



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Πρόγραμμα Μακροπρόθεσμης Προσομοίωσης ΣΗΕ με συνεχή και διακριτή δυναμική

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Ευάγγελου Γ. Πολυμενέα

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Βουρνάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2010



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Πρόγραμμα Μακροπρόθεσμης Προσομοίωσης ΣΗΕ με συνεχή και διακριτή δυναμική

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Ευάγγελου Γ. Πολυμενέα

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Βουρνάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 29^η Οκτωβρίου 2010.

.....
Κωνσταντίνος Βουρνάς
Καθηγητής

.....
Γεώργιος Κορρές
Αναπληρωτής Καθηγητής

.....
Πάυλος Γεωργιλιάκης
Λέκτορας

Αθήνα, Οκτώβριος 2010

.....

Ευάγγελος Γ. Πολυμενέας

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Ευάγγελος Γ. Πολυμενέας, 2010

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστίσω τον καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Βουρνά, για την στενή επίβλεψη αυτής της εργασίας και την πολύτιμη βοήθεια στην διόρθωση των σφαλμάτων της. Ήταν πάντα διαθέσιμος, παρά την έλλειψη χρόνου. Επίσης, ευχαριστώ θερμά όλους του καθηγητές της σχολής ΗΜΜΥ , αφού από τον κάθε έναν είχα την τύχη να μάθω κάτι νέο. Τέλος, ευχαριστώ θερμά την οικογένειά μου για την αμέριστη υποστήριξή τους και στα χρόνια των σπουδών μου και για την υπομονή που επέδειξαν κατά την συγγραφή της εργασίας αυτής.

Περίληψη

Η αστάθεια τάσης (**voltage instability**) είναι ένα επικίνδυνο φαινόμενο για την λειτουργία των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας που εμφανίζεται με αυξημένη συχνότητα όσο η οικονομική ανάπτυξη επιφέρει αύξηση της φόρτισης σε επίπεδα που πλησιάζουν τα όρια φόρτισης του συστήματος Παραγωγής - Μεταφοράς. Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε σε τρεις φάσεις και δοκιμάστηκε πρόγραμμα μακροπρόθεσμης προσομοίωσης ΣΗΕ με έμφαση στην ανάλυση φαινομένων αστάθειας τάσης.

Αρχικά ανακεφαλαιώνονται τα μοντέλα των βασικών συνιστωσών του Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας όπως μετασχηματιστές με ΣΑΤΥΦ (**load tap changers**), δυναμικά επαναφερόμενα φορτία, γεννήτριες και βασικά συστήματα ελέγχου τους (συστήματα προστασίας υπερδιεγέρσεως και αυτόματοι ρυθμιστές τάσης). Στη συνέχεια αναλύεται η οιοική στατική προσέγγιση (**quasi-static approach**), πάνω στην οποία βασίζεται η σύνταξη των αλγορίθμων προσομοίωσης, σύμφωνα με την οποία τα μεταβατικά φαινόμενα με μικρή σταθερά χρόνου στο Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας μπορούν να αγνοηθούν και να ληφθούν υπόψη οι εξισώσεις ισορροπίας τους, προσομοιώνοντας την δυναμική μόνο των μακροπρόθεσμων φαινομένων. Κατόπιν, εξάγονται για το Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας οι εξισώσεις που προκύπτουν από την προσέγγιση αυτή.

Στα πλαίσια της εργασίας αναπτύχθηκε καταρχάς αλγόριθμος χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η δυναμική των συνεχών μακροπρόθεσμων φαινομένων Αυτό αποτελεί την πρώτη φάση ανάπτυξης του προγράμματος. Στην συνέχεια αναλύονται αλγόριθμοι ολοκλήρωσης διαφορικών εξισώσεων και η εφαρμογή τους σε αλγεβρικά – διαφορικά συστήματα (**differential – algebraic systems**) με έμφαση στην έμμεση τραπεζοειδή μέθοδο (**implicit trapezoid method**). Με εφαρμογή αυτής της μεθόδου, ενσωματώθηκε, στη δεύτερη φάση ανάπτυξης του προγράμματος, ο πρώτος μακροπρόθεσμος συνεχής μηχανισμός, η δυναμική των επαναφερόμενων φορτίων.

Στην τρίτη φάση ανάπτυξης εξηγήθηκε ο λόγος για τον οποίον η δυναμική του πεδίου διέγερσης ανήκει στα μακροπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα για γεννήτριες υπό περιορισμό υπερδιεγέρσεως και κατόπιν ενσωματώθηκαν στον αλγόριθμο οι διαφορικές εξισώσεις του πεδίου διέγερσης των γεννητριών. Αυτό επέτρεψε την ακριβέστερη αναπαράσταση του συστήματος μετά την απώλεια του βραχυπρόθεσμου σημείου ισορροπίας.

Στο τελικό στάδιο της εργασίας οι τρεις αυτές εκδοχές του προγράμματος εφαρμόστηκαν για ένα σενάριο αστάθειας τάσης σε δοκιμαστικό σύστημα 33 ζυγών και συγκρίθηκαν οι αποκρίσεις τους, εξάγοντας συμπεράσματα για τις διαφορές μεταξύ τους αλλά και για την συμπεριφορά του συστήματος κατά την εκδήλωση του φαινομένου αστάθειας.

Το πρόγραμμα προσομοίωσης που αναπτύχθηκε είναι κατάλληλο για ανάλυση μεγάλων και πολύ μεγάλων Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας, δεδομένου ότι έχει ληφθεί υπόψη ο αραιός χαρακτήρας των πινάκων και η έμμεση (**implicit**) μέθοδος ολοκλήρωσης των διαφορικών εξισώσεων είναι εξαιρετικά αποδοτική, δηλαδή επιτρέπει αύξηση του βήματος χωρίς κίνδυνο αστάθειας της μεθόδου.

Abstract

Voltage instability is a hazardous phenomenon concerning Power System operation, which occurs with increasing frequency as the gradual economic development brings about a correlating load increase that exceeds the capability of the combined generation and transmission system. For the purposes of this thesis we developed in three phases and eventually tested a new computer program of long term Power System Simulation with emphasis on the analysis of voltage instability phenomena.

In this diploma thesis, we initially revised the the models for the basic components of the Power System, such as transformers with LTC's (load tap changers), dynamically restorative loads, generators and their basic control systems (such as overexcitation limiters and automatic voltage regulators). Furthermore we analyze the quasi steady state approach (QSS), on which the simulation algorithms of this thesis are based. According to the QSS approach, transient phenomena in the Power System with small time constants can be ignored and their respective steady-state equations can be used instead, thus simulating only the long term dynamics. Finally, we obtain the Power System equations that stem from this approach.

Initially, an algorithm that does not simulate the long-term continuous dynamics was developed. This constitutes the first phase of the development of the final program. Moreover, we present various available algorithms for the integration of differential equations and their application in differential – algebraic systems emphasizing on the implicit trapezoid method. Utilizing this method, in the second phase of development, we incorporated into the simulation program one of the long-term continuous dynamics that was initially ignored, namely dynamic load restoration.

In the third and final phase, we explain the reason why field flux decay generator dynamics should be considered a long term phenomenon for generators under the control of the overexcitation limiter and the respective differential equations are integrated into the simulation algorithm. Therefore, we achieved an accurate representation of the Power System after the loss of the short term equilibrium.

Finally, these three versions of the simulation program were applied in a 33 bus test system for the simulation of an instability scenario and the various responses are presented and compared. Thus, we deduce several conclusions for the dissimilarities between the various simulations as well as the response of the system during voltage collapse.

The simulation program that was developed is suitable for analysis of large or very large Power Systems, given that it takes advantage of matrix sparsity and the implicit differential equation integration method that was used is very efficient, allowing the use of an increased simulation step, with decreased risk of integration method instability

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	1
Περίληψη	3
Abstract	5
Περιεχόμενα	7
Κατάλογος Σχημάτων	11
Κατάλογος Πινάκων	13
1 Εισαγωγή	15
1.1 ΣΗΕ και ευστάθεια τάσης.....	15
1.2 Χωρισμός σε χρονικές κλίμακες.....	17
1.3 Μηχανισμοί εκδήλωσης αστάθειας τάσης.....	21
1.3.1 Εισαγωγική παρουσίαση του μηχανισμού κατάρρευσης σε απλό ακτινικό δίκτυο.....	21
1.3.2 Χαρακτηριστική P-V ακτινικού δικτύου.....	23
1.3.3 Καμπύλες P-V και ευστάθειας τάσης.....	25
1.3.4 Προϋποθέσεις και γενική περιγραφή φαινομένων κατάρρευσης τάσης σε ΣΗΕ.....	27
1.3.5 Πρόληψη και αποτροπή φαινομένων αστάθειας τάσης.....	28
1.4 Σκοπός και δομή της εργασίας.....	29
2 Μοντέλο ΣΗΕ	31
2.1 Εξισώσεις γεννητριών.....	31
2.2 Παράσταση Ρυθμιστών Τάσεως και Υπερδιεγέρσεως.....	37
2.2.1 Αυτόματος Ρυθμιστής Τάσης.....	37

2.2.2 Σύστημα Προστασίας Υπερδιέγερσης.....	41
2.3 Εξισώσεις μετασχηματιστών μεταβλητής λήψης.....	43
2.4 Εξισώσεις Δικτύου.....	47
2.5 Εξισώσεις Φορτίων.....	48
2.6 Οιονεί Στατική Προσέγγιση.....	50
2.6.1 Εξισώσεις Συστήματος.....	50
2.6.2 Μειωμένο αλγεβρικό σύστημα εξισώσεων.....	54
2.6.3 Εφαρμογή οιονεί στατικής προσέγγισης και προσθήκη συνεχών.....	54
μακροπρόθεσμων δυναμικών φαινομένων.....	54
3 Προσομοίωση ΣΗΕ.....	57
3.1 Επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων.....	57
3.1.1 Διατύπωση μεθόδου Newton – Raphson.....	57
3.1.2 Ταχεία μέθοδος Newton.....	60
3.1.3 Μέθοδος LU και αλγόριθμος Doolittle.....	60
3.2 Ολοκλήρωση διαφορικών εξισώσεων.....	62
3.2.1 Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις και μέθοδοι ολοκλήρωσης.....	62
3.2.2 Αλγεβρικά – διαφορικά συστήματα.....	64
3.3 Εφαρμογή σε ΣΗΕ.....	65
3.3.1 Εξισώσεις Συστήματος.....	65
3.3.2 Ορισμοί Υποπινάκων.....	67
3.3.3 Αρχικοποίηση.....	74
3.4 Αλγόριθμοι Προσομοίωσης.....	76
3.4.1 Αλγόριθμος χωρίς μακροπρόθεσμα συνεχή δυναμικά φαινόμενα.....	76
3.4.2 Αλγόριθμος με δυναμικά φορτία.....	79
3.4.3 Αλγόριθμος με προσθήκη της δυναμικής του πεδίου διέγερσης για γεννήτριες με περιορισμό υπερδιέγερσης.....	82
4. Εφαρμογή σε σύστημα 33 ζυγών.....	85
4.1 Παρουσίαση του συστήματος.....	85
4.1.1 Γεννήτριες.....	85
4.1.2 Μετασχηματιστές και Φορτία.....	85

4.2	Αποτελέσματα Οιονεί Στατικής Προσομοίωσης χωρίς συνεχή μακροπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα.....	87
4.3	Προσομοίωση με δυναμικά φορτία.....	91
4.4	Προσθήκη δυναμικής του πεδίου διέγερσης για γεννήτριες υπό έλεγχο ΣΠΥ.....	96
4.4.1	Αποτελέσματα προσομοίωσης χωρίς την δυναμική των φορτίων.....	96
4.4.2	Προσομοίωση με δυναμική του πεδίου διέγερσης και δυναμικά φορτία.....	99
4.4.3	Συνθήκη κατά τον τερματισμό της προσομοίωσης.....	100
4.4.4	Επίδραση ολοκλήρωσης διαφορικής πεδίου διέγερσης και για γεννήτριες με APT.....	107
4.4.5	Επιλογή χρονικού βήματος για τον αλγόριθμο 3.8.....	108
5.	Συμπεράσματα – Προοπτικές.....	111
5.1	Συμπεράσματα.....	111
5.2	Προοπτικές συνέχισης της έρευνας.....	113
	Παράρτημα: Αραιοί Πίνακες.....	115
	Βιβλιογραφία.....	117

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Κατηγοριοποίηση φαινομένων στο ΣΗΕ με βάση τη χρονική κλίμακα.....	17
1.2	Σχηματική παρουσίαση οριζώντα στατικής προσέγγισης και προσεγγιστικής μεθόδου βραχυπρόθεσμης κλίμακας.....	20
1.3	Απλό ακτινικό ισοδύναμο.....	21
1.4	Τάση, ρεύμα και ισχύς στον ζυγό φορτίου συναρτήσει της αγωγιμότητας του φορτίου, για το απλό ακτινικό ισοδύναμο.....	22
1.5	Καμπύλες P-V απλού ακτινικού δικτύου για διάφορους συντελεστές ισχύος φορτίου.....	24
1.6	Ακτινικό δίκτυο γεννήτριας – ζυγού φορτίου ελεγχόμενου από ΣΑΤΥΦ.....	25
1.7	Καμπύλες P-V δικτύου και φορτίου για το απλό ακτινικό δίκτυο.....	25
1.8	Καμπύλες VQ γεννήτριας ΑΡΤ, ΣΠΥ και περιοριστή ρεύματος τυμπάνου.....	26
2.1	Κυκλωματική αναπαράσταση μοντέλου σύγχρονης μηχανής.....	31
2.2	Διανυσματικό διάγραμμα σύγχρονης μηχανής στη μεταβατική κατάσταση.....	35
2.3	Διάγραμμα βαθμίδων στροβίλου με ρυθμιστή στροφών.....	36
2.4	Πλήρες διάγραμμα βαθμίδων συστήματος ελέγχου διέγερσης σύγχρονης γεννήτριας.....	37
2.5	Αναλογικός ΑΡΤ με στατική διέγερση.....	38
2.6	Διάγραμμα ισορροπίας αναλογικού ΑΡΤ.....	39
2.7	Διάγραμμα βαθμίδων αναλογικού – ολοκληρωτικού ΑΡΤ.....	39
2.8	Διάγραμμα ροής ΣΠΥ.....	43
2.9	Διάγραμμα βαθμίδων συστήματος ελέγχου του λόγου μετασχηματισμού.....	44
2.10	Μονοφασικό ισοδύναμο μετασχηματιστή μεταβλητής λήψης.....	45
2.11	Διάγραμμα ροής ελέγχου ΣΑΤΥΦ.....	46
2.12	Ισοδύναμο π μετασχηματιστή.....	47
2.13	Ζεύγος συνδεδεμένων ζυγών στο ΣΗΕ.....	47
3.1	Διάγραμμα ροής αλγορίθμου 3.6 (προσομοίωση ΣΗΕ χωρίς τα μακροπρόθεσμα	

συνεχή μεταβατικά φαινόμενα).....	78
3.2 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου 3.7 (προσομοίωση ΣΗΕ με την δυναμική των επαναφερόμενων φορτίων).....	81
3.3 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου 3.8 (προσομοίωση ΣΗΕ και με την δυναμική του πεδίου διέγερσης των γεννητριών υπό περιορισμό υπερδιεγέρσεως).....	83
4.1 Σύστημα 33 ζυγών της CIGRE.....	86
4.2 Τάσεις ζυγών N205, N1 και M1 (αλγόριθμος 3.6).....	87
4.3 Τάσεις ζυγών N201 – N203 (αλγόριθμος 3.6).....	88
4.4 Κατανάλωση ενεργούς ισχύος στους ζυγούς N201 – N203 (αλγόριθμος 3.6).....	89
4.5 Η ΗΕΔ διέγερσης των γεννητριών M3, M4 και M5 (αλγόριθμος 3.6).....	89
4.6 Άεργος παραγωγή γεννητριών M1, M3, M4 (αλγόριθμος 3.6).....	90
4.7 Άεργες απώλειες του ΣΗΕ (αλγόριθμος 3.6).....	91
4.8 Απόκριση της τάσης στους ζυγούς N1 και N205 – σύγκριση αλγορίθμων 3.6 και 3.7.....	92
4.9 Οι άεργες απώλειες του ΣΗΕ (με δυναμικά φορτία).....	93
4.10 Ζήτηση ενεργού και αέργου ισχύος στους ζυγούς N205 και N8.....	94
4.11 Κατανάλωση ενεργού ισχύος στον N13 και η χαρακτηριστική μόνιμης κατάστασης (αλγόριθμος 3.7).....	95
4.12 Κατανάλωση ενεργού ισχύος στον ζυγό N202 και η χαρακτηριστική μόνιμης κατάστασης (αλγόριθμος 3.7).....	95
4.13 Τάση του ζυγού N1 για διάφορες τιμές των σταθερών χρόνου (αλγόριθμος 3.7).....	96
4.14 Τάση του ζυγού N205 με και χωρίς την δυναμική του πεδίου διέγερσης για γεννήτριες σε υπερδιέγερση.....	97
4.15 ΗΕΔ πίσω από την μεταβατική αντίδραση (E'_d) για τις γεννήτριες M3, M4 και M6 (αλγόριθμος 3.8).....	98
4.16 Ρεύμα πεδίου για τις γεννήτριες M3 και M4 (αλγόριθμος 3.8).....	99
4.17 Τάση ζυγού N1 με αλγορίθμους 3.7 και 3.8.....	100
4.18 Διαγράμματα $P_c(\delta)$ μεταβατικής ισχύος και ισχύος μόνιμης κατάστασης.....	101
4.19 Ορίζουσα του πίνακα των συντελεστών συγχρονισμού συναρτήσει του χρόνου.....	106
4.20 Γωνία δ της γεννήτριας M3 για δύο διαφορετικούς αλγορίθμους.....	107
4.21 Τάση στον ζυγό N1, σύγκριση του αλγορίθμου 3.8 με τον τροποποιημένο αλγόριθμο.....	108

Κατάλογος Πινάκων

1.1	Συνοπτική παρουσίαση φαινομένων με βάση την χρονική κλίμακα.....	19
4.1	Παράμετροι Γεννητριών στο σύστημα 33 ζυγών της CIGRE.....	85
4.2	Σύγκριση 6 διαφορετικών βημάτων για τον αλγόριθμο 3.8 χωρίς δυναμικά φορτία.....	109
4.3	Σύγκριση 6 διαφορετικών χρονικών βημάτων για τον αλγόριθμο 3.8 με δυναμικά φορτία.....	109

1. Εισαγωγή

1.1 ΣΗΕ και ευστάθεια τάσης

Η ηλεκτρική ενέργεια αποτελεί εδώ και δεκαετίες σημαντικό παράγοντα τόσο στην βιομηχανική δραστηριότητα, όσο και στην καθημερινή ζωή, κυρίως λόγω της ευκολίας μετατροπής σε άλλες μορφές ενέργειας και της ευκολίας στην μεταφορά και διανομής της. Η ολοένα μεγαλύτερη εξάρτηση από αυτήν, όμως, δημιουργεί αυστηρές απαιτήσεις από μέρους των καταναλωτών στο Σ.Η.Ε. Αυτές οι προδιαγραφές είναι, σε γενικές γραμμές:

- Συχνότητα κοντά στην ονομαστική
- Τάση στους ζυγούς φορτίου κοντά στην ονομαστική
- Μεγάλη αξιοπιστία
- Περιορισμένες στο ελάχιστο μεταβατικές διαταραχές
- Οικονομική αποτελεσματικότητα

Όμως, καθώς η κατανάλωση και οι απαιτήσεις των καταναλωτών αυξάνονται, η φόρτιση του Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας πλησιάζει τα όρια του. Σε πολλές περιπτώσεις η απαιτούμενη επέκταση ώστε να καλυφθούν οι προκύπτουσες ανάγκες περιλαμβάνει κατασκευή νέων γραμμών. Συχνά, για οικονομικούς, περιβαλλοντικούς ή νομικούς λόγους, είναι αρκετά δύσκολη η επέκταση του Δικτύου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, τα ΣΗΕ που σχεδιάστηκαν και άρχισαν να λειτουργούν δεκαετίες πριν, όταν η κατανάλωση ήταν αρκετά μικρότερη, να καλούνται να τροφοδοτήσουν το συνεχώς αναπτυσσόμενο και εξελισσόμενο φορτίο.

Αυτή η ολοένα εντονότερη φόρτιση των ΣΗΕ έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ενός νέου τύπου αστάθειας, που χαρακτηρίζεται από αργές και σταδιακά εξελισσόμενες (συνήθως) βυθίσεις της τάσης, που ξεκινούν ως τοπικά φαινόμενα αλλά μπορούν να εξαπλωθούν σε μεγαλύτερα τμήματα του ΣΗΕ. Αν και είναι αργά φαινόμενα, δεδομένων των συνθηκών μπορούν να καταλήξουν σε πλήρη αστάθεια (κατάρρευση τάσης). Ο γενικός όρος “αστάθεια τάσης” χρησιμοποιείται για την περιγραφή αυτών των φαινομένων. Τέτοια φαινόμενα άρχισαν να εμφανίζονται περί το 1970 (Νέα Υόρκη 1970, Βόρειο Βέλγιο 1982 κ.ο.κ.) μέχρι και πρόσφατα (Καναδάς – Αμερική και Σουηδία το 2003 , Νότια Ελλάδα το 2004 [1]).

Ένας καλός ορισμός της αστάθειας τάσης δίνεται στο [2]:

Η αστάθεια τάσης σε ένα ΣΗΕ προκύπτει από την προσπάθεια του φορτίου να αποκαθιστά την κατανάλωσή του πέραν από την ικανότητα που παρέχει το δεδομένο σύστημα παραγωγής και μεταφοράς.

Ο παραπάνω ορισμός εισάγει την ύπαρξη ενός ανώτατου ορίου μεταφοράς ισχύος (που καθορίζεται από τον συνδυασμό και τα χαρακτηριστικά τόσο του συστήματος παραγωγής όσο και του συστήματος μεταφοράς). Σε περίπτωση μίας διαταραχής στο ΣΗΕ (όπως η απώλεια μίας μονάδας παραγωγής ή μίας γραμμής) είναι δυνατόν να προκληθεί μείωση της τάσης στους ζυγούς. Οι μηχανισμοί αποκατάστασης στους οποίους αναφέρεται ο πιο πάνω ορισμός, σε ένα “ασφαλές” σημείο λειτουργίας του ΣΗΕ θα προκαλούσαν αποκατάσταση της καταναλισκόμενης ισχύος από τα φορτία στην προ της διαταραχής τιμή τους. Όμως, πέραν του προαναφερθέντος ορίου ευστάθειας, οι μηχανισμοί αυτοί καθίστανται ασταθείς, με αποτέλεσμα η δράση τους να μειώνει, αντί να αυξάνει την καταναλισκόμενη από αυτά ισχύ. Γενικά οι μηχανισμοί που συνεισφέρουν στην αποκατάσταση των φορτίων είναι:

• Η φυσική τάση ορισμένων φορτίων να αποκαθιστούν την απορροφώμενη ισχύ τους, λόγω της δυναμικής τους συμπεριφορά. Τέτοια φορτία είναι, για παράδειγμα, **οι μηχανές επαγωγής και τα θερμοστατικά φορτία.**

• **Τα Συστήματα Αλλαγής Τάσης υπό Φορτίο (ΣΑΤΥΦ)**, που αποκαθιστούν έμμεσα, μέσω ρύθμισης της τάσης, την καταναλισκόμενη ισχύ των φορτίων σε έναν ζυγό, μετά από την πτώση της τάσης. Επειδή η στρατηγική ελέγχου τους αφορά την τήρηση της τάσης στον ζυγό φορτίου κοντά στην ονομαστική, η αλλαγή στον λόγο μετασχηματισμού που προκαλούν μετά την αρχική διαταραχή έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της τάσης στον ζυγό αυτόν, και κατά συνέπεια της κατανάλωσης των φορτίων του ζυγού.

Πέραν όμως των μηχανισμών που σχετίζονται με την αποκατάσταση του φορτίου, στην αστάθεια τάσης συμμετέχουν και άλλες διατάξεις / συνιστώσες του ΣΗΕ, όπως [3]:

- Ενεργές διατάξεις αντιστάθμισης
- Βυθίσεις τάσεις οφειλόμενες σε κεραυνικές εκκενώσεις η/και επιβράδυνση κινητήρων επαγωγής
- Διάφορες συσκευές προστασίας ενσωματωμένες στο ΣΗΕ, όπως διακόπτες προστασίας υπερέντασης ή υπότασης. Άξια αναφοράς εδώ είναι τα Συστήματα Προστασίας Υπερδιέγερσης (overexcitation limiters – OXL's) και τα συστήματα προστασίας υπερέντασης ρεύματος τυμπάνου των γεννητριών.

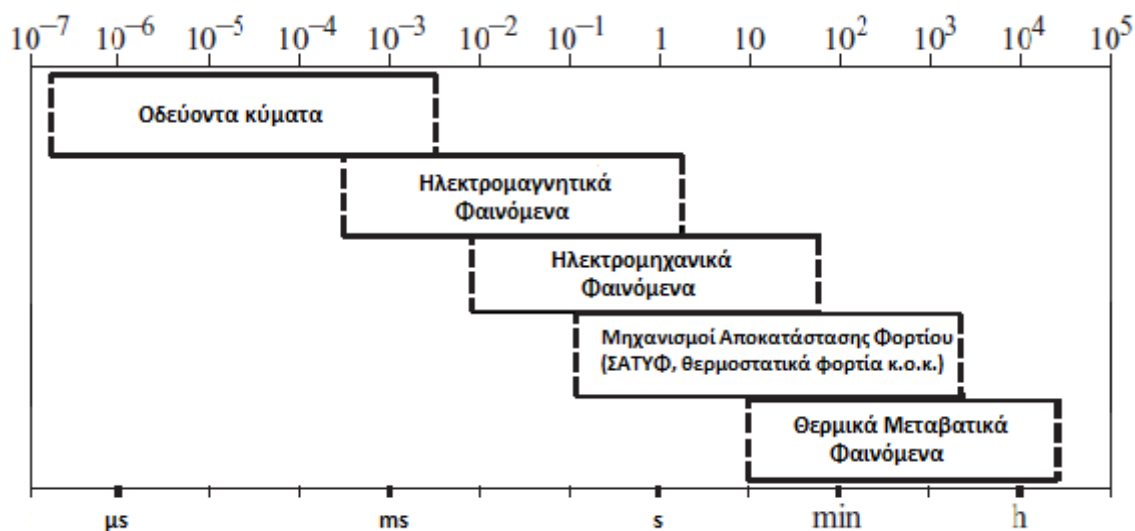
Η τυπική μορφή ενός φαινομένου αστάθειας τάσης περιλαμβάνει σταδιακή μείωση της τάσης στους ζυγούς του ΣΗΕ (αργές πτώσεις τάσης της τάξεως μερικών kV/min). Υπάρχει περίπτωση αυτή η “ανεξέλεγκτη” μείωση της τάσης να τερματιστεί (ακόμη και χωρίς παρέμβαση κάποιου μηχανισμού προστασίας) λόγω της παύσης λειτουργίας του μηχανισμού λειτουργίας που την προκαλεί (π.χ. εάν οι μεταβλητές λήψεις των μετασχηματιστών φτάσουν στα όρια τους, πέραν από τα οποία δεν συμβαίνουν αλλαγές σχέσης στους μετασχηματιστές). Σε αντίθετη περίπτωση, το σύστημα οδηγείται σε ένα φαινόμενο που καλείται κατάρρευση τάσης (voltage collapse), που ολοκληρώνεται σε χρονική κλίμακα πολύ ταχύτερη από την σταδιακή πτώση τάσης που δημιουργήθηκε και εμπλέκονται σε αυτήν μία πληθώρα μηχανισμών πέραν από αυτούς που περιγράφηκαν.

Να σημειωθεί όμως ότι η κατάρρευση τάσης προκαλείται σε αυτήν την περίπτωση από την προηγηθείσα βαθμιαία μείωση της τάσης, και συνεπώς ο όρος αστάθεια τάσης καλύπτει καλύτερα το φαινόμενο, αφού κατάρρευση τάσης μπορεί να δημιουργηθεί και από άλλους μηχανισμούς στο ΣΗΕ, όπως π.χ. από “αστάθεια γωνίας” (angle stability), η οποία συμβαίνει όταν οι γωνίες δρομέα μεταξύ δύο ομάδων μηχανών στο ΣΗΕ πλησιάζουν η ξεπερνούν τις 180° [4]. Σε γενικές γραμμές, τα φαινόμενα που περιγράφονται στην παρούσα εργασία εκδηλώνονται χωρίς η ευστάθεια γωνίας να εμπλέκεται, εκτός ενδεχομένων από το τελικό στάδιο της κατάρρευσης.

Σε γενικές γραμμές, είναι φανερό και από τα παραπάνω, ότι η αστάθεια τάσης, λόγω της πολυπλοκότητας και της πληθώρας των διαφορετικών εμπλεκόμενων μηχανισμών, είναι φαινόμενο φύσει μη γραμμικό και συνεπώς η θεωρητική ανάλυση και μελέτη του παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες. Για τον σκοπό αυτόν, στοιχεία της θεωρίας μη γραμμικών συστημάτων έχουν εισαχθεί στην ανάλυση των φαινομένων και χρησιμοποιούνται για την ερμηνεία τους. Σε πολλές περιπτώσεις ισχυρότερο εργαλείο για την ανάλυση είναι η προσομοίωση διαταραχών στο ΣΗΕ που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε φαινόμενα αστάθειας και ανάλυση των αποτελεσμάτων. Τέτοια εργαλεία προσομοίωσης μπορούν να αξιοποιηθούν και για τον εντοπισμό των αδυναμιών του ΣΗΕ που καθιστούν την αστάθεια τάσης πιθανή, καθώς και για τον προσδιορισμό και έλεγχο αποτελεσματικότητας διάφορων προτεινόμενων λύσεων. Η ανάπτυξη και δοκιμή ενός τέτοιου εργαλείου προσομοίωσης αποτελεί ουσιαστικά το αντικείμενο της παρούσας εργασίας.

1.2 Χωρισμός σε χρονικές κλίμακες

Το Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας είναι ένα, μεγάλο σε μέγεθος, δυναμικό σύστημα, του οποίου η συμπεριφορά διέπεται από πληθώρα δυναμικών μηχανισμών. Κάθε μηχανισμός έχει την δική του χαρακτηριστική συμπεριφορά, αλλά και την δική του χρονική κλίμακα. Για τον λόγο αυτόν, είναι πρακτικό να διαχωρίσουμε τα φαινόμενα και τις συσκευές του ΣΗΕ με βάση την χρονική κλίμακα που τα χαρακτηρίζει. Στο σχήμα 1.1 [3] φαίνεται ένας πρόχειρος διαχωρισμός των φαινομένων στο ΣΗΕ, με βάση την χρονική τους κλίμακα:



Σχήμα 1.1: Κατηγοριοποίηση φαινομένων στο ΣΗΕ με βάση την χρονική κλίμακα

Η κατηγοριοποίηση αυτή είναι ενδεικτική, και δεν πρέπει να αγνοείται η ύπαρξη φαινομένων που βρίσκονται στο όριο μεταξύ δυο κατηγοριών. Τα πιο γρήγορα φαινόμενα εξελίσσονται πλήρως σε χρόνους της τάξης των μs – ms . Πρόκειται για κυματικά φαινόμενα που οφείλονται στην διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων εντός των γραμμών μεταφοράς (μετά από κάποια βηματική αλλαγή ή κάποιο κεραυνικό πλήγμα). Πιο αργά είναι τα ηλεκτρομαγνητικά μεταβατικά φαινόμενα που σχετίζονται με την μεταβατική συμπεριφορά των ηλεκτρομαγνητικών μεγεθών των τυλιγμάτων των γεννητριών, κινητήρων ή άλλων συσκευών (μετά από διακοπτικούς χειρισμούς όπως η δράση μηχανισμών προστασίας από υπερτάσεις, υπερεντάσεις κ.ο.κ.) και την αλληλεπίδραση μηχανών/συστήματος. Η τρίτη κατηγορία αφορά τα ηλεκτρομηχανικά φαινόμενα, όπως οι ηλεκτρομηχανικές ταλαντώσεις των γεννητριών, η δράση των ρυθμιστών στροφών τους, η αποκατάσταση φορτίου των μηχανών επαγωγής κ.ο.κ. Στην τέταρτη και πιο αργή κατηγορία η διάκριση του σχήματος 1.1 εντάσσει θερμοδυναμικά φαινόμενα όπως οι ατμοπαραγωγοί των γεννητριών (και συνεπώς η μακροπρόθεσμη κατανομή της παραγωγής μεταξύ των γεννητριών) αλλά και η δυναμική συμπεριφορά των θερμοστατικών (ή άλλων παρόμοιων) φορτίων του ΣΗΕ.

Είναι πάντως εμφανές ότι στο ΣΗΕ πράγματι συνυπάρχουν πολλές κατηγορίες φαινομένων και είναι απαραίτητο να αναπτυχθούν μέθοδοι ανάλυσης και μοντελοποίησής τους με τρόπο τέτοιο ώστε να εξάγονται από την ανάλυση ακριβή αποτελέσματα με το λιγότερο δυνατό υπολογιστικό φορτίο. Σε κάθε περίπτωση, η μοντελοποίηση όλων των δυναμικών φαινομένων και όλων των χρονικών κλιμάκων δεν μπορεί να οδηγήσει σε κάποιο ρεαλιστικά υλοποιήσιμο μοντέλο, και διατύπωση λογικών απλοποιήσεων είναι αναγκαία. Για τον λόγο αυτόν αναπτύχθηκε και χρησιμοποιείται η έννοια του διαχωρισμού σε χρονικές κλίμακες (time scale decomposition) στην μελέτη των ΣΗΕ.

Από την σκοπιά των αναλύσεων ευστάθειας τάσης, τα φαινόμενα στο ΣΗΕ χωρίζονται σε 3

κατηγορίες: **ακαριαία**, **βραχυπρόθεσμα** και **μακροπρόθεσμα**. Στο υπόλοιπο αυτή της εργασίας οι χρήση των πιο πάνω όρων θα παραπέμπει στην αντίστοιχη κατηγορία φαινομένων. Ακολουθεί μία σύντομη περιγραφή κάθε κατηγορίας.

Ακαριαία Φαινόμενα

Πρόκειται για φαινόμενα με σταθερά χρόνου τόσο μικρή, ώστε δεν μας αφορά υπό οποιεσδήποτε προϋποθέσεις στις μελέτες ευστάθειας τάσης η δυναμική τους συμπεριφορά, αλλά το μοντέλο τους στην μόνιμη κατάσταση. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν οι εξισώσεις του ισοζυγίου ενεργού και αέργου ισχύος στο δίκτυο, των οποίων η σταθερά χρόνου είναι εκείνη των κυματικών και ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων στο δίκτυο (βλ. Σχήμα 1.1) και συνεπώς είναι εξαιρετικά μικρή. Για τον λόγο αυτόν περιγράφονται σε όλες τις μελέτες ευστάθειας τάσης από αλγεβρικές εξισώσεις ισορροπίας, που είναι ουσιαστικά οι Νόμοι Kirchhoff για το δίκτυο ή ισοδύναμα το ισοζύγιο ενεργού και αέργου ισχύος στους ζυγούς του, της μορφής:

$$0 = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.1)$$

όπου \mathbf{y} είναι το διάνυσμα των μέτρων και γωνιών των τάσεων των ζυγών του ΣΗΕ, και \mathbf{g} οι ισοπληθείς αλγεβρικές εξισώσεις. Οι υπόλοιπες μεταβλητές κατάστασης στην (1.1) εξηγούνται στην συνέχεια. Συχνά το διάνυσμα \mathbf{y} καλείται και διάνυσμα αλγεβρικών μεταβλητών, γιατί διέπονται από τις αλγεβρικές εξισώσεις (1.1).

Βραχυπρόθεσμα Μεταβατικά Φαινόμενα

Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν φαινόμενα των οποίων η μεταβατική απόκριση εξελίσσεται μετά από μία διαταραχή σε χρόνους της τάξης ενός ή λίγων δευτερολέπτων. Εδώ ανήκουν οι διαφορικές εξισώσεις των σύγχρονων γεννητριών και των κινητήρων επαγωγής, διατάξεις ελέγχου των γεννητριών, όπως ο αυτόματος ρυθμιστής τάσης και ο ρυθμιστής στροφών αλλά και στατές διατάξεις αντιστάθμισης, όπως τα SVC και STATCOM. Οι διαφορικές εξισώσεις αυτές είναι:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \quad (1.2)$$

όπου \mathbf{x} είναι οι μεταβλητές κατάστασης των βραχυπρόθεσμων φαινομένων και \mathbf{f} οι ισοπληθείς συναρτήσεις που ορίζουν τις παραγώγους τους. Οι διαφορικές εξισώσεις αυτές θα αναλυθούν στον 2^ο κεφάλαιο, όπου αναλύονται οι συνιστώσες του ΣΗΕ.

Μακροπρόθεσμα Δυναμικά Φαινόμενα

Στα μακροπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα ανήκουν διάφορες διατάξεις ελέγχου και προστασίας του ΣΗΕ, σχεδιασμένες να ενεργούν αφού τα μεταβατικά φαινόμενα με μικρή χρονική σταθερά έχουν φτάσει σε ισορροπία για να αποφευχθεί άσκοπη ενεργοποίηση τους (αφού κυρίως έχουν σχεδιαστεί να ρυθμίζουν το ΣΗΕ στην μόνιμη κατάστασή του). Για τον λόγο αυτό, οι χρονικές καθυστερήσεις για την ενεργοποίηση τους ανέρχονται, λόγω σχεδιασμού, σε αρκετά δευτερόλεπτα. Τέτοιες διατάξεις είναι διακριτές ή συνεχείς και συνεπώς περιγράφονται από εξισώσεις διαφορών ή διαφορικές εξισώσεις αντίστοιχα.

Συνεπώς οι εξισώσεις των μακροπροθεσμων δυναμικών φαινομένων είναι ένας συνδυασμός εξισώσεων διαφορών και διαφορικών εξισώσεων (1.3):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_c &= \mathbf{h}_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \\ \mathbf{z}_d(k+1) &= \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d(k)) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Το $z_d(k)$ αναφέρεται στην τιμή των διακριτών μεταβλητών z_d τη χρονική στιγμή $k\Delta t$. Ακολουθεί μία σύντομη περιγραφή των μακροπρόθεσμων δυναμικών φαινομένων [2]:

- Τα συστήματα ζεύξης στατών πυκνωτών και τα συστήματα αλλαγής τάσης υπό φορτίο (ΣΑΤΥΦ) των μετασχηματιστών με μεταβλητή λήψη χαρακτηρίζονται από διακριτές μεταβολές. Οι αντίστοιχες διακριτές μεταβλητές z_d είναι η συνολική αγωγιμότητα της συστοιχίας στατών πυκνωτών και ο λόγος μετασχηματισμού του μετασχηματιστή αντίστοιχα.
- Ο δευτερεύων έλεγχος τάσης και συχνότητας υλοποιείται γενικά με την μορφή διακριτών σημάτων (setpoints) για την επιθυμητή τάση και ισχύς εξόδου αντίστοιχα της γεννήτριας. Για τον λόγο αυτόν τα setpoints αυτά συμπεριλαμβάνονται στο σύνολο των διακριτών μακροπρόθεσμων μεταβλητών z_d .
- Η ενεργοποίηση των συστημάτων προστασίας υπερδιέγερσης (ΣΠΥ) των γεννητριών είναι επίσης διακριτό γεγονός (η μεταβατική συμπεριφορά της γεννήτριας μετά την ενεργοποίηση του ΣΠΥ της ανήκει στα βραχυπρόθεσμα φαινόμενα).
- Η δυναμική αποκατάστασης θερμοστατικών και άλλων επαναφερόμενων φορτίων ανήκει στα μακροπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα, με σταθερές χρόνου της τάξης των λεπτών.

Στον πίνακα 1.1 παρουσιάζονται συνοπτικά οι βασικοί μηχανισμοί που αναφέρθηκαν και η χρονική κλίμακα στην οποία κατατάσσονται στις μελέτες ευστάθειας τάσης[5]:

Ισοζύγιο Ενεργού και Αέργου Ισχύος	Ακαριαία Φαινόμενα
Δυναμική συμπεριφορά σύγχρονων γεννητριών Αυτόματοι Ρυθμιστές Τάσης Ρυθμιστές Στροφών Κινητήρες Επαγωγής Ενεργά Συστήματα Αντιστάθμισης (SVC, STATCOM)	Βραχυπρόθεσμα Φαινόμενα
ΣΑΤΦ Συστήματα Προστασίας Υπερδιέγερσης Περιοριστής Ρεύματος Τυμπάνου Ζεύξη Παθητικών Στοιχείων Αντιστάθμισης (πυκνωτές – πηνία) Setpoints ισχύος και τάσης γεννητριών (δευτερεύουσα ρύθμιση) Αποκατάσταση Θερμοστατικών και Εκθετικών Φορτίων	Μακροπρόθεσμα Φαινόμενα

Πίνακας 1.1: Συνοπτική Παρουσίαση Φαινομένων με βάση την χρονική κλίμακα

Τώρα που τα φαινόμενα διαχωρίστηκαν με βάση τις χρονικές κλίμακες, μπορούμε να αναπτύξουμε μία μέθοδο που θα αξιοποιεί αυτόν τον διαχωρισμό, για να απλουστεύσει την ανάλυση και προσομοίωση των ΣΗΕ σε μελέτες ευστάθειας τάσης, μειώνοντας το υπολογιστικό φορτίο αλλά θυσιάζοντας λίγα σε ακρίβεια.

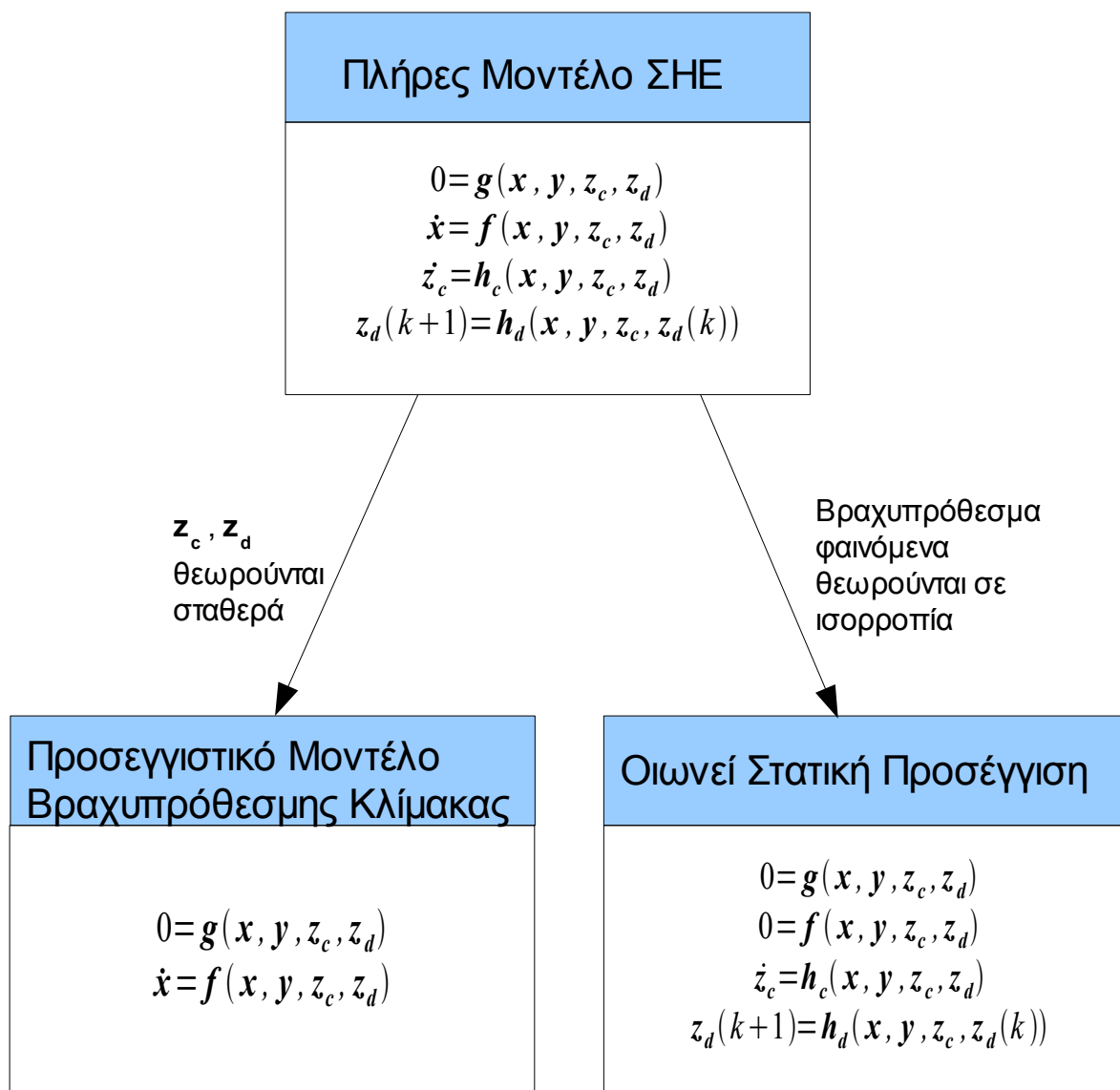
Η **οιονεί στατική προσέγγιση (quasi – static approach)** χρησιμοποιείται συχνά σε αναλύσεις που αφορούν τη μακροπρόθεσμη ευστάθεια τάσης, και βασίζεται στην παραδοχή ότι κατά την ανάλυση της δράσης των μακροπρόθεσμων μηχανισμών, τα βραχυπρόθεσμα φαινόμενα είναι σε

ισορροπία μονίμως. Συνεπώς, οι αλγεβρικές σχέσεις ισορροπίας τους μπορούν να αντικαταστήσουν τις (πιο πολύπλοκες να αναλυθούν) διαφορικές τους εξισώσεις. Το επιχείρημα για αυτήν την παραδοχή είναι ότι το σύνολο των βραχυπρόθεσμων φαινομένων είναι αρκετά πιο “γρήγορο” από τα μακροπρόθεσμα, και συνεπώς κατά την ανάλυση των δεύτερων, τα πρώτα μπορεί να θεωρηθεί ότι φτάνουν ακαριαία σε ισορροπία χωρίς μεγάλα σφάλματα. Οι εξισώσεις ισορροπίας των βραχυπρόθεσμων φαινομένων είναι:

$$0 = f(x, y, z_c, z_d) \quad (1.4)$$

Αντιστοίχως, είναι δυνατόν κατά την ανάλυση των βραχυπρόθεσμων φαινομένων (σε χρονικό διάστημα μερικών δευτερολέπτων το πολύ) τα μακροπρόθεσμα φαινόμενα εξελίσσονται τόσο αργά, ώστε τα αντίστοιχα μεγέθη μπορούν να θεωρηθούν σταθερά (με την υποσημείωση ότι εντός του διαστήματος ανάλυσης των βραχυπρόθεσμων φαινομένων δεν αλλάζει η τιμή κάποιου διακριτού μεγέθους, γιατί σε αυτήν την περίπτωση η τιμή του δεν είναι δυνατόν να θεωρηθεί σταθερή χωρίς σοβαρά σφάλματα).

Σχηματική αναπαράσταση του διαχωρισμού του προβλήματος σε οιονεί στατική προσέγγιση και προσεγγιστικό μοντέλο βραχυπρόθεσμης κλίμακας, κατά τα παραπάνω, φαίνεται στο σχήμα 1.2:



Σχήμα 1.2: Σχηματική Παρουσίαση Οιονεί Στατικής Προσέγγισης και Προσεγγιστικής Μεθόδου Βραχυπρόθεσμης Κλίμακας

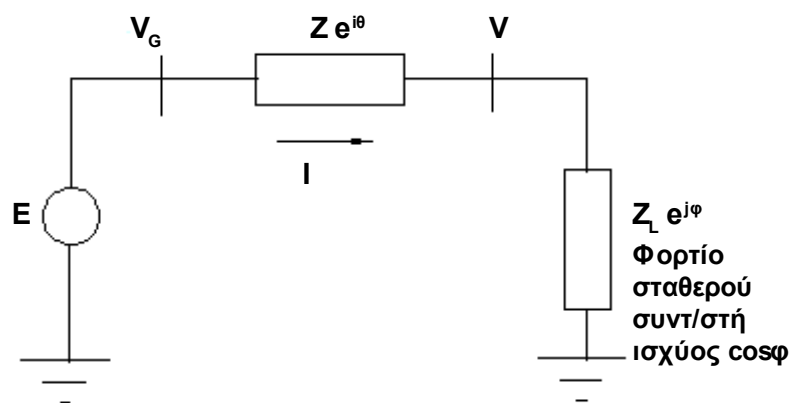
1.3 Μηχανισμοί Εκδήλωσης Αστάθειας Τάσης

1.3.1 Εισαγωγική παρουσίαση μηχανισμού κατάρρευσης σε απλό ακτινικό δίκτυο

Στην ενότητα αυτήν θα εξηγηθεί κάτω από ποιες προϋποθέσεις και με ποιους μηχανισμούς εκδηλώνεται αστάθειας τάσης σε ένα Σύστημα Ηλεκτρική Ενέργειας. Ένα απλουστευμένο ακτινικό δίκτυο θα χρησιμοποιηθεί για αυτόν τον σκοπό, αλλά τα συμπεράσματα που εξάγονται δίνουν μία εικόνα για τα αίτια και της προϋποθέσεις αστάθειας τάσης σε μεγάλα συστήματα, παρόλο που οι εξισώσεις σε αυτά είναι πολυπλοκότερες.

Αρχικά, πρέπει να τονισθεί ότι, όπως υπονοήθηκε στην ενότητα 1.1, η αστάθεια τάσης εμφανίζεται γενικά σε καταστάσεις έντονης φόρτισης του ΣΗΕ, δηλαδή όταν αυτό τύχει να λειτουργεί κοντά στο σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος. Σε τέτοιες συνθήκες έντονης φόρτισης, όμως, η συνήθης στενή σχέση της τάσης στους ζυγούς του συστήματος με το ισοζύγιο αέργου ισχύος (με την ενεργό ισχύ να παίζει δευτερεύοντα ρόλο στο μέτρο της τάσης) παύει να ισχύει με ικανοποιητική ακρίβεια. Τα γνωστά “ζεύγη” ενεργός ισχύς – γωνίες τάσεων και άεργος ισχύς – μέτρα τάσεων, που μπορούν να αναλυθούν ανεξάρτητα όταν το ΣΗΕ λειτουργεί σε “κανονικές” συνθήκες, στις ιδιαίτερες συνθήκες φόρτισης που αποτελούν προϋπόθεση για την εμφάνιση των φαινομένων που αναλύονται εδώ αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και είναι αδύνατον να αναλυθούν ανεξάρτητα. Εν γένει, μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι το ισοζύγιο ενεργού και αέργου ισχύος είναι εξίσου σημαντικά σε φαινόμενα αστάθειας τάσης.

Μία εισαγωγή στην αστάθεια τάσης μπορεί να πραγματοποιηθεί εξετάζοντας την εξέλιξη του φαινομένου σε ένα απλό ακτινικό δίκτυο γεννήτριας – ζυγού φορτίου (σχήμα 1.3). Θεωρούμε την τάση στον ζυγό της γεννήτριας σταθερή (για γεννήτρια υπό αυτόματη ρύθμιση τάσης τούτο ισχύει για τον ζυγό αυτόν, άρα στην Z δεν περιλαμβάνεται η αντίδραση της γεννήτριας, αλλά για γεννήτρια με σταθερή την διέγερση η Z θα περιλαμβάνει και αυτήν, και θα είναι αρκετά αυξημένη).



Σχήμα 1.3: Απλό Ακτινικό Ισοδύναμο

Σκοπός είναι να εξάγουμε την σχέση μεταξύ της αγωγιμότητας του φορτίου και της παρεχόμενης σε αυτό αέργου ισχύος από την πηγή. Οι σχέσεις για το ρεύμα, την τάση V στον ζυγό φορτίου και την ενεργό ισχύ P_L που αποδίδεται στο φορτίο υπολογίζονται ως εξής:

Για το ρεύμα, από το σχ. 1.3 προκύπτει:

$$I = \frac{E}{Z e^{i\theta} + Z_L e^{i\phi}} \quad \text{ή} \quad (1.5\alpha)$$

$$I = \frac{E}{\sqrt{(Z \cos\theta + Z_L \cos\phi)^2 + (Z \sin\theta + Z_L \sin\phi)^2}} \quad (1.5\beta)$$

Αν ορίσουμε:

$$F = 1 + \left(\frac{Z_L}{Z}\right)^2 + 2\left(\frac{Z_L}{Z}\right) \cos(\theta - \phi) \quad (1.5\gamma)$$

τότε:

$$I = \frac{1}{\sqrt{F}} \frac{E}{Z} \quad (1.6)$$

Επίσης είναι:

$$V = Z_L I \quad (1.7\alpha)$$

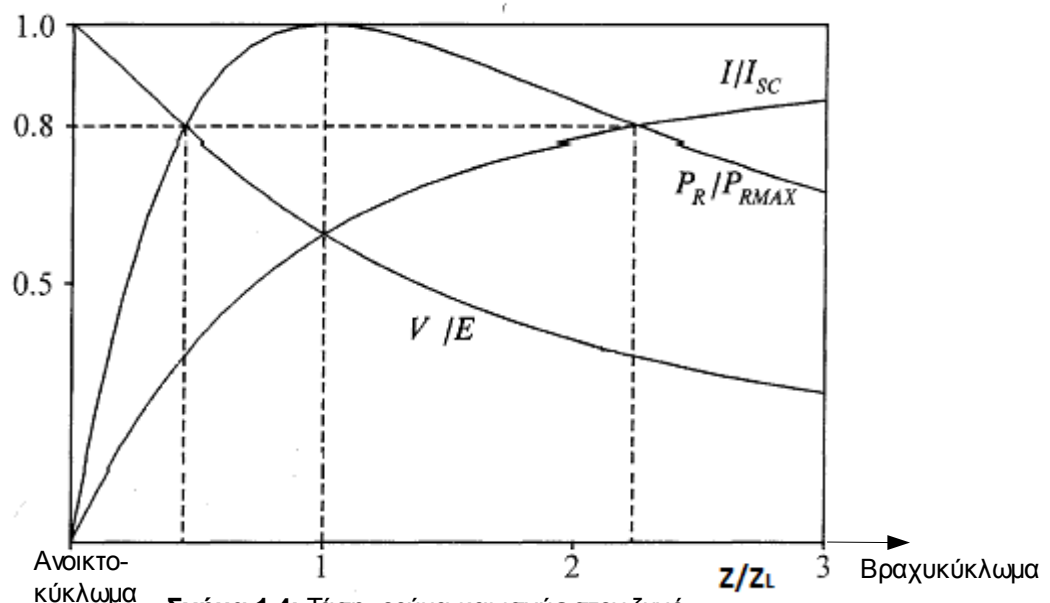
Άρα:

$$V = \frac{1}{\sqrt{F}} \frac{Z_L}{Z} E \quad (1.7\beta)$$

Τέλος για την καταναλισκόμενη ισχύ είναι:

$$P_L = V I \cos\phi = \frac{Z_L}{F} \left(\frac{E}{Z}\right)^2 \cos\phi \quad (1.8)$$

Η εξάρτηση των μεγεθών αυτών συναρτήσει της αγωγιμότητας του φορτίου $\frac{1}{Z_L}$ (διαιρεμένη με την αγωγιμότητα $\frac{1}{Z}$ για λόγους κανονικοποίησης) φαίνονται στο σχήμα 1.4 [4]. Τα μεγέθη είναι καταλλήλως κανονικοποιημένα.



Σχήμα 1.4: Τάση, ρεύμα και ισχύς στον ζυγό φορτίου συναρτήσει της αγωγιμότητας του φορτίου

Από την μορφή της καμπύλης ισχύος, είναι φανερό ότι υπάρχει ένα σημείο μέγιστης ισχύος, που αντιστοιχεί σε αγωγιμότητα φορτίου κατά μέτρο ίση με την αγωγιμότητα $1/Z$ μεταξύ του σημείου σταθερής τάσης και του ζυγού φορτίου. Το τμήμα της καμπύλης αριστερά από το σημείο αυτό αντιστοιχεί σε “κανονική” (ευσταθή λειτουργία), ενώ το δεξί τμήμα της καμπύλης σε μη κανονική λειτουργία. Το σημείο μέγιστης ισχύος καλείται κρίσιμο σημείο.

Έστω ότι το σημείο λειτουργίας βρίσκεται στην αριστερή πλευρά της καμπύλης μεταξύ ανοικτοκυκλώματος και σημείου μέγιστης ισχύος. Σε αυτήν την περίπτωση αύξηση της αγωγιμότητας του φορτίου έχει ως αποτέλεσμα αύξηση της μεταφερόμενης ισχύος. Αντίθετα, όταν η μεταφερόμενη ισχύς πάρει την κρίσιμη τιμή της, περαιτέρω αύξηση της αγωγιμότητας του φορτίου προκαλεί μείωση της μεταφερόμενης προς αυτό ισχύος. Δεδομένου ότι οι μηχανισμοί αποκατάστασης φορτίου βασίζονται στην αύξηση της ισχύος με αύξηση της αγωγιμότητας, η λειτουργία τους αν το σημείο λειτουργίας βρίσκεται στο δεξί τμήμα της καμπύλης καθίσταται ασταθής και άρα επικίνδυνη.

Παράδειγματα μηχανισμών που θα παρουσιάσουν ασταθή συμπεριφορά σε αυτήν την περίπτωση είναι τα ΣΑΤΥΦ, που είναι σχεδιασμένα να αυξάνουν την τάση στον ζυγό φορτίου με αλλαγή του λόγου μετασχηματισμού, σε περίπτωση που αυτή παρουσιάζεται μειωμένη. Όμως, αυτό σημαίνει ότι από την πλευρά του συστήματος παραγωγής (πρωτεύοντος του μετασχηματιστή) η δράση του ΣΑΤΥΦ έχει ως αποτέλεσμα αύξηση της αγωγιμότητας του φορτίου, που σε κανονική λειτουργία θα έχει το επιθυμητό αποτέλεσμα. Το αντίθετο συμβαίνει για την περίπτωση του μη κανονικού τμήματος της καμπύλης (από το σημείο μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος έως το βραχυκύκλωμα), αφού η δράση του ΣΑΤΥΦ, πετυχαίνει μείωση της παρεχόμενης ισχύος. Παράλληλα η προκύπτουσα μείωση της τάσης στο πρωτεύον μετά την ενεργοποίηση του ΣΑΤΥΦ έχει ως αποτέλεσμα μείωση της τάσης στο δευτερεύον παρά την αλλαγή στον λόγο μετασχηματισμού. Το αν λειτουργία στην επικίνδυνη περιοχή θα οδηγήσει ή όχι σε κατάρρευση τάσης εξαρτάται από τις χαρακτηριστικές του φορτίου ως προς την τάση, τα όρια ρύθμισης των ΣΑΤΥΦ, τα συστήματα προστασίας των γεννητριών κ.ο.κ.

1.3.2 Χαρακτηριστική P-V ακτινικού δικτύου

Στο ακτινικό δίκτυο του σχήματος 1.3, ας θεωρήσουμε για λόγους απλότητας ότι η αντίδραση Z του δικτύου είναι καθαρά επαγωγική:

$$Z = jX$$

Η ενεργός και άεργος καταπόνηση του φορτίου δίνονται από τις σχέσεις:

$$P_L(V) = \frac{EV}{X} \sin\delta \quad (1.9)$$

$$Q_L(V) = \frac{EV}{X} \cos\delta - \frac{V^2}{X} \quad (1.10)$$

Απαλείφοντας την γωνία δ είναι:

$$\left(\frac{EV}{X}\right)^2 = P^2 + \left[Q + \frac{V^2}{X}\right]^2 \quad (1.11)$$

Με την παραδοχή ότι το φορτίο έχει σταθερό συντελεστή ισχύος $\cos\phi$ για κάθε τιμή της τάσης (παραδοχή που γενικά δεν είναι εξασφαλισμένη), έχουμε:

$$Q = P \tan\phi$$

Άρα η (1.11) γίνεται:

$$P^2 + 2P \frac{V^2}{X} \sin\varphi \cos\varphi = \frac{V^2}{X^2} (E^2 - V^2) \cos^2 \varphi \quad (1.12)$$

Η αποδεκτή λύση της οποίας είναι:

$$P = \frac{V}{X} \cos\varphi \sqrt{E^2 - V^2 \cos^2 \varphi} - \frac{V^2}{X} \sin\varphi \cos\varphi \quad (1.13a)$$

$$P = -\frac{E^2}{X} \left(\frac{V}{E}\right)^2 \sin\varphi \cos\varphi + \frac{E^2}{X} \frac{V}{E} \cos\varphi \sqrt{1 - \left(\frac{V}{E}\right)^2 \cos^2 \varphi} \quad (1.13b)$$

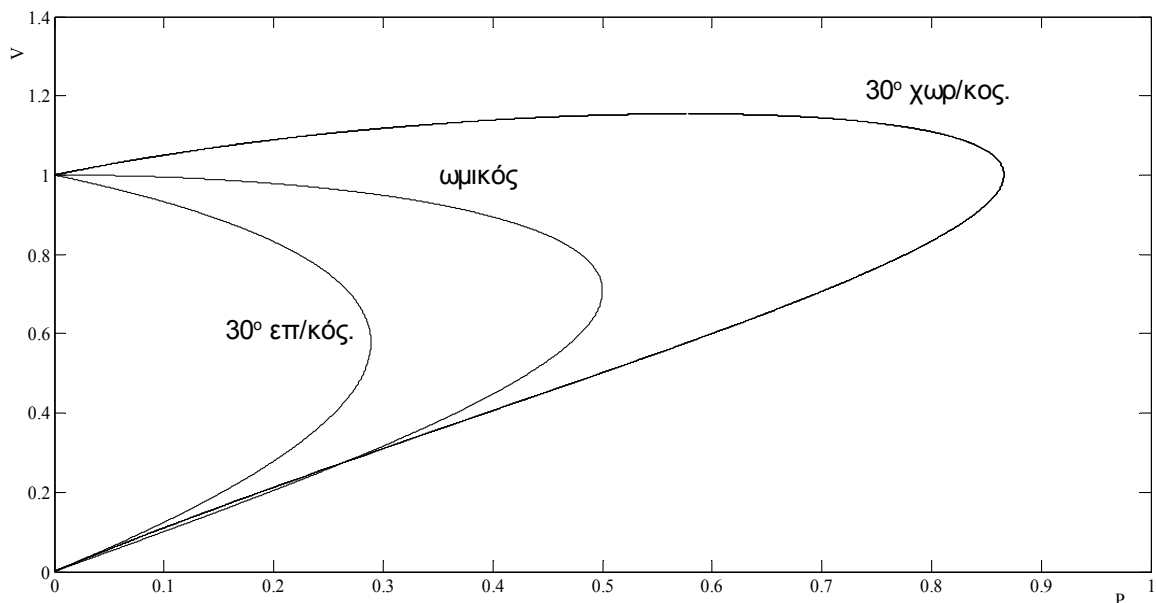
Κανονικοποιώντας την (1.13b) έχουμε:

$$p = -v^2 \sin\varphi \cos\varphi \pm v \cos\varphi \sqrt{1 - v^2 \cos^2 \varphi} \quad (1.14)$$

όπου τα μεγέθη είναι κανονικοποιημένα:

$$v = \frac{V}{E} \quad , \quad p = \frac{P}{\frac{E^2}{X}}$$

Η (1.14) (ή ομοίως η 1.13b, αναλόγως με το αν επιθυμούμε κανονικοποιημένα αποτελέσματα) περιγράφει ένα σύνολο καμπυλών p-v με παράμετρο τον συντελεστή ισχύος φ , της μορφής του σχήματος 1.5.

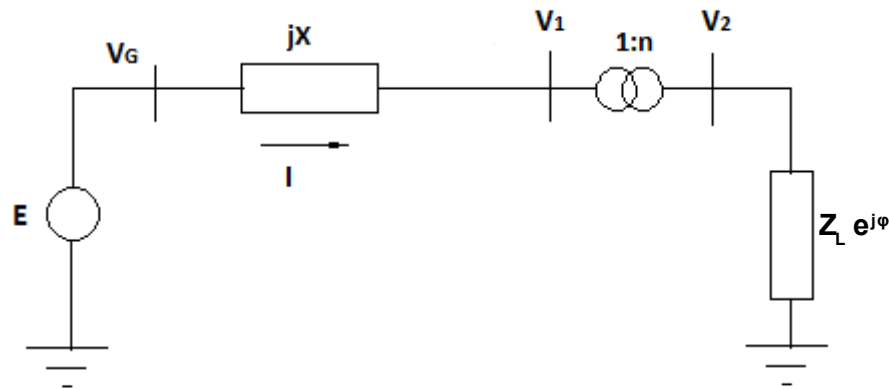


Σχήμα 1.5: Καμπύλες P-V απλού ακτινικού δικτύου για διάφορους συντελεστές ισχύος φορτίου

Για όλες τις καμπύλες, κοινό χαρακτηριστικό αποτελεί ότι για κάθε τιμή της ενεργού ισχύος του φορτίου υπάρχουν δύο πιθανές τιμές τάσεως (για ισχύεις μικρότερες της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος). Επίσης, όλες οι καμπύλες έχουν μία τιμή τάσεως φορτίου για την οποία η μεταφερόμενη προς το φορτίο ισχύς γίνεται μέγιστη. Το σημείο λειτουργίας του συστήματος για φορτίο με δεδομένο συντελεστή ισχύος βρίσκεται από την τομή της χαρακτηριστικής P-V του φορτίου με την χαρακτηριστική P-V του δικτύου για αυτόν τον συντελεστή (βλ.σχήμα 1.7).

1.3.3 Καμπύλες P-V και ευστάθεια τάσης

Έστω το σύστημα γεννήτριας - άπειρου ζυγού το σχήματος 1.3, με την προσθήκη ενός μετασχηματιστή με σύστημα αλλαγής τάσης υπό φορτίο για έλεγχο της τάσης στον ζυγό φορτίου. Ένα τέτοιο σύστημα φαίνεται στο σχήμα 1.6:



Σχήμα 1.6: Ακτικό δίκτυο γεννήτριας – ζυγού φορτίου ελεγχόμενου από ΣΑΤΥΦ

Έστω ότι το φορτίο είναι πολυωνυμικό και η ενεργός κατανάλωση του δίνεται από μία σχέση της μορφής:

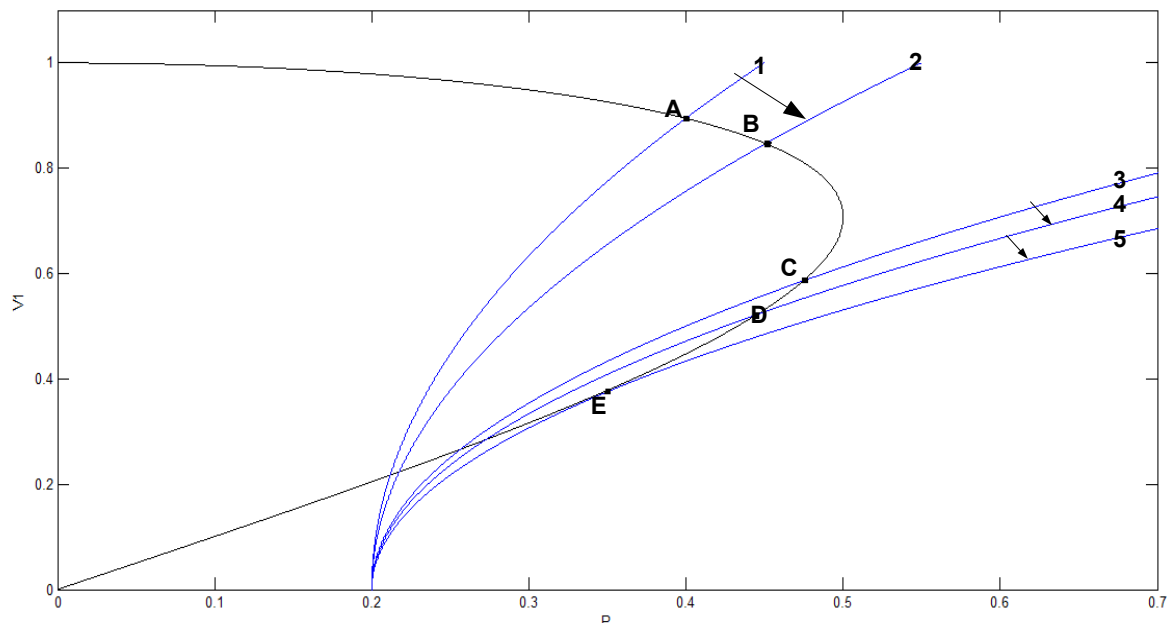
$$P_L(z, V) = z P_o(a V_2^2 + c) \tag{1.15}$$

όπου z μία μεταβλητή ζήτησης.

Επειδή όμως $V_2 = n V_1$ η (1.15) γίνεται:

$$P_L(z, V) = z P_o(a (n V_1)^2 + c) \tag{1.16}$$

Επομένως σε άξονες $P_L - V_1$, μία αλλαγή του λόγου μετασχηματισμού από το ΣΑΤΦ, έχει ως αποτέλεσμα μετακίνηση της καμπύλης P-V του φορτίου.



Σχήμα 1.7: Καμπύλες PV δικτύου και φορτίου για το απλό ακτικό δίκτυο

Έστω ότι το σύστημα λειτουργεί αρχικά στο σημείο A (δηλαδή η χαρακτηριστική ενεργου κατανάλωσης – τάσης του φορτίου είναι η 1). Αν ενεργοποιηθεί το ΣΑΤΥΦ, αυξάνοντας τον λόγο n , θα μετακινηθεί, όπως αναφέραμε, η χαρακτηριστική P-V του φορτίου. Αν η νέα χαρακτηριστική είναι η καμπύλη 2, τότε το νέο σημείο λειτουργίας είναι το B. Παρατηρούμε ότι για λειτουργία στο

Όσο οι γεννήτριες είναι υπό τον έλεγχο του APT, έχουν την δυνατότητα αύξησης της παρεχόμενης αέργου ισχύος, πετυχαίνοντας περίπου σταθερή τάση στον ζυγό όπου συνδέονται. Για τις γεννήτριες 765 και 510 MW η αύξηση τη αέργου ισχύος σταματά όταν το ρεύμα διέγερσης πάρει την μέγιστη επιτρεπτή τιμή, οπότε ενεργοποιείται το ΣΠΥ και η χαρακτηριστική QV τους ακολουθεί την καμπύλη του ορίου διέγερσης, και η δυνατότητα παροχής αέργου ισχύος παραμένει περίπου σταθερή. Αν η τάση στον ζυγό της γεννήτριας είναι αρκετά μικρή, το ρεύμα στο τύμπανο παίρνει μεγάλες τιμές, και συνεπώς ενεργοποιείται ο περιοριστής ρεύματος τυμπάνου, με αποτέλεσμα ακόμη πιο δραστικό περιορισμό της δυνατότητας παροχής αέργου ισχύος. Ειδικά για την γεννήτρια των 1020 MW η προστασία του τυμπάνου ενεργοποιείται πριν υπερδιεγερθεί η γεννήτρια.

1.3.4 Προϋποθέσεις και γενική περιγραφή φαινομένων κατάρρευσης τάσης σε ΣΗΕ

Η συμπεριφορά του ακτινικού δικτύου επιτρέπει μία πρώτη προσέγγιση του φαινομένου της αστάθειας τάσης, όμως σε μεγάλα συστήματα η πολυπλοκότητα αυξάνεται, λόγω της ύπαρξης πολλών γεννητριών. Μπορούμε, όμως, να προσεγγίσουμε τις αιτίες εμφάνισης τέτοιων φαινομένων σε μεγάλα συστήματα, με αφετηρία τα συμπεράσματα για το απλό ακτινικό σύστημα.

Σε γενικές γραμμές, οι προϋποθέσεις για την εκδήλωση φαινομένων αστάθειας τάσης σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι [4]:

- Έντονα φορτισμένες γραμμές μεταφοράς
- Οι εν λειτουργία γεννήτριες είναι απομακρυσμένες από τα κέντρα κατανάλωσης (π.χ. μεγάλες πόλεις).
- Ανεπαρκής αντιστάθμιση αέργου ισχύος

Οι παραπάνω συνθήκες διαμορφώνουν συνήθως μία επικίνδυνη κατάσταση, όπου η αστάθεια τάσης είναι **πιθανή**, όχι βέβαιη. Συνήθως ο μηχανισμός της αστάθειας ενεργοποιείται αν επιπλέον των παραπάνω συμβεί κάποιο σφάλμα, όπως η απώλεια κάποιας γεννήτριας ή γραμμής μεταφοράς, ή άλλη απότομη μεταβολή, όπως ραγδαία αύξηση του φορτίου.

Έστω ότι σε ένα σύστημα με τα πιο πάνω χαρακτηριστικά έχουμε απώλεια μίας έντονα φορτισμένης γραμμής. Μία συνοπτική περιγραφή του φαινομένου της κατάρρευσης είναι αυτή που ακολουθεί [6]:

- Με την απώλεια της γραμμής YYT, αυξάνεται η φόρτιση στις γειτονικές γραμμές. Συνεπώς αυξάνονται οι άεργες απώλειες στις γραμμές (η αύξηση των απωλειών είναι ραγδαία για έντονα φορτισμένες γραμμές). Συνεπώς η κατανάλωση αέργου ισχύος στο σύστημα αυξάνεται απότομα, και παρατηρείται ακαριαία μείωση της τάσεως των ζυγών του ΣΗΕ.
- Προσωρινά, λόγω της μείωσης της τάσεως στους ζυγούς φορτίου, μειώνεται η κατανάλωση ενεργού και αέργου ισχύος στο σύστημα. Οι Αυτόματοι Ρυθμιστές Τάσης των γεννητριών, όμως, αντιδρούν στην μείωση της τάσεως στους ζυγούς των γεννητριών αυξάνοντας την διέγερση τους. Η αύξηση της διέγερσης έχει ως αποτέλεσμα αυξημένη ροή αέργου ισχύος από τους μετασηματιστές και τις γραμμές έχει ως αποτέλεσμα αύξηση των απωλειών, της φόρτισης και της πτώσης τάσης κατά μήκος των γραμμών.
- Τα ΣΑΤΥΦ των ζυγών φορτίων αντιδρούν με μεγάλη σταθερά χρόνου στην μείωση της τάσης των ζυγών. Όταν όμως ενεργοποιηθούν, αυξάνουν τις τάσεις στους ζυγούς φορτίου, τείνοντας να αποκαταστήσουν τις καταναλώσεις των φορτίων στις προ της διαταραχής τιμές τους. Συνεπώς η φόρτιση των γραμμών εντείνεται ακόμη περαιτέρω, αυξάνοντας τις απώλειες στις γραμμές YYT

και τις πτώσεις τάσης στους ζυγούς. Με κάθε ενεργοποίηση των ΣΑΤΥΦ, προκαλείται συνεχής αύξηση της αέργου καταναλώσεως στο ΣΗΕ και μείωση των τάσεων στην πλευρά του συστήματος ΥΥΤ. Αντίθετα, οι τάσεις στους ζυγούς φορτίου τείνουν να διατηρούνται σε σχετικά υψηλά επίπεδα, έως ότου η λειτουργία των ΣΑΤΥΦ καταστεί ασταθής, δηλαδή η αύξηση της αγωγιμότητας των φορτίων προκαλεί μείωση της τάσης στους ζυγούς φορτίου.

- Αν η απαιτούμενη από τις γεννήτριες άεργος ισχύς αυξηθεί αρκετά, κάποιες γεννήτριες θα υπερδιεγερθούν. Με την ενεργοποίηση των ΣΠΥ, η τάσεις στους ζυγούς όπου συνδέονται μειώνεται ραγδαία, όπως και η άεργος παραγωγή τους. Αυτό, λόγω της σταθερής διέγερσης, τείνει να προκαλέσει αύξηση του ρεύματος τυμπάνου των γεννητριών αυτών, με κίνδυνο να ενεργοποιηθούν και τα συστήματα προστασίας ρεύματος τυμπάνου, γεγονός που θα έχει ως αποτέλεσμα ακόμη μεγαλύτερη μείωση της ικανότητας τροφοδότησης αέργου ισχύος (βλ. Σχήμα 1.8).
- Το άεργο φορτίο των γεννητριών που υπερδιεγείρονται μεταφέρεται στις εναπομείνασες γεννήτριες που ελέγχονται από APT. Καθώς νέες γεννήτριες υπερδιεγείρονται, μειώνεται ο αριθμός των γεννητριών με αυτόματη ρύθμιση τάσης, δηλαδή με ικανότητα αυξανόμενης τροφοδοσίας αέργου ισχύος, και συνεπώς το σύστημα πλησιάζει σταδιακά στην κατάρρευση.
- Πρέπει στα παραπάνω να συμπεριληφθεί και η μειώμενη ικανότητα των εγκάρσιων αντισταθμίσεων αέργου ισχύος όταν μειώνεται η τάση.

Όλα τα παραπάνω είναι πιθανόν να οδηγήσουν τελικά σε απώλεια του σημείου ισορροπίας και κατάρρευση της τάσεως, και τελικά σε αποσυγχρονισμό των γεννητριών.

1.3.5 Πρόληψη και αποτροπή φαινομένων αστάθειας τάσης

Τα μέτρα πρόληψης και αντιμετώπισης της αστάθειας τάσης μπορούν είτε να ληφθούν στην φάση σχεδιασμού του ΣΗΕ και των συνιστωσών του (πριν εκδηλωθεί το φαινόμενο) είτε να ενεργοποιηθούν, ως διορθωτικοί χειρισμοί, κατά την εκδήλωση του φαινομένου ή όταν οι συνθήκες λειτουργίας καθιστούν πιθανή την εκδήλωση του[36,37].

α. Φάση Σχεδιασμού

1. Συσκευές Αντιστάθμισης αέργου ισχύος[7]: Πρόκειται για στρεφόμενους πυκνωτές, συστήματα ζεύξης στατών πυκνωτών, στατά συστήματα με ηλεκτρονικά ισχύος (SVC, STATCOM). Η επιλογή της θέσης, της ικανότητας και του είδους της αντιστάθμισης πρέπει να γίνει με βάση μελέτη για το σύστημα, έτσι ώστε να λειτουργεί ικανοποιητικά ακόμη και στις πιο απαιτητικές συνθήκες λειτουργίας.

2. Δευτερεύουσα Ρύθμιση Τάσης και Επιλογή Σημείου Σταθερής Τάσης: Η προσθήκη ενός δεύτερου, εξωτερικού βρόχου ελέγχου της τάσης στον ζυγό της γεννήτριας μέσω της διέγερσης, επιπλέον της υπάρχουσας αυτόματης ρύθμισης τάσης μπορεί να έχει ευεργετική επίδραση στην ευστάθεια τάσης. Η δευτερογενής ρύθμιση τάσης έχει χρόνο απόκρισης πολύ μεγαλύτερο από τα πρωτογενή συστήματα, για να μην αλληλεπιδρά με αυτά. Μέσω της δευτερογενούς ρύθμισης επιτυγχάνεται κεντρικός έλεγχος (από τον διαχειριστή του συστήματος) της διέγερσης των γεννητριών, και συνεπώς έλεγχος της αέργου παραγωγής τους.

Αποτελεσματική μέθοδος είναι και η επιλογή ως σημείου “σταθερής τάσης”, δηλαδή ελεγχόμενου ζυγού του APT της γεννήτριας, του ζυγού δευτερεύοντος του μετασχηματιστή ανύψωσης (αντί για τον ζυγό σύνδεσης της γεννήτριας). Μετακίνηση του σημείου σταθερής τάσης πιο κοντά στα φορτία μπορεί να είναι ευεργετική σε πολλές περιπτώσεις.

3. Τήρηση στρεφόμενης εφεδρίας και περιθωρίων ευστάθειας[4]: Είναι καλή στρατηγική η λειτουργία του συστήματος με κριτήριο την “απόσταση από την αστάθεια”, και η ενεργοποίηση νέων μονάδων για στήριξη του δικτύου με άεργο ισχύ αν αυτή γίνει επικίνδυνα μικρή (με τρόπο παρόμοιο με την τηρούμενη εφεδρία για την ενεργό ισχύ). Ο προσδιορισμός της απόστασης του λειτουργικού σημείου του συστήματος από τα όρια της ασφαλούς περιοχής είναι αντικείμενο μελέτης και προφανώς εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε συστήματος [8,9,10].

β. Χειρισμοί

1. Απόρριψη φορτίου λόγω χαμηλής τάσης[11,12]: Η απόρριψη φορτίου είναι ένα ακραίο αλλά αποτελεσματικό μέτρο για την αποφυγή της κατάρρευσης όλου του συστήματος, αν οι άλλοι μηχανισμοί πρόληψης αστάθειας τάσης αποτύχουν. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να επιλεγεί η καταλληλότερη περιοχή του συστήματος για απόρριψη φορτίου, της οποίας η λειτουργία είναι η πιο επισφαλής [13].

2. Αυτόματη ή Χειροκίνητη Εκκίνηση Μονάδων: Μονάδες που μπορούν να ενταχθούν γρήγορα, όπως τα υδροηλεκτρικά ή οι αεριοστρόβιλοι ανοικτού κύκλου, είναι καλό να εντάσσονται (εαν βρίσκονται κοντά σε κέντρα φορτίου) σε περίπτωση που παρατηρηθεί ανάγκη για έκτακτη στήριξη του συστήματος με ενεργό και άεργο ισχύ.

3. Έκτακτη αύξηση παραγωγής αέργου ισχύος από τις συνδεδεμένες μονάδες: Αυτό μπορεί να γίνει μέσω της προαναφερθείσας δευτερεύουσας ρύθμισης τάσης. Στην περίπτωση που μία γεννήτρια λειτουργεί στα όρια της μέγιστης παροχής αέργου ισχύος, μία πιθανή λύση είναι περιορισμός της ενεργού παραγωγής της μονάδας, για αύξηση της ικανότητας αέργου παραγωγής. Κάλυψη της ενεργού παραγωγής μπορεί να γίνει από τις διασυνδέσεις του συστήματος.

4. Προσαρμογή της Δράσης των ΣΑΤΥΦ [14]: Ο συνήθης τρόπος λειτουργίας των ΣΑΤΥΦ όπως είδαμε, ευνοεί υπό προϋποθέσεις το φαινόμενο της αστάθειας. Σε αυτήν την περίπτωση είναι ευεργετικό είτε να απενεργοποιούνται τα ΣΑΤΥΦ αν παρατηρηθεί ασταθής λειτουργία τους, είτε να αντιστρέφεται ο τρόπος λειτουργίας τους. Σε κανονικές συνθήκες, αν η τάση στο δευτερεύον του μετασχηματιστή που ελέγχει το ΣΑΤΥΦ είναι κατώτερη μίας τάσης αναφοράς, τότε το ΣΑΤΥΦ αλλάζει τον λόγο μετασχηματισμού με στόχο αύξηση της τάσης στο δευτερεύον (ζυγός φορτίου). Σε περίπτωση λειτουργίας του ΣΗΕ στην “ασταθή περιοχή”, μία τέτοια αλλαγή λήψης δίνει αντίστροφα αποτελέσματα (περαιτέρω μείωση των τάσεων), όπως εξηγήθηκε πιο πάνω. Προτείνεται προσαρμογή της στατηγικής ελέγχου των ΣΑΤΥΦ, έτσι ώστε να αναγνωρίζουν την λειτουργία στην επικίνδυνη περιοχή (χαρακτηριστικό της οποίας είναι π.χ. χαμηλές τιμές τάσεις στο πρωτεύον του μετασχηματιστή διανομής) και να πραγματοποιούν την αντίστοιχη λειτουργία, δρώντας ευεργετικά για την ευστάθεια του συστήματος.

Επίσης, σε περίπτωση εμφάνισης φαινομένων αστάθειας τάσης, ευεργετική ίσως είναι η αύξηση του επιπέδου τάσης στο επίπεδο του συστήματος μεταφοράς, μέσω ρύθμισης του λόγου μετασχηματισμού των αυτομετ/στών ΥΥΤ/ΥΤ [15].

1.4 Σκοπός και Δομή της Εργασίας

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η ανάπτυξη και εφαρμογή ενός προγράμματος προσομοίωσης Σ.Η.Ε. από την σκοπιά της ευστάθειας τάσης. Η εργασία αποτελεί ουσιαστικά συνέχεια της διδακτορικής εργασίας του Γ.Α. Μάνου “Ανάλυση Φαινομένων Κατάρρευσης Τάσεως σε Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας” [5].

Το πρόγραμμα (WPSTAB) που αναπτύχθηκε για τους σκοπούς της εν λόγω διδακτορικής διατριβής αξιοποιεί την προαναφερθείσα τεχνική της οιονεί στατικής προσέγγισης για την προσομοίωση της απόκρισης ενός οποιουδήποτε συστήματος σε κάποια διαταραχή. Όμως, το

WPSTAB αγνοεί όλους τους δυναμικούς μηχανισμούς, ακόμη και όσους ανήκουν στην μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα, και βασίζεται στην επίλυση μόνο των αλγεβρικών εξισώσεων ισορροπίας.

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε ένα νέο πρόγραμμα (γραμμένο σε γλώσσα C/C++) με στόχο την προσθήκη και των δυναμικών φαινομένων εκείνων που, λόγω της χρονικής τους κλίμακας, έχουν πιθανώς σημαντική επίδραση στα αποτελέσματα της προσομοίωσης φαινομένων αστάθειας τάσεως. Η ανάπτυξη του τελικού κώδικα έγινε σε τρία στάδια, τα οποία λεπτομερώς περιγράφονται στο κεφάλαιο 3. Αρχικά, υλοποιήθηκε ένα πρόγραμμα, βασισμένο στις τεχνικές του [5], που επιλύει τις αλγεβρικές εξισώσεις μετά την ενεργοποίηση των διακριτών μηχανισμών. Η πρώτη αυτή εκδοχή δίνει ίδια αποτελέσματα με το WPSTAB. Σε δεύτερο στάδιο, προστέθηκε η δυνατότητα προσομοίωσης και της δυναμικής των φορτίων, μηχανισμού που ανήκει σαφώς στην μακροπρόθεσμη χρονική κλίμακα. Τέλος, στον κώδικα ενσωματώθηκε και η προσομοίωση της δυναμικής του πεδίου διέγερσης των γεννητριών με ενεργοποιημένο το σύστημα υπερδιέγερσης, αφού και αυτή ανήκει στα μακροπρόθεσμα φαινόμενα, όπως θα αποδειχθεί στο κεφ. 2.

Στα πλαίσια της εργασίας, παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 2 όλες οι συνιστώσες ενός ΣΗΕ, οι οποίες περιλαμβάνονται στο μοντέλο που χρησιμοποιούμε για την ανάπτυξη του κώδικα: οι σύγχρονες γεννήτριες και τα συστήματα ελέγχου τους, το δίκτυο και οι εξισώσεις του, τα φορτία και οι μετασχηματιστές με τα Συστήματα Αλλαγής Τάσης υπό Φορτίο που διαθέτουν. Το κεφάλαιο 2 καταλήγει στην διατύπωση των εξισώσεων της Οιονεί Στατικής Προσέγγισης, που αξιοποιήθηκαν κατά την συγγραφή του προγράμματος.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται όλες οι προγραμματιστικές τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη του προγράμματος. Αυτές αφορούν την επίλυση μη γραμμικών συστημάτων και την ολοκλήρωση διαφορικών εξισώσεων. Εν συνεχεία, αναλύεται η εφαρμογή αυτών των μεθόδων σε ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας, και πιο συγκεκριμένα στο σύνολο των εξισώσεων που το περιγράφουν με βάση τα όσα διατυπώθηκαν στο κεφάλαιο 2. Το κεφάλαιο 3 καταλήγει στην περιγραφή των 3 αλγορίθμων προσομοίωσης που αντιστοιχούν στις 3 φάσεις ανάπτυξης του προγράμματος που αναφέρθηκαν πιο πάνω.

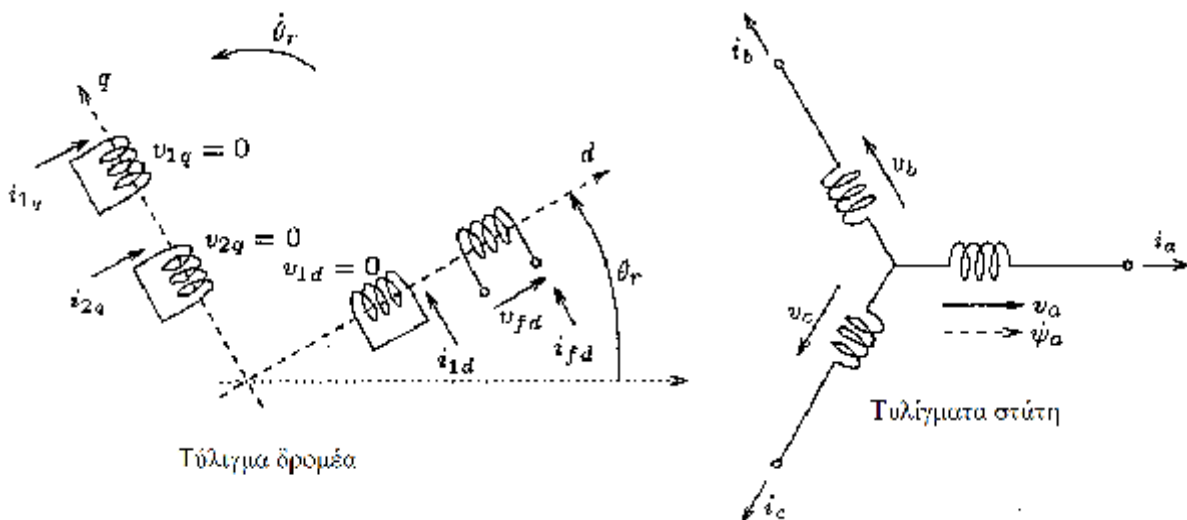
Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των πιο πάνω αλγορίθμων για την προσομοίωση του συστήματος 35 ζυγών της CIGRE, προσομοιώνοντας μία διαταραχή που προκαλεί αστάθεια τάσης. Αφού γίνει μία περιγραφή του συστήματος, παρουσιάζονται και αναλύονται οι αποκρίσεις διαφόρων μεγεθών, με έμφαση στην σύγκριση μεταξύ διαφορετικών αλγορίθμων και στην ανάλυση των μηχανισμών που οδηγούν το σύστημα σε κατάρρευση. Το κεφάλαιο αυτό ολοκληρώνεται με μία συνόψιση των συμπερασμάτων από την εφαρμογή του νέου προγράμματος στο πειραματικό αυτό σύστημα.

2. ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΗΕ

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύονται οι διάφορες συνιστώσες του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, καταλήγωντας, για κάθε μία, στο σύνολο των εξισώσεων που θα χρησιμοποιηθούν για την μοντελοποίησή τους. Εδώ περιγράφονται οι εξισώσεις του δικτύου (ροή φορτίου), των γεννητριών, των αυτόματων ρυθμιστών τάσης και του συστήματος προστασίας υπερδιέγερσης, και των μετασχηματιστών με μεταβλητό λόγο μετασχηματισμού. Στην ενότητα 2.6 περιγράφουμε το σύνολο των εξισώσεων που τελικά χρησιμοποιούνται για την επίλυση του συστήματος με βάση την οινωεί στατική μέθοδο.

2.1 Εξισώσεις Γεννητριών

Ένα μοντέλο της σύγχρονης μηχανής φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 2.1. Οι v_a, v_b, v_c και τα i_a, i_b, i_c είναι οι τάσεις και τα ρεύματα αντίστοιχα των τυλιγμάτων των τριών φάσεων στον στάτη. Ο άξονας d (ορθός) ορίζεται ως ο άξονας του πεδίου διέγερσης (v_{fd}, i_{fd} στο σχήμα) και ο εγκάρσιος προπορεύεται αυτού κατά 90° . Τα ρεύματα i_{1d}, i_{1q} μοντελοποιούν την απόσβεση στον ορθό και στον εγκάρσιο άξονα αντίστοιχα, ενώ το i_{2q} μοντελοποιεί τα δινορεύματα σε μηχανές κυλινδρικού δρομέα. Όλα τα τυλίγματα πέραν αυτού της διέγερσης είναι βραχυκυκλωμένα. Η γωνία θ_r εκφράζει τη στιγμιαία θέση του δρομέα σε σχέση με τον μαγνητικό άξονα της φάσης a του στάτη [2].



Σχήμα 2.1: Κυκλωματική αναπαράσταση μοντέλου σύγχρονης μηχανής

Οι παραδοχές που γίνονται για την κατάστροψη των εξισώσεων είναι αρχικά [4]:

- Τα παραγόμενα από τα τυλίγματα μαγνητικά πεδία κατανέμονται ημιτονοειδώς στο διάκενο της μηχανής (επομένως τυλίγματα με άξονες κάθετους μεταξύ τους δεν είναι μαγνητικά συζευγμένα).
- Αγνοείται η μαγνητική υστέρηση και ο κορεσμός.
- Οι αλληλεπαγωγή και οι αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων δεν επηρεάζονται από την θέση του δρομέα.
- Αγνοείται ο μαγνητικός κορεσμός.

Χρησιμοποιώντας τον στρεφόμενο μετασχηματισμό του Park για την απλοποίηση των εξισώσεων που αφορούν της τάσεις των τυλιγμάτων στη σύγχρονη μηχανή (και των αντίστοιχων μαγνητικών

ροών) έχουμε για τα τυλίγματα του στάτη:

$$v_d = -R_d i_d - \omega \psi_q + \dot{\psi}_d \quad (2.1)$$

$$v_q = -R_q i_q + \omega \psi_d + \dot{\psi}_q \quad (2.2)$$

$$v_o = -R_o i_o + \dot{\psi}_o \quad (2.3)$$

Ενώ οι εξισώσεις στα τυλίγματα του δρομέα είναι:

$$v_{fd} = R_{fd} i_{fd} + \dot{\psi}_{fd} \quad (2.4)$$

$$0 = R_{1d} i_{1d} + \dot{\psi}_{1d} \quad (2.5)$$

$$0 = R_{1q} i_{1q} + \dot{\psi}_{1q} \quad (2.6)$$

$$0 = R_{2q} i_{2q} + \dot{\psi}_{2q} \quad (2.7)$$

Όπου οι $v_d, v_q, v_o, i_d, i_q, i_o$ είναι μεγέθη που προκύπτουν με μετασχηματισμό Park των $v_a, v_b, v_c, i_a, i_b, i_c$ (δηλαδή των μεγεθών του στάτη). Οι εξίσωση (2.3) δεν χρησιμεύει σε συμμετρική λειτουργία της μηχανής, η οποία θεωρείται εδώ δεδομένη.

Για μηχανή περιστρεφόμενη με σύγχρονη ταχύτητα ω_o είναι:

$$\theta_r = \omega_o t + \theta_{r0} \quad (2.8)$$

όπου θ_{r0} αυθαίρετη σταθερά, που εκφράζει την θέση του άξονα την χρονική στιγμή $t=0$.

Συχνά σε μελέτες ευστάθειας τάσεως χρησιμοποιείται το μοντέλο τρίτης τάξεως για την σύγχρονη μηχανή. Ως μεταβλητή κατάστασης σε αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται η γωνία δ , που ορίζεται ως η γωνιακή απόσταση του εγκάρσιου άξονα q από έναν σύγχρονα στρεφόμενο άξονα αναφοράς:

$$\delta = \theta_r - \omega_o t - C \quad (2.9)$$

Οι παραδοχές του μοντέλου τρίτης τάξεως, επιπλέον από αυτές που διατυπώθηκαν προηγουμένως, είναι:

- α. Οι τάσεις μετασχηματιστή του στάτη (παράγωγοι μαγνητικών ροών στις εξισώσεις (2.1) – (2.2)) αγνοούνται.
- β. Η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα απέχει λίγο από την ονομαστική ω_o .
- γ. Αγνοείται η επίδραση όλων των τυλιγμάτων δρομέα που αναφέρθηκαν πιο πάνω, πέραν φυσικά του τυλίγματος διέγερσης. Αυτή η υπόθεση υποεκτιμά την απόσβεση της μηχανής, και συνεπώς ο συντελεστής απόσβεσης D στις πιο κάτω εξισώσεις προσαρμόζεται αναλόγως.
- δ. Οι αντιστάσεις των τυλιγμάτων του στάτη θεωρούνται αμελητέες.

Με βάση αυτές τις παραδοχές οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν την συμπεριφορά της σύγχρονης γεννήτριας είναι:

Εξίσωση ταχύτητας

$$\dot{\delta} = (\omega - \omega_{sys}) \omega_o \quad (2.10)$$

Εξίσωση επιτάχυνσης

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H} [P_m - P_g - D_g(\omega - 1)] \quad (2.11)$$

όπου,

ω_{sys} : ηλεκτρική συχνότητα ΣΗΕ

H : ανηγμένη σταθερά αδρανείας γεννήτριας

P_m : μηχανική ισχύς στον άξονα της γεννήτριας

P_g : αποδιδόμενη ηλεκτρική ισχύς από την γεννήτρια προς το σύστημα

D_g : Συντελεστής απόσβεσης

Η τρίτη διαφορική εξίσωση του μοντέλου θα προκύψει από τις εξισώσεις μαγνητικής ροής που διατυπώσαμε πιο πάνω. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζοντας τις παραδοχές που διατυπώθηκαν, οι (2.1) και (2.2) γίνονται:

$$v_d = -\omega_o \psi_q \quad (2.12\alpha)$$

$$v_q = \omega_o \psi_d \quad (2.12\beta)$$

Ενώ οι σχέσεις των μαγνητικών ροών με τα ρεύματα για τα τρία τυλίγματα (1 τυλίγμα διέγερσης στον δρομέα και 2 ισοδύναμα τυλίγματα του στάτη στον d και στον q άξονα).

$$\psi_d = -L_d i_d + L_{ad} i_{fd} \quad (2.13\alpha)$$

$$\psi_q = -L_q i_q \quad (2.13\beta)$$

$$\psi_{fd} = -L_{ad} i_d + L_{fd} i_{fd} \quad (2.13\gamma)$$

Η ΗΕΔ ανοιχτοκύκλωσης E'_q , και οι αντιδράσεις ορθού και εγκάρσιου άξονα X_d , X_q ορίζονται ως εξής:

$$E_q = \omega_o L_{ad} i_{fd} \quad (2.14\alpha)$$

$$X_d = \omega_o L_d \quad (2.14\beta)$$

$$X_q = \omega_o L_q \quad (2.14\gamma)$$

Αντικαθιστώντας τις (2.13α,β) στις (2.12α,β), έχουμε:

$$v_d = X_q i_q \quad (2.15\alpha)$$

$$v_q = -X_d i_d + E_q \quad (2.15\beta)$$

Από τις οποίες, λύνοντας ως προς τα ρεύματα ορθού και εγκάρσιου άξονα έχουμε:

$$i_q = \frac{v_d}{X_q} \quad (2.16\alpha)$$

$$i_d = \frac{E_q - v_q}{X_d} \quad (2.16\beta)$$

Λύνουμε την (2.13γ) ως προς i_{fd} :

$$i_{fd} = \frac{\psi_{fd}}{L_{fd}} + \frac{L_{ad}}{L_{fd}} i_d \quad (2.17)$$

Άρα τελικά η (2.12β) γίνεται:

$$v_q = -\omega L_d i_d + \omega \frac{L_{ad}}{L_{fd}} \psi_{fd} + \omega \frac{L_{ad}^2}{L_{fd}} i_d \quad (2.18)$$

Αν ορίσουμε την ΗΕΔ πίσω από την μεταβατική αντίδραση:

$$E'_q = \omega \frac{L_{ad}}{L_{fd}} \psi_{fd} \quad (2.19)$$

και τη μεταβατική αντίδραση ορθού άξονα:

$$X'_d = \omega_o \left(L_d - \frac{L_{ad}^2}{L_{fd}} \right) \quad (2.20)$$

τότε η (2.18) γίνεται:

$$v_q = -X'_d i_d + E'_q \quad (2.21)$$

Η ΗΕΔ E'_q είναι η τρίτη μεταβλητή κατάστασης της σύγχρονης γεννήτριας σε αυτό το μοντέλο και η διαφορική που την διέπει προσδιορίζεται ως εξής:

$$\dot{E}'_q = \omega \frac{L_{ad}}{L_{fd}} \frac{d\psi_{fd}}{dt}$$

όμως αντικαθιστώντας από την (2.4) είναι:

$$\dot{E}'_q = \omega_o \frac{L_{ad}}{L_{fd}} (v_{fd} - R_{fd} i_{fd}) \quad (2.22)$$

Ορίζοντας την ΗΕΔ διέγερσης:

$$E_f = \omega_o \frac{L_{ad}}{R_{fd}} v_{fd} \quad (2.23)$$

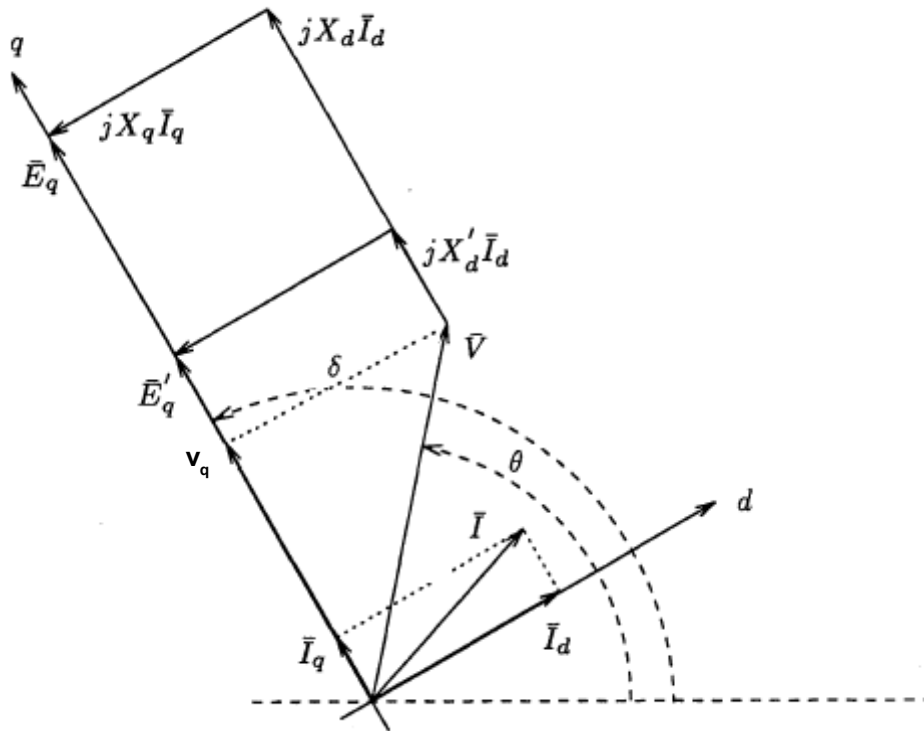
και την σταθερά χρόνου ανοιχτοκύκλωσης της γεννήτριας:

$$T_{do} = \frac{L_{fd}}{R_{fd}} \quad (2.24)$$

και αξιοποιώντας την (2.14α) η (2.22) γίνεται:

$$T_{do} \dot{E}'_q = E_f - E_q \quad (2.25α)$$

Από το διανυσματικό διάγραμμα της σύγχρονης μηχανής που φαίνεται στο σχ. 2.2 μπορεί να αντικατασταθεί η ΗΕΔ E_q :



Σχήμα 2.2: Διανυσματικό διάγραμμα σύγχρονης μηχανής στην μεταβατική κατάσταση

Από το σχήμα 2.2 προκύπτει:

$$E_q = E'_q + (X_d - X'_d) i_d$$

και αξιοποιώντας την σχέση (2.16β) για το ρεύμα ορθού άξονα:

$$E_q = E'_q + \frac{(X_d - X'_d)}{X_d} (E_q - v_q)$$

η οποία λύνοντας ως προς E_q δίνει τελικά:

$$E_q = \frac{X_d}{X'_d} E'_q - \frac{(X_d - X'_d)}{X'_d} V \cos(\delta - \theta) \tag{2.25β}$$

Η (2.25α) συχνά καλείται διαφορική εξίσωση του πεδίου διέγερσης και ο όρος αυτός θα χρησιμοποιείται εφεξής στην παρούσα.

Συνεπώς, οι (2.10), (2.11) και (2.25) είναι οι τρεις διαφορικές εξισώσεις του μοντέλου τρίτης τάξεως για την σύγχρονη μηχανή, ενώ μεταβλητές κατάστασης είναι οι δ, ω και E'_q . Απαραίτητη είναι η διατύπωση των σχέσεων για την παρεχόμενη από την γεννήτρια ενεργό και άεργο ισχύ (P_g, Q_g):

$$P_g = \frac{E'_q V}{X'_d} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \sin[2(\delta - \theta)] \tag{2.26}$$

$$Q_g = \frac{E'_q V}{X'_d} \cos(\delta - \theta) - V^2 \left[\frac{\sin^2(\delta - \theta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\delta - \theta)}{X'_d} \right] \tag{2.27}$$

Εαν όμως η 2.25 είναι σε ισοροπία τότε:

$$E'_q = E_f - (X_d - X'_d) i_d \tag{2.28}$$

Άρα στην ισορροπία οι 2.26 και 2.27 γίνονται:

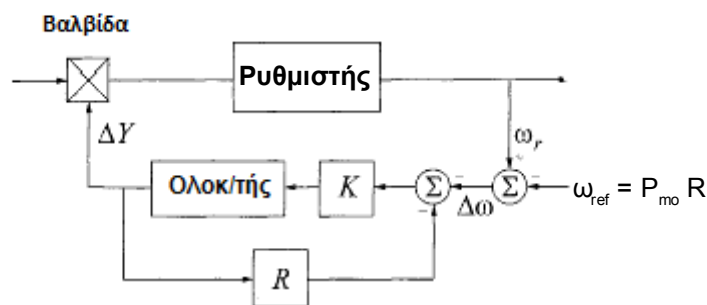
$$P_g = \frac{E_f V}{X_d} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin[2(\delta - \theta)] \quad (2.29)$$

$$Q_g = \frac{E_f V}{X_d} \cos(\delta - \theta) - V^2 \left[\frac{\sin^2(\delta - \theta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\delta - \theta)}{X_d} \right] \quad (2.30)$$

Οι εξισώσεις (2.29) και (2.30) είναι αυτές που θα χρησιμοποιηθούν στην οιονεί στατική μέθοδο, που θα αναλυθεί αργότερα, γιατί αφορούν κατάσταση ισορροπίας, ενώ οι (2.26) και (2.27) δεν προϋποθέτουν ισορροπία γιατί χρησιμοποιούν μεταβατικά μεγέθη.

Υπενθυμίζουμε ότι αυτές οι εξισώσεις αγνοούν τον κορεσμό, παραδοχή η οποία μπορεί να μειώσει αρκετά την ακρίβεια των υπολογισμών, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις αστάθειας, στις οποίες οι γεννήτριες αναμένεται να λειτουργήσουν σε συνθήκες μαγνητικού κορεσμού.

Αναφορικά με τις εξισώσεις για την μηχανική ισχύ P_m της γεννήτριας (βλ. σχέση (2.11)), η αποδιδόμενη από τον στρόβιλο μηχανική ισχύς καθορίζεται από την δράση του ρυθμιστή στροφών της μονάδας παραγωγής. Ένα σχηματικό διάγραμμα του ρυθμιστή στροφών φαίνεται στο σχ. 2.3, όπου ω_r είναι η μηχανική ταχύτητα περιστροφής του δρομέα τη μηχανής [4]:



Σχήμα 2.3: Διάγραμμα βαθμίδων στρόβιλου με ρυθμιστή στροφών

Στο διάγραμμα αυτό το άνοιγμα της βαλβίδας που οδηγεί τον ατμό προς τον στρόβιλο ελέγχεται από την διαφορά μεταξύ της τρέχουσας ταχύτητας περιστροφής του άξονα της γεννήτριας και της ταχύτητας αναφοράς. Λόγω της παρουσίας του όρου R , που καλείται στατισμός μόνιμης κατάστασης, το σφάλμα αυτό δεν μηδενίζεται στην μόνιμη κατάσταση (η παρουσία του στατισμού μεταβατικής κατάστασης έχει αγνοηθεί στο πιο πάνω διάγραμμα). Είναι συνεπώς (σε ανά μονάδα σύστημα):

$$\Delta Y = \Delta P_m = -\frac{\Delta \omega}{R} = -\frac{1}{R}(\omega_r - 1) \quad (2.31)$$

Επειδή όμως θεωρούμε ότι η (2.10) είναι σε ισορροπία, άρα ο άξονας του στρόβιλου στρέφεται στην ταχύτητα που επιβάλλεται από την ηλεκτρική συχνότητα του δικτύου, είναι:

$$P_m = P_{mo} - \frac{1}{R}(\omega_{sys} - 1) \quad \text{αν } P_m^{\min} < P_m < P_m^{\max} \quad (2.32)$$

Προφανώς αν η 2.32 δίνει μηχανική ισχύ εκτός των ορίων P_m^{min} και P_m^{max} , η μηχανική ισχύς τίθεται ίση με το όριο.

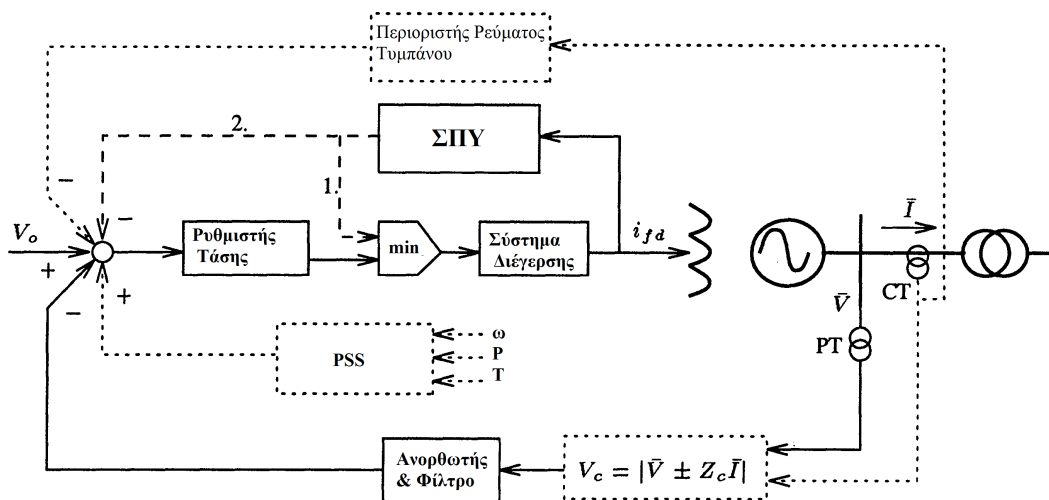
Δηλαδή μονάδες με μειωμένο στατισμό συνεισφέρουν περισσότερο στις αλλαγές φορτίου του συστήματος, γιατί προκαλείται μεγαλύτερη αύξηση στην δική τους μηχανική ισχύ σε σχέση με άλλες μεγαλύτερου στατισμού. Δηλαδή ο όρος $1/R$ εκφράζει τον συντελεστή συμμετοχής της γεννήτριας στις μεταβολές φορτίου του συστήματος. Προφανώς γίνεται η σιωπηλή παραδοχή ότι ο ρυθμιστής στροφών είναι μονίμως σε ισορροπία, γι'αυτό και δεν χρησιμοποιούνται οι πλήρεις εξισώσεις που αφορούν την μεταβατική του συμπεριφορά σε αυτήν την εργασία.

2.2 Παράσταση Ρυθμιστών Τάσεως και Υπερδιεγέρσεως

2.2.1 Αυτόματος ρυθμιστής Τάσης

Ο αυτόματος ρυθμιστής τάσης (APT) είναι το σύστημα ελέγχου εκείνο το οποίο σε γενικές γραμμές εξασφαλίζει ότι η τάση ακροδεκτών της γεννήτριας θα διατηρείται περίπου σταθερή σε μία επιθυμητή τιμή, χρησιμοποιώντας ως ελεγχόμενο μέγεθος το ρεύμα διέγερσης της σύγχρονης γεννήτριας. Στην στρατηγική ελέγχου περιλαμβάνονται και διαφόρων ειδών συστήματα προστασίας που θα αναλυθούν συνοπτικά.

Μια γενική μορφή του αυτόματου ρυθμιστή τάσης (και του συστήματος προστασίας υπερδιέγερσης) φαίνεται στο πιο κάτω σχηματικό διάγραμμα [2]:



Σχήμα 2.4: Πλήρες διάγραμμα βαθμίδων συστήματος ελέγχου διέγερσης σύγχρονης γεννήτριας

Μετράται η τάση τυμπάνου V , αλλά υπάρχει η δυνατότητα να μην ανατροφοδοτείται αναλλοίωτη, αλλά να προσαρμόζεται με βάση μία αντίσταση αντιστάθμισης Z_c (μετράται για αυτόν τον σκοπό και το ρεύμα τυμπάνου). Στις απλές περιπτώσεις APT αυτής της εργασίας δεν χρησιμοποιείται αντιστάθμιση. Σήμα εισόδου στον ρυθμιστή τάσης είναι η διαφορά $V_{ref} - V_c$, όπου V_{ref} η επιθυμητή τάση αναφοράς για την τερματική τάση της γεννήτριας. Ρόλος του ρυθμιστή τάσης είναι η αύξηση της τροφοδοτούμενης τάσης διέγερσης από την διεγέρτρια προς το τύλιγμα πεδίου, εαν η τερματική τάση στον ζυγό της γεννήτριας μειωθεί (ή αντίστροφα αν αυξηθεί), με αποτέλεσμα να παραμένει σχεδόν σταθερή, κοντά στην επιθυμητή τιμή – στόχο.

Τα επιπλέον συστήματα που φαίνονται σε αυτό το σχήμα είναι:

- **Σταθεροποιητής συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας (PSS):** Έχει μηδενική έξοδο (και συνεπώς δεν επιδρά) στην μόνιμη κατάσταση. Ρόλος τους είναι βελτίωση της μεταβατικής

απόκρισης της μηχανής, εξασφαλίζοντας συνεισφορά του συστήματος διέγερσης της γεννήτριας στην ροπή απόσβεσης των ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεών της.

- **Σύστημα προστασίας υπερδιέγερσης (ΣΠΥ):** Η τάση διέγερσης της γεννήτριας δεν μπορεί να αυξάνεται απεριόριστα για να διατηρηθεί η τερματική τάση στα επιθυμητά επίπεδα. Αν η φόρτιση της γεννήτριας είναι τέτοια ώστε ο APT να επιβάλλει πολύ υψηλές τιμές της τάσης διέγερσης, υπάρχει κίνδυνος υπερθέρμανσης στο τύλιγμα πεδίου και συνεπώς επιβάλλεται περιορισμός της στα ανώτατα ανεκτά επίπεδα. Το ΣΠΥ αναλαμβάνει αυτόν τον ρόλο και θα αναλυθεί διεξοδικά στην επόμενη ενότητα.
- **Περιοριστής Ρεύματος Τυμπάνου:** Ομοίως υπάρχει κίνδυνος υπερθέρμανσης στο τύλιγμα του στάτη, αν το ρεύμα πάρει μεγάλες τιμές. Σε αυτήν την περίπτωση προσαρμόζεται η τάση αναφοράς του ρυθμιστή. Δεν έχει μοντελοποιηθεί τέτοιος ρυθμιστής στην παρούσα εργασία.

Γενικά εδώ μπορούν να αναφερθούν και επιπλέον συστήματα προστασίας που δεν φαίνονται στην σχήμα 2.4, όπως το σύστημα προστασίας υποδιέγερσης, και το σύστημα περιορισμού του λόγου τάση προς συχνότητα, που έχει να κάνει με τα όρια μαγνητικής ροής στο διάκενο της γεννήτριας.

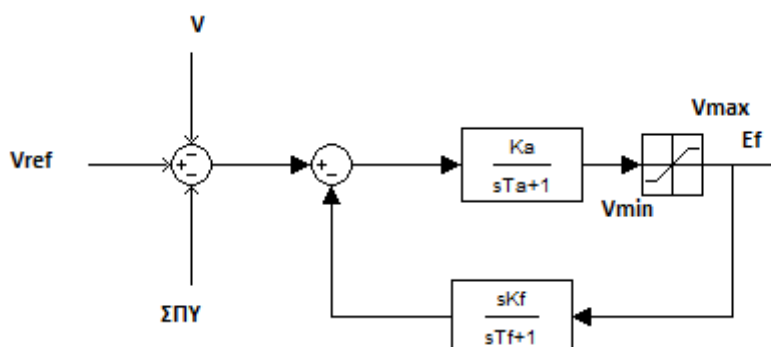
Να σημειωθεί πως το σύστημα διέγερσης στο σχήμα 2.4 μπορεί να είναι δύο ειδών: α) *Στρεφόμενη διέγερση*, στην οποία η απαιτούμενη ισχύς διέγερσης παρέχεται από στρεφόμενο σύστημα, δηλαδή κάποια γεννήτρια. β) *Στατική διέγερση*, στην οποία η ισχύς διέγερσης προέρχεται από το ίδιο το ΣΗΕ, με την τάση να μετατρέπεται σε συνεχή μέσω στατικών μετατροπέων, δηλαδή ανορθωτών με θυρίστορ.

Τα δύο βασικά είδη APT, που χρησιμοποιούνται αμφότερα σε αυτήν την εργασία είναι [16,17,18]:

- Αναλογικός APT
- Αναλογικός – Ολοκληρωτικός APT

Για λόγους απλότητας θα αναλύσουμε συνοπτικά τους αυτόματους ρυθμιστές τάσης με στατική διέγερση, χωρίς ωστόσο οι τελικές εξισώσεις ισορροπίας να διαφέρουν σε σχέση με την περίπτωση της στρεφόμενης διέγερσης:

Ο αναλογικός AVR με στατική διέγερση έχει το ακόλουθο μπλοκ διάγραμμα (σχ. 2.5):



Σχήμα 2.5: Αναλογικός APT με στατική διέγερση

K_a, T_a : κέρδος και σταθερά χρόνου του συστήματος διέγερσης

K_f, T_f : κέρδος και σταθερά χρόνου του κυκλώματος σταθεροποίησης (δεν επιδρά στην μόνιμη κατάσταση)

V_{max}, V_{min} : Ανώτατη και κατώτατη επιτρεπτή τάση εξόδου από το σύστημα διέγερσης

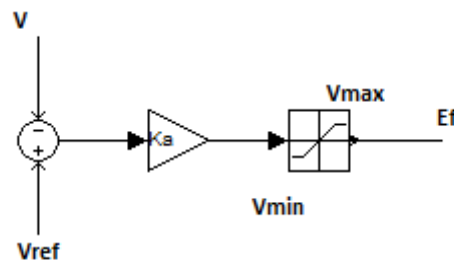
Είναι συνεπώς:

$$E_{f,avr} = \frac{K_a}{sT_a + 1} (V_{ref} - V) - \frac{sK_f}{sT_f + 1} E_f$$

άρα στη μόνιμη κατάσταση για $s \rightarrow 0$:

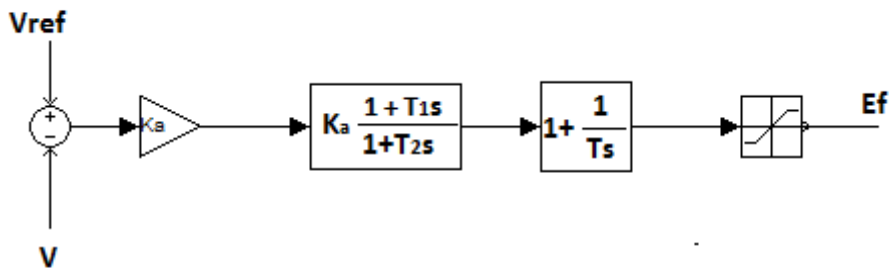
$$E_{f,avr} = K_a (V_{ref} - V) \tag{2.33}$$

Η 2.33 είναι η εξίσωση ισορροπίας για τον αναλογικό ΑΡΤ. Το κέρδος K_a έχει γενικά μεγάλη τιμή. Στην πιο πάνω ανάλυση έχουν αγνοηθεί φαινόμενα κορεσμού. Το διάγραμμα βαθμίδων του αναλογικού ΑΡΤ στην ισορροπία φαίνεται στο σχήμα 2.6. Να σημειωθεί ότι σε αυτήν την εργασία χρησιμοποιούνται για τους ΑΡΤ μόνο οι εξισώσεις ισορροπίας τους.



Σχήμα 2.6: Διάγραμμα ισορροπίας αναλογικού ΑΡΤ

Το διάγραμμα βαθμίδων του ολοκληρωτικού ΑΡΤ φαίνεται στο σχήμα 2.7:



Σχήμα 2.7: Διάγραμμα βαθμίδων αναλογικού – ολοκληρωτικού ΑΡΤ

Άρα είναι:

$$E_f = K_a \left(1 + \frac{1}{Ts}\right) \frac{1 + T_1s}{1 + T_2s} (V_{ref} - V) \quad \text{ή}$$

$$sE_f = (V_{ref} - V) K_a \frac{1 + T_1s}{1 + T_2s} \left(s + \frac{1}{T}\right)$$

Για $s \rightarrow 0$, στην μόνιμη κατάσταση:

$$\frac{K_a}{T} (V_{ref} - V) = 0 \quad \text{ή}$$

$$V_{ref} = V \tag{2.34}$$

Άρα στην περίπτωση του αναλογικού ολοκληρωτικού ρυθμιστή τάσης, στην μόνιμη κατάσταση, η τάση στον ζυγό που συνδέεται η γεννήτρια παραμένει σταθερή και ίση με την τάση αναφοράς του ρυθμιστή, για όσο η δεν δρα το σύστημα προστασίας υπερδιέγερσης, ή κάποιο άλλο σύστημα

προστασίας. Να σημειωθεί εδώ πως αυτό το μοντέλο ρύθμισης τάσης χρησιμοποιείται και για ζυγούς διασύνδεσης, που θεωρούνται ζυγοί γεννητριών με ολοκληρωτική ρύθμιση τάσης στην παρούσα εργασία (δηλαδή η τάση τους θεωρείται περίπου σταθερή, τούτο δεν σημαίνει πως πραγματικά η συμπεριφορά τους καθορίζεται από κάποιον πραγματικό APT).

APT και σταθερά χρόνου γεννήτριας

Ακολουθεί μία σύντομη ανάλυση του λόγου για τον οποίο, όταν η ρύθμιση τάσης μίας γεννήτριας καθορίζεται από τον APT, που έχει μικρή σταθερά χρόνου και μεγάλο κέρδος, μπορούμε να θεωρήσουμε πως οι διαφορικές εξισώσεις της γεννήτριας είναι “γρήγορες”, δηλαδή να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις που αφορούν την κατάσταση ισορροπίας της και αναφέρθηκαν στο κεφ. 2.1, θεωρώντας οιονεί κατάσταση ισορροπίας [5].

Για λόγους απλότητας θεωρούμε αναλογικό APT και ότι η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την δράση του APT είναι:

$$T_a \frac{dE_f}{dt} = K_a (V_{ref} - V) - E_f \quad (2.35)$$

Η T_a είναι η σταθερά χρόνου του APT και έχει μικρή τιμή, και το K_a είναι το αναλογικό του κέρδος που έχει μεγάλη τιμή.

Ας προσπαθήσουμε διαχωρισμό των διαφορικών εξισώσεων της γεννήτριας σε χρονικές κλίμακες, **αγνοώντας αρχικά την επίδραση του APT** για να συγκρίνουμε, δηλαδή θεωρώντας την E_f σταθερή. Ορίζοντας:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{2H}{\omega_o}} \quad (2.36)$$

$$\Delta\omega' = \varepsilon \Delta\omega \quad (2.37)$$

οι διαφορικές 2.10, 2.11 και 2.25 γίνονται:

$$\varepsilon \frac{d\delta}{dt} = \Delta\omega' \quad (2.38)$$

$$\varepsilon \frac{d\Delta\omega'}{dt} = P_m - P_g - \frac{\varepsilon}{2H} D_g \Delta\omega' - D_g (w_{sys} - 1) \quad (2.39)$$

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} (E_f - E(\delta, E'_q, \theta, V)) \quad (2.40)$$

Με δεδομένο ότι η παράμετρος ε παίρνει τιμές 0.12 – 0.15 στο αμ σύστημα, είναι αρκετά μικρή ώστε να διαχωρίσουμε τις 2.38 – 2.40 σε γρήγορες και αργές διαφορικές εξισώσεις. Είναι εμφανές ότι χωρίς τον APT, οι 2.38 και 2.39 έχουν μικρές σταθερές χρόνου και είναι γρήγορες, ενώ η 2.40 είναι αργή. Γι'αυτό γενικά οι 2.38 και 2.39 θεωρούνται ότι είναι σε ισορροπία, ενώ η 2.40 χρειάζεται ολοκλήρωση.

Χρησιμοποιώντας την 2.35, για να συνυπολογίσουμε τον APT, και ορίζοντας τις παραμέτρους T_1, T_2 και την μεταβλητή E'_f :

$$T_1 = \frac{T_a}{\varepsilon} \quad (2.41)$$

$$T_2 = \frac{T'_{do}}{K_a \varepsilon} \quad (2.42)$$

$$E'_f = \frac{E_f}{K_a} \quad (2.43)$$

οι πιο πάνω διαφορικές τροποποιούνται ως εξής:

$$\varepsilon \frac{d\delta}{dt} = \Delta\omega' \quad (2.44)$$

$$\varepsilon \frac{d\Delta\omega'}{dt} = P_m - P_g - \frac{\varepsilon}{2H} D_g \Delta\omega' - D_g (w_{sys} - 1) \quad (2.45)$$

$$\varepsilon E'_q = \frac{1}{T_2} E'_f - \frac{\varepsilon}{T'_{do}} E(\delta, E'_q, \theta, V) \quad (2.46)$$

$$\varepsilon \frac{dE'_f}{dt} = \frac{1}{T_1} (V_{ref} - V - E'_f) \quad (2.47)$$

Από την μορφή των εξισώσεων (2.44) ως (2.47) συμπεραίνουμε ότι λόγω του μεγάλου κέρδους του ΑΡΤ, όλες είναι “γρήγορες”, άρα η παρουσία του ΑΡΤ μας επιτρέπει να τις αντικαταστήσουμε στην ανάλυση με τις εξισώσεις ισορροπίας τους.

2.2.2 Σύστημα Προστασίας Υπερδιέγερσης

Όπως αναφέρθηκε ήδη, ρόλος του ΣΠΥ, είναι να μην επιτρέψει στον ΑΡΤ να αυξήσει την διέγερση της γεννήτριας πέραν των επιτρεπτών ορίων υπερθέρμανσης. Υπάρχουν τρεις ταξινομήσεις για τα ΣΠΥ[2].

Η πρώτη διακρίνει τα **ολοκληρωτικά ΣΠΥ**, τα οποία επιβάλλουν ρεύμα διέγερσης ακριβώς ίσο με το μέγιστο I_{lim} αφού δράσουν δηλαδή έχουν μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης, από τα **αναλογικά ΣΠΥ** στα οποία το ρεύμα διέγερσης μετά την δράση του περιοριστή διαφέρει λίγο από το I_{lim} .

Η δεύτερη διάκριση αφορά το είδος της χρονικής καθυστέρησης για την ενεργοποίηση του ΣΠΥ. Το ΣΠΥ γενικά δεν περιορίζει το ρεύμα διέγερσης ακαριαία μετά την υπερδιέγερση, αλλά έχει μία χρονική καθυστέρηση. Στα **ΣΠΥ σταθερού χρόνου**, ο περιοριστής ενεργοποιείται μετά από σταθερό χρονικό διάγραμμα μετά την υπερδιέγερση (αρκετά φυσικά η υπερδιέγερση να συνεχίσει να υφίσταται κατά την διάρκεια αυτής της καθυστέρησης. Στα ΣΠΥ αντίστροφου χρόνου, η χρονική καθυστέρηση είναι αντιστρόφως ανάλογη της υπερδιέγερσης $I_f - I_{lim}$. Στην παρούσα εργασία έχουν μοντελοποιηθεί και χρησιμοποιούνται ΣΠΥ σταθερού χρόνου.

Τέλος, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2, υπάρχουν δύο πιθανά “σημεία σύνδεσης” του ΣΠΥ σε σχέση με τον ΑΡΤ. Στην ένδειξη 1 στο σχήμα αντιστοιχεί η περίπτωση των **διακοπτικών ΣΠΥ (takeover OXL's)**, τα οποία συνδέονται μετά την ρυθμιστική διάταξη του ΑΡΤ, παρακάμπτοντάς τον. Στην ένδειξη 2 αντιστοιχούν τα **αθροιστικά ΣΠΥ (summed type OXL's)**, τα οποία συνδέονται στον αθροιστή πριν από τον ρυθμιστή του ΑΡΤ. Οι εξισώσεις ισορροπίας για τα δύο είδη είναι εν γένει διαφορετικές.

Οι τρεις βασικοί τύποι OXL που χρησιμοποιούνται σε αυτήν την εργασία είναι [19]:

I) Ολοκληρωτικό ή αναλογικό - ολοκληρωτικό ΣΠΥ:

Ανεξάρτητα από το αν συνδέεται ως αθροιστικό ή διακοπτικό, αυτό το ΣΠΥ, αφού ενεργοποιηθεί, επιβάλλει στην ισορροπία ΗΕΔ διέγερσης E_f ακριβώς ίση στο ανά μονάδα σύστημα με την I_{flim} :

$$E_{f,oxl} = I_{flim} \quad (2.48)$$

II) Διακοπτικό ΣΠΥ με αναλογική μονάδα ελέγχου:

Αφού ενεργοποιηθεί αυτό το ΣΠΥ, δηλαδή αφού παρέλθει η χρονική καθυστέρηση μετά την υπερδιέγερση, η ΗΕΔ διέγερσης (αγνοώντας τον κορεσμό της διεγέρτριας αν αυτή είναι στρεφόμενη) είναι ίση με:

$$E_{f,oxl} = \frac{E_{fo} + K_P I_{flim}}{K_P + 1} \quad (2.49)$$

E_{fo} : ΗΕΔ διέγερσης της γεννήτριας την στιγμή της υπερδιέγερσης

K_P : Αναλογικό κέρδος του ΣΠΥ

Παρατηρούμε ότι σε αυτό το είδος του αναλογικού ΣΠΥ, η ΗΕΔ διέγερσης μετά την ενεργοποίησή του είναι σταθερή και δίνεται από την 2.49, κάτι που δεν ισχύει στην επόμενη περίπτωση.

III) Αθροιστικό ΣΠΥ με αναλογική μονάδα ελέγχου:

Η ακόλουθη σχέση δίνει την εξίσωση ισορροπίας για την ΗΕΔ διέγερσης, μετά την ενεργοποίηση ενός αθροιστικού ΣΠΥ:

$$E_{f,oxl} = \frac{K_A}{1 + K_A K_P} (V_{ref} - V) + \frac{K_A K_P}{1 + K_A K_P} I_{flim} \quad (2.50)$$

K_A : Αναλογικό κέρδος ΑΡΤ

K_P : Αναλογικό κέρδος ΣΠΥ

Παρατηρούμε πως, επειδή το ΣΠΥ είναι αθροιστικό, δηλαδή δεν παρακάμπτει τον ΑΡΤ όταν ενεργοποιηθεί, υπάρχει ο παράγοντας $V_{ref} - V$ στην εξίσωση (2.50), άρα η E_f συνεχίζει να έχει μία μικρή ευαισθησία ως προς την τάση στον ζυγό της γεννήτριας, ακόμη και μετά την ενεργοποίηση του ΣΠΥ, σε αντίθεση με τα δύο προαναφερθέντα είδη ΣΠΥ.

Συνολικό μοντέλο ΑΡΤ και ΣΠΥ

Αν ορίσουμε την διακριτή μεταβλητή z_{lim} ώστε:

$z_{lim} = 0$ αν το ΣΠΥ δεν έχει ενεργοποιηθεί και η διέγερση ελέγχεται από τον ΑΡΤ μόνο και

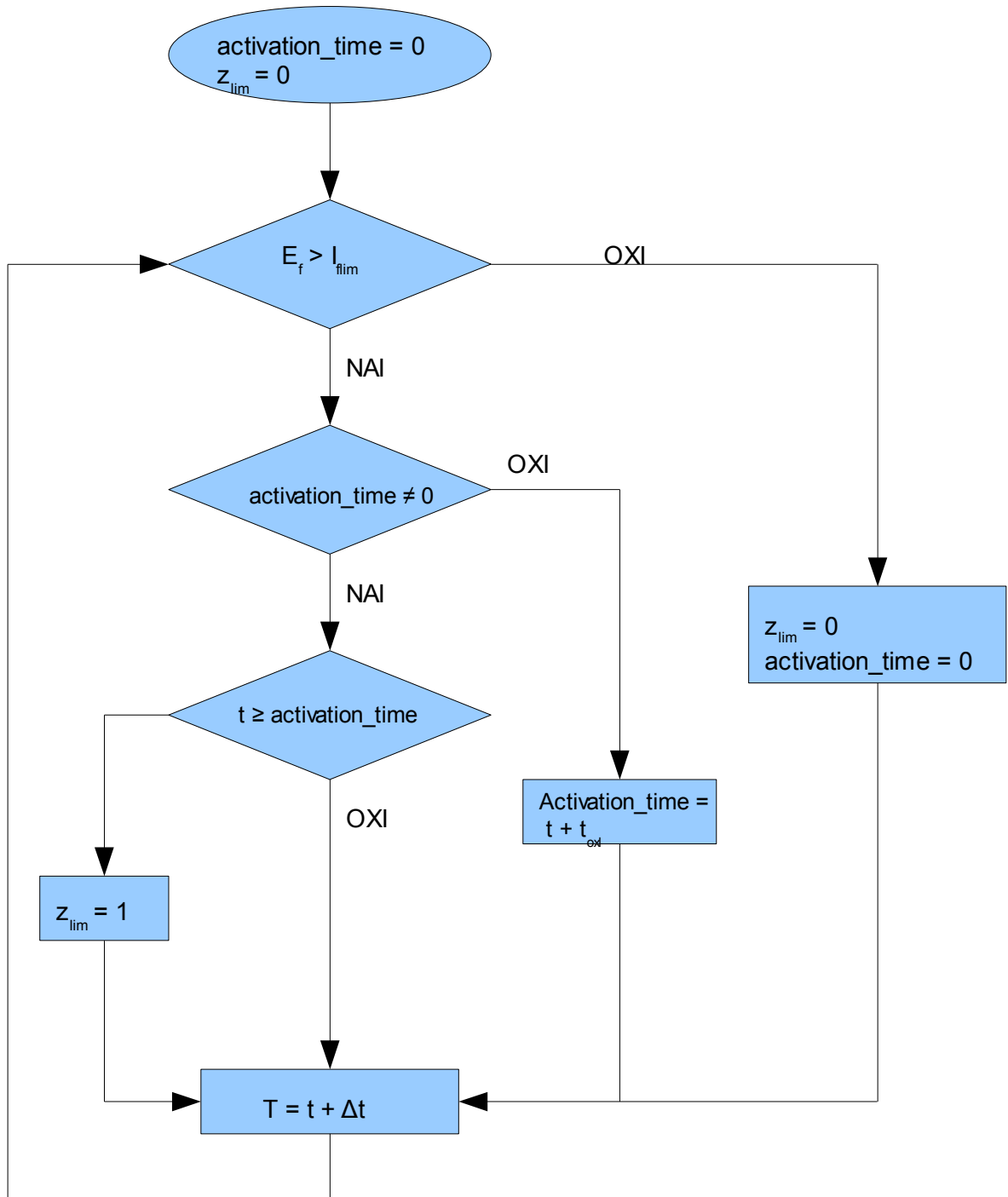
$z_{lim} = 1$ αν το ΣΠΥ είναι ενεργοποιημένο

Τότε η ΗΕΔ διέγερσης της γεννήτριας είναι στην ισορροπία:

$$E_f = (1 - z_{lim}) E_{f,avr} + z_{lim} E_{f,oxl} \quad (2.51)$$

όπου οι $E_{f,avr}$ και $E_{f,oxl}$ δίνονται από τις (2.33) και (2.48) - (2.50) αντίστοιχα.

Η ενεργοποίηση του ΣΠΥ, σε έναν αλγόριθμο προσομοίωσης με βήμα Δt , γίνεται μέσω της ενημέρωσης της διακριτής μεταβλητής z_{lim} για κάθε γεννήτρια. Όπως αναφέραμε πιο πάνω, το ΣΠΥ ενεργοποιείται μετά την υπερδιέγερση, αφού παρέλθει σταθερή χρονική καθυστέρηση Δt_{oxl} (παράμετρος που διαφέρει ανάλογα με το ΣΠΥ, αλλά είναι σταθερή για το ίδιο ΣΠΥ). Η ενεργοποίηση του ΣΠΥ γίνεται μόνο εάν η γεννήτρια έχει παραμείνει υπερδιεγερμένη σε όλο αυτό το χρονικό διάστημα. Ακολουθεί ένα λογικό διάγραμμα που περιγράφει τα παραπάνω.



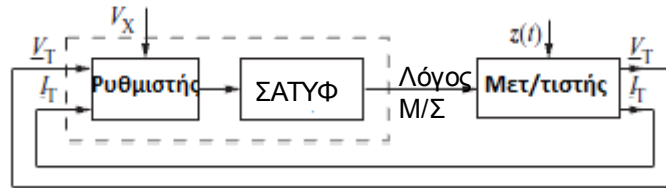
Σχήμα 2.8: Διάγραμμα ροής ΣΠΥ

Το ΣΠΥ απενεργοποιείται εαν η τερματική τάση της γεννήτριας λάβει τέτοια τιμή, ώστε η ΗΕΔ διέγερσης που θα επέβαλλε ο ΑΡΤ να είναι μικρότερη της I_{flim} , δηλαδή εαν:

$$E_{f,avr} = K_a (V_{ref} - V) < I_{flim}$$

2.3 Εξισώσεις μετασχηματιστών μεταβλητής λήψης

Τα Συστήματα αλλαγής τάσης υπό φορτίο (ΣΑΤΥΦ) είναι διακριτοί ρυθμιστές που μεταβάλλουν το λόγο μετασχηματισμού των μετασχηματιστών διανομής ΥΤ/ΜΤ. Ρόλος τους στο ΣΗΕ είναι η ρύθμιση του λόγου μετασχηματισμού με τέτοιο τρόπο ώστε η τάση στους ζυγούς Μέσης Τάσεως (ΜΤ) να παραμένει εντός ανεκτών ορίων. Ένα διάγραμμα που περιγράφει γενικά τον τρόπο λειτουργίας ενός τέτοιου συστήματος φαίνεται παρακάτω [3]:



Σχήμα 2.9: Διάγραμμα βαθμίδων συστήματος ελέγχου του λόγου μετασχηματισμού

$z(t)$: Αντιστοιχεί στην επίδραση του δικτύου στον μετασχηματιστή (αλλαγές στην φόρτιση του δικτύου ή στην τοπολογία του θα επιδράσουν στις τάσεις και τα ρεύματα στους ζυγούς του μετασχηματιστή)

V_T, I_T : Η τάση (απαραίτητα) και το ρεύμα (σπανιότερα) στον ελεγχόμενο ζυγό του μετασχηματιστή μετρώνται.

V_X : Εξωτερικά σήματα ελέγχου προς τον ελεγκτή (π.χ. από ένα εξωτερικό σύστημα παρακολούθησης και προστασίας του ΣΗΕ κ.ο.κ.)

Η στρατηγική ελέγχου του ΣΑΤΥΦ είναι να διατηρεί την τάση V_T στον υπό έλεγχο ζυγό εντός μίας νεκρής ζώνης [20]. Αν V_{max} και V_{min} είναι η μέγιστη και ελάχιστη επιθυμητή τάση στον υπό έλεγχο ζυγό αντίστοιχα, τότε ορίζουμε,

το **μισό εύρος της νεκρής ζώνης d** :

$$d = \frac{V_{max} - V_{min}}{2} \quad (2.52)$$

και το **κέντρο την νεκρής ζώνης V_m** :

$$V_m = \frac{V_{max} + V_{min}}{2} \quad (2.53)$$

Πολλά συστήματα έχουν μεγαλύτερη χρονική καθυστέρηση στην πρώτη ενεργοποίηση του ΣΑΤΥΦ

Ακολουθεί μία σύντομη περιγραφή του μηχανισμού, σύμφωνα με το ευρέως χρησιμοποιούμενο **μοντέλο διακριτού χρόνου για τα ΣΑΤΥΦ**. Μέχρι να γίνει η πρώτη αλλαγή, το σύστημα παρακολουθεί συνεχώς την τάση στον υπό έλεγχο ζυγό και παραμένει ανενεργό όσο αυτή είναι εντός της νεκρής ζώνης. Αν αυτή βρεθεί εκτός της νεκρής ζώνης για πρώτη φορά την χρονική στιγμή t , τότε η αλλαγή λόγου μετασχηματισμού δεν συμβαίνει ακαριαία, αλλά σε χρόνο $t + \Delta t_0$, υπό την προϋπόθεση ότι η τάση παραμένει εκτός νεκρής ζώνης σε όλο αυτό το διάστημα. Με τον τρόπο αυτόν *αποφεύγεται ενεργοποίηση του μηχανισμού για παροδικές αυξομειώσεις τάσης του δικτύου λόγω μεταβατικών φαινομένων*, αφού στόχος του μηχανισμού είναι η ρύθμιση τάσης στο δίκτυο *στην μόνιμη κατάσταση*.

Αφού γίνει η πρώτη αλλαγή λήψης, αν η τάση παραμένει εκτός νεκρής ζώνης, τότε προγραμματίζεται επόμενη αλλαγή μετά από χρόνο Δt_1 κ.ο.κ. Εν γένει οι χρονικές καθυστερήσεις $\Delta t_k, k > 0$ είναι μικρότερες από την Δt_0 , με στόχο πάντα το σύστημα να είναι πιο αδρανές στην πρώτη αλλαγή λήψης, και πιο γρήγορο στις επόμενες. Έτσι είναι για την πρώτη καθυστέρηση:

$$\Delta t_o = T_{do} \frac{d}{V_T - V_m} + T_{fo} + T_m \quad (2.54)$$

T_m : σταθερός χρόνος, απαιτούμενος από το μηχανικό σύστημα αλλαγής taps.

T_{fo} : σταθερή συνιστώσα της καθυστέρησης

T_{do} : μέγιστη τιμή της συνιστώσας αντιστρόφου χρόνου

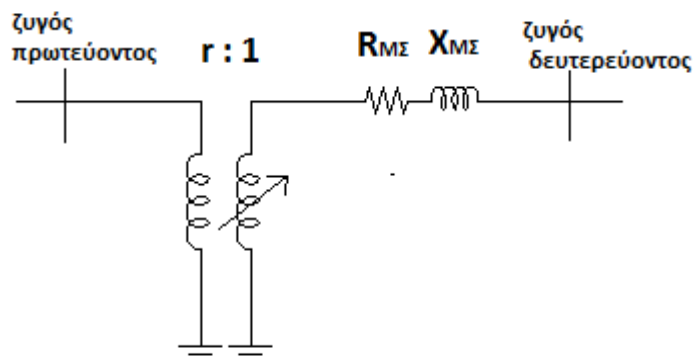
Η χρονική καθυστέρηση γενικά περιλαμβάνει έναν όρο αντιστρόφως ανάλογο προς το σφάλμα της τάσης από την επιθυμητή τιμή (έτσι ώστε μεγάλες μεταβολές της τάσης να προκαλούν ταχύτερη δράση του μηχανισμού) και έναν όρο σταθερής χρονικής καθυστέρησης. Για την καθυστέρηση στο k βήμα, $k > 0$ θα είναι:

$$\Delta t_k = T_d \frac{d}{V_T - V_m} + T_f + T_m \quad (2.55)$$

ενώ είναι προφανές ότι μεταξύ της k ενεργοποίησης του μηχανισμού, και της επόμενης θα μεσολαβεί χρονικό διάστημα Δt_k :

$$t_{k+1} = t_k + \Delta t_k \quad (2.56)$$

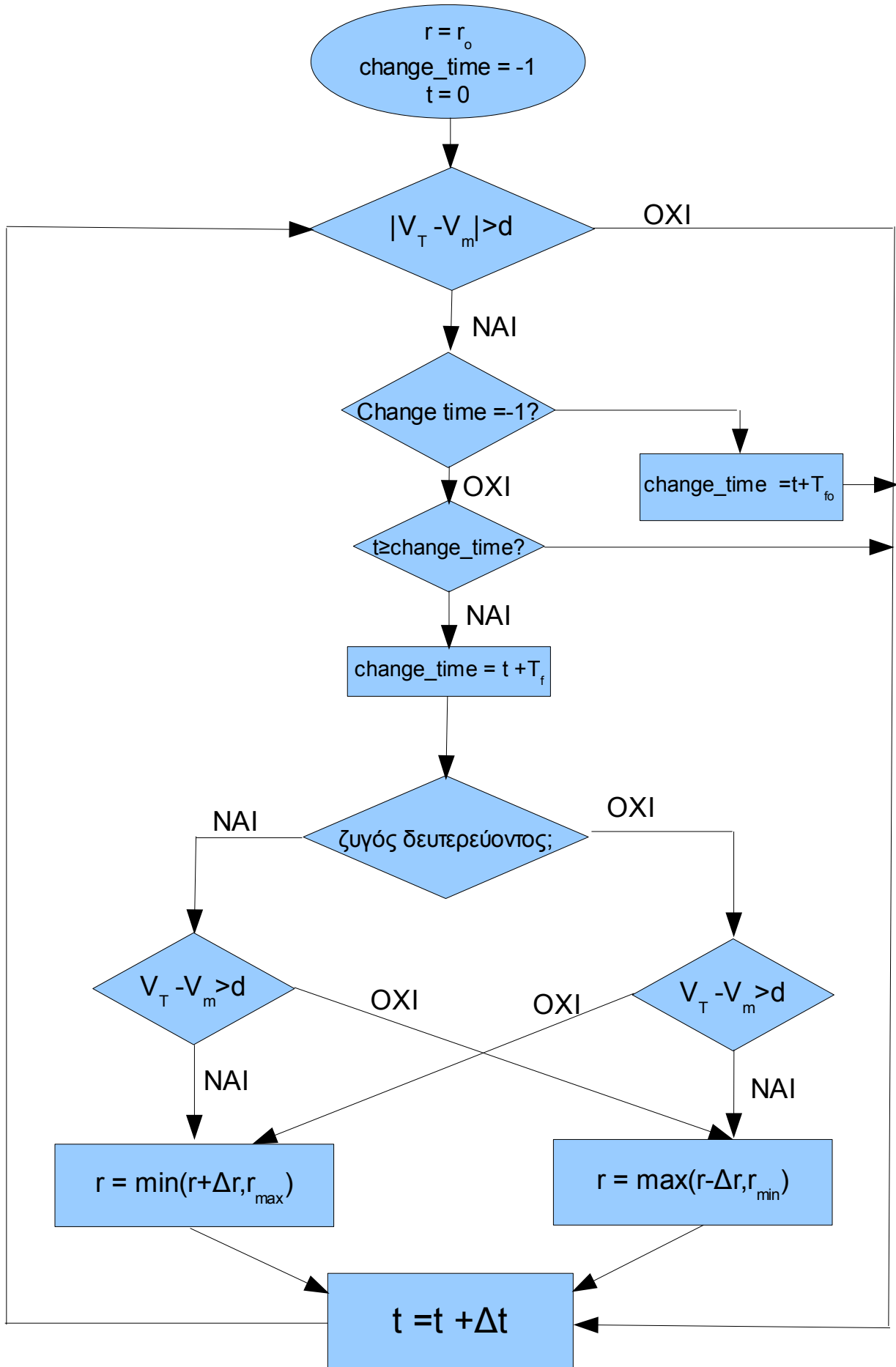
Η αλλαγή του λόγου μετασχηματισμού (άυξηση ή μείωση) εξαρτάται από: α) το ποιος ζυγός ελέγχεται β) το αν ο μηχανισμός ενεργοποιείται λόγω υπέρτασης ή υπότασης. Στο πιο κάτω σχήμα (2.10) φαίνεται το μονοφασικό ισοδύναμο ενός μετασχηματιστή μεταβλητής λήψης:



Σχήμα 2.10: Μονοφασικό ισοδύναμο μετασχηματιστή μεταβλητής λήψης

Ζυγός μεταβλητής λήψης είναι ο ζυγός δευτερεύοντος, αλλά η μέτρηση και ρύθμιση της τάσης μπορεί να γίνεται είτε στο δευτερεύον είτε στο πρωτεύον. Ο ζυγός πρωτεύοντος καλείται και ζυγός αγωγιμότητας.

Στην παρούσα εργασία μοντελοποιούμε τα ΣΑΤΥΦ με βάση το διακριτό μοντέλο που περιγράφηκε, θεωρώντας σταθερή χρονική καθυστέρηση μεταξύ διαδοχικών ενεργοποιήσεων ($T_d = T_{do} = 0$), με την πρώτη ενεργοποίηση να έχει μεγαλύτερη καθυστέρηση ($T_{fo} > T_f$). Στο παρακάτω λογικό διάγραμμα (σχήμα 2.11) φαίνεται και ο τρόπος αλλαγής των taps (Δr) ανάλογο με το ποιος είναι ο υπό έλεγχο ζυγός (Δt είναι το χρονικό βήμα ενός προγράμματος προσομοίωσης, ή ισοδύναμο η περίοδος του συστήματος ελέγχου της τάσης).



Σχήμα 2.11: Διάγραμμα ροής ελέγχου ΣΑΤΥΦ

Ισοδύναμο μοντέλο π μετασχηματιστή

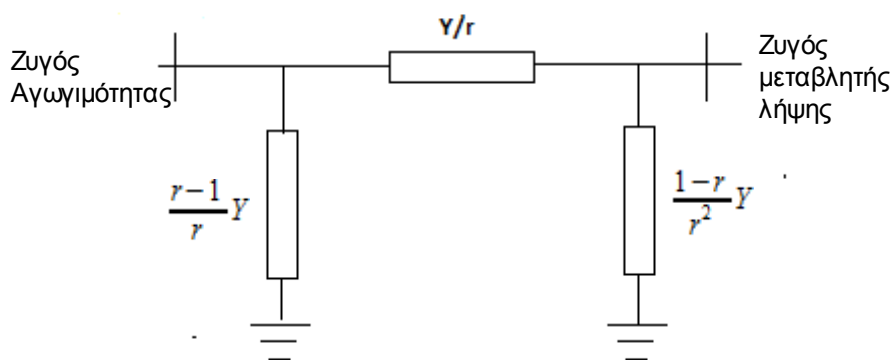
Για να μοντελοποιηθεί ο μετασχηματιστής μεταβλητής λήψης, χρησιμοποιείται το ισοδύναμο μοντέλο π για τους μετασχηματιστές [23]. Για τον μετασχηματιστή του σχήματος 2.10, ορίζοντας την σύνθετη αντίσταση του μετασχηματιστή

$$Z_{M\Sigma} = R_{M\Sigma} + jX_{M\Sigma} \tag{2.57}$$

και την σύνθετη αγωγιμότητα:

$$Y = \frac{1}{Z_{M\Sigma}} \tag{2.58}$$

Το ισοδύναμο π φαίνεται στο σχήμα 2.12

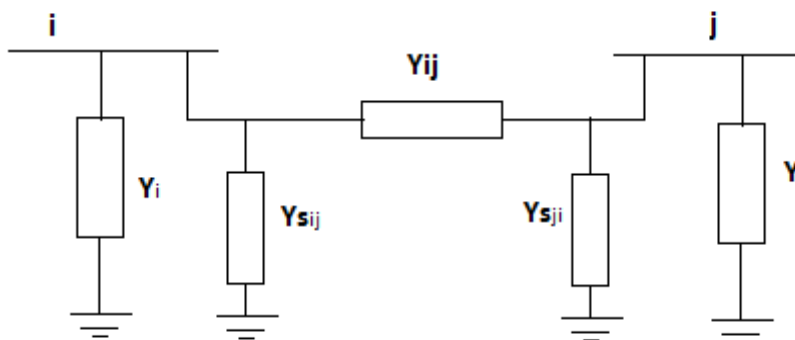


Σχήμα 2.12: Ισοδύναμο π μετασχηματιστή

Το ισοδύναμο αυτό (και αντίστοιχα ο πίνακας αγωγιμοτήτων του δικτύου που κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας το) πρέπει να ενημερώνεται κάθε φορά που αλλάζει ο λόγος μετασχηματισμού π σε ένα πρόγραμμα προσομοίωσης.

2.4 Εξισώσεις Δικτύου

Στο σχήμα 2.13 φαίνεται ένα ζεύγος ζυγών στο ΣΗΕ που συνδέονται μεταξύ τους, έτσι ώστε να οριστούν τα βασικά μεγέθη:



Σχήμα 2.13: Ζεύγος συνδεδεμένων ζυγών στο ΣΗΕ

Είναι:

$$Y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij} \tag{2.59}$$

$$Y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij} \tag{2.60}$$

$$Y_i = g_i + jb_i \tag{2.61}$$

Για το ρεύμα εγχυόμενο στον ζυγό i (από γεννήτρια ή προς φορτίο) [2]:

$$\bar{I}_i = Y_{s,i} \bar{V}_i + \sum_{j \in N(i)} \bar{I}_{ij} \quad (2.62)$$

όπου $N(i)$ είναι το σύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον i . Η (2.62) χρησιμοποιώντας το σχήμα 2.13 εύκολα γίνεται:

$$\bar{I}_i = Y_{s,i} \bar{V}_i + \sum_{j \in N(i)} Y_{sij} \bar{V}_i + \sum_{j \in N(i)} Y_{ij} (\bar{V}_i - \bar{V}_j) \quad (2.63)$$

Παίρνοντας την συζήτηση της 2.63 και πολλαπλασιάζοντας επί \bar{V}_i έχουμε:

$$\bar{V}_i \bar{I}_i^* = Y_{si}^* \bar{V}_i^2 + \sum_{j \in N(i)} Y_{sij}^* \bar{V}_i^2 + \sum_{j \in N(i)} Y_{ij}^* (\bar{V}_i^2 - \bar{V}_i \bar{V}_j^*) \quad \eta$$

$$P_i + jQ_i = -jb_{si} V_i^2 + \sum_{j \in N(i)} (g_{sij} - jb_{sij}) V_i^2 + \sum_{j \in N(i)} (g_{ij} - jb_{ij}) \{V_i^2 - V_i V_j [\cos(\theta_i - \theta_j) + j \sin(\theta_i - \theta_j)]\}$$

Η πιο πάνω σχέση τελικά αναλύεται σε δύο ξεχωριστές σχέσεις για την εγχυόμενη ενεργό και άεργο ισχύ στον ζυγό i :

$$P_i = V_i^2 \sum_{j \in N(i)} (g_{sij} + g_{ij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{j \in N(i)} V_j a_{ij} \quad (2.64)$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in N(i)} (b_{sij} + b_{ij}) - b_i V_i^2 - V_i \sum_{j \in N(i)} V_j \beta_{ij} \quad (2.65)$$

όπου:

$$\alpha_{ij} = g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (2.66)$$

$$\beta_{ij} = g_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - b_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (2.67)$$

Οι εξισώσεις (2.64) και (2.65) χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία ως εξισώσεις για την έγχυση ενεργού και άεργου ισχύος στο δίκτυο. Οι όροι $g_{sij}, b_{sij}, g_{ij}, b_{ij}, g_i, b_i$, προκύπτουν από τα ισοδύναμα των γραμμών μεταφοράς και των μετασχηματιστών, σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν πιο πάνω (και σε περίπτωση παράλληλων όμοιων γραμμών μεταφοράς χρειάζεται εύρεση της συνολικής αγωγιμότητας). Σε ένα δίκτυο N ζυγών, προκύπτουν N εξισώσεις ενεργού και N εξισώσεις άεργου ισχύος της μορφής (2.64), (2.65).

2.5 Εξισώσεις Φορτίων

Το συνολικό φορτίο σε έναν ζυγό είναι στην πραγματικότητα ένας συνδυασμός πολλών διαφορετικών φορτίων (αγροτικών, βιομηχανικών, αστικών κ.ο.κ.), γ'αυτό είναι δύσκολη η ακριβής μοντελοποίησή του [21,22]. Άλλωστε η συμπεριφορά των φορτίων εξαρτάται από τις διακυμάνσεις του καιρού, την εποχή του χρόνου και άλλους παράγοντες. Στην παρούσα ενότητα μας ενδιαφέρει η εξάρτηση του φορτίου από την τάση.

α) Πλήρες Μοντέλο

$$P_L^i(V_i, z_p^i) = z_p^i P_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{a_i} + P_{ct}^i \quad (2.68)$$

$$Q_L^i(V_i, z_Q^i) = z_Q^i Q_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{b_i} + Q_{ct}^i \quad (2.69)$$

z_p^i, z_q^i : Μεταβλητές ζήτησης ενεργού και αέργου ισχύος

V_o^i, P_o^i, Q_o^i : Τάση, ενεργός κατανάλωση και άεργος κατανάλωση στον ζυγό την χρονική στιγμή $t=0$

a_t^i, b_t^i : Μεταβατικοί εκθέτες

P_{ct}^i, Q_{ct}^i : Σταθερή ενεργός και άεργος κατανάλωση

Υποθέτουμε ότι η χαρακτηριστική μόνιμης κατάστασης των φορτίων διέπεται από τις εξισώσεις:

$$P_L^i(V_i) = P_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{a_s^i} + P_{ct}^i \quad (2.70)$$

$$Q_L^i(V_i) = Q_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{b_s^i} + Q_{ct}^i \quad (2.71)$$

b_s^i, a_s^i : εκθέτες μόνιμης κατάστασης

Η διαφορική εξίσωση που διέπει την ζήτηση ενεργού και αέργου ισχύος είναι:

$$T_P \dot{z}_P^i = \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{a_s^i} - z_P^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{a_s^i} \quad (2.72)$$

$$T_Q \dot{z}_Q^i = \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{b_s^i} - z_Q^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{b_s^i} \quad (2.73)$$

T_P, T_Q : Σταθερές χρόνου

Οι διαφορικές εξισώσεις (2.72), (2.73) εκφράζουν μία δυναμική αποκατάστασης των φορτίων, μέσω αύξησης της ζήτησης για περιπτώσεις μείωσης της τάσης. Έστω ότι σε ένα στιγμιότυπο του συστήματος, το φορτίο στον ζυγό i , καταναλώνει ισχείς P_o^i, Q_o^i υπό τάση V_o^i . Οι αρχικές ζητήσεις εκείνη τη στιγμή τίθενται $z_P = z_Q = 1$ και οι (2.72), (2.73) είναι σε ισορροπία. Αν κάποια διαταραχή στο δίκτυο προκαλέσει μεταβολή της τάσης στον ζυγό, οι καταναλώσεις ενεργού και αέργου ισχύος θα αλλάξουν σύμφωνα με την μεταβατική συμπεριφορά του φορτίου (2.68, 2.69). Θεωρούμε συνήθως $a_t^i > a_s^i$ και $b_t^i > b_s^i$ δηλαδή φορτίο πιο ευαίσθητο στις μεταβολές της τάσης κατά την μεταβατική του απόκριση.

Αν συμβεί μία τέτοια μείωση της τάσης, οι καταναλώσεις θα μειωθούν με βάση τους μεταβατικούς εκθέτες. Εν συνεχεία, το δεξί μέλος των (2.72) και (2.73) θα έχει θετικό πρόσημο, άρα η ζήτηση ενεργού και αέργου ισχύος θα αρχίσει να αυξάνεται, αυξάνοντας την ενεργό και άεργο κατανάλωση εως ότου λάβουν τις τιμές της μονίμου καταστάσεως, που διέπονται από τους (μικρότερους) εκθέτες μόνιμης κατάστασης, όπως φαίνεται στις σχέσεις (2.70), (2.71). Τα αντίστροφα συμβαίνουν για μεταβολές που προκαλούν αυξήσεις της τάσης. Τα παραπάνω χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία για μοντελοποίηση της συμπεριφοράς του φορτίου μετά από απότομες μεταβολές στο δίκτυο, αν έχουμε στην διάθεσή μας ένα στιγμιότυπο της φόρτισης του δικτύου πριν την μεταβολή.

β) Μοντέλο χωρίς ζήτηση

Στο πρώτο μέρος της παρούσας εργασίας δεν υλοποιείται μέθοδος ολοκλήρωσης διαφορικών εξισώσεων, γ'αυτό χρησιμοποιούνται μόνο οι εξισώσεις ισορροπίας για την ενεργό και άεργο κατανάλωση σε κάθε ζυγό. Επίσης, προφανώς δεν υφίσταται η έννοια των μεταβατικών εκθετών, και θεωρείται ότι το φορτίο αποκρίνεται ακαριαία σύμφωνα με την συμπεριφορά μόνιμου καταστάσεώς του:

$$P_L^i(V_i) = P_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{a^i} + P_{ct}^i \quad (2.74)$$

$$Q_L^i(V_i) = Q_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{b^i} + Q_{ct}^i \quad (2.75)$$

$a^i = b^i = 2$: Φορτίο Σταθερής Αγωγιμότητας

$a^i = b^i = 1$: Φορτίο Σταθερού Ρεύματος

$a^i = b^i = 0$: Φορτίο Σταθερής Ισχύος

Οι (2.74) , (2.75) χρησιμοποιούνται στην οιονεί στατική προσέγγιση , η περιγραφή της οποίας γίνεται στο κεφάλαιο που ακολουθεί.

2.6 Οιονεί Στατική Προσέγγιση

2.6.1 Εξισώσεις Συστήματος

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζουμε τις εξισώσεις της οιονεί στατικής (quasi – static) προσέγγισης του ΣΗΕ. Η οιονεί στατική προσέγγιση, όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, αποτελεί μία απλουστευμένη προσέγγιση του προβλήματος, κατά την οποία θεωρείται πως όλα τα βραχυπρόθεσμα φαινόμενα (που περιγράφονται από διαφορικές εξισώσεις με μικρές σταθερές χρόνου) βρίσκονται σε ισορροπία, άρα χρησιμοποιούνται οι αντίστοιχες αλγεβρικές εξισώσεις ισορροπίας που προκύπτουν από τις εν λόγω διαφορικές εξισώσεις. Αν δηλαδή το σύνολο φαινομένων στη βραχυπρόθεσμη χρονική κλίμακα (με σταθερά χρόνου της τάξεως των δευτερολέπτων) περιγράφονται από τις διαφορικές εξισώσεις :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d)$$

τότε αυτές αντικαθίστανται από τις αλγεβρικές εξισώσεις ισορροπίας:

$$0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d)$$

Άρα το σύνολο των εξισώσεων που περιγράφουν το σύστημα είναι πλέον:

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \\ 0 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \\ \dot{\mathbf{z}}_c &= \mathbf{h}_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \\ \mathbf{z}_d(k+1) &= \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d(k)) \end{aligned} \quad (2.76)$$

\mathbf{g} : Αλγεβρικές εξισώσεις

\mathbf{f} : συνθήκες ισορροπίας βραχυπρόθεσμων φαινομένων

\mathbf{h}_c : δεξιό μέλος διαφορικών μακροπρόθεσμων φαινομένων

\mathbf{x} : μεταβλητές κατάστασης βραχυπρόθεσμων φαινομένων

\mathbf{y} : αλγεβρικές μεταβλητές

\mathbf{z}_c : μεταβλητές κατάστασης μακροπρόθεσμων φαινομένων

\mathbf{z}_d : διακριτές μεταβλητές

Όπως βλέπουμε από τις εξισώσεις (2.76), πλέον έχουμε περιοριστεί μόνο σε μεταβατικά της

μακροπρόθεσμης χρονικής κλίμακας, απλουστεύοντας την ανάλυση. Το σύστημα εξισώσεων (2.76) είναι ένας συνδυασμός αλγεβρικών και διαφορικών εξισώσεων και εξισώσεων διαφορών για τα διακριτά φαινόμενα. Ακολουθεί αναλυτική διατύπωση του προβλήματος για ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας.

Θεωρούμε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας που αποτελείται από [5]:

- N ζυγούς
- G γεννήτριες (συμπεριλαμβάνουν και τους ζυγούς σταθερής τάσης – δηλαδή τους ζυγούς διασύνδεσης με άλλα συστήματα)
- S ζυγούς διασύνδεσης

Μεταβλητές κατάστασης του συστήματος είναι:

- G - S γωνίες δρομέα δ_G (δεν έχει νόημα αυτή η μεταβλητή για ζυγούς διασύνδεσης)
- G - S γωνιακές ταχύτητες ω_i γεννητριών
- G - S μεταβατικές ΗΕΔ εγκάρσιου άξονα E'_q
- G - S ΗΕΔ διεγέρσεως E_f
- K_x Μεταβλητές κατάστασης x_E των συστημάτων διέγερσης των γεννητριών (θα απαλειφθούν στην συνέχεια)
- G -S μεταβολές μηχανικής ισχύος γεννητριών Δp_m

Αλγεβρικές μεταβλητές είναι:

- N - S μέτρα τάσεων V για όλους τους ζυγούς πέραν των ζυγών διασύνδεσης
- N φασικές γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών
- Συχνότητα του συστήματος ω_{sys} .

Αναφορικά με τις εξισώσεις του συστήματος, αυτές είναι:

- 2(G - S) εξισώσεις ηλεκτρομηχανικών ταλαντώσεων (2.10) , (2.11)

$$\dot{\delta}_i = (\omega_i - \omega_{sys}) \omega_o$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} [P_{m,i}(\omega_i) - P_{g,i}(\delta_i, E'_{q,i}, \theta_i, V_i) - D_{g,i}(\omega_i - 1)]$$

- G-S εξισώσεις πεδίου διέγερσης γεννητριών (2.25):

$$T'_{do} \dot{E}'_{q,i} = E_{f,i} - E(E'_{q,i}, \theta_i, \delta_i, V_i)$$

- G - S + K_x διαφορικές εξισώσεις των συστημάτων διέγερσης των γεννητριών. Ανάλογα με το αν η γεννήτρια είναι σε υπερδιέγερση ή όχι, οι διαφορικές εξισώσεις αντιστοιχούν στον APT ή στο ΣΠΥ. Σε γενικές γραμμές:

$$T_{E,i} \dot{E}'_{f,i} = f_{E,i}(E_{f,i}, x_{E,i}, V_i) \quad (\text{G-S εξισώσεις}) \quad (2.77)$$

$$T_{x,i} \dot{x}_i = f_{x,i}(E_{f,i}, x_{E,i}, V_i) \quad (K_x \text{ εξισώσεις}) \quad (2.78)$$

- G - S διαφορικές εξισώσεις του ρυθμιστή στροφών των γεννητριών

$$T_{g,i} \dot{P}_{m,i} = P_{m0,i} - P_{m,i} - \frac{1}{R_{g,i}} (\omega_i - 1) \quad (2.79)$$

- Αντίστοιχες προς τις εξισώσεις των ρυθμιστών στροφών για τις γεννήτριες είναι για τους ζυγούς διασύνδεσης οι αλγεβρικές εξισώσεις ισοζυγίου ενεργού ισχύος με τα γειτονικά συστήματα.

$$P_{m,i} = P_{mo,i} - C_i(\omega_{sys} - 1) \quad (2.80)$$

- G – S εξισώσεις ισοζυγίου ενεργού ισχύος για ζυγούς γεννητριών

$$0 = P_{g,i}(\delta_i, E'_{q,i}, \theta_i, V_i) - P_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - P_{L,i}(V_i)$$

Για ζυγούς διασύνδεσης οι εξισώσεις ισοζυγίου είναι (S εξισώσεις)

$$0 = P_{m,i} - P_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - P_{L,i}(V_i) \quad (2.81)$$

όπου $P_{NET,i}$ η έγχυση ενεργού ισχύος στον ζυγό i , που υπολογίστηκε στην ενότητα 2.4

- G – S εξισώσεις ισοζυγίου αέργου ισχύος για ζυγούς γεννητριών

$$0 = Q_{g,i}(\delta_i, E'_{q,i}, \theta_i, V_i) - Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i) \quad (2.82)$$

- 2(N- G) εξισώσεις ισοζυγίου ενεργού και αέργου ισχύος για ζυγούς φορτίου:

$$\begin{aligned} 0 &= -P_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - P_{L,i}(V_i) \\ 0 &= -Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i) \end{aligned} \quad (2.83)$$

- 1 αλγεβρική εξίσωση για την γωνία του ζυγού αναφοράς:

$$\theta_{ref} = 0 \quad (2.84)$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι το ΣΗΕ περιγράφεται από $5(G-S) + K_x$ διαφορικές εξισώσεις που αντιστοιχούν στις ισάριθμες μεταβλητές κατάστασης που αναφέρθηκαν και από $2N - S + 1$ αλγεβρικές εξισώσεις που αντιστοιχούν στις αλγεβρικές μεταβλητές.

Σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν για την οιονεί στατική προσέγγιση, οι διαφορικές εξισώσεις βραχυπρόθεσμης κλίμακας θα αντικατασταθούν από τις αλγεβρικές εξισώσεις ισορροπίας τους. Ταυτόχρονα, θα απαλειφθούν κάποιες από τις εξισώσεις κατάστασης σε μία προσπάθεια ελάττωσης του μεγέθους του συστήματος.

Οι μεταβλητές κατάστασης που μπορούν να απαλειφθούν είναι:

- Οι ταχύτητες περιστροφής ω_i των δρομέων των γεννητριών
- Οι μεταβατικές ΗΕΔ εγκαρσίου άξονα E'_q .
- Οι ΗΕΔ διέγερσης E_f
- Οι μεταβλητές κατάστασης x_E των συστημάτων διέγερσης των γεννητριών

Οι μεταβλητές απαλείφονται ως εξής:

- Οι ω_i θα απαλειφθούν χρησιμοποιώντας την συνθήκη ισορροπίας της (2.10) για τις εξισώσεις ταχύτητας των γεννητριών:

$$\omega_i = \omega_{sys} \quad (2.85)$$

- Οι E'_q , μπορούν να απαλειφθούν με χρήση της συνθήκης ισορροπίας της διαφορικής εξίσωσης

(2.25α) για το πεδίο διέγερσης της γεννήτριας:

$$E_f = E(E'_q, \theta, \delta, V) \quad \text{ή}$$

$$E'_{q,i} = \frac{X'_{d,i}}{X_{d,i}} E_{f,i} + \frac{(X_{d,i} - X'_{d,i})}{X_{d,i}} V_i \cos(\delta_i - \theta_i) \quad (2.86)$$

Η E_f στην εξίσωση (2.86) θα απαλοφεί στην συνέχεια με βάση τις εξισώσεις των ΑΡΤ και ΣΠΥ.

Όπως αναφέραμε στην ενότητα 2.2, αν η διέγερση της γεννήτριας ελέγχεται από τον ΑΡΤ, τότε η διαφορική εξίσωση (2.25α) ανήκει σαφώς στα βραχυπρόθεσμα φαινόμενα και συνεπώς μπορεί να αντικατασταθεί από την αλγεβρική σχέση ισορροπίας 2.86 σύμφωνα με το πνεύμα της οιονεί στατικής μεθόδου. Όμως αν για την γεννήτρια i έχει ενεργοποιηθεί το ΣΠΥ, η σταθερά χρόνου της (2.25α) είναι της τάξεως των 5 -10 sec και συνεπώς μπορεί να θεωρηθεί ότι ανήκει στα μακροπρόθεσμα φαινόμενα, και η χρήση της (2.86) για να την αντικαταστήσει θα εισάγει σφάλματα στην ανάλυση. Άρα, είναι απαραίτητη ολοκλήρωση της (2.25α) για γεννήτριες σε υπερδιέγερση, πρακτική που όντως υλοποιείται σε αυτήν την εργασία (βλ. Κεφ. 3.4.3).

γ,δ) Οι E_f των γεννητριών μπορούν να απαλοφούν αξιοποιώντας τις εξισώσεις του ΑΡΤ ή του ΣΠΥ. Παίρνουμε δύο περιπτώσεις:

i) *Γεννήτρια υπό την επίδραση ΑΡΤ*: Οι διαφορικές εξισώσεις του ΑΡΤ είναι:

$$\begin{aligned} T_E \dot{E}_f &= f_{AVR}(E_f, \mathbf{x}_R, V) \\ T_R \dot{\mathbf{x}}_R &= \mathbf{f}_R(E_f, \mathbf{x}_R, V) \end{aligned} \quad (2.87)$$

Γνωρίζουμε πως στην παρούσα εργασία όλες οι γεννήτριες μοντελοποιούνται με αναλογικό ΑΡΤ, η εξίσωση ισορροπίας του οποίου είναι η (2.33):

$$E_{f,i} = K_{A,i}(V_{ref,i} - V_i) = h_{AVR}(V) \quad (2.88)$$

Η (2.88) αντικαθιστά τις (2.87) για γεννήτρια υπό την επίδραση ΑΡΤ, απαλοφοντας τις E_f ως μεταβλητές κατάστασης.

ii) *Γεννήτρια υπό την επίδραση ΣΠΥ*: Οι διαφορικές εξισώσεις του ΣΠΥ είναι:

$$\begin{aligned} T_E \dot{E}_f &= f_{OXL}(E_f, \mathbf{x}_V, V) \\ T_V \dot{\mathbf{x}}_V &= \mathbf{f}_V(E_f, \mathbf{x}_V, V) \end{aligned} \quad (2.89)$$

Οι (2.89) αντικαθίστανται, ανάλογα με το είδος του ΣΠΥ από μία από τις (2.48) ως (2.50) που είναι εξισώσεις ισορροπίας και δεν επαναλαμβάνονται εδώ για λόγους συντομίας.

Συνεπώς, συνολικά, η E_f μπορεί να απαλειφεί ως μεταβλητή κατάστασης, αντικαθιστώντας τις (2.87) και (2.89) από την παρακάτω αλγεβρική εξίσωση:

$$E_f = (1 - z_{lim}) h_{AVR}(V) + z_{lim} h_{OXL}(V) \quad (2.90)$$

όπου $z_{lim,i}$ μία διακριτή μεταβλητή που έχει τιμή 1 μόνο εαν το ΣΠΥ έχει ενεργοποιηθεί για την γεννήτρια i και οι h_{AVR} και h_{OXL} είναι οι εξισώσεις ισορροπίας για την E_f που προκύπτουν από τον ΑΡΤ ή το ΣΠΥ αντίστοιχα και αναλύθηκαν στην ενότητα 2.2.

Η διαφορική εξίσωση του ρυθμιστή στροφών αντικαθίσταται επίσης από την εξίσωση ισορροπίας

της:

$$P_{m,i} = P_{mo,i} - \frac{1}{R_{g,i}} (\omega_{sys} - 1) \quad (2.91)$$

2.6.2 Μειωμένο αλγεβρικό σύστημα εξισώσεων

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για το ΣΗΕ που ήδη έχει περιγραφεί, οι αλγεβρικές μεταβλητές είναι:

- (G-S) γωνίες δρομέα γεννητριών δ_G .
- (N-S) μέτρα τάσεων των ζυγών (εκτός των ζυγών διασύνδεσης)
- N φασικές γωνίες των τάσεων
- η συχνότητα του συστήματος ω_{sys}

Άρα πρόκειται για $2(N-S) + G + 1$ αγνώστους. Οι εξισώσεις ισορροπίας σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

- G εξισώσεις ισοζυγίου ενεργού ισχύος για ζυγούς γεννητριών και ζυγούς διασύνδεσης:

$$0 = P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{L,i}(V_i, \omega_{sys}) - P_{NET,i}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.92)$$

- N - G εξισώσεις ισοζυγίου ενεργού ισχύος για τους υπόλοιπους ζυγούς:

$$0 = -P_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - P_{L,i}(V_i) \quad (2.93)$$

- G - S εξισώσεις ισοζυγίου αέργου ισχύος για τους ζυγούς γεννητριών (όχι ζυγούς διασύνδεσης):

$$0 = Q_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i) \quad (2.94)$$

- N - G εξισώσεις ισοζυγίου αέργου ισχύος για ζυγούς φορτίου:

$$0 = -Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i) \quad (2.95)$$

- G - S εξισώσεις ισορροπίας των διαφορικών της μορφής (2.11) για τις γεννήτριες:

$$0 = P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - D_{g,i}(\omega_{sys} - 1) \quad (2.96)$$

- 1 εξίσωση για τη γωνία του ζυγού αναφοράς:

$$\theta_{ref} = 0 \quad (2.97)$$

Οι παραπάνω είναι $2(N-S) + G + 1$ αλγεβρικές εξισώσεις ισορροπίας για τον προσδιορισμό των ισάριθμων αγνώστων που αναφέρθηκαν πιο πάνω. Αυτό θα γίνει με κάποια μέθοδο επίλυσης μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων που θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο.

2.6.3 Εφαρμογή οιονεί στατικής προσέγγισης και προσθήκη συνεχών μακροπρόθεσμων δυναμικών φαινομένων

α) Αρχική προσέγγιση

Σύμφωνα με την πρώτη μέθοδο που αναπτύξαμε στην παρούσα εργασία, η οποία είναι ίδια με αυτήν

που αναλύεται στο διδακτορικό του Γ. Μάνου[5]. Αναλύοντας το σύνολο εξισώσεων (2.76), οι αλγεβρικές εξισώσεις και εξισώσεις ισορροπίας των βραχυπρόθεσμων διαφορικών:

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \\ 0 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_d) \end{aligned}$$

είναι οι $2(N-S) + G + 1$ εξισώσεις (2.92) – (2.97) που αναφέρθηκαν πιο πάνω. Σε αυτήν την αρχική προσέγγιση δεν υπάρχουν συνεχείς μεταβλητές κατάστασης μακροπρόθεσμης κλίμακας. Οι ζητήσεις ενεργού και αέργου ισχύος z_c και z_p δεν χρησιμοποιούνται. Αντίθετα χρησιμοποιούνται οι στατικές σχέσεις (2.74) και (2.75) του μοντέλου χωρίς ζήτηση, αγνοώντας τον μηχανισμό αποκατάστασης των φορτίων.

Οι διακριτές μεταβλητές ανήκουν σε δύο κατηγορίες:

- α) G μεταβλητές z_{lim} που όπως έχει αναφερθεί πέρνουν τιμή 1 όταν ενεργοποιηθεί ο ΣΠΥ της γεννήτριας. Αυτές ενημερώνονται σύμφωνα με το λογικό διάγραμμα του σχήματος 2.8.
- β) μεταβλητές r , δηλαδή οι λόγοι μετασχηματισμού των μετασχηματιστών με ΣΑΤΥΦ (είναι ισάριθμες με τους μεταβλητές μεταβλητής λήψης που έχουν το σύστημα αλλαγής λήψης ενεργό).

Ενημερώνονται σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος 2.11. Αν σε κάποια χρονική στιγμή στην ανάλυση του συστήματος ενημερωθεί μία διακριτή μεταβλητή, οι αλγεβρικές εξισώσεις (2.92) – (2.97) επιλύονται και μετά την ενημέρωση της διακριτής μεταβλητής.

Αυτή η προσέγγιση θα καλείται εφεξής σε αυτήν την εργασία “οιονεί στατική προσέγγιση χωρίς δυναμικά φαινόμενα”.

β) Προσθήκη της δυναμικής των φορτίων:

Σύμφωνα με την οιονεί στατική προσέγγιση, οι διαφορικές εξισώσεις για τις ζητήσεις των φορτίων πρέπει να συμπεριληφθούν με υλοποίηση κάποιας μεθόδου ολοκλήρωσης, γιατί είναι συνεχείς μεταβλητές μακροπρόθεσμης κλίμακας. Η αλλαγή σε σχέση με την πρώτη προσέγγιση είναι ότι για τις P_L^i και Q_L^i στις (2.92) ως (2.95) χρησιμοποιούνται οι σχέσεις που περιλαμβάνουν τις μεταβλητές ζητήσεις (2.68), (2.69):

$$P_L^i(V_i, z_p^i) = z_p^i P_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{a_i} + P_{ct}^i$$

$$Q_L^i(V_i, z_Q^i) = z_Q^i Q_o^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{b_i} + Q_{ct}^i$$

Άρα πρέπει να ολοκληρωθούν οι διαφορικές

$$T_P \dot{z}_P^i = \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{a_i} - z_P^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{a_i} \quad (2.98)$$

$$T_Q \dot{z}_Q^i = \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{b_i} - z_Q^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{b_i} \quad (2.99)$$

Στην απλή οιονεί στατική προσέγγιση της ενότητας 2.6.3α (εξ. (2.92) – (2.97)) προστίθενται τώρα $2N$ διαφορικές εξισώσεις για τις ζητήσεις των φορτίων στους N ζυγούς.

Η πιο πάνω προσέγγιση θα καλείται στο εξής σε αυτήν την εργασία “ανάλυση με την δυναμική των

φορτίων”. Με τον όρο αυτόν υπονοείται ότι διατηρούνται οι εξισώσεις της οιονεί στατικής προσέγγισης, χρησιμοποιούνται δηλαδή εξισώσεις ισορροπίας για όλα τα βραχυπρόθεσμα φαινόμενα, και ολοκληρώνεται μόνο η διαφορική εξίσωση για το φορτίο σε κάθε ζυγό.

γ) Προσθήκη διαφορικής του πεδίου διέγερσης γεννητριών:

Όπως εξηγήσαμε στην ενότητα 2.2, η διαφορική (2.25α) ανήκει στην μακροπρόθεσμη και όχι στην βραχυπρόθεσμη κλίμακα, αν η γεννήτρια είναι υπό την επίδραση του ΣΠΥ, και συνεπώς δεν μπορεί να αντικατασταθεί από την αλγεβρική εξίσωση ισορροπίας της, αλλά πρέπει να χρησιμοποιηθεί μέθοδος ολοκλήρωσης. Είναι σημαντικό ότι για τις γεννήτριες σε υπερδιέγερση οι μεταβλητές κατάστασης E'_q δεν μπορούν πλέον να απαλειφθούν, όπως δείξαμε πιο πριν, άρα ολοκληρώνεται η διαφορική εξίσωση:

$$T'_{do} \dot{E}'_q = E_f - E(E'_q, \theta, \delta, V) \quad (2.100)$$

ενώ οι σχέσεις για τις P_g , Q_g που χρησιμοποιούνται **μόνο για αυτές τις γεννήτριες** είναι οι (2.26) και (2.27) που χρησιμοποιούν το ζεύγος E'_q , X'_d (μεταβατική ενεργός και άεργος ισχύς). Αντίθετα για τις γεννήτριες των οποίων η διέγερση διέπεται από τον APT, συνεχίζουμε να μην χρησιμοποιούμε την E'_q ως μεταβλητή κατάστασης, θεωρώντας πως η (2.25α) είναι σε ισορροπία και να χρησιμοποιούμε τις σχέσεις (2.29) και (2.30) για τις P_g , Q_g (εξισώσεις ισορροπίας για ενεργό και άεργο ισχύ).

Δηλαδή στην ανάλυση της ενότητας 2.6.3β προστίθενται N_{OXL} διαφορικές εξισώσεις σαν την (2.100), όπου N_{OXL} ο αριθμός των γεννητριών σε υπερδιέγερση.

Η ανάλυση αυτή θα καλείται στο εξής “προσέγγιση με την δυναμική του πεδίου διέγερσης”, υπονοώντας ότι θεωρούνται σε ισορροπία οι διαφορικές εξισώσεις του πεδίου διέγερσης μόνο για γεννήτριες υπό Αυτόματη Ρύθμιση Τάσης ενώ ολοκληρώνεται η (2.100) για τις υπερδιεγερμένες γεννήτριες. Σε αυτήν την ανάλυση, ολοκληρώνονται και οι διαφορικές των φορτίων, όπως εξηγήθηκε στην ενότητα 2.6.3β. Κατά τα λοιπά χρησιμοποιούνται οι αλγεβρικές εξισώσεις (2.92) – (2.97), με την διαφορά ότι για τις $Q_{g,i}$, $P_{g,i}$ των γεννητριών σε υπερδιέγερση χρησιμοποιούνται οι σχέσεις για τις μεταβατικές ισχύεις.

3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΗΕ

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσονται όλες οι αριθμητικές μέθοδοι που θα χρησιμοποιηθούν για την επίλυση των εξισώσεων που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 2, με αντικειμενικό στόχο την ανάπτυξη ενός αξιόπιστου αλγορίθμου προσομοίωσης του ΣΗΕ. Αφού αναλυθούν οι μέθοδοι επίλυσης των αλγεβρικών εξισώσεων και οι μέθοδοι ολοκλήρωσης των διαφορικών εξισώσεων και εφαρμοστούν στο συγκεκριμένο σύστημα εξισώσεων, θα καταλήξουμε τελικά στην διατύπωση των αλγορίθμων προσομοίωσης που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία.

3.1 Επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων

Όπως ήδη αναφέρθηκε, το σύστημα εξισώσεων (2.94) ως (2.99) είναι μη γραμμικό, συνεπώς θα χρειαστεί μία μέθοδος επίλυσης μη γραμμικών εξισώσεων να ενσωματωθεί στο πρόγραμμα προσομοίωσης. Μία επιπλέον πολυπλοκότητα είναι ότι όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 1, για λόγους εξοικονόμησης υπολογιστικού χρόνου και χώρου, όλοι οι πίνακες αποθηκεύονται σε αραιή μορφή (αποθήκευση μόνο των μη μηδενικών τους στοιχείων), και συνεπώς η όποια αριθμητική μέθοδος θα πρέπει να διατυπωθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι συμβατή με αραιούς πίνακες.

3.1.1 Διατύπωση μεθόδου Newton – Raphson

Έστω το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων, διάστασης n:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Για μία μη γραμμική εξίσωση $f(x) = 0$, η επαναληπτική μέθοδος [25] :

$$x_{k+1} = g(x_k) = x_k - \varphi(x_k) f(x_k)$$

με επιλογή:

$$\varphi(x) = \frac{1}{f'(x)}$$

προφανώς αν $f(x) \neq 0$, μας δίνει την μέθοδο Newton, η οποία συγκλίνει σε μία λύση της $f(x) = 0$, αρκεί η αρχική εκτίμηση x_0 να είναι επαρκώς καλή.

Αντιστοίχως τώρα, για το μη γραμμικό σύστημα $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$, αναζητούμε έναν πίνακα $\mathbf{A}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ τέτοιον ώστε η επαναληπτική σχέση [24]:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{x}_k - \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

να δίνει τετραγωνική σύγκλιση στην λύση του (3.1) για επαρκώς καλή αρχική εκτίμηση του διανύσματος \mathbf{x} . Να σημειωθεί ότι για ένα διάνυσμα \mathbf{p} για το οποίο ισχύει $\mathbf{G}(\mathbf{p}) = \mathbf{p}$, ισχύει προφανώς $\mathbf{F}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$.

Το παρακάτω θεώρημα έχει ιδιαίτερη αξία στην εύρεση κατάλληλης μεθόδου, δηλαδή κατάλληλου πίνακα \mathbf{A} . [24]:

Θεώρημα 3.1

Έστω $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ ένα διάνυσμα n συναρτήσεων $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ και \mathbf{p} μία λύση του $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = [\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) \ \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) \ \dots \ \mathbf{g}_n(\mathbf{x})]^T = \mathbf{x}$. Έστω $\delta > 0$ τέτοιο ώστε:

- i) $\partial \mathbf{g}_i / \partial x_j$ συνεχής στο $\|\mathbf{x} - \mathbf{p}\| < \delta$ για όλα τα $i = 1, 2, \dots, n$ και $j = 1, 2, \dots, n$
- ii) $\partial^2 \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) / (\partial x_j \partial x_k)$ συνεχής και $|\partial^2 \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) / (\partial x_j \partial x_k)| < M$ με M σταθερά και $\mathbf{x} : \|\mathbf{x} - \mathbf{p}\| < \delta$ και για όλα τα $i, j, k = 1, 2, \dots, n$
- iii) $\partial \mathbf{g}_i(\mathbf{p}) / \partial x_i = 0$, για κάθε $i = 1, 2, \dots, n$, και $j = 1, 2, \dots, n$

Τότε:

υπάρχει $\delta' < \delta$ τέτοιο ώστε η επαναληπτική σχέση $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_k)$ να συγκλίνει στο \mathbf{p} τετραγωνικά για κάθε αρχική εκτίμηση \mathbf{x}_0 , τέτοια ώστε $\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{p}\| < \delta'$ και ισχύει:

$$\|\mathbf{x}_k - \mathbf{p}\|_{\infty} \leq \frac{n^2 M}{2} \|\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{p}\|^2 \quad (3.3)$$

■

Το παραπάνω θεώρημα διατυπώνει τις προϋποθέσεις σύγκλισης της επαναληπτικής μεθόδου $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_k)$ στην λύση $\mathbf{p} = \mathbf{G}(\mathbf{p})$ και μπορεί να εφαρμοστεί για την εύρεση κατάλληλου πίνακα \mathbf{A} στην επαναληπτική σχέση (3.2). Έστω $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ ένας $n \times n$ πίνακας συναρτήσεων $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, οι οποίες θα προσδιοριστούν στην συνέχεια. Θεωρούμε επίσης ότι ο \mathbf{A} είναι αντιστρέψιμος στην περιοχή της λύσης \mathbf{p} του $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ και ότι $b_{ij}(\mathbf{x})$ συμβολίζει το στοιχείο της γραμμής i και στήλης j του αντίστροφου πίνακα $\mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1}$

Αφού $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - \mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{x})$ είναι:

$$g_i(\mathbf{x}) = x_i - \sum_{j=1}^n b_{ij}(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{x}) \quad (3.4\alpha)$$

και

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_k}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 - \sum_{j=1}^n [b_{ij}(\mathbf{x}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{x}) + \frac{\partial b_{ij}}{\partial x_k}(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{x})] & , \quad i=k \\ - \sum_{j=1}^n [b_{ij}(\mathbf{x}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{x}) + \frac{\partial b_{ij}}{\partial x_k}(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{x})] & , \quad i \neq k \end{cases} \quad (3.4\beta)$$

Με βάση το θεώρημα 3.1 πρέπει $\frac{\partial g_i}{\partial x_k}(\mathbf{p}) = 0$ για κάθε $i = 1, 2, \dots, n$, και $k = 1, 2, \dots, n$. Επειδή το \mathbf{p} είναι λύση της $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, αυτό σημαίνει:

Για $i = k$:

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - \sum_{j=1}^n [b_{ij}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_j}{\partial x_i}(\mathbf{p})] \quad \text{ή} \\ 1 &= \sum_{j=1}^n [b_{ij}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_j}{\partial x_i}(\mathbf{p})] \end{aligned} \quad (3.4\gamma)$$

Για $k \neq i$:

$$0 = \sum_{j=1}^n [b_{ij}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{p})] \quad (3.4\delta)$$

Αν ορίσουμε τον Ιακωβιανό πίνακα J της F :

$$J(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.5\alpha)$$

Παρατηρούμε ότι οι (3.4γ,δ) σημαίνουν:

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{p})J(\mathbf{p}) &= I & \text{ή} \\ A(\mathbf{p}) &= J(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (3.5\beta)$$

Συνεπώς μία κατάλληλη επιλογή για τον $A(\mathbf{x})$ είναι $A(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x})$ γιατί ικανοποιεί την συνθήκη iii του θεωρήματος 3.1. Η προκύπτουσα επαναληπτική σχέση είναι τότε:

$$\mathbf{x}_{k+1} = G(\mathbf{x}_k) = \mathbf{x}_k - J^{-1}(\mathbf{x}_k)F(\mathbf{x}_k) \quad (3.5\gamma)$$

ικανοποιεί τις συνθήκες του θεωρήματος 3.1. Η επαναληπτική μέθοδος που βασίζεται στη σχέση (3.5γ) καλείται μέθοδος Newton για μη γραμμικά συστήματα. Δίνει τετραγωνική σύγκλιση, γενικά, αρκεί να μπορεί να εκτιμηθεί μία καλή εκτίμηση για το \mathbf{x}_0 και ο ιακωβιανός πίνακας να είναι αντιστρέψιμος.

Ένα μειονέκτημα της παραπάνω μεθόδου είναι ότι απαιτεί αντιστροφή του ιακωβιανού πίνακα, μία διαδικασία ιδιαίτερα απαιτητική γενικά για ένα υπολογιστικό σύστημα. Για να αποφευχθεί, η (3.5γ) ανάγεται στην λύση του γραμμικού συστήματος:

$$J(\mathbf{x}_k)\Delta\mathbf{x} = -F(\mathbf{x}_{k-1}) \quad (3.6)$$

που μπορεί γενικά να επιλυθεί αποφεύγοντας την αντιστροφή πίνακα. Ο προκύπτον αλγόριθμος είναι:

Αλγόριθμος 3.1 : Κλασσική μέθοδος Newton – Raphson

Δεδομένα : αριθμός εξισώσεων και αγνώστων n , αρχική εκτίμηση \mathbf{x}_0 , ανεκτό σφάλμα TOL, μέγιστος αριθμός επαναλήψεων N , σύστημα εξισώσεων $\mathbf{F}(\mathbf{x})$.

Έξοδοι: Τελική εκτίμηση \mathbf{x}_f

Αλγόριθμος:

Βήμα 1 : $k = 1$

Βήμα 2: Όσο ($k \leq N$) επανάλαβε βήματα 3 – 7

Βήμα 3: Υπολόγισε $F(\mathbf{x})$, $J(\mathbf{x})$, όπως ορίζεται στην σχέση 3.5α

Βήμα 4: Λύση του γραμμικού συστήματος $n \times n$: $\mathbf{J}(\mathbf{x}) \mathbf{y} = -\mathbf{F}(\mathbf{x})$

Βήμα 5: $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \mathbf{y}$

Βήμα 6: Αν $\|\mathbf{y}\| < \text{TOL}$ τότε επέστρεψε αποτέλεσμα \mathbf{x} (επιτυχής ολοκλήρωση)

ΤΕΛΟΣ

Βήμα 7: $k = k + 1$

Βήμα 8: Ξεπεράστηκε ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων (ανεπιτυχής ολοκλήρωση)

ΤΕΛΟΣ

Να σημειωθεί πως ως συνθήκη επιτυχούς τερματισμού, αντί για την $\|y\| < \text{TOL}$ είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί η $\|F(x)\| < \text{TOL}$, γιατί εξασφαλίζει ότι με τον τερματισμό της μεθόδου έχει επιτευχθεί ικανοποιητική σύγκλιση. Είναι εμφανές πως το πρόβλημα της επίλυσης του μη γραμμικού συστήματος ανάγεται σε επίλυση γραμμικού συστήματος. Επειδή όμως οι πίνακες είναι αποθηκευμένοι σε αραιή μορφή, χρειάζεται κατάλληλη μέθοδος επίλυσης γραμμικού συστήματος, που αναλύεται σε παρακάτω ενότητα.

3.1.2 Ταχεία μέθοδος Newton

Για λόγους εξοικονόμησης υπολογιστικού χρόνου, που κυρίως έχουν να κάνουν με την επίλυση του γραμμικού συστήματος και θα αναλυθούν πιο κάτω, συμφέρει συχνά να μην υπολογίζεται σε κάθε επανάληψη ο ιακωβιανός πίνακας J , αλλά να χρησιμοποιείται ο ιακωβιανός του προηγούμενου βήματος, και να ενημερώνεται μόνο αν συντρέχουν ειδικές συνθήκες, όπως αργή σύγκλιση (ή και απόκλιση). Πολλές φορές μάλιστα, δεν υπάρχει ανάγκη υπολογισμού του ιακωβιανού ούτε σε διαδοχικές εφαρμογές του αλγορίθμου (όπως π.χ. στο δικό μας πρόγραμμα προσομοίωσης). Ο αλγόριθμος της ταχείας μεθόδου είναι:

Αλγόριθμος 3.2: Ταχεία μέθοδος Newton – Raphson

Δεδομένα : αριθμός εξισώσεων και αγνώστων n , αρχική εκτίμηση x_0 , ανεκτό σφάλμα TOL , μέγιστος αριθμός επαναλήψεων N_2 για μεταπήδηση στην κλασική μέθοδο Newton, σύστημα εξισώσεων $F(x)$.

Έξοδοι: Τελική εκτίμηση x_f

Αλγόριθμος:

Βήμα 1 : $k = 1$

Βήμα 2: Υπολόγισε $J(x_0)$

Βήμα 3: Όσο ($k \leq N_2$) και $\|F(x_k)\| < \|F(x_{k-1})\|$ επανάλαβε βήματα 4 – 8

Βήμα 4: Υπολόγισε $F(x)$, όπως ορίζεται στην σχέση 3.4

Βήμα 5: Λύση του γραμμικού συστήματος $n \times n : J(x_0) y = -F(x)$

Βήμα 6: $x = x + y$

Βήμα 7: Αν $\|F(x_k)\| < \text{TOL}$ τότε επέστρεψε αποτέλεσμα x (επιτυχής ολοκλήρωση)

ΤΕΛΟΣ

Βήμα 8: $k = k + 1$

Βήμα 9: Ξεπεράστηκε ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων. Χρήση αλγορίθμου κλασικής μεθόδου Newton (αναφέρθηκε πιο πάνω)

ΤΕΛΟΣ

3.1.3 Μέθοδος LU και αλγόριθμος Doolittle

Για την επίλυση του γραμμικού συστήματος του βήματος 5 του Αλγορίθμου 3.2, απαιτείται μία μέθοδος που να αποφεύγει την αντιστροφή πίνακα που είναι υπολογιστικά ιδιαίτερα απαιτητική. Αυτό γίνεται αν ο $J(x)$ γραφτεί στην μορφή:

$$J(x) = LU$$

όπου L είναι ένας κάτω τριγωνικός πίνακας:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{N1} & l_{N2} & l_{N3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

και ο U ένας άνω τριγωνικός:

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1N} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Ένας αντιστρέψιμος πίνακας μπορεί να παραγοντοποιηθεί με τέτοιο τρόπο αν και μόνο εαν οι κύριες ελάσσονες ορίζουσες είναι μη μηδενικές. Για τον υπολογισμό των L και U για τον πίνακα J(x), που είναι τετραγωνικός πίνακας N γραμμών, σε αυτή την εργασία χρησιμοποιείται ο παρακάτω αλγόριθμος του Doolittle:

Αλγόριθμος 3.3: Αλγόριθμος Doolittle για LU παραγοντοποίηση

Βήμα 1 : Θέτουμε $A_0 = J(x)$

Βήμα 2: Για $k = 1, \dots, N - 1$ επανέλαβα τα βήματα 3 και 4

Βήμα 3 : Κατασκευάζουμε κάτω τριγωνικό πίνακα L_k , με μοναδιαία διαγώνιο, τα στοιχεία $l_{k+1,k}$ ως $l_{N,k}$ της k στήλης του ορίζονται από τη σχέση:

$$l_{i,k} = \frac{-a_{i,k}^{(k-1)}}{a_{k,k}^{(k-1)}}, \quad i = k+1 \dots N$$

Τα a_{ij} είναι στοιχεία του $A^{(k-1)}$.

Τα υπόλοιπα στοιχεία του L_k είναι μηδενικά. Άρα:

$$L_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & l_{k+1,k} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & l_{k+2,k} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & l_{N-1,k} & \dots & 1 \\ 0 & \dots & l_{N,k} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Βήμα 4: $A^{(k)} = L_k A^{(k-1)}$

Αυτός ο πολλαπλασιασμός αντιστοιχεί, όπως φαίνεται και από τον ορισμό του L_k , σε εξουδετέρωση των στοιχείων κάτω από την διαγώνιο της k στήλης του $A^{(k-1)}$, προσθέτοντας την γραμμή k πολλαπλασιασμένη επί το $l_{i,k}$ που ορίστηκε πιο πάνω.

Βήμα 5: Μετά από N-1 βήματα, θέτουμε:

$$\begin{aligned} U &= A^{(N-1)} \\ L &= L_1^{-1} L_2^{-1} \dots L_{N-1}^{-1} \\ J(x) &= LU \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ο παραπάνω αλγόριθμος προϋποθέτει ότι το $a_{k,k}$ θα είναι σε κάθε βήμα μη μηδενικό, γι'αυτό γενικά απαιτούνται μεταθέσεις γραμμών και στηλών για αντικατάσταση της γραμμής k εαν τύχει μηδενικό διαγώνιο στοιχείο. Επειδή μόνο το δεξιό μέλος του βήματος 5 στον αλγόριθμο 2 αλλάζει σε κάθε επανάληψη, είναι υπολογιστικά αποδοτική επιλογή να αποθηκεύσουμε τους προκύπτοντες L και U από την αρχική παραγοντοποίηση του ιακωβιανού $J(x_0)$ και να τους χρησιμοποιούμε σε κάθε επίλυση του γραμμικού συστήματος, αποφεύγωντας το υπολογιστικό κόστος της παραγοντοποίησης, εκτός εαν ο αλγόριθμος 2 παρουσιάσει προβλήματα σύγκλισης, οπότε απαιτείται εκ νέου υπολογισμός του ιακωβιανού, άρα και των L και U.

Αλγόριθμος 3.4: Επίλυση γραμμικού συστήματος με αντικατάσταση Gauss

Μετά τον προσδιορισμό των L και U , το γραμμικό σύστημα ανάγεται στο:

$$(LU) \Delta \mathbf{x}_{n-1} = -\mathbf{F}(\mathbf{x}_{n-1}) \quad (3.10)$$

Αν θέσουμε:

$$U \Delta \mathbf{x}_{n-1} = \mathbf{y}$$

τότε το 3.10 γίνεται:

$$\begin{aligned} L \mathbf{y}_{n-1} &= -\mathbf{F}(\mathbf{x}_{n-1}) \\ U \Delta \mathbf{x}_{n-1} &= \mathbf{y} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Δηλαδή ανάγεται στην επίλυση δύο γραμμικών συστημάτων, που όμως επιλύονται με πίσω ή εμπροσθεν αντικατάσταση εύκολα, λόγω της τριγωνικής φύσης των L και U . Άρα η επίλυση του 3.11 ανάγεται στον παρακάτω απλό υπολογιστικά αλγόριθμο:

Ζητούμενο: Επίλυση ενός συστήματος της μορφής.

$$\begin{aligned} Ly &= b \\ Ux &= y \end{aligned}$$

Αλγόριθμος 3.5

Βήμα 1: Για $i = 1, \dots, N$ επανάλαβε το βήμα 2

Βήμα 2: $u_{ii} = 1 / u_{ii}$.

Βήμα 3: Για $i = 1, \dots, N$ επανάλαβε τα βήματα 4-6

Βήμα 4: $y_i = b_i$

Βήμα 5: Για $k = 1, \dots, i-1$ επανάλαβε το βήμα 5.1

Βήμα 5.1 : $y_i = y_i - L_{i,k} y_k$

Βήμα 6: $y_i = y_i L_{i,i}$ (θυμίζουμε $L_{i,i} = 1$)

Βήμα 7: Για $i = N, \dots, 1$ επανάλαβε τα βήματα 8-10

Βήμα 8: $x_i = y_i$

Βήμα 9: Για $k = i+1, \dots, N$ επανάλαβε το βήμα 7.1

Βήμα 7.1: $x_i = x_i - U_{i,k} x_k$

Βήμα 10: $x_i = x_i U_{i,i}$

3.2 Ολοκλήρωση Διαφορικών Εξισώσεων

3.2.1 Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις και μέθοδοι ολοκλήρωσης

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζουμε συνοπτικά τις μεθόδους αριθμητικής προσέγγισης της λύσης μίας συνήθους διαφορικής εξίσωσης και εν συνεχεία γενικεύουμε για σύστημα συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Καταλήγουμε τέλος στην διατύπωση μίας μεθόδου επίλυση αλγεβρικών – διαφορικών συστημάτων που χρησιμοποιείται στην δική μας περίπτωση.

Έστω η συνήθης διαφορική εξίσωση για το u :

$$\frac{du}{dt} = f(u, t) \quad (3.12)$$

Αναζητούμε μία επαναληπτική μέθοδο για υπολογισμό μιας καλής προσέγγισης της τιμής του u_{k+1} που αντιστοιχεί στον χρόνο t_{k+1} , χρησιμοποιώντας προηγούμενες προσεγγίσεις. Έστω η γενική μορφή μίας τέτοιας μεθόδου:

$$\hat{u}_{j+1} = g(\hat{u}_j, \dots, \hat{u}_{j+1-m}, f(\hat{u}_{j+1}, t_{j+1}), f(\hat{u}_j, t_j), \dots, f(\hat{u}_{j+1-m}, t_{j+1-m})) \quad (3.13)$$

όπου m ο αριθμός των βημάτων, \hat{u}_i η εκτίμηση για το u στο i βήμα.

Τοπικό σφάλμα αποκοπής της μεθόδου καλείται η διαφορά:

$$T_{j+1} = u_{j+1} - g(u_j, \dots, u_{j+1-m}, f(u_{j+1}, t_{j+1}), \dots, f(u_{j+1-m}, t_{j+1-m})) \quad (3.14)$$

δηλαδή η διαφορά μεταξύ της ακριβούς τιμής του u στον t_{j+1} και της εκτίμησης που θα προέκυπτε αν οι χρησιμοποιούμενες τιμές των προηγούμενων βημάτων ήταν ακριβείς λύσεις και όχι εκτιμήσεις. Το σφάλμα αυτό είναι μία ένδειξη της συμβολής ενός βήματος στο συνολικό σφάλμα, αγνοώντας την συνεισφορά προηγούμενων βημάτων.

Ολικό σφάλμα της μεθόδου είναι η διαφορά της εκτιμώμενης λύσης από την ακριβή στο $j+1$ βήμα:

$$E_{j+1} = \hat{u}_{j+1} - u_{j+1} \quad (3.15)$$

Μία μέθοδος ολοκλήρωσης της (3.12) είναι **ευσταθής** εάν το ολικό σφάλμα (3.15) τείνει στο μηδέν, καθώς το σφάλμα αποκοπής (3.14) τείνει στο 0. Για είναι εξασφαλισμένη η **σύγκλιση** της μεθόδου, πρέπει επίσης το σφάλμα αποκοπής να τείνει στο 0, εάν το χρονικό βήμα $h_j = t_{j+1} - t_j$ τείνει στο 0.

Η γενική μορφή της λεγόμενης πολυβηματικής μεθόδου για την εκτίμηση της επόμενης τιμής (x_{j+1}) στο βήμα j είναι [26]:

$$\hat{u}_{k+1} + a_1 \hat{u}_k + a_2 \hat{u}_{k-1} + \dots + a_m \hat{u}_{k+1-m} = h[\beta_0 f(\hat{u}_{k+1}) + \beta_1 f(\hat{u}_k) + \dots + \beta_m f(\hat{u}_{k+1-m})] \quad (3.16)$$

όπου h είναι το σταθερό χρονικό βήμα της μεθόδου, και οι παράμετροι β_i , a_i και m ορίζουν την μέθοδο. Μια σημαντική επιλογή αφορά το β_0 . Αν $\beta_0 = 0$, τότε η εκτιμώμενη τιμή για το u_{k+1} δεν εξαρτάται από την παράγωγο $f(u_{k+1})$ σε αυτό το βήμα, και η μέθοδος καλείται **άμεση (explicit)**, ενώ αν $\beta_0 \neq 0$ η μέθοδος καλείται **έμμεση (implicit)**. Επειδή η f είναι γενικά μη γραμμική, η εύρεση του u_{k+1} στο k βήμα ανάγεται σε αυτήν την περίπτωση στην επίλυση μίας μη γραμμικής εξίσωσης.

Το παρακάτω θεώρημα αφορά την ευστάθεια αυτής της μεθόδου:

Θεώρημα 3.2: Η μέθοδος (3.16) είναι ευσταθής εάν οι απλές ρίζες του χαρακτηριστικού της πολυωνύμου:

$$p(\lambda) = \lambda^m + a_1 \lambda^{m-1} + \dots + a_m$$

είναι μικρότερες ή ίσες του 1 κατ' απόλυτη τιμή και οι πολλαπλές ρίζες είναι αυστηρά μικρότερες του 1 κατ' απόλυτη τιμή.

Με βάση το Θεώρημα (3.2), μελετούμε μία κατηγορία μεθόδων, για τις οποίες είναι $a_1 = -1$, $a_2 = \dots = a_m = 0$. Για αυτές το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι :

$$p(\lambda) = \lambda^m - \lambda^{m-1}$$

και συνεπώς έχει απλή ρίζα το 1 και πολλαπλή το 0, άρα αυτές οι μέθοδοι, που καλούνται **πολυβηματικές μέθοδοι Adams**, είναι ευσταθείς.

Η πολυβηματική μέθοδος Adams που χρησιμοποιείται σε αυτήν την εργασία, χαρακτηρίζεται από $m = 1$:

$$\hat{u}_{k+1} = \hat{u}_k + h \beta_o f(\hat{u}_{k+1}) + h \beta_1 f(\hat{u}_k) \quad (3.17)$$

Το σφάλμα αποκοπής για ένα βήμα της μεθόδου είναι:

$$T = \hat{u}_{k+1} - \hat{u}_k + h \beta_o \dot{\hat{u}}_{k+1} + h \beta_1 \dot{\hat{u}}_k$$

αναπτύσσοντας τα \hat{u}_{k+1} , $\dot{\hat{u}}_{k+1}$ σε σειρά Taylor, το τοπικό σφάλμα αποκοπής γίνεται:

$$T = [\hat{u}_k + h \dot{\hat{u}}_k + \frac{h^2}{2} \ddot{\hat{u}}_k + \frac{h^3}{6} \ddot{\hat{u}}(\xi)] - \beta_1 h \dot{\hat{u}}_k - \hat{u}_k - h \beta_o [\dot{\hat{u}}_k + \ddot{\hat{u}}_k h + \ddot{\hat{u}}(\xi) \frac{h^2}{2}] \quad \text{ή}$$

$$T = h \dot{\hat{u}}_k (1 - \beta_1 - \beta_2) + \frac{h^2}{2} \ddot{\hat{u}}_k (\frac{1}{2} - \beta_o) + \frac{h^3}{6} \ddot{\hat{u}}(\xi) - \ddot{\hat{u}}(\xi) \beta_o \frac{h^3}{2}$$

Για να αυξήσουμε κατά το δυνατόν την τάξη του σφάλματος T, πρέπει να επιλέξουμε $\beta_1 = \beta_o = \frac{1}{2}$. Έτσι προκύπτει η **έμμεση τραπεζοειδής μέθοδος**, που χρησιμοποιείται σε αυτήν την εργασία:

$$\hat{u}_{k+1} = \hat{u}_k + \frac{h}{2} [f(\hat{u}_{k+1}) + f(\hat{u}_k)] \quad (3.18)$$

Το σφάλμα αποκοπής της είναι:

$$T_{ii} = -\frac{1}{12} h^3 \ddot{u}(\xi) \quad (3.19)$$

Για σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f}(\mathbf{u}, t) \quad (3.20)$$

Τότε η τραπεζοειδής μέθοδος γίνεται:

$$\hat{\mathbf{u}}_{k+1} = \hat{\mathbf{u}}_k + \frac{h}{2} [\mathbf{f}(\hat{\mathbf{u}}_{k+1}) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{u}}_k)] \quad (3.21)$$

Η απλότητα, η αριθμητική ευστάθεια και η ακρίβεια της (μικρή τάξη τοπικού σφάλματος αποκοπής σε σχέση με τις άλλες απλές μεθόδους) καθιστά την έμμεση τραπεζοειδή μία ελκυστική επιλογή.

3.2.2 Αλγεβρικά – Διαφορικά Συστήματα

Έστω ένα σύστημα που περιλαμβάνει αλγεβρικές και διαφορικές εξισώσεις [2]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}} &= \mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ 0 &= \mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{y}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Υπάρχουν δύο μέθοδοι αριθμητικής προσέγγισης ενός τέτοιου συστήματος. Η μέθοδος διαχωρισμού (*partitioned scheme*) απαιτεί ξεχωριστή επίλυση των αλγεβρικών για τα \mathbf{y} και ολοκλήρωση για τα \mathbf{x} . Στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται η ταυτόχρονη προσέγγιση (*simultaneous approach*) επιβάλλει ταυτόχρονη επίλυση αλγεβρικών και διαφορικών. Λόγω της έμμεσης φύσης της μεθόδου (όπως αναφέραμε) ο υπολογισμός του \mathbf{u}_{k+1} ανάγεται σε ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων. Συνεπώς, το προκύπτον σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων θα επιλυθεί όπως περιγράφεται στην ενότητα 3.1, και προσδιορίζονται ταυτόχρονα οι αλγεβρικές μεταβλητές \mathbf{y} και οι μεταβλητές κατάστασης \mathbf{u} .

Με γνωστή την εκτίμηση στο βήμα j , οι συνήθεις διαφορικές εξισώσεις στο σύστημα (3.22) ανάγονται στις αλγεβρικές εξισώσεις (3.21). Έτσι το προς επίλυση σύστημα για το $k+1$ βήμα είναι [2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{u}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) - \frac{2}{h}\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{d}_{k+1} &= 0 \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) &= 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Το διάνυσμα \mathbf{d}_{k+1} είναι γνωστό και σταθερό στο $k+1$ βήμα, δηλαδή εξαρτάται από τις εκτιμήσεις το k βήμα:

$$\mathbf{d}_{k+1} = \frac{2}{h}\mathbf{u}_k + \mathbf{f}(\mathbf{u}_k, \mathbf{y}_k) \quad (3.24)$$

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο Newton που περιγράφηκε στην Ενότητα 3.1, το γραμμικό σύστημα που πρέπει να λυθεί σε κάθε επανάληψη είναι:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_u - \frac{2}{h}\mathbf{I} & \mathbf{f}_y \\ \mathbf{g}_u & \mathbf{g}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k+1}^{(j+1)} \\ \mathbf{y}_{k+1}^{(j+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{f}(\mathbf{u}_{k+1}^{(j)}, \mathbf{y}_{k+1}^{(j)}) + \frac{2}{h}\mathbf{u}_{k+1}^{(j)} - \mathbf{d}_{k+1} \\ -\mathbf{g}(\mathbf{u}_{k+1}^{(j)}, \mathbf{y}_{k+1}^{(j)}) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

όπου \mathbf{I} είναι ο μοναδιαίος πίνακας, οι εκθέτες σε παρένθεση δείχνουν τον αριθμό του βήματος της επανάληψης της μεθόδου Newton στο οποίο βρισκόμαστε, και οι δείκτες το βήμα της τραπεζοειδούς ολοκλήρωσης στο οποίο βρισκόμαστε. Είναι φανερό ότι τόσο ο Ιακωβιανός στην παραπάνω σχέση όσο και η LU παραγοντοποίησή του μπορούν να λαμβάνονται σταθερά, χωρίς εκ νέου υπολογισμό σε κάθε βήμα (ταχεία μέθοδος Newton).

3.3 Εφαρμογή σε Σ.Η.Ε.

3.3.1 Εξισώσεις Συστήματος

Στην ενότητα αυτή αναλύουμε την εφαρμογή των παραπάνων μεθόδων για την ανάπτυξη ενός αλγορίθμου προσομοίωσης του Σ.Η.Ε. Έστω ένα ΣΗΕ με N ζυγούς, G γεννήτριες (συμπεριλαμβανομένων S ζυγών σταθερής τάσης που λογίζονται ως γεννήτριες με ολοκληρωτικό APT) και N_{OXL} ο αριθμός των γεννητριών με ενεργοποιημένο το Σύστημα Προστασίας υπερδιέγερσης.

Κατασκευάζοντας ένα αλγεβρικό – διαφορικό σύστημα της μορφής (3.22) για αυτό το σύστημα, έχουμε τα παρακάτω. Οι αλγεβρικές μεταβλητές είναι: N γωνίες ζυγών, $N-S$ τάσεις ζυγών, $G-S$ γωνίες δ γεννητριών και η συχνότητα του συστήματος:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\delta} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

και οι μεταβλητές κατάστασης είναι N ζητήσεις ενεργού ισχύος και N αέργου ισχύος (για τα φορτία κάθε ζυγού) και N_{OXL} ΗΕΔ οπισθεν μεταβατικής αντιδράσεως E_q' , γιατί για τις υπόλοιπες θεωρείται ότι η (2.28) είναι σε ισορροπία και δεν χρειάζεται ολοκλήρωση:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} z_p \\ z_q \\ \mathbf{E}'_q \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Οι αλγεβρικές εξισώσεις $\mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{y})$ είναι οι (2.92) ως (2.97):

$$\begin{aligned} 0 &= P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{L,i}(V_i, z_{p,i}) - P_{NET,i}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) \\ 0 &= -P_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - P_{L,i}(V_i, z_{p,i}) \\ 0 &= Q_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i, \mathbf{E}'_{q,i}) - Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i, z_{q,i}) \\ 0 &= -Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i, z_{q,i}) \\ 0 &= P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i, \mathbf{E}'_{q,i}) - D_{g,i}(\omega_{sys} - 1) \\ \theta_{ref} &= 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Οι εξισώσεις για τις διάφορες ισχύεις στην (3.28) έχουν αναφερθεί στο κεφάλαιο 2 και δεν θα επαναληφθούν εδώ. Είναι σκόπιμο να υπενθυμιστεί ωστόσο ότι οι σχέσεις για τα P_g , Q_g είναι διαφορετικές ανάλογα με το αν η εν λόγω γεννήτρια ανήκει στο σύνολο αυτών που έχουν το ΣΠΥ ενεργοποιημένο ή όχι.

Ολοκληρώνοντας τις διαφορικές (2.98) - (2.100) με βάση την τραπεζοειδή μέθοδο έχουμε τις εξής εξισώσεις:

- N εξισώσεις για τον προσδιορισμό του z_p στο $k+1$ βήμα:

$$0 = f_{z_p}(V_i, z_{p,i}) = \frac{1}{T_p} \left[\left(\frac{V_i^{(k+1)}}{V_o} \right)^{a_s} - z_p^{(k+1)} \left(\frac{V_i^{(k+1)}}{V_o} \right)^{a_i} \right] + \frac{1}{T_p} \left[\left(\frac{V_i^{(k)}}{V_o} \right)^{a_s} - z_p^{(k)} \left(\frac{V_i^{(k)}}{V_o} \right)^{a_i} \right] + \frac{2}{h} (z_p^{(k)} - z_p^{(k+1)}) \quad (3.29)$$

- N εξισώσεις για τον προσδιορισμό του z_q στο $k+1$ βήμα:

$$0 = f_{z_q}(V_i, z_{q,i}) = \frac{1}{T_q} \left[\left(\frac{V_i^{(k+1)}}{V_o} \right)^{b_s} - z_q^{(k+1)} \left(\frac{V_i^{(k+1)}}{V_o} \right)^{b_i} \right] + \frac{1}{T_q} \left[\left(\frac{V_i^{(k)}}{V_o} \right)^{b_s} - z_q^{(k)} \left(\frac{V_i^{(k)}}{V_o} \right)^{b_i} \right] + \frac{2}{h} (z_q^{(k)} - z_q^{(k+1)}) \quad (3.30)$$

- N_{OXL} εξισώσεις για τον προσδιορισμό του \mathbf{E}'_q στο $k+1$ βήμα:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{T'_{do}} \left[E_f^{(k+1)} - \frac{X_d}{X'_d} E_q^{(k+1)} + \frac{(X_d - X'_d)}{X'_d} V^{(k+1)} \cos(\delta^{(k+1)} - \theta^{(k+1)}) + E_f^{(k)} - \frac{X_d}{X'_d} E_q^{(k)} + \frac{(X_d - X'_d)}{X'_d} V^{(k)} \cos(\delta^{(k)} - \theta^{(k)}) \right] \\ &\quad + \frac{2}{h} (E_q^{(k)} - E_q^{(k+1)}) = f_{E_q}(\delta_i, V_i, \theta_i, \mathbf{E}'_{q,i}) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Ο πλήρης Ιακωβιανός πίνακας έχει $2(N-S) + 2N + N_{OXL} + G + 1$ γραμμές και στήλες:

$$J = \begin{bmatrix}
 -\frac{\partial P_{NET}}{\partial \theta} & -\left(\frac{\partial P_L}{\partial V} + \frac{\partial P_{NET}}{\partial V}\right) & \mathbf{0} & \frac{\partial P_m}{\partial \omega} & -\frac{\partial P_L}{\partial z_p} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
 \frac{\partial Q_G}{\partial \theta} - \frac{\partial Q_{NET}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_G}{\partial V} - \left(\frac{\partial Q_L}{\partial V} + \frac{\partial Q_{NET}}{\partial V}\right) & \frac{\partial Q_G}{\partial \delta} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\frac{\partial Q_L}{\partial z_q} & \frac{\partial Q_G}{\partial E'_q} \\
 -\frac{\partial P_G}{\partial \theta} & -\frac{\partial P_G}{\partial V} & -\frac{\partial P_G}{\partial \delta_G} & \frac{\partial P_m}{\partial \omega} - D_g & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\frac{\partial P_G}{\partial E'_q} \\
 \mathbf{e}_{ref} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
 \mathbf{0} & \frac{\partial f_{zp}}{\partial V} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial f_{zp}}{\partial z_p} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
 \mathbf{0} & \frac{\partial f_{zq}}{\partial V} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial f_{zq}}{\partial z_q} & \mathbf{0} \\
 \frac{\partial f_{Eq}}{\partial \theta} & \frac{\partial f_{Eq}}{\partial V} & \frac{\partial f_{Eq}}{\partial \delta} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial f_{Eq}}{\partial E'_q}
 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Ο εν λόγω ιακωβιανός πίνακας, όπως φαίνεται και στην (3.29) έχει αραιή μορφή, καθότι πέραν των μηδενικών στην (3.29), και οι διάφοροι υποπίνακες στην (3.29) είναι αραιοί.

3.3.2 Ορισμοί Υποπινάκων:

Ορίζοντας:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{ij} &= g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \\
 \beta_{ij} &= g_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - b_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)
 \end{aligned} \quad (3.33)$$

1) $\frac{\partial P_{NET}}{\partial \theta}$ N x N υποπίνακας

Τα διαγώνια στοιχεία του είναι:

$$\frac{\partial P_{NET}^i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{j \in A(i)} \beta_{ij} V_j \quad (3.34)$$

όπου A(i) το σύνολο των ζυγών με τους οποίους συνδέεται ο i.

Τα μη διαγώνια στοιχεία είναι:

$$\frac{\partial P_{NET}^i}{\partial \theta_j} = -V_i \beta_{ij} V_j \quad (3.35)$$

2) $\frac{\partial P_{NET}}{\partial V}$ N x (N-S) υποπίνακας

Η μερική παράγωγος της ισχύος δικτύου ενός ζυγού ως προς την τάση του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial P_{NET}^i}{\partial V_i} = 2V_i \sum_{j \in A(i)} (g_{ij} + g_{sij}) - \sum_{j \in A(i)} V_j a_{ij} + 2V_i g_i \quad (3.36)$$

Ενώ ως προς την τάση συνδεόμενων ζυγών με τον i είναι:

$$\frac{\partial P_{NET}^i}{\partial V_j} = -V_i a_{ij} \quad (3.37)$$

3) $\frac{\partial Q_{NET}}{\partial \theta}$ (N-S) x N υποπίνακας

Η μερική παράγωγος της αέργου ισχύος δικτύου ενός ζυγού ως προς την γωνία του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial Q_{NET}^i}{\partial \theta_i} = -V_i \sum_{j \in A(i)} a_{ij} V_j \quad (3.38)$$

Η μερική παράγωγος ως προς την γωνία συνδεόμενων ζυγών είναι:

$$\frac{\partial Q_{NET}^i}{\partial \theta_j} = V_i a_{ij} V_j \quad (3.39)$$

4) $\frac{\partial Q_{NET}}{\partial V}$ (N-S) x (N-S) υποπίνακας

Η μερική παράγωγος της αέργου ισχύος δικτύου ενός ζυγού ως προς την τάση του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial Q_{NET}^i}{\partial V_i} = -2V_i \sum_{j \in A(i)} (b_{ij} + b_{ji}) - 2V_i b_i - \sum_{j \in A(i)} \beta_{ij} V_j \quad (3.40)$$

Η μερική παράγωγος ως προς τάσεις γειτονικών ζυγών είναι:

$$\frac{\partial Q_{NET}^i}{\partial V_j} = -V_i \beta_{ij} \quad (3.41)$$

5) $\frac{\partial P_L}{\partial V}$ N x (N-S) υποπίνακας

Η μερική παράγωγος της ενεργού ισχύος φορτίων σε έναν ζυγό ως προς την τάση του ίδιου ζυγού προκύπτει από την (2.72):

$$\frac{\partial P_L^i}{\partial V_i} = a_i^i z_p^i P_e^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{a_i^i - 1} \quad (3.42)$$

και τα λοιπά στοιχεία είναι μηδενικά.

6) $\frac{\partial P_L}{\partial z_p}$ N x N υποπίνακας

Η μερική παράγωγος ενεργού ισχύος φορτίου σε έναν ζυγό i ως προς την ζήτηση ενεργού ισχύος του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial P_L^i}{\partial z_p^i} = P_e^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{a_i^i} \quad (3.43)$$

Τα υπόλοιπα (μη διαγώνια) στοιχεία είναι μηδενικά.

$$7) \quad \frac{\partial \mathbf{Q}_L}{\partial \mathbf{V}} \quad (\text{N-S}) \times (\text{N-S}) \text{ υποπίνακας}$$

Η μερική παράγωγος αέργου κατανάλωσης φορτίου σε έναν ζυγό i ως προς την τάση του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial Q_L^i}{\partial V_i} = \beta_i^i z_q^i Q_e^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{(\beta_i^i - 1)} \quad (3.44)$$

Τα λοιπά στοιχεία είναι μηδενικά.

$$8) \quad \frac{\partial \mathbf{Q}_L}{\partial \mathbf{z}_q} \quad (\text{N-S}) \times (\text{N}) \text{ υποπίνακας}$$

Η μερική παράγωγος αέργου φορτίου ενός ζυγού i ως προς την ζήτηση αέργου ισχύος του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial Q_L^i}{\partial z_q^i} = Q_e^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{\beta_i^i} \quad (3.45)$$

ενώ ως προς τις ζητήσεις άλλων ζυγών, προφανώς οι παράγωγοι είναι μηδενικές.

$$9) \quad \frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial \omega} \quad \text{N} \times 1 \text{ υποπίνακας}$$

Η μερική παράγωγος μηχανικής ισχύος γεννήτριας ως προς την συχνότητα του συστήματος είναι:

$$\frac{\partial P_{m,i}}{\partial \omega} = -\frac{1}{R_{g,i}} \quad \text{αν } P_{m,i} \in (P_{min,i}, P_{max,i}) \quad (3.46\alpha)$$

$$\frac{\partial P_{m,i}}{\partial \omega} = 0 \quad \text{αλλιώς} \quad (3.46\beta)$$

Θυμίζουμε ότι για ζυγούς διασύνδεσης η έννοια του στατισμού δεν αφορά κάποιον ρυθμιστή στροφών, αλλά την ρυθμίζουσα ενέργεια του συστήματος με το οποίο διασυνδέεται το ΣΗΕ:

$$\frac{1}{R_{g,i}} = C_{S,i} \quad (3.47)$$

$$10) \quad \frac{\partial \mathbf{Q}_G}{\partial \theta} \quad (\text{N-S}) \times \text{N} \text{ υποπίνακας}$$

Η μερική παράγωγος αέργου ισχύος εξόδου γεννήτριας ως προς την γωνία του ζυγού στον οποίον συνδέεται είναι:

- Για γεννήτρια χωρίς ενεργοποιημένο ΣΠΥ:

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial \theta_i} = -\frac{E_{f,i} V_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X_{d,i}} + V_i^2 \left(\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X_{d,i}} \right) \sin[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.48\alpha)$$

- Για γεννήτρια με το ΣΠΥ ενεργοποιημένο (χρησιμοποιείται το ζεύγος $X'_{d,i}$, $E'_{q,i}$):

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial \theta_i} = -\frac{E'_{q,i} V_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d,i}} + V_i^2 \left(\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X'_{d,i}} \right) \sin[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.48\beta)$$

Οι μερικοί παράγωγοι ως προς άλλες γωνίες είναι προφανώς μηδενικές.

11) $\frac{\partial \mathbf{Q}_G}{\partial \mathbf{V}}$ (N-S) x (N-S) υποπίνακας

Η μερική παράγωγος αέργου ισχύος εξόδου γεννήτριας ως προς την τάση του ζυγού της γεννήτριας είναι:

- Για γεννήτρια χωρίς ΣΠΥ ενεργοποιημένο (χρησιμοποιούμε E_f , X_d):

$$\frac{\partial}{\partial V_i} [Q_{G,i}(V_i, E_{f,i}(V_i))] = \frac{\partial Q_{G,i}}{\partial V_i} + \frac{\partial Q_{G,i}}{\partial E_{f,i}} \frac{\partial E_{f,i}}{\partial V_i} \quad (3.49\alpha)$$

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial V_i} = \frac{E_{f,i} \cos(\delta_i - \theta_i)}{X_{d,i}} - 2V_i \left[\frac{\sin^2(\delta_i - \theta_i)}{X_{q,i}} + \frac{\cos^2(\delta_i - \theta_i)}{X_d} \right] \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial E_{f,i}} = \frac{V_i}{X_{d,i}} \cos(\delta_i - \theta_i) \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial E_{f,i}}{\partial V_i} = -k_{AVR,i} \quad (3.52)$$

Η (3.49) ισχύει γιατί η γεννήτρια είναι υπό τον έλεγχο του APT και αυτός είναι πάντα αναλογικός σε αυτήν την εργασία.

- Για γεννήτρες υπό τον έλεγχο του ΣΠΥ (χρησιμοποιούμε $E'_{q,i}$, $X'_{d,i}$):

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial V_i} = \frac{E'_{q,i} \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d,i}} - 2V_i \left[\frac{\sin^2(\delta_i - \theta_i)}{X_{q,i}} + \frac{\cos^2(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d,i}} \right] \quad (3.49\beta)$$

Προφανώς οι μερικές παράγωγοι ως προς άλλους ζυγούς είναι 0.

12) $\frac{\partial \mathbf{Q}_G}{\partial \delta}$ (N-S) x (G-S) υποπίνακας

Η μερική παράγωγος αέργου ισχύος εξόδου μίας γεννήτριας ως προς την γωνία δ της ίδιας γεννήτριας είναι:

- Για γεννήτρια χωρίς ΣΠΥ ενεργοποιημένο (χρησιμοποιούμε E_f , X_d):

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial \delta_i} = -\frac{E_{f,i} V_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X_{d,i}} - V_i^2 \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X_{d,i}} \right] \sin[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.53)$$

– Για γεννήτριες υπό τον έλεγχο του ΣΠΥ (χρησιμοποιούμε E'_q, X'_d):

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial \delta_i} = -\frac{E'_{q,i} V_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d,i}} - V_i^2 \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X'_{d,i}} \right] \sin[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.54)$$

13) $\frac{\partial \mathbf{Q}_G}{\partial \mathbf{E}'_q}$ (N-S) x N_{OXL} υποπίνακας

Η μερική παράγωγος της αέργου ισχύος μίας γεννήτριας υπό έλεγχο ΣΠΥ (για τις άλλες αυτοί οι όροι είναι 0) ως προς την E'_q της ίδιας γεννήτριας (θυμίζουμε, για γεννήτριες υπό APT έλεγχο δεν εισάγουμε τις E'_q ως αγνώστους στην επίλυση, αλλά τις απαλοίφουμε στην ανάλυση όπου εμφανίζονται χρησιμοποιώντας την σχέση ισοροπίας (3.51)) είναι:

$$\frac{\partial Q_{G,i}}{\partial E'_{q,i}} = \frac{V_i}{X'_{d,i}} \cos(\delta_i - \theta_i) \quad (3.55)$$

14) $\frac{\partial \mathbf{P}_G}{\partial \theta}$ (G-S) x N υποπίνακας

Οι μερικές παράγωγοι της ηλεκτρικής ισχύος εξόδου της γεννήτριας ως προς την γωνία του ζυγού στον οποίον συνδέεται είναι:

– Για γεννήτρια χωρίς ΣΠΥ ενεργοποιημένο (χρησιμοποιούμε E_f, X_d):

$$\frac{\partial P_{G,i}}{\partial \theta_i} = -\frac{E_{f,i} V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X_{d,i}} - V_i^2 \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X_{d,i}} \right] \cos[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.56\alpha)$$

– Για γεννήτριες υπό τον έλεγχο του ΣΠΥ (χρησιμοποιούμε E'_q, X'_d):

$$\frac{\partial P_{G,i}}{\partial \theta_i} = -\frac{E'_{q,i} V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d,i}} - V_i^2 \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X'_{d,i}} \right] \cos[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.56\beta)$$

15) $\frac{\partial \mathbf{P}_G}{\partial \mathbf{V}}$ (G-S) x (N-S) υποπίνακας

Οι μερικές παράγωγοι ως προς την τάση του ίδιου ζυγού είναι:

– Για γεννήτρια υπό έλεγχο APT:

$$\frac{\partial}{\partial V_i} [P_{G,i}(V_i, E_{f,i}(V_i))] = \frac{\partial P_{g,i}}{\partial V_i} + \frac{\partial P_{G,i}}{\partial E_{f,i}} \frac{\partial E_{f,i}}{\partial V_i} \quad (3.57\alpha)$$

$$\frac{\partial P_{g,i}}{\partial V_i} = \frac{E_{f,i} \sin(\delta_i - \theta_i)}{X_{d,i}} + V_i \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X_{d,i}} \right] \sin[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial P_{G,i}}{\partial E_{f,i}} = \frac{V_i}{X_{d,i}} \sin(\delta_i - \theta_i) \quad (3.59)$$

Η $\frac{\partial E_{f,i}}{\partial V_i}$ δίνεται από την (3.49) για αυτήν την περίπτωση

– Για γεννήτρια σε υπερδιέγερση:

$$\frac{\partial P_{G,i}}{\partial V_i} = \frac{E'_{q,i} \sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d,i}} + V_i \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X'_{d,i}} \right] \sin[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.57\beta)$$

16) $\frac{\partial \mathbf{P}_G}{\partial \delta}$ (G-S) x (G-S) υποπίνακας

Αυτές οι μερικές παράγωγοι, ως προς την γωνία δ της ίδιας γεννήτριας είναι:

– Για γεννήτρια υπό έλεγχο APT:

$$\frac{\partial P_{G,i}}{\partial \delta_i} = \frac{E_{f,i} V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X_{d,i}} + V_i^2 \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X_{d,i}} \right] \cos[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.60\alpha)$$

– Για γεννήτρες υπό τον έλεγχο του ΣΠΥ (χρησιμοποιούμε E'_q, X'_d):

$$\frac{\partial P_{G,i}}{\partial \delta_i} = \frac{E'_{q,i} V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{d,i}} + V_i^2 \left[\frac{1}{X_{q,i}} - \frac{1}{X'_{d,i}} \right] \cos[2(\delta_i - \theta_i)] \quad (3.60\beta)$$

17) $\frac{\partial \mathbf{P}_G}{\partial \mathbf{E}'_q}$ (G-S) x N_{OXL} υποπίνακας

Οι μερικές παράγωγοι ηλεκτρικής ισχύος εξόδου γεννήτριας ως προς την ΗΕΔ πίσω από την μεταβατική αντίδραση της ίδιας γεννήτριας είναι (μόνο για γεννήτρες σε υπερδιέγερση):

$$\frac{\partial P_{G,i}}{\partial E'_{q,i}} = \frac{V_i}{X'_{d,i}} \sin(\delta_i - \theta_i) \quad (3.61)$$

18) \mathbf{e}_{ref} : ένα διάνυσμα με τιμή 1 στην στήλη του ζυγού αναφοράς και 0 αλλού:

$$\mathbf{e}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & \text{ref} & \dots & N \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

19) $\frac{\partial \mathbf{f}_{zp}}{\partial \mathbf{V}}$ N x (N-S) υποπίνακας

Οι μερικοί παράγωγοι της f_{zp} για ένα ζυγό ως προς την τάση του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial f_{zp,i}}{\partial V_i} = \frac{1}{T_p} \left[a_s^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{(a_s^i-1)} - a_t^i z_p^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{(a_t^i-1)} \right] \quad (3.63)$$

20) $\frac{\partial \mathbf{f}_{zp}}{\partial \mathbf{z}_p}$ N x N υποπίνακας

Οι μερικοί παράγωγοι ως προς την ζήτηση του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial f_{zp,i}}{\partial z_{p,i}} = -\frac{1}{T_p} \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{a_i} - \frac{2}{h} \quad (3.64)$$

21) $\frac{\partial \mathbf{f}_{zq}}{\partial \mathbf{V}}$ N x (N-S) υποπίνακας

Η μερική παράγωγος της f_{zq} για έναν ζυγό ως προς την τάση του ίδιου ζυγού είναι:

$$\frac{\partial f_{zq,i}}{\partial V_i} = \frac{1}{T_q} \left[b_s^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{(b_s^i-1)} - b_t^i z_q^i \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{(b_t^i-1)} \right] \quad (3.65)$$

22) $\frac{\partial \mathbf{f}_{zq}}{\partial \mathbf{z}_q}$ N x N υποπίνακας

Ο πίνακας είναι διαγώνιος με στοιχεία:

$$\frac{\partial f_{zq,i}}{\partial z_{q,i}} = -\frac{1}{T_q} \left(\frac{V_i}{V_o^i} \right)^{b_t^i} - \frac{2}{h} \quad (3.66)$$

23) $\frac{\partial \mathbf{f}_{Eq}}{\partial \theta}$ N_{OXL} x N υποπίνακας

Η παράγωγος της f_{Eq} μίας γεννήτριας ως προς την ΗΕΔ της ίδιας γεννήτριας είναι:

$$\frac{\partial f_{Eq,i}}{\partial \theta_i} = \frac{1}{T'_{do,i}} \frac{X_{d,i} - X'_{d,i}}{X'_{d,i}} V_i \sin(\delta_i - \theta_i) \quad (3.67)$$

24) $\frac{\partial \mathbf{f}_{Eq}}{\partial \mathbf{V}}$ N_{OXL} x (N-S) υποπίνακας

Τα στοιχεία αυτού του πίνακα είναι:

$$\frac{\partial f_{Eq,i}}{\partial V_i} = \frac{1}{T'_{do,i}} \frac{X_{d,i} - X'_{d,i}}{X'_{d,i}} \cos(\delta_i - \theta_i) \quad (3.68)$$

25) $\frac{\partial \mathbf{f}_{Eq}}{\partial \delta}$ N_{OXL} x (G-S) υποπίνακας

Η μερική παράγωγος της f_{Eq} μίας γεννήτριας προς την γωνία δ της ίδιας γεννήτριας είναι:

$$\frac{\partial f_{Eq,i}}{\partial \delta_i} = -\frac{1}{T'_{do,i}} \frac{X_{d,i} - X'_{d,i}}{X'_{d,i}} V_i \sin(\delta_i - \theta_i) \quad (3.69)$$

26) $\frac{\partial \mathbf{f}_{Eq}}{\partial \mathbf{E}_q}$ N_{OXL} x N_{OXL} υποπίνακας

Ο πίνακας είναι διαγώνιος με στοιχεία:

$$\frac{\partial f_{Eq,i}}{\partial E q_i} = -\frac{1}{T'_{do,i}} \frac{X_{d,i}}{X'_{d,i}} V_i \sin(\delta_i - \theta_i) - \frac{2}{h} \quad (3.70)$$

3.3.3 Αρχικοποίηση

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, η μέθοδος απαιτεί για $t = 0$ αρχικές τιμές \mathbf{u}_0 και \mathbf{y}_0 για τους αγνώστους. Με γνωστή (από την κάρτα δεδομένων του ΣΗΕ) την κατανάλωση ενεργού και αέργου ισχύος P_L , Q_L σε όλους τους ζυγούς, και την παραγωγή ενεργού ισχύος P_G στους G ζυγούς γεννητριών, προχωρούμε στην κατάστρωση εξισώσεων κλασικής ροής φορτίου, για την εύρεση των αρχικών τάσεων και γωνιών ζυγών του ΣΗΕ. Σύμφωνα με την κλασική μεθοδολογία της ροής φορτίου θεωρούμε δύο κατηγορίες ζυγών:

- Από τους G ζυγούς γεννητριών και διασύνδεσης, οι $G-1$ θεωρούνται ζυγοί PV (γνωστής τάσης και έγχυσης ενεργού ισχύος) και ένας (συνήθως ζυγός διασύνδεσης) θεωρείται ζυγός αναφοράς (γνωστής τάσης και γωνίας). Ο ζυγός αναφοράς εξισορροπεί τις απώλειες του δικτύου.
- Οι $N-G$ υπόλοιποι ζυγοί θεωρούνται ζυγοί φορτίου PQ (γνωστής ενεργού και αέργου κατανάλωσης).

Οι άγνωστοι αυτής της ροής φορτίου είναι:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

δηλαδή $N-1$ γωνίες ζυγών PV και PQ, και $N-G$ τάσεις ζυγών PQ.

Οι εξισώσεις που διέπουν το σύστημα είναι:

- $N - 1$ εξισώσεις ισοζυγίου ενεργού ισχύος για όλους τους ζυγούς πέραν του ζυγού αναφοράς:

$$f_{p,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = P_{m,o} - P_{L,i} - P_{NET,i}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) = 0 \quad (3.72)$$

όπου $P_{m,o}$ είναι η ισχύς εξόδου της γεννήτριας στον ζυγό i (αν υπάρχει, γιατί για ζυγούς φορτίου είναι 0)

$P_{L,i}$ είναι η ενεργός ισχύς φορτίων στον ζυγό i . Η ισχύς αυτή θεωρείται σταθερή και ίση με την δεδομένη (δεν εξαρτάται από την τάση για την αρχικοποίηση)

Η $P_{NET,i}$ δίνεται από την (2.64)

Η $P_{m,o}$ και η $P_{L,i}$ δίνονται από την κάρτα δεδομένων του ΣΗΕ για την $t = 0$.

- $N-G$ εξισώσεις ισοζυγίου αέργου ισχύος για τους ζυγούς PQ:

$$f_{q,i}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) = -Q_{L,i} - Q_{NET,i}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) = 0 \quad (3.73)$$

όπου :

$Q_{L,i}$ το άεργο φορτίο στο ζυγό (δεδομένο και σταθερό, όσο στην κάρτα δεδομένων)

$Q_{NET,i}$: δίνεται από τον τύπο (2.65)

Συνεπώς η διάσταση του συστήματος είναι $2N - G - 1$. Επιλύεται με τις μεθόδους επίλυσης μη γραμμικού συστήματος που αναφέραμε, με το γραμμικό σύστημα που επιλύεται σε κάθε επανάληψη της μεθόδου Newton να είναι:

$$J_{LF} \Delta \mathbf{y} = - \begin{bmatrix} f_p \\ f_q \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

Ο ιακωβιανός πίνακας είναι για την ροή φορτίου:

$$J_{LF} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \mathbf{P}_{NET}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & -\frac{\partial \mathbf{P}_{NET}}{\partial \mathbf{V}} \\ -\frac{\partial \mathbf{Q}_{NET}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & -\frac{\partial \mathbf{Q}_{NET}}{\partial \mathbf{V}} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Με την επίλυση της ροής φορτίου, εξάγουμε τις αρχικές τιμές για τα \mathbf{V} , $\boldsymbol{\theta}$ στο βήμα $k = 0$. Για τον υπολογισμό των υπόλοιπων αγνώστων κατά την αρχικοποίηση κάνουμε τα εξής.

- Υπολογισμός παραγόμενης από τις γεννήτριες αέργου ισχύος:

$$Q_{G,i} = Q_{NET,i}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) + Q_{L,i} \quad (3.76)$$

- Υπολογισμός ρεύματος τυμπάνου των γεννητριών:

$$\bar{I}_i = \frac{P_{G,i} - j Q_{G,i}}{V_i e^{-j\theta_i}} \quad (3.77)$$

$$\varphi_i = \text{Arg}(\bar{I}_i) \quad (3.78)$$

- Υπολογισμός της $\bar{E}_{qd,i}$:

$$\bar{E}_{qd,i} = \bar{V}_i + j X_{q,i} \bar{I}_i \quad (3.79)$$

$$\theta_{qd,i} = \text{Arg} \bar{E}_{qd,i} \quad (3.80)$$

- Υπολογισμός των γωνιών δρομέα:

$$\delta_i = \theta_{qd,i} \quad (3.81)$$

- Υπολογισμός τάσης διέγερσης γεννήτριας:

Πρώτα υπολογίζουμε το ρεύμα κατά τον ευθύ άξονα της γεννήτριας

$$I_{d,i} = I_i \sin(\delta_i - \varphi_i) \quad (3.82)$$

$$E_{f,i} = E_{qd,i} + (X_{d,i} - X_{q,i}) I_{d,i} \quad (3.83)$$

- Αρχικοποίηση E_q'

$$E'_{q,i} = \frac{X'_{d,i}}{X_{d,i}} E_{f,i} + \frac{X_{d,i} - X'_{d,i}}{X_{d,i}} V_i \cos(\delta_i - \theta_i) \quad (3.84)$$

- Αρχικοποίηση τάσης αναφοράς V_{ref} Αυτόματου Ρυθμιστή Τάσης

$$V_{ref} = V_i + \frac{E_{f,i}}{K_{AVR,i}} \quad (3.85)$$

Τέλος αρχικοποιούμε τις ζητήσεις ενεργού και αέργου ισχύος z_p, z_q αρχικοποιούνται στην τιμή 1.

3.4 Αλγόριθμοι Προσομοίωσης

3.4.1. Αλγόριθμος χωρίς μακροπρόθεσμα συνεχή δυναμικά φαινόμενα

Ο αλγόριθμος αυτός αντιστοιχεί στην προσέγγιση της ενότητας 2.6.3α. Σε αυτήν την προσέγγιση δεν ολοκληρώνουμε τις δ.ε. (2.98) – (2.100) θεωρώντας πως είναι σε ισορροπία. Αντιστοίχως, οι άγνωστοι E'_q, z_p, z_q απαλοίφονται, και σε κάθε βήμα επιλύονται μόνο οι αλγεβρικές εξισώσεις (3.28). Τα φορτία μοντελοποιούνται από την στατική χαρακτηριστική τους (2.74), (2.75). Ουσιαστικά, σε ένα τέτοιο πρόγραμμα, το σύστημα μονίμως θεωρείται ότι βρίσκεται σε κατάσταση βραχυπρόθεσμης ισορροπίας ισορροπίας. Ο αλγόριθμος σε αυτήν την προσέγγιση είναι:

Αλγόριθμος 3.6: Προσομοίωση ΣΗΕ χωρίς διαφορικές εξισώσεις

Βήμα 1: Ανάγνωση παραμέτρων ΣΗΕ και αρχικών τιμών για κάποια μεγέθη από την κάρτα δεδομένων.

Βήμα 2: Ενημέρωση πίνακα αγωγιμοτήτων δικτύου με βάση τις παραμέτρους που διαβάστηκαν

Βήμα 3: Ρουτίνα αρχικοποίησης, όπως περιγραφηκε πιο πάνω. Υπολογισμός του αρχικού διανύσματος $[\theta_0, V_0, \delta_0, \omega_0]$

Βήμα 4: Επίλυση αλγεβρικού συστήματος. Τερματισμός σε περίπτωση μη σύγκλισης.

Βήμα 5: Εκτέλεση ρουτίνας διακριτών μεταβλητών (έλεγχος και ενημέρωση διακριτών μεταβλητών ΣΑΤΦ και ΣΠΥ) με βάσει τους αλγορίθμους στις εικόνες 2.7 και 2.9

Βήμα 6: Αν δεν άλλαξε διακριτή μεταβλητή άλμα στο βήμα 9

Βήμα 7: Αν ενημερώθηκε κάποιο τ_{ap} , ενημέρωση πίνακα αγωγιμοτήτων του ΣΗΕ (αφού τροποποιείται το ισοδύναμο π του μετασχηματιστή σε αυτήν την περίπτωση)

Βήμα 8: Επίλυση του αλγεβρικού συστήματος (με νέο πίνακα αγωγιμοτήτων) και τερματισμός σε περίπτωση μη σύγκλισης.

Βήμα 9: Αύξηση του χρόνου κατά το βήμα της προσομοίωσης ($t = t + \Delta t$)

Βήμα 10: Αν $t > t_{max}$, τερματισμός

Βήμα 11: Άλμα στο βήμα 4

Παρατηρήσεις:

α) Το σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που επιλύεται στα βήματα 4 και 8 είναι το

$$\begin{aligned} 0 &= P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{L,i}(V_i) - P_{NET,i}(V, \theta) \\ 0 &= -P_{NET,i}(\theta, V) - P_{L,i}(V_i) \\ 0 &= Q_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - Q_{NET,i}(\theta, V) - Q_{L,i}(V_i) \\ 0 &= -Q_{NET,i}(\theta, V) - Q_{L,i}(V_i) \\ 0 &= P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - D_{g,i}(\omega_{sys} - 1) \\ \theta_{ref} &= 0 \end{aligned} \quad (3.86)$$

Ο αντίστοιχος ιακωβιανός είναι μειωμένος σε σχέση με τον πλήρη που παρουσιάστηκε στην (3.32),

αφού δεν υπάρχουν οι εξισώσεις που προκύπτουν από την μέθοδο ολοκλήρωσης σε αυτήν την προσέγγιση. Ο ιακωβιανός για το σύστημα (3.86) είναι:

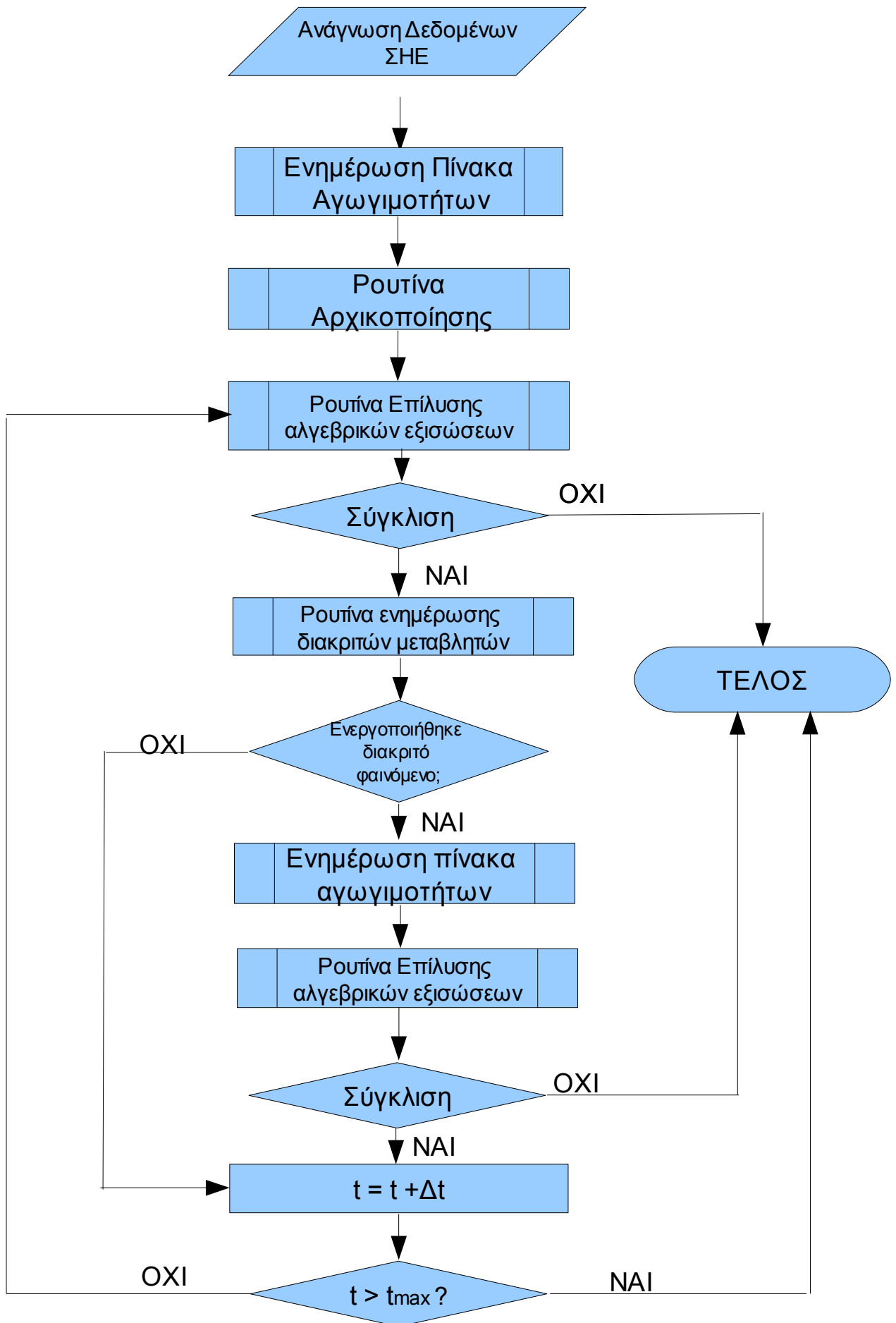
$$J = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P_{NET}}{\partial \theta} & -\left(\frac{\partial P_L}{\partial V} + \frac{\partial P_{NET}}{\partial V}\right) & \mathbf{0} & \frac{\partial P_m}{\partial \omega} \\ \frac{\partial Q_G}{\partial \theta} - \frac{\partial Q_{NET}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_G}{\partial V} - \left(\frac{\partial Q_L}{\partial V} + \frac{\partial Q_{NET}}{\partial V}\right) & \frac{\partial Q_G}{\partial \delta} & \mathbf{0} \\ -\frac{\partial P_G}{\partial \theta} & -\frac{\partial P_G}{\partial V} & -\frac{\partial P_G}{\partial \delta_G} & \frac{\partial P_m}{\partial \omega} - D_g \\ \mathbf{e}_{ref} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

Τα στοιχεία του πίνακα στην (3.87) έχουν οριστεί στην ενότητα 3.3.2, αρκεί να επισημανθεί ότι για τις ισχείς των γεννητριών χρησιμοποιούνται οι σχέσεις μόνιμης κατάστασης (2.29) , (2.30) και συνεπώς χρησιμοποιούνται και οι αντίστοιχες παράγωγοι της ενότητας 3.3.2.

β) Αν αλλάξει κάποια διακριτή μεταβλητή την χρονική στιγμή t_k τότε το σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων λύνεται δύο φορές (μία πριν και μία μετά την αλλαγή). Άρα αναμένουμε σε αυτές τις χρονικές τιμές ακαριαίες αλλαγές των μεγεθών (δύο τιμές του ίδιου μεγέθους για κάθε βήμα). Για τις λοιπές χρονικές στιγμές αρκεί μία επίλυση.

γ) Το χρονικό βήμα της προσομοίωσης αρκεί να είναι ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης των χρονικών σταθερών των διακριτών μηχανισμών (ΣΑΤΦ και ΣΠΥ), γιατί δεν ολοκληρώνεται κάποια διαφορική εξίσωση.

δ) Το πρόγραμμα τελειώνει εαν ξεπεράσουμε τον μέγιστο χρόνο προσομοίωσης ή αν δεν συγκλίνει η μέθοδος επίλυσης του αλγεβρικού συστήματος (γεγονός που ερμηνεύεται ως απώλεια του σημείου ισορροπίας, δηλαδή κατάρρευση τάσης).



Σχήμα 3.1: Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου 3.6

3.4.2 Αλγόριθμος με δυναμικά φορτία:

Αυτός ο αλγόριθμος βασίζεται στον προηγούμενο της παραγράφου 3.4.1, με βασική αλλαγή την προσθήκη των \mathbf{z}_p , \mathbf{z}_q στο σύνολο των αγνώστων καθώς και των εξισώσεων (3.29) – (3.30) που προκύπτουν από την τραπεζοειδή μέθοδο ολοκλήρωσης για τις διαφορικές των φορτίων. Επειδή, σύμφωνα με την έμμεση τραπεζοειδή μέθοδο, ο υπολογισμός της τιμής των μεταβλητών την χρονική στιγμή t_{k+1} προϋποθέτει γνώση της τιμής των παραγώγων την προηγούμενη χρονική στιγμή t_k , σε αυτόν τον αλγόριθμο είναι απαραίτητη η αποθήκευση των μεταβλητών του προηγούμενου χρονικά βήματος, ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των αντίστοιχων παραγώγων (βλ (3.29), (3.30)).

Έχοντας αποθηκεύσει τις τιμές των μεταβλητών την χρονική στιγμή t_k , μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή οποιασδήποτε παραγώγου την στιγμή t_k , για την επίλυση του μη γραμμικού συστήματος την στιγμή t_{k+1} . Ο αλγόριθμος σε αυτήν την περίπτωση είναι ο ακόλουθος. Σχηματικά ο αλγόριθμος φαίνεται στο σχήμα 3.2.

Αλγόριθμος 3.7: Προσομοίωση ΣΗΕ με διαφορικές εξισώσεις των φορτίων

Βήμα 1: Ανάγνωση παραμέτρων ΣΗΕ και αρχικών τιμών για κάποια μεγέθη από την κάρτα δεδομένων.

Βήμα 2: Ενημέρωση πίνακα αγωγιμοτήτων δικτύου με βάση τις παραμέτρους που διαβάστηκαν

Βήμα 3: Ρουτίνα αρχικοποίησης, όπως περιγραφηκε πιο πάνω. Υπολογισμός του αρχικού διανύσματος $[\boldsymbol{\theta}_0, \mathbf{V}_0, \boldsymbol{\delta}_0, \omega_0, \mathbf{z}_{p0}, \mathbf{z}_{q0}]$

Βήμα 4 : Επίλυση αλγεβρικού συστήματος (βλ. παρατήρηση α). Τερματισμός σε περίπτωση μη σύγκλισης.

Βήμα 5: Εκτέλεση ρουτίνας διακριτών μεταβλητών (έλεγχος και ενημέρωση διακριτών μεταβλητών ΣΑΤΦ και ΣΠΥ) με βάσει τους αλγορίθμους στις εικόνες 2.6 και 2.9

Βήμα 6: Αν δεν άλλαξε διακριτή μεταβλητή άλμα στο βήμα 9

Βήμα 7: Αν ενημερώθηκε κάποια λήψη μετασχηματιστή, ενημέρωση πίνακα αγωγιμοτήτων του ΣΗΕ (αφού τροποποιείται το ισοδύναμο π του μετασχηματιστή σε αυτήν την περίπτωση)

Βήμα 8 : Επίλυση του αλγεβρικού συστήματος (βλ. παρατήρηση β) (με νέο πίνακα αγωγιμοτήτων) και τερματισμός σε περίπτωση μη σύγκλισης.

Βήμα 9: Αποθήκευση των $[\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}, \omega, \mathbf{z}_p, \mathbf{z}_q]_{t=t_k}$

Βήμα 10: Αύξηση του χρόνου κατά το βήμα της προσομοίωσης ($t_{k+1} = t_k + \Delta t$)

Βήμα 11: Αν $t_{k+1} > t_{\max}$, τερματισμός

Βήμα 12: Άλμα στο βήμα 4

Παρατηρήσεις

α) Το σύστημα εξισώσεων του βήματος 4 είναι:

$$\begin{aligned}
 0 &= P_{m,i}(\omega_{\text{sys}}) - P_{L,i}(V_i, z_p^i) - P_{NET,i}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) \\
 0 &= -P_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - P_{L,i}(V_i, z_p^i) \\
 0 &= Q_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i, z_q^i) \\
 0 &= -Q_{NET,i}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{L,i}(V_i, z_q^i) \\
 0 &= P_{m,i}(\omega_{\text{sys}}) - P_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - D_{g,i}(\omega_{\text{sys}} - 1) \\
 \theta_{ref} &= 0 \\
 0 &= f_{z_p}(V_i, z_p^i) = \frac{1}{T_p} \left[\left(\frac{V_i^{(k+1) a_i}}{V_o^i} \right) - z_p^{(k+1)} \left(\frac{V_i^{(k+1) a_i}}{V_o^i} \right) \right] + \frac{1}{T_p} \left[\left(\frac{V_i^{(k) a_i}}{V_o^i} \right) - z_p^{(k)} \left(\frac{V_i^{(k) a_i}}{V_o^i} \right) \right] + \frac{2}{h} (z_p^{(k)} - z_p^{(k+1)})
 \end{aligned}$$

$$0 = f_{z_q}(V_i, z_q^i) = \frac{1}{T_q} \left[\left(\frac{V_i^{(k+1) b_i^i}}{V_o^i} \right) - z_q^{(k+1)} \left(\frac{V_i^{(k+1) b_i^i}}{V_o^i} \right) \right] + \frac{1}{T_q} \left[\left(\frac{V_i^{(k) b_i^i}}{V_o^i} \right) - z_q^{(k)} \left(\frac{V_i^{(k) b_i^i}}{V_o^i} \right) \right] + \frac{2}{h} (z_q^{(k)} - z_q^{(k+1)})$$

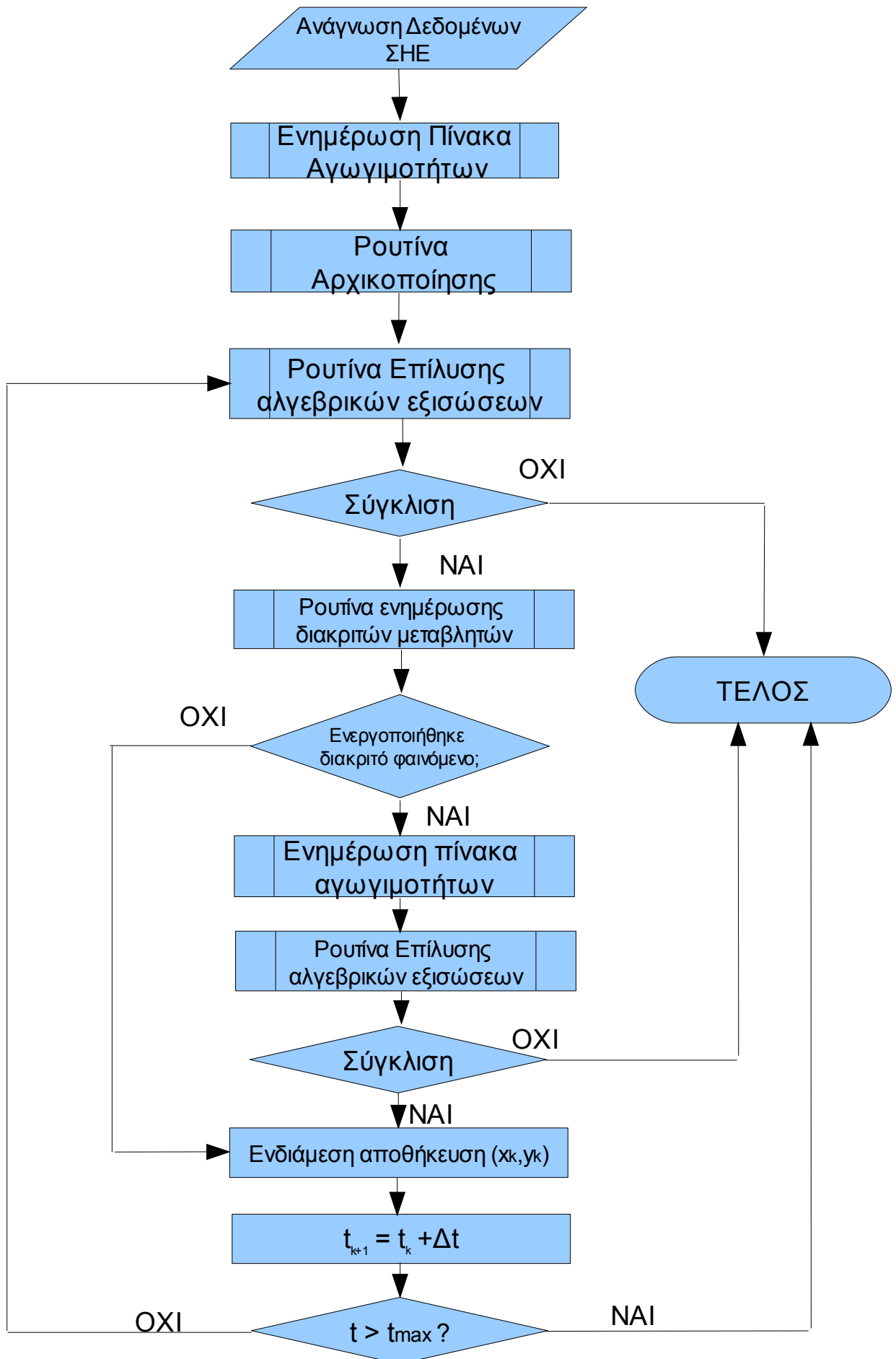
Δηλαδή στο γνωστό σύνολο εξισώσεων της προσέγγισης χωρίς μακροπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα προστίθενται 2N εξισώσεις για την ολοκλήρωση των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν την ενεργό και άεργο ζήτηση. Για τις ενεργές και άεργους ισχύεις των γεννητριών P_g , Q_g χρησιμοποιούμε και εδώ τους τύπους μόνιμης κατάστασης, όπως στην 3.4.1. Ο ιακωβιανός πίνακας αυτού του συστήματος είναι:

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P_{NET}}{\partial \theta} & -\left(\frac{\partial P_L}{\partial V} + \frac{\partial P_{NET}}{\partial V}\right) & \mathbf{0} & \frac{\partial P_m}{\partial \omega} & -\frac{\partial P_L}{\partial z_p} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial Q_G}{\partial \theta} - \frac{\partial Q_{NET}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_G}{\partial V} - \left(\frac{\partial Q_L}{\partial V} + \frac{\partial Q_{NET}}{\partial V}\right) & \frac{\partial Q_G}{\partial \delta} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\frac{\partial Q_L}{\partial z_q} \\ -\frac{\partial P_G}{\partial \theta} & -\frac{\partial P_G}{\partial V} & -\frac{\partial P_G}{\partial \delta_g} & \frac{\partial P_m}{\partial \omega} - D_g & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{e}_{ref} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial f_{z_p}}{\partial V} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial f_{z_p}}{\partial z_p} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial f_{z_q}}{\partial V} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\partial f_{z_q}}{\partial z_q} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

β) Στο βήμα 8 επιλύεται εκ νέου το σύστημα των εξισώσεων, μετά από τυχόν αλλαγή των διακριτών μεταβλητών. Συνεπώς, δεν έχει νόημα να συμπεριληφθούν στο προς επίλυση σύστημα εξισώσεων σε αυτό το βήμα οι εξισώσεις της τραπεζοειδής μεθόδου, αφού οι αντίστοιχες μεταβλητές z_p , z_q θα είναι εκείνες που προέκυψαν από το βήμα 4. Άρα στο βήμα 8 γίνεται επίλυση του ακόλουθου συστήματος:

$$\begin{aligned} 0 &= P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{L,i}(V_i, z_p^i) - P_{NET,i}(V, \theta) \\ 0 &= -P_{NET,i}(\theta, V) - P_{L,i}(V_i, z_p^i) \\ 0 &= Q_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - Q_{NET,i}(\theta, V) - Q_{L,i}(V_i, z_q^i) \\ 0 &= -Q_{NET,i}(\theta, V) - Q_{L,i}(V_i, z_q^i) \\ 0 &= P_{m,i}(\omega_{sys}) - P_{g,i}(\delta_i, \theta_i, V_i) - D_{g,i}(\omega_{sys} - 1) \\ \theta_{ref} &= 0 \end{aligned} \quad (3.89)$$

με z_p , z_q αυτά που προκύπτουν από το προηγούμενο βήμα 4. Ο ιακωβιανός αυτού του συστήματος έχει την μορφή του (3.87).



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου 3.7

3.4.3 Αλγόριθμος με προσθήκη της δυναμικής του πεδίου διέγερσης για γεννήτριες σε υπερδιέγερση

Η πιο πολύπλοκη μορφή του αλγορίθμου προσθέτει και την διαφορική του πεδίου διέγερσης, μόνο όμως για τις γεννήτριες που είναι σε υπερδιέγερση (οπότε η διαφορική αυτή γίνεται αρκετά “αργή” ώστε να συμπεριλαμβάνεται στα μακροπρόθεσμα φαινόμενα). Επειδή είναι απαραίτητο η ολοκλήρωση να γίνει μόνο για τις γεννήτριες σε υπερδιέγερση, πρέπει ο αλγόριθμος να διασφαλίζει ότι οι υπόλοιπες γεννήτριες θα χρησιμοποιούν τις εξισώσεις ισορροπίας τους. Άρα ο αλγόριθμος πρέπει να αλλάζει το μέγεθος του συστήματος (Αριθμός εξισώσεων και αγνώστων), δηλαδή να επιδρά στην παράμετρο N_{OXL} καθώς νέες γεννήτριες φτάνουν σε υπερδιέγερση. Ξεκινάμε από $N_{OXL} = 0$ (καμία γεννήτρια σε υπερδιέγερση αρχικά).

Συνεπώς ο αλγόριθμος θα απαιτεί έλεγχο για το αν ενεργοποιήθηκε κάποιο ΣΠΥ στο βήμα k , ώστε να εισάγει για αυτήν την γεννήτρια μία νέα μεταβλητή, μία νέα εξίσωση, και μία νέα γραμμή και στήλη στον ιακωβιανό πίνακα. Αντιστοίχως, απαιτείται έλεγχος για το αν κάποια γεννήτρια υπό έλεγχο ΣΠΥ μεταπίπτει σε Αυτόματη Ρύθμιση Τάσης. Αυτό συμβαίνει εάν η ΗΕΔ διέγερσης που θα επέβαλε ο APT γίνει μικρότερη από την I_f^{lim} .

$$k_{AVR}(V_{ref} - V) < I_f^{lim}$$

Σε αυτήν την περίπτωση πρέπει να μειωθεί ο μετρητής N_{OXL} , και να αφαιρεθεί η αντίστοιχη ΗΕΔ E'_q από τους αγνώστους, καθώς και η αντίστοιχη εξίσωση ολοκλήρωσης από το σύνολο των εξισώσεων.

Ο αλγόριθμος σε αυτήν την περίπτωση είναι:

Αλγόριθμος 3.8: Προσομοίωση ΣΗΕ (με διαφορικές εξισώσεις φορτίων και πεδίου διέγερσης)

Βήμα 1: Ανάγνωση παραμέτρων ΣΗΕ και αρχικών τιμών για κάποια μεγέθη από την κάρτα δεδομένων.

Βήμα 2: Ενημέρωση πίνακα αγωγιμοτήτων δικτύου με βάση τις παραμέτρους που διαβάστηκαν

Βήμα 3: Ρουτίνα αρχικοποίησης, όπως περιγραφηκε πιο πάνω. Υπολογισμός του αρχικού διανύσματος $[\theta_0, V_0, \delta_0, \omega_0, z_{p0}, z_{q0}, E'_{q0}]$

Βήμα 4 : Επίλυση αλγεβρικού συστήματος (βλ παρατήρηση α). Τερματισμός σε περίπτωση μη σύγκλισης.

Βήμα 5: Ενημέρωση διακριτών μεταβλητών, αν ενεργοποιήθηκε κάποιος διακριτός μηχανισμός.

Βήμα 6α: Αν ενεργοποιήθηκε κάποιο ΣΠΥ τότε εκτέλεση βήματος 6α.1

Βήμα 6α.1 : $N_{OXL} = N_{OXL} + 1$, ενημέρωση ρουτίνας επίλυσης αλγεβρικών εξισώσεων για την προσθήκη νέου αγνώστου και νέας εξίσωσης

Βήμα 6β: Αν απενεργοποιήθηκε κάποιο ΣΠΥ, τότε εκτέλεση του 6β.1

Βήμα 6β.1: $N_{OXL} = N_{OXL} - 1$, ενημέρωση ρουτίνας επίλυσης αλγεβρικών εξισώσεων για την αφαίρεση μίας εξίσωσης και μίας μεταβλητής.

Βήμα 7: Αν δεν ενεργοποιήθηκε διακριτός μηχανισμός, άλμα στο βήμα 10

Βήμα 8: Αν ενημερώθηκε κάποιο tap, ενημέρωση πίνακα αγωγιμοτήτων του ΣΗΕ (αφού τροποποιείται το ισοδύναμο π του μετασχηματιστή σε αυτήν την περίπτωση)

Βήμα 9 : Επίλυση του αλγεβρικού συστήματος (βλ παρατήρηση β) (με νέο πίνακα αγωγιμοτήτων) και τερματισμός σε περίπτωση μη σύγκλισης.

Βήμα 10: Αποθήκευση των $[\theta, V, \delta, \omega, z_p, z_q, E'_q]_{t=t_k}$

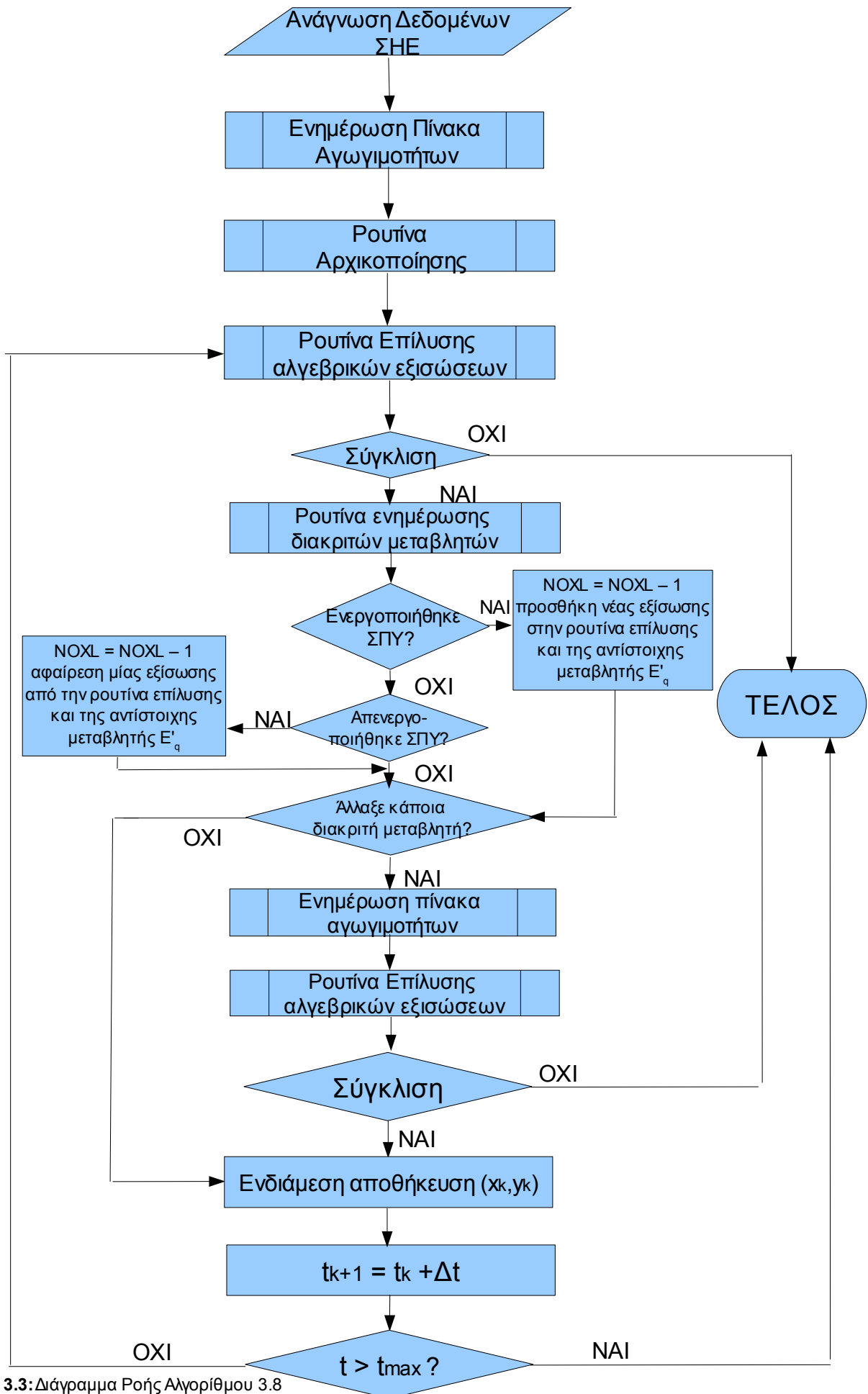
Βήμα 11: Αύξηση του χρόνου κατά το βήμα της προσομοίωσης ($t_{k+1} = t_k + \Delta t$)

Βήμα 12: Αν $t_{k+1} > t_{max}$, τερματισμός

Βήμα 13: Άλμα στο βήμα 4

Παρατηρήσεις

α) Όπως και στην παράγραφο 3.4.2, η πρώτη επίλυση του συστήματος εξισώσεων (βήμα 4) περιλαμβάνει και τις εξισώσεις της μεθόδου ολοκλήρωσης, επομένως στο βήμα 4 επιλύεται το σύνολο εξισώσεων (3.28) – (3.31) με ιακωβιανό πίνακα αυτόν της σχ. (3.32).



Σχήμα 3.3: Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου 3.8

β) Το σύστημα του βήματος 9 δεν περιλαμβάνει τις εξισώσεις της μεθόδου ολοκλήρωσης, αφού οι \mathbf{E}'_q , \mathbf{z}_p , z_q θα έχουν τις τιμές που προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος εξισώσεων του βήματος 4.

4. Εφαρμογή σε Σύστημα 33 Ζυγών

Οι παραπάνω τρεις αλγόριθμοι (3.6 – 3.8) εφαρμόστηκαν δοκιμαστικά στο σύστημα 33 ζυγών της CIGRE. Στην ενότητα 4.1 γίνεται μία συνοπτική παρουσίαση του συστήματος, ενώ τα αποτελέσματα της προσομοίωσης με τους αλγόριθμους 3.6, 3.7 και 3.8 παρουσιάζονται στα κεφάλαια 4.2, 4.3 και 4.4 αντίστοιχα.

4.1 Παρουσίαση του συστήματος

4.1.1 Γεννήτριες

Το σύστημα της CIGRE[27] φαίνεται στο σχήμα 4.1. Διαθέτει 6 γεννήτριες, 2 ζυγούς διασύνδεσης. Οι γεννήτριες στους ζυγούς M1 και M2 είναι όμοιες, με ονομαστική ισχύ 1100 MVA έκαστη. Οι γεννήτριες των ζυγών M3 και M5 είναι όμοιες με ονομαστική ισχύ 450MVA κάθε μία. Στον ζυγό M4 η γεννήτρια έχει ονομαστική ισχύ 300MVA, και στον ζυγό M6 1100MVA. Στους ζυγούς N12 και N15 υπάρχουν οι διασυνδέσεις με τα εξωτερικά συστήματα (ζυγοί σταθερής τάσης). Για τις γεννήτριες στους ζυγούς M1 – M6, ο Αυτόματος Ρυθμιστής Τάσης είναι αναλογικός, και συνεπώς διέπεται από την εξίσωση ισορροπίας (2.33).

$$E_{f,avr} = K_a (V_{ref} - V)$$

Οι γεννήτριες στους ζυγούς M5 και M6 έχουν ολοκληρωτικό αθροιστικό ΣΠΥ, και συνεπώς αποκαθιστούν την E_f στην μέγιστη αποδεκτή τιμή της χωρίς σφάλμα κατά την υπερδιέγερση:

$$E_{f,oxl} = I_{flim}$$

Αντιθέτως, οι γεννήτριες στους ζυγούς M1 – M4 διαθέτουν αθροιστικό ΣΠΥ με αναλογική μονάδα ελέγχου, συνεπώς κατά την υπερδιέγερση η E_f διέπεται από την σχέση ισορροπίας (2.50).

$$E_{f,oxl} = \frac{K_A}{1 + K_A K_P} (V_{ref} - V) + \frac{K_A K_P}{1 + K_A K_P} I_{flim}$$

Στον πίνακα 4.1 φαίνονται οι παράμετροι των γεννητριών και των συστημάτων ελέγχου τους.

Οι ζυγοί σταθερής τάσης (ζυγοί διασύνδεσης) θεωρούμε ότι έχουν πολλοί μικρό στατισμό (δηλαδή μεγάλη ρυθμίζουσα ενέργεια των συνδεδεμένων συστημάτων) και συνεπώς καλύπτουν κατά το μεγαλύτερο μέρος τις αυξομειώσεις κατανάλωσης ενεργού ισχύος του ΣΗΕ. Για τον λόγο αυτόν δεν αναμένεται σημαντική αυξομείωση της συχνότητας του συστήματος, λόγω τήρησης του ισοζυγίου ενεργού ισχύος.

Γεννήτρια	M1	M2	M3	M4	M5	M6
K_{AVR}	70	35	15	15	15	35
I_{flim}	2,800	3,512	3,486	3,514	4,200	3,504
T_{OXL}	25	30	20	25	30	30
K_P	3	10	10	10	-	-

Πίνακας 4.1

4.1.2 Μετασχηματιστές και Φορτία

Στο σύστημα των 33 ζυγών είναι ενεργοποιημένα μόνο τα ΣΑΤΦ των μετασχηματιστών διανομής, ενώ οι μετασχηματιστές ανύψωσης των γεννητριών και οι αυτομετασχηματιστές ΥΥΤ/ΥΤ (380kV/150kV) έχουν σταθερούς λόγους μετασχηματισμού. Οι σταθερές χρόνου για όλα τα ΣΑΤΦ είναι 10 s μεταξύ διαδοχικών αλλαγών, και επιπλέον καθυστέρηση 20 s για την πρώτη αλλαγή λόγου μετασχηματισμού.

Οι μετασχηματιστές διανομής τροφοδοτούν τους ζυγούς N201 – N207 (ζυγοί φορτίου). Τα φορτία είναι εκθετικού τύπου, δεν έχουν συνιστώσα σταθερής ισχύος, ούτε υπάρχουν μηχανές επαγωγής.

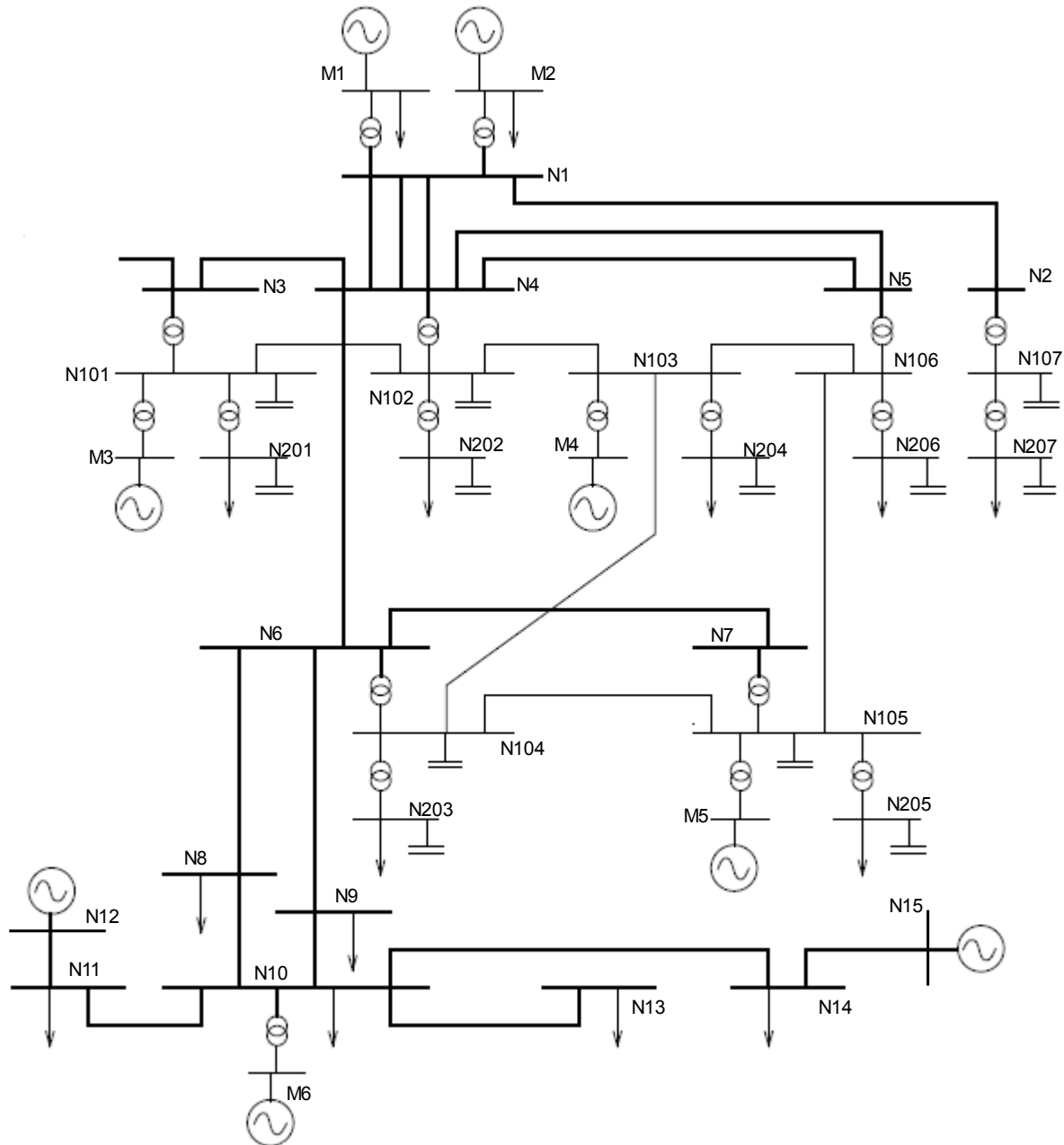
Όλα τα φορτία παριστώνται ως εκθετικά, με εκθέτες:

$$a_t = a_s = 1$$

$$b_t = b_s = 2$$

Διαταραχή

Σε όλες τις περιπτώσεις, η διαταραχή που μελετάται είναι απώλεια της γεννήτριας στον ζυγό M2, σε χρόνο $t = 10s$, η οποία οδηγεί τελικά το σύστημα σε κατάρρευση τάσης. Όπως θα φανεί στην συνέχεια.



Σχήμα 4.1: Σύστημα 33 Ζυγών της CIGRE

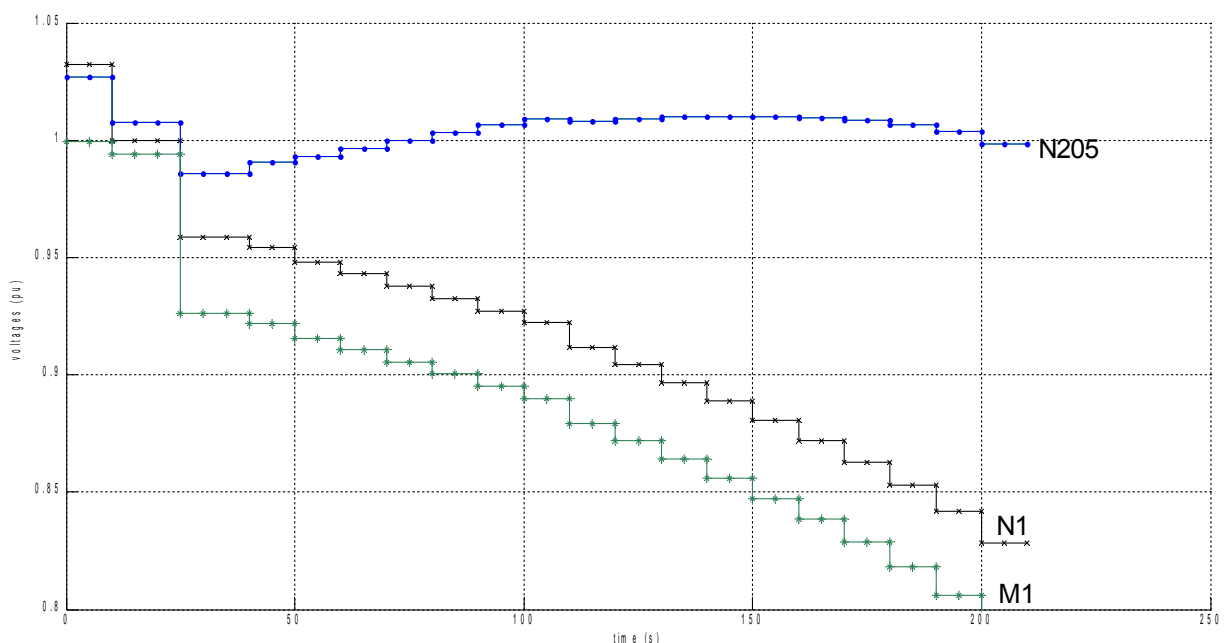
4.2 Αποτελέσματα Οιονεί Στατικής Προσομοίωσης χωρίς συνεχή μακροπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής στο σύστημα της ενότητας 4.1 του αλγορίθμου 3.6.

Η προσομοίωση σε αυτήν την περίπτωση εκτελείται με βήμα 5 sec, γιατί αυτός είναι ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης των χρονικών σταθερών όλων των διακριτών φαινομένων. Η απώλεια της γεννήτριας M2 συμβαίνει την χρονική στιγμή $t=10s$. Το ΣΠΥ της M1, που συνδέεται στον ίδιο ζυγό με την M2, ενεργοποιείται την χρονική στιγμή $t = 25s$. Τούτο σημαίνει ότι η γεννήτρια M1 είναι σε (ελαφρά) υπερδιέγερση από την χρονική στιγμή $t=0$, όπως προκύπτει από το στιγμιότυπο του συστήματος που χρησιμοποιήθηκε ως είσοδος στο πρόγραμμα προσομοίωσης. Σε χρόνο $t = 40 sec$ αρχίζουν να ενεργοποιούνται τα ΣΑΤΥΦ των μετασχηματιστών διανομής (30 δευτερόλεπτα μετά την διαταραχή, αφού η αρχική καθυστέρηση είναι για όλους τους μετασχηματιστές 30 s.

Το ΣΠΥ της γεννήτριας M4 ενεργοποιείται την χρονική στιγμή $t = 50 sec$ και της γεννήτριας M3 την στιγμή $t = 110 sec$. Λόγω του φαινομένου της αστάθειας τάσης, μετά από κάποιο χρονικό σημείο οι διαδοχικές αλλαγές των λόγων M/Σ δεν επιτυγχάνουν αύξηση της τάσης στους ζυγούς φορτίου, έχουν το αντίθετο αποτέλεσμα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.2 για την τάση στον ζυγό N205. Αλλαγές στα taps συμβαίνουν κάθε 10s, και προς τούτο παρατηρείται η βαθμωτή μοφή της απόκρισης σε όλα τα μεγέθη. Λόγω απουσίας των διαφορικών για τα συνεχή φαινόμενα μακροπρόθεσμης κλίμακας, παρατηρούμε ότι αλλαγές στα μεγέθη του συστήματος παρουσιάζονται μόνο κατά την αλλαγή κάποιας διακριτής μεταβλητής, και στις ενδιάμεσες χρονικές στιγμές, όλα τα μεγέθη θεωρούνται σταθερά και το σύστημα σε ισορροπία (μία υπόθεση με αρκετά περιθώρια σφάλματος, κυρίως κοντά στην κατάρρευση).

Το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων ισορροπίας, μετά την αλλαγή των διακριτών μεταβλητών τη χρονική στιγμή $t = 210s$, δεν μπορεί να επιλυθεί (η μέθοδος επίλυσης αποκλίνει), γεγονός που ερμηνεύεται ως απώλεια σημείου ισορροπίας για το σύστημα (άρα τελικά αστάθεια και αποσυγχρονισμός των γεννητριών). Αυτό φαίνεται στο σχήμα 4.2, που απεικονίζει την χρονική μεταβολή των τάσεων στους ζυγούς N205, N1 και M1:

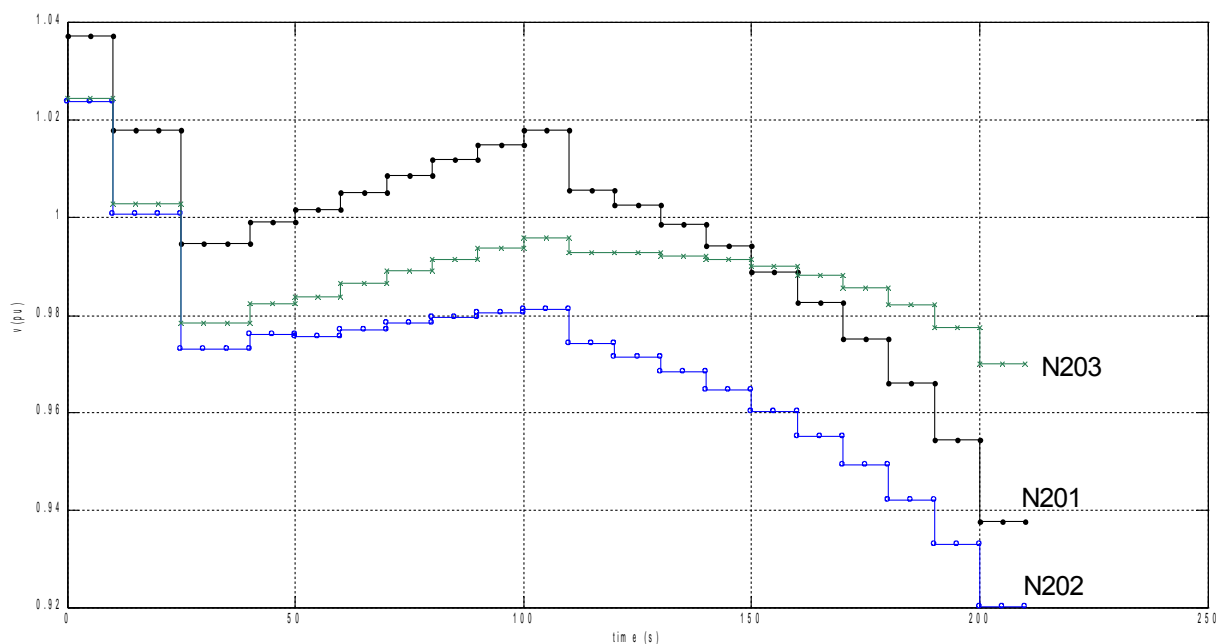


Σχήμα 4.2: Τάσεις ζυγών N205, N1 και M1

Ο ζυγός N205 είναι ζυγός φορτίου. Επειδή τα ΣΑΤΥΦ στους μετασχηματιστές διανομής είναι ενεργοποιημένα, η τάση του διατηρείται σε ανεκτά επίπεδα αρχικά, λόγω της συνεχούς αλλαγής του λόγου μετασχηματισμού του μετασχηματιστή διανομής N105 – N205. Παρατηρώντας όμως την τάση των ζυγών N1 (ζυγός ΥΥΤ) και M1 (ζυγός γεννήτριας με περιορισμό υπερδιέγερσης), είναι φανερό ότι με κάθε ενεργοποίηση ΣΑΤΥΦ η τάση μειώνεται, μέχρι την κατάρρευση του συστήματος στα 210⁺ s (μετά την ενημέρωση των ΣΑΤΥΦ σε αυτήν την χρονική στιγμή). Η τάση των ζυγών μεταφοράς μειώνεται συνεχώς και εξαιτίας της αυξημένης πτώσης τάσης, λόγω της αύξησης της αγωγιμότητας των φορτίων που προκαλείται από την λειτουργία των ΣΑΤΥΦ (βλ. Κεφ. 1) και εξαιτίας της ενεργοποίησης των ΣΠΥ των γεννητριών, τα οποία μειώνουν την ικανότητα τροφοδότησης αέργου ισχύος στο σύστημα.

Αξιοσημείωτο είναι ότι το ΣΑΤΥΦ του μετασχηματιστή N105 – N205 επιτυγχάνει αύξηση της τάσης του υπό έλεγχο ζυγού φορτίου N205 μόνο μέχρι την χρονική στιγμή $t = 160$ s. Κατόπιν τούτου, περαιτέρω ενεργοποίηση του μηχανισμού αλλαγής του λόγου μετασχηματισμού **μειώνει** αντί να αυξάνει την τάση του ζυγού. Συνεπώς τα ΣΑΤΥΦ, επιτυγχάνουν από εκείνη την χρονική στιγμή, αντίθετο αποτέλεσμα από το επιθυμητό, είναι δηλαδή σε αστάθεια. Ανάλογη συμπεριφορά έχουν όλοι οι ζυγοί φορτίου, καθώς και τα ΣΑΤΥΦ των μετασχηματιστών διανομής που τους τροφοδοτούν. Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 1, αυτό είναι ενδεικτικό του ότι τα ΣΑΤΥΦ, ως μηχανισμός αποκατάστασης του φορτίου, είναι ασταθή πέρα από κάποιο χρονικό σημείο και κάθε φορά που ενεργοποιούνται επιτυγχάνουν αντίθετο αποτέλεσμα από το αναμενόμενο.

Στο σχήμα 4.3 φαίνεται αυτή η συμπεριφορά για 3 ακόμη ζυγούς φορτίου (N201 – N203):

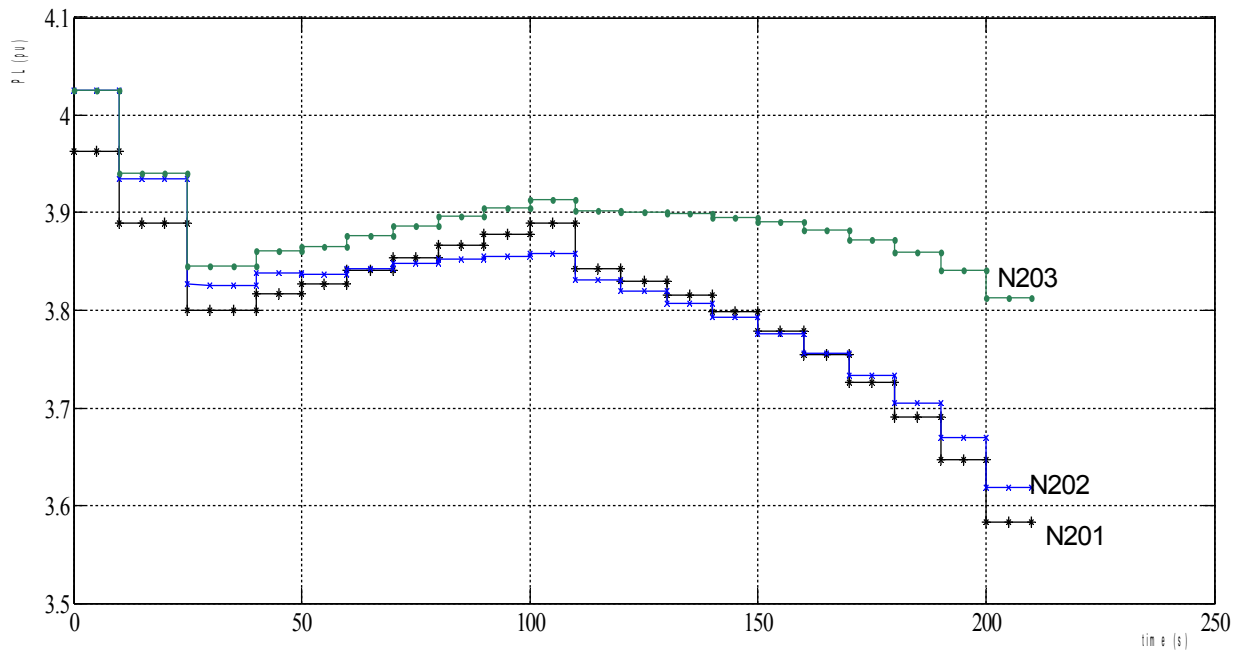


Σχήμα 4.3: Τάσεις ζυγών N201 - N203

Στο σχ. 4.3 φαίνεται πως και για τους τρεις ζυγούς, μετά από την στιγμή $t = 110$ s (ενεργοποίηση του ΣΠΥ της M4) τα ΣΑΤΥΦ των μετασχηματιστών διανομής αποτυγχάνουν να αυξήσουν την τάση στους ζυγούς φορτίου (παρόλο που έως τότε το επιτύγχαναν), και η τάση αρχίζει να μειώνεται και σε αυτούς τους ζυγούς. Άρα σε όλους τους ζυγούς φορτίου του ΣΗΕ, εκδηλώνεται ο ίδιος μηχανισμός αστάθειας των ΣΑΤΥΦ, όπως είναι αναμενόμενο καθώς η εκδήλωση αστάθειας επηρεάζει ταυτόχρονα όλο το σύστημα.

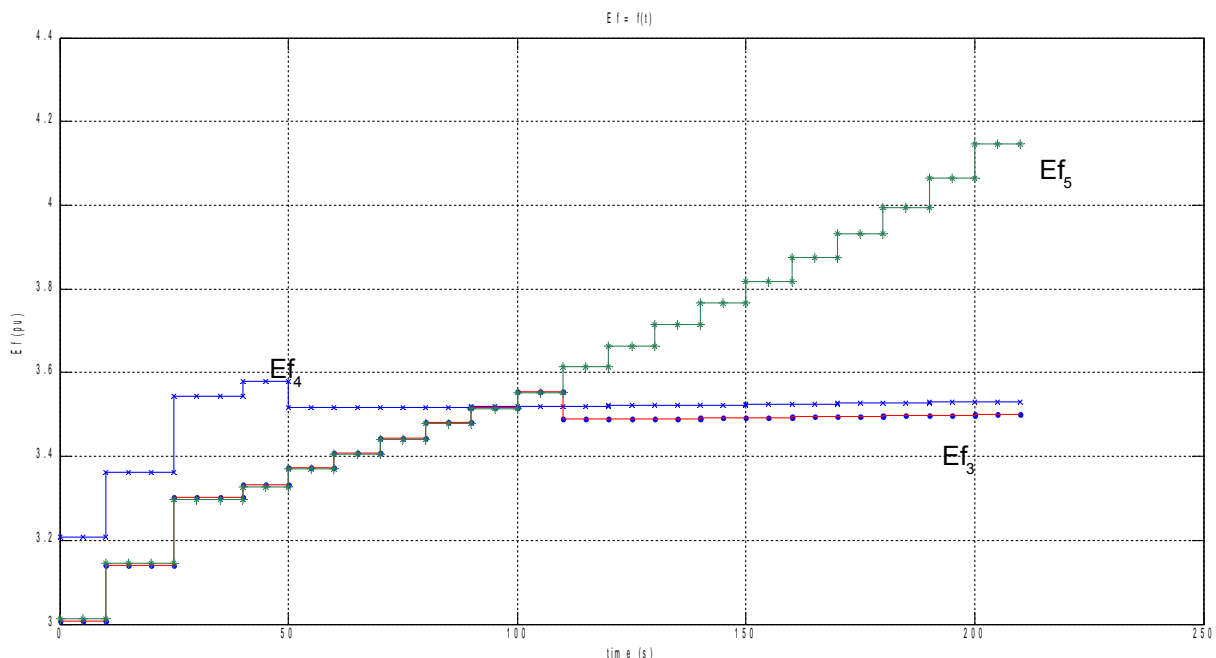
Η αποτυχία των ΣΑΤΥΦ να αποκαταστήσουν την κατανάλωση ενεργού ισχύος στους ζυγούς

φορτίου φαίνεται και στο σχ. 4.4, όπου αναπαρίσταται γραφικά η ενεργός κατανάλωση στους ίδιους ζυγούς (N201 – N203). Μετά τα 110s, με κάθε ενεργοποίηση του μηχανισμού αλλαγής λόγου μετασχηματισμού η καταναλισκόμενη ενεργός ισχύς στους ζυγούς μειώνεται. Αυτή η συμπεριφορά είναι παρόμοια με την αντίστοιχη του απλού ακτινικού δικτύου στο κεφ. 1.3.3., για λειτουργία στο κάτω τμήμα της καμπύλης P-V (βλ σχήμα 1.7).



Σχήμα 4.4: Κατανάλωση Ενεργού Ισχύος στους Ζυγούς N201 - N203

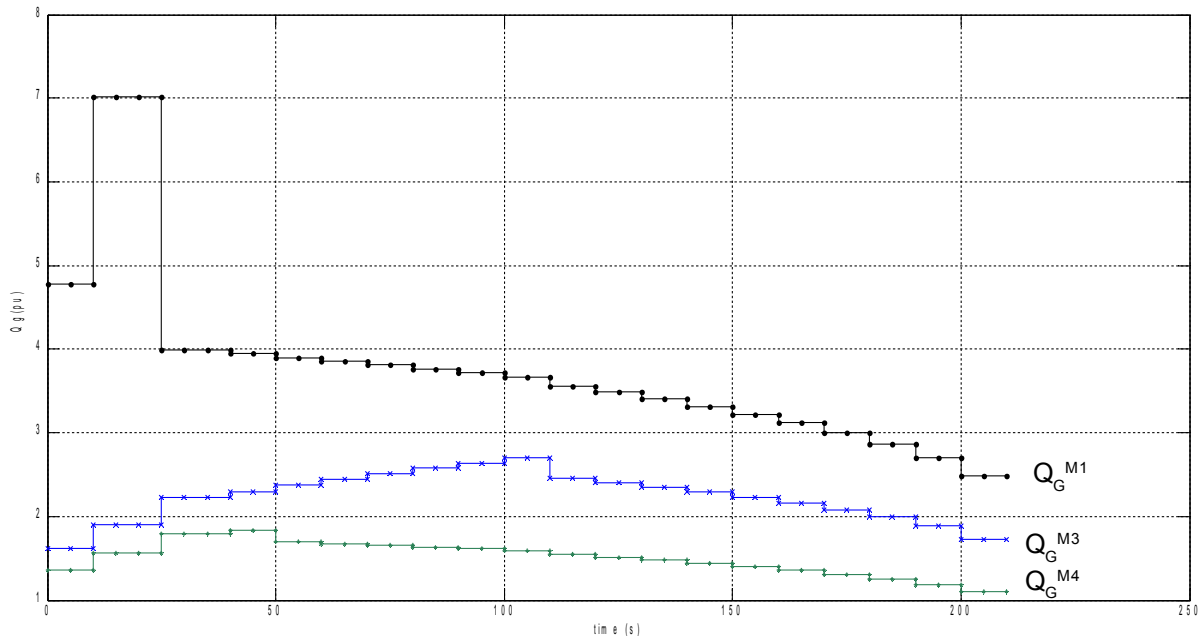
Η δράση των ΣΠΥ μπορεί να φανεί εξετάζοντας το διάγραμμα των ΗΕΔ διέγερσης E_f για τις γεννήτριες που υπερδιεγείρονται. Στο σχήμα 4.5 φαίνεται η απόκριση των E_{fM3} , E_{fM4} , E_{fM5} :



Σχήμα 4.5: Η ΗΕΔ διέγερσης των γεννητριών M3, M4 και M5

Παρατηρούμε πως οι ΗΕΔ των γεννητριών M4 και M3 μειώνονται μετά την δράση των περιοριστών (στις χρονικές στιγμές 50 s και 110s αντίστοιχα όπως αναφέραμε). Μετά τον περιορισμό οι ΗΕΔ δεν είναι σταθερές, γιατί οι γεννήτριες αυτές έχουν αθροιστικό ΣΠΥ, δηλαδή υπάρχει και ένας όρος ανάλογος του σφάλματος της τερματικής τάσης (δηλαδή του $V_{ref} - V$) στην

εξίσωση ισορροπίας του (βλ σχέση (2.50)). Για τον λόγο αυτόν υπάρχει μία μικρή αύξηση της διέγερσης με την πάροδο του χρόνου (δηλαδή καθώς η τάση στους ζυγούς των δύο γεννητριών πέφτει). Αντίθετα με τις άλλες δύο, η M5 σε αυτό το σενάριο δεν υπερδιεγείρεται και συνεπώς η ΗΕΔ διέγερσής της αυξάνεται συνεχώς (υπό τον έλεγχο του APT και όπως επιβάλλεται από την ανάγκη στήριξης της τάσης στο ζυγό της). Είναι προφανές πως με την υπερδιέγερση των γεννητριών, η ικανότητα στήριξης του δικτύου με άεργο ισχύ μειώνεται αισθητά. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 4.6, όπου απεικονίζεται η παραγωγή αέργου ισχύος για τρεις γεννήτριες (M1,M3,M4):



Σχήμα 4.6: Άεργος παραγωγή γεννητριών M1,M3,M4

Μετά την απώλεια της M2 στα 10 s, η M1 που συνδέεται στον ίδιο ζυγό αυξάνει προσωρινά πολύ την άεργο παραγωγή της. Η M1 τυχαίνει να είναι σε ελαφρά υπερδιέγερση από την έναρξη της προσομοίωσης (χρονική στιγμή $t=0$) αλλά μετά την απώλεια της M2 υπερδιεγείρεται έντονα. Συνεπώς η άεργος παραγωγή στο ΣΗΕ περιορίζεται αισθητά μετά την ενεργοποίηση του ΣΠΥ της στα 25⁺s. Έτσι εξηγείται και η έντονη μείωση των τάσεων, που παρατηρείται μετά την αλλαγή των διακριτών μεταβλητών στα 25s (όπως αυτή φαίνεται στα σχήματα 4.2 και 4.3).

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 1.4.3, οι ήδη έντονα φορτισμένες γραμμές μεταφοράς φορτίζονται περισσότερο με κάθε αλλαγή των ΣΑΤΥΦ (βλ. σχ. 1.4 για το απλό ακτινικό δίκτυο) λόγω της προκαλούμενης αύξησης των ρευμάτων στις γραμμές μεταφοράς. Μάλιστα, για έντονα φορτισμένες γραμμές, οι άεργες απώλειες αυξάνονται με ταχύτερο ρυθμό με κάθε αλλαγή λόγου μετασχηματισμού.

Ο υπολογισμός των άεργων απωλειών στις γραμμές μεταφοράς του ΣΗΕ γίνεται υπολογίζοντας την έγχυση αέργου ισχύος σε κάθε ζυγό με βάση την σχέση (2.65):

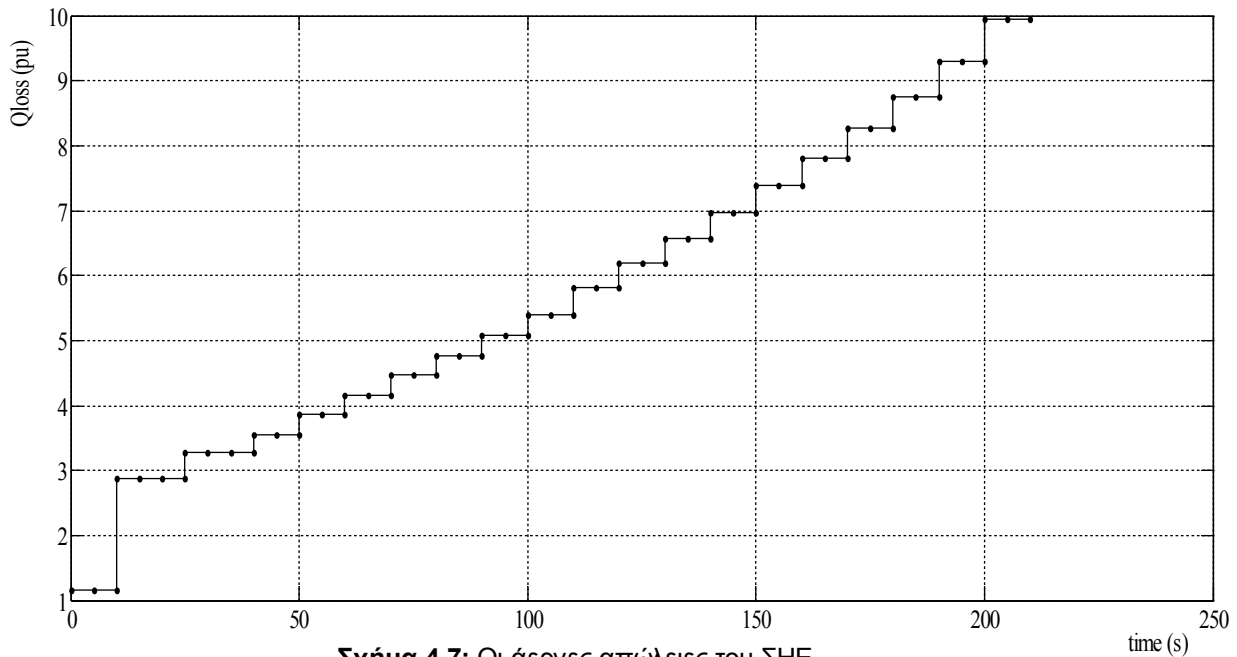
$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in N(i)} (b_{sij} + b_{ij}) - b_i V_i^2 - V_i \sum_{j \in N(i)} V_j \beta_{ij}$$

και αθροίζοντας τις εγχύσεις για όλους τους ζυγούς στο ΣΗΕ:

$$Q_{LOSS} = \sum_{i=1}^N Q_i \quad (4.1)$$

Η σταδιακή αύξηση των άεργων απωλειών μετά από κάθε ενημέρωση των διακριτών μεταβλητών,

η οποία φαίνεται στο σχήμα 4.7, σχετίζεται άμεσα με την εκδήλωση του φαινομένου αστάθειας τάσης στο σύστημα. Οι απώλειες αέργου ισχύος στις γραμμές του ΣΗΕ φαίνονται στο σχήμα 4.7:



Σχήμα 4.7: Οι άεργες απώλειες του ΣΗΕ

Ο υπολογισμός των άεργων απωλειών στις γραμμές μεταφοράς του ΣΗΕ γίνεται υπολογίζοντας την έγχυση αέργου ισχύος σε κάθε ζυγό με βάση την σχέση (2.65):

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in N(i)} (b_{sij} + b_{ij}) - b_i V_i^2 - V_i \sum_{j \in N(i)} V_j \beta_{ij}$$

και αθροίζοντας τις εγχύσεις για όλους τους ζυγούς στο ΣΗΕ:

$$Q_{LOSS} = \sum_{i=1}^N Q_i \quad (4.1)$$

Η σταδιακή αύξηση των άεργων απωλειών μετά από κάθε ενημέρωση των διακριτών μεταβλητών, η οποία φαίνεται στο σχήμα 4.7, σχετίζεται άμεσα με την εκδήλωση του φαινομένου αστάθειας τάσης στο σύστημα

4.3 Προσομοίωση με Δυναμικά Φορτία

Στην ενότητα αυτήν παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για το ίδιο ΣΗΕ και την ίδια διαταραχή, με εφαρμογή του αλγορίθμου 3.7 που φαίνεται στο διάγραμμα ροής του σχ. 3.2 και περιλαμβάνει δυναμικά επαναφερόμενα φορτία εκθετικού τύπου.

Για όλα τα φορτία θεωρήσαμε τα ακόλουθα δεδομένα:

- Σταθερές χρόνου:

$$T_p = T_q = 300s$$

- Μεταβατικούς εκθέτες:

$$a_i=1$$

$$b_i=2$$

- Εκθέτες μόνιμης κατάστασης:

$$a_s=0$$

$$b_s=1$$

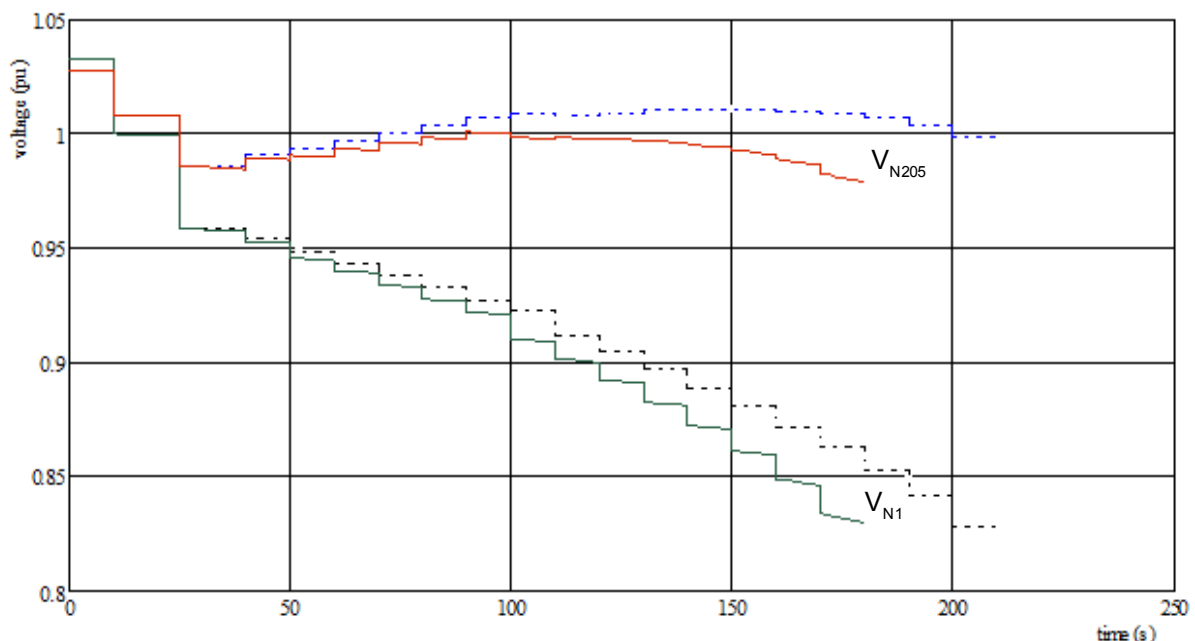
Δηλαδή, θεωρούμε φορτία που στην μεταβατική τους απόκριση συμπεριφέρονται όπως τα φορτία στην προσομοίωση της ενότητας 4.2 (σταθερού ενεργού ρεύματος, σταθερής αέργου αγωγιμότητας), ενώ στην μόνιμη κατάσταση είναι λιγότερο ευαίσθητα στην τάση του ζυγού (σταθερής ενεργού ισχύος και σταθερού αέργου ρεύματος). Με την επιλογή αυτή θα φανεί ο μηχανισμός αποκατάστασης των φορτίων στην χαρακτηριστική μόνιμη κατάστασή τους.

Επειδή η κατανάλωση των φορτίων στην ισορροπία δίνεται από τις σχέσεις:

$$P_L^i(V_i) = P_o^i \left(\frac{V_i}{V_o} \right)^{a_s} + P_{ct}^i$$

$$Q_L^i(V_i) = Q_o^i \left(\frac{V_i}{V_o} \right)^{b_s} + Q_{ct}^i$$

οι εκθέτες a_s και b_s είναι μικρότεροι σε σχέση με την προσομοίωση της ενότητας 4.2 και επειδή οι τάσεις στους ζυγούς είναι μικρότερες από τις προ την διαταραχή τιμές τους V_o σε όλη την διάρκεια της προσομοίωσης, είναι φανερό ότι σε αυτήν την περίπτωση ο μηχανισμός αποκατάστασης των φορτίων στην χαρακτηριστική μόνιμη κατάστασή τους θα έχει ως αποτέλεσμα συνεχή αύξηση της ζήτησης (z_p, z_q). Γενικά αυτό έχει ως αποτέλεσμα ταχύτερη αύξηση της αγωγιμότητας των φορτίων (σε σχέση με την ενότητα 4.2), και συνεπώς επιτάχυνση όλου του μηχανισμού κατάρρευσης. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 4.8 όπου με συνεχή γραμμή φαίνεται η απόκριση των τάσεων των ζυγών N205 και N1 για προσομοίωση με δυναμικά φορτία, ενώ με διακεκομμένη γραμμή φαίνεται η απόκριση της προσομοίωσης της ενότητας 4.2:



Σχήμα 4.8: Απόκριση της τάσης στους ζυγούς N1 και N205 – σύγκριση αλγορίθμων 3.6 και 3.7

Τα ΣΠΥ ενεργοποιούνται με ίδια σειρά με την προηγούμενη προσομοίωση, αλλά σε λίγο διαφορετικές χρονικές στιγμές:

- Της M1 την στιγμή $t = 25s$
- Της M4 την στιγμή $t = 50s$
- Της M3 την στιγμή $t = 100s$

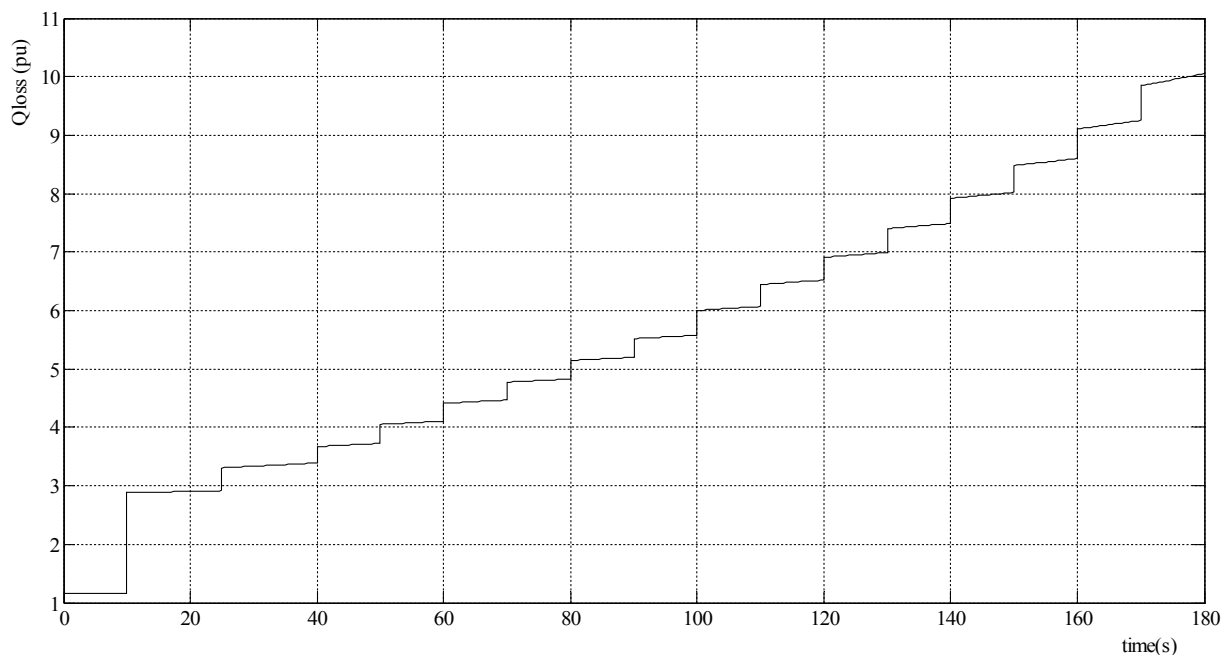
Το ΣΑΤΥΦ του μετασχηματιστή διανομής για τον ζυγό 205 φαίνεται να παρουσιάζει ασταθή συμπεριφορά από τα 140 s και έπειτα. Το σύστημα καταρρέει μετά την αλλαγή των λόγων μετασχηματισμού, στα 180⁺ s (νωρίτερα κατά 30s από την ενότητα 4.2).

Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι και οι δύο μηχανισμοί αποκατάστασης των φορτίων, δηλαδή τα ΣΑΤΥΦ και η δυναμική τους συμπεριφορά, ευνοούν με παρόμοιο τρόπο την εκδήλωση του μηχανισμού αστάθειας, όπως αναμέναμε από τα όσα εισαγωγικά αναφέρθηκαν στο κεφ. 1. Η σταδιακή μείωση στην τάση των ζυγών που παρατηρείται μεταξύ δύο διαδοχικών ενεργοποιήσεων των διακριτών μηχανισμών οφείλεται στην δυναμική συμπεριφορά των φορτίων. Με την μείωση της τάσης, το δεξί μέλος των διαφορικών εξισώσεων αποκατάστασης των φορτίων:

$$T_P \dot{z}_P^i = \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{a_s^i} - z_P^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{a_i^i}$$

$$T_Q \dot{z}_Q^i = \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{b_s^i} - z_Q^i \left(\frac{V_i}{V_o^i}\right)^{b_i^i}$$

αποκτά θετικό πρόσημο, λόγω της μεγαλύτερης τιμής των μεταβατικών εκθετών από τους εκθέτες μονίμου καταστάσεως. Συνεπώς οι ζητήσεις των φορτίων θα αυξηθούν, αυξάνοντας και την αγωγιμότητά τους. Η αύξηση της αγωγιμότητας των φορτίων του ΣΗΕ έχει ως αποτέλεσμα αυξημένα ρεύματα στις γραμμές μεταφοράς, και συνεπώς αυξημένες απώλειες. Η άεργες απώλειες του ΣΗΕ ως συνάρτηση του χρόνου φαίνονται στο σχήμα 4.9.

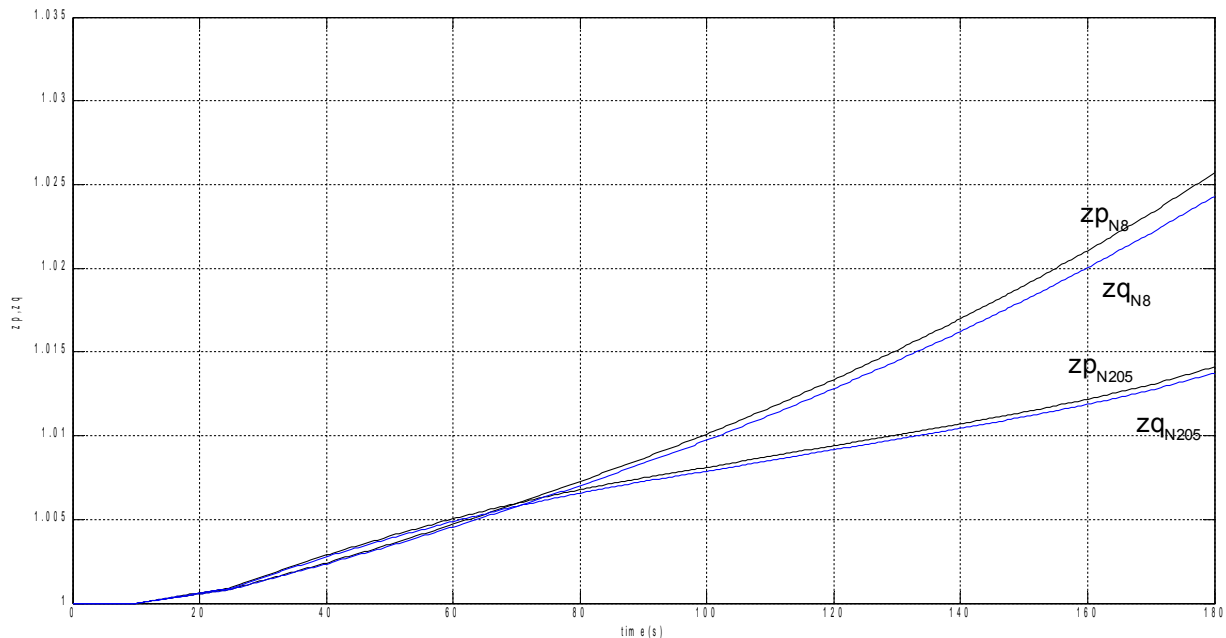


Σχήμα 4.9: Οι άεργες απώλειες του ΣΗΕ (με δυναμικά φορτία)

Είναι φανερό από το σχήμα 4.9 ότι πράγματι η δυναμική των φορτίων, με την σταδιακή αύξηση της ζήτησής τους, έχει ως αποτέλεσμα αύξηση των άεργων απωλειών στο σύστημα. Είναι συνεπώς

αναμενόμενο να επιταχύνουν την εκδήλωση του μηχανισμού της αστάθειας. Φαίνεται άλλωστε και από το γεγονός ότι η υπερδιέγερση της M3 συνέβη 10 δευτερόλεπτα πιο γρήγορα σε σχέση με την ενότητα 4.2.

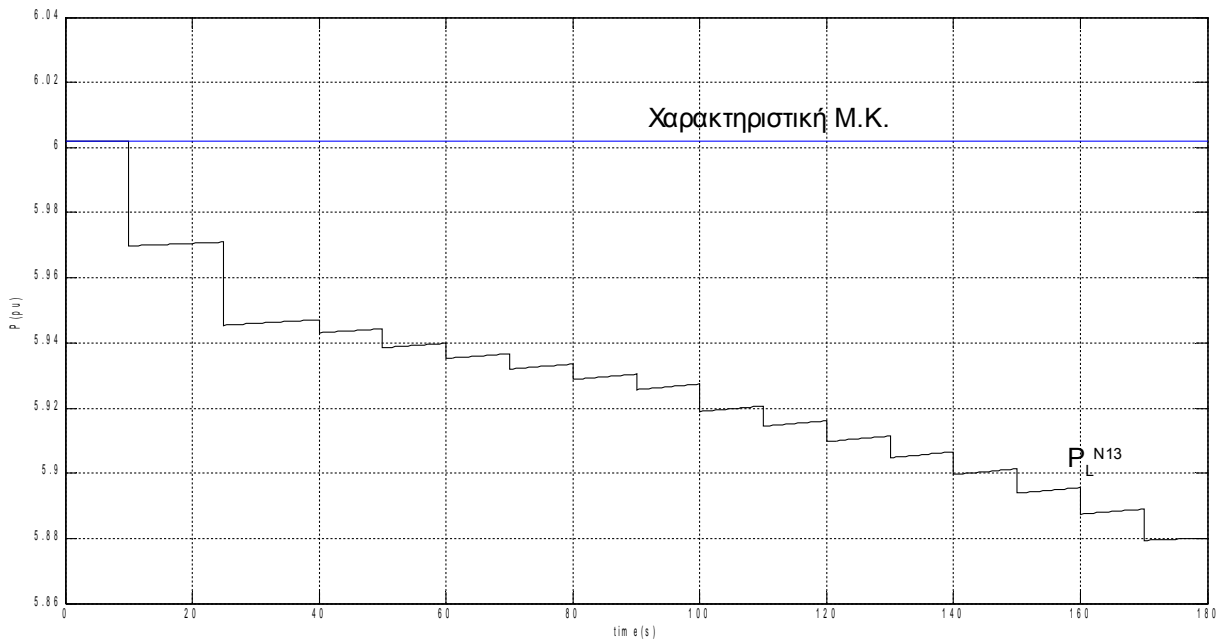
Στο σχήμα 4.10 φαίνεται η εξέλιξη των μεταβλητών ζήτησης ενεργού και αέργου ισχύος στον ζυγό φορτίου N205 και N8(που διαθέτει φορτία αλλά είναι ζυγός YYT):



Σχήμα 4.10: Ζήτηση ενεργού και αέργου ισχύος στους ζυγούς N205 και N8

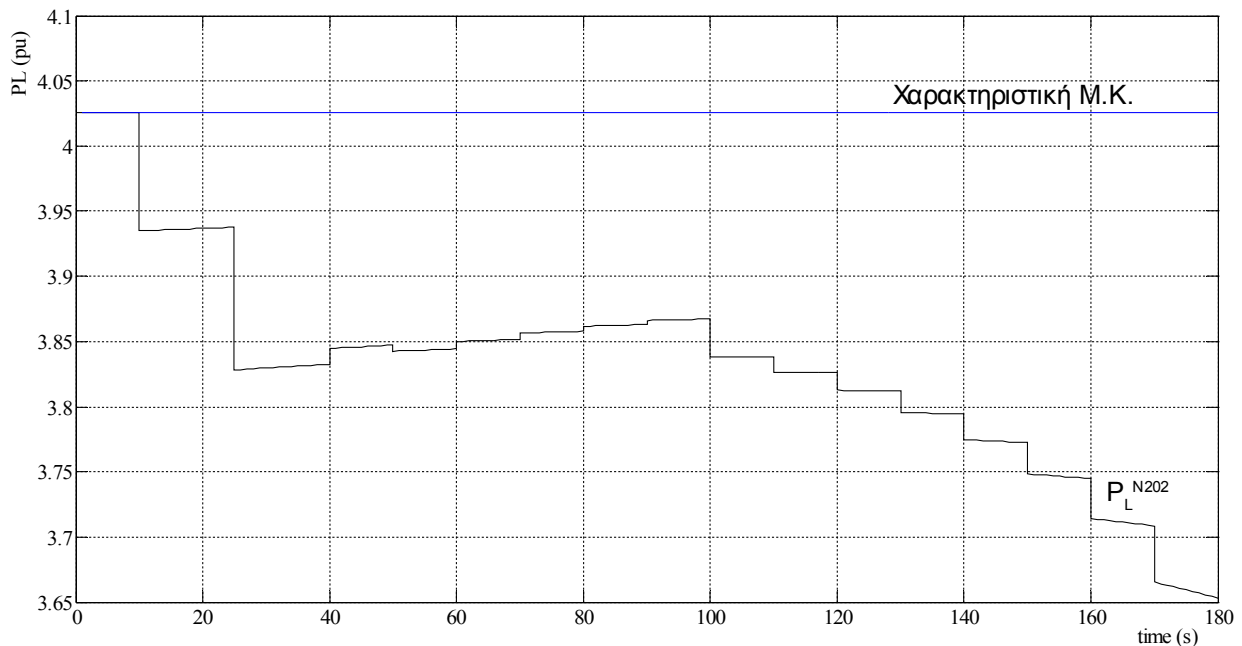
Η τάση του ζυγού N205 συγκρατείται σε τιμές κοντά στην αρχική (βλ σχήμα 4.8) λόγω του ότι είναι ζυγός φορτίου και ελέγχεται από ΣΑΤΥΦ. Η μικρή σχετικά πτώση της τάσης είναι επαρκής για να προκαλέσει την αύξηση της ζήτησης που φαίνεται στο σχήμα 4.10. Ο ζυγός 8, καθότι δεν ελέγχεται από ΣΑΤΥΦ έχει μεγαλύτερη πτώση τάσης, η οποία αυξάνεται συνεχώς καθώς το σύστημα βαίνει προς την κατάρρευση, γι'αυτό και οι ζητήσεις του φορτίου αυξάνονται με αυξανόμενο ρυθμό.

Στο σχήμα 4.11 φαίνεται η λειτουργία του μηχανισμού αποκατάστασης της ενεργού ισχύος του φορτίου του ζυγού N13. Επειδή ο εκθέτης a στην μόνιμη κατάσταση είναι 0, η χαρακτηριστική ισοροπίας για το ενεργό φορτίο κάθε ζυγού είναι σταθερής ισχύος, συνεπώς η ενεργός κατανάλωση στον ζυγό βαίνει αυξανόμενη μεταξύ δύο διαδοχικών ενεργοποιήσεων των διακριτών μηχανισμών τείνοντας να αποκατασταθεί στην προ διαταραχής τιμή της.



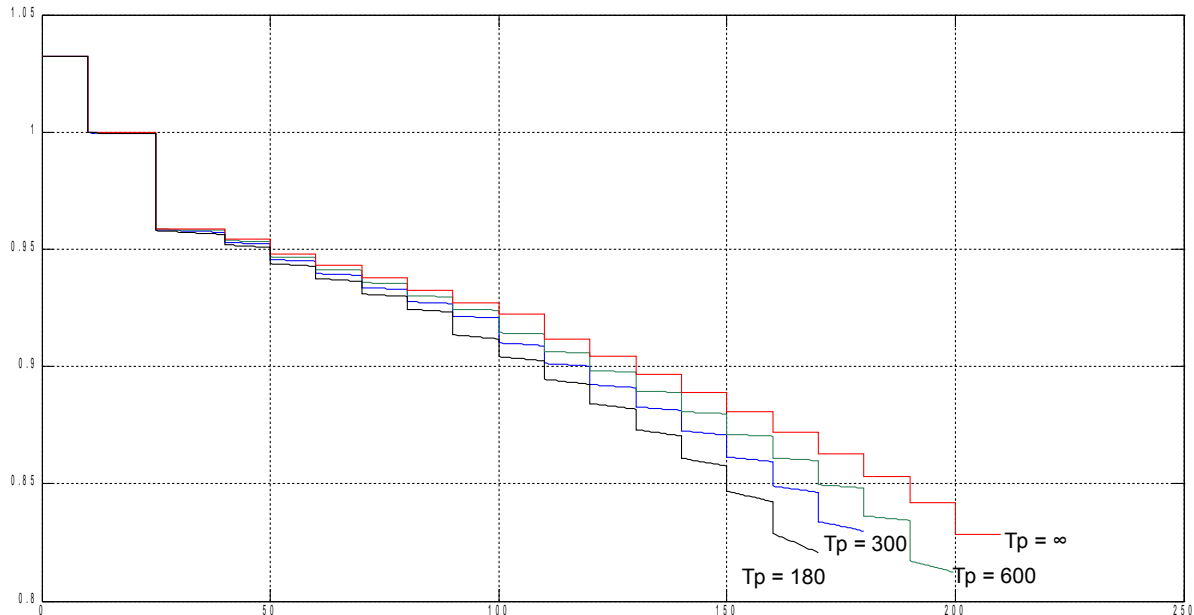
Σχήμα 4.11: Κατανάλωση ενεργού ισχύος στον ζυγό N13 και η χαρακτηριστική μόνιμης κατάστασης

Η συμπεριφορά του σχήματος 4.11 δεν ισχύει όμως γενικά. Δηλαδή, η αύξηση της ενεργού ή αέργου ζήτησης δεν θα έχει πάντα ως αποτέλεσμα αντίστοιχη αύξηση της ενεργού ή αέργου κατανάλωσης ισχύος. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.7 για το απλό ακτινικό δίκτυο, το αποτέλεσμα της αύξησης της ζήτησης θα εξαρτηθεί από τον συνδυασμό της χαρακτηριστικής του φορτίου και αυτής του δικτύου. Σε περίπτωση μη κανονικής λειτουργίας, όπως φαίνεται στο ίδιο σχήμα, η αύξηση της ζήτησης σε έναν ζυγό έχει ως αποτέλεσμα το σύστημα να ισορροπήσει σε χαμηλότερη κατανάλωση ισχύος στον ίδιο ζυγό. Μία τέτοια περίπτωση παρουσιάζεται στην περίπτωση μας στο σχήμα 4.12 (ισχύς ζυγού N202).



Σχήμα 4.12: Κατανάλωση ενεργού ισχύος στον ζυγό N202 και η χαρακτηριστική μόνιμης κατάστασης

Όπως φαίνεται στο σχ. 4.12, ενώ ο μηχανισμός αποκατάστασης των φορτίων είναι πριν τα 100s ευσταθής, αφού η αύξηση της ζήτησης συνεπάγεται αύξηση της ενεργού κατανάλωσης, μετά τα 100s και την ενεργοποίηση του ΣΠΥ της Μ3 η δυναμική των φορτίων καθίσταται ασταθής. Στο σχήμα 4.13 φαίνεται η απόκριση της τάσης του ζυγού N1 για διάφορες τιμές των σταθερών χρόνου (θεωρούμε $T_p = T_q$). Με μείωση της σταθεράς χρόνου η κατάρρευση του συστήματος επιταχύνεται, όπως είναι φυσικό.



Σχήμα 4.13: Τάση του ζυγού N1 για διάφορες τιμές των σταθερών χρόνου

Προφανώς για μεγάλη τιμή των σταθερών χρόνου, ο μηχανισμός αποκατάστασης των φορτίων είναι πολύ αργός, και η απόκριση συμπίπτει με αυτήν της ενότητας 4.2 για $T \rightarrow \infty$.

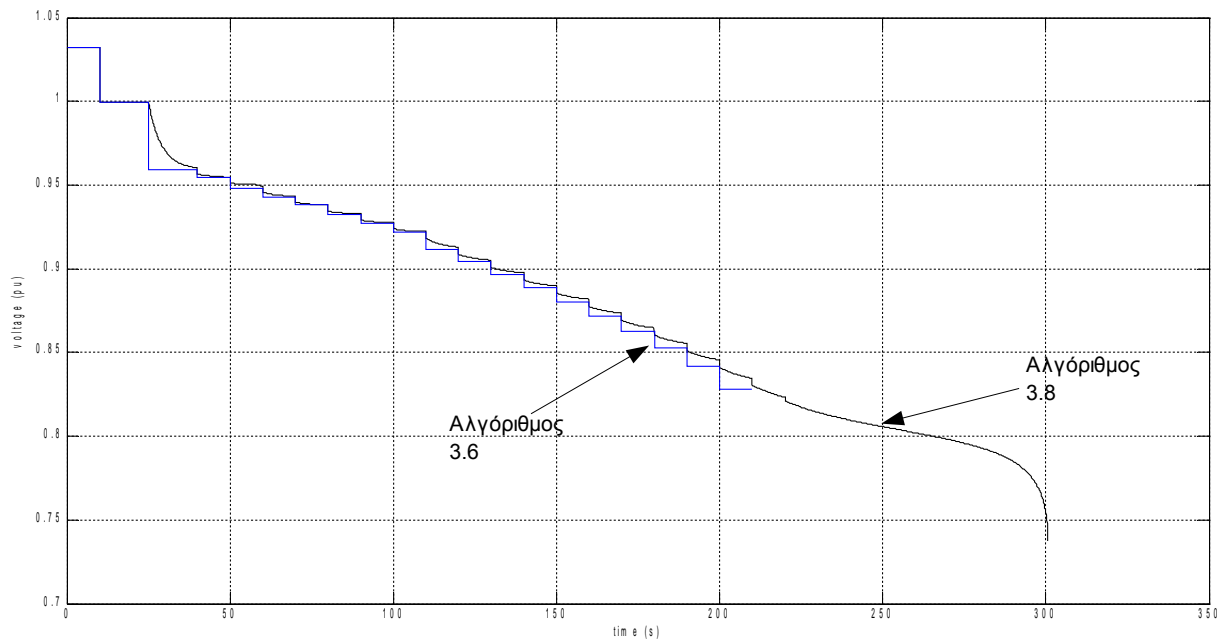
4.4 Προσθήκη δυναμικής πεδίου διέγερσης για γεννήτριες υπό έλεγχο ΣΠΥ

4.4.1 Αποτελέσματα Προσομοίωσης χωρίς την δυναμική των φορτίων

Στο κεφάλαιο αυτό αξιοποιείται ο αλγόριθμος 3.8 που προσθέτει τη διαφορική εξίσωση του πεδίου διεγέρσεως των γεννητριών, για τις γεννήτριες σε υπερδιέγερση. Αρχικά για λόγους απλότητας θα δείξουμε τα αποτελέσματα χωρίς μηχανισμό αποκατάστασης του φορτίου:

$$\begin{aligned} a_s &= a_t = 1 \\ b_s &= b_t = 2 \end{aligned}$$

Το βήμα της προσομοίωσης σε αυτήν την περίπτωση είναι 0,1 sec, τιμή αρκετά μικρότερη από αυτήν που απαιτείται για επαρκή ακρίβεια των αποτελεσμάτων, όπως θα φανεί και πιο κάτω. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η απόκριση της τάσης στον ζυγό N1 (συγκρινόμενη με την αντίστοιχη απόκριση της ενότητας 4.2):



Σχήμα 4.14: Τάση ζυγού N205 με και χωρίς την δυναμική του πεδίου διέγερσης για γενήτριες σε υπερδιέγερση

Ο αλγόριθμος 3.8 χρησιμοποιεί σε αυτήν την περίπτωση τις εξισώσεις του αλγορίθμου 3.6, έως ότου υπερδιεγερθεί η γεννήτρια M1 για $t = 25s$. Αυτό φαίνεται και από το ότι οι δύο αποκρίσεις ταυτίζονται για $t < 25s$. Επίσης, αφού ο αλγόριθμος 3.6 χρησιμοποιεί εξισώσεις ισορροπίας, είναι λογικό η απόκριση που δίνει να αποτελείται από τα σημεία ισορροπίας του αλγορίθμου 3.8 (γεγονός που είναι επίσης ορατό στην πιο πάνω απόκριση).

Επιπλέον, από το σχήμα 4.14, είναι φανερό ότι, σε αντίθεση με την προσομοίωση της ενότητας 4.2 η οποία τερματίζεται στα 210s, σε αυτήν την προσομοίωση τα ΣΑΤΥΦ φτάνουν στα 220s στα όρια ρύθμισής τους, και κατόπιν τούτου ο μηχανισμός κατάρρευσης επιβραδύνεται και μόνος δυναμικός μηχανισμός που καθορίζει το αποτέλεσμα είναι η δυναμική του πεδίου διέγερσης των γεννητριών σε υπερδιέγερση.

Μία ακόμη παρατήρηση είναι πως ο αλγόριθμος 3.8 μας επιτρέπει να δούμε την απόκριση του συστήματος ακόμη και μετά την απώλεια σημείου ισορροπίας των γεννητριών (στα $210^+ s$ σύμφωνα με τον αλγόριθμο 3.6). Ο αλγόριθμος 3.6 τερματίζεται σε εκείνο το σημείο γιατί μετά την ενημέρωση των διακριτών μεταβλητών ο αλγόριθμος επίλυσης αποκλίνει, αδυνατώντας να προσδιορίσει σημείο ισορροπίας του συστήματος που να ικανοποιεί τις εξισώσεις ισορροπίας των γεννητριών. Η απώλεια του σημείου ισορροπίας αποτελεί ένδειξη ότι το σύστημα καταλήγει σε αστάθεια, όμως η απλή οιονεί στατική προσομοίωση της ενότητας 4.2 αδυνατεί να το προσομοιώσει πέραν από αυτό το σημείο. Η διαφορά του αλγορίθμου 3.8 είναι ότι για τις υπερδιεγερμένες γεννήτριες, στις εξισώσεις ισοζυγίου ενεργού και αέργου ισχύος για τις γεννήτριες:

$$0 = P_{m,i} - P_{g,i} - D_{g,i}(\omega_{sys} - 1) \quad (4.2)$$

$$0 = Q_{g,i} - Q_{NET,i} - Q_{L,i} \quad (4.3)$$

χρησιμοποιούνται οι εκφράσεις για την μεταβατική παραγόμενη ενεργό και άεργο ισχύ:

$$P_g = \frac{E'_q V}{X'_d} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \sin[2(\delta - \theta)] \quad (4.4a)$$

$$Q_g = \frac{E'_q V}{X'_d} \cos(\delta - \theta) - V^2 \left[\frac{\sin^2(\delta - \theta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\delta - \theta)}{X'_d} \right] \quad (4.5a)$$

ενώ στον αλγόριθμο 3.6 χρησιμοποιούνται οι σχέσεις που ισχύουν μόνο όταν η δυναμική του πεδίου διέγερσης είναι σε ισορροπία:

$$P_g = \frac{E_f V}{X_d} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin[2(\delta - \theta)] \quad (4.4\beta)$$

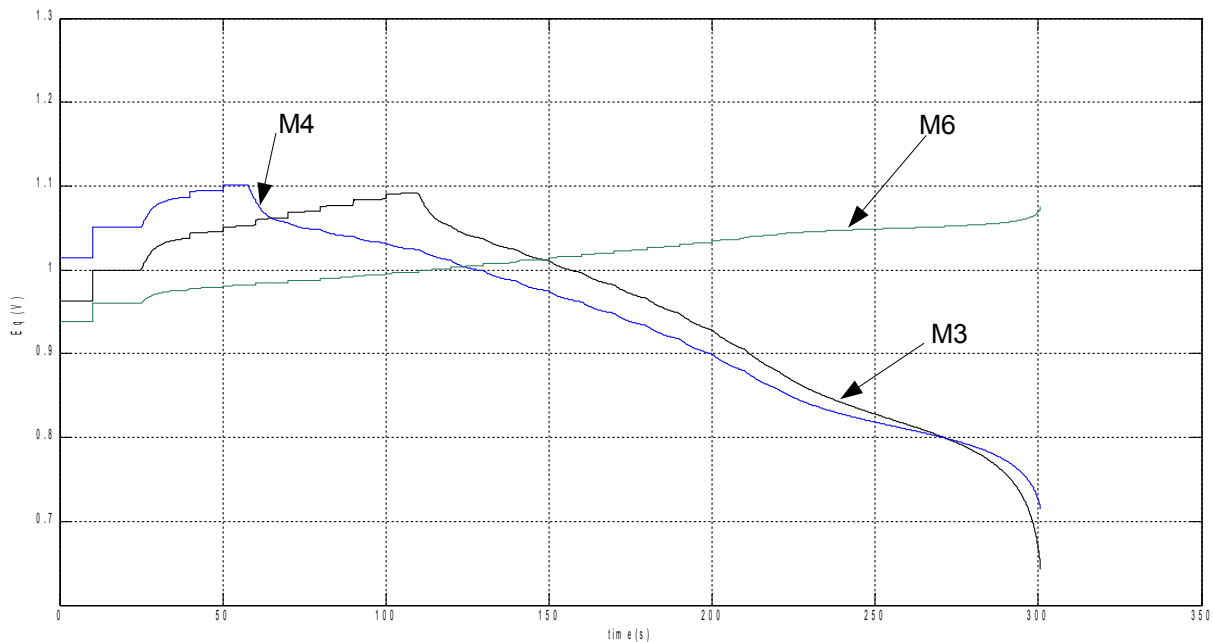
$$Q_g = \frac{E_f V}{X_d} \cos(\delta - \theta) - V^2 \left[\frac{\sin^2(\delta - \theta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\delta - \theta)}{X_d} \right] \quad (4.5\beta)$$

Περισσότερα για τις συνθήκες τερματισμού και την διαφορά των δύο αλγορίθμων θα αναλυθούν στην ενότητα 4.4.2

Η ενεργοποίηση των ΣΠΥ των γεννητριών γίνεται με την ακόλουθη σειρά:

- Έναυση του ΣΠΥ της γεννήτριας M1 στα 25s
- Έναυση του ΣΠΥ της γεννήτριας M4 στα 57,8s
- Έναυση του ΣΠΥ της γεννήτριας M3 στα 110s

Στο σχήμα 4.15 φαίνεται η απόκριση της μεταβλητής κατάστασης E'_q (HEΔ πίσω από την μεταβατική αντίδραση) για 3 διαφορετικές γεννητρίες.

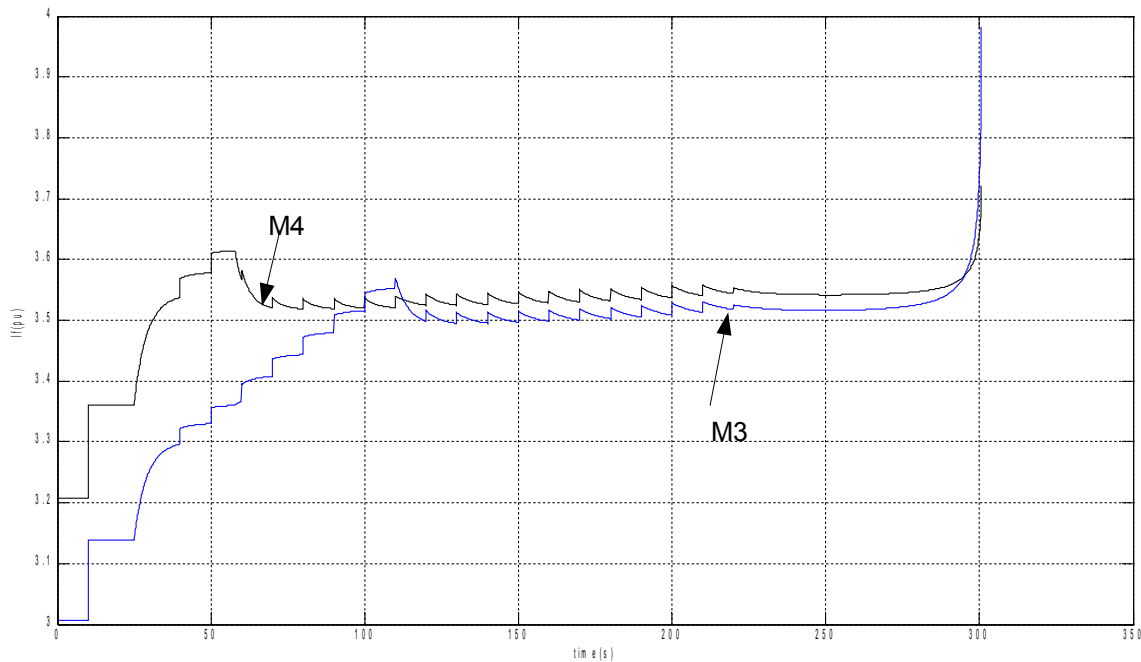


Σχήμα 4.15: HEΔ πίσω από την μεταβατική αντίδραση E'_q για τις γεννήτριες M3, M4 και M6

Πριν την υπερδιέγερση των γεννητριών, η αύξηση της διεγέρσεως τους που υπαγορεύεται από την δράση των ΣΑΤΥΦ ή των ΣΠΥ άλλων γεννητριών προκαλεί αύξηση της E'_q (η οποία πριν την υπερδιέγερση αντικαθίσταται από το πρόγραμμα προσομοίωσης από την τιμή ισορροπίας και δεν αποτελεί προϊόν ολοκλήρωσης). Η διαφορική εξίσωση που διέπει την E'_q αναφέρθηκε στο κεφ. 2:

$$T_{do} \dot{E}'_q = E_f - E_q = E_f - \frac{X_d}{X'_d} E'_q + \frac{(X_d - X'_d)}{X'_d} V \cos(\delta - \theta) \quad (4.6)$$

Μετά την υπερδιέγερση, η E_f στην (4.6) παραμένει (περίπου) σταθερή και το δεξί μέλος της (4.6) αποκτά αρνητικό πρόσημο μετά από κάθε ενεργοποίηση των ΣΑΤΥΦ και συνεπώς η E'_q μειώνεται μέχρι να αποκατασταθεί στην τιμή ισορροπίας της. Μετά την απώλεια της βραχυπρόθεσμης ισορροπίας περί τα 210s, η E'_q μειώνεται συνεχώς μέχρι τον τερματισμό της προσομοίωσης. Αντίθετα, για την γεννήτρια M6, η οποία δεν υπερδιεγείρεται, η E'_q αυξάνεται συνεχώς, λόγω συνεχούς αύξησης της HEΔ διεγέρσεως. Η συμπεριφορά της E'_q της γεννήτριας σε υπερδιέγερση μπορεί να εξηγηθεί από την απόκριση του ρεύματος πεδίου της γεννήτριας (σχ. 4.16):



Σχήμα 4.16: Ρεύμα πεδίου για γεννήτριες M3 και M4

Το ρεύμα πεδίου είναι ανάλογο της ΗΕΔ E_q (βλ. (4.6)) και ίσο ανά μονάδα με αυτήν. Με την ενεργοποίηση των ΣΑΤΥΦ και την προκαλούμενη πτώση τάσης στο δίκτυο το ρεύμα πεδίου αυξάνεται στιγμιαία. Σε περίπτωση που η γεννήτρια έχει υπερδιεγερθεί, είναι στην ισορροπία $I_f = E_f^{\text{lim}}$ και συνεπώς το ρεύμα πεδίου επανέρχεται σε αυτήν την περίπτωση στην τιμή που επιβάλλει το ΣΠΥ της γεννήτριας (γεγονός που εξηγεί την αντίστοιχη σταδιακή μείωση του E_q' των γεννητριών αυτών μετά την ενεργοποίηση των ΣΑΤΥΦ). Αυτά μέχρι τον αποσυγχρονισμό των γεννητριών, οπότε η κατάρρευση της τάσης στους ζυγούς προκαλεί ακραία αύξηση του ρεύματος διέγερσης.

4.4.2 Προσομοίωση με δυναμική πεδίου διέγερσης και δυναμικά φορτία

Στις παρακάτω αποκρίσεις προσομοιώνουμε και τα δύο συνεχή φαινόμενα, δηλαδή τη δυναμική του πεδίου διέγερσης για γεννήτριες σε υπερδιέγερση και τη δυναμική αποκατάστασης των φορτίων, επιλέγοντας:

- Σταθερές χρόνου:

$$T_p = T_q = 300\text{s}$$

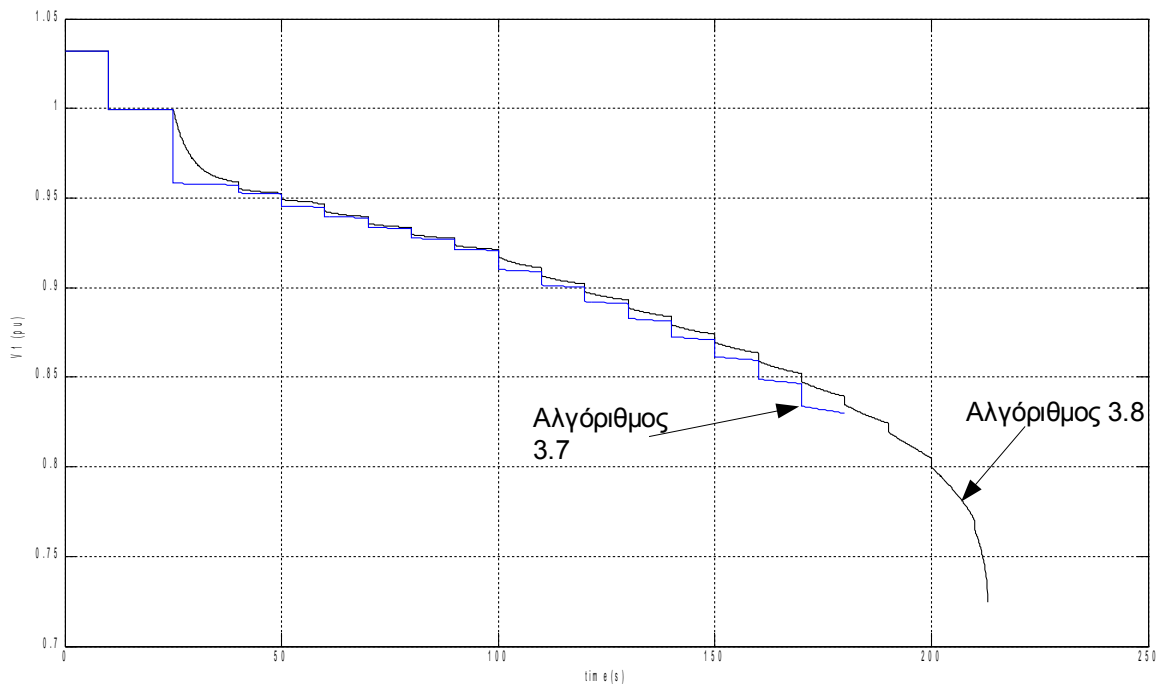
- Μεταβατικούς εκθέτες:

$$\begin{aligned} a_t &= 1 \\ b_t &= 2 \end{aligned}$$

- Εκθέτες μόνιμης κατάστασης:

$$\begin{aligned} a_s &= 0 \\ b_s &= 1 \end{aligned}$$

Στο σχήμα 4.17 φαίνεται η απόκριση της τάσης στον ζυγό N1, συγκριτικά με την περίπτωση που χρησιμοποιούνται μόνο οι διαφορικές εξισώσεις των δυναμικών φορτίων (και οι εξισώσεις ισορροπίας για τις γεννήτριες):



Σχήμα 4.17: Τάση ζυγού N1 με αλγόριθμους 3.7 και 3.8

Είναι φανερό πως ο αλγόριθμος 3.8 συνεχίζει να εκτελείται και μετά την απώλεια σημείου ισορροπίας για τις εξισώσεις ισορροπίας των γεννητριών, όμως, όπως και στην ενότητα 4.3, η σταδιακή αποκατάσταση των φορτίων στην χαρακτηριστική μόνιμης κατάστασης (σταθερής ενεργού ισχύος και σταθερού αέργου ρεύματος) έχει ως αποτέλεσμα ταχύτερη κατάρρευση. Σε αντίθεση με το σχ. 4.14, η κατάρρευση επέρχεται πριν τα ΣΑΤΦ φτάσουν στα όρια ρύθμισής τους, και γι'αυτό το φαινόμενο της κατάρρευσης είναι αρκετά ταχύτερο σε αυτήν την περίπτωση.

4.4.3 Συνθήκη κατά τον τερματισμό της προσομοίωσης

Στην ενότητα αυτήν αναλύονται και εξηγούνται οι διαφορές μεταξύ των διαφορετικών προσομοιώσεων ως προς τις προϋποθέσεις που συντρέχουν κατά τον τερματισμό της εκτέλεσής τους. Επίσης, γίνεται μία σύγκριση μεταξύ της οιονεί στατικής προσέγγισης (κεφ. 4.2) και της προσομοίωσης με την δυναμική του πεδίου διέγερσης (κεφ. 4.4.1), με στόχο να ερμηνευτεί η διαφορά τους κατά την κατάρρευση.

Η ικανότητα μίας γεννήτριας παραμένει σε συγχρονισμό σχετίζεται στενά με την καμπύλη ηλεκτρική ισχύος – γωνίας δρομέα (P_e - δ) της. Σε ένα απλό σύστημα μίας γεννήτριας – άπειρου ζυγού (single machine – infinite bus system) το μέγιστο της εν λόγω καμπύλης συνιστά την μέγιστη ηλεκτρική ενεργό ισχύ που μπορεί να τροφοδοτήσει η γεννήτρια προς το δίκτυο χωρίς να αποσυγχρονιστεί. Άσκηση μηχανικής ροπής και απόδοση ισχύος πέραν τούτου του σημείου έχει ως αποτέλεσμα αποσυγχρονισμό της γεννήτριας, αφού η διαφορά μεταξύ της παρεχόμενης από το στρόβιλο προς τη στρεφόμενη αδράνεια της γεννήτριας μηχανικής ισχύος από την προσφερόμενη στο δίκτυο ηλεκτρική ισχύ θα έχει ως αποτέλεσμα ανεξέλεγκτη επιτάχυνση της γεννήτριας, όπως φαίνεται από την διαφορική εξίσωση (2.11):

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H} [P_m - P_g - D_g(\omega - 1)]$$

Η καμπύλη $P_e - \delta$ μίας γεννήτριας εξαρτάται τόσο από την διέγερσή της, όσο και από τις παραμέτρους του συστήματος. Παραμένοντας προς το παρόν σε συστήματα μίας γεννήτριας (κυλινδρικού δρομέα για λόγους απλότητας) η παραγόμενη ηλεκτρική ισχύς στην ισορροπία δίνεται

από τον τύπο:

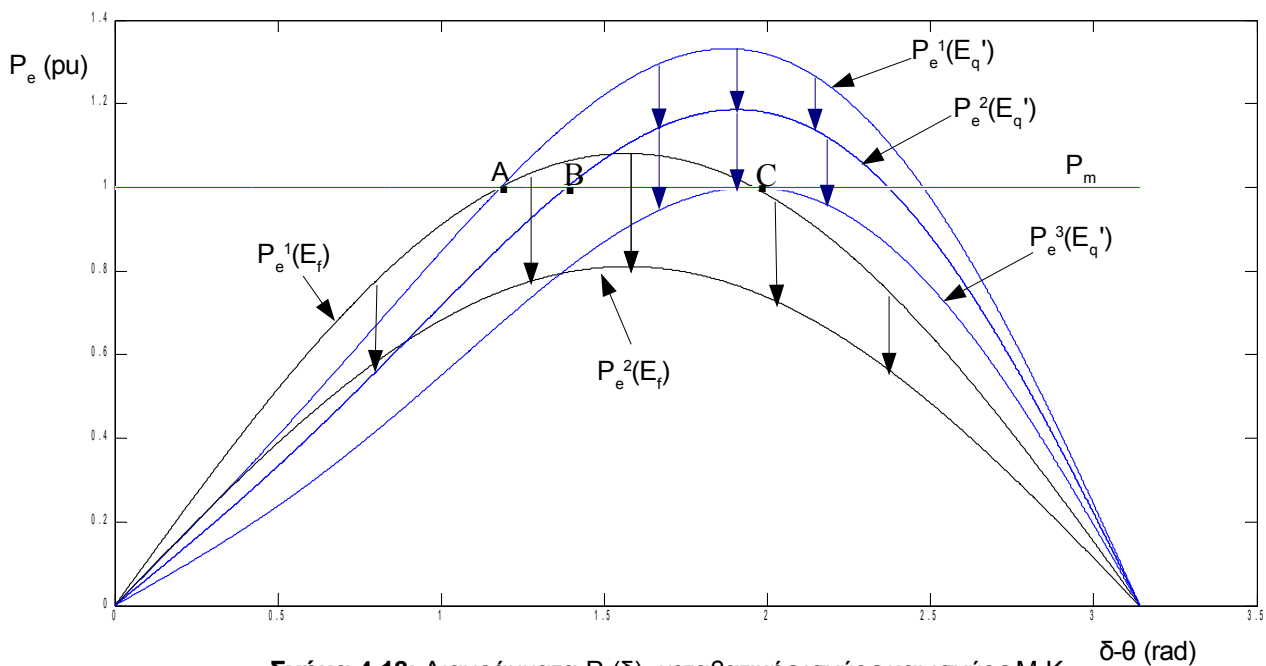
$$P_e^s = \frac{E_f V}{X + X_d} \sin \delta \quad (4.7)$$

ενώ η μεταβατική ηλεκτρική ισχύς, σε περίπτωση που δεν θεωρηθεί πως η δυναμική του πεδίου διέγερσης είναι σε ισορροπία, δίνεται συναρτήσει της μεταβατικής ΗΕΔ E'_q από την σχέση:

$$P_e^t = \frac{E'_q V}{X + X'_d} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \sin[2(\delta - \theta)] \quad (4.8)$$

για να χαραχθεί ορθά η χαρακτηριστική P_e - δ από τις παραπάνω σχέσεις, πρέπει η τάση V να είναι η τάση ενός σημείου σταθερής τάσης (άπειρος ζυγός), και η X να είναι η αντίδραση (αμελώντας τις αντιστάσεις) που μεσολαβεί μεταξύ των ακροδεκτών της γεννήτριας και του σημείου σταθερής τάσης.

Για να γίνει κατανοητή η διαφορά που προκύπτει στην συνθήκη αποσυγχρονισμού μεταξύ της οιονεί στατικής προσέγγισης και της προσομοίωσης της δυναμικής του πεδίου διέγερσης, ας θεωρήσουμε μία περίπτωση κατά την οποία μειώνεται ακαριαία (λόγω π.χ. ενεργοποίησης του ΣΠΥ της γεννήτριας) η Η.Ε.Δ. διεγέρσεως. Ένα τέτοιο παράδειγμα σε σύστημα μίας μηχανής φαίνεται στο σχ. 4.18.



Σχήμα 4.18: Διαγράμματα $P_e(\delta)$, μεταβατικής ισχύος και ισχύος Μ.Κ.

Αν για την μοντελοποίηση της μηχανής χρησιμοποιείται η απλή οιονεί στατική προσέγγιση (αλγόριθμος 3.6) και συνεπώς η σχέση (4.7), τότε με την ενεργοποίηση του ΣΠΥ η χαρακτηριστική $P_e(\delta)$ θα μετατοπιστεί ακαριαία από την $P_e^1(E_f)$ στην $P_e^2(E_f)$. Αντίθετα, αν ληφθεί υπόψη η δυναμική του πεδίου διέγερσης, ακόμη και αν η μείωση της E_f είναι ακαριαία, η E'_q δεν παίρνει ακαριαία την τιμή μόνιμου καταστάσεώς της, αλλά μειώνεται σταδιακά όπως υπαγορεύει η διαφορική εξίσωση (4.6). Όπως φαίνεται και στο σχήμα, η μεταβατική χαρακτηριστική $P_e(E'_q)$ έχει υψηλότερη τιμή μεγίστου από την χαρακτηριστική ισορροπίας, και συνεπώς η γεννήτρια έχει κατά την μεταβατική κατάσταση μεγαλύτερες δυνατότητες παροχής ενεργού ισχύος. Καθώς η E'_q μειώνεται λόγω της υπερδιέγερσης, η χαρακτηριστική $P_e(E'_q)$ μειώνεται σταδιακά (ενδεικτικά $P_e^1(E'_q) \rightarrow P_e^2(E'_q) \rightarrow P_e^3(E'_q)$), αλλά παρατηρούμε ότι η μείωση της ικανότητας της γεννήτριας να τροφοδοτεί το δίκτυο με ηλεκτρική ισχύ δεν θεωρείται ακαριαία όπως στην περίπτωση της προσέγγισης χωρίς την δυναμική του πεδίου διέγερσης, αλλά σταδιακή, και η διαδικασία αυτή εκτυλίσσεται με την σταθερά χρόνου της (4.6).

Αν τώρα αρχικό σημείο λειτουργίας είναι το Α στο σχήμα (η μηχανική ισχύς P_m θεωρείται σταθερή και φαίνεται στο σχήμα), η μείωση της διέγερσης έχει ως αποτέλεσμα απώλεια του σημείου ισορροπίας, αφού η χαρακτηριστική ισορροπίας $P_e^2(E_f)$ έχει μικρότερο μέγιστο από την μηχανική ισχύ. Αν χρησιμοποιήσουμε αλγόριθμο 3.6, σε αυτήν την περίπτωση η προσομοίωση θα τερματιστεί ακαριαία, αφού δεν υπάρχει σημείο ισορροπίας για την εξίσωση ισοζυγίου ενεργού ισχύος της γεννήτριας (4.2).

Αντίθετα, όπως φαίνεται στο σχ. 4.18, η απώλεια του σημείου λειτουργίας δεν είναι ακαριαία σε περίπτωση που συνυπολογίζεται η δυναμική του πεδίου διέγερσης. Παρά την μείωση του E_q' , και την μετακίνηση προς τα κάτω της χαρακτηριστικής, συνεχίζει να υπάρχει σημείο λειτουργίας (όχι ισορροπίας, καθώς το σημείο λειτουργίας αλλάζει συνεχώς με την σταδιακή μείωση του E_q'), όπως το σημείο Β στο σχ. 4.18. Συνεπώς, η εκτέλεση του αλγορίθμου θα συνεχιστεί και η E_q' θα συνεχίσει να μειώνεται (με μετακίνηση του σημείου λειτουργίας δεξιότερα, δηλαδή αύξηση της γωνίας δ), μέχρι την οριακή κατάσταση λειτουργίας όπου η χαρακτηριστική $P_e^3(E_q')$ εφάπτεται της καμπύλης της μηχανικής ισχύος (σημείο C). Η μείωση της E_q' πέραν αυτού του σημείου έχει ως αποτέλεσμα απώλεια σημείου ισορροπίας και αυτού του αλγορίθμου, και συνεπώς τερματισμό της προσομοίωσης. Είναι συνεπώς φανερό, πως ο αλγόριθμος 3.6 (οιονεί στατική προσέγγιση) τερματίζεται νωρίτερα από τον αλγόριθμο 3.8, αλλά και ότι ο τερματισμός του πρώτου σε κάποια περίπτωση, δεν μπορεί παρά να σημαίνει τερματισμό (σε μετέπειτα χρονική στιγμή) και του δεύτερου για προσομοίωση της ίδιας περίπτωσης.

Συνθήκη τερματισμού, συνεπώς, για σύστημα μίας μηχανής σε περίπτωση προσομοίωσης της δυναμικής του πεδίου διέγερσης (με E_q') είναι:

$$K(E_q') = \frac{dP_e'(E_q', \delta)}{d\delta} = 0 \quad (4.9)$$

ο $K(E_q')$ καλείται συντελεστής συγχρονισμού συναρτήσεις της μεταβατικής ΗΕΔ. Η χρήση της E_q' εντός της παρένθεσης καταδεικνύει ότι η παραγωγή αφορά την σχέση (4.2) και συνεπώς ο συντελεστής συγχρονισμού, που είναι η κλίση της καμπύλης $P_e - \delta$ στο σημείο λειτουργίας, εξαρτάται από την μεταβαλλόμενη E_q' .

Ο συντελεστής συγχρονισμού K ορίζεται και για την περίπτωση των καμπυλών ισορροπίας με σταθερή διέγερση:

$$K(E_f) = \frac{dP_e^s(E_f, \delta)}{d\delta} \quad (4.10)$$

Όπως είναι φανερό και στο σχήμα 4.18, η κλίση των καμπυλών μόνιμης κατάστασης είναι μικρότερη στο σημείο λειτουργίας από την αντίστοιχη καμπύλη μεταβατικής ισχύος, γι' αυτό και οι συντελεστές συγχρονισμού που προκύπτουν από τις εξισώσεις ισορροπίας είναι εν γένει μικρότεροι από τους προκύπτοντες από την σχέση (4.9). Για την περίπτωση της οιονεί στατικής προσέγγισης, δεν μπορούμε να ισχυριστούμε πως συνθήκη τερματισμού είναι ο μηδενισμός του συντελεστή που προκύπτει από την (4.10) γιατί η προσομοίωση σε αυτήν την περίπτωση αποτελείται από ακαριαίες μεταβολές, και είναι απίθανο να βρεθούμε στην οριακή κατάσταση του σημείου C του σχήματος 4.18. Όμως είναι σίγουρο πως πλησιάζοντας στην κατάρρευση, ο συντελεστής της σχέσης (4.10) θα πάρει αρκετά χαμηλή τιμή, και μετά από κάποια αλλαγή των διακριτών μεταβλητών, η επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων ισορροπίας θα είναι αδύνατη, γεγονός που επαληθεύει την απώλεια του σημείου ισορροπίας.

Σε ένα σύστημα πολλών γεννητριών (multi-machine system), όπως το σύστημα της CIGRE που

περιγράφηκε στην ενότητα 4.1 και χρησιμοποιούμε στις προσομοιώσεις μας, η εξαγωγή των καμπυλών $P_e - \delta$ και συνεπώς των συνθηκών τερματισμού δεν είναι τόσο απλή. Μπορούμε όμως να γενικεύσουμε τις πιο πάνω διαπιστώσεις και να τις επαληθεύσουμε μέσω της προσομοίωσης του συστήματος, βασιζόμενοι εν μέρει στα όσα αναφέρθηκαν σχετικά με τους συντελεστές συγχρονισμού.

Για λόγους πληρότητας επαναλαμβάνουμε εδώ συνοπτικά το σύνολο των εξισώσεων που περιγράφουν το ΣΗΕ, και αναφέρθηκαν αναλυτικά στην ενότητα 2.6. Στην οιονεί στατική προσέγγιση χωρίς μακροπρόθεσμα δυναμικά φαινόμενα, σε κάθε χρονική στιγμή επιλύεται ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων:

$$\mathbf{g}(\omega_{sys}, \boldsymbol{\theta}, V, \boldsymbol{\delta}) = \begin{bmatrix} \Delta \theta_{ref} \\ \Delta \mathbf{P}_{bus} \\ \Delta \mathbf{Q}_{bus} \\ \Delta \mathbf{P}_G \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (4.11)$$

όπου $\Delta \theta_{ref}$ το σφάλμα της γωνίας στον ζυγό αναφοράς, $\Delta \mathbf{P}_{bus}$, $\Delta \mathbf{Q}_{bus}$ τα σφάλματα ενεργού και αέργου ισχύος στους ζυγούς και $\Delta \mathbf{P}_G$ η διαφορά της εξερχόμενης από μία γεννήτρια ηλεκτρικής ισχύος από την παρεχόμενη στον στρόβιλο μηχανική ισχύ.

$$\Delta \mathbf{P}_{bus} = \mathbf{P}_m - \mathbf{P}_{NET} - \mathbf{P}_L \quad (4.12\alpha)$$

όπου \mathbf{P}_m ένα διάνυσμα μεγέθους N (αριθμός ζυγών) με τιμή 0 για τους ζυγούς που δεν είναι γεννητριών ενώ τα \mathbf{P}_{NET} και \mathbf{P}_L για κάθε ζυγό έχουν οριστεί στο κεφάλαιο 2.

$$\Delta \mathbf{Q}_{bus} = \mathbf{Q}_G - \mathbf{Q}_L - \mathbf{Q}_{NET} \quad (4.12\beta)$$

$$\Delta \mathbf{P}_G = \mathbf{P}_M - \mathbf{P}_G \quad (4.12\gamma)$$

εδώ το \mathbf{P}_M συμβολίζει πάλι διάνυσμα μηχανικής ισχύος γεννητριών, αλλά είναι τώρα διάστασης $N-S$ (S ο αριθμός των ζυγών διασύνδεσης). Για την οιονεί στατική προσέγγιση χωρίς δυναμικά φαινόμενα, για τις \mathbf{P}_G , \mathbf{Q}_G των γεννητριών χρησιμοποιούνται οι σχέσεις (2.29) και (2.30) που αφορούν την μόνιμη κατάσταση.

Ο συνδυασμός των αλγεβρικών μεταβλητών \mathbf{y}_o που αποτελεί λύση του (4.11):

$$\mathbf{y}_o = \begin{bmatrix} \omega_{sys} \\ \boldsymbol{\theta}_o \\ \mathbf{V}_o \\ \boldsymbol{\delta}_o \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

είναι το σημείο ισορροπίας του συστήματος. Ο Ιακωβιανός πίνακας του συστήματος (4.11) (που χρησιμοποιείται και από τον αλγόριθμο 3.6 για την επίλυση του μη γραμμικού συστήματος με μέθοδο Newton – Raphson) έχει ιδιαίτερη αξία για την μελέτη της ευστάθειας του βραχυπρόθεσμου σημείου ισορροπίας:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \quad (4.14\alpha)$$

όπου:

$$\mathbf{J}_1 = \left[\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right], \quad \mathbf{J}_2 = \left[\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right], \quad \mathbf{J}_3 = \left[\frac{\partial \Delta \mathbf{P}_G}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right], \quad \mathbf{J}_4 = \left[\frac{\partial \Delta \mathbf{P}_G}{\partial \boldsymbol{\delta}} \right] \quad (4.14\beta)$$

αν

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_{ref} \\ \Delta \mathbf{P}_{bus} \\ \Delta \mathbf{Q}_{bus} \end{bmatrix} \quad (4.14\gamma)$$

και

$$\mathbf{w} = (\omega_{sys}, \boldsymbol{\theta}, V) \quad (4.14\delta)$$

Ο ιακωβιανός πίνακας στο σημείο ισορροπίας αξιοποιείται για γραμμικοποίηση του συστήματος γύρω από αυτό:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_{ref} \\ \Delta \mathbf{P}_{bus} \\ \Delta \mathbf{Q}_{bus} \\ \Delta \mathbf{P}_G \end{bmatrix} = J(\mathbf{y}_o) \begin{bmatrix} \Delta \omega_{sys} \\ \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta V \\ \Delta \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Ο πίνακας J_4 που είναι διαγώνιος και αποτελείται από τις μερικές παραγώγους της ηλεκτρικής ισχύος της γεννήτριας ως προς την γωνία της ίδιας γεννήτριας, σε αντίθεση με την περίπτωση του συστήματος μίας μηχανής όπου μία απλή παραγωγή αρκούσε, δεν είναι ο πίνακας των συντελεστών συγχρονισμού. Οι συντελεστές συγχρονισμού όμως μπορούν να προσδιοριστούν και σε ένα σύστημα πολλών γεννητριών, αν εξάγουμε από την (4.15) μία γραμμικοποιημένη σχέση της μορφής:

$$\Delta \mathbf{P}_G = J_G(\mathbf{y}_o) \boldsymbol{\delta} \quad (4.16)$$

Ο πίνακας J είναι ο πίνακας των συντελεστών συγχρονισμού στο σημείο ισορροπίας \mathbf{y}_o και μπορεί να υπολογιστεί με αξιοποίηση του τύπου του Schur [28]:

$$J_G(\mathbf{y}_o) = J_4 - J_3 J_1^{-1} J_2 \quad (4.17\alpha)$$

ο J_G είναι μη διαγώνιος σε αντίθεση με τον J_4 , γιατί μεταβολές στην γωνία $\boldsymbol{\delta}$ μίας γεννήτριας επηρεάζει την ηλεκτρική ισχύ των υπολοίπων. Τα διαγώνια στοιχεία του J_G είναι οι συντελεστές συγχρονισμού των γεννητριών του ΣΗΕ σε σύστημα πολλών μηχανών. Αν $\det(J_1) \neq 0$, τότε:

$$\det(J) = \det(J_1) \cdot \det(J_G) \quad (4.17\beta)$$

Επειδή στην περίπτωση του ΣΗΕ ισχύει $\det(J_1) \neq 0$, η ορίζουσα του συνολικού Ιακωβιανού μηδενίζεται όταν μηδενιστεί η ορίζουσα του πίνακα συγχρονισμού. Μηδενισμός της ορίζουσας του συνολικού Ιακωβιανού σε κάποιο σημείο ισορροπίας σημαίνει πως αυτό είναι σαγματικός κόμβος (saddle node) και από εκείνο το σημείο και πέρα έχουμε απώλεια σημείου ισορροπίας. Συγκεκριμένα, όπως αναμένουμε και από τα όσα αναφέρθηκαν για την περίπτωση της μίας γεννήτριας, η απώλεια του σημείου ισορροπίας αφορά τις εξισώσεις ισορροπίας μηχανικής – ηλεκτρικής ισχύος των γεννητριών $\Delta \mathbf{P}_G$, γ'αυτό και όπως φαίνεται από την (4.17β) αυτό εκφράζεται ως μηδενισμός της ορίζουσας του πίνακα συγχρονισμού J_G . Επομένως σε ένα σύστημα πολλών μηχανών, η συνθήκη αποσυγχρονισμού δεν είναι μηδενισμός του συντελεστή συγχρονισμού για κάποια γεννήτρια όπως σε σύστημα μίας μηχανής, αλλά μηδενισμός της ορίζουσας του μειωμένου πίνακα J_G .

Επειδή στην οιονεί στατική προσέγγιση η προσομοίωση προχωρά βαθμωτά, με ακαριαίες μεταβολές μόνο κατά την αλλαγή των διακριτών μεταβλητών, προφανώς είναι απίθανο να συμβεί ακριβής μηδενισμός της ορίζουσας. Αντίθετα, καθώς το σύστημα πλησιάζει στην απώλεια ισορροπίας, η ορίζουσα του J_G (και του J συνεπώς) θα μειώνεται συνεχώς, παραμένοντας θετική μέχρι και την τελευταία επιτυχή επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων. Μετά την τελευταία αλλαγή των διακριτών μεταβλητών (την χρονική στιγμή τερματισμού, δηλαδή στα 210s στην δική μας περίπτωση) η

ορίζουσα του Ιακωβιανού γίνεται αρνητική. Σε αυτό το σημείο όμως και η μέθοδος Newton – Raphson αποκλείει (για τον ίδιο λόγο) γεγονός που αποδεικνύει την απώλεια ισορροπίας του συστήματος, και ο αλγόριθμος τερματίζεται. Επομένως με την οιονεί στατική μέθοδο μπορεί να παρατηρηθεί η μείωση αλλά όχι ο μηδενισμός της ορίζουσας του Ιακωβιανού πίνακα.

Αξιοποιώντας όμως την προσομοίωση της δυναμικής του πεδίου διέγερσης (αλγόριθμος 3.8) είναι δυνατόν να συνεχίσουμε την προσομοίωση του συστήματος και μετά την απώλεια του σημείου ισορροπίας των γεννητριών (όπως εξηγήθηκε αναλυτικά στο παράδειγμα της μίας μηχανής και φαίνεται και στα αποτελέσματα της προσομοίωσης βλ. σχ. 4.14). Επειδή για τα σφάλματα $\Delta \mathbf{P}_G$, $\Delta \mathbf{Q}_G$ χρησιμοποιούνται σε αυτήν την περίπτωση οι σχέσεις για την μεταβατική ενεργό και αέργο ισχύ των γεννητριών, είναι αναμενόμενο ότι οι προκύπτοντες συντελεστές συγχρονισμού θα έχουν μεγαλύτερη τιμή, και συνεπώς η συνθήκη αποσυγχρονισμού $\det(\mathbf{J}_G) = 0$ θα εμφανιστεί αργότερα σε σχέση με την οιονεί στατική μέθοδο του αλγορίθμου 3.6. Όταν αυτό γίνει θα τερματιστεί η προσομοίωση. Επομένως, όπως φαίνεται και στο σχ. 4.14, με την προσομοίωση της δυναμικής του πεδίου διέγερσης, είναι φανερό και η διαδικασία απομαγνητισμού των γεννητριών (σταδιακή μείωση της E_q' και συνεπώς της δυνατότητας παροχής ηλεκτρικής ισχύος προς το δίκτυο) που ακολουθεί την απώλεια του σημείου ισορροπίας. Η διαδικασία αυτή θα οδηγήσει τελικά στον αποσυγχρονισμό, όταν οι συντελεστές συγχρονισμού γίνουν αρκετά μικροί ώστε η ορίζουσα του πίνακα συγχρονισμού $\mathbf{J}_G(E_q')$ να πάρει μηδενική τιμή.

Όπως είπαμε, η οιονεί στατική προσέγγιση χωρίς την δυναμική του πεδίου διεγέρσεως δεν θα φτάσει μέχρι τον μηδενισμό της ορίζουσας του \mathbf{J}_G , γιατί μετά από την τελευταία αλλαγή διακριτών μεταβλητών, είναι αδύνατη η λύση των αλγεβρικών εξισώσεων. Όμως, μπορούμε να αξιοποιήσουμε το πρόγραμμα που προσομοιώνει και την δυναμική του πεδίου διέγερσης για να δείξουμε τον μηδενισμό του πίνακα συγχρονισμού. Ο αλγόριθμος 3.8 χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό των σφαλμάτων (4.12β) και (4.12γ) (και συνεπώς και κατά τον υπολογισμό του Ιακωβιανού της μεθόδου Newton – Raphson) τις εξ. (2.26) και (2.27):

$$P_g = \frac{E'_q V}{X'_d} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \sin[2(\delta - \theta)]$$

$$Q_g = \frac{E'_q V}{X'_d} \cos(\delta - \theta) - V^2 \left[\frac{\sin^2(\delta - \theta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\delta - \theta)}{X'_d} \right]$$

Αν όμως σε κάθε χρονική στιγμή, κατά την εκτέλεση του αλγ. 3.8, υπολογίζουμε και τον Ιακωβιανό πίνακα των εξισώσεων ισορροπίας (δηλαδή αυτόν που θα προέκυπτε αν χρησιμοποιούσαμε τις εξισώσεις ισορροπίας (2.29) και (2.30) για τις υπερδιεγερμένες γεννήτριες όπως στον αλγ. 3.6)

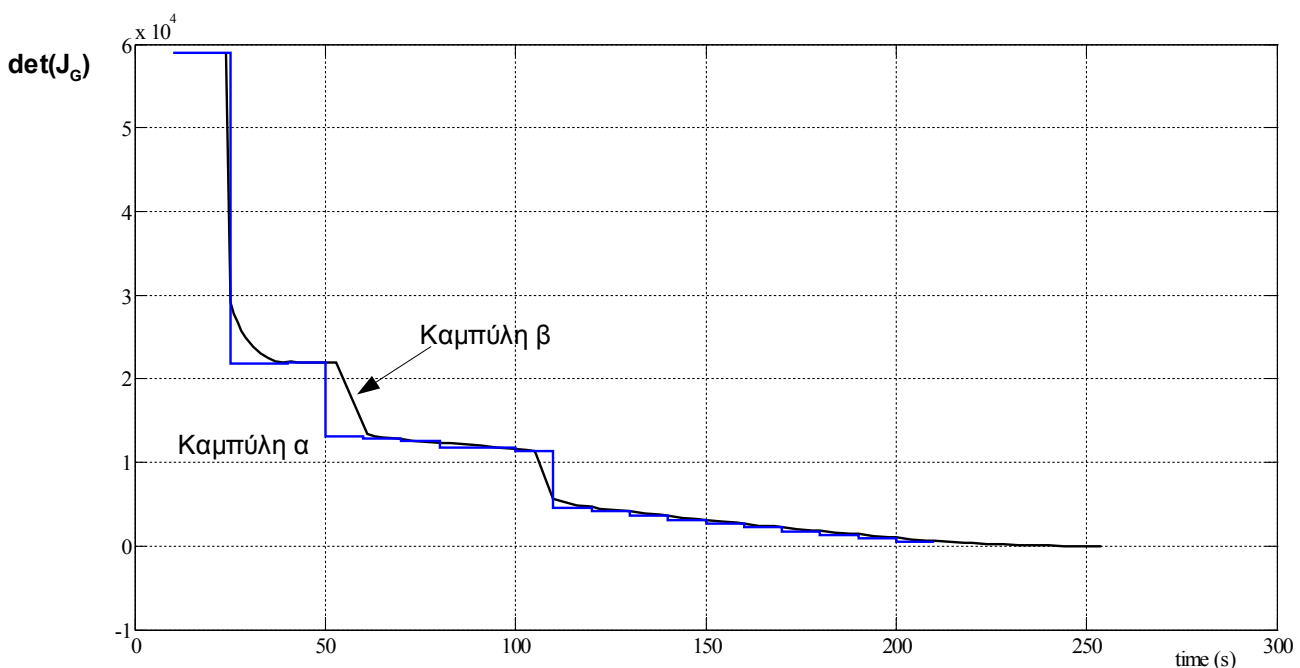
$$P_g = \frac{E_f V}{X_d} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin[2(\delta - \theta)]$$

$$Q_g = \frac{E_f V}{X_d} \cos(\delta - \theta) - V^2 \left[\frac{\sin^2(\delta - \theta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\delta - \theta)}{X_d} \right]$$

μπορούμε να υπολογίσουμε την ορίζουσα του αντίστοιχου πίνακα συγχρονισμού \mathbf{J}_G^{ic} . Αυτός ο δεύτερος ιακωβιανός δεν χρησιμοποιείται κατά την επίλυση του μη γραμμικού συστήματος, καθώς για τις υπερδιεγερμένες μηχανές οι εξισώσεις ισορροπίας έχουν αντικατασταθεί από τις μεταβατικές ισχύς, αλλά θα αξιοποιηθεί για λόγους σύγκρισης. Επειδή είναι ο ιακωβιανός των εξισώσεων ισορροπίας, δηλαδή των εξισώσεων που χρησιμοποιούνται από την οιονεί στατική προσέγγιση χωρίς την δυναμική του πεδίου διέγερσης, αναμένουμε ότι σε κάποιο σημείο της πλήρους προσομοίωσης θα μηδενίζεται, γεγονός που αποδεικνύει την απώλεια σημείου ισορροπίας για τις εξισώσεις μόνιμης κατάστασης. Με αυτόν τον τρόπο χρησιμοποιούμε την προσομοίωση του πεδίου διέγερσης με σκοπό να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα μη επιλυσιμότητας των εξισώσεων από τον αλγόριθμο 3.6 όταν ο Ιακωβιανός γίνεται μη αντιστρέψιμος, για να αποδείξουμε ότι όντως η

ορίζουσα του πίνακα συγχρονισμού των εξισώσεων ισορροπίας μηδενίζεται. Ο μηδενισμός αυτός δεν αποτελεί πρόβλημα για τον αλγόριθμο 3.8 γιατί δεν χρησιμοποιεί αυτόν τον πίνακα για επίλυση των εξισώσεων, και ο ιακωβιανός που χρησιμοποιείται για επίλυση συνεχίζει να είναι αντιστρέψιμος.

Στο σχ. 4.19 φαίνεται συναρτήσεις του χρόνου η μεταβολή της τιμής της ορίζουσας συγχρονισμού κατά την διάρκεια της οιονεί στατικής προσομοίωσης (καμπύλη α), και της ορίζουσας του ισοδύναμου πίνακα συγχρονισμού $J_G^{ισ}$ που αναφέρθηκε πιο πάνω και υπολογίζεται από την προσομοίωση που συνυπολογίζει την δυναμική του πεδίου διέγερσης (καμπύλη β). Είναι φανερό ότι αρχικά οι δύο καμπύλες σχεδόν ταυτίζονται. Επειδή όμως μετά τον τερματισμό της οιονεί στατικής προσομοίωσης (μπλε καμπύλη), είναι αδύνατος ο υπολογισμός της ορίζουσας του πίνακα συγχρονισμού, η προσομοίωση που συνυπολογίζει την δυναμική του πεδίου διέγερσης επιτρέπει να απεικονιστεί ο μηδενισμός της ορίζουσας αυτής και να επαληθευτεί η απώλεια του σημείου ισορροπίας (μαύρη καμπύλη).



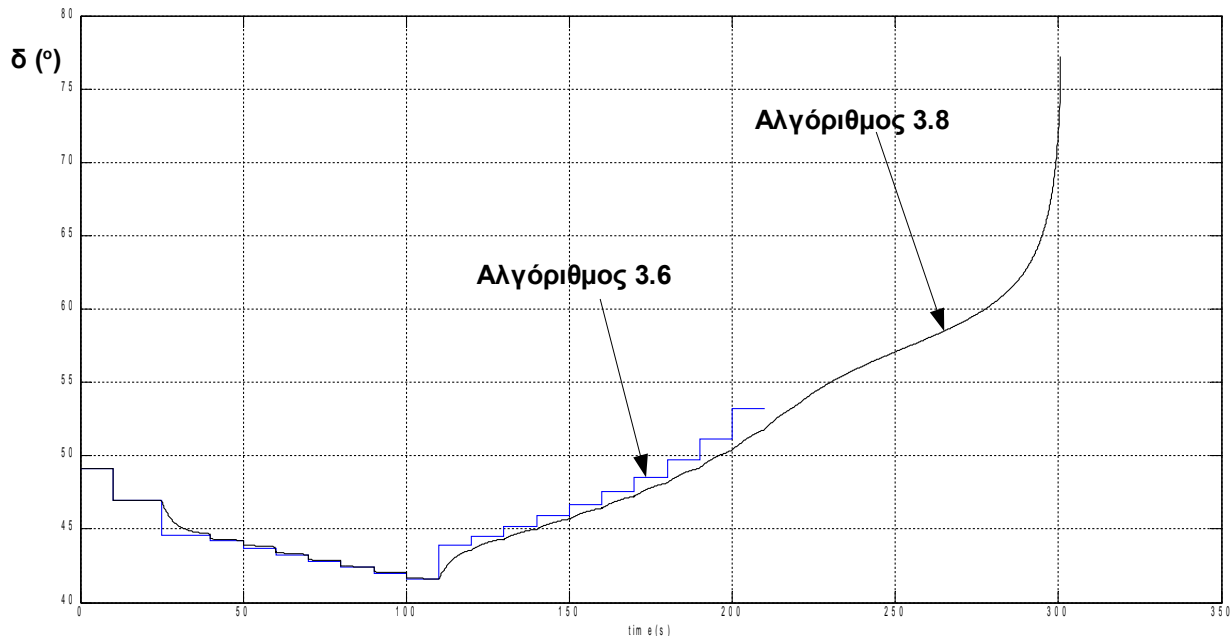
Σχήμα 4.19: Ορίζουσα του πίνακα των συντελεστών συγχρονισμού συναρτήσει του χρόνου

Την χρονική στιγμή $t = 251s$ της προσομοίωσης με τον αλγόριθμο 3.8, η ορίζουσα του ισοδύναμου αυτού πίνακα συντελεστών συγχρονισμού $J_G^{ισ}$ γίνεται αρνητική. Ο πίνακας $J_G^{ισ}$ είναι εκείνη την χρονική στιγμή:

$$J_G^{ισ} = \begin{bmatrix} 1.4011 & -0.2844 & -0.2529 & -0.6386 & -0.3870 \\ -0.3615 & 51.8362 & -0.2481 & -0.7689 & -0.4597 \\ -0.3229 & -0.0664 & 5.8192 & -0.2443 & -0.1372 \\ -0.7103 & -0.1193 & -0.1176 & 0.6468 & -0.2343 \\ -0.4385 & -0.0836 & -0.1042 & -0.2411 & 0.7850 \end{bmatrix}$$

Παρατηρούμε δηλαδή, ότι σε ένα σύστημα πολλών γεννητριών, όπως ήδη αναφέραμε, μπορεί να ικανοποιείται η συνθήκη αποσυγχρονισμού, παρόλο που οι συντελεστές συγχρονισμού κάθε γεννήτριας (διαγώνια στοιχεία $\frac{\partial P_e^i}{\partial \delta_i}$) είναι θετικοί.

Όπως φαίνεται και στο σχ. 4.18, καθώς η τάση στο σύστημα καταρρέει, και η καμπύλες $P_e - \delta$ των γεννητριών μετατοπίζονται προς τα κάτω η γωνία δ αυξάνεται. Η αύξηση αυτή αναμένεται ταχύτερη προς το τέλος της προσομοίωσης, όταν το σύστημα πλησιάζει στον αποσυγχρονισμό. Στο σχήμα 4.20 φαίνεται αυτή η ραγδαία αύξηση της γωνίας δ της M3 κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου 3.8, λίγο πριν ο αλγόριθμος τερματιστεί. Για λόγους σύγκρισης παρατίθεται και η απόκριση για την γωνία δ της M3, σύμφωνα με τον αλγόριθμο 3.6:



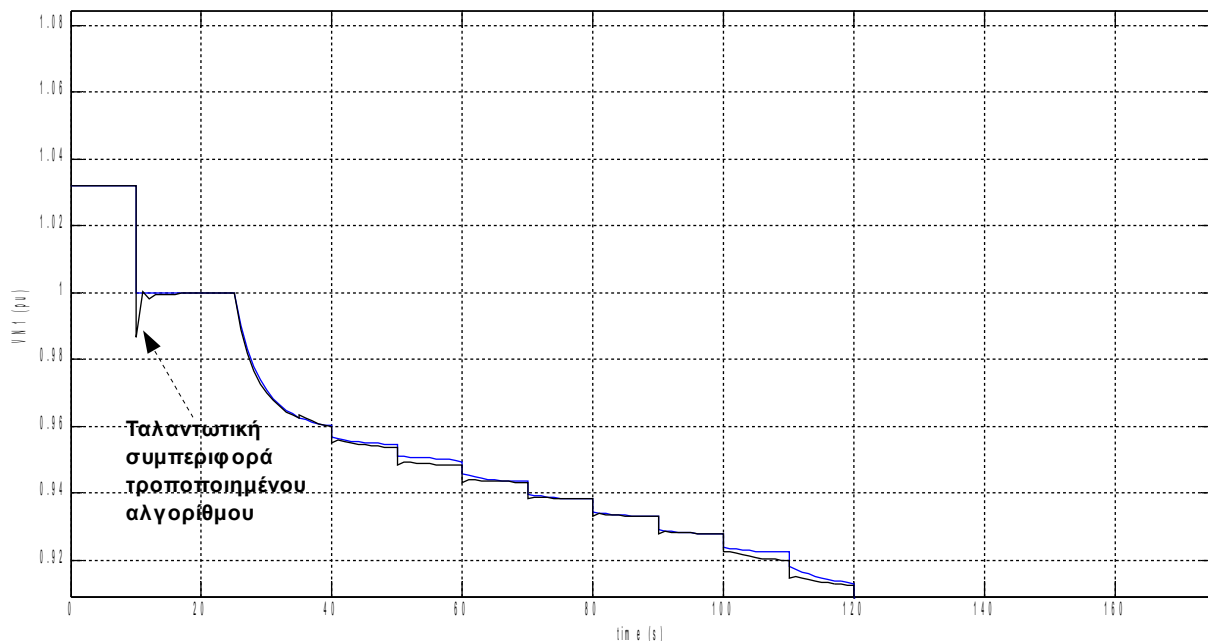
Σχήμα 4.20: Γωνία δ της γεννήτριας M3 για 2 διαφορετικούς αλγορίθμους

4.4.4 Επίδραση ολοκλήρωσης διαφορικής πεδίου διέγερσης και για γεννήτριες με APT

Χρησιμοποιώντας το σύστημα της CIGRE, μπορούμε να εξετάσουμε το λόγο για τον οποίον θεωρούμε ότι οι γεννήτριες σε αυτόματη ρύθμιση τάσης (όπως οι M6 και M5 που δεν υπερδιεγείρονται αλλά και οι M1, M3, M4 μέχρι να υπερδιεγερθούν) μοντελοποιούνται με τις εξισώσεις ισορροπίας τους, ενώ η διαφορική εξίσωση (4.6) ολοκληρώνεται μόνο για γεννήτριες σε υπερδιέγερση. Στο κεφάλαιο 2 εξηγήθηκε ότι η σταθερά χρόνου της (4.6) είναι αρκετά μεγαλύτερη για γεννήτρια σε υπερδιέγερση, και η οιονεί στατική προσέγγιση επιβάλλει όλα τα αργά δυναμικά φαινόμενα να μοντελοποιούνται πλήρως. Για ποιον λόγο όμως δεν χρησιμοποιούμε για όλες τις γεννήτριες εξ αρχής την (4.6), ολοκληρώνοντας την;

Ο λόγος είναι ότι οι γεννήτριες που δεν είναι σε υπερδιέγερση διέπονται από την λειτουργία του Αυτόματου Ρυθμιστή Τάσης, και λόγω του μεγάλου κέρδους του, η ισοδύναμη σταθερά χρόνου στην (4.6) είναι αρκετά μικρή, ικανή να τοποθετηθεί η διαφορική του πεδίου διέγερσης στους βραχυπρόθεσμους μηχανισμούς και να αντικαθίσταται (ορθά) από την εξίσωση ισορροπίας της. Σε περίπτωση, συνεπώς, που επιθυμούμε να χρησιμοποιήσουμε μέθοδο ολοκλήρωσης για την (4.6) σε γεννήτρια με έλεγχο από τον APT, πρέπει το βήμα της ολοκλήρωσης να είναι πολύ μικρό, για να μην προκύψουν σημαντικά σφάλματα στην ανάλυση. Συνεπώς η ολοκλήρωση της (4.6) μόνο όταν γίνει μακροπρόθεσμο φαινόμενο, δηλαδή μόνο για τις γεννήτριες με ενεργοποιημένο ΣΠΥ είναι η καταλληλότερη επιλογή, για να μην εξαναγκαστούμε σε πολύ χαμηλά χρονικά βήματα προσομοίωσης, που δεν αποφέρουν κανένα ουσιαστικό κέρδος στο τελικό αποτέλεσμα.

Στο σχήμα 4.21 φαίνεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα των προβλημάτων που θα ανέκυπταν αν επιλέγαμε να ολοκληρώσουμε την (4.6) για γεννήτριες με έλεγχο από τον APT. Χρησιμοποιείται η γνωστή περίπτωση του συστήματος 33 ζυγών και βήμα προσομοίωσης 1s, που προφανώς είναι υπερβολικά μεγάλο για την περίπτωση γεννητριών που δεν είναι σε υπερδιέγερση (μεγαλύτερο από την αντίστοιχη σταθερά χρόνου). Για τον σκοπό αυτόν χρησιμοποιείται τροποποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου 3.8, με ολοκλήρωση για όλες τις γεννήτριες, δηλαδή και για εκείνες που είναι υπό αυτόματη ρύθμιση τάσεως. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τον αλγόριθμο 3.8 (που θεωρεί ότι η δυναμική του πεδίου διέγερσης είναι σε ισορροπία για γεννήτριες υπό APT) για ίδιο βήμα. Η απόκριση μεγενθύνεται για μεγαλύτερη ευκρίνεια:



Σχήμα 4.21: Τάση στον ζυγό N1, σύγκριση αλγορίθμου 3.8 με τροποποιημένο αλγόριθμο

Η ταλαντωτική συμπεριφορά που παρατηρείται με την χρήση του τροποποιημένου αλγορίθμου δεν είναι δυνατόν να είναι ορθή. Παρόμοιες αποκλίσεις παρατηρούνται σε όλες τις διακριτές μεταβολές (ουσιαστικά ο αλγόριθμος αδυνατεί να προσομοιώσει την γρήγορη δράση του APT). Για να μην αναγκαστούμε να χρησιμοποιήσουμε αρκετά μικρότερο βήμα για να διορθώσουμε αυτό το πρόβλημα, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος 3.8.

4.4.5 Επιλογή Χρονικού Βήματος για τον Αλγόριθμο 3.8

Μπορούμε να αναζητήσουμε το μέγιστο αποδεκτό βήμα για την προσομοίωση του συστήματος, εκτελώντας τον αλγόριθμο πολλές φορές, αλλάζοντας το βήμα. Επειδή δεν είναι δυνατή, λόγω ανεπαρκούς ευκρίνειας, η παράθεση των αποκρίσεων σε κοινό διάγραμμα, μπορούμε να διαπιστώσουμε την επίδραση της αλλαγής του βήματος συγκρίνοντας τις χρονικές στιγμές στις οποίες συμβαίνουν διάφορα γεγονότα, όπως ενεργοποιήσεις ΣΠΥ γεννητριών ή ο τερματισμός της προσομοίωσης. Μία τέτοια σύγκριση αποτελεσμάτων για εκτέλεση του αλγορίθμου 3.8 στο σύστημα της CIGRE (για απώλεια της M2 στα 10s κατά τα γνωστά) με διάφορες τιμές βήματος, φαίνεται στον πίνακα 4.2. Σε όλες τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται τραπεζοειδής μέθοδος ολοκλήρωσης, και αγνοείται ο μηχανισμός δυναμικά επαναφερόμενων φορτίων θέτοντας.

$$a_s = a_t = 1$$

$$b_s = b_t = 2$$

	$\Delta t = 0.1s$	$\Delta t = 0.25s$	$\Delta t = 1s$	$\Delta t = 1.25s$	$\Delta t = 1.67s$	$\Delta t = 2.5s$
Ενεργοποίηση ΣΠΥ της M1 (s)	25	25	25	25	25	25
Ενεργοποίηση ΣΠΥ της M4 (s)	57,8	57,75	58	58,75	58,33	57,5
Ενεργοποίηση ΣΠΥ της M3 (s)	110	110	110	110	110	110
Τερματισμός (s)	300,8	300,75	300	298,75	295	280

Πίνακας 4.2: Σύγκριση 6 διαφορετικών χρονικών βημάτων για τον αλγόριθμο 3.8

Από τα δεδομένα του πίνακα 4.2, είναι φανερό πως για βήμα προσομοίωσης μέχρι το 1.25s τα αποτελέσματα έχουν αρκετή ακρίβεια, ενώ μεγαλύτερα βήματα δίνουν μεγαλύτερες, μη αποδεκτές, αποκλίσεις.

Μπορούμε να πραγματοποιήσουμε μία παρόμοια σύγκριση, συμπεριλαμβάνοντας όμως και τα δυναμικά επαναφερόμενα φορτία με τις παρακάτω παραμέτρους:

- Σταθερές χρόνου:

$$T_p = T_q = 200s$$

- Μεταβατικούς εκθέτες:

$$a_t = 1$$

$$b_t = 2$$

- Εκθέτες μόνιμης κατάστασης:

$$a_s = 0$$

$$b_s = 1$$

Τα αποτελέσματα σε αυτήν την περίπτωση είναι:

	$\Delta t = 0.1s$	$\Delta t = 0.25s$	$\Delta t = 1s$	$\Delta t = 1.25s$	$\Delta t = 1.67s$	$\Delta t = 2.5s$
Ενεργοποίηση ΣΠΥ της M1 (s)	25	25	25	25	25	25
Ενεργοποίηση ΣΠΥ της M4 (s)	56,7	57	57	57,5	56,67	57,5
Ενεργοποίηση ΣΠΥ της M3 (s)	100	100	100	100	100	100
Τερματισμός (s)	202	202	201	202,5	200	195

Πίνακας 4.3: Σύγκριση 6 διαφορετικών χρονικών βημάτων για τον αλγόριθμο 3.8, με δυναμικά φορτία

Και σε αυτήν την περίπτωση, βήματα μέχρι και 1.25 δίνουν αποτελέσματα με επαρκή ακρίβεια. Σε γενικές γραμμές, βήματα μέχρι το 1 sec είναι επαρκή για τις προσομοιώσεις με τον αλγόριθμο 3.8.

5. Συμπεράσματα – Προοπτικές

5.1 Συμπεράσματα

Η σημαντικότερη συνεισφορά της παρούσας εργασίας είναι η επιτυχής ανάπτυξη και δοκιμή ενός προγράμματος μακροπρόθεσμης προσομοίωσης ΣΗΕ, το οποίο ειδικεύεται σε φαινόμενα αστάθειας τάσης. Το πρόγραμμα αυτό μπορεί συνεπώς να χρησιμοποιηθεί σε μελέτες ευστάθειας ή και να επεκταθεί περαιτέρω, με προσθήκη πιο αναλυτικών μοντέλων ή μηχανισμών προστασίας (βλ. Ενότητα 5.2). Σε πρώτο στάδιο, το πρόγραμμα βασίστηκε, όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, στην διδακτορική διατριβή του Γ. Μάνου [5] και στο πρόγραμμα WPSTAB, το οποίο όμως είναι γραμμένο σε γλώσσα Fortran, ενώ το νέο πρόγραμμα γράφτηκε εξ' ολοκλήρου σε περιβάλλον C/C++, ενώ όλος ο κώδικας γράφτηκε εκ νέου. Δηλαδή, το νέο πρόγραμμα βασίστηκε στο υπάρχον WPSTAB σε επίπεδο κατάστρωσης εξισώσεων, όχι όμως σε επίπεδο προγραμματιστικών τεχνικών ή ανάπτυξης κώδικα. Τελικός στόχος, άλλωστε, ήταν ο εμπλουτισμός του προγράμματος ώστε να περιγράφονται επιπλέον συνεχή δυναμικά φαινόμενα και κρίθηκε αναγκαία η εκ νέου συγγραφή νέου κώδικα.

Το πρόγραμμα αυτό αναπτύχθηκε σε τρεις φάσεις, και συνεπώς έχουν προκύψει τρεις διαφορετικές υλοποιήσεις. Η πρώτη υλοποίηση περιγράφηκε στην ενότητα 3.4.1 (αλγόριθμος 3.6) και δεν περιλαμβάνει την μεταβατική συμπεριφορά των συνεχών μακροπρόθεσμων δυναμικών φαινομένων. Το πρόγραμμα αυτό, όπως εξηγήθηκε στο Κεφ. 3, ανάγεται ουσιαστικά σε επίλυση ενός μειωμένου συστήματος μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων σε κάθε βήμα, με την αξιοποίηση της μεθόδου Newton – Rapshon (βλ. Ενότητα 3.1). Ο αλγόριθμός του αξιοποιεί την οιονεί στατική προσέγγιση, σύμφωνα με την οποία τα βραχυπρόθεσμα μεταβατικά φαινόμενα αγνοούνται, και λαμβάνονται μόνο οι εξισώσεις ισορροπίας των βραχυπρόθεσμων φαινομένων. Λόγω της αραιότητας του Ιακωβιανού Πίνακα, που ορίζεται στις ενότητες 3.3.1 και 3.3.2, ο πίνακας αυτός αποθηκεύεται σε αραιή μορφή κατά γραμμές (compressed sparse row format – βλ. Παράρτημα), και η επεξεργασία μόνο των μη μηδενικών στοιχείων του κατά την LU τριγωνοποίηση και ακολούθως την λύση του γραμμικού συστήματος έχει ως αποτέλεσμα εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου. Η χρήση αραιών πινάκων καθιστά το πρόγραμμα κατάλληλο για χρήση και σε πραγματικά Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (όπως το Ελληνικό Διασυνδεδεμένο Σύστημα), όπου οι πράξεις μεταξύ μηδενικών στοιχείων θα προκαλούσαν σημαντική επιβράδυνση.

Στην παρούσα εργασία, όμως, το πρόγραμμα δοκιμάστηκε μόνο στο σύστημα – μοντέλο 33 ζυγών της CIGRE. Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του εν λόγω προγράμματος στο σύστημα αυτό αναλύθηκαν διεξοδικά στην ενότητα 4.2. Το πρόγραμμα αυτό αναπτύχθηκε με στόχο την ενσωμάτωση σε αυτό των μεθόδων ολοκλήρωσης για τους συνεχείς μακροπρόθεσμους δυναμικούς μηχανισμούς (δυναμικά επαναφερόμενα φορτία και δυναμική πεδίου διέγερσης). Η προσομοίωση αυτή έγινε για μία περίπτωση απώλειας γεννήτριας που οδηγεί τελικά σε απώλεια σημείου ισορροπίας των βραχυπρόθεσμων εξισώσεων ισορροπίας, κατόπιν της οποίας η εκτέλεση του προγράμματος τερματίζεται, λόγω αδυναμίας επίλυσης του μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων ισορροπίας. Η απώλεια αυτή του σημείου ισορροπίας είναι ένδειξη ότι η τάση του συστήματος τελικά θα καταρρεύσει, όμως είναι προφανώς αδύνατη η συνέχιση της προσομοίωσης πέραν τούτου του σημείου.

Από τις προσομοιώσεις με αυτήν την πρώτη εκδοχή του προγράμματος, επιβεβαιώθηκε ο ρόλος των ΣΑΤΥΦ στα φαινόμενα αστάθειας τάσης, αφού παρατηρήθηκε ασταθής συμπεριφορά τους κατά

των έλεγχου της τάσης στους υπό έλεγχο ζυγούς, πέραν από κάποιο σημείο. Επίσης, διαπιστώθηκε η καταλυτική σημασία των ΣΠΥ των γεννητριών στην μείωση της δυνατότητας στήριξης του συστήματος με άεργο ισχύ, που είχε εξηγηθεί και στην ενότητα 1.3.3.

Το πρώτο αυτό πρόγραμμα, που περιλαμβάνει μόνο τις εξισώσεις ισοροπίας των βραχυπρόθεσμων φαινομένων, είναι πανομοιότυπο όσον αφορά τις εξισώσεις με το WPSTAB της διδακτορικής διατριβής [5] και για τον λόγο αυτό, αναμέναμε ταύτιση των αποτελεσμάτων των δύο προγραμμάτων. Πράγματι, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του νέου προγράμματος με αυτά του WPSTAB για το σύστημα των 33 ζυγών της CIGRE για την περίπτωση αστάθειας του κεφ. 4, διαπιστώσαμε πλήρη ταύτιση, γεγονός που επέτρεψε την ασφαλή χρήση του ως βάση για την προσθήκη των νέων δυναμικών φαινομένων.

Σε δεύτερο στάδιο, προστέθηκαν στην προσομοίωση οι διαφορικές εξισώσεις των δυναμικά επαναφερόμενων φορτίων, που περιγράφονται στην ενότητα 2.5. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι μέθοδοι ολοκλήρωσης διαφορικών εξισώσεων που περιγράφηκαν στις ενότητες 3.2.1 και 3.2.2 και οι προκύπτουσες εξισώσεις εισήχθησαν στο σύνολο των μη γραμμικών εξισώσεων που επιλύονται σε κάθε βήμα (βλ. Ενότητα 3.3.1). Ο προκύπτων αλγόριθμος (3.7) διατυπώθηκε στο κεφάλαιο 3.4.2. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για το σύστημα των 33 ζυγών της CIGRE αναλύθηκαν στην ενότητα 4.3, χρησιμοποιώντας έμμεση τραπεζοειδή μέθοδο για την ολοκλήρωση των διαφορικών των φορτίων. Η χρήση μίας έμμεσης μεθόδου σημαίνει ότι η ολοκλήρωση των διαφορικών εξισώσεων πραγματοποιείται ταυτόχρονα με την επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων. Η αριθμητική ευστάθεια που χαρακτηρίζει τις έμμεσες μεθόδους, επιτρέπει γενικά, αύξηση του βήματος της προσομοίωσης χωρίς κίνδυνο αστάθειας της μεθόδου. Προσομοίωση με μεγάλο χρονικό βήμα έχει το πλεονέκτημα ότι η ολοκλήρωση των διαφορικών εξισώσεων δεν επιβαρύνει αισθητά τον χρόνο εκτέλεσης του προγράμματος. Συνεπώς, η επιλογή της έμμεσης μεθόδου σε συνδυασμό με την προαναφερθείσα αξιοποίηση της αραιότητας των πινάκων καθιστούν το πρόγραμμα κατάλληλο για χρήση σε μεγάλα ή πολύ μεγάλα συστήματα.

Ομοίως διαπιστώθηκε πως οποιοδήποτε βήμα προσομοίωσης μέχρι τα 5s (που είναι το βήμα προσομοίωσης που χρησιμοποιήθηκε κατά την εφαρμογή του αλγορίθμου 3.6) είναι επαρκές για ικανοποιητική ακρίβεια αποτελεσμάτων, κυρίως λόγω της μεγάλης τιμής σταθεράς χρόνου των επαναφερόμενων φορτίων.

Από τα αποτελέσματα της ενότητας 4.3 προέκυψε ότι η μοντελοποίηση των δυναμικά επαναφερόμενων φορτίων επιταχύνει την κατάρρευση του συστήματος, αφού τα φορτία με την πτώση των τάσεων στο ΣΗΕ τείνουν να αυξήσουν την ενεργό και άεργο ζήτησή τους, για να αποκαταστήσουν την κατανάλωση τους σύμφωνα με την, λιγότερο ευαίσθητη ως προς την τάση, χαρακτηριστική μόνιμης κατάστασής τους. Μάλιστα σε ορισμένες περιπτώσεις, ο φυσικός μηχανισμός αποκατάστασης των φορτίων, μετά από κάποιο κρίσιμο σημείο, παρουσιάζει την ίδια ασταθή συμπεριφορά με τα ΣΑΤΥΦ: μειώνει, αντί να αυξήσει, την κατανάλωση των φορτίων.

Σε τρίτη φάση προστέθηκε η διαφορική εξίσωση του πεδίου διέγερσης για τις γεννήτριες υπό περιορισμό υπερδιέγερσης, οι οποίες, όπως αναλύθηκε στην ενότητα 2.2.1 ανήκουν στα αργά δυναμικά φαινόμενα. Ο εν λόγω αλγόριθμος (3.8) περιγράφηκε στην ενότητα 3.4.3 και τα αποτελέσματα για εφαρμογή στο σύστημα της CIGRE αναλύθηκαν στην ενότητα 4.4. Ο αλγόριθμος αυτός αποδείχθηκε ότι έχει μικρές αλλά σημαντικές αποκλίσεις από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιεί τις εξισώσεις ισοροπίας για όλες τις γεννήτριες (3.6).

Όπως αναλύθηκε και στην ενότητα 4.4.3, το πρόγραμμα που βασίζεται στον αλγόριθμο 3.8 επιτυγχάνει προσομοίωση του συστήματος πέραν την απώλεια του σημείου ισορροπίας για τις εξισώσεις ενεργού ισχύος των γεννητριών, καθότι χρησιμοποιεί τις αντίστοιχες μεταβατικές εκφράσεις και συνεπώς δεν προϋποθέτει ύπαρξη σημείου ισορροπίας. Για τον λόγο αυτόν, ο αλγόριθμος 3.8 συνεχίζεται μέχρι το σημείο απώλειας του συγχρονισμού (μηδενισμός της ορίζουσας του πίνακα συγχρονισμού, που ορίζεται στην ενότητα 4.4.3). Ο αποσυγχρονισμός των γεννητριών δεν προσομοιώνεται στην παρούσα εργασία, γιατί κάτι τέτοιο θα απαιτούσε ολοκλήρωση και της διαφορικής εξίσωσης επιτάχυνσης των γεννητριών. Καθώς το φαινόμενο της κατάρρευσης τάσης εξελίσσεται, οδηγούμαστε τελικά, ακριβώς πριν τον αποσυγχρονισμό, σε ταχεία αύξηση των γωνιών δρομέα δ των γεννητριών. Διαπιστώνουμε, συνεπώς, ότι το φαινόμενο αστάθειας τάσης εξελίσσεται ως αργή και σταδιακή πτώση των τάσεων στους ζυγούς του ΣΗΕ, καταλήγει όμως σε αστάθεια γωνίας, δηλαδή σε ταχεία επιτάχυνση (αποσυγχρονισμό) των γεννητριών του Συστήματος. Ο μηχανισμός αστάθειας τάσης, όμως, είναι εκείνος που προκαλεί την μείωση των συντελεστών συγχρονισμού στο σύστημα, που οδηγεί τελικά στην απώλεια συγχρονισμού. Είναι σαφές, συνεπώς, ότι η εν λόγω αστάθεια γωνίας είναι προϊόν της εκδηλούμενης αστάθειας τάσης στο σύστημα.

Για την επιλογή του βήματος της προσομοίωσης και συνεπώς του βήματος της μεθόδου ολοκλήρωσης στον αλγόριθμο 3.8 συγκρίναμε τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για διάφορες τιμές του χρονικού βήματος, καταλήγωντας στο συμπέρασμα ότι χρονικά βήματα μέχρι και 1 δευτερόλεπτο είναι επαρκή για ικανοποιητική ακρίβεια της προσομοίωσης.

Ένα ακόμη συμπέρασμα από την εφαρμογή του αλγορίθμου 3.8 στο σύστημα της CIGRE είναι ότι, επειδή τα ΣΑΤΥΦ, η ενεργοποίηση των οποίων επιταχύνει την διαδικασία κατάρρευσης, έχουν φτάσει στα όριά τους μετά τα 220s, η διαδικασία της κατάρρευσης είναι αρκετά αργή μετά από αυτό το σημείο. Παρόλο που έχει συμβεί η απώλεια του σημείου ισορροπίας για τις εξισώσεις των γεννητριών, η εξέλιξη της διαδικασίας απομαγνητισμού των γεννητριών, που θα οδηγήσει τελικά στον αποσυγχρονισμό τους είναι αρκετά αργή.

5.2 Προοπτικές Συνέχισης της Έρευνας

Όπως ήδη αναφέρθηκε, το πρόγραμμα προσομοίωσης που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας μπορεί να επεκταθεί ποικιλοτρόπως.

Πρώτη σημαντική επέκταση θα ήταν η προσθήκη των κινητήρων επαγωγής. Το μόνο είδος φορτίου που μοντελοποιήθηκε στην παρούσα είναι το εκθετικό, και συνεπώς δεν μοντελοποιούνται οι κινητήρες επαγωγής. Η επίδραση των μηχανών επαγωγής στην ευστάθεια τάσης ενός ΣΗΕ αναλύεται στο [32]. Σε γενικές γραμμές, οι κινητήρες επαγωγής:

- Είναι φορτία με μικρή ευαισθησία στην τάση του δικτύου (κατά την μόνιμη κατάσταση), γιατί επαναφέρουν την ισχύ τους σε σταθερά επίπεδα (καθορίζονται από το φορτίο) με σταθερά χρόνο της τάξεως του δευτερολέπτου.
- Έχουν χαμηλό συντελεστή ισχύος, λόγω μεγάλης κατανάλωσης αέργου ισχύος.
- Υπάρχει περίπτωση επιβράδυνσής τους, ιδιαίτερα σε περίπτωση έντονης μείωσης των τάσεων του δικτύου, χωρίς να αποκοπούν από το δίκτυο. Σε αυτήν την περίπτωση η κατανάλωση αέργου ισχύος από τον κινητήρα επαγωγής αυξάνεται σημαντικά.

Συνεπώς, η ακριβής μοντελοποίηση των μηχανών επαγωγής θα συνεισφέρει σημαντικά στην

ακρίβεια των μελετών ευστάθειας τάσης.

Ισοδύναμης ή και μεγαλύτερης αξίας προσθήκη θα ήταν και η μοντελοποίηση του κορεσμού των γεννητριών. Ένας τρόπος μοντελοποίησης του κορεσμού αναλύεται στο [33]. Σε γενικές γραμμές, αυξημένες τιμές διέγερσης σημαίνουν έντονο κορεσμό της γεννήτριας, και κατά συνέπεια μείωση της μέγιστης παραγωγής αέργου ισχύος της. Με πιο απλή διατύπωση, συνυπολογισμός του κορεσμού σημαίνει ταχύτερη υπερδιέγερση των γεννητριών. Δεδομένου ότι η υπερδιέγερση μίας γεννήτριας και ο χρόνος που αυτή συμβαίνει είναι πολύ σημαντικά για την ακρίβεια της ανάλυσης, η μοντελοποίηση του κορεσμού θα αποτελέσει σημαντική επέκταση του προγράμματος προσομοίωσης, ιδιαίτερα για μελέτες που αφορούν μεγάλα πραγματικά συστήματα. Συνεπώς, κρίνεται αναγκαίο να προστεθούν οι εξισώσεις του μαγνητικού κορεσμού στο πρόγραμμα, προτού επιχειρηθεί προσομοίωση του Ελληνικού Διασυνδεδεμένου Συστήματος.

Σε συνδυασμό με τα παραπάνω, θα είναι ιδιαίτερα χρήσιμη η προσθήκη στην ανάλυση των μηχανισμών προστασίας έναντι της αστάθειας τάσης, μία περίληψη των οποίων επιχειρήθηκε στην ενότητα 1.3.5β. Οι μηχανισμοί αυτοί θα εισαχθούν στον αλγόριθμο ως διακριτά γεγονότα, τροποποιώντας την δράση των ΣΑΤΥΦ (π.χ. αναστρέφοντάς την), εισάγοντας επιπλέον στατούς πυκνωτές σε κάποιους ζυγούς κ.ο.κ. Η εκτίμηση της αποδοτικότητας και ο αποτελεσματικός σχεδιασμός τέτοιων μηχανισμών προστασίας είναι μία από τις σημαντικότερες πιθανές συνεισφορές των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Ένα παράδειγμα μεθόδου προστασίας που θα μπορούσε να ενσωματωθεί στο αναπτυχθέν πρόγραμμα είναι η μέθοδος LIVES, που περιγράφεται στο [34].

Ακόμη, θα ήταν χρήσιμη η προσθήκη νέων συνιστωσών του ΣΗΕ στην ανάλυση, όπως οι μηχανισμοί ζεύξης/απόζεύξης στατών πυκνωτών, οι ιδανικοί ρυθμιστές τάσης (πραγματοποιούν έμμεση επαναφορά φορτίου) ή τα ευέλικτα συστήματα αντιστάθμισης (FACTS) όπως το SVC και το STATCOM που διαδραματίζουν αξιοσημείωτο ρόλο στην αντιμετώπιση της αστάθειας τάσης.

Τέλος, θα είχε αξία η ενσωμάτωση στον αλγόριθμο εργαλείων θεωρητικής ανάλυσης ΣΗΕ, όπως η χάραξη καμπυλών PV, QV, ο υπολογισμός ορίων φόρτισης, εκτιμητές κατάστασης και υπολογισμοί δεικτών επικινδυνότητας αστάθειας τάσης.

Παράρτημα: Αραιοί Πίνακες

Όπως διαπιστώθηκε στο κεφάλαιο 3, ο Ιακωβιανός πίνακας του προς επίλυση μη γραμμικού συστήματος, αποτελείται ως επί το πλείστον μηδενικά στοιχεία. Τέτοιοι πίνακες καλούνται αραιοί και είναι αρκετά διαδεδομένοι σε μελέτες Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας. Βαθμός αραιότητας α ενός πίνακα καλείται ο λόγος των μηδενικών προς τα συνολικά στοιχεία του:

$$\alpha = \frac{\text{αριθμός μηδενικών στοιχείων}}{\text{αριθμός συνολικών στοιχείων}}$$

Για πίνακες με αρκετά μεγάλο βαθμό αραιότητας, όπως συμβαίνει στην περίπτωση του Ιακωβιανού της παρούσας εργασίας, είναι συμφέρον να αποθηκεύονται μόνο τα μη μηδενικά στοιχεία τους. Τα οφέλη από την αποθήκευση των πινάκων σε αραιή μορφή (sparse format) είναι:

- **Εξοικονόμηση αποθηκευτικού χώρου:** Σε μεγάλα ΣΗΕ, ο μεγάλος αριθμός ζυγών επιβάλλει αποθήκευση μεγάλου αριθμού στοιχείων για κάθε Ιακωβιανό, η πλειοψηφία των οποίων είναι μηδενικά. Είναι συνεπώς άσκοπη η σπατάλη χώρου σε κάποια μονάδα αποθήκευσης για τα μηδενικά στοιχεία, αφού αυτή μπορεί να αποφευχθεί με αποθήκευση του πίνακα σε αραιή μορφή.
- **Εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου:** Μια και η αποθήκευση σε αραιή μορφή γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατός ο προσδιορισμός της γραμής, της στήλης και της τιμής των μη μηδενικών στοιχείων, όλες οι πράξεις που περιλαμβάνουν αραιούς πίνακες πραγματοποιούνται αξιοποιώντας μόνο τα στοιχεία αυτά. Έτσι, αποφεύγεται η επεξεργασία των μηδενικών στοιχείων, τα οποία δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα. Για αραιούς πίνακες αποθηκευμένους σε πλήρη μορφή, όπου δεν γίνεται διάκριση μεταξύ μηδενικών ή μη στοιχείων, η πλειοψηφία του υπολογιστικού χρόνου κατά την πραγματοποίηση πράξεων μεταξύ πινάκων αφορά την επεξεργασία μηδενικών στοιχείων. Η προσομοίωση πραγματικών ΣΗΕ χωρίς χρήση αραιών πινάκων θα είχε ως αποτέλεσμα σημαντική επιβάρυνση στον χρόνο εκτέλεσης των εν λόγω προγραμμάτων.

Υπάρχει ένα ευρύ φάσμα διαθέσιμων τεχνικών αποθήκευσης αραιών πινάκων που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία [29]. Από αυτές, στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε η ευρέως χρησιμοποιούμενη μορφή συμπιεσμένων γραμμών (compressed row format – CSR) [30], η οποία περιγράφεται ακολούθως.

Έστω ένας $N \times N$ τετραγωνικός πίνακας με N_{nz} μη μηδενικά στοιχεία. Για την αποθήκευσή του σε CSR μορφή χρησιμοποιούνται τρεις πίνακες, που ορίζονται παρακάτω. Αύξων αριθμός ενός μη μηδενικού στοιχείου ορίζεται ο αριθμός που θα του αποδοθεί, εαν αριθμήσουμε τα μη μηδενικά στοιχεία του πίνακα με τη σειρά που τα συναντάμε διατρέχοντας τον πίνακα κατά γραμμές.

α) Πίνακας ακεραίων ΙΤΚΤ διαστάσεων $1 \times (N+1)$: Το i στοιχείο του ΙΤΚΤ περιέχει τον αύξοντα αριθμό του πρώτου μη μηδενικού στοιχείου της γραμμής i . Εξ ορισμού, τίθεται $ITKT(1)=1$, $ITKT(N+1)=N_{nz}+1$

β) Πίνακας ακεραίων ΙΤΚΜ διαστάσεων $1 \times (N_{nz}+1)$: Το j στοιχείο του ΙΤΚΜ περιέχει την στήλη του μη μηδενικού στοιχείου με αύξοντα αριθμό j . Ο ΙΤΚΜ συνεπώς χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της στήλης των μη μηδενικών στοιχείων στον αρχικό πίνακα.

γ) Πίνακας πραγματικών αριθμών NOT_ZERO διαστάσεων $1 \times (N_{nz}+1)$: Το j στοιχείο του πίνακα NOT_ZERO περιέχει την τιμή του μη μηδενικού στοιχείου με αύξοντα αριθμό j .

Το μειονέκτημα αυτής της μορφής αποθήκευσης (αλλά και γενικότερα όλων των αραιών μορφών), είναι ότι χάνεται η δυνατότητα απευθείας προσπέλασης ενός οποιουδήποτε στοιχείου του πίνακα. Γι'αυτό και η χρήση αραιών πινάκων είναι αναποτελεσματική σε προγράμματα που περιλαμβάνουν αναφορές σε τυχαία στοιχεία του πίνακα. Τέτοιες αναφορές δεν είναι συνηθισμένες σε μελέτες ΣΗΕ.

Για να εκτελεστεί οποιαδήποτε διεργασία σε έναν αραιό πίνακα σε CSR μορφή, πρέπει αυτή να μετασχηματιστεί με τέτοιον τρόπο ώστε ο πίνακας να διατρέχεται κατά γραμμή. Ο τρόπος με τον οποίον μπορούμε να διατρέξουμε τα στοιχεία ενός πίνακα αποθηκευμένου σε CSR μορφή περιγράφεται στον πιο κάτω αλγόριθμο.

Βήμα 1: $i = 1$

Βήμα 2: Όσο $i \leq N$ επανάλαβε τα βήμα 3 ως 5

Βήμα 3: $i1 = \text{ITKT}(i)$, $i2 = \text{ITKT}(i+1) - 1$

Βήμα 4: Για $j = i1, \dots, i2$ επανάλαβε το βήμα 4.1

Βήμα 4.1: Το μη μηδενικό στοιχείο με a/α_j βρίσκεται στην γραμμή i και στην στήλη $\text{ITKM}(j)$ και έχει τιμή $\text{NOT_ZERO}(j)$.

Βήμα 5: $i = i + 1$

Στο πρόγραμμα προσομοίωσης αυτής της εργασίας, όπου χρειάστηκε, αξιοποιήθηκαν για επίλυση γραμμικών συστημάτων με αραιούς πίνακες, πολλαπλασιασμό και LU παραγοντοποίηση αραιών πινάκων οι ρουτίνες του πακέτου SPARSKIT [31].

Βιβλιογραφία

- [1] C. D. Vournas, V. C. Nikolaidis, A. A. Tassoulis, “Postmortem analysis and data validation in the wake of the 2004 Athens blackout”, *IEEE Trans. On Power Systems*, Vol. 21, No. 3, pp. 1331 – 1339, 2006.
- [2] T. Van Cutsem, C. D. Vournas, “Voltage Stability of Electric Power Systems”, Springer, 2008.
- [3] J. Machowski, J. W. Bialek, J. R. Bumby, “Power System Dynamics: Stability and Control”, Wiley, 2008.
- [4] P. Kundur, “Power System Stability and Control”, McGraw-Hill, 1994.
- [5] Γ. Α. Μάνος, “Ανάλυση Φαινομένων Κατάρρευσης Τάσεως σε Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Διδακτορική Διατριβή, Αθήνα, 1998.
- [6] W. R. Lachs, “Voltage Collapse in EHV Power Systems”, *IEEE PES Winter Meeting*, Paper A, 78 057 – 22, 1978.
- [7] C. W. Taylor, “Power System Voltage Stability”, McGraw-Hill, 1994.
- [8] T. J. Overbye, “A Power flow solvability measure for unsolvable cases”, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 9, pp. 1359 – 1365, 1994.
- [9] T. Van Cutsem, Y. Jacquemart, J. N. Marquet, and P. Pruvot, “Extensions and applications of mid-term voltage stability analysis method”, *Proceedings: Bulk Power System Voltage Phenomena III – Voltage Stability and Security*, Davos, Switzerland, pp. 251 – 270, 1994.
- [10] T. Van Cutsem, “An approach to corrective control of voltage instability using simulation and sensitivity”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, pp. 616 – 622, 1995.
- [11] IEEE, Special Publication 90TH0358-2-PWR, “Voltage Stability of Power Systems: Concepts, Analytical Tools and Industry Experience”, 1990.
- [12] C. W. Taylor, “Concepts of Undervoltage Load Shedding for Voltage Stability”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 7, No. 2, pp. 480 – 488, April 1992.
- [13] R. A. Schlueter, “A voltage stability security assessment method”, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 13, No. 4, pp. 1423 – 1438, November 1998.

- [14] IEEE Working Group K12, “Voltage collapse mitigation”, IEEE Power System relaying Committee, 1996.
- [15] ΕΜΠ, “Διερεύνηση προβλημάτων χαμηλών τάσεων στο διασυνδεδεμένο δίκτυο της ΔΕΗ”, Τελική Έκθεση Ερευνητικού Προγράμματος ΔΕΗ/ΔΜΣ-ΠΜ, Επιστ. Υπ. Κ. Βουρνάς, Αθήνα, 1997.
- [16] IEEE Committee Report, “Computer Representation of Excitation Systems”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, pp. 1460 – 1464, June 1968
- [17] IEEE Working Group on Computer Modelling of Excitation Systems, “Excitation System Models for Power System Stability Studies”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems”, Vol. 100, pp. 494 – 509, 1981.
- [18] IEEE Digital Excitation Task Force, “Computer Models for Representation of Digital-Based Excitation Systems”, IEEE paper 96 WM 031-5 EC, 1996
- [19] IEEE Task Force on Excitation Limiters, “Recommended Models for Overexcitation Limiting Devices”, IEEE Trans. on Energy Conversion, 1996.
- [20] M. S. Calovic, “Modeling and analysis of under-load tap-changing transformer control system”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 103, pp. 1909-1915, 1984
- [21] IEEE Committee Report, “Load Representation for Dynamic Performance Analysis”, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No.2, pp.472 – 482, May 1993.
- [22] IEEE Task Force, “Bibliography on Load Models for Power Flow and Dynamic Performance Simulation”, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 10, pp. 523 – 538, 1995.
- [23] Β. Κ. Παπαδιά, “Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας”, Τόμοι Ι και ΙΙ, Αθήνα, 1985.
- [24] R. L. Burden, J. D. Faires, “Numerical Analysis”, Brooks-Cole, December 2000.
- [25] Α. Μπακόπουλος, Ι. Χρυσοβέργης, “Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση”, Εκδ. Συμείων, 1999
- [26] G. Sewell, “The Numerical Solution of Ordinary and Partial Differential Equations”, Wiley, 2005.
- [27] CIGRE Task Force 38-02-08, “Long term dynamics – phase II”, Final Report, CIGRE Publication, 1995.
- [28] W. Cottle, “Manifestations of the Schur complement”, Linear Algebra and its Applications, Vol.8, pp. 189 – 211, 1974.
- [29] S. Pissanetsky, “ Sparse Matrix Technology”, Academic Press, 1984.
- [30] Γ. Κονταξής, Ν. Χατζηαργυρίου, “Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας”, Εκδόσεις ΕΜΠ, 2003.

- [31] Y. Saad, SPARSKIT, <http://www-users.cs.umn.edu/~saad/software/SPARSKIT/sparskit.html>
- [32] C. D. Vournas, G. A. Manos, “Modelling of stalling motors during voltage stability studies”, IEEE/PES Summer Meeting, Berlin, Germany, July 20-24, 1997.
- [33] G. Shackshaft and P. B. Henser, “Model of Generator Saturation for Use in Power System Studies”, IEE Proc., Vol 126, No. 8, pp. 759 – 763, 1979.
- [34] C. D. Vournas, T. Van Cutsem, “Local Identification of Voltage Emergency Situation”, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 23, No. 3, Aug. 2008.