



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Προσδιορισμός του Σημείου Διακλάδωσης Σαγματικού
Κόμβου για Προβλεπόμενη Ακολουθία Μελλοντικών
Φορτίσεων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δόνα Δ. Μουντούρη

Επιβλέποντες: Magnus Perninge, PhD Student, KTH Sweden
Mehrdad Ghandhari, Associate Professor, KTH Sweden
Νικόλαος Χατζηαργυρίου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2010



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Προσδιορισμός του Σημείου Διακλάδωσης Σαγματικού
Κόμβου για Προβλεπόμενη Ακολουθία Μελλοντικών
Φορτίσεων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δόνα Δ. Μουντούρη

Επιβλέποντες: Magnus Perninge, PhD Student, KTH Sweden
Mehrddad Ghandhari, Associate Professor, KTH Sweden
Νικόλαος Χατζηαργυρίου, Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 26^η Οκτωβρίου 2010.

.....
Ν.Χατζηαργυρίου
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Σ.Παπαθανασίου
Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Π. Γεωργιλάκης
Λέκτορας ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2010

.....

Δόνα Δ. Μουντούρη

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Δόνα Μουντούρη, 2010.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν η δημιουργία μίας διαδικασίας μέσω της οποίας θα εξετάζεται η ευστάθεια ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας για κάποια προβλεπόμενη ακολουθία μελλοντικής φόρτισης.

Καθώς τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας καλούνται να εξυπηρετήσουν όλο και αυξανόμενη ζήτηση ισχύος, οδηγούνται προς ένα οριακό σημείο, πέραν του οποίου η ζητούμενη ισχύς δεν μπορεί να αποδοθεί στα φορτία και το σύστημα κινδυνεύει να γίνει ασταθές. Είναι απαραίτητο κατά τον σχεδιασμό και τη λειτουργία ενός ΣΗΕ να εκτιμάται η ικανότητα του συστήματος να αντιμετωπίσει ασφαλώς μια αύξηση του φορτίου, ώστε να αποφεύγονται πιθανές καταστάσεις αστάθειας.

Το όριο φόρτισης ενός συστήματος για μια συγκεκριμένη διεύθυνση καταπόνησης προσεγγίζεται από το σημείο διακλάδωσης σαγματικού κόμβου. Στην περιοχή περίξ του σημείου αυτού η Ιακωβιανή μήτρα, που περιγράφει το σύστημα, γίνεται ιδιάζουσα. Για τον λόγο αυτό, η μέθοδος της ροής φορτίου δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί κοντά στην περιοχή του ορίου φόρτισης. Στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της συνεχόμενης ροής φορτίου για τους υπολογισμούς στη συγκεκριμένη περιοχή.

Επιπλέον, η ευστάθεια ενός συστήματος περιορίζεται από τον κορεσμό των γεννητριών ως προς την παραγωγή άεργου ισχύος. Το φαινόμενο αυτό και η επίδρασή του στα όρια φόρτισης του συστήματος συμπεριλήφθηκαν στην διαδικασία που αναπτύχθηκε.

Η προτεινόμενη διαδικασία είναι γενική και μπορεί να λειτουργήσει για οποιαδήποτε ακολουθία μελλοντικής φόρτισης. Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής υλοποιήθηκε για τα συστήματα IEEE 9 ζυγών και IEEE 39 ζυγών.

Για τον σχεδιασμό της μεθόδου καθώς και για τις υλοποιήσεις χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό πακέτο MATLAB.

Λέξεις κλειδιά: Ευστάθεια τάσης, διακλάδωση σαγματικού κόμβου, όριο φόρτισης, περιορισμοί παραγωγής άεργου ισχύος, μέθοδος συνεχόμενης ροής φορτίου

Abstract

The aim of this work was to create a procedure that can examine the stability of a system when provided with a predicted path of future loading.

As the loading of a power system increases, the system reaches a critical point, where it can no longer deliver the power demanded by the loads connected to it and for further increase of demand is prone to become unstable. It is of high importance for the operation and the planning of a power system to be able to prevent instability.

This loadability limit is well approximated by the Saddle-Node Bifurcation (SNB), an intersection point where different types of equilibria meet. At this point the system is characterized by a singular Jacobian and it loses stability in terms of voltage. Therefore the conventional load flow is no longer of use around the stability limit. In this work the continuation power flow is being used in order to estimate the loadability limit.

The loss of stability by a system becomes even more pronounced by the limitation of the reactive power that can be generated. This phenomenon has also been incorporated in the developed procedure.

The procedure created is general and can be used for any path of future loading. Numerical examples of the procedure were applied to the IEEE 9 bus system and the IEEE 39 bus system.

MATLAB was used for the creation and implementation of the procedure.

Keywords: Voltage stability, saddle node bifurcation, loadability limit, reactive power generation limit, continuation power flow

Ευχαριστίες - Acknowledgments

I would like to thank Magnus and Mehrdad for their guidance and for offering me the opportunity to experiencing this wonderful six months in Stockholm. I am also thankful to my professors in Greece N. Hatziargyriou for giving me the chance to go abroad and work on my thesis and C. Vournas for his encouragement. I also want to thank M. Voumvoulakis for his time and support during the final stage of this project.

A special thanks to all the people in the department that managed to make me feel like home and made my working time so enjoyable, especially to Camille, PV, Yuwa and Karin for being there and caring during good and bad moments.

Things would never be the same without all these new friends from Flemingsberg that in so little time became so important in my life. I am grateful to Pauline, Claudia, Annalaura and Anja for sharing every moment, Enrico for the endless hours in the Pendeltåg, Adam among other for his patience and help.

Finally, thanks to Leuteris and Nikos that managed to be next to me despite being kilometers away.

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του προγράμματος ανταλλαγής φοιτητών ERASMUS στο Kungliga Tekniska Hogskolan στη Στοκχόλμη με επιβλέποντα τον Magnus Perninge. Τόσο η βιβλιογραφία που μελετήθηκε, η επικοινωνία με τους επιβλέποντες και τέλος η συγγραφή της έγιναν με χρήση της Αγγλικής γλώσσας. Για το λόγο αυτό το παρόν τεύχος χωρίζεται σε δύο τμήματα: το πρώτο, γραμμένο στα Ελληνικά αποτελεί μια συνοπτική παρουσίαση του περιεχομένου της εργασίας και το παράρτημα, στο οποίο παρατίθεται ολόκληρο το αγγλικό κείμενο.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	Εισαγωγή.....	14
1.1	Σκοπός της εργασίας.....	15
1.2	Δομή της εργασίας.....	16
2	Παρουσίαση Θεωρητικών Στοιχείων	18
2.1	Ευστάθεια τάσης.....	18
2.2	Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς, Καμπύλες PU.....	19
2.3	Σημεία ισορροπίας και είδη αυτών	21
2.4	Διακλάδωση σαγματικού κόμβου	22
2.5	Περιορισμοί στην παραγωγή έργου ισχύος.....	22
2.6	Μέθοδος της συνεχόμενης ροής φορτίου	23
3	Η διαδικασία εκτίμησης της ευστάθειας	26
3.1	Η ακολουθία της μελλοντικής φόρτισης	26
3.2	Η διαδικασία για το σύστημα IEEE 39 ζυγών.....	27
4	Συμπεράσματα και προοπτικές.....	30
4.1	Συμπεράσματα.....	30
4.2	Προοπτικές.....	31
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ - Αγγλικό κείμενο.....	32
1	Introduction	34
1.1	Aim of the study.....	35
1.2	Outline of the thesis	36
2	Theoretical background	38
2.1	Voltage Stability	38
2.1.1	Maximum deliverable power in Single-load infinite-bus system	39
2.2	Bifurcation Theory.....	41
2.2.1	Types of equilibria	41
2.2.2	Saddle node Bifurcation	42
2.3	The Newton-Raphson load flow method	44
2.3.1	Load Flow	44
2.3.2	Newton-Raphson Method.....	46
2.4	Continuation power flow	49
2.4.1	The Predictor	50
2.4.2	Parameterization and the corrector	51

2.5	Limitation of the system due to limitations in the reactive power of the generators.....	52
3	Computation of time for a forecasted path to loss of voltage stability	56
3.1	The forecasted path	56
3.2	IEEE 9 bus system	57
3.3	IEEE 39 bus System.....	58
4	Presentation of results.....	64
4.1	IEEE 9 bus system	64
4.1.1	Continuation Power Flow.....	64
4.1.2	Calculations for forecasted load path.....	65
4.2	IEEE 39 bus system	68
4.2.1	Continuation Power Flow.....	68
4.2.2	Calculations for forecasted load path.....	69
5	Conclusions and Future Work.....	72
5.1	Conclusions.....	72
5.2	Future work	73
	Bibliography.....	74
	Appendix A.....	76
	Appendix B.....	78

1 Εισαγωγή

Σε μία εποχή όπου η ηλεκτρική ενέργεια έχει κυριαρχήσει των άλλων μορφών ενέργειας, όπου τείνουν να δημιουργούνται μεγάλα διασυνδεδεμένα συστήματα και η φόρτιση των παρόντων συστημάτων όλο και αυξάνεται είναι σαφής η ανάγκη για ανάπτυξη και επέκταση των ήδη υπάρχοντων συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Κάτι τέτοιο όμως λόγω τεχνικών, οικονομικών, περιβαλλοντικών και άλλων περιορισμών δεν είναι πάντοτε εφικτό με αποτέλεσμα τα ΣΗΕ να λειτουργούν στα περιθώρια ασφαλούς λειτουργίας τους και ανακύπτουν ζητήματα που σχετίζονται με την αποδοτική και αξιόπιστη λειτουργία τους. Στα πλαίσια αυτά προκύπτουν σημαντικότερα ζητήματα σχετιζόμενα με την ευστάθεια τάσης τους. Κάνοντας μια μακροπρόθεσμη μελέτη ευστάθειας τάσης ενός ΣΗΕ παρατηρούμε πως λόγω της αύξησης της φόρτισης τους οδηγούνται προς ένα σύνολο από ασταθή σημεία λειτουργίας.

Το κρίσιμο σημείο, στο οποίο το σύστημα περνάει από την ευστάθεια στην αστάθεια και πέραν του οποίου δεν μπορεί να αποδώσει περισσότερη ενεργό ισχύ, ονομάζεται όριο φόρτισης. Σε περίπτωση που υποθέσουμε μοντέλο φορτίου σταθερής ισχύος το όριο αυτό ταυτίζεται με το σημείο διακλάδωσης σαγματικού κόμβου. Ο καθορισμός όμως του επιπέδου φόρτισης για τον οποίο ενδέχεται να παρουσιάσει αστάθεια παρουσιάζει κάποιες δυσκολίες. Η κυριότερη δυσκολία συνίσταται στην αδυναμία της συμβατικής ροής φορτίου να υπολογίσει τις μεταβλητές κατάσταση του συστήματος όταν το αυτό λειτουργεί κοντά στο όριο φόρτισης. Στην περιοχή αυτή το σύστημα οδηγείται προς μία ιδιομορφία, όπου η ορίζουσα του Ιακωβιανού πίνακα μηδενίζεται, με αποτέλεσμα η μέθοδος Newton-Raphson να μην συγκλίνει σε κάποια λύση.

Έχει πραγματοποιηθεί εκτεταμένη έρευνα ώστε να ξεπεραστεί το εμπόδιο αυτό. Μια από τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες μεθόδους κατά την πραγματοποίηση μελέτης ευστάθειας στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας είναι η συνεχόμενη ροή φορτίου (Continuation Power Flow, CPF). Η μέθοδος αυτή, χρησιμοποιώντας τροποποιημένες τις εξισώσεις ροής φορτίου, μας παρέχει τη δυνατότητα εύρεσης των ορίων φόρτισης μέσα από τον υπολογισμό των αγνώστων τάσεων και των αγνώστων ροών ισχύος σε ένα ΣΗΕ για μια δεδομένη επιλογή παραγωγή ισχύος, τάσεων γεννητριών και ζήτησης φορτίων. Επιπλέον, έχει γίνει αρκετά εκτεταμένη έρευνα με στόχο τον υπολογισμό του ελάχιστου περιθωρίου φόρτισης, δηλαδή της ελάχιστης πρόσθετης ποσότητας ισχύος που μπορεί να προκαλέσει στο σύστημα αστάθεια τάσης. Στο [1] προτείνεται ότι για την ασφαλή

λειτουργία ενός συστήματος, η απόσταση μεταξύ του σημείου λειτουργίας και της επιφάνειας ορίων φόρτισης Σ δεν πρέπει να ξεπερνά ένα ελάχιστο όριο, αλλιώς απαιτούνται διορθωτικές κινήσεις ώστε η απόσταση αυτή να αυξηθεί. Επιφάνεια ορίων φόρτισης καλείται το σύνολο των ορίων φόρτισης ενός συστήματος όπως αυτά καθορίζονται για όλες διευθύνσεις καταπόνησης. Η παραπάνω υπόθεση αφορά ένα αρκετά συντηρητικό όριο για τη μεταφορά ισχύος. Αν και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως δείκτης για την ευστάθεια τάσης ενός συστήματος, μια τέτοια μεθοδολογία δεν λαμβάνει καθόλου υπόψη το ενδεχόμενο να υπάρχει συγκεκριμένη πρόβλεψη για την μελλοντική ζήτηση των φορτίων του. Αντιθέτως μάλιστα, σε ένα τέτοιο σενάριο η μελλοντική φόρτιση μοιάζει να θεωρείται εντελώς άγνωστη.

Κάτι τέτοιο όμως δεν αποτελεί πραγματικότητα κατά την λειτουργία των ΣΗΕ. Είναι εξαιρετικά χρήσιμο να εξετάζεται η ευστάθεια ενός συστήματος με βάση κάποια υπάρχουσα πρόβλεψη για μελλοντικές αλλαγές στη ζήτηση των φορτίων. Το γεγονός ότι η μελλοντική ζήτηση των φορτίων δεν είναι πλήρως προδιαγεγραμμένη αλλά είναι μια στοχαστική διαδικασία πρέπει επίσης να ληφθεί υπ' όψιν, ώστε το σύστημα να λειτουργεί με ασφάλεια και με μικρό ρίσκο [3]. Παρόλη τη σημασία του ο στοχαστικός χαρακτήρας της πρόβλεψης φορτίου δεν λαμβάνεται υπ' όψιν στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας.

Η ευστάθεια τάσης είναι ένα φαινόμενο άμεσα συνδεδεμένο με τους περιορισμούς στην άεργο ισχύ, αποτέλεσμα της αύξησης της ζήτησης του φορτίου, των απωλειών στις γραμμές αλλά και της έλλειψης πηγών άεργου ισχύος. Καθώς η ζητούμενη ισχύς που πρέπει να μεταφερθεί μέσω των γραμμών του συστήματος αυξάνεται απαιτείται επιπρόσθετη άεργος ισχύς από τις γεννήτριες. Ενδέχεται όμως κάποιες γεννήτριες να μην είναι σε θέση να παράγουν αυτή την επιπλέον άεργο ισχύ, καθώς λειτουργούν ήδη στο άνω όριο τους. Αν και συνήθως όταν κάποια μονάδα φτάσει στο όριο της δεν έχουμε απώλεια της ευστάθειας, υπάρχουν όμως κάποιες περιπτώσεις που το νέο σημείο λειτουργίας του συστήματος θα βρίσκεται στον ασταθές τμήμα του συνόλου των σημείων ισορροπίας με κίνδυνο να οδηγηθεί το σύστημα σε κατάρρευση τάσης [4]. Σε κάθε περίπτωση όμως το περιθώριο φόρτισης θα μειωθεί εξαιτίας του περιορισμού στην παραγόμενη άεργο ισχύ. Αυτός είναι και ο βασικός λόγος για τον οποίον πρέπει το φαινόμενο αυτό να μην αμελείται, ώστε να έχουμε μία ρεαλιστική προσέγγιση για τα όρια φόρτισης ενός ΣΗΕ.

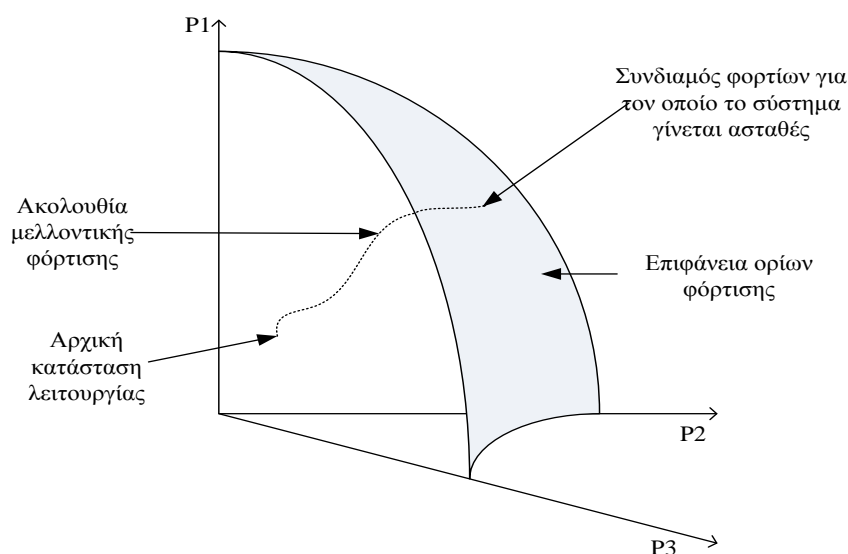
1.1 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι δημιουργία μιας διαδικασίας η οποία υπολογίζει για ποιούς συνδυασμούς φορτίων ένα σύστημα πρόκειται να γίνει ασταθές, όταν μας παρέχεται για αυτό μια διαδρομή μελλοντικών ζητήσεων φορτίου. Εξετάζεται η ευστάθεια τάσης ως προς τη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας του συστήματος, οι μεταβολές στα φορτία θεωρούνται μικρές και συντελούνται

ομαλά. Το μοντέλο για τα φορτία είναι αυτό της σταθερής ισχύος. Εξετάζονται ακόμα οι περιορισμοί στην άεργο ισχύ που μπορεί να παραχθεί από τις γεννήτριες καθώς και η επίδραση αυτών στην ευστάθεια.

Η διαδικασία εφαρμόστηκε σε δύο διαφορετικά συστήματα: σύστημα IEEE 9 ζυγών και στο IEEE 39 ζυγών New England σύστημα και όλες οι υλοποιήσεις έγιναν με χρήση του υπολογιστικού πακέτου MATLAB.

Στα πλαίσια της εργασίας οι προβλεπόμενες διαδρομές για τη ζήτηση ισχύος των φορτίων έχουν ληφθεί τυχαία, καθαρά για λόγους εφαρμογής της μεθόδου που δημιουργήθηκε και δεν αποτελούν αντικείμενο ενασχόλησης της.



Σχήμα 1.1: Προβλεπόμενη ακολουθία μελλοντικής φόρτισης και επιφάνεια ορίων φόρτισης στο χώρο των ισχύων.

1.2 Δομή της εργασίας

Κεφάλαιο 1: Συνοπτική παρουσίαση και εισαγωγή στο θέμα.

Κεφάλαιο 2: Συνοπτική παρουσίαση θεωρητικών στοιχείων.

Κεφάλαιο 3: Περιγραφή των βημάτων της διαδικασίας.

Κεφάλαιο 4: Συνοπτική παρουσίαση συμπερασμάτων και μελλοντικών προοπτικών.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Κεφάλαιο 1: Το κεφάλαιο αυτό περιλαμβάνει την εισαγωγή στο πρόβλημα καθώς και διαφορετικές προσεγγίσεις που έχουν προταθεί από την υπάρχουσα ως σήμερα βιβλιογραφία. Επίσης αναφέρονται ο σκοπός καθώς και η δομή της εργασίας.

Κεφάλαιο 2: Παρουσιάζεται όλο το θεωρητικό υπόβαθρο που χρησιμοποιήθηκε για αυτή τη μελέτη. Το παραπάνω περιλαμβάνει αναφορά στα είδη ευστάθειας, βασική παρουσίαση των μηχανισμών της θεωρίας της διακλάδωσης σαγματικού κόμβου και πώς αυτή συνδέεται με τα ΣΗΕ, παρουσίαση της μεθόδου Newton-Raphson καθώς και της συνεχόμενης ροής φορτίου και επεξήγηση της επίδρασης της περιορισμένης άεργου ισχύος που παράγεται από τις γεννήτριες στην ευστάθεια ενός ΣΗΕ.

Κεφάλαιο 3: Η προβλεπόμενη διαδρομή της ζήτησης των φορτίων. Η διαδικασία που δημιουργήθηκε για το σύστημα IEEE 9 ζυγών και για το IEEE 39 ζυγών περιγράφεται και αναλύεται στο κεφάλαιο αυτό.

Κεφάλαιο 4: Εφαρμογή των διαδικασιών που σχεδιάστηκαν για τα δύο συστήματα και παρουσίαση βήμα προς βήμα των αποτελεσμάτων. Σύγκριση μεταξύ των ορίων μεταφερόμενης ισχύος του συστήματος με και χωρίς περιορισμό στη παραγόμενη από τις γεννήτριες άεργο ισχύ.

Κεφάλαιο 5: Σε αυτό το τμήμα της εργασίας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και προτείνονται κάποιες ιδέες που θα μπορούσαν να αποτελέσουν τροφή για μελλοντική έρευνα.

2 Παρουσίαση Θεωρητικών Στοιχείων

2.1 Ευστάθεια τάσης

Τα ΣΗΕ είναι δυναμικά μη γραμμικά συστήματα τα οποία υφίστανται διαρκώς μια πληθώρα διαταραχών μικρής και μεγάλης κλίμακας, αποτέλεσμα των αλλαγών στη ζήτηση, από διακοπές ή ζεύξεις στοιχείων του συστήματος, βραχυκυκλώματα και άλλα σφάλματα. Απαραίτητη όμως ιδιότητα που πρέπει να διέπει τη λειτουργία του είναι η ευστάθεια. Στο σημείο αυτό χρειάζεται να ορίσουμε τι εννοούμε με τον όρο ευστάθεια:

Ως *ευστάθεια* μπορεί να οριστεί η ικανότητα ενός συστήματος, που ενώ λειτουργεί σε κάποια μόνιμη κατάσταση, υφίσταται κάποια διαταραχή, να επανέλθει είτε στην ίδια είτε σε κάποια νέα μόνιμη κατάσταση λειτουργίας.

Το φαινόμενο της ευστάθειας μπορεί να χωριστεί στις παρακάτω κατηγορίες:

Ευστάθεια μεγάλων διαταραχών ή μεταβατική ευστάθεια: αναφέρεται στη ικανότητα του συστήματος να επανέλθει σε κανονική λειτουργία μετά από κάποια μεγάλη και απότομη διαταραχή, η οποία μπορεί να είναι αποτέλεσμα ή να συνεπάγεται μεταβολή των στοιχείων που συνθέτουν το σύστημα. Τέτοια μεταβολή θα μπορούσε να είναι ένα βραχυκύκλωμα. Η ευστάθεια αυτού του τύπου βρίσκεται σε άμεση εξάρτηση από το μέγεθος και το είδος της μεταβολής. Η περίοδος εξέτασης του παραπάνω φαινομένου μπορεί να εκτινεται από λίγα δευτερόλεπτα ως μερικά δέκατα του λεπτού.

Ευστάθεια μονίμου καταστάσεως ή στατική ευστάθεια αναφέρεται στη ικανότητα ενός συστήματος να διατηρεί ικανοποιητικά επίπεδα τάσης όταν υπόκειται σε μικρές και βαθμιαίες διαταραχές. Συνήθεις τέτοιες διαταραχές είναι οι στοιχειώδεις αλλαγές στο φορτίο του συστήματος. Αυτός ο τύπος ευστάθειας εξαρτάται από το εξεταζόμενο σημείο λειτουργίας και όχι από τη διαταραχή.

Τα φαινόμενα ευστάθειας των ΣΗΕ μπορούν να κατηγοριοποιηθούν και με βάση τα εμπλεκόμενα φαινόμενα σε: ευστάθεια γωνίας δρομέα, ευστάθεια συχνότητας και ευστάθεια τάσης.

Ως ευστάθεια τάσης ορίζεται η ικανότητα ενός συστήματος να διατηρεί ικανοποιητικά επίπεδα τάσης σε όλους τους ζυγούς εφόσον υποστεί μια διαταραχή από κάποια αρχική μόνιμη κατάσταση λειτουργίας. Η αστάθεια τάσης πηγάζει

κυρίως από την προσπάθεια των δυναμικών του φορτίου να αποκαταστήσουν την κατανάλωση ισχύος πέρα από τη ικανότητα φόρτισης του συστήματος. Για τον λόγο αυτό το φαινόμενο πολλές φορές καλείται και «αστάθεια φορτίου». Σε καμία όμως περίπτωση δεν πρέπει να θεωρήσουμε ότι τα φορτία είναι οι μοναδικοί παράγοντες που ελέγχουν το φαινόμενο. Τα συστήματα μεταφοράς κατέχουν και αυτά με τη σειρά τους ένα πολύ σημαντικό ρόλο. Έχουν μειωμένη ικανότητα για μεταφορά ισχύος και ο περιορισμός αυτός καθορίζει το όριο ευστάθειας. Τέλος, ούτε οι γεννήτριες μπορούν να θεωρηθούν ιδανικές πηγές τάσεις.

Είναι φανερό πως τα προβλήματα που σχετίζονται με την αστάθεια τάσης μπορούν να διαρκέσουν από μερικά δευτερόλεπτα έως και λίγα λεπτά. Κάνοντας ένα διαχωρισμό ως προς τη χρονική κλίμακα εξέλιξης του φαινομένου μπορούμε να αναφερθούμε σε βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσης.

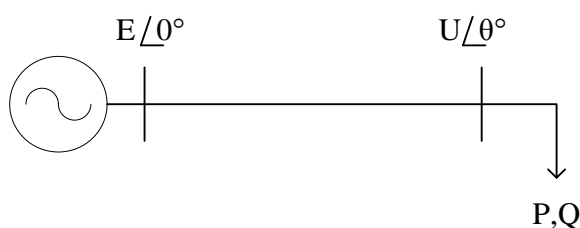
Βραχυπρόθεσμη ευστάθεια τάσης σχετίζεται με τα δυναμικά φορτία ταχέως αποκρινόμενα, όπως οι κινητήρες επαγωγής και οι μετατροπείς HVDC.

Μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσης αφορά τον βραδέως αποκρινόμενο εξοπλισμό όπως οι μετασχηματιστές με ΣΑΤΦ και τα θερμοστατικά φορτία. Σε πολλές περιπτώσεις μια στατική ανάλυση ευστάθειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να εκτιμηθούν τα περιθώρια ευστάθειας και να αναγνωριστούν οι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν την ευστάθεια ενός συγκεκριμένου συστήματος [5].

Για την περαιτέρω κατανόηση του φαινομένου της ευστάθειας είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός των ορίων ενός συστήματος.

2.2 Μέγιστη Μεταφερόμενη Ισχύς, Καμπύλες P-U

Θεωρούμε το σύστημα άπειρου ζυγού και απομονωμένου φορτίου, όπως αυτό απεικονίζεται παρακάτω. Η τάση του άπειρου ζυγού λαμβάνεται ως σημείο αναφοράς. Χωρίς βλάβη της γενικότητας η αντίσταση της γραμμής μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα:



Σχήμα 2.1: Σύστημα άπειρου ζυγού – απομονωμένου φορτίου

Οπότε για την τάση στο ζυγό του φορτίου ισχύει:

$$\bar{U} = \bar{E} - jX\bar{I} \quad (2.1)$$

Και η φαινόμενη ισχύς που απορροφάται από το φορτίο δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U}\bar{I}^* = \bar{U} \frac{\bar{E}^* - \bar{U}^*}{-jX} = \frac{j}{X} (EU \cos \theta + jEU \sin \theta - U^2) \quad (2.2)$$

Αν η (2.2) αναλυθεί σε φανταστικό και πραγματικό μέρος, έχουμε για την ενεργό και την άεργο ισχύ αντίστοιχα ότι:

$$\begin{aligned} P &= -\frac{EU}{X} \sin \theta \\ Q &= -\frac{U^2}{X} + \frac{EU}{X} \cos \theta \end{aligned} \quad (2.3)$$

Με απαλοιφή από τις σχέσεις (2.3) της γωνίας θ , προκύπτει σχέση για την τάση στο ζυγό του φορτίου, πρόκειται για την παρακάτω διτετράγωνη εξίσωση:

$$(U^2)^2 + (2QX - E^2)U^2 + X^2(P^2 + Q^2) = 0 \quad (2.4)$$

Για να υπάρχει τουλάχιστον μία πραγματική λύση αρκεί:

$$(2QX - E^2)^2 - 4X^2(P^2 + Q^2) \geq 0 \quad (2.5)$$

Εάν η συνθήκη είναι ίση με το μηδέν προκύπτουν τα ζευγάρια P, Q για τα οποία έχουμε τη μέγιστη δυνατή μεταφερόμενη ισχύ. Η εξίσωση (2.4) λύνεται ως προς την τάση:

$$U = \sqrt{\frac{E^2}{2} - QX} \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - X^2P^2 - XE^2Q} \quad (2.6)$$

Η εξίσωση ορίζει μία δυοδιάστατη επιφάνεια στον τρισδιάστατο χώρο (P, U, Q) . Το πάνω μέρος της επιφάνειας αυτής αντιστοιχεί στις λύσεις με το θετικό πρόσημο, δηλαδή σε υψηλές τιμές τάσης κοντά στη φυσιολογική λειτουργία, ενώ η λύση με το αρνητικό πρόσημο στις χαμηλές τάσεις λειτουργίας. Με προβολή της επιφάνειας στο (P, U) επίπεδο προκύπτουν οι καμπύλες τάσης φορτίου και ενεργού ισχύος για τους διάφορους συντελεστές φορτίου. Οι καμπύλες αυτές είναι ευρέως γνωστές ως PU καμπύλες και είναι πολύ σημαντικές για την κατανόηση του φαινομένου της ευστάθειας τάσης. Το σημείο της καμπύλης στο οποίο το σύστημα χάνει την ευστάθεια του είναι το σημείο διακλάδωσης σαγματικού κόμβου. Αντιπροσωπεύει την κατάσταση λειτουργίας του συστήματος με τη μέγιστη δυνατή μεταφερόμενη ενέργεια και σε ορισμένες περιπτώσεις ταυτίζεται με το όριο φόρτισης του συστήματος.

2.3 Σημεία ισορροπίας και είδη αυτών

Κάθε δυναμικό σύστημα μπορεί να περιγραφεί από n μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.7)$$

Ας θεωρήσουμε ότι η $f(x)$ πληρεί τις αναγκαίες συνθήκες για την ύπαρξη λύσης. Ένα σημείο x^* καλείται σημείο ισορροπίας των (2.7) εάν $f(x^*) = 0$. Τα σημεία αυτά διαχωρίζονται σε ευσταθή και ασταθή σημεία ισορροπίας. Ένα σημείο χαρακτηρίζεται ως τοπικά ευσταθές αν κάθε λύση με αρχικές συνθήκες στη γειτονιά του x^* , παραμένει πλησίον του x^* για κάθε $t > 0$. Το σημείο ισορροπίας καλείται ασυμπτωτικά ευσταθές εάν κάθε λύση $x(t) \rightarrow x^*$ για $t \rightarrow \infty$ [7].

Σε αντίθεση με τα γραμμικά συστήματα, στα μη γραμμικά συστήματα ο αριθμός των σημείων ισορροπίας ποικίλει. Ενδέχεται να έχουν ένα, περισσότερα του ενός ή και κανένα σημείο ισορροπίας και η περιοχή έλξης τους μπορεί να είναι πεπερασμένη. Συνεπώς από αυτά δεν μπορούμε να αποφανθούμε για την ευστάθεια του συστήματος. Ωστόσο μπορεί κανείς να αποφανθεί για την ευστάθεια των σημείων ισορροπίας, αν φυσικά υπάρχουν τέτοια, εξετάζοντας το γραμμικοποιημένο σύστημα σε μία περιοχή γύρω από το x^* . Έτσι αν A είναι ο Ιακωβιανός πίνακας του γραμμικοποιημένου συστήματος, το είδος του σημείου καθορίζεται με βάση τις ιδιοτιμές του.

- Εάν όλες οι ιδιοτιμές του A έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη, το σημείο ισορροπίας x^* είναι *ασυμπτωτικά ευσταθές*
- Εάν έστω και μια ιδιοτιμή του A έχει θετικό πραγματικό μέρος, το σημείο ισορροπίας x^* είναι *ασταθές*

Τα ασυμπτωτικά ευσταθή σημεία ισορροπίας καλούνται *καταβόθρες* ή *ευσταθείς κόμβοι*. Αν όλες οι ιδιοτιμές έχουν θετικά πραγματικά μέρη τότε καλούνται *εστίες* ή *ασταθείς κόμβοι*. Ενώ αν μερικές ιδιοτιμές έχουν θετικά πραγματικά μέρη και οι υπόλοιπες αρνητικά, το ασταθές σημείο καλείται *σαγματικός κόμβος*.

Χρήζει ιδιαίτερης προσοχής το γεγονός ότι η γραμμικοποίηση δεν προσφέρει καμιά πληροφορία σχετικά με την ευστάθεια ενός σημείου ισορροπίας, όταν ο αντίστοιχος Ιακωβιανός πίνακας έχει μία ή περισσότερες ιδιοτιμές με μηδενικό πραγματικό μέρος. Σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει κανείς να καταφύγει στον ορισμό της ευστάθειας που για να μπορέσει να αποφανθεί για το είδος της.

Οι παραπάνω τύποι κόμβων φαίνονται στην Εικόνα 2.2 του Παραρτήματος.

2.4 Διακλάδωση σαγματικού κόμβου

Οι διακλαδώσεις είναι μια έννοια η οποία εμφανίζεται σε μη γραμμικά συστήματα που έχουν εξάρτηση από τις τιμές κάποιων παραμέτρων, με αποτέλεσμα μικρή μεταβολή των τιμών αυτών των παραμέτρων να οδηγεί σε αλλαγή της ποιοτικής δομής του συστήματος. Με τον όρο ποιοτική δομή εννοούμε:

- Αριθμό σημείων ισορροπίας
- Αριθμό οριακών κύκλων
- Είδος ευστάθειας σημείων ισορροπίας και οριακών κύκλων
- Περίοδος περιοδικών λύσεων

Στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας οι διακλαδώσεις που εμφανίζονται πιο συχνά και παίζουν σημαντικό ρόλο στην ευστάθεια τάσης, είναι αυτές του Σαγματικού Κόμβου.

Η διακλάδωση σαγματικού κόμβου εμφανίζεται όταν δυο σημεία ισορροπίας συγκρούονται και εξαφανίζονται (ή αναδύονται ταυτόχρονα). Ένα από τα σημεία ισορροπίας έχει ιδιοτιμή με θετικό πραγματικό μέρος και το άλλο, ιδιοτιμή με αρνητικό πραγματικό μέρος και τα δύο μηδενίζόμενα στο σημείο της διακλάδωσης. Αν επιπλέον όλες οι υπόλοιπες ιδιοτιμές του συστήματος έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος τότε το ένα από τα δύο σημεία ισορροπίας που συμμετέχουν στην διακλάδωση είναι ευσταθές και το άλλο είναι ασταθές.

Αναγκαίες συνθήκες για να έχουμε διακλάδωση σαγματικού κόμβου είναι οι εξής:

$$f(x^*, \mu) = 0 \quad (2.8a)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (2.9b)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mu} \neq 0 \quad (2.10c)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \neq 0 \quad (2.11d)$$

2.5 Περιορισμοί στην παραγωγή έργου ισχύος

Ας θεωρήσουμε ένα ΣΗΕ το οποίο βρίσκεται σε ένα αρχικό σημείο λειτουργίας και η ισχύς του αυξάνεται σταδιακά. Το σύστημα αυτό θα προσεγγίζει σταδιακά το όριο φόρτισής του. Καθώς η φόρτιση του συστήματος αυξάνεται απαιτείται όλο και περισσότερη άεργος ισχύς ώστε να μεταφερθεί η ζητούμενη ενεργός. Ενδέχεται όμως κάποια από τις γεννήτριες του συστήματος να μην είναι σε θέση να παράγει την απαιτούμενη επιπλέον άεργο ισχύ καθώς η διέγερση της βρίσκεται ήδη στο άνω όριο της. Σε μία τέτοια περίπτωση η τάση στο ζυγό της γεννήτριας παύει να είναι σταθερή, ο ζυγός στον οποίο είναι συνδεδεμένη πρέπει πλέον να θεωρείται PQ και όχι PU ζυγός και οι εξισώσεις ροής φορτίου του συστήματος πρέπει να

επαναπροσδιοριστούν. Οι δομικές αυτές αλλαγές ενδέχεται να οδηγήσουν το σύστημα σε δύο διαφορετικά σενάρια: μετατόπιση της ευστάθειας τάσης ή αστάθεια.

Στη πρώτη περίπτωση, όταν η γεννήτρια φτάσει τη μέγιστη παραγωγή έργου ισχύος, οι λύσεις του συστήματος θα μετατοπιστούν από την αρχική τροχιά (καμπύλη α στο Σχήμα 2.5 του παρατήματος) πάνω στην οποία κινούταν ως τώρα, και η οποία ανταποκρινόταν σε απεριόριστη παραγωγή έργου ισχύος, και σε μία νέα (καμπύλη β στο ίδιο σχήμα). Το σημείο διακλάδωσης σαγματικού κόμβου της νέας τροχιάς πάνω στην οποία κινούνται πλέον οι λύσεις (σημείο Β), που είναι άλλωστε και το όριο φόρτισης του συστήματος, βρίσκεται εγγύτερα στο σημείο λειτουργίας από ότι το αρχικό όριο φόρτισης του συστήματος (σημείο Α). Ωστόσο οι μεταβλητές του συστήματος ανήκουν ακόμα στο άνω τμήμα της PU καμπύλης. Συνεπώς αν και για το σύστημα έχει μειωθεί το περιθώριο ευστάθειας του, παραμένει ευσταθές.

Στην δεύτερη περίπτωση, το σημείο ισορροπίας του συστήματος θα μετακινηθεί σε μία τροχιά της οποίας το σημείο διακλάδωσης σαγματικού κόμβου βρίσκεται σε υψηλότερη τάση από το αρχικό σημείο διακλάδωσης (σημεία Β και Α αντιστοίχα από το Σχήμα 2.6 του παρατήματος). Πλέον οι μεταβλητές του συστήματος ανήκουν στον κάτω κλάδο της PU καμπύλης. Το γεγονός αυτό οδηγεί το σύστημα σε μη αποδεκτά χαμηλές τάσεις και αστάθεια. Στην περίπτωση αυτή το όριο φόρτισης του συστήματος δεν είναι πλέον κάποιο σημείο διακλάδωσης σαγματικού κόμβου αλλά η ισχύς για την οποία η γεννήτρια έφτασε στο μέγιστο της παραγωγής έργου ισχύος.

2.6 Μέθοδος της συνεχόμενης ροής φορτίου

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας χρησιμοποιήθηκε η συμβατική ροή φορτίου με χρήση της μεθόδου Newton – Raphson, η οποία περιγράφεται αναλυτικά στην ενότητα 2.3 του Παρατήματος και η μέθοδος της συνεχόμενης ροή φορτίου, ενότητα 2.4, η θα παρουσιαστεί σε αυτό το σημείο συνοπτικά.

Η συνεχόμενη ροή φορτίου (CPF) όπως δηλώνει και το όνομα της είναι μία μεθοδολογία ανάλυσης ροών φορτίου η οποία μας παρέχει τη δυνατότητα υπολογισμού των ορίων φόρτισης ενός συστήματος για μια δεδομένη επιλογή ισχύων παραγωγής, τάσεων γεννητριών και φορτίων.

Το μοντέλο μόνιμης κατάστασης ενός ΣΗΕ μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$F(x, l) = 0 \quad (2.39)$$

Όπου το διάνυσμα x περιλαμβάνει τις τάσεις και τις γωνίες των τάσεων των ζυγών και το διάνυσμα l περιλαμβάνει τις ενεργές ισχύεις. Οι κόμβοι στους οποίους γίνεται έγχυση σταθερής ποσότητας ενεργού ισχύος και κόμβοι με μηδενικές εγχύσεις δεν πρέπει να συμπεριλαμβάνονται.

Η ζήτηση των ζυγών για ενεργό και άεργο ισχύ μοντελοποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned} P_{Li} &= P_{Loi} + \mu P_{li} \\ Q_{Li} &= Q_{Loi} + \mu Q_{li} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Όπου μ είναι παράμετρος που εκφράζει τον βαθμό της καταπόνησης και P_{li} η διεύθυνση της καταπόνησης. Ακόμα $Q_{li} = \frac{Q_{Lo}}{P_{Lo}} P_{li}$ ώστε ο συντελεστής ισχύος να διατηρείται σταθερός.

Στη συνέχεια οι εξισώσεις της ροής φορτίου τροποποιούνται ώστε να περιλαμβάνουν την παράμετρο μ .

$$F(\theta, U, \mu) = 0, \quad 0 \leq \mu \leq \mu_{crit} \quad (2.41)$$

Η CPF ξεκινάει από μια γνωστή κατάσταση λειτουργίας, για την οποία όλες οι τιμές έχουν υπολογιστεί με τη συμβατική ροή φορτίου και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας μια τεχνική πρόβλεψης – διόρθωσης υπολογίζει τα σημεία λειτουργίας για τα υπόλοιπα επίπεδα ισχύος.

Ωστόσο καθώς η διαδικασία αυτή οδηγείται κοντά σε μια ιδιομορφία όπου η ορίζουσα του Ιακωβιανού πίνακα μηδενίζεται, η αριθμητική μέθοδος επίλυσης ως προς τις μεταβλητές κατάστασης x αποκλίνει. Η μέθοδος της συνέχειας βασίζεται στην αλλαγή των τιμών των γνωστών και αγνώστων μεταβλητών. Υποθέτουμε δηλαδή γνωστή την τιμή μιας μεταβλητής (την οποία υπό κανονικές συνθήκες θα θεωρούσαμε άγνωστη) και λύνουμε ως προς την παράμετρο μ την οποία υπό κανονικές συνθήκες θα θεωρούσαμε δεδομένη. Η χρήση της μεθόδου αυτής επιτρέπει τη λύση των εξισώσεων $F(\theta, U, \mu) = 0$ ακόμη και στα ιδιόμορφα σημεία δεδομένου ότι αυτά, λόγω της εναλλαγής των μεταβλητών, δεν είναι πλέον ιδιόμορφα για το τροποποιημένο σύστημα των εξισώσεων.

Η μέθοδος υπέστη μικρές τροποποιήσεις ώστε να περιλαμβάνει τους επιπλέον περιορισμούς που εισάγονται στα όρια φόρτισης του συστήματος από την περιορισμένη ικανότητα των γεννητριών για παραγωγή άεργου ισχύος.

3 Η διαδικασία εκτίμησης της ευστάθειας

3.1 Η ακολουθία της μελλοντικής φόρτισης

Για τους σκοπούς της εργασίας αυτής, τα μελλοντικά φορτία θεωρήθηκαν ομαλά αυξανόμενα. Οι συναρτήσεις αύξησης της ζήτησης των ζυγών θεωρήθηκαν γνησίως αύξουσες και ήταν της μορφής:

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma \quad (3.1)$$

Ως ανεξάρτητη μεταβλητή, x , μπορεί να ληφθεί ο χρόνος δεδομένου ότι τα φορτία μεταβάλλονται με την πάροδο του. Είναι απαραίτητο να γίνει σαφές πως ούτε η μορφή της συνάρτησης ζήτησης ούτε οι συντελεστές που χρησιμοποιούνται σε αυτήν είναι προς εξέταση στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής. Η διαδικασία που δημιουργήθηκε λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο για οποιαδήποτε πολυωνυμική, εκθετική ή άλλη ντετερμινιστική γνησίως αύξουσα συνάρτηση.

Για να γίνει κατανοητό πως από τις συναρτήσεις ζήτησης φορτίου του κάθε ζυγού καταλήγουμε στους συνδυασμούς φορτίων (ακολουθία μελλοντικής φόρτισης) για την οποία θα εξετασθεί η ευστάθεια του συστήματος, θα χρησιμοποιήσουμε το σύστημα IEEE 9 ζυγών. Το συγκεκριμένο σύστημα αποτελείται από έξι PQ ζυγούς σε τρεις εκ των οποίων είναι συνδεδεμένα φορτία. Θεωρούμε την εξίσωση $f_1(t) = \alpha_1 t^2 + \beta_1 t + \gamma_1$ ως τη ζήτηση φορτίου στο ζυγό 5, τη $f_2(t) = \alpha_2 t^2 + \beta_2 t + \gamma_2$ στο ζυγό 6 και η $f_3(t) = \alpha_3 t^2 + \beta_3 t + \gamma_3$ στο ζυγό 8. Συνδυάζοντας τις παραπάνω συναρτήσεις, δημιουργείται στο χώρο των φορτίων η διαδρομή της μελλοντικής φόρτισης του συστήματος. Θα μετακινούμαστε πάνω στη διαδρομή που μόλις ορίσαμε με βήμα $\Delta P = \sigma$, τιμή η οποία καθορίζεται εξωτερικά από τον χρήστη του προγράμματος, τα παραπάνω απεικονίζονται στο Σχήμα 3.1 του παραρτήματος.

Χρησιμοποιείται η f-solve του MATLAB για να προσδιοριστεί ο χρόνος t_{i+1} για τον οποίο έχουμε λύση της εξίσωσης:

$$\sqrt{(f_1(t_i) - f_1(t_{i+1}))^2 + (f_2(t_i) - f_2(t_{i+1}))^2 + (f_3(t_i) - f_3(t_{i+1}))^2} - \sigma = 0 \quad (3.2)$$

Η τιμή $f_k(t_i)$, θεωρείται γνωστή από το προηγούμενο βήμα και σε πρώτο επίπεδο από τις αρχικές τιμές των φορτίων. Εφόσον υπολογιστεί ο χρόνος t_{i+1} στη συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές των $f_1(t_{i+1})$, $f_2(t_{i+1})$ και $f_3(t_{i+1})$ και τελικά κατασκευάζεται ένας πίνακας που περιέχει τις συντεταγμένες των προς εξέταση σημείων στο χώρο των φορτίων.

$$\begin{bmatrix} PL5_1 & PL5_2 & \dots & PL5_n \\ PL6_1 & PL6_2 & \dots & PL6_n \\ PL8_1 & PL8_2 & \dots & PL8_n \end{bmatrix}_{3 \times n}$$

Όπου n είναι ένας άγνωστος αριθμός βημάτων που απαιτούνται έως ότου το σύστημα να φτάσει και να ξεπεράσει το όριο μεταφερόμενης ισχύος του. Ο αριθμός αυτός μπορεί επίσης να δοθεί προσεγγιστικά αρχικά από τον χρήστη και βρίσκεται σε άμεση εξάρτηση από το είδος των συναρτήσεων που λαμβάνονται ως πρόβλεψη για το φορτίο και από το μέγεθος του βήματος.

Στη συνέχεια θα περιγράψουμε τη διαδικασία ελέγχου της ευστάθειας του συστήματος καθώς η φόρτιση αυτού μεταβάλλεται.

3.2 Η διαδικασία για το σύστημα ΙΕΕΕ 39 ζυγών

Καταπονώντας το σύστημα προς διάφορες κατευθύνσεις με χρήση της CPF παρατηρήθηκε πως, σε αντίθεση με το σύστημα των 9 ζυγών, οι γεννήτριες φτάνουν το μέγιστο των δυνατοτήτων τους σε παραγόμενη άεργο ισχύ ακόμα και για πολύ μικρή αύξηση στη φόρτιση του συστήματος ακόμα και αν βρισκόμαστε πολύ κοντά στην αρχική κατάσταση λειτουργίας, κάτι τέτοιο βέβαια δεν συνεπάγεται απώλεια της ευστάθειας. Παρόλα αυτά για να υπολογίσουμε όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικά τα επίπεδα των τάσεων για τη συγκεκριμένη ζήτηση απαιτείται να συνυπολογίσουμε και το συγκεκριμένο φαινόμενο.

Ξεκινώντας από το αρχικό σημείο λειτουργίας η μέθοδος υπολογίζει τη ροή φορτίου για κάθε συνδυασμό φορτίων της διαδρομής. Εάν η ροή φορτίου συγκλίνει σε ένα αποτέλεσμα τότε η μέθοδος προχωράει στον επόμενο συνδυασμό φορτίων. Εάν η παραγωγή άεργου ισχύος υπερβαίνει τα όρια υπερφόρτισης μίας ή παραπάνω γεννητριών, τότε ο συγκεκριμένος ζυγός, j , στον οποίο είναι συνδεδεμένη η γεννήτρια θεωρείται πλέον PQ ζυγός, η τάση του U_j δεν θεωρείται πλέον σταθερή και προστίθεται στις μεταβλητές του συστήματος. Οι τιμές των μεταβλητών δεν επαναυπολογίζονται για το συγκεκριμένο συνδυασμό ζήτησης των φορτίων, διότι λύνοντας τη ροή φορτίου για το επόμενο σημείο της ακολουθίας φόρτισης, το σημείο λειτουργίας του συστήματος θα βρίσκεται πάνω στη σωστή τροχιά, αυτή με τη γεννήτρια j στο μέγιστο της παραγωγής της σε άεργο ισχύ. Όσα περιγράφηκαν παραπάνω απεικονίζονται και στο σχήμα 3.3 του παραρτήματος για

τα σημεία D και E. Το σημείο D δεν βρίσκεται πάνω στην τροχιά για την οποία η γεννήτρια k λειτουργεί στο άνω όριο της, αλλά το σημείο E βρίσκεται.

Ύστερα από αρκετά βήματα φτάνουμε σε κάποιο συνδυασμό φορτίων για τον οποίο η Newton-Raphson δεν συγκλίνει πλέον σε κάποια λύση. Στο Σχήμα 3.3 το σημείο J αντιστοιχεί σε ζήτηση ισχύος την οποία πλέον το σύστημα δεν είναι σε θέση να αποδώσει στα φορτία. Μια πιθανή λύση θα ήταν να γυρίσουμε πίσω στο σημείο H για το οποίο το σύστημα είχε λύση και να εφαρμόσουμε από το σημείο αυτό την CPF με διεύθυνση καταπόνησης όπως ορίζεται από τη σχέση (3.3).

Υπάρχει όμως η πιθανότητα για τα συγκεκριμένα φορτία, σημείο H, η ζητούμενη άεργος ισχύς να περνάει το όριο υπερφόρτισης κάποιας γεννήτριας, $Q_j > Q_{jmax}$. Εάν πρόκειται να αρχίσουμε από το σημείο αυτό την CPF πρέπει να υπολογιστούν οι ορθές τιμές των μεταβλητών του συστήματος, οι οποίες να συμπεριλαμβάνουν και τους περιορισμούς στην άεργο ισχύ. Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι πάντα εφικτό. Όπως εξηγήθηκε ήδη, το σύστημα θα μεταπηδήσει σε μια νέα τροχιά, με ένα νέο σημείο ισορροπίας το οποίο ενδέχεται να βρίσκεται πολύ κοντά στο κρίσιμο σημείο ή και στο ασταθές τμήμα της καμπύλης των λύσεων, και κατά συνέπεια έξω από το πεδίο σύγκλισης της συμβατικής ροής φορτίου.

Για το παραπάνω λόγο απαιτείται να επιλεγεί κάποιο άλλο σημείο ως σημείο εκκίνησης της CPF. Μια εξαιρετικά κατάλληλη επιλογή σημείου θα μπορούσε να είναι το σημείο λειτουργίας $P_{Q_j=Q_{jmax}}$, σημείο μεταξύ των G και H όπου $Q_j = Q_{jmax}$. Το σημείο αυτό όμως δεν μπορεί να υπολογιστεί με ευκολία. Στη συγκεκριμένη εργασία χρησιμοποιήθηκαν δύο μεθοδολογίες για την επιλογή του σημείου εκκίνησης.

Μέθοδος A: Επιστρέφουμε στο σημείο G, χωρίς να παραμελήσουμε να επαναπροοδιορίσουμε τους ζυγούς PU και PQ, και ο υπολογισμός της ροής φορτίου με χρήση της CPF ξεκινάει από αυτό.

Μέθοδος B: Επιστρέφουμε στο σημείο G και στη συνέχεια με μικρότερο βήμα $\Delta P = \sigma'$ κινούμαστε πάνω στην προβλεπόμενη ακολουθία. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να υπολογίσουμε ένα σημείο ισορροπίας εγγύτερα στο $P_{Q_j=Q_{jmax}}$ και να εφαρμόσουμε από εκεί την CPF. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου όταν το σημείο $P_{Q_j=Q_{jmax}}$ βρήσκειται πλησιέστερα στο H παρά στο G.

4 Συμπεράσματα και προοπτικές

4.1 Συμπεράσματα

Στα πλαίσια της διπλωματικής δημιουργήθηκε μία διαδικασία, η οποία δεδομένης μιας ακολουθίας μελλοντικών φορτίσεων ενός συστήματος, είναι σε θέση να υπολογίζει σε σύντομο χρονικό διάστημα το όριο φόρτισης του συστήματος αυτού. Η διαδικασία σχεδιάστηκε έτσι ώστε να λαμβάνονται υπόψη στους υπολογισμούς οι περιορισμοί στην παραγωγή άεργου ισχύος όπως αυτοί ορίζονται για κάθε σύστημα. Η μέθοδος υλοποιήθηκε σε δύο συστήματα, το IEEE 9 bus system και το IEEE 39 bus system.

Αρχικά η μέθοδος συνεχόμενης ροής φορτίου (CPF) χρησιμοποιήθηκε με τρόπο ώστε να υπολογίζει τα όρια φόρτισης και για συστήματα με περιορισμό στην άεργο ισχύ τους. Η CPF εφαρμόστηκε στα συστήματα και έγινε μια προσπάθεια για εντοπισμό των πιο κρίσιμων για την ευστάθεια ζυγών. Το σύστημα των 39 ζυγών είναι ένα εξαιρετικά περίπλοκο και για αυτό ήταν δύσκολο να αποκομίσουμε κάποια σαφή συμπεράσματα για τους ζυγούς του. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στον υπολογισμό των επιπέδων φόρτισης για τα οποία οι γεννήτριες του συστήματος έφταναν στο όριο υπερφόρτισης τους και στη κατανόηση της επίδρασης του φαινομένου αυτού στην ευστάθεια του αντίστοιχου συστήματος.

Στη συνέχεια αφού σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε η διαδικασία στο υπολογιστικό περιβάλλον MATLAB, δοκιμάστηκαν διαφορετικού μεγέθους βήματα. Παρατηρήθηκε ότι η αύξηση του μεγέθους του βήματος δεν οδηγεί κατ' ανάγκην στη μείωση του αριθμού των βημάτων. Ο λόγος για το παραπάνω είναι ότι η διαδικασία αποτελείται από δύο ανταγωνιστικές όσον αφορά τον αριθμό των βημάτων διαδικασίες: τη συμβατική ροής φορτίου και τη CPF. Τέλος παρατηρήθηκε όπως αναμενόταν αύξηση της ακρίβειας με τη χρήση βήματος μικρότερου μεγέθους.

Καθώς η ζήτηση για φορτίο των ζυγών αυξανόταν σύμφωνα με την προβλεπόμενη ακολουθία φόρτισης, υπήρχε ένας συνδυασμός για τον οποίο η ροή φορτίου δεν μπορούσε πλέον να συγκλίνει σε καμία λύση και γινόταν απαραίτητη η χρήση της CPF. Για να βρεθεί το πλέον κατάλληλο σημείο εκκίνησης για τη CPF, προτάθηκαν δύο προσεγγίσεις. Μέθοδος Α: Χρήση ως σημείο εκκίνησης τον

τελευταίο συνδυασμό ζητούμενου φορτίου για τον οποίο η ροή φορτίου μπορούσε να υπολογίσει κάποια λύση. Μέθοδος B: Καθορισμός ενός νέου βήματος μικρότερου μεγέθους και ξεκινώντας από το ίδιο σημείο με την μέθοδο A και προσεγγίζοντας με αυτό πλέον το όριο φόρτισης πριν την έναρξη της CPF. Για το συγκεκριμένο σύστημα και τις ακολουθίες φόρτισης που δοκιμάστηκαν, παρατηρήθηκαν πολύ μικρές διαφορές στον αριθμό των βημάτων και των αποτελεσμάτων. Σε γενικές γραμμές, η Μέθοδος A χαρακτηρίζεται από ένα απλούστερο σκεπτικό από τη μέθοδο B, αλλά συχνά οδηγεί σε σημαντική αύξηση του αριθμού των απαιτούμενων βημάτων και σε μικρές απώλειες στο ζήτημα της ακρίβειας.

Κάνοντας σύγκριση της λειτουργίας του ίδιου συστήματος για λειτουργία υπό συνθήκες περιορισμένης και απεριόριστης άεργου ισχύος, καταλήξαμε στο εξής συμπέρασμα:

- Γεννήτριες άεργου ορίου ισχύος επηρεάζει το φορτίο ενεργό όριο ισχύος, μειώνοντας το μέγεθός του.

4.2 Προοπτικές

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί μια βάση για αντίστοιχες μεθόδους εκτίμησης της στατικής ευστάθειας ενός συστήματος, όταν παρέχεται η πρόβλεψη για τη μελλοντική ζήτηση. Προτάσεις για μελλοντικές βελτιώσεις και επεκτάσεις της συνοψίζονται στα ακόλουθα:

Πρώτα από όλα, θα ήταν εξαιρετικά χρήσιμη η δημιουργία ενός προτύπου σύμφωνα με το οποίο θα αλλάζει το μέγεθος του βήματος ΔP καθώς το σύστημα πλησιάζει το όριο φόρτισης του. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να μειωθεί ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος και να αυξηθεί η ακρίβεια των αποτελεσμάτων

Η μελλοντική ζήτηση των φορτίων συνήθως δεν ακολουθεί μια πλήρως προβλέψιμη διαδρομή, όπως θεωρήσαμε ως δεδομένο για την παρούσα εργασία. Ήδη στην βιβλιογραφία προτείνονται διάφοροι τρόποι για την μοντελοποίηση των ασαφειών αυτών, με συνηθέστερη τη Brownian motion[14]. Το γεγονός αυτό χρειάζεται να ενσωματωθεί σε αντίστοιχες μελέτες.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ - Αγγλικό κείμενο



KTH Electrical Engineering

Identification of Saddle-Node Bifurcation Point for a forecasted Path of future Loading

DONA MOUNTOURI

Diploma Thesis in KTH
Supervisor: Magnus Perninge
Examiner: Mehrdad Ghandhari

XR-EE-ES 2010:005

1 Introduction

Heavy loading, large interconnected systems and increasing power demands are characterizing today's power systems. As a result new issues connected to their efficient and reliable operation are emerging; one of them is voltage stability. In other words, while operating a long term stability study, one can notice that the power systems, due to increase in their loading, are driven towards a set of voltage unstable points of operation.

The point where the system loses stability in terms of voltage is well approximated by the saddle-node bifurcation point. Unfortunately, it is not easy to predict if a system is going to lose its stability due to saddle node bifurcation and exactly for which combination of load demand this will occur. The main difficulty is that at this stability limit the Newton–Raphson load flow is no longer of use, because the Jacobian matrix of the method becomes singular and, as a result, it does not converge to a solution. Thus, attempts at power flow solutions near the critical point are prone to divergence and error.

In the past years extended research has been made concerning different methods to overcome this obstacle. One of the most commonly used tools for steady state stability analysis is the continuation power flow. This method, by slightly reforming the power flow equations and by using local parameterization, manages to avoid the singularity of the Jacobian. Furthermore, a lot has been done in the direction of computing the systems margin in injected power space from a stable system operating point to the closest bifurcation point. In [1] it is suggested that in order to operate the power system securely, with respect to voltage collapse, the distance from the operation point to Σ , the set of critical points at which voltage collapse occurs, must exceed some minimum threshold, otherwise corrective action should be taken to increase this distance. This scenario corresponds to the most conservative transfer limit. Although it can be employed as an index of voltage stability, it is not taking into consideration a forecast for the load increase. In contrast, it can be viewed as implicitly assuming that future nodal loading is completely unknown [2].

Since this is not the case when operating a power system, it would be preferable to get an estimation of the stability index, corresponding to a forecasted path for the loads change of demand. The above stated is the basic idea of this work. The fact that the future power consumption of the loads will

not follow a completely predictable path, but is a stochastic process, must also be considered if the system is to be run efficiently and with small risk of failure [3]. Despite its importance, it will not be examined in this thesis.

Furthermore, the stability margin is affected by several characteristics of the power network, such as the reactive power generation limits. Although, in most of the cases there is no loss of stability of the system when a unit reaches its limit, there are some cases where the equilibrium point of the system belongs to the unstable part of the nose curve and a voltage collapse leading to blackout may follow [4]. In both cases the limitation of the system, in terms of power transmission, is highly affected. Therefore, this phenomenon should be taken into consideration, if an accurate estimation of the long term stability of a system is to be made.

1.1 Aim of the study

This thesis is concerned with creating a procedure that will calculate whether a system is prone to become unstable, and for which combinations of load, when given a forecasted path of loads power demand. It is a long term small disturbance stability study; the variations of the load power of the buses are assumed smooth. The limitation of the reactive power of the generators and its impact to the stability of the system is taken into account.

The procedure has been implemented in two different systems: the IEEE 9 bus system and the IEEE 39 New England bus system.

Forecasted paths of load demand are chosen arbitrarily, since they are not part of the scope of this work, but are just used in order to implement the method created.

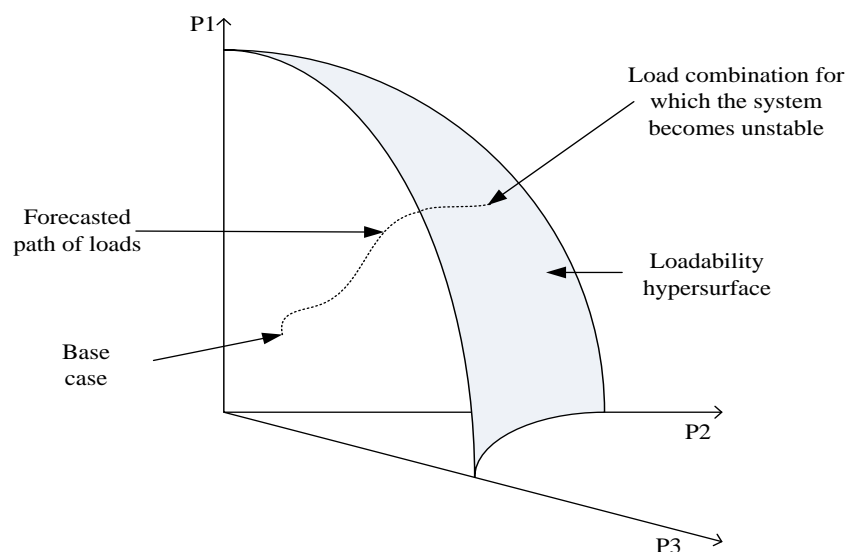


Figure 1.1: Loadability limit surface and forecasted path in the load-space

1.2 Outline of the thesis

Chapter 1: In this chapter an introduction to the problem is made and some of the different approaches that have been suggested already in literature are mentioned. The aim of this thesis and its outline are also being presented.

Chapter 2: All the theoretical background that is used in this study is stated, that includes description of different types of stability, basic explanation of the mechanism of saddle-node bifurcation theory and how it is connected to power systems, description of the Newton-Raphson method and of the continuation power flow method, as well as the impact of limitation in reactive power generation of a system to its stability.

Chapter 3: The forecasted path and the procedure used in the 9 bus system and in the 39 bus system is presented and analyzed in this chapter.

Chapter 4: Implementation of the procedures to the system. Step by step presentation of the results of the procedure. Comparison between the loadability limits of the system with and without limitation in the reactive power generation.

Chapter 5: In this section the conclusions of this work are presented and ideas for future work on the topic are proposed.

2 Theoretical background

2.1 Voltage Stability

It is worth starting this work by explaining what voltage stability is, which different types exist, and which characteristics of a power system are important for it.

Voltage stability can be defined as *the ability of the system to maintain steady voltages at all buses after being subjected to a disturbance from an initial operating condition* [5].

A possible outcome of voltage instability is loss of load in an area, or tripping of transmission lines and other elements by their protective systems leading to cascading outages. Loss of synchronism of some generators may result from these outages or from operating conditions that violate field current limit.

The main categories of stability phenomenon are:

Large disturbance voltage stability refers to the system's ability to maintain steady voltages following large disturbances such as system faults, loss of generation, or circuit contingencies. This ability is determined by the system and load characteristics, and the interactions of both continuous and discrete controls and protections. The study period of interest for this phenomenon may extend from a few seconds to tens of minutes.

Small disturbance voltage stability refers to the system's ability to maintain steady voltages when subjected to small perturbations such as incremental changes in system load. This form of stability is influenced by the characteristics of loads, continuous controls, and discrete controls at a given instant of time.

It is clear that voltage stability problems can last from a few seconds up to several minutes that is why one can refer to short-term voltage stability and long-term voltage stability.

Short-term voltage stability involves dynamics of fast acting load components such as induction motors, electronically controlled loads, and HVDC converters.

Long-term voltage stability involves slower acting equipment such as tap-changing transformers, thermostatically controlled loads, and generator current limiters. In many cases, static analysis can be used to estimate stability margins, identify factors influencing stability, and screen a wide range of system conditions and a large number of scenarios [5].

The aspects of the systems that play a key role to this phenomenon are:

Loads are usually the driving force of voltage instability; this is why this phenomenon has often been called “load instability”. One should keep in mind that loads are not the only ones controlling this phenomenon.

Transmission systems also play a very important role. They have a limited capability for power transfer and their limit marks the onset of voltage instability.

Finally, generators are not ideal voltage sources. Taking this into consideration is necessary for assessing voltage stability [6].

Summing up, voltage stability is a characteristic of heavy loaded power systems that leads to a progressive and uncontrollable fall in voltage, also known as voltage collapse. This phenomenon is associated to reactive power limitations which is in general consequence of load demand increase, line outages, as well as shortage of reactive power resources. The main criterion for voltage stability at each bus k is: $\frac{dQ_k}{dU_k} > 0$, where Q_k corresponds to the reactive power injected at bus k .

2.1.1 Maximum deliverable power in Single-load infinite-bus system

For the following system:

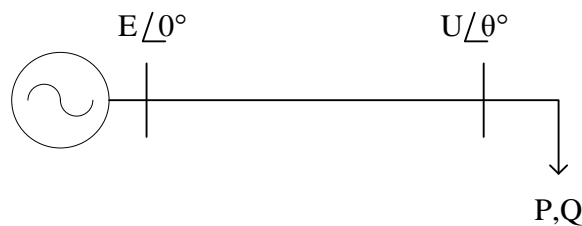


Figure 2.1: The single-load infinite-bus system

The ideal voltage source is set as reference, thus, $\vec{E} = E \angle 0^\circ$, and the transmission resistance is neglected.

So from Figure 2.1:

$$\vec{U} = \vec{E} - jX\vec{I} \quad (2.1)$$

And the complex power absorbed by the load is:

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U}\bar{I}^* = \bar{U} \frac{\bar{E}^* - \bar{U}^*}{-jX} = \frac{j}{X} (EU \cos \theta + jEU \sin \theta - U^2) \quad (2.2)$$

This results in the following equations:

$$\begin{aligned} P &= -\frac{EU}{X} \sin \theta \\ Q &= -\frac{U^2}{X} + \frac{EU}{X} \cos \theta \end{aligned} \quad (2.3)$$

By eliminating θ in equations (2.3):

$$(U^2)^2 + (2QX - E^2)U^2 + X^2(P^2 + Q^2) = 0 \quad (2.4)$$

In order to have at least one solution we require that

$$(2QX - E^2)^2 - 4X^2(P^2 + Q^2) \geq 0 \quad (2.5)$$

This can also be written as:

$$-P^2 - \frac{E^2}{X}Q + \left(\frac{E^2}{2X}\right)^2 \geq 0 \quad (2.6)$$

If condition (2.6) holds then

$$U = \sqrt{\frac{E^2}{2} - QX \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - X^2P^2 - XE^2Q}} \quad (2.7)$$

Equation (2.7) defines a two dimensional surface in the (P, U, Q) space, which, when projected on to the (P, U) plane, provides the curves of load voltage as functions of active power, for the various power factors. These curves are widely known as PU curves and are very important for the understanding of voltage instability. The point of the curve where the system loses stability is the saddle-node bifurcation point. It represents the maximum deliverable power of the system and, as it is explained later on, it is connected with its loadability limit.

Since generators are playing a very important role, it is worth understanding how the reactive generation increases with respect to the load.

The generators reactive production is the sum of the load consumption and the losses of the network:

$$Q_g = Q + XI^2 \quad (2.8)$$

where

$$I = \frac{S_g}{E} = \frac{\sqrt{P_g^2 + Q_g^2}}{E} \quad (2.9)$$

Hence,

$$Q_g = Q + \frac{X}{E^2}(P^2 + Q_g^2) \Rightarrow Q_g^2 - \frac{E^2}{X}Q_g + \frac{E^2}{X}Q + P^2 = 0 \quad (2.10)$$

By solving equation (2.10), we get

$$Q_g = \frac{E^2}{2X} \pm \sqrt{\left(\frac{E^2}{2X}\right)^2 - \frac{QE^2}{X} - P^2} \quad (2.11)$$

2.2 Bifurcation Theory

Now the question arises, what is a saddle-node bifurcation point? In this part of this work the mathematical background of the phenomenon will be presented.

2.2.1 Types of equilibria

Consider a dynamical system which satisfies

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.12)$$

and assume that $f(x)$ satisfies the standard conditions for the existence and uniqueness of solutions. A point x^* is an equilibrium point of (2.12) if $f(x^*) = 0$. We consider an equilibrium point as locally stable if all solutions which start near x^* (meaning that the initial conditions are in a neighborhood of x^*) remain near x^* for all time. The equilibrium point x^* is said to be locally asymptotically *stable* if x^* is locally stable and, furthermore, all solutions starting near x^* tend towards x^* as $t \rightarrow \infty$ [7].

In non linear systems there are some facts one should always keep in mind:

First of all, the number of equilibriums varies. There might be one, many or none. The region of attraction of a stable equilibrium may be limited. Consequently the existence of a stable equilibrium is not sufficient to guarantee stability.

Usually the stability of a non-linear system can be determined by examining the linearized system around an equilibrium point x^* . So if A is the state Jacobian of the linearized system then:

- If all eigenvalues of A have negative real parts, the equilibrium x^* is *asymptotically stable*
- If at least one eigenvalue has a positive real part then the equilibrium is *unstable*

Different types of equilibria can be observed considering the structure of the trajectories nearby x^* [6]. Asymptotically stable equilibrium points are called *sinks* or *stable nodes*. If all the eigenvalues have positive real parts the equilibrium is called a *source* or an *unstable node*. If some eigenvalues have positive real parts and others have negative real parts the unstable equilibrium point is called a *saddle*.

Despite the above, the linearization gives no information about the stability of systems that have one or more eigenvalues with zero real parts. In multivariable systems *saddle nodes* are characterized by a state Jacobian that has a zero eigenvalue.

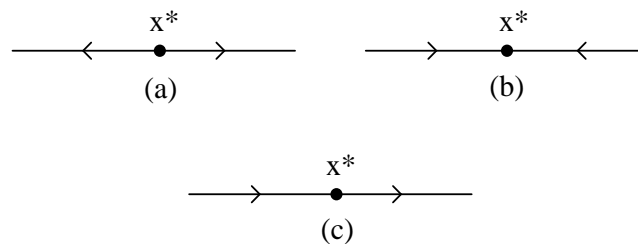


Figure 2.2: Types of equilibria: a) unstable node, b) stable node, c) saddle node

2.2.2 Saddle node Bifurcation

Bifurcation deals with a very important characteristic of non-linear systems - the sudden changes in the systems response arising from smooth, continuous parameter variations. Bifurcation may be indicated by changes to the following system properties: the number of equilibrium points, the number of limit cycles, the stability of equilibrium points or of limit cycles, and the period of periodic solutions.

The bifurcations occurring in single parameter families of ODEs that are of interest for us are Saddle Node Bifurcation and Hopf Bifurcation.

If we consider a single-parameter family of ODEs $\dot{x} = f(x, \mu)$ and the equilibrium condition $f(x^*, \mu) = 0$ then:

A saddle node bifurcation (SNB) is a point where two equilibrium points, one with real positive and the other with real negative eigenvalues collapse and disappear or emerge simultaneously. At this point the state Jacobian f_x has to be singular so the necessary conditions for an SNB are the above equations and

$$\det f_x(x^*) = 0 \quad (2.13)$$

Not all the points satisfying the condition (2.13) are SNB points.

Sufficient conditions for a SNB are [6], [8]:

$$f(x^*, \mu) = 0 \quad (2.14a)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (2.14b)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mu} \neq 0 \quad (2.14c)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \neq 0 \quad (2.14d)$$

Conditions (2.14c) and (2.14d) are usually called transversality conditions. Condition number (2.14c) assures the existence of a smooth local function $\mu = h(x)$ at the bifurcation point. Condition (2.14d) implies that the equilibrium manifold remains locally on the one side of the line $t = t_0$.

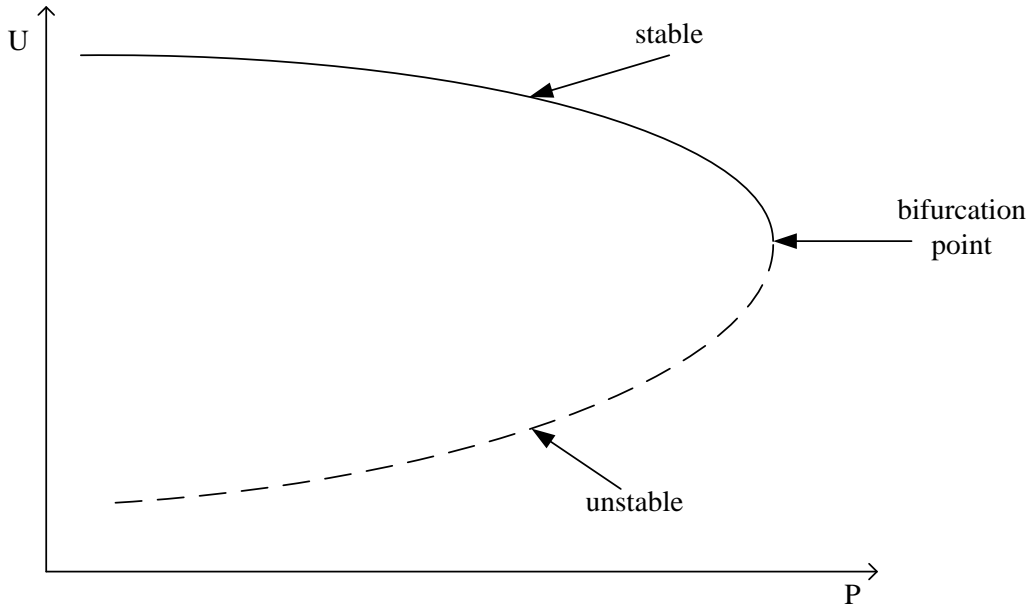


Figure 2.3: The stable and the unstable part of the PU curve of an electrical power system.

Now the methods for steady state study of the voltage stability of a system that were used in this thesis will be explained in detail.

2.3 The Newton-Raphson load flow method

2.3.1 Load Flow

Slack bus: The voltage is known and this bus sets the angular reference for all the other buses

PU: These are the buses where generators are connected. The input power and the bus voltage are kept constant and we can specify constant P_{Gi} and U_i for these buses. The reactive power supplied by the generator Q_{Gi} depends on the system configuration and cannot be specified in advance. Furthermore the unknown angle θ_i of the bus voltage needs to be calculated.

PQ: In these buses no generators are connected and hence the generated real power P_{Gi} and reactive power Q_{Gi} are taken as zero. The load drawn by these buses are defined by real power $-P_{Li}$ and reactive power $-Q_{Li}$ in which the negative sign accommodates for the power flowing out of the bus. The objective of the load flow is to find the bus voltage magnitude and its angle i .

Consequently, for each PQ bus the voltage magnitude and the angle are the unknowns and need to be calculated; for each PU bus the voltage angle must be solved for; there are no variables that need to be calculated for the Slack bus.

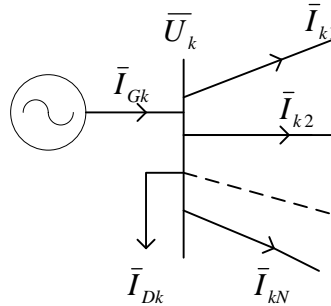


Figure 2.4: Notation of bus k in a network

The following are presented as in [9]:

According to Figure 2.4 and Kirchoff's first law we come to the following statement for the currents of bus k :

$$\bar{I}_{Gk} - \bar{I}_{Dk} = \sum_{j=1}^N \bar{I}_{kj} \quad (2.15)$$

By multiplying equation (2.15) with the bus voltage, the complex power balance expressed in per unit at bus k is given by these expressions:

$$\bar{S}_{Gk} - \bar{S}_{Dk} = \sum_{j=1}^N \bar{S}_{kj} \quad (2.16)$$

Thus, for every bus of the system, the active and reactive power at bus k are given by the following equations:

$$P_{GDk} = P_{Gk} - P_{Dk} = \sum_{j=1}^N P_{kj} \quad (2.17a)$$

$$Q_{GDk} = Q_{Gk} - Q_{Dk} = \sum_{j=1}^N Q_{kj} \quad (2.17b)$$

The number of equations and variables is determined by the number of buses and their type. If we assume a power system with N buses, and M of these correspond to PU buses, then the summary of the equations and unknown variables for load flow calculations is given by Table 2.1

Bus type	Equations	Balance Equations		Unknown Variables	
		$P_{GDk} = \sum P_{kj}$	$Q_{GDk} = \sum Q_{kj}$	U_k	θ_k
Slack bus	1	0	0	0	0
PU bus	M	M	0	0	M
PQ bus	N-M-1	N-M-1	N-M-1	N-M-1	N-M-1
Total	N	2N-M-2		2N-M-2	

Table 2.1: Summary of equations and unknown variables at load flow calculations

Let $\bar{Y} = G + jB$ denote the admittance matrix of the power system where Y is an $N \times N$ matrix. The injected currents in the buses are given by equation (2.18)

$$\bar{I}_k = \sum_{j=1}^N \bar{Y}_{kj} U_j \quad (2.18)$$

It is possible to obtain the following expressions for the injected active and reactive power at bus k :

$$P_k = \sum_{j=1}^N P_{kj} = U_k \sum_{j=1}^N U_j [G_{kj} \cos(\theta_{kj}) + B_{kj} \sin(\theta_{kj})]$$

$$Q_k = \sum_{j=1}^N Q_{kj} = U_k \sum_{j=1}^N U_j [G_{kj} \sin(\theta_{kj}) - B_{kj} \cos(\theta_{kj})] \quad (2.19)$$

Where $\theta_{kj} = \theta_k - \theta_j$ corresponds to the phase angle difference between bus k and bus j . Equations (2.17) and (2.19) can be rewritten as:

$$\begin{aligned} P_k - P_{GDk} &= 0 \\ Q_k - Q_{GDk} &= 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

2.3.2 Newton-Raphson Method

It is the numerical method that is used the most in power systems analysis, because it converges really quickly. The Newton-Raphson Method is applied to solve the following set of non-linear equations:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_1 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_2 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_n \end{aligned} \quad (2.21)$$

and in the vector form

$$g(x) = f(x) - b = 0 \quad (2.22)$$

where

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_n(x) \end{bmatrix} \quad f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

x is an $n \times 1$ vector which contains variables, b is an $n \times 1$ vector which contains constants and $f(x)$ is a vector valued function.

Taylor series expansion of (2.22) is the basis for the Newton-Raphson method of solving the set of non linear equations in an iterative manner. From an initial estimate $x^{(0)}$, a sequence of gradually better estimates $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, \dots$ will be made in order to converge to a solution x^* .

Let x^* be the solution of (2.22) and $x^{(i)}$ be an estimate of x^* . Let also $\Delta x^{(i)} = x^* - x^{(i)}$. Then equation (2.22) can be rewritten as:

$$g(x^*) = g(x^{(i)} + \Delta x^{(i)}) = 0 \quad (2.23)$$

The first-order Taylor expansion for equation (2.23) corresponds to:

$$g(x^{(i)} + \Delta x^{(i)}) = g(x^{(i)}) + JAC^{(x^{(i)})} \Delta x^{(i)} = 0 \quad (2.24)$$

where the Jacobian is given by

$$JAC^{(x^{(i)})} = \left[\frac{\partial g(x)}{\partial x} \right]_{x=x^{(i)}} = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x} \right]_{x=x^{(i)}} \quad (2.25)$$

From (2.24) $\Delta x^{(i)}$ can be calculated as follows:

$$\begin{aligned} JAC^{(x^{(i)})} \Delta x^{(i)} = 0 - g(x^{(i)}) = \Delta g(x^{(i)}) \Rightarrow \\ \Delta x^{(i)} = [JAC^{(x^{(i)})}]^{-1} \Delta g(x^{(i)}) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Since $g(x^{(i)}) = f(x^{(i)}) - b = 0$, $\Delta g(x^{(i)})$ is calculated as following:

$$\Delta g(x^{(i)}) = b - f(x^{(i)}) = -g(x^{(i)}) \quad (2.27)$$

Hence, $\Delta x^{(i)}$ can be given by:

$$\Delta x^{(i)} = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(i)} \\ \vdots \\ \Delta x_2^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x=x^{(i)}}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 - f_1(x_1^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}) \\ \vdots \\ b_n - f_n(x_1^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

and the following is obtained

$$\begin{aligned} i &= i + 1 \\ x^{(i)} &= x^{(i-1)} + \Delta x^{(i)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

For power systems, equation (2.22) is expressed in terms of state variables and parameters.

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_N \\ U_1 \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix}, f(\theta, U) = \begin{bmatrix} f_P(\theta, U) \\ f_Q(\theta, U) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_N \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_P \\ b_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{GD1} \\ \vdots \\ P_{GDN} \\ Q_{GD1} \\ \vdots \\ Q_{GDN} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

The aim is to determine $x = [\theta \ U]^T$

Based on equation (2.27), the equations that define explicitly the power mismatch of the system are:

$$\begin{aligned} \Delta P_k &= P_{GDk} - P_k & k \neq \text{slack bus} \\ \Delta Q_k &= Q_{GDk} - Q_k & k \neq \text{slack bus and PU bus} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Then the Jacobian matrix is given by

$$JAC = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_P(\theta, U)}{\partial \theta} & \frac{\partial f_P(\theta, U)}{\partial U} \\ \frac{\partial f_Q(\theta, U)}{\partial \theta} & \frac{\partial f_Q(\theta, U)}{\partial U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N' \\ J & L' \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

where

H	is an	$(N - 1) \times (N - 1)$	matrix
N'	is an	$(N - 1) \times (N - M - 1)$	matrix
J	is an	$(N - M - 1) \times (N - 1)$	matrix
L'	is an	$(N - M - 1) \times (N - M - 1)$	matrix

The entries of these matrices are given by:

$$\begin{aligned}
 H_{kj} &= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_j} & k \neq \text{slack bus} & & j \neq \text{slack bus} \\
 N'_{kj} &= \frac{\partial P_k}{\partial U_j} & k \neq \text{slack bus} & & j \neq \text{slack bus and PU bus} \\
 J_{kj} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_j} & k \neq \text{slack bus and PU bus} & & j \neq \text{slack bus} \\
 L'_{kj} &= \frac{\partial Q_k}{\partial U_j} & k \neq \text{slack bus and PU bus} & & j \neq \text{slack bus and PU bus}
 \end{aligned}$$

Considering the equations (2.26), (2.31) and (2.32) the following is obtained:

$$\begin{bmatrix} H & N' \\ J & L' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

In order to simplify the entries of N' and L' , these matrices are multiplied by U , which gives:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \frac{\Delta U}{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

The non-diagonal elements ($k \neq j$) of the modified Jacobian matrix are:

$$\begin{aligned}
 H_{kj} &= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_j} = U_k U_j [G_{kj} \sin(\theta_{kj}) - B_{kj} \cos(\theta_{kj})] \\
 N_{kj} &= U_j \frac{\partial P_k}{\partial U_j} = U_k U_j [G_{kj} \cos(\theta_{kj}) + B_{kj} \sin(\theta_{kj})] \\
 J_{kj} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_j} = -U_k U_j [G_{kj} \cos(\theta_{kj}) + B_{kj} \sin(\theta_{kj})] \\
 L_{kj} &= U_j \frac{\partial Q_k}{\partial U_j} = U_k U_j [G_{kj} \sin(\theta_{kj}) - B_{kj} \cos(\theta_{kj})]
 \end{aligned} \quad (2.35)$$

The diagonal elements ($k = j$) of the modified Jacobian matrix are:

$$\begin{aligned}
H_{kk} &= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -Q_k - B_{kk}U_k^2 \\
N_{kk} &= U_k \frac{\partial P_k}{\partial U_k} = P_k + G_{kk}U_k^2 \\
J_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = P_k - G_{kk}U_k^2 \\
L_{kk} &= U_j \frac{\partial Q_k}{\partial U_k} = Q_k - B_{kk}U_k^2
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Now applying the equation (2.28) the following is obtained:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta U \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

The state variables θ and U are updated according to equation (2.29):

$$\begin{aligned}
\theta_k &= \theta_k + \Delta\theta_k & k \neq \text{slack bus} \\
U_k &= U_k \left(1 + \frac{\Delta U_k}{U_k}\right) & k \neq \text{slack bus and PU bus}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

The iterative procedure continues until the values of the variables θ and U converge according to a specified tolerance.

2.4 Continuation power flow

Continuation power flow (CPF) is a method that, by applying a locally parameterized continuation technique, manages to avoid the singularity of the power flow Jacobian in the area of the steady state voltage stability limit. Consequently, it provides us with the opportunity to obtain power flow solutions at and near the critical point. The following are according to [10], [11].

The static model for the power system can be:

$$F(x, l) = 0 \tag{2.39}$$

Where x is a vector, which includes bus voltage magnitudes and angles, and l is a vector of active and possibly reactive power. Loads representing fixed injections or zero injections nodes should be omitted from l , as well as any other loads not of direct interest.

By modeling the demand of the PQ buses for active and reactive power as follows, a parameter μ is included in the power flow equations:

$$\begin{aligned}
P_{Li} &= P_{Loi} + \mu P_{li} \\
Q_{Li} &= Q_{Loi} + \mu Q_{li}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Where $Q_l = \frac{Q_{L0}}{P_{L0}} P_l$ in order for a constant power factor to be maintained.

As such, P_{Li} and Q_{Li} are broken into two terms: one corresponding to the original load at bus i , and the other one corresponding to the load change occurred by the changing parameter μ .

The next step is to reformulate the power flow equation so that they include the load parameter μ . So from now on, the system will be described as

$$F(\theta, U, \mu) = 0, \quad 0 \leq \mu \leq \mu_{crit} \quad (2.41)$$

Where θ stands for the vector of the bus voltages angles and U for the vector of the bus voltage magnitudes

The continuation method starts from a known solution, which is calculated by the conventional power flow, and uses a predictor-corrector scheme to find solutions at different load levels.

2.4.1 The Predictor

The prediction is made by taking a small step from the initial point in the direction tangent to the solution path. In order to do that, the algorithm needs to compute the tangent vector. It is calculated by taking the derivatives of the power flow equations:

$$d[F(\theta, U, \mu)] = F_\theta d\theta + F_U dU + F_\mu d\mu = 0 \quad (2.42)$$

when factorized:

$$[F_\theta \ F_U \ F_\mu] \begin{bmatrix} d\theta \\ dU \\ d\mu \end{bmatrix} = 0 \quad (2.43)$$

The first matrix on the left side of this equation is the conventional load flow Jacobian augmented by the column F_μ and the second column vector is the tangent vector. At this point, a new problem concerning the calculation of the tangent vector arises and it is connected with the fact that a new unknown was added by including μ to the load flow equations. Thus a new equation is needed. This obstacle is overcome by choosing a non-zero magnitude (in our case it will be 1) for one of the components of the tangent vector:

$$t = \begin{bmatrix} d\theta \\ dU \\ d\mu \end{bmatrix}, \quad t_\kappa = \pm 1 \quad (2.44)$$

From the above equations, we have:

$$\begin{bmatrix} F_\theta & F_U & F_\mu \\ & e_\kappa & \end{bmatrix} [t] = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Where e_κ is a row vector with all elements equal to zero except for the k^{th} , which is equal to 1. Now the prediction, denoted by $*$, can be made:

$$\begin{bmatrix} \theta^* \\ U^* \\ \mu^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ U \\ \mu \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} d\theta \\ dU \\ d\mu \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

σ is a scalar that designates the step size. There are several step size control strategies suggested in the existing literature [12], but in every case the step must be small enough so that the predicted solution is in the radius of convergence of the Newton-Raphson corrector.

2.4.2 Parameterization and the corrector

Every continuation technique is characterized by a particular continuation scheme, in our case it is local parameterization. The original set of equations is augmented by one that specifies the value of one of the state variables; this means specifying either a bus voltage magnitude, a bus voltage angle, or the load parameter μ . If $x = \begin{bmatrix} \theta \\ U \\ \mu \end{bmatrix}$ and setting $x_k = n$, where n is an appropriate value for the k^{th} element of the vector x , the new set of equations would be

$$\begin{bmatrix} F(x) \\ x_k - n \end{bmatrix} = [0] \quad (2.47)$$

Now all that is needed is to find the proper index k , in other words to choose the proper continuation parameter, and a value n . The parameter should correspond to the state variable that has the greatest rate of change near the given solution. In other words, the load parameter is a good choice when starting from a base solution that is characterized by normal or light loading. Under these circumstances the voltage magnitudes and the angles remain almost constant while the load is changing. Later on, as the load has increased and the solution path approaches the critical point, voltage magnitudes and angles are expected to change significantly at each step. It is clear that the load parameter has now become a poor choice. For the above reasons it is suggested that the continuation parameter is re-evaluated in each step, so that the index k can correspond to the component of the tangent vector that is maximal.

$$x_k: |t_k| = \max\{|t_1|, |t_2|, \dots, |t_m|\} \quad (2.48)$$

and $m = 2n_1 + n_2 + 1$, where n_1 and n_2 are the number of PQ and PU buses respectively.

A slightly altered Newton-Raphson power flow method will be used as the corrector in order to calculate the solution of the above equations.

So now the power mismatch equations will be:

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_{GD} - P - \lambda P_l \\ \Delta Q &= Q_{GD} - Q - \lambda Q_l \\ \Delta \mu' &= \mu - \mu^*\end{aligned}\quad (2.49)$$

and the state variables will be calculated from the following equations:

$$\begin{bmatrix} F_\theta & F_U & F_\mu \\ e_\kappa & & \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta \mu' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \frac{\Delta U}{U} \\ \Delta \mu \end{bmatrix}\quad (2.50)$$

and

$$\begin{aligned}\theta &= \theta + \Delta \theta \\ U &= U \left(1 + \frac{\Delta U}{U} \right) \\ \mu &= \mu - \Delta \mu\end{aligned}\quad (2.51)$$

The continuation process continues until the critical point is reached. At this point, the load after reaching its maximum starts to decrease, so $\mu_{n+1} - \mu_n < 0$ and a change in the tangent vector component corresponding to μ is observed when the bifurcation point is passed. In our calculations, the bifurcation point is considered to be the one prior to the sign change. It might not be the exact point, but it is a good estimation of it.

By iterating the above method we can actually calculate the bifurcation points for different directions of load increase. This set of critical loadings, at which voltage collapse occurs, because the operating equilibrium of the power system disappears in a saddle node bifurcation, defines a hypersurface Σ in the load space. Hypersurfaces are curved surfaces whose dimensions are one less than the number of dimensions of the space. So if the independently varying powers are of dimension m the critical load hypersurface Σ is of dimension $m - 1$. This manifold is called **loadability or bifurcation surface**.

2.5 Limitation of the system due to limitations in the reactive power of the generators

The realization that the loadability limit and the bifurcation are two closely linked concepts is of high importance. Furthermore, now that we are familiar with the phenomenon of saddle-node bifurcation, we should try to understand the

mechanism, under which, constrains in the generated reactive power affects the system in terms of stability. Further reading regarding this topic is found in [4], [6], [13].

Let us consider a power system in which the load increases from the initial point of operation. The system will approach the voltage collapse point, as it is expected from the saddle-node bifurcation point of its state equations. At the same time, a unit might reach its reactive power generation limit. In that case the state equations must be modified, so that the reactive power of the generator is fixed at its limit. The bus on which the generator is located is changed from PU to PQ. As a result, a new reactive power mismatch equation is added and the generator bus voltage is no longer fixed to its scheduled value and should now be considered as a state variable. The above described structural change can lead to two scenarios: voltage stability deterioration or an immediate voltage collapse.

In the first case, when the generator reaches its limit the equilibrium point will leave the original trajectory, in Figure 2.5 trajectory (a), that was corresponding to the unlimited reactive power generation system and will move to a new one, Figure 2.5 trajectory (b). This new trajectory has the saddle node bifurcation point nearer than the original one, point B in the same figure. Nevertheless the system variables still belong to the upper branch of the nose curve, meaning the system has reduced stability but remains stable.

In the second case, the equilibrium point moves to a trajectory, Figure 2.6 trajectory (b), which has its saddle-node bifurcation point at a higher voltage than the initial bifurcation point, that of the unlimited system. Now the system variables belong to the lower branch of the nose curve. This situation leads to a voltage collapse due to the occurrence of any small perturbation in the system. In this case it is obvious that the **maximum loadability** was reached at the point of the reactive saturation of the generator, point B in the same figure.

Combining the above with the continuation power flow, we resulted in a calculating method of the maximum loadability point of a system given a direction of load increase. It is presented as a flowchart in Figure 2.7.

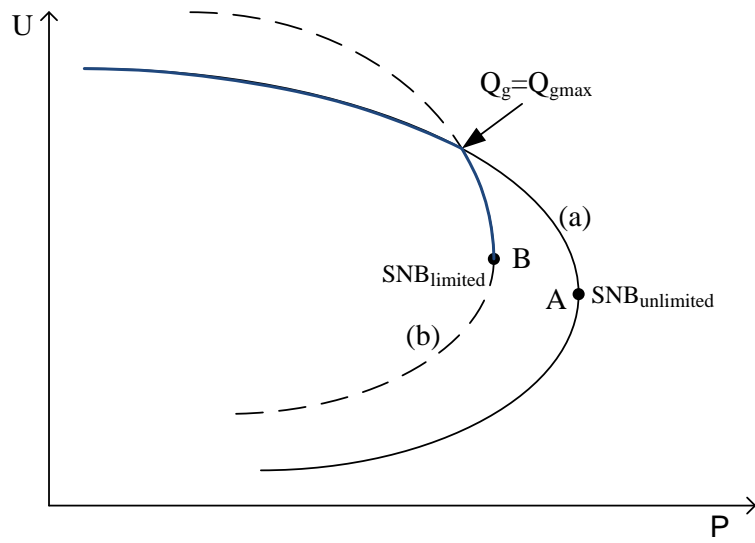


Figure 2.5: Trajectories associated to the limited and the unlimited system in the case of stability deterioration. (a) Unlimited system (b) Limited system

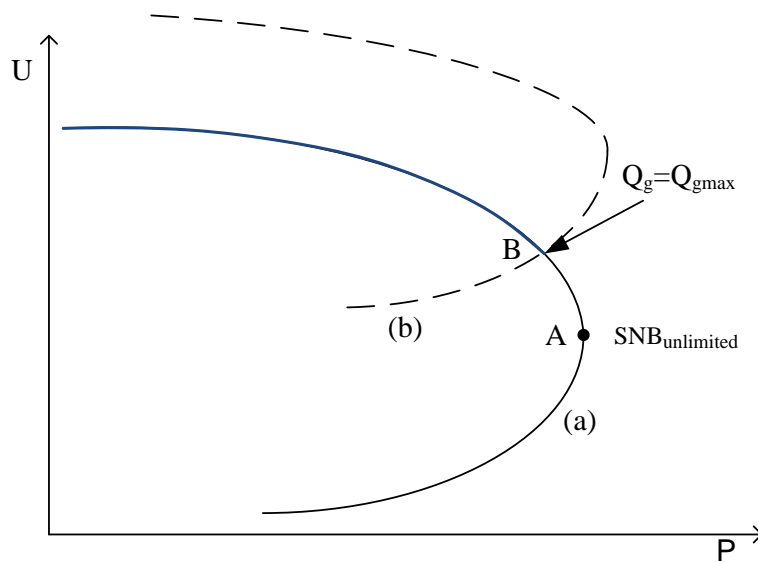


Figure 2.6: Trajectories associated to the limited and the unlimited system in the case of immediate instability. (a) Unlimited system (b) Limited system

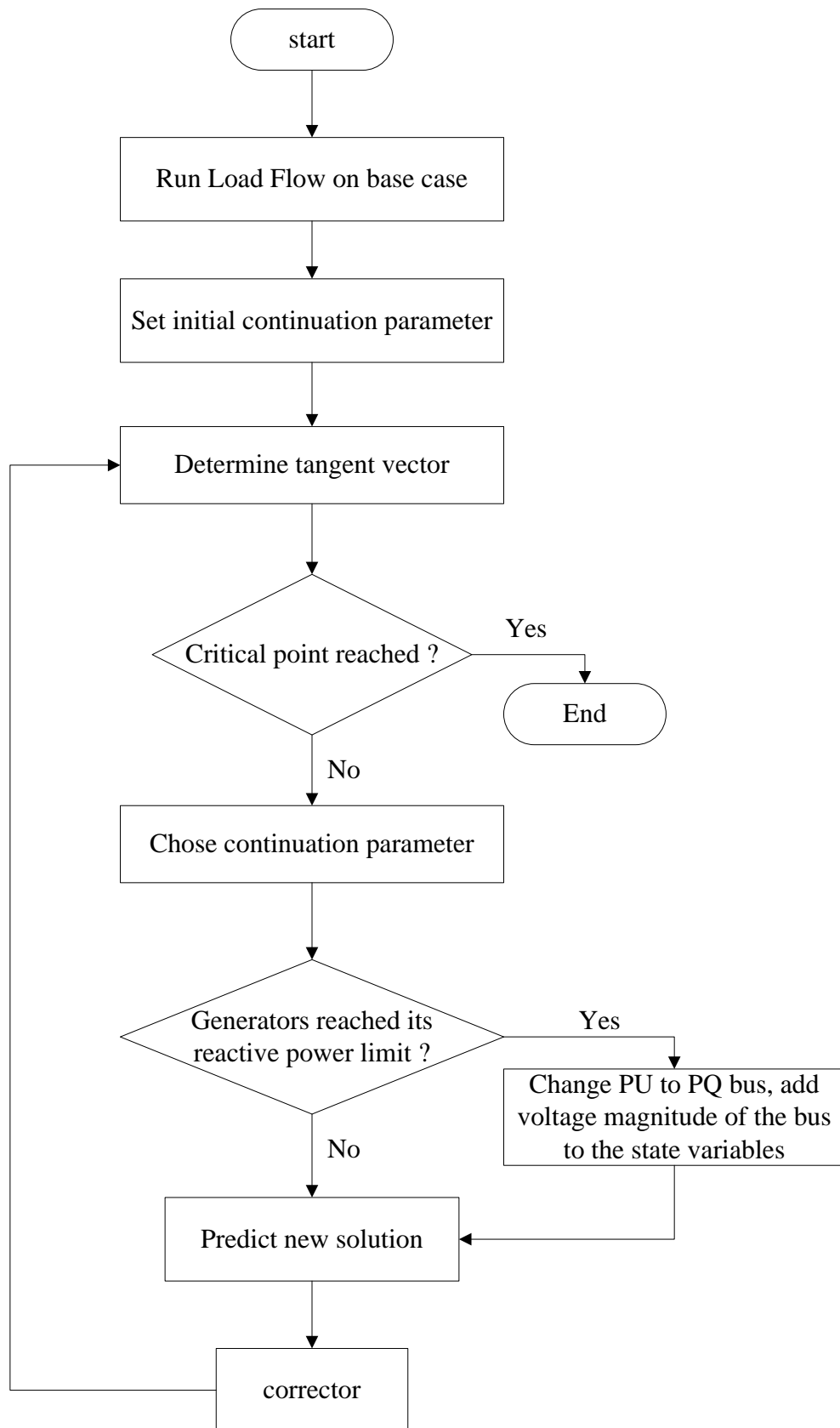


Figure 2.7: Flow chart of a slightly altered continuation power flow that takes into account the limitation of reactive power generation

3 Computation of time for a forecasted path to loss of voltage stability

3.1 The forecasted path

For the purposes of this work, the future loads have been assumed smoothly increasing. The forecasted path for each load demand that has been used for running the created procedure is of the form:

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma \quad (3.1)$$

The independent variable, x , could be time, if we assume that the loads vary as time progresses. It is very important to realize that neither the function, nor the coefficients, used for the forecasted path itself are of interest for this work. It could be another polynomial function, an exponential function or any other deterministic strictly increasing function.

In order to explain how the points of the load combinations are created we will work with the IEEE 9 bus system. This system has six PQ busses and on three of them there are loads connected. The equation $f_1(t) = \alpha_1 t^2 + \beta_1 t + \gamma_1$ corresponds to the load demand of bus 5, $f_2(t) = \alpha_2 t^2 + \beta_2 t + \gamma_2$ to that of bus 6 and $f_3(t) = \alpha_3 t^2 + \beta_3 t + \gamma_3$ to bus 8. Combining the above functions, a forecasted path is created in the load space. We will move along this path with a specific step size $\Delta P = \sigma$, where σ is a value determined by the user, as shown in (b) in Figure 3.1.

MATLAB's `f-solve` is used to calculate the t_{i+1} for which the following equation is solved:

$$\sqrt{(f_1(t_i) - f_1(t_{i+1}))^2 + (f_2(t_i) - f_2(t_{i+1}))^2 + (f_3(t_i) - f_3(t_{i+1}))^2} - \sigma = 0 \quad (3.2)$$

$f_k(t_i)$, for $k = 1,2,3$, is considered known from the previous step and initially from the starting values of the loads. Once t_{i+1} has been calculated $f_1(t_{i+1})$, $f_2(t_{i+1})$ and $f_3(t_{i+1})$ are calculated and a matrix containing the points of interest in the load-space is created.

$$\begin{bmatrix} PL5_1 & PL5_2 & \dots & PL5_n \\ PL6_1 & PL6_2 & \dots & PL6_n \\ PL8_1 & PL8_2 & \dots & PL8_n \end{bmatrix}_{3 \times n}$$

Where n is an unknown number of steps required to reach and pass the loadability limit. This is also decided by the user and is dependent upon the functions for the load increase and the step size σ .

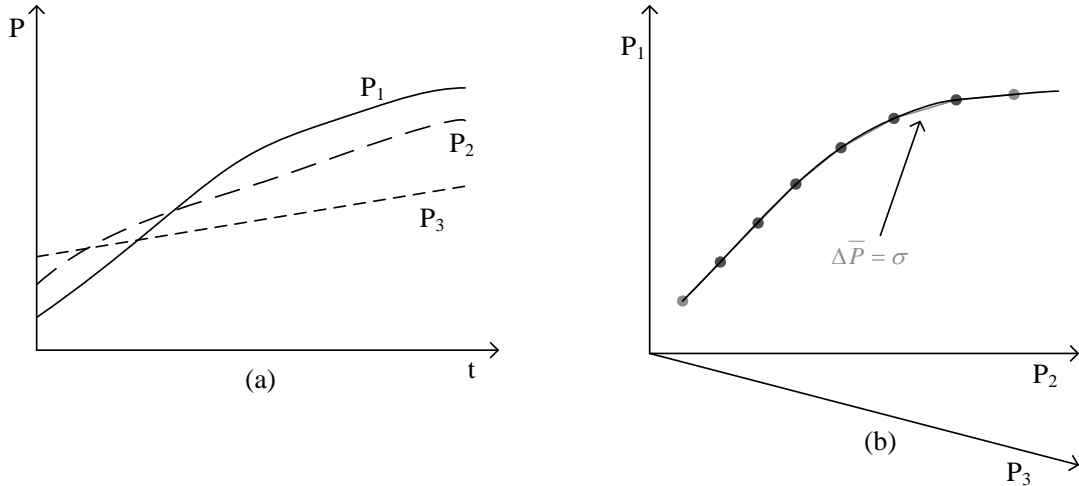


Figure 3.1: a) Prediction of load demand increase as a function of time, b) Forecasted path in the load space

Now that the matrix containing the combination of loads for the points in the loads-space is created, the procedure for checking the stability of the system, while it moves from point to point will be described.

3.2 IEEE 9 bus system

We start the procedure by calculating the load flow for the base case. Then, for each of the load combinations calculated via the above method, the load flow is recalculated. If the load flow converges to a solution, and if the generators have not yet reached their reactive generation limit, then the procedure will continue for the next load combination.

If, however, one of the above mentioned conditions are not fulfilled, it implies that we are approaching the loadability limit of the system. Therefore, the critical point will be determined by using the continuation power flow method. The previous point P_{i-1} , for which the system had a solution, will be used as the initial point, and the direction for the loads increase is given by :

$$Pl = \frac{P_i - P_{i-1}}{\|P_i - P_{i-1}\|} \quad (3.3)$$

For each step of the continuation power flow method, it is determined if any generator reaches its reactive power limit. In such a case, the PU bus, to which the saturated generator is connected, becomes a PQ bus; Q_g is set equal to Q_{gmax} and the state variables are reset to include the voltage of this bus. The continuation power flow then continues, for the altered system, until the critical point is found.

The drawback of the method, as described above, is that if a generator reaches its limit long before the system reaches its critical point, significantly more steps must be calculated, since continuation power flow is being used, than if we continued to use the load flow for the altered system. However, this is not often observed in the 9 bus system and therefore was not taken into account.

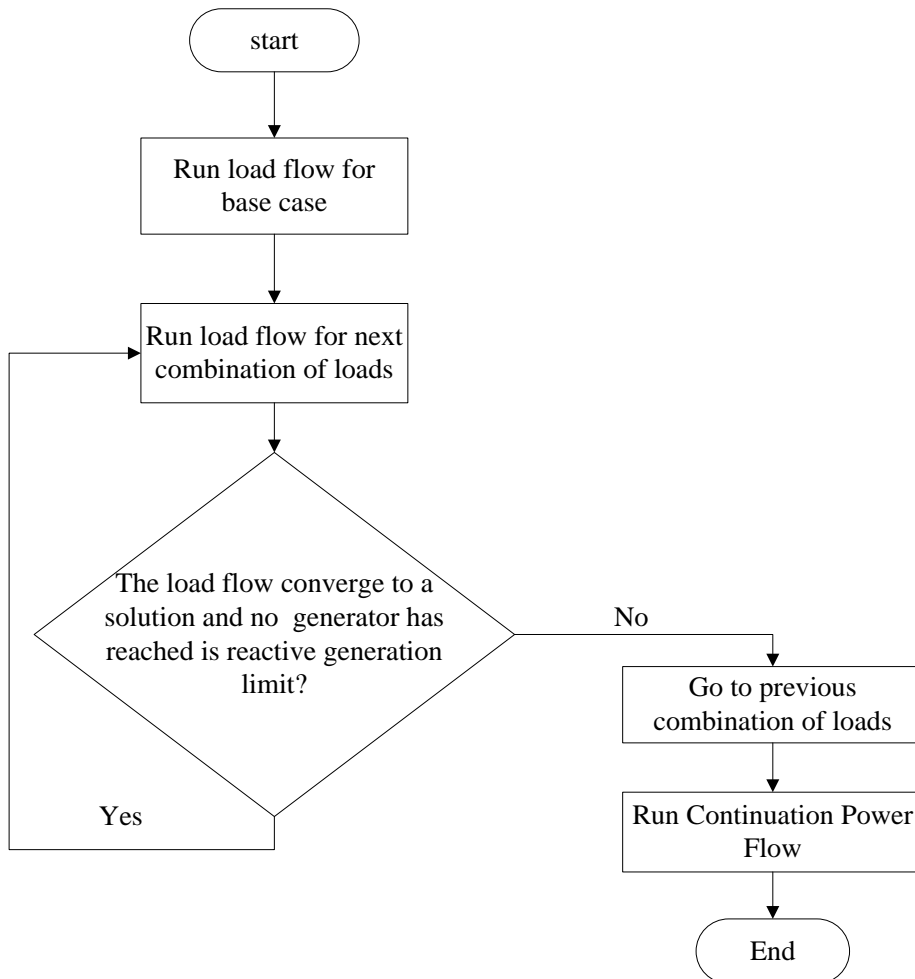


Figure 3.2: The procedure followed for the 9 bus system

3.3 IEEE 39 bus System

For this system, the procedure used had to be more complicated than the one already described. The reason for this is that some generators reach their reactive power limits for very small increases in the load demand, even when the system is close to the initial point of operation. This does not necessarily result in loss of stability for the system. Nevertheless, in order to accurately compute the state variables for this operation point, we need to take the limitation of the reactive power into consideration.

Starting from the initial point of operation, point A in Figure 3.3, the method calculates the load flow for the load combinations of the forecasted path. If the load flow converges to a solution, it moves to the next point. Before continuing to the next point though, the reactive power production of all the generators has to be checked. If reactive power production exceeds the limit for one or more generators, then that bus, j , where the generator is connected, is turned into a PQ bus and a state variable corresponding to this bus voltage magnitude, U_j , is added. The state variables for this point are not being recalculated, since when moving to the next point on our forecasted load path, the solution will be on the correct trajectory, with generator j at its reactive power supply limit. The above described procedure can be seen in Figure 3.3 for point D and E. Point D is not on the trajectory with limited reactive generation for generator k , but point E is.

After several steps, comes a load combination for which the Newton-Raphson can no longer compute a solution. In Figure 3.3 point J corresponds to an active power demand that the system cannot deliver and thus the Newton-Raphson does not converge to a solution. A possible solution would be to go one step back, to point H in the same figure, and run from there the continuation power flow.

As explained above, it is likely that for a load combination, more reactive power is demanded from a generator than it is able to deliver, that is $Q_j > Q_{jmax}$. This is also the case for point H in Figure 3.3. In order to start from H the continuation power flow, the correct state values for this demand need to be calculated, by taking into account the limitation of the power generation. However, this is not always possible. As it has been explained in the theoretical section, the system will jump to a new trajectory, with a new equilibrium point that is often located near the critical point or in the unstable part of the curve, outside the range of convergence of the load flow.

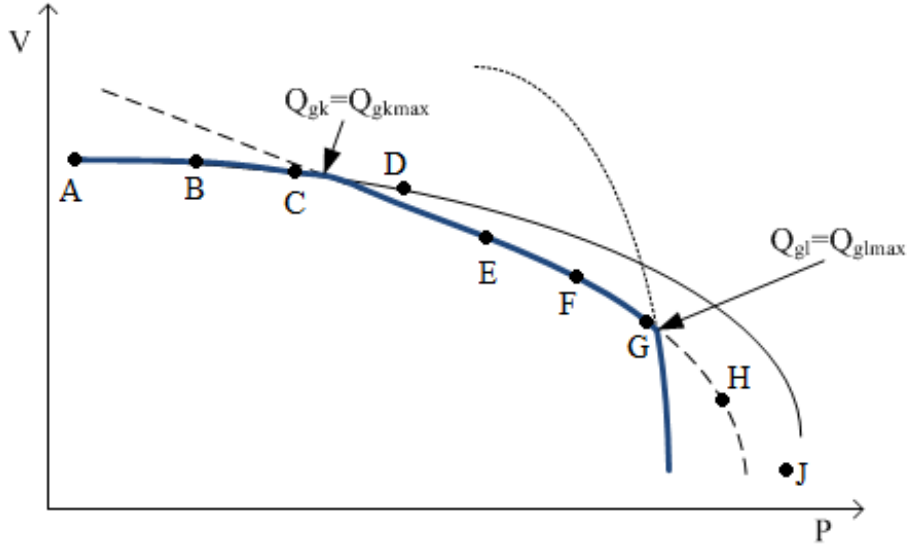


Figure 3.3: Points of PU curve of a limited system as they would be calculated by the suggested procedure.

Therefore, a different starting point for the continuation power flow has to be chosen. A very suitable point would be the equilibrium point $P_{Q_j=Q_{jmax}}$ between point G and point H where $Q_j = Q_{jmax}$. This point is not easily computed. In this work there are two options being discussed as possible starting points.

Method A: Go back to point G, without forgetting to set the PU and PQ buses properly for that point, and from there running the continuation power flow with direction of load increase as suggested in equation (3.3).

Method B: Start from point G and take steps on the forecasted trajectory but with smaller step size $\Delta P = \sigma'$. This way it is possible to compute an equilibrium point closer to $P_{Q_j=Q_{jmax}}$ and run from there the continuation power flow method. This can lead to saving of computational effort when $P_{Q_j=Q_{jmax}}$ is closer to H than to G.

One might notice that it is not always needed to go back to point G since a solution for point H with restricted production might exist, as shown in Figure 3.4. Although it is true, putting one more checking point would just increase the complexity of the suggested method and from the experience while simulating different case studies for the system it was rarely the case.

It is important to point out that in case of load decrease one would have to use a different pattern, since that a generator at its limit does not mean that it would be still at the limit for the next point. This case can be handled by keeping $Q_g = Q_{gmax}$ and checking whether $U_g > U_{gref}$, where U_g is the voltage at the generators bus and U_{gref} is the set value for the same bus. Calculations become more complex near the loadability limit where CPF needs to be used. The stopping condition $\mu_{n+1} - \mu_n < 0$ that was suggested in the description of CPF is

no longer sufficient. For loads that are decreasing functions of time, the actual eigenvalues of the Jacobian need to be checked.

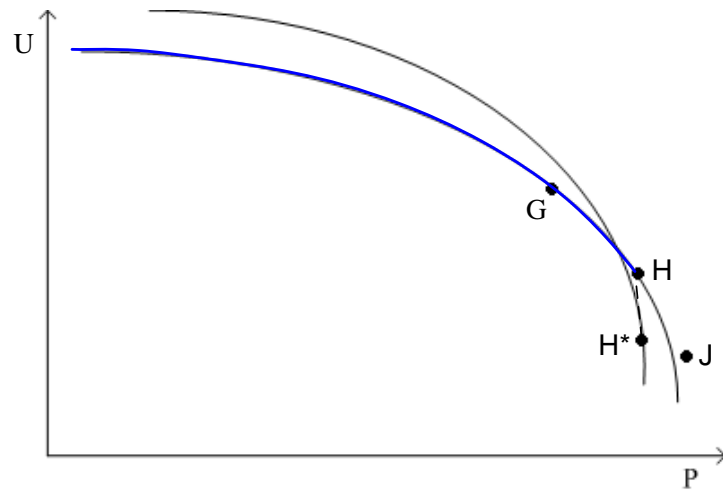


Figure 3.4: Points of PU curve near the critical area

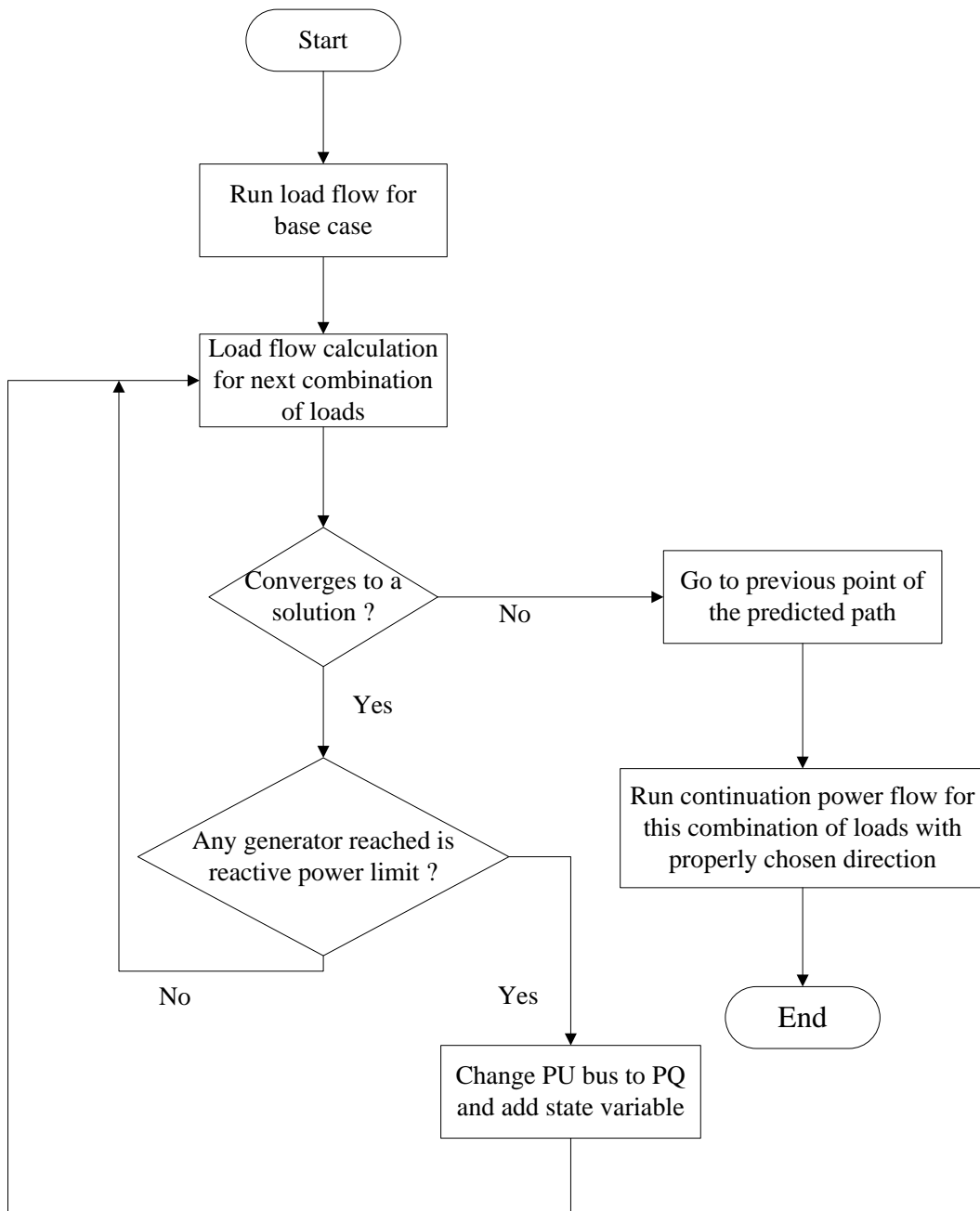


Figure 3.5: Procedure followed for the IEEE 39 bus system

4 Presentation of results

Whenever the continuation method was used step size was set: $\sigma = 0.02$

4.1 IEEE 9 bus system

4.1.1 Continuation Power Flow

Previously in this work, it was claimed that only a small number of steps are added to the procedure if we exit the load flow calculation loop when a generator reaches its limit and instead continue from that point with the CPF. It has been mentioned that the generators of the IEEE 9 bus system saturate for active power demand close to the point of maximum loadability point of the system. In order to clarify the above the following example is given.

For the IEEE 9 bus system, non-zero loads are connected to three out of the six, in total, PQ buses: bus 5, 6 and 8. The base case is $P_{L0} = [1.25 \ 0.9 \ 1]$ and the continuation parameter, corresponding to it, is $\mu = 0$. The direction of load increase will be the one to the closest bifurcation point, as it has been calculated in other studies. Running the CPF both for the unlimited and the limited system for $P_l = [0.7131 \ 0.5094 \ 0.4816]$ we got the following results:

	unlimited	Limited
μ_*	2.5190	2.3134
P_{L5}	3.0463	2.8997
P_{L6}	2.1832	2.0784
P_{L8}	2.2131	2.1141

Table 4.1: Maximum loadability for the limited and the unlimited system

In the case of the limited system, both generators have reached their maximum supply. At first, generator 3 was saturated for $\mu = 2.2727$ followed by generator 2 for $\mu = 2.3194$. At this point, it is important to point out that $\mu_{Q_{g2}=Q_{g2max}} > \mu_*$. This indicates that after the second modification of the system, due to the saturation of generator 2, the operating point moved to the unstable branch. As a result, the previous operation point was the one of the maximum loadability. From the above example, it is easily noticed that both generators reach their limit close to the maximum loadability point.

4.1.2 Calculations for forecasted load path

As trial functions for our procedure have been used the following:

$$\begin{aligned} P_{L5}(t) &= 0.78t + 1.25 \\ P_{L6}(t) &= 0.48t^2 + 0.3t + 0.9 \\ P_{L8}(t) &= 0.2t^2 + 1 \end{aligned}$$

As discussed above, these functions are chosen arbitrarily and have no specific physical meaning.

The choice of step size ΔP is dependent upon the user and the forecasted functions for the loads demands. The results obtained by this procedure might vary according to the step size chosen. It is obvious that the smaller the step size ΔP , the better the load path is approximated. Thereafter, by decreasing it we get a more accurate estimation of the point where the path will exit the feasibility area. The number of the needed steps will also be affected by the step size. However, it should be noticed that a smaller step size ΔP does not necessarily lead to increase in the number of steps, since the total number of steps is a sum up of the load flow steps and the continuation power flow steps.

For the above functions and by using different step sizes for the limited system we calculated the following:

ΔP	number of steps
0.2	21
0.4	17
0.8	12
0.9	38

Table 4.2: The number of steps calculated by the procedure prior to the load path exiting the feasibility region

ΔP	0.2		0.8		0.9	
	U	P	U	P	U	P
bus 1	1.0400	4.9996	1.0400	4.9973	1.0400	4.9974
bus 2	1.0123	1.6300	1.0099	1.6300	1.0102	1.6300
bus 3	0.9747	0.8500	0.9722	0.8500	0.9724	0.8500
bus 4	0.8491	0.0000	0.8475	0.0000	0.8477	0.0000
bus 5	0.7624	-2.6062	0.7600	-2.6034	0.7606	-2.6010
bus 6	0.7194	-2.8737	0.7166	-2.8724	0.7169	-2.8740
bus 7	0.9313	0.0000	0.9287	0.0000	0.9291	0.0000
bus 8	0.8930	-1.6050	0.8902	-1.6050	0.8906	-1.6060
bus 9	0.9160	0.0000	0.9134	0.0000	0.9136	0.0000

Table 4.3: Active power and voltage magnitude of the systems buses at the exiting point.

In Table 4.3, consumption of active power is denoted with (-) and production with (+). From this table one can easily claim that, for the chosen load path, only

small changes in the results were observed when varying the step size. This outcome, as discussed above, should not be generalized, because it is highly dependent on the form of the load path.

A variable step size, which decreases in size as the system approaches the loadability limit, appears to be the most appropriate choice for the given procedure. It should be noted that a specific pattern for choosing proper step size was not developed in this work and would require further investigation.

At this point a comparison is made between the results of the procedure for the limited and the unlimited system. All the results concerning the limited system are indicated by the variable subscript li . Everything is calculated for step size $\Delta P = 0.4$.

First, a 3×11 matrix is created according to equation (3.3).

Step No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
P_{L5}	1.2500	1.5842	1.8455	2.0610	2.2468	2.4120	2.5619	2.7000	2.8285	2.9492	3.0633
P_{L6}	0.9000	1.1167	1.4088	1.7308	2.0673	2.4122	2.7625	3.1164	3.4729	3.8314	4.1914
P_{L8}	1.0000	1.0367	1.1166	1.2162	1.3266	1.4439	1.5658	1.6911	1.8191	1.9491	2.0808

Table 4.4: Combination of loads for the points in the loads-space

The following results are presented in Table 4.5 below:

- The active power demand of the loads when the procedure exited the conventional load flow loop. This is also starting point of the continuation power flow (CPF) method. These values correspond to the last point in the load space for which Newton-Raphson was converging to a solution and no generator was saturated. This second criterion is relevant only for the limited system.
- The direction of the CPF.
- The active power of the loads when the system reaches its loadability limit.
- The next forecasted point for the active power demand. This point cannot be reached, since it lies outside the feasibility area of the system.

	Starting point of CPF	\underline{P}_l of CPF	Maximum loadability point	Next point of the forecasted path
P_{L5}	2.5619	0.7800	2.6586	2.7000
P_{L6}	2.7625	1.9996	3.0103	3.1164
P_{L8}	1.5658	0.7082	1.6536	1.6911
P_{L5li}	2.5619	0.7800	2.6053	2.7000
P_{L6li}	2.7625	1.9996	2.8737	3.1164
P_{L8li}	1.5658	0.7082	1.6052	1.6911

Table 4.5: Comparative matrix, of the active power of the three loads for the unlimited and the limited system

For the unlimited system, the reactive generation at the maximum loadability point is: $Q_{g2} = 1.6244$ and $Q_{g3} = 1.6070$. This generation exceeds the limits, which are $Q_{g2max} = 1.4$ and $Q_{g3max} = 1.0$.

	U	θ	U_{li}	θ_{li}
bus1	1.0400	0	1.0400	0
bus 2	1.0253	-0.6168	1.0119	-0.4756
bus 3	1.0254	-0.7445	0.9743	-0.5878
bus 4	0.8065	-0.3792	0.8488	-0.3323
bus 5	0.7169	-0.8467	0.7620	-0.6305
bus 6	0.6632	-0.8467	0.7189	-0.7086
bus 7	0.9316	-0.7236	0.9308	-0.5840
bus 8	0.8999	-0.8343	0.8925	-0.6879
bus 9	0.9348	-0.7965	0.9155	-0.6437

Table 4.6: Voltage magnitudes and angles at the exiting point for the limited and the unlimited system

By comparing the above results it can be seen that the generator's reactive power limits affect the load active power limit, by decreasing its magnitude. The bus with the greatest change of its voltage magnitude in both cases is bus 6. In the case of the limited system this occurs at a higher voltage.

In Figure 4.1 the two PU curves are plotted. In both cases, the x-axis corresponds to the active power of bus 5. In most of the cases, while plotting the PU curves, the continuation parameter μ is used as x-axis. This, however, was not possible in this work, since the continuation parameter equals to zero, not in the base case, but near the loadability limit, when CPF is called.

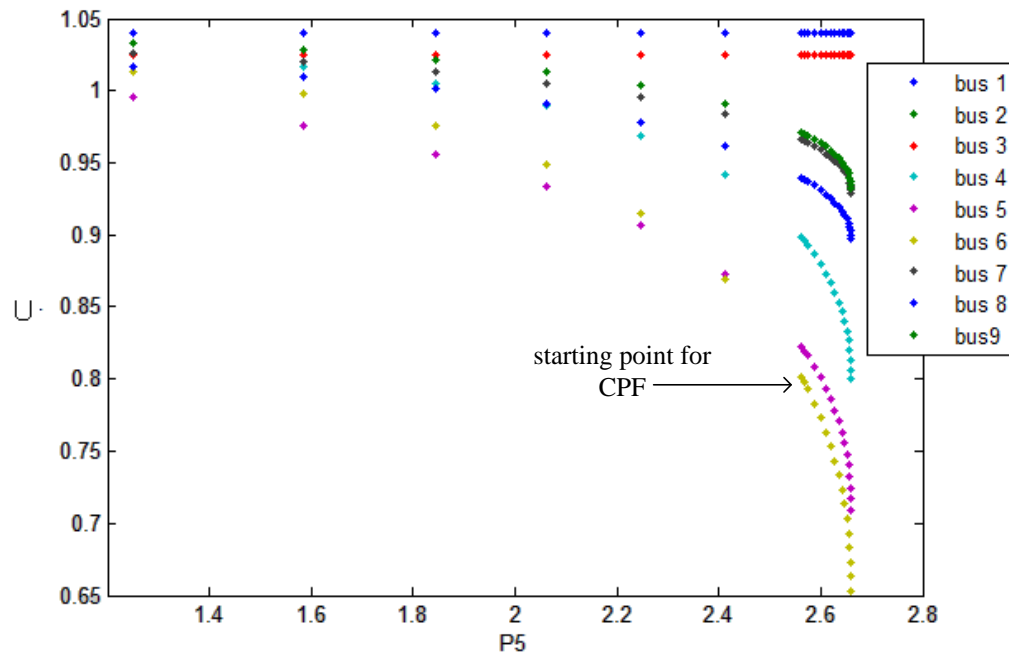


Figure 4.1: PU curves of the unlimited system

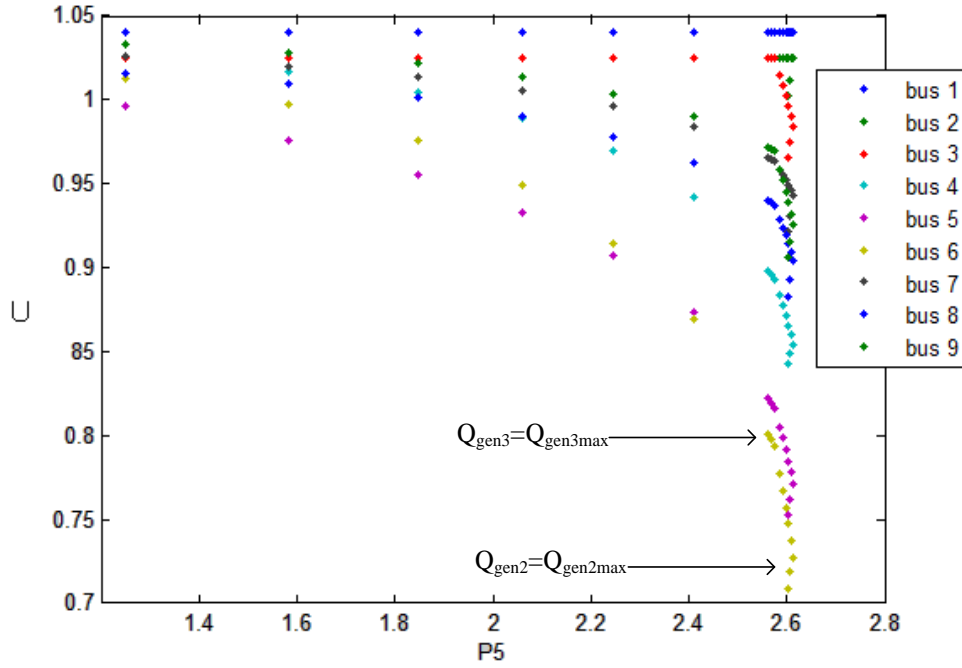


Figure 4.2: PU curve for the limited system

4.2 IEEE 39 bus system

4.2.1 Continuation Power Flow

Starting from the base case loading, which is presented in the Appendix B, for the 39 bus system, the CPF was applied with an arbitrarily chosen direction of load increase:

P112	P113	PL14	P117	P118	P121	P122	P123	P124	P125
0.345	0.234	0.456	0.123	0.674	0.457	0.412	0.289	0.342	0.561
P126	P127	P128	P129	P130	P132	P135	P136	P138	
0.286	0.178	0.294	0.184	0.211	0.631	0.234	0.135	0.135	

The CPF was applied to the limited system. The purpose of this example is to make clear what was stated earlier in this work: the generators might reach their maximum reactive supply for loadings very close to the base case $\mu = 0$, as well as near the maximum loadability point. Generator 7 and 10 are at their limit for $\mu = 0.0213$ and $\mu = 0.0531$, which correspond to very small load increase, as it has been marked in Figure 4.3. On the other hand, generators 5 and 10 reach their limit close to the critical loading $\mu_* = 1.2119$.

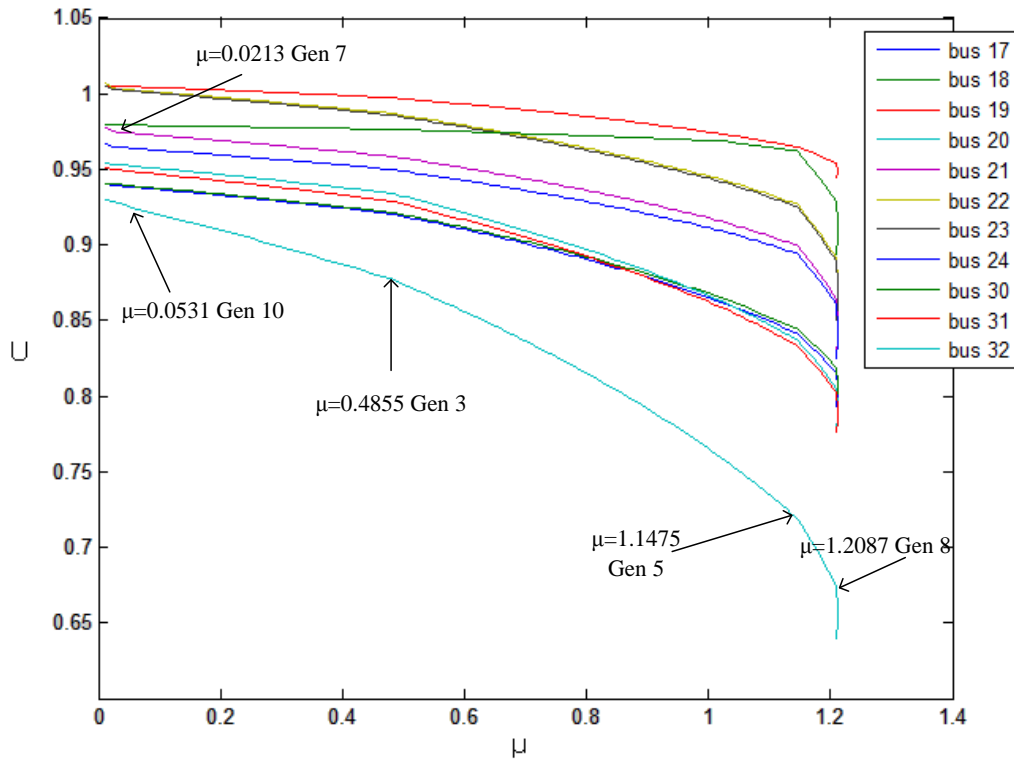


Figure 4.3: PU curves of several PQ buses of the system with marking of the points where generators have reached their reactive power limit

4.2.2 Calculations for forecasted load path

The IEEE 39 bus system is composed by 29 PQ buses, but only on 19 of them are loads connected. Nevertheless, this significantly increases the complexity of the problem, resulting in a lack of sufficient information about which buses of the system are the critical ones for its stability. Furthermore, investigation about the different loadings of the buses and possible increase in their demand is in the range of this work. Therefore, it has been assumed for reasons of simplicity that only the load of three buses is increasing with time. The buses have been chosen almost arbitrarily. Only buses with important loading were chosen and not the vulnerable ones, i.e. buses that even with small increase in their loading are prone to lead the system to instability. The functions of time and load demand used as inputs of the procedure are strictly increasing and chosen arbitrarily. For the results presented below, the following functions were used as inputs:

$$\begin{aligned}
 P_{L17}(t) &= 0.2t + 2.338 \\
 P_{L23}(t) &= 0.03t^2 + 0.012t + 2.745 \\
 P_{L30}(t) &= 0.01t^2 + 6.28
 \end{aligned}$$

The step size used is $\Delta P = 0.5$. The procedure, as it is described in Figure 3.4, is applied both to the unlimited and the limited system. The results obtained for the loadability limit and the voltage magnitude and angle at this point are presented below:

	Maximum loadability	
	Unlimited system	Limited system
P_{L17}	4.8193	4.2738
P_{L23}	12.1204	8.4731
P_{L30}	10.8933	9.0860

Table 4.7: The power consumed by the three altering loads at the loadability limit

	U	θ	U_{li}	θ_{li}
bus 5	0.9800	-0.7925	0.8790	-0.2939
bus 7	0.9900	-1.3728	0.9158	-0.5527
bus 10	1.0200	-1.1183	1.0140	-0.4463
bus 14	0.9664	-1.2468	0.9527	-0.3323
bus 17	0.6970	-0.9679	0.8216	-0.5832
bus 20	0.6946	-1.0576	0.8194	-0.5499
bus 23	0.9083	-1.5026	0.8273	-0.6910
bus 26	0.8784	-1.5017	0.8291	-0.7145
bus 30	0.9803	-1.2537	0.9762	-0.5521
bus 32	0.9480	-1.5570	0.8743	-0.7044
bus 37	0.8168	-1.4099	0.8156	-0.6832

Table 4.8: Voltage magnitudes and angles on representative buses of the systems

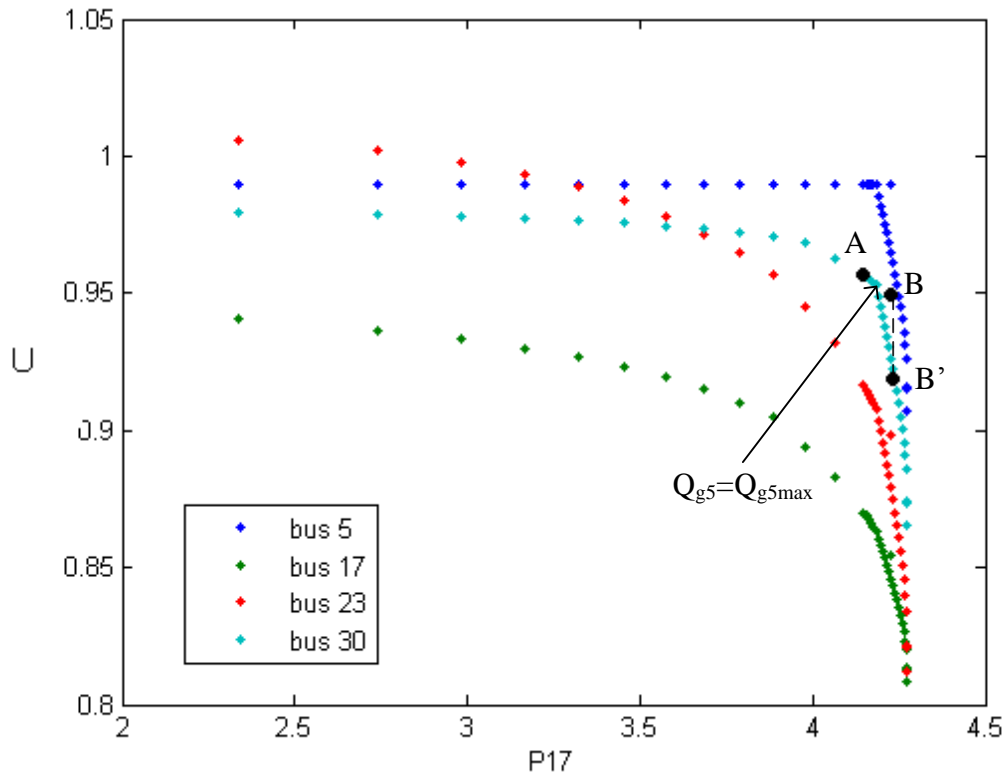


Figure 4.4: PU curves for the limited 39 bus system

It is worth noticing in the above figure that for point B, calculated with the conventional load flow, the reactive power production of generator is $Q_{gen5} = 2.52$, which exceeds the generators limit $Q_{gen5} = 2.50$. The load demand at point B is $P_{L17} = 4.1845$, $P_{L23} = 7.9726$ and $P_{L30} = 8.8384$. As it can be seen from the plot diagram the system has a solution for these demands. Nevertheless, this solution, point B' in the diagram, is in the critical area, where Newton-Raphson does not converge to a solution. Therefore it was needed to return to point A and start from there the CPF, as suggested in Method A of the theoretical section.

In the description of the method it was proposed to move back to point A and, instead of starting the CPF from there, to take smaller steps $\underline{\Delta P} = \sigma'$ on the forecasted trajectory. This way it is possible to compute an equilibrium point closer $\underline{P}_{Q_j=Q_{jmax}}$ and run from there the CPF method.

Initially, a step size $\Delta P' = \frac{\Delta P}{2}$ was used. With this step size the next calculated point was requiring from generator 5 reactive production $Q_{gen5} = 2.5924 > Q_{gen5max}$. Therefore, we returned to point A and tried for step size $\Delta P'' = \frac{\Delta P'}{2}$. For this point the reactive power demand from generator 5 was $Q_{gen5} = 2.446 < Q_{gen5max}$, which makes it suitable for starting point of the CPF method.

	Method A	Method B
P_{L17}	4.1469	4.1669
P_{L23}	7.7617	7.8723
P_{L30}	08.7341	8.7880

Table 4.9: Starting points of the CPF

From the above, it is obvious that no important difference exists between the two methods, at least in this case examined. The results would be different if the point where generator 5 reaches its limit was closer to point B than to point A. In that case, just by $\Delta P' = \frac{\Delta P}{2}$, we could get a much better starting point for the CPF than point A, in terms of computational effort and accuracy. In addition, it is worth noticing that the direction of the CPF is also recalculated and it is obvious that in the case of the varying step it will be a better estimation of the actual forecasted path.

5 Conclusions and Future Work

5.1 Conclusions

A procedure was created that can calculate at which point of the path the system will lose stability due to saddle node bifurcation, when provided with a forecasted path of future load demands. This procedure also takes into account the limitation in reactive power generation. It was implemented on the IEEE 9 and IEEE 39 bus system.

First of all, the already existing CPF method was expanded in order to provide results for reactive power limited systems. After running the CPF for several directions of load increase, some characteristics of the systems became clear. The critical buses of the system were spotted, to the extent that this was possible. The 39 bus system is characterized by high complexity and therefore it is hard to obtain exact conclusions for the buses. It was also examined at which point the generators reach their reactive power limit and if their saturation leads to loss of stability in respect with the load increase. After observing and analyzing the above a specific procedure was formulated.

Different step sizes were tested. It was noticed that increase in the step size did not necessarily result in decrease in the number of steps. The reason for the above is that the procedure is composed by two competing in terms of the number of steps processes: the conventional load flow and the continuation power flow. Increase in accuracy, while running the procedure with smaller step size, was observed.

As the load demands of the buses are increasing according to the predicted path, there comes a point when the load flow can no longer converge to a solution. For this area of load combinations the usage of the continuation power flow (CPF) was required. In order to find the most suitable point for starting the CPF two approaches were suggested. Method A: Use as starting point the load combination prior to the last for which the load flow was converging to a solution. Method B: Set a smaller step size and starting from the same point as Method A move closer to the loadability limit before starting the CPF. For the system and the predicted paths tested very small differences in the number of steps and the results were observed. In general thought, Method A is

characterized by a simpler concept than Method B, but can lead to more steps than needed and to loss of accuracy.

By comparing the same system for operation under limited and unlimited reactive power, we came to the following conclusion:

- Generators reactive power limit affects the load active power limit, by decreasing its magnitude.

5.2 Future work

This work could be regarded as a basic method that can be used to judge the stability of a system, when provided a forecasted path of future load demands. It can be extended and optimized in several ways. Suggestions for future work are summarized in the following:

First of all, a pattern for appropriately varying step size ΔP as the system moves toward the limitation surface could decrease the computational effort and increase the accuracy of the results.

The procedure could be expanded in order to handle loads whose demands are not strictly increasing functions of time, as we assumed for this work, but may have also decreasing parts.

Furthermore, as previously discussed in the introduction, the future demand of the loads does not follow a totally predicted path. There are several ways presented in the literature for modeling these uncertainties, with the most common of these being Brownian motion [14]. This fact should be incorporated in procedures like the one presented here.

Bibliography

- [1] F. Alvarado, I. Dobson, Yi Hu, *Computation of Closest Bifurcation in Power Systems*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 2, March 1994.
- [2] Y. Kataoka, *A Probabilistic Nodal Loading Model and Worst Case Solutions for Electric Power System Voltage Stability Assessment*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol 18, No 4, November 2003.
- [3] M. Perninge, V. Knazkins, M. Amelin, L. Söder, *Risk Estimation of Critical Time to Voltage Instability Induced by Saddle-Node Bifurcation*. Accepted for publication in IEEE Transactions on power System, 2010
- [4] F. M. Echavarren, E. Lobado, L. Rouco, *Steady State Analysis of the Effect of Reactive Generation Limits in Voltage Stability*. Electric Power Systems Research, Vol 79, No. 9, September 2009
- [5] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem, V. Vittal, *Definition and Classification of Power System Stability*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No.2, May 2004
- [6] T. Van Custem, C. Vournas, *Voltage Stability of Electrical Power Systems*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [7] R. Dorf, R. Bishop, *Modern Control Systems*. Pearson Prentice Hall, 2008
- [8] I. Dobson, *Observations on the Geometry of Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electrical Power Systems*. IEEE Transactions on Circuits and Systems, Fundamental Theory and Applications, Vol 39, No. 3, March 1992.
- [9] L. Söder, *Static Analysis of Power Systems*. The Royal Institute of Technology, 2004
- [10] V. Ajjarapu, C. Christy, *The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol 7, No 1, August 1992.
- [11] H. Chiang, A. J. Flueck, K. S. Shah, N. Balu, *CPFLOW: A Practical Tool for Tracing Power System Steady-State Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 2, May 1995.
- [12] D. A. Alves, L.C.P. da Silva, C. A. Castro, V. F. da Costa, *Alternative parameters for the continuation power flow method*. Electric power system Research, Vol. 66
- [13] I. Dobson, L. Lu, *Voltage Collapse Predicted by the Immediate Change in Stability when Generator Reactive Power Limits are Encountered*. IEEE

Transactions on Circuits and Systems. Fundamental Theory and Applications,
Vol. 39, No. 9, September 1992.

[14] M. Perninge, *Modeling the Uncertainties Involved in Net Transmission
Capacity Calculation*, The Royal Institute of Technology, 2009

Appendix A

IEEE 9 Bus System Data

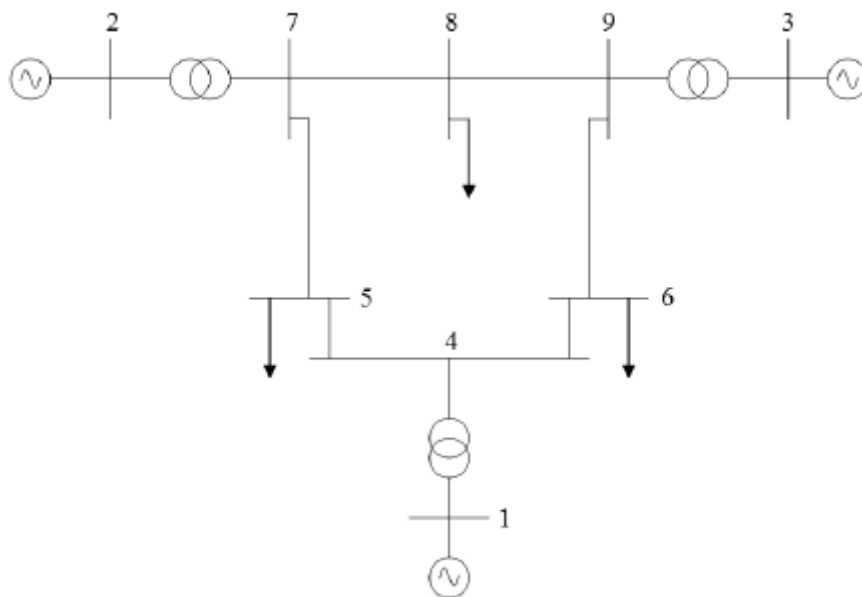


Figure A.1: IEEE 9 Bus system

LINE DATA			
from bus	to bus	R	X
4	1	0.0000	0.0576
4	5	0.0100	0.0850
5	7	0.0320	0.1610
4	6	0.0170	0.0920
6	9	0.0390	0.1700
7	8	0.0085	0.0720
2	7	0.0000	0.0625
8	9	0.0019	0.1008
3	9	0.0000	0.0586

BUS DATA											
Bus	U	θ	P_g	Q_g	P_L	Q_L	G	B	Type	Q_{gmax}	Q_{gmin}
1	1.0400	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1	-	-
2	1.0253	0.0000	1.6300	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	1.4000	1.0000
3	1.0254	0.0000	0.8500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	1.0000	1.0000
4	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
5	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.2500	0.5000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
6	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.9000	0.3000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
7	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
8	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.3500	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
9	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000

Types of bus: 1-Slack 2-PU 3-PQ

Appendix B

IEEE 39 Bus System Data

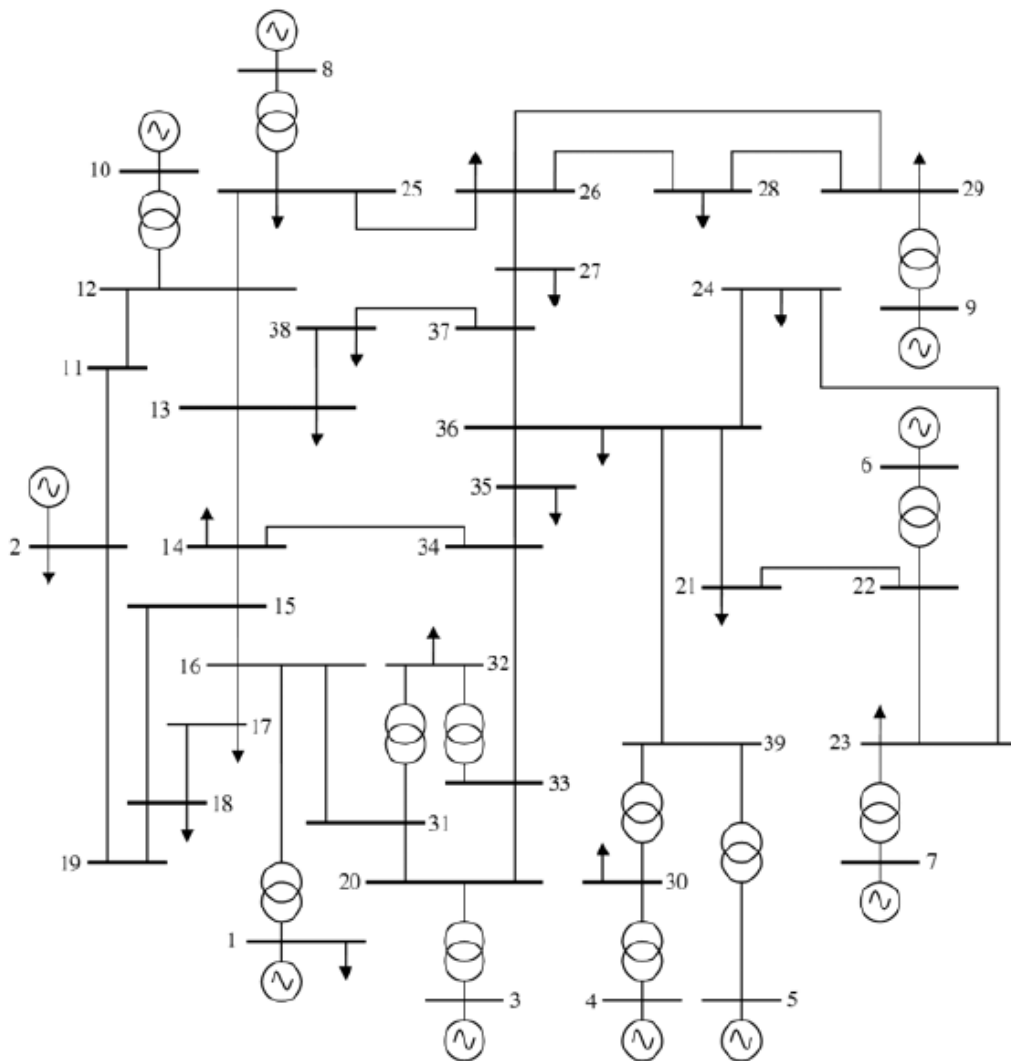


Figure B.1: IEEE 39 Bus system

LINE DATA			
from bus	to bus	R	X
39	30	0.0007	0.0138
39	5	0.0007	0.0142
32	33	0.0016	0.0435
32	31	0.0016	0.0435
30	4	0.0009	0.0180
29	9	0.0008	0.0156
25	8	0.0006	0.0232
23	7	0.0005	0.0272
22	6	0.0000	0.0143
20	3	0.0000	0.0200
16	1	0.0000	0.0250
12	10	0.0000	0.0181
37	27	0.0013	0.0173
37	38	0.0007	0.0082
36	24	0.0003	0.0059
36	21	0.0008	0.0135
36	39	0.0016	0.0195
36	37	0.0007	0.0089
35	36	0.0009	0.0094
34	35	0.0018	0.0217
33	34	0.0009	0.0101
28	29	0.0014	0.0151
26	29	0.0057	0.0625
26	28	0.0043	0.0474
26	27	0.0014	0.0147
25	26	0.0032	0.0323
23	24	0.0022	0.0350
22	23	0.0006	0.0096
21	22	0.0008	0.0135
20	33	0.0004	0.0043
20	31	0.0004	0.0043
19	2	0.0010	0.0250
18	19	0.0023	0.0363
17	18	0.0004	0.0046
16	31	0.0007	0.0082
16	17	0.0006	0.0092
15	18	0.0008	0.0112
15	16	0.0002	0.0026
14	34	0.0008	0.0129
14	15	0.0008	0.0128
13	38	0.0011	0.0133
13	14	0.0013	0.0213
12	25	0.0070	0.0086
12	13	0.0013	0.0151
11	12	0.0035	0.0411
11	2	0.0010	0.0250

BUS DATA											
Bus	U	θ	P_g	Q_g	P_L	Q_L	G	B	Type	Q_{gmax}	Q_{gmin}
1	0.9800	0.0000	5.0451	1.3600	0.0920	0.0460	0.0000	0.0000	1	-	-
2	1.0300	0.0000	10.0000	1.9575	11.040	2.5000	0.0000	0.0000	2	4.0000	2.0000
3	0.9800	0.0000	6.5000	1.5910	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	2.7000	1.3000
4	1.0100	0.0000	5.0800	1.586	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	2.3000	1.0000
5	0.9900	0.0000	6.3200	0.9558	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	2.5000	1.2000
6	1.0400	0.0000	6.5000	2.7641	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	2.5000	1.3000
7	1.0600	0.0000	5.6000	2.3549	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	2.5000	1.1000
8	1.0200	0.0000	5.4000	0.6302	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	2.2000	1.1000
9	1.0200	0.0000	8.3000	0.8476	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2	3.2000	1.7000
10	1.0400	0.0000	2.5000	1.4648	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	1.8000	0.5000
11	1.0300	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
12	1.0200	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
13	0.9900	0.0000	0.0000	0.0000	3.2200	0.0240	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
14	0.9500	0.0000	0.0000	0.0000	5.0000	1.8400	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
15	0.9800	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
16	1.9500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
17	0.9500	0.0000	0.0000	0.0000	2.3380	0.8400	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
18	0.9500	0.0000	0.0000	0.0000	5.2200	1.7600	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
19	1.0100	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
20	0.9500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
21	0.9900	0.0000	0.0000	0.0000	2.7400	1.1500	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
22	1.0100	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
23	1.0100	0.0000	0.0000	0.0000	2.7450	0.8400	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
24	0.9800	0.0000	0.0000	0.0000	3.0860	0.9220	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
25	1.0200	0.0000	0.0000	0.0000	2.2400	0.4720	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
26	1.0100	0.0000	0.0000	0.0000	1.3900	0.1700	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
27	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.8100	0.7550	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
28	1.0200	0.0000	0.0000	0.0000	2.0600	0.2760	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
29	1.0200	0.0000	0.0000	0.0000	2.8350	0.2690	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
30	0.9800	0.0000	0.0000	0.0000	6.2800	1.0300	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
31	0.9500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
32	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0750	0.8800	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
33	0.9500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
34	0.9600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
35	0.9600	0.0000	0.0000	0.0000	3.2000	1.5300	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
36	0.9800	0.0000	0.0000	0.0000	3.2940	0.3230	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
37	0.9900	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
38	0.9900	0.0000	0.0000	0.0000	1.5800	0.3000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000
39	0.9800	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3	0.0000	0.0000