



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Πιθανοτική Ροή Φορτίου με τη Μέθοδο Εκτίμησης Τριών Σημείων –
Εφαρμογή στο Δίκτυο της Κρήτης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΒΑΜΒΟΥΚΑΚΗΣ Ι. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Επιβλέποντες: Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ανέστης Αναστασιάδης
Υ.Δ. Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2012



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Πιθανοτική Ροή Φορτίου με τη Μέθοδο Εκτίμησης Τριών Σημείων -
Εφαρμογή στο Δίκτυο της Κρήτης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΒΑΜΒΟΥΚΑΚΗΣ Ι. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Επιβλέποντες: Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ανέστης Αναστασιάδης
Υ.Δ. Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 1 – 3 - 2012

Ν. Χατζηαργυρίου

Σ. Παπαθανασίου

Π. Γεωργιλάκης

Αθήνα, Φεβρουάριος 2012

.....
BAMBOYKAKHS I. KONSTANTINOS

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Κωνσταντίνος Ι. Βαμβουκάκης, 2012

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:

Πιθανοτική Ροή Φορτίου, Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου, Προσομοίωση Monte-Carlo, ΣΗΕ Κρήτης

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα τελευταία χρόνια, η ανάγκη για κατανόηση και πλήρη πρόβλεψη των στοιχείων ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είχε ως αποτέλεσμα την επικέντρωση των μελετών στην πιθανοτική ροή φορτίου των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

Τα στοιχεία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα. Συγκεκριμένα, η παραγόμενη ισχύς από τις μονάδες παραγωγής, η ζήτηση φορτίου, οι παράμετροι των γραμμών μεταφοράς καθώς επίσης και η τοπολογία του δικτύου είναι τυχαίες μεταβλητές. Στις μέρες μας, που τα περιβαλλοντικά προβλήματα έχουν οξυνθεί με αποτέλεσμα να θεωρείται επιβεβλημένη η παραγωγή ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές, η αβεβαιότητα αυτή που διέπει την παραγόμενη “πράσινη” ενέργεια γίνεται ολοένα και εντονότερη. Συνεπώς, η πιθανοτική προσέγγιση της ανάλυσης ροών φορτίου αποτελεί επιτακτική ανάγκη τόσο για τον σωστό σχεδιασμό των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας όσο και για την ασφαλή, απρόσκοπτη και παράλληλα οικονομική τους λειτουργία.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη μίας νέας μεθόδου πιθανοτικής ανάλυσης ροών φορτίου. Πρόκειται για την Μέθοδο Εκτίμησης Σημείων (ΜΕΣ) και συγκεκριμένα για την Μέθοδο Εκτίμησης Τριών Σημείων. Με βάση τη μέθοδο αυτή, η συμπεριφορά κάθε αβέβαιης παραμέτρου ενός συστήματος εκτιμάται μέσω τριών σημείων και των αντίστοιχων πιθανοτήτων εμφάνισής τους. Για να υπολογιστούν τα σημεία αυτά απαιτείται αποκλειστικά και μόνο η γνώση των ροών των τεσσάρων πρώτων τάξεων της εκάστοτε κατανομής (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, λοξότητα, κύρτωση). Με τη συγκεκριμένη μέθοδο μπορούν να υπολογιστούν οι ροπές των ζητούμενων μεγεθών μέσω απλών αριθμητικών πράξεων και έτσι μπορούμε εύκολα και γρήγορα να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα για τη λειτουργία ενός συστήματος.

Η συμπεριφορά της μεθόδου εκτίμησης τριών σημείων εξετάζεται σε τρία ξεχωριστά δίκτυα. Αρχικά, η μέθοδος μελετάται λεπτομερώς στο απλό δίκτυο 6 ζυγών της IEEE και στη συνέχεια στο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE. Τέλος, εξετάζεται η συμπεριφορά της σε ένα πιο σύνθετο, πραγματικό δίκτυο, όπως είναι αυτό της Κρήτης, σε τέσσερις ξεχωριστές εφαρμογές. Η προτεινόμενη μέθοδος σε όλα τα δίκτυα αξιολογείται, επαληθεύεται και συγκρίνεται με την ακριβέστερη αριθμητική μέθοδο Monte Carlo 10.000 δοκιμών ενώ στο δίκτυο της Κρήτης γίνεται σύγκριση και με τα αποτελέσματα της ντετερμινιστικής ανάλυσης. Όλες οι υπολογιστικές διαδικασίες που απαιτούνται υλοποιούνται στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.

KEY WORDS:

Probabilistic Load Flow, Point Estimate Method, Monte Carlo Simulation, Power Electric System of Crete

ABSTRACT

In the past few years, the need for comprehension and complete prediction of the elements of power electric systems led to an in-depth research of the probabilistic load flow method employed in power electric systems.

The components of a power system are characterized by uncertainty. The generation power injections, the load, the parameters of transmission lines as well as the topology of the network are random variables. Nowadays, environmental issues are at the forefront of energy research and renewable sources (RES) are indispensable for energy production. Hence, the uncertainty that characterizes the generating power is even bigger. As a result, the probabilistic approach to load flow analysis is imperative not only for proper planning but also for safer and more economic operation of the electric power systems.

The purpose of this thesis is to study a new method of load flow probabilistic analysis. The proposed method is called three Points Estimate Method (PEM). This method replaces the probability density function of each random variable with three estimating points. In order to calculate the statistical moments of load-flow solution distributions, three probability concentrations of each random variable are used, calculated by matching the first four moments (i.e. mean, standard deviation, skewness, kurtosis). Utilizing this method, we can calculate the probability concentrations of the variables needed and we can easily reach reliable conclusions about the operation of a system.

The performance of the 3 Point Estimate Method is tested on three different systems. Initially, the proposed method is applied to the simple IEEE network of 6 buses and afterwards to the 14 buses network of IEEE. Finally, the performance of this method is tested on a more complicated, real network, the network of the island of Crete in four different simulations. The method results obtained in all three networks are evaluated, verified and compared with the results obtained by Monte Carlo simulation technique. In addition, in the network of Crete the results are also compared with the results obtained by the deterministic load flow method. The computational procedure required was implemented in Matlab.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2011- 2012 στον τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Ε.Μ.Π.

Αντικείμενο της εργασίας είναι η μελέτη της πιθανοτικής ροής φορτίου με τη Μέθοδο Εκτίμησης Σημείων σε κάποια δίκτυα μεταξύ αυτών και το ΣΗΕ Κρήτης.

Υπεύθυνος κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας ήταν ο Καθηγητής κ. Ν. Χατζηαργυρίου, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεσή της.

Ακόμα ευχαριστώ θερμά τον κ. Ανέστη Αναστασιάδη Υ.Δ. Ε.Μ.Π., για τη βοήθεια, την υποστήριξη και τις κατευθυντήριες συμβουλές που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας, τη συνάδελφό μου Ελισσάβητ Βορεάδη για τη βοήθεια της σε προγράμματα της Matlab και τον κ. Ν. Κορρέ για την πολύτιμη και ουσιαστική συνδρομή του.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2012
Κωνσταντίνος Ι. Βαμβουκάκης

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	9
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	11
1. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	
ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	
1.1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ.....	15
1.2 ΖΗΤΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	15
1.3 ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	16
1.3.1 Σύστημα Παραγωγής	17
1.3.2 Σύστημα Διασύνδεσης και Μεταφοράς.....	18
1.3.3 Σύστημα Διανομής.....	18
1.4 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ	18
1.5 ΦΟΡΤΙΑ.....	19
1.6 ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ.....	19
1.6.1 Ροή Ισχύος και Ενέργειας.....	20
1.6.2 Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας.....	20
1.6.3 Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος	20
1.6.4 Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος	21
1.7 ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	21
1.8 ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ	22
1.9 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΑΠΟ ΑΠΕ.....	22
2. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.	
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	25
2.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	26
2.2.1 Μεταβλητές του συστήματος.....	26

2.2.2	Θέση του προβλήματος.....	27
2.2.3	Εξισώσεις ροών φορτίου.....	27
2.3	ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	29
2.3.1	Μέθοδος Gauss-Seidel.....	30
2.3.2	Μέθοδος Newton-Raphson.....	31
2.3.3	Ταχεία Αποζευγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου.....	34

3. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

3.1	ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ	39
3.1.1	Βασικές τεχνικές της πιθανοτικής ροής φορτίου	42
3.1.2	Βελτιστοποίηση των τεχνικών PLF	44
3.1.3	Ιστορική Ανάπτυξη.....	49
3.2	ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ.....	52
3.2.1	Μελέτες Ροών Φορτίου.....	52
3.2.2	Σκοπός της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου.....	53
3.2.3	Πρακτικές Εφαρμογές της Μεθόδου	55
3.3	ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	56
3.4	ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ	62
3.5	ΘΕΩΡΗΣΗ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ.....	65
3.6	ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ	69

4. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ

4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	75
4.2	ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΙΔΕΑΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ	76
4.3	ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ	78
4.3.1	Συναρτήσεις μίας μεταβλητής	78
4.3.2	Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	81
4.4	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ	85

5. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

5.1	ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ.....	91
5.2	ΕΦΑΡΜΟΓΗ	94
5.2.1	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΚΑΙ 3 ΣΗΜΕΙΩΝ.....	94
5.2.2	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΟΝΤΕ CARLO.....	95
5.3	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ.....	99

6. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 14 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

6.1	ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 14 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ.....	103
6.2	ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1	106
6.2.1	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 3 ΣΗΜΕΙΩΝ.....	106
6.2.1	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΟΝΤΕ CARLO.....	108
6.2.2	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ.....	112
6.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2	116
6.3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	116
6.3.2	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ	119
6.3.2	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ.....	123

7. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΗΕ ΚΡΗΤΗΣ

7.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	127
7.1.1	Γενικά.....	127
7.1.2	Συστήματα επικοινωνίας.....	127
7.1.3	Διαχρονική εξέλιξη της ζήτησης	129
7.1.4	Στοιχεία για τις θερμικές μονάδες	130
7.1.5	Στοιχεία για τις μονάδες ΑΠΕ	132
7.2	ΕΦΑΡΜΟΓΗ	138
7.2.1	ΣΤΑΔΙΟ 1 - ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ	139

ΜΕΓΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ	141
ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ.....	152
7.2.2 ΣΤΑΔΙΟ 2 - ΧΕΙΜΩΝΑΣ	156
ΜΕΓΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ.....	158
ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ.....	168
7.3 ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	172
8. ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8	
ΕΠΙΛΟΓΟΣ	
8.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	173
8.2 ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ	175
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	177
9. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ	
A.1 ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ.....	185
A.2 ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ.....	186
A.3 ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	188
A.4. ΣΥΝΕΛΙΞΕΙΣ	193
10. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO	
B.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	195
B.2. ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ	197
B.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO	205
11. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

1.1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Η ηλεκτρική ενέργεια είναι μια μορφή ενέργειας, η οποία συνδέεται με την παρουσία ή την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Είναι μια πολύ χρήσιμη μορφή ενέργειας, γιατί μπορεί εύκολα να μετατραπεί σε άλλες μορφές. Μερικά από τα πλεονεκτήματά της είναι τα εξής:

Είναι «καθαρή» στη χρήση της.

Είναι διαθέσιμη όποτε ζητηθεί.

Μεταφέρεται εύκολα και αποδοτικά.

Τα πλεονεκτήματα αυτά που παρουσιάζει η ηλεκτρική ενέργεια είχαν ως αποτέλεσμα τη συνεχώς αυξανόμενη διείσδυσή της στην κάλυψη των αναγκών της ανθρώπινης κοινωνίας και ιδιαίτερα των αστικών αναγκών.

1.2 ΖΗΤΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Χαρακτηριστικά γνωρίσματα της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας από έναν καταναλωτή είναι η μέγιστη ζήτηση ηλεκτρικής ισχύος, η οποία λέγεται και μέγιστο φορτίο (kW μονάδα μέτρησης), η συνολική κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας (kWh μονάδα μέτρησης) και η μορφή της καμπύλης ζήτησης του καταναλωτή κατά τη διάρκεια της ημέρας.

Το φορτίο των καταναλωτών, δηλαδή το συγκρότημα των συσκευών που τροφοδοτούνται με ηλεκτρική ενέργεια από το σύστημα ποικίλλει. Τα διάφορα φορτία μπορούν να καταταγούν σε κατηγορίες όπως κινητήρες (πάσης φύσεως και τύπου), συσκευές θερμάνσεως, ηλεκτρικές συσκευές και φωτιστικά σώματα. Η κατανομή του οικιακού φορτίου κατά τη διάρκεια του 24ώρου, εξαρτάται από την περίοδο του έτους, την ημέρα της εβδομάδας, υπάρχει για παράδειγμα διαφορά μεταξύ εργάσιμης ημέρας και σαββατοκύριακου, και από άλλους κοινωνικούς και οικονομικούς παράγοντες. Αντίστοιχοι παράγοντες επηρεάζουν και τη διαμόρφωση του εμπορικού φορτίου, δηλαδή του φορτίου των γραφείων και καταστημάτων καθώς και τη διαμόρφωση του βιομηχανικού φορτίου, στις βιομηχανικές περιοχές.

1.3 ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) είναι το σύνολο των εγκαταστάσεων και μέσων, τα οποία χρησιμεύουν στην εξυπηρέτηση των αναγκών ενός συνόλου καταναλωτών σε ηλεκτρική ενέργεια. Προορισμός ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι η ικανοποίηση της ενεργού και αέργου ισχύος που απαιτείται για τα διάφορα συνδεδεμένα φορτία στο σύστημα. Το σύστημα πρέπει να έχει μελετηθεί και να λειτουργεί σωστά και να ικανοποιεί τις ακόλουθες απαιτήσεις:

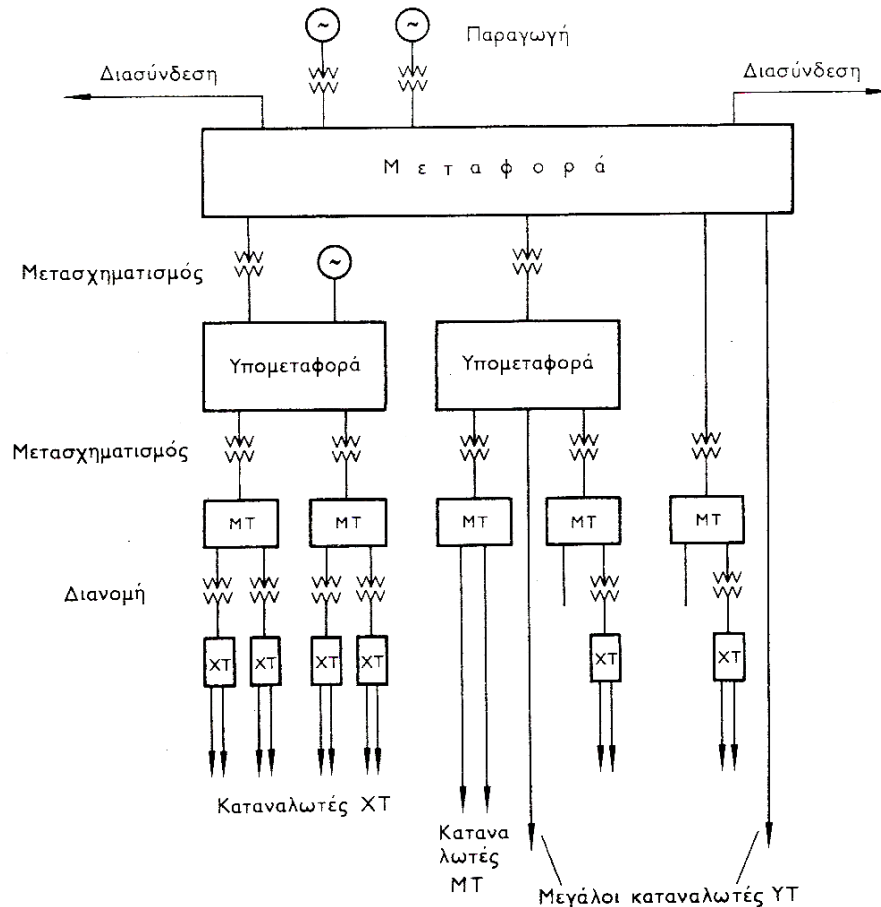
- Α. Πρέπει να παρέχει ηλεκτρική ενέργεια οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση.
- Β. Η ζήτηση πραγματικής και αέργου ισχύος μεταβάλλεται με το χρόνο, και το σύστημα πρέπει να μπορεί να ικανοποιεί αυτή τη συνεχώς μεταβαλλόμενη ζήτηση.
- Γ. Η παρεχόμενη ενέργεια πρέπει να ικανοποιεί ορισμένους όρους ποιότητας. Τρεις βασικοί παράγοντες συνιστούν την ποιότητα αυτή: 1. σταθερή συχνότητα, 2. σταθερή τάση, 3. υψηλή αξιοπιστία τροφοδοτήσεως
- Δ. Η ενέργεια πρέπει να παρέχεται με τα ελάχιστα οικονομικά και οικολογικά κόστη.

Η δομή του συστήματος έχει πρωτεύουσα σημασία για τη γεωγραφική διαθεσιμότητα της ηλεκτρικής ενέργειας. Η ιδιότητα, η οποία χαρακτηρίζει τη δομή του συστήματος περισσότερο από κάθε άλλη είναι το μέγεθος του συστήματος. Η δομή και η σύνθεση του συστήματος εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από το μέγεθος του. Οποσδήποτε όμως ακόμη και το μικρότερο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι ένα ηλεκτρικό δίκτυο πολύπλοκο.

Δεδομένου ότι η εξυπηρέτηση των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ενός συνόλου καταναλωτών προϋποθέτει τις διακεκριμένες φάσεις της παραγωγής, της μεταφοράς και της διανομής, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι δυνατόν να διακριθούν τα εξής ειδικότερα συστήματα: το «Σύστημα Παραγωγής», το «Σύστημα Διασυνδέσεως και Μεταφοράς» και το «Σύστημα Διανομής». Το Σύστημα Παραγωγής περιλαμβάνει τους σταθμούς παραγωγής, όπου παράγεται το ηλεκτρικό ρεύμα, μαζί με τους υποσταθμούς ανυψώσεως της τάσης για τη μεταφορά του υπό υψηλή τάση. Το Σύστημα Μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξεως των δικτύων αυτών, τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων τάσεων του δικτύου, και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσεως σε μέση τάση προς τροφοδότηση των δικτύων διανομής. Με το σύστημα μεταφοράς, η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής προς τις περιοχές καταναλώσεως. Το Σύστημα Διανομής περιλαμβάνει τα δίκτυα διανομής μέσης και χαμηλής τάσεως – μερικές φορές όμως και υψηλής τάσεως – στα οποία δίκτυα υπάγονται και οι υποσταθμοί διανομής μέσω των οποίων η μέση τάση υποβιβάζεται σε χαμηλή τάση. Με τα δίκτυα διανομής η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στις μικρότερες περιοχές φορτίου, και παρέχεται στους καταναλωτές μέσης κι χαμηλής τάσης.

Ένα σύστημα παραγωγής και μεταφοράς μπορεί να λειτουργεί μεμονωμένο ή διασυνδεδεμένο με ένα ή περισσότερα άλλα γειτονικά συστήματα. Η διασύνδεση γίνεται συνήθως σε επίπεδο εθνικών συστημάτων, και προσφέρει ορισμένα τεχνικά και οικονομικά πλεονεκτήματα στη λειτουργία του κάθε συστήματος.

Η βασική δομή του συστήματος παριστάνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 1.3.1: Βασική δομή ενός ΣΗΕ

1.3.1 Σύστημα Παραγωγής

Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ονομάζεται η διαδικασία που απαιτείται για την μετατροπή μιας μορφής πρωτογενούς ενέργειας σε ηλεκτρική. Σήμερα χρησιμοποιείται κυρίως η μετατροπή κάποιας άλλης μορφής πρώτα σε μηχανική (κινητήριες μηχανές, στρόβιλοι) και στη συνέχεια σε ηλεκτρική μέσω των γεννητριών. Το σύνολο της ηλεκτρικής ενέργειας που παρέχεται στον καταναλωτή σήμερα προέρχεται κυρίως από θερμοηλεκτρικούς σταθμούς με την καύση ορυκτών καυσίμων (άνθρακας, λιγνίτης, πετρέλαιο, φυσικό αέριο), από υδροηλεκτρικούς σταθμούς με τη ροή ή την πτώση των

υδάτων, από πυρηνικούς σταθμούς με την πυρηνική σχάση και τα τελευταία χρόνια με μεγαλύτερη ένταση από σταθμούς ανανεώσιμων πηγών ενέργειας όπως είναι ο άνεμος (αιολική ενέργεια), τα θαλάσσια κύματα, η ηλιακή ενέργεια, η γεωθερμία, η βιομάζα κ.λπ.

1.3.2 Σύστημα Διασύνδεσης και Μεταφοράς

Μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας εννοούμε το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από την έξοδο των σταθμών παραγωγής μέχρι τους υποσταθμούς που τροφοδοτούν τα μεγάλα κέντρα κατανάλωσης και απ' όπου ξεκινούν τα δίκτυα διανομής. Επίσης τροφοδοτούν τους μεγάλους καταναλωτές υψηλής τάσης, που κατασκευάζουν δικό τους υποσταθμό υποβιβασμού υψηλής σε μέση τάση και εσωτερικά δίκτυα μέσης και χαμηλής τάσης, και είναι κυρίως μεγάλες βιομηχανικές εγκαταστάσεις με εγκατεστημένη ισχύ πάνω των 10MW.

Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξης των δικτύων αυτών και τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων επιπέδων τάσεως που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς. Με το σύστημα μεταφοράς η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται από τους σταθμούς παραγωγής προς τις περιοχές κατανάλωσης.

1.3.3 Σύστημα Διανομής

Με τον όρο διανομή ηλεκτρικής ενέργειας εννοούμε το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου με τις οποίες η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στους καταναλωτές. Τα δίκτυα διανομής περιλαμβάνουν τις γραμμές ηλεκτρικής ενέργειας, μέσω των οποίων αυτή φτάνει έως τους καταναλωτές και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσης, οι οποίοι τις συνδέουν με το σύστημα μεταφοράς.

Τα δίκτυα διανομής φθάνουν μέχρι το μετρητή της παρεχόμενης στον καταναλωτή ενέργειας. Μετά τον μετρητή αρχίζει η εσωτερική εγκατάσταση, που περιλαμβάνει το εσωτερικό δίκτυο διανομής και τις συσκευές κατανάλωσης.

1.4 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Τρία γενικά, αλλά βασικά, χαρακτηριστικά σχεδιάσεως και αναφοράς ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι η Τάση, η Ισχύς Βραχυκυκλώσεως και η Στάθμη Μονώσεως αυτού. Τάση του δικτύου είναι η μέγιστη τάση λειτουργίας των ηλεκτρικών γραμμών. Ισχύς βραχυκυκλώσεως του δικτύου είναι η συμβατική ισχύς που αντιστοιχεί στη μέγιστη ισχύ, η οποία αποδίδεται στο δίκτυο σε περίπτωση τριφασικού βραχυκυκλώματος μέσα σε αυτό. Η στάθμη μονώσεως του δικτύου αναφέρεται συνήθως

στην τιμή της κρουστικής αντοχής αυτού, δηλαδή της διηλεκτρικής αντοχής της μονώσεως του εξοπλισμού των υποσταθμών σε κρουστικές υπερτάσεις τυποποιημένης μορφής.

1.5 ΦΟΡΤΙΑ

Γενικά, ο όρος φορτίο θα αναφέρεται σε μία συσκευή ή συγκρότημα συσκευών που τροφοδοτούνται με ηλεκτρική ενέργεια από το σύστημα. Στην πραγματικότητα οι συσκευές των φορτίων ποικίλουν από μία λάμπα φωτισμού νύκτας λίγων watt ως ένα κινητήρα επαγωγικό πολλών MW. Ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας κατάλληλα σχεδιασμένο μπορεί να παρέχει ενέργεια σε όλα αυτά τα διάφορα φορτία. Τα διάφορα φορτία μπορούν να καταταγούν στις εξής κατηγορίες :

1. Κινητήρες (πάσης φύσεως και τύπου)
2. Συσκευές θερμάνσεως
3. Ηλεκτρικές συσκευές
4. Φωτιστικά σώματα

Από ηλεκτρική άποψη υπάρχουν τεράστιες διαφορές μεταξύ των διαφόρων φορτίων σε ότι αφορά το μέγεθος, τη συμμετρία (μονοφασικό ή τριφασικό), τη σταθερότητα (ως προς το χρόνο, τη συχνότητα και την τάση), και την περίοδο λειτουργίας (συστηματική ή τυχαία λειτουργία).

1.6 ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

Η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας πρέπει να είναι *καλή* και *ασφαλής*, οι δύο δε αυτές έννοιες χαρακτηρίζουν τις κανονικές συνθήκες λειτουργίας του δικτύου. Ο όρος καλή λειτουργία αφορά περισσότερο τους καταναλωτές, ο δε όρος ασφαλής το σύστημα. Η ηλεκτρική ενέργεια παρέχεται από το ηλεκτρικό σύστημα στους καταναλωτές υπό ορισμένη τάση, της οποίας η τιμή πρέπει να τηρείται μέσα σε προκαθορισμένα συμβατικά όρια. Τα παραδεκτά όρια διακυμάνσεως της παρεχόμενης τάσης στην περιοχή του καταναλωτή είναι $\pm 5\%$ επί της ονομαστικής τιμής της τάσεως, δηλαδή προκειμένου για XT επί των 230V. Ως καλή λειτουργία του δικτύου, θεωρείται εκείνη κατά την οποία η παροχή προς τους καταναλωτές είναι απρόσκοπτη και η τάση τροφοδοτήσεως τηρείται μέσα στα συμβατικά όρια.

Κατά τη λειτουργία του συστήματος οι εγκαταστάσεις του υφίστανται διηλεκτρικές, θερμικές και δυναμικές καταπονήσεις. Η ασφαλής λειτουργία απαιτεί, να μπορούν οι εγκαταστάσεις και ο εξοπλισμός του όλου συστήματος να υφίστανται

ακίνδυνα τις ανωτέρω λειτουργικές καταπονήσεις, και οι τελευταίες να τηρούνται μέσα στα προκαθορισμένα για την ασφάλεια του δικτύου όρια.

1.6.1 Ροή Ισχύος και Ενέργειας

Η ισχύς αποτελεί βασικό μέτρο, το οποίο είναι φυσικό σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας να χαρακτηρίζει το μέγεθος και την ικανότητα, τόσο του συστήματος ολόκληρου, όσο και κάθε στοιχείου της εγκαταστάσεως αυτού, όπως επίσης και του καταναλωτή. Η ηλεκτρική ισχύς ισούται γενικώς με το γινόμενο της τάσεως και του ρεύματος. Ενώ όμως στο συνεχές ρεύμα η ισχύς είναι μια και σχετίζεται με την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, η ύπαρξη αυτεπαγωγών και χωρητικότητων σε ένα ηλεκτρικό σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος δημιουργεί δύο μορφές ισχύος, την ενεργό ή πραγματική ισχύ και την άεργο ισχύ ή ισχύ αντιδράσεως.

1.6.2 Μηχανισμός Φορτίου – Συχνότητας

Τα όρια διακυμάνσεως της συχνότητας πρέπει να είναι πολύ στενά, για διάφορους ειδικούς λόγους, όπως είναι η σημασία της σταθερής ταχύτητας των κινητήρων και των ωρολογιακών μηχανισμών, καθώς και για γενικότερους λόγους όπως ο έλεγχος της όλης λειτουργίας του συστήματος. Ο τελευταίος λόγος είναι και ο σοβαρότερος όλων. Ασυνήθιστες αποκλίσεις της συχνότητας δείχνουν ότι κάποια ανωμαλία συμβαίνει στο σύστημα. Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η σταθερότητα της συχνότητας διατηρείται υπό κανονικές συνθήκες μέσα σε $\pm 0,05$ Hz.

1.6.3 Ευστάθεια Λειτουργίας Συστήματος

Συναφής με την ισορροπία φορτίου – συχνότητας είναι η έννοια της ευστάθειας του συστήματος. Η ευστάθεια είναι μία βασική ιδιότητα, η οποία πρέπει να διέπει τη λειτουργία ενός συστήματος παραγωγής και μεταφοράς και η οποία αποκτά τόσο μεγαλύτερη σπουδαιότητα, όσο πιο εκτεταμένο είναι το σύστημα, ή όσες περισσότερες διασυνδέσεις με γειτονικά συστήματα έχει. Το σύστημα χαρακτηρίζεται σαν ευσταθές, όταν, υφιστάμενο, ενώ λειτουργεί σε ορισμένη μόνιμη κατάσταση, μία διαταραχή από οποιαδήποτε αιτία τείνει να επανέλθει σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, είτε την αρχική, είτε άλλη. Αντίθετα, εάν αυτό τείνει να μην επανέλθει πλέον σε κατάσταση μόνιμης λειτουργίας χαρακτηρίζεται σαν ασταθές. Μόνιμη κατάσταση λειτουργίας χαρακτηρίζεται η συνήθης κατάσταση λειτουργίας του συστήματος, κατά την οποία αυτό εκτελεί τον προορισμό του, δηλαδή παράγει, μεταφέρει και διανέμει σε κάθε στιγμή τη ζητούμενη κατά την ίδια στιγμή ισχύ από την κατανάλωση.

1.6.4 Άεργος ισχύς και τάσεις συστήματος

Όπως η σταθερότητα της συχνότητας εξασφαλίζει ότι υπάρχει ισορροπία της ενεργού ισχύος στο σύστημα, έτσι και σταθερές τάσεις ζυγών εξασφαλίζουν ισορροπία μεταξύ παραγόμενης και καταναλισκόμενης αέργου ισχύος.

Έτσι, για να διατηρηθεί το μέγεθος της τάσης σταθερό σε κάθε ζυγό θα πρέπει οι μεταβολές της αέργου ισχύος να αντισταθμίζονται τοπικά ώστε να μην απαιτείται μεταφορά αέργου ισχύος από τη γραμμή και συνεπώς επίδραση της τάσεως. Η τοπική παραγωγή αέργου ισχύος επιτυγχάνεται με στατούς πυκνωτές, σύγχρονους πυκνωτές εν παραλλήλω. Αυτή χρειάζεται επειδή τα φορτία είναι επαγωγικά και υπάρχει η τάση όταν αυξάνουν τα φορτία να πέφτει η τάση των ζυγών. Το αντίθετο συμβαίνει όταν ελαττώνονται τα φορτία π.χ. τη νύχτα. Στην περίπτωση αυτή πολλές φορές χρειάζεται αντιστάθμιση των γραμμών με εγκάρσια πηνία. Τέλος, η διατήρηση της τάσεως επιτυγχάνεται, εκτός από τα παραπάνω, με ρύθμιση της στα συστήματα διεγέρσεως των γεννητριών και στους μετασχηματιστές ανυψώσεως και υποβιβασμού.

1.7 ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Κατά τη λειτουργία ενός συστήματος δημιουργούνται πολλές φορές ανώμαλες συνθήκες, που οφείλονται είτε σε βλάβες αυτού, είτε σε εξωτερικά τυχαία αίτια, ή σε ατμοσφαιρικές επιδράσεις.

Οι ανώμαλες συνθήκες αποτελούν μεταβατικές καταστάσεις λειτουργίας του συστήματος – σε αντίθεση με την κανονική ή μόνιμη κατάσταση – κατά τις οποίες στο σύστημα εκδηλώνονται μεταβατικά φαινόμενα ταχείας ή βραδείας εξέλιξης, αναλόγως της περιπτώσεως. Κατά τα μεταβατικά αυτά φαινόμενα δημιουργούνται ταλαντώσεις τάσεων και εντάσεων στο σύστημα, κατά τις οποίες τα μεγέθη αυτά είναι δυνατόν να αποκτήσουν τιμές επικίνδυνες για την ασφάλεια του συστήματος.

Τα βραχυκυκλώματα αποτελούν τις συνηθέστερες ανωμαλίες ενός ηλεκτρικού δικτύου και οφείλονται είτε σε βλάβες των εγκαταστάσεων, ή του εξοπλισμού αυτού, ή σε επιδράσεις εξωτερικών αιτιών, κυρίως ατμοσφαιρικών.

Όπως τα βραχυκυκλώματα αποτελούν ανώμαλες υπερεντάσεις οι οποίες καταπονούν θερμικά και δυναμικά τους αγωγούς των δικτύων, οι υπερτάσεις αποτελούν ανώμαλες τάσεις, πολλαπλάσιου μεγέθους των τάσεων λειτουργίας, οι οποίες αντίστοιχα καταπονούν διηλεκτρικά τις μονώσεις αυτών. Αυτές διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αναλόγως προελεύσεως, τις *ατμοσφαιρικές* ή *εξωτερικές* και τις *λειτουργικές* ή *εσωτερικές* υπερτάσεις.

1.8 ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΙ ΜΕΣΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ

Το σύστημα προστασίας ενός ηλεκτρικού δικτύου είναι το βασικότερο από τα βοηθητικά συστήματα, με τα οποία είναι εφοδιασμένο το δίκτυο και αποσκοπεί στην προστασία του από τις ανώμαλες καταστάσεις, οι οποίες παρουσιάζονται κατά τη λειτουργία του και κυρίως από τα βραχυκυκλώματα.

Κατηγορίες και είδη προστασιών έναντι βραχυκυκλωμάτων υπάρχουν πολλά, από τα οποία αναφέρονται τα βασικότερα: *Προστασία αποστάσεως* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία υπερεντάσεως* (γεννήτριες, μετασχηματιστές, γραμμές διανομής ΜΤ, κ.α.), *Διαφορική προστασία* (μετασχηματιστές, καλώδια, γεννήτριες, ζυγοί), *Προστασία συγκρίσεως φάσεων* (γραμμές μεταφοράς), *Προστασία Buch – holtz* (μετασχηματιστές, κ.α.), *Προστασία υπερθερμάνσεως* (μετασχηματιστές, κ.α.).

Τα κύρια όργανα προστασίας είναι οι *ηλεκτρονόμοι* ή *ρελαί*, οι *διακόπτες ισχύος* ή *αυτόματοι διακόπτες* και οι *ασφάλειες*. Βασικοί τύποι διακοπών ισχύος υψηλής τάσεως είναι οι διακόπτες: *ελαίου*, *πεπιεσμένου αέρος* και *εξαφθοριούχου θείου*. Επίσης, ένα μέσο προστασίας του δικτύου από τις υπερτάσεις είναι το *αλεξικέραυνο*.

1.9 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΑΠΟ ΑΠΕ

Με βάση τις υφιστάμενες σήμερα τεχνολογίες, ο πιο οικολογικός τρόπος παραγωγής ενέργειας είναι από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Ειδικότερα για κάθε μία από αυτές σημειώνονται τα εξής:

Η αιολική ενέργεια αξιοποιείται μέσω των «Ανεμογεννητριών» οι οποίες μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική. Η αιολική ενέργεια είναι σήμερα η ευρύτερα αξιοποιούμενη και η μόνη με την οποία παράγεται ηλεκτρική ενέργεια σε τιμές συγκρίσιμες με των συμβατικών πηγών και σε μεγάλες σχετικά ισχύεις.

Η ηλιακή ενέργεια αξιοποιείται είτε, συνηθέστερα, μέσω των Φωτοβολταϊκών γεννητριών, οι οποίες μετατρέπουν απ'ευθείας την ηλιακή ενέργεια σε ηλεκτρική είτε, σπανιότερα, με τη συγκέντρωση των ηλιακών ακτινών μέσω ηλιακών συλλεκτών ώστε να επιτευχθούν υψηλές θερμοκρασίες και τελικά η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Η ηλιακή ενέργεια αξιοποιείται με κόστος συγκρίσιμο με των συμβατικών πηγών, μόνο για τη θέρμανση νερού με «Ηλιακούς θερμοσίφωνες». Για την παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος μέσω φωτοβολταϊκών στοιχείων το κόστος της ενέργειας σήμερα παραμένει υψηλότερο από αυτό των συμβατικών πηγών.

Με τα «Μικρά Υδροηλεκτρικά» γίνεται συνήθως εκμετάλλευση υδάτινων ρευμάτων, για τα οποία δεν απαιτούνται μεγάλα έργα αποθηκείσεως (φράγματα κ.λπ.). Η αποδοτικότητά τους σχετίζεται άμεσα με τις υπάρχουσες εδαφο-υδρολογικές

συνθήκες. Η συμβολή τους στις ενεργειακές ανάγκες μιας περιοχής μπορεί να είναι σημαντική, οπωσδήποτε όμως σε εθνικό επίπεδο είναι περιορισμένη.

Οι κυψέλες καυσίμου μετατρέπουν απ'ευθείας τη χημική ενέργεια σε ηλεκτρική, με την χρήση κατάλληλων διατάξεων και ηλεκτρολυτών. Η εμπορική τους εφαρμογή δεν έχει ακόμα προχωρήσει.

Η κινητική ενέργεια των Θαλάσσιων κυμάτων, γίνεται προσπάθεια να μετατραπεί σε ηλεκτρική, μέσω κατάλληλων διατάξεων όμως παραμένει σε πειραματικό στάδιο.

Η γεωθερμική ενέργεια, είναι γενικά η θερμότητα εσωτερικών στρωμάτων της γης, η οποία γίνεται εκμεταλλεύσιμη όταν υπάρχουν κατάλληλες γεωλογικές συνθήκες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η δομή και η λειτουργία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι δύο διαφορετικές πλευρές της τεχνικής των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Από άποψη λειτουργίας του ολοκληρωμένου συστήματος διακρίνουμε τη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας ή κανονική λειτουργία και τη μεταβατική και ασύμμετρη κατάσταση λειτουργίας ή γενικότερα μη κανονική ή ανώμαλη λειτουργία.

Θα ασχοληθούμε με την ανάλυση σταθερής κατάστασης ενός αλληλοσυνδεδεμένου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας κατά τη διάρκεια μιας κανονικής εφαρμογής. Το σύστημα θεωρείται ότι δουλεύει κάτω από εξισορροπημένες συνθήκες και αναπαρίσταται από ένα μονοφασικό δίκτυο. Το δίκτυο περιέχει εκατοντάδες κόμβους και κλάδους με σύνθετες αντιστάσεις εκφρασμένες σε α.μ. τιμές σε ένα κοινό MVA σύστημα.

Οι εξισώσεις δικτύου μπορούν να διατυπωθούν συστηματικά με διάφορους τρόπους. Παρόλα αυτά πιο συχνά χρησιμοποιείται η μέθοδος τάσεων-κόμβων, η οποία είναι η πιο κατάλληλη για τις περισσότερες αναλύσεις συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η διατύπωση των εξισώσεων του δικτύου στην μορφή του πίνακα αγωγιμοτήτων καταλήγει σε σύνθετες γραμμικές ταυτόσημες αλγεβρικές εξισώσεις όσον αφορά τα ρεύματα των κόμβων. Όταν τα ρεύματα στους κόμβους είναι συγκεκριμένα, το σύνολο των γραμμικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί για τις τάσεις των κόμβων. Παρόλα αυτά, σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, γνωστές είναι οι ισχύς και πιο σπάνια τα ρεύματα. Γι' αυτό τον λόγο οι εξισώσεις που προκύπτουν για τις ισχύς, γνωστές ως εξισώσεις ροής ισχύος, είναι μη γραμμικές και λύνονται με επαναληπτικές μεθόδους. Η μελέτη της ροής ισχύος, που συχνά αναφέρεται και ως ροή φορτίου, αποτελεί την θεμελίωση της ανάλυσης και του σχεδιασμού των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η μελέτη της ροής φορτίου είναι πολύ χρήσιμη για διάφορους λόγους, μερικοί από τους οποίους αναφέρονται ενδεικτικά παρακάτω:

- Είναι απαραίτητη για την επιλογή της πλέον οικονομικής λειτουργίας των γεννητριών του συστήματος. Επειδή στη διάρκεια κάθε ημέρας τα φορτία μεταβάλλονται συνεχώς, απαιτείται συχνά ο υπολογισμός εκ νέου της παραγόμενης ισχύος κάθε γεννήτριας, ώστε τα φορτία να τροφοδοτούνται με τον πιο οικονομικό τρόπο.
- Είναι απαραίτητη για τον έλεγχο των τάσεων και ροών, ώστε να διατηρούνται εντός προκαθορισμένων ορίων λειτουργίας.

- Είναι απαραίτητη στη μελέτη των επιπτώσεων ενδεχόμενων διαταραχών (απώλεια γραμμής, γεννήτριας, κ.λπ.).
- Είναι απαραίτητη σε μελέτες ανάπτυξης και επέκτασης του συστήματος παραγωγής και μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

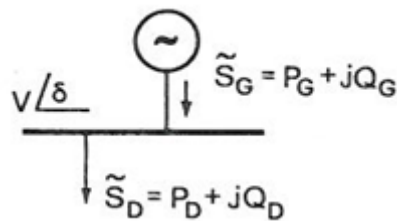
Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι η ανάλυση της ροής φορτίου είναι το σημείο εκκίνησης για όλες τις επιμέρους μελέτες των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

Η ανάλυση ροών φορτίου συνίσταται στον υπολογισμό των τάσεων κατά μέτρο και γωνία σε όλους τους ζυγούς, καθώς και των ροών ενεργού και άεργου ισχύος σε όλες τις γραμμές ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας για ένα δεδομένο σημείο λειτουργίας, το οποίο ορίζεται από τις καταναλώσεις των φορτίων, την παραγωγή ενεργού ισχύος και τις τάσεις των γεννητριών.

2.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ

2.2.1 Μεταβλητές του συστήματος

Θεωρώντας τη γενική περίπτωση ενός ζυγού του συστήματος, με παραγωγή και φορτίο, που εκφράζονται ως ισχείς, διακρίνουμε τα ακόλουθα 6 μεγέθη:



Σχήμα 2.1- Ζυγός ενός Σ.Η.Ε.

P_G : παραγόμενη ενεργός ισχύς

Q_G : παραγόμενη άεργος ισχύς

P_D : ενεργός ισχύς φορτίου

Q_D : άεργος ισχύς φορτίου

V : τάση ζυγού (μέτρο)

δ : γωνία (τάσης) ζυγού

Τα ηλεκτρικά αυτά μεγέθη αποτελούν τις μεταβλητές του προβλήματος και είναι 6 ανά ζυγό. Σε ένα σύστημα με N ζυγούς υπάρχουν συνολικά $6N$ μεταβλητές, οι οποίες μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις ομάδες. Τα φορτία ή μεταβλητές ζήτησης (PD,QD) χαρακτηρίζονται και σαν μεταβλητές διαταραχής. Οι ισχείς παραγωγής (PG,QG) χαρακτηρίζονται σαν μεταβλητές ελέγχου. Ο όρος δικαιολογείται από το γεγονός ότι οι μονάδες παραγωγής αποτελούν τα κύρια μέσα ελέγχου της λειτουργίας του συστήματος. Τέλος, οι τάσεις και οι γωνίες των ζυγών είναι εξαρτημένες μεταβλητές, οι οποίες κατά συνέπεια προς τα προηγούμενα μπορούν να ονομαστούν μεταβλητές κατάστασης.

2.2.2 Θέση του προβλήματος

Η μελέτη των ροών φορτίου συνιστάται στον υπολογισμό των ισχύων και τάσεων σε κάθε κόμβο ενός δικτύου, για δεδομένες συνθήκες. Οι γραμμές παριστάνονται με κυκλώματα Π , με ανηγμένες παραμέτρους και τα φορτία θεωρούνται συμμετρικά. Εάν τα φορτία μπορούσαν να παρασταθούν με σταθερές σύνθετες αγωγιμότητες, και οι γεννήτριες, σαν πηγές πίσω από αντιστάσεις, θα ήταν δυνατή μία άμεση λύση του προβλήματος.

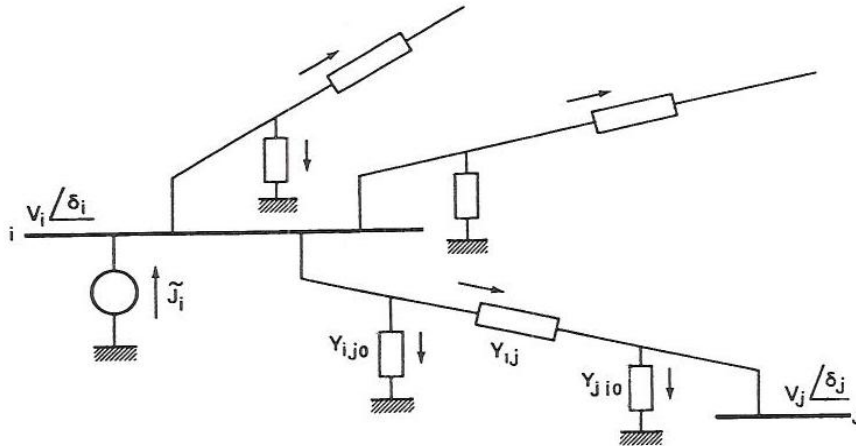
Γενικά, όμως τα φορτία ορίζονται ως ισχείς πραγματικές και άεργες και οι γεννήτριες επίσης από τις παραγόμενες ισχείς και τις τάσεις ζυγού. Βάσει αυτών των χαρακτηριστικών, ορίζονται για τις μελέτες ροών φορτίου οι ακόλουθοι τρεις χαρακτηριστικοί τύποι ζυγών:

- Ζυγοί φορτίου, στους οποίους είναι γνωστές οι ισχείς ζήτησεως, ή φορτίου και άγνωστη η τάση (κατά μέγεθος και γωνία)
- Ζυγοί παραγωγής, όπου είναι γνωστά, η παραγόμενη ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης και προσδιορίζονται η άεργος ισχύς και η γωνία της τάσης.
- Ζυγός ταλάντωσης, ή ζυγός αναφοράς, ο οποίος είναι ζυγός παραγωγής, χρησιμοποιούμενος για να αντισταθμίσει τις απώλειες του δικτύου, που δεν είναι γνωστές εξ αρχής και γενικά για άμεση αντιμετώπιση των μεταβολών ισχύος. Στον ζυγό αυτόν επιβάλλεται σταθερή τάση κατά μέτρο και γωνία και προσδιορίζονται οι ισχείς παραγωγής.

Άλλοι συνδυασμοί ζυγών είναι επίσης δυνατόν να προκύψουν κατά περίπτωση.

2.2.3 Εξισώσεις ροών φορτίου

Θεωρούμε ένα αντιπροσωπευτικό κομμάτι ενός δικτύου με δύο ζυγούς i και j και τη γραμμή μεταφοράς μεταξύ τους (Σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2-Τυπικό κομμάτι δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας

Η συνισταμένη ισχύς που εισέρχεται στον ζυγό i είναι

$$\vec{S}_i = P_i + jQ_i \quad (2.1)$$

όπου P_i είναι η ενεργός ισχύς και Q_i η άεργος ισχύς που εξέρχεται από τον ζυγό i . Και οι δύο αυτές συνιστώσες είναι οι αντίστοιχες διαφορές παραγόμενης και καταναλισκόμενης ισχύς στο ζυγό i , δηλαδή

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} \quad (2.2)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (2.3)$$

Οι εγκάρσιες αγωγιμότητες προς γη των γραμμών μεταφοράς συγκεντρώνονται στους ζυγούς, οπότε θα είναι:

$$Y_{i0} = \sum_{j=1}^N Y_{ij0} \quad (2.4)$$

Έστω \vec{V}_i η τάση στον ζυγό i και \vec{V}_j η τάση στον ζυγό j , το ρεύμα του ζυγού \vec{J}_i ορίζεται ως

$$\vec{J}_i = \vec{V}_i Y_{i0} + \sum_{j=1}^N (\vec{V}_i - \vec{V}_j) \vec{Y}_{ij} = \dots = \left(Y_{i0} + \sum_{j \neq i}^N Y_{ij} \right) \vec{V}_i - \sum_{j=1}^N \vec{Y}_{ij} \vec{V}_j \quad (2.5)$$

όπου \vec{Y}_{ij} οι αγωγιμότητες σειράς των γραμμών οι οποίες συνδέονται στον ζυγό i .

Εισάγοντας τις ακόλουθες παραμέτρους (μήτρα αγωγιμοτήτων)

$$y_{ii} = Y_{i0} + \sum_{j \neq i}^N Y_{ij} \quad (2.6)$$

$$y_{ij} = -Y_{ij} = -Y_{ji} \quad (2.7)$$

η εξίσωση γίνεται

$$\vec{J}_i = \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j \quad (2.8)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις καταλήγουμε στην

$$P_i - jQ_i = \vec{V}_i^* \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j \quad (2.9)$$

Οι εξισώσεις ροής φορτίου προσδιορίζονται από την προηγούμενη εξίσωση χωρίζοντας το πραγματικό και το φανταστικό μέρος και αντικαθιστώντας $\vec{V}_i^* = V_i e^{-j\delta_i}$, $\vec{V}_j = V_j e^{-j\delta_j}$ και $y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$, όπου V_i , V_j , δ_i και δ_j οι τάσεις και οι γωνίες των αντίστοιχων ζυγών. Έτσι, έχουμε

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (2.10)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2.11)$$

Οι εξισώσεις για τη ροή ισχύος στη γραμμή ij είναι οι εξής:

$$P_{ij} = -t_{ij} G_{ij} V_i^2 + V_i V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (2.12)$$

$$Q_{ij} = -t_{ij} B_{ij} V_i^2 - B'_{ij} V_i^2 + V_i V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2.13)$$

όπου t_{ij} είναι η λήψη του μετασχηματιστή, $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ και $B'_{ij} = 0.5B_{ij}$.

2.3 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ

Είναι προφανές από το προηγούμενο εδάφιο ότι η επίλυση του προβλήματος ροών φορτίου συνίσταται στην λύση ενός συστήματος μη γραμμικών εξισώσεων. Είναι προτιμότερο, λοιπόν, να επιλυθεί το εν λόγω πρόβλημα μέσω επαναληπτικών μεθόδων. Οι κυριότερες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι η Gauss-Seidel και η Newton-Raphson, οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

2.3.1 Μέθοδος Gauss-Seidel

Υποθέτουμε μια γνωστή αρχική σειρά τιμών όλων των μεταβλητών, θεωρούμε τη γενική μορφή των εξισώσεων ροών φορτίου (2.9), λυμένη ως προς V_i :

$$V_i = \frac{1}{y_{ii}} \left\{ \frac{P_i - jQ_i}{\vec{V}_i^*} - \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j \right\} \quad j \neq i \quad (2.14)$$

Η σχέση αυτή χρησιμοποιείται επαναληπτικά και για τον προσδιορισμό της V_i στο βήμα $(n+1)$ χρησιμοποιείται η ακόλουθη σχέση:

$$V_i^{(n+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left\{ \frac{P_i^{(n)} - jQ_i^{(n)}}{\vec{V}_i^{(n)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} \vec{V}_j^{(n+1)} - \sum_{j=i+1}^N y_{ij} \vec{V}_j^{(n)} \right\} \quad (2.15)$$

Στους ζυγούς φορτίου ο παραπάνω τύπος εφαρμόζεται κατευθείαν καθώς τα P_i και Q_i είναι γνωστά. Στους ζυγούς παραγωγής χρειάζεται να υπολογιστεί το Q_i σύμφωνα με τον τύπο

$$Q_i^{(n)} = -Im \left\{ \vec{V}_i^{(n)*} \left[\sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} \vec{V}_j^{(n+1)} + \sum_{j=i}^N y_{ij} \vec{V}_j^{(n)} \right] \right\} \quad (2.16)$$

Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται ώσπου η μέθοδος να συγκλίνει. Ο βαθμός σύγκλισης αυξάνεται χρησιμοποιώντας έναν παράγοντα επιτάχυνσης στην προσεγγιστική λύση που λαμβάνεται μετά από κάθε επανάληψη.

$$V_i^{(n+1)} = V_i^{(n)} + a(V_i^{(n+1)'} - V_i^{(n)}) \quad (2.17)$$

Η τιμή του $V_i^{(n+1)'}$ είναι αυτή που προκύπτει από τον τύπο (2.15).

Στους ζυγούς παραγωγής ο συντελεστής επιτάχυνσης εφαρμόζεται στη γωνία δ του ζυγού.

$$\delta_i^{(n+1)} = \delta_i^{(n)} + a(\delta_i^{(n+1)'} - \delta_i^{(n)}) \quad (2.18)$$

Ένας συνοπτικός αλγόριθμος της μεθόδου *Gauss-Seidel* είναι ο ακόλουθος:

- Δίνονται οι αρχικές τιμές των τάσεων V , των ζυγών φορτίου και στις γωνίες δ των ζυγών παραγωγής.
- Για κάθε ζυγό του συστήματος (εκτός του ζυγού ταλάντωσης):
2α. Αν είναι ζυγός παραγωγής υπολογίζουμε το Q_i από τον τύπο (2.16)

- 2β. Υπολογίζεται η νέα τιμή της τάσης $V_i^{(n+1)}$, από τον τύπο (2.15)
- 2γ. Αν είναι ζυγός φορτίου διορθώνουμε το V_i και έχουμε τη νέα προσέγγιση $V_i^{(n+1)}$.
- 2δ. Αν είναι ζυγός παραγωγής διορθώνουμε τη γωνία $\delta_i^{(n+1)}$, του 2β, σύμφωνα με τον τύπο (2.18).
- Εάν οι νέες τιμές των τάσεων διαφέρουν από τις προηγούμενες περισσότερο από ένα όριο αντοχής ξαναγυρίζουμε στο 2.
 - Εφόσον η μέθοδος έχει συγκλίνει υπολογίζουμε τις ροές ισχύων και τις απώλειες.

2.3.2 Μέθοδος Newton-Raphson

Η επαναληπτική αυτή μέθοδος είναι πιο σύνθετη αλλά και ασφαλέστερη. Στις περισσότερες περιπτώσεις δεν έχει πρόβλημα σύγκλισης και κατά κανόνα συγκλίνει γρηγορότερα από την *Gauss-Seidel*.

Γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση

$$P_i - jQ_i = \vec{V}_i^* \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{V}_j = V_i^2 y_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^N y_{ij} \vec{V}_j \quad (2.19)$$

Θεωρούμε ότι

$$\vec{V}_i = |V_i| \angle \delta_i \text{ και } \vec{y}_{ij} = |y_{ij}| \angle -\theta_{ij},$$

Χωρίζοντας τα πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουμε

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.20)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.21)$$

Οι εξισώσεις (2.20) και (2.21) αποτελούν ένα σύνολο από μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις ανεξάρτητων μεταβλητών, όπου οι τιμές των τάσεων είναι σε ανά μονάδα (α.μ.) τιμές και γωνίες φάσης σε rad. Έχουμε δύο εξισώσεις για κάθε ζυγό φορτίου, οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.21) και μία εξίσωση για κάθε ζυγό παραγωγής (*PV*), που δίνεται από την (2.20). Αναπτύσσοντας αυτές τις εξισώσεις σε *σειρά Taylor* για την αρχική εκτίμηση και παραλείποντας όλους τους όρους μεγαλύτερης τάξης καταλήγουμε στο παρακάτω σύνολο γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \left| \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_2|} \right| & \dots & \left| \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \right| \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \left| \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_2|} \right| & \dots & \left| \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \right| \\ \hline \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \left| \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_2|} \right| & \dots & \left| \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \right| \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \left| \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_2|} \right| & \dots & \left| \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \right| \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, ο ζυγός 1 θεωρείται ο ζυγός αναφοράς. Ο Ιακωβιανός πίνακας δίνει την γραμμική σχέση μεταξύ των μικρών αλλαγών στην γωνία της τάσης $\Delta \delta_i^{(k)}$ και στην τιμή της τάσης $\Delta |V_i^{(k)}|$ με τις αλλαγές στην πραγματική και άεργο ισχύ $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$. Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα είναι οι μερικές παράγωγοι των εξισώσεων (2.20) και (2.21), υπολογισμένες στα $\Delta \delta_i^{(k)}$ και $\Delta |V_i^{(k)}|$. Σε πιο σύντομη μορφή μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

Οι πλήρεις διαστάσεις της Ιακωβιανής μήτρας είναι $2n \times 2n$. Στην πραγματικότητα όμως δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε όλες τις παραγώγους. Για ζυγούς PV , τα μέτρα των τάσεων είναι γνωστά. Επομένως, αν m ζυγοί του συστήματος είναι ελεγχόμενης τάσης, τότε m εξισώσεις που περιλαμβάνουν τα ΔQ και ΔV και τις αντίστοιχες στήλες του Ιακωβιανού πίνακα, διαγράφονται. Έτσι, υπάρχουν $n-1$ περιορισμοί πραγματικής ισχύος και $n-1-m$ περιορισμοί άεργου ισχύος, και ο Ιακωβιανός πίνακας είναι τάξης $(2n-2-m) \times (2n-2-m)$. Ο πίνακας J_1 είναι τάξης $(n-1) \times (n-1)$, ο πίνακας J_2 είναι τάξης $(n-1) \times (n-1-m)$, ο J_3 τάξης $(n-1-m) \times (n-1)$ και ο J_4 τάξης $(n-1-m) \times (n-1-m)$.

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_1 είναι :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.24)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_2 είναι:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2 |V_i| |Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) + \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.26)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_3 είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos((\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.28)$$

Τα διαγώνια και μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα J_4 είναι :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2 |V_i| |Y_{ii}| \sin(\theta_{ii}) - \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.30)$$

Συνοπτικά η (2.21) γράφεται:

$$\begin{bmatrix} [\Delta P] \\ [\Delta Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right] & \left[\frac{\partial P}{\partial V} \right] \\ \left[\frac{\partial Q}{\partial \delta} \right] & \left[\frac{\partial Q}{\partial V} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta \delta] \\ [\Delta V] \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Οι όροι $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$ είναι η διαφορά μεταξύ των αρχικών (επιθυμητών ή προγραμματισμένων) και υπολογιζόμενων τιμών, γνωστών σαν υπόλοιπα ισχύος, και δίνονται από:

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \quad (2.32)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \quad (2.33)$$

Άρα, οι γωνίες όλων των ζυγών βρίσκονται από την σχέση

$$[\Delta \delta] = \left([\Delta P] - \left[\frac{\partial P}{\partial V} \right] [\Delta V] \right) \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} \quad (2.34)$$

με γνωστά $[\Delta P]$, $[\Delta Q]$ από την προηγούμενη εκτίμηση τάσεων, και οι τάσεις από την

$$[\Delta V] = \left([\Delta Q] - \left[\frac{\partial Q}{\partial \delta} \right] [\Delta \delta] \right) \left[\frac{\partial Q}{\partial V} \right]^{-1} \quad (2.35)$$

βάσει των $[\Delta \delta]$ που υπολογίστηκαν προηγουμένως.

Με γνωστές τις τάσεις και τις γωνίες όλων των ζυγών, μπορούν να υπολογιστούν τα Q των ζυγών παραγωγής και τα P, Q του ζυγού ταλάντωσης.

Ένας συνοπτικός αλγόριθμος της μεθόδου Newton-Raphson είναι ο ακόλουθος:

Δίνονται οι αρχικές τιμές των τάσεων V και στις γωνίες δ όπου αυτά δεν είναι καθορισμένα.

- Υπολογίζονται οι ισχείς των ζυγών. Για ζυγούς φορτίου, οι $P_i^{(k)}$ και $Q_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.21), ενώ οι $\Delta P_i^{(k)}$ και $\Delta Q_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.32) και (2.33). Για ζυγούς PV , οι $P_i^{(k)}$ και $\Delta P_i^{(k)}$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.20) και (2.32) αντίστοιχα.
- Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα (J_1, J_2, J_3, J_4) υπολογίζονται από τις (2.22) - (2.29).
- Η γραμμική εξίσωση (2.21) λύνεται απευθείας με τη μέθοδο της τριγωνοποίησης και απαλοιφής Gauss.
- Τα νέα μέτρα των τάσεων και οι νέες γωνίες φάσεων υπολογίζονται από τις (2.34) και (2.35).
- Εάν οι αποκλίσεις είναι μεγαλύτερες από τα όρια ανοχής, ξαναγυρίζουμε στο 2.
- Εφόσον η μέθοδος έχει συγκλίνει υπολογίζουμε τα P_1, Q_1 του ζυγού αναφοράς και έπειτα τις ροές ισχύων στις γραμμές και τις απώλειες.

2.3.3 Ταχεία Αποζευγμένη Μέθοδος Ροής Φορτίου

Οι γραμμές μεταφοράς ενός συστήματος ισχύος έχουν πολύ μεγάλο λόγο X/R . Για ένα τέτοιο σύστημα, οι μεταβολές της πραγματικής ισχύος ΔP είναι λιγότερο ευαίσθητες σε μεταβολές του μέτρου της τάσης και περισσότερο ευαίσθητες σε μεταβολές στη φάση των γωνιών $\Delta \delta$. Ομοίως, η άεργος ισχύς είναι λιγότερο ευαίσθητη σε αλλαγές στη γωνία και είναι σχεδόν ανεξάρτητη σε μεταβολές του μέτρου της τάσης. Επομένως, είναι

λογικό οι πίνακες J_2 και J_3 του Ιακωβιανού πίνακα να τίθενται ίσοι με 0. Έτσι, διαμορφώνεται η σχέση:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

ή

$$\Delta P = J_1 \Delta \delta = \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right] \Delta \delta \quad (2.37)$$

$$\Delta Q = J_4 \Delta |V| = \left[\frac{\partial Q}{\partial |V|} \right] \Delta |V| \quad (2.38)$$

Οι σχέσεις (2.37) και (2.38) δείχνουν ότι η εξίσωση (2.36) διαχωρίζεται σε δύο αποξενυμένες εξισώσεις που απαιτούν μειωμένο χρόνο για να λυθούν. Επιπλέον, μπορεί να γίνει σημαντική απλοποίηση αν εξαλείψουμε την ανάγκη να υπολογιστούν ξανά οι πίνακες J_1 και J_4 κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης. Η διαδικασία αυτή καταλήγει στις αποξενυμένες εξισώσεις ροής φορτίου που αναπτύχθηκαν από τους Stott και Alsac. Τα διαγώνια στοιχεία του J_1 που περιγράφονται από τη σχέση (2.23) μπορούν να γραφτούν ως :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \quad (2.39)$$

Αντικαθιστώντας τον πρώτο όρο της παραπάνω εξίσωσης με $-Q_i$, όπως προκύπτει από την (2.20), έχουμε :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (2.40)$$

όπου $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii}$ είναι το φανταστικό μέρος των διαγώνιων στοιχείων της μήτρας αγωγιμότητας. B_{ii} είναι το άθροισμα των επιδεκτικότητων όλων των στοιχείων που συνδέονται στο ζυγό i . Σε ένα τυπικό σύστημα ισχύος, για την αυτό-επιδεκτικότητα ισχύει ότι $B_{ii} \gg Q_i$, και επομένως μπορούμε να αγνοήσουμε την Q_i . Περαιτέρω απλοποίηση πραγματοποιείται με τη θεώρηση ότι $|V_i|^2 \approx |V_i|$ η οποία οδηγεί στην:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.41)$$

Υπό κανονικές συνθήκες, η διαφορά $\delta_j - \delta_i$ είναι αρκετά μικρή. Έτσι, θεωρώντας στη σχέση (2.2.25) ότι $\theta_{ii} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ii}$, τα μη διαγώνια στοιχεία του J_1 προκύπτουν από τη σχέση:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (2.42)$$

Περαιτέρω απλοποίηση προκύπτει θεωρώντας ότι $|V_j| \approx 1$:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.43)$$

Ομοίως, τα διαγώνια στοιχεία του J_4 που περιγράφονται από την (2.29) μπορούν να γραφτούν ως:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2.44)$$

Αντικαθιστώντας τον δεύτερο όρο της παραπάνω εξίσωσης με $-Q_i$, όπως προκύπτει από την (2.21), έχουμε:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} + Q_i \quad (2.45)$$

Όπως και προηγουμένως, αφού $B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \gg Q_i$, το Q_i μπορεί να αμεληθεί και η (2.29) γίνεται:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| B_{ii} \quad (2.46)$$

Ομοίως, θεωρώντας ότι $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ij}$, η (2.30) γίνεται:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| B_{ij} \quad (2.47)$$

Με τις υποθέσεις αυτές, οι εξισώσεις (2.37) και (2.38) παίρνουν την παρακάτω μορφή:

$$\frac{\Delta P}{|V_i|} = -B' \Delta \delta \quad (2.48)$$

$$\frac{\Delta Q}{|V_i|} = -B'' \Delta |V| \quad (2.49)$$

Οι πίνακες B' και B'' είναι τα φανταστικά μέρη της μήτρας αγωγιμότητας Y_{bus} . Αφού τα στοιχεία αυτού του πίνακα είναι σταθερά, πρέπει να τριγωνοποιηθούν και να εισαχθούν μία μόνο φορά στην αρχή της επανάληψης. Η τάξη του πίνακα B' είναι $(n-1)$. Για ζυγούς PV όπου τα $|V_i|$ και P_i είναι προσδιορισμένα, ενώ το Q_i όχι, η αντίστοιχη γραμμή και στήλη του Y_{bus} απαλείφονται. Έτσι, ο πίνακας B'' έχει τάξη $(n-1-m)$, όπου m είναι ο αριθμός των ζυγών PV. Επομένως, στον αλγόριθμο της ταχείας αποζευγμένης μεθόδου ροής φορτίου οι μεταβολές στο μέτρο της τάσης και στη φάση είναι :

$$\Delta \delta = -[B']^{-1} \frac{\Delta P}{|V|} \quad (2.50)$$

$$\Delta |V| = -[B'']^{-1} \frac{\Delta Q}{|V|} \quad (2.51)$$

Η ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροής φορτίου απαιτεί περισσότερες επαναλήψεις από τη μέθοδο Newton-Raphson, αλλά απαιτεί σημαντικά λιγότερο χρόνο για κάθε επανάληψη και η επίλυση της ροής φορτίου πραγματοποιείται πολύ γρήγορα. Η τεχνική αυτή είναι πολύ χρήσιμη στην ανάλυση ενδεχόμενων διαταραχών όπου το πλήθος των διακοπών πρέπει να προσομοιωθεί ή η επίλυση της ροής φορτίου πρέπει να ελεγχθεί on line.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ Σ.Η.Ε.

3.1 ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

Η ντετερμινιστική ροή φορτίου (DLF) χρησιμοποιείται για την ανάλυση και την αξιολόγηση του σχεδιασμού και της λειτουργίας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Η ντετερμινιστική ροή φορτίου χρησιμοποιεί συγκεκριμένες τιμές παραγωγής ενέργειας και ζήτησης φορτίου ενός δικτύου για να υπολογίσει τις καταστάσεις του συστήματος και τις ροές φορτίου και έτσι τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται (διάνυσμα κατάστασης) αντιστοιχούν αποκλειστικά στο συγκεκριμένο σύστημα δεδομένων (διάνυσμα εισόδου και διάνυσμα ελέγχου). Κάθε αλλαγή των δεδομένων απαιτεί καινούρια επίλυση για τον υπολογισμό της νέας κατάστασης. Για να ληφθούν υπόψη όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί μεταβολής των φορτίων και της παραγωγής απαιτείται η επίλυση υπερβολικά μεγάλου πλήθους ντετερμινιστικών ροών φορτίου.

Για συστήματα με N ζυγούς και k μόνο διαφορετικές τιμές φορτίων σε κάθε ζυγό απαιτείται η επίλυση k^N ροών φορτίου, π.χ. σε ένα σύστημα $N=100$ ζυγών και $k=4$ διαφορετικών τιμών φορτίου σε κάθε ζυγό απαιτούνται $4^{100} \approx 10^{60}$ ροές φορτίου. Η εκτίμηση τόσο μεγάλου πλήθους αποτελεσμάτων ροής φορτίου για την εύρεση της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και τον σχεδιασμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών είναι πρακτικά αδύνατη.

Γι' αυτό το λόγο η ντετερμινιστική ροή φορτίου αγνοεί τις αβεβαιότητες στα ηλεκτρικά συστήματα όπως για παράδειγμα το ρυθμό σφαλμάτων λειτουργίας των γεννητριών, τις αλλαγές στη διαμόρφωση του δικτύου και τη διακύμανση στη ζήτηση. Επιπλέον μοντέρνα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας με ολοκληρωμένες μονάδες διεσπαρμένης παραγωγής όπως οι αεριοστρόβιλοι και τα φωτοβολταϊκά συστήματα εισάγουν επιπρόσθετη διακύμανση στο σύστημα εξαιτίας της αδυναμίας ελέγχου των ανανεώσιμων αυτών πηγών. Γι' αυτό η ντετερμινιστική προσέγγιση δεν είναι ικανοποιητική για την ανάλυση μοντέρνων συστημάτων και τα αποτελέσματα της δεν δίνουν συνήθως μια ρεαλιστική αξιολόγηση της απόδοσης του συστήματος. Για να ληφθούν υπ' όψιν οι αβεβαιότητες, διάφορες μαθηματικές προσεγγίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν όπως η πιθανοτική προσέγγιση και η ασαφής λογική [1]. Μάλιστα, η πιθανοτική προσέγγιση έχει ένα στέρεο μαθηματικό υπόβαθρο και έχει εφαρμοστεί σε συστήματα διαφόρων κατηγοριών [2].

Η πιθανοτική ροή φορτίου (PLF) προτάθηκε για πρώτη φορά το 1974 από τους Borzkowska και Allan, αναπτύχθηκε επιπλέον και εφαρμόστηκε σε συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας κανονικής λειτουργίας, βραχυπρόθεσμου/μακροπρόθεσμου σχεδιασμού όπως και σε άλλους τομείς [3][4][5]. Η πιθανοτική ροή φορτίου μπορεί να

οριστεί ως μία μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ροής φορτίου που λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής, και υπολογίζει τα άγνωστα μεγέθη ως τυχαιές μεταβλητές με μία μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Είναι ένας τρόπος υπολογισμού όλων των πιθανών καταστάσεων του συστήματος, που αντιστοιχούν σε όλες τις δυνατές στατιστικές μεταβολές των φορτίων και της παραγωγής μέσω μίας μόνο ανάλυσης ροής φορτίου.

Η αβεβαιότητα των φορτίων οφείλεται κυρίως στην αβεβαιότητα των στατιστικών δεδομένων και στην αβεβαιότητα προσαρμογής της αναλυτικής συνάρτησης που χρησιμοποιείται κατά την πρόβλεψη στα στατιστικά δεδομένα.

Η αβεβαιότητα της παραγωγής μπορεί να οφείλεται είτε σε προβλεπόμενους παράγοντες, όπως λόγω χειρισμού ή συντήρησης, είτε σε απρόβλεπτους παράγοντες όπως λόγω βλάβης. Σε περιπτώσεις ανανεώσιμων πηγών πρωτογενούς ενέργειας η αβεβαιότητα οφείλεται στη στοχαστική φύση των καιρικών συνθηκών, όπως για παράδειγμα η αβεβαιότητα της παραγωγής μιας ανεμογεννήτριας οφείλεται στην αβεβαιότητα του ανέμου. Ο βαθμός αβεβαιότητας αυξάνεται όσο απομακρύνεται η χρονική στιγμή της πρόβλεψης από τη χρονική στιγμή της μέτρησης. Κατά τη χρονική στιγμή της μέτρησης η αβεβαιότητα των φορτίων και της παραγωγής οφείλεται αποκλειστικά στο σφάλμα μέτρησης.

Στην πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου, ως δεδομένα θεωρούνται οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (PDF) των φορτίων και της παραγωγής στο σύστημα και ζητείται ο υπολογισμός των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας του μέτρου και των γωνιών των τάσεων, των ενεργών και αέργων ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου, των απωλειών κ.λπ. Η πιθανοτική ροή φορτίου μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Monte Carlo ή αναλυτικά χρησιμοποιώντας μια μέθοδο συνέλιξης ή ένα συνδυασμό αυτών [6][7][8]. Οι αριθμητικές μέθοδοι έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι απλές και εφαρμόζονται χωρίς καμία παραδοχή, ενώ οι αναλυτικές επειδή χρησιμοποιούν πιο σύνθετη μοντελοποίηση συνήθως απαιτούν να γίνουν σοβαρές παραδοχές και απλοποιήσεις που έχουν επίδραση στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Η αριθμητική μέθοδος Monte-Carlo συνίσταται στην επαναληπτική διαδικασία της επίλυσης του ίδιου προβλήματος ντετερμινιστικά, με συγκεκριμένες πάντα τιμές δεδομένων σε κάθε επίλυση. Η επιλογή των τιμών των δεδομένων γίνεται τυχαία με βάση την πιθανοτική κατανομή που ακολουθεί το κάθε μέγεθος. Για το σκοπό αυτό απαιτείται μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών μεταξύ 0 και 1 και με κατάλληλο μετασχηματισμό λαμβάνονται οι αντίστοιχοι τυχαίοι αριθμοί των δεδομένων έχοντας υπόψη την πιθανοτική κατανομή που ακολουθεί η κάθε μεταβλητή. Τα διαδοχικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την ντετερμινιστική επίλυση της ροής φορτίου,

αποτελούν πιθανές καταστάσεις του ίδιου συστήματος και συνθέτουν τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών.

Θεωρητικά δεν υπάρχουν περιοριστικές παραδοχές στην μέθοδο Monte-Carlo. Κατά την επίλυση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακριβείς μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου, να θεωρηθεί εξάρτηση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών, καθώς επίσης και διαφορετική τοπολογία δικτύου και διαφορετικές τιμές στις παραμέτρους ελέγχου του συστήματος. Έτσι αποτελεί ένα τρόπο ελέγχου της ακρίβειας και της ορθότητας των παραδοχών των αναλυτικών μεθόδων πιθανοτικής ροής φορτίου που χρησιμοποιούνται. Η ακρίβεια της μεθόδου είναι ανάλογη του αριθμού των διαδοχικών επιλύσεων που θεωρούνται. Συνήθως μια αξιόπιστη ανάλυση απαιτεί μερικές χιλιάδες διαφορετικές επιλύσεις. Έτσι, το μειονέκτημα της μεθόδου Monte-Carlo είναι το πλήθος των αριθμών που χρειάζεται να επεξεργαστούν για να δοθούν αξιόπιστα αποτελέσματα πράγμα που όπως είναι λογικό επηρεάζει αρνητικά και τον χρόνο εκτέλεσης.

Για να ξεπεραστούν τα παραπάνω προβλήματα, μπορούν να εφαρμοστούν αναλυτικές μέθοδοι στην επίλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου. Η βασικότερη παραδοχή που γίνεται σε όλες τις αναλυτικές μεθόδους είναι η γραμμικότητα των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο, συνήθως γύρω από την αναμενόμενη (μέση) τιμή. Η παραδοχή αυτή οδηγεί σε αποτελέσματα ικανοποιητικής ακρίβειας μόνο για την περιοχή γύρω από το συγκεκριμένο λειτουργικό σημείο. Όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα των δεδομένων, ή όσο εντονότερη είναι η μη γραμμικότητα των εξισώσεων τόσο η μοντελοποίηση των αναλυτικών μεθόδων γίνεται πολυπλοκότερη για να διατηρήσει ικανοποιητική ακρίβεια στα αποτελέσματα ιδιαίτερα στα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

Η θεώρηση εξαρτημένων μεταβλητών, η γραμμικοποίηση σε διαφορετικά λειτουργικά σημεία, η μεταβλητή τοπολογία δικτύου και η οικονομική κατανομή των γεννητριών του συστήματος είναι προβλήματα που καθιστούν την μοντελοποίηση των αναλυτικών μεθόδων ακόμη πιο πολύπλοκη. Στις περιπτώσεις αυτές μπορεί να εφαρμοστεί ένας συνδυασμός αναλυτικών και αριθμητικών μεθόδων για να ενσωματώσει κατά το δυνατόν τα πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων και να δώσει αποτελέσματα με ικανοποιητική ακρίβεια και ταχύτητα ταυτόχρονα.

Μια παρόμοια τεχνική που ονομάζεται στοχαστική ροή φορτίου (SLF) έχει επίσης αναπτυχθεί για να αντιμετωπίσει τα ίδια προβλήματα [2]. Βασίζεται στην υπόθεση ότι οι πιθανοτικές κατανομές των καταστάσεων του συστήματος και των ροών φορτίου είναι κανονικές κατανομές. Αυτή η υπόθεση αν και απλοποιεί τον υπολογισμό, θεωρείται μη αξιόπιστη από πολλές έρευνες [4]. Για αυτό το λόγο, η εφαρμογή της στοχαστικής ροής φορτίου είναι πολύ περιορισμένη.

Η αναφορά [9] παρέχει μια εκτενή βιβλιογραφία για την πιθανοτική ροή φορτίου που δημοσιεύτηκε πριν το 1988. Η αναφορά [2] επίσης συνοψίζει τις κύριες τεχνικές της πιθανοτικής ροής φορτίου που δημοσιεύτηκε πριν το 1987. Τα κύρια σημεία εστίασης τους είναι η γραμμικοποίηση των εξισώσεων της ροής φορτίου, οι έξοδοι του δικτύου και η αλληλοεξάρτηση μεταξύ κομβικών εγχύσεων ισχύος. Υπάρχουν επίσης πολυάριθμα συγγράματα πάνω στην πιθανοτική ροή φορτίου δημοσιευμένα από το 1989 μέχρι σήμερα σχετικά με θέματα όπως η αποδοτικότητα των αλγορίθμων, ο σχεδιασμός των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και ο συνυπολογισμός των διατάξεων ελέγχου τάσης [10][5][11].

Μια ανασκόπηση των παραδοσιακών και νεότερων αλγορίθμων πιθανοτικής ροής φορτίου που έχουν αναπτυχθεί παρέχει μια πιο ξεκάθαρη εικόνα σχετικά με τις διαφορετικές διαθέσιμες τεχνικές και τα αντίστοιχα πεδία εφαρμογής. Έτσι μια κατάλληλη τεχνική πιθανοτικής ροής φορτίου μπορεί να επιλεγεί ώστε να αντιμετωπίσει τα ενδιαφέροντα θέματα που συνδέονται με τα μοντέρνα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας όπως η κατανομή ολοκληρωμένων συστημάτων με ένα μεγάλο πλήθος στοχαστικών διεσπαρμένων παραγωγών.

3.1.1 Βασικές τεχνικές της πιθανοτικής ροής φορτίου

Η πιθανοτική ροή φορτίου μπορεί να εκτελεστεί χρησιμοποιώντας είτε μια αριθμητική είτε μια αναλυτική προσέγγιση. Η αριθμητική όπως η Monte Carlo (MC), αντικαθιστά έναν επιλεγμένο αριθμό τιμών για τις στοχαστικές μεταβλητές και τις παραμέτρους του δικτύου και εκτελεί μια ντετερμινιστική ανάλυση για κάθε τιμή έτσι ώστε ο ίδιος αριθμός τιμών να εμπεριέχεται στα αποτελέσματα, εφ' όσον η αναλυτική προσέγγιση αναλύει το σύστημα και τις εξόδους του χρησιμοποιώντας μαθηματικές εκφράσεις, όπως για παράδειγμα οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας, και περιέχει αποτελέσματα σε όρους μαθηματικών εκφράσεων.

Αριθμητική μέθοδος

Η αριθμητική προσέγγιση υιοθετεί τη μέθοδο MC για την πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου. Τα δύο κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου MC είναι η παραγωγή τυχαίων αριθμών και η τυχαία δειγματοληψία. Προγράμματα όπως το Matlab παρέχουν αλγόριθμους για παραγωγή τυχαίων αριθμών. Στην αναφορά [12] μπορούμε να δούμε διαφορετικές τεχνικές τυχαίας δειγματοληψίας όπως η απλή και η κατά τμήματα δειγματοληψία. Αν και οι τεχνικές δειγματοληψίας μπορεί να είναι κάπως περίπλοκες η πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου χρησιμοποιώντας τη μέθοδο MC αρχικά εκτελεί ντετερμινιστική ανάλυση πολλές φορές έχοντας σαν εισόδους διαφορετικούς συνδυασμούς σημαντικών τιμών ισχύος. Έτσι η ακριβής μη γραμμική μορφή των

εξισώσεων ροής φορτίου όπως φαίνονται στις σχέσεις (1)-(5) μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πιθανοτική ανάλυση.

$$P_i = U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (1)$$

$$Q_i = U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2)$$

$$P_{ik} = -t_{ik} G_{ik} U_i^2 + U_i U_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (3)$$

$$Q_{ik} = t_{ik} B_{ik} U_i^2 - B_{ik} U_i^2 + U_i U_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (4)$$

$$Q_{i(sh)} = U_i^2 B_{i(sh)} \quad (5)$$

όπου P_i και Q_i είναι η ενεργός και η άεργος ισχύς του δικτύου στον ζυγό i , P_{ik} και Q_{ik} είναι η ενεργός και η άεργος έγχυση στη γραμμή ik από τη μεριά του ζυγού i , U_i και U_k είναι η τάση στον ζυγό i και k , θ_{ik} είναι η γωνία των τάσεων στους ζυγούς i και k , G_{ik} και B_{ik} είναι το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του αντίστοιχου πίνακα αγωγιμοτήτων.

Η ικανότητα χρησιμοποίησης των μη γραμμικών εξισώσεων ροών φορτίου είναι ο λόγος που τα αποτελέσματα από την πιθανοτική ροή φορτίου (PLF) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο MC συνήθως θεωρούνται το μέτρο σύγκρισης (ως πιο αξιόπιστα) άλλων αλγορίθμων PLF με απλοποιημένες εξισώσεις ροής φορτίου ώστε να ελέγχεται η ακρίβεια των αλγορίθμων [13]. Παρά την υψηλή ακρίβεια της μεθόδου MC, απαιτεί υψηλό υπολογιστικό χρόνο εξαιτίας του μεγάλου αριθμού υπολογισμών που εκτελεί.

Αναλυτική μέθοδος

Η βασική ιδέα της αναλυτικής προσέγγισης είναι να κάνει αριθμητική προσέγγιση χρησιμοποιώντας τεχνικές συνέλιξης με τις PDF των στοχαστικών μεταβλητών των εισόδων ισχύος έτσι ώστε οι PDFs των στοχαστικών μεταβλητών των καταστάσεων του συστήματος και των ροών να λαμβάνονται υπ' όψη. Παρ' όλα αυτά οι δυσκολίες επίλυσης των εξισώσεων της PLF μέσω της συνέλιξης των PDFs των μεταβλητών εισόδου ισχύος είναι διπλάσιες [2][14]:

α) οι εξισώσεις (1)-(5) που παρουσιάζονται παραπάνω δεν είναι γραμμικές.
β) οι μεταβλητές εισόδου για τις ισχύεις σε διαφορετικούς ζυγούς δεν είναι συνήθως εντελώς ανεξάρτητες. Άρα κάποιες υποθέσεις γίνονται συνήθως για να είναι δυνατό να εκτελεστεί μια PLF εύκολα χρησιμοποιώντας μια αναλυτική προσέγγιση. Οι υποθέσεις είναι:

γ) γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου

δ) πλήρως ανεξάρτητες ή γραμμικά συσχετισμένες μεταβλητές ισχύος.

ε)υποθέτονται κανονική και διακριτή κατανομή για τα φορτία και τις παραγωγές αντίστοιχα.

στ)Η διαμόρφωση του δικύου και οι παράμετροι παραμένουν σταθερές. Έτσι οι εξισώσεις της ροής φορτίου γραμμικοποιούνται γύρω από τη μέση τιμή των καταστάσεων του συστήματος \hat{X} με την πρώτης τάξης ανάπτυξη Taylor [13]. Αν οι (1) και (2) παριστάνονται από την πιο γενική σχέση:

$$Y = f(X) \quad (6)$$

τότε η γραμμικοποιημένη σχέση μπορεί να εκφραστεί σαν:

$$X \approx \hat{X} + A(Y - \bar{Y}) \quad (7)$$

όπου

$$A = \left(\frac{\partial f}{\partial X} \Big|_{X = \hat{X}} \right)^{-1} \quad (8)$$

Η μεταβλητή A αναφέρεται σαν συντελεστής ευαισθησίας στην PLF. Παρόμοιες εκφράσεις μπορούν να εξαχθούν και για τις σχέσεις (3),(4) και (5). Στην επίλυση της ντετερμινιστικής ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton-Raphson,ο ιακωβιανός πίνακας A υπολογίζεται σε κάθε επανάληψη μέχρι τα σφάλματα των αποτελεσμάτων να είναι μικρότερα από κάποιες προκαθορισμένες τιμές. Παρ'όλα αυτά στην PLF, ο ιακωβιανός πίνακας υπολογίζεται μια φορά για τον υπολογισμό κάθε ροής φορτίου. Άρα τα σφάλματα που προκαλούνται λόγω της γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου πρέπει να επισημαίνονται και να λαμβάνονται υπ'όψιν. Η σχέση (7) δείχνει ότι οι καταστάσεις του συστήματος εκφράζονται από 1 γραμμικό συνδυασμό των μεταβλητών ισχύος που εισάγονται. Με την υπόθεση της ανεξαρτησίας μια τεχνική συνέλιξης μπορεί να εφαρμοστεί για να παραχθούν οι PDFs των καταστάσεων του συστήματος:

$$f(X_i) = f(Y_1 - \bar{Y}_1) * f(Y_2 - \bar{Y}_2) * \dots * f(Y_n - \bar{Y}_n) \quad (9)$$

Ανατρέξτε στις [7][13][15] για περισσότερο αναλυτικές τεχνικές συνέλιξης συνεχών και διακριτών μεταβλητών.

3.1.2 Βελτιστοποίηση των τεχνικών PLF

α) Μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου

Επειδή οι μη γραμμικές εξισώσεις ροής φορτίου γραμμικοποιούνται γύρω από τη μέση τιμή, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων χειροτερεύει όταν οι τιμές των μεταβλητών ισχύος που εισάγονται είναι μακριά από τις αντίστοιχες μέσες τιμές. Τα σφάλματα συνήθως αντικατοπτρίζονται στις ακραίες «περιοχές» των αποτελεσμάτων,για

παράδειγμα τα δύο τελειώματα της καμπύλης μιας κατανομής τάσης σε ένα ζυγό. Αυτό μπορεί σημαντικά να επηρεάσει την λήψη μιας απόφασης με κριτήριο τα αναμενόμενα όρια όπως για παράδειγμα η πιθανότητα μια τάση σε κάποιο ζυγό να είναι εκτός των αναμενόμενων ορίων. Έτσι διαφορετικές μέθοδοι έχουν προταθεί ώστε να αμβλυνθούν τα σφάλματα που προκαλούνται από τη γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου. Δύο τυπικές λύσεις είναι η PLF χρησιμοποιώντας πολυγραμμικοποίηση [16][18] και η τετραγωνική PLF [17][18].

Η πολυγραμμικοποίηση της PLF γραμμικοποιεί τις εξισώσεις ροής φορτίου γύρω από διάφορα άλλα σημεία επιπλέον της μέσης τιμής. Γύρω από κάθε σημείο γραμμικοποίησης μια τεχνική συνέλιξης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συμπεριληφθούν οι πιθανοτικές κατανομές των αποτελεσμάτων, και αυτές συνδυαζόμενες σωστά να δώσουν τα τελικά αποτελέσματα. Το σημείο κλειδί είναι να βρεθούν τα σωστά σημεία γραμμικοποίησης, για παράδειγμα το μέγιστο και το ελάχιστο των στοχαστικών μεταβλητών εξόδου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω ενός οριακού αλγορίθμου ροής φορτίου ο οποίος μεγιστοποιεί (ή ελαχιστοποιεί) για παράδειγμα τη γραμμική εξίσωση (7). Θεωρητικά η μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή μιας μεταβλητής κανονικής κατανομής Y_j είναι ίση με ∞ (ή $-\infty$) η οποία δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συμπεριληφθούν η μέγιστη ή η ελάχιστη τιμή του X . Αυτό μπορεί να επιλυθεί περικόπτοντας την κατανομή σε κάθε (κανονικής κατανομής) μεταβλητή εισόδου έτσι ώστε να συμπεριλαμβάνεται το διάστημα $\pm 3\sigma$ όπου σ είναι η τυπική απόκλιση.

Άλλα σημεία γραμμικοποίησης μεταξύ της μέσης τιμής και της μέγιστης (ή της ελάχιστης) τιμής μπορούν να βρεθούν με παρόμοιο τρόπο ορίζοντας ένα συντελεστή περικοπής β στις κανονικής κατανομής μεταβλητές εισόδου [16]. Φαίνεται στο [16] ότι η ομοιότητα μεταξύ των αποτελεσμάτων από την πολυγραμμικοποιημένη PLF και αυτών από την μέθοδο MC είναι σημαντικά βελτιωμένη σε σχέση με την παραδοσιακή γραμμικοποίηση. Μια άλλη μέθοδος για τον καθορισμό των σημείων γραμμικοποίησης προτείνεται στην [8] όπου χρησιμοποιείται ένα κριτήριο βασισμένο στο ολικό ενεργό φορτίο του συστήματος. Αυτή συνδυάζει την MC προσομοίωση με τις πολυγραμμικοποιημένες ροές φορτίου για να επιτύχει ένα σχετικά απλο και αποδοτικό αλγόριθμο για την PLF ανάλυση.

Η τετραγωνική PLF περικλύει τους δεύτερης τάξης όρους της επέκτασης της σειράς Taylor για τις εξισώσεις ροής φορτίου. Παρ'όλα αυτά το μη γραμμικό τμήμα στους όρους δεύτερης τάξης $(X - \bar{X})^T (X - \bar{X})$, αντικαθίσταται από τους όρους πρώτης τάξης όπως φαίνεται στη σχέση (7). Έτσι συμπεριλαμβάνονται οι τετραγωνικές εκφράσεις των ροών φορτίου. Όπως αναφέρεται στην [17] η συνεισφορά των συμπεριλαμβανομένων τετραγωνικών όρων είναι γενικά μικρή αλλά γίνεται ουσιαστική με τα υπερφορτωμένα σημεία λειτουργίας και την μεγάλη ποικιλία των φορτίων.

Μια άλλη προσέγγιση για να αμβλυνθούν τα σφάλματα που προκαλούνται από τη γραμμικοποίηση προτείνεται στην [19] η οποία λαμβάνει υπ' όψιν τη μη γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου διαχωρίζοντας τα φορτία του συστήματος σε αρκετά τμήματα και εκτελώντας τον γραμμικοποιημένο αλγόριθμο σε κάθε τμήμα. Η βελτίωση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας πολλαπλά τμήματα επίσης φαίνεται σε σχέση με τα αποτελέσματα από την προσομοίωση MC.

β) Ρυθμοί διακοπής λειτουργίας συστήματος

Η αλλαγή της διαμόρφωσης του δικτύου αναπόφευκτα οδηγεί σε αλλαγή του συνόλου των εξισώσεων και των σχετικών εξόδων του συστήματος. Ο αλγόριθμος της PLF λαμβάνοντας υπόψη το ρυθμό διακοπών λειτουργίας του συστήματος αναφέρεται στην [20]. Ο αλγόριθμος θεωρεί τη διαμόρφωση του δικτύου σαν μια διακριτή στοχαστική μεταβλητή με συγκεκριμένη πιθανότητα σε κάθε τμήμα. Οι τελικές PDFs ή CDFs των καταστάσεων του συστήματος και των ροών φορτίου στις γραμμές λαμβάνονται από ένα σταθμισμένο άθροισμα των PDFs και CDFs που λαμβάνονται σε κάθε διαμόρφωση δικτύου, αντίστοιχα. Λόγω της συμπερίληψης περιορισμένου αριθμού διαμορφώσεων του δικτύου, η πιθανότητα των υπό μελέτη διαμορφώσεων χρειάζεται να τροποποιηθεί ώστε η συνολική πιθανότητα για όλες τις διαμορφώσεις να ισούται με 1.

Φαίνεται επίσης στην [20] ότι η θεώρηση των ρυθμών διακοπής λειτουργίας του δικτύου στην PLF ανάλυση είναι ιδιαίτερα σημαντική όταν οι αβεβαιότητες του φορτίου είναι μικρές όπως στο σχεδιασμό λειτουργίας ενός συστήματος ηλεκτρικής ισχύος. Όταν οι αβεβαιότητες του φορτίου είναι μεγάλες και κυριαρχούν στις αβεβαιότητες του δικτύου η επίδραση των ρυθμών διακοπής λειτουργίας του δικτύου δεν είναι και τόσο σημαντική.

Μια άλλη μέθοδος που ασχολείται με τους ρυθμούς διακοπής λειτουργίας του δικτύου προτείνεται στην [21]. Οι διακοπές λειτουργίας των γραμμών προσομοιώνονται αλλάζοντας τις εγγεόμενες ισχύεις και στα δύο άκρα της γραμμής έτσι ώστε η συνολική ισχύς που εξέρχεται από τη γραμμή να είναι ίση με αυτή που εξέρχεται στην περίπτωση μιας πραγματικής διακοπής λειτουργίας της γραμμής. Ωστόσο οι καταστάσεις του συστήματος χρειάζεται να τροποποιηθούν σύμφωνα με έναν ορισμένο κατώτατο όριο. Υπάρχουν κυρίως δύο σφάλματα που εισάγονται στην επίλυση με αυτήν τη μέθοδο. Το πρώτο σφάλμα προκαλείται λόγω του ότι η ακρίβεια των υπολογιζόμενων τιμών για τις εγχύσεις ισχύος αλλάζει και στα δύο άκρα της γραμμής. Το άλλο προκαλείται λόγω της τιμής του επιλεγμένου κατώτατου ορίου. Αν και οι πλήρεις εξισώσεις ροής φορτίου αντί των αντίστοιχων γραμμικοποιημένων εκτελούνται όταν η αλλαγή της κατάστασης του συστήματος είναι μεγαλύτερη από το επιλεγμένο κατώτατο όριο, ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται.

Ένα άλλο θέμα σχετικό με τα τυχαία φαινόμενα ενός δικτύου είναι η μεταβολή των παραμέτρων εξαιτίας για παράδειγμα της μεταβολής της θερμοκρασίας. Η μεταβολή των παραμέτρων θα πρέπει να θεωρείται σαν μια συνεχής στοχαστική μεταβλητή πράγμα που δεν συμβαίνει στην συμβατική PLF. Μια μέθοδος εκτίμησης σημείου προτείνεται στην [10] για να συμπεριλάβει τη μεταβολή των παραμέτρων στην ανάλυση PLF. Οι κατανομές της ωμικής αντίστασης και της επαγωγικής αντίστασης θεωρούνται ομοιόμορφες κατανομές με διαφορετικές μέσες τιμές. Η κατανομή της εγκάρσιας χωρητικότητας της γραμμής θεωρείται διακριτή δύο σημείων. Αναλυτικά παρουσιάζεται στη συνέχεια η μέθοδος εκτίμησης δύο και τριών σημείων.

γ) Αλληλεξάρτηση στοχαστικών μεταβλητών

Συνήθως οι μεταβλητές ισχύος εισόδου δεν είναι εντελώς ανεξάρτητες ή γραμμικά συσχετισμένες με τις υπόλοιπες. Αυτό οφείλεται στο ότι ένας συγκεκριμένος τύπος φορτίων όπως τα οικιακά φορτία έχουν παρόμοια συμπεριφορά. Επιπλέον παραγωγές και φορτία μπορούν να συσχετίζονται με κάποιο τρόπο εξαιτίας της δράσης του χειριστή ή για οικονομικούς λόγους. Διεσπαρμένη παραγωγή όπως οι μονάδες παραγωγής ενέργειας και θερμότητας και οι αεριοστρόβιλοι επίσης συσχετίζονται με τα φορτία λόγω του καιρού. Ωστόσο είναι δύσκολο να μοντελοποιηθεί η αλληλοεξάρτηση των προβλημάτων πολλών μεταβλητών εάν είναι γνωστές μόνο οριακές πιθανοτικές κατανομές στοχαστικών μεταβλητών και όχι οι ενιαίες πιθανοτικές κατανομές. Αν είναι διαθέσιμα στατιστικά δεδομένα των μεταβλητών ισχύος εισόδου, η αλληλεξάρτηση μπορεί εύκολα να μοντελοποιηθεί μέσω της δειγματοληψίας διαφορετικών μεταβλητών ισχύος την ίδια στιγμή. Ωστόσο αν δεν συμβαίνει αυτό διαφορετικές συσχετίσεις θα πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν ξεχωριστά.

Οικονομία μπορεί να επιτευχθεί από μια γραμμική σχέση η οποία περιλαμβάνει το στοιχείο R το οποίο αναπαριστά την αλλαγή της γεννήτριας εξαιτίας της αλλαγής του φορτίου και ένα άλλο στοιχείο ΔP_G που αναπαριστά την ανακατανομή την παραγωγής ενέργειας εξαιτίας των διακοπών παραγωγής [2]. Αυτή η μέθοδος μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί αν είναι γνωστό το R . Μια ακόμα μέθοδος αναφέρεται στην [2], η οποία υποθέτει ότι η εξισορρόπηση της ισχύος είναι συνάρτηση μονάχα του αθροίσματος των εισόδων και εξόδων ισχύος αντί για εξισορρόπηση σε κάθε κόμβο ξεχωριστά. Η τελευταία αυτή μέθοδος είναι περισσότερο πρακτική από την προηγούμενη λόγω του ότι το R είναι δύσκολο να υπολογιστεί.

Για την μοντελοποίηση του συσχετισμού ανάμεσα στην ενεργό και στην άεργο ισχύ των φορτίων καθώς τα φορτία συνδέονται σε διαφορετικούς ζυγούς, μια γραμμική εξάρτηση υποτίθεται στην [22]. Ωστόσο η θεώρηση γραμμικής εξάρτησης όταν συμπεριλαμβάνεται η παραγωγή δεν είναι σωστή μιας και αγνοείται ο ρυθμός διακοπής παραγωγής. Τότε η παραγωγή χωρίζεται σε δύο τύπους, το ανεξάρτητο σύστημα

παραγωγής και το εξαρτημένο σύστημα παραγωγής [22]. Η προηγούμενη μέθοδος είναι ανάλογη των φορτίων βάσης και δεν εξαρτάται από τη μεταβλητότητα των φορτίων. Έτσι μπορεί να μοντελοποιηθεί από ανεξάρτητες διωνυμικές μεταβλητές. Η άλλη όμως μέθοδος είναι ανάλογη των διακεκομμένων και των φορτίων αιχμής. Έτσι μια συνάρτηση βασισμένη σε οικονομικά κριτήρια λειτουργίας χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση της αλληλεξάρτησης ανάμεσα στα φορτία και τις παραγωγές.

Μια άλλη μέθοδος μοντελοποίησης της ζήτησης φορτίου μικρής διάρκειας προτείνεται στην [23] και εξετάζει την τμηματική συσχέτιση αντί της ολικής συσχέτισης ή της θεώρησης ολικής ανεξαρτησίας. Η τμηματική συσχέτιση έχει ως στόχο να μελετήσει την περίπτωση όπου οι ζητήσεις φορτίου έχουν μέσες τιμές που αυξάνονται και μειώνονται ταυτόχρονα σταδιακά με μια μικρή ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητότητα γύρω από τη μέση τιμή. Η μικρή αυτή τυχαία μεταβλητότητα μπορεί να περιγραφεί από μια κανονική κατανομή.

Οι παραγωγές που έχουν αναφερθεί μπορούν να προσαρμοστούν άμεσα στη ζήτηση. Η εισαγωγή παραγωγών που δεν μπορούν άμεσα να προσαρμοστούν στη ζήτηση όπως για παράδειγμα η διεσπαρμένη παραγωγή στη μοντελοποίηση της συσχέτισης αναφέρεται στην [24]. Η συσχέτιση μεταξύ της ζήτησης φορτίου και των παραγωγών που δεν προσαρμόζονται μοντελοποιείται σε δύο στάδια (ώρα της ημέρας ή εποχή και καιρικές συνθήκες). Αυτά τα δύο στάδια είναι για να εξηγήσει την αλληλοεξάρτηση λόγω των περιοδικών φαινομένων (ώρα ημέρας, ημέρα εβδομάδας, εποχή) και των τυχαίων φαινομένων (θερμοκρασία, συννεφιά, ταχύτητα ανέμου) σε σχέση με τις ζητήσεις φορτίου και τις μη άμεσα προσαρμοζόμενες παραγωγές. Αυτό φυσικά βασίζεται στην διαθεσιμότητα των στατιστικών δεδομένων για τις μεταβλητές ισχύος εισόδου.

Η μοντελοποίηση της δομής αλληλοεξάρτησης της διεσπαρμένης παραγωγής (παραγωγή ισχύος από αιολικά πάρκα) είναι πολύ σημαντική λόγω του ότι οι παραγωγές από αεριοστρόβιλους είναι ισχυρά συσχετισμένες μεταξύ γειτονικών αιολικών πάρκων λόγω της κοινής ταχύτητας ανέμου στην περιοχή. Η σημασία της αλληλοεξάρτησης στην μοντελοποίηση στοχαστικών παραγωγών αποδεικνύεται ακόμα στην [25]. Θεωρητικές εκφράσεις χρειάζεται να αναπτυχθούν περισσότερο για να εξηγηθεί η αλληλοεξάρτηση ανάμεσα στις στοχαστικές παραγωγές και στα φορτία έτσι ώστε να συμπεριληφθούν στον αναλυτικό αλγόριθμο PLF.

δ) Αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου PLF

Ο τρόπος για να εκτελεστεί μια αποδοτική συνέλιξη χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό Laplace διακριτών και συνεχών στοχαστικών μεταβλητών αναφέρεται στην [7]. Μια άλλη μέθοδος που χρησιμοποιεί FFT (fast fourier transform) για να πραγματοποιήσει συνέλιξη προτείνεται στην [15] και παρουσιάζει μεγαλύτερη αποδοτικότητα. Ωστόσο η συνέλιξη μιας μεταβλητής με r διεγέρσεις και μιας με s

διεγέρσεις θα έχει πάντα r φορές s διεγέρσεις πράγμα που αναπόφευκτα απαιτεί μεγάλο χρόνο αποθήκευσης και υπολογισμού.

Όπως αναφέρθηκε πριν ένας αλγόριθμος πολυγραμμικοποίησης είναι ταχύτερος από έναν αλγόριθμο MC[8]. Η μέθοδος εκτίμησης σημείου ακόμα αναφέρεται ότι είναι ταχύτερη από την πολυγραμμικοποίηση[10]. Μια άλλη μέθοδος για βελτίωση του αλγορίθμου PLF συνδυάζοντας αθροίσματα και την επέκταση Gram-Charlier προτείνεται στην [26]. Η βασική ιδέα της χρησιμοποίησης της επέκτασης Gram-Charlier είναι η εξαγωγή της PDF και CDF μιας συγκεκριμένης μεταβλητής οποιουδήποτε τύπου μέσω του αθροίσματος των αντίστοιχων σταθμισμένων κανονικών κατανομών σε διαφορετικές τάξεις παραγώγων.

Οι σταθμίσεις μπορούν να υπολογιστούν μέσω των διαφορετικών τάξεων αθροισμάτων. Επιπλέον η ιδιότητα των αθροισμάτων είναι ανώτερη από αυτή των ροών υπό την έννοια ότι τα αθροίσματα οποιασδήποτε τάξης μιας στοχαστικής μεταβλητής $Z=B+C$ (B και C είναι ανεξάρτητες στοχαστικές μεταβλητές) είναι το άθροισμα των αθροισμάτων των B και C με την αντίστοιχη σειρά, επειδή αυτό δεν είναι διαθέσιμο για ροπές μεγαλύτερων της δεύτερης. Με αυτόν τον τρόπο CDFs μπορούν να συμπεριληφθούν άμεσα χωρίς την ολοκλήρωση των PDFs. Αναφέρεται στην [26] ότι η μέθοδος αυτή είναι 20-30 φορές ταχύτερη σε σχέση με τη μέθοδο MC.

3.1.3 Ιστορική Ανάπτυξη

Η πιθανοτική ή στοχαστική θεώρηση μόνιμων και μεταβατικών καταστάσεων συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας έχει εφαρμοστεί σχετικά πρόσφατα σε προβλήματα ροής φορτίου και βρίσκεται σε εξέλιξη στην αντιμετώπιση προβλημάτων εκτίμησης καταστάσεως, βραχυκυκλωμάτων, ιεράρχησης διαταραχών, υπολογισμού κόστους παραγωγής κλπ.

Η πρώτη επιτυχημένη προσπάθεια αντιμετώπισης του προβλήματος ροής φορτίου με πιθανοτικό τρόπο γίνεται το 1973 από τη Barbara Borkowska[2]. Η μέθοδος βασίζεται στη D.C. ανάλυση ροής φορτίου και τα δεδομένα δίνονται με τη μορφή συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας για τα φορτία και την παραγωγή κάθε ζυγού. Οι συναρτήσεις αυτές είναι η κανονική, η διωνυμική και η διακριτή κατανομή. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε υπολογίζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της πραγματικής ροής οποιασδήποτε γραμμής, και του ισοζυγίου ισχύος στο ζυγό αναφοράς του συστήματος. Η βασική υπόθεση που διατυπώνεται για την εφαρμογή συνελκτικών τεχνικών είναι η ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών του προβλήματος.

Το 1974 διατυπώνεται από τους Allan, Borkowska και Grigg [4] η ίδια διατύπωση της πιθανοτικής μεθόδου αλλά με περισσότερη έμφαση στις πρακτικές εφαρμογές της.

Πραγματοποιείται εκτεταμένη ανάλυση των αποτελεσμάτων ενός συστήματος 15 ζυγών για να φανεί η τεράστια διαφορά πληροφοριών που αποκτώνται με την πιθανοτική ροή φορτίου σε σχέση με την ντετερμινιστική ανάλυση.

Το 1975 οι Dopazo, Klitin και Sasson [27] αναπτύσσουν με διαφορετικό τρόπο τη στοχαστική ροή φορτίου, όπως την ονόμασαν, χρησιμοποιώντας για τους υπολογισμούς τον πίνακα συμμεταβλητότητας που είχε εφαρμοστεί με αποδοτικό τρόπο στο πρόβλημα εκτίμησης κατάστασης. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στο Κεντρικό Οριακό Θεώρημα και θεωρεί ότι οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση ροής φορτίου ακολουθούν κανονική κατανομή. Έτσι τα δεδομένα και τα αποτελέσματα αντιπροσωπεύονται μόνο από την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλισή τους. Επίσης, στη ίδια διατύπωση παρουσιάζεται μία μέθοδος “περιοριστικών περιοχών”, για την αντιμετώπιση του γεγονότος ότι το συνολικό φορτίο ή η παραγωγή σε ένα σύστημα είναι γνωστά με περισσότερη ακρίβεια από εκείνη που αντιστοιχεί στην απλή υπόθεση της ανεξαρτησίας των τυχαίων μεταβλητών.

Οι Heydt και Katz το 1975 [28] αναπτύσσουν με στατιστικό τρόπο τη θεωρία των συνδεδεμένων συστημάτων. Η αβεβαιότητα των φορτίων σε συνδυασμό με την πιθανή μη διαθεσιμότητα των μονάδων παραγωγής προκαλούν αβεβαιότητα ως προς το μέγεθος της αλληλεπίδρασης με τα γειτονικά συστήματα. Στη διατύπωση αυτή γίνεται η υπόθεση ότι οι γραμμικοί περιορισμοί της παραγωγής που θεωρούνται, ακολουθούν κανονική κατανομή και χρησιμοποιείται επίλυση με γραμμικό προγραμματισμό.

Το 1976 διατυπώνεται από τους Allan και Shakarchi [14] μία επέκταση της πιθανοτικής D.C. ροής φορτίου σύμφωνα με τη βασική θεμελίωση της Borkowska. Η μέθοδος χρησιμοποιεί δύο ισοδύναμες μεταξύ τους μορφές γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου και τα δεδομένα είναι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας πραγματικών και αέργων φορτίων και παραγωγής στους ζυγούς. Ο αλγόριθμος είναι σε θέση να υπολογίζει τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των πραγματικών και αέργων ροών ισχύος, των τάσεων και των αέργων εγχύσεων. Για την πραγματοποίηση των συνελιξεων εφαρμόζονται οι αριθμητικές τεχνικές που δημοσιεύονται τον ίδιο χρόνο.

Τον επόμενο χρόνο, 1977, διατυπώνονται δύο ακόμη μορφές γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου από τους Allan και Shakarchi [14]. Οι εξισώσεις γραμμικοποιούνται γύρω από την περιοχή της αναμενόμενης τιμής των δεδομένων και είναι περισσότερο ακριβείς από τις σχέσεις των προηγούμενων γραμμικοποιήσεων γιατί βασίζονται σε λιγότερες υποθέσεις. Η τέταρτη γραμμικοποίηση μάλιστα δεν θεωρεί απόξευξη μεταξύ πραγματικής και άεργου ισχύος.

Το 1977 επίσης, οι ίδιοι συγγραφείς δημοσιεύουν τις εργασίες τους σχετικά με τον τρόπο που μπορεί να υπολογιστεί και να συμπεριληφθεί στην ανάλυση της πιθανοτικής

A.C. ροής φορτίου η υπόθεση της γραμμικής θετικής ή αρνητικής εξάρτησης των εγχύσεων ισχύος ενός συστήματος. Στην ανάλυση που ακολουθεί υπογραμμίζεται η επίδραση της εξάρτησης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών στην τυπική απόκλιση των αποτελεσμάτων και στο σχήμα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Η δημοσίευση αυτή αποτελεί επέκταση της εργασίας που προηγήθηκε από τους Allan, Grigg, Newey και Simmons,[23] για την εφαρμογή ολικής ή μερικής συσχέτισης μεταξύ των δεδομένων τυχαίων μεταβλητών στην πιθανοτική D.C. ανάλυση. Το μοντέλο πιθανοτικής ροής φορτίου με χρήση εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη λειτουργική ανάλυση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και στη βραχυπρόθεσμη λήψη αποφάσεων, όπου η υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών δεν ισχύει.

Για την πιθανότητα απώλειας γραμμής και γενικότερα μεταβολής στην τοπολογία του συστήματος προτείνονται δύο διατύψεις, μία από τον Aboytes [29] το 1978 και η άλλη από τους Allan, Grigg και Prato-Garcia [30] το 1979. Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ροής σε κάποιο στοιχείο του δικτύου, δίνεται ως άθροισμα με διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας όλων των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των ροών που αντιστοιχούν σε κάθε μία τοπολογία του συστήματος που αναλύεται. Η πρώτη διατύπωση παρουσιάζει ορισμένα μειονεκτήματα, τα οποία επισημαίνονται από τους Leite da Silva, Allan, Soares και Arienti [20]. Αυτά είναι: α) η υπόθεση ότι το άθροισμα όλων των θεωρούμενων τοπολογιών είναι μονάδα, πράγμα που οδηγεί σε εξωπραγματικά αποτελέσματα σε περιπτώσεις όπου το γινόμενο του αριθμού των στοιχείων επί την αβεβαιότητα του κάθε στοιχείου πλησιάζει τη μονάδα, και β) το γεγονός ότι χρησιμοποιείται η υπόθεση της κανονικής κατανομής των αποτελεσμάτων. Στη δεύτερη διατύπωση έχει θεωρηθεί και ορισμένος αριθμός πιθανών διαταραχών δευτέρας τάξεως.

Το 1980 μελετάται από τον Armando Martins Leite da Silva [31] η αποδοτικότητα υπολογισμού σε χρόνο, μνήμη, ακρίβεια και απλότητα των πιθανοτικών μεθόδων. Διερευνούνται αναλυτικά με χρήση της μη γραμμικής και της γραμμικοποιημένης μεθόδου Monte Carlo, που βασίζεται στην ανάλυση και αξιολόγηση μεγάλου πλήθους ροών φορτίου, όλες οι προτεινόμενες πιθανοτικές μέθοδοι και διαπιστώνεται η επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου στα αποτελέσματα. Αποδεικνύεται έτσι η ανακρίβεια της υπόθεσης ότι οι άγνωστες τυχαίες μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή. Παράλληλα, προτείνεται μία νέα μέθοδος ροής φορτίου που παρά το γεγονός ότι χρησιμοποιεί γραμμικοποιημένα πρότυπα λαμβάνει υπόψη την επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων και δημοσιεύεται το 1981.

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη δυνατότητα μεταβολής του σημείου γραμμικοποίησης των εξισώσεων έτσι ώστε να υπολογίζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια τα άκρα των υπολογιζόμενων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας. Χρησιμοποιείται

επίσης ένας καινούριος αλγόριθμος για την πραγματοποίηση των συνελίξεων, ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier (F.F.T) που εκμεταλλεύεται ορισμένες ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων και ανάγει τη συνέλιξη σε περιορισμένο πολλαπλασιασμό διακριτών τιμών στο πεδίο της συχνότητας. Η τεχνική αυτή αποδεικνύεται ότι είναι πολύ πιο γρήγορη και πιο ακριβής από την τεχνική της συμβατικής συνέλιξης που βασίζεται στις ιδιότητες του μετασχηματισμού Laplace.

Το 1984 οι A.M. Leite da Silva, Arienti και Allan [22] τελειοποιούν τη πιθανοτική μέθοδο ροής φορτίου που θεωρεί εξάρτηση μεταξύ των δεδομένων εγχύσεων των ζυγών για την εφαρμογή της σε προβλήματα ισοζυγίου ισχύος στο σύστημα, λαμβάνοντας υπόψη οικονομικούς και λειτουργικούς περιορισμούς.

Το 1985 οι A.M. Leite da Silva, Allan, Soares και Arienti,[20] επεκτείνουν τη διατύπωση των Allan, Grigg και Garcia για τη μεταβλητή τοπολογία του δικτύου έτσι ώστε να εφαρμόζεται στην πιθανοτική A.C. ανάλυση.

Το 1990 δημοσιεύεται πάλι από τους Leite da Silva και Arienti [32] μια νέα θεώρηση της πολυγραμμικοποιημένης πιθανοτικής ροής φορτίου όπου ο προσδιορισμός των κατάλληλων σημείων γραμμικοποίησης βασίζεται στην συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της συνολικής ζήτησης που υπολογίζεται.

Το 1992 οι Z.Wang και F.L. Alvarado [33] χρησιμοποίησαν μια μέθοδο (interval arithmetic) για να μελετήσουν την αβεβαιότητα των κομβικών δεδομένων και να βρουν όλες τις πιθανές λύσεις που συμπεριλαμβάνονται εντός των ορίων που εισήγαγε η μέθοδος.

Το 2004 οι P.Zhang και T.Lee [34] πρότειναν την πιθανοτική ανάλυση ροής φορτίου χρησιμοποιώντας τη μέθοδο συνδυασμένων αθροισμάτων και επέκτασης Gram-Charlier, μια μέθοδο με ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες ιδιότητες και υπολογιστική απλότητα.

3.2 ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

3.2.1 Μελέτες Ροών Φορτίου

Προορισμός ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι η προμήθεια της πραγματικής και άεργου ισχύος που απαιτείται από τα διάφορα συνδεδεμένα στο σύστημα φορτία. Επίσης, η συχνότητα και η τάση στους διάφορους ζυγούς πρέπει να διατηρούνται μέσα σε καθορισμένα όρια κατά τη μεταβολή των φορτίων.

Η ανάλυση ροών φορτίου έχει σα σκοπό τον υπολογισμό των αγνώστων τάσεων των ζυγών και των ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου για ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, τάσεων γεννητριών και φορτίων.

Οι μελέτες ροών φορτίου είναι από τις πιο βασικές μελέτες σε ένα δίκτυο όχι μόνο για τη διατήρηση των ορίων λειτουργίας, αλλά και για το σχεδιασμό ενός καινούριου συστήματος ή επέκτασης του υπάρχοντος συστήματος παραγωγής και μεταφοράς.

Επειδή κατά τη διάρκεια της ημέρας τα φορτία μεταβάλλονται συνεχώς, συχνά απαιτείται καινούριος υπολογισμός της παραγόμενης ισχύος από κάθε γεννήτρια. Μετά την επιλογή της πιο οικονομικής λειτουργίας των γεννητριών του συστήματος, ελέγχονται οι περιορισμοί λειτουργίας και η ικανοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου.

Η απώλεια μιας γραμμής ή μιας μονάδας παραγωγής, ειδικά για τις σύγχρονες μονάδες μεγάλης ισχύος, μπορεί να έχει σημαντική επίδραση στη ροή ισχύος κάθε γραμμής. Χρειάζεται έτσι, μελέτη ροών φορτίου για ενδεχόμενες διαταραχές.

Για τις μελέτες αυτές έχουν αναπτυχθεί αρκετοί ακριβείς και αποδοτικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι εφαρμόζουν μεθόδους όπως η Gauss-Seidel, η Newton-Raphson ή η ταχεία αποζευγμένη. Επίσης έχουν αναπτυχθεί και αλγόριθμοι που εφαρμόζουν προσεγγιστικές μεθόδους, όπως η D.C. ροή φορτίου, η οποία επιτρέπει μια γρήγορη πρώτη εκτίμηση των πραγματικών ροών ισχύος. Η όλη θεωρία και επίλυση των εξισώσεων ροών φορτίου αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

3.2.2 Σκοπός της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου

Για να ληφθούν υπόψη όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί μεταβολής των φορτίων και της παραγωγής χρειάζεται η επίλυση υπερβολικά μεγάλου πλήθους ντετερμινιστικών ροών φορτίου. Για συστήματα με N ζυγούς και K διαφορετικές τιμές φορτίων σε κάθε ζυγό απαιτούνται K^N ροές φορτίου π.χ.

$$\begin{array}{llll} \text{Αν } N = 10 & \text{και} & K = 2 & 2^{10} \approx 10^3 \\ & & K = 4 & 4^{10} \approx 10^6 \\ \text{Αν } N = 100 & \text{και} & K = 2 & 2^{100} \approx 10^{30} \\ & & K = 4 & 4^{100} \approx 10^{60} \end{array}$$

Η εκτίμηση τόσο μεγάλου πλήθους αποτελεσμάτων ροής φορτίου για την εύρεση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης ή το σχεδιασμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ροών στις γραμμές είναι πρακτικά αδύνατη. Έτσι, γίνεται επιλογή ενός περιορισμένου αριθμού μεταβολών φορτίου, που περιλαμβάνει τις αναμενόμενες τιμές, τις ακραίες τιμές και τυχόν αυθαίρετες ενδιάμεσες τιμές φορτίων. Η επιλογή αυτή βασίζεται στην πείρα του μηχανικού και γι' αυτό η ακρίβεια των αποτελεσμάτων που εξάγονται είναι υποκειμενική και μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένες αποφάσεις.

Αντίθετα, η πιθανοτική ροή φορτίου λαμβάνει υπόψη όλους τους δυνατούς συνδυασμούς μεταβολών των φορτίων και της παραγωγής με μία μόνο επίλυση. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη στατιστική θεώρηση των φορτίων και της παραγωγής των

οποίων τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας θεωρεί δεδομένες. Σκοπός της πιθανοτικής ροής φορτίου είναι ο υπολογισμός της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών. Τα αποτελέσματα αυτά αποτελούν τη σύνθεση όλων των πιθανών αποτελεσμάτων που αντιστοιχούν στα δεδομένα, και δίνουν απάντηση σε πολλά πρακτικά προβλήματα.

A) Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα

Τα βασικά πλεονεκτήματα της πιθανοτικής μεθόδου είναι :

- α) Το αυξημένο πλήθος πληροφοριών που αποκομίζονται για την ικανοποιητική λειτουργία ή τον σχεδιασμό του συστήματος.
- β) Η εύκολη εκτίμηση των αποτελεσμάτων.
- γ) Η δυνατότητα απεικόνισης των επιθυμητών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας με γραφικές παραστάσεις.
- δ) Η δυνατότητα εξαγωγής των ντετερμινιστικών αποτελεσμάτων μέσω της πιθανοτικής μεθόδου.

Τα βασικά μειονεκτήματα και δυσκολίες που παρουσιάζει είναι :

- α) Η αναγκαία γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο σημείο που απέχει πολύ ή λίγο από το λειτουργικό σημείο του συστήματος. Τα αποτελέσματα είναι περισσότερο ακριβή γύρω από αυτό το σημείο και λιγότερο ακριβή όσο απομακρύνονται από αυτό.
- β) Η αύξηση του αριθμού των δεδομένων σε σχέση με τη ντετερμινιστική μέθοδο και η δυσκολία προσδιορισμού τους με στατιστικές παραμέτρους.
- γ) Το μεγάλο πλήθος σημείων που συνιστά τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των αγνώστων μεγεθών και καθιστά αναγκαία τη χρησιμοποίηση αριθμητικής μεθόδου για την παράστασή τους.

B) Διατύπωση του προβλήματος

Η γενική διατύπωση του προβλήματος πιθανοτικής ροής φορτίου είναι η εξής :

Δεδομένα :

- α) Η τοπολογία του δικτύου N-ζυγών, (M ζυγοί φορτίου) L-γραμμών, T-μετασχηματιστών και οι παράμετροι των στοιχείων του: αντιστάσεις γραμμών R_{ij} ,

επαγωγικές ή χωρητικές αντιδράσεις γραμμών X_{ij} , λήψεις μετασχηματιστών t . Η πιθανότητα αυτών των στοιχείων είναι μονάδα.

β) R_1 συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των πραγματικών εγχύσεων στους ζυγούς του δικτύου ($R_1 \geq N$).

γ) R_2 συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας των άεργων εγχύσεων στους ζυγούς φορτίου (PQ) του δικτύου ($R_2 \geq M$).

Προσδιορίζονται :

α) Η μέση τιμή και τυπική απόκλιση των πραγματικών και άεργων εγχύσεων, των πραγματικών και άεργων ροών ισχύος στις γραμμές και στα στοιχεία αντισταθμίσεως, των τάσεων στους ζυγούς φορτίου (PQ) και των γωνιών.

β) Η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του ισοζυγίου της ισχύος στο σύστημα.

γ) Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των γωνιών, των τάσεων των πραγματικών και άεργων ροών ισχύος.

δ) Οι συντελεστές ευαισθησίας των γραμμών.

3.2.3 Πρακτικές Εφαρμογές της Μεθόδου

A) Η μορφή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που προσδιορίζονται από μία πιθανοτική ροή φορτίου παρέχει της ακόλουθες πληροφορίες :

i) Ποιά είναι η πιο πιθανή τιμή ροής φορτίου σε μία γραμμή ή τάσεως σε ένα ζυγό PQ. Η τιμή αυτή μπορεί να διαφέρει από την αναμενόμενη τιμή λόγω της μη κανονικής μορφής της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

ii) Ποια είναι η πιθανότητα να ξεπεράσει η ροή μιας γραμμής το όριο αντοχής της ή η πιθανότητα να κυμαίνεται η τιμή της σε κάποιο διάστημα γύρω από μία ορισμένη τιμή.

iii) Ποια είναι η πιθανότητα να μην ικανοποιούνται οι περιορισμοί της τάσεως σε κάποιο ζυγό.

iv) Ποια είναι η πρακτικά δυνατή έκταση τιμών των τάσεων ή της ροής ισχύος ώστε να γίνει κατάλληλη επιλογή του αριθμού, της ικανότητας και της τοπολογίας των γραμμών ενός συστήματος.

v) Ποιο ποσοστό από όλες τις δυνατές τιμές της ροής σε κάποια γραμμή βρίσκεται στην οικονομικά επιθυμητή περιοχή τιμών.

Β) Ο προσδιορισμός της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του ισοζυγίου της ισχύος στο σύστημα επιτυγχάνεται αφού είναι γνωστές όλες οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας της παραγωγής και των φορτίων. Το ισοζύγιο ισχύος είναι ανεξάρτητο από τις παραμέτρους των στοιχείων του δικτύου και την τοπολογία. Από τη γραφική παράσταση αυτής της συνάρτησης εξάγεται η πιθανότητα να υπάρχει πλεόνασμα ή έλλειμμα ισχύος στο σύστημα με αποτέλεσμα την ποσοτική εκτίμηση της ικανότητας του συστήματος να καλύψει τη συνολική ζήτηση. Η πληροφορία αυτή μπορεί να φανεί χρήσιμη για τον προσδιορισμό του αριθμού και της ικανότητας των εφεδρειών που θα χρησιμοποιηθούν.

Γ) Για να επιτευχθεί ο υπολογισμός των αγνώστων μεγεθών στην πιθανοτική ροή φορτίου απαιτείται πρώτα η εξαγωγή ενός διανύσματος συντελεστών ευαισθησίας που καθορίζει πόσο επηρεάζεται το συγκεκριμένο μέγεθος από τη μεταβολή της πραγματικής ή άεργου εγχύσεως σε κάθε ζυγό ξεχωριστά. Οι συντελεστές αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ανάλυση της ευαισθησίας του συστήματος ή στην επιλογή του καταλληλότερου χειρισμού των μεταβλητών ελέγχου και διαταραχής για την επαναφορά του συστήματος στα προκαθορισμένα όρια ασφαλείας.

3.3 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το πρόβλημα της ροής φορτίου μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από δύο συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων της μορφής:

$$Y = g(X) \quad (3.3.1)$$

$$Z = h(X) \quad (3.3.2)$$

όπου: Y το διάνυσμα εισόδου

X το διάνυσμα κατάστασης

Z το διάνυσμα εξόδου

και g, h μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις

Το διάνυσμα Y αντιπροσωπεύει τις ενεργές εγχύσεις σε όλους τους ζυγούς (PQ και PV), εκτός του ζυγού αναφοράς και τις άεργες εγχύσεις στους ζυγούς φορτίου (PQ), το διάνυσμα X αντιπροσωπεύει το μέτρο των τάσεων και τις γωνίες των τάσεων και τέλος το διάνυσμα Z αντιπροσωπεύει όλα τα μεγέθη που μπορούν να υπολογιστούν από το διάνυσμα κατάστασης, όπως ενεργές και άεργες ροές ισχύος, απώλειες κ.λ.π..

Στο στάδιο αυτό, λόγω των φυσικών δυσκολιών του προβλήματος είναι απαραίτητο να γίνουν ορισμένες παραδοχές:

Οι τυχαίες μεταβλητές θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Η τοπολογία του δικτύου θεωρείται σταθερή (με πιθανότητα μονάδα).

Οι συναρτήσεις g και h πρέπει να γραμμικοποιηθούν γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο, συνήθως την αναμενόμενη τιμή.

Αν Y_o είναι η αναμενόμενη τιμή του διανύσματος των δεδομένων εγχύσεων ισχύος Y (στην περίπτωση μας είναι η μέση τιμή) και το διάνυσμα κατάστασης X_o τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Y_o = g(X_o) \quad (3.3.3)$$

τότε το διάνυσμα X_o μπορεί να προκύψει από την επίλυση μιας ντετερμινιστικής ροής φορτίου όπου τα δεδομένα είναι οι αναμενόμενες τιμές των στοιχείων του διανύσματος Y . Το διάνυσμα X_o είναι μια εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος X (εδώ χρησιμοποιείται η μέση τιμή αυτού που προκύπτει από την Monte Carlo όταν αυτή υλοποιηθεί για τις μέσες τιμές των κατανομών της ενεργού και αέργου ισχύος). Ομοίως το διάνυσμα Z_o , που ικανοποιεί την διανυσματική εξίσωση:

$$Z_o = h(X_o) \quad (3.3.4)$$

αποτελεί εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του τυχαίου διανύσματος Z (και πάλι η μέση τιμή αυτού που προκύπτει από την Monte- Carlo).

Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου (3.3.1) και (3.3.2) γύρω από τα σημεία (X_o, Y_o) και (Z_o, X_o) , δηλαδή γύρω από την αναμενόμενη τιμή, δίνει:

$$Y \approx g(X_o) + J(X - X_o) \quad (3.3.5)$$

$$Z \approx h(X_o) + K(X - X_o) \quad (3.3.6)$$

όπου:

$$J = \left. \frac{\partial g}{\partial X} \right|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } g \text{ στο σημείο } X_o \quad (3.3.7)$$

και

$$K = \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{X = X_o} \quad \text{η Ιακωβιανή της } h \text{ στο σημείο } X_o \quad (3.3.8)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.3.3) και (3.3.4) στις (3.3.5) και (3.3.6) προκύπτει:

$$Y = Y_o + J(X - X_o) \quad (3.3.9)$$

$$Z = Z_o + K(X - X_o) \quad (3.3.10)$$

Η επίλυση των εξισώσεων (3.3.9) και (3.3.10) ως προς το διάνυσμα κατάστασης και το διάνυσμα εξόδου δίνει:

$$X = X_o + J^{-1}(Y - Y_o) \quad (3.3.11)$$

$$Z = Z_o + KJ^{-1}(Y - Y_o) \quad (3.3.12)$$

ή ακόμα

$$X = X'_o + AY \quad (3.3.13)$$

$$Z = Z'_o + BY \quad (3.3.14)$$

όπου

$$A = J^{-1}, \quad X'_o = X_o - AY_o$$

$$B = KA, \quad Z'_o = Z_o + BY_o$$

Για την επίλυση των παραπάνω εξισώσεων είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των πινάκων J και K. Ο πρώτος πίνακας αποτελεί τον ιακωβιανό πίνακα που έχει ήδη υπολογιστεί από την σχέση (2.2.22).

$$\begin{bmatrix} \Delta Z_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Z_1}{\Delta X_1} & \dots & \frac{\Delta Z_1}{\Delta X_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\Delta Z_n}{\Delta X_1} & \dots & \frac{\Delta Z_n}{\Delta X_n} \end{bmatrix} \cdot J^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta X_n \end{bmatrix}$$

(3.3.15)

Συγκεκριμένα η μεταβλητή Z αντιπροσωπεύει την ροή ισχύος πάνω στις γραμμές και το διάνυσμα X το διάνυσμα των άγνωστων μεγεθών γωνιών και τάσεων όπως και στην ιακωβιανή. Άρα ο πίνακας που προκύπτει είναι:

$$[\Delta P_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{\theta P_{ij}}{\theta \delta_2} & \dots & \frac{\theta P_{ij}}{\theta \delta_n} \left| \frac{\theta P_{ij}}{\theta V_2} \right. & \dots & \frac{\theta P_{ij}}{\theta V_n} \end{bmatrix} \cdot J^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_2 & P_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ P_n & P_{n,o} \\ Q_2 & Q_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ Q_n & Q_{n,o} \end{bmatrix} \quad (3.3.16)$$

Για τον υπολογισμό της ροής ισχύος σε μία γραμμή χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$S_{ij} = \tilde{V}_i^* \cdot \tilde{I}_{ij} \quad (3.3.17)$$

Και αφού αναφερόμαστε στην ενεργό ισχύ:

$$P_{ij} = \text{Real}\{S_{ij}\} = \text{Real}\{\tilde{V}_i^* \cdot \tilde{I}_{ij}\} \quad (3.3.18)$$

Δεδομένου ότι:

$$\tilde{I}_{ij}^* = (\tilde{V}_i^* - a\tilde{V}_j^*) \frac{y^*}{a^2} + \frac{Bc^*}{a^2} \tilde{V}_i^* \quad (3.3.19)$$

Όπου a : η λήψη του αντίστοιχου μετασχηματιστή.

Προκύπτει μετά την αντικατάσταση:

$$\begin{aligned} P_{ij} = \text{Real}\{S_{ij}\} &= \text{Real}\{\tilde{V}_i^* \cdot \tilde{I}_{ij}\} = \\ &= \frac{|\tilde{V}_i|^2}{a^2} \text{Real}\{y^*\} - |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\ &+ |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ &- |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \frac{|\tilde{V}_i|^2}{a^2} \text{Real}\{Bc^*\} \end{aligned} \quad (3.3.20)$$

Αντίστοιχα μπορούν να υπολογιστούν οι παράγωγοι της παραπάνω συνάρτησης ως προς τα μεγέθη που εμφανίζονται.

- Παραγωγή ως προς θ_i

$$\begin{aligned} \frac{\theta P_{ij}}{\theta \theta_i} &= |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

- Παραγωγή ως προς θ_j

$$\begin{aligned} \frac{\theta P_{ij}}{\theta \theta_j} &= |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\ &|\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} + |\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_i| |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} \end{aligned} \quad (3.3.22)$$

- Παραγωγή ως προς $|\tilde{V}_i|$

$$\begin{aligned} \frac{\theta P_{ij}}{\theta |\tilde{V}_i|} &= \frac{2|\tilde{V}_i|}{a^2} \text{Real}\{y^*\} - |\tilde{V}_j| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\ &|\tilde{V}_j| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - |\tilde{V}_j| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\ &|\tilde{V}_j| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \frac{2|\tilde{V}_i|}{a^2} \text{Real}\{Bc^*\} \end{aligned} \quad (3.3.23)$$

- Παραγωγή ως προς $|\tilde{V}_j|$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{ij}}{\theta |\tilde{V}_j|} &= -|\tilde{V}_i| \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} + \\
|\tilde{V}_i| \cos \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} &- |\tilde{V}_i| \sin \theta_i \cos \theta_j \frac{\text{Real}\{jy^*\}}{a} - \\
|\tilde{V}_i| \sin \theta_i \sin \theta_j \frac{\text{Real}\{y^*\}}{a} &
\end{aligned} \tag{3.3.24}$$

Οι υπόλοιπες παράγωγοι ως προς τα άλλα μεγέθη θα είναι μηδέν. Άρα σε κάθε γραμμή το πολύ τέσσερις όροι θα είναι μη μηδενικοί. Οι αντίστοιχοι παράγωγοι της ροής ισχύος P_{ji} προκύπτουν απλά αν στις παραπάνω παραγώγους αντικαταστήσουμε το i με το j και αντίστροφα.

Αντίστοιχα προκύπτει και η αναλυτική μορφή της εξίσωσης (3.3.11) με τον ιακωβιανό πίνακα όπως έχει υπολογιστεί και στο Κεφάλαιο 2.

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ |V_2| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{2,o} \\ \vdots \\ \delta_{n,o} \\ |V_{2,o}| \\ \vdots \\ |V_{n,o}| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_2 & P_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ P_n & P_{n,o} \\ Q_2 & Q_{2,o} \\ \vdots & \vdots \\ Q_n & Q_{n,o} \end{bmatrix}$$

Οι εξισώσεις (3.3.13) και (3.3.14) μπορούν να εκφραστούν στην αναλυτική τους μορφή ως:

$$X_i = X'_{oi} + \sum_{j=1}^m a_{ij} Y_j \tag{3.3.25}$$

$$Z_i = Z'_{oi} + \sum_{j=1}^m b_{kj} Y_j \tag{3.3.26}$$

Όπου

$i=1,2,\dots,n$

$k=1,2,\dots,l$

$j=1,2,\dots,m$

n η διάσταση του διανύσματος κατάστασης X

m η διάσταση του διανύσματος δεδομένων Y

l η διάσταση του διανύσματος ζητούμενων Z

a_{ij} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας A

b_{kj} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας B

Έτσι οι εξισώσεις (3.3.25) και (3.3.26) δείχνουν ότι κάθε τυχαία μεταβλητή των διανυσμάτων X και Z εκφράζεται ως αλγεβρικό άθροισμα των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών του διανύσματος Y με συντελεστές βαρύτητας κατάλληλα υπολογισμένους από τους συντελεστές ευαισθησίας. Επομένως οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών των διανυσμάτων X και Z μπορούν να υπολογιστούν από τη μαθηματική συνέλιξη των δεδομένων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των φορτίων και της παραγωγής οι οποίες ακολουθούν τις γνωστές κατανομές πιθανότητας.

3.4 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΥΝΕΛΙΞΗΣ

Οι προηγούμενες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας συνελίσσονται σύμφωνα με την εξίσωση (A.17) του Παραρτήματος Α, για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεταβλητών.

Το τυχαίο διάνυσμα Y αποτελείται από κανονικές και διακριτές κατανομές που αντιπροσωπεύουν τις μεταβολές ή την αβεβαιότητα των φορτίων της παραγωγής στο σύστημα. Η συμβατική μέθοδος για την πραγματοποίηση της συνέλιξης στηρίζεται στον μετασχηματισμό Laplace και υπολογίζει δύο ισοδύναμες κατανομές μία για όλες τις κανονικές κατανομές και μία για όλες τις διακριτές, και κατόπιν συνελίσσει τις δύο αυτές κατανομές μεταξύ τους για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων τυχαίων μεταβλητών.

Η ισοδύναμη κανονική κατανομή μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από τις αναμενόμενες τιμές και τις τυπικές αποκλίσεις όλων των κανονικών κατανομών:

$$Aν \quad f_1 = N(\mu_1, \sigma_1) \quad (3.4.1)$$

$$f_2 = N(\mu_2, \sigma_2) \quad (3.4.2)$$

και
$$f_n = a_1 f_1 * a_2 f_2 \quad (3.4.3)$$

όπου μ και σ αντιπροσωπεύουν την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλιση αντίστοιχα τότε:

$$f_n = N(\mu_n, \sigma_n) \quad (3.4.4)$$

όπου $\mu_n = a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2$ και $\sigma_n = \sqrt{(a_1 \sigma_1)^2 + (a_2 \sigma_2)^2}$

Το βασικό πρόβλημα είναι ο υπολογισμός της ισοδύναμης διακριτής κατανομής λόγω του μεγάλου αριθμού των διακριτών τιμών με τις οποίες παριστάνεται. Για παράδειγμα όταν μια διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με r διακριτές τιμές συνελίσσεται με μία άλλη διακριτή συνάρτηση που παριστάνεται με s διακριτές τιμές, η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα αντιπροσωπεύεται από (rxs) διακριτές τιμές. Η διαδικασία αυτή είναι χρονοβόρα και γίνεται μη πρακτική όταν ο αριθμός των διακριτών συναρτήσεων στο σύστημα είναι μεγάλος.

Αν
$$f_1(x_1) = \sum_{i=1}^r p_i \delta(x_1 - W_i) \quad (3.4.5)$$

$$f_2(x_2) = \sum_{j=1}^s p_j' \delta(x_2 - W_j') \quad (3.4.6)$$

και
$$f_D(x) = a_1 f_1 * a_2 f_2 \quad (3.4.7)$$

τότε
$$f_D(x) = \sum_{k=1}^t g_k \delta(x - h_k) \quad (3.4.8)$$

όπου $t = r \times s$

$$g_k = p_i \cdot p_j'$$

Και
$$h_k = a_1 W_i + a_2 W_j'$$

Για όλα τα διατεταγμένα ζεύγη (i,j) $i=1,\dots,r$ $j=1,\dots,s$

Το πρόβλημα του μεγάλου αριθμού των διακριτών τιμών της τελικής ισοδύναμης διακριτής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας λύνεται αν καθοριστεί εκ των προτέρων ο επιθυμητός αριθμός N των διακριτών τιμών με τις οποίες θα αντιπροσωπευθεί. Για το σκοπό αυτό προσδιορίζονται τα άκρα της τελικής διακριτής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και το διάστημα των πιθανών τιμών διαιρείται σε $N-1$ διαστήματα. Αν κατά τη διάρκεια της συνέλιξης κάποιου διαστήματος από τα προηγούμενα $N-1$ διαμοιράζεται μεταξύ σταθερών ακραίων σημείων του διαστήματος αντιστρόφως ανάλογα της απόστασης της από αυτά.

Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που αποτελεί τη συνέλιξη της ισοδύναμης κανονικής κατανομής με την ισοδύναμη διακριτή κατανομή δίνεται από τη σχέση:

$$f_x(x) = f_n(x_n) * f_D(x_D) \quad (3.4.9)$$

Και

$$f_x(x) = \sum_{k=1}^t \frac{g_k}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} e^{-\frac{[x-(\mu_n+h_k)]^2}{2\sigma_n^2}} \quad (3.4.10)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι γραμμικός συνδυασμός t κανονικών κατανομών συναρτήσεων με μέση τιμή μ_n+h_k , και τυπική απόκλιση, σ_n η κάθε μία, που συμβάλουν στο άθροισμα ανάλογα με το συντελεστή g_k όπου $k=1,2,\dots,t$, που αποτελεί τις θέσεις των διακριτών τιμών.

Πολλές προσπάθειες έχουν γίνει για να αναπτυχθούν τεχνικές που επιτρέπουν την πραγματοποίηση της συνέλιξης με μεγαλύτερη ακρίβεια και λιγότερο χρόνο υπολογισμού. Η τελευταία τεχνική που εφαρμόζεται στην πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου βασίζεται στον ταχύ μετασχηματισμό Fourier. Ο ταχύς μετασχηματισμός Fourier εκμεταλλεύεται ορισμένες ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων για να δώσει μια γρήγορη και ακριβή παρουσίαση μιας συνάρτησης στο πεδίο της συχνότητας.

Για μια δεδομένη συνεχή περιοδική συνάρτηση $f(y)$, που ορίζεται στο διάστημα $T=1/f$ δίνεται η μιγαδική συνάρτηση $S(\omega)$ στο πεδίο της συχνότητας.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)e^{-j\omega y} dy \quad (3.4.11)$$

Και ο αντίστροφος μετασχηματισμός είναι:

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{j\omega y} d\omega \quad (3.4.12)$$

Όπου $\omega=2\pi f=2\pi/T$

Αν η συνάρτηση $f(y)$ είναι μια διακριτή ή διακριτοποιημένη συνάρτηση με N διακριτές τιμές σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους θα ισχύει:

$$f(y) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) \quad (3.4.13)$$

Και η εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier θα δώσει:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(y - k\Delta y) e^{-j\omega y} dy = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k\Delta y} \quad (3.4.14)$$

Η $S(\omega)$ είναι μια περιοδική συνάρτηση με περίοδο $T = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = N\Delta\omega$ και η παράσταση της με N διακριτά σημεία είναι:

$$S(n\Delta\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k \Delta y} \Rightarrow S(n) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k W^{-nk} \quad (3.4.15)$$

Όπου $W = e^{j\frac{2\pi}{N}}$ και $n=0,1,2,\dots,N-1$

Η μαθηματική συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου, μετατρέπεται στο πεδίο της συχνότητας σε απλό πολλαπλασιασμό.

$$\text{Έτσι ισχύει: } f(y) = f_1(y) * f_2(y) \Leftrightarrow S(n) = S_1(n) \cdot S_2(n) \quad (3.4.16)$$

Αφού πραγματοποιηθεί η συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας, ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier δίνει αντίστοιχα την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(y)$ με N διακριτά σημεία από την σχέση (3.4.13) όπου:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(n) W^{nk} \quad (3.4.17)$$

3.5 ΘΕΩΡΗΣΗ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Στη διατύπωση του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου έγινε η παραδοχή ότι οι τυχαίες μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν τα φορτία και την παραγωγή στους ζυγούς του συστήματος είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η παραδοχή αυτή είναι σωστότερη όσο απομακρύνεται η χρονική στιγμή της πρόβλεψης φορτίων από την παρούσα χρονική στιγμή. Στη βραχυπρόθεσμη όμως πρόβλεψη φορτίων και σε εφαρμογές της πιθανοτικής ροής φορτίου στον προγραμματισμό λειτουργίας συστήματος η παραδοχή αυτή ισχύει λιγότερο ή και καθόλου. Στις περιπτώσεις αυτές είναι αναγκαία η θεώρηση εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών όπως αναπτύσσεται πιο κάτω.

Οι λόγοι της συσχέτισης μεταξύ των φορτίων και της παραγωγής μπορεί να οφείλονται σε διάφορους παράγοντες όπως:

Συσχέτιση φορτίου-φορτίου: Τα φορτία που βρίσκονται σε γειτονικούς ζυγούς έχουν την τάση να αυξάνονται ή να μειώνονται με τον ίδιο τρόπο. Έχουν δηλαδή οι γειτονικοί ζυγοί κάποιο βαθμό συσχέτισης που οφείλεται σε κοινούς παράγοντες, όπως καιρικές συνθήκες (θερμοκρασία, βροχή, άνεμος, ηλιοφάνεια κ.λ.π.), κοινωνικές συνθήκες της περιοχής (ώρες εργασίας, αθλητικά γεγονότα, αγροτικές ασχολίες, τηλεοπτικά προγράμματα κ.λ.π.). Όταν τα φορτία σε δύο ή περισσότερους ζυγούς

αυξάνονται και μειώνονται μαζί υπάρχει θετική συσχέτιση, ενώ όταν ένα φορτίο αυξάνεται και κάποιο άλλο μειώνεται υπάρχει αρνητική συσχέτιση.

Συσχέτιση παραγωγής-παραγωγής: Συνήθως σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας που αποτελείται από πολλές ομάδες γεννητριών είναι επιθυμητό η παραγωγή μιας συγκεκριμένης περιοχής ή η συνολική παραγωγή του συστήματος να διατηρείται σταθερή. Έτσι, όταν η παραγωγή μιας γεννήτριας μειωθεί για διάφορους λόγους, θα πρέπει η παραγωγή των άλλων γεννητριών να αυξηθεί μέσα στα επιτρεπόμενα όρια για την παραλαβή του φορτίου. Η συσχέτιση αυτή επομένως είναι αρνητική. Η παραγωγή επίσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας ακολουθεί τις μεταβολές του ανέμου ή της ηλιοφάνειας και σε γειτονικούς ζυγούς η συσχέτιση είναι θετική.

Συσχέτιση παραγωγής-φορτίου: Η παραγωγή μιας περιοχής σε ένα σύστημα είναι προγραμματισμένη να καλύψει το φορτίο της περιοχής, και συνήθως η ηλεκτρική ενέργεια παράγεται τη στιγμή που χρειάζεται. Η συσχέτιση που υπάρχει επομένως μεταξύ παραγωγής και φορτίου είναι θετική δηλαδή όταν το φορτίο αυξάνεται ή μειώνεται, αυξάνεται ή μειώνεται αντίστοιχα και η παραγωγή.

Έστω δύο τυχαίες μεταβλητές X και Y . Η συνδιασπορά των δύο αυτών τυχαίων μεταβλητών ορίζεται από τη σχέση:

$$n_{xy} = E\{(X - \mu_x)(Y - \mu_y)\} = E\{XY\} - \mu_x \mu_y \quad (3.5.1)$$

όπου $E\{*\}$ παριστάνει την αναμενόμενη τιμή.

Αν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους τότε:

$$E\{XY\} = E\{X\}E\{Y\} = \mu_x \mu_y \quad \text{και} \quad n_{xy} = 0 \quad (3.5.2)$$

Αν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ολικά γραμμικά εξαρτημένες θα ισχύει:

$$Y = aX + b \quad (3.5.3)$$

και
$$\mu_y = a\mu_x + b \quad (3.5.4)$$

Επίσης,
$$\sigma_x^2 = E\{(X - \mu_x)^2\} = E\{X^2\} - \mu_x^2 \quad (3.5.5)$$

Και
$$\sigma_y^2 = E\{(Y - \mu_y)^2\} = E\{(aX + b - a\mu_x - b)^2\} = a^2 E\{(X - \mu_x)^2\} = a^2 \sigma_x^2 \quad (3.5.6)$$

Άρα
$$\sigma_y = +a\sigma_x \quad \text{για θετική συσχέτιση} \quad (a > 0) \quad (3.5.7)$$

$$\sigma_y = -a\sigma_x \quad \text{για αρνητική συσχέτιση} \quad (a < 0) \quad (3.5.8)$$

Σύμφωνα με τις πιο πάνω εξισώσεις για την περίπτωση της ολικής γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών X και Y με διαδοχικές αντικαταστάσεις θα ισχύει:

$$E\{XY\} = E\{aX^2 + bX\} = aE\{X^2\} + b\mu_x = a\sigma_x^2 + a\mu_x^2 + b\mu_x = a\sigma_x^2 + \mu_x \mu_y \quad (3.5.9)$$

$$\text{και } n_{xy} = a\sigma_x^2 \quad (3.5.10)$$

$$\text{Άρα } n_{xy} = +\sigma_x\sigma_y \quad \text{για θετική συσχέτιση} \quad (\alpha > 0) \quad (3.5.11)$$

$$n_{xy} = -\sigma_x\sigma_y \quad \text{για αρνητική συσχέτιση} \quad (\alpha < 0) \quad (3.5.12)$$

Γενικά για την συνδιασπορά ισχύει:

$$-\sigma_x\sigma_y \leq n_{xy} \leq +\sigma_x\sigma_y \quad (3.5.13)$$

Ο συντελεστής συσχέτισεως δίνει το βαθμό της γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y και ορίζεται από τη σχέση:

$$\gamma_{xy} = \frac{n_{xy}}{\sigma_x\sigma_y} \quad (3.5.14)$$

Είναι αδιάστατος αριθμός και γενικά ισχύει:

$$-1 \leq \gamma_{xy} \leq 1 \quad (3.5.15)$$

Όταν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε $\gamma_{xy} = 0$

Όταν είναι ολικά θετικά συσχετισμένες, τότε $\gamma_{xy} = 1$ και όταν είναι ολικά αρνητικά συσχετισμένες $\gamma_{xy} = -1$.

Αν η θεώρηση της ολικής γραμμικής εξάρτησης δεν ισχύει μεταξύ των μεταβλητών X και Y όπως δίνεται στην εξίσωση (3.5.3), τότε μπορεί να θεωρηθεί μερική γραμμική εξάρτηση όπως αναπτύσσεται πιο κάτω:

Η τυχαία μεταβλητή Y μπορεί να χωριστεί σε δύο τυχαίες μεταβλητές Y' και Y'' έτσι ώστε $Y=Y'+Y''$ όπου Y' ολικά γραμμικά εξαρτημένη με την τυχαία μεταβλητή X και ακολουθεί την εξίσωση (3.5.3), και Y'' ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή που αντιπροσωπεύει με την τυπική της απόκλιση τις τυχαίες μεταβολές γύρω από την τιμή Y'.

Έτσι η εξίσωση (3.5.3) γίνεται:

$$Y = aX + b + Y'' \quad (3.5.16)$$

Σύμφωνα με την πιο πάνω ανάλυση για να συμπεριληφθούν εξαρτημένες μεταβλητές στην πιθανοτική ροή φορτίου, θεωρείται ότι η κάθε ομάδα εξαρτημένων μεταβλητών είναι ανεξάρτητη από όλες τις άλλες ομάδες εξαρτημένων μεταβλητών και επίσης ανεξάρτητη από όλες τις άλλες ανεξάρτητες μεταβλητές συμπεριλαμβανομένων και των πρόσθετων μεταβλητών Y'' για την θεώρηση μη γραμμικής εξάρτησης.

Στον υπολογισμό της ισοδύναμης κανονικής κατανομής που δίνεται στη σχέση (3.5.4) όταν οι τυχαίες μεταβλητές θεωρηθούν ολικά γραμμικά εξαρτημένες η ισοδύναμη αναμενόμενη τιμή μ_n δίνεται πάλι από την σχέση:

$$\mu_n = a_1\mu_1 + a_2\mu_2 \quad (3.5.17)$$

Ενώ η ισοδύναμη τυπική απόκλιση σ_n θα δίνεται τώρα από τη σχέση:

$$\sigma_n = a_1\sigma_1 + a_2\sigma_2 \quad \text{για ολική θετική συσχέτιση} \quad (3.5.18)$$

$$\text{και} \quad \sigma_n = a_1\sigma_1 - a_2\sigma_2 \quad \text{για ολική αρνητική συσχέτιση} \quad (3.5.19)$$

Ας σημειωθεί ότι γενικά ισχύει:

$$\sigma_1 - \sigma_2 < \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} < \sigma_1 + \sigma_2 \quad (3.5.20)$$

Είναι επομένως εμφανής η επίδραση της θεώρησης εξαρτημένων μεταβλητών στο εύρος της αβεβαιότητας των τελικών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

Έστω ότι στο διάνυσμα δεδομένων Y υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ του μ -ιστού και του ν -ιστού στοιχείου, της μορφής:

$$Y_\mu = aY_\nu + b + Y_\mu'' \quad (3.5.21)$$

Όπου a και b παράμετροι της γραμμικής εξάρτησης

Τότε οι εξισώσεις της πιθανοτικής ροής φορτίου (3.3.15) και (3.3.16) στην αναλυτική τους μορφή μπορούν να ξαναγραφούν ως εξής:

$$X_i = X_{oi}'' + \sum_{j=1}^m a'_{ij} Y_j + a_{i\mu} Y_\mu'' \quad (3.5.22)$$

$$Z_i = Z_{oi}'' + \sum_{j=1}^m b'_{kj} Y_j + b_{k\mu} Y_\mu'' \quad (3.5.23)$$

$$\text{Όπου} \quad a'_{ij} = a_{ij}, \quad b'_{kj} = b_{kj} \quad \text{για } j \neq \mu, \nu$$

$$a'_{i\mu} = b'_{k\mu} = 0$$

$$a'_{i\nu} = \alpha_{i\nu} + a\alpha_{i\mu}, \quad b'_{k\nu} = b_{k\nu} + ab_{k\mu}$$

$$X_{oi}'' = X'_{oi} + \alpha_{i\mu} \mathbf{b}, \quad Z_{ok}'' = Z'_{ok} + b_{k\mu} \mathbf{b}$$

Έτσι, για τη θεώρηση γραμμικών εξαρτημένων μεταβλητών στην πιθανοτική ανάλυση ροών φορτίου απαιτείται απλώς η τροποποίηση των ήδη υπολογισμένων συντελεστών ευαισθησίας για την περίπτωση των ανεξάρτητων μεταβλητών, σύμφωνα με τις εξισώσεις (3.5.22) και (3.5.23).

3.6 ΠΟΛΥΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Η απαιτούμενη γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής φορτίου γύρω από κάποιο λειτουργικό σημείο, συνήθως γύρω από την αναμενόμενη τιμή, όπως παρουσιάστηκε πιο πάνω, έχει το μειονέκτημα ότι δίνει αποτελέσματα ακριβή γύρω από αυτό το σημείο ενώ τα άκρα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας υπολογίζονται με τόσο μικρότερη ακρίβεια όσο μεγαλύτερη είναι η απόστασή τους από το σημείο γραμμικοποίησης ή όσο πιο έντονη είναι η μη γραμμική μορφή των εξισώσεων όπως π.χ. στον υπολογισμό των έργων συναρτήσεων πιθανότητας. Στις περισσότερες περιπτώσεις όμως ενδιαφέρει η ακρίβεια των ακραίων τιμών για την εξαγωγή πρακτικών συμπερασμάτων, όπως η πιθανότητα η τάση σε κάποιο ζυγό να ξεπεράσει τα επιθυμητά λειτουργικά της όρια ή η πιθανότητα άεργης υπερφορτίσεως κάποιας γεννήτριας ή ακόμα η πιθανότητα η ροή ισχύος σε μια γραμμή να ξεπεράσει το επιτρεπόμενο όριο φόρτισής της.

Η πιθανοτική ροή φορτίου με πολλαπλά σημεία γραμμικοποίησης παρέχει τη δυνατότητα αλλαγής του σημείου γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου σε όλη την έκταση των πιθανών τιμών που μπορεί να λάβουν οι μεταβλητές τους συστήματος, και έτσι διαπιστώνει την επίδραση της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου στα αποτελέσματα.

Έστω ότι ζητείται η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του στοιχείου X_i του διανύσματος X γνωρίζοντας ότι τα στοιχεία του διανύσματος Y παίρνουν τιμές σε δεδομένα διαστήματα. Ο υπολογισμός αυτός απαιτεί την ανακυκλωτική επίλυση του συστήματος γραμμικών εξισώσεων (3.11) και (3.12), θεωρώντας ως πρώτο σημείο γραμμικοποίησης το (Y_0, X_0) . Κάθε στοιχείο X_i του διανύσματος κατάστασης X δίνεται ως:

$$X_i = X_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_j - Y_{0j}) \quad (3.17)$$

όπου a_{ij} στοιχείο του πίνακα συντελεστών ευαισθησίας A .

Το διάνυσμα Y_L που παράγει τη μέγιστη τιμή X_i αποτελείται από τις μέγιστες τιμές των εγχύσεων αν ο συντελεστής ευαισθησίας a_{ij} είναι θετικός ενώ αν είναι αρνητικός από τις ελάχιστες τιμές των εγχύσεων. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν στις ακραίες τιμές των διακριτών ή διωνυμικών κατανομών που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των εγχύσεων. Οι τιμές των κανονικών κατανομών εκτείνονται θεωρητικά ως το $\pm\infty$ και έτσι για τον υπολογισμό του διανύσματος Y_L απαιτείται κατάλληλη αποκοπή όλων των κανονικών κατανομών. Η αποκοπή αυτή της κάθε κανονικής κατανομής οφείλει να γίνει έτσι ώστε:

- να αποκοπεί το ίδιο ποσοστό πιθανών τιμών από την κάθε μια κανονική κατανομή που συμμετέχει στη συνέλιξη, και

- η τελική ισοδύναμη κανονική κατανομή να εκτείνεται στο διάστημα $\pm 3\sigma_n$ γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

Έτσι, αν η κάθε κανονική κατανομή j εκτείνεται στο διάστημα $\pm a\sigma_j$ γύρω από την αναμενόμενη τιμή της, όπου a κατάλληλος συντελεστής αποκοπής θα πρέπει να ισχύει:

$$a \alpha_1 \sigma_1 + a \alpha_2 \sigma_2 + \dots + a \alpha_r \sigma_r = 3\sigma_n \quad (3.18)$$

και:

$$a = \frac{3\sigma_n}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} = 3 \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^r \sigma_j^2}}{\sum_{j=1}^r \sigma_j} \quad (3.19)$$

όπου r ο αριθμός των κανονικών κατανομών που συνελίσσονται, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_j, \dots, \sigma_r$ οι τυπικές αποκλίσεις και α_j οι συντελεστές ευαισθησίας.

Επειδή οι συντελεστές ευαισθησίας ανανεώνονται σε κάθε ανακύκλωση πρέπει να ανανεώνεται και ο συντελεστής a και όταν η διαδικασία συγκλίνει, τείνει σε μία σταθερή τιμή, που γενικά είναι μικρότερη ή ίση του τρία.

Έτσι, μετά τον υπολογισμό του διανύσματος Y_L η μέγιστη τιμή X_i του μέγιστου διανύσματος κατάστασης X_M , δίνεται από την αναλυτική σχέση:

$$X_{i(\max)} = X_{oi} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (Y_{Lj} - Y_{oi}) \quad (3.20)$$

και το διάνυσμα X_M σε μητρική μορφή ως εξής:

$$X_M = X_o + A(Y_L - Y_o) \quad (3.21)$$

Το σημείο (X_M, Y_L) δεν ικανοποιεί την εξίσωση ροής φορτίου (3.3.1) και έτσι υπολογίζεται ένα καινούριο διάνυσμα Y_M τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την εξίσωση:

$$Y_M = g(X_M) \quad (3.22)$$

Το νέο σημείο (X_M, Y_M) χρησιμοποιείται ως δεύτερο σημείο γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται και προσδιορίζεται το ανανεωμένο διάνυσμα X_M , μέχρι να επέλθει σύγκλιση.

Όμοια υπολογίζεται και η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του διανύσματος Z των ζητούμενων μεταβλητών, γραμμικοποιώντας τις εξισώσεις ροής φορτίου γύρω από το σημείο (Y_M, X_M, Z_M) και επιλύοντας ανακυκλωτικά την εξίσωση:

$$Z_i = Z_{Mi} + \sum_{j=1}^m b_{ij} (Y_j - Y_{Mj}) \quad (3.23)$$

όπου b_{ij} στοιχείο του πίνακα των συντελεστών ευαισθησίας B .

Όπως έχει αναφερθεί το διάνυσμα Y_L αποτελείται από τις ακραίες τιμές (μέγιστες ή ελάχιστες) των δεδομένων μεταβλητών (εγχύσεων), ανάλογα με το πρόσημο των συντελεστών ευαισθησίας. Όταν ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου δεν είναι μεγάλος, οι συντελεστές ευαισθησίας δεν αλλάζουν πρόσημο κατά την διάρκεια της διαδικασίας σύγκλισης. Αυτό σημαίνει ότι η ανακυκλωτική διαδικασία συγκλίνει στη μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή, χρησιμοποιώντας συνεχώς τα ίδια ακραία σημεία στο διάνυσμα Y_L σε κάθε ανακύκλωση.

Σε ορισμένες περιπτώσεις όμως, κυρίως σε μερικές τάσεις και άεργες ροές ισχύος, όπου ο βαθμός μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου είναι πολύ μεγάλος, είναι πιθανό ο συντελεστής ευαισθησίας που αντιστοιχεί σε κάποιο στοιχείο Y_j του διανύσματος Y_L να αλλάζει πρόσημο από μία ανακύκλωση στην άλλη. Στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί ποια ακραία τιμή συντελεί στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής X_j ή Z_i που ζητείται ο υπολογισμός της.

Έτσι για να ξεπεραστούν τα πιο πάνω προβλήματα κατά τη διαδικασία σύγκλισης οι συντελεστές ευαισθησίας που αλλάζουν πρόσημο σταθεροποιούνται μετά από δύο ή τρεις ανακυκλώσεις σε μια ενδιάμεση τιμή και η διαδικασία σύγκλισης συνεχίζεται κανονικά. Αυτό σημαίνει ότι όχι μόνο οι ακραίες τιμές των στοιχείων του διανύσματος δεδομένων συντελούν στην μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της μεταβλητής που ζητείται ο υπολογισμός της, αλλά επίσης και κάποιες ενδιάμεσες τιμές, ιδιαίτερα σε περιοχές με έντονη μη γραμμικότητα.

Σύμφωνα με την πιο πάνω αναλυτική μέθοδο πιθανοτικής ροής φορτίου των άκρων, μπορούν να προσδιοριστούν και ενδιάμεσα σημεία γραμμικοποίησης των εξισώσεων ροής φορτίου, μεταξύ Y_{0j} και Y_{j-max} ή μεταξύ Y_{j-min} και Y_{0j} , αν θεωρηθεί κατάλληλη ποσοστιαία αποκοπή των διαστημάτων των δεδομένων μεταβλητών Y_j όπως δίνεται στις εξισώσεις που ακολουθούν:

$$Y'_{j-max} = Y_{0j}(1 - \beta) + \beta Y_{j-max} \quad (3.24)$$

$$Y'_{j-min} = Y_{0j}(\beta - 1) - \beta Y_{j-min} \quad (3.25)$$

όπου β κατάλληλος συντελεστής αποκοπής ανηγμένος στη μονάδα.

Έτσι για $\beta = 1$ συμμετέχει στην πιθανοτική ροή φορτίου των άκρων ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνεται γραμμικοποίηση στις ακραίες τιμές (μέγιστο ή

ελάχιστο), ανάλογα με την πλευρά που επιλέγεται κάθε φορά, ενώ για $\beta = 0$ αποκόπτεται ολόκληρο το αρχικό διάστημα και πετυχαίνεται γραμμικοποίηση γύρω από την αναμενόμενη τιμή.

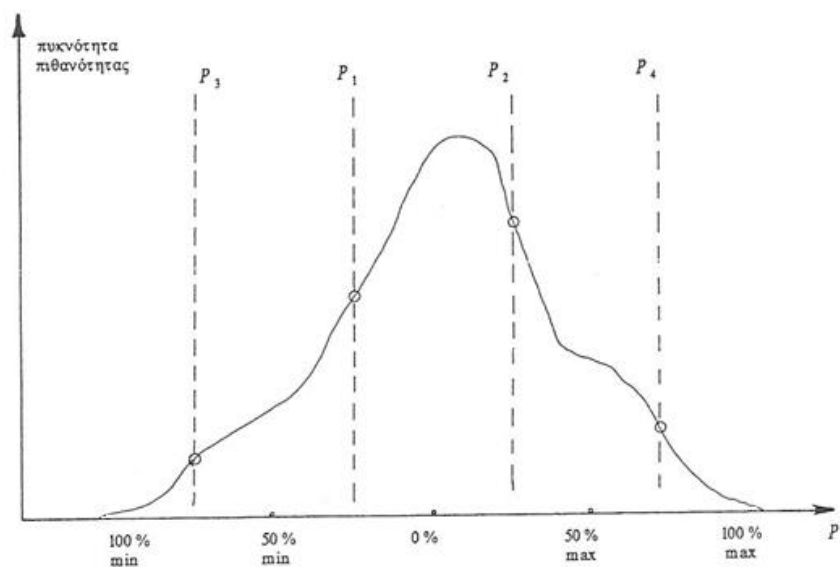
Η τελική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των ζητούμενων μεγεθών προκύπτει από τον κατάλληλο συνδυασμό των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που υπολογίζονται για τα διάφορα σημεία γραμμικοποίησης και που η κάθε μία είναι περισσότερο ακριβής γύρω από το δικό της σημείο γραμμικοποίησης. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στα σημεία προσαρμογής των συναρτήσεων μεταξύ τους καθώς και στην απαίτηση της αθροιστικής πιθανότητας της τελικής συνάρτησης να παραμένει μονάδα.

Έτσι, η σύνθεση της τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας γίνεται όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3, για την περίπτωση των $N = 5$ σημείων γραμμικοποίησης, όπου:

- Η συνάρτηση που προκύπτει από την αναμενόμενη τιμή ισχύει μεταξύ των σημείων P_1 και P_2 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της μέγιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων P_2 και P_4 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από το 50% της ελάχιστης τιμής ισχύει μεταξύ των σημείων P_1 και P_3 .
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη μέγιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο P_4 και τέλος
- Η συνάρτηση που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση γύρω από τη ελάχιστη τιμή ισχύει πάνω από το σημείο P_3 .

και

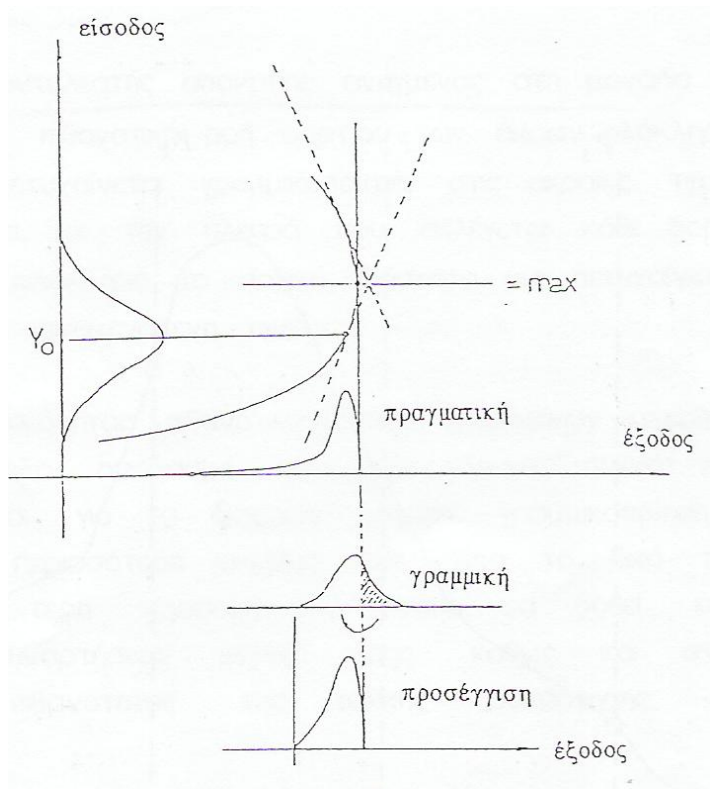
$$\begin{aligned}
 P_1 &= \frac{P(0\%) + P_{min}(50\%)}{2} \\
 P_2 &= \frac{P(0\%) + P_{max}(50\%)}{2} \\
 P_3 &= \frac{P_{min}(50\%) + P_{min}(100\%)}{2} \\
 P_4 &= \frac{P_{max}(50\%) + P_{max}(100\%)}{2}
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$



Σχήμα 3.3- Σύνθεση τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας

Έτσι, σύμφωνα με τα προηγούμενα η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κάποιας μεταβλητής του διανύσματος εξόδου παρουσιάζει έντονη μη γραμμικότητα αν η μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της δίνεται για αποκοπή 50% ή ακόμα περισσότερο για αποκοπή 0%.

Στις περιπτώσεις αυτές για να προσδιοριστεί μια προσεγγιστική λύση ακολουθείται η τεχνική της αντιστροφής που παρουσιάζεται παραστατικά στο σχήμα 3.6.2. Έτσι, αν κατά την διαδικασία σύγκλισης σε κάποιο από τα σημεία γραμμικοποίησης, που θεωρείται για παράδειγμα ότι δίνεται με αποκοπή των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των μεταβλητών εισόδου στο 50%, παρατηρηθεί συνεχιζόμενη αλλαγή πρόσημου κάποιων συντελεστών ευαισθησίας, τότε κατά τη σύνθεση της τελικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας οι τιμές της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας που προσδιορίζονται γύρω από αυτό το σημείο αντιστρέφονται όπως φαίνεται στο σχήμα 3.6.2.



Σχήμα 3.6.2. : Αντιμετώπιση περιπτώσεων έντονης μη γραμμικότητας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε πληθώρα συστημάτων που λειτουργούν υπό συνθήκες αβεβαιότητας, όπως και η ροή φορτίου στο δίκτυο, η πιθανοτική προσέγγιση είναι απαραίτητη για πολλούς και σημαντικούς λόγους που έχουν αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο. Βέβαια, λόγω του ότι μια τέτοια προσέγγιση είναι αρκετά πολύπλοκη και χρονοβόρα, συχνά προτιμάται η ντετερμινιστική η οποία όμως υστερεί σε μεγάλο βαθμό, καθώς ως γνωστόν λαμβάνει υπόψη της μόνο ένα συγκεκριμένο στιγμιότυπο του συστήματος και αγνοεί την αβεβαιότητα που διέπει πολλές παραμέτρους.

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται μία μέθοδος πιθανοτικής ανάλυσης η οποία είναι σημαντικά πιο απλή, γρήγορη και εύκολη στη χρήση συγκριτικά με τις περισσότερες που ήδη χρησιμοποιούνται. Η ιδέα της μεθόδου σε πολύ πρώιμο στάδιο αρχικά αναπτύχθηκε από τον D.H.Evans το 1967 και 1972 [35] [36] και στη συνέχεια περισσότερο αναλυτικά και τεκμηριωμένα από τον Emilio Rosenblueth το 1975 και 1981 [37] [38]. Στη πορεία εξελίχθηκε και προσαρμόστηκε κατάλληλα για την επίλυση προβλημάτων διάφορων κατηγοριών.

Συγκεκριμένα με την εν λόγω μέθοδο είναι δυνατός ο υπολογισμός των στατιστικών ροπών μίας τυχαίας μεταβλητής η οποία είναι συνάρτηση μίας ή πολλών τυχαίων μεταβλητών. Με βάση αυτή τη μέθοδο, οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών αντικαθίστανται από ένα σύνολο σημείων και σε καθένα από αυτά τα σημεία αντιστοιχίζεται η τιμή της πιθανότητας εμφάνισης του. Για τον λόγο αυτό αποκαλείται Μέθοδος Εκτίμησης Σημείων (Μ.Ε.Σ.). Ο αριθμός των σημείων που θα αποτελούν την εκτίμηση της συνάρτησης κατανομής της κάθε τυχαίας μεταβλητής ποικίλλει ανάλογα με την ακρίβεια που απαιτεί το πρόβλημα για το οποίο εφαρμόζεται η μέθοδος. Για τη Μέθοδο Εκτίμησης 2 Σημείων, όταν στο πρόβλημα υπάρχουν n τυχαίες μεταβλητές, χρησιμοποιούνται 2^n συγκεντρώσεις πιθανότητας τοποθετημένες σε 2^n σημεία για να αντικαταστήσουν την αρχική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που παρουσιάζουν οι τυχαίες μεταβλητές, αντιστοιχίζοντας τις ροπές έως και τρίτης τάξης.

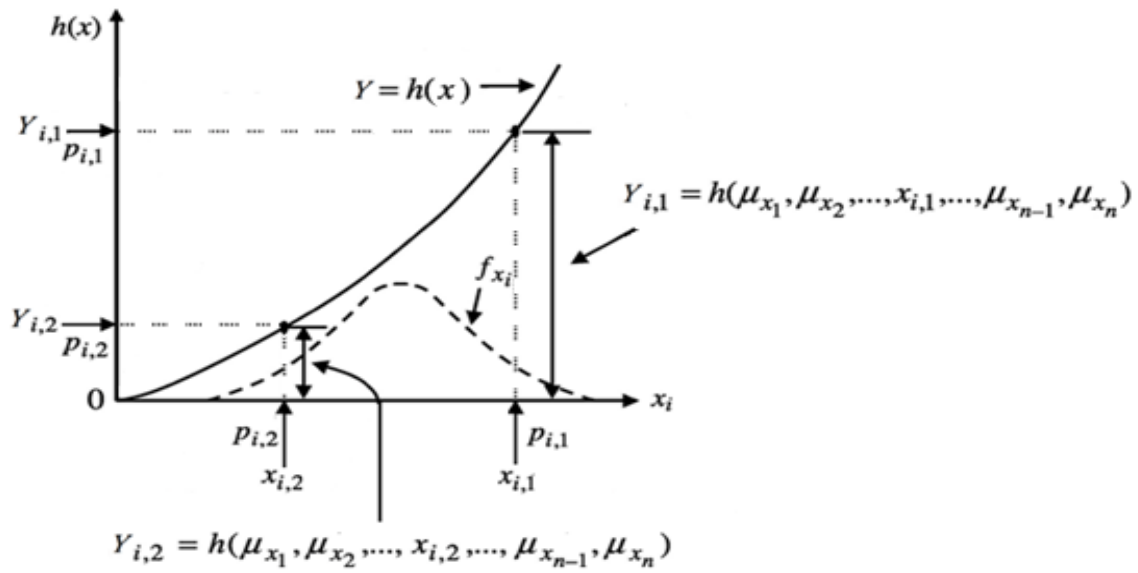
Αντίστοιχα για τη Μέθοδο Εκτίμησης 3 Σημείων χρησιμοποιούνται 3^n συγκεντρώσεις πιθανότητας τοποθετημένες σε 3^n σημεία για να αντικαταστήσουν την αρχική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που παρουσιάζουν οι τυχαίες μεταβλητές, αντιστοιχίζοντας τις ροπές έως και τέταρτης τάξης. Βέβαια, όπως είναι αναμενόμενο, όσο λιγότερα σημεία χρησιμοποιηθούν, η επίλυση γίνεται όλο και ταχύτερη θυσιάζοντας όμως παράλληλα την ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Συνεπώς, για τη Μ.Ε.Σ ουσιαστικά αρκεί μόνο η γνώση των κεντρικών ροπών των τριών (ΜΕ2Σ), τεσσάρων (ΜΕ3Σ), πρώτων τάξεων των τυχαίων μεταβλητών, δηλαδή της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης, της λοξότητας και της κύρτωσης, οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν άμεσα από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής. Από τη στιγμή που οι τιμές των παραπάνω μεγεθών είναι γνωστές, ο υπολογισμός των κεντρικών ροπών της άγνωστης μεταβλητής απαιτεί μόνο απλές αριθμητικές πράξεις. Συμπερασματικά, πρόκειται για μία μέθοδο απλή, καθόλου χρονοβόρα η οποία μπορεί να εφαρμοστεί για την επίλυση μεγάλης γκάμας προβλημάτων.

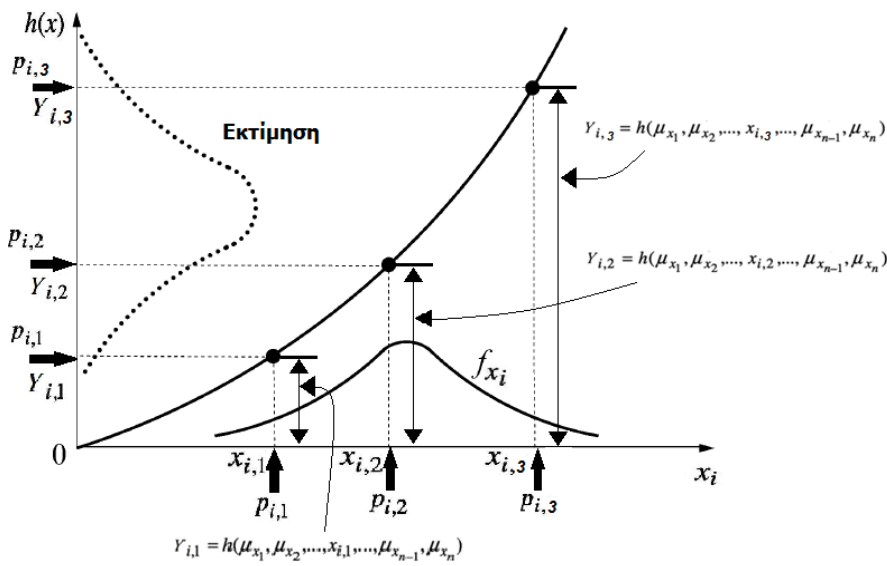
4.2 ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΙΔΕΑΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Θεωρούμε τη μέθοδο με εκτίμηση σε 2 σημεία. Στο σχήμα 5.1 που ακολουθεί παρουσιάζεται γραφικά η βασική ιδέα της μεθόδου εκτίμησης 2 σημείων. Στη Μέθοδο αυτή αντικαθίσταται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κάθε τυχαίας μεταβλητής με δύο τιμές και δύο πιθανότητες εμφάνισης των δύο αυτών τιμών. Συγκεκριμένα, έστω μία ποσότητα Y που είναι συνάρτηση n τυχαίων μεταβλητών x_i , δηλαδή $Y = h(\mathbf{X})$. Για κάθε τυχαία μεταβλητή x_i υπολογίζουμε τα 2 εκτιμώμενα σημεία $x_{i,1}$ και $x_{i,2}$ με τις αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισης $p_{i,1}$ και $p_{i,2}$. Στη συνέχεια, δημιουργούμε ένα σύνολο με όλα τα πιθανά διανύσματα \mathbf{X} , ένα για κάθε εκτιμώμενη τιμή $x_{i,j}$ ($j = 1,2$), θεωρώντας για τις υπόλοιπες τυχαίες $n - 1$ μεταβλητές ότι ισούνται με τις μέσες τιμές τους. Έχουμε δηλαδή 2^n διανύσματα της μορφής $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{i,j}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$, όπου μ_i η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής x_i και για καθένα από αυτά μπορούμε να υπολογίσουμε μία εκτίμηση Y_i του μεγέθους Y , μέσω της συνάρτησης h , το οποίο θα παρουσιάζει πιθανότητα εμφάνισης αντίστοιχα $p_{i,j}$. Έτσι τελικά έχουμε ένα σύνολο 2^n πιθανών τιμών για το Y με γνωστή την πιθανότητα για την εκάστοτε τιμή.

Αντίστοιχα με την ίδια λογική εργαζόμαστε και στην μέθοδο εκτίμησης 3 σημείων όπου τώρα για κάθε τυχαία μεταβλητή x_i υπολογίζουμε τα 3 εκτιμώμενα σημεία $x_{i,1}$, $x_{i,2}$ και $x_{i,3}$ με τις αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισης $p_{i,1}$, $p_{i,2}$ και $p_{i,3}$ οπότε έχουμε 3^n διανύσματα της μορφής $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{i,j}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$. Με αυτό τον τρόπο τελικά έχουμε ένα σύνολο 3^n πιθανών τιμών για το Y με γνωστή την πιθανότητα για την εκάστοτε τιμή. Στο σχήμα 5.2 που ακολουθεί παρουσιάζεται γραφικά η βασική ιδέα της μεθόδου εκτίμησης 3 σημείων.



Σχήμα 5.1 -Βασική ιδέα της Μεθόδου Εκτίμησης 2 Σημείων



Σχήμα 5.2 -Βασική ιδέα της Μεθόδου Εκτίμησης 3 Σημείων

4.3 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ

Η μέθοδος εκτίμησης σημείου μπορεί να υλοποιηθεί για συναρτήσεις μίας αλλά και πολλαπλών μεταβλητών. Παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικά η μέθοδος και για τις δύο αυτές περιπτώσεις ξεχωριστά.

4.3.1 Συναρτήσεις μίας μεταβλητής

Έστω μία ποσότητα Z η οποία είναι συνάρτηση της μεταβλητής X , $Z = h(X)$, όπου X είναι μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$. Έστω ότι μ_X και σ_X είναι η μέση τιμή και τυπική απόκλιση του X . Επίσης, έστω $M'_j(X)$ είναι η κεντρική ροπή j τάξης του X ,

$$M'_j(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^j f_X(x) dx \quad (5.1)$$

και έστω $\lambda_{X,j}$ ο λόγος $M'_j(X)$ προς σ_X^j , $j = 1, 2, 3, \dots$,

$$\lambda_{X,j} = M'_j(X) / (\sigma_X)^j \quad (5.2)$$

όπου $\lambda_{X,1}$ ισούται με 0, $\lambda_{X,2}$ ισούται με 1 και $\lambda_{X,3}$ και $\lambda_{X,4}$ είναι ο συντελεστής λοξότητας και κύρτωσης του X αντίστοιχα.

Η ανάπτυξη της $h(X)$ σε σειρά Taylor γύρω από τη μ_X είναι:

$$h(X) = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (x - \mu_X)^j \quad (5.3)$$

όπου $h^j(\bullet)$, $j = 1, 2, \dots$ εκφράζει την παράγωγο j τάξης της $h(\bullet)$ ως προς x .

Η μέση τιμή του Z μπορεί να υπολογιστεί λαμβάνοντας την εκτίμηση της παραπάνω εξίσωσης που καταλήγει στην

$$\mu_Z = E(h(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) f(x) dx = h(\mu_X) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) \lambda_{X,j} \sigma_X^j \quad (5.4)$$

όπου $E(\bullet)$ εκφράζει την εκτίμηση.

Έστω $x_i = \mu_X + \xi_i \sigma_X$, εκφράζει την i συγκέντρωση του x . Για την απλούστερη μέθοδο εκτίμησης 2 σημείων ισχύει ότι $i = 1, 2$, όπου ξ_1 και ξ_2 σταθερές που πρέπει να υπολογιστούν. Έστω p_i η πιθανότητα της συγκέντρωσης x_i , $i = 1, 2$. Πολλαπλασιάζοντας την εξ.(5.3) επί p_i με $x = x_i$, $i = 1, 2$ και αθροίζοντας, καταλήγουμε στην

$$p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) = h(\mu_X)(p_1 + p_2) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X)(p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j) \sigma_X^j \quad (5.5)$$

Προσεγγίζοντας την ακριβή μέση τιμή του Z που εκφράζεται στην εξίσωση (5.4) από τη σχέση $p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2)$, μπορούμε να συνδυάσουμε τους τέσσερις πρώτους όρους του δεξιού μέρους της εξίσωσης (5.4) και (5.5) (π.χ. συνδυάζοντας τις ροπές μέχρι και τρίτης τάξης) καταλήγουμε στο εξής:

$$\sum_{i=1}^k p_i \xi_i^j = M_j'(X) / \sigma_X^j = \lambda_{X,j} \quad (5.6)$$

$j = 0, \dots, 2k - 1$, όπου $k = 2$.

Το παραπάνω είναι ένα σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους (p_i και ξ_i , $i = 1, 2$). Η λύση του συστήματος είναι

$$\xi_i = \frac{\lambda_{X,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2} \quad (5.7)$$

$$\text{και } p_i = (-1)^i \xi_{3-i} / \zeta \quad (5.8)$$

$$\text{όπου } \zeta = \xi_1 - \xi_2 = 2 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{X,3}}{2}\right)^2}$$

Αντίστοιχα για τη Μ.Ε.3 σημείων έχουμε τις σχέσεις

$$p_i = (\xi_j \xi_k + 1) / ((\xi_j - \xi_i)(\xi_k - \xi_i)), \quad i, j, k = 1, 2, 3$$

$$i \neq j \neq k \neq i,$$

όπου ξ_i , $i=1,2,3$ είναι οι ρίζες του τρίτης τάξης πολωνύμου που ακολουθεί

$$d_3 \xi^3 + d_2 \xi^2 + d_1 \xi + d_0 = 0$$

όπου

$$d_3 = \lambda_{X,4} - (1 + \lambda_{X,3}^2)$$

$$d_2 = \lambda_{X,3}(\lambda_{X,4} + 1) - \lambda_{X,5}$$

$$d_1 = \lambda_{X,3} - (\lambda_{X,5} + \lambda_{X,3}) + \lambda_{X,4}(1 - \lambda_{X,4})$$

$$d_0 = \lambda_{X,5} - \lambda_{X,3}(2\lambda_{X,4} - \lambda_{X,3}^2)$$

Από τις εξ. (5.5) και (5.6) έχουμε ότι

$$h(\mu_X) + \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) \lambda_{X,j} \sigma_X^j = p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j) \sigma_X^i \quad (5.9)$$

Αντικαθιστώντας την εξ. (5.9) στην (5.4) παίρνουμε την

$$\mu_Z = p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) - \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (\lambda_{X,j} - (p_1 \xi_1^j + p_2 \xi_2^j)) \sigma_X^j \quad (5.10)$$

Συνεπώς,

$$\mu_Z \cong p_1 h(x_1) + p_2 h(x_2) \quad (5.11)$$

η οποία είναι μια προσέγγιση τρίτης τάξης. Στην εξίσωση (5.11) το ‘ \cong ’ σημαίνει ίσο εκτός για όρους τέταρτης κ άνω τάξης. Εάν $h^j(\bullet)$, $j = 4, 5, \dots$, είναι ίσο με μηδέν (π.χ. εάν η $h(x)$ είναι πολυώνυμο τρίτης τάξης), η Μ.Ε.Σ. δίνει ακριβή λύση για την μ_Z . Ομοίως, μπορούμε να δείξουμε ότι η ροπή δεύτερης τάξης του Z μπορεί να εκτιμηθεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^2) \cong p_1 (h(x_1))^2 + p_2 (h(x_2))^2. \quad (5.12)$$

Η τυπική απόκλιση υπολογίζεται τότε από τη σχέση

$$\sigma_Z = \sqrt{E(Z^2) - [E(Z)]^2} \quad (5.13)$$

Αν χρησιμοποιήσουμε μέθοδο m σημείων συγκέντρωσης με πιθανότητα p_i για το x_i , συνδυάζοντας τις ροπές των πρώτων $2m - 1$ τάξεων της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του X . Αποδεικνύεται ομοίως ότι

$$\mu_Z = \sum_{i=1}^m p_i h(x_i) - \sum_{\xi=2m}^{\infty} \frac{1}{j!} h^j(\mu_X) (\lambda_{X,j} - \sum_{i=1}^m p_i \xi_i^j) \sigma_X^j \quad (5.14)$$

Η προσέγγιση του μ_Z χρησιμοποιώντας m σημεία είναι

$$\mu_Z \cong \sum_{i=1}^m p_i h(x_i), \quad (5.15)$$

η οποία είναι μια προσέγγιση $2m - 1$ τάξης. Η Μ.Ε.Σ. m σημείων δίνει ακριβή λύση για τη μ_Z και τη σ_X εάν η $h(x)$ είναι πολυώνυμο μικρότερης από m και $2m$ τάξης αντίστοιχα. Αξίζει να σημειωθεί ότι συχνά η χρήση μικρού αριθμού σημείων μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένο υπολογισμό της μ_Z και της σ_X και συνεπώς προτείνεται χρήση όσο το δυνατόν περισσότερων σημείων.

4.3.2 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών

Έστω μία ποσότητα Z η οποία είναι συνάρτηση n τυχαίων μεταβλητών, $Z = h(\mathbf{X}) = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$, όπου \mathbf{X} είναι ένα σύνολο τυχαίων μεταβλητών X_k , $k = 1, 2, \dots, n$. Έστω ότι μ_k και σ_k η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της τυχαίας μεταβλητής X_k που έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_{X_k} . Επίσης, έστω $M'_j(X_k)$ είναι η κεντρική ροπή i τάξης του X ,

$$M'_j(X_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_k - \mu_k)^j f_{X_k}(x) dx \quad (5.16)$$

και έστω $\lambda_{k,j}$ ο λόγος $M'_j(X_k)$ προς σ_k^j , $j = 1, 2, 3, \dots$,

$$\lambda_{k,j} = M'_j(X_k) / (\sigma_{X_k})^j \quad (5.17)$$

όπου $\lambda_{k,1}$ ισούται με 0, $\lambda_{k,2}$ ισούται με 1 και $\lambda_{k,3}$ και $\lambda_{k,4}$ είναι ο συντελεστής λοξότητας και κύρτωσης του X_k αντίστοιχα.

Η ανάπτυξη της $h(\mathbf{X})$ σε σειρά Taylor πολλών μεταβλητών γύρω από του τη μέση τιμή του X_k είναι:

$$Z_c = h_c(X_1, X_2, \dots, X_n) = h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) (X_k - \mu_{X_k})^i \quad (5.18)$$

όπου $h^j(\bullet)$, $j = 1, 2, \dots$ εκφράζει την παράγωγο j τάξης της $h(\bullet)$ ως προς x .

Η μέση τιμή του Z_c μπορεί να υπολογιστεί λαμβάνοντας την εκτίμηση της παραπάνω εξίσωσης που καταλήγει στην

$$\begin{aligned} \mu_{Z_c} = E(Z_c) &= \\ &= h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\ &+ \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \int_{-\infty}^{+\infty} (x_k - \mu_k)^j f_X(x) dx \\ &= h_j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times M'_j(X_k) = \\ &= h_j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h^i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \lambda_{k,j} (\sigma_{X_k})^j \quad (5.19) \end{aligned}$$

όπου $E(\bullet)$ εκφράζει την εκτίμηση.

Έστω, $p_{k,i}$ εκφράζει τη συγκέντρωση (ή το βάρος) του διανύσματος $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$ όπου $x_{k,i} = \mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k$, $k = 1, 2, \dots, n$, $i = 1, 2$ (για

ΜΕ2Σ). Οι μεταβλητές $p_{k,i}$ και $\xi_{k,i}$ πρέπει να υπολογιστούν. Για αυτό το λόγο πολλαπλασιάζουμε την (5.18) επί $p_{k,i}$ με $x_k = x_{k,i}$ για κάθε τυχαία μεταβλητή x_k και αθροίζοντας καταλήγουμε στην

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n) \\
&= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,j} \times (x_{k,j} - \mu_k)^j \\
&= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k - \mu_k)^j \\
&= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^{(j)}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{k,i})^j \quad (5.20)
\end{aligned}$$

Προσεγγίζοντας τη μέση τιμή του Z_c με $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$ από την εξ (5.20), μπορούμε να συνδυάσουμε τα τέσσερα πρώτα μέρη του δεξιού μέλους της (5.19) και της (5.20) (παίρνοντας τις ροπές έως και 3ης τάξης του X_k) και καταλήγουμε σε ένα σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_{i=1}^2 p_{k,i} (\xi_{k,i})^j = \lambda_{k,j} \quad (5.21)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} = 1 \quad (5.22)$$

$$\sum_{i=1}^m p_{k,i} = 1/n \quad (5.23)$$

όπου, $j = 1, 2, 3$, (ροπές έως 3ης τάξης)

$i = 1, 2$, (για ME2Σ)

$k = 1, 2, \dots, n$ (οι τυχαίες μεταβλητές)

Η λύση του παραπάνω συστήματος είναι η εξής:

$$\xi_{k,i} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad (5.24)$$

$i = 1, 2$ και $k = 1, 2, \dots, n$

$$p_{k,i} = (-1)^i \xi_{k,3-i} / \zeta_k \quad (5.25)$$

όπου $\zeta_k = 2\sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$

Αντίστοιχα για τη ME3Σημείων έχουμε τις σχέσεις

$$\xi_{k,i} = \lambda_{k,3} / 2 + (-1)^{3-i} \sqrt{\lambda_{k,4} - 3\lambda_{k,3}^2 / 4} \quad i = 1, 2$$

$$\xi_{k,3} = 0$$

$$p_{k,i} = (-1)^{3-i} / (\xi_{k,i} (\xi_{k,1} - \xi_{k,2})) \quad i = 1, 2$$

$$p_{k,3} = \frac{1}{n} - p_{k,1} - p_{k,2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{\lambda_{k,4} - \lambda_{k,3}^2}$$

Για να ελέγξουμε το κατά πόσο η μέθοδος προσεγγίζει την πραγματική μέση τιμή του Z_c αντικαθιστούμε τις (5.21) και (5.22) στη (5.20) και έχουμε

$$\begin{aligned} E(Z_c) &= h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j} (\sigma_{X_k})^j \\ &+ \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \quad (5.26) \end{aligned}$$

Η οποία μπορεί να γραφεί ως

$$\begin{aligned}
h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) &+ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j \\
&= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\
&+ \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \quad (5.27)
\end{aligned}$$

Και καταλήγουμε τελικά ότι

$$\begin{aligned}
E(Z_c) &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\
&- \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times p_{k,i} \times (\xi_{k,i})^j (\sigma_{X_k})^j \\
&+ \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \lambda_{k,j}(\sigma_{X_k})^j \\
&= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)) \\
&+ \sum_{j=4}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{j!} h_c^j(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \times \left[\lambda_{k,j} - \sum_{i=1}^2 p_{k,i} (\xi_{k,i})^j \right] \times (\sigma_{X_k})^j \quad (5.28)
\end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι η $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))$ δίνει μια προσέγγιση τρίτης τάξης μέσης τιμής. Εάν η $h_c(x)$ είναι πολυώνυμο τρίτης τάξης τότε η Μ.Ε.Σ. δίνει ακριβή λύση για την μ_Z .

Η ροπές j τάξης μπορούν να υπολογιστούν μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h_c(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j \quad (5.29)$$

Παρατηρούμε ότι η παραπάνω μέθοδος και στις δύο περιπτώσεις, της συνάρτησης μίας αλλά και των πολλών μεταβλητών, απαιτεί απλές αριθμητικές πράξεις. Το γνωστός χρειάζεται μόνο να είναι οι ροπές των τριών πρώτων τάξεων των κατανομών και άμεσα υπολογίζονται οι ροπές του ζητούμενου μεγέθους.

4.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ

Οι μελέτες της πιθανοτικής ροής φορτίου μοντελοποιούν τις εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, τα φορτία, τις παραμέτρους των γραμμών και την τοπολογία του δικτύου και πραγματοποιούν υπολογισμούς της ροής φορτίου λαμβάνοντας υπόψη τους συγκεκριμένους παράγοντες αβεβαιότητας. Τα σοβαρότερα θέματα που αντιμετωπίζει κανείς κατά την προσομοίωση αυτή είναι η αποτελεσματικότητα και η ορθότητα των αποτελεσμάτων.

Η μέθοδος που αναλύθηκε παραπάνω μπορεί πολύ εύκολα να προσαρμοστεί ώστε να επιλυθεί η πιθανοτική ροή φορτίου. Στη μέθοδο που θα παρουσιαστεί παρακάτω, λαμβάνεται υπόψη η αβεβαιότητα των εγχύσεων ισχύος στους ζυγούς, όπως επίσης και των παραμέτρων των ζυγών. Η τοπολογία που δικτύου θεωρείται ότι παραμένει σταθερή. Βέβαια, δοθείσας της πιθανότητας που διέπει κάθε εναλλακτική διάρθρωση του δικτύου, εύκολα ο αλγόριθμος τροποποιείται ώστε να ληφθεί υπ' όψιν και αυτή. Όπως έχει ήδη σημειωθεί, η μέθοδος αυτή παρέχει υψηλή αποτελεσματικότητα όπως και ορθότητα. Σε αυτή την υποενότητα θα παρουσιαστεί αναλυτικά και βήμα προς βήμα η μελέτη του προβλήματος της πιθανοτικής ροής φορτίου με τη μέθοδο 2 και 3 σημείων.

Το πρόβλημα της πιθανοτικής ροής φορτίου διατυπώνεται ως εξής

$$Y = g(X, L) \quad (5.30)$$

$$Z = h(X, L) \quad (5.31)$$

όπου Y το διάνυσμα των εγχύσεων ισχύος

X το διάνυσμα κατάστασης

L το διάνυσμα των παραμέτρων των γραμμών

Z το διάνυσμα των ροών ισχύος στις γραμμές

g, h μη γραμμικές εξισώσεις της ροής φορτίου

Στην συγκεκριμένη μέθοδο θεωρούμε ότι η μεταβλητή x_k εκφράζει την έγχυση ενεργού ή άεργου ισχύος στο ζυγό k , η οποία είναι μία τυχαία μεταβλητή με γνωστή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_{p_k} . Αντί για τη χρησιμοποίηση της f_{p_k} κατά την επίλυση της ροής φορτίου, η προτεινόμενη μέθοδος την αντικαθιστά χρησιμοποιώντας, δύο τιμές του x_k , τις $x_{k,1}$ και $x_{k,2}$ (ME2Σημείων), τρεις τιμές του x_k , τις $x_{k,1}$, $x_{k,2}$ και $x_{k,3}$ (ME3Σημείων) οι οποίες υπολογίζονται από τη σχέση:

$$x_{k,i} = \mu_k + \xi_{k,i} \sigma_k, \quad (5.32)$$

όπου μ_k και σ_k η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της f_{p_k} αντίστοιχα,

το $\xi_{k,i}$ υπολογίζεται (όπως δείχθηκε και προηγουμένως) από την σχέση

$$\xi_{k,i} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + (-1)^{3-i} \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad (5.33)$$

$i = 1,2$ και $k = 1,2, \dots, n$

όπου $\lambda_{k,3}$ ο συντελεστής λοξότητας της f_{p_k} , δηλαδή $\lambda_{k,3} = \frac{E[(x_k - \mu_k)^3]}{(\sigma_k)^3}$

Η πιθανότητα της συγκέντρωσης $x_{k,i}$ εκφράζεται από την ποσότητα $p_{k,i}$ που υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_{k,i} = (-1)^i \xi_{k,3-i} / \zeta_k \quad (5.34)$$

όπου $\zeta_k = 2 \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}$

Η ροπή j τάξης του άγνωστου μεγέθους Z μπορεί να υπολογιστεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j \quad (5.35)$$

Συγκεκριμένα για τη μέση τιμή του Z ισχύει

$$\mu_{Z,i} = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n) \quad (5.36)$$

Για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης του Z χρησιμοποιώ τις σχέσεις

$$E(Z^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^2 \quad (5.37)$$

$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{\text{var}(Z_i)} = \sqrt{E(Z_i^2) - [E(Z_i)]^2} \quad (5.38)$$

Αντίστοιχα για στη ME3Σημείων το $\xi_{k,i}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\xi_{k,i} = \lambda_{k,3} / 2 + (-1)^{3-i} \sqrt{\lambda_{k,4} - 3\lambda_{k,3}^2 / 4} \quad i = 1,2$$

$$\xi_{k,3} = 0$$

και $k = 1,2, \dots, n$

όπου $\lambda_{k,3}$ ο συντελεστής λοξότητας της f_{p_k} , δηλαδή $\lambda_{k,3} = \frac{E[(x_k - \mu_k)^3]}{(\sigma_k)^3}$ και $\lambda_{k,4}$ ο συντελεστής κύρτωσης της f_{p_k} , δηλαδή $\lambda_{k,4} = \frac{E[(x_k - \mu_k)^4]}{(\sigma_k)^4}$

Η πιθανότητα της συγκέντρωσης $x_{k,i}$ εκφράζεται από την ποσότητα $p_{k,i}$ που υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_{k,i} = (-1)^{3-i} / (\xi_{k,i} (\xi_{k,1} - \xi_{k,2})) \quad i = 1,2$$

$$p_{k,3} = \frac{1}{n} - p_{k,1} - p_{k,2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{\lambda_{k,4} - \lambda_{k,3}^2}$$

Η ροπή j τάξης του άγνωστου μεγέθους Z μπορεί να υπολογιστεί μέσω της σχέσης

$$E(Z^j) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^3 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^j$$

Συγκεκριμένα για τη μέση τιμή του Z ισχύει

$$\mu_{Z,i} = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^3 p_{k,i} \times h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$$

Για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης του Z χρησιμοποιώ τις σχέσεις

$$E(Z^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^3 p_{k,i} \times (h(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n))^2$$

$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{\text{var}(Z_i)} = \sqrt{E(Z_i^2) - [E(Z_i)]^2}$$

ΣΥΝΟΨΗ ΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΑΚΑΣΙΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΚΑΙ 3 ΣΗΜΕΙΩΝ

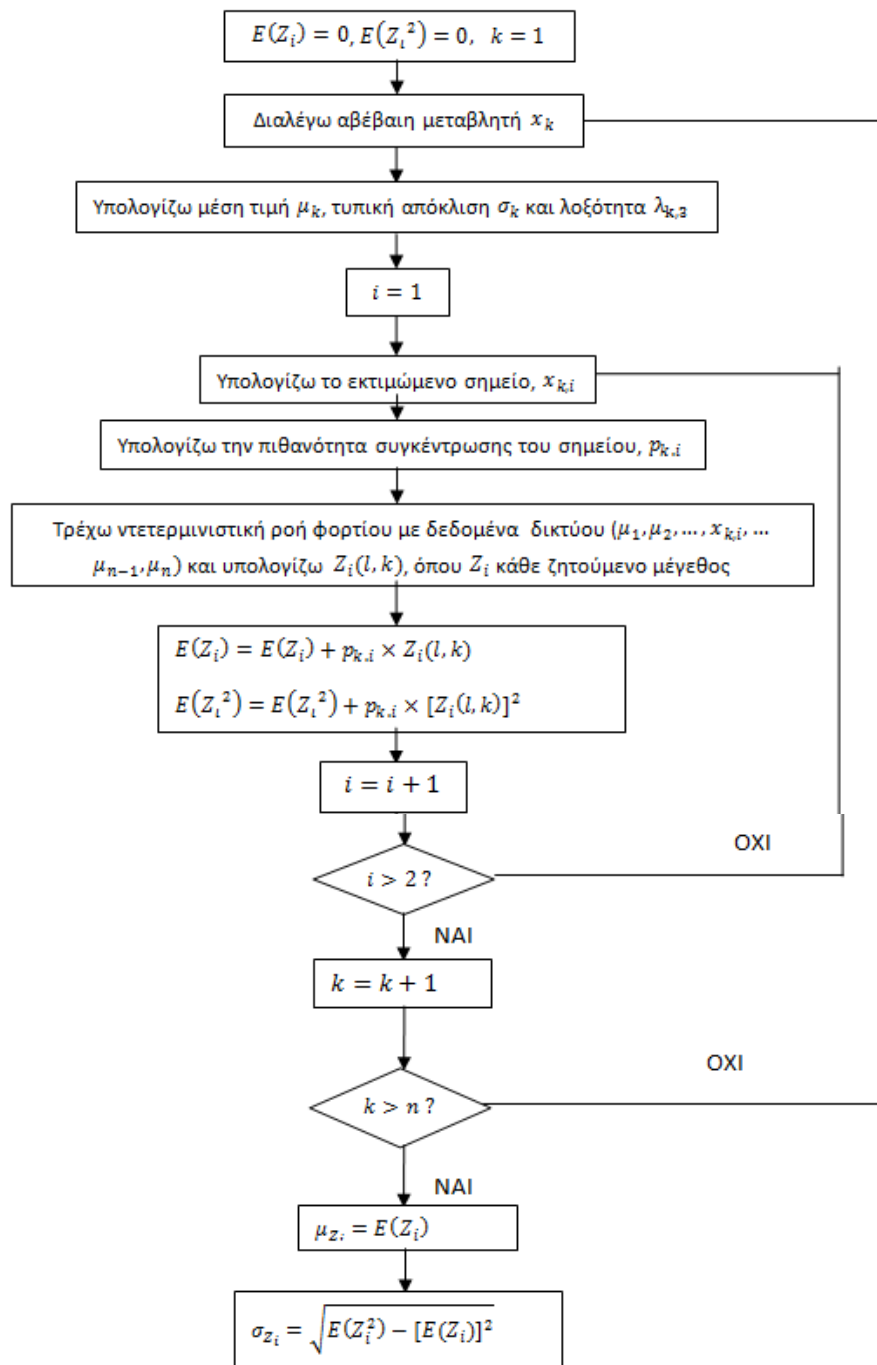
Συνεπώς, η υπολογιστική διαδικασία της μεθόδου κατά βήματα έχει ως εξής:

- Υπολογισμός των στατιστικών ροπών ως και τρίτης (ME2Σ), τέταρτης (ME3Σ) τάξης των εγχύσεων ενεργού και άεργου ισχύος των ζυγών.

- Υπολογισμός των 2, 3 σημείων που εκτιμούν την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και των αντίστοιχων πιθανοτήτων συγκέντρωσης αυτών
- Για τις τιμές αυτές που υπολογίστηκαν στο παραπάνω βήμα, επιλύονται ντετερμινιστικές ροές φορτίου για δεδομένα του δικτύου $(\mu_1, \mu_2, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{n-1}, \mu_n)$. Έτσι δημιουργείται ένα σύνολο τιμών για τις τάσεις και τις αντίστοιχες γωνίες στους ζυγούς και τις ροές ισχύος στις γραμμές.
- Για καθένα από αυτά τα σύνολα τιμών υπολογίζονται οι ροπές σύμφωνα με τη σχέση (5.35), όπου $h(\bullet)$ το αποτέλεσμα που προέκυψε από την αντίστοιχη ντετερμινιστική ροή φορτίου.
- Μέσω των ροπών που υπολογίστηκαν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cdf) μπορούν να υπολογιστούν εύκολα για παράδειγμα μέσω των μεθόδων Gram-Charlier ή Cornish-Fisher .

Όπως παρατηρούμε η μελέτη της πιθανοτικής ροής φορτίου με τη μέθοδο εκτίμησης σημείου αποτελεί μία απλή υπολογιστική διαδικασία. Κατά τη διαδικασία αυτή εκτελούνται απλές αριθμητικές πράξεις. Για ένα δίκτυο με n τυχαίες παραμέτρους, τις οποίες αποτελούν είτε εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς είτε οι παράμετροι στις γραμμές, η συγκεκριμένη μέθοδος πραγματοποιεί $2n, 3n$ ντετερμινιστικές ροές φορτίου ώστε να καταλήξει στις κατανομές των αγνώστων μεγεθών, δηλαδή των μέτρων και των γωνιών των τάσεων των ζυγών και των ροών ισχύος στις γραμμές του δικτύου. Σημαντικό είναι πως η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τις μη γραμμικές εξισώσεις ροών φορτίου, γεγονός που συντελεί στην ορθότητα των αποτελεσμάτων και κάνει την εν λόγω μέθοδο να υπερέχει άλλων που απαιτούν γραμμικοποίηση.

Ακολουθεί το διάγραμμα ροής της μεθόδου εκτίμησης δύο σημείων.



Σχήμα 5.2 -Διάγραμμα Ροής Μ.Ε 2 Σημείων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

5.1 ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 6 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

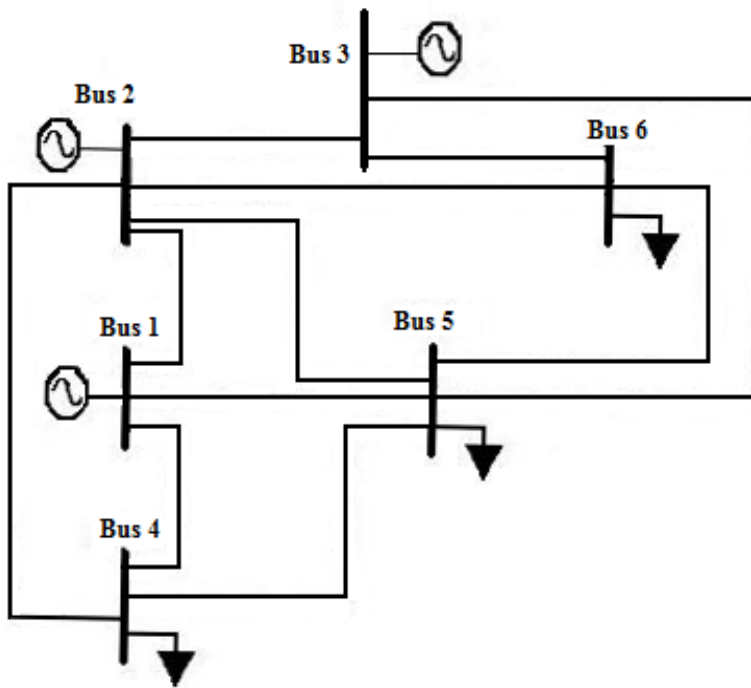
Η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου (Μ.Ε.Σ.) όπως αναλύθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση ροών φορτίου ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Επιπρόσθετα με τη θεωρητική προσέγγιση απαραίτητη κρίνεται και η μελέτη της συμπεριφοράς της μεθόδου ως προς την ακρίβεια και αποτελεσματικότητά της σε περίπτωση πρακτικής εφαρμογής της.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η εφαρμογή της Μεθόδου Εκτίμησης 2 και 3 Σημείων στο σύστημα 6 ζυγών της ΙΕΕΕ. Ως τυχαίες μεταβλητές εισόδου θεωρούνται οι εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος καθώς και οι παράμετροι των γραμμών (συνολικά 19 τυχαίες μεταβλητές εισόδου). Ζητούμενο είναι ο υπολογισμός των τάσεων και γωνιών των ζυγών, οι ροές ισχύος στις γραμμές και οι αντίστοιχες απώλειες. Στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος Monte Carlo τα αποτελέσματα της οποίας συγκρίνονται με τα αντίστοιχα της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου ώστε να αποφανθούμε για την ακρίβεια της τελευταίας.

Η δομή του συστήματος 6 ζυγών της ΙΕΕΕ φαίνεται στο Σχήμα 5.1. Τα δεδομένα που υποθέτουμε ότι ισχύουν για το συγκεκριμένο δίκτυο όσον αφορά τις κατανομές για τις εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς (παραγωγή και φορτίο) και τις παραμέτρους των γραμμών, παρουσιάζονται αναλυτικά στους Πίνακες 5.1-5.3.

Συγκεκριμένα, υποθέτουμε ότι οι παραγωγές και τα φορτία ακολουθούν κανονική κατανομή εκτός από το ζυγό 6 όπου πρέπει να δώσουμε ιδιαίτερη προσοχή μιας και το φορτίο ακολουθεί διακριτή κατανομή ενεργού ισχύος. Όσον αφορά τις παραμέτρους στις γραμμές του δικτύου, υποθέτουμε ότι η ωμική και επαγωγική αντίσταση σειράς ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή με γνωστή μέση τιμή, που λαμβάνεται σταθερή σε όλη τη διάρκεια της εφαρμογής, ενώ η εγκάρσια χωρητικότητα ακολουθεί διακριτή κατανομή 2 σημείων (Πίνακας 5.3).

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι όλοι οι υπολογισμοί, τόσο για τη Μέθοδο Εκτίμησης 2 και 3 Σημείων όσο και για τη Monte Carlo, έγιναν στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.



Σχήμα 5.1 - Δίκτυο 6 Ζυγών IEEE

Πίνακας 5.1 Δεδομένα για το δίκτυο των 6 ζυγών της IEEE εκφρασμένα σε πρόγραμμα Matlab

```

%      Bus  Bus Voltage Angle  ---Load---  -Generator-      Injected
%      No   code Mag.    Degree MW      Mvar      MW      Mvar Qmin Qmax Mvar
busdata=[1  1  1.05  0.0  0  0  0  0  0  0  0
          2  2  1.05  0.0  0  0  50  0  0  0  0
          3  2  1.07  0.0  0  0  60  0  0  0  0
          4  0  1.00  0.0  70  70  0  0  0  0  0
          5  0  1.00  0.0  70  70  0  0  0  0  0
          6  0  1.00  0.0  58  70  0  0  0  0  0];

%
%      Bus bus  R      X      Line code
%      nl  nr  p.u.  p.u.  1/2 B      =1 for lines
%                               > 1 or < 1 tr. tap at bus nl
linedata=[1  2  0.1  0.2  0.0095  1
          1  4  0.05  0.2  0.0095  1
          1  5  0.08  0.3  0.01425  1
          2  3  0.05  0.25  0.01425  1
          2  4  0.05  0.1  0.00475  1
          2  5  0.01  0.3  0.0095  1
          2  6  0.07  0.2  0.01186  1
          3  5  0.12  0.26  0.01186  1
          3  6  0.02  0.1  0.00475  1
          4  5  0.2  0.4  0.019  1
          5  6  0.1  0.3  0.01425  1];

```

Πίνακας 5.2 - Πιθανοτικά δεδομένα για το δίκτυο των 6 ζυγών της IEEE εκφρασμένα σε πρόγραμμα Matlab

```

%      Bus  Active load  Reactive load
%      no.  mean      std      mean      std
%          (MW)    (%)      (MVar)    (%)
pnorm=[ 2    50    2.5    0.0    0.0
        3    60    3.0    0.0    0.0
        4   -70    3.5   -70    3.5
        5   -70    3.5   -70    3.5
        6    -    -    -70    3.5];

```

```

%% Διακριτή Κατανομή - Ζυγός 6

```

```

%      Bus  Active load  Reactive load
%      no.  mean  prob.  mean  prob.
%          (MW)          (MVar)
pdisc=[6  -70.00  0.2    0.0    1.0
        6  -60.00  0.4    0.0    1.0
        6  -50.00  0.4    0.0    1.0];

```

linedata		Ομοιόμορφη Κατανομή		Διακριτή Κατανομή	
nl	nr	R (p.u)	X(p.u)	BCAP(p.u.)	Πιθανότητα
1	2	$\mu=0.10$	$\mu=0.20$	0.02	0.95
				0	0.05
1	4	$\mu=0.05$	$\mu=0.20$	0.02	0.95
				0	0.05
1	5	$\mu=0.08$	$\mu=0.30$	0.03	0.95
				0	0.05
2	3	$\mu=0.05$	$\mu=0.25$	0.03	0.95
				0	0.05
2	4	$\mu=0.05$	$\mu=0.10$	0.01	0.95
				0	0.05
2	5	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	0.02	0.95
				0	0.05

2	6	$\mu=0.07$	$\mu=0.20$	0.025	0.95
				0	0.05
3	5	$\mu=0.12$	$\mu=0.26$	0.025	0.95
				0	0.05
3	6	$\mu=0.02$	$\mu=0.10$	0.01	0.95
				0	0.05
4	5	$\mu=0.20$	$\mu=0.40$	0.04	0.95
				0	0.05
5	6	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	0.03	0.95
				0	0.05

Πίνακας 5.3 - Κατανομές για τις παραμέτρους των γραμμών

5.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ

5.2.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 2 ΚΑΙ 3 ΣΗΜΕΙΩΝ

Στη συγκεκριμένη εφαρμογή η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson (βλ. 2.3.2), στην οποία τέθηκε μέγιστος αριθμός επαναλήψεων 100 και ακρίβεια 0,001. Η ισχύς βάσης σε όλες τις επόμενες μετρήσεις τίθενται ίση με 100MVA.

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή τόσο της ME2Σημείων όσο και της ME3Σημείων. Αναλυτικά παρουσιάζονται οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών και ενδεικτικά μερικές τιμές για τις ροές ισχύος και τις απώλειες στις γραμμές.

Ζυγός	Μέτρο τάσης V (p.u.)				Γωνία τάσης δ (μοίρες)			
	ME2Σ		ME3Σ		ME2Σ		ME3Σ	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
1	1,05	0,0	1,05	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	1,05	0,0	1,05	0,0	-2,9186	0,49686	-2,9186	0,49661
3	1,07	0,0	1,07	0,0	-3,28175	0,73388	-3,28175	0,73353
4	0,98899	0,00253	0,98899	0,00253	-3,70108	0,39734	-3,70108	0,39718
5	0,98756	0,00296	0,98756	0,00296	-4,77493	0,54157	-4,77493	0,54133
6	1,00679	0,00264	1,00679	0,00264	-4,73796	0,82914	-4,73795	0,82872

Πίνακας 5.4 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	ME2Σ		ME3Σ	
	μ	σ	μ	σ
Q_{1-4}	0.21195	0.01523	0.21195	0.01522
Q_{1-5}	0.11231	0.01362	0.11231	0.01361
Q_{5-1}	-0.13669	0.01346	-0.1367	0.01345
Q_{6-3}	-0.5655	0.02285	-0.5655	0.02285
Q_{6-5}	0.02857	0.01165	0.02858	0.01164
P_{1-4}	0.39338	0.03451	0.39338	0.0345
P_{1-5}	0.32602	0.0314	0.32602	0.03139
P_{5-1}	-0.31673	0.02997	-0.31673	0.02997
P_{6-3}	-0.38491	0.02867	-0.38491	0.02867
P_{6-5}	0.02133	0.01918	0.02133	0.01918

Πίνακας 5.5 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	ME2Σ		ME3Σ	
	μ	σ	μ	σ
L_{1-4}	0,00954	0,00118	0,00954	0,00116
L_{1-5}	0,00929	0,00146	0,00929	0,00144
L_{5-1}	0,00929	0,0016	0,00929	0,0015
L_{6-3}	0,00905	0,00078	0,00905	0,00077
L_{6-5}	0,00042	0,00018	0,00042	0,00012
Συνολικές	6,6880	0,6199	6,6879	0,5952

Πίνακας 5.6 - Αποτελέσματα Μ.Ε.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Σε αυτό το σημείο αξίζει να καταγραφούν οι χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων οι οποίοι ήταν $t_{ME2Σ} = 1.318 \text{ sec.}$ και $t_{ME3Σ} = 1.872 \text{ sec.}$

5.2.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ MONTE CARLO

Η μέθοδος Monte Carlo είναι μια επαναληπτική μέθοδος που βασίζεται στην παραγωγή ενός συνόλου τυχαίων τιμών για τις μεταβλητές εισόδου. Μετά από αρκετό αριθμό προσομοιώσεων του συστήματος, λαμβάνουμε τον μέσο όρο των αποτελεσμάτων

και το δεχόμαστε ως τη λύση του προς επίλυση προβλήματος. Η ακρίβεια της μεθόδου και η ταχύτητα εκτέλεσης της είναι ανάλογη και αντιστρόφως ανάλογη αντίστοιχα του αριθμού επαναλήψεων.

Το προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab διαθέτει συνάρτηση για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κανονική κατανομή με γνωστή μέση τιμή και τυπική απόκλιση («normrnd»). Έτσι για τις εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος των ζυγών 1, 2, 3, 4, και 5 και για την έγχυση άεργου ισχύος του ζυγού 6 εφαρμόστηκε η συγκεκριμένη συνάρτηση.

Για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν διακριτή κατανομή διανύσματος $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ με αντίστοιχη πιθανότητα $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, όπως στο συγκεκριμένο σύστημα η έγχυση ενεργού ισχύος του ζυγού 6, δεν υπάρχει έτοιμη συνάρτηση. Έτσι, αρχικά παράγουμε τυχαίους αριθμούς μέσω της τυποποιημένης ομοιόμορφης κατανομής $U(0,1)$ χρησιμοποιώντας την έτοιμη συνάρτηση του Matlab «unifrnd». Στη συνέχεια, ανάλογα με την τυχαία τιμή u αντιστοιχίζεται και μία τιμή του X ως εξής:

$$x_i = \begin{cases} x_1 & u \leq p_1 \\ x_2 & u \leq p_1 + p_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & u \leq \sum_{i=1}^n p_i \end{cases} \quad (5.1)$$

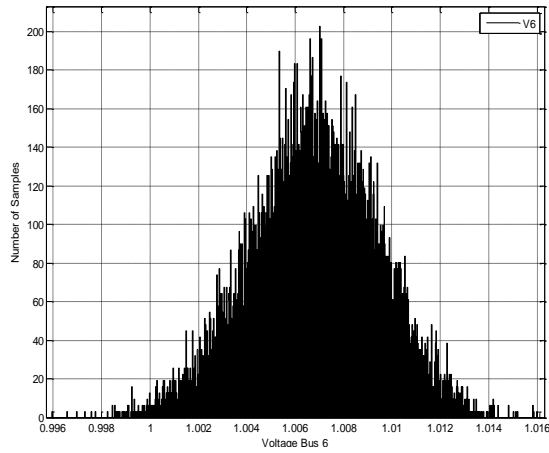
Η υλοποίηση της μεθόδου Monte-Carlo έγινε σε δύο εφαρμογές προκειμένου να διαπιστωθεί κατά πόσο ο αριθμός επαναλήψεων της μεθόδου επηρεάζει την ακρίβεια και το χρόνο εκτέλεσής της. Έτσι, τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παρακάτω προέκυψαν από 1000 και 10000 επαναλήψεις. Και στις δύο περιπτώσεις, η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson, όμοια δηλαδή και κατά την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης 2 και 3 σημείων, ώστε η σύγκριση μεταξύ τους να είναι όσο το δυνατόν πιο ακριβής.

Τα αποτελέσματα και των 2 προσομοιώσεων, δηλαδή οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών και ενδεικτικά μερικές τιμές για τις ροές ισχύος και τις απώλειες στις γραμμές, παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.7-5.9.

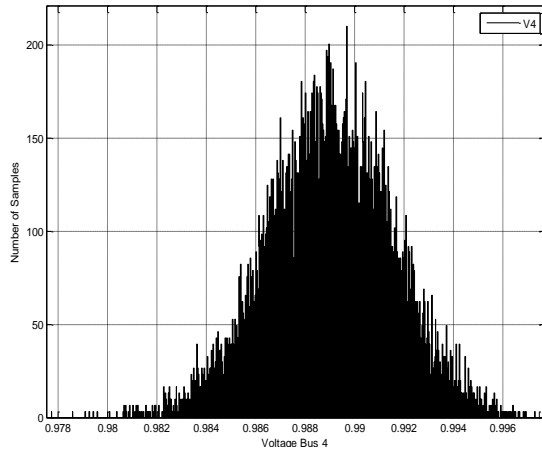
Μέσω των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης των 10.000 δοκιμών σχεδιάζουμε τα ιστογράμματα των υπολογιζόμενων τιμών για κάποιες τάσεις, γωνίες, ροές ισχύος και απώλειες τα οποία φαίνονται στα Σχήματα 5.2-5.9 και μας δίνουν μία εικόνα για τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής τους.

Ζυγός	1000 δοκιμές				10000 δοκιμές			
	μέτρο τάσης V		γωνία τάσης δ		μέτρο τάσης V		γωνία τάσης δ	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
1	1,05	0,0	0,0	0,0	1,05	0,0	0,0	0,0
2	1,05	0,0	-2,93286	0,49828	1,05	0,0	-2,92179	0,49722
3	1,07	0,0	-3,30627	0,73919	1,07	0,0	-3,28358	0,73476
4	0,98894	0,00258	-3,7078	0,3968	0,98903	0,0025	-3,70435	0,39778
5	0,98747	0,00298	-4,78473	0,5419	0,98759	0,00295	-4,77896	0,54456
6	1,00669	0,00262	-4,7066	0,83739	1,00674	0,00266	-4,74261	0,82932

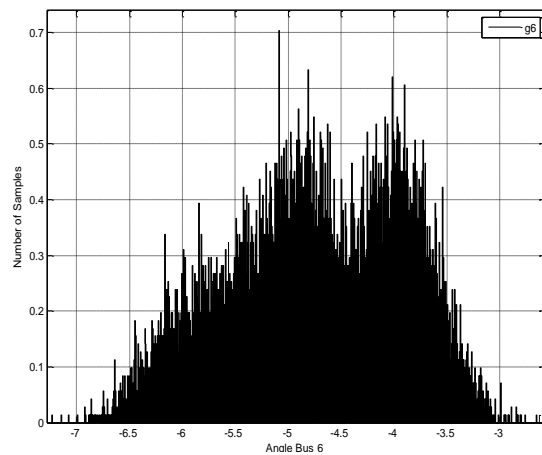
Πίνακας 5.7 - Αποτελέσματα M.C. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς



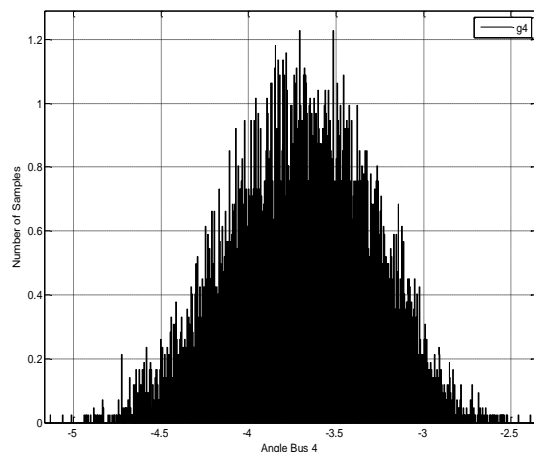
Σχήμα 5.2 - Τάση στον Ζυγό 6 (MC 10000)



Σχήμα 5.3 - Τάση στον Ζυγό 4 (MC 10000)



Σχήμα 5.4 - Γωνία του Ζυγού 6 (MC 10000)



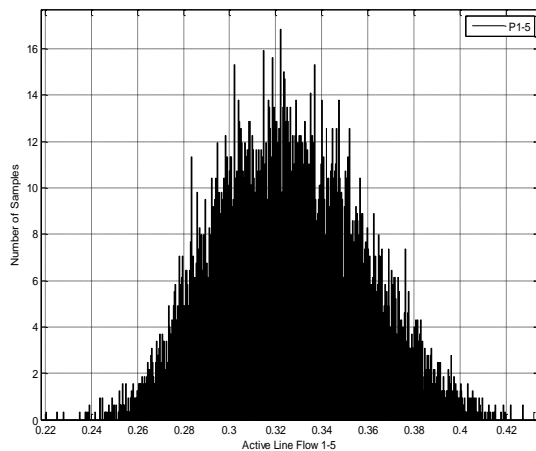
Σχήμα 5.5 - Γωνία του Ζυγού 4 (MC 10000)

Ροές ισχύος στις γραμμές	1000 δοκιμές		10000 δοκιμές	
	μ	σ	μ	σ
Q_{1-4}	0,21171	0,01542	0,21175	0,01518
Q_{1-5}	0,11164	0,01322	0,1121	0,01337
Q_{5-1}	-0,13691	0,01299	-0,13663	0,01326
Q_{6-3}	-0,56572	0,02199	-0,56583	0,02298
Q_{6-5}	0,02803	0,01148	0,02837	0,01165
P_{1-4}	0,39401	0,03483	0,39363	0,03454
P_{1-5}	0,32664	0,03169	0,32624	0,03161
P_{5-1}	-0,31732	0,03025	-0,31694	0,03017
P_{6-3}	-0,3857	0,02818	-0,3855	0,02866
P_{6-5}	0,02036	0,01872	0,02122	0,01907

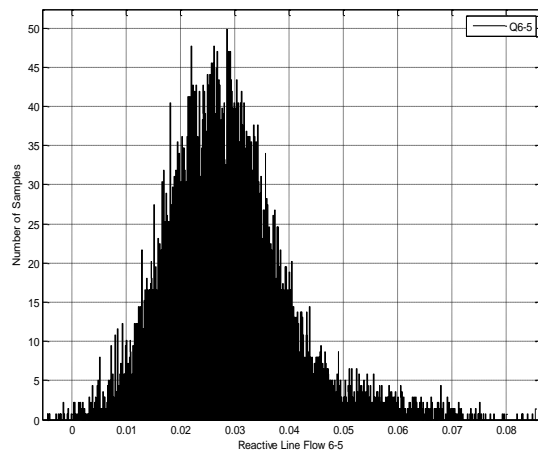
Πίνακας 5.8 - Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις ροές ισχύος στις γραμμές

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	1000 δοκιμές		100000 δοκιμές	
	μ	σ	μ	σ
L_{1-4}	0,00953	0,00117	0,00955	0,00117
L_{1-5}	0,00924	0,00145	0,0093	0,00146
L_{5-1}	0,00924	0,00145	0,0093	0,00146
L_{6-3}	0,00904	0,00076	0,00907	0,00078
L_{6-5}	0,00041	0,00012	0,00041	0,00012
Συνολικές	6,7089	0,5956	6,6891	0,6028

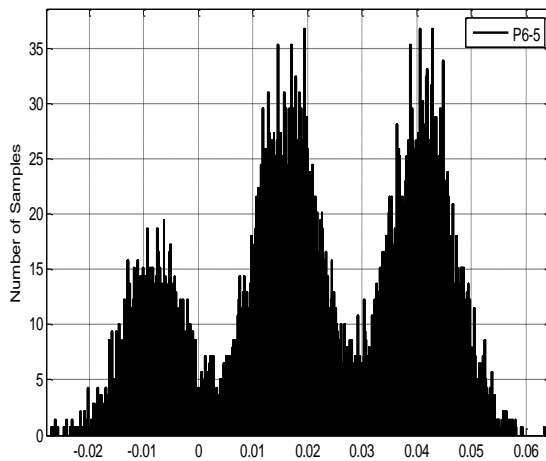
Πίνακας 5.9 - Αποτελέσματα Μ.Σ. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές



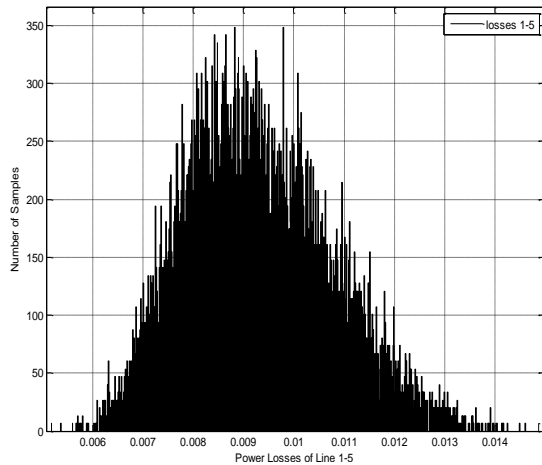
Σχήμα 5.6 - Ροή εν. ισχύος στη γραμμή 1-5



Σχήμα 5.7 - Ροή αέργου ισχύος στη γραμμή 6-5



Σχήμα 5.8 - Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 6-5



Σχήμα 5.9 - Απώλειες ισχύος της γραμμής 1-5

Παρατηρούμε από το Σχήμα 5.8 ότι η ροή ενεργού ισχύος της γραμμής 6-5 ακολουθεί κατανομή που παραπέμπει σε διακριτή κατανομή τριών σημείων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος για 1000 δοκιμές και για 10000 δοκιμές ήταν αντίστοιχα $t_{MC1000} = 15.462 \text{ sec.}$ και $t_{MC10000} = 189.597 \text{ sec.}$

5.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Μετά τη λήψη των αποτελεσμάτων από τις μεθόδους, μεγάλη σημασία έχει η επεξεργασία τους ώστε να διαπιστωθεί η ακρίβεια τους και να εξαχθούν τα κατάλληλα συμπεράσματα. Θεωρώντας τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte Carlo 10000 δοκιμών σαν βάση, δηλαδή το πραγματικό αποτέλεσμα, υπολογίζουμε τρεις δείκτες σφαλμάτων που μας εξασφαλίζουν μια ποσοτική σύγκριση των μεθόδων και καταδεικνύουν την αποτελεσματικότητα και την αξιοπιστία τους. Οι συγκρίσεις που γίνονται είναι μεταξύ της Monte Carlo 10000 και των ME2Σ, ME3Σ, Monte Carlo 1000.

Παρακάτω στον Πίνακα 5.10 παρατίθενται ενδεικτικά τα απόλυτα και σχετικά σφάλματα μερικών τιμών από αυτές που υπολογίστηκαν. Ακόμα στον Πίνακα 5.11 φαίνονται τα σχετικά σφάλματα κάποιων υπολογισθέντων μεγεθών για όλο το δίκτυο. Τα σφάλματα αυτά υπολογίζονται από τις σχέσεις (5.2)-(5.4) που ακολουθούν.

$$\text{Σχετικό σφάλμα:} \quad \varepsilon_i = \left| \frac{MC_{10000} - ME\Sigma}{MC_{10000}} \right| \cdot 100\% \quad (5.2)$$

$$\text{Απόλυτο σφάλμα:} \quad \varepsilon_i = |MC_{10000} - ME\Sigma| \quad (5.3)$$

$$\text{Σχετικό σφάλμα δικτύου:} \quad \varepsilon = \frac{1}{N_B} \sum_{i=1}^{N_B} \left| \frac{MC_{10000} - ME\Sigma}{MC_{10000}} \right| \cdot 100\% \quad (5.4)$$

όπου $i=1,2,\dots,N_B$ είναι το πλήθος.

Μέγεθος		ME2Σ		ME3Σ		Monte Carlo 1000	
		Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
V ₅	μ	2,281 10 ⁻⁵	0,00231	2,2788 10 ⁻⁵	0,00230	0,00011	0,01140
	σ	1,259 10 ⁻⁵	0,42652	1,0815 10 ⁻⁵	0,36638	3,1075 10 ⁻⁵	1,05278
θ ₄	μ	0,0032	0,08826	0,00321	0,08826	0,00345	0,09319
	σ	0,00043	0,11003	0,00059	0,11025	0,00097	0,24544
P ₁₋₅	μ	0,00021	0,06610	0,00021	0,06610	0,00040	0,12277
	σ	0,00021	0,67948	0,00022	0,70077	7,3758 10 ⁻⁵	0,23331
Q ₂₋₄	μ	0,00028	0,06284	0,00027	0,06280	0,00080	0,17999
	σ	0,00020	0,80371	0,00018	0,74844	0,00026	1,04812
Losses ₆₋₂	μ	9,798 10 ⁻⁶	0,21032	9,8522 10 ⁻⁶	0,21046	3,4932 10 ⁻⁵	0,74977
	σ	3,997 10 ⁻⁵	4,41252	4,6999 10 ⁻⁶	0,51875	1,7239 10 ⁻⁵	1,90277

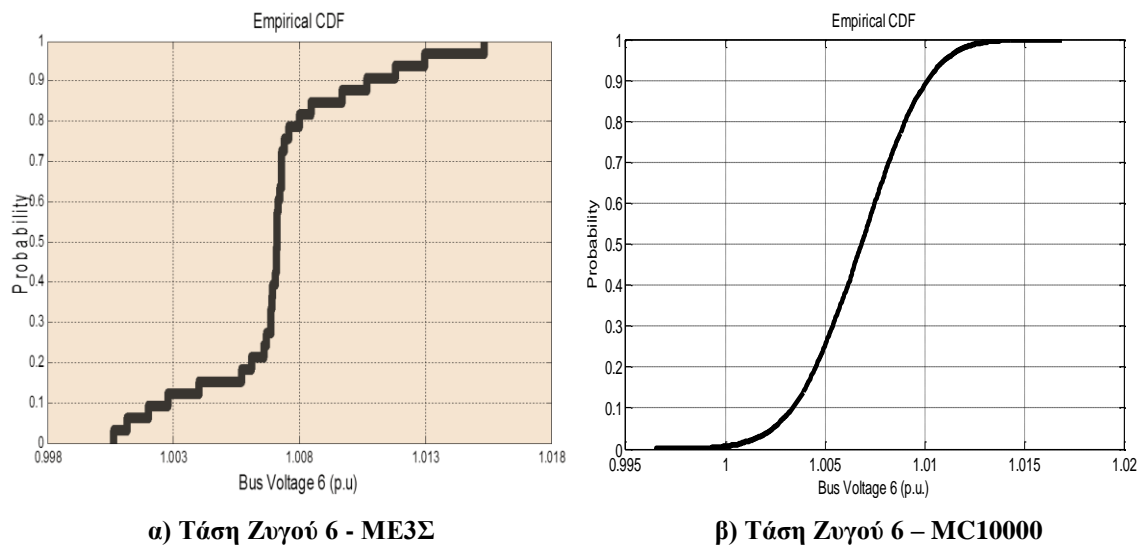
Πίνακας 5.10 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων

Μέγεθος	Συνολικό Σχετικό Σφάλμα (%)		
	ME2Σ	ME3Σ	Monte Carlo 1000
V (μ)	0,00181	0,00179	0,00424
θ (μ)	0,07259	0,07257	0,29617
P (μ)	0,19517	0,19512	1,30217
Q (μ)	0,15677	0,15676	0,24327
Losses (μ)	0,17597	0,17596	0,66416
Total Losses (σ)	2,82317	1,26443	1,20914

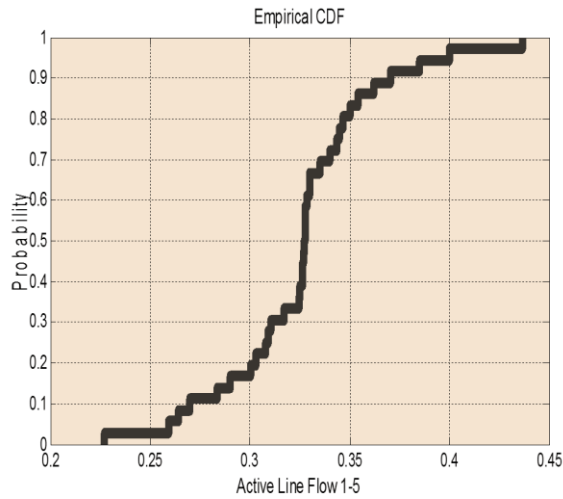
Πίνακας 5.11 - Συνολικό Σχετικό Σφάλμα Δικτύου

Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε ότι τα υπολογιζόμενα σφάλματα της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου έχουν ιδιαίτερα μικρές τιμές που συνήθως δεν ξεπερνούν το 1% και σε αρκετά μεγέθη οι υπολογιζόμενες τιμές της μεθόδου εκτίμησης σημείου προσεγγίζουν περισσότερο αυτές της Monte Carlo 10000 δοκιμών σε σχέση με τις αντίστοιχες της Monte Carlo 1000 δοκιμών. Ακόμα παρατηρούμε ότι τα σφάλματα της ME3Σ στα περισσότερα μεγέθη είναι ελαφρώς μικρότερα σε σχέση με τα αντίστοιχα της ME2Σ πράγμα αναμενόμενο μιας και η αύξηση των σημείων εκτίμησης συνοδεύεται από αύξηση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων.

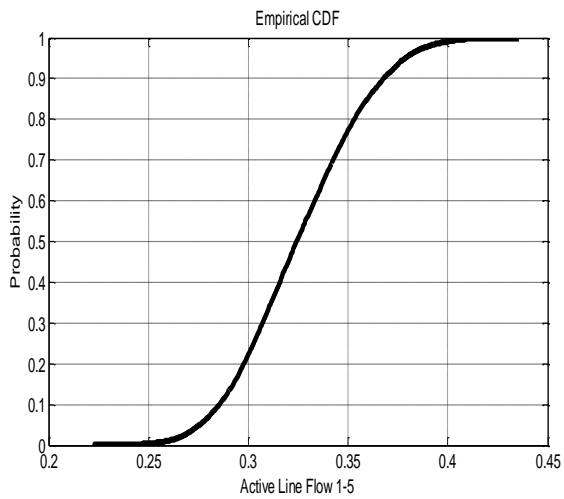
Για να αποκτήσουμε και μια πρόχειρη γραφική εικόνα της μεθόδου παρατίθενται παρακάτω στα Σχήματα 5.10-5.12 η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (CDF) κάποιων μεγεθών που υπολογίστηκαν με τις μεθόδους ME3Σ και Monte Carlo 10000. Συγκεκριμένα βλέπουμε τη CDF της τάσης του ζυγού 6 (Σχήμα 5.10), της ροής ενεργού ισχύος στη γραμμή 1-5 (Σχήμα 5.11) και της ροής ενεργού ισχύος στη γραμμή 6-5 (Σχήμα 5.12). Παρατηρούμε ότι οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας που προέκυψαν από την ME3Σ, παρά τους πριονισμούς που εμφανίζουν λόγω του μικρού πλήθους τιμών, προσεγγίζουν με κάποια απόκλιση μεν αλλά γενικά σε ικανοποιητικό βαθμό τις αντίστοιχες καμπύλες που προέκυψαν από τη Monte Carlo 10000. Με αυτό τον τρόπο έχουμε προσεγγιστικά μία γρήγορη εικόνα των κατανομών των μεγεθών.



Σχήμα 5.10 - Τάση Ζυγού 6 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

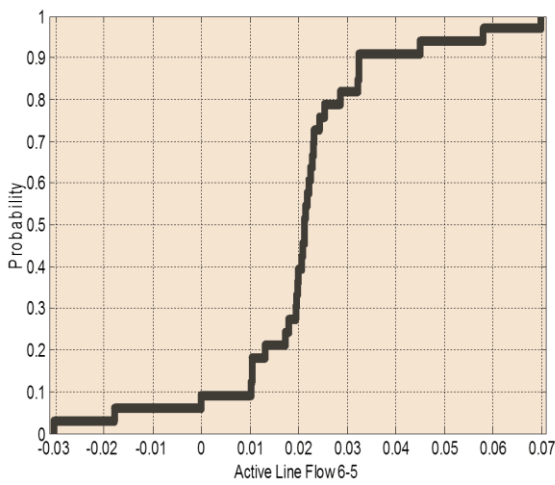


α) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 1-5 – ME3S

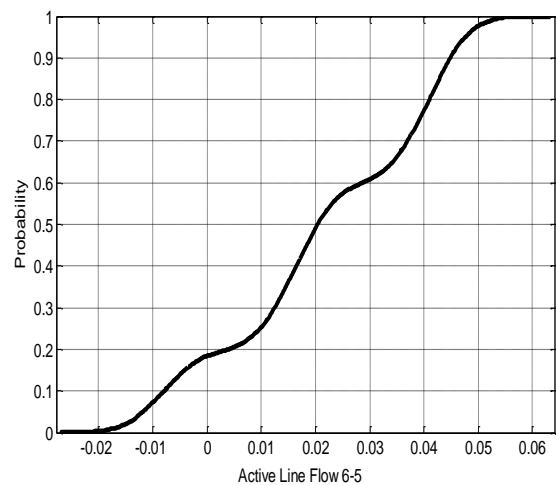


β) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 1-5 - MC10000

Σχήμα 5.11 - Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 1-5 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)



α) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 6-5 – ME3S



β) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 6-5 - MC10000

Σχήμα 5.12 - Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 6-5 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

Μετά και την γραφική παρουσίαση των Αθροιστικών Συναρτήσεων Κατανομής μπορούμε βάσει της μελέτης στο δίκτυο 6 ζυγών να συμπεράνουμε ότι η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου είναι μια εύχρηστη πιθανοτική μέθοδος που εκτελείται με μεγάλη ταχύτητα και δίνει ακριβή αποτελέσματα. Είναι χαρακτηριστικό της ταχύτητας εκτέλεσης ότι η ME3S είναι περίπου 101 και 8 φορές ταχύτερη από τις Monte Carlo 10000 και 1000 δοκιμών αντίστοιχα, ενώ η ME2S η οποία δίνει και αυτή στο συγκεκριμένο τουλάχιστον, μικρής έκτασης, δίκτυο αξιόπιστα αποτελέσματα είναι περίπου 144 και 12 φορές ταχύτερη από τις Monte Carlo 10000 και 1000 δοκιμών αντίστοιχα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

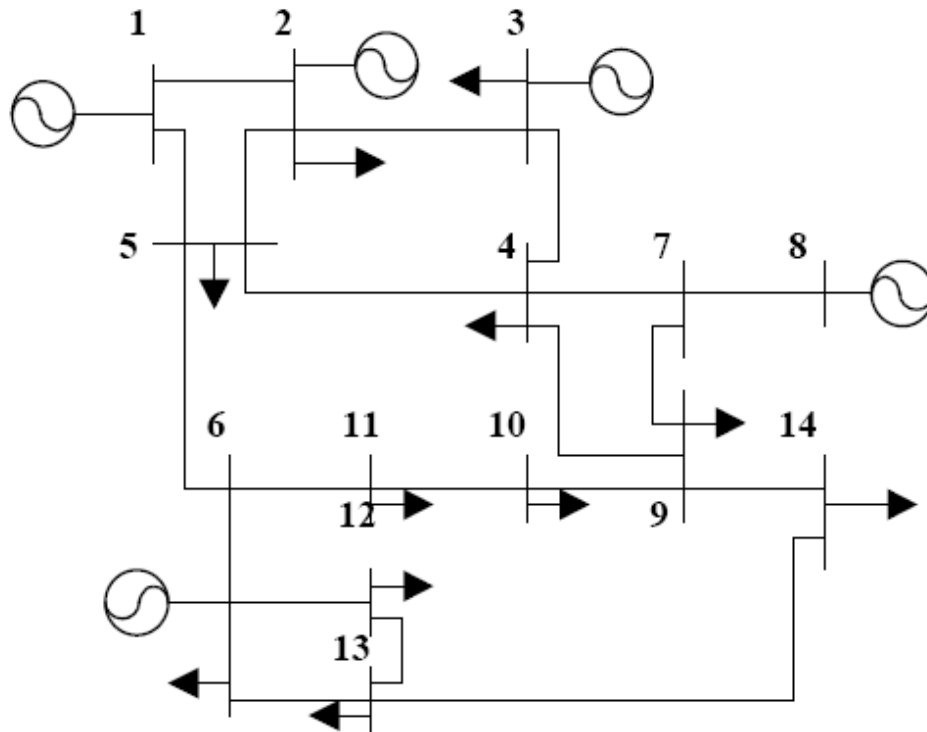
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 14 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

6.1 ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 14 ΖΥΓΩΝ ΤΗΣ ΙΕΕΕ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται εφαρμογή της Μεθόδου Εκτίμησης 3 Σημείων στο δίκτυο 14 ζυγών της ΙΕΕΕ. Ως τυχαίες μεταβλητές εισόδου θεωρούνται οι εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος (19 τυχαίες μεταβλητές). Στη συνέχεια εφαρμόζεται ξανά η μέθοδος Monte Carlo ώστε να κριθεί και σε αυτό το δίκτυο η ακρίβεια της μεθόδου. Τα δεδομένα του εν λόγω δικτύου, οι υπάρχουσες γραμμές μεταφοράς, καθώς και η πιθανότητα των διαφορετικών παραγωγών και φορτίων δίνονται παρακάτω στους Πίνακες 6.1-6.2.

Η δομή του συστήματος 14 ζυγών της ΙΕΕΕ φαίνεται στο Σχήμα 6.1. Υποθέτουμε ότι οι παραγωγές και τα φορτία προς εξυπηρέτηση ακολουθούν κανονική κατανομή εκτός από το ζυγό 14 όπου το φορτίο ακολουθεί διακριτή κατανομή ενεργού ισχύος γι' αυτό και θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή.

Να τονίσουμε ότι όλα τα προγράμματα υλοποιήθηκαν και εδώ στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab.



Σχήμα 6.1 - Το δίκτυο των 14 Ζυγών της ΙΕΕΕ

Πίνακας 6.1 - Δεδομένα για το δίκτυο των 14 ζυγών της IEEE εκφρασμένα στο πρόγραμμα Matlab

```

%          Bus Bus  Voltage Angle  ---Load---  --Generator--          Injected
%          No  code Mag,    Degree  MW      Mvar  MW      Mvar  Qmin  Qmax  Mvar
busdata=[1  1   1,06   0,0    0,0    0,0   0,0    0,0   0    0    0
          2  2   1,045  0,0    21,74  0,0   40,04  0,0   0    0    0
          3  2   1,01   0,0    94,2   0,0   0,0    0,0   0    0    0
          4  0   1,00   0,0    47,8   3,9   0,0    0,0   0    0    0
          5  0   1,00   0,0    7,6    1,6   0,0    0,0   0    0    0
          6  2   1,07   0,0    11,2   0,0   0,0    0,0   0    0    0
          7  0   1,00   0,0    0,0    0,0   0,0    0,0   0    0    0
          8  2   1,09   0,0    0,0    0,0   0,0    0,0   0    0    0
          9  0   1,00   0,0    29,5   16,6  0,0    0,0   0    0    0
         10  0   1,00   0,0    9,0    5,8   0,0    0,0   0    0    0
         11  0   1,00   0,0    3,5    1,8   0,0    0,0   0    0    0
         12  0   1,00   0,0    6,1    1,6   0,0    0,0   0    0    0
         13  0   1,00   0,0    13,5   5,8   0,0    0,0   0    0    0
         14  0   1,00   0,0    14,9   5,0   0,0    0,0   0    0    0];

%
%          Line code
%          Bus bus  R      X      1/2 B      = 1 for lines
%          nl  nr   p,u,   p,u,   p,u,       > 1 or < 1 tr, tap at bus nl
linedata=[1  2   0,01938  0,05917  0,02640  1
          1  5   0,05403  0,22304  0,02640  1
          2  3   0,04699  0,19797  0,02190  1
          2  4   0,05811  0,17632  0,01870  1
          2  5   0,05695  0,17388  0,01700  1
          3  4   0,06701  0,17103  0,01730  1
          4  5   0,01335  0,04211  0,00640  1
          4  7   0,0      0,20912  0,0      0,98

```



```

4  9  0,0      0,55618  0,0      0,97
5  6  0,0      0,25202  0,0      0,93
6  11 0,09498  0,19890  0,0      1
6  12 0,12291  0,25581  0,0      1
6  13 0,06615  0,13027  0,0      1
7  8  0,0      0,17615  0,0      1
7  9  0,0      0,11001  0,0      1
9  10 0,03181  0,08450  0,0      1
9  14 0,12711  0,27038  0,0      1
10 11 0,08205  0,19207  0,0      1
12 13 0,22092  0,19988  0,0      1
13 14 0,17093  0,34802  0,0      1];

```

Πίνακας 6.2 - Πιθανοτικά δεδομένα για το δίκτυο των 14 ζυγών της IEEE εκφρασμένα στο πρόγραμμα Matlab

`%% Εισαγωγή πιθανοτικών δεδομένων για την ενεργό παραγωγή και ζήτηση φορτίου, καθώς και για το άεργο φορτίο.`

`%% Κανονική Κατανομή`

```

%      Bus Active load      Reactive load
%      no, mean  std      mean  std
%      (MW)  (%)      (MVAr) (%)
pnorm=[ 2  18,30 12,728      0,0  0,0
        3 -94,20 10,0      0,0  0,0
        4 -47,80 11,0      -3,9  9,7
        5  -7,60 5,0      -1,6  5,0
        6 -11,20 1,0      0,0  0,0
        7  0,0  0,0      0,0  0,0
        8  0,0  0,0      0,0  0,0
        9 -29,5 1,0      -16,6  5,0
       10 -9,0 10,0      -5,8 10,0

```

```

11   -3,5   9,5           -1,8   9,5
12   -6,10  1,0           -1,6   8,6
13  -13,50  1,0           -5,8   9,5
14    0,0   0,0           -5,0   8,6];

```

```

%% Διακριτή Κατανομή ζυγού 14
%      Bus Active load   Reactive load
%      no, mean  prob,   mean  prob,
%      (MW)                (MVar)
pdisc=[14  -13,00  0,35    0,0   1,0
        14  -15,00  0,45    0,0   1,0
        14  -18,00  0,20    0,0   1,0];

```

6.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

6.2.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ 3 ΣΗΜΕΙΩΝ

Και σε αυτήν την εφαρμογή η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson με μέγιστο αριθμό επαναλήψεων 100, ακρίβεια 0,001 και ισχύ βάσης ίση με 100MVA.

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της Μεθόδου Εκτίμησης 3 Σημείων στο δίκτυο. Αναλυτικά παρουσιάζονται οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών και ενδεικτικά μερικές τιμές για τις ροές ισχύος και τις απώλειες στις γραμμές.

Ζυγός	μέτρο τάσης V (ρ.υ.)		γωνία τάσης δ (μοίρες)	
	μ	σ	μ	σ
1	1,06	0,0	0,0	0,0
2	1,045	0,0	-5,00374	0,64597
3	1,01	0,0	-12,7802	1,25141
4	1,01183	0,00560	-10,2517	1,10835
5	1,01562	0,00453	-8,77229	0,96438
6	1,07	0,0	-14,4713	1,65951
7	1,04818	0,00702	-13,2684	1,52934
8	1,09	$5,77 \cdot 10^{-8}$	-13,2684	1,52934
9	1,03151	0,01315	-14,8562	1,78392
10	1,03052	0,01788	-15,0697	2,12473
11	1,04625	0,01581	-14,8876	2,21324
12	1,05309	0,01289	-15,318	1,72347
13	1,04658	0,01021	-15,3559	1,69508
14	1,01955	0,02036	-16,0959	1,79419

Πίνακας 6.3 - Αποτελέσματα ΜΕ3Σ για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	μ	σ
P_{2-3}	0,73547	0,06556
P_{5-2}	-0,40897	0,04423
P_{14-9}	-0,08599	0,01406
P_{7-4}	-0,27214	0,05077
P_{7-8}	$4,89 \cdot 10^{-17}$	$1,22 \cdot 10^{-15}$
P_{7-9}	0,27214	0,05077
P_{10-9}	-0,04463	0,08307
P_{10-11}	-0,04537	0,05215
Q_{2-3}	0,03572	0,00642
Q_{5-2}	-0,0417	0,02021
Q_{14-9}	-0,0029	0,05081
Q_{7-4}	0,0862	0,02675
Q_{7-8}	-0,24854	0,04018
Q_{7-9}	0,16234	0,05972
Q_{10-9}	0,00623	0,07431
Q_{10-11}	-0,06422	0,04967

Πίνακας 6.4 - Αποτελέσματα ΜΕ3Σ για τις ροές ισχύος στις γραμμές

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	μ	σ
L_{2-3}	0,02362	0,00412
L_{5-2}	0,00941	0,00204
L_{14-9}	0,00125	0,00045
L_{7-4}	$1,51 \cdot 10^{-16}$	$2,15 \cdot 10^{-16}$
L_{7-8}	$2,31 \cdot 10^{-18}$	$9,54 \cdot 10^{-18}$
L_{7-9}	$-1,47 \cdot 10^{-17}$	$5,01 \cdot 10^{-17}$
L_{10-9}	0,00043	0,0003
L_{10-11}	0,00089	0,00058
Συνολικές	14,1834	2,5622

Πίνακας 6.5 - Αποτελέσματα ΜΕ3Σ για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος στο Matlab ήταν $t_{ME3Σ} = 2.598 \text{ sec}$.

6.2.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ MONTE CARLO

Για τις εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος των ζυγών 1 έως 13 και για την έγχυση άεργου ισχύος του ζυγού 14 εφαρμόστηκε η συνάρτηση που διαθέτει το περιβάλλον Matlab για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κανονική κατανομή με γνωστή μέση τιμή (μ) και τυπική απόκλιση (σ) («normrnd»). Για την έγχυση ενεργού ισχύος του ζυγού 14 εργαστήκαμε όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο (έγχυση ενεργού ισχύος του ζυγού 6) με τη βοήθεια της έτοιμης συνάρτησης του Matlab «unifrnd».

Η υλοποίηση της μεθόδου Monte-Carlo έγινε και εδώ σε δύο εφαρμογές προκειμένου να διαπιστωθεί η επίδραση του αριθμού επαναλήψεων στην ακρίβεια της μεθόδου. Και στις δύο περιπτώσεις, η μέθοδος για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ήταν η Newton-Raphson, όμοια δηλαδή και κατά την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης 3 σημείων. Έτσι, τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παρακάτω προέκυψαν από 1000 και 10000 επαναλήψεις.

Τα αποτελέσματα των 2 προσομοιώσεων, δηλαδή οι μέσες τιμές (μ) και οι τυπικές αποκλίσεις (σ) για τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών και ενδεικτικά κάποιες τιμές για τις ροές ισχύος και τις απώλειες στις γραμμές, παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.6 – 6.8

Μέσω των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης των 10.000 δοκιμών σχεδιάζουμε τα ιστογράμματα των υπολογιζόμενων τιμών για κάποιες τάσεις, γωνίες, ροές ισχύος και απώλειες τα οποία φαίνονται στα Σχήματα 6.2 – 6.9 και μας δίνουν μια πρόχειρη εικόνα για τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής τους.

Ζυγός	1000 δοκιμές				10000 δοκιμές			
	μέτρο τάσης V		γωνία τάσης δ		μέτρο τάσης V		γωνία τάσης δ	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
1	1,06	$2,7 \cdot 10^{-14}$	0	0	1,06	$2,1 \cdot 10^{-14}$	0	0
2	1,045	$1,6 \cdot 10^{-14}$	-4,98663	0,64159	1,045	$6,4 \cdot 10^{-14}$	-5,00493	0,64622
3	1,01	$7,55 \cdot 10^{-15}$	-12,7732	1,26207	1,01	$1,7 \cdot 10^{-13}$	-12,7748	1,25518
4	1,012	0,00549	-10,2348	1,12103	1,01189	0,00568	-10,2532	1,10806
5	1,01569	0,00443	-8,75414	0,97051	1,01565	0,00456	-8,77463	0,96522
6	1,07	$1,8 \cdot 10^{-14}$	-14,4348	1,66117	1,07	$1,5 \cdot 10^{-13}$	-14,4762	1,66686
7	1,04851	0,00687	-13,2439	1,53476	1,04811	0,00711	-13,2651	1,53354
8	1,09	$4,7 \cdot 10^{-15}$	-13,2439	1,53476	1,09	$1,1 \cdot 10^{-13}$	-13,2651	1,53354
9	1,03212	0,01295	-14,8271	1,78413	1,03132	0,01324	-14,8509	1,79077
10	1,03128	0,01753	-15,0368	2,11951	1,03019	0,01799	-15,0573	2,13344
11	1,04667	0,01581	-14,8516	2,21645	1,04581	0,01606	-14,8837	2,22203
12	1,05327	0,01221	-15,2794	1,71705	1,05341	0,01285	-15,3333	1,72729
13	1,04696	0,00983	-15,3275	1,70143	1,04668	0,01015	-15,3618	1,69874
14	1,0207	0,01995	-16,086	1,79464	1,01941	0,02051	-16,0932	1,79954

Πίνακας 6.6 - Αποτελέσματα M.C. για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	1000 δοκιμές		10000 δοκιμές	
	μ	σ	μ	σ
P_{2-3}	0,73638	0,06622	0,73488	0,06574
P_{5-2}	-0,4088	0,04392	-0,40903	0,04425
P_{14-9}	-0,08639	0,01378	-0,08602	0,01407
P_{7-4}	-0,27157	0,04981	-0,2717	0,05102
P_{7-8}	$8,49 \cdot 10^{-16}$	$5,81 \cdot 10^{-16}$	$8,24 \cdot 10^{-16}$	$5,90 \cdot 10^{-16}$
P_{7-9}	0,27156	0,04981	0,27170	0,05102
P_{10-9}	-0,04328	0,08163	-0,04378	0,08366

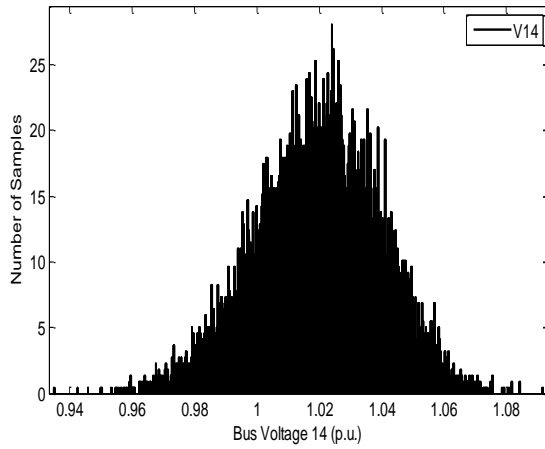
P_{10-11}	-0,04507	0,05208	-0,04444	0,05176
Q_{2-3}	0,03563	0,00646	0,03577	0,00646
Q_{5-2}	-0,04141	0,02027	-0,04149	0,02025
Q_{14-9}	-0,0007	0,05033	-0,00263	0,05134
Q_{7-4}	0,08699	0,02731	0,08551	0,02649
Q_{7-8}	-0,24669	0,03925	-0,24896	0,04060
Q_{7-9}	0,15969	0,05937	0,16345	0,05979
Q_{10-9}	0,00747	0,07278	0,00421	0,07456
Q_{10-11}	-0,06269	0,04920	-0,06405	0,04958

Πίνακας 6.7 - Αποτελέσματα M.C. για τις ροές ισχύος στις γραμμές

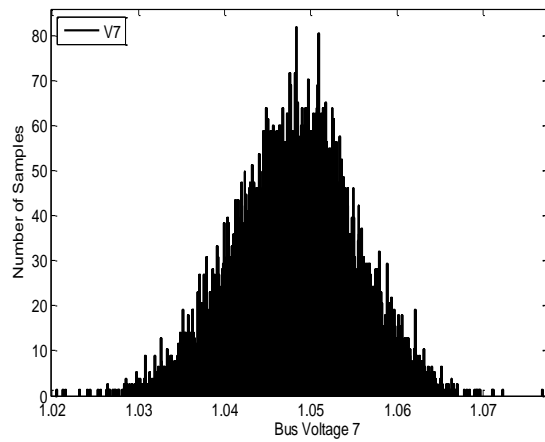
Απώλειες ισχύος στις γραμμές	1000 δοκιμές		100000 δοκιμές	
	μ	σ	μ	σ
L_{2-3}	0,02358	0,00418	0,02358	0,00413
L_{5-2}	0,00947	0,00202	0,00941	0,00206
L_{14-9}	0,00123	0,00054	0,00125	0,00055
L_{7-4}	$7,00 \cdot 10^{-18}$	$1,15 \cdot 10^{-16}$	$1,44 \cdot 10^{-17}$	$1,15 \cdot 10^{-16}$
L_{7-8}	$2,53 \cdot 10^{-19}$	$5,51 \cdot 10^{-18}$	$-1,63 \cdot 10^{-20}$	$5,52 \cdot 10^{-18}$
L_{7-9}	$-3,91 \cdot 10^{-19}$	$2,58 \cdot 10^{-17}$	$-1,85 \cdot 10^{-19}$	$2,56 \cdot 10^{-17}$
L_{10-9}	0,00044	0,00043	0,00043	0,00044
L_{10-11}	0,00086	0,00072	0,00087	0,00073
Συνολικές	14,1994	2,5684	14,1859	2,6411

Πίνακας 6.8 - Αποτελέσματα M.C. για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

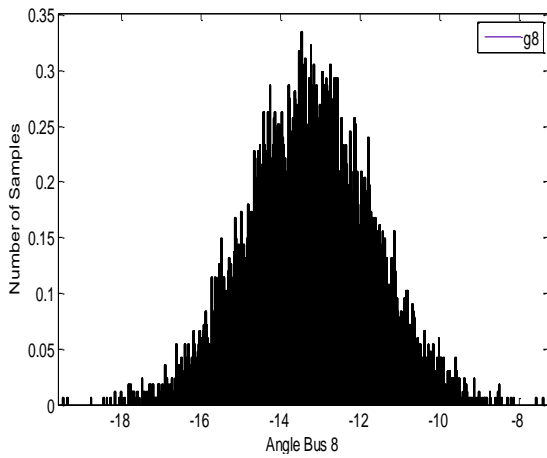
Να σημειωθεί ότι ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος για 1000 δοκιμές ήταν $t_{MC1000} = 35.823 \text{ sec.}$ ενώ για 10000 δοκιμές ήταν περίπου 10 φορές μεγαλύτερος, $t_{MC10000} = 373.329 \text{ sec.}$



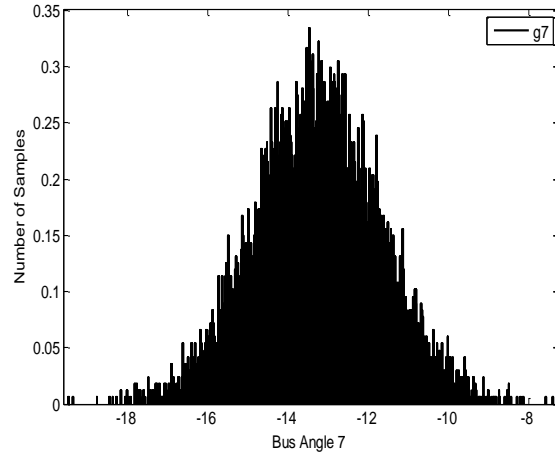
Σχήμα 6.2 - Τάση του Ζυγού 14



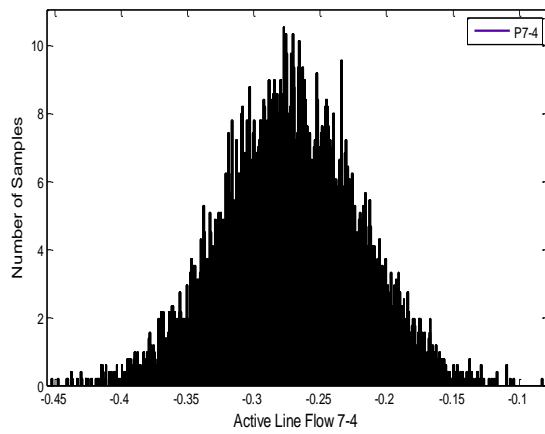
Σχήμα 6.3 – Τάση του Ζυγού 7



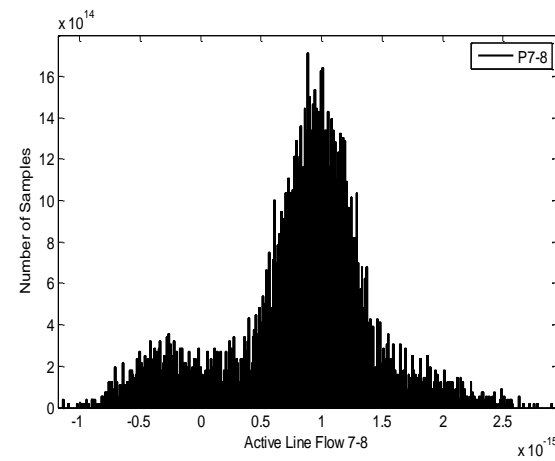
Σχήμα 6.4 - Γωνία του Ζυγού 8



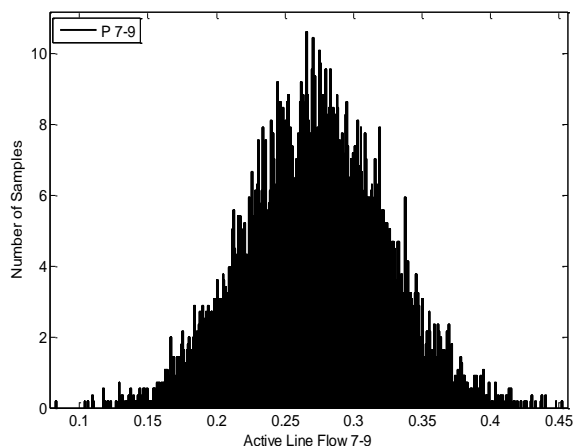
Σχήμα 6.5 - Γωνία του Ζυγού 7



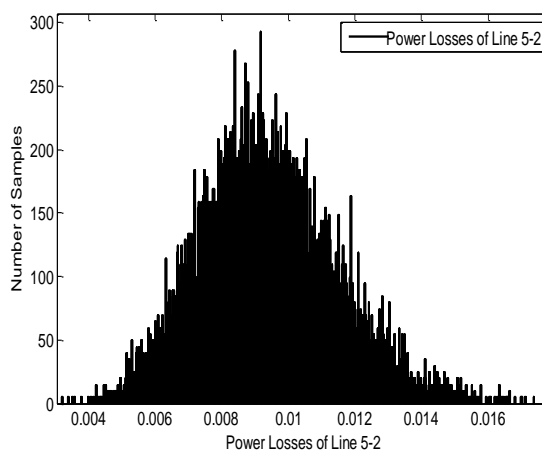
Σχήμα 6.6 – Ροή Εν. Ισχύος στη Γραμμή 7-4



Σχήμα 6.7 – Ροή Εν. Ισχύος στη Γραμμή 7-8



Σχήμα 6.8 – Ροή Εν. Ισχύος στη Γραμμή 7-9



Σχήμα 6.9 - Απώλειες Εν. Ισχύος στη Γραμμή 5-2

6.2.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Με βάση την Monte Carlo 10.000 δοκιμών, υπολογίζουμε τους τρεις δείκτες σφαλμάτων (σχέσεις (5.2)-(5.4)) για το δίκτυο των 14 ζυγών ώστε να λάβουμε μια εικόνα της ακρίβειας και της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων. Οι συγκρίσεις που γίνονται είναι μεταξύ της Monte Carlo 10000 και των ΜΕ3Σ, Monte Carlo 1000.

Παρακάτω στον Πίνακα 6.9 παρατίθενται ενδεικτικά τα απόλυτα και σχετικά σφάλματα κάποιων μεγεθών. Ακόμα στον Πίνακα 6.10 φαίνονται τα σχετικά σφάλματα σε κάποια μεγέθη για όλο το δίκτυο.

Μέγεθος		ΜΕ3Σ		Monte Carlo 1000	
		Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
V_7	μ	$7,41 \cdot 10^{-5}$	0,00707	0,00039	0,03811
	σ	$8,23 \cdot 10^{-5}$	1,15673	0,00023	3,33239
θ_{10}	μ	0,01245	0,08269	0,0205	0,13615
	σ	0,00870	0,40823	0,01392	0,65269
P_{7-4}	μ	0,00043	0,15950	0,00013	0,04913
	σ	0,00025	0,50687	0,00120	2,36968
Q_{10-11}	μ	0,00017	0,26942	0,00136	2,13215
	σ	$8,86 \cdot 10^{-5}$	0,17864	0,00037	0,75498
$Losses_{10-9}$	μ	$2,48 \cdot 10^{-6}$	0,56744	$9,57 \cdot 10^{-6}$	2,19197
	σ	$5,03 \cdot 10^{-5}$	11,35724	$6,46 \cdot 10^{-6}$	1,45812

Πίνακας 6.9 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων

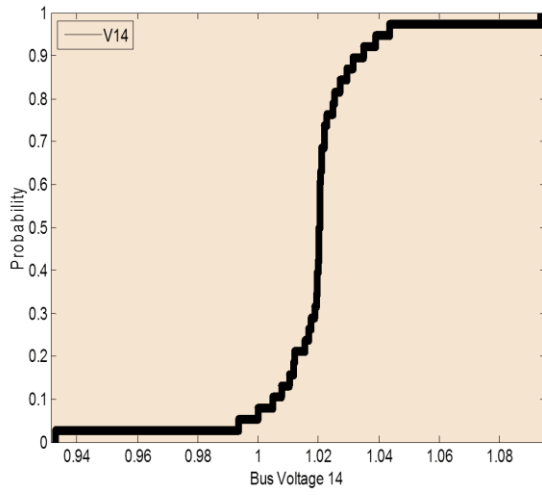
Μέγεθος	Συνολικό Σχετικό Σφάλμα(%)	
	ME3Σ	Monte Carlo 1000
V (μ)	0,01160	0,03465
θ (μ)	0,03493	0,18072
P (μ)	1,98537	0,58239
Q (σ)	0,59686	2,26732
Total Losses (σ)	2,98737	2,75014

Πίνακας 6.10 - Συνολικό Σχετικό Σφάλμα Δικτύου

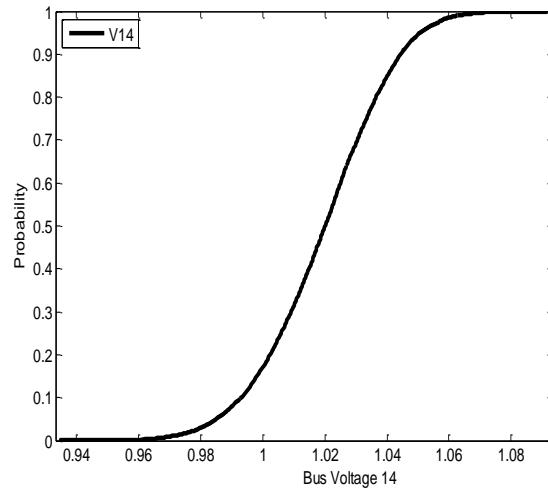
Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε ότι τα υπολογιζόμενα σφάλματα της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου έχουν ικανοποιητικά μικρές τιμές και στα περισσότερα μεγέθη οι υπολογιζόμενες τιμές της μεθόδου εκτίμησης σημείου προσεγγίζουν περισσότερο αυτές της Monte Carlo 10000 δοκιμών σε σχέση με τις αντίστοιχες της Monte Carlo 1000 δοκιμών.

Ακόμα αξίζει να παρατηρήσουμε ότι σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις το σχετικό σφάλμα της τυπικής απόκλισης ενός μεγέθους είναι μεγαλύτερο από το σχετικό σφάλμα της μέσης τιμής, κάτι που παρατηρήσαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο στον πίνακα σφαλμάτων του δικτύου των 6 ζυγών (Πίνακας 5.10-5.11). Οδηγούμαστε έτσι στο συμπέρασμα ότι η ακρίβεια της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου μειώνεται όσο αυξάνεται η τάξη της κεντρικής ροπής που υπολογίζεται.

Γνωρίζουμε ότι κατά την εκτέλεση της Μεθόδου Εκτίμησης 3 Σημείων πραγματοποιούνται 3N ντετερμινιστικές ροές φορτίου και στη συγκεκριμένη περίπτωση όπου N=19 οι τυχαίες μεταβλητές, υπολογίζονται 57 ντετερμινιστικές τιμές για κάθε ζητούμενο μέγεθος. Για να αποκτήσουμε πρόχειρα και μια γραφική εικόνα της μεθόδου παρακάτω παρατίθενται στα Σχήματα 6.10-6.14 η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (CDF) κάποιων μεγεθών που υπολογίστηκαν με τις μεθόδους ME3Σ και Monte Carlo 10000. Συγκεκριμένα βλέπουμε τη CDF της τάσης των ζυγών 7 και 14 (Σχήμα 6.10-6.11), της γωνίας του ζυγού 7 (Σχήμα 6.12) και της ροής ενεργού ισχύος στις γραμμές 7-8 και 7-9 (Σχήμα 6.13-6.14). Οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας που προέκυψαν από την ME3Σ προσεγγίζουν, χωρίς να απουσιάζουν κάποιες αποκλίσεις, σε ικανοποιητικό βαθμό τις αντίστοιχες καμπύλες που προέκυψαν από τη Monte Carlo 10000, δίνοντας μας τη δυνατότητα μιας γρήγορης προσέγγισης της μορφής των κατανομών των μεγεθών.

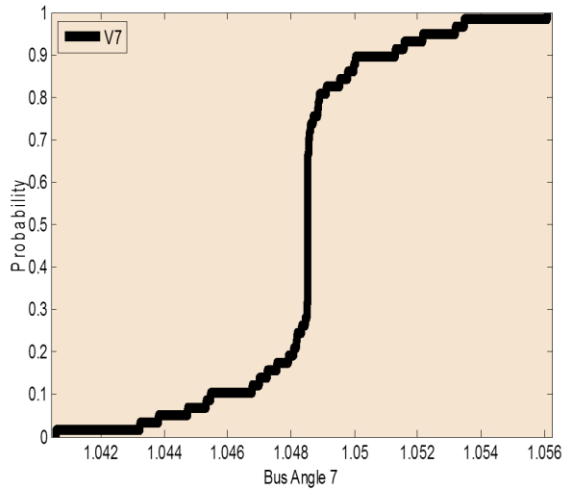


α) Τάση Ζυγού 14 – ME3Σ

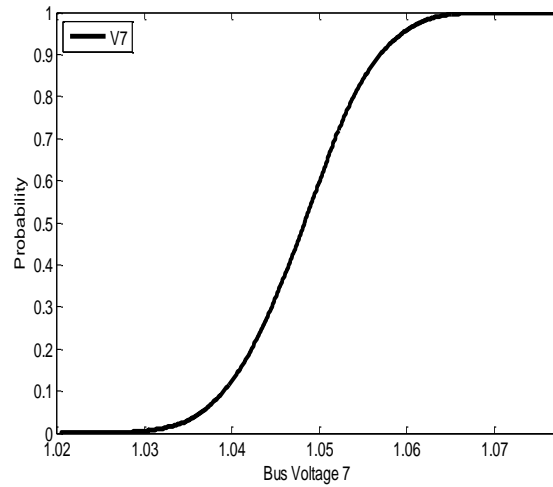


β) Τάση Ζυγού 14 – MC 10000

Σχήμα 6.10 - Τάση Ζυγού 14 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

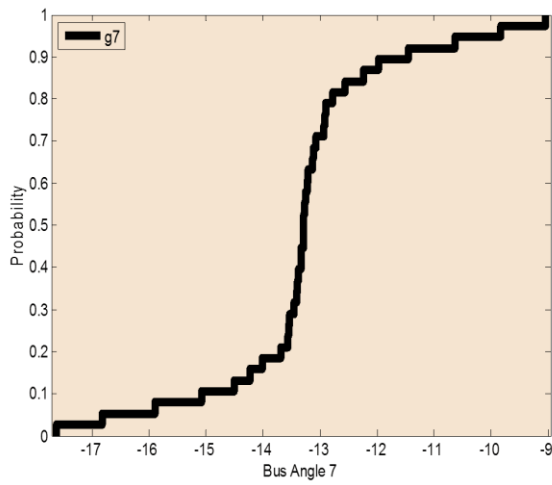


α) Τάση Ζυγού 7 – ME3Σ

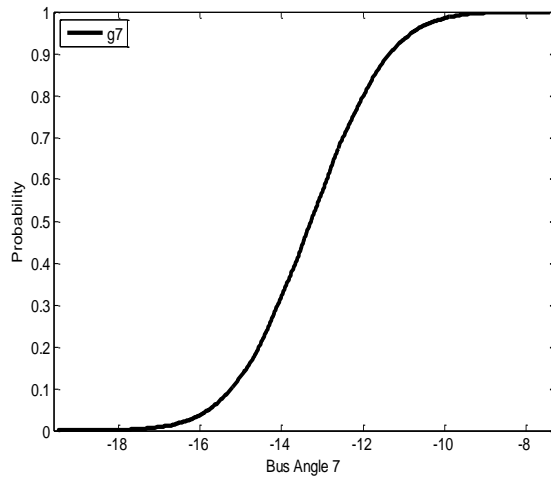


β) Τάση Ζυγού 7 – MC 10000

Σχήμα 6.11 - Τάση Ζυγού 7 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

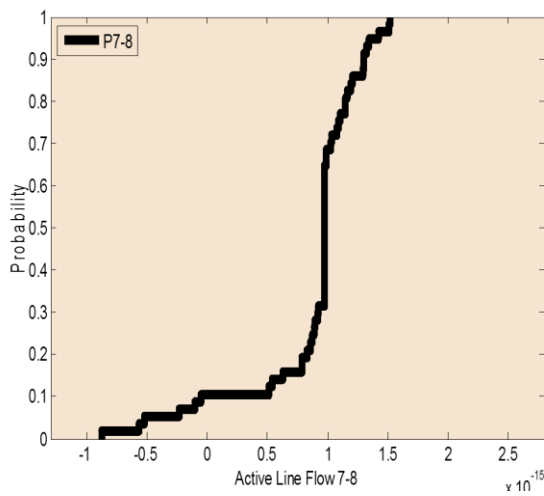


α) Γωνία Ζυγού 7 – ME3Σ

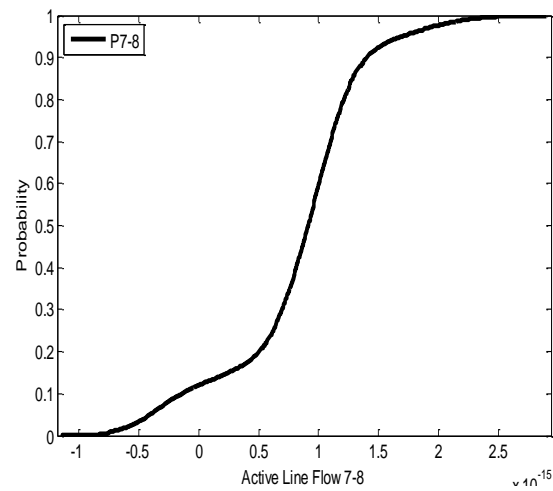


β) Γωνία Ζυγού 7 – MC 10000

Σχήμα 6.12 - Γωνία Ζυγού 7 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

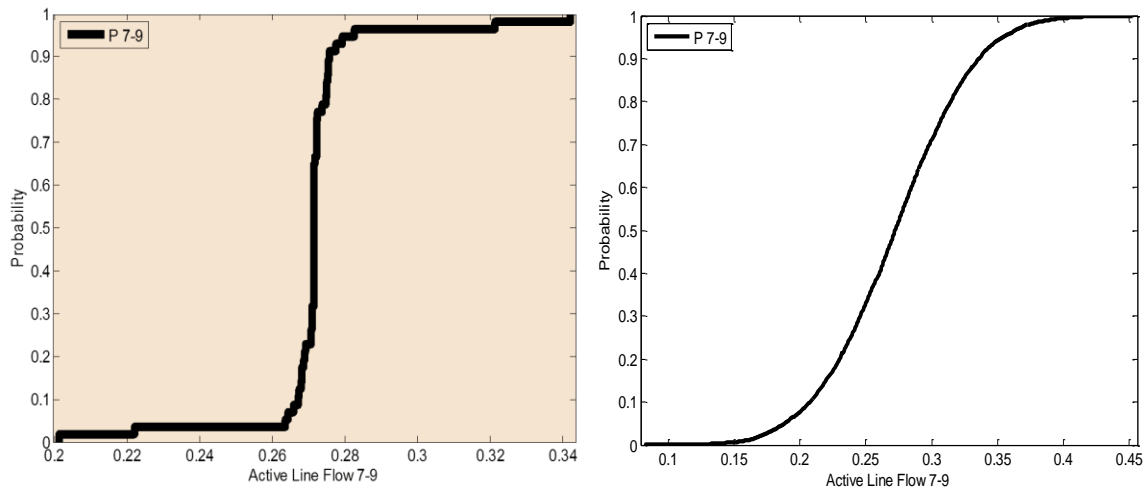


α) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 7-8 – ME3Σ



β) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 7-8 – MC 10000

Σχήμα 6.13 – Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 7-8 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)



α) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 7-9 – ME3Σ

β) Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 7-9 – MC 10000

Σχήμα 6.14 – Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 7-9 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

Μετά την παρουσίαση των παραπάνω διαγραμμάτων αλλά και την γενικότερη μελέτη της εφαρμογής της ME3Σ στο δίκτυο 14 ζυγών της IEEE διαπιστώνουμε ότι η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου είναι μια γρήγορη και αξιόπιστη πιθανοτική μέθοδος με άκρως ικανοποιητικά αποτελέσματα. Αναμφίβολα, το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ταχύτητα εκτέλεσης της, ισχυρισμός που αποδεικνύεται από το γεγονός ότι η εφαρμογή της στο δίκτυο των 14 ζυγών της IEEE ήταν 144 και 14 φορές ταχύτερη από την εφαρμογή της MC 10000 και MC 1000 αντίστοιχα!

6.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

6.3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

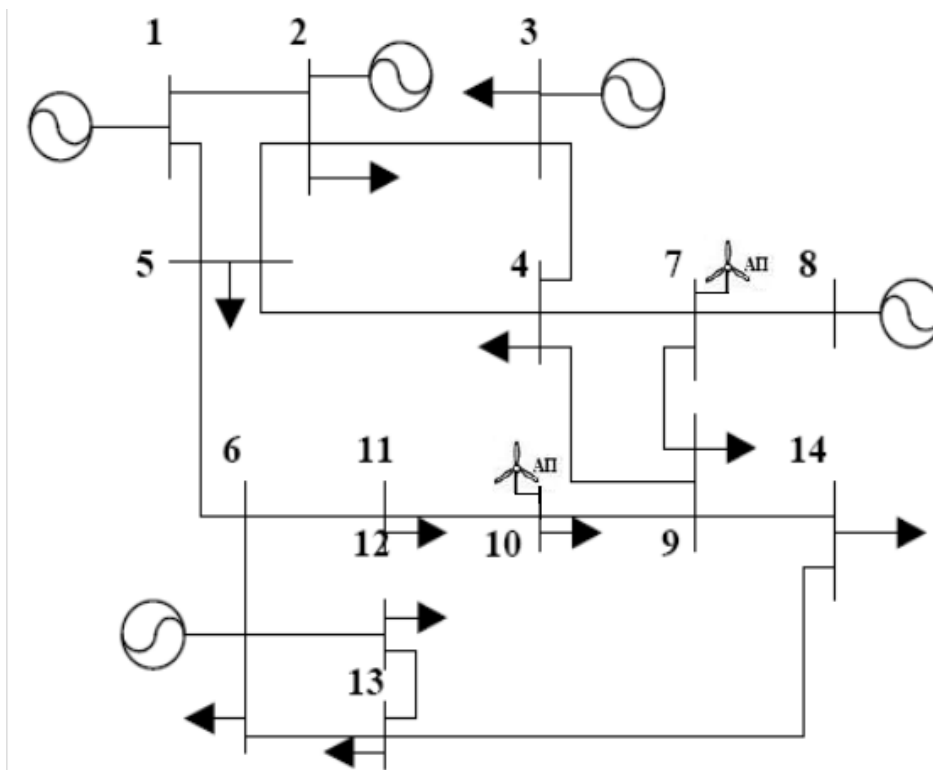
Στις μέρες μας τα αποθέματα ορυκτών καυσίμων, όπως λιγνίτη, άνθρακα και πετρελαίου που αποτελούν πρώτες ύλες για τους συμβατικούς σταθμούς παραγωγής ολοένα και λιγοστεύουν. Γι' αυτό το λόγο η Ευρωπαϊκή Ένωση και κατ'επέκταση η χώρα μας θέτουν ως κυρίαρχο στόχο τους την αύξηση της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές (ΑΠΕ). Δυστυχώς η ηλεκτροπαραγωγή από ΑΠΕ στην Ελλάδα δεν έχει αναπτυχθεί στο βαθμό που θα έπρεπε και της επιτρέπουν οι κλιματικές και γεωλογικές συνθήκες της χώρας. Χαρακτηριστικά, η ηλεκτροπαραγωγή από ΑΠΕ το 2008 κυμαινόταν στο επίπεδο του 4,3% της ακαθάριστης εγχώριας κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας χωρίς να λαμβάνονται υπ' όψιν τα μεγάλα υδροηλεκτρικά, ενώ μαζί με αυτά διαμορφωνόταν στο 10,3% .

Η χώρα μας διαθέτει εξαιρετικά πλούσιο αιολικό δυναμικό, σε αρκετές περιοχές της Κρήτης, της Πελοποννήσου, της Ευβοίας και φυσικά στα νησιά του Αιγαίου. Σε αυτές τις περιοχές συναντάμε και τα περισσότερα αιολικά πάρκα, τα οποία αποτελούνται από συστοιχίες ανεμογεννητριών σε βέλτιστη διάταξη για την καλύτερη δυνατή εκμετάλλευση του αιολικού δυναμικού.

Η διαδικασία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από ΑΠΕ διαφέρει σημαντικά σε σχέση με αυτή στους συμβατικούς σταθμούς παραγωγής λόγω του ότι χρησιμοποιούν διαχρονικές πηγές ενέργειας που βρίσκονται ελεύθερες στη φύση (π.χ. ηλιακή ενέργεια, αιολική ενέργεια, θαλάσσια κύματα, βιομάζα). Οι πηγές αυτές είναι ανεξάντλητες, δε μολύνουν το περιβάλλον με καυσαέρια και δεν εξαντλούν περιορισμένα ενεργειακά αποθέματα, όμως δεν είναι πλήρως ελεγχόμενες και χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα μιας και εξαρτώνται από τον ήλιο και τα φυσικά φαινόμενα με συνέπεια η ηλεκτροπαραγωγή να εξαρτάται από την περιοδικότητα ή την στοχαστικότητα αυτών των φαινομένων.

Η ταχύτητα του αέρα και η ηλιακή ακτινοβολία, οι οποίες αποτελούν τις “πρώτες ύλες” για τα αιολικά και φωτοβολταϊκά πάρκα που κατέχουν το βασικό μερίδιο των ΑΠΕ, δεν μπορούν να ελεγχθούν ή να προβλεφθούν με ακρίβεια. Βέβαια, μετά από μελέτες πάνω στην συμπεριφορά των ΑΠΕ πλέον υπάρχουν δεδομένα των στατιστικών κατανομών τους για συγκεκριμένες γεωγραφικές θέσεις. Γίνεται λοιπόν εύκολα αντιληπτό ότι η αβεβαιότητα στα μεγέθη των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας μεγαλώνει όταν σε αυτά μεγάλο ποσοστό παραγωγής ενέργειας προέρχεται από ΑΠΕ. Συμπερασματικά, η πιθανοτική ανάλυση των συστημάτων αυτών είναι το βασικό εργαλείο ώστε να γίνουν οι σωστοί χειρισμοί και να εξαχθούν τα κατάλληλα συμπεράσματα για την ασφαλή και απρόσκοπτη λειτουργία αλλά και προέκταση των ήδη υπαρχόντων ή τον σωστό σχεδιασμό μελλοντικών δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας.

Δεδομένης λοιπόν της σπουδαιότητας που λαμβάνει η ηλεκτροπαραγωγή από ΑΠΕ στις σύγχρονες κοινωνίες, μελετήσαμε ξανά το δίκτυο των 14 ζυγών της ΙΕΕΕ εισάγοντας δύο αιολικές παραγωγές μοναδιαίου συντελεστή ισχύος αναμενόμενης ισχύος 2 MW και 4 MW στους ζυγούς 7 και 10 αντίστοιχα με όλα τα υπόλοιπα στοιχεία του δικτύου να παραμένουν ίδια. Οι τυχαίες μεταβλητές εισόδου (εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος) ανέρχονται πλέον σε 20. Η τοπολογία του δικτύου διαμορφώνεται όπως στο σχήμα 6.15. Τα δεδομένα των ζυγών μετά την τροποποίηση φαίνονται παρακάτω στον Πίνακα 6.11 ενώ τα δεδομένα των γραμμών παραμένουν ίδια (Πίνακας 6.1 – *linedata*).



Σχήμα 6.15 - Το εξεταζόμενο δίκτυο των 14 ζυγών

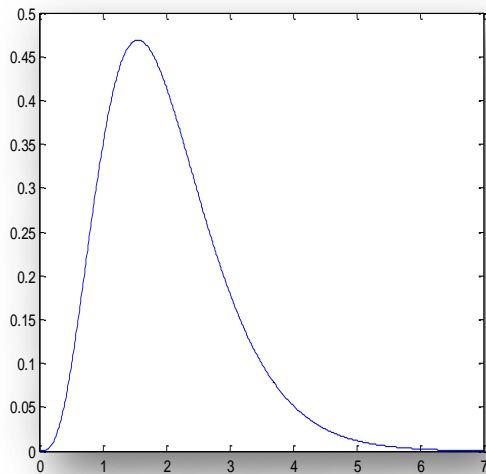
Πίνακας 6.11 - Δεδομένα του δικτύου εκφρασμένα στο πρόγραμμα Matlab

%	Bus	Bus	Voltage	Angle	---	---	---	---	---	---	---
%	No	code	Mag,	Degree	MW	Mvar	MW	Mvar	Qmin	Qmax	Mvar
busdata=[1	1	1,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0	0	0
	2	2	1,045	0,0	21,74	0,0	40,04	0,0	0	0	0
	3	2	1,01	0,0	94,2	0,0	0,0	0,0	0	0	0
	4	0	1,00	0,0	47,8	3,9	0,0	0,0	0	0	0
	5	0	1,00	0,0	7,6	1,6	0,0	0,0	0	0	0
	6	2	1,07	0,0	11,2	0,0	0,0	0,0	0	0	0
	7	0	1,00	0,0	0,0	0,0	2,0	0,0	0	0	0
	8	2	1,09	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0	0	0
	9	0	1,00	0,0	29,5	16,6	0,0	0,0	0	0	0
	10	0	1,00	0,0	9,0	5,8	4,0	0,0	0	0	0

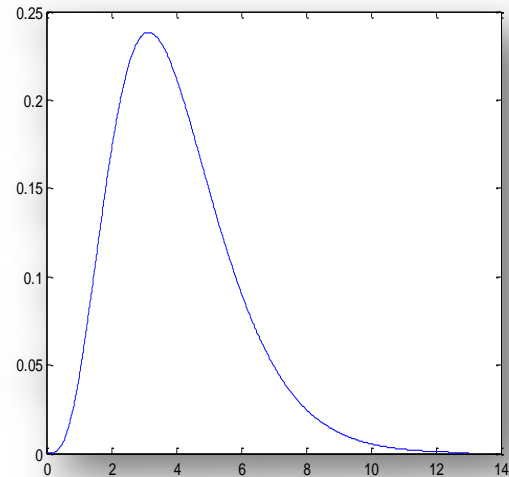
11	0	1,00	0,0	3,5	1,8	0,0	0,0	0	0	0
12	0	1,00	0,0	6,1	1,6	0,0	0,0	0	0	0
13	0	1,00	0,0	13,5	5,8	0,0	0,0	0	0	0
14	0	1,00	0,0	14,9	5,0	0,0	0,0	0	0	0];

6.3.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ

Η παραγόμενη αιολική ισχύς στους ζυγούς 7 και 10 μοντελοποιήθηκε με κατανομή Γάμμα μέσης τιμής 2MW και 4MW αντίστοιχα, τιμές οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις αναμενόμενες (μέσες) τιμές της ενεργού ισχύος. Οι κατανομές αυτές φαίνονται στα Σχήματα 6.16 α) και 6.16 β).



α) Ζυγός 7 (Γάμμα Κατανομή)



β) Ζυγός 10 (Γάμμα Κατανομή)

Σχήμα 6.16 - Κατανομές παραγωγής στους ζυγούς 7 και 10

Στην προσομοίωση της ΜΕ3Σημείων για τις ανάγκες υπολογισμού των τεσσάρων κεντρικών ροπών (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, λοξότητα, κύρτωση) της έγχυσης ενεργού ισχύος στον ζυγό 10, που είναι απαραίτητες για την εφαρμογή της μεθόδου, πραγματοποιήθηκε συνέλιξη γάμμα και κανονικής κατανομής, που αποτελούν τις κατανομές παραγωγής και ζήτησης αντίστοιχα στο ζυγό αυτό. Στον ζυγό 7 οι τέσσερις κεντρικές ροπές της έγχυσης ενεργού ισχύος είναι ίσες με τις αντίστοιχες της γάμμα κατανομής παραγωγής μιας και δεν υπάρχει φορτίο προς εξυπηρέτηση στο ζυγό αυτό.

Στην προσομοίωση Monte Carlo για την αιολική παραγωγή της ενεργού ισχύος στους ζυγούς 7 και 10 χρησιμοποιήθηκε η έτοιμη συνάρτηση που διαθέτει το προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν Γάμμα κατανομή, «gamrnd». Για τις εγχύσεις ενεργού και άεργου ισχύος των ζυγών 1 έως 13 και για την έγχυση αέργου ισχύος του ζυγού 14 εφαρμόστηκε η συνάρτηση «normrnd» ενώ η έγχυση ενεργού ισχύος του ζυγού 14 μοντελοποιήθηκε με τη βοήθεια της «unifrnd» όπως ακριβώς και στην Εφαρμογή 1.

Παρακάτω παρουσιάζονται ενδεικτικά κάποια αποτελέσματα της ME3Σημείων και της επαναληπτικής μεθόδου Monte Carlo 10000 δοκιμών. Περισσότερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα αποτελέσματα στους ζυγούς 7 και 10 αλλά και στους ζυγούς που συνδέονται με αυτούς. Στη συνέχεια γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων ώστε να αποκτήσουμε εικόνα για την ακρίβεια της ME3Σ και σε αυτό το περισσότερο πολύπλοκο δίκτυο.

Ζυγός	μέτρο τάσης V (p.u.)				γωνία τάσης δ (μοίρες)			
	ME3Σ		MC10000		ME3Σ		MC10000	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
1	1,06000	0	1,06000	$2 \cdot 10^{-14}$	0,0	0,0	0,0	0,0
4	1,01306	0,00523	1,01299	0,00560	-9,93347	0,98137	-9,92694	1,11624
7	1,04922	0,00681	1,04913	0,00701	-12,6217	1,18738	-12,6150	1,54845
8	1,09000	$3,6 \cdot 10^{-14}$	1,09000	$1,1 \cdot 10^{-13}$	-12,6217	1,18738	-12,6150	1,54845
9	1,03289	0,01293	1,03275	0,01315	-14,1528	1,31471	-14,1459	1,80559
10	1,03280	0,01725	1,03263	0,01790	-14,2476	1,48177	-14,2404	2,14890
11	1,04750	0,01559	1,04736	0,01588	-14,2157	1,84183	-14,2077	2,22633
14	1,02045	0,02028	1,02051	0,02043	-15,4592	1,41531	-15,454	1,81655

Πίνακας 6.12 - Αποτελέσματα μεθόδων για τις τάσεις & γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	ME3Σ		MC10000	
	μ	σ	μ	σ
P_{7-4}	-0,24320	0,03191	-0,24299	0,05175
P_{7-8}	$1,66 \cdot 10^{-15}$	$6,22 \cdot 10^{-16}$	$8,30 \cdot 10^{-16}$	$5,64 \cdot 10^{-16}$
P_{7-9}	0,26317	0,03154	0,26291	0,05154
P_{10-9}	-0,01878	0,04526	-0,01832	0,08441
P_{10-11}	-0,03125	0,04367	-0,03117	0,05192
Q_{7-4}	0,08361	0,02645	0,08368	0,02689
Q_{7-8}	-0,24261	0,03898	-0,24313	0,04011
Q_{7-9}	0,15898	0,05937	0,15944	0,05991
Q_{10-9}	0,00710	0,07429	0,00678	0,07409
Q_{10-11}	-0,06511	0,04966	-0,06519	0,04977

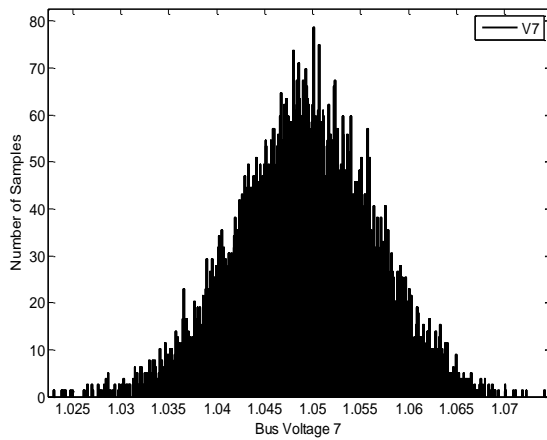
Πίνακας 6.13 – Αποτελέσματα μεθόδων για τις ροές ισχύος στις γραμμές

Απώλειες ισχύος στις γραμμές	ME3Σ		MC10000	
	μ	σ	μ	σ
L_{7-4}	$4,27 \cdot 10^{-16}$	0,0	$1,26 \cdot 10^{-17}$	$1,11 \cdot 10^{-16}$
L_{7-8}	$3,44 \cdot 10^{-17}$	0,0	$2,78 \cdot 10^{-21}$	$5,07 \cdot 10^{-18}$
L_{7-9}	$-1,28 \cdot 10^{-17}$	$7,01 \cdot 10^{-17}$	$1,33 \cdot 10^{-20}$	$2,48 \cdot 10^{-17}$
L_{10-9}	0,00024	0,00011	0,00039	0,00039
L_{10-11}	0,00073	0,00054	0,00081	0,00070
Συνολικές	13,44357	2,23277	13,48763	2,55989

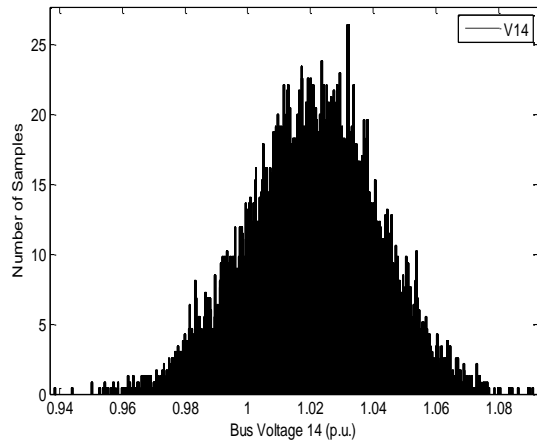
Πίνακας 6.14 - Αποτελέσματα μεθόδων για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Σε αυτό το σημείο αξίζει να καταγραφεί ο χρόνος εκτέλεσης των προγραμμάτων που ήταν $t_{MC10000} = 374.608 \text{ sec}$. ενώ η ME3Σ ήταν 137 φορές ταχύτερη, $t_{ME3Σ} = 2.733 \text{ sec}$.

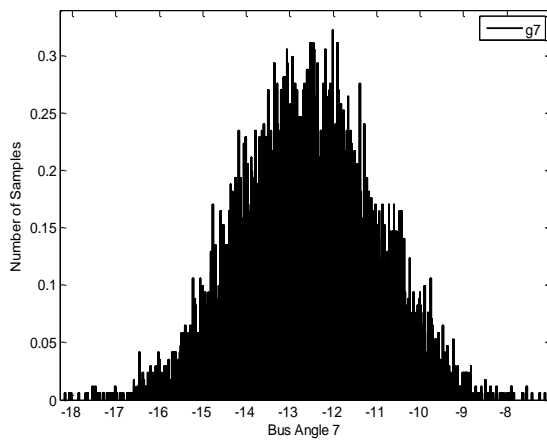
Στα Σχήματα 6.17-6.22 που ακολουθούν με τη βοήθεια της μεθόδου Monte Carlo 10000 δοκιμών σχεδιάζονται τα ιστογράμματα των υπολογιζόμενων τιμών για κάποιες τάσεις, γωνίες και ροές ισχύος κάποιων μεγεθών που υπολογίστηκαν ώστε να σχηματίσουμε μια, έστω πρόχειρη, εικόνα της μορφής της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής τους.



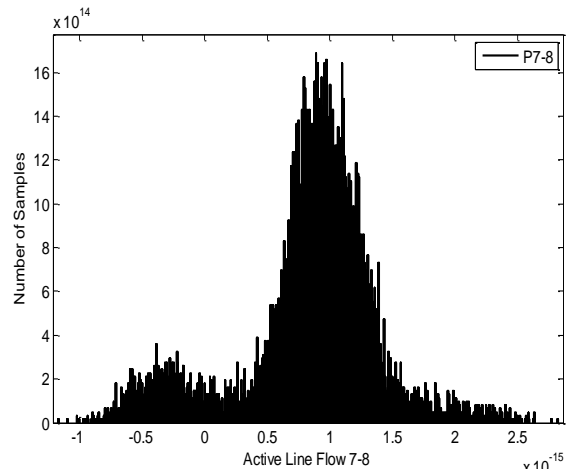
Σχήμα 6.17 – Τάση Ζυγού 7



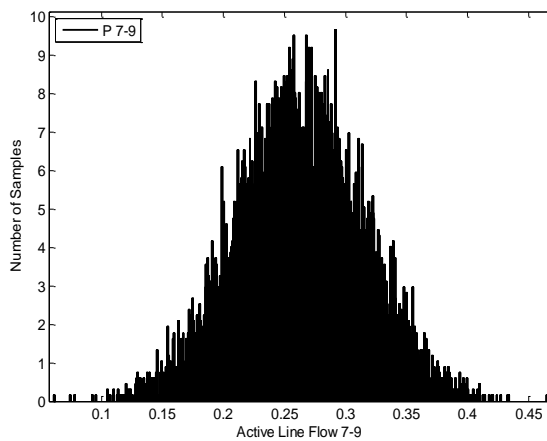
Σχήμα 6.18 – Τάση Ζυγού 14



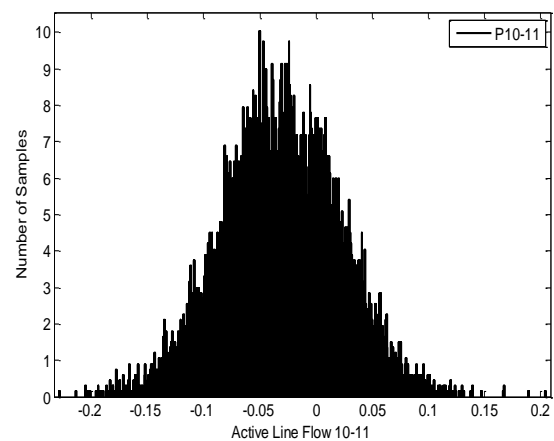
Σχήμα 6.19 – Γωνία Ζυγού 7



Σχήμα 6.20 - Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 7-8



Σχήμα 6.21 - Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 7-9



Σχήμα 6.22 - Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 10-11

6.3.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Θεωρώντας και εδώ τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte Carlo 10.000 δοκιμών σαν το πραγματικό αποτέλεσμα, υπολογίζουμε τους τρεις δείκτες σφαλμάτων (σχέσεις (5.2)-(5.4)). Στον Πίνακα 6.15 που ακολουθεί παρατίθενται ενδεικτικά τα απόλυτα και σχετικά σφάλματα μερικών τιμών από αυτές που υπολογίστηκαν και στον Πίνακα 6.16 παρουσιάζονται τα σχετικά σφάλματα κάποιων μεγεθών για όλο συνολικά το δίκτυο.

Μέγεθος		ΜΕ3Σ	
		Απόλυτο	Σχετικό(%)
V ₇	μ	9,46 10 ⁻⁵	0,00901
	σ	0,00020	2,93366
θ ₁₀	μ	0,00725	0,05095
	σ	0,66713	31,04534
P ₇₋₉	μ	0,00026	0,09947
	σ	0,01999	38,79511
Q ₁₀₋₁₁	μ	7,66 10 ⁻⁵	0,11752
	σ	0,00011	0,23228
Losses ₁₀₋₁₁	μ	6,32 10 ⁻⁵	6,81926
	σ	0,00016	23,10996

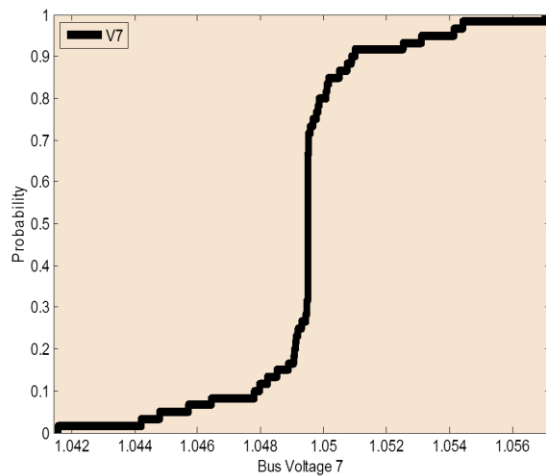
Πίνακας 6.15 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων

Μέγεθος	Συνολικό Σχετικό Σφάλμα(%)
	ΜΕ3Σ
V (μ)	0,00557
θ (μ)	0,05312
P (σ)	16,82690
Q (σ)	1,65809
Total Losses (μ)	0,32670

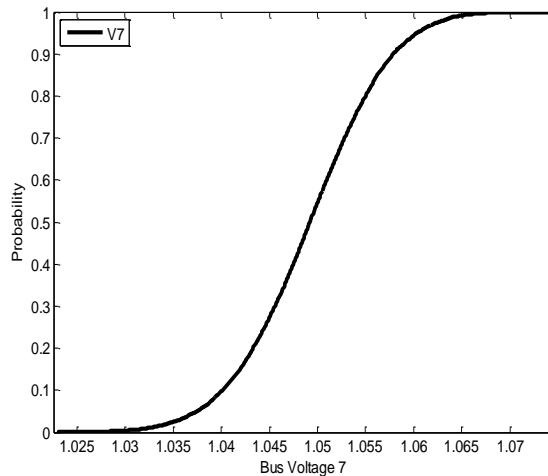
Πίνακας 6.16 - Συνολικό Σχετικό Σφάλμα Δικτύου

Από τους πίνακες παρατηρούμε ότι τα υπολογιζόμενα σφάλματα της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου για τις μέσες τιμές των μεγεθών έχουν μικρές τιμές ενώ όπως έχουμε ήδη διαπιστώσει έτσι και εδώ λαμβάνουν μεγαλύτερες τιμές στις τυπικές αποκλίσεις.

Στα Σχήματα 6.23-6.27 που ακολουθούν παρατίθενται η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (CDF) κάποιων μεγεθών που υπολογίστηκαν με τις μεθόδους ME3Σ και Monte Carlo 10000. Συγκεκριμένα βλέπουμε τη CDF της τάσης των ζυγών 7 και 14 (Σχήμα 6.23-6.24), της γωνίας του ζυγού 7 (Σχήμα 6.25) και της ροής ενεργού ισχύος στις γραμμές 7-8 και 7-9 (Σχήμα 6.26-6.27). Οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας που προέκυψαν από την ME3Σ προσεγγίζουν, χωρίς την απουσία κάποιων αποκλίσεων, σε ικανοποιητικό βαθμό τις αντίστοιχες καμπύλες που προέκυψαν από τη Monte Carlo 10000, παρέχοντας μας μια γρήγορη αλλά ικανοποιητική προσέγγιση της μορφής των κατανομών των μεγεθών.

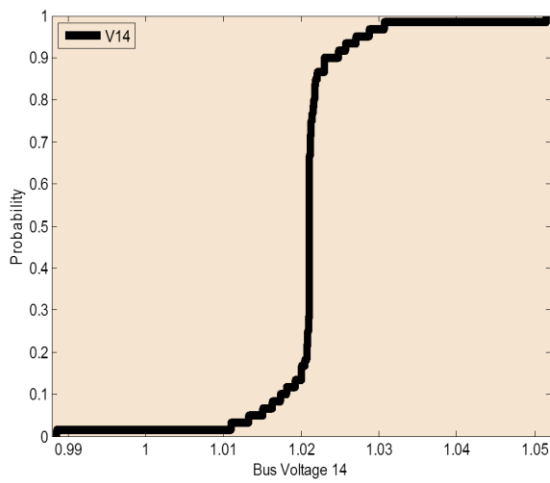


α) Τάση Ζυγού 7 – ME3Σ

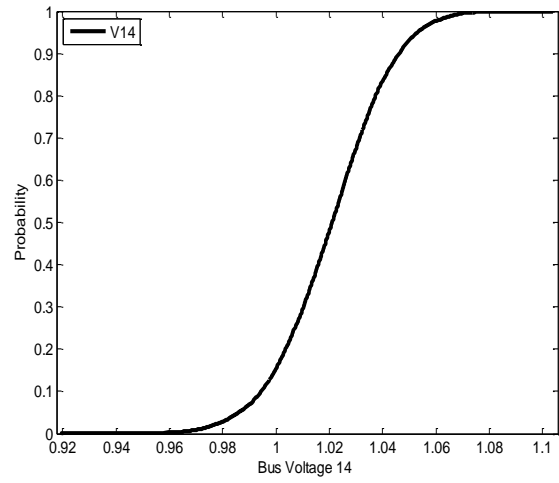


β) Τάση Ζυγού 7 – MC 10000

Σχήμα 6.23 - Τάση Ζυγού 7 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

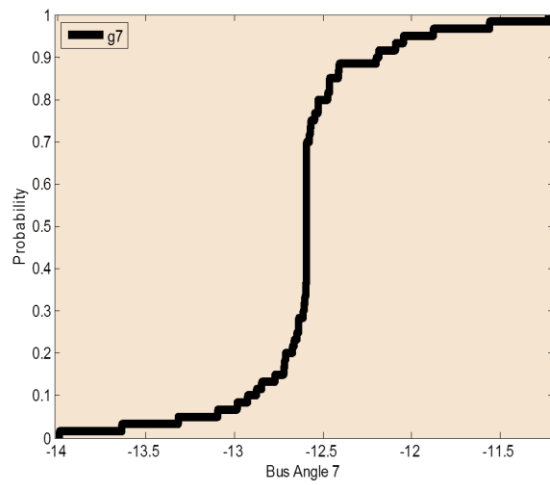


α) Τάση Ζυγού 14 – ME3Σ

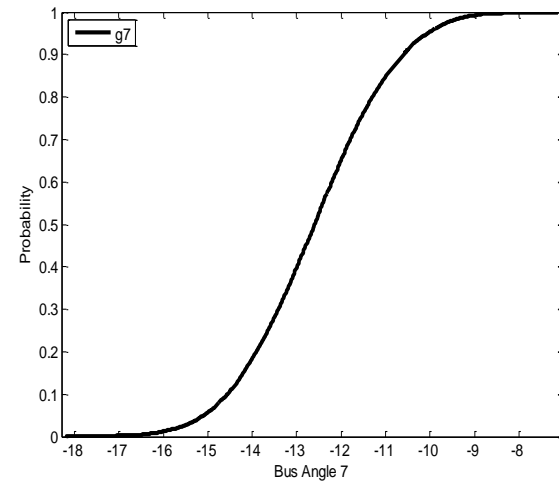


β) Τάση Ζυγού 14 – MC 10000

Σχήμα 6.24 - Τάση Ζυγού 14 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

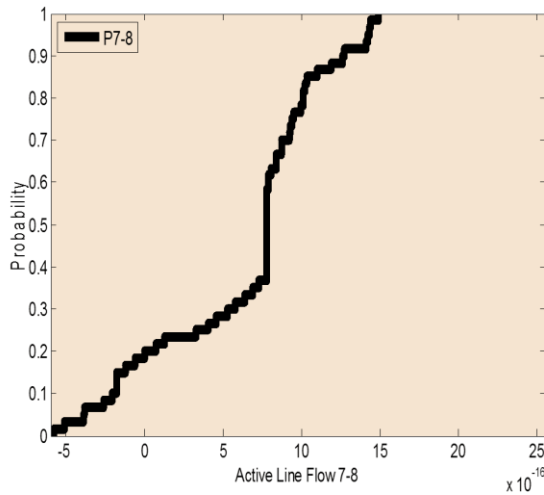


α) Γωνία Ζυγού 7 – ME3Σ

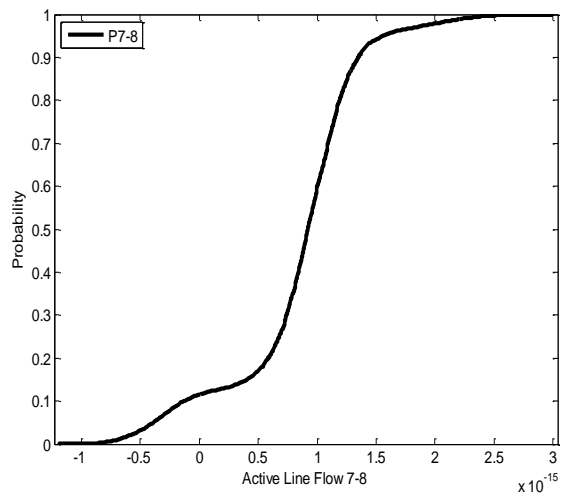


β) Γωνία Ζυγού 7 – MC 10000

Σχήμα 6.25 - Γωνία Ζυγού 7 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

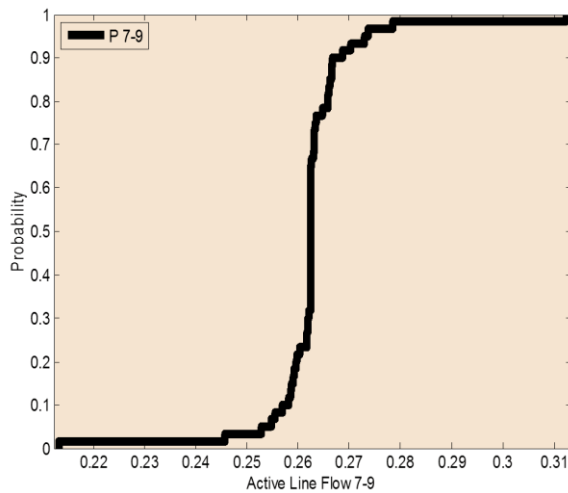


α) Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 7-8 – ME3Σ

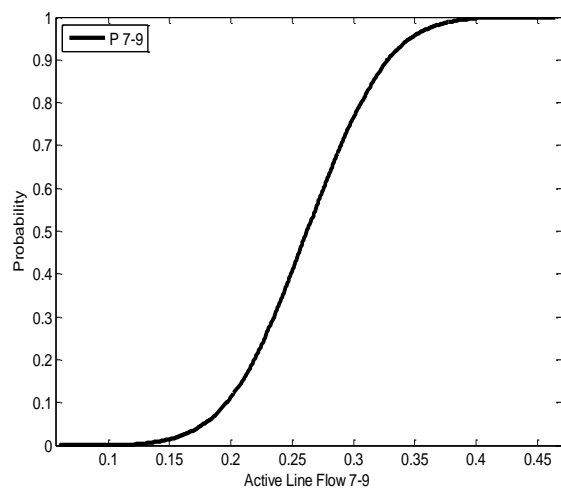


β) Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 7-8 – MC 10000

Σχήμα 6.26 – Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 7-8 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)



α) Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 7-9 – ME3Σ



β) Ροή Εν. ισχύος στη γραμμή 7-9 – MC 10000

Σχήμα 6.27 – Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή 7-9 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

Τέλος, πολύ μεγάλη σημασία έχει να παρατηρήσουμε ποιά ήταν η επίδραση της εισαγωγής των αιολικών παραγωγών στο δίκτυο. Συγκρίνοντας λοιπόν τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά την εισαγωγή των δύο αιολικών παραγωγών με τα αντίστοιχα της Εφαρμογής 1 όπου αυτές δεν υπήρχαν, βλέπουμε στους ζυγούς σύνδεσης μία αμυδρή ανύψωση της τάσης. Όσον αφορά τις ροές ισχύος στις γραμμές και τις απώλειες τόσο στις γραμμές όσο και τις συνολικές στο δίκτυο, παρατηρούμε μικρή μείωση στις τιμές τους, πράγμα που σημαίνει ότι με την προσθήκη των επιπλέον αιολικών παραγωγών υπήρξε «ελάφρυνση» κάποιων γραμμών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΗΕ ΚΡΗΤΗΣ



Σχήμα 7.1 - Γεωγραφικός χάρτης της Κρήτης

7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

7.1.1 Γενικά

Το ΣΗΕ Κρήτης είναι το μεγαλύτερο αυτόνομο σύστημα της χώρας μας με τον υψηλότερο, εθνικά δείκτη αύξησης της ενεργειακής ζήτησης. Η διασύνδεσή του με το ηπειρωτικό σύστημα είναι τεχνικά πολύ δύσκολο να πραγματοποιηθεί αφού η απόσταση από την ηπειρωτική χώρα είναι πάρα πολύ μεγάλη. Η διασύνδεση με AC είναι τεχνικώς ανέφικτη όχι μόνο λόγω της απόστασης αλλά κυρίως λόγω του μεγάλου βάθους της θαλάσσιας περιοχής που μεσολαβεί μέχρι τα Αντικύθηρα. Περιλαμβάνει σχεδόν όλα τα είδη συμβατικών μονάδων. Ατμοστρόβιλλους, Νηξελογεννήτριες, Αεριοστρόβιλλους και μονάδα Συνδυασμένου Κύκλου. Επίσης διαθέτει Αιολικά Πάρκα με σημαντικό βαθμό διεύθυνσης στο σύστημα. Το σύστημα μεταφοράς είναι σύστημα Υ.Τ 150kV με μία διπλή γραμμή των 66kV. Η εγκατεστημένη Ισχύς μετασχηματισμού ανύψωσης τάσης είναι 820,35MVA και υποβιβασμού τάσης 810MVA.

7.1.2 Συστήματα επικοινωνίας

Θα ήταν σχεδόν αδύνατη η επίλυση του προβλήματος οικονομικής κατανομής και αποτίμησης της λειτουργίας των αιολικών παρκών εάν δεν υπήρχε καταγραφή της παραγωγής τους αλλά και της κατανάλωσης στους υποσταθμούς. Πολύ πιο σημαντικό είναι όμως το γεγονός ότι θα ήταν αρκετά δύσκολο να ασκηθεί έλεγχος στο ύψος παραγωγής των μονάδων και στην ένταξή τους αν δεν καταγραφόταν και δεν απεικονίζονταν οι παραγωγές των μονάδων και τα φορτία. Για τον έλεγχο λοιπόν ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι πολύ χρήσιμο να υπάρχει ένα κεντρικό σύστημα

ελέγχου με δυνατότητα τηλεμετρήσεων. Όσο μεγαλύτερο σε έκταση και πολυπλοκότητα είναι ένα σύστημα τόσο μεγαλύτερη είναι η ανάγκη αυτή.

Γι' αυτό το λόγο στο σύστημα της Κρήτης έχει εγκατασταθεί σύστημα τηλεμετρήσεων SCADA (Supervision Control And Data Acquisition) το οποίο αποτελείται από ένα RTU (Remote Telemetry Unit) σε κάθε υποσταθμό φορτίου και από δύο σε κάθε σταθμό παραγωγής. Τα στοιχεία συγκεντρώνονται στο Κέντρο Κατανομής Φορτίου (ΚΚΦ) το οποίο βρίσκεται στον Υποσταθμό Ηράκλειο II (περιοχή Κατσαμπάς Ηρακλείου) κυρίως με τα φερέσυχα της ΔΕΗ στα 4800bps με αποτέλεσμα να έχουμε επάρκεια στοιχείων για το Δίκτυο της Κρήτης.

Τα δεδομένα συγκεντρώνονται στα RTUs τα οποία είναι συσκευές οι οποίες βρίσκονται σε απομακρυσμένα σημεία και επιφορτίζονται με την αποστολή και λήψη εντολών και δεδομένων στο σύστημα SCADA, και με τη βοήθεια των φερέσυχων της ΔΕΗ ή των γραμμών του ΟΤΕ φτάνουν στο ΚΚΦ. Από το Modem φερεσύχων-ΟΤΕ οδηγούνται στο συγκεντρωτή δεδομένων (Data Concentrator) και στη συνέχεια επεξεργάζονται από τους servers HOT και SBY. Η επικοινωνία μεταξύ των διαφόρων τμημάτων του συστήματος SCADA επιτυγχάνεται με κατάλληλα πρωτόκολλα επικοινωνίας ειδικά διαμορφωμένα για αυτό το σκοπό από την εταιρεία που εγκατέστησε στο σύστημα.

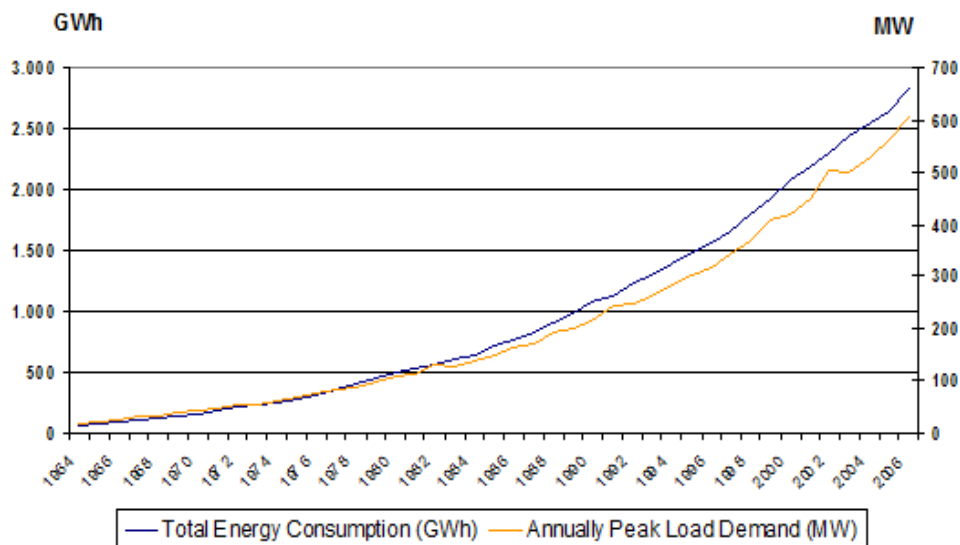
Από τους servers τα δεδομένα οδηγούνται στους Terminal Servers οι οποίοι εξυπηρετούν αντίστοιχα τις θέσεις εργασίας του Τεχνολόγου Μηχανικού, του εργοδηγού, του μηχανικού και του προϊσταμένου. Από τον terminal server1 τα δεδομένα οδηγούνται στο PLC (Programmable Logic Controller) του συχνόμετρου για την απεικόνιση της συχνότητας του συστήματος και στο PLC του μιμικού διαγράμματος. Το PLC είναι ένα ψηφιακό ηλεκτρονικό σύστημα, σχεδιασμένο για χρήση σε βιομηχανικό περιβάλλον, το οποίο χρησιμοποιεί μία προγραμματιζόμενη μνήμη για την αποθήκευση εντολών ώστε να επιτελούνται διάφορες λειτουργίες, όπως λογικές, χρονικές, μετρητικές και αριθμητικές πράξεις και να ελέγχονται μέσω αναλογικών/ψηφιακών μονάδων διάφορες μηχανές ή διαδικασίες. Το μιμικό ή μωσαϊκό διάγραμμα, απεικονίζει όλο το σύστημα της Κρήτης με τους διακόπτες φορτίου, τους υποσταθμούς και τους διακόπτες των μονάδων. Με τα leds που υπάρχουν στο διάγραμμα οι χειριστές του ΚΚΦ μπορούν να ενημερώνονται για την κατάσταση των διακοπών που απεικονίζονται στο διάγραμμα αλλά και για τυχόν προβλήματα. Ο εκτυπωτής συμβάντων και ο εκτυπωτής δελτίου συστήματος συνδέονται στον terminal server2. Ο πρώτος καταγράφει συμβάντα όπως για παράδειγμα το άνοιγμα ή κλείσιμο κάποιου διακόπτη και ποια στιγμή αυτό πραγματοποιήθηκε ενώ ο δεύτερος δίνει το ημερήσιο δελτίο του συστήματος.

Την αξιοπιστία η οποία είναι απαραίτητη για τη λειτουργία του συστήματος ενισχύει η αδιάλειπτη παροχή τάσης στα μηχανήματα του ΚΚΦ καθώς και η χρήση του

λογισμικού VMS το οποίο παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με το λειτουργικό σύστημα Unix παρέχοντας όμως ακόμη μεγαλύτερη σταθερότητα.

7.1.3 Διαχρονική εξέλιξη της ζήτησης

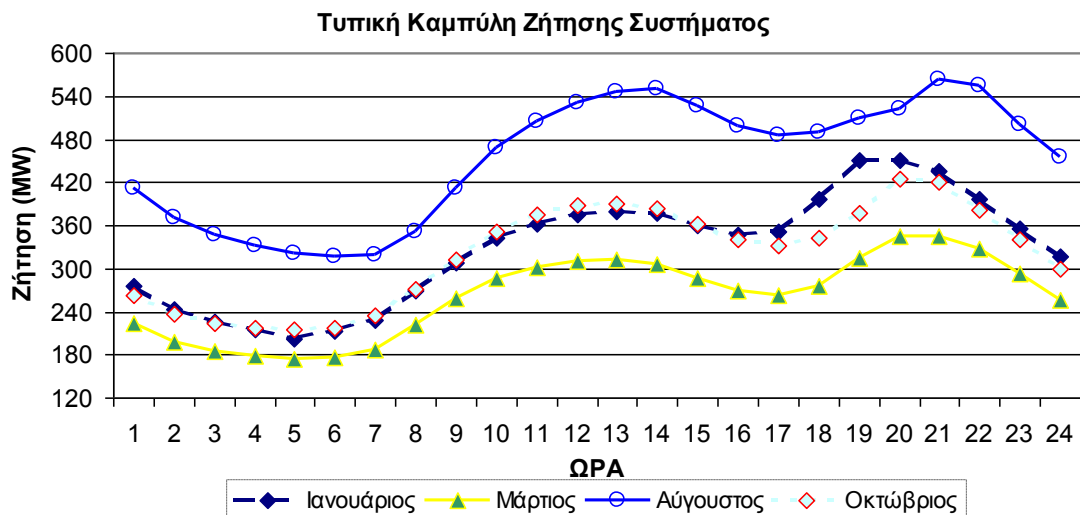
Το 1975 η ζήτηση ήταν μόλις 280GWh ενώ το 2009 είχε ξεπεράσει τις 3TWh. Σύμφωνα με στοιχεία της ΔΕΗ το φορτίο της Κρήτης αυξάνεται με ρυθμό 5,5%. Η χαρακτηριστική εξέλιξη του φορτίου μέχρι το 2006 παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.2.



Σχήμα 7.2 - Διαχρονική εξέλιξη ενέργειας και φορτίου

Δεδομένα ζήτησης φορτίου

Συμφωνα με στοιχεία του 2009 η συνολική ζήτηση φορτίου ήταν μεγαλύτερη των 3TWh με την αιχμή να παρουσιάζεται στις τελευταίες μέρες του Αυγούστου, όπως είναι αναμενόμενο. Οι τυπικές καμπύλες ζήτησης για χαρακτηριστικές εποχές του έτους (2009) παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.3.



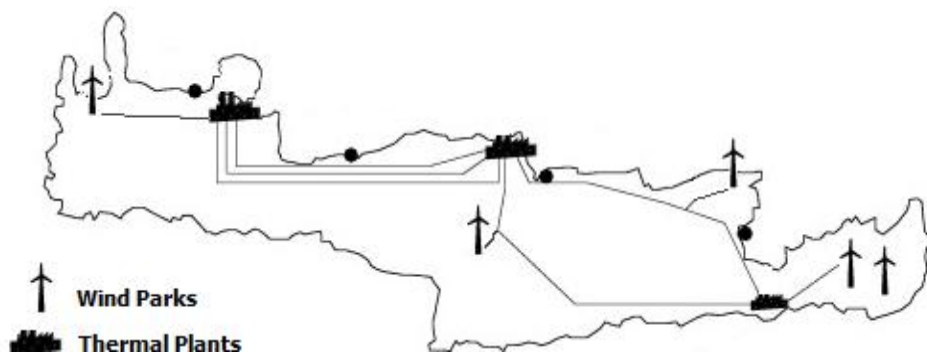
Σχήμα 7.3 - Τυπικές καμπύλες ζήτησης για το ΣΗΕ Κρήτης

7.1.4 Στοιχεία για τις θερμικές μονάδες

Το ΣΗΕ Κρήτης διαθέτει 3 θερμικούς σταθμούς παραγωγής οι οποίοι καταναλώνουν παράγωγα του πετρελαίου. Ένα στα Λινοπεράματα του νομού Ηρακλείου, 7 km δυτικά της πόλης, ένα στην Ξηροκαμάρα του νομού Χανίων περίπου 6 km ανατολικά της πόλης και τον πιο πρόσφατο στον Αθρινόλακο που βρίσκεται στα νότια του νομού Λασιθίου. Χαρακτηριστική είναι η ποικιλομορφία των μονάδων παραγωγής καθώς το ΣΗΕ Κρήτης περιλαμβάνει αμοστροβιλικές μονάδες, μονάδες Μ.Ε.Κ. μια μονάδα Συνδυασμένου Κύκλου και αεριοστροβιλικές μονάδες. Η ποικιλία των μονάδων, η στοχαστική συμπεριφορά των ΑΠΕ η σημαντική αύξηση της ζήτησης σε συνδυασμό με το γεγονός ότι αποτελεί ένα σημαντικά μεγάλο αυτόνομο ηλεκτρικό σύστημα καθιστούν την Κρήτη ιδανικό σύστημα μελέτης με όλες τις προκλήσεις για τη λειτουργία του. Οι μονάδες του ΣΗΕ Κρήτης με την εγκατεστημένη ισχύ της κάθε μιας κατά το έτος 2009 φαίνονται στον Πίνακα 7.1.

	ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ	ΚΑΘΑΡΗ	ΙΣΧΥΣ	ΤΕΧΝΙΚΟ
ΑΗΣ ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ				
ΑΤΜ 1 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	6	6	6	4
ΑΤΜ 2 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	14	14	13	8
ΑΤΜ 3 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	14	14	13	8
ΑΤΜ 4 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	24	24	23	18
ΑΤΜ 5 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	24	24	23	18
ΑΤΜ 6 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	24	24	23	18
ΔΙΕΣΕΛ 1 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	11	11	11	3
ΔΙΕΣΕΛ 2 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	11	11	11	3
ΔΙΕΣΕΛ 3 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	11	11	11	6
ΔΙΕΣΕΛ 4 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	11	11	11	3
ΑΕΡ 1 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	15	15	13	3
ΑΕΡ 2 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	15	15	13	3
ΑΕΡ 3 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	43	43	41	5
ΑΕΡ 4 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	14	14	13	3
ΑΕΡ 5 ΛΙΝΟΠΕΡΑΜΑΤΩΝ	28	28	25	5
ΑΗΣ ΧΑΝΙΩΝ				
ΑΕΡ 1 ΧΑΝΙΩΝ	16	14	11	3
ΑΕΡ 2 ΧΑΝΙΩΝ	28	28	25	5
ΑΕΡ 4 ΧΑΝΙΩΝ	24	20	19	3
ΑΕΡ 5 ΧΑΝΙΩΝ	30	28	27	5
ΑΕΡ 11 ΧΑΝΙΩΝ	59	58	54	10
ΑΕΡ 12 ΧΑΝΙΩΝ	59	58	54	10
ΑΕΡ 13 ΧΑΝΙΩΝ	28	28	25	5
ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΟΣ ΚΥΚΛΟΣ	132	126	112	35
ΑΗΣ ΑΘΕΡΙΝΟΛΑΚΚΟΥ				
ΔΙΕΣΕΛ 1 ΑΘΕΡΙΝΟΛΑΚΚΟΥ	51	50	50	35
ΔΙΕΣΕΛ 2 ΑΘΕΡΙΝΟΛΑΚΚΟΥ	51	50	50	25
	742	721	674	244

Πίνακας 7.1 - Εγκατεστημένη ισχύς συμβατικών μονάδων παραγωγής στο ΣΗΕ Κρήτης



Σχήμα 7.4 - Ηλεκτρικό δίκτυο Κρήτης

7.1.5 Στοιχεία για τις μονάδες ΑΠΕ

Αιολική ενέργεια

Λόγω του ιδιαίτερα υψηλού αιολικού δυναμικού της Κρήτης υπάρχει έντονο ενδιαφέρον για τη δημιουργία Αιολικών Πάρκων. Στην πλειονότητα τους τα Α/Π βρίσκονται στην ευρύτερη περιοχή της Σητείας του νομού Λασιθίου όπου και οι ανεμολογικές συνθήκες είναι πολύ ευνοϊκές (υψηλή μέση ταχύτητα ανέμου και μικρές διακυμάνσεις ταχύτητας και κατεύθυνσής του). Από τα πάρκα αυτά άλλα ανήκουν στη ΔΕΗ και άλλα αποτελούν ιδιωτικές επενδύσεις.

Σύμφωνα με στοιχεία του Τεχνικού Επιμελητηρίου Ελλάδος - Τμήμα Ανατολικής Κρήτης (ΤΕΕ-ΤΑΚ), η ισχύς των μονάδων ΑΠΕ που ήταν εγκατεστημένες στο ΣΗΕ Κρήτης το έτος 2009 παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα 7.2 ενώ η αντίστοιχη κατανομή των αιολικών πάρκων ανά νομό παρουσιάζεται στον Πίνακα 7.3. Τέλος, αναλυτικές πληροφορίες για τα πάρκα στο νησί παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.4.

Πίνακας 7.2 - Σύνοψη μονάδων ΑΠΕ στο ΣΗΕ Κρήτης

Αιολικά (MW)	Μικρά Υδροηλεκτρικά (MW)	Βιοαέριο-Βιομάζα (MW)	Φ/Β (MW)	Σύνολο (MW)
160,02	0,6	0,4	0,67	161,69

Πίνακας 7.3 - Αιολικά πάρκα Κρήτης ανά νομό

Νομός	Πάρκα	Εγκατεστημένη Ισχύς(MW)
Λασιθίου	14	98,9
Ηρακλείου	6	41,4
Ρεθύμνου	0	0
Χανίων	3	20,15

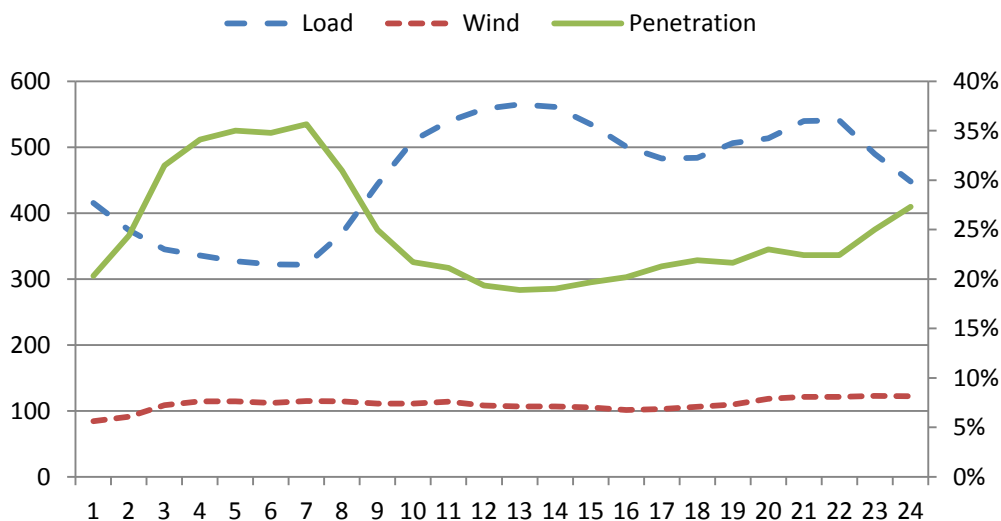
Πίνακας 7.4 – Αναλυτικά στοιχεία Αιολικών πάρκων στο ΣΗΕ Κρήτης

A/A	ΦΟΡΕΑΣ	ΤΟΠΟΘΕΣΙΑ	ΕΓΚΑΤΕΣΤΗΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ (MW)	
1	ΔΕΗ	<i>Ι.Μ.Τοπλού Σητείας Λασιθίου</i>	17 X 0,3 +3*0,5	6,60
2	ΔΕΗ	<i>Ξηρολίμνη Δ.Σητείας</i>	22 X 0,6	13,20
3	ΡΟΚΑΣ ΑΙΟΛΙΚΗ ΚΡΗΤΗ ΑΒΕΕ	<i>Ξηρολίμνη (Αγριλιδία)</i>	30X0,6	18,00
4	ΑΕΟΛΟΣ Α.Ε.	<i>Χανδράς Λεύκης Λασιθίου</i>	18 X 0,55	9,90
5	ΑΙΟΛΙΚΑ ΠΑΡΚΑ ΚΡΥΩΝ Α.Ε.	<i>Μαρωνιά Σητείας Λασιθίου</i>	20 X 0,5	10,00
6	ΑΙΟΛΙΚΑ ΠΑΡΚΑ ΑΧΛΑΔΙΩΝ Α.Ε.	<i>Μαρωνιά Σητείας Λασιθίου</i>	20 X 0,5	10,00
7	ΑΙΟΛΙΚΑ ΠΑΡΚΑ ΑΝΕΜΟΕΣΣΑ Α.Ε.	<i>Μαρωνιά Σητείας Λασιθίου</i>	10 X 0,5	5,00
8	Ο.Α. ΣΗΤΕΙΑΣ Α.Ε.	<i>Καμινάκια-Χορδάκι Λασιθίου</i>	1 X 0,5+1*0,3+1*0,9	1,70
9	ΙWECO Α.Ε.	<i>Μεγάλη Βρύση Ηρακλείου</i>	9 X 0,55	4,95
10	ENERCON ΕΛΛΑΣ Α.Ε.	<i>Πλατύβολα Αχλαδίων Δ.Σητείας Λασιθίου</i>	5 X 0,5	2,50
11	ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΚΡΗΤΗΣ Α.Ε.	<i>Βρουχάς Λασιθίου</i>	14 X 0,85	5,94
12	ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΚΡΗΤΗΣ Α.Ε.			5,96
13	WRE ΕΛΛΑΣ Α.Ε.	<i>Πλατύβολα Κρυών Δ.Σητείας</i>	4 X 0,75	3,00
14	ΔΟΜΙΚΗ ΚΡΗΤΗΣ Α.Ε.	<i>Βοσκερό Δ. Κρουσώνα Ηρακλείου</i>	7 X 0,85	5,95
15	ΕΝΤΕΚΑ Α.Ε.	<i>Ξηρολίμνη Ι Δ.Σητείας</i>	-	2,70
16	ΥΔΡΟΑΙΟΛΙΚΗ ΚΡΗΤΗΣ Α.Ε.	<i>Ρόβας Καστελίου Χανίων</i>	11 X 0,85	9,35
17	ΙWECO ΧΩΝΟΣ ΚΡΗΤΗΣ Α.Ε.	<i>Χώνος Σητείας</i>	6 X 0,75	4,50
18	ΤΕΡΝΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ Α.Ε.	<i>Αγ. Βαρβάρα</i>	17 X 0,85	14,45
19	ΜΟΙΡΩΝ Α.Ε.(ΑΝΤΙΣΚΑΡΙ)	<i>Αντισκάρι Δ. Μοιρών</i>	7 X 0,75	5,25
20	ENVITEC Α.Ε.	<i>Βάρδια Ν. Χανίων</i>	9 X 0,6	5,40

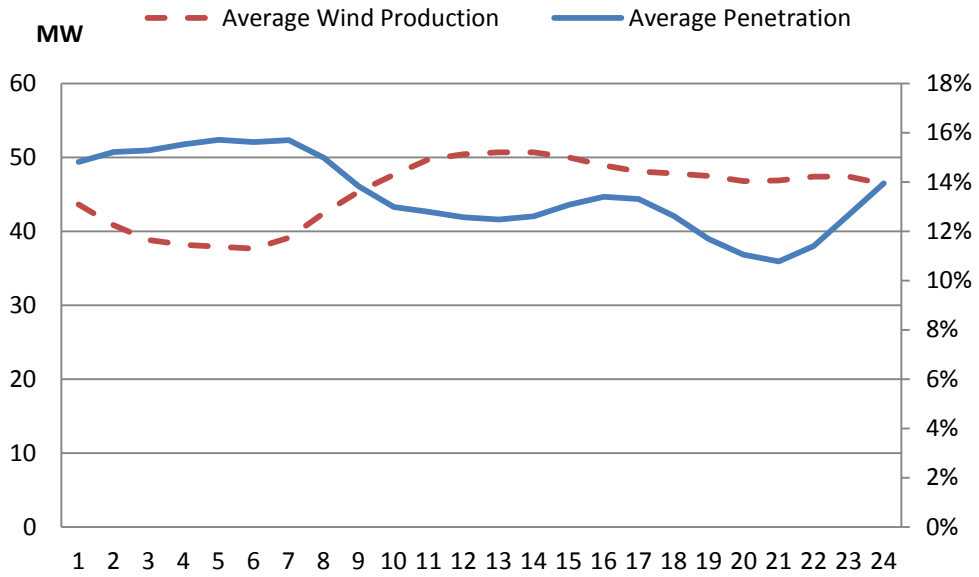
21	ENVITEC A.E.	Βατάλι Ν. Χανίων	9 X 0,6	5,40
22	ΔΙΕΘΝΗΣ ΑΙΟΛΙΚΗ ΚΡΗΤΗΣ Α.Ε.	Αγ. Κύριλλος Δ. Γόρτυνας	8 X 0,9	7,20
23	ΡΟΚΑΣ ΑΙΟΛΙΚΗ ΚΡΗΤΗΣ Α.Β.Ε.Ε.	Καλόγηρος Δ.Γαζίου	6 X 0,6	3,60
ΣΥΝΟΛΟ				160,02

Ένα ενθαρρυντικό στοιχείο για την αξία των ΑΠΕ είναι η θετική συσχέτιση της αιολικής παραγωγής με τη ζήτηση καθώς τους μήνες Ιούλιο και Αύγουστο η αιολική διείσδυση υπερβαίνει το μέσο ετήσιο ποσοστό. Το γεγονός αυτό απεικονίζεται χαρακτηριστικά στο Σχήμα 7.5 όπου σύμφωνα με στοιχεία του έτους 2008 για την 29η Ιουλίου η ημερήσια αιολική παραγωγή ήταν 2,641 GWh ή 24% της ενέργειας που ζητήθηκε. Η μέση ανά ώρα διείσδυση και αιολική παραγωγή παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.6

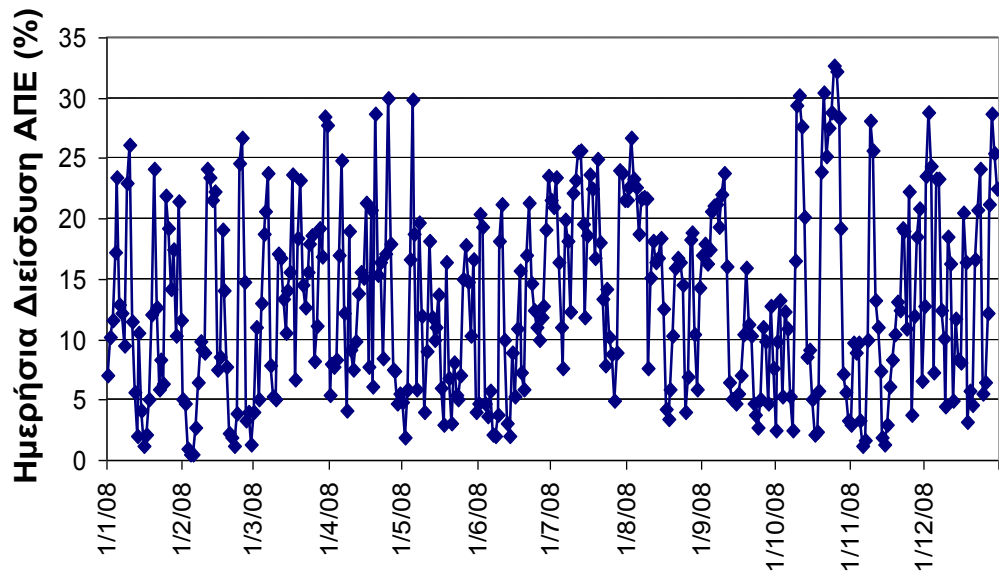
Η Μέση ετήσια διείσδυση από αιολική ενέργεια το έτος εκείνο ήταν 13,36%. Η καμπύλη της ημερήσιας διείσδυσης ΑΠΕ παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.7. Η ημέρα με τη μεγαλύτερη συμμετοχή των αιολικών πάρκων στο Ισοζύγιο του ΣΗΕ Κρήτης ήταν η 25^η Οκτωβρίου με ποσοστό 32,64%.



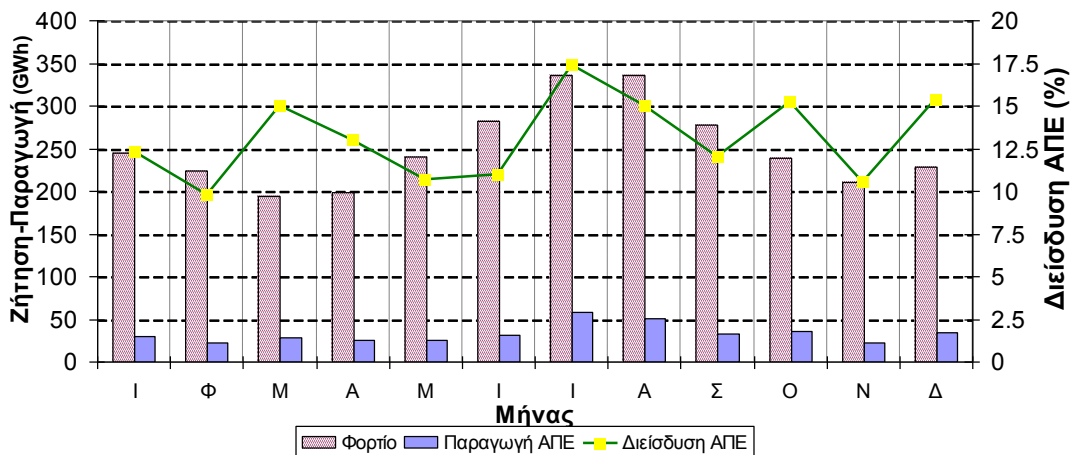
Σχήμα 7.5 - Φορτίο και αιολική παραγωγή στις 29 Ιουλίου



Σχήμα 7.6 - Τυπική 24ωρη καμπύλη Αιολικής παραγωγής και διείσδυσης



Σχήμα 7.7 - Ημερήσια Διείσδυση ΑΠΕ στο ΣΗΕ Κρήτης



Σχήμα 7.8 - Σύγκριση μηνιαίας ζήτησης ενέργειας, Αιολικής παραγωγής και Διείσδυσης ΑΠΕ

Φωτοβολταϊκά

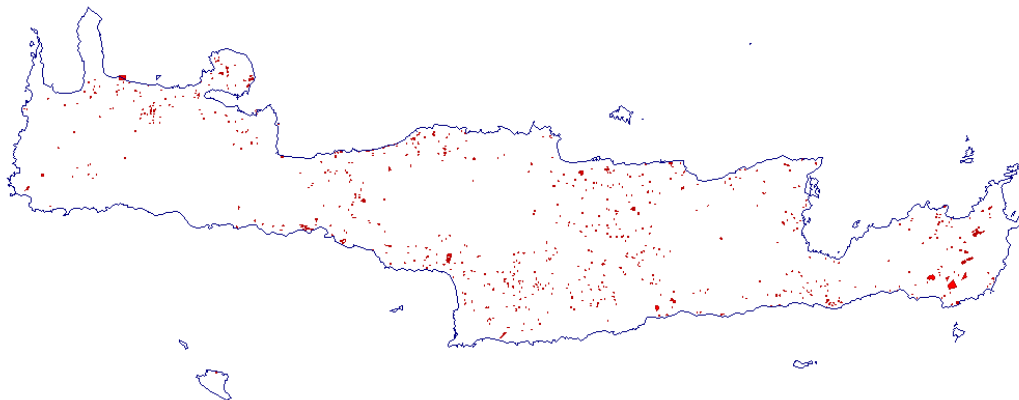
Οι πιο σημαντικές εγκαταστάσεις Φ/Β που ήταν εγκατεστημένες στο νησί κατά το έτος 2009 με το παλαιό θεσμικό καθεστώς (της μη πριμοδοτούμενης παραγόμενης kWh από φωτοβολταϊκά) περιλαμβάνονται στον Πίνακα 7.5. Αντίστοιχα, το ίδιο έτος το σύνολο των αδειοδοτημένων έργων με το ισχύον θεσμικό πλαίσιο (κυρίως τον Ν.3468/2006) από τη ΡΑΕ (Ρυθμιστική Αρχή Ενέργειας) παρατίθενται ανά νομό στον ακόλουθο Πίνακα 7.6 και απεικονίζονται στο Σχήμα 7.9.

ΦΟΡΕΑΣ	Εγκατεστημένη Ισχύς (kW)
ΡΟΚΑΣ ΑΙΟΛΙΚΗ ΑΒΕΕ.	171,6
ΑΡΤΟΠΟΪΙΑ Θ. ΚΑΙ Ι. ΚΛΑΠΑΚΗ ΟΕ	60
ΓΕΡΜΑΝΟΣ ΑΒΕΕ	166
ΛΕΥΚΟΣΙΔΗΡΟΥΡΓΙΑ ΚΡΗΤΗΣ ΑΕΒΕ	126,7
ΑΓΓΕΛΑΚΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	135

Πίνακας 7.5 - Κυριότερα Φ/Β στο ΣΗΕ Κρήτης

Νομός	Αριθμός Πάρκων	Αδειοδοτημένη Ισχύς (MW)
Λασιθίου	262	19,9
Ηρακλείου	501	35,91
Ρεθύμνου	241	18,26
Χανίων	200	14,75
Σύνολο	1204	88,82

Πίνακας 7.6 - Αδειοδοτημένη ισχύς Φ/Β στην Κρήτη ανά νομό



Σχήμα 7.9 - Χωροθέτηση αδειοδοτημένων Φ/Β συστημάτων

Περιοχή	Αντιπροσωπευτική πόλη	Αδειοδοτημένη Ισχύς (MW)
Βόρεια Χανιά	Χανιά	8,46
Βόρειο Ηράκλειο & Ρέθυμνο	Ηράκλειο	20,54
Κεντρικό Ηράκλειο	Σητεία	29,84
Νότιο Ηράκλειο-Λασιθί	Ιεράπετρα	29,96

Πίνακας 7.7 - Περιοχές ομαδοποίησης Φ/Β στην Κρήτη

Λοιπές Μονάδες ΑΠΕ

Αναφορικά με τις λοιπές μονάδες ΑΠΕ θα πρέπει να αναφέρουμε ότι υπάρχουν δύο μικροί Υδροηλεκτρικοί Σταθμοί στο Ν. Χανίων στις περιοχές Αλμυρός και Αγυιά με 300kW εγκατεστημένη ισχύ έκαστος οι οποίοι προέρχονται από τη συγχώνευση των μικρών τοπικών Εταιρειών παραγωγής με τη ΔΕΗ. Η συνεισφορά τους είναι της τάξης της 1GWh το έτος.

Επιπλέον από τις Δημοτικές Επιχειρήσεις Ύδρευσης και Αποχέτευσης Χανίων και Ηρακλείου έχουν εγκατασταθεί στις μονάδες βιολογικού καθαρισμού από μία μονάδα παραγωγής Ηλεκτρικής Ενέργειας με βιοαέριο ισχύος 166kW και 193 kW αντίστοιχα κυρίως για την αντιμετώπιση των ενεργειακών αναγκών των εγκαταστάσεων.

7.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζουμε ένα μεγαλύτερο, πραγματικό δίκτυο όπως είναι αυτό της Κρήτης. Στον πίνακα Γ.1 του παραρτήματος Γ φαίνονται τα δεδομένα του δικτύου 107 ζυγών του νησιού όπου στον υποπίνακα busdata με τις μεταβλητές p₁-p₂₃ βλέπουμε σε ποιούς ζυγούς εμφανίζεται ζήτηση ενώ με τις μεταβλητές pg₁-pg₄₄ σε ποιούς εμφανίζεται παραγωγή.

Έχοντας στη διάθεση μας τα αναλυτικά ανά ώρα δεδομένα (8760 τιμές) παραγωγής και ζήτησης του ΣΗΕ Κρήτης για το έτος 2010 χωρίσαμε τη μελέτη μας σε δύο στάδια. Ένα για τους καλοκαιρινούς μήνες και ένα για τους χειμερινούς όπου στο κάθε στάδιο πραγματοποιήσαμε δύο προσομοιώσεις, μια για την ώρα ελαχίστου φορτίου και μια για την ώρα μεγίστου φορτίου, προσομοιώσεις που αναπτύσσονται αναλυτικά παρακάτω.

Αξίζει να σταθούμε στις κατά πολύ αυξημένες ενεργειακές ανάγκες του νησιού που παρατηρήσαμε κατά τους καλοκαιρινούς μήνες, γεγονός που εν μέρει δικαιολογείται από το ότι η Κρήτη αποτελεί έναν δημοφιλή τουριστικό προορισμό που δέχεται χιλιάδες, τόσο Έλληνες όσο και ξένους επισκέπτες κάθε καλοκαίρι.

Για την εφαρμογή της ΜΕ3Σημείων οι απαραίτητες κεντρικές ροπές υπολογίστηκαν μέσω της επεξεργασίας των δεδομένων που συγκεντρώθηκαν. Συγκεκριμένα στα φορτία υποθέτουμε κανονική κατανομή, οπότε ο συντελεστής λοξότητας και ο συντελεστής κύρτωσης ήταν ίσοι με 0 και 3 αντίστοιχα σταθερά σε όλους τους ζυγούς.

Στις εφαρμογές της μεθόδου Monte Carlo ο αριθμός δοκιμών τίθεται ίσος με 10000 και υποθέτουμε κανονική κατανομή για τα φορτία και τις παραγωγές μέσω της

έτοιμης συνάρτησης του Matlab για κανονικές κατανομές με γνωστή μέση τιμή και τυπική απόκλιση, «normrnd». Οι τιμές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης υπολογίζονται μέσω της επεξεργασίας των δεδομένων.

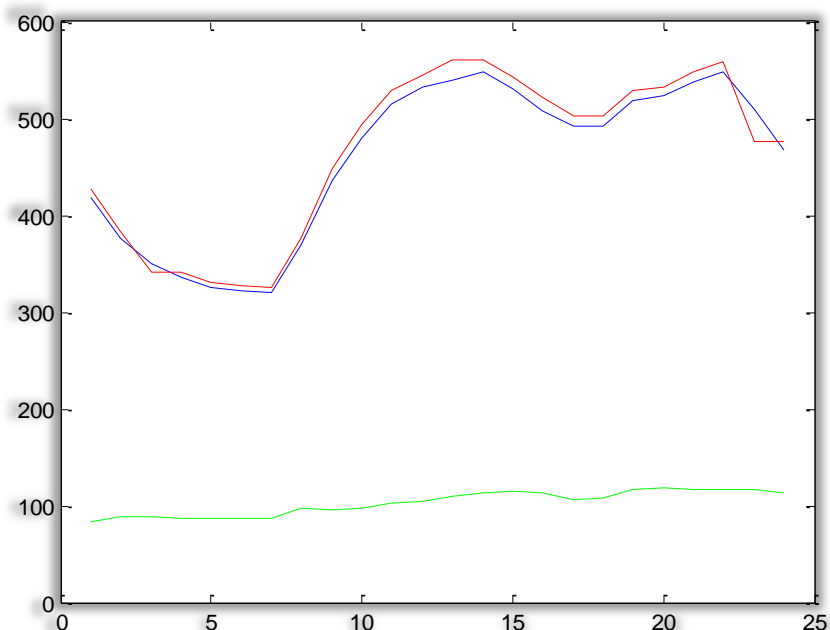
Ακόμα στο κεφάλαιο αυτό εκτός από τις μεθόδους ΜΕ3Σ και Monte Carlo με τις οποίες ασχοληθήκαμε και σε προηγούμενα κεφάλαια, εκτελούμε και ντετερμινιστική ανάλυση της ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton-Raphson. Περισσότερες λεπτομέρειες για αυτήν την εφαρμογή αναφέρονται παρακάτω.

Σε όλες τις προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Newton-Raphson για τη ντετερμινιστική ροή φορτίου, ώστε η σύγκριση των μεθόδων να είναι όσο το δυνατόν πιο ακριβής, με μέγιστο αριθμό επαναλήψεων 100 και ακρίβεια 0,001. Η ισχύς βάσης τίθενται ίση με 100MVA και ως τυχαίες μεταβλητές εισόδου θεωρούνται οι εγχύσεις ενεργού ισχύος (συνολικά 67 τυχαίες μεταβλητές).

Όλα τα προγράμματα εκτελέστηκαν στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab.

7.2.1 ΣΤΑΔΙΟ 1 - ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ

Για να έχουμε μια εικόνα των καμπυλών παραγωγής, ζήτησης και αιολικής παραγωγής κατά τους καλοκαιρινούς μήνες και γενικότερα της συμπεριφοράς του δικτύου στους μήνες αυτούς, παρουσιάζονται στο παρακάτω Σχήμα 7.10 ενδεικτικά οι ημερήσιες καμπύλες της 15ης Ιουλίου 2010. Η παραγωγή φαίνεται με μπλε χρώμα, η ζήτηση με κόκκινο ενώ με πράσινο φαίνεται η αιολική παραγωγή. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η ζήτηση τις μεσημβρινές ώρες κυμαίνεται στα ίδια περίπου επίπεδα με τις βραδινές.



Σχήμα 7.10 – Ημερήσιες καμπύλες 15^{ης} Ιουλίου

Μελετώντας τις 2208 (92 μέρες * 24 ώρες) διαθέσιμες τιμές φορτίου για το καλοκαίρι διαπιστώσαμε ότι η μέγιστη ζήτηση εμφανίστηκε στις 19 Αυγούστου, ώρα 9 μ.μ. και ανερχόταν σε 623,11 MW ενώ η ελάχιστη εμφανίστηκε στις 6 Ιουνίου, ώρα 7π.μ. και ανερχόταν σε 227,18 MW.

Έτσι επικεντρώσαμε τη μελέτη μας στις δύο αυτές συγκεκριμένες ώρες εμφάνισης του μεγίστου και ελαχίστου φορτίου. Αρχικά συγκεντρώσαμε όλες τις τιμές φορτίου και παραγωγής κάθε ζυγού του δικτύου για κάθε μία από τις 92 μέρες του καλοκαιριού στις 9 μ.μ. Ανάλογα εργαστήκαμε και για τις 7 π.μ. όπου είχαμε το ελάχιστο.

Έτσι έχοντας για κάθε παραγωγή και για κάθε φορτίο 92 τιμές ήταν εύκολο να βρούμε τις κεντρικές τους ροπές που είναι απαραίτητες για την εφαρμογή των μεθόδων ΜΕ3Σημείων (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, λοξότητα, κύρτωση) και Monte Carlo (μέση τιμή, τυπική απόκλιση).

Για την ντετερμινιστική ανάλυση έγινε 92 φορές εφαρμογή της μεθόδου Newton-Raphson μια για κάθε μέρα του καλοκαιριού, με τις παραγωγές και τα φορτία να λαμβάνουν τις τιμές που είχαν σε κάθε περίπτωση στις 9 μ.μ. Ομοίως εργαστήκαμε και για τις 7 π.μ. Τα τελικά αποτελέσματα (μέση τιμή, τυπική απόκλιση) προκύπτουν από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των 92 εφαρμογών της Newton-Raphson.

Οι δύο προσομοιώσεις που έγιναν για τους καλοκαιρινούς μήνες παρουσιάζονται αναλυτικά παρακάτω.

ΜΕΓΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ

Για τις 9 μ.μ. (maxL) οι τιμές που λαμβάνουν οι κεντρικές ροπές των παραγωγών και των φορτίων του υποπίνακα busdata του Πίνακα Γ.1 φαίνονται στον Πίνακα Γ.2 και Πίνακα Γ.3 αντίστοιχα (Παράρτημα Γ).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στους πίνακες που ακολουθούν φαίνονται ενδεικτικά κάποια αποτελέσματα τάσεων, γωνιών, ροών ισχύος και απωλειών, της εφαρμογής των μεθόδων ΜΕ3Σ και Monte Carlo 10.000, ενώ στην τρίτη στήλη παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ντετερμινιστική ανάλυση.

<u>Bus</u>	Μέτρο τάσης V (p.u.)					
	ΜΕ3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	0,99706	0,00100	0,99704	0,00176	0,99755	0,00141
72	1,02043	0,01679	1,02023	0,01857	1,02043	0,01678
73	1,00784	0,00884	1,00774	0,00898	1,00784	0,00885
83	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
85	1,01656	0,00843	1,01649	0,00837	1,01650	0,00856
86	1,00437	0,01111	1,00435	0,01152	1,00431	0,01104
87	1,00809	0,00690	1,00808	0,00712	1,00695	0,00359
88	1,01093	0,00881	1,01078	0,00892	1,00979	0,00583
89	1,01174	0,01087	1,01186	0,01136	1,01061	0,00770
90	1,02712	0,01462	1,02716	0,01453	1,02706	0,01467
91	0,99975	0,00368	0,99976	0,00404	0,99859	0,00346
92	0,99745	0,00816	0,99736	0,00869	0,99798	0,00786
93	0,99457	0,00736	0,99461	0,00821	0,99509	0,00734
94	1,00164	0,01601	1,00169	0,01759	1,00217	0,01564
96	1,01388	0,01074	1,01390	0,01075	1,01388	0,01074
98	1,00757	0,01157	1,00752	0,01211	1,00809	0,01131
99	1,00366	0,00591	1,00357	0,00609	1,00371	0,00594
100	0,99063	0,00303	0,99064	0,00334	0,99089	0,00291
102	0,99121	0,00316	0,99122	0,00365	0,99146	0,00308

104	0,99096	0,00214	0,99095	0,00239	0,99112	0,00287
105	0,98381	0,01157	0,98366	0,01191	0,98355	0,01379
106	0,98195	0,01086	0,98173	0,01121	0,98169	0,01307
107	0,98368	0,01084	0,98361	0,01132	0,98342	0,01333

Πίνακας 7.8 - Αποτελέσματα μεθόδων για τάσεις στους ζυγούς

Bus	Γωνία τάσης δ (μοίρες)					
	ME3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	-1,55537	5,37109	-1,53057	5,41001	-1,54539	2,25963
72	1,48568	6,77659	1,44597	6,90092	1,49903	5,81047
73	-1,36078	5,15927	-1,38391	5,23389	-1,34745	3,71849
83	-6,32744	8,85337	-6,34976	8,94223	-6,29358	7,80741
85	-6,17003	7,44960	-6,20171	7,55267	-6,15583	6,50422
86	-7,33684	7,49865	-7,36301	7,61620	-7,32242	6,75561
87	-2,61787	8,13821	-2,63812	8,24533	-2,57435	8,77627
88	-2,35526	8,17212	-2,38844	8,27818	-2,31025	8,90975
89	-2,26697	8,29894	-2,27377	8,41553	-2,22028	9,14391
90	-5,55276	7,51304	-5,57389	7,58940	-5,53841	6,84438
91	-3,44339	7,93573	-3,46202	8,04243	-3,40530	8,30486
92	-6,83129	7,48137	-6,83610	7,59918	-6,81599	5,56790
93	-7,08235	7,45472	-7,07439	7,56844	-7,06720	5,49438
94	-6,41237	7,73906	-6,40318	7,87456	-6,39678	6,04821
96	-5,74144	6,78864	-5,74577	6,85288	-5,72657	4,79494
98	-4,59130	4,92820	-4,58977	4,97911	-4,57725	3,09158
99	-4,90547	7,19947	-4,91720	7,26354	-4,88942	3,90842
100	-8,04310	6,82945	-8,05032	6,92219	-8,02998	4,57204
102	-7,07487	7,06042	-7,07677	7,16162	-7,06181	5,11701
104	-7,72307	6,65709	-7,73192	6,74491	-7,70833	4,33176
105	-18,97330	8,40214	-19,03663	8,48103	-18,9726	8,59724
106	-19,14579	8,37646	-19,21481	8,46155	-19,1448	8,54642
107	-18,98560	8,36570	-19,04149	8,44372	-18,9853	8,56510

Πίνακας 7.9 - Αποτελέσματα μεθόδων για γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
P_{72-32}	0,05274	0,04783	0,05246	0,00236	0,05274	0,04783
P_{83-37}	0,06851	0,04031	0,06826	0,04028	0,06851	0,04030
P_{87-84}	0,06616	0,04408	0,06616	0,04415	0,06616	0,04408
P_{88-84}	0,05765	0,03865	0,05711	0,03832	0,05765	0,03865
P_{89-84}	0,05629	0,04515	0,05683	0,04582	0,05629	0,04515
P_{100-11}	0,06604	0,10676	0,06537	0,10685	0,06614	0,08942
$P_{102-103}$	0,03645	0,04410	0,03667	0,04438	0,03645	0,04410
P_{104-8}	0,14230	0,07555	0,14142	0,07503	0,14196	0,10203

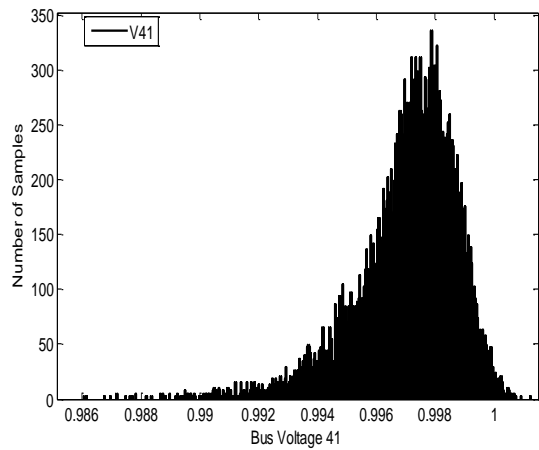
Πίνακας 7.10 - Αποτελέσματα μεθόδων για ροές ενεργού ισχύος στις γραμμές

Συνολικές Απώλειες					
ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
μ	σ	μ	σ	μ	σ
8,54155	0,53070	8,56440	1,73724	8,47772	2,05029

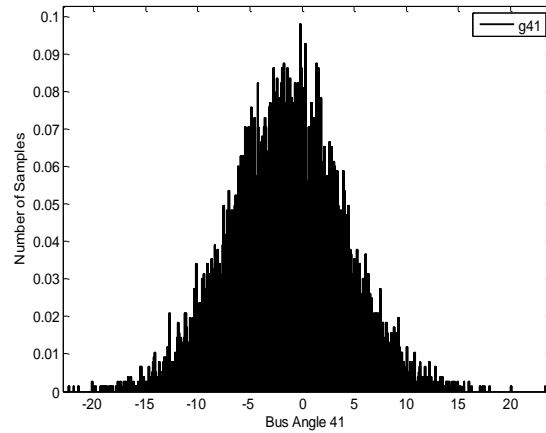
Πίνακας 7.11 - Αποτελέσματα μεθόδων για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Σε αυτό το σημείο αξίζει να καταγραφούν οι χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων οι οποίοι ήταν $t_{ME3Σ} = 121.274 \text{ sec.}$ και $t_{MC10000} = 6762.639 \text{ sec.}$

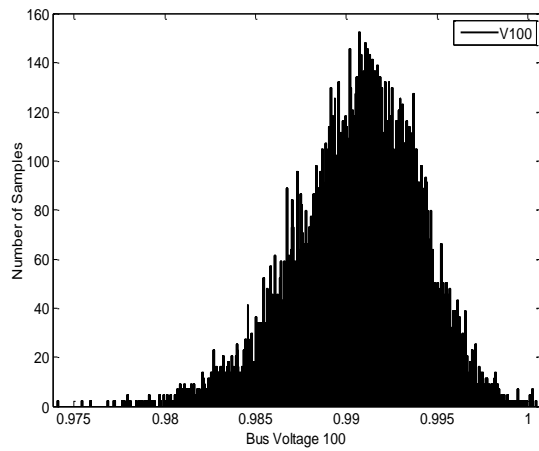
Μέσω των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης Monte Carlo 10000 δοκιμών σχεδιάζουμε τα ιστογράμματα των υπολογιζόμενων τιμών για κάποιες τάσεις, γωνίες και ροές ισχύος στις γραμμές τα οποία φαίνονται στα Σχήματα 7.11–7.18 που ακολουθούν και μας παρέχουν μία εικόνα για τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής τους.



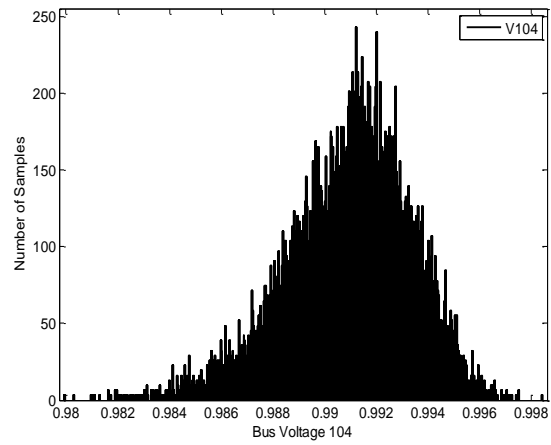
Σχήμα 7.11 – Τάση Ζυγού 41



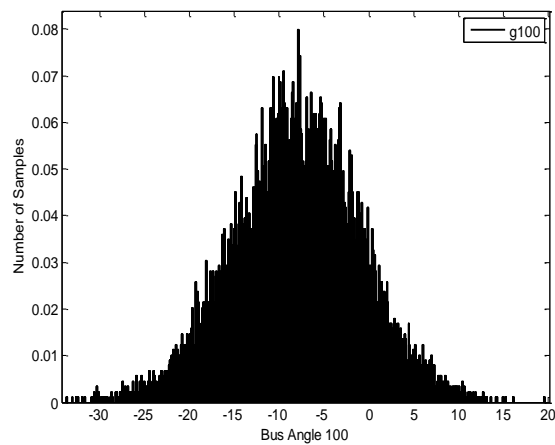
Σχήμα 7.12 – Γωνία Ζυγού 41



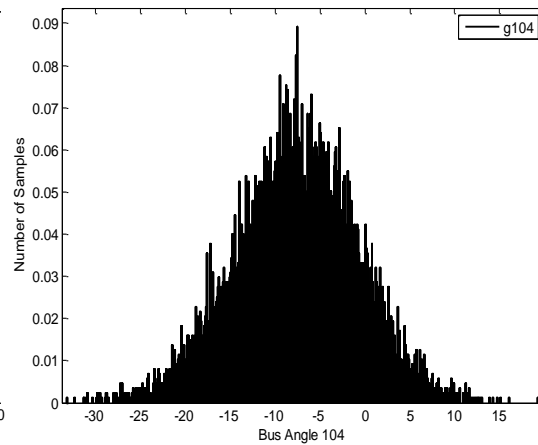
Σχήμα 7.13 - Τάση Ζυγού 100



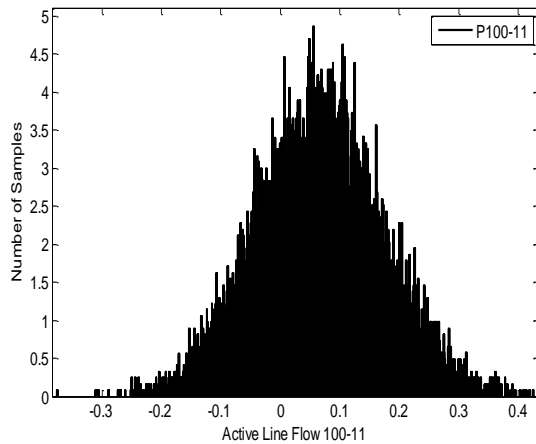
Σχήμα 7.14 – Τάση Ζυγού 104



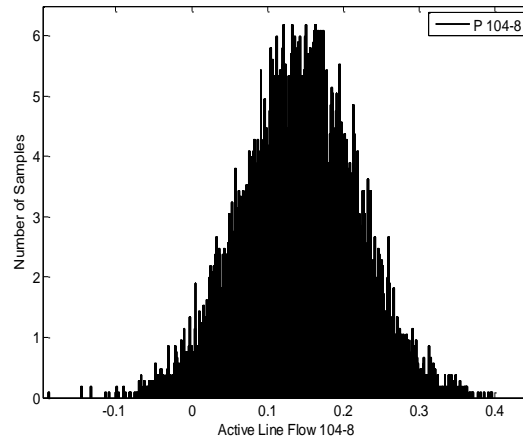
Σχήμα 7.15 – Γωνία Ζυγού 100



Σχήμα 7.16 – Γωνία Ζυγού 104



Σχήμα 7.17–Ροή εν. ισχύος στη γραμμή 100-11



Σχήμα 7.18–Ροή εν. ισχύος στη γραμμή 104-8

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Με βάση τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte Carlo 10.000 δοκιμών, τα οποία λαμβάνουμε ως πραγματικά, υπολογίζουμε τους δείκτες σφαλμάτων. Στους Πίνακες 7.12 και 7.13 που ακολουθούν παρατίθενται ενδεικτικά τα απόλυτα και σχετικά σφάλματα μερικών τιμών από αυτές που υπολογίστηκαν.

Μέγεθος	ΜΕ3Σ		Ντετερμινιστική ανάλυση		
	Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)	
V_{73}	μ	$1 \cdot 10^{-4}$	0,00990	$1 \cdot 10^{-4}$	0,00992
	σ	0,00014	1,55902	0,00013	1,44766
V_{85}	μ	$7 \cdot 10^{-5}$	0,00688	$1 \cdot 10^{-5}$	0,00098
	σ	$6 \cdot 10^{-5}$	0,71684	0,00019	2,27001
V_{90}	μ	$4 \cdot 10^{-5}$	0,00389	$1 \cdot 10^{-4}$	0,00973
	σ	$9 \cdot 10^{-5}$	0,61941	0,00014	0,96352
V_{98}	μ	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00496	0,00057	0,05657
	σ	0,00054	4,45913	0,00080	6,60611
V_{99}	μ	$9 \cdot 10^{-5}$	0,00897	0,00014	0,01395
	σ	0,00018	2,95566	0,00016	2,56305
θ_{87}	μ	0,02025	0,76759	0,06377	2,41725
	σ	0,10712	1,29916	0,53094	6,43928

θ_{91}	μ	0,01863	0,53812	0,05672	1,63835
	σ	0,10670	1,32671	0,26243	3,26307
θ_{105}	μ	0,06333	0,33267	0,06403	0,33635
	σ	0,07889	0,93019	0,11621	1,37023
θ_{107}	μ	0,05589	0,29351	0,05619	0,29509
	σ	0,07802	0,92400	0,12138	1,43752

Πίνακας 7.12 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων τάσεων και γωνιών

Μέγεθος	ΜΕ3Σ		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
P_{72-32}	0,00027	0,52198	0,00028	0,52859
P_{83-37}	0,00024	0,35808	0,00025	0,36610
P_{87-84}	$5,21 \cdot 10^{-6}$	0,00790	$1,52 \cdot 10^{-6}$	0,00229
P_{88-84}	0,00053	0,93348	0,00054	0,94445
P_{89-84}	0,00054	0,93726	0,00054	0,94207
P_{100-11}	0,00066	1,01755	0,00077	1,17911
$P_{102-103}$	0,00023	0,61408	0,00023	0,61524
P_{104-8}	0,00088	0,62273	0,00054	0,38366
Total Losses	0,02285	0,26680	0,08668	1,01209

Πίνακας 7.13 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων ροών ενεργού ισχύος

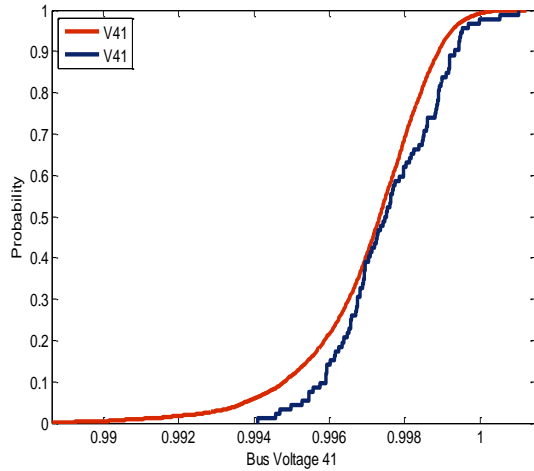
Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε ότι τα υπολογιζόμενα σφάλματα της Μεθόδου Εκτίμησης 3 Σημείων έχουν ικανοποιητικά μικρές τιμές και η εφαρμογή της ΜΕ3Σ δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα και στο δίκτυο της Κρήτης, ένα δίκτυο πραγματικό, μεγάλης έκτασης και πολλών αβέβαιων μεταβλητών στο οποίο η εφαρμογή της μεθόδου μας δίνει τη δυνατότητα να βγάλουμε ακόμη πιο ασφαλή συμπεράσματα για τη συμπεριφορά της. Η ακρίβεια της ΜΕ3Σ σε ένα τέτοιο δίκτυο πολλών μεταβλητών αποκτά ακόμα μεγαλύτερη αξία διότι όπως έχουν δείξει παλαιότερες μελέτες η ακρίβεια αυτή δεν συνοδεύει και την ΜΕ2Σ, η απόδοση της οποίας μειώνεται με την αύξηση των αβέβαιων μεταβλητών, περιορίζοντας με αυτόν τον τρόπο το πεδίο εφαρμογής της.

Είναι χαρακτηριστικό ότι τα υπολογιζόμενα σφάλματα μέσης τιμής στην πλειονότητα των περιπτώσεων δεν ξεπερνούν το 1%. Επιπλέον η διαπίστωση που διατυπώθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι τα σχετικά σφάλματα των τυπικών

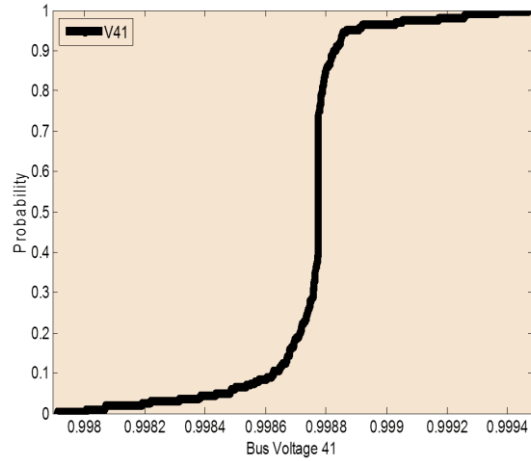
αποκλίσεων λαμβάνουν μεγαλύτερες τιμές επιβεβαιώνεται παρατηρώντας τους Πίνακες 7.12-7.13. Ιδιαίτερη αναφορά θα πρέπει να γίνει και στους χρόνους εκτέλεσης των προγραμμάτων οι οποίοι λόγω της έκτασης του δικτύου ήταν αρκετά μεγάλοι. Συγκεκριμένα η εκτέλεση της ME3Σ διήρκεσε 121.274 sec. ενώ της Monte Carlo 10000 δοκιμών 6762.639 sec. πράγμα που σημαίνει ότι η ME3Σ ήταν σχεδόν 56 φορές ταχύτερη από την MC!

Παρακάτω στα Σχήματα 7.19-7.26 παρατίθενται η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (CDF) κάποιων μεγεθών που υπολογίστηκαν με τις μεθόδους ME3Σ, Monte Carlo 10000, και με βάση τη ντετερμινιστική ανάλυση, ώστε να αποκτήσουμε και μια έστω πρόχειρη γραφική εικόνα των αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα βλέπουμε τη CDF της τάσης των ζυγών 41, 100 και 104 (Σχήμα 7.19-7.21-7.24), της γωνίας των ζυγών 41, 100, 104 (Σχήμα 7.20-7.22-7.25) και της ροής ενεργού ισχύος στις γραμμές 100-11 και 104-8 (Σχήμα 7.23-7.26). Παρατηρούμε ότι οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας που προέκυψαν από την ME3Σ προσεγγίζουν με κάποια απόκλιση μεν, αλλά γενικά σε ικανοποιητικό βαθμό τις αντίστοιχες καμπύλες που προέκυψαν από τη Monte Carlo 10000. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι οι καμπύλες που προκύπτουν από την ντετερμινιστική ανάλυση, παρά τους πριονισμούς που εμφανίζουν λόγω του μικρού πλήθους τιμών, βρίσκονται πολύ κοντά στις αντίστοιχες της Monte Carlo.

Στα σχήματα που ακολουθούν οι καμπύλες κόκκινου χρώματος αντιστοιχούν στη Monte Carlo 10000, οι μπλε χρώματος στην ντετερμινιστική ανάλυση ενώ με μαύρο χρώμα βλέπουμε τις καμπύλες της ME3Σ.

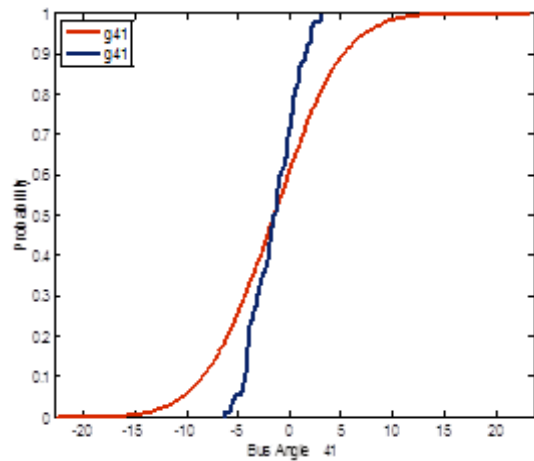


α) Τάση Ζυγού 41 – MC10000, NT/KH

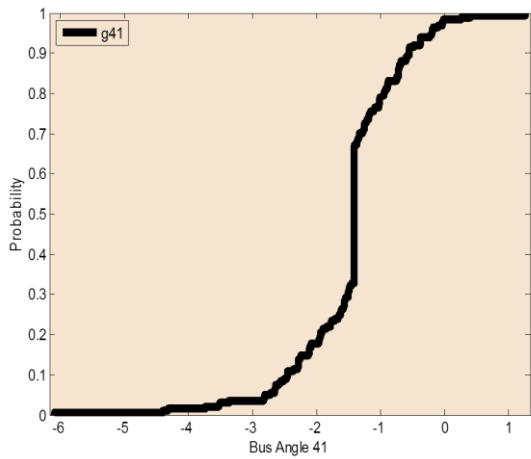


β) Τάση Ζυγού 41 – ME3Σ

Σχήμα 7.19 - Τάση Ζυγού 41 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

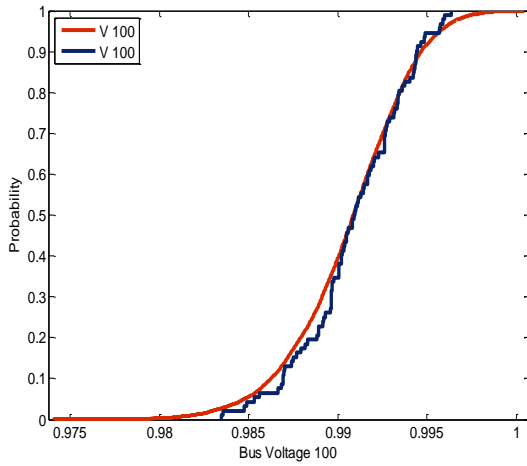


α) Γωνία Ζυγού 41 – MC10000, NT/KH

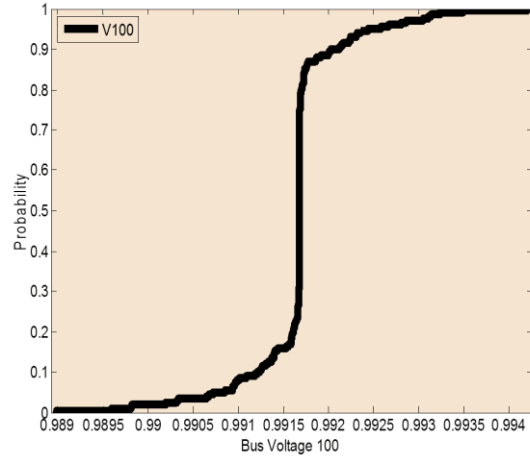


β) Γωνία Ζυγού 41 – ME3Σ

Σχήμα 7.20 - Γωνία Ζυγού 41 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

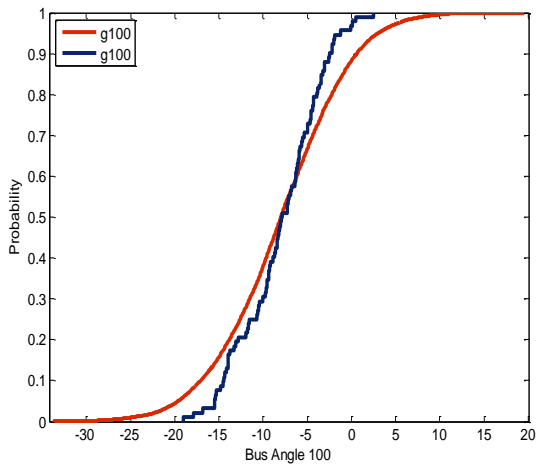


α) Τάση Ζυγού 100 – MC10000, NT/KH

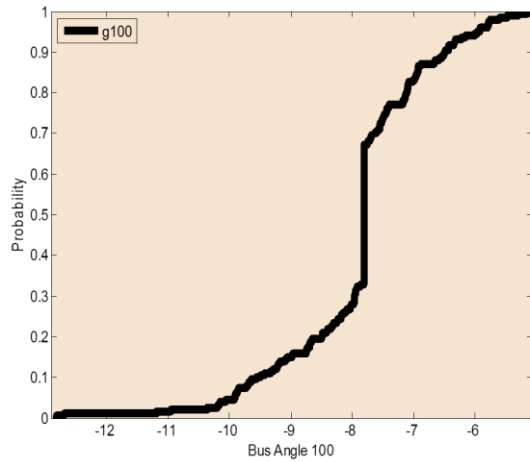


β) Τάση Ζυγού 100 – ME3Σ

Σχήμα 7.21 - Τάση Ζυγού 100 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

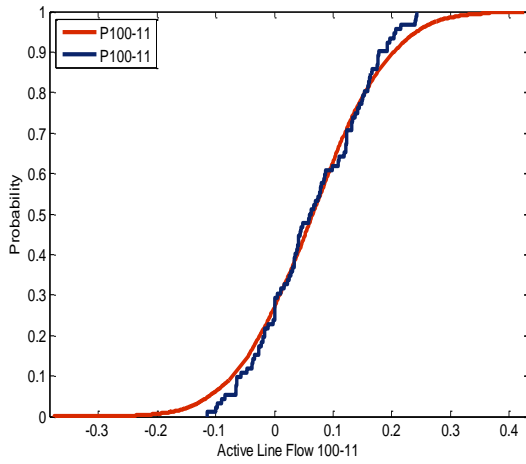


α) Γωνία Ζυγού 100 – MC10000, NT/KH

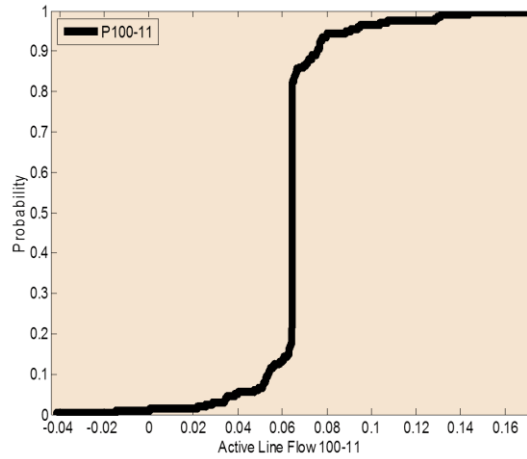


β) Γωνία Ζυγού 100 – ME3Σ

Σχήμα 7.22 - Γωνία Ζυγού 100 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

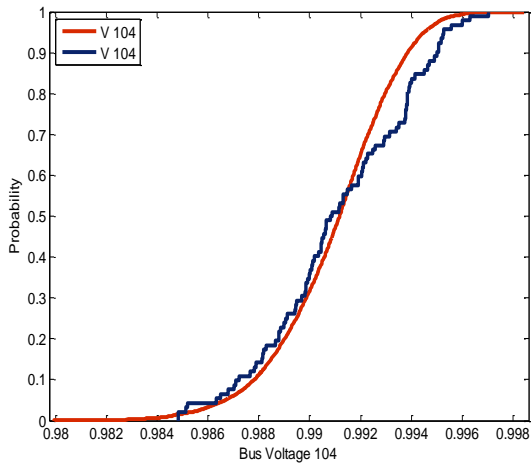


α) Ροή Εν. Ισχύος στην 100-11 –MC10000, NT/ΚΗ

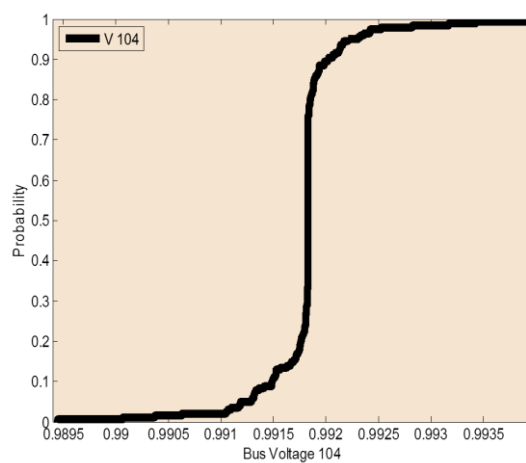


β) Ροή Εν. Ισχύος στην 100-11 –ME3Σ

Σχήμα 7.23 – Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 100-11 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

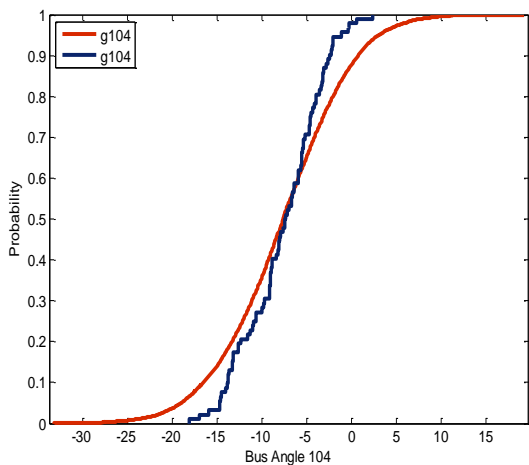


α) Τάση Ζυγού 104 – MC10000, NT/ΚΗ

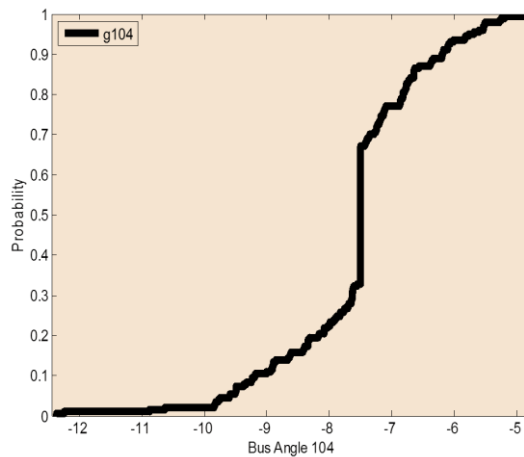


β) Τάση Ζυγού 104 – ME3Σ

Σχήμα 7.24 - Τάση Ζυγού 104 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

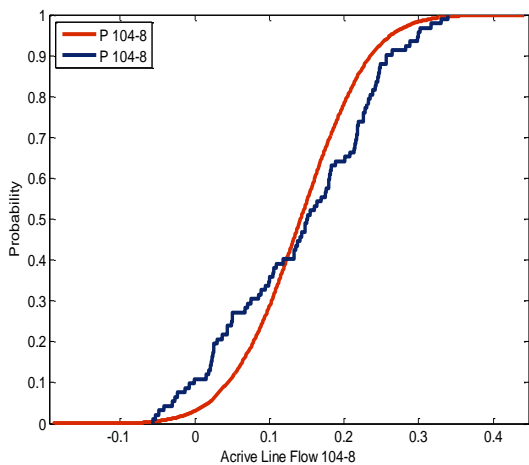


α) Γωνία Ζυγού 104 – MC10000, NT/KH

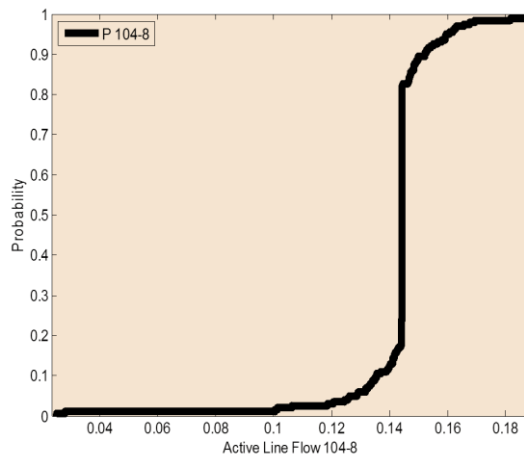


β) Γωνία Ζυγού 104 – ME3Σ

Σχήμα 7.25 - Γωνία Ζυγού 104 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)



α) Ροή Εν. Ισχύος στην 104-8 –MC10000, NT/KH



β) Ροή Εν. Ισχύος στην 104-8 –ME3Σ

Σχήμα 7.26 – Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 104-8 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

Μετά την παρουσίαση των παραπάνω διαγραμμάτων αλλά και την γενικότερη μελέτη της εφαρμογής της ME3Σ στο δίκτυο της Κρήτης διαπιστώνουμε ότι η εφαρμογή έδωσε αξιόπιστα αποτελέσματα και επιβεβαιώνεται η διαπίστωση ότι η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείου είναι μια γρήγορη και αξιόπιστη πιθανοτική μέθοδος με άκρως ικανοποιητικά αποτελέσματα, η χρήση της οποίας ενδείκνυται για πραγματοποίηση τόσο βραχυπρόθεσμου όσο και μακροπρόθεσμου προγραμματισμού ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Χωρίς αμφιβολία, το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η

ταχύτητα εκτέλεσης της, πράγμα που αποδεικνύεται από το γεγονός ότι η εφαρμογή της στο δίκτυο ήταν περίπου 56 φορές ταχύτερη από την εφαρμογή της MC 10000.

Αποδεικνύεται λοιπόν ότι παρά την μεγάλη έκταση του δικτύου η ΜΕ3Σ διατηρεί το συγκριτικό της πλεονέκτημα έναντι στην μέθοδο Monte Carlo αναφορικά με την ταχύτητα εκτέλεσης και παραμένει ταχύτατη και ακριβής μιας και το υπολογιστικό της κόστος δεν εξαρτάται από την έκταση του δικτύου που εξετάζεται αλλά από το πλήθος των αβέβαιων μεταβλητών εισόδου.

ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ

Για τις 7 π.μ. (minL) οι τιμές που λαμβάνουν οι κεντρικές ροπές των παραγωγών και των φορτίων του υποπίνακα busdata του Πίνακα Γ.1 του Παραρτήματος Γ φαίνονται στον Πίνακα Γ.4 και Πίνακα Γ.5 αντίστοιχα.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στους πίνακες που ακολουθούν φαίνονται ενδεικτικά κάποια αποτελέσματα τάσεων, γωνιών, ροών ισχύος και απωλειών, της εφαρμογής των μεθόδων ΜΕ3Σ και Monte Carlo 10.000, ενώ στην τρίτη στήλη παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ντετερμινιστική ανάλυση.

Bus	Μέτρο τάσης V (p.u.)					
	ΜΕ3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	1,00016	0,00164	1,00013	0,00221	1,00091	0,00084
72	1,01952	0,01514	1,01932	0,01672	1,01952	0,01514
73	1,00733	0,00793	1,00737	0,00799	1,00733	0,00793
83	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
85	1,01745	0,00844	1,01753	0,00827	1,01742	0,00841
86	1,00566	0,01143	1,00565	0,01178	1,00563	0,01119
87	1,00869	0,00621	1,00872	0,00636	1,00786	0,00341
88	1,01195	0,00827	1,01189	0,00828	1,01113	0,00593
89	1,01200	0,01048	1,01209	0,01083	1,01119	0,00804
90	1,02791	0,01406	1,02818	0,01391	1,02788	0,01395

91	1,00028	0,00321	1,00024	0,00355	0,99944	0,00370
92	1,00666	0,00776	1,00664	0,00808	1,00751	0,00742
93	1,00336	0,00633	1,00349	0,00669	1,00421	0,00621
94	1,00810	0,01439	1,00809	0,01547	1,00895	0,01377
96	1,01543	0,01030	1,01537	0,01034	1,01543	0,01030
98	1,01060	0,01062	1,01061	0,01107	1,01136	0,01048
99	1,00603	0,00678	1,00591	0,00695	1,00614	0,00667
100	0,99942	0,00238	0,99941	0,00264	0,99998	0,00155
102	1,00011	0,00255	1,00011	0,00292	1,00068	0,00184
104	0,99937	0,00126	0,99936	0,00158	0,99982	0,00153
105	0,99895	0,00816	0,99891	0,00833	0,99896	0,00920
106	0,99693	0,00763	0,99688	0,00792	0,99694	0,00860
107	0,99908	0,00760	0,99900	0,00777	0,99909	0,00884

Πίνακας 7.14 - Αποτελέσματα μεθόδων για τάσεις στους ζυγούς

Bus	Γωνία τάσης δ (μοίρες)					
	ΜΕ3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	-0,28960	4,27112	-0,29988	4,31627	-0,24658	0,85362
72	4,75320	6,12080	4,70929	6,21218	4,79722	4,26116
73	2,07618	4,67897	2,06517	4,73523	2,12019	2,11600
83	2,05683	8,74199	2,09873	8,80526	2,15082	3,85554
85	1,78265	7,73208	1,80502	7,78166	1,85787	2,31668
86	0,65452	7,78488	0,66885	7,84754	0,73014	2,55134
87	4,81460	8,25426	4,83585	8,32164	4,91065	4,18703
88	5,11556	8,30094	5,12804	8,35688	5,21274	4,34056
89	5,13283	8,42297	5,15934	8,48889	5,23119	4,57297
90	2,38654	7,78142	2,42346	7,82609	2,46198	2,61999
91	4,00290	8,10407	4,01713	8,16295	4,09455	3,73767
92	0,32016	7,34633	0,33156	7,40495	0,38583	2,17514
93	0,03289	7,30632	0,05782	7,36190	0,09870	2,04111
94	0,47849	7,53928	0,49068	7,62127	0,54507	2,47735

96	0,98303	6,56667	0,97652	6,61102	1,04719	1,93212
98	-0,32458	4,49491	-0,32472	4,56064	-0,28090	1,39751
99	0,12811	6,47404	0,11198	6,51780	0,19229	1,54240
100	-1,02714	6,68423	-1,02365	6,73814	-0,96346	1,53246
102	0,09898	6,89989	0,11095	6,96065	0,16199	1,93030
104	-0,9902	6,46971	-0,98848	6,52034	-0,92599	1,49445
105	-5,53775	8,54418	-5,54402	8,57355	-5,46348	3,66321
106	-5,72194	8,52827	-5,72881	8,57321	-5,64747	3,60668
107	-5,52643	8,51445	-5,53526	8,55374	-5,45240	3,63281

Πίνακας 7.15 - Αποτελέσματα μεθόδων για γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
P_{72-32}	0,04939	0,04297	0,04904	0,04302	0,04939	0,04297
P_{83-37}	0,05941	0,03838	0,06001	0,03805	0,05941	0,03838
P_{87-84}	0,06105	0,03877	0,06131	0,03879	0,06105	0,03877
P_{88-84}	0,05565	0,03586	0,05547	0,03571	0,05565	0,03586
P_{89-84}	0,05177	0,04295	0,05216	0,04308	0,05177	0,04295
P_{100-11}	-0,0021	0,11723	-0,0032	0,11668	-0,00243	0,04812
$P_{102-103}$	0,04313	0,04291	0,04346	0,04337	0,04313	0,04291
P_{104-8}	0,14149	0,11602	0,14219	0,11587	0,14195	0,07915

Πίνακας 7.16 - Αποτελέσματα μεθόδων για ροές ενεργού ισχύος στις γραμμές

Συνολικές Απώλειες					
ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
μ	σ	μ	σ	μ	σ
4,19642	1,00352	4,21131	1,11137	3,62885	1,10310

Πίνακας 7.17 - Αποτελέσματα μεθόδων για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Οι χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων ήταν $t_{ME3Σ} = 103.507 sec.$ και $t_{MC10000} = 5957.102 sec.$ Βλέπουμε ότι η ME3Σ ήταν σχεδόν 58 φορές ταχύτερη από την Monte Carlo 10000.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Με βάση τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte Carlo 10.000 δοκιμών, υπολογίζουμε τους τρεις δείκτες σφαλμάτων (σχέσεις (5.2) - (5.4)). Στους Πίνακες 7.18 και 7.19 που ακολουθούν παρατίθενται ενδεικτικά τα απόλυτα και σχετικά σφάλματα μερικών τιμών από αυτές που υπολογίστηκαν.

Μέγεθος		ΜΕ3Σ		Ντετερμινιστική ανάλυση	
		Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
V ₇₃	μ	3,88 10 ⁻⁵	0,00385	4,61 10 ⁻⁵	0,00457
	σ	5,81 10 ⁻⁵	0,72729	6,49 10 ⁻⁵	0,81191
V ₈₅	μ	8,53 10 ⁻⁵	0,00838	0,00012	0,01168
	σ	0,00017	2,12503	0,00013	1,64504
V ₉₀	μ	0,00027	0,02624	0,00030	0,02919
	σ	0,00014	1,03001	3,18 10 ⁻⁵	0,22867
V ₉₈	μ	1,1 10 ⁻⁵	0,00109	0,00074	0,07395
	σ	0,00044	4,04710	0,00059	5,33981
V ₉₉	μ	0,00012	0,01196	0,00023	0,02281
	σ	0,00016	2,42420	0,00028	4,09592
θ ₈₇	μ	0,02125	0,43950	0,07479	1,54669
	σ	0,06737	0,80964	4,13461	49,6850
θ ₉₁	μ	0,01423	0,35426	0,07741	1,92707
	σ	0,05888	0,72132	4,42528	54,2118
θ ₁₀₅	μ	0,00627	0,11308	0,08054	1,45275
	σ	0,02937	0,34260	4,91034	57,2731
θ ₁₀₇	μ	0,00882	0,15936	0,08286	1,49695
	σ	0,03928	0,45927	4,92093	57,5295

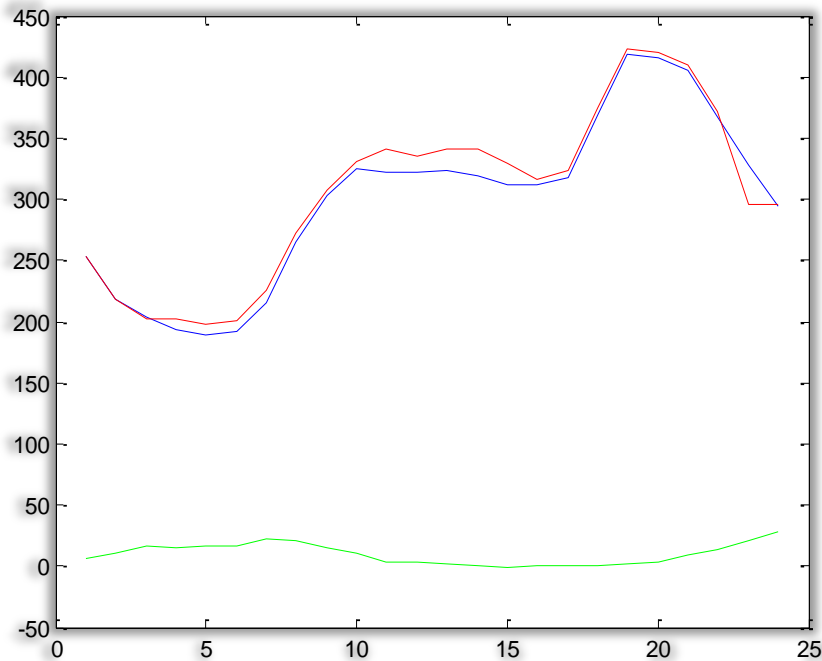
Πίνακας 7.18 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων τάσεων και γωνιών

Μέγεθος	ΜΕ3Σ		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
<i>P</i> ₇₂₋₃₂	0,00035	0,71392	0,00035	0,71394
<i>P</i> ₈₃₋₃₇	0,00059	0,98863	0,00059	0,98871
<i>P</i> ₈₇₋₈₄	0,00026	0,43421	0,00026	0,43421
<i>P</i> ₈₈₋₈₄	0,00018	0,32930	0,00018	0,32931
<i>P</i> ₈₉₋₈₄	0,00038	0,74544	0,00038	0,74556
<i>P</i> ₁₀₀₋₁₁	7,33 10 ⁻⁵	2,28942	0,00020	6,52463
<i>P</i> ₁₀₂₋₁₀₃	0,00033	0,76300	0,00033	0,76302
<i>P</i> ₁₀₄₋₈	0,00069	0,48689	0,00029	0,20384
Total Losses	0,01488	0,35343	0,58246	13,8308

Πίνακας 7.19 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων ροών ενεργού ισχύος

7.2.2 ΣΤΑΔΙΟ 2 - ΧΕΙΜΩΝΑΣ

Για αν έχουμε μια εικόνα των καμπυλών παραγωγής, ζήτησης και αιολικής παραγωγής για τους χειμερινούς μήνες και γενικότερα της συμπεριφοράς του δικτύου στους μήνες αυτούς, παρουσιάζονται στο παρακάτω Σχήμα 7.27 ενδεικτικά οι ημερήσιες καμπύλες της 15^{ης} Ιανουαρίου 2010. Η παραγωγή φαίνεται με μπλε χρώμα, η ζήτηση με κόκκινο ενώ με πράσινο χρώμα σχεδιάζεται η καμπύλη της αιολικής παραγωγής. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η ζήτηση τις μεσημβρινές ώρες είναι κατά πολύ μικρότερη από τις βραδινές σε αντίθεση με το Σχήμα 7.10 για τους καλοκαιρινούς μήνες, όπου βρίσκονταν στα ίδια περίπου επίπεδα.



Σχήμα 7.27 – Ημερήσιες καμπύλες 15^{ης} Ιανουαρίου

Μελετώντας τις 2160 (90 μέρες * 24 ώρες) διαθέσιμες τιμές φορτίου για το χειμώνα διαπιστώσαμε ότι η μέγιστη ζήτηση εμφανίστηκε στις 26 Ιανουαρίου, ώρα 8 μ.μ. και ανερχόταν σε 499,814 MW ενώ η ελάχιστη στις 22 Φεβρουαρίου, ώρα 5 π.μ. και ανερχόταν σε 165,601 MW.

Έτσι επικεντρώσαμε τη μελέτη μας στις δύο αυτές συγκεκριμένες ώρες όπου εμφανίστηκε το μέγιστο και το ελάχιστο φορτίο. Αρχικά συγκεντρώσαμε όλες τις τιμές φορτίου και παραγωγής κάθε ζυγού του δικτύου για κάθε μία από τις 90 μέρες του χειμώνα στις 8μ.μ. Ανάλογα εργαστήκαμε και για τις 5 π.μ. όπου είχαμε το ελάχιστο φορτίο.

Έτσι έχοντας για κάθε παραγωγή και για κάθε φορτίο 90 τιμές ήταν εύκολο να βρούμε τις κεντρικές τους ροπές που απαιτούν οι μέθοδοι ΜΕ3Σημείων (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, λοξότητα, κύρτωση) και Monte Carlo (μέση τιμή, τυπική απόκλιση).

Για την ντετερμινιστική ανάλυση έγινε 90 φορές εφαρμογή της μεθόδου Newton-Raphson μια για κάθε μέρα του χειμώνα, με τις παραγωγές και τα φορτία να λαμβάνουν τις τιμές που είχαν κάθε φορά στις 8 μ.μ. Με τον ίδιο τρόπο εργαστήκαμε και για τις 5π.μ. Τα τελικά αποτελέσματα (μέση τιμή, τυπική απόκλιση) προκύπτουν από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των 90 εφαρμογών της Newton-Raphson.

Οι δύο προσομοιώσεις που έγιναν για το καλοκαίρι παρουσιάζονται λεπτομερώς παρακάτω.

ΜΕΓΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ

Για τις 8 μ.μ. (maxL) οι τιμές που λαμβάνουν οι κεντρικές ροπές των παραγωγών και των φορτίων του υποπίνακα busdata του Πίνακα Γ.1 του Παραρτήματος Γ φαίνονται στον Πίνακα Γ.6 και Πίνακα Γ.7 αντίστοιχα.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στους πίνακες που ακολουθούν φαίνονται ενδεικτικά κάποια αποτελέσματα τάσεων, γωνιών, ροών ισχύος και απωλειών, της εφαρμογής των μεθόδων ΜΕ3Σ και Monte Carlo 10.000, ενώ στην τρίτη στήλη βλέπουμε τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ντετερμινιστική ανάλυση.

<u>Bus</u>	Μέτρο τάσης V (p.u.)					
	ΜΕ3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	0,99834	0,00000	0,99833	0,00211	0,99882	0,00189
72	1,02491	0,01600	1,02491	0,01638	1,02491	0,01600
73	1,01042	0,00837	1,01049	0,00840	1,01042	0,00837
83	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
85	1,00791	0,00874	1,00784	0,00896	1,00787	0,00867
86	1,00875	0,01330	1,00891	0,01366	1,00871	0,01323
87	1,00724	0,00663	1,00721	0,00694	1,00642	0,00420
88	1,00832	0,00886	1,00842	0,00922	1,00750	0,00678
89	1,01335	0,01022	1,01328	0,01048	1,01254	0,00844
90	1,02650	0,01277	1,02656	0,01287	1,02646	0,01275
91	1,00043	0,00330	1,00040	0,00355	0,99960	0,00255
92	1,00156	0,00682	1,00159	0,00718	1,00221	0,00662
93	1,00636	0,00967	1,00628	0,01019	1,00700	0,00967
94	1,00839	0,01375	1,00835	0,01479	1,00904	0,01351
96	1,00974	0,00974	1,00986	0,00982	1,00974	0,00974
98	1,01107	0,01125	1,01115	0,01174	1,01157	0,01157
99	1,00442	0,00682	1,00443	0,00703	1,00450	0,00693
100	0,99572	0,00251	0,99571	0,00279	0,99611	0,00211
102	0,99652	0,00265	0,99650	0,00305	0,99691	0,00233

104	0,99554	0,00152	0,99556	0,00186	0,99583	0,00201
105	0,99457	0,00986	0,99478	0,01019	0,99423	0,01185
106	0,99332	0,00963	0,99343	0,01010	0,99298	0,01159
107	0,99496	0,00947	0,99510	0,00974	0,99462	0,01175

Πίνακας 7.20 - Αποτελέσματα μεθόδων για τάσεις στους ζυγούς

Bus	Γωνία τάσης δ (μοίρες)					
	ME3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	-0,83543	5,49255	-0,80582	5,51239	-0,82589	3,61612
72	4,17680	6,62408	4,20952	6,63435	4,18965	6,55884
73	0,77244	5,13758	0,81035	5,14342	0,78528	4,53348
83	-2,72441	9,38364	-2,66749	9,38805	-2,67837	7,57284
85	-2,08962	8,17125	-2,03603	8,10975	-2,06445	6,37912
86	-1,99910	8,26514	-1,92311	8,22833	-1,97382	6,61925
87	1,23988	8,71412	1,29665	8,64466	1,28436	8,04511
88	1,33896	8,76386	1,40833	8,69239	1,38420	8,22698
89	1,81252	8,83039	1,86613	8,78103	1,85867	8,33270
90	-0,69167	8,19346	-0,62615	8,15962	-0,66645	6,53763
91	0,57883	8,55188	0,63654	8,48466	0,61983	7,69821
92	-2,30001	7,84298	-2,26552	7,81574	-2,28016	5,70937
93	-1,84402	7,90201	-1,81946	7,90506	-1,82496	5,99104
94	-1,64752	8,02672	-1,61953	8,02194	-1,62806	5,99865
96	-2,38658	7,12133	-2,33481	7,07936	-2,36649	5,32104
98	-2,59125	4,94560	-2,55484	4,97302	-2,57834	3,87362
99	-2,49221	7,13791	-2,46502	7,08413	-2,47272	5,25782
100	-3,83783	7,24035	-3,79927	7,19986	-3,81886	5,14015
102	-2,48967	7,46359	-2,46129	7,40552	-2,47123	5,60481
104	-3,76858	7,04492	-3,72847	7,00726	-3,74858	4,99761
105	-10,48876	9,04246	-10,375	9,01112	-10,47450	8,11547
106	-10,60336	9,03735	-10,4996	9,00956	-10,58900	8,05701
107	-10,45269	9,01819	-10,3462	8,97822	-10,43890	8,08887

Πίνακας 7.21 - Αποτελέσματα μεθόδων για γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
P_{72-32}	0,06452	0,04552	0,06455	0,04538	0,06452	0,04552
P_{83-37}	0,04746	0,04251	0,04755	0,04279	0,04746	0,04251
P_{87-84}	0,05085	0,04158	0,05074	0,04143	0,05085	0,04158
P_{88-84}	0,04010	0,03834	0,04055	0,03808	0,04010	0,03834
P_{89-84}	0,05480	0,04153	0,05461	0,04171	0,05480	0,04153
P_{100-11}	-0,0024	0,11565	-0,00274	0,11469	-0,00252	0,07934
$P_{102-103}$	0,05124	0,04519	0,05086	0,04521	0,05124	0,04519
P_{104-8}	0,19336	0,10980	0,19449	0,10856	0,19345	0,01007

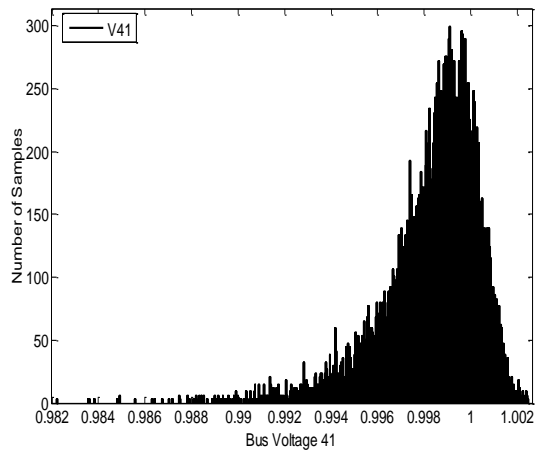
Πίνακας 7.22 - Αποτελέσματα μεθόδων για ροές ενεργού ισχύος στις γραμμές

Συνολικές Απώλειες					
ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
μ	σ	μ	σ	μ	σ
6,08318	1,02522	6,07959	1,18774	5,79311	1,48861

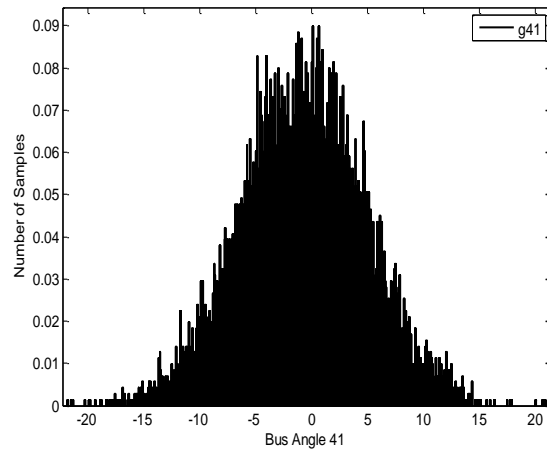
Πίνακας 7.23 - Αποτελέσματα μεθόδων για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Οι χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων ήταν $t_{ME3Σ} = 116.808 \text{ sec.}$ και $t_{MC10000} = 6583.614 \text{ sec.}$

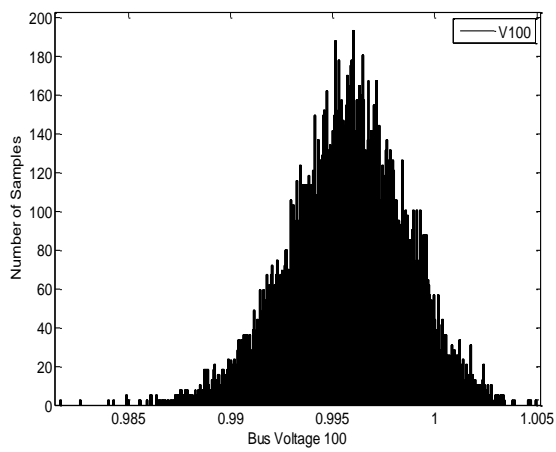
Μέσω των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης Monte Carlo 10000 δοκιμών σχεδιάζουμε τα ιστογράμματα των υπολογιζόμενων τιμών για κάποιες τάσεις, γωνίες και ροές ισχύος στις γραμμές τα οποία παρατίθενται στα Σχήματα 7.28–7.35 που ακολουθούν και μας παρέχουν μία εικόνα για τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής τους.



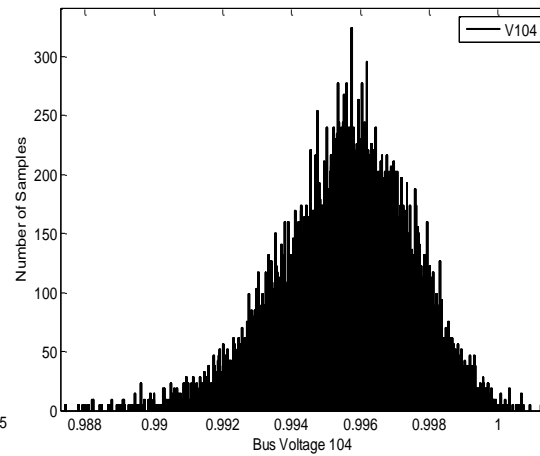
Σχήμα 7.28 – Τάση Ζυγού 41



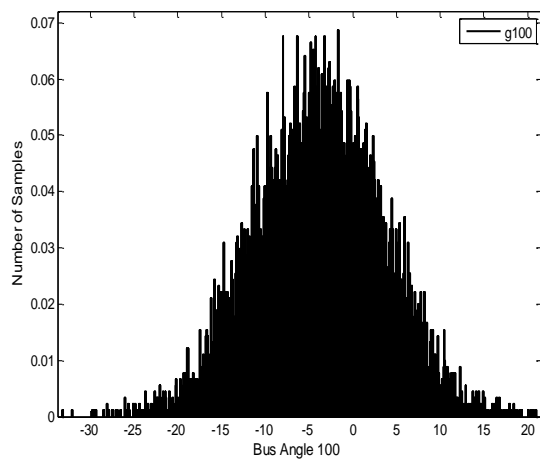
Σχήμα 7.29 – Γωνία Ζυγού 41



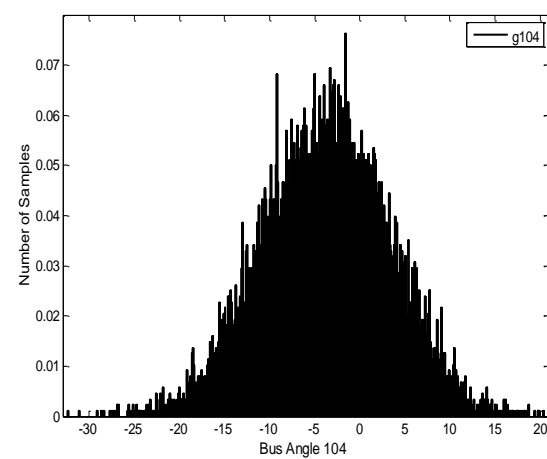
Σχήμα 7.30 – Τάση Ζυγού 100



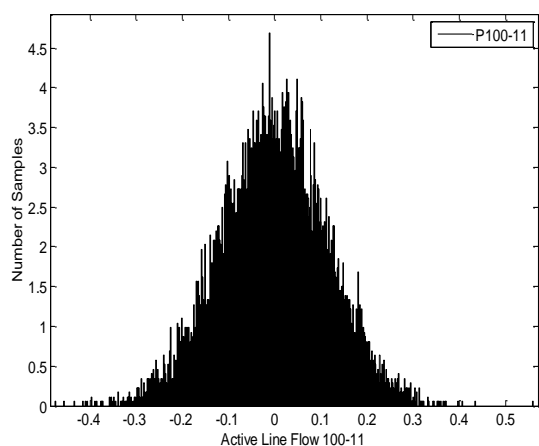
Σχήμα 7.31 – Τάση Ζυγού 104



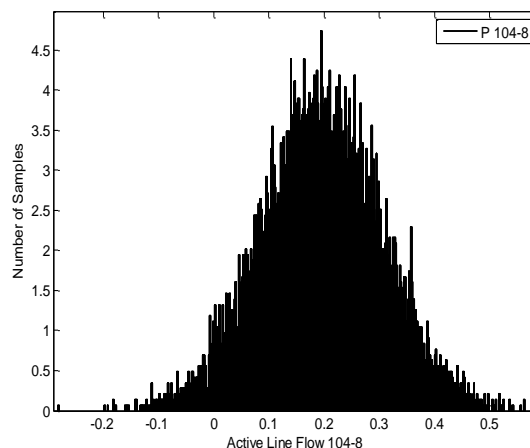
Σχήμα 7.32 – Γωνία Ζυγού 100



Σχήμα 7.33 – Γωνία Ζυγού 104



Σχήμα 7.34–Ροή εν. Ισχύος στη γραμμή 100-11



Σχήμα 7.35–Ροή εν. Ισχύος στη γραμμή 104-8

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Θεωρώντας τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte Carlo 10000 δοκιμών σαν το πραγματικό αποτέλεσμα, υπολογίζουμε τους τρεις δείκτες σφαλμάτων (σχέσεις (5.2)-(5.4)). Στους Πίνακες 7.24 και 7.25 που ακολουθούν παρατίθενται ενδεικτικά τα απόλυτα και σχετικά σφάλματα μερικών τιμών από αυτές που υπολογίστηκαν.

Μέγεθος	ΜΕ3Σ		Ντετερμινιστική ανάλυση		
	Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)	
V ₇₃	μ	6,81 10 ⁻⁵	0,00673	7,47 10 ⁻⁵	0,00739
	σ	2,39 10 ⁻⁵	0,28481	3,3 10 ⁻⁵	0,39278
V ₈₅	μ	7,28 10 ⁻⁵	0,00722	2,57 10 ⁻⁵	0,00254
	σ	0,00022	2,47984	0,00029	3,26099
V ₉₀	μ	5,83 10 ⁻⁵	0,00567	9,96 10 ⁻⁵	0,00970
	σ	0,00010	0,83192	0,00012	0,98871
V ₉₈	μ	7,25 10 ⁻⁵	0,00717	0,00042	0,04157
	σ	0,00048	4,13776	0,00017	1,49740
V ₉₉	μ	1,2 10 ⁻⁵	0,00119	6,07 10 ⁻⁵	0,00604
	σ	0,00021	3,07490	0,00010	1,52746
θ ₈₇	μ	0,05677	4,37826	0,01229	0,94805
	σ	0,06946	0,80359	0,59955	6,93549

θ_{91}	μ	0,05771	9,06620	0,01671	2,62640
	σ	0,06721	0,79224	0,78645	9,26909
θ_{105}	μ	0,11373	1,09625	0,09946	0,95873
	σ	0,03134	0,34782	0,89565	9,93938
θ_{107}	μ	0,10644	1,02883	0,09265	0,89550
	σ	0,03997	0,44527	0,88935	9,90564

Πίνακας 7.24 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων τάσεων και γωνιών

Μέγεθος	ΜΕ3Σ		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
P_{72-32}	$3,3110^{-5}$	0,05130	$3,45 \cdot 10^{-5}$	0,05350
P_{83-37}	$9,42 \cdot 10^{-5}$	0,19796	$9,89 \cdot 10^{-5}$	0,20797
P_{87-84}	0,00011	0,21172	0,00011	0,21596
P_{88-84}	0,00044	1,10322	0,00045	1,11887
P_{89-84}	0,00019	0,35216	0,00018	0,33439
P_{100-11}	$4,36 \cdot 10^{-5}$	1,59040	$5,91 \cdot 10^{-5}$	2,15662
$P_{102-103}$	0,00038	0,74696	0,00038	0,75127
P_{104-8}	0,00112	0,57992	0,00103	0,53132
Total Losses	0,00359	0,05909	0,28648	4,71222

Πίνακας 7.25 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων ροών ενεργού ισχύος

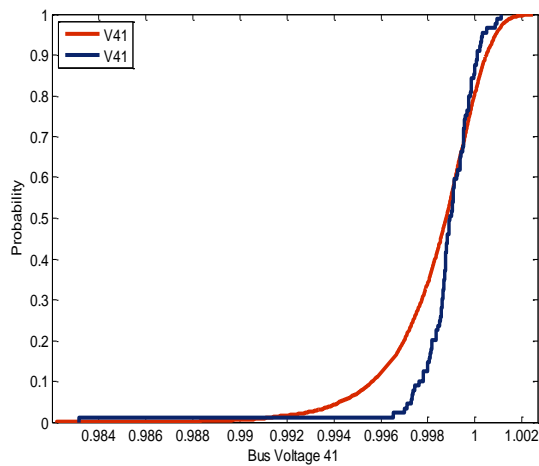
Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε ότι τα υπολογιζόμενα σφάλματα της Μεθόδου Εκτίμησης Σημείου έχουν ικανοποιητικά μικρές τιμές και για τη μελέτη στους χειμερινούς μήνες..

Αναφορικά με τους χρόνους εκτέλεσης των προγραμμάτων διαπιστώσαμε ότι η ΜΕ3Σ ήταν κάτι παραπάνω από 56 φορές ταχύτερη της Monte Carlo με τους χρόνους που απαιτήθηκαν για την εκτέλεση των προγραμμάτων, να είναι 6583.614 sec για την Monte Carlo και 116.808 sec για την ΜΕ3Σ.

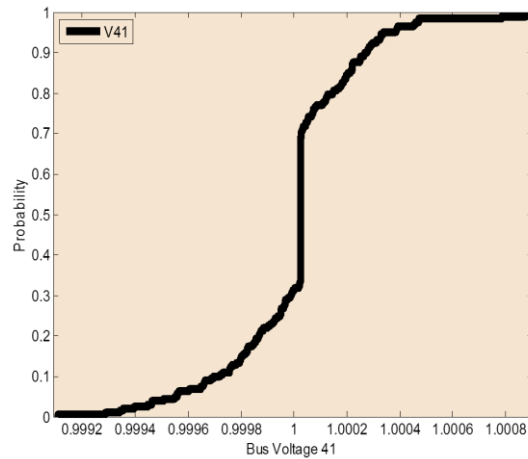
Παρακάτω στα Σχήματα 7.36-7.43 παρατίθενται η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (CDF) κάποιων μεγεθών που υπολογίστηκαν με τις μεθόδους ΜΕ3Σ, Monte Carlo 10000, και με βάση τη ντετερμινιστική ανάλυση, που μας επιτρέπουν να διαμορφώσουμε μια έστω πρόχειρη γραφική εικόνα των αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα βλέπουμε τη CDF της τάσης των ζυγών 41, 100 και 104 (Σχήμα 7.36-7.38-

7.41), της γωνίας των ζυγών 41, 100, 104 (Σχήμα 7.37-7.39-7.42) και της ροής ενεργού ισχύος στις γραμμές 100-11 και 104-8 (Σχήμα 7.40-7.43). Παρατηρούμε ότι οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας που προέκυψαν από την ME3Σ προσεγγίζουν με αρκετή ακρίβεια τις αντίστοιχες της Monte Carlo πολύ κοντά στις οποίες βρίσκονται και οι καμπύλες της ντετερμινιστικής ανάλυσης.

Στα σχήματα που ακολουθούν οι καμπύλες κόκκινου χρώματος αντιστοιχούν στη Monte Carlo 10000, με μπλε χρώμα βλέπουμε τις καμπύλες της ντετερμινιστικής ανάλυσης ενώ με μαύρο αυτές της ME3Σ.

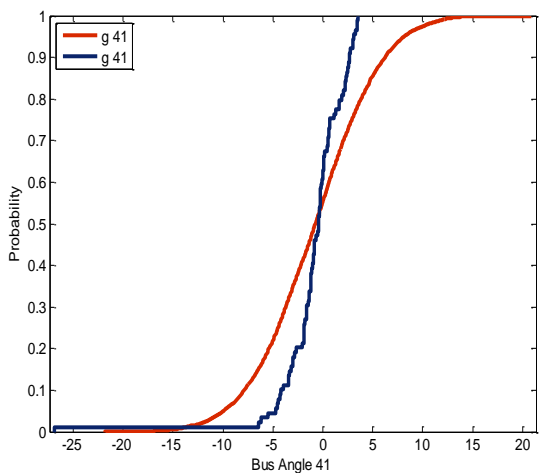


α) Τάση Ζυγού 41 – MC10000, NT/KH

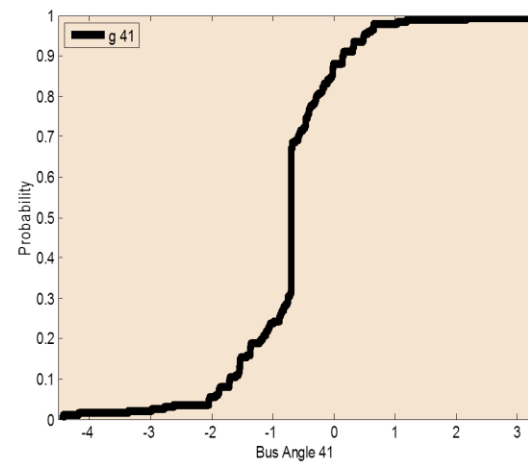


β) Τάση Ζυγού 41 – ME3Σ

Σχήμα 7.36 - Τάση Ζυγού 41 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

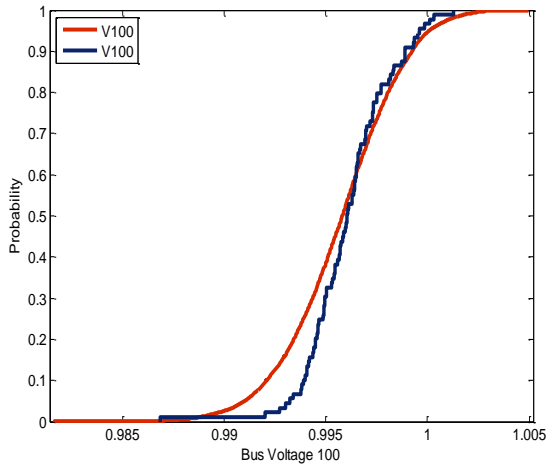


α) Γωνία Ζυγού 41 – MC10000, NT/KH

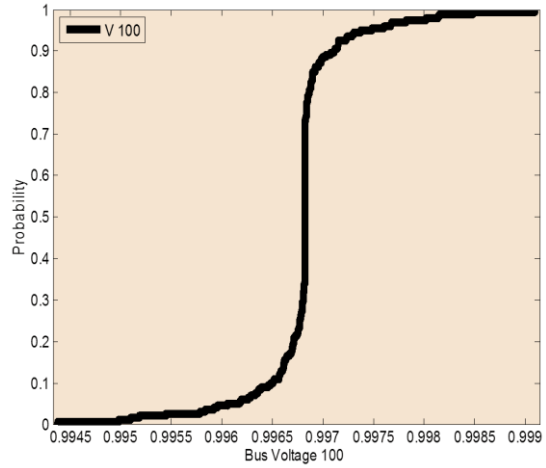


β) Γωνία Ζυγού 41 – ME3Σ

Σχήμα 7.37 - Γωνία Ζυγού 41 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

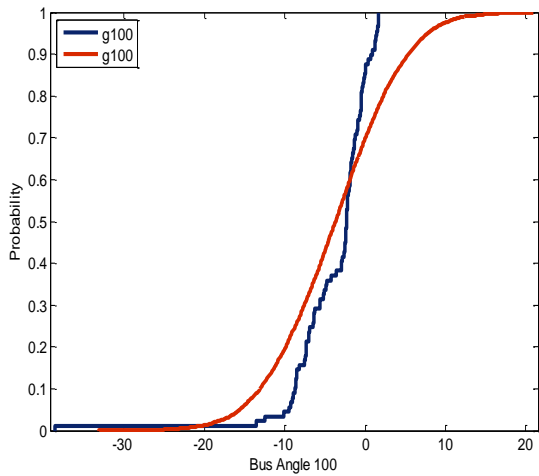


α) Τάση Ζυγού 100 – MC10000, NT/KH

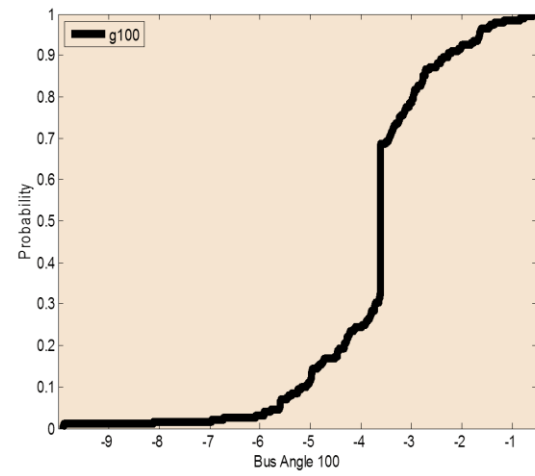


β) Τάση Ζυγού 100 – ME3Σ

Σχήμα 7.38 - Τάση Ζυγού 100 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

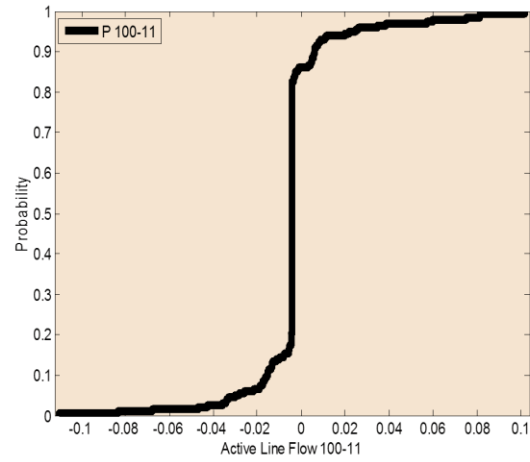
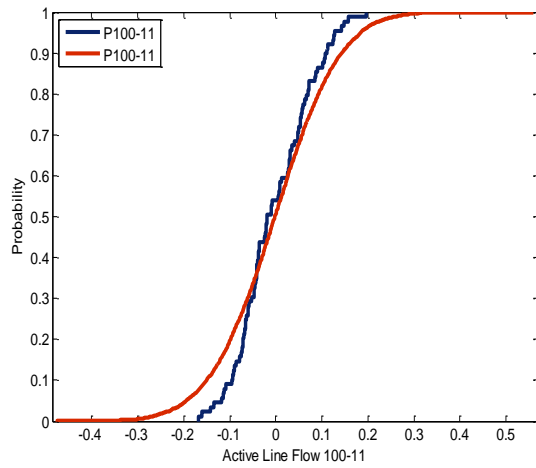


α) Γωνία Ζυγού 100 – MC10000, NT/KH



β) Γωνία Ζυγού 100 – ME3Σ

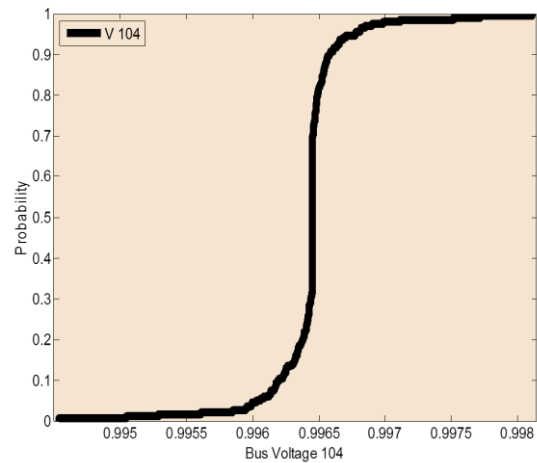
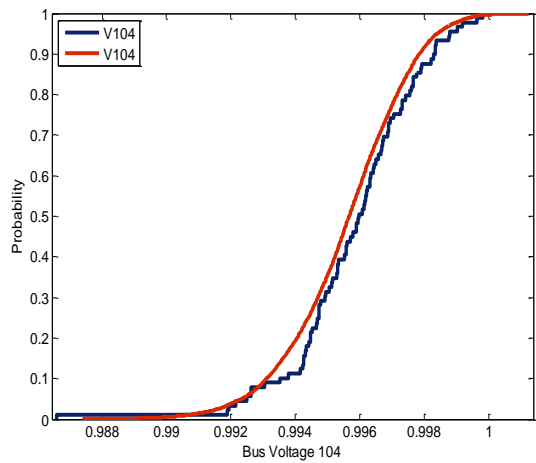
Σχήμα 7.39 - Γωνία Ζυγού 100 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)



α) Ροή Εν. Ισχύος στην 100-11–MC10000, NT/KH

β) Ροή Εν. Ισχύος στην 100-11–ME3Σ

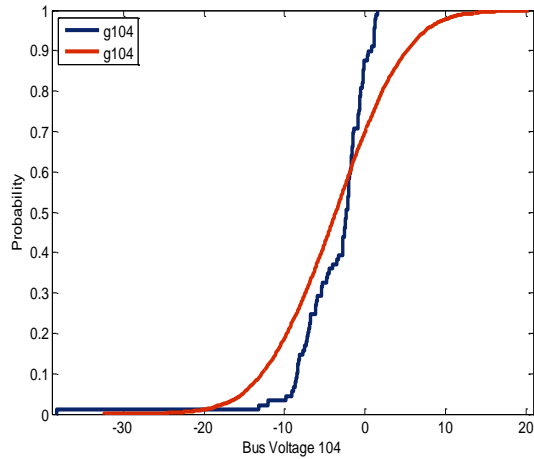
Σχήμα 7.40 – Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 100-11 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)



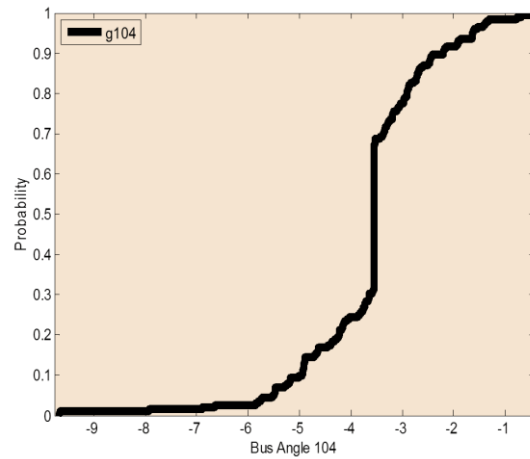
α) Τάση Ζυγού 104 – MC10000, NT/KH

β) Τάση Ζυγού 104 – ME3Σ

Σχήμα 7.41 - Τάση Ζυγού 104 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

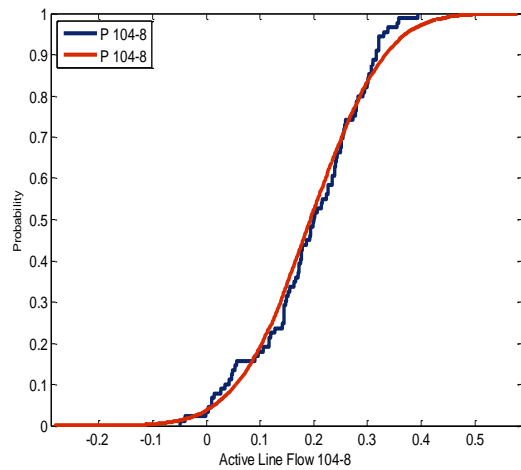


Γωνία Ζυγού 104 – MC10000, NT/KH

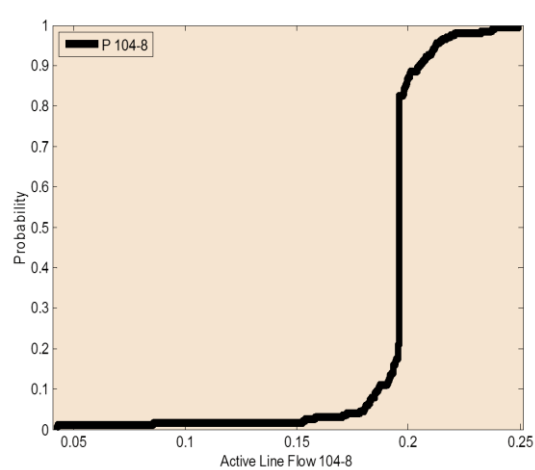


β) Γωνία Ζυγού 104 – ΜΕ3Σ

Σχήμα 7.42 - Γωνία Ζυγού 104 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)



α) Ροή Εν. Ισχύος στην 104-8–MC10000, NT/KH



β) Ροή Εν. Ισχύος στην 104-8–ΜΕ3Σ

Σχήμα 7.43 – Ροή Εν. Ισχύος στη γραμμή 104-8 (Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής)

ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΦΟΡΤΙΟ

Για τις 5 π.μ. (minL) οι τιμές που λαμβάνουν οι κεντρικές ροπές των παραγωγών και των φορτίων του υποπίνακα busdata του Πίνακα Γ.1 του Παραρτήματος Γ φαίνονται στον Πίνακα Γ.8 και Πίνακα Γ.9 αντίστοιχα.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στους πίνακες που ακολουθούν φαίνονται ενδεικτικά κάποια αποτελέσματα τάσεων, γωνιών, ροών ισχύος και απωλειών, της εφαρμογής των μεθόδων ΜΕ3Σ και Monte Carlo 10.000, ενώ στην τρίτη στήλη παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ντετερμινιστική ανάλυση.

<u>Bus</u>	Μέτρο τάσης V (p.u.)					
	ΜΕ3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	1,00214	0,00163	1,00213	0,00183	1,00271	0,00036
72	1,01388	0,00942	1,00095	0,00971	1,01388	0,00942
73	1,00593	0,00421	1,00095	0,00421	1,00593	0,00421
83	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
85	1,00687	0,00569	1,00683	0,00573	1,00689	0,00569
86	1,00482	0,00925	1,00494	0,00962	1,00484	0,00920
87	1,00648	0,00366	1,00647	0,00369	1,00635	0,00307
88	1,00828	0,00546	1,00835	0,00547	1,00815	0,00504
89	1,00942	0,00611	1,00939	0,00623	1,00930	0,00575
90	1,02333	0,00887	1,02337	0,00883	1,02335	0,00887
91	1,00138	0,00140	1,00137	0,00149	1,00125	0,00146
92	1,00716	0,00507	1,00718	0,00519	1,00802	0,00418
93	1,01072	0,00590	1,01069	0,00604	1,01158	0,00518
94	1,00716	0,00617	1,00715	0,00637	1,00802	0,00548
96	1,00806	0,00638	1,00814	0,00634	1,00806	0,00638
98	1,00990	0,00614	1,00993	0,00634	1,01049	0,00605
99	1,00413	0,00456	1,00414	0,00469	1,00424	0,00455
100	1,00331	0,00231	1,00331	0,00241	1,00385	0,00075
102	1,00392	0,00242	1,00391	0,00255	1,00446	0,00105

104	1,00315	0,00106	1,00317	0,00125	1,00359	0,00066
105	1,00102	0,00441	1,00112	0,00447	1,00135	0,00445
106	1,00004	0,00433	1,00008	0,00447	1,00037	0,00433
107	1,00142	0,00425	1,00148	0,00428	1,00175	0,00437

Πίνακας 7.26 - Αποτελέσματα μεθόδων για τάσεις στους ζυγούς

Bus	Γωνία τάσης δ (μοίρες)					
	ΜΕ3Σ		MC 10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
41	-0,61407	3,66269	-0,57442	3,63675	-0,57293	1,68206
72	2,86319	4,43763	2,90604	4,43306	2,90509	3,27392
73	1,17295	3,83177	1,21832	3,81344	1,21485	2,24014
83	-0,54264	7,29703	-0,46572	7,25342	-0,45069	3,31976
85	-0,39191	6,72666	-0,31636	6,66759	-0,31938	2,81211
86	-0,58125	6,78739	-0,49076	6,73956	-0,50863	2,96755
87	1,50205	6,89623	1,58025	6,83232	1,57656	3,41160
88	1,66256	6,93355	1,74792	6,86444	1,73717	3,48660
89	1,76949	6,95189	1,84578	6,89101	1,84411	3,51099
90	0,84073	6,74459	0,92410	6,69935	0,91321	2,97307
91	1,02985	6,84499	1,10845	6,78039	1,10385	3,21253
92	-0,47889	6,51304	-0,42231	6,46186	-0,41586	2,49556
93	-0,14554	6,52222	-0,09447	6,48715	-0,08310	2,60279
94	-0,46886	6,52449	-0,41549	6,47854	-0,40587	2,60961
96	-0,07957	5,76585	-0,00788	5,71182	-0,01884	2,56367
98	-0,48916	3,82686	-0,44406	3,80955	-0,44801	1,90833
99	-0,44509	5,73786	-0,38600	5,67991	-0,38461	2,36279
100	-1,2204	5,94407	-1,15739	5,89238	-1,16021	2,39580
102	-0,42332	6,03112	-0,36596	5,96729	-0,36388	2,49352
104	-1,14827	5,75331	-1,08359	5,70420	-1,08761	2,38359
105	-4,25085	7,40292	-4,13689	7,34499	-4,17293	3,22938
106	-4,33892	7,40292	-4,22982	7,34282	-4,26091	3,20349
107	-4,21429	7,39530	-4,10398	7,32968	-4,13646	3,21146

Πίνακας 7.27 - Αποτελέσματα μεθόδων για γωνίες στους ζυγούς

Ροές ισχύος στις γραμμές	ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
P_{72-32}	0,03252	0,02384	0,03254	0,02376	0,03252	0,02383
P_{83-37}	0,02499	0,02011	0,02503	0,02023	0,02499	0,02011
P_{87-84}	0,03241	0,02075	0,03236	0,02068	0,03241	0,02075
P_{88-84}	0,02957	0,02182	0,02983	0,02166	0,02957	0,02182
P_{89-84}	0,03116	0,02268	0,03106	0,02278	0,03116	0,02268
P_{100-11}	0,02660	0,10888	0,02647	0,10792	0,02618	0,02965
$P_{102-103}$	0,03074	0,02589	0,03052	0,02589	0,03074	0,02588
P_{104-8}	0,04037	0,09531	0,04124	0,09518	0,04094	0,04786

Πίνακας 7.28 - Αποτελέσματα μεθόδων για ροές ενεργού ισχύος στις γραμμές

Συνολικές Απώλειες					
ME3Σ		MC10000		Ντετερμινιστική ανάλυση	
μ	σ	μ	σ	μ	σ
1,95413	0,69231	1,94626	0,71931	1,42354	0,34832

Πίνακας 7.29 - Αποτελέσματα μεθόδων για τις απώλειες ισχύος στις γραμμές

Σε αυτό το σημείο αξίζει να καταγραφούν οι χρόνοι εκτέλεσης των προγραμμάτων οι οποίοι ήταν $t_{ME3Σ} = 124.389 \text{ sec.}$ και $t_{MC10000} = 7048.916 \text{ sec.}$ δηλαδή η ME3Σ ήταν σχεδόν 57 φορές ταχύτερη.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Με βάση τα αποτελέσματα της μεθόδου Monte Carlo 10.000 δοκιμών, που λαμβάνονται ως πραγματικά, υπολογίζουμε τους τρεις δείκτες σφαλμάτων (σχέσεις (5.2)-(5.4)). Στους Πίνακες 7.30 και 7.31 που ακολουθούν παρατίθενται ενδεικτικά τα απόλυτα και σχετικά σφάλματα μερικών τιμών από αυτές που υπολογίστηκαν.

Μέγεθος		ΜΕΣΣ		Ντετερμινιστική ανάλυση	
		Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
V ₇₃	μ	3,43 10 ⁻⁵	0,00340	4 10 ⁻⁵	0,00397
	σ	3,53 10 ⁻⁶	0,08382	5,54 10 ⁻⁶	0,13131
V ₈₅	μ	4,08 10 ⁻⁵	0,00405	5,28 10 ⁻⁵	0,00524
	σ	4,38 10 ⁻⁵	0,76339	4,55 10 ⁻⁵	0,79318
V ₉₀	μ	4,67 10 ⁻⁵	0,00455	2,93 10 ⁻⁵	0,00286
	σ	3,76 10 ⁻⁵	0,42562	3,71 10 ⁻⁵	0,42014
V ₉₈	μ	3,09 10 ⁻⁵	0,00305	0,00055	0,05475
	σ	0,00020	3,15989	0,00029	4,68303
V ₉₉	μ	9,34 10 ⁻⁶	0,00093	9,39 10 ⁻⁶	0,00934
	σ	0,00013	2,91792	0,00014	3,14768
θ ₈₇	μ	0,07820	4,94867	0,00369	0,23381
	σ	0,06391	0,93542	3,42072	50,0667
θ ₉₁	μ	0,07860	7,09124	0,00460	0,41573
	σ	0,06460	0,95277	3,56786	52,6203
θ ₁₀₅	μ	0,11396	2,75476	0,03604	0,87120
	σ	0,05793	0,78874	4,11561	56,0329
θ ₁₀₇	μ	0,11031	2,68805	0,03247	0,79137
	σ	0,06561	0,89525	4,11822	56,1855

Πίνακας 7.30 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων τάσεων και γωνιών

Μέγεθος	ΜΕΣΣ		Ντετερμινιστική ανάλυση	
	Απόλυτο	Σχετικό(%)	Απόλυτο	Σχετικό(%)
P ₇₂₋₃₂	1,73 10 ⁻⁵	0,05328	2,45 10 ⁻⁵	0,07533
P ₈₃₋₃₇	4,45 10 ⁻⁵	0,17781	4,91 10 ⁻⁵	0,19593
P ₈₇₋₈₄	5,61 10 ⁻⁵	0,17350	4,82 10 ⁻⁵	0,14901
P ₈₈₋₈₄	0,00025	0,85335	0,00026	0,87423
P ₈₉₋₈₄	0,00010	0,33815	9,68 10 ⁻⁵	0,31150
P ₁₀₀₋₁₁	0,00012	0,47605	0,00029	1,10242
P ₁₀₂₋₁₀₃	0,00021	0,69296	0,00021	0,69898
P ₁₀₄₋₈	0,00047	1,14891	0,00030	0,72763
Total Losses	0,00786	0,40426	0,52272	26,8579

Πίνακας 7.31 - Ενδεικτικές τιμές Σφαλμάτων ροών ενεργού ισχύος

7.3 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Έχοντας ολοκληρώσει τη μελέτη μας πάνω στο πραγματικό δίκτυο 107 ζυγών της Κρήτης διαπιστώνουμε ότι η εφαρμογή της ΜΕ3Σ έδωσε και εδώ αξιόπιστα αποτελέσματα αποδεικνύοντας ότι πρόκειται για μια πολύ γρήγορη, εύχρηστη και αξιόπιστη πιθανοτική μέθοδος με άκρως ικανοποιητικά αποτελέσματα ακόμα και σε μεγάλης έκτασης δίκτυα με πολλές αβέβαιες μεταβλητές.

Η ΜΕ3Σ λοιπόν αποτελεί ένα δυνατό εργαλείο στα χέρια των μηχανικών για την πραγματοποίηση πιθανοτικής ανάλυσης που λόγω της ακρίβειας της αλλά κυρίως λόγω της ταχύτητας της μπορεί να βρει χρήση σε πολλές εφαρμογές. Ένα παράδειγμα πεδίου εφαρμογής της είναι ο προγραμματισμός συντήρησης των εγκαταστάσεων και των συνδέσεων κάποιου αιολικού πάρκου.

Οι διαχειριστές του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας έχοντας στη διάθεση τους συνεχή βραχυπρόθεσμη/μεσοπρόθεσμη πρόβλεψη για τις π.χ. επόμενες 120 ώρες (5 μέρες) μπορούν με τη βοήθεια της ΜΕ3Σ να προβλέψουν τη συμπεριφορά και λειτουργία του δικτύου και εξετάζοντας την απόδοση που θα έχει με βάση κάποια προκαθορισμένα όρια, μπορούν να επιλέξουν τη μέρα ή την περίοδο όπου η ταχύτητα του ανέμου και κατ'επέκταση η απόδοση του πάρκου, θα είναι χαμηλότερη ώστε να προγραμματίσουν συντήρηση, όπως καθαρισμό εναέριων γραμμών κ.λπ. Με αυτόν τον τρόπο η αιολική ισχύς που θα χαθεί λόγω της διακοπής της λειτουργίας του πάρκου θα είναι η μικρότερη δυνατή. Η πληροφορία αυτή είναι χρήσιμη και για τους ιδιοκτήτες των αιολικών πάρκων οι οποίοι μπορούν τη μέρα ή περίοδο εκείνη να προγραμματίσουν συντήρηση των ανεμογεννητριών του πάρκου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

8.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η πιθανοτική ανάλυση των ροών φορτίου σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας πλεονεκτεί σημαντικά σε σύγκριση με την ντετερμινιστική ανάλυση μιάς και λαμβάνει υπ' όψιν την αβεβαιότητα και τη στατιστική φύση των δεδομένων μεγεθών, δηλαδή των φορτίων και της παραγωγής, και υπολογίζει τα άγνωστα μεγέθη ως τυχαίες μεταβλητές με μία μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Οι περισσότερες παράμετροι του δικτύου, όπως οι εγχύσεις ενεργού και αέργου ισχύος στους ζυγούς, οι παράμετροι των γραμμών αλλά και η ίδια η τοπολογία του δικτύου, είναι μεγέθη τα οποία χαρακτηρίζει αβεβαιότητα και συνεπώς θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές.

Από το 1973 οπότε έγινε και η πρώτη επιτυχημένη προσπάθεια αντιμετώπισης του προβλήματος ροής φορτίου με πιθανοτικό τρόπο από τη Barbara Borkowska, έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι που προσαρμόστηκαν κατάλληλα ώστε να επιλύουν πιθανοτικά τη ροή φορτίου ενός ΣΗΕ. Στην παρούσα διπλωματική εργασία προτείνεται η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείων (ΜΕΣ) και συγκεκριμένα η ΜΕ3Σημείων η οποία εφαρμόστηκε σε 3 διαφορετικά δίκτυα ώστε να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα και η ακρίβειά της.

Γενικά παρατηρήσαμε ότι πρόκειται για μία απλή και εύχρηστη μέθοδο η οποία προσεγγίζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των στοχαστικών μεταβλητών χρησιμοποιώντας μόνο τις 4 πρώτες κεντρικές ροπές (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, λοξότητα, κύρτωση), μεγέθη που υπολογίζονται εύκολα δοθείσης της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Έτσι απαιτούνται λιγότερα δεδομένα.

Επίσης, για n πλήθος τυχαίων παραμέτρων απαιτούνται $3n$ ντετερμινιστικές ροές φορτίου. Το γεγονός ότι χρησιμοποιούνται οι μη γραμμικές εξισώσεις ροών φορτίου αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου έναντι άλλων που απαιτούν τη γραμμικοποίησή τους γύρω από ένα ή περισσότερα σημεία. Έτσι η Μέθοδος Εκτίμησης 3 Σημείων αποτελεί μια εύκολη στη χρήση πιθανοτική μέθοδο η εφαρμογή της οποίας απαιτεί εκτέλεση απλών αριθμητικών πράξεων.

Για να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα αναφορικά με την ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου, έγινε εφαρμογή της σε 3 διαφορετικής έκτασης δίκτυα. Το πρώτο ήταν το σχετικά απλό δίκτυο 6 ζυγών της IEEE, το δεύτερο ήταν το δίκτυο 14 ζυγών της IEEE στο οποίο εξετάσαμε τη συμπεριφορά της μεθόδου και μετά την προσθήκη αιολικών παραγωγών ενώ τελευταίο ήταν το δίκτυο της Κρήτης, ένα μεγάλης έκτασης πραγματικό δίκτυο 107 ζυγών η εφαρμογή στο οποίο μας επιτρέπει να βγάλουμε

και τα πιο ασφαλή συμπεράσματα. Τα αποτελέσματα σε όλες τις εφαρμογές των δικτύων συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα της μεθόδου Monte Carlo που θεωρείται μία ευρέως αποδεκτή και ακριβής μέθοδος για πιθανοτική επίλυση, η οποία αποδεικνύεται ότι προσεγγίζει το πραγματικό αποτέλεσμα σχεδόν απόλυτα με την προϋπόθεση αρκετά μεγάλου αριθμού δοκιμών. Μετά τη σύγκριση, τα αποτελέσματα της μεθόδου αποδεικνύονται ακριβή με πολύ μικρές έως μηδαμινές αποκλίσεις, οδηγώντας μας στο συμπέρασμα ότι πρόκειται τελικά για μία ακριβή πιθανοτική μέθοδο.

Πέρα όμως από την ακρίβεια, το μεγάλο πλεονέκτημα της προτεινόμενης μεθόδου, αναμφίβολα είναι η ταχύτητα εκτέλεσης της. Είναι χαρακτηριστικό πως για το σύστημα των 14 ζυγών (Εφαρμογή-1) ήταν 144 φορές ταχύτερη σε σχέση με τη Monte Carlo 10000 δοκιμών ενώ στις εφαρμογές στο δίκτυο της Κρήτης λόγω της αύξησης των μεταβλητών εισόδου, η υπεροχή της «περιορίστηκε» σε 55 φορές περίπου. Αποδεικνύεται λοιπόν ότι παραμένει αποδοτική και ταχύτερη δίχως να επηρεάζεται από την έκταση του δικτύου μιας και το υπολογιστικό κόστος της εξαρτάται μονάχα από τον αριθμό των αβέβαιων μεταβλητών, η αύξηση του οποίου δεν επηρεάζει την ακρίβεια της.

Η μέθοδος Monte-Carlo, εδώ με 10000 επαναλήψεις, αποτελεί στην ουσία την πλήρη προσομοίωση του συστήματος. Κάθε μέγεθος σε αυτήν καθορίζεται αυστηρά στα δεδομένα ή υπολογίζεται από συγκεκριμένους τύπους μέσα σε αυτήν. Σε κάθε επίλυση της μεθόδου έχουμε την ακριβή τιμή κάθε μεγέθους που σχετίζεται με το σύστημα καθώς επιλύονται όλες οι εξισώσεις που το διέπουν. Αυτό αποτελεί και το πιο ισχυρό πλεονέκτημα της.

Από την άλλη πλευρά, η ανάγκη επίλυσης τόσων εξισώσεων στη μέθοδο Monte-Carlo την καθιστά αρκετά χρονοβόρα γεγονός που είναι σημαντικό όταν οι επαναλήψεις που απαιτούνται είναι πολλές. Σε αυτήν την περίπτωση εκτελούνται λιγότερες επαναλήψεις με επιλεκτικές τιμές γεγονός που επηρεάζει την ακρίβεια του αποτελέσματος. Με λίγα λόγια η μέθοδος Monte-Carlo μπορεί να μας δώσει αξιόπιστα και γρήγορα αποτελέσματα όταν πρόκειται να επιλύσει το σύστημα των εξισώσεων λίγες φορές. Σε αντίθετη περίπτωση προκειμένου τα αποτελέσματα να είναι άμεσα αξιοποιήσιμα θα πρέπει να παραλείψουμε επαναλήψεις, άρα και δεδομένα, γεγονός που μειώνει την αξιοπιστία της μεθόδου.

Από την παραπάνω ανάλυση εύλογα μπορεί να συμπεράνει κανείς ότι είναι δύσκολο να προταθεί μία συγκεκριμένη μέθοδος για την επίλυση της πιθανοτικής ροής φορτίου. Η επιλογή της μεθόδου εξαρτάται από τον αριθμό των δεδομένων, το μέγεθος του συστήματος που εξετάζεται, την επιθυμητή ακρίβεια που απαιτείται στα αποτελέσματα σε συνάρτηση με το χρόνο που διατίθεται.

Επιλεκτικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι για μικρό σύστημα, με λίγα δεδομένα ενδείκνυται η χρήση της Monte-Carlo καθώς θα προσφέρει τα περισσότερο ακριβή

αποτελέσματα σε σχετικά μικρό χρόνο. Εναλλακτικά, σε περίπτωση μεγαλύτερου δικτύου και μεγάλου όγκου δεδομένων προτείνεται η ΜΕ3Σ η οποία θα δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα σε μικρό χρόνο.

8.2 ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Το βασικό σημείο στο οποίο η Μέθοδος Εκτίμησης 3 Σημείων και γενικότερα η Μέθοδος Εκτίμησης Σημείων υστερεί σε σχέση με άλλες μεθόδους όπως και με τη Monte Carlo με την οποία γίνεται σύγκριση στην παρούσα διπλωματική εργασία, είναι ότι υπολογίζονται αποκλειστικά οι ροπές των αγνώστων μεγεθών και δεν δίνεται η δυνατότητα αποτύπωσης της μορφής της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Βέβαια, μία υποτυπώδης αναπαράσταση μπορεί να υπάρξει μέσω των 3η σημείων που υπολογίζονται από την ντετερμινιστική ροή φορτίου. Γι' αυτό το λόγο, θα είχε μεγάλο ενδιαφέρον ο συνδυασμός της μεθόδου με μια εκ των Gram-Charlier, Cornish-Fisher, με τις οποίες γνωρίζοντας τις ροπές μέχρι μιας ανώτερης τάξης μπορεί να υπολογιστεί η αναλυτική έκφραση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Μία επιπλέον επέκταση που θα μπορούσε να γίνει είναι να μελετηθούν ξανά τα δίκτυα λαμβάνοντας περισσότερα στοιχεία τους ως αβέβαιες παραμέτρους. Για παράδειγμα ως αβέβαιη παράμετρος μπορεί να θεωρηθεί και η ίδια η τοπολογία του δικτύου. Γνωρίζουμε ότι γραμμές μεταφοράς, μονάδες παραγωγής ή και άλλα επιμέρους στοιχεία ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως π.χ. οι μετασχηματιστές, συχνά τίθενται εκτός λειτουργίας λόγω βλαβών ή προγραμματισμένων διακοπών για καθαρισμό, συντήρηση, αντικατάσταση κ.λπ.. Συνεπώς, παράλληλα με τα στοιχεία που λαμβάνονται ως τυχαίες μεταβλητές στην παρούσα εργασία, υπάρχουν αρκετά ακόμη που ενώ εδώ έχουν θεωρηθεί σταθερά στην πραγματικότητα δεν είναι, γι αυτό και θα είχε μεγάλο ενδιαφέρον η μελέτη των δικτύων λαμβάνοντας και αυτά τα στοιχεία υπ' όψιν. Μια τέτοια μελέτη σε συνδυασμό με την παρούσα, θα μας βοηθούσε να διαπιστώσουμε ποιά είναι η επίδραση κάθε στοιχείου τόσο στο χρόνο εκτέλεσης όσο και στην ακρίβεια της μεθόδου.

Μεγάλο ενδιαφέρον θα είχε και η μελέτη της μεθόδου με εκτίμηση περισσότερων των 3 σημείων όπως π.χ. 4,5 ή και παραπάνω. Σίγουρα η αύξηση των σημείων εκτίμησης θα συνοδεύεται από αύξηση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων αλλά και ο χρόνος εκτέλεσης θα αυξηθεί και αυτός ανάλογα. Με μία εμπειρισταωμένη μελέτη μπορεί να βρεθεί ο αριθμός των σημείων εκτίμησης της κατανομής των άγνωστων μεγεθών, ο οποίος βελτιστοποιεί τη συμπεριφορά της μεθόδου για την επίλυση της ροής φορτίου και επιτυγχάνεται η χρυσή τομή μεταξύ ακρίβειας και ταχύτητας σε διαφορετικά δίκτυα είτε

πολλών αβέβαιων μεταβλητών είτε λιγότερων. Πρόσφατες έρευνες πάντως έχουν δείξει ότι η χρυσή αυτή τομή σε μεγάλης έκτασης δίκτυα πολλών αβέβαιων παραμέτρων, τα οποία είναι αυτά που παρουσιάζουν και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον, επιτυγχάνεται εκτιμώντας την κατανομή των αγνώστων μεγεθών με 3 σημεία. Τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται με εκτίμηση 4 ή περισσότερων σημείων είναι σίγουρα ακριβέστερα όμως η επιπλέον ακρίβεια που προσφέρεται δεν αντισταθμίζει την αύξηση του χρόνου εκτέλεσης ο οποίος σε δίκτυα μεγάλης έκτασης και πολλών μεταβλητών, αποκτά ιδιαίτερη σημασία.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] F. Alvarado Y. Hu and R. Adapa, "Uncertainty in power system modeling and computation," *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 1, 1992
- [2] G. J. Anders. *Probability Concepts in Electric Power Systems*, New York: Wiley. 1990
- [3] B. Borkowska. "Probabilistic load flow" *IEEE Trans, Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-93, no, 3, pp 752-755, May-Jun. 1974
- [4] R. N. Allan, B, Borkowska and C, H, Grigg, "Probabilistic analysis of power flows," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers (London)* vol. 121. No. 12, pp. 1551-1556, Dec. 1974
- [5] A. M. Leite da Silva, S. M. P, Ribeiro, V. L. Arienti, R.N. Allan and M. B. Do Coutto Filho, "Probabilistic load flow techniques applied to power system expansion planning," *IEEE Trans, Power Systems*, vol,5, no,4, pp,1047-1053, Nov. 1990
- [6] P. Jorgensen, J. S. Christensen and J. O. Tande, "Probabilistic load flow calculation using Monte Carlo techniques for distribution network with wind turbines," *8th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, vol, 2, pp,1146-1151, 1998
- [7] R. N. Allan, C. H. Grigg and M. R. G. Al-Shakarchi, "Numerical techniques in probabilistic load flow problems," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol, 10, pp 853-860, Mar. 1976

- [8] A. M. Leite da Silva and V.L. Arienti, "Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm," *IEE Proc, Part C: Generation, Transmission and Distribution*, vol, 137, no, 4, pp, 276-282, Jul, 1990
- [9] M. Th. Schilling, A. M. Leite da Silva, R. Billinton and M.A. El-Kady, "Bibliography on power system probabilistic analysis (1962-1988)," *IEEE Trans, on Power Systems*, vol, 5, no, 1, pp, 1-11, Feb, 1990
- [10] C. L. Su, "Probabilistic load-flow computation using point estimate method," *IEEE Trans, Power Systems*, vol, 20, no, 4, pp, 1843-1851, Nov, 2005
- [11] N. D. Hatziargyriou, T. S. Karakatsanis and M. I. Lorentzou, "Voltage control settings to increase wind power based on probabilistic load flow," *8th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*. Ames. Iowa. 2004
- [12] W. G. Cochran, *Sampling Techniques*, 2nd ed, New York: Wiley, 1977.
- [13] R. N. Allan, A. M. Leite da Silva and R. C. Burchett, "Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions," *IEEE Trans, Power Apparatus and Systems*, vol, PAS-100, no, 5, May 1981
- [14] R. N. Allan and M.R.G. Al-Shakarchi, "Probabilistic a,c, load flow," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol, 123, no, 6, pp 531-536, Jun, 1976

- [15] R. N. Allan, A. M. Leite da Silva and R. C. Burchett, "Discrete convolution in power system reliability," *IEEE Trans, Reliability*, vol, R-30, no, 5, Dec, 1981
- [16] R. N. Allan and A. M. Leite da Silva, "Probabilistic load flow using multilinearisations," *IEE Proc., Part C: Generation, Transmission and Distribution*, vol, 128, no. 5, pp 280-287, Sep. 1981
- [17] M. Brucoli, F. Torelli and R. Napoli, "Quadratic probabilistic load flow with linearly modelled dispatch," *Electrical Power & Energy Systems*, vol, 7, no, 3, pp 138-146, Jul. 1985
- [18] X. Li, X. Chen, X. Yin, T. Xiang and H. Liu, "The algorithm of probabilistic load flow retaining nonlinearity," in *Proc, 2002 PowerCon, International Conference on Power System Technology*, vol.4, pp. 2111-2115, 2002
- [19] A. P. S. Meliopoulos, G.J. Cokkinides and X.Y. Chao, "A new probabilistic power flow analysis method," *IEEE Trans, Power Systems*, , vol,5, no,1, pp,182-190, Feb. 1990
- [20] A. M. Leite da Silva, R. N. Allan, S.M. Soares and V. L. Arienti, "Probabilistic load flow considering network outages," *IEE Proc., Part C: Generation, Transmission and Distribution*, vol, 132, no, 3, pp 139-145, May, 1985
- [21] Z. Hu and X. Wang, "A probabilistic load flow method considering branch outages," *IEEE Trans, Power Systems*, vol, 21, no, 2, pp 507-514, May, 2006

- [22] A. M. Leite da Silva, V. L. Arienti and R. N. Allan, "Probabilistic load flow considering dependence between input nodal powers," *IEEE Trans, Power Apparatus and Systems*, vol, PAS-103, no, 6, pp 1524-1530, Jun, 1984
- [23] R. N. Allan, C. H. Grigg, D. A. Newey and R. F. Simmons, "Probabilistic power-flow techniques extended and applied to operational decision making," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol, 123, no, 12, pp, 1317-1324, Dec, 1976
- [24] M. C. Caramanis, R. D. Tabors, K. S. Nochur and F. C. Schweppe, "The introduction of non-dispatchable technologies as decision variables in long-term generation expansion Models," *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, New York, 1982
- [25] G. Papaefthymiou, P. H. Schavemaker, L. van der Sluis, W. L. Kling, D. Kurowicka and R. M. Cooke, "Integration of stochastic generation in power systems," *15th Power Systems Computation Conference*, Liege, Aug, 2005,
- [26] P. Zhang and S.T. Lee, "Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion," *IEEE Trans, Power Systems*, vol,19, no,1, pp, 676-682, Feb, 2004
- [27] J. F. Dopazo, O. A. Klitin, and A. M. Sasson, "Stochastic load flows," *IEEE Trans, Power App, Syst.*, vol, 94, pp, 299-309, 1975

[28] G. T. Heydt and B. M. Katz "A Stochastic Model In Simultaneous Interchange Capacity Calculations" , IEEE Trans, On PAS , Vol PAS 94, No 2 , Mar/Apr 1975 , pp.350-359

[29] F. Aboytes , "Stochastic Contingency Analysis" , IEEE Trans on PAS , Vol PAS – 97 , No, 2 , Mar/Apr 1978 , pp, 335-341

[30] R.N. Allan , C.H. Grigg , J.A. Prato-Garcia , "Effect of Network Outages in Probabilistic Load Flow Analysis" , IEEE PES Winter Meeting , Paper A 79 O32–4, New York , Feb 1979,

[31] A.M.L. Da Silva , "Probabilistic Load Flow Computational Techniques" , Ph, D, Thesis , Victoria University of Manchester, Oct 1980,

[32] A.M. Leite da Silva and V. L. Arienti, “Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm,” *Proc, Inst, Elect, Eng, C,*, vol, 137, no, 4, pp, 276–282, Jul, 1990,

[33] Z. Wang and F.L. Alvarado, “Interval arithmetic power flow analysis,” IEEE Trans, on Power Systems, Vol, 7, No, 3, August 1992, pp, 1341-1349.

[34]P. Zhang and S. T. Lee, “Probabilistic load flow computation using the method of combined Cumulants and Gram-Charlier expansion,” IEEE Trans, on Power Systems, Vol, 19, No, 1, February 2004, pp, 676-682,

[35] D.H. Evans, "An application of numerical integration technique to statistical tolerancing" *Technometrics*, 9(3), 1967 , 441-456

[36] D.H. Evans, "An application of numerical integration technique to statistical tolerancing III – general distributions" *Technometrics*, 14(1), 1972 , 25-35

[37] E.Rosenblueth, " Point Estimates for Probability Moments" Proc, Nat, Acad, Sci, Vol, 72, pp,3812-3814, Oct, 1975

[38] E.Rosenblueth, "Two-Point Estimates in Probability" Appl, Math, Modelling, 5 , 329-335 , Oct,1981

[39] H.P. Hong, "An efficient point estimate method for probabilistic analysis, Reliability Engineering and System Safety, vol, 59, 1998, pp,261–267

[40] Chun-Lien Su, "A New Probabilistic Load-Flow Method", Power Engineering Society General Meeting, 2005, IEEE, Pages: 389- 394 Vol, 1

[41] Σταύρος Παπαθανασίου, "Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας", Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π. 2008

[42] Κ.Βουρνάς, Γ. Κονταξής, "Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας", Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π. 2001

[43] Κ.Παπαδιάς, "Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας – Μόνιμη Κατάσταση Λειτουργίας (Τόμος 1)", Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π. 1985

[44] Ε.Διαλυνάς, Καθηγητής Ε.Μ.Π. "Προσομοίωση Monte-Carlo", Αθήνα, Οκτώβριος 1996

[45] Β. Παπαδιάς, Γ. Κονταξής, "Ηλεκτρική Οικονομία", Αθήνα , Εκδόσεις ΕΜΠ, 2003

[46] Θ. Καρακατσάνης, "Συμβολή της Πιθανοτικής Ροής Φορτίου στον Έλεγχο Λειτουργίας των Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας", Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1995

[47] Μιχ. Π. Παπαδόπουλος, “Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας από Ανανεώσιμες Πηγές”, Αθήνα, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1997

[48] Γ.Καραγιάννης, Καθηγητής Ε.Μ.Π., Κ.Τζιτζιράχου, Μηχανικός Ε.Μ.Π., “Εισαγωγή στα Σήματα και Συστήματα”, Αθήνα, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2003

[49] Γ. Κοκολάκης, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π., Ι. Σπηλιώτης, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π. “Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική”, Αθήνα, Εκδόσεις Συμεών, Έκδοση 3^η, Οκτώβριος 1999

[50] www.mathworks.com/matlabcentral

[51] www.wolfram.com

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

A.1 ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

Εάν μια τυχαία μεταβλητή παίρνει άπειρο μη αριθμήσιμο πλήθος τιμών, καλείται συνεχής τυχαία μεταβλητή.

Έστω μία τυχαία μεταβλητή X , που παίρνει τιμές στο διάστημα (x_{\min}, x_{\max}) και μία συνάρτηση $f_X(x)$ που ορίζεται στο διάστημα (x_{\min}, x_{\max}) που παίρνει πραγματικές τιμές. Τότε η $f_X(x)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X , αν ισχύουν :

$$A) \quad f_X(x) \geq 0 \quad \forall x \in (x_{\min}, x_{\max}) \quad (A.1)$$

$$B) \quad P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx \quad (A.2)$$

για οποιοδήποτε διάστημα $(x_1, x_2) \subseteq (x_{\min}, x_{\max})$

Από τον προηγούμενο ορισμό προκύπτει ότι :

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_X(x) dx = 1 \quad (A.3)$$

Σε μία τυχαία μεταβλητή X με πυκνότητα πιθανότητας f_X αντιστοιχεί η συνάρτηση κατανομής F_X για την οποία ισχύει :

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x'} f(x') dx' \quad (A.4)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι αύξουσα, παίρνει πραγματικές τιμές και σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό θα ισχύει :

$$F_X(-\infty) = 0 \quad (A.5)$$

$$F_X(\infty) = 1$$

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) \quad (A.6)$$

Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E(X^\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^\nu f(x) dx \quad (A.8)$$

για ν=1 έχουμε τη ροπή 1ης τάξης (μέση τιμή) $\mu=E(X)$

Κεντρική Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E[(X - \mu)^\nu] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^\nu f(x) dx \quad (A.9)$$

για ν=2 έχουμε τη διασπορά

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (A.10)$$

Η τυπική απόκλιση ορίζεται ως

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} \quad (A.11)$$

Η λοξότητα ορίζεται ως

$$\lambda = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (A.12)$$

A.2 ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

Εάν μια τυχαία μεταβλητή παίρνει πεπερασμένο ή άπειρο αριθμήσιμο πλήθος τιμών, καλείται απαριθμητή ή διακριτή τυχαία μεταβλητή.

Έστω μία τυχαία μεταβλητή X, που παίρνει τιμές $(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ και μία ακολουθία p_k που παίρνει πραγματικές τιμές. Τότε η p_k είναι η συνάρτηση μάζας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X, αν ισχύουν :

$$A) p_k = P(X = x_k) \quad (A.13)$$

$$B) p_k \geq 0 \quad (A.14)$$

$$\Gamma) \sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1 \quad (A.15)$$

Σε μία τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση μάζας πιθανότητας p_k αντιστοιχεί η συνάρτηση κατανομής F_x για την οποία ισχύει :

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (A.16)$$

$$F(x) = \sum_{\substack{k \\ (x_k \leq x)}} p_k \quad (A.17)$$

$$p_k = F(x_k) - F(x_{k-1}) \quad (A.18)$$

Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E(X^v) = \sum_k p_k \cdot x_k^v \quad (A.19)$$

για $v=1$ έχουμε τη ροπή 1ης τάξης (μέση τιμή) $\mu=E(X)$

Κεντρική Ροπή ν-τάξης της τ. μ. X

$$E[(X - \mu)^v] = \sum_k p_k \cdot (x_k - \mu)^v \quad (A.20)$$

για $v=2$ έχουμε τη διασπορά

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \sum_k p_k \cdot (x_k - \mu)^2 \quad (A.21)$$

Η τυπική απόκλιση ορίζεται ως

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (\text{A.22})$$

Η λοξότητα ορίζεται ως

$$\lambda = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (\text{A.23})$$

Οι τιμές των ροπών μίας τυχαίας μεταβλητής με τις τιμές των κεντρικών ροπών ικανοποιούν την επαναληπτική σχέση

$$\mu_\nu = \sum_{j=0}^{\nu} \binom{\nu}{j} \cdot (-1)^{\nu-j} \cdot \mu_j' \cdot \mu^{\nu-j} \quad (\text{A.24})$$

όπου μ_ν η κεντρική ροπή ν-τάξης

μ_j' η ροπή ν-τάξης

μ η μέση τιμή

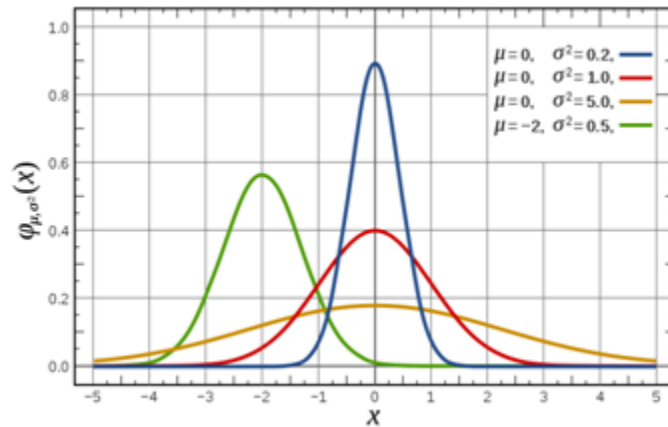
$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{j!(n-j)!} \text{ ο διωνυμικός συντελεστής}$$

A.3 ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

A) Κανονική Κατανομή

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας μεταβλητής x που ακολουθεί κανονική κατανομή δίνεται από τη σχέση :

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad x, \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0 \quad (\text{A.25})$$



Σχήμα Α.1- Κανονική Κατανομή

Η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας δίνεται από τη σχέση :

$$F_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (A.26)$$

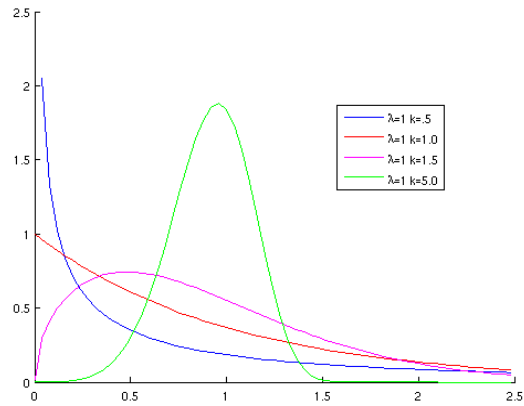
Συντελεστής λοξότητας: $\lambda = 0$

B) Κατανομή Weibull

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής αυτής χαρακτηρίζεται από δύο παραμέτρους k και c και δίνεται από τη σχέση :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} & 0 \leq x \leq \infty \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (A.27)$$

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η μορφή της πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull.



Σχήμα Α.2- Κατανομή Weibull

Γ) Ομοιόμορφη κατανομή

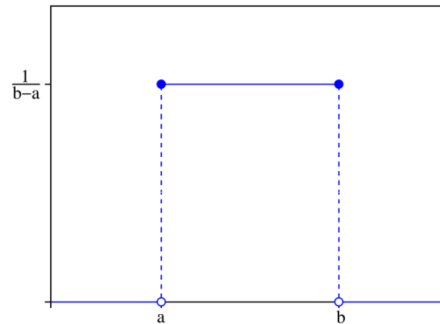
$$f(x) = \begin{cases} c & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

$$c = \frac{1}{b-a}$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$\lambda = 0$$



Σχήμα Α.3- Ομοιόμορφη Κατανομή

Δ) Gamma Κατανομή

$$f(x) = x^{\alpha-1} \frac{e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}, \quad 0 < x < \infty, \quad \alpha, \beta > 0 \quad (\text{A.29})$$

$$E[X] = \alpha\beta$$

$$\sigma^2 = \alpha\beta^2$$

$$\lambda = 2/\sqrt{\alpha}$$

E) Εκθετική Κατανομή

$$f_x(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}, \quad x > 0 \quad (\text{A.30})$$

$$E[X] = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda^2$$

ΣΤ) Κατανομή Rayleigh

$$f(x) = \frac{x}{\alpha^2} e^{-x^2/2\alpha^2} \quad x > 0 \quad (\text{A.31})$$

$$E(X) = \alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Θεώρημα Αλλαγής Μεταβλητής

Έστω ότι μία τυχαία μεταβλητή X έχει σ.π.π. $f_x(x)$, μία δεύτερη τυχαία μεταβλητή Y , όπου $Y = g(X)$ (όπου η αντίστροφη είναι $X = h(Y)$), θα έχει σ.π.π.:

$$f_Y(y) = f_x(h(y)) \cdot |h'(y)| \quad (\text{A.32})$$

Αν υποθέσουμε ότι η X ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ , τότε η $Y = \alpha X$ ακολουθεί και αυτή κανονική κατανομή με μέση τιμή $\alpha\mu$ και τυπική απόκλιση $\alpha\sigma$.

Θεώρημα Κεντρικού Ορίου

Αν έχουμε δυο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή X και Y τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι το άθροισμά τους είναι τυχαία μεταβλητή με κανονική επίσης κατανομή. Αν λοιπόν $X + Y = Z$, τότε η τυχαία μεταβλητή Z έχει και αυτή κανονική κατανομή με διασπορά και μέση τιμή :

$$\sigma_Z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (\text{A.33})$$

$$\bar{Z} = \bar{X} + \bar{Y} \quad (\text{A.34})$$

Αν επεκτείνουμε τα παραπάνω για n ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή, θα προκύψει ότι το άθροισμα των τυχαίων μεταβλητών είναι επίσης κανονική κατανομή με

$$\sigma_Z^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 \quad (\text{A.35})$$

$$\bar{Z} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_n \quad (\text{A.36})$$

Θεώρημα Κεντρικής Τιμής

Το άθροισμα ενός μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών που δίνεται από τη σχέση $Z = \frac{1}{\sqrt{n}} [X_1 + X_2 + \dots + X_n]$ τείνει σε τυχαία μεταβλητή με κανονική κατανομή, ανεξάρτητα από το είδος των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας (κατανομών) των τυχαίων μεταβλητών X_i .

Μέση τιμή – Τυπική απόκλιση

Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας αγνώστων μεγεθών (για τη D.C. μέθοδο γωνίες και πραγματικές ροές ισχύος) δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, παρόλα αυτά ενδιαφέρει ο υπολογισμός της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισής τους. Για το σκοπό αυτό υπολογίζεται η μέση τιμή 'μ' και η τυπική απόκλιση 'σ' των κατανομών που δίνονται.

Η τυπική απόκλιση σ αναφέρεται είτε ως απόλυτο μέγεθος σε μονάδες MW ή σε α.μ. είτε ως επί τοις εκατό της μέσης τιμής. Για να υπάρχει ενιαία μορφή υπολογισμών, όλες οι τυπικές αποκλίσεις μετατρέπονται σε α.μ.

A.4. ΣΥΝΕΛΙΞΕΙΣ

Η συνάρτηση πυκνότητας του αθροίσματος $U = X + Y$ δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y με κοινή συνάρτηση πυκνότητας $f(x,y)$ είναι :

$$g(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, u-x) dx \quad (\text{A.37})$$

Στην ειδική περίπτωση όπου οι X και Y είναι ανεξάρτητες, έχουμε $f(x,y) = f_1(x)f_2(y)$ και η προηγούμενη σχέση γίνεται :

$$g(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x)f_2(u-x) dx \quad (\text{A.38})$$

που καλείται συνέλιξη των f_1 και f_2 και συμβολίζεται με $f_1 * f_2$.

Η συνέλιξη έχει τις παρακάτω αξιοσημείωτες ιδιότητες :

1. $f_1 * f_2 = f_2 * f_1$
2. $f_1 * (f_2 * f_3) = (f_1 * f_2) * f_3$
3. $f_1 * (f_2 + f_3) = f_1 * f_2 + f_1 * f_3$

Οι παραπάνω σχέσεις αποδεικνύουν ότι ισχύουν η αντιμεταθετική ιδιότητα, η προσεταιριστική ιδιότητα και επιμεριστική ιδιότητα για την πράξη της συνέλιξης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO

B.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση της αξιοπιστίας σύνθετων τεχνολογικών συστημάτων έχει αρχίσει να έχει όλο και περισσότερο ενδιαφέρον, τόσο για τους σχεδιαστές, όσο και για τους χειριστές τέτοιων συστημάτων. Για αυτό τον σκοπό, αρκετά προγράμματα υπολογιστών έχουν αναπτυχθεί με όλο και περισσότερο εκλεπτυσμένες μεθόδους μοντελοποίησης και προσέγγισης, τα οποία προορίζονται για γενικές ή συγκεκριμένες εφαρμογές. Στην πορεία της ανάπτυξης προς την κατεύθυνση αυτή έπρεπε να αντιμετωπιστούν τεράστιες δυσκολίες, οι οποίες ουσιαστικά εμφανίζονται στους τομείς της μοντελοποίησης, της συγκέντρωσης πληροφοριών και της προσομοίωσης με τον υπολογιστή. Το θεμελιώδες πρόβλημα αποδείχτηκε πως είναι η επίτευξη ισορροπίας ανάμεσα σε ένα όσο γίνεται πιο ρεαλιστικό μοντέλο και στον αντίστοιχο όγκο υπολογισμών που αυτό χρειάζεται να επιλυθεί, έτσι ώστε να είναι δυνατόν να λαμβάνονται αποτελέσματα σε αποδεκτά χρονικά όρια.

Με την πάροδο του χρόνου, έχουν αναπτυχθεί δύο κύριες μεθοδολογίες για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας σύνθετων τεχνολογικών συστημάτων. Η πρώτη, που αναπτύχθηκε ευρέως στην Β. Αμερική και σε αρκετές χώρες της Ευρώπης, είναι αναλυτική μεθοδολογία και βασίζεται στην απαρίθμηση και ανάλυση των καταστάσεων του συστήματος που μπορεί να οδηγήσουν σε μια κατάσταση βλάβης του. Η δεύτερη μεθοδολογία, που εφαρμόζεται κυρίως στην Ιταλία, Γαλλία και Βραζιλία, στηρίζεται στη μέθοδο προσομοίωσης Monte-Carlo των διαδικασιών που λαμβάνουν χώρα στο σύστημα. Και οι δύο αυτές μεθοδολογίες έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Η αναλυτική μεθοδολογία έχει μεγάλη ευκολία να ανιχνεύει σπάνια, αλλά σημαντικά ενδεχόμενα βλαβών και μπορεί να θεωρηθεί ως μία τυπική μέθοδος για τον προσδιορισμό συγκεκριμένων βλαβών στα συστήματα.

Η δεύτερη μεθοδολογία χειρίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια τις συχνές βλάβες, που συμβαίνουν στα στοιχεία του συστήματος οι οποίες, όμως, μπορεί να μην προκαλούν βλάβη του συστήματος, διότι παρακάμπτονται με τη χρήση άλλων στοιχείων του συστήματος. Επιπρόσθετα, η μέθοδος της προσομοίωσης πρέπει να εφαρμόζεται σε όλες τις περιπτώσεις που χρειάζεται να αναλυθεί η χρονολογική σειρά των ενδεχομένων, όπως στους υδροηλεκτρικούς σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας όπου αποθηκεύονται ποσότητες νερού, και όταν υπάρχουν σύνθετες αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των διαφόρων παραμέτρων του συστήματος. Είναι σημαντικό να κατανοηθεί ότι ο κόπος που απαιτείται για τους υπολογισμούς εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία της προσομοίωσης, εξαρτάται

πολύ λίγο από το μέγεθος του συστήματος, σε σχέση με την αντίστοιχη εξάρτηση της αναλυτικής μεθοδολογίας.

Η ανάλυση αξιοπιστίας σύνθετων και μεγάλων τεχνολογικών συστημάτων απαιτεί ένα μεγάλο χρόνο υπολογισμών, εφαρμόζοντας αμφότερες τις μεθοδολογίες. Γι' αυτό το λόγο έχουν γίνει μεγάλες προσπάθειες για να μειωθεί αυτός ο κόπος. Στην αναλυτική μεθοδολογία, αυτές οι προσπάθειες οδήγησαν στην ανάπτυξη μεθόδων μείωσης του αριθμού καταστάσεων που συνεκτιμώνται, με την εφαρμογή ειδικών κριτηρίων και στην ανάπτυξη μεθόδων διαβάθμισης του συνόλου των καταστάσεων σύμφωνα με τη σοβαρότητα της επίδρασής τους στο σύστημα και συνεπώς την απαλοιφή από την ανάλυση αυτών που έχουν χαμηλή διαβάθμιση. Στη μεθοδολογία προσομοίωσης αναπτύχθηκαν διάφορες τεχνικές μείωσης της διασποράς, που στοχεύουν στη μείωση της αβεβαιότητας που σχετίζεται με το πεπερασμένο μέγεθος των δειγμάτων και συνεπώς επιτρέπουν τον τερματισμό της προσομοίωσης ταχύτερα, χωρίς να γίνεται συμβιβασμός στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Η προσομοίωση Monte – Carlo ασχολείται με τη δημιουργία ενός πιθανοτικού μοντέλου του συστήματος που μελετάται (χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή). Όταν αναπτυχθεί αυτό το μοντέλο πραγματοποιείται ένας πολύ μεγάλος αριθμός επαναλήψεων της επίλυσης του μοντέλου στον υπολογιστή, ενώ στο τέλος κάθε μίας από τις οποίες καταγράφονται τα αποτελέσματα που ευρίσκονται.

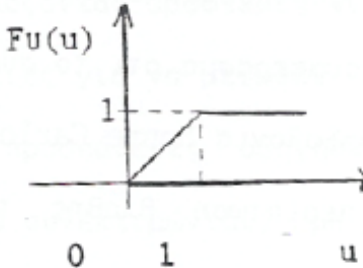
Είναι φανερό λοιπόν ότι η μεθοδολογία Monte – Carlo είναι πάρα πολύ εύκολο να εφαρμοστεί, ιδιαίτερα σε συστήματα που είναι πολύ πολύπλοκα και πολύ μεγάλα για να λυθούν με την αναλυτική μεθοδολογία. Όπως τα περισσότερα προβλήματα ανάλυσης της αξιοπιστίας συστημάτων καταλήγουν σε προσομοιώσεις για τον προσδιορισμό σπανίων περιπτώσεων και από αυτή τη θεώρηση η προσομοίωση Monte – Carlo οδηγεί σε εξαιρετικά μεγάλη σπατάλη χρόνου υπολογισμών. Για παράδειγμα, αν για κάποιο σύστημα είναι γνωστό ότι η πιθανότητα μίας κατάστασης ανεπιθύμητης λειτουργίας του είναι ίση με 10^{-5} , τότε 10^4 επαναλήψεις θα μπορούσαν να καταλήξουν στο αποτέλεσμα ότι το σύστημα δεν θα πάθει βλάβη και θα μπορούσαν να οδηγήσουν στο συμπέρασμα ότι το σύστημα είναι απόλυτα ασφαλές. Κατά μέσο όρο, με τη μεθοδολογία Monte – Carlo, θα χρειάζονταν 10^5 επαναλήψεις για να παρουσιαστεί μία περίπτωση βλάβης του συστήματος και απαιτούνται τουλάχιστον 10^7 επαναλήψεις για να παράγουν ένα αποτέλεσμα με σημαντική πιθανότητα σφάλματος.

B.2. ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥΣ

B.2.1. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών

Κάθε προσέγγιση με τη χρήση της μεθόδου Monte-Carlo προϋποθέτει τη δημιουργία των κατάλληλων τιμών των τυχαίων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν, σε συμφωνία με την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής που προτείνεται για το μοντέλο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί συστηματικά για κάθε μεταβλητή που έχουμε, παράγοντας πρώτα ομοιόμορφα κατανομημένους τυχαίους αριθμούς στο διάστημα από 0 έως 1 και στη συνέχεια, μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών, να παράγεται το αντίστοιχο σύνολο τυχαίων αριθμών με τη δεδομένη συνάρτηση κατανομής. Τα κύρια βήματα της μεθόδου φαίνονται με τη βοήθεια του παραδείγματος:

Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση κατανομής $F_U(u)$ της τυποποιημένης ομοιόμορφης μεταβλητής u , η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$$F_U(u) = \begin{cases} 0 & \text{για } u < 0 \\ u & \text{για } 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & \text{για } u > 1 \end{cases}$$


και ότι αναζητείται η τιμή του x , έτσι ώστε $F_X(x) = u$. Η τιμή της μεταβλητής x βρίσκεται από τον υπολογισμό της αντίστροφης συνάρτησης:

$$x = F_X^{-1}(u) \quad (\text{B.1})$$

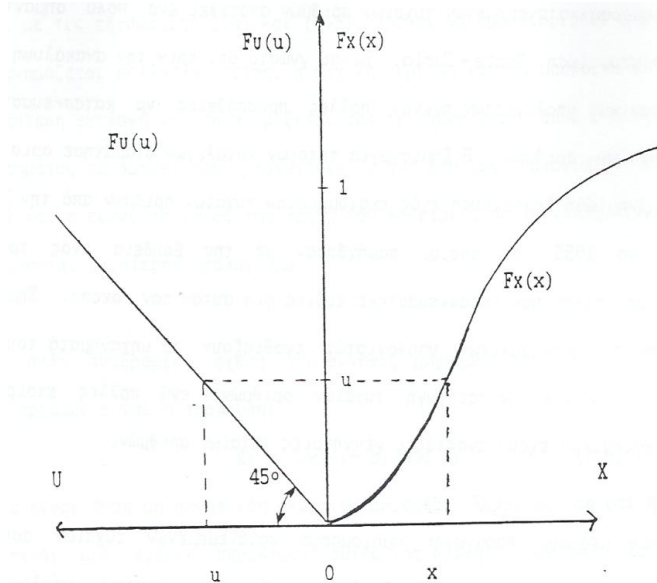
Εάν U είναι μία τιμή της U , η αντίστοιχη τιμή της X που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (B.1) θα έχει την αθροιστική πιθανότητα:

$$P(X \leq x) = P[F_X^{-1}(U) \leq x] = P[U \leq F_X(x)] = F_U[F_X(x)] = F_X(x) \quad (\text{B.2})$$

που σημαίνει ότι εάν (u_1, u_2, \dots, u_n) είναι ένα σύνολο τιμών της U , το αντίστοιχο σύνολο τιμών που λαμβάνεται θεωρώντας την παραπάνω εξίσωση (B.2) είναι:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{B.3})$$

και θα έχει την επιθυμητή συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$. Η σχέση μεταξύ των u και x φαίνεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα 5.2.α.



Σχήμα B.2.1. Μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών

B.2.2. Ομοιόμορφα Κατανεμημένοι Τυχαίοι Αριθμοί

Όπως φαίνεται από τη συλλογιστική που οδήγησε στην εξίσωση (B.3), η παραγωγή ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών αποτελεί ένα πολύ σημαντικό βήμα στην προσομοίωση Monte – Carlo. Είναι γνωστό ότι πριν την ανακάλυψη των πρώτων ηλεκτρονικών υπολογιστών έγιναν πολλές προσπάθειες να κατασκευαστούν κατάλογοι τυχαίων αριθμών. Η δημιουργία τέτοιων καταλόγων σταμάτησε οριστικά μετά από τη μνημειώδη δημοσίευση ενός εκατομμυρίου τυχαίων αριθμών από την Rand Corporation το 1955, οι οποίοι παρήχθησαν με τη βοήθεια ενός τροχού ηλεκτρονικής ρουλέτας που κατασκευάστηκε ειδικά για αυτό το σκοπό. Σήμερα, οι κατασκευαστές ηλεκτρονικών υπολογιστών εφοδιάζουν τα μηχανήματά τους με εσωτερικές ρουτίνες για την παραγωγή τυχαίων αριθμών, ενώ πολλές εταιρείες αναπτύξεως λογισμικού έχουν αναπτύξει γεννήτριες τυχαίων αριθμών.

Όλες οι μέθοδοι παραγωγής ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών στηρίζονται σε υπολογισμούς με τη βοήθεια αναδρομικών σχέσεων υπολογισμού υπολοίπων (modulo m) που προκύπτουν από ένα γραμμικό μετασχηματισμό. Η εσωτερική παραγωγή αριθμών που χρησιμοποιείται περισσότερο σήμερα είναι η πολλαπλασιαστική μέθοδος σύγκλισης στην οποία τα υπόλοιπα διαδοχικών δυνάμεων

ενός αριθμού x αποτελούν τους διαδοχικούς αριθμούς σε μία σειρά τυχαίων αριθμών, δηλαδή:

$$x_i = x^i \pmod{m} \quad (\text{B.4})$$

Αυτή η μέθοδος είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε πολλούς υπολογιστές, διότι καταλήγει στην ύψωση ενός αριθμού σε μεγάλες δυνάμεις (π.χ. εάν χρειάζονται 100.000 τυχαίοι αριθμοί, ο τελευταίος θα υπολογιστεί ως $x^{100.000} \pmod{m}$). Όμως έχει αποδειχτεί ότι μία ισοδύναμη σχέση είναι η ακόλουθη:

$$x_i = \rho x_{i-1} \pmod{m} \quad (\text{B.5})$$

όπου ρ μια σταθερά. Σε αυτήν την περίπτωση οι ζητούμενοι αριθμοί λαμβάνονται από τη σχέση:

$$u_i = x_i / m \quad (\text{B.6})$$

Όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών όπως αυτή που ορίζεται με τις εξισώσεις (B.2.5) και (B.2.6), πρέπει να προσδιοριστεί η παράμετρος ρ που ονομάζεται πολλαπλασιαστής, η αρχική τιμή x_0 και το υπόλοιπο m . Σήμερα, η συνηθέστερη επιλογή για το m ορίζεται από τη σχέση $m = r^s$, όπου r είναι η βάση του συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιεί ο αντίστοιχος υπολογιστής (συνήθως 2, 10 ή 16) και s είναι το μήκος της λέξης που δέχεται ο υπολογιστής, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται ταχύτεροι υπολογισμοί.

Μία άλλη αναδρομική σχέση που συνήθως χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών είναι η ακόλουθη:

$$x_i = (\rho x_{i-1} + b) \pmod{m} \quad (\text{B.7})$$

όπου b είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος αριθμός. Είναι φανερό ότι η εξίσωση (B.2.5) είναι μία ειδική περίπτωση αυτής της σχέσης, όταν $b = 0$. Σε δυαδικούς υπολογιστές έχουν χρησιμοποιηθεί οι τιμές $\rho = 129$, $b = 1$ και $m = 2^{35}$.

Στην πραγματικότητα, οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται με τις παραπάνω διαδικασίες, μπορούν να αναπαραχθούν ακριβώς οι ίδιοι και για το λόγο αυτό αποτελούν ένα αιτιοκρατικό σύνολο. Εάν εφαρμοστούν αυστηρά οι ορισμοί, τέτοιοι αριθμοί δεν είναι ακριβώς τυχαίοι και γι' αυτό το λόγο ονομάζονται ψευδό-τυχαίοι αριθμοί. Πάντως, αν και η παραπάνω διαδικασία είναι βέβαια αιτιοκρατική, μπορεί να αποδειχτεί ότι οι αριθμοί που παράγονται χρησιμοποιώντας μεγάλες τιμές του m παρουσιάζονται ομοιόμορφα κατανεμημένοι και στατιστικά ανεξάρτητοι.

B.2.3. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών από Δεδομένη Συνάρτηση Κατανομής

Η εφαρμογή της εξίσωσης (B.3) μπορεί να παράγει τυχαίους αριθμούς οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι και αντιστοιχούν σε μία θεωρούμενη κατανομή. Η εξίσωση (B.3) απαιτεί τον προσδιορισμό της αντίστροφης συνάρτησης από τη συνάρτηση κατανομής, και για το λόγο αυτό, αυτή η μέθοδος είναι γνωστή σαν μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού και μπορεί να εφαρμοστεί πάρα πολύ εύκολα στις περιπτώσεις που η αντίστροφη συνάρτηση κατανομής έχει μία αναλυτική έκφραση.

Για παράδειγμα, ας υποθεθεί ότι έχει δημιουργηθεί μία σειρά u_i , $i = 1, 2, \dots, n$, ομοιόμορφα κατανεμημένων τυχαίων αριθμών. Στη συνέχεια αναφέρονται παραδείγματα συνεχών συναρτήσεων κατανομής στις οποίες μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού:

A) Εκθετική κατανομή: Η συνάρτηση κατανομής είναι η:

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0 \quad (\text{B.8})$$

Θεωρώντας την αντίστροφη αυτής της συνάρτησης μπορούν να παραχθούν εκθετικά κατανεμημένοι τυχαίοι αριθμοί από την εξίσωση:

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u_i) = -\frac{1}{\lambda} \ln u_i \quad (\text{B.9})$$

όπου στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήθηκε η διαπίστωση πως εάν οι αριθμοί u είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι, ομοιόμορφα κατανεμημένοι θα είναι και οι αριθμοί $1 - u$.

B) Κατανομή Erlang: Μπορεί να αποδειχτεί ότι τα αθροίσματα N ανεξάρτητων τυχαίων αριθμών που ακολουθούν την εκθετική κατανομή με μέσο (n/λ) και έχουν παράμετρο σχήματος ίση με n . Είναι φανερό, ότι ένας τυχαίος αριθμός που αντιστοιχεί στην κατανομή Erlang προσδιορίζεται από το άθροισμα n εκθετικά κατανεμημένων τυχαίων αριθμών, δηλαδή από τη σχέση:

$$x_i = \sum_{k=1}^n \frac{\ln u_i}{-\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \ln \prod_{k=1}^n u_k \quad (\text{B.10})$$

Γ) Κατανομή Ακρότατης Τιμής τύπου I: Η συνάρτηση κατανομής δίνεται από τη σχέση:

$$F_X(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-\beta)}] \quad (\text{B.11})$$

όπου β είναι η πιο πιθανή τιμή της X και a είναι η παράμετρος σχήματος. Θεωρώντας την αντίστροφη συνάρτησή της, παράγονται τυχαίοι αριθμοί που ακολουθούν αυτήν την κατανομή, εφαρμόζοντας την ακόλουθη σχέση:

$$x_i = \beta - \frac{1}{a} \ln\left[\ln\left(\frac{1}{u}\right)\right] \quad (\text{B.12})$$

Δ) Κατανομή μέγιστης τιμής: Αν υποθέσουμε ότι $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$, όπου X_i είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και πανομοιότυπα κατανεμημένες σύμφωνα με τη συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$. Η συνάρτηση κατανομής των Y_n δίνεται από τη σχέση:

$$F_{Y_n}(y) = [F_X(y)]^n \quad (\text{B.13})$$

Έτσι οι τυχαίοι αριθμοί με κατανομή $F_{Y_n}(y)$ παράγονται από τη σχέση:

$$y_i = F_X^{-1}\left(u_i^{\frac{1}{n}}\right) \quad (\text{B.14})$$

Ένας μεγαλύτερος αριθμός παραδειγμάτων με την εφαρμογή γνωστών και ευρέως χρησιμοποιούμενων κατανομών μπορεί να ευρεθεί στη σχετική βιβλιογραφία.

Ένας άλλος τρόπος προσέγγισης του προβλήματος παραγωγής τυχαίων αριθμών, που μπορεί να αποδειχθεί πολύ χρήσιμος σε πολλές πραγματικές εφαρμογές ανάλυσης συστημάτων, είναι η διακριτοποίηση των συνεχών συναρτήσεων κατανομής. Σε τέτοιες περιπτώσεις εφαρμόζονται τεχνικές παραγωγής τυχαίων αριθμών, παρόμοιες με αυτή που περιγράφεται στη συνέχεια.

Στην περίπτωση των διακριτών τυχαίων μεταβλητών η διαδικασία αντιστροφής πρέπει να γίνει αριθμητικά. Έτσι η διαδικασία προσδιορισμού ενός τυχαίου αριθμού από κάποια δεδομένη συνάρτηση κατανομής, μπορεί να γενικευθεί ως ακολούθως:

Αν u είναι ένας τυχαίος αριθμός από μια τυποποιημένη ομοιόμορφα κατανομή ο αντίστοιχος τυχαίος αριθμός x , επιλεγμένος από ένα σύνολο πιθανών τιμών x_1, x_2, \dots μιας τυχαίας μεταβλητής X είναι αυτός που ικανοποιεί τη σχέση:

$$F_x(x_i - 1) < u \leq F_x(x_i) \quad (\text{B.15})$$

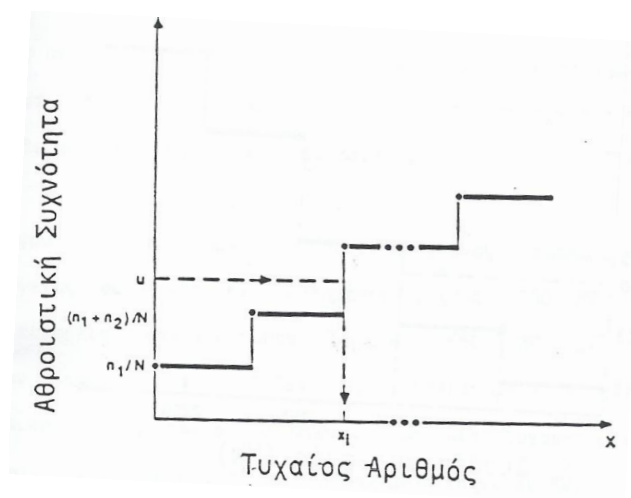
Σε αυτή τη μέθοδο απαιτείται ο υπολογισμός της συνάρτησης κατανομής για όλες τις πιθανές τιμές της τυχαίας μεταβλητής και στη συνέχεια η επιλογή του κατάλληλου x_i κάθε φορά που παράγεται ένας αριθμός u .

Οι στατιστικές πληροφορίες που είναι διαθέσιμες για πολλές αναλύσεις πρακτικών συστημάτων δίνονται συνήθως σε μια μορφή ιστογραμμάτων. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι τυχαίοι αριθμοί που μπορούν να παραχθούν από την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής μπορούν να ληφθούν, χωρίς να χρειάζεται ο υπολογισμός αυτής της ίδιας της συνάρτησης κατανομής. Πράγματι, ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν J διαστήματα στο ιστογράμμα με το διάστημα i να έχει n_i παρατηρήσεις. Έστω ακόμα ότι το i διάστημα έχει όρια τις τιμές a_{i-1} και a_i της τυχαίας μεταβλητής X .

Συμβολίζοντας με x_i την αντιπροσωπευτική τιμή της X μέσα σε αυτό το διάστημα [π.χ. $x_i = (a_{i-1} + a_i)/2$], μπορούμε να παραστήσουμε την συνάρτηση κατανομής του X με μια βαθμωτή συνάρτηση αθροιστικής συχνότητας :

$$F_x(x_i) = \begin{cases} 0, & x_i < a_0 \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i n_j, & a_0 \leq x_i < a_j \\ 1, & x_i \geq a_j \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

όπου N είναι ο συνολικός αριθμός παρατηρήσεων. Η γραφική παράστασή της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα Β.2.2.: Βαθμωτή Συνάρτηση αθροιστικής κατανομής

Αντικαθιστώντας την παραπάνω συνάρτηση στην εξίσωση (B.15) και πολλαπλασιάζοντας όλα τα μέλη επί N λαμβάνουμε:

$$0 < Nu - \sum_{j=1}^{i-1} n_j \leq n_i \quad (\text{B.17})$$

όπου για καλύτερη παρουσίαση και χωρίς μείωση της γενικότητας θα υποθέσουμε ότι η u έχει σχεδιαστεί στο ανοιχτό διάστημα $(0, 1)$.

Η μέθοδος του αντίστροφου μετασχηματισμού μπορεί να αποδειχθεί χρονοβόρα όταν ο αριθμός των διαστημάτων είναι μεγάλος, ή στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, όταν η αντίστοιχη παράμετρος n λαμβάνει μεγάλες τιμές. Όμως οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες κατανομές σε πολλές αναλύσεις πρακτικών συστημάτων είναι η διωνυμική κατανομή και η κατανομή Poisson. Αυτές οι κατανομές μπορούν σε ορισμένες περιπτώσεις να προσεγγισθούν από αντίστοιχες κανονικές κατανομές. Για $np > 10$ και $p \geq 0.5$ ή $n(1-p) > 10$ και $p < 0.5$ μπορεί να αποδειχθεί ότι μια διωνυμική τυχαία μεταβλητή X προσεγγίζει τη μεταβλητή της κανονικής κατανομής με μέσο $(np, 0.5)$ και διασπορά $(np, 1-p)$. Έτσι, για τον καθορισμό μιας τιμής x από μια διωνυμική κατανομή, μπορεί πρώτα να παραχθεί μια τιμή y από μια κανονική κατανομή $N[np-0.5, np(1-p)]$ και στη συνέχεια να εξετασθούν οι ακόλουθες συνθήκες :

- i. Αν $y \leq 0$, τότε θέτουμε $x = 0$
- ii. Αν $y \geq n$, τότε θέτουμε $x = n$
- iii. Αν $0 < y < n$, τότε στρογγυλοποιούμε το y στον πλησιέστερο ακέραιο και θέτουμε x ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

Στην περίπτωση της κατανομής Poisson, αν το λ είναι μεγάλο (έστω $\lambda > 10$), μπορεί να θεωρηθεί μια κανονική κατανομή με μέσο $(\lambda - 0.5)$ και διασπορά $\sqrt{\lambda}$. Όπως και στην περίπτωση της διωνυμικής κατανομής, πρώτα παράγουμε μια «κανονική» μεταβλητή y και μετά εξετάζονται τα ακόλουθα :

- i. Αν $y \leq 0$, τότε θέτουμε $x = 0$
- ii. Αν $y > 0$, τότε στρογγυλοποιούμε το y στον πλησιέστερο ακέραιο και θέτουμε x ίσο προς αυτόν τον ακέραιο.

B.2.4. Παραγωγή Τυχαίων Αριθμών υπό Δέσμευση

Μια από τις κύριες δυσκολίες που έχουν σχέση με την εφαρμογή των αναλυτικών μεθόδων σε πιθανοτικές μελέτες συστημάτων είναι ότι οι τυχαίες μεταβλητές συχνά δεν είναι ανεξάρτητες με αποτέλεσμα να πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι από κοινού συναρτήσεις κατανομής. Αυτό το γεγονός δημιουργεί επιπρόσθετες δυσκολίες στο ήδη περίπλοκο πρόβλημα και για αυτό το λόγο στην πλειοψηφία των αναλυτικών προσεγγίσεων προϋποτίθεται η ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών. Όμως, η μέθοδος Monte-Carlo έχει τη δυνατότητα να χειρισθεί την από κοινού συνάρτηση κατανομής.

Εάν οι τυχαίες μεταβλητές X_1, X_2, \dots, X_n είναι εξαρτημένες, η από κοινού συνάρτηση κατανομής τους μπορεί να εκφρασθεί σαν:

$$F_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) = F_{x_1}(x_1)F_{x_2}(x_2 | x_1) \dots F_{x_n}(x_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (\text{B.18})$$

όπου $F_{x_1}(x_1)$ και $F_{x_k}(x_k | x_1, \dots, x_{k-1})$ είναι η περιθώρια και δεσμευμένη κατανομή των X_1 και X_k αντίστοιχα.

Στην περίπτωση των εξαρτημένων τυχαίων μεταβλητών, οι ζητούμενοι τυχαίοι αριθμοί δεν μπορούν να παράγονται ανεξάρτητα για κάθε μεταβλητή. Αλλά με τη χρήση της κατάλληλης εξίσωσης μπορεί να παραχθεί το ζητούμενο σύνολο των τυχαίων αριθμών με βάση τους ακόλουθους συλλογισμούς:

Ας υποθέσουμε ότι έχει παραχθεί ένα σύνολο ομοιόμορφα καταμεμημένων τυχαίων αριθμών (u_1, u_2, \dots, u_n) . Η τιμή του x_1 μπορεί να καθοριστεί ανεξάρτητα, από τη σχέση:

$$x_1 = F_{x_1}^{-1}(u_1) \quad (\text{B.19})$$

Με αυτήν την τιμή του x_1 , η συνάρτηση $F_{x_2}(x_2 | x_1)$ είναι μία συνάρτηση μόνο του x_2 και συνεπώς μια τιμή x_2 μπορεί να καθοριστεί από τη σχέση :

$$x_2 = F_{x_2}^{-1}(u_2 | x_1) \quad (\text{B.20})$$

Με όμοιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τις τιμές x_1, \dots, x_{n-1} που έχουν ήδη ευρεθεί, μπορεί να προσδιοριστεί η τιμή x_n από τη σχέση :

$$x_n = F_{x_n}^{-1}(u_n | x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (\text{B.21})$$

Με αυτόν τον τρόπο το ζητούμενο σύνολο των εξαρτημένων τυχαίων αριθμών (x_1, x_2, \dots, x_n) μπορεί να προσδιορισθεί από αναδρομικές σχέσεις. Όπως φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις η μέθοδος θα είναι ικανοποιητική εάν η περιθώρια και η δεσμευμένη συνάρτηση κατανομής μπορούν να αντιστραφούν αναλυτικά.

B.3. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια συνθετική διαδικασία δειγματοληψίας που πραγματοποιείται από ψηφιακό υπολογιστή. Σε οποιοδήποτε δειγματοληπτικό πείραμα, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται με τον αριθμό των δειγμάτων, επομένως η ακρίβεια της μεθόδου Monte Carlo θα εξαρτάται από τον αριθμό των προσομοιώσεων. Θεωρούμε λοιπόν, το συγκεκριμένο πρόβλημα υπολογισμού της μέσης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής Y . Υποθέτουμε ότι παρήγαμε n τιμές y_1, \dots, y_n της Y και υπολογίσαμε την μέση τιμή του δείγματος

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{B.22})$$

Η μέση τιμή του δείγματος είναι μια τυχαία μεταβλητή και πρέπει η διακύμανσή της να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Η διασπορά της \bar{y} δίνεται ως εξής:

$$E\left[(\bar{y} - \mu_Y)^2\right] = \frac{\sigma_Y^2}{n} \quad (\text{B.23})$$

όπου μ_Y και σ_Y είναι η μέση τιμή του πληθυσμού και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα.

Παρατηρούμε, ότι το σφάλμα στον υπολογισμό της μέσης τιμής είναι αντιστρόφως ανάλογο του \sqrt{n} , και για να βελτιώσουμε την εκτίμηση κατά ένα παράγοντα της τάξης του 2, θα πρέπει να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος κατά 4. Ο Shooman (1968) απέδειξε ότι στις μελέτες αξιοπιστίας των συστημάτων, ο απαιτούμενος αριθμός των προσομοιώσεων ώστε να επιτευχθεί ένας δεδομένος βαθμός ακρίβειας, είναι ανεξάρτητος του μεγέθους του συστήματος, αλλά εξαρτάται από το βαθμό αξιοπιστίας του συστήματος που μελετάται. Προσεγγίζοντας την διωνυμική κατανομή με την κανονική, ανέπτυξε την ακόλουθη έκφραση για το εκατοστιαίο σφάλμα:

$$\pm \%error = 200 \sqrt{\frac{1 - p_F}{np_F}} \quad (\text{B.24})$$

όπου p_F είναι η υπολογισθείσα πιθανότητα σφάλματος και n το μέγεθος του δείγματος. Η εξίσωση (B.24) παρέχει μια κλίμακα όπου το ποσοστό του σφάλματος της πιθανότητας αποτυχίας, μπορεί να αναμένεται να βρεθεί στο 95% του χρόνου.

Ο Wang (1989) ερεύνησε την ακρίβεια της προσομοίωσης Monte Carlo για την εκτίμηση του μέσου χρόνου λειτουργίας των μονάδων παραγωγής. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ανωτέρω εκτιμήσεις μπορούν να προσεγγιστούν από κανονικές κατανομές, με τον συντελεστή διακύμανσης να προσεγγίζεται από τον ακόλουθο εμπειρικό τύπο:

$$\delta = 0.007p\sqrt{r} + 0.045 \quad (\text{B.25})$$

όπου p η πιθανότητα σφάλματος σε μια μονάδα και r ο μέσος χρόνος επιδιόρθωσης (σε ώρες). Επίσης, απέδειξε, ότι τα προσεγγιστικά επιθυμητά όρια μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

Έστω : \bar{X} = η μέση τιμή των n μηνιαίως προσομοιωμένων χρόνων λειτουργίας

S = η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής

Τότε από την εξίσωση (B.25) έχουμε:

$$S = (\bar{X}/\sqrt{n})(0.07\sqrt{r} + 0.045) \quad (\text{B.26})$$

Για ένα σταθμό παραγωγής με m ανεξάρτητες μονάδες, η μέση τιμή της παραγωγής του σταθμού είναι ίση με το άθροισμα όλων των μέσων τιμών όλων των μονάδων του σταθμού, η τυπική απόκλιση είναι ίση με την ρίζα του αθροίσματος των διασπορών, και το 90% των διαστημάτων εμπιστοσύνης του σταθμού παραγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (B.26).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Πίνακας Γ.1 - Δεδομένα για το δίκτυο της Κρήτης εκφρασμένα στο πρόγραμμα Matlab

```

%
%          Bus   bus   R           Line code
%          nl   nr   p,u,         X           1/2 B       = 1 for lines
%          nl   nr   p,u,         p,u,         p,u,         > 1 or < 1 tr, tap
at bus nl
linedata=[1   46  0,01169   0,05063   0,008315   1
          2   4   0,02277   0,09863   0,016205   1
          2   46  0,00216   0,00938   0,00154    1
          2   63  0,00952   0,04125   0,006775   1
          3   70  0           1,00E-05   0,0        1
          4   6   0,02021   0,08757   0,014385   1
          6   8   0,00828   0,0334    0,006305   1
          6   9   0,01691   0,06819   0,012875   1
          6   14  0,00206   0,0083    0,001565   1
          6   59  0,00319   0,01287   0,00243    1
          6   65  0,03333   0,14438   0,02372    1
          6   100 0,02010   0,04894   0,00718    1
          7   59  0,00048   0,00194   0,014305   1
          7   60  0,00048   0,00194   0,014305   1
          8   14  0,00624   0,02515   0,004745   1
          8   60  0,00645   0,02599   0,00245    1
          8   104 0           1,00E-05   0,0        1
          9   13  0,01247   0,05027   0,00949    1
         10   13  0,00906   0,03653   0,006895   1
         10   49  0,04500   0,10957   0,016075   1
         10   55  0,02969   0,07228   0,010605   1
         10   57  0           1,00E-05   0,0        1
         11   49  0,02035   0,04953   0,00727    1
         11   100 0,01107   0,02695   0,003955   1
         12   55  0,0049    0,01193   0,00175    1
         12   64  0           1,00E-05   0,0        1
         15   66  0           1,00E-05   0,0        1
         15   67  0           1,00E-05   0,0        1
         15   68  0           1,00E-05   0,0        1
         17   63  0,00216   0,0087    0,00164    1
         17   65  0,00216   0,0087    0,00164    1
         32   72  0,46542   1,21633   0,00016    1
         32   73  0,4534    0,70435   7,00E-05   1
         33   75  0           1,00E-05   0,0        1
         33   76  0,73129   1,13605   0,000115   1
         34   77  0           1,00E-05   0,0        1
         35   78  0           1,00E-05   0,0        1
         36   80  0           1,00E-05   0,0        1
         37   83  0,57370   0,89705   0,000315   1
         39   85  1,18336   1,92564   5,5E-05    1
         39   86  1,3265    2,15857   6,00E-05   1
         39   90  2,69626   3,76449   0,000115   1
         40   92  0,43878   0,68163   0,00026    1
         40   93  0,58503   0,90884   9,00E-05   1

```

40	94	0,68254	1,06032	0,000105	1
45	95	0	1,00E-05	0,0	1
45	96	0,56337	0,87518	0,000105	1
47	97	0	1,00E-05	0,0	1
47	98	0,60941	0,94671	0,00033	1
48	99	0,85140	1,38546	4,00E-05	1
56	105	0,18770	0,29159	4,5E-05	1
56	106	0,17551	0,27265	4,00E-05	1
56	107	0,23099	0,35884	3,5E-05	1
57	61	0,00086	0,00348	0,000655	1
58	62	0,03090	0,12456	0,023515	1
58	104	0,00237	0,00957	0,001805	1
61	66	0,01726	0,06958	0,013135	1
62	68	0,01726	0,06958	0,013135	1
64	67	0,01082	0,04688	0,0077	1
70	71	0	1,00E-05	0,0	1
74	75	0	1,00E-05	0,0	1
78	79	0	1,00E-05	0,0	1
84	87	0,19501	0,30295	0,000115	1
84	88	0,27670	0,42985	0,000165	1
84	89	0,30108	0,46937	0,00017	1
84	91	0,18388	0,24050	2,5E-05	1
100	101	0	1,00E-05	0,0	1
102	103	0,01706	0,02651	1,0E-05	1
1	32	0,02352	0,88369	0,000	1
1	32	0,02352	0,88369	0,000	1
2	3	0,00784	0,46013	0,000	1
2	18	0,00603	0,23069	0,000	1
2	19	0,00603	0,23069	0,000	1
2	20	0,00603	0,23069	0,000	1
2	21	0,00985	0,25663	0,000	1
2	41	0,00464	0,168139994	0,000	1
2	42	0,00464	0,167370006	0,000	1
2	70	0,00784	0,460130006	0,000	1
2	71	0,00784	0,394120008	0,000	1
2	81	0,01077	0,285510004	0,000	1
4	33	0,00784	0,429729998	0,000	1
4	74	0,00784	0,431930006	0,000	1
4	75	0,00784	0,429729998	0,000	1
5	6	0,0072	0,200269997	0,000	1
5	6	0,0072	0,200269997	0,000	1
5	29	0,03652	0,544719994	0,000	1
5	30	0,03556	0,613370001	0,000	1
5	31	0,03556	0,613370001	0,000	1
6	22	0,01331	0,302109987	0,000	1
6	23	0,01516	0,313870013	0,000	1
6	24	0,01526	0,315149993	0,000	1
6	25	0,02477	0,632640004	0,000	1
6	26	0,02973	0,632640004	0,000	1
6	27	0,02477	0,632640004	0,000	1
6	28	0,02477	0,632640004	0,000	1
6	43	0,00694	0,203050002	0,000	1
6	48	0,02048	0,674090028	0,000	1
6	82	0,01077	0,285510004	0,000	1
7	34	0,01494	0,427740008	0,000	1


```

7      77  0,01498      0,428939998  0,000      1
8      35  0,00784      0,429729998  0,000      1
8      78  0,00784      0,429729998  0,000      1
8      79  0,00784      0,404320002  0,000      1
9      36  0,00784      0,439529985  0,000      1
9      80  0,00784      0,439529985  0,000      1
10     38  0,02            0,846159995  0,000      1
10     38  0,02            0,846159995  0,000      1
11     40  0,02            0,79974997   0,000      1
11     40  0,02            0,79974997   0,000      1
12     39  0,02            0,79974997   0,000      1
12     39  0,02            0,79974997   0,000      1
12     84  0,00784      0,404920012  0,000      1
13     37  0,02352      0,88369      0,000      1
13     37  0,02352      0,88369      0,000      1
14     45  0,00784      0,428130001  0,000      1
14     95  0,00784      0,428130001  0,000      1
15     51  0,00634      0,218040004  0,000      1
15     52  0,00634      0,218040004  0,000      1
15     53  0,00449      0,16268      0,000      1
15     54  0,00449      0,16268      0,000      1
16     70  0,0313      0,463730007  0,000      1
17     69  0,02            0,79974997   0,000      1
17     69  0,02            0,79974997   0,000      1
44     48  0,02            0,230130002  0,000      1
46     47  0,00784      0,429729998  0,000      1
46     97  0,00784      0,429729998  0,000      1
49     50  0,02            0,79974997   0,000      1
49     50  0,02            0,79974997   0,000      1
55     56  0,00784      0,431930006  0,000      1
101    103 0,00784      0,429729998  0,000      1];

```

```

%      Bus Bus Bus Voltage Angle --Load-- -Generator-      Injected
%      No  ID  code Mag, Degree MW Mvar MW Mvar Qmin Qmax Mvar
busdata=[1  1  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
2  2  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
3  3  0  1,00  0,0  p1  0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
4  4  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
5  5  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
6  6  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
7  7  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
8  8  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
9  9  0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
10 10 0  1,00  0,0  p2  0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
11 11 0  1,00  0,0  p3  0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
12 12 0  1,00  0,0  p4  0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
13 13 0  1,00  0,0  p5  0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
14 15 0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
15 16 0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
16 17 2  1,00  0,0  0,0  0,0  pg1  0,0  0  0  0
17 18 0  1,00  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0,0  0  0  0
18 20 2  1,00  0,0  0,0  0,0  pg2  0,0  0  0  0
19 21 2  1,00  0,0  0,0  0,0  pg3  0,0  0  0  0
20 22 2  1,00  0,0  0,0  0,0  pg4  0,0  0  0  0
21 24 2  1,00  0,0  0,0  0,0  pg5  0,0  0  0  0

```

22	25	2	1,00	0,0	0,0	0,0	pg6	0,0	0	0	0
23	26	2	1,00	0,0	0,0	0,0	pg7	0,0	0	0	0
24	27	2	1	0	0	0	pg8	0	0	0	0
25	28	2	1	0	0	0	pg9	0	0	0	0
26	29	2	1	0	0	0	pg10	0	0	0	0
27	30	2	1	0	0	0	pg11	0	0	0	0
28	31	2	1	0	0	0	pg12	0	0	0	0
29	33	2	1	0	0	0	pg13	0	0	0	0
30	35	2	1	0	0	0	pg14	0	0	0	0
31	36	2	1	0	0	0	pg15	0	0	0	0
32	37	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
33	39	0	1	0	p6	0	0	0	0	0	0
34	40	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
35	41	0	1	0	p7	0	0	0	0	0	0
36	43	0	1	0	p8	0	0	0	0	0	0
37	44	0	1	0	p9	0	0	0	0	0	0
38	45	0	1	0	p10	0	0	0	0	0	0
39	46	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
40	47	0	1	0	p11	0	0	0	0	0	0
41	50	0	1	0	0	0	pg16	0	0	0	0
42	51	1	1	0	0	0	pg17	0	0	0	0
43	52	2	1	0	0	0	pg18	0	0	0	0
44	53	2	1	0	0	0	pg19	0	0	0	0
45	55	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
46	60	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
47	65	0	1	0	p12	0	0	0	0	0	0
48	66	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
49	70	0	1	0	p13	0	0	0	0	0	0
50	75	0	1	0	p14	0	0	0	0	0	0
51	80	0	1	0	0	0	pg20	0	0	0	0
52	81	2	1	0	0	0	pg21	0	0	0	0
53	84	2	1	0	0	0	pg22	0	0	0	0
54	85	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
55	90	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
56	95	0	1	0	p15	0	0	0	0	0	0
57	101	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
58	106	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
59	107	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
60	108	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
61	110	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
62	111	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
63	118	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
64	121	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
65	128	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
66	161	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
67	162	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
68	163	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
69	185	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
70	300	0	1	0	p16	0	0	0	0	0	0
71	301	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
72	371	0	1	0	0	0	pg23	0	0	0	0
73	372	0	1	0	0	0	pg24	0	0	0	0
74	391	0	1	0	p17	0	0	0	0	0	0
75	392	0	1	0	p18	0	0	0	0	0	0
76	393	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

77	400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
78	410	0	1	0	p19	0	0	0	0	0	0	0
79	411	0	1	0	p20	0	0	0	0	0	0	0
80	431	0	1	0	p21	0	0	0	0	0	0	0
81	441	0	1	0	0	0	pg25	0	0	0	0	0
82	442	2	1	0	0	0	pg26	0	0	0	0	0
83	445	2	1	0	0	0	pg27	0	0	0	0	0
84	460	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
85	461	0	1	0	0	0	pg28	0	0	0	0	0
86	462	0	1	0	0	0	pg29	0	0	0	0	0
87	463	0	1	0	0	0	pg30	0	0	0	0	0
88	464	0	1	0	0	0	pg31	0	0	0	0	0
89	465	0	1	0	0	0	pg32	0	0	0	0	0
90	466	0	1	0	0	0	pg33	0	0	0	0	0
91	468	0	1	0	0	0	pg34	0	0	0	0	0
92	471	0	1	0	0	0	pg35	0	0	0	0	0
93	472	0	1	0	0	0	pg36	0	0	0	0	0
94	473	0	1	0	0	0	pg37	0	0	0	0	0
95	550	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
96	551	0	1	0	0	0	pg38	0	0	0	0	0
97	650	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
98	651	0	1	0	0	0	pg39	0	0	0	0	0
99	661	0	1	0	0	0	pg40	0	0	0	0	0
100	701	0	1	0	p22	0	0	0	0	0	0	0
101	702	0	1	0	p23	0	0	0	0	0	0	0
102	703	0	1	0	0	0	pg41	0	0	0	0	0
103	704	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
104	811	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
105	951	0	1	0	0	0	pg42	0	0	0	0	0
106	952	0	1	0	0	0	pg43	0	0	0	0	0
107	953	0	1	0	0	0	pg44	0	0	0	0	0];

Πίνακας Γ.2 - Δεδομένα Παραγωγών στις 9 μ.μ. (ΜΕΓΙΣΤΟ) - ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ

Παραγωγές	BusID	Μέση τιμή	Τυπ.απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
<i>Pg1</i>	17	1,3560	3,0510	1,9555	5,1073
<i>Pg2</i>	441	26,2185	10,3566	-1,6335	4,2946
<i>Pg3</i>	24	29,2987	2,2258	-0,7412	5,0402
<i>Pg4</i>	22	21,7094	12,1326	-1,1697	2,4809
<i>Pg5</i>	21	4,8155	9,0501	1,5268	3,4975
<i>Pg6</i>	50	19,7423	8,7376	-1,7964	4,2723
<i>Pg7</i>	51	21,2096	6,9969	-2,6892	8,2711
<i>Pg8</i>	28	20,8625	0,7081	0,6548	2,7880
<i>Pg9</i>	29	9,8381	0,2370	-0,0168	2,3618
<i>Pg10</i>	30	9,2529	2,1324	-3,8247	16,1953
<i>Pg11</i>	31	9,5366	1,4379	-6,3282	42,0583

<i>Pg12</i>	25	9,3484	1,1696	-5,8808	45,0466
<i>pg13</i>	26	1,4936	3,5528	2,1655	5,9809
<i>pg14</i>	27	12,7361	1,6998	-4,9985	34,9435
<i>pg15</i>	33	11,6477	3,6744	-2,7414	8,8076
<i>pg16</i>	35	24,7228	16,3879	-0,6323	1,6480
<i>pg17</i>	36	19,1165	17,6301	0,0249	1,2197
<i>pg18</i>	84	12,9142	13,3871	0,2807	1,3231
<i>pg19</i>	53	3,7136	5,1855	0,8672	1,8991
<i>Pg20</i>	52	42,981	0,3903	3,0926	20,3086
<i>Pg21</i>	80	41,6822	3,0791	-9,3090	88,4643
<i>Pg22</i>	81	71,9193	11,2646	-2,1802	6,0412
<i>Pg23</i>	442	5,2743	4,78369	0,6898	2,1183
<i>Pg24</i>	20	1,7902	2,0584	0,9284	2,0938
<i>Pg25</i>	371	1,4862	4,2178	2,7360	9,0440
<i>Pg26</i>	372	11,8425	11,2729	0,0143	1,1147
<i>Pg27</i>	445	6,8515	4,0308	-0,3663	1,6472
<i>Pg28</i>	461	1,4724	0,7682	-0,5797	2,3194
<i>Pg29</i>	462	0,3552	0,8778	0,8703	2,5553
<i>Pg30</i>	463	6,6163	4,4084	-0,1215	1,4984
<i>Pg31</i>	464	5,7656	3,8651	-0,1861	1,5209
<i>Pg32</i>	465	5,6298	4,5154	0,0469	1,4456
<i>Pg33</i>	466	1,0666	0,6056	-0,1479	1,4833
<i>Pg34</i>	468	2,2731	1,4854	-0,3084	1,5660
<i>Pg35</i>	471	1,5146	1,6762	0,4106	1,4941
<i>Pg36</i>	472	0,6488	1,1574	2,7651	10,3509
<i>Pg37</i>	473	1,6868	2,5106	1,1525	2,9349
<i>Pg38</i>	551	2,5727	2,0262	-0,0233	1,3779
<i>Pg39</i>	651	1,9054	2,0343	0,8486	2,0046
<i>Pg40</i>	661	0,7080	0,7241	1,6718	5,3716
<i>Pg41</i>	703	3,6451	4,4101	1,0172	2,5591
<i>Pg42</i>	951	3,4289	3,3269	0,3754	1,6764
<i>Pg43</i>	952	2,5910	3,0705	0,7591	2,2391
<i>Pg44</i>	953	2,7212	2,5001	0,6147	1,9760

Πίνακας Γ.3 – Δεδομένα Ζητήσεων στις 9 μ.μ. (ΜΕΓΙΣΤΟ) - ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ

Φορτία	BusID	Μέση τιμή	Τυπ.απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
P1	3	21,3616	4	0	3
P2	10	15,5867	5	0	3
P3	11	0,5430	8	0	3
P4	12	61,8764	7	0	3
P5	13	11,4592	3	0	3
P6	39	25,5978	6	0	3
P7	41	27,0279	5	0	3
P8	43	36,0251	4	0	3
P9	44	11,4411	7	0	3
P10	45	15,5867	8	0	3
P11	47	0,48878	6	0	3
P12	65	14,8445	4	0	3
P13	70	4,3990	4	0	3
P14	75	4,0913	6	0	3
P15	95	50,9964	7	0	3
P16	300	26,7926	5	0	3
P17	391	25,3443	4	0	3
P18	392	33,7079	5	0	3
P19	410	35,1743	8	0	3
P20	411	31,8433	6	0	3
P21	431	31,8795	7	0	3
P22	701	21,5789	4	0	3
P23	702	3,6930	5	0	3

Πίνακας Γ.4 – Δεδομένα Παραγωγών στις 7 π.μ. (ΕΛΑΧΙΣΤΟ) - ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ

Παραγωγές	BusID	Μέση τιμή	Τυπ.απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
<i>Pg1</i>	17	0,0061	0,0127	1,1989	10,5654
<i>Pg2</i>	441	21,9109	9,2622	-1,3711	3,6253
<i>Pg3</i>	24	19,7617	3,4418	0,2163	3,3655
<i>Pg4</i>	22	13,0938	8,7667	-0,6973	1,7946
<i>Pg5</i>	21	0,0261	0,0421	2,5703	9,0150
<i>Pg6</i>	50	15,5736	7,6437	-1,3969	3,3126
<i>Pg7</i>	51	17,0928	5,8545	-2,2997	7,2334
<i>Pg8</i>	28	20,0414	0,5717	2,92873	12,8055
<i>Pg9</i>	29	7,7310	3,8505	-1,4403	3,1333
<i>Pg10</i>	30	6,7961	4,3452	-0,8724	1,8061
<i>Pg11</i>	31	8,3120	3,3680	-1,9976	5,1040
<i>Pg12</i>	25	7,0937	4,0094	-1,0486	2,2435
<i>Pg13</i>	26	0,0127	0,0198	0,6212	5,1779
<i>Pg14</i>	27	8,7575	1,7352	0,0916	10,838
<i>Pg15</i>	33	7,9973	3,3430	-1,1855	4,4894
<i>Pg16</i>	35	0,9418	4,5650	5,2920	29,1226
<i>Pg17</i>	36	0,5247	3,4866	8,9148	82,7425
<i>Pg18</i>	84	0,43607	2,6419	9,4341	90,0061
<i>Pg19</i>	53	0,0166	0,0062	0,0806	10,6633
<i>Pg20</i>	52	21,9218	18,3145	-0,2829	1,2810
<i>Pg21</i>	80	29,3022	13,6330	-1,4059	3,6035
<i>Pg22</i>	81	45,1534	11,3049	0,3055	4,5605
<i>Pg23</i>	442	4,9396	4,2973	0,8856	2,6770
<i>Pg24</i>	20	1,6660	1,8423	1,0599	2,6398
<i>Pg25</i>	371	0,0091	0,0107	3,9261	24,7981
<i>Pg26</i>	372	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<i>Pg27</i>	445	5,9416	3,8389	-0,1954	1,7590
<i>Pg28</i>	461	1,4908	0,7707	-0,6158	2,3424
<i>Pg29</i>	462	0,4020	0,8978	0,5263	1,8127
<i>Pg30</i>	463	6,1051	3,8770	-0,1109	1,6899
<i>Pg31</i>	464	5,5659	3,5860	-0,2402	1,7160

Pg32	465	5,1775	4,2957	0,1110	1,4789
Pg33	466	1,0694	0,5801	-0,3162	1,5987
Pg34	468	1,7253	1,3485	0,2631	1,7064
Pg35	471	1,6206	1,6449	0,2387	1,4494
Pg36	472	0,6479	0,9782	1,7341	5,3457
Pg37	473	1,3240	2,2494	1,3075	3,4897
Pg38	551	2,8641	1,9489	-0,2189	1,6073
Pg39	651	1,8032	1,8534	0,9099	2,4008
Pg40	661	0,7071	0,8352	1,1384	3,1158
Pg41	703	4,3131	4,2913	0,4877	1,7336
Pg42	951	3,5468	3,2708	0,1730	1,5659
Pg43	952	2,6136	3,1376	0,5213	1,8245
Pg44	953	2,9330	2,4967	0,3085	1,6343

Πίνακας Γ.5 - Δεδομένα Ζητήσεων στις 7 π.μ. (ΕΛΑΧΙΣΤΟ) - ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ

Φορτία	BusID	Μέση τιμή	Τυπ.απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
P1	3	12,8802	4	0	3
P2	10	9,3982	5	0	3
P3	11	0,3274	8	0	3
P4	12	37,3090	7	0	3
P5	13	6,9094	3	0	3
P6	39	15,4344	6	0	3
P7	41	16,2967	5	0	3
P8	43	21,7217	4	0	3
P9	44	6,8985	7	0	3
P10	45	9,3982	8	0	3
P11	47	0,2947	6	0	3
P12	65	8,9506	4	0	3
P13	70	2,6524	4	0	3
P14	75	2,4668	6	0	3
P15	95	30,7488	7	0	3
P16	300	16,1548	5	0	3

<i>P17</i>	391	15,2816	4	0	3
<i>P18</i>	392	20,3246	5	0	3
<i>P19</i>	410	21,2087	8	0	3
<i>P20</i>	411	19,2003	6	0	3
<i>P21</i>	431	19,2221	7	0	3
<i>P22</i>	701	13,0112	4	0	3
<i>P23</i>	702	2,2267	5	0	3

Πίνακας Γ.6 - Δεδομένα Παραγωγών στις 8 μ.μ. (ΜΕΓΙΣΤΟ) – ΧΕΙΜΩΝΑΣ

Παραγωγές	BusID	Μέση τιμή	Τυπ.απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
<i>pg1</i>	17	0,2047	1,3063	6,4717	43,0165
<i>Pg2</i>	441	14,3436	2,3872	-4,9548	29,8749
<i>Pg3</i>	24	0,2420	3,1797	9,2737	87,0052
<i>Pg4</i>	22	27,1204	6,1299	-2,8207	12,1556
<i>Pg5</i>	21	0,0147	0,0198	4,8220	24,8853
<i>Pg6</i>	50	10,3905	11,3598	0,2148	1,1086
<i>Pg7</i>	51	21,1025	5,2146	-3,1216	12,4578
<i>Pg8</i>	28	21,7391	4,8632	-3,9498	17,7250
<i>Pg9</i>	29	9,0116	2,8679	-2,7479	8,7524
<i>Pg10</i>	30	8,8919	3,0137	-2,5371	7,6241
<i>Pg11</i>	31	8,9411	2,9607	-2,6273	7,9691
<i>Pg12</i>	25	7,6512	4,0410	-1,2797	2,7406
<i>pg13</i>	26	0,0035	0,0316	-0,2288	4,0672
<i>pg14</i>	27	12,4684	2,2018	-2,6062	12,8546
<i>pg15</i>	33	12,9130	2,2113	-2,9559	14,5936
<i>pg16</i>	35	17,8720	17,4576	0,1236	1,2219
<i>pg17</i>	36	13,6713	17,3700	0,5726	1,4475
<i>pg18</i>	84	12,6874	13,9472	0,3763	1,3260
<i>pg19</i>	53	0,4659	2,1005	4,6106	22,7666
<i>Pg20</i>	52	39,1345	11,3048	-3,0482	10,5517
<i>Pg21</i>	80	38,6930	11,2716	-3,0660	10,6576

Pg22	81	63,3932	17,2861	-0,8156	1,9502
Pg23	442	6,4521	4,5522	0,1939	1,8549
Pg24	20	2,3786	1,9480	0,3496	1,5876
Pg25	371	0,0084	0,0146	4,2500	35,0484
Pg26	372	3,1261	7,3865	2,1231	5,9251
Pg27	445	4,7464	4,2518	0,3768	1,6219
Pg28	461	0,6571	0,7836	0,8652	2,3864
Pg29	462	0,6689	1,0618	0,4020	1,7006
Pg30	463	5,0852	4,1580	0,4391	1,7932
Pg31	464	4,0106	3,8349	0,5285	1,7257
Pg32	465	5,4809	4,1538	0,1069	1,6077
Pg33	466	1,0173	0,5291	0,0177	1,8469
Pg34	468	1,5454	1,5035	0,6631	1,8301
Pg35	471	1,2872	1,4160	0,6850	2,0902
Pg36	472	1,8490	1,6750	0,7944	2,3560
Pg37	473	1,9291	2,1753	1,0616	3,0308
Pg38	551	1,7908	1,8346	0,7343	2,2850
Pg39	651	2,2338	1,9796	0,5133	1,6723
Pg40	661	0,6169	0,8410	1,5329	4,3395
Pg41	703	5,1247	4,5198	0,4407	1,7380
Pg42	951	3,9735	3,5230	0,1519	1,5080
Pg43	952	3,5218	3,5751	0,3354	1,5995
Pg44	953	3,3990	2,8186	0,3126	1,6224

Πίνακας Γ.7 - Δεδομένα Ζητήσεων στις 8 μ.μ. (ΜΕΓΙΣΤΟ) - ΧΕΙΜΩΝΑΣ

Φορτία	BusID	Μέση τιμή	Τυπ.απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
P1	3	17,0791	4	0	3
P2	10	12,4620	5	0	3
P3	11	0,4342	8	0	3
P4	12	49,4717	7	0	3
P5	13	9,1619	3	0	3
P6	39	20,4660	6	0	3

P7	41	21,6095	5	0	3
P8	43	28,8030	4	0	3
P9	44	9,1474	7	0	3
P10	45	12,4620	8	0	3
P11	47	0,3907	6	0	3
P12	65	11,8685	4	0	3
P13	70	3,5171	4	0	3
P14	75	3,2710	6	0	3
P15	95	40,7729	7	0	3
P16	300	21,4213	5	0	3
P17	391	20,2634	4	0	3
P18	392	26,9503	5	0	3
P19	410	28,1227	8	0	3
P20	411	25,4595	6	0	3
P21	431	25,4885	7	0	3
P22	701	17,2528	4	0	3
P23	702	2,9526	5	0	3

Πίνακας Γ.8 - Δεδομένα Παραγωγών στις 5 π.μ. (ΕΛΑΧΙΣΤΟ) – ΧΕΙΜΩΝΑΣ

Παραγωγές	BusID	Μέση τιμή	Τυπ,απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
Pg1	17	0,03815	0,2957	9,2564	86,7917
Pg2	441	12,1769	2,0924	-4,3797	26,4747
Pg3	24	0,3184	2,7367	6,4540	42,7048
Pg4	22	19,0740	5,1415	-2,0080	9,1078
Pg5	21	0,0130	0,0159	6,3875	42,0829
Pg6	50	8,4860	9,1711	0,1585	1,0262
Pg7	51	16,4425	5,0256	-2,8891	9,4236
Pg8	28	18,7981	4,5791	-3,8354	15,7660
Pg9	29	4,1189	4,7416	0,3391	1,1611
Pg10	30	1,2355	3,0954	2,3015	6,4551
Pg11	31	3,6579	4,6648	0,5356	1,3264

<i>Pg12</i>	25	2,3215	4,1399	1,2906	2,7371
<i>pg13</i>	26	0,0031	0,0422	-1,5102	3,2091
<i>pg14</i>	27	8,6560	1,4481	-4,6369	29,0113
<i>pg15</i>	33	9,1660	1,7121	-3,4079	18,4184
<i>pg16</i>	35	0,0915	0,0380	0,1562	6,2372
<i>pg17</i>	36	0,0925	0,0386	-0,3807	2,2833
<i>pg18</i>	84	0,2432	0,7705	9,2646	86,8956
<i>pg19</i>	53	0,0973	0,7506	9,2737	87,0054
<i>Pg20</i>	52	5,4386	12,5498	1,6971	3,9291
<i>Pg21</i>	80	5,8620	12,9403	1,5763	3,6358
<i>Pg22</i>	81	37,9055	8,84218	-1,6968	4,0501
<i>Pg23</i>	442	3,2527	2,3836	0,6712	3,1490
<i>Pg24</i>	20	1,3242	0,9585	0,3982	2,4960
<i>Pg25</i>	371	0,0080	0,0078	-1,0174	8,4272
<i>Pg26</i>	372	0,1314	1,5037	9,2738	87,0061
<i>Pg27</i>	445	2,4994	2,0106	0,2411	1,8873
<i>Pg28</i>	461	0,5188	0,4970	0,4331	2,2088
<i>Pg29</i>	462	0,3127	0,7296	1,1580	4,2074
<i>Pg30</i>	463	3,2417	2,0752	0,2768	2,6435
<i>Pg31</i>	464	2,9576	2,1820	0,1841	2,0565
<i>Pg32</i>	465	3,1168	2,2684	0,2936	2,1250
<i>Pg33</i>	466	0,8632	0,3574	-0,5376	2,0791
<i>Pg34</i>	468	0,6155	0,7217	2,0148	7,5764
<i>Pg35</i>	471	0,7592	0,8901	0,5109	1,9354
<i>Pg36</i>	472	1,2155	0,8627	0,0407	1,6742
<i>Pg37</i>	473	0,5025	0,7836	1,0371	3,1924
<i>Pg38</i>	551	1,4577	1,1762	0,1858	1,6816
<i>Pg39</i>	651	1,2700	1,0182	0,8351	3,7580
<i>Pg40</i>	661	0,3804	0,5565	2,2026	8,3081
<i>Pg41</i>	703	3,0744	2,5889	0,2625	1,7784
<i>Pg42</i>	951	2,3314	1,7565	-0,1511	1,9099
<i>Pg43</i>	952	1,9281	1,8215	0,4582	2,6297
<i>Pg44</i>	953	2,0720	1,3960	0,1528	1,9175

Πίνακας Γ.9 - Δεδομένα Ζητήσεων στις 5 π.μ. (ΕΛΑΧΙΣΤΟ) - ΧΕΙΜΩΝΑΣ

Φορτία	BusID	Μέση τιμή	Τυπ.απόκλιση	Λοξότητα	Κύρτωση
P1	3	8,0451	4	0	3
P2	10	5,8702	5	0	3
P3	11	0,2045	8	0	3
P4	12	23,3037	7	0	3
P5	13	4,3157	3	0	3
P6	39	9,6405	6	0	3
P7	41	10,1791	5	0	3
P8	43	13,5677	4	0	3
P9	44	4,3089	7	0	3
P10	45	5,8702	8	0	3
P11	47	0,1840	6	0	3
P12	65	5,5907	4	0	3
P13	70	1,6567	4	0	3
P14	75	1,5408	6	0	3
P15	95	19,2061	7	0	3
P16	300	10,0905	5	0	3
P17	391	9,5451	4	0	3
P18	392	12,6950	5	0	3
P19	410	13,2472	8	0	3
P20	411	11,9927	6	0	3
P21	431	12,0064	7	0	3
P22	701	8,1269	4	0	3
P23	702	1,3908	5	0	3