



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**Επισκόπηση και κατηγοριοποίηση εργαλείων υποστήριξης
αποφάσεων για την βελτιστοποίηση των ενεργειών της
αγοράς Φυσικού Αερίου**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

ΜΑΥΡΟΚΑΠΝΙΔΟΥ ΜΑΡΙΑΣ

Καθηγητής: Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής ΕΜΠ

Επιβλέπουσα: Στυλιανή Ανδρουλάκη

Υπ Διδάκτωρ ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2012



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

**Επισκόπηση και κατηγοριοποίηση εργαλείων υποστήριξης
αποφάσεων για την βελτιστοποίηση των ενεργειών της
αγοράς Φυσικού Αερίου**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

ΜΑΥΡΟΚΑΠΝΙΔΟΥ ΜΑΡΙΑΣ

Καθηγητής: Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής ΕΜΠ

Επιβλέπουσα: Στυλιανή Ανδρουλάκη

Υπ Διδάκτωρ ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή.

.....

Αθήνα, Ιούλιος 2012

.....

Μαυροκαπνίδου Μαρία

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Μαυροκαπνίδου Μαρία 2012.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Παλαιότερα, η παγκόσμια αγορά Φυσικού Αερίου (ΦΑ) ήταν ως επί το πλείστον ολιγοπωλιακή και οι αρμοδιότητες των εμπλεκόμενων εταιριών (παραγωγή, μεταφορά, αποθήκευση, διανομή) ήταν σαφώς καθορισμένες και διακριτές. Στην πορεία, με αφετηρία τις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, προωθήθηκε η απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ, ιδέα η οποία υιοθετήθηκε από την Ευρωπαϊκή Ένωση και αποτυπώθηκε με τις οδηγίες 98/30/EC και 2003/55/EC. Ωστόσο, οι ευρωπαϊκές οδηγίες για την απελευθέρωση ενσωματώθηκαν με διαφορετικό ρυθμό και σε διαφορετικό βαθμό στις εθνικές νομοθεσίες των διαφόρων κρατών μελών.

Αποτέλεσμα της απελευθέρωσης ήταν η είσοδος νέων ανταγωνιστών στην αγορά ΦΑ και η αύξηση της πολυπλοκότητας των σχέσεων μεταξύ των εμπλεκόμενων, αφού οι εταιρίες δεν καλούνταν πια να περιορίζονται μονάχα σε έναν συγκεκριμένο κλάδο δραστηριοποίησης. Το γεγονός αυτό δημιούργησε την ανάγκη για ανάπτυξη και χρήση εργαλείων υποστήριξης αποφάσεων τα οποία συνθέτουν το υπερσύνολο των παραγόντων που επηρεάζουν την αγορά ΦΑ με στόχο την βελτιστοποίηση των οφελών για τον εκάστοτε εμπλεκόμενο-αποφασίζοντα. Επιστημονική βάση αυτών των εργαλείων αποτέλεσε ως επί το πλείστον ο γραμμικός προγραμματισμός σε διάφορες παραλλαγές του ανάλογα με το πρόβλημα που μοντελοποιείται αλλά και οι τεχνικές αντιμετώπισης των μεταβλητών απόφασης στις οποίες υπεισέρχεται αβεβαιότητα σχετικά με τη μελλοντική τους εξέλιξη, με κυριότερη τη ζήτηση ΦΑ.

Σήμερα, η αγορά ΦΑ χαρακτηρίζεται από τις οντότητες που την απαρτίζουν, τα είδη συμβολαίων που συνδέουν τις οντότητες αυτές και καθορίζουν τους διακανονισμούς και τη ροή καυσίμου μεταξύ τους, καθώς και τη νομοθεσία που διέπει την αγορά στην εκάστοτε χώρα. Όσον αφορά στην Ελλάδα, μπορεί η απελευθέρωση να έχει κατοχυρωθεί νομικά, όμως ουσιαστικά η διαχείριση ΦΑ σχεδόν μονοπωλείται από λίγους κρατικούς φορείς. Ωστόσο, η ταχέως αναπτυσσόμενη υποδομή του δικτύου μεταφοράς ΦΑ πέραν των συνόρων της Ελλάδας δημιουργεί νέες προοπτικές ανάπτυξης στον κλάδο και προσελκύει ολοένα και περισσότερους ιδιώτες επενδυτές στο χώρο. Επομένως, οι ενδιαφερόμενες εταιρίες καλούνται να σταθμίσουν τα δυνατά και αδύναμα χαρακτηριστικά μιας τέτοιας επένδυσης και ανάλογα να προγραμματίσουν τις επιχειρηματικές τους κινήσεις. Τα εργαλεία υποστήριξης αποφάσεων που προαναφέρθηκαν ανάγονται σε αρωγό σε αυτή τη διαδικασία.

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία πραγματοποιείται μία βιβλιογραφική επισκόπηση εργαλείων μαθηματικού προγραμματισμού και τεχνικών αντιμετώπισης αβεβαιότητας για την υποστήριξη αποφάσεων με έμφαση στον τομέα του ΦΑ. Επίσης, διεξάγεται ανάλυση SWOT των κυριότερων Δυνάμεων-Αδυναμιών-Ευκαιριών-Κινδύνων για την ελληνική αγορά σε ό,τι αφορά τη δυνατότητα δραστηριοποίησης ιδιωτών στο χώρο του ΦΑ.

Λέξεις κλειδιά:

Μοντέλα βελτιστοποίησης αποφάσεων, Γραμμικός προγραμματισμός, Ακέραιος μικτός προγραμματισμός, Στοχαστικός προγραμματισμός, Προμήθεια, Μεταφορά, Αποθήκευση, Διανομή ΦΑ, Απελευθέρωση αγοράς ΦΑ, Ελληνική αγορά ΦΑ

Abstract

In the past, the global natural gas market was mostly oligopolist and the activities of the companies involved (production, transportation, storage, distribution) were clearly defined and distinct. Later, the United States promoted the idea of deregulation of natural gas market, which was adopted by the European Union and expressed by the instructions 98/30/EC and 2003/55/EC. However, these European guidelines were incorporated by the national legislation of the varying Member States at different rates and degrees.

The result of this deregulation was the entry of new competitors in the natural gas market, as well as the increasing complexity of relations between the stakeholders, since the companies were not obliged anymore to limit their activities in only one specific sector. This fact created the need to develop and use some decision support tools which reflect the factors influencing the natural gas market, in order to maximize the benefits of the corresponding decision maker. The scientific basis of these tools was mostly the Linear programming in different variations depending on the problem to be modeled, but also some other techniques of processing the decision variables which involve uncertainty about their future development, such as the demand for natural gas.

Nowadays, the natural gas market is characterized by the entities that compose it, the types of contracts which connect these entities and specify the deals about the fuel flow between them and the laws governing the market in each country. In Greece, the deregulation may have legal status, but in practice the management of natural gas is almost monopolized by a few public undertakings. However, the rapidly growing network infrastructure beyond the borders of Greece creates new prospects for the industry and attracts more and more private investors. Therefore, the companies which are interested in this sector are required to value the positive and negative characteristics of such an investment in order to plan their business schedule. The decision support tools which were mentioned above can prove to be very helpful in this process.

This diploma thesis starts with a bibliographic survey of mathematical programming tools and techniques for dealing with uncertainty in decision making, giving emphasis in the field of natural gas. In addition, a SWOT analysis (Strengths-Weaknesses-Opportunities-Threats) of the Greek natural gas market is carried out in order to evaluate the possibility of private investment in this market area.

Keywords:

Decision making with optimization models, Linear programming, Integer mixed programming, Stochastic Programming, Supply, Transportation, Storage, Distribution of natural gas, Deregulation of the natural gas market, Greek natural gas market

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Σκοπός της εργασίας είναι η επισκόπηση και κατηγοριοποίηση εργαλείων υποστήριξης αποφάσεων για την βελτιστοποίηση των ενεργειών της αγοράς ΦΑ. Εν συνεχεία, ακολουθεί η μελέτη, κατανόηση και αποτύπωση της αγοράς ΦΑ και η παρουσίαση των ενεργειών των διαφόρων εμπλεκομένων. Τέλος, αναλύεται η κατάσταση της αγοράς ΦΑ στην ελληνική πραγματικότητα και γίνεται μελέτη του δυναμικού επενδύσεων στον εν λόγω τομέα από πλευράς επιχειρήσεων ιδιωτικών συμφερόντων.

Υπεύθυνος κατά την εκπόνηση της διπλωματικής ήταν ο Καθηγητής κ. Ι. Ψαρράς, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεση αυτής και την δυνατότητα που μου δόθηκε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα.

Θα ήθελα τέλος, να ευχαριστήσω θερμά την υποψήφια διδάκτορα Σ. Ανδρουλάκη, επιβλέπουσα της διπλωματικής εργασίας, για την πολύτιμη υποστήριξη και καθοδήγηση που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της εργασίας.

Μαυροκαπνίδου Μαρία

Ιούλιος 2012

Περιεχόμενα

| | |
|---|----|
| Περίληψη..... | 5 |
| Abstract | 7 |
| Περιεχόμενα..... | 9 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 11 |
| 1.1. Αντικείμενο-Σκοπός διπλωματικής εργασίας | 11 |
| 1.2. Φάσεις πραγματοποίησης διπλωματικής εργασίας..... | 12 |
| 1.3. Δομή Τεύχους Διπλωματικής Εργασίας | 13 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΙΔΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ | 16 |
| 2.1. Εισαγωγή | 16 |
| 2.2. Γραμμικός προγραμματισμός | 16 |
| 2.3. Ακέραιος (μικτός) προγραμματισμός..... | 25 |
| 2.4. Μη γραμμικός προγραμματισμός..... | 33 |
| 2.4.1. Κυρτός προγραμματισμός..... | 34 |
| 2.4.2. Τετραγωνικός προγραμματισμός..... | 34 |
| 2.5. Πολυκριτηριακός προγραμματισμός | 35 |
| 2.6. Επίλογος | 40 |
| 2.7. Βιβλιογραφία..... | 41 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΕ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ | 43 |
| 3.A. ΕΙΔΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ | 43 |
| 3.A.1. Εισαγωγή..... | 43 |
| 3.A.2. Στοχαστικός προγραμματισμός | 43 |
| 3.A.3. Chance constrained programming..... | 49 |
| 3.A.4. Robust Optimization | 51 |
| 3.A.5. Βιβλιογραφία | 55 |
| 3.B. ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ | 56 |
| 3.B.1. Εισαγωγή..... | 56 |
| 3.B.2. Γραμμική παλινδρόμηση..... | 56 |
| 3.B.3. Mean reversion | 62 |
| 3.B.4. Προσομοίωση Monte Carlo | 64 |
| 3.B.5. Βιβλιογραφία | 67 |

| | |
|--|-----|
| <i>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Η ΑΓΟΡΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΚΑΙ Η ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΞΕΛΙΞΗ</i> | 68 |
| 4.1. Η αλυσίδα παροχής ΦΑ..... | 68 |
| 4.2. Είδη συμβολαίων | 73 |
| 4.2.1. Συμβόλαια προμήθειας ΦΑ από τον παραγωγό | 73 |
| 4.2.2. Συμβόλαια πώλησης ΦΑ | 76 |
| 4.2.3. Συμβόλαια μεταφοράς ΦΑ..... | 77 |
| 4.2.4. Συμβόλαια αποθήκευσης ΦΑ | 78 |
| 4.3. Παράγοντες επιρροής της ζήτησης ΦΑ..... | 79 |
| 4.4. Βιβλιογραφία..... | 82 |
| <i>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΚΑΙ ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗ ΠΗΓΩΝ</i> | 84 |
| 5.1. Λίστα πηγών | 84 |
| 5.2. Κριτήρια κατηγοριοποίησης κειμένων..... | 85 |
| 5.2.1. Εφαρμογή | 88 |
| 5.2.2. Είδη συμβολαίων | 89 |
| 5.2.3. Μαθηματικός προγραμματισμός..... | 91 |
| 5.2.4. Χαρακτηριστικά βελτιστοποίησης | 93 |
| 5.2.5. Αντιμετώπιση αβεβαιότητας..... | 95 |
| 5.2.6. Καινοτομίες | 97 |
| <i>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Η ΑΓΟΡΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ</i> | 99 |
| 6.1. Εισαγωγή | 99 |
| 6.2. Διάρθρωση αγοράς και εμπλεκόμενοι φορείς | 99 |
| 6.3. Έργα επέκτασης δικτύου ΦΑ εκτός των ελληνικών συνόρων | 104 |
| 6.4. Νέοι παίκτες στην αγορά ΦΑ..... | 106 |
| 6.5. Μελέτη του δυναμικού επενδύσεων στον τομέα ΦΑ στην Ελλάδα..... | 108 |
| 6.5.1.Ανάλυση SWOT | 108 |
| 6.5.2.Εφαρμογή της ανάλυσης SWOT στο πλαίσιο της ελληνικής αγοράς ΦΑ..... | 109 |
| 6.6. Βιβλιογραφία..... | 112 |
| <i>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ</i> | 113 |

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Αντικείμενο-Σκοπός διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης του τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Απόφασης της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Η ανάθεση του θέματος έγινε από τον κ. Ι. Ψαρρά, καθηγητή της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ του ΕΜΠ.

Το ΦΑ είναι ένα φυσικό προϊόν που βρίσκεται σε υπόγεια κοιτάσματα της γης και είτε συναντάται μόνο του είτε συνυπάρχει με κοιτάσματα πετρελαίου. Είναι μίγμα υδρογονανθράκων σε αέρια κατάσταση, αποτελούμενο κυρίως από μεθάνιο (σε ποσοστό άνω του 85%), που είναι ο ελαφρύτερος υδρογονάνθρακας. Το ΦΑ είναι το πιο καθαρό και λιγότερο ρυπογόνο συμβατικό καύσιμο. Η καύση του παράγει λιγότερο διοξείδιο του άνθρακα, οπότε υποκαθιστώντας τα άλλα καύσιμα συμβάλλει στη μείωση του φαινομένου του θερμοκηπίου. Δεν περιέχει ενώσεις θείου που ρυπαίνουν το περιβάλλον και προκαλούν το φαινόμενο της όξινης βροχής.

Το ΦΑ είναι μια «φυσική μορφή ενέργειας» που μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς ιδιαίτερη επεξεργασία και κάνει τέλεια καύση στις κατάλληλες συσκευές, πράγμα που εξασφαλίζει μειωμένο κόστος συντήρησης συσκευών και μεγαλύτερη διάρκεια ζωής τους. Αποτελεί διαχρονικά την πιο οικονομική επιλογή και τη καλύτερη ενεργειακή επένδυση σε βάθος χρόνου για οικιακή και επαγγελματική χρήση παραμένοντας σταθερά ανταγωνιστικό σε σχέση με παραδοσιακές πηγές ενέργειας. Ενδείκνυται επίσης για βιομηχανικές χρήσεις ευρείας κλίμακας και παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

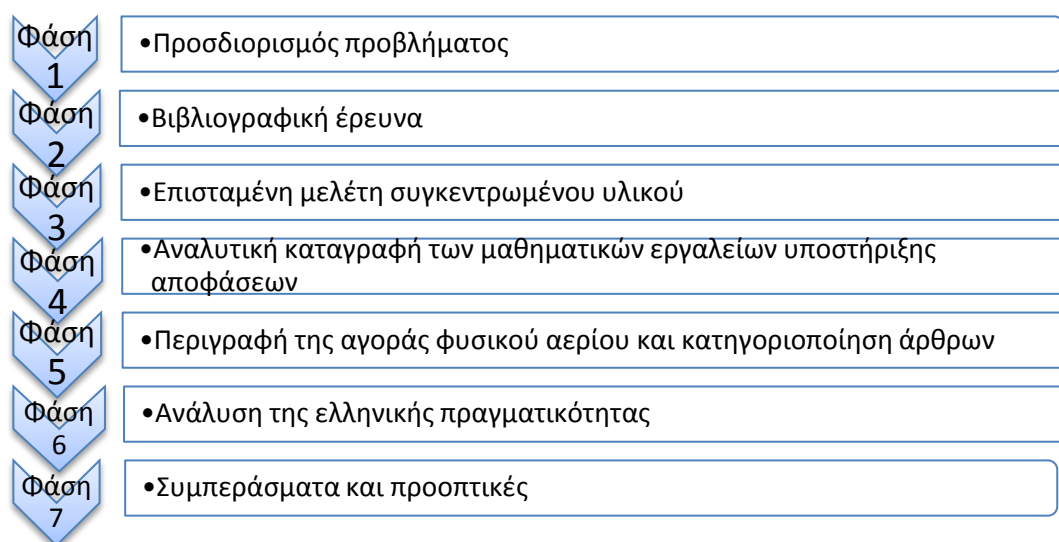
Η σταδιακή απελευθέρωση των αγορών ΦΑ παγκοσμίως έχει οδηγήσει σε σημαντικές αλλαγές σε αυτόν τον ενεργειακό κλάδο, καθώς οι εμπλεκόμενες επιχειρήσεις καλούνται να ανταπεξέλθουν σε ένα περιβάλλον έντονου ανταγωνισμού. Συνεπώς, η επιλογή των βέλτιστων αποφάσεων ανάγεται σε πρωταρχική ανάγκη, λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη τυχόν αβεβαιότητες και περιορισμούς οικονομικής και τεχνικής φύσεως. Πολύτιμο βοήθημα σε αυτή τη διαδικασία αποτελεί η κατάστρωση μοντέλων βελτιστοποίησης με χρήση διαφόρων ειδών μαθηματικού προγραμματισμού και η υλοποίησή τους σε υπολογιστικό περιβάλλον.

Σκοπός, λοιπόν, της εργασίας είναι η επισκόπηση και κατηγοριοποίηση εργαλείων υποστήριξης αποφάσεων για την βελτιστοποίηση των ενεργειών της αγοράς ΦΑ. Εν συνεχεία, ακολουθεί η μελέτη, κατανόηση και αποτύπωση της αγοράς ΦΑ και η παρουσίαση των ενεργειών των διαφόρων εμπλεκόμενων. Τέλος, αναλύεται η κατάσταση της αγοράς ΦΑ στην ελληνική πραγματικότητα και γίνεται μελέτη του

δυναμικού επενδύσεων στον εν λόγω τομέα από πλευράς επιχειρήσεων ιδιωτικών συμφερόντων.

1.2. Φάσεις πραγματοποίησης διπλωματικής εργασίας

Η εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας πραγματοποιήθηκε μεταξύ Οκτωβρίου 2011 και Ιουνίου 2012 και η πορεία που ακολουθήθηκε περιγράφεται στις φάσεις που παρουσιάζονται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1.1: Φάσεις υλοποίησης εργασίας

Φάση 1: Προσδιορισμός προβλήματος

Αρχικά προσδιορίστηκε το πρόβλημα προς επίλυση, δηλαδή η ανάγκη για ανάλυση των χαρακτηριστικών της νέας απελευθερωμένης αγοράς ΦΑ και η συγκέντρωση και επισκόπηση των μαθηματικών τεχνικών που λειτουργούν ως εργαλεία υποστήριξης αποφάσεων σε αυτόν τον τομέα.

Φάση 2: Βιβλιογραφική έρευνα

Ύστερα από αναζήτηση μέσω διαδικτύου, συγκεντρώθηκαν διάφορα επιστημονικά άρθρα που περιγράφουν μοντέλα μέσω των οποίων λαμβάνονται αποφάσεις σχετικά με τη διαχείριση εταιριών εμπορίας ΦΑ. Αυτά αποτέλεσαν τη βάση για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργεί η αγορά ΦΑ και των βοηθητικών μαθηματικών εργαλείων.

Φάση 3: Επισταμένη μελέτη συγκεντρωμένου υλικού

Κατά τη διάρκεια αυτής της φάσης έγινε λεπτομερής ανάγνωση και κατανόηση των επιστημονικών άρθρων, ενώ παράλληλα καταγράφηκε περιληπτικά το περιεχόμενό τους και επισημάνθηκαν τα βασικά τους στοιχεία.

Φάση 4: Αναλυτική καταγραφή των μαθηματικών εργαλείων υποστήριξης αποφάσεων

Σημειώθηκαν όλες οι τεχνικές βελτιστοποίησης μέσω μαθηματικού προγραμματισμού που εντοπίστηκαν στα άρθρα, καθώς και οι τρόποι μοντελοποίησης των αβέβαιων παραγόντων που επηρεάζουν τη ζήτηση ΦΑ. Έπειτα, έγινε αναζήτηση μέσω διαδικτύου σχετικά με το επιστημονικό υπόβαθρο και τον τρόπο εφαρμογής όλων αυτών των τεχνικών βελτιστοποίησης και των μεθόδων αντιμετώπισης της αβεβαιότητας.

Φάση 5: Περιγραφή της αγοράς ΦΑ και κατηγοριοποίηση άρθρων

Με χρήση της γνώσης που αποκομίστηκε από τη φάση 3, έγινε καταγραφή του τρόπου λειτουργίας της αγοράς ΦΑ και των οντοτήτων που την απαρτίζουν. Ύστερα, κατατάχθηκαν τα επιστημονικά άρθρα σε κατηγορίες ανάλογα με ορισμένα κριτήρια, όπως αυτά προέκυψαν από τη φάση 3 και το πρώτο μέρος της φάσης 4.

Φάση 6: Παρουσίαση της ελληνικής αγοράς ΦΑ και ανάλυση SWOT

Ύστερα από αναζήτηση μέσω διαδικτύου βρέθηκαν οι εταιρίες που συμμετέχουν στην ελληνική αγορά ΦΑ και η δράση τους, εντοπίστηκαν τα μεγάλα έργα επέκτασης του δικτύου μεταφοράς ΦΑ που συνδέουν την Ελλάδα με τις γειτονικές της χώρες και επισημάνθηκαν οι κίνδυνοι, οι αδυναμίες, οι ευκαιρίες και οι κίνδυνοι που ενέχονται σε μια επένδυση στην ελληνική αγορά ΦΑ.

Φάση 7: Εξαγωγή συμπερασμάτων και προοπτικών στο μέλλον

Στην έβδομη φάση εξήχθησαν τα συμπεράσματα για τα είδη μαθηματικού προγραμματισμού που είναι κατάλληλα για τη μοντελοποίηση διαφορετικών κατηγοριών προβλημάτων και εξετάστηκαν πιθανές προοπτικές εφαρμογής και επέκτασης των μοντέλων στο μέλλον, καθώς και προσαρμογής τους για τη μελέτη της ελληνικής αγοράς ΦΑ.

1.3. Δομή Τεύχους Διπλωματικής Εργασίας

Αρχικά, δίδεται μια σύντομη περίληψη της διπλωματικής εργασίας, όπου παρουσιάζονται συνοπτικά τα κύρια σημεία της. Ακολουθεί ο πρόλογος, ο πίνακας περιεχομένων και τέλος το κύριο περιεχόμενο της διπλωματικής εργασίας, δομημένο σε επτά κεφάλαια. Παρακάτω περιγράφεται συνοπτικά το κάθε κεφαλαίο.

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Στο πρώτο κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας παρουσιάζεται ο σκοπός της διπλωματικής, οι φάσεις που ακολουθήθηκαν κατά την εκπόνησή της και αναλύεται το περιεχόμενο του κάθε κεφαλαίου της.

Κεφάλαιο 2: Είδη προγραμματισμού

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύονται οι μέθοδοι μαθηματικού προγραμματισμού που χρησιμοποιούνται κυρίως στα μοντέλα βελτιστοποίησης, τα οποία αφορούν την αγορά ΦΑ. Παρουσιάζεται η θεωρία τους, οι διάφορες μορφές τους και οι περιπτώσεις στις οποίες εφαρμόζονται.

Κεφάλαιο 3: Προγραμματισμός σε συνθήκες αβεβαιότητας

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύονται τα μαθηματικά εργαλεία με τα οποία προσεγγίζονται τα μεγέθη στα οποία υπεισέρχεται αβεβαιότητα, προκειμένου να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με την εξέλιξή τους στο μέλλον. Παρουσιάζεται η θεωρία αυτών των εργαλείων, οι διάφορες μορφές τους και οι περιπτώσεις στις οποίες εφαρμόζονται.

Κεφάλαιο 4: Η αλυσίδα παροχής ΦΑ και η διαχρονική της εξέλιξη

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφονται οι δραστηριότητες που περιλαμβάνει η αλυσίδα ΦΑ, οι εμπλεκόμενες εταιρίες σε αυτή και η κατάσταση στο συγκεκριμένο κλάδο έπειτα από την απελευθέρωση της αγοράς. Ακόμη αναφέρονται τα είδη των συμβολαίων που συνάπτονται μεταξύ των εταιριών και οι παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση του ΦΑ.

Κεφάλαιο 5: Επισκόπηση και κατηγοριοποίηση πηγών

Στο πέμπτο κεφάλαιο δίνεται η λίστα των επιστημονικών άρθρων που αποτέλεσαν την πρώτη ύλη για την εκπόνηση της εργασίας και κατατάσσονται ανάλογα με διάφορα κριτήρια μέσω συμπλήρωσης πινάκων.

Κεφάλαιο 6: Η αγορά ΦΑ στην Ελλάδα

Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στη διάρθρωση της ελληνικής αγοράς ΦΑ και τους εμπλεκόμενους φορείς. Στη συνέχεια, περιγράφονται τα έργα επέκτασης του διεθνούς δικτύου μεταφοράς ΦΑ που έχουν προγραμματιστεί να υλοποιηθούν στο μέλλον και διέρχονται από την Ελλάδα και επισημαίνονται οι νέοι παίκτες που εισέρχονται στην ελληνική αγορά ΦΑ. Τέλος γίνεται μελέτη του δυναμικού επενδύσεων στον τομέα ΦΑ στην Ελλάδα μέσω ανάλυσης SWOT.

Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα και προοπτικές

Στο έβδομο και τελευταίο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στη χρήση-καταλληλότητα των τεχνικών μαθηματικού προγραμματισμού και των τεχνικών πρόβλεψης για τη διαχείριση λειτουργιών στην αλυσίδα ΦΑ και επισημαίνονται οι λόγοι για τους οποίους δημιουργήθηκαν τα μοντέλα που μελετήθηκαν. Στη συνέχεια, καταγράφονται οι προτάσεις των ερευνητών όσον αφορά στις μελλοντικές προεκτάσεις των εργασιών τους. Τέλος, αναφέρονται οι θετικοί και αρνητικοί παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την είσοδο

μιας εταιρίας στην ελληνική αγορά ΦΑ και προτείνεται η μοντελοποίησή τους μέσω μαθηματικού προγραμματισμού.

Στο τέλος κάθε κεφαλαίου, παρατίθενται οι βιβλιογραφικές αναφορές που χρησιμοποιήθηκαν ως πηγές στην έρευνα αυτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΙΔΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

2.1. Εισαγωγή

Στα Μαθηματικά, την Επιστήμη Υπολογιστών ή στη Διοικητική επιστήμη, η μαθηματική βελτιστοποίηση ή αλλιώς ο μαθηματικός προγραμματισμός αναφέρεται στην επιλογή της καλύτερης λύσης μέσα από ένα σύνολο πιθανών εναλλακτικών. Στην απλούστερη περίπτωση, ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης συνίσταται στη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μιας πραγματικής συνάρτησης επιλέγοντας συστηματικά τιμές εισόδου από ένα σύνολο επιτρεπτών τιμών και υπολογίζοντας την τιμή της συνάρτησης.

Η θεωρία βελτιστοποίησης και οι τεχνικές της αποτελούν ένα μεγάλο τμήμα των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και η μελέτη τους άρχισε να λαμβάνει επιστημονική μορφή μεταξύ των δεκαετιών 1950-1970. Βασίστηκε πολύ στην ανάπτυξη των υπολογιστών και συνεπώς στην ικανότητα επεξεργασίας μεγάλου όγκου δεδομένων με σκοπό την επίλυση προβλημάτων σχεδιασμού και ελέγχου μέσω μαθηματικών μοντέλων.

2.2. Γραμμικός προγραμματισμός

Γραμμικός προγραμματισμός (Linear programming –LP) ή γραμμική βελτιστοποίηση (Linear optimization) είναι μία μαθηματική μέθοδος μέσω της οποίας προσδιορίζεται ένας τρόπος ώστε να επιτευχθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα σε ένα μαθηματικό μοντέλο, δεδομένης μιας σειράς περιορισμών που εκφράζονται ως γραμμικές συναρτήσεις. Το βέλτιστο αυτό αποτέλεσμα είναι συνήθως η μεγιστοποίηση του κέρδους ή η ελαχιστοποίηση του κόστους. Ο γραμμικός προγραμματισμός υπάγεται στη γενικότερη κατηγορία του μαθηματικού προγραμματισμού.

Στόχος αυτής της τεχνικής είναι η βελτιστοποίηση μιας γραμμικής συνάρτησης που ονομάζεται αντικειμενική ενώ οι περιορισμοί παίρνουν τη μορφή ανισοτήτων. Τόσο η αντικειμενική συνάρτηση όσο και οι περιορισμοί περιλαμβάνουν πραγματικές θετικές μεταβλητές οι οποίες ονομάζονται μεταβλητές απόφασης. Η περιοχή στην οποία εντοπίζονται οι εφικτές λύσεις (οι λύσεις που ικανοποιούν τους περιορισμούς) αναπαρίσταται γεωμετρικά από ένα κυρτό πολύεδρο και είναι ουσιαστικά η τομή πολλών πεπερασμένων επιπέδων τα οποία καθορίζονται από τους γραμμικούς περιορισμούς. Χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο γραμμικού προγραμματισμού εντοπίζουμε το σημείο εντός του πολυέδρου στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση λαμβάνει τη μέγιστη (ή ελάχιστη ανάλογα με το εκάστοτε κριτήριο) τιμή της. Αυτή ονομάζεται βέλτιστη εφικτή λύση. Παρατηρείται ότι αν υπάρχει βέλτιστη εφικτή λύση, τότε αυτή είναι μία από τις κορυφές του πολυγώνου ή μία από τις ακμές του, οπότε και έχουμε άπειρες βέλτιστες λύσεις.

Η μαθηματική μορφή ενός μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού σε μορφή πινάκων είναι η εξής:

Max ($\mathbf{c}^T \mathbf{x}$) : αντικειμενική συνάρτηση

για $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$: περιορισμοί

και $\mathbf{x} \geq 0$ (εξασφάλιση θετικών μεταβλητών)

όπου $\mathbf{x} [N \times 1]$ είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης που είναι οι άγνωστοι του προβλήματος, $\mathbf{c} [N \times 1]$ είναι το διάνυσμα των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης, $\mathbf{b} [M \times 1]$ είναι το διάνυσμα των οριακών τιμών των περιορισμών και $\mathbf{A} [M \times N]$ είναι ο πίνακας των συντελεστών των γραμμικών περιορισμών (οι \mathbf{c} , \mathbf{b} , \mathbf{A} είναι δοσμένοι) [5].

Αναλυτικά έχουμε:

$$Y = \max f(x_1, x_2, \dots, x_v)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1v}x_v \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2v}x_v \leq b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mv}x_v \leq b_m$$

$$\text{Με } x_1, x_2, \dots, x_v \geq 0 \text{ [1]}$$

Στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να ελαχιστοποιηθεί ($\text{Min}(\mathbf{c}^T \mathbf{x})$), οι ανισότητες των περιορισμών είναι αντίθετης φοράς. Επίσης, υπάρχει η περίπτωση να έχουμε περιορισμό της μορφής $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mv}x_v = b_m$. Τότε αυτός γράφεται

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mv}x_v \geq b_m$$

$$\text{και } a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mv}x_v \leq b_m$$

Παράδειγμα

Ένα τμήμα ενός μεγάλου εργοστασίου κατασκευάζει δύο μέρη που χρειάζονται στο τελικό προϊόν του εργοστασίου. Το τμήμα διαθέτει 4 γραμμές παραγωγής που είναι δυνατόν να κατασκευάζουν τα δύο μέρη χρησιμοποιώντας διαφορετικά ποσά εργασίας και δύο είδη πρώτης ύλης, την Α και τη Β. Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει τις εισροές-εκροές της κάθε γραμμής παραγωγής για λειτουργία μιας ώρας:

Πίνακας 2.1: Δεδομένα παραδείγματος

| Γραμμή | Εισροή | | | Εκρύοι | |
|--------|--------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | Εργασία (Ανθρωποώρες) | Πρώτη ύλη Α (kg) | Πρώτη ύλη Β (kg) | Μονάδες Μέρους 1 | Μονάδες Μέρους 2 |
| 1 | 20 | 160 | 30 | 35 | 55 |
| 2 | 30 | 100 | 35 | 45 | 42 |
| 3 | 10 | 200 | 60 | 70 | 0 |
| 4 | 25 | 75 | 80 | 0 | 90 |

Το τμήμα πρέπει να κατασκευάζει 2100 μονάδες του μέρους 1 την εβδομάδα και 1800 μονάδες του μέρους 2 την εβδομάδα. Στη διάθεση του τμήματος βρίσκονται κάθε εβδομάδα 4 τόνοι της πρώτης ύλης Α, 2 τόνοι της πρώτης ύλης Β και 1000 ανθρωποώρες εργασίας. Το κόστος της Α είναι 3 €/Kg, και της Β 7 €/Kg. Το κόστος του εργατικού δυναμικού είναι δοσμένο (σταθερό) ακόμη κι αν δεν χρησιμοποιηθούν οι διαθέσιμες ανθρωποώρες. Τέλος, η νομοθεσία επιτρέπει επιπλέον υπερωρίες μέχρι 200 ανθρωποώρες την εβδομάδα με κόστος 8 €/ανθρωποώρα.

- α) Περιγράψτε το πρόβλημα ως ΠΓΠ αν ζητείται το ελάχιστο κόστος παραγωγής.
β) Εξετάστε πως αλλάζει το πρόβλημα η χρήση υπερωριών.

Λύση

α) Έστω x_j $j = 1, 2, \dots, 4$ ο αριθμός των ωρών εβδομαδιαίως που χρησιμοποιείται η γραμμή παραγωγής j . Οι περιορισμοί εργασίας και πρώτων υλών εκφράζονται ως εξής:

$$20x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 25x_4 \leq 1000$$

$$160x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 75x_4 \leq 4000$$

$$30x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 80x_4 \leq 2000$$

Οι απαιτήσεις παραγωγής που θέτει το εργοστάσιο στο τμήμα συνοψίζονται στους περιορισμούς:

$$35x_1 + 45x_2 + 70x_3 \geq 2100$$

$$55x_1 + 42x_2 + 90x_4 \geq 1800$$

Τέλος, πρέπει να ικανοποιούνται οι περιορισμοί μη αρνητικότητας $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Το κόστος παραγωγής δίνεται από:

$$\begin{aligned} Y &= 3(160x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 75x_4) + 7(30x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 80x_4) \\ &= 690x_1 + 545x_2 + 1020x_3 + 755x_4 \end{aligned}$$

Επομένως, το ΠΓΠ (Πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού) που περιγράφει το εν λόγω πρόβλημα παραγωγής είναι:

$$Y = \min(690x_1 + 545x_2 + 1020x_3 + 755x_4)$$

$$20x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 25x_4 \leq 1000$$

$$160x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 75x_4 \leq 4000$$

$$30x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 80x_4 \leq 2000$$

$$35x_1 + 45x_2 + 70x_3 \geq 2100$$

$$55x_1 + 42x_2 + 90x_4 \geq 1800$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

β) Έστω x_5 ο αριθμός των ωρών υπερωρίας που θα χρησιμοποιηθούν. Σε αυτή την περίπτωση λόγω των νομικών περιορισμών πρέπει:

$$0 \leq x_5 \leq 200$$

Η χρήση υπερωριών οδηγεί επίσης στην αλλαγή του πρώτου περιορισμού που αφορά το σύνολο των διαθέσιμων ανθρωποωρών και ο οποίος διαμορφώνεται ως εξής:

$$20x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 25x_4 \leq 1000 + x_5$$

Τέλος, αλλάζει η συνάρτηση κόστους στην οποία πρέπει να προσθέσουμε το κόστος υπερωριών που είναι ίσο με $8x_5$. Έτσι το ΠΓΠ με την προσθήκη των υπερωριών διαμορφώνεται ως ακολούθως:

$$Y = \min(690x_1 + 545x_2 + 1020x_3 + 755x_4 + 8x_5)$$

$$20x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 25x_4 - x_5 \leq 1000$$

$$160x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 75x_4 \leq 4000$$

$$30x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 80x_4 \leq 2000$$

$$35x_1 + 45x_2 + 70x_3 \geq 2100$$

$$55x_1 + 42x_2 + 90x_4 \geq 1800$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 [1]$$

Να σημειωθεί ότι στην παραπάνω περίπτωση η αντικειμενική συνάρτηση εκφράζει το κόστος της επιχειρηματικής δραστηριότητας, το οποίο ζητείται να ελαχιστοποιηθεί, όμως υπάρχουν κι άλλα είδη αντικειμενικών συναρτήσεων ανάλογα με το στόχο του προβλήματος προς μελέτη. Πολύ διαδεδομένη κατηγορία προβλημάτων είναι αυτή στην οποία απαιτείται μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιπροσωπεύει το κέρδος της επιχείρησης. Άλλες πιο εξειδικευμένες συναρτήσεις είναι οι συναρτήσεις χρησιμότητας (και γι' αυτές επιδιώκεται η μεγιστοποίησή τους) οι οποίες εκφράζουν τη σχέση μεταξύ ρίσκου και κέρδους/κόστους [2].

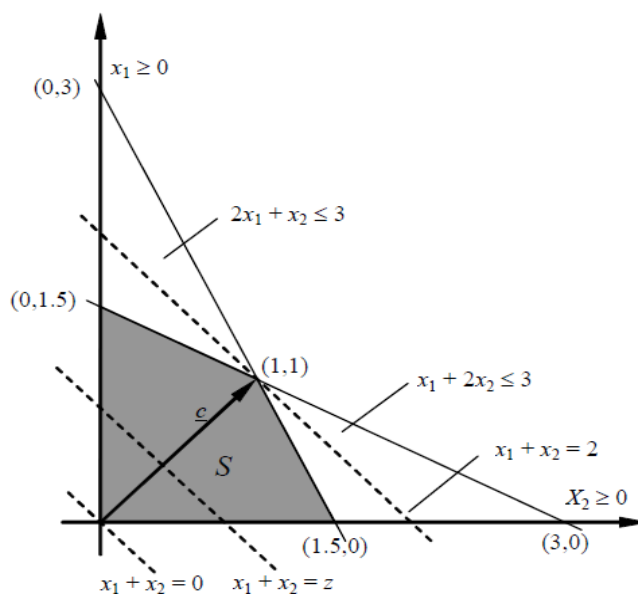
Μια παραλλαγή της κλασικής μορφής μιας αντικειμενικής συνάρτησης είναι η προσθήκη της penalty function σε αυτή. Πιο συγκεκριμένα, οι περιορισμοί του γραμμικού προβλήματος αντικαθίστανται από μία συνάρτηση (penalty function) η οποία προστίθεται στην υπάρχουσα αντικειμενική και η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση (ανάλογα με το είδος της αρχικής βελτιστοποίησης) του αθροίσματός τους οδηγεί στην ίδια λύση με την

αρχική. Ουσιαστικά, η penalty function αποτελεί ένα μέτρο του κόστους λόγω της παράβασης των περιορισμών και είναι μηδενική όταν ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί.

Επίλυση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

Όταν το πρόβλημα διαθέτει παραπάνω από δύο μεταβλητές απόφασης, τότε επιλύεται μόνο μέσω αλγορίθμων (πχ. Simplex) οι οποίοι μπορούν να εφαρμοστούν και από κατάλληλα εργαλεία επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Όταν, όμως, το πρόβλημα περιλαμβάνει δύο μεταβλητές απόφασης, τότε είναι εφικτή η γραφική του επίλυση.

Αρχικά εκφράζουμε τις πιθανές τιμές της μεταβλητής x_1 μέσω του άξονα x και αντίστοιχα της x_2 μέσω του άξονα y . Σχεδιάζουμε τις ανισότητες που εκφράζουν οι περιορισμοί στο σύστημα συντεταγμένων αντιμετωπίζοντάς τες ως εξισώσεις και βρίσκουμε τα επίπεδα που ορίζουν. Έπειτα εντοπίζουμε την τομή των επιπέδων αυτών η οποία αποτελεί το τμήμα του επιπέδου στον οποίο κινούνται οι εφικτές λύσεις του προβλήματος. Ύστερα σχεδιάζουμε την αντικειμενική συνάρτηση την οποία αντιπροσωπεύει μια οικογένεια ευθειών παράλληλων μεταξύ τους. Ένα τμήμα της ευθείας πρέπει υποχρεωτικά να κινείται εντός του τμήματος του επιπέδου που ορίσαμε προηγουμένως, ώστε τα σημεία του τμήματος αυτού να εκφράζουν εφικτές λύσεις. Αν κινήσουμε την ευθεία προς τα δεξιά, το τελευταίο σημείο τομής της με την πολυγωνική γραμμή που έχει σχηματιστεί μας δίνει τη βέλτιστη λύση που μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση. Αντίθετα, αν κινήσουμε την ευθεία προς τα αριστερά, το τελευταίο σημείο τομής της με την πολυγωνική γραμμή που έχει σχηματιστεί μας δίνει τη βέλτιστη λύση που ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση. Η κίνηση της ευθείας εξαρτάται από το εκάστοτε είδος του προβλήματος (στο σχήμα που ακολουθεί έχουμε πρόβλημα μεγιστοποίησης) [3].



Σχήμα 2.1: Γραφική επίλυση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

Συνθήκες εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού

Για να μπορούμε να προσεγγίσουμε ένα πρόβλημα μέσω του γραμμικού προγραμματισμού που περιγράψαμε πιο πάνω πρέπει να ισχύουν οι τέσσερις παρακάτω προϋποθέσεις :

α. Γραμμικότητα: Όλες οι συναρτήσεις του προβλήματος, αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί πρέπει να είναι γραμμικές ως προς τις άγνωστες μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_n . Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ισχύουν οι ιδιότητες της αναλογικότητας και της προσεκτικότητας, δηλαδή εάν y είναι μια συνάρτηση r μεταβλητών και είναι σταθερές, πρέπει να ισχύει:

$$y(a_1x_1, a_2x_2, \dots, a_nx_n) = a_1y(x_1) + a_2y(x_2) + \dots + a_ny(x_n)$$

Σε πολλές περιπτώσεις στις οποίες δεν ισχύει απόλυτα η προϋπόθεση της γραμμικότητας μπορεί να γίνει μια αρκετά καλή προσέγγιση με γραμμικές συναρτήσεις.

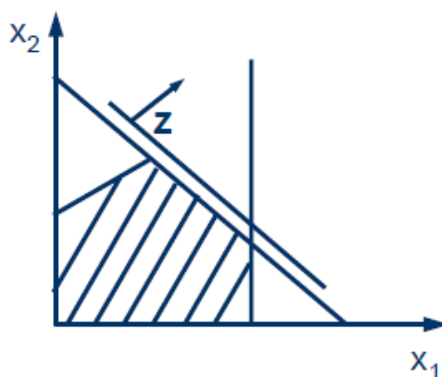
β. Διαιρετότητα: Οι μεταβλητές απόφασης είναι άπειρα διαιρετές, εκφράζονται για παράδειγμα, σε μονάδες μήκους, βάρους, κ.λπ. Για παράδειγμα οι ακέραιες μεταβλητές δεν εμπίπτουν σ' αυτή την κατηγορία.

γ. Βεβαιότητα: Τα δεδομένα του προβλήματος, τα αριθμητικά στοιχεία δηλαδή των μητρών **A, b, c** είναι γνωστά με απόλυτη βεβαιότητα, δηλαδή δεν μπορούν να προσεγγίζονται στατιστικά ούτε να προσδιορίζονται ασαφώς εντός διαστημάτων [3].

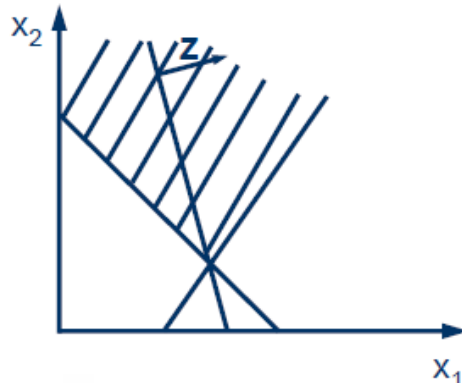
δ. Μονοδιάστατη αντικειμενική συνάρτηση: Στον κλασικό γραμμικό προγραμματισμό η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να είναι μια και μοναδική (μονοδιάστατος ή μονοκινητήριος Γ.Π.), διότι το πρόβλημα πρέπει να διαθέτει ένα και μοναδικό κριτήριο βελτιστοποίησης [4].

Πλήθος βέλτιστων λύσεων

Εκτός από την κλασική περίπτωση μίας μοναδικής βέλτιστης λύσης, όπως αυτή του προβλήματος που περιγράφηκε παραπάνω, υπάρχει και η περίπτωση ύπαρξης άπειρων βέλτιστων λύσεων ή και καμίας. Οι παραπάνω περιπτώσεις θα μπορούσαν να αποδοθούν γραφικά με τα ακόλουθα σχήματα [5]:



Σχήμα 2.2: Άπειρες βέλτιστες λύσεις



Σχήμα 2.3: Καμία λύση

Ανάλυση ευαισθησίας

Σκοπός της ανάλυσης ευαισθησίας είναι να μελετηθεί πόσο ευαίσθητη είναι η βέλτιστη λύση στις αλλαγές των παραμέτρων, δηλαδή αναζητούμε ποια είναι τα όρια στα οποία μπορούμε να κινηθούμε ώστε να μη μεταβληθεί η βέλτιστη λύση. Στην ανάλυση ευαισθησίας μπορούν να αλλάξουν οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης, τα όρια των περιορισμών (ένα κάθε φορά), ενώ ο πίνακας **A** παραμένει αμετάβλητος .

Στην περίπτωση που έχουμε μόνο δυο μεταβλητές απόφασης η σχέση μέσω της οποίας βρίσκουμε αυτά τα όρια είναι διπλή ανισότητα. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης να είναι μεταξύ του διαστήματος που ορίζουν οι κλίσεις των δύο κορεσμένων περιορισμών. Κορεσμένοι είναι οι περιορισμοί οι οποίοι για τη βέλτιστη λύση ικανοποιούνται στις οριακές τους τιμές και στη γραφική παράσταση το σημείο τομής των ευθειών που τους αντιπροσωπεύουν είναι η βέλτιστη λύση.

Στην περίπτωση που το πρόβλημα απαιτεί μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, όταν ένας συντελεστής αυτής ή ένα όριο των περιορισμών αυξηθεί κατά μία μονάδα, τότε επέρχεται αύξηση του συνολικού βέλτιστου κέρδους και η μεταβολή του σε σύγκριση με την τιμή προ της αύξησης ονομάζεται οριακό καθαρό έσοδο (shadow price). Το ίδιο μέγεθος μπορεί να οριστεί και για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης [5].

Διαδικότητα

Από κάθε γραμμικό πρόβλημα μπορεί να προκύψει ένα δεύτερο μέσω του οποίου να εντοπίζεται ένα ανώτατο (ή κατώτατο) όριο στη μέγιστη τιμή του πρώτου. Το πρώτο πρόβλημα ονομάζεται αρχικό και το δεύτερο δυαδικό. Σε μορφή πινάκων αυτή η μετατροπή γίνεται ως εξής:

Αρχικό πρόβλημα:

$$\text{Max } (\mathbf{c}^T \mathbf{x})$$

$$\text{για } \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$$

$$\text{και } \mathbf{x} \geq 0$$

Διαδικό πρόβλημα:

$$\text{Min } (\mathbf{b}^T \mathbf{y})$$

$$\text{για } \mathbf{A}^T \mathbf{y} \geq \mathbf{c}$$

$$\text{και } \mathbf{y} \geq 0 \text{ [5]}$$

Υπάρχουν δύο βασικά στοιχεία που πρέπει να αναφερθούν σχετικά με τη δυαδική θεωρία:

1. Το δυαδικό πρόβλημα ενός δυαδικού προβλήματος είναι το ίδιο με το αρχικό.
2. Κάθε εφικτή λύση ενός γραμμικού προβλήματος δίνει ένα όριο στη βέλτιστη λύση του δυαδικού προβλήματος [5].

Επιπλέον ισχύουν τα θεωρήματα της αδύναμης και ισχυρής δυαδικότητας. Σύμφωνα με το θεώρημα της αδύναμης δυαδικότητας, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του δυαδικού προβλήματος για κάθε εφικτή λύση είναι πάντα μεγαλύτερη ή ίση με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του αρχικού προβλήματος για κάθε εφικτή λύση. Σύμφωνα με το θεώρημα της ισχυρής δυαδικότητας, αν το πρόβλημα έχει μια βέλτιστη λύση \mathbf{x}^* , τότε το δυαδικό έχει επίσης μία βέλτιστη λύση \mathbf{y}^* , τέτοια ώστε $\mathbf{c}^T \mathbf{x}^* = \mathbf{b}^T \mathbf{y}^*$, δηλαδή η μέγιστη (ή ελάχιστη) τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του αρχικού προβλήματος ισούται με την ελάχιστη (ή μέγιστη) τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του δυαδικού [6]. Το τελευταίο θεώρημα μας δίνει και τη δυνατότητα να επιλύσουμε γραφικά ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, όταν αυτό διαθέτει παραπάνω από δύο μεταβλητές απόφασης αλλά μόνο δύο περιοριστικές ανισότητες, μετατρέποντας το σε δυαδικό και απεικονίζοντας το στο επίπεδο.

Ένα δυαδικό πρόβλημα μπορεί επίσης να είναι απεριοριστο ή ανέφικτο. Η θεωρία της δυαδικότητας υποστηρίζει πως αν το αρχικό πρόβλημα είναι απεριοριστο, τότε το δυαδικό είναι ανέφικτο, σύμφωνα με το θεώρημα της αδύναμης δυαδικότητας. Αντίστοιχα, αν το δυαδικό πρόβλημα είναι απεριοριστο, τότε το αρχικό είναι ανέφικτο. Όμως είναι πιθανό να έχουμε και συνδυασμό ανέφικτου αρχικού με ανέφικτο δυαδικό πρόβλημα [6].

Παράδειγμα

Αρχικό πρόβλημα

Ένας αγρότης έχει μια έκταση γης, έστω $L \text{ km}^2$, την οποία θέλει να καλλιεργήσει με σιτάρι ή κριθάρι ή με συνδυασμό τους. Ο αγρότης διαθέτει περιορισμένο ποσό λιπάσματος, έστω $F \text{ kg}$, και εντομοκτόνου, έστω $P \text{ kg}$. Κάθε τετραγωνικό χιλιόμετρο γης όπου έχει καλλιεργηθεί σιτάρι χρειάζεται $F_1 \text{ kg}$ λιπάσματος και $P_1 \text{ kg}$ εντομοκτόνου ενώ για κάθε τετραγωνικό χιλιόμετρο γης όπου έχει καλλιεργηθεί κριθάρι χρειάζεται $F_2 \text{ kg}$ λιπάσματος και $P_2 \text{ kg}$ εντομοκτόνου. Θέτω S_1, S_2 την τιμή πώλησης σιταριού και κριθαριού αντίστοιχα ανά τετραγωνικό χιλιόμετρο και x_1, x_2 την έκταση της γης που φυτεύεται με σιτάρι και κριθάρι αντίστοιχα.

Το αρχικό πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{array}{ll}
\text{Max } (S_1x_1 + S_2x_2) & \text{μεγιστοποίηση κέρδους} \\
\text{για } x_1 + x_2 \leq L & \text{όριο διαθέσιμης έκτασης γης} \\
F_1x_1 + F_2x_2 \leq F & \text{όριο διαθέσιμου λιπάσματος} \\
P_1x_1 + P_2x_2 \leq P & \text{όριο διαθέσιμου εντομοκτόνου} \\
x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 & \text{η έκταση της γης είναι θετικό μέγεθος}
\end{array}$$

Δυαδικό πρόβλημα

Έστω y_L, y_F, y_P είναι το κόστος της χρήσης ενός Km^2 γης, ενός kg λιπάσματος και ενός kg εντομοκτόνου αντίστοιχα. Όλα τα υπόλοιπα μεγέθη παραμένουν ως έχουν.

Το δυαδικό πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{array}{ll}
\text{Min } (Ly_L + Fy_F + Py_P) & \text{ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους παραγωγής} \\
\text{για } y_L + F_1y_F + P_1y_P \geq S_1 & \text{ο αγρότης δεν πρέπει να πουλήσει το σιτάρι ανά } \text{km}^2 \\
& \text{φτηνότερα από } S_1 \\
y_L + F_2y_F + P_2y_P \geq S_2 & \text{ο αγρότης δεν πρέπει να πουλήσει το κριθάρι ανά } \text{km}^2 \\
& \text{φτηνότερα από } S_2 \\
y_L \geq 0, y_F \geq 0, y_P \geq 0 & \text{οι τιμές είναι θετικό μέγεθος}
\end{array}$$

Το αρχικό πρόβλημα ασχολείται με φυσικές ποσότητες. Με όλες τις πρώτες ύλες διαθέσιμες σε περιορισμένες ποσότητες και λαμβάνοντας υπόψη τις ανά μονάδα τιμές των προϊόντων γνωστές, αναζητούμε τι ποσότητες μπορούν να παραχθούν από το κάθε προϊόν, για να μεγιστοποιηθούν τα έσοδα. Το δυαδικό πρόβλημα ασχολείται με οικονομικά μεγέθη. Τοποθετείται ένα κατώτατο όριο στις τιμές στις οποίες μπορεί να πουληθεί το προϊόν και λαμβάνοντας υπ' όψη τις συνολικές ποσότητες από κάθε ύλη ως γνωστές, αναζητούμε πόσο πρέπει να είναι το ανά μονάδα κόστος της κάθε πρώτης ύλης, ώστε να ελαχιστοποιούνται τα έξοδα παραγωγής [5].

Οι συντελεστές που περιορίζουν τις ανισότητες στο αρχικό πρόβλημα χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης του δυαδικού. Επίσης, σε κάθε ανισότητα του αρχικού προβλήματος αντιστοιχεί μια μεταβλητή στο δυαδικό. Τα ίδια ισχύουν και αντιστρόφως. Οι μεταβλητές απόφασης του δυαδικού προβλήματος εκφράζουν την αξία του κάθε παραγωγικού πόρου και συμπίπτουν με την έννοια του καθαρού οριακού κέρδους (shadow price) που εμφανίζεται στην ανάλυση ευαισθησίας. Αν η μεταβλητή απόφασης αντιστοιχεί σε περιορισμό που ήταν κορεσμένος στο αρχικό πρόβλημα, τότε η μεταβλητή απόφασης του δυαδικού είναι μη μηδενική, ενώ σε αντίθετη περίπτωση είναι ίση με μηδέν [5].

Εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού

Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα σημαντικό μέσο βελτιστοποίησης για διάφορους λόγους και πολλά πρακτικά προβλήματα στην επιχειρησιακή έρευνα μπορούν να εκφραστούν ως προβλήματα τέτοιας μορφής. Ο γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται πολύ στη μικροοικονομία και τη διαχείριση εταιριών, όπως στο σχεδιασμό, στην παραγωγή, στην μεταφορά, στην τεχνολογία και σε άλλα θέματα. Αν και τα σύγχρονα

ζητήματα διαχείρισης μεταβάλλονται διαρκώς, οι περισσότερες εταιρείες αναζητούν τη μεγιστοποίηση των κερδών ή την ελαχιστοποίηση του κόστους με περιορισμένους πόρους, ένα θέμα που αντιμετωπίζεται κατ' εξοχήν μέσω του γραμμικού προγραμματισμού. Πέρα από την οικονομία και τη διοίκηση, η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται και σε εταιρίες που ασχολούνται με τεχνικά θέματα, όπως με την ενέργεια, τις τηλεπικοινωνίες, και τις κατασκευές. Συν τοις άλλοις, σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις, όπως στα προβλήματα ροής σε δίκτυο και των προβλημάτων της ταυτόχρονης ροής πολλών εμπορευμάτων, έχουν δημιουργηθεί εξειδικευμένοι αλγόριθμοι επίλυσης διαμορφωμένοι σε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Τέλος, οι ιδέες από το γραμμικό προγραμματισμό έχουν οδηγήσει στην πρόοδο άλλων επιστημονικών πεδίων, καθώς έχουν εμπνεύσει πολλές από τις κεντρικές έννοιες της θεωρίας βελτιστοποίησης, όπως τη δυαδικότητα, τη σημασία της κυρτότητας και τις γενικεύσεις της [6].

2.3. Ακέραιος (μικτός) προγραμματισμός

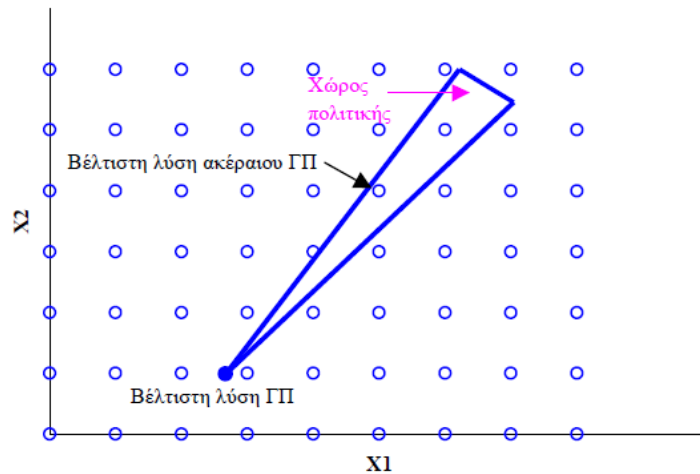
Στο γραμμικό προγραμματισμό θεωρούμε ότι οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε θετική τιμή του συνόλου πραγματικών αριθμών, δηλαδή ισχύει η αρχή της διαιρετότητας. Όμως, υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στις οποίες οι μεταβλητές απόφασης πρέπει να λαμβάνουν μόνο ακέραιες τιμές (για παράδειγμα όταν αντιπροσωπεύουν εργαζόμενους). Αν το πρόβλημα έχει την ίδια μορφή με ένα γραμμικό και όλες οι μεταβλητές του είναι ακέραιες, τότε μιλάμε για πρόβλημα ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (ακόμα κι αν δεν ισχύει η αρχή της διαιρετότητας, θεωρούμε το πρόβλημα συμβατικά γραμμικό). Αν συναντούμε συνδυασμό ακεραίων και πραγματικών μεταβλητών, τότε μιλάμε για ακέραιο μικτό γραμμικό προγραμματισμό [7,8,9].

Επίλυση ενός προβλήματος γραμμικού ακεραίου προγραμματισμού

Υπάρχουν τρεις βασικές λογικές όσον αφορά την επίλυση ενός προβλήματος γραμμικού ακεραίου προγραμματισμού:

1. Μέθοδοι στρογγυλοποίησης

Η στρογγυλοποίηση ανήκει στις προσεγγιστικές τεχνικές επίλυσης και δε δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα, ιδιαίτερα αν το πεδίο ορισμού των μεταβλητών είναι περιορισμένο ή αν στην περιοχή της βέλτιστης λύσης δημιουργούνται οξείες αιχμές. Ενδέχεται να οδηγήσει σε μη βέλτιστες λύσεις ή σε λύσεις που να μην ικανοποιούν τους περιορισμούς.



Σχήμα 2.4: Οξείες αιχμές στην περιοχή βέλτιστης λύσης

2. Μέθοδοι αναζήτησης

Οι μέθοδοι αναζήτησης εκμεταλλεύονται την ύπαρξη πεπερασμένου αριθμού δυνατών ακεραίων λύσεων. Στην απλούστερη περίπτωση γίνεται απλή απαρίθμηση (enumeration) όλων των λύσεων κι επιλέγεται η βέλτιστη. Η τεχνική απαρίθμησης εφαρμόζεται κυρίως σε προβλήματα δυαδικών μεταβλητών. Επέκταση αυτής είναι η μέθοδος κλάδου-φράγματος (branch-and bound method) σύμφωνα με την οποία διαιρείται προοδευτικά ο χώρος πολιτικής και απομονώνεται το τμήμα που περιέχει το ακέραιο βέλτιστο. Η μέθοδος αυτή θα περιγραφεί αναλυτικά στη συνέχεια.

3. Μέθοδοι τομών

Οι μέθοδοι τομών εισάγουν περιορισμούς που συρρικνώνουν σταδιακά τον συνεχή χώρο δυνατών λύσεων, ώσπου να αποκτηθεί ένα ακέραιο βέλτιστο γωνιακό σημείο [10].

Μέθοδος κλάδου-φράγματος (branch-and bound method)

Σε πρώτη φάση, το πρόβλημα επιλύεται μέσω απλού γραμμικού προγραμματισμού και αν οι τιμές των μεταβλητών απόφασης προκύπτουν θετικές και ακέραιες για τη βέλτιστη λύση, τότε το πρόβλημα δεν αναλύεται περαιτέρω και θεωρούμε ότι έχει βρεθεί η ζητούμενη λύση. Αν δεν ισχύει κάτι τέτοιο, τότε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για τη βέλτιστη λύση που υπολογίστηκε λαμβάνεται ως άνω φράγμα και το πρόβλημα υποδιαιρείται στα ακόλουθα δύο προβλήματα:

$$\text{Max } (\mathbf{c}^T \mathbf{x})$$

$$\text{για } \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$$

$$x_j \leq a$$

$$\text{και } \mathbf{x} \geq 0$$

$$\text{Max } (\mathbf{c}^T \mathbf{x})$$

$$\text{για } \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$$

$$x_j \geq a + 1$$

$$\text{και } \mathbf{x} \geq 0$$

όπου ως x_j λαμβάνεται τυχαία μια μεταβλητή από αυτές που υπολογίστηκαν αρχικά και η οποία είχε πάρει τιμή μη ακέραια, ενώ a είναι ο πλησιέστερος μικρότερος ακέραιος

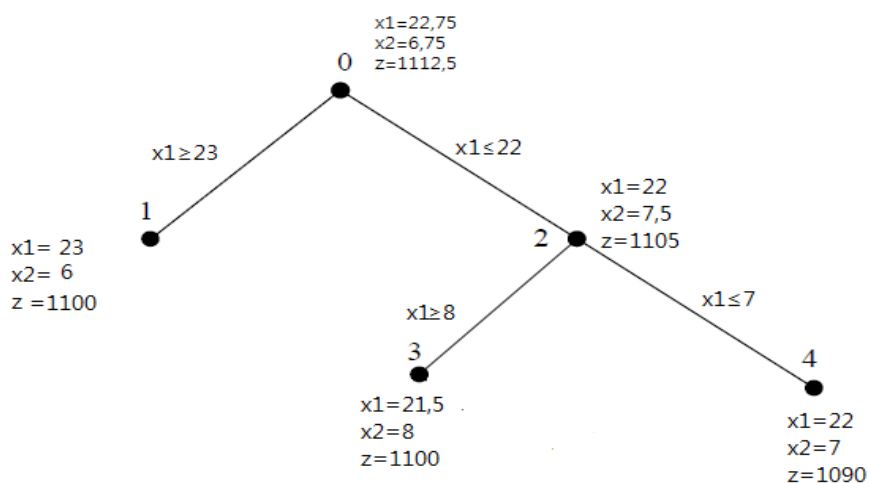
αριθμός σε αυτή την τιμή. Επιλύουμε ξανά το κάθε πρόβλημα χωριστά και αν πάλι δεν προκύψει ακέραια λύση, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης γι' αυτή τη λύση ορίζεται ως νέο άνω φράγμα για το συγκεκριμένο κλάδο και έπειτα επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία υποδιαίρεσης. Η διαδικασία σταματά σε τρεις περιπτώσεις:

1. Αν προκύψει ακέραια λύση, τότε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ορίζεται ως κάτω φράγμα και η διακλάδωση σε αυτόν τον κόμβο σταματά.
2. Αν βρεθεί λύση για την οποία η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι μικρότερη από το κάτω φράγμα, τότε απορρίπτεται και ο κόμβος σταματά να διακλαδώνεται.
3. Αν προστεθεί κάποιος περιορισμός ο οποίος καταστήσει το πρόβλημα μη εφικτό (πχ. $x_1 \geq 2$ και $x_2 \leq 1$), τότε η διαδικασία σταματά.

Συνεπώς, στο τέλος κρατάμε την ακέραια λύση η οποία μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση. Αντίστοιχα, μπορούμε να προσαρμόσουμε αυτή τη μέθοδο επίλυσης για πρόβλημα που απαιτεί ελαχιστοποίηση.

Παράδειγμα

Αρχικά επιλύουμε το πρόβλημα μέσω απλού γραμμικού προγραμματισμού χωρίς να ασχολούμαστε με την ακεραιότητα των μεταβλητών και βρίσκουμε τη λύση που αναγράφεται δίπλα στον κόμβο 1. Ορίζουμε την τιμή $z=1112,5$ ως άνω φράγμα και διαιρούμε το πρόβλημα σε δύο προβλήματα προσθέτοντας στο υπάρχον πρόβλημα τον επιπλέον περιορισμό που αναγράφεται δίπλα από τους κλάδους 0-1 και 0-2 αντίστοιχα. Το υποπρόβλημα του κόμβου 1 μας δίνει ακέραιη λύση και έτσι σταματά σε αυτό η διακλάδωση, ενώ ορίζεται η τιμή $z=1100$ ως κάτω φράγμα. Το υποπρόβλημα του κόμβου 2 δίνει μη ακέραια λύση, όμως $1100 < 1105$, άρα η διακλάδωση συνεχίζεται. Διαιρούμε το πρόβλημα σε δύο υποπροβλήματα προσθέτοντας στο υπάρχον πρόβλημα (μαζί με τον περιορισμό $x_1 \leq 22$) τον επιπλέον περιορισμό που αναγράφεται δίπλα από τους κλάδους 2-3 και 2-4 αντίστοιχα. Και οι δύο τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης ($z=1100$, $z=1090$) είναι μικρότερες ή ίσες από την τιμή του κάτω φράγματος, άρα σταματά η διακλάδωση. Τελικά η βέλτιστη λύση είναι η $x_1=23$, $x_2=6$, $x_3=1100$ [11].



Σχήμα 2.5: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Υπάρχουν επίσης προβλήματα στα οποία κάποιες μεταβλητές παίρνουν μόνο τις τιμές 0 και 1 (για παράδειγμα μπορεί να εκφράζουν τη λειτουργία ή μη ενός μηχανήματος που επηρεάζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ή κάποιου περιορισμού). Αυτές οι μεταβλητές θεωρούνται επίσης ακέραιες και ονομάζονται δυαδικές (binary variables).

Επίλυση προβλημάτων γραμμικού ακεραίου προγραμματισμού με αποκλειστικά δυαδικές μεταβλητές

Στην περίπτωση που οι μεταβλητές απόφασης ενός γραμμικού προβλήματος είναι μόνο δυαδικές, τότε χρησιμοποιείται μια παραλλαγή του αλγορίθμου branch and bound που λέγεται προσθετικός αλγόριθμος Balas. Για να εφαρμοστεί, πρέπει το πρόβλημα να λάβει μία συγκεκριμένη μορφή:

- Το πρόβλημα πρέπει να έχει τη μορφή

$$\text{Min } z = (\mathbf{c}^T \mathbf{x})$$

$$\text{για } \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}$$

$$\text{και } \mathbf{x} = 0 \text{ ή } 1$$

- Όλοι οι συντελεστές των μεταβλητών στην αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να είναι μεγαλύτεροι ή ίσοι του μηδενός. Αν δεν είναι, τότε αλλάζουμε το πρόσημο του c_i και η αντίστοιχη μεταβλητή γράφεται $1-x_j$
- Οι μεταβλητές τοποθετούνται σε σειρά ανάλογα με το συντελεστή τους, έτσι ώστε $0 \leq c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$

Αρχικά ελέγχουμε αν η τιμή $z=0$ ικανοποιεί τους περιορισμούς μας (προκύπτει για $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$). Αν ναι, τότε έχουμε βρει τη βέλτιστη λύση, αν όχι ξεκινά η διαδικασία της διακλάδωσης. Κάθε φορά ελέγχουμε τις δύο πιθανές τιμές που μπορεί να λάβει μια μεταβλητή ορίζοντας μια διακλάδωση με δύο κόμβους. Αν η μεταβλητή προς εξέταση πάρει την τιμή 1, τότε όλες οι υπόλοιπες που ακολουθούν στη σειρά παίρνουν την τιμή 0 και αν η μεταβλητή προς εξέταση πάρει την τιμή 1, τότε η επόμενη παίρνει την τιμή 1 και όλες οι υπόλοιπες που ακολουθούν στη σειρά παίρνουν την τιμή 0. Οι μεταβλητές πριν από αυτή προς εξέταση κρατάνε τις τιμές που είχαν οριστεί γι' αυτές ανάλογα τον κλάδο στον οποίο βρίσκονται. Αφού διαμορφώθηκε μια πιθανή λύση, ελέγχουμε αν υπόκειται στους περιορισμούς. Υπάρχουν τρία δυνατά σενάρια:

1. Αν η λύση είναι εφικτή, τότε την κρατάμε ως προσωρινή λύση και βρίσκουμε την αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο κόμβος σταματά να διακλαδώνεται.
2. Αν η λύση είναι ανέφικτη και παρατηρούμε ότι αποκλείεται να προκύψει εφικτή λύση από αυτόν τον κόμβο, τότε η λύση χαρακτηρίζεται αδύνατη και η διακλάδωση σταματά. Για να συμβεί αυτό, πρέπει κάποιος από τους περιορισμούς να μην ικανοποιείται ακόμη κι αν υποθέσουμε ότι οι επόμενες μεταβλητές θα τεθούν 0 αν ο συντελεστής τους είναι αρνητικός και 1 αν είναι θετικός.
3. Αν η λύση είναι απλά ανέφικτη, τότε συνεχίζεται η διακλάδωσή της.

Να σημειωθεί ότι προτεραιότητα ανάμεσα σε κόμβους του ίδιου επιπέδου έχει αυτός που έχει τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Ο αλγόριθμος θα γίνει πιο κατανοητός με το επόμενο παράδειγμα.

Παράδειγμα

Έστω το πρόβλημα

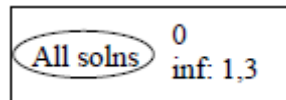
$$\text{Min } z = 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 9x_4 + 10x_5 + 10x_6$$

$$\text{για } -2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 4x_4 + x_5 - 2x_6 \geq 2$$

$$-5x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 - 2x_5 + x_6 \geq -2$$

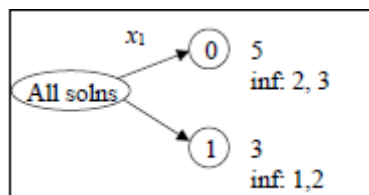
$$5x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 2x_5 - x_6 \geq 3$$

Αρχικά ορίζουμε $z=0$ αλλά παρατηρούμε ότι η λύση είναι ανέφικτη λόγω των περιορισμών 1,3.



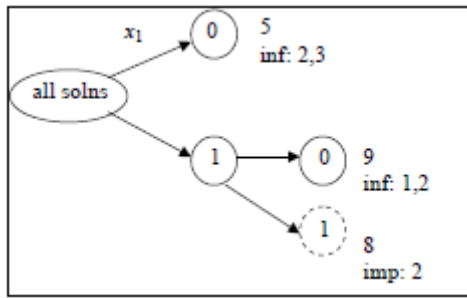
Σχήμα 2.6: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Γίνεται η διακλάδωση και δίνεται στη μεταβλητή x_1 είτε η τιμή 1 είτε η τιμή 0. Για $x_1=1$ και $x_2 = x_3 = \dots = x_6 = 0$ προκύπτει $z=3$ και η λύση δεν ικανοποιεί τους περιορισμούς 1,2. Όμως $-2 * 1 + 6 * 1 - 3 * 0 + 4 * 1 + 1 - 2 * 0 = 7 \geq 2$ και $-5 * 1 - 3 * 0 + 1 + 3 * 1 - 2 * 0 + 1 = 0 \geq -2$, οπότε η λύση είναι απλά ανέφικτη και όχι αδύνατη. Για $x_1=0$, οπότε $x_2=1$, και $x_3 = \dots = x_6 = 0$ προκύπτει $z=5$ και η λύση δεν ικανοποιεί τους περιορισμούς 2,3. Όμως με παρόμοιο τρόπο προκύπτει ότι η λύση είναι ανέφικτη και όχι αδύνατη. Συνεπώς και από τους δύο κλάδους συνεχίζεται η διακλάδωση και επειδή $3 < 5$ δίνεται προτεραιότητα στη διακλάδωση του κόμβου 1.



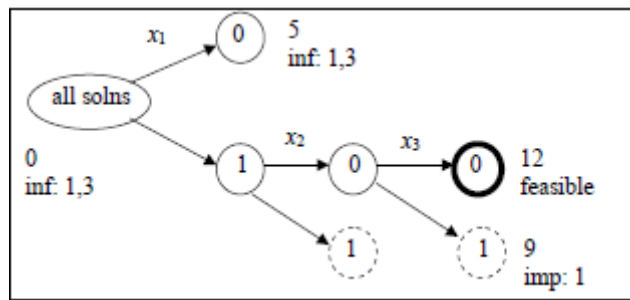
Σχήμα 2.7: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Να σημειωθεί ότι η ένδειξη inf σημαίνει ανέφικτη λύση και η ένδειξη imp, που θα εμφανιστεί στη συνέχεια σημαίνει αδύνατη λύση. Το πρόβλημα συνεχίζεται ως εξής:



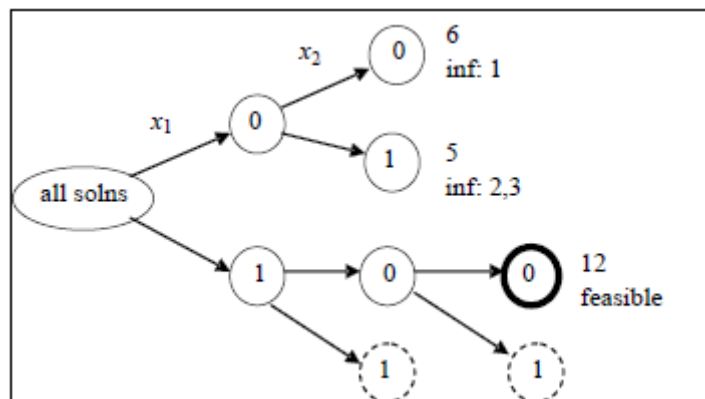
Σχήμα 2.8: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Ο κόμβος για τον οποίο η λύση είναι $(1,1,0,0,0)$ έδωσε αδύνατη λύση και η διακλάδωση του σταματά. Συνεχίζουμε με τον κόμβο $(1,0,1,0,0)$ γιατί βρίσκεται σε βαθύτερο επίπεδο σε σχέση με τον άλλο διαθέσιμο προς διακλάδωση κόμβο.



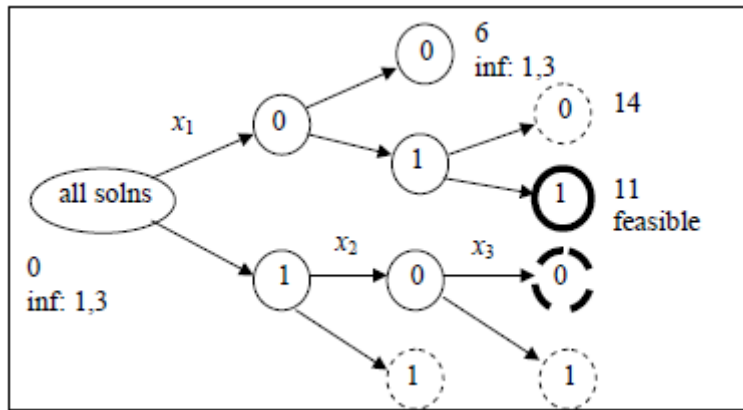
Σχήμα 2.9: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Η λύση $(1,0,0,1,0,0)$ δίνει εφικτή λύση και $z=12$ και προσωρινά ορίζεται ως λύση του προβλήματος. Η λύση $(1,0,1,0,0,0)$ έδωσε αδύνατη λύση και η διακλάδωση σταματά και στους δύο κόμβους.



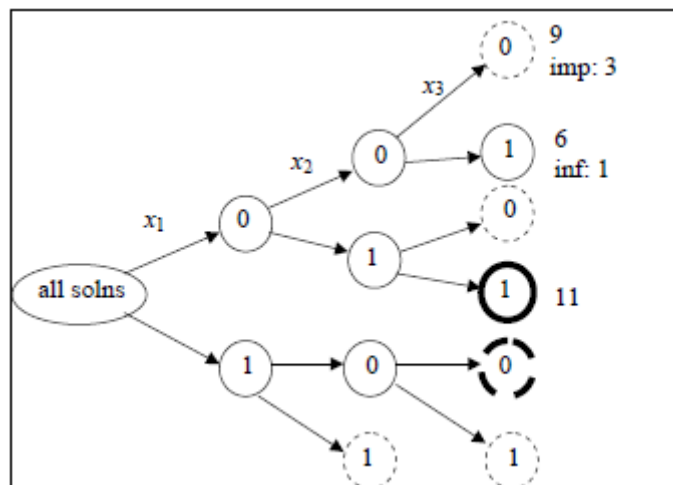
Σχήμα 2.10: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Οι λύσεις $(0,0,1,0,0,0)$ και $(0,1,0,0,0,0)$ προέκυψαν ανέφικτες και η διακλάδωση συνεχίζεται με προτεραιότητα στη δεύτερη λύση ($5 < 6$).



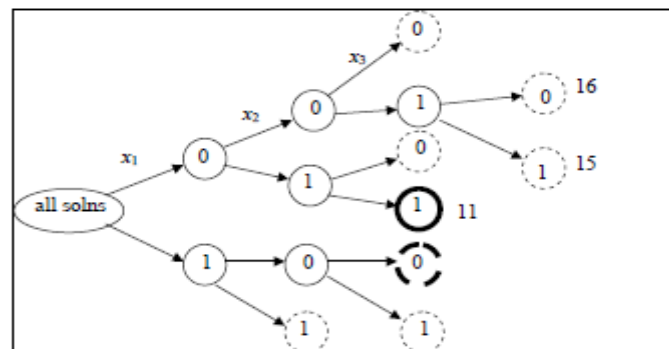
Σχήμα 2.11: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Η λύση $(0,1,0,1,0,0)$ δίνει αδύνατη λύση και η $(0,1,1,0,0,0)$ εφικτή και μάλιστα με τιμή αντικειμενικής συνάρτησης μικρότερη από αυτή της ήδη υπάρχουσας εφικτής λύσης, συνεπώς ορίζεται ως η νέα λύση του προβλήματος. Η διακλάδωση σταματά και στους δύο κόμβους.



Σχήμα 2.12: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Η λύση $(0,0,0,1,0,0)$ είναι αδύνατη και η διακλάδωση σε αυτόν κόμβο σταματά, ενώ η λύση $(0,0,1,0,0,0)$ είναι ανέφικτη και η διακλάδωση συνεχίζεται.



Σχήμα 2.13: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας επίλυσης

Η λύση (0,0,1,0,1,0) και η λύση (0,0,1,1,0,0) είναι ανέφικτες και η διακλάδωση και στους δύο κόμβους σταματά. Συνεπώς η τελική λύση του προβλήματος είναι η (0,1,1,0,0,0) με $z=11$. Διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν 2^6 πιθανές λύσεις αλλά το πρόβλημα επιλύθηκε εξετάζοντας τις 15, συνεπώς ο αλγόριθμος μπορεί να θεωρηθεί αποδοτικός [12].

Περιπτώσεις μετατροπής σχεδόν γραμμικού προγραμματισμού σε γραμμικό ακέραιο μικτό προγραμματισμό

Στις κατηγορίες προβλημάτων που ακολουθούν τα αρχικά προβλήματα θα ήταν γραμμικά αν δεν είχαν κάποια ιδιαιτερότητα στην αντικειμενική τους συνάρτηση ή στους περιορισμούς τους. Αυτή η δυσκολία αντιμετωπίζεται με χρήση δυαδικών μεταβλητών οι οποίες όμως μετατρέπουν το πρόβλημα σε πρόβλημα γραμμικού ακεραίου μικτού προγραμματισμού.

- **Περίπτωση είτε -ή**

Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν περιορισμοί στο πρόβλημα για τους οποίους η ισχύς του ενός αποκλείει την ύπαρξη του άλλου. Για παράδειγμα, μπορούμε να έχουμε δύο μηχανές για τις οποίες να ισχύουν οι περιορισμοί $x_1 + x_2 \leq 4$ και $x_1 + 1,5x_2 \leq 6$ αντίστοιχα και να μην μπορούν να χρησιμοποιηθούν ταυτόχρονα. Τότε πρέπει οι ανισότητες αυτές να μοντελοποιηθούν με χρήση δυαδικών μεταβλητών.

Έστω ένας αριθμός M ο οποίος είναι θετικός και πολύ μεγάλος σε σχέση με την τάξη μεγέθους των περιορισμών και y μια δυαδική μεταβλητή απόφασης. Τότε οι περιορισμοί μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$x_1 + x_2 \leq 4 + My$$

$$x_1 + 1,5x_2 \leq 6 + M(1 - y)$$

Αν $y=1$ τότε ο αριθμός $4+My$ είναι πολύ μεγάλος, οπότε ο πρώτος περιορισμός επαληθεύεται για οποιαδήποτε τιμή των μεταβλητών απόφασης, συνεπώς δεν έχει καμία ισχύ λειτουργίας στο πρόβλημα. Αντίθετα, ο δεύτερος μένει ως έχειν, αφού $6+M(1-y)=6$. Από την άλλη, αν $y=0$, τότε ο πρώτος περιορισμός μένει ο ίδιος όπως στην αρχή του ορισμού του και ο δεύτερος χάνει την ισχύ του. Συνεπώς μπορούμε να εξασφαλίσουμε ότι η χρήση του ενός δεν συμπίπτει ποτέ με τη χρήση του άλλου περιορισμού.

Σε περίπτωση που έχουμε περισσότερους από δύο περιορισμούς η παραπάνω τεχνική παραλλάσσεται. Αν πρέπει σε κάθε περίπτωση να ισχύουν υποχρεωτικά μόνο k από τους N περιορισμούς, το πρόβλημα διαμορφώνεται ως εξής:

$$f_1(x) \leq b_1 + My_1$$

...

$$f_N(x) \leq b_N + My_N$$

$$\text{και } \sum_{i=1}^N y_i = N - k$$

- **Περίπτωση κόστους εγκατάστασης**

Η περίπτωση αυτή εμφανίζεται όταν υπάρχει κάποιο συγκεκριμένο αρχικό κόστος που σχετίζεται με οποιαδήποτε δραστηριότητα, ανεξάρτητα από το μέγεθός της. Παραδείγματος χάριν, όταν στήνεται ένα εργοστάσιο, τα μηχανήματα πρέπει να αγοραστούν ανεξάρτητα από το γεγονός ότι μπορεί να παράγεται ένα τεμάχιο ή χίλια. Τότε, το συνολικό κόστος μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση με τον ακόλουθο τρόπο:

$$f(x_j) = \begin{cases} 0 & \text{αν } x_j = 0 \\ K + c_j x_j & \text{αν } x_j > 0 \end{cases}$$

Η παραπάνω σχέση δεν μπορεί να ενταχθεί όπως είναι στην αντικειμενική συνάρτηση λόγω έλλειψης γραμμικότητας, συνεπώς πρέπει να τροποποιηθεί. Η τελική μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης θα είναι:

$$\min z = [Ky + c_j x_j] + \dots$$

$$\text{για } x_j - My \leq 0$$

....

Αν $y=0$ τότε δεν παράγεται καμιά μονάδα προϊόντος, συνεπώς δεν υπάρχει και λόγος διάθεσης χρημάτων για εγκατάσταση. Ο όρος $Ky + c_j x_j$ είναι μηδενικός και η ανισότητα ισχύει για μηδενική τιμή του αριστερού της μέλους. Αν $y=1$ τότε ο όρος του κόστους γίνεται $K + c_j x_j$ με K το πάγιο κόστος εγκατάστασης και η ανισότητα ικανοποιείται, διότι $x_j \ll M$ [12].

2.4. Μη γραμμικός προγραμματισμός

Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι μια πολύ χρήσιμη τεχνική βελτιστοποίησης που μπορεί να εφαρμοστεί σε πολλά προβλήματα διαφόρων τύπων. Όμως για τη συγκεκριμένη μέθοδο απαιτείται όλες οι συναρτήσεις (αντικειμενική και περιορισμοί) να είναι σε γραμμική μορφή, κάτι που δεν συμβαίνει πάντα. Τότε το πρόβλημα εμπίπτει στην κατηγορία του μη γραμμικού προγραμματισμού [13].

Η γενική μορφή ενός προβλήματος μη γραμμικού προγραμματισμού είναι η εξής (αντίστοιχα ορίζεται το πρόβλημα ελαχιστοποίησης):

$$\text{Max } f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\text{για } g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \text{ [14]}$$

Σε αυτές τις περιπτώσεις έχουμε δύο επιλογές. Από τη μία, μπορούμε να μετασχηματίσουμε το πρόβλημα, έτσι ώστε να μπορεί να αντιμετωπιστεί με γραμμικό προγραμματισμό. Αυτό μπορεί να γίνει με απλούς τρόπους, όπως για παράδειγμα την τροποποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ή την εισαγωγή ενός επιπλέον περιορισμού

[15]. Όμως σε ορισμένες περιπτώσεις απαιτείται μια πιο σύνθετη διαδικασία γραμμικοποίησης της μη γραμμικής αντικειμενικής συνάρτησης ή των μη γραμμικών περιορισμών, για παράδειγμα η προσέγγιση των μη γραμμικών συναρτήσεων μέσω αναπτυγμάτων Taylor πρώτης σειράς, που είναι γραμμικές σχέσεις [16].

Από την άλλη, η γραμμικοποίηση δεν είναι πάντα εφικτή και τότε το πρόβλημα πρέπει να αντιμετωπιστεί με μεθόδους επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων (πχ. Kuhn-Tucker [13]) οι οποίες υλοποιούνται από κατάλληλα εργαλεία μαθηματικού προγραμματισμού στον υπολογιστή. Μάλιστα, κάποιες φορές τα γραμμικά προβλήματα είναι τόσο σύνθετα και χρονοβόρα στην επίλυσή τους, ώστε να συνίσταται η αντιμετώπισή τους σε στάδια και η μετατροπή τους σε μη γραμμικά. Τελικά, το αποτέλεσμα προκύπτει με προσέγγιση της μη γραμμικής αντικειμενικής συνάρτησης μέσω ενός πολυωνύμου [17].

Ειδικές περιπτώσεις μη γραμμικού προγραμματισμού είναι οι ακόλουθες:

2.4.1. Κυρτός προγραμματισμός

Η μορφή του προβλήματος είναι η ίδια με αυτή που περιγράφηκε ανωτέρω αλλά ισχύει επιπλέον ότι η συνάρτηση f είναι κοίλη και οι συναρτήσεις g_i κυρτές, άρα και η περιοχή των εφικτών λύσεων είναι κυρτή. Ο συνδυασμός κυρτότητας των f, g μας εξασφαλίζει ότι κάθε τοπική βέλτιστη λύση είναι και ολική βέλτιστη λύση, απλοποιώντας έτσι τη διαδικασία εύρεσης βέλτιστης λύσης ενός κοινού μη γραμμικού προβλήματος.

Παράδειγμα

$$\text{Max}(6x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 2x_2^2)$$

$$0 \leq x_1 \leq 4$$

$$0 \leq x_2 \leq 6$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 15 \text{ [13]}$$

2.4.2. Τετραγωνικός προγραμματισμός

Ο τετραγωνικός προγραμματισμός αναφέρεται σε προβλήματα στα οποία οι μεταβλητές απόφασης στην αντικειμενική συνάρτηση είναι υψωμένες σε δύναμη 0, 1 ή 2. Η μορφή ενός προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού είναι η εξής:

$$\text{Min } f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x + a$$

$$\text{για } Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

όπου $x [N \times 1]$ είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης που είναι οι άγνωστοι του προβλήματος, $c [N \times 1]$ και $Q [N \times N]$ είναι δοσμένοι πίνακες, a μία σταθερά, $b [M \times 1]$ είναι το διάνυσμα των οριακών τιμών των περιορισμών και $A [M \times N]$ είναι ο πίνακας των συντελεστών των περιορισμών [18].

Για παράδειγμα, έστω η συνάρτηση

$$f = \frac{5}{2}x_1^2 - 2x_1x_2 - x_1x_3 + 2x_2^2 + 3x_2x_3 + \frac{5}{2}x_3^2 + 2x_1 - 35x_2 - 47x_3 + 5$$

Αυτή μπορεί να γραφεί στη μορφή $f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx + c^T x + a$ ως εξής:

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 3 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = (2 \quad -35 \quad -47)$$

$$a = 5 \text{ [19]}$$

Αν ο πίνακας Q είναι θετικά ημιορισμένος (δηλαδή $x^T Qx \geq 0, \forall x$), τότε η συνάρτηση f είναι κυρτή συνάρτηση. Σε αυτή την περίπτωση το πρόβλημα έχει ολικό ελάχιστο, αν υπάρχει κάποιο διάνυσμα x που να ικανοποιεί τους περιορισμούς και η f οριοθετείται κάτω από την περιοχή εφικτών λύσεων. Αν ο πίνακας Q είναι θετικά ορισμένος (δηλαδή $x^T Qx > 0, \forall x$) και το πρόβλημα έχει εφικτή λύση, τότε το ολικό ελάχιστο είναι μοναδικό.

Αν ο πίνακας Q είναι μηδενικός, τότε το πρόβλημα επιλύεται με γραμμικό προγραμματισμό, αφού οι περιορισμοί είναι γραμμικές συναρτήσεις. Αν οι περιορισμοί λάβουν τη μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης, τότε το πρόβλημα ονομάζεται πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού με τετραγωνικούς περιορισμούς [20].

2.5. Πολυκριτηριακός προγραμματισμός

Πολυκριτηριακός προγραμματισμός ονομάζεται η διαδικασία κατά την οποία γίνεται ταυτόχρονη βελτιστοποίηση δύο ή περισσότερων αλληλοσυγκρουόμενων συναρτήσεων (με την έννοια ότι η βελτιστοποίηση της μίας δρα αρνητικά στη βελτιστοποίηση της άλλης) που υπόκεινται σε κάποιους περιορισμούς. Προβλήματα τέτοιου τύπου μπορούν να εντοπιστούν σε διάφορους τομείς, για παράδειγμα σε σχεδιασμό προϊόντων, στα οικονομικά, στη βιομηχανία πετρελαίου και γενικά σε οποιαδήποτε περίπτωση πρέπει να ληφθούν αποφάσεις υπό την παρουσία trade-offs. Με τον όρο trade-off εννοούμε μία κατάσταση κατά την οποία ενδέχεται να χάσουμε τμήμα της ποιότητας ή κάποιας άλλης πτυχής ενός στοιχείου με σκοπό να κερδίσουμε στην ποιότητα ενός άλλου. Παραδείγματος χάριν, με τη συμπίεση μιας φωτογραφίας μπορούμε να μειώσουμε το χρόνο και το κόστος μεταφοράς της, αλλά χάνουμε χρόνο στη συμπίεση και την αποσυμπίεσή της. Στην αγορά ΦΑ συναντάται συχνά ο πολυκριτηριακός προγραμματισμός με αντικρουόμενους στόχους τη μεγιστοποίηση του αναμενόμενου κέρδους (σταθμισμένος μέσος όρος των πιθανών τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης κέρδους) και την ελαχιστοποίηση του ρίσκου που ενέχουν οι επιχειρησιακές αποφάσεις (μέσω της ελαχιστοποίησης της τυπικής απόκλισης αυτών των πιθανών τιμών κέρδους).

Η μαθηματική μορφή ενός προβλήματος πολυκριτηριακού προγραμματισμού είναι:

$$\text{Min } [\mu_1(\mathbf{x}), \mu_2(\mathbf{x}), \dots, \mu_p(\mathbf{x})]^T, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$$

$$\text{για } \mathbf{Ax} \leq, =, \geq \mathbf{b}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$$

$$\text{και } \mathbf{x} \geq 0$$

όπου μ_i είναι η i -οστή αντικειμενική συνάρτηση, \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης και $\mathbf{Ax} \leq, =, \geq \mathbf{b}$ είναι οι περιορισμοί.

Στην αναζήτηση βέλτιστης λύσης στον πολυκριτηριακό προγραμματισμό υπάρχουν σημεία στα οποία η καλύτερη προσέγγιση ενός στόχου αφήνει ανεπηρέαστους τους υπόλοιπους. Όμως κάποτε φτάνουμε και σε λύσεις στις οποίες η βελτίωση της λύσης όσον αφορά σε έναν στόχο δυσχεραίνει την επίτευξη ενός άλλου. Αυτές οι λύσεις ονομάζονται "Pareto optimal". Μαθηματικά ορίζονται ως ακολούθως:

Μία λύση \mathbf{x} του παραπάνω προβλήματος ονομάζεται "Pareto optimal", όταν δεν υπάρχει άλλη λύση \mathbf{x}' τέτοια ώστε:

$$z_i(\mathbf{x}') \geq z_i(\mathbf{x}) \quad i = 1, \dots, p$$

$$\text{και} \quad z_i(\mathbf{x}') > z_i(\mathbf{x}) \quad \text{για τουλάχιστον ένα } i \text{ [21]}$$

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι λήψης αποφάσεων σε τέτοια προβλήματα. Η προσέγγιση "a priori" απαιτεί να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ποια είναι η σχετική αξία των στόχων πριν ξεκινήσει η διαδικασία επίλυσης. Στην προσέγγιση "a posteriori" προτείνουμε στον αποφασίζοντα μια σειρά από "Pareto optimal" λύσεις και εκείνος επιλέγει την προτιμότερη. Τέλος, στη διαδραστική προσέγγιση προτείνουμε στον αποφασίζοντα μια σειρά από "Pareto optimal" λύσεις, αλλά ανατροφοδοτούμαστε και με κάποιες πληροφορίες από αυτόν, ώστε να επιτύχουμε κάποιο καλύτερο συνδυασμό στόχων από τους αρχικά προτεινόμενους.

Προσέγγιση "a priori"

Υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων σε αυτή την κατηγορία:

1. Συντελεστές βαρύτητας

Σε αυτή την περίπτωση αντιστοιχίζουμε σε κάθε αντικειμενική συνάρτηση ένα συντελεστή βαρύτητας ανάλογα με την προτεραιότητα που δίνουμε στο στόχο τον οποίο εκφράζει (πχ. αν ο στόχος 1 είναι πιο σημαντικός από το στόχο 2, τότε μπορούμε να θέσουμε $w_1=10$, $w_2=1$ τους συντελεστές βαρύτητας). Έτσι διαμορφώνεται μια ενιαία αντικειμενική συνάρτηση της μορφής $\sum_{i=1}^p w_i \mu_i(\mathbf{x})$ η οποία τελικά βελτιστοποιείται λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς όλων των επιμέρους αντικειμενικών συναρτήσεων.

2. Προγραμματισμός στόχων

Ο αποφασίζων καθορίζει την τιμή στην οποία στοχεύει κάθε αντικειμενική συνάρτηση καθώς και το συντελεστή βαρύτητας κάθε μίας. Έπειτα ορίζουμε μία μεταβλητή για κάθε συνάρτηση η οποία εκφράζει την απόκλιση από την τιμή-στόχο. Το άθροισμα των αποκλίσεων αυτών πολλαπλασιασμένων με τον αντίστοιχο συντελεστή βαρύτητας και σταθμισμένων ανάλογα με το στόχο που εκφράζουν μας δίνει την νέα αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε, προκειμένου να προσεγγίσουμε όσο το δυνατόν καλύτερα το συνολικό στόχο [22].

Παράδειγμα

Εργοστάσιο παράγει μηχανικό και χημικό χαρτοπολτό. Η διοίκησή του επιθυμεί να διατηρήσει τουλάχιστον 300 εργάτες, τουλάχιστον 40000 € μικτό ημερήσιο κέρδος και να ελαχιστοποιήσει συγχρόνως την ποσότητα ρύπανσης που προκαλείται από το εργοστάσιο. Η ικανότητα μηχανικής πολτοποίησης του εργοστασίου είναι 300 τον./ημέρα και της χημικής πολτοποίησης 200 τον./ημέρα. Ο κάθε εργάτης παράγει 1 τόνο πολτού ημερησίως. Ένας παραγόμενος τόπος μηχανικού πολτού αποφέρει ημερήσιο κέρδος 100 € και χημικού πολτού 200 €, η δε ημερήσια ρύπανση που προκαλείται από την παραγωγή ενός τόνου μηχ.πολτού ανέρχεται σε 1 μονάδα ενώ από τον χημικό πολτό σε 1,5 μονάδες. Πόσους εργάτες πρέπει να απασχολεί, πόσα κέρδη πρέπει να εισπράττει και πόσους μονάδες ρύπων πρέπει να παράγει;

Λύση

Έστω X_1 και X_2 οι ποσότητες ημερήσιας παραγωγής μηχανικού και χημικού πολτού αντίστοιχα.

Το γραμμικό υπόδειγμα θα είναι:

$$\min Z = X_1 + 1,5X_2 \quad (\text{ημερήσια ρύπανση})$$

Περιορισμοί:

$$X_1 + X_2 \geq 300 \quad (\text{απασχολούμενοι εργάτες})$$

$$100X_1 + 200X_2 \geq 40000 \quad (\text{ημερήσια κέρδη})$$

$$X_1 \leq 300 \quad (\text{ικανότητα μηχ. πολτοποίησης})$$

$$X_2 \leq 200 \quad (\text{ικανότητα χημ. πολτοποίησης})$$

Περιορισμοί προγραμματισμού στόχων:

$$X_1 + X_2 + L^- - L^+ = 300 \quad (\text{απασχολούμενοι})$$

$$100X_1 + 200X_2 + R^- - R^+ = 40.000 \quad (\text{κέρδος})$$

$$X_1 + 1,5X_2 + P^- - P^+ = 400 \quad (\text{ρύπανση})$$

$$X_1 = 300 \quad (\text{βέλτιστη ικανότητα για μηχ. πολτό})$$

$$X_2 = 200 \quad (\text{βέλτιστη ικανότητα για χημ. πολτό})$$

Οι μεταβλητές L^- , L^+ , R^- , R^+ , P^- , P^+ εκφράζουν την απόκλιση (θετική ή αρνητική) από τον ελάχιστο αριθμό εργατών, την απόκλιση (θετική ή αρνητική) από το ελάχιστο κέρδος και την απόκλιση (θετική ή αρνητική) από την ελάχιστη ποσότητα ρύπων (η ελάχιστη ποσότητα ρύπων προκύπτει αν παράγεται μόνο μηχανικός πολτός, γιατί αυτός είναι λιγότερο ρυπογόνος, και μάλιστα σε ποσότητα που να δίνει το ελάχιστο κέρδος, οπότε

η ελάχιστη ρύπανση είναι $40000/100=400$). Οι τιμές για τις οποίες βελτιστοποιείται η ικανότητα παραγωγής μηχανικού και χημικού πολτού είναι ήδη γνωστές και γι' αυτό δε χρησιμοποιούμε αντίστοιχες μεταβλητές απόκλισης.

Ο γενικός σκοπός της αντικειμενικής συνάρτησης είναι να κάνει τη συνολική απόκλιση από όλους τους στόχους όσο δυνατόν μικρότερη. Ελαχιστοποιώντας επομένως το άθροισμα όλων των αποκλίσεων, στο παράδειγμά μας, η αντικειμενική συνάρτηση θα είναι:

$$\min Z = L^- + L^+ + R^- + R^+ + P^- + P^+$$

Κατά αυτόν τον τρόπο η Z δεν θα είχε νόημα, αφού οι μεταβλητές έχουν εντελώς διαφορετικές μονάδες. Αυτό που ελαχιστοποιούμε τότε, είναι το σταθμικό άθροισμα των αποκλίσεων από όλους τους στόχους:

$$\min Z = w_L L^- + w_L L^+ + w_R R^- + w_R R^+ + w_P P^- + w_P P^+$$

όπου $w_L \dots w_P$ είναι σταθερά βάρη έχοντας δύο σκοπούς:

- 1) να κάνουν όλες τις σταθμικές αποκλίσεις ανάλογες και
- 2) να εκφράσουν τη σχετική σπουδαιότητα του κάθε στόχου

Για να απλοποιήσουμε την εκλογή των βαρών το καλύτερο είναι να ελαττώσουμε την αντικειμενική συνάρτηση στην απλούστερη έκφραση σύμφωνα με το συγκεκριμένο πρόβλημα. Η επιχείρηση θέλει όσο το δυνατόν περισσότερους εργάτες και κέρδη και λιγότερη ρύπανση, συνεπώς προσπαθεί να απομακρυνθεί από τα κατώτερα όρια εργατών και κέρδους και να πλησιάσει το κατώτερο όριο ρύπανσης. Συνεπώς στην αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιούμε την αρνητική απόκλιση από τον ελάχιστο αριθμό εργατών και κέρδους και τη θετική απόκλιση από την ελάχιστη ρύπανση. Συνεπώς:

$$\min Z = w_L L^- + w_R R^- + w_P P^+$$

Σταθμίζουμε τις παραμένουσες αποκλίσεις στην Z σε σχέση με τα επίπεδα των στόχων:

$$\min Z = w_L L^- / 300 + w_R R^- / 40.000 + w_P P^+ / 400$$

Άρα το υπόδειγμά μας θα είναι:

$$\min (33.3L^- + 0,25R^- + 25P^+)$$

για

$$X_1 + X_2 + L^- - L^+ = 300$$

$$100 X_1 + 200 X_2 + R^- - R^+ = 40.000$$

$$X_1 + 1,5 X_2 + P^- - P^+ = 400$$

$$X_1 = 300$$

$$X_2 = 200 \text{ [23]}$$

Προσέγγιση “a posteriori”

1. Μέθοδος σταθμισμένου αθροίσματος

Όπως στην κατηγορία των συντελεστών βαρύτητας, διαμορφώνουμε μια συνάρτηση της μορφής $\sum_{i=1}^p w_i \mu_i(\mathbf{x})$, μόνο που τώρα ισχύει $0 < w_i < 1$. Με τυχαίους συνδυασμούς των w_i δημιουργούμε διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις τις οποίες βελτιστοποιούμε και μας δίνουν από μία λύση, εκ των οποίων κρατάμε τις εφικτές σύμφωνα με τους περιορισμούς. Έπειτα περιορίζουμε κατάλληλα το εύρος των συνδυασμών των w_i , έτσι ώστε να επιτύχουμε καλύτερες λύσεις που θα προσεγγίζουν τη βέλτιστη [22].

2. Μέθοδος περιορισμών

Κατά τη μέθοδο αυτή επιλέγεται μία αντικειμενική συνάρτηση και οι υπόλοιπες μετατρέπονται σε περιορισμούς του προβλήματος, ανάλογα με την κατεύθυνση της αριστοποίησής τους. Αν δηλαδή μία αντικειμενική συνάρτηση είναι προς μεγιστοποίηση, τότε μετατρέπεται σε περιορισμό «μεγαλύτερο ή ίσο», ενώ αν πρόκειται να ελαχιστοποιηθεί μετατρέπεται σε περιορισμό «μικρότερο ή ίσο». Η άριστη λύση του προκύπτοντος προβλήματος ΓΠ αποτελεί ικανή λύση, μόνο εάν όλοι οι περιορισμοί που προκύπτουν από τις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις ικανοποιούνται ως ισότητες. Μεταβάλλοντας συστηματικά το δεξί σκέλος των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων «σαρώνεται» το σύνολο των ικανών λύσεων. Όσο μεγαλύτερο είναι το βήμα της συστηματικής μεταβολής του δεξιού σκέλους των περιορισμών των αντικειμενικών συναρτήσεων τόσο συντομότερη είναι η διαδικασία αλλά είναι και «αραιότερο» το αντιπροσωπευτικό υποσύνολο των ικανών λύσεων.

3. Μέθοδος NISE (Non inferior set estimation)

Με τη μέθοδο των συντελεστών στάθμισης βρίσκονται δύο σημεία του ικανού συνόρου και κατασκευάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που τα ενώνει. Στη συνέχεια υπολογίζεται η απόσταση του τμήματος αυτού από το ικανό σύνολο. Αν η απόσταση αυτή ξεπερνά το προκαθορισμένο μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα προσέγγισης. (maximum allowable error), η διαδικασία επαναλαμβάνεται με ένα νέο σημείο του ικανού συνόρου (μεταξύ των δύο προηγούμενων) και τα αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα που το ενώνουν με τα δύο εκατέρωθεν ικανά σημεία. Η διαδικασία σταματά όταν βρεθούμε εντός της περιοχής επιτρεπτού σφάλματος.

Σε όλες τις παραπάνω μεθόδους το πρόβλημα του πολυκριτηριακού προγραμματισμού μετατρέπεται σε μονοκριτηριακό. Όμως υπάρχουν και μέθοδοι οι οποίες δεν ακολουθούν αυτή την τακτική και αποτελούν παραλλαγές της μεθόδου Simplex.

Διαδραστική προσέγγιση

Οι μέθοδοι που ανήκουν σε αυτή την κατηγορία ονομάζονται αλληλεπιδραστικές και είναι επαναληπτικές διαδικασίες των οποίων η κεντρική ιδέα είναι η εξής: Σε κάθε επανάληψη μία ή περισσότερες λύσεις παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα. Ο

αποφασίζων, επιλέγοντας κάποια λύση, παρέχει εμμέσως πληροφορίες για την προτίμησή του και ανάλογα διαμορφώνεται η επόμενη επανάληψη. Ουσιαστικά δηλαδή ο αποφασίζων κατευθύνει τη διαδικασία επίλυσης έως ότου ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης και βρεθεί η τελική λύση.

Οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι είναι ιδιαίτερα διαδεδομένες για τρεις κυρίως λόγους. Πρώτον, διότι δεν χρειάζονται κάποιο ιδιαίτερο λογισμικό, αφού χρησιμοποιούν κυρίως ρουτίνες γραμμικού προγραμματισμού για να πραγματοποιούν τις απαραίτητες ενδιάμεσες (τοπικές) βελτιστοποιήσεις. Δεύτερον, επειδή δεν χρειάζεται να παράγουν το σύνολο των ικανών λύσεων - αλλά απλώς αντιπροσωπευτικά δείγματα ικανών λύσεων σε κάθε επανάληψη - μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση μεγάλων προβλημάτων. Και τέλος, τρίτον, επειδή λόγω του επαναληπτικού τους χαρακτήρα, επιτρέπουν στον αποφασίζοντα να εξερευνήσει βαθύτερα το πρόβλημα και να συνειδητοποιήσει καλύτερα τις προτιμήσεις του.

Γενικά αυτές οι μέθοδοι βασίζονται σε τεχνικές συρρίκνωσης του εφικτού χωρίου λύσεων ή του χώρου των συντελεστών στάθμισης ή σε τεχνικές που χρησιμοποιούν κάποιο σημείο αναφοράς προκειμένου να προσδιοριστούν οι δειγματικές ικανές λύσεις σε κάθε επανάληψη [24].

2.6. Επίλογος

Όλες οι παραπάνω μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία του μαθηματικού προγραμματισμού. Εντούτοις υπάρχουν κι άλλες μέθοδοι που δεν ανήκουν σ' αυτή την κατηγορία, με γνωστότερο το δυναμικό προγραμματισμό. Δυναμικός προγραμματισμός είναι η μέθοδος επίλυσης σύνθετων προβλημάτων διαχωρίζοντας τα σε απλούστερα προβλήματα. Εφαρμόζεται κυρίως σε περιπτώσεις όπου τα υποπροβλήματα αυτά έχουν την ίδια μορφή και το αποτέλεσμα του ενός λειτουργεί ως είσοδος για το άλλο (πχ. στην ακολουθία Fibonacci εκτελείται συνέχεια ο ίδιος αλγόριθμος $F(n)=F(n-1)+F(n-2)$, $n=1,2,\dots$). Συνεπώς δημιουργείται μία σειρά διαδοχικών βημάτων λήψης αποφάσεων μέσω μιας αναδρομικής σχέσης, η οποία εν τέλει μας οδηγεί στη γενική λύση [25]. Ο δυναμικός προγραμματισμός ξεφεύγει από τα όρια μελέτης αυτού του κεφαλαίου και δεν αναλύεται περαιτέρω.

2.7. Βιβλιογραφία

- [1] «Γραμμικός Προγραμματισμός», Ιωαννίδης, Ε., τμήμα Μαθηματικών, Παν. Αιγαίου:
<http://myria.math.aegean.gr/epeaek/pdfs/linear-programming.pdf>
- [2] Chen H., Baldick R. (2007) «Optimizing Short-Term Natural Gas Supply Portfolio for EUC»,
IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 22, No. 1
- [3] «Γραμμικός Προγραμματισμός», Κολέτσος Ι., τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και
Φυσικών Επιστημών ΕΜΠ:
<http://www.math.ntua.gr/~coletsos/Documents/paradeigmata.pdf>
- [4] «Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα- Γραμμικός Προγραμματισμός», Κολέτσος Ι.,
τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών ΕΜΠ:
<http://www.math.ntua.gr/~coletsos/Documents/linearprogramming.pdf>
- [5] «Συστήματα Αποφάσεων-Γραμμικός Προγραμματισμός», Εργαστήριο Συστημάτων
Αποφάσεων και Διοίκησης, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ ΕΜΠ:
<http://academics.epu.ntua.gr/LinkClick.aspx?fileticket=0Hh-1o6QYRs%3D&tabid=377&mid=2150>
- [6] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Linear_programming
- [7] «Ακέραιος Προγραμματισμός», Εργαστήριο Υποστήριξης Αποφάσεων, τμήμα Επιστήμης
Υπολογιστών Παν. Πειραιά:
<http://dsmlab.cs.unipi.gr/Courses/PostGraduateInformatics/Linear%20Programming/%5Bsl7%5D-ÇíGçÿáª-%20ÅçªÛçÿúÿ%á-úm-.pdf>
- [8] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Integer_programming
- [9] Wikipedia:
http://en.wikipedia.org/wiki/Mixed_integer_programming#Integer_unknowns
- [10] «Ακέραιος Προγραμματισμός», Μποναζούντας Μ. (2001), Envirosystems Group, τμήμα
Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ:
<http://www.ntua.gr/envirosystems/files/07-akeraios.pdf>
- [11] «Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα- Ακέραιος Προγραμματισμός», Κολέτσος Ι.,
τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών ΕΜΠ:
<http://www.math.ntua.gr/~coletsos/Documents/integer%20programming.pdf>
- [12] Chinneck J., 2004, “Practical Optimization: A gentle introduction”, Chapter 13: “Binary
and Mixed-Integer Programming”, Department of Systems and Computer Engineering,
Carleton University:
<http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po/Chapter13.pdf>
- [13] «Μη Γραμμικός Προγραμματισμός», Μποναζούντας Μ. (2001), Envirosystems Group,
τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ:
<http://www.ntua.gr/envirosystems/files/10-nonlinear.pdf>

14. «Επιχειρησιακή Έρευνα II-Σημειώσεις Μη Γραμμικού Προγραμματισμού», Κούτρας Β. (2010), τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης, Παν. Αιγαίου:
http://www.fme.aegean.gr/sites/default/files/cn/semioseis_me_grammikou_programmatismou.pdf
- [15] Hamed M., Farahani R.Z., Husseini M.M., Esmailian G.R. (2009) A distribution planning model for natural gas supply chain: A case study, Energy Policy 37, pp. 799-81216.
- [16] O'Neill R., Williard M., Wilkins B, Pike R. (1979) A mathematical programming model for allocation of natural gas, Operations Research, Vol. 27, No. 517.
- [17] Guildmann J,-M, Fahui Wang F. (1999) Optimizing the natural gas supply mix of local distribution utilities, European Journal of Operational Research 112, pp. 598-61218.
- [18] Jensen P. & Bard J., "Nonlinear Programming Methods.S2-Quadratic Programming", Operations Research Models and Methods:
http://www.me.utexas.edu/~jensen/ORMM/supplements/methods/nlpmethod/S2_quadratic.pdf
- [19] "Quadratic Programming Example #1: No Constraints" , AKiTi ca.:
<http://www.akiti.ca/QuadProgEx0Constr.html>
- [20] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Quadratic_programming
- [21] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Multi-objective_optimization
- [22] «Πολυκριτηριακός Προγραμματισμός» Μαυρωτάς Γ., Εργαστήριο Βιομηχανικής & Ενεργειακής Οικονομίας, Σχολή Χημικών Μηχανικών ΕΜΠ:
http://liee.ntua.gr/gm/gmsite_gre/index_files/multi_objective_programming_gre.pdf
- [23] «Προγραμματισμός Στόχων-Άσκηση 6», Καραμανώλης Δ., τμήμα Δασικής Διαχειριστικής ΑΠΘ:
ediaxiristiki.files.wordpress.com/2011/12/askhsh_6ceb7.pot
- [24] Μαυρωτάς, Γ., 2000. «Πολυκριτηριακός Προγραμματισμός σε Συνθήκες Αβεβαιότητας, Κατασκευή Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων και Εφαρμογή στον Ενεργειακό Σχεδιασμό», Διδακτορική Διατριβή, τμήμα Χημικών Μηχανικών ΕΜΠ.
- [25] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic_programming

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΕ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

3.A. ΕΙΔΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

3.A.1. Εισαγωγή

Όταν όλες οι παράμετροι ενός προβλήματος θεωρούνται γνωστές, τότε το πρόβλημα ονομάζεται αιτιοκρατικό ή ντετερμινιστικό. Όμως μία τέτοια μοντελοποίηση ενέχει τον κίνδυνο να παραληφθεί ένα στοιχείο που αποτελεί λεπτομέρεια κατά την ώρα της ανάλυσης, αλλά ενδέχεται να αποβεί σημαντικό στη συνέχεια. Επίσης τα προβλήματα που αντιμετωπίζονται με αιτιοκρατικό τρόπο συχνά καταλήγουν σε υπερβολικά αισιόδοξα συμπεράσματα και στερούνται ευελιξίας, ενώ η ακρίβειά τους μειώνεται όσο μεγαλώνει ο χρονικός ορίζοντας του προβλήματος. Έτσι, είναι προτιμότερο τα προβλήματα του πραγματικού κόσμου να μοντελοποιούνται μέσω ενός είδους μαθηματικού προγραμματισμού που να υποστηρίζει τη δυνατότητα διαχείρισης αβεβαιότητας, δηλαδή να εμπεριέχουν κάποιες άγνωστες παραμέτρους που εισάγουν ένα παράγοντα ασάφειας στα δεδομένα. Η αβεβαιότητα αυτή προκύπτει από την έλλειψη αξιόπιστων δεδομένων, από λάθη μετρήσεων ή από παραμέτρους που περιέχουν μελλοντικές πληροφορίες [1].

3.A.2. Στοχαστικός προγραμματισμός

Τα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού εκμεταλλεύονται το γεγονός ότι οι καμπύλες κατανομής πιθανοτήτων των δεδομένων είναι γνωστές ή μπορούν να εκτιμηθούν. Ουσιαστικά, επομένως, οι πιθανές τιμές των αγνώστων παραμέτρων εντοπίζονται εντός ενός συγκεκριμένου εύρους. Στόχος είναι να βρεθεί μια λύση που να είναι εφικτή για όλες (ή σχεδόν όλες) τις καταστάσεις των δεδομένων και να μεγιστοποιεί (ή ελαχιστοποιεί) το αποτέλεσμα της συνάρτησης που εκφράζει τις αποφάσεις και τις τυχαίες μεταβλητές.

Μια συνηθισμένη προσέγγιση για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας είναι ο καθορισμός ενός μικρού αριθμού σεναρίων, τα οποία αντιπροσωπεύουν το μέλλον. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατόν να υπολογιστεί μια λύση στο πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού από την επίλυση ενός ντετερμινιστικού ισοδύναμου γραμμικού προγράμματος. Επίσης, μεγάλο μέρος των ερευνητικών προσπαθειών της κοινότητας στοχαστικού προγραμματισμού έχει αφιερωθεί στην ανάπτυξη αλγορίθμων που

εκμεταλλεύονται την δομή του προβλήματος, ιδίως με την ελπίδα της αποσύνθεσης μεγάλων προβλημάτων σε μικρότερα απλούστερα συστατικά.

Μια εναλλακτική μεθοδολογία εύρεσης της λύσης αντικαθιστά τις τυχαίες μεταβλητές από ένα πεπερασμένο τυχαίο δείγμα και λύνει τα προκύπτοντα (ντετερμινιστικά) προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού, όπως ακριβώς θα γινόταν για μία ορισμένη σεναριακή περίπτωση (βλ. παραπάνω). Η διαδικασία αυτή αποκαλείται συχνά εξωτερική μέθοδος δειγματοληψίας (external sampling method). Όταν η λήψη δειγμάτων γίνεται επαναλαμβανόμενα κατά τη διάρκεια λύσης του προβλήματος, τότε αναφερόμαστε στην εσωτερική μέθοδο δειγματοληψίας [1,2,3].

Μοντέλο recourse-Στοχαστικός προγραμματισμός δύο σταδίων

Ένας λογικός τρόπος να τεθεί το πρόβλημα είναι να ληφθεί μια απόφαση τώρα και να ελαχιστοποιηθεί το αναμενόμενο κόστος των επιπτώσεων αυτής της απόφασης. Αυτή η μοντελοποίηση ονομάζεται recourse model ή στοχαστικός προγραμματισμός δύο σταδίων. Έστω ότι \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των αποφάσεων που πρέπει να ληφθούν και $\mathbf{y}(\mathbf{w})$ είναι το διάνυσμα των αποφάσεων που αντιπροσωπεύουν τις νέες κινήσεις ή τις επιπτώσεις του \mathbf{x} . Η γενική μορφή ενός προβλήματος δύο σταδίων είναι:

$$\text{minimize } f_1(\mathbf{x}) + \text{Expected Value}[f_2(\mathbf{y}(\mathbf{w}), \mathbf{w})]$$

$$\text{subject to } g_1(\mathbf{x}) \leq 0, \dots, g_m(\mathbf{x}) \leq 0$$

$$h_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}(\mathbf{w})) \leq 0 \text{ for all } \mathbf{w} \text{ in } W$$

..

$$h_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}(\mathbf{w})) \leq 0 \text{ for all } \mathbf{w} \text{ in } W$$

$$\mathbf{x} \text{ in } X, \mathbf{y}(\mathbf{w}) \text{ in } Y$$

Το σύνολο των περιορισμών $h_1 \dots h_k$ περιγράφει τις σχέσεις μεταξύ των αποφάσεων πρώτου σταδίου \mathbf{x} και τις αποφάσεις δεύτερου σταδίου $\mathbf{y}(\mathbf{w})$. Οι αποφάσεις πρώτου σταδίου καλούνται συχνά “here and now decisions” και του δεύτερου “wait and see decisions”. Οι συναρτήσεις f_2 είναι συχνά οι λύσεις του προβλήματος.

Το παραπάνω μοντέλο μπορεί να επεκταθεί με διάφορους τρόπους. Ένας από τους πιο κλασικούς είναι να συμπεριληφθούν παραπάνω από δύο στάδια στη διαδικασία. Σε ένα πολυεπίπεδο πρόβλημα λαμβάνεται μια απόφαση στο παρόν, ακολουθεί ένα διάστημα στο οποίο υλοποιείται μια κατάσταση που ήταν πριν αβέβαιη και έπειτα λαμβάνουμε άλλη απόφαση ανάλογα με το τι συνέβη. Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθούν τα αναμενόμενα κόστη όλων των αποφάσεων που λήφθηκαν [4].

Όταν η κατανομή των τυχαίων δεδομένων είναι διακριτή, τότε το πρόβλημα μπορεί να γραφτεί σαν ντετερμινιστικό. Το αποτέλεσμα κάθε επιλογής γράφεται ως ένα πεπερασμένο άθροισμα και ο κάθε περιορισμός αναπροσδιορίζεται ανάλογα με το εκάστοτε τυχαίο δεδομένο που εξετάζεται κάθε φορά. Το τελικό ντετερμινιστικό ισοδύναμο

επιλύεται με ένα απλό εργαλείο βελτιστοποίησης (πχ. ένα εργαλείο επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού) [5]. Όταν η κατανομή των τυχαίων δεδομένων είναι συνεχής, το πρόβλημα γίνεται αρκετά πιο δύσκολο και αντιμετωπίζεται με μεθόδους που ξεφεύγουν από τα όρια μελέτης αυτού του κεφαλαίου.

Παράδειγμα διακριτής κατανομής

Έστω μια εταιρία ΦΑ. Όταν η εταιρία αγοράζει ΦΑ, τότε το μεταφέρει ένα μέρος απευθείας στους καταναλωτές και τοποθετεί το υπόλοιπο στην αποθήκη. Όταν πουλά ΦΑ, τότε πουλά είτε ένα μέρος από το απόθεμα είτε ένα μέρος από τη νέα προμήθεια.

Μεταβλητές απόφασης

X_1 : ποσό αερίου για αγορά σήμερα και πώληση σήμερα

X_2 : ποσό για αγορά σήμερα και αποθήκευση (για μετέπειτα πώληση)

X_3 : ποσό για αγορά στο μέλλον και πώληση στο μέλλον

Η απόφαση εξαρτάται από

1. Την τιμή του αερίου σήμερα και αύριο (θεωρείται γνωστή)
2. Το κόστος αποθήκευσης (θεωρείται γνωστή)
3. Την αποθηκευτική ικανότητα (θεωρείται γνωστή)
4. Την τωρινή και την μελλοντική ζήτηση αερίου (η δεύτερη θεωρείται στοχαστικός παράγοντας)

Το κόστος αποθήκευσης είναι \$1/μονάδα/έτος.

Υποτίθεται πως το ΦΑ χρησιμοποιείται για θέρμανση, συνεπώς η ζήτηση εξαρτάται από τον καιρό. Αυτόν το χρόνο έχουμε κανονικό χειμώνα και δεν υπάρχει καθόλου αέριο στην αποθήκη.

Πίνακας 3.1: Δεδομένα προβλήματος

| Σενάριο | Πιθανότητα | Κόστος αερίου/μονάδα | Ζήτηση |
|------------|------------|----------------------|-------------|
| Ήπιος | 0.1 | \$4.5 | 80 μονάδες |
| Κανονικός | 0.5 | \$5 | 100 μονάδες |
| Κρύος | 0.3 | \$6 | 150 μονάδες |
| Πολύ κρύος | 0.1 | \$7.5 | 180 μονάδες |

Προσέγγιση 1^η: Εύρεση βέλτιστης λύσης για κάθε σενάριο για το χειμώνα του επόμενου έτους.

Περίπτωση 1: Ήπιος χειμώνας

$$\min 5x_1 + (5+1)x_2 + 4.5x_3 = 5x_1 + 6x_2 + 4.5x_3$$

s.t.

$$x_1 \geq 100$$

$$x_2 + x_3 \geq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Η βέλτιστη λύση είναι να αγοραστούν 100 μονάδες αυτό το έτος και 80 μονάδες το επόμενο έτος. Το κόστος αυτής της λύσης είναι \$860.

Περίπτωση 2: Κανονικός χειμώνας

$$\min 5x_1 + (5+1)x_2 + 5x_3 = 5x_1 + 6x_2 + 5x_3$$

s.t.

$$x_1 \geq 100$$

$$x_2 + x_3 \geq 100$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Η βέλτιστη λύση είναι να αγοραστούν 100 μονάδες αυτό το έτος και 100 μονάδες το επόμενο έτος. Το κόστος αυτής της λύσης είναι \$1000.

Περίπτωση 3: Κρύος χειμώνας

$$\min 5x_1 + (5+1)x_2 + 6x_3 = 5x_1 + 6x_2 + 6x_3$$

s.t.

$$x_1 \geq 100$$

$$x_2 + x_3 \geq 150$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Υπάρχουν δύο βέλτιστες λύσεις. Μία λύση είναι να αγοραστούν 100 μονάδες αυτόν το χρόνο και 150 μονάδες τον επόμενο. Η δεύτερη είναι να αγοραστούν 250 μονάδες αυτόν το χρόνο, να πωληθούν 100 μονάδες και να αποθηκευτούν 150 μονάδες τον επόμενο χρόνο. Το κόστος κάθε επιλογής είναι \$1400.

Περίπτωση 4: Πολύ κρύος χειμώνας

$$\min 5x_1 + (5+1)x_2 + 7.5x_3 = 5x_1 + 6x_2 + 7.5x_3$$

s.t.

$$x_1 \geq 100$$

$$x_2 + x_3 \geq 180$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Η βέλτιστη λύση είναι να αγοραστούν 280 μονάδες αυτόν το χρόνο, να πωληθούν 100 από αυτές τις μονάδες αυτόν το χρόνο και να αποθηκευτούν οι υπόλοιπες 180 για τον επόμενο χρόνο. Το κόστος αυτής της λύσης είναι \$1580.

Συμπεραίνουμε ότι έχουμε τέσσερις πιθανές λύσεις. Δεν ξέρουμε όμως ποια πρέπει να χρησιμοποιηθεί, γιατί δεν ξέρουμε ποιο σενάριο θα προκύψει.

Προσέγγιση 2^η: Χρησιμοποίηση ενός μοντέλου αναμενόμενης αξίας (two stage recourse model)

Από τον πίνακα ξέρουμε ότι

$$E(c_3) = \text{Αναμενόμενο κόστος/μονάδα αερίου} = 0.1(4.5) + 0.5(5) + 0.3(6) + 0.1(7.5) = 5.5$$

$$E(d) = \text{Αναμενόμενη ζήτηση} = 0.1(80) + 0.5(100) + 0.3(150) + 0.1(180) = 121$$

$$\min 5x_1 + (5+1)x_2 + E(c_3)x_3 = 5x_1 + 6x_2 + 5.5x_3$$

s.t.

$$x_1 \geq 100$$

$$x_2 + x_3 \geq E(d) = 121$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Συνεπώς, η βέλτιστη λύση είναι να αγοραστούν 100 μονάδες αυτόν το χρόνο και 121 μονάδες τον επόμενο χρόνο. Το αναμενόμενο κόστος αυτής της λύσης είναι \$1160.50.

Αν εφαρμοστεί η λύση που προτείνεται από την αναμενόμενη αξία, τότε

Πίνακας 2.2: Αποτελέσματα δεύτερης προσέγγισης

| Σενάριο | Κόστος προσαρμογής της λύσης στο εκάστοτε σενάριο | Συνολικό κόστος |
|------------|---|---|
| Ήπιος | Αποθήκευση πλεονάσματος 121-80 = 41 μονάδες | \$41 \$1165.50 + 41 = \$1206.50 |
| Κανονικός | Αποθήκευση πλεονάσματος 121-100 = 21 μονάδες | \$21 \$1165.50 + 21 = \$1186.50 |
| Κρύος | Αγορά 150-121 = 29 units at \$6/μονάδα | \$174 \$1165.50 + 174 = \$1339.50 |
| Πολύ κρύος | Αγορά 180-121 = 59 units at \$7.5/μονάδα | \$442.50 \$1165.50 + 442.50 = \$1608 |

Παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα της εφαρμογής της λύσης αναμενόμενης αξίας είναι χειρότερη από την αντίστοιχη λύση όταν γνωρίζουμε εκ των προτέρων το σενάριο που θα ακολουθήσει. Η μόνη περίπτωση στην οποία δεν ισχύει η παραπάνω διαπίστωση είναι ο κρύος χειμώνας.

Το αναμενόμενο συνολικό κόστος από όλα τα σενάρια είναι
 $0.1(1205.50) + 0.5(1186.50) + 0.3(1339.50) + 0.1(1608) = \1276.45

Προσέγγιση 3^η: Χρήση ενός ντετερμινιστικού ισοδυνάμου του στοχαστικού προβλήματος

1. Απόφαση για τις αγορές αερίου σήμερα που θα αποθηκευτούν για τον επόμενο χρόνο
Παρατήρηση των μελλοντικών καιρικών συνθηκών
2. Απόφαση για τις μελλοντικές αγορές
Απόφαση για την μελλοντική αποθήκευση αερίου

Μεταβλητές απόφασης

x = αέριο που θα αγοραστεί σήμερα για να αποθηκευτεί για τον επόμενο χρόνο

y_M = αέριο που θα αγοραστεί του χρόνου στην περίπτωση ήπιου χειμώνα

y_N = αέριο που θα αγοραστεί του χρόνου στην περίπτωση κανονικού χειμώνα

y_C = αέριο που θα αγοραστεί του χρόνου στην περίπτωση κρύου χειμώνα

y_V = αέριο που θα αγοραστεί του χρόνου στην περίπτωση πολύ κρύου χειμώνα

z_M = αέριο που θα αποθηκευτεί του χρόνου στην περίπτωση ήπιου χειμώνα

z_N = αέριο που θα αποθηκευτεί του χρόνου στην περίπτωση κανονικού χειμώνα

z_C = αέριο που θα αποθηκευτεί του χρόνου στην περίπτωση κρύου χειμώνα

z_V = αέριο που θα αποθηκευτεί του χρόνου στην περίπτωση πολύ κρύου χειμώνα

$$\min 0.1(6x + 4.5y_M + z_M) + 0.5(6x + 5y_N + z_N) + 0.3(6x + 6y_C + z_C) + 0.1(6x + 7.5y_V + z_V)$$

s.t.

$$x + y_M - z_M = 80 \text{ (next year mild)}$$

$$x + y_N - z_N = 100 \text{ (next year normal)}$$

$$x + y_C - z_C = 150 \text{ (next year cold)}$$

$$x + y_V - z_V = 180 \text{ (next year very cold)}$$

$$x, y, z \geq 0$$

Η βέλτιστη λύση είναι να αγοραστούν 100 μονάδες σήμερα για να ικανοποιηθούν οι ανάγκες αυτού του έτους και να μην αγοραστεί επιπλέον αέριο για να αποθηκευτεί για τον επόμενο χρόνο. Τον επόμενο χρόνο, να αγοραστεί το αέριο που χρειάζεται για να καλυφθούν οι ανάγκες, αφού θα έχει παρατηρηθεί πρώτα αν θα έχουμε ήπιο, κανονικό, κρύο ή πολύ κρύο χειμώνα. Τον επόμενο χρόνο θα ληφθούν οι αποφάσεις που εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 3.3: Αποτελέσματα τρίτης προσέγγισης

| Σενάριο | Απόφαση δεύτερου χρόνου | Κόστος δεύτερου χρόνου | Συνολικό κόστος |
|------------|---------------------------------------|------------------------|-----------------------|
| Ήπιος | Αγορά 80 μονάδων σε τιμή \$4.5/μονάδα | \$360 | \$500 + 360 = \$860 |
| Κανονικός | Αγορά 100 μονάδων σε τιμή \$5/μονάδα | \$500 | \$500 + 500 = \$1000 |
| Κρύος | Αγορά 150 μονάδων σε τιμή \$6/μονάδα | \$900 | \$500 + 900 = \$1400 |
| Πολύ κρύος | Αγορά 180 units σε τιμή \$7.5/μονάδα | \$1350 | \$500 + 1350 = \$1850 |

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα της εφαρμογής της στοχαστικής λύσης είναι τα ίδια όπως στην περίπτωση που γνωρίζουμε εκ των προτέρων όλα τα σενάρια, εκτός από την περίπτωση του πολύ κρύου χειμώνα.

Το αναμενόμενο συνολικό κόστος όλων των σεναρίων είναι
 $0.1(860) + 0.5(1000) + 0.3(1400) + 0.1(1850) = \1191

Η χρήση της λύσης του ντετερμινιστικού ισοδυνάμου σε αντίθεση με τη λύση της αναμενόμενης αξίας οδηγεί σε εξοικονόμηση $\$1276.45 - 1191 = \$85.45/\acute{\epsilon}$ τος κατά μέσο όρο. Να σημειωθεί ότι στην περίπτωση της λύσης αναμενόμενης αξίας λαμβάνουμε υπ'όψη και τα δύο χρόνια στη διαδικασία λήψης της πρώτης απόφασης, ενώ στην περίπτωση του ντετερμινιστικού ισοδυνάμου οι αποφάσεις που λαμβάνονται στην πρώτη και στη δεύτερη φάση αφορούν μόνο το επόμενο χρόνο που ακολουθεί μετά την εκάστοτε απόφαση [6].

3.A.3. Chance constrained programming

Όταν σε ένα πρόβλημα υπάρχουν περιορισμοί που αφορούν την πιθανότητα να συμβεί ένα γεγονός, τότε το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία του προγραμματισμού *chance (probabilistic) constrained programming*. Τέτοιοι περιορισμοί αποσκοπούν κυρίως στον περιορισμό του ρίσκου που ενέχει μια απόφαση και εμφανίζονται κυρίως σε περιπτώσεις στις οποίες εμπλέκεται έντονα ο παράγοντας αβεβαιότητας αλλά παράλληλα απαιτείται αξιοπιστία. Η γενική μορφή ενός τέτοιου περιορισμού είναι

$$\Pr(F(x, D) > \tau) \leq \alpha$$

ή ισοδύναμα

$$\Pr(F(x, D) \leq \tau) \geq 1 - \alpha$$

$$\alpha \in (0,1)$$

όπου $F(x, D)$ το κόστος, x η ποσότητα προϊόντος που αγοράζεται, D η ζήτηση για το προϊόν, τ το όριο που θέτουμε στο κόστος και α το όριο που θέτουμε στην πιθανότητα να έχουμε κόστος μικρότερο από την τιμή τ .

Παράδειγμα

Θεωρούμε n επενδυτικές ευκαιρίες με τυχαίες αποδόσεις R_1, R_2, \dots, R_n στον επόμενο χρόνο. Έχουμε ένα συγκεκριμένο αρχικό κεφάλαιο και ο στόχος μας είναι να το επενδύσουμε με τέτοιο τρόπο, ώστε να μεγιστοποιηθεί η αναμενόμενη αξία της επένδυσής μας μετά από ένα χρόνο, υπό την προϋπόθεση ότι η πιθανότητα να χάσουμε λιγότερο από ένα δοσμένο ποσοστό αυτού του κεφαλαίου είναι το λιγότερο p , $p \in (0,1)$. Μία τέτοια απαίτηση καλείται περιορισμός αξίας ρίσκου (Value at Risk, VaR).

Έστω x_1, x_2, \dots, x_n τα ποσοστά του κεφαλαίου που επενδύονται σε κάθε σχέδιο. Μετά από έναν χρόνο το ποσοστό μεταβολής του κεφαλαίου λόγω κερδών/ζημίας θα είναι

$$g(x, R) = \sum_{i=1}^n R_i x_i$$

Το στοχαστικό πρόβλημα που διαμορφώνεται τελικά είναι:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{i=1}^n E[R_i] x_i \\ & \text{s. t.} \quad \Pr\left\{ \sum_{i=1}^n R_i x_i \geq \eta \right\} \geq p \\ & \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

Για παράδειγμα, $\eta = -0,1$ μπορεί να επιλεγεί, αν σκοπεύουμε να προστατέψουμε το κεφάλαιο από απώλειες μεγαλύτερες του 10% [7].

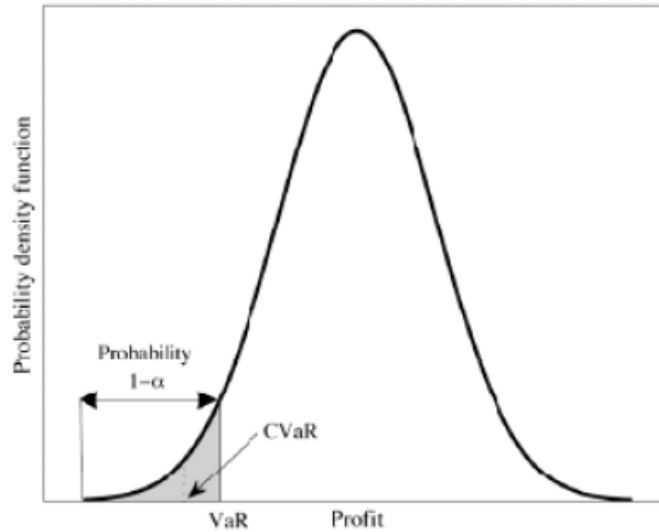
Στη διαχείριση ρίσκου συχνά χρησιμοποιούνται ως εργαλεία οι έννοιες VaR και CVaR (Conditional Value at Risk). VaR ονομάζεται το μέγιστο κέρδος για το οποίο η πιθανότητα το τελικό κέρδος να είναι μικρότερο ή ίσο με αυτή την τιμή είναι μικρότερη ή ίση με $1-\alpha$, όπου $\alpha \in (0,1)$. Μαθηματικά εκφράζεται ως εξής:

$$VaR = \max\{x | p\{profit \leq x\} \leq 1 - \alpha\}$$

Ως CVaR ορίζεται το αναμενόμενο κέρδος όταν το τελικό κέρδος δεν πρέπει να υπερβαίνει την τιμή VaR. Μαθηματικά ορίζεται ως εξής:

$$CVaR = E\{profit | profit \leq VaR\}$$

Οι παραπάνω τύποι γίνονται πιο εύκολα κατανοητοί αν οι έννοιες VaR και CVaR αναπαρασταθούν επί της καμπύλης κατανομής ρίσκου:



Σχήμα 3.1: Καμπύλη κατανομής ρίσκου

Η τιμή CVaR μπορεί να βρεθεί μεγιστοποιώντας τη συνάρτηση:

$$\left[\zeta - \left(\frac{1}{1-\alpha} \sum_{w=1}^{N_w} \pi_w \eta_w \right) \right]$$

$$s. t. \quad -profit_w + \zeta - \eta_w \leq 0 \quad \forall w$$

$$\eta_w \geq 0 \quad \forall w$$

όπου η_w είναι μία μεταβλητή η οποία ισούται με μηδέν, αν το σενάριο w έχει κέρδος μεγαλύτερο από VaR, αλλιώς η_w είναι η διαφορά μεταξύ της τιμής VaR και του κέρδους του σεναρίου w . Ως ζ συμβολίζεται η τιμή VaR, που αποτελεί και τη μεταβλητή απόφασης στην προκειμένη περίπτωση, και π_w είναι η πιθανότητα να συμβεί το καθένα από τα N_w σενάρια. Η τιμή CVaR που υπολογίζεται με την παραπάνω διαδικασία πολλαπλασιάζεται με το συντελεστή ρίσκου β , έτσι ώστε να μοντελοποιηθούν οι προτιμήσεις της εκάστοτε εταιρίας όσον αφορά στο ρίσκο που είναι διατεθειμένη να λάβει. Υψηλός δείκτης β (κοντά στο 1) σημαίνει συντηρητική πολιτική ενώ χαμηλός (κοντά στο 0) σημαίνει μεγάλη ανεκτικότητα στη λήψη ρίσκου [8].

3.A.4. Robust Optimization

Η Robust Optimization είναι μία πιο πρόσφατη προσέγγιση της βελτιστοποίησης υπό συνθήκες αβεβαιότητας κατά την οποία το μοντέλο δεν είναι στοχαστικό αλλά περισσότερο τείνει σε ντετερμινιστικό. Αντί να αναζητείται η λύση μέσω κάποιας πιθανολογικής λογικής, εδώ ο αποφασίζοντας καταστρώνει μία λύση που είναι βέλτιστη για κάθε μορφή αβεβαιότητας εντός ενός δοσμένου συνόλου. Κάθε παράγοντας αβεβαιότητας εκφράζεται μέσω μιας μεταβλητής η οποία εμφανίζεται σε κάποιον από τους περιορισμούς.

Το κίνητρο ανάπτυξης αυτής της μεθόδου είναι διττό. Πρώτον, το μοντέλο της τοποθέτησης της αβεβαιότητας εντός κάποιων ορίων είναι σε πολλές εφαρμογές η καταλληλότερη εκδοχή αντιμετώπισης της παραμέτρου αβεβαιότητας [9]. Τέτοιες περιπτώσεις είναι αυτές στις οποίες δεν έχουμε στοιχεία σχετικά με την πιθανότητα να συμβεί ένα φαινόμενο. Δεύτερον, η υπολογιστική επιλυσιμότητα είναι ένας πρωταρχικός στόχος στην διαμόρφωση μοντέλων επίλυσης προβλημάτων. Συχνά, προβλήματα που είναι γενικά μη επιλύσιμα μπορούν να εκφραστούν σε robust μορφή και να επιλυθούν. Αυτός ο στόχος επηρέασε πολύ τη θεωρητική μελέτη της Robust Optimization και οδήγησε στην επιτυχή εφαρμογή της σε ποικίλους τομείς [10].

Η γενική μορφή ενός προβλήματος Robust Optimization είναι η εξής:

$$\begin{aligned} & \min f_0(\mathbf{x}) \\ \text{s. t.} \quad & f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}_i) \leq 0 \quad \forall \mathbf{u}_i \in U_i, i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

όπου $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ είναι ένα διάνυσμα μεταβλητών απόφασης, $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^k$ είναι οι δείκτες διαταραχής ή παράμετροι αβεβαιότητας και $U_i \subseteq \mathbb{R}^k$ είναι τα σύνολα αβεβαιότητας που θεωρούνται κλειστά. Στόχος της παραπάνω μαθηματικής έκφρασης είναι ο υπολογισμός λύσεων \mathbf{x}^* ελαχίστου κόστους μεταξύ όλων των λύσεων που είναι εφικτοί για όλες τις τιμές \mathbf{u}_i εντός των συνόλων U_i . Αν το σύνολο U_i έχει μόνο ένα στοιχείο, τότε ο συγκεκριμένος περιορισμός δεν περιλαμβάνει αβεβαιότητα [9].

Παραδείγματα

1. Ένα απλό γραμμικό πρόβλημα Robust Optimization είναι:

$$\begin{aligned} & \max\{3x + 2y\} \\ \text{s. t.} \quad & cx + dy \leq 10 \quad \forall c, d \in \mathbb{R}^2 \end{aligned}$$

Αν το σύνολο \mathbb{R}^2 ήταν ένα πεπερασμένο σύνολο, τότε το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (δηλαδή ντετερμινιστικό) με περιορισμούς που θα όριζαν όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί $c, d \in P \subseteq \mathbb{R}^2$.

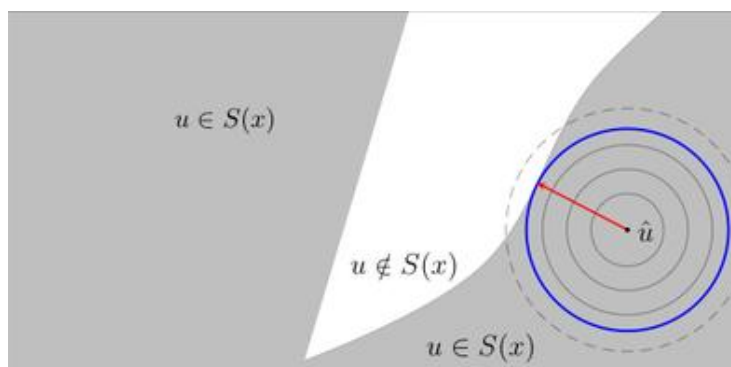
2. Πρόβλημα ακτίνας σταθερότητας

Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες αναζητούνται τα όρια ευστάθειας γύρω από μία σταθερή τιμή. Μια τέτοια περίπτωση είναι αυτό της εύρεσης της ακτίνας σταθερότητας:

$$\hat{\rho}(x, \hat{u}) = \max_{\rho \geq 0} \{\rho : u \in S(x), \forall u \in B(\rho, \hat{u})\}$$

όπου \hat{u} η ονομαστική τιμή της παραμέτρου αβεβαιότητας, $B(\rho, \hat{u})$ μία σφαίρα ακτίνας ρ και κέντρου \hat{u} και $S(x)$ το σύνολο των τιμών u που ικανοποιούν τη συνθήκη ευστάθειας

ανάλογα με τη μεταβλητή απόφασης x . Το σχήμα που υποδεικνύει τη λύση του προβλήματος είναι [11]:



Σχήμα 3.2: Σχηματική απεικόνιση προβλήματος ακτίνας σταθερότητας

Ένα παράδειγμα σύγκρισης του τρόπου με τον οποίο διαμορφώνεται ένα πρόβλημα με χρήση στοχαστικού προγραμματισμού και με χρήση Robust Optimization είναι το ακόλουθο:

Παράδειγμα

Έστω ένας επενδυτής που επιχειρεί να τοποθετήσει μία μονάδα πλούτου ανάμεσα σε n επενδυτικά σενάρια με τυχαία απόδοση r και ένα σενάριο χωρίς ρίσκο με γνωστή απόδοση r_f (πχ. για σενάριο με κέρδος 25% επί του επενδυόμενου ποσού ισχύει $r=1,25$). Ο επενδυτής δεν έχει τη δυνατότητα δανεισμού. Ο στόχος του είναι να πετύχει το καλύτερο trade-off μεταξύ αναμενόμενου κέρδους και της πιθανότητας να χάσει κάποια από τα χρήματά του.

Μέσω στοχαστικού προγραμματισμού το πρόβλημα εκφράζεται από την παρακάτω σχέση:

$$P(\mathbf{r}'\mathbf{x} + r_f(1 - \mathbf{1}'\mathbf{x}) \geq 1) \geq 1 - p_{loss}$$

όπου \mathbf{x} το διάνυσμα που περιγράφει τις τοποθετήσεις κεφαλαίου του επενδυτή στα ριψοκίνδυνα σενάρια, \mathbf{r}' το διάνυσμα των αποδόσεων ανεστραμμένο, $\mathbf{1}'$ το μοναδιαίο διάνυσμα ανεστραμμένο και p_{loss} τη μέγιστη επιτρεπτή πιθανότητα να χαθούν κεφάλαια ανάλογα με τις προτιμήσεις ρίσκου του επενδυτή.

Μέσω robust optimization το πρόβλημα εκφράζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{r}'\mathbf{x} + r_f(1 - \mathbf{1}'\mathbf{x}) \geq 1 \quad \forall \mathbf{r} \in R$$

όπου R το σύνολο στο οποίο κινούνται οι αποδόσεις των ριψοκίνδυνων επενδύσεων.

Αν και δεν είναι ξεκάθαρο στη δεύτερη περίπτωση, πάλι εμφανίζεται το μέγεθος ρ_{loss} στους υπολογισμούς, διότι καθορίζει έμμεσα το μέγεθος και τη μορφή του συνόλου R [10].

Ανάλογα με τη μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών η Robust Optimization χωρίζεται σε υποκατηγορίες (γραμμική, τετραγωνική, γεωμετρική, κυρτή, κ.α.). Ο τρόπος καθορισμού των συνόλων όπου κινούνται οι παράμετροι αβεβαιότητας εξαρτώνται από τη φύση του προβλήματος και από τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα όσον αφορά στο ρίσκο που είναι διατεθειμένος να λάβει [9].

3.A.5. Βιβλιογραφία

- [1] Σπυρίκος Δ. ,2010, «Στοχαστικός Προγραμματισμός Συντήρησης Μονάδων Ηλεκτρικής Ενέργειας», Διπλωματική εργασία, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ ΑΠΘ:
http://vivliothmyy.ee.auth.gr/616/1/Στοχαστικός_Προγραμματισμός_Μονάδων_Παραγωγής_ΗΕ.pdf
- [2] Φατούρος Π., 2009, «Στοχαστική Βελτιστοποίηση των Εκπομπών CO₂ στα Συστήματα Συμπαράγωγής και Ηλεκτρικής Ενέργειας», Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ ΕΜΠ:
http://artemis.cslab.ntua.gr/el_thesis/artemis.ntua.ece/DT2009-0180/DT2009-0180.pdf
- [3] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Stochastic_programming
- [4] Holmes D. “What is Stochastic Programming”, McCormick School of Engineering and Applied Science:
<http://users.iems.northwestern.edu/~jrberge/html/dholmes/StoProIntro.html>
- [5] Kalvelagen, E., 2003. “Two Stage Stochastic Linear Programming with GAMS”, Amsterdam Optimization Modeling Group LLC, Washington DC/The Hague:
<http://amsterdamoptimization.com/pdf/twostage.pdf>
- [6] “Stochastic programming example”, Department of Applied Mathematics and Statistics, Whiting School of Engineering:
www.ams.jhu.edu
- [7] Shapiro, A., Dentcheva, D., Ruszczyński, A., 2009. “Lectures on Stochastic Programming Modelling and Theory”, SIAM Philadelphia, MPS Philadelphia
- [8] Asif U., The Application of Conditional-Value-at-Risk to Optimize Natural Gas and Electricity Portfolio for a Generation Company, 2009, FYP Technical Paper, 08/08-05/09
- [9] Bertsimas D., Brown D., Caramanis C. (2007) Theory and Applications of Robust Optimization:
<http://www.mit.edu/~dbertsim/papers/Robust%20Optimization/Theory%20and%20applications%20of%20robust%20optimization.pdf>
- [10] Bertsimas D., Brown D., Caramanis C. (2011) Theory and Applications of Robust Optimization, SIAM Review, Vol. 53, No. 3, pp. 464-501:
<http://users.ece.utexas.edu/~cmcaram/pubs/RobustOptimizationPaper.pdf>
- [11] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Robust_optimization

3.B. ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

3.B.1. Εισαγωγή

Πέραν των μαθηματικών μοντέλων τα οποία βοηθούν στην επίλυση προβλημάτων που ενέχουν κάποιο παράγοντα αβεβαιότητας, υπάρχουν και διάφορες μέθοδοι μέσω των οποίων μπορούμε να προσεγγίσουμε μεγέθη που δεν μπορούμε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων τις συγκεκριμένες τιμές που θα λάβουν στο μέλλον. Ουσιαστικά πρόκειται για μεθόδους πρόβλεψης της γενικής τάσης εξέλιξης ορισμένων μεγεθών, βασισμένες πολλές φορές σε υπάρχοντα ιστορικά δεδομένα. Χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα σε τομείς όπως τα οικονομικά ή τη διοίκηση επιχειρήσεων όπου η γνώση της πορείας ενός μεγέθους (πχ. της τιμής ενός προϊόντος) στο μέλλον βοηθά στη λήψη αποφάσεων στο παρόν.

3.B.2. Γραμμική παλινδρόμηση

Απλή γραμμική παλινδρόμηση

Γραμμική παλινδρόμηση (linear regression) ονομάζουμε τη διαδικασία κατά την οποία συσχετίζουμε δύο στατιστικά μεγέθη μέσω μίας γραμμικής συνάρτησης προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσουμε κατά το δυνατόν την απόκλιση των στατιστικών σημείων από την προσεγγιστική ευθεία.

Ο γενικός τύπος που συνδέει τα δύο μεγέθη είναι:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

όπου X_i η ανεξάρτητη ή ερμηνευτική μεταβλητή που δε θεωρείται τυχαία, Y_i η εξαρτημένη μεταβλητή ή μεταβλητή απόκρισης που θεωρείται τυχαία, β_0 ο σταθερός όρος της προσεγγιστικής ευθείας, β_1 η κλίση της προσεγγιστικής ευθείας και ε_i η απόκλιση (κάθετη απόσταση) του σημείου (X_i, Y_i) από την ευθεία. Ονομάζεται αλλιώς σφάλμα ή κατάλοιπο και θεωρείται τυχαία μεταβλητή.

Η εκτιμώμενη συνάρτηση παλινδρόμησης (η προσεγγιστική ευθεία) είναι:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

Σε κάθε γραμμική παλινδρόμηση ισχύουν τα εξής:

1. Το κέντρο βάρους των παρατηρήσεων (\bar{X}, \bar{Y}) είναι σημείο της εκτιμώμενης γραμμής παλινδρόμησης.
2. Ισχύει $\sum \varepsilon_i = 0$.
3. Τα κατάλοιπα και η ανεξάρτητη μεταβλητή δεν συσχετίζονται, δηλαδή ισχύει $\sum X_i \varepsilon_i = 0$.

4. Τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή με διασπορά σ^2 , όπως και η μεταβλητή Y_i
5. Οι κατανομές της εξαρτημένης Y έχουν ίδια διασπορά για όλα τα επίπεδα της X (ομοσκεδαστικότητα).

Οι συντελεστές της εκτιμώμενης συνάρτησης πιθανότητας υπολογίζονται μέσω της ελαχιστοποίησης ως προς β_0, β_1 του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων και τελικά προκύπτει:

$$\widehat{b}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n(\bar{x})^2} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$$

$$\widehat{b}_0 = \bar{Y} - \widehat{b}_1 \bar{X}$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \widehat{b}_0 - \widehat{b}_1 X_i)^2$$

Να σημειωθεί ότι οι \widehat{b}_1 και \widehat{b}_0 είναι οι καλύτεροι, με την έννοια της μικρότερης διακύμανσης, γραμμικοί αμερόληπτοι εκτιμητές των β_1, β_0 αλλά όχι οι μοναδικοί.

Όσον αφορά τη διασπορά των παρατηρήσεων Y_i ως προς τη μέση τιμή τους, αυτή προκύπτει ως άθροισμα δύο συντελεστών, δηλαδή ισχύει:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \widehat{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\widehat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$SST = SSE + SSR$$

Η μεταβλητότητα SSE είναι αυτή που οφείλεται στα σφάλματα και η μεταβλητότητα SSR είναι αυτή που οφείλεται στη φυσιολογική απόκλιση των τιμών \widehat{Y}_i από τη μέση τιμή των παρατηρήσεων λόγω του ότι βρίσκονται επί της εκτιμώμενης ευθείας. Τελικά, ο συντελεστής προσδιορισμού που εκφράζει το ποσοστό της μεταβλητότητας που ερμηνεύεται από το μοντέλο είναι:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Ισχύει πως όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι το R^2 , τόσο καλύτερο είναι το μοντέλο που έχουμε θεωρήσει [1].

Παράδειγμα

Οι πίνακες που ακολουθούν μας δείχνουν τη μεταβολή που συντελείται στη ζήτηση ενός προϊόντος ανάλογα με τα χρήματα που δαπανώνται για τη διαφήμισή του καθώς και τους σχετικούς υπολογισμούς για τον προσδιορισμό της εκτιμώμενης ευθείας.

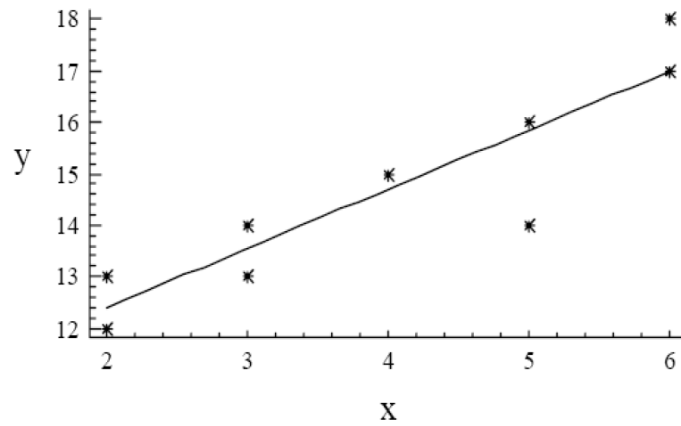
Πίνακας 3.3: Δεδομένα προβλήματος και πράξεις

| y_i (σε χιλιάδες τεμάχια) | x_i (σε χιλιάδες €) | $x_i \cdot y_i$ | x_i^2 |
|--------------------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------|
| 12 | 2 | 24 | 4 |
| 13 | 2 | 26 | 4 |
| 13 | 3 | 39 | 9 |
| 14 | 3 | 42 | 9 |
| 15 | 4 | 60 | 16 |
| 15 | 4 | 60 | 16 |
| 14 | 5 | 70 | 25 |
| 16 | 5 | 80 | 25 |
| 17 | 6 | 102 | 36 |
| 18 | 6 | 108 | 36 |
| $\sum y_i = 147$ | $\sum x_i = 40$ | $\sum x_i \cdot y_i = 611$ | $\sum x_i^2 = 180$ |

Πίνακας 3.4: Δεδομένα προβλήματος και πράξεις

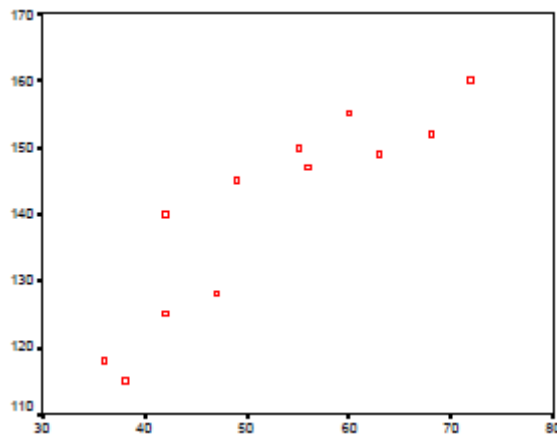
| x_i | y_i | \hat{y}_i | $\hat{y}_i - \bar{y}$ | $(\hat{y}_i - \bar{y})^2$ | $y_i - \bar{y}$ | $(y_i - \bar{y})^2$ |
|-----------------|------------------|-------------|-----------------------|---------------------------|-----------------|---------------------|
| 2 | 12 | 12,4 | -2,3 | 5,29 | -2,7 | 7,29 |
| 2 | 13 | 12,4 | -2,3 | 5,29 | -1,7 | 2,89 |
| 3 | 13 | 13,55 | -1,15 | 1,32 | -1,7 | 2,89 |
| 3 | 14 | 13,55 | -1,15 | 1,32 | -0,7 | 0,49 |
| 4 | 15 | 14,7 | 0 | 0 | 0,3 | 0,09 |
| 4 | 15 | 14,7 | 0 | 0 | 0,3 | 0,09 |
| 5 | 14 | 15,85 | 1,15 | 1,32 | -0,7 | 0,49 |
| 5 | 16 | 15,85 | 1,15 | 1,32 | 1,3 | 1,69 |
| 6 | 17 | 17 | 2,3 | 5,29 | 2,3 | 5,29 |
| 6 | 18 | 17 | 2,3 | 5,29 | 3,3 | 10,89 |
| $\sum x_i = 40$ | $\sum y_i = 147$ | | | $SSR=26,44$ | | $SSTO=32,1$ |

Συνεπώς, ισχύει $\bar{x}=4$ και $\bar{y}=14,7$, οπότε προκύπτει $\beta_1=1,15$, $\beta_0=10,1$ και $R^2=0.824$. Η εκτιμώμενη ευθεία φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα [2]:

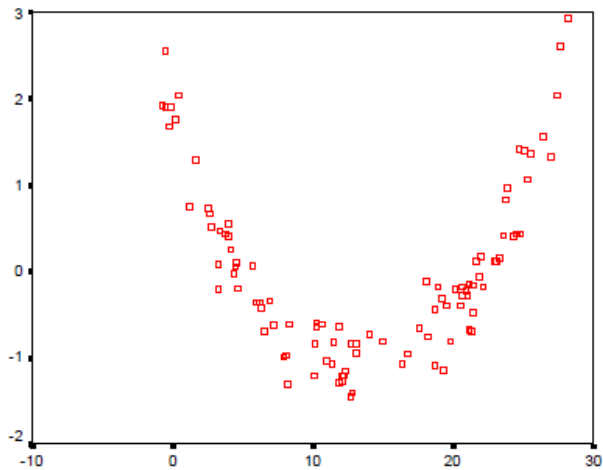


Σχήμα 3.3: Γραφική παράσταση εκτιμώμενης ευθείας

Πριν αρχίσουμε τη διαδικασία γραμμικής παλινδρόμησης είναι χρήσιμο να σχεδιάσουμε τα δύο δείγματα των στατιστικών μεγεθών που εξετάζουμε σε άξονες x , y έτσι ώστε να διαπιστώσουμε αν όντως τείνουν να κινούνται γύρω από μια ευθεία. Για παράδειγμα, στο σχήμα 1 η σχέση μεταξύ των μεταβλητών δείχνει να μπορεί να προσεγγιστεί γραμμικά, ενώ στο σχήμα 2 δε συμβαίνει αυτό.



Σχήμα 3.4: Μορφή προσεγγίσιμου γραμμικά δείγματος



Σχήμα 3.5: Μορφή μη προσεγγίσιμου γραμμικά δείγματος

Αν δεν φαίνεται σωστή η γραμμική προσέγγιση, τότε ίσως μπορέσουμε να συσχετίσουμε τα μεγέθη μέσω μιας ευθείας, αφού πρώτα προβούμε σε κάποιους μετασχηματισμούς. Κλασικοί μετασχηματισμοί είναι:

$$Y' = \sqrt{Y}, Y' = \ln Y, Y' = \frac{1}{Y}, X' = \sqrt{X}, X' = \ln X, X' = \frac{1}{X}$$

Να σημειωθεί ότι, αν X είναι η τιμή ενός αγαθού και Y είναι η ζήτησή του, τότε συνήθως εφαρμόζουμε λογαριθμικό μετασχηματισμό και στις δύο μεταβλητές, ώστε να παρατηρήσουμε την ποσοστιαία μεταβολή που προκαλεί στη ζήτηση η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής. Επίσης, γενικά προτιμούμε να μετασχηματίζουμε τη μεταβλητή στις τιμές της οποίας παρατηρείται η μεγαλύτερη μεταβλητότητα [1].

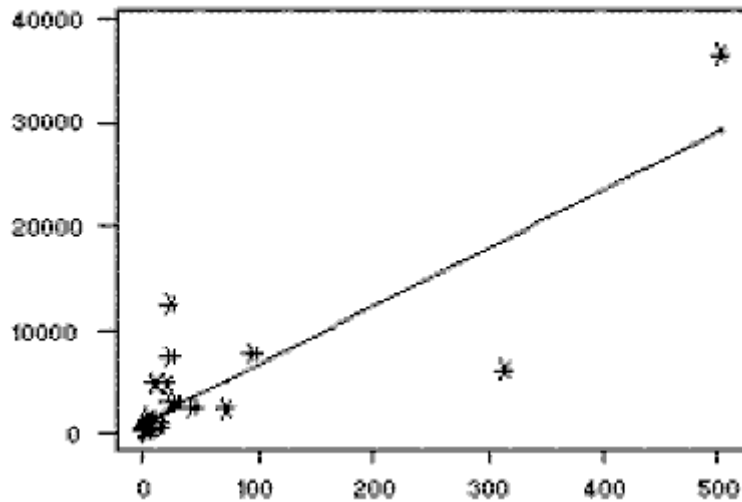
Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι η παλινδρόμηση ονομάζεται γραμμική λόγω της γραμμικότητας των όρων β_0, β_1 . Παραδείγματος χάριν, η συνάρτηση

$$Y = \alpha + \beta \frac{X^2}{\log(X)} + \varepsilon$$

είναι γραμμική όσον αφορά στους παράγοντες α, β και μπορεί να υπολογισθεί μέσω γραμμικής παλινδρόμησης θέτοντας

$$X' = \frac{X^2}{\log(X)} \quad [3]$$

Προσοχή πρέπει να δοθεί επίσης σε σημεία (X_i, Y_i) τα οποία απέχουν πολύ από τα υπόλοιπα. Αυτά ονομάζονται ακραίες τιμές και μπορεί να επηρεάσουν σημαντικά τη μορφή της εκτιμώμενης ευθείας (ιδίως αν απέχουν αρκετά από τις υπόλοιπες κατά τον οριζόντιο άξονα), συνεπώς είναι προτιμότερο να μην συμπεριλαμβάνονται κατά τη διαδικασία υπολογισμού της. Συνήθως πρόκειται για λανθασμένες μετρήσεις που δρουν αρνητικά στο τελικό αποτέλεσμα δημιουργώντας αποκλίσεις, καθώς δεν είναι αντιπροσωπευτικές του δείγματος. Τέτοιες μετρήσεις είναι αυτές για $X \approx 300$ και $X \approx 500$ που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα [4]:



Σχήμα 3.6: Δείγμα με ακραίες τιμές

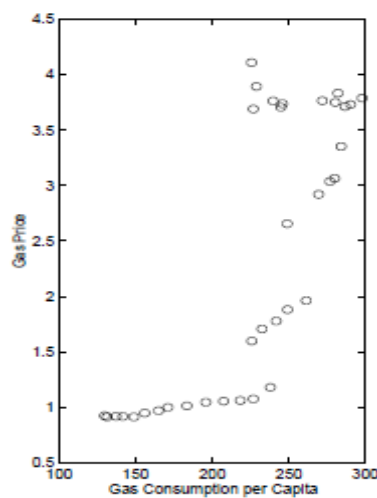
Πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση

Η συσχέτιση δύο στατιστικών μεγεθών μέσω απλής γραμμικής παλινδρόμησης μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα, αν δε ληφθούν υπ' όψη όλοι οι παράγοντες που επηρεάζουν τη μεταβλητή Y και όχι μόνο η μεταβλητή X . Έτσι διαμορφώνεται η μέθοδος της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης η οποία συσχετίζει γραμμικά τις ανεξάρτητες μεταβλητές X_1, X_2, \dots, X_n με την εξαρτημένη μεταβλητή Y . Ο γενικός τύπος είναι:

$$Y_i = b_0 + b_1X_{i1} + b_2X_{i2} + \dots + b_{p-1}X_{i,p-1} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, p$$

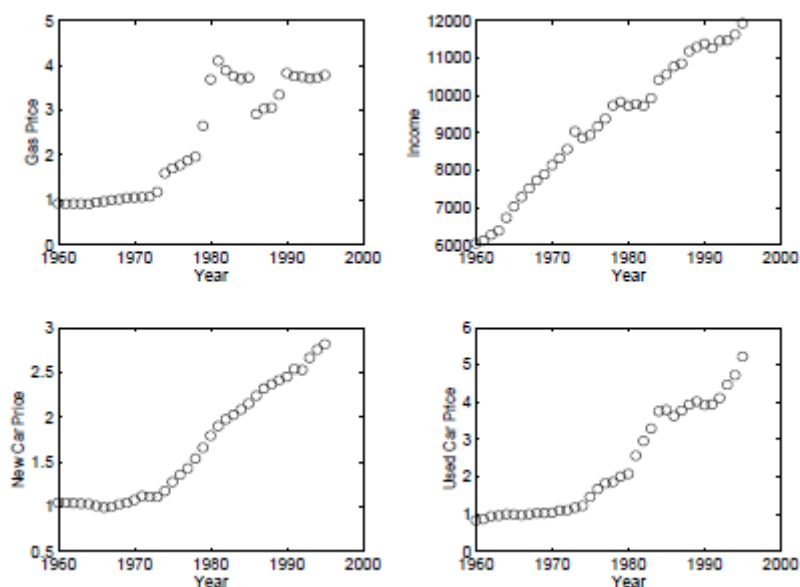
Παράδειγμα

Θέλουμε να εντοπίσουμε τη σχέση μεταξύ της ζήτησης και της τιμής ΦΑ. Συγκεντρώνοντας στατιστικά δεδομένα λαμβάνουμε το εξής αποτέλεσμα:



Σχήμα 3.7: Τιμή ΦΑ συναρτήσει της ζήτησης

Το αποτέλεσμα αυτό προφανώς είναι λανθασμένο, καθώς μας δείχνει μια τάση αύξησης της τιμής του αερίου όταν αυξάνεται η ζήτησή του, κάτι που αντιτίθεται στο νόμο προσφοράς και ζήτησης. Συνεπώς, πρέπει να αναζητήσουμε κι άλλους παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή του ΦΑ. Με μια πρόχειρη αναζήτηση συμπεριλαμβανουμε στην έρευνα το εισόδημα, τις τιμές των καινούριων αυτοκινήτων και τις τιμές των μεταχειρισμένων αυτοκινήτων. Η μεταβολή αυτών των μεγεθών με το χρόνο φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα:



Σχήμα 3.7: Διαχρονική εξέλιξη των παραγόντων επιρροής της τιμής ΦΑ

Η τελική σχέση που συνδέει όλα τα μεγέθη προκύπτει:

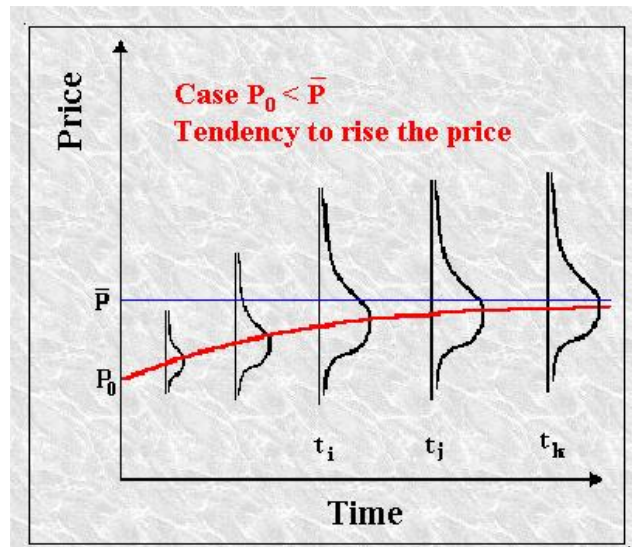
$$G = -0,09 - 0,04Pg + 0,0002Y - 0,1Pnc - 0,04Puc + \varepsilon$$

όπου Pg η τιμή του αερίου, Y το εισόδημα, Pnc η τιμή των νέων αυτοκινήτων και Puc η τιμή των μεταχειρισμένων αυτοκινήτων. Εν τέλει, διαπιστώνουμε ότι αύξηση μίας μονάδας στην τιμή του αερίου επιφέρει πτώση 0,04 μονάδων στην ποσότητα αερίου που αγοράζεται. Η αύξηση του εισοδήματος επιφέρει θετική επίδραση στην αγορά αερίου, ενώ των τιμών των νέων και μεταχειρισμένων αυτοκινήτων επιφέρει αρνητική επίδραση [3].

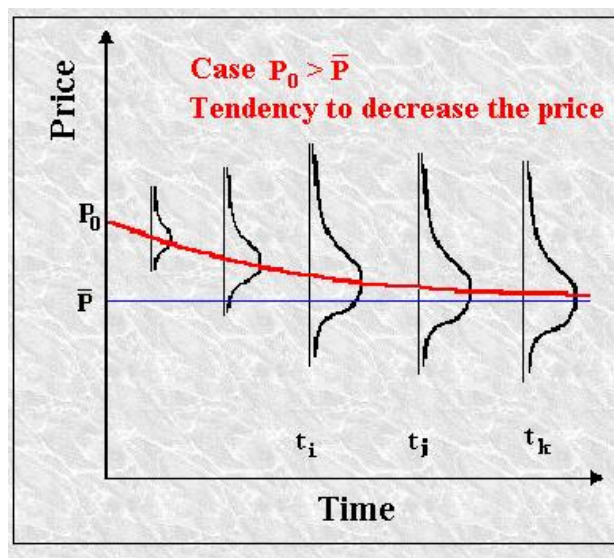
3.B.3. Mean reversion

Mean reversion ονομάζεται ένα μαθηματικό μοντέλο σύμφωνα με το οποίο προσδιορίζεται η μελλοντική εξέλιξη ενός μεγέθους πάνω στη βάση ότι, παρά τις διακυμάνσεις, αυτό θα κυμαίνεται με την πάροδο του χρόνου γύρω από μία μέση τιμή. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται ιδιαίτερα για τον προσδιορισμό του εύρους διακύμανσης της τιμής ενός εμπορεύματος ή μίας μετοχής. Στην περίπτωση της μετοχής, μάλιστα, μπορεί να λειτουργήσει και ως εργαλείο για επενδυτικές συμβουλές. Πιο συγκεκριμένα, όταν η τιμή είναι κατώτερη του μέσου όρου, τότε αναμένεται αύξησή της και προτείνεται αγορά

μετοχών, ενώ όταν είναι ανώτερη, τότε αναμένεται πτώση της και υποδεικνύεται πώληση μετοχών [5]. Αυτό σχηματικά αναπαρίσταται με τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις [6]:



Σχήμα 3.8: Τάση για αύξηση της τιμής



Σχήμα 3.9: Τάση για μείωση της τιμής

Ωστόσο, η χρήση της δεν εξαντλείται στην εύρεση του τρόπου εξέλιξης των τιμών αλλά και στην πρόβλεψη άλλων στοχαστικών μεγεθών, όπως για παράδειγμα η θερμοκρασία [7].

Έστω ότι εξετάζεται η τιμή ενός προϊόντος. Ο τύπος που δείχνει τη μεταβολή της τιμής dP σε χρονικό διάστημα dt είναι:

$$dP = \eta P(M - P)dt + \sigma Pdz$$

όπου P είναι η τιμή του προϊόντος κατά το χρονικό διάστημα dt , η τιμή M είναι το διαχρονικό σημείο ισορροπίας, η είναι η ταχύτητα (ή ρυθμός) επιστροφής στην τιμή M , σ

είναι η μεταβλητότητα του μεγέθους και dz μία προσαύξηση που ονομάζεται προσαύξηση Wiener. Ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους ονομάζεται συνιστώσα της mean reversion και ο αριστερός τυχαία συνιστώσα.

Η αναμενόμενη μεταβλητότητα των μελλοντικών τιμών σ υπολογίζεται ως η τυπική απόκλιση του υπάρχοντος δείγματος δεδομένων. Το διαχρονικό σημείο ισορροπίας υπολογίζεται ως το πηλίκιο του σταθερού όρου της προσεγγιστικής ευθείας προς την ταχύτητα επιστροφής στην τιμή M . Η ταχύτητα επιστροφής στην τιμή M υπολογίζεται, αφού πρώτα προσδιοριστεί η σχέση μεταξύ των ιστορικών δεδομένων τιμής και χρόνου μέσω γραμμικής παλινδρόμησης και είναι η κλίση της προσεγγιστικής ευθείας με αντίθετο πρόσημο. Εξαρτάται από πολλούς παράγοντες όπως το πλάτος, τη φύση και την κατεύθυνση του αποσταθεροποιητικού φαινομένου στην τιμή, το είδος του εμπορεύματος που αναλύεται, τον τρόπο μεταφοράς του, κτλ. Στις αγορές ηλεκτρισμού παρατηρούνται απότομες και έντονες αλλαγές στην τιμή με γρήγορο ρυθμό επιστροφής στα αρχικά επίπεδα. Στις αγορές ΦΑ ο ρυθμός επιστροφής είναι αρκετά μικρότερος και ακόμη περισσότερο στις αγορές πετρελαίου όπου η επαναφορά των τιμών στη μέση τιμή μπορεί να διαρκέσει μήνες ή χρόνια.

Παρά τη χρησιμότητα της μεθόδου mean reversion, συναντώνται ορισμένα προβλήματα όσον αφορά στην αξιοπιστία της. Η μέθοδος mean reversion μπορεί να μοντελοποιεί ικανοποιητικά τον τρόπο με τον οποίο η τιμή επιστρέφει στο διαχρονικό σημείο ισορροπίας έπειτα από ένα αποσταθεροποιητικό φαινόμενο (πχ. στην περίπτωση της τιμής ΦΑ ένα τέτοιο φαινόμενο μπορεί να είναι η εμφάνιση ακραίων καιρικών συνθηκών) αλλά δεν μπορεί να εντοπίσει πότε θα συμβεί το φαινόμενο. Επίσης, εντός των χρονικών διαστημάτων dt στα οποία χωρίζουμε το συνολικό χρόνο εξέτασης του μεγέθους μπορεί να υπάρχουν διακυμάνσεις όσον αφορά το ρυθμό επιστροφής (πχ. ωριαίες διακυμάνσεις για dt ίσο με μία μέρα). Αυτές δεν λαμβάνονται υπ' όψη, αφού ο ρυθμός επιστροφής θεωρείται σταθερός για χρόνο dt , οπότε το τελικό αποτέλεσμα χάνει μέρος της ακρίβειάς του [8]. Τέλος, έστω κι αν μία διαδικασία mean reversion διακρίνεται από πλήρη μαθηματική ακρίβεια, δεν μπορεί να αντιπροσωπεύσει ακριβώς τη συμπεριφορά των τιμών ενός εμπορεύματος ή μίας μετοχής. Η τιμή είναι ένα σύνθετο φαινόμενο που είναι εν μέρει μαθηματικό και εν μέρει νομικό. Μία εταιρία μπορεί να δηλώσει πτώχευση και να σταματήσει το εμπόριο. Μία διαδικασία mean reversion όμως δεν μπορεί να λάβει υπ' όψη το σύνθετο φαινόμενο να μηδενιστεί η τιμή μίας μετοχής και να μείνει σε αυτό το επίπεδο χωρίς να ανακάμψει [5].

3.B.4. Προσομοίωση Monte Carlo

Η προσομοίωση ή μέθοδος Monte Carlo είναι είναι μία μαθηματική τεχνική που επιτρέπει τον υπολογισμό του ρίσκου που εμπεριέχει η λήψη αποφάσεων. Χρησιμοποιείται από επαγγελματίες σε πολλούς τομείς όπως τα οικονομικά, την ενέργεια, τις κατασκευές, την έρευνα και ανάπτυξη, τις μεταφορές και το περιβάλλον [9]. Επίσης βρίσκει εφαρμογή σε περιπτώσεις ανάλυσης συστημάτων των οποίων η πολυπλοκότητα πηγάζει από το

μεγάλο πλήθος των βαθμών ελευθερίας τους. Τέτοια προβλήματα εντοπίζονται για παράδειγμα στον τομέα της στατιστικής Φυσικής [10].

Η μέθοδος Monte Carlo εφοδιάζει τον αποφασίζοντα με μία σειρά από πιθανά αποτελέσματα και τις αντίστοιχες πιθανότητες να εμφανιστούν για κάθε επιλογή κινήσεων. Επίσης υποδεικνύει τις ακραίες πιθανότητες να συμβεί ένα φαινόμενο ανάλογα με τις αποφάσεις που έχουν ληφθεί (πχ. την πιθανότητα χρεωκοπίας στην οποία μπορεί να οδηγήσει ακόμα και η πιο συντηρητική απόφαση μιας επιχείρησης)

Η τεχνική αυτή χρησιμοποιήθηκε αρχικά από επιστήμονες που ασχολήθηκαν με την κατασκευή της ατομικής βόμβας. Ονομάστηκε έτσι από το θέρετρο Monte Carlo του Μονακό, που είναι γνωστό για τα καζίνο του, όπου παίζονται κατ' εξοχήν παιχνίδια τύχης τα οποία σχετίζονται με την ανάληψη ρίσκου (πχ. ρουλέτα). Έπειτα από την πρώτη της εμφάνιση του στο Β' Παγκόσμιο Πόλεμο, η μέθοδος Monte Carlo χρησιμοποιήθηκε σε μία ποικιλία φυσικών και εννοιολογικών συστημάτων.

Η προσομοίωση Monte Carlo περιλαμβάνει την κατασκευή μοντέλων πιθανών αποτελεσμάτων αντικαθιστώντας τη μεταβλητή ενός παράγοντα που ενέχει αβεβαιότητα με μία σειρά από τιμές που λαμβάνονται από τη συνάρτηση κατανομής πιθανοτήτων του εν λόγω παράγοντα. Στη συνέχεια υπολογίζει αποτελέσματα ξανά και ξανά χρησιμοποιώντας κάθε φορά ένα διαφορετικό σύνολο από τυχαίες τιμές που λαμβάνει από τις συναρτήσεις πιθανοτήτων όλων των στοχαστικών μεγεθών του προβλήματος. Μία τέτοια προσομοίωση μπορεί να περιέχει χιλιάδες ή δεκάδες χιλιάδες επαναυπολογιστείς πριν ολοκληρωθεί, κάτι που εξαρτάται από τον αριθμό των στοχαστικών παραγόντων και το εύρος των πιθανών τιμών που μπορούν να λάβουν. Τα τελικά αποτελέσματα διαμορφώνονται και αυτά σε καμπύλες κατανομής πιθανοτήτων [9].

Πιο συγκεκριμένα, τα βήματα που ακολουθούμε κατά την εφαρμογή της μεθόδου Monte Carlo είναι:

- Βήμα 1: Δημιουργούμε ένα παραμετρικό μοντέλο $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.
- Βήμα 2: Παράγουμε ένα σύνολο από τυχαίους αριθμούς εισόδου $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$.
- Βήμα 3: Κάνουμε εκτίμηση του μοντέλου και αποθηκεύουμε τα αποτελέσματα ως y_i .
- Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 για $i=1, \dots, n$.
- Βήμα 5: Αναλύουμε τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας ιστογράμματα, βρίσκοντας διαστήματα εμπιστοσύνης, κτλ. [10]

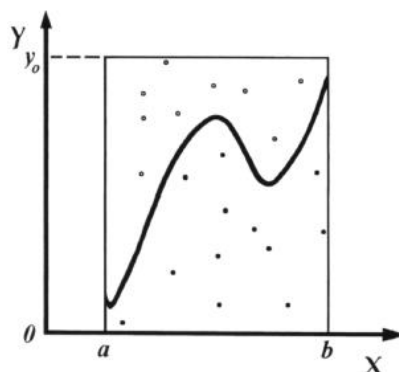
Πλεονεκτήματα μεθόδου Monte Carlo έναντι ντετερμινιστικής ανάλυσης

1. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης Monte Carlo δείχνουν όχι μόνο τι μπορεί να συμβεί αλλά και πόσο πιθανό είναι το κάθε αποτέλεσμα.
2. Λόγω του είδους των αποτελεσμάτων που δημιουργεί η μέθοδος Monte Carlo είναι εύκολη η αποτύπωσή τους σε διαγράμματα, συνεπώς διευκολύνεται και η κατανόηση και μετάδοση της πληροφορίας σε τρίτους.

3. Στα ντετερμινιστικά μοντέλα είναι πολλές φορές δύσκολος ο εντοπισμός των μεταβλητών που επηρεάζουν περισσότερο το αποτέλεσμα. Αντίθετα στη μέθοδο Monte Carlo είναι πιο εύκολη η ανάλυση ευαισθησίας.
4. Στην προσομοίωση Monte Carlo είναι εύκολη η εξέταση πολλών σεναρίων, δηλαδή ο αναλυτής μπορεί να δει ακριβώς ποιος συνδυασμός τιμών διαφορετικών μεταβλητών επέφερε το συγκεκριμένο αποτέλεσμα.
5. Η μέθοδος Monte Carlo είναι δυνατή η μοντελοποίηση των σχέσεων μεταξύ αλληλοεξαρτώμενων μεταβλητών εισόδου. Είναι σημαντικό για λόγους ακρίβειας να αναπαρίσταται στο μοντέλο πώς η μεταβολή της τιμής μιας μεταβλητής επηρεάζει την τιμή μίας άλλης [9].

Παράδειγμα εφαρμογής προσομοίωσης Monte Carlo

Κλασικό παράδειγμα εφαρμογής της τεχνικής Monte Carlo είναι ο υπολογισμός του ολοκληρώματος μιας συνάρτησης $f(x)$. Έστω ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.10: Γραφική διαδικασία επίλυσης του προβλήματος

Αρχικά περικλείουμε τη γραφική παράσταση εντός ενός παραλληλογράμμου εμβαδού $E=(b-a)*y_0$. Μέσω μιας γεννήτριας παραγωγής τυχαίων αριθμών επιλέγουμε N τυχαία σημεία από αυτό το εμβαδό. Ο λόγος του πλήθους αυτών που βρίσκονται κάτω από την καμπύλη της $f(x)$ προς τα συνολικά σημεία ισούται με N_0/N και είναι το ποσοστό από το εμβαδό του παραλληλογράμμου που αντιστοιχεί στο ολοκλήρωμα. Επομένως, το ζητούμενο εμβαδό ισούται με

$$I = \frac{N_0}{N} [y_0(b - a)]$$

Το πραγματικό εμβαδό υπολογίζεται για $N \rightarrow \infty$ [10].

3.B.5. Βιβλιογραφία

- [1] «Στατιστικά Προγράμματα-Ενότητα 5: Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση», Μπούτσικας Μ., Τμήμα Στατιστικής και Ασφ. Επιστήμης, Παν. Πειραιώς:
http://www.unipi.gr/faculty/mbouts/statprog/SPSS_lesson9-10.pdf
- [2] «Γραμμική Παλινδρόμηση» Λαπατίνας Α., Τμήμα Οικονομικών, Παν. Ιωαννίνων:
http://users.uoi.gr/alapatin/files/Lecture%204_presentation.pdf
- [3] Σημειώσεις μαθήματος “Statistics and Data Analysis”, Bren School of environmental Science and Management, University of California, Santa Barbara:
<http://www.esm.ucsb.edu/academics/courses/206/Readings/readerCh8.pdf>
- [4] “Linear Regression”, Department of Statistics, Yale University:
<http://www.stat.yale.edu/Courses/1997-98/101/linreg.htm>
- [5] Wikipedia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Mean_reversion_\(finance\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Mean_reversion_(finance))
- [6] “Mean Reversion Models”, Industrial Engineering Department, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro:
<http://www.puc-rio.br/marco.ind/revers.html>
- [7] Maggioni F., Vespucci M., Allevi E., Bertocchi M., Innorta M. (2008) A two-stage stochastic optimization model for a gas sale retailer, Kybernetika, Vol. 44, No. 2, pp. 277-296
- [8] Blanco C. % Soronow D, “Mean Reverting Processes – Energy Price Processes Used For Derivatives Pricing & Risk Management” Energy Pricing, 2011:
http://www.math.ncsu.edu/finmath/imsm2010/references/Mean_Reverting_Processes.pdf
- [9] “Monte Carlo Simulation”: http://www.palisade.com/risk/monte_carlo_simulation.asp
- [10] Wittwer, J., “Monte Carlo Simulation Basics”:
<http://www.vertex42.com/ExcelArticles/mc/MonteCarloSimulation.html>

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Η ΑΓΟΡΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΚΑΙ Η ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΞΕΛΙΞΗ

4.1. Η αλυσίδα παροχής ΦΑ

Οι οντότητες της αλυσίδας παροχής ΦΑ και η λειτουργία τους

Από την εύρεση των πηγών ΦΑ μέχρι την τελική τροφοδότησή του στους καταναλωτές, το ΦΑ διέρχεται μέσα από πολλά στάδια επεξεργασίας και μεταφοράς. Κατά τη διαδικασία αυτή δραστηριοποιούνται πολλές επιχειρήσεις η καθεμιά από τις οποίες λαμβάνει ορισμένες αρμοδιότητες και όλες μαζί συνθέτουν τη βιομηχανική αλυσίδα παροχής ΦΑ.

Όταν εντοπιστεί μια πιθανή πηγή ΦΑ από γεωλόγους και γεωφυσικούς, μια ομάδα ειδικών στη γεώτρηση αναλαμβάνει την εξόρυξή του. Το αέριο οδηγείται στο διυλιστήριο για επεξεργασία μέσω ενός δικτύου αγωγών χαμηλής πίεσης και μικρής διαμέτρου. Αν το αέριο περιέχει μεγάλα ποσοστά θείου και διοξειδίου του άνθρακα, πρέπει να μεταφερθεί με ειδικό αγωγό, γιατί θα είναι εξαιρετικά επικίνδυνο και διαβρωτικό. Στο διυλιστήριο, ένα μέρος του επεξεργασμένου αερίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη λειτουργία του διυλιστηρίου ή να επιστραφεί για χρήση στα πηγάδια εξόρυξης. Το μεγαλύτερο μέρος, όμως, κατευθύνεται προς τον συμπιεστή, αφού προστεθεί με το ΦΑ που εισάγεται από άλλες περιοχές.

Στο συμπιεστή η πίεση του αερίου αυξάνεται, ώστε να μπορεί να κυκλοφορήσει με άνεση εντός των αγωγών. Ένα μέρος αυτού εξάγεται σε άλλες χώρες, ένα δεύτερο καταναλώνεται για τη λειτουργία του συμπιεστή και ένα τρίτο οδηγείται σε δεξαμενές αερίου για αποθήκευση. Οι αποθήκες δεν είναι απαραίτητα κοντά στα σημεία παραγωγής ή διανομής αερίου και τα είδη τους είναι τα εξής [1]:

- **Υπόγειες εποχιακές αποθήκες:** Είναι η πιο σημαντική κατηγορία αποθήκης ΦΑ. Το αέριο αποθηκεύεται σε υψηλή πίεση έως 220bar. Η αποθήκη αδειάζει σε περιόδους υψηλής ζήτησης και γεμίζει σε περιόδους χαμηλής.
- **Αποθήκες υδροφόρου ορίζοντα:** Είναι οι μεγαλύτερες σε μέγεθος και είναι συνήθως περιοχές που παλιότερα υπήρχαν κοιτάσματα ΦΑ. Χρησιμοποιούνται για την εποχιακή εξισορρόπηση της ζήτησης ΦΑ
- **Σπηλαιώδεις αποθήκες:** Είναι μικρότερες αλλά έχουν υψηλότερους ρυθμούς έγχυσης και άντλησης αερίου. Αυτές οι αποθήκες χρησιμοποιούνται για την εποχιακή εξισορρόπηση της ζήτησης ΦΑ αλλά τα αποθέματά τους εξαρτώνται και από την τιμή του αερίου στα χρηματιστήρια εμπορευμάτων. Οι αποθήκες γεμίζουν όταν οι τιμές είναι χαμηλές και αδειάζουν όταν οι τιμές είναι υψηλές, γιατί τότε το αέριο βγαίνει από την αποθήκη και πωλείται στο χρηματιστήριο.

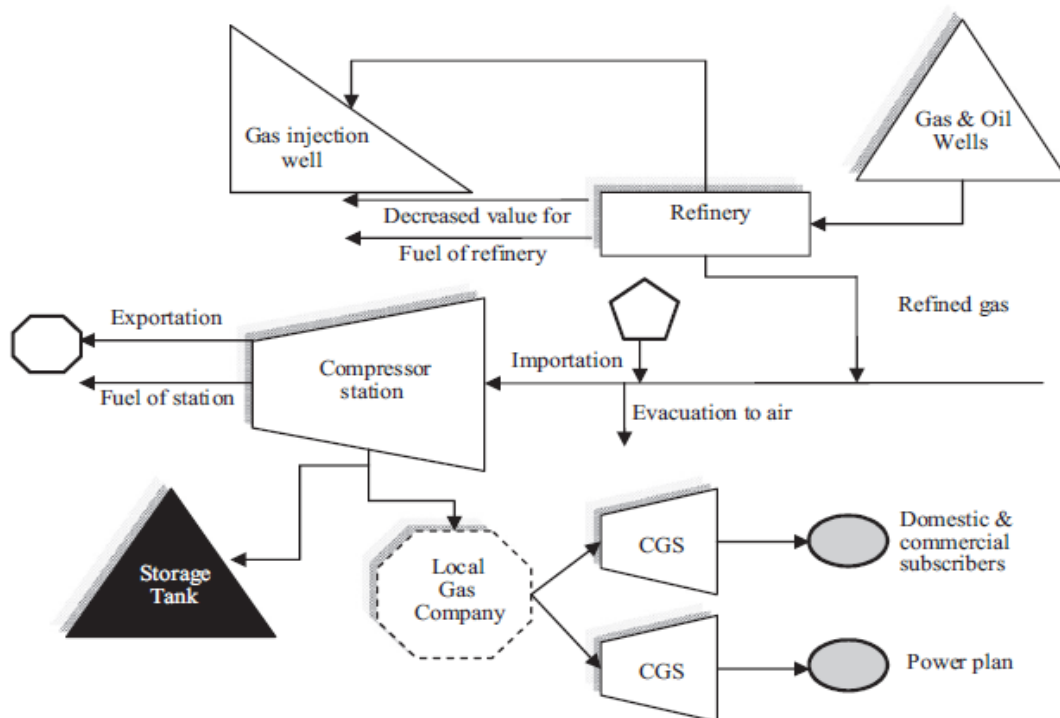
- **Αποθήκες υγροποιημένου αερίου:** Χρησιμοποιούνται κυρίως τις πολύ κρύες χειμερινές μέρες για να καλύψουν τις ακραίες αιχμές φορτίου. Το μέγεθός τους είναι μικρό αλλά έχουν πολύ υψηλό ρυθμό άντλησης αερίου [2].

Να σημειωθεί ότι δεν είναι απαραίτητο να διανεμηθεί το αέριο με τον παραπάνω τρόπο στα τρία αυτά στάδια, διότι κάποιος από αυτά μπορεί να παραληφθεί ανάλογα την περίπτωση (πχ. σε ορισμένα μοντέλα παροχής ΦΑ δεν περιλαμβάνεται εγκατάσταση αποθήκευσης).

Όμως σε κάθε αλυσίδα παροχής το τέταρτο και συνήθως κυριότερο μέρος του αερίου που εξέρχεται από το συμπιεστή δίνεται στις LDCs (Local Distribution Companies). Αυτές είναι εταιρίες που αναλαμβάνουν τη διανομή του ΦΑ σε τοπικό επίπεδο στους διάφορους καταναλωτές. Αν η απόσταση μεταξύ της περιοχής παραγωγής και διανομής του αερίου είναι μεγάλη, τότε μεσολαβούν οι GPCs (Gas Pipeline Companies) οι οποίες έχουν στην κατοχή τους το δίκτυο μεταφοράς ΦΑ. Οι LDCs νοικιάζουν από αυτές το τμήμα των αγωγών που χρησιμοποιούν [1]. Τα δίκτυα μεταφοράς λειτουργούν σε πιέσεις μεταξύ 1bar και 100bar πάνω από την ατμοσφαιρική ενώ τα δίκτυα διανομής χρησιμοποιούν μέση (0,1-1bar) ή χαμηλή (<0,1bar) πίεση [2].

Από τις LDCs το αέριο μοιράζεται σε κέντρα αγοράς ονόματι city gate stations (CGS), όπου καθορίζεται κατά σημαντικό ποσοστό και η τιμή του, και από κει διανέμεται μέσω ενός δικτύου αγωγών μικρής διαμέτρου στους βιομηχανικούς, οικιακούς και εμπορικούς καταναλωτές ή στους σταθμούς παραγωγής ηλεκτρισμού που δέχονται ως είσοδο ΦΑ (Electricity Utility Companies-EUCs).

Σχηματικά, η αλυσίδα παροχής ΦΑ απεικονίζεται ως εξής:



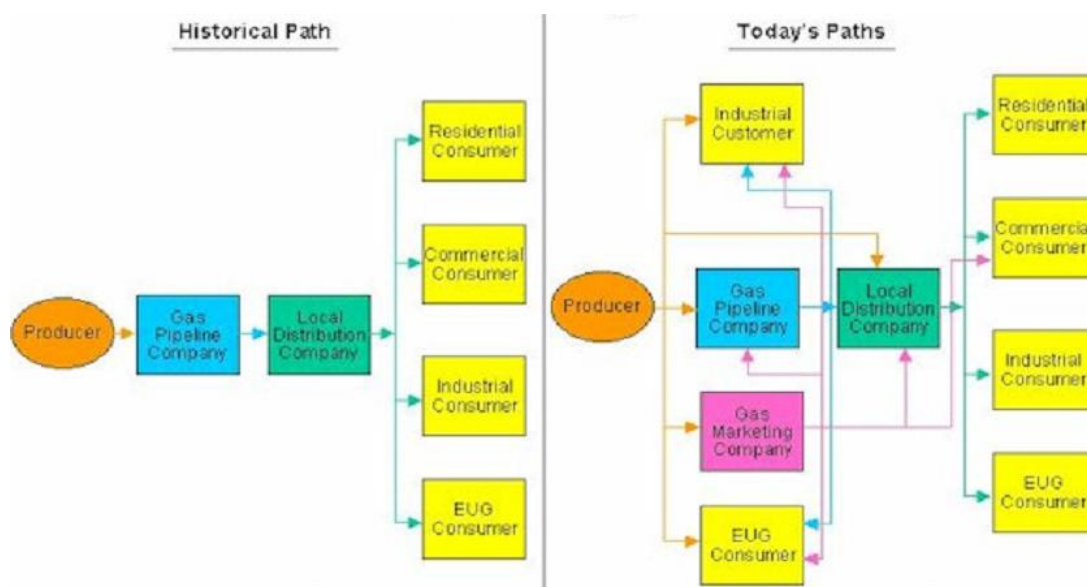
Σχήμα 4.1: Αλυσίδα παροχής ΦΑ έξι επιπέδων

Συνοπτικά, η αλυσίδα παροχής ΦΑ αποτελείται από έξι επίπεδα. Στο πρώτο έχουμε δυο τύπους προμηθευτών αερίου, τα πηγάδια εξόρυξης (1) και την εισαγωγή ΦΑ (2). Στο δεύτερο κατατάσσονται οι παραγωγοί ΦΑ δηλαδή το διυλιστήριο. Στο τρίτο έχουμε τους διανομείς πρώτου τύπου, δηλαδή τους συμπιεστές (1). Στο τέταρτο ανήκουν οι χονδρέμποροι, δηλαδή οι LDCs (σε αυτό το επίπεδο μπορούν να τοποθετηθούν και οι αποθήκες ως μέρος απ' όπου αντλούν αέριο οι LDCs) και στο πέμπτο οι CGSs ως διανομείς δεύτερου τύπου (2). Τέλος στο έκτο επίπεδο συναντάμε τους καταναλωτές που κατηγοριοποιούνται σε τέσσερις τύπους: τα πηγάδια εξόρυξης αερίου (1), οι οικιακοί και εμπορικοί καταναλωτές (2), οι μονάδες παραγωγής ηλεκτρισμού (3) και η εξαγωγή (4). Όλα τα προαναφερθέντα αποτελούν τους κόμβους της αλυσίδας, ή αλλιώς τις σταθερές φυσικές οντότητές της. Οι μεταβλητές φυσικές οντότητες αντιπροσωπεύουν τις οδούς για τις φυσικές ροές αερίου, δηλαδή τους αγωγούς [1].

Η απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ

Από τις αρχές της δεκαετίας του '80 άρχισε να αλλάζει το νομικό πλαίσιο όσον αφορά τις επιχειρήσεις ΦΑ στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής και από κει αυτή η μεταρρύθμιση επεκτάθηκε παγκοσμίως. Ενώ παλιότερα η διαχείριση του ΦΑ συγκεντρωνόταν σε λίγες εταιρίες οι οποίες αναλάμβαναν πολλές αρμοδιότητες, η σταδιακή απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ οδήγησε στον διαχωρισμό αυτών των δραστηριοτήτων σε κατηγορίες που κατανέμονταν σε διαφορετικές εταιρίες. Παράλληλα, αναπτύχθηκαν σχέσεις μεταξύ των όλων των οντοτήτων της αλυσίδας παροχής, με αποτέλεσμα η μεταφορά του αερίου να μην ακολουθεί έναν συγκεκριμένο μονόδρομο, αλλά να υπάρχει η δυνατότητα παράκαμψης κάποιων ενδιάμεσων κόμβων [3]. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να επέλθει ανταγωνισμός τιμών στις εταιρίες που το εμπορεύονται [2].

Οι μεταβολές που επήλθαν λόγω της απελευθέρωσης αποτυπώνονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 4.2: Σχηματική αναπαράσταση της απελευθέρωσης αγοράς ΦΑ

Σύμφωνα με την κλασική αλυσίδα παροχής αερίου, ο παραγωγός μπορεί να προμηθεύει το φυσικό του αέριο μόνο στην εταιρία μεταφοράς (GPC) η οποία με τη σειρά της το δίνει στην τοπική εταιρία διανομής (LDC). Τέλος, το αέριο μοιράζεται στον οικιακό, εμπορικό και βιομηχανικό πελάτη και στη μονάδα παραγωγής ηλεκτρισμού μέσω ΦΑ (Electric Utility Generator-EUG ή Electric Utility Company-EUC). Να σημειωθεί ότι σε αυτή την περίπτωση οι κάτοχοι των αγωγών μεταφοράς μπορούν να θεωρηθούν εν μέρει και ιδιοκτήτες του ΦΑ, αφού είναι οι μοναδικοί μεσάζοντες μεταξύ των παραγωγών και των διανομικών ΦΑ. Η αλυσίδα αυτή υποστηρίζεται από αντίστοιχους τύπους μακροχρόνιων συμβολαίων ανάμεσα στους παίκτες που προαναφέρθηκαν τα οποία δεν αφήνουν πολλά περιθώρια ευελιξίας.

Σήμερα, η τάση για απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ που προωθείται στις περισσότερες αναπτυσσόμενες χώρες κάνει την αλληλοσυσχέτιση των οντοτήτων της αλυσίδας παροχής πιο περίπλοκη. Ο παραγωγός μπορεί να προμηθεύσει με αέριο όχι μόνο την εταιρία μεταφοράς αερίου, αλλά και την LDC ή ακόμη και το βιομηχανικό καταναλωτή και την EUG απευθείας. Επίσης, εμφανίζεται ένας νέος μεσάζων-παραγωγός ο οποίος λαμβάνει αέριο από τον παραγωγό και ονομάζεται εταιρία εμπορίας αερίου (Gas Marketing Company-GMC). Ουσιαστικά πρόκειται για μια εταιρία της οποίας ο ρόλος μοιάζει με αυτόν της LDC αλλά δραστηριοποιείται σε ευρύτερο επίπεδο από το τοπικό. Η GMC μπορεί να δώσει ΦΑ στην GPC ή να την παρακάμψει ερχόμενη σε συμφωνία με την LDC. Προχωρώντας σε ακόμη χαμηλότερο επίπεδο στην αλυσίδα παροχής, μπορεί να συναλλαγεί κατευθείαν με το βιομηχανικό και εμπορικό καταναλωτή και την EUG.

Από την άλλη, η GPC έχει τη δυνατότητα πώλησης αερίου στην LDC, καθώς και σε επιλεγέντες μεγάλους πελάτες όπως οι βιομηχανικοί και οι EUGs. Τέλος, η LDC είναι η μόνη που μπορεί να εξυπηρετήσει όλες τις κατηγορίες καταναλωτών, δηλαδή το βιομηχανικό, εμπορικό και οικιακό πελάτη και την EUG [1].

Όλοι οι κανόνες που διέπουν τη νέα απελευθερωμένη αγορά ΦΑ έχουν διατυπωθεί επισήμως σε πολλές οδηγίες του ευρωπαϊκού κοινοβουλίου (πχ. οδηγίες 2003/55/EC, 2001/77/EC, 98/30/EC) με ειδικούς όρους σε ορισμένες περιπτώσεις για τα διαφορετικά κράτη-μέλη που συμμετέχουν στη διαδικασία. Οι πιο βασικοί κανόνες είναι:

- Οι επιχειρήσεις ΦΑ τηρούν, στα εσωτερικά τους λογιστικά, χωριστούς λογαριασμούς για κάθε μία από τις δραστηριότητες μεταφοράς, διανομής, υγροποιημένου ΦΑ (ΥΦΑ) και αποθήκευσης, όπως ακριβώς θα ήταν υποχρεωμένες να πράξουν εάν οι εν λόγω δραστηριότητες ασκούνταν από χωριστές επιχειρήσεις, προκειμένου να αποφεύγονται οι διακρίσεις, οι αλληλοεπιδότησεις και οι στρεβλώσεις του ανταγωνισμού. Τηρούν επίσης λογαριασμούς, οι οποίοι μπορούν να είναι ενοποιημένοι, για άλλες δραστηριότητες σχετικές με το ΦΑ που δεν έχουν σχέση με τη μεταφορά, τη διανομή, το ΥΦΑ και την αποθήκευση [4].
- Τα κράτη μέλη ορίζουν ένα ή περισσότερα αρμόδια όργανα ως ρυθμιστικές αρχές. Οι εν λόγω αρχές είναι εντελώς ανεξάρτητες από τα συμφέροντα του κλάδου του ΦΑ. Είναι υπεύθυνες για τη διασφάλιση της αμεροληψίας, του ουσιαστικού

ανταγωνισμού και της εύρυθμης λειτουργίας της αγοράς, παρακολουθώντας, ειδικότερα:

- α) τους κανόνες διαχείρισης και κατανομής του δυναμικού διασύνδεσης, σε συνεννόηση με τη ρυθμιστική αρχή ή τις ρυθμιστικές αρχές των κρατών μελών με τα οποία υφίσταται διασύνδεση·
 - β) τους τυχόν μηχανισμούς για την αντιμετώπιση της συμφόρησης δυναμικού στο εθνικό δίκτυο ΦΑ·
 - γ) το χρόνο που χρειάζονται οι διαχειριστές δικτύων μεταφοράς και διανομής για να πραγματοποιούν τις σχετικές διασυνδέσεις και επισκευές·
 - δ) τη δημοσίευση κατάλληλων πληροφοριών από τους διαχειριστές των δικτύων μεταφοράς και διανομής σχετικά με τις διασυνδέσεις, την εκμετάλλευση του δικτύου και την κατανομή του δυναμικού στους ενδιαφερόμενους, λαμβανομένης υπόψη της ανάγκης να αντιμετωπίζονται οι μη συγκεντρωτικές πληροφορίες ως εμπορικά απόρρητες·
 - ε) τον αποτελεσματικό διαχωρισμό των λογαριασμών, σύμφωνα με όσα αναφέρονται στο άρθρο 17, ούτως ώστε να διασφαλίζεται ότι δεν υπάρχουν αλληλοεπιδοτήσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων μεταφοράς, διανομής, αποθήκευσης, ΥΦΑ και προμήθειας·
 - στ) τους όρους πρόσβασης στην αποθήκευση, την αποθήκευση αγωγών (linepack) και σε άλλες βοηθητικές υπηρεσίες κατά τα προβλεπόμενα από το άρθρο 19·
 - ζ) τον βαθμό στον οποίο οι διαχειριστές δικτύων μεταφοράς και διανομής εκπληρώνουν τα καθήκοντά τους σύμφωνα με τα άρθρα 8 και 12·
 - η) το επίπεδο διαφάνειας και ανταγωνισμού [5].
- Τα κράτη μέλη διασφαλίζουν την εφαρμογή ενός Απ, το οποίο ισχύει για όλους τους επιλέξιμους πελάτες, συμπεριλαμβανομένων των επιχειρήσεων προμήθειας, και εφαρμόζεται αντικειμενικά και χωρίς διακρίσεις μεταξύ των χρηστών του δικτύου. Τα κράτη μέλη φροντίζουν ώστε τα εν λόγω τιμολόγια, ή οι μέθοδοι που διέπουν τον υπολογισμό τους, να εγκρίνονται πριν τεθούν σε ισχύ από τη ρυθμιστική αρχή, τα δε τιμολόγια αυτά και οι μέθοδοι να δημοσιεύονται πριν από την έναρξη ισχύος τους [6].
 - Τα κράτη μέλη ορίζουν τους επιλέξιμους πελάτες, δηλαδή τους εντός του εδάφους τους πελάτες, οι οποίοι έχουν τη νομική ικανότητα να συνάπτουν συμβάσεις στον τομέα του ΦΑ ή να αγοράζουν ΦΑ. Τα κράτη μέλη λαμβάνουν τα αναγκαία μέτρα για να εξασφαλίσουν ότι τουλάχιστον οι ακόλουθοι πελάτες θα οριστούν ως επιλέξιμοι:
 - ο Οι επιχειρήσεις που χρησιμοποιούν ΦΑ για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, ανεξάρτητα από το επίπεδο ετήσιας κατανάλωσής τους· προκειμένου όμως να διασφαλίσουν την ισορροπία της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, τα κράτη μέλη δύναται να καθορίσουν όριο, το οποίο δεν θα υπερβαίνει το επίπεδο που προβλέπεται για τους άλλους τελικούς πελάτες, για την επιλεξιμότητα των παραγωγών συνδυασμένης θερμότητας και ηλεκτρικής ενέργειας.

- Άλλοι τελικοί πελάτες που καταναλώνουν άνω των 25 εκατομμυρίων κυβικών μέτρων ΦΑ ετησίως ανά τόπο κατανάλωσης [7]
- Τα κράτη μέλη λαμβάνουν τα απαραίτητα μέτρα ώστε οι επιχειρήσεις ΦΑ και οι επιλέξιμοι πελάτες να μπορούν, όπου κι αν είναι εγκατεστημένοι, να έχουν πρόσβαση σε ανάντη δίκτυα αγωγών συμπεριλαμβανομένων των εγκαταστάσεων παροχής τεχνικών υπηρεσιών που συνεπάγεται η πρόσβαση αυτή, εκτός από τα μέρη των εν λόγω δικτύων και εγκαταστάσεων που χρησιμοποιούνται για τοπικές δραστηριότητες παραγωγής στον τόπο όπου παράγεται το αέριο.

Η απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ οδήγησε στον πιο σαφή καθορισμό του κόστους κάθε διαδικασίας που περιλαμβάνει η αλυσίδα παροχής (αγορά, μεταφορά, αποθήκευση, διανομή), αλλά εν τω μεταξύ περιέπλεξε το σύνολο των αποφάσεων που πρέπει να λάβει κάθε εταιρία που ασχολείται με τη βιομηχανία ΦΑ. Πλέον, οι LDCs και οι EUGs, που αποτελούν το κύριο αντικείμενο μελέτης, πρέπει να καταστρώσουν ένα βέλτιστο πλάνο συμβολαίων προμήθειας αερίου (“optimal supply mix” problem) που να επικεντρώνεται στην ελαχιστοποίηση του κόστους των δραστηριοτήτων τους λαμβάνοντας υπόψη την αξιοπιστία του δικτύου, την αβεβαιότητα στη διαμόρφωση των τιμών και διάφορους άλλους λειτουργικούς παράγοντες [3].

4.2. Είδη συμβολαίων

Τα συμβόλαια που εκφράζουν τις εμπορικές σχέσεις μεταξύ των οντοτήτων της αλυσίδας παροχής ΦΑ αφορούν όλες τις δραστηριότητες που εκτελούνται μέσα σε αυτή (προμήθεια αερίου, μεταφορά, αποθήκευση, διανομή). Διαμορφώνουν σε σημαντικό βαθμό το συνολικό κόστος των LDCs και EUGs, το οποίο συμπληρώνεται από τα διάφορα λειτουργικά και έκτακτα έξοδα, και επηρεάζουν το είδος και τη συχνότητα λήψης των αποφάσεών τους. Σε κάθε συμβόλαιο η τιμολογιακή πολιτική είναι διαφορετική και εξαρτάται από ποικίλους παράγοντες.

4.2.1. Συμβόλαια προμήθειας ΦΑ από τον παραγωγό

α. Χρονική στιγμή προμήθειας ΦΑ

- Σταθερή αγορά (firm purchase)
Πρόκειται για προκαθορισμένη αγορά αερίου πριν την εκδήλωση ζήτησης. Η εταιρία είναι υποχρεωμένη να αγοράσει μια συγκεκριμένη ποσότητα αερίου ανεξάρτητα από τη χρησιμοποίησή της ή μη και σε συγκεκριμένη τιμή που καθορίζεται στο συμβόλαιο. Η αγορά αυτή γίνεται σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια του έτους.

- Εμβόλιμη αγορά (spot purchase)

Σε αυτή την περίπτωση η αγορά αερίου εκτελείται σε κάποια στιγμή μη συγκεκριμένη. Η τιμή και η διαθέσιμη ποσότητα του αερίου δεν μπορεί να προκαθοριστεί. Παραδείγματος χάριν, το καλοκαίρι που η ζήτηση ΦΑ είναι περιορισμένη η τιμή είναι χαμηλή. Το χειμώνα αυξάνεται η ζήτηση αλλά και ο φόβος να διακοπεί η παροχή αερίου λόγω καιρικών συνθηκών ή έλλειψης αποθέματος, συνεπώς η τιμή είναι υψηλότερη.

Συνήθως οι εταιρίες ορίζουν ένα επίπεδο firm purchase και το υπόλοιπο αέριο το προμηθεύονται από τις spot αγορές, προκειμένου να καλύψουν τα ενδεχόμενα κενά που προκαλούν οι διακυμάνσεις ζήτησης. Τον ίδιο ρόλο επιτελεί και η αποθήκη, αν υπάρχει [8]. Η προμήθεια αερίου μέσω spot αγορών μπορεί να αποδειχθεί πιθανόν πιο προσοδοφόρα, αλλά ενέχει μεγαλύτερο ρίσκο, λόγω της ασάφειας στην τιμή και τη διαθέσιμη ποσότητα του αερίου που παρέχουν. Από την άλλη, τα firm ή αλλιώς forward συμβόλαια εξασφαλίζουν σταθερό αλλά μικρότερο περιθώριο κέρδους. Η εταιρία καλείται να μελετήσει το trade-off ανάμεσά τους και να επιλέξει τον καλύτερο συνδυασμό τους. Σε ορισμένα συμβόλαια επιτρέπεται ακόμη και η πώληση ΦΑ στις spot αγορές [9].

Στην περίπτωση των EUC τα συμβόλαια προμήθειας μπορούν να κατηγοριοποιηθούν και ως ακολούθως:

- Σταθερής ροής (Fixed Flow)

Ένα συγκεκριμένο ποσό αερίου παρέχεται καθημερινά στην EUC για ένα προκαθορισμένο χρονικό διάστημα (πχ. ένα μήνα).

- Μεταβαλλόμενης ροής (Swing flow)

Είναι κλιμακωτά συμβόλαια που χωρίζονται σε βαθμίδες (συνήθως τρεις ή τέσσερις) ανάλογα με τα όρια στην ποσότητα του αερίου που αγοράζεται κάθε μέρα και έχουν συγκεκριμένη χρονική διάρκεια. Η τιμή αγοράς είναι συγκεκριμένη εντός της βαθμίδας αλλά αυξάνεται από βαθμίδα σε βαθμίδα.

- Συμβόλαια «πυρήνα» (core)

Το ποσό του αερίου που αγοράζεται σε μια μέρα είναι ένα προαποφασισμένο ποσοστό αυτού που καίγεται στις μονάδες ηλεκτροπαραγωγής μέσω καύσης ΦΑ (Natural Gas Fired Power Plants-NGFPP) την ίδια μέρα.

Γενικά, τα swing συμβόλαια ενδείκνυνται σε μήνες με μεγάλη διακύμανση ζήτησης και τα fixed flow στους μήνες με σχετικά σταθερή ζήτηση [10].

Ένας άλλος τρόπος διάκρισης των συμβολαίων παροχής ΦΑ ανάλογα με τον τρόπο χρήσης του ηλεκτρισμού που παράγουν είναι:

- Αέριο βασικού φορτίου (BLG)

Πρόκειται για το αέριο που παρέχεται αδιαλείπτως στην EUC σε σταθερό ρυθμό και τιμή που ορίζονται από συμβόλαιο.

- Αέριο εντός της ημέρας (IDG)
Πρόκειται για το αέριο που παρέχεται σε σταθερό ρυθμό και τιμή στην EUC για κάποιο συγκεκριμένο διάστημα της ημέρας.
- Κυμαινόμενο αέριο (SWG)
Πρόκειται για το αέριο το οποίο προμηθεύεται η EUC επιπλέον του υπάρχοντος για να καλύψει τη ζήτηση. Δεν είναι ούτε σταθερής ροής ούτε σταθερής τιμής.

β. Διάρκεια συμβολαίου

Τα συμβόλαια επαναπροσδιορίζονται αφού περάσει το διάστημα ισχύος τους. Τα συμβόλαια μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε:

- Βραχυπρόθεσμα (διάρκεια μέχρι ένα μήνα)
Τέτοια συμβόλαια αφορούν σε ημερήσιες μεταφορές αερίου σε σταθερή τιμή. Το μέγεθος αυτών των ποσοτήτων αερίου και το αντίστοιχο κόστος επηρεάζεται από τις μεταβολές της τιμής και προσφοράς στην spot market.
- Μεσοπρόθεσμα (διάρκεια μέχρι 18 μήνες)
Οι τιμές προσαρμόζονται στη spot market αλλά ορίζονται και ασφάλιστρα για τις εκάστοτε υπηρεσίες ανεξάρτητα της ποσότητας αερίου.
- Μακροπρόθεσμα (διάρκεια μέχρι 15-20 χρόνια):
Αναφέρονται σε ασφάλιστρα για δέσμευση δικτύου ή σε κατώτατο όριο λήψης αερίου. Υποδεικνύονται κάποιες τιμές αλλά παρέχεται και το δικαίωμα επαναδιακανονισμών.

Χρειάζεται μεγάλη προσοχή στην εύρεση ισορροπίας μεταξύ βραχυπρόθεσμων και μακροπρόθεσμων συμβολαίων. Η στήριξη στα πρώτα μπορεί να καταστήσει ευάλωτη την εταιρία σε απότομες αλλαγές τιμών ή έλλειψη αερίου και να εμποδίσει την παροχή αερίου στους σταθερούς πελάτες. Τα δεύτερα, από την άλλη, δεν επιτρέπουν την εκμετάλλευση πολύ χαμηλών τιμών αγοράς αερίου που ενδέχεται να προκύψουν [3].

Να σημειωθεί ότι η παραπάνω κατάταξη των συμβολαίων προμήθειας είναι γενική και μπορεί να εφαρμοστεί επίσης σε συμβόλαια αποθήκευσης αερίου, μεταφοράς ή παροχής στους καταναλωτές (βλ. παρακάτω).

γ. Χρήση ρήτρας Take-Or-Pay (T-O-P)

Συνήθως σε μακροχρόνια και firm συμβόλαια ορίζονται οι ρήτρες T-O-P. Σύμφωνα με αυτές ορίζεται ένα ποσοστό της μέγιστης συμβολαιοποιημένης ποσότητας ΦΑ που μπορεί να προμηθευτεί η εταιρία από τον παραγωγό, για το οποίο επιβάλλεται η πληρωμή ακόμα και στην περίπτωση που η εταιρία δεν πάρει το αέριο από τον προμηθευτή. Σε περίπτωση που η εταιρία έχει κλείσει συμβόλαια με παραπάνω από έναν προμηθευτές, τότε συνήθως πρέπει να δώσει προτεραιότητα σε αυτά που περιέχουν T-O-P ρήτρα (γενικά, στην περίπτωση ύπαρξης πολλών προμηθευτών τα συμβόλαια προμήθειας μπορούν να κατηγοριοποιηθούν και ανάλογα με την προτεραιότητα που δίνεται σε κάθε προμηθευτή πχ. λόγω τιμής πώλησης του ΦΑ) [3]. Τα T-O-P συμβόλαια είναι ιδιαίτερος διαδεδομένα σε περιοχές όπου δεν είναι εύκολη η παραγωγή ή η μεταφορά ΦΑ (πχ. πολύ κρύες περιοχές).

Έτσι, ορίζεται η μεταφορά μιας σχετικά σταθερής και καθορισμένης ποσότητας αερίου για μεγάλο χρονικό διάστημα [2].

Τα συμβόλαια με ρήτρες T-O-P μπορούν να περιλαμβάνουν διάφορους όρους. Παραδείγματος χάριν, σε ορισμένες περιπτώσεις, όταν η LDC θέλει να λάβει λιγότερο αέριο από το TOP όριο, τότε το υπολειπόμενο αέριο ορίζεται ως make-up recourse. Αυτό το ποσό αερίου μπορεί να το πάρει αν χρειαστεί να υπερβεί το TOP όριο κάποια στιγμή εντός ενός προκαθορισμένου χρονικού διαστήματος (πχ. ένα έτος). Άλλες φορές, η δημιουργία ή η χρήση make-up recourse επιτρέπεται μόνο κατά τη διάρκεια κάποιων συγκεκριμένων χρονικών περιόδων. Για την επισήμανσή τους χρησιμοποιούνται δυαδικές μεταβλητές στο πρόβλημα [11].

4.2.2. Συμβόλαια πώλησης ΦΑ

α. Τύπος του καταναλωτή και τρόπος χρήσης του ΦΑ

Όπως έχει προαναφερθεί ανωτέρω, οι κατηγορίες καταναλωτών που χρησιμοποιούν ΦΑ είναι:

- Βιομηχανικοί καταναλωτές
Το ΦΑ χρησιμοποιείται ως καύσιμο για τα μηχανήματα και υποθέτοντας σχετικά σταθερό ρυθμό παραγωγής προϊόντων από το εργοστάσιο, η ζήτηση ΦΑ θεωρείται κι αυτή σχεδόν σταθερή.
- Εμπορικοί καταναλωτές
Το ΦΑ χρησιμοποιείται κατά βάση για λόγους θέρμανσης σε καταστήματα και σε λίγες περιπτώσεις ως καύσιμο για μικρές μηχανές. Αφού στη θερμοκρασία παρατηρείται μεγάλη διακύμανση σε ετήσια βάση, η ζήτηση ΦΑ αυτού του τμήματος καταναλωτών θεωρείται επίσης μεταβαλλόμενη.
- Οικιακοί καταναλωτές
Το ΦΑ χρησιμοποιείται για οικιακές χρήσεις και θέρμανση, οπότε η ζήτηση ΦΑ θεωρείται επίσης μεταβαλλόμενη.
- Επιχειρήσεις παραγωγής ηλεκτρισμού μέσω μονάδων καύσης ΦΑ (EUCs)
Η ζήτηση ηλεκτρισμού δεν είναι η ίδια όλες τις ώρες της ημέρας. Μάλιστα, ορισμένες μονάδες παραγωγής ενέργειας το χρησιμοποιούν για να παράγουν ηλεκτρισμό που να καλύπτει μόνο το φορτίο αιχμής, άρα χρειάζονται αέριο κάποιες συγκεκριμένες ώρες την ημέρα. Συνεπώς, η ζήτηση ΦΑ δεν είναι σταθερή [2].

Μια άλλη πιο αναλυτική κατηγοριοποίηση των καταναλωτών τους χωρίζει σε δέκα κατηγορίες. Η πρώτη αφορά τους καταναλωτές που χρησιμοποιούν ΦΑ για μαγείρεμα, η δεύτερη αυτούς που το χρησιμοποιούν και για μαγείρεμα και για θέρμανση, η τρίτη έως και την έκτη αφορούν εμπορικές δραστηριότητες, σκάφη και μικρές επιχειρήσεις και οι τελευταίες τέσσερις περιέχουν μεσαίες και μεγάλες επιχειρήσεις [12].

β. Τρόπος εξυπηρέτησης

Οι καταναλωτές διακρίνονται ανάλογα με την απαίτησή τους για ΦΑ σε:

- Σταθεροί (firm)
Απαιτούν αδιάκοπη παροχή αερίου. Ανήκουν κυρίως στον οικιακό τομέα και συνήθως τίθενται σε προτεραιότητα όσον αφορά στην εξυπηρέτησή τους. Σε ορισμένες περιπτώσεις η αδυναμία εξυπηρέτησής τους συνεπάγεται κάποιο κόστος για την εταιρία.
- Διακοπτόμενοι (interruptible)
Αυτοί οι καταναλωτές έχουν συνάψει συμβόλαια που επιτρέπουν στην LDC που τους εξυπηρετεί να διακόψει την παροχή αερίου υπό κάποιες συνθήκες (πχ. κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο, όταν προκύψει έλλειψη ΦΑ, κτλ.). Η διακοπή αυτή μπορεί να είναι ολική ή ποσοστιαία επί της ζήτησής τους. Αυτή η ευελιξία τους οφείλεται στο γεγονός ότι έχουν εναλλακτική επιλογή ώστε να καλύψουν τις ανάγκες τους (άλλο παροχέα αερίου, καύση ελαίων, ηλεκτρικό σύστημα θέρμανσης). Το κόστος των εναλλακτικών καθορίζει το διαχωρισμό των πελατών σε σταθερούς και διακοπτόμενους. Ανήκουν κυρίως στο βιομηχανικό και εμπορικό κλάδο ή είναι EUCs [3,11].

Η δυνατότητα διακοπής της παροχής αερίου προσδίδει στην επιχείρηση εμπορίας αερίου ένα βαθμό ελευθερίας, γιατί της δίνει τη δυνατότητα να αποφύγει την πληρωμή ενός υψηλότερου τέλους λόγω πολύ μεγάλης ζήτησης. Παράλληλα, οι καταναλωτές που υπογράφουν τέτοιου είδους συμβόλαια μπορούν να αγοράσουν ΦΑ με πιο ευνοϊκούς όρους ή σε χαμηλότερες τιμές [2].

γ. Περιοχή εγκατάστασης του καταναλωτή

Οι καταναλωτές μπορούν επίσης να ταξινομηθούν και να εξυπηρετούνται ανάλογα με την περιοχή στην οποία βρίσκονται. Παραδείγματος χάριν, μπορεί να είναι συμφέρουσα η ομαδοποίηση αυτών που μένουν σε γειτονικές περιοχές και η σύναψη συμβολαίων με κοινές τιμές παροχής αερίου και όρους. Φυσικά αυτό προϋποθέτει να ανήκουν στην ίδια κατηγορία καταναλωτών ανάλογα με τη φύση του καταναλωτή (βιομηχανικοί, εμπορικοί, οικιακοί, EUCs) και τον τρόπο εξυπηρέτησης.

4.2.3. Συμβόλαια μεταφοράς ΦΑ

Η μεταφορά ΦΑ, ακριβώς όπως και η διανομή του στους καταναλωτές μπορεί να διαχωριστεί σε:

- Σταθερή μεταφορά (firm transportation)
Προκαθορισμένη δέσμευση τμήματος δικτύου μεταφοράς ΦΑ πριν την εκδήλωση ζήτησης (συνοδεύεται συνήθως με πληρωμή ασφαλιστρου)

- Διακεκομμένη μεταφορά (interruptible transportation)

Εξασφάλιση ενός τμήματος του δικτύου μεταφοράς επιπλέον του προκαθορισμένου σε κάποια στιγμή μη συγκεκριμένη, ώστε να μην υπάρχει πρόβλημα τροφοδοσίας σε περιόδους αιχμής [8].



Σχήμα 4.3: Αγωγός μεταφοράς ΦΑ

Το δεσμευμένο τμήμα του δικτύου μεταφοράς από την LDC ονομάζεται line pack. Αν η επιχείρηση θελήσει να δεσμεύσει επιπλέον τμήμα του δικτύου μεταφοράς, τότε διακούται να το κάνει αλλά πιθανότατα με υψηλότερο κόστος από αυτό του συμβολαίου. Υπάρχουν διάφοροι διακανονισμοί που μπορούν να γίνουν μέσω συμβολαίων όσον αφορά στη μεταφορά αερίου. Για παράδειγμα, αν ο μεταφορέας δεν μπορεί να μεταφέρει το προκαθορισμένο καθημερινό ποσό αερίου, αυτό το θετικό έλλειμμα μεταφοράς μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο μέλλον, για να μειωθούν τα κόστη των προστίμων που θα επιβληθούν στην περίπτωση που παραστεί ανάγκη μεταφοράς αερίου πάνω από το όριο [11].

4.2.4. Συμβόλαια αποθήκευσης ΦΑ

Στα συμβόλαια που σχετίζονται με την αποθήκευση αερίου σημαντικό ρόλο παίζουν διάφορα τεχνικά χαρακτηριστικά όπως το μέγεθος της αποθήκης και η πίεση εντός αυτής. Αυτά επηρεάζουν την ικανότητα διανομής (deliverability) η οποία εκφράζει το μέγιστο επίπεδο αερίου που μπορεί να εγχυθεί ή να αντληθεί από το σημείο αποθήκευσης κάθε μέρα. Συνήθως εκφράζεται ως ρυθμός (rate of deliverability), δηλαδή ως ποσοστό της μέγιστης αποθηκευτικής ικανότητας της επιχείρησης και συνδέεται με ένα συγκεκριμένο κόστος που καταβάλλεται για το δικαίωμα έγχυσης ή άντλησης αερίου μέχρις ενός ανώτατου ορίου. Προτιμάται οι εγχύσεις να γίνονται σε περιόδους χαμηλής ζήτησης, κατά τις οποίες μπορεί να αγοραστεί αέριο σε χαμηλή τιμή, ώστε να χρησιμοποιηθεί αργότερα σε περιόδους αιχμής, όταν η αγορά του θα κοστίζει περισσότερο. Προφανώς, οι αντλήσεις γίνονται συνήθως όταν η ζήτηση είναι υψηλή [8].

Στην αποθήκη πρέπει πάντα να υπάρχει ένα ελάχιστο απόθεμα αερίου για την αποτελεσματική λειτουργία της. Επίσης ένα άλλο επιπλέον ποσό αερίου πρέπει να είναι πάντα εντός της αποθήκης ώστε να εξασφαλίζεται η κατάλληλη πίεση που θα επιτρέψει τον ελάχιστο ρυθμό άντλησης αερίου. Το κόστος χρήσης και συντήρησης της αποθήκης είναι ανάλογο των αντλήσεων και των εγχύσεων. Γενικά το κόστος αποθήκευσης εξαρτάται από τα έξοδα επένδυσης που συνδέονται με τα πηγάδια εξόρυξης, τους αγωγούς συλλογής αερίου, τους συμπιεστές, το ρυθμιστικό εξοπλισμό, τη γη, κτλ [13].



Σχήμα 4.4: Αποθήκη υγροποιημένου ΦΑ Ρεβουθούσας

4.3. Παράγοντες επιρροής της ζήτησης ΦΑ

Η ζήτηση του ΦΑ είναι ο βασικότερος παράγοντας που επηρεάζει τις αποφάσεις των εταιριών που το εμπορεύονται. Το κυριότερο μέτρο διακύμανσής της είναι ο παράγοντας φορτίου, δηλαδή ο λόγος της μέσης ημερήσιας κατανάλωσης προς την ημερήσια κατανάλωση αιχμής. Η πρόβλεψή της είναι μία δύσκολη διαδικασία, καθώς οι παράγοντες που την επηρεάζουν είναι πολλοί και συχνά αλληλένδετοι. Οι πιο σημαντικοί είναι:

α. Θερμοκρασία

Οι LDC εξυπηρετούν μονάχα μία περιοχή, συνεπώς η διακύμανση της θερμοκρασία λόγω της περιοχής όπου είναι εγκατεστημένος κάθε καταναλωτής μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Επομένως, η μεταβολή της θερμοκρασίας μπορεί να οφείλεται μόνο στην εναλλαγή των εποχών.

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος διαχωρισμού του έτους σε περιόδους μελέτης είναι σε εποχές. Θεωρούμε προσεγγιστικά ότι την άνοιξη, το φθινόπωρο και το καλοκαίρι η κατανάλωση ΦΑ θεωρείται σταθερή, αφού δεν έχει ως κύριο στόχο τη θέρμανση. Όσον αφορά στο χειμώνα, προφανώς η ζήτηση είναι μεγαλύτερη και καθορίζονται τέσσερα είδη (ζεστός, μέτριος, κρύος, πολύ κρύος) καθένα από τα οποία αντιστοιχεί μια συγκεκριμένη ζήτηση αερίου. Σε ορισμένες περιπτώσεις μπορούν να οριστούν και τέσσερα είδη άνοιξης που τους διαδέχονται με διαφορετικά επίπεδα ζήτησης αερίου.

Κλασική έννοια στη διαδικασία προσδιορισμού της σχέσης θερμοκρασίας-ζήτησης είναι οι heating degree days. Είναι ένα διάνυσμα μεταβλητών του οποίου τα στοιχεία αντιστοιχούν στις ημέρες του χρόνου. Όταν η θερμοκρασία είναι μικρότερη από 65°F (=18,3°C), τότε η μεταβλητή εκφράζει τη διαφορά μεταξύ των δυο τιμών θερμοκρασίας, αλλιώς παίρνει μηδενική τιμή. Χρησιμοποιείται ιδιαίτερα σε συνδυασμό με ιστορικά δεδομένα για την πρόβλεψη της ζήτησης αερίου στο μέλλον (πχ. μέσω γραμμικής παλινδρόμησης) [3].

β. Τιμή ΦΑ

Η απελευθέρωση των αγορών επέφερε αύξηση των τιμών στη spot αγορά ΦΑ η οποία σήμερα ξεπερνά το επίπεδο του 60% ετησίως. Οι σωστές προβλέψεις των τιμών ΦΑ και της μεταβλητότητάς τους απαιτούν αναλύσεις γύρω από την οικονομική ανάπτυξη, τον καιρό, το επίπεδο του αποθηκευμένου ΦΑ και γνώσεις γύρω από την ιστορική εξέλιξη των τιμών. Προφανώς η αύξηση της τιμής του ΦΑ επιφέρει μείωση της ζητούμενης ποσότητάς του από τους καταναλωτές [14].

γ. Αλληλεπίδραση αγοράς ΦΑ με την αγορά ηλεκτρισμού

Το σύνολο των συμβολαίων μιας EUC που αφορά την προμήθεια ΦΑ έχει σχέση με το σύστημα κατανάλωσης αερίου από τις μονάδες παραγωγής ενέργειας, το οποίο σχετίζεται με την ικανότητα αποθήκευσης αερίου της EUC και τις αγορές ηλεκτρισμού και ΦΑ. Παραδείγματος χάριν, συχνά η επιχείρηση επιλέγει να μην παράγει ηλεκτρισμό μέσω ΦΑ, αν η τιμή του ηλεκτρισμού στην spot αγορά είναι μικρότερη από το κόστος παραγωγής του μέσω ΦΑ. Αυτόματα επηρεάζεται, λοιπόν, το ποσό ΦΑ που θα αγοραστεί [15].

Γενικά, η μεταβολή της ισορροπίας προσφοράς και ζήτησης στον ηλεκτρισμό και το ΦΑ οδηγεί στη αστάθεια της προσφοράς και ζήτησης του άλλου. Η αύξηση της μεταβλητότητας των τιμών δημιουργεί ένα κλίμα αβεβαιότητας για την εταιρία και δυσπιστίας απέναντί της από τους πελάτες. Επομένως, απαιτείται οπωσδήποτε η διαχείριση ρίσκου. Το ρίσκο επηρεάζεται από τρεις παράγοντες: το είδος της αγοράς από την οποία θα αγοράσουμε ή στην οποία θα πουλήσουμε το εμπόρευμα, σε ποια τιμή και σε ποια ποσότητα [9].

δ. Άλλοι παράγοντες

Άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση για ΦΑ τόσο βραχυπρόθεσμα όσο και μακροπρόθεσμα είναι:

- οι διακυμάνσεις στις βιομηχανικές δραστηριότητες που χρησιμοποιούν ΦΑ στη διαδικασία παραγωγής [3]
- το μέγεθος του πληθυσμού
- το κατά κεφαλήν εισόδημα [15]
- οι αντίστοιχες τιμές των εναλλακτικών πηγών ενέργειας και το κόστος διατήρησής τους, όπως το πετρέλαιο [16]
- η διαθεσιμότητα του φυσικού αερίου [2]
- τα γενικά χαρακτηριστικά των πελατών [13]

4.4. Βιβλιογραφία

- [1] Hamedi M., Farahani R.Z., Husseini M.M., Esmailian G.R. (2009) A distribution planning model for natural gas supply chain: A case study, *Energy Policy* 37, pp. 799-812
- [2] Padgerg U., Haubrich H.-J Stochastic Optimization of Natural Gas Portfolios, 2008, EEM 2008, 5th International Conference on European Electricity Market, ISBN: 978-1-4244-1743-8: 1-6 3.
- [3] Guildmann J.-M, Fahui Wang F. (1999) Optimizing the natural gas supply mix of local distribution utilities, *European Journal of Operational Research* 112, pp. 598-612
- [4] ΟΔΗΓΙΑ 2003/55/ΕΚ ΤΟΥ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΟΙΝΟΒΟΥΛΙΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ σχετικά με τους κοινούς κανόνες για την εσωτερική αγορά ΦΑ και την κατάργηση της οδηγίας 98/30/ΕΚ, άρθρο 17, παρ. 3
- [5] ΟΔΗΓΙΑ 2003/55/ΕΚ ΤΟΥ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΟΙΝΟΒΟΥΛΙΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ σχετικά με τους κοινούς κανόνες για την εσωτερική αγορά ΦΑ και την κατάργηση της οδηγίας 98/30/ΕΚ, άρθρο 25, παρ. 1
- [6] ΟΔΗΓΙΑ 2003/55/ΕΚ ΤΟΥ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΟΙΝΟΒΟΥΛΙΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ σχετικά με τους κοινούς κανόνες για την εσωτερική αγορά ΦΑ και την κατάργηση της οδηγίας 98/30/ΕΚ, άρθρο 18, παρ. 1
- [7] ΟΔΗΓΙΑ 1998/30/ΕΚ ΤΟΥ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΟΙΝΟΒΟΥΛΙΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ σχετικά με τους κοινούς κανόνες για την εσωτερική αγορά ΦΑ, άρθρο 18, παρ. 1, 2
- [8] Bopp A., Kannan V., Palocsay S., Stevens S.(1996) An Optimization Model for Planning NG Purchases Storage Transportation and Deliverability, *Omega, Int. J. Mgmt Sci.* Vol. 24, No 5, pp. 511-522
- [9] Asif U., The Application of Conditional-Value-at-Risk to Optimize Natural Gas and Electricity Portfolio for a Generation Company, 2009, FYP Technical Paper, 08/08-05/09
- [10] Butler J., Dyer J. (1999) Optimizing Natural Gas Flows with Linear Programming and Scenarios, *Decision Sciences*, Vol. 30, No. 2
- [11] Contesse L., Ferrer J.-C, Maturana S. (2005) A Mixed-Integer Programming Model for Gas Purchase and Transportation, *Anal. of Operational Research* Vol. 139(1), pp. 39-63
- [12] Allevi E., Bertocchi M., Innorta M. Vespucci M. (2008) A stochastic optimization model for a gas sale company Italian, *IMA Journal of Management Mathematics*, Vol. 19, pp. 403-416
- [13] Guildmann J.-M. (1983) Supply, storage and service reliability, *Management Science*, Vol. 29, No. 8
- [14] Chen H., Baldick R. (2007) Optimizing Short-Term Natural Gas Supply Portfolio for EUC, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22, No. 1
- [15] Levary R., Burton D. (1980) A natural gas flow model under uncertainty in demand, *Operations Research*, Vol. 28, No. 6 16.

[16] Guildmann J.-M. (1986) A marginal cost pricing model for gas distribution utilities, Operations Research, Vol. 34, No. 6

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΚΑΙ ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗ ΠΗΓΩΝ

5.1. Λίστα πηγών

Τα κείμενα που χρησιμοποιήθηκαν επιλέχθηκαν με κριτήριο να είναι όλα επιστημονικά και να αποδίδουν κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο τη διαδικασία διαχείρισης ΦΑ μέσω μοντέλων βελτιστοποίησης. Η λίστα των κειμένων που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία είναι:

Πίνακας 5.1: Λίστα επιστημονικών κειμένων

| Αρίθμηση | Επιστημονική έρευνα/μελέτη | Συνομογραφία |
|----------|--|-------------------------|
| 1 | Bopp A., Kannan V., Palocsay S., Stevens S.(1996) An Optimization Model for Planning NG Purchases Storage Transportation and Deliverability, Omega, Int. J. Mgmt Sci. Vol. 24, No 5, pp. 511-522 | Boop et al. (1996) |
| 2 | Guildmann J,-M, Fahui Wang F. (1999) Optimizing the natural gas supply mix of local distribution utilities, European Journal of Operational Research 112, pp. 598-612 | Guildmann et al. (1999) |
| 3 | Contesse L., Ferrer J,-C, Maturana S. (2005) A Mixed-Integer Programming Model for Gas Purchase and Transportation, Anals of Operational Reasearch Vol. 139(1), pp. 39-63 | Contesse et al. (2005) |
| 4 | Chen H., Baldick R. (2007) Optimizing Short-Term Natural Gas Supply Portfolio for EUC, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 22, No. 1 | Chen & Baldick (2007) |
| 5 | Butler J., Dyer J. (1999) Optimizing Natural Gas Flows with Linear Programming and Scenarios, Decision Sciences, Vol. 30, No. 2 | Butler & Dyer (1999) |
| 6 | Hamed M., Farahani R.Z., Hussein M.M., Esmailian G.R. (2009) A distribution planning model for natural gas supply chain: A case study, Energy Policy 37, pp. 799-812 | Hamed et al. (2009) |
| 7 | Allevi E., Bertocchi M., Innorta M. Vespucci M. (2008) A stochastic optimization model for a gas sale company Italian, IMA Journal of Management Mathematics, Vol. 19, pp. 403-416 | Allevi et al. (2008) |
| 8 | Maggioni F., Vespucci M., Allevi E., Bertocchi M., Innorta M. (2008) A two-stage stochastic optimization model for a gas sale retailer, Kybernetika, Vol. 44, No. 2, pp. 277-296 | Maggioni et al. (2008) |
| 9 | Maggioni F., Bertocchi M., Giacometti R., Vespucci M., Innorta M., Allevi E. (2010) A stochastic optimization model for gas retail with temperature scenarios and oil prices parameters, IMA Journal of Management Mathematics, Vol. 21, pp. 149-163 | Maggioni et al. (2010) |

| | | |
|----|---|--|
| 10 | Allevi E., Bertocchi M., Innorta M., Vespucci M. (2006) A mixed integer nonlinear optimization model for gas sale company, Optimization Letters, Vol. 1, pp.61-69 | Allevi et al. (2006) |
| 11 | Asif U., The Application of Conditional-Value-at-Risk to Optimize Natural Gas and Electricity Portfolio for a Generation Company, 2009, FYP Technical Paper, 08/08-05/09 | Asif (2009) |
| 12 | Vaitheeswaran N., Balasubramanian R., Stochastic Model for Natural Gas Portfolio Optimization of a Power Producer, Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES) & 2010 Power India, 2010 Joint International Conference, ISBN: 978-1-4244-7782-1: 1-5 | Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) |
| 13 | Padgerg U., Haubrich H.-J Stochastic Optimization of Natural Gas Portfolios, 2008, EEM 2008, 5 th International Conference on European Electricity Market, ISBN: 978-1-4244-1743-8: 1-6 | Padgerg & Haubrich (2008) |
| 14 | Guildmann J.-M. (1986) A marginal cost pricing model for gas distribution utilities, Operations Research, Vol. 34, No. 6 | Guildmann (1986) |
| 15 | O'Neill R., Williard M., Wilkins B, Pike R. (1979) A mathematical programming model for allocation of natural gas, Operations Research, Vol. 27, No. 5 | O'Neill et al. (1979) |
| 16 | Levary R., Burton D. (1980) A natural gas flow model under uncertainty in demand, Operations Research, Vol. 28, No. 6 | Levary & Burton (1980) |
| 17 | Guildmann J.-M. (1983) Supply, storage and service reliability, Management Science, Vol. 29, No. 8 | Guildmann (1983) |

5.2. Κριτήρια κατηγοριοποίησης κειμένων

Έπειτα από λεπτομερή μελέτη των παραπάνω επιστημονικών κειμένων, τα κατατάξαμε ανάλογα με ορισμένα κριτήρια, όπως αυτά προέκυψαν μέσα από την κατανόηση της διαδικασίας διαχείρισης ΦΑ. Αυτά είναι:

1. Εφαρμογή

Εδώ συμπεριλαμβάνεται ο τύπος της εταιρίας υπό εξέταση, η περιοχή στην οποία δραστηριοποιείται και οι τομείς στους οποίους καλείται να λάβει αποφάσεις (προμήθεια, μεταφορά, αποθήκευση, διανομή).

2. Είδη συμβολαίων

Επισημαίνονται τα είδη συμβολαίων που περιλαμβάνει το Natural Gas Portfolio της εταιρίας όπως αυτά κατηγοριοποιήθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.

3. Μαθηματικός προγραμματισμός

Επισημαίνονται τα είδη μαθηματικού προγραμματισμού με τα οποία επιλύονται τα μοντέλα που αναφέρονται στο κάθε επιστημονικό κείμενο.

4. Χαρακτηριστικά βελτιστοποίησης

Σημειώνεται ο τύπος της αντικειμενικής συνάρτησης προς βελτιστοποίηση (κόστους, κέρδους, χρησιμότητας) και ο χρονικός ορίζοντας της μελέτης.

5. Αντιμετώπιση αβεβαιότητας

Αρχικά, γίνεται αναφορά στην ύπαρξη ή μη αβεβαιότητας. Αν υπάρχει, επισημαίνεται ο παράγοντας στον οποίο υπεισέρχεται η αβεβαιότητα (πχ. τιμές, καιρός) και η τεχνική με την οποία αντιμετωπίζεται (πχ. stochastic programming, Monte Carlo simulation).

6. Καινοτομίες

Γίνεται αναφορά στις καινοτομίες που εισάγει η κάθε περίπτωση προς μελέτη στη διαδικασία διαχείρισης του ΦΑ.

Τα αποτελέσματα αυτής της επεξεργασίας παρατίθενται στους ακόλουθους πίνακες. Οι επεξηγήσεις των συντομογραφιών που αναφέρονται είναι:

LDC: Local Distribution Company

MHR: ρυθμός καύσης ΦΑ από τις EUC

Six-level SC: αλυσίδα προμήθειας έξι επιπέδων (πηγάδια εξόρυξης, διυλιστήριο, συμπιεστής, αποθήκη, LDC, CGS)

Συμβόλαια προμήθειας

Fir: firm purchase

Spo: spot purchase

FF: fixed flow

Swi: swing flow

Cor: core

BLG: base load gas

IDG: intra-day gas

SWG: swing gas

Βραχ: βραχυπρόθεσμα

Μεσ: μεσοπρόθεσμα

Μακ: μακροπρόθεσμα

Συμβόλαια πώλησης/μεταφοράς

Βιο: βιομηχανικοί πελάτες

Εμπ: εμπορικοί πελάτες

Οικ: οικιακοί πελάτες

Δημ: πελάτες δημοσίων αρχών

EUC: Electric Utility Companies

Εخر: exportation=εξαγωγές (λαμβάνει το ρόλο καταναλωτή)

Ιw: injection wells=πηγάδια εξόρυξης (λαμβάνει το ρόλο καταναλωτή όταν οι λειτουργίες τους τροφοδοτούνται ενεργειακά από το αέριο που παράγουν)

Fir: firm delivery/transportation

Int: interruptible delivery/transportation

Σημείωση: Όταν χρησιμοποιούνται παραπάνω μοντέλα βελτιστοποίησης σε μία μελέτη, αυτά αριθμίζονται (πχ. (1), (2)). Όπου δεν σημειώνεται χρήση στοχαστικού προγραμματισμού, εννοείται ότι το μοντέλο είναι ντετερμινιστικό.

5.2.1. Εφαρμογή

| Κείμενο | Τύπος εταιρίας (stakeholder) | Περιοχή | Τομείς λήψης αποφάσεων | | | |
|---|---|--|------------------------|----------|------------|---------|
| | | | Προμήθεια | Μεταφορά | Αποθήκευση | Διανομή |
| Boop et al. (1996) | LDC | Huntsville, Alabama, USA | ✓ | ✓ | ✓ | |
| Guildmann et al. (1999) | LDC | New York & Pennsylvania, USA | ✓ | | | ✓ |
| Contesse et al. (2005) | LDC | Χιλή (μέσω Αργεντινής) | ✓ | ✓ | | ✓ |
| Chen & Baldick (2007) | EUC | Texas, USA | ✓ | | ✓ | |
| Butler & Dyer (1999) | EUC | | ✓ | | ✓ | |
| Hamedi et al. (2009) | Six-level SC | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| Allevi et al. (2008) | Πωλητής ΦΑ | Alzano Lombardo & Sotto il Monte, Ιταλία | ✓ | | | ✓ |
| Maggioni et al. (2008) | Πωλητής ΦΑ | Alzano Lombardo & Sotto il Monte, Ιταλία | ✓ | | | ✓ |
| Maggioni et al. (2010) | Πωλητής ΦΑ | Alzano Lombardo & Sotto il Monte, Ιταλία | ✓ | | | ✓ |
| Allevi et al. (2006) | Πωλητής ΦΑ | Alzano Lombardo & Sotto il Monte, Ιταλία | ✓ | | | ✓ |
| Asif (2009) | EUC | Σιγκαπούρη | ✓ | | | |
| Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) | EUC | Ινδία | ✓ | | | |
| Padgerg & Haubrich (2008) | Εταιρία εμπορίας ΦΑ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| Guildmann (1986) | Εταιρία παραγωγής, μεταφοράς, διανομής ΦΑ | Ανατολικό Οχάιο, ΗΠΑ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| O'Neill et al. (1979) | Δίκτυο μεταφοράς και διανομής | Louisiana- USA | | | | ✓ |
| Levary & Burton (1980) | LDC | Cleveland, East Ohio, USA | ✓ | | ✓ | ✓ |
| Guildmann (1983) | LDC | Cleveland, Akron, Youngstown, East Ohio, USA | ✓ | | ✓ | ✓ |

5.2.2. Είδη συμβολαίων

| Κείμενο | Συμβόλαια προμήθειας | | | Συμβόλαια μεταφοράς | Συμβόλαια αποθήκευσης | Συμβόλαια πώλησης | | |
|--|---------------------------|-----------------|-------|---------------------|-----------------------|-------------------------------|---------------------|-------------------------|
| | Χρονική στιγμή | Διάρκεια | T-O-P | | | Τύπος καταναλωτή | Τρόπος εξυπηρέτησης | Εξυπηρέτηση ανά περιοχή |
| Boop et al. (1996) | <i>Fir, Spo</i> | <i>Βραχ,Μεσ</i> | | <i>Fir, Int</i> | ✓ | | | |
| Guildmann et al. (1999) | | <i>Βραχ</i> | ✓ | | | <i>Βιο, Εμπ, Οικ, Δημ</i> | <i>Fir, Int</i> | |
| Contesse et al. (2005) | <i>Fir, Spo</i> | <i>Βραχ,Μακ</i> | ✓ | <i>Fir, Int</i> | | | <i>Fir, Int</i> | |
| Chen & Baldick (2007) | <i>Spo, BLG, IDG, SWG</i> | <i>Βραχ</i> | | | ✓ | | | |
| Butler & Dyer (1999) | <i>FF, swi, cor</i> | <i>Βραχ</i> | | | ✓ | | | |
| Hamedi et al. (2009) | | | | <i>Fir</i> | ✓ | <i>Βιο, Εμπ, Οικ, iw, exp</i> | <i>Fir</i> | |
| Allevi et al. (2008) | <i>Fir</i> | <i>Μεσ</i> | | | | <i>Βιο, Εμπ, Οικ</i> | <i>Fir</i> | |
| Maggioni et al. (2008) | <i>Fir</i> | <i>Μεσ</i> | | | | <i>Βιο, Εμπ, Οικ</i> | <i>Fir</i> | |
| Maggioni et al. (2010) | <i>Fir</i> | <i>Μεσ</i> | | | | <i>Βιο, Εμπ, Οικ</i> | <i>Fir</i> | |
| Allevi et al. (2006) | <i>Fir</i> | <i>Μεσ</i> | | | | <i>Βιο, Εμπ, Οικ</i> | <i>Fir</i> | |
| Asif (2009) | <i>Spo, BLG, IDG, SWG</i> | <i>Βραχ</i> | | | | | | |
| Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) | <i>Fir, Spo</i> | <i>Βραχ,Μακ</i> | | | | | | |
| Padgerg & Haubrich (2008) | <i>Fir, Spo</i> | <i>Βραχ,Μεσ</i> | | ✓ | ✓ | | <i>Int</i> | |
| Guildmann (1986) | <i>Fir</i> | <i>Βραχ,Μεσ</i> | | ✓ | ✓ | <i>Βιο, Εμπ, Οικ</i> | | |
| O'Neill et al. (1979) | | | | | | | <i>Int</i> | ✓ |
| Levary & Burton (1980) | | | | | ✓ | <i>Βιο, Εμπ, Οικ</i> | <i>Int</i> | ✓ |
| Guildmann (1983) | <i>Fir</i> | | | | ✓ | <i>Βιο, Εμπ, Οικ</i> | <i>Fir, Int</i> | |

Παρατηρήσεις:

Σε ορισμένες περιπτώσεις (Boop et al. (1996), Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010)), παρότι δεν γίνεται αναφορά σε συμβόλαια πώλησης, λαμβάνεται ως προϋπόθεση η αδιάκοπη παροχή αερίου στους πελάτες, γεγονός που επηρεάζει τα συμβόλαια προμήθειας, μεταφοράς και αποθήκευσης αερίου. Επίσης είναι δυνατόν να υπάρξουν περισσότερες από μία εταιρίες που να συνεργάζονται με την LDC και να δραστηριοποιούνται στον ίδιο τομέα, δηλαδή την προμήθεια, τη μεταφορά ή την αποθήκευση (προμηθευτές: ένας (Boop et al. (1996), Contesse et al. (2005)), τέσσερις (Guildmann (1986)), δίκτυα μεταφοράς: τρία (Contesse et al. (2005)), αποθήκες: δύο (Boop et al. (1996))).

Επιπλέον, ανάλογα με το κάθε μοντέλο, άλλοτε η EUC δεν επιτρέπεται να πουλήσει το τμήμα του αερίου που αγόρασε για την κάλυψη της ζήτησης αλλά δεν το χρησιμοποίησε, ακόμα κι αν η τιμή αερίου στις spot markets είναι μεγαλύτερη από την τιμή αποθήκευσής του (Chen & Baldick. (2007)). Άλλοτε πάλι, το αέριο που αγοράστηκε αλλά δεν χρησιμοποιήθηκε εντός ενός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος πρέπει υποχρεωτικά να ξαναπωλείται στις spot αγορές (Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010)).

Τέλος, η χρονική στιγμή προμήθειας και η διάρκεια των αντίστοιχων συμβολαίων συνδέονται ως κατηγορίες, διότι συνήθως παρατηρείται το εξής φαινόμενο: τα firm συμβόλαια είναι συνήθως μακροχρόνια και τα spot βραχυχρόνια. Επίσης, να σημειωθεί ότι σε παλαιότερα κείμενα παρατηρούμε ύπαρξη μόνο firm συμβολαίων. Αυτό συμβαίνει γιατί αυτές οι μελέτες προηγούνται της απελευθέρωσης της αγοράς ΦΑ, συνεπώς τα συμβόλαια ήταν πιο αυστηρά τόσο από θέμα χρονικής διάρκειας, όσο και ευελιξίας κινήσεων. Να σημειωθεί ότι η spot αγορά μπορεί να αποτελείται από μία μοναδική οντότητα (πχ. έναν μεσίτη ο οποίος βρίσκεται σε μία τοποθεσία απ' όπου διέρχεται το δίκτυο μεταφοράς (Contesse et al. (2005))).

5.2.3. Μαθηματικός προγραμματισμός

| Κείμενο | Γραμμικός | Μη γραμμικός | Ακέραιος μικτός | Τετραγωνικός | Στοχαστικός | Στοχαστικός με recourse | Chance-constrained |
|--|-----------|--------------|-----------------|--------------|-------------|-------------------------|--------------------|
| Boop et al. (1996) | ✓ | | | | | | |
| Guildmann et al. (1999) | ✓ (1) | ✓ (2) | ✓ (1) | | | | |
| Contesse et al. (2005) | ✓ | | ✓ | | | | |
| Chen & Baldick (2007) | | ✓ | ✓ | | | | |
| Butler & Dyer (1999) | ✓ | | | | | | |
| Hamedi et al. (2009) | ✓ (2) | ✓ (1) | ✓ | | | | |
| Allevi et al. (2008) | | ✓ (1,2) | ✓ (1,2) | | ✓ (2) | | |
| Maggioni et al. (2008) | | ✓ | ✓ | | | | ✓ |
| Maggioni et al. (2010) | | ✓ | ✓ | | | | ✓ |
| Allevi et al. (2006) | | ✓ | ✓ | | | | |
| Asif (2009) | ✓ | | ✓ | | | | ✓ |
| Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) | ✓ | | ✓ | | | | ✓ |
| Padgerg & Haubrich (2008) | | | ✓ (1,2) | ✓ (1,2) | ✓ (2) | | |
| Guildmann (1986) | ✓ | | ✓ | | | | |
| O'Neill et al. (1979) | ✓ (2) | ✓ (1) | | | | | |
| Levary & Burton (1980) | ✓ | | | | | | |
| Guildmann (1983) | ✓ (1) | | | | | | ✓ (2) |

Παρατηρήσεις:

Γενικά, όταν ένα πρόβλημα είναι μη γραμμικό, προτιμάται να μετατρέπεται σε γραμμικό, ώστε να είναι πιο συστηματική η επίλυσή του. Αυτή η διαδικασία επιτυγχάνεται με διάφορους τρόπους. Παραδείγματος χάριν, στο κείμενο Hamedi et al. (2009) η αντικειμενική συνάρτηση ήταν αρχικά μη γραμμική και γραμμικοποιήθηκε με μια τροποποίηση και την προσθήκη ενός επιπλέον περιορισμού. Από την άλλη, στο κείμενο O'Neill et al. (1979) αρχικά υπάρχουν ορισμένοι μη γραμμικοί περιορισμοί που γραμμικοποιούνται στη συνέχεια μέσω της χρήσης του αναπτύγματος Taylor πρώτης σειράς. Σε άλλες, όμως, περιπτώσεις ενδείκνυται η μετατροπή ενός γραμμικού προβλήματος σε μη γραμμικό. Παραδείγματος χάριν, στο κείμενο Guildmann et al. (1999) αρχικά χρησιμοποιείται ένα γραμμικό μοντέλο το οποίο όμως λόγω μεγέθους αντικαθίσταται από ένα μη γραμμικό που επιλύει το πρόβλημα σε βήματα και δίνει σχεδόν το ίδιο αποτέλεσμα με το πρώτο σε πολύ λιγότερο χρόνο.

Επίσης, πολύ κλασική διαδικασία μελέτης ενός προβλήματος είναι η σύγκριση δύο μοντέλων του ίδιου προβλήματος που επιλύονται με διαφορετικό είδος προγραμματισμού. Η πιο συνηθισμένη περίπτωση είναι η σύγκριση ενός ντετερμινιστικού και ενός στοχαστικού μοντέλου (Allevi et al. (2008), Padgerg & Haubrich (2008)). Στην ίδια λογική κινείται και η σύγκριση ενός ντετερμινιστικού και ενός chance-constrained μοντέλου (Guildmann (1983)). Επίσης μπορεί να υπολογιστεί η διαφορά μεταξύ της στοχαστικής και της ντετερμινιστικής τιμής κέρδους που ορίζεται ως ποσοστό επί της ντετερμινιστικής και ονομάζεται αξία της στοχαστικής λύσης (Asif (2009)).

Τέλος, συχνά χρησιμοποιείται ο πολυεπίπεδος προγραμματισμός σε διάφορες μορφές. Στο κείμενο O'Neill et al. (1979) γίνεται διανομή ΦΑ στους καταναλωτές κατά βήματα και στο κείμενο Levary & Burton (1980) η επίλυση του προβλήματος υλοποιείται επίσης σε στάδια, διότι σε κάθε περίοδο αναθεωρείται τμήμα των δεδομένων (οι καιρικές προβλέψεις για το μέλλον, που επηρεάζουν τη ζήτηση).

5.2.4. Χαρακτηριστικά βελτιστοποίησης

| Κείμενο | Τύπος αντικειμενικής συνάρτησης | | | | | Χρονικός ορίζοντας μελέτης |
|--|---------------------------------|---------------|--------------------|--------------|----------------------|----------------------------|
| | Κόστους (min) | Κέρδους (max) | Χρησιμότητας (max) | Ρίσκου (min) | Ελλείμματος ΦΑ (min) | |
| Boop et al. (1996) | ✓ | | | | | 1 έτος |
| Guildmann et al. (1999) | ✓ | | | | | 1 έτος |
| Contesse et al. (2005) | | ✓ | | | | 5 έτη |
| Chen & Baldick (2007) | | | ✓ | | | 1 μήνας |
| Butler & Dyer (1999) | ✓ | | | | | 3 έτη |
| Hamedi et al. (2009) | ✓ | | | | | 1 έτος |
| Allevi et al. (2008) | | ✓ | | | | 1 έτος |
| Maggioni et al. (2008) | | ✓ | | | | 1 έτος |
| Maggioni et al. (2010) | | ✓ | | | | 1 έτος |
| Allevi et al. (2006) | | ✓ | | | | 1 έτος |
| Asif (2009) | | ✓ | | ✓ | | 1 μήνας |
| Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) | ✓ | | | ✓ | | 1 έτος |
| Padgerg & Haubrich (2008) | | ✓ | | | | 1 έτος |
| Guildmann (1986) | ✓ | | | | | 1 έτος |
| O'Neill et al. (1979) | | | | | ✓ | |
| Levary & Burton (1980) | ✓ | | | | ✓ | 1-3 έτη |
| Guildmann (1983) | ✓ | | | | ✓ | 1 έτος |

Παρατηρήσεις:

Η βελτιστοποίηση μπορεί να γίνεται με χρήση περισσότερων από ένα κριτηρίων. Παραδείγματος χάριν, στο κείμενο Asif (2009) έχουμε πολυκριτήριο προγραμματισμό, γιατί απαιτείται παράλληλα μεγιστοποίηση κέρδους και ελαχιστοποίηση ρίσκου. Επίσης, μια μορφή πολυκριτηρίου προγραμματισμού είναι και η παράλληλη ελαχιστοποίηση κόστους και ελαχιστοποίηση ρίσκου (Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010)) και η παράλληλη ελαχιστοποίηση κόστους και ελαχιστοποίηση ελλείμματος ΦΑ (Levary & Burton (1980)).

Η συνάρτηση κόστους μιας επιχείρησης μπορεί να περιλαμβάνει πέρα από το κόστος των κλασικών δραστηριοτήτων της (προμήθεια, μεταφορά, αποθήκευση, διανομή) και το κόστος λόγω διακοπής της παροχής αερίου σε ορισμένους καταναλωτές (Guildmann et al. (1999)). Επίσης, μια άλλη παραλλαγή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η συνάρτηση χρησιμότητας, η οποία μπορεί να εξαρτάται από το κόστος ή το κέρδος των δραστηριοτήτων της επιχείρησης σε συνδυασμό με το ρίσκο που αναλαμβάνει (Chen & Baldick (2007)).

Τέλος, αξίζει να παρατηρηθεί ότι χρονικός ορίζοντας μελέτης ενός κειμένου είναι συνήθως συγκεκριμένος σε ένα μοντέλο. Ωστόσο, μπορεί να μεταβάλλεται και ανάλογα με την περιοχή εφαρμογής του. Παραδείγματος χάριν, στο κείμενο Radgerg & Haubrich (2008) ο χρονικός ορίζοντας μελέτης είναι ένα οικονομικό έτος ΦΑ. Ουσιαστικά, αυτό το διάστημα κυμαίνεται μεταξύ εννέα μηνών και ενός έτους ανάλογα με τη χώρα υπό εξέταση.

5.2.5. Αντιμετώπιση αβεβαιότητας

| Κείμενο | Ύπαρξη αβεβαιότητας | | Μη ύπαρξη αβεβαιότητας |
|--|--|--|------------------------|
| | Παράγοντας αβεβαιότητας | Τεχνική αντιμετώπισης | |
| Boop et al. (1996) | Καιρός | Γραμμική παλινδρόμηση | |
| Guildmann et al. (1999) | Καιρός | Γραμμική παλινδρόμηση | |
| Contesse et al. (2005) | | | ✓ |
| Chen & Baldick (2007) | Τιμές ΦΑ, κατανάλωση ΦΑ, MHR | Σενάρια-Monte Carlo simulation | |
| Butler & Dyer (1999) | Τιμές ΦΑ | Σενάρια-Robust optimization | |
| Hamedi et al. (2009) | Ποσότητες διανομής αερίου από CGS, ζήτηση από οικιακούς και εμπορικούς καταναλωτές | Πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση | |
| Allevi et al. (2008) | Καιρός, τιμή αγοράς ΦΑ από προμηθευτή | Σενάρια (καιρός), γραμμική παλινδρόμηση (τιμή αγοράς) | |
| Maggioni et al. (2008) | Καιρός, τιμή αγοράς ΦΑ από προμηθευτή | Mean reversion (καιρός), Linear regression (τιμή αγοράς) σενάρια-Monte Carlo simulation | |
| Maggioni et al. (2010) | Καιρός, τιμές υποκατάστατων ΦΑ, συναλλαγματικές ισοτιμίες ευρώ-δολαρίου | Mean reversion (καιρός), αυτοπαλινδρόμηση (υποκατάστατα), παλινδρόμηση με ετεροσκεδάση (ισοτιμίες), σενάρια-Monte Carlo simulation | |
| Allevi et al. (2006) | Τιμή αγοράς ΦΑ από προμηθευτή | Linear regression | |
| Asif (2009) | Τιμές ηλεκτρισμού και ΦΑ και ζήτηση των παραπάνω εντός της ημέρας | CVaR | |
| Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) | Ζήτηση ΦΑ, τιμή αγοράς αερίου | Monte Carlo simulation, CVaR | |
| Padgerg & Haubrich (2008) | Τιμή αγοράς ΦΑ, ζήτηση ΦΑ | Σενάρια-δέντρα αποφάσεων | |
| Guildmann (1986) | Ζήτηση ΦΑ | Linear regression | |
| O'Neill et al. (1979) | | | ✓ |
| Levary & Burton (1980) | Καιρός | Linear regression | |
| Guildmann (1983) | Καιρός, κόστος παραβίασης περιορισμών | Linear regression, Monte Carlo simulation | |

Παρατηρήσεις:

Η αβεβαιότητα μιας στοχαστικής μεταβλητής μπορεί να μελετάται από διάφορες σκοπιές. Παραδείγματος χάριν, στο κείμενο Boor et al. (1996) η αβεβαιότητα μελετάται σε δύο στάδια. Πρώτα βρέθηκε η σχέση θερμοκρασίας-ζήτησης αερίου με linear regression και μετά εντοπίστηκε η συχνότητα με την οποία εμφανίζεται κάθε καιρικό φαινόμενο (πολύ κρύος, κρύος, μέτριος, ήπιος χειμώνας) από παρελθοντικά δεδομένα. Επίσης, η αβεβαιότητα μπορεί να αφορά σε ένα μόνο τμήμα δεδομένων ίδιου τύπου. Μια τέτοια περίπτωση συναντάται στο κείμενο Allevi et al. (2008) όπου οι καταναλωτές χωρίζονται με τον αναλυτικό τρόπο που επισημαίνεται στο κεφάλαιο 4 σε δέκα κατηγορίες. Στις πρώτες έξι υπάρχει αβεβαιότητα στη ζήτηση και στις υπόλοιπες όχι. Αντίστοιχη περίπτωση είναι αυτή του κειμένου Maggioni et al. (2010) όπου οι οικιακοί καταναλωτές μπορούν να αγοράσουν αέριο στην τιμή που υπολογίζεται από ένα συγκεκριμένο ενεργειακό δείκτη (συνδυασμός τιμών υποκατάστατων ΦΑ) ενώ οι βιομηχανικοί πελάτες έχουν τη δυνατότητα να επιλέξουν έναν από τους 17 διαθέσιμους δείκτες για τον προσδιορισμό της παραπάνω τιμής. Επομένως, σε αντίθεση με τους βιομηχανικούς, οι οικιακοί καταναλωτές δεν αντιμετωπίζουν αβεβαιότητα ως προς τις τιμές των υποκατάστατων του φυσικού αερίου.

Όταν η δημιουργία σεναρίων γίνεται με γνώμονα την εφικτότητά τους σε κάθε περίπτωση, τότε αυτή η μέθοδος αποτελεί μια ειδική περίπτωση Robust Optimization. Αυτό συμβαίνει στο κείμενο Butler & Dyer (1999) όπου τα σεναρία τιμών επιλέγονταν με τέτοιο τρόπο ώστε η ζήτηση να καλύπτεται σε κάθε περίπτωση. Τελικά ελέγχθηκαν οι περιπτώσεις χαμηλής ζήτησης, μέσης ζήτησης και υψηλής ζήτησης.

Στο κείμενο Maggioni et al. (2008) και στο κείμενο Maggioni et al. (2010) έχουμε εφαρμογή της μεθόδου mean reversion. Τελικά προκύπτει ότι οι ετήσιες τιμές θερμοκρασίας κινούνται γύρω από μία συνάρτηση που είναι το άθροισμα μιας γραμμικής συνάρτησης που αντιστοιχεί σε μια γενική τάση ανόδου της θερμοκρασίας με το πέρασμα του χρόνου και μιας συνάρτησης ημιτόνου που αντιστοιχεί στην εναλλαγή των εποχών. Οι σταθεροί παράγοντες που εμφανίζονται στην συνάρτηση υπολογίζονται με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων στις τιμές που εντοπίζονται από τη διαφορά μεταξύ ντετερμινιστικής και πραγματικής τιμής θερμοκρασίας για κάθε μέρα που εξετάζουμε.

Τέλος, να γίνει η διευκρίνιση ότι στο κείμενο Chen & Baldick (2007) MHR (Marginal Heat Rate) είναι ο ρυθμός καύσης ΦΑ επί την καθαρή τιμή πώλησης ηλεκτρισμού προς την επικρατούσα τιμή ΦΑ στην αγορά.

5.2.6. Καινοτομίες

| Κείμενο | Καινοτομίες |
|---|---|
| Boop et al. (1996) | Η deliverability θεωρείται μεταβλητή στο πλάνο μελέτης της LDC, αν και είναι σταθερή εντός κάθε τριμήνου |
| Guildmann et al. (1999) | Το πρόβλημα προσεγγίζεται αρχικά με ένα εκτεταμένο γραμμικό πρόγραμμα ακέραιου μικτού προγραμματισμού (MILP) και στη συνέχεια ελέγχεται η αξιοπιστία ενός αρκετά μικρότερου μη γραμμικού προγράμματος (NLP) συγκρίνοντας τα αποτελέσματά τους |
| Contesse et al. (2005) | Αναφορά σε make-up recourse και lineracks |
| Chen & Baldick (2007) | Ένταξη των οικονομικών ρίσκων της σύγχρονης απελευθερωμένης αγοράς ηλεκτρισμού που συνδέονται με τις επιλογές της EUC στη διαδικασία βελτιστοποίησης, μοντελοποίηση των αλληλεπιδράσεων των ελεύθερων αγορών ΦΑ και ηλεκτρισμού με την EUC, διαφορετική λύση για κάθε μέρα μελέτης |
| Butler & Dyer (1999) | Ιδιαίτερος τρόπος διαχωρισμού των χρονικών διαστημάτων στα οποία χωρίζεται ο χρονικός ορίζοντας μελέτης σε περιόδους (Daily-Weekly-Monthly) |
| Hamedi et al. (2009) | Στην αντικειμενική συνάρτηση συμπεριλαμβάνονται και κόστη που περιλαμβάνουν την επεξεργασία του αερίου πριν την τελική μορφή του και τη μεταφορά του ανάμεσα σε αυτά τα διαφορετικά στάδια επεξεργασίας, καθώς και κόστος της μεταφοράς του από τους χονδρεμπόρους στους λιανοπωλητές. Επίσης το πρόβλημα επιλύθηκε και με χρήση ιεραρχικού αλγορίθμου. |
| Allevi et al. (2008) | Δημιουργούνται σενάρια θερμοκρασίας με χρήση μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης ενός δείγματος ιστορικών δεδομένων |
| Maggioni et al. (2008) | Μοντελοποίηση θερμοκρασιακών μεταβολών με mean reversion |
| Maggioni et al. (2010) | Μελετάται η σχέση της αγοράς ΦΑ με την αγορά των πετρελαιοειδών |
| Allevi et al. (2006) | Τοποθετείται περιορισμός όσον αφορά στην ποσότητα αερίου που μπορεί να καταναλώσει η κάθε κατηγορία καταναλωτών, ελέγχεται η περίπτωση μείωσης του πλήθους των κατηγοριών καταναλωτών που εξυπηρετούνται από τον πωλητή ΦΑ και η περίπτωση παροχής αερίου με έκπτωση σε μία ομάδα καταναλωτών. |
| Asif (2009) | Διαχείριση ρίσκου με CVaR |
| Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) | Διαχείριση ρίσκου με CVaR |
| Padgerg & Haubrich (2008) | Mixed-integer quadratic programming |

| | |
|-----------------------------------|---|
| Guildmann (1986) | Σύγκριση ACPP με MCPP τιμολόγηση, μεταβολή ζήτησης ανάλογα με την τιμή που επιβάλλεται στην αγορά, αποπληρωμή του οριακού κόστους ικανότητας μεταφοράς αιχμής σε πολλούς μήνες, έλεγχος πλεονάσματος εταιρίας και καταναλωτών |
| O'Neill et al. (1979) | Πρωτότυπο σύστημα διανομής αερίου ανάλογα με την προτεραιότητα εξυπηρέτησης κάθε κατηγορίας καταναλωτών σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης |
| Levary & Burton (1980) | Στο τέλος κάθε μίας περιόδου αναθεωρούνται οι καιρικές προβλέψεις για το μέλλον |
| Guildmann (1983) | Chance-constrained προγραμματισμός |

Παρατηρήσεις:

Σε πολλές περιπτώσεις η επίλυση των προβλημάτων μπορεί να βοηθηθεί από την τεχνική του διαγράμματος ροής. Στο κείμενο Hamedi et al. (2009), αφού καταστρώθηκε το μαθηματικό πρόβλημα, δοκιμάστηκε επίσης η επίλυσή του με χρήση ιεραρχικού αλγορίθμου (=διαγράμματος ροής), διότι το αρχικό πρόβλημα απαιτούσε πολύ χώρο στη μνήμη του υπολογιστή και πολύ χρόνο. Με τον ιεραρχικό αλγόριθμο τα αποτελέσματα που δόθηκαν ήταν σχεδόν βέλτιστα. Αντίστοιχα, στο κείμενο Vaitheeswaran & Balasubramanian (2010) το μαθηματικό πρόβλημα είναι τμήμα της διαδικασίας βελτιστοποίησης που εκφράζεται μέσω ενός διαγράμματος ροής. Ομοίως, στο κείμενο Guildmann (1986) το μαθηματικό πρόβλημα είναι τμήμα της διαδικασίας τιμολόγησης του ΦΑ προς πώληση που εκφράζεται μέσω ενός διαγράμματος ροής. Όσον αφορά στην τιμολόγηση, η ζήτηση πρέπει να είναι ίση με την προσφορά και τα έσοδα να είναι ίσα με το επιτρεπόμενο μέγιστο κέρδος.

Ένας ενδιαφέρων τρόπος εφαρμογής του μαθηματικού προγραμματισμού για λόγους εξοικονόμησης χώρου στη μνήμη και χρόνου επίλυσης είναι ο καθορισμός των μεταβλητών απόφασης κατά το μοντέλο Daily-Weekly-Monthly. Στο κείμενο Butler & Dyer (1999) οι μεταβλητές αποφάσεων που αφορούσαν το ίδιο μέγεθος μπορούσαν να αντιπροσωπεύουν την ποσότητά του για διαφορετικό χρονικό διάστημα κατά την ίδια εκτέλεση του προγράμματος ανάλογα με την επιθυμία του προγραμματιστή (ημερήσιες, εβδομαδιαίες, μηνιαίες). Με αυτόν τρόπο μειώθηκε η διαδικασία εξαγωγής αποτελεσμάτων συγκριτικά με την μοντελοποίηση ανά ημέρα από μια ώρα σε λίγα λεπτά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Η ΑΓΟΡΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

6.1. Εισαγωγή

Σήμερα, έχει επιβληθεί η απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ στην Ελλάδα, όπως ορίζει η νομοθεσία της Ευρωπαϊκής Ένωσης στην οποία υπόκεινται όλα τα κράτη-μέλη της. Ωστόσο, αυτή η απελευθέρωση δεν έχει ακόμα εφαρμοστεί σε ικανοποιητικό βαθμό, διότι το πλήθος των επιχειρήσεων που δραστηριοποιούνται στον τομέα στην εγχώρια αγορά είναι ακόμη πολύ περιορισμένο, με αποτέλεσμα να κυριαρχεί σχεδόν μονοπώλιο στην αγορά. Παρ'όλ'αυτά, το τελευταίο διάστημα έχει εκδηλωθεί ενδιαφέρον από την πλευρά ορισμένων μεγάλων εταιριών να ασχοληθούν με τον εν λόγω κλάδο, ενώ παράλληλα τα αναπτυξιακά έργα που σχεδιάζονται για το μέλλον επεκτείνουν ακόμη περισσότερο τις προοπτικές για εντονότερη δραστηριότητα στο χώρο, κατ' επέκταση ευνοούν και την είσοδο περισσότερων επιχειρήσεων σ' αυτόν.

6.2. Διάρθρωση αγοράς και εμπλεκόμενοι φορείς

ΔΕΠΑ

Στον τομέα της προμήθειας η βασική επιχείρηση στην Ελλάδα η οποία κατέχει μερίδιο 90% της αγοράς ΦΑ [1] είναι η Δημόσια Επιχείρηση Αερίου Α.Ε. (ΔΕΠΑ). Η ΔΕΠΑ ιδρύθηκε το 1998 και εισήγαγε το ΦΑ στο ενεργειακό ισοζύγιο της χώρας, αναπτύσσοντας όλη την απαραίτητη υποδομή και τις λυιές πτυχές της βιομηχανίας ΦΑ. Υπό την ηγεσία της ΔΕΠΑ κατασκευάστηκαν το δίκτυο μεταφοράς υψηλής, μέσης και χαμηλής πίεσης, ο σταθμός υγροποιημένου ΦΑ (Liquefied Natural gas-LNG) στην Ρεβυθούσα στον κόλπο Μεγάρων, ο οποίος συνδέεται μέσω υποθαλασσίων αγωγών με το κεντρικό σύστημα μεταφοράς ΦΑ, καθώς και ο διασυνδεδημένος αγωγός μεταφοράς ΦΑ από την Τουρκία (Καρατσαμπέ) στην Ελλάδα (Κομοτηνή). Επίσης, πραγματοποιήθηκαν συνεργασίες με μεγάλες διεθνείς εταιρίες, οι οποίες ανέλαβαν την επέκταση του δικτύου διανομής και τη διείσδυση του αερίου σε περιοχές με καταναλωτές μέχρι 10 εκατομμύρια κυβικά μέτρα το χρόνο.

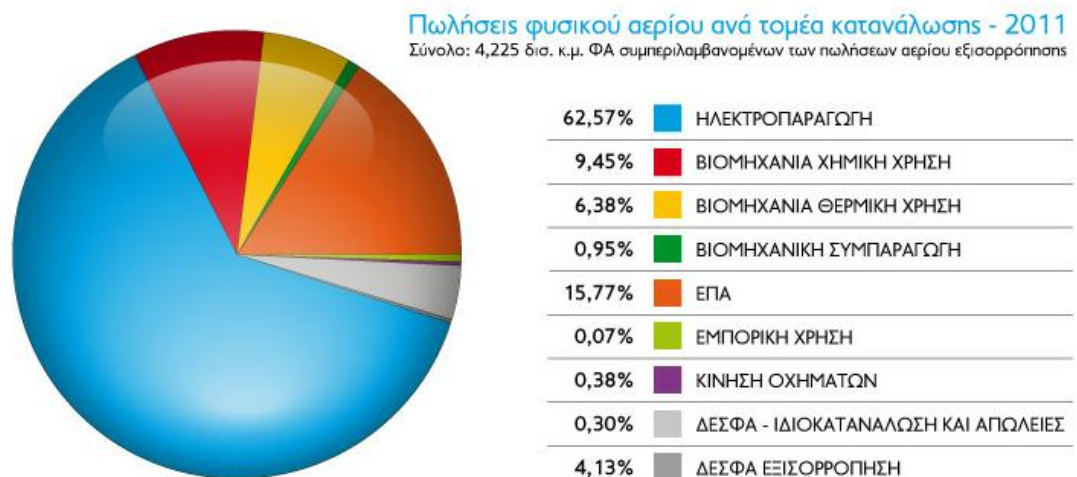
Η ΔΕΠΑ αποτελεί τον άμεσο πάροχο ΦΑ:

- σε ηλεκτροπαραγωγούς
- σε μεγάλους καταναλωτές, βιομηχανικούς κυρίως, με ετήσια κατανάλωση άνω των 10 εκατ. κυβικών μέτρων
- στις υφιστάμενες Εταιρείες Παροχής Αερίου (ΕΠΑ)

- σε τελικούς καταναλωτές σε περιοχές όπου δεν έχουν συσταθεί Εταιρείες Παροχής Αερίου
- στον τομέα της αεροκίνησης , τροφοδότησης στόλου λεωφορείων ΕΘΕΛ – ΟΑΣΑ, απορριματοφόρων δήμων και οχημάτων ιδιωτικής χρήσης

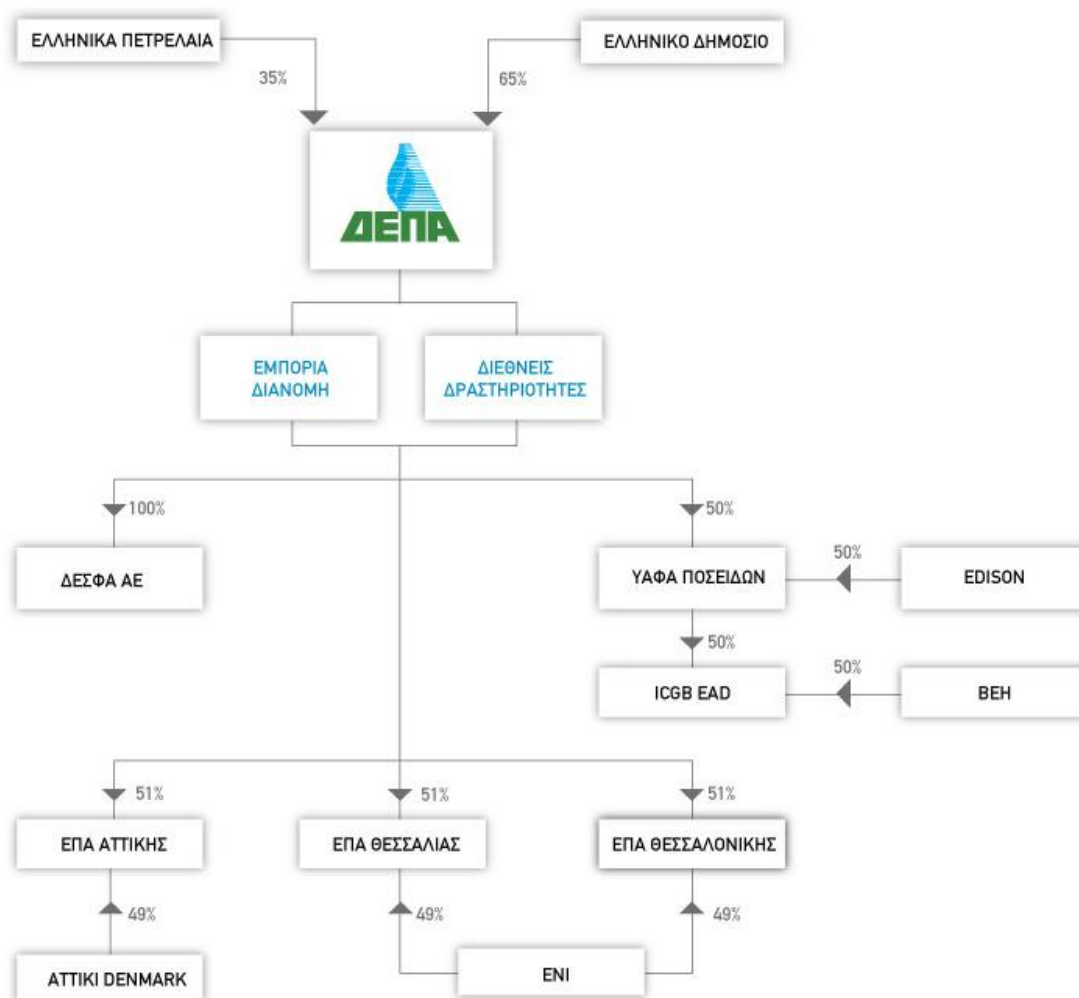
Η ΔΕΠΑ εξετάζει σε συνεχή βάση νέες τεχνολογίες και νέους τομείς εμπορικής δραστηριότητας. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζεται σε εφαρμογές όπως :

- Χρήση ΦΑ στη συμπαραγωγή ηλεκτρισμού – θερμότητας και κλιματισμού
- Τροφοδότηση απομακρυσμένων περιοχών με συμπιεσμένο ΦΑ (Compressed Natural Gas-CNG)
- Χρήση ΦΑ στη γεωργία



Σχήμα 6.1: Πωλήσεις ΦΑ ανά τομέα κατανάλωσης

Η δομή του ομίλου περιγράφεται από το παρακάτω διάγραμμα και οι επιμέρους οντότητες που το απαρτίζουν θα αναλυθούν στη συνέχεια:



Σχήμα 6.2: Διαγραμματική απεικόνιση της δομής του ομίλου ΔΕΠΑ

Στη ΔΕΠΑ συμμετέχει το ελληνικό δημόσιο κατά 65% και η εταιρία Ελληνικά Πετρέλαια Α.Ε (ΕΛΠΕ), που είναι η μεγαλύτερη εταιρία διύλισης της Ελλάδας, κατά 35%. Η ΔΕΠΑ δραστηριοποιείται τόσο στην εμπορία και διανομή αερίου εντός των συνόρων της χώρας, όσο και στη υλοποίηση έργων διεθνούς εμβέλειας (βλ. IGI, IGB) [2].

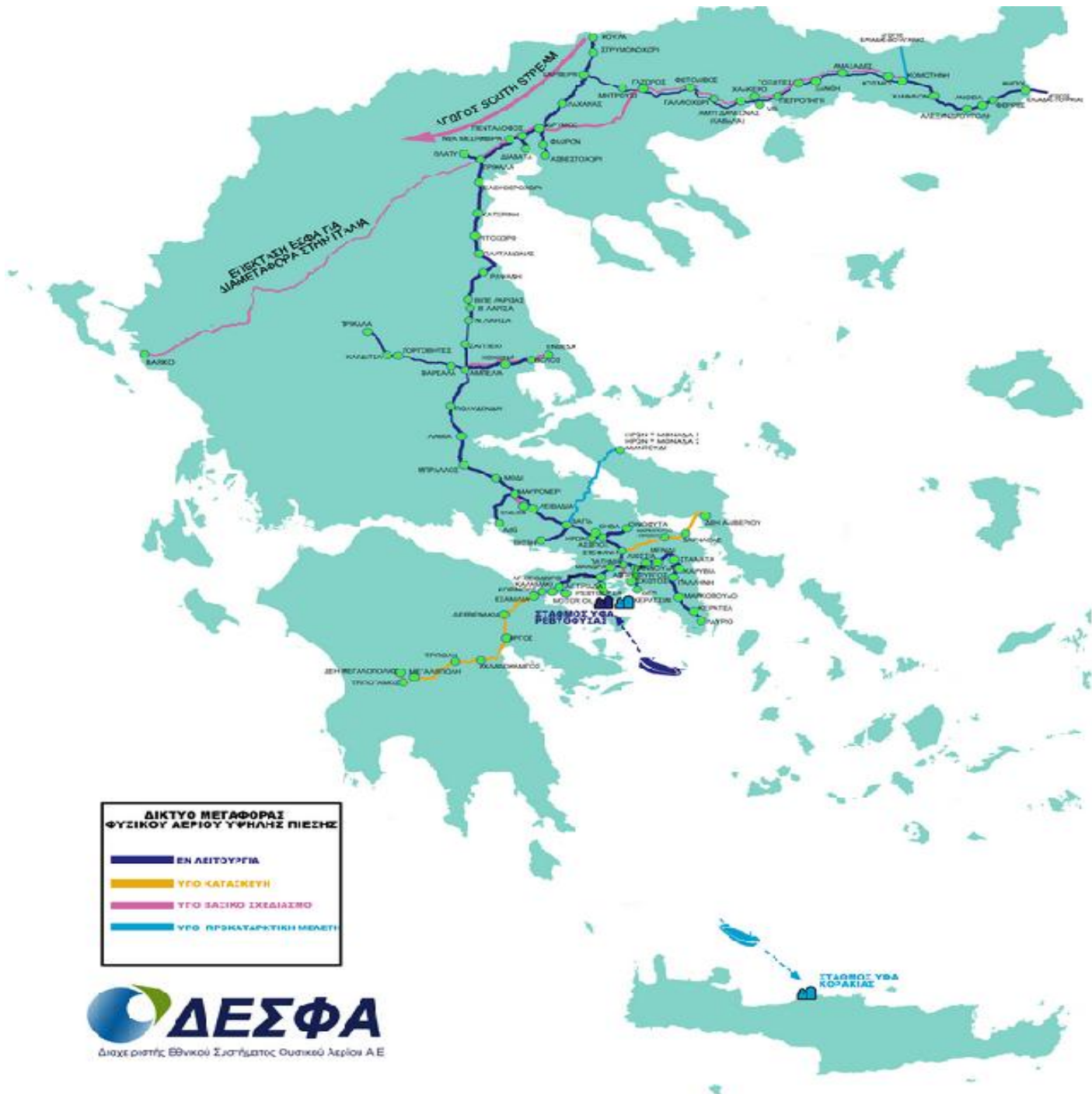
ΔΕΣΦΑ

Ο Διαχειριστής Εθνικού Συστήματος Φυσικού Αερίου (ΔΕΣΦΑ) Α.Ε. ιδρύθηκε το 2007 βάσει του νόμου για την απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ (ΦΕΚ 313/27.12.2005), με τον οποίο εναρμονίσθηκε η ελληνική νομοθεσία με την Οδηγία 03/55. Σύμφωνα με αυτή, τα κράτη μέλη ορίζουν ένα ή περισσότερα αρμόδια όργανα ως ρυθμιστικές αρχές οι οποίες πρέπει να είναι εντελώς ανεξάρτητες από τα συμφέροντα του κλάδου του ΦΑ. Ο νόμος αυτός προέβλεψε τη δημιουργία του ΔΕΣΦΑ ως θυγατρικής εταιρίας της ΔΕΠΑ Α.Ε.

Στον ΔΕΣΦΑ μεταβιβάστηκε από τη ΔΕΠΑ Α.Ε., με απόσπαση, ο κλάδος του Εθνικού Συστήματος Φυσικού Αερίου (ΕΣΦΑ). Το ΕΣΦΑ περιλαμβάνει το σύστημα μεταφοράς ΦΑ και τον σταθμό ΥΦΑ της Ρεβυθούσας. Με τη μεταβίβαση στον ΔΕΣΦΑ του κλάδου αυτού, ο

ΔΕΣΦΑ απέκτησε πλήρες και αποκλειστικό δικαίωμα στη λειτουργία, συντήρηση, διαχείριση, εκμετάλλευση και ανάπτυξη του ΕΣΦΑ. Ο ΔΕΣΦΑ είναι και ο ιδιοκτήτης του ΕΣΦΑ.

Το δίκτυο μεταφοράς αερίου της Ελλάδας φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 6.3: Δίκτυο μεταφοράς ΦΑ υψηλής πίεσης

Όπως προαναφέρθηκε, στη διαχείριση του ΔΕΣΦΑ περιέρχεται πέρα από το σύστημα μεταφοράς αερίου της χώρας και η μοναδική αποθήκη ΦΑ που διαθέτει. Ο Τερματικός Σταθμός Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (ΥΦΑ) Ρεβυθούσας αποτελεί μια από τις σημαντικότερες εθνικές υποδομές της χώρας μας. Συγκαταλέγεται στους δεκατρείς αντίστοιχους σταθμούς υγροποιημένου ΦΑ, που λειτουργούν σήμερα σε όλο το χώρο της Μεσογείου και της Ευρώπης. Η τεχνολογία επεξεργασίας του υγροποιημένου ΦΑ που χρησιμοποιείται είναι φιλική προς το περιβάλλον και τηρείται αυστηρά η Ελληνική και Ευρωπαϊκή νομοθεσία.

Διαθέτει δύο δεξαμενές συνολικής χωρητικότητας 130.000 κ.μ. και το 2007 αναβαθμίστηκε, αυξάνοντας τη δυναμικότητα παραλαβής φορτίων αλλά και τη δυνατότητα αεριοποίησης του. Ο σταθμός μπορεί πλέον να υποδέχεται μεγαλύτερα δεξαμενόπλοια και να παραλαμβάνει γρήγορα και αποτελεσματικά διπλάσιες ποσότητες αερίου, ενώ η αδιάλειπτη δυναμικότητα αεριοποίησης του τριπλασιάστηκε παρέχοντας του τη δυνατότητα να τροφοδοτεί το Εθνικό Σύστημα Μεταφοράς Φυσικού Αερίου (ΕΣΜΦΑ) με 5,2 – 5,3 δις. κ.μ. ΦΑ ετησίως.

Το 2009 ολοκληρώθηκαν επίσης οι εργασίες εγκατάστασης και λειτουργίας της Μονάδας Συμπαγωγής Ηλεκτρισμού και Θερμότητας Υψηλής Απόδοσης (ΣΗΘΥΑ). Η μονάδα ΣΗΘΥΑ με καύσιμο ΦΑ, εξασφαλίζει ηλεκτρική αυτονομία και επάρκεια 13MW στο σταθμό ΥΦΑ. Επίσης, η δυνατότητα ανάκτησης θερμικής ενέργειας 14MW και η χρήση της στη διεργασία αεριοποίησης του υγροποιημένου ΦΑ αυξάνει το βαθμό απόδοσης της μονάδας περίπου κατά 89%, συμβάλλοντας έτσι στην εξοικονόμηση ενεργειακών πόρων και στην προστασία του περιβάλλοντος, παρέχοντας σημαντικά οικονομικά και περιβαλλοντικά οφέλη. Ο ΔΕΣΦΑ συμμετέχει στο ενεργειακό ισοζύγιο της χώρας και στον τομέα της ηλεκτροπαραγωγής, με την πώληση της πλεονάζουσας ηλεκτρικής ενέργειας στο Διαχειριστή Εθνικού Συστήματος Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΔΕΣΜΗΕ), αποφέροντας στην εταιρεία επιπλέον έσοδα.

Αναμένεται και περαιτέρω επέκταση της αποθηκευτικής ικανότητας του ΥΦΑ με την κατασκευή της τρίτης δεξαμενής αποθήκευσης, ενώ παράλληλα θα αυξηθεί και δυναμικότητα αεριοποίησης. Η τρίτη δεξαμενή θα έχει χωρητικότητα 95.000 κ.μ ΥΦΑ και η δυναμικότητα αεριοποίησης θα αυξηθεί σε 1.400 κ.μ. ΥΦΑ την ώρα από 1.000 κ.μ. που είναι σήμερα. Επίσης σχεδιάζεται η κατασκευή νέου σταθμού αεριοποίησης LNG στη βόρεια Ελλάδα.

Όσον αφορά στις επενδυτικές δραστηριότητες του ΔΕΣΦΑ σε διεθνές επίπεδο, ο ΔΕΣΦΑ συμμετέχει κατά 50% στην εταιρία «SOUTH STREAM - ΕΛΛΑΣ Α.Ε.» η οποία έχει αναλάβει την κατασκευή του τμήματος του αγωγού SOUTH STREAM εντός της ελληνικής επικράτειας [3]. Ο αγωγός αυτός θα μεταφέρει αέριο από τη Ρωσία στη Βουλγαρία μέσω του Εύξεινου Πόντου και από κει στην Ελλάδα, την Ιταλία και την Αυστρία. Δεύτερος μέτοχος της εταιρίας κατά 50% είναι η ρωσική εταιρία ΟΑΟ Gazprom [4].

ΕΠΑ

Όσον αφορά στη διανομή ΦΑ, η πρώτη εταιρία που δημιουργήθηκε στην Ελλάδα είναι η Εταιρία Παροχής Αερίου Α.Ε. (ΕΠΑ) Αττικής το 2001, που λειτουργεί ως ο αποκλειστικός διανομέας του ΦΑ για οικιακή και επαγγελματική χρήση στην γεωγραφική περιοχή της Αττικής. Ο διακριτικός τίτλος της ΕΠΑ Αττικής είναι "Φυσικό Αέριο Αττικής". Στην ΕΠΑ συμμετέχει η ΔΕΠΑ με ποσοστό 51% και κατά 49% η Attiki Denmark στην οποία συμμετέχει με ποσοστό 100% η εταιρεία Shell Gas B.V. (μέλος του Ομίλου Royal Dutch/Shell Group, της διεθνούς υπερδύναμης στους τομείς του πετρελαίου, του ΦΑ και της ηλεκτρικής ενέργειας). Μέχρι σήμερα η ΔΕΠΑ έχει ιδρύσει δύο ακόμη εταιρίες, τις ΕΠΑ Θεσσαλονίκης και ΕΠΑ Θεσσαλίας, στις οποίες συμμετέχει κατά 51%, ενώ το υπόλοιπο 49% είναι το μερίδιο της ιταλική εταιρίας ενέργειας ENI, ενώ προβλέπεται η ίδρυση κι άλλων με σκοπό τη διάδοση της χρήσης του ΦΑ στο σύνολο της ελληνικής επικράτειας.

Σύμφωνα με την εμπορική πολιτική της ΕΠΑ οι πελάτες χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, βάσει της ετήσιας κατανάλωσης τους:

1. **B2C (Business to Consumers)** με ετήσια κατανάλωση έως 100.000Nm³
 - Οικιακοί Καταναλωτές
 - Μικροί και Μεσαίοι Εμπορικοί Καταναλωτές και Βιοτέχνες
2. **B2B (Business to Business)** με ετήσια κατανάλωση μεγαλύτερη από 100.000Nm³
 - Μεγάλοι Εμπορικοί Καταναλωτές
 - Βιομηχανικοί Καταναλωτές

Στην Αττική, όπου εξυπηρετούνται και οι περισσότεροι πελάτες, σήμερα πάνω από 60 δήμοι έχουν ήδη ενεργοποιημένο δίκτυο ΦΑ. Η επέκταση δικτύου γίνεται βάσει συγκεκριμένου χρονικού πλάνου κατασκευής και ενεργοποίησης και πραγματοποιείται παράλληλα σε διάφορες περιοχές. Οι προτεραιότητες στον προγραμματισμό τίθενται με βάση την πυκνότητα του πληθυσμού, το ενδιαφέρον των κατοίκων για σύνδεση με το δίκτυο καθώς και διάφορες τεχνικές παραμέτρους [5].

6.3. Έργα επέκτασης δικτύου ΦΑ εκτός των ελληνικών συνόρων

Interconnector Turkey-Greece-Italy (ITGI)

Το έργο αυτό στοχεύει στη δημιουργία ενός αγωγού που θα μεταφέρει ΦΑ από το Αζερμπαϊτζάν στην Τουρκία και έπειτα στην Ελλάδα και την Ιταλία, σχηματίζοντας έτσι τον λεγόμενο «Νότιο Διάδρομο» (Southern Corridor). Οι εταιρίες που συμμετέχουν σε αυτό το έργο είναι η Αζέρικη SOCAR, η Τουρκική BOTAS, η Ελληνική ΔΕΠΑ και η Ιταλική Edison. Ήδη, ο διασυνδεδημένος αγωγός Τουρκίας-Ελλάδος λειτουργεί από το 2007 και μεταφέρει Κασπιακό/Αζέρικο αέριο μέσω Τουρκίας, στην Ελλάδα.

1. Interconnection Greece-Italy (IGI)

Τμήμα του σχεδίου ITGI είναι η δημιουργία ενός αγωγού ΦΑ μεταξύ Ελλάδας και Ιταλίας. Ο ελληνοϊταλικός αγωγός σχεδιάζεται για να μεταφέρει πάνω από 8 δισεκατομμύρια κυβικά μέτρα ΦΑ τον χρόνο, ξεκινώντας από το 2015, ώστε να συνεισφέρει στην ασφάλεια και τη διαφοροποίηση των ευρωπαϊκών ενεργειακών προμηθειών και αποτελείται από δύο τμήματα: το χερσαίο τμήμα (Κομοτηνή – Θεσπρωτικές ακτές) και τον υποθαλάσσιο αγωγό «ΠΟΣΕΙΔΩΝ» (Θεσπρωτικές ακτές – Οτράντο Ιταλίας). Η κατασκευή του έχει ανατεθεί στην εταιρία Υ.Α.Φ.Α Ποσειδών στην οποία συμμετέχει κατά 50% η ΔΕΠΑ και 50% η Edison [2,6].

2. Interconnection Greece-Bulgaria (IGB)

Ο διασυνδετήριος αγωγός Ελλάδας - Βουλγαρίας αποτελεί το συμπληρωματικό κλάδο του Αγωγού ITGI προς τα Βαλκάνια. Η κατασκευή του έχει ανατεθεί στην εταιρία Interconnector Greece Bulgaria EAD (ICGB EAD) στην οποία συμμετέχει κατά 50% η Υ.Α.Φ.Α Ποσειδών και κατά 50% η Βουλγαρική ΒΕΗ (Bulgarian Energy Holding). Ο αγωγός θα έχει μήκος 160 χιλιόμετρα και θα συνδέει την Κομοτηνή και τη Stara Zagora. Η μεταφορική του ικανότητα θα είναι 3-5 δισεκατομμύρια κυβικά μέτρα ΦΑ τον χρόνο [7].



Σχήμα 6.4: Δίκτυο μεταφοράς ΦΑ ITGI

Το τελευταίο διάστημα γίνονται συζητήσεις για περαιτέρω επέκταση της μεταφορικής ικανότητας των αγωγών του προγράμματος ITGI, γεγονός που μπορεί να λειτουργήσει και ως κίνητρο για την Ευρωπαϊκή Ένωση, προκειμένου να ευνοήσει την κατασκευή του δικτύου ITGI έναντι άλλων, όπως το Nabucco [9]. Ο αγωγός αυτός θα συνδέσει την ανατολική Τουρκία με την Αυστρία, μέσω της Βουλγαρίας, της Ρουμανίας και της Ουγγαρίας [8].

Παρ'ολ' αυτά, όλος ο σχεδιασμός του προγράμματος βασίζεται στην ικανότητα του Αζερμπαϊτζάν να παρέχει την απαραίτητη ποσότητα αερίου στο δίκτυο, προκειμένου όλη η μεταφορική του ικανότητα να είναι εκμεταλλεύσιμη. Αν δεν μπορέσει να επιτευχθεί αυτό, τότε όλη η στρατηγική του «Νότιου Διαδρόμου» θα συναντήσει δυσκολίες στην εφαρμογή της και τότε η Ευρώπη θα πρέπει να στραφεί σε άλλους παραγωγούς αερίου, όπως το Ουζμπεκιστάν ή το Καζακστάν [9].

6.4. Νέοι παίκτες στην αγορά ΦΑ

Μπορεί το άνοιγμά της να μην έχει επιτευχθεί σε σημαντικό βαθμό και ακόμη οι θεσμικές εκκρεμότητες να είναι πολλές, όμως η αγορά του ΦΑ στην Ελλάδα, συνεχίζει έστω και με δειλά βήματα να προσελκύει το ενδιαφέρον όλο και περισσότερων επενδυτών. Ήδη άδειες προμήθειας ΦΑ έχουν τέσσερις εταιρίες οι οποίες έχουν κατακτήσει συνολικά το 10% της συγκεκριμένης αγοράς. Αυτές είναι:

- M&M Gas των ομίλων Μυτιληναίου και Motor Oil
- Gas Trade συμφερόντων ομίλου Κοπελούζου
- Aegean Power συμφερόντων Δημήτρη Μελισσανίδη
- Η ελληνορωσική Προμηθέας Gas.

Στο LNG μέχρι στιγμής έχουν δραστηριοποιηθεί η ΔΕΠΑ αλλά και οι εταιρίες M&M Gas, Aegean, Eni και Vitol. Η M&M Gas εισάγει φορτία που καταναλώνονται στις μονάδες ηλεκτροπαραγωγής του ομίλου Μυτιληναίος αλλά και στο διυλιστήριο της Motor Oil Hellas, ενώ έχει φέρει φορτία και για λογαριασμό της ΔΕΗ. Οι υπόλοιπες εταιρίες έχουν εισάγει φορτία κυρίως για λογαριασμό της ΔΕΗ, ενώ η ΔΕΠΑ καλύπτει τις ανάγκες των πελατών της [6]. Σημαντική θετική εξέλιξη για την είσοδο νέων εταιριών στην αγορά ΥΦΑ ήταν η αλλαγή της κείμενης νομοθεσίας όσον αφορά στην άδεια για αποθήκευση ΦΑ στη Ρεβουθούσα. Κατόπιν τούτου, η Ρεβουθούσα υποδέχθηκε το πρώτο φορτίο Υγροποιημένου ΦΑ από Χρήστη εκτός ΔΕΠΑ τον Μάιο 2010 [3].



Σχήμα 6.5: Πλοίο μεταφοράς LNG

Πρόσφατα δόθηκε άδεια για χρήση του σταθμού της Ρεβυθούσας και στην ιταλική Edison, η οποία, πέρα από την κατασκευή αγωγών, δραστηριοποιείται και στην ηλεκτροπαραγωγή, μέσω της κοινής εταιρείας με τα ΕΛΠΕ, Elpedison. Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι όπως και ο όμιλος Μυτιληναίου, έτσι και η Elpedison ως προμηθευτής ΦΑ θα έχει τη δυνατότητα ανάλογα να εισάγει φορτία εξασφαλίζοντας φθηνότερο καύσιμο για τις μονάδες ηλεκτροπαραγωγής της εταιρίας, άρα θα παράγει ηλεκτρισμό με λιγότερο κόστος. Στον ηλεκτρισμό οι μονάδες υποβάλουν προσφορές ανάλογα με το κόστος τους και μπαίνουν σε παραγωγή ανάλογα με τη ζήτηση, ξεκινώντας από τις πιο φθηνές. Επομένως οι φθηνές προσφορές εξασφαλίζουν περισσότερες ώρες λειτουργίας μιας μονάδας σε μεγαλύτερη ισχύ, άρα και περισσότερα κέρδη. Επομένως, αυτή η άδεια εντείνει τον ανταγωνισμό και στην αγορά ηλεκτρισμού.

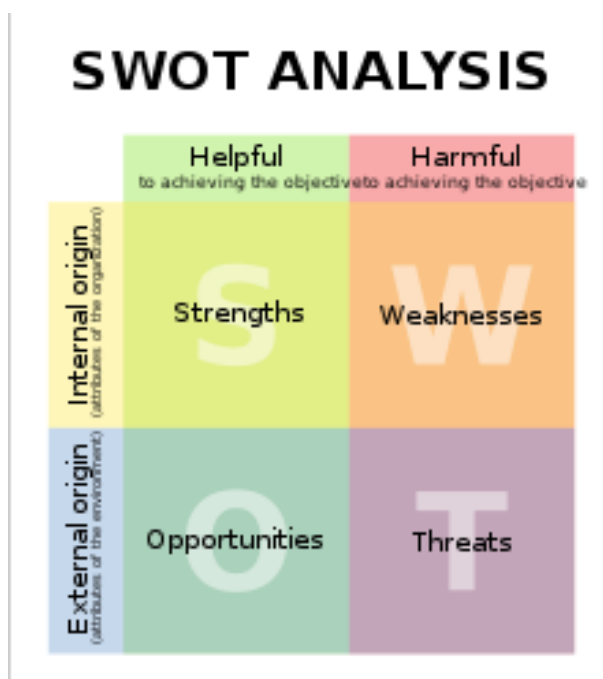
Το ενδιαφέρον στην αγορά του αερίου είναι ότι ενώ η ΔΕΠΑ χάνει μερίδια αγοράς, στην πραγματικότητα επωφελείται σημαντικά από την αύξηση των καταναλώσεων και την περαιτέρω διείσδυση του καυσίμου. Έτσι, παρά τις απώλειες μεριδίων η ΔΕΠΑ αύξησε σημαντικά τόσο το τζίρο της όσο και την κερδοφορία της. Δηλαδή το άνοιγμα της αγοράς που είχε ως αποτέλεσμα τη μείωση του κόστους του καυσίμου (μέχρι στιγμής για τους μεγάλους καταναλωτές) έκανε πιο ελκυστικό το καύσιμο και η αύξηση έφερε περισσότερα κέρδη και για την εταιρία, παρ'οτι έχασε το απόλυτο μονοπώλιο [1].

Οι επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται στον τομέα του ΦΑ στην Ελλάδα αναμένεται επίσης να αυξηθούν λόγω της αναμενόμενης ιδιωτικοποίησης της ΔΕΠΑ. Ήδη πολλοί επενδυτές έχουν εκδηλώσει ενδιαφέρον για αγορά μεριδίου της, μεταξύ των οποίων η αζέρικη SOCAR, η ιταλικές Edison και ENI, οι γερμανικές RWE και EON, η γαλλική Gaz de France και η ισπανική Gaz Natural. Από μεριάς των ελληνικών εταιριών, μερίδιο διεκδικούν οι Mytilineos Holding Company, η ΕΛΠΕ και ο όμιλος Σπύρου Λάτση [9].

6.5. Μελέτη του δυναμικού επενδύσεων στον τομέα ΦΑ στην Ελλάδα

6.5.1.Ανάλυση SWOT

Η μέθοδος ανάλυσης SWOT είναι ένα στρατηγικό πλάνο που εντοπίζει τις δυνάμεις (Strengths), τις αδυναμίες (Weaknesses), τις ευκαιρίες (Opportunities) και τους κινδύνους (Threats) που ενέχονται σε μία επιχειρηματική ιδέα. Εντοπίζει τους εσωτερικούς και εξωτερικούς παράγοντες που επηρεάζουν θετικά ή αρνητικά το σχέδιο και ανάλογα με την αξιολόγησή τους καθορίζει αν είναι ή όχι υλοποιήσιμο. Με αυτόν τον τρόπο μπορούν να τεθούν στόχοι στην επιχείρηση που μπορούν να επιτευχθούν.



Σχήμα 6.6: Σχηματική αναπαράσταση SWOT ανάλυσης

Οι κατηγορίες που απαρτίζουν την SWOT ανάλυση ερμηνεύονται ως εξής:

- Δυνάμεις: χαρακτηριστικά του τομέα στον οποίο μία επιχείρηση επιθυμεί να δραστηριοποιηθεί που της παρέχουν ένα πλεονέκτημα έναντι των υπολοίπων
- Αδυναμίες: χαρακτηριστικά του τομέα στον οποίο μία επιχείρηση επιθυμεί να δραστηριοποιηθεί που της αποδίδουν ένα μειονέκτημα έναντι των υπολοίπων
- Ευκαιρίες: χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος που βοηθούν την επιχείρηση να βελτιώσει την απόδοσή της
- Κίνδυνοι: χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος που μπορούν να προκαλέσουν προβλήματα στην επιχείρηση και το πλάνο της [10]

6.5.2. Εφαρμογή της ανάλυσης SWOT στο πλαίσιο της ελληνικής αγοράς ΦΑ

Όπως προαναφέρθηκε, η απελευθέρωση της αγοράς ΦΑ στην Ελλάδα επιτρέπει πλέον σε νέες επιχειρήσεις –κυρίως ιδιωτικών συμφερόντων- να δραστηριοποιηθούν στον κλάδο αυτό. Τα κέρδη τα οποία ενδέχεται να αποκομίσουν είναι πολύ μεγάλα, αλλά εξίσου σημαντικό είναι και το ρίσκο που αναλαμβάνουν. Ωστόσο, τα κεφάλαια που επενδύονται στο χώρο της ενέργειας είναι τεράστια και η απόδοσή τους αμφίβολη, καθώς η αγορά δεν έχει ολοκληρώσει το άνοιγμά της και δεν έχει συγκεκριμενοποιηθεί η μορφή της. Συνεπώς πρέπει να δοθεί έμφαση στην ανάλυση των δυνάμεων και των αδυναμιών, καθώς και στις ευκαιρίες και τους κινδύνους που ενέχει το περιβάλλον της αγοράς ΦΑ, έτσι ώστε να ληφθούν σωστές αποφάσεις σχετικά με τις μελλοντικές κινήσεις των νεοεισερχόμενων εταιριών στην αγορά ΦΑ.

Δυνάμεις (Strengths)

- Οι επιχειρήσεις που θα εισέλθουν στην αγορά θα εμπορεύονται μια μορφή ενέργειας με πολλά πλεονεκτήματα που είναι ήδη διαδεδομένα και αναμένεται να γίνει ακόμη περισσότερο στο μέλλον, πράγμα που σημαίνει μεγάλα και ασφαλή κέρδη στον κλάδο. Αυτό συμβαίνει διότι το ΦΑ:
 - επιτρέπει μεγαλύτερη ενεργειακή απόδοση από όλα τ'άλλα καύσιμα σε όλους τους τομείς της Παραγωγής, με προεξάρχοντα τομέα την ηλεκτροπαραγωγή χάρη και στην τεχνολογία του συνδυασμένου κύκλου.
 - επιβαρύνει πολύ λιγότερο το περιβάλλον συγκρινόμενο με όλα τ'άλλα καύσιμα ανά παραγόμενη ενέργεια (κατά 38% από τον άνθρακα, κατά 28% από το μαζούτ και κατά 24% από το πετρέλαιο Ντήζελ). Τα ποσοστά αυτά στην πραγματικότητα είναι ακόμα μεγαλύτερα αν ληφθεί υπόψη ο υψηλότερος βαθμός απόδοσης του ΦΑ έναντι των αντίστοιχων καυσίμων. Γι' αυτό αποτελεί βασικό εργαλείο προώθησης του ενεργειακού στόχου 20-20-20 και κατ'ακολουθίαν της ενιαίας Ευρωπαϊκής Ενεργειακής Πολιτικής.
 - παρέχει μεγαλύτερη ευελιξία, ευκολία χρήσης και γενικότερης διαχείρισης από τ'άλλα καύσιμα τόσο στις οικιακές όσο και στις εμπορικές και βιομηχανικές εφαρμογές [2].
- Λόγω αλλαγής της νομοθεσίας μπορούν πλέον επιχειρήσεις εκτός του δημοσίου να έχουν επίσης πρόσβαση στην αποθήκη ΦΑ στη Ρεβυθούσα, συνεπώς, έχουν τη δυνατότητα να εμπορεύονται υγροποιημένο ΦΑ. Επίσης, μπορούν να προγραμματίζουν καλύτερα την εξυπηρέτηση των πελατών τους, αφού η αποθήκη συμβάλλει στην απορρόφηση των διακυμάνσεων της ζήτησης αερίου [3].
- Οι επιχειρήσεις-ηλεκτροπαραγωγοί με πρόσβαση στην αποθήκη ΥΦΑ έχουν τη δυνατότητα να εισάγουν φορτία εξασφαλίζοντας φθηνότερο καύσιμο για τις μονάδες ηλεκτροπαραγωγής τους, άρα να παράγουν ηλεκτρισμό με λιγότερο κόστος. Έτσι γίνονται πιο ανταγωνιστικές πέρα από την αγορά ΦΑ και σε αυτή του ηλεκτρισμού εξασφαλίζοντας περισσότερα κέρδη [1].

- Η κομβική γεωγραφική θέση της χώρας δημιουργεί προοπτικές ευρύτερης διασύνδεσης της υφιστάμενης υποδομής με τις υποδομές γειτονικών χωρών, συνεπώς υπάρχει σαφές γεωστρατηγικό πλεονέκτημα για τις εταιρίες που επιθυμούν να εισέλθουν στην ελληνική αγορά ΦΑ [11].

Αδυναμίες

- Οι αγορές χονδρικής αναπτύσσονται βραδέως και εξακολουθεί εκεί να υφίσταται ο βαθμός συγκέντρωσης που υπήρχε πριν από την ελευθέρωση. Οι κατεστημένες επιχειρήσεις εξακολουθούν να δεσπόζουν, ελέγχοντας σε μεγάλο βαθμό την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και τις εισαγωγές και την παραγωγή αερίου. Η ισχύς τους στην αγορά αναγνωρίζεται και έτσι τους παρέχεται η δυνατότητα να αυξάνουν τις τιμές [11].
- Η κάθετη στεγανοποίηση της αγοράς λαμβάνει τη μορφή έλλειψης διαφάνειας και ύπαρξης διακρίσεων στην πρόσβαση στην αγορά, όπου οι νεοεισερχόμενοι δεν αποκτούν ισότιμη πρόσβαση στις βασικές πληροφορίες. Επίσης χαρακτηρίζεται από υστέρηση επενδύσεων στην υποδομή και έλλειψη δυναμικότητας του διαθέσιμου δικτύου. Κατά συνέπεια, οι νέοι προμηθευτές αντιμετωπίζουν κωλύματα κατά την πρόσβασή τους στην αγορά και αδυνατούν να φθάσουν στον τελικό καταναλωτή, οπότε έτσι περιορίζεται η επιλογή των καταναλωτών [11].
- Προς το παρόν δεν επιτρέπεται η προμήθεια αερίου μέσω αγωγού από ιδιωτικές εταιρίες ΦΑ. Έτσι οι εταιρίες αυτές περιορίζονται στην προμήθεια ΥΦΑ γεγονός το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα τη διαμόρφωση υψηλού κόστους για την αεριοποίηση και μεταφορά του καυσίμου στο επιθυμητό σημείο χρήσης. Η διαχείριση αυτής της αδυναμίας αντιμετωπίζεται με δύο τρόπους:
 - κατασκευή ιδιωτικού δικτύου αγωγών (π.χ.: Gas Trade συμφερόντων Κοπελούζου)
 - αποθήκευση ΥΦΑ στη Ρεβυθούσα και σύναψη συμβάσεων με το ΔΕΣΦΑ για την αεριοποίηση και μεταφορά του καυσίμου στο επιθυμητό σημείο.
 Η διαδικασία αυτή τους επιβαρύνει με πολύ μεγάλο κόστος σε χρόνο και χρήμα και δρα αποθαρρυντικά στην είσοδο νέων επιχειρήσεων στην αγορά.

Ευκαιρίες

- Το έργο ITGI που έχει δρομολογηθεί και θα συνδέει την Ελλάδα με τη Βουλγαρία και την Ιταλία μεταφέροντας ΦΑ από τη Μέση Ανατολή ανάγει τη χώρα μας σε βασικό προμηθευτή ΦΑ στην Ευρώπη και θα αυξήσει τις δραστηριότητες στον κλάδο, άρα και τα κέρδη των επιχειρήσεων που θα ασχοληθούν με αυτόν [3].
- Η προώθηση των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας βρίσκεται στην πολιτική ατζέντα κάθε κράτους μέλους της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Το ΦΑ είναι αναγκαίο καύσιμο εφεδρείας για την ουσιαστική ανάπτυξη των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας αλλά και άλλων νέων σημαντικών τομέων χρήσεων, όπως η αυτοκίνηση και μελλοντικής

εμπορικής παραγωγής καινοτόμων μορφών ενέργειας, όπως το υδρογόνο και τα υγρά καύσιμα. Συνεπώς θα γίνει ακόμη πιο δημοφιλές στο μέλλον εξασφαλίζοντας μακροπρόθεσμα ή ακόμη και μεσοπρόθεσμα κέρδη στους επενδυτές του.

- Το ΦΑ αναμένεται να αποκτήσει ιδιαίτερα υψηλό μερίδιο αγοράς στην Ελλάδα, στο πλαίσιο της ευρωπαϊκής ενεργειακής πολιτικής καθώς υπάρχει η τάση αντικατάστασης των κοινών συμβατικών καυσίμων λόγω καλύτερης απόδοσης από πλευράς μειώσεων εκπομπών.
- Η ΔΕΠΑ παρείχε μόνο firm συμβόλαια ΦΑ στους πελάτες της. Η είσοδος νέων ανταγωνιστών στην αγορά τους δίνει το πλεονέκτημα δημιουργίας πιο ευέλικτων πακέτων παροχής υπηρεσιών που να συμφέρουν περισσότερο τους καταναλωτές (πχ. χαμηλότερες χρεώσεις για κάποιες συγκεκριμένες ώρες της ημέρας με αντάλλαγμα την διακοπή της παροχής αερίου για ένα άλλο χρονικό διάστημα). Με αυτό τον τρόπο μπορούν να διεκδικήσουν ένα σημαντικό μερίδιο αγοράς και να εδραιώσουν την παρουσία τους στο χώρο.
- Η ιδιωτικοποίηση της ΔΕΠΑ δίνει την ευκαιρία σε νέες επιχειρήσεις να αγοράσουν μέρος της και να εκμεταλλευτούν την αναμφισβήτητη πείρα της στο χώρο, ύστερα από τόσα χρόνια κερδοφόρας πορείας. Παράλληλα, θα έχουν την ευκαιρία να χρησιμοποιούν το δίκτυο μεταφοράς, δικαίωμα που προς το παρόν μονοπωλεί η ΔΕΠΑ στην Ελλάδα [9].

Κίνδυνοι

- Η κρίση στην ελληνική οικονομία και γενικότερα στην Ευρώπη έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της βιομηχανικής παραγωγής αλλά και την επιβάρυνση της οικονομικής κατάστασης των ιδιωτών, με αποτέλεσμα τη γενική μείωση της ζήτησης ΦΑ. Η αβέβαιη κατάσταση που επικρατεί για το μέλλον καθιστά αμφίβολο το αποτέλεσμα οποιασδήποτε επένδυσης, κατ' επέκταση και αυτών στην αγορά ΦΑ.
- Οι εναλλαγές στο πολιτικό σκηνικό μπορεί να ευνοήσουν ή να εμποδίσουν την αλλαγή της νομοθεσίας όσον αφορά στην απελευθέρωση της αγοράς ανάλογα με τα συμφέροντα που εξυπηρετούν. Επομένως, οι επιχειρήσεις που επιθυμούν να μπουν στο χώρο δεν μπορούν να γνωρίζουν ευθύς εξαρχής τα δικαιώματα που θα τους παρέχονται στο μέλλον και να προβλέψουν την απόδοση των κεφαλαίων τους. Λαμβάνοντας υπ' όψη και το γεγονός ότι τέτοιες επενδύσεις απαιτούν τεράστια χρηματικά ποσά, υπάρχει κίνδυνος οι επιχειρήσεις να υποστούν μεγάλη ζημία.
- Στην επέκταση του δικτύου ΦΑ από τη Μέση Ανατολή στην Ευρώπη ανταγωνιστής του προγράμματος ITGI είναι το πρόγραμμα Nabucco στο οποίο δεν προβλέπεται να συμμετέχει η Ελλάδα. Αν το πρόγραμμα αυτό ευνοηθεί έναντι του ITGI σε σημείο τέτοιο ώστε να σημειωθεί απώλεια κερδών για τον αγωγό ITGI, τότε η κατάσταση αυτή θα δράσει αρνητικά για τους επενδυτές της ελληνικής αγοράς [9].

6.6. Βιβλιογραφία

- [1] Φλουδόπουλος, Χ. «Φουντώνει η μάχη στην αγορά ΦΑ», Capital.gr, 2011:
<http://www.energypress.gr/news/Harhs-Floydopoylos:-Foyntwnei-h-mahh-sthn-agera-fysikoy-aerioy>
- [2] Επίσημη ιστοσελίδα ΔΕΠΑ: <http://www.depa.gr/>
- [3] Επίσημη ιστοσελίδα ΔΕΣΦΑ: <http://www.desfa.gr/default.asp?pid=358&la=1>
- [4] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/South_Stream
- [5] Επίσημη ιστοσελίδα Φυσικού Αερίου Αττικής:
<http://www.aerioattikis.gr/Default.aspx?pid=11&la=1>
- [6] Επίσημη ιστοσελίδα έργου «Ποσειδών»:
<http://www.igi-poseidon.com/greece/project.asp>
- [7] Edison.it: More Energy Everyday-Press releases (2010):
<http://www.edison.it/en/media/press-releases/2010-03-04-beh-depa-and-edison-project-development-and-shareholders-agreement-to-build-greece-bulgaria-pipeline-igb-proceed.shtml>
- [8] Επίσημη ιστοσελίδα Nabucco Gas Pipeline:
http://www.nabucco-pipeline.com/portal/page/portal/en/Home/the_project
- [9] Μιχαλέτος Ι. “Transformations in the Greek Natural Gas Market: EU Strategy, Azerbaijan, and a Regional Role for DEPA”, Balkanalysis.com, 2011:
<http://www.balkanalysis.com/greece/2011/11/01/transformations-in-the-greek-natural-gas-market-eu-strategy-azerbaijan-and-a-regional-role-for-depa/>
- [10] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/SWOT_analysis
- [11] Προοπτικές της εσωτερικής αγοράς ΦΑ και ηλεκτρικής ενέργειας:
http://europa.eu/legislation_summaries/energy/internal_energy_market/l27075_el.htm

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Μέσα από τα επιστημονικά κείμενα που μελετήθηκαν και αφορούσαν τη διαχείριση εταιριών εμπορίας ΦΑ διαπιστώθηκε ότι οι τεχνικές μαθηματικού προγραμματισμού αποτελούν ένα πολύτιμο εργαλείο στη λήψη αποφάσεων που σχετίζονται με προμήθεια, μεταφορά, αποθήκευση και διανομή αερίου. Η συνηθέστερη μορφή μαθηματικού προγραμματισμού είναι ο γραμμικός, ενώ συχνά γίνεται και χρήση διαφόρων ειδών μη γραμμικού προγραμματισμού, όταν το πρόβλημα είτε δεν επιτρέπει τη μοντελοποίηση μέσω του γραμμικού είτε αυτή δεν είναι συμφέρουσα. Όταν συμπεριλαμβάνονται και ακέραιες μεταβλητές γίνεται λόγος για ακέραιο μικτό προγραμματισμό, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις που χρειάζεται ταυτόχρονη βελτιστοποίηση με βάση περισσότερα από ένα κριτήρια, τότε ενδείκνυται η εφαρμογή του πολυκριτήριου προγραμματισμού.

Κλασικό φαινόμενο στην πλειονότητα των επιστημονικών κειμένων αποτελεί η εμφάνιση αβέβαιων μεταβλητών, κυρίως των καιρικών συνθηκών, της ζήτησης των καταναλωτών για ΦΑ και της τιμής του ΦΑ και των υποκατάστατων του. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται κατά βάση η τεχνική του στοχαστικού προγραμματισμού δύο σταδίων αλλά και άλλες μέθοδοι (Chance Constrained Programming, Robust Optimization), ενώ οι μεταβλητές στις οποίες υπεισέρχεται αβεβαιότητα μοντελοποιούνται ώστε να ενταχθούν στο πρόβλημα προς επίλυση μέσω γραμμικής παλινδρόμησης, της τεχνικής mean reversion και της δημιουργίας σεναρίων που περιλαμβάνουν πιθανές τιμές τους (Monte Carlo simulation).

Τα μοντέλα δημιουργήθηκαν με στόχο να αντιμετωπιστούν διάφορα προβλήματα που ανακύπτουν στην αγορά ΦΑ. Στις πιο πρόσφατες μελέτες σημαντικό ρόλο διαδραματίζει το γεγονός της απελευθέρωσης της αγοράς, η οποία οδηγεί στην αύξηση του πλήθους και των αλληλεπιδράσεων των παραγόντων που επηρεάζουν τις αποφάσεις των εμπλεκόμενων στο χώρο εταιριών. Σε παλιότερες αναφορές, το πρόβλημα των εταιριών εστιαζόταν κυρίως στην ανάγκη για ελαχιστοποίηση των ελλείψεων ΦΑ. Σε κάθε περίπτωση οι τεχνικές μαθηματικού προγραμματισμού βοηθούν στην επιστημονική προσέγγιση του εκάστοτε ζητήματος και παρέχουν μια σαφή και κατά το δυνατόν βέλτιστη λύση σε αυτό.

Σε κάθε επιστημονική εργασία που μελετήθηκε, οι ερευνητές πρότειναν στο τέλος διάφορες ιδέες ως μελλοντικές προεκτάσεις της έρευνάς τους. Οι κυριότερες από αυτές οι οποίες θα μπορούσαν να δώσουν έναυσμα για περαιτέρω μελέτες επί του συγκεκριμένου αντικειμένου είναι:

- Μεταβολή στο χρονικό ορίζοντα μελέτης του προβλήματος (Σε βραχυπρόθεσμο ή μεσοπρόθεσμο ορίζοντα λαμβάνονται λειτουργικές αποφάσεις ενώ σε μακροπρόθεσμο λαμβάνονται στρατηγικές αποφάσεις.)

- Κατάστρωση ενός τροποποιημένου μοντέλου που θα εκτιμά ως συμφέρουσα ή μη την επέκταση του δικτύου αγωγών ή την κατασκευή επιπλέον αγωγών – αξιολόγηση επενδύσεων
- Χρήση μοντέλου για λήψη αποφάσεων σε άλλες αγορές με παρόμοιο χαρακτηριστικά (π.χ. αγορά πετρελαίου)
- Έρευνα για εντοπισμό των θετικών ή αρνητικών επιπτώσεων που θα επέφερε η προσθήκη άλλων μονάδων εξομάλυνσης της ζήτησης αιχμής πέραν των αποθηκών ΦΑ (π.χ. propane plants)
- Χρήση στατιστικής, τεχνητής νοημοσύνης ή μεταευσριστικών μεθόδων στον προσδιορισμό της συνάρτησης ζήτησης αερίου.

Όσον αφορά στην ελληνική πραγματικότητα, η χρήση του μαθηματικού προγραμματισμού θα μπορούσε να αναδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμη, έτσι ώστε να μοντελοποιηθούν με οργανωμένο και συστηματικό τρόπο τόσο οι ευκαιρίες όσο και οι κίνδυνοι που συνεπάγεται η είσοδος μιας επιχείρησης στην αγορά ΦΑ. Από τη μία, το ΦΑ είναι ένα καύσιμο του οποίου η κατανάλωση αναμένεται να αυξηθεί ιδιαίτερα στο μέλλον, ενώ η νέα νομοθεσία σχετικά με την απελευθέρωση της αγοράς όπως και τα διεθνή κατασκευαστικά έργα που έχουν δρομολογηθεί ευνοούν την είσοδο νέων ανταγωνιστών στο χώρο. Από την άλλη, το κατεστημένο μονοπώλιο στην ελληνική αγορά και η ευρωπαϊκή οικονομική κρίση που δημιουργεί μια κατάσταση αβεβαιότητας δρουν ανασταλτικά σε μία τέτοια πρωτοβουλία. Επομένως, το αποτέλεσμα μιας τέτοιας μελέτης θα μπορούσε να σταθμίσει τη θετική και την αρνητική πλευρά της κίνησης αυτής και να λειτουργήσει επικουρικά στη διαδικασία λήψης αποφάσεων των ενδιαφερόμενων επιχειρήσεων. Προτείνεται, λοιπόν, η αξιοποίηση των γνώσεων που αποκομίστηκαν από τη μελέτη των μοντέλων μαθηματικού προγραμματισμού για την αποτύπωση των Δυνάμεων-Αδυναμιών-Ευκαιριών-Κινδύνων οι οποίες εντοπίστηκαν στο πλαίσιο της ποιοτικής SWOT ανάλυσης με τη βοήθεια μαθηματικών εργαλείων υποστήριξης αποφάσεων. Με αυτόν τον τρόπο, θα εξασφαλίζεται μεγαλύτερη αξιοπιστία των αναμενόμενων αποτελεσμάτων, αφού οι αποφάσεις θα βασίζονται σε επιστημονικές μεθόδους και όχι σε αυθαίρετες και υποκειμενικές ιδέες και κινήσεις.