



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Έλεγχος Ισχύος σε ασύρματα δίκτυα με εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Άννα Ι. Γκατζιούρα

Επιβλέπων : Φίλιππος Κωνσταντίνου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2010



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Έλεγχος Ισχύος σε ασύρματα δίκτυα με εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Άννα Ι. Γκατζιούρα

Επιβλέπων : Φίλιππος Κωνσταντίνου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 21^η Ιουλίου 2010.

.....

Φίλιππος Κωνσταντίνου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Αθανάσιος Παναγόπουλος
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

.....

Χρήστος Καψάλης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2010

.....
Άννα Ι. Γκατζιούρα

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © **Άννα Ι. Γκατζιούρα**, 2010.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η Θεωρία Παιγνίων επιχειρεί τη μαθηματική περιγραφή και την επίλυση, υπό την έννοια της εύρεσης σημείου ισορροπίας, καταστάσεων στρατηγικής σημασίας, στις οποίες υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ ενός αριθμού ατόμων, κατά τη λήψη των αποφάσεών τους, αφού το αποτέλεσμα της ενέργειας του καθενός εξαρτάται και από τις συμπεριφορές και τις αποφάσεις των υπολοίπων.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη του τρόπου αλληλεπίδρασης των χρηστών ενός ασύρματου δικτύου, κατά τη διαδικασία λήψης αποφάσεών τους, που αφορούν τη βελτιστοποίηση της χρησιμότητας που απολαμβάνουν από τη χρήση των πόρων του δικτύου, καθώς και ο προσδιορισμός του σημείου στο οποίο αυτό εξασφαλίζεται, με εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων.

Η χρησιμότητα που απολαμβάνει κάθε χρήστης εντός ενός ασύρματου δικτύου, εξαρτάται σημαντικά από την ισχύ εκπομπής αυτού αλλά και των υπολοίπων χρηστών του δικτύου. Το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος σε ένα ασύρματο δίκτυο, επιλύεται εδώ μέσω κατάλληλης μοντελοποίησης του περιβάλλοντος του ασύρματου δικτύου και εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων, με σκοπό την εύρεση του σημείου ισορροπίας κατά Nash, δηλαδή του σημείου λειτουργίας από το οποίο είναι απίθανο κάποιος παίκτης να παρεκκλίνει, καθώς δεν μπορεί με αυτό τον τρόπο να εξασφαλίσει μεγαλύτερη χρησιμότητα.

Στην παρούσα διπλωματική, υλοποιήθηκε αλγόριθμος ο οποίος δέχεται σαν εισόδους κάποιες χαρακτηριστικές παραμέτρους ενός ασύρματου δικτύου και βρίσκει την αρχική ισορροπία κατά Nash του αντίστοιχου μη συνεργατικού παιγνίου, δηλαδή το σημείο στο οποίο βελτιστοποιούνται οι χρησιμότητες που απολαμβάνουν οι χρήστες. Στη συνέχεια επιχειρείται βελτίωση της αποτελεσματικότητας της παραπάνω ισορροπίας, μέσω της εισαγωγής μιας συνάρτησης τιμολόγησης. Με προσπέλαση διαφορετικών τιμών της παραμέτρου τιμολόγησης και προσδιορισμού του σημείου ισορροπίας για καθεμία από αυτές, ο αλγόριθμος τελικά επιλέγει την πιο αποτελεσματική από τις προκύπτουσες ισορροπίες. Σε αυτό το σημείο ισορροπίας κάθε μεμονομένος χρήστης απολαμβάνει τη μέγιστη δυνατή χρησιμότητα, ενώ βελτιώνεται και η απόδοση του δικτύου στο σύνολό του.

Λέξεις κλειδιά: ασύρματο δίκτυο, έλεγχος ισχύος, θεωρία παιγνίων, μη συνεργατικά παίγνια, αλγόριθμος ελέγχου, αλληλεπίδραση, στρατηγική, ορθολογισμός, ισορροπία κατά Nash, αποτελεσματικότητα κατά παρέτο, συνάρτηση χρησιμότητας, τιμολόγηση, ποιότητα υπηρεσιών, ισχύς εκπομπής, κέρδος ισχύος, παρεμβολή, λόγος σήματος προς παρεμβολή.

Abstract

Game theory attempts the mathematical description of strategic situations, in which a number of people interact with each other while making their decisions.

In the specific thesis, we study how the users interact in a wireless network while making their decisions, in terms of resource allocation.

Each user's utility, depends significantly on his transmit power's level but also on the transmit power's level of the other users as well. The power control problem in a wireless network is being resolved by using an appropriate model of the wireless network and applying game theory in order to reach the Nash equilibrium, the point from which a user is unlikely to deviate as he cannot gain higher utility.

A power control algorithm, with inputs the values of the network's parameters was built, in order to solve the non cooperative power control game and to find its Nash equilibrium. Moreover we improve the efficiency of the equilibrium point by inserting a pricing function in the utility function. Different values of the pricing factor are studied and the equilibrium point for each of them is found. The algorithm finally chooses the most efficient of those equilibrium points. At this final equilibrium point, each user's utility is the maximum possible whereas the overall performance of the network is improved as well.

Keywords: wireless network, power control, Game theory, non cooperative games, control algorithm, interaction, strategy, rationalism, Nash equilibrium, Pareto efficiency, utility function, pricing, quality of service, transmit power, power gain, interference, signal to interference ratio (SIR).

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Φ. Κωνσταντίνου για την πολύτιμη συμβολή του στην εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας, για τον ενθουσιασμό που μου μετέδωσε και τη συνεχή υποστήριξή του.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στην Υποψήφια Διδάκτορα Σ. Βασσάκη για την άψογη συνεργασία, τις πολύτιμες παρεμβάσεις της και τη συνολική καθοδήγηση που μου προσέφερε.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους με τους οποίους μοιραστήκαμε αυτά τα χρόνια στιγμές, σκέψεις και συναισθήματα και ο καθένας με τον τρόπο του στάθηκαν κοντά μου και στήριξαν την προσπάθειά μου.

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή	15
1.1 Θεωρία Παιγνίων – Γενικά	15
1.2 Αντικείμενο διπλωματικής εργασίας	16
1.2.1 Συνεισφορά εργασίας	16
1.3 Δομή εργασίας	17
Κεφάλαιο 2 – Θεωρητικό υπόβαθρο	19
2.1 Θεωρία Παιγνίων	19
2.1.1 Σύντομη ιστορική αναδρομή του κλάδου	19
2.1.2 Σχετικοί κλάδοι	21
2.2 Βασικές υποθέσεις	23
2.3 Στοιχεία ενός παιγνίου	23
2.4 Τρόποι αναπαράστασης ενός παιγνίου	24
2.5 Ταξινόμηση (τύποι – είδη) παιγνίων	25
2.5.1 Συνεργατικά ή μη συνεργατικά παίγνια	25
2.5.2 Συμμετρικά ή μη συμμετρικά παίγνια	25
2.5.3 Παίγνια μηδενικού ή μη μηδενικού αθροίσματος	26
2.5.4 Παίγνια συντονισμού ή ανταγωνισμού	26
2.5.5 Παίγνια με στρατηγικές συμπληρωματικότητες ή υποκαταστάσεις	27
2.5.6 Διαδοχικά ή Ταυτόχρονα παίγνια	27
2.5.7 Τέλεια ή ατελής πληροφόρηση	27
2.5.8 Επαναλαμβανόμενα παίγνια	28
2.5.9 Διακριτά ή συνεχή παίγνια	29
2.6 Υποπαίγνιο	29
2.7 Είδη στρατηγικών	29
2.7.1 Αμιγείς στρατηγικές	30
2.7.2 Μεικτές στρατηγικές	30
2.8 Τεχνικές (Τρόποι) επίλυσης	31
2.8.1 Ισορροπία σε αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές	31
2.8.2 Ισορροπία κατά Nash	32
2.8.3 Οπισθογενής επαγωγή	33
2.8.4 Τέλεια ισορροπία κατά Nash υποπαιγνίων	34
2.8.5 Ισορροπία σε μεικτές στρατηγικές	35

2.8.6 Τέλεια ισορροπία κατά Bayes	35
2.8.7 Κριτήρια λήψης αποφάσεων	36
2.9 Βασικά στρατηγικά παίγνια	38
2.9.1 «Δίλλημα των φυλακισμένων»	38
2.9.2 «Η μάχη των φύλων»	39
2.9.3 «Περιστέρι – γεράκι»	40
2.9.4 «Κορόνα – γράμματα»	40
Κεφάλαιο 3 – Ασύρματα δίκτυα	43
3.1 Εισαγωγή – Ορισμός	43
3.1.1 Στοιχεία ασύρματου συστήματος	44
3.1.2 Κυβελωτή δομή	44
3.2 Κατηγορίες ασύρματων δικτύων	45
3.3 Τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης	46
3.4 Γενικές αρχές διάδοσης	47
3.5 Απώλειες διάδοσης ή εξασθένιση	49
3.5.1 Μοντέλο διάδοσης Ελεύθερου Χώρου (Free Space)	49
3.5.2 Μοντέλο διάδοσης Επίπεδης Επιφάνειας (Plane Earth)	50
3.5.3 Μοντέλο διάδοσης μη οπτικής επαφής	50
3.6 Σκίαση – ποσοστό περιοχής κάλυψης	51
3.7 Μέγιστη απόσταση ραδιοκάλυψης	52
3.8 Χωρητικότητα ραδιοδιαύλου	53
3.9 Θόρυβος	53
3.9.1 Λευκός θόρυβος	54
3.10 Διαλείψεις	54
3.11 Παρεμβολές	56
3.11.1 Ομοδιαυλική παρεμβολή	56
3.11.2 Παρεμβολή γειτονικών διαύλων	57
3.11.3 Διασυμβολική παρεμβολή	58
Κεφάλαιο 4 – Έλεγχος ισχύος	59
4.1 Εισαγωγή	59
4.2 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα αύξησης ισχύος εκπομπής	60
4.3 Αναγκαιότητα ελέγχου ισχύος	61
4.3.1 Μηχανισμός ελέγχου ισχύος μετάδοσης	62
4.4 Άνω και κάτω ζεύξη (Up-down link)	62
4.5 Έλεγχος ισχύος ανοιχτού και κλειστού βρόχου	63
4.6 Περιορισμοί	64

4.7 Κέρδος ισχύος	66
4.8 Μοντέλα ασύρματου δικτύου	66
4.9 Συνάρτηση παρεμβολής	68
4.10 Επαναληπτικοί αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος	70
4.10.1 Σύγχρονος επαναληπτικός έλεγχος ισχύος	70
4.10.2 Ασύγχρονος έλεγχος ισχύος	71
4.11 Αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος με βάση την τιμή του SIR	71
4.11.1 Χώρος προορισμού	72
4.11.2 Χώρος πραγματοποιησιμότητας του SIR	73
4.11.3 Έλεγχος ισχύος με σταθερό SIR	74
4.11.4 Έλεγχος ισχύος με μεταβλητό SIR	75
4.11.5 Έλεγχος ισχύος με προσθήκη προστασίας	76
4.11.6 Οπορτουνιστικοί αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος	76
4.12 Άλλες προσεγγίσεις του προβλήματος ελέγχου ισχύος	78
4.12.1 Πρόβλημα ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων	78
4.12.2 Πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού	79
4.12.3 Θεωρία παιγνίων	80
4.13 Στοχαστικά μεγέθη	81
Κεφάλαιο 5 – Το παίγνιο του ελέγχου ισχύος	83
5.1 Εισαγωγή	83
5.2 Ισχύς βασικών υποθέσεων	84
5.3 Στοιχεία του παιγνίου	85
5.3.1 Χαρακτηριστικά του δικτύου	86
5.4 Συνάρτηση χρησιμότητας των χρηστών	87
5.5 Ισορροπία κατά Nash	89
5.6 Τρόποι αποτελεσματικότερης επίλυσης	91
5.6.1 Σταθμός βάσης σε ρόλο «δαιτητή»	91
5.6.2 Επαναλαμβανόμενο παίγνιο	93
5.6.3 Τιμολόγηση	94
Κεφάλαιο 6 – Υλοποίηση αλγορίθμου ελέγχου ισχύος για παίγνιο με τιμολόγηση	97
6.1 Εισαγωγή – περιγραφή παιγνίου	97
6.2 Λειτουργία του αλγορίθμου	98
6.3 Ύπαρξη ισορροπίας κατά Nash	100
6.4 Σχεδίαση και υλοποίηση του αλγορίθμου	101
6.4.1 Κυρίως πρόγραμμα (calling.m)	102

6.4.2 Συνάρτηση <i>game_c0</i>	104
6.4.3 Συνάρτηση <i>wifigame</i>	105
6.4.4 Λειτουργίες ελέγχου	109
Κεφάλαιο 7 – Αποτελέσματα αλγορίθμου	113
7.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων	113
7.2 Εφαρμογή αλγορίθμου	114
7.2.1 Περιβάλλον διάδοσης A	115
7.2.2 Περιβάλλον διάδοσης B	118
Κεφάλαιο 8 – Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντικές επεκτάσεις	121
8.1 Συμπεράσματα	121
8.2 Μελλοντικές επεκτάσεις	121
Κεφάλαιο 9 – Βιβλιογραφία	123

Κατάλογος Εικόνων

<i>Εικόνα 2.1</i> : Μορφή δέντρου ή αναλυτική μορφή παιγνίου	24
<i>Εικόνα 2.2</i> : Κανονική ή στρατηγική μορφή παιγνίου	24
<i>Εικόνα 2.3</i> : Τρόπος αναπαράστασης παιγνίου ατελούς πληροφόρησης.	28
<i>Εικόνα 2.4</i> : Παίγνιο το «δίλλημα των φυλακισμένων»	39
<i>Εικόνα 2.5</i> : Παίγνιο «Η μάχη των φύλων»	40
<i>Εικόνα 2.6</i> : Παίγνιο «περιστέρι – γεράκι»	40
<i>Εικόνα 2.7</i> : Παίγνιο «κορόνα – γράμματα»	40
<i>Εικόνα 7.1</i> : Χρησιμότητες στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου	116
<i>Εικόνα 7.2</i> : Ισχείς εκπομπής στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου	116
<i>Εικόνα 7.3</i> : Συνολική χρησιμότητα στο σημείο ισορροπίας κατά Nash	117
<i>Εικόνα 7.4</i> : Συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς στο σημείο ισορροπίας κατά Nash	117
<i>Εικόνα 7.5</i> : Χρησιμότητες στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου	119
<i>Εικόνα 7.6</i> : Ισχείς εκπομπής στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου	119
<i>Εικόνα 7.7</i> : Συνολική χρησιμότητα στο σημείο ισορροπίας κατά Nash	120
<i>Εικόνα 7.8</i> : Συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς στο σημείο ισορροπίας κατά Nash	120

Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή

1.1 Θεωρία Παιγνίων – Γενικά

Η Θεωρία Παιγνίων είναι ένας κλάδος εφαρμοσμένων μαθηματικών που χρησιμοποιείται στις κοινωνικές επιστήμες, ιδιαίτερα στα οικονομικά, αλλά και στη βιολογία (κυρίως στην εξελικτική βιολογία και στην οικολογία) όπως και στις διεθνείς σχέσεις, την πολιτική επιστήμη, τη φιλοσοφία, τη μηχανική και την επιστήμη των υπολογιστών.

Η Θεωρία Παιγνίων επιχειρεί τη μαθηματική περιγραφή της συμπεριφοράς ατόμων σε καταστάσεις στρατηγικής σημασίας, στις οποίες η επιτυχία ενός μεμονομένου ατόμου κατά τη διαδικασία λήψης αποφάσεων εξαρτάται από τις αποφάσεις των άλλων. Εξετάζει, δηλαδή, καταστάσεις στις οποίες υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ ενός μικρού αριθμού ατόμων που κατά τη λήψη των αποφάσεών τους είναι αναγκασμένα να λαμβάνουν υπόψη τους τις συμπεριφορές των άλλων ατόμων. (Η Θεωρία Αποφάσεων είναι η Θεωρία Παιγνίων με ένα μόνο παίκτη – το άτομο που καλείται να αποφασίσει για κάποιο θέμα.)

Η Θεωρία Παιγνίων αρχικά αναπτύχθηκε με σκοπό την ανάλυση προβλημάτων στα οποία ένας παίκτης κερδίζει σε βάρος του άλλου, τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος. (Αυτός που χάνει πληρώνει αυτόν που κερδίζει, το κέρδος του ενός ισούται με τη ζημία του άλλου, συνεπώς το άθροισμα των αποτελεσμάτων είναι μηδέν.) Στη συνέχεια η μέθοδος διευρύνθηκε ώστε να μπορεί να αναλύσει περισσότερες καταστάσεις αλληλεπίδρασης (σύγκρουσης ή συνεργασίας) που σχετίζονται με τη λήψη αποφάσεων, οι οποίες κατηγοριοποιούνται με βάση διάφορα κριτήρια. Ως «παίκτης» πλέον μπορεί να αναφέρεται, όχι μόνο ένας άνθρωπος ή μία ομάδα ανθρώπων, αλλά και ένα ζώο ή ένα φυτό, μία οργάνωση ή ένα κράτος, ένα αυτοκίνητο ή ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής.

Οι παραδοσιακές εφαρμογές της Θεωρίας Παιγνίων προσπαθούν να βρουν σημεία ισορροπίας στα παίγνια που εξετάζουν. Σε ένα σημείο ισορροπίας, κάθε παίκτης ακολουθεί μία στρατηγική την οποία είναι απίθανο να αλλάξει. Πολλές έννοιες ισορροπίας έχουν αναπτυχθεί στην προσπάθεια να προσεγγιστεί αυτή η ιδέα, με πιο διαδεδομένη την ισορροπία κατά Nash. Αυτές οι έννοιες της ισορροπίας, παρόλο που έχουν διαφορετικά κίνητρα και σημεία εκκίνησης, ανάλογα με το επιστημονικό πεδίο της εφαρμογής τους, συχνά συμπίπτουν. Ωστόσο αυτή η μέθοδος έχει και τους επικριτές της και οι συζητήσεις για την καταλληλότητα κάποιων μοντέλων ισορροπίας, καθώς και για την καταλληλότητα της χρησιμοποίησης σημείων ισορροπίας γενικότερα συνεχίζονται. [7], [8], [17], [19], [24]

1.2 Αντικείμενο διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό την εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων σε έναν κλάδο διαφορετικό από τους συνηθισμένους κλάδους εφαρμογής της, στον κλάδο των ασύρματων δικτύων, προκειμένου να επιλυθεί το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος εντός ενός ασύρματου δικτύου.

Το πρόβλημα αυτό είναι ένα πρόβλημα αλληλεπίδρασης μεταξύ των χρηστών του ασύρματου δικτύου, καθώς όλοι τους επιδιώκουν να απολαμβάνουν τη βέλτιστη δυνατή ποιότητα υπηρεσιών. Οι χρήστες γνωρίζοντας ότι με την αύξηση της ισχύος εκπομπής τους, αυξάνεται η εμβέλεια του εκάστοτε εκπεμπόμενου μηνύματός τους και βελτιώνεται η ποιότητα του, προσπαθούν να αυξήσουν την ισχύ εκπομπής τους. Ωστόσο αυτό είναι σε βάρος των υπολοίπων χρηστών του δικτύου αλλά και των ίδιων, καθώς δέχονται και αντιμετωπίζουν ένα ποσό από αυτή την αυξημένη εκπομπή ισχύος, ως μία επιπλέον παρεμβολή.

Στο δίκτυο αυτό, υπάρχει αλληλεπίδραση των εμπλεκόμενων χρηστών κατά τη διαδικασία λήψης αποφάσεων τους, ως προς τη βέλτιστη χρήση του κοινού ασύρματου δικτύου, για αυτό και θα μοντελοποιηθεί με τη βοήθεια της Θεωρίας Παιγνίων.

1.2.1 Συνεισφορά εργασίας

Η συνεισφορά της διπλωματικής μπορεί να συνοψιστεί στα παρακάτω:

- Μελετήθηκε αναλυτικά η Θεωρία Παιγνίων.
- Περιγράφηκε το περιβάλλον και οι βασικοί μηχανισμοί διάδοσης εντός των ασύρματων δικτύων και αναλύθηκε το πρόβλημα της ισχύος που προκύπτει σε αυτά.
 - Στη συνέχεια το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος μοντελοποιήθηκε και επιλύθηκε με τα εργαλεία της Θεωρίας Παιγνίων, ως ένα μη συνεργατικό παίγνιο.
 - Υλοποιήθηκε αλγόριθμος επίλυσης του παιγνίου αυτού, με σκοπό την εύρεση του διανύσματος βέλτιστης ισχύος εκπομπής των χρηστών του δικτύου, ώστε να μεγιστοποιείται η χρησιμότητα που απολαμβάνει ο καθένας τους και ταυτόχρονα η κατάσταση αυτή να είναι αποδοτική για το δίκτυο στο σύνολό του. Προς την κατεύθυνση αυτή, για να αυξηθεί η χρησιμότητα των μεμονομένων χρηστών αλλά και του δικτύου στο σύνολό του, συμπεριλήφθηκε και συνάρτησης τιμολόγησης.
 - Στο τέλος γίνεται γραφική παρουσίαση των αποτελεσμάτων, βέλτιστης ισχύος και χρησιμότητας που προκύπτουν από τον αλγόριθμο, συγκριτικά και με τις αρχικές τους τιμές, απουσία τιμολόγησης και παρουσιάζεται η βελτίωση του συστήματος.

1.3 Δομή εργασίας

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες της Θεωρίας Παιγνίων, ξεκινώντας με μια μικρή ιστορική παρουσίαση του κλάδου και τελειώνοντας με τα πιο βασικά στρατηγικά παίγνια που χρησιμοποιούνται στην πράξη. Στο Κεφάλαιο 3 δίνονται τα βασικά στοιχεία των ασύρματων δικτύων, περιγράφεται το περιβάλλον και οι μηχανισμοί διάδοσης τους, καθώς και τα προβλήματα που απορρέουν από αυτούς, όπως το πρόβλημα της παρεμβολής στα ασύρματα δίκτυα και ως συνέπεια αυτού η απαίτηση του ελέγχου ισχύος, που παρατίθεται αναλυτικά και στο Κεφάλαιο 4.

Στο Κεφάλαιο 5, το πρόβλημα αυτό μοντελοποιείται υπό τη μορφή παιγνίου και αναφέρονται σχετικές εργασίες που έχουν γίνει προς αυτή την κατεύθυνση. Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται ο αλγόριθμος που υλοποιήθηκε προς επίλυση του παιγνίου και τα αποτελέσματα αυτού παραθέτονται στο Κεφάλαιο 7 μαζί με γραφικές παραστάσεις. Τέλος, ακολουθούν τα συμπεράσματα και οι προτάσεις για μελλοντικές επεκτάσεις, στο Κεφάλαιο 8.

Κεφάλαιο 2 – Θεωρητικό υπόβαθρο

2.1 Θεωρία Παιγνίων

Η θεωρία παιγνίων παρουσιάζει ένα σύνολο αναλυτικών «εργαλείων» που αποσκοπούν στην ερμηνεία και την κατανόηση καταστάσεων κατά τις οποίες ένας μικρός αριθμός παικτών, αλληλεπιδρά κατά τη διαδικασία λήψης των αποφάσεών τους. Κάθε παίκτης δηλαδή, λαμβάνει τις αποφάσεις του με βάση τις προσδοκίες του για το μέλλον αλλά και με βάση την αντίληψή του για τις επερχόμενες κινήσεις των άλλων παικτών, χρησιμοποιώντας τα μέσα που διαθέτει. Σκοπός της θεωρίας παιγνίων είναι η εύρεση μιας ισορροπίας ή μιας λογικής λύσης σε τέτοιες καταστάσεις σύγκρουσης ή συνεργασίας. Αυτό που οι οικονομολόγοι αποκαλούν θεωρία παιγνίων οι ψυχολόγοι το ονομάζουν θεωρία κοινωνικών καταστάσεων. [7], [8], [17], [19], [24]

2.1.1 Σύνοψη ιστορική αναδρομή του κλάδου

Η πρώτη ιστορικά καταγεγραμμένη αναφορά σε προσπάθεια επίλυσης παιγνίου, προέρχεται από το Ταλμούδ (Talmud) της Βαβυλώνας, τους πρώτους μόλις αιώνες μετά Χριστόν (0-500 μ.Χ.). Ένα πρόβλημα που μελετάτε στο Ταλμούδ είναι το πρόβλημα του «συμβολαίου του γάμου», δηλαδή το χρηματικό ποσό που πρέπει να αφήσει ένας άντρας σε καθεμία από τις τρεις γυναίκες του μετά το θάνατό του. Το Ταλμούδ ανάλογα με το ύψος της περιουσίας που αφήνεται, προτείνει διαφορετικό τρόπο διαμερισμού της περιουσίας, όχι με την ίδια ακριβώς αναλογία. Το 1985 αναγνωρίστηκε ότι το Ταλμούδ προέβλεπε τη σύγχρονη θεωρία συνεργατικών παιγνίων. Κάθε λύση αντιστοιχεί στον πυρήνα ενός κατάλληλα ορισμένου παιγνίου.

Το 1713 ο James Waldegrave σε μία επιστολή του προς τον Pierre-Remond de Montmort απέδειξε την πρώτη, γνωστή, minmax μεικτή στρατηγική λύση σε ένα παίγνιο, με αφορμή την εκδοχή μιας παρτίδας δύο ατόμων στα χαρτιά. Η λύση αυτή ήταν μία minmax ισορροπία σε μεικτές στρατηγικές, αλλά ο Waldegrave δεν επέκτεινε το αποτέλεσμα του σε άλλα παίγνια και φάνηκε σκεπτικός για το κατά πόσο μία μεικτή στρατηγική αποτελούσε συνηθισμένο τμήμα παιχνιδιών τύχης.

Το 1838 ο Augustin Cournot δημοσιεύει το βιβλίο «Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth» και σε κάποιο σημείο του χρησιμοποιεί ένα είδος λύσης που αποτελεί μία πρώτη, περιορισμένη εκδοχή της ισορροπίας κατά Nash.

Επίσης στην πρώτη εκδοχή του βιβλίου «The Descent of Man, and Selection in Relation to Sex», το 1871, ο Charles Darwin ανεπιφύλακτα δίνει την πρώτη διατύπωση θεωρίας παιγνίων στην εξελικτική βιολογία.

Ο κλάδος της θεωρίας παιγνίων, σαν κλάδος των οικονομικών, ξεκίνησε το 1944 με το σπουδαίο βιβλίο «Theory of Games and Economic Behaviour» των John von Neumann και Oskar Morgenstern (Θεωρία Παιγνίων και Οικονομική Συμπεριφορά) πάνω σε παίγνια μηδενικού αθροίσματος, εισάγοντας και την έννοια του συνεργατικού παιγνίου με μεταφερόμενη χρησιμότητα.

Ο κλάδος αυτός αναπτύχθηκε με μεγάλη ταχύτητα στις δεκαετίες 1950-60. Περαιτέρω θεμελιωτές του, ήταν ο John Forbes Nash, ο οποίος με τέσσερις συνεχόμενες δημοσιεύσεις, στα έτη 1950-1953, («Equilibrium Points in N- Person Games», «Non-cooperative Games», «The Bargaining Problem», «Two-Person Cooperative Games»), γενίκευσε το παραπάνω πρόβλημα σε παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος και πρόσφερε σαν λύση την ισορροπία κατά Nash (Nash Equilibrium), σε συνεργατικά και μη συνεργατικά παίγνια. Ο Reinhard Selten, ο οποίος άνοιξε το δρόμο για την εύρεση ικανοποιητικής λύσης του προβλήματος σε δυναμικά παίγνια, με την έννοια της ισορροπίας στα υποπαίγνια (Subgame Perfect Nash Equilibrium) και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού (trembling hand perfect equilibrium) και ο John Harsanyi, που ασχολήθηκε με παιχνίδια υπό μερική πληροφόρηση (Incomplete Information). Για τις πρωτοπόρες εργασίες τους στην ανάλυση των ισορροπιών στη θεωρία παιγνίων, τιμήθηκαν το 1994 με το Βραβείο Νομπέλ για τις Οικονομικές Επιστήμες. Επίσης βασικοί συντελεστές της ανάπτυξης της βασικής θεωρίας ήταν οι θεωρητικοί παιγνίων Thomas Schelling και Robert Aumann που για τις εργασίες τους σε θέματα σύγκρουσης και συνεργασίας κατά την ανάλυση της θεωρίας παιγνίων τιμήθηκαν το 2005 με το Βραβείο Νομπέλ για τις Οικονομικές Επιστήμες.

Ο Thomas Schelling στο βιβλίο του «Strategy of Conflict» (Η Στρατηγική της Σύγκρουσης) εισήγαγε την έννοια του focal point (σημείου εστίασης) ως ενός τρόπου με τον οποίο συντονίζονται οι παίκτες ώστε να πετύχουν κάποια από τις ισορροπίες όταν σε ένα παίγνιο υπάρχουν πολλές και οι παίκτες δεν επικοινωνούν μεταξύ τους. Ο Robert Aumann δημοσιεύοντας το «Survey of Repeated Games» (Ερευνα των Επαναλαμβανόμενων Παιγνίων), πρώτος διατύπωσε τον προβληματισμό περί διαφορετικού τρόπου περιγραφής και αντιμετώπισης των επαναλαμβανόμενων παιγνίων.

Τα τελευταία 30 χρόνια, η θεωρία παιγνίων έχει βρει ευρύτατη εφαρμογή στα οικονομικά, όπου ολόκληροι κλάδοι στηρίζονται στις μεθόδους της, όπως π.χ. η βιομηχανική οργάνωση (industrial organisation), ο σχεδιασμός μηχανισμών (mechanism design) με σπουδαιότερο υποκλάδο τον σχεδιασμό δημοπρασιών (auctions) κ.α.

Επίσης, η θεωρία παιγνίων χρησιμοποιείται και στην πολιτική οικονομία και ειδικά στη θεωρία της συλλογικής δράσης (Collective action), όπου εξηγεί ενδεχόμενα συνεργασίας μεταξύ των παικτών. Στη συγκεκριμένη εκδοχή, μιλάμε για παίγνια συνεργασίας (Cooperative Game Theory). Αυτό βρίσκεται σε άμεση συσχέτιση με τον ρόλο του κράτους και των θεσμών σε θέματα συνεργασίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η παροχή δημόσιων αγαθών και η φορολογία. [16], [19], [24]

2.1.2 Σχετικοί κλάδοι

Συμπληρωματικά με τη θεωρία παιγνίων, η οικονομική θεωρία έχει τρεις κύριους κλάδους, που σχετίζονται άμεσα με τη θεωρία παιγνίων. Είναι: η θεωρία αποφάσεων, η θεωρία γενικής ισορροπίας και η θεωρία κατασκευής μηχανισμών. [17]

- *Θεωρία αποφάσεων (Decision theory)*

Η θεωρία αποφάσεων μπορεί να θεωρηθεί ως η θεωρία παιγνίων με ένα παίκτη. Αυτές οι καταστάσεις δεν θεωρούνται αντικείμενο της θεωρίας παιγνίων, ωστόσο αναλύονται κάνοντας χρήση αρκετών από τα ίδια «εργαλεία» στα πλαίσια της θεωρίας αποφάσεων, η οποία δίνει έμφαση στις προτιμήσεις και το σχηματισμό των πεποιθήσεων του παίκτη. Η πιο διαδεδομένη μορφή της θεωρίας αποφάσεων υποστηρίζει ότι οι προτιμήσεις του ατόμου-παίκτη ανάμεσα σε διαφορετικές εναλλακτικές μπορούν να περιγραφούν μέσα από τη μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης τιμής μιας αριθμητικής συνάρτησης χρησιμότητας, όπου η χρησιμότητα μπορεί να εξαρτάται από ένα πλήθος διαφορετικών παραμέτρων.

Στις καταστάσεις που ενδιαφέρουν την οικονομική επιστήμη συχνά η συνάρτηση χρησιμότητας εξαρτάται από το εισόδημα. Η θεωρία πιθανοτήτων χρησιμοποιείται ευρέως προκειμένου να αποτυπωθεί η αβεβαιότητα που συνοδεύει τα εισοδήματα και ο νόμος του Bayes για να μοντελοποιήσει τον τρόπο με τον οποίο οι νέες πληροφορίες χρησιμοποιούνται για να αναθεωρήσουν τις υπάρχουσες πεποιθήσεις των ατόμων. Η θεωρία αποφάσεων συχνά χρησιμοποιείται στην ανάλυση αποφάσεων, που δείχνει πως να αποκτηθούν πληροφορίες με τον καλύτερο δυνατό τρόπο πριν παρθεί μια απόφαση. [17], [6]

- *Θεωρία γενικής ισορροπίας (General equilibrium theory)*

Η θεωρία γενικής ισορροπίας είναι ένας κλάδος των θεωρητικών οικονομικών. Εντάσσεται στην κλασσική οικονομική θεωρία. Ξεκίνησε σαν μέρος της μικροοικονομικής θεωρίας και τις τελευταίες δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί αρκετά απλοποιημένα μακροοικονομικά μοντέλα γενικής ισορροπίας. Το θέμα της είναι η ύπαρξη θέσης ισορροπίας σε μια ελεύθερη αγορά, καθώς και τα χαρακτηριστικά της θέσης αυτής. (Είναι μοναδική; Σταθερή; Αποτελεσματική κατά παρέτο; Υπάρχει σύγκλιση ως προς αυτήν αν ξεκινήσουμε από μία θέση εκτός ισορροπίας;) Το μεγάλο αποτέλεσμα της θεωρίας ισορροπίας είναι ότι υπό αρκετά χαλαρές προϋποθέσεις, η θέση ισορροπίας είναι μοναδική και αποτελεσματική κατά παρέτο. Δηλαδή αν αφεθεί η αγορά ελεύθερη θα καταλήξει σίγουρα, αργά ή γρήγορα, σε μια δεδομένη θέση ισορροπίας!

Ωστόσο η κλασσική θεωρία γενικής ισορροπίας έχει κάποιες σημαντικές παραλείψεις, όπως ότι αγνοεί την εξάρτηση της παραγωγής από τυχαία γεγονότα και από το βαθμό πληροφόρησης, καθώς και ότι θεωρεί όλες τις συναρτήσεις παραγωγής κυρτές. Η θεωρία γενικής ισορροπίας μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ένας εξειδικευμένος κλάδος της θεωρίας

παιγνίων που ασχολείται με το εμπόριο και την παραγωγή και συνήθως με ένα σχετικά μεγάλο αριθμό μεμονομένων καταναλωτών και παραγωγών. [17]

- *Θεωρία κατασκευής μηχανισμών (Mechanism design theory)*

Η θεωρία κατασκευής μηχανισμών αναφέρεται μερικές φορές και ως αντίστροφη θεωρία παιγνίων. Ενώ η θεωρία παιγνίων αναλύει τις στρατηγικές συμπεριφορές ορθολογικών παικτών σε ένα παίγνιο όπου θεωρεί τους κανόνες του παιγνίου ως δεδομένους, η θεωρία κατασκευής μηχανισμών μελετά τις συνθήκες των διαφορετικών τύπων κανόνων ενός παιγνίου και αναζητά τις κατάλληλες ώστε να σχεδιαστεί ένα παίγνιο που να εξυπηρετεί συγκεκριμένες στρατηγικές και επιθυμητά αποτελέσματα, ακόμα και όταν ο κάθε συμμετέχων επιδιώκει το προσωπικό του συμφέρον. Αυτό επιτυγχάνεται με το να τίθεται μία δομή όπου κάθε παίκτης έχει κίνητρο να συμπεριφερθεί σύμφωνα με την πρόθεση του σχεδιαστή του παιγνίου: λέγεται τότε ότι το παίγνιο υλοποιεί το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα. Η ισχύς ενός τέτοιου αποτελέσματος εξαρτάται από την έννοια της λύσης που χρησιμοποιείται στο παίγνιο.

Η θεωρία κατασκευής μηχανισμών συνδέεται με την θεωρία των μεταπαιγνίων. Αυτά είναι παίγνια, η διεξαγωγή των οποίων, είναι η ανάπτυξη των κανόνων ενός άλλου παιγνίου, του παιγνίου στόχου ή υποκείμενου παιγνίου. Τα μεταπαιγνια επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν την τιμή της χρησιμότητας του συνόλου των κανόνων που έχουν αναπτυχθεί.

Ο όρος μεταπαιγνια χρησιμοποιείται συνήθως για να ορίσει οποιαδήποτε στρατηγική, ενέργεια ή μέθοδο, χρησιμοποιούμενη σε ένα παίγνιο, η οποία υπερβαίνει ένα προδιεγεγραμμένο σύνολο κανόνων, χρησιμοποιεί εξωτερικούς παράγοντες για να επηρεάσει το παίγνιο, ή κινείται πέρα από τα όρια ή το περιβάλλον που έχει οριστεί από το παίγνιο. Δηλαδή χρησιμοποιεί πληροφορίες ή πόρους εκτός του παιγνίου για να επηρεαστούν οι αποφάσεις κάποιου παίκτη εντός του παιγνίου.

Το 2007 τιμήθηκαν με το Βραβείο Νομπέλ Οικονομικών Επιστημών οι Roger Bruce Myerson, Leonid Hurwicz και Eric Maskin για τη σημαντική συνεισφορά τους στη θεμελίωση της θεωρίας της κατασκευής μηχανισμών. [17], [24], [30]

2.2 Βασικές υποθέσεις

Οι βασικές υποθέσεις στις οποίες υπόκειται η θεωρία παιγνίων είναι ότι [7], [8], [19], [22]:

- Κάθε παίκτης είναι ορθολογικός. Δηλαδή λειτουργεί χωρίς αντιφάσεις στα πλαίσια του δικού του αξιακού συστήματος με τρόπο τέτοιο που να τον οδηγήσει στη μεγιστοποίηση της δικής του ωφέλειας, εντός ενός συγκεκριμένου χρονικού εύρους. Το ίδιο πιστεύει και για κάθε αντίπαλό του.
- Κάθε παίκτης ακολουθεί κάποια στρατηγική (σχέδιο δράσης). Δηλαδή για να καθορίσει τις ενέργειες που πιστεύει ότι θα τον οδηγήσουν σταδιακά στην επιθυμητή κατάσταση, λαμβάνει υπόψιν του τη γνώση του ή τις προσδοκίες του για τη συμπεριφορά των άλλων παικτών. Η επιτυχία ή η αποτυχία του κάθε παίκτη εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη στρατηγική που θα επιλέξει να ακολουθήσει.
- Τα παραπάνω αποτελούν «κοινή γνώση». Δηλαδή ο κάθε παίκτης γνωρίζει ότι ο αντίπαλός του γνωρίζει ότι ο παίκτης γνωρίζει τα παραπάνω.

Τελικά μπορούμε να πούμε ότι θεωρία παιγνίων είναι η μελέτη της ορθολογικής συμπεριφοράς σε διαδραστικές συνθήκες.

2.3 Στοιχεία ενός παιγνίου

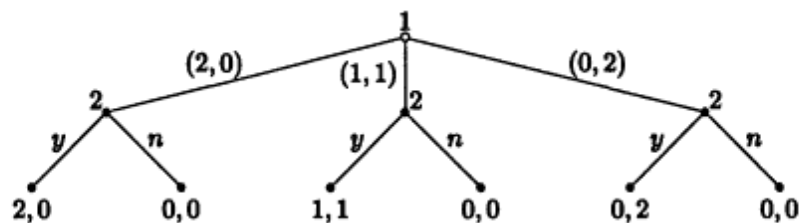
Ένα παίγνιο αποτελείται από [7], [30]:

- Το σύνολο των παικτών που παίρνουν αποφάσεις (παίγνιο *n*-παικτών). Πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον δύο παίκτες. «Παίκτης» μπορεί να είναι ένας άνθρωπος ή μία ομάδα ανθρώπων, αλλά και οποιοσδήποτε οργανισμός ή μηχανήμα. (για παράδειγμα ένα ζώο, ένα φυτό, μία οργάνωση, ένα κράτος, ένα αυτοκίνητο, ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής) Πέρα από τους ενεργητικούς παίκτες, στην περίπτωση που έχουμε αβεβαιότητα εισέρχεται στο παίγνιο και ο παθητικός παράγοντας, τύχη. Εισέρχεται σε κάποιο σημείο του παιγνίου και αποφασίζει με βάση κάποιες πιθανότητες την επόμενη κίνηση.
- Το σύνολο των πιθανών κινήσεων (στρατηγικών) που διαθέτει κάθε παίκτης κάθε φορά που καλείται να αποφασίσει.
- Τα αποτελέσματα (payoffs) για κάθε πιθανή κίνηση.
- Τη χρονική στιγμή κατά την οποία μπορεί να πάρει τις αποφάσεις του ο κάθε παίκτης.
- Το σύνολο πληροφόρησης που έχει ο κάθε παίκτης την κάθε στιγμή που καλείται να πάρει την κάθε απόφασή του.

2.4 Τρόποι αναπαράστασης ενός παιχνιδιού

- *Αναλυτική μορφή ή μορφή δέντρου*

Στη μορφή αυτή εμφανίζονται όλα τα παραπάνω στοιχεία του παιχνιδιού και είναι εμφανείς οι αλληλεπιδράσεις των παικτών καθώς και η σειρά με την οποία καλούνται να αποφασίσουν. Τα παίγνια αναπαρίστανται ως δέντρα που ξεκινούν από τον κόμβο αφητηρίας. Κάθε ενδιάμεσος κόμβος καλείται κόμβος απόφασης και αντιπροσωπεύει ένα σημείο απόφασης κάποιου παίκτη, (αυτού που αναγράφεται στον καθένα) ενώ οι κλάδοι που ξεκινούν από τον κάθε κόμβο, είναι οι πιθανές κινήσεις - αποφάσεις του παίκτη. Σε κάθε κόμβο απόφασης καταλήγει μόνον ένας κλάδος αλλά είναι πιθανό να ξεκινούν από αυτόν περισσότεροι του ενός κλάδοι. Τα αποτελέσματα της κάθε στρατηγικής φαίνονται στον τερματικό κόμβο, στο τέλος του δέντρου. [7], [8], [19], [22], [24]



Εικόνα 2.1: Μορφή δέντρου ή αναλυτική μορφή παιχνιδιού. [8]

- *Κανονική μορφή ή στρατηγική ή μήτρας*

Αποτελεί την πιο συνηθισμένη μορφή αναπαράστασης του παιχνιδιού. Είναι μια μήτρα στην οποία φαίνονται οι παίκτες, οι στρατηγικές κάθε παίκτη καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από κάθε συνδυασμό στρατηγικών. Όπως στην παρακάτω μήτρα: Σε κάθε γραμμή της μήτρας υπάρχει μία στρατηγική του ενός παίκτη ενώ σε κάθε στήλη της, υπάρχει μία στρατηγική του άλλου παίκτη. Σε κάθε στοιχείο της μήτρας βλέπουμε τα αποτελέσματα για τον καθένα από τους δύο παίκτες, σε περίπτωση που ο ένας παίκτης ακολουθεί τη στρατηγική της συγκεκριμένης γραμμής και ο άλλος παίκτης τη στρατηγική της συγκεκριμένης στήλης. Σε παίγνια με n -παίκτες θα πρέπει να πάρουμε μήτρα n -διαστάσεων.

	<i>L</i>	<i>R</i>
<i>T</i>	w_1, w_2	x_1, x_2
<i>B</i>	y_1, y_2	z_1, z_2

Εικόνα 2.2: Κανονική ή στρατηγική μορφή παιχνιδιού. [8]

Η μορφή αυτή είναι στατική, δεν εμφανίζεται η χρονική στιγμή κατά την οποία λαμβάνει τις αποφάσεις του ο κάθε παίκτης. Επιπλέον δε δίνει πληροφορίες για την πληροφόρηση των παικτών. Όταν ένα παίγνιο αναπαρίσταται σε κανονική μορφή θεωρούμε ότι οι παίκτες αποφασίζουν ταυτόχρονα ή τουλάχιστον χωρίς να γνωρίζουν τις αποφάσεις των άλλων παικτών.

Σε περίπτωση που οι παίκτες έχουν κάποια πληροφόρηση σχετικά με τις αποφάσεις των αντιπάλων, συνήθως χρησιμοποιείται η αναλυτική μορφή για την αναπαράσταση του παιγνίου.

Στη στρατηγική μορφή οι επιλογές είναι και οι στρατηγικές ενώ στη μορφή δέντρου δεν ισχύει το ίδιο, οι στρατηγικές είναι κάτι πιο πολύπλοκο. [7], [8], [19], [22], [24]

2.5 Ταξινόμηση (τύποι – είδη) παιγνίων

Παρακάτω παρουσιάζονται οι βασικές κατηγορίες παιγνίων. Τα περισσότερα σύνθετα παίγνια που καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε στην πράξη αποτελούν συνθέσεις αυτών των βασικών τύπων και μπορούν να αναλυθούν σε κάποια από αυτά.

2.5.1 Συνεργατικά ή μη συνεργατικά παίγνια (*cooperative and non – cooperative*)

Συνεργατικά καλούνται τα παίγνια στα οποία οι παίκτες είναι ικανοί να κάνουν δεσμευτικές συμφωνίες, τις οποίες αυτομάτως ακολουθούν.

Στα μη συνεργατικά παίγνια κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό. Κάθε παίκτης ορθολογικά αποφασίζει και δρα, προκειμένου να μεγιστοποιήσει την προσωπική του χρησιμότητα.

Συχνά θεωρούμε ότι στα συνεργατικά παίγνια επιτρέπεται η επικοινωνία μεταξύ των παικτών, ενώ στα μη συνεργατικά παίγνια, όχι.

Τα μη συνεργατικά παίγνια μπορούν να μοντελοποιήσουν καταστάσεις με μεγάλη λεπτομέρεια και να παράγουν ακριβή αποτελέσματα. Από την άλλη τα συνεργατικά παίγνια εστιάζουν στο παίγνιο ως σύνολο. Έχουν γίνει αρκετές προσπάθειες σύνδεσης των δύο προσεγγίσεων.

Υβριδικά καλούνται τα παίγνια που αποτελούνται από στοιχεία και των δύο. (Για παράδειγμα ένα συνεργατικό παίγνιο στο οποίο όμως οι παίκτες δρουν κατά μη συνεργατικό τρόπο.) [7], [8], [24]

2.5.2 Συμμετρικά ή μη συμμετρικά παίγνια (*symmetric and asymmetric*)

Συμμετρικό είναι ένα παίγνιο στο οποίο τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση μιας συγκεκριμένης στρατηγικής εξαρτώνται μόνο από τις εμπλεκόμενες στρατηγικές και όχι από το ποιος παίκτης τις ακολουθεί. Δηλαδή αν είναι δυνατή η εναλλαγή των παικτών χωρίς να αλλάξουν τα αποτελέσματα, τότε το παίγνιο είναι συμμετρικό. (Ένα παράδειγμα συμμετρικού παιγνίου είναι το δίλλημα των φυλακισμένων.) [24]

2.5.3 Παίγνια μηδενικού ή μη μηδενικού αθροίσματος (zero-sum and non-zero-sum)

Τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος είναι μια ειδική κατηγορία παιγνίων σταθερού αθροίσματος, στα οποία οι παίκτες μπορούν να αυξήσουν ή να μειώσουν το υπάρχον απόθεμα. Στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος το συνολικό κέρδος όλων των παικτών για οποιοδήποτε συνδυασμό στρατηγικών είναι μηδέν. Αυτός που χάνει πληρώνει αυτόν που κερδίζει, δηλαδή το κέρδος του ενός ισούται με τη ζημία του άλλου, συνεπώς το άθροισμα των αποτελεσμάτων είναι μηδέν. (Απλά παραδείγματα παιγνίων μηδενικού αθροίσματος είναι τα περισσότερα κλασσικά επιτραπέζια παιχνίδια, όπως το σκάκι, αλλά και το πόκερ.)

Τα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος έχουν συνδυασμούς στρατηγικών που δίνουν αποτελέσματα μεγαλύτερα ή μικρότερα του μηδενός. Επιπλέον το κέρδος ενός παίκτη δεν είναι απαραίτητο να ισούται με τη ζημία του άλλου. [19], [24]

2.5.4 Παίγνια συντονισμού ή ανταγωνισμού (coordination and anti-coordination)

Παίγνιο συντονισμού καλείται ένα παίγνιο στο οποίο υπάρχουν περισσότερα του ενός σημεία ισορροπίας, τα οποία προκύπτουν όταν οι παίκτες επιλέγουν να ακολουθήσουν ίδιες ή ανάλογες στρατηγικές.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα παιγνίου συντονισμού, είναι η επιλογή πλευράς του δρόμου στην οποία θα οδηγούν οι οδηγοί των αυτοκινήτων, σε αντίθετες κατευθύνσεις. Προφανώς και οι δύο θέλουν να αποφύγουν τη σύγκρουση και έτσι θα επιλέξουν να επιλέξουν την ίδια πλευρά, σε αντίθετες κατευθύνσεις. Ή και οι δύο δεξιά ή και οι δύο αριστερά. Η χρησιμότητα που θα έχουν είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις αρκεί να συμφωνήσουν σε κοινή επιλογή. Σε αυτές τις περιπτώσεις που τα σημεία ισορροπίας αποδίδουν την ίδια χρησιμότητα στους παίκτες, η ισορροπία επιλέγεται με βάση το focal point, ένα στοιχείο εκτός του παιγνίου, που δεν απεικονίζεται σε αυτό, επηρεάζει όμως τους παίκτες.

Στα παίγνια αμιγούς συντονισμού οι παίκτες προτιμούν όλοι την ίδια ισορροπία, εκείνη που αποδίδει σε όλους τους μεγαλύτερη χρησιμότητα, είναι καλύτερη κατά παρέτα, την οποία και θα προτιμήσουν, επιλέγοντας τις στρατηγικές που τους οδηγούν σε αυτή.

Αντίθετα στα παίγνια ανταγωνισμού οι παίκτες αποκτούν τη μέγιστη χρησιμότητα στην περίπτωση που επιλέγουν αντίθετες στρατηγικές από τους άλλους. Όλα τα παίγνια ανταγωνισμού έχουν τρεις ισορροπίες κατά Nash, δύο σε αμιγείς στρατηγικές και μία σε μεικτές, στην οποία κάθε παίκτης επιλέγει μία από τις αμιγείς στρατηγικές με κάποια πιθανότητα. Η τομή των συναρτήσεων αντίδρασης προσδιορίζει την τρίτη ισορροπία. Ένα παράδειγμα παιγνίου ανταγωνισμού, είναι το παίγνιο με το γεράκι και το περιστέρι. [7], [8], [24]

2.5.5 Παίγνια με στρατηγικές συμπληρωματικότητες ή υποκαταστάσεις (*supermodular and submodular*)

Οι έννοιες αυτές, χρησιμοποιούνται για να αποδώσουν τον τρόπο με τον οποίο οι αποφάσεις ενός παίκτη επηρεάζουν την κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθούν και οι υπόλοιποι παίκτες.

Supermodular games, ονομάζονται τα παίγνια, τα οποία χαρακτηρίζονται από στρατηγικές συμπληρωματικότητες. Δηλαδή όταν ένας παίκτης επιλέγει μία κίνηση μεγαλύτερης τιμής, για να εξασφαλίσει αύξηση της χρησιμότητάς του και οι υπόλοιποι παίκτες έχουν κίνητρο να κάνουν το ίδιο για να αναβαθμίσουν τη χρησιμότητά τους.

Τα submodular games, αποτελούν την αντίθετη περίπτωση, χαρακτηρίζονται από στρατηγική υποκατάσταση. Δηλαδή η επιλογή μεγαλύτερης τιμής από ένα παίκτη δημιουργεί στους υπόλοιπους παίκτες συμφέρον για επιλογή μιας χαμηλότερης τιμής ισχύος προκειμένου να αυξήσουν τη χρησιμότητά τους. [21], [36]

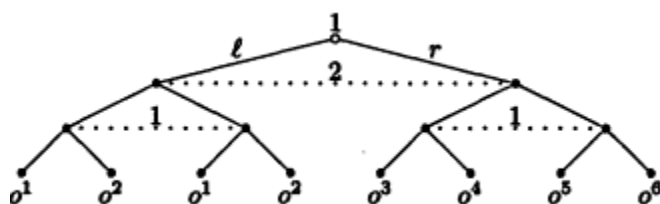
2.5.6 Διαδοχικά ή Ταυτόχρονα παίγνια (*sequential and simultaneous*)

Ταυτόχρονα παίγνια λέγονται τα παίγνια στα οποία όλοι οι παίκτες ενεργούν-αποφασίζουν ταυτόχρονα. Δεν υπάρχει το περιθώριο ο ένας παίκτης να περιμένει για να δει τις κινήσεις των αντιπάλων. Ή ακόμα και αν δεν αποφασίζουν ταυτόχρονα, ο παίκτης που δρα αργότερα δε γνωρίζει τις ενέργειες των προηγούμενων παικτών, οπότε συμπεριφέρεται σαν να ενεργούσαν ταυτόχρονα.

Διαδοχικά ή δυναμικά λέγονται τα παίγνια στα οποία οι παίκτες που αποφασίζουν αργότερα έχουν κάποια γνώση, όχι απαραίτητα πλήρη, των ενεργειών των προηγούμενων, από αυτούς, παικτών. Συνήθως τα ταυτόχρονα παίγνια παρουσιάζονται σε κανονική μορφή, ενώ τα διαδοχικά σε μορφή δέντρου. [22], [24]

2.5.7 Τέλεια ή ατελής πληροφόρηση (*perfect and imperfect information*)

Ένα μεγάλο υποσύνολο των διαδοχικών παιγνίων αποτελείται από παίγνια τέλειας πληροφόρησης. Στα παίγνια αυτά, κάθε παίκτης γνωρίζει όλη την ιστορία του παιχνιδιού μέχρι το σημείο στο οποίο βρίσκεται, γνωρίζει δηλαδή τις προηγούμενες κινήσεις όλων των άλλων παικτών και το κάθε σύνολο πληροφόρησής του αποτελείται από ένα μόνο στοιχείο. Συνεπώς αφορά μόνο διαδοχικά παίγνια. (Ένα παράδειγμα αποτελεί το σκάκι.) Ωστόσο τα περισσότερα παίγνια που μελετούνται έχουν ατελή πληροφόρηση. Στην περίπτωση αυτή, ο παίκτης που καλείται να αποφασίσει δε γνωρίζει τι έχει συμβεί σε κάποιο προηγούμενο σημείο του παιχνιδιού και έτσι καλείται να πάρει μια μοναδική απόφαση, ανεξάρτητα από το τι έχει συμβεί προηγουμένως. Στην περίπτωση αυτή, τοποθετούμε τους κόμβους αυτούς στο ίδιο σύνολο κόμβων και το σύνολο πληροφόρησης περιέχει περισσότερα του ενός στοιχεία, όπως στο ακόλουθο παράδειγμα, όπου οι κόμβοι ενός συνόλου πληροφόρησης είναι συνδεδεμένοι.



Εικόνα 2.3: Τρόπος αναπαράστασης παιγνίου ατελούς πληροφόρησης. [8]

Η τέλεια πληροφόρηση διαφέρει από την πλήρη πληροφόρηση.

Η πλήρης πληροφόρηση απαιτεί κάθε παίκτης να ξέρει τις στρατηγικές των υπολοίπων παικτών καθώς και τα αποτελέσματά τους, χωρίς απαραίτητα να γνωρίζει τις ενέργειες στις οποίες έχουν προβεί. [7], [8], [19], [24]

2.5.8 Επαναλαμβανόμενα παίγνια (Repeated games)

Το μοντέλο των επαναλαμβανόμενων παιγνίων σχεδιάστηκε για να μελετηθεί η συμπεριφορά των παικτών σε καταστάσεις μακροπρόθεσμων αλληλεπιδράσεων. Θεωρεί ότι ένας παίκτης γνωρίζοντας ότι το παίγνιο στο οποίο συμμετέχει θα επαναληφθεί στο μέλλον με τον ίδιο ακριβώς τρόπο αρκετές φορές, θα λάβει υπόψη του την επίδραση της παρούσας συμπεριφοράς του, στη μελλοντική συμπεριφορά των άλλων παικτών. Εξετάζει κατά πόσο θα αλλάξει η συμπεριφορά των παικτών και τείνει να εξηγήσει τα φαινόμενα συνεργασίας, εκδίκησης και απειλών μεταξύ των παικτών.

Ο αριθμός των επαναλήψεων του παιγνίου μπορεί να είναι πεπερασμένος ή άπειρος. Στην περίπτωση που ο αριθμός των επαναλήψεων είναι πεπερασμένος, υπάρχει η τελευταία επανάληψη και είναι κοινή γνώση ότι υπάρχει και ότι μετά από αυτή δεν υπάρχει μέλλον για τους παίκτες. Το αποτέλεσμα θα είναι το ίδιο με το αποτέλεσμα του παιγνίου που εκτελείται μια φορά. (Χρησιμοποιώντας την οπισθογενή επαγωγή)

Στην περίπτωση που ο αριθμός των επαναλήψεων θεωρείται άπειρος, η τελευταία επανάληψη του παιγνίου δεν είναι γνωστή. Σε κάθε επανάληψη, όποια και να είναι αυτή, οι

απομένουσες επαναλήψεις είναι άπειρες, έχουμε δηλαδή μια στοχαστική ανέλιξη. Σε αυτή την περίπτωση, υπάρχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα και οι συμπεριφορές των παικτών είναι πιο πιθανό να επηρεαστούν από απειλές και να μεταβληθούν. (Για παράδειγμα οι επιχειρήσεις δεν μπορούν να προσδιορίσουν εκ των προτέρων το χρόνο ζωής τους στην αγορά, τον θεωρούν άπειρο. Αν μία άλλη επιχείρηση προτείνει κάποιας μορφής συνεργασία συνοδευόμενη από κάποια απειλή για το μέλλον οι υπόλοιπες σκέφτονται σοβαρά τι είναι πιο συμφέρον για αυτές.)

Υπάρχουν παίγνια με άπειρο αριθμό επαναλήψεων στα οποία το αποτέλεσμα δεν μπορεί να προβλεφτεί εκ των προτέρων παρά μόνο αφού ολοκληρωθούν όλες οι κινήσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις ενδιαφέρον έχει το αν κάποιος από τους παίκτες έχει κάποια στρατηγική που να τον οδηγεί στη νίκη και όχι στο βέλτιστο τρόπο διεξαγωγής του παιγνίου. [7], [8], [24]

2.5.9 Διακριτά ή συνεχή παίγνια (*Discrete and continuous*)

Διακριτά είναι τα παίγνια που έχουν πεπερασμένο σύνολο παικτών, κινήσεων-επιλογών, γεγονότων, αποτελεσμάτων και ούτω καθεξής. Μεγάλο μέρος της θεωρίας παιγνίων αφορά πεπερασμένα-διακριτά παίγνια. Ωστόσο πολλές έννοιες έχουν επεκταθεί έτσι ώστε οι παίκτες να είναι σε θέση να επιλέγουν τις στρατηγικές τους από ένα συνεχές σύνολο στρατηγικών. Αυτά είναι τα συνεχή παίγνια. (Παραδείγματα συνεχών παιγνίων είναι το παίγνιο του Cournot, στο οποίο το στρατηγικό διάστημα για κάθε παίκτη είναι ένα μη αρνητικό, συνεχές διάστημα, με άπειρα σημεία, καθώς και το παίγνιο ηγέτη-ακόλουθου με την ισορροπία κατά Stackelberg.) [24]

2.6 Υποπαίγνιο

Το υποπαίγνιο είναι μια συνέχιση του παιγνίου από ένα χρονικό σημείο μέχρι το τέλος, η οποία είναι δυνατό να απομονωθεί από το παίγνιο και να μελετηθεί. Ξεκινάει από έναν κόμβο, που δεν είναι ο αρχικός κόμβος και παράλληλα είναι ο μοναδικός κόμβος, στο σύνολο πληροφόρησης που ανήκει. Το υποπαίγνιο περιλαμβάνει όλους τους κόμβους αποφάσεων και τους τελικούς κόμβους που ακολουθούν τον κόμβο από τον οποίο ξεκινάει. Δεν τέμνει κανένα σύνολο πληροφόρησης. [7], [8]

2.7 Είδη στρατηγικών

Σε κάθε παίγνιο, κάθε παίκτης διαλέγει και ακολουθεί μία και μόνο στρατηγική από το σύνολο των στρατηγικών που διαθέτει, η οποία ορίζει πλήρως όλες τις επιλογές του, σε κάθε κατάσταση στην οποία μπορεί να βρεθεί.

Στην περίπτωση που το παίγνιο είναι σε μορφή μήτρας (ή στρατηγική μορφή), η στρατηγική κάθε παίκτη ορίζεται από κάθε γραμμή ή στήλη της μήτρας, καθώς και το αποτέλεσμα αυτής.

Στην αναλυτική μορφή του παιγνίου η στρατηγική ενός παίκτη είναι ένα πλήρες σχέδιο επιλογών για όλες τις πιθανές εκδοχές του παιγνίου, που προσδιορίζει πλήρως τη συμπεριφορά του παίκτη. Η στρατηγική του κάθε παίκτη προσδιορίζει την επιλογή που θα κάνει ο παίκτης σε οποιοδήποτε σημείο του παιγνίου κληθεί να αποφασίσει και μετά από οποιαδήποτε πιθανή ιστορία του παιγνίου μέχρι το σημείο εκείνο. Υπάρχουν οι αμιγείς και οι μεικτές στρατηγικές.

Ο John Nash απέδειξε ότι σε κάθε διακριτό παίγνιο υπάρχει ένα σημείο ισορροπίας. Οι ισορροπίες κατά Nash συνεπώς είναι δύο ειδών: ισορροπία κατά Nash σε αμιγείς στρατηγικές, όπου όλοι οι παίκτες ακολουθούν αμιγείς στρατηγικές, και ισορροπία κατά Nash σε μεικτές στρατηγικές, όπου τουλάχιστον ένας παίκτης ακολουθεί μεικτή στρατηγική.

Είναι πιθανό σε κάποια παίγνια να μην υπάρχουν ισορροπίες σε αμιγείς στρατηγικές παρα μόνο σε μεικτές, ενώ σε άλλα να υπάρχουν ισορροπίες σε αμιγείς στρατηγικές αλλά να υπάρχουν και κάποια ή κάποιες ισορροπίες σε μεικτές στρατηγικές.

Ο αριθμός των ισορροπιών κατά Nash σε ένα παίγνιο είναι μονός αριθμός, με πιθανότητα ένα.

Σε ένα παίγνιο σε αναλυτική μορφή το σύνολο των στρατηγικών που έχει στη διάθεση του κάθε παίκτης και από τις οποίες θα επιλέξει τη στρατηγική που θα ακολουθήσει τελικά στο παίγνιο, αποτελείται από αριθμό στοιχείων ίσο με τον αριθμό των επιλογών που έχει ο παίκτης στον καθένα από τους κόμβους στους οποίους μπορεί να κληθεί να αποφασίσει, υψωμένος στον αριθμό των κόμβων αυτών. Κάθε στρατηγική αποτελείται από αριθμό στοιχείων ίσο με τον αριθμό των κόμβων στους οποίους ο παίκτης μπορεί να κληθεί να αποφασίσει. [7], [8], [22], [31]

2.7.1 Αμιγείς στρατηγικές

Μία αμιγής στρατηγική ορίζει πλήρως τον τρόπο με τον οποίο ένας παίκτης θα κινηθεί σε ένα παίγνιο. Δηλαδή ορίζει επακριβώς τις επιλογές του για όλα τα πιθανά ενδεχόμενα, από την αρχή μέχρι το τέλος του παιγνίου, ακόμα και για σημεία στα οποία τελικά δε θα φτάσει το παίγνιο και ο παίκτης δε θα κληθεί ποτέ να αποφασίσει.

Το σύνολο των στρατηγικών ενός παίκτη, είναι το σύνολο των αμιγών στρατηγικών που διαθέτει ο παίκτης. [7], [8], [22], [31]

2.7.2 Μεικτές στρατηγικές

Μια μεικτή στρατηγική είναι η ανάθεση κάποιας πιθανότητας σε καθεμία από τις αμιγείς στρατηγικές. Δηλαδή όταν ένας παίκτης επιλέγει μεικτή στρατηγική, επιλέγει ουσιαστικά μια

κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις αμιγείς στρατηγικές. Το σύνολο των στρατηγικών κάθε παίκτη είναι το σύνολο των πιθανοτήτων. Η πιθανότητα μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή στο συνεχές διάστημα $[0,1]$, συνεπώς ο παίκτης έχει άπειρες στρατηγικές.

Αν σε κάποια στρατηγική αποδοθεί πιθανότητα ίση με 1 ενώ στις άλλες 0, μεταπίπτουμε στην αντίστοιχη αμιγή στρατηγική. [7], [8], [22], [31]

2.8 Τεχνικές (Τρόποι) επίλυσης

Στη θεωρία παιγνίων η έννοια της λύσης ενός παιγνίου, είναι ένας τυπικός κανόνας για να προβλεφτεί πως θα παιχτεί το παίγνιο, με την έννοια του συστηματικού προσδιορισμού των στρατηγικών που θα χρησιμοποιηθούν από τους παίκτες και συνεπώς της περιγραφής του αποτελεσμάτος του παιγνίου. Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες μορφές λύσης είναι οι ισορροπίες, με πιο γνωστή την ισορροπία κατά Nash. Τα παίγνια κατηγοριοποιούνται με βάση κάποια κοινά χαρακτηριστικά τους και ανάλογα με την κατηγορία, υπάρχουν διαφορετικές τεχνικές επίλυσης που οδηγούν σε διάφορες μορφές λύσεων. [7], [8], [32]

2.8.1 Ισορροπία σε αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές

Όπως είπαμε παραπάνω, μία στρατηγική ενός παίκτη είναι ένα πλήρες σχέδιο αποφάσεων για όλους τους κόμβους στους οποίους μπορεί να κληθεί ο συγκεκριμένος παίκτης να αποφασίσει. Ωστόσο, επειδή οι παίκτες είναι εξ ορισμού ορθολογικοί, το παίγνιο δε θα φτάσει ποτέ σε κάποιους κόμβους και το κομμάτι της στρατηγικής του παίκτη που αναφέρεται σε αυτούς, δε θα εκτελεστεί ποτέ. Δηλαδή προκύπτουν κάποιες στρατηγικές οι οποίες δεν είναι λογικό να υπάρχουν.

Υπάρχουν οι κυρίαρχες (dominant) και οι κυριαρχούμενες (dominated) στρατηγικές. Κυρίαρχη είναι μία στρατηγική που δίνει σε ένα παίκτη καλύτερα αποτελέσματα από οποιαδήποτε άλλη, ανεξάρτητα από τις κινήσεις των αντιπάλων του. Μπορεί να είναι αυστηρά κυρίαρχη, ή ασθενώς κυρίαρχη.

Αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική, σημαίνει ότι η στρατηγική αυτή δίνει πάντα καλύτερο αποτέλεσμα στον παίκτη συγκριτικά με τις υπόλοιπες του συνόλου στρατηγικών του, όποιες και αν είναι οι επιλογές των άλλων παικτών.

Ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική, σημαίνει ότι η στρατηγική αυτή δίνει στον παίκτη για μία τουλάχιστον επιλογή καλύτερο αποτέλεσμα συγκριτικά με τις υπόλοιπες του συνόλου στρατηγικών του, ενώ για τις υπόλοιπες επιλογές δίνει τουλάχιστον εξίσου καλό αποτέλεσμα με αυτό όλων των υπολοίπων στρατηγικών του συνόλου.

Κυριαρχούμενη στρατηγική, αυστηρά ή ασθενώς, είναι μία στρατηγική όταν υπάρχει κάποια άλλη η οποία είναι αυστηρά ή ασθενώς αντίστοιχα, κυρίαρχη αυτής. Για να βρούμε μία αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική, αρκεί να βρούμε μία άλλη στρατηγική που να δίνει

καλύτερα αποτελέσματα για κάθε κίνηση του παίκτη που εξετάζουμε, ανεξάρτητα από τις επιλογές των άλλων παικτών, δηλαδή να είναι αυστηρά κυρίαρχη αυτής.

Κάθε παίγνιο σε αναλυτική μορφή έχει και την αντίστοιχη στρατηγική του μορφή, η οποία διευκολύνει την παρατήρηση των αποτελεσμάτων των στρατηγικών των παικτών, καθώς και τον εντοπισμό των αυστηρά κυρίαρχων από αυτές.

Δεδομένου ότι οι παίκτες είναι ορθολογικοί και δρουν με κριτήριο τη μεγιστοποίηση της ευημερίας τους, πάντοτε επιλέγουν την ενέργεια που θα τους δώσει μεγαλύτερη χρησιμότητα συγκριτικά με κάποια άλλη. Συνεπώς ένας ορθολογικός παίκτης δε θα επιλέξει ποτέ μια αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική, πάντα στη θέση της θα επιλεγεται η στρατηγική που δίνει καλύτερα αποτελέσματα, δηλαδή η αυστηρά κυρίαρχη αυτής.

Είναι κοινή γνώση ότι οι ορθολογικοί παίκτες δε θα χρησιμοποιήσουν ποτέ τις αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές, συνεπώς μπορούμε να τις απαλείψουμε προκειμένου να οδηγηθούμε σε ένα ισοδύναμο, απλούστερο παίγνιο. Επαναλαμβάνουμε αυτή τη διαδικασία για όσο υπάρχουν αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές. Καταλήγουμε σε μία λύση, ή έστω σε ένα απλούστερο παίγνιο το οποίο δεν επιδέχεται περαιτέρω απαλοιφή, στο οποίο θα εφαρμόσουμε κάποια άλλη μέθοδο προκειμένου να βρούμε την ισορροπία του. Η σειρά των απαλοιφών καθώς και το σημείο από το οποίο θα ξεκινήσουμε δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα στο οποίο θα καταλήξουμε, στην περίπτωση που οι στρατηγικές είναι αυστηρά κυριαρχούμενες.

Αντιθέτως στην περίπτωση που οι στρατηγικές είναι ασθενώς κυριαρχούμενες οδηγούμαστε σε διαφορετικά αποτελέσματα ανάλογα με την αρχική απαλοιφή και τη σειρά των απαλοιφών που θα ακολουθήσουμε, γι' αυτό και δεν απαλείφουμε ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές.

Για να υπάρχει μία ισορροπία σε αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές πρέπει κάθε παίκτης να έχει μια αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική. [7], [8], [19], [20], [22], [32]

2.8.2 Ισορροπία κατά Nash

Η ισορροπία κατά Nash είναι μια πιο γενική επίλυση που μπορεί να εφαρμοστεί σε πάρα πολλά παίγνια ενώ η ισορροπία σε κυρίαρχες στρατηγικές είναι πιο περιορισμένη.

Για ένα παίγνιο δύο ή περισσότερων παικτών, μπορούμε να ορίσουμε την ισορροπία κατά Nash, που πήρε το όνομα της από τον John Nash, με δύο τρόπους:

➤ Η ισορροπία κατά Nash είναι ένα διάνυσμα στρατηγικών τέτοιο ώστε, ένας παίκτης, δεδομένων των ενεργειών-στρατηγικών των άλλων παικτών στο σημείο ισορροπίας, κάνει το καλύτερο δυνατό, όταν ακολουθεί τη στρατηγική που υπάρχει στο διάνυσμα. Δηλαδή δίνει την καλύτερη απόκριση. (Best response)

➤ Η ισορροπία κατά Nash είναι ένα διάνυσμα στρατηγικών τέτοιο ώστε, ένας παίκτης, δεδομένων των ενεργειών-στρατηγικών των άλλων παικτών στο σημείο ισορροπίας, δεν έχει κανένα κίνητρο να αλλάξει την απόφαση-επιλογή του, δηλαδή να αλλάξει στρατηγική. (Incentive to deviate)

Αυτά ισχύουν για όλους τους παίκτες την ίδια στιγμή.

Αντίστροφα, αν κάθε παίκτης έχει διαλέξει μια στρατηγική και κανένας παίκτης δεν μπορεί να κερδίσει-επωφεληθεί παραπάνω αλλάζοντας τη στρατηγική του, δεδομένων των στρατηγικών των άλλων παικτών, τότε κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να αλλάξει συμπεριφορά-στρατηγική (ή είναι αδιάφορος) και το παρόν σύνολο των στρατηγικών επιλογών αποτελεί μια ισορροπία κατά Nash.

Ωστόσο κάποιες φορές η ισορροπία κατά Nash δεν συνεπάγεται τη μέγιστη χρησιμότητα των εμπλεκόμενων παικτών. Ισορροπία κατά Nash δε σημαίνει απαραίτητα μέγιστη χρησιμότητα για κάθε μεμονωμένο παίκτη. Οι παίκτες σε αρκετές περιπτώσεις μπορούν να αυξήσουν τη χρησιμότητά τους, αν καταφέρουν να συμφωνήσουν(!) σε στρατηγικές διαφορετικές από τις στρατηγικές τους στην ισορροπία κατά Nash. (π.χ. καρτέλ επιχειρήσεων)

Μερικές φορές η ισορροπία κατά Nash μπορεί να περιέχει κάποιες στρατηγικές που δεν δείχνουν ορθολογικές. Αυτό συμβαίνει διότι μπορεί να μην είναι αποτελεσματικές κατά παρέτο ή επειδή εμπεριέχει μη ορθολογικές επιλογές, πιθανώς συνέπειες απειλών κάποιων παικτών σε διαδοχικά παίγνια.

Η ισορροπία κατά Nash χρησιμοποιείται για να αναλυθούν οι εκβάσεις των αλληλεπιδράσεων διαφορετικών στρατηγικών κατά τη διαδικασία λήψης αποφάσεων διαφορετικών ατόμων. Είναι ένας τρόπος για να προβλεφτεί τι θα συμβεί όταν άνθρωποι με διαφορετικούς στόχους και πεποιθήσεις παίρνουν αποφάσεις την ίδια στιγμή και οι αποφάσεις του ενός εξαρτώνται από τις αποφάσεις των άλλων. Ήταν ιδέα του Nash ότι δεν μπορούμε να προβλέψουμε τα αποτελέσματα των ενεργειών ατόμων που αλληλεπιδρούν, αν τις αναλύσουμε μεμονωμένα, παρά μόνο αν τις αναλύσουμε στο σύνολό τους, σε συσχέτισμό με τις ενέργειες των υπολοίπων ατόμων που τις επηρεάζουν.

Η ισορροπία σε αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές είναι πολύ πιο απαιτητική σαν ισορροπία σε σχέση με την ισορροπία κατά Nash. [7], [8], [19], [20], [22], [32]

2.8.3 Οπισθογενής επαγωγή

Η οπισθογενής επαγωγή είναι μία μέθοδος επίλυσης διακριτών παιγνίων σε μορφή δέντρου ή διαδοχικών παιγνίων. Ξεκινώντας από το τελευταίο βήμα του παιγνίου, από τον παίκτη που θα αποφασίσει τελευταίος, εξετάζει ποια είναι η βέλτιστη για αυτόν απόφαση, την οποία και θα προτιμήσει αφού είναι ορθολογικός και θέλει να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητα του από το παίγνιο. Ύστερα θεωρώντας αυτή ως δεδομένη, με τον ίδιο τρόπο εξετάζει τις επιλογές του προηγούμενου από το τέλος παίκτη προκειμένου να προσδιορίσει τη βέλτιστη για αυτόν απόφαση. Με τον ίδιο τρόπο κινούμενοι από το τέλος προς τα πίσω, προσδιορίζονται διαδοχικά όλες οι αποφάσεις των παικτών.

Σε περίπτωση που σε κάποιο στάδιο του παιγνίου, ο παίκτης που καλείται να αποφασίσει αντιμετωπίζει αβεβαιότητα αναφορικά με το τι έχει συμβεί πριν τη στιγμή της αποφασίας του, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η οπισθογενής επαγωγή, πρέπει να αναζητηθεί κάποιας άλλης

μορφής ισορροπία, όπως η τέλεια ισορροπία κατά Nash των υποπαιγνίων. Σε περίπτωση αβεβαιότητας ο παίκτης πρέπει να πάρει την ίδια απόφαση για όλους τους κόμβους μέσα στο σύνολο πληροφόρησης στο οποίο βρίσκεται. [7], [8], [22], [32]

2.8.4 Τέλεια ισορροπία κατά Nash υποπαιγνίων

Η τέλεια ισορροπία κατά Nash υποπαιγνίων είναι μία εξειδίκευση της ισορροπίας κατά Nash που χρησιμοποιείται σε δυναμικά παίγνια.

Ένα στρατηγικό σχέδιο αποτελεί τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων, αν η προβολή του πάνω στα υποπαίγνια του παιγνίου είναι ισορροπία κατά Nash σε καθένα από αυτά, είτε το συγκεκριμένο υποπαίγνιο παίζεται κατά μήκος του δρόμου ισορροπίας είτε όχι. Λέγοντας προβολή στο υποπαίγνιο, εννοούμε το κομμάτι του διανύσματος της στρατηγικής που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο υποπαίγνιο.

Είναι μια γενίκευση της οπισθογενούς επαγωγής. Η οπισθογενής επαγωγή θεωρεί δεδομένο ότι όλες οι μελλοντικές κινήσεις θα είναι ορθολογικές. Στην τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων, οι επιλογές σε κάθε υποπαίγνιο είναι ορθολογικές και αποτελούν μια ισορροπία κατά Nash στο υποπαίγνιο αυτό. Η οπισθογενής επαγωγή μπορεί να εφαρμοστεί σε διακριτά παίγνια με πεπερασμένο αριθμό κινήσεων και μόνο εφόσον υπάρχει τέλεια πληροφόρηση. Η τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων μπορεί να εφαρμοστεί και σε αντίθετη περίπτωση.

Με την εφαρμογή της οπισθογενούς επαγωγής (αν αυτή είναι εφικτή) η ισορροπία που προκύπτει είναι η τέλεια ισορροπία κατά Nash των υποπαιγνίων.

Ο αριθμός των τέλειων ισορροπιών υποπαιγνίων είναι μικρότερος ή το πολύ ίσος με τον αριθμό των ισορροπιών κατά Nash στο παίγνιο. Το σύνολο των τέλειων ισορροπιών υποπαιγνίων είναι υποσύνολο του συνόλου των ισορροπιών κατά Nash του παιγνίου, ή σε κάποιες περιπτώσεις ταυτίζονται.

Η τέλεια ισορροπία (κατά Nash) υποπαιγνίων είναι μία ισορροπία κατά Nash του αρχικού παιγνίου που είναι επίσης και ισορροπία κατά Nash σε καθένα από τα υποπαίγνια. Το αντίστροφο δεν ισχύει, δηλαδή μία ισορροπία κατά Nash δεν είναι απαραίτητα τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων.

Όταν ένα παίγνιο δεν έχει κανένα υποπαίγνιο τότε μια ισορροπία κατά Nash είναι και τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου.

Σε παίγνια ατελούς πληροφόρησης ωστόσο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί αυτή η μέθοδος. Τα υποπαίγνια θα κόβουν τα σύνολα πληροφόρησης, συνεπώς τα αρχικά παίγνια δεν μπορεί να αναλυθεί σε αυτά και δεν μπορούν να μειωθούν οι προκύπτουσες ισορροπίες. [7], [8], [22], [32]

2.8.5 Ισορροπία σε μεικτές στρατηγικές

Έστω ότι έχουμε ένα παίγνιο με δύο παίκτες, το οποίο έχει τουλάχιστον μία ισορροπία σε μεικτές στρατηγικές. Δηλαδή έστω το παρακάτω στρατηγικό παίγνιο (εικόνα 2.2 [8]), με κατάλληλες τιμές των $w_1, w_2, x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$.

	<i>L</i>	<i>R</i>
<i>T</i>	w_1, w_2	x_1, x_2
<i>B</i>	y_1, y_2	z_1, z_2

Έστω ότι οι πιθανές στρατηγικές για τους δύο παίκτες είναι *T, B* για τον πρώτο και *L, R* για τον δεύτερο. Ο πρώτος παίκτης επιλέγει με πιθανότητα p τη στρατηγική *T* και με πιθανότητα $(1 - p)$ τη στρατηγική *B*. Ομοίως ο δεύτερος παίκτης επιλέγει με πιθανότητα q τη στρατηγική *L* και με πιθανότητα $(1 - q)$ τη στρατηγική *R*. Ο κάθε παίκτης μπορεί να ακολουθήσει οποιαδήποτε ενδιάμεση, των δύο στρατηγικών του, κατάσταση αναθέτοντας διαφορετικές τιμές (0 έως 1) στις πιθανότητες p και q . Άρα οι στρατηγικές για τους δύο παίκτες είναι:

Για τον πρώτο παίκτη : $(T, B, p, (1 - p))$

Για το δεύτερο παίκτη: $(L, R, q, (1 - q))$

Για να βρούμε την καμπύλη απόκρισης του πρώτου παίκτη εξετάζουμε τη χρησιμότητα του για καθεμία από τις στρατηγικές *T* και *B*, που είναι:

$$U_1(T) = w_1q + x_1(1 - q)$$

$$U_1(B) = y_1q + z_1(1 - q)$$

Εξετάζουμε για ποιές τιμές του q ισχύει : $U_1(T) < U_1(B), U_1(T) > U_1(B), U_1(T) = U_1(B)$.

Ομοίως εργαζόμαστε για το δεύτερο παίκτη συναρτήσουμε του p . Ύστερα παριστάνουμε τα αποτελέσματα σε ορθογώνιο διάγραμμα $p - q$ για τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Η λύση θα είναι το τρίτο σημείο τομής τους (πέρα από τα δύο άκρα).

Όλα τα σημεία της καμπύλης αποτελούν βέλτιστες αντιδράσεις, συνεπώς η χρησιμότητα του παίκτη είναι ίδια για όλα αυτά. Σε μία μεικτή στρατηγική εισέρχονται μόνο ορισμένες από τις αμιγείς στρατηγικές, (δηλαδή ανατίθεται σε αυτές μη μηδενική πιθανότητα) αυτές που αποτελούν το support της κατανομής των πιθανοτήτων και αυτές δίνουν στον παίκτη τα ίδια κέρδη. [7], [8], [19], [22], [32]

2.8.6 Τέλεια ισορροπία κατά Bayes

Στην περίπτωση που οι παίκτες δεν έχουν πλήρη πληροφόρηση για τα χαρακτηριστικά των αντιπάλων τους, έχουμε ένα παίγνιο Bayes. Για να μοντελοποιήσουμε ένα τέτοιο παίγνιο, εισάγουμε την τύχη σαν ένα παίκτη του παιγνίου. Η τύχη αποδίδει μια τυχαία μεταβλητή σε

καθέναν από τους παίκτες, υπό τη μορφή πιθανότητας ή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

Οι πεποιθήσεις των παικτών μπορούν να προσεγγιστούν πιο αυστηρά στην ισορροπία κατά Bayes. Ένα σύστημα πεποιθήσεων είναι η ανάθεση πιθανοτήτων σε κάθε κόμβο του παιγνίου τέτοια ώστε το άθροισμα των πιθανοτήτων σε οποιοδήποτε σύνολο πληροφόρησης να είναι ίσο με 1.

Μία τέλεια ισορροπία κατά Bayes είναι ο προσδιορισμός των στρατηγικών και των πεποιθήσεων των παικτών σχετικά με τον κόμβο απόφασης ενός συνόλου πληροφόρησης, στον οποίο έχει φτάσει το παίγνιο. Η πεποίθηση αυτή, είναι η πιθανότητα με την οποία ένας συγκεκριμένος παίκτης πιστεύει ότι ο συγκεκριμένος κόμβος απόφασης, είναι ή θα είναι στο δρόμο της ισορροπίας του. Η διαίσθηση μιας τέλει ισορροπίας κατά Bayes προσδιορίζει τις στρατηγικές ενός παίκτη που είναι ορθολογικές, δεδομένων των πεποιθήσεων του παίκτη και οι πεποιθήσεις που προσδιορίζει είναι σε συμφωνία με το διάνυσμα στρατηγικών του παίκτη. Δηλαδή, με δεδομένο το διάνυσμα στρατηγικών ενός παίκτη, κάποια σύνολα πληροφόρησης είναι πιθανό να μην προσεγγιστούν με μη μηδενική πιθανότητα και άρα δεν μπορεί να εφαρμοστεί ο κανόνας του Bayes για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων των κόμβων εντός των συνόλων αυτών. Αυτά τα σύνολα πληροφόρησης θα είναι εκτός της διαδρομής ισορροπίας.

Σε ένα παίγνιο Bayes μία στρατηγική προσδιορίζει τι θα κάνει ένας παίκτης σε κάθε σύνολο πληροφόρησης που ελέγχεται από τον ίδιο παίκτη. Η απαίτηση οι πεποιθήσεις του ατόμου να είναι σε συμφωνία με τις στρατηγικές του, είναι κάτι που δεν ορίζεται από την τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων. Άρα η τέλεια ισορροπία κατά Bayes είναι μία συνθήκη συνέπειας των παικτών στις πεποιθήσεις τους. Αντίστοιχα με την απουσία αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών στο διάνυσμα ισορροπίας κατά Nash, σε μία τέλεια ισορροπία κατά Bayes, για οποιοδήποτε σύνολο πληροφόρησης, κανενός παίκτη η στρατηγική δεν είναι αυστηρά κυριαρχούμενη ξεκινώντας από εκείνο το σύνολο πληροφόρησης. Δηλαδή για κάθε πεποίθηση που ο παίκτης θα μπορούσε να έχει σε εκείνο το σύνολο πληροφόρησης, δεν υπάρχει στρατηγική που να έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη τιμή για το συγκεκριμένο παίκτη. Οι παίκτες σε κάθε στιγμή του παιγνίου, τροποποιούν τις πεποιθήσεις τους με βάση το θεώρημα του Bayes. Έχοντας ως δεδομένα όσα έχουν ήδη συμβεί, υπολογίζουν κάθε φορά εκ νέου τις πιθανότητες.

Σε παίγνια ατελούς πληροφόρησης χρησιμοποιούνται συνήθως οι παρακάτω μέθοδοι και κριτήρια για την εύρεση της προσδοκώμενης τιμής λύσης ή της ισορροπίας. [8], [32]

2.8.7 Κριτήρια λήψης αποφάσεων

- *Κριτήριο της προσδοκώμενης τιμής του κέρδους (Bayes)*

Η προσδοκώμενη τιμή του κέρδους για μία πιθανή δράση α_i , δίνεται από τον τύπο:

$$\text{ΠTK}(\alpha_i) = \sum_j (K_{ij} * P_j)$$

όπου K_{ij} το κέρδος της δράσης a_i , υπό την κατάσταση j και P_j η πιθανότητα εμφάνισης της κατάστασης αυτής. Επιλέγεται από τις διάφορες εναλλακτικές η δράση με τη μέγιστη προσδοκώμενη τιμή κέρδους. [6]

- *Minmax*

Είναι ένα κριτήριο λήψης αποφάσεων, (που χρησιμοποιείται στη θεωρία παιγνίων καθώς και στη θεωρία αποφάσεων, τη στατιστική και τη φιλοσοφία) που ελαχιστοποιεί την πιθανή ζημία-απώλεια ενώ μεγιστοποιεί το ενδεχόμενο κέρδος. Εναλλακτικά μπορεί να θεωρηθεί ως η μεγιστοποίηση του ελάχιστου κέρδους (*maxmin*). Αρχικά αναπτύχθηκε για παίγνια μηδενικού αθροίσματος δύο παικτών, για διαδοχικές και για ταυτόχρονες κινήσεις των παικτών. Σταδιακά επεκτάθηκε σε πιο σύνθετα παίγνια και γενικά στη διαδικασία λήψης αποφάσεων σε περιβάλλοντα αβεβαιότητας.

Βασίζεται στο παρακάτω θεώρημα, που διατυπώθηκε από τον von Neumann, το 1928: «Για κάθε παίγνιο μηδενικού αθροίσματος δύο παικτών με διακριτές στρατηγικές, υπάρχει μία τιμή T και μία μεικτή στρατηγική για κάθε παίκτη, τέτοια ώστε α) δοθείσας της στρατηγικής του δεύτερου παίκτη το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα για τον πρώτο παίκτη είναι ίσο με T και β) δεδομένης της στρατηγικής του πρώτου παίκτη το βέλτιστο πιθανό αποτέλεσμα για τον δεύτερο παίκτη είναι ίσο με $-T$.»

Το κριτήριο οφείλει το όνομά του, *minmax*, στο γεγονός ότι κάθε παίκτης έχει σκοπό να ελαχιστοποιήσει τη μέγιστη πιθανή απολαβή του άλλου παίκτη, που στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος είναι ισοδύναμο με τη μεγιστοποίηση του δικού του ελαχίστου κέρδους.

Στα ταυτόχρονα παίγνια, η *minmax* στρατηγική είναι μια μεικτή στρατηγική που αποτελεί μέρος της λύσης ενός παιγνίου μηδενικού αθροίσματος. Στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος η *minmax* λύση, είναι η ίδια με την ισορροπία κατά Nash. [35], [6]

- *Maxmin*

Με βάση το κριτήριο *maxmin* κάθε παίκτης διαλέγει τη στρατηγική που μεγιστοποιεί τις ελάχιστες πιθανές απολαβές του. Το κριτήριο *maxmin* συχνά διαφέρει από το *minmax*. Το κριτήριο *maxmin* πιο συχνά χρησιμοποιείται σε παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος για να περιγράψει στρατηγικές που μεγιστοποιούν το προσωπικό ελάχιστο κέρδος κάποιου παίκτη. Στα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος αυτό δε συνεπάγεται απαραίτητα την ελαχιστοποίηση του μέγιστου κέρδους των άλλων παικτών, ούτε είναι το ίδιο με τη στρατηγική της ισορροπίας κατά Nash. [35], [6]

Τα κριτήρια αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για περιπτώσεις όπου ένα μόνο άτομο καλείται να αποφασίσει σε περιβάλλον όπου οι συνέπειες των αποφάσεων του εξαρτώνται από άγνωστα γεγονότα (θεωρία αποφάσεων). Επιλέγει τελικά τη δράση που μεγιστοποιεί το κέρδος του υπό τις δυσμενέστερες συνθήκες (*maxmin*) ή την κίνηση που θεωρεί ότι θα μεγιστοποιήσει το κέρδος του υπό τις ευνοϊκότερες συνθήκες (*maxmax*), ανάλογα με την απαισιοδοξία ή την αισιοδοξία του αποφασίζοντος ατόμου, αντίστοιχα. [35], [6]

2.9 Βασικά στρατηγικά παίγνια

Τα παρακάτω είναι κάποια από τα πιο βασικά στρατηγικά παίγνια, που χρησιμοποιούνται ευρέως στην πράξη. Πιο σύνθετα προβλήματα αναλύονται συχνά σε κάποιο από αυτά, αλλάζοντας τις αριθμητικές τιμές και τις ιδιότητες των πρότυπων παικτών ανάλογα με τη μορφή της κάθε εξεταζόμενης κατάστασης.

2.9.1 «Δίλλημα των φυλακισμένων»

Το «δίλλημα των φυλακισμένων» είναι ένα από τα βασικά παίγνια που απασχολούν τη θεωρία παιγνίων και αφορά την πρόθεση ή μη για συνεργασία των παικτών. Είναι ένα παίγνιο δύο παικτών, σε στρατηγική μορφή. Πρόκειται για δύο άτομα που έχουν διαπράξει κάποιο έγκλημα, έχουν συλληφθεί και βρίσκονται στη φυλακή. Υποθέτουμε ακόμη ότι τα δύο αυτά άτομα δεν έχουν τη δυνατότητα μεταξύ τους επικοινωνίας. Ωστόσο ακόμη και αν εάν είχαν, δεν υπάρχει κάποιος όρος που να τους υποχρεώνει να ακολουθήσουν όσα πιθανώς είχαν συμφωνήσει. Κάθε παίκτης έχει δύο στρατηγικές, να ομολογήσει (confess) και να μην ομολογήσει (not confess). Επιπλέον κάθε παίκτης επιθυμεί να ελαχιστοποιήσει τον χρόνο που θα περάσει στη φυλακή.

Το παίγνιο είναι συμμετρικό και μη μηδενικού αθροίσματος. Αν και οι δύο ομολογήσουν ότι έχουν διαπράξει το έγκλημα, θα οδηγηθούν και οι δύο στη φυλακή για κάποιο χρονικό διάστημα. Αν ομολογήσει μόνο ο ένας, ο ίδιος θα αφεθεί ελεύθερος ενώ ο άλλος θα οδηγηθεί στη φυλακή για περισσότερα χρόνια απ' ότι στην προηγούμενη περίπτωση. Αν κανένας τους δεν αποδεχτεί τις κατηγορίες, θα κρατηθούν και οι δύο ένα χρόνο στη φυλακή και ύστερα θα αφεθούν ελεύθεροι.

Όπως αντιλαμβανόμαστε, η βέλτιστη επιλογή και για τους δύο παίκτες είναι να μην ομολογήσει κανένας τους. Δηλαδή το καλύτερο αποτέλεσμα και για τους δύο προκύπτει στην περίπτωση της συνεργασίας. Ωστόσο και οι δύο θα προτιμούσαν να αφεθούν ελεύθεροι, συνεπώς αν ένας είναι πεπεισμένος ότι ο αντίπαλός του δε θα ομολογήσει, το καλύτερο για τον ίδιο είναι να ομολογήσει, για να πετύχει μηδέν, δηλαδή να αφεθεί ελεύθερος. Στην περίπτωση αυτή ο αντίπαλος οδηγείται στη φυλακή για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, απ' ότι αν ομολογήσουν και οι δύο. Ακόμα και σε περίπτωση που οι δύο παίκτες είχαν τη δυνατότητα να επικοινωνήσουν και να συμφωνήσουν κοινό τρόπο δράσης, όσο περισσότερα θα ήταν τα χρόνια φυλάκισης με τα οποία θα τιμωρούταν, τόσο μεγαλύτερο το κίνητρο ενός παίκτη να σπάσει τη συμφωνία. Οι παίκτες είναι ορθολογικοί και γνωρίζουν ότι, όπως οι ίδιοι, το ίδιο και οι αντίπαλοί τους, δρουν με κριτήριο τη μεγιστοποίηση της προσωπικής τους χρησιμότητας, συνεπώς η ένδειξη εμπιστοσύνης μεταξύ τους είναι αβάσιμη και η αρχική συμφωνία χωρίς νόημα. Συνεπώς, κάθε παίκτης τελικά προτιμά να ομολογήσει και να οδηγηθεί στη φυλακή για

μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, σε σχέση με την περίπτωση της συνεργασίας, από το να ρισκάρει να συμφωνήσει να συνεργαστεί και ο άλλος παίκτης να μην τηρήσει τη συμφωνία.

	<i>confess</i>	<i>not confess</i>
<i>confess</i>	8, 8	0, 10
<i>not confess</i>	10, 0	1, 1

Εικόνα 2.4 : Παίγνιο το «δίλλημα των φυλακισμένων»

Παρατηρώντας τη μήτρα του παιχνιδιού, είναι ξεκάθαρο ότι για κάθε παίκτη η στρατηγική να μην ομολογήσει είναι αυστηρά κυριαρχούμενη (η οποία δε θα χρησιμοποιηθεί ποτέ από τους παίκτες αφού είναι ορθολογικοί και συνεπώς μπορούμε να την απαλείψουμε), ενώ η στρατηγική να ομολογήσει είναι αυστηρά κυρίαρχη επ' αυτής. Δηλαδή κάθε παίκτης έχει μία αυστηρώς κυρίαρχη στρατηγική και το παίγνιο έχει μία ισορροπία σε αυστηρά κυρίαρχες στρατηγικές, η οποία όμως δεν είναι παρέτο αποτελεσματική (αφού δίνει και στους δύο παίκτες μικρότερο αποτέλεσμα), ως αποτέλεσμα της ορθολογικής σκέψης των δύο παικτών.

Η συμπεριφορά των παικτών μπορεί να αλλάξει αν υποχρεωθούν να παίξουν αυτό το παίγνιο επαναληφμένα. Ένας παίκτης ο οποίος ξέρει ότι θα βρεθεί στην ίδια θέση και στο μέλλον δεν αθετεί τόσο εύκολα μία συμφωνία, διότι γνωρίζει ότι ο αντίπαλός του μπορεί να τον τιμωρήσει την επόμενη φορά, αλλά και κάθε επόμενη φορά. Σε αυτή την περίπτωση οι παίκτες μπορεί να συνεργαστούν και να συντονιστούν στην «καλή» ισορροπία του παιχνιδιού, που δίνει καλύτερο αποτέλεσμα και στους δύο.

Το παίγνιο αυτό έχει πολλές εφαρμογές στην καθημερινή ζωή, στις κοινωνικές επιστήμες, στα οικονομικά, στην πολιτική, στις περιβαλλοντολογικές έρευνες, τυχερά παιχνίδια (χαρτιά) και άλλα. Οι ρόλοι των φυλακισμένων αλλάζουν καθώς και τα αριθμητικά αποτελέσματα των στρατηγικών τους, όμως η λογική δομή του παιχνιδιού παραμένει ίδια. [7], [8], [17], [19], [33]

2.9.2 «Η μάχη των φύλων»

Είναι ένα παίγνιο συντονισμού δύο παικτών. Πρόκειται για ένα ζευγάρι που αποφασίζει για την κοινή του έξοδο. Η γυναίκα προτιμάει να πάει στην όπερα ενώ ο άντρας στο γήπεδο. Αν δε συμφωνήσουν και κάνουν ξεχωριστές εξόδους, το αποτέλεσμα θα είναι μηδενικό και για τους δύο. Που είναι και η χειρότερη περίπτωση. Το παίγνιο αυτό έχει δύο ισορροπίες κατά Nash σε αμιγείς στρατηγικές, που προκύπτουν στις περιπτώσεις που το ζευγάρι πάει τελικά στο ίδιο μέρος. Ωστόσο οι ισορροπίες αυτές δεν μπορούν να ταξινομηθούν, διότι αν μετακινηθούμε από τη μία στην άλλη ο ένας κερδίζει και ο άλλος χανει. Η κάθε μία από αυτές αποδίδει περισσότερο σε αυτόν που την προτιμάει. Η όπερα για τη γυναίκα και το γήπεδο για τον άντρα. Το παίγνιο αυτό έχει και μία τρίτη ισορροπία σε μεικτές στρατηγικές, η οποία προκύπτει ως το τρίτο σημείο τομής (πέρα των άκρων) των δύο συναρτήσεων βέλτιστης απάντησης αν αυτές αεικονιστούν στο ίδιο διάγραμμα. [7], [8]

	Γήπεδο	Όπερα
Γήπεδο	2, 1	0, 0
Όπερα	0, 0	1, 2

Εικόνα 2.5: Παίγνιο «Η μάχη των φύλων»

2.9.3 «Περιστέρι – γεράκι»

Είναι ένα παίγνιο ανταγωνισμού (ή σύγκρουσης) δύο παικτών, μη συμμετρικό, σε στρατηγική μορφή. Υποθέτουμε ότι δύο ζώα μάχονται για τη λεία τους. Το καθένα μπορεί να συμπεριφερθεί ως ένα περιστέρι ή ως ένα γεράκι. Το καλύτερο αποτέλεσμα για το καθένα είναι όταν αυτό συμπεριφέρεται ως γεράκι ενώ το άλλο συμπεριφέρεται ως περιστέρι. Ενώ αντίθετα το χειρότερο αποτέλεσμα προκύπτει όταν και τα δύο ζώα ενεργούν ως γεράκια. Αν συμπεριφερθούν και τα δύο ως περιστέρια το αποτέλεσμα και για τους δύο είναι καλύτερο απ' ό,τι αν συμπεριφερθούν και οι δύο ως γεράκια, χειρότερο όμως για εκείνον που στην πρώτη περίπτωση ενεργούσε ως γεράκι.

Το παίγνιο αυτό έχει δύο ισορροπίες κατά Nash σε αμιγείς στρατηγικές, που αντιστοιχούν στις βέλτιστες επιλογές για τον κάθε παίκτη, ενώ έχει και μία τρίτη ισορροπία σε μεικτές στρατηγικές. Το παίγνιο αυτό επίσης έχει πολλές εφαρμογές στην καθημερινή ζωή και την επιστήμη. [7], [8]

	Περιστέρι	Γεράκι
Περιστέρι	3, 3	1, 4
Γεράκι	4, 1	0, 0

Εικόνα 2.6 : Παίγνιο «περιστέρι – γεράκι»

2.9.4 «Κορόνα – γράμματα»

Είναι ένα συμμετρικό παίγνιο μηδενικού αθροίσματος, δύο παικτών. Ο καθένας έχει ένα κέρμα και κρυφά το γυρίζει σε μία πλευρά, κορόνα ή γράμματα και ύστερα αποκαλύπτουν και οι δύο τις επιλογές τους. Αν έχουν επιλέξει το ίδιο, (κορόνα – κορόνα ή γράμματα – γράμματα) ο δεύτερος παίκτης πληρώνει τον πρώτο. Στην αντίθετη περίπτωση ο πρώτος παίκτης πληρώνει τον δεύτερο. Τα αποτελέσματα φαίνονται και στην ακόλουθη μήτρα.

	<i>Κορώνα</i>	<i>Γράμματα</i>
<i>Κορώνα</i>	1, -1	-1, 1
<i>Γράμματα</i>	-1, 1	1, -1

Εικόνα 2.7 : Παιγνιο «κορώνα – γράμματα»

Σε αυτό το παίγνιο δεν υπάρχει ισορροπία κατά Nash σε αμιγείς στρατηγικές. Η μοναδική ισορροπία αυτού του παιγνίου είναι σε μεικτές στρατηγικές. Κάθε παίκτης επιλέγει με κάποια πιθανότητα κορώνα ή γράμματα με την ίδια πιθανότητα. Κατασκευάζουμε την καμπύλη αντίδρασης κάθε παίκτη, που ορίζει τη βέλτιστη κίνηση του παίκτη για κάθε στρατηγική του αντιπάλου του. Βρίσκουμε το σημείο τομής των δύο αυτών καμπυλών, που είναι και το σημείο ισορροπίας. [7], [8]

Κεφάλαιο 3 – Ασύρματα δίκτυα

3.1 Εισαγωγή – Ορισμός

Ο όρος ασύρματο δίκτυο αναφέρεται σε οποιοδήποτε είδος δικτύου υπολογιστών, συχνότατα συνδεδεμένου με ένα δίκτυο τηλεπικοινωνιών, του οποίου οι εσωτερικές διασυνδέσεις μεταξύ κόμβων πραγματοποιούνται χωρίς τη χρήση καλωδίων.

Ο σκοπός του είναι να εξασφαλίζει οποιασδήποτε μορφής επικοινωνία, ανάμεσα σε οποιοδήποτε πρόσωπο ή τερματικό, οπουδήποτε. Σε αντίθεση με τις σταθερές επικοινωνίες, δεν υπάρχει μονοσήμαντη σχέση ενός χρήστη με κάποιο συγκεκριμένο τερματικό. Στα ασύρματα δίκτυα το σημείο πρόσβασης στην υπηρεσία δεν είναι σταθερό.

Η ασύρματη μετάδοση βασίζεται στην ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία και χρησιμοποιεί κεραίες για την εκπομπή και τη λήψη των σημάτων. Τα βασικά πλεονεκτήματα της ασύρματης μετάδοσης, σε σχέση με την ενσύρματη, είναι η αλγεβρική απόσβεση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος καθώς αυξάνεται η απόσταση από την πηγή, συγκριτικά με την εκθετική απόσβεση στην άλλη περίπτωση, το σχετικά μικρό κόστος εγκατάστασης και λειτουργίας ενός ασύρματου δικτύου, καθώς και η δυνατότητα κινητών επικοινωνιών.

Για πρώτη φορά κατά τη διάρκεια του δεύτερου παγκοσμίου πολέμου, ο στρατός των ΗΠΑ χρησιμοποίησε ραδιοσήματα για τη μεταφορά πληροφοριών. Από εκεί εμπνεύστηκαν το 1971 ερευνητές του πανεπιστημίου της Χαβάης για να φτιάξουν το ALOHNET, το πρώτο τοπικό ασύρματο δίκτυο (WLAN) βασισμένο στη μετάδοση πακέτου. Από τότε μέχρι σήμερα έχουν γίνει πολλές έρευνες και μεγάλες εξελίξεις στον κλάδο αυτό και ιδιαίτερα τις τελευταίες δύο δεκαετίες, η τεχνολογία των ασύρματων δικτύων αναπτύχθηκε ραγδαία και η χρήση τους έχει εδραιωθεί ευρέως.

Η πρώτη γενιά τεχνολογίας ασύρματων τοπικών δικτύων (WLAN) χρησιμοποιούσε μία ζώνη χωρίς άδεια λειτουργίας (902-928MHz ISM) η οποία αργότερα έγινε αρκετά πολυπληθής, με παρεμβολές από μικρά μέσα και βιομηχανικά μηχανήματα. Η δεύτερη γενιά τεχνολογίας ασύρματων τοπικών δικτύων ήταν τέσσερις φορές γρηγορότερη και λειτουργούσε στα 2 Mbps. Ενώ η τρίτη γενιά, λειτουργεί στο ίδιο εύρος με τη δεύτερη, με υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης και αυξημένες δυνατότητες και είναι αυτή που χρησιμοποιείται ευρέως σήμερα.

Στόχος των πρώτων ασύρματων δικτύων ήταν η επίτευξη ραδιοκάλυψης μιας μεγάλης γεωγραφικής περιοχής και η εξυπηρέτηση μεγάλου αριθμού χρηστών. Για κάθε γεωγραφική περιοχή επιλεγόταν συγκεκριμένοι ραδιοδίαυλοι μιας ζώνης συχνοτήτων. Η επιδίωξη για όσο το δυνατόν μεγαλύτερη περιοχή κάλυψης, είχε ως αποτέλεσμα τη συνεχή αύξηση της ισχύος εκπομπής, εντός κάποιων ορίων. Λόγω της δομής του συστήματος δεν ήταν δυνατή η διαπομπή κλήσης. Κατά τη μετακίνηση ενός τερματικού σε άλλη γεωγραφική περιοχή γινόταν αποκόπη της κλήσης του και ήταν απαραίτητη η επανεγκατάσταση αυτής, σε άλλη ζώνη

συχνοτήτων, της καινούριας περιοχής. Δεν ήταν δυνατή η επαναχρησιμοποίηση συχνοτήτων, διότι θα επέφερε παρεμβολές. Ο αριθμός των ταυτόχρονα εξυπηρετούμενων κλήσεων ήταν περιορισμένος και καθώς ο αριθμός των χρηστών αυξανόταν, αυξανόταν και η πιθανότητα αποκλεισμού των κλήσεων.

Οι απαιτήσεις από ένα ιδανικό ασύρματο σύστημα είναι να λειτουργεί σε μία περιορισμένη ζώνη εξυπηρετώντας απεριόριστο αριθμό χρηστών σε απεριόριστη γεωγραφική έκταση. Προς την κατεύθυνση αυτή προτάθηκε η προσέγγιση κυψελωτού συστήματος. [18], [28]

3.1.1 Στοιχεία ασύρματου συστήματος

Σε ένα ασύρματο δίκτυο λαμβάνει χώρα επικοινωνία μεταξύ των κινητών τερματικών και των σταθερών (συνήθως) σταθμών βάσης, χρησιμοποιώντας τους διαθέσιμους ραδιοδιαύλους και τις αντίστοιχες ραδιοεπαφές.

Ένα τυπικό παράδειγμα ασύρματης επικοινωνίας στο περιβάλλον των επίγειων κινητών ραδιοεπικοινωνιών περιλαμβάνει μια υπερυψωμένη κεραία σταθμού βάσης (ή πολλαπλές), που αποτελείται από τις κεραίες εκπομπής και λήψης συνήθως τοποθετημένες πάνω σε έναν ιστό καθώς και από τους αντίστοιχους πομποδέκτες, εγκατεστημένους στο κέντρο ή στα όρια μιας περιοχής ραδιοκάλυψης, καθώς και τις κινητές κεραίες που είναι στερεωμένες στους πομποδέκτες των κινητών τερματικών. Οι σταθμοί βάσης συνδέονται με το αντίστοιχο δίκτυο κορμού του παροχέα μέσω ενός ελεγκτή. Με τη σειρά τους οι ελεγκτές αυτοί, είναι συνδεδεμένοι σε ένα κέντρο, το κέντρο μεταγωγής, που διαχειρίζεται και δρομολογεί τις κλήσεις εντός ευρύτερων περιοχών εξυπηρέτησης. Συνήθως το ασύρματο σύστημα συνδέεται μέσω ενός κέντρου μεταγωγής με το σταθερό δίκτυο επικοινωνιών. [1], [4]

3.1.2 Κυψελωτή δομή

Η κυψελωτή δομή των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων αποτέλεσε λύση στο πρόβλημα της συμφόρησης στο φάσμα συχνοτήτων καθώς και της χωρητικότητας των χρηστών. Είναι σε θέση να παρέχει κάλυψη σε μια ευρεία περιοχή καθώς και να μειώσει τη στάθμη της εκπεμπόμενης ισχύος. Τα κυψελωτά συστήματα χρησιμοποιούν ραδιοδιαύλους για τη μετάδοση πληροφορίας και οι συχνότητες φερόντων επαναχρησιμοποιούνται συστηματικά. Η ευρεία γεωγραφική περιοχή διαιρείται σε μικρές γεωγραφικές περιοχές εξυπηρέτησης, τις κυψέλες. Ο πομπός μεγάλης ισχύος που υπήρχε προηγουμένα, αντικαθίσταται με πολλούς σταθμούς βάσης – πομπούς μικρής ισχύος, τοποθετημένους στο κέντρο ή στα όρια μιας κυψέλης. Οι κυψέλες διακρίνονται ανάλογα με το μέγεθος τους σε μακροκυψέλες, μικροκυψέλες και πικοκυψέλες, με ακτίνες της τάξης των δεκάδων χιλιομέτρων, ενός χιλιομέτρου και 100μέτρων, αντίστοιχα.

Στο σταθμό βάσης κάθε κυψέλης αποδίδεται μια ομάδα ραδιοδιαύλων, από το σύνολο των ραδιοδιαύλων που διατίθενται για όλο το σύστημα. Σε σταθμούς βάσης γειτονικών κυψελών κατανέμονται διαφορετικές ομάδες ραδιοδιαύλων, ώστε να ελαχιστοποιούνται οι παρεμβολές

μεταξύ των σταθμών βάσης τους, αλλά και των εξυπηρετούμενων από αυτούς, χρηστών. Με κατάλληλη χωρική κατανομή των διαύλων στους σταθμούς βάσης, οι διαύλοι δύναται να επαναχρησιμοποιηθούν όσες φορές χρειάζεται σε κυψέλες που απέχουν απόσταση ικανή να διασφαλίσει τις στάθμες των ομοδιαυλικών παρεμβολών στα αποδεκτά επίπεδα. Οι κυψέλες δημιουργούν ομάδες επαναχρησιμοποίησης (clusters) στις οποίες δεν υπάρχουν ομοδιαυλικές κυψέλες.

Επιπλέον το μοντέλο του κυψελωτού συστήματος διευκολύνει τις υπηρεσίες περιαγωγής και μεταπομπής, δηλαδή κατά τη μετακίνηση του κινητού τερματικού σε μια άλλη κυψέλη, καθίσταται δυνατός ο εντοπισμός και η εξυπηρέτησή του από το νέο σταθμό βάσης, χωρίς διακοπή κλήσης, εφόσον αυτή είναι σε εξέλιξη. Εξασφαλίζονται έτσι καλύτερα χαρακτηριστικά επικοινωνίας για τα κινητά τερματικά.

Η ιδανική περιοχή ραδιοκάλυψης ενός σταθμού βάσης είναι κυκλική, αν θεωρήσουμε ομοιοκατευθυντικές κεραιές και διάδοση ελευθέρου χώρου. Αν και στην πραγματικότητα η ραδιοκάλυψη ενός σταθμού βάσης είναι άμορφη, το απλοποιημένο μοντέλο της ραδιοκάλυψης του κάθε σταθμού βάσης παρουσιάζει την κυψέλη ως ένα κανονικό εξάγωνο, καθότι είναι το κανονικό σχήμα που προσεγγίζει καλύτερα τον κύκλο και επιπλέον εξασφαλίζει την πλήρη κάλυψη μιας περιοχής, χωρίς να μείνουν κενά και ταυτόχρονα με τον ελάχιστο αριθμό κυψελών, συγκριτικά με τη χρησιμοποίηση άλλου κανονικού σχήματος.

Στο πιο διαδεδομένο μοντέλο ασύρματου δικτύου, ο τρόπος επικοινωνίας των κινητών τερματικών με τα σημεία πρόσβασης, παρουσιάζει ομοιότητα με αυτόν ανάμεσα στους χρήστες και τους σταθμούς βάσης των συστημάτων με κυψελωτή αρχιτεκτονική, αν και τα ασύρματα δίκτυα τοπικής περιοχής δεν είναι πάντα κυψελωτά. [1], [4]

3.2 Κατηγορίες ασύρματων δικτύων (ανάλογα με το εύρος της περιοχής ραδιοκάλυψής τους)

- *Ασύρματα Προσωπικά Δίκτυα Επικοινωνιών (WPAN - Wireless Personal Area Networks)*

Τα δίκτυα αυτά έχουν ως στόχο την ασύρματη διασύνδεση υπολογιστών και κινητών υπολογιστικών μονάδων, κυψελωτών τηλεφώνων και άλλων ηλεκτρονικών συσκευών που βρίσκονται σε μικρές αποστάσεις μεταξύ τους (μέχρι 10 μέτρα). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το Bluetooth, μέσω του οποίου μπορεί να συνδεθεί ένα ακουστικό σε ένα υπολογιστή.

- *Ασύρματα Τοπικά Δίκτυα Επικοινωνιών (WLAN - Wireless Local Area Networks)*

Τα δίκτυα αυτά παρέχουν υπηρεσίες δεδομένων υψηλού ρυθμού μετάδοσης σε μια μικρή περιοχή (μέχρι 100-150 μέτρα) με αυξημένη κινητικότητα των χρηστών. Χρησιμοποιούνται για

συνδέσεις σημείου προς σημείο μεταξύ υπολογιστών ή δικτύων υπολογιστών σε διαφορετικά μέρη, συχνά χρησιμοποιώντας μικροκύματα. Η πρώτη προδιαγραφή ευρείας αποδοχής ήταν η IEEE 802.11.

- *Ασύρματα Μητροπολιτικά Δίκτυα Επικοινωνιών (WMAN - Wireless Metropolitan Area Networks)*

Αυτός ο τύπος δικτύων χρησιμοποιείται για να συνδέσει μεταξύ τους επιμέρους WLAN, εκτείνεται σε μεγαλύτερη γεωγραφική περιοχή, όπως μια πόλη. Περιγράφεται από το πρωτόκολλο IEEE 802.16d/802.16e.

- *Ασύρματα Δίκτυα Επικοινωνιών Ευρείας Περιοχής (WWAN - Wireless Wide Area Networks)*

Τα δίκτυα αυτά είναι ασύρματα δίκτυα που συνήθως καλύπτουν μεγάλες εξωτερικές περιοχές, όπως μια χώρα ή και μια ήπειρο. Αυτά τα δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να συνδέσουν τμήματα εταιριών μεταξύ τους ή σαν ένα σύστημα κοινής πρόσβασης στο διαδίκτυο. Συνήθως λειτουργούν στη ζώνη των 2.4 GHz.

- *Δίκτυο κινητής τηλεφωνίας (Mobile devices network)*

Μαζί με την εξέλιξη των συσκευών κινητών τηλεφώνων, εξελίχθηκαν και τα κυψελωτά τηλεφωνικά δίκτυα ώστε να μπορούν να μεταφέρουν εκτός από τηλεφωνικές συνομιλίες και δεδομένα. [4], [28]

3.3 Τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης

Εντός ενός ασύρματου δικτύου είναι αναγκαία η κατανομή του διαθέσιμου φάσματος του διαύλου σε διαφορετικούς χρήστες. Έχει αποδειχθεί ότι διαφορετικοί χρήστες μπορούν να κάνουν χρήση ταυτόχρονα του κοινού μέσου μετάδοσης, αρκεί τα σήματα τους να είναι ορθογώνια μεταξύ τους, δηλαδή να έχουν μηδενική ετεροσυσχέτιση. Σε αυτή την περίπτωση οι τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης αποδίδουν αποκλειστικούς διαύλους στους χρήστες με διαίρεση του εύρους ζώνης, με τρεις κυρίως τρόπους, συχνότητας (FDMA), χρόνου (TDMA) και κώδικα (CDMA).

- **FDMA:** Στην τεχνική πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση συχνότητας, το διαθέσιμο εύρος ζώνης διαιρείται σε επιμέρους μη επικαλυπτόμενες συχνότητες. Δηλαδή μόνο ένας χρήστης μπορεί να κάνει χρήση του διαύλου με συγκεκριμένη συχνότητα.

- **TDMA:** Στην τεχνική πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση χρόνου, το διαθέσιμο χρονικό εύρος διαιρείται σε διαφορετικές χρονοσχισμές. Σε κάθε χρήστη αποδίδεται μια

αποκλειστική χρονοσχισμή. Διαφορετικοί χρήστες μπορούν να χρησιμοποιούν την ίδια συχνότητα σε διαφορετικές όμως χρονοσχισμές.

- CDMA: Στην τεχνική πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση κώδικα, σε κάθε χρήστη ανατίθεται αποκλειστικά ένας κώδικας. Τα διαφορετικά σήματα κωδικοποιούνται και αποκωδικοποιούνται χρησιμοποιώντας διαφορετικούς κώδικες και έτσι διαφορετικοί χρήστες μπορούν να χρησιμοποιούν τον ίδιο επικοινωνιακό δίαυλο την ίδια χρονική στιγμή και με την ίδια συχνότητα.

Οι τεχνικές TDMA και FDMA έχουν ως αποτέλεσμα στην περίπτωση που ένας συγκεκριμένος χρήστης δε μεταδίδει πληροφορίες τη (χρονική ή συχνοτική, αντίστοιχα) σχισμή που του έχει αποδοθεί, η σχισμή αυτή να μην μπορεί να χρησιμοποιηθεί από άλλον χρήστη και ο δίαυλος να μην χρησιμοποιείται. Στην CDMA τεχνική γίνεται αποδοτικότερη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων του συστήματος, αφού όλοι οι χρήστες μοιράζονται ταυτόχρονα τον ίδιο δίαυλο. [1], [4], [14]

3.4 Γενικές αρχές διάδοσης

Οι κινητές επικοινωνίες χρησιμοποιούν κυρίως ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συχνότητες από μερικές δεκάδες MHz μέχρι και μερικές δεκάδες GHz.

Κατά τη σχεδίαση ενός ασύρματου δικτύου επικοινωνιών ένα βασικό πρόβλημα που απαιτεί επίλυση, είναι ο προσδιορισμός της περιοχής ραδιοκάλυψης ενός σταθμού βάσης. Το πρόβλημα αυτό δεν είναι ανεξάρτητο, αλλά επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες όπως η συχνότητα διάδοσης των σημάτων στο συγκεκριμένο δίκτυο, η μορφολογία του εδάφους στη συγκεκριμένη γεωγραφική περιοχή, η έκταση των κατοικημένων περιοχών, το ύψος και η πυκνότητα των κτιρίων σε αυτές, το είδος και το ύψος των χρησιμοποιούμενων κεραιών και άλλοι. Δεδομένης της τυχαίας θέσης των κτιρίων στις κατοικημένες περιοχές, της κίνησης του τερματικού, των ανωμαλιών του εδάφους και κατά συνέπεια της τυχαίας κίνησης των σημάτων, χρησιμοποιούνται στατιστικές θεωρίες και μοντέλα για να προσεγγιστούν τα επιθυμητά αποτελέσματα, υπό τη μορφή συνήθως μέσων τιμών των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν σε συγκεκριμένες περιοχές.

Η κατανομή της μέσης ηλεκτρομαγνητικής ισχύος σε μια συγκεκριμένη γεωγραφική περιοχή αποτελεί τη βασική προϋπόθεση αξιόπιστης επικοινωνίας. Για να είναι αποδεκτή η τιμή της ισχύος αυτής, πρέπει να επαρκεί για την εξυπηρέτηση της εξεταζόμενης ζεύξης, χωρίς ωστόσο να είναι τόσο μεγάλη που να προκαλεί παρεμβολές σε άλλες ζεύξεις με την ίδια συχνότητα λειτουργίας σε κάποια άλλη κυψέλη. Επειδή όμως η ραδιοζεύξη μπορεί να μεταβάλλεται πάρα πολύ, ακόμα και αν το κινητό διανύει πολύ μικρές αποστάσεις, (σε περιβάλλοντα που μπορεί να προκληθεί έντονη σκέδαση) εξετάζουμε τη στατιστική συμπεριφορά της ισχύος και όχι μόνο τη μέση τιμή της. Εξετάζουμε ακόμα την ποιότητα του

σήματος, δηλαδή την ύπαρξη σφαλμάτων, στην περίπτωση που υπάρχει επαρκής ισχύς διαθέσιμη και την πιθανότητα ύπαρξης σφαλμάτων σε τέτοιες περιπτώσεις.

Για να βελτιωθεί η ποιότητα της επικοινωνίας και να ελαχιστοποιηθούν τα πιθανά σφάλματα, απαιτείται επαρκής γνώση της συμπεριφοράς του εκάστοτε διαύλου, καθώς και των μηχανισμών που διέπουν τη διάδοση των σημάτων στο υπό εξέταση σύστημα.

Οι μηχανισμοί διάδοσης ραδιοκυμάτων (στην τροπόσφαιρα) μπορούν να συνοψιστούν στους εξής τρεις βασικούς:

- *Ανάκλαση (reflection)*

Ανάκλαση εμφανίζεται όταν ένα διαδιδόμενο ηλεκτρομαγνητικό κύμα προσπίπτει σε εμπόδιο με διαστάσεις πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος του. Ανακλώμενα κύματα παράγονται όταν τα διαδιδόμενα κύματα προσπέσουν στην επιφάνεια του εδάφους ή σε κτίρια. Τα ανακλώμενα κύματα μπορεί να συμβάλλουν με τα αρχικά κύματα στον πομπό του δέκτη και το αποτέλεσμα να είναι ενισχυτικό ή όχι.

- *Περίθλαση (diffraction)*

Περίθλαση εμφανίζεται όταν κατά τη διάδοση ενός ραδιοκύματος από τον πομπό προς το δέκτη παρεμβάλλεται αδιαπέραστο σώμα. Στο σώμα αυτό επάγονται ρεύματα υψηλής συχνότητας τα οποία αποτελούν πηγές δευτερογενών κυμάτων (αρχή του Huygens) τα οποία φθάνουν προς το δέκτη ακόμα και στην περίπτωση που δεν υπήρχε αρχικά οπτική επαφή μεταξύ του πομπού και δέκτη. Έτσι εξηγείται και η μετάδοση σημάτων σε δέκτες οι οποίοι βρίσκονται σε σημεία από τα οποία δεν έχουν οπτική επαφή με τον πομπό.

- *Σκέδαση (scattering)*

Σκέδαση εμφανίζεται στην περίπτωση που το διαδιδόμενο ραδιοκύμα προσπέσει σε αντικείμενα με φυσικές διαστάσεις ίσες ή και μικρότερες από το μήκος κύματός του. Η σκέδαση ακολουθεί τους ίδιους φυσικούς νόμους με τη διάχυση και έχει ως αποτέλεσμα την επανεκπομπή του κύματος προς διάφορες κατευθύνσεις. Ο συγκεκριμένος μηχανισμός διάδοσης είναι πιο δύσκολο να προβλεφθεί στα ασύρματα δίκτυα, ειδικά στις περιπτώσεις που αυτά βρίσκονται εντός αστικών περιοχών.

Καθώς το κινητό τερματικό κινείται σε κάποια περιοχή, οι τρεις μηχανισμοί διάδοσης επιδρούν κάθε στιγμή στο λαμβανόμενο σήμα κατά διαφορετικούς τρόπους. Ανάλογα με το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης αυτής, είναι διαφορετικό το σήμα που λαμβάνεται κάθε στιγμή. Η ένταση του πεδίου είναι το διανυσματικό άθροισμα πολλών συνιστωσών, διαφορετικών κατευθύνσεων, με τυχαίες φάσεις, που πιθανώς να γίνει αντιληπτό από το δέκτη ως θόρυβος.

Η διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε περιβάλλοντα κινητών επικοινωνιών χαρακτηρίζεται από τα παρακάτω επιμέρους φαινόμενα: απώλειες διάδοσης ή εξασθένηση (path loss), διαλείψεις πολλαπλών διαδρομών (multipath fading), σκίαση (shadowing) και παρεμβολές (interference). [1], [4], [5]

3.5 Απώλειες διάδοσης ή εξασθένιση

Με τον όρο απώλειες διάδοσης (ή διαδρομής) ή εξασθένιση δηλώνεται η εξάρτηση της μέσης ισχύος του λαμβανόμενου σήματος από την απόσταση πομπού δέκτη.

Ορίζεται ως ο λόγος της ισχύος που ακτινοβολείται από την κεραία του πομπού προς την ισχύ που λαμβάνεται από την κεραία του δέκτη.

Για την εκτίμηση της ποιότητας ενός ραδιοδιαύλου απαιτείται η ποσοτική εκτίμηση της απόσβεσης που υφίστανται τα ραδιοκύματα όταν διαδίδονται σε αυτόν. Για να γίνει αυτό απαιτείται πρώτα η υιοθέτηση μιας στάθμης αναφοράς. Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη στάθμη αναφοράς είναι η απώλεια διάδοσης σε περιβάλλον ελεύθερου χώρου. Με τον όρο ελεύθερος χώρος, αναφερόμαστε σε μία περιοχή μακριά από τη γη και ελεύθερη από αντικείμενα – εμπόδια που θα μπορούσαν να απορροφήσουν ή να σκεδάσουν την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία στη διαδρομή της από τον πομπό μέχρι το δέκτη.

Ωστόσο η απώλεια σήματος συχνά υπερβαίνει την τιμή του ελεύθερου χώρου καθώς και αυτή της επιπέδης επιφάνειας, παρουσιάζει υψηλή μεταβλητότητα και τυχαία διακύμανση κατά την κίνηση του δέκτη σε ανώμαλες περιοχές ή εντός κατοικημένων περιοχών. [1], [2], [4], [5]

3.5.1 Μοντέλο διάδοσης Ελεύθερου Χώρου (Free Space)

Στο μοντέλο αυτό θεωρούμε το χώρο ως ένα ιδανικό, ισοτροπικό μέσο, χωρίς απώλειες, με γραμμική συμπεριφορά, όπου η διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων γίνεται μέσω ομόκεντρων σφαιρικών κυμάτων, δηλαδή η κατανομή του πεδίου σε ένα σημείο εξαρτάται μόνο από την απόσταση, του σημείου, από τον πομπό.

Θεωρώντας λοιπόν μία κεραία εκπομπής και μία κεραία λήψης που βρίσκονται σε ελεύθερο χώρο, με κέρδη αντίστοιχα G_T και G_R , διαθέσιμη ισχύ P_T και P_R και μεταξύ τους απόσταση d , έχουμε την εξίσωση ελεύθερου χώρου ή εξίσωση του Friis:

$$\frac{P_R}{P_T} = G_T G_R \left[\frac{\lambda}{4\pi d} \right]^2 = G_T G_R \left[\frac{c}{4\pi f d} \right]^2 \quad (3.1a)$$

Αφού $c = \lambda f$, η κυματική εξίσωση, όπου λ , f , c το μήκος κύματος, η συχνότητα και η ταχύτητα διάδοσης με $c = 3 * 10^8 \frac{m}{sec}$.

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση, οι απώλειες διάδοσης (L_F), σε περιβάλλον ελεύθερου χώρου, μπορούν να υπολογιστούν σε dB, από την παρακάτω σχέση:

$$L_F = 10 \log \left(\frac{P_R}{P_T} \right) = 10 \log G_T + 10 \log G_R - 20 \log f - 20 \log d + k \text{ (dB)} \quad (3.1b)$$

$$\text{Όπου } k = 20 \log \left(3 * \frac{10^8}{4\pi} \right) = 147.6$$

Στην περίπτωση που έχουμε επιπλέον απώλειες $L > 1$, προερχόμενες από τα στοιχεία του συστήματος, όπως καλώδια, φίλτρα κτλ, οι αρχικές εξισώσεις τροποποιούνται ως εξής:

$$\frac{P_R}{P_T} = \frac{G_T G_R}{L} \left[\frac{\lambda}{4\pi d} \right]^2 = \frac{G_T G_R}{L} \left[\frac{c}{4\pi f d} \right]^2 \quad (3.1c)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις προϋποθέτουν επίπεδα ηλεκτομαγνητικά πεδία σε απόσταση d από την κεραία εκπομπής, που βρίσκεται στο μακρινό πεδίο αυτής, δηλαδή πληρεί την ανισότητα: , όπου D είναι η μεγαλύτερη γραμμική διάσταση της κεραίας εκπομπής.

Η υπόθεση του ελεύθερου χώρου είναι ιδανική. Στην πράξη ικανοποιείται προσεγγιστικά, διατηρώντας την πρώτη στάθμη Fresnel ελεύθερη από εμπόδια. Αυτό πρακτικά συνεπάγεται την επαρκή ύψωση της κεραίας ώστε να ικανοποιείται η απαίτηση αυτή. Στην περίπτωση αυτή η στάθμη του σήματος θα είναι κοντά στην τιμή του ελεύθερου χώρου. [1], [2], [5],

3.5.2 Μοντέλο διάδοσης Επίπεδης Επιφάνειας (Plane Earth)

Για αποστάσεις μεταξύ των κεραιών του σταθμού βάσης και του κινητού τερματικού, μέχρι

απόσταση $d = \frac{80}{\sqrt[3]{f}}$ χιλιόμετρα, όπου f η συχνότητα σε MHz, στους υπολογισμούς μας για τις τιμές του πεδίου, δε χρειάζεται να ληφθεί υπόψη η καμπυλότητα της γης, αφού το σφάλμα που εισάγεται δεν είναι σημαντικό.

Θεωρούμε ότι η γη είναι μια λεία, επίπεδη, μη πλήρως αγωγίμη επιφάνεια, σε όλο το μήκος της διαδρομής διάδοσης. Επιπλέον αν θεωρήσουμε ότι η πρόσπτωση του σήματος είναι επίπεδη, ώστε $\rho = -1$ και η απόσταση d , μεταξύ πομπού και δέκτη είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από τα ύψη των κεραιών τους, (h_T και h_R , αντίστοιχα) προκύπτει η εξίσωση επίπεδης επιφάνειας, για $d \gg h_T, h_R$:

$$\frac{P_R}{P_T} = G_T G_R \left[\frac{h_T h_R}{d^2} \right]^2 \quad (3.2a)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση, η απώλεια διάδοσης σε περιβάλλον ελεύθερου χώρου, (L_P), μπορεί να υπολογιστεί σε dB, από την παρακάτω σχέση:

$$L_P = 10 \log \left(\frac{P_R}{P_T} \right) = 10 \log G_T + 10 \log G_R + 20 \log h_T + 20 \log h_R - 40 \log d \quad (dB) \quad (3.2b)$$

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις ελεύθερου χώρου και επίπεδης επιφάνειας, βλέπουμε ότι η μεν εξίσωση επίπεδης επιφάνειας παρουσιάζει αντίστροφη εξάρτηση από την τέταρτη δύναμη της απόστασης, η δε εξίσωση ελεύθερου χώρου από το τετράγωνο της απόστασης αυτής. [1], [2], [5]

3.5.3 Μοντέλο διάδοσης μη οπτικής επαφής

Η πλειονότητα των επίγειων ασύρματων δικτύων λειτουργεί σε περιβάλλοντα όπου δεν υπάρχει οπτική επαφή μεταξύ πομπού και δέκτη (non – line – of – sight, NLOS) οπότε δεν μπορεί να ισχύει η υπόθεση ελεύθερου χώρου. Γενικά η μέση τιμή των απωλειών διαδρομής

αυξάνει εκθετικά με την απόσταση από τον πομπό, με εκθέτη n , οι τιμές του οποίου αλλάζουν ανάλογα με το είδος του υπό εξέταση περιβάλλοντος. Ο εκθέτης n , που ονομάζεται εκθέτης απωλειών διαδρομής, δείχνει πόσο γρήγορα εξασθενεί το σήμα, δηλαδή πόσο γρήγορα αυξάνουν οι απώλειες διαδρομής συναρτήσει της απόστασης.

Το γενικό μοντέλο που έχει αναπτυχθεί για τη διάδοση μη οπτικής επαφής, υποθέτει ότι οι απώλειες διάδοσης μη οπτικής επαφής είναι ανάλογες των απωλειών διάδοσης οπτικής επαφής, αυξημένων κατά ένα παράγοντα που εξαρτάται από την απόσταση από τον πομπό καθώς και από τον εκθέτη απωλειών. Δηλαδή το $L(d)$ είναι ανάλογο του $L(d_0)(d/d_0)^n$, όπου η d_0 είναι η απόσταση από τον πομπό εκπομπής ως ένα σημείο που θεωρούμε σημείο αναφοράς. Άρα η απόλυτη μέση τιμή απωλειών διαδρομής σε dB δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$L(d) = L(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + C \text{ (dB)} \quad (3.3)$$

Δηλαδή η απόλυτη μέση τιμή απωλειών διαδρομής σε dB, ορίζεται ως το άθροισμα των απωλειών διαδρομής $L(d_0)$ για διάδοση από τον πομπό έως την απόσταση αναφοράς d_0 για διάδοση οπτικής επαφής (LOS) και των απωλειών διαδρομής για διάδοση NLOS στο διάστημα από d_0 μέχρι d , όπου βρίσκεται ο δέκτης, αυξημένο κατά μία στοχαστική παράμετρο C , αφού το υπό μελέτη περιβάλλον μεταβάλλεται στοχαστικά. Μέσω της παραμέτρου αυτής λαμβάνεται υπόψη η ανομοιομορφία του περιβάλλοντος διάδοσης.

Η απόσταση αναφοράς d_0 , ορίζεται ως η απόσταση από την κεραία μέχρι την οποία θεωρείται ότι υπάρχει διάδοση ελευθέρου χώρου (δεν υπάρχουν εμπόδια). Πρέπει να βρίσκεται στο μακρινό πεδίο της κεραίας εκπομπής, αλλά είναι η ελάχιστη δυνατή απόσταση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Συνήθως είναι κατά πολύ μικρότερη από την απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη, d . Η απόσταση αναφοράς επιλέγεται κατάλληλα ανάλογα με το περιβάλλον διάδοσης του εκάστοτε εξεταζόμενου συστήματος. (Για παράδειγμα στα κυψελωτά συστήματα ευρείας περιοχής η απόσταση αναφοράς τοποθετείται στο 1km ενώ σε εσωτερικούς χώρου μόλις στα 1-3m.) [1], [4]

➤ *Τυπικές τιμές του εκθέτη απωλειών διαδρομής (n)*

Για διάδοση οπτικής επαφής (line-of-sight, LOS) χωρίς φυσικά εμπόδια, όπως είδαμε και παραπάνω ο εκθέτης απωλειών διαδρομής είναι $n=2$. Στη διάδοση επίπεδης επιφάνειας είναι $n=4$. Εμπειρικά αποτελέσματα έχουν δείξει ότι σε κυψελωτά συστήματα εξωτερικών χώρων η τιμή του εκθέτη απωλειών διαδρομής μεταβάλλεται μεταξύ 3,5-5 ενώ στους ραδιοδιαύλους εσωτερικών χώρων μεταβάλλεται μεταξύ 2-4. [1], [4]

3.6 Σκίαση – ποσοστό περιοχής κάλυψης

Με τον όρο σκίαση δηλώνεται η τυχαία εξασθένιση του σήματος λόγω πιθανής παρεμπόδισης της πορείας του από διάφορα αντικείμενα – εμπόδια.

Όπως είδαμε και προηγουμένως σε ένα περιβάλλον διάδοσης όπου δεν ισχύει η υπόθεση ελευθέρου χώρου, για απόσταση d από τον πομπό, στο μακρινό πεδίο αυτού, οι απώλειες διάδοσης δίνονται από τη σχέση (3.3).

Καθώς ένα κινητό τερματικό αλλάζει θέσεις, το περιβάλλον ραδιοκάλυψης στο οποίο εξυπηρετείται, μεταβάλλεται στοχαστικά. Χαρακτηρίζεται από ανομοιομορφία όσον αφορά τον αριθμό και τα χαρακτηριστικά των σκεδαστών που πιθανώς να παρεμβάλλονται σε μία ασύρματη διαδρομή. Οι τυχαίες τιμές της λαμβανόμενης ισχύος αλλάζουν πιο έντονα σε περιπτώσεις που το τερματικό πλησιάζει πολύ ή απομακρύνεται αρκετά από κάποιο σκεδαστή, ακόμα και αν πρόκειται για σημεία που ισαπέχουν από τον πομπό.

Σε κάποια σημεία η λαμβανόμενη ισχύς έχει πολύ χαμηλές τιμές, που οφείλονται σε ισχυρή σκίαση. Επιλέγοντας μία τιμή ισχύος ως τιμή κατωφλίου, εξετάζουμε την πιθανότητα η λαμβανόμενη ισχύς, σε διάφορα σημεία του υπό εξέταση ασύρματου περιβάλλοντος, να είναι μεγαλύτερη από την τιμή κατωφλίου. Θα υπάρχουν και περιοχές που αυτό δε θα ισχύει και επομένως εκεί η ποιότητα υπηρεσιών δε θα είναι ικανοποιητική. Είναι δυνατό να συσχετίσουμε την κάλυψη στα όρια της κυψέλης με το ποσοστό κάλυψης της περιοχής, μέσα από γραφικές παραστάσεις που συνδέουν το ποσοστό της περιοχής όπου η ισχύς του λαμβανόμενου σήματος ξεπερνάει την τιμή κατωφλίου, με δεδομένη πιθανότητα να είναι η ισχύς στα όρια της κυψέλης μεγαλύτερη από την τιμή κατωφλίου. [1], [4]

3.7 Μέγιστη απόσταση ραδιοκάλυψης

Μία βασική παράμετρος την οποία εξετάζουμε κατά τη σχεδίαση ενός ασύρματου τηλεπικοινωνιακού δικτύου, είναι η μέγιστη απόσταση που μπορεί να καλυφθεί σε συνθήκες διάδοσης οπτική επαφής πρώτα στον ελεύθερο χώρο και ύστερα στις γενικότερες συνθήκες.

Αν θεωρήσουμε τη μέση στάθμη ισχύος στο δέκτη ίση με την ελάχιστη ισχύ φέροντος, που να εξασφαλίζει ωστόσο αποδεκτή ποιότητα του παραδιδόμενου μηνύματος, από τα προηγούμενα, συμπεραίνουμε ότι για την περίπτωση που υπάρχει οπτική επαφή και συνθήκες διάδοσης ελεύθερου χώρου, η μέγιστη απόσταση ραδιοκάλυψης, θα δίνεται από τη σχέση: [1]

$$d_{\text{optmax}} = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{\frac{P_T G_T G_R}{P_{R\text{min}}}} = \frac{c}{4\pi f} \sqrt{\frac{P_T G_T G_R}{P_{R\text{min}}}} \quad (\mu\text{Χτρα}) \quad (3.4a)$$

Στη γενικότερη περίπτωση διάδοσης σε συνθήκες μη οπτικής επαφής, υπάρχει η απόσταση αναφοράς d_0 , ή απόσταση διάδοσης ελευθέρου χώρου, από την κεραία του πομπού μέχρι το πλησιέστερο εμπόδιο και η μέγιστη απόσταση ραδιοκάλυψης, δίνεται από την ακόλουθη σχέση: [1]

$$d_{\text{max}} = \left[\frac{P_T G_T G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi d_0} \right)^2}{P_{R\text{min}}} \right]^{\frac{1}{n}} d_0 \quad (\mu\text{Χτρα}) \quad (3.4b)$$

3.8 Χωρητικότητα ραδιοδιαύλου

Ο Claude Shannon με τις εργασίες του, πρότεινε λύση στο πρόβλημα της αξιόπιστης μετάδοσης πληροφορίας σε ένα τηλεπικοινωνιακό διάλο με λευκό προσθετικό θόρυβο τύπου Gauss. Πρότεινε ότι μπορεί να υπάρξουν σχήματα μετάδοσης σημάτων στα οποία μπορεί να επιτευχθεί μετάδοση χωρίς σφάλματα, με κατάλληλη κωδικοποίηση, εφόσον ο ρυθμός μετάδοσης της πληροφορίας R (bits/sec), δεν υπερβαίνει τη χωρητικότητα C (bits/sec) του ραδιοδιαύλου. Καθόρισε δηλαδή τη μέγιστη επιτρεπόμενη χωρητικότητα υπό τη μορφή ρυθμού μετάδοσης, $R \leq C$.

Θεωρούμε διάλο με μέση μεταδιδόμενη ισχύ S (Watt), με το μεγαλύτερο μέρος αυτής να περιλαμβάνεται σε εύρος ζώνης B (Hz), κατά πολύ μικρότερο από το εύρος ζώνης του λευκού, προσθετικού θορύβου με φασματική πυκνότητα ισχύος $N_0/2$, με ενέργεια ανά bit του λαμβανόμενου σήματος E_b (Joule) και σηματοθορυβικό λόγο στο δέκτη SNR. (Η μέση ισχύς ισούται με $S = RE_b$).

Σε έναν ιδανικό τηλεπικοινωνιακό δίαλο η μετάδοση πληροφορίας γίνεται με το μέγιστο ρυθμό, ο οποίος δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$R = C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{BN_0} \right) = B \log_2 (1 + SNR) = 3.32B \log(1 + SNR) \quad (3.5)$$

Η ιδανική αυτή μέγιστη τιμή, δεν επιτυγχάνεται στην πράξη. Η μέγιστη δυνατή χωρητικότητα που μπορεί να επιτευχθεί, με κατάλληλες τεχνικές σχεδίασης, σε χρονικά μεταβαλλόμενους ραδιοδιαύλους με ταυτόχρονη ύπαρξη φαινομένων σκίασης, διαλείψεων λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης ή παρεμβολής, εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε χρησιμοποιούμενου διαύλου, το ρυθμό μεταβολής του, καθώς και την ικανότητα του πομπού και του δέκτη να ανιχνεύουν τις μεταβολές αυτές.

Για κάθε τιμή του λόγου R/B , προκύπτει κάποια τιμή του σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη πάνω από την οποία είναι δυνατή η μετάδοση χωρίς σφάλματα, ενώ κάτω όχι. Συχνά οι χρησιμοποιούμενοι στην πράξη ραδιοδίαυλοι, συγκρίνονται με τον ιδανικό ραδιοδίαλο και βρίσκεται η επιθυμητή τιμή του σηματοθορυβικού λόγου, για πιθανότητα σφάλματος 10^{-6} . [1], [4]

3.9 Θόρυβος

Θόρυβος είναι μια ανεπιθύμητη ηλεκτομαγνητική οντότητα που εισέρχεται σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα, δυσχεραίνει τη λειτουργία του και αποτελεί το βασικό περιοριστικό παράγοντα της αξιοπιστίας του. Αποτελείται από ασυσχέτιστες μεταξύ τους οντότητες, προερχόμενες από διαφορετικές πηγές, που συνθέτονται κατά τυχαίο τρόπο. Περιγράφεται ως τυχαία διαδικασία. Αποτελείται από τον τεχνητό και το φυσικό θόρυβο.

Ο τεχνητός θόρυβος προέρχεται από τις διάφορες ανθρώπινες δραστηριότητες που έχουν να κάνουν με μηχανήματα ή συσκευές. Με τη χρήση κατάλληλων φίλτρων και καταστολέων θορύβου μπορεί να ελαχιστοποιηθεί η επίδρασή του στα διάφορα συστήματα. Ο φυσικός θόρυβος προέρχεται από τα διάφορα φυσικά φαινόμενα. Διακρίνεται επιπλέον στον ουράνιο και τον κυκλωματικό θόρυβο. Ο ουράνιος οφείλεται στην ηλιακή και τη γαλαξιακή δραστηριότητα, στην ατμόσφαιρα. Μπορεί να περιοριστεί με τον κατάλληλο προσανατολισμό της κάθε κεραίας λήψης.

Ο κυκλωματικός θόρυβος που είναι γενικά μεγαλύτερος από τον ουράνιο θόρυβο και αποτελεί τη σοβαρότερη πηγή θορύβου στα κυκλώματα, προέρχεται είτε από την τυχαία κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρικών φορέων εντός ενός παθητικού στοιχείου ή κυκλώματος, οπότε ονομάζεται θερμικός θόρυβος, είτε από την κατά τυχαίο τρόπο διακύμανση της παραγωγής φορέων σε ένα ενεργό στοιχείο, οπότε ονομάζεται θόρυβος βολής. [1], [3]

Οι βασικές παράμετροι περιγραφής του θορύβου είναι:

Η μέση τετραγωνική τιμή του ($\langle n^2(t) \rangle$), που εκφράζει την ισχύ του θορύβου σε μια μοναδιαία αντίσταση.

Η φασματική πυκνότητα ισχύος του ($S_n(f)$), που περιγράφει την κατανομή της ισχύος του θορύβου στις διάφορες συχνότητες.

Ο σηματοθορυβικός λόγος (SNR), ορίζεται ως ο λόγος της ισχύος του επιθυμητού σήματος (S) προς την ισχύ του συνυπάρχοντος θορύβου (N):

$$SNR = \frac{S}{N} \quad (3.6a) \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad SNR = 10 \log \left(\frac{S}{N} \right) \quad (dB) \quad (3.6b)$$

3.9.1 Λευκός θόρυβος

Στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα για τους υπολογισμούς της στάθμης του θορύβου συνήθως χρησιμοποιείται η έννοια του λευκού θορύβου. Η ισχύς του λευκού θορύβου θεωρείται ομοιόμορφα κατανεμημένη σε ένα πολύ μεγάλο εύρος συχνοτήτων, ενώ η φασματική πυκνότητα της ισχύος του θεωρείται σταθερή ($S_n(f) = n_0/2$), για κάθε συχνότητα. Έχει τυχαία κατανομή πυκνότητας πιθανότητας με μηδενική μέση τιμή. Επιπλέον είναι προσθετικής μορφής, δηλαδή προστίθεται στο επιθυμητό σήμα. Συχνά αναφέρεται και ως προσθετικός λευκός θόρυβος τύπου Gauss (AWGN). [1], [3]

3.10 Διαλείψεις

Με τον όρο αυτό δηλώνεται το τυχαίο αποτέλεσμα της συμβολής (αφαιρετικής ή αθροιστικής) των πολυδιαδρομικών συνιστωσών του σήματος.

Σε ένα περιβάλλον διάδοσης, όπου όπως στις περισσότερες ασύρματες εφαρμογές δεν υπάρχει πλήρης διάδοση οπτικής επαφής, κατά τη μεταβολή της θέσης του κινητού τερματικού εντός μίας περιοχής, οι προαναφερθέντες μηχανισμοί διάδοσης έχουν ως

αποτέλεσμα την άφιξη στην κεραία του δέκτη περισσότερων του ενός (που έχει σταλεί) κυμάτων, διαφορετικής κατεύθυνσης, πλάτους, φάσης και χρονικής καθυστέρησης, από το αρχικό σήμα. Οι διαφοροποιημένες αυτές εκδοχές του αρχικού σήματος, (πολυδιαδρομικές συνιστώσες του σήματος) αθροίζονται διανυσματικά στην κεραία του δέκτη και το αποτέλεσμα είναι αθροιστική ή αφαιρετική συμβολή των επιμέρους κυμάτων, ανάλογα με την κατανομή των φάσεων σε αυτά. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται πολυδιαδρομική διάδοση ή διάδοση πολλαπλών διαδρομών.

Σε ένα ασύρματο επικοινωνιακό περιβάλλον μεταξύ δύο πομποδεκτών που τουλάχιστον ο ένας μετακινείται, η ποιότητα της επικοινωνίας επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις διαλείψεις λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης.

Κάθε πολυδιαδρομική συνιστώσα φθάνει στον πομπό, με διαφορετική χρονική καθυστέρηση και φάση, αφού έχει διανύσει διαδρομή διαφορετικού ηλεκτρικού μήκους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι σχετικές ολισθήσεις των φάσεων να μεταβάλλονται ως προς τη θέση του δέκτη στο χώρο. Από τη συμβολή των πολυδιαδρομικών συνιστωσών προκύπτει μια μορφή στάσιμου κύματος, συναρτήσει της απόστασης. Καθώς όμως το κινητό τερματικό μετακινείται στο χώρο, οι χωρικές μεταβολές της περιβάλλουσας και της φάσης του τελικού λαμβανόμενου σήματος εμφανίζονται ως χρονικές μεταβολές. Η εξάρτηση από την απόσταση μεταφράζεται ως εξάρτηση από το χρόνο. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται διαλείψεις περιβάλλουσας.

Η στιγμιαία λαμβανόμενη ισχύς συγκρίνεται κάθε φορά με τις υπάρχουσες προδιαγραφές, για την ποιότητα της ζεύξης. Η αφαιρετική συμβολή πολυδιαδρομικών συνιστωσών μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τη μεγάλη μείωση της στάθμης της λαμβανόμενης ισχύος, συγκριτικά με τη μέση τιμή της. Σε περίπτωση που είναι χαμηλότερη από τις τιμές προδιαγραφών, αναφερόμαστε σε διάυλο με ισχυρές διαλείψεις. (Deep fading)

Αν παρατηρήσουμε τη στιγμιαία τιμή της λαμβανόμενης ισχύος σε κάθε σημείο, διακρίνουμε ότι η περιβάλλουσα μπορεί να χωριστεί σε δύο τμήματα, που αφορούν τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας (ή μακρόχρονες διαλείψεις) και τις διαλείψεις μικρής κλίμακας (ή βραχύχρονες διαλείψεις).

Οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας αφορούν το μέσο όρο της περιβάλλουσας του λαμβανόμενου σήματος που εμφανίζει διαλείψεις. Εμπεριέχουν τις απώλειες διάδοσης και τη σκίαση.

Οι βραχυχρόνιες διαλείψεις προκύπτουν κυρίως από τη χρονική διασπορά των συνιστωσών πολυδιαδρομικής διάδοσης του σήματος ή λόγω χρονικής μεταβολής του διαύλου λόγω μικρών μετατοπίσεων (της τάξης του $\lambda/2$) του κινητού δέκτη ή κάποιων σκεδαστών που συμμετέχουν στη διάδοση, σε μικρά χρονικά διαστήματα.

Στις αστικές περιοχές συχνά παρατηρούνται βραχύχρονες διαλείψεις, διότι το ύψος των κεραιών των κινητών τερματικών είναι κατά πολύ μικρότερο από το ύψος των γύρω κτιρίων και υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ανακλάσεων από το έδαφος και στους γειτονικούς σκεδαστές. Έχουν ως αποτέλεσμα απότομες αλλαγές στην ένταση του σήματος ακόμα και σε κοντινές αποστάσεις καθώς και εξάπλωση των χρονοκαθυστερήσεων. [1], [4]

3.11 Παρεμβολές

Με τον όρο αυτό περιγράφεται η πιθανή διαφωνία, αποκοπή ή και απώλεια της κλήσης κάποιου χρήστη, ως αποτέλεσμα της ταυτόχρονης χρήσης διαύλου της ίδιας ή γειτονικής συχνότητας φέροντος και από άλλο χρήστη.

Στην περίπτωση που στο ίδιο περιβάλλον υπάρχουν περισσότεροι πομποδέκτες και κάποιοι από αυτούς χρησιμοποιούν για την επικοινωνία τους διαύλους της ίδιας ή παραπλήσιων συχνοτήτων, πέρα από τους προαναφερθέντες περιορισμούς, η ποιότητα της επικοινωνίας επηρεάζεται σημαντικά, αφού περιορίζεται η χωρητικότητα και η επίδοση του συστήματος, λόγω των παρεμβολών. Έχουν ως αποτέλεσμα ο χρήστης του διαύλου πέρα από το επιθυμητό σήμα να λαμβάνει και ένα άλλο σήμα, το οποίο όμως δεν προορίζεται για εκείνον. Αποτελούν συχνή αιτία διακοπής ή απόρριψης κλήσεων λόγω σφαλμάτων σηματοδότησης στους διαύλους ελέγχου.

Για παράδειγμα στα κυψελωτά συστήματα κινητών επικοινωνιών, πηγή παρεμβολών μπορεί να αποτελέσει ένα κινητό τερματικό εντός της ίδιας κυψέλης, σταθμοί βάσης που εκπέμπουν στην ίδια ζώνη συχνοτήτων σε μία ευρύτερη περιοχή, μία κλήση που λαμβάνει χώρα σε γειτονική κυψέλη, ή και κάποιο μη-κυψελωτό σύστημα που μπορεί να εισάγει ενέργεια, λόγω της λειτουργίας του, στη ζώνη συχνοτήτων του κυψελωτού συστήματος. [1], [4]

3.11.1 Ομοδιαυλική παρεμβολή

Ομοδιαυλικές κυψέλες ονομάζονται οι κυψέλες που χρησιμοποιούν την ίδια ομάδα συχνοτήτων, σε διαφορετικές θέσεις εντός της περιοχής του ίδιου συστήματος. Η παρεμβολή μεταξύ σημάτων που προέρχονται από αυτές τις κυψέλες ονομάζεται ομοδιαυλική παρεμβολή. Μπορεί να αποκαλέσει σοβαρό πρόβλημα αν δε ληφθούν μέτρα αντιμετώπισής της. Σε αντίθεση με το θερμικό θόρυβο, ο οποίος μπορεί να αντιμετωπιστεί με την αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου, η ομοδιαυλική παρεμβολή δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί μόνο με την αύξηση της ισχύος εκπομπής, διότι αυτό θα επιφέρει την αύξηση των παρεμβολών στις γειτονικές ομοδιαυλικές κυψέλες. Για να περιοριστεί η ομοδιαυλική παρεμβολή απαιτείται οι ομοδιαυλικές κυψέλες να απέχουν μεταξύ τους απόσταση ικανή ώστε να εξασφαλίζεται επαρκής μόνωση κατά τη διάδοση.

Στις κυψελωτές ραδιοζεύξεις παρατηρείται συνήθως το φαινόμενο του κατωφλίου. Δηλαδή απαιτείται ο λόγος σήματος προς παρεμβολή (SIR) και ο λόγος σήματος προς θόρυβο (SNR) να είναι αντίστοιχα μεγαλύτεροι από κάποιες αποδεκτές τιμές, τις τιμές κατωφλίου, προκειμένου να χαρακτηριστεί καλή, η ποιότητα των υπηρεσιών του συστήματος. Οι τιμές αυτές εξαρτώνται από διάφορες παραμέτρους της ραδιοζεύξης και από την προσφερόμενη

υπηρεσία. Ορίζουμε τις πιθανότητες θερμικού θορύβου και ομοδιαυλικής παρεμβολής ως τις πιθανότητες οι τιμές αυτές να είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες τιμές κατωφλίου. [1], [4]

Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή (SIR) ορίζεται ως ο λόγος της ισχύος του επιθυμητού σήματος (S) στο δέκτη προς την ισχύ της παρεμβολής (I) σε αυτόν. Στη γενική περίπτωση υπολογισμού του επιθυμητού λόγου σήματος προς παρεμβολή, θα πρέπει ως παρεμβολή να λαμβάνονται οι στάθμες ισχύος (I_k) στο δέκτη προερχόμενες από τους υπόλοιπους χρήστες που εμφανίζονται ως παρεμβολή και η στάθμη του θορύβου (N_0) στο δέκτη. Δηλαδή:

$$SIR = \frac{S}{N_0 + I} = \frac{S}{N_0 + \sum I_k} \quad (3.7)$$

Βασικές παράμετροι για τη μελέτη του φαινομένου της ομοδιαυλικής παρεμβολής σε ένα μακροκυψελωτό σύστημα, είναι ο λόγος ομοδιαυλικής επαναχρησιμοποίησης $\alpha=D/R$, και η απαιτούμενη ισχύς εκπομπής. Ο λόγος $\alpha=D/R$, όπου D η απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε ομοδιαυλικών κυψελών και R η ακτίνα της κάθε κυψέλης, λέγεται και συντελεστής μείωσης ομοδιαυλικής παρεμβολής. Καθορίζονται από τις αποδεκτές τιμές της πιθανότητας ομοδιαυλικής παρεμβολής και θερμικού θορύβου, αντίστοιχα.

Στην πράξη αυτό που μας ενδιαφέρει είναι το ποσοστό επί του συνόλου των ραδιοζεύξεων, που έχουν λόγο σήματος προς παρεμβολή μεγαλύτερο από το προκαθορισμένο κατώφλι, για συγκεκριμένο ποσοστό της περιοχής κάλυψης του συστήματος. (Για παράδειγμα, στα κυψελωτά συστήματα κινητής τηλεφωνίας ο σχεδιαστικός στόχος είναι ο λόγος σήματος προς παρεμβολή να είναι μεγαλύτερος από 18dB στο 90% της περιοχής κάλυψης του συστήματος, ώστε το 75% των χρηστών να θεωρούν καλή ή εξαιρετικά καλή την ποιότητα του μεταδιδόμενου φωνητικού σήματος.)

Προκειμένου να περιοριστεί η ομοδιαυλική παρεμβολή στα κυψελωτά συστήματα μπορεί να αυξηθεί ο αριθμός των κυψελών στην ομάδα επαναχρησιμοποίησης, να γίνει καλύτερη επιλογή κατά την κατανομή των διαύλων ή/και χρησιμοποίηση κατευθυντικών κεραιών. [1], [4]

3.11.2 Παρεμβολή γειτονικών διαύλων

Οι παρεμβολές γειτονικών διαύλων είναι αποτέλεσμα της μερικής επικάλυψης της φασματικής ισχύος του επιθυμητού σήματος από κάποια ανεπιθύμητα που εκπέμπονται σε διαύλους γειτονικών συχνοτήτων εντός της ίδιας κυψέλης. Για να αποφευχθεί η παρεμβολή γειτονικών διαύλων, κατά την ανάθεση συχνοτήτων, αποφεύγεται η κατανομή εντός της ίδιας κυψέλης, διαύλων με φέροντα κοντινής συχνότητας.

Το πρόβλημα παρουσιάζεται εντονότερο, δηλαδή έχουμε μεγαλύτερη ισχύ παρεμβολής, όταν ο χρήστης που χρησιμοποιεί το διαύλο γειτονικής συχνότητας βρίσκεται σε μικρή απόσταση από το χρήστη – δέκτη που αναμένει το σήμα. Το ίδιο μπορεί να παρατηρηθεί και όταν ένα κινητό τερματικό που βρίσκεται κοντά στο σταθμό βάσης εκπέμπει σε συχνότητα γειτονική εκείνης που εκπέμπει ένα τερματικό που βρίσκεται μακριά από το σταθμό βάσης. Το φαινόμενο ονομάζεται near-far και έχει ως αποτέλεσμα ο σταθμός βάσης να μην είναι σε θέση να διακρίνει από ποιο τερματικό προέρχεται το σήμα και ποιο είναι το επιθυμητό τερματικό.

Γενικά η παρεμβολή γειτονικών διαύλων ελέγχεται καλύτερα από την ομοδιαυλική. Οι περαμβολές μπορούν να περιοριστούν με την καλύτερη απόδοση συχνοτήτων σε γειτονικούς σταθμούς βάσης καθώς και με τη χρήση καταλλήλων φίλτρων. [1], [4]

3.11.3 Διασυμβολική παρεμβολή

Η διασυμβολική παρεμβολή οφείλετε είτε σε σχετικά μεγάλη εξάπλωση της χρονοκαθυστερήσης, σε περίπτωση που έχουμε φαινόμενο πολυδιαδρομικής διάδοσης, είτε σε σχετικά υψηλό ρυθμό μετάδοσης.

Το μέγεθος της χρονικής διασποράς καθορίζεται από τη διαφορά των καθυστερήσεων ($\tau = \tau_2 - \tau_1$) των διαφορετικών εκδοχών του αρχικού σήματος, που φτάνουν στην κεραία του δέκτη διαφορετικές χρονικές στιγμές (τ_1 και τ_2) και με διαφορετικά πλάτη. Μεγάλες τιμές χρονικής διασποράς σημαίνουν μεγάλη χρονική διαφορά ανάμεσα στην άφιξη των πολυδιαδρομικών συνιστωσών με αποτέλεσμα διασυμβολική παρεμβολή.

Αν ο ρυθμός ψηφιακής μετάδοσης στο συγκεκριμένο διαυλο είναι R τότε αυτός περιορίζεται από το φαινόμενο της χρονικής διασποράς. Έστω τ_d η ενεργός τιμή της χρονικής

διασποράς για να μην εμφανίζεται διασυμβολική παρεμβολή πρέπει να ισχύει: $R < \frac{1}{2\tau_d}$.

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί η διασυμβολική παρεμβολή μπορούν να χρησιμοποιηθούν κεραίες με κατευθυντικές δέσμες, ή με κατάλληλες τεχνικές επεξεργασίας του προς μετάδοση σήματος (ισοστάθμιση, διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων, διασπορά φάσματος). [1], [4]

Κεφάλαιο 4 – Έλεγχος ισχύος

4.1 Εισαγωγή

Όπως είδαμε και στα προηγούμενα κεφάλαια, προκειμένου να λειτουργήσει αποδοτικά ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα είναι απαραίτητη η βέλτιστη διαχείριση των πόρων του δικτύου. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, θα εστιάσουμε στην έννοια της διαχείρισης της ισχύος ενός συστήματος επικοινωνιών, δηλαδή σε αλγορίθμους ελέγχου ισχύος.

Με τον όρο έλεγχος ισχύος, αναφερόμαστε στην καλύτερη δυνατή επιλογή της στάθμης της ισχύος μετάδοσης σε ένα ασύρματο δίκτυο, προκειμένου να επιτευχθεί η αποτελεσματικότερη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων και η καλύτερη δυνατή επίδοση του δικτύου. Λέγοντας καλύτερη επίδοση, εννοούμε τη βελτιστοποίηση τιμών κάποιων παραμέτρων, όπως ο ρυθμός δεδομένων στο δίαυλο, η χωρητικότητα του δικτύου ή ακόμα και η γεωγραφική κάλυψή του.

Η συνεχώς αυξανόμενη ζήτηση από μέρους των χρηστών για πρόσβαση σε υπηρεσίες ασύρματων επικοινωνιών εντείνει το ενδιαφέρον για την κατάλληλη και αποδοτική αξιοποίηση των πόρων καθώς και των υπηρεσιών που μπορούν να τη διευκολύνουν. Το γεγονός ότι οι διαθέσιμοι προς αξιοποίηση ραδιοπόροι είναι περιορισμένοι καθιστά αναγκαία τη λειτουργία του ελέγχου ισχύος. Με τον τρόπο αυτό, περιορίζεται η αμοιβαία παρεμβολή που προκαλείται μεταξύ των χρηστών, ενώ παράλληλα αντιμετωπίζονται οι αρνητικές επιδράσεις του χωρικού και χρονικού μεταβαλλόμενου περιβάλλοντος, στο οποίο λαμβάνει χώρα η επικοινωνία.

Οι αλγόριθμοί που αφορούν τον έλεγχο ισχύος, βρίσκουν εφαρμογή στα κυψελωτά δίκτυα, στα ασύρματα τοπικά δίκτυα, στα δίκτυα αισθητήρων καθώς και στα μόντεμ ψηφιακής συνδρομητικής γραμμής, DSL μόντεμ. Η δομή των εξεταζόμενων δικτύων μπορεί να διαφέρει, όμως το βασικό πρόβλημα ελέγχου ισχύος είναι κοινό.

Η επίλυση του προβλήματος αυτού δεν είναι εύκολη. Απαιτείται ένας καλός αλγόριθμος που να ισοσταθμίζει αποτελεσματικά τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που συνεπάγεται η εκπομπή σήματος σε μια συγκεκριμένη στάθμη ισχύος, λαμβάνοντας υπόψη τις περιοριστικές τιμές παραμέτρων σχεδίασης και κριτήριων απόδοσης του συστήματος και με δεδομένες τις τιμές αυτές, να προσδιορίζει τη βέλτιστη στάθμη εκπεμπόμενης ισχύος, για κάθε χρήστη.

Η ανάγκη αποτελεσματικού ελέγχου της εκπεμπόμενης ισχύος ξεκίνησε από τα συστήματα δορυφορικών επικοινωνιών. Στα ασύρματα δίκτυα ο έλεγχος ισχύος άρχισε να μελετάται από τη δεκαετία του 70. Ωστόσο οι μεγάλες εξελίξεις στον κλάδο αυτό εμφανίστηκαν τα τελευταία 20 χρόνια, στα οποία αναπτύχθηκαν ευρύτατα τα ασύρματα δίκτυα και οι τομείς που συνδέονται με τη βελτιστοποίησή, τις εφαρμογές και τις επιπτώσεις τους. [9], [13], [29]

4.2 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα αύξησης ισχύος εκπομπής

Η χρησιμοποίηση μεγαλύτερης ισχύος μετάδοσης από ένα χρήστη ενός επικοινωνιακού διαύλου, έχει θετικά αλλά παράλληλα και αρνητικά αποτελέσματα, για το χρήστη και το δίκτυο στο σύνολό του.

Πλεονεκτήματα:

- Σε γενικές γραμμές, μεγαλύτερη ισχύς μετάδοσης σε ένα κανάλι οδηγεί σε υψηλότερη ισχύ του λαμβανόμενου σήματος στο δέκτη και κατ' επέκταση σε μεγαλύτερο σηματοθορυβικό λόγο και σε μείωση του ρυθμού σφαλμάτων σε ένα ψηφιακό επικοινωνιακό δίκτυο.
- Ένας μεγαλύτερος σηματοθορυβικός λόγος επιπλέον μπορεί να επιτρέψει σε συστήματα με προσαρμοστικούς διαύλους, να μεταδίδουν σε υψηλότερους ρυθμούς δεδομένων, έχοντας ως αποτέλεσμα μια πιο αποδοτική αξιοποίηση του διαθέσιμου φάσματος. (μεγαλύτερη φασματική αποδοτικότητα.)
- Σε ένα ασύρματο κανάλι με διαλείψεις, η χρησιμοποίηση μεγαλύτερης ισχύος μετάδοσης μπορεί να αποτελέσει για το σήμα μια επιπρόσθετη προστασία απέναντι στις διαλείψεις. Για παράδειγμα σε ένα κυψελωτό δίκτυο αυτό οδηγεί σε χαμηλότερη πιθανότητα απόρριψης κλήσεως. [29]

Μειονεκτήματα:

- Η συνολικά καταναλισκόμενη ισχύς στις συσκευές είναι μεγαλύτερη. Άμεση συνέπεια αυτού, στις κινητές συσκευές, είναι η ανάλογη μείωση του περιορισμένου χρόνου ζωής της μπαταρίας του κινητού τερματικού.
- Η παρεμβολή που προκαλείται στους υπόλοιπους χρήστες που χρησιμοποιούν την ίδια ζώνη συχνοτήτων είναι αυξημένη.
- Στα κυψελωτά συστήματα διέυρυνσης φάσματος, όπως το CDMA, όπου οι χρήστες μοιράζονται μία συχνότητα και διαχωρίζονται χρησιμοποιώντας διαφορετικούς κώδικες διασποράς, ο αριθμός των χρηστών που μπορούν να εξυπηρετηθούν σε μία κυψέλη, καθώς και το μέγεθος της κυψέλης, συνήθως περιορίζονται λόγω της παρεμβολής που δημιουργείται εντός αυτής. Η αυξημένη παρεμβολή έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της χωρητικότητας και του μεγέθους της κυψέλης. Ακόμα και στα συστήματα διαίρεσης συχνότητας FDMA, όπως είναι το GSM, όπου κάθε χρήστης σε μία κυψέλη χρησιμοποιεί διαφορετική συχνότητα, υπάρχει παρεμβολή μεταξύ διαφορετικών κυψελών, λόγω επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων, η οποία περιορίζει τον αριθμό των ομοδιαυλικών κυψελών, που μπορεί να υποστηριχτεί από το δίκτυο. Στα ενσύρματα δίκτυα, όπως τα δίκτυα ψηφιακής συνδρομητικής

γραμμής, DSL, συχνά οι γραμμές από πολλά σπίτια συνδρομητών μπερδεύονται μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να προκαλείται παρεμβολή των διαφορετικών σημάτων σε διαφορετικές γραμμές, η οποία μειώνει το μέγιστο δυνατό ρυθμό δεδομένων προς κάθε οικία. [29]

4.3 Αναγκαιότητα ελέγχου ισχύος

Δύο φαινόμενα που επηρεάζουν σημαντικά τη διάδοση, όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι η σκίαση και οι διαλείψεις. Δεν επηρεάζουν τον τρόπο εξάρτησης της εκπεμπόμενης ισχύος από την απόσταση (αντίστροφη εξάρτηση από την απόσταση από την πηγή εκπομπής και εξάρτηση από τον εκθέτη απωλειών διαδρομής, χαρακτηριστικό του περιβάλλοντος διάδοσης), επηρεάζουν όμως το μέγεθος της ισχύος που απαιτείται για να εξασφαλιστεί μία ποιοτικά καλή μετάδοση ενός σήματος, σε κάποια απόσταση από τον πομπό του, εντός ενός μεταβαλλόμενου περιβάλλοντος διάδοσης.

Η διακαναλική παρεμβολή, αποτέλεσμα της επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων, αποτελεί επίσης σημαντικό περιοριστικό παράγοντα της χωρητικότητας ενός κυψελωτού ραδιοσυστήματος. Ένας αλγόριθμος ελέγχου ισχύος που καλείται να περιορίσει τη διακαναλική παρεμβολή μπορεί να επιφέρει και περιορισμό της χωρητικότητας του δικτύου. Κάθε χρήστης με τις ενέργειές του συνεισφέρει στην αύξηση της παρεμβολής που αντιλαμβάνονται οι υπόλοιποι χρήστες, για αυτό και η επιτρεπόμενη στάθμη εκπεμπόμενης ισχύος αποτελεί σημαντικό παράγοντα κατά τη σχεδίαση των ασύρματων δικτύων.

Απαιτείται ένας αποτελεσματικός έλεγχος ισχύος προκειμένου να ελεγχθούν τα παραπάνω φαινόμενα, ώστε να εξασφαλιστεί η απαιτούμενη ποιότητα υπηρεσιών στους χρήστες, χωρίς να υπάρχουν αρνητικές επιπτώσεις στη χωρητικότητα του συστήματος. Με αυτόν τον τρόπο τα δίκτυα καθίστανται πιο λειτουργικά, αφού διευκολύνονται κάποιες απαραίτητες λειτουργίες του δικτύου, όπως οι παρακάτω:

- Διαχείριση παρεμβολής: Η παρεμβολή μεταξύ των σημάτων είναι ένα μεγάλο πρόβλημα των ασύρματων δικτύων. Είναι εντονότερο σε συστήματα όπως τα CDMA, όπου είναι δύσκολο να εξασφαλιστεί πάντα η ορθογωνιότητα των φερόντων. Ο έλεγχος ισχύος εξασφαλίζει την αποτελεσματική φασματική επαναχρησιμοποίηση καθώς και την επιθυμητή ποιότητα υπηρεσιών στους χρήστες.
- Διαχείριση ενέργειας: Ο χρόνος ζωής της μπαταρίας του κάθε τερματικού είναι περιορισμένος και έτσι η κατάλληλη αξιοποίησή του, από ενεργειακής πλευράς, είναι σημαντική για τη διάρκεια λειτουργίας των χρηστών αλλά και για τη συνολική ενεργειακή κατανάλωση και απόδοση του δικτύου.
- Διαχείριση συνδεσιμότητας: Οι ασύρματοι δίαυλοι χαρακτηρίζονται από χωρο-χρονική μεταβλητότητα. Έτσι ακόμα και όταν η ισχύς του εκπεμπόμενου σήματος ικανοποιεί τους περιορισμούς παρεμβολής ή ενέργειας, ο χρήστης πρέπει να διατηρεί μία ελάχιστη στάθμη εισερχόμενου σήματος, τέτοια ώστε να μπορεί να παραμένει συνδεδεμένος με τον αποστολέα

και να εξετάζει την κατάσταση του διαύλου. Ο έλεγχος ισχύος βοηθάει στη διατήρηση της συνδεσιμότητας σε λογικά πλαίσια, δεδομένου του τρόπου επεξεργασίας του σήματος. [9]

4.3.1 Μηχανισμός ελέγχου ισχύος μετάδοσης

Δεδομένης της επιτακτικής ανάγκης για έλεγχο της ισχύος και της παρεμβολής που αυτή συνεπάγεται, έχουν αναπτυχθεί κατάλληλοι μηχανισμοί για κάποιες συσκευές δικτύων που να εκτελούν αυτή τη λειτουργία. Ο μηχανισμός ελέγχου ισχύος μετάδοσης είναι ένας μηχανισμός που χρησιμοποιείται σε κάποιες συσκευές δικτύου προκειμένου να περιορίσει την ανεπιθύμητη παρεμβολή που προκαλείται μεταξύ διαφορετικών ασύρματων δικτύων. Η ιδέα της λειτουργίας αυτού του μηχανισμού είναι η αυτόματη μείωση της χρησιμοποιούμενης ισχύος μετάδοσης όταν εντοπιστούν και άλλα δίκτυα εντός της εμβέλειάς του. Η μείωση της ισχύος συνεπάγεται μείωση της παρεμβολής που προκαλείται και ταυτόχρονα αύξηση του χρόνου ζωής της μπαταρίας του κινητού χρήστη. [29]

4.4 Άνω και κάτω ζεύξη (Up-down link)

Σε ένα δίκτυο οι πληροφορίες μεταδίδονται προς δύο κατευθύνσεις, από το σταθμό βάσης προς το τερματικό (κάτω ζεύξη) και από το τερματικό προς το σταθμό βάσης (άνω ζεύξη). Γενικά στα κυψελωτά δίκτυα επικοινωνιών οι περιγραφές των προβλημάτων στις αντίθετες κατευθύνσεις διαφέρουν, με τα προβλήματα ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη να επιλύονται συνήθως πιο δύσκολα από τα αντίστοιχα της κάτω ζεύξης, εκτός από τις περιπτώσεις που αποτελούν δικά προβλήματα. Επιπλέον, η επίλυση του προβλήματος ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη είναι τις περισσότερες φορές μεγαλύτερης σημασίας για την καλή λειτουργία του δικτύου.

Οι χρήστες για να προσαρμοστούν σε ένα δυναμικό σύστημα, με χρονικά μεταβαλλόμενους ραδιοδιαύλους, ρυθμίζουν την εκπεμπόμενη ισχύ τους, κατά τρόπο που να τους εξασφαλίζει μία ποιοτικά ικανοποιητική σύνδεση, μειώνοντας την ανεπιθύμητη παρεμβολή που προκαλείται από τους άλλους χρήστες. Οι περιορισμοί που προκύπτουν από τις τιμές του λόγου ισχύος σήματος προς παρεμβολή, αφορούν κυρίως στην άνω ζεύξη, στην οποία και θα επικεντρωθούμε, για τους λόγους που αναφέρονται παρακάτω.

Η κατανάλωση ισχύος στους σταθμούς βάσης δεν είναι τόσο σημαντική με αυτή των κινητών τερματικών, στα οποία είναι πιο μεγάλος ο περιορισμός δεδομένου και του περιορισμένου χρόνου ζωής της μπαταρίας τους. Συνεπώς η ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ισχύος είναι απαραίτητη για την παράταση του χρόνου λειτουργίας τους. Οι θέσεις των σταθμών βάσης είναι σταθερές, συνεπώς δεν καταναλίσκεται ενέργεια για τη μετακίνησή τους. Συνεπώς, η παρεμβολή εντός της κυψέλης, από τα σήματα της κάτω ζεύξης είναι λιγότερο μεταβαλλόμενη και άτακτη. Στην κάτω ζεύξη τα σήματα διαμόρφωσης είναι συγχρονισμένα και έτσι είναι πιο εύκολη η διατήρηση της ορθογωνιότητας τους. Η παρεμβολή

είναι πιο ασθενής σε σχέση με αυτή στην άνω ζεύξη, στην οποία τα σήματα από τους χρήστες φτάνουν στους σταθμούς βάσης ασυγχρόνιστα και γίνονται αντιληπτά ως σήματα παρεμβολής που προκαλούν επιπρόσθετο θόρυβο, εκτός αν οι ισχύεις τους ελεγχθούν αποτελεσματικά.

Επιπλέον, όσον αφορά τις παρεμβολές, στην άνω ζεύξη κυριαρχεί το φαινόμενο near-far, δηλαδή όταν χρήστες εκπέμπουν με ίσες ισχύεις, σήματα προερχόμενα από χρήστες κοντά στο σταθμό βάσης δημιουργούν έντονες παρεμβολές με αυτά που βρίσκονται μακριά από το σταθμό βάσης. Στην κάτω ζεύξη κυριαρχεί το φαινόμενο corner, που συμβαίνει όταν ένας χρήστης βρίσκεται σε σημείο που ισαπέχει από τρεις σταθμούς βάσης, δηλαδή σε μία κορυφή της εξαγωνικής κυψέλης. [13]

4.5 Έλεγχος ισχύος ανοιχτού και κλειστού βρόχου

Οι μηχανισμοί και κατ'επέκταση οι αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος, στους οποίους βασίζονται, παίζουν σημαντικό ρόλο στην καλή λειτουργία των περισσότερων σύγχρονων ασύρματων δικτύων. Αυξάνουν την ποιότητα υπηρεσιών, βελτιώνουν το βαθμό αποδοτικότητας του συστήματος καθώς και το βαθμό δικαιοσύνης ανάμεσα στους χρήστες του. Επιπλέον περιλαμβάνουν δίαυλο ανατροφοδότησης και είναι εύκολοι στην υλοποίηση. (Τουλάχιστον στη βασική μορφή τους.) Για τους παραπάνω λόγους αρκετά κυψελωτά συστήματα έχουν προσπαθήσει να συμπεριλάβουν τη λειτουργία ελέγχου ισχύος στις λειτουργίες του φυσικού στρώματος σύμφωνα με τα πρότυπα.

Οι λειτουργίες του ελέγχου ισχύος στα κυψελωτά συστήματα συνηθώς αποτελούνται από δύο βρόχους ελέγχου ισχύος. Έναν ανοιχτό (OLPC) και έναν κλειστό (CLPC).

Ο έλεγχος ισχύος ανοιχτού βρόχου στα ασύρματα δίκτυα χρησιμοποιείται για να αντιμετωπίσει τα φαινόμενα απωλειών διάδοσης και διαλείψεων λόγω σκίασης. Δίνει τη δυνατότητα στους χρήστες να διαλέγουν τη στάθμη της ισχύος μετάδοσης. Χρησιμοποιείται για να οριστούν οι αρχικές τιμές εκπεμπόμενης ισχύος στην άνω και κάτω ζεύξη όταν ένας χρήστης εισέρχεται στο δίκτυο. Η ανεκτικότητα του ελέγχου ισχύος ανοιχτού βρόχου κυμαίνεται μεταξύ 9 και 12 dB, για κανονικές και ακραίες καταστάσεις αντίστοιχα.

Από την άλλη η ανεκτικότητα του ελέγχου ισχύος κλειστού βρόχου είναι της τάξης του 1-2 dB.

Ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου χρησιμοποιείται για να αντισταθμίσει τα φαινόμενα γρήγορων διαλείψεων και χρονικά μεταβαλλόμενων χαρακτηριστικών των διαύλων και να μειώσει την κατανάλωση μπαταρίας των χρηστών. Για την υλοποίηση του, χρησιμοποιούνται δύο εμφωλευμένοι επαναληπτικοί βρόχοι. Ο εξωτερικός αλλάζει την τιμή του SIR, ενώ ο εσωτερικός αναβαθμίζει τις τιμές ισχύος εκπομπής των χρηστών προκειμένου να επιτευχθούν οι δοθείσες τιμές του SIR.

Ο εσωτερικός βρόχος ελέγχου ισχύος (ή γρήγορος έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου) στην άνω ζεύξη, δίνει τη δυνατότητα στους χρήστες να ρυθμίζουν την εκπεμπόμενη ισχύ τους,

προκειμένου να διατηρηθεί ο λόγος σήματος προς παρεμβολή στην άνω ζεύξη σε μία δεδομένη τιμή αναφοράς. Η υλοποίηση του εσωτερικού βρόχου μπορεί να γίνεται είτε από το σύστημα είτε από κάθε τερματικό, με ενημέρωση του κάθε φορά από το σταθμό βάσης για τον επιθυμητό SIR. Ο χρήστης λαμβάνει στην κάτω ζεύξη ένα ή περισσότερα σήματα ελέγχου ισχύος μετάδοσης. Τα μηνύματα αυτά εξαρτώνται από το αποτέλεσμα της σύγκρισης της εκτιμώμενης τιμής του SIR και της τιμής αναφοράς του, για κάθε χρήστη. Στην επόμενη, από τη λήψη των μηνυμάτων, χρονική στιγμή, ο χρήστης μπορεί να τροποποιήσει τη στάθμη της εκπεμπόμενης ισχύος του, με τρόπο που εξαρτάται από το χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο. Στην περίπτωση κεντρικής υλοποίησης είναι αναγκαία η ενημέρωση κάθε φορά των χρηστών για τη νέα λύση, καθώς και η ύπαρξη επιπρόσθετων διαύλων ελέγχου, που αυξάνουν τη ροή δεδομένων και το υπολογιστικό φορτίο εντός του δικτύου.

Ο εξωτερικός βρόχος ελέγχου ισχύος χρησιμοποιείται προκειμένου να διατηρείται η ποιότητα της επικοινωνίας στα επιθυμητά επίπεδα (από άποψη ρυθμού σφαλμάτων μετάδοσης) με χρήση όσο το δυνατόν χαμηλότερης στάθμης ισχύος. Ο εξωτερικός βρόχος ελέγχου ισχύος άνω ζεύξης ορίζει την τιμή αναφοράς του SIR στο σταθμό βάσης, για κάθε ξεχωριστό εσωτερικό βρόχο ελέγχου ισχύος άνω ζεύξης. Αυτή η τιμή αναφοράς του SIR τροποποιείται για κάθε χρήστη ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν σε κάθε δίαυλο άνω ζεύξης, με βάση την υπολογιζόμενη ποιότητα της άνω ζεύξης (ρυθμός σφαλμάτων).

Ο εξωτερικός βρόχος ελέγχου ισχύος κάτω ζεύξης είναι η ικανότητα κάθε τερματικού χρήστη να συγκλίνει στην επιθυμητή ποιότητα ζεύξης, όσον αφορά μία επιθυμητή τιμή ρυθμού σφαλμάτων, που ορίζεται από το δίκτυο μέσω πληροφοριών στην κάτω ζεύξη.

Ο έλεγχος ισχύος στην κάτω ζεύξη στους συνήθεις διαύλους ορίζεται από το εκάστοτε σύστημα.

Γενικά το κόστος υλοποίησης των διατάξεων ελέγχου ισχύος κλειστού βρόχου είναι μεγαλύτερο, αλλά είναι πιο αποτελεσματικές στην επικοινωνία της άνω ζεύξης. Επίσης στις περιπτώσεις που χρησιμοποιούνται δίαυλοι διαίρεσης συχνότητας (FDD), όπου η άνω και η κάτω ζεύξη χρησιμοποιούν διαφορετικό φάσμα συχνοτήτων, συνεπώς προκύπτουν ασυσχέτιστες, όσον αφορά το φαινόμενο των ταχέων διαλείψεων, χρησιμοποιούνται διατάξεις ελέγχου ισχύος κλειστού βρόχου. [9], [14], [25], [26]

4.6 Περιορισμοί

Οι αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος υπόκεινται σε διάφορους περιορισμούς. Κάποιοι αφορούν το σχεδιαστικό κομμάτι τους, ενώ άλλοι προκύπτουν από τη φύση και τον τρόπο λειτουργίας των ασύρματων δικτύων. [13]

- *Το ρυθμό αναβάθμισης*

Το χρονικό διάστημα ανάμεσα σε διαδοχικές αναβαθμίσεις της ισχύος, T_s , διαφέρει σε διαφορετικά συστήματα. Για να αποφευχθεί η σύγχυση, θεωρούμε μία χρονική μεταβλητή που

να αντιπροσωπεύει τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες συμβαίνει αναβάθμιση της στάθμης ισχύος στους πομπούς. Δεν απαιτείται οι αναβαθμίσεις αυτές να συμβαίνουν ταυτόχρονα, αρκεί να συμβαίνουν εντός του ίδιου χρονικού διαστήματος. Η συχνότητα δειγματοληψίας $f_s=1/T_s$, πρέπει να ικανοποιεί το θεώρημα δειγματοληψίας.

- *Τα χρονικά μεταβαλλόμενα λάθη μέτρησης*

Οι μετρήσεις λαμβάνουν χώρα σε μία χρονική σχισμή, που αποτελεί ένα κλάσμα δ_s του χρονικού πλαισίου T_s . Οι τιμές του δ_s εξαρτώνται από το χρησιμοποιούμενο ρυθμό δεδομένων και τη διαμόρφωση του χρησιμοποιούμενου, από το χρήστη, διαύλου. Οι επικαλύψεις αποφεύγονται με τη χρήση φίλτρου που να αποκόπτει τις συχνότητες πάνω από τη συχνότητα Nyquist.

- *Το κανάλι της ανατροφοδότησης*

Για να υλοποιηθεί ένας αλγόριθμος ελέγχου ισχύος που διατηρεί την τιμή του SIR σταθερή, πρέπει το αποτέλεσμα από κάθε επανάληψή του, να ανατροφοδοτείται στην είσοδό του. Το εύρος του διαύλου ανατροφοδότησης στα πραγματικά συστήματα είναι περιορισμένο σε έναν σταθερό αριθμό bits ανά δευτερόλεπτο και χρησιμοποιείται κάποια κωδικοποίηση. Η κωδικοποιημένη τιμή του σφάλματος που μεταφέρεται, στο κανάλι της ανατροφοδότησης, είναι πιθανό να υποστεί αλλοιώσεις κατά τη μεταφορά της στο δέκτη. Η επανάληψη του μηνύματος σε τρεις διαδοχικές χρονοσχισμές, μειώνει σημαντικά την πιθανότητα λάθους, αλλά και το ρυθμό αναβάθμισης.

- *Τις χρονικές καθυστερήσεις*

Οι χρονικές καθυστερήσεις, όπως και σε κάθε σύστημα με δίαυλο ανατροφοδότησης, επηρεάζουν την ευστάθεια του συστήματος και μπορούν να υποβιβάσουν την ευαισθησία του σε διαταραχές. Συνεπώς κατά τη σχεδίαση πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι η δυναμική συμπεριφορά ενός γραμμικού συστήματος διακριτού χρόνου συνδέεται άμεσα με τις θέσεις, στο μιγαδικό επίπεδο, των πόλων της συνάρτησης μεταφοράς κλειστού βρόχου. Ένα γραμμικό σύστημα διακριτού χρόνου, είναι ασυμπτωτικά ευσταθές αν όλοι οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς κλειστού βρόχου βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου.

- *Τη μεταδιδόμενη ισχύ*

Ένας προφανής περιορισμός είναι η διαθεσιμότητα της μεταδιδόμενης ισχύος. Το γεγονός αυτό οφείλεται σε περιορισμούς του ενισχυτή, του χρόνου ζωής της μπαταρίας του χρήστη, καθώς και επιπρόσθετους περιορισμούς που μπορεί να επιβάλλει το εκάστοτε σύστημα μετάδοσης στη μέγιστη τιμή της ισχύος, προκειμένου να περιορίσει την παρεμβολή μεταξύ των διαφόρων συνδέσεων. Επιπλέον είναι σημαντικό το σημείο λειτουργίας να μην είναι πολύ κοντά στις οριακές τιμές του διαύλου. Απαιτείται περιθώριο προκειμένου να μετριαστεί το φαινόμενο των ταχέων διαλείψεων. Η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της ισχύος συνδέεται άμεσα με το εύρος κάλυψης του καναλιού.

4.7 Κέρδος ισχύος

Ανεξάρτητα από την τεχνική πολλαπλής πρόσβασης που χρησιμοποιεί το κάθε σύστημα, αυτό χαρακτηρίζεται από ένα πίνακα κερδών, G , τα στοιχεία g_{ij} του οποίου, εξαρτώνται από τη μέθοδο πρόσβασης που χρησιμοποιείται και την κατεύθυνση του κάθε διαύλου.

Στα συστήματα που χρησιμοποιούν τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης διαίρεσης χρόνου ή συχνότητας, TDMA ή FDMA, η παρεμβολή προκύπτει από τις μεταδόσεις χρηστών που χρησιμοποιούν την ίδια σχισμή (χρόνου ή συχνότητας, αντίστοιχα) σε κοντινές κυψέλες. Συνεπώς τα στοιχεία του πίνακα αντιπροσωπεύουν το κέρδος διαδρομής ανάμεσα σε δύο χρήστες.

Στα συστήματα που χρησιμοποιούν CDMA, το κέρδος διαδρομής g_{ij} , εξαρτάται από την απόσταση και την ετεροσυσχέτιση των σημάτων κωδικοποίησης των χρηστών εντός της ίδιας κυψέλης.

Μετά την ανάλυση του περιβάλλοντος και των μηχανισμών διάδοσης, στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι σαφές ότι ένας μεταβαλλόμενος δίαυλος μπορεί να χαρακτηριστεί από μία χρονικά μεταβαλλόμενη τιμή κέρδους, άθροισμα τριών επιμέρους συνιστωσών κέρδους, των $g_p(t)$, $g_s(t)$ και $g_m(t)$ οφειλόμενων αντίστοιχα σε απώλειες διάδοσης, φαινόμενα σκίασης και πολυδιαδρομικής διάδοσης. Δηλαδή: $g = g(t) = g_p(t) + g_s(t) + g_m(t)$.

Η συνιστώσα $g_p(t)$ εμφανίζει εξάρτηση από την απόσταση από τον πομπό και μειώνεται καθώς η απόσταση αυτή αυξάνεται. Η συνιστώσα $g_s(t)$ περιγράφει το συνεχώς μεταβαλλόμενο περιβάλλον γύρω από το κινητό τερματικό, αποτέλεσμα των διαφορετικών τιμών σκίασης και διάθλασης γύρω του. Η συνιστώσα $g_m(t)$ οφείλεται στα διαφορετικά αποτελέσματα της εκάστοτε συμβολής των λαμβανόμενων συνιστωσών λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης του σήματος.

Το φασματικό περιεχόμενο του κέρδους ισχύος μπορεί να εκφραστεί, ανεξάρτητα από την ταχύτητα του κινητού χρήστη, αναφορικά με τη χωρική συχνότητα. Η τιμή αυτή είναι αρκετά μεγαλύτερη από τη συχνότητα Doppler κάθε μίας από τις συνδυαζόμενες διαδρομές. [13]

4.8 Μοντέλα ασύρματου δικτύου

Όπως έχει αναφερθεί και στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα ασύρματα τοπικά δίκτυα δεν είναι πάντα κυψελωτά. Ωστόσο, στο πιο διαδεδομένο μοντέλο ασύρματου δικτύου, ο τρόπος επικοινωνίας των κινητών τερματικών με τα σημεία πρόσβασης, παρουσιάζει ομοιότητα με αυτόν ανάμεσα στους χρήστες και τους σταθμούς βάσης των συστημάτων με κυψελωτή αρχιτεκτονική. Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατό ο έλεγχος ισχύος να επιφέρει σημαντική βελτίωση της απόδοσης του συστήματος, μειώνοντας τη συνολικά καταναλισκόμενη ισχύ καθώς και τη στάθμη της προκύπτουσας παρεμβολής, με αποτέλεσμα την αύξηση του ρυθμού δεδομένων. [13]

- Θεωρούμε ένα γενικό δίκτυο με M πομπούς που χρησιμοποιούν ισχείς $p_i(t)$ και M συνδεδεμένους δέκτες. Αντιμετωπίζουμε τους σταθμούς βάσης σαν πολλαπλούς πομπούς (κάτω ζεύξη) και πολλαπλούς δέκτες (άνω ζεύξη). Το σήμα ανάμεσα στον πομπό j και το δέκτη i χαρακτηρίζεται από κέρδος ισχύος $g_{ij}(t)$. Συνεπώς ο δέκτης i συνδεδεμένος με τον πομπό i θα έχει επιθυμητή ισχύ του λαμβανόμενου σήματος και ταυτόχρονα θα υφίσταται παρεμβολή εξ αιτίας των άλλων συνδέσεων και του παρόντος στο δέκτη θορύβου, $\sigma_i(t)$, ίση με $I_i(t)$.

Συνεπώς ο λόγος σήματος προς παρεμβολή στο δέκτη i , θα είναι:

$$\gamma_i(t) = SIR_i(t) = \frac{S_i(t)}{I_i(t)} = \frac{p_i(t)g_{ii}(t)}{\sum_{j \neq i} p_j(t)g_{ij}(t) + \sigma_i(t)} \quad (4.1)$$

Ανάλογα με την απόσταση διάδοσης πομπού-δέκτη, των συνθηκών διάδοσης που επικρατούν σε αυτή καθώς τον τύπο και το σχεδιασμό του δέκτη, ο δέκτης i θα είναι σε θέση να αξιοποιήσει αποδοτικά μόνο ένα κλάσμα $\delta_i(t)$ της ισχύος του επιθυμητού λαμβανόμενου σήματος. Για έναν αποδοτικό δέκτη ισχύει $\delta_i(t) = 1$.

Το υπόλοιπο ποσό της ισχύος, $[(1 - \delta_i(t))p_i(t)g_{ii}(t)]$, δημιουργεί επιπλέον παρεμβολή στον ίδιο το δέκτη. Άρα τελικά ο λόγος σήματος προς παρεμβολή στο δέκτη i , θα δίνεται από τη σχέση:

$$\gamma_i(t) = SIR_i(t) = \frac{\delta_i(t)p_i(t)g_{ii}(t)}{\sum_{j \neq i} p_j(t)g_{ij}(t) + [(1 - \delta_i(t))p_i(t)g_{ii}(t) + \sigma_i(t)]} \quad (4.2)$$

$$\text{Ή ισοδύναμα } \gamma_i(t) = p_i(t) + \delta_i(t) + g_{ii}(t) - I_i(t) \quad (dB) \quad (4.3)$$

- Μία εναλλακτική μοντελοποίηση προκύπτει αν θεωρήσουμε ένα ασύρματο δίκτυο με N κινητά τερματικά, και M σταθμούς βάσης, ο καθένας με συνολική ισχύ $P_j(t)$, $j=1, \dots, M$. Έστω ότι το κινητό τερματικό i συνδέεται με το σταθμό βάσης j , με κέρδη ισχύος στην άνω και κάτω ζεύξη, $g_{ij}^U(t)$ και $g_{ij}^D(t)$, αντίστοιχα. Στην περίπτωση που οι δύο αυτοί διαυλοι είναι αμφίδρομοι ισχύει $g_{ij}^U(t) = g_{ij}^D(t)$.

Στην κάτω ζεύξη, δηλαδή από το σταθμό βάσης, προς τον κινητό χρήστη, πολλά από τα σήματα που προκαλούν μεταξύ τους παρεμβολή στο δέκτη i , έστω a_i , μεταδίδονται διαμέσου των ίδιων καναλιών. Έστω ότι το τερματικό i χρησιμοποιεί τη ζεύξη j_i με το σταθμό βάσης j . Στην περίπτωση αυτή ο λόγος σήματος προς παρεμβολή στην κάτω ζεύξη, δίνεται από τη σχέση:

$$\gamma_i^D(t) = SIR_i^D(t) = \frac{\delta_i(t)p_i(t)g_{i j_i}^D(t)}{\sum_{j \neq i} P_j(t)g_{ij}^D(t) + [a_i(P_{j_i}(t) - \delta_i(t)p_i(t))g_{i j_i}^D(t) + \sigma_i(t)]} \quad (4.4a)$$

Στην άνω ζεύξη, τα σήματα από τα κινητά τερματικά προς το σταθμό βάσης, μεταδίδονται σε διαφορετικά κανάλια. Στην περίπτωση αυτή ο λόγος σήματος προς παρεμβολή, δίνεται από τη σχέση:

$$\gamma_i^U(t) = SIR_i^U(t) = \frac{\delta_i(t)p_i(t)g_{i j_i}^U(t)}{\sum_{k \neq i} p_k(t)g_{k i}^U(t) + (1 - \delta_i(t))[P_{j_i}(t)g_{i j_i}^U(t) + \sigma_i(t)]} \quad (4.4b)$$

4.9 Συνάρτηση παρεμβολής

Το πρόβλημα ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη, μπορεί να συνοψιστεί στην εύρεση ενός διανύσματος ισχύος $\mathbf{p}=(p_1, \dots, p_N)$ με στοιχεία του τις τιμές p_j της εκπεμπόμενης ισχύος του τερματικού χρήστη j . Για να επιτύχει ένας χρήστης μία ικανοποιητική σύνδεση με ένα σταθμό βάσης, απαιτείται η εκπεμπόμενη ισχύς του να ξεπερνάει το ποσό της παρεμβολής που προκαλείται στο περιβάλλον του, εξ αιτίας του παρόντος θορύβου και της λειτουργίας των υπόλοιπων χρηστών του δικτύου. Έστω $I_j(\mathbf{p})$, η συνάρτηση παρεμβολής του χρήστη j , που δίνει την τιμή της παρεμβολής που αντιλαμβάνεται ο χρήστης j . Για να εξασφαλίσει ικανοποιητική ποιότητα ζεύξης θα πρέπει η εκπεμπόμενη ισχύς p_j να ξεπερνάει την παρεμβολή αυτή, δηλαδή να ισχύει: $p_j \geq I_j(\mathbf{p})$. Αν $\mathbf{I}(\mathbf{p})=(I_1(\mathbf{p}), \dots, I_N(\mathbf{p}))$ είναι το διάνυσμα της παρεμβολής, με στοιχεία του τις τιμές $I_j(\mathbf{p})$ της συνάρτησης παρεμβολής που κάθε χρήστης j πρέπει να ξεπεράσει, τότε σε διανυσματική μορφή το πρόβλημα γράφεται: $\mathbf{p} \geq \mathbf{I}(\mathbf{p})$. [9], [10], [13]

Με δεδομένο το διάνυσμα \mathbf{p} της εκπεμπόμενης ισχύος των χρηστών ενός δικτύου, η σύνδεση ενός χρήστη j θεωρείται ικανοποιητική αν $p_j \geq I_j(\mathbf{p})$.

➤ Ένα διάνυσμα $\mathbf{p} \geq 0$ αποτελεί μια πραγματοποιήσιμη λύση του παραπάνω προβλήματος εάν ικανοποιεί την ανισότητα $\mathbf{p} \geq \mathbf{I}(\mathbf{p})$. Μία συνάρτηση παρεμβολής $\mathbf{I}(\mathbf{p})$, λέγεται ότι είναι πραγματοποιήσιμη, εάν έχει πραγματοποιήσιμη λύση. [9], [10], [13]

Κάνοντας χρήση του προαναφερθέντος μοντέλου ασύρματου δικτύου, έστω ότι έχουμε N κινητά τερματικά και M σταθμούς βάσης. Έστω p_j η εκπεμπόμενη ισχύς από το χρήστη j και g_{jk} το κέρδος ισχύος από το τερματικό j στο σταθμό βάσης k . Συνεπώς το λαμβανόμενο, στο σταθμό βάσης k , σήμα, προερχόμενο από το τερματικό j , θα έχει ισχύ $p_j g_{jk}$, ενώ η παρεμβολή

που αντιλαμβάνεται ο συγκεκριμένος χρήστης j , στο σταθμό βάσης k είναι $\sum_{i \neq j} p_i g_{ik} + \sigma_k$, όπου σ_k είναι η ισχύς θορύβου που αντιλαμβάνεται ο χρήστης στο σταθμό βάσης k .

Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή του χρήστη j στο σταθμό βάσης k , μπορεί να γραφτεί:

$$SIR_j = p_j \mu_{kj}(\mathbf{p}).$$

$$\mu_{kj}(\mathbf{p}) = \frac{g_{jk}}{\left[\sum_{i \neq j} p_i g_{ik} + \sigma_k \right]} \quad (4.5)$$

Όπου έχουμε θέσει:

Παραθέτουμε τη μορφή του προβλήματος ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη για κάποια διαφορετικά μοντέλα λειτουργίας και ανάθεσης των κινητών τερματικών στους σταθμούς βάσης: [10]

- Σταθερή ανάθεση κινητών χρηστών σε σταθμούς βάσης

Σε αυτή την περίπτωση σε κάθε τερματικό έχει ανατεθεί ένας σταθμός βάσης, στον οποίο συνδέεται και ο οποίος θεωρείται σταθερός.

Έστω a_j ο σταθμός βάσης που έχει ανατεθεί στο χρήστη j . Η απαίτηση του λόγου σήματος προς παρεμβολή για το χρήστη j είναι $p_j \mu_{a_j, j}(\mathbf{p}) \geq \gamma_j$

Δηλαδή:
$$p_j \geq \frac{\gamma_j}{\mu_{a_j, j}(\mathbf{p})} = I_{\text{σταθ}, j}(\mathbf{p}) \quad (4.5a)$$

- *Ανάθεση ελάχιστης ισχύος*

Εδώ η ανάθεση γίνεται με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της εκπεμπόμενης ισχύος. Δεν είναι σταθερή, αλλά κάθε φορά ένα τερματικό συνδέεται με το σταθμό βάσης στον οποίο ο λόγος σήματος προς παρεμβολή μεγιστοποιείται, ή ισοδύναμα στο σταθμό βάσης για τον οποίο απαιτείται η ελάχιστη εκπεμπόμενη ισχύς προκειμένου να επιτευχθεί ο επιθυμητός λόγος σήματος προς παρεμβολή, θεωρώντας ότι οι άλλοι χρήστες εκείνη τη στιγμή διατηρούν τις ισχύεις τους σταθερές. Δηλαδή ο περιορισμός του λόγου σήματος προς θόρυβο για το

χρήστη j είναι $\max_{k \in \{1, \dots, K\}} \mu_{k, j}(\mathbf{p}) \geq \gamma_j$

Ισοδύναμα:
$$p_j(\mathbf{p}) \geq \min_{k \in \{1, \dots, K\}} [\gamma_j / \mu_{k, j}(\mathbf{p})] = I_{\text{ελ. ισ. } j}(\mathbf{p}) \quad (4.5b)$$

- *Διαφορική λήψη*

Εδώ το σήμα ενός κινητού τερματικού προκύπτει ως συνδυασμός των σημάτων από κάποιους ή όλους τους σταθμούς βάσης.

Έστω ότι το σήμα του τερματικού j προκύπτει από το συνδυασμό των λαμβανόμενων σημάτων από το τερματικό j σε όλους τους σταθμούς βάσης. Τα σήματα που δημιουργούν παρεμβολή σε διαφορετικούς σταθμούς βάσης γίνονται αντιληπτά από το χρήστη j ως ανεξάρτητοι θόρυβοι. Συνεπώς ο συνδυασμός των λαμβανόμενων σημάτων για το χρήστη j οδηγεί σε ένα περιορισμό του λόγου σήματος προς θόρυβο της ακόλουθης μορφής:

$$p_j \sum_k \mu_{k, j}(\mathbf{p}) \geq \gamma_j$$

Δηλαδή ισοδύναμα:
$$p_j \geq \frac{\gamma_j}{\sum_k \mu_{k, j}(\mathbf{p})} = I_{\text{ολ}, j}(\mathbf{p}) \quad (4.5c)$$

Αν υποθέσουμε ότι εντός του συστήματος υπάρχει κάποια στρατηγική που ορίζει το λαμβανόμενο σήμα από το τερματικό j , να προκύπτει από συνδυασμό των σημάτων σε κάποιους συγκεκριμένους, έστω d_j , σταθμούς βάσης και όχι όλους.

Έστω $K_j(\mathbf{p})$ το σύνολο που αποτελείται από τους d_j σταθμούς βάσης στους οποίους ο χρήστης j επιτυγχάνει τους μεγαλύτερους λόγους σήματος προς παρεμβολή, από τους οποίους και θα ανακτηθεί το σήμα. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε:

$$p_j \geq \frac{\gamma_j}{\sum_{k \in K_j(\mathbf{p})} \mu_{k, j}(\mathbf{p})} = I_{\text{πολ}, j}(\mathbf{p}) \quad (4.5d)$$

Στην περίπτωση που $d_j = 1$, μεταπίπτουμε στην ανάθεση ελάχιστης ισχύος, ενώ αν $d_j = M$, μεταπίπτουμε στην προηγούμενη περίπτωση, δηλαδή λήψη του σήματος από όλους τους σταθμούς βάσης.

- **Λήψη πολλαπλής σύνδεσης**

Σε αυτή την προσέγγιση απαιτείται από το χρήστη j , να διατηρεί κάποια αποδεκτή τιμή λόγου σήματος προς παρεμβολή γ_j , σε d_j διακριτούς σταθμούς βάσης. Χρησιμοποιούμε τους συμβολισμούς $(d_j)_{\max}$ και $(d_j)_{\min}$ για το d_j μεγαλύτερο και d_j μικρότερο, αντίστοιχα, στοιχείο του κάθε συνόλου. Άρα υπάρχει η απαίτηση να ισχύει

$$\frac{(d_j)_{\max}}{\mu_{kj}(p)} \geq \gamma_j \geq \frac{(d_j)_{\min}}{\mu_{kj}(p)} \quad (4.5)$$

Ισοδύναμα: $\mathbf{p}_1(j) \geq (d_j)_{\min} \cdot \mathbf{k}[\gamma_j / \mu_{kj}(p)] = I_1(\text{πολ. συν. } j)(p) \quad (4.5a)$

Οι παραπάνω συναρτήσεις παρεμβολής, είναι κανονικές συναρτήσεις. [10]

➤ Μία συνάρτηση παρεμβολής $\mathbf{I}(p)$, είναι κανονική αν για κάθε $p \geq 0$, ικανοποιεί τις παρακάτω απαιτήσεις. Είναι: [9], [13]

- 1) Θετική: $\mathbf{I}(p) \geq 0$.
- 2) Αύξουσα: αν $p \geq p'$, τότε $\mathbf{I}(p) \geq \mathbf{I}(p')$.
- 3) Επεκτάσιμη: $\alpha \mathbf{I}(p) > \mathbf{I}(\alpha p)$, για κάθε $\alpha > 1$.

4.10 Επαναληπτικοί αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος

Για ένα σύστημα που ικανοποιεί την απαίτηση $p \geq \mathbf{I}(p)$, εξετάζεται ο επαναληπτικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος της μορφής: $p(t+1) = \mathbf{I}(p(t)) \quad (4.6)$.

Οι επαναληπτικοί αλγόριθμοι ελέγχου μπορεί να είναι σύγχρονοι ή ασύγχρονοι, ανάλογα με τη χρονική στιγμή κατά την οποία αναβαθμίζουν την ισχύ τους διαφορετικοί χρήστες του συστήματος. [10], [13]

4.10.1 Σύγχρονος επαναληπτικός έλεγχος ισχύος

Στην περίπτωση αυτή όλοι οι χρήστες αναβαθμίζουν την ισχύ τους κατά την ίδια χρονική ορισμένη t , λαμβάνοντας υπόψη τις πληροφορίες που διαθέτουν για την κατάσταση του συστήματος και το διάνυσμα της εκπεμπόμενης ισχύος την αμέσως προηγούμενη στιγμή, $t-1$.

Αν η συνάρτηση παρεμβολής είναι κανονική συνάρτηση, ο επαναληπτικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος, $p(t+1) = \mathbf{I}(p(t))$, θα ονομάζεται και κανονικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος.

➤ Έχει αποδειχθεί ότι αν ο κανονικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος έχει ένα σταθερό σημείο, αυτό θα είναι μοναδικό. [10], [13]

➤ Επιπλέον, αν η συνάρτηση παρεμβολής $I(\mathbf{p})$, είναι πραγματοποιήσιμη, τότε, ξεκινώντας από οποιοδήποτε διάνυσμα αρχικής ισχύος \mathbf{p} , ο κανονικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος θα συγκλίνει στο μοναδικό σταθερό σημείο \mathbf{p}^* . [10], [13]

Δηλαδή, για οποιοδήποτε διάνυσμα αρχικής ισχύος \mathbf{p} , ο κανονικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος συγκλίνει στο μοναδικό σταθερό σημείο \mathbf{p}^* , όταν υπάρχει πραγματοποιήσιμη λύση. [10], [13]

4.10.2 Ασύγχρονος έλεγχος ισχύος

Στην περίπτωση αυτή επιτρέπεται σε κάποιους χρήστες να τροποποιούν την τιμή της ισχύος τους σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, από άλλους, πιθανώς με διαφορετική ταχύτητα ή, και συχνότητα. Είναι πιθανό λοιπόν, κάποιοι χρήστες να τροποποιούν την ισχύ τους, με βάση πληροφορίες για την κατάσταση του συστήματος και την εκπεμπόμενη ισχύ των άλλων χρηστών, προερχόμενες από παλιότερες χρονικές στιγμές

Έστω $p_j(t)$, η εκπεμπόμενη ισχύς του τερματικού j , τη χρονική στιγμή t . Το διάνυσμα της ισχύος τη στιγμή αυτή θα είναι $\mathbf{p}(t) = (p_1(t), \dots, p_N(t))$. Ωστόσο κάποιοι χρήστες του δικτύου πιθανώς να μην έχουν ενημερωθεί για όλες τις πρόσφατες τιμές ισχύος και διατηρούν κάποιες παλιότερες. Έστω $\tau_i^j(t)$ είναι η πιο πρόσφατη χρονική στιγμή από την οποία ο χρήστης j έχει πληροφορίες για την ισχύ $p_i(t)$ του χρήστη i . Θα ισχύει $0 \leq \tau_i^j(t) \leq t$

Αν τη χρονική στιγμή t ο χρήστης j αναβαθμίσει την ισχύ του, θα το κάνει βασιζόμενος στο διάνυσμα $\mathbf{p}(\tau^j(t)) = (p_1(\tau_1^j(t)), \dots, p_N(\tau_N^j(t)))$. Έστω T το σύνολο των χρονικών στιγμών κατά τις οποίες κάποιος ή κάποιοι χρήστες αναβαθμίζουν την τιμή της εκπεμπόμενης ισχύος τους και T_j το σύνολο των χρονικών στιγμών κατά τις οποίες ο χρήστης j αναβαθμίζει την ισχύ του, $p_j(t)$, ενώ το υπόλοιπο διάστημα η τιμή αυτής παραμένει ως έχει.

Άρα ο ασύγχρονος κανονικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

Για $t \in T_j$: $p_j(t+1) = I_j(\mathbf{p}(\tau^j(t)))$, ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις: $p_j(t+1) = p_j(t)$.

➤ Έχει αποδειχθεί ότι αν η συνάρτηση παρεμβολής $I(\mathbf{p})$ του προβλήματος, είναι πραγματοποιήσιμη, τότε ξεκινώντας από οποιοδήποτε διάνυσμα αρχικής ισχύος \mathbf{p} , ο ασύγχρονος κανονικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος θα συγκλίνει στο σταθερό σημείο \mathbf{p}^* . [10]

4.11 Αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος με βάση την τιμή του SIR

Οι αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος που βασίζονται στο λόγο σήματος προς παρεμβολή, SIR, χρησιμοποιούνται για να αυξήσουν τη χωρητικότητα και να βελτιώσουν την ποιότητα των υπηρεσιών στα ασύρματα κυψελωτά ραδιοσυστήματα. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να προσεγγιστεί και να μοντελοποιηθεί με διάφορους τρόπους. Για παράδειγμα οι αλγόριθμοι

ελέγχου ισχύος που βασίζονται στην εξισορρόπηση των SIR, προσπαθούν να εξισορροπήσουν, όπου είναι εφικτό, τους λόγους αυτούς ανάμεσα στους χρήστες.

Στα κυψελωτά συστήματα ραδιοεπικοινωνιών, γίνεται προσπάθεια υλοποίησης των αλγορίθμων ελέγχου ισχύος με διανεμημένο τρόπο. Ωστόσο οι τοπικοί βρόχοι είναι διασυνδεδεμένοι με άλλους διαμέσου της παρεμβολής ανάμεσα στους βρόχους, γεγονός που επηρεάζει τη συνολική δυναμική συμπεριφορά του συστήματος καθώς και τη χωρητικότητά του. Το σημαντικό ερώτημα που τίθεται είναι κατά πόσο το εκάστοτε σύστημα μπορεί να εξυπηρετήσει όλους τους χρήστες με τις απαιτήσεις τους.

Μία παράμετρος που λαμβάνεται υπόψη διότι χαρακτηρίζει την καλή λειτουργία ενός ασύρματου δικτύου και κατ' επέκταση έναν επιτυχή έλεγχο ισχύος, είναι η πιθανότητα διακοπής ζεύξης. Η πιθανότητα αυτή ορίζεται ως η πιθανότητα ένας τυχαίος χρήστης που θα επιλεγεί, να έχει λόγο σήματος προς παρεμβολή μικρότερο από την τιμή προδιαγραφής. Η πιθανότητα αυτή είναι επιθυμητό να διατηρείται κάτω από κάποια τιμή προδιαγραφής για κάθε χρήστη.

4.11.1 Χώρος προορισμού

Έστω T_i ένα υποσύνολο των θετικών πραγματικών αριθμών, ο χώρος προορισμού του χρήστη i . Ο χώρος προορισμού είναι $T = T_1 \times T_2 \times \dots \times T_N$.

Ένας αλγόριθμος αναβάθμισης ισχύος καλείται οριοθετημένος ή αντιδραστικός, αν ικανοποιεί τη συνθήκη οριοθέτησης ή αντιδραστικότητας, αντίστοιχα. [9]

Συνθήκη οριοθέτησης

Για κάθε τερματικό χρήστη i και χρονική σχισμή t , υπάρχει ένα γ τέτοιο ώστε:

Συνθήκη αντιδραστικότητας

Για κάθε τερματικό χρήστη i και σύνολο X υποσύνολο του R διαφορετικό από το σύνολο προορισμού T_i , υπάρχει $\epsilon > 0$ και ένα σύνολο μη αρνητικών ακεραίων, T^i , τέτοιο ώστε:

$$\left| \frac{p(t)}{p_i(t+1)} - 1 \right| > \epsilon, \text{ όταν } SIR_i(t) \in X \text{ και } t \in T^i.$$

Οι παραπάνω συνθήκες εξασφαλίζουν τα άνω και κάτω όρια της επόμενης τιμής της ισχύος καθώς και το ότι ο SIR δε θα βρίσκεται απείρως εκτός του χώρου προορισμού. Οι τιμές της ισχύος θα αλλάζουν συνεχώς όταν δεν επιτυγχάνεται το σύνολο προορισμού. Αν οι παραπάνω συνθήκες ικανοποιούνται η ισχύς του κάθε χρήστη σταδιακά θα πλησιάζει τη δοθείσα τιμή του SIR, γ_i , μέχρι να φτάσει σε αυτήν.

➤ Ένας αλγόριθμος ελέγχου ισχύος καλείται κανονικός αν ικανοποιεί τις ακόλουθες συνθήκες: [9]

- 1) Το μέτρο της παρεμβολής είναι μία κανονική συνάρτηση παρεμβολής
- 2) Ο χώρος προορισμού T , είναι κλειστό σύνολο.

3) Ο αλγόριθμος αναβάθμισης του ελέγχου ισχύος είναι οριοθετημένος και αντιδραστικός.

➤ Ένας κανονικός αλγόριθμος θα συγκλίνει και η τελική τιμή του SIR θα βρίσκεται εντός του χώρου προορισμού. [9]

Η ταχύτητα σύγκλισης ενός αλγορίθμου ελέγχου ισχύος επηρεάζεται κυρίως από το διάνυσμα αρχικής ισχύος και από τον αριθμό των χρηστών του δικτύου. Όσο πιο κοντά στο τελικό σημείο είναι το αρχικό διάνυσμα ισχύος τόσο πιο μικρός είναι και ο χρόνος σύγκλισης σε αυτό. Από την άλλη καθώς αυξάνεται ο αριθμός των χρηστών του δικτύου αυξάνεται και ο χρόνος που απαιτείται για να επιτευχθεί σύγκλιση. [9]

4.11.2 Χώρος πραγματοποιησιμότητας του SIR

Έστω B το σύνολο των διανυσμάτων γ , των πραγματοποιήσιμων τιμών του SIR. Επιπλέον έστω p_{max} και I_{max} , οι μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές εκπεμπόμενης ισχύος και παρεμβολής, αντίστοιχα. Τότε το σύνολο B μπορεί να οριστεί ως:

$$B(p_{max}) = \{\gamma \in B | p(\gamma) \leq p_{max}\}, \text{ ή αντίστοιχα, } B(I_{max}) = \{\gamma \in B | I(\gamma) \leq I_{max}\}$$

Το πρώτο σύνολο περιορίζει της επιτρεπόμενες τιμές p_i , της εκπεμπόμενης ισχύος του κάθε χρήστη i σε περιπτώσεις δικτύων όπου η εκπεμπόμενη ισχύς των χρηστών αποτελεί περιοριστικό παράγοντα για τη χωρητικότητα του δικτύου, ενώ το δεύτερο περιορίζει την παρεμβολή I_i στο σταθμό βάσης που εξυπηρετεί τον κινητό χρήστη i σε δίκτυα με περιορισμούς της παρεμβολής.

Έστω Γ ένα σύνολο πραγματοποιήσιμων διανυσμάτων του SIR, υποσύνολο του B . Η βέλτιστη επιλογή διανύσματος γ , από το σύνολο Γ εξαρτάται από πολλούς παράγοντες.

Η αύξηση της τιμής του γ_i του χρήστη i , συνήθως θα έχει ως συνέπεια τη μείωση της τιμής γ_j ενός άλλου χρήστη j , ο οποίος αναγκαστικά θα προβεί σε διορθωτικές ενέργειες του γ_j , όπως ανάθεση της εκπεμπόμενης ισχύος του p_j , σε ψηλότερη στάθμη.

Τα βέλτιστα κατά παρέτο στοιχεία ενός συνόλου Γ , αποτελούν το κατά παρέτο βέλτιστο όριο, που συμβολίζεται ως $\partial \Gamma$.

Ένα στοιχείο γ του συνόλου B , είναι βέλτιστο κατά παρέτο και ανήκει στο ∂B αν και μόνο αν $p(\gamma) \leq p_{max}$ (ή αντίστοιχα $I(\gamma) \leq I_{max}$) και υπάρχει τουλάχιστον ένας χρήστης i , για τον οποίο να ισχύει: $p_i(\gamma) = p_{max}$ (ή αντίστοιχα $I_i(\gamma) = I_{max}$).

Το κατά παρέτο βέλτιστο όριο περιέχει άπειρο αριθμό βέλτιστων κατά παρέτο σημείων. Οστόσο οι, προς επίλυση του προβλήματος ελέγχου ισχύος, συναρτήσεις, συγκλίνουν σε ένα συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας από αυτά. Είναι επιθυμητό λοιπόν να επιλέγεται ένα σημείο από τα βέλτιστα κατά παρέτο και να επιδιώκεται η επίτευξη αυτού μετά από περιορισμένο αριθμό επαναλήψεων ενός επαναληπτικού αλγορίθμου ελέγχου και με την ελάχιστη δυνατή ανταλλαγή μηνυμάτων εντός του δικτύου. [9]

4.11.3 Έλεγχος ισχύος με σταθερό SIR

Ο βασικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος έχει ως σκοπό τη διατήρηση του SIR σταθερού, παρά τις χρονικές μεταβολές του κέρδους ισχύος και της ισχύος παρεμβολής. Υπολογίζεται η διαφορά ανάμεσα στην εκτιμώμενη τιμή του SIR στο δέκτη και στην τιμή αναφοράς του SIR και σε περίπτωση μη μηδενικού αποτελέσματος εκτελούνται διορθωτικές ενέργειες.

Διανεμημένος έλεγχος ισχύος (DPC)

Έστω το πρόβλημα ελέγχου ισχύος με μεταβλητή ισχύ εκπομπής $\mathbf{p}=(p_1, \dots, p_N)$ των χρηστών, με σκοπό την ελαχιστοποίηση της συνολικά εκπεμπόμενης ισχύος και με περιορισμό την σταθερή τιμή του SIR, με τιμή αναφοράς γ .

Για το χρήστη i , τη χρονική στιγμή t , η ισχύς του είναι $p_i(t)$, η στιγμιαία τιμή του λόγου σήματος προς παρεμβολή $SIR_i(\mathbf{p}, t)$ ενώ η επιθυμητή τιμή του είναι γ_i .

Το ζητούμενο είναι να ικανοποιείται κάθε χρονική στιγμή η απαίτηση για σταθερό SIR από όλους τους χρήστες, που να ικανοποιεί και τις προδιαγραφές καλής λειτουργίας $SIR_i(\mathbf{p}) \geq \gamma_i$

και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιείται η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς, $\sum_i p_i$.

Προκειμένου να υπολογιστεί μία βέλτιστη λύση στο παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιείται ο διανεμημένος αλγόριθμος ελέγχου ισχύος, που μπορεί να περιγραφεί από την ακόλουθη σχέση:

$$p_i(t+1) = \frac{p_i(t)\gamma_i}{SIR_i(t)} \quad (4.7a)$$

Κάθε χρήστης ανεξάρτητα, παρακολουθεί το $SIR_i(\mathbf{p}, t)$, δηλαδή το SIR_i που πετυχαίνει μια χρονική στιγμή, για κάποια τιμή εκπεμπόμενης ισχύος, και τον συγκρίνει με την επιθυμητή τιμή του, γ_i . Ανάλογα με το αποτέλεσμα της σύγκρισης αυτής, κάθε χρήστης αναβαθμίζει την τιμή της ισχύος του για την επόμενη χρονική στιγμή, $t+1$.

- Υπό την προϋπόθεση ότι το δοθέν σημείο γ είναι πραγματοποιήσιμο ο διανεμημένος αλγόριθμος ελέγχου ισχύος συγκλίνει σε ένα σημείο ελάχιστης ισχύος.
- Ο διανεμημένος αλγόριθμος ελέγχου ισχύος είναι κανονικός και συνεπώς συγκλίνει σε σημείο εντός του χώρου προορισμού.

Στην περίπτωση που στο πρόβλημα δίνεται η μέγιστη επιτρεπόμενη εκπεμπόμενη ισχύς για κάθε χρήστη, έστω $p_{i\max}$ ο παραπάνω αλγόριθμος τροποποιείται ως εξής για να συμπεριλάβει τον περιορισμό αυτό:

$$p_i(t+1) = \min_{\tau} \{ (p_i(t)\gamma_i) / (\max\{SIR_i(t), p_{i\max}\}) \} \quad (4.7b)$$

Ωστόσο αυτή η μορφή του αλγορίθμου μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την απώλεια πληροφοριών για κάποιο χρήστη, ακόμα και την απώλεια σύνδεσής του, καθώς είναι πιθανό

σε περιβάλλον με έντονη παρεμβολή, κάποια χρονική στιγμή ο συγκεκριμένος χρήστης να μεταδίδει με τη μέγιστη ισχύ του και παρόλα αυτά ο SIR του να είναι κάτω από την τιμή προδιαγραφής, για εκείνη αλλά και για κάποιες επόμενες χρονικές στιγμές. Σε αυτή την περίπτωση ο αλγόριθμος θα συγκλίνει σε ένα σημείο ελάχιστης ισχύος, για τους χρήστες των οποίων οι τιμές των SIR ικανοποιούν τους περιορισμούς, ενώ οι υπόλοιποι θα μεταδίδουν με τη μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύ. [9]

4.11.4 Έλεγχος ισχύος με μεταβλητό SIR

Η επιθυμητή τιμή του SIR μπορεί να διατηρείται σταθερή κυρίως σε προβλήματα ελέγχου ισχύος αναφερόμενα σε ασύρματα δίκτυα με μικρό όγκο μεταφερόμενων σημάτων φωνής. Στην περίπτωση δικτύου με μεγαλύτερο όγκο δεδομένων ο προσδιορισμός της τιμής του γ , ώστε το πρόβλημα να παραμένει πραγματοποιήσιμο, είναι πιο πολύπλοκος και πρέπει να λαμβάνει υπόψη και τις μεταβαλλόμενες συνθήκες του διαύλου καθώς και τους περιορισμούς όγκου και συμφόρησης δεδομένων εντός του συστήματος. Υψηλότερες τιμές του SIR δείχνουν μεγαλύτερους ρυθμούς δεδομένων και πιθανώς μεγαλύτερη αξιοπιστία, ενώ οι μικρότερες τιμές του SIR δείχνουν χαμηλότερους ρυθμούς δεδομένων.

Σε κάποια δίκτυα είναι πιθανό να γίνεται ομαδοποίηση των χρηστών, σε ομάδες που απολαμβάνουν διαφορετική ποιότητα υπηρεσιών και συνεπώς τους ανατίθενται διαφορετικές τιμές του γ . Με δεδομένη την περιοριστική τιμή γ , σε κάθε πραγματοποιήσιμο διάνυσμα SIR, αντιστοιχεί ένα ακριβώς διάνυσμα ισχύος, με το οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί το διάνυσμα του SIR.

Κάθε χρήστης έχει μία προσωπική συνάρτηση χρησιμότητας η οποία δείχνει το βαθμό χρησιμότητας που απολαμβάνει ο χρήστης κάποια χρονική στιγμή από τη λειτουργία του δικτύου, υπό τις συνθήκες που επικρατούν στο δίκτυο εκείνη τη χρονική στιγμή. Η τιμή της εξαρτάται από τη συμπεριφορά και τον τρόπο λειτουργίας όλων των χρηστών του δικτύου εκείνη τη χρονική στιγμή.

Κάθε χρήστης μπορεί να επιλέγει ιδιοτελώς την τιμή του SIR και της εκπεμπόμενης ισχύος του, με τρόπο που να εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή τιμή της συνάρτησης χρησιμότητάς του, ανεξάρτητα από τις επιπτώσεις που αυτό θα έχει στο δίκτυο και τους άλλους χρήστες ή η ανάθεση των τιμών SIR και της εκπεμπόμενης ισχύος του κάθε χρήστη να γίνεται κεντρικά από το σύστημα, με τρόπο συνεργατικό ανάμεσα στους χρήστες, ώστε να εξασφαλίζεται η συνολική μέγιστη χρησιμότητα και ευημερία για το σύστημα.

Στην περίπτωση που έχουμε μεταβλητή τιμή του SIR στόχος είναι με δεδομένα τα πραγματοποιήσιμα διανύσματα του SIR, να βρεθεί το βέλτιστο, μη μηδενικό γ_{best} , αυτό που εξασφαλίζει τη μεγιστοποίηση της συνολικής χρησιμότητας των χρηστών του δικτύου, $\sum_i U_i(\gamma_i)$, κάτω από τους περιορισμούς που αφορούν την εκπεμπόμενη ισχύ και την παρεμβολή εντός του δικτύου. [9]

4.11.5 Έλεγχος ισχύος με προσθήκη προστασίας

Γενικά αν διαταραχθεί παροδικά η λειτουργία του δικτύου είναι πιθανό η τιμή του SIR μίας ζεύξης να βρεθεί αρκετά κάτω από την επιθυμητή τιμή του SIR. Μία τέτοια διαταραχή μπορεί να αποτελέσει η είσοδος ενός νέου χρήστη στο μέχρι πρότινος εν ισορροπία σύστημα. Είναι μεγάλης σημασίας η διατήρηση καλής ποιότητας υπηρεσιών των χρηστών του δικτύου κατά την είσοδο νέων χρηστών καθώς και σε περιόδους συμφόρησης στο σύστημα. Συνεπώς απαιτείται στον έλεγχο ισχύος να ενσωματωθεί και μία λειτουργία προστασίας της ζεύξης για να διασφαλίζεται η καλή ποιότητα υπηρεσιών σε περιπτώσεις όπως οι προαναφερθείσες.

Εξετάζουμε λοιπόν το ενδεχόμενο, δεδομένου ότι ένας χρήστης i έχει επιτύχει την ελάχιστη τιμή του SIR, γ_{imin} , που είναι απαραίτητη για να εδραιωθεί μια σύνδεση, να έχει ξαφνικά τιμή του SIR μικρότερη από αυτήν. Έχει αποδειχθεί ότι αν υπάρχει θετική σταθερά ε , τέτοια ώστε

$$\frac{\gamma_i}{\gamma_{imin}} = (1 + \varepsilon), \text{ τότε αν μια χρονική στιγμή } t \text{ ισχύει } SIR_i(t) \geq \gamma_{imin}, \text{ συνεπάγεται ότι και}$$

την επόμενη χρονική στιγμή $t+1$, θα ισχύει $SIR_i(t+1) \geq \gamma_{imin}$ για κάθε χρήστη i .

Δηλαδή υπάρχει επιπλέον ένα περιθώριο ασφαλείας, $\varepsilon > 0$, πάνω από την απαιτούμενη τιμή του SIR, που προστατεύει τους χρήστες, αφού τώρα απαιτείται να ισχύει για κάθε χρήστη, $SIR_i(t) \geq (1 + \varepsilon)\gamma_i$.

Ο διανεμημένος αλγόριθμος ελέγχου ισχύος με την προσθήκη ενεργής προστασίας ζεύξης, $\varepsilon > 0$, τροποποιείται ως εξής:

$$p_i(t+1) = \frac{(1 + \varepsilon)p_i(t)\gamma_i}{SIR_i(t)}, \text{ αν } SIR_i(t) \geq \gamma_i \quad (4.8a).$$

$$p_i(t+1) = (1 + \varepsilon)p_i(t), \text{ αν } SIR_i(t) < \gamma_i \quad (4.8b).$$

Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι η ισχύς ενός νέου, στο σύστημα χρήστη, αυξάνει σταδιακά με ομαλό τρόπο. Για μεγαλύτερη τιμή του ε , η ασφάλεια που εξασφαλίζεται στους χρήστες του δικτύου είναι μεγαλύτερη και η προσαρμογή των νέων χρηστών είναι γρηγορότερη.

Ωστόσο, η αύξηση της σταθεράς ε , πάνω από κάποια τιμή, οδηγεί σε μεγαλύτερη κατανάλωση ισχύος από το σύστημα, αυξημένη παρεμβολή και ενδεχομένως μπορεί να καταστήσει το πρόβλημα μη πραγματοποιήσιμο για την αυξημένη τιμή του SIR.

Για να αποφευχθούν τα παραπάνω, το ε θεωρείται μεταβλητή και το αρχικό πρόβλημα βελτιστοποίησης επιλύεται τώρα με μεταβλητές τις τιμές των ισχύων εκπομπής και του ε . Το ε εισάγεται στο πρόβλημα μέσω κάποιας συνάρτησης κόστους, που αντιπροσωπεύει τις επιπτώσεις από τη μεταβολή του, στο σύστημα. [9]

4.11.6 Οπορτουριστικοί αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος

Οι αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος μπορούν να εκμεταλλευτούν τις μεταβολές του διαύλου προκειμένου να βελτιώσουν την απόδοση του δικτύου. Η βασική ιδέα των ομορτουιστικών αλγορίθμων έγκειται στην αύξηση της καταναλισκόμενης ισχύος καθώς και του ρυθμού δεδομένων σε περιπτώσεις που οι συνθήκες του διαύλου είναι καλές. Αντίστοιχα προτείνουν την αποφυγή της χρήσης του διαύλου σε περιπτώσεις κάτω την οριακή στάθμη αποκοπής.

Οι ομορτουιστικοί αλγόριθμοι ελέγχου ισχύος μπορούν να χρησιμοποιηθούν επίσης σε δίκτυα στα οποία υπάρχει ομαδοποίηση των χρηστών σε ομάδες διαφορετικής προτεραιότητας, αντίστοιχης με την προσφερόμενη ποιότητα υπηρεσιών. Η καλή ποιότητα υπηρεσιών, ισοδυναμεί με χαμηλή πιθανότητα σφάλματος μετάδοσης και μικρή τιμή χρονικής καθυστέρησης.

Συνήθως οι ομάδες είναι δύο και αφορούν τη μετάδοση μηνυμάτων φωνής και δεδομένων σε ασύρματα δίκτυα. Στα ασύρματα τηλεφωνικά δίκτυα η μικρή τιμή της χρονικής καθυστέρησης είναι απαραίτητη, ενώ κάποια λάθη μετάδοσης, μέχρι ενός βαθμού, είναι επιτρεπτά. Αντίθετα τα συστήματα μετάδοσης δεδομένων μπορούν να ανεχτούν κάποια χρονική καθυστέρηση στη μετάδοση αλλά έχουν μεγάλες απαιτήσεις όσον αφορά την πιθανότητα σφάλματος μετάδοσης, η οποία πρέπει να είναι πολύ μικρή.

Στην ομάδα υψηλότερης προτεραιότητας είναι αναγκαία η διατήρηση του SIR πάνω από κάποια τιμή. Εξ αιτίας των μεταβαλλόμενων συνθηκών διάδοσης και της κινητικότητας των χρηστών εντός του δικτύου, οι χρήστες στην ομάδα χαμηλότερης προτεραιότητας καλούνται να κάνουν χρήση του διαύλου με ομορτουιστικό τρόπο, δηλαδή να πραγματοποιούν μεταδόση χωρίς να επιβαρύνουν τη μετάδοση των χρηστών στην ομάδα υψηλής προτεραιότητας.

Στα κυψελωτά ή στα γνωσιακά δίκτυα, που το σύστημα συνδυάζει τη μετάδοση μηνυμάτων φωνής και δεδομένων, μεγαλύτερη προτεραιότητα δίνεται στα μηνύματα φωνής.

Στην άνω ζεύξη γίνεται προσπάθεια μεγιστοποίησης της μέσης συνολικής απόδοσης, μεταβάλλοντας το διάνυσμα ρ , της ισχύος, θέτοντας περιορισμό στη μέση συνολική ισχύ και λαμβάνοντας υπόψη τις στατιστικές τιμές που αφορούν τις διαλείψεις του διαύλου, την παρουσία θορύβου και τις άμεσες τιμές κέρδους του διαύλου, g_i . Η μεγαλύτερη τιμή άμεσου κέρδους ορίζει το χρήστη που θα επιλεγεί πρώτος. Στην παραπάνω εκδοχή θεωρείται ότι υπάρχει πλήρης γνώση της κατάστασης του διαύλου και δεν υπάρχει παρεμβολή ανάμεσα στους χρήστες.

Μία άλλη προσέγγιση από την άλλη θεωρεί ότι η άνω ζεύξη περιορίζεται από την παρεμβολή ανάμεσα στους χρήστες και εισάγει για τον καθένα μία παράμετρο, το παράγωγο

$$\zeta_i = \rho_i \left[\sum_{j=1}^N \rho_j \theta_{ij} + \eta_i \right]$$

σήματος – παρεμβολής,

Κάθε χρήστης διανεμημένα αναβαθμίζει την ισχύ μετάδοσής του ως εξής:

$$\rho_i(t+1) = \frac{\zeta_i SIR_i(t)}{\rho_i(t)} \quad (4.9)$$

Στην κάτω ζεύξη, οι σταθμοί βάσης έχουν όριο μέγιστης εκπεμπόμενης ισχύος ίση με P_T . Σε κάθε χρονοσχημική ο σταθμός βάσης μεταδίδει σε έναν το πολύ χρήστη, ενώ κάθε χρήστης

του στέλνει ένα μήνυμα ελέγχου ρυθμού δεδομένων (DRC) με το οποίο τον ενημερώνει για το ρυθμό με τον οποίο ο σταθμός βάσης μπορεί να αποστέλλει δεδομένα προς το συγκεκριμένο χρήστη, σε περίπτωση που τον επιλέξει. Έστω $DRC_i(t)$ ο όγκος των δεδομένων που μπορεί να αποσταλεί στο χρήστη i τη χρονική στιγμή t και $r_i(t)$ ο εκθετικά εξομαλυμένος μέσος όρος του ρυθμού υπηρεσιών που εξέλαβε ο χρήστης i τη χρονική στιγμή t . Τότε ο αλγόριθμος αναλογικού δίκαιου προγραμματισμού (PFS) δίνει το δίαυλο στο χρήστη που μεγιστοποιεί το λόγο $DRC_i(t)/r_i(t)$

Ο αλγόριθμος αυτός ευνοεί τους χρήστες με μεγαλύτερες τιμές DRC, προκειμένου να εξασφαλίζεται υψηλή αποδοτικότητα για το σύστημα. Ωστόσο αν ένας χρήστης δεν εξυπηρετηθεί καθόλου μία χρονική στιγμή είναι πολύ πιθανό να εξυπηρετηθεί την επόμενη αφού αυξάνεται πολύ η τιμή του λόγου $1/r_i(t)$. [9]

4.12 Άλλες προσεγγίσεις του προβλήματος ελέγχου ισχύος

4.12.1 Πρόβλημα ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων

Στην περίπτωση που η ισχύς του θορύβου είναι αρκετά μικρή, ώστε να μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα συγκριτικά με την ισχύ παρεμβολής, το πρόβλημα ελέγχου της ισχύος ανάγεται σε πρόβλημα εύρεσης ιδιοτιμών και των αντίστοιχων ιδιοδιανυσμάτων, με τα στοιχεία του πίνακα G , να είναι μη αρνητικά. Για την άνω και κάτω ζεύξη αντίστοιχα, έχουμε ισχύ και επιθυμητό SIR: $p_u, \gamma_u, p_d, \gamma_d$. Το πρόβλημα σε διανυσματική μορφή, γράφεται:

$$G p_u = \frac{(1 + \gamma_u) p_u}{\gamma_u} \quad \text{και} \quad G^T p_d = \frac{(1 + \gamma_d) p_d}{\gamma_d} .$$

Το πρόβλημα αυτό έχει λύση μόνο αν ο πίνακας G έχει μία πραγματική θετική ιδιοτιμή, μεγαλύτερη από τη μονάδα και τα αντίστοιχα αυτής ιδιοδιανύσματα, για την άνω και κάτω ζεύξη, είναι μη αρνητικά.

Αν όπως και παραπάνω θεωρήσουμε ότι η ισχύς του θορύβου είναι αμελητέα, τότε η παρεμβολή που έχει να αντιμετωπίσει ο χρήστης j κατά τη μετάδοση του σήματος του είναι:

$$I_j = \sum_{i=j} p_i \theta_{ij}$$
, αφού προκύπτει από τις αποστολές σημάτων όλων των υπολοίπων χρηστών του δικτύου πλην αυτού. Ο λόγος σήματος προς θόρυβο συνεπώς είναι:

$$SIR_j(\epsilon) = \gamma_j(\epsilon) = \frac{p_j \theta_{jj}}{\sum_{i=j} p_i \theta_{ij}}$$

Όπου τις περισσότερες φορές θεωρούμε ότι το κέρδος ισχύος είναι σταθερό.

Στην πραγματικότητα, η ισχύς του θορύβου σπάνια μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα συγκριτικά με την ισχύ των σημάτων που δημιουργούν παρεμβολή. Αν s_j είναι η ισχύς του θορύβου που αντιλαμβάνεται ο χρήστης j στο σταθμό βάσης, η παρεμβολή που καλείται να αντιμετωπίσει ο χρήστης αυτός κατά τη μετάδοση του σήματος του θα είναι:

$$I_j = \sum_{i \neq j} p_i \theta_{ij} + \sigma_j$$

. Ενώ ο λόγος σήματος προς θόρυβο είναι:

$$SIR_j(t) = \nu_j(t) = \frac{p_j \theta_{jj}}{\sum_{i \neq j} p_i \theta_{ij} + \sigma_j}$$

Για να εξασφαλίσει ο κάθε χρήστης μια αποδεκτή ποιότητα επικοινωνίας απαιτείται κάθε ο λόγος σήματος προς παρεμβολή που να ξεπερνάει κάποια συγκεκριμένη τιμή αναφοράς, δηλαδή για κάθε χρήστη j να ισχύει: $\nu_j \geq \nu_{j,av}$.

Για την επίλυση του προβλήματος υπό την παρουσία θορύβου, που είναι πιο πολύπλοκη, χρησιμοποιούνται συνήθως επαναληπτικές τεχνικές. Σε αντίθεση με το πρόβλημα χωρίς την παρουσία θορύβου, όπου από ένα ιδιοδιάνυσμα προέκυπταν περισσότερες από μία λύσεις, εδώ συνήθως οδηγούμαστε σε μοναδική λύση.

Το ίδιο το σύστημα επιβάλλει περιορισμό στη μέγιστη τιμή του SIR και η τιμή αυτή είναι η τιμή που προκύπτει όταν όλες οι ζεύξεις έχουν τον ίδιο SIR.

Θεωρούμε οι τιμές αναφοράς του SIR και τα κέρδη ισχύος παραμένουν σταθερά κατά την ανάλυση του συστήματος. Επιπλέον θεωρούμε ότι οι εσωτερικοί βρόχοι επιτυγχάνουν ακριβώς την τιμή αναφοράς του SIR, προκειμένου να μετριάζονται οι ταχείες αποκλίσεις στο δίαυλο.

$$\nu_j^F = SIR_j = \frac{\delta_j p_j \theta_{jj}}{\sum_{i \neq j} p_i \theta_{ij} + [(1 - \delta_j) p_j \theta_{jj} + \sigma_j]}, \text{ για κάθε } j.$$

Εισάγοντας τους πίνακες $\Gamma_r \triangleq \text{diag}(\nu_1^F, \dots, \nu_M^F)$, $Z = [z_{ij}] \triangleq \begin{bmatrix} \theta_{ij} \\ \theta_{ii} \end{bmatrix}$,

$\Delta \triangleq \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_M)$, $p \triangleq [p_i]$, $n = [n_i] \triangleq \begin{bmatrix} \sigma_i \\ \theta_{ii} \end{bmatrix}$, η παραπάνω σχέση μπορεί να αναχθεί

στην ακόλουθη εξίσωση πινάκων: $p = \Gamma_r ((\Delta^{-1} Z - I)p + \Delta^{-1} n)$.

Άρα το πρόβλημα της πραγματοποίησης ανάγεται σε πρόβλημα ιδιοτιμών και του προσδιορισμού των αντίστοιχων ιδιοδιανυσμάτων.

Σε ένα δίκτυο που περιγράφεται από τους πίνακες Z , Δ και n , ένα δοθέν σύνολο Γ_r τιμών αναφοράς λόγων σήματος προς παρεμβολή, ονομάζεται πραγματοποιησιμότητα, αν είναι δυνατό να υπάρξει σύνολο ισχύων εκπομπής p , τέτοιο ώστε να ισχύει η προαναφερθείσα ισότητα. Σε αντίθετη περίπτωση το δοθέν σύνολο τιμών αναφοράς και το πρόβλημα ελέγχου ισχύος καλούνται μη πραγματοποιήσιμα. [13], [14]

> Στην περίπτωση που η μέγιστη πραγματική ιδιοτιμή του πίνακα $\{\Gamma_r(\Delta^{-1}Z - I)\}$ είναι μικρότερη από τη μονάδα, το δοθέν πρόβλημα ελέγχου ισχύος είναι πραγματοποιησιμότητα και υπάρχει βέλτιστη κατανομή ισχύων εκπομπής. Το διάνυσμα ισχύων για τη βέλτιστη αυτή περίπτωση υπολογίζεται από τη σχέση: $p = (I - \Gamma_r(\Delta^{-1}Z - I))^{-1} \Gamma_r \Delta^{-1} n$. [13]

4.12.2 Πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

Το πρόβλημα ελέγχου ισχύος αποτελεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης. Αναφέρεται σε ένα σύστημα που δρα κάτω από ορισμένους περιορισμούς. Συνεπώς μπορεί να αναλυθεί με τη μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού. Το πρόβλημα αυτό αποτελείται τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: Η αντικειμενική συνάρτηση, οι μεταβλητές, το σύνολο των περιορισμών και οι σταθερές παράμετροι (συντελεστές).

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι η συνάρτηση που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε. Όσον αφορά τον έλεγχο ισχύος υπάρχουν δύο ειδών αντικειμενικές συναρτήσεις. Οι πρώτες είναι η συναρτήσεις χρησιμότητας, αφορούν τη χρησιμότητα (ποιότητα των υπηρεσιών) που απολαμβάνει κάποιος χρήστης από τις υπηρεσίες του δικτύου και είναι προς μεγιστοποίηση. Οι άλλες είναι οι συναρτήσεις κόστους και αφορούν το κόστος που πρέπει να δαπανηθεί (των υπηρεσιών, των αποθεμάτων που καταναλώνονται κ.τ.λ.) προκειμένου να εξασφαλιστεί σε ένα χρήστη η επιθυμητή χρησιμότητα και είναι προς ελαχιστοποίηση.

Οι μεταβλητές αφορούν τις δραστηριότητες ή το μέγεθος κάποιας δραστηριότητας που θέλουμε να προσδιορίσουμε εντός του συστήματος. Εν προκειμένω μπορεί να είναι η στάθμη της ισχύος για τον κάθε χρήστη του δικτύου, ο SIR του ή και οι τιμές κάποιων παραμέτρων του συστήματος που μεταβάλλονται. Οι μεταβλητές αυτές δεν μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή αλλά υπόκεινται σε κάποιους περιορισμούς του συστήματος, όπως για παράδειγμα η μέγιστη τιμή της ισχύος ή η ελάχιστη τιμή του SIR. Για να είναι το δοθέν πρόβλημα πραγματοποιήσιμο πρέπει να επιλύεται και να ικανοποιούνται οι περιορισμοί.

Οι σταθερές παράμετροι εξαρτώνται από τη δομή και τον τρόπο λειτουργίας του προς εξέταση δικτύου και επηρεάζουν τη μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αντικατοπτρίζουν συνήθως κάποιο τρόπο λειτουργίας ή χαρακτηριστικό του κάθε δικτύου, όπως χρησιμοποιούμενη κωδικοποίηση, ρυθμός μετάδοσης, πιθανότητα σφάλματος μετάδοσης και άλλα.

Για παράδειγμα η επίλυση ενός προβλήματος ελέγχου ισχύος σε ένα ασύρματο δίκτυο με τη μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού, έχει ως μεταβλητή το διάνυσμα της εκπεμπόμενης ισχύος και περιορισμό στην τιμή του SIR για κάθε ζεύξη. Η αντικειμενική συνάρτηση έχει ως σκοπό την ελαχιστοποίηση της εκπεμπόμενης ισχύος, με δεδομένο ρυθμό μετάδοσης, χρησιμοποιούμενη κωδικοποίηση των σημάτων και πιθανότητα σφάλματος μετάδοσης. [9], [6]

4.12.3 Θεωρία παιγνίων

Το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος σε ένα ασύρματο δίκτυο μπορεί να αναλυθεί και να επιλυθεί ως ένα μη συνεργατικό παίγνιο. Το παίγνιο αυτό θα έχει μία μοναδική ισορροπία κατά Nash. Στο σημείο αυτό όπως θα δείξουμε στο επόμενο κεφάλαιο η εκπεμπόμενη ισχύς των χρηστών είναι μικρότερη από αυτή που προκύπτει από τον αλγόριθμο εξισορρόπησης του SIR ενώ παράλληλα οι χρήστες απολαμβάνουν μεγαλύτερη χρησιμότητα.

Η επίλυση του προβλήματος του ελέγχου ισχύος ως παίγνιο παρουσιάζεται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

4.13 Στοχαστικά μεγέθη

Οι μεταβολές του διαύλου και η κινητικότητα των χρηστών στην πραγματικότητα μεταβάλλονται με στοχαστικό τρόπο.

Το κέρδος του διαύλου υποτίθεται σταθερό, αλλά στην πραγματικότητα μπορεί να μεταβάλλεται με το χρόνο δημιουργώντας μία στατική εργοδική ακολουθία από πίνακες με στιγμιαίες τιμές κέρδους.

Επιπλέον σε διαύλους με φαινόμενα αργών διαλείψεων, οι μετρούμενες σε διαδοχικές χρονικές στιγμές, τιμές παρεμβολής στο δέκτη, παρουσιάζουν συσχέτιση μεταξύ τους. Συνεπώς με βάση τις μετρούμενες τιμές παρεμβολής στο δέκτη και με τη χρήση κατάλληλων μοντέλων, μπορεί να γίνει πρόβλεψη της παρεμβολής που θα δεχτεί ο δέκτης και με βάση αυτήν, κατάλληλη προσαρμογή της εκπεμπόμενης ισχύος του για την επόμενη χρονική σχισμή. [9], [14]

Κεφάλαιο 5 – Το παίγνιο του ελέγχου ισχύος

5.1 Εισαγωγή

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η θεωρία παιγνίων έχει ως αντικείμενό της την κατανόηση και επίλυση προβλημάτων σε περιβάλλοντα όπου δύο ή περισσότερα «άτομα» παίρνουν τις αποφάσεις τους βάση στρατηγικού σχεδίου, λαμβάνοντας υπόψη τις πληροφορίες τους για το παρελθόν και τις προσδοκίες τους για το μέλλον, με τρόπο που να εξασφαλίζει σε αυτούς τη μέγιστη χρησιμότητα. Οι αποφάσεις τους και τα αποτελέσματα αυτών, δεν είναι ανεξάρτητα, αλλά αλληλένδετα ενώ συχνά τα συμφέροντα τους είναι συγκρουόμενα. Η θεωρία παιγνίων προσπαθεί να λύσει τα προβλήματα αυτά, με την έννοια της εύρεσης ενός σημείου ισορροπίας στις καταστάσεις που εξετάζει. Προσπαθεί δηλαδή να βρει σημεία του προβλήματος που εξυπηρετούν όλους τους παίκτες και από τα οποία κανείς δε θέλει να παρεκκλίνει. Η θεωρία παιγνίων αναπτύχθηκε αρχικά για να εξηγήσει και να δώσει λύση σε προβλήματα κοινωνικής φύσεως, αλλά τα τελευταία χρόνια εφαρμόζεται σε όλο και περισσότερους κλάδους, από την εξελικτική βιολογία έως τα υπολογιστικά συστήματα.

Ένας κλάδος ο οποίος τα τελευταία χρόνια μελετάται με τη βοήθεια της θεωρίας παιγνίων είναι και ο κλάδος των ασύρματων δικτύων. Στη συγκεκριμένη διπλωματική γίνεται προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος ελέγχου ισχύος στα ασύρματα δίκτυα, με την έννοια της εύρεσης ενός σημείου ισορροπίας. Δηλαδή γίνεται προσδιορισμός της βέλτιστης στάθμης ισχύος εκπομπής για κάθε χρήστη με τρόπο που να μεγιστοποιείται η προσωπική του και ταυτόχρονα η συνολική χρησιμότητα και ποιότητα υπηρεσιών εντός του δικτύου.

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπάρχει ένας αρκετά μεγάλος αριθμός χρηστών που επιθυμούν να έχουν πρόσβαση σε ασύρματες υπηρεσίες καλής ποιότητας προς ανταλλαγή μηνυμάτων φωνής και δεδομένων, κάθε χρονική στιγμή. Όμως ο χρόνος ζωής των κινητών τερματικών (χρηστών) είναι περιορισμένος, ως συνέπεια του περιορισμένου χρόνου ζωής της μπαταρίας τους. Στο χρόνο αυτό, κάθε χρήστης, εγωιστικά, επιθυμεί να μπορεί να κάνει χρήση ενός ραδιοδιαύλου όποτε επιθυμεί και με τη βέλτιστη ποιότητα, δηλαδή υπό την ελάχιστη πιθανότητα διακοπής ζεύξης, σφαλμάτων μετάδοσης και χρονικών καθυστερήσεων αλλά ταυτόχρονα με τη μέγιστη δυνατή εμβέλεια ενός μηνύματος, με το μέγιστο ρυθμό μετάδοσης και λόγο σήματος προς παρεμβολή στο σταθμό βάσης από τον οποίο εξυπηρετείται. Ένας παράγοντας που ελέγχεται από τον κάθε χρήστη και μπορεί να επηρεάσει τα παραπάνω, είναι η ισχύς εκπομπής των μηνυμάτων του και ως άμεση συνέπεια αυτού, ο λόγος σήματος προς παρεμβολή που επιτυγχάνει στο δέκτη.

Τα παραπάνω αποτελούν κοινές επιθυμίες για όλους τους χρήστες του δικτύου, οι οποίες όμως δεν είναι δυνατό να ικανοποιηθούν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Η

αύξηση της ισχύος εκπομπής ενός χρήστη, που του εξασφαλίζει πλεονεκτήματα για τη λειτουργία του, συνεπάγεται και μειονεκτήματα για τη λειτουργία του δικτύου στο σύνολό του και των υπολοίπων μεμονωμένων χρηστών, οι οποίοι αντιλαμβάνονται στο περιβάλλον του σταθμού βάσης τους εντονότερη παρεμβολή και συνεπώς μείωση της ποιότητας επικοινωνίας τους. Άμεση συνέπεια αυτού θα είναι η αύξηση της ισχύος εκπομπής από μέρους τους, προκειμένου να αντισταθμιστεί, η προς στιγμής μειωμένη, παρεχόμενη ποιότητα υπηρεσιών.

Υπάρχει μεγάλος αριθμός ασύρματων δικτύων από διάφορους παρόχους, που φιλοξενούν έναν αρκετά μεγάλο αριθμό χρηστών. Παρόλα αυτά οι διαθέσιμοι ραδιοδίαυλοι που διατίθενται συνολικά προς επικοινωνία είναι περιορισμένοι, και φυσικά λιγότεροι από τους εν δυνάμει χρήστες λόγω του γεγονότος ότι οι συχνότητες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μεταφορά σημάτων και οι συνδιασμοί κωδικοποιήσεων που εξασφαλίζουν την ορθογωνιότητα των φερόντων σημάτων είναι περιορισμένοι. Συνεπώς είναι επιτακτική απαίτηση οι χρήστες με κάποιο τρόπο να μοιράζονται τους διαθέσιμους πόρους για την επικοινωνία τους και να λειτουργούν με τρόπο που να επιτρέπει τη λειτουργία και άλλων χρηστών.

Η λειτουργία του ελέγχου ισχύος στα ασύρματα δίκτυα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα παίγνιο. Αρχικά πρέπει να επιβεβαιωθεί ότι πληρούνται οι απαιτούμενες βασικές υποθέσεις της θεωρίας παιγνίων στη συγκεκριμένη περίπτωση. [11], [12], [15], [17], [19]

5.2 Ισχύς βασικών υποθέσεων

Οι βασικές υποθέσεις στις οποίες υπόκειται η θεωρία παιγνίων, πληρούνται στο παίγνιο του ελέγχου ισχύος. [7], [8], [12], [19], [22]

- Κάθε παίκτης είναι ορθολογικός. Αυτή η υπόθεση μπορεί να ισχύσει με βεβαιότητα σε ένα ασύρματο δίκτυο και γενικά στις εφαρμογές όπου ως παίκτες αναφέρονται κάποια μηχανήματα ή συσκευές, περισσότερο ίσως και από τα παίγνια με παίκτες ανθρώπους. Η τερματική συσκευή είναι προγραμματισμένη να λειτουργεί κάτω από ορισμένες συνθήκες, να επιδιώκει ένα βέλτιστο αποτέλεσμα και να σταματάει τη λειτουργία της αν κρίνει ότι οι κρίσιμες τιμές κάποιων παραμέτρων έχουν ξεπεραστεί. Σε αντίθεση με τον άνθρωπο, που εκτός από τη λογική διαθέτει και συναισθηματική νοημοσύνη, οι συσκευές μπορούν να τηρήσουν απόλυτα την υπόθεση του ορθολογισμού βασιζόμενες καθαρά σε τιμές παραμέτρων εντός αλγορίθμων ελέγχου, μη επηρεαζόμενες από υποσχέσεις και απειλές εκ μέρους αντιπάλων και προσωπικές, συχνά αβάσιμες προσδοκίες για μελλοντικές εξελίξεις.

- Κάθε παίκτης ακολουθεί κάποια στρατηγική (σχέδιο δράσης). Οι μηχανές είναι προγραμματισμένες να λειτουργούν με συγκεκριμένο τρόπο δράσης σε κάθε δυνατή περίπτωση, ακόμα και για ενδεχόμενα που είναι σχεδόν απίθανο να πραγματοποιηθούν. Επιπλέον είναι προγραμματισμένα να επιλέγουν τον τρόπο δράσης που βελτιστοποιεί κάποια δοθείσα συνάρτηση χρησιμότητας, ή που ελαχιστοποιεί κάποια συνάρτηση κόστους, μέσα

από κάποιες διαδοχικές ενέργειες, λαμβάνοντας υπόψη τη γνώση και τις προσδοκίες τους για το περιβάλλον τους και τις ενέργειες των άλλων παικτών, που ακολουθούν την ίδια λογική και υπόκεινται σε περιορισμούς της ίδιας φύσης.

- Τα παραπάνω αποτελούν κοινή γνώση, αφού τα τερματικά είναι προγραμματισμένα με τον ίδιο τρόπο, λειτουργούν στο ίδιο περιβάλλον και υπό τους περιορισμούς που αυτό επιβάλλει. Ο κάθε χρήστης δηλαδή γνωρίζει ότι οι αντίπαλοι του γνωρίζουν ότι εκείνος γνωρίζει τα παραπάνω.

5.3 Στοιχεία του παιγνίου

Το μελετώμενο σύστημα είναι επομένως ένα παίγνιο που αποτελείται από [12]:

- Το σύνολο των παικτών που παίρνουν αποφάσεις, εν προκειμένου είναι οι χρήστες του ασύρματου δικτύου, μέσω των τερματικών συσκευών που χρησιμοποιούν για την επικοινωνία τους εντός του δικτύου. Έστω N , ο αριθμός τους, ο οποίος εξαρτάται από τη χωρητικότητα και το μέγεθος του κάθε δικτύου.

- Το σύνολο των πιθανών κινήσεων που διαθέτει κάθε παίκτης κάθε φορά που καλείται να αποφασίσει. Οι κινήσεις αυτές αφορούν τη νέα στάθμη της ισχύος εκπομπής του, ως αποτέλεσμα αύξησης ή μείωσης, της προηγούμενης τιμής ισχύος κατά κάποιο ποσό. Έστω P_i το σύνολο των πιθανών κινήσεων του παίκτη i και $P = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_N$ το σύνολο όλων των πιθανών κινήσεων, δηλαδή τιμών ισχύος. Αν θεωρήσουμε ένα διάνυσμα ισχύος $\mathbf{p}=(p_1, \dots, p_N)$ με στοιχεία του τις μη αρνητικές τιμές της εκπεμπόμενης ισχύος για κάθε τερματικό χρήστη, αυτό αποτελεί ένα πλήρες στρατηγικό σχέδιο $\mathbf{p} \in P$, όπου $p_i \in P_i$ είναι η στρατηγική του παίκτη i , και $\mathbf{p}_{-i} \in P_{-i}$ οι στρατηγικές όλων των υπολοίπων παικτών (πλην του παίκτη i).

Είναι πιθανό να δίνεται η μέγιστη επιτρεπόμενη εκπεμπόμενη ισχύς για κάθε χρήστη i , έστω $p_{i,max} \in P_i$. Συνεπώς το σύνολο των πιθανών κινήσεων του παίκτη i θα είναι:

$$P_i = [0, p_{i,max}].$$

- Τα αποτελέσματα για κάθε πιθανή κίνηση, είναι η τιμή της χρησιμότητας που απολαμβάνουν οι παίκτες από τη λειτουργία του δικτύου, που μπορεί να υπολογιστεί από τη συνάρτηση χρησιμότητας του κάθε παίκτη, άμεσα συνδεδεμένη με την ποιότητα των υπηρεσιών που απολαμβάνουν. Έστω $u_i(p_i, \mathbf{p}_{-i})$ η συνάρτηση χρησιμότητας του παίκτη i , που εξαρτάται από τις τιμές εκπεμπόμενης ισχύος του παίκτη i αλλά και όλων των αντιπάλων του. Η ακριβής μορφή της εξαρτάται από τον τρόπο λειτουργίας του εκάστοτε δικτύου.

Επιπλέον χαρακτηριστικά ενός παιγνίου είναι τα παρακάτω στοιχεία:

Η χρονική στιγμή κατά την οποία μπορεί να πάρει τις αποφάσεις του ο κάθε παίκτης. Οι χρήστες όπως είδαμε μπορούν να τροποποιούν την ισχύ τους σύγχρονα ή ασύγχρονα, ανάλογα με τον αλγόριθμο ελέγχου που εφαρμόζεται.

Το σύνολο πληροφόρησης που έχει ο κάθε παίκτης τη στιγμή που καλείται να πάρει την κάθε απόφασή του. Στην περίπτωση που εφαρμόζονται σύγχρονοι αλγόριθμοι, θεωρούμε κάθε χρήστης αναβαθμίζει την ισχύ του γνωρίζοντας τις ισχείς εκπομπής των υπολοίπων χρηστών την προηγούμενη χρονική στιγμή, ενώ στην περίπτωση των ασύγχρονων αλγορίθμων είναι πιθανό να μην υπάρχει τέλεια πληροφόρηση και κάποιοι χρήστες να διαθέτουν παλαιότερες και μη ακριβείς πληροφορίες για την κατάσταση του συστήματος.

Τις περισσότερες φορές θεωρούμε ότι όλοι οι χρήστες έχουν τέλεια πληροφόρηση σχετικά με την κατάσταση του δικτύου και τις προηγούμενες επιλογές των αντιπάλων τους, τη στιγμή που καλούνται να αποφασίσουν.

Οι παίκτες μπορεί να δρουν ταυτόχρονα ή διαδοχικά. Εξαρτάται από τις σχεδιαστικές απαιτήσεις του κάθε δικτύου και του αλγορίθμου ελέγχου που χρησιμοποιείται.

Το παίγνιο αυτό είναι μη μηδενικού αθροίσματος, αφού η αύξηση της ισχύος εκπομπής ενός χρήστη θα επιφέρει αύξηση της χρησιμότητας που απολαμβάνει και παράλληλη αύξηση της προκαλούμενης παρεμβολής σε άλλους χρήστες με μείωση της χρησιμότητας τους, όχι όμως κατά το ίδιο ποσό.

Επίσης, το παίγνιο αυτό από τη φύση του είναι μη συνεργατικό. Κάθε παίκτης αποφασίζει και δρα εγωιστικά, προς μεγιστοποίηση της προσωπικής του χρησιμότητας, πολλές φορές σε βάρος των άλλων χρηστών, μη λαμβάνοντας υπόψη του το κόστος των ενεργειών του στην απόδοση τους και του δικτύου στο σύνολό του. Για να μετατραπεί σε συνεργατικό, απαιτείται κατά το σχεδιασμό του δικτύου η εισαγωγή κάποιας μορφής κεντρικού συντονισμού από το σύστημα που να επιβάλλει στους παίκτες τη συνεργασία ή κάποιο άλλο μέσο που να τους δημιουργεί κοινό ενδιαφέρον και συμφέρον προκειμένου αυτή να επιτευχθεί και να διασφαλιστεί στη συνέχεια. [11], [12], [15]

✓ Αναζητάμε για το παίγνιο αυτό μία ισορροπία κατά Nash, δηλαδή το σημείο λειτουργίας στο οποίο κανένας χρήστης δεν έχει συμφέρον να αποκλίνει από τη στρατηγική του, αφού το στρατηγικό σχέδιο της ισορροπίας κατά Nash εξασφαλίζει σε κάθε παίκτη τη μέγιστη χρησιμότητα.

✓ Επιπλέον είναι επιθυμητό η ισορροπία αυτή να είναι και αποτελεσματική κατά παρέτο. Δηλαδή κανένας χρήστης να μην μπορεί να αυξήσει περαιτέρω τη χρησιμότητά του, αλλάζοντας στρατηγική, χωρίς να βλάψει κάποιον άλλο χρήστη.

5.3.1 Χαρακτηριστικά του δικτύου

Έστω το CDMA ασύρματο σύστημα με N χρήστες. Κάθε χρήστης απέχει από το σταθμό βάσης απόσταση d_i και μεταδίδει πληροφορίες με ρυθμό R bits/second, με L bits

πληροφορίας κάθε φορά, σε πακέτο των $M > L$ bits (συνολικά bits στο πακέτο, δεδομένων και κωδικοποίησης), σε δίαυλο εύρους φάσματος W Hz.

Έστω p_i η ισχύς εκπομπής του χρήστη i , σε Watt και g_i το κέρδος ισχύος άνω ζεύξης, από το χρήστη αυτόν μέχρι το σταθμό βάσης που τον εξυπηρετεί, με μη αρνητικές τιμές. Υποθέτουμε ότι το κέρδος ισχύος δίνεται από το ακόλουθο απλοποιημένο μοντέλο απωλειών

διάδοσης: $g_i = \frac{K}{d_i^\alpha}$, όπου α είναι ο εκθέτης απωλειών διαδρομής και K μία σταθερά, που εξαρτώνται και χαρακτηρίζουν το περιβάλλον διάδοσης του δικτύου.

Επιπλέον $\sigma_i = \sigma^2$ είναι η ισχύς του θορύβου στο περιβάλλον του σταθμού βάσης που αντιμετωπίζει κάθε χρήστης, που θεωρείται προσθετικός λευκός θόρυβος τύπου Gauss (AWGN).

Θεωρούμε ότι όλοι οι παίκτες έχουν τέλεια πληροφόρηση και είναι αποδοτικοί δέκτες, δηλαδή στους τύπους (4.2 – 4.4) του SIR του προηγούμενου κεφαλαίου ισχύει $\delta_i(t) = 1$. [11], [15]

5.4 Συνάρτηση χρησιμότητας των χρηστών

Στην οικονομική επιστήμη η συνάρτηση χρησιμότητας χρησιμοποιείται για να αποδώσει το βαθμό της ικανοποίησης ενός ατόμου ως αποτέλεσμα των προσωπικών επιλογών του.

Στο παίγνιο του ελέγχου ισχύος, η συνάρτηση χρησιμότητας αντικατοπτρίζει το βαθμό της ποιότητας υπηρεσιών που απολαμβάνει ο χρήστης εντός του συστήματος.

Ιδανικά κάθε παίκτης επιθυμεί να μεγιστοποιήσει το SIR του, που αποτελεί ένα μέτρο της ποιότητας των λαμβανόμενων υπηρεσιών, ενώ παράλληλα προσπαθεί να δαπανήσει όσο το δυνατόν λιγότερη ενέργεια της μπαταρίας του. Οι δύο αυτές επιδιώξεις του είναι συγκρουόμενες και απαιτείται από το χρήστη να διατηρήσει μία ισορροπία μεταξύ τους, μέσω της κατάλληλης διαχείρισης των διαθέσιμων ραδιοπόρων.

Ο βέλτιστος αλγόριθμος ελέγχου ισχύος σε ασύρματα δίκτυα φωνής είναι αυτός που εξασφαλίζει το μέγιστο αριθμό συνομιλιών, που μπορούν ταυτόχρονα να απολαμβάνουν συγκεκριμένη ποιότητα υπηρεσιών, υπό την έννοια ενός αποδεκτού SIR.

Στα ασύρματα δίκτυα δεδομένων η έννοια της επιθυμητής ποιότητας ισχύος είναι ισοδύναμη με τη μετάδοση μηνυμάτων χωρίς σφάλματα. Επιδιώκεται και σε αυτή την περίπτωση υψηλή τιμή του SIR, αφού είναι άμεσα συνδεδεμένος με την πιθανότητα λάθους μετάδοσης.

Επομένως, η συνάρτηση χρησιμότητας του χρήστη ενός ασύρματου δικτύου, μπορεί να οριστεί ως ο αριθμός των bits που μεταδόθηκαν επιτυχώς από το χρήστη αυτό, προς το ποσό της ενέργειας που δαπανήθηκε για να επιτευχθεί αυτή η μετάδοση. Δηλαδή:

$$u_i(p, \gamma) = \frac{E[\text{benefit}]}{E[\text{cost}]} = \frac{LRf(\gamma)}{Mp} \left(\frac{\text{bits}}{\text{Joule}} \right) \quad (5.1)$$

όπου $f(\gamma_i)$ είναι η συνάρτηση αποδοτικότητας για κάθε χρήστη i , που δηλώνει την πιθανότητα επιτυχούς λήψης ενός πακέτου, από το χρήστη i στο σταθμό βάσης. Η συνάρτηση αυτή είναι συνάρτηση του λόγου σήματος προς παρεμβολή, γ_i του παίκτη αυτού και ορίζεται ως: $f(\gamma_i) = (1 - 2BER(\gamma_i))^M$ (5.2)

Είναι επιθυμητό για τη συνάρτηση $f(\gamma)$ να ισχύει $f(0)=0$ και $f(\infty)=1$, ενώ για τις υπόλοιπες τιμές της ισχύος να ακολουθεί τη μορφή της $BER(\gamma)$. Όπου $BER(\gamma_i)$, είναι η συνάρτηση που δίνει το ρυθμό σφάλματος ανά bit στο δοθέν σύστημα μετάδοσης. Η ακριβής μορφή της συνάρτησης $BER(\gamma)$ εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος και από τη χρησιμοποιούμενη τεχνική διαμόρφωσης. Για παράδειγμα αν το σύστημα μετάδοσης χρησιμοποιεί non-coherent FSK, τότε ισχύει $BER(\gamma) = 0.5e^{-0.5\gamma}$. Επιπλέον, θέλουμε η συνάρτηση f να ικανοποιεί τις απαιτήσεις $f(0)=0$ και $f(\infty)=1$, προκειμένου να ισχύει για τη συνάρτησης χρησιμότητας $u_i(0, \gamma_i)=0$ και $u_i(\infty, \gamma_i)=0$. Συγκεκριμένα, όταν η ισχύς εκπομπής για ένα χρήστη είναι πάρα πολύ μικρή (τείνει να γίνει μηδενική), αντίστοιχα πάρα πολύ μικρή θα είναι και η ισχύς του μηνύματος που θα λαμβάνει ο σταθμός βάσης που τον εξυπηρετεί, πολύ μικρότερη συγκριτικά με των υπολοίπων χρηστών. Ως αποτέλεσμα η τιμή του γ_i για το χρήστη αυτό, θα είναι πολύ μικρή (τείνει να γίνει μηδενική) που όπως βλέπουμε από παραπάνω, συνεπάγεται και χρησιμότητα που τείνει να γίνει μηδενική, δηλαδή η ποιότητα των υπηρεσιών που προσφέρονται στο χρήστη αυτό θα είναι μηδαμινή. Αντίστοιχα στην περίπτωση που ο χρήστης αυξάνει πάρα πολύ την ισχύ εκπομπής του (τείνει στο άπειρο), σημαίνει πολύ γρήγορη κατανάλωση της διαθέσιμης μπαταρίας της συσκευής του και γρήγορη ελάττωση του χρόνου ζωής του, χωρίς την επιθυμητή επίδραση στο ρυθμό σφάλματος. Για πολλή μεγάλη ισχύ εκπομπής από την πλευρά κάποιου χρήστη, (τείνει στο άπειρο), έχουμε μεγάλο γ_i για το χρήστη αυτό. Όμως από την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι αυτό οδηγεί επίσης σε μεγάλη μείωση της τιμής της χρησιμότητας του χρήστη (τείνει να γίνει μηδενική).

Η τιμή του SIR και της χρησιμότητας, για το χρήστη i , όταν αυτός έχει εκπεμπόμενη ισχύ p_i , δίνεται από τις σχέσεις:

$$\gamma_i = \frac{Wg_i p_i}{R \left(\sum_{j=1}^M p_j g_j + \sigma^2 \right)} \quad (5.3)$$

$$u(p_i, p_i) = u(p_i, p_{-i}) = \frac{LRf(\gamma_i)}{Mp_i} \left(\frac{\text{bits}}{\text{Joule}} \right) \quad (5.4)$$

Από τη σχέση ορισμού του γ_i φαίνεται καθαρά η εξάρτηση του διανύσματος γ από το διάνυσμα \mathbf{p} και αντιστρόφως. Ο βαθμός της χρησιμότητας που απολαμβάνει ένας χρήστης εξαρτάται τόσο από την ισχύ εκπομπής του, p_i , δηλαδή την προσωπική του επιλογή στρατηγικής, όσο και από την ισχύ εκπομπής, επιλογή στρατηγικών, p_{-i} των υπολοίπων χρηστών, μέσω του γ_i . [11], [12], [15]

5.5 Ισορροπία κατά Nash

➤ Ένα διάνυσμα ισχύος $\mathbf{p}=(p_1, \dots, p_N)$ αποτελεί ισορροπία κατά Nash του προαναφερθέντος παιγνίου (συστήματος), αν για οποιοδήποτε άλλο διάνυσμα ισχύος $\mathbf{p}' \in F$, για κάθε χρήστη i , ισχύει: $u(p_i, \mathbf{p}_{-i}) \geq u(p'_i, \mathbf{p}'_{-i})$. [11], [12]

Σε αυτό το σημείο λειτουργίας κανένας χρήστης δεν μπορεί να αυξήσει τη χρησιμότητά του τροποποιώντας την τιμή της ισχύος εκπομπής του, συνεπώς δεν έχει συμφέρον να κάνει κάτι τέτοιο. Η ισχύς εκπομπής κάθε χρήστη αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση, δεδομένων των ισχύων εκπομπής των υπολοίπων χρηστών του δικτύου. Η βέλτιστη απόκριση r_i του κάθε χρήστη i , με δεδομένο το διάνυσμα \mathbf{p}_{-i} των υπολοίπων χρηστών ορίζεται ως:

$$r_i(\mathbf{p}_{-i}) = \{p_i \in P_i : u(p_i, \mathbf{p}_{-i}) \geq u(p'_i, \mathbf{p}'_{-i})\}, \text{ για οποιοδήποτε άλλο διάνυσμα } \mathbf{p}'_{-i} \in P_{-i}.$$

➤ Η συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης $r(\mathbf{p})$ είναι κανονική συνάρτηση. [11]

Γραφικά το σημείο ισορροπίας κατά Nash θα προκύπτει ως το σημείο τομής των συναρτήσεων βέλτιστης απόκρισης, αφού για να αποτελεί ένα σημείο, σημείο ισορροπίας κατά Nash, πρέπει η ισχύς εκπομπής ενός παίκτη στο σημείο αυτό να αποτελεί βέλτιστη απόκριση κάποιας ενέργειας των υπολοίπων παικτών, δηλαδή $p_i \in r_i(\mathbf{p}_{-i})$.

Έστω για κάθε χρήστη i , p_i^* είναι η βέλτιστη στάθμη ισχύος που προκύπτει από τον αλγόριθμο ελέγχου ισχύος που χρησιμοποιείται. Στην περίπτωση που δίνεται επιπλέον για κάθε χρήστη η μέγιστη επιτρεπόμενη εκπεμπόμενη ισχύς $p_{i\max}$, η βέλτιστη απόκριση στο διάνυσμα ισχύων εκπομπής των υπολοίπων χρηστών είναι: $r_i(\mathbf{p}_{-i}) = \min \{p_i^*, p_{i\max}\}$. [11]

Ας υποθέσουμε ότι κάθε χρήστης επιλέγει από το υπάρχον σύνολο διαθέσιμων στρατηγικών τη στάθμη της εκπεμπόμενης ισχύος. Η τιμή της συνάρτησης χρησιμότητας ενός παίκτη θα εξαρτηθεί από τις επιλογές όλων των παικτών. Κάθε χρήστης λοιπόν θα επιλέξει τη βέλτιστη για αυτόν ενέργεια, θεωρώντας ότι ομοίως ενεργούν και οι υπόλοιποι παίκτες. Όλοι οι παίκτες θα κάνουν το ίδιο, με αποτέλεσμα το σύστημα να οδηγηθεί σταδιακά στο σημείο λειτουργίας του, που δεν είναι άλλο από την ισορροπία κατά Nash του συστήματος. Το παίγνιο αυτό είναι αντίστοιχο του διανεμημένου ελέγχου ισχύος που αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπό την έννοια ότι οδηγούν στο ίδιο σημείο ισορροπίας.

Κάθε μεμονωμένος χρήστης επιδιώκει με διανεμημένο τρόπο να μεγιστοποιήσει την προσωπική του χρησιμότητα, δηλαδή αναζητά το διάνυσμα \mathbf{p} για το οποίο η τιμή της

συνάρτησης (5.3), $u(p_i, p_{-i}) = \frac{LRf(y_i)}{Mp_i}$, γίνεται μέγιστη, θεωρώντας παράλληλα ότι οι υπόλοιποι χρήστες δεν αλλάζουν τη στρατηγική τους, p_{-i} .

Κάθε χρήστης λοιπόν, θεωρώντας δεδομένες τις τιμές ισχύων εκπομπής των υπολοίπων χρηστών, p_{-i} , αναζητά την ελάχιστη δυνατή (θετική) τιμή της ισχύος εκπομπής $p_i \in P_i$ για την

$$\text{οποία ισχύει: } \frac{\partial u_i}{\partial p_i} = 0. \text{ Δηλαδή ισοδύναμα: } \frac{\partial u_i}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial p_i} = \frac{LR \left(y_i \frac{df(y_i)}{dy_i} - f(y_i) \right)}{Mp_i^2} = 0$$

Έστω p_i^* η βέλτιστη τιμή ισχύος εκπομπής και κατ' αντιστοιχία y_i^* η τιμή του SIR, για την

οποία ισχύει: $y_i \frac{df(y_i)}{dy_i} - f(y_i) = 0$ (5.5). Στην περίπτωση που η σχέση αυτή επαληθεύεται για περισσότερες από μία τιμές ισχύος εκπομπής, επιλέγεται η μικρότερη από αυτές. Δηλαδή σε περίπτωση που ένας χρήστης μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του για περισσότερες από μία τιμές ισχύος, επιλέγεται η μικρότερη, προκειμένου να ικανοποιείται και η απαίτηση για ελαχιστοποίηση της εκπεμπόμενης ισχύος.

Έχει αποδειχθεί ότι στο παραπάνω μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος υπάρχει σημείο ισορροπίας κατά Nash και είναι μοναδικό. Ξεκινώντας από οποιοδήποτε αρχικό διάνυσμα ισχύος, οι ακολουθίες βέλτιστων αποκρίσεων των χρηστών θα συγκλίνουν, στην ισορροπία κατά Nash. (Η καθεμία στην τιμή που της αντιστοιχεί.) Στο μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με περιορισμό ως προς τη μέγιστη τιμή ισχύος, στο μοναδικό σημείο ισορροπίας κατά Nash, κάθε χρήστης εκπέμπει με την ισχύ που μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του, ή αν δεν το καταφέρει εκπέμπει με τη μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύ. Ωστόσο η παραπάνω ισορροπία κατά Nash δεν είναι αποτελεσματική κατά παρέτο.

Στην περίπτωση που όλοι οι χρήστες έχουν την ίδια συνάρτηση αποδοτικότητας f , η τιμή του SIR, που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση χρησιμότητας θα είναι η ίδια για όλους τους χρήστες, έστω y^* . Δηλαδή, σε αυτό το σημείο ισορροπίας όλοι οι χρήστες έχουν τον ίδιο SIR στο σταθμό βάσης, συνεπώς και την ίδια λαμβανόμενη ισχύ στο σταθμό βάσης, έστω p_{r0} . Θα

$$\text{ισχύει: } p_{r0} = \frac{y^* \sigma^2}{\left(\frac{W}{R}\right) - (N-1)y^*} \text{ (Watts) (5.6).}$$

$$\text{Η εκπεμπόμενη ισχύς για κάθε χρήστη θα είναι: } p_{i0} = \frac{p_{r0}}{g_i} \text{ (5.7)}$$

Οι χρήστες του δικτύου αναβαθμίζουν επαναληπτικά τις τιμές της εκπεμπόμενης ισχύος τους, μέχρι να συγκλίνουν στις παραπάνω τιμές.

Στα συστήματα μετάδοσης φωνής η παραπάνω διαδικασία οδηγεί στην τοπικά και ολικά βέλτιστη λύση. Αντίθετα στα συστήματα μετάδοσης δεδομένων το σημείο αυτό αποτελεί τοπικό μονάχα και όχι ολικό μέγιστο.

Στη συνέχεια θα δείξουμε πως τελικά οι χρήστες μπορούν να αυξήσουν όλοι τη χρησιμότητά τους, μειώνοντας παράλληλα τη στάθμη της εκπεμπόμενης ισχύος. [11], [15]

5.6 Τρόποι αποτελεσματικότερης επίλυσης

Στο προαναφερθέν ασύρματο δίκτυο, κάθε χρήστης ακολουθεί μία στρατηγική αναβάθμισης της τιμής της εκπεμπόμενης ισχύος του, η οποία πιστεύει ότι θα του εξασφαλίσει τη μεγιστοποίηση της προσωπικής του χρησιμότητας. Οι ενέργειές του βασίζονται στις πληροφορίες που διαθέτει, επηρεάζουν και επηρεάζονται από αυτές των υπολοίπων χρηστών του δικτύου (παικτών του παιγνίου), για αυτό και το παίγνιο είναι μη συνεργατικό.

Όμως η ισορροπία κατά Nash που προκύπτει από τον παραπάνω αλγόριθμο αναβάθμισης ισχύος, δεν είναι αποτελεσματική κατά παρέτο. Το σημείο αυτό, εφόσον κάθε χρήστης λειτουργεί εγωιστικά, δε συνεπάγεται ότι θα είναι το βέλτιστο για τη λειτουργία του δικτύου στο σύνολό του.

Αναζητάμε λοιπόν λύσεις οι οποίες να είναι πιο αποτελεσματικές κατά παρέτο (όχι κατ' ανάγκη οι βέλτιστες κατά παρέτο).

Οι ισχείς εκπομπής των χρηστών στο προκύπτον σημείο ισορροπίας είναι αρκετά ψηλές και έτσι αναζητάμε κάποιο τρόπο να πειστούν όλοι οι χρήστες να εκπέμπουν σε χαμηλότερες στάθμες ισχύος. Αν όλοι οι χρήστες μειώσουν την εκπεμπόμενη ισχύ τους κατά ένα παράγοντα μικρότερο της μονάδας, έστω $\alpha < 1$, το αποτέλεσμα θα είναι να απολαμβάνουν όλοι οι χρήστες μεγαλύτερη χρησιμότητα και είναι πιο ωφέλιμο για το δίκτυο στο σύνολό του.

Αν εισαχθεί κάποια κεντρική μορφή ελέγχου ισχύος που να χρησιμοποιεί πληροφορίες για την κατάσταση του δικτύου και όλων των χρηστών του και με βάση αυτές να οδηγεί ορθολογικά το σύστημα στη βέλτιστη κατάσταση, στο παίγνιο μπορεί να εισαχθεί κάποια μορφή συνεργασίας ή έστω δράσης προς κοινή κατεύθυνση.

Για παράδειγμα με την επιβολή αυξημένου κόστους σε περιπτώσεις μη συμμόρφωσης με τα πρότυπα της συλλογικής συμπεριφοράς, ακόμα και διακοπή της ζεύξης για τους χρήστες που η ισχύς εκπομπής τους θα ξεπερνάει κάποια δοσμένη τιμή για την οποία η παρεμβολή που προκαλείται θεωρείται ανεκτή.

Ακολουθούν κάποιοι εναλλακτικοί τρόποι ανάλυσης και μοντελοποίησης του συστήματος, προκειμένου να γίνει η ισορροπία πιο αποτελεσματική κατά παρέτο. [11], [12], [15]

5.6.1 Σταθμός βάσης σε ρόλο «διαιτητή»

Αν ο σταθμός βάσης ελέγχει την εκπεμπόμενη ισχύ από τους χρήστες είναι πιθανό να επιτευχθεί αύξηση της αποτελεσματικότητας της ισορροπίας. Η επιλογή της ισχύος εκπομπής θα γίνεται από τους χρήστες όπως προηγουμένως, όμως το σημείο λειτουργίας θα επιλέγεται από το σταθμό βάσης, βάση κριτηρίων που μεγιστοποιούν την απόδοση του δικτύου στο σύνολό του.

Όπως αναφέραμε επιθυμούμε όλοι οι χρήστες να έχουν πρόσβαση σε ίδιας ποιότητας υπηρεσίες. Άρα οι SIR όλων των χρηστών στο σταθμό βάσης πρέπει να είναι ίσοι, δηλαδή και οι ισχύς των λαμβανόμενων μηνυμάτων στο σταθμό βάσης να είναι ίσες, έστω με p_r . Ο επιπλέον ρόλος του σταθμού βάσης είναι να ορίζει την τιμή αυτή, λαμβάνοντας υπόψη κριτήρια και παραμέτρους για τη βελτιστοποίηση της συνολικής απόδοσης του συστήματος, έτσι ώστε κάθε χρήστης με βάση την τιμή p_r να προσδιορίζει την ισχύ εκπομπής του, p_i , ανάλογα με το κέρδος ισχύος στη διαδρομή από αυτόν μέχρι το σταθμό βάσης, βάση της

σχέσης:
$$p_i = \frac{p_r \Omega}{g_i} .$$

Στην περίπτωση αυτή ο κοινός επιτρεπόμενος SIR για τους χρήστες θα είναι ίσος με:

$$r_r = \frac{W p_r}{R(N-1)p_r + \sigma^2}$$

Και η συνάρτηση χρησιμότητας του καθενός γράφεται:

$$u_i(p_i) = \frac{LR g_i (1 - 2BER(r_r))^M}{M p_r}$$

Για κάθε χρήστη, η παραπάνω συνάρτηση χρησιμότητας, για $M > 1$, παρουσιάζει ένα μέγιστο για μία θετική τιμή του p_r^* . Δηλαδή όλοι οι χρήστες θα επιδιώκουν τη λειτουργία του συστήματος σε αυτή τη στάθμη εκπεμπόμενης ισχύος. Η βέλτιστη αυτή τιμή της λαμβανόμενης, στο σταθμό βάσης, ισχύος εξαρτάται από τις παραμέτρους του συστήματος, τον αριθμό των χρηστών που εξυπηρετούνται από το σταθμό βάσης, καθώς και τη στάθμη του λευκού θορύβου στο περιβάλλον του σταθμού βάσης. Ο υπολογισμός της βέλτιστης στάθμης ισχύος μπορεί να γίνεται κεντρικά στο σταθμό βάσης και να μεταδίδεται έπειτα προς τους τερματικούς χρήστες, ή να τους παρέχονται οι απαραίτητες τιμές για να την υπολογίζουν αυτοί.

Αφού καθοριστεί το επιθυμητό σημείο λειτουργίας, το σύστημα πρέπει να επιβάλλει την διατήρησή του μέσω της επιβολής κάποιας ποινής στους χρήστες που δεν το ακολουθούν και εκπέμπουν με μεγαλύτερες ισχύς. Ωστόσο πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και το ενδεχόμενο κάποιος χρήστης να έχει αυξήσει αρκετά την ισχύ εκπομπής του μετά από φαινόμενα ισχυρών διαλείψεων που τον δυσκολεύουν στον υπολογισμό του κέρδους ισχύος διαδρομής και όχι με πρόθεση να αυξήσει την ποιότητα λειτουργίας του σε βάρος των άλλων χρηστών.

Η ποινή συνεπώς, θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να αποτρέπει τους χρήστες να ξεπερνούν το όριο της εκπεμπόμενης ισχύος, αλλά όχι τόσο σκληρή που να προκαλεί σοβαρό πρόβλημα στη λειτουργία τους.

Αν υποθεθεί ότι ένας χρήστης i έχει αυξήσει την ισχύ εκπομπής του κατά x Watts, με αποτέλεσμα την αύξηση του SIR του στο σταθμό βάσης κατά Δg_i και συνεπώς και του BER(γ_i) του, πάνω από την τιμή που έχει οριστεί για το σημείο λειτουργίας, μία επαρκής «τιμωρία» για το χρήστη αυτό είναι ο σταθμός βάσης να του δώσει BER ίσο με αυτό που έχει οριστεί και επιπλέον να αντιστρέψει τα bits των δεδομένων του μηνύματός του, με κάποια συγκεκριμένη πιθανότητα που εξαρτάται από το Δg_i . Έτσι, ενώ ο χρήστης έχει δαπανήσει περισσότερη ενέργεια από τους υπολοίπους αυτό δεν έχει το αντίκτυπο που θα περίμενε στη χρησιμότητά

του η οποία είναι τελικά χαμηλότερη από αυτή που θα απολάμβανε στο προτεινόμενο σημείο ισορροπίας. [12]

5.6.2 Επαναλαμβανόμενο παίγνιο

Είναι επιθυμητό οι παίκτες να πειθαρχούν από μόνοι τους χωρίς να απαιτείται η παρέμβαση του σταθμού βάσης, προκειμένου να μειώνονται η σχεδιαστική πολυπλοκότητα του σταθμού βάσης αλλά και το μεταφερόμενο φορτίο εντός του συστήματος.

Ωστόσο είναι δύσκολο για τους υπόλοιπους χρήστες να εντοπίσουν κάποιο χρήστη που παραβαίνει τις υποδείξεις του συστήματος για συνεργατική συμπεριφορά και να τον τιμωρήσουν άμεσα καθώς απαιτείται να παρέλθει κάποιο χρονικό διάστημα για να αντιδράσουν.

Οι παίκτες γνωρίζοντας ότι το παίγνιο του ελέγχου ισχύος επαναλαμβάνεται μόνο μία φορά, επιθυμούν μόνο να μεγιστοποιήσουν τη χρησιμότητά τους στο παρόν, αδιαφορώντας για τις μελλοντικές συνέπειες των πράξεών τους.

Υποθέτουμε ότι το παίγνιο επαναλαμβάνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, άπειρες φορές. Στην περίπτωση που ο αριθμός των επαναλήψεων δεν είναι άπειρος, αλλά πεπερασμένος, υπάρχει πάντα η τελευταία επανάληψη και είναι κοινή γνώση ότι υπάρχει. Συνεπώς, οι παίκτες στην προτελευταία επανάληψη, γνωρίζοντας ότι πλησιάζει το τέλος, γνωρίζουν ότι δεν έχει νόημα να απειλήσουν τους αντιπάλους τους για το μέλλον παρά μόνο να προσπαθήσουν να εκμεταλλευτούν την τελευταία επανάληψη του παιχνιδιού, προς αύξηση της χρησιμότητάς τους.

Στην περίπτωση που ο αριθμός των επαναλήψεων του παιχνιδιού θεωρείται άπειρος, η τελευταία επανάληψη δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων. Αυτό το μοντέλο ανταποκρίνεται καλύτερα στην πραγματική λειτουργία του δικτύου κατά την οποία κάθε χρήστης ελπίζει να συνεχίσει να χρησιμοποιεί το δίκτυο και μελλοντικά ενώ δε γνωρίζει πότε ακριβώς θα τελειώσει η μπαταρία του και συνεπώς και ο χρόνος ζωής του. Άρα σε οποιαδήποτε επανάληψη του παιχνιδιού οι χρήστες αναμένουν να κάνουν και μελλοντική χρήση του δικτύου και οι απομένουσες επαναλήψεις για αυτούς είναι άπειρες. Ένας παίκτης ο οποίος προσωρινά εξαπατά τους υπόλοιπους προκειμένου να αυξήσει τη χρησιμότητά του σε βάρος τους, γνωρίζει ότι μελλοντικά θα υποστεί τις συνέπειες των πράξεών του, όπως η συνεργασία των υπολοίπων χρηστών σε βάρος του, προς μείωση της χρησιμότητάς του. Σε αυτή την περίπτωση τυχόν απειλές ή υποσχέσεις αναφερόμενες στο μέλλον δεν είναι αβάσιμες, για αυτό είναι πιο πιθανό να επηρεάσουν και να μεταβάλλουν τη συμπεριφορά των παικτών εξασφαλίζοντας πιο εύκολα μία συνεργασία.

Σε κάθε επανάληψη λοιπόν, κάθε παίκτης πρέπει να ζυγίζει αν η αύξηση της χρησιμότητας που θα εξασφαλίσει εξαπατώντας τους υπόλοιπους παίκτες στην παρούσα φάση θα είναι αρκετή για να αντισταθμίσει τη μελλοντική τιμωρία που θα του επιβληθεί από τους αυτούς. Κάθε χρήστης επιδιώκει να μεγιστοποιήσει τη συνολική χρησιμότητά του μέχρι το τέλος του

παιγνίου και αξιολογεί με ένα δείκτη $\delta \in (0,1)$ τις προσδοκίες του για το μέλλον. Όσο μεγαλύτερη βαρύτητα δίνει ένας χρήστης στο μέλλον, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η τιμή του δ . Συνήθως είναι κοντά στη μονάδα.

Αν $u_{i,n}$ είναι η χρησιμότητα που απολαμβάνει ο παίκτης i στη n -ισοτή επανάληψη του παιγνίου, τότε κάθε χρήστης επιθυμεί να μεγιστοποιήσει την τιμή της συνολικής χρησιμότητας

του επαναλαμβανόμενου παιγνίου, δηλαδή την τιμή:

$$W_{i,tot} = \sum_{n=0}^{\infty} W_{i,n} \delta^n$$

Μετά από κάθε επανάληψη είναι δυνατό να ανακοινώνονται από το δίκτυο οι ισχύεις λήψης στο σταθμό βάσης για να γνωρίζουν οι χρήστες ποιοι από αυτούς τελικά ακολούθησαν τη συνεργασία. Στην περίπτωση που όλοι οι χρήστες συνεργάζονται, το σύστημα λειτουργεί κανονικά όπως με την παρουσία διαιτητή. Αν κάποιος χρήστης προσπαθήσει να εξαπατήσει τους υπόλοιπους, η τιμωρία του στην επόμενη επανάληψη, θα είναι οι υπόλοιποι χρήστες να αυξήσουν τις ισχύεις εκπομπής τους στην ισορροπία κατά Nash με μειωμένες χρησιμότητες για όλους. Η χρονική διάρκεια της τιμωρίας εξαρτάται από το σύστημα. Συνήθως αφορά την επόμενη επανάληψη, αλλά είναι πιθανό να εφαρμόζεται μέχρι και την τελευταία επανάληψη.

Οι χρήστες χρησιμοποιούν trigger στρατηγική. Δηλαδή, ξεκινούν με πρόθεση συνεργασίας και αν οι αντίπαλοι συνεργαστούν, συνεχίζουν να συνεργάζονται. Αν όμως οι αντίπαλοι παρεκκλίνουν έστω λίγο από την τιμή συνεργασίας τους τιμωρούν.

Στην περίπτωση που όλοι οι παίκτες ακολουθούν την πολιτική συνεργασίας, το σημείο λειτουργίας του συστήματος θα είναι το ίδιο με την παραπάνω περίπτωση, όπου ο σταθμός βάσης αναλαμβάνει ρόλο διαιτητή. Ωστόσο από στατιστικά δεδομένα αποδεικνύεται ότι ανά διαστήματα θα υπάρχει κάποιος χρήστης που θα παραβαίνει τη συμφωνία. Οι υπόλοιποι χρήστες θα τον τιμωρούν, με αποτέλεσμα το δίκτυο να εμφανίζει συνολικά μειωμένη χρησιμότητα σε κάποιες περιόδους. [12]

5.6.3 Τιμολόγηση

Η εισαγωγή κάποιας τιμολόγησης της ισχύος εκπομπής αυξάνει την κατά παρέτο αποτελεσματικότητα του παιγνίου, αφού αυξάνει τις χρησιμότητες που απολαμβάνουν οι χρήστες συγκριτικά με το προηγούμενο παίγνιο, απουσία τιμολόγησης. Επιπλέον το νέο σημείο λειτουργίας, είναι πιο αποδοτικό για το σύστημα ως σύνολο.

Εισάγουμε το συντελεστή κόστους $c_{ij(i \neq j)} = \frac{\partial u_j}{\partial p_i} p_i$, σε bits/Joule, για να προσδιορίσουμε τις συνέπειες της αναβάθμισης της ισχύος του τερματικού χρήστη i στον τερματικό χρήστη j , όσον αφορά τη χρησιμότητά του. Το συνολικό κόστος, που αποτυπώνει τις συνολικές επιπτώσεις από τη λειτουργία του χρήστη i στους υπόλοιπους χρήστες, είναι:

$$C_i = \sum_{j=1}^N c_{ij(i \neq j)} \left(\frac{\text{bits}}{\text{Joule}} \right)$$

.Οι παραπάνω συντελεστές μετρούνται σε μονάδες χρησιμότητας και δηλώνουν το κόστος, ισοδύναμα τη μείωση της χρησιμότητας, που προκαλείται από τη λειτουργία του κάθε χρήστη.

Αν ταξινομήσουμε τους χρήστες κατά αύξουσα σειρά των αποστάσεών τους από το σταθμό βάσης θα παρατηρήσουμε ότι στο σημείο ισορροπίας (εφόσον υπάρχει) ισχύει:

➤ Η χρησιμότητα ενός χρήστη μειώνεται καθώς αυξάνεται η απόστασή του από το σταθμό βάσης, ενώ αντίθετα η ισχύς εκπομπής που απαιτείται για να εξασφαλιστεί η παραπάνω χρησιμότητα, αυξάνεται με την απόσταση από τον πομπό, όπως επίσης και το συνολικό κόστος από τη λειτουργία ενός χρήστη. Το κόστος είναι συνάρτηση αύξουσα με την εκπεμπόμενη ισχύ ενός χρήστη. Η εκπεμπόμενη ισχύς ενός χρήστη είναι αύξουσα με την απόσταση του χρήστη από το σταθμό βάσης. [15]

Γενικά, κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες, το κόστος από τη λειτουργία ενός χρήστη i , εξ αιτίας της εκπεμπόμενης από αυτόν ισχύος p_i , είναι ανάλογο της ισχύος αυτής. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε μία συνάρτηση τιμολόγησης για κάθε χρήστη, μέσω της οποίας ο χρήστης «χρεώνεται» για τη χρήση των πόρων του συστήματος που χρησιμοποιεί για την επικοινωνία του και για το κόστος που προκαλεί μέσω αυτής στη λειτουργία των υπολοίπων χρηστών.

Η τιμολόγηση του κάθε χρήστη μπορεί να είναι ανά μονάδα της εκπεμπόμενης από αυτόν ισχύος, οπότε δοκιμάζουμε ως συνάρτηση τιμολόγησης μία γραμμική συνάρτηση της ισχύος εκπομπής του κάθε χρήστη. Η συνάρτηση τιμολόγησης θα είναι ανάλογη της εκπεμπόμενης από αυτόν ισχύος p_i και θα εξαρτάται, όπως και η συνάρτηση χρησιμότητάς του, από τις παραμέτρους μετάδοσης του συστήματος και επιπλέον από μία παράμετρο αναλογίας c .

Άρα η συνάρτηση τιμολόγησης ενός χρήστη i , μπορεί να οριστεί ως:

$$V_i = \frac{LRcp_i}{M} \left(\frac{\text{bits}}{\text{joule}} \right).$$

Ή θέτοντας $c = \frac{LRc}{M}$, έχουμε $V_i = cp_i \left(\frac{\text{bits}}{\text{joule}} \right).$

Κάθε χρήστης λοιπόν θα προσπαθεί να μεγιστοποιήσει τη νέα συνάρτηση χρησιμότητας, τη συνάρτηση χρησιμότητας του δικτύου του, που για κάθε χρήστη θα είναι ίση με τη διαφορά της συνάρτησης προσωπικής του χρησιμότητας και της συνάρτησης τιμολόγησης του.

Δηλαδή: $U_i = u_i - V_i \left(\frac{\text{bits}}{\text{joule}} \right)$ (5.8)

Όπως και στην περίπτωση απουσίας τιμολόγησης, κάθε χρήστης θεωρώντας δεδομένο το διάνυσμα ισχύων εκπομπής των υπολοίπων χρηστών, p_{-i} , αναζητά τη βέλτιστη στάθμη εκπεμπόμενης ισχύος. Δηλαδή κάθε χρήστης αναζητά την ελάχιστη δυνατή (θετική) τιμή $p_i \in P_i$ για την οποία μεγιστοποιείται η νέα συνάρτηση χρησιμότητας του, U_i . Ισοδύναμα, την

τιμή $p_i \in P_i$ για την οποία ισχύει: $\frac{\partial U_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial [(u_i - V_i)]}{\partial p_i} = 0$.

Δηλαδή ο κάθε χρήστης αναζητά την ελάχιστη θετική τιμή της ισχύος εκπομπής, $p_i^* > 0$ και

κατ' αντιστοιχία την τιμή γ_i^* , για την οποία ισχύει: $\gamma_i \frac{df(\gamma_i)}{d\gamma_i} - f(\gamma_i) - cp_i^2 = 0$ (5.9).

Όπως και στο παίγνιο χωρίς τιμολόγηση και εδώ στην περίπτωση που η σχέση αυτή επαληθεύεται για περισσότερες από μία τιμές ισχύος εκπομπής, είναι επιθυμητό να επιλέγεται από το χρήστη η μικρότερη από αυτές.

Πρόκειται ουσιαστικά για το ίδιο μη συνεργατικό παίγνιο όπως το παραπάνω. Δεν αλλάζει η δομή και οι παράμετροι του συστήματος, παρά μόνο τα αποτελέσματα από κάθε κίνηση των παικτών, ως συνέπεια της διαφορετικής συνάρτησης χρησιμότητάς τους.

Η νέα συνάρτηση χρησιμότητας, εξ αιτίας της μορφής της U , μπορεί να μηδενίζεται, συνεπώς η U να μεγιστοποιείται, και για αρνητικές τιμές ισχύος εκπομπής που πρέπει να απορρίπτονται.

➤ Έχει αποδειχθεί ότι στο μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος παρουσία τιμολόγησης εάν υπάρχει σημείο ισορροπίας κατά Nash, αυτό είναι πιο αποτελεσματικό κατά παρέτο σε σχέση με το αντίστοιχο παίγνιο χωρίς τιμολόγηση. [11]

Στην περίπτωση αυτή, για κάθε χρήστη προκύπτει διαφορετική βέλτιστη τιμή γ_i^* , (συστήματα μετάδοσης δεδομένων), σε αντίθεση με το παίγνιο χωρίς τιμολόγηση, όπου στο σημείο ισορροπίας όλοι οι χρήστες έχουν το ίδιο γ^* , (συστήματα μετάδοσης φωνής). Η τιμή αυτή του γ_i^* , για τον κάθε χρήστη, εξαρτάται από όλα τα κέρδη ισχύος διαδρομής μέχρι το σταθμό βάσης καθώς και από τη στάθμη του θορύβου σε αυτόν. Οι ισχείς λήψης στο σταθμό βάσης θα είναι επίσης διαφορετικές, ανάλογα από ποιόν χρήστη προέρχονται.

Στο μη συνεργατικό παίγνιο με τιμολόγηση, υπό τον περιορισμό της μέγιστης τιμής εκπεμπόμενης ισχύος, οι προκύπτουσες συναρτήσεις χρησιμότητας για κάθε χρήστη είναι πιο πολύπλοκες συγκριτικά με τις αντίστοιχες απουσία τιμολόγησης. Επιπλέον σε αυτή την περίπτωση η εύρεση της βέλτιστης στάθμης ισχύος για κάθε χρήστη, εξαρτάται και από την τιμή της παραμέτρου c .

Όσον αφορά την υλοποίησή τους, ο αλγόριθμος ελέγχου ισχύος στο μη συνεργατικό παίγνιο με τιμολόγηση, προκύπτει πολύπλοκότερος συγκριτικά με τον αντίστοιχο του μη συνεργατικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, καθώς στις υπολογιστικές διαδικασίες συμμετέχουν τόσο ο σταθμός βάσης όσο και όλοι οι τερματικοί χρήστες. Ωστόσο αποδεικνύεται αποτελεσματικότερος, όσον αφορά τη σύγκλιση, την ατομική και συνολική χρησιμότητα και τη δικαιοσύνη, εντός του δικτύου.

Ο τρόπος και οι προϋποθέσεις υλοποίησης των αλγορίθμων αυτών, καθώς και τα αναλυτικά αποτελέσματά τους, παρουσιάζονται προς σύγκριση, στο επόμενο κεφάλαιο. [11], [15]

Κεφάλαιο 6 – Υλοποίηση αλγορίθμου ελέγχου ισχύος για παίγνιου με τιμολόγηση

6.1 Εισαγωγή – περιγραφή παιγνίου

Έστω το CDMA ασύρματο σύστημα μίας κυψέλης με N χρήστες. Αναφερόμαστε στην άνω ζεύξη, δηλαδή στην κατεύθυνση κίνησης πληροφοριών από το κινητό τερματικό προς το σταθμό βάσης, όπου είναι και πιο έντονο το πρόβλημα της παρεμβολής και επιτακτική η ανάγκη εφαρμογής ενός αποτελεσματικού αλγορίθμου ελέγχου ισχύος.

Κάθε χρήστης απέχει από το σταθμό βάσης απόσταση d_i , σε μέτρα, μεταδίδει πληροφορίες με ρυθμό R bits/second, με L bits πληροφορίας κάθε φορά, σε πακέτο των $M > L$ bits (συνολικά bits στο πακέτο, bits δεδομένων και κωδικοποίησης), σε δίαυλο εύρους φάσματος W Hz.

Έστω p_i η ισχύς εκπομπής του χρήστη i σε Watt και h_i το κέρδος ισχύος άνω ζεύξης, από το χρήστη αυτόν μέχρι το σταθμό βάσης που τον εξυπηρετεί, με μη αρνητικές τιμές. Υποθέτουμε ότι το κέρδος ισχύος δίνεται από το ακόλουθο απλοποιημένο μοντέλο απωλειών

διάδοσης: $h_i = \frac{K_0}{d_i^\nu}$, όπου ν είναι ο εκθέτης απωλειών διαδρομής και K_0 μία σταθερά, που εξαρτώνται από το περιβάλλον διάδοσης του δικτύου και είναι χαρακτηριστικά αυτού.

Επιπλέον $\sigma_i = \sigma^2$ είναι η ισχύς του θορύβου στο περιβάλλον του σταθμού βάσης, που αντιμετωπίζει κάθε χρήστης, που θεωρείται προσθετικός λευκός θόρυβος τύπου Gauss (AWGN).

Θεωρούμε ότι όλοι οι παίκτες έχουν πλήρη πληροφόρηση και είναι αποδοτικοί δέκτες, δηλαδή στους τύπους (4.2 – 4.4) του SIR των προηγούμενων κεφαλαίων ισχύει $\delta_i(t) = 1$.

Έστω το προαναφερθέν μη συνεργατικό παίγνιο N παικτών, με $p_i \in P_i$ τη στρατηγική του κάθε παίκτη i , μέσα από ένα σύνολο πιθανών κινήσεων $P_i = [0, p_{i,max}]$. Άρα το σύνολο όλων των πιθανών κινήσεων όλων των χρηστών, δηλαδή το σύνολο όλων των πιθανών τιμών ισχύος, είναι: $P = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_N$. Για όλους τους χρήστες ισχύει ο ίδιος περιορισμός ως προς τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της ισχύος εκπομπής, με $p_{i,max} = p_{max}$.

Επιπλέον η συνάρτηση χρησιμότητας του κάθε παίκτη i είναι, $u_i(p_i, p_{-i})$, εξαρτώμενη από τις παραμέτρους μετάδοσης του συστήματος, την προσωπική του στρατηγική αλλά και αυτές των υπολοίπων παικτών.

Υποθέτουμε ως συνάρτηση τιμολόγησης μία γραμμική συνάρτηση της ισχύος εκπομπής του κάθε χρήστη, με παράμετρο αναλογίας μία σταθερά C , κοινή για όλους τους χρήστες του

δικτύου. Δηλαδή το κόστος λειτουργίας κάθε χρήστη θα είναι ανάλογο της εκπεμπόμενης από αυτόν ισχύος p_i . Άρα η συνάρτηση χρησιμότητας ενός χρήστη i , είναι:

$$U(p_i, \gamma_i) = U(p_i, p_{-i}) = \frac{LRf(\gamma_i)}{Mp_i} - Cp_i \left(\frac{\text{bits}}{\text{Joule}} \right) \quad (6.1)$$

Η συνάρτηση αποδοτικότητας, είναι η ίδια για όλους τους χρήστες. Έχει για κάθε χρήστη, τη μορφή (5.2): $f(\gamma_i) = (1 - 2BER(\gamma_i))^M$.

Υποθέτουμε ότι το εξεταζόμενο σύστημα μετάδοσης χρησιμοποιεί τεχνική διαμόρφωσης non-coherent FSK, οπότε η συνάρτηση που δίνει το ρυθμό σφαλμάτων ανά bit είναι: $BER(\gamma) = 0.5e^{-0.5\gamma}$.

Επιπλέον η τιμή του SIR για τον κάθε χρήστη i , όταν αυτός έχει εκπεμπόμενη ισχύ p_i ,

$$\gamma_i = \frac{Wh_i p_i}{R \left(\sum_{j \neq i} p_j h_j + \sigma^2 \right)}$$

δίνεται από τη σχέση (5.3) και είναι:

Στην περίπτωση που $C=0$, μεταπίπτουμε στο μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος χωρίς τιμολόγηση. Σε αυτήν την περίπτωση η τιμή του SIR, που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση χρησιμότητας κάθε χρήστη είναι η ίδια για όλους τους χρήστες, έστω γ_0^* .

Επιλύοντας τη σχέση (5.5), $\gamma_i \frac{df(\gamma_i)}{d\gamma_i} - f(\gamma_i) = 0$, βρίσκουμε ότι η τιμή αυτή θα είναι ίση με $\gamma_0^* = 12.4$ ($\Psi 10.8$ dB).

Σε αυτό το σημείο ισορροπίας όλοι οι χρήστες επιτυγχάνουν τον ίδιο SIR στο σταθμό βάσης, επομένως είναι ίσες και οι λαμβανόμενες ισχύεις στο σταθμό βάσης, έστω p_{r0} . Οπότε η

$$p_{r0} = \frac{\gamma^* \sigma^2}{\left(\frac{W}{R} \right) - (N - 1)\gamma^*} \quad (\text{Watts})$$

τιμή τους θα είναι:

$$p_{i0} = \frac{p_{r0}}{h_i} \quad (\text{Watts}), \quad [11], [15]$$

Ενώ η εκπεμπόμενη ισχύς του κάθε τερματικού i , θα είναι:

6.2 Λειτουργία του αλγορίθμου

Στην περίπτωση που η τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης C είναι μη μηδενική και που το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση έχει ισορροπία κατά Nash, στο σημείο αυτό κάθε χρήστης θα εξασφαλίζει διαφορετική στάθμη ισχύος λήψης στο σταθμό βάσης και κατ' επέκταση διαφορετική τιμή του SIR ισορροπίας, έστω γ_i^* .

Για κάθε δεδομένη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης C , όλοι οι χρήστες επιλύουν το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος με διανεμημένο τρόπο, θεωρώντας την τιμή αυτή του C , σταθερή, όπως τις άλλες παραμέτρους του συστήματος. Μεταβάλλοντας διαδοχικά την τιμή της παραμέτρου C , οι χρήστες αναζητούν το σημείο ισορροπίας κατά Nash, εφόσον υπάρχει, για την κάθε τιμή της παραμέτρου C . Στη συνέχεια, συγκρίνονται οι χρησιμότητες του κάθε χρήστη με τις προηγούμενες τιμές τους και αναζητάται για ποιά από τις τιμές της παραμέτρου

τιμολόγησης, η χρησιμότητα όλων των χρηστών γίνεται μέγιστη. Τελικά δηλαδή το πρόβλημα ανάγεται στην εύρεση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου C.

Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενα κεφάλαια, όσο αυξάνεται η απόσταση ενός κινητού τερματικού από το σταθμό βάσης που τον εξυπηρετεί, τόσο αυξάνεται η απαιτούμενη ισχύς εκπομπής του, προκειμένου αυτός να εξασφαλίσει μία συγκεκριμένη ποιότητα υπηρεσιών που να θεωρείται ικανοποιητική. Επιπλέον για μία δεδομένη στάθμη ισχύος εκπομπής, η χρησιμότητα ενός χρήστη μειώνεται καθώς αυξάνεται η απόσταση του χρήστη αυτού από το σταθμό βάσης. Είναι λοιπόν σαφές ότι η αύξηση της απόστασης ενός χρήστη από το σταθμό βάσης δυσχαιρένει τη λειτουργία του. Για ένα χρήστη τοποθετημένο κοντά στο σταθμό βάσης απαιτείται μικρή ισχύς εκπομπής προκειμένου να διασφαλιστεί μεγάλη χρησιμότητα, ενώ αντίθετα για έναν απομακρυσμένο χρήστη απαιτείται πολύ μεγαλύτερη ισχύς εκπομπής για να διασφαλιστεί έστω και κατά πολύ χαμηλότερη χρησιμότητα σε σχέση με τον κοντινό χρήστη. Ο πιο απομακρυσμένος χρήστης είναι αυτός που θα επηρεαστεί πρώτος σε περίπτωση δυσμενών μεταβολών των παραμέτρων του συστήματος, κάποια χρονική στιγμή, ακόμα και αν η μεταβολή αυτή είναι μικρή και δεν έχει επιπτώσεις στην ποιότητα της λειτουργίας των κοντινών χρηστών εκείνη τη χρονική στιγμή. Οι κοντινοί χρήστες συχνά συνεχίζουν να βελτιώνουν την ποιότητα της λειτουργίας τους σε βάρος κάποιων από τους υπόλοιπους (πιο απομακρυσμένους) των οποίων η χρησιμότητα μειώνεται, ενώ η συνολική χρησιμότητα του συστήματος μπορεί να αυξάνεται, καθώς η αύξηση της χρησιμότητας των κοντινών χρηστών είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη μείωση αυτής των μακρινών. Ωστόσο για τους πιο απομακρυσμένους χρήστες, που απολαμβάνουν ούτως ή άλλως χαμηλότερη ποιότητα υπηρεσιών, ακόμη και μια φαινομενικά μικρή μείωση της χρησιμότητάς τους μπορεί να είναι αρκετή ώστε να παρεμποδίζεται η λειτουργία τους. Συνεπώς ένας αποδοτικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος δεν αρκεί να εξασφαλίζει τη μεγιστοποίηση της συνολικής χρησιμότητας όλων των χρηστών, αλλά πρέπει να εξασφαλίζει και κάποια δικαιοσύνη ανάμεσα στους χρήστες, προστατεύοντας αυτούς που είναι σε δυσμενέστερη θέση. Απαιτείται λοιπόν ένας αλγόριθμος ελέγχου ισχύος ο οποίος να αναζητά το σημείο ισορροπίας κατά Nash δεδομένης της παραμέτρου τιμολόγησης και ύστερα να βρίσκει τη βέλτιστη τιμή της παραμέτρου αυτής, με βάση τις προκύπτουσες μεμονομένες τιμές χρησιμότητας καθώς και τη συνολική χρησιμότητα όλων των χρηστών. Πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι περιορισμοί στις μέγιστες τιμές ισχύος εκπομπής καθώς και οι απαιτούμενες συνθήκες προστασίας των πιο «ευάλωτων» τερματικών.

Ξεκινώντας από μηδενική τιμή της σταθεράς τιμολόγησης και αυξάνοντας την τιμή της διαδοχικά, μέχρι μία οριακή τιμή, παρατηρούμε ότι για τις διαδοχικές τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης, η προσωπική χρησιμότητα του κάθε τερματικού αυξάνεται με παράλληλη μείωση της ισχύος εκπομπής του. Ταυτόχρονα παρατηρείται αύξηση της συνολικής χρησιμότητας και μείωση της συνολικά εκπεμπόμενης ισχύος από τους χρήστες του δικτύου.

Ωστόσο κάποια στιγμή, για κάποια τιμή του C, η χρησιμότητα κάποιου χρήστη, συνήθως του πιο απομακρυσμένου, δεν αυξάνεται περαιτέρω. Παραμένει σταθερή ή μειώνεται. Εάν παραμένει σταθερή με παράλληλη μείωση της ισχύος εκπομπής και αυτό αποτελεί κάποια

βελτίωση για το χρήστη και το σύστημα. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις όμως διακρίνουμε ότι το σύστημα δε βελτιώνεται πλέον με την αύξηση της παραμέτρου τιμολόγησης. Από αυτό το σημείο η επιπλέον αύξηση της παραμέτρου τιμολόγησης δυσχαιρένει τη λειτουργία κάποιων χρηστών κάτι που δεν είναι επιθυμητό. [11], [15]

6.3 Ύπαρξη ισορροπίας κατά Nash

Όπως έχει αποδειχθεί σε προηγούμενες εργασίες και έχει αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο, το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος χωρίς τιμολόγηση έχει ισορροπία κατά Nash και είναι μοναδική. [11], [12], [15]

Στην περίπτωση της ύπαρξης τιμολόγησης στο μη συνεργατικό παίγνιο, δεδομένου ότι οι συναρτήσεις χρησιμότητας δεν είναι οιονεί – κοίλες όπως στην προηγούμενη περίπτωση, εξετάζεται η ύπαρξη ισορροπίας κατά Nash κάνοντας χρήση της θεωρίας των supermodular παιγνίων, που αναφέρονται στο δεύτερο κεφάλαιο.

Σε ένα supermodular παίγνιο ελέγχου ισχύος, ένας χρήστης έχει συμφέρον να αυξήσει την ισχύ εκπομπής του μετά από ανάλογη κίνηση των άλλων χρηστών, καθώς καλείται να ξεπεράσει μια νέα, υψηλότερη στάθμη παρεμβολής για να εξασφαλίσει αποτελεσματική λειτουργία, καλής ποιότητας επικοινωνία. Η συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης ενός χρήστη είναι συνάρτηση αύξουσα της παρεμβολής που καλείται να ξεπεράσει, ως αποτέλεσμα των στρατηγικών των άλλων παικτών.

Δηλαδή εάν ένας χρήστης αυξήσει την ισχύ εκπομπής του, αποτέλεσμα αυτού θα είναι η αύξηση της ισχύος εκπομπής και κάποιου άλλου χρήστη, προκειμένου να ξεπεράσει τη νέα αυξημένη παρεμβολή και να αυξήσει την προσωρινά μειωμένη χρησιμότητά του.

➤ Το σύνολο των ισορροπιών κατά Nash ενός supermodular παιγνίου δεν είναι κενό, δηλαδή έχει ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο στοιχείο. [11], [21]

Δηλαδή, τα supermodular παίγνια έχουν ισορροπίες κατά Nash και επιπλέον το σύνολο των ισορροπιών αυτών μπορεί να προσδιοριστεί από ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο στοιχείο, μία ελάχιστη και μία μέγιστη τιμή ισορροπίας κατά Nash.

Δηλαδή, αν p_{\min}^* , p_{\max}^* , p^* , είναι αντίστοιχα το διάνυσμα ισχύος εκπομπής για την ελάχιστη, τη μέγιστη και μία τυχαία ισορροπία κατά Nash, τότε ισχύει:

$p_{\min}^* \leq p \leq p_{\max}^*$. Δηλαδή όλες οι ισορροπίες κατά Nash του παιγνίου βρίσκονται στο διάστημα $[p_{\min}^*, p_{\max}^*]$.

Ωστόσο αυτό δε σημαίνει ότι όλα τα διανύσματα ισχύος εκπομπής, εντός του διαστήματος $[p_{\min}^*, p_{\max}^*]$, αποτελούν ισορροπίες κατά Nash.

Για να αντιμετωπιστεί το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση ως ένα supermodular παίγνιο με εξωτερική παράμετρο την παράμετρο τιμολόγησης C , απαιτείται μία τροποποίηση στο υπάρχων σύνολο των στρατηγικών κάθε παίκτη. Διατηρώντας τον περιορισμό ως προς τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή ισχύος, ορίζουμε το τροποποιημένο σύνολο στρατηγικών του παίκτη i , το συμπαγές σύνολο $\bar{P}_i = [\underline{P}_i, \bar{P}_i]$. Όπου η μέγιστη τιμή του συνόλου είναι η δοθείσα $\bar{P}_i = P_{i,max} = P_{max} \geq \underline{P}_i$, ενώ η ελάχιστη τιμή $\underline{P}_i \geq 0$, προκύπτει από την οριακή τιμή του περιορισμού του SIR, $\gamma_i \geq 2lnM$. Για $\gamma_{min} = 2lnM$, ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης αποδοτικότητας $f(\gamma)$ ως προς την αυξανόμενη τιμή του γ , γίνεται μέγιστος.

Το νέο σύνολο όλων των πιθανών κινήσεων των χρηστών, δηλαδή όλων των πιθανών τιμών ισχύος, είναι: $\bar{P} = \bar{P}_1 \times \bar{P}_2 \times \dots \times \bar{P}_N$

Συγκρητικά με το αντίστοιχο μη συνεργατικό παίγνιο, απουσία τιμολόγησης, έχουμε περιορισμό του συνόλου των πιθανών κινήσεων των παικτών, αφού πλέον για κάθε παίκτη οι κινήσεις, δηλαδή οι τιμές ισχύος εκπομπής, αντίστοιχες των τιμών του γ , για τις οποίες ισχύει $\gamma \leq 2lnM = \gamma_{min}$, δεν επιτρέπονται.

➤ Το τροποποιημένο μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος παρουσία τιμολόγησης, με εξωτερική παράμετρο την παράμετρο τιμολόγησης C , συναρτήσεις χρησιμότητας τις U_i , και σύνολο στρατηγικών για κάθε παίκτη το τροποποιημένο σύνολο \bar{P}_i , έχει αποδειχθεί ότι είναι ένα supermodular παίγνιο, στο οποίο για τα διανύσματα ισχύος ισορροπίας κατά Nash, $p_i^* \in \bar{P}_i$, θα ισχύει: $\underline{P}_i(C) \leq p_i^* \leq \bar{P}_i(C)$. [11]

Στην περίπτωση που υπάρχουν πολλαπλές ισορροπίες κατά Nash σε ένα παίγνιο ελέγχου ισχύος, είναι επιθυμητό ως σημείο λειτουργίας του συστήματος να επιλέγεται η μικρότερη από αυτές, προκειμένου να ελαχιστοποιείται η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς εντός του δικτύου και να παρατείνεται ο χρόνος ζωής των χρηστών του. [11], [21], [36]

6.4 Σχεδίαση και υλοποίηση του αλγορίθμου

Θεωρούμε ότι οι χρήστες αναβαθμίζουν τις τιμές της ισχύος εκπομπής τους ασύγχρονα, ξεκινώντας τη χρονική στιγμή μηδέν ($t=0$). Έστω T_i το σύνολο των χρονικών στιγμών κατά τις οποίες ο χρήστης i αναβαθμίζει την ισχύ του και T το σύνολο όλων των χρονικών στιγμών κατά τις οποίες κάποιος ή κάποιοι χρήστες αναβαθμίζουν την τιμή της εκπεμπόμενης ισχύος τους.

Διαδοχικά οι χρήστες αναβαθμίζουν το διάνυσμα της ισχύος εκπομπής, θεωρώντας ο καθένας, σταθερές τις τιμές των ισχύων εκπομπής των υπολοίπων χρηστών, όπως αυτές έχουν διαμορφωθεί την αμέσως προηγούμενη χρονική στιγμή. Εξετάζουν με βάση τις τιμές αυτές για ποια τιμή της ισχύος εκπομπής τους, η χρησιμότητά τους γίνεται μέγιστη.

Ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος ελέγχου ισχύος αποτελείται από τρία μέρη. Το κυρίως πρόγραμμα, όπου εισάγονται τα δεδομένα του συστήματος και στο τέλος γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων και σε γραφική μορφή, καθώς και δύο συναρτήσεις τις οποίες καλεί το πρόγραμμα αυτό.

Το πρόγραμμα χρησιμοποιεί τις συναρτήσεις αυτές, για να επιλύσουν το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος, στην περίπτωση απουσίας και παρουσίας τιμολόγησης, αντίστοιχα. Είναι επιθυμητό σε κάθε περίπτωση να προσδιορίζεται το σημείο ισορροπίας, δηλαδή οι ισχύεις εκπομπής των χρηστών στη βέλτιστη περίπτωση καθώς και οι χρησιμότητες που απολαμβάνουν στο σημείο αυτό. Το εύρος των τιμών της παραμέτρου τιμολόγησης που θα εξεταστούν κάθε φορά δίνονται από το χρήστη μέσω του κυρίως προγράμματος.

6.4.1 Κυρίως πρόγραμμα (*calling.m*)

Μέσω του προγράμματος αυτού, περιγράφεται ουσιαστικά το προς μελέτη ασύρματο δίκτυο, καθώς και η επιθυμητή ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Ορίζονται αρχικά οι καθολικές σταθερές τιμές των παραμέτρων του δικτύου και ύστερα εισάγονται κατά βούληση του διαχειριστή οι τιμές άλλων μεταβλητών, για να προσδιορίσουν τα υπόλοιπα στοιχεία του δικτύου. Επιπλέον το πρόγραμμα ελέγχει την ορθότητα και τη συμβατότητα των εισαγόμενων τιμών των μεταβλητών.

Επιλύουμε το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη, σε μία κυψέλη ενός CDMA ασύρματου συστήματος. Οι ακόλουθες τιμές είναι σταθερές, δηλαδή κοινές για τα δίκτυα που θα μελετηθούν. Το εύρος φάσματος του διαύλου είναι $W=10^6$ Hz. Η μετάδοση πληροφοριών γίνεται με ρυθμό $R=10^4$ bits/second, σε κάθε πακέτο εμπεριέχονται $L=64$ bits πληροφορίας, ενώ το συνολικό μέγεθος του πακέτου είναι $M=80$ bits.

Επιπλέον, η ισχύς του λευκού προσθετικού θορύβου τύπου Gauss στο περιβάλλον του σταθμού βάσης, που αντιμετωπίζει κάθε χρήστης, είναι $\sigma_i = \sigma^2 = 5 \times 10^{-15}$ Watts.

Όπως έχουμε αναφέρει η συνάρτηση αποδοτικότητας είναι, $f(\gamma_i) = (1 - 2BER(\gamma_i))^M$. Η τεχνική διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται είναι non-coherent FSK. Άρα η συνάρτηση που δίνει το ρυθμό σφαλμάτων ανά bit είναι: $BER(\gamma) = 0.5e^{-0.5\gamma}$ και είναι η ίδια για όλους τους χρήστες. Συνεπώς η συνάρτηση αποδοτικότητας, για κάθε χρήστη γράφεται:

$$f(\gamma_i) = (1 - e^{-0.5\gamma_i})^M = (1 - e^{-0.5\gamma_i})^{80}.$$

Έστω h_i το κέρδος ισχύος άνω ζεύξης στη διαδρομή από το χρήστη i μέχρι το σταθμό βάσης, που δίνεται από το ακόλουθο απλοποιημένο μοντέλο: $h_i = \frac{K_0}{d_i^\nu}$.

Ο εκθέτης απωλειών διαδρομής ν και η σταθερά K_0 , δίνονται από το χρήστη ανάλογα με το περιβάλλον διάδοσης του προς εξέταση ασύρματου δικτύου. Θεωρούμε αποδεκτές τιμές του εκθέτη απωλειών διαδρομής μεταξύ 2.7 και 5, ενώ για τη σταθερά K_0 θέλουμε να είναι θετική και μικρότερη της μονάδας. Δηλαδή $2.7 \leq \nu \leq 5$ και $0 < K_0 < 1$.

Για όλους τους χρήστες ισχύει ο ίδιος περιορισμός ως προς τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της ισχύος εκπομπής εντός του δικτύου, με $p_{i\max} = p_{\max} = 2$ Watts και ως προς την ελάχιστη τιμή του γ στο σταθμό βάσης, που είναι ίση με: $\gamma_{\min} = 2 \ln M = 8.7641$.

Στην περίπτωση του μη συνεργατικού παιγνίου απουσίας τιμολόγησης, η τιμή του γ που μεγιστοποιεί τις χρησιμότητες όλων των χρηστών, προκύπτει από την επίλυση της σχέσης (5.5) και είναι η ίδια για όλους και ισούται με: $\gamma_{i0}^* = \gamma_0^* = 12.4$.

Οι τιμές των προαναφερθέντων σταθερών W , R , L , M , σ^2 , p_{\max} , γ_{\min} , γ_0^* που δηλώνονται στην αρχή του προγράμματος, καθώς και των μεταβλητών ν και K_0 , είναι καθολικές.

Στην κυψέλη αυτή λειτουργούν ταυτόχρονα N χρήστες. Ο αριθμός των χρηστών, N , που θα φιλοξενήσει το δίκτυο ορίζεται και εισάγεται στον αλγόριθμο από το χειριστή του δικτύου. Για τον αριθμό αυτόν πρέπει να ισχύει $N \geq 2$, προκειμένου να μπορεί το δίκτυο να μοντελοποιηθεί ως παίγνιο, αφού για λιγότερους από δύο παίκτες δεν υφίσταται παίγνιο. Επιπλέον για να είναι επιλύσιμο το συγκεκριμένο πρόβλημα ελέγχου ισχύος απαιτείται, από την παραπάνω σχέση προσδιορισμού της λαμβανόμενης στο σταθμό βάσης ισχύος στην

περίπτωση παιγνίου απουσίας τιμολόγησης, να ισχύει $N \leq \frac{W}{R\gamma^*} + 1$. Για την τιμή $\gamma_0^* = 12.4$, από τον περιορισμό αυτό προκύπτει η απαίτηση $N \leq 9$, δηλαδή $2 \leq N \leq 9$.

Κάθε χρήστης απέχει από το σταθμό βάσης απόσταση d_i , σε μέτρα. Οι τιμές αυτές ορίζονται επίσης εξωτερικά και τοποθετούνται σε πίνακα d , N στοιχείων, τον πίνακα των αποστάσεων, d . Οι αποστάσεις αυτές προφανώς πρέπει να παίρνουν θετικές τιμές και να είναι μικρότερες από ένα χιλιόμετρο για να βρίσκονται οι χρήστες εντός της κυψέλης. Απόσταση κάποιου χρήστη, μεγαλύτερη από ένα χιλιόμετρο από τον χρησιμοποιούμενο σταθμό βάσης, σημαίνει ότι ο χρήστης αυτός βρίσκεται εκτός της κυψέλης, έχει μεταβεί σε κάποια άλλη κυψέλη και πρέπει να εξυπηρετηθεί από τον αντίστοιχο σταθμό βάσης. Άρα πρέπει $d_i \leq 1000$ m.

Επιπλέον για λόγους ασφαλείας και καλής λειτουργίας ο κινητός χρήστης δεν πρέπει να βρίσκεται στο κοντινό πεδίο της κεραίας του σταθμού βάσης. Η οριακή αυτή τιμή της απόστασης ασφαλείας ποικίλει ανάλογα με την χρησιμοποιούμενη κεραία και το είδος του δικτύου. Σε κάποιες περιπτώσεις η ελάχιστη απόσταση ασφαλείας μπορεί να είναι μόλις μερικά εκατοστά από την κεραία, ενώ σε άλλες κάποιες δεκάδες μέτρα. Για μια κεραία κινητής τηλεφωνίας η ελάχιστη απόσταση είναι 6 μέτρα, ενώ ένας πομπό τηλεόρασης ή ραδιοφώνου έχει ελάχιστη απόσταση ασφαλείας τα 30 μέτρα. Εδώ δεδομένου ότι δε γνωρίζουμε τις σχεδιαστικές λεπτομέρειες της χρησιμοποιούμενης κεραίας σε κάθε εξεταζόμενο δίκτυο, θεωρούμε ελάχιστη απόσταση ασφαλείας τα 50 μέτρα. Οπότε απαιτούμε για τις τιμές των αποστάσεων των τερματικών από το σταθμό βάσης να ισχύει: $50 \leq d_i \leq 1000$ m. [23]

Επιπλέον μετά τον έλεγχο και την εισαγωγή των τιμών των αποστάσεων στον πίνακα d , προς ευκολία της μετέπειτα παρουσίασης των αποτελεσμάτων και σύγκρισης αυτών, γίνεται ταξινόμηση του πίνακα d .

Αφού έχουν οριστεί οι τιμές των μεταβλητών ν και K_0 , που χαρακτηρίζουν το περιβάλλον διάδοσης και ο πίνακας των αποστάσεων, μπορούν από τη σχέση $h_i = \frac{K_0}{d_i^\alpha}$, να προσδιοριστούν και τα N στοιχεία του πίνακα κέρδους ισχύος, h .

Στη συνέχεια προσδιορίζεται το σημείο έναρξης της ισχύος εκπομπής για κάθε παίκτη, που δεν είναι άλλο από την ελάχιστη τιμή της ισχύος εκπομπής του, p_{min} .

Η ελάχιστη τιμή του γ , είναι η ίδια για όλους τους παίκτες, $\gamma_{min,i} = \gamma_{min} = 2 \ln M = 8.7641$. Στην περίπτωση αυτή όλοι οι χρήστες επιτυγχάνουν τον ίδιο SIR στο σταθμό βάσης, γ_{min} , άρα και η λαμβανόμενη ισχύς στο σταθμό βάσης θα είναι η ίδια για όλους τους χρήστες. Έστω p_{min} , η ισχύς αυτή, που θα είναι:

$$P_{min,i} = p_{min} = \frac{\gamma_{min} \sigma^2}{\left(\frac{W}{R}\right) - (N-1)\gamma_{min}} \quad (\text{Watts})$$

Οι ελάχιστες τιμές της εκπεμπόμενης ισχύος του κάθε χρήστη, $p_{min,i}$, θα διαφέρουν μεταξύ τους, αφού η ισχύς εκπομπής εξαρτάται και από το κέρδος ισχύος για τη διαδρομή διάδοσης από τον κάθε χρήστη μέχρι το σταθμό βάσης που τον εξυπηρετεί.

Συνεπώς θα είναι:
$$P_{min,i} = \frac{P_{min}}{h_i}$$

Ο αλγόριθμος παρουσιάζει τις τιμές αυτές και στη συνέχεια καλεί τη συνάρτηση `game_c0`, που είναι εκείνη που επιλύει το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος χωρίς τιμολόγηση, ή ισοδύναμα για $C=0$.

Ο αλγόριθμος παρουσιάζει τα επιστρεφόμενα από τη συνάρτηση αποτελέσματα, δηλαδή την ισχύ εκπομπής κάθε χρήστη καθώς και τη χρησιμότητα που απολαμβάνει στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, καθώς και τις συνολικές τιμές χρησιμότητας και εκπεμπόμενης ισχύος εντός του δικτύου στο σημείο αυτό.

Ακολουθώς επιλύεται το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση. Ορίζεται πρώτα από το χρήστη το διάστημα και το βήμα μεταβολής των τιμών της παραμέτρου τιμολόγησης, C , για τις οποίες θα επιλυθεί το παίγνιο. Με δεδομένες τις τιμές αυτές καλείται η συνάρτηση `wifigame`, η οποία επιλύει επαναληπτικά το μη συνεργατικό παίγνιο, για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης, ξεκινώντας από τη δοθείσα αρχική τιμή της και αυξάνοντας την σε κάθε επανάληψη κατά το δοθέν βήμα.

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση και εδώ μετά το πέρας της λειτουργίας της συνάρτησης, ο αλγόριθμος παρουσιάζει τα επιστρεφόμενα από τη συνάρτηση αποτελέσματα, που είναι η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης, C_{best} καθώς και τις τιμές ισχύος εκπομπής και χρησιμότητας κάθε χρήστη, όπως αυτές διαμορφώνονται στο σημείο ισορροπίας του παιγνίου για παράμετρο τιμολόγησης ίση με C_{best} . Επιπλέον παρουσιάζεται για κάθε χρήστη το ποσό της αύξησης της χρησιμότητάς του και της μείωσης της ισχύος εκπομπής του, σε αυτό το σημείο ισορροπίας, συγκριτικά με το σημείο ισορροπίας του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, όπως αυτό διαμορφώνεται από τη συνάρτηση `game_c0`. Παρουσιάζονται ακόμη, οι συνολικές τιμές εκπεμπόμενης ισχύος και χρησιμότητας στο σημείο

αυτό. Μετά το πέρας των συναρτήσεων `game_c0` και `wifigame` το πρόγραμμα παρουσιάζει και γραφικά τα αποτελέσματα.

6.4.2 Συνάρτηση `game_c0`

Ρόλος της συνάρτησης αυτής είναι η επίλυση του μη συνεργατικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, υπό την έννοια της εύρεσης του διανύσματος στρατηγικών στο σημείο ισορροπίας του παιγνίου για $C=0$.

Η συνάρτηση αυτή δέχεται από το καλόν πρόγραμμα ως ορίσματα τον αριθμό των χρηστών, N και τον πίνακα κερδών ισχύος διαδρομής, h . Με βάση τις τιμές αυτές καθώς και τις τιμές των καθολικών παραμέτρων, υπολογίζει και επιστρέφει τους πίνακες ισχύος εκπομπής, p_0 και χρησιμότητας, u_0 , με στοιχεία αντίστοιχα τις ισχύεις εκπομπής και τις χρησιμότητες των χρηστών στο σημείο ισορροπίας κατά Nash του παιγνίου.

Έχουμε αποδείξει ότι στην περίπτωση αυτή, στο σημείο ισορροπίας, όπου μεγιστοποιούνται οι ατομικές χρησιμότητες των χρηστών, όλοι τους επιτυγχάνουν τον ίδιο SIR στο σταθμό βάσης. Η κοινή αυτή τιμή του γ , που μεγιστοποιεί τις χρησιμότητες όλων των χρηστών είναι $\gamma_0^* = 12.4$ και η λαμβανόμενη ισχύς στο σταθμό βάσης, επίσης ίδιας τιμής για

$$p_{r0} = \frac{\gamma^* \sigma^2}{\left(\frac{W}{R}\right) - (N-1)\gamma^*} \quad (\text{Watts})$$

όλους τους χρήστες είναι

Από τη σχέση $p_{i0} = \frac{p_{r0}}{h_i}$, η συνάρτηση προσδιορίζει τις τιμές εκπεμπόμενης ισχύος του κάθε τερματικού i , δηλαδή τα στοιχεία του πίνακα ισχύος εκπομπής p_0 .

Στη συνέχεια προσδιορίζονται τα στοιχεία του πίνακα χρησιμότητας u_0 , δηλαδή η χρησιμότητα που απολαμβάνει ο κάθε χρήστης σε αυτό το σημείο ισορροπίας, από τη σχέση

$$u_{0i} = \frac{LR(1 - e^{-0.5\gamma_0^*})^M}{M p_{0i}}$$

Όπου στην παραπάνω σχέση η τιμή του SIR του κάθε χρήστη i , με εκπεμπόμενη ισχύ p_i ,

$$\gamma_i = \frac{Wh_i p_i}{R \left(\sum_{j=1}^N p_j h_j + \sigma^2 \right)}$$

είναι

Επιπλέον η συνάρτηση `game_c0` επιστρέφει και την τιμή της συνολικής χρησιμότητας των παικτών του δικτύου σε αυτό το σημείο ισορροπίας, $totalu_0$, που είναι το άθροισμα των στοιχείων του πίνακα u_0 .

6.4.3 Συνάρτηση `wifigame`

Ρόλος της συνάρτησης αυτής είναι η επίλυση του μη συνεργατικού παιγνίου με τιμολόγηση, για διάφορες τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης, $C \neq 0$, υπό την έννοια του προσδιορισμού του σημείου ισορροπίας του παιγνίου που διαμορφώνεται για κάθε τιμή του C . Επιπλέον η συνάρτηση αυτή συγκρίνει τις προκύπτουσες ισορροπίες και τα αποτελέσματα

αυτών, στα διαφορετικά παίγνια. Επιλέγει τη βέλτιστη ισορροπία, από αυτές, δηλαδή την πιο ευνοϊκή για το δίκτυο στο σύνολό του, θέτοντας ως βέλτιστη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης την παράμετρο για την οποία πραγματοποιείται η βέλτιστη αυτή ισορροπία.

Η συνάρτηση αυτή δέχεται από το καλών πρόγραμμα ως ορίσματα τον αριθμό των χρηστών, N , τον πίνακα κερδών ισχύος διαδρομής, h , τους πίνακες ισχύων εκπομπής και χρησιμότητας, ρ_0 και u_0 , στο σημείο ισορροπίας κατά Nash στην περίπτωση απουσίας τιμολόγησης, όπως έχουν προκύψει από την προηγούμενη συνάρτηση, `game_c0`. Επιπλέον δέχεται το διάνυσμα ελάχιστης ισχύος ρ_{min} , που θα αποτελεί και το σημείο έναρξης κατά τη διαμόρφωση της ισχύος εκπομπής των χρηστών. Τέλος η συνάρτηση αυτή ως ορίσματα και τις τιμές C_{start} και C_{finish} , που προσδιορίζουν αντίστοιχα το άνω και κάτω άκρο του συνόλου τιμών στο οποίο θα μεταβάλεται η παράμετρος τιμολόγησης, καθώς και το ποσό κατά το οποίο θα αυξάνεται σε κάθε επανάληψη, c_{step} . Τέλος, δέχεται τη μεταβλητή `limit`, που προσδιορίζει το μέγιστο επιτρεπόμενο αριθμό διαδοχικών μειώσεων της χρησιμότητας κάποιου χρήστη. Αν η τιμή αυτή ξεπεραστεί, η λειτουργία της συνάρτησης τερματίζεται, ακόμη και αν δεν έχουν προσπελαστεί όλες οι τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης.

Με βάση τις τιμές αυτές καθώς και τις τιμές των καθολικών παραμέτρων, η συνάρτηση υπολογίζει και επιστρέφει τη βέλτιστη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης, C_{best} , αυτή για την οποία μεγιστοποιείται η χρησιμότητα όλων των χρηστών του δικτύου στο σημείο ισορροπίας, συγκριτικά με τις αντίστοιχες χρησιμότητες σημείων ισορροπίας για άλλες τιμές του C . Επιστρέφει επίσης, τους πίνακες ισχύος εκπομπής, ρ_{best} και χρησιμότητας, u , για το βέλτιστο σημείο ισορροπίας κατά Nash, δηλαδή αυτό που προκύπτει από την επίλυση του παιγνίου με $C = C_{best}$. Επιστρέφεται και η τιμή της συνολικής χρησιμότητας των παικτών του δικτύου, `totalu` για το συγκεκριμένο σημείο ισορροπίας, δηλαδή το άθροισμα των στοιχείων του πίνακα u .

Τέλος η συνάρτηση `wifigame` επιστρέφει στο κυρίως πρόγραμμα τις τιμές των μεταβλητών C_{last} , $i\rho_{max}$, i_{last} , προκειμένου να διευκολύνει την παρουσίαση και τη γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων στο κυρίως πρόγραμμα. Ο ρόλος και η χρησιμότητά τους περιγράφονται παρακάτω, στο σημείο του αλγορίθμου όπου επεισέρχονται.

Ο αλγόριθμος της συνάρτησης αυτής, που καλείται να επιλύσει το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης και να προσδιορίσει τη βέλτιστη από αυτές, υλοποιείται μέσω δύο εμφωλευμένων επαναληπτικών βρόγχων. Η υλοποίηση του εξωτερικού βρόγχου αντιστοιχεί ουσιαστικά στη λειτουργία του δικτύου, ενώ ο εσωτερικός βρόχος αποτελεί περιγραφή της λειτουργίας που διεκπεραιώνεται με διανεμημένο τρόπο από κάθε τερματικό χρήστη, μέχρις ότου οι προκύπτουσες τιμές της προσωπικής ισχύος εκπομπής του να συγκλίνουν σε κάποια σταθερή τιμή.

Η συνάρτηση `wifigame` αρχικά θεωρεί ως βέλτιστη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης το μηδέν και ως βέλτιστη τιμή του διανύσματος ισχύος εκπομπής, το διάνυσμα ισχύος εκπομπής της ισορροπίας κατά Nash, όπως αυτό έχει διαμορφωθεί από την συνάρτηση `game_c0`, για την περίπτωση του μη συνεργατικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση.

Η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιεί τους πίνακες u , p και p_{best} , δύο διαστάσεων, με N στήλες ο καθένας. Σε κάθε σειρά αποθηκεύεται ένα διάνυσμα χρησιμότητας ή ισχύος αντίστοιχα. Επιπλέον χρησιμοποιεί τον πίνακα γραμμή $totalu$, που κάθε στοιχείο του είναι η τιμή της συνολικής χρησιμότητας του συστήματος, ίσο με το άθροισμα των στοιχείων μιας γραμμής του πίνακα u , δηλαδή το άθροισμα των χρησιμότητων για μια δεδομένη στιγμή. Η πρώτη σειρά των πινάκων u και p_{best} ορίζεται ίση με τα διανύσματα ισορροπίας στην περίπτωση παιγνίου χωρίς τιμολόγηση. Δηλαδή $p_{best}(1,:)=p_0$, $u(1,:)=u_0$ και συνεπώς $totalu(1,1)=sum(u(1,:))$.

Επιπλέον χρησιμοποιεί τις μεταβλητές ind , $ind2$, ip_{max} και ip_{temp} , που είναι ουσιαστικά δείκτες σε θέσεις ή σειρές, των παραπάνω πινάκων. Ο ind είναι δείκτης σε σειρές του πίνακα p , ενώ ο $ind2$ είναι δείκτης σε σειρές των πινάκων p_{best} και u , καθώς και των στοιχείων του μονοδιάστατου πίνακα $totalu$. Ο δείκτης ip_{max} χρησιμοποιείται για να διατηρήσει τον αριθμό της σειράς του πίνακα p_{best} και u , όπου είναι αποθηκευμένο το βέλτιστο διάνυσμα, ισχύος και χρησιμότητας αντίστοιχα. Από την άλλη ο δείκτης ip_{temp} χρησιμοποιείται για να δώσει τη θέση στον πίνακα των χρησιμότητων ενός υποψήφιου βέλτιστου διανύσματος χρησιμότητας.

Όλοι οι δείκτες αρχικοποιούνται αρχικά στην τιμή ένα, δηλαδή να δείχνουν την πρώτη σειρά του αντίστοιχου πίνακα.

Ακόμη υπάρχουν οι μεταβλητές $notbetter$ και C_{best} . Η μεταβλητή $notbetter$ είναι μία μεταβλητή ελέγχου, που χρησιμοποιείται για να αποδώσει το ποσό της συνεχόμενης υποβάθμισης της λειτουργίας του συστήματος. Όταν η κατάσταση του συστήματος βελτιώνεται η μεταβλητή αυτή τίθεται ίση με το μηδέν, ενώ για κάθε μείωση της χρησιμότητας κάποιου χρήστη αυξάνεται κατά ένα. Η μέγιστη επιτρεπτή τιμή της είναι ίση με την τιμή $limit$, όπως αυτή ορίζεται από το χειριστή του προγράμματος. Η μεταβλητή C_{best} , δίνει τη βέλτιστη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης. Οι τιμές αυτές αρχικά τίθενται ίσες με μηδέν.

- **Εσωτερικός βρόχος**

Ο εσωτερικός επαναληπτικός βρόχος εκτελεί ουσιαστικά παρόμοια λειτουργία με τη συνάρτηση $game_c0$, αλλά για κάποια συγκεκριμένη, διαφορετική κάθε φορά, τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης, $C \neq 0$.

Για το δεδομένο παίγνιο που προσδιορίζεται από την τιμή αυτή του C , ξεκινώντας από το διάνυσμα της ελάχιστης ισχύος εκπομπής, διαδοχικά, κάθε παίκτης αναζητά την τιμή της ισχύος εκπομπής του από το σύνολο των επιτρεπόμενων τιμών, με δεδομένες τις τιμές ισχύος εκπομπής των υπολοίπων χρηστών όπως αυτές διαμορφώθηκαν την τελευταία χρονική στιγμή, για την οποία η χρησιμότητά του, γίνεται μέγιστη, δηλαδή για την οποία η τιμή

της συνάρτησης
$$U_{i,j}(p_i, p_{-i}) = \frac{LR(1 - e^{-0.5 \cdot B \cdot p_i})^M}{M p_i} - C p_i \left(\frac{\text{bits}}{\text{Joule}} \right)$$
, γίνεται μέγιστη.

Την τιμή αυτή, της ισχύος εκπομπής του χρήστη i , την αποθηκεύει στον πίνακα p , στο σημείο, $p(ind, i)$. Ο πίνακας p είναι ένας βοηθητικός πίνακας που χρησιμοποιείται, για τις προσωρινά υπολογισμένες τιμές της ισχύος. Χρησιμοποιείται ο δείκτης, ind , για τις σειρές του

πίνακα αυτού. Σε κάθε σειρά του περιέχεται ένα διάνυσμα ισχύος, όπως αυτό έχει διαμορφωθεί κάποια χρονική στιγμή.

Με δεδομένο κάθε φορά το διάνυσμα ισχύος εκπομπής της προηγούμενης χρονικής στιγμής, $p(\text{ind}-1, :)$, διαδοχικά οι χρήστες αναβαθμίζουν τις τιμές της ισχύος εκπομπής τους, μέχρις ότου δύο διαδοχικά διανύσματα ισχύος εκπομπής να διαφέρουν μεταξύ τους λιγότερο από 0.0001, όπου ο αλγόριθμος θεωρεί ότι το διάνυσμα έχει συγκλίνει στην τελική τιμή ισχύος του, για το συγκεκριμένο παίγνιο και ο εσωτερικός επαναληπτικός βρόχος έχει ολοκληρώσει τη λειτουργία του.

- *Εξωτερικός βρόχος*

Ο εξωτερικός επαναληπτικός βρόχος ορίζει σε κάθε επανάληψη την τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης, την οποία ανακοινώνει στους παίκτες και για την οποία θα επιλυθεί το παίγνιο, μέσω του εσωτερικού βρόχου και ύστερα θα εξεταστούν τα αποτελέσματά του συγκρητικά με τα προηγούμενα.

Αρχικά η τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης τίθεται ίση με τη δοθείσα αρχική τιμή $C=C_{\text{start}}$ η οποία αυξάνεται σε κάθε επανάληψη του βρόχου αυτού κατά το δοθέν βήμα μεταβολής c_{step} μέχρι να φτάσει την τελική τιμή C_{finish} .

Αρχικοποιείται ο πίνακας p . Το διάνυσμα της ισχύος τη χρονική στιγμή μηδέν, κατά την έναρξη του κάθε παιγνίου, θα ισούται με το διάνυσμα της ελάχιστης επιτρεπόμενης ισχύος εκπομπής, p_{min} . Τα στοιχεία της πρώτης σειράς του πίνακα p , θέτονται ίσα με τις συνιστώσες του διανύσματος ελάχιστης ισχύος, p_{min} . Δηλαδή $p(1, :)=p_{\text{min}}$.

Ξεκινώντας από το σημείο αυτό, ο εσωτερικός βρόχος, προσεγγίζει σταδιακά την τιμή του διανύσματος ισορροπίας κατά Nash στο συγκεκριμένο παίγνιο.

Μετά την ολοκλήρωση του εσωτερικού επαναληπτικού βρόχου, αφού έχει βρεθεί το διάνυσμα της βέλτιστης ισχύος εκπομπής, αποθηκεύεται στον πίνακα p_{best} , στη σειρά που δείχνει ο δείκτης $\text{ind}2$, ενώ η μέγιστη τιμή της χρησιμότητας που απολαμβάνει κάθε χρήστης για αυτή την ισχύ εκπομπής στο συγκεκριμένο παίγνιο αποθηκεύεται στον πίνακα u , επίσης στη σειρά που δείχνει ο δείκτης $\text{ind}2$. Επιπλέον υπολογίζεται η συνολική χρησιμότητα $\text{total}u$, για αυτήν την περίπτωση, που είναι το άθροισμα των επιμέρους χρησιμοτήτων, της σειράς $\text{ind}2$ του πίνακα u .

Η συνάρτηση εμφανίζει τα παραπάνω στοιχεία και προχωράει στη σύγκρισή τους με τις αντίστοιχες προηγούμενες τιμές για να ελέγξει αν η αύξηση της παραμέτρου τιμολόγησης εξακολουθεί να επιφέρει αύξηση της χρησιμότητας όλων των παικτών, δηλαδή βελτίωση της λειτουργίας του συστήματος ή όχι.

Ελέγχεται λοιπόν αν οι συνιστώσες του διανύσματος της χρησιμότητας την τελευταία χρονική στιγμή, είναι μεγαλύτερες ή ίσες από αυτές της αμέσως προηγούμενης περίπτωσης, δηλαδή αν ισχύει $u(\text{ind}2, :) \geq u(\text{ind}2-1, :)$, ενώ ταυτόχρονα οι συνιστώσες του διανύσματος της ισχύος εκπομπής την τελευταία χρονική στιγμή δεν ξεπερνούν τις αμέσως προηγούμενες, δηλαδή αν ισχύει ταυτόχρονα $p_{\text{best}}(\text{ind}2, :) \leq p_{\text{best}}(\text{ind}2-1, :)$.

Στην περίπτωση που ισχύουν τα παραπάνω έχουμε ακόμη βελτίωση του συστήματος με την αύξηση της παραμέτρου C , οπότε ο αλγόριθμος προχωράει σε περαιτέρω αύξηση του, κατά c_{step} και συνεχίζει επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία για τη νέα τιμή του.

Στην περίπτωση που τα παραπάνω δεν ισχύουν, σημαίνει ότι με την αύξηση της παραμέτρου τιμολόγησης κάποιος χρήστης ζημιώθηκε ενώ κάποιοι άλλοι αύξησαν τη χρησιμότητά τους σε βάρος του. (Συνήθως ο πιο αποκρουσμένος χρήστης είναι αυτός που επηρεάζεται δυσμενώς, πρώτος.) Συνεπώς η αμέσως προηγούμενη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης ($C - c_{step}$) ήταν καλύτερη για το σύστημα.

Ο αλγόριθμος τώρα θα εξετάσει μήπως η προηγούμενη τιμή εκτός από καλύτερη από την παρούσα, ήταν και η βέλτιστη από τη μέχρι τώρα λειτουργία του συστήματος. Κρατάει λοιπόν την προηγούμενη τιμή του δείκτη, $ip_{temp} = ind2-1$, για τα στοιχεία των πινάκων u και p_{best} , για να τα συγκρίνει με τη μέχρι τώρα θεωρούμενη ως βέλτιστη τιμή, ip_{max} . Σε περίπτωση που το νέο διάνυσμα χρησιμότητας έχει όλες τις συνιστώσες του μεγαλύτερες από τις μέχρι τώρα βέλτιστες, το νέο διάνυσμα θεωρείται ως βέλτιστο.

Στην περίπτωση που η νέα τιμή δεν είναι μεγαλύτερη από την παρούσα βέλτιστη, αλλά δεν έχουμε μειούμενη ποιότητα λειτουργίας του συστήματος (δηλαδή η μεταβλητή $notbetter$ είναι ίση με 1), ο αλγόριθμος εξετάζει την περίπτωση να είναι η νέα χρησιμότητα ελάχιστα μικρότερη από την προηγούμενη για κάποιο χρήστη, εξασφαλίζοντας όμως μεγαλύτερη συνολική χρησιμότητα και μικρότερη ή τουλάχιστον ίση εκπεμπόμενη ισχύ για όλους τους χρήστες. Μία πολύ μικρή μείωση της χρησιμότητας κάποιου χρήστη με παράλληλη βελτίωση των υπολοίπων χαρακτηριστικών του συστήματος, θεωρείται ότι βελτιώνει την κατάσταση του συστήματος και ότι το μέγεθος της βελτίωσης αντισταθμίζει τη μικρή απώλεια, για αυτό και είναι προτιμότερη αυτή η μικρή «θυσία». Το ποσό κατά το οποίο επιτρέπεται να μειωθεί η χρησιμότητα είναι αρκετά μικρό ώστε να μην τίθεται σε κίνδυνο η λειτουργία κάποιου χρήστη ο οποίος πιθανώς να βρίσκεται ήδη σε δυσμενέστερη θέση από τους υπόλοιπους, αλλά ταυτόχρονα επαρκεί για να εξασφαλίζεται καλύτερη λειτουργία για το σύστημα στο σύνολό του.

Στις παραπάνω δύο περιπτώσεις λοιπόν, η βέλτιστη τιμή του C_{best} τίθεται ίση με το C της προηγούμενης επανάληψης, $C - c_{step}$ και ανακοινώνεται από το σύστημα, ενώ ο δείκτης ip_{max} , στη σειρά του πίνακα u , που εμπεριέχει το βέλτιστο διάνυσμα χρησιμότητας, τροποποιείται να δείχνει σε αυτή τη νέα θέση.

Στο τέλος του βρόχου ελέγχεται η τιμή της παραμέτρου $notbetter$. Αν η τιμή της κάποια στιγμή γίνει μεγαλύτερη από τη δοθείσα προδιαγραφή, $limit$, θεωρείται ότι το σύστημα δεν πρόκειται να εμφανίσει άλλη βελτίωση της λειτουργίας του, αφού η μείωση είναι εκτεταμένη, συνεπώς δεν έχει και νόημα η προσπέλαση και των υπολοίπων τιμών του C , μέχρι το δοθέν όριο τερματισμού, C_{finish} , καθώς δεν πρόκειται να υπάρξει άλλη αύξηση της χρησιμότητας. Έτσι τερματίζεται ο επαναληπτικός βρόχος, διατηρώντας στη μνήμη τις τελευταίες τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης, C_{last} και του δείκτη $ind2$, στους πίνακες ισχύος και χρησιμότητας, i_{last} . Οι τιμές αυτές επιστρέφονται από τη συνάρτηση `wifigame` στο κυρίως πρόγραμμα προκειμένου να αναπαρασταθούν και γραφικά τα αποτελέσματα.

6.4.4 Λειτουργίες ελέγχου

Ο αλγόριθμος επίλυσης του παιγνίου ελέγχου ισχύος δέχεται τις τιμές κάποιων δεδομένων σαν εισόδους. Παρά τα ενημερωτικά μηνύματα που εμφανίζει πριν την εισαγωγή τους για το πεδίο τιμών των μεταβλητών αυτών, υπάρχει πάντα και η πιθανότητα σφαλμάτων κατά την εισαγωγή δεδομένων και η εκχώρηση λανθασμένης τιμής σε κάποια μεταβλητή. Ο αλγόριθμος λοιπόν εμπεριέχει και κάποιους βρόχους ελέγχου, προκειμένου να αποφεύγεται η εισαγωγή μη συμβατών δεδομένων που μπορεί να οδηγήσουν σε ένα μη επιλύσιμο παίγνιο ή να μετατρέψουν κάποιον επαναληπτικό βρόχο σε ατέρμονα βρόχο.

Αρχικά εισάγονται οι τιμές των μεταβλητών K_0 και ν , που ορίζουν τον τύπο του περιβάλλοντος του ασύρματου δικτύου. Όπως αναφέρεται και παραπάνω οι επιτρεπόμενες τιμές τους είναι $0 < K_0 < 1$ και $2.7 \leq \nu \leq 5$, αντίστοιχα. Μετά την εισαγωγή της καθεμίας από αυτές ελέγχεται αν βρίσκονται εντός των αντίστοιχων διαστημάτων. Σε περίπτωση που αυτό δεν ισχύει, η λειτουργία του προγράμματος τερματίζεται ενώ εμφανίζεται το αντίστοιχο μήνυμα προς το χρήστη που εξηγεί το λόγο της διακοπής αυτής.

Στη συνέχεια εισάγεται ο αριθμός των χρηστών N , με επιτρεπτές τιμές $2 \leq N \leq 9$, ώστε το παίγνιο να είναι επιλύσιμο. Όπως και προηγουμένως, στην περίπτωση που παρά το ενημερωτικό μήνυμα εισαχθεί αριθμός εκτός του παραπάνω διαστήματος, η λειτουργία του προγράμματος διακόπτεται και ακολουθεί η εμφάνιση του αντίστοιχου μηνύματος σφάλματος.

Αφού δοθεί ο αριθμός των χρηστών N , ορίζεται ο πίνακας των αποστάσεων d , N θέσεων, αρχικά με μηδενικές τιμές και εναποτίθεται στο χρήστη να δηλώσει τις αποστάσεις των κινητών τερματικών του συστήματος από το σταθμό βάσης. Ο χρήστης πληκτρολογεί τις αποστάσεις αυτές, κατά προτίμηση σε αύξουσα σειρά, μέχρι να γεμίσουν οι θέσεις του πίνακα. Για τα στοιχεία του πίνακα d πρέπει να ισχύει: $50 < d(:, i) \leq 1000$ μέτρα. Υπάρχει ο αντίστοιχος έλεγχος. Επιπλέον αν όλα τα εισαχθέντα στοιχεία πληρούν την παραπάνω συνθήκη, ο αλγόριθμος τα ταξινομεί σε αύξουσα σειρά, εάν δεν είναι ήδη.

Η συνάρτηση `game_c0` δέχεται ως ορίσματα τον αριθμό των παικτών, N και τον πίνακα κερδών ισχύος διαδρομής, h , που εξαρτάται από τις τιμές των K_0 , ν και $d(:, i)$. Οι τιμές αυτές έχουν ελεγχθεί παραπάνω οπότε δε χρειάζεται έλεγχος της συμβατότητας των ορισμάτων αυτής της συνάρτησης.

Για την κλήση της συνάρτησης `wifigame` απαιτείται η εισαγωγή κάποιων επιπλέον τιμών που αφορούν κυρίως τις τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης για τις οποίες θα μελετηθεί η κατάσταση ισορροπίας του συστήματος. Εισάγονται η αρχική, C_{start} και η τελική, C_{finish} , τιμή της παραμέτρου C , για να καθορίσουν τα παίγνια που θα μελετηθούν, καθώς επίσης και το βήμα μεταβολής της παραμέτρου αυτής, c_{step} . Η συνάρτηση `wifigame`, που δέχεται ως ορίσματα από το κυρίως πρόγραμμα και αυτές τις τιμές, ελέγχει αν ικανοποιούνται οι λογικές, ανισοτικές σχέσεις μεταξύ τους, δηλαδή αν ισχύει $C_{start} > 0$, $C_{finish} > C_{start}$ και $c_{step} > 0$, ώστε τα άκρα του προς μελέτη διαστήματος να είναι διακεκριμένα και σωστά διατεταγμένα, ξεκινώντας από μη μηδενική τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης C και παράλληλα να είναι εφικτή η

προσπέλαση των ενδιάμεσων τιμών. Σε περίπτωση που τα παραπάνω δεν πληρούνται, έχουμε επιστροφή από τη συνάρτηση και εμφάνιση του αντίστοιχου μηνύματος σφάλματος, που προκάλεσε τη διακοπή της λειτουργίας της συνάρτησης.

Τέλος η συνάρτηση αυτή δέχεται ως όρισμα και τη μεταβλητή *limit*, που αποτελεί το άνω όριο της μεταβλητής ελέγχου *notbetter*. Συνήθως οι τιμές της κυμαίνονται γύρω στο 10-15, ωστόσο οι επιτρεπτές τιμές της είναι $5 \leq \text{limit} \leq 30$ και επιλέγονται ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια των αποτελεσμάτων καθώς και με το βήμα c_{step} που έχει οριστεί. Υπάρχει έλεγχος της τιμής της μεταβλητής αυτής, από τη συνάρτηση *wifigame*, αμέσως μετά τον έλεγχο των τιμών που αφορούν τη μεταβλητή τιμολόγησης.

Η συνάρτηση *wifigame* διαθέτει τη μεταβλητή ελέγχου, *notbetter*. Σε κάθε βελτίωση της κατάστασης του συστήματος η μεταβλητή αυτή μηδενίζεται, ενώ σε αντίθετη περίπτωση αυξάνεται κατά 1. Η μεταβλητή αυτή χρησιμοποιείται για να αντιμετωπιστούν πιθανές διακυμάνσεις και αυξομειώσεις των τιμών της χρησιμότητας ή της ισχύος εκπομπής κάποιου παίκτη για διαδοχικές τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης. Η συνάρτηση δεν τερματίζει τη λειτουργία της αμέσως μόλις η χρησιμότητα κάποιου χρήστη μειωθεί σε σχέση με την αμέσως προηγούμενη τιμή της, αλλά περιμένει να διαπιστώσει μία συνεχή μείωση χρησιμότητας. Όταν η τιμή της μεταβλητής *notbetter* αυξηθεί αρκετά, ξεπεράσει την οριακή τιμή *limit*, η συνάρτηση *wifigame* παρατηρώντας ότι η χρησιμότητα μειώνεται συνεχώς για διαδοχικές αυξήσεις της παραμέτρου *C*, συμπεραίνει ότι δεν είναι πιθανό συνεχίζοντας τους υπολογισμούς να αυξηθεί και να βρεθεί μεγαλύτερη χρησιμότητα και καλύτερη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης από την υπάρχουσα. Συνεπώς η συνάρτηση τερματίζει τη λειτουργία της και ως βέλτιστες τιμές διατηρεί τις υπάρχουσες. Η μεταβλητή αυτή υπάρχει για να μειώσει το υπολογιστικό φορτίο και να αποφευχθούν οι άσκοπες, πολυάριθμες αριθμητικές πράξεις εφόσον το αποτέλεσμα έχει ήδη διασφαλιστεί.

Μετά το πέρας των δύο συναρτήσεων που καλούνται από το κυρίως πρόγραμμα, των *game_c0* και *wifigame* και μετά την ανακοίνωση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου τιμολόγησης και των τιμών ισχύος εκπομπής και χρησιμότητας για την τιμή αυτή, το πρόγραμμα παρουσιάζει και γραφικά τα αποτελέσματα. Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του προγράμματος για δύο διαφορετικά ασύρματα δίκτυα.

Κεφάλαιο 7 – Αποτελέσματα αλγορίθμου

7.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Μετά το πέρας των συναρτήσεων `game_c0` και `wifigame`, την ανακοίνωση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου τιμολόγησης, καθώς και των τιμών ισχύος εκπομπής και χρησιμότητας για την τιμή αυτή, το πρόγραμμα παρουσιάζει και γραφικά τα αποτελέσματα.

Στην πρώτη γραφική παράσταση παρουσιάζονται στο ίδιο λογαριθμικό διάγραμμα οι χρησιμότητες των χρηστών στο σημείο ισορροπίας, ως συνάρτηση της απόστασής τους από το σταθμό βάσης που τους εξυπηρετεί, για την περίπτωση παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, $C=0$ και παιγνίου με παράμετρο τιμολόγησης ίση με $C=C_{best}$, όπως αυτές έχουν προκύψει από τις συναρτήσεις `game_c0` και `wifigame`, αντίστοιχα. Οι δύο αυτές γραφικές παραστάσεις, που είναι οι γραφικές παραστάσεις των u_0 και $u(ip_{max}, :)$, είναι φθίνουσες με την απόσταση, αφού όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως, η χρησιμότητα ενός χρήστη, για δεδομένη παράμετρο τιμολόγησης μειώνεται καθώς αυξάνεται η απόσταση του χρήστη από το σταθμό βάσης που τον εξυπηρετεί. Επιπλέον πρέπει η γραφική παράσταση του παιγνίου με $C=C_{best}$, να είναι μετατοπισμένη προς τα άνω σε σχέση με την άλλη, για όλες τις τιμές των αποστάσεων, αφού με τη συγκεκριμένη παράμετρο τιμολόγησης εξασφαλίζεται μεγαλύτερη χρησιμότητα για όλους τους χρήστες.

Ακολουθούν, σε λογαριθμικό διάγραμμα, η γραφική παράσταση των ισχύων εκπομπής των χρηστών στο σημείο ισορροπίας ως συνάρτηση της απόστασής τους από το σταθμό βάσης, για την περίπτωση παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, $C=0$ και παιγνίου με παράμετρο τιμολόγησης για $C=C_{best}$ και πάλι στο ίδιο διάγραμμα. Εδώ έχουμε τις γραφικές παραστάσεις των p_0 και $p_{best}(ip_{max}, :)$. Οι γραφικές αυτές παραστάσεις, είναι αύξουσες με την απόσταση, καθώς η απαιτούμενη ισχύς εκπομπής για τη διασφάλιση ικανοποιητικής λειτουργίας ενός χρήστη, αυξάνεται καθώς αυτός απομακρύνεται από το σταθμό βάσης. Επιπλέον η γραφική παράσταση του παιγνίου με $C=C_{best}$, είναι μετατοπισμένη προς τα κάτω σε σχέση με την άλλη, για όλες τις τιμές των αποστάσεων, αφού με τη συγκεκριμένη παράμετρο τιμολόγησης εξασφαλίζεται χαμηλότερη στάθμη εκπεμπόμενης ισχύος από όλους τους χρήστες του δικτύου.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνολικής χρησιμότητας, $totalu$, όπως αυτή διαμορφώνεται για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου τιμολόγησης, C , από τη μηδενική μέχρι την τελευταία τιμή της παραμέτρου $C=C_{last}$, ως συνάρτηση της παραμέτρου αυτής. Η γραφική παράσταση της συνολικής χρησιμότητας συναρτήσει της παραμέτρου τιμολόγησης C , παρουσιάζει αρχικά μεγάλο ρυθμό αύξησης μέχρι ενός σημείου, του σημείου που αντιστοιχεί στη βέλτιστη τιμή του C , C_{best} . Από το σημείο αυτό και έπειτα, η αύξηση συμβαίνει με φθίνοντα ρυθμό και κάποια στιγμή η συνολική χρησιμότητα αρχίζει να μειώνεται.

Η μορφή αυτής της γραφικής παράστασης είναι συνέπεια του Νόμου της Φθίνουσας Απόδοσης, σύμφωνα με τον οποίο από κάποιο σημείο και μετά, οι διαδοχικές αυξήσεις της παραμέτρου τιμολόγησης C , επιφέρουν όλο και μικρότερες αυξήσεις στη συνολική χρησιμότητα. Το σημείο αυτό είναι το C_{best} , για το οποίο εξασφαλίζεται ο βέλτιστος συνδιασμός χρησιμότητων όλων των παικτών.

Τέλος, ακολουθεί και η γραφική παράσταση της συνολικά εκπεμπόμενης ισχύος ως συνάρτηση της παραμέτρου τιμολόγησης, C , μέχρι την τελευταία τιμή της παραμέτρου $C=C_{last}$. Η συνάρτηση αυτή είναι φθίνουσα συνάρτηση της παραμέτρου C , με μειούμενο ρυθμό.

Η αύξουσα και φθίνουσα μορφή των συναρτήσεων συνολικής χρησιμότητας και ισχύος, αντίστοιχα, είναι και ο λόγος εισαγωγής τιμολόγησης στο παίγνιο και σταδιακής αύξησης της παραμέτρου τιμολόγησης από την αρχική μηδενική τιμή, μέχρι την οριακή τιμή που βελτιστοποιεί την ποιότητα λειτουργίας των χρηστών εντός του συστήματος και του συστήματος στο σύνολό του.

7.2 Εφαρμογή αλγορίθμου

Παραθέτουμε τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του αλγορίθμου που αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, για δύο διαφορετικά ασύρματα δίκτυα, όπως αυτά διαμορφώνονται με την εισαγωγή διαφορετικών τιμών των μεταβλητών που αφορούν το περιβάλλον διάδοσης, από το χειριστή του προγράμματος. Οι προσομοιώσεις έγιναν στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab,

Οι τιμές των σταθερών W , R , L , M , σ^2 , ρ_{max} , γ_{min} , γ_0^* , παραμένουν όπως αναφέρονται στο προηγούμενο κεφάλαιο, όπως και ο συμβολισμός των διαφόρων μεταβλητών και πινάκων.

Δηλαδή: Το εύρος φάσματος του διαύλου είναι $W=10^6$ Hz. Η μετάδοση πληροφοριών γίνεται με ρυθμό $R=10^4$ bits/second, σε κάθε πακέτο εμπεριέχονται $L=64$ bits πληροφορίας, ενώ το συνολικό μέγεθος του πακέτου είναι $M=80$ bits.

Επιπλέον, η ισχύς του λευκού προσθετικού θορύβου τύπου Gauss στο περιβάλλον του σταθμού βάσης, που αντιμετωπίζει κάθε χρήστη, είναι $\sigma_i = \sigma^2 = 5 \times 10^{-15}$ Watts.

Για όλους τους χρήστες η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της ισχύος εκπομπής είναι $\rho_{max}=2$ Watts, ο ελάχιστος επιτρεπόμενος SIR είναι $\gamma_{min} = 8.7641$ ενώ ο SIR στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση είναι $\gamma_0^* = 12.4$.

Ο πίνακας των αποστάσεων είναι ταξινομημένος κατ' αύξουσα σειρά, συνεπώς τα στοιχεία όλων των πινάκων που παρατίθενται αφορούν αντίστοιχα, από το πρώτο στο τελευταίο, τον κοντινότερο έως τον πιο απομακρυσμένο, από το σταθμό βάσης, τερματικό χρήστη.

7.2.1 Περιβάλλον διάδοσης A, που χαρακτηρίζεται από τιμές σταθερών $K_0 = 0.097$ και $\nu = 4$, με $N = 9$ τερματικούς χρήστες

Ο πίνακας αποστάσεων των κινητών τερματικών από το σταθμό βάσης, μετά από ταξινόμηση κατ' αύξουσα σειρά είναι: $d = [310, 460, 570, 660, 740, 810, 880, 940, 1000]$. Ο πίνακας κέρδους ισχύος θα είναι σε αυτήν την περίπτωση: $h = 0.097/d^4$. Προκύπτουν τα παρακάτω:

➤ Η ελάχιστη ισχύς εκπομπής για κάθε τερματικό χρήστη προκύπτει πως είναι:

$$p_{\min} = [0.0001, 0.0007, 0.0016, 0.0029, 0.0045, 0.0065, 0.0091, 0.0118, 0.0151] \text{ Watts.}$$

➤ Στο σημείο ισορροπίας κατά Nash, του μη συνεργατικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, οι χρήστες απολαμβάνουν χρησιμότητα:

$$u_0 = 10^5 \times [9.2158, 1.9008, 0.8063, 0.4485, 0.2838, 0.1977, 0.1419, 0.1090, 0.0851] \text{ bits/Joule.}$$

Δηλαδή στο σημείο αυτό, η συνολική χρησιμότητα που απολαμβάνεται εντός του δικτύου είναι: $\text{total}u_0 = 1.3189 \times 10^6 \text{ bits/Joule}$.

Η ισχύς εκπομπής του κάθε τερματικού χρήστη προκύπτει πως είναι:

$$p_0 = [0.0074, 0.0358, 0.0843, 0.1516, 0.2396, 0.3439, 0.4791, 0.6238, 0.7990] \text{ Watts.}$$

Δηλαδή η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς εντός του δικτύου είναι: $\text{sum}(p_0) = 2.7645 \text{ Watts}$.

➤ Η βέλτιστη παράμετρος τιμολόγησης προκύπτει ίση με: $C_{\text{best}} = 47070$.

➤ Στο σημείο ισορροπίας κατά Nash, του μη συνεργατικού παιγνίου με τιμολόγηση, για παράμετρο τιμολόγησης ίση με τη βέλτιστη τιμή της, δηλαδή για $C = C_{\text{best}}$, η χρησιμότητα κάθε χρήστη προκύπτει ίση με: $u(ip_{\max}, :) = 10^6 \times [2.9293, 0.6038, 0.2551, 0.1403, 0.0866, 0.0577, 0.0380, 0.0254, 0.0154] \text{ bits/Joule}$.

Δηλαδή συγκρητικά με την προηγούμενη περίπτωση, η χρησιμότητα κάθε χρήστη έχει αυξηθεί κατά: $10^6 \times [2.0077, 0.4137, 0.1744, 0.0955, 0.0582, 0.0379, 0.0238, 0.0145, 0.0068] \text{ bits/Joule}$.

Στο σημείο αυτό η συνολική χρησιμότητα που απολαμβάνεται εντός του δικτύου είναι: $\text{total}u(ip_{\max}) = 4.1515 \times 10^6 \text{ bits/Joule}$.

Δηλαδή κατά $2.8326 \times 10^6 \text{ bits/Joule}$ υψηλότερη από την περίπτωση χωρίς τιμολόγηση.

Η ισχύς εκπομπής του κάθε χρήστη, στο σημείο ισορροπίας κατά Nash, του μη συνεργατικού παίγνιο με παράμετρο τιμολόγησης $C = C_{\text{best}}$, προκύπτει πως είναι:

$$p_{\text{best}}(ip_{\max}, :) = [0.0023, 0.0113, 0.0266, 0.0476, 0.0750, 0.1069, 0.1472, 0.1888, 0.2365] \text{ Watts.}$$

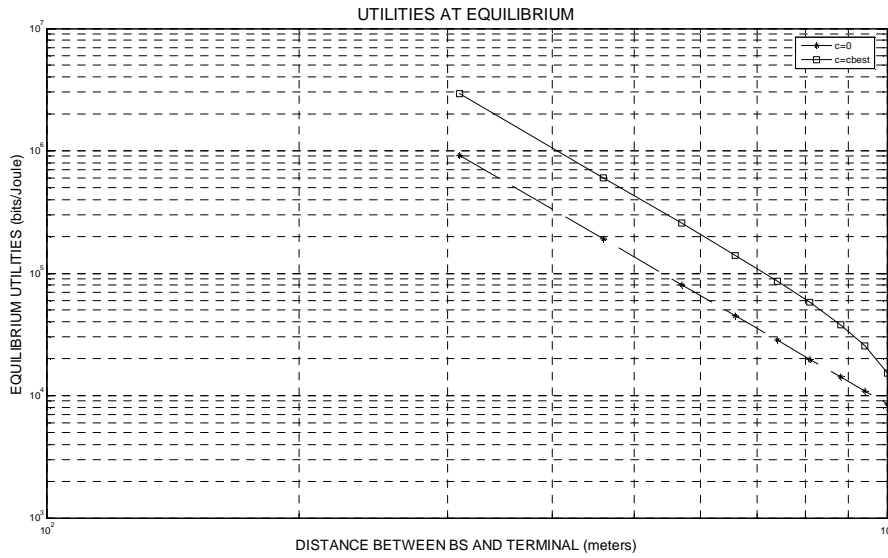
Δηλαδή, για κάθε χρήστη, προκύπτει χαμηλότερη από την περίπτωση με $C = 0$, κατά: $[0.0050, 0.0245, 0.0578, 0.1040, 0.1646, 0.2370, 0.3319, 0.4350, 0.5625] \text{ Watts}$.

Η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς εντός του δικτύου σε αυτήν την περίπτωση είναι:

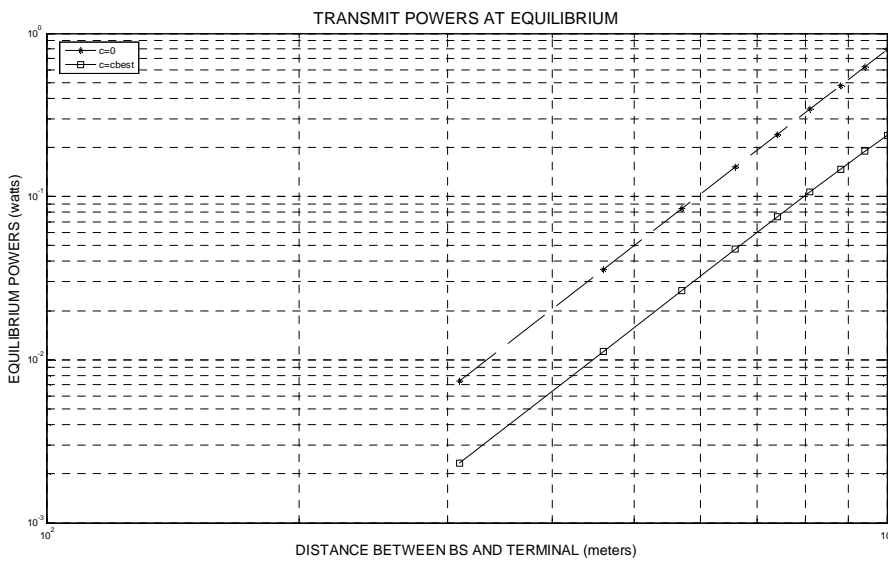
$$\text{sum}(p_{\text{best}}(ip_{\max}, :)) = 0.8422 \text{ Watts.}$$

Δηλαδή κατά 1.9223 Watts χαμηλότερη από την περίπτωση με $C = 0$.

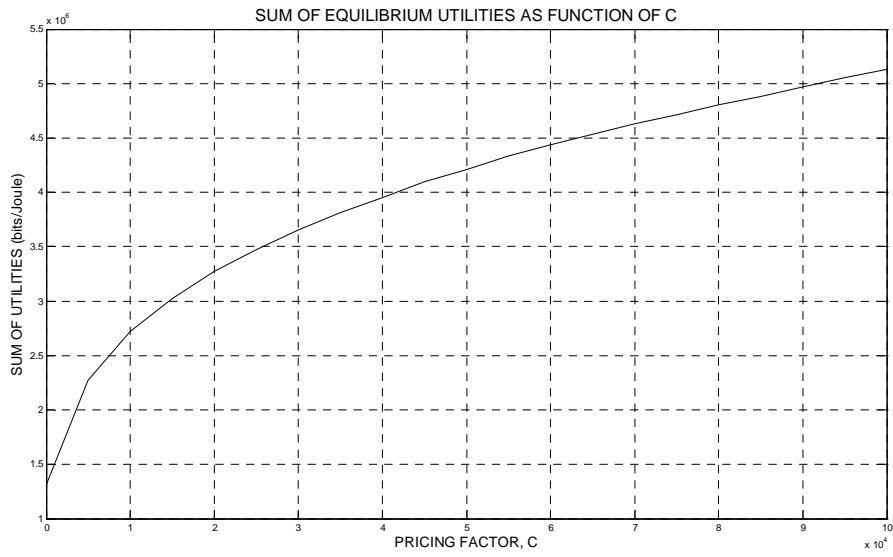
➤ Ακολουθούν οι γραφικές παραστάσεις όπως αυτές προκύπτουν από την εκτέλεση του αλγορίθμου ελέγχου ισχύος, στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.



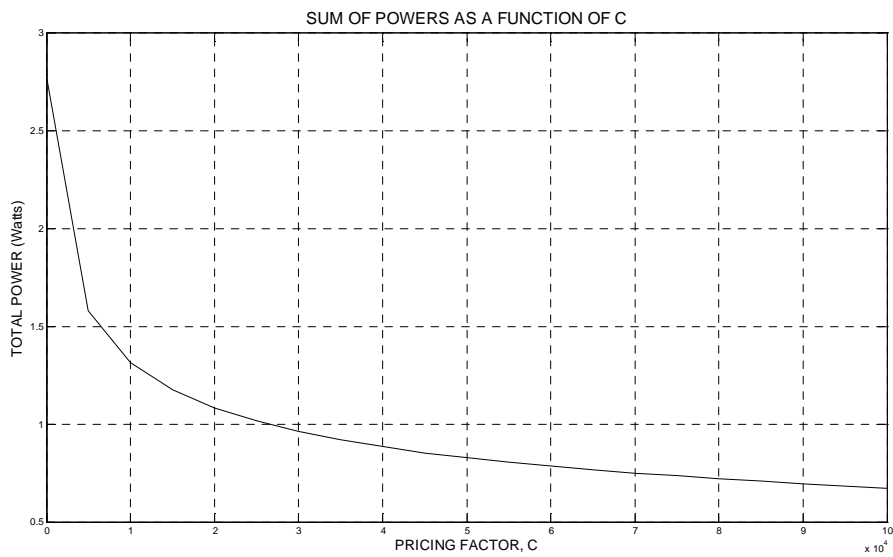
Εικόνα 7.1: Χρησιμότητες στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιχνιδιού, ως συνάρτηση της απόστασης από το σταθμό βάσης, για $C = 0$ (διακεκομμένη με *, κάτω) και για $C = C_{best}$ (συνεχής με □, πάνω).



Εικόνα 7.2: Ισχύεις εκπομπής στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιχνιδιού, ως συνάρτηση της απόστασης από το σταθμό βάσης, για $C = 0$ (διακεκομμένη με *, πάνω) και για $C = C_{best}$ (συνεχής με □, κάτω).



Εικόνα 7.3: Συνολική χρησιμότητα στο σημείο ισορροπίας κατά Nash του μη συνεργατικού παιγνίου, ως συνάρτηση της παραμέτρου τιμολόγησης.



Εικόνα 7.4: Συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς στο σημείο ισορροπίας κατά Nash του μη συνεργατικού παιγνίου, ως συνάρτηση της παραμέτρου τιμολόγησης.

7.2.2 Περιβάλλον διάδοσης B , με $N = 9$ χρήστες, που χαρακτηρίζεται από τιμές σταθερών $K_0 = 0.00775$ και $\nu = 3.6$

Ο πίνακας αποστάσεων των κινητών τερματικών από το σταθμό βάσης, μετά από ταξινόμηση κατ' αύξουσα σειρά είναι: $d = [320, 460, 570, 660, 740, 810, 880, 940, 1000]$. Ο πίνακας κέρδους ισχύος θα είναι σε αυτήν την περίπτωση: $h = 0.00775/d^{3.6}$.

➤ Η ελάχιστη ισχύς εκπομπής για κάθε τερματικό χρήστη προκύπτει ίση με:

$$p_{\min} = [0.0002, 0.0007, 0.0016, 0.0027, 0.0040, 0.0056, 0.0075, 0.0096, 0.0119] \text{ Watts.}$$

➤ Στο σημείο ισορροπίας κατά Nash, του μη συνεργατικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, κάθε χρήστης απολαμβάνει χρησιμότητα ίση με:

$$u_0 = 10^5 \times [6.5158, 1.7643, 0.8154, 0.4810, 0.3186, 0.2301, 0.1708, 0.1347, 0.1078] \text{ bits/Joule.}$$

Δηλαδή στο σημείο αυτό, η συνολική χρησιμότητα που απολαμβάνεται εντός του δικτύου είναι ίση με: 1.0538×10^6 bits/Joule.

Η ισχύς εκπομπής του κάθε τερματικού χρήστη προκύπτει πως είναι:

$$p_0 = [0.0104, 0.0385, 0.0834, 0.1414, 0.2134, 0.2955, 0.3982, 0.5050, 0.6310] \text{ Watts.}$$

Δηλαδή η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς εντός του δικτύου είναι: $\text{sum}(p_0) = 2.3168$ Watts.

➤ Η βέλτιστη παράμετρος τιμολόγησης προκύπτει ίση με: $C_{\text{best}} = 77005$.

➤ Στο μη συνεργατικό παίγνιο με τιμολόγηση, για παράμετρο τιμολόγησης ίση με τη βέλτιστη, δηλαδή για $C = C_{\text{best}}$, η χρησιμότητα που απολαμβάνει κάθε χρήστης στο σημείο ισορροπίας κατά Nash, είναι:

$$u(ip_{\max}, :) = 10^6 \times [2.1304, 0.5761, 0.2647, 0.1539, 0.0991, 0.0682, 0.0464, 0.0321, 0.0205] \text{ bits/Joule.}$$

Δηλαδή συγκρητικά με την προηγούμενη περίπτωση, η χρησιμότητα κάθε χρήστη έχει αυξηθεί κατά: $10^6 \times [1.4788, 0.3997, 0.1831, 0.1058, 0.0672, 0.0452, 0.0293, 0.0187, 0.0098]$ bits/Joule.

Στο σημείο αυτό η συνολική χρησιμότητα που απολαμβάνεται εντός του δικτύου είναι: $\text{totalu}(ip_{\max}) = 3.3914 \times 10^6$ bits/Joule.

Δηλαδή κατά 2.3376×10^6 bits/Joule υψηλότερη από την περίπτωση με $C = 0$.

Η ισχύς εκπομπής για κάθε χρήστη στο σημείο ισορροπίας κατά Nash, του μη συνεργατικού παιγνίου με παράμετρο τιμολόγησης $C = C_{\text{best}}$, είναι:

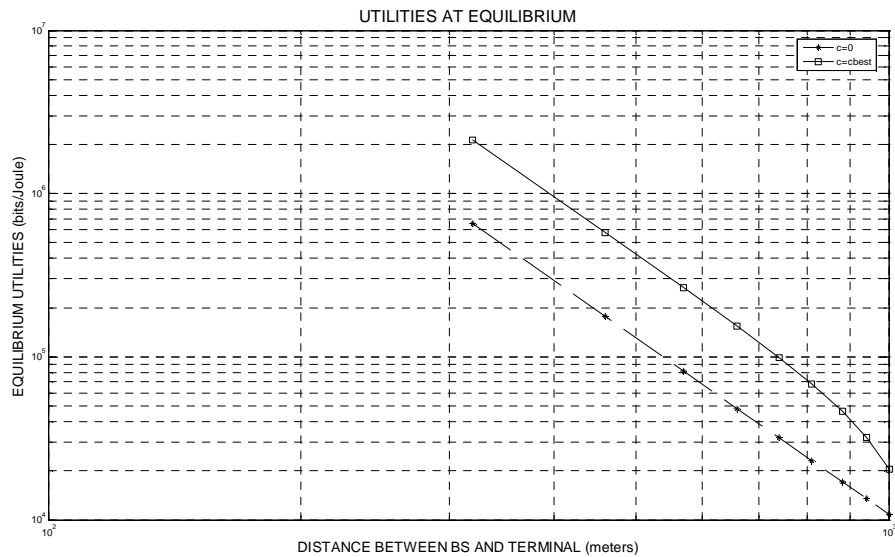
$$p_{\text{best}}(ip_{\max}, :) = [0.0032, 0.0118, 0.0255, 0.0431, 0.0648, 0.0892, 0.1188, 0.1485, 0.1819] \text{ Watts.}$$

Δηλαδή χαμηλότερη από την περίπτωση με $C = 0$, κατά:

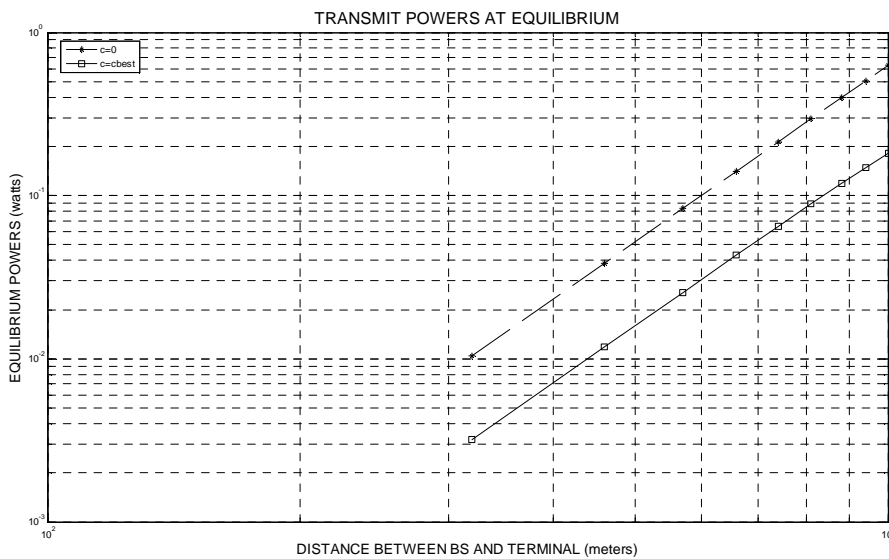
$$[0.0072, 0.0267, 0.0579, 0.0982, 0.1486, 0.2063, 0.2795, 0.3565, 0.4491] \text{ Watts.}$$

Η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς εντός του δικτύου είναι: $\text{sum}(p_{\text{best}}(ip_{\max}, :)) = 0.6868$ Watts, δηλαδή κατά 1.6301 Watts χαμηλότερη από την περίπτωση με $C = 0$.

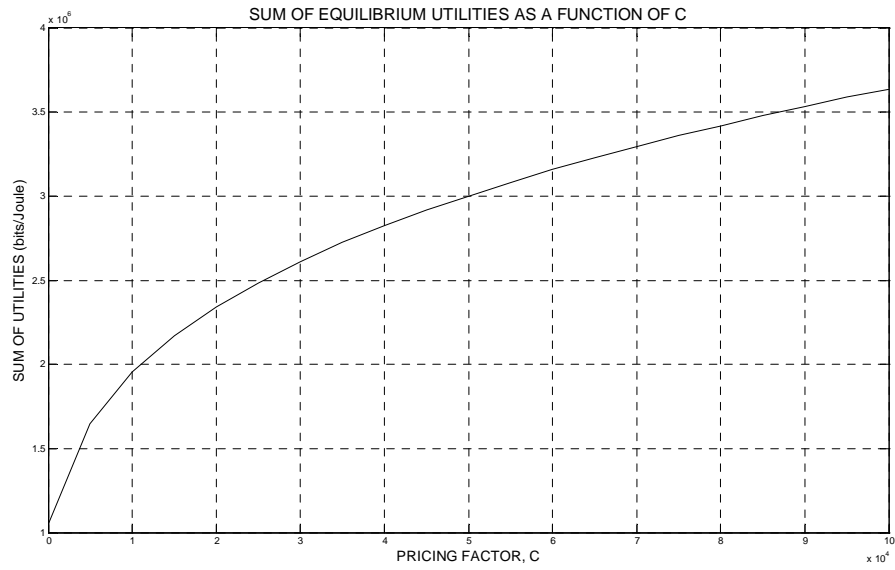
➤ Ακολουθούν οι γραφικές παραστάσεις όπως αυτές προκύπτουν από την εκτέλεση του αλγορίθμου ελέγχου ισχύος, στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.



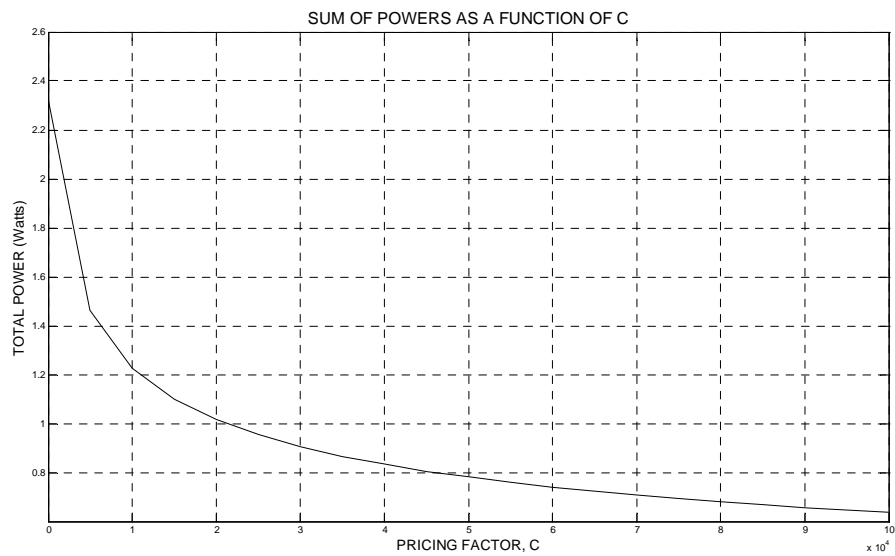
Εικόνα 7.5: Χρησιμότητες στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου, ως συνάρτηση της απόστασης από το σταθμό βάσης, για $C = 0$ (διακεκομμένη με *, κάτω) και για $C = C_{best}$ (συνεχής με □, πάνω).



Εικόνα 7.6: Ισχύεις εκπομπής στο σημείο ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου, ως συνάρτηση της απόστασης από το σταθμό βάσης, για $C = 0$ (διακεκομμένη με *, πάνω) και για $C = C_{best}$ (συνεχής με □, κάτω).



Εικόνα 7.7: Συνολική χρησιμότητα στο σημείο ισορροπίας κατά Nash του μη συνεργατικού παιγνίου, ως συνάρτηση της παραμέτρου τιμολόγησης.



Εικόνα 7.8: Συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς στο σημείο ισορροπίας κατά Nash του μη συνεργατικού παιγνίου, ως συνάρτηση της παραμέτρου τιμολόγησης.

Κεφάλαιο 8 – Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντικές επεκτάσεις

8.1 Συμπεράσματα

Όπως βλέπουμε, τα πειραματικά αποτελέσματα και οι γραφικές παραστάσεις που εμφανίζει ο αλγόριθμος, για τα δύο εξετασθέντα δίκτυα, συμβαδίζουν πλήρως με τα επιθυμητά αποτελέσματα σύμφωνα με τα θεωρητικά δεδομένα μας. Επαληθεύεται ότι η παρουσία τιμολόγησης καθιστά τη νέα ισορροπία πιο αποτελεσματική για όλους τους χρήστες και ο αλγόριθμος προσεγγίζει ικανοποιητικά τη βέλτιστη τιμή της παραμέτρου τιμολόγησης, με ακρίβεια που εξαρτάται από τις επιλογές του χειριστή του.

Ανάλογα με την επιθυμία του χρήστη και την αντίστοιχη κατάλληλη επιλογή των τιμών των παραμέτρων που εισάγονται, ο αλγόριθμος μοντελοποιεί και επεξεργάζεται, δίκτυα με διαφορετικά περιβάλλοντα διάδοσης. Επιπλέον, ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της παραμέτρου τιμολόγησης με μεγάλη ακρίβεια, επιλέγοντας μικρή τιμή του βήματος μεταβολής σε ένα μικρό διάστημα τιμών του C , αλλά και για την παράθεση και συγκέντρωση στοιχείων για τις διάφορες καταστάσεις ισορροπιών κατά Nash, επιλέγοντας μεγαλύτερο εύρος τιμών και βήμα μεταβολής της παραμέτρου τιμολόγησης και αυξάνοντας την οριακή τιμή της μεταβλητής ελέγχου *notbetter*, *limit*.

Ωστόσο οι απαιτήσεις του αλγορίθμου σε χρόνο εκτέλεσης και μνήμη, παραμένουν αυξημένες και η καλύτερη απόκρισή του εξαρτώνται και από την εμπειρία, τη γνώση και τις ορθές επιλογές του χειριστή του αλγορίθμου, όσον αφορά την κατάλληλη επιλογή των οριακών τιμών της παραμέτρου τιμολόγησης C , του βήματος μεταβολής της, καθώς και της μεταβλητής *limit*.

8.2 Μελλοντικές επεκτάσεις

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος κατασκευάστηκε θεωρώντας το κόστος από τη λειτουργία ενός χρήστη ως γραμμική συνάρτηση της εκπεμπόμενης από αυτόν ισχύος και την παράμετρο τιμολόγησης μία σταθερή θετική τιμή, ίδια για όλους τους χρήστες. Ενδιαφέρον θα είχε η θεώρηση διαφορετικής τιμής της παραμέτρου τιμολόγησης για κάθε χρήστη, πιθανώς εξαρτώμενης από την απόστασή του τερματικού από το σταθμό βάσης, αλλά και από τη χρησιμότητά ή/και την εκπεμπόμενη ισχύ του, την (ή τις) προηγούμενη χρονική στιγμή, ώστε να εξασφαλίζεται περισσότερη δικαιοσύνη εντός του δικτύου και να προωθείται ένα ακόμη πιο συνεργατικό αποτέλεσμα.

Επιπλέον, σε κάποια μελλοντική επέκταση, ενδιαφέρον θα παρουσιάζε η δυνατότητα μεταβολής του αριθμού των χρηστών εντός του δικτύου, κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του αλγορίθμου, ώστε το μοντέλο αυτό να είναι πιο κοντά στην πραγματική λειτουργία και κίνηση εντός ενός ασύρματου δικτύου.

Αντικείμενο προς μελλοντική έρευνα αποτελεί η διασύνδεση του αλγορίθμου με κάποιο άλλο πρόγραμμα το οποίο να είναι σε θέση να δώσει μία πιο ακριβή περιγραφή του περιβάλλοντος διάδοσης του δικτύου, επιλέγοντας κάθε φορά διαφορετικό μοντέλο που να προσομοιώνει καλύτερα το περιβάλλον αυτό, ακόμη και διαφορετικό μοντέλο για διαφορετικούς χρήστες που συναντούν διαφορετικού πλήθους και μορφολογίας εμπόδια στη διαδρομή διάδοσης τους.

Κεφάλαιο 9 – Βιβλιογραφία

- [1] Μ. Ε. Θεολόγου. Δίκτυα κινητών & προσωπικών επικοινωνιών. Εκδόσεις Τζιόλα, 2007.
- [2] Ι. Δ. Κανελλόπουλος. Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε γήινο περιβάλλον, κεφάλαιο 2. Εκδόσεις Τζιόλα, 2003.
- [3] Χ. Καψάλης, Π.Κωπής. Κεραίες Ασύρματες ζεύξεις, κεφάλαιο 6. Εκδόσεις Τζιόλα, 2005.
- [4] Α. Κανάτας, Φ. Κωνσταντίνου. Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών. Σημειώσεις, 2001.
- [5] Φ. Κωνσταντίνου. Μοντέλα ραδιοκάλυψης. Σημειώσεις, 2002.
- [6] Μ. Σαμουηλίδης, Κ.Βλάχος, Γ. Ψαρράς. Συστήματα Αποφάσεων. Σημειώσεις, 1986.
- [7] Εμμανουήλ Πετράκης. Σημειώσεις θεωρίας παιγνίων. Τμήμα Οικονομικών Επιστημών, Πανεπιστήμιο Κρήτης.
- [8] Martin J. Osborne, Ariel Rubinstein. A Course in Game Theory. Massachusetts Institute of Technology, Fifth printing 1998.
- [9] Mung Chiang, Prashanth Hande, Tian Lan, Chee Wei Tan. Power Control in Wireless Cellular Networks. Now, 2008.
- [10] Roy D. Yates. A framework for Uplink Power Control in Cellular Radio Systems. IEEE, 1995.
- [11] Cem U. Saraydar, Narayan B. Mandayam, David J. Goodman. Efficient Power Control via Pricing in Wireless Data Networks. IEEE, 2002.
- [12] Allen B. MacKenzie, Stephen B. Wicker. Game Theory in Communications: Motivation, Explanation, and Application to Power Control. IEEE, 2001.
- [13] Fredrik Gunnarsson. Power Control in Wireless Networks, Characteristics and Fundamentals. Dept. of Electrical Engineering, Linkoping universitet (Sweden).
- [14] S. Koskie, Z. Gajic. SIR – Based Power Control Algorithms for Wireless CDMA Networks: An Overview. Wireless Information Network Laboratory, Rutgers University.

- [15] David Goodman, Narayan Mandayam. Power Control for Wireless Data. IEEE, 2000.
- [16] History of Game Theory. October 2005.
http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt/hist.htm
- [17] David K. Levine. What is Game Theory. Department of Economics, UCLA.
<http://levine.sscnet.ucla.edu/general/whatis.htm>
- [18] History of Wireless Networks. October 2005.
http://www.arp.sprnet.org/default/inserv/trends/history_wireless.htm
- [19] Theodore L. Turocy, Bernhard von Stengel. Game Theory. CDAM Research Report LSE – CDAM – 2001 – 09, 2001. http://www.inf.ed.ac.uk/teaching/courses/agta/turocy_vsteng.pdf
- [20] http://www.aueb.gr/graduate/map/repository/teachers/miliotis/05-06/16_THEORIA_PAIGNION.pdf
- [21] Jonathan Levin. Supermodular Games. October 2003.
<https://www.cds.caltech.edu/help/uploads/wiki/files/187/SupermodularGames.pdf>
- [22] Άρης Αλεξόπουλος. Θεωρία Παιγνίων για Πολιτικούς Επιστήμονες. Σημειώσεις, 2008.
- [23] Αντρέας Δράκος, Βίκτωρας Ματεεβίτσι. Επιπτώσεις Ασύρματων Δικτύων Επικοινωνιών (WiFi) στην δημόσια υγεία. Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, 2005.
- [24] http://en.wikipedia.org/wiki/Game_theory.
- [25] UMTS Power Control. <http://www.umtsworld.com/technology/power.htm>
- [26] Shing – Fong Su. The UMTS Air – Interface in RF Engineering: Design & Operation of UMTS Networks, Chapter 10. McGraw – Hill Professional, 2007.
http://books.google.gr/books?id=3hK5SbMs9n4C&source=gbs_navlinks_s
- [27] http://en.wikipedia.org/wiki/Game_theory
- [28] http://en.wikipedia.org/wiki/Wireless_network
- [29] http://en.wikipedia.org/wiki/Power_control
- [30] http://en.wikipedia.org/wiki/Mechanism_design
- [31] [http://en.wikipedia.org/wiki/Strategy_\(game_theory\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Strategy_(game_theory))

[32] http://en.wikipedia.org/wiki/Solution_concept

[33] http://en.wikipedia.org/wiki/Prisoner's_dilemma

[34] http://en.wikipedia.org/wiki/Coordination_game

[35] <http://en.wikipedia.org/wiki/Minimax>

[36] http://en.wikipedia.org/wiki/Supermodular_function#Supermodularity_in_economics_and_game_theory

[37] Desmond J. Higham, Nicolas J. Higham. Matlab Guide. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.