες αποδόσεις των φωτοβολταϊκών κελιών

Τα φωτοβολταϊκά κελιά από κρυσταλλικό πυρίτιο καταλαμβάνουν το μεγαλύτερο μερίδιο της αγοράς. Για να μειωθεί το κόστος τα κελιά αυτά κατασκευάζονται σήμερα από πολυκρυσταλλικό πυρίτιο που είναι πολύ φθηνότερο από το μονοκρυσταλλικό. Τα πλαίσια αυτά έχουν ικανοποιητικά μεγάλη διάρκεια ζωής (20 χρόνια ή περισσότερα) και η βέλτιστη απόδοση τους προσεγγίζει το 27%.



**Εικόνα 1.2** Φωτοβολταικά κελιά: Αριστερά: πολυκρυσταλλικό πυρίτιο, Δεξιά: μονοκρυσταλλικό πυρίτιο

Φθηνότερες αλλά και λιγότερο αποτελεσματικές λύσεις είναι τα φωτοβολταϊκά κελιά άμορφου πυριτίου (amorphous ή thin film Silicon). Βασικό μειονέκτημα των άμορφων πλαισίων είναι η χαμηλή ενεργειακή πυκνότητα τους, που σημαίνει ότι για να παράγουμε την ίδια ποσότητα ενέργειας χρειαζόμαστε διπλάσια επιφάνεια. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται συνήθως σε ρολόγια και αριθμομηχανές που δεν έχουν υψηλές ενεργειακές απαιτήσεις. Επίσης υπάρχουν αμφιβολίες για τη διάρκεια ζωής τους ενώ η μέγιστη απόδοσή τους προσεγγίζει το 20%.



**Εικόνα 1.3** Φωτοβολταϊκό στοιχείο άμορφου πυριτίου

Τα τελευταία χρόνια έκαναν την εμφάνισή τους στην αγορά φωτοβολταϊκά κελιά κατασκευασμένα από συμπαγείς ημιαγωγούς, όπως τελουριούχο κάδμιο (CdTe) και Δισεληνοϊνδιούχος χαλκός (CuInSe<sub>2</sub>). Τα πλαίσια αυτά συνδυάζονται χαμηλό κόστος και ικανοποιητική απόδοση. Τροχοπέδη για την χρήση αυτών των ημιαγωγών αποτελεί το γεγονός ότι το κάδμιο σύμφωνα με έρευνες είναι καρκινογόνο ενώ το ίνδιο υπάρχει σε περιορισμένες ποσότητες στη φύση.



**Εικόνα 1.4** Φωτοβολταικά κελιά: Αριστερα: τελουριούχο κάδμιο (CdTe), Δεξιά: Δισεληνοϊνδιούχος χαλκός (CuInSe<sub>2</sub>)

Μια συγκεκριμένη κατηγορία υψηλής απόδοσης φωτοβολταϊκών κελιών που είναι κατασκευασμένα από μονοκρυσταλλικό πυρίτιο ή από συμπαγείς ημιαγωγούς όπως το αρσενιούχο Γάλλιο χρησιμοποιείται σε ειδικές εφαρμογές, όπως η ηλεκτροδότηση δορυφόρων καθώς και εφαρμογές που απαιτούν αντοχή σε πολύ υψηλές ποσότητες ηλιακής ακτινοβολίας.



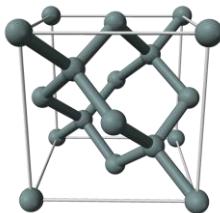
**Εικόνα 1.5** Φωτοβολταϊκό στοιχείο Αρσενιούχου Γαλίου

## 1.2.2 Λειτουργία φωτοβολταϊκών:

### 1.2.2.1 Ηλεκτρική δομή ημιαγωγών:

Η λειτουργία των φωτοβολταϊκών κελιών βασίζεται στην ικανότητα των ημιαγωγών να μετατρέπουν κατευθείαν το φώς του ήλιου σε ηλεκτρισμό καθώς υπόκεινται στο φωτοβολταϊκό φαινόμενο. Κατά τη διαδικασία μετατροπής η προσπίπτουσα ηλιακή ενέργεια δημιουργεί μέσα στον ημιαγωγό κινούμενα φορτισμένα σωματίδια τα οποία στη συνέχεια παράγουν ηλεκτρικό ρεύμα.

Οι αρχές που διέπουν τη φυσική των ημιαγωγών μπορούν να επεξηγηθούν μέσω του παραδείγματος του πυριτίου. Το πυρίτιο έχει ατομικό αριθμό 14 και έχει στην εξωτερική του στοιβάδα 4 ηλεκτρόνια. Τα άτομα του πυριτίου διατάσσονται σε τετραεδρική κρυσταλλική δομή. Σε αυτή τη διάταξη όλα τα ηλεκτρόνια στένουν συμμετέχουν στο σχηματισμό των ομοιοπολικών χημικών δεσμών.



**Εικόνα 1.6** Κρυσταλλική δομή πυριτίου

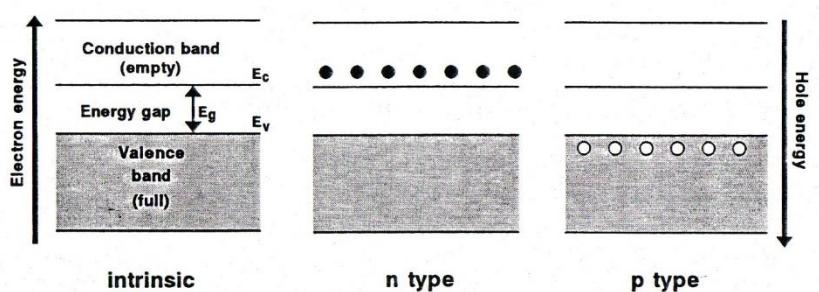
Οι περισσότεροι από τους ημιαγωγούς που έχουν βιομηχανικό ενδιαφέρον διατάσσονται σε παρόμοιες κρυσταλλικές δομές. Η κρυσταλλική αυτή δομή παίζει σημαντικό ρόλο στις οπτικές και ηλεκτρικές ιδιότητες των ημιαγωγών. Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία η ενέργεια ενός ηλεκτρονίου μέσα στον κρύσταλλο μπορεί να πάρει τιμές μέσα από σαφώς καθορισμένες ζώνες. Οι ενέργειες των τροχιακών στένουν τα οποία συμμετέχουν στους δεσμούς μεταξύ των ατόμων αντιπροσωπεύονταν μια τέτοια ζώνη, τη ζώνη στένουν. Η ζώνη αυτή χωρίζεται από τη ζώνη αγωγιμότητας μέσω του ενεργειακού διακένου. Το πλάτος του ενεργειακού διακένου είναι πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό των ημιαγωγών και συνήθως συμβολίζεται  $E_g = E_c - E_v$

Στον πίνακα 1.2 δίνονται τα ενεργειακά διάκενα για τους σημαντικότερους ημιαγωγούς στον τομέα των φωτοβολταϊκών.

Υλικό	Ενεργειακό διάκενο(eV)
Κρυσταλλικό πυρίτιο	1.12
Άμορφο πυρίτιο	1.75
CuInSe <sub>2</sub>	1.05
CdTe	1.45
GaAs	1.42

**Πίνακας 1.2** Ενεργειακά διάκενα βασικών ημιαγωγών

Ένας αμιγής ημιαγωγός (intrinsic) περιέχει τόσα ηλεκτρόνια όσα απαιτούνται για να γεμίσει η ζώνη σθένους, και άρα η ζώνη αγωγιμότητας είναι άδεια. Τα ηλεκτρόνια στην πλήρη ζώνη σθένους δεν μπορούν να μετακινηθούν και για το λόγο αυτό οι καθαροί ημιαγωγοί λειτουργούν ως μονωτές.

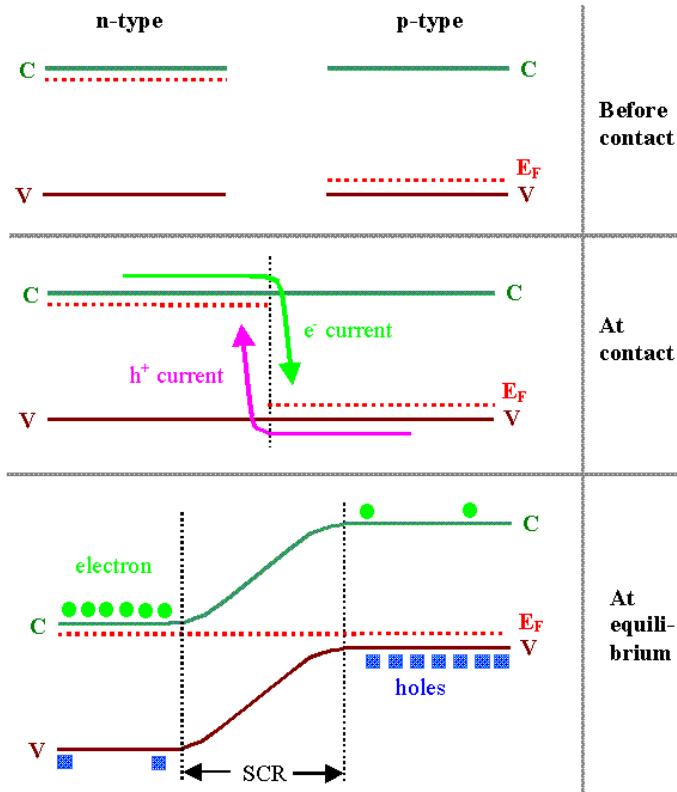


**Εικόνα 1.7** Ενεργειακό διάγραμμα και κατανομή ηλεκτρονίων και οπών στους ημιαγωγούς

Οι ημιαγωγοί μπορούν να άγουν ρεύμα μόνο όταν εμφανίζουν φορείς στη ζώνη αγωγιμότητας. Ένας τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι η εισαγωγή ατελειών στον ημιαγωγό, όπως για παράδειγμα προσθήκη προσμίξεων. Οι προσμίξεις αυτές δίνουν τη δυνατότητα επηρεασμού των ηλεκτρικών ιδιοτήτων του ημιαγωγού. Ας υποτεθεί ότι πραγματοποιείται προσθήκη ατόμων από την πέμπτη ομάδα του περιοδικού πίνακα, όπως ο φώσφορος. Τέσσερα από τα πέντε ηλεκτρόνια της εξωτερικής στοιβάδας των ατόμων φωσφόρου χρησιμοποιούνται για να καλύψουν τη ζώνη σθένους ενώ το ένα επιπλέον ηλεκτρόνιο προωθείται στη ζώνη αγωγιμότητας. Για το λόγο αυτό τα άτομα φωσφόρου ονομάζονται δότες. Τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στη ζώνη αγωγιμότητας είναι ευκίνητα και έτσι ο κρύσταλλος γίνεται αγωγός. Επειδή φορείς του ρεύματος είναι αρνητικά φορτισμένα ηλεκτρόνια, αυτός ο τύπος ημιαγωγού ονομάζεται n-type.

Μια παρόμοια κατάσταση προκύπτει αν πραγματοποιηθεί προσθήκη ατόμων από την Τρίτη ομάδα του περιοδικού πίνακα, όπως βορίου, που ονομάζονται αποδέκτες. Εφόσον απαιτούνται 4 ηλεκτρόνια σθένους για να πληρωθεί η ζώνη σθένους, αυτή η πρόσμιξη δημιουργεί έλλειψη ηλεκτρονίων στη ζώνη αυτή. Οι κενές στάθμες λόγω απουσίας ηλεκτρονίων αποκαλούνται οπές και θεωρείται ότι φέρουν θετικό φορτίο. Οι οπές έχουν τη δυνατότητα να μετακινηθούν και άρα να άγουν το ρεύμα. Επειδή φορείς του ρεύματος είναι θετικά φορτισμένες οπές, αυτός ο τύπος ημιαγωγού ονομάζεται p-type.

Οι επικρατής φορείς αγωγιμότητας αποκαλούνται φορείς πλειονότητας. Παραδείγματα φορέων πλειονότητας είναι τα ηλεκτρόνια στους ημιαγωγούς n-type και οι οπές σε ημιαγωγούς p-type. Η λειτουργία των φωτοβολταϊκών βασίζεται στο σχηματισμό μιας ένωσης. Παραδείγματα ενώσεων φαίνονται στην Εικόνα 1.8

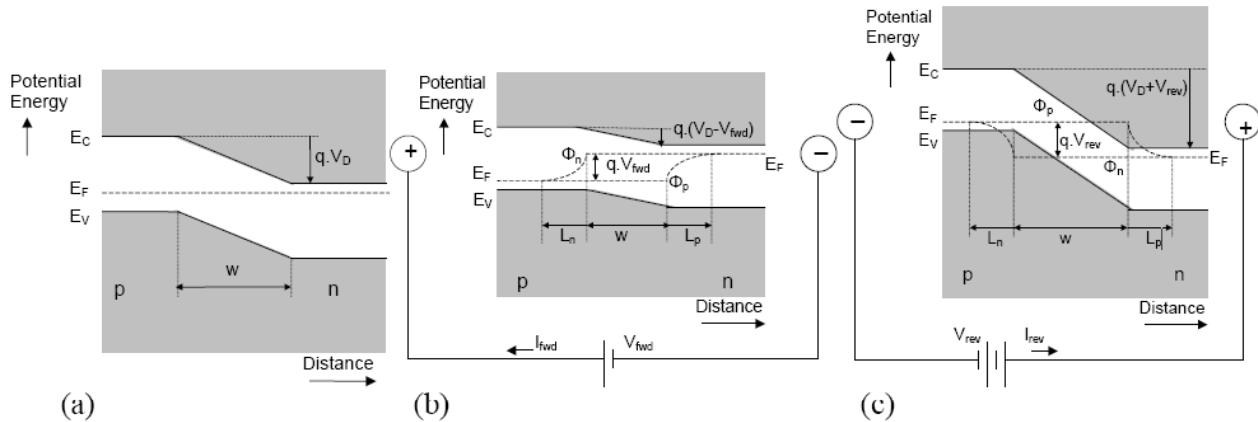


Εικόνα 1.8 Παράδειγμα ένωση p-n

Πιθανόν η απλούστερη είναι η ένωση p-n που προέρχεται από αλληλεπίδραση των περιοχών p και n ενός ημιαγωγού. Συχνά ένα στρώμα αμιγούς υλικού τοποθετείται ενδιάμεσα των δυο περιοχών. Ένωση p-n μπορεί να σχηματιστεί και από δύο διαφορετικούς ημιαγωγούς, όπου ιδιαίτερη προσοχή δίνεται στη διαφορά των ενεργειακών διακένων των δυο πλευρών της ένωσης. Αλληλεπίδραση μετάλλου κι ημιαγωγού μπορεί επίσης να οδηγήσει σε ένωση η οποία ονομάζεται φράγμα Schottky. Γενικά οι ιδιότητες των μεταλλικών επαφών με ημιαγωγούς εξαρτώνται από τα υλικά που συμμετέχουν στην ένωση. Για κάθε ημιαγωγό, κάποια μέταλλα σχηματίζουν φράγμα Schottky και κάποια άλλα σχηματίζουν ωμική επαφή όπου δεν υπάρχει φράγμα [1].

Οι ενώσεις χαρακτηρίζονται από υψηλό ηλεκτρικό πεδίο. Για να γίνει αυτό κατανοητό ας υποτεθεί η δημιουργία μιας ένωσης p-n από δύο κομμάτια ίδιου ημιαγωγού, ένα τύπου p και ένα τύπου n. Στον ημιαγωγό τύπου n υπάρχει περίσσεια ηλεκτρονίων ενώ στον ημιαγωγό τύπου p υπάρχει περίσσεια οπών. Έτσι, όταν τα δύο κομμάτια έρθουν σε επαφή ηλεκτρόνια από την περιοχή τύπου n διαχύνονται στην περιοχή τύπου p. Ομοίως, οι οπές διαχύνονται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα στην περιοχή της ένωσης πρακτικά να μην υπάρχουν ελεύθεροι φορείς αγωγιμότητας και δημιουργείται ένα ενεργειακό φράγμα, το οποίο ανθίσταται σε περεταίρω διάχυση ηλεκτρονίων και οπών. Το ηλεκτρικό πεδίο αυτό ωθεί τα ηλεκτρόνια και τις οπές προς αντίθετες κατευθύνσεις. Στην Εικόνα 1.9 φαίνεται μια ένωση p-n σε ορθή και σε ανάστροφη πόλωση καθώς και χωρίς καθόλου πόλωση. Χωρίς πόλωση προφανώς η ένωση δε διαρρέεται από ρεύμα. Μπορούμε να φανταστούμε ότι αυτό το μηδενικό ρεύμα αποτελείται από δύο πολύ μικρά αντίθετης

πολικότητας ρεύματα  $I_o$  και  $-I_o$ . τα ρεύματα αυτά είναι πράγματι πολύ μικρά αφού αντιστοιχούν σε πυκνότητα ρεύματος της τάξης των  $10^{-14} \text{ A/cm}^2$  σε μια καλή δίοδο πυριτίου.

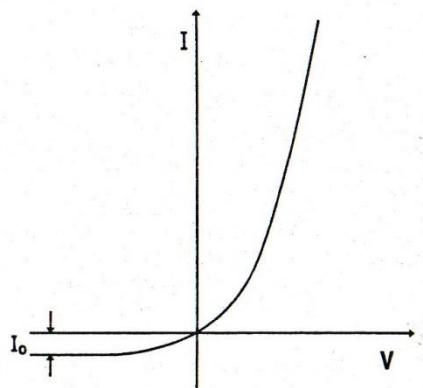


**Εικόνα 1.9** Μια ένωση p-n σε ορθή, σε ανάστροφη πόλωση καθώς και χωρίς καθόλου πόλωση

Στην ορθή πόλωση, όπου θετική τάση εφαρμόζεται στην περιοχή τύπου p, παρατηρείται μείωση του ενεργειακού φράγματος και η ένωση διαρρέεται από μεγάλο ρεύμα. Στην ανάστροφη πόλωση, αντίθετα, το φράγμα μεγαλώνει και η δίοδος διαρρέεται μόνο από το ρεύμα  $I_o$  που είναι πολύ μικρότερο από το ρεύμα ορθής πόλωσης και η ένωση λειτουργεί ως δίοδος. Η I-V χαρακτηριστική φαίνεται στην Εικόνα 1.10 και δίνεται μαθηματικά από την εξίσωση του Shockley:

$$I = I_o \left[ \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right] \quad (1)$$

Όπου  $I$  το ρεύμα,  $V$  η τάση,  $k$  η σταθερά του Boltzmann,  $q$  το φορτίο του ηλεκτρονίου,  $I_o$  το ρεύμα κόρου (dark saturation current) και  $T$  η θερμοκρασία (απόλυτη τιμή) [6].



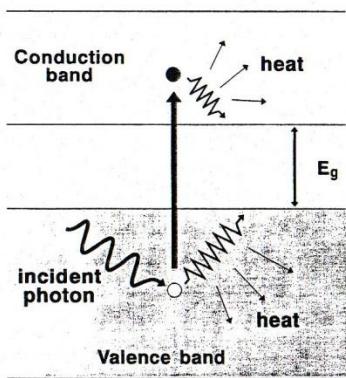
**Εικόνα 1.10** I-V χαρακτηριστική της διόδου

### 1.2.2.2 Απορρόφηση φωτός από ημιαγωγούς:

Η μετατροπή ενέργειας στα φωτοβολταϊκά οφείλεται στην κβαντική φύση του φωτός όπου το φώς θεωρείται ροή σωματιδίων -φωτονίων- που μεταφέρουν ενέργεια  $E_{ph}(\lambda) = \frac{hc}{\lambda}$  (2),

όπου  $h$  η σταθερά του Planck,  $c$  η ταχύτητα του φωτός και  $\lambda$  το μήκος κύματος. Σε μια ‘καθαρή’ μέρα, περίπου  $4.4 \cdot 10^{17}$  φωτόνια προσπίπτουν σε 1 cm<sup>2</sup> της επιφάνειας της γης ανά δευτερόλεπτο. Μερικά μόνο από αυτά τα φωτόνια – αυτά που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από το ενεργειακό διάκενο- μπορούν να μετατραπούν σε ηλεκτρική ενέργεια από ένα φωτοβολταϊκό κελί. Όταν ένα τέτοιο ηλεκτρόνιο εισέλθει στον ημιαγωγό, μπορεί να απορροφηθεί και να δώσει ενέργεια σε ένα ηλεκτρόνιο να πάει από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας αφήνοντας πίσω του μια οπή. Επομένως η απορρόφηση ηλεκτρονίων δημιουργεί ζεύγη ηλεκτρονίων-οπών.

Εφόσον οι ημιαγωγοί έχουν διαφορετικά ενεργειακά διάκενα, κάθε ημιαγωγός μπορεί να μετατρέψει μόνο ένα συγκεκριμένο κομμάτι του ηλιακού φάσματος. Τις περισσότερες φορές τα ζεύγη ηλεκτρονίων-οπών έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από το διάκενο. Έτσι αμέσως μετά τη δημιουργία του το ζεύγος μεταπίπτει σε στάθμες κοντά στα όρια των δυο ζωνών. Η περίσσεια ενέργειας χάνεται υπό μορφή θερμότητας πράγμα που αποτελεί ένα από τους σημαντικότερους μηχανισμούς απωλειών των φωτοβολταϊκών [2].



**Εικόνα 1.11** Η δημιουργία ζευγών ηλεκτρονίων-οπών από το φως

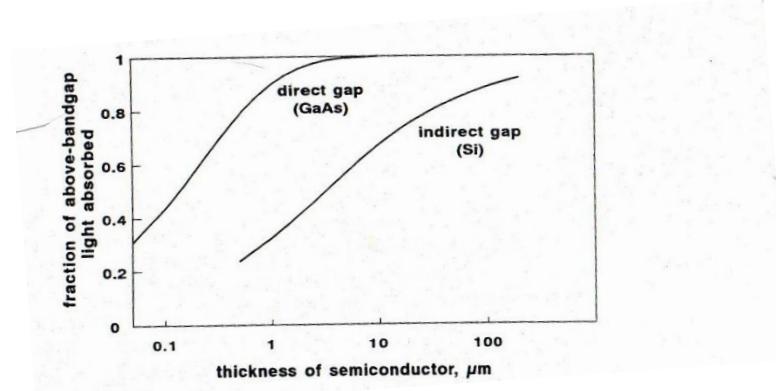
Με βάση τα παραπάνω είναι εφικτή μια πρόχειρη εκτίμηση της ηλεκτρικής ενέργειας που μπορεί να παραχθεί. Αγνοώντας τις απώλειες, κάθε φωτόνιο διεγείρει ένα ηλεκτρόνιο στο ρεύμα επομένως η τιμή του ρεύματος που προκαλείται από τη ροή ηλεκτρονίων θα είναι ίση με:  $I_l = qNA$  (3) όπου  $N$  ο αριθμός των φωτονίων,  $A$  η επιφάνεια του ημιαγωγού που εκτίθεται στο φώς. Για παράδειγμα, η πυκνότητα ισχύος  $J_l = I_l / A$  (4) που αντιστοιχεί στον αριθμό φωτονίων μιας ‘καθαρής’ μέρας είναι:  $1.6 \cdot 10^{-19} \times 4.4 \cdot 10^{17} = 70mA/cm^2$ . Από αυτή ένα κελί πυριτίου μπορεί να μετατρέψει το πολύ  $44mA/cm^2$

Τι τάση μπορεί να παράγει ένα φωτοβολταϊκό; Η ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από ένα φωτοβολταϊκό προέρχεται από τον διαχωρισμό των ηλεκτρονίων και των οπών στα άκρα της συσκευής. Ο διαχωρισμός αυτός είναι εφικτός μόνο όταν η ηλεκτροστατική ενέργεια των φορέων μετά το διαχωρισμό ( $qV$  όπου  $V$  η τάση που στα άκρα) δεν υπερβαίνει την τιμή του ενεργειακού διακένου. Άρα το όριο τάσης είναι:

$$V_{\max} = \frac{E_g}{q} \quad (5) \quad \text{Επομένως η μέγιστη τάση ισούται αριθμητικά με την τιμή του ενεργειακού διακένου σε eV.}$$

Αυτό σημαίνει ότι ημιαγωγοί με μεγαλύτερα διάκενα παράγουν υψηλότερες τάσεις.

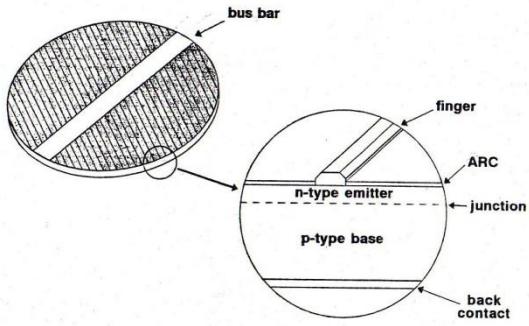
Αναφέρθηκε ότι οι ημιαγωγοί μπορούν να απορροφήσουν φωτόνια των οποίων η ενέργεια υπερβαίνει το ενεργειακό διάκενο. Αυτό συμβαίνει σε ημιαγωγούς με άμεσο διάκενο (direct gap). Αντίθετα στους ημιαγωγούς έμμεσου διακένου (indirect gap) στους οποίους ανήκει και το κρυσταλλικό πυρίτιο η διαδικασία απορρόφησης είναι πιο πολύπλοκη και η ικανότητα απορρόφησης τους είναι εμφανώς μικρότερη.



**Εικόνα 1.12** Ιδιότητες απορρόφησης ημιαγωγών άμεσου και έμμεσου διακένου

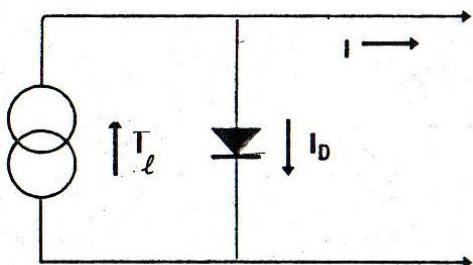
### 1.2.2.3 Το φωτοβολταϊκό κελί

Στην Εικόνα 1.13 φαίνεται το διάγραμμα ενός φωτοβολταϊκού κελιού από πυρίτιο. Το ηλεκτρικό ρεύμα που παράγεται στον ημιαγωγό εξάγεται μέσω επαφών που βρίσκονται στο μπροστά και το πίσω μέρος του κελιού. Η επαφή της μπροστινής μεριάς είναι κατασκευασμένη έτσι ώστε διαπερνάται από το φως. Αυτό επιτυγχάνεται με χρήση λεπτών μεταλλικών λωρίδων αραιά τοποθετημένων που προωθούν το ρεύμα σε μια φαρδύτερη ράγα (bus bar). Το κελί καλύπτεται από ένα αντί-ανακλαστικό επίστρωμα από κάποιο διηλεκτρικό υλικό. Ωστε να ελαχιστοποιείται η ανάκλαση στη μπροστινή μεριά του κελιού.



**Εικόνα 1.13 Δομή φβ κελιού**

Στην Εικόνα 1.13 φαίνεται επίσης και το διάγραμμα ζωνών του τμήματος του ημιαγωγού που ακτινοβολείται. Το φως δημιουργεί ζεύγη ηλεκτρονίων – οπών και στις δύο πλευρές της ένωσης, στον εκπομπό τύπου n και στη βάση τύπου p. Οι παραγόμενοι φορείς μειονότητας, ηλεκτρόνια από τη βάση και οπές από τον εκπομπό διαχέονται προς την ένωση και παρασύρονται από το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργώντας ηλεκτρικό ρεύμα. Τα ηλεκτρικά ρεύματα ηλεκτρονίων και οπών αλληλοενισχύονται αφού τα σωματίδια τους φέρουν αντίθετα φορτία. Η ένωση p-n διαχωρίζει τους φορείς που φέρουν αντίθετα φορτία [1]. Η I-V χαρακτηριστική προκύπτει αν κλείσουμε κύκλωμα μέσω των ακροδεκτών όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.14.

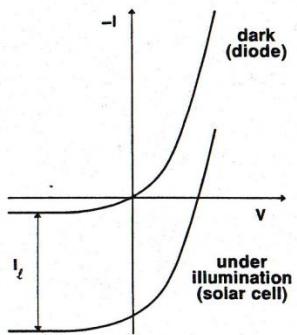


**Εικόνα 1.14 Ισοδύναμο κύκλωμα ενός φ/β κελιού**

Η δημιουργία του ρεύματος  $I_l$  από ο φως αναπαρίσταται από γεννήτρια ρεύματος παράλληλα σε μια δίοδο η οποία αναπαριστά την ένωση p-n. Το ρεύμα εξόδου  $I$  είναι ίσο με τη διαφορά του ρεύματος που παράγεται από την ακτινοβόληση και του ρεύματος της διόδου:

$$I = I_l - I_D = I_l - I_o \left[ \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right] \quad (6)$$

Ας σημειωθεί ότι στο ανοικτοκύκλωμα όπου  $I=0$  το συνολικό ρεύμα που παράγεται από την ακτινοβόληση περνάει μέσα από τη διοδο, ενώ στο βραχυκύκλωμα  $V=0$  όλο το ρεύμα περνάει από το εξωτερικό φορτίο. Η I-V χαρακτηριστική και η σχέση της με τη χαρακτηριστική της διόδου Εικόνα 1.15.

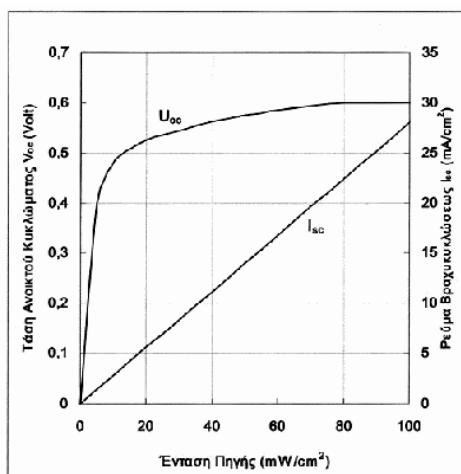


**Εικόνα 1.15** Χαρακτηριστική φ/β κελιού συγκρινόμενη με αυτή της διόδου

Η  $I$ - $V$  χαρακτηριστική περιλαμβάνει πολλά σημεία ενδιαφέροντος. Ένα από αυτά είναι το ρεύμα βραχυκύλωσης  $I_{sc}$  το οποίο όπως αποδείχθηκε προηγουμένως ισούται με το ρεύμα ακτινοβόλησης. Το δεύτερο είναι η τάση ανοικτούκλωσης  $V_{oc}$  που αντιστοιχεί σε μηδενικό ρεύμα:

$$V_{oc} = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{I_l}{I_o} + 1 \right) \quad (7)$$

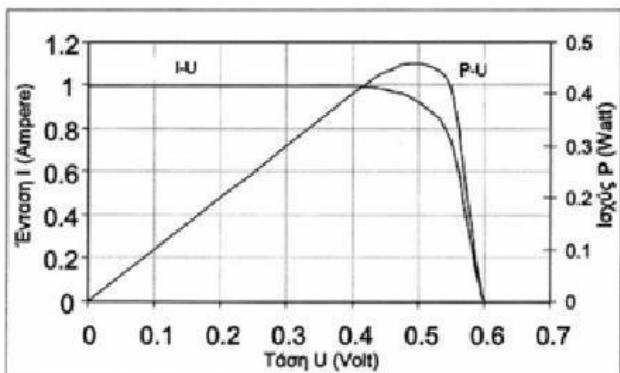
Όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.16 η τιμή της  $V_{oc}$  είναι χαμηλή για μικρής έντασης ηλιακή ακτινοβολία, αλλά παραμένει σχεδόν σταθερή για τιμές της ηλιακής ακτινοβολίας που υπερβαίνουν ένα προκαθορισμένο όριο το οποίο εξαρτάται από το υλικό κατασκευής τους. Η ένταση βραχυκυκλώσεως μεταβάλλεται σχεδόν γραμμικά με την ένταση της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας. Τέλος τόσο το  $I_l$  όσο και το  $I_o$  εξαρτώνται από τη δομή της ένωσης, όμως μόνο η τιμή του  $I_o$  μπορεί να διαφέρει κατά πολλές τάξεις μεγέθους ανάλογα με τη γεωμετρία και την μέθοδο με την οποία προσδιορίζεται η τάση ανοικτούκλωσης.



**Εικόνα 1.16** Μεταβολή του ρεύματος βραχυκυκλώσεως  $I_{sc}$  και της τάσης ανοικτού κυκλώματος  $V_{oc}$  σε συνάρτηση με την ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας

Σε συνθήκες ανοικτού κλωσης και βραχυκύκλωσης δεν παράγεται καθόλου ισχύς. Η μέγιστη ισχύς παράγεται στο σημείο της χαρακτηριστικής όπου το γινόμενο IV είναι μέγιστο. Αυτό φαίνεται γραφικά στην Εικόνα 1.17.

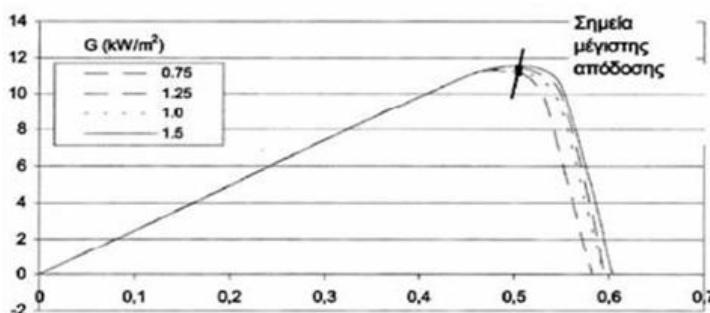
Η διακύμανση της αποδιδόμενης ισχύος σε συνάρτηση με την τάση (V), παρουσιάζεται στην Εικόνα , για σταθερής έντασης προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας (G) και σταθερή θερμοκρασία πλαισίων



Εικόνα 1.17 Χαρακτηριστική καμπύλη τάσης - έντασης Φ/Β

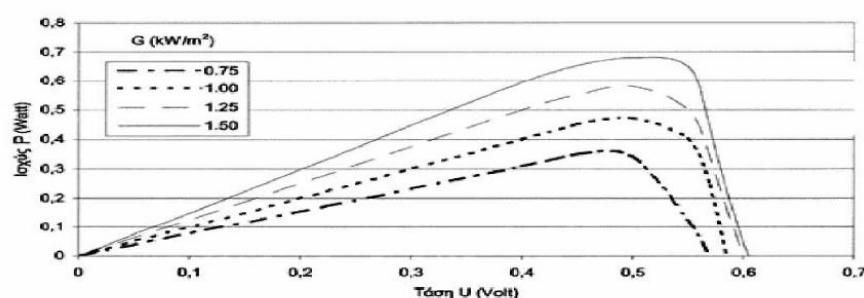
Όπως προκύπτει από την Εικόνα 1.17, η μέγιστη ισχύς  $P_m$  αντιστοιχεί σε τιμή τάσεως ελαφρά μικρότερη από την τάση ανοικτού κυκλώματος  $V_{oc}$ . Για ενδεικτικούς υπολογισμούς μπορεί να ληφθεί κατά προσέγγιση  $V_m \sim 0.9V_{oc}$ . Για μεγαλύτερη ακρίβεια απαιτείται η διερεύνηση του διαγράμματος (P - V), οπότε εντοπίζεται το σημείο της μέγιστης ισχύος (Max Power) του Φ/Β και καθορίζεται η ακριβής τιμή της τάσης  $V_m$  και εν συνεχείᾳ η αντίστοιχη ένταση ( $I_m$ ).

Ο βαθμός απόδοσης ενός Φ/Β πλαισίου είναι ο λόγος της ηλεκτρικής ισχύος (P) που παράγεται προς τη διαθέσιμη ηλιακή ενέργεια, η οποία καθορίζεται σαν το γινόμενο της ένταση της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας (G) επί το ευβαδόν A της επιφάνειας του Φ/Β πλαισίου και υπολογίζεται από την σχέση:  $n = \frac{P}{G} A$  (8) Στην Εικόνα 1.18 παρουσιάζεται η μεταβολή της απόδοσης Φ/Β στοιχείου σαν συνάρτηση της τάσης του για διάφορες τιμές έντασης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας



Εικόνα 1.18 Διάγραμμα n-V για διάφορες τιμές ηλιακής ακτινοβολίας

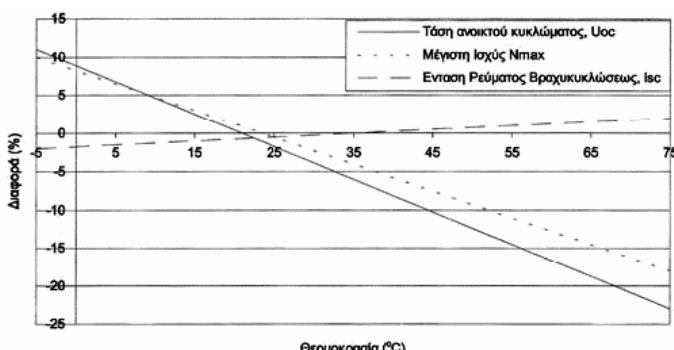
Όπως φαίνεται από την Εικόνα 1.18 η καμπύλη του βαθμού απόδοσης παραμένει σχεδόν σταθερή για διάφορες μεταβολές της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας. Συνεπώς η καμπύλη απόδοσης ( $\eta$  - V) του Φ/B δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα από την ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας, ενώ έχει παρόμοια μορφή με την καμπύλη ισχύος. Ο μέγιστος βαθμός απόδοσης εμφανίζεται στην ίδια περίπου τιμή τάσης, ενώ μείωση της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας μετατοπίζει την καμπύλη λειτουργίας. Επίσης, η ένταση της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας δεν επηρεάζει σημαντικά την τάση ανοικτού κυκλώματος  $V_{oc}$  του Φ/B πλαισίου.



**Εικόνα 1.19** Διάγραμμα P - V για διάφορες τιμές ηλιακής ακτινοβολίας

Διερευνώντας τα δεδομένα της Εικόνας 1.19 παρατηρείται ότι η καμπύλη που ενώνει τα σημεία στα οποία εμφανίζεται η μέγιστη ισχύς του Φ/B, είναι ευθεία γραμμή σχεδόν κάθετη στον άξονα της V, με ελαφρά κλίση προς τα δεξιά. Συνεπώς, όπως έχει ήδη αναφερθεί το σημείο μέγιστης ισχύος εμφανίζεται πρακτικά για την ίδια τιμή τάσης V, ανεξάρτητα από την ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας.

Παράλληλα αλλαγές της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια της ημέρας ή του έτους επηρεάζουν σημαντικά τη συμπεριφορά των Φ/B στοιχείων. Συνεπώς η αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί μείωση της τάσης ανοικτού κυκλώματος  $V_{oc}$  με αποτέλεσμα το κάθετο μέρος της καμπύλης (I - V) να μετακινείται προς τα αριστερά. Αντίστοιχα, η μείωση της θερμοκρασίας προκαλεί αύξηση της τάσης όπως φαίνεται και στην Εικόνα 1.20.



**Εικόνα 1.20** Επίδραση θερμοκρασίας στη συμπεριφορά ενός Φ/B στοιχείου.

Ο ρυθμός μείωσης της τάσης για Φ/Β στοιχεία πυριτίου είναι περίπου  $2\text{mV}^{\circ}\text{C}$ . Πιο συγκεκριμένα η τάση του Φ/Β σε τυχαία θερμοκρασία να μπορεί να προσεγγισθεί από την εξίσωση (9):

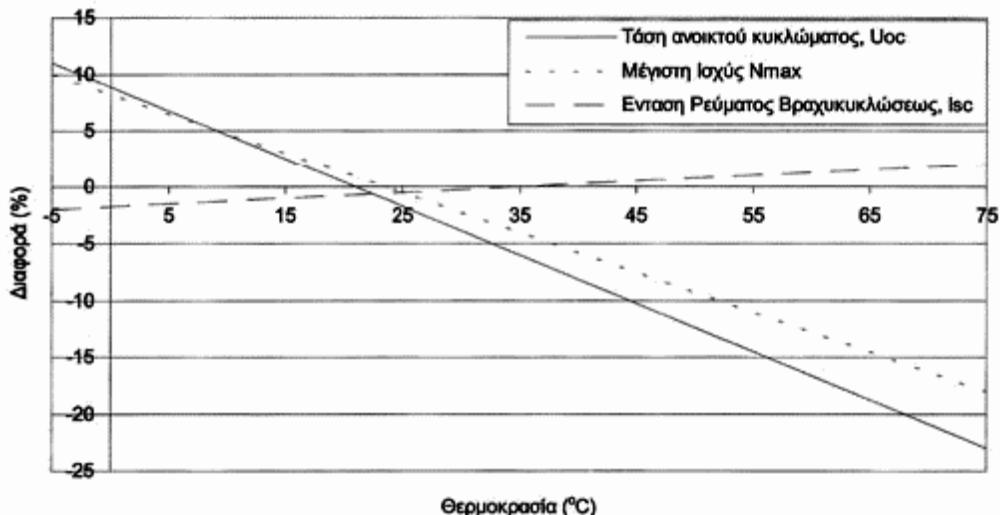
$$V_{PV, \max temp} = V_{25} \left[ 1 - 2 \cdot 10^{-3} (\theta - 25) \right] \quad (9)$$

Η παρατηρούμενη μείωση αντισταθμίζεται μερικώς από την αύξηση της έντασης του ρεύματος βραχυκυκλώσεως ( $I_{sc}$ ) καθώς σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση παρατηρείται μια ελαφρά αύξηση του ρεύματος εξόδου :

$$I_{PV, \max temp} = I_{25} \left[ 1 + 25 \cdot 10^{-3} A(\theta - 25) \right] \quad (10)$$

A: το εμβαδόν του Φ/Β στοιχείου σε cm<sup>2</sup>.

Τελικά η αύξηση της θερμοκρασίας της επιφάνειας του Φ/Β, επηρεάζει την αποδιδόμενη μέγιστη ισχύ με ρυθμό περίπου  $0,3\%/\text{ }^{\circ}\text{C}$  όπως φαίνεται και στην Εικόνα 1.23 [7].



**Εικόνα 1.21** Επίδραση θερμοκρασίας στη συμπεριφορά ενός Φ/Β στοιχείου.

Ο συντελεστής πλήρωσης FF( Fill Factor) ορίζεται:

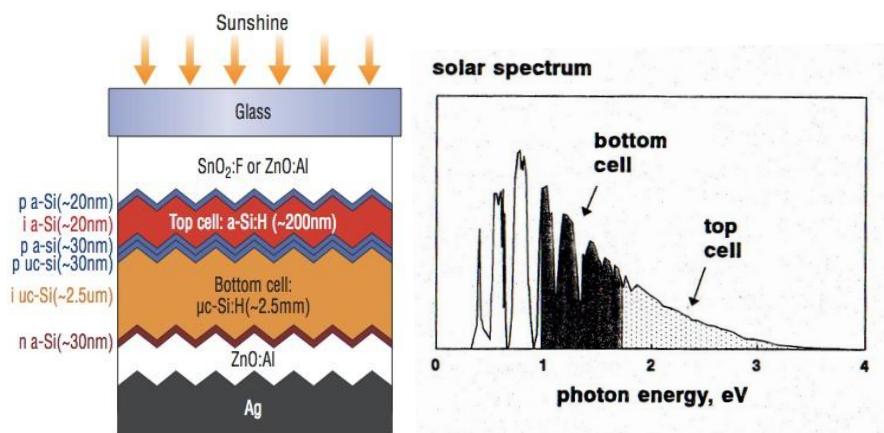
$$P_{\max} = V_m \cdot I_m = FF \cdot V_{oc} \cdot I_{sc} \Rightarrow FF = \frac{V_m \cdot I_m}{V_{oc} \cdot I_{sc}} \quad (11)$$

Όπου  $V_m$  και  $I_m$  η τάση και το ρεύμα στο σημείο της μέγιστης ισχύος.

#### 1.2.2.4 Απώλειες ισχύος:

##### I. Βασικές απώλειες:

Η δημιουργία φορέων στον ημιαγωγό εξαιτίας του φωτός περιλαμβάνει την μετατροπή μέρους της παραγόμενης ενέργειας σε θερμότητα. Επιπροσθέτως μεγάλο μέρος του φάσματος δεν αξιοποιείται από τους ημιαγωγούς εξαιτίας της ανικανότητας τους να απορροφήσουν το φώς κάτω του ενεργειακού διακένου. Οι απώλειες αυτές μπορούν να μειωθούν αλλά χρησιμοποιώντας μια πολύπλοκη δομή που ονομάζεται tandem cell (Εικόνα 1.22). Πρόκειται για μια στοίβα πολλών κελιών όμοιων με αυτά που έχουν περιγραφεί ανωτέρω. Τα ανώτερο κελί πρέπει να είναι κατασκευασμένο από ημιαγωγό υψηλού ενεργειακού διακένου και έτσι μετατρέπει την ακτινοβολία μικρού μήκους κύματος. Το απορροφούμενο φως μετατρέπεται στη συνέχεια από το κατώτερο κελί. Αυτή η διάταξη αυξάνει σημαντικά την εφικτή απόδοση (μέχρι 30%). Πολλές από αυτές τις δομές είναι ακόμα σε πειραματικό στάδιο ενώ κάποιες αναμένονται να καρποφορήσουν σύντομα.



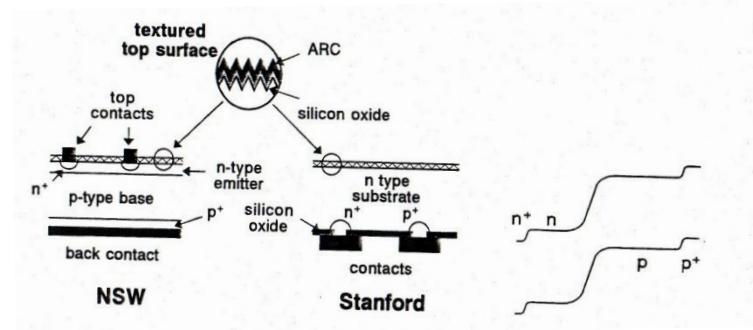
**Εικόνα 1.22** Tandem cell

##### II. Απώλειες επανασύνδεσης:

Η αντίθετη διαδικασία από τη δημιουργία φορέων είναι η επανασύνδεση όταν δηλαδή ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-οπής εξουδετερώνεται. Η επανασύνδεση είναι πιο συνήθης στις προσμίξεις ή της ατέλειες της κρυσταλλικής δομής ή στις επιφάνειες των ημιαγωγών όπου εμφανίζονται ενδιάμεσες στάθμες μέσα στο ενεργειακό διάκενο. Οι στάθμες αυτές λειτουργούν σαν σκαλοπάτια και βοηθούν τα ηλεκτρόνια να ολισθήσουν προς την ζώνη σθένους και να επανενθουσιάσουν με τις οπές. Ένα άλλο σημείο στο οποίο γίνεται επανασύνδεση είναι οι ωμικές επαφές του ημιαγωγού.

Η επιφανειακή επανασύνδεση και η επανασύνδεση που συμβαίνει στις μεταλλικές επαφές που είναι σημαντικές όσον αφορά στο σύνηθες κελί πυριτίου μπορούν να μειωθούν αν υιοθετηθεί η δομή που φαίνεται στην Εικόνα 1.23. Οι εξωτερικές επιφάνειες του ημιαγωγού είναι προστατευμένες από αδρανές οξείδιο το οποίο

περιορίζει την επιφανειακή επανασύνδεση. Οι μεταλλικές επαφές περιτριγυρίζονται από περιοχές με πολλές προσμίξεις σαν ‘καθρέφτες’ των φορέων μειονότητας που εμποδίζουν τους φορείς μειονότητας να φτάσουν τις μεταλλικές επαφές και να επανασυνδεθούν.



**Εικόνα 1.23** Τεχνολογίες που περιορίζουν τις απώλειες ανάκλασης

Η επανασύνδεση μειώνει τόσο την τάση όσο και το ρεύμα εξόδου του κελιού. Οι απώλειες τάσης περιορίζουν την μέγιστη τάση που μπορεί να παραχθεί στην τάση ανοικτοκύκλωσης, η οποία περιορίζεται κυρίως από το ρεύμα κόρου  $I_0$ . Το ρεύμα αυτό περιέχει δύο συνεισφορές στις δύο πλευρές της ένωσης, καθεμία από τις οποίες μεταβάλλεται αναλογικά με τον αριθμό των επανασυνδέσεων.

### III. Άλλες απώλειες ρεύματος:

Οι απώλειες ρεύματος ομαδοποιούνται κάτω από τον όρο ‘ικανότητα συλλογής’ που είναι ουσιαστικά ο λόγος των φορέων που δημιουργούνται από το φως προς τον αριθμό αυτών που φτάνουν στην ένωση. Στα κρυσταλλικά υλικά, οι ιδιότητες μεταφοράς είναι συνήθως καλές και η μεταφορά φορέων με απλή διάχυση είναι ικανοποιητικά αποδοτική. Στα άμορφα αντίθετα, απαιτούνται ηλεκτρικά πεδία για να τραβήξουν τους φορείς.

Άλλες απώλειες ρεύματος προκύπτουν λόγω ανάκλασης στην άνω επιφάνεια του κελιού, σκίαση του κελιού από τις μεταλλικές επαφές και την ατελή απορρόφηση του φωτός. Το τελευταίο είναι ιδιαίτερα σημαντικό κρυσταλλικά κελιά πυριτίου επειδή το πυρίτιο μειονεκτεί στην απορρόφηση του φωτός. Η ανάκλαση είναι τις τάξης του 10% σε κελιά που καλύπτονται με μονό αντιανακλαστικό στρώμα (ARC layer) και μπορεί να μειωθεί περαιτέρω με την προσθήκη περισσότερων στρωμάτων. Μια άλλη τεχνική είναι το surface texturing στην οποία η επιφάνεια ενός κελιού πυριτίου παίρνει τη μορφή μικρών πυραμίδων που δίνουν στο ανακλώμενο φώς μια δεύτερη ευκαιρία να απορροφηθεί. Αν συνδυαστεί η παραπάνω τεχνική με ένα αντιανακλαστικό στρώμα η ανάκλαση μπορεί να περιοριστεί στο 1%.

Η απορρόφηση του φωτός από τα κελιά πυριτίου μπορεί να βελτιωθεί περισσότερο αν η κάτω μεταλλική επαφή μπορεί να ανακλά το φως. Αν συνδυαστεί με τεχνική surface texturing, η γεωμετρία έχει ως αποτέλεσμα την αποτελεσματική παγίδευση του φωτός (light trapping) η οποία αποτελεί ένα καλό αντίμετρο στη χαμηλή απορροφητικότητα του πυριτίου.

### III. Ωμικές απώλειες:

Η μεταφορά ηλεκτρικού ρεύματος που παράγεται από τα φωτοβολταϊκά κελιά συνεπάγεται ωμικές απώλειες. Αυτές μπορούν να ομαδοποιηθούν και να θεωρηθούν ως μια αντίσταση στο ισοδύναμο κύκλωμα. Φαίνεται ότι η εν σειρά αντίσταση επηρεάζει τη λειτουργία των κελιών κυρίως μειώνοντας τον παράγοντα FF.

Η I-V χαρακτηριστική μιας συσκευής είναι μερικές φορές προσεγγίζεται βέλτιστα από την εξής τροποποιημένη σχέση η οποία λαμβάνει υπόψη την εν σειρά αντίσταση  $R_s$ :

$$I = I_l - I_o \cdot \left[ \exp\left(\frac{qV + IR_s}{mkT}\right) - 1 \right] \quad (12)$$

Εδώ το  $I$  είναι ένας εμπειρικός παράγοντας μη ιδανικότητας του οποίου η τιμή είναι συνήθως κοντά στο 1. Το παραγόμενο ρεύμα λαμβάνεται ως μια μετρούμενη παράμετρος η οποία συμπεριλαμβάνει όλες τις απώλειες ρεύματος στο φωτοβολταϊκό κελί.

## 1.3 Ηλιακή ακτινοβολία:

### 1.3.1 Εισαγωγή

Η σχεδίαση ενός φωτοβολταϊκού σταθμού βασίζεται στην προσεκτική μελέτη της ηλιακής ακτινοβολίας στο συγκεκριμένο μέρος. Παρόλο που δεδομένα ηλιακής ακτινοβολίας έχουν καταγραφεί για πολλές περιοχές του κόσμου, πρέπει να αναλυθούν και να επεξεργαστούν για να προκύψει μια ικανοποιητικά ακριβής εκτίμηση για την διαθέσιμη ηλιακή ακτινοβολία για ένα φωτοβολταϊκό σύστημα.

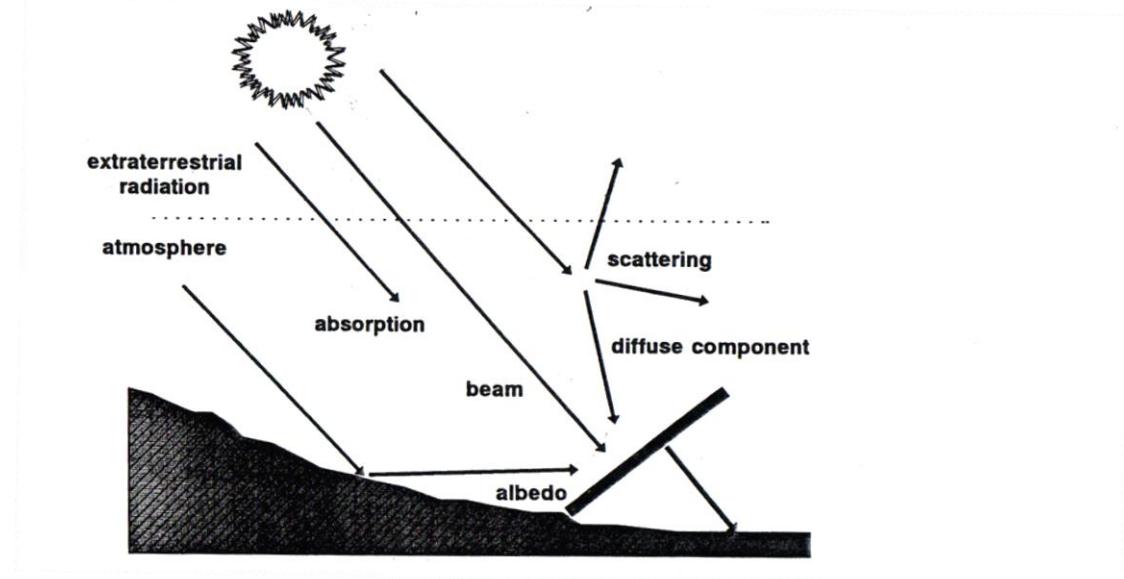
### 1.3.2 Ενέργεια από τον ήλιο

Με μια καλή εκτίμηση, ο ήλιος λειτουργεί ως ένας τέλειος πομπός ακτινοβολίας (μέλαν σώμα) σε μια θερμοκρασία κοντά στους 5800K. Η προκύπτουσα μέση ενεργειακή ροή που πέφτει σε μια μοναδιαία περιοχή κάθετη στη δέσμη έξω από την ατμόσφαιρα της γης ονομάζεται ηλιακή σταθερά:

$$S = 1367 W/m^2 \quad (13)$$

Όταν η ηλιακή ακτινοβολία εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της γης (Εικόνα 1.24), ένα μέρος της προσπίπτουσας ενέργειας χάνεται εξαιτίας των φαινομένων της διασποράς και της απορρόφησης από τα μόρια του αέρα, τα σύννεφα. Η ακτινοβολία η οποία δεν ανακλάται ούτε διασκορπίζεται και φτάνει την επιφάνεια γραμμικά (σε ευθεία με τον ηλιακό δίσκο) ονομάζεται απευθείας ή ακτινοβολία δέσμης(B). Η ακτινοβολία η οποία μέσω διασποράς φτάνει στην επιφάνεια αποκαλείται ακτινοβολία διάχυσης(D). Μέρος τη ακτινοβολίας μπορεί να φτάσει την επιφάνεια αφού ανακλαστεί στο έδαφος και ονομάζεται ανακλώμενη (albedo) ακτινοβολία. Οι τρεις αυτές συνιστώσες αθροιζόμενες δίνουν την ολική ακτινοβολία(G).

Η ποσότητα ακτινοβολίας η οποία φτάνει στο έδαφος είναι, όπως είναι φυσικό μεταβλητή. Εκτός από την ημερήσια και ετήσια διακύμανση οφειλόμενη στην κίνηση του ήλιου, απρόβλεπτες διακυμάνσεις προκαλούνται από τις κλιματικές συνθήκες (π.χ. παρουσία σύννεφων) καθώς και από τη γενική σύνθεση της ατμόσφαιρας. Για το λόγο αυτό ο σχεδιασμός ενός φωτοβολταϊκού συστήματος πρέπει να βασίζεται σε δεδομένα κοντά στην τοποθεσία εγκατάστασης.

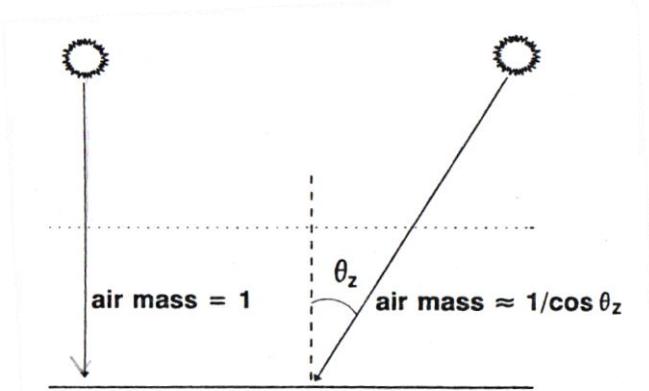


**Εικόνα 1.24** Ηλιακή ακτινοβολία στην ατμόσφαιρα

Όπως αναφέρθηκε ένα σημαντικό ποσοστό της ακτινοβολίας που φθάνει στη γη απορροφάται και σκεδάζεται περνώντας μέσα από την ατμόσφαιρα. Στο υπέρυθρο φάσμα απορρόφηση γίνεται από τους υδρατμούς και το διοξείδιο του άνθρακα, ενώ στο ορατό φάσμα κυρίως από το οξυγόνο στην περιοχή του ερυθρού (0.63 και 0.69μμ). Όσον αφορά το υπεριώδες φάσμα, η απορρόφηση γίνεται από το οξυγόνο στην περιοχή 0.2-0.35μμ. Πέρα από την απορρόφηση, παρατηρείται και σκέδαση λόγω των διαφόρων αερίων όπως και λόγω σωματιδίων σκόνης στην ατμόσφαιρα η οποία εξαρτάται από την ποσότητα και το μέγεθος αυτών. Άλλοι παράγοντες που καθορίζουν την ποσότητα της ηλιακής ακτινοβολίας που προσπίπτει στη γη είναι η θέση και η κλίση του ήλιου στον ουρανό και οι κλιματολογικές συνθήκες. Η προσπίπτουσα ακτινοβολία υπό ορισμένες συνθήκες έχει τυποποιηθεί και αναφέρεται με τα αρχικά AM (air mass) που ακολουθούνται από ένα αριθμό που δηλώνει πόσες

φορές μεγαλύτερη είναι η διαδρομή της ηλιακής ακτινοβολίας σε σχέση με την κατακόρυφη πρόσπτωση. Το νούμερο αυτό εξαρτάται επίσης από το ύψος της τοποθεσίας σε σχέση με το επίπεδο της θάλασσας, δηλαδή μειώνεται όσο αυξάνει το ύψος της αναλογικά με την ατμοσφαιρική πίεση.

Συγκεκριμένα, AM0 αναφέρεται στην ακτινοβολία στο διάστημα, AM1 είναι η ακτινοβολία στον ισημερινό όπου έχουμε κάθετη πρόσπτωση της ηλιακής ακτινοβολίας στο ύψος της θάλασσας για καθαρό ουρανό χωρίς σύννεφα και AM1.5 είναι η ακτινοβολία στην περίπτωση όπου διανύει διαδρομή 1.5 φορές μεγαλύτερη σε σχέση με την κάθετη πρόσπτωση. Επομένως η ιδανική τιμή είναι AM1 τόσο για μεγαλύτερες όσο και για μικρότερες τιμές η απόδοση του φωτοβολταϊκού πέφτει [5].



**Εικόνα 1.25 Δείκτης AM**

### 1.3.3 Ακτινοβολία σε κεκλιμένο επίπεδο:

Τα δεδομένα ηλιακής ακτινοβολίας, όπου είναι διαθέσιμα, αναφέρονται συνήθως σε ολική ακτινοβολία σε οριζόντιο επίπεδο(G). Επειδή όμως τα φωτοβολταϊκά πανέλα συχνά τοποθετούνται με κάποια κλίση, η ενεργειακή είσοδος του συστήματος πρέπει να υπολογιστεί από τα παραπάνω δεδομένα. Ο υπολογισμός αυτός χωρίζεται σε τρία στάδια.

Στο πρώτο στάδιο, τα δεδομένα χρησιμοποιούνται ώστε να διαχωριστούν η συνεισφορές της ακτινοβολίας διάχυσης(D) και της ακτινοβολίας δέσμης(B) στο οριζόντιο επίπεδο. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας ως αναφορά την ημερήσια κοσμική ακτινοβολία  $B_o$  και υπολογίζοντας τον λόγο  $K_T = G / B_o$  (14), γνωστό και ως δείκτη καθαρότητας. Ο δείκτης αυτός εκφράζει την (μέση) ατμοσφαιρική εξασθένιση της ακτινοβολίας σε ένα συγκεκριμένο τόπο, ένα δεδομένο μήνα. Στην εκτίμηση του  $B_o$ , συνήθως λαμβάνουμε υπόψη τη διακύμανση της κοσμικής ακτινοβολίας, που οφείλεται στην εκκεντρότητα της τροχιάς της γης (περίπου  $\pm 3\%$ ).

Η ακτινοβολία  $B_o$  είναι η ημερήσια κοσμική ακτινοβολία που λαμβάνεται από μια μοναδιαία οριζόντια επιφάνεια εκτός της ατμόσφαιρας της γης και προκύπτει από την παρακάτω σχέση:

$$B_o = \frac{24}{\pi} \cdot S \cdot \left\{ 1 + 0.33 \cdot \cos \left( 2\pi \cdot d_n / 365 \right) \right\} \cdot \left( \cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \omega_s \cdot \sin \varphi \cdot \sin \delta \right) \quad (15)$$

όπου  $d_n$  είναι ο αριθμός της μέρας του χρόνου (πχ  $d_n=1$  την 1<sup>η</sup> Ιανουαρίου και  $d_n=365$  την 31<sup>η</sup> Δεκέμβρη)

Στο δεύτερο στάδιο, υπολογίζεται η ακτινοβολία ως συνάρτηση του συντελεστή καθαρότητας μέσω μιας εμπειρικής συνάρτησης. Συνήθως υιοθετούμε τον τύπο του Page (1961) που είναι πολύ απλός και ικανοποιητικά ακριβής:

$$D/G = 1 - 1.13 \cdot K_T \quad (16)$$

Αφού όμως  $B = G - D$ , από την παραπάνω διαδικασία είναι προφανές ότι εκτός από την ακτινοβολία διάχυσης μπορούμε να υπολογίσουμε και την ακτινοβολία δέσμης σε οριζόντιο επίπεδο.

Στο τρίτο στάδιο, λαμβάνονται υπόψη οι εξαρτήσεις κάθε συνιστώσας από τη γωνία ώστε να υπολογιστεί η ακτινοβολία δέσμης και διάχυσης στο κεκλιμένο επίπεδο. Λαμβάνοντας υπόψη το συντελεστή ανάκλασης του εδάφους της γύρω περιοχής μπορούμε να υπολογίσουμε την ανακλώμενη ακτινοβολία. Ο συντελεστής ανάκλασης  $\rho$  θεωρείται γενικά 0.2 αλλά μπορεί να πάρει διάφορες τιμές όπως φαίνεται στον πίνακα 1.3. Η συνολική ημερήσια ακτινοβολία υπολογίζεται αθροίζοντας τις τρεις παραπάνω συνιστώσες.

Συγκεκριμένα η ακτινοβολία δέσμης σε ένα νότια προσανατολισμένο πανέλο με γωνία  $\beta$  με το οριζόντιο επίπεδο δίνεται από τον τύπο:

$$B(\beta) = B \cdot \frac{\cos(\varphi - \beta) \cdot \cos \delta \cdot \sin [\omega_s \cdot (\varphi - \beta)] + \omega_s \cdot (\varphi - \beta) \cdot \sin(\varphi - \beta) \cdot \sin \delta}{\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \omega_s \cdot \sin \varphi \cdot \sin \delta} \quad (17)$$

Με την υπόθεση ότι η ακτινοβολία διάχυσης διανέμεται ισοτροπικά η εξάρτηση της από την γωνία δίνεται από την εξίσωση:

$$D(\beta) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos \beta) \cdot D \quad (18)$$

Η ακτινοβολία ανάκλασης είναι γενικά μικρή και ένα ισοτροπικό μοντέλο είναι συνήθως αρκετά ικανοποιητικό:

$$R(\beta) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos \beta) \cdot \rho \cdot D \quad (19)$$

Η ακτινοβολία ανάκλασης είναι πολύ σημαντική για φωτοβολταϊκά μοντέλα που μπορούν αξιοποιήσουν και την ενέργεια που προσπίπτει στην πίσω μεριά τους (bifacial).

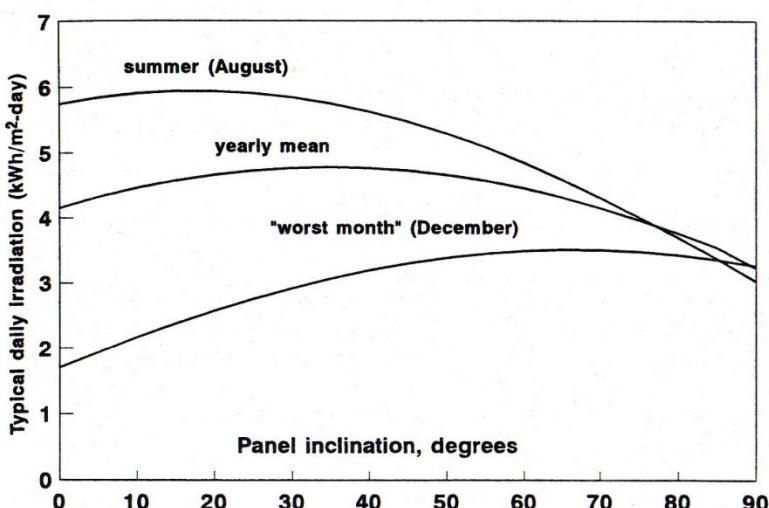
Το τελικό αποτέλεσμα που προκύπτει για την ολική ακτινοβολία σε κεκλιμένο επίπεδο είναι προφανώς:

$$G(\beta) = B(\beta) + D(\beta) + R(\beta) \quad (20)$$

Είδος επιφάνειας	Συντελεστής ανάκλασης
Στεγνό γυμνό έδαφος (χώμα)	0.2
Τσιμέντο παλιό	0.23
Στεγνό γρασίδι	0.3
Τσιμέντο νέο	0.33
Άμμος ερήμου	0.4
Χιόνι	0.5-0.8
Γεωργικές καλλιέργειες	0.18-0.25
Δάσος κωνοφόρων	0.05-0.15
Δάσος φυλλοβόλων	0.15-0.20
Τούνδρα	0.18-0.25

Πίνακας 1.3 Τυπικές τιμές του συντελεστή ανάκλασης

Από την παραπάνω διαδικασία προκύπτει ένα διάγραμμα όπως αυτό της Εικόνας 1.26 το οποίο δείχνει τη μέση ημερήσια ακτινοβολία σε μια ευρωπαϊκή πόλη σε διάφορες περιόδους του χρόνου (καλοκαίρι, χειμώνα και ετήσιο μέσο όρο) ως συνάρτηση της κλίσης των φωτοβολταϊκών.



Εικόνα 1.26 Ημερήσια ακτινοβολία σε μια ευρωπαϊκή πόλη συναρτήσει της κλίσης των φωτοβολταϊκών

Με τη βοήθεια του παραπάνω διαγράμματος μπορεί να γίνει η επιλογή της ιδανικότερης κλίσης για κάθε εφαρμογή. Στα περισσότερα συστήματα ,όπως για παράδειγμα στα διασυνδεδεμένα, το βασικό μέλημα είναι η μέγιστη ετήσια παραγωγή. Επομένως σύμφωνα με το διάγραμμα η βέλτιστη γωνία ,στην οποία έχουμε τη μέγιστη ετήσια ακτινοβολία, είναι μεταξύ  $30^{\circ}$  και  $40^{\circ}$ .

Σε απομονωμένα συστήματα ,τα οποία βασίζονται σε αποθήκευση ενέργειας σε μπαταρίες, πρωταρχικός παράγοντας είναι η ημερήσια ακτινοβολία το μήνα με τη λιγότερη ηλιοφάνεια (στο παράδειγμα το Δεκέμβρη) με άλλα λόγια θέλουμε η ελάχιστη απόδοση του φωτοβολταϊκού να καλύπτει το φορτίο. Αρά βάσει των παραπάνω μετρήσεων θα ήταν ιδανική μια κλίση μεταξύ  $60^{\circ}$  και  $70^{\circ}$ .

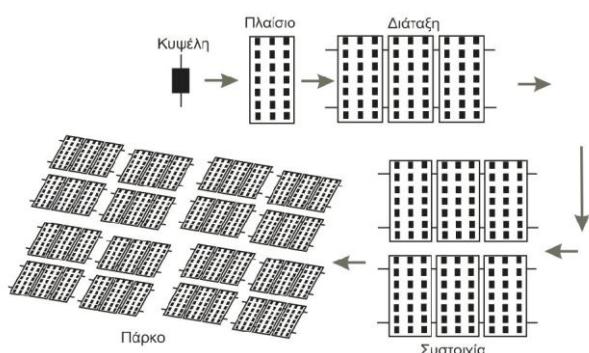
Ένα ακόμα στοιχείο που φαίνεται από το διάγραμμα είναι ότι τα φωτοβολταϊκά συστήματα είναι ιδανικά για εφαρμογές όπου η αιχμή της κατανάλωσης συμβαίνει τους καλοκαιρινούς μήνες. Για αυτές τις εφαρμογές μια κλίση 20° θα η καλύτερη επιλογή [1].

## 1.4 Τοπολογίες φωτοβολταϊκών στοιχείων

### 1.4.1 Εισαγωγή:

Η Φ/Β κυψέλη (photovoltaic cell) όπως αναφέρθηκε αποτελεί την βασική δομική μονάδα του Φ/Β συστήματος. Το Φ/Β πλαίσιο (photovoltaic module) είναι ένας αριθμός κυψελών μέσα σε μια συμπαγή κατασκευή. Φ/Β διάταξη (photovoltaic array) ονομάζεται η συναρμολόγηση μερικών Φ/Β πλαισίων σε μεταλλικό σκελετό του οποίου οι καλωδιώσεις καταλήγουν σε ηλεκτρολογικό κιβώτιο και το οποίο αποτελεί μια ενιαία κατασκευή έτοιμη για εγκατάσταση.

Το πλεονέκτημά της είναι το μικρό της βάρος, η εύκολη αφαίρεσή της, αλλά και η εύκολη επανατοποθέτησή της. Η επιλογή του αριθμού των Φ/Β πλαισίων, από τα οποία θα κατασκευαστεί η Φ/Β διάταξη, έχει άμεση σχέση με την ονομαστική ηλεκτρική τάση των συσσωρευτών. Τα Φ/Β πλαίσια μπορούν να συνδεθούν σε σειρά ή παράλληλα, ανάλογα με τις εκάστοτε απαιτήσεις. Η Φ/Β συστοιχία (photovoltaic compound) είναι ο συνδυασμός πολλών Φ/Β διατάξεων καλωδιωμένων μεταξύ τους σε σειρά και παράλληλα, οι οποίες είναι σε μια επίπεδη συνήθως επιφάνεια, σταθερή ή περιστρεφόμενη, με το αντίστοιχο ηλεκτρολογικό κιβώτιο όπως και παραπάνω. Ένα Φ/Β πάρκο (photovoltaic park) είναι το σύνολο εκείνο των συνεργαζόμενων Φ/Β συστοιχιών. Το Φ/Β πάρκο τώρα μαζί με τις διατάξεις που απαιτούνται για την μετατροπή του συνεχούς ρεύματος σε εναλλασσόμενο για την παραγωγή ηλεκτρικής ισχύος επαρκεί για την τροφοδοσία ολόκληρων οικισμών Εικόνα 1.27.



Εικόνα 1.27 Τοπολογίες Φ/Β στοιχείων

### 1.4.2 Τρόποι σύνδεσης ΦΒ στοιχείων:

Τα Φ/Β στοιχεία μπορούν να συνδεθούν σε σειρά και παράλληλα, ανάλογα με τον επιδιωκόμενο σκοπό, κατά τρόπο ανάλογο της σύνδεσης των ηλεκτρικών πηγών. Η σύνδεση σε σειρά  $N$  καθ' όλα όμοιων Φ/Β στοιχείων, οδηγεί σε σύστημα με ανάλογα

πολλαπλάσια τάση ανοιχτού νοιχτού κυκλώματος:  $V_{oc} = NV_{oc}$ . . Το ρεύμα βραχυκύλωσης ισούται με το αντίστοιχο του ενός:  $I_{sc} = Isc$  . Η παράλληλη σύνδεση N όμοιων Φ/Β στοιχείων, δίνει ένα σύνολο με την ίδια τάση ανοιχτού κυκλώματος  $V_{oc} = V_{oc}$  , ενώ το ρεύμα βραχυκύλωσης του ισούται με N φορές το ρεύμα βραχυκύλωσης έκαστου.

Συνήθως τα Φ/Β πλαίσια συνδέονται έτσι ώστε να αποφεύγονται όσο το δυνατό περισσότερες απώλειες κατά τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας στη γραμμή μεταφοράς. Δηλαδή θέλουμε χαμηλό ρεύμα και αντίστοιχα μεγάλη ηλεκτρική τάση μέσα στα επιτρεπτά όρια. Το όριο τάσης σε ένα Φ/Β συστήμα συνδεδεμένο στη χαμηλή τάση είναι τα 600 V. Η τελική τάση εξόδου προς τις διάφορες ηλεκτρονικές συσκευές της εγκατάστασης πρέπει να προσαρμόζεται στην τάση εισόδου από τον κατασκευαστή και φυσικά από τον μελετητή. Για να προσαρμόσουμε την παραπάνω τάση στην ΗΕΔ του συσσωρευτή, απαιτούνται ηλεκτρονικές διατάξεις που ονομάζονται μετατροπείς συνεχούς τάσεως σε συνεχή. Μια ενδεικτική τιμή συνολικής ισχύος αιχμής μιας συστοιχίας είναι από 100 W - 1 kW.

#### 1.4.3 Διασύνδεση – βαθμός αυτονομίας:

Ανάλογα με την εφαρμογή που χρησιμοποιούνται ,τα Φ/Β συστήματα χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες:

- στα διασυνδεδεμένα Φ/Β συστήματα, στα οποία η παραγόμενη ενέργεια μπορεί και να διοχετεύεται στο δημόσιο δίκτυο.
- στα αυτόνομα Φ/Β συστήματα, στα οποία η παραγόμενη ενέργεια αποθηκεύεται σε συσσωρευτές, για οικιακή συνήθως χρήση
- στα Υβριδικά Φ/Β συστήματα τα οποία είναι συνδεδεμένα με μια Α/Γ ή ένα ηλεκτροπαραγωγό ζεύγος (H/Z)

Υπάρχει ουσιαστική τεχνική διάκριση ανάμεσα σε αυτόνομα και διασυνδεδεμένα Φ/Β στοιχεία, που επηρεάζει καθοριστικά και την οικονομική τους σκοπιμότητα. Σε ό,τι αφορά τους αυτόνομους Φ/Β σταθμούς μπορούν να γίνουν οι εξής παρατηρήσεις που συνοψίζουν τα κυριότερα σημεία και διευκολύνουν την εξαγωγή συμπερασμάτων.

**1.** Τα Φ/Β συστήματα έχουν τη δυνατότητα να προσφέρουν πλήρη ανεξαρτησία σε απομακρυσμένους οικισμούς. Αυτό επιτυγχάνεται με τη βοήθεια διατάξεων αποθήκευσης ηλεκτρικής ενέργειας, δηλαδή ηλεκτρικών συσσωρευτών. Το ρεύμα που παράγεται σε μια Φ/Β διάταξη είναι συνεχές και μετατρέπεται σε εναλλασσόμενο μέσω του αντιστροφέα. Σε γενικές γραμμές πρέπει να τονιστεί ότι, αν και το κόστος παραμένει ενας ισχυρός ανασταλτικός παράγοντας για την προώθηση της Φ/Β τεχνολογίας, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι τα Φ/Β συστήματα μπορούν να διαδραματίσουν, στο μέλλον, ένα σημαντικό ρόλο στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

**2.** Υπάρχει ένα τεράστιο δυναμικό παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από τα Φ/Β συστήματα, ειδικά στη χώρα μας. Αυτό οφείλεται α) στη μεγάλη ηλιοφάνεια, β) στην ύπαρξη πολλών περιοχών, κυρίως νησιωτικών που είναι αποκομμένες από το κεντρικό ηπειρωτικό ηλεκτρικό δίκτυο. Σε αυτές της περιοχές το κόστος παραγωγής

ενέργειας είναι υψηλό και γ) στη μεγάλη ευελιξία των Φ/Β συστημάτων που τα καθιστούν κατάλληλα για ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών.

**3.** Τα Φ/Β συστήματα διαθέτουν κάποια εγγενή πλεονεκτήματα σε σχέση με τις άλλες ΑΠΕ. Είναι εύχρηστα, έχουν σχεδόν μηδενικές απαιτήσεις συντήρησης, μεγάλη διάρκεια ζωής και αξιοπιστία. Λειτουργούν τελείως αθόρυβα, δεν εκπέμπουν καθόλου ρύπους και κυρίως, μπορούν εύκολα να προσαρμόζονται της απαιτήσεις ενέργειας των καταναλωτών.

**4.** Καθώς η αγορά των Φ/Β συννεχώς επεκτείνεται και η έρευνα, στο εν λόγω τεχνολογικό πεδίο, εντείνεται, είναι λογικό να αναμένεται στο μέλλον μείωση του κόστους, τόσο των Φ/Β στοιχείων, όσο και των λοιπών διατάξεων που απαρτίζουν ένα Φ/Β σταθμό. Εξάλλου, σημαντικό ρόλο στην ανταγωνιστικότητα της Φ/Β τεχνολογίας θα παίξουν και άλλοι παράγοντες όπως η τιμή του πετρελαίου και η προσφορά τους στην προστασία της ισορροπίας του περιβάλλοντος.

#### **1.4.4 Προσανατολισμός και γωνία κλίσης ΦΒ συστοιχιών:**

Καθοριστικό ρόλο στην ποσότητα της ηλιακής ενέργειας που θα συλλεγεί από μια Φ/Β διάταξη, παίζει ο προσανατολισμός της και η γωνία κλίσης της. Πιο συγκεκριμένα όσον αφορά τον προσανατολισμό για το βόριο ημισφαίριο της γης ενδείκνυται ο νότιος προσανατολισμός, (δηλ.  $z = 0$ ), ενώ για το νότιο ημισφαίριο της γης ενδείκνυται ο βόρειος προσανατολισμός. Η βέλτιστη γωνία κλίσης για μια Φ/Β διάταξη σταθερής βάσης ποικίλει ανάλογα με το κριτήριο που θέτουμε δηλαδή:

- Μέγιστη απολαβή κατά τη διάρκεια του έτους, τότε η βέλτιστη γωνία κλίσης της Φ/Β διάταξης είναι  $3^\circ$  εώς  $10^\circ$  μικρότερη από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου στον οποίο γίνεται η εγκατάσταση. Με αυτή την κλίση η Φ/Β διάταξη δέχεται σχεδόν κάθετα τις ακτίνες του ηλίου κατά τους θερινούς μήνες, οπότε και η ένταση είναι αυξημένη με αποτέλεσμα την μεγάλη απολαβή ενέργειας, ενώ το χειμώνα που και η ένταση είναι μικρή αλλά και η γωνία κλίσης απέχει από την κάθετη έχουμε μικρή απολαβή ενέργειας.
- Ομοιομορφία στην απολαβή ενέργειας κατά τη διάρκεια του έτους, τότε η γωνία κλίσης της Φ/Β διάταξης, για γωνίες αζιμούθιου από  $-60^\circ$  εώς  $+60^\circ$ , κυμαίνεται περίπου στο  $40\% - 60\%$  μεγαλύτερη από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου εγκατάστασης της Φ/Β διάταξης. Με αυτό τον τρόπο τοποθέτησης το χειμώνα που η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας είναι μικρή η ακτίνες του ηλίου προσπίπτουν σχεδόν κάθετα στη Φ/Β διάταξη, ενώ το καλοκαίρι που η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας είναι μεγάλη, οι ακτίνες προσπίπτουν με γωνίες μακριά από την κάθετη στην επιφάνεια της Φ/Β διάταξης.
- Μεγάλη ποσότητα ενέργειας μόνο κατά τους θερινούς μήνες τότε η Φ/Β διάταξη θα πρέπει να τοποθετηθεί με πολύ μικρή γωνία κλίσης, αλλά δεν προτείνεται μικρότερη των  $10^\circ$  για να αποφεύγεται η συγκέντρωση σκόνης στην επιφάνεια.
- Συμπληρωματικά μπορούμε να πούμε ότι αν η Φ/Β διάταξη τοποθετηθεί σε περιοχές με έντονες χιονοπτώσεις η γωνία κλίσης θα πρέπει να βρίσκεται κοντά στις  $60^\circ$  για να αποφεύγεται κατά το δυνατόν η επικάθηση χιονιού στην επιφάνεια.

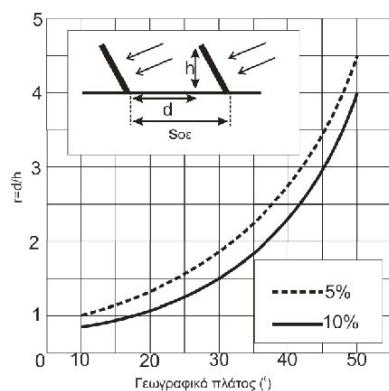
Σε αρκετές περιπτώσεις όταν οι μηχανισμοί έδρασης το επιτρέπουν, η γωνία κλίσης μπορεί να μεταβάλλεται τρεις ή τέσσερις φορές το χρόνο για να επιτευχθεί η μεγίστη απολαβή ενέργειας.

#### 1.4.5 Ελάχιστη απόσταση Φ/Β συστοιχιών:

Η τοποθέτηση των συστοιχιών ενός Φ/Β συγκροτήματος, η μια πίσω από την άλλη, γίνεται λαμβάνοντας υπόψη, κατά κύριο λόγο, τη σκίαση που θα προκαλέσει η νοτιότερη στην αμέσως επόμενη, αν η απόσταση μεταξύ τους γίνει μικρότερη μιας χαρακτηριστικής. Η σκίαση μέρους της χαμηλότερης σειράς Φ/Β πλαισίων της συστοιχίας μηδενίζει την ενεργειακή της απόδοση, στην περίπτωση που δεν χρησιμοποιηθούν δίοδοι παράκαμψης σε κάθε Φ/Β πλαίσιο. Πρέπει λοιπόν να προσδιοριστεί, κατά γενικό τρόπο, η βέλτιστη απόσταση μεταξύ των συστοιχιών, ώστε παρότι κάποιο χρονικό διάστημα μετά την ανατολή και αντίστοιχο πριν τη δύση, η πίσω συστοιχία σκιάζεται από την αμέσως νοτιότερη, το ποσοστό μείωσης της διαθέσιμης ημερησίας ενέργειας της ηλιακής ακτινοβολίας, που αντιστοιχεί στη συστοιχία, να μην ξεπερνά μια δεδομένη τιμή.

Βασικό κριτήριο για τη μελέτη που θα ακολουθήσει είναι ότι μέση ημερήσια μείωση της ενέργειας της ηλιακής ακτινοβολίας δεν πρέπει να ξεπερνά τις τιμές 5% και 10%. Για τον ακοιβή προσδιορισμό της απόστασης Φ/Β συστοιχιών εξετάζεται η σχέση του λόγου:  $r = \frac{d}{h}$ , (21)

όπου  $d$  η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών συστοιχιών και  $h$  το ύψος τους, με το γεωγραφικό πλάτος του τόπου που γίνεται η εγκατάσταση. Χρησιμοποιώντας ειδικά μαθηματικά μοντέλα προκύπτει το διάγραμμα της Εικόνας 1.28 το οποίο συσχετίζει το γεωγραφικό πλάτος του τόπου με την ελάχιστη απόσταση εγκατάστασης της Φ/Β συστοιχίας.



**Εικόνα 1.28** Γραφική παράσταση συσχετισμού του λόγου  $r$  του διακένου  $d$  μεταξύ των διαδοχικών Φ/Β συστοιχιών προς το ύψος τους  $h$  σε συνάρτηση με το γεωγραφικό πλάτος του τόπου εγκατάστασής τους.

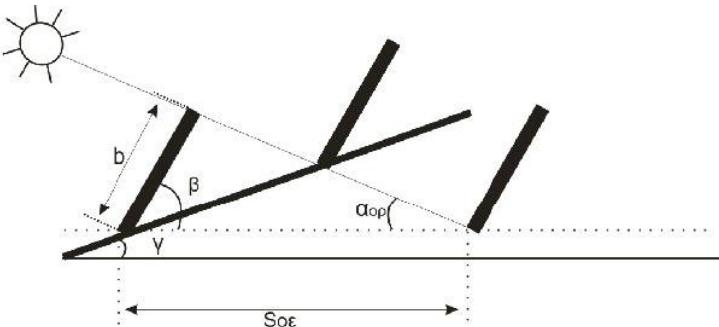
Αν τα Φ/Β πλαίσια κάθε συστοιχίας είναι συνδεδεμένα σε σειρά, η σκίαση του χαμηλότερου εξ αυτών από τις νοτιότερες συστοιχίες, κατά τις πρώτες πρωινές και τελευταίες απογευματινές ώρες της ημέρας, κατά το χειμώνα προκαλεί διακοπή της λειτουργίας όλης της διάταξης και πιθανόν και της συστοιχίας. Προκειμένου να

περιοριστεί το αποτέλεσμα αυτό συνδέεται σε καθένα Φ/Β πλαισιο της χαμηλότερης σειράς της συστοιχίας, μια δίοδος παράκαμψης. Μ' αυτό τον τρόπο ελαχιστοποιείται το ετήσιο ποσοστό μείωσης της παρεχόμενης ηλεκτρικής ενέργειας λόγω σκίασης της Φ/Β συστοιχίας από την αμέσως νοτιότερη της. Η εξίσωση (20) μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον υπολογισμό της απόστασης διαδοχικών συστοιχιών καθρεφτών θερμοσιφονικών συστημάτων. Στην περίπτωση αυτή ο λόγος της πολλαπλασιάζεται με το 0,8.

#### 1.4.6 Ελάχιστη απόσταση ΦΒ συστοιχιών σε κεκλιμένο επίπεδο:

Στην περίπτωση που έχουμε κεκλιμένο επίπεδο (Εικόνα 1.29) με προσανατολισμό προς το Νότο ( $\delta\eta > 0$ ) και για γωνία  $\gamma$  η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών συστοιχιών δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{S_{\kappa e}}{b} = (r \sin b + \cos b) \frac{\sin a_{op}}{\sin(a_{op} + \gamma)} \Rightarrow S_{\kappa e} = s_{oe} \frac{\sin a_{op}}{\sin(a_{op} + \gamma)} \quad 1)$$



**Εικόνα 1.29** Τοποθέτηση συστοιχιών σε κεκλιμένο επίπεδο.

Η γωνία κλίσης λαμβάνεται θετική για κατωφέρεια προς το νότο και αρνητική για ανωφέρεια. Σε περίπτωση που η γωνία του εδάφους ξεπερνά τη βέλτιστη γωνία κλίσης τότε οι Φ/Β συστοιχίες τοποθετούνται παράλληλα με το έδαφος.

#### 1.4.7 Εδραση ΦΒ πλαισίων:

Η τοποθέτηση των Φ/Β διατάξεων είναι πάρα πολύ σημαντική, για την απόδοση τους, όσο πιο σωστά γίνει ο προσανατολισμός της διάταξης τόσο καλυτέρα αποτελέσματα θα έχουμε σε επίπεδο ενέργειας και κατά συνέπεια στην απόδοση όλης της κατασκευής.

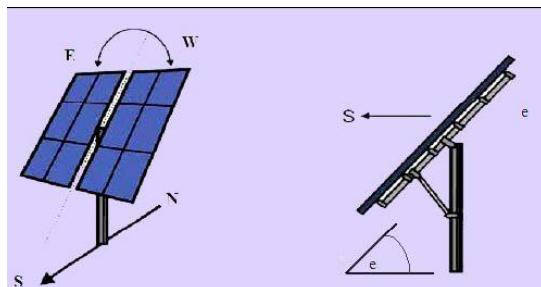
Ο ήλιος εκτελεί δύο κινήσεις, ως προς τη γη, την ημερήσια, από την ανατολή προς τη δύση και την εποχιακή, κατά την οποία μεταβάλλει καθημερινά το μεσημβρινό του ύψος. Ο συλλέκτης για να έχει όλη τη μέρα τη μέγιστη απόδοση, θα πρέπει να δέχεται συνεχώς τη μέγιστη ακτινοβολία, δηλαδή οι ηλιακές ακτίνες θα πρέπει να πέφτουν πάντα κάθετα στην επιφάνειά του. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι ηλιακές ακτίνες τότε έχουν την μεγαλύτερη πυκνότητα στην μονάδα επιφάνειας και δεν ανακλώνται στην γυάλινη επιφάνεια του Φ/Β πλαισίου. Για να επιτευχθεί όμως αυτό στην πράξη θα πρέπει ο συλλέκτης να παρακολουθεί συνεχώς την κίνηση του ήλιου και επομένως να στρέφεται σε δύο άξονες αφ' ενός για να παρακολουθεί την ημερήσια τροχιά του ήλιου από την ανατολή προς τη δύση και αφετέρου να μεταβάλλει την γωνία του ως

προς το οριζόντιο επίπεδο για να παρακολουθεί την μεταβολή του ύψους του ήλιου προς τον ορίζοντα. Αυτό για πρακτικούς λόγους δεν είναι εύκολο. Μπορούμε όμως να δώσουμε στον συλλέκτη σταθερό προσανατολισμό, φροντίζοντας να είναι ο προσφορότερος.

Τα Φ/Β πλαίσια, τοποθετούνται, συνήθως, πολλά μαζί πάνω σε βάσεις. Σε αυτή την περίπτωση μιλάμε για Φ/Β διάταξη. Τα συστήματα έδρασης της διάταξης είναι τα ακόλουθα:

- Απλές διατάξεις, όπου τα ηλιακά πλαίσια είναι τοποθετημένα σε σταθερά επίπεδα πλαίσια και δέχονται την ηλιακή ακτινοβολία με την φυσική πυκνότητα και διακύμανση στη διάρκεια της ημέρας.
- Διατάξεις με κινητά πλαίσια που περιστρέφονται αυτόματα και παρακολουθούν συνεχώς την πορεία του ήλιου στον ουρανό (Σύστημα Κινητής Βάσης Φωτοβολταϊκών (tracker) "Ηλιοτρόπιο"), ώστε τα Φ/Β πλαίσια να δέχονται κάθετα την ηλιακή ακτινοβολία σε όλη τη διάρκεια της ημέρας. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η ενέργεια που παράγεται μέχρι 50% περίπου, αφού δέχεται πυκνότερη ακτινοβολία, ανά μονάδα εμβαδού της επιφανείας του. Οι διατάξεις μονού άξονα παρακολουθούν μόνο την ημερήσια κίνηση του ήλιου (από την ανατολή μέχρι τη δύση), ενώ οι διατάξεις διπλού άξονα παρακολουθούν και την ετήσια κίνηση του ήλιου.
- Διατάξεις που με τη χρησιμοποίηση φακών ή κατόπτρων συγκεντρώνουν την ηλιακή ακτινοβολία και την στέλνουν πολύ συμπυκνωμένη πάνω στα ηλιακά κύτταρα. Για την αποφυγή υπερθέρμανσης, στις συγκεντρωτικές διατάξεις απαιτείται συνήθως η τεχνητή ψύξη των ηλιακών κυττάρων με κυκλοφορία ψυχρού αέρα ή ψυκτικών

#### 1.4.8 Συστήματα κινητής βάσης ΦΒ διάταξης:



**Εικόνα 2.30** Σύστημα κινητής βάσης – (tracker)

Το σύστημα κινητής βάσης – (tracker) που φαίνεται στην Εικόνα 2.30 είναι ένα εξαιρετικά αξιόπιστο μονοαξονικό ή διαξονικό σύστημα το οποίο παρακολουθεί την πορεία του ήλιου στον ορίζοντα καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας. Τα Φ/Β πλαίσια τοποθετούνται πάνω στην κινούμενη βάση έτσι ώστε να έχουν κατεύθυνση πάντα προς τον ήλιο, και έτσι να αυξάνεται η απόδοσή τους κατά 25% - 50% όλο τον χρόνο όπως εκτιμάται για την Ελλάδα. Η σχεδίαση και κατασκευή του tracker γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να αντέχει στις χειρότερες καιρικές συνθήκες, η συντήρησή του να είναι ελάχιστη μία φορά τον χρόνο και οι αντοχές των υλικών κατασκευής είναι δοκιμασμένες σε ακραίες καταστάσεις. Η πορεία της κινούμενης βάσης είναι από

Ανατολικά (E) προς Δυτικά (W) κατά την διάρκεια της ημέρας και ο προσανατολισμός της βάσης είναι Νότιος (S).

Διατίθεται σε δύο εκδόσεις: την μονοαξονική στην οποία η κίνηση του πλαισίου από Ανατολή στη Δύση είναι αυτόματη ενώ του αξιμούθιου χειροκίνητη. Η ρύθμιση του αξιμούθιου δεν απαιτείται περισσότερο από 4 - 5 φορές ετησίως. Στη διαξονική του έκδοση, το tracker κινείται αυτόματα τόσο από την Ανατολή στη Δύση, όσο και στο αξιμούθιο. Η γωνία κλίσης των Φ/Β πλαισίων ως προς τον οριζόντιο άξονα μεταβάλλεται χειροκίνητα από  $20^{\circ}$  έως  $65^{\circ}$  έτσι ώστε να προσαρμόζεται σύμφωνα με την μετατόπιση του ήλιου τις τέσσερις εποχές του χρόνου. Κάθε πρωί το σύστημα προσανατολίζεται Ανατολικά (E) και παρακολουθεί την πορεία του ήλιου ξεκινώντας την ώρα ανατολής του ήλιου. Ως ώρα εκκίνησης της πορείας λαμβάνεται η ώρα Ανατολής του ήλιου κατά την Εαρινή Ισημερία και για τον συγκεκριμένο τόπο εγκατάστασης του συστήματος.

Οι παράμετροι αυτοί καταχωρούνται σε έναν ελεγκτή PLC μια φορά κατά την αρχική εγκατάσταση του. Η παρακολούθηση του ορίζοντα από το σύστημα γίνεται ανεξάρτητα από το αν υπάρχει ηλιοφάνεια ή συννεφιά. Με τον τρόπο αυτό γίνεται εκμετάλλευση και της παραμικρής ηλιαχτίδας του ήλιου για την παραγωγή ενέργειας ενώ παράλληλα αποφεύγεται η χρήση πολύπλοκων και δαπανηρών διατάξεων οπτικών αισθητήρων προσδίδοντας έτσι τη μέγιστη αξιοπιστία ενάντια στο χρόνο. Η πορεία του ήλιου στον ορίζοντα παρακολουθείται διαρκώς από την Ανατολή μέχρι την Δύση, μετατοπίζοντας το πλαίσιο των συλλεκτών του συστήματος κατά  $90^{\circ}$  σε κάθε βήμα και σε είκοσι συνολικά κινήσεις (βήματα). Ο αριθμός και το άνοιγμα του βήματος μετατόπισης του πλαισίου μπορεί να μεταβληθεί έτσι ώστε η πορεία παρακολούθησης του ήλιου στον ορίζοντα να αλλάζει σύμφωνα με τον τόπο εγκατάστασης του συστήματος. Κατά την διάρκεια της νύκτας το σύστημα επανέρχεται στην θέση εκκίνησης που "βλέπει" προς την Ανατολή και είναι έτοιμο για την εκκίνησή του ημερήσιου κύκλου του. Τα κινητά μέρη είναι στεγανά και αντέχουν σε συνθήκες θερμοκρασίας από  $-30^{\circ}\text{C}$  -  $50^{\circ}\text{C}$ . Η διάρκεια λειτουργίας του κινητήρα σε ένα εικοσιτετράωρο είναι είκοσι λεπτά ( $20\text{ min}$ ) και έτσι οι φθορές είναι ελάχιστες. Η ετήσια κατανάλωση σε ηλεκτρισμό είναι περίπου  $5\text{ kWh}$ . Η συντήρηση του tracker είναι ελάχιστη γιατί όλα τα κινούμενα μέρη είναι στεγανά και τα υλικά κατασκευής του μεταλλικού μέρους του είναι ανοξείδωτα. Η λίπανση του κοχλία γίνεται μία φορά το έτος και υπάρχει πρόβλεψη και για χειροκίνητη κίνηση σε περίπτωση βλάβης. Η όλη κατασκευή είναι υπολογισμένη ώστε να αντέχει σε ανέμους με ταχύτητα άνω των  $150\text{ Km/h}$  [7].

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup> : ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ**

### **2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των νευρωνικών δίκτυων:**

Η έρευνα σχετικά με τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι βασισμένη στην δομή και τη λειτουργία του εγκεφάλου. Βασικό δομικό στοιχείο του εγκεφάλου είναι οι νευρώνες, δηλαδή τα νευρικά κύτταρα τα οποία δημιουργούν ένα πυκνό δίκτυο επικοινωνίας μεταξύ τους. Βασικός στόχος των τεχνητών νευρωνικών δίκτυων είναι η ανακάλυψη ενός υπολογιστικού μοντέλου βασισμένου σε μια δικτυακή δομή παρόμοια με αυτή του εγκεφάλου, το οποίο θα είναι κατάλληλο για ανάπτυξη ευφυών αλγορίθμων και γενικότερα διαδικασιών που σχετίζονται με τη νοημοσύνη.

Τα συνήθη νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούν πολύ απλοποιημένα μοντέλα νευρώνων ώστε να διατηρούν μόνο τα πολύ αδρά χαρακτηριστικά των πολύ των πολύ λεπτομερών μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην νευρολογία. Ακόμα και αυτά τα απλοποιημένα μοντέλα νευρώνων μπορούν να δημιουργήσουν ιδιαιτέρως ενδιαφέροντα δίκτυα αρκεί να πληρούν δυο βασικά χαρακτηριστικά:

- Οι νευρώνες να έχουν ρυθμιζόμενες παραμέτρους ώστε να διευκολύνεται η διαδικασία της μάθησης (πλαστικότητα)
- Το δίκτυο να αποτελείται από μεγάλο πλήθος νευρώνων ώστε να επιτυγχάνεται παραλληλισμός της επεξεργασίας και κατανομή της πληροφορίας

### **2.2 Βιολογικός νευρώνας:**

#### **2.2.1 Δομή βιολογικού νευρώνα:**

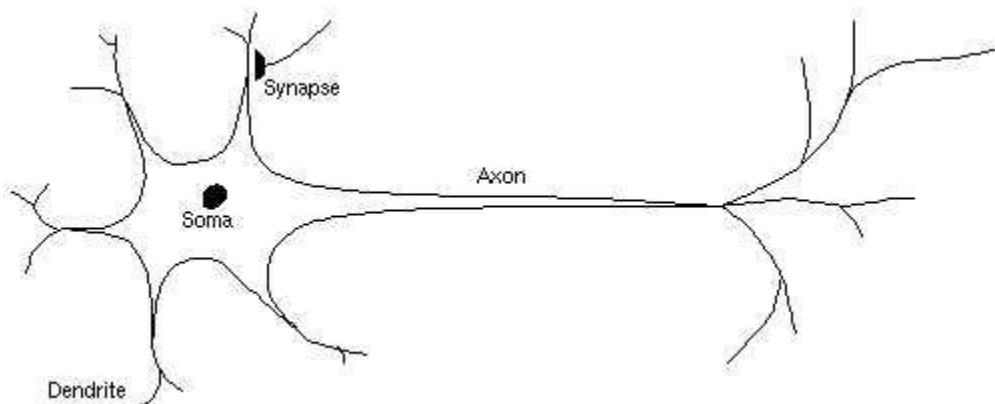
Ένας νευρώνας είναι αυτόνομος και αποτελείται από το κυρίως νευρικό κύτταρο(σώμα) και τις αποφυάδες του, που ονομάζονται νευρίτες και χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

α) Στην πρώτη κατηγορία έχουμε το μοναδικό νευράξονα (ή άξονα) κάθε νευρώνα. Αυτός είναι μια νηματοειδής προέκταση του κυρίως νευρικού κυττάρου. Οι νευρικές ώσεις του κυτταρικού σώματος οδεύουν κατά μήκος του άξονα κατευθυνόμενες προς την απόληξη του. Οι άξονες καταλήγουν στην προσυναπτική μεμβράνη που συμμετέχει στο σχηματισμό τη σύναψης, της περιοχής δηλαδή όπου έρχεται ο νευρώνας σε ηλεκτροχημική επαφή με άλλους νευρώνες.

β) Στη δεύτερη κατηγορία έχουμε τους δενδρίτες που είναι διακλαδισμένες αποφύσεις των νευρώνων. Αυτοί βρίσκονται σε επαφή μέσω των συνάψεων με τις απολήξεις διαφόρων αξόνων, που προέρχονται από γειτονικούς ή απομακρυσμένους νευρώνες. Οι δενδρίτες, μέσω των μετασυναπτικών, συλλέγουν τα σήματα που εκπέμπονται από τις αξονικές απολήξεις και τα μεταδίδουν στο αντίστοιχο κυτταρικό σώμα του νευρώνα στον οποίο ανήκουν.

Η σύναψη, όπως προαναφέρθηκε διασταυρώνεται η απόληξη του νευράξονα ενός νευρώνα με δενδρίτη άλλου νευρώνα, παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, διότι εκεί πραγματοποιείται η μεταβίβαση της δράσης. Οι συνάψεις είναι κύστες με ηλεκτροχημικό υλικό –ιόντα κυρίως Νατρίου και Καλίου ( $Na^+, K^+$ ).Το υλικό αυτό είναι υπεύθυνο για τη μετάδοση της ηλεκτρικής δραστηριότητας από τον άξονα στους δενδρίτες. Το πλάτος της σύναψης, η απόσταση της από τον δενδρίτη και η

πυκνότητα το ηλεκτροχημικού υλικού επηρεάζουν την ευκολία με την οποία η ηλεκτρική δραστηριότητα μεταδίδεται από τον άξονα στον δενδρίτη. Το ποσοστό της ηλεκτρικής δραστηριότητας που μεταδίδεται τελικά λέγεται συναπτικό βάρος.



**Εικόνα 2.1** Βιολογικός νευρώνας

### 2.2.2 Λειτουργία βιολογικού νευρώνα:

Στους βιολογικούς νευρώνες, φορείς πληροφορίας είναι ηλεκτρικοί παλμοί που ταξιδεύουν στον άξονα κάθε νευρώνα και μέσω των συνάψεων διαδίδονται στους δενδρίτες των παραληπτών νευρώνων. Κάθε νευρώνας συλλέγει όλο το ηλεκτρικό φορτίο που δέχεται από κάθε σύναψη στους δενδρίτες του ζυγίζοντας το εισερχόμενο φορτίο με το αντίστοιχο συναπτικό βάρος. Έτσι, όσο πιο ισχυρή είναι η συναπτική ζεύξη τόσο πιο έντονα συμμετέχει το συγκεκριμένο φορτίο εισόδου στο συνολικό άθροισμα. Αν το άθροισμα του φορτίου ξεπερνάει κάποιο κατώφλι τότε ο άξονας του νευρώνα αρχίζει να παράγει ηλεκτρικούς παλμούς οπότε ο νευρώνας πυροβολεί (fires). Αν όμως το φορτίο δεν ξεπερνάει το κατώφλι τότε ο νευρώνας παράγει πολύ αραιά παλμούς σε τυχαίες στιγμές δηλαδή είναι αδρανής [8].

## 2.3 Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα:

### 2.3.1 Εισαγωγή:

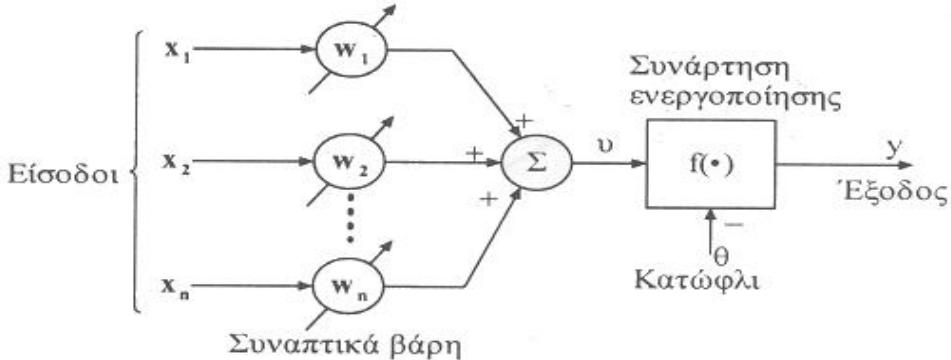
Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα όπως μαρτυρά και το όνομά τους, είναι εμπνευσμένα από το βιολογικό νευρωνικό σύστημα. Τα στοιχεία που αποτελούν ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο είναι οι νευρώνες οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους μέσω βαρών. Τα βάρη αυτά μπορούν να προσαρμόζονται κατά τη διαδικασία της μάθησης.

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα πλεονεκτούν έναντι των κλασικών στατιστικών μεθόδων πρόβλεψης γιατί:

- αναγνωρίζουν μη γραμμικές διαχωριστικές επιφάνειες
- έχουν ικανοποιητικά αποτελέσματα με μη πλήρη δεδομένα
- δεν προγραμματίζονται αλλά μαθαίνουν και έτσι δίνουν την δυνατότητα επίλυσης ενός προβλήματος που δεν είναι πλήρως κατανοητό.

### 2.3.2 Ιστορική αναδρομή τεχνητών νευρωνικών δικτύων:

Η ιστορία των τεχνητών νευρωνικών δικτύων ξεκινάει τη δεκαετία του 40. Συγκεκριμένα ο πρώτος τεχνητός νευρώνας αναπτύχθηκε το 1943 από τον νευροφυσιολόγο McCulloch και τον Walter Pitts. Οι επιστήμονες McCulloch και Pitts υπήρξαν πρωτοπόροι στην διαδικασία μοντελοποίησης των βιολογικών νευρωνικών δικτύων και κατάφεραν να περιγράψουν ένα απλό μοντέλο της δραστηριότητας του βιολογικού νευρώνα. Η κατάσταση του νευρώνα περιγράφεται από μια δυαδική μεταβλητή  $y$ . Όταν  $y=0$  τότε ο νευρώνας είναι αδρανής, ενώ όταν  $y=1$  ο νευρώνας πυροβολεί στη μέγιστη συχνότητα.



**Εικόνα 2.2** Μοντέλο McCulloch και Pitts για το νευρώνα

Οι συνάψεις περιγράφονται από τα *συναπτικά βάρη* (*synaptic weights*)  $w_i$  που είναι πραγματικοί αριθμοί, θετικοί για τις ενισχυτικές συνάψεις και αρνητικοί για τις ανασταλτικές συνάψεις. Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι είσοδοι κάθε νευρώνα τότε το άθροισμα  $u$  του φορτίου που δέχεται ο νευρώνας είναι απλά

$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i \quad (1)$$

Αν το άθροισμα  $u$  είναι μεγαλύτερο από το *κατώφλι* (*threshold*)  $\theta$  τότε ο νευρώνας πυροβολεί, διαφορετικά παραμένει αδρανής. Χρησιμοποιώντας μαθηματικά γράφουμε

$$y = f(u - \vartheta) \quad (2)$$

όπου  $f(\cdot)$  είναι *συνάρτηση ενεργοποίησης*. Στο απλό μοντέλο McCulloch και Pitts ως συνάρτηση ενεργοποίησης χρησιμοποιείται η βηματική συνάρτηση

$$f(u) = \begin{cases} 0, & \text{αν } u \leq 0 \\ 1, & \text{αν } u > 0 \end{cases}$$

Το κατώφλι  $\theta$  είναι ένας πραγματικός αριθμός (θετικός ή αρνητικός) όπως άλλωστε και τα συναπτικά βάρη. Κατ' αυτή την έννοια το κατώφλι  $\theta$  μπορεί να θεωρηθεί ως ένα επιπλέον συναπτικό βάρος συνδεδεμένο με μια σταθερή είσοδο  $x_0$  η οποία έχει πάντα την τιμή -1. Έτσι θα μπορούσαμε να γράψουμε

$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta = \sum_{i=0}^n w_i \cdot x_i \quad (3)$$

όπου  $w_0 = \theta$  και  $x_0 = -1$

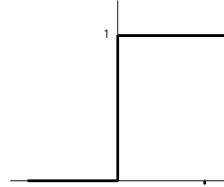
Αξιόλογες προσπάθειες για την ανάπτυξη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων έγιναν επίσης από δύο ερευνητικές ομάδες (*Farley και Clark, 1954, Haibit και Duda, 1956*) που πραγματοποίησαν προσομοιώσεις με τη χρήση υπολογιστών. Στη συνέχεια, το 1958, ο *Rosenblatt* προσέδωσε ιδιαίτερο ενδιαφέρον στον τομέα με την ανακάλυψη του perceptron. Στο μοντέλο perceptron ο ένας και μοναδικός νευρώνας υλοποιεί την παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς:

$$\left. \begin{array}{l} u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta \\ y = f(u) \end{array} \right\} \Rightarrow y = f\left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta\right) \quad (4)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς απεικονίζει την είσοδο  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  στην έξοδο  $y$ . Στο μοντέλο perceptron η συνάρτηση ενεργοποίησης μπορεί να πάρει μια από τις δύο παρακάτω μορφές:

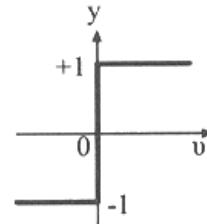
Βηματική 0/1 (step function 0/1):

$$f(u) = \begin{cases} 0, & \text{αν } u \leq 0 \\ 1, & \text{αν } u > 0 \end{cases}$$



Βηματική -1/1 (step function -1/1):

$$f(u) = \text{sgn}(u) = \begin{cases} -1, & \text{αν } u \leq 0 \\ 1, & \text{αν } u > 0 \end{cases}$$



Η έξοδος  $y$  επομένως είναι ένας δυαδικός αριθμός είτε με την κλασική μορφή (1/0) είτε με τη λεγόμενη διπολική μορφή (1/-1).

Ένα άλλο σύστημα παράλληλης επεξεργασίας που αναπτύχθηκε το 1960 από τους *Widrow* και *Hoff* ήταν μια αναλογική ηλεκτρονική συσκευή, το ADALINE (Adaptive LINEar Element). Η μέθοδος εκμάθησης που χρησιμοποιούσε το ADALINE ήταν διαφορετική από αυτή του perceptron, και υιοθετούσε τον κανόνα των ελάχιστων τετραγώνων.

Την αρχική περίοδο ενθουσιασμού ακολούθησε μια περίοδος έντονης απογοήτευσης η οποία οφειλόταν στην ανικανότητα του μονοεπίπεδου perceptron να ανταποκριθεί σε πολυμεταβλητά συστήματα. Οι επιστήμονες όμως συνέχισαν να αναζητούν νέες υπολογιστικές μεθόδους με βάση τις αρχές της νευρολογίας. Ο Grossberg ανέπτυξε τα δίκτυα ART. Οι Anderson και Kohonen ανέπτυξαν τεχνικές συσχέτισης, ενώ ο Werbos ανέπτυξε και χρησιμοποίησε την μέθοδο εκμάθησης με την προς τα πίσω διάδοση του σφάλματος (*error back-propagation*). Η μέθοδος αυτή είναι σήμερα η

πλέον διαδεδομένη και χρησιμοποιείται και από τα πολυστρωματικά perceptron (MLP Multi Layer Perceptron)

Η πρόοδος που σημειώθηκε στις δεκαετίες του 70 και του 80 ήταν σημαντική και οδήγησε στην επανεμφάνιση του ενδιαφέροντος για τον τομέα των νευρωνικών δικτύων. Αυτή την περίοδο αναπτύχθηκαν καινούριες μέθοδοι και πολλές βιομηχανικές εφαρμογές ενώ διαφαίνονται προοπτικές για επιπλέον πρόοδο καθώς η έρευνα συνεχίζεται σε πολλούς επιστημονικούς τομείς.

### 2.3.3 Είδη τεχνητών νευρωνικών δικτύων:

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με βάση την αρχιτεκτονική τους και τον τρόπο εκπαίδευσης τους. Η αρχιτεκτονική του νευρωνικού δικτύου αφορά στις διασυνδέσεις των νευρώνων καθώς και στη συνάρτηση ενεργοποίησης. Η μέθοδος εκπαίδευσης καθορίζει τον αλγόριθμο βάσει του οποίου προσαρμόζονται τα βάρη ώστε να επιτυγχάνεται ελαχιστοποίηση σφάλματος βάσει κάποιου επιθυμητού κριτηρίου.

#### 2.3.3.1 Κατηγορίες νευρωνικών δικτύων με βάση την αρχιτεκτονική:

##### i. *Προσωτροφοδοτούμενα δίκτυα (feed-forward networks):*

Στην κατηγορία αυτή κάθε επίπεδο νευρώνων δέχεται εισόδους μόνο από τα προηγούμενα επίπεδα νευρώνων. Με άλλα λόγια στα δίκτυα αυτά η ροή της πληροφορίας είναι μονοσήμαντη.

##### ii. *Ανατροφοδοτούμενα δίκτυα (recurrent networks):*

Τα ανατροφοδοτούμενα δίκτυα είναι δίκτυα ενός ή περισσότερων στρωμάτων στα οποία υπάρχουν επιπλέον συνδέσεις προς τα πίσω, δηλαδή νευρώνες μεγαλύτερων στρωμάτων τροφοδοτούν είτε νευρώνες προηγούμενων στρωμάτων είτε νευρώνες του ίδιου στρώματος. Τα συστήματα αυτά θεωρείται ότι έχουν μνήμη αφού η απόκριση τους εξαρτάται όχι μόνο από την είσοδο αλλά και από τις αρχικές τιμές των νευρώνων.

#### 2.3.3.2 Συνάρτηση ενεργοποίησης:

Η συνάρτηση ενεργοποίησης μπορεί να είναι:

- Γραμμική
- Μη γραμμική (κυρίως υπερβολική εφαπτομένη και σιγμοειδής)
- Γκαουσιανή (δίκτυα ακτινικής βάσης)

### 2.3.3.3 Κατηγορίες νευρωνικών δικτύων με βάση τον αλγόριθμο εκπαίδευσης:

#### i. *Δίκτυα με επίβλεψη (supervised)*

Τα δίκτυα αυτά τροφοδοτούνται με παράδειγμα εισόδων και τις αντίστοιχες εξόδους. Η διαδικασία της μάθησης περιλαμβάνει την προσαρμογή των βαρών με σκοπό την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της εξόδου του συστήματος και της πραγματικής εξόδου. Παραδείγματα τέτοιων δικτύων είναι τα perceptron, ADALINE και τα δίκτυα ακτινικής βάσης.

#### ii. *Δίκτυα χωρίς επίβλεψη (unsupervised)*

Τα δίκτυα αυτά τροφοδοτούνται μόνο με τις εισόδους και η έξοδος προκύπτει μέσω ομαδοποίησης ομοειδών δεδομένων. Η εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη έχει περισσότερες ομοιότητες με το μοντέλο μάθησης των βιολογικών συστημάτων και αναπτύχθηκε από τον Kohonen και άλλους επιστήμονες το 1984.

### 2.3.4 Εφαρμογές νευρωνικών δικτύων:

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα έχουν εφαρμογή σε πολλά προβλήματα. Μερικά από αυτά είναι τα παρακάτω:

- Ταξινόμηση προτύπων (classification) : κατάταξη ενός διανύσματος εισόδου που περιλαμβάνει κάποια χαρακτηριστικά (features) και αποκαλείται πρότυπο, σε μια κατηγορία.
- Διαμόρφωση συναθροίσεων (clustering) : παρόμοια με τη διαδικασία της ταξινόμησης με τη διαφορά ότι ο αριθμός των κλάσεων δεν είναι γνωστός εκ των προτέρων.
- Προσέγγιση συναρτήσεων: προσέγγιση άγνωστης συνάρτησης με δεδομένα τα ζεύγη εισόδου-εξόδου.
- Βελτιστοποίηση
- Αυτόματος έλεγχος
- Πρόβλεψη χρονοσειρών: πρόβλεψη μελλοντικών τιμών κάποιου σήματος με δεδομένες τιμές σε χρονικές στιγμές του παρελθόντος

Επομένως τα νευρωνικά δίκτυα αποτελούν μια νέα πολλά υποσχόμενη τεχνική η οπία μπορεί να εφαρμοστεί στην βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη της ηλιακής ακτινοβολίας. Όπως είναι γνωστό δεν υπάρχουν σαφείς και καθορισμένες σχέσεις που να οδηγούν σε ακριβή πρόβλεψη της ακτινοβολίας. Η πρόβλεψη αυτή είναι εφικτή με τη βοήθεια των νευρωνικών δικτύων. Στα πλαίσια της εργασίας αυτής χρησιμοποιήθηκαν πολυεπίπεδα perceptron με προς τα πίσω διάδοση του σφάλματος και πιο συγκεκριμένα τον αλγόριθμο Levenberg Marquardt για αυτό κρίνεται σκόπιμη μια εκτενέστερη παρουσίαση τους. Στόχος είναι η δημιουργία δικτύου το οποίο να είναι σε θέση να προβλέπει πιθανά αξιόπιστα αποτελέσματα όταν συναντά καινούριες τιμές που δεν έχει λάβει ως εισόδους έως τώρα [9].

## 2.4 Multi-layer perceptron:

### 2.4.1 Δομή Multi-layer perceptron:

Το δίκτυο αυτό ανήκει στα προσωτροφοδοτούμενα δίκτυα και είναι ένα από τα δημοφιλέστερα νευρωνικά δίκτυα. Η βασική του δομική μονάδα είναι το perceptron

που περιγράφηκε σε παραπάνω ενότητα και όπως αναφέρθηκε η έξοδος του δίνεται από την παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$y = f \left( \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta \right) \quad (5)$$

Όπου  $y$ : η έξοδος

$x_i$ : οι είσοδοι

$w_i$ : τα βάρη των νευρώνων

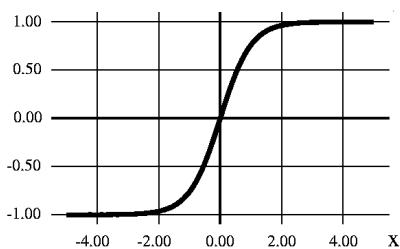
$\theta$ : κατώφλι

$f$ : συνάρτηση ενεργοποίησης

Η μορφή της συνάρτησης ενεργοποίησης παίζει σημαντικό ρόλο και πρέπει να επιλεγεί κατάλληλα ανάλογα με το εκάστοτε πρόβλημα. Η συνάρτηση ενεργοποίησης που χρησιμοποιείται ως επί το πλείστον είναι η *υπερβολική εφαπτομένη*, η οποία προτιμάται έναντι της βηματικής. Ο λόγος είναι ότι οι περισσότεροι κανόνες εκπαίδευσης βασίζονται σε μεθόδους βελτιστοποίησης όπως π.χ. η μέθοδος κατάβασης δυναμικού, οι οποίες χρησιμοποιούν παραγώγους, ενώ η βηματική συνάρτηση δεν είναι παραγωγίσιμη. Η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιείται και στο τεχνητό νευρωνικό δίκτυο που θα κάνει την πρόβλεψη της ηλιακής ακτινοβολίας. Η μορφή της φαίνεται στην εικόνα 2.3

Υπερβολική εφαπτομένη (hyperbolic tangent):

$$\sigma(u) = \tanh(u) = \frac{1-e^{-u}}{1+e^{-u}} \quad (6)$$

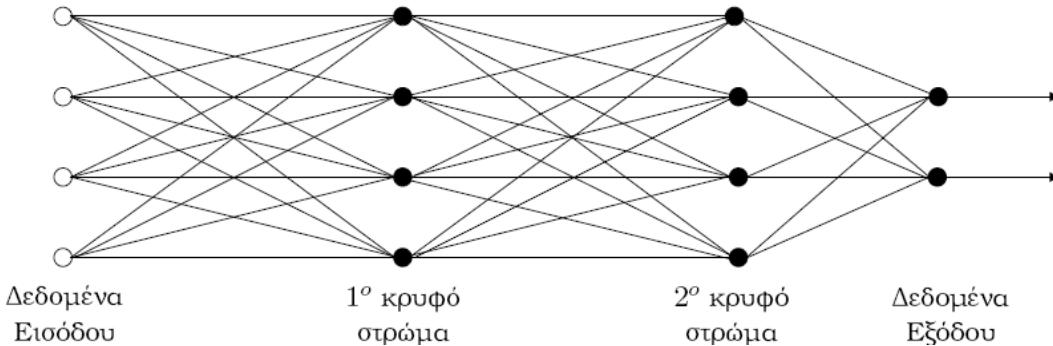


### Εικόνα 2.3 Χαρακτηριστική υπερβολικής εφαπτομένης

Ένα perceptron πολλών στρωμάτων διαθέτει ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα, των οποίων οι υπολογιστικοί κόμβοι καλούνται αντιστοίχως κρυφοί νευρώνες ή κρυφές μονάδες. Η λειτουργία των κρυφών νευρώνων είναι να μεσολαβούν μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του δικτύου μέσω των βαρών και της συνάρτησης ενεργοποίησης. Προσθέτοντας ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα, το δίκτυο καθίσταται ικανό να εξάγει στατιστικά υψηλότερης τάξης. Με μια μάλλον ασαφή έννοια το δίκτυο αποκτά μεγαλύτερη λειτουργικότητα λόγω του επιπλέον συνόλου από συναπτικές συνδέσεις και την επιπλέον διάσταση των νευρωνικών αλληλεπιδράσεων. Η ικανότητα των κρυφών νευρώνων να εξάγουν στατιστικά υψηλότερης τάξης είναι ιδιαιτέρως πολύτιμη, όταν το μέγεθος του επιπέδου εισόδου είναι μεγάλο.

Οι κόμβοι πηγής στο επίπεδο εισόδου του δικτύου παρέχουν τα σήματα εισόδου που εφαρμόζονται στους νευρώνες (υπολογιστικοί κόμβοι) στο δεύτερο επίπεδο (δηλαδή

στο πρώτο κρυφό επίπεδο). Τα σήματα εξόδου του δευτέρου επιπέδου χρησιμοποιούνται ως είσοδοι για το τρίτο επίπεδο, και αυτό επαναλαμβάνεται για το υπόλοιπο δίκτυο. Τυπικώς, οι νευρώνες σε κάθε επίπεδο του δικτύου έχουν ως εισόδους τους τα σήματα εξόδου του προηγούμενου επιπέδου μόνο. Το σύνολο των σημάτων εξόδου των νευρώνων στο επίπεδο εξόδου (τελικό) του δικτύου αποτελεί την συνολική απόκριση του δικτύου για το δεδομένο διάνυσμα εισόδου.



**Εικόνα 2.4** Παράδειγμα δικτύου perceptron 2 κρυφών στρωμάτων

#### 2.4.2 Εκπαίδευση δικτύων:

##### 2.4.2.1 Ορισμός εκπαίδευσης:

Τα νευρωνικά δίκτυα μαθαίνουν με παραδείγματα, με τρόπο παρόμοιο δηλαδή με αυτόν που μαθαίνει ο άνθρωπος.

---

Η εκπαίδευση (training) είναι μια διαδικασία από την οποία οι ελεύθερες παράμετροι ενός νευρωνικού δικτύου προσαρμόζονται μέσω μιας διαδικασίας διέγερσης από το περιβάλλον στο οποίο είναι εμπεδωμένο το δίκτυο.

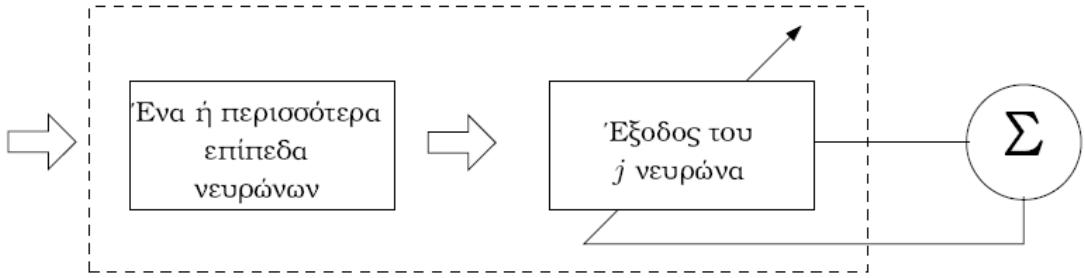
---

Η κεντρική ιδέα είναι ότι το νευρωνικό δίκτυο τροφοδοτείται με μια σειρά από σήματα εισόδων και τις αντίστοιχες εξόδους. Στη συνέχεια τα βάρη προσαρμόζονται ώστε να ελαχιστοποιείται το σφάλμα ανάμεσα στην επιθυμητή έξοδο και την πραγματική.

Ο τύπος της εκπαίδευσης καθορίζεται από τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η προσαρμογή των ελεύθερων παραμέτρων, δηλαδή των συναπτικών βαρών. Ο βασικότερος κανόνας εκπαίδευσης είναι η εκπαίδευση διόρθωσης σφάλματος (error correction learning)

##### 2.4.2.2 Εκπαίδευση διόρθωσης σφάλματος:

Για να παρουσιαστεί ο κανόνας εκπαίδευσης διόρθωσης σφάλματος, θεωρείται ένα πολυεπίπεδο δίκτυο perceptron με μοναδικό υπολογιστικό κόμβο,  $k$ , στο επίπεδο εξόδου (Εικόνα 2.5). Ο νευρώνας  $k$  διεγείρεται από ένα διάνυσμα σήματος  $x(n)$  που παράγεται από ένα ή περισσότερα επίπεδα από κρυφούς νευρώνες, οι οποίοι με την σειρά τους διεγείρονται από ένα διάνυσμα εισόδου, που εφαρμόζεται στο επίπεδο εισόδου του νευρωνικού δικτύου.



**Εικόνα 2.5** Διάγραμμα ροής της εκπαίδευσης διόρθωσης σφάλματος

Το όρισμα  $n$  δηλώνει τον αύξων αριθμό ανακύκλωσης της εκπαίδευσης. Το σήμα εξόδου του νευρώνα  $k$  δηλώνεται από το  $y_k(n)$ . Αυτό το σήμα εξόδου, που αποτελεί την μόνη έξοδο του νευρωνικού δικτύου, συγκρίνεται με την επιθυμητή απόκριση  $\eta$  αλλιώς το στόχο  $d_k(n)$ . Συνεπώς, παράγεται ένα σήμα σφάλματος, που δηλώνεται  $e_k(n)$ :

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) \quad (7)$$

Το σφάλμα  $e_k(n)$  ενεργοποιεί ένα μηχανισμό, ο σκοπός του οποίου είναι να εφαρμόζει μια ακολουθία από διορθώσεις στα συναπτικά βάρη του νευρώνα  $k$ , οι οποίες είναι σχεδιασμένες για να κάνουν το σήμα εξόδου  $y_k(n)$  να έρθει πιο κοντά στο στόχο  $d_k(n)$ . Αυτό επιτυγχάνεται ελαχιστοποιώντας μια συνάρτηση κόστους

$$E(n) = \frac{1}{2} e_k^2(n) \quad (8), \text{η οποία εκφράζει τη στιγμιαία τιμή του σφάλματος. Οι}$$

προσαρμογές των συναπτικών βαρών του νευρώνα  $k$  συνεχίζονται μέχρι το σύστημα να φτάσει σε μια σταθερή κατάσταση. Σε εκείνο το σημείο η διαδικασία εκπαίδευσης τερματίζεται. Η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους  $E(n)$  οδηγεί σε ένα κανόνα

δέλτα (delta rule) ή κανόνα Widrow – Hoff, προς τιμή των δημιουργών της, τους Widrow και Hoff.

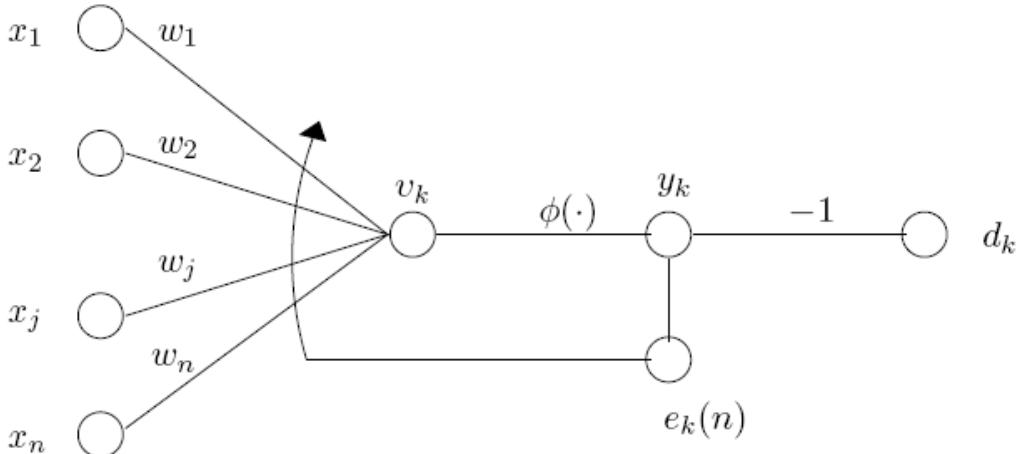
Έστω ότι  $w_{kj}(n)$  δηλώνει την τιμή του συναπτικού βάρους  $w_{kj}$  του νευρώνα  $k$  διεγερμένου από το στοιχείο  $x_j(n)$  του διανύσματος σήματος  $u(n)$  στην  $n$ -οστή επανάληψη. Σύμφωνα με τον κανόνα δέλτα, η προσαρμογή  $\Delta w_{kj}(n)$  εφαρμοσμένη στο συναπτικό βάρος  $w_{kj}$  στο χρονικό βήμα  $n$  ορίζεται από:

$$\Delta w_{kj}(n) = \beta \cdot e(n) \cdot x_j(n) \quad (9)$$

Η παράμετρος  $\beta$  ρυθμίζει το μέγεθος της διόρθωσης και καλείται βήμα εκπαίδευσης ή ρυθμός εκπαίδευσης (learning step ή learning rate). Το βήμα εκπαίδευσης πρέπει να είναι ένας πολύ μικρός, θετικός αριθμός. Επομένως η ρύθμιση που γίνεται σε ένα συναπτικό βάρος ενός νευρώνα είναι ανάλογη με το γινόμενο του σήματος σφάλματος και του σήματος εισόδου της υπό εξέταση συνάψεως.

Έχοντας υπολογίσει τη συναπτική ρύθμιση  $\Delta w_{kj}(n)$ , η ανανεωμένη τιμή των συναπτικών βαρών  $w_{kj}$  καθορίζεται ως εξής:

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \Delta w_{kj}(n) \quad (10)$$



**Εικόνα 2.6** Μέθοδος διόρθωσης σφάλματος

Στην Εικόνα 2.6 φαίνεται μια αναπαράσταση της ροής σήματος της διαδικασίας εκπαίδευσης διόρθωσης σφάλματος, εστιάζοντας στην δραστηριότητα γύρω από τον νευρώνα  $k$ . Το σήμα εισόδου  $x_j$  και το επηρεασμένο τοπικό πεδίο  $v_k$  του νευρώνα  $k$  αναφέρονται ως τα προσυναπτικά και μετασυναπτικά σήματα της  $j$ -οστής σύναψης του νευρώνα  $k$ , αντιστοίχως. Είναι προφανές ότι η εκπαίδευση διόρθωσης σφάλματος είναι ένα παράδειγμα συστήματος ανάδρασης κλειστού βρόγχου. Από την θεωρία είναι γνωστό ότι η ευστάθεια ενός τέτοιου συστήματος καθορίζεται από τις παραμέτρους που αποτελούν τους βρόγχους ανάδρασης του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή υπάρχει ένας μονό βρόγχος ανάδρασης και άρα μια παράμετρος που καθορίζει την ευστάθεια και αυτή είναι ο ρυθμός εκπαίδευσης  $\beta$ . Άρα είναι σημαντικό να επιλέγεται η παράμετρος  $\beta$  πολύ προσεκτικά ώστε να εξασφαλίζεται ευστάθεια και συνεπώς σύγκλιση της επαναληπτικής διαδικασίας εκπαίδευσης.

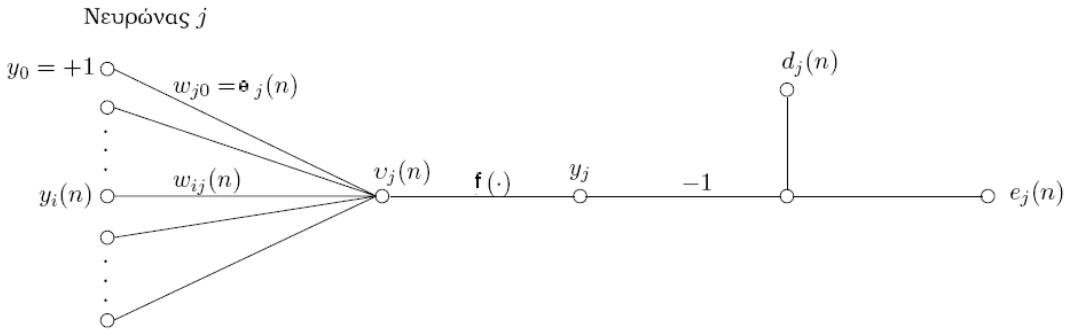
#### 2.4.2.3 Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης Back-Propagation:

Ο αλγόριθμος Back-Propagation προτάθηκε από τον Paul Werbos στα πλαίσια της ανάλυσης μοντέλων οικονομικής και πολιτικής πρόβλεψης χωρίς να έχει σχέση ή να θυμίζει νευρωνικά δίκτυα. Αργότερα, έγινε αντιληπτό ότι η θεωρία αυτή μπορούσε να εφαρμοστεί στην εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων πολλών στρωμάτων και έκτοτε είναι ο πιο διαδεδομένος αλγόριθμος εκπαίδευσης. Βασικό χαρακτηριστικό

της μεθόδου αυτής είναι η ύπαρξη στόχων και άρα το μοντέλο ανήκει στην κατηγορία των δικτύων που εκπαιδεύονται με επίβλεψη.

Για να παρουσιαστεί ο αλγόριθμος αυτός, θεωρείται ένα πολυεπίπεδο δίκτυο perceptron και για ευκολότερη κατανόηση παρουσιάζεται πρώτα μια περίληψη των συμβόλων που θα χρησιμοποιηθούν:

- Οι δείκτες  $i$ ,  $j$  και  $k$  αναφέρονται σε διαφορετικούς νευρώνες στο δίκτυο. Με την διάδοση σημάτων μέσω του δικτύου από αριστερά προς τα δεξιά, ο νευρώνας  $j$  βρίσκεται σε ένα επίπεδο στα δεξιά του νευρώνα  $i$  και ο νευρώνας  $k$  βρίσκεται στα δεξιά του νευρώνα  $j$ , όταν ο νευρώνας  $j$  είναι μια κρυφή μονάδα.
- Το σύμβολο  $E(n)$  αναφέρεται στο στιγμιαίο άθροισμα των τετραγώνων του σφάλματος ή στην ενέργεια του σφάλματος στην  $n$ -οστή επανάληψη.
- Το σύμβολο  $e_j(n)$  αναφέρεται στο σήμα σφάλματος στην έξοδο του νευρώνα  $j$  για την  $n$ -οστή επανάληψη.
- Το σύμβολο  $d_j(n)$  αναφέρεται στο στόχο για τον νευρώνα  $j$
- Το σύμβολο  $y_j(n)$  αναφέρεται στην τιμή εξόδου του νευρώνα  $j$  στην  $n$ -οστή επανάληψη.
- Το σύμβολο  $w_{ji}(n)$  δηλώνει το συναπτικό βάρος που συνδέει την έξοδο του νευρώνα  $i$  και την είσοδο του νευρώνα  $j$  στην  $n$ -οστή επανάληψη. Η διόρθωση που εφαρμόζεται σε αυτό το βάρος στην  $n$ -οστή επανάληψη είναι  $\Delta w_{ji}(n)$ .
- Το σταθμισμένο άθροισμα όλων των συναπτικών εισόδων συμπεριλαμβανομένου του κατωφλίου του νευρώνα  $j$  στην  $n$ -οστή επανάληψη δηλώνεται με  $u(n)$ . Αποτελεί το σήμα στο οποίο εφαρμόζεται η συνάρτηση ενεργοποίησης που σχετίζεται με τον νευρώνα.
- Η συνάρτηση ενεργοποίησης που περιγράφει την λειτουργική σχέση εισόδου εξόδου του νευρώνα  $j$  δηλώνεται με το  $f_j(\cdot)$
- Το κατώφλι του νευρώνα  $j$  δηλώνεται με  $\theta_j$ . Η επίδρασή του αναπαρίσταται από μια σύναψη βάρους  $w_{j0} = \theta_j$  συνδεδεμένη με μια σταθερή είσοδο ίση με  $+1$ .
- Το  $i$ -οστό στοιχείο του διανύσματος εισόδου ορίζεται με  $x_i(n)$
- Το σύμβολο  $m_l$  δηλώνει το μέγεθος (πλήθος κόμβων) στο επίπεδο  $l$  του πολυεπίπεδου νευρωνικού δικτύου. Το  $l = 0, 1, \dots, L$  όπου  $L$  είναι το βάθος του δικτύου. Έτσι, το  $m_0$  δηλώνει το μέγεθος του επιπέδου εισόδου, το  $m_1$  δηλώνει το μέγεθος του πρώτου κρυφού επιπέδου και το  $m_L$  δηλώνει το μέγεθος του επιπέδου εξόδου. Χρησιμοποιείται, επίσης, η σημειογραφία  $m_L = M$



**Εικόνα 2.7** Απεικόνιση νευρώνα j

Όπως έχει ήδη αναφερθεί το σφάλμα στην έξοδο του νευρώνα j στην n-οστή επανάληψη είναι:  $e_k(n) = d_k(n) - y_k(n)$  (11)

Το κριτήριο κόστους που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο αυτό είναι η ενέργεια του μέσου τετραγωνικού σφάλματος  $E_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E(n)$  (12)

Ο στόχος της διαδικασίας εκπαίδευσης είναι να ρυθμίσει τις ελεύθερες παραμέτρους του δικτύου, ώστε να ελαχιστοποιήσει την  $E_{av}$ . Για να γίνει αυτή η ελαχιστοποίηση, θεωρούμε μια απλή μέθοδο εκπαίδευσης στην οποία τα πρότυπα παρουσιάζονται επαναληπτικά και τα βάρη ανανεώνονται με κάθε πρότυπο μέχρι να συμπληρωθεί μια εποχή (epoch), δηλαδή όταν έχει χρησιμοποιηθεί ολόκληρο το σύνολο εκπαίδευσης. Οι ρυθμίσεις στα βάρη γίνονται σύμφωνα με τα αντίστοιχα υπολογισμένα σφάλματα για κάθε πρότυπο που παρουσιάστηκε στο δίκτυο. Ο αριθμητικός μέσος όρος αυτών των ξεχωριστών αλλαγών των βαρών πάνω στο σύνολο της εκπαίδευσης είναι γι' αυτό το λόγο μια προσέγγιση της αληθινής αλλαγής που θα είχαμε ως αποτέλεσμα της τροποποίησης των βαρών βασιζόμενη στην ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους  $E_{av}$  πάνω σε ολόκληρο το σύνολο της εκπαίδευσης.

Στην Εικόνα 2.7, απεικονίζεται ο νευρώνας j, ο οποίος τροφοδοτείται από ένα σύνολο σημάτων παραγόμενα από ένα επίπεδο νευρώνων στα αριστερά του. Το σταθμισμένο άθροισμα των συναπτικών εισόδων  $y_j(n)$  παράγεται στην είσοδο της συνάρτησης ενεργοποίησης του νευρώνα j. Επομένως:

$$v_j(n) = \sum_{i=0}^m w_{ji}(n) \cdot y_i(n) \quad (13)$$

όπου m είναι ο συνολικός αριθμός των εισόδων (εκτός του κατωφλίου) που εφαρμόζονται στον νευρώνα j. Το συναπτικό βάρος  $w_{j0}$  (αντίστοιχισμένο στη σταθερή είσοδο  $y_0 = +1$ ) ισοδυναμεί με το κατώφλι  $\theta_j$  που εφαρμόζεται στον νευρώνα j. Επομένως το σήμα  $y_j(n)$  στην έξοδο του νευρώνα j στην n-οστή επανάληψη είναι :

$$y_j(n) = f(v_j(n)) = f\left(\sum_{i=0}^m w_{ji}(n) \cdot y_i(n)\right) \quad (14)$$

Ο αλγόριθμος Back Propagation εφαρμόζει μια διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$  στο συναπτικό βάρος  $w_{ji}(n)$ , η οποία είναι ανάλογη με τη μερική παράγωγο:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial w_{ji}(n)} = \frac{\partial E(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} \frac{\partial v_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (15)$$

$$E(n) = \frac{1}{2} e^2_j(n) \Rightarrow \frac{\partial E(n)}{\partial e_j(n)} = e_j(n) \quad (16)$$

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) \Rightarrow \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} = -1 \quad (17)$$

$$y_j(n) = f(v_j(n)) \Rightarrow \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = f'_j(v_j(n)) \quad (18)$$

$$v_j(n) = \sum_{i=0}^m w_{ji}(n) \cdot y_i(n) \Rightarrow \frac{\partial v_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} = y_i(n) \quad (19)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -e_j(n) f'_j(v_j(n)) y_i(n) \quad (20)$$

Η διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$  που εφαρμόζεται στο  $w_{ji}(n)$  ορίζεται από τον κανόνα δέλτα (delta rule) ως εξής:

$$\Delta w_{ji}(n) = -\beta \cdot \frac{\partial E(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -\beta e_j(n) f'_j(v_j(n)) y_i(n) \quad (21)$$

Η διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$  εξαρτάται από την παράμετρο βήματος εκπαίδευσης,  $\beta$ , η οποία είναι ένας μικρός θετικός αριθμός και είναι γενικά συνάρτηση του  $n$ . Η χρήση του πρόσημου (-) στην τελευταία εξίσωση ερμηνεύει την κλίση καθόδου στον χώρο των βαρών, δηλαδή αναζητά μια κατεύθυνση για αλλαγή του βάρους που ελαττώνει την τιμή της  $E(n)$ .

Στη συνέχεια ορίζουμε την τοπική κλίση  $\delta_{ji}(n)$ , η οποία δείχνει προς την απαιτούμενη αλλαγή στα συναπτικά βάρη, ως εξής:

$$\delta_{ji}(n) = \frac{\partial E(n)}{\partial v_j(n)} = \frac{\partial E(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = e_j(n) f'_j(v_j(n)) \quad (22)$$

Επομένως, η διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$  ισούται με:

$$\Delta w_{ji}(n) = -\beta \cdot e_j(n) \cdot \delta_j(n) \quad (23)$$

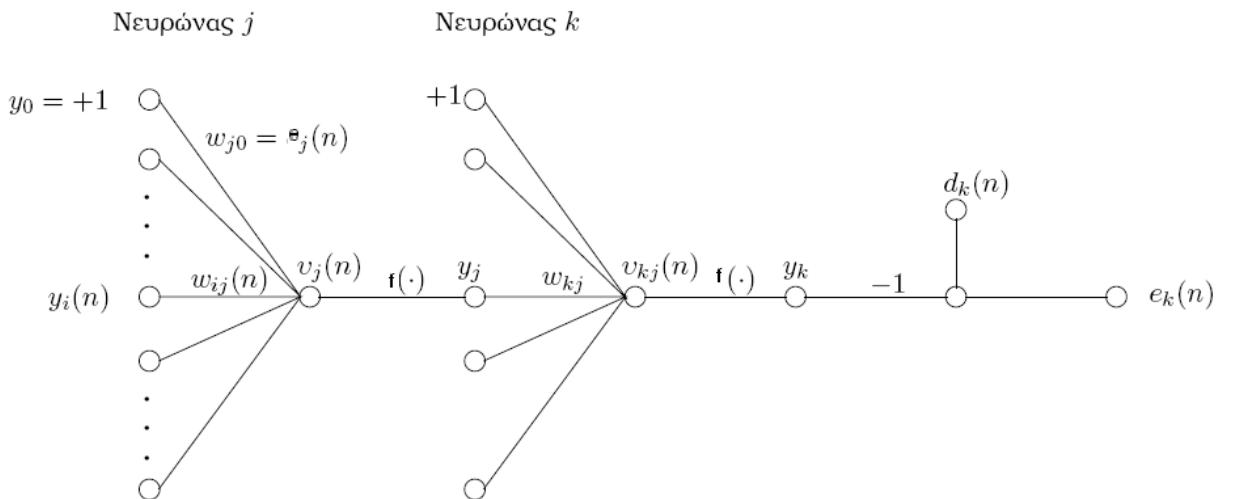
Για τη συνέχεια θα πρέπει να ληφθούν υπόψη δυο διακριτές περιπτώσεις, εξαρτώμενες από την τοποθεσία του νευρώνα  $j$  στο δίκτυο. Στην πρώτη περίπτωση, ο νευρώνας  $j$  είναι ένας κόμβος εξόδου. Αυτή η περίπτωση είναι εύκολη στη μεταχείριση, γιατί κάθε κόμβος εξόδου του δικτύου προμηθεύεται με μια δική του επιθυμητή απόκριση-στόχο, κάνοντας έτσι τον υπολογισμό του σχετιζόμενου σήματος σφάλματος πολύ εύκολο. Στη δεύτερη περίπτωση, ο νευρώνας  $j$  είναι ένας κρυφός νευρώνας.

Περίπτωση 1: Ο Νευρώνας  $j$  είναι εξωτερικός κόμβος:

Όταν ο νευρώνας  $j$  εντοπίζεται στο επίπεδο εξόδου του δικτύου, προμηθεύεται με μια δική του επιθυμητή απόκριση όποτε είναι εύκολοι οι υπολογισμοί του σφάλματος  $e_j(n)$ , η τοπική κλίση  $\delta_j(n)$  και άρα και η διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$ .

Περίπτωση 2: Ο Νευρώνας  $j$  είναι κρυφός κόμβος:

Όταν ο νευρώνας  $j$  εντοπίζεται σε ένα κρυφό επίπεδο του δικτύου, δεν υπάρχει καθορισμένη επιθυμητή απόκριση γι' αυτόν το νευρώνα. Επομένως, το σήμα σφάλματος για ένα κρυφό νευρώνα θα πρέπει να καθοριστεί αναδρομικά από τα σφάλματα όλων των νευρώνων στους οποίους αυτός ο κρυφός νευρώνας είναι απευθείας συνδεδεμένος.



**Εικόνα 2.8** Υπολογισμός διόρθωσης ενδιάμεσου νευρώνα

Θεωρείται η περίπτωση στην Εικόνα 2.8, η οποία απεικονίζει τον νευρώνα  $j$  ως ένα κρυφό κόμβο του δικτύου. Η τοπική κλίση για τον κρυφό νευρώνα  $j$  μπορεί τώρα να ξαναοριστεί ως εξής:

$$\delta_j(n) = \frac{\partial E(n)}{\partial v_j(n)} = \frac{\partial E(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = \frac{\partial E(n)}{\partial y_j(n)} f'(v_j(n)) \quad (24)$$

$$E(n) = \frac{1}{2} \sum_k e_k^2(n) \Rightarrow \frac{\partial E(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial v_k(n)} \frac{\partial v_k(n)}{\partial y_j(n)} \quad (25)$$

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) = d_k(n) - f(v_k(n)) \Rightarrow \frac{\partial e_k(n)}{\partial v_k(n)} = -f'(v_k(n)) \quad (26)$$

$$v_k(n) = \underbrace{\sum_{j=0}^m w_{kj}(n) y_j(n)}_{\downarrow} \Rightarrow \frac{\partial v_k(n)}{\partial y_j(n)} = w_{kj}(n) \quad (27)$$

$$\delta_j(n) = f'(v_k(n)) \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \quad (28)$$

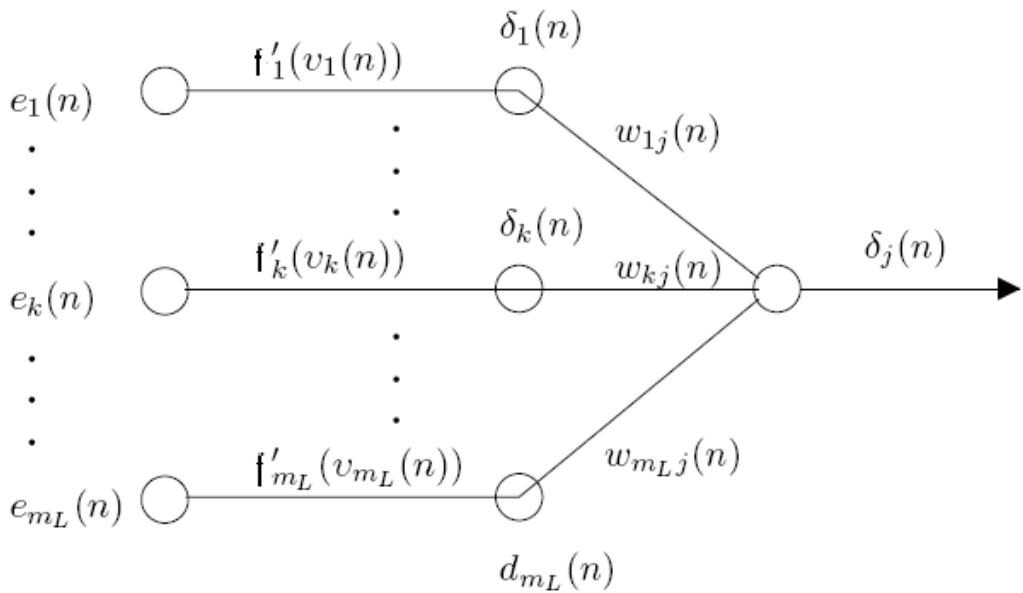
όπου m είναι ο συνολικός αριθμός των εισόδων (εκτός του κατωφλίου) που εφαρμόζεται στον νευρώνα k. Επομένως:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial y_j(n)} = - \sum_k e_k(n) f'_k(v_k(n)) w_{kj}(n) \xrightarrow[\delta_k(n) = e_k(n) f'_k(v_k(n))]{} - \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \quad (29)$$

Συνοψίζοντας, η τοπική κλίση για το νευρώνα j προέκυψε:

$$\delta_j(n) = f'_j(v_j(n)) \sum_k \delta_k(n) \cdot w_{kj}(n) \quad (30)$$

Για να υπολογιστεί η τοπική κλίση αρκεί να ξέρουμε τη συνάρτηση ενεργοποίησης του κρυφού νευρώνα j, τα σφάλματα  $e_k(n)$  για όλους τους νευρώνες που βρίσκονται στο επίπεδο άμεσα δεξιά του κρυφού νευρώνα j και που είναι άμεσα διασυνδεδεμένοι με τον νευρώνα j και τους όρους,  $w_{kj}(n)$ , δηλαδή τα συναπτικά βάρη σχετιζόμενα με αυτές τις συνδέσεις.



**Εικόνα 2.10** Υπολογισμός τοπικού δυναμικού

Τέλος η διόρθωση  $\Delta w_{ji}(n)$  που εφαρμόζεται στο συναπτικό βάρος που συνδέει τον νευρώνα  $i$  με τον νευρώνα  $j$  ορίζεται από τον κανόνα δέλτα:

$$\Delta w_{ji}(n) = \beta \cdot \delta_j(n) \cdot y_i(n)$$

Υπάρχουν δύο τρόποι που μπορεί να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος αυτός. Είτε σταδιακά (incremental mode), είτε συνολικά (batch mode):

#### Incremental mode:

Η κλίση υπολογίζεται και τα συναπτικά βάρη ανανεώνονται με την εφαρμογή κάθε εισόδου.

#### Batch mode:

Πρώτα εφαρμόζονται όλες οι είσοδοι στο δίκτυο και στη συνέχεια ανανεώνονται οι τιμές των συναπτικών βαρών [10].

#### 2.4.2.4 Αλγόριθμος Levenberg-Marquardt:

Για τη βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη της ακτινοβολίας δεν χρησιμοποιήθηκε ο κλασικός αλγόριθμος back propagation αλλά μια παραλλαγή του, ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt. Η μαθηματική μορφή μιας επανάληψης του αλγορίθμου αυτού είναι η εξής:

$$w_{k+1} = w_k - (H + \mu \cdot I) \delta \quad (31)$$

Στην παραπάνω εξίσωση  $w_k$  είναι το άνυσμα των βαρών του δικτύου,  $H$  η μήτρα παραγώγων (Hessian matrix),  $I$  ο μοναδιαίος πίνακας,  $\delta$  η κλίση και  $\mu$  ένας συντελεστής που καθορίζει το μέγεθος κάθε βήματος.

$$H = J^T J \quad (32)$$

Όπου η μήτρα  $J$  είναι η ιακωβιανή που περιέχει τις πρώτες παραγώγους της συνάρτησης σφάλματος ως προς τα βάρη του δικτύου.  
Η κλίση μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:  $\delta = J^T e$  (33), όπου ε το άνυσμα των σφαλμάτων του δικτύου.

Έτσι η επανάληψη του αλγορίθμου παίρνει τη μορφή:

$$w_{k+1} = w_k - (J^T J + \mu \cdot I) J^T e \quad (34)$$

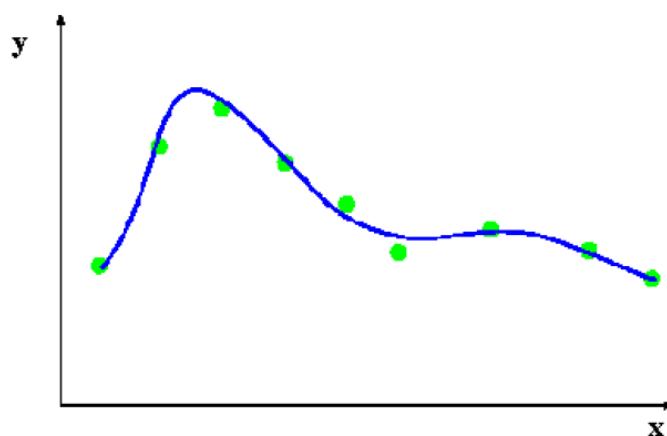
Όταν ο συντελεστής  $\mu$  είναι 0 τότε ο αλγόριθμος εκφυλίζεται σε μορφή αλγορίθμου Newton. Ο αλγόριθμος του Newton είναι γρηγορότερος και πιο ακριβής κοντά στην ελάχιστη τιμή του σφάλματος, έτσι ο σκοπός είναι ο εκφυλισμός να γίνει όσο γρηγορότερα γίνεται. Το  $\mu$  μειώνεται μετά από κάθε επιτυχή επανάληψη και αυξάνεται μετά από μια αποτυχημένη

Ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt είναι από 10 έως 100 φορές ταχύτερος αλλά μπορεί να απαιτήσει μεγάλη ποσότητα μνήμης [12].

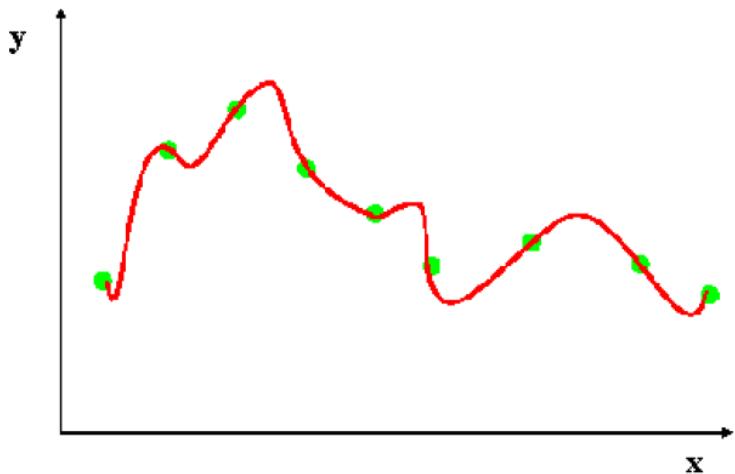
#### 2.4.3 Γενίκευση:

Η διαδικασία της εκπαίδευσης αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος ανάμεσα στην έξοδο του δικτύου και στο στόχο. Το να επιτύχουμε όμως ένα πολύ μικρό σφάλμα δεν σημαίνει απαραίτητα ότι το μοντέλο που δημιουργήσαμε είναι ικανό να ανταποκριθεί σε δεδομένα που δεν ανήκουν στο σύνολο μάθησης. Για να είναι το δίκτυο σε θέση να το πετύχει αυτό θα πρέπει να έχει την ιδιότητα της γενίκευσης.

Ένα συχνό πρόβλημα κατά την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου είναι η υπερπροσαρμογή (overfitting). Ο ρόλος του νευρωνικού δικτύου είναι να βρει ένα σύνολο βαρών που να συσχετίζουν τις εισόδους με τις εξόδους και όχι να κάνει απομνημόνευση.



**Εικόνα 2.11** Παράδειγμα εκπαίδευσης χωρίς overfitting



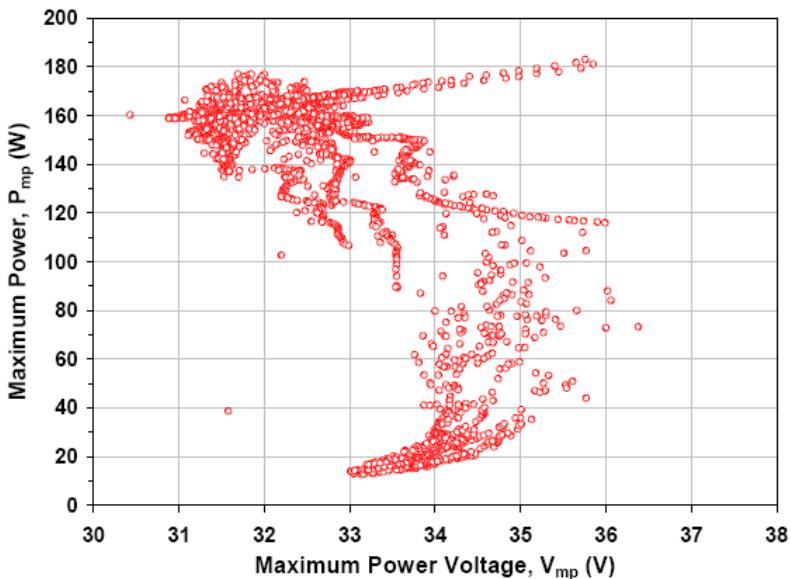
**Εικόνα 2.12** Παράδειγμα εκπαίδευσης με overfitting

Η δεύτερη καμπύλη φαινομενικά προσεγγίζει καλύτερα τους στόχους το νευρωνικό δίκτυο όμως δεν έχει γενίκευση [14].

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΩΝ**

### **3.1 Παρουσίαση του βασικού μοντέλου της Sandia:**

Η μοντελοποίηση της επίδοσης φωτοβολταϊκών στοιχείων σε εξωτερικό περιβάλλον είναι πολύπλοκη γιατί επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες που σχετίζονται με το φυσικό περιβάλλον και την ίδια τη δομή του φωτοβολταϊκού πλαισίου. Για να μπορέσουμε λοιπόν να σχεδιάσουμε ένα αποτελεσματικό μοντέλο για την επίδοση ενός φωτοβολταϊκού συστήματος θα πρέπει να ξεχωρίσουμε και να ποσοτικοποιήσουμε αυτές τις παραμέτρους.



**Εικόνα 3.1** Διασπορά των τιμών τάσης και ισχύος μέγιστης λειτουργίας

Η διασπορά στις τιμές της ισχύος που παρουσιάζεται στο παραπάνω διάγραμμα αποδεικνύει την δυσκολία που έγκειται στη μοντελοποίηση της επίδοσης των φωτοβολταϊκών στοιχείων. Η κατακόρυφη διασπορά στις τιμές της ισχύος μέγιστης λειτουργίας ( $P_{mp}$ ) οφείλεται κυρίως σε μεταβολές στην ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας και δευτερευόντως εξαρτάται από τη θερμοκρασία και τις ηλεκτρικές ιδιότητες του στοιχείου. Η οριζόντια διασπορά στις αντίστοιχες τιμές τάσης ( $V_{mp}$ ) οφείλεται κυρίως στην θερμοκρασία του πλαισίου και δευτερευόντως στην ακτινοβολία και τις ηλεκτρικές ιδιότητες. Το μοντέλο που παρατίθεται στην εργασία αυτή, το οποίο χρησιμοποιείται από το τμήμα Ηλιακών Τεχνολογιών της **Sandia**, ξεχωρίζει αυτές τις επιδράσεις ώστε η χαοτική συμπεριφορά που εμφανίζεται στην Εικόνα να εκφράζεται ποσοτικά με συγκεκριμένες εξισώσεις οι οποίες παρατίθενται παρακάτω:

$$I_{sc} = I_{sco} \cdot f_1(AMa) \cdot \frac{E_b \cdot f_2(AOI) + f_d \cdot E_{diff}}{E_o} \cdot \{1 + a_{Isc}(T_c - T_o)\} \quad (1)$$

$$I_{mp} = I_{mpo} \cdot \{C_0 \cdot E_e + C_1 \cdot E_e^2\} \cdot \{1 + a_{Imp}(T_c - T_o)\} \quad (2)$$

$$V_{oc} = V_{oco} + N_s \cdot \delta(T_c) \cdot \ln(E_e) + \beta_{Voc}(E_e) \cdot (T_c - T_o) \quad (3)$$

$$V_{mp} = V_{mpo} + C_2 \cdot N_s \cdot \delta(T_c) \cdot \ln(E_e) + C_3 \cdot N_s \cdot \{\delta(T_c) \cdot \ln(E_e)\}^2 + \beta_{Vmp}(E_e) \cdot (T_c - T_o) \quad (4)$$

$$P_{mp} = I_{mp} \cdot V_{mp} \quad (5)$$

$$FF = \frac{P_{mp}}{I_{sc} \cdot V_{oc}} \quad (6) \quad \text{όπου:}$$

$$E_e = \frac{I_{sc}}{I_{sco} \cdot \{1 + \alpha_{Isc} \cdot (T_c - T_o)\}} \quad (7)$$

$$\delta(T_c) = \frac{n \cdot k}{q} \cdot (T_c + 273.15) \quad (8)$$

$$I_x = I_{xo} \cdot \{C_4 \cdot E_e + C_5 \cdot E_e^2\} \cdot \{1 + \alpha_{Isc} \cdot (T_c - T_o)\} \quad (9)$$

$$I_{xx} = I_{xox} \cdot \{C_6 \cdot E_e + C_7 \cdot E_e^2\} \cdot \{1 + \alpha_{Imp} \cdot (T_c - T_o)\} \quad (10)$$

### 3.2 Επεξήγηση των παραμέτρων του μοντέλου:

$I_{sc}$  : Ρεύμα βραχυκύλωσης

$I_{mp}$  : Ρεύμα μέγιστης λειτουργίας

$I_x$  : Ρεύμα για τάση  $V=0,5*V_{oc}$

$I_{xx}$  : Ρεύμα για τάση  $V=0,5*(V_{oc}+V_{mp})$

$V_{oc}$  : Τάση ανοικτοκύλωσης

$V_{mp}$  : Τάση μέγιστης λειτουργίας

FF : Fill Factor

$N_s$  : Αριθμός κελιών σε σειρά

$N_p$  : Αριθμός κελιών συνδεδεμένα παράλληλα

$k$  : σταθερά Boltzmann  $1,38066*10^{-23}$  J/K

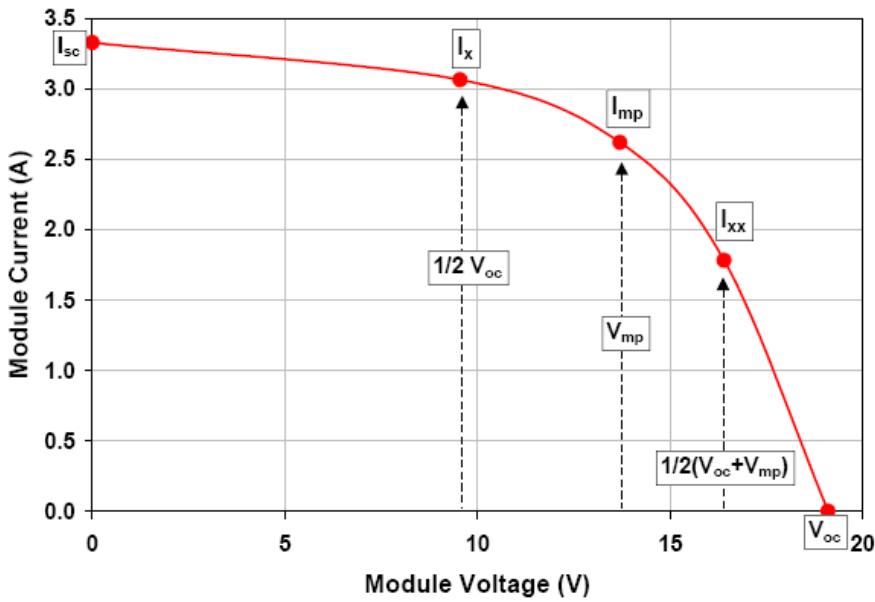
$q$  : στοιχειώδες φορτίο  $1,60218*10^{-19}$  Coulomb

$T_c$  : θερμοκρασία στοιχείου

$T_o$  : θερμοκρασία αναφοράς ( $25^\circ C$ )

$E_o$  : ακτινοβολία αναφοράς ( $1000 W/m^2$ )

$\delta(T_c)$  : 'θερμική τάση' ανά στοιχείο



**Εικόνα 3.2** I-V χαρακτηριστική που προκύπτει από τα πέντε σημεία που δίνει το μοντέλο της Sandia.

Οπως βλέπουμε από την καμπύλη δυο επιπλέον σημεία της καμπύλης I-V καθορίζονται από τις σχέσεις (9) και (10). Το τέταρτο σημείο ( $I_x$ ) καθορίζεται σε τάση ίση με το μισό της τάσης ανοικτοκύκλωσης και το πέμπτο ( $I_{xx}$ ) σε τάση ίση με το ημιάθροισμα της τάσης μέγιστης λειτουργίας και της τάσης ανοικτοκύκλωσης. Τα πέντε αυτά σημεία που παρέχονται από το μοντέλο δίνουν τη βασική μορφή της I-V καμπύλης και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μια καλή προσέγγιση της I-V καμπύλης σε περιπτώσεις όπου η τάση είναι διαφορετική από την τάση μέγιστης λειτουργίας

### 3.3 Παράμετροι που εξαρτώνται από την ακτινοβολία:

Οι παράμετροι που εξαρτώνται από την ακτινοβολία είναι οι εξής:

$E_e$  = ενεργή ηλιακή ακτινοβολία όπως ορίστηκε στην εξίσωση (7). Περιγράφει το μέρος της προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας στην οποία τα φωτοβολταϊκά στοιχεία ανταποκρίνονται. Όταν χρησιμοποιούνται πινακοποιημένα δεδομένα για την πρόβλεψη, τότε η εξίσωση (7) χρησιμοποιείται απευθείας. Ενώ όταν χρησιμοποιούνται απευθείας μετρήσεις, ακολουθούνται εναλλακτικές διαδικασίες που θα αναλυθούν παρακάτω.

$C_0, C_1$  = εμπειρικές παράμετροι που συσχετίζουν το ρεύμα μέγιστης λειτουργίας με την ενεργό ακτινοβολία.  $C_0+C_1=1$  (αδιάστατα)

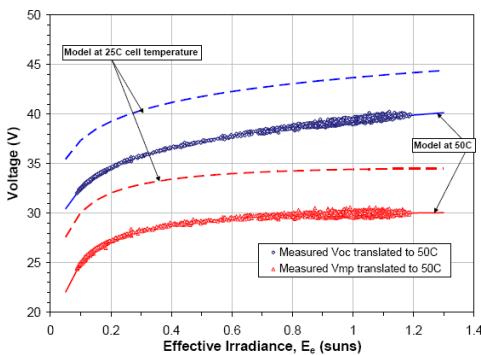
$C_2, C_3$  = εμπειρικές παράμετροι που συσχετίζουν την τάση μέγιστης λειτουργίας με την ενεργό ακτινοβολία (Το  $C_2$  είναι αδιάστατο ενώ το  $C_3$  έχει μονάδες  $1/V$ )

$C_4, C_5$  = εμπειρικές παράμετροι που συσχετίζουν το ρεύμα ( $I_x$ ) με την ενεργό ακτινοβολία.  $C_4+C_5=1$  (αδιάστατα)

$C_6, C_7$  = εμπειρικές παράμετροι που συσχετίζουν το ρεύμα ( $I_{xx}$ ) με την ενεργό ακτινοβολία.  $C_4+C_5=1$  (αδιάστατα)

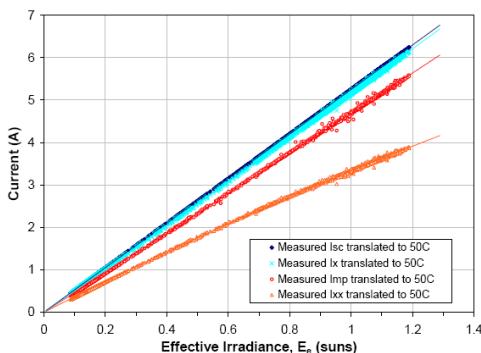
$n =$  συντελεστής ποιότητας διόδου που σχετίζεται με μεμονωμένα στοιχεία στο πλαίσιο με τιμή τυπικά κοντά στο 1 (αδιάστατο). Καθορίζεται με χρήση μετρήσεων της τάσης ανοικτοκύκλωσης που έχουν αναγθεί σε κοινή θερμοκρασία και έχουν μπει σε κοινό διάγραμμα με το νεπέριο λογάριθμο της ενεργούς ακτινοβολίας. Η σχέση που προκύπτει είναι συνήθως γραμμική για μεγάλο εύρος ακτινοβολιών.

Στην Εικόνα 3.3 αναπαρίσταται η μεταβολή των τάσεων  $V_{mp}$  και  $V_{oc}$  ανάλογα με την ακτινοβολία. Για τις ανάγκες του διαγράμματος αυτού έχουμε ανάγει τις μετρήσεις σε μια κοινή θερμοκρασία ( $50^{\circ}C$ ) ώστε να εξαλείψουμε την εξάρτηση από τη θερμοκρασία. Στη συνέχεια οι συνιστώσες ( $n, C_2, C_3$ ) υπολογίζονται αναδρομικά από τις εξισώσεις (3) και (4). Η αξιοπιστία αυτής της προσέγγισης οφείλεται στο γεγονός ότι έχουν χρησιμοποιηθεί 3300 δειγματοληψίες που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια τόσο καθαρού όσο και συννεφιασμένου ουρανού σε πέντε διαφορετικές μέρες με ακτινοβολία η οποία κυμαινόταν από 80 έως  $1200 W/m^2$  και θερμοκρασία πλαισίου από 6 έως  $45^{\circ}C$ .



**Εικόνα 3.3** Διασπορά της τάσης σε σχέση με την ενεργή ακτινοβολία

Στην Εικόνα 3.4 φαίνεται πώς οι μετρούμενες τιμές για τις ποσότητες ρεύματος ( $I_{mp}, I_{sc}, I_x, I_{xx}$ ) διαφοροποιούνται ανάλογα με την ηλιακή ακτινοβολία. Όμοια με την ανάλυση για την τάση ανάγουμε όλες τις μετρήσεις σε μια κοινή θερμοκρασία και υπολογίζουμε τις συνισταμένες ( $C_0, C_1, C_4, C_5, C_6, C_7$ ) από τις εξισώσεις (2), (9) και (10). Με την βοήθεια της εξίσωσης (1) αντισταθμίζουμε οποιαδήποτε μη γραμμικότητα που σχετίζεται με το ρεύμα βραχυκύκλωσης με αποτέλεσμα η γραφική παράσταση του ρεύματος βραχυκύκλωσης και της ενεργούς ακτινοβολίας να είναι πάντα ευθεία. Οι σχέσεις των υπόλοιπων ρευμάτων μπορεί να είναι μη γραμμικές ώστε να ταιριάζουν με την I-V χαρακτηριστική για μεγάλο εύρος τιμών ακτινοβολίας

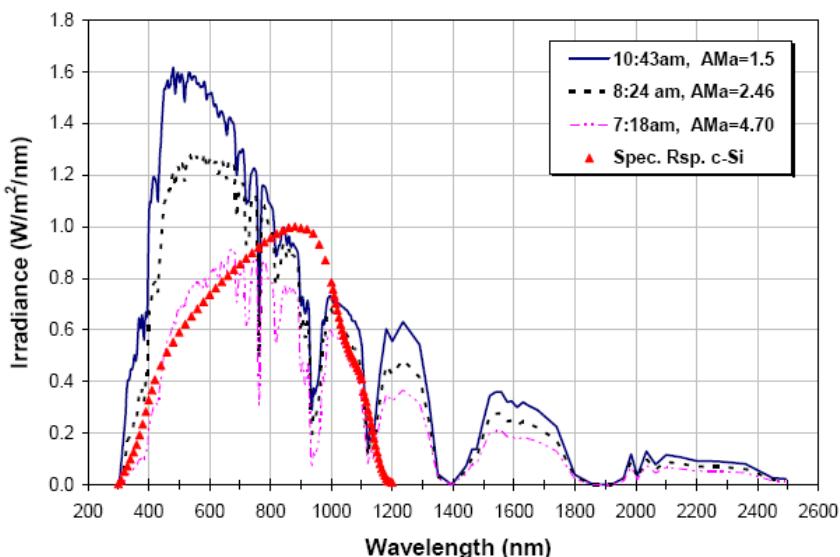


**Εικόνα 3.4** Διασπορά του ρεύματος σε σχέση με την ενεργή ακτινοβολία

### 3.4 Παράμετροι που εξαρτώνται από τη γωνία πρόσπτωσης:

Για την συγκεκριμένη μοντελοποίηση οι μεταβλητές ακτινοβολίας που απαιτούνται, προέρχονται από μια βάση μετεωρολογικών δεδομένων η οποία συμπεριλαμβάνει εκτίμηση των ωριαίων μέσων τιμών της ηλιακής ακτινοβολίας καθώς και δεδομένα θερμοκρασίας και ισχύος ανέμου. Αυτά τα δεδομένα ακτινοβολίας μπορούν να επεξεργαστούν με διάφορους τρόπους ώστε να υπολογιστεί η αναμενόμενη ηλιακή ακτινοβολία που προσπίπτει στην επιφάνεια του φωτοβολταϊκού πλαισίου ανάλογα με τον προσανατολισμό του.

Οι εμπειρικές συναρτήσεις  $f_1(AM_a)$  και  $f_2(AOI)$  ποσοτικοποιούν την επίδραση της διακύμανσης του ηλιακού φάσματος και των απωλειών εξαιτίας της γωνίας πρόσπτωσης στο ρεύμα βραχυκύλωσης. Οι συναρτήσεις αυτές καθορίζονται σε εργαστήριο με χρήση διεξοδικών εξωτερικών δοκιμών. Ο σκοπός αυτών των συναρτήσεων είναι να αποδώσουν την επίδραση στο σύστημα που συμβαίνει κυρίως όταν η πλειοψηφία της ηλιακής ακτινοβολίας συλλέγεται. Για παράδειγμα στην Εικόνα 3.6 φαίνεται πώς η διανομή του ηλιακού φάσματος μεταβάλλεται από το πρωί μέχρι το βράδυ επηρεάζοντας το κανονικοποιημένο ρεύμα βραχυκύλωσης. Για το κρυσταλλικό πυρίτιο, οι κανονικοποιημένες τιμές του ρεύματος βραχυκύλωσης είναι τυπικά πολύ μεγαλύτερες σε συνθήκες υψηλού AM παρά κατά το ηλιακό μεσημέρι. Οι επιδράσεις των ενδιάμεσων σύννεφων, του καπνού, της σκόνης και άλλων μετεωρολογικών γεγονότων μπορούν να θεωρηθούν τυχαίες επιρροές που εξουδετερώνονται σε εβδομαδιαία, μηνιαία ή ετήσια βάση. Για φωτοβολταϊκά στοιχεία του ίδιου κατασκευαστή ισχύουν οι ίδιες συναρτήσεις δεδομένου ότι τα στοιχεία είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό.



**Εικόνα 3.6** Μετρήσεις ακτινοβολίας ηλιακού φάσματος κατά τη διάρκεια μιας καθαρής μέρας σε συνθήκες διαφορετικού AM. Υπερτίθεται και η κανονικοποιημένη φασματική απόκριση ενός τυπικού φωτοβολταϊκού από πυρίτιο για σύγκριση.

Οι σχέσεις που προκύπτουν τελικά είναι:

$$f_1(AM_a) = a_o + a_1 \cdot AM_a + a_2 \cdot (AM_a)^2 + a_3 \cdot (AM_a)^3 + a_4 \cdot (AM_a)^4$$

$$f_2(AOI) = b_o + b_1 \cdot AOI + b_2 \cdot (AOI)^2 + b_3 \cdot (AOI)^3 + b_4 \cdot (AOI)^4 + b_5 \cdot (AOI)^5$$

### 3.5 Παράμετροι που εξαρτώνται από τη θερμοκρασία:

Αν και δεν είναι παγκοσμίως αναγνωρισμένο η συμφωνημένο, η χρήση 4 διαφορετικών θερμοκρασιακών παραμέτρων είναι ζωτικής σημασίας ώστε το μοντέλο να είναι αρκετά ευέλικτο ώστε να μπορεί να απευθυνθεί σε όλες τις τεχνολογίες φωτοβολταϊκών και σε όλες τις λειτουργικές συνθήκες. Τελευταία πολλές τυποποιημένες διαδικασίες λανθασμένα υποθέτουν ότι η θερμοκρασιακή παράμετρος για την τάση ανοικτοκύλωσης μπορεί να εφαρμοστεί και στην τάση μέγιστης λειτουργίας και αντίστοιχα η θερμοκρασιακή παράμετρος για το ρεύμα ανοικτοκύλωσης μπορεί να εφαρμοστεί στο ρεύμα μέγιστης λειτουργίας. Αν αυτές οι παράμετροι δεν δίνονται από τον κατασκευαστή μπορούν να βρεθούν από βάσεις δεδομένων ή να μετρηθούν με εξωτερικές δοκιμές σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας. Επιπροσθέτως, το συγκεκριμένο μοντέλο λαμβάνει υπόψη και τη διακύμανση των παραμέτρων για την τάση ανοικτοκύλωσης και την τάση μέγιστης λειτουργίας ανάλογα με την ηλιακή ακτινοβολία, εάν είναι απαραίτητο.

Οι θερμοκρασιακές παράμετροι είναι οι εξής:

$\alpha_{Isc}$  = Η κανονικοποιημένη θερμοκρασιακή σταθερά για το ρεύμα βραχυκύλωσης, ( $1/^{\circ}\text{C}$ ). Η κανονικοποίηση επιτυγχάνεται διαιρώντας την θερμοκρασιακή εξάρτηση ( $A/^{\circ}\text{C}$ ) που μετράται για ένα συγκεκριμένο τυποποιημένο ηλιακό φάσμα και συγκεκριμένο επίπεδο ακτινοβολίας με το ρεύμα βραχυκύλωσης σε συνθήκες αναφοράς,  $I_{sco}$ . Με αυτό τον τρόπο μπορεί να εφαρμοστεί αυτή η παράμετρος τόσο για μεμονωμένα στοιχεία όσο και σειρές στοιχείων συνδεδεμένες παράλληλα.

$\alpha_{Imp}$  = Η κανονικοποιημένη θερμοκρασιακή σταθερά για το ρεύμα μέγιστης λειτουργίας, ( $1/^{\circ}\text{C}$ ). Η κανονικοποίηση γίνεται με όμοιο τρόπο.

$\beta_{Voc}(E_e) = \beta_{Voco} + m_{\beta_{Voc}} \cdot (1 - E_e), (V/^{\circ}\text{C})$  = θερμοκρασιακή παράμετρος για την τάση ανοικτοκύλωσης σε συνάρτηση με την ενεργή ακτινοβολία  $E_e$ . Τις περισσότερες φορές η εξάρτηση από την ακτινοβολία αγνοείται και η παράμετρος μπορεί να θεωρηθεί σταθερή.

$\beta_{Voco}$  = θερμοκρασιακή παράμετρος για την τάση ανοικτοκύλωσης σε θερμοκρασία αναφοράς  $1000 \text{ W/m}^2$ , ( $V/^{\circ}\text{C}$ )

$m_{\beta_{Voc}}$  = παράμετρος που αναφέρεται στην εξάρτηση της παραμέτρου  $\beta_{Voc}$  από την ακτινοβολία, τυπικά θεωρείται μηδενική, ( $V/^{\circ}\text{C}$ )

$\beta_{Vmp}(E_e) = \beta_{Vmpo} + m_{\beta_{Vmp}} \cdot (1 - E_e), (V/^{\circ}\text{C})$  = θερμοκρασιακή παράμετρος για την τάση μέγιστης λειτουργίας σε συνάρτηση με την ενεργή ακτινοβολία  $E_e$ . Τις περισσότερες φορές η εξάρτηση από την ακτινοβολία αγνοείται και η παράμετρος μπορεί να θεωρηθεί σταθερή.

$\beta_{Vmpo}$  = θερμοκρασιακή παράμετρος για την τάση μέγιστης λειτουργίας σε θερμοκρασία αναφοράς  $1000 \text{ W/m}^2$ , ( $V/^{\circ}\text{C}$ )

$m_{\beta_{Vmp}}$  = παράμετρος που αναφέρεται στην εξάρτηση της παραμέτρου  $\beta_{Vmp}$  από την ακτινοβολία, τυπικά θεωρείται μηδενική, ( $V/^{\circ}\text{C}$ )

### 3.6 Θερμοκρασία λειτουργίας:

Όταν σχεδιάζουμε ένα φωτοβολταϊκό σύστημα είναι απαραίτητο να προβλέψουμε την αναμενόμενη ετήσια παραγωγή ενέργειας. Για να επιτευχθεί αυτό θα πρέπει να γνωρίζουμε την θερμοκρασία λειτουργίας του φωτοβολταϊκού πλαισίου που υπολογίζεται με βάση τις τοπικές περιβαλλοντικές συνθήκες: την ηλιακή ακτινοβολία, την ταχύτητα του ανέμου και πιθανότατα την κατεύθυνση του ανέμου. Τα δεδομένα αυτά υπάρχουν σε βάσεις δεδομένων και μπορούν εναλλακτικά να βρεθούν από κατάλληλα μετεωρολογικά μοντέλα. Μετά την εγκατάσταση του φωτοβολταϊκού συστήματος τόσο η ηλιακή ακτινοβολία όσο και η θερμοκρασία του πλαισίου μπορούν να μετρηθούν απευθείας και να χρησιμοποιηθούν στο μοντέλο. Αυτό αυξάνει την ακρίβεια του μοντέλου στην πρόβλεψη της εξόδου του συστήματος.

Ένα απλό εμπειρικό μοντέλο για τον υπολογισμό της θερμοκρασίας του πλαισίου αναπτύχθηκε από τη Sandia. Το μοντέλο αυτό εφαρμόστηκε με μεγάλη επιτυχία και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ικανοποιητικά στο σχεδιασμό φωτοβολταϊκών συστημάτων παρέχοντας την θερμοκρασία του πλαισίου με ακρίβεια  $\pm 5^{\circ}\text{C}$ . Θερμοκρασιακές ασάφειες αυτής της τάξης οδηγούν σε σφάλμα μικρότερο του 3% στην ισχύ εκτιμάται ότι παράγει το πλαίσιο.

$$T_m = E \cdot \left\{ e^{a+bWS} \right\} + T_a \quad (11)$$

όπου:

$T_m$  = θερμοκρασία της πίσω επιφάνειας του πλαισίου ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_a$  = θερμοκρασία περιβάλλοντος ( $^{\circ}\text{C}$ )

$E$  = Προσπίπτουσα ακτινοβολία πάνω στο πλαίσιο ( $\text{W/m}^2$ )

$WS$  = ταχύτητα ανέμου μετρημένη σε ύψος 10 μέτρων ( $\text{m/s}$ )

$a$  = εμπειρικά καθορισμένη παράμετρος που καθορίζει το άνω όριο της θερμοκρασίας του πλαισίου σε χαμηλές ταχύτητες ανέμου και υψηλές τιμές ηλιακής ακτινοβολίας

$b$  = εμπειρικά καθορισμένη παράμετρος που καθορίζει το σημείο στο οποίο η θερμοκρασία του πλαισίου μειώνεται όσο η ταχύτητα ανέμου αυξάνεται

Οι εμπειρικά καθορισμένες παράμετροι  $a, b$  που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο είναι το αποτέλεσμα χιλιάδων μετρήσεων θερμοκρασίας σε πολλές διαφορετικές μέρες με το πλαίσιο να λειτουργεί κοντά σε θερμική ισορροπία (σε καθαρό ουρανό χωρίς παροδικές μεταβολές στη θερμοκρασία εξαιτίας παρεμβάλλοντων σύννεφων)

Όσον αφορά στα δεδομένα του αέρα η τυπική διαδικασία για την καταγραφή της ταχύτητας και της διεύθυνσης του ανέμου είναι η τοποθέτηση ανεμόμετρου σε ύψος 10 μέτρων σε μια περιοχή με όσο δυνατόν ελάχιστο αριθμό κτηρίων και οικοδομημάτων που εμποδίζουν την κίνηση του αέρα.

Η κατεύθυνση του αέρα μπορεί επίσης να επηρεάσει τη θερμοκρασία λειτουργίας του φωτοβολταϊκού. Όμως η ενσωμάτωση της κατεύθυνσης του ανέμου στο θερμικό μοντέλο είναι πολύ πολύπλοκη. Για το λόγο αυτό η κατεύθυνση του ανέμου θεωρείται ότι εισάγει μια τυχαία ασάφεια η οποία τείνει να αλληλοαναιρείται σε ετήσια βάση. Παρόμοια παροδικές μεταβολές στη θερμοκρασία που οφείλονται στα

σύννεφα και στη θερμοχωρητικότητα του πλαισίου μπορούν να εισάγουν τυχαίες επιδράσεις στην θερμοκρασία του πλαισίου οι οποίες όμως εξισορροπούνται σε ημερήσια ή ετήσια βάση.

Η θερμοκρασία στο πίσω μέρος του πλαισίου και η θερμοκρασία του πλαισίου είναι σαφώς διαφορετικές. Η θερμοκρασία των στοιχείων μέσα στο πλαίσιο μπορεί να συσχετιστεί με τη θερμοκρασία στην πίσω επιφάνεια του πλαισίου μέσω μιας απλής σχέσης:

$$T_c = T_m + \frac{E}{E_o} \cdot \Delta T \quad (12) \quad \text{όπου:}$$

$T_c$  = η θερμοκρασία του στοιχείου μέσα στο πλαίσιο

$T_m$  = η μετρούμενη θερμοκρασία στην πίσω επιφάνεια του πλαισίου

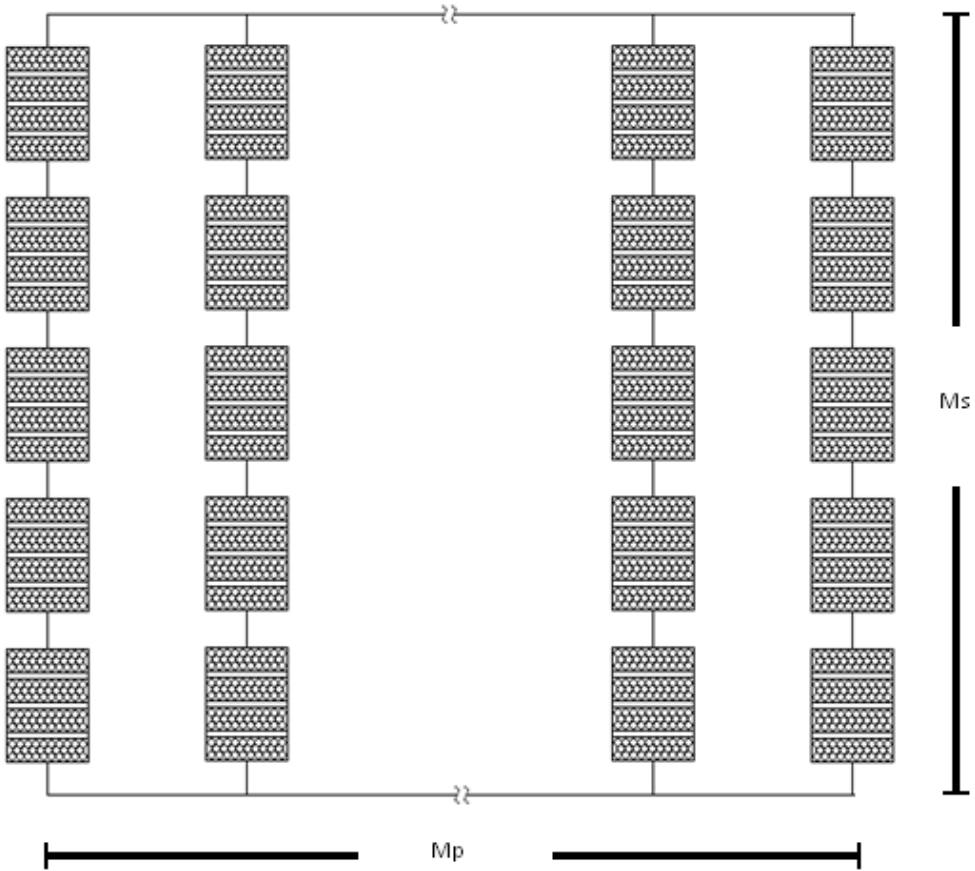
$E$  = η μετρούμενη ηλιακή ακτινοβολία στο πλαίσιο

$E_o$  = ακτινοβολία αναφοράς

$\Delta T$  = θερμοκρασιακή διαφορά ανάμεσα στο στοιχείο και στην πίσω επιφάνεια του πλαισίου σε θερμοκρασία αναφοράς. Τυπικά η διαφορά αυτή είναι 2-3°C.

### 3.7 Εξισώσεις για φωτοβολταϊκές συστοιχίες:

Οι εξισώσεις 1-10 της παραγράφου 3.1 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για συστοιχίες αποτελούμενες από πολλά πλαίσια. Αν ο αριθμός των πλαισίων που είναι συνδεδεμένα σε σειρά είναι  $M_s$ , τότε οι εξισώσεις των τάσεων (3) και (4) πρέπει να πολλαπλασιαστούν με  $M_s$ . Αν ο αριθμός των σειρών συνδεδεμένων παράλληλα είναι  $M_p$ , τότε οι εξισώσεις των (1), (2), (9) και (10) πρέπει να πολλαπλασιαστούν με  $M_p$ .



Η υπολογισμένη με αυτό την προσέγγιση απόδοση της συστοιχίας βασίζεται στην απόδοση του ενός πλαισίου και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να είναι ελαφρώς αισιόδοξη καθώς δεν περιλαμβάνει απώλειες σε επίπεδο συστοιχίας, όπως λάθος τοποθέτηση πλαισίων και αντίσταση των καλωδίων σύνδεσης.

### 3.8 Προσδιορισμός της ενεργούς ακτινοβολίας:

Όταν δοκιμάζουμε την απόδοση των φωτοβολταϊκών συστοιχιών η μεγαλύτερη πηγή σφάλματος σχετίζεται με το όργανο και τη διαδικασία που χρησιμοποιείται για να ποσοτικοποιήσει την ηλιακή ακτινοβολία. Η δυσκολία έχει διάφορες ρίζες: τα πλαίσιο ανταποκρίνονται μόνο σε μέρος της ακτινοβολίας, τα όργανα που χρησιμοποιούνται μπορεί να ανταποκρίνονται σε όλα τα ηλιακά μήκη κύματος ή σε ένα εύρος ανάλογο με αυτό του φωτοβολταϊκού πλαισίου, η γωνία πρόσπτωσης της ακτινοβολίας στο πλαίσιο μπορεί να διαφέρει από την αντίστοιχη γωνία πρόσπτωσης στον αισθητήρα, η απόκριση τόσο του πλαισίου όσο και του αισθητήρα εξαρτώνται από την γωνία πρόσπτωσης και τέλος ο αισθητήρας μπορεί να έχει διαφορετικό προσανατολισμό από το πλαίσιο. Η θεωρία της ‘ενεργούς ακτινοβολίας’ προτείνει μια μέθοδο η οποία ενσωματώνει όλες τους παραπάνω παράγοντες και μειώνει τη δυσκολία και την ασάφεια των δοκιμών της απόδοσης των φωτοβολταϊκών συστοιχιών.

Ο αρχικός σκοπός των δοκιμών της απόδοσης και της επεξήγησης της I-V χαρακτηριστικής θα έπρεπε να ήταν ο καθορισμός της ακριβούς τιμής της ενεργούς

ακτινοβολίας  $E_e$ . Η ενεργός ακτινοβολία είναι η ποσότητα της ακτινοβολίας στην περιοχή του πλαισίου, στην οποία τα στοιχεία του πλαισίου ανταποκρίνονται λαμβάνοντας υπόψη τη διακύμανση του ηλιακού φάσματος, τις οπτικές απώλειες λόγω γωνίας πρόσπτωσης καθώς και οι ρύποι του πλαισίου.

Υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί τρόποι υπολογισμού της ενεργούς ακτινοβολίας. Στην συγκεκριμένη προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε η απλοποιημένη μέθοδος ενός απλού αισθητήρα ηλιακής ακτινοβολίας (που στην περίπτωση μας είναι ουσιαστικά η πρόβλεψη της ηλιακής ακτινοβολίας που μας έχει δώσει το νευρωνικό δίκτυο).

### **3.9 Απλοποιημένη προσέγγιση με χρήση ενός αισθητήρα:**

Ιστορικά η μέθοδος αυτή είναι η πλέον διαδεδομένη, εμπεριέχει όμως κάποια μειονεκτήματα που σχετίζονται με το κόστος, την αυστηρότητα της βαθμονόμησης, φασματικά και οπτικά φαινόμενα και μεθόδους δοκιμής που συχνά προκαλούν σφάλματα που είναι μεγαλύτερα από ότι συνήθως αναγνωρίζεται.

Για παράδειγμα τα thermopile based πυρανόμετρα είναι ακριβά, απαιτούν αυστηρή βαθμονόμηση και παρουσιάζουν μεγάλη εξάρτηση από την γωνία πρόσπτωσης. Τα πυρανόμετρα αυτά δέχονται φώς από μεγαλύτερη γωνία σε σχέση με τα περισσότερα πλαίσια και δεν διαθέτουν ευαισθησία στο φασματικό περιεχόμενο του φωτός όπως τα φωτοβολταϊκά πλαίσια. Η συμπεριφορά τους αυτή συνήθως δεν λαμβάνεται υπόψη και αυτό έχει ως αποτέλεσμα ένα σφάλμα της τάξης του 5-10%. Ακόμη μεγαλύτερα σφάλματα προκύπτουν αν η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από 70°. Τα σφάλματα αυτά συνήθως είναι αμελητέα αλλά κάποιες φορές προκαλούν κάποιο σφάλμα στην τιμή της παραγωγής του φωτοβολταϊκού πάρκου. Επιπλέον ένας και μόνο αισθητήρας δεν μπορεί να διαχωρίσει την ακτινοβολία δέσμης και την ακτινοβολία διάχυσης.

Τα πυρανόμετρα που λειτουργούν με φωτοδιόδους έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι φτηνά και επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε πρακτικά χιλιάδες για να μετρήσουμε την ηλιακή ακτινοβολία. Έχουν όμως τα ίδια μειονεκτήματα με τα thermopile based πυρανόμετρα με τη διαφορά ότι όπως τα φωτοβολταϊκά πλαίσια η απόκριση τους επηρεάζεται από το φασματικό περιεχόμενο του φωτός. Η φωτοδίοδος που χρησιμοποιείται είναι συνήθως από πυρίτιο και επομένως η φασματική της απόκριση είναι παρόμοια με κάποια πλαίσια πυριτίου, αλλά όχι με όλα. Έχουν γίνει πολλές προσπάθειες να μειωθεί το σφάλμα αυτών των αισθητήρων αλλά οι τιμές του σφάλματος κυμαίνονται σε ίδια ποσοστά 5-10%.

Η ενεργός ακτινοβολία υπολογισμένη με τη μέθοδο αυτή προκύπτει από την παρακάτω εξίσωση:

$$E_e = \frac{E}{E_o} \cdot SF \quad (13)$$

όπου:

$E$  = η μετρούμενη ηλιακή ακτινοβολία από τον αισθητήρα  
 $E_o$  = ακτινοβολία αναφοράς

### 3.10 Τελικό μοντέλο:

Το τελικό μοντέλο κατασκευάστηκε στο Simulink βασισμένο στις παρακάτω εξισώσεις:

$$I_{sc} = I_{sco} \cdot \frac{E}{E_o} \cdot \left\{ 1 + a_{IsC} (T_c - T_o) \right\} \quad (14)$$

$$I_{mp} = I_{mpo} \cdot \left\{ C_0 \cdot E_e + C_1 \cdot E_e^2 \right\} \cdot \left\{ 1 + a_{ImP} (T_c - T_o) \right\} \quad (15)$$

$$V_{oc} = V_{oco} + N_s \cdot \delta(T_c) \cdot \ln(E_e) + \beta_{Voc}(E_e) \cdot (T_c - T_o) \quad (16)$$

$$V_{mp} = V_{mpo} + C_2 \cdot N_s \cdot \delta(T_c) \cdot \ln(E_e) + C_3 \cdot N_s \cdot \left\{ \delta(T_c) \cdot \ln(E_e) \right\}^2 + \beta_{Vmp}(E_e) \cdot (T_c - T_o) \quad (17)$$

$$P_{mp} = N_p \cdot I_{mp} \cdot V_{mp} \quad (18)$$

$$FF = \frac{P_{mp}}{I_{sc} \cdot V_{oc}} \quad (19)$$

$$E_e = \frac{E}{E_o} \cdot SF \quad (20)$$

$$\delta(T_c) = \frac{n \cdot k}{q} \cdot (T_c + 273.15) \quad (21)$$

$$T_m = E \cdot \left\{ e^{a+bWS} \right\} + T_a \quad (22)$$

$$T_c = T_m + \frac{E}{E_o} \cdot \Delta T \quad (23)$$

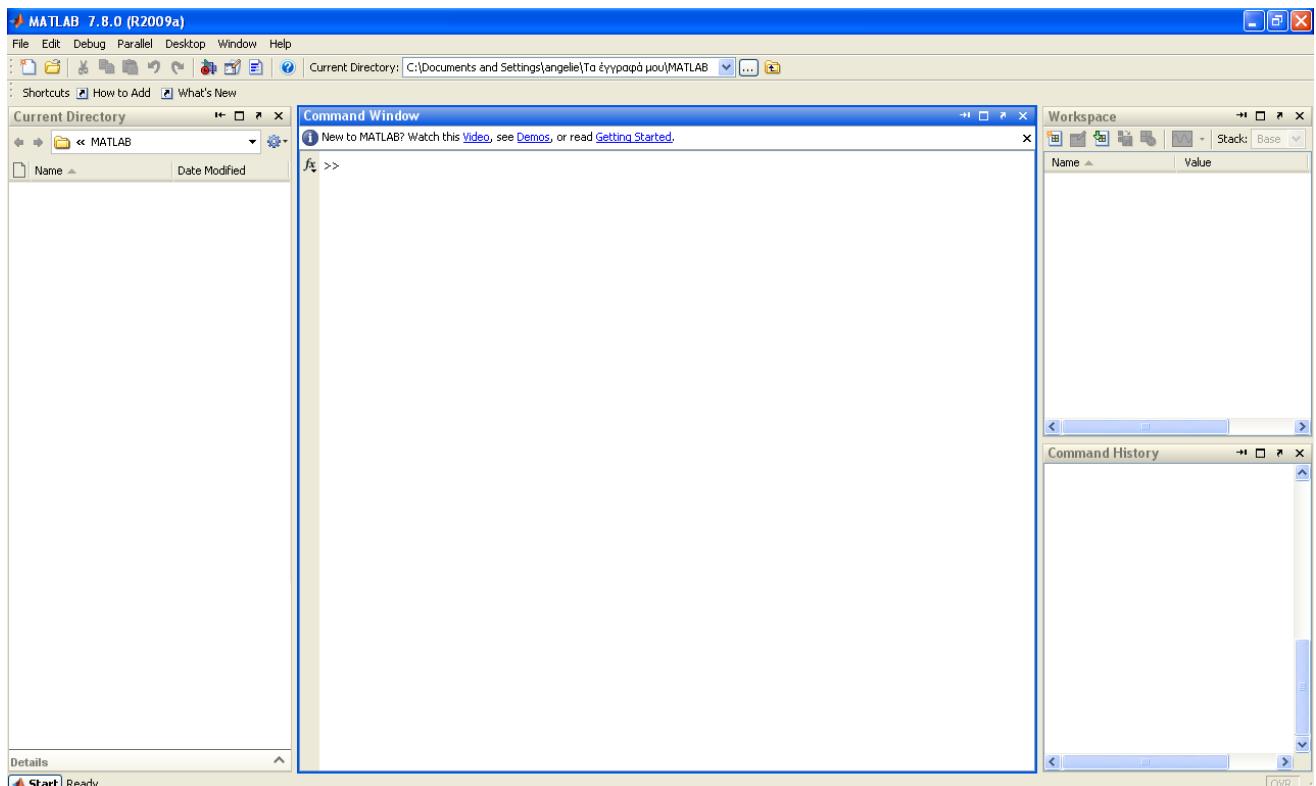
$$\beta_{Voc}(E_e) = \beta_{Voco} + m_{\beta_{Voc}} \cdot (1 - E_e), (V / {}^\circ C) \quad (24)$$

$$\beta_{Vmp}(E_e) = \beta_{Vmpo} + m_{\beta_{Vmp}} \cdot (1 - E_e), (V / {}^\circ C) \quad (25)$$

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟ MATLAB, ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

### **4.1 Ειαγωγή:**

Το MATLAB είναι ένα περιβάλλον υπολογιστικού προγραμματισμού και γλώσσα προγραμματισμού τέταρτης γενιάς. Είναι σχεδιασμένο από τη MathWorks και επιτρέπει πράξεις πινάκων, γραφική αναπαράσταση συναρτήσεων και δεδομένων, εφαρμογή αλγορίθμων και αλληλεπίδραση με το χρήστη αλλά και με προγράμματα σε άλλες γλώσσες. Ένα επιπρόσθετο πακέτο, το Simulink, προσθέτει την δυνατότητα γραφικής προσομοίωσης και μοντελοποίησης που βρήκαν εφαρμογή σε πολλούς τομείς. Το 2004, η MathWorks ισχυρίστηκε ότι περισσότεροι από ένα εκατομμύριο άνθρωποι από τη βιομηχανία και τον ακαδημαϊκό κόσμο χρησιμοποιούσαν το MATLAB.



Εικόνα 4.1 Περιβάλλον MATLAB

### **4.2 Ιστορική αναδρομή:**

Το MATLAB (matrix laboratory), ιδρύθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 70 από τον Cleve Moler, τότε πρόεδρο του τμήματος επιστήμης υπολογιστών στο Πανεπιστήμιο του Νέου Μεξικού. Το σχεδίασε με σκοπό να δώσει στους μαθητές του πρόσβαση στο LINPACK και το EISPACK χωρίς να χρειάζεται να μάθουν Fortran. Σύντομα εξαπλώθηκε και σε άλλα πανεπιστήμια και βρήκε ένα ισχυρό κοινό στην κοινότητα των εφαρμοσμένων μαθηματικών. Στη συνέχεια ο Jack Little, ένας μηχανικός, ήρθε

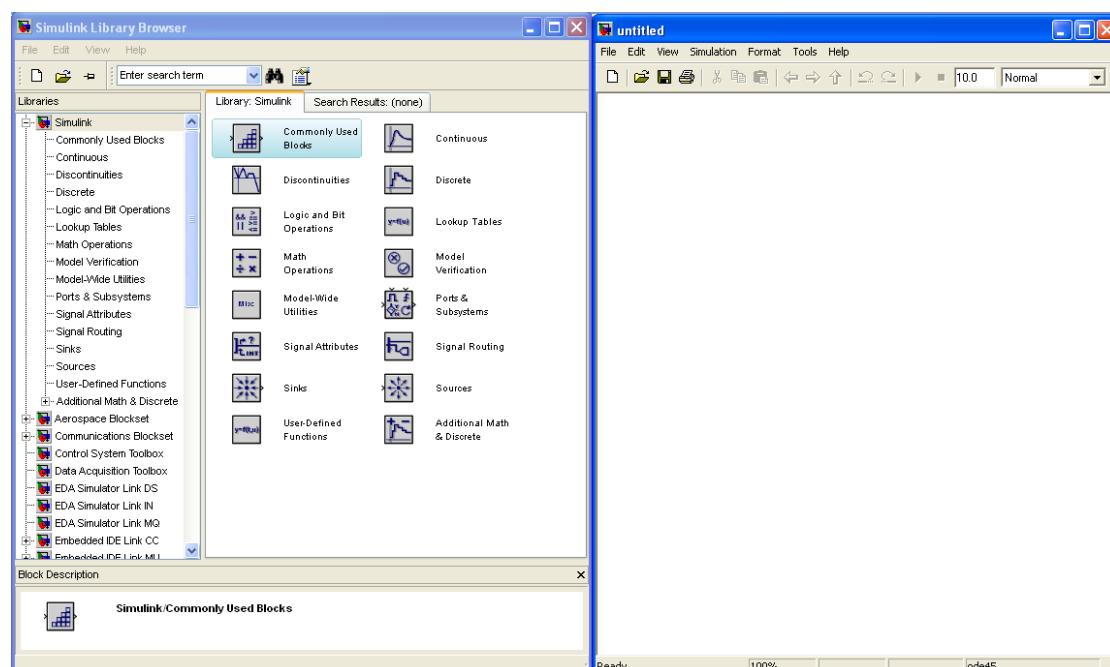
σε επαφή με το περιβάλλον αυτό κατά τη διάρκεια μιας επίσκεψης του Moler στο Πανεπιστήμιο του Στάνφορντ το 1983. Αναγνωρίζοντας την εμπορική δυναμική του, άρχισε να εργάζεται με τον Moler και τον Steve Bangert. Όλοι μαζί αναπροσάρμοσαν το MATLAB σε C και ίδρυσαν τη MathWorks το 1984 για να συνεχίσει την ανάπτυξή του. Αυτές οι προσαρμοσμένες βιβλιοθήκες ήταν γνωστές ως JACKPAC. Το 2000, MATLAB ξαναγράφτηκε ώστε να συμπεριληφθεί ένα νεότερο σύνολο βιβλιοθηκών για επεξεργασία μητρών, LAPACK.

Το MATLAB χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από μηχανικούς για εφαρμογές ελέγχου, που ήταν και η ειδικότητα του Little, αλλά γρήγορα εξαπλώθηκε σε πολλούς τομείς. Σήμερα έχει πολλές εφαρμογές στην εκπαίδευση, ιδίως στη διδασκαλία της γραμμικής άλγεβρας και της αριθμητικής ανάλυσης και είναι δημοφιλής στον τομέα της επεξεργασίας εικόνας.

### 4.3 Simulink:

Το Simulink, σχεδιασμένο από τη MathWorks, είναι ένα εμπορικό εργαλείο για την μοντελοποίηση, προσομοίωση και την ανάλυση δυναμικών συστημάτων. Πρόκειται για ένα γραφικό εργαλείο που χρησιμοποιεί μπλοκ διαγράμματα και ένα προσαρμόσιμο σύνολο βιβλιοθηκών. Είναι καλά ενσωματωμένο στο υπόλοιπο περιβάλλον της MATLAB. Το Simulink χρησιμοποιείται ευρέως στη θεωρία ελέγχου και της ψηφιακής επεξεργασίας σήματος, τόσο στην προσομοίωση όσο και στο σχεδιασμό.

Το Simulink καλείται μέσω του MATLAB μέσω της εντολής simulink. Στο Simulink υπάρχουν δύο κατηγορίες στοιχείων τα μπλοκ και γραμμές. Τα μπλοκ χρησιμοποιούνται για να παράγουν, να τροποποιήσουν, να συνδυάσουν και να αναπαραστήσουν σήματα ενώ οι γραμμές χρησιμοποιούνται για να ενώσουν τα μπλοκ μεταξύ τους.

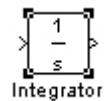


Εικόνα 4.2 Περιβάλλον simulink

#### 4.3.1 Μπλοκ:

Οι κατηγορίες των μπλοκ αντιστοιχούν στους υποφακέλους του φακέλου Simulink και είναι:

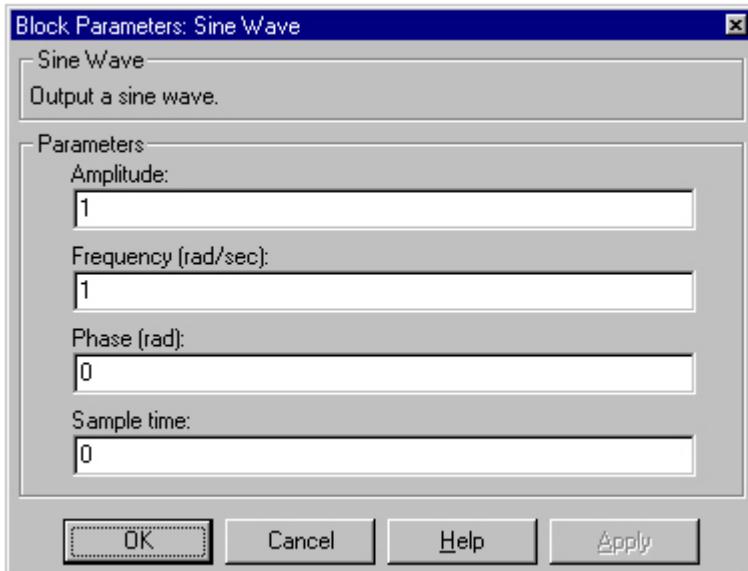
- Continuous: Γραμμικά στοιχεία συστημάτων συνεχούς χρόνου (ολοκληρωτές, συναρτήσεις μεταφοράς...)
- Discrete: Γραμμικά στοιχεία συστημάτων διακριτού χρόνου (ολοκληρωτές, συναρτήσεις μεταφοράς...)
- Functions & Tables: Συναρτήσεις που καθορίζονται από τον χρήστη και πίνακες για παρεμβολή συναρτησιακών τιμών
- Math: Μαθηματικοί τελεστές (άθροισμα, πολλαπλασιασμός...)
- Nonlinear: Μη γραμμικοί τελεστές (διακόπτες, ρελέ ...)
- Signals & Systems: Μπλοκ για έλεγχο και επίβλεψη σημάτων και για δημιουργία υποσυστημάτων
- Sinks: Μπλοκ που χρησιμοποιούνται για να εξάγονται ή να απεικονίσουν σήματα
- Sources: Μπλοκ που χρησιμοποιούνται για να παράγουν διάφορα σήματα (βηματικό, ράμπα, ημιτονοειδές...)



Εικόνα 4.3 Παράδειγμα μπλοκ

Οι αχρησιμοποίητοι ακροδέκτες εισόδου επισημαίνονται με ένα μικρό ανοιχτό τρίγωνο ενώ οι ακροδέκτες με ένα μικρότερο τριγωνικό σημείο. Το μπλοκ όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.3 έχει ένα αχρησιμοποίητο ακροδέκτη εισόδου στα αριστερά και ένα αχρησιμοποίητο ακροδέκτη εξόδου στα δεξιά.

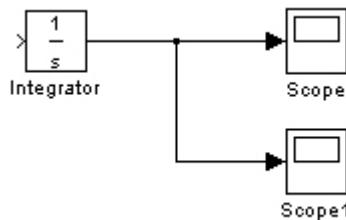
Τα μπλοκ χαρακτηρίζονται από κάποιες παραμέτρους τις οποίες μπορεί να επηρεάσει ο χρήστης, κάνοντας διπλό κλικ πάνω στο μπλοκ, και είναι αρχικοποιημένες σε κάποιες τιμές.



**Εικόνα 4.4 Παράμετροι Μπλόκ**

#### 4.3.2 Γραμμές:

Οι γραμμές μεταφέρουν τα σήματα στην κατεύθυνση που δείχνει το βέλος πάντα από την έξοδο ενός μπλοκ προς την είσοδο ενός άλλου. Εξαίρεση είναι όταν μια γραμμή συνδέεται με μια άλλη γραμμή με αποτέλεσμα το σήμα στέλνεται και στους δύο (ή περισσότερους) προορισμούς όπως στην Εικόνα 4.4. Οι γραμμές δεν μπορούν να μεταφέρουν ένα σήμα από μια γραμμή σε μια άλλη και ενώνονται πάντα μεταξύ τους μέσω κάποιου μπλοκ.



**Εικόνα 4.5 Απλό παράδειγμα σύνδεσης μπλοκ**

Το σήμα μπορεί να είναι βαθμωτό ή διανυσματικό. Για συστήματα μιας εισόδου – μιας εξόδου συνήθως χρησιμοποιούνται βαθμωτά σήματα ενώ για συστήματα πολλών εισόδων και πολλών εξόδων συχνότερα χρησιμοποιούνται διανυσματικά σήματα αποτελούμενα από δύο ή περισσότερα βαθμωτά σήματα. Οι γραμμές που χρησιμοποιούνται για να μεταδώσουν αριθμητικά και διανυσματικά σήματα είναι πανομοιότυπες.

### 4.3.3 Προσομοίωση:

Μόλις ολοκληρωθεί το μοντέλο είναι έτοιμο για προσομοίωση. Αυτό επιτυγχάνεται μέσα από το μενού **Simulation** → **Start** ή με απλό κλικ πάνω στο κουμπί ► ("Start/Pause Simulation"). Όσο πιο απλό είναι ένα μοντέλο, τόσο γρηγορότερα γίνεται η προσομοίωση ενώ σε πολύπλοκα μοντέλα μπορεί κανείς να δει τη πρόοδο της προσομοίωσης.

## **4.4 Neural network toolbox:**

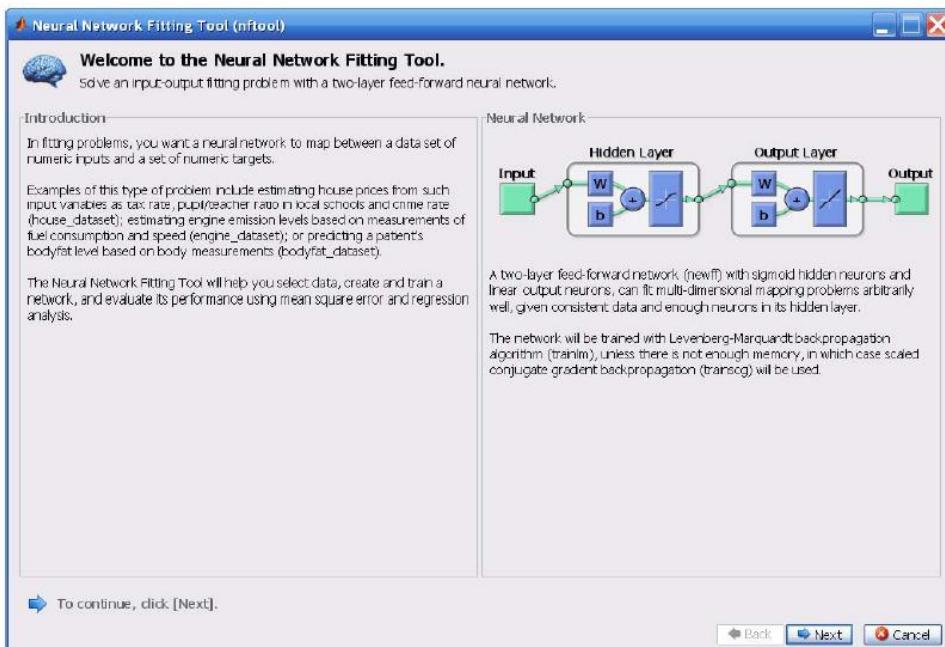
Το neural network toolbox είναι μια εργαλειοθήκη σε περιβάλλον MATLAB η οποία σχεδιάστηκε με σκοπό να έχει εφαρμογή στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Μια από τις εφαρμογές του είναι και η πρόβλεψη χρονοσειρών, ένα πρόβλημα που μπορεί να επιλυθεί με δυο τρόπους:

- Γράφοντας τις κατάλληλες εντολές στη γραμμή εντολών
- Χρησιμοποιώντας το Neural Network Fitting Tool GUI

Για τη διεξαγωγή αυτής της διπλωματικής χρησιμοποιήθηκε ένας συνδυασμός των δύο παραπάνω τρόπων αφού το νευρωνικό δίκτυο δημιουργήθηκε με χρήση του Neural Network Fitting Tool GUI και στη συνέχεια εξήγηση ο κώδικας, ο οποίος τροποποιήθηκε κατάλληλα για να αλλάξει ο αριθμός των κρυφών νευρώνων καθώς και η κατανομή των δεδομένων εισόδου.

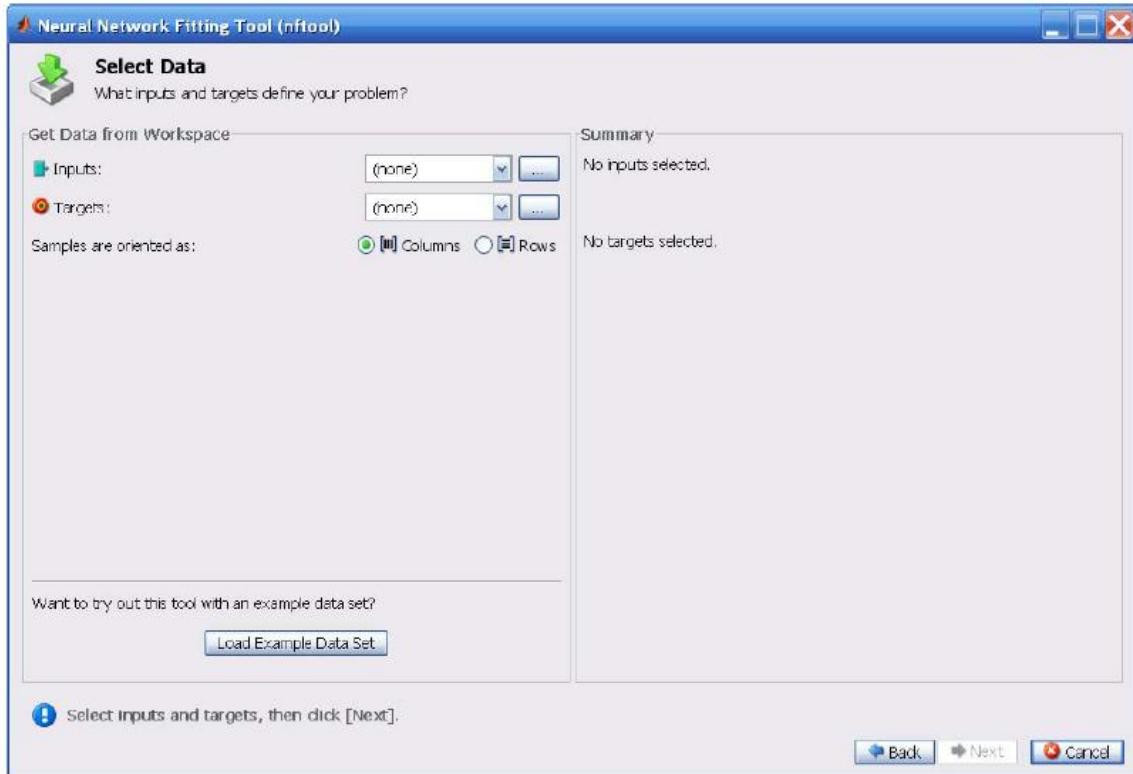
### 4.4.1 Neural Network Fitting Tool GUI:

Ανοίγει με την εντολή nftool



## **Εικόνα 4.6 Εισαγωγικό γραφικό περιβάλλον**

Με το παραπάνω εργαλείο όπως φαίνεται και από την εικόνα 4.6 δημιουργείται ένα προσωρινό δίκτυο που στρωμάτων. Η συνάρτηση ενεργοποίησης του κρυφού επιπέδου είναι η σιγμοειδής ενώ στο επίπεδο εξόδου χρησιμοποιείται γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης. Το δίκτυο θα εκπαιδευτεί με τον αλγόριθμο Levenberg-Marquadt. Στο επόμενο βήμα:

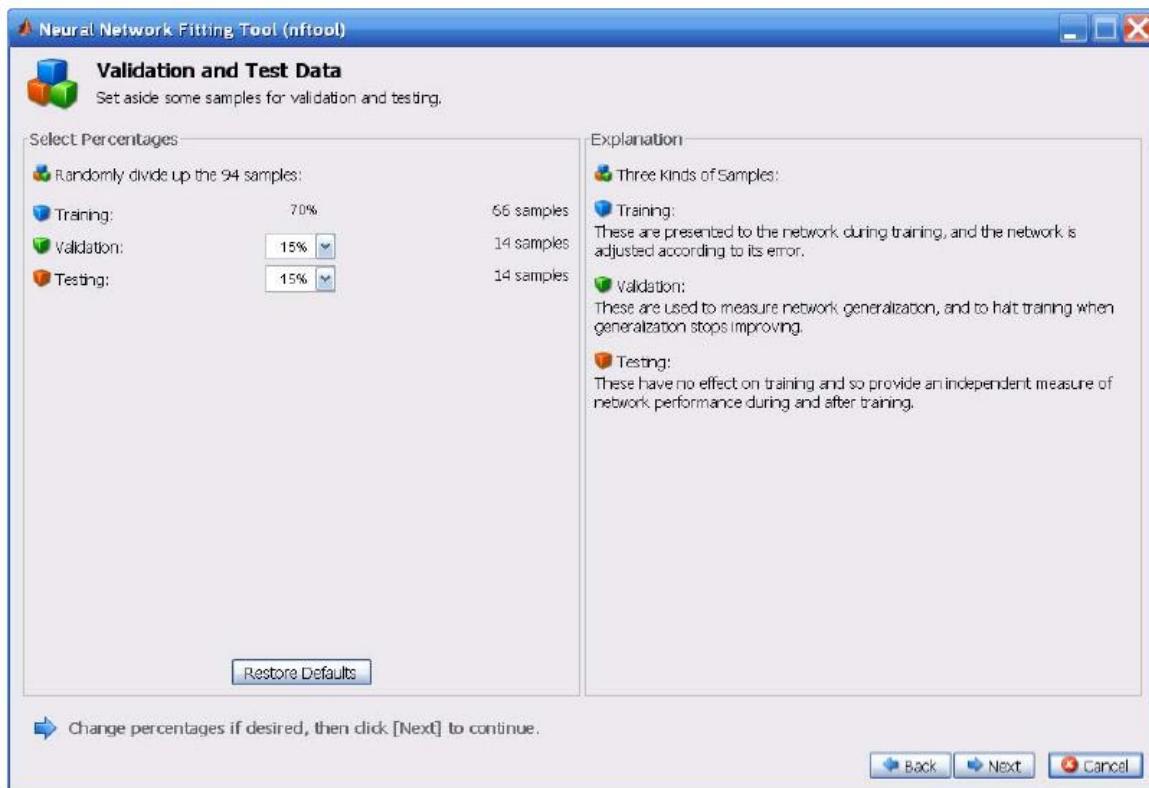


#### Εικόνα 4.7 Επιλογή εισόδων – εξόδων

Στο βήμα αυτό εισάγουμε τις εισόδους και τους αντίστοιχους στόχους που θα χρησιμοποιήσουμε για να εκπαιδεύσουμε το νευρωνικό δίκτυο που στη συγκέκριμη εργασία είναι ένας πίνακας-είσοδος δεδομένων ακτινοβολίας, πίεσης και θερμοκρασίας και ένας πίνακας-στόχος δεδομένων ακτινοβολίας. Στη συνέχεια θα εκπαιδεύσουμε το νευρωνικό δίκτυο. Για να γίνει αυτό το δείγμα μοιράζεται τυχαία σε τρεις ομάδες στα παρακάτω προκαθορισμένα ποσοστά τα οποία μπορούμε στη συνέχεια να τροποποιήσουμε:

- 70% χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση (training)
- 15% χρησιμοποιούνται για να πιστοποιηθεί ότι το δίκτυο έχει γενίκευση(generalizing) και η εκπαίδευση έχει σταματήσει χωρίς over fitting
- 15% χρησιμοποιούνται για ανεξάρτητο έλεγχο της γενίκευσης του νευρωνικού δικτύου.

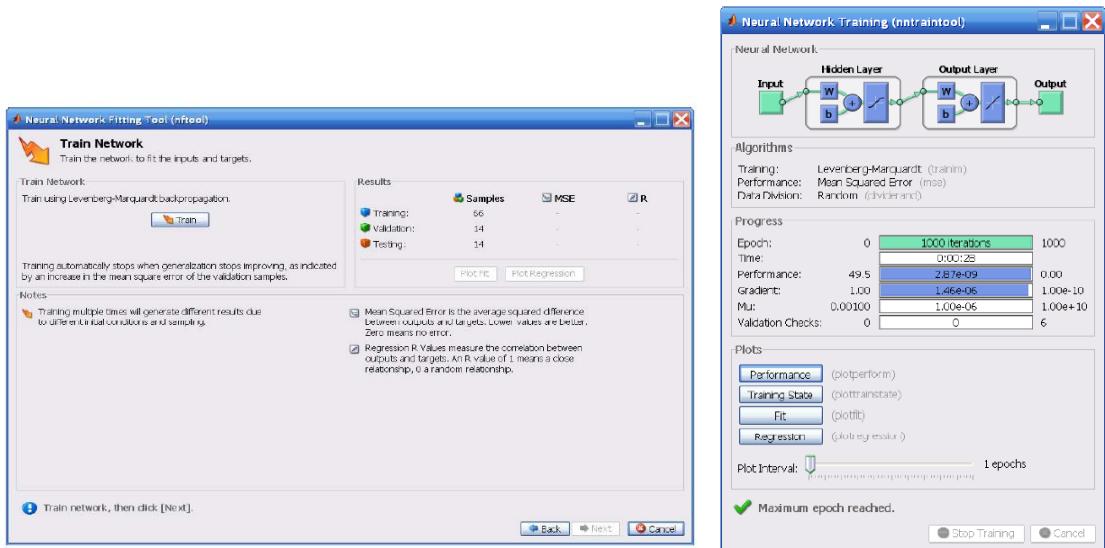
Η διαδικασία ελέγχου δεν επηρεάζει την εκπαίδευση και επομένως δίνει μια ανεξάρτητη μέτρηση της επίδοσης του νευρωνικού δικτύου πριν και μετά την εκπαίδευση.



**Εικόνα 4.8** Τυχαίος διαχωρισμός δεδομένων

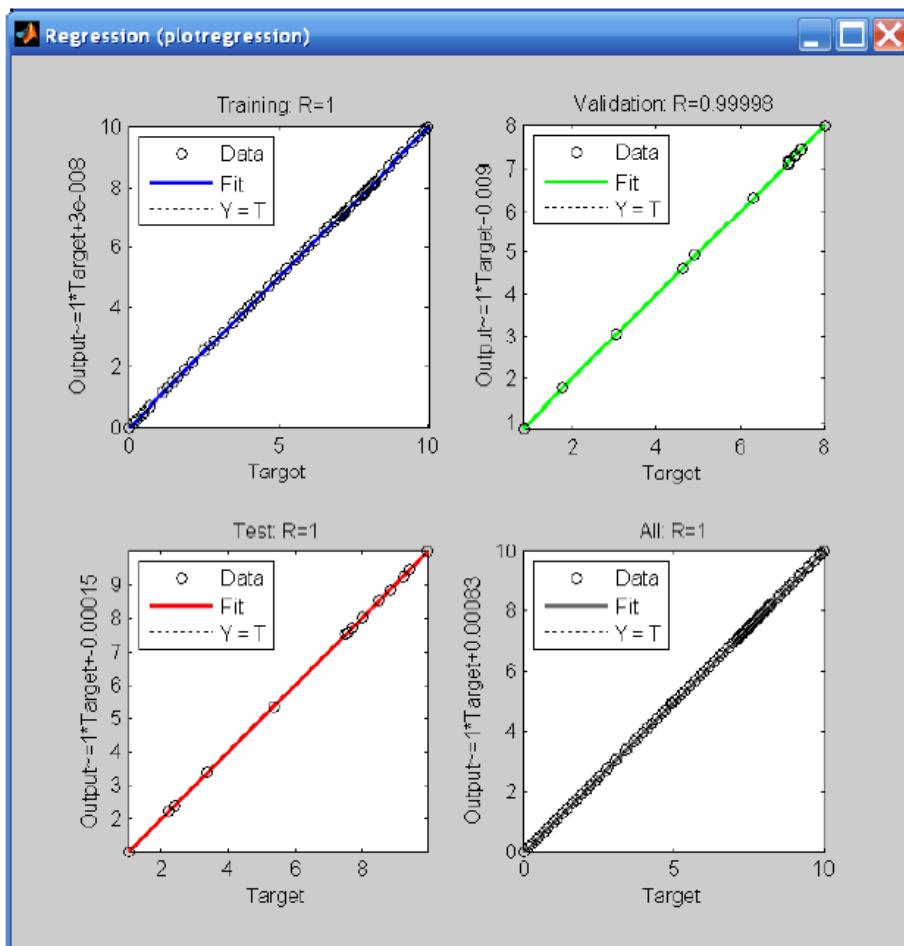
Στο επόμενο βήμα καθορίζεται ο αριθμός των κρυφών νευρώνων ο οποίος αρχικά ορίζεται στους 20 νευρώνες. Αφού καθοριστεί και ο αριθμός των κρυφών νευρώνων το νευρωνικό δίκτυο είναι έτοιμο να εκπαιδευτεί. Οι παράμετροι που μας ενδιαφέρουν είναι το:

- Regression (R): δείχνει το βαθμό της συσχέτισης μεταξύ των εξόδων του δικτύου και των στόχων. Αν η τιμή του R είναι 1τότε υπάρχει μεγάλη συσχέτιση, ενώ αν η τιμή του είναι 0 τότε η σχέση εξόδων – στόχων είναι τυχαία
- Performance: αναφέρεται στο μέσο τετραγωνικό σφάλμα, το οποίο αναφέρεται στη μέση τετραγωνική διαφορά μεταξύ εξόδων και στόχων. Όσο μικρότερη είναι η τιμή (ιδανικά 0) τόσο μικρότερο είναι το σφάλμα.



#### Εικόνα 4.9 Εκπαίδευση δικτύου

Μόλις ολοκληρωθεί με επιτυχία η εκπαίδευση το πρόγραμμα δίνει τις τελικές τιμές για το τετραγωνικό σφάλμα και την τιμή R που δείχνει την επίδοση της εκπαίδευσης. Υπάρχει επίσης η δυνατότητα γραφικής απεικόνισης των αποτελεσμάτων:



#### Εικόνα 4.10 Αποτελέσματα

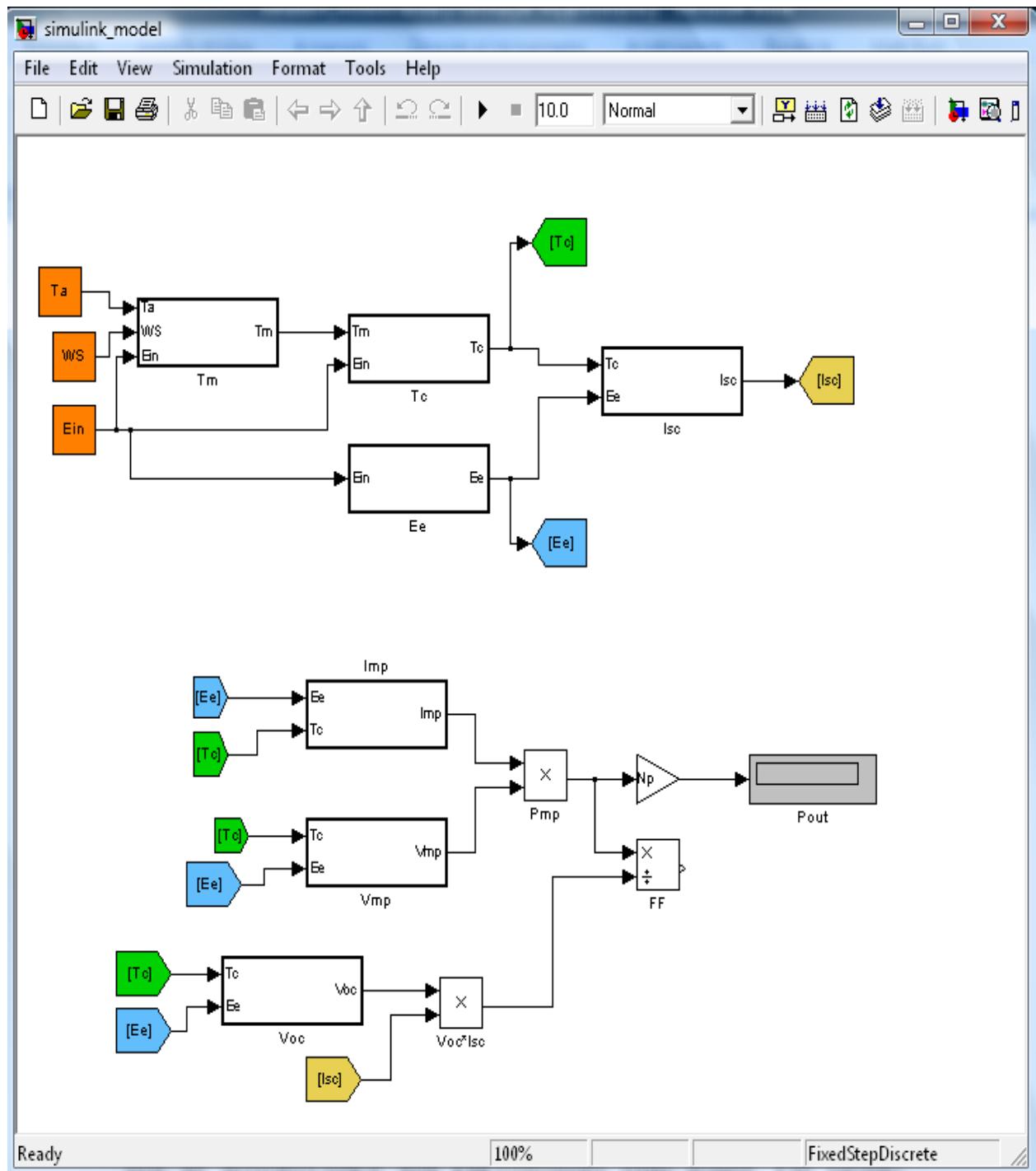
Από την απεικόνιση των τιμών του Regression δείχνει γραφικά την συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ εξόδων και στόχων σε όλη τη διάρκεια της εκπαίδευσης καθώς και ένα διάγραμμα που συνδυάζει τις τιμές όλων των σταδίων σταθμισμένες με τα ποσοστά του κάθε σταδίου [13].

Αφού ολοκληρωθεί η εκπαίδευση υπάρχουν αρκετές δυνατότητες:

- ✓ Να αλλάξουμε το ποσοστό εκπαίδευσης-γενίκευσης-δοκιμής
- ✓ Να επαναλάβουμε την εκπαίδευση με καινούρια δεδομένα
- ✓ Να επαναλάβουμε την εκπαίδευση με άλλες μεθόδους
- ✓ Να τροποποιήσουμε τον αριθμό των νευρώνων
- ✓ Να αυξήσουμε τα δεδομένα

#### 4.5 Μοντέλο Simulink:

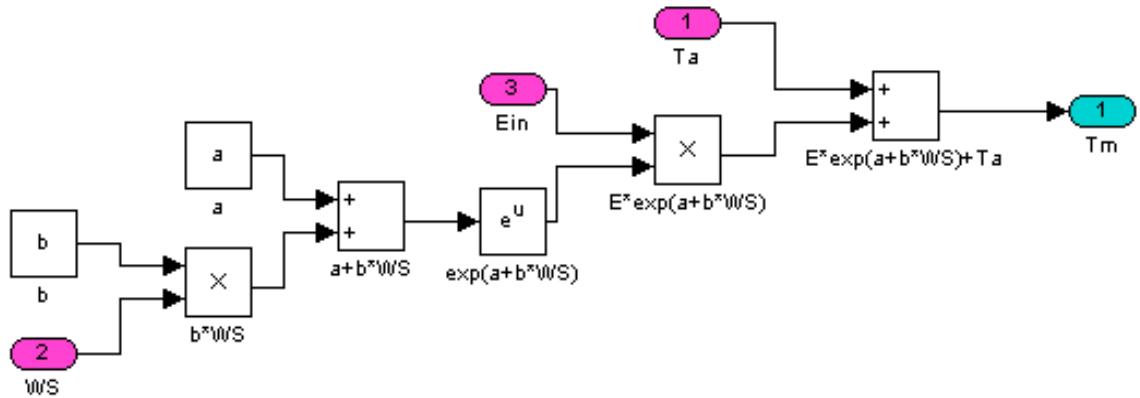
Το μοντέλο σχεδιάστηκε στο Simulink του MATLAB και φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



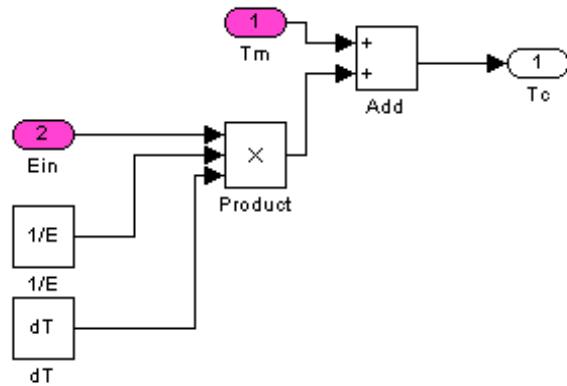
**Εικόνα 4.11** Μοντέλο ΦΒ πλαισίου στο Simulink

Το κάθε υποσύστημα υλοποιεί και μια από τις εξισώσεις (14) έως (25) της παραγράφου 3.10. Οι λεπτομέρειες των μοντέλων φαίνονται παρακάτω:

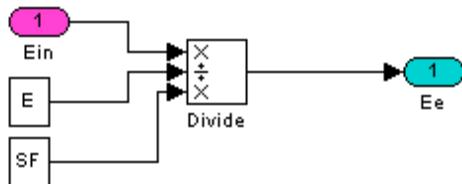
- $T_m$  subsystem:  $T_m = E \cdot \{e^{a+bWS}\} + T_a$



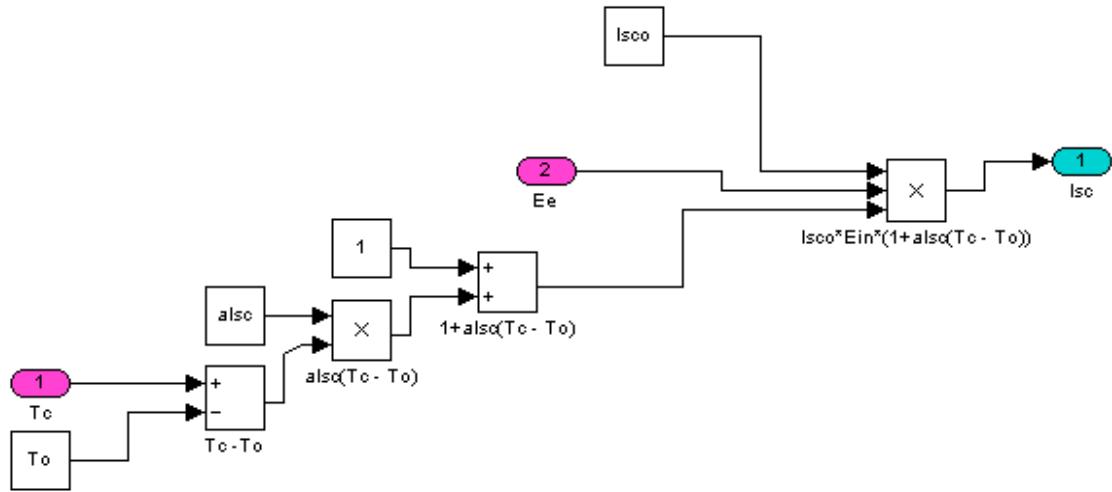
- $T_c$  subsystem:  $T_c = T_m + \frac{E}{E_o} \cdot \Delta T$



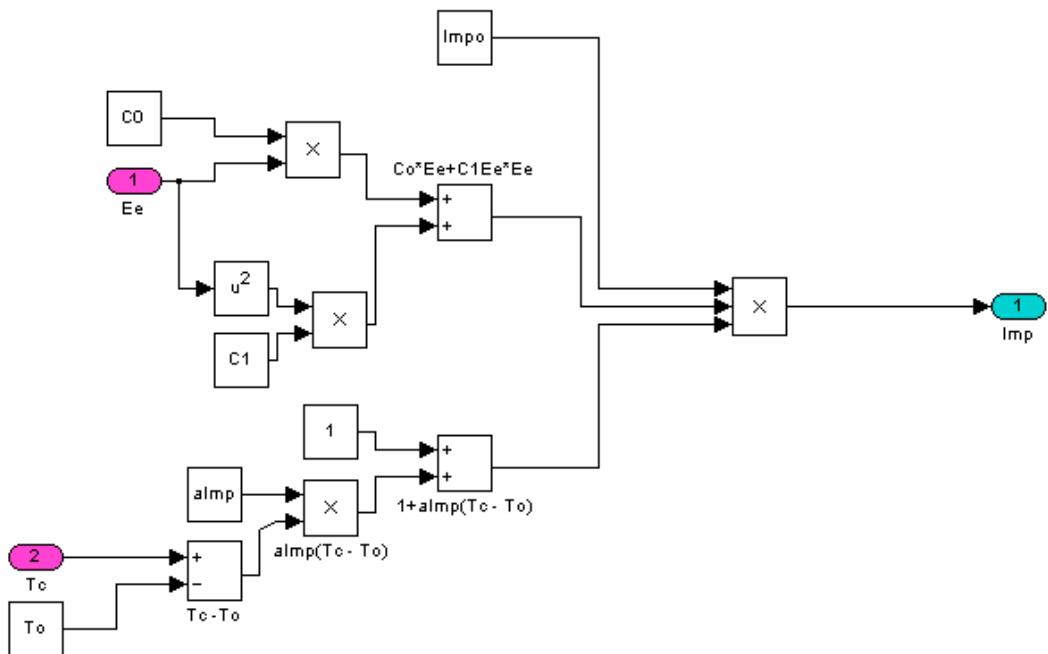
- $E_e$  subsystem:  $E_e = \frac{E}{E_o} \cdot SF$



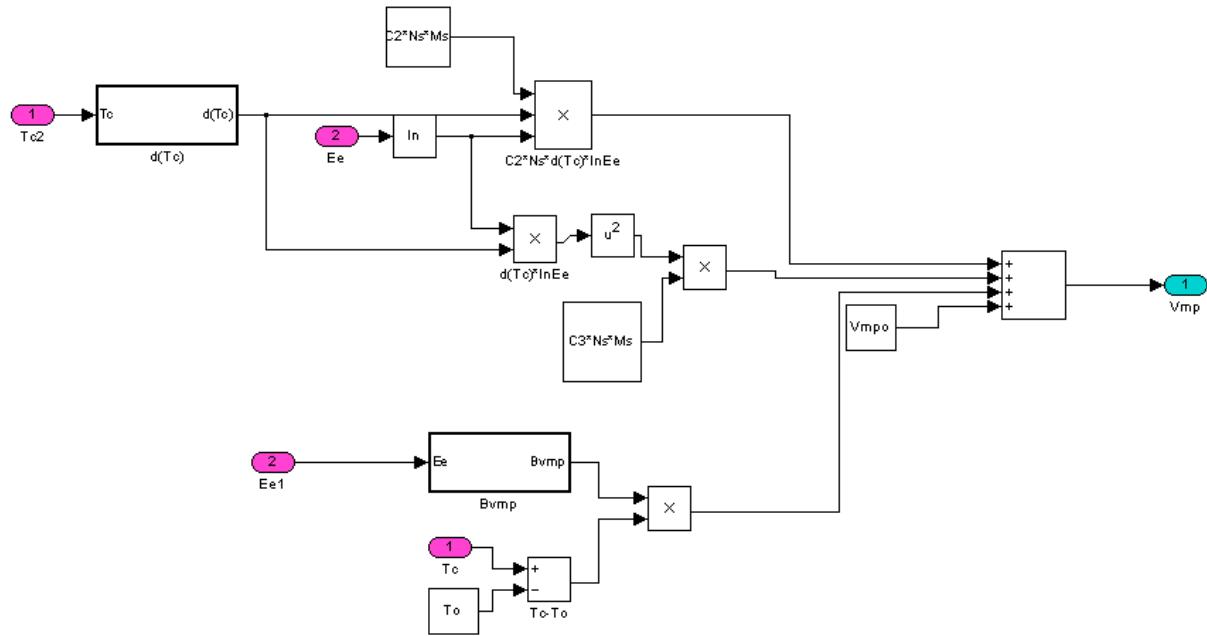
- I<sub>sc</sub> subsystem:  $I_{sc} = I_{sco} \cdot \frac{E}{E_o} \cdot \{1 + a_{Isc}(T_c - T_o)\}$



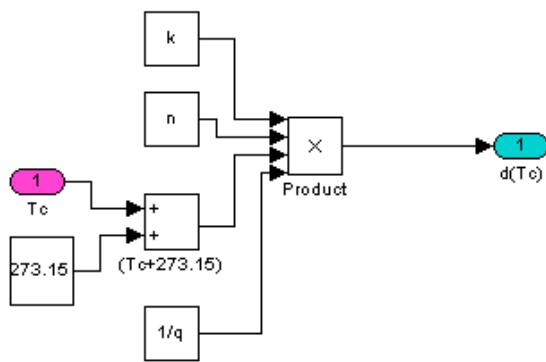
- I<sub>mp</sub> subsystem:  $I_{mp} = I_{mpo} \cdot \{C_0 \cdot E_e + C_1 \cdot E_e^2\} \cdot \{1 + a_{Im p}(T_c - T_o)\}$



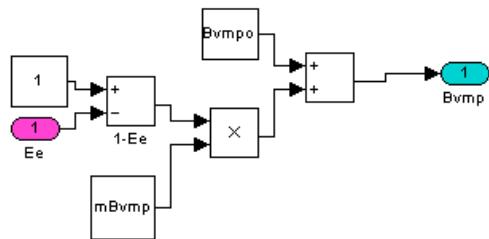
- $V_{mp}$  subsystem:  $V_{mp} = V_{mpo} + C_2 \cdot N_s \cdot \delta(T_c) \cdot \ln(E_e) + C_3 \cdot N_s \cdot \{\delta(T_c) \cdot \ln(E_e)\}^2 + \beta_{Vmp}(E_e) \cdot (T_c - T_o)$



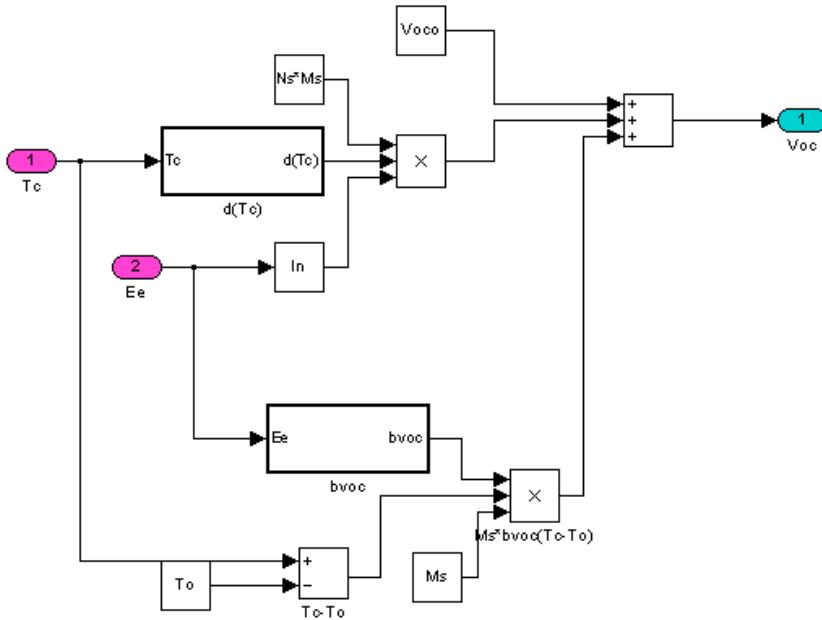
- $d(T_c)$  subsystem:  $\delta(T_c) = \frac{n \cdot k}{q} \cdot (T_c + 273.15)$



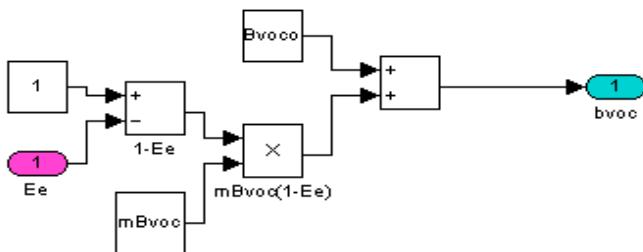
- $Bvmp$  subsystem:  $\beta_{Vmp}(E_e) = \beta_{Vmpo} + m_{\beta_{Vmp}} \cdot (1 - E_e) \cdot (V / o \cdot C)$



- $V_{oc}$  subsystem:



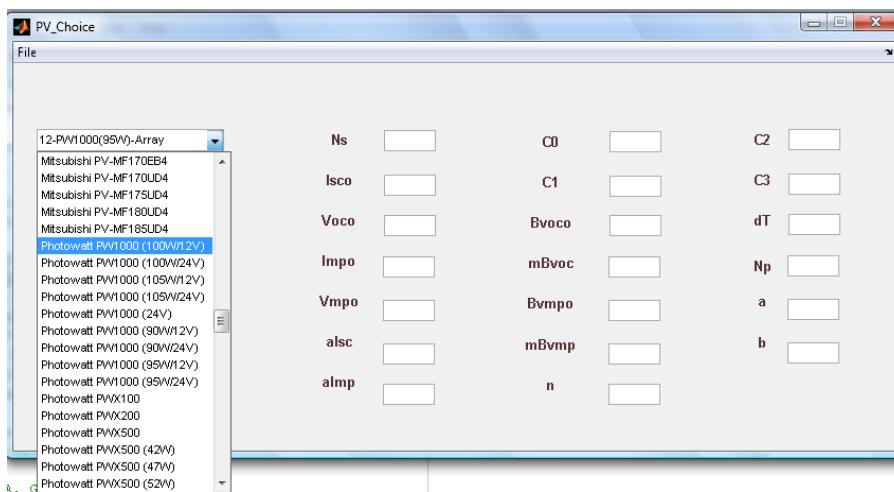
- $b_{voc}$  subsystem:  $\beta_{Voc}(E_e) = \beta_{Voco} + m_{\beta_{Voc}} \cdot (1 - E_e), (V /^o C)$



Οι παράμετροι του μοντέλου παρέχονται από τη Sandia η οποία διαθέτει μια βάση δεδομένων με όλες τις παραμέτρους του μοντέλου για σχεδόν όλα τα φωτοβολταϊκά που κυκλοφορούν στην αγορά. Για λόγους ευκολίας κατασκευάστηκε μια εφαρμογή GUI η οποία βοηθάει τον χρήστη να επιλέξει τύπο φωτοβολταϊκού πλαισίου και στη συνέχεια οι αντίστοιχες παράμετροι εισάγονται στο μοντέλο όπως φαίνεται στις εικόνες τις επόμενης σελίδας.



**Εικόνα 4.12** Αρχικό περιβάλλον της εφαρμογής PV\_Choice



**Εικόνα 4.13** Επιλογή ΦΒ πλαισίου από τη λίστα



**Εικόνα 4.14** Παράμετροι μοντέλου

#### **4.6 Πρόβλεψη ηλιακής ακτινοβολίας:**

Η πρόβλεψη της ηλιακής ακτινοβολίας πραγματοποιήθηκε με χρήση νευρωνικών δικτύων και με τη βοήθεια του Matlab. Χρησιμοποιήθηκε η έτοιμη εφαρμογή nftool (neural fitting tool) αλλά και πολλές παραλλαγές αυτής που υλοποιήθηκαν με κώδικα.

Ως δεδομένα εισόδων χρησιμοποιήθηκαν αρχικά δεκάλεπτες τιμές ακτινοβολίας, πίεσης και θερμοκρασίας και ως στόχοι δεδομένα ακτινοβολίας που αντιστοιχούν στο επόμενο δεκάλεπτο και επομένως η πρόβλεψη αφορούσε στο επόμενο δεκάλεπτο.

Επειδή όμως μια τέτοια πρόβλεψη δεν θα είχε κάποια χρησιμότητα δεδομένου ότι οι προσφορές ισχύος είναι ωριαίες και επιπλέον ο ογκος των δεδομένων είναι τεράστιος, στη συνέχεια τα δεδομένα ομαδοποιήθηκαν ανά 6 σε ώρες ώστε να επιτευχθεί πρόβλεψη για την επόμενη μέρα και για τις ώρες που υπάρχει ηλιακή ακτινοβολία. Τα δεδομένα αφορούν 445 μέρες και προέρχονται από τους αισθητήρες του Πολυτεχνείου.

Κατά την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου πραγματοποιήθηκαν πολλές δοκιμές ώστε να βελτιστοποιηθεί το νευρωνικό δίκτυο. Αλλάξαμε τον αριθμό των κρυφών επιπέδων, τον αριθμό των νευρώνων κάθε επιπέδου, τα ποσοστά Training, validation και testing και για κάθε αλλαγή πραγματοποιήσαμε 100 επαναλήψεις και υπολογίζαμε το μέσο όρο.

Σε κάθε επανάληψη καταγράφαμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα κάθε σταδίου (mse\_train , mse\_validation, mse\_testing) καθώς και το αντίστοιχο Regression (regression\_train, regression\_validation, regression\_testing) και ανάλογα με τα ποσοστά προέκυπτε το τελικό μέσο τετραγωνικό σφάλμα και το regression.

Αν για παράδειγμα τα ποσοστά που επιλέχθηκαν ήταν 70-15-15 το συνολικό μέσο τετραγωνικό σφάλμα προκύπτει:  
 $mse\_all=0,7*mse\_train+ 0,15*(mse\_validation+mse\_testing)$ .

Για τις ώρες που παρουσίασαν μεγαλύτερο σφάλμα πραγματοποιήθηκαν περισσότερες δοκιμές. Επειδή για πρακτικούς λόγους δεν μπορούν να παρουσιαστούν όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν, παρουσιάζονται ενδεικτικά στον επόμενο πίνακα τα αποτελέσματα για τις έντεκα το πρωι για την βέλτιστη επιλογή ποσοστών (70-15-15) και για το βέλτιστο αριθμό κρυφών επιπέδων (δύο) και για το βέλτιστο αριθμό νευρώνων (28) ενώ οι πίνακες για τους υπόλοιπους νευρώνες παρατίθενται στο Παράρτημα.

<b>mse_train</b>	<b>mse_val</b>	<b>mse_test</b>	<b>mse_all</b>	<b>regr_train</b>	<b>regr_val</b>	<b>regr_tst</b>	<b>regr_all</b>
0,004929	0,010854	0,014577	0,007265	0,941371	0,870653	0,814524	0,911736
0,006203	0,008289	0,01402	0,007689	0,928938	0,892952	0,829156	0,908573
0,005941	0,011469	0,008515	0,007156	0,927249	0,86036	0,899404	0,913039
0,004942	0,008318	0,010792	0,006326	0,938816	0,896241	0,881214	0,923789
0,007815	0,016007	0,014944	0,010113	0,910753	0,808476	0,787526	0,876927
0,006935	0,018153	0,012613	0,009469	0,927374	0,753747	0,828976	0,88657
0,005402	0,012044	0,008047	0,006795	0,934259	0,857001	0,895766	0,916896
0,008607	0,010043	0,010732	0,009141	0,899745	0,850232	0,875677	0,888708
0,005803	0,010878	0,008415	0,006956	0,930814	0,866889	0,894578	0,91579
0,005523	0,010415	0,012172	0,007254	0,933611	0,85903	0,863582	0,911919
0,006569	0,007889	0,006481	0,006754	0,921426	0,901861	0,924474	0,918948
0,004906	0,009772	0,013873	0,006981	0,938119	0,883712	0,843565	0,915775
0,005784	0,018019	0,012747	0,008664	0,937768	0,778531	0,843829	0,899792
0,007231	0,009157	0,008096	0,00765	0,911685	0,892455	0,898617	0,906841
0,007117	0,009238	0,007451	0,007486	0,913215	0,889499	0,90829	0,908919
0,007733	0,007671	0,006972	0,007609	0,908115	0,910841	0,918847	0,910134
0,004961	0,009599	0,013087	0,006876	0,936721	0,891555	0,849608	0,916879
0,004206	0,010147	0,010998	0,006116	0,95082	0,875904	0,852932	0,924899
0,00534	0,012862	0,008322	0,006915	0,9376	0,813084	0,900784	0,9134
0,003392	0,010283	0,012689	0,00582	0,956144	0,881796	0,861411	0,930782
0,005732	0,009315	0,009416	0,006822	0,930383	0,873032	0,887928	0,915412
0,006058	0,008352	0,009701	0,006948	0,932526	0,886844	0,8789	0,917629
0,004797	0,007918	0,010806	0,006167	0,943944	0,892038	0,866748	0,924578
0,005392	0,008075	0,010351	0,006539	0,93289	0,899566	0,883513	0,920485
0,003952	0,014876	0,010711	0,006605	0,950931	0,825404	0,866262	0,919402
0,005603	0,007506	0,010021	0,006551	0,934097	0,910394	0,866992	0,920476
0,005148	0,011937	0,009436	0,006809	0,937478	0,855613	0,875325	0,915875
0,004975	0,010383	0,017221	0,007623	0,943898	0,868377	0,759844	0,904962
0,006118	0,007744	0,011545	0,007176	0,922753	0,913256	0,858307	0,911661
0,0052	0,00533	0,011149	0,006112	0,930851	0,941892	0,878401	0,924644
0,005657	0,007297	0,008793	0,006373	0,930663	0,916879	0,891574	0,922732
0,006787	0,005686	0,00748	0,006726	0,921089	0,936403	0,892695	0,919127
0,007296	0,010515	0,006679	0,007687	0,909733	0,860369	0,931928	0,905658
0,004558	0,009317	0,015672	0,006939	0,947579	0,878443	0,831648	0,919819
0,005151	0,011352	0,009761	0,006773	0,941226	0,838767	0,870992	0,915322
0,006432	0,011443	0,007829	0,007393	0,92547	0,843041	0,898844	0,909111
0,006032	0,009301	0,013503	0,007643	0,926323	0,887631	0,849098	0,908936
0,00524	0,010323	0,012351	0,007069	0,940424	0,859038	0,860242	0,916189
0,003444	0,008934	0,017659	0,0064	0,959876	0,902203	0,780638	0,924339
0,006654	0,008562	0,008898	0,007277	0,916086	0,897965	0,901134	0,911125
0,003934	0,008723	0,012674	0,005963	0,951666	0,896412	0,85582	0,929001
0,007074	0,009669	0,0089	0,007737	0,917582	0,87086	0,875827	0,90431
0,003791	0,007381	0,018118	0,006478	0,954191	0,909672	0,784995	0,922134
0,004636	0,009692	0,011587	0,006437	0,94751	0,844171	0,856061	0,918292
0,006936	0,008006	0,008219	0,007289	0,921746	0,87963	0,907102	0,913232
0,006454	0,009492	0,006671	0,006942	0,924457	0,882689	0,927568	0,918659
0,005745	0,006948	0,011026	0,006717	0,933227	0,915019	0,843502	0,917037
0,004362	0,011316	0,011112	0,006417	0,949683	0,852975	0,860305	0,92177
0,006129	0,012056	0,010966	0,007743	0,930636	0,855221	0,84648	0,9067
0,008743	0,014529	0,0135	0,010325	0,891325	0,823464	0,843592	0,873986

0,004067	0,016765	0,010381	0,006919	0,951375	0,784847	0,882619	0,916082
0,005256	0,010191	0,008241	0,006444	0,936098	0,892491	0,893038	0,923098
0,008899	0,006898	0,007553	0,008397	0,893569	0,915691	0,902838	0,898278
0,003268	0,01301	0,01182	0,006012	0,95727	0,855019	0,864812	0,928064
0,004217	0,013401	0,009254	0,00635	0,95275	0,814578	0,881606	0,921352
0,004474	0,014046	0,011874	0,00702	0,946795	0,841667	0,829517	0,913434
0,005771	0,007854	0,007414	0,00633	0,930121	0,883063	0,9253	0,922339
0,00422	0,010466	0,01087	0,006154	0,949325	0,882766	0,852153	0,924766
0,006034	0,008565	0,007908	0,006695	0,927517	0,891295	0,904483	0,918628
0,005419	0,011704	0,008512	0,006826	0,92893	0,855826	0,910971	0,915271
0,004787	0,009337	0,013845	0,006828	0,946976	0,875091	0,823339	0,917648
0,008638	0,009089	0,009403	0,00882	0,891687	0,890245	0,881113	0,889884
0,007942	0,010953	0,009902	0,008688	0,910843	0,870788	0,879017	0,900061
0,002882	0,016421	0,015159	0,006755	0,96542	0,821627	0,833871	0,924118
0,00472	0,00925	0,016234	0,007126	0,945874	0,876996	0,817384	0,916269
0,006847	0,01249	0,007403	0,007777	0,913387	0,825196	0,922895	0,901584
0,0049	0,009176	0,011126	0,006475	0,942157	0,869264	0,863342	0,9194
0,005059	0,010206	0,011078	0,006734	0,939304	0,886209	0,854037	0,918549
0,0044	0,010251	0,010858	0,006246	0,948528	0,873239	0,865402	0,924766
0,005288	0,010479	0,007324	0,006372	0,935927	0,883021	0,901973	0,922898
0,005931	0,012059	0,010461	0,00753	0,92965	0,872114	0,869609	0,912013
0,005514	0,013791	0,010073	0,00744	0,935075	0,835334	0,889702	0,913308
0,006858	0,012035	0,012816	0,008528	0,923596	0,849702	0,863634	0,903517
0,004591	0,011596	0,009544	0,006385	0,947592	0,856761	0,888181	0,925056
0,008464	0,00827	0,014351	0,009318	0,890609	0,903724	0,822319	0,882333
0,006757	0,008555	0,010019	0,007516	0,924925	0,897043	0,87058	0,912591
0,005915	0,011913	0,006858	0,006956	0,933889	0,848027	0,907437	0,917042
0,004214	0,011044	0,010554	0,006189	0,948191	0,8798	0,869083	0,926066
0,005429	0,008933	0,010689	0,006744	0,935226	0,8917	0,856286	0,916856
0,005314	0,011656	0,010539	0,007049	0,931942	0,86708	0,872484	0,913294
0,005517	0,007304	0,009869	0,006438	0,930526	0,914722	0,887719	0,921734
0,004325	0,01007	0,010425	0,006102	0,94858	0,866531	0,876082	0,925398
0,004821	0,008574	0,014435	0,006826	0,943137	0,895863	0,849819	0,922048
0,007881	0,013626	0,009026	0,008915	0,898147	0,829529	0,888895	0,886467
0,006003	0,011108	0,011192	0,007547	0,933839	0,864213	0,873521	0,914348
0,008513	0,015538	0,011976	0,010086	0,918154	0,814493	0,843993	0,891481
0,004294	0,012615	0,006425	0,005862	0,949916	0,840029	0,922597	0,929335
0,005601	0,008223	0,009237	0,00654	0,926909	0,898561	0,90441	0,919282
0,006583	0,011385	0,007273	0,007407	0,920433	0,879744	0,920059	0,914274
0,004494	0,010887	0,00894	0,00612	0,945094	0,879351	0,87482	0,924692
0,005493	0,011252	0,010368	0,007088	0,931557	0,868807	0,872733	0,913321
0,007408	0,009511	0,010463	0,008181	0,917641	0,873195	0,88756	0,906462
0,005415	0,007964	0,012733	0,006895	0,929431	0,911811	0,863047	0,916831
0,005453	0,010679	0,01307	0,00738	0,93795	0,87517	0,851001	0,915491
0,006093	0,007442	0,009252	0,006769	0,927687	0,905885	0,885915	0,918151
0,00614	0,007569	0,009995	0,006932	0,923423	0,902886	0,890129	0,915349
0,005597	0,012357	0,009775	0,007237	0,928932	0,857608	0,894901	0,913128
0,005879	0,008055	0,011779	0,00709	0,926286	0,89904	0,864972	0,913002
0,004451	0,011722	0,013831	0,006949	0,944254	0,871911	0,838018	0,917467
0,00611	0,013912	0,014935	0,008604	0,945318	0,83255	0,868033	0,91681
<b>0,005695</b>	<b>0,010433</b>	<b>0,010744</b>	<b>0,007163</b>	<b>0,932265</b>	<b>0,871242</b>	<b>0,870623</b>	<b>0,913866</b>

Τελικά για τις έντεκα η ώρα το μεσημέρι προέκυψε ο παρακάτω πίνακας που συνοψίζει τα αποτελέσματα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και του regression όλων των νευρωνών από τον οποίο μπορεί να επιλεχθεί ο βέλτιστος αριθμός νευρώνων για την πρόβλεψη στη συγκεκριμένη ώρα, με τα συγκεκριμένα ποσοστά (70-15-15) και τα συγκεκριμένα κρυφά επίπεδα.

neurons	mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
20	0,0060735	0,010252	0,010823	0,007413	0,927809	0,876074	0,866461	0,910847
21	0,0062187	0,009612	0,010376	0,007351	0,925748	0,882184	0,871838	0,911127
22	0,0060355	0,010219	0,010517	0,007335	0,927566	0,876737	0,870606	0,911398
23	0,0060884	0,010133	0,010691	0,007385	0,92836	0,877238	0,871631	0,912182
24	0,0060543	0,009795	0,010601	0,007297	0,927657	0,878309	0,874202	0,912237
25	0,0062627	0,009889	0,010727	0,007476	0,926207	0,878766	0,871843	0,910936
26	0,0058845	0,010016	0,010613	0,007214	0,930294	0,875873	0,869691	0,913041
27	0,0059999	0,009989	0,010985	0,007346	0,928893	0,878949	0,86576	0,911931
28	0,0056952	0,010433	0,010744	<b>0,007163</b>	0,932265	0,871242	0,870623	<b>0,913866</b>
29	0,0062742	0,010277	0,011117	0,007601	0,925965	0,875202	0,865858	0,909335
30	0,0059633	0,011124	0,010843	0,007469	0,930434	0,864622	0,867471	0,911118
31	0,0060777	0,010188	0,01115	0,007455	0,927443	0,875985	0,86655	0,91059
32	0,005999	0,01028	0,010874	0,007372	0,928538	0,875457	0,868559	0,911579
33	0,0057238	0,010774	0,011639	0,007368	0,93253	0,870161	0,859705	0,912251
34	0,0056804	0,010795	0,011586	0,007333	0,934123	0,864605	0,859657	0,912526
35	0,0058148	0,010435	0,011707	0,007392	0,932208	0,872155	0,860537	0,912449
36	0,0059613	0,010472	0,011187	0,007422	0,930098	0,870348	0,864155	0,911244
37	0,0060705	0,010891	0,01204	0,007689	0,92985	0,865799	0,854335	0,908915
38	0,0055518	0,01065	0,011493	0,007208	0,934004	0,869334	0,862074	0,913514
39	0,0058172	0,010682	0,011341	0,007375	0,931747	0,869345	0,861561	0,911859

**Πίνακας 4.1** Δύο κρυφά επίπεδα και ποσοστά 70-15-15

Παρόμοια πινακάκια προέκυψαν για κάθε αλλαγή που πραγματοποιήσαμε στο νευρωνικό δίκτυο. Για τις έντεκα το πρωινό ενδεικτικά φαίνονται παρακάτω οι εν λόγω αλλαγές και τα αντίστοιχα αποτελέσματα:

- Ένα κρυφό επίπεδο και ποσοστά 70-15-15

neurons	mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
20	0,006404	0,009334	0,010424	0,007446	0,923231	0,88547	0,873925	0,910171
21	0,006411	0,009832	0,010253	0,007501	0,922995	0,878673	0,875747	0,90926
22	0,006449	0,009669	0,010416	0,007527	0,923151	0,881169	0,874276	0,909522
23	0,006288	0,010175	0,010662	0,007527	0,924287	0,874967	0,870649	0,908843
24	0,006217	0,010504	0,010274	0,007468	0,925679	0,872686	0,874433	0,910043
25	0,006049	0,010546	0,010373	0,007372	0,927663	0,870167	0,874643	0,911085
26	0,006264	0,010697	0,010402	0,00755	0,925658	0,869797	0,874088	0,909543
27	0,005978	0,010385	0,011838	0,007518	0,929309	0,875104	0,857446	0,910399
28	0,006056	0,010682	0,011175	0,007518	0,927966	0,869068	0,867707	0,910093
29	0,006158	0,010757	0,011957	0,007718	0,926416	0,871819	0,858655	0,908062
30	0,006216	0,006404	0,009334	0,010424	0,923231	0,88547	0,873925	0,910171
31	0,006411	0,009832	0,010253	0,007501	0,922995	0,878673	0,875747	0,90926

32	0,006449	0,009669	0,010416	0,007527	0,923151	0,881169	0,874276	0,909522
33	0,006288	0,010175	0,010662	0,007527	0,924287	0,874967	0,870649	0,908843
34	0,006217	0,010504	0,010274	0,007468	0,925679	0,872686	0,874433	0,910043
<b>35</b>	0,006049	0,010546	0,010373	<b>0,007372</b>	0,927663	0,870167	0,874643	<b>0,911085</b>
36	0,006264	0,010697	0,010402	0,00755	0,925658	0,869797	0,874088	0,909543
37	0,005978	0,010385	0,011838	0,007518	0,929309	0,875104	0,857446	0,910399
38	0,006056	0,010682	0,011175	0,007518	0,927966	0,869068	0,867707	0,910093
39	0,006158	0,010757	0,011957	0,007718	0,926416	0,871819	0,858655	0,908062
40	0,006216	0,010779	0,011656	0,007716	0,927318	0,869315	0,85859	0,908308

**Πίνακας 4.2** Ένα κρυφό επίπεδο και ποσοστά 70-15-15

- Ένα κρυφό επίπεδο και ποσοστά 60-20-20

neurons	mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
20	0,006378	0,009592	0,010337	0,007813	0,922206	0,883743	0,875535	0,905179
21	0,00651	0,009515	0,010295	0,007868	0,922408	0,88302	0,874663	0,904981
22	0,006385	0,010031	0,010681	0,007973	0,923357	0,877123	0,869743	0,903387
<b>23</b>	0,006336	0,009625	0,010359	<b>0,007799</b>	0,923866	0,882212	0,874543	<b>0,90567</b>
24	0,006221	0,009968	0,011143	0,007955	0,925649	0,878377	0,864958	0,904056
25	0,006083	0,010121	0,011263	0,007927	0,927471	0,875938	0,864236	0,904517
26	0,006056	0,010005	0,010903	0,007815	0,927411	0,87719	0,867322	0,905349
27	0,0062	0,010363	0,010508	0,007894	0,926084	0,873656	0,872248	0,904831
28	0,006028	0,010171	0,011445	0,00794	0,92801	0,875775	0,861451	0,904252
29	0,006243	0,010448	0,011149	0,008065	0,925967	0,87291	0,867361	0,903634
30	0,006194	0,010505	0,011459	0,008109	0,926902	0,873527	0,863656	0,903578
31	0,006089	0,010894	0,011576	0,008147	0,927908	0,868372	0,86178	0,902775
32	0,005981	0,011035	0,011616	0,008119	0,929564	0,864577	0,860123	0,902678
33	0,005801	0,011322	0,01153	0,008051	0,931355	0,864794	0,858257	0,903423
34	0,006185	0,011249	0,01219	0,008399	0,928318	0,864823	0,857021	0,901359
35	0,005895	0,011531	0,01263	0,00837	0,931226	0,860209	0,847923	0,900362
36	0,00593	0,011386	0,011956	0,008226	0,930219	0,861453	0,859303	0,902283
37	0,006066	0,0116	0,012651	0,00849	0,930357	0,86225	0,84965	0,900594
38	0,005734	0,011565	0,012911	0,008336	0,932575	0,862684	0,847873	0,901656
39	0,006023	0,01152	0,012098	0,008337	0,929652	0,861632	0,857693	0,901657
40	0,005761	0,011498	0,012516	0,008259	0,931378	0,855468	0,849131	0,899747

**Πίνακας 4.3** Ένα κρυφό επίπεδο και ποσοστά 60-20-20

- Ένα κρυφό επίπεδο και ποσοστά 50-25-25

neurons	mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
20	0,006484	0,009825	0,011304	0,008525	0,923171	0,879367	0,864141	0,897462
21	0,006232	0,01011	0,01028	0,008213	0,925368	0,875225	0,874188	0,900037
<b>22</b>	0,006324	0,009675	0,010384	<b>0,008177</b>	0,923056	0,882682	0,874274	<b>0,900767</b>
23	0,006541	0,010033	0,010708	0,008456	0,922527	0,877394	0,87151	0,89849
24	0,006353	0,009953	0,010769	0,008357	0,92412	0,878858	0,869622	0,89918
25	0,006247	0,010175	0,011067	0,008434	0,925818	0,876396	0,867025	0,898764
26	0,006439	0,010527	0,01118	0,008646	0,92417	0,870784	0,866186	0,896328

27	0,006348	0,010296	0,011068	0,008515	0,924997	0,874886	0,867388	0,898067
28	0,00599	0,010506	0,011073	0,00839	0,928485	0,874023	0,867885	0,899719
29	0,006145	0,010786	0,011587	0,008666	0,926987	0,86924	0,863404	0,896654
30	0,006093	0,010683	0,010995	0,008466	0,92838	0,869747	0,86788	0,898596
31	0,00588	0,010959	0,0121	0,008705	0,930746	0,864181	0,855684	0,895339
32	0,00587	0,01181	0,012366	0,008979	0,929848	0,861572	0,850961	0,893057
33	0,006083	0,010524	0,011701	0,008598	0,928558	0,871984	0,859008	0,897027
34	0,006185	0,011575	0,012091	0,009009	0,927719	0,861654	0,85694	0,893508
<b>35</b>	0,005744	0,011359	0,011962	<b>0,008702</b>	0,932109	0,862044	0,858623	0,896221
36	0,00612	0,011671	0,012621	0,009133	0,928493	0,85963	0,849498	0,891529
37	0,005803	0,011185	0,011998	0,008697	0,931971	0,864647	0,856521	0,896277
38	0,005878	0,011578	0,012617	0,008987	0,93197	0,861399	0,852339	0,894419
39	0,005836	0,011755	0,012507	0,008984	0,932274	0,85776	0,852839	0,893787
40	0,005983	0,011733	0,013085	0,009196	0,931378	0,855468	0,849131	0,891839

**Πίνακας 4.4** Ένα κρυφό επίπεδο και ποσοστά 50-25-25

- Δύο κρυφά επίπεδα και ποσοστά 60-20-20

neurons	mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
20	0,005956	0,010157	0,010211	0,007648	0,928986	0,873216	0,878466	0,907728
21	0,006151	0,009739	0,010153	0,007669	0,926113	0,881552	0,876578	0,907294
22	0,006068	0,009714	0,010773	0,007738	0,928218	0,879443	0,867022	0,906224
<b>23</b>	0,005946	0,009979	0,010207	<b>0,007605</b>	0,929514	0,877462	0,876204	<b>0,908442</b>
24	0,005615	0,010679	0,011365	0,007778	0,93299	0,86969	0,860141	0,90576
25	0,005747	0,01007	0,010965	0,007655	0,931694	0,878979	0,866119	0,908036
26	0,006074	0,010406	0,010407	0,007807	0,928603	0,870859	0,873483	0,90603
27	0,005942	0,010253	0,010751	0,007766	0,929838	0,874999	0,873221	0,907547
28	0,005919	0,010338	0,010654	0,00775	0,930083	0,873867	0,871539	0,907131
29	0,005836	0,01081	0,010994	0,007862	0,931272	0,868129	0,866517	0,905692
30	0,00588	0,010374	0,010857	0,007774	0,930539	0,872696	0,868567	0,906576
31	0,005885	0,010117	0,011199	0,007794	0,929756	0,876508	0,865946	0,906344
32	0,005695	0,010324	0,01126	0,007734	0,933002	0,871734	0,866862	0,907521
33	0,005713	0,010326	0,011095	0,007712	0,932668	0,872024	0,864026	0,906811
34	0,005845	0,01086	0,010994	0,007878	0,931722	0,865841	0,864574	0,905116
<b>35</b>	0,006037	0,01053	0,011569	0,008042	0,928797	0,870108	0,85712	0,902724
36	0,005604	0,010141	0,011971	0,007785	0,933504	0,87723	0,855484	0,906645
37	0,005831	0,010718	0,010965	0,007835	0,930398	0,870105	0,869109	0,906082
38	0,005818	0,010368	0,011143	0,007793	0,931563	0,87308	0,866223	0,906798
39	0,005748	0,010514	0,011762	0,007904	0,933106	0,869362	0,859314	0,905599
40	0,005666	0,010547	0,011794	0,007868	0,923171	0,879367	0,864141	0,897462

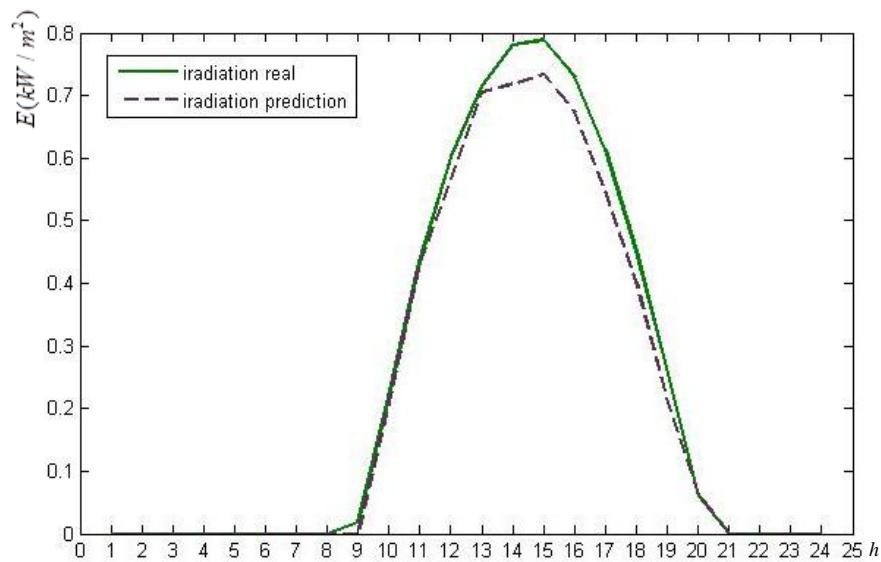
**Πίνακας 4.5** Δύο κρυφά επίπεδα και ποσοστά 60-20-20

Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται τα βέλτιστα χαρακτηριστικά του νευρωνικού δικτύου με τα οποία επιτυγχάνεται η ακριβέστερη πρόβλεψη ηλιακής ακτινοβολίας με το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα και το υψηλότερο ποσοστό ομοιότητας για κάθε ώρα της μέρας όπου υπάρχει ενδιαφέρον από πλευρά ηλιακής ακτινοβολίας.

Ώρα	Ποσοστά	Νευρώνες
8	70-15-15	24
9	70-15-15	30
10	70-15-15	26
11	70-15-15	28 – 15
12	70-15-15	28
13	70-15-15	27 - 20
14	60 20 -20	39
15	50- 25- 25	29
16	70-15-15	22
17	60-20-20	30 - 20
18	60 - 20 -20	24
19	70-15-15	22
20	70-15-15	30

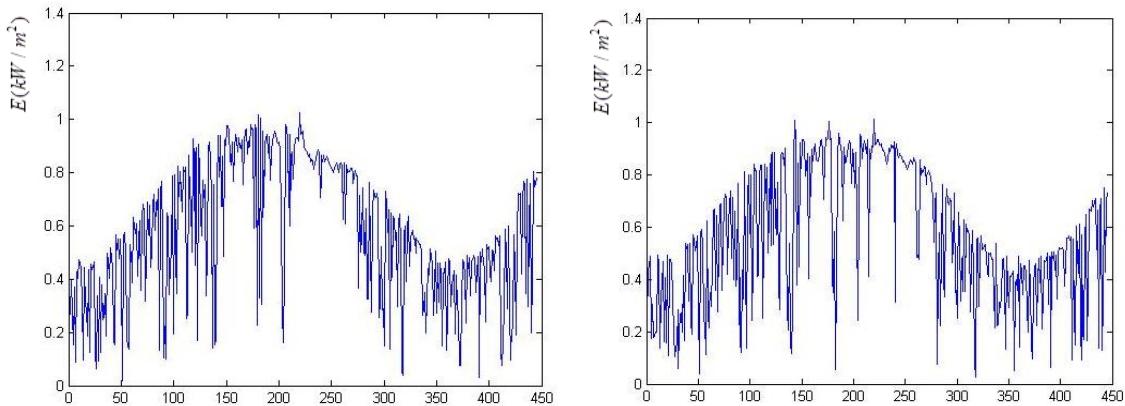
**Πίνακας 4.6** Τελικά αποτελέσματα για όλες τις ώρες

Με βάση τα παραπάνω μπορεί να προκύψει μια πλήρης πρόβλεψη για την επόμενη μέρα η οποία φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



**Εικόνα 4.15** Πρόβλεψη ηλιακής ακτινοβολίας για την 446<sup>η</sup> μέρα

Τα σφάλματα που προκύπτουν είναι γενικώς πολύ μικρά και η πρόβλεψη είναι αρκετά ακριβής με εξαίρεση τις ώρες 14-16 όπου το σφάλμα είναι μεγαλύτερο και το Regression μικρότερο. Αυτό συμβαίνει γιατί για αυτές τις ώρες η ακτινοβολία παρουσιάζει πολύ μεγάλες διακυμάνσεις οι οποίες είναι στοχαστικές και δύσκολά μπορούν να προβλεφθούν.

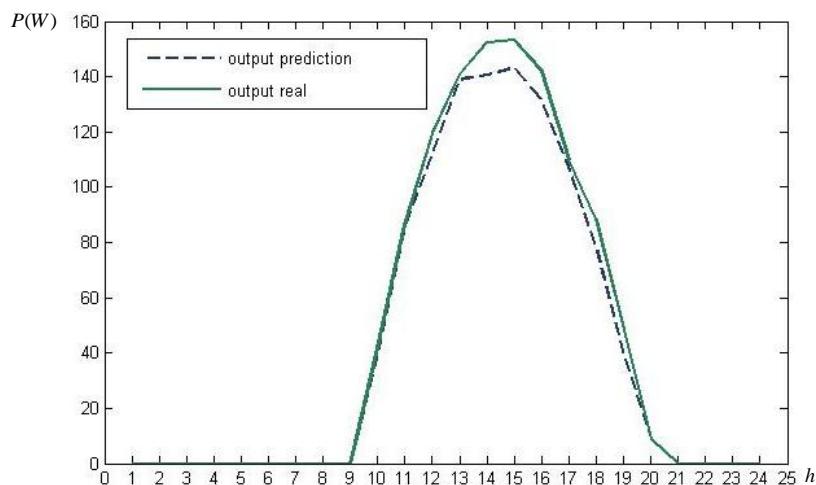


**Εικόνα 4.16** Διακύμανση της ηλιακής ακτινοβολίας κατά τις μεσημεριανές ώρες

Τα σφάλματα που παρατηρούνται στα παραπάνω διαγράμματα θα μπορούσαν να περιοριστούν αν χρησιμοποιηθεί μεγαλύτερο δείγμα, δηλαδή αντί 446 μέρες να χρησιμοποιηθούν δεδομένα περισσότερων ημερών. Επιπλέον θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν εκτός από τη θερμοκρασία και την πίεση και άλλες παράμετροι, όπως η ταχύτητα του ανέμου και άλλες.

#### 4.7 Πρόβλεψη εξόδου ΦΒ πλαισίου:

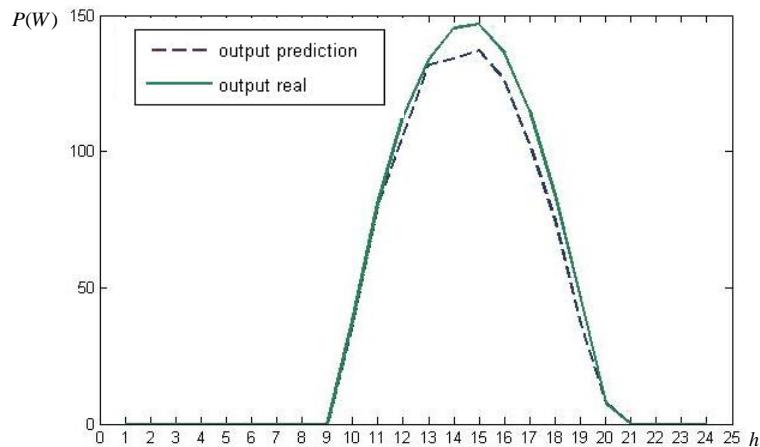
Η 24-ωρη πρόβλεψη που προέκυψε από το νευρωνικό δίκτυο χρησιμοποιήθηκε στη συνέχεια για να προκύψει η πρόβλεψη της εξόδου ενός φωτοβολταϊκού πλαισίου. Με τη βοήθεια της βάσης επιλέχθηκε το φωτοβολταϊκό Photomatt PW1000 100W/12V το οποίο υπό τυποποιημένες συνθήκες, δηλαδή θερμοκρασία  $25^{\circ}\text{C}$ , ακτινοβολία 1000 W/m<sup>2</sup>, βγάζει 200W. Ως είσοδοι του μοντέλου θεωρήθηκαν οι προβλέψεις της ακτινοβολίας, ενώ οι τιμές της θερμοκρασίας και της ταχύτητας ανέμου αντιστοιχούν στις πραγματικές τιμές της μέρας στην οποία αναφέρεται η πρόβλεψη και προέρχονται από τους αισθητήρες του Πολυτεχνείου. Τελικά προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα:



**Εικόνα 4.17** 24-ωρη πρόβλεψη εξόδου φωτοβολταϊκού πλαισίου

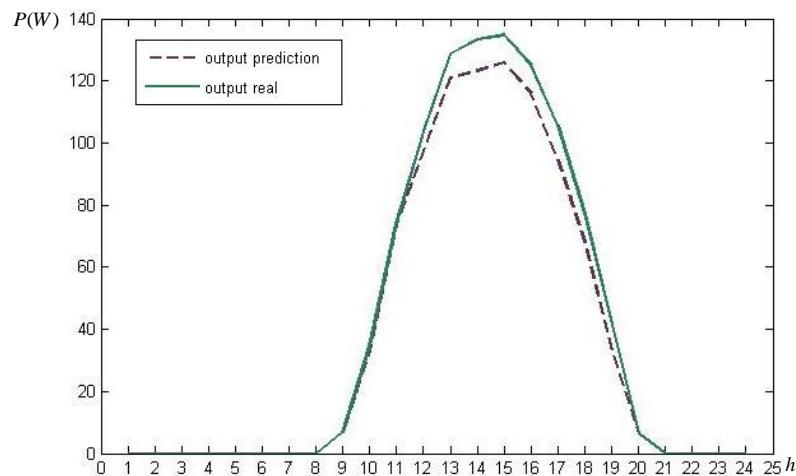
Επειδή όμως όταν κάνουμε πρόβλεψη για κάποια ώρα της επόμενης μέρας ουσιαστικά δεν γνωρίζουμε τις πραγματικές τιμές της θερμοκρασίας και της ταχύτητας του ανέμου, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε προβλέψεις οι οποίες όμως δεν είναι πάντα διαθέσιμες. Για το λόγο αυτό κρίνεται σκόπιμο να δούμε κατα πόσο οι ακραίες αλλαγες στη θερμοκρασία και την ταχύτητα του ανέμου επηρεάζουν την πρόβλεψη της εξόδου του ΦΒ πλαισίου. Η τιμή της ακτινοβολίας προέρχεται πάντα από το νευρωνικό δίκτυο.

Αρχικά θεωρήσαμε τυποποιημένες συνθήκες, δηλαδή θερμοκρασία  $25^{\circ}\text{C}$  και ταχύτητα ανέμου  $10\text{ m/s}$ . Η πρόβλεψη που προέκυψε φαίνεται στην Εικόνα 4.18.

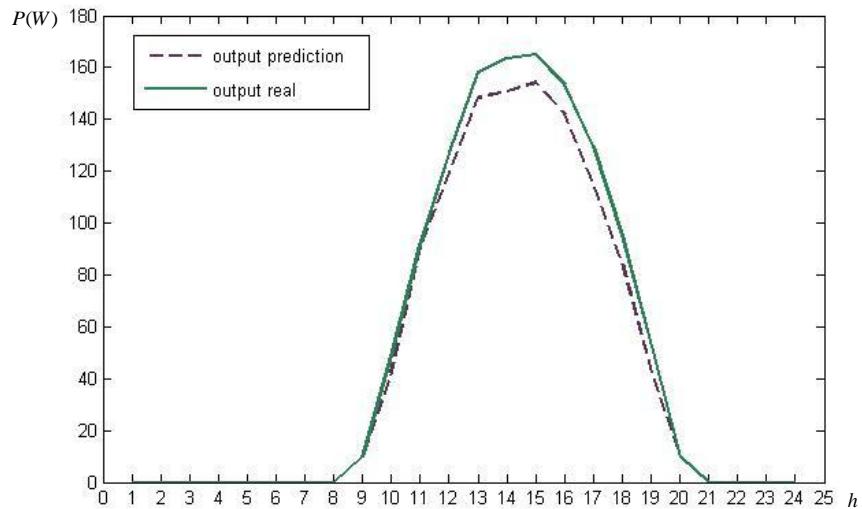


**Εικόνα 4.18** Πρόβλεψη εξόδου ΦΒ πλαισίου για τυποποιημένες συνθήκες

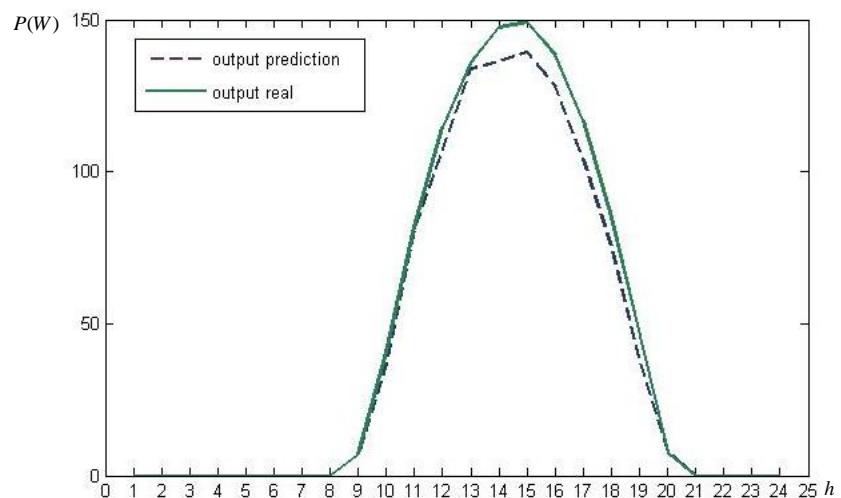
Στη συνέχεια θεωρήσαμε συνθήκες πολύ υψηλής θερμοκρασίας  $T_a=40^{\circ}\text{C}$  και μέτριου ανέμου  $WS=10\text{m/s}$  (Εικόνα 4.19), χαμηλής θερμοκρασίας  $T_a=2^{\circ}\text{C}$  και μέτριου ανέμου  $WS=10\text{m/s}$  (Εικόνα 4.20), μέτριας θερμοκρασίας  $T_a=25^{\circ}\text{C}$  και δυνατού ανέμου  $WS=15\text{m/s}$  (Εικόνα 4.21) και τέλος μέτριας θερμοκρασίας  $T_a=25^{\circ}\text{C}$  και ασθενούς ανέμου  $WS=5\text{m/s}$  (Εικόνα 4.22)



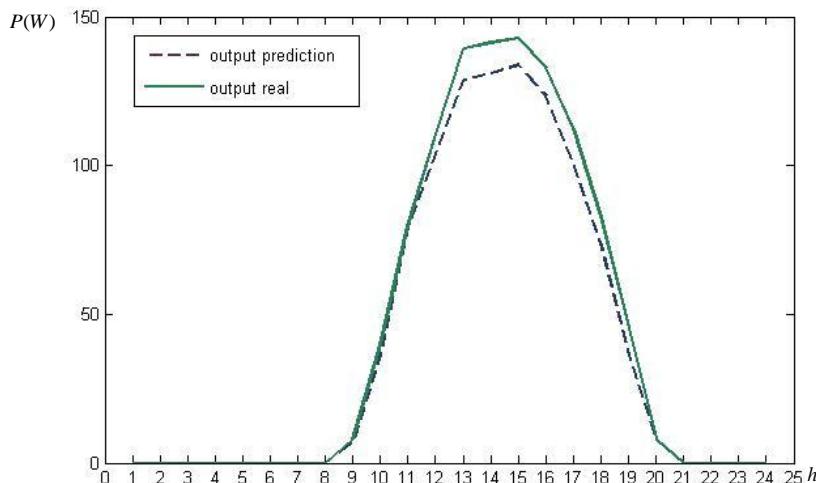
**Εικόνα 4.19** Πρόβλεψη εξόδου ΦΒ πλαισίου για θερμοκρασία  $40^{\circ}\text{C}$



**Εικόνα 4.20** Πρόβλεψη εξόδου ΦΒ πλαισίου για θερμοκρασία  $2^{\circ}\text{C}$



**Εικόνα 4.21** Πρόβλεψη εξόδου ΦΒ πλαισίου για ταχύτητα ανέμου  $WS=15\text{m/s}$



**Εικόνα 4.22** Πρόβλεψη εξόδου ΦΒ πλαισίου για ταχύτητα ανέμου WS=5m/s

Παρατηρούμε ότι γενικά η πρόβλεψη είναι μικρότερη από την πραγματική έξοδο, πράγμα το οποίο είναι ιδιαίτερα σημαντικό γιατί δεν είναι πιθανό να οδηγήσει έναν παραγωγό σε υπερεκτίμηση της εξόδου του ΦΒ πάρκου ενώ παράλληλα μπορεί να έχει μια ακριβή εικόνα της παραγωγής που θα έχει την επόμενη μέρα. Η απόκλιση αυτή οφείλεται στο σφάλμα που υπάρχει στην πρόβλεψη της ακτινοβολίας που προκύπτει από το νευρωνικά δίκτυο. Επιπλέον από τις Εικόνες 4.17, 4.18, 4.19 και 4.20 η αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί μια μικρή μείωση στην έξοδο του ΦΒ πανέλου, ενώ από αντίστοιχα από τις Εικόνες 4.18, 4.20 και 4.21 φαίνεται ότι η ταχύτητα του ανέμου επηρεάζει σε μικρότερο βαθμό την έξοδο του μοντέλου. Επομένως αν το μοντέλο αυτό συνδυαστεί με ένα μετεωρολογικό μοντέλο για πρόβλεψη της θερμοκρασίας και τα αποτελέσματα θα είναι πολύ πιο αξιόπιστα και αντικειμενικά. Γενικά ένα μοντέλο σαν κι αυτό μπορεί να συντελέσει στην βέλτιστη εκμετάλλευση της ισχύος που μπορεί να παράγει ένα πάρκο και άρα σε όλο και καλύτερη και αξιόπιστη διείσδυση των ΑΠΕ στο δίκτυο.

Κάθε παραγωγός θα μπορεί να εισαγεί τις διαστάσεις του πάρκου του στο μοντέλο ( $M_s$ ,  $M_p$ ) και εν συνεχεία χρησιμοποιώντας την πρόβλεψη της ηλιακής ακτινοβολίας θα έχει μια πρόβλεψη της ωριαίας εξόδου του φωτοβολταϊκού πάρκου για την επόμενη μέρα και άρα τη δυνατότητα να πετύχει τη βέλτιστη ενεργειακή εκμετάλλευση του φωτοβολταϊκού πάρκου.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Το μοντέλο που παρουσιάστηκε σε αυτή τη διπλωματική εργασία μπορεί με τη βοήθεια τεχνητών νευρωνικών δικτύων να δώσει μια αξιόπιστη 24ωρη πρόβλεψη της ηλιακής ακτινοβολίας. Εν συνεχεία η έξοδος του νευρωνικού δικτύου μπορεί να ενσωματωθεί στο μοντέλο του φωτοβολταϊκού πλαισίου το οποίο έτσι θα μας δώσει μια 24ωρη πρόβλεψη της εξόδου του φωτοβολταϊκού πλαισίου αλλά αν επιθυμούμε και ολόκληρου του φωτοβολταϊκού πάρκου.

Τα σφάλματα που παρατηρήθηκαν είναι μικρά και κυμαίνονται από 4-12%. Τα μεγαλύτερα σφάλματα παρατηρήθηκαν κατα τις μεσημεριανές ώρες οι οποίες παρουσιάζουν πολύ μεγάλη και αρκετα στοχαστική διακύμανση στις τιμές της έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας. Στην έξοδο του φωτοβολταϊκού δεν συμπεριλαμβάνεται το σφάλμα που οφείλεται στην διασύνδεση των πλαισίων μεταξύ τους καθώς και την διασύνδεση του φωτοβολταϊκού πάρκου με το σύστημα.

Στην παρούσα φάση όπου τα φωτοβολταϊκά πάρκα συνδέονται στο σύστημα κατα προτεραιότητα ένα τέτοιο μοντέλο θα διευκόλυνε κυρίως τον διαχειριστή του συστήματος ο οποίος θα μπορεί να κάνει καλύτερο προγραμματισμό των μονάδων και καλύτερη ρύθμιση. Στο μέλλον όμως όταν αυξηθεί η δυείσδυση των ΑΠΕ και οι παραγωγοί ΑΠΕ θα μπούν στο απελευθερωμένο δίκτυο αγοράς το μοντέλο αυτό θα δίνει στον παραγωγό την δυνατότητα να προβλέπει την παραγωγή της επόμενης μέρας και να κάνει την αντίστοιχη προσφορά ενέργειας.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Tomas Markvart, Solar Electricity, John Wiley & Sons, 2000
- [2] Κ. Θ. Δέρβος, Εισαγωγή στα ημιαγωγά υλικά και φωτοβολταϊκές διατάξεις, 2007
- [3] <http://www.selasenergy.gr/fundamentals.php>
- [4] [http://eoearth.org/image/Table\\_1.JPG](http://eoearth.org/image/Table_1.JPG)
- [5] <http://en.wikipedia.org/wiki/Airmass>
- [6] Constantine T. Dervos , Panayotis D. Skafidas , John A. Mergos and Panayota Vassiliou, p-n Junction Photocurrent Modelling Evaluation under Optical and electrical Excitation, *Sensors* 2004, 5, 58-70.
- [7] Γεώργιος Δ. Γαλουζής, Ιωάννης Λ. Καρναβάς Οικονομοτεχνική μελέτη εξυπηρέτησης φορτίου μικρής αυτόνομης κατοικίας με χρήση Α/Γ και Φ/Β διατάξεων, Ηράκλειο 2009
- [8] Δ. Κουτσούρης, Σ. Παυλόπουλος, Α. Πρέτζα, Εισαγωγή στη βιοιατρική τεχνολογία και ανάλυση ιατρικών σημάτων, Εκδόσεις Τζιόλα 2003
- [9] Κωνσταντίνος Διαμαντάρας, Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα, Κλειδάριθμος
- [10] Simon Haykin, Feedforward Neural Networks: An Introduction, 2004
- [11] Σπύρος Γ. Τζαφέστας “Υπολογιστική Νοημοσύνη” Τόμος Α:Μεθοδολογίες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
- [12] Simon Haykin, Neural Networks a Comprehensive Foundation, second edition, Prentice Hall, 1999
- [13] Howard Demuth, Mark Beale, Martin Hagan, MATLAB Documentation, Neural Network Toolbox 6, User's Guide, the Mathworks
- [14] Εμμανουηλ Βουμβουλάκης, Χατζηαργυρίου Νικόλαος, Βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη φορτίου με χρήση νευρωνικών δικτύων και ασαφούς λογικής, Ιούλιος 2003
- [15] D. L. King, W. E. Boyson, J. A. Kratochvil, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico 87185-0752, Photovoltaic Array Performance Model, SAND2004-3535, Unlimited Release, Printed August 2004
- [16] Maui Solar Energy Software Corporation, Solar Design Studio Ver. 5.0: PV-DesignPro and IVTracer, <http://www.mauisolarsoftware.com>

[17] Μιχ. Π Παπαδόπουλος, Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές, Αθήνα 1997

[18] Γεώργιος Θεοδωράτος, Νικόλαος Χατζηαργυρίου, Ανάπτυξη μοντέλων πρόβλεψης παραγωγής αιολικής ισχύος με χρήση νευρωνικών δικτύων και τεχνικών ασαφούς λογικής, 2010

## ΠΑΡΑΠΤΗΜΑ

20							
mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,006454	0,0133011	0,007312	0,007609	0,926401	0,859149	0,90164	0,912599
0,004863	0,0091113	0,015101	0,007036	0,942744	0,893757	0,799753	0,913948
0,006375	0,0068986	0,009345	0,006899	0,926138	0,919517	0,874853	0,917452
0,006008	0,0084991	0,011885	0,007263	0,93082	0,896673	0,836771	0,91159
0,00667	0,0085765	0,008686	0,007258	0,918266	0,910302	0,886158	0,912255
0,006012	0,0115473	0,011545	0,007673	0,931249	0,852884	0,851456	0,907526
0,009987	0,0103889	0,012588	0,010437	0,901951	0,886107	0,873485	0,895304
0,006077	0,010194	0,008529	0,007062	0,922211	0,881894	0,902693	0,913236
0,005994	0,0109938	0,006203	0,006775	0,931025	0,839199	0,924059	0,916206
0,006006	0,0080981	0,00956	0,006853	0,925352	0,909056	0,876321	0,915553
0,006694	0,0074735	0,011709	0,007564	0,917798	0,903729	0,87153	0,908748
0,005829	0,0093678	0,01333	0,007485	0,935562	0,864993	0,812185	0,90647
0,004914	0,0071708	0,015362	0,00682	0,938364	0,921027	0,833005	0,91996
0,005732	0,0069843	0,015286	0,007353	0,926694	0,913288	0,828818	0,910002
0,0064	0,0074998	0,00764	0,006751	0,924645	0,898076	0,905319	0,917761
0,005687	0,0133621	0,018663	0,008785	0,931731	0,84811	0,775125	0,895697
0,00561	0,0116376	0,00709	0,006736	0,935253	0,862718	0,898214	0,918817
0,006722	0,0099582	0,011967	0,007995	0,925114	0,874962	0,848576	0,90611
0,006631	0,0064617	0,011284	0,007304	0,916648	0,922639	0,86752	0,910177
0,0053	0,0113096	0,010072	0,006917	0,936254	0,873696	0,87377	0,917497
0,006137	0,0122165	0,006763	0,007143	0,926703	0,852478	0,906247	0,912501
0,004135	0,0112802	0,011998	0,006386	0,950975	0,875192	0,860594	0,926051
0,007095	0,0088207	0,007664	0,007439	0,918276	0,879107	0,909317	0,911056
0,005716	0,0117907	0,011291	0,007463	0,931032	0,852895	0,854689	0,90786
0,007698	0,0078253	0,011297	0,008257	0,918807	0,895684	0,873146	0,908489
0,005971	0,008489	0,010085	0,006966	0,927788	0,903285	0,869335	0,915345
0,004036	0,0147896	0,011555	0,006777	0,951644	0,832912	0,856594	0,919577
0,006564	0,0108122	0,004435	0,006882	0,918326	0,865909	0,949427	0,915128
0,005936	0,00908	0,010606	0,007108	0,929385	0,874129	0,883348	0,914191
0,003668	0,0159818	0,017047	0,007522	0,958572	0,794635	0,799059	0,910054
0,007456	0,0113308	0,007272	0,00801	0,904598	0,853165	0,916198	0,898623
0,009433	0,0127582	0,008683	0,009819	0,878419	0,843281	0,904675	0,877087
0,004274	0,0101202	0,012494	0,006384	0,947811	0,884697	0,847008	0,923223
0,006808	0,0072369	0,010434	0,007416	0,916807	0,918742	0,856387	0,908034
0,005781	0,0137382	0,012766	0,008022	0,93614	0,823884	0,812258	0,900719
0,006935	0,0089264	0,008254	0,007432	0,915605	0,895968	0,87967	0,907269
0,005894	0,0156294	0,015717	0,008828	0,933402	0,8062	0,801379	0,894518
0,008267	0,0048511	0,01005	0,008022	0,905295	0,944508	0,868052	0,905591
0,004816	0,0157846	0,009909	0,007225	0,937806	0,839763	0,868833	0,912753
0,005223	0,0154481	0,013576	0,00801	0,936959	0,821826	0,830945	0,903787
0,005621	0,0079947	0,01466	0,007333	0,928836	0,907735	0,81909	0,909209
0,005666	0,0078132	0,009374	0,006544	0,930973	0,897946	0,898229	0,921107
0,004694	0,0090303	0,012728	0,00655	0,939632	0,907143	0,848344	0,921066
0,003786	0,0077131	0,016424	0,006271	0,954348	0,898969	0,819155	0,925762
0,006147	0,0096744	0,012725	0,007663	0,934197	0,874912	0,828686	0,909478
0,00802	0,0079309	0,007852	0,007981	0,902953	0,893589	0,901348	0,901307

0,005215	0,0106895	0,011842	0,00703	0,939873	0,851281	0,854396	0,913762
0,005359	0,0091042	0,009566	0,006552	0,933412	0,892302	0,884067	0,919844
0,006379	0,0060174	0,008813	0,00669	0,923064	0,926715	0,883805	0,917723
0,004841	0,0137825	0,015184	0,007733	0,944676	0,830062	0,828166	0,910007
0,007165	0,0066767	0,008104	0,007233	0,911766	0,929698	0,881722	0,909949
0,00649	0,0079297	0,011586	0,007471	0,933019	0,904725	0,839988	0,91482
0,006249	0,008552	0,007862	0,006837	0,925914	0,901587	0,896777	0,917894
0,004218	0,0097085	0,012253	0,006247	0,951453	0,870133	0,847613	0,923679
0,005794	0,0099672	0,011357	0,007255	0,935129	0,881437	0,842709	0,913212
0,006545	0,0107762	0,011742	0,007959	0,917917	0,870054	0,853666	0,9011
0,006208	0,0083426	0,008628	0,006891	0,922651	0,898184	0,900485	0,915656
0,00877	0,0105826	0,007413	0,008838	0,887377	0,875191	0,912161	0,889267
0,005389	0,0112723	0,01188	0,007245	0,936134	0,86241	0,853067	0,912615
0,004888	0,0109689	0,008859	0,006396	0,934237	0,861807	0,915813	0,920609
0,005534	0,0138589	0,007837	0,007128	0,933001	0,814719	0,90737	0,911414
0,00576	0,0136335	0,007628	0,007221	0,933907	0,832901	0,898636	0,913465
0,00513	0,0127105	0,008321	0,006745	0,936082	0,862237	0,883704	0,917148
0,008923	0,009086	0,009903	0,009094	0,891335	0,882109	0,874478	0,887423
0,004257	0,0125838	0,010046	0,006374	0,94709	0,863295	0,87801	0,924159
0,006572	0,0101163	0,010006	0,007619	0,921002	0,889815	0,880025	0,910177
0,006678	0,0069796	0,006618	0,006714	0,922874	0,913569	0,909715	0,919505
0,005951	0,0097868	0,007981	0,006831	0,926394	0,89911	0,886477	0,916314
0,006869	0,0089012	0,007336	0,007244	0,916765	0,885899	0,907316	0,910718
0,00672	0,0126008	0,011974	0,00839	0,928718	0,840572	0,884209	0,90882
0,006436	0,0103264	0,006821	0,007077	0,923069	0,866242	0,928747	0,915397
0,005713	0,0099181	0,01314	0,007458	0,932881	0,867769	0,834712	0,908389
0,005818	0,0134378	0,010044	0,007595	0,938849	0,834172	0,878638	0,914116
0,007202	0,0065047	0,008151	0,00724	0,915833	0,927753	0,892505	0,914122
0,006938	0,0114871	0,012788	0,008498	0,922437	0,857618	0,847085	0,901411
0,009416	0,0133524	0,01143	0,010308	0,877565	0,842136	0,857939	0,869306
0,005651	0,0093191	0,009375	0,00676	0,934177	0,891591	0,864448	0,91733
0,005596	0,0071906	0,011635	0,006741	0,926134	0,925304	0,871125	0,917758
0,00873	0,0110913	0,011312	0,009472	0,904911	0,890437	0,867024	0,897057
0,005584	0,014003	0,009105	0,007375	0,928405	0,842995	0,896255	0,910771
0,006208	0,0097388	0,009334	0,007206	0,924357	0,871419	0,890523	0,911341
0,005792	0,0090591	0,008949	0,006756	0,932609	0,874877	0,883275	0,916549
0,00919	0,0065807	0,013176	0,009396	0,914027	0,919967	0,844573	0,9045
0,007096	0,0081545	0,014782	0,008408	0,916941	0,911261	0,823158	0,902022
0,005197	0,0151501	0,009725	0,007369	0,941127	0,805918	0,876	0,911077
0,005938	0,0100654	0,009051	0,007024	0,929244	0,878696	0,889858	0,915754
0,0079	0,01818	0,023422	0,01177	0,916991	0,798731	0,657128	0,860273
0,004134	0,0064728	0,015341	0,006166	0,94986	0,921387	0,807399	0,92422
0,002858	0,0134874	0,017246	0,006611	0,965627	0,831263	0,805289	0,921422
0,005799	0,0093757	0,012756	0,007379	0,926868	0,884933	0,849583	0,908985
0,004811	0,0132226	0,00854	0,006632	0,942444	0,843039	0,890013	0,919669
0,006115	0,007132	0,008111	0,006567	0,923991	0,915009	0,903456	0,919564
0,006721	0,006856	0,012324	0,007582	0,913829	0,918162	0,85703	0,905959
0,00511	0,0129985	0,012079	0,007338	0,939745	0,804281	0,859228	0,907348
0,00358	0,0145261	0,011731	0,006444	0,957012	0,826574	0,856669	0,922395
0,005977	0,0115905	0,007388	0,007031	0,929255	0,866916	0,906647	0,916513
0,00426	0,0108409	0,010303	0,006154	0,946676	0,878504	0,87837	0,926204
0,004639	0,0092243	0,010397	0,006191	0,945068	0,8823	0,867918	0,92408

0,007748	0,0094345	0,009464	0,008258	0,895011	0,900936	0,897904	0,896334
0,005546	0,005997	0,012861	0,006711	0,932702	0,917041	0,855964	0,918842
<b>0,006073</b>	<b>0,0102525</b>	<b>0,010823</b>	<b>0,007413</b>	<b>0,927809</b>	<b>0,876074</b>	<b>0,866461</b>	<b>0,910847</b>

21

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,009343	0,006624	0,012036	0,009339	0,893203	0,913293	0,830798	0,886856
0,007593	0,007714	0,010998	0,008122	0,910117	0,898257	0,872782	0,902738
0,006138	0,012192	0,008413	0,007387	0,925621	0,866381	0,865723	0,90775
0,007301	0,005685	0,009136	0,007334	0,908	0,925569	0,895686	0,908788
0,006254	0,006799	0,008784	0,006715	0,924584	0,916177	0,889151	0,918008
0,005001	0,0104	0,007171	0,006136	0,938987	0,866765	0,91649	0,924779
0,006919	0,007793	0,009172	0,007388	0,912355	0,917623	0,877026	0,907846
0,005495	0,010331	0,00694	0,006437	0,93115	0,888492	0,913489	0,922102
0,005452	0,009152	0,01045	0,006757	0,928614	0,901503	0,876029	0,91666
0,008403	0,010512	0,00908	0,008821	0,894784	0,88449	0,913768	0,896088
0,005799	0,011321	0,010598	0,007348	0,92952	0,863199	0,865693	0,909998
0,007056	0,011257	0,009	0,007978	0,920166	0,844105	0,894257	0,90487
0,00898	0,00636	0,009443	0,008656	0,898507	0,925026	0,891335	0,901409
0,005211	0,008808	0,009346	0,00637	0,937077	0,894998	0,88235	0,922556
0,006476	0,007143	0,00915	0,006977	0,922604	0,915225	0,875465	0,914427
0,006424	0,008937	0,01028	0,007379	0,917611	0,915421	0,876201	0,911071
0,008578	0,009255	0,008561	0,008677	0,892787	0,880907	0,916494	0,894561
0,004358	0,010415	0,012884	0,006546	0,950098	0,881308	0,822387	0,920623
0,006294	0,007295	0,009803	0,006971	0,927744	0,909207	0,871904	0,916587
0,006578	0,01012	0,014599	0,008312	0,922904	0,872154	0,822532	0,900236
0,006262	0,010387	0,00696	0,006985	0,921723	0,868662	0,919946	0,913497
0,005955	0,007031	0,011737	0,006983	0,927876	0,91748	0,856722	0,915644
0,005888	0,013413	0,012926	0,008072	0,944045	0,84291	0,83837	0,913024
0,006008	0,010727	0,006557	0,006798	0,922495	0,881884	0,922649	0,916426
0,00536	0,007038	0,010717	0,006415	0,933873	0,908315	0,88355	0,922491
0,006818	0,008705	0,010718	0,007686	0,918881	0,917866	0,819304	0,903792
0,006613	0,009055	0,00878	0,007304	0,921834	0,866703	0,892897	0,909224
0,006297	0,011819	0,010416	0,007743	0,928845	0,854708	0,871421	0,909111
0,00732	0,006036	0,009287	0,007422	0,915079	0,91252	0,888004	0,910634
0,007246	0,006426	0,006316	0,006983	0,913715	0,922273	0,91574	0,915303
0,005196	0,008455	0,010608	0,006497	0,937542	0,900217	0,859991	0,920311
0,007368	0,010436	0,01629	0,009167	0,91546	0,88523	0,792876	0,892538
0,00657	0,011072	0,019916	0,009247	0,924067	0,87619	0,737963	0,88897
0,005927	0,009546	0,008394	0,00684	0,925422	0,883232	0,90635	0,916233
0,006053	0,008003	0,009807	0,006909	0,91925	0,916938	0,882771	0,913432
0,006593	0,01042	0,009142	0,007549	0,915483	0,867145	0,898227	0,905644
0,005407	0,004896	0,012539	0,0064	0,935492	0,932914	0,853692	0,922835
0,005529	0,011519	0,012929	0,007538	0,932669	0,82771	0,857861	0,905704
0,005362	0,008105	0,010034	0,006474	0,937416	0,892265	0,873823	0,921104
0,006769	0,009634	0,007127	0,007253	0,9219	0,888463	0,910918	0,915237
0,007198	0,009921	0,00691	0,007563	0,919724	0,886672	0,898665	0,911607
0,004717	0,007895	0,014878	0,006718	0,945367	0,907804	0,792291	0,916771
0,00573	0,007616	0,012179	0,00698	0,931915	0,908496	0,852759	0,916529
0,006404	0,009078	0,010144	0,007366	0,921542	0,890026	0,876747	0,910095
0,004696	0,0116	0,008274	0,006269	0,941885	0,874787	0,901469	0,925758

0,005084	0,012443	0,015424	0,007739	0,941627	0,827833	0,800161	0,903338
0,005683	0,006991	0,008749	0,006339	0,925076	0,923326	0,899962	0,921046
0,006254	0,006522	0,009292	0,00675	0,925253	0,919051	0,885367	0,91834
0,009649	0,011618	0,01516	0,010771	0,888213	0,859696	0,822334	0,874053
0,003969	0,014908	0,008046	0,006222	0,951663	0,817605	0,900952	0,923948
0,006166	0,010106	0,00972	0,00729	0,930147	0,854191	0,890917	0,912869
0,005449	0,006557	0,011448	0,006515	0,9352	0,921898	0,845628	0,919769
0,00595	0,012096	0,007279	0,007071	0,929594	0,834865	0,912758	0,912859
0,005016	0,007327	0,009433	0,006025	0,938444	0,912411	0,884025	0,926376
0,00446	0,015067	0,008346	0,006634	0,947266	0,7763	0,903872	0,915112
0,006396	0,009936	0,008165	0,007192	0,926113	0,866659	0,899433	0,913193
0,005453	0,008266	0,009868	0,006537	0,928218	0,90294	0,896154	0,919617
0,005588	0,007559	0,009464	0,006465	0,928722	0,909621	0,892548	0,920431
0,003712	0,015205	0,012401	0,006739	0,956595	0,818458	0,826382	0,916342
0,012996	0,012074	0,015398	0,013218	0,846072	0,848099	0,829683	0,843918
0,006871	0,010421	0,010881	0,008005	0,917471	0,879667	0,859829	0,903154
0,006449	0,010113	0,00698	0,007078	0,923173	0,879863	0,918493	0,915974
0,006846	0,007014	0,014537	0,008025	0,9178	0,912229	0,828917	0,903632
0,005722	0,009866	0,007911	0,006672	0,928492	0,882409	0,908716	0,918613
0,004886	0,013145	0,008177	0,006619	0,942132	0,830355	0,897329	0,918645
0,005662	0,009752	0,007833	0,006601	0,933873	0,879861	0,901022	0,920844
0,007228	0,010936	0,008214	0,007932	0,917346	0,875684	0,902234	0,90883
0,004669	0,01321	0,009296	0,006644	0,946003	0,827783	0,87235	0,917222
0,007052	0,005866	0,009938	0,007307	0,919194	0,929485	0,882349	0,915211
0,005383	0,011869	0,011888	0,007331	0,937263	0,858157	0,844539	0,911488
0,005597	0,009638	0,008598	0,006653	0,934367	0,883963	0,88224	0,918987
0,005731	0,014325	0,006614	0,007152	0,93361	0,796963	0,920035	0,911077
0,00716	0,009228	0,011251	0,008084	0,91499	0,893679	0,880683	0,906648
0,004846	0,007192	0,015994	0,00687	0,938223	0,929221	0,767117	0,911206
0,006241	0,010985	0,006478	0,006988	0,926247	0,860999	0,921618	0,915766
0,005805	0,008405	0,008522	0,006603	0,930348	0,894505	0,884923	0,918158
0,005889	0,011203	0,00741	0,006914	0,933098	0,862598	0,889089	0,915922
0,004807	0,013397	0,013293	0,007369	0,938671	0,825329	0,862793	0,910288
0,005484	0,009368	0,011008	0,006896	0,934438	0,883009	0,869216	0,916941
0,006598	0,014003	0,016932	0,009259	0,921526	0,827773	0,789743	0,887696
0,006301	0,007385	0,010038	0,007024	0,921051	0,910495	0,890509	0,914886
0,006042	0,010423	0,006408	0,006754	0,928508	0,876014	0,923599	0,919898
0,008905	0,015583	0,010506	0,010147	0,910013	0,808488	0,888503	0,891558
0,005592	0,011466	0,013794	0,007703	0,935806	0,857373	0,825417	0,907483
0,005743	0,007744	0,011724	0,00694	0,931831	0,908637	0,852937	0,916518
0,006971	0,007177	0,007381	0,007063	0,917625	0,907949	0,906095	0,914444
0,005032	0,006062	0,01434	0,006583	0,941378	0,926345	0,787734	0,916076
0,008219	0,010514	0,010136	0,008851	0,900445	0,878586	0,861006	0,891251
0,004418	0,010444	0,011998	0,006459	0,945151	0,854852	0,872716	0,920741
0,007436	0,00828	0,009392	0,007856	0,912324	0,900079	0,899093	0,908502
0,004501	0,010898	0,011843	0,006562	0,943737	0,858407	0,875656	0,920725
0,00695	0,010319	0,009361	0,007817	0,918965	0,877217	0,878482	0,90663
0,005678	0,010947	0,018019	0,008319	0,930148	0,855968	0,796779	0,899016
0,004922	0,008993	0,011379	0,006502	0,94149	0,895741	0,855889	0,921788
0,004856	0,007302	0,012886	0,006428	0,940204	0,906389	0,848632	0,921396
0,006334	0,006315	0,01678	0,007898	0,921506	0,931603	0,803272	0,905285
0,005226	0,00941	0,008019	0,006273	0,940475	0,878534	0,886914	0,92315

0,006532	0,01065	0,008567	0,007455	0,923672	0,881481	0,887723	0,911951
0,007285	0,010295	0,008522	0,007922	0,908305	0,882748	0,890176	0,901752
0,007232	0,007485	0,007174	0,007261	0,915727	0,903476	0,904651	0,912228
<b>0,006219</b>	<b>0,009612</b>	<b>0,010376</b>	<b>0,007351</b>	<b>0,925748</b>	<b>0,882184</b>	<b>0,871838</b>	<b>0,911127</b>

22							
mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,00634	0,006496	0,009935	0,006902	0,923724	0,911598	0,882079	0,915659
0,005852	0,010323	0,007571	0,00678	0,930218	0,872401	0,898621	0,916806
0,006273	0,007442	0,013349	0,00751	0,927337	0,919783	0,826927	0,911143
0,006547	0,008954	0,008496	0,007201	0,921507	0,889858	0,888208	0,911765
0,006471	0,007601	0,010723	0,007278	0,922722	0,908773	0,852027	0,910026
0,005309	0,011474	0,010642	0,007034	0,936034	0,864836	0,863048	0,914406
0,005139	0,007026	0,009866	0,006131	0,940046	0,910788	0,874481	0,925823
0,007348	0,008804	0,011141	0,008136	0,917524	0,897681	0,854676	0,905121
0,006666	0,007398	0,01062	0,007369	0,920651	0,918836	0,865014	0,912033
0,005588	0,008786	0,012314	0,007077	0,936067	0,892382	0,830193	0,913633
0,005287	0,008238	0,010592	0,006525	0,935948	0,899319	0,862979	0,919508
0,006598	0,008925	0,011165	0,007632	0,921086	0,887555	0,855114	0,906161
0,005396	0,008061	0,011634	0,006732	0,931342	0,911866	0,874347	0,919871
0,007182	0,006756	0,008597	0,00733	0,908748	0,92251	0,912478	0,911372
0,008032	0,011719	0,011389	0,009088	0,910858	0,885335	0,870504	0,900977
0,005038	0,00914	0,012186	0,006725	0,937839	0,894503	0,84631	0,917609
0,006106	0,007798	0,010194	0,006973	0,923296	0,918788	0,871138	0,914796
0,006807	0,010044	0,009558	0,007705	0,92283	0,893265	0,895548	0,914303
0,005592	0,010164	0,007496	0,006563	0,933102	0,85794	0,915241	0,919148
0,005262	0,008248	0,011241	0,006607	0,936737	0,899176	0,863941	0,920183
0,007443	0,005371	0,0067	0,007021	0,90753	0,939384	0,911694	0,912932
0,004775	0,011733	0,013789	0,00717	0,939376	0,858086	0,8524	0,914136
0,005619	0,013314	0,010346	0,007482	0,937999	0,857915	0,871954	0,916079
0,005918	0,008469	0,011241	0,007099	0,927032	0,902954	0,852465	0,912235
0,006214	0,009009	0,010669	0,007302	0,925042	0,897969	0,842065	0,908534
0,005755	0,010801	0,008734	0,006959	0,930132	0,859609	0,89751	0,914661
0,008159	0,013812	0,010263	0,009323	0,910466	0,82999	0,895408	0,896136
0,005763	0,012225	0,012038	0,007673	0,930162	0,857121	0,848605	0,906972
0,005939	0,011947	0,008192	0,007179	0,935402	0,82866	0,894934	0,913321
0,003979	0,009093	0,01529	0,006443	0,950122	0,88823	0,841144	0,924491
0,005744	0,011546	0,008523	0,007031	0,929819	0,864776	0,892513	0,914467
0,005995	0,012584	0,010492	0,007658	0,921664	0,870698	0,863385	0,905277
0,005142	0,010241	0,012774	0,007052	0,936486	0,888101	0,83233	0,913605
0,006325	0,008954	0,009166	0,007146	0,920043	0,892084	0,885673	0,910694
0,005864	0,01214	0,008171	0,007151	0,930508	0,854686	0,890177	0,913085
0,007454	0,005427	0,011234	0,007717	0,909576	0,942105	0,844974	0,904765
0,004874	0,007577	0,010612	0,00614	0,938743	0,903094	0,887609	0,925725
0,004506	0,012269	0,014124	0,007113	0,944106	0,86513	0,830991	0,915292
0,009055	0,007327	0,00927	0,008828	0,894032	0,901746	0,884501	0,893759
0,005624	0,009269	0,01192	0,007115	0,93416	0,879806	0,859585	0,91482
0,006781	0,007422	0,008733	0,00717	0,922156	0,890651	0,892455	0,912975
0,005696	0,011032	0,007084	0,006705	0,929269	0,859439	0,921603	0,917645
0,005212	0,009765	0,010655	0,006712	0,941731	0,868831	0,863275	0,919028
0,005849	0,00978	0,009296	0,006956	0,930508	0,86279	0,897093	0,915338

0,005361	0,014851	0,010009	0,007482	0,933207	0,841342	0,867876	0,909627
0,005742	0,010438	0,009373	0,006991	0,930937	0,860867	0,903958	0,91638
0,004821	0,009524	0,012624	0,006697	0,942558	0,887975	0,83219	0,917815
0,007872	0,012275	0,006701	0,008357	0,912923	0,853659	0,896095	0,90151
0,003899	0,014675	0,010299	0,006475	0,954671	0,819841	0,858729	0,920055
0,005384	0,01395	0,007976	0,007058	0,937285	0,817719	0,903233	0,914242
0,004872	0,008269	0,010686	0,006253	0,942416	0,901989	0,876651	0,926487
0,005924	0,007731	0,008859	0,006635	0,92694	0,902698	0,897212	0,918845
0,008127	0,011772	0,00693	0,008495	0,903744	0,872857	0,91097	0,900195
0,005478	0,010311	0,006679	0,006383	0,935422	0,86387	0,929291	0,92377
0,018772	0,019085	0,022102	0,019318	0,75438	0,746249	0,669054	0,740362
0,004472	0,014927	0,015565	0,007704	0,946272	0,80647	0,82318	0,906838
0,006104	0,012828	0,007948	0,007389	0,936197	0,839912	0,900912	0,916461
0,008634	0,006925	0,009467	0,008502	0,89405	0,924742	0,892774	0,898462
0,005778	0,010235	0,008799	0,0069	0,929217	0,891235	0,876112	0,915554
0,004734	0,01032	0,010648	0,006459	0,942187	0,855326	0,892908	0,921766
0,004893	0,012019	0,009527	0,006657	0,939517	0,848426	0,885497	0,917751
0,0048	0,011321	0,010428	0,006622	0,941199	0,860691	0,871464	0,918662
0,006214	0,007716	0,008366	0,006762	0,928632	0,904544	0,886094	0,918638
0,006684	0,011902	0,009816	0,007937	0,918898	0,865223	0,89817	0,907738
0,004805	0,011069	0,007561	0,006158	0,94378	0,846589	0,91298	0,924581
0,005886	0,010606	0,007261	0,0068	0,931784	0,867194	0,893733	0,916388
0,005196	0,013697	0,014154	0,007815	0,936712	0,848006	0,804061	0,903509
0,006004	0,010213	0,005859	0,006613	0,919289	0,90303	0,924837	0,917682
0,00531	0,00679	0,013745	0,006798	0,935218	0,920463	0,830634	0,917318
0,006207	0,013046	0,006437	0,007267	0,926028	0,850221	0,932222	0,915586
0,007786	0,007477	0,010616	0,008164	0,90854	0,898532	0,878947	0,9026
0,005772	0,013262	0,010378	0,007586	0,933019	0,815265	0,86018	0,90443
0,005439	0,010723	0,011494	0,00714	0,932434	0,880313	0,853506	0,912777
0,005235	0,010941	0,013777	0,007372	0,940595	0,862474	0,82426	0,911427
0,007238	0,00932	0,011946	0,008256	0,911461	0,883063	0,857115	0,899049
0,007849	0,012023	0,011776	0,009064	0,908294	0,88613	0,906031	0,90463
0,00387	0,013432	0,009055	0,006082	0,956615	0,826244	0,897479	0,928189
0,006543	0,009113	0,013465	0,007967	0,927285	0,889971	0,821065	0,905755
0,006861	0,00759	0,009547	0,007373	0,917564	0,899902	0,882077	0,909591
0,004964	0,009144	0,015244	0,007133	0,941519	0,888701	0,822244	0,915705
0,005436	0,018601	0,009265	0,007985	0,930274	0,771361	0,894993	0,901145
0,00719	0,008943	0,011982	0,008171	0,912593	0,888731	0,84886	0,899454
0,00269	0,011854	0,018078	0,006373	0,967887	0,853465	0,788795	0,92386
0,005421	0,006258	0,010483	0,006306	0,932019	0,915082	0,889296	0,92307
0,003369	0,011384	0,014675	0,006267	0,956112	0,884384	0,82068	0,925038
0,005441	0,007893	0,012967	0,006938	0,931441	0,903288	0,850682	0,915104
0,008647	0,008413	0,008103	0,008531	0,905426	0,903026	0,89331	0,903248
0,004636	0,01092	0,012149	0,006706	0,945083	0,865719	0,847366	0,918521
0,005312	0,00934	0,012935	0,00706	0,936853	0,883844	0,851519	0,916102
0,0056	0,008061	0,012144	0,006951	0,933861	0,897981	0,83418	0,913527
0,005188	0,013657	0,010546	0,007262	0,938161	0,848491	0,874427	0,91515
0,009407	0,013723	0,011271	0,010334	0,888386	0,838023	0,848839	0,8749
0,00518	0,009212	0,015485	0,00733	0,936407	0,892131	0,8207	0,912409
0,006342	0,008643	0,010553	0,007319	0,921098	0,90434	0,861352	0,909622
0,006751	0,007609	0,007839	0,007043	0,916244	0,909379	0,910852	0,914405
0,005776	0,007425	0,011406	0,006868	0,926021	0,92309	0,858312	0,915425

0,006257	0,01012	0,006427	0,006862	0,925815	0,863895	0,91686	0,915184
0,005653	0,007759	0,00756	0,006255	0,932068	0,909818	0,900685	0,924023
0,004305	0,013464	0,008583	0,00632	0,946907	0,843305	0,894136	0,923451
0,004909	0,014611	0,006084	0,006541	0,939448	0,821596	0,923822	0,919426
<b>0,006036</b>	<b>0,010219</b>	<b>0,010517</b>	<b>0,007335</b>	<b>0,927566</b>	<b>0,876737</b>	<b>0,870606</b>	<b>0,911398</b>

23							
mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,007506	0,00721	0,008826	0,00766	0,900354	0,921599	0,89303	0,902442
0,003857	0,013573	0,010923	0,006375	0,956829	0,820813	0,847018	0,919955
0,005083	0,008916	0,007367	0,006	0,936131	0,883229	0,920098	0,925791
0,005931	0,010814	0,0105	0,007349	0,930194	0,827653	0,889884	0,908766
0,006643	0,014473	0,009314	0,008218	0,922348	0,810783	0,892945	0,901203
0,008338	0,007667	0,009032	0,008342	0,897185	0,909367	0,884021	0,897037
0,009171	0,008388	0,005182	0,008455	0,898487	0,896556	0,95607	0,906835
0,005352	0,01398	0,00998	0,00734	0,936091	0,831714	0,872552	0,910904
0,009257	0,008256	0,010438	0,009284	0,899436	0,908165	0,904699	0,901535
0,005774	0,007459	0,013365	0,007165	0,933662	0,926241	0,826788	0,916518
0,008366	0,014129	0,01267	0,009876	0,906514	0,82647	0,874538	0,889711
0,003942	0,012919	0,00999	0,006196	0,952505	0,84614	0,872758	0,924588
0,005727	0,009648	0,013726	0,007515	0,929906	0,88922	0,836961	0,909862
0,005536	0,010986	0,011095	0,007187	0,936656	0,863466	0,86368	0,914731
0,005966	0,007768	0,008652	0,006639	0,928394	0,907672	0,902792	0,921446
0,006277	0,009354	0,012072	0,007607	0,929547	0,881481	0,867143	0,912976
0,004129	0,012048	0,012396	0,006557	0,950506	0,861308	0,84559	0,921389
0,005561	0,010143	0,010603	0,007005	0,935385	0,843857	0,884789	0,914067
0,007223	0,010608	0,009689	0,008101	0,923888	0,892863	0,88149	0,912874
0,005795	0,011542	0,0078	0,006958	0,934085	0,854613	0,897896	0,916736
0,005883	0,009469	0,007954	0,006732	0,926862	0,894383	0,895049	0,917218
0,005448	0,010614	0,008548	0,006688	0,934499	0,867906	0,89051	0,917912
0,004556	0,009924	0,011846	0,006455	0,950156	0,856676	0,84643	0,920575
0,005485	0,011015	0,010686	0,007095	0,933885	0,87369	0,873455	0,915791
0,013928	0,019049	0,020767	0,015722	0,891111	0,830746	0,788019	0,866593
0,005771	0,009503	0,00911	0,006832	0,926489	0,87354	0,906558	0,915557
0,00619	0,008263	0,007736	0,006733	0,924175	0,890842	0,911019	0,917202
0,00486	0,008184	0,009141	0,006	0,940376	0,914167	0,879188	0,927267
0,006002	0,012563	0,009467	0,007506	0,926862	0,842951	0,880718	0,907353
0,005082	0,006045	0,01013	0,005984	0,937412	0,928384	0,879336	0,927346
0,008153	0,011098	0,009596	0,008811	0,909397	0,858628	0,893449	0,899389
0,005903	0,009633	0,015234	0,007862	0,930689	0,890974	0,829195	0,909508
0,005593	0,010331	0,007983	0,006662	0,931399	0,873398	0,901612	0,918231
0,003703	0,010071	0,019301	0,006998	0,956783	0,881007	0,797362	0,921504
0,006731	0,009995	0,012599	0,008101	0,922582	0,860894	0,863665	0,904491
0,003788	0,012979	0,011109	0,006265	0,955474	0,846531	0,853312	0,923808
0,005269	0,010631	0,009794	0,006752	0,935532	0,880931	0,876306	0,918458
0,00582	0,011229	0,007493	0,006882	0,931247	0,846965	0,908134	0,915137
0,004585	0,015233	0,008635	0,00679	0,944132	0,800182	0,90641	0,916881
0,008303	0,007713	0,011379	0,008676	0,897578	0,916375	0,851432	0,893476
0,004333	0,011967	0,009186	0,006206	0,944821	0,861763	0,896074	0,92505
0,005525	0,012143	0,005979	0,006586	0,930821	0,856868	0,928591	0,919394

0,00539	0,007553	0,010061	0,006415	0,938353	0,902108	0,867889	0,922347
0,005767	0,009064	0,009761	0,006861	0,925366	0,899129	0,892701	0,916531
0,006776	0,012674	0,012847	0,008571	0,917347	0,83456	0,861057	0,896486
0,004823	0,012309	0,011949	0,007015	0,946433	0,82195	0,838993	0,911644
0,006191	0,008109	0,014205	0,007681	0,922967	0,903789	0,828497	0,90592
0,006221	0,009853	0,007088	0,006896	0,928725	0,868114	0,908364	0,916579
0,008918	0,007201	0,007165	0,008397	0,888946	0,910576	0,915334	0,896148
0,005043	0,007554	0,010567	0,006248	0,939647	0,916426	0,846198	0,922146
0,006264	0,005996	0,010243	0,006821	0,921095	0,929156	0,887787	0,917308
0,008836	0,009865	0,00933	0,009065	0,90742	0,894483	0,911703	0,906121
0,003577	0,01213	0,012036	0,006129	0,955467	0,854788	0,857676	0,925696
0,004573	0,016149	0,010995	0,007273	0,9429	0,830902	0,880421	0,916729
0,005716	0,00674	0,012665	0,006912	0,926144	0,931292	0,851792	0,915764
0,007453	0,008775	0,012238	0,008369	0,90371	0,904066	0,843383	0,894715
0,006264	0,011812	0,010176	0,007683	0,920549	0,870888	0,874447	0,906184
0,005798	0,00926	0,009038	0,006803	0,931332	0,87806	0,911402	0,920352
0,006889	0,006199	0,010003	0,007253	0,917431	0,925576	0,866922	0,911076
0,007834	0,008782	0,015976	0,009197	0,906115	0,887843	0,800384	0,887514
0,006132	0,006922	0,013181	0,007308	0,929217	0,905484	0,834431	0,91144
0,009831	0,009173	0,009233	0,009643	0,897293	0,896885	0,899815	0,89761
0,005714	0,007915	0,010614	0,006779	0,93094	0,902736	0,879011	0,91892
0,004788	0,012967	0,012288	0,00714	0,944533	0,832978	0,851963	0,913914
0,003873	0,006785	0,021896	0,007013	0,949714	0,924781	0,748904	0,915853
0,005515	0,01069	0,007421	0,006577	0,933544	0,874485	0,904071	0,920264
0,005367	0,010159	0,013814	0,007353	0,93337	0,888891	0,830126	0,911212
0,004994	0,012189	0,017734	0,007984	0,941414	0,854437	0,791113	0,905823
0,005151	0,010173	0,010346	0,006684	0,935252	0,893936	0,877234	0,920352
0,005873	0,015449	0,006177	0,007355	0,933477	0,814626	0,910906	0,912264
0,006238	0,011565	0,013259	0,00809	0,938202	0,871538	0,84088	0,913604
0,003644	0,01099	0,010863	0,005829	0,956807	0,871189	0,865723	0,930302
0,005096	0,01215	0,013737	0,007451	0,940778	0,861088	0,838879	0,91354
0,006249	0,012482	0,010302	0,007792	0,926604	0,855518	0,856385	0,905409
0,007635	0,009064	0,00592	0,007592	0,907455	0,890197	0,922605	0,907139
0,007444	0,011936	0,006765	0,008016	0,909828	0,853273	0,918726	0,902679
0,00688	0,006673	0,011174	0,007493	0,920783	0,932272	0,860275	0,91343
0,006159	0,008127	0,009771	0,006996	0,935566	0,884748	0,870857	0,918237
0,006155	0,009729	0,008848	0,007095	0,923069	0,890509	0,886205	0,912656
0,005714	0,011573	0,006356	0,006689	0,92828	0,864503	0,922878	0,917903
0,008777	0,01295	0,006992	0,009135	0,893254	0,839095	0,911077	0,887803
0,005883	0,007998	0,008188	0,006546	0,928368	0,909673	0,89558	0,920645
0,005862	0,008081	0,011028	0,00697	0,928926	0,903267	0,853716	0,913796
0,008767	0,005784	0,007608	0,008146	0,894529	0,93115	0,901515	0,90107
0,005569	0,009547	0,009924	0,006819	0,934277	0,890212	0,867098	0,91759
0,005767	0,008884	0,011464	0,007089	0,932052	0,893989	0,882553	0,918917
0,005329	0,009155	0,013352	0,007106	0,93652	0,895315	0,826295	0,913805
0,006139	0,013447	0,011486	0,008037	0,930158	0,833003	0,866544	0,906043
0,00777	0,010035	0,011587	0,008682	0,911245	0,869186	0,87388	0,899332
0,005152	0,007899	0,011061	0,00645	0,938378	0,898226	0,860708	0,920705
0,006761	0,011031	0,006404	0,007348	0,916119	0,854593	0,926997	0,908521
0,006436	0,007013	0,012932	0,007497	0,925696	0,9103	0,83443	0,909697
0,004315	0,009308	0,014898	0,006651	0,950683	0,882926	0,810313	0,919464
0,006101	0,010329	0,013168	0,007795	0,929339	0,869492	0,826933	0,905001

0,005726	0,008644	0,014214	0,007437	0,931478	0,893573	0,835397	0,91138
0,006325	0,008678	0,008209	0,006961	0,924473	0,88541	0,897382	0,91455
0,005347	0,008112	0,009834	0,006435	0,935856	0,893995	0,88647	0,922169
0,005374	0,008389	0,011318	0,006718	0,939727	0,881585	0,852062	0,917856
0,004756	0,014689	0,008158	0,006756	0,940867	0,81107	0,911432	0,916982
0,005549	0,009071	0,013903	0,00733	0,937597	0,898992	0,816262	0,913606
<b>0,006088</b>	<b>0,010133</b>	<b>0,010691</b>	<b>0,007385</b>	<b>0,92836</b>	<b>0,877238</b>	<b>0,871631</b>	<b>0,912182</b>

24

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,004147	0,011217	0,011126	0,006254	0,951752	0,858714	0,872628	0,925928
0,005332	0,008859	0,010474	0,006632	0,937097	0,890335	0,868544	0,9198
0,009292	0,00644	0,00922	0,008853	0,895469	0,933862	0,882112	0,899224
0,015206	0,013392	0,013161	0,014627	0,843667	0,848683	0,841791	0,844138
0,006106	0,008745	0,007013	0,006638	0,926839	0,897025	0,90683	0,919366
0,007487	0,010302	0,00871	0,008093	0,906701	0,869478	0,913199	0,902092
0,005626	0,012924	0,009657	0,007325	0,934865	0,819108	0,882636	0,909667
0,005847	0,007987	0,011758	0,007054	0,930389	0,90717	0,851753	0,915111
0,007556	0,009155	0,009428	0,008077	0,903768	0,880125	0,897619	0,8993
0,007134	0,007627	0,007416	0,00725	0,909861	0,909011	0,924909	0,911991
0,006286	0,009133	0,010621	0,007363	0,920584	0,90044	0,882199	0,911805
0,00532	0,014353	0,007151	0,006949	0,933884	0,831875	0,917639	0,916146
0,004844	0,010465	0,00924	0,006347	0,939384	0,86647	0,897275	0,92213
0,008173	0,007851	0,006524	0,007877	0,898766	0,904564	0,920971	0,902966
0,005606	0,011093	0,009305	0,006984	0,927917	0,878691	0,884231	0,91398
0,004841	0,012751	0,006731	0,006311	0,944817	0,810267	0,921153	0,921085
0,004279	0,013901	0,010556	0,006664	0,944355	0,851616	0,867513	0,918918
0,006635	0,006463	0,013916	0,007701	0,927703	0,911399	0,825997	0,910002
0,006778	0,014268	0,00978	0,008352	0,921664	0,834305	0,890938	0,903951
0,006285	0,009975	0,00868	0,007198	0,92052	0,876987	0,905444	0,911728
0,00476	0,011329	0,013382	0,007038	0,94434	0,878782	0,835946	0,918247
0,004051	0,010837	0,017058	0,00702	0,952733	0,871565	0,782529	0,915027
0,004821	0,010336	0,011492	0,006649	0,943281	0,873375	0,865421	0,921116
0,006793	0,010629	0,007548	0,007482	0,917735	0,867052	0,904744	0,908184
0,006469	0,009057	0,010569	0,007472	0,921062	0,874576	0,881651	0,908178
0,00733	0,0082	0,014284	0,008503	0,915134	0,894276	0,835422	0,900048
0,005072	0,013241	0,013308	0,007533	0,936165	0,843159	0,846751	0,908802
0,004829	0,010593	0,014727	0,007178	0,94264	0,86307	0,814035	0,911413
0,005717	0,007677	0,014755	0,007367	0,929599	0,908216	0,812523	0,90883
0,006026	0,008924	0,009219	0,006939	0,923668	0,902993	0,896593	0,916505
0,008145	0,009385	0,009024	0,008463	0,902764	0,910818	0,896051	0,902965
0,0054	0,011908	0,012646	0,007463	0,945327	0,832909	0,854712	0,914872
0,007971	0,011953	0,012888	0,009306	0,920914	0,846452	0,883588	0,904146
0,004737	0,009068	0,014009	0,006778	0,939499	0,882977	0,828708	0,914402
0,003568	0,006559	0,017772	0,006147	0,957711	0,916901	0,797871	0,927613
0,00683	0,007795	0,008385	0,007208	0,912468	0,907847	0,907287	0,910998
0,008147	0,006316	0,008436	0,007916	0,900712	0,918868	0,902202	0,903659
0,003943	0,010144	0,011017	0,005934	0,951531	0,879732	0,872039	0,928837
0,005296	0,011687	0,014406	0,007621	0,930928	0,871134	0,829298	0,906714
0,008832	0,007549	0,00835	0,008567	0,88948	0,91863	0,907363	0,896535

0,004882	0,009918	0,01434	0,007056	0,940381	0,862908	0,841787	0,913971
0,006445	0,008303	0,00845	0,007024	0,922097	0,900316	0,901327	0,915714
0,00557	0,012714	0,012288	0,007649	0,93243	0,842056	0,839088	0,904872
0,004497	0,009152	0,013025	0,006474	0,948775	0,865011	0,847459	0,921013
0,006559	0,01006	0,008506	0,007376	0,922308	0,890049	0,881848	0,9114
0,007138	0,008378	0,006241	0,007189	0,914336	0,904194	0,926393	0,914623
0,00499	0,009752	0,012711	0,006862	0,943156	0,887605	0,820659	0,916449
0,005988	0,00905	0,008055	0,006757	0,928683	0,896012	0,902068	0,91979
0,005263	0,015496	0,008958	0,007352	0,93648	0,819151	0,89416	0,912532
0,005309	0,008425	0,009464	0,006399	0,936101	0,87547	0,895898	0,920976
0,005629	0,011937	0,011208	0,007412	0,930227	0,836891	0,880914	0,90883
0,007515	0,005595	0,008498	0,007374	0,91547	0,911994	0,896942	0,91217
0,006741	0,007958	0,006627	0,006906	0,920769	0,896995	0,92652	0,918066
0,004525	0,014065	0,010522	0,006856	0,944382	0,819835	0,88337	0,916548
0,006889	0,010707	0,006859	0,007457	0,91943	0,856902	0,921265	0,910326
0,005502	0,012117	0,0087	0,006974	0,931551	0,86058	0,907502	0,917298
0,00671	0,008593	0,00805	0,007194	0,919094	0,880829	0,910414	0,912053
0,005109	0,011291	0,008293	0,006514	0,937932	0,870371	0,892523	0,920987
0,00471	0,01122	0,01458	0,007167	0,943083	0,860375	0,838144	0,914936
0,003777	0,00657	0,012205	0,00546	0,95396	0,921113	0,8569	0,934474
0,006748	0,009202	0,009561	0,007538	0,915108	0,886706	0,887172	0,906657
0,004858	0,009519	0,009438	0,006244	0,940337	0,864216	0,9005	0,922943
0,006578	0,010669	0,00821	0,007436	0,917892	0,861945	0,904924	0,907555
0,005851	0,011244	0,01474	0,007993	0,936108	0,821226	0,828251	0,902697
0,005601	0,01065	0,009508	0,006945	0,930188	0,852677	0,89363	0,913078
0,007678	0,007748	0,008274	0,007778	0,903239	0,903628	0,89988	0,902794
0,005701	0,009191	0,012119	0,007187	0,932926	0,860995	0,86057	0,911283
0,005308	0,008857	0,010649	0,006641	0,934372	0,896197	0,867454	0,918608
0,006845	0,009657	0,012718	0,008148	0,918927	0,881977	0,840987	0,901693
0,007301	0,007304	0,010615	0,007798	0,91507	0,920476	0,864235	0,908256
0,005241	0,011182	0,008108	0,006562	0,937267	0,873505	0,893661	0,921162
0,005695	0,010359	0,014363	0,007695	0,938172	0,844854	0,831771	0,908214
0,007115	0,006801	0,00868	0,007302	0,914011	0,928312	0,880236	0,911089
0,005686	0,0115	0,005745	0,006567	0,932632	0,839608	0,930144	0,918305
0,006575	0,010003	0,012019	0,007906	0,916427	0,903175	0,859944	0,905967
0,00645	0,008945	0,008429	0,007121	0,921407	0,908859	0,875566	0,912649
0,005431	0,010772	0,014711	0,007624	0,936156	0,862234	0,820969	0,90779
0,004583	0,006672	0,015476	0,00653	0,945458	0,90411	0,832182	0,922265
0,007506	0,008857	0,006941	0,007624	0,912122	0,893628	0,924704	0,911235
0,006922	0,005209	0,010245	0,007163	0,918167	0,930773	0,872626	0,913227
0,005279	0,011291	0,013209	0,007371	0,942069	0,837635	0,834298	0,910238
0,006577	0,008252	0,007228	0,006926	0,924426	0,894312	0,905718	0,917103
0,008224	0,007898	0,018907	0,009777	0,900941	0,896878	0,817533	0,88782
0,005401	0,011202	0,011425	0,007175	0,938831	0,869319	0,846083	0,914492
0,004473	0,011333	0,007793	0,006	0,947196	0,857624	0,905513	0,927508
0,004963	0,010201	0,008191	0,006233	0,93937	0,882389	0,899223	0,9248
0,00489	0,009827	0,008506	0,006173	0,946157	0,863134	0,903924	0,927369
0,005143	0,009839	0,010817	0,006698	0,936981	0,879979	0,865455	0,917702
0,004805	0,008301	0,013781	0,006676	0,940324	0,907177	0,834838	0,919529
0,0047	0,010077	0,008824	0,006125	0,942235	0,878511	0,892259	0,92518
0,007344	0,007872	0,010494	0,007895	0,911303	0,906897	0,854773	0,902163
0,005443	0,008261	0,019684	0,008002	0,945946	0,905073	0,784884	0,915656

0,007749	0,008273	0,008218	0,007898	0,904705	0,908301	0,892046	0,903346
0,004515	0,009737	0,011878	0,006403	0,946334	0,880634	0,843955	0,921122
0,005397	0,010686	0,01015	0,006904	0,93658	0,846265	0,879002	0,914396
0,00651	0,011169	0,007468	0,007353	0,920867	0,873142	0,89631	0,910025
0,006803	0,010001	0,008627	0,007556	0,911809	0,887724	0,900765	0,906539
0,005876	0,009777	0,006882	0,006612	0,930094	0,859043	0,924758	0,918636
0,005481	0,007472	0,011162	0,006632	0,930384	0,911814	0,872329	0,918891
0,006921	0,012296	0,01502	0,008942	0,914837	0,843883	0,821804	0,890239
<b>0,006054</b>	<b>0,009795</b>	<b>0,010601</b>	<b>0,007297</b>	<b>0,927657</b>	<b>0,878309</b>	<b>0,874202</b>	<b>0,912237</b>

25							
mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,008415	0,006487	0,011353	0,008566	0,899359	0,924922	0,857268	0,89688
0,005437	0,008032	0,01174	0,006771	0,940593	0,909585	0,857252	0,923441
0,005662	0,00956	0,007878	0,006579	0,931445	0,879424	0,905158	0,919699
0,003985	0,014312	0,010216	0,006469	0,951756	0,826886	0,883123	0,92273
0,005241	0,007538	0,009753	0,006263	0,937449	0,903896	0,882693	0,924203
0,007091	0,007259	0,009975	0,007549	0,907468	0,929578	0,883843	0,907241
0,006556	0,008879	0,009366	0,007326	0,922344	0,907724	0,893188	0,915778
0,00595	0,006148	0,012048	0,006895	0,929928	0,920321	0,856094	0,917412
0,005829	0,011929	0,007775	0,007036	0,933135	0,814357	0,917669	0,912998
0,006395	0,015038	0,008918	0,00807	0,919496	0,823039	0,891733	0,900863
0,004664	0,009009	0,011829	0,006391	0,944977	0,89125	0,849281	0,922563
0,005562	0,011013	0,009497	0,00697	0,931054	0,861353	0,884576	0,913627
0,005966	0,008594	0,010144	0,006987	0,929976	0,887164	0,873107	0,915024
0,004919	0,009945	0,01068	0,006537	0,938143	0,88605	0,870781	0,920225
0,005999	0,00782	0,011066	0,007032	0,926382	0,913831	0,867502	0,915667
0,00674	0,008653	0,006475	0,006987	0,91796	0,8946	0,919639	0,914708
0,004622	0,008735	0,012134	0,006366	0,941216	0,895845	0,870533	0,923808
0,005471	0,009048	0,008494	0,006461	0,935668	0,884975	0,886475	0,920685
0,006174	0,012716	0,021899	0,009514	0,935947	0,834351	0,702281	0,885658
0,007379	0,01123	0,009006	0,008201	0,918217	0,83736	0,900012	0,903358
0,013382	0,013985	0,018275	0,014207	0,887382	0,857761	0,839267	0,875722
0,009992	0,009374	0,009728	0,00986	0,885914	0,889711	0,866661	0,883596
0,00677	0,008681	0,009777	0,007508	0,923765	0,901457	0,866878	0,911886
0,005019	0,007057	0,01281	0,006494	0,939157	0,91323	0,842827	0,920818
0,006915	0,008107	0,0144	0,008216	0,919293	0,898845	0,800107	0,898348
0,007252	0,007437	0,009466	0,007612	0,912879	0,899768	0,898287	0,908724
0,006449	0,007571	0,009211	0,007031	0,921539	0,917737	0,887241	0,915824
0,007421	0,010497	0,012311	0,008616	0,912873	0,889597	0,863733	0,902011
0,006591	0,009931	0,011591	0,007842	0,92314	0,881752	0,85091	0,906098
0,005135	0,010686	0,010735	0,006808	0,938011	0,863524	0,885086	0,918899
0,007982	0,00918	0,011517	0,008692	0,908943	0,884991	0,859221	0,897892
0,006008	0,011218	0,009029	0,007243	0,930387	0,871984	0,900836	0,917194
0,005386	0,008941	0,010754	0,006725	0,929845	0,902517	0,871449	0,916986
0,005849	0,007611	0,010983	0,006883	0,926947	0,915577	0,855233	0,914484
0,00708	0,007317	0,005791	0,006922	0,916543	0,895984	0,932836	0,915903
0,005574	0,010413	0,010558	0,007047	0,933348	0,876611	0,848233	0,91207
0,009158	0,012864	0,010003	0,009841	0,915231	0,867247	0,892509	0,904625
0,005208	0,009518	0,00994	0,006565	0,940586	0,880182	0,87195	0,92123

0,007055	0,012753	0,006094	0,007765	0,910214	0,848643	0,934846	0,904673
0,00492	0,008726	0,011528	0,006482	0,938183	0,895627	0,873103	0,922038
0,006275	0,00972	0,007427	0,006965	0,920137	0,885252	0,912704	0,913789
0,004763	0,009142	0,009766	0,00617	0,943609	0,884025	0,883328	0,925629
0,006391	0,009588	0,011586	0,00765	0,931507	0,877923	0,838732	0,909553
0,005147	0,009743	0,012704	0,00697	0,935265	0,878038	0,856537	0,914871
0,007376	0,008265	0,006549	0,007385	0,906734	0,89802	0,92755	0,908549
0,0072	0,012891	0,006944	0,008016	0,907923	0,841938	0,921417	0,900049
0,005337	0,008641	0,008589	0,00632	0,935574	0,896785	0,886536	0,9224
0,007775	0,008078	0,00974	0,008115	0,914579	0,888737	0,869666	0,903966
0,004998	0,010113	0,010019	0,006518	0,942682	0,867664	0,89748	0,924649
0,00656	0,016204	0,008426	0,008286	0,920348	0,816009	0,921564	0,904879
0,009836	0,011579	0,012057	0,010431	0,874375	0,878093	0,880665	0,875876
0,007164	0,013914	0,009498	0,008527	0,919857	0,84939	0,894586	0,905497
0,003027	0,013461	0,01636	0,006592	0,966056	0,82341	0,816062	0,92216
0,005073	0,008424	0,012144	0,006637	0,937995	0,895352	0,853833	0,918974
0,004911	0,008601	0,013664	0,006777	0,942707	0,889145	0,816063	0,915676
0,007288	0,010989	0,008677	0,008052	0,907669	0,871245	0,892767	0,89997
0,00624	0,006459	0,010157	0,00686	0,92417	0,929137	0,86591	0,916176
0,005705	0,010785	0,009675	0,007062	0,932968	0,854661	0,880715	0,913384
0,004987	0,005456	0,019951	0,007302	0,93577	0,93976	0,778039	0,912709
0,006703	0,008862	0,006549	0,007004	0,913961	0,898169	0,927697	0,913652
0,010112	0,011626	0,012815	0,010745	0,89153	0,804733	0,849146	0,872153
0,004901	0,013992	0,011281	0,007222	0,939833	0,820888	0,876782	0,912533
0,003534	0,01021	0,012536	0,005886	0,956796	0,882862	0,847283	0,929279
0,006088	0,009858	0,010565	0,007325	0,929666	0,863676	0,877391	0,911926
0,00573	0,009439	0,00934	0,006828	0,939324	0,857505	0,877975	0,917849
0,005492	0,008012	0,012531	0,006926	0,936515	0,892138	0,844487	0,916054
0,005173	0,009932	0,012388	0,006969	0,937491	0,879353	0,866889	0,91818
0,007033	0,009607	0,004764	0,007079	0,913082	0,87834	0,942086	0,912221
0,006194	0,009958	0,008381	0,007086	0,92117	0,872959	0,904722	0,911472
0,005335	0,009762	0,007924	0,006387	0,934387	0,889321	0,891685	0,921222
0,005376	0,011959	0,010422	0,00712	0,940567	0,861802	0,892371	0,921523
0,006234	0,007155	0,01103	0,007092	0,920311	0,913086	0,882141	0,913502
0,008641	0,010369	0,012138	0,009425	0,896109	0,880977	0,834947	0,884665
0,007945	0,006932	0,013067	0,008561	0,905457	0,90594	0,841577	0,895948
0,005638	0,011983	0,011919	0,007532	0,929735	0,853552	0,852337	0,906698
0,0046	0,009641	0,015631	0,007011	0,942071	0,893754	0,809477	0,914934
0,005458	0,006877	0,01743	0,007467	0,933409	0,924632	0,795251	0,911369
0,00555	0,009975	0,013898	0,007466	0,94062	0,88285	0,820925	0,914
0,00562	0,011374	0,006142	0,006562	0,930788	0,860739	0,92876	0,919976
0,006248	0,009601	0,008729	0,007123	0,927655	0,886901	0,911282	0,919086
0,007909	0,010239	0,014869	0,009302	0,915941	0,875843	0,816521	0,895013
0,007397	0,008295	0,008771	0,007738	0,907716	0,906643	0,893914	0,905484
0,007659	0,018193	0,015414	0,010403	0,939815	0,70142	0,828163	0,887308
0,005651	0,009656	0,016798	0,007924	0,932732	0,895751	0,804044	0,907882
0,004459	0,014125	0,006338	0,00619	0,94472	0,819809	0,923684	0,922828
0,006666	0,010385	0,008154	0,007447	0,918816	0,880658	0,898083	0,909982
0,005837	0,01096	0,009858	0,007209	0,93187	0,855052	0,873365	0,911571
0,006789	0,009234	0,008037	0,007343	0,920024	0,863956	0,903492	0,909134
0,003698	0,007986	0,01525	0,006074	0,95365	0,91072	0,836213	0,929595
0,00802	0,009575	0,007484	0,008173	0,904068	0,887624	0,896956	0,900535

0,006817	0,011744	0,009812	0,008006	0,917647	0,855058	0,888557	0,903895
0,007819	0,007092	0,014402	0,008698	0,911254	0,923394	0,842328	0,902736
0,005497	0,01204	0,009927	0,007143	0,938454	0,836966	0,874712	0,913669
0,005453	0,010392	0,008148	0,006598	0,933671	0,874244	0,894863	0,918935
0,006684	0,006071	0,008626	0,006883	0,916384	0,937674	0,880444	0,914187
0,004559	0,012297	0,01355	0,007068	0,9387	0,863409	0,857821	0,915275
0,006754	0,010598	0,006568	0,007303	0,913711	0,883223	0,930536	0,911662
0,006287	0,008911	0,011013	0,00739	0,928592	0,890267	0,86249	0,912928
0,00528	0,010448	0,010149	0,006786	0,936987	0,862715	0,873663	0,916347
0,006178	0,007681	0,011384	0,007184	0,92882	0,90413	0,841623	0,912037
<b>0,006263</b>	<b>0,009889</b>	<b>0,010727</b>	<b>0,007476</b>	<b>0,926207</b>	<b>0,878766</b>	<b>0,871843</b>	<b>0,910936</b>

26

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,004039	0,014999	0,012706	0,006983	0,952117	0,821195	0,840324	0,91571
0,005552	0,010463	0,009677	0,006907	0,9298	0,870072	0,888281	0,914613
0,006091	0,010405	0,007105	0,00689	0,927922	0,85531	0,916533	0,915322
0,005242	0,006485	0,01161	0,006384	0,936387	0,924564	0,846864	0,921185
0,006495	0,007777	0,010366	0,007268	0,920577	0,910359	0,873256	0,911946
0,006146	0,010159	0,007391	0,006935	0,926358	0,877853	0,900306	0,915175
0,005087	0,009727	0,015582	0,007358	0,936129	0,890211	0,80665	0,909819
0,005103	0,010506	0,01016	0,006672	0,943207	0,842585	0,858586	0,91542
0,00803	0,007659	0,01189	0,008553	0,905877	0,90678	0,854368	0,898286
0,00563	0,009789	0,013627	0,007453	0,931874	0,865959	0,844147	0,908828
0,006477	0,008601	0,009969	0,007319	0,9235	0,894373	0,867809	0,910777
0,005645	0,0086	0,013905	0,007327	0,93583	0,881882	0,834672	0,912564
0,003347	0,009801	0,010497	0,005388	0,958731	0,872658	0,890598	0,9356
0,005263	0,016071	0,014404	0,008255	0,936285	0,812514	0,828515	0,901554
0,004685	0,013456	0,008956	0,006642	0,944239	0,809314	0,907195	0,918444
0,004891	0,013264	0,010723	0,007022	0,941816	0,829056	0,868459	0,913899
0,00832	0,008887	0,008399	0,008417	0,906246	0,885281	0,893488	0,901188
0,005811	0,008679	0,009459	0,006789	0,934412	0,889412	0,885835	0,920375
0,006198	0,00895	0,006547	0,006663	0,921761	0,902417	0,923298	0,91909
0,004861	0,016261	0,012303	0,007687	0,944433	0,784791	0,840606	0,904912
0,004599	0,014046	0,007892	0,00651	0,945365	0,828197	0,890939	0,919626
0,004671	0,012836	0,014475	0,007367	0,943338	0,860039	0,816691	0,911846
0,00838	0,009794	0,007419	0,008448	0,891471	0,898029	0,906739	0,894745
0,005706	0,006501	0,014759	0,007183	0,932268	0,92838	0,801486	0,912068
0,008341	0,006228	0,005893	0,007657	0,897602	0,923332	0,926132	0,905741
0,005917	0,01245	0,007867	0,00719	0,931824	0,838721	0,902179	0,913412
0,005993	0,013857	0,011573	0,008009	0,933791	0,840273	0,844406	0,906356
0,006613	0,010841	0,015718	0,008613	0,926558	0,889251	0,812305	0,903824
0,005211	0,008691	0,012802	0,006872	0,933381	0,90655	0,853716	0,917407
0,006658	0,012033	0,009946	0,007957	0,922671	0,847489	0,856057	0,901402
0,009075	0,00749	0,012936	0,009416	0,903418	0,90651	0,829209	0,89275
0,004717	0,011419	0,011246	0,006702	0,945203	0,845937	0,852198	0,916363
0,005771	0,009942	0,009541	0,006962	0,934533	0,880745	0,881672	0,918536
0,005785	0,010015	0,01866	0,008351	0,935566	0,878735	0,829767	0,911171
0,006454	0,00976	0,006531	0,006962	0,924338	0,877785	0,915752	0,916067
0,005	0,011487	0,00794	0,006414	0,939819	0,874683	0,900937	0,924216
0,005337	0,010625	0,007039	0,006386	0,937864	0,857739	0,909785	0,921634

0,006408	0,007431	0,009247	0,006987	0,926565	0,89697	0,872368	0,913996
0,006051	0,011842	0,011867	0,007792	0,930106	0,837134	0,852447	0,904511
0,004357	0,013435	0,011317	0,006763	0,948503	0,845344	0,836611	0,916245
0,004803	0,012445	0,012649	0,007126	0,940049	0,861332	0,838606	0,913025
0,005768	0,010375	0,009028	0,006948	0,926322	0,878316	0,898969	0,915018
0,006639	0,006237	0,008609	0,006874	0,920038	0,931958	0,879501	0,915745
0,007109	0,007461	0,008829	0,00742	0,917525	0,890479	0,886283	0,908781
0,004641	0,009473	0,017761	0,007334	0,944073	0,872361	0,791984	0,910503
0,007575	0,007847	0,005488	0,007303	0,90344	0,906474	0,940842	0,909505
0,004888	0,009238	0,010843	0,006434	0,941583	0,884147	0,87025	0,922268
0,007944	0,007814	0,004856	0,007462	0,89922	0,905009	0,945747	0,907068
0,003993	0,010169	0,014273	0,006462	0,95309	0,858329	0,827279	0,920004
0,006617	0,010242	0,009388	0,007576	0,91876	0,870818	0,884987	0,906503
0,004444	0,009656	0,009522	0,005988	0,944946	0,895556	0,878778	0,927612
0,008585	0,007453	0,012721	0,009035	0,905927	0,91699	0,870138	0,902218
0,004774	0,012463	0,010712	0,006818	0,94567	0,856893	0,872858	0,921432
0,00559	0,009006	0,010181	0,006791	0,930306	0,899238	0,87351	0,917126
0,005675	0,011747	0,011002	0,007385	0,934658	0,836336	0,856702	0,908216
0,005353	0,009483	0,010276	0,006711	0,934811	0,874054	0,887182	0,918553
0,006159	0,007649	0,009676	0,00691	0,926669	0,907884	0,867713	0,915008
0,004443	0,009666	0,011674	0,006311	0,947779	0,867767	0,865453	0,923428
0,0072	0,012197	0,00884	0,008196	0,913592	0,825859	0,895471	0,897714
0,005553	0,01002	0,010935	0,007031	0,931036	0,879978	0,877227	0,915306
0,005631	0,013269	0,006837	0,006958	0,938678	0,818804	0,919937	0,917886
0,005372	0,014062	0,011691	0,007623	0,932685	0,844889	0,856443	0,90808
0,008524	0,006606	0,009266	0,008347	0,895167	0,917091	0,886285	0,897123
0,004392	0,010602	0,009969	0,00616	0,948487	0,856818	0,876494	0,923938
0,007364	0,008174	0,009044	0,007737	0,919843	0,891027	0,878634	0,909339
0,006768	0,007367	0,005115	0,00661	0,921659	0,89747	0,935062	0,920041
0,005557	0,006982	0,010113	0,006454	0,929774	0,917319	0,884357	0,921093
0,005586	0,009303	0,009413	0,006718	0,932059	0,8945	0,874228	0,91775
0,005792	0,011188	0,007032	0,006788	0,9327	0,851378	0,91086	0,917226
0,005375	0,011501	0,013808	0,007559	0,934119	0,863526	0,831358	0,908116
0,005332	0,010141	0,012938	0,007194	0,93864	0,87114	0,824179	0,911346
0,006043	0,006809	0,009949	0,006744	0,920782	0,922097	0,89332	0,91686
0,005909	0,008839	0,009603	0,006903	0,928523	0,892455	0,875906	0,91522
0,004682	0,009586	0,012041	0,006522	0,943856	0,864204	0,863136	0,9198
0,004484	0,008542	0,013566	0,006455	0,943505	0,902368	0,830166	0,920333
0,005265	0,008998	0,009237	0,006421	0,937879	0,88683	0,869257	0,919928
0,005453	0,010045	0,013518	0,007351	0,940242	0,884253	0,788434	0,909073
0,005295	0,007512	0,011451	0,006551	0,935152	0,906251	0,872907	0,92148
0,005436	0,010593	0,009974	0,00689	0,934107	0,871018	0,877298	0,916122
0,0056	0,010641	0,009455	0,006934	0,930814	0,876182	0,895952	0,91739
0,005965	0,00654	0,011617	0,006899	0,92813	0,918823	0,86698	0,917561
0,00564	0,011717	0,007709	0,006862	0,929782	0,851536	0,91496	0,915822
0,008648	0,012191	0,011431	0,009597	0,894739	0,868531	0,832963	0,881542
0,004666	0,010244	0,010308	0,006349	0,944486	0,868043	0,881784	0,923615
0,00442	0,013377	0,010644	0,006697	0,943532	0,833679	0,884934	0,918264
0,006324	0,009576	0,011423	0,007577	0,925211	0,889372	0,850753	0,908667
0,0063	0,007114	0,010532	0,007057	0,920656	0,910118	0,886439	0,913943
0,006683	0,00641	0,013163	0,007614	0,922899	0,921769	0,813253	0,906283
0,010348	0,01151	0,014959	0,011214	0,919882	0,849777	0,839896	0,897368

0,006514	0,00926	0,006633	0,006944	0,923021	0,882179	0,918308	0,916188
0,004741	0,007226	0,012168	0,006228	0,94506	0,907828	0,838376	0,923472
0,007531	0,009725	0,011387	0,008439	0,906359	0,892886	0,861417	0,897596
0,006316	0,009906	0,010191	0,007436	0,919596	0,882006	0,888282	0,90926
0,007131	0,010354	0,007759	0,007709	0,921229	0,86766	0,920535	0,91309
0,008546	0,009202	0,010983	0,00901	0,90251	0,891565	0,874588	0,89668
0,004776	0,00747	0,011391	0,006173	0,940768	0,91765	0,852941	0,924126
0,003606	0,011518	0,013107	0,006218	0,956002	0,864749	0,844333	0,925563
0,004249	0,012212	0,011979	0,006603	0,9502	0,814028	0,868788	0,917563
0,004325	0,015474	0,008636	0,006644	0,952279	0,802786	0,878949	0,918856
0,00615	0,007931	0,014078	0,007606	0,923231	0,914502	0,835774	0,908803
<b>0,005885</b>	<b>0,010016</b>	<b>0,010613</b>	<b>0,007214</b>	<b>0,930294</b>	<b>0,875873</b>	<b>0,869691</b>	<b>0,913041</b>

27

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,006247	0,011101	0,009723	0,007497	0,922319	0,874754	0,876523	0,908315
0,007393	0,006511	0,011011	0,007803	0,908198	0,917409	0,877051	0,904908
0,007206	0,010365	0,014988	0,008847	0,911446	0,873792	0,804469	0,889751
0,00512	0,008584	0,010041	0,006378	0,935896	0,902153	0,87718	0,922027
0,004916	0,010062	0,01201	0,006752	0,940929	0,88469	0,836527	0,916833
0,003859	0,010326	0,016744	0,006762	0,955623	0,877047	0,778746	0,917305
0,005335	0,010474	0,010601	0,006896	0,936608	0,879077	0,867073	0,917548
0,004517	0,014234	0,012786	0,007215	0,944288	0,832535	0,856822	0,914405
0,006578	0,010628	0,004717	0,006907	0,925337	0,873429	0,92752	0,917878
0,00561	0,007561	0,01173	0,00682	0,931553	0,899986	0,864376	0,916741
0,008707	0,012734	0,009886	0,009488	0,916927	0,834546	0,922249	0,905368
0,003805	0,011602	0,009509	0,00583	0,95625	0,852758	0,880649	0,929386
0,006412	0,012016	0,008264	0,00753	0,921696	0,871622	0,889338	0,909331
0,005194	0,010699	0,011629	0,006985	0,937585	0,860078	0,864145	0,914943
0,007027	0,007385	0,006082	0,006939	0,913169	0,910576	0,92868	0,915107
0,005255	0,008582	0,00999	0,006464	0,936389	0,90041	0,877355	0,922137
0,008792	0,009815	0,009644	0,009073	0,896026	0,877023	0,893614	0,892814
0,005666	0,01513	0,013089	0,008199	0,938595	0,829158	0,829913	0,905877
0,005282	0,015861	0,00818	0,007304	0,931091	0,834685	0,899531	0,911896
0,00425	0,010333	0,011972	0,006321	0,945841	0,870449	0,871367	0,923361
0,005377	0,010211	0,01191	0,007082	0,936399	0,872951	0,850266	0,913962
0,006014	0,008893	0,008204	0,006774	0,929099	0,890058	0,888801	0,917198
0,006215	0,012698	0,007636	0,007401	0,924293	0,853733	0,909386	0,911473
0,005152	0,013723	0,008314	0,006912	0,938173	0,840018	0,896202	0,917154
0,003992	0,009382	0,014412	0,006363	0,949978	0,896952	0,831497	0,924252
0,005905	0,009673	0,00782	0,006757	0,927061	0,872142	0,915127	0,917033
0,005361	0,00913	0,012282	0,006965	0,9304	0,909067	0,85881	0,916461
0,005598	0,010454	0,013804	0,007557	0,933973	0,879264	0,816342	0,908122
0,005582	0,0117	0,009777	0,007129	0,932041	0,867412	0,876715	0,914048
0,004899	0,011835	0,008453	0,006473	0,937054	0,87778	0,894619	0,921798
0,005181	0,0124	0,010524	0,007065	0,937906	0,845847	0,86956	0,913845
0,007316	0,014305	0,013997	0,009367	0,913152	0,802391	0,826279	0,883507
0,006728	0,011314	0,009322	0,007805	0,925282	0,862242	0,866721	0,907042
0,006621	0,007685	0,013153	0,00776	0,925831	0,914444	0,833218	0,910231
0,005834	0,009874	0,01084	0,007191	0,931062	0,862255	0,880456	0,91315

0,006125	0,008451	0,008955	0,006898	0,928667	0,88957	0,899814	0,918475
0,00576	0,005882	0,010718	0,006522	0,930471	0,936747	0,858301	0,920587
0,006679	0,008345	0,011786	0,007695	0,921731	0,895867	0,849141	0,906963
0,006499	0,01064	0,008291	0,007389	0,924887	0,874527	0,894533	0,91278
0,007374	0,008496	0,007007	0,007487	0,910291	0,898203	0,902398	0,907294
0,004985	0,01142	0,014178	0,007329	0,941265	0,830594	0,836337	0,908925
0,007596	0,007784	0,008681	0,007787	0,9123	0,895057	0,900898	0,908003
0,005656	0,006688	0,013941	0,007054	0,930551	0,919747	0,830242	0,913884
0,006501	0,008299	0,007594	0,006935	0,925793	0,897797	0,915783	0,920092
0,006278	0,008089	0,012703	0,007513	0,923545	0,905133	0,86574	0,912112
0,005043	0,008554	0,009435	0,006229	0,935959	0,905187	0,88522	0,923732
0,00476	0,00972	0,011086	0,006453	0,943344	0,878532	0,859276	0,921012
0,007124	0,012406	0,015428	0,009162	0,922892	0,844188	0,828907	0,896989
0,00716	0,007716	0,006211	0,007101	0,910481	0,901445	0,927902	0,911739
0,006024	0,007536	0,010934	0,006987	0,929767	0,900074	0,865903	0,915734
0,005469	0,011058	0,007128	0,006556	0,931639	0,872316	0,912677	0,919896
0,007587	0,014237	0,00998	0,008943	0,908213	0,829458	0,868693	0,890472
0,005627	0,010814	0,008122	0,006779	0,933872	0,844498	0,901671	0,915636
0,006536	0,011385	0,013851	0,008361	0,926716	0,862559	0,849864	0,905565
0,00492	0,008087	0,012216	0,00649	0,943074	0,897835	0,834063	0,919936
0,00584	0,013805	0,013333	0,008159	0,934769	0,843493	0,833152	0,905835
0,005856	0,009072	0,011756	0,007224	0,93188	0,883192	0,842667	0,911195
0,007218	0,008007	0,012538	0,008135	0,910457	0,903829	0,85813	0,901614
0,00628	0,007565	0,012027	0,007335	0,926993	0,911132	0,844393	0,912224
0,007759	0,006098	0,018638	0,009142	0,904169	0,923553	0,791424	0,890165
0,005981	0,009495	0,008651	0,006909	0,930416	0,866852	0,892856	0,915247
0,009084	0,007921	0,009625	0,00899	0,887008	0,905986	0,882418	0,889166
0,007437	0,012114	0,015342	0,009324	0,918136	0,853295	0,831794	0,895458
0,007257	0,011992	0,008702	0,008184	0,917485	0,842524	0,883656	0,901166
0,003191	0,012391	0,012926	0,006031	0,962221	0,839948	0,849637	0,926992
0,006376	0,007064	0,007295	0,006617	0,923175	0,904856	0,909437	0,918366
0,005208	0,008109	0,009527	0,006291	0,929683	0,899177	0,908142	0,921876
0,005285	0,011007	0,010084	0,006863	0,942067	0,862462	0,861586	0,918054
0,006749	0,00829	0,013567	0,008003	0,918201	0,891423	0,83533	0,901754
0,005975	0,009795	0,009865	0,007131	0,935327	0,864934	0,872437	0,915334
0,00833	0,007286	0,012174	0,00875	0,902513	0,913739	0,828125	0,893039
0,005007	0,013561	0,012625	0,007433	0,938931	0,848785	0,828026	0,908773
0,005173	0,006961	0,010105	0,006181	0,93754	0,90461	0,88548	0,924792
0,006353	0,010574	0,011645	0,00778	0,921885	0,872771	0,850034	0,90374
0,004345	0,009277	0,017099	0,006998	0,948371	0,874662	0,814936	0,9173
0,006182	0,006927	0,008546	0,006648	0,925093	0,910433	0,89611	0,918547
0,006012	0,006551	0,014072	0,007302	0,929336	0,924228	0,830082	0,913682
0,00464	0,009512	0,013888	0,006758	0,942269	0,888713	0,826569	0,916881
0,009683	0,011923	0,010544	0,010148	0,88307	0,848465	0,866873	0,875449
0,005498	0,011015	0,010495	0,007075	0,940266	0,875266	0,871808	0,920247
0,004535	0,014832	0,010238	0,006935	0,945032	0,813548	0,882789	0,915973
0,00501	0,007545	0,011149	0,006311	0,938168	0,893365	0,873145	0,921694
0,006305	0,007092	0,009475	0,006898	0,916824	0,928619	0,88183	0,913344
0,009853	0,009791	0,008031	0,009571	0,90738	0,877936	0,906132	0,902776
0,005824	0,012851	0,008759	0,007318	0,926275	0,853111	0,88226	0,908698
0,007521	0,009584	0,0123	0,008547	0,934913	0,899548	0,85204	0,917177
0,004785	0,011397	0,011344	0,006761	0,942716	0,841826	0,876379	0,917632

0,00616	0,013479	0,01084	0,00796	0,923685	0,836385	0,869133	0,902407
0,006225	0,005846	0,011812	0,007006	0,924466	0,933826	0,84581	0,914071
0,003972	0,012874	0,008748	0,006024	0,951835	0,862159	0,882741	0,928019
0,006037	0,007844	0,01365	0,00745	0,92903	0,899944	0,807838	0,906488
0,005159	0,008655	0,010438	0,006475	0,930364	0,913352	0,883017	0,92071
0,005649	0,007386	0,011843	0,006838	0,934584	0,916606	0,854148	0,919822
0,003894	0,007073	0,01472	0,005995	0,953812	0,912976	0,813159	0,926589
0,00776	0,00808	0,006761	0,007658	0,911271	0,915653	0,907256	0,911326
0,003508	0,011794	0,013119	0,006193	0,954685	0,855346	0,856305	0,925027
0,00966	0,010497	0,015114	0,010604	0,89065	0,871198	0,823768	0,8777
0,005075	0,010862	0,012124	0,007	0,938207	0,869274	0,840346	0,913188
0,005991	0,006809	0,011485	0,006938	0,926693	0,923285	0,845512	0,914004
0,003698	0,0154	0,010175	0,006425	0,954532	0,836503	0,872829	0,924573
<b>0,006</b>	<b>0,009989</b>	<b>0,010985</b>	<b>0,007346</b>	<b>0,928893</b>	<b>0,878949</b>	<b>0,86576</b>	<b>0,911931</b>

29

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,004538	0,019401	0,011853	0,007865	0,954083	0,785447	0,861605	0,914916
0,004043	0,021467	0,012213	0,007882	0,952896	0,728415	0,852604	0,90418
0,008784	0,034054	0,022027	0,014561	0,903891	0,69857	0,744315	0,849156
0,007155	0,011339	0,009571	0,008145	0,908602	0,873867	0,903493	0,902625
0,009991	0,014288	0,010738	0,010747	0,906417	0,849474	0,860673	0,891014
0,004885	0,006528	0,013154	0,006371	0,94197	0,927221	0,823323	0,921961
0,00618	0,011157	0,012343	0,007851	0,921735	0,864683	0,878592	0,906706
0,006429	0,01387	0,009666	0,00803	0,921852	0,852099	0,872086	0,903924
0,004455	0,011311	0,007694	0,005969	0,944777	0,866471	0,907692	0,927469
0,021703	0,016766	0,019811	0,020678	0,700979	0,778635	0,756289	0,720924
0,005228	0,005523	0,015568	0,006823	0,933862	0,941757	0,815218	0,91725
0,003036	0,012326	0,011807	0,005745	0,963328	0,85315	0,86076	0,931416
0,00514	0,009412	0,011401	0,00672	0,937133	0,889902	0,860661	0,918577
0,004784	0,008245	0,008295	0,00583	0,943486	0,880969	0,901353	0,927788
0,004806	0,011299	0,007951	0,006251	0,940971	0,881116	0,907594	0,926987
0,006001	0,008266	0,010324	0,006989	0,922046	0,913444	0,880459	0,914518
0,005974	0,00697	0,009599	0,006667	0,92693	0,911222	0,882892	0,917968
0,005694	0,008486	0,01219	0,007087	0,93114	0,892394	0,860825	0,914781
0,005817	0,01028	0,007468	0,006734	0,930325	0,877819	0,911834	0,919676
0,004834	0,012268	0,007877	0,006405	0,941307	0,861506	0,896474	0,922612
0,008293	0,011195	0,008428	0,008749	0,906585	0,86928	0,920604	0,903092
0,005946	0,006479	0,007576	0,00627	0,925289	0,924801	0,906981	0,92247
0,006062	0,007409	0,010621	0,006948	0,929523	0,901404	0,860114	0,914894
0,007247	0,010636	0,010578	0,008255	0,916382	0,848782	0,870703	0,89939
0,007906	0,010298	0,006235	0,008014	0,903694	0,876836	0,932311	0,903958
0,004617	0,009795	0,010208	0,006233	0,940019	0,893325	0,877043	0,923568
0,005228	0,011865	0,011203	0,00712	0,938479	0,82789	0,862734	0,910529
0,006214	0,008697	0,011839	0,00743	0,924261	0,904198	0,844294	0,909257
0,007588	0,006344	0,009987	0,007761	0,907094	0,924637	0,877435	0,905277
0,005048	0,016365	0,0105	0,007563	0,94421	0,776322	0,877807	0,909066
0,005387	0,017423	0,014466	0,008554	0,944597	0,765474	0,85029	0,903582
0,0074	0,007693	0,015987	0,008732	0,926384	0,908365	0,800145	0,904745
0,007	0,007952	0,010229	0,007627	0,914437	0,890304	0,882536	0,906032

0,006127	0,013414	0,009718	0,007758	0,930268	0,834176	0,889978	0,90981
0,004798	0,011653	0,009227	0,00649	0,939152	0,873968	0,883964	0,921096
0,006969	0,007671	0,007757	0,007193	0,924152	0,896158	0,894656	0,915528
0,005093	0,007895	0,011841	0,006525	0,93633	0,908591	0,856217	0,920152
0,007272	0,005064	0,008748	0,007162	0,914553	0,932671	0,888114	0,913305
0,00539	0,0093	0,010942	0,00681	0,937349	0,882797	0,846468	0,915534
0,003813	0,01535	0,009699	0,006426	0,954556	0,804	0,88919	0,922168
0,006463	0,01188	0,014641	0,008502	0,936718	0,865721	0,835216	0,910843
0,007994	0,006023	0,014786	0,008717	0,905029	0,937288	0,840784	0,900231
0,004615	0,011003	0,010769	0,006497	0,948046	0,862096	0,883594	0,925486
0,005989	0,010401	0,011086	0,007416	0,924401	0,863375	0,875631	0,907932
0,008907	0,006701	0,011213	0,008922	0,898563	0,913133	0,858257	0,894702
0,006204	0,007188	0,011532	0,007151	0,929726	0,910807	0,864641	0,917125
0,005346	0,008618	0,009154	0,006408	0,936971	0,8723	0,900048	0,921732
0,005588	0,007797	0,011836	0,006857	0,933886	0,903179	0,851719	0,916955
0,005752	0,008474	0,012056	0,007106	0,932816	0,87945	0,850072	0,912399
0,009172	0,010171	0,017531	0,010576	0,907835	0,894152	0,755066	0,882867
0,008645	0,01078	0,016129	0,010088	0,896968	0,863423	0,772283	0,873234
0,005815	0,007568	0,010786	0,006824	0,93532	0,868751	0,878279	0,916778
0,005536	0,007332	0,01219	0,006803	0,928382	0,929889	0,856104	0,917766
0,005537	0,009669	0,007641	0,006472	0,93011	0,877371	0,918151	0,920405
0,006938	0,008008	0,012308	0,007904	0,91735	0,906531	0,842976	0,904571
0,008547	0,010822	0,021721	0,010865	0,918519	0,870292	0,777208	0,890088
0,003083	0,01219	0,011003	0,005637	0,962632	0,863494	0,86695	0,933409
0,007101	0,012283	0,013476	0,008835	0,91541	0,845525	0,819241	0,890502
0,00639	0,006466	0,008396	0,006702	0,924956	0,90997	0,897649	0,918612
0,00583	0,008304	0,009541	0,006758	0,927262	0,897896	0,886773	0,916784
0,005673	0,010748	0,012477	0,007455	0,927662	0,863399	0,861024	0,908027
0,004386	0,011874	0,015146	0,007123	0,948935	0,868817	0,787376	0,912684
0,006135	0,009058	0,007798	0,006823	0,9263	0,887475	0,899327	0,91643
0,007107	0,009197	0,006771	0,00737	0,908496	0,921077	0,931161	0,913783
0,006096	0,007726	0,012383	0,007283	0,924084	0,920804	0,831028	0,909634
0,005861	0,00584	0,013225	0,006962	0,929307	0,924852	0,838571	0,915029
0,006179	0,009082	0,007248	0,006775	0,922551	0,898553	0,920972	0,918715
0,005545	0,005406	0,008801	0,006013	0,930662	0,945107	0,895463	0,927549
0,004592	0,009027	0,012239	0,006405	0,94567	0,885267	0,858125	0,923478
0,005551	0,005622	0,014056	0,006837	0,935411	0,934806	0,829321	0,919407
0,00744	0,014635	0,01013	0,008923	0,922901	0,810926	0,879264	0,899559
0,005699	0,011282	0,008899	0,007017	0,937828	0,842611	0,88971	0,916328
0,007102	0,01095	0,009669	0,008064	0,915321	0,894269	0,849285	0,902257
0,005458	0,010386	0,007815	0,006551	0,933981	0,871966	0,904331	0,920231
0,005801	0,014414	0,007703	0,007378	0,935722	0,778056	0,912797	0,908633
0,004743	0,010033	0,013541	0,006857	0,940094	0,893535	0,845576	0,918933
0,012204	0,010415	0,010921	0,011743	0,863124	0,879145	0,886368	0,869014
0,005747	0,00871	0,009781	0,006797	0,928361	0,899201	0,877076	0,916295
0,004721	0,011196	0,010963	0,006629	0,94231	0,858445	0,869888	0,918867
0,007566	0,004925	0,008764	0,00735	0,908796	0,946918	0,874158	0,909318
0,005289	0,013792	0,005924	0,00666	0,934002	0,829864	0,935968	0,918676
0,006371	0,007921	0,008968	0,006993	0,919356	0,91046	0,894224	0,914252
0,004853	0,006575	0,017624	0,007027	0,938469	0,921914	0,780889	0,912349
0,00663	0,01248	0,013056	0,008471	0,918412	0,865314	0,84506	0,899445
0,005267	0,013214	0,006503	0,006644	0,939465	0,798131	0,922366	0,9157

0,006099	0,006974	0,009065	0,006675	0,928075	0,904762	0,886142	0,918288
0,007441	0,00818	0,005714	0,007293	0,920952	0,887912	0,922391	0,916212
0,007134	0,013853	0,012712	0,008979	0,923099	0,835007	0,880416	0,903483
0,005715	0,009606	0,011883	0,007224	0,930367	0,887656	0,856093	0,91282
0,004825	0,010975	0,009528	0,006453	0,944701	0,851936	0,873216	0,920064
0,004931	0,007986	0,010759	0,006263	0,939332	0,910849	0,863836	0,923735
0,004583	0,00804	0,01431	0,00656	0,949306	0,886153	0,820628	0,920531
0,005772	0,016031	0,014472	0,008616	0,932617	0,819689	0,822647	0,899182
0,007348	0,00967	0,011194	0,008273	0,913935	0,87518	0,861794	0,900301
0,006561	0,009309	0,012835	0,007914	0,927726	0,881013	0,866547	0,911542
0,005818	0,010811	0,008346	0,006946	0,929632	0,860356	0,902813	0,915217
0,00754	0,009343	0,013542	0,008711	0,920541	0,860501	0,814775	0,89567
0,007266	0,006106	0,009976	0,007499	0,910184	0,927694	0,886666	0,909283
0,006131	0,008051	0,009744	0,006961	0,92639	0,89838	0,876035	0,914635
0,005918	0,010847	0,012069	0,00758	0,926498	0,875398	0,851483	0,90758
<b>0,006274</b>	<b>0,010277</b>	<b>0,011117</b>	<b>0,007601</b>	<b>0,925965</b>	<b>0,875202</b>	<b>0,865858</b>	<b>0,909335</b>

30							
mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,005518	0,010298	0,0144	0,007567	0,932197	0,882013	0,820734	0,90795
0,005722	0,013772	0,012816	0,007994	0,935353	0,826132	0,862448	0,908034
0,007144	0,011715	0,010959	0,008402	0,907488	0,866327	0,870608	0,895782
0,005392	0,008053	0,010749	0,006595	0,928407	0,911936	0,885935	0,919565
0,007966	0,007986	0,00882	0,008097	0,901341	0,912359	0,879138	0,899663
0,005169	0,013474	0,009028	0,006994	0,935941	0,852869	0,886934	0,916129
0,009976	0,014232	0,009448	0,010535	0,918911	0,820159	0,897807	0,900932
0,007212	0,010439	0,013917	0,008702	0,915745	0,883747	0,828763	0,897898
0,006935	0,007664	0,007515	0,007132	0,916521	0,891131	0,91453	0,912414
0,00693	0,008533	0,01007	0,007641	0,924183	0,895458	0,867101	0,911312
0,005915	0,009779	0,008901	0,006943	0,931251	0,853573	0,899879	0,914894
0,010757	0,015969	0,01457	0,012111	0,882195	0,767269	0,818097	0,855342
0,005086	0,011153	0,01143	0,006948	0,935398	0,885932	0,847777	0,914835
0,004582	0,006872	0,018351	0,006991	0,945078	0,920825	0,781016	0,916831
0,006476	0,008862	0,013505	0,007888	0,923739	0,896651	0,813163	0,903089
0,007224	0,009153	0,010188	0,007958	0,920225	0,892504	0,869966	0,908528
0,005467	0,014532	0,011474	0,007728	0,936571	0,862578	0,875891	0,91637
0,005378	0,009205	0,010354	0,006698	0,936237	0,874821	0,865849	0,916467
0,005212	0,010977	0,006411	0,006256	0,935776	0,872232	0,916981	0,923425
0,004134	0,009888	0,0146	0,006567	0,949509	0,88396	0,814765	0,919465
0,006567	0,011282	0,010316	0,007837	0,923871	0,856842	0,88308	0,907698
0,005307	0,007301	0,01284	0,006736	0,93724	0,902439	0,844004	0,918034
0,007465	0,009937	0,008899	0,008051	0,928122	0,861662	0,900172	0,913961
0,004913	0,011167	0,009677	0,006566	0,939242	0,873834	0,886509	0,921521
0,006512	0,010253	0,005961	0,00699	0,920849	0,879486	0,921582	0,914755
0,005534	0,008638	0,006931	0,006209	0,934976	0,900733	0,900521	0,924671
0,005925	0,011192	0,006137	0,006747	0,927951	0,868991	0,927926	0,919103
0,005074	0,008062	0,015251	0,007049	0,942004	0,897167	0,811996	0,915777
0,005483	0,007939	0,012264	0,006868	0,931062	0,907042	0,863412	0,917311
0,004091	0,013311	0,007512	0,005987	0,948017	0,847476	0,911387	0,927442
0,00424	0,011394	0,011552	0,00641	0,950589	0,843601	0,875945	0,923344
0,00717	0,012424	0,013666	0,008932	0,917923	0,867795	0,839646	0,898662

0,004845	0,011689	0,013388	0,007153	0,943363	0,851492	0,838427	0,913842
0,006059	0,00996	0,007774	0,006901	0,927486	0,879678	0,913719	0,91825
0,004879	0,010587	0,010829	0,006628	0,946735	0,872374	0,846581	0,920558
0,005333	0,011253	0,011948	0,007213	0,935457	0,856005	0,857944	0,911913
0,004383	0,011253	0,010734	0,006366	0,947669	0,858071	0,867505	0,922205
0,004962	0,013407	0,014503	0,00766	0,944698	0,832126	0,825237	0,909893
0,005883	0,011321	0,00953	0,007246	0,938038	0,855946	0,877024	0,916572
0,005424	0,010299	0,011643	0,007088	0,93318	0,864627	0,864295	0,912564
0,005903	0,009874	0,011509	0,007339	0,928878	0,881236	0,858808	0,911221
0,0072	0,011333	0,006212	0,007672	0,9138	0,856624	0,933394	0,908163
0,007076	0,008912	0,011639	0,008036	0,917058	0,89391	0,859547	0,904959
0,015592	0,015378	0,01704	0,015777	0,850764	0,810704	0,811989	0,838939
0,006332	0,007745	0,006588	0,006582	0,924144	0,893782	0,924706	0,919674
0,004443	0,012621	0,013122	0,006971	0,945002	0,835466	0,856006	0,915222
0,005848	0,007348	0,006831	0,00622	0,931066	0,916127	0,901693	0,92442
0,007188	0,008195	0,009758	0,007724	0,913252	0,897791	0,868261	0,904184
0,003536	0,008862	0,014581	0,005991	0,956407	0,898907	0,824906	0,928057
0,006741	0,00586	0,012161	0,007422	0,916473	0,926565	0,854714	0,908723
0,005667	0,009594	0,00669	0,00641	0,930538	0,894476	0,904965	0,921293
0,003777	0,021603	0,015099	0,008149	0,955663	0,789754	0,81849	0,910201
0,004635	0,010653	0,010218	0,006375	0,948594	0,845276	0,860921	0,919946
0,005391	0,015568	0,009421	0,007522	0,940791	0,82676	0,883491	0,915092
0,005777	0,009717	0,007623	0,006645	0,928064	0,893565	0,900813	0,918802
0,005712	0,007014	0,011144	0,006722	0,93479	0,914482	0,846063	0,918435
0,009867	0,012574	0,010421	0,010356	0,8924	0,863069	0,880743	0,886252
0,005303	0,011452	0,009742	0,006891	0,939054	0,869707	0,879888	0,919777
0,005895	0,009346	0,010032	0,007033	0,93292	0,890179	0,867409	0,916682
0,005586	0,009525	0,010009	0,00684	0,933131	0,877764	0,862839	0,914282
0,004485	0,016345	0,010534	0,007171	0,946626	0,806161	0,863162	0,913037
0,006163	0,007433	0,0123	0,007274	0,920875	0,919626	0,846246	0,909494
0,004024	0,014419	0,01364	0,007026	0,953249	0,796036	0,837139	0,912251
0,005417	0,009522	0,010705	0,006826	0,9437	0,864288	0,874568	0,921418
0,004932	0,017589	0,010458	0,007659	0,942096	0,779416	0,875258	0,907669
0,005118	0,008401	0,008945	0,006185	0,940325	0,905482	0,866651	0,924048
0,00579	0,014038	0,009454	0,007577	0,931637	0,836016	0,902624	0,912942
0,008002	0,00909	0,01038	0,008522	0,900341	0,861252	0,913448	0,896444
0,004797	0,021678	0,02212	0,009928	0,943822	0,730729	0,741064	0,881444
0,013176	0,010614	0,011977	0,012612	0,835699	0,867211	0,854253	0,843209
0,004731	0,008893	0,011398	0,006355	0,942062	0,895184	0,855845	0,922098
0,005313	0,007703	0,012173	0,0067	0,934222	0,916869	0,851164	0,91916
0,00844	0,008421	0,009182	0,008549	0,904354	0,900327	0,882849	0,900524
0,0058	0,017259	0,014838	0,008874	0,942046	0,805521	0,829232	0,904645
0,004625	0,01161	0,009406	0,00639	0,94456	0,869997	0,864286	0,921335
0,005142	0,012673	0,008782	0,006818	0,940432	0,833297	0,879475	0,915218
0,005245	0,007755	0,010015	0,006337	0,935497	0,906484	0,880157	0,922844
0,008312	0,007057	0,009569	0,008312	0,896056	0,915149	0,883387	0,897019
0,003753	0,009397	0,013819	0,006109	0,955215	0,877566	0,837296	0,925879
0,007784	0,013892	0,00934	0,008933	0,922024	0,833765	0,881805	0,902753
0,004473	0,018471	0,012803	0,007822	0,955758	0,751256	0,843552	0,908252
0,004518	0,013992	0,014112	0,007378	0,948782	0,81613	0,845453	0,913384
0,00596	0,012655	0,008123	0,007289	0,935933	0,842349	0,88717	0,914581
0,00491	0,01103	0,009947	0,006583	0,941376	0,862784	0,87739	0,919989

0,004556	0,010589	0,007602	0,005918	0,948139	0,868199	0,895974	0,928323
0,00613	0,007189	0,011263	0,007059	0,926681	0,905789	0,874254	0,915683
0,004104	0,013067	0,009739	0,006294	0,948079	0,848441	0,890879	0,924553
0,005403	0,012323	0,009705	0,007086	0,938304	0,82301	0,875914	0,911651
0,007577	0,014515	0,013208	0,009462	0,914218	0,848828	0,825446	0,891094
0,005264	0,011935	0,012745	0,007387	0,939035	0,832477	0,852234	0,910031
0,005608	0,010789	0,009284	0,006936	0,930556	0,872865	0,891239	0,916005
0,005186	0,010951	0,012431	0,007137	0,939439	0,869392	0,834552	0,913199
0,005065	0,014364	0,012064	0,00751	0,93539	0,831044	0,867849	0,909607
0,007038	0,011016	0,00793	0,007769	0,91398	0,85776	0,910125	0,904969
0,006081	0,009783	0,008502	0,006999	0,926344	0,89319	0,873291	0,913413
0,007329	0,009118	0,005499	0,007323	0,911076	0,886761	0,931069	0,910428
0,005616	0,010779	0,012705	0,007454	0,929263	0,884518	0,839287	0,909055
0,004293	0,011516	0,012011	0,006534	0,948258	0,862155	0,860621	0,922197
0,004707	0,015777	0,008667	0,006962	0,943693	0,788936	0,903582	0,914462
0,005748	0,010324	0,008261	0,006811	0,930941	0,889979	0,873326	0,916155
<b>0,005963</b>	<b>0,011124</b>	<b>0,010843</b>	<b>0,007469</b>	<b>0,930434</b>	<b>0,864622</b>	<b>0,867471</b>	<b>0,911118</b>

### 31

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,005816	0,007652	0,015232	0,007504	0,929654	0,911744	0,810262	0,909059
0,006846	0,011588	0,011868	0,008311	0,918273	0,858491	0,862806	0,900986
0,006983	0,013913	0,009529	0,008404	0,91591	0,823886	0,90259	0,900109
0,008019	0,01246	0,010684	0,009085	0,903444	0,850428	0,869293	0,890369
0,006417	0,011137	0,010578	0,007749	0,923169	0,860222	0,877815	0,906924
0,004676	0,005142	0,011206	0,005726	0,946434	0,937562	0,839375	0,929044
0,008462	0,013192	0,010393	0,009461	0,916588	0,850264	0,869169	0,899526
0,005222	0,006679	0,011675	0,006408	0,935872	0,910816	0,876024	0,923136
0,004649	0,010023	0,014362	0,006912	0,939479	0,90158	0,830262	0,917411
0,011496	0,021349	0,015426	0,013564	0,875957	0,754979	0,808607	0,847708
0,007312	0,00876	0,010396	0,007992	0,914358	0,896067	0,854244	0,902597
0,006631	0,007224	0,011197	0,007405	0,925154	0,916235	0,85814	0,913764
0,007533	0,011524	0,007684	0,008155	0,917779	0,853204	0,897527	0,905055
0,00684	0,008822	0,009166	0,007486	0,916793	0,905456	0,889737	0,911034
0,004977	0,008619	0,008366	0,006032	0,93413	0,90694	0,906176	0,925859
0,005902	0,008289	0,007302	0,00647	0,926339	0,909617	0,906403	0,920841
0,00693	0,012887	0,007027	0,007838	0,912502	0,845718	0,91556	0,902943
0,005578	0,010617	0,006399	0,006457	0,933114	0,864144	0,926621	0,921794
0,006434	0,012647	0,010929	0,00804	0,917668	0,847783	0,879389	0,901444
0,005392	0,014745	0,00539	0,006794	0,937447	0,800092	0,939827	0,917201
0,004172	0,014306	0,009027	0,00642	0,948236	0,834848	0,887477	0,922114
0,006006	0,006662	0,011724	0,006962	0,925616	0,929703	0,863039	0,916843
0,009005	0,007962	0,012181	0,009325	0,887941	0,904249	0,858545	0,885978
0,005142	0,008288	0,011165	0,006517	0,935996	0,906077	0,869284	0,921501
0,005945	0,013696	0,009453	0,007634	0,929613	0,851194	0,878877	0,910239
0,003616	0,01452	0,01231	0,006556	0,957678	0,810833	0,867163	0,922074
0,006322	0,008045	0,00995	0,007124	0,921877	0,923701	0,866104	0,913785
0,005686	0,009139	0,009397	0,00676	0,928225	0,895875	0,891951	0,917932
0,004101	0,012179	0,012584	0,006585	0,950739	0,845034	0,860111	0,921289
0,004622	0,011163	0,013252	0,006898	0,94216	0,867621	0,844302	0,916301
0,005944	0,011318	0,006445	0,006825	0,926099	0,868232	0,91726	0,916093

0,006336	0,010524	0,012422	0,007877	0,926105	0,883511	0,862946	0,910242
0,00425	0,010526	0,009772	0,00602	0,947619	0,871286	0,884427	0,92669
0,004689	0,011272	0,010107	0,006489	0,94689	0,867614	0,881035	0,92512
0,004731	0,015563	0,018528	0,008425	0,945212	0,78689	0,776596	0,896171
0,007483	0,006235	0,013255	0,008162	0,9059	0,925104	0,843503	0,899421
0,005681	0,010401	0,011023	0,00719	0,934429	0,848773	0,867986	0,911614
0,006748	0,01198	0,009412	0,007933	0,919921	0,837902	0,885755	0,902493
0,008113	0,012775	0,005569	0,008431	0,905594	0,850179	0,93645	0,90191
0,006239	0,010778	0,009921	0,007472	0,927162	0,872698	0,877833	0,911593
0,004779	0,01631	0,011036	0,007448	0,937577	0,835676	0,860364	0,91071
0,005179	0,008773	0,013546	0,006973	0,939578	0,876364	0,829764	0,913624
0,005557	0,00912	0,011823	0,007031	0,929984	0,892894	0,866822	0,914946
0,007237	0,005749	0,010118	0,007446	0,904735	0,938952	0,880889	0,90629
0,004426	0,012238	0,011049	0,006591	0,949239	0,844509	0,862522	0,920522
0,005366	0,010628	0,009851	0,006828	0,936663	0,866558	0,874156	0,916771
0,005777	0,014565	0,007436	0,007344	0,933561	0,82895	0,921468	0,916056
0,006881	0,008125	0,009912	0,007522	0,922299	0,906139	0,874584	0,912718
0,0095	0,007448	0,019463	0,010687	0,889841	0,910586	0,723112	0,867943
0,004477	0,01167	0,013184	0,006862	0,947719	0,843214	0,847677	0,917037
0,005884	0,007397	0,008813	0,00655	0,928273	0,908419	0,891609	0,919795
0,009625	0,012282	0,01978	0,011547	0,886806	0,868126	0,747895	0,863167
0,006192	0,006575	0,013736	0,007381	0,91724	0,927331	0,856953	0,909711
0,010813	0,011582	0,011385	0,011014	0,885672	0,878678	0,871692	0,882526
0,005824	0,007443	0,012602	0,007084	0,930527	0,888366	0,86289	0,914057
0,005923	0,005789	0,010718	0,006622	0,931226	0,927141	0,857376	0,919536
0,006007	0,011179	0,007236	0,006967	0,925662	0,848421	0,915132	0,912497
0,00543	0,009433	0,010484	0,006789	0,935381	0,879562	0,87817	0,918427
0,005441	0,010523	0,010994	0,007036	0,934043	0,84974	0,879766	0,913256
0,005105	0,009369	0,013682	0,007031	0,944584	0,878333	0,854633	0,921154
0,007425	0,006557	0,007591	0,00732	0,912492	0,914486	0,90618	0,911845
0,007558	0,00869	0,010621	0,008187	0,908132	0,917284	0,886369	0,90624
0,007052	0,007269	0,012909	0,007963	0,916024	0,91065	0,825997	0,901714
0,006796	0,012545	0,008001	0,007839	0,921581	0,849737	0,902663	0,907967
0,006668	0,008419	0,008835	0,007256	0,919564	0,901075	0,904402	0,914516
0,006559	0,013327	0,020013	0,009592	0,920256	0,82417	0,803711	0,888361
0,004664	0,01058	0,013054	0,00681	0,93812	0,884305	0,85631	0,917776
0,005607	0,009961	0,007741	0,006581	0,934748	0,873299	0,892346	0,919171
0,003602	0,011302	0,016115	0,006634	0,958256	0,860174	0,820653	0,922904
0,006155	0,012366	0,007253	0,007251	0,930654	0,831436	0,925403	0,914984
0,004261	0,012841	0,012751	0,006822	0,94798	0,865343	0,849631	0,920832
0,007747	0,007672	0,01023	0,008108	0,908064	0,901312	0,877552	0,902474
0,005102	0,010887	0,00917	0,00658	0,941762	0,848671	0,876472	0,918005
0,007154	0,008091	0,00674	0,007232	0,911081	0,898705	0,923301	0,911058
0,006141	0,014065	0,007554	0,007541	0,926124	0,821625	0,91341	0,908542
0,006566	0,008599	0,009188	0,007264	0,919403	0,888131	0,890802	0,910422
0,005306	0,00952	0,018006	0,007843	0,936172	0,879775	0,771517	0,903014
0,007766	0,006814	0,007046	0,007515	0,902912	0,905711	0,925916	0,906782
0,006113	0,013157	0,008426	0,007517	0,927794	0,829125	0,896939	0,908365
0,006932	0,008854	0,00985	0,007658	0,919526	0,903765	0,879728	0,911192
0,005019	0,006872	0,015437	0,00686	0,937702	0,926392	0,811577	0,917087
0,006968	0,01022	0,004692	0,007114	0,919495	0,867956	0,942165	0,915165
0,005427	0,007848	0,014138	0,007097	0,933198	0,904274	0,835834	0,914255

0,0086	0,009986	0,008434	0,008783	0,893709	0,886839	0,894458	0,892791
0,00418	0,006267	0,015998	0,006265	0,951349	0,931311	0,78962	0,924084
0,005931	0,010752	0,013077	0,007726	0,931469	0,859078	0,808909	0,902226
0,006542	0,014611	0,011472	0,008492	0,923805	0,804157	0,867075	0,897349
0,004395	0,008683	0,012223	0,006212	0,945953	0,902229	0,844849	0,924229
0,004664	0,009708	0,010415	0,006283	0,941094	0,882303	0,881343	0,923313
0,004924	0,010891	0,013793	0,007149	0,943091	0,863069	0,822149	0,912946
0,004298	0,011638	0,01222	0,006587	0,944383	0,851977	0,874259	0,920004
0,007572	0,00807	0,009016	0,007863	0,909955	0,906545	0,875217	0,904233
0,003942	0,009965	0,010998	0,005904	0,953751	0,866094	0,870982	0,928187
0,006194	0,007447	0,010113	0,00697	0,930786	0,894144	0,883268	0,918162
0,006055	0,009925	0,012754	0,007641	0,929725	0,875143	0,832535	0,906959
0,005817	0,008914	0,011983	0,007207	0,932826	0,891167	0,857497	0,915278
0,005256	0,010807	0,013823	0,007374	0,933021	0,877995	0,852354	0,912667
0,003832	0,006394	0,020924	0,00678	0,953604	0,925361	0,775859	0,922706
0,005993	0,007796	0,011051	0,007022	0,926458	0,910794	0,850788	0,912758
0,004622	0,009711	0,012177	0,006518	0,944579	0,878392	0,856972	0,92151
<b>0,006078</b>	<b>0,010188</b>	<b>0,01115</b>	<b>0,007455</b>	<b>0,927443</b>	<b>0,875985</b>	<b>0,86655</b>	<b>0,91059</b>

32

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,003481	0,014286	0,015862	0,006959	0,960505	0,819289	0,811033	0,916901
0,00586	0,007622	0,007938	0,006436	0,932089	0,903763	0,89313	0,921997
0,005811	0,011593	0,016218	0,00824	0,936101	0,888856	0,827291	0,912692
0,007547	0,007332	0,009937	0,007873	0,911945	0,89968	0,866964	0,903358
0,004501	0,009494	0,012875	0,006506	0,944823	0,899919	0,839752	0,922326
0,00752	0,007755	0,015769	0,008793	0,907019	0,913492	0,801649	0,892184
0,005484	0,01043	0,008961	0,006747	0,937036	0,863312	0,899888	0,920405
0,005269	0,011623	0,011113	0,007098	0,940708	0,850559	0,851167	0,913754
0,005257	0,012707	0,013515	0,007613	0,94332	0,847121	0,831639	0,912138
0,006128	0,010366	0,007667	0,006994	0,925116	0,874943	0,905014	0,914574
0,005767	0,012115	0,006082	0,006766	0,931322	0,853538	0,928978	0,919303
0,004354	0,012091	0,009689	0,006314	0,946759	0,854018	0,884364	0,923489
0,007369	0,008381	0,009663	0,007865	0,918307	0,909934	0,87593	0,910695
0,005772	0,014476	0,011417	0,007925	0,936896	0,81241	0,853595	0,905728
0,005406	0,007453	0,009108	0,006269	0,927112	0,91826	0,905173	0,922493
0,005606	0,009632	0,014337	0,00752	0,937855	0,884302	0,809985	0,910642
0,005747	0,008708	0,010683	0,006931	0,930376	0,903504	0,864615	0,916481
0,006545	0,00769	0,00864	0,007031	0,918391	0,906488	0,897786	0,913515
0,007093	0,007415	0,008049	0,007285	0,916821	0,908864	0,906652	0,914102
0,005406	0,010771	0,007248	0,006487	0,932183	0,877693	0,929657	0,923631
0,004435	0,009093	0,010533	0,006049	0,946843	0,893168	0,867783	0,926933
0,006314	0,008205	0,008343	0,006902	0,924423	0,898074	0,891964	0,915602
0,005206	0,010005	0,015672	0,007495	0,938804	0,873243	0,812158	0,909973
0,005138	0,008536	0,012236	0,006712	0,939429	0,889248	0,848166	0,918213
0,007235	0,011258	0,014183	0,008881	0,91334	0,860058	0,845884	0,895229
0,011367	0,008499	0,012226	0,011066	0,857943	0,907659	0,84062	0,862802
0,006334	0,010311	0,011015	0,007632	0,92601	0,887872	0,890272	0,914928
0,005912	0,00876	0,011217	0,007135	0,92523	0,904295	0,854656	0,911503
0,004233	0,016069	0,011015	0,007025	0,949288	0,795096	0,88908	0,917128
0,007162	0,008774	0,009364	0,007734	0,912642	0,886906	0,896408	0,906347

0,005681	0,008212	0,009685	0,006662	0,928014	0,887701	0,896216	0,917197
0,004479	0,010858	0,012848	0,006691	0,948958	0,871735	0,835922	0,920419
0,007425	0,009582	0,013038	0,00859	0,905353	0,890252	0,85639	0,895743
0,005132	0,010638	0,010794	0,006807	0,942303	0,870998	0,868422	0,920525
0,004492	0,011482	0,012698	0,006771	0,947008	0,861706	0,854031	0,920266
0,008516	0,008399	0,012715	0,009128	0,897998	0,891239	0,830845	0,886911
0,005423	0,010385	0,009645	0,006801	0,931788	0,872896	0,890118	0,916704
0,005457	0,008034	0,008913	0,006362	0,935002	0,897902	0,882504	0,921562
0,005496	0,008449	0,008885	0,006447	0,937659	0,896394	0,892951	0,924763
0,005533	0,011438	0,009338	0,006989	0,931499	0,861615	0,882747	0,913704
0,006835	0,011868	0,008166	0,00779	0,922018	0,84094	0,906131	0,907473
0,004882	0,010394	0,007553	0,006109	0,937044	0,879701	0,915862	0,925265
0,004624	0,013739	0,014943	0,007539	0,944115	0,833508	0,836496	0,911381
0,005455	0,008011	0,012323	0,006869	0,933134	0,907403	0,835757	0,914668
0,00641	0,010105	0,011095	0,007667	0,935681	0,839902	0,867805	0,911133
0,008176	0,010333	0,008675	0,008574	0,901534	0,887333	0,893323	0,898172
0,010248	0,01381	0,010814	0,010867	0,900371	0,850209	0,878671	0,889591
0,005375	0,013589	0,009397	0,007211	0,935247	0,84565	0,867363	0,911625
0,007404	0,007867	0,00791	0,00755	0,908271	0,910677	0,902377	0,907748
0,005735	0,005767	0,012914	0,006816	0,93047	0,928651	0,840762	0,916741
0,0053	0,017175	0,010357	0,00784	0,935822	0,776593	0,870342	0,902116
0,005806	0,009315	0,013193	0,007441	0,928293	0,889672	0,875208	0,914537
0,006091	0,006923	0,008583	0,006589	0,928578	0,907119	0,897523	0,920701
0,005112	0,013828	0,005713	0,00651	0,934353	0,839887	0,933774	0,920096
0,005407	0,010559	0,012469	0,007239	0,935345	0,874795	0,853243	0,913947
0,005527	0,006764	0,010539	0,006464	0,933817	0,913834	0,86768	0,920899
0,004697	0,010216	0,009561	0,006254	0,941206	0,87124	0,893259	0,923519
0,00586	0,009506	0,011381	0,007235	0,923275	0,903349	0,861277	0,910987
0,008986	0,009522	0,010016	0,009221	0,905176	0,885574	0,882564	0,898844
0,006215	0,007198	0,01026	0,006969	0,926051	0,908076	0,87436	0,915601
0,006523	0,011113	0,010108	0,007749	0,918372	0,864725	0,88705	0,905626
0,006539	0,007821	0,009895	0,007235	0,927263	0,916516	0,88313	0,919031
0,006614	0,01277	0,012863	0,008475	0,926581	0,850113	0,828469	0,900394
0,004681	0,014099	0,007585	0,006529	0,941899	0,823556	0,92033	0,920912
0,005886	0,008955	0,012411	0,007326	0,92482	0,890329	0,866897	0,910958
0,00446	0,007224	0,015257	0,006494	0,946045	0,911922	0,818713	0,921827
0,007058	0,00948	0,01013	0,007882	0,924869	0,879385	0,881071	0,911476
0,00679	0,011148	0,012538	0,008306	0,921337	0,860424	0,8635	0,903525
0,00566	0,011422	0,010764	0,00729	0,933799	0,862418	0,87841	0,914783
0,005511	0,009777	0,020116	0,008341	0,931195	0,883463	0,796257	0,903795
0,006288	0,015135	0,011528	0,008401	0,923042	0,805312	0,868309	0,897172
0,005008	0,012515	0,01266	0,007282	0,939617	0,852807	0,826826	0,909677
0,005276	0,010908	0,009608	0,00677	0,937504	0,863728	0,879259	0,917701
0,006733	0,011323	0,007847	0,007588	0,914378	0,88053	0,908542	0,908426
0,005988	0,008738	0,013126	0,007471	0,935443	0,879806	0,843903	0,913367
0,007376	0,008292	0,013455	0,008426	0,917273	0,904066	0,838469	0,903472
0,005382	0,008891	0,015285	0,007394	0,934113	0,897972	0,810347	0,910127
0,004583	0,014778	0,012471	0,007296	0,939004	0,837878	0,856918	0,911522
0,007537	0,010096	0,010499	0,008365	0,907811	0,874848	0,867713	0,896852
0,005259	0,009363	0,009884	0,006568	0,937524	0,853587	0,885194	0,917084
0,006369	0,024451	0,009657	0,009574	0,919602	0,737327	0,872313	0,885168
0,007073	0,011999	0,00555	0,007584	0,917483	0,83918	0,924596	0,906804

0,006382	0,007011	0,008319	0,006767	0,922144	0,923088	0,886265	0,916903
0,006689	0,007706	0,008283	0,00708	0,915836	0,91111	0,900545	0,912833
0,007419	0,005674	0,009532	0,007474	0,912382	0,926451	0,885724	0,910494
0,007237	0,009445	0,008186	0,00771	0,913872	0,883998	0,894104	0,906426
0,003743	0,010175	0,014509	0,006323	0,957159	0,880383	0,838459	0,927837
0,008586	0,012354	0,009226	0,009247	0,890724	0,85414	0,885793	0,884497
0,006003	0,007248	0,00721	0,006371	0,926153	0,917283	0,908526	0,922178
0,005441	0,014695	0,00819	0,007242	0,936558	0,819416	0,892121	0,912321
0,004921	0,007898	0,013387	0,006637	0,944288	0,903972	0,81455	0,91878
0,006767	0,006266	0,010533	0,007256	0,923053	0,924927	0,841435	0,911091
0,005459	0,008564	0,009365	0,006511	0,936089	0,894406	0,884767	0,922138
0,004939	0,012394	0,008878	0,006648	0,939676	0,824583	0,904177	0,917087
0,003625	0,011967	0,009875	0,005814	0,954195	0,871215	0,88037	0,930674
0,004621	0,010546	0,013616	0,006859	0,941527	0,881236	0,825261	0,915044
0,005207	0,011844	0,009261	0,00681	0,940414	0,849668	0,867336	0,91584
0,005589	0,008446	0,012988	0,007127	0,933362	0,889204	0,831937	0,911524
0,005552	0,010776	0,020411	0,008564	0,936235	0,850409	0,730462	0,892495
0,008088	0,009269	0,007359	0,008156	0,89711	0,888166	0,912646	0,898099
<b>0,005999</b>	<b>0,01028</b>	<b>0,010874</b>	<b>0,007372</b>	<b>0,928538</b>	<b>0,875457</b>	<b>0,868559</b>	<b>0,911579</b>

### 33

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,004661	0,014285	0,012991	0,007354	0,944027	0,82874	0,837616	0,910772
0,005078	0,007087	0,014174	0,006744	0,936262	0,92205	0,831013	0,918343
0,006674	0,012992	0,00555	0,007453	0,919117	0,841889	0,930921	0,909304
0,007439	0,012835	0,011954	0,008926	0,913936	0,841993	0,851363	0,893759
0,0051	0,007713	0,01098	0,006374	0,940187	0,908116	0,8407	0,920453
0,008095	0,009554	0,008857	0,008428	0,91365	0,904876	0,884001	0,907887
0,006116	0,00946	0,015006	0,007951	0,933006	0,904327	0,829204	0,913134
0,004069	0,013841	0,010297	0,006469	0,949443	0,832225	0,884475	0,922115
0,004644	0,014707	0,006898	0,006492	0,946253	0,80062	0,913421	0,919483
0,004635	0,008812	0,011314	0,006264	0,942091	0,903415	0,855776	0,923342
0,005314	0,010142	0,01004	0,006747	0,93794	0,876808	0,852261	0,915918
0,004837	0,007269	0,01337	0,006482	0,944279	0,904491	0,831831	0,921443
0,005161	0,01052	0,007768	0,006356	0,936374	0,880264	0,904433	0,923167
0,00389	0,012246	0,022239	0,007896	0,956473	0,84421	0,742456	0,907531
0,004842	0,010644	0,009389	0,006394	0,943678	0,872328	0,866619	0,921417
0,003998	0,012682	0,010157	0,006224	0,947819	0,870671	0,875498	0,925399
0,006588	0,008869	0,012761	0,007856	0,919823	0,907388	0,864947	0,909726
0,006713	0,00907	0,010589	0,007648	0,920901	0,896982	0,886892	0,912212
0,008844	0,016924	0,017404	0,01134	0,913582	0,808191	0,799723	0,880694
0,00529	0,008436	0,010921	0,006607	0,93572	0,888966	0,875015	0,919601
0,006828	0,013622	0,009149	0,008195	0,925766	0,816417	0,887853	0,903677
0,005357	0,009418	0,013209	0,007144	0,937755	0,886222	0,824915	0,913099
0,005806	0,006135	0,010305	0,00653	0,932828	0,922336	0,871884	0,922113
0,005774	0,008787	0,011236	0,007045	0,930089	0,879085	0,875761	0,914289
0,004679	0,014034	0,009431	0,006795	0,943664	0,847884	0,893771	0,921813
0,006324	0,007543	0,010583	0,007145	0,923796	0,91277	0,878766	0,915387
0,006263	0,012082	0,007047	0,007254	0,932185	0,847891	0,915907	0,917099
0,006795	0,008531	0,008263	0,007276	0,914703	0,909949	0,899149	0,911657

0,005265	0,013233	0,011101	0,007336	0,938076	0,85886	0,846498	0,912457
0,005303	0,007214	0,012278	0,006636	0,93764	0,915678	0,839888	0,919683
0,006719	0,009337	0,007765	0,007268	0,917163	0,881113	0,91232	0,911029
0,0062	0,008768	0,006313	0,006602	0,924705	0,893646	0,921122	0,919509
0,007805	0,009721	0,015938	0,009312	0,91162	0,885197	0,758978	0,88476
0,003227	0,006789	0,018421	0,00604	0,960732	0,915457	0,790605	0,928422
0,009364	0,012059	0,012125	0,010183	0,910676	0,837094	0,886616	0,89603
0,004909	0,014987	0,009909	0,007171	0,943573	0,801795	0,882264	0,91311
0,004462	0,011827	0,011827	0,006671	0,943176	0,874707	0,864317	0,921077
0,005456	0,010066	0,010241	0,006865	0,935554	0,871117	0,874521	0,916734
0,007235	0,014553	0,009384	0,008655	0,924698	0,802502	0,880124	0,899682
0,005908	0,009821	0,007828	0,006783	0,928538	0,889527	0,900654	0,918503
0,005023	0,01305	0,014156	0,007597	0,938279	0,841981	0,835512	0,908419
0,006812	0,00769	0,01026	0,007461	0,913601	0,905043	0,891909	0,909063
0,005417	0,012987	0,009152	0,007112	0,935817	0,836536	0,887643	0,913699
0,005446	0,009526	0,011653	0,006989	0,931028	0,891093	0,865711	0,91524
0,004741	0,013957	0,009108	0,006778	0,945238	0,819279	0,895614	0,918901
0,004708	0,010089	0,009789	0,006277	0,94296	0,880818	0,879278	0,924086
0,002911	0,017343	0,018888	0,007472	0,966657	0,785831	0,761162	0,908709
0,006153	0,010975	0,011776	0,00772	0,920896	0,875118	0,873208	0,906876
0,005791	0,013082	0,008698	0,007321	0,925022	0,840559	0,896921	0,908137
0,004601	0,011159	0,011551	0,006627	0,9432	0,869626	0,879059	0,922543
0,007414	0,009811	0,014097	0,008776	0,909296	0,8665	0,848303	0,893728
0,006439	0,010044	0,012782	0,007931	0,923231	0,870953	0,842587	0,903292
0,004251	0,008061	0,026475	0,008156	0,94936	0,891818	0,676194	0,899754
0,008143	0,011055	0,013064	0,009318	0,903506	0,866239	0,849998	0,88989
0,007801	0,011536	0,007665	0,008341	0,921401	0,859703	0,910335	0,910486
0,008546	0,009765	0,010179	0,008974	0,896004	0,868532	0,879672	0,889433
0,004582	0,007367	0,017953	0,007005	0,942325	0,918625	0,782429	0,914786
0,00569	0,010394	0,007401	0,006652	0,930779	0,883354	0,903385	0,919556
0,005493	0,008737	0,013385	0,007163	0,934654	0,905002	0,863046	0,919465
0,006083	0,008495	0,013949	0,007624	0,9242	0,894143	0,846784	0,908079
0,003315	0,01743	0,012319	0,006783	0,961136	0,782961	0,851882	0,918022
0,007061	0,006234	0,011139	0,007549	0,91524	0,914897	0,86572	0,90776
0,007964	0,012632	0,014531	0,00965	0,918183	0,851049	0,838253	0,896123
0,005595	0,011212	0,009019	0,006951	0,934723	0,86577	0,886074	0,917082
0,003148	0,007875	0,018769	0,0062	0,964609	0,899675	0,768014	0,92538
0,004586	0,012217	0,013463	0,007062	0,947589	0,853939	0,829932	0,915893
0,007535	0,007457	0,01283	0,008317	0,91481	0,899461	0,815935	0,897676
0,004355	0,01023	0,015225	0,006867	0,948054	0,869041	0,822049	0,917301
0,004832	0,012147	0,012823	0,007128	0,941822	0,869616	0,832896	0,914652
0,005985	0,006762	0,013171	0,00718	0,925761	0,911344	0,850677	0,912336
0,005885	0,011331	0,010079	0,007331	0,925785	0,85744	0,890711	0,910273
0,005533	0,019578	0,00762	0,007953	0,937222	0,764271	0,893664	0,904746
0,005324	0,012495	0,012899	0,007536	0,932589	0,857835	0,846653	0,908486
0,005376	0,009913	0,010932	0,00689	0,937368	0,878172	0,856305	0,91633
0,003862	0,008914	0,013402	0,006051	0,952539	0,897387	0,841135	0,927556
0,005601	0,009414	0,012213	0,007165	0,933386	0,878561	0,858316	0,913902
0,008003	0,010654	0,013652	0,009248	0,904491	0,866128	0,858892	0,891896
0,005436	0,007824	0,012765	0,006894	0,93323	0,885022	0,866636	0,91601
0,005528	0,009175	0,011387	0,006954	0,933	0,889498	0,858275	0,915266
0,006532	0,007439	0,009511	0,007115	0,922614	0,909557	0,87644	0,913729

0,007846	0,009115	0,009603	0,0083	0,906569	0,878461	0,889237	0,899753
0,007868	0,010531	0,011279	0,008779	0,904965	0,890444	0,866755	0,897055
0,004266	0,004947	0,021534	0,006959	0,946271	0,937964	0,799614	0,923026
0,004916	0,016254	0,008312	0,007126	0,939618	0,816121	0,895536	0,914481
0,006098	0,01127	0,01659	0,008448	0,924897	0,864859	0,786537	0,895137
0,006708	0,016711	0,010831	0,008827	0,920593	0,823917	0,879963	0,899997
0,004166	0,011954	0,008825	0,006033	0,946395	0,867038	0,895068	0,926793
0,004663	0,01167	0,006935	0,006055	0,941129	0,849707	0,927664	0,925396
0,005181	0,010424	0,008036	0,006396	0,940181	0,878194	0,88359	0,922394
0,008397	0,011559	0,01311	0,009578	0,915043	0,883678	0,861711	0,902339
0,004606	0,008539	0,01359	0,006544	0,945227	0,885623	0,846132	0,921422
0,005002	0,009394	0,009707	0,006367	0,938908	0,892035	0,866531	0,921021
0,006069	0,007609	0,012057	0,007198	0,930811	0,907177	0,82467	0,911344
0,005025	0,012189	0,011873	0,007127	0,94481	0,826404	0,838933	0,911167
0,005743	0,0096	0,010135	0,006981	0,9315	0,892089	0,865373	0,91567
0,005561	0,013076	0,009605	0,007295	0,932441	0,86088	0,866466	0,911811
0,005911	0,008789	0,006146	0,006378	0,93176	0,877177	0,926256	0,922747
0,006735	0,014582	0,008344	0,008154	0,920138	0,836475	0,871531	0,900298
0,004471	0,010011	0,013531	0,006661	0,947042	0,886472	0,845464	0,92272
0,003977	0,016455	0,009083	0,006614	0,951598	0,801213	0,892135	0,920121
<b>0,005724</b>	<b>0,010774</b>	<b>0,011639</b>	<b>0,007368</b>	<b>0,93253</b>	<b>0,870161</b>	<b>0,859705</b>	<b>0,912251</b>

### 34

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,005298	0,008487	0,014618	0,007174	0,932778	0,903327	0,820405	0,911505
0,00541	0,01095	0,014738	0,00764	0,936079	0,864517	0,804248	0,90557
0,004715	0,012466	0,011397	0,00688	0,944251	0,822535	0,872806	0,915277
0,006178	0,018713	0,013262	0,009121	0,941611	0,768462	0,79543	0,893711
0,005169	0,010166	0,010211	0,006675	0,944506	0,869871	0,864467	0,921305
0,006879	0,006681	0,006752	0,00683	0,918317	0,917293	0,917118	0,917984
0,010979	0,010136	0,012017	0,011009	0,864444	0,883878	0,862375	0,867049
0,006092	0,006923	0,013221	0,007286	0,92826	0,916611	0,824655	0,910972
0,006379	0,00753	0,009157	0,006968	0,921824	0,899352	0,898149	0,914902
0,005628	0,010204	0,009657	0,006919	0,928137	0,881158	0,888275	0,915111
0,005452	0,010595	0,013502	0,007431	0,93521	0,85081	0,837107	0,907834
0,004666	0,011017	0,009991	0,006417	0,94352	0,870613	0,864363	0,92071
0,005066	0,013218	0,010666	0,007129	0,941369	0,834482	0,881177	0,916307
0,007307	0,013014	0,014803	0,009287	0,941141	0,821302	0,861695	0,911249
0,005751	0,014524	0,012306	0,00805	0,934244	0,809043	0,839229	0,901212
0,00467	0,009345	0,013532	0,006701	0,941491	0,89129	0,845741	0,919598
0,013247	0,013191	0,011188	0,01293	0,83338	0,845184	0,861175	0,83932
0,004671	0,010468	0,013902	0,006925	0,948675	0,863554	0,825776	0,917472
0,008006	0,00903	0,008773	0,008275	0,910662	0,880386	0,918433	0,907286
0,004966	0,006087	0,012977	0,006336	0,941277	0,913954	0,835864	0,921366
0,003192	0,011891	0,013372	0,006024	0,962846	0,863126	0,827685	0,927614
0,005624	0,009394	0,008065	0,006555	0,932973	0,881417	0,902298	0,920639
0,006361	0,008878	0,011155	0,007458	0,92951	0,894076	0,850073	0,912279
0,003596	0,012986	0,012081	0,006277	0,957586	0,840207	0,849033	0,923696
0,007087	0,009986	0,006162	0,007383	0,922702	0,880293	0,923226	0,916419
0,005315	0,008726	0,011215	0,006712	0,933533	0,898897	0,867855	0,918486

0,006215	0,011829	0,014989	0,008373	0,928394	0,850519	0,831823	0,902227
0,005761	0,011626	0,014982	0,008024	0,932488	0,871251	0,819475	0,906351
0,005775	0,00834	0,010416	0,006856	0,930831	0,889178	0,871009	0,91561
0,006298	0,010968	0,012595	0,007943	0,920139	0,864955	0,875655	0,905189
0,004362	0,012751	0,007705	0,006122	0,949838	0,836713	0,90054	0,925474
0,006108	0,006057	0,012559	0,007068	0,928175	0,917703	0,868101	0,917593
0,003308	0,012707	0,017228	0,006806	0,96098	0,829541	0,796954	0,91666
0,006442	0,009227	0,010638	0,007489	0,920374	0,890363	0,873887	0,908899
0,007065	0,011685	0,011416	0,00841	0,933751	0,812516	0,883045	0,90796
0,007173	0,011339	0,009577	0,008159	0,923133	0,854052	0,89504	0,908557
0,003791	0,007565	0,014051	0,005896	0,951842	0,913707	0,838669	0,929146
0,00501	0,00832	0,013066	0,006715	0,938592	0,9111	0,815691	0,916033
0,005749	0,00818	0,010327	0,006801	0,928777	0,910606	0,872755	0,917648
0,004481	0,012572	0,011693	0,006776	0,947966	0,828751	0,862992	0,917337
0,004822	0,01166	0,012088	0,006938	0,943032	0,86103	0,858379	0,918034
0,008031	0,009119	0,012907	0,008925	0,907225	0,876263	0,845002	0,893247
0,004913	0,013369	0,009304	0,00684	0,941088	0,845214	0,876181	0,916971
0,004966	0,007248	0,014037	0,006669	0,944039	0,903079	0,831692	0,921043
0,005008	0,015794	0,005823	0,006748	0,943313	0,804226	0,925033	0,919708
0,006407	0,006102	0,009327	0,006799	0,918536	0,930316	0,887218	0,915606
0,004352	0,009484	0,012553	0,006352	0,948415	0,875644	0,851016	0,92289
0,007854	0,012369	0,00945	0,008771	0,921027	0,817296	0,899786	0,902281
0,005389	0,011037	0,013905	0,007514	0,939735	0,864101	0,831385	0,912138
0,003805	0,015038	0,016544	0,007401	0,955422	0,844275	0,787628	0,913581
0,006547	0,012722	0,010657	0,00809	0,920216	0,840963	0,866697	0,9003
0,005276	0,014289	0,007825	0,00701	0,941335	0,82483	0,90708	0,918721
0,008274	0,009892	0,008946	0,008617	0,90242	0,888225	0,903558	0,900461
0,006433	0,011481	0,004953	0,006968	0,924528	0,853692	0,932081	0,915036
0,00496	0,008078	0,01296	0,006627	0,940473	0,903906	0,855494	0,922241
0,005088	0,006889	0,009786	0,006063	0,938951	0,92162	0,869286	0,925902
0,004227	0,016611	0,007651	0,006599	0,948959	0,79947	0,900527	0,919271
0,005259	0,012498	0,012068	0,007366	0,936395	0,834695	0,860758	0,909794
0,004954	0,007167	0,014115	0,00666	0,940306	0,917698	0,814772	0,918085
0,00646	0,008993	0,011971	0,007667	0,921497	0,882875	0,861728	0,906738
0,00585	0,007697	0,009519	0,006677	0,930607	0,90853	0,870057	0,918213
0,007397	0,00919	0,013133	0,008526	0,909032	0,894239	0,85058	0,898045
0,003925	0,011745	0,016125	0,006928	0,953025	0,858086	0,810579	0,917417
0,003242	0,010907	0,015964	0,0063	0,962248	0,863042	0,808838	0,924356
0,004972	0,010355	0,012744	0,006945	0,940791	0,8569	0,852758	0,915003
0,003649	0,011204	0,010168	0,00576	0,956127	0,872326	0,858838	0,928963
0,006127	0,006935	0,011482	0,007051	0,925924	0,906757	0,866588	0,914149
0,004947	0,007924	0,01098	0,006298	0,936943	0,906494	0,87814	0,923555
0,006501	0,009522	0,007836	0,007154	0,919571	0,895646	0,9127	0,914951
0,006464	0,009166	0,010198	0,007429	0,926575	0,87621	0,863719	0,909592
0,004365	0,013182	0,012911	0,00697	0,946306	0,827903	0,872233	0,917434
0,005855	0,014947	0,01118	0,008017	0,936103	0,817962	0,862672	0,907367
0,006578	0,012272	0,014493	0,008619	0,923218	0,835193	0,813183	0,893509
0,00646	0,009397	0,006081	0,006843	0,921306	0,887012	0,92524	0,916752
0,00531	0,017876	0,011458	0,008117	0,944149	0,806382	0,867511	0,911988
0,005984	0,008614	0,011822	0,007255	0,928716	0,889158	0,85821	0,912206
0,006105	0,007451	0,013128	0,007361	0,925848	0,899711	0,853338	0,911051
0,004512	0,012459	0,010162	0,006552	0,947166	0,830613	0,874173	0,918734

0,00521	0,013497	0,012847	0,007599	0,937851	0,834431	0,837111	0,907227
0,004145	0,011218	0,011706	0,00634	0,947999	0,873056	0,853819	0,922631
0,005537	0,009905	0,007824	0,006535	0,933459	0,870213	0,911545	0,920685
0,005536	0,01321	0,011455	0,007575	0,936749	0,841006	0,842878	0,908306
0,002936	0,010351	0,018129	0,006327	0,968995	0,857869	0,768446	0,922244
0,006198	0,009468	0,011436	0,007474	0,930724	0,873193	0,86869	0,912789
0,005465	0,006257	0,010836	0,006389	0,933714	0,913385	0,876041	0,922014
0,007127	0,012984	0,013874	0,009018	0,924991	0,847394	0,838772	0,900418
0,005152	0,013726	0,009893	0,007149	0,942561	0,803666	0,864264	0,909982
0,004114	0,016123	0,011399	0,007008	0,952502	0,792449	0,850326	0,913168
0,004989	0,01406	0,008474	0,006872	0,940675	0,801483	0,904844	0,914422
0,006522	0,016745	0,012533	0,008957	0,952463	0,787834	0,826201	0,90883
0,005867	0,009606	0,013503	0,007573	0,932546	0,866203	0,835942	0,908104
0,007236	0,009936	0,015931	0,008945	0,924225	0,86072	0,807381	0,897173
0,004924	0,010512	0,009919	0,006512	0,941986	0,900066	0,868014	0,924602
0,00801	0,007798	0,011433	0,008492	0,910142	0,920542	0,883082	0,907643
0,007568	0,013084	0,00868	0,008562	0,913514	0,816903	0,902038	0,897301
0,00589	0,013916	0,008435	0,007476	0,933289	0,830402	0,890673	0,911463
0,004551	0,009512	0,013627	0,006657	0,94723	0,868376	0,828561	0,917602
0,003656	0,009856	0,015709	0,006394	0,956838	0,885294	0,794143	0,921703
0,005176	0,01156	0,014016	0,00746	0,941291	0,844956	0,844377	0,912303
0,005722	0,007729	0,010694	0,006769	0,932418	0,902867	0,859602	0,917063
<b>0,00568</b>	<b>0,010795</b>	<b>0,011586</b>	<b>0,007333</b>	<b>0,934123</b>	<b>0,864605</b>	<b>0,859657</b>	<b>0,912526</b>

### 35

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,005968	0,013244	0,00779	0,007333	0,922621	0,850543	0,922246	0,911753
0,005234	0,009984	0,015702	0,007517	0,93825	0,879839	0,811316	0,910448
0,004107	0,010687	0,012838	0,006403	0,94772	0,887	0,854767	0,924669
0,006419	0,011699	0,008129	0,007468	0,922625	0,85499	0,899091	0,908949
0,006673	0,010501	0,008242	0,007483	0,916136	0,87721	0,90513	0,908646
0,006647	0,013964	0,011575	0,008484	0,932423	0,805692	0,886401	0,90651
0,007719	0,008758	0,013289	0,00871	0,916456	0,883602	0,863519	0,903587
0,006376	0,009455	0,012704	0,007787	0,927024	0,880698	0,864101	0,910637
0,006148	0,00738	0,018003	0,008111	0,924497	0,923367	0,77663	0,902148
0,005914	0,012702	0,018436	0,00881	0,929533	0,820446	0,765236	0,888525
0,00605	0,010573	0,009771	0,007287	0,933441	0,85379	0,863195	0,910957
0,008102	0,012608	0,01257	0,009448	0,906491	0,86454	0,872108	0,895041
0,006635	0,01338	0,009695	0,008106	0,920599	0,832274	0,887938	0,902451
0,006186	0,01553	0,01229	0,008503	0,929178	0,77906	0,846088	0,894197
0,005732	0,009041	0,008994	0,006718	0,934593	0,886775	0,884027	0,919835
0,007909	0,007998	0,011107	0,008402	0,903863	0,90121	0,853255	0,895874
0,004109	0,010282	0,012515	0,006296	0,949399	0,880683	0,845273	0,923473
0,004491	0,006035	0,01409	0,006162	0,945121	0,937771	0,823665	0,9258
0,008499	0,013149	0,009648	0,009369	0,913356	0,877334	0,900055	0,905958
0,00467	0,014509	0,009691	0,006899	0,947997	0,836734	0,868524	0,919386
0,004928	0,010722	0,011364	0,006762	0,940977	0,880024	0,903139	0,926158
0,007978	0,009386	0,007632	0,008137	0,909327	0,884843	0,903249	0,904743
0,010073	0,016322	0,00788	0,010682	0,897714	0,786077	0,903883	0,881894

0,005968	0,00787	0,010498	0,006933	0,926264	0,909796	0,87102	0,915507
0,006598	0,01022	0,008244	0,007389	0,928722	0,872402	0,889813	0,914438
0,005487	0,011072	0,010716	0,007109	0,934855	0,857521	0,864533	0,912707
0,006055	0,01375	0,010607	0,007892	0,930473	0,837551	0,873889	0,908047
0,003889	0,013134	0,010351	0,006245	0,95491	0,827647	0,866538	0,922565
0,003502	0,012369	0,011595	0,006046	0,956621	0,868332	0,87687	0,931415
0,007216	0,005478	0,009138	0,007243	0,913538	0,929744	0,887334	0,912038
0,006171	0,009652	0,008187	0,006996	0,927437	0,890542	0,888322	0,916036
0,006138	0,009547	0,009988	0,007227	0,925958	0,891184	0,880332	0,913898
0,006879	0,008196	0,013291	0,008038	0,922984	0,910004	0,868254	0,912827
0,005934	0,007702	0,008514	0,006586	0,929985	0,90161	0,892208	0,920062
0,007857	0,009553	0,010254	0,008471	0,899583	0,882361	0,880356	0,894116
0,005907	0,006785	0,016784	0,00767	0,934253	0,922572	0,788181	0,91059
0,00519	0,007386	0,011065	0,006401	0,937321	0,910392	0,860723	0,921792
0,005551	0,011612	0,007055	0,006685	0,931412	0,846386	0,920578	0,917033
0,008766	0,006213	0,010942	0,008709	0,885217	0,928363	0,888831	0,892231
0,004906	0,008688	0,016996	0,007287	0,944915	0,894597	0,804691	0,916334
0,004853	0,011416	0,007634	0,006254	0,941104	0,870831	0,898272	0,924138
0,00614	0,010749	0,01069	0,007514	0,935707	0,862188	0,850127	0,911842
0,004958	0,010855	0,013499	0,007124	0,940095	0,879375	0,815315	0,91227
0,002978	0,007835	0,016595	0,005749	0,964948	0,896006	0,815568	0,9322
0,005745	0,011186	0,008142	0,006921	0,935217	0,86703	0,895969	0,919102
0,00509	0,008785	0,007713	0,006038	0,940787	0,891965	0,914999	0,929596
0,005786	0,010223	0,011168	0,007259	0,9254	0,883929	0,883477	0,912891
0,00594	0,009328	0,01462	0,00775	0,930271	0,882991	0,819629	0,906582
0,005425	0,010022	0,009512	0,006728	0,935759	0,868377	0,893877	0,91937
0,006847	0,013195	0,01339	0,008781	0,92941	0,851015	0,808766	0,899554
0,007502	0,007943	0,012635	0,008338	0,910667	0,914542	0,840853	0,900776
0,007077	0,008707	0,009472	0,007681	0,916085	0,910418	0,884174	0,910448
0,004696	0,008837	0,011204	0,006293	0,944318	0,875852	0,871359	0,923104
0,005488	0,008839	0,008682	0,00647	0,939842	0,882576	0,889176	0,923652
0,005577	0,017101	0,017701	0,009124	0,94527	0,786356	0,814177	0,901769
0,004525	0,007839	0,010145	0,005865	0,945421	0,906102	0,873071	0,928671
0,006871	0,010556	0,006122	0,007311	0,919486	0,844639	0,929314	0,909733
0,00904	0,008595	0,012533	0,009497	0,900487	0,894283	0,861808	0,893755
0,004562	0,014509	0,009157	0,006743	0,94635	0,811252	0,884791	0,916851
0,00695	0,011947	0,014213	0,008789	0,913577	0,870164	0,851397	0,897738
0,004465	0,014575	0,014644	0,007508	0,946245	0,805908	0,821125	0,906426
0,004999	0,006595	0,012072	0,006299	0,942328	0,909503	0,837772	0,921721
0,004134	0,009534	0,016565	0,006809	0,95134	0,862979	0,808746	0,916697
0,00794	0,008101	0,008796	0,008093	0,907787	0,892039	0,899909	0,904243
0,004843	0,008235	0,015342	0,006927	0,944814	0,896234	0,836868	0,921335
0,005944	0,009627	0,007664	0,006754	0,925929	0,88766	0,904086	0,916912
0,004716	0,008478	0,01075	0,006186	0,945863	0,890239	0,859967	0,924635
0,004616	0,007825	0,012861	0,006334	0,941194	0,904817	0,856242	0,922994
0,006848	0,006614	0,009394	0,007195	0,919813	0,90974	0,882737	0,912741
0,008603	0,00716	0,009939	0,008587	0,897333	0,906288	0,875922	0,895465
0,00507	0,0097	0,009745	0,006465	0,940653	0,891255	0,858847	0,920972
0,007289	0,00873	0,016612	0,008904	0,911102	0,90332	0,812328	0,895119
0,00887	0,00857	0,009438	0,00891	0,895759	0,895028	0,888418	0,894548
0,004845	0,007423	0,010605	0,006096	0,944026	0,900067	0,859372	0,924734
0,006048	0,022142	0,019561	0,010489	0,932715	0,748543	0,795151	0,884454

0,005647	0,008422	0,0165	0,007691	0,932083	0,879165	0,811847	0,90611
0,005995	0,0107	0,012232	0,007637	0,927166	0,869512	0,833694	0,904497
0,005321	0,01157	0,010084	0,006973	0,938644	0,85813	0,861494	0,914994
0,005813	0,00983	0,007206	0,006625	0,923832	0,899112	0,914085	0,918662
0,005327	0,008941	0,014117	0,007188	0,936344	0,884229	0,824379	0,911732
0,00697	0,00852	0,0167	0,008662	0,932206	0,887711	0,804348	0,906353
0,008602	0,011843	0,016636	0,010293	0,923988	0,87315	0,853101	0,90573
0,004811	0,010777	0,012448	0,006851	0,945019	0,864745	0,830899	0,91586
0,003492	0,010436	0,01533	0,006309	0,958645	0,877077	0,787061	0,920672
0,004223	0,013533	0,008527	0,006265	0,9474	0,844496	0,8924	0,923715
0,003145	0,013667	0,012055	0,00606	0,959677	0,841643	0,871284	0,928713
0,003931	0,010242	0,014615	0,00648	0,952601	0,882765	0,811751	0,920998
0,004373	0,015745	0,013879	0,007505	0,948843	0,809118	0,846213	0,91249
0,005158	0,009042	0,018975	0,007814	0,936129	0,872539	0,821729	0,909431
0,004223	0,013178	0,00865	0,00623	0,94838	0,848319	0,890292	0,924658
0,005781	0,01101	0,012881	0,00763	0,934234	0,855182	0,848172	0,909467
0,007133	0,007974	0,011369	0,007894	0,921815	0,894659	0,873707	0,910525
0,005528	0,012188	0,007688	0,006851	0,935964	0,838734	0,911796	0,917754
0,004468	0,012205	0,010002	0,006458	0,948169	0,827595	0,875006	0,919109
0,004322	0,011567	0,010381	0,006318	0,94773	0,863615	0,878742	0,924765
0,004185	0,012426	0,010788	0,006411	0,950039	0,846327	0,875466	0,923296
0,005515	0,007616	0,011492	0,006727	0,933683	0,910325	0,849809	0,917598
0,005552	0,010905	0,010232	0,007057	0,932489	0,866079	0,878518	0,914432
0,002239	0,01214	0,022361	0,006742	0,972822	0,862968	0,715517	0,917748
0,005869	0,010152	0,008571	0,006917	0,931999	0,859246	0,8935	0,915311
<b>0,005815</b>	<b>0,010435</b>	<b>0,011707</b>	<b>0,007392</b>	<b>0,932208</b>	<b>0,872155</b>	<b>0,860537</b>	<b>0,912449</b>

36							
mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,004495	0,009401	0,012884	0,006489	0,944724	0,900685	0,827684	0,920562
0,004168	0,012306	0,009099	0,006129	0,951088	0,847624	0,892438	0,926771
0,005634	0,011092	0,013095	0,007572	0,93594	0,858969	0,829045	0,90836
0,008159	0,013238	0,012134	0,009517	0,924695	0,832962	0,891079	0,905893
0,006416	0,008273	0,009034	0,007087	0,926659	0,871901	0,897046	0,914003
0,007215	0,009341	0,006666	0,007452	0,912909	0,898205	0,913672	0,910818
0,005497	0,010571	0,020944	0,008575	0,938634	0,887832	0,79273	0,909128
0,00482	0,012963	0,009474	0,006739	0,940814	0,82896	0,892791	0,916832
0,00493	0,009203	0,015223	0,007115	0,942271	0,87937	0,802688	0,911899
0,003848	0,010587	0,014553	0,006465	0,952336	0,88438	0,822456	0,922661
0,006789	0,007713	0,010427	0,007473	0,921457	0,905573	0,884906	0,913591
0,005293	0,012697	0,008861	0,006939	0,936901	0,839343	0,884164	0,914357
0,004588	0,008599	0,014847	0,006728	0,948773	0,893603	0,799485	0,918104
0,005574	0,009978	0,008871	0,006729	0,934711	0,859438	0,895564	0,917548
0,003695	0,009993	0,024445	0,007752	0,956586	0,863934	0,726343	0,908152
0,005715	0,016372	0,014662	0,008656	0,946345	0,804417	0,838439	0,90887
0,005226	0,009508	0,012894	0,007018	0,937824	0,897491	0,826324	0,915049
0,007242	0,010778	0,009767	0,008151	0,907371	0,872992	0,884247	0,898745
0,00633	0,007519	0,008887	0,006892	0,919658	0,91154	0,89819	0,91522
0,012041	0,007875	0,008641	0,010906	0,852241	0,915235	0,880432	0,865919
0,004328	0,009964	0,008464	0,005794	0,945131	0,89065	0,89605	0,929596
0,006222	0,008102	0,007965	0,006766	0,925913	0,912145	0,885916	0,917848

0,005859	0,010106	0,008651	0,006915	0,923446	0,889237	0,893724	0,913856
0,0062	0,008968	0,012751	0,007598	0,929304	0,894704	0,795158	0,903992
0,003934	0,010183	0,017589	0,006919	0,954513	0,854895	0,793513	0,915421
0,005685	0,00889	0,011726	0,007072	0,939075	0,892224	0,817278	0,913778
0,006237	0,010212	0,009907	0,007384	0,924655	0,880125	0,859891	0,908261
0,006984	0,010238	0,008467	0,007695	0,925245	0,85874	0,886737	0,909493
0,004589	0,011812	0,008447	0,006251	0,942993	0,867631	0,899661	0,925189
0,004736	0,013109	0,010603	0,006872	0,943878	0,836942	0,860952	0,915399
0,006884	0,005934	0,01072	0,007317	0,917218	0,93491	0,879938	0,91428
0,006208	0,017309	0,009475	0,008363	0,932758	0,761503	0,899536	0,902086
0,004217	0,012593	0,011477	0,006562	0,947743	0,863105	0,855774	0,921252
0,009549	0,00795	0,014607	0,010068	0,880198	0,907687	0,803893	0,872876
0,00623	0,013765	0,015992	0,008825	0,926623	0,848225	0,816438	0,898335
0,005098	0,009046	0,009869	0,006406	0,93808	0,892851	0,875085	0,921846
0,006214	0,00971	0,014114	0,007923	0,92721	0,884432	0,812707	0,903618
0,00527	0,008076	0,014117	0,007018	0,934448	0,905912	0,818675	0,912802
0,007407	0,010657	0,010781	0,0084	0,918747	0,876127	0,886326	0,907491
0,004566	0,007834	0,010693	0,005975	0,945324	0,898399	0,878197	0,928216
0,004782	0,01081	0,008595	0,006258	0,937296	0,878267	0,904691	0,923551
0,007209	0,008014	0,011943	0,00804	0,911237	0,889299	0,866492	0,901235
0,004233	0,00957	0,010794	0,006018	0,94838	0,886549	0,862091	0,926162
0,007283	0,009046	0,012323	0,008304	0,915707	0,911762	0,858829	0,906583
0,004535	0,009928	0,013449	0,006681	0,946762	0,881595	0,804212	0,915605
0,005605	0,017881	0,01079	0,008224	0,937144	0,75022	0,872848	0,899461
0,004212	0,009565	0,015782	0,00675	0,947886	0,889416	0,811068	0,918593
0,004409	0,010667	0,007213	0,005768	0,945501	0,871193	0,914605	0,92972
0,006023	0,009966	0,009071	0,007071	0,928667	0,879067	0,887055	0,914985
0,005801	0,009429	0,014803	0,007695	0,932376	0,899226	0,829222	0,91193
0,005538	0,01354	0,011131	0,007577	0,932924	0,838216	0,882387	0,911137
0,004816	0,01085	0,010955	0,006642	0,944221	0,883888	0,845005	0,920288
0,005019	0,013088	0,015615	0,007819	0,937609	0,838577	0,827671	0,906264
0,006228	0,00959	0,008235	0,007033	0,923774	0,881746	0,901675	0,914155
0,006691	0,017441	0,008205	0,00853	0,942876	0,728138	0,915666	0,906584
0,006258	0,008852	0,009053	0,007066	0,924339	0,868	0,902348	0,91259
0,007684	0,010904	0,011817	0,008787	0,925455	0,843547	0,847127	0,90142
0,007578	0,009849	0,006586	0,00777	0,915257	0,884616	0,91933	0,911272
0,002989	0,014224	0,014678	0,006428	0,965798	0,823208	0,819565	0,922475
0,005656	0,011456	0,009483	0,0071	0,931831	0,862128	0,880344	0,913653
0,004903	0,010934	0,007938	0,006263	0,943039	0,845368	0,906284	0,922875
0,003735	0,011297	0,015321	0,006607	0,954437	0,875476	0,79825	0,919165
0,01451	0,015285	0,012989	0,014398	0,861324	0,84276	0,864268	0,858981
0,005024	0,008492	0,010798	0,00641	0,938499	0,900789	0,863284	0,92156
0,004104	0,008848	0,011419	0,005913	0,953507	0,865767	0,862012	0,926622
0,008454	0,009223	0,008549	0,008583	0,895133	0,888171	0,898484	0,894591
0,005782	0,007039	0,008796	0,006423	0,927734	0,915754	0,892088	0,92059
0,006862	0,009183	0,013547	0,008213	0,922169	0,877065	0,845471	0,903899
0,006359	0,007748	0,00981	0,007085	0,920289	0,907594	0,883383	0,912849
0,005197	0,012033	0,013618	0,007486	0,939592	0,858553	0,800198	0,906527
0,008584	0,007842	0,009263	0,008574	0,895183	0,895252	0,893814	0,894988
0,006824	0,011523	0,011417	0,008218	0,916844	0,854727	0,859449	0,898917
0,004571	0,012023	0,011212	0,006685	0,946048	0,841489	0,868794	0,918776
0,006081	0,007563	0,009661	0,00684	0,929264	0,899732	0,878933	0,917285

0,004783	0,009781	0,013825	0,006889	0,943593	0,888013	0,825907	0,917603
0,005213	0,00683	0,008712	0,005981	0,937317	0,917658	0,891285	0,927464
0,005457	0,010282	0,009748	0,006825	0,933536	0,88718	0,860868	0,915682
0,004932	0,009532	0,009483	0,006305	0,938638	0,882937	0,896664	0,923987
0,003315	0,011624	0,014026	0,006168	0,959874	0,867962	0,845959	0,929
0,006165	0,011846	0,010223	0,007626	0,930313	0,81618	0,881201	0,905826
0,006164	0,01073	0,009143	0,007296	0,9228	0,875029	0,897935	0,911904
0,003854	0,008453	0,011916	0,005753	0,951804	0,891575	0,869432	0,930414
0,006475	0,013505	0,006939	0,007599	0,919818	0,829674	0,918185	0,906052
0,00377	0,00901	0,014118	0,006108	0,955203	0,890786	0,833518	0,927288
0,004926	0,009586	0,01559	0,007225	0,936781	0,878197	0,824888	0,911209
0,005175	0,010778	0,009455	0,006658	0,939357	0,854572	0,886581	0,918723
0,005688	0,009395	0,008264	0,00663	0,928248	0,890882	0,902135	0,918726
0,006152	0,009886	0,008508	0,007065	0,929528	0,894871	0,879229	0,916785
0,00482	0,007693	0,011829	0,006302	0,942259	0,894817	0,868619	0,924097
0,008697	0,010957	0,012542	0,009613	0,904178	0,846786	0,853162	0,887917
0,005273	0,013442	0,009907	0,007193	0,936805	0,824062	0,885818	0,912245
0,00948	0,012556	0,005307	0,009316	0,880533	0,848905	0,942477	0,885081
0,007352	0,010063	0,008251	0,007894	0,911999	0,874024	0,883925	0,902092
0,006599	0,010023	0,011505	0,007849	0,929063	0,88458	0,882981	0,915479
0,009056	0,013169	0,011997	0,010114	0,896097	0,803096	0,848034	0,874938
0,006178	0,008945	0,01024	0,007202	0,930758	0,878556	0,847955	0,910507
0,0092	0,011149	0,010953	0,009755	0,901007	0,859464	0,894793	0,893843
0,007559	0,010868	0,00722	0,008004	0,910679	0,832964	0,920909	0,900556
0,007097	0,009165	0,008603	0,007633	0,910601	0,892817	0,89138	0,90505
0,005121	0,011743	0,013728	0,007406	0,936512	0,867171	0,819502	0,908559
<b>0,005961</b>	<b>0,010472</b>	<b>0,011187</b>	<b>0,007422</b>	<b>0,930098</b>	<b>0,870348</b>	<b>0,864155</b>	<b>0,911244</b>

37

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,005189	0,008159	0,010684	0,006459	0,939551	0,88844	0,873546	0,921984
0,00653	0,009036	0,011837	0,007702	0,925547	0,886916	0,822114	0,904237
0,004792	0,009257	0,013867	0,006823	0,940943	0,896544	0,822846	0,916568
0,006133	0,012639	0,007872	0,00737	0,928746	0,860896	0,913499	0,916282
0,005959	0,011506	0,006829	0,006921	0,930543	0,835374	0,936245	0,917123
0,004467	0,009773	0,010923	0,006231	0,947332	0,870675	0,865668	0,923584
0,004797	0,008116	0,009234	0,00596	0,940706	0,90304	0,892728	0,927859
0,006385	0,011361	0,014099	0,008289	0,92858	0,854944	0,842454	0,904615
0,005155	0,016591	0,006812	0,007119	0,941148	0,759455	0,92019	0,91075
0,006735	0,011159	0,008843	0,007715	0,923152	0,855514	0,903886	0,910116
0,006712	0,013754	0,010801	0,008382	0,921159	0,842687	0,870652	0,901812
0,009875	0,016076	0,014133	0,011444	0,880073	0,800853	0,827131	0,860249
0,008103	0,009807	0,010422	0,008706	0,905667	0,877533	0,882132	0,897917
0,003208	0,014853	0,018996	0,007323	0,961745	0,802961	0,769829	0,90914
0,00869	0,010519	0,013048	0,009618	0,915672	0,882005	0,825817	0,897144
0,006687	0,007885	0,010553	0,007446	0,924132	0,906316	0,848566	0,910125
0,007772	0,010253	0,009491	0,008402	0,905662	0,86801	0,89012	0,897683
0,008862	0,009618	0,015412	0,009958	0,891598	0,872976	0,81508	0,877327
0,007806	0,008029	0,009617	0,008111	0,901084	0,912053	0,881843	0,899843
0,005874	0,006926	0,013036	0,007106	0,933731	0,914568	0,81441	0,912958
0,008886	0,009972	0,011714	0,009473	0,903343	0,908473	0,87267	0,899512

0,003475	0,012605	0,013848	0,0064	0,961012	0,832934	0,809602	0,919089
0,006168	0,009642	0,01641	0,008226	0,943482	0,876322	0,800857	0,912014
0,005413	0,013051	0,01249	0,00762	0,941511	0,849978	0,847835	0,91373
0,007074	0,011549	0,008617	0,007977	0,920153	0,864104	0,88487	0,906453
0,003913	0,013039	0,008734	0,006005	0,953866	0,842359	0,897294	0,928654
0,004978	0,010135	0,011005	0,006656	0,938964	0,877111	0,85818	0,917568
0,004269	0,013923	0,010649	0,006674	0,95035	0,832549	0,86072	0,919235
0,008001	0,009609	0,011544	0,008774	0,912179	0,868535	0,866561	0,898789
0,006597	0,008964	0,00674	0,006974	0,919153	0,892529	0,913839	0,914362
0,005336	0,010232	0,010257	0,006808	0,93487	0,870979	0,875635	0,916401
0,011762	0,0137	0,01444	0,012454	0,878906	0,852304	0,83914	0,868951
0,004037	0,01263	0,021414	0,007933	0,954995	0,847325	0,771588	0,911333
0,005993	0,0091	0,012896	0,007494	0,929188	0,891434	0,848164	0,911371
0,005483	0,008114	0,009646	0,006502	0,930795	0,906355	0,88575	0,920372
0,006727	0,009885	0,011003	0,007842	0,914238	0,873726	0,892663	0,904925
0,005596	0,012305	0,012966	0,007708	0,93691	0,852887	0,827388	0,907878
0,006488	0,007059	0,010333	0,007151	0,924155	0,907895	0,866776	0,913109
0,004223	0,010569	0,02061	0,007633	0,950437	0,870783	0,730362	0,905478
0,003203	0,014638	0,012644	0,006334	0,963609	0,810298	0,84997	0,923566
0,004788	0,01115	0,009927	0,006514	0,942944	0,861121	0,879913	0,921216
0,004915	0,009966	0,013435	0,006951	0,938882	0,888992	0,846771	0,917582
0,006552	0,01034	0,006877	0,007169	0,919443	0,870508	0,928789	0,913505
0,00394	0,009067	0,014175	0,006244	0,956197	0,886279	0,821461	0,925499
0,007237	0,012376	0,010194	0,008452	0,916398	0,836227	0,888816	0,900235
0,005221	0,013788	0,011085	0,007386	0,940048	0,843122	0,866334	0,914452
0,006363	0,009856	0,016119	0,00835	0,926509	0,872241	0,787207	0,897474
0,006288	0,011503	0,010847	0,007754	0,930204	0,837549	0,855753	0,905138
0,009563	0,014106	0,013938	0,010901	0,910606	0,86839	0,840006	0,893683
0,006064	0,012237	0,007082	0,007143	0,926048	0,851335	0,911034	0,912589
0,004421	0,006751	0,013736	0,006168	0,947481	0,921049	0,810965	0,923039
0,007049	0,014546	0,013424	0,00913	0,920355	0,806225	0,828443	0,889448
0,007075	0,010044	0,009512	0,007886	0,911997	0,884621	0,882844	0,903518
0,007605	0,007481	0,016033	0,008851	0,914867	0,913936	0,792313	0,896344
0,005069	0,010708	0,013458	0,007173	0,937649	0,876249	0,832587	0,912679
0,011162	0,014911	0,016535	0,01253	0,866794	0,809865	0,803421	0,848749
0,008375	0,012091	0,009384	0,009084	0,926087	0,85501	0,905061	0,912272
0,005691	0,008968	0,007349	0,006431	0,935795	0,875881	0,902815	0,921861
0,00617	0,007589	0,012287	0,007301	0,926019	0,907681	0,863543	0,913897
0,007176	0,008862	0,006648	0,00735	0,910218	0,887405	0,925866	0,909143
0,00567	0,012552	0,019465	0,008772	0,934097	0,879392	0,783733	0,903337
0,006958	0,005716	0,010524	0,007307	0,910603	0,94033	0,881249	0,910659
0,007473	0,009642	0,01445	0,008845	0,907575	0,874828	0,824751	0,890239
0,004193	0,01592	0,014022	0,007426	0,951016	0,795221	0,832825	0,909918
0,005249	0,008202	0,011401	0,006615	0,935185	0,899102	0,862116	0,918812
0,003623	0,01347	0,015116	0,006824	0,956678	0,839462	0,808479	0,916866
0,004531	0,007965	0,016306	0,006812	0,949186	0,897837	0,805739	0,919967
0,004237	0,013611	0,010342	0,006559	0,947994	0,830148	0,884428	0,920782
0,006708	0,014586	0,009282	0,008276	0,935875	0,741056	0,886285	0,899214
0,00621	0,013144	0,009817	0,007791	0,932302	0,829671	0,893852	0,911114
0,00598	0,012174	0,010506	0,007588	0,932358	0,858385	0,868562	0,911693
0,00458	0,011004	0,01137	0,006562	0,944782	0,862732	0,853744	0,918819
0,006297	0,010254	0,014126	0,008065	0,928644	0,890982	0,821188	0,906876

0,010789	0,010006	0,01258	0,01094	0,866529	0,889803	0,827493	0,864165
0,008316	0,009374	0,006579	0,008214	0,911189	0,87406	0,904364	0,904596
0,003349	0,015272	0,021764	0,0079	0,962395	0,796327	0,772908	0,909062
0,004209	0,012271	0,011483	0,006509	0,947321	0,857453	0,857366	0,920348
0,00425	0,01826	0,016695	0,008218	0,951262	0,756345	0,807957	0,900529
0,006328	0,008986	0,016719	0,008286	0,925756	0,896512	0,851958	0,910299
0,004499	0,010417	0,015864	0,007092	0,947073	0,872529	0,804911	0,914567
0,004941	0,010751	0,010136	0,006592	0,93778	0,870419	0,890829	0,920634
0,003796	0,013465	0,011822	0,00645	0,955535	0,844832	0,849913	0,923086
0,006446	0,00979	0,008037	0,007187	0,921426	0,887591	0,888136	0,911357
0,006607	0,009313	0,010187	0,00755	0,927032	0,867634	0,875325	0,910366
0,009661	0,011661	0,008047	0,009719	0,888817	0,863829	0,922148	0,890068
0,005146	0,009993	0,012394	0,00696	0,937267	0,886854	0,84292	0,915553
0,004946	0,006759	0,012024	0,00628	0,938434	0,925292	0,852646	0,923594
0,007054	0,011517	0,014516	0,008843	0,934618	0,86793	0,808039	0,905628
0,005926	0,006892	0,012837	0,007107	0,931923	0,912315	0,866026	0,919097
0,006158	0,008383	0,013481	0,00759	0,929132	0,900438	0,802183	0,905786
0,005059	0,008996	0,010263	0,00643	0,94104	0,89815	0,843519	0,919978
0,006759	0,006791	0,012708	0,007656	0,912537	0,918075	0,859959	0,905481
0,004634	0,009748	0,012488	0,00658	0,941718	0,865463	0,858186	0,91775
0,003293	0,01144	0,017105	0,006587	0,96028	0,848052	0,812873	0,921335
0,006582	0,009939	0,008161	0,007322	0,924463	0,87192	0,894596	0,912102
0,006368	0,007411	0,011814	0,007341	0,921337	0,906951	0,858268	0,909719
0,005149	0,010008	0,008461	0,006374	0,936578	0,877372	0,901245	0,922397
0,00426	0,011903	0,013148	0,00674	0,947496	0,872937	0,836223	0,919621
0,004884	0,014018	0,011591	0,00726	0,953327	0,82414	0,853813	0,919022
0,007857	0,015074	0,009806	0,009232	0,912992	0,81318	0,89021	0,894603
<b>0,006071</b>	<b>0,010891</b>	<b>0,01204</b>	<b>0,007689</b>	<b>0,92985</b>	<b>0,865799</b>	<b>0,854335</b>	<b>0,908915</b>

## 38

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,005338	0,009186	0,009039	0,006471	0,934747	0,880161	0,90291	0,921783
0,004901	0,009496	0,009348	0,006257	0,939809	0,882135	0,89173	0,923946
0,005578	0,008526	0,009113	0,00655	0,934045	0,898942	0,885501	0,921498
0,005564	0,009209	0,009199	0,006656	0,929099	0,898029	0,885406	0,917885
0,005374	0,008754	0,014362	0,007229	0,938089	0,898525	0,821959	0,914735
0,005543	0,011467	0,011887	0,007383	0,933309	0,8717	0,861295	0,913266
0,006694	0,010613	0,006965	0,007323	0,91576	0,8568	0,930738	0,909163
0,005547	0,008178	0,010814	0,006732	0,935547	0,886228	0,857957	0,916511
0,007716	0,008355	0,011947	0,008446	0,90201	0,884	0,869493	0,894431
0,005083	0,007329	0,0102	0,006188	0,940733	0,910949	0,863563	0,92469
0,004138	0,00899	0,01296	0,006189	0,94924	0,887322	0,846956	0,924609
0,005669	0,013859	0,009551	0,00748	0,931857	0,855685	0,873612	0,911695
0,006802	0,013926	0,015249	0,009137	0,913025	0,844472	0,814647	0,887985
0,005319	0,014175	0,015259	0,008139	0,938198	0,834376	0,813056	0,903854
0,004286	0,019174	0,014742	0,008088	0,950995	0,773658	0,809049	0,903102
0,004667	0,010366	0,011068	0,006482	0,944111	0,883187	0,844608	0,920047
0,005543	0,011643	0,013515	0,007654	0,94269	0,844441	0,821742	0,909811
0,005934	0,007477	0,006606	0,006266	0,927952	0,906768	0,918177	0,923308
0,004902	0,016457	0,016564	0,008384	0,943421	0,814451	0,799246	0,902449

0,00777	0,006669	0,00937	0,007845	0,909592	0,923092	0,876099	0,906593
0,00479	0,011675	0,00927	0,006495	0,94448	0,844549	0,876425	0,919282
0,007257	0,004548	0,011206	0,007443	0,911794	0,950943	0,841479	0,907119
0,004775	0,010884	0,017119	0,007543	0,942308	0,877128	0,799306	0,911081
0,00367	0,016365	0,013908	0,00711	0,955497	0,792726	0,832374	0,912613
0,005246	0,008179	0,010893	0,006533	0,935446	0,903441	0,863231	0,919813
0,004771	0,011624	0,011674	0,006834	0,945737	0,839167	0,856315	0,916338
0,005662	0,006556	0,011165	0,006622	0,931371	0,92399	0,866986	0,920606
0,007458	0,013789	0,010315	0,008836	0,917016	0,853292	0,885137	0,902676
0,005748	0,011572	0,008929	0,007099	0,9326	0,848101	0,895285	0,914328
0,005627	0,010459	0,005793	0,006377	0,928417	0,867918	0,940588	0,921168
0,005345	0,006809	0,011713	0,00652	0,936866	0,916686	0,852571	0,921195
0,00756	0,0125	0,012655	0,009065	0,913254	0,849558	0,859271	0,895602
0,005501	0,014788	0,020523	0,009147	0,944103	0,819095	0,750099	0,896251
0,005572	0,008955	0,014822	0,007467	0,932201	0,894567	0,780499	0,903801
0,006231	0,013901	0,011166	0,008122	0,923725	0,846773	0,860472	0,902694
0,004098	0,015085	0,006613	0,006123	0,949426	0,817591	0,926526	0,926216
0,004348	0,01146	0,011524	0,006491	0,948397	0,875115	0,857209	0,923726
0,006978	0,00948	0,012571	0,008192	0,913829	0,887703	0,849096	0,9002
0,004607	0,018898	0,008248	0,007297	0,947133	0,774301	0,913726	0,916197
0,007087	0,015512	0,007628	0,008432	0,915715	0,8205	0,908173	0,900301
0,002675	0,012577	0,020817	0,006882	0,967299	0,861697	0,769169	0,921739
0,004662	0,009078	0,013227	0,006609	0,944899	0,872946	0,849405	0,919782
0,00592	0,00839	0,008761	0,006717	0,929951	0,891346	0,893751	0,918731
0,005216	0,008969	0,011151	0,00667	0,94374	0,872646	0,854898	0,91975
0,006882	0,012665	0,011628	0,008462	0,920451	0,836218	0,857764	0,898413
0,003533	0,013995	0,014559	0,006756	0,959276	0,800663	0,84084	0,917719
0,005359	0,008309	0,009383	0,006405	0,935353	0,882403	0,891734	0,920868
0,007281	0,011804	0,013217	0,00885	0,911649	0,858762	0,822593	0,890357
0,003536	0,0157	0,017411	0,007442	0,959698	0,822784	0,793058	0,914165
0,004119	0,007158	0,015901	0,006342	0,950467	0,923396	0,788641	0,922133
0,005779	0,007111	0,010397	0,006671	0,930014	0,914564	0,871624	0,918938
0,005021	0,009549	0,011769	0,006712	0,93688	0,884062	0,860378	0,917482
0,004507	0,010473	0,009121	0,006094	0,945026	0,863487	0,896699	0,925546
0,003678	0,011175	0,013732	0,006311	0,956712	0,859085	0,836538	0,924042
0,005128	0,009367	0,012166	0,00682	0,936886	0,88066	0,86544	0,917735
0,005818	0,014177	0,01005	0,007707	0,936241	0,831589	0,899545	0,915039
0,007657	0,011997	0,009707	0,008615	0,900929	0,864374	0,892667	0,894207
0,005762	0,009963	0,008181	0,006755	0,92906	0,880918	0,90049	0,917553
0,005264	0,011352	0,00897	0,006733	0,941381	0,831098	0,878548	0,915414
0,004262	0,009398	0,012849	0,00632	0,944459	0,903705	0,837509	0,922304
0,00578	0,014772	0,008999	0,007612	0,924615	0,821324	0,900608	0,90552
0,003796	0,007151	0,015489	0,006053	0,954149	0,914951	0,824878	0,928879
0,004841	0,010537	0,008335	0,00622	0,94137	0,860324	0,901257	0,923196
0,009744	0,013242	0,014183	0,010935	0,870909	0,843337	0,845	0,862887
0,005288	0,010777	0,010417	0,00688	0,939949	0,870321	0,870223	0,919046
0,005884	0,011556	0,008249	0,00709	0,928787	0,859781	0,890907	0,912754
0,006332	0,006471	0,012098	0,007217	0,927037	0,912815	0,841857	0,912126
0,005487	0,012116	0,007704	0,006814	0,936403	0,825159	0,911474	0,915977
0,004624	0,009635	0,011276	0,006374	0,943346	0,8769	0,865284	0,92167
0,00395	0,015587	0,0121	0,006918	0,957455	0,807589	0,850226	0,918891
0,007414	0,009146	0,012101	0,008376	0,9184	0,912475	0,891215	0,913433

0,007991	0,011539	0,007396	0,008434	0,908093	0,855442	0,918227	0,901715
0,006419	0,006458	0,008296	0,006706	0,917733	0,93277	0,898802	0,917149
0,007081	0,008166	0,012925	0,00812	0,918334	0,892027	0,808868	0,897968
0,004469	0,013098	0,011326	0,006792	0,945796	0,870308	0,83051	0,91718
0,00438	0,011234	0,009825	0,006224	0,946605	0,854202	0,886283	0,923696
0,00324	0,01085	0,015039	0,006151	0,961404	0,866864	0,826923	0,927051
0,003713	0,014627	0,011032	0,006448	0,955758	0,813537	0,870441	0,921627
0,005243	0,011255	0,010124	0,006877	0,934808	0,865846	0,895955	0,918636
0,006601	0,00896	0,006513	0,006941	0,919889	0,887817	0,917397	0,914704
0,004555	0,009933	0,015341	0,00698	0,951753	0,858249	0,80991	0,916451
0,004952	0,010483	0,013249	0,007026	0,944905	0,866162	0,839665	0,917308
0,005348	0,010523	0,010913	0,006959	0,936951	0,882766	0,859348	0,917183
0,005539	0,008649	0,00901	0,006526	0,934931	0,888777	0,882435	0,920134
0,005259	0,008992	0,013744	0,007092	0,938496	0,879195	0,825242	0,912613
0,006918	0,007857	0,009407	0,007432	0,915635	0,895573	0,888222	0,908513
0,008317	0,010647	0,011405	0,00913	0,909258	0,865885	0,901569	0,901599
0,005026	0,008494	0,010843	0,006419	0,93633	0,90204	0,878051	0,922444
0,005465	0,008459	0,007737	0,006255	0,933725	0,900091	0,913739	0,925682
0,004848	0,013883	0,018005	0,008177	0,94375	0,844247	0,815289	0,909555
0,0075	0,007395	0,008199	0,007589	0,906115	0,904668	0,909625	0,906425
0,006275	0,008009	0,013223	0,007577	0,923196	0,902603	0,839935	0,907618
0,005381	0,007501	0,009544	0,006324	0,939053	0,901642	0,879284	0,924476
0,003874	0,013658	0,013021	0,006714	0,953957	0,813885	0,861533	0,919083
0,00726	0,00866	0,010176	0,007907	0,909446	0,895765	0,879044	0,902833
0,00703	0,011267	0,010415	0,008173	0,925139	0,847876	0,869552	0,905212
0,004214	0,009457	0,012614	0,006261	0,950055	0,866917	0,871922	0,925864
0,005348	0,008141	0,018329	0,007714	0,943634	0,907638	0,812973	0,918635
0,006584	0,008038	0,012387	0,007673	0,924345	0,886382	0,862815	0,909421
0,006457	0,007698	0,009862	0,007154	0,924965	0,90478	0,857069	0,911753
<b>0,005552</b>	<b>0,01065</b>	<b>0,011493</b>	<b>0,007208</b>	<b>0,934004</b>	<b>0,869334</b>	<b>0,862074</b>	<b>0,913014</b>

39

mse_train	mse_val	mse_test	mse_all	regr_train	regr_val	regr_tst	regr_all
0,005553	0,009043	0,016742	0,007755	0,937895	0,888602	0,773575	0,905853
0,006994	0,010978	0,013486	0,008565	0,92385	0,878482	0,843329	0,904967
0,005416	0,008613	0,010896	0,006718	0,933765	0,900132	0,865324	0,918454
0,008609	0,006378	0,007243	0,00807	0,891006	0,930416	0,910434	0,899832
0,004525	0,008663	0,015969	0,006862	0,948152	0,888413	0,790765	0,915583
0,003435	0,013673	0,011152	0,006128	0,962739	0,824755	0,851362	0,925335
0,006439	0,006825	0,008642	0,006827	0,917619	0,926562	0,899205	0,916199
0,008071	0,007988	0,014357	0,009002	0,901537	0,904076	0,836305	0,892133
0,005661	0,011917	0,011219	0,007433	0,935903	0,841776	0,860289	0,910442
0,007249	0,00847	0,009086	0,007708	0,915513	0,898412	0,901581	0,910858
0,004753	0,01044	0,010462	0,006462	0,941056	0,870139	0,875031	0,920515
0,005054	0,008129	0,010315	0,006304	0,935748	0,896752	0,893169	0,923512
0,004346	0,014949	0,012845	0,007211	0,952603	0,81264	0,817184	0,911296
0,006777	0,007912	0,013879	0,008012	0,920211	0,902497	0,835275	0,904813
0,004181	0,006515	0,018085	0,006617	0,949248	0,921404	0,769386	0,918092
0,004712	0,012072	0,01099	0,006758	0,943685	0,844095	0,868106	0,91741
0,006142	0,008812	0,00772	0,006779	0,924224	0,895664	0,901278	0,916498
0,00587	0,012841	0,006384	0,006992	0,927018	0,858037	0,920245	0,915655

0,009779	0,012355	0,013014	0,010651	0,921608	0,861683	0,852178	0,902204
0,005006	0,009561	0,014056	0,007047	0,937559	0,883785	0,854407	0,91702
0,00695	0,008905	0,010666	0,0078	0,914856	0,882802	0,882525	0,905198
0,008757	0,009977	0,008819	0,00895	0,904814	0,890312	0,891428	0,900631
0,005228	0,015167	0,009709	0,007391	0,938885	0,832421	0,860468	0,911153
0,00623	0,006561	0,011398	0,007055	0,927885	0,923037	0,865997	0,917875
0,008121	0,011779	0,013174	0,009428	0,909059	0,853455	0,832442	0,889226
0,005019	0,005391	0,015303	0,006617	0,942414	0,934697	0,776425	0,916358
0,00669	0,013304	0,009322	0,008077	0,925558	0,830547	0,904182	0,9081
0,007674	0,009612	0,004541	0,007494	0,903204	0,881723	0,947486	0,906624
0,004767	0,012951	0,008867	0,00661	0,943755	0,832014	0,882211	0,917763
0,006039	0,009105	0,011889	0,007377	0,927943	0,904759	0,840267	0,911314
0,00604	0,010163	0,011255	0,007441	0,928254	0,880948	0,847043	0,908976
0,004904	0,011622	0,011389	0,006884	0,941652	0,87018	0,870364	0,920238
0,006247	0,010653	0,00909	0,007335	0,926698	0,873793	0,898828	0,914581
0,007407	0,010932	0,015935	0,009215	0,913573	0,851558	0,809261	0,888624
0,004388	0,013753	0,008596	0,006424	0,945207	0,84654	0,900602	0,923716
0,007322	0,009219	0,013486	0,008531	0,922675	0,895264	0,840613	0,906254
0,005935	0,008733	0,017113	0,008032	0,944119	0,88021	0,785212	0,910696
0,01074	0,008329	0,010752	0,01038	0,889751	0,909753	0,870648	0,889886
0,006039	0,007971	0,009348	0,006825	0,924869	0,903753	0,88002	0,914974
0,005322	0,008032	0,015286	0,007223	0,943277	0,88914	0,786564	0,911649
0,005436	0,009275	0,013003	0,007147	0,939602	0,876676	0,824646	0,91292
0,005521	0,009785	0,010565	0,006917	0,931051	0,87433	0,880984	0,915033
0,00641	0,008574	0,010452	0,007341	0,921418	0,897433	0,871706	0,910363
0,004604	0,012655	0,010254	0,006659	0,948734	0,816794	0,88827	0,919873
0,007329	0,01168	0,010373	0,008438	0,906602	0,867879	0,891976	0,898599
0,00498	0,011316	0,011716	0,006941	0,941266	0,846463	0,860308	0,914902
0,00472	0,016896	0,010265	0,007378	0,949977	0,781808	0,846011	0,909157
0,004224	0,013865	0,009287	0,006429	0,954078	0,824687	0,887544	0,924689
0,005859	0,0082	0,012067	0,007141	0,931163	0,898155	0,860795	0,915657
0,006025	0,012535	0,009986	0,007596	0,927149	0,84646	0,874024	0,907077
0,00522	0,007257	0,008727	0,006051	0,937827	0,907637	0,893072	0,926585
0,008374	0,009004	0,007456	0,008331	0,902518	0,917759	0,91551	0,906753
0,005562	0,013007	0,007092	0,006908	0,931259	0,854455	0,90813	0,916269
0,008443	0,008821	0,009589	0,008672	0,898218	0,87618	0,889747	0,893641
0,002417	0,015561	0,01466	0,006225	0,970464	0,833167	0,821829	0,927574
0,007277	0,010742	0,01068	0,008307	0,91275	0,855616	0,866875	0,897299
0,008373	0,009111	0,010423	0,008791	0,907758	0,877293	0,8684	0,897285
0,006789	0,013132	0,014957	0,008966	0,913686	0,832284	0,822623	0,887816
0,00455	0,012217	0,011786	0,006786	0,942422	0,837574	0,878158	0,917055
0,006145	0,010062	0,016392	0,00827	0,929314	0,874856	0,812893	0,903682
0,005971	0,01022	0,008691	0,007016	0,930253	0,876966	0,906425	0,918686
0,006699	0,008548	0,011617	0,007714	0,921506	0,876688	0,875743	0,907919
0,004909	0,010463	0,016907	0,007542	0,945391	0,856954	0,798603	0,910108
0,0043	0,013857	0,008132	0,006308	0,949151	0,835106	0,892572	0,923558
0,006031	0,01129	0,008688	0,007218	0,932913	0,87294	0,876667	0,91548
0,00813	0,00852	0,006991	0,008018	0,899438	0,894455	0,919269	0,901665
0,005024	0,012531	0,015373	0,007702	0,947596	0,837129	0,804607	0,909578
0,003779	0,018146	0,010182	0,006895	0,954504	0,785738	0,872033	0,916818
0,004873	0,007946	0,010063	0,006112	0,941061	0,907963	0,873081	0,925899
0,003712	0,012757	0,017565	0,007147	0,954821	0,859961	0,789389	0,915777

0,005604	0,007495	0,016166	0,007472	0,93551	0,921218	0,776176	0,909466
0,004808	0,012218	0,011146	0,00687	0,940087	0,859247	0,859931	0,915938
0,004913	0,007418	0,015096	0,006816	0,941037	0,908093	0,822911	0,918377
0,006981	0,009645	0,009392	0,007742	0,913532	0,87245	0,890679	0,903942
0,005954	0,006709	0,009772	0,00664	0,930035	0,916769	0,868208	0,918771
0,005266	0,01023	0,008296	0,006465	0,9402	0,863959	0,887841	0,92091
0,005062	0,008091	0,012081	0,006569	0,936966	0,907429	0,850002	0,919491
0,005849	0,010384	0,011963	0,007446	0,942051	0,866906	0,854749	0,917684
0,00728	0,009282	0,010618	0,008081	0,907162	0,884327	0,881393	0,899871
0,003867	0,006708	0,017836	0,006388	0,952739	0,919363	0,806094	0,925736
0,006062	0,007983	0,011969	0,007236	0,92322	0,913651	0,85702	0,911855
0,005642	0,008813	0,008252	0,006509	0,932069	0,880538	0,907243	0,920615
0,005005	0,008814	0,013502	0,006851	0,941505	0,88701	0,851643	0,919851
0,005793	0,015992	0,005854	0,007332	0,931453	0,816728	0,933075	0,914487
0,005115	0,014285	0,009471	0,007144	0,935351	0,825399	0,900089	0,913569
0,004643	0,009214	0,012859	0,006561	0,94238	0,887504	0,853898	0,920876
0,010439	0,017161	0,011315	0,011579	0,867999	0,786103	0,860344	0,854566
0,004586	0,01045	0,010189	0,006306	0,949745	0,862773	0,869326	0,924636
0,004918	0,011538	0,009734	0,006634	0,942312	0,853229	0,868476	0,917874
0,006412	0,011672	0,010172	0,007765	0,924852	0,85626	0,901506	0,911062
0,00513	0,012453	0,008357	0,006712	0,935818	0,846618	0,903539	0,917596
0,004337	0,01185	0,014367	0,006969	0,947112	0,864741	0,837001	0,91824
0,004687	0,013915	0,012147	0,00719	0,944682	0,819856	0,848994	0,911605
0,003644	0,017044	0,009073	0,006469	0,955809	0,800769	0,882213	0,921514
0,005272	0,016053	0,010401	0,007658	0,937469	0,797376	0,873604	0,906875
0,006337	0,012147	0,009935	0,007748	0,929127	0,847448	0,845577	0,904343
0,005732	0,011294	0,007059	0,006766	0,927508	0,859655	0,922732	0,916613
0,00505	0,009817	0,011034	0,006663	0,941375	0,877595	0,851361	0,918306
0,003916	0,009184	0,015327	0,006418	0,952253	0,90072	0,805704	0,922541
0,003345	0,014047	0,014298	0,006593	0,960053	0,834098	0,821917	0,92044
<b>0,005817</b>	<b>0,010682</b>	<b>0,011341</b>	<b>0,007375</b>	<b>0,931747</b>	<b>0,869345</b>	<b>0,861561</b>	<b>0,911859</b>