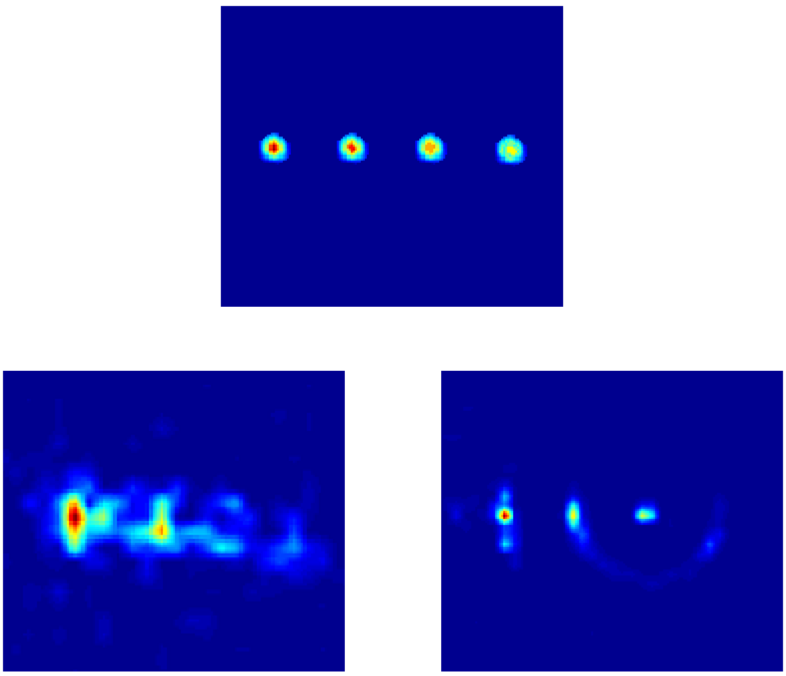
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Υλοποίηση και βελτιστοποίηση επαναληπτικών αλγορίθμων ανακατασκευής εικόνων SPECT

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ



Κωνσταντινος Ν.Κριεζίας

Αθήνα, Ιούνιος 2008

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Υλοποίηση και βελτιστοποίηση επαναληπτικών αλγορίθμων ανακατασκευής εικόνων SPECT

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Ν. Κριεζίας

Επιβλέπων : Κωνσταντίνα Σ. Νικήτα
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2008

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Υλοποίηση και βελτιστοποίηση επαναληπτικών αλγορίθμων ανακατασκευής εικόνων SPECT

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Ν. Κριεζίας

Επιβλέπων : Κωνσταντίνα Σ. Νικήτα
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την $20^{η}$ Φερβουαρίου 2009.

....	....	....
Κωνσταντίνα Νικήτα Καθηγήτρια Ε.Μ.Π	Δημήτριος Κουτσούρης Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Νικόλαος Ουζούνογλου Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Ιούνιος 2008

....
Κωνσταντίνος Ν. Κριεζίας

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Πρόλογος

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε στο Ινστιτούτο Επιταχυντικών Συστημάτων και Εφαρμογών (Ι.Ε.Σ.Ε) του Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών. Αποτέλεσε μια πολύ καλή και ενδιαφέρουσα επαφή και ασχολία με τον τομέα της Πυρηνικής Ιατρικής και της χρησιμότητας των υπολογιστών στην επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται με τη διάγνωση (όπως είναι η τομογραφία), και συνεπώς την έγκαιρη πρόληψη ασθενειών στον τομέα της υγείας.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω την καθηγήτρια Ε.Μ.Π κ. Κωνσταντίνα Νικήτα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε στην ανάθεση αλλά και ανάπτυξη της παρούσας εργασίας και για τις προσεγμένες υποδείξεις της καθ' όλη τη διάρκεια της περιόδου αυτής.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Dr Γιώργο Λούντο ο οποίος είχε όλη την πορεία της εργασίας υπό την εποπτεία του , για τις εμπεριστατωμένες συμβουλές του , τη διάθεση μέρους του επιστημονικού του έργου για τη ανάπτυξη της εργασίας αυτής ,αλλά και για τις ευχάριστες ώρες που περάσαμε στο Ινστιτούτο Επιταχυντικών Συστημάτων και Εφαρμογών για σχεδόν 6 μήνες.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Χαράλαμπο Τσούμπα MSc για τις χρήσιμες συμβουλές του σε ότι αφορά την τομογραφία PET και την διάθεση πειραματικών δεδομένων για την περαιτέρω ανάπτυξη της εργασίας αυτής.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, η οποία με στήριξε καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Κωνσταντίνος Κριεζίας

Περίληψη

Η υπολογιστική τομογραφία εκπομπής είναι μια από τις πιο πρόσφατα αναπτυσσόμενες μορφές διάγνωσης στον τομέα της υγείας. Η εκπομπή στοιχειωδών σωματιδίων (φωτόνια , ποζιτρόνια) από επιλεγμένους ιστούς του σώματος (μετά τη λήψη κατάλληλου φαρμακευτικού σκευάσματος), είναι δυνατό να ανιχνευθεί μέσω ειδικών διατάξεων με μη επεμβατικό τρόπο. Έτσι είναι δυνατή η λήψη πληροφορίας για το εσωτερικό του σώματος , τόσο μέσω σπινθηρογραφήματος όσο και μέσω τομογραφικής ανακατασκευής. Μελετώνται οι επαναληπτικοί αλγόρίθμοι τομογραφικής ανακατασκευής MLEM και OSEM οι οποίοι λαμβάνουν υπ' όψη τη στατιστική φύση της εκπομπής στοιχειωδών σωματιδίων. Στόχος είναι η υλοποίηση τους σε γλώσσα προγραμματισμού C/C++ ώστε η ταχύτητα αλλά και η ποιότητα των εξαγόμενων εικόνων να είναι όσο το δυνατόν καλύτερες με απώτερο σκοπό την χρησιμοποίηση τους στην κλινική πράξη. Παρουσιάζονται μέθοδοι γεωμετρικής προσομοίωσης τού πειραματικού μέρους σε ηλεκτρονικό υπολογιστή καθώς και μέθοδοι συμπίεσης της πληροφορίας.

Λέξεις Κλειδιά:

Πυρηνική ιατρική , υπολογιστική τομογραφία εκπομπής , φωτόνιο , ποζιτρόνιο , ημιτονόγραμμα , επαναληπτικοί αλγόριθμοι ανακατασκευής , εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας , MLEM , OSEM , απόκριση κατευθυντήρα.

Abstract

Emission computed tomography is one of the most recently developed types of diagnosis in medicine. The emission of elementary particles (photons , pozitrons) from certain body tissues can be detected by specific equipment (after taking appropriate medical substance), without any physical contact with the patient. Thus, it is possible to get information about internal parts of the human body, both from σπινθηρογραφήματος and reconstruction tomography. Tomography reconstruction algorithms MLEM and OSEM, that take into account the statistical nature of elementary particles' emission, are being studied. Main goal is their development in C/C++ environment so as to accomplish the best possible speed and quality for the produced images, focusing on using them in real clinical circumstances . Geometrical simulation methods of the experimental part are being presented with computer aid, as well as data compression methods.

Keywords:

Nuclear medicine , emission computed tomography , photon , pozitron , sinogram , reconstruction algorithms, maximum likelihood estimator , MLEM , OSEM , collimator response

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1
Εισαγωγή στην Τομογραφία

1.1 Εισαγωγή

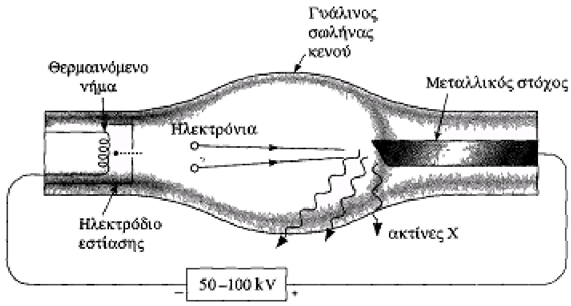
Ο όρος τομογραφία αναφέρεται στην ανακατασκευή της εσωτερικής μορφολογίας διαφόρων οργάνων του ανθρώπινου σώματος με τη σύνθεση πολλαπλών προβολών , διαφόρων τόμων του συγκεκριμένου οργάνου. Οι τομές αυτές μπορεί να είναι εγκάρσιες δηλαδή κάθετες στον επιμήκη άξονα του εξεταζόμενου, αλλά πολλές φορές πιθανώς έχουν άλλη διεύθυνση ,ανάλογα με τα δεδομένα και τις απαιτήσεις της εκάστοτε εξέτασης. Οι τεχνικές καταγραφής δεδομένων ποικίλλουν αλλά η επεξεργασία τους γίνεται πάντα με χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών των οποίων η συμβολή στην ανάπτυξη και την εξέλιξη της τομογραφίας θεωρείται καθοριστική.

Η εκτιμώμενη μορφολογία των οργάνων που λαμβάνεται από τις διάφορες τομογραφικές μεθόδους ,αποτελεί σημαντικό κριτήριο αξιολόγησης ασθενειών με αρκετά μεγάλη ακρίβεια και καθιστά τη χρήση επεμβατικών εξετάσεων μη αναγκαία.

1.2 Τομογραφικές μέθοδοι

Παρακάτω, παραθέτονται διάφορες μέθοδοι τομογραφικής απεικόνισης οι οποίες διαφέρουν τόσο στον τρόπο συλλογής δεδομένων όσο και στον τρόπο επεξεργασίας των δεδομένων αυτών.

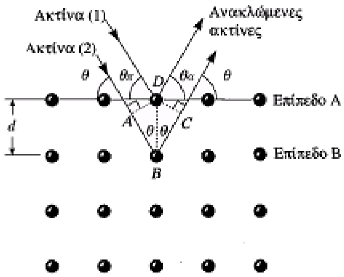
1.2.1 Αξονική τομογραφία και ακτίνες Χ



Σχημα 1.1 Ακτίνες Χ που παράγονται από τον βομβαρδισμό ενός μεταλλικού στόχου (συνήθως χαλκού , βολφραμίου ή μολύβδου) με ηλεκτρόνια ενέργειας 50-100keV

Οι **ακτίνες Χ** ανακαλύφθηκαν το 1895 από τον Γερμανό φυσικό Wilhelm Roentgen, ο οποίος διαπίστωσε ότι, όταν μια δέσμη ηλεκτρονίων μεγάλης ταχύτητας προσπέσει σε έναν μεταλλικό στόχο παράγει μια νέα και πολύ διεισδυτική μορφή ακτινοβολίας (σχήμα 1.1) . Λίγους μήνες μετά την ανακάλυψη του Roentgen ελήφθησαν οι πρώτες ιατρικές φωτογραφίες με ακτίνες Χ και, σε μερικά χρόνια, έγινε γνωστό ότι οι ακτίνες Χ είναι ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις παρόμοιες με το φως, αλλά με πάρα πολύ μικρά μήκη κύματος και με μεγάλη ικανότητα διείσδυσης . Χονδρικές εκτιμήσεις που προέκυψαν από την περίθλαση ακτινών Χ σε λεπτή σχισμή κατέδειξαν ότι τα μήκη κύματος των ακτίνων Χ είναι περίπου 10^{-10} m, δηλαδή της ίδιας τάξης μεγέθους με τις διατομικές αποστάσεις στους κρυστάλλους.

Δεδομένου ότι τα καλύτερα τεχνητά περιθλαστικά φράγματα εκείνης της εποχής είχαν διαστήματα 10^{-7} m, ο Max von Laue στη Γερμανία και οι W.H.Bragg και W.L.Bragg στην Αγγλία εισήγαγαν τη χρήση μονοκρυστάλλων, όπως είναι ο ασβεστίτης, ως φυσικών τρισδιάστατων φραγμάτων, όπου η περιοδική ατομική διάταξη των κρυστάλλων αντιπροσωπεύει τις χαραγές του φράγματος.



Σχήμα 1.2 Σκέδαση ακτίνων Χ Κατά Bragg από διαδοχικά επίπεδα ατόμων. Εποικοδομητική συμβολή συμβαίνει όταν το μήκος της διαδρομής ABC είναι ίσο με έναν ακέραιο αριθμό μηκών κύματος

Μια πολύ απλή μέθοδος ανάλυσης της σκέδασης των ακτινών Χ από παράλληλα κρυσταλλικά επίπεδα προτάθηκε από τον William Lawrence Bragg το 1912 ο οποίος μελετώντας το φαινόμενο γεωμετρικά, κατέληξε στην επόμενη εξίσωση που είναι γνωστή ως εξίσωση του Bragg.

$$n\lambda = 2d \sin\theta \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{1.1}$$

όπου

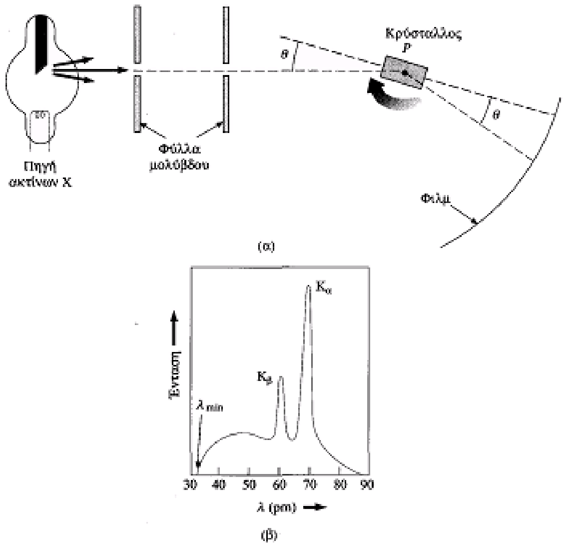
n είναι η τάξη του μεγίστου της έντασης

λ είναι το μήκος κύματος των ακτίνων Χ

d είναι η απόσταση μεταξύ επιπέδων

θ η γωνία του μεγίστου της έντασης μετρούμενη ως προς το επίπεδο Α.

Ισχύει ότι για σταθερά d και λ υπάρχουν αρκετά μέγιστα, τα οποία αντιστοιχούν στις τιμές η = 1, 2, 3, ... Η εξίσωση χρησιμοποιήθηκε από τους Bragg για τον προσδιορισμό του φάσματος των μηκών κύματος που εκπέμπονται από έναν συγκεκριμένο μεταλλικό στόχο. Ένα διάγραμμα ενός φασματόμετρου ακτινών Χ τύπου Bragg και ένα τυπικό φάσμα (ένταση ως προς λ) φαίνονται στα σχήματα 1.3(α) και 1.3(β) . Ο κρύσταλλος περιστρέφεται αργά μέχρις ότου παρατηρηθεί μια ισχυρή ανάκλαση, που σημαίνει ότι η εξίσωση επαληθεύεται. Αν το d είναι γνωστό, το λ μπορεί να υπολογιστεί και ολόκληρο το φάσμα των ακτίνων Χ που εκπέμπονται από έναν δεδομένο στόχο μπορεί να διερευνηθεί.



Σχήμα 1.3 (α) Φασματόμετρο ακτίνων Χ τύπου Bragg.O κρύσταλλος περιστρέφεται γύρω από έναν άξονα που διέρχεται από το P. (β) Το φάσμα ακτίνων Χ ενός μεταλλικού στόχου αποτελείται από ένα ευρύ συνεχές φάσμα και από έναν αριθμό στενών γραμμών οι οποίες οφείλονται οι οποίες οφείλονται σε χαρακτηριστικές ακτίνες Χ. Αυτές που δείχνονται ελήφθησαν όταν ηλεκτρόνια ενέργειας $35keV$ βομβάρδισαν ένα στόχο μολύβδου.

Το ευρύ συνεχές φάσμα ακτίνων Χ που φαίνεται στο σχήμα προκύπτει από την ανάκλαση ή έμμεση σκέδαση ηλεκτρονίων από τη μεταλλική επιφάνεια. Σε τέτοιες κρούσεις μόνο ένα μέρος της ενέργειας του ηλεκτρονίου μετατρέπεται σε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Αυτή η ακτινοβολία ονομάζεται Bremsstrahlung (γερμανικός όρος που σημαίνει ακτινοβολία πέδησης) και είναι η ακτινοβολία που αποδίδεται από κάθε φορτισμένο σωματίδιο όταν επιβραδύνεται.

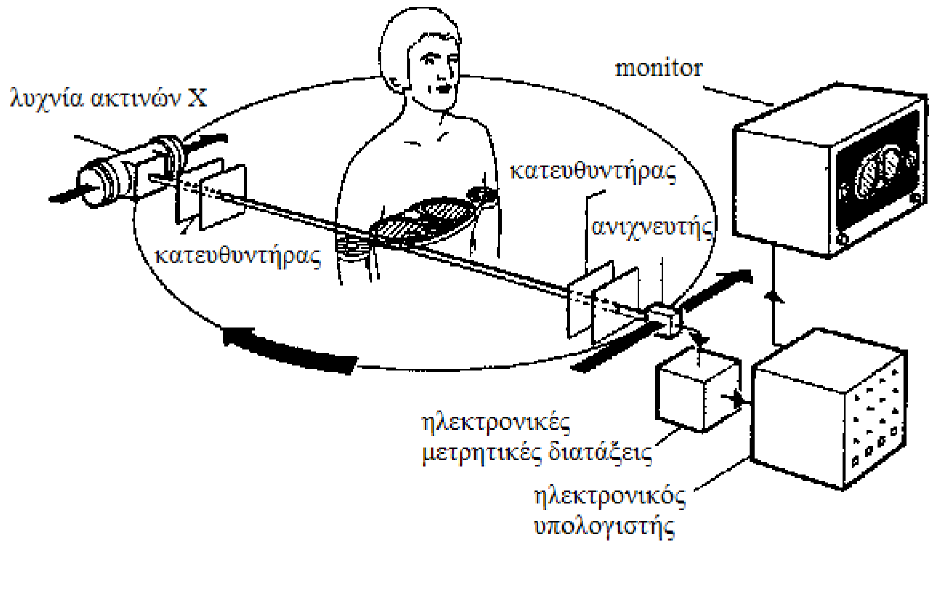
Το ελάχιστο μήκος κύματος του συνεχούς φάσματος ακτίνων Χ, όπως διαπιστώνεται πειραματικά, είναι ανεξάρτητο από τη σύσταση του στόχου και εξαρτάται μόνο από την τάση V της λυχνίας. Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να εξηγηθεί εάν αποδοθεί σε άμεσες κρούσεις ηλεκτρονίων-ατόμων κατά τις οποίες ολόκληρη η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου μετατρέπεται σε ηλεκτρομαγνητική ενέργεια υπό τη μορφή ενός μοναδικού φωτονίου ακτίνων Χ. Για την περίπτωση αυτή ισχύει

$$eV = h \cdot f = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \tag{1.2}$$

όπου V είναι η τάση λειτουργίας στη λυχνία ακτίνων Χ.

Οι στενές γραμμές στο φάσμα των ακτίνων Χ εξαρτώνται από τη σύσταση του στόχου και αποτελούν μαρτυρία για τις διακριτές ενεργειακές στάθμες των εσωτερικών ατομικών ηλεκτρονίων (που είναι ισχυρώς δέσμια) στην περιοχή των μερικών *keV*. Αυτό σημαίνει ότι μια γραμμή ακτίνων Χ (χαρακτηριστική ακτίνα Χ) μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτει όταν ένα προσπίπτον ενεργητικό ηλεκτρόνιο απομακρύνει ένα ηλεκτρόνιο από ένα άτομο του στόχου, δημιουργώντας μια οπή σε κάποια εσωτερική στιβάδα. Ένα ηλεκτρόνιο από μια εξωτερική στιβάδα συμπληρώνει αμέσως την οπή αυτή και η περίσσεια ενέργειας του ηλεκτρονίου της εξωτερικής στιβάδας αποδίδεται ως ένα φωτόνιο ακτινών Χ [SMM89].

Η **αξονική τομογραφία** λοιπόν στηρίζεται στις ακτίνες Χ . Οι ακτίνες αυτές έχουν τη δυνατότητα να διαπερνούν το ανθρώπινο σώμα ,ενώ παράλληλα υπόκεινται σε εξασθένηση λόγω της απορρόφησης ενέργειας από τους διάφορους ιστούς του σώματος κατά τη διαδρομή τους. Οι εξερχόμενες από το ανθρώπινο σώμα ακτίνες, καταγράφονται με τη βοήθεια ειδικών ανιχνευτών που βρίσκονται αντιδιαμετρικά της θέσης της εστίας της λυχνίας. Οι ανιχνευτές μετατρέπουν τις ακτίνες σε ηλεκτρικά σήματα τα οποία στη συνέχεια μπορούν να υποστούν επεξεργασία από ηλεκτρονικό υπολογιστή. Η εξέταση επαναλαμβάνεται υπό διαφορετικές γωνίες και συλλέγονται όσο το δυνατόν περισσότερα δεδομένα.



Σχήμα 1.4: Διαγραμματική απεικόνιση των βασικών μερών του Υπολογιστικού Τομογράφου και του τρόπου που αυτά συνεργάζονται.

Η ένταση της εξερχόμενης ακτινοβολίας από το ανθρώπινο σώμα ,είναι εκθετική συνάρτηση της εισερχόμενης ακτινοβολίας. Ισχύει

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu(E) d} \tag{1.3}$$

όπου

I η ένταση ακτινοβολίας εξόδου

I_o η ένταση ακτινοβολίας εισόδου

Ε η ενέργεια της ακτινοβολίας

μ ο συντελεστής εξασθένησης της ακτινοβολίας

d το πάχος της τομής

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η ένταση ακτινοβολίας I είναι αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή εξασθένησης και του πάχους της τομής. Βέβαια λόγω της ανομοιογένειας του ανθρώπινου σώματος ,ο συντελεστής εξασθένησης και το πλάτος της τομής δεν είναι σταθερά. Έτσι απαιτείται ο υπολογισμός του συντελεστών εξασθένησης όλων των pixels (ή voxels) που αποτελούν κάθε τομή, με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια. Ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει με διάφορες μαθηματικές μεθόδους όπως θα δειχθεί παρακάτω[NM00].

- **Τομογράφοι πρώτης γενιάς**

Στους τομογράφους πρώτης γενιάς ,το σύστημα και ο ανιχνευτής κινούταν γραμμικά σε σχέση με τον ασθενή, ενώ στη συνέχεια μετά το πέρας της πρώτης προβολής ,στρεφόταν σε άλλη γωνία και επαναλαμβανόταν τη διαδικασία ,μέχρι την κάλυψη ένα εύρους 180 μοιρών. Η χρονική διάρκεια της εξέτασης ήταν μεγάλη και χρησιμοποιήθηκε κυρίως για εξετάσεις κρανίου.

- **Τομογράφοι δεύτερης γενιάς**

Οι τομογράφοι δεύτερης γενιάς έμοιαζαν πολύ με αυτούς της πρώτης, με μόνη διαφορά τη χρησιμοποίηση πολλών ανιχνευτών ,που μείωναν κατά πολύ τη χρονική διάρκεια της εξέτασης. Έτσι χρησιμοποιήθηκαν σε ένα πολύ μεγαλύτερο φάσμα εξετάσεων.

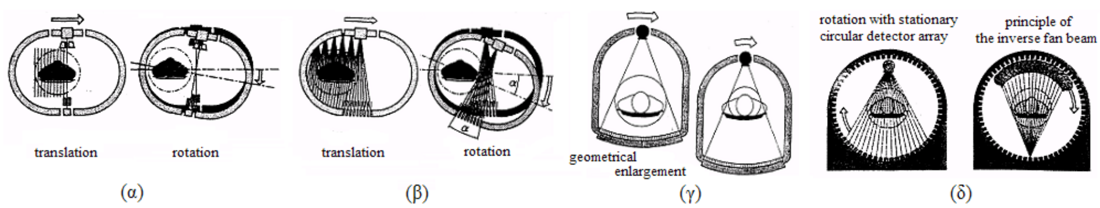
- **Τομογράφοι τρίτης γενιάς**

Στους τομογράφους τρίτης γενιάς καταργήθηκε εντελώς η γραμμική κίνηση κατά τη διάρκεια μιας προβολής και αντικαταστάθηκε από μια καθαρά περιστροφική κίνηση. Αυτό οφειλόταν στην αύξηση του αριθμού των ανιχνευτών και επομένως στην αύξηση του οπτικού τους πεδίου. Το εύρος σάρωσης έφτασε τις 360 μοίρες.

- **Τομογράφοι τέταρτης γενιάς**

Οι τομογράφοι τέταρτης γενιάς στηρίζονται στους τομογράφους της τρίτης γενιάς ,με μόνη διαφορά ότι οι ανιχνευτές κινούταν πλέον σε καθαρά κυκλική κίνηση. Έτσι σφάλματα κατά την περιστροφή μειώθηκαν σημαντικά ,με ταυτόχρονη μείωση του χρόνου σάρωσης.

Οι μέθοδοι λειτουργίας των 4 γενεών τομογράφων απεικονίζονται συνοπτικά στο παρακάτω σχήμα



Σχήμα 1.5: Σχηματική παράσταση (α) Υπολογιστικού Τομογράφου 1ης γενιάς. (β)Υπολογιστικού Τομογράφου 2ης γενιάς. Διακρίνονται η διάταξη της λυχνίας και του ανιχνευτή σε σχέση με τον ασθενή. (γ) Υπολογιστικού Τομογράφου 3ης γενιάς. Διακρίνεται η διάταξη της λυχνίας και του ανιχνευτή σε σχέση με τον ασθενή, χωρίς γεωμετρική μεγέθυνση και με γεωμετρική μεγέθυνση.(δ) Υπολογιστικού Τομογράφου 4ης γενιάς. Διακρίνεται η περιστροφική κίνηση της λυχνίας σε σχέση με τη σταθερή κυκλική διάταξη των ανιχνευτών.

1.2.2 Μαγνητική Τομογραφία

Ο μαγνητικός συντονισμός (Magnetic Resonance Imaging-MRI) σαν απεικονιστική μέθοδος , δεν χρησιμοποιεί ιοντίζουσες ακτινοβολίες, αντίθετα με την αξονική τομογραφία. Η λειτουργία του βασίζεται στη μαγνητική ροπή που αναπτύσσεται σε πυρήνες που περιέχουν περιττό αριθμό πρωτονίων, όπως *H, Na, P, F, C,* και στη στροφορμή των πυρήνων αυτών. Κυρίως όμως χρησιμοποιείται το υδρογόνο λόγω της αφθονίας του στον ανθρώπινο οργανισμό.

Ο μαγνητικός συντονισμός ανακαλύφθηκε από τους E. Purcell και F. Bloch το 1946, ενώ σε πειραματική μορφή χρησιμοποιήθηκε για την ανίχνευση όγκων στο ανθρώπινο σώμα το 1972. Το 1973 πραγματοποιήθηκαν για πρώτη φορά *in vivo* απεικονίσεις ιστών και οργάνων ασθενών . Κλινικά άρχισε να εφαρμόζεται την δεκαετία του '80 όταν πλέον οι συνθήκες ήταν κατάλληλες.

Τα νουκλεόνια (πρωτόνια και νετρόνια) που βρίσκονται στον πυρήνα των ατόμων περιστρέφονται (spin) και υπακούουν στην απαγορευτική αρχή του W.Pauli, σύμφωνα με την οποία "*δύο ηλεκτρόνια στο ίδιο άτομο δεν είναι δυνατόν να έχουν όλους τους κβαντικούς αριθμούς ίδιους"*[] . Οι πυρήνες με μη μηδενικό spin εμφανίζουν μαγνητική ροπή και εμφανίζουν μαγνητικό συντονισμό.

Όταν οι πυρήνες αυτοί τοποθετηθούν μέσα σε μαγνητικό πεδίο, τείνουν να αποκτήσουν παράλληλα ή αντιπαράλληλα spin με το πεδίο αυτό. Οι περισσότεροι πυρήνες παίρνουν παράλληλη θέση (χαμηλή ενεργειακή στάθμη) με αποτέλεσμα τη δημιουργία της μαγνήτισης. Η συχνότητα περιστροφής ω_0 (*radians/s)* δίνεται από τη σχέση:

$$\omega_0 = \gamma H_0 \tag{1.4}$$

όπου γ είναι ο γυρομαγνητικός λόγος, και H_0 είναι το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο .

Για την απεικόνιση ενός υλικού, θα πρέπει να ληφθεί σήμα συχνότητας ω_0, που οφείλεται στη διέγερση τους πυρήνων του λόγω ενός στατικού μαγνητικού πεδίου H_0 και ενός εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου, H_1 σε επίπεδο κάθετο στο H_0 . Το συνολικό διάνυσμα του μαγνητικού πεδίου (σε συντονισμό) δίνεται από τη σχέση:

$$H = H_0 \hat{z} + H_1(\hat{x}\cos\omega_0 t + \hat{y}\sin\omega_0 t) \tag{1.5}$$

όπου x,y,z είναι μοναδιαία διανύσματα στους αντίστοιχους άξονες και επίσης για τη γωνία θ:

$$\theta = \gamma\, H_1\, t_p \tag{1.6}$$

όπου t_p είναι ο χρόνος λειτουργίας του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου.

Οι πυρήνες απορροφούν ενέργεια από το εναλλασσόμενο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και μεταπηδούν από μια χαμηλή σε μια υψηλότερη ενεργειακή στάθμη (ενέργεια φωτονίου $E=h\ \omega_0\ /\ 2\pi$).

Όταν το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο H_1 σταματήσει, οι πυρήνες επανέρχονται στην αρχική τους χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη με ταυτόχρονη εκπομπή ενός σήματος συχνότητας ω_0 το οποίο συνήθως ανήκει στο φάσμα των ραδιοκυμάτων και ανιχνεύεται από το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί. Η εικόνα τελικά δημιουργείται με τη χρήση κατάλληλων μετασχηματισμών Fourier στο λαμβανόμενο σήμα[NM00].

1.2.3 Υπερηχογραφία

Οι Υπέρηχοι αναπτύχθηκαν αρχικά για στρατιωτικούς σκοπούς, αλλά στην Ιατρική χρησιμοποιούνται από τη δεκαετία του ’50 μέχρι και σήμερα σε διάφορους τομείς (κυρίως σε επίπεδο διάγνωσης) όπως η καρδιολογία, η μαστογραφία, η γυναικολογία και η μαιευτική. Οι διαγνωστικοί υπέρηχοι έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλες διαγνωστικές απεικονιστικές τεχνικές :

- Δεν προκαλούν φαινόμενα ιονισμού
- Δεν έχουν οποιουδήποτε είδους παρενέργειες στον ασθενή
- Η διαδικασία της σάρωσης είναι γρήγορη και καθόλου επίπονη
- Απεικονίζουν τα όργανα (και τους ιστούς) του σώματος με μεγάλη ακρίβεια

- Είναι σχετικά χαμηλού κόστους
- Είναι εύκολοι στη χρήση από το ιατρικό προσωπικό.

Η τεχνολογία των υπερήχων βασίζεται στις ιδιότητες του ήχου. Ο ήχος είναι το αποτέλεσμα της δόνησης των σωματιδίων της ύλης και του αέρα. Τα σωματίδια της ύλης παρά το γεγονός ότι παραμένουν στην ίδια (σχεδόν) θέση, δονούνται, με αποτέλεσμα τη δημιουργία κυμάτων πίεσης τα οποία διαδίδονται μέσα στην ύλη.

Ένα ηχητικό κύμα χαρακτηρίζεται από το μήκος κύματος λ, τη συχνότητα f και την ταχύτητα διάδοσης υ. Τα μεγέθη αυτά συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f}$$

ενώ ισχύει

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\kappa\rho}}$$

όπου κ μια σταθερά του μέσου και ρ η πυκνότητα του μέσου.

Οι υπέρηχοι διαδίδονται σε συχνότητες 1-20 MHz ,κατά πολύ μεγαλύτερες από αυτές που αντιλαμβάνεται το ανθρώπινο αυτί (20 Hz – 20KHz).Στην κλινική πράξη είναι καλό η συχνότητα των διαγνωστικών υπερήχων να είναι όσο δυνατόν μεγαλύτερη καθώς αυτό βελτιώνει τη χωρική διακριτική ικανότητα του συστήματος και επομένως λαμβάνονται ακριβέστερες εικόνες.

Με το γράμμα Z ορίζεται η χαρακτηριστική διαπερατότητα ενός υλικού, καθώς το ηχητικό κύμα περνά μέσα από αυτό και ορίζεται σαν

$$Z = \upsilon \cdot \rho \qquad (1.7)$$

Εξασθένιση ονομάζεται η μείωση της προσπίπτουσας ενέργειας του ηχητικού κύματος που παρατηρείται κατά τη διάδοση του μέσα από τους διάφορους ιστούς του σώματος. Στον πίνακα 1.1 αναφέρονται ενδεικτικές τιμές των παραπάνω μεγεθών (ταχύτητα , διαπερατότητα , εξασθένιση) για διάφορους ιστούς σε συχνότητα 1 MHz[NM00].

Πίνακας 1.1: Ενδεικτικές τιμές μεγεθών για βασικούς βιολογικούς ιστούς (Hussey, 1985).

Βιολογικοί ιστοί	Ταχύτητα διάδοσης (*υ*: *m/s*)	Ηχητική διαπερατότητα (Z: 10^6 *kg/m²s*)	Εξασθένιση *(dB/ni)*
Αέρας	331.000	0.10×10^3	4100.000
Νερό	1.53×10^3	1.53×10^3	0.002
Αίμα	1.57 χ 10^3	1.66×10^3	9.000
Λίπος	1.45×10^3	1.33×10^6	60.000
Μύες	1.59×10^3	1.70×10^6	350.000
Οστό	$2.5 - 4.7 \times 10^3$	1.53×10^6	870.000

1.2.4 Υπολογιστική Τομογραφία Εκπομπής

Η Υπολογιστική Τομογραφία Εκπομπής (Emission Computed Tomography-ECT) είναι το κύριο αντικείμενο με το οποίο ασχολείται η παρούσα εργασία. Στην περίπτωση της *υπολογιστικής τομογραφίας εκπομπής* μια ουσία, που φέρει κάποιο ραδιενεργό ισότοπο, εισέρχεται στο σώμα και συγκεντρώνεται επιλεκτικά σε κάποιο όργανο-στόχο απ' όπου ακτινοβολεί. Με κατάλληλες ανιχνευτικές διατάξεις είναι δυνατό να μετρηθεί η εκπεμπόμενη ακτινοβολία, η οποία είναι ανάλογη της συγκέντρωσης της ραδιενεργού ουσίας. Χρησιμοποιώντας την πληροφορία αυτή, είναι δυνατή η απεικόνιση σε διαφορετικά τομογραφικά επίπεδα. Η υπολογιστική τομογραφία εκπομπής εντάσσεται στις μεθόδους απεικόνισης της πυρηνικής ιατρικής .

Στον πίνακα 1.2 φαίνονται επιγραμματικά οι κύριες μορφές τομογραφικής απεικόνισης που χρησιμοποιούνται σήμερα

Πίνακας 1.2: Τομογραφικές Μέθοδοι.

Τομογραφική μέθοδος	**Είδος ακτινοβολίας**	**Μετρούμενες παράμετροι**
Αξονική Τομογραφία *(X-Ray CT)*	Ακτίνες X *(20-150keV)*	Συντελεστής Εξασθένισης
Μαγνητική Τομογραφία *(MRI)*	Ηλεκτρομαγνητική RF	Πυκνότητα Πρωτονίων Χρόνοι Αποκατάστασης
Τομογραφία Υπερήχων *(Ultrasound CT)*	Υπέρηχοι *(1-20MHz)*	Δείκτης Διάθλασης Συντελεστής Απορρόφησης
Τομογραφία Εκπομπής Ποζιτρονίου (PET)	Ακτίνες *γ* *(511keV)*	Συγκέντρωση Ραδιενεργού Ιχνηθέτη
Τομογραφία Εκπομπής Φωτονίου (SPECT)	Ακτίνες *γ* *(20-150keV)*	Συγκέντρωση Ραδιενεργού Ιχνηθέτη

Κεφάλαιο 2

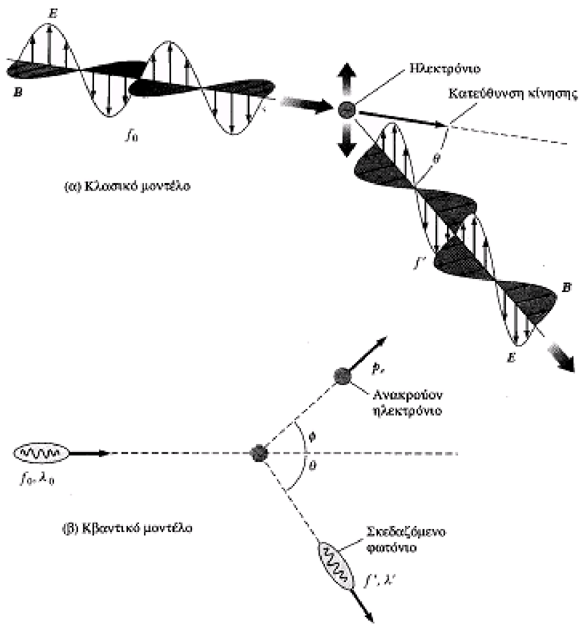
Υπολογιστική Τομογραφία Εκπομπής

2.1 Γενικά

2.1.1 Φαινόμενο Compton

Το 1922 επιβεβαιώθηκε πειραματικά από τον Arthur H. Compton ότι τα φωτόνια των ακτίνων X συμπεριφέρονται σαν σωματίδια με ορμή hf/c. Αρκετά πριν από το 1922, ο Compton και οι συνεργάτες του συγκέντρωναν ενδείξεις, σύμφωνα με τις οποίες η κλασική κυματική θεωρία αδυνατούσε να εξηγήσει τη σκέδαση ακτίνων X από ελεύθερα ηλεκτρόνια. Συγκεκριμένα, η κλασική θεωρία προέβλεπε ότι η προσπίπτουσα ακτινοβολία συχνότητας f_0 θα έπρεπε να επιταχύνει ένα ηλεκτρόνιο στην κατεύθυνση διάδοσης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και να προκαλεί εξαναγκασμένες ταλαντώσεις στο ηλεκτρόνιο και επανεκπομπή ακτινοβολίας με συχνότητα $f' < f_0$.

Αυτή η μείωση συχνότητας του επανεκπεμπόμενου κύματος οφείλεται σε μια διπλή μετατόπιση Doppler, πρώτα επειδή το ηλεκτρόνιο απομακρύνεται από την προσπίπτουσα ακτινοβολία, και δεύτερον, διότι το ηλεκτρόνιο είναι ένας κινούμενος πομπός σε σχέση με το ακίνητο σύστημα του εργαστηρίου (σχήμα 2.1). Επίσης, σύμφωνα με την κλασική θεωρία, η συχνότητα ή το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας έπρεπε να εξαρτάται από το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το ηλεκτρόνιο εκτίθεται στην προσπίπτουσα ακτινοβολία, καθώς και από την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.



Σχήμα 2.1 Σκέδαση ακτίνων Χ από ηλεκτρόνιο (α) το κλασσικό μοντέλο (β) το κβαντικό μοντέλο

Ο Compton απέδειξε πειραματικά ότι η μετατόπιση του μήκους κύματος των σκεδαζόμενων ακτίνων Χ σε μια δεδομένη γωνία είναι τελείως ανεξάρτητη από την ένταση της ακτινοβολίας και από τη χρονική διάρκεια της έκθεσης, αλλά εξαρτάται μόνο από τη γωνία σκέδασης. Το σχήμα 2.1 (β) δείχνει την κβαντική περίπτωση της μεταφοράς ορμής και ενέργειας μεταξύ ενός φωτονίου ακτίνων Χ και ενός ηλεκτρονίου. Για την συγκεκριμένη περίπτωση η κινητική ενέργεια του φωτονίου μετά τη σύγκρουση είναι

$$K = E_\gamma \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e}(1 - \cos\theta)} \tag{2.1}$$

όπου

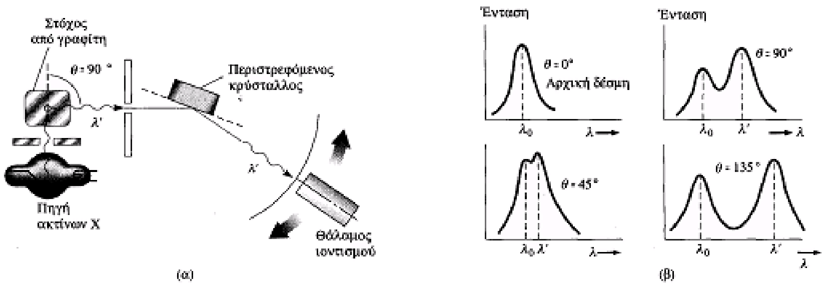
K η κινητική ενέργεια του φωτονίου μετά τη σύγκρουση

E_γ η ενέργεια του φωτονίου πριν τη σύγκρουση με $E_\gamma = hf_0$

m_e η μάζα του ηλεκτρονίου

Ένα σχηματικό διάγραμμα της πειραματικής διάταξης που χρησιμοποίησε ο Compton φαίνεται στο σχήμα 2.2. Στο αρχικό του πείραμα, ο Compton μέτρησε την εξάρτηση της έντασης των σκεδαζόμενων ακτινών Χ από το μήκος κύματος για τρεις διαφορετικές γωνίες σκέδασης, 45°, 90° (σχήμα) και 135°. Το μήκος κύματος μετρήθηκε με ένα φασματόμετρο περιστρεφόμενου κρυστάλλου και η ένταση προσδιορίστηκε με τη χρήση ενός θαλάμου ιοντισμού, που παρήγε ένα ρεύμα ανάλογο της έντασης των ακτινών X. Η προσπίπτουσα δέσμη ακτινών X ήταν μονοχρωματική, με μήκος κύματος λ_0 = 0,71 A.

Χρησιμοποιήθηκε στόχος άνθρακα, που έχει μικρό ατομικό αριθμό, *Z,* επειδή άτομα με μικρό *Z* έχουν περισσότερο ασθενώς δέσμια (ελεύθερα) ηλεκτρόνια. Τα πειραματικά διαγράμματα της έντασης ως προς το μήκος κύματος που παρατηρήθηκαν από τον Compton για γωνίες σκέδασης 0°, 45°, 90° και 135° φαίνονται στο σχήμα . Παρουσιάζουν δύο κορυφές, μία στο λ_0 και μία μετατοπισμένη κορυφή στο λ'. Η κορυφή στο λ_0 οφείλεται σε σκέδαση ακτινών X από ισχυρώς δέσμια ηλεκτρόνια, τα οποία έχουν ενεργό μάζα ίση με τη μάζα ολόκληρου του ατόμου άνθρακα.



Σχήμα 2.2 (α) Σχηματικό διάγραμμα της πειραματικής διάταξης του Compton. (β) Ένταση σκεδαζόμενης ακτινοβολίας σε συσχέτιση με το μήκος κύματος για σκέδαση Compton σε θ = 0°, 45°, 90° και 135°.

Η μετατοπισμένη κορυφή στο λ' οφείλεται σε σκέδαση ακτινών X από ελεύθερα ηλεκτρόνια και προβλέφθηκε από τον Compton ότι εξαρτάται από τη γωνία σκέδασης ως εξής:

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \tag{2.2}$$

όπου m_e η μάζα ηλεκτρονίου. Η ποσότητα $h/m_e c$ ονομάζεται μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου και έχει αποδεκτή τιμή σήμερα

$$\frac{h}{m_e c} = 0{,}0243\,\mathring{A} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\,m \tag{2.3}$$

Οι προσεκτικές μετρήσεις του Compton επιβεβαίωσαν πλήρως την εξίσωση και έδωσαν ένα μήκος κύματος Compton ίσο με 0,0242 A, που βρίσκεται σε εξαιρετική συμφωνία με τη σημερινή αποδεκτή τιμή. Αυτά τα καλής ποιότητας αποτελέσματα ήταν τα πρώτα που έπεισαν τους περισσότερους Αμερικανούς φυσικούς για την ισχύ της κβαντικής θεωρίας.

Η εξίσωση αυτή εξάγεται με μια επεξεργασία βασιζόμενη στην υπόθεση ότι το φωτόνιο επιδεικνύει συμπεριφορά σωματιδίου και συγκρούεται ελαστικά με ένα ηλεκτρόνιο, όπως μια μπάλα μπιλιάρδου. Το σχήμα δείχνει την κρούση φωτονίου-ηλεκτρονίου. Δεδομένου ότι το ηλεκτρόνιο ανακρούει με ταχύτητες παραπλήσιες με την ταχύτητα του φωτός, πρέπει να διατηρούνται τόσο η σχετικιστική ενέργεια όσο και η σχετικιστική ορμή. Η έκφραση για τη διατήρηση της ενέργειας δίνει

$$E + m_e c^2 = E' + E_e \tag{2.3}$$

όπου E είναι η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου, E' είναι η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου, $m_e c^2$ είναι η ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου και E_e είναι η ενέργεια ανάκρουσης του ηλεκτρονίου. Από τη διατήρηση της ορμής ισχύει

$$p = p' \cos\theta + p_e \cos\varphi \qquad (2.4\alpha)$$

$$p' \sin\theta = p_e \sin\varphi \qquad (2.4\beta)$$

όπου p είναι η ορμή του προσπίπτοντος φωτονίου, p' είναι η ορμή του σκεδαζόμενου φωτονίου και p_e είναι η ορμή ανάκρουσης του ηλεκτρονίου. Οι εξισώσεις αυτές μπορούν να συνδυαστούν για να απαλειφθεί η φ, η γωνία σκέδασης του ηλεκτρονίου. Έτσι προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για το $p_e^{\,2}$:

$$p_e^2 = (p')^2 + p^2 - 2pp'\cos\theta \tag{2.5}$$

Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητη η επίκληση της κυματικής φύσης του φωτός για να εξηγηθεί η σωματιδιακή συμπεριφορά των φωτονίων. Είναι γνωστό ότι η ενέργεια ενός φωτονίου και η συχνότητα του σχετιζόμενου φωτεινού κύματος συνδέονται με τη σχέση $E = hf$. Αν υποτεθεί ότι ένα φωτόνιο ακολουθεί τη σχέση $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ και ότι *έχει μηδενική μάζα ηρεμίας,* ισχύει:

$$p_{\phi\omega\tau o\nu\acute{\iota}o\upsilon} = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad (2.6)$$

Εδώ ισχύει και πάλι μια παράδοξη κατάσταση, όπου μια σωματιδιακή ιδιότητα, η ορμή του φωτονίου, δίνεται ως συνάρτηση μιας κυματικής ιδιότητας, του λ, ενός σχετιζόμενου φωτεινού κύματος. Αν οι σχέσεις Ε = hf και ρ = hf/c τεθούν στις εξισώσεις (2.3) και (2.5), οι τελευταίες γίνονται αντίστοιχα:

$$E_e = hf - hf' + m_e c^2 \qquad (2.7)$$

και

$$p_e^2 = \left(\frac{hf'}{c}\right)^2 + \left(\frac{hf}{c}\right)^2 - \frac{2h^2 f' f}{c^2}\cos\theta \qquad (2.8)$$

Τα E_e και p_e μπορούν να απαλειφθούν με την εισαγωγή των παραπάνω εξισώσεων στη σχέση $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ και προκύπτει η σχέση Compton [SMM89]

$$\boxed{\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)}$$

2.1.2 Στοιχεία για το ποζιτρόνιο

Το 1920, ο θεωρητικός φυσικός Paul A.Dirac ανέπτυξε μια εκδοχή της κβαντομηχανικής στην οποία ενσωμάτωσε και τη θεωρία της ειδικής σχετικότητας. Η θεωρία του Dirac εξηγούσε αυτόματα την προέλευση του σπιν και τη μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου. Ωστόσο, ο Dirac βρέθηκε αντιμέτωπος με μια μεγάλη δυσκολία στη θεωρία αυτή. Η σχετικιστική κυματική του εξίσωση απαιτούσε λύσεις που αντιστοιχούσαν σε αρνητικές ενεργειακές καταστάσεις, ακόμη και για ελεύθερα σωματίδια. Αλλά αν υπήρχαν αρνητικές καταστάσεις ενέργειας, θα έπρεπε να αναμένεται ότι ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται σε κατάσταση θετικής ενέργειας θα πραγματοποιούσε ταχεία μετάβαση σε μια από αυτές τις καταστάσεις, εκπέμποντας ένα φωτόνιο κατά τη διεργασία αυτή.

Ο Dirac μπόρεσε να παρακάμψει τη δυσκολία ορίζοντας ως αξίωμα ότι *όλες οι καταστάσεις αρνητικής ενέργειας είναι συμπληρωμένες*. Τα ηλεκτρόνια εκείνα που καταλαμβάνουν τις καταστάσεις αρνητικής ενέργειας λέγονται "θάλασσα Dirac" .Τα ηλεκτρόνια στη θάλασσα Dirac δεν μπορεί να παρατηρηθούν άμεσα, γιατί η απαγορευτική αρχή του Pauli δεν τους επιτρέπει να αλληλεπιδράσουν με εξωτερικές δυνάμεις. Εάν όμως μία από αυτές τις καταστάσεις αρνητικής ενέργειας είναι κενή αφήνοντας μια οπή στη θάλασσα των συμπληρωμένων καταστάσεων, η οπή μπορεί να αλληλεπιδράσει με εξωτερικές δυνάμεις και είναι δυνατόν να παρατηρηθεί. (Αυτό είναι ανάλογο με τη συμπεριφορά μιας οπής στη ζώνη σθένους ενός ημιαγωγού.)

Η δεύτερη ισοδύναμη ερμηνεία αυτής της θεωρίας ήταν *ότι για κάθε σωματίδιο υπάρχει επίσης ένα αντισωματίδιο*. Το αντισωματίδιο πρέπει να έχει μάζα ίση με τη μάζα του σωματιδίου, αλλά τα φορτία τους θα είναι αντίθετα μεταξύ τους. Παραδείγματος χάριν, το αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου (που ονομάζεται ποζιτρόνιο) θα έχει μάζα 0,511 MeV/c^2 και θετικό φορτίο ίσο με $+1{,}6x10^{-19}$ Cb. Συνήθως ένα αντισωματίδιο συμβολίζεται με μια παύλα (—) πάνω από το σύμβολο του αντίστοιχου σωματιδίου. Έτσι, το ποζιτρόνιο παριστάνεται με e (παρότι μερικές φορές προτιμάται το σύμβολο e+), το αντιπρωτόνιο παριστάνεται με ρ--παύλα και το αντινετρίνο με ν-παύλα.

Το ποζιτρόνιο ανακαλύφθηκε το 1932 (το ίδιο έτος που ανακαλύφθηκε και το νετρόνιο) από τον Carl Anderson, ο οποίος το 1936 τιμήθηκε με το βραβείο Νόμπελ για την ανακάλυψη αυτή. Ο Anderson έκανε την ανακάλυψη του καθώς εξέταζε τα ίχνη που είχαν δημιουργηθεί από σωματίδια θετικού φορτίου που έμοιαζαν με ηλεκτρόνια σε έναν θάλαμο νέφους. Σε αυτά τα πρώτα πειράματα χρησιμοποιούσαν τις κοσμικές ακτίνες (πρωτόνια μεγάλης ενέργειας που διατρέχουν τον μεσοαστρικό χώρο) για την πρόκληση αντιδράσεων υψηλής ενέργειας, της τάξης αρκετών GeV. Για να γίνει διαχωρισμός μεταξύ θετικών και αρνητικών φορτίων, ο θάλαμος ήταν τοποθετημένος σε μαγνητικό πεδίο· έτσι τα κινούμενα φορτία υποχρεώνονταν να ακολουθούν καμπύλες τροχιές.

Ο Anderson παρατήρησε ότι μερικά ίχνη σωματιδίων τύπου ηλεκτρονίου απέκλιναν προς κατευθύνσεις που αντιστοιχούσαν σε θετικώς φορτισμένα σωματίδια.

Μετά την αρχική ανακάλυψη του Anderson, το ποζιτρόνιο έχει παρατηρηθεί σε διάφορα πειράματα. Ίσως η πιο συνήθης διεργασία παραγωγής ποζιτρονίων είναι η δίδυμη γέννηση. Κατά τη διεργασία αυτή, μία ακτίνα-γ με αρκετά μεγάλη ενέργεια συγκρούεται με έναν πυρήνα και δημιουργείται ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Επειδή η ολική ενέργεια ηρεμίας του ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου είναι $2m_0c^2$ = 1,02 MeV (όπου m_0 είναι η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου), η ακτίνα-γ πρέπει να έχει τουλάχιστον τόση ενέργεια ώστε να δημιουργεί ζεύγη ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Έτσι, ηλεκτρομαγνητική ενέργεια με τη μορφή ακτίνας-γ μετασχηματίζεται σε μάζα, από με την σχέση $E = m_0c^2$.

Μπορεί επίσης να συμβεί μια διεργασία η οποία είναι το αντίθετο της δίδυμης γέννησης. Υπό τις κατάλληλες συνθήκες, ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο μπορεί να ενωθούν και να εξαϋλωθούν, με αποτέλεσμα την παραγωγή δύο φωτονίων τα οποία έχουν συνολική ενέργεια τουλάχιστον 1,02 MeV. Η αντίδραση μπορεί να παρασταθεί ως εξής:

$$e+\bar{e}\rightarrow 2\gamma \tag{2.9}$$

Επίσης, ένα πρωτόνιο και ένα αντιπρωτόνιο μπορεί να εξαϋλωθούν και να παραγάγουν δύο ακτίνες-γ, αλλά το φαινόμενο αυτό είναι πολύ σπάνιο.

Κάθε γνωστό στοιχειώδες σωματίδιο έχει ένα αντισωματίδιο. Μεταξύ των εξαιρέσεων είναι το φωτόνιο και το ουδέτερο πιόνιο (π°). (Να σημειωθεί ότι το π° και το η° είναι, ταυτόχρονα, σωματίδια και αντισωματίδια) [SMM89].

2.1.3 Διάσπαση σωματιδίων α

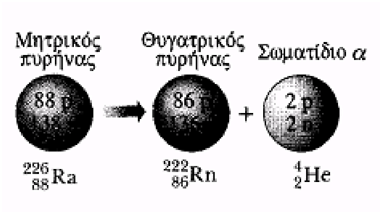
Αν ένας πυρήνας εκπέμψει ένα σωματίδιο *a* (He), χάνει δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια. Έτσι, το *N* μειώνεται κατά 2, το *Z* μειώνεται κατά δύο και το *A* μειώνεται κατά 4. Η διάσπαση μπορεί να γραφεί συμβολικά ως εξής:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}\rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}+{}^{4}_{2}\mathrm{H}e \tag{2.10}$$

όπου το X ονομάζεται μητρικός πυρήνας και το Y θυγατρικός πυρήνας. Ως παραδείγματα, τα ^{238}U και ^{226}Ra είναι και τα δύο εκπομποί σωματιδίων α και διασπώνται σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\begin{gathered} {}^{238}_{92}U\rightarrow {}^{234}_{90}Th+{}^{4}_{2}He \\ {}^{226}_{88}Ra\rightarrow {}^{222}_{86}Rn+{}^{4}_{2}He \end{gathered} \tag{2.11}$$

Ο χρόνος ημιζωής του ^{238}U είναι 4,47 x 10^9 έτη και ο χρόνος ημιζωής του ^{226}Ra είναι 1,60 x 10^3 έτη. Και στις δύο περιπτώσεις, το *A* του θυγατρικού πυρήνα είναι κατά 4 μονάδες μικρότερο από το *A* του μητρικού πυρήνα. Ομοίως, το *Z* μειώνεται κατά 2 μονάδες. Οι διαφορές οφείλονται στο εκπεμπόμενο σωματίδιο (τον πυρήνα ^4He). Η διάσπαση του ^{226}Ra απεικονίζεται στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3 Διάσπαση *α* του πυρήνα Ra

Όταν ένα στοιχείο μετατρέπεται σε ένα άλλο, όπως κατά τη διάσπαση α , η διεργασία ονομάζεται *αυθόρμητη διάσπαση*. Κατά γενικό κανόνα, i) το άθροισμα των μαζικών αριθμών *A* πρέπει να είναι το ίδιο και στα δύο μέλη της εξίσωσης και ii) το άθροισμα των ατομικών αριθμών *Z* πρέπει να είναι το ίδιο και στα δύο μέλη της εξίσωσης. Επί πλέον, η ολική ενέργεια πρέπει να διατηρηθεί. Αν είναι M_X τη μάζα του μητρικού πυρήνα, M_Y τη μάζα του θυγατρικού πυρήνα και M_α τη μάζα του σωματιδίου α, μπορούμε να οριστεί η ενέργεια διάσπασης *Q:*

$$Q = (M_X - M_Y - M_\alpha)\cdot c^2 \qquad (2.12)$$

όπου το *Q* θα είναι εκφράζεται σε τζάουλ (J) αν οι μάζες είναι σε χιλιόγραμμα (kg)

2.1.3 Διάσπαση σωματιδίων β

Όταν ένας ραδιενεργός πυρήνας υφίσταται διάσπαση *β,* ο θυγατρικός πυρήνας έχει τον ίδιο αριθμό νουκλεονίων με τον μητρικό πυρήνα, αλλά ο αριθμός φορτίου μεταβάλλεται κατά 1. Οι δύο διεργασίες διάσπασης *β* είναι:

$$
\begin{aligned}
&{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^{+} \\
&{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^{-}
\end{aligned}
\qquad (2.13)
$$

Τόσο ο αριθμός νουκλεονίων όσο και το ολικό φορτίο διατηρούνται σ' αυτές τις διασπάσεις. Οι διεργασίες όμως δεν περιγράφονται πλήρως από τις εκφράσεις αυτές.Δύο τυπικές διεργασίες διάσπασης *β* είναι οι εξής:

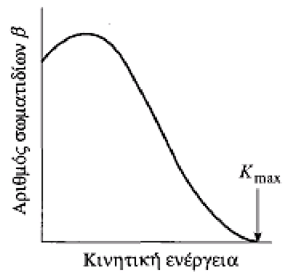
$$
\begin{aligned}
&{}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + \beta^{+} \\
&{}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + \beta^{-}
\end{aligned}
\qquad (2.14)
$$

Το ηλεκτρόνιο ή το ποζιτρόνιο που έχει σχέση με αυτές τις διασπάσεις δημιουργείται μέσα στον πυρήνα. Αυτό είναι ισοδύναμο με το ότι, κατά τη διάσπαση *β,* ένα νετρόνιο στον πυρήνα μετατρέπεται σε ένα πρωτόνιο. Πράγματι, συμβαίνει η διεργασία

$$n \rightarrow p + \beta^{-} \qquad (2.15)$$

Όπως και κατά τη διάσπαση α, έτσι και τώρα η ενέργεια πρέπει να διατηρείται.

Πειραματικά διαπιστώνεται ότι τα σωματίδια β εκπέμπονται με ενέργεια της οποίας οι τιμές κατανέμονται σε ένα συνεχές φάσμα ενεργειών (σχήμα 2.4). Αυτά τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι διασπώμενοι πυρήνες εκπέμπουν ηλεκτρόνια με διαφορετικές ενέργειες. Η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων πρέπει να αντισταθμισθεί με τη μείωση της μάζας του συστήματος, δηλαδή την τιμή Q. Αφού όλοι οι διασπώμενοι πυρήνες έχουν την ίδια αρχική μάζα, η τιμή Q πρέπει να είναι η ίδια για κάθε διάσπαση. Αν όμως τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια έχουν διαφορετικές κινητικές ενέργειες τότε ο νόμος της διατήρησης της ενέργειας φαίνεται να παραβιάζεται. Παραπέρα ανάλυση δείχνει ότι, σύμφωνα με τις διεργασίες διάσπασης που περιγράφονται από τις εξισώσεις και , παραβιάζονται επίσης οι αρχές της διατήρησης τόσο της στροφορμής σπιν όσο και της ορμής.



Σχήμα 2.4 Χαρακτηριστική καμπύλη διάσπασης *β*. Η μέγιστη κινητική ενέργεια που παρατηρείται για το σωματίδιο *β* αντιστοιχεί στην τιμή του *Q* της αντίδρασης.

Ο Wolfang Pauli το 1930 διατύπωσε την άποψη ότι πρέπει να είναι παρόν ένα τρίτο σωματίδιο που φέρει τη«χαμένη» ενέργεια και ορμή. Ο Fermi, αργότερα, ονόμασε το σωματίδιο αυτό νετρίνο (μικρό ουδέτερο σωματίδιο), επειδή έπρεπε να είναι ηλεκτρικά ουδέτερο και να έχει λίγη ή καθόλου μάζα ηρεμίας. Παρότι διέφευγε την ανίχνευση για πολλά χρόνια, το νετρίνο (σύμβολο ν), τελικά, ανακαλύφθηκε πειραματικά το 1956 από τους Raines και Cowan.

Το νετρίνο έχει τις εξής ιδιότητες:

- Έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο.
- Έχει μάζα ηρεμίας μικρότερη από τη μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου και στην ουσία η μάζα του μπορεί να είναι μηδενική (μολονότι πρόσφατα πειράματα δείχνουν ότι αυτό μπορεί να μην είναι αληθές).
- Έχει σπιν *1/2,* γεγονός που ικανοποιεί τον νόμο διατήρησης της στροφορμής.
- Αλληλεπιδρά πολύ ασθενικά με την ύλη και έτσι είναι πολύ δύσκολο να ανιχνευθεί.

Έτσι οι σχέσεις γίνονται (2.14) και (2.15) γίνονται

$$ {}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + \beta^{-} + \bar{\nu} $$

$$ {}^{12}_{7}N \rightarrow {}^{12}_{6}C + \beta^{+} + \nu \qquad (2.18) $$

$$ n \rightarrow p + \beta^{-} + \bar{\nu} $$

όπου το σύμβολο ν-παύλα παριστάνει το αντινετρίνο.

Το ποζιτρόνιο β^{+} που εκπέμπεται κατά τη διεργασία που περιγράφεται από την εξίσωση είναι ένα σωματίδιο όμοιο με το ηλεκτρόνιο, εκτός του ότι έχει θετικό φορτίο +e. Επειδή είναι σαν το ηλεκτρόνιο σε όλα, εκτός από το φορτίο, το ποζιτρόνιο λέγεται ότι είναι αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου. Κατά τον ίδιο τρόπο, το αντινετρίνο είναι το αντισωματίδιο του νετρίνου. Αυτό που συμβαίνει είναι ότι ένα νετρίνο εκπέμπεται κατά τη διάσπαση β^{+} με εκπομπή ποζιτρονίου και ένα αντινετρίνο εκπέμπεται κατά τη διάσπαση β~ με εκπομπή ηλεκτρονίου.

2.1.4 Διάσπαση σωματιδίων γ

Πολύ συχνά, ένας πυρήνας ο οποίος υφίσταται ραδιενεργό διάσπαση παραμένει σε μια κατάσταση ενεργειακής διέγερσης. Ο πυρήνας μπορεί τότε να υποστεί μια αποδιέγερση σε μια κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας, ίσως στη θεμελιώδη κατάσταση, εκπέμποντας ένα φωτόνιο. Τα φωτόνια που εκπέμπονται από μια τέτοια διεργασία αποδιέγερσης ονομάζονται ακτίνες γ (γάμμα). Τέτοια φωτόνια έχουν πολύ υψηλή ενέργεια (σε κλίμακα από 1 MeV έως 1 GeV) σχετικά με την ενέργεια του ορατού φωτός (περίπου 1 eV). Η ενέργεια των φωτονίων που εκπέμπονται (ή απορροφούνται) από ένα άτομο ισούται με τη διαφορά ενέργειας μεταξύ των δύο ηλεκτρονικών καταστάσεων που συμμετέχουν στη μετάβαση. Κατά τον ίδιο τρόπο, ένα φωτόνιο ακτίνας γ έχει ενέργεια hf η οποία ισούται με τη διαφορά ενέργειας ΔΕ μεταξύ των δύο πυρηνικών καταστάσεων ενέργειας. Ένας πυρήνας, όταν αποδιεγείρεται και εκπέμπει μια ακτίνα γ, δεν μεταβάλλεται, αλλά απλώς μεταβαίνει σε χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση. Μια διεργασία διάσπασης γ παριστάνεται ως εξής:

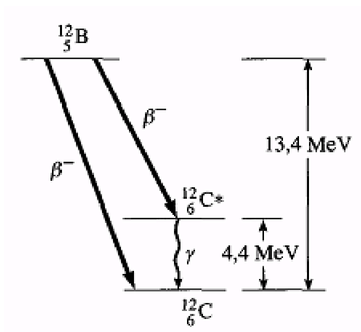
$$ {}^{A}_{Z}X_{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma \qquad (2.19) $$

όπου το X* συμβολίζει έναν πυρήνα σε διεγερμένη κατάσταση.

Ένας πυρήνας μπορεί να φθάσει σε μια διεγερμένη κατάσταση μετά από μια βίαιη σύγκρουση με ένα άλλο σωματίδιο. Συνήθως, όμως, βρίσκεται σε μια διεγερμένη κατάσταση μετά από μια διάσπαση α ή β. Η παρακάτω ακολουθία γεγονότων παριστάνει μια χαρακτηριστική κατάσταση κατά την οποία επέρχεται διάσπαση γ:

$$
\begin{aligned}
&{}^{12}_{5}B \rightarrow {}^{12}_{6}C^{*} + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu} \\
&{}^{12}_{6}C^{*} \rightarrow {}^{12}_{6}C + \gamma
\end{aligned}
\qquad (2.20)
$$

Το σχήμα 2.5 δείχνει το σχεδιάγραμμα διάσπασης του ^{12}B, το οποίο υφίσταται διάσπαση β προς κάποια από τις δύο στάθμες του ^{12}C. Συγκεκριμένα, το ^{12}B μπορεί είτε i) να διασπασθεί κατευθείαν προς τη θεμελιώδη κατάσταση του ^{12}C εκπέμποντας ένα ηλεκτρόνιο ενέργειας 13,4 MeV είτε ii) να υποστεί διάσπαση β^{-} προς μια διεγερμένη κατάσταση του ^{12}C*, ακολουθούμενη από διάσπαση γ προς τη θεμελιώδη κατάσταση. Αυτή η τελευταία διεργασία έχει ως αποτέλεσμα την εκπομπή ενός ηλεκτρονίου ενέργειας 9,0 MeV και ενός φωτονίου ενέργειας 4,4 MeV [SMM89].



Σχήμα 2.5 Ο πυρήνας ^{12}B υφίσταται διάσπαση *β~* προς δύο στάθμες του ^{12}C. Η διάσπαση προς τη διεγερμένη στάθμη ^{12}C* ακολουθείται από διάσπαση *γ* προς τη θεμελιώδη κατάσταση.

2.2 Ραδιοφάρμακα

2.2.1 Βασικοί Ορισμοί

Ραδιοφάρμακα

Ως ραδιοφάρμακο ορίζεται ένα χημικό υλικό, το οποίο έχει ιδιαίτερες φυσικές και βιολογικές ιδιότητες και περιέχει ένα ραδιονουκλίδιο με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά ραδιενεργού εκπομπής. Η χρήση του καθορίζεται από το συνδυασμό αυτών των ιδιοτήτων. Ένα ιδανικό ραδιοφάρμακο θα πρέπει να συγκεντρώνεται επιλεκτικά στην περιοχή-στόχο, να εκπέμπει μόνο ακτίνες-γ κατάλληλης ενέργειας, ώστε να ανιχνεύονται από το χρησιμοποιούμενο εξοπλισμό, να μεταφέρεται, να ακτινοβολεί λίγο τον εξεταζόμενο και να είναι εύκολα παρασκευάσιμο.

Επισήμανση

Επισήμανση ενός συστατικού είναι η διαδικασία κατά την οποία ένα ή περισσότερα από τα άτομα (ή και μεγαλύτερες μονάδες) αυτής αντικαθίστανται με τρόπο, ώστε να διακρίνονται αυτά τα άτομα (ή μονάδες) από τα υπόλοιπα. Οι ουσίες που χρησιμοποιούνται στην πυρηνική επισημαίνονται συνήθως με ισότοπα, τα οποία εκπέμπουν ακτινοβολία-γ, ώστε να είναι δυνατή η εξωτερική τους ανίχνευση.

Ιχνηθέτης

Ιχνηθέτης ονομάζεται το ραδιενεργό ισότοπο, που χρησιμοποιείται για την επισήμανση μίας ουσίας.

Επιλογή ραδιονουκλιδίου

Το πρώτο στάδιο του σχεδιασμού ενός ραδιοφαρμάκου είναι η επιλογή του ραδιονουκλιδίου, η οποία καθορίζεται από τη χρήση του ραδιοφαρμάκου. Τα ακόλουθα χαρακτηριστικά είναι επιθυμητά:

- Το ραδιονουκλίδιο θα πρέπει να έχει μικρό χρόνο ημιζωής, ο οποίος θα είναι επαρκής για την παρασκευή, κάθαρση, διανομή (εάν είναι αναγκαίο) και πραγματοποίηση της εφαρμογή πυρηνικής ιατρικής. Ο μικρός χρόνος ημιζωής ελαχιστοποιεί την απορροφούμενη δόση ακτινοβολίας.

- Το ραδιονουκλίδιο θα πρέπει κατά προτίμηση, να μην εκπέμπει σωμάτια-α ή σωμάτια-β, ακτινοβολία-γ χαμηλής ενέργειας ή ηλεκτρόνια εσωτερικής μετατροπής, επειδή αυτές οι μορφές ακτινοβολίας είναι ανεπιθύμητες και περιττές για τον εξεταζόμενο/ασθενή.
- Ο χρόνος παραμονής του ραδιοφαρμάκου στο ανθρώπινο σώμα πρέπει να είναι όσο το δυνατό συντομότερος.
- Αν το ραδιοφάρμακο πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για απεικονιστικούς σκοπούς, τότε η βέλτιστη επιλογή στην περίπτωση της απεικόνισης SPECT είναι κάποιο νουκλίδιο, το οποίο εκπέμπει αποκλειστικά γ-ακτινοβολία με ενέργεια γύρω στα 200keV.

Οι φυσικές ιδιότητες του ραδιονουκλιδίου πρέπει να είναι συμβατές με τη χρήση. Το μέγεθος των μορίων του καθώς επίσης και το ηλεκτροστατικό ή ιοντικό φορτίο είναι σημαντικές παράμετροι[LOU02].

2.2.2. Μέθοδοι επισήμανσης

Οι μέθοδοι προετοιμασίας επισημασμένων ουσιών, που χρησιμοποιούνται στην πράξη, μπορούν να διαιρεθούν σε τρεις κατηγορίες:

Αντιδράσεις ισοτοπικής ανταλλαγής

Είναι αντιδράσεις όπου ένα ή περισσότερα άτομα σε ένα μόριο αντικαθιστώνται από άτομα του ιδίου στοιχείου, τα οποία όμως έχουν διαφορετική μάζα. Τα άτομα αυτά μπορεί να είναι σταθερά ή ραδιενεργά ισότοπα. Η μέθοδος αυτή έχει το πλεονέκτημα ό,τι μπορεί να πραγματοποιηθεί σε πολύ μικρή χημική κλίμακα. Το κυριότερο μειονέκτημά της είναι ότι οι αντιδράσεις αυτού του τύπου είναι αμφίδρομες, με αποτέλεσμα υπό κατάλληλες συνθήκες να υπάρχει ο κίνδυνος πραγματοποίησης της αντίθετης αντίδρασης και επομένως διάσπασης της επισημασμένης ουσίας. Επίσης η ύπαρξη προσμίξεων μπορεί να προκαλέσει σημαντικά προβλήματα.

Χημική σύνθεση

Οι μέθοδοι χημικής σύνθεσης συνίστανται στη δημιουργία ενός σύνθετου μορίου από απλά επισημασμένα ενδιάμεσα στοιχεία. Τα στάδια σύνθεσης μπορεί να είναι από ένα μέχρι και έξη και η συνολική απόδοση από 90% μέχρι και 1%. Η απόδοση εκφράζεται συνήθως ως το πηλίκο της συνολικής ραδιενέργειας του προϊόντος προς τη συνολική ραδιενέργεια του υποστρώματος. Η μέθοδος αυτή έχει το πλεονέκτημα της επιλογής της θέσης του μορίου, στην οποία γίνεται η επισήμανση, σε αντίθεση με την προηγούμενη μέθοδο, όπου η θέση αυτή είναι σπανίως γνωστή.

Βιοχημικές μέθοδοι

Η κατηγορία αυτή περιλαμβάνει ένα πλήθος διαφορετικών διεργασιών, οι οποίες μπορούν να διακριθούν στην ενζυμική σύνθεση και την ολική βιοσύνθεση. Στην πρώτη περίπτωση ένα ένζυμο χρησιμοποιείται ως καταλύτης, ώστε να μετατρέψει ένα ραδιενεργό υπόστρωμα σε επισημασμένη ουσία. Στην περίπτωση της ολικής βιοσύνθεσης ένα ζώο, φυτό ή μικροοργανισμός λαμβάνει το ραδιενεργό υπόστρωμα και το μεταβάλλει σύμφωνα με τις φυσιολογικές μεταβολικές διαδικασίες. Το επιθυμητό προϊόν απομονώνεται στη συνέχεια. Η διαδικασία αυτή είναι συνήθως δύσκολη και σχετικά μεγάλης διάρκειας, αλλά το μειονέκτημα αυτό αντισταθμίζεται από το εύρος της χρησιμότητας των παραγομένων προϊόντων.

2.2.3 Συγκέντρωση του ραδιοφαρμάκου στο στόχο

Για να γίνει κατανοητή η διαδικασία συγκέντρωσης ενός ραδιοφαρμάκου στην περιοχή-στόχο περιγράφεται η περίπτωση, όπου η περιοχή αυτή είναι ένας όγκος. Υπάρχουν δύο προσεγγίσεις, η άμεση και η προσέγγιση προκαθορισμένου στόχου. Και οι δύο προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται τόσο για απεικονιστικούς όσο και για θεραπευτικούς σκοπούς.

Άμεση προσέγγιση

Συνήθως χρησιμοποιούνται αντισώματα, στα οποία έχει επικολληθεί το επιθυμητό ραδιονουκλίδιο. Τα αντισώματα χορηγούνται στον εξεταζόμενο και δημιουργούν σύμπλοκα με τα αντιγόνα της επιφάνειας του όγκου. Επειδή τα αντισώματα δεν συγκεντρώνονται σε άλλους ιστούς, η παρουσία επισημασμένων αντισωμάτων στο αίμα είναι αυξημένη με αποτέλεσμα να αυξάνεται το υπόβαθρο, γεγονός που αποτελεί και μειονέκτημα της μεθόδου.

Προσέγγιση προκαθορισμένου στόχου

Στην προσέγγιση αυτή χορηγείται αρχικά βιοτίνη, η οποία δημιουργεί σύμπλοκα με τα επιφανειακά αντιγόνα του όγκου. Στη συνέχεια χορηγείται επισημασμένη αβιδίνη, η οποία ενώνεται με το σύμπλοκο βιοτίνης-αντιγόνων όγκου. Υπάρχουν αρκετές πιθανές διαφοροποιήσεις της μεθόδου, η περιγραφή των οποίων ξεφεύγει από τους στόχους του παρόντος.

Σε κάθε περίπτωση το τελικό αποτέλεσμα των τεχνικών αυτών είναι η συγκέντρωση του ραδιοφαρμάκου στην περιοχή-στόχο σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό σε σχέση με άλλες περιοχές[LOU02].

2.2.4 Ραδιοφάρμακα SPECT

Τα ραδιοϊσότοπα που χρησιμοποιούνται στην πυρηνική ιατρική και συγκεκριμένα στην περίπτωση του SPECT είναι:

- **Ραδιοϊσότοπα πυρηνικών αντιδραστήρων:** Θερμικά νετρόνια που προέρχονται από τη σχάση ουρανίου, και έχουν σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία νουκλιδίων τα οποία εκπέμπουν ακτινοβολία β και γ.

- **Ραδιοϊσότοπα επιταχυντών:** Είναι πρωτόνια, δευτερόνια ή πυρήνες ηλίου τα οποία δημιουργούν ραδιοϊσότοπα που με τη σειρά τους διασπώνται με ταυτόχρονη εκπομπή ποζιτρονίων και ακτινοβολίας γ

- **Ραδιοϊσότοπα γεννητριών:** Είναι ραδιοϊσότοπα μεγάλου συνήθως χρόνου ημιζωής που διασπόνται σ' ένα θυγατρικό πυρήνα με ταυτόχρονη εκπομπή ακτινοβολίας β και γ.

Η ραδιενέργεια των νουκλιδίων δίνεται από τη σχέση

$$Rad(t) = \frac{N \cdot \sigma \cdot \phi}{K}\left[1 - e^{\left(\frac{t \cdot \ln 2}{T_{1/2}}\right)}\right] \tag{2.21}$$

όπου

N είναι ο αριθμός των πυρήνων του στόχου

σ η ενεργός διατομή της αντίδρασης

φ είναι η ροή των φορτισμένων σωματιδίων

$T_{1/2}$ ο χρόνος ημιζωης του στοιχείου και

K μια σταθερά με

$$K = 3{,}7 \times 10^{10}$$

Τα παραγόμενα ραδιοφάρμακα χορηγούνται στους ασθενείς και συγκεντρώνονται επιλεκτικά σε ορισμένους ιστούς ή όργανα ανάλογα με τις βιοκινητικές τους ιδιότητες και την παθολογική κατάσταση του οργανισμού. Σχεδόν πάντα τα ραδιοφάρμακα χορηγούνται για θεραπευτικούς ή διαγνωστικούς σκοπούς[ΚΡ00].

2.2.5 Ραδιοφάρμακα PET

Τα ραδιοϊσότοπα που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση του PET φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 2.1: Ισότοποι ραδιενεργοί πυρήνες που χρησιμοποιούνται στην τομογραφία PET.

Ραδιοϊσότοπο	**Χρόνος Ημιζωής**	**Εφαρμογές**
Carbon- 11	20.3min	Μελέτη μεταβολικών διαδικασιών
Fluorine- 18	109.7min	Μελέτη κατανάλωσης γλυκόζης
Gallium-68	68min	Βαθμονόμηση
Iodine-122	3.76min	Μελέτη αιματικής ροής
Iron-52	8.2hr	Απεικόνιση μυελού των οστών
Nitrogen- 13	9.9min	Μελέτη έκχυσης μυοκαρδίου
Oxygen- 15	123sec	Μελέτη αιματικής ροής
Rubidium-82	1.2min	Μελέτη έκχυσης μυοκαρδίου

2.2.6 Ραδιοφάρμακα με ιχνηθέτη ^{99m}Tc

Ο κύριος ιχνηθέτης που χρησιμοποιήθηκε στα πειραματικά δεδομένα της παρούσας εργασίας είναι το τεχνήτιο ^{99m}Tc. Το τεχνήτιο ανήκει στα μέταλλα μετάπτωσης με σθένος από -1 εώς +7, ενώ στο υπερτεχνητικό νάτριο ($NaTcO_4$), που παράγεται από τη γεννήτρια, το τεχνήτιο έχει σθένος +7. Σε περιβάλλον όμως με ιόντα κασσίτερου το σθένος του παίρνει τιμές από -1 εώς +5 και είναι κατάλληλο ώστε να αντιδράσει με άλλες ενώσεις και να τις επισημάνει.

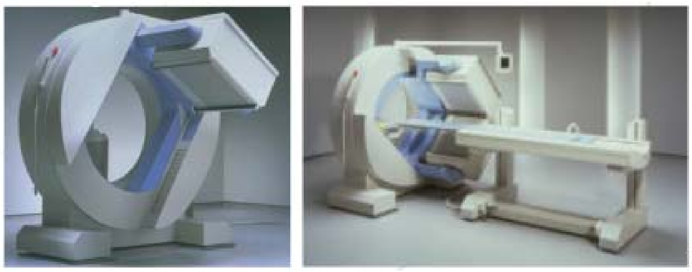
Η επισήμανση γίνεται με προσθήκη του υπερτεχνητικού νατρίου σε φιαλίδια που περιέχουν την προς επισήμανση ουσία. Δεν προστίθενται συντηρητικά, ενώ διατηρούνται στείρες συνθήκες καθ’ όλη τη διάρκεια της επισήμανσης. Συνήθως οι προς επισήμανση ουσίες είναι υπό μορφή λυόφιλης σκόνης, η οποία διαλύεται πλήρως όταν αναμιγνύεται με τεχνήτιο. Το $NaTcO_4$, με τη σειρά του, παρουσία νερού διίσταται πλήρως σε Na^+ και $(TcO_4)^-$.

Μετά τη χορήγηση του ραδιοφαρμάκου στον οργανισμό, το κατιόν του νατρίου δεν ακολουθεί την ίδια πορεία με το υπερτεχνητικό ανιόν. Τα ανιόντα $(TcO_4)^-$ διοχετεύονται στο αίμα και απορροφούνται από συγκεκριμένα όργανα: το στομάχι, τους σιελογόνους αδένες, το θυροειδή, τα οστά, τα νεφρά και τον χοριοειδή χιτώνα του οφθαλμού[LOU02].

2.3 Τομογραφία SPECT

Η τομογραφία SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography) είναι μία μέθοδος ιατρικής απεικόνισης που συνδυάζει τις συμβατικές τεχνικές απεικόνισης της πυρηνικής ιατρικής με τις μεθόδους ανακατασκευής της εικόνας. Η συνεχώς αυξανόμενη ποιότητα και ποσοτική ακρίβεια των εικόνων SPECT σε συνδυασμό με το χαμηλό σχετικά κόστος τους, καθιστούν την τομογραφία SPECT ως ένα από τα χρησιμότερα διαγνωστικά εργαλεία.

Η διαδικασία της απεικόνισης SPECT αρχίζει με τη χορήγηση ενός ραδιοφαρμάκου στον εξεταζόμενο. Το ραδιοφάρμακο συγκεντρώνεται επιλεκτικά σε ορισμένους ιστούς ή όργανα ανάλογα με τις βιολογικές του ιδιότητες και την παθολογική κατάσταση του ασθενούς. Τα χρησιμοποιούμενα ραδιονουκλίδια εκπέμπουν ακτίνες γ ενέργειας 140keV για το Tc-99 και 70keV για το T1-201



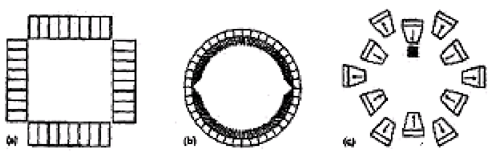
(α) (β)

Σχήμα 2.6 : Τομογραφική γ-κάμερα της Siemens (α) μίας κεφαλής και (β) δύο κεφαλών.

Οι εκπεμπόμενες ακτίνες *γ* διαπερνούν τους ιστούς και καταγράφονται από μία ανιχνευτική διάταξη σε διαφορετικές γωνίες γύρω από τον ασθενή. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ένας αλγόριθμος ανακατασκευής για τη δημιουργία της τομογραφικής εικόνας, που είναι στην ουσία μια εικόνα ενός επιπέδου κάθετου στα επίπεδα των προβολών που δείχνει την χωρική κατανομή της συγκέντρωσης του χορηγηθέντος ραδιοφαρμάκου. Οι εικόνες SPECT έχουν καλύτερα οπτικά χαρακτηριστικά και παρέχουν περισσότερες πληροφορίες για την κατανομή των ραδιονουκλιδίων σε σχέση με τις επίπεδες εικόνες της συμβατικής διαγνωστικής πυρηνικής ιατρικής.

Τα συστήματα SPECT αποτελούνται από μία ή περισσότερες ομάδες ανιχνευτών, διατεταγμένους σύμφωνα με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο. Ένας μηχανισμός κίνησης τους ή ειδικά σχεδιασμένοι ευθυγραμμιστές επιτρέπουν τη λήψη δεδομένων από διαφορετικές γωνίες. Διακρίνονται οι ακόλουθες κατηγορίες συστημάτων SPECT:

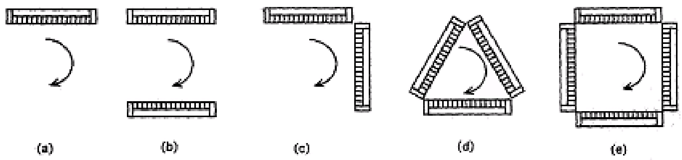
- **Συστήματα SPECT πολλαπλών ανιχνευτών:** Εδώ τα δεδομένα προβολής λαμβάνονται με περιστροφή της διάταξης γύρω από τον ασθενή. Το σύστημα αυτό χρησιμοποιείται για εγκεφαλογραφήματα ,μαστογραφίες κλπ (σχήμα 2.7). Υπάρχουν επίσης συστήματα που αποτελούνται από μία ακίνητη κυκλική διάταξη ανιχνευτών σπινθηρισμών και μία ομάδα ευθυγραμμιστών (collimators) που κινούνται μπροστά από τους ανιχνευτές κατά τη διάρκεια συλλογής των δεδομένων (σχήμα).Σε κάποια συστήματα οι ανιχνευτές μπορούν να σαρώνουν τόσο ακτινικά όσο και εφαπτομενικά. Οι τομογραφικές εικόνες όμως δεν είναι πολύ καλές εξαιτίας της ανεπαρκούς δειγματοληψίας και της μειωμένης αξονικής διακριτικής ικανότητας (σχήμα).Τα συστήματα SPECT πολλών ανιχνευτών διαθέτουν υψηλή ευαισθησία και ικανότητα καταμέτρησης υψηλών ρυθμών ακτινοβολίας, καθώς οι ανιχνευτές περιβάλλουν πλήρως τον ασθενή.



Σχήμα 2.7 Συστήματα SPECT πολλαπλών ανιχνευτών

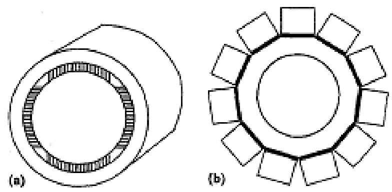
- **Συστήματα SPECT με Camera:** Αυτά τα συστήματα SPECT αποτελούνται από μία ή περισσότερες κάμερες που μπορούν να περιστρέφονται γύρω από τον ασθενή όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.8. Έτσι επιτρέπουν την τρισδιάστατη απεικόνιση ενός οργάνου, παρέχοντας μία ομάδα συνεχόμενων τομογραφικών εικόνων που καλύπτουν όλο το όργανο. Χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση των περισσότερων οργάνων του σώματος με κατάλληλη επιλογή της ακτίνας περιστροφής της κάμερας, αλλά και για συμβατικές εφαρμογές της διαγνωστικής πυρηνικής ιατρικής. Εδώ ο ασθενής δεν περιβάλλεται πλήρως και επομένως μεγάλα ποσά ακτινοβολίας δεν

ανιχνεύονται ,όμως πλεονεκτεί ως προς τη δυνατότητα να χρησιμοποιείται σε αντικείμενα διαφορετικών μεγεθών.



Σχήμα 2.8 Συστήματα SPECT με Camera

- **Σύνθετα συστήματα SPECT:** Τα συστήματα αυτά συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των δύο προηγούμενων κατηγοριών, με αυξημένη ικανότητα προσαρμογής στις απαιτήσεις κάθε εφαρμογής. Τα συστήματα ευθυγράμμισης (collimators) είναι διατάξεις μεγάλου αριθμού οπών που διαχωρίζονται από φράγματα μολύβδου και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των οποίων καθορίζουν τις διευθύνσεις των φωτονίων που θ' ανιχνευθούν από τους σπινθηριστές (γεωμετρική απόκριση του συστήματος ευθυγράμμισης). Τα φωτόνια που προσπίπτουν στα φύλλα μολύβδου απορροφώνται χωρίς ν' ανιχνευθούν[KP00].



Σχήμα 2.9 Σύνθετα (υβριδικά) συστήματα SPECT

2.4 Τομογραφία PET

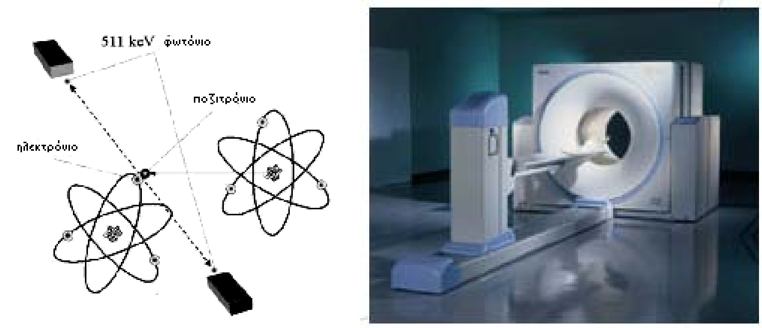
Η τομογραφία εκπομπής ποζιτρονίου PET (Positron Emission Tomography) είναι μία απεικονιστική τεχνική της πυρηνικής ιατρικής που αξιοποιεί τη μαθηματική θεωρία των αλγορίθμων ανακατασκευής εικόνας της υπολογιστικής τομογραφίας. Η διαγνωστική αξία της τομογραφίας PET πηγάζει από το γεγονός ότι παρέχει τόσο ανατομικές (ιστολογικές) όσο

και λειτουργικές (μεταβολικές) πληροφορίες, με αποτέλεσμα να μπορεί να διαγνώσει έγκαιρα παθολογικές καταστάσεις που εμφανίζουν διαταραχές σε λειτουργικό επίπεδο πολύ νωρίτερα απ' ότι σε ανατομικό επίπεδο, ή παθολογικές καταστάσεις οι οποίες συνδέονται μόνο με λειτουργικές διαταραχές.

Όπως και στην τομογραφία SPECT, έτσι και σε αυτή την περίπτωση χορηγούνται στον ασθενή ραδιοφάρμακα με την ικανότητα να συγκεντρώνονται σε περιοχές ενδιαφέροντος, και στη συνέχεια εκπέμπονται ποζιτρόνια (σωματίδια β+) τα οποία υπόκεινται στο φαινόμενο της εξαύλωσης σύμφωνα με το οποίο

$$\text{ποζιτρονιο} + \text{ηλεκτρονιο} \Rightarrow \text{φωτονιο} + \text{φωτονιο} \qquad (2.22)$$

όπου το κάθε φωτόνιο γ έχει ενέργεια $511keV$. Τα δύο φωτόνια κινούνται σε αντιδιαμετρικές κατευθύνσεις και διάπερνουν τους ιστους τους σώματος έτσι ώστε να μπορούν να ανιχνευθουν.



(α) (β)

Σχήμα 2.10 : (α) Φυσική αρχή απεικόνισης PET. (β) Κλινικό σύστημα PET της Siemens.

Όταν τα δύο φωτόνια “προσκρούσουν” ταυτόχρονα στους ανιχνευτές, τοτε καταγράφεται ένα γεγονός, όπως επίσης και η ευθεία που συνδέει τους δύο ανιχνευτές. Μετά την ανίχνευση ικανοποιητικού αριθμού γεγονότων εξαΰλωσης, ένας αλγόριθμος εφαρμόζεται για την ανακατασκευή της τομογραφικής εικόνας, η οποία είναι στην ουσία η κατανομή του ραδιοφαρμάκου στο επίπεδο της τομής. Λόγω του ότι η κατανομή του ραδιοφαρμάκου εξαρτάται από τις βιοκινητικές του ιδιότητες και την παθολογία της περιοχής , η τομογραφική εικόνα PET παρέχει πληροφορίες για την ανατομία και τη λειτουργία στην συγκεκριμένη περιοχή[LOU02].

2.5 Εξοπλισμός ανίχνευσης ακτίνων-γ . Τομοσπινθηρογραφική γ-camera υψηλής ευαισθησίας και διακριτικής ικανότητας.

Η ανάπτυξη της παρούσας εργασιας έγινε σε συνεργασία με το Ινστιτούτο Επιταχυντικών Συστημάτων και Εφαρμογών (Ι.Ε.Σ.Ε) του Πανεπιστημίου Αθηνών. Ο υλικοτεχνικός εξοπλισμός που χρησιμοποιήθηκε για τη συλλογή δεδομένων φαίνεται στο σχήμα 2.11 .

Σχήμα 2.11 : Πειραματική διάταξη και επί μέρους τμήματα αυτής.

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται ο εξοπλισμός για την ανίχνευση ακτίνων-γ . Αρχικά περιγράφεται η δομή μίας συμβατικής γ-κάμερα, τα επί μέρους τμήματα, από τα οποία αποτελείται και οι φυσικοί μηχανισμοί στους οποίους στηρίζεται η λειτουργία τους. Ορίζονται τα βασικά μεγέθη φασματοσκοπίας-γ και δίνονται τα τεχνικά χαρακτηριστικά των υλικών, που χρησιμοποιούνται στην πράξη.

Η γ-camera είναι μία συσκευή, η οποία ανιχνεύει ακτίνες-γ που εκπέμπονται από μία πηγή και επιτρέπει την απεικόνιση της κατανομής της ραδιενέργειας σε δύο διαστάσεις όπως φαίνεται στο σχήμα 2.11. Μία γ-κάμερα αποτελείται από τα ακόλουθα τμήματα: τον **κατευθυντήρα**, τον **σπινθηριστή** (κρύσταλλο), τους **φωτοπολλαπλασιαστές** και τις **ηλεκτρονικές διατάξεις**.

Για την απεικόνιση κάποιου οργάνου πρέπει να συλλεχθούν εκείνες οι ακτίνες, των οποίων είναι γνωστό το σημείο εκπομπής. Η διαδικασία λήψης μίας εικόνας

(σπινθηρογράφημα) από μία πηγή είναι ο εξής : οι ακτίνες-γ εκπέμπονται από την περιοχή στην οποία είναι συγκεντρωμένο το ραδιοϊσότοπο προς όλες τις κατευθύνσεις. Μπροστά από τον σπινθηριστή τοποθετείται ένας κατευθυντήρας, ο οποίος επιτρέπει μόνο στα φωτόνια, που ταξιδεύουν σε κατεύθυνση κάθετη προς το δείγμα και τον ανιχνευτή, να φτάσουν μέχρι τον κρύσταλλο. Ο κατευθυντήρας φέρει ένα μεγάλο αριθμό από μικρές, πυκνές οπές σε διάταξη πλέγματος και είναι κατασκευασμένος από υλικά που απορροφούν τα προσπίπτοντα φωτόνια (μόλυβδος, βολφράμιο).

Τα φωτόνια που περνούν τον κατευθυντήρα προσπίπτουν στον σπινθηριστή. Ο σπινθηριστής είναι ένα υλικό , το οποίο μετατρέπει την απώλεια ενέργειας ιοντίζουσας ακτινοβολίας σε παλμούς φωτός. Στην περίπτωση της γ-κάμερα, η ακτινοβολία αυτή είναι ακτίνες-γ με ενέργεια από μερικά keV μέχρι αρκετά MeV. Η απορρόφηση της ακτινοβολίας γίνεται στο υλικό του σπινθηριστή και εξαρτάται από την πυκνότητα, τον ατομικό αριθμό, την απόδοση, το χρόνο απόσβεσης τις μηχανικές και οπτικές ιδιότητές του.

Οι παλμοί φωτός που εκπέμπονται από τον σπινθηριστή ανιχνεύονται από τους φωτοπολλαπλασιαστές, οι οποίοι είναι συνήθως διατεταγμένοι σε διάταξη ομόκεντρων κύκλων και καλύπτουν ολόκληρο τον κρύσταλλο. Μόλις ένας παλμός φωτός (σπινθηρισμός) εκπεμφθεί, ανιχνεύεται από πολλούς φωτοπολλαπλασιαστές ταυτόχρονα. Ο φωτοπολλαπλασιαστής αποτελείται από μία φωτοκάθοδο, που είναι ευαίσθητη στο φως και εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια, ένα σύστημα δυνόδων για τον πολλαπλασιασμό των ηλεκτρονίων και μία άνοδο, όπου τα ηλεκτρόνια συγκεντρώνονται.

2.5.1 Κατευθυντήρας

Ο κατευθυντήρας, αποτελεί το πρώτο τμήμα μίας γ-κάμερα. Καθορίζει ποια φωτόνια θα προσπέσουν στον σπινθηριστή. Είναι κατασκευασμένος συνήθως από ένα παχύ φύλλο μολύβδου και φέρει πλήθος οπών, σε συγκεκριμένη και σταθερή γεωμετρία. Ο μόλυβδος απορροφά τα φωτόνια, που προσπίπτουν στα τοιχώματα των οπών του κατευθυντήρα και αφήνει να περάσουν εκείνα που ταξιδεύουν σε διεύθυνση κάθετη προς τον ανιχνευτή.

Αυτό το φιλτράρισμα, το οποίο είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την απεικόνιση με γ-κάμερα αποτελεί ταυτόχρονα και το σημαντικότερο μειονέκτημά της, γιατί περιορίζει σε πολύ μεγάλο βαθμό την ευαισθησία, δηλαδή τον αριθμό των εκπεμπόμενων φωτονίων τα

οποία συλλέγονται από τον ανιχνευτή. Οι οπές μπορεί να είναι παράλληλες, συγκλίνουσες ή αποκλίνουσες, ανάλογα με το αν χρειάζεται μεγέθυνση του πεδίου ή εστίαση σε κάποια περιοχή. Το σχήμα και το μέγεθός τους αποτελεί ένα από τους καθοριστικούς παράγοντες της ευαισθησίας και διακριτικής ικανότητας ολόκληρης της ανιχνευτικής διάταξης.

Κατευθυντήρας παραλλήλων οπών

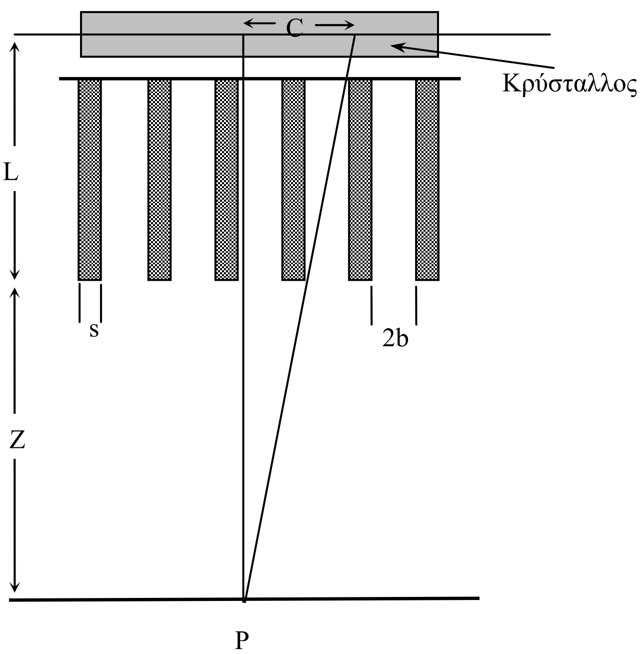
Οι κατευθυντήρες παραλλήλων οπών βρίσκουν εφαρμογή στα περισσότερα συστήματα γ-κάμερα και χρησιμοποιήθηκαν από τους Anger και Keller. Ο Anger έδειξε ότι αν C είναι η απόσταση μεταξύ του κατευθυντήρα και του επιπέδου που διχοτομεί τον κρύσταλλο η γεωμετρική απόδοση δίνεται από τη σχέση:

$$g = \left[\frac{4Kb^2}{L(2b+s)} \right]^2 \tag{2.23}$$

ενώ η διακριτική ικανότητα R εκφράζεται ως:

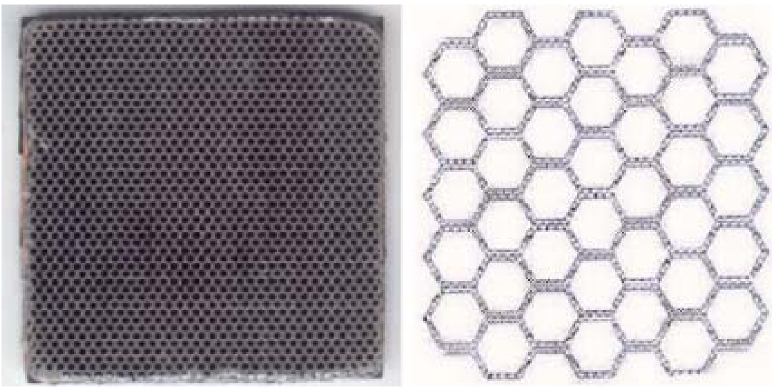
$$R = \frac{2b}{L}(L+z+C) \tag{2.24}$$

Η γεωμετρία τους απεικονίζεται στο σχήμα 2.12 .



Σχήμα 2.12 : Σχηματική αναπαράσταση ενός κατευθυντήρα παραλλήλων οπών

Ο κατευθυντήρας ,ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για μέρος των πειραματικών δεδομένων της παρούσας εργασίας ,φέρει παράλληλες οπές και είναι κατασκευασμένος από φύλλα μολύβδου, τα οποία ενώνονται σχηματίζοντας εξαγωνικές κυψελίδες. Το πάχος των φύλλων μολύβδου είναι 250μm. Η κάτοψη του και ο τρόπος ένωσης των φύλλων και σχηματισμού των κυψελίδων φαίνονται στο σχήμα 2.13 .



(α) (β)

Σχήμα 2.13: (α) Κάτοψη του κατευθυντήρα παραλλήλων οπών. (β) Γεωμετρία εξαγωνικών κυψελίδων.

Το πάχος του κατευθυτήρα είναι 2.75cm. Συγκριτικά με λεπτότερους ή παχύτερους κατευθυντήρες, έχει αποδειχθεί , ότι το συγκεκριμένο πάχος δίνει βέλτιστη διακριτική ικανότητα και ευαισθησία στις συνηθισμένες αποστάσεις ανιχνευτή-πηγής. Παρ' όλα αυτά κατευθυντήρες με άλλα χαρακτηριστικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε εφαρμογές, όπου δεν ενδιαφέρει η διακριτική ικανότητα, αλλά η αυξημένη ευαισθησία και ο μικρός χρόνος απεικόνισης .

2.5.2 Σπινθηριστής

Για την ανίχνευση πυρηνικής ακτινοβολίας με συγκεκριμένη απόδοση, οι διαστάσεις του σπινθηριστή πρέπει να επιλεγούν έτσι, ώστε να απορροφηθεί το επιθυμητό κλάσμα ακτινοβολίας. Για μία διεισδυτική ακτινοβολία, όπως είναι οι ακτίνες-γ, απαιτείται ένα υλικό μεγάλης πυκνότητας, το οποίο θα πρέπει να επιτρέπει στους παλμούς φωτός, που παράγονται μέσα σε αυτό, να το διαπεράσουν και να φτάσουν στον ανιχνευτή φωτός. Ανόργανοι κρύσταλλοι, οι οποίοι συνδυάζουν την απόσβεση της ακτινοβολίας με την οπτική

διαπερατότητα χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε ανιχνευτές ακτινοβολίας. Τα υλικά αυτά χαρακτηρίζονται από υψηλή πυκνότητα και μεγάλο ατομικό αριθμό.

Για την ανίχνευση ακτίνων–γ με υψηλή διακριτική ικανότητα χρησιμοποιούνται κυρίως το ιωδιούχο νάτριο με προσμίξεις θαλλίου [NaI(Tl)], το ιωδιούχο καίσιο με προσμίξεις θαλλίου [CsI(Tl)] και το ιωδιούχο καίσιο με προσμίξεις νατρίου [CsI(Na)], ενώ για εφαρμογές, που απαιτείται πολύ γρήγορη απόκριση χρησιμοποιούνται πλαστικοί σπινθηριστές, εντούτοις για υψηλή απόδοση στο φάσμα των ακτίνων-γ χρησιμοποιούνται BaF_2, CsF ή μη νοθευμένο CsI.

Κρύσταλλος ιωδιούχου καισίου (CsI)

Ο κρύσταλλος (σπινθηριστής), ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για μέρος των πειραματικών δεδομένων της παρούσας εργασίας είναι κατασκευασμένος από CsI ,ένα υλικό με μεγάλη ικανότητα απόσβεσης των ακτίνων-γ εξαιτίας της υψηλής του πυκνότητας και του μεγάλου ατομικού αριθμού του. Για την ανίχνευση σπινθηρισμών χρησιμοποιείται τόσο στην καθαρή όσο και στη νοθευμένη μορφή του με νάτριο ή θάλλιο. Είναι διακριτοποιημένος σε τετραγωνικές κυψελίδες διαστάσεων 1.13x1.13mm^2. Έχει διάμετρο 4.6 cm και πάχος 4mm. Στο σχήμα 2.14 φαίνεται η κάτοψή του και μία μεγεθυσμένη περιοχή του.

(α) (β)

Σχήμα 2.14: (α) Κάτοψη του κρυστάλλου CsI(Tl). (β) Μεγέθυνση μιας περιοχής του.

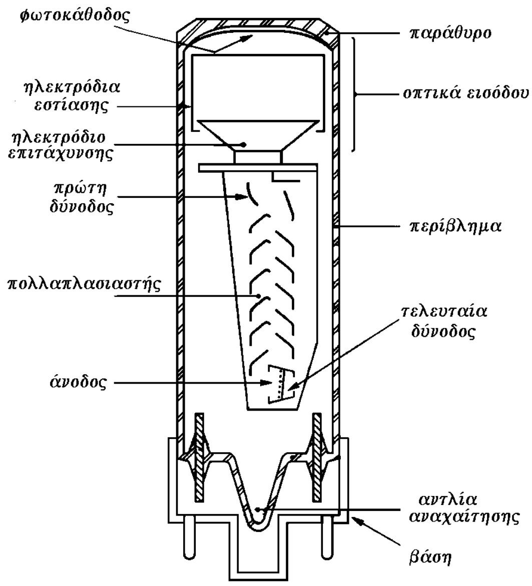
Χαρακτηρίζεται από μεγάλη αντοχή σε θερμικές και μηχανικές καταπονήσεις λόγω της απουσίας διαχωριστικών επιπέδων. Τα περισσότερα φυσικά χαρακτηριστικά των

κρυστάλλων CsI είναι ανεξάρτητα από τον χρησιμοποιούμενο ενεργοποιητή, ενώ είναι εύκολο να διαμορφωθούν σε μία ποικιλία γεωμετριών. Αν και είναι διαλυτοί στο νερό δεν είναι υγροσκοπικοί σε κανονικές συνθήκες και σε περιπτώσεις όπου υδρατμοί προσκολληθούν στην επιφάνεια τους αυτή διαβρώνεται. Για το CsI και CsI(Tl) νέα λείανση επαναφέρει τις αρχικές επιδόσεις του κρύσταλλου, ενώ αντίθετα το CsI(Na) είναι υγροσκοπικό και πρέπει να είναι ερμητικά κλεισμένο.

Το πάχος του κρυστάλλου είναι τέτοιο, ώστε ο αυτός να χαρακτηρίζεται από μέγιστη ευαισθησία στις προσπίπτουσες ακτίνες-γ, αλλά όχι τόσο μικρό ώστε να μειώνει τη χωρική ανάλυση. Η τιμή της πυκνότητάς ($\rho \cong 4.51\ gcm^{-3}$) και ο ατομικός αριθμός του ιωδίου (Z=53), το καθιστούν καλό απορροφητικό υλικό για ακτίνες-γ μεσαίων και χαμηλών ενεργειών. Δεν απορροφά τους σπινθηρισμούς που εκπέμπει και άρα δεν παρουσιάζει απώλειες “φωτεινού σήματος”.

2.5.3 Φωτοπολλαπλασιαστής

Ο φωτοπολλαπλασιαστής είναι μία συσκευή που επιτρέπει τη συλλογή των παλμών φωτός, που εκπέμπονται από τον σπινθηριστή και τη μετατροπή τους σε ηλεκτρικό σήμα, το οποίο είναι επαρκώς ενισχυμένο, ώστε να μπορεί να υποστεί περαιτέρω ανάλυση και επεξεργασία. Στο σχήμα 2.15 φαίνονται τα επιμέρους στοιχεία ενός φωτοπολλαπλασιαστή.



Σχήμα 2.15: Σχηματικό διάγραμμα επί μέρους στοιχείων φωτοπολλαπλασιαστή.

2.5.4. Προενισχυτές

Τα σήματα τα οποία εξέρχονται από το φωτοπολλαπλασιαστή είναι εξαιρετικά ασθενή για την περαιτέρω επεξεργασία. Για το λόγο αυτό ενισχύονται μέσα στην κάμερα από 16 αναλογικά κυκλώματα ενίσχυσης, τα οποία βασίζονται σε προενισχυτές (στην παρούσα εργασία έχουν χρησιμοποιηθεί προενισχυτές TRA1000 της Lecroy). Η απόκρισή των κυκλωμάτων δεν είναι ομοιόμορφη, δημιουργώντας ανομοιογένειες και παραμορφώσεις στις αρχικές εικόνες, οι οποίες πρέπει να διορθωθούν μέσω μίας διαδικασίας βαθμονόμησης του ανιχνευτή. Ωστόσο υπάρχουν πλέον διαθέσιμοι πολυκαναλικοί ενισχυτές, οι οποίοι έχουν μικρό μέγεθος και επιπλέον προσφέρουν ομοιόμορφη ενίσχυση των σημάτων εισόδου.

2.5.5. Τροφοδοσία

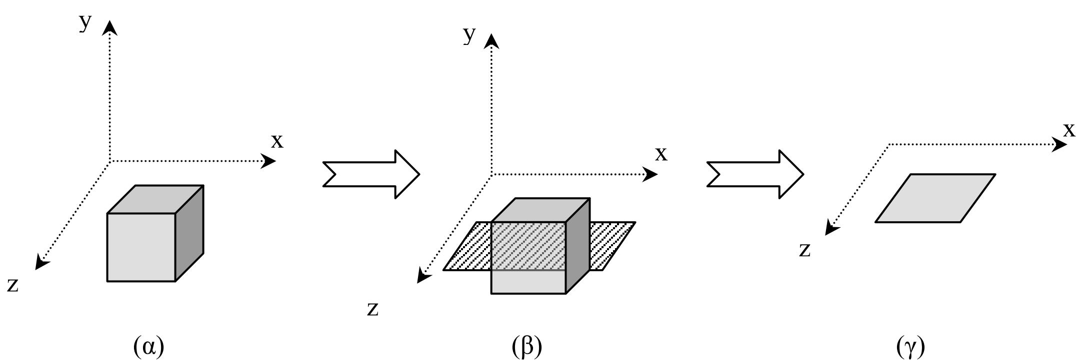
Η επιλογή της υψηλής τάσης εξαρτάται από την πηγή και τον κρύσταλλο. Επιλέγεται τιμή τάσης, η οποία χρησιμοποιεί αποδοτικά το συνολικό εύρος των ψηφιοποιητών. Για το συγκεκριμένο κρύσταλλο CsI(Tl), η βέλτιστη τάση για την απεικόνιση με ^{99m}Tc είναι τα 950V. Οι προενισχυτές των αναλογικών σημάτων τροφοδοτήθηκαν με συνεχή τάση ±15V[LOU02].

Κεφάλαιο 3
Αλγόριθμοι Τομογραφικής Ανακατασκευής

3.1 Γενικά

Αντικείμενο της τομογραφικης απεικόνισης

Ας υποτεθεί ότι ένας κύβος πλευράς α βρίσκεται σε ένα σύστημα συντεταγμένων (x, y, z), όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1α. Επιπλέον ας υποτεθεί ότι πρόκειται να απεικονιστεί μία τομή του σε ένα επίπεδο κάθετο σε αυτόν, δηλαδή ένα τετράγωνο, όπως φαίνεται στα σχήματα 3.1β και 3.1γ:



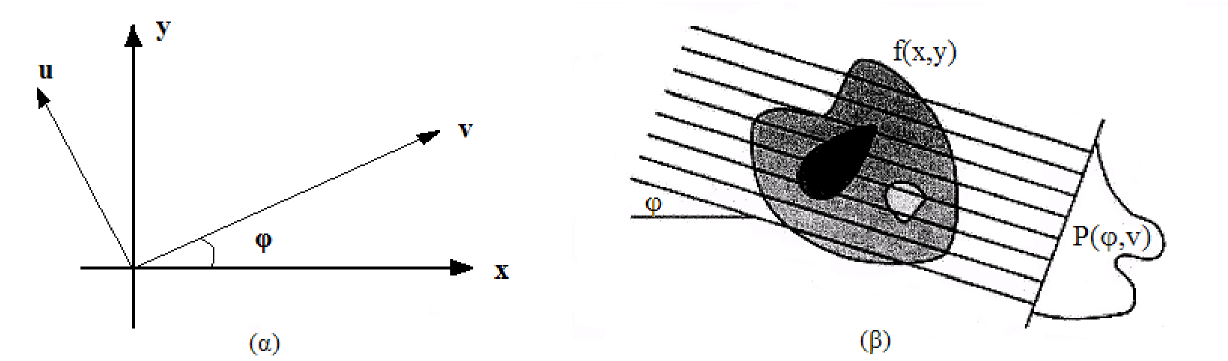
Σχήμα 3.1: (α) Κύβος σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων. (β) Τομογραφικό επίπεδο. (γ) Τομή.

Η διαδικασία τομογραφικής απεικόνισης συνίσταται στην περιστροφή ενός ανιχνευτή γύρω από το αντικείμενο (που στην προκειμένη απλοποιημένη περίπτωση είναι το τετράγωνο) και στη συλλογή προβολών, από ένα αριθμό γωνιών. Με χρήση καταλλήλων αλγορίθμων ανακατασκευάζονται τομές σε επίπεδα, που είναι κάθετα στον άξονα περιστροφής

Μαθηματική Προσέγγιση

Έστω ότι ένα διδιάστατο αντικείμενο παριστάνεται από τη συνάρτηση $f(x,y)$ κάθε τιμή της οποίας αναπαριστά τη χωρική κατανομή μιας φυσικής ποσότητας. Αν το ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων (x,y) στραφεί κατά γωνία φ προκύπτει το σύστημα (u,v) και ισχύει:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\ \phi & \sin\ \phi \\ -\sin\ \phi & \cos\ \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad (3.1)$$



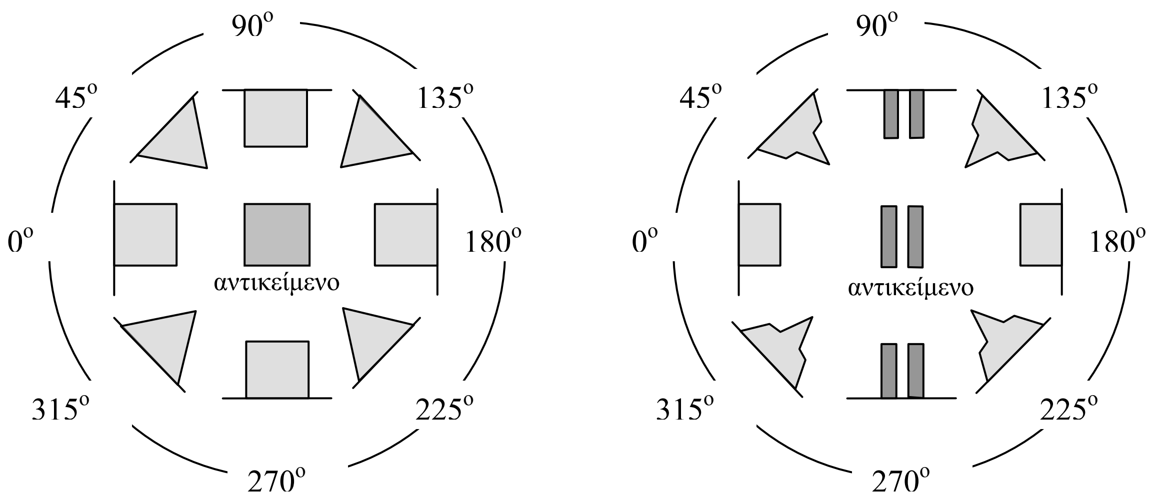
Σχήμα 3.2: (α) Περιστροφή ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων κατά γωνία φ (β) Δημιουργία της συνάρτησης P από ομάδα προβολών[KP00b].

Τα δεδομένα προβολής (projection data) είναι το άθροισμα όλων των ανιχνευόμενων σωματιδίων κατά μήκος του άξονα *u* ,συμβολίζονται με P(φ,v) και ισούται με:

$$P(\phi,v) = \int_c f(x,y)\,ds \qquad (3.2)$$

όπου c μια οποιαδήποτε καμπύλη (ευθεία) κάθετη στον άξονα v.

Μία ομάδα δεδομένων προβολής κατά μήκος παράλληλων γραμμών δημιουργεί μία όψη, η οποία είναι ένα μονοδιάστατο προφίλ της μετρούμενης ποσότητας σαν συνάρτηση της θέσης για μία δεδομένη γωνία φ (σχήμα 3.2 β).



Σχήμα 3.3: Προβολές σε διάφορες γωνίες ενός (α) τετραγώνου και (β) δύο παραλληλογράμμων.

Πολλές διαφορετικές όψεις μπορούν να παρασταθούν σ' ένα δισδιάστατο διάγραμμα ή σαν εικόνα, όπου ο ένας άξονας είναι η θέση *v* και ο άλλος η γωνία *φ*. Η εικόνα αυτή ονομάζεται ημιτονόγραμμα (sinogram) ή μετασχηματισμός Radon (Radon Transform). Σκοπός των αλγορίθμων ανακατασκευής εικόνας είναι η επίλυση του αντίστροφου μετασχηματισμού Radon,έτσι ώστε να ανακατασκευασθεί η εικόνα με βάση τα δεδομένα προβολής[LOU02].

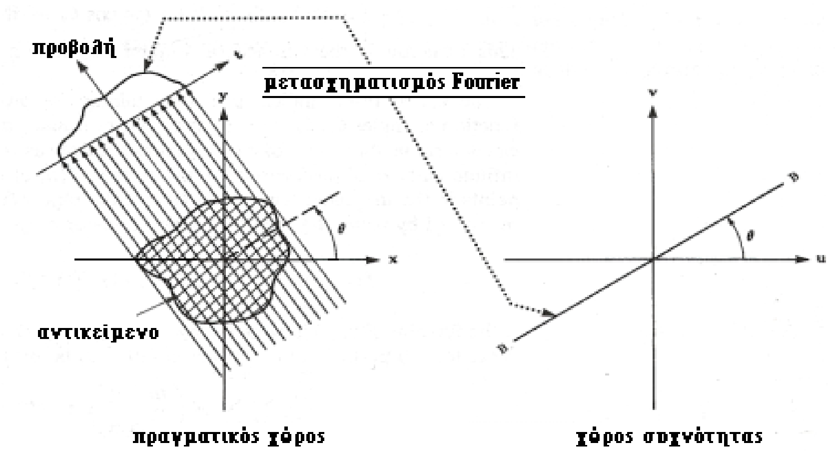
Ο μετασχηματισμός Fourier για μια γωνία φ είναι

$$S(\phi,\omega) = \int P(\phi,v)\cdot e^{-j2\pi\omega v}dv \tag{3.3}$$

που από τη σχέση Radon γίνεται

$$S(\phi,\omega) = \iint f(x,y)\cdot e^{-j2\pi\omega(x\cos\phi + y\sin\phi)}dxdy \tag{3.4}$$

όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.4



Σχήμα 3.4: Μετασχηματισμός Fourier μίας προβολής.

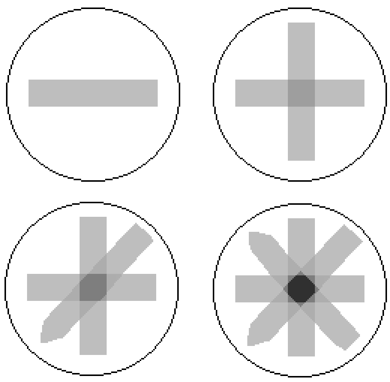
3.2 Αλγόριθμος Οπισθοπροβολής (Back Projection)

3.2.1 Απλή Οπισθοπροβολή (Simple Back Projection)

Κατά την απλή οπισθοπροβολή ,οι τιμές των δεδομένων προβολής κατανέμονται ομοιόμορφα κατά μήκος της ακτίνας προβολής. Τα δεδομένα οπισθοπροβάλλονται για κάθε γωνία και έτσι υπάρχει μια εκτίμηση της συνάρτησης f(x,y) που είναι και η ζητούμενη εικόνα. Ισχύει

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{N} p(y\cos\phi_i + x\sin\phi_i)\delta\phi \tag{3.5}$$

όπου N ο αριθμός των προβολών , και δφ η γωνιακή απόσταση μεταξύ 2 διαδοχικών προβολών.



Σχήμα 3.5: Διαδικασία οπισθοπροβολής. Οπισθοπροβολή μίας, δύο, τριών και τεσσάρων προβολών.

3.2.2 Φιλτραρισμένη Οπισθοπροβολή (Filtered Back Projection)

Κατά την φιλτραρισμένη οπισθοπροβολή σύμφωνα και με την ονομασία της, εφαρμόζεται στα δεδομένα ένα κατάλληλο φίλτρο πριν την εφαρμογή της σχέσης (3.5) για την οπισθοπροβολή.

Αν h(v) είναι ένα κατάλληλο φίλτρο στο πεδίο του χώρου και ρ(φ,v) δεδομένα προβολής τότε ισχύει

$$p'(\nu,\phi) = p(\nu,\phi) \otimes h(\nu) \tag{3.6}$$

και στο πεδίο της συχνότητας (με χρήση FFT):

$$S'(\omega,\phi) = S(\omega,\phi)\cdot H(\omega) \tag{3.7}$$

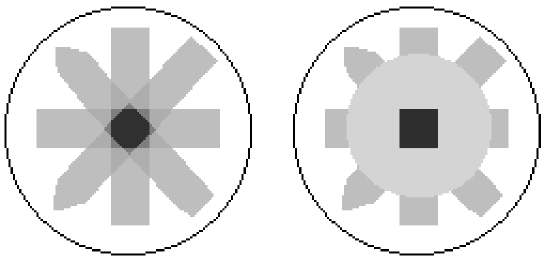
Στη συνέχεια εφαρμόζεται η οπισθοπροβολή σύμφωνα με την προηγούμενη παράγραφο και ισχύει

$$f(x,y) = \int_{o}^{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\phi,\omega)|\omega| e^{j2\pi\omega t}\, d\omega\delta\phi$$

Όταν υπολογιστεί το S(φ,ω) ,γίνεται και πάλι αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier και αθροίζονται οι φιλτραρισμένες προβολές. Τα πλεονεκτήματα της φιλτραρισμένης οπισθοπροβολής σε σχέση με την απλή οπισθοπροβολή είναι τα εξής

- Η ανακατασκευή μπορεί να αρχίσει από τη στιγμή, που λαμβάνεται η πρώτη προβολή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να επιταχύνεται η διαδικασία και να μειώνεται ο όγκος της πληροφορίας, που αποθηκεύεται κάθε φορά.
- Είναι ευκολότερο να γίνεται παρεμβολή στον πραγματικό χώρο, παρά στο χώρο της συχνότητας. Παρεμβολή είναι αναγκαία και στην περίπτωση του αλγορίθμου FBP. Στην περίπτωση αυτή η γραμμική παρεμβολή, παρέχει ικανοποιητικά αποτελέσματα, ενώ στην περίπτωση του μετασχηματισμού Fourier στο χώρο της συχνότητας, απαιτούνται πολυπλοκότερες μορφές παρεμβολής.

Στο ακόλουθο σχήμα γίνεται σύγκριση των δύο αλγόριθμων.



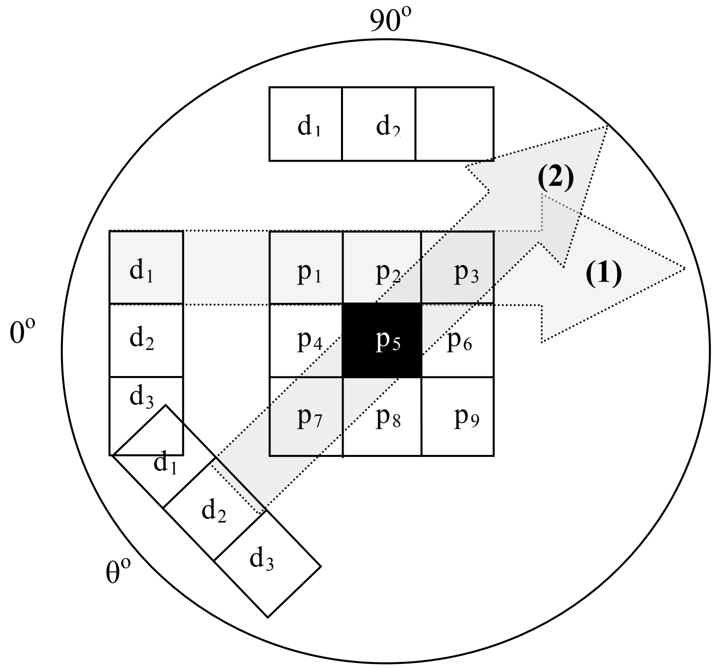
(α) (β)

Σχήμα 3.6: Ανακατασκευή με οπισθοπροβολή: (α) χωρίς φιλτράρισμα και (β) με φιλτράρισμα των προβολών.

3.3 Επαναληπτικοί Αλγόριθμοι Ανακατασκευής

3.3.1 Το αλγεβρικό μοντέλο

Η προσέγγιση του προβλήματος της τομογραφίας εκπομπής γίνεται εδώ με περισσότερο αλγεβρικό τρόπο. Υποτίθεται εξ' αρχής ότι η τομογραφική εικόνα είναι διακριτοποιημένη σε pixels. Ας υποτεθεί επίσης ότι πρόκειται να απεικονιστεί μία μικρή περιοχή διαστάσεων 3x3. Έστω ότι ο ανιχνευτής (μια γ-camera) αποτελείται από ένα κρύσταλλο διακριτοποιημένο σε τρεις κυψελίδες και ο κατευθυντήρας έχει τρεις μόνο οπές, είναι απείρου μήκους (παράλληλες ευθείες σάρωσης) και είναι τέλεια ευθυγραμμισμένος με τις οπές του κρυστάλλου. Στην περιοχή αυτή υποτίθεται ότι όλα τα pixel είναι ιδίων διαστάσεων με τον ανιχνευτή έχουν διάφορες τιμές ανάλογα με τη συγκέντρωση ραδιοφαρμάκου που παρουσιάζουν. Έστω τέλος ότι η όλη ανάλυση περιορίζεται σε ένα επίπεδο, δηλαδή πρόκειται να ανακατασκευαστεί μία μόνο τομή. Οι παραπάνω παραδοχές απεικονίζονται στο σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7: Περιστροφή ενός ανιχνευτή αποτελούμενου από τρεις κυψελίδες γύρω από ένα αντικείμενο. Η προς ανακατασκευή εικόνα θα έχει διαστάσεις 3x3.

Ο ανιχνευτής περιστρέφεται γύρω από το αντικείμενο και στο σχήμα έχει σχεδιαστεί στις 0^o, 90^o και σε μία τυχαία γωνία θ^o. Ανάλογα με τη σχετική θέση δείγματος-ανιχνευτή η κάθε κυψελίδα του ανιχνευτή συλλέγει πληροφορίες από ένα μέρος του αντικειμένου. Η ακτίνα (1) αντιστοιχεί στο οπτικό πεδίο της κυψελίδας d_1, η οποία «βλέπει» ολόκληρα τα pixels p_1, p_2 και p_3. Υποθέτοντας για απλότητα ότι κάθε pixel έχει εμβαδόν 1 ο ανιχνευτής d_1 έχει στις 0^o τιμή:

$$d_1^0 = p_1 + p_2 + p_3$$

Αντίστοιχα οι ανιχνευτές d_2 και d_3:

$$d_2^0 = p_4 + p_5 + p_6$$
$$d_3^0 = p_7 + p_8 + p_9$$

ομοίως στις 90^o οι σχέσεις που προκύπτουν είναι οι ακόλουθες:

$$d_1^{90} = p_1 + p_4 + p_7$$
$$d_2^{90} = p_2 + p_5 + p_8$$
$$d_3^{90} = p_3 + p_6 + p_9$$

Σε μία ενδιάμεση γωνία θ κάθε ανιχνευτής βλέπει ένα μέρος των pixel. Η ακτίνα (2) δείχνει το οπτικό πεδίο της κυψελίδας d_2. Αν οριστεί ως $s_{d,p}^{\theta}$ **το ποσοστό του εμβαδού του pixel p, που ο στοιχειώδης ανιχνευτής d, «βλέπει» υπό γωνία θ,** τότε για τον ανιχνευτή d_2 στη γωνία θ ισχύει η σχέση:

$$d_2^{\theta} = s_{2,7}^{\theta} p_7 + s_{2,4}^{\theta} p_4 + s_{2,5}^{\theta} p_5 + s_{2,8}^{\theta} p_8 + s_{2,2}^{\theta} p_2 + s_{2,3}^{\theta} p_3 + s_{2,6}^{\theta} p_6$$

Στη γενική περίπτωση η εξίσωση που δίνει την τιμή σε ένα στοιχειώδη ανιχνευτή d_k υπό γωνία θ, δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{d_k^{\theta} = s_{k,1}^{\theta} p_1 + s_{k,2}^{\theta} p_2 + s_{k,3}^{\theta} p_3 + s_{k,4}^{\theta} p_4 + s_{k,5}^{\theta} p_5 + s_{k,6}^{\theta} p_6 + s_{k,7}^{\theta} p_7 + s_{k,8}^{\theta} p_8 + s_{k,9}^{\theta} p_9} \qquad (3.8)$$

δηλαδή υπολογίζεται η συνεισφορά των τιμών όλων των pixels της εικόνας, οι οποίες πολλαπλασιάζονται με έναν συντελεστή βάρους ανάλογα με το ποσοστό του εμβαδού τους που «βλέπει» ο ανιχνευτής.

Στην περίπτωση του απλοποιημένου παραδείγματος, για εικόνα 9 pixels, 3 ανιχνευτών και πλήθους θ γωνιών λαμβάνονται συνολικά 3xθ εξισώσεις με 9 αγνώστους **(οι άγνωστοι είναι τα pixel 1-9)** Θεωρητικά το πρόβλημα υπολογισμού των τιμών στα pixels της εικόνας μπορεί να λυθεί αλγεβρικά (μέθοδος Gauss). Όμως η μοναδικότητα της λύσης δεν είναι εξασφαλισμένη, και επίσης σε πρακτικές περιπτώσεις ο αριθμός των αγνώστων και των εξισώσεων είναι πολύ μεγάλος. Γι αυτό οι άγνωστοι προσεγγίζονται συνήθως με αλγεβρικές επαναληπτικές μεθόδους που παρουσιάζονται στη συνέχεια[LOU02].

3.3.2 Ο Αλγόριθμος MLEM (Maximum Likelihood Expectation Maximization)

Το 1979 οι L. Shepp και Y. Vardi, παρουσίασαν ένα μαθηματικό μοντέλο για την τομογραφία εκπομπής, όπου μία άγνωστη πυκνότητα εκπομπής (κατανομή της συγκέντρωσης του ραδιοϊσοτόπου) λ=λ(x,y,z) μπορεί να υπολογιστεί όταν είναι γνωστός ένας αριθμός κρούσεων σε ένα πλήθος ανιχνευτών. Ο αλγόριθμος ονομάστηκε **Maximum Likelihood Expectation Maximization** (MLEM) και λαμβάνει υπόψη τη στατιστική φύση της εκπομπής ακτινοβολίας από μία πηγή.

Υπενθυμίζεται ότι η εκπομπή φωτονίων από μια πηγή έχει μορφή **Poisson**, δηλαδή η πιθανότητα να εκπεμφθούν y φωτόνια σε ένα χρονικό διάστημα δίνεται από τη σχέση:

$$P(y) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^y}{y!} \tag{3.9}$$

Σε κάθε επανάληψη υπάρχει ένα βήμα πρόβλεψης (expectation), το οποίο χρησιμοποιεί τις τρέχουσες εκτιμήτριες των τιμών των pixels και ακολουθείται από ένα βήμα μεγίστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood), που ανανεώνει τις εκτιμήτριες αυτές.

Η προς απεικόνιση κατανομή διακριτοποιείται σε στοιχειώδεις όγκους (voxels) ή σε στοιχειώδεις επιφάνειες (pixels). Η εκκίνηση του αλγορίθμου γίνεται από μία τυχαία εικόνα, κάθε pixel της οποίας έχει την ίδια τιμή (μη μηδενική). Η τιμή του κάθε pixel ανανεώνεται περιοδικά σύμφωνα με τη σχέση

$$\boxed{I_i^{k+1} = I_i^k \sum_{j=1}^{Det} \frac{p_{ij} d_j}{\sum_i p_{ij} I_i^k}} \tag{3.10}$$

όπου

- I_i^k η τιμή του i pixel στην κ επανάληψη με 1< i <N *όπου* N ο συνολικός αριθμός pixels
- I_i^{k+1} η τιμή του i pixel στην $\kappa+1$ επανάληψη
- d_j η τιμή του j ανιχνευτή με 1< j <Det, όπου Det ο συνολικός αριθμός των ανιχνευτών (**στην περίπτωση της γ-camera το Det αφορά όλους τους ανιχνευτές σε όλες τις προβολές**)
- p_{ij} η πιθανότητα ένα φωτόνιο, που εκπέμπεται από ένα pixel i να ανιχνευθεί από τον ανιχνευτή j[SV82].

3.3.3 Ο Αλγόριθμος OSEM (Ordered Subsets Expectation Maximization)

Ο αλγόριθμος διατεταγμένων υποσυνόλων **(Ordered Subsets Expectation Maximization –OSEM)** παρουσιάστηκε το 1994 από τους H.Hudson και R.Larkin . Είναι μια παραλλαγή του MLEM, η οποία **συγκλίνει πολύ πιο γρήγορα (5-10 φορές ταχύτερα)**. Η βασική του καινοτομία είναι ότι χωρίζει το σύνολο των προβολών σε υποσύνολα (subsets) και εφαρμόζει τον MLEM, σε καθένα από αυτά ως εξής:

Έστω ένα σύνολο $T=\{T_1, T_2, T_3, ...\}$ προβολών το οποίο χωρίζεται σε n υποσύνολα. Η επιλογή των υποσυνόλων μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους και αυτά να είναι διαδοχικά ή επικαλυπτόμενα.

Δηλαδή είναι

το πρώτο σύνολο $S_1=(T_1,T_2,\ldots T_\kappa)$

το δεύτερο σύνολο $S_2=(T_{m+1}, T_{m+2}, \ldots T_{2m})\ldots.$

το τελευταίο σύνολο $S_k=(T_{(k-1)m+1}, T_{(k-1)m+2},\ldots T_{km})$

ή για επικαλυπτόμενα σύνολα

το πρώτο $S_1=(T_1,T_2,\ldots T_m)$,

το δεύτερο $S_2=(T_1,T_2,\ldots T_m, T_{m+1}, T_{m+2}, \ldots T_{2m})$, ….,

το τελευταίο $S_k=(T_1,T_2,\ldots T_m, T_{m+1}, T_{m+2}, \ldots T_{2m}, T_{(k-1)m+1}, T_{(k-1)m+2},\ldots T_{km})$.

Η εκκίνηση του αλγορίθμου γίνεται και πάλι από ένα μη μηδενικό πίνακα. Στο πρώτο υποσύνολο των προβολών εφαρμόζεται ο MLEM, το αποτέλεσμα που προκύπτει χρησιμοποιείται ως αρχική εικόνα για εφαρμογή του MLEM του δευτέρου υποσυνόλου, το αποτέλεσμα που προκύπτει χρησιμοποιείται ως αρχική εικόνα για τον MLEM του τρίτου υποσυνόλου κ.ο.κ. Η εφαρμογή του MLEM σε ένα τέτοιο υποσύνολο ονομάζεται επίπεδο (level). Μόλις συμπληρωθούν όλα τα επίπεδα έχει ολοκληρωθεί μία επανάληψη του OSEM, η οποία διαρκεί τελικά περίπου όσο και μία επανάληψη του MLEM, ενώ η ανακατασκευή συγκλίνει πολύ πιο γρήγορα. Κατά αντιστοιχία με τον MLEM η ανανέωση των εκτιμούμενων τιμών των pixel της εικόνας I_k γίνεται με βάση την ακόλουθη σχέση:

$$\boxed{I_i^{k+1} = I_i^k \sum_{j=1}^{Sp(n)} \frac{p_{ij} d_j}{\sum_i p_{ij} I_i^k}} \tag{3.11}$$

όπου και πάλι

- I_i^k η τιμή του *i* pixel στην *κ* επανάληψη με 1< *i* <*N όπου N* ο συνολικός αριθμός pixels
- I_i^{k+1} η τιμή του *i* pixel στην *κ+1* επανάληψη
- d_j η τιμή του *j* ανιχνευτή με 1< j <Sp(n), όπου Sp(n) ο συνολικός αριθμός των ανιχνευτών του υποσυνόλου (**στην περίπτωση της γ-camera το Sp(n) αφορά όλους τους ανιχνευτές σε όλες τις προβολές του συγκεκριμένου υποσυνόλου**)
- p_{ij} η πιθανότητα ένα φωτόνιο, που εκπέμπεται από ένα pixel i να ανιχνευθεί από τον ανιχνευτή j.

Είναι επίσης σημαντικό να επιλεγεί ο κατάλληλος αριθμός υποσυνόλων (άρα και levels) και ο αριθμός των επαναλήψεων, ώστε ποιοτικά αποδεκτές εικόνες να λαμβάνονται γρήγορα[HL94].

Κεφάλαιο 4

Υλοποίηση Αλγορίθμων MLEM – OSEM και ενσωμάτωση γεωμετρικών χαρακτηριστικών τομογραφίας εκπομπής σε 2 διαστάσεις.

4.1 Χαρακτηριστικά των αλγορίθμων MLEM και OSEM

Οι αλγόριθμοι MLEM και OSEM έχουν όπως έχει προαναφερθεί αρκετά πλεονεκτήματα σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους για την τομογραφία εκπομπής , όπως η παραδοχή της στατιστικής φύσης της εκπομπής στοιχειωδών σωματιδίων (διαδικασία Poisson), η μαθηματική ακρίβεια στους υπολογισμούς, η δυνατότητα εισαγωγής πολλών επιπλέον παραμέτρων στους υπολογισμούς και βέβαια η απαιτούμενη ταχύτητα η οποία είναι βέβαια και συνάρτηση της προόδου στο χώρο των υπολογιστών.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας υλοποιήθηκαν οι αλγόριθμοι MLEM και OSEM. Στόχοι της υλοποίησης τους προγραμματιστικά είναι

- η τήρηση των νόμων που διέπουν την τομογραφία εκπομπής
- η μεγιστοποίηση της ακρίβειας ανακατασκευής και επομένως της ποιότητας των εξαγόμενων εικόνων
- η βέλτιστη ταχύτητα ανακατασκευής εικόνων
- η αυστηρή μέθοδος ανάλυσης των προβλημάτων ώστε η εργασία να είναι επεκτάσιμη

Όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, οι αλγόριθμοι MLEM και OSEM προσδιορίζουν την ζητούμενη τομή επαναληπτικά , ανακατασκευάζοντας ένα ένα τα pixel κάθε φόρα σύμφωνα με τον γνωστό τύπο (σχέση 4.1). Επειδή ο αλγόριθμος OSEM προέρχεται από τον MLEM και οι επαναληπτικοί τύποι είναι ουσιαστικά οι ίδιοι, στη συνέχεια της εργασίας για απλότητα θα αναφέρεται ο τύπος του MLEM (τα ίδια ακριβώς θα ισχύουν και για τον OSEM). Ο επαναληπτικός τύπος λοιπόν του MLEM είναι

$$\boxed{I_i^{k+1} = I_i^k \sum_{j=1}^{Det} \frac{p_{ij} d_j}{\sum_{i=1}^{N} p_{ij} I_i^k}} \tag{4.1}$$

όπου

- I_i^k η τιμή του i pixel στην k επανάληψη με $1 < i < N$ *όπου* N ο συνολικός αριθμός των pixels
- I_i^{k+1} η τιμή του i pixel στην $k+1$ επανάληψη
- d_j η τιμή του j ανιχνευτή με $1 < j <$ Det, όπου Det ο συνολικός αριθμός των ανιχνευτών (**στην περίπτωση της γ-camera το Det αφορά όλους τους ανιχνευτές σε όλες τις προβολές**)
- p_{ij} η πιθανότητα ένα φωτόνιο, που εκπέμπεται από ένα pixel i να ανιχνευθεί από τον ανιχνευτή j.

Καθώς το συγκεκριμένο κεφάλαιο αναφέρεται σε τομογραφία δύο διαστάσεων , κάθε αναφορά σε μεγέθη κλπ, θα αφορά το δισδιάστατο πρόβλημα. Δηλαδή τον χωρισμό του τρισδιάστατου χώρου σε ορισμένα (ανάλογα την περίπτωση) επίπεδα και επεξεργασία του κάθε επιπέδου ξεχωριστά.

Από την σχέση (4.1) τα δεδομένα d_j των ανιχνευτών συλλέγονται με κάποιο πείραμα σύμφωνα με τις αρχές που περιγράφονται στα κεφάλαια 2 και 3. Επομένως θεωρούνται δεδομένα και απλώς εισάγονται κατά την υλοποίηση του αλγορίθμου.

Το συνολικό πλήθος N των pixel της εικόνας που είναι συνήθως τετραγωνική (δηλαδή N = n x n) , σχετίζονται συνήθως με το πλήθος των ανιχνευτών σε κάθε επίπεδο της γ-camera, χωρίς όμως αυτό να είναι απόλυτο όπως φαίνεται από τον τύπο (4.1) και θα δειχθεί και στην συνέχεια. Πρακτικά η ανάλυση της λαμβανόμενης εικόνας μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερη της ανάλυσης του ανιχνευτή και αυτό σχετίζεται με το πλήθος των προβολών, δηλαδή των συνολικών ανιχνευτών Det , ο αριθμός των οποίων δίνεται από τη σχέση

$$Det = \mathrm{A}_{\varepsilon} \cdot \Pi_{\theta} \tag{4.2}$$

όπου

Det ο αριθμός των συνολικών ανιχνευτών του τύπου (4.1)

A_{ε} ο αριθμός των ανιχνευτών (της γ-camera) ανά επίπεδο και

Π_{θ} ο αριθμός των προβόλων ,δηλαδή των διαφορετικών γωνιών «λήψης» του αντικείμένου από την camera

Η παρούσα παράγραφος επικεντρώνεται στον προσδιορισμό και τη διαχείριση του στοιχείου p_{ij}, δηλαδή της πιθανότητας ανίχνευσης ενός φωτονίου, που εκπέμπεται από ένα pixel i (1 < i < N) από τον ανιχνευτή j (1 < j < Det).

Κάθε φωτόνιο που εκπέμπεται από κάποιο pixel έχει διαφορετική πιθανότητα να ανιχνευθεί από συγκεκριμένο ανιχνευτή. Έτσι δεδομένου ότι υπάρχουν N διαφορετικά pixels και Det διαφορετικοί ανιχνευτές, θα υπάρχουν και N x Det διαφορετικές πιθανότητες που η τιμή τους εξαρτάται προφανώς από τη γεωμετρία του προβλήματος ,τη φύση του προς απεικόνιση αντικειμένου καθώς και άλλους παράγοντες οι οποίοι δεν είναι αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας.

4.2 Προσδιορισμός των πιθανοτήτων ανίχνευσης στοιχειωδών σωματιδίων στην τομογραφία εκπομπής

4.2.1 Πιθανότητα ανίχνευσης φωτονίου από τυχαίο ανιχνευτή

Κατά την υλοποίηση των αλγορίθμων MLEM – OSEM σε προγραμματιστικό περιβάλλον, είναι αναγκαίο να υπολογιστούν τα στοιχεία p_{ij} (στα οποία έγινε αναφορά προηγουμένως) με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια. Ο αριθμός των φωτονίων που εκπέμπονται από ένα pixel δεν είναι δυνατό να είναι γνωστός διότι όποια διάταξη και αν χρησιμοποιηθεί, είναι πρακτικά αδύνατον να ανιχνευθούν όλα τα φωτόνια ανεξαρτήτως των σκεδάσεων και λοιπών διεργασιών οι οποίες λαμβάνουν χώρα. Αυτός ο περιορισμός είναι ακόμη πιο έντονος στην περίπτωση της γ-camera της οποίας οι ανιχνευτές καταλαμβάνουν ένα πολύ μικρό τμήμα του χώρου.

Λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς αυτούς, η πιθανότητα p_{ij} μπορεί να παρασταθεί ως

$$\boxed{p_{ij} = \frac{αριθμός\_φωτονίων\_του\_pixel\_i\_που\_ανιχνεύει\_ο\_ανιχνευτής\_j}{αριθμός\_φωτονίων\_που\_εκπέμπει\_το\_pixel\_i}} \quad (4.3)$$

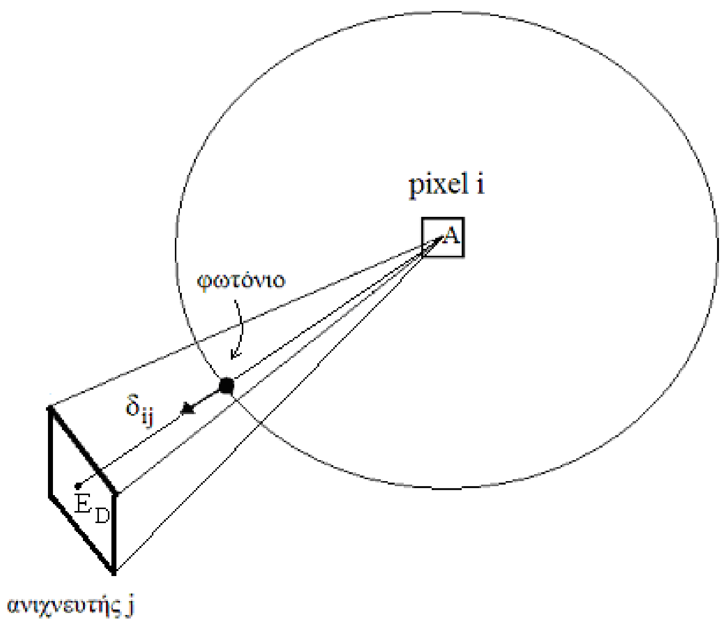
Αν υποτεθεί ότι **i) το κάθε pixel παρουσιάζει ομοιόμορφη και ισοτροπική εκπομπή φωτονίων σε όλη την εκτασή του , ii) κάθε εκπεμπόμενο σωματίδιο (π.χ. φωτόνιο) κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά (εκτός από την περίπτωση της σκέδασης**), μπορούν να οριστούν τα ακόλουθα μεγέθη.

- λ ο **ρυθμός εκπομπής** (φωτόνια /sec) του pixel
- Ε το **εμβαδόν** του pixel
- Τ ο **χρόνος δειγματοληψίας** (υποτίθεται ίδιος σε όλες τις προβολές ,σε περίπτωση πολλών προβολών π.χ. με γ-camera)
- δ_{ij} η **απόσταση** μεταξύ του pixel i και του ανιχνευτή j.

- $E_D = W_D^{\ 2}$ το **εμβαδόν** του κάθε ανιχνευτή ο οποίος έχει πλάτος W_D
- D η απόσταση από το κέντρο περιστροφής της ανιχνευτικής διάταξης

Έστω ότι ένα φωτόνιο εκπέμπεται από το pixel i (σχήμα 4.1) . Αποδεικνύεται ότι η πιθανότητα να ανιχνευθεί από τον ανιχνευτή j (σε περίπτωση που ο ανιχνευτής έχει οπτική επαφή με το 100% του εμβαδού του pixel) είναι:

$$\boxed{P'_{ij} = \frac{\left(1 - \cos\left(\arctan\left(\frac{\sqrt{E_D}}{\sqrt{\pi} \cdot d_{ij}}\right)\right)\right)}{2}} \tag{4.4}$$



Σχήμα 4.1 Εκπομπή ενός φωτονίου

Το δ_{ij} μπορεί να υπολογιστεί (δεδομένου ότι η μελέτη γίνεται σε καρτεσιανό σύστημα αξόνων με το σημείο (0,0) να είναι το κέντρο περιστροφής) από τη σχέση:

$$\delta_{ij} = \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2} \tag{4.5}$$

όπου (x_i , y_i) οι συντεταγμένες του (κέντρου του) pixel ενώ (x_j , y_j) συντεταγμένες του (κέντρου του) ανιχνευτή οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις:

$$x_i \approx \frac{A_\varepsilon \cdot W_D \cdot \left[2 \cdot \left(\left(i-1\right) \operatorname{mod} \sqrt{N}\right) - \sqrt{N} + 1\right]}{2 \cdot \sqrt{N}}$$

$$y_i \approx \frac{A_\varepsilon \cdot W_D \cdot \left[2 \cdot \left(\left(i-1\right) div \sqrt{N}\right) - \sqrt{N} + 1\right]}{2 \cdot \sqrt{N}}$$

$$x_j \approx -\left(\sqrt{D^2 + \left(W_D \cdot \left(\left|\frac{A_\varepsilon}{2} - \left(\left(j-1\right) \operatorname{mod} Det\right) - 1\right| + \frac{1}{2}\right)\right)^2}\right) \cdot \cos\left(\left(\left(j-1\right) div Det\right) \cdot \frac{\Omega}{\Pi_\theta}\right)$$

$$y_j \approx -\left(\sqrt{D^2 + \left(W_D \cdot \left(\left|\frac{A_\varepsilon}{2} - \left(\left(j-1\right) \operatorname{mod} Det\right) - 1\right| + \frac{1}{2}\right)\right)^2}\right) \cdot \sin\left(\left(\left(j-1\right) div Det\right) \cdot \frac{\Omega}{\Pi_\theta}\right)$$

όπου *div* και *mod* αναπαριστούν το πηλίκο και υπόλοιπό ακέραιας διαίρεσης ,ενώ ***Ω είναι το συνολικό γωνιακό εύρος των προβολών του αντικειμένου προς απεικόνιση σε ακτίνια.***

Η σχέση (4.4) έχει σαν δεδομένο ότι ο ανιχνευτής j έχει οπτική επαφή με το 100% του εμβαδού του pixel i. Στην πραγματικότητα αυτό συμβαίνει μόνο σε ελάχιστες περιπτώσεις καθώς ο κατευθυντήρας εμποδίζει την μεγάλη πλειοψηφία των pixels να έχουν οπτική επαφή με τους ανιχνευτές.

Μπορεί να οριστεί το μέγεθος $\mathbf{E_{\%ij}}$ το οποίο αναπαριστά **το ποσοστό του εμβαδού του pixel i που «σαρώνουν» οι ευθείες του κατευθυντήρα του ανιχνευτή j** , δηλαδή της οπτικής επαφής του ανιχνευτή με το pixel.

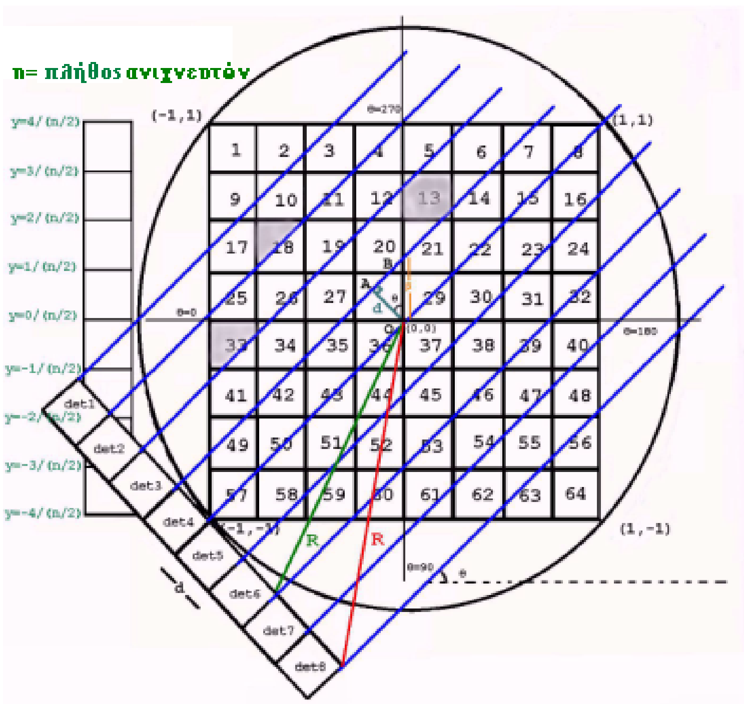
Η σχέση (4.3) λοιπόν γίνεται:

$$\boxed{p_{ij} = E_{\%ij} \cdot P'_{ij}} \tag{4.6}$$

όπου **το γινόμενο $\mathbf{E_{\%ij}P'_{ij}}$ συμβολίζει την πιθανότητα ένα εκπεμπόμενο φωτόνιο το οποίο τελικά ανιχνεύεται, να έχει ανιχνευθεί από τον ανιχνευτή j.** Έτσι ο υπολογισμός της τιμής της πιθανότητας p_{ij} ανάγεται στον υπολογισμό (εκτός του P'_{ij}) ,του στοιχείου $\mathbf{E_{\%ij}}$,το οποίο και υπολογίζεται στις επόμενη παράγραφο.

4.2.2 Υπολογισμός του εμβαδού σάρωσης από τυχαίο ανιχνευτή

Για να υπάρχει πιθανότητα (μη μηδενική) ένα φωτόνιο εκπεμπόμενο από ένα pixel i να προσκρούσει σε έναν ανιχνευτή ,είναι απαραίτητο να υπάρχει οπτική επαφή μεταξύ τους. Αυτό συμβαίνει γιατί τα φωτόνια κινούνται ευθύγραμμα (εκτός βέβαια αν σκεδαστούν) ,επομένως (ιδιαίτερα στην περίπτωση του SPECT) πρέπει να έλεγχθει εάν το pixel i βρίσκεται στο εσωτερικό των ακτινών «σάρωσης» του ανιχνευτή j, και αν ναι σε ποιο ποσοστό του. Η γεωμετρική απεικόνιση του προβλήματος για 8 ανιχνευτες και 64 pixels φαίνεται στο σχήμα 4.2 .



Σχήμα 4.2: Περιστροφή ανιχνευτικής διάταξης αποτελούμενης από 8 στοιχεία και τα εμβαδά που σχηματίζει η ζώνη ανίχνευσης με τα pixels της προς ανακατασκευή εικόνας.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2, κάποια pixels «περιέχονται» ολόκληρα στην περιοχή ανίχνευσης κάποιων ανιχνευτών, κάποια κατά ένα ποσοστό και κάποια άλλα (τα περισσότερα) καθόλου. Οι ευθείες «σάρωσης» έχουν σχεδιασθεί παράλληλες για λόγους απλούστευσης.

Το συνολικό εμβαδόν κάθε pixel είναι

$$E = \left(\frac{W_D \cdot A_\varepsilon}{\sqrt{N}} \right)^2 \qquad (4.7)$$

όπου

W_D το πλάτος του κάθε ανιχνευτή

A_ε ο αριθμός των ανιχνευτών (της γ-camera) ανά επίπεδο

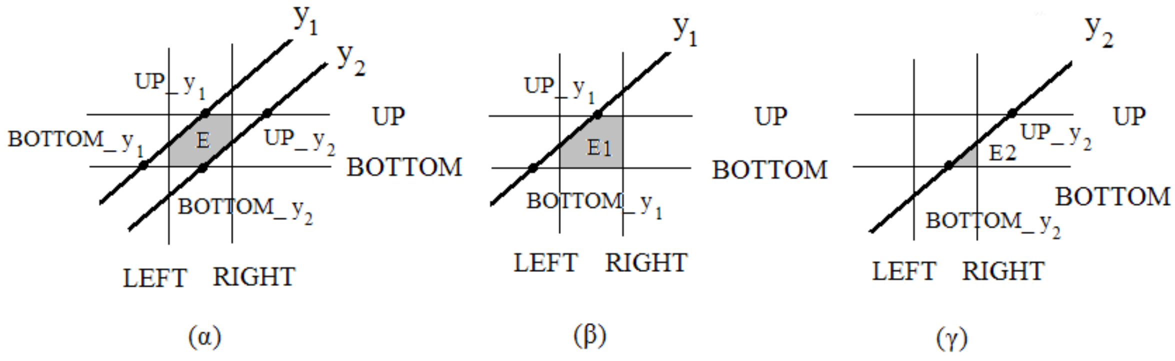
N ο συνολικός αριθμός των pixels

Το κοινό εμβαδόν ευθειών σάρωσης και pixel υπολογίζεται (αν υπάρχει) με τη βοήθεια του ολοκληρωτικού λογισμού. Έστω ότι **το επίπεδο τομογραφικής ανακατασκευής παριστάνεται με ένα καρτεσιανό διάγραμμα xOy, έτσι ώστε το κέντρο της τομογραφίας** (π.χ κέντρο περιστροφής μιας γ-camera) **να συμπίπτει με το σημείο (0,0)** όπως στο σχήμα 4.2 .

Στη γενική περίπτωση (αυστηρό γεωμετρικό μοντέλο) οι ευθείες σάρωσης ενός ανιχνευτή θα δίνονται από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} y_1(x) &= a \cdot x + b \\ y_2(x) &= c \cdot x + d \end{aligned} \qquad (4.8)$$

Έστω ότι οι ευθείες αυτές καλύπτουν ένα μέρος ενός pixel όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3(α) όπου το ζητούμενο εμβαδόν παριστάνεται με Ε. Όπως φαίνεται από τη γεωμετρία του σχήματος, το εμβαδόν Ε θα δίνεται από τη σχέση $\mathbf{E = E_1 - E_2}$. Τα E_1, E_2 είναι τα εμβαδά που σημειώνονται στα σχημάτα 4.3(β) και 4.3 (γ)



Σχήμα 4.3 Γεωμετρική απεικόνιση της κάλυψης ενός pixel από τις ευθείες σάρωσης ενός ανιχνευτή

Στο σχήμα φαίνεται ότι τα άκρα του pixel ορίζονται από τις ευθείες Y=UP , Y=BOTTOM , X=LEFT και X=RIGHT, ενώ UP_ y_1 , UP_ y_2 , BOTTOM_ y_1 ,BOTTOM_ y_2 είναι τα σημεία τομής (σε καρτεσιανές συντεταγμένες) των ευθειών UP και BOTTOM με τις ευθείες y_1 και y_2 του ανιχνευτή. Τα σημεία αυτά θα έχουν συντεταγμένες

(x1,y1)=(UP_ y_1, UP)

(x2,y2)=(BOTTOM_ y_1 ,BOTTOM)

(x3,y3)=(UP_ y_2 , UP)

(x4,y4)=(BOTTOM_ y_2 ,BOTTOM)

Τα Ε $_1$, Ε$_2$ θα δίνονται από τις σχέσεις

$$E_1 = \int_{BOTTOM\_y_1}^{UP\_y_1} (y_1(x) - BOTTOM)dx + \int_{UP\_y_1}^{RIGHT} \left(\frac{W_D \cdot A_\varepsilon}{\sqrt{N}} \right) dx \qquad (4.9)$$

και

$$E_2 = \int_{BOTTOM\_y_2}^{UP\_y_2} (y_2(x) - BOTTOM)dx + \int_{UP\_y_2}^{RIGHT} \left(\frac{W_D \cdot A_\varepsilon}{\sqrt{N}} \right) dx \qquad (4.10)$$

Ο όρος

$$\left(\frac{W_D \cdot A_\varepsilon}{\sqrt{N}} \right)$$

αναπαριστά όπως είναι αντιληπτό το πλάτος του pixel. Έτσι τελικά το εμβαδόν αλλά και το ζητούμενο ποσοστό επικάλυψης θα δίνονται από τη σχέση

$$E = E_1 - E_2 \Rightarrow E_{\%ij} = \frac{E_1 - E_2}{\left(\frac{W_D \cdot A_\varepsilon}{\sqrt{N}}\right)^2} \tag{4.11}$$

- Πριν εφαρμοστούν τα ολοκληρώματα, θα πρέπει να έχουν γίνει οι έλεγχοι

Αν (BOTTOM_ y_1 < LEFT) **τότε** BOTTOM_ y_1= LEFT
Αν (BOTTOM_ y_1 > RIGHT) **τότε** BOTTOM_ y_1= RIGHT
Αν (UP_ y_1 < LEFT) **τότε** UP_ y_1= LEFT
Αν (UP_ y_1 > RIGHT) **τότε** UP_ y_1= RIGHT
Αν (BOTTOM_ y_2 < LEFT) **τότε** BOTTOM_ y_2= LEFT
Αν (BOTTOM_ y_2 > RIGHT) **τότε** BOTTOM_ y_2= RIGHT
Αν (UP_ y_2 > RIGHT) **τότε** UP_ y_2= RIGHT
Αν (UP_ y_2 < LEFT) **τότε** UP_ y_2= LEFT

4.2.3 Προσδιορισμός των καρτεσιανών εξισώσεων για τις ευθείες σάρωσης των ανιχνευτών

4.2.3.1 Παράλληλες ευθείες σάρωσης

Η πιο απλή περίπτωση για τις εξισώσεις των ευθειών

$$y_1(x) = a \cdot x + b$$
$$y_2(x) = c \cdot x + d$$

που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο είναι η περίπτωση των παράλληλων ευθειών, δηλαδή η υπόθεση ότι οι κατευθυντήρες είναι απείρου μήκους και το πλάτος της οπής τους ταυτίζεται απόλυτα με το πλάτος του ανιχνευτή. Οι εξισώσεις των ευθειών σε μια τυχαία γωνία θ ως προς τους καρτεσιανούς άξονες, θα δίνονται για την περίπτωση αυτή από τη σχέση

$$y_1 = \tan(\theta)\cdot x + \left(\frac{W_D}{\cos\theta}\cdot\left(\frac{A_\varepsilon}{2}+1-j_\theta\right)\right) \qquad (4.12)$$

$$y_2 = \tan(\theta)\cdot x + \left(\frac{W_D}{\cos\theta}\cdot\left(\frac{A_\varepsilon}{2}-j_\theta\right)\right) \qquad (4.13)$$

όπου

A_ε το πλήθος των ανιχνευτών (της γ-camera) ανά επίπεδο (σε μία μόνο προβολή)

j_θ ο j ανιχνευτής σε μια προβολή θ με $1 < j_\theta < A_\varepsilon$

4.2.3.2 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κατευθυντήρα

Ένας κατευθυντήρας (collimator) , διακρίνεται από τα εξής γεωμετρικά χαρακτηριστικά που τον συνοδεύουν

- Το πάχος L
- Το πλάτος W_C
- Το πλάτος κάθε οπής W_{CH}
- Τον αριθμό των οπών ανά διάσταση H_D
- Το διάκενο μεταξύ των οπών του G_C που δίνεται από τη σχέση

$$G_C = \frac{W_C}{H_D} - W_{CH} \qquad (4.14)$$

Για τον κατευθυντήρα του σχήματος (2.13) για παράδειγμα ,ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για αρκετά πειραματικά δεδομένα της εργασίας, τα παραπάνω χαρακτηριστικά έχουν τις εξής τιμές: L=27 mm , W_C=59 mm , W_{CH} (maximum)=1,8 mm , H_D =32-40 , G=0,05mm

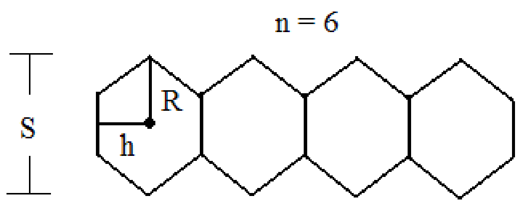
4.2.3.3 Μέση τιμή πλάτους οπής κατευθυντήρα

Σε περίπτωση που οι οπές ενός κατευθυντήρα έχουν τετραγωνικό σχήμα, το πλάτος τους σε κάθε στοιχειώδες επίπεδο θα είναι το ίδιο. Σε αντίθετη περίπτωση όμως, όπως π.χ. στο σχήμα 4.4 το πλάτος της οπής δεν είναι σταθερό. Τις περισσότερες φορές οι οπές στους κατευθυντήρες δεν έχουν ακανόνιστο σχήμα, και συνήθως είναι πολύγωνα όπως τετράγωνα, εξάγωνα ή κύκλοι.

Έτσι αν E_n είναι το εμβαδόν ενός n-γώνου, τότε η μέση τιμή του πλάτους της οπής W_{CH} θα δίνεται από τη σχέση

$$\bar{W}_{CH} = \frac{E_n}{S}$$

όπου S είναι το «πάχος» του επιπέδου της τομής όπως φαίνεται στο σχήμα (τα εξάγωνα έχουν επιλεγεί απλώς για ευκολία στη σχεδίαση).



Σχήμα 4.4 Συστοιχία εξαγωνικών οπών κατευθυντήρα

Το εμβαδόν E_n δίνεται από τη σχέση:

$$E_n = \frac{n \cdot R^2}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

ή σε συνάρτηση του *h*

$$E_n = n \cdot h^2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

Έτσι τελικά θα ισχύει για την μέση τιμή της οπής

$$\boxed{\bar{W}_{CH} = \frac{n \cdot h^2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)}{S} = \frac{n \cdot R^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{2S}} \tag{4.15}$$

Η τιμή του S ποικίλει κάθε φορά, πάντα όμως ισχύει $h < S < R$. Στην συγκεκριμένη περίπτωση του εξαγώνου (n=6) ισχύει S=2R. Τέλος τα h και R συνδέονται με τη σχέση

$$h = R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι για την περίπτωση του κυκλικής οπής $n \to \propto$.

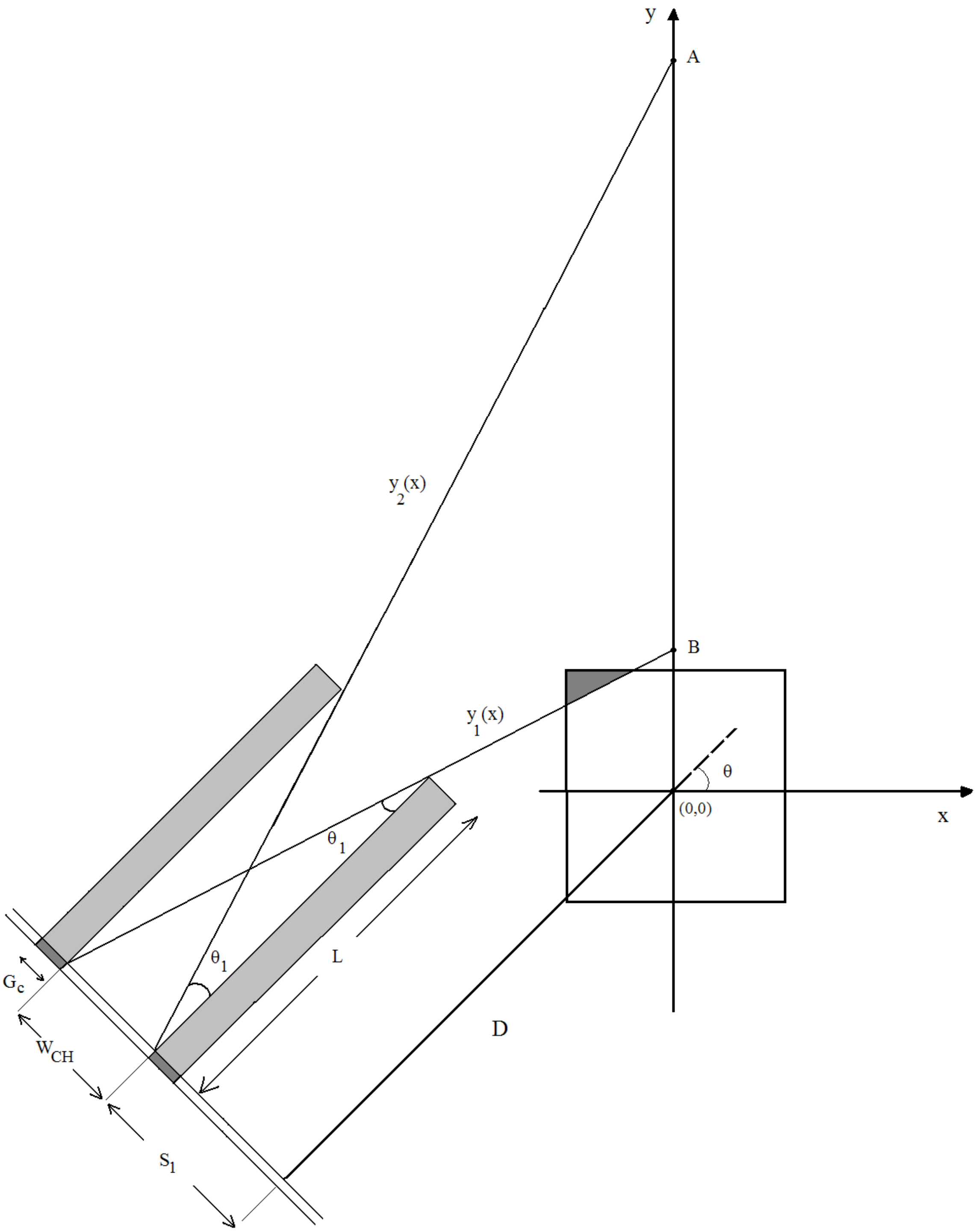
4.2.3.4 Εξισώσεις ευθειών σάρωσης με επίδραση ιδανικού κατευθυντήρα

Όταν ληφθεί υπ' όψη ο κατευθυντήρας οι ευθείες σάρωσης όπως είναι φυσικό, σχηματίζουν μια γωνία μεταξύ τους και έτσι «σαρώνουν» μεγαλύτερες εκτάσεις. **Ιδανικός κατευθυντήρας θεωρείται αυτός που ταιριάζει απόλυτα στις διαστάσεις του ανιχνευτή (**σε περίπτωση διακριτοποιημένου ανιχνευτή), ή στις διαστάσεις των φωτοπολλαπλασιαστών σε περίπτωση μη διακριτοποιημένου.

Αποδεικνύεται μάλιστα ότι σε απόσταση D μακριά από τον κατευθυντήρα (δηλαδή D+L μακριά από τον ανιχνευτή) σαρώνεται εμβαδόν κατά

$$\frac{D}{L} \times (100\%)$$

μεγαλύτερο ,αν ληφθεί υπ' όψη η γεωμετρία του κατευθυντήρα, παρά αν αγνοηθεί. Το ποσοστό αυτό μπορεί να φτάσει ακόμα και το 20%, καθιστώντας έτσι τη μοντελοποίηση του κατευθυντήρα ιδιαίτερα σημαντική. Ο υπολογισμός των εξισώσεων των ευθειών του ανιχνευτή σε αυτή την περίπτωση βασίζεται στη γεωμετρία του σχήματος 4.5 .



Σχήμα 4.5 Γεωμετρική απεικόνιση των ευθειών «σάρωσης» ενός ανιχνευτή με την επίδραση ιδανικού κατευθυντήρα. Η προς απεικόνιση τομή αναπαρίσταται με το τετράγωνο, ενώ το τμήμα της τομής που μπορεί να ανιχνεύσει ο συγκεκριμένος ανιχνευτής με το σκούρο γκρι τρίγωνο. Για χάρη ευκολίας απεικονίζεται μόνο μια οπή κατευθυντήρα, ενώ όλο το σύστημα απεικονίζεται σε καρτεσιανές συντεταγμένες με κέντρο το (0,0). Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι το μέγεθος Gc είναι ίδιο για τον ανιχνευτή και τον κατευθυντήρα. Ο ανιχνευτής είναι στραμμένος υπό τυχαία γωνία θ, ενώ D-L είναι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ του κατευθυντήρα (της κεντρικής οπής δηλαδή) και του κέντρου περιστροφής.

Μπορεί να εξαχθεί αρκετά εύκολα με τη βοήθεια τριγωνομετρικών και αλγεβρικών σχέσεων ότι οι εξισώσεις των ευθειών $y_1(x)$ και $y_2(x)$ δίνονται από τις σχέσεις

$$y_1(x) = \tan(\theta - \theta_1) \cdot x + \left(\frac{-(\sin\theta_1)\big(D - L + (S_1 \cdot \tan\theta)\big)}{\cos(\theta - \theta_1)} + \frac{S_1}{\cos\theta} \right) \tag{4.16}$$

$$y_2(x) = \tan(\theta + \theta_1) \cdot x + \left(\frac{(\sin\theta_1)\big(D + (S_1 \cdot \tan\theta)\big)}{\cos(\theta + \theta_1)} + \frac{S_1}{\cos\theta} \right) \tag{4.17}$$

όπου

$$S_1 = \left(\frac{A_\varepsilon}{2} - j_\theta \right)\left(W_{CH} + G_C\right) + \frac{G_C}{2} \qquad\qquad \theta_1 = \arctan\left(\frac{W_{CH}}{L} \right)$$

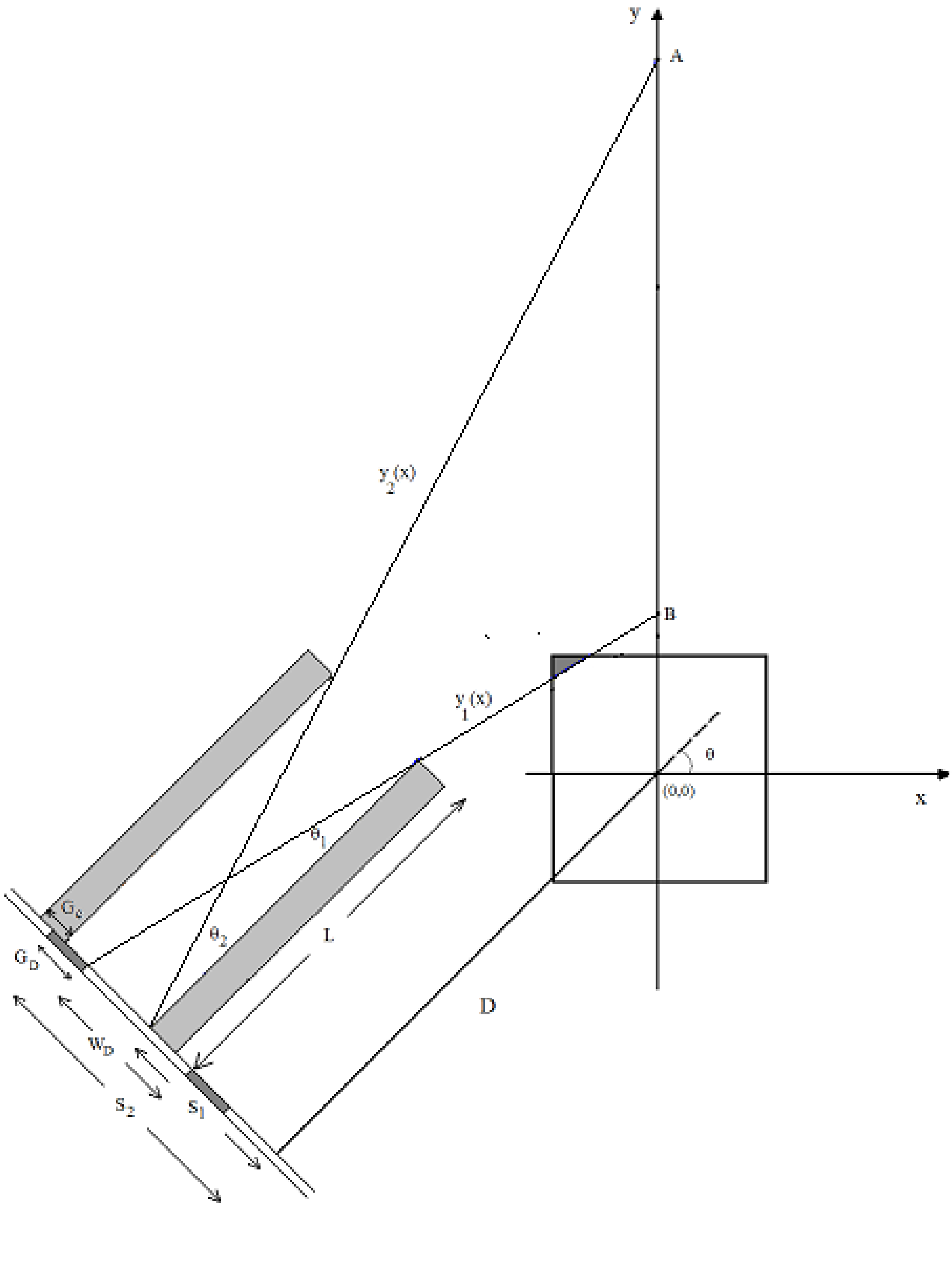
4.2.3.5 Υπολογισμός εξισώσεων ευθειών σάρωσης με επίδραση μη_ιδανικού κατευθυντήρα

Σε αρκετές περιπτώσεις οι κατευθυντήρες δεν είναι απόλυτα συμβατοί με τους ανιχνευτές, δηλαδή πιθανόν να έχουν άλλα μεγέθη ή διαφορετικά σχήματα οπών με αποτέλεσμα ,τμήματα κάποιων (ή όλων) των ανιχνευτών να παρεμποδίζονται από τον κατευθυντήρα (η παράγραφος αυτή αφορά πιο πολύ διακριτοποιημένους ανιχνευτές). Έτσι ορισμένοι (ή όλοι) οι ανιχνευτές χωρίζονται σε ένα πλήθος από **υπο-ανιχνευτές** .

Ορίζονται τα ακόλουθα μεγέθη

- G_D το διάκενο μεταξύ δύο ανιχνευτών
- $j_{m,\theta}$ ο στοιχειώδης m **υπο-ανιχνευτής** του j_θ ανιχνευτή
- P_{OD} ο αριθμός των στοιχειωδών **υπο-ανιχνευτών** του j_θ ανιχνευτή. Προφανώς ισχύει $P_{OD} \geq j_{m,\theta} \geq 1$

Ο υπολογισμός των εξισώσεων των ευθειών του ανιχνευτή σε αυτή την περίπτωση, είναι πιο πολύπλοκος και βασίζεται στη γεωμετρία του σχήματος 4.7 .



Σχήμα 4.6 Γεωμετρική απεικόνιση των ευθειών «σάρωσης» ενός ανιχνευτή με την επίδραση μη ιδανικού κατευθυντήρα. Ο ανιχνευτής έχει χωριστεί σε 2 υπο-ανιχνευτές δηλαδή P_{OD}=2 (στην γενική περίπτωση υπάρχουν P_{OD} υπο-ανιχνευτές). Τα μεγέθη Gc και G_D δεν είναι πλέον ίδια για τον ανιχνευτή και τον κατευθυντήρα. Ο ανιχνευτής είναι στραμμένος υπό τυχαία γωνία θ.

Οι εξισώσεις των ευθειών $y_1(x)$, $y_2(x)$ δίνονται από τις σχέσεις

$$y_1(x) = \tan(\theta - \theta_1) \cdot x + \left(\frac{-(\sin\theta_1)(D - L + S_1 \cdot \tan\theta)}{\cos(\theta - \theta_1)} + \frac{S_1}{\cos\theta} \right) \tag{4.18}$$

$$y_2(x) = \tan(\theta + \theta_2) \cdot x + \left(\frac{(\sin\theta_2)(D - L + S_2 \cdot \tan\theta)}{\cos(\theta + \theta_2)} + \frac{S_2}{\cos\theta} \right) \tag{4.19}$$

Τα S_1 , S_2 υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$S_1 = \frac{A_\varepsilon}{2} \cdot (W_D + G_D) + \frac{G_c}{2} - \left(trunc\left(\frac{(j_\theta - 1) \cdot (W_D + G_D)}{W_{CH} + G_C} + 1 \right) + j_{m,\theta} - 1 \right) \cdot (W_{CH} + G_C)$$

$$S_2 = \frac{A_\varepsilon}{2} \cdot (W_D + G_D) - \frac{G_c}{2} - \left(trunc\left(\frac{(j_\theta - 1) \cdot (W_D + G_D)}{W_{CH} + G_C} + 1 \right) + j_{m,\theta} - 2 \right) \cdot (W_{CH} + G_C)$$

όπου με τη μεταβλητή *trunc* συμβολίζεται η αποκοπή του δεκαδικού τμήματος ενός αριθμού και η μετατροπή του σε ακέραιο. Οι γωνίες θ_1 και θ_2 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{-\max\left\{ \left[\frac{A_\varepsilon}{2} \cdot (W_D + G_D) - S_2 \right], \left[(j_\theta - 1) \cdot (W_D + G_D) + \frac{G_D}{2} \right] \right\} + \left(\frac{A_\varepsilon}{2} \cdot (W_D + G_D) - S_1 \right)}{L} \right)$$

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{\min\left\{ \left[\frac{A_\varepsilon}{2} \cdot (W_D + G_D) - S_1 \right], \left[j_\theta \cdot (W_D + G_D) - \frac{G_D}{2} \right] \right\} - \left(\frac{A_\varepsilon}{2} \cdot (W_D + G_D) - S_2 \right)}{L} \right)$$

Επίσης τα μεγέθη min και max αναφέρονται στις ελάχιστες και μέγιστες τιμές που περιλαμβάνονται στις αγκύλες.

Το εύρος του m-οστού υπο-ανιχνευτή δίνεται από τη σχέση:

$$W_{J_{m,\theta}} = \min\{(L \cdot \tan\theta_1), (L \cdot \tan\theta_2), W_D\} \tag{4.20}$$

ενώ η πιθανότητα ανίχνευσης φωτονίου δίνεται τώρα από τη σχέση:

$$\boxed{p_{ij} = \sum_{m=1}^{P_{OD}} \left(E_{\%ijm} \cdot P'_{ijm}\right)} \tag{4.21}$$

όπου

$$\boxed{P'_{ijm} = \frac{\left(1 - \cos\left(\arctan\left(\frac{\sqrt{W_D \cdot W_{J_{m,\theta}}}}{\sqrt{\pi} \cdot d_{ij}}\right)\right)\right)}{2}}$$

4.3 Διαχείριση των πιθανοτήτων ανίχνευσης στοιχειωδών σωματιδίων στην τομογραφία εκπομπής

Στην παράγραφο 4.2 παρουσιάστηκαν οι μέθοδοι για τον προσδιορισμό με ικανοποιητική ακρίβεια της πιθανότητας ανίχνευσης ενός φωτονίου που εκπέμπει το pixel i,από τον ανιχνευτή j,δηλαδή του στοιχείου p_{ij} .Το επόμενο βήμα αφορά τον τρόπο με τον οποίο θα εκτελεστούν οι αλγόριθμοι MLEM και OSEM , η διαχείριση των στοιχείων p_{ij} ο αριθμός των οποίων είναι συνήθως πολύ μεγάλος και δίνεται από τη σχέση

$$N \cdot Det = n^3 \cdot \Pi_\theta \tag{4.22}$$

Το μέγεθος του συνόλου των στοιχείων αυτών φαίνεται από το γεγονός ότι για την απλούστερη περίπτωση των πειραματικών δεδομένων της διάταξης SPECT υψηλής διακριτικής ικανότητας όπου n=40 και Π_θ =36 , το σύνολο των στοιχείων p_{ij} φτάνει τα 2.304.000 , ενώ για την περίπτωση των δεδομένων PET όπου n=288 και Π_θ =144 το σύνολο των στοιχείων p_{ij} φτάνει τα 3.439.853.568 ! Είναι λοιπόν σημαντική η εύρεση του βέλτιστου τρόπου διαχείρισης των στοιχείων αυτών για όσο το δυνατόν ταχύτερη ανακατασκευή των εικόνων.

4.3.1 Επιλογή μεθόδου διαχείρισης του συνόλου των πιθανοτήτων ανίχνευσης στοιχειωδών σωματιδίων

Κατά την υλοποίηση (προγραμματισμό) των αλγορίθμων MLEM και OSEM, τρεις τρόποι αξιοποίησης των στοιχείων p_{ij} προέκυψαν ως οι επικρατέστεροι.

- Ο υπολογισμός κάθε στοιχείου p_{ij} κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του επαναληπτικού τύπου (4.1)
- Ο υπολογισμός όλων των στοιχείων p_{ij} εκ των πρότερων, η αποθήκευση τους σε αρχείο και η χρήση του αρχείου κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης των αλγορίθμων

- Ο υπολογισμός όλων των στοιχείων p_{ij} εκ των πρότερων, η αποθήκευση τους σε αρχείο και η αποθήκευση του αρχείου στη μνήμη του υπολογιστή πριν από κάθε εκτέλεση του αλγορίθμου

Από τη σύγκριση των τριών μεθόδων επελέγη η τρίτη ως η πλέον γρήγορη όπως δείχνει και ο πίνακας 4.1 (ν και μ ενδεικτικές τιμές):

Πίνακας 4.1 Σύγκριση μεθόδων διαχείρισης στοιχείων p_{ij}

Μέθοδος διαχείρισης p_{ij}	**Πλήθος επαναλήψεων MLEM-OSEM**	**Χρόνος ανακατασκευής**
Υπολογισμός p_{ij} κατά την εκτέλεση των αλγορίθμων	ν	30 μ (sec)
Ανάγνωση Αρχείου P_{ij}	ν	7 μ (sec)
Αποθήκευση αρχείου P_{ij} στη μνήμη	ν	μ (sec)

Παρά την εντυπωσιακή διαφορά σε ταχύτητα, η μέθοδος αυτή έχει το μειονέκτημα της εξάρτησης από τη μνήμη του υπολογιστή σε περίπτωση εικόνων υψηλής ανάλυσης. Όμως οι σύγχρονοι υπολογιστές με τη ραγδαία βελτίωση των δυνατοτήτων μνήμης που παρουσιάζουν τα τελευταία χρόνια, μπορούν να ανταποκριθούν στη συντριπτική πλειοψηφία των περιπτώσεων.

4.3.2 Ο Πίνακας πιθανοτήτων (Probability Matrix)

Μετά την επιλογή της αποθήκευσης των στοιχειών p_{ij} εκ των πρότερων, είναι χρήσιμό να ορισθεί ένας πίνακας ο οποίος θα διαχειρίζεται όλα τα στοιχεία p_{ij} και θα διευκολύνει τον υπολογισμό. Ο πίνακας αυτός ονομάζεται πίνακας πιθανοτήτων συστήματος ή Probability Matrix και έχει διαστάσεις N x Det. Η μορφή του είναι η ακόλουθη:

$$\Pr obability\_Matrix = \mathbf{P}_{ij} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1j} & \cdots & p_{1D} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2j} & \cdots & p_{2D} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{i1} & p_{i2} & \cdots & p_{ij} & \cdots & p_{iD} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \cdots & p_{Nj} & \cdots & p_{ND} \end{bmatrix}$$

Κατά την δημιουργία του αρχείου αποθήκευσης του πίνακα αυτού υπολογίζονται με τη σειρά όλα τα στοιχεία $E_{\%ij}$ και P'_{ij} σύμφωνα με τις μεθόδους που έχουν περιγραφεί στις προηγούμενες παραγράφους. Το γινόμενο τους ισούται με p_{ij} το οποίο αποθηκεύεται ,τόσο η τιμή του όσο και η θέση του στην πίνακα πιθανοτήτων η οποία προσδιορίζεται από τις μεταβλητές *i* και *j*.

Η αποθήκευση αυτή γίνεται *στήλη-στήλη* (P_{11} , P_{21} … P_{N1} , P_{12} … P_{N2} … P_{ND}) *λόγω του με αυτό τον τρόπο θα βοηθηθεί σημαντικά η βέλτιστη υλοποίηση του αλγορίθμου* OSEM.

Όλη αυτή η διαδικασία, διαρκεί από μερικά δευτερόλεπτα για συστήματα χαμηλής ανάλυσης ,έως και μερικές ώρες για τα πιο εξελιγμένα συστήματα ανακατασκευής. Η διαδικασία όμως αυτή γίνεται μόνο μια φορά σε κάθε νέο εργαστηριακό περιβάλλον και έτσι ο χρόνος δημιουργίας του αρχείου αποθήκευσης των p_{ij} είναι μάλλον μικρής σημασίας.

4.3.3 Η μέθοδος του αραιού πίνακα (Sparce Matrix)

Ο στατιστικός έλεγχος των τιμών του πίνακα πιθανοτήτων του συστήματος δείχνει ότι η μεγάλη πλειοψηφία των τιμών αυτών είναι μηδενικές. Αυτό είναι απόλυτα λογικό καθώς από τη γεωμετρία του προβλήματος , στις περισσότερες περιπτώσεις ένας τυχαίος ανιχνευτής δεν έχει οπτική επαφή με ένα τυχαίο pixel.

Το ποσοστό των μηδενικών τιμών ξεπερνά σχεδόν πάντα το 95% και σε αρκετές περιπτώσεις φτάνει ή και ξεπερνά το 99% . Γενικά το ποσοστό των μηδενικών τιμών στον πίνακα είναι ανάλογο , της ανάλυσης (pixels) συστήματος. Δηλαδή για τα πιο εξελιγμένα συστήματα (υψηλότερης ανάλυσης) παρατηρείται μεγαλύτερο ποσοστό μηδενικών τιμών.

Οι αλγόριθμοι μπορούν να επωφεληθούν από το γεγονός αυτό και να εκτελούνται γρηγορότερα. Αυτό γίνεται με τη θεωρία του **αραιού πίνακα** της γραμμικής άλγεβρας πινάκων. Ένας πίνακας καλείται αραιός εάν η πλειοψηφία των στοιχείων του είναι μηδενικά. Για παράδειγμα ο πίνακας **A** είναι ένας αραιός πίνακας.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας αυτός έχει ποσοστό πληρότητας 31,25% και απαιτούνται 16 θέσεις μνήμης για την καταχώρηση όλων των στοιχείων του. Αν γραφτεί όμως στη μορφή

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 5 & 7 \\ 3 & 12 \\ 4 & 14 \end{bmatrix}$$

όπου η πρώτη στήλη περιλαμβάνει τις μη μηδενικές τιμές του πίνακα και η δεύτερη στήλη τις θέσεις των τιμών αυτών, τότε η ίδια πληροφορία καταλαμβάνει πλέον 10 θέσεις μνήμης. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στον πίνακα πιθανοτήτων (Probability_Matrix) με πολύ καλύτερα όμως αποτελέσματα λόγω της μεγάλης αραιότητας του πίνακα αυτού. Η διαδικασία αυτή έχει τρία σημαντικά πλεονεκτήματα:

- Την μείωση του μεγέθους του αρχείου αποθήκευσης και επομένως του αποθηκευτικού χώρου (στο σκληρό δίσκο του υπολογιστή)
- Την δυνατότητα αποθήκευσης μεγαλύτερων πινάκων στη μνήμη και , επομένως την επεξεργασία εικόνων υψηλότερης ανάλυσης
- Την ταχύτερη εκτέλεση των αλγορίθμων

Τα πλεονεκτήματα αυτά φαίνονται στον πίνακα 4.2 για διάφορα επίπεδα ανάλυσης

Πινακας 4.2 Μεταβολη αποθηκευτικού χώρου και ταχύτητας εκτέλεσης με χρήση αραιού πίνακα

Ανάλυση (pixels)	**Μείωση αποθηκευτικού χώρου**	**Αύξηση ταχύτητας Εκτέλεσης**
40 x 40	18 φορές	20 φορές
64 x 64	39 φορές	42 φορές
128 x 128	75 φορες	78 φορές

Κεφάλαιο 5

Ανακατασκευή εικόνων τομογραφίας με χρήση των αλγόριθμων MLEM και OSEM

Στο κεφάλαιο αυτό , γίνεται εφαρμογή των αλγορίθμων MLEM και OSEM ως εργαλεία ανακατασκευής εικόνων. Η υλοποίηση των αλγόριθμων αυτών έχει περιγραφεί αναλυτικά στο Κεφάλαιο 4. Τα δεδομένα προβολών που χρησιμοποιούνται προέρχονται από:

- εξομοίωση σε υπολογιστικό σύστημα
- πειραματικά δεδομένα που ελήφθησαν με τη βοήθεία του εργαστηριακού εξοπλισμού του Ινστιτούτου Επιταχυντικών Συστημάτων και Εφαρμογών (Ι.Ε.Σ.Ε)
- κλινικά δεδομένα του Ιατρικού Κέντρου Αθηνών.

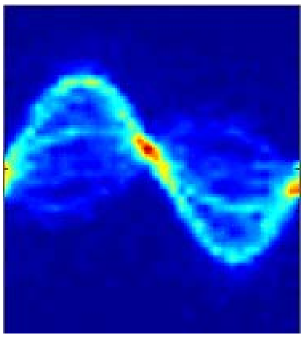
Για την υλοποίηση των αλγορίθμων MLEM και OSEM χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού **C/C++** και συγκεκριμένα το λογισμικό πακέτο **Microsoft Visual Studio 6.0** . Για την εκτέλεση των αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκε ηλεκτρονικός υπολογιστής με τα παρακάτω χαρακτηριστικά

- Επεξεργαστής **Intel Pentium 4 2.0 GHz**
- Μνήμη **SDRAM 256 MB**
- Σκληρός Δίσκος **Seagate 9000 rpm**

5.1 Ανακατασκευή εικόνων από τριχοειδή με τεχνήτιο ^{99m}Tc

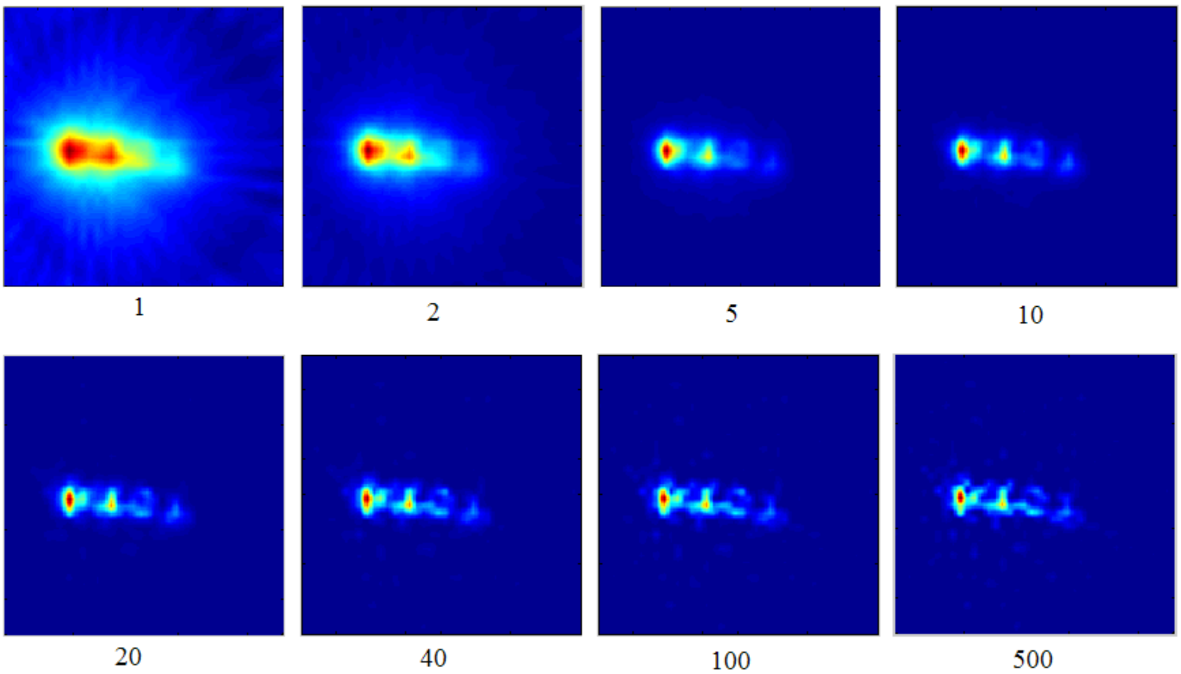
Το προς απεικόνιση αντικείμενο εδώ είναι πολύ λεπτοί σωλήνες (τριχοειδή) οι οποίοι είναι τοποθετημένοι παράλληλα και σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους και περιέχουν , διαφορετική ο καθένας, ποσότητα τεχνητίου ^{99m}Tc. Η αναμενόμενη τομή είναι κύκλοι διαφορετικών χρωματικών αποχρώσεων σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους. Βέβαια λόγω της πειραματικής ακόμα χρήσης της διάταξης , η περιστροφή της γ-camera δεν γίνεται με απόλυτα ακριβή τρόπο με αποτέλεσμα να υπάρχουν κάποια σφάλματα περιστροφής, καθώς και σφάλματα στην τοποθέτηση του ανιχνευτή και του κατευθυντήρα. **Αρχικά η ανακατασκευή γίνεται δίχως τη χρήση γεωμετρικών στοιχείων της διάταξης και δίχως να ληφθεί υπ' όψη ο κατευθυντήρας.**

Το ημιτονόγραμμα (sinogram) του επιπέδου ανακατασκευής είναι



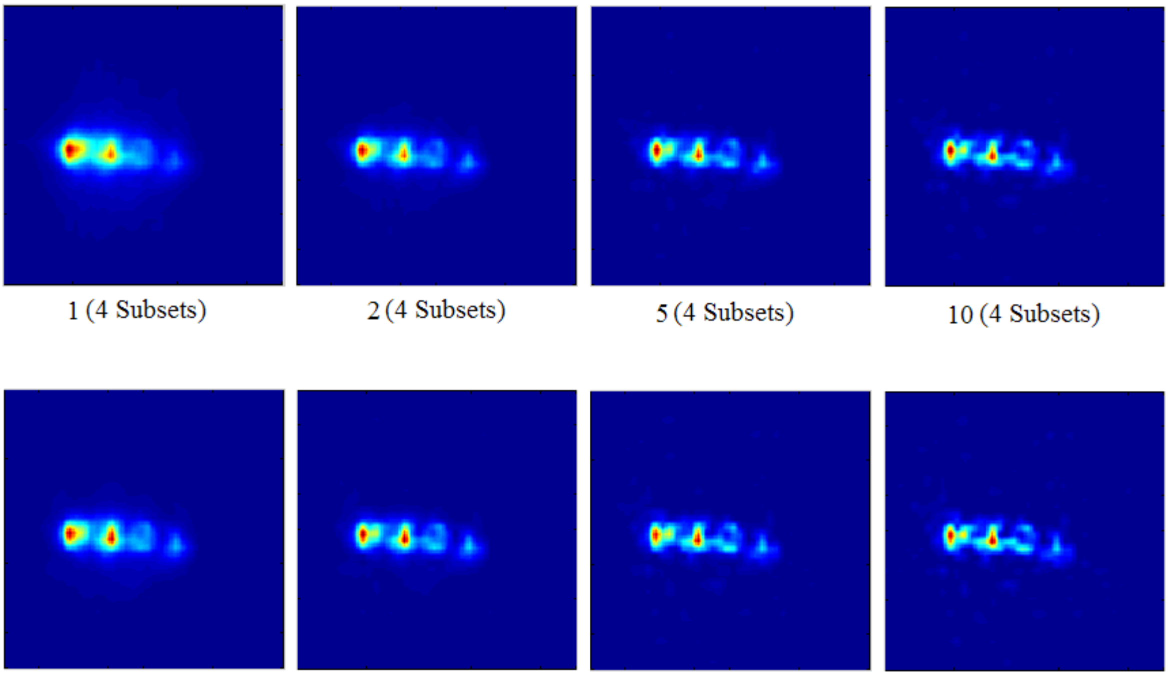
Σχήμα 5.1 Sinogram τριχοειδών σωλήνων γεμισμένων με ^{99m}Tc. Μόνο δύο σωλήνες διακρίνονται καθαρά *(για την απεικόνιση χρησιμοποιήθηκε η χρωματική παλέτα jet του MATLAB).*

Κατά την ανακατασκευή με τον αλγόριθμο MLEM προκύπτουν οι εξής εικόνες για διαφορετικούς αριθμούς επαναλήψεων ενώ η ανάλυση των τομών είναι **40 x 40 pixels**.



Σχήμα 5.2 Ανακατασκευασμένη τομή τριχοειδών με χρήση MLEM. Αναγράφεται το πλήθος των επαναλήψεων *(χρόνος ανακατασκευής 83 επαναλήψεις /sec)*. Μετά τις 40 επαναλήψεις παρατηρείται ύπαρξη στατιστικού θορύβου.

Ακολουθεί η ανακατασκευή με χρήση του OSEM. Επελέγησαν τα 4 και τα 6 υποσύνολα (subsets) σαν βέλτιστες επιλογές



Σχήμα 5.3 Ανακατασκευασμένη τομή τριχοειδών με χρήση OSEM. Αναγράφεται το πλήθος των επαναλήψεων και σε παρένθεση ο αριθμός των υποσυνόλων. Μετά τις 5 επαναλήψεις παρατηρείται ύπαρξη στατιστικού θορύβου.

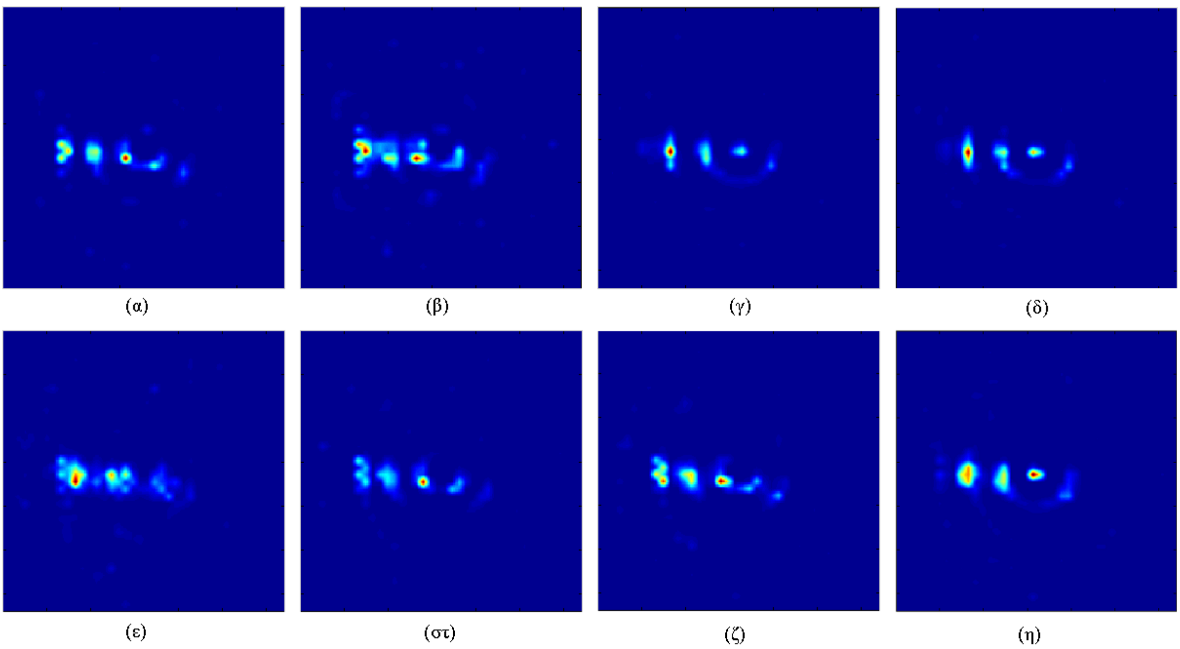
5.1.1 Ανακατασκευή εικόνων από τριχοειδή με προσομοίωση κατευθυντήρα και χρήση γεωμετρικών χαρακτηριστικών της διάταξης

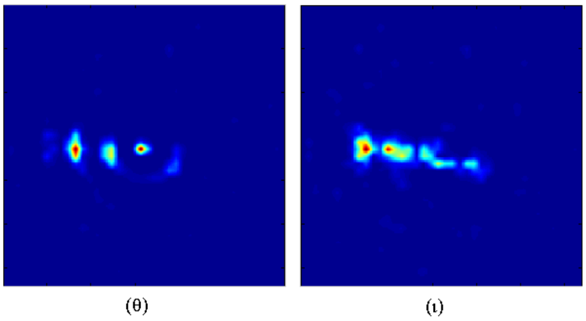
Αν η παραπάνω ανακατασκευή πραγματοποιηθεί ξανά, αυτή τη φορά με προσομοίωση του κατευθυντήρα και τη χρήση γεωμετρικών χαρακτηριστικών της διάταξης (οπώς ακτίνα περιστροφής , χαρακτηριστικά ανιχνευτών) τότε αναμένεται μια διαφοροποίηση στα αποτελέσματα σε σχέση με αυτά που ελήφθησαν στην προηγούμενη παράγραφο. Πράγματι όπως φαίνεται στο σχήμα (5.4) η ανακατασκευασμένη τομή (μετά από χρήση των αλγορίθμων MLEM και OSEM) προσεγγίζει περισσότερο το θεωρητικά αναμενόμενο αποτέλεσμα.

Σε ότι αφορά την προσομοίωση του κατευθυντήρα, πρέπει να τονιστεί ότι η τοποθέτηση του πλησίον της ανιχνευτικής διάταξης δεν γίνεται με κάποια συγκεκριμένη μέθοδο αλλά κυρίως εμπειρικά και με ακρίβεια η οποία δεν ξεπερνάει την διακριτική ικανότητα του ανθρώπινου ματιού. Έτσι ενδέχεται η θέση στην οποία τοποθετείται ο κατευθυντήρας να έχει σφάλμα σε σχέση με την «ιδανική» τοποθέτηση του. Τα σφάλματα αυτά αν και της τάξεως των μερικών δεκάδων η εκατοντάδων μικρομέτρων (μm) είναι αρκετά ώστε να αλλοιώσουν σε μεγάλο βαθμό το αποτέλεσμα.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι αντιμετώπισης των σφαλμάτων αυτού του είδους. Στην συγκεκριμένη εργασία χρησιμοποιείται μια αρκετά «πρακτική» μέθοδος. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή δεν απαιτείται να είναι γνωστή η ακριβής τοποθέτηση του κατευθυντήρα κατά την διεξαγωγή ενός πειράματος. Η ακριβής τοποθέτηση του επιχειρείται να προσεγγιστεί κατά το υπολογιστικό μέρος του πειράματος το οποίο και εκτελείται για διάφορες υποθετικές τοποθετήσεις του κατευθυντήρα. Όποιες από τις υποθετικές αυτές περιπτώσεις προσεγγίζουν το θεωρητικά αναμενόμενο αποτέλεσμα σε μεγαλύτερο βαθμό, συγκεντρώνουν περισσότερες πιθανότητες να ανταποκρίνονται στην ακριβή τοποθέτηση του κατευθυντήρα.

Για την περίπτωση των τριχοειδών της προηγούμενης παραγράφου οι δυνατές τοποθετήσεις του κατευθυντήρα εκτείνονται σε ένα εύρος 1.8mm. Επιλέχθηκαν να εξετασθούν 10 υποθετικές τοποθετήσεις με βήμα 0.18 mm ώστε να καλύπτουν ομοιόμορφα το παραπάνω εύρος. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

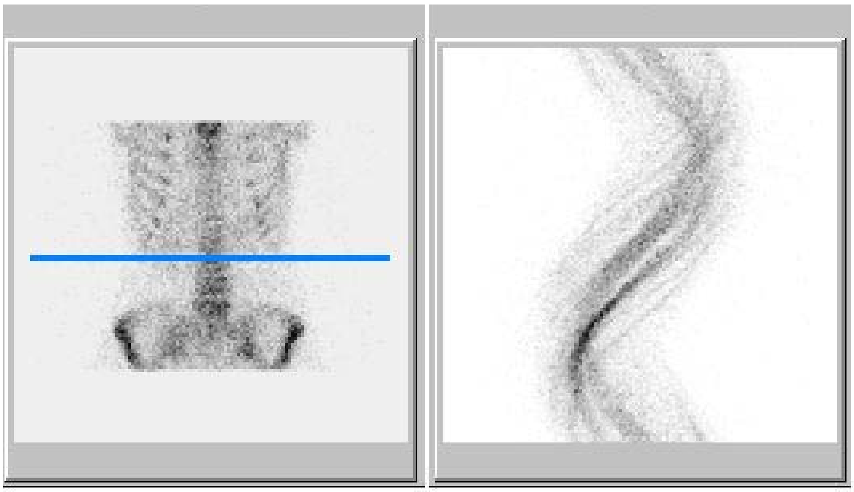




Σχήμα 5.4 Ανακατασκευή εικόνων από τριχοειδή με προσομοίωση κατευθυντήρα και χρήση γεωμετρικών χαρακτηριστικών της διάταξης. Το πείραμα επαναλαμβάνεται 10 φορές για 10 διαφορετικές τοποθετήσεις του κατευθυντήρα, με βήμα 0.18mm. Γίνονται αντιληπτές οι πολύ μεγάλες διαφοροποιήσεις από θέση σε θέση. Η περίπτωσεις (γ) (δ) (η) και (θ) προσεγγίζουν καλύτερα από τις υπόλοιπες το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Για όλες τις εικόνες χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος MLEM (100 επαναλήψεις , χρόνος ανακατασκευής *36 επαναλήψεις /sec).*

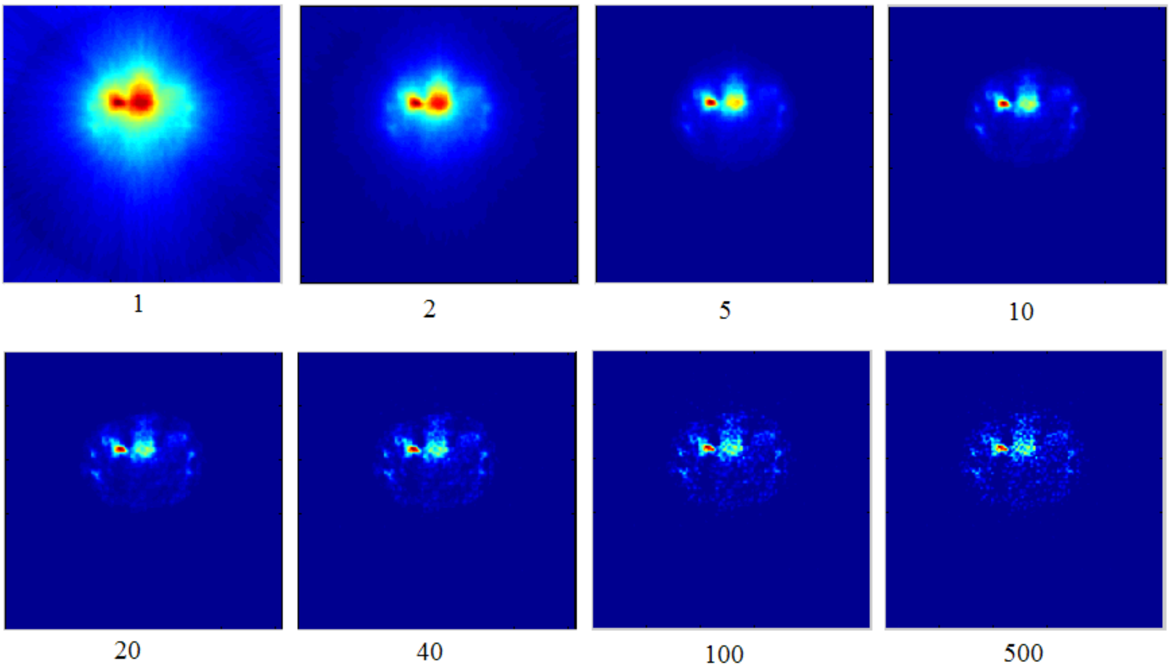
5.2 Ανακατασκευή εικόνων από σκελετικά οστά

Στην παράγραφο αυτή ανακατασκευάζεται τομή σκελετού (σπονδυλικής στήλης) τα δεδομένα της οποίας ελήφθησαν με αρκετά μεγαλύτερη ακρίβεια από τα προηγούμενα. Τα δεδομένα αυτά προέρχονται από camera Siemens Dual Head του Ιατρικού Κέντρου Αθηνών η οποία χρησιμοποιείται κλινικά και επομένως παρουσιάζει μεγαλύτερη ακρίβεια. Στη συνέχεια απεικονίζονται , ένα σπινθηρογράφημα του σκελετού και το sinogram της τομής ενδιαφέροντος. Η ανάλυση των ανακατασκευασμένων εικόνων που απεικονίζονται παρακάτω θα είναι **128 x 128 pixels** ενώ ο χρόνος ανακατασκευής είναι **2,2 επαναλήψεις/sec. Η ανακατασκευή γίνεται χωρίς τη χρήση γεωμετρικών στοιχείων της διάταξης.**



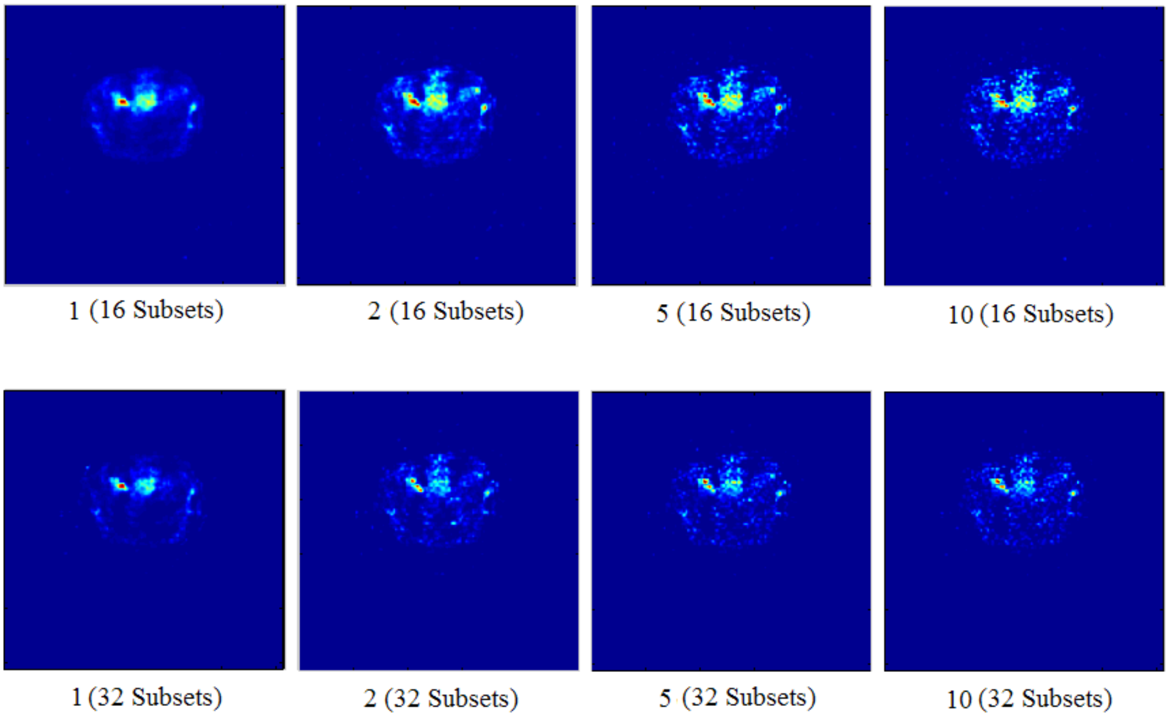
Σχήμα 5.5 Επίπεδο και Sinogram τομής. Το επίπεδο προς ανακατασκευή απεικονίζεται με τη γαλάζια γραμμή.

Η ανακατασκευασμένη τομή με χρήση MLEM είναι φαίνεται στο σχήμα 5.6:



Σχήμα 5.6 Ανακατασκευασμένη τομή σπονδυλικής στήλης με χρήση MLEM. Αναγράφεται το πλήθος των επαναλήψεων Μετά τις 100 επαναλήψεις παρατηρείται ύπαρξη στατιστικού θορύβου, αυτή τη φορά όμως σε μικρότερο βαθμό.

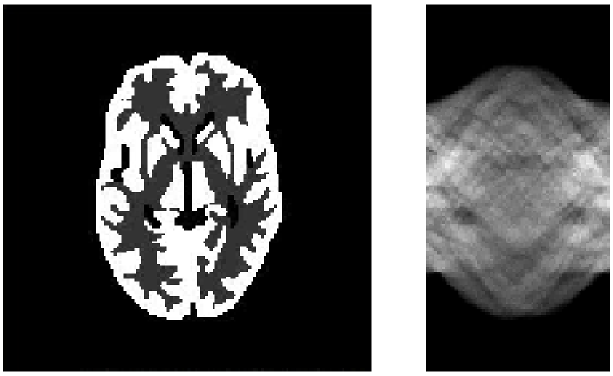
Με χρήση του αλγορίθμου OSEM οι αντίστοιχες ανακατασκευές για 16 και 32 υποσύνολα φαίνονται στο σχήμα 5.7.



Σχήμα 5.7 Ανακατασκευή τομής σπονδυλικής στήλης με χρήση OSEM. Αναγράφεται το πλήθος των επαναλήψεων και σε παρένθεση το πλήθος των υποσυνόλων. Μετά τις 5 επαναλήψεις παρατηρείται ύπαρξη στατιστικού θορύβου, αυτή τη φορά όμως σε μικρότερο βαθμό. Φαίνεται ότι μια μόνο επανάληψη είναι αρκετή για μια ικανοποιητική ανακατασκευή της τομής .

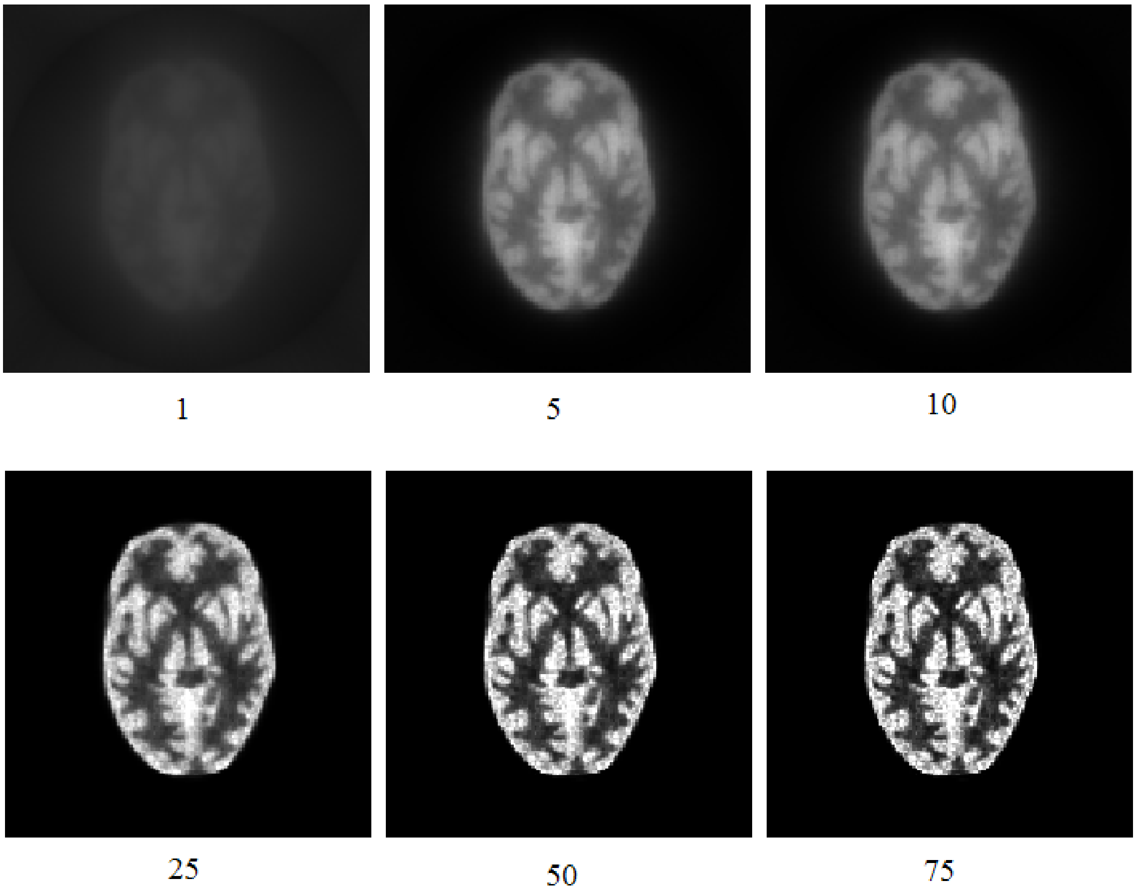
5.3 Ανακατασκευή ομοιώματος εγκεφάλου για PET

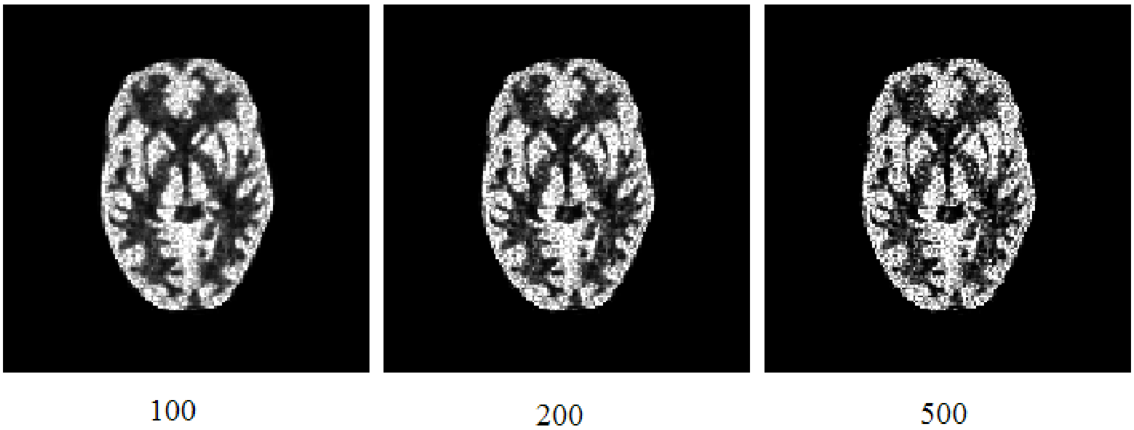
Το εγκεφαλογράφημα αυτό είναι γνωστό σαν ομοίωμα Hoffmann και το sinogram του έχει εξαχθεί με τη μέθοδο της προσομοίωσης. Η διαστάσεις τις ανακατασκευαζόμενης εικόνας είναι **144 x 144** ενώ οι αλγόριθμοι MLEM και OSEM εκτελούν περίπου **2,8 επαναλήψεις /sec.**



Σχήμα 5.8 Το ομοίωμα Hoffman και το sinogram του

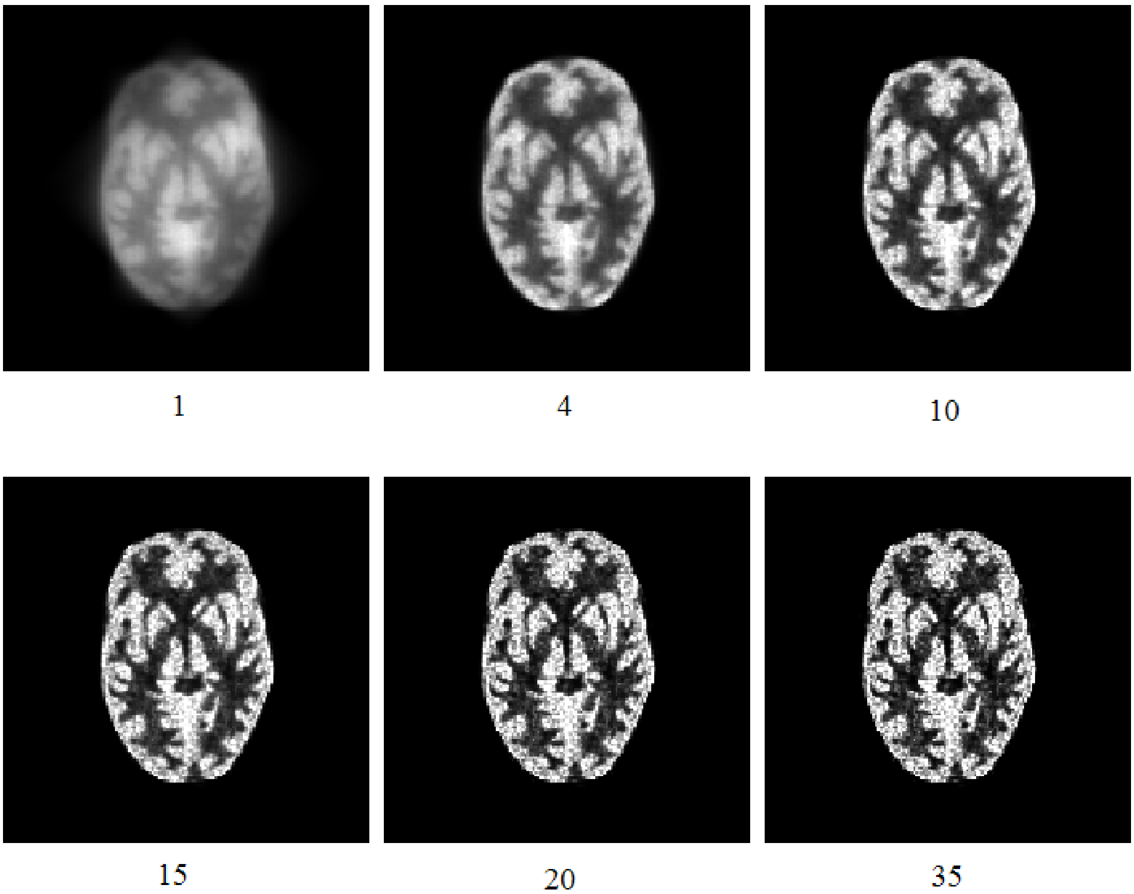
Στη συνέχεια φαίνονται τα αποτελέσματα της ανακατασκευής με τον αλγόριθμο MLEM:





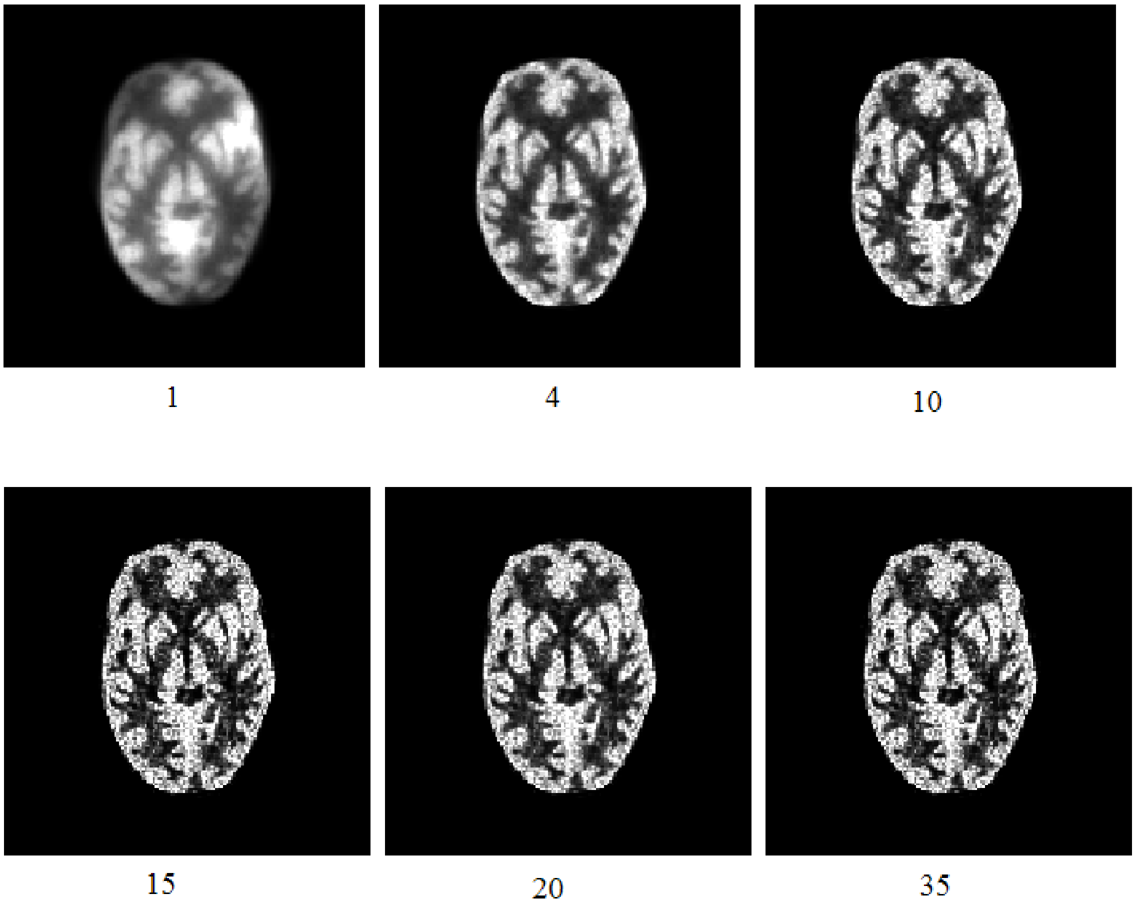
Σχήμα 5.9 Ανακατασκευασμένη τομή ομοιώματος Hoffmann με χρήση MLEM. Αναγράφεται ο αριθμός των επαναλήψεων. Μετά τις 75 επαναλήψεις παρατηρείται και πάλι ύπαρξη στατιστικού θορύβου.

Ακολουθεί η ανακατασκευή με τον αλγόριθμο OSEM για 4 υποσύνολα:



Σχήμα 5.10 Ανακατασκευασμένη τομή ομοιώματος Hoffmann με χρήση OSEM. Αναγράφεται ο αριθμός των επαναλήψεων, ενώ η εκτέλεση έγινε με 4 υποσύνολα. Μετά τις 10 επαναλήψεις παρατηρείται και πάλι ύπαρξη στατιστικού θορύβου.

Ακολουθεί η ανακατασκευή με τον αλγόριθμο OSEM για 8 υποσύνολα:



Σχήμα 5.11 Ανακατασκευασμένη τομή ομοιώματος Hoffman με χρήση OSEM. Αναγράφεται ο αριθμός των επαναλήψεων, ενώ η εκτέλεση έγινε με 8 υποσύνολα. Μετά τις 10 επαναλήψεις παρατηρείται και πάλι ύπαρξη στατιστικού θορύβου.

Παράρτημα

Υλοποίηση των αλγορίθμων MLEM και OSEM σε C/C++

Ακολουθούν τα προγράμματα υλοποίησης των αλγορίθμων MLEM και OSEM σε γλώσσα προγραμματισμού C/C++. *Για τις δεσμευμένες λέξεις της γλώσσας C/C++ χρησιμοποιείται γραμματοσειρά bold ενώ τα σχόλια που περιλαμβάνονται στα προγράμματα αυτά, χρησιμοποιείται γραμματοσειρά italic.*

Α. Οι αλγόριθμοι MLEM και OSEM

Α1. Ο αλγόριθμος MLEM

```
/******** 2D_MLEM.cpp *********/

#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>
#include <process.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <time.h>
#include <malloc.h>

#define Pixels_Per_Dimension      40
#define Detectors_Per_Dimension  40
#define Number_Of_Captures        36
#define Repetitions                10

main ( )
{
 FILE *arxeio1=fopen("Probability_Matrix.txt","r");
 FILE *arxeio2=fopen("Sinogram.txt","r");
 FILE *arxeio3=fopen("Slice.txt","w");

 long int Counter1,Counter2,All_Detectors,Total_Pixels,Nonzero_Pij,help,m,k;
 float Sinogram[Detectors_Per_Dimension+1][Number_Of_Captures+1];
 float Estimated_Slice[Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension+1];
 float Sum1[Detectors_Per_Dimension * Number_Of_Captures +1];
 float Sum2[Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension +1];
 time_t t1, t2;

 All_Detectors=Detectors_Per_Dimension * Number_Of_Captures;
 Total_Pixels=Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension;
```

```
for (m=1; m<=Total_Pixels; m++) {Estimated_Slice[m]=1; Sum2[m]=0;}

/****************** PROSDIORISMOS Nonzero_Pij *********************/
 m=0;
  while ((k=getc(arxeio1))!=EOF)
   {
        if (k=='\n') m++;
   }
 Nonzero_Pij=m/4;
 printf("Nonzero_Pij =%u\n",Nonzero_Pij);
/*****************************************************************/
/******************* DESMEYSH MNHMHS *************************/
 float *Pij,*PijDj;
 long int *Lines_Of_Pij,*Rows_Of_Pij;

          PijDj = (float*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(float));
             Pij = (float*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(float));
 Lines_Of_Pij = (long int*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(long int));
 Rows_Of_Pij = (long int*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(long int));

 if             (Pij==NULL)  {printf("Not enough memory 1 \n"); getch();}
 if  (Lines_Of_Pij==NULL)  {printf("Not enough memory 2 \n"); getch();}
 if  (Rows_Of_Pij==NULL)  {printf("Not enough memory 3 \n"); getch();}
 if           (PijDj==NULL)  {printf("Not enough memory 4 \n"); getch();}
/*****************************************************************/
/******************  ANAGNWSH ARXEIOY1 (Pij) *********************/
 m=1; rewind(arxeio1);
  while (m<=4*Nonzero_Pij)
   {
        if ((m%4)==0) fscanf(arxeio1,"%u",&help);
        if ((m%4)==1) fscanf(arxeio1,"%f",&Pij[m/4+1]);
        if ((m%4)==2) fscanf(arxeio1,"%u",&Lines_Of_Pij[m/4+1]);
        if ((m%4)==3) fscanf(arxeio1,"%u",&Rows_Of_Pij[m/4+1]);
        m++;
   }
 printf("Anagnwsi Pij File OK\n");
/*****************************************************************/
/***************** ANAGNWSH ARXEIOY2 (Sinogram) ******************/
 m=1;
  while (m<=All_Detectors)
   {
    fscanf(arxeio2,"%f",&Sinogram[((m-1)/Number_Of_Captures)+1][((m-1)%Number_Of_Captures)+1]);
    m++;
   }
 printf("Anagnwsi Sinogram File OK\n");
/*****************************************************************/
/******************** Kataskeyi PijDj ****************************/
 m=1;
  while (m<=Nonzero_Pij)
   {
```

```
    PijDj[m]=Pij[m]*Sinogram[((Rows_Of_Pij[m]-1)%Detectors_Per_Dimension)+1]
                            [((Rows_Of_Pij[m]-1) / Detectors_Per_Dimension)+1];
    m++;
   }
 printf("Kataskeyi Pinaka PijDj OK\n");
/*******************************************************************/

t1=time(NULL);

/************************   M L E M   *******************************/
 for (Counter1=1; Counter1<=Repetitions; Counter1++)
  {    printf("Repetition_Number:%u\n",Counter1);
/********************* Ypologismos Sum1 *******************************/
   for (m=1; m<=All_Detectors; m++) Sum1[m]=0.000000001;
   for (Counter2=1 ; Counter2<=Nonzero_Pij; Counter2++)
         {
          Sum1[Rows_Of_Pij[Counter2]]=Sum1[Rows_Of_Pij[Counter2]] +
          (Estimated_Slice[Lines_Of_Pij[Counter2]]*Pij[Counter2] );
         }
/*******************************************************************/
/******************** Ypologismos Sum 2 *******************************/
   for (Counter2=1 ; Counter2<=Nonzero_Pij; Counter2++)
         {
          Sum2[Lines_Of_Pij[Counter2]]= Sum2[Lines_Of_Pij[Counter2]] +
           PijDj[Counter2]/double(Sum1[Rows_Of_Pij[Counter2]]);
         }
   for (m=1; m<=Total_Pixels; m++)
         { Estimated_Slice[m]=Estimated_Slice[m]*Sum2[m]; Sum2[m]=0;}
/*******************************************************************/
  }
/*********************** TELOS   M L E M **************************/

t2=time(NULL);
printf("XRONOS ANAKATASKEYHS (sec):%f\n",difftime(t2,t1));

/********** EGGRAFI ANAKATASKEYASMENIS TOMHS (ARXEIO 3) ***********/
 m=1;
  while (m<=Total_Pixels)
   {
   fprintf(arxeio3,"%10.7f\n",Estimated_Slice[m]);
   m++;
   }
 printf("Slice OK\n");getch();
/*********************************************************************/

fclose(arxeio1);
fclose(arxeio2);
fclose(arxeio3);
return(0);
}                       /******** TELOS 2D_MLEM.cpp *********/
```

A2. O αλγόριθμος OSEM

```
/******** 2D_OSEM.cpp *********/

#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>
#include <process.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <time.h>
#include <malloc.h>

#define Pixels_Per_Dimension      40
#define Detectors_Per_Dimension   40
#define Number_Of_Captures        36
#define Repetitions                1
#define Subsets                    4

main ()
{
 FILE *arxeio1=fopen("Probability_Matrix.txt","r");
 FILE *arxeio2=fopen("Sinogram.txt","r");
 FILE *arxeio3=fopen("Slice.txt","w");

 long int Counter1,Counter2,Counter3,All_Detectors,Total_Pixels,k,m;
 float Sinogram[Detectors_Per_Dimension+1][Number_Of_Captures+1];
 float Estimated_Slice[Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension+1];
 float Sum1[Detectors_Per_Dimension * Number_Of_Captures +1];
 float Sum2[Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension +1];
 long int Subsets_Border[Number_Of_Captures+1];
 time_t t1, t2;

 All_Detectors=Detectors_Per_Dimension * Number_Of_Captures;
 Total_Pixels=Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension;
 for (m=1; m<=Total_Pixels; m++) {Estimated_Slice[m]=1; Sum2[m]=0;}

/******************* PROSDIORISMOS Nonzero_Pij **********************/
  m=0;
   while ((k=getc(arxeio1))!=EOF)
    {
     if (k=='\n') m++;
    }
  Nonzero_Pij=m/4;
  printf("Nonzero_Pij =%u\n",Nonzero_Pij);
/*****************************************************************/
/******************** DESMEYSH MNHMHS ************************/
  float *Pij,*PijDj;
  long int *Lines_Of_Pij,*Rows_Of_Pij,*Number_Of_Nonzero_Pij;
```

```
                    PijDj = (float*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(float));
                      Pij = (float*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(float));
              Lines_Of_Pij  = (long int*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(long int));
              Rows_Of_Pi j = (long int*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(long int));
 Number_Of_Nonzero_Pij  = (long int*)malloc(Nonzero_Pij*sizeof(long int));

 if                         (Pij==NULL) {printf("Not enough memory 1 \n"); getch();}
 if                (Lines_Of_Pij==NULL) {printf("Not enough memory 2 \n"); getch();}
 if                (Rows_Of_Pij==NULL) {printf("Not enough memory 3 \n"); getch();}
 if                        (PijDj==NULL) {printf("Not enough memory 4 \n"); getch();}
 if  (Number_Of_Nonzero_Pij==NULL) {printf("Not enough memory 5 \n"); getch();}
/*******************************************************************/
/******************* ANAGNWSH ARXEIOY1 (Pij) ***********************/
 m=1; rewind(arxeio(1);
  while (m<=4*Nonzero_Pij)
   {
     if ((m%4)==0) fscanf(arxeio2,"%u",&Number_Of_Nonzero_Pij[m/4]);
     if ((m%4)==1) fscanf(arxeio2,"%f",&Pij[m/4+1]);
     if ((m%4)==2) fscanf(arxeio2,"%u",&Lines_Of_Pij[m/4+1]);
     if ((m%4)==3) fscanf(arxeio2,"%u",&Rows_Of_Pij[m/4+1]);
     m++;
   }
  printf("Pij File Read OK\n");
/*******************************************************************/
/****************** ANAGNWSH ARXEIOY2 (Sinogram) *******************/
  m=1;
   while (m<=Detectors_Per_Dimension*Number_Of_Captures)
    {
     fscanf(arxeio1,"%f",&Sinogram[((m-1)/Number_Of_Captures)+1][((m-1)%Number_Of_Captures)+1]);
     m++;
    }
  printf("Anagnwsi Sinogram File OK\n");
/*******************************************************************/
/********************** Kataskeyi PijDj ****************************/
  m=1;
  while (m<=Nonzero_Pij)
   {
    PijDj[m]=Pij[m]*Sinogram[((Rows_Of_Pij[m]-1)%Detectors_Per_Dimension)+1]
                           [((Rows_Of_Pij[m]-1) / Detectors_Per_Dimension)+1];
    m++;
   }
 printf("Kataskeyi Pinaka PijDj OK\n");
/*******************************************************************/
/******************* Kataskeyi Pinaka Subsets Border  ******************/
 Subsets_Border[0]=0;
 for  (m=1; m<=(Nonzero_Pij); m++)
  {
    if (Rows_Of_Pij[m]%Detectors_Per_Dimension==0)
    {
```

```
      Subsets_Border[Rows_Of_Pij[m]/Detectors_Per_Dimension]=Number_Of_Nonzero_Pij[m];
    }
  }
/*********************************************************************/

t1=time(NULL);

/*********************** O S E M *********************************/
 for (Counter1=1; Counter1<=Repetitions; Counter1++)
  {
    printf("Repetition_Number:%u\n",Counter1);   k=0;
   for  (Counter2=1 ; Counter2<=Subsets ; Counter2++)
    {
     for (m=1; m<=All_Detectors; m++) Sum1[m]=0.000000001;
/************************ Ypologismos Sum1 ***************************/
     for (Counter3=(Subsets_Border[k]+1);Counter3<=Subsets_Border[k+(Number_Of_Captures/Subsets)];
                                                                                         Counter3++)
      {
       Sum1[Rows_Of_Pij[Counter3]]=Sum1[Rows_Of_Pij[Counter3]] +
       (Estimated_Slice[Lines_Of_Pij[Counter3]]*Pij[Counter3]);
      }
/*********************************************************************/
/************************ Ypologismos Sum 2 ***************************/
     for (Counter3=(Subsets_Border[k]+1) ;Counter3<=Subsets_Border[k+(Number_Of_Captures/Subsets)];
                                                                                         Counter3++)
      {
       Sum2[Lines_Of_Pij[Counter3]]= Sum2[Lines_Of_Pij[Counter3]] +
        PijDj[Counter3]/double(Sum1[Rows_Of_Pij[Counter3]]);
      }
     for (m=1; m<=Total_Pixels; m++)
      { Estimated_Slice[m]=Estimated_Slice[m]*Sum2[m]; Sum2[m]=0; }

      k=k+(Number_Of_Captures/Subsets);
    }
/************************** Telos Subsets *****************************/
  }
/************************* TELOS O S E M **************************/
t2=time(NULL);
printf("XRONOS ANAKATASKEYHS(sec):%f\n",difftime(t2,t1));
 /********* EGGRAFI ANAKATASKEYASMENIS TOMHS (ARXEIO 3)  **********/
 m=1;
   while (m<=Total_Pixels)
    {
    fprintf(arxeio3,"%10.7f\n",Subsets*Estimated_Slice[m]);
    m=m++;
    }
 printf("Slice OK\n");getch();
/*********************************************************************/
fclose(arxeio1);fclose(arxeio2);fclose(arxeio3);
return(0);
}                             /******** TELOS 2D_OSEM.cpp *********/
```

Β. Η κατασκευή του αρχείου Pij

Το αρχείο Pij περιέχει, όπως έχει ήδη αναφερθεί, όλο το πλήθος των πιθανοτήτων ανίχνευσης φωτονίου εκπεμπόμενου από τυχαίο pixel i σε τυχαίο ανιχνευτή j. *Καταγράφονται μόνο τα μη μηδενικά στοιχεία , με τη μέθοδο του αραιού πίνακα.*

```
                    /*** Kataskeyi Arxeiou Pij>0 ***/

#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>
#include <process.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <time.h>

float Pixel_Area(float a,long int b,long int c);

#define Pixels_Per_Dimension          40
#define Detectors_Per_Dimension       40
#define Number_Of_Captures            36
#define Degrees_Of_Captures          360

main ( )
{
 FILE *arxeio=fopen("Probability_Matrix.txt","w");

 float Pij,Th;
 float Total_Area_Array[Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension+1];
 long int All_Detectors,Detector_Number,m,Counter1,Counter2,Total_Pixels;
 long int Nonzero_Pij=0;

 All_Detectors=Detectors_Per_Dimension * Number_Of_Captures;
 Total_Pixels=Pixels_Per_Dimension*Pixels_Per_Dimension;

 /********************** EGGRAFI SE ARXEIO  Pij   **********************/
 for (Counter1=1 ; Counter1<=All_Detectors; Counter1++)
  {
     Th=(((Counter1-1)/Detectors_Per_Dimension))*(Degrees_Of_Captures/double(Number_Of_Captures));
     Detector_Number=((Counter1-1)%Detectors_Per_Dimension)+1;
     for (Counter2=1; Counter2<=Total_Pixels; Counter2++)
      {
       Pij=Pixel_Area(Th,Detector_Number,Counter2)/double(Total_Area_Array[Counter2]);
       if (Pij>=0. 00000000000001)
        {
          Nonzero_Pij++;
          fprintf(arxeio,"%7.5f\n",Pij);
```

```
            fprintf(arxeio,"%u\n",Counter2);        /* grammi Pij */
            fprintf(arxeio,"%u\n",Counter1);        /*  stili    Pij */
            fprintf(arxeio,"%u\n",Nonzero_Pij);
          }
       }
   }
  printf("Pij OK Non zero elements:%u\n",Nonzero_Pij);getch();
  /******************************************************************/
  fclose(arxeio);
  return(0);
 }
                        /*** Telos Kataskeyis Arxeiou Pij>0 ***/
```

Γ. Ο υπολογισμός των στοιχείων Pij

Η συνάρτηση Pixel_Area που υπολογίζει τις πιθανότητες Pij , καλείται από το πρόγραμμα της ενότητας Β. Στη συνέχεια υλοποιούνται τρεις διαφορετικές συναρτήσεις Pixel_Area , για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ανάλογα με τα δεδομένα της διεξαγωγής του πειράματος, και με το ποια από αυτά είναι γνωστά κατά την ανακατασκευή.

Γ1. Υπολογισμός στοιχείου Pij χωρίς δεδομένα για τον κατευθυντήρα, τους ανιχνευτές και την ακτίνα περιστροφής

```
/*** H synartisi Pixel_Area toy arxeioy Pij_Parralel_NoCollimator_NoDistance.cpp ***/

#define PI 3.141592654

float Pixel_Area(float Th,long int Detector_Number,long int Pixel_Number)
{
 float UP,BOTTOM,LEFT,RIGHT,Angle,Pixel_Area,Pixel_Width,Pixel_Coverage;
 float Constant_1,Constant_2,Embado,Embado_1,Embado_2;
 float UP_y1,BOTTOM_y1,RIGHT_y1,LEFT_y1;
 float UP_y2,BOTTOM_y2,RIGHT_y2,LEFT_y2;
 long int Pixel_Line,Pixel_Row,help;

 Pixel_Width=2/double(Pixels_Per_Dimension);
 Pixel_Area=Pixel_Width * Pixel_Width;

  /* Prosdiorismos grammis kai stilis pixel */
  Pixel_Line= ((Pixel_Number-1) / Pixels_Per_Dimension)+1;
  Pixel_Row =((Pixel_Number-1)%Pixels_Per_Dimension)+1;

  if ((Th>=90) && (Th<180))
  {
   Th=Th-90;
   help=Pixel_Line;
   Pixel_Line=Pixel_Row;
   Pixel_Row=Pixels_Per_Dimension+1-help;
  }
  if ((Th>=180) && (Th<270))
  {
   Th=Th-180;
   Pixel_Line=Pixels_Per_Dimension+1-Pixel_Line;
   Pixel_Row =Pixels_Per_Dimension+1-Pixel_Row;
  }
  if ((Th>=270) && (Th<360))
  {
   Th=Th-270;
   help=Pixel_Row;
   Pixel_Row=Pixel_Line;
```

```
  Pixel_Line=Pixels_Per_Dimension+1-help;
 }

 /*Exiswseis oriwn pixel*/
  LEFT=(2*(Pixel_Row-1)/double(Pixels_Per_Dimension))-1;
  RIGHT=LEFT+(2/double(Pixels_Per_Dimension));
  UP=(2*(1-Pixel_Line)/double(Pixels_Per_Dimension))+1;
  BOTTOM=UP-(2/double(Pixels_Per_Dimension));

 /*E3iswseis eytheiwn sarwsis toy detector */
  Angle=Th*PI/double(180) + 0.000000001;  /* Gwnia TH se moires,Angle se aktinia*/
  Constant_1=(Detectors_Per_Dimension/double(2) - Detector_Number +1)*
             (2/double(Detectors_Per_Dimension*cos(Angle)));
  Constant_2=(Detectors_Per_Dimension/double(2) - Detector_Number)*
             (2/double(Detectors_Per_Dimension*cos(Angle)));

 /*Tomn y1 me oria pixel*/
        UP_y1=        (UP-Constant_1)/double(tan(Angle));
  BOTTOM_y1= (BOTTOM-Constant_1)/double(tan(Angle));
      LEFT_y1= tan(Angle)*LEFT    + Constant_1;
     RIGHT_y1= tan(Angle)*RIGHT + Constant_1;
 /*Tomn y2 me oria pixel*/
         UP_y2=        (UP-Constant_2)/double(tan(Angle));
   BOTTOM_y2= (BOTTOM-Constant_2)/double(tan(Angle));
       LEFT_y2= tan(Angle)*LEFT   + Constant_2;
     RIGHT_y2= tan(Angle)*RIGHT + Constant_2;

/* Periptwsn pou den yparxei optiki epafi */
if (((UP_y2<=LEFT) && (LEFT_y2>=UP)) || ((BOTTOM_y1>=RIGHT)  && (RIGHT_y1<=BOTTOM)))
 {
 Embado=0;
 }
 else /* Periptwsi optikis epafis */
 {
  if (BOTTOM_y1<LEFT)    BOTTOM_y1=LEFT;
  if (BOTTOM_y1>RIGHT)  BOTTOM_y1=RIGHT;
  if          (UP_y1<LEFT)             UP_y1=LEFT;
  if          (UP_y1>RIGHT)           UP_y1=RIGHT;
  if (BOTTOM_y2<LEFT)     BOTTOM_y2=LEFT;
  if (BOTTOM_y2>RIGHT)  BOTTOM_y2=RIGHT;
  if          (UP_y2>RIGHT)           UP_y2=RIGHT;
  if          (UP_y2<LEFT)             UP_y2=LEFT;

 Embado_1=(tan(Angle)/double(2))*((UP_y1)*(UP_y1)-(BOTTOM_y1)*(BOTTOM_y1))
                                  + (Constant_1 - BOTTOM)*(UP_y1-BOTTOM_y1)
                                  + Pixel_Width*(RIGHT-UP_y1);

Embado_2=(tan(Angle)/double(2))*((UP_y2)*(UP_y2)-(BOTTOM_y2)*(BOTTOM_y2))
                                  + (Constant_2 - BOTTOM)*(UP_y2-BOTTOM_y2)
                                  + Pixel_Width*(RIGHT-UP_y2);
```

```
    Embado=fabs(Embado_1-Embado_2);
   }

 if (Embado>Pixel_Area) Embado=Pixel_Area;
 Pixel_Coverage=Embado/double(Pixel_Area);

 return(Pixel_Coverage);
}
```

Γ2. Υπολογισμός στοιχείου Pij χωρίς δεδομένα για τον κατευθυντήρα , αλλά με δεδομένα για τους ανιχνευτές και την ακτίνα περιστροφής

```
/*** H synartisi Pixel_Area toy arxeioy Pij_Parralel_NoCollimator_WithDistance.cpp ***/

#define PI                           3.141592654
#define Width_Of_Single_Detector            1.2  //se mm
#define Distance                             80  //se mm.Apostasi ANIXNEYTH apo to
                                                 //kentro peristrofis
float Pixel_Area(float Th,long int Detector_Number,long int Pixel_Number)
{
 float UP,BOTTOM,LEFT,RIGHT,Angle,Pixel_Area,Pixel_Width,Pixel_Coverage;
 float Constant_1,Constant_2,Embado,Embado_1,Embado_2;
 float UP_y1,BOTTOM_y1,RIGHT_y1,LEFT_y1;
 float UP_y2,BOTTOM_y2,RIGHT_y2,LEFT_y2;
 long int Pixel_Line,Pixel_Row,help;

 float dij,P_ij,X_Pixel,Y_Pixel,X_Detector,Y_Detector;
 float Wd,D,Total;

 Wd=Width_Of_Single_Detector;
 D=Distance;

 Pixel_Width=(Wd*Detectors_Per_Dimension)/double(Pixels_Per_Dimension);
 Pixel_Area=Pixel_Width * Pixel_Width;

  /* Prosdiorismos grammis kai stilis pixel */
  Pixel_Line =((Pixel_Number-1) / Pixels_Per_Dimension)+1;
  Pixel_Row =((Pixel_Number-1)%Pixels_Per_Dimension)+1;

  if ((Th>=90) && (Th<180))
  {
   Th=Th-90;
   help=Pixel_Line;
   Pixel_Line=Pixel_Row;
   Pixel_Row=Pixels_Per_Dimension+1-help;
  }
  if ((Th>=180) && (Th<270))
  {
   Th=Th-180;
   Pixel_Line=Pixels_Per_Dimension+1-Pixel_Line;
   Pixel_Row =Pixels_Per_Dimension+1-Pixel_Row;
  }
  if ((Th>=270) && (Th<360))
  {
   Th=Th-270;
   help=Pixel_Row;
   Pixel_Row=Pixel_Line;
   Pixel_Line=Pixels_Per_Dimension+1-help;
```

```
  }

 /*Exiswseis oriwn pixel*/
  LEFT=(Pixel_Width*(Pixel_Row-1))-((Wd*Detectors_Per_Dimension)/double(2));
  RIGHT=LEFT+Pixel_Width;
  UP=(Pixel_Width*(1-Pixel_Line))+((Wd*Detectors_Per_Dimension)/double(2));
  BOTTOM=UP-Pixel_Width;

  /*E3iswseis eytheiwn sarwsis toy detector */
  Angle=Th*PI/double(180) + 0.000000001;  /* Gwnia TH se moires,Angle se aktinia*/
  Constant_1=(Detectors_Per_Dimension/double(2) - Detector_Number +1)* Wd/double(cos(Angle));
  Constant_2=(Detectors_Per_Dimension/double(2) - Detector_Number)    * Wd/double(cos(Angle));

 /*Tomn y1 me oria pixel*/
          UP_y1=          (UP-Constant_1)/double(tan(Angle));
  BOTTOM_y1=(BOTTOM-Constant_1)/double(tan(Angle));
        LEFT_y1=tan(Angle)*LEFT   + Constant_1;
      RIGHT_y1=tan(Angle)*RIGHT + Constant_1;
 /*Tomn y2 me oria pixel*/
          UP_y2=          (UP-Constant_2)/double(tan(Angle));
  BOTTOM_y2=(BOTTOM-Constant_2)/double(tan(Angle));
        LEFT_y2=tan(Angle)*LEFT   + Constant_2;
      RIGHT_y2=tan(Angle)*RIGHT + Constant_2;

/* Periptwsn pou den yparxei optiki epafi */
 if (((UP_y2<=LEFT) && (LEFT_y2>=UP)) || ((BOTTOM_y1>=RIGHT)  && (RIGHT_y1<=BOTTOM)))
  {
  Embado=0;
  }
  else /* Periptwsi optikis epafis */
  {
   if (BOTTOM_y1<LEFT)     BOTTOM_y1=LEFT;
   if (BOTTOM_y1>RIGHT)   BOTTOM_y1=RIGHT;
   if          (UP_y1<LEFT)               UP_y1=LEFT;
   if          (UP_y1>RIGHT)            UP_y1=RIGHT;
   if (BOTTOM_y2<LEFT)      BOTTOM_y2=LEFT;
   if (BOTTOM_y2>RIGHT)   BOTTOM_y2=RIGHT;
   if          (UP_y2>RIGHT)            UP_y2=RIGHT;
   if          (UP_y2<LEFT)               UP_y2=LEFT;

 Embado_1=(tan(Angle)/double(2))*((UP_y1)*(UP_y1)-(BOTTOM_y1)*(BOTTOM_y1))
                                          + (Constant_1 - BOTTOM)*(UP_y1-BOTTOM_y1)
                                          + Pixel_Width*(RIGHT-UP_y1);

 Embado_2=(tan(Angle)/double(2))*((UP_y2)*(UP_y2)-(BOTTOM_y2)*(BOTTOM_y2))
                                          + (Constant_2 - BOTTOM)*(UP_y2-BOTTOM_y2)
                                          + Pixel_Width*(RIGHT-UP_y2);

   Embado=fabs(Embado_1-Embado_2);

   X_Pixel=(LEFT+RIGHT) /double(2);
```

```
    Y_Pixel= (UP+BOTTOM)/double(2);

    X_Detector=-(sqrt((D*D)+(Wd*Wd)*
                    (Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number+0.5)*
                    (Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number+0.5)))*
                                                                  cos(Angle);

   Y_Detector=-(sqrt((D*D)+(Wd*Wd)*
                    (Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number+0.5)*
                    (Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number+0.5)))*
                                                                  sin(Angle);

    dij=sqrt((X_Pixel-X_Detector)*(X_Pixel-X_Detector)+(Y_Pixel-Y_Detector)*(Y_Pixel-Y_Detector));
    P_ij=atan(Wd/double(2*dij))/double(PI);
   }

  if (Embado>Pixel_Area) Embado=Pixel_Area;
  Pixel_Coverage=Embado/double(Pixel_Area);

  return(Pixel_Coverage*P_ij);
 }
```

Γ3. Υπολογισμός στοιχείου Pij με δεδομένα για τον κατευθυντήρα , τους ανιχνευτές και την ακτίνα περιστροφής

/* H synartisi Pixel_Area toy arxeioy Pij_Collimator.cpp ***/**

```
#define PI                        3.141592654
/***Detector Features in MILLIMETERS(mm)***/
 #define Width_Of_Detector                    46
 #define Width_Of_Single_Detector         0.88  //(mm)
/***Collimator Features in MILLIMETERS(mm)***/
 #define Width_Of_Collimator                 60 // (mm)
 #define Length_Of_Collimator                27 // (mm)
 #define Width_Of_Collimator_Hole         1.3//Largest Diameter of Hole i.e for hexagon
 #define Collimator_Holes_Per_Dimension 32
 #define Sides_Of_Hole                          6  //Hexagon --> 6, square -->4 ,circle --> 1000
/*** Other Features in MILLIMETERS(mm)***/
#define Distance_Of_Capture             50 //Apostasi COLLIMATOR apo to kentro peristrofis
#define Distance_Collimator_Detector        2 // (mm)
#define Related_Position_Col_Det        0.375 // 0<RPCD<Wch+Gc

float Pixel_Area(float Th,long int Detector_Number,long int Pixel_Number)
{
  float UP,BOTTOM,LEFT,RIGHT,Pixel_Area,Pixel_Width;
  float Pixel_Coverage;
  float Constant_1,Constant_2;
  float Embado,Embado_1,Embado_2;
  float UP_y1,BOTTOM_y1,RIGHT_y1,LEFT_y1;
  float UP_y2,BOTTOM_y2,RIGHT_y2,LEFT_y2;

  float Angle,Angle_1,Angle_2;
  long int Pixel_Line,Pixel_Row,help;

  float P_ij,dij,X_Pixel,Y_Pixel,X_Detector,Y_Detector;
  float Wd,Gd,Wch,Gc,D,L,S1,S2,Wdm,TOTAL,W1,W2,DCD,RPCD;
  long int Column_Left,Column_Right,Pod,Sub_Detector;

/* Syntomografia statherwn */
  Wd=Width_Of_Single_Detector;
  Gd=(Width_Of_Detector /double(Detectors_Per_Dimension))-Width_Of_Single_Detector;
  Gc=(Width_Of_Collimator/double(Collimator_Holes_Per_Dimension))-Width_Of_Collimator_Hole;
  Wch=Width_Of_Collimator_Hole;
  D=Distance_Of_Capture+Length_Of_Collimator;
  L=Length_Of_Collimator;
  DCD=Distance_Collimator_Detector;
  RPCD=Related_Position_Col_Det;

  Pixel_Width=((Wd+Gd)*Detectors_Per_Dimension)/double(Pixels_Per_Dimension);
  Pixel_Area=Pixel_Width * Pixel_Width;
```

```
/* Prosdiorismos grammis kai stilis pixel */
  Pixel_Line=((Pixel_Number-1)/Pixels_Per_Dimension)+1;
  Pixel_Row =((Pixel_Number-1)%Pixels_Per_Dimension)+1;

/* Anagwgi kathe gwnias se gwnia <90 (symmetries provlimatos) */
  if ((Th>=90) && (Th<180))
  {
   Th=Th-90;
   help=Pixel_Line;
   Pixel_Line=Pixel_Row;
   Pixel_Row=Pixels_Per_Dimension+1-help;
  }
  if ((Th>=180) && (Th<270))
  {
   Th=Th-180;
   Pixel_Line=Pixels_Per_Dimension+1-Pixel_Line;
   Pixel_Row =Pixels_Per_Dimension+1-Pixel_Row;
  }
  if ((Th>=270) && (Th<360))
  {
   Th=Th-270;
   help=Pixel_Row;
   Pixel_Row=Pixel_Line;
   Pixel_Line=Pixels_Per_Dimension+1-help;
  }

  /*Exiswseis oriwn pixel*/
   LEFT=(Pixel_Width*(Pixel_Row-1))-(((Wd+Gd)*Detectors_Per_Dimension)/double(2));
   RIGHT=LEFT+Pixel_Width;
   UP=(Pixel_Width*(1-Pixel_Line))+(((Wd+Gd)*Detectors_Per_Dimension)/double(2));
   BOTTOM=UP-Pixel_Width;

   /* Ypologismos Pod */
Column_Left = (int)(((((Detector_Number-1)*(Wd+Gd))-RPCD)/double(Wch+Gc))+1);
Column_Right= (int)(ceil(((Detector_Number*(Wd+Gd))-RPCD)/double(Wch+Gc))+1);

if ((( Column_Left     *(Wch+Gc))+RPCD-(Gc/double(2)) + ((Wch*DCD)/L)) <=
((Detector_Number-1)*(Wd+Gd)+(Gd/double(2)))) Column_Left ++;
if ((((Column_Right -2)*(Wch+Gc))+RPCD+(Gc/double(2)) - ((Wch*DCD)/L)) >=
(Detector_Number    *(Wd+Gd)-(Gd/double(2)))) Column_Right--;

Pod=Column_Right-Column_Left;

TOTAL=0;

/* Pithanotita gia kathe ypoanixneyti */
 for (Sub_Detector=1; Sub_Detector<=Pod; Sub_Detector++)
  {
   /*E3iswseis eytheiwn sarwsis toy detector */
   Angle=Th*PI/double(180) + 0.000000001;  /* Gwnia Th se moires,Angle se aktinia*/
```

```
  S1=(Detectors_Per_Dimension*(Wd+Gd)/double(2))+Gc/double(2)-
((Column_Left+Sub_Detector-1)*(Wch+Gc)+RPCD);
  S2=(Detectors_Per_Dimension*(Wd+Gd)/double(2))-Gc/double(2)-
((Column_Left+Sub_Detector-2)*(Wch+Gc)+RPCD);

W1=-__max(((Detectors_Per_Dimension*(Wd+Gd))/double(2) - S2 -((Wch*DCD)/double(L))) ,
((Detector_Number-1)*(Wd+Gd)+Gd/double(2))) + (Detectors_Per_Dimension *(Wd+Gd))/double(2)-S1;
W2= __min(((Detectors_Per_Dimension*(Wd+Gd))/double(2) - S1 +((Wch*DCD)/double(L))) ,
(Detector_Number   *(Wd+Gd)-Gd/double(2))) - (Detectors_Per_Dimension *(Wd+Gd))/double(2)+S2;

 if (W1<0) W1=0;
 if (W2<0) W2=0;

 Angle_1=atan(W1)/double(L+DCD);
 Angle_2=atan(W2)/double(L+DCD);

  if(tan(Angle-Angle_1)==0)              Angle=Angle+0.000001;
  if(tan(Angle+Angle_2)==0)              Angle=Angle+0.000001;
  if((Angle+Angle_2)==(PI/double(2)))   Angle=Angle-0.000001;

  Constant_1 =(-sin(Angle_1)*(D-L-DCD +S1*tan(Angle)))/double(cos(Angle-Angle_1)) +
                 S1/double(cos(Angle));
  Constant_2 =( sin(Angle_2)*(D-L-DCD +S2*tan(Angle)))/double(cos(Angle+Angle_2))+
                 S2/double(cos(Angle));

   /*Tomn y1 me oria pixel*/
           UP_y1=           (UP-Constant_1)/double(tan(Angle -Angle_1));
   BOTTOM_y1=(BOTTOM-Constant_1)/double(tan(Angle -Angle_1));
       LEFT_y1=tan(Angle -Angle_1)*LEFT   + Constant_1;
     RIGHT_y1=tan(Angle -Angle_1)*RIGHT + Constant_1;
  /*Tomn y2 me oria pixel*/
           UP_y2=           (UP-Constant_2)/double(tan(Angle +Angle_2));
   BOTTOM_y2=(BOTTOM-Constant_2)/double(tan(Angle +Angle_2));
       LEFT_y2=tan(Angle +Angle_2)*LEFT   + Constant_2;
     RIGHT_y2=tan(Angle +Angle_2)*RIGHT + Constant_2;

/* Periptwsn pou den yparxei optiki epafi*/
 if   (((UP_y1<=LEFT) && (LEFT_y1>=UP))                         ||
      ((BOTTOM_y2>=RIGHT)  && (RIGHT_y2<=BOTTOM)) ||
      ((UP_y1>=RIGHT) && (RIGHT_y1>=UP))                      ||
      ((UP_y2>=RIGHT) && (RIGHT_y2>=UP)))
  {
  Embado=0;
  }
  else /* Periptwsi optikis epafis */
  {
   if (BOTTOM_y1<LEFT)     BOTTOM_y1=LEFT;
   if (BOTTOM_y1>RIGHT)   BOTTOM_y1=RIGHT;
   if          (UP_y1<LEFT)               UP_y1=LEFT;
   if           (UP_y1>RIGHT)            UP_y1=RIGHT;
   if (BOTTOM_y2<LEFT)     BOTTOM_y2=LEFT;
```

```
   if (BOTTOM_y2>RIGHT)  BOTTOM_y2=RIGHT;
   if          (UP_y2>RIGHT)          UP_y2=RIGHT;
   if          (UP_y2<LEFT)           UP_y2=LEFT;

 if (tan(Angle-Angle_1)>0)
 Embado_1=(tan(Angle-Angle_1)/double(2))*((UP_y1)*(UP_y1)-(BOTTOM_y1)*(BOTTOM_y1))
                                          + (Constant_1 - BOTTOM)*(UP_y1-BOTTOM_y1)
                                          + Pixel_Width*(RIGHT-UP_y1);
 else if (tan(Angle-Angle_1)<0)
 Embado_1=(tan(Angle-Angle_1)/double(2))*((BOTTOM_y1)*(BOTTOM_y1)-(UP_y1)*(UP_y1))
                                          + (Constant_1 - BOTTOM)*(BOTTOM_y1-UP_y1)
                                          + Pixel_Width*(UP_y1-LEFT);

if (tan(Angle+Angle_2)>0)
Embado_2=(tan(Angle+Angle_2)/double(2))*((UP_y2)*(UP_y2)-(BOTTOM_y2)*(BOTTOM_y2))
                                          + (Constant_2 - BOTTOM)*(UP_y2-BOTTOM_y2)
                                          + Pixel_Width*(RIGHT-UP_y2);
 else if (tan(Angle+Angle_2)<0)
Embado_2=(tan(Angle+Angle_2)/double(2))*((BOTTOM_y2)*(BOTTOM_y2)-(UP_y2)*(UP_y2))
                                          + (Constant_2 - BOTTOM)*(BOTTOM_y2-UP_y2)
                                          + Pixel_Width*(UP_y2-LEFT);

  if (tan(Angle+Angle_2)>0)          Embado=fabs(Embado_1-Embado_2);
   else if (tan(Angle+Angle_2)<0)  Embado=Pixel_Area-(Embado_1+Embado_2);
  }

  if (Embado>Pixel_Area) Embado=Pixel_Area;
  Pixel_Coverage=Embado/double(Pixel_Area);

   Wdm=__min(Wd,(__min(W1,W2)));
   X_Pixel= (LEFT+RIGHT)/double(2);
   Y_Pixel= (UP+BOTTOM)/double(2);
   X_Detector=-(sqrt((D*D)+(Wd*Wd)*
                  (fabs(Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number)+0.5)*
                  (fabs(Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number)+0.5)))*
                                                                    cos(Angle);
    Y_Detector=-(sqrt((D*D)+(Wd*Wd)*
                  (fabs (Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number+0.5)*
                  (fabs (Detectors_Per_Dimension/double(2)-Detector_Number+0.5)))*
                                                                    sin(Angle);
    dij=sqrt((X_Pixel-X_Detector)*(X_Pixel-X_Detector)+(Y_Pixel-Y_Detector)*(Y_Pixel-Y_Detector));
    P_ij=(1-cos(atan(sqrt(Wd*Wdm)/double(dij*sqrt(PI))))) /double(2);
   TOTAL=TOTAL+(P_ij*Pixel_Coverage);

  }

 }                              /*** TELOS POD ***/
 return(TOTAL);
}
```

Δ. Αντιστοιχία –Επεξήγηση μεταβλητών

Η αντιστοιχία των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στην υλοποίηση των αλγορίθμων σε C/C++ με τις μεταβλητες που αναφέρονται στην παρούσα εργασία φαίνεται παρακάτω(όσες μεταβλητές δεν αναφέρονται έχουν τον ίδιο συμβολισμό).

Pixels_Per_Dimension	n
Detectors_Per_Dimension	A_ε
Number_Of_Captures	Π_θ
Repetitions	k
All_Detectors	Det
Total_Pixels	N
Estimated_Slice[m]	I_i
Sum1	$\sum_{i=1}^{N} p_{ij} \cdot I_i^k$
Sum2	$\sum_{j=1}^{Det} \frac{p_{ij} d_j}{\sum_{i=1}^{N} p_{ij} I_i^k}$
Subsets	Sp(n)
Th	θ(σε μοιρες)
Angle	θ(σε ακτίνια)
Detector_Number	j_θ
P_ij	P’ij
Pixel_Number	i
Pixel_Area	E
Pixel_Coverage	$E_{\%ij}$
Embado	E
Embado_1	E1
Embado_2	E2
Width_Of_Single_Detector	W_D
Distance	D
Collimator_Holes_Per_Dimension	H_D
Length_Of_Collimator	L
Width_Of_Collimator_Hole	W_{CH}
X_Pixel	x_i
Y_Pixel	y_j
X_Detector	x_j
Y_Detector	y_i

Ε. Βοηθητικά προγράμματα στο MATLAB

- Η μετατροπή εικόνας bitmap(greyscale) σε αρχείο text (file.txt) στο MATLAB

```
Variable1=imread('C:\…\Folder1\file1.bmp','bmp');
Variable1=double(Variable1);
save'C:\…\Folder2\file2. .txt' Variable1 -ascii
```

- Η προβολή αρχείου txt (file.txt) στην οθόνη σε μορφή bitmap

```
filename='C:\…\Folder1\file1.txt'
variable=load(filename);
variable=reshape(variable,40,40); //Για ανάλυση 40x40
variable=uint8(variable);
figure;imshow(variable);
```

- Η προβολή αρχείου txt (file.txt) στην οθόνη σε γραφικά MATLAB και βελτίωση ποιότητας εικόνας με γραμμική παρεμβολή

```
filename='C:\…\Folder1\file1.txt'
variable=load(filename);
variable=reshape(variable,40,40);         //Για ανάλυση 40x40
zzi2=dim2interp(160,160,'linear',g',jet); //Ανάλυση μετα τη
                                          γραμμικη παρεμβολή 160x160
```

Η συνάρτηση dim2interp πραγματοποιεί τη γραμμική παρεμβολή:

```
function zzi=dim2interp(nx,ny,f,z,col)
[zx,zy]=size(z);
x=1:zx;
y=1:zy;
xi=linspace(1,zx,nx);
yi=linspace(1,zy,ny);
[xxi,yyi]=meshgrid(yi,xi);
zzi=interp2(y,x,z,xxi,yyi,f);
figure;imagesc(zzi);colormap(col);axis image;colorbar;
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[SMM89] R.A. Serway, C.J. Moses, C.A. Moyer, "Modern Physics", *Saunders College Publishing*, 1989

[NM00] K. S. Nikita, G. Matsopoulos,"Εισαγωγή στα ιατρικά απεικονιστικά συστήματα", *Εκδόσεις Ε.Μ.Π.*, 2000

[LOU02] G.K. Loudos, "Ανάπτυξη τομοσπινθηρογραφικής γ-κάμερα υψηλής ευαισθησίας και διακριτικής ικανότητας", Διδακτορική διατριβή, 2002

[KP00] D. Koutsouris, S. Pavlopoulos, "Πυρηνική ιατρική και τομογραφία SPECT", *Εκδόσεις Ε.Μ.Π.*, 2000

[KP00b] D. Koutsouris, S. Pavlopoulos, "Μέθοδοι ανακατασκευής εικόνας", *Εκδόσεις Ε.Μ.Π.*, 2000

[SV82] L.A. Shepp, Y. Vardi, "Maximum likehood reconstruction for emission tomography", *IEEE Trans.Med.Imaging* , vol. MI-1, pp.113-122,1982

[HL94] H.M. Hudson, R.S. Larkin, "Accelerated Image Reconstruction Using Ordered Subsets of Projection Data", *IEEE Trans. Medical Imaging*, 13(4): pp.601-609, Dec 1994.