2012

Εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων στην κατανομή ισχύος σε ασύρματα δίκτυα.

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΜΟΣΧΟΒΙΤΗΣ
03101121
ΣΗΜΜΥ, ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ
4/7/2012

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΑΘΗΝΑ, 2012

Εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων στην Κατανομή Ισχύος σε Ασύρματα Δίκτυα

Ονοματεπωνυμο: Μοσχοβίτης Δημήτριος

ΑΜ: 03101121

Ημερομηνια: 04/07/2012

Επιβλέπων Καθηγητής: Κωνσταντίνου Φίλιππος

Περιεχόμενα

Εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων στην Κατανομή Ισχύος σε Ασύρματα Δίκτυα........2
Περιεχόμενα........3
Λίστα εικόνων........4
1. Εισαγωγή........5
1.1 Περίληψη (Abstract)........5
1.2 Σκοπός της διπλωματικής........8
2. Θεωρία Παιγνίων........11
2.1 Εισαγωγή στη Θεωρία Παιγνίων........11
2.2 Χρήση της θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα........13
2.3 Στατικά παίγνια σε στρατηγική μορφή........17
2.4 Επαναλαμβανόμενα παίγνια........19
2.4.1 Παίγνια Markov........21
2.5 Επαναληπτική Κυριαρχία........22
2.6 Ισορροπία κατά Nash........24
2.7 Μικτές στρατηγικές........26
2.8 Σύγκλιση σε ισορροπία........28
2.9 Συναρτήσεις χρησιμότητας........30
2.10 Εφαρμογές στρατηγικών μορφών........31
3 Έλεγχος ισχύος........33
3.1 Εισαγωγή........33
3.2 Βασικά μοντέλα ελέγχου ισχύος........35
3.3 Ταξινόμηση σχεδίων ελέγχου ισχύος........38
3.4 Συγκεντρωτικός έλεγχος ισχύος........43
3.5 Κατανεμημένος επαναληπτικός έλεγχος ισχύος........48
3.6 Στατιστικός έλεγχος ισχύος........51
3.7 Έλεγχος ισχύος DS-CDMA........53
3.8 Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων για έλεγχο ισχύος........57
3.9 Άλλες μέθοδοι και περίληψη........59
4 Έλεγχος ισχύος με χρήση της θεωρίας παιγνίων........61
4.1 Εισαγωγή........61
4.2 Συνάρτηση χρησιμότητας........62
4.3 Μη συνεργατικά παίγνια ελέγχου ισχύος........65
4.4 Ισορροπία Nash για μη συνεργατικά παίγνια ισχύος........66
4.4.1 Ύπαρξη και μοναδικότητα ισορροπίας:........67
4.5 Ανεπάρκεια ισορροπίας μη συνεργατικού παιγνίου........70
4.6 Μη συνεργατικός έλεγχος ισχύος με τιμολόγηση........73
4.6.1 Supermodular παίγνια και NPGP........75
4.6.2 NPGP με κόστος ανάλογο του κέρδους διαδρομής........82
4.6.2.1 Τιμολόγηση αντιστρόφως ανάλογη του κέρδους διαδρομής........82
4.6.2.2 Τιμολόγηση ανάλογη του κέρδους διαδρομής........83
5 Ανάλυση αποτελεσμάτων - Προσομοιώσεις........84
5.1 Εισαγωγή........84
5.2 Συνάρτηση χρησιμότητας........84
5.3 Μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος........86
5.4 Μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση........88
5.5 Αριθμητικά αποτελέσματα........90
5.6 NPGP με κόστος ανάλογο του κέρδους διαδρομής........95
5.6.1 Κόστος ανάλογο του κέρδους διαδρομής........96

5.6.2 Κόστος αντιστρόφως ανάλογο του κέρδους διαδρομής 97
6 Συμπεράσματα 99
Αναφορές 102

Λίστα εικόνων

Εικόνα 1 Συνδέσεις σε ασύρματο δίκτυο 12
Εικόνα 2 Σενάριο για το δίλημμα αναμεταδότη 15
Εικόνα 3 Σενάριο για τη συνδυαστική προώθηση πακέτων......................................15
Εικόνα 4 Στρατηγική αναπαράσταση του παιγνίου για το δίλημμα αναμεταδότη......18
Εικόνα 5 Αντιστοιχία ανάμεσα σε στρατηγική και αναλυτική μορφή ενός παιγνίου .19
Εικόνα 6 Απλό παίγνιο Markov δύο καταστάσεων 21
Εικόνα 7 Στρατηγική μορφή του παιγνίου συνδυαστικής προώθησης πακέτων.........22
Εικόνα 8 Στρατηγική μορφή του παιγνίου πολλαπλής πρόσβασης...........................24
Εικόνα 9 Συναρτήσεις βέλτιστης απόκρισης στο παίγνιο πολλαπλής πρόσβασης 27
Εικόνα 10 Τηλεπικοινωνιακό δίκτυο πολλαπλών κυψελών.......................................34
Εικόνα 11 Τηλεπικοινωνιακό δίκτυο μιας κυψέλης 35
Εικόνα 12 Έλεγχος ισχύος ανοιχτού βρόχου 53
Εικόνα 13 Έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου...54
Εικόνα 14 Έλεγχος ισχύος κάτω ζεύξης...55
Εικόνα 15 Αντιστοίχιση χρηστών σε κυψέλες 58
Εικόνα 16 Σύγκριση FSR και συνάρτησης αποδοτικότητας σαν συνάρτηση του SIR για τεχνικές διαμόρφωσης BPSK και NFSK 85
Εικόνα 17 Καμπύλη συνάρτησης χρησιμότητας σαν συνάρτηση της εκπεμπόμενης ισχύος του χρήστη για σταθερή παρεμβολή 86
Εικόνα 18 Συνολικό άθροισμα χρησιμοτήτων ισορροπίας σαν συνάρτηση του παράγοντα τιμολόγησης c...91
Εικόνα 19 Επιμέρους χρησιμότητες για την ισορροπία του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση και του παιγνίου με τιμολόγηση για $c = c_{BEST}$ 92
Εικόνα 20 Επιμέρους επίπεδα ισχύος για την ισορροπία του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση και του παιγνίου με τιμολόγηση για $c = c_{BEST}$ 93
Εικόνα 21 Εκπεμπόμενη ισχύς παιχτών καθώς η απόστασή τους από το σταθμό βάσης αυξάνεται για το παίγνιο με τιμολόγηση ανάλογη του κέρδους διαδρομής.. 95
Εικόνα 22 Συνάρτηση χρησιμότητας σε σχέση με την απόσταση για το παίγνιο με τιμολόγηση ανάλογη του κέρδους διαδρομής 96
Εικόνα 23 Εκπεμπόμενη ισχύς παικτών ως προς απόσταση χρηστών.....................97
Εικόνα 24 Συνάρτηση χρησιμότητας σε σχέση με την απόσταση από το σταθμό βάσης στο παίγνιο με τιμολόγηση αντιστρόφως ανάλογη του κέρδους διαδρομής.....97

1. Εισαγωγή

1.1 Περίληψη

Στα ασύρματα δίκτυα υψηλών ταχυτήτων είναι επιτακτική η ανάγκη επίτευξης υψηλών ρυθμών μετάδοσης με την ταυτόχρονη ικανοποίηση πολλαπλών κριτηρίων ποιότητας υπηρεσίας, η οποία ανακύπτει για τις διάφορες υπηρεσίες. Συνεπώς, η αποτελεσματική κατανομή των διαθέσιμων πόρων στους χρήστες τους, προβάλει ως ένα μείζον θέμα.

Αρχικά γίνεται μια εισαγωγή στη θεωρία παιγνίων με αναφορά στις κλασσικές εφαρμογές της και στη δομή ενός παιγνίου. Αναλύεται η χρήση της θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα και παρουσιάζονται μερικά απλά παραδείγματα παιγνίων, με σκοπό μια διαισθητική προσέγγιση στο θέμα. Περιγράφονται οι κύριες κατηγορίες παιγνίων, όπως τα στατικά παίγνια σε στρατηγική μορφή, τα επαναλαμβανόμενα παίγνια και τα Παίγνια Markov. Ορίζονται οι έννοιες της επαναληπτικής κυριαρχίας και της ισορροπίας κατά Nash, η σύγκλιση σε ισορροπία σε μικτές στρατηγικές με βάση τις συναρτήσεις χρησιμότητας και γίνεται συνοπτική αναφορά σε κάποιες εφαρμογές στρατηγικών μορφών στις τηλεπικοινωνίες.

Εν συνεχεία, ορίζουμε την έννοια του ελέγχου ισχύος και το σκοπό που επιτελεί. Αναφέρονται ορισμένα βασικά ζητήματα που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη, όπως ότι η αύξηση της ισχύος μιας ζεύξης θα αυξήσει το σηματοθορυβικό λόγο της συγκεκριμένης ζεύξης, αλλά θα επηρεάσει αρνητικά τις υπόλοιπες συνδέσεις καθώς θα αυξηθεί η παρεμβολή προς αυτές. Φυσικά, το σχέδιο ελέγχου ισχύος θα πρέπει να είναι ικανό να εξυπηρετεί ετερογενείς απαιτήσεις ποιότητας υπηρεσίας.

Στο πειραματικό κομμάτι της εργασίας, παρουσιάζουμε μια λύση για τον έλεγχο ισχύος σε ασύρματα δίκτυα χρησιμοποιώντας αρχές από την θεωρία παιγνίων. Συγκεκριμένα, θεωρούμε μια συνάρτηση κοστολόγησης η οποία είναι γραμμική συνάρτηση της εκπεμπόμενης ισχύος και στη συνέχεια αναζητούμε παραλλαγές της που δίνουν βελτιωμένα αποτελέσματα. Προσδιορίζουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας που ικανοποιεί όλες τις επιθυμητές ιδιότητες και φτάνουμε στην ισορροπία Nash για μη συνεργατικά παίγνια ισχύος.

Στη συνέχεια αναζητούμε μια πιο αποδοτική κατανομή ισχύος, εφόσον είναι δυνατό να αυξηθεί η χρησιμότητα κάποιων τερματικών χωρίς να μειωθεί η χρησιμότητα κανενός άλλου τερματικού ψάχνοντας βελτιώσεις των σημείων ισορροπίας Nash που βρήκαμε για το μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος. Με κίνητρο τη βελτίωση των χρησιμοτήτων του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος, εξετάζουμε μια αποκεντρωμένη μέθοδο για αυτό το σκοπό, η οποία είναι ο μη συνεργατικός έλεγχος ισχύος με τιμολόγηση, την οποία και υλοποιούμε φτάνοντας σε χρήσιμα συμπεράσματα. Η μέθοδος της τιμολόγησης εφαρμόζεται τόσο με βάση την εκπεμπόμενη ισχύ, όσο και με βάση το συνδυασμό εκπεμπόμενης ισχύος και κέρδους διαδρομής κάθε τερματικού.

Λέξεις κλειδιά: ασύρματο δίκτυο, έλεγχος ισχύος, θεωρία παιγνίων, μη συνεργατικά παίγνια, αλληλεπίδραση, στρατηγική, ισορροπία Nash, βελτίωση Pareto, συνάρτηση χρησιμότητας, τιμολόγηση, ποιότητα υπηρεσιών, ισχύς εκπομπής, κέρδος ισχύος, παρεμβολή, λόγος σήματος προς παρεμβολή, κέρδος διαδρομής, κατανομή ισχύος, στρατηγική αναπαράσταση, συνάρτηση αποδοτικότητας, παρεμβολές, υπερτμηματικότητα, ανεπάρκεια ισορροπίας, αλγόριθμος ελέγχου ισχύος, κατανεμημένος έλεγχος ισχύος

Abstract

In high-speed wireless networks there is an urgent need to achieve high data rates by simultaneously satisfying multiple QoS criteria, for various services. Therefore, raises the issue of efficient allocation of resources to their users.

At first there is an introduction to game theory with reference to its common applications and the structure of a game. We discuss the use of game theory in wireless networks and present some simple examples of games with an intuitive approach to the subject. Three major categories of games are described next, such as static games in strategic form, repeated games and Markov games. We define the concept of iterative domination and Nash equilibrium, the convergence to equilibrium in mixed strategies based on utility functions and last there is a brief mention to some strategic forms of applications of game theory in telecommunications.

Then, we define the concept of power control as well as its purpose. We refer to some key issues that should be taken into account, such as increasing the transmitting power of a link would increase its Signal-to-Interference Ratio, but will adversely affect other connections and will increase the interference caused to them. Of course, power control management should be capable of supporting heterogeneous QoS requirements.

In the experimental part of this thesis, we present a distributed solution for power control in wireless networks using the basic principles of game theory. Specifically, we consider a cost function which is a linear function of the transmitted power and then look for improvements. We define the utility function that satisfies all the desired properties and reach the Nash equilibrium for non cooperative power games.

We then look for a more efficient power distribution which makes it possible to increase the utility of some terminals without reducing the utility of any other terminal making improvements for Nash equilibria of non-cooperative power game. Motivated to improve the utility of non-cooperative power game, we consider a decentralized method for this purpose, which is the non-cooperative power control with pricing, which we implement coming up with useful conclusions. We apply this method to both pricing based on transmitted power, and combination of transmitted power and path gain of each terminal.

Keywords: wireless network, power control, Game theory, non cooperative games, Power control algorithm, interference, strategy, Nash equilibrium, Pareto efficiency, utility function, performance function, pricing, Quality of Service, transmit power, power, Signal to interference ratio (SIR), path gain, supermodularity, distributed power control

1.2 Σκοπός της διπλωματικής

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα ασχοληθούμε με τον έλεγχο ισχύος και θα πραγματοποιηθεί μελέτη και ανάλυση αλγορίθμου ανάθεσης πόρων συστήματος (ισχύς εκπομπής, ρυθμοί μετάδοσης δεδομένων) λαμβάνοντας υπόψη το κόστος με το οποίο επιβαρύνεται ο χρήστης σε σχέση με το ατομικό του όφελος ως προς την ευχαρίστηση που λαμβάνει από την προσφερόμενη υπηρεσία.

Με τον όρο *έλεγχος ισχύος*, αναφερόμαστε στη διαδικασία μέσω της οποίας τα κινητά σε συστήματα CDMA ρυθμίζουν τις ισχείς εκπομπής τους έτσι ώστε να μη δημιουργούν μη αναγκαίες παρεμβολές στα υπόλοιπα κινητά, προσπαθώντας ωστόσο, να επιτύχουν την επιθυμητή ποιότητα υπηρεσίας.

Ο έλεγχος ισχύος μπορεί να είναι κεντρικοποιημένος, με το σταθμό βάσης να ορίζει και να αναθέτει τα επίπεδα ισχύος στα κινητά με βάση το επίπεδο ποιότητας της σύνδεσής τους, ή κατανεμημένος, με τα κινητά να ενημερώνουν αυτόνομα τις ισχείς τους, ανεξάρτητα από το σταθμό βάσης και βασιζόμενα στην παρατηρούμενη ποιότητα υπηρεσίας.

Σε μια τέτοια κατανεμημένη διάταξη, τα κινητά μπορούν να θεωρηθούν ως πράκτορες με εγωιστική συμπεριφορά (παίχτες), οι οποίοι προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν τις χρησιμότητές τους. Η θεωρία παιγνίων θεωρείται από τα δυνατότερα εργαλεία ανάλυσης και μοντελοποίησης τέτοιων καταστάσεων.

Αναλυτικότερα, το πρόβλημα θα μοντελοποιηθεί με βάση την θεωρία παιγνίων σε πρόβλημα ισορροπίας κατά Nash και θα πραγματοποιηθεί κατάλληλος μετασχηματισμός του που θα οδηγήσει στην τελική λύση του μέσω γνωστών επαναληπτικών αλγορίθμων.

Ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί στην απεικόνιση των χαρακτηριστικών των υπηρεσιών των χρηστών σε κατάλληλες συναρτήσεις χρησιμοποίησης-κόστους, ώστε να διασφαλίζεται η ομαλή και αποτελεσματική διατήρηση των χαρακτηριστικών τους κατά την μετάδοση τους και στο ενσύρματο περιβάλλον.

Τα παραπάνω, αποτελούν βασική προϋπόθεση επίτευξης του σύγχρονου στόχου ενοποίησης και εύρυθμης λειτουργίας ενσύρματων και ασύρματων δικτύων στο επίπεδο δικτύου (IPv6). Παράλληλα, θα πραγματοποιηθεί μελέτη της επίδοσης του προτεινόμενου αλγορίθμου μέσω προσομοίωσης.

Αρχικά θα αναφέρουμε κάποια απλά παραδείγματα εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων στις τηλεπικοινωνίες για να δημιουργήσουμε μια βάση ανάλυσης για το πιο σύνθετο πρόβλημα που αποτελεί το αντικείμενο της εργασίας και να παρουσιάσουμε όρους όπως η συνάρτηση χρησιμότητας, το κέρδος, η τιμολόγηση κλπ. Θα κάνουμε εισαγωγή στις εφαρμογές στρατηγικών μορφών και θα παρουσιάσουμε διάφορες κατηγορίες παιγνίων, όπως παίγνια σε στρατηγική μορφή, επαναλαμβανόμενα παίγνια και παίγνια Markov.

Θα ορίσουμε την επαναληπτική κυριαρχία και θα καταλήξουμε στο ισοζύγιο του Nash, που αποτελεί μια αμοιβαία βέλτιστη απόκριση από όλους τους παίχτες ταυτόχρονα. Θα ορίσουμε τις μικτές στρατηγικές, δηλαδή στρατηγικές με πιθανότητες επιλογής και θα φτάσουμε στη σύγκλιση σε ισοζύγιο που είναι το ζητούμενο.

Θα χρησιμοποιήσουμε το πλαίσιο αντίληψης της ανταγωνιστικής θεωρίας παιγνίων για να κατασκευάσουμε ένα μηχανισμό προσαρμοσμένο στα κατανεμημένα συστήματα της αγοράς. Έτσι, εκτός από τον έλεγχο ισχύος θα ασχοληθούμε με την τιμολογιακή πολιτική και την κατανομή των πόρων ανάμεσα στους χρήστες, ειδικότερα στα συστήματα CDMA, όπου τα σήματα των άλλων χρηστών θεωρούνται σήματα παρεμβαλλόμενου θορύβου και ο αντικειμενικός σκοπός των όποιων ρυθμίσεων είναι να επιτευχθεί ένας συγκεκριμένος σηματοθορυβικός λόγος ανεξάρτητα από τις συνθήκες του καναλιού και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιείται η παρεμβολή εξαιτίας της ισχύος μετάδοσης του χρήστη.

Θα παρουσιάσουμε ένα βασικό μοντέλο ελέγχου ισχύος και θα ταξινομήσουμε τα σχέδια ελέγχου ισχύος με βάση την κατεύθυνση ζεύξης, με βάση τις μετρήσεις για την επιλογή των εντολών ελέγχου ισχύος, ανάλογα με την ύπαρξη ή την απουσία ανάδρασης και με βάση τις υποδομές του δικτύου, όπου έχουμε τον κεντρικοποιημένο ή τον κατανεμημένο έλεγχο ισχύος.

Στη συγκεκριμένη διπλωματική, παρουσιάζουμε μια λύση για τον έλεγχο ισχύος σε ασύρματα δίκτυα χρησιμοποιώντας αρχές από την θεωρία παιγνίων. Συγκεκριμένα, έχουμε θεωρήσει ότι η λαμβανόμενη ποιότητα υπηρεσιών από ένα ασύρματο τερματικό αναφέρεται ως χρησιμότητα. Βρίσκοντας όμως την ισορροπία Nash στην οποία καταλήγει το παίγνιο, παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ανεπαρκές με την Pareto έννοια.

Επομένως, εισάγουμε στρατηγικές τιμολόγησης των χρηστών ανάλογα με την εκπεμπόμενη ισχύ τους, προκειμένου να αποκτήσουμε βελτίωση κατά Pareto του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος, δηλαδή να πετύχουμε βελτίωση στις χρησιμότητες των χρηστών σε σχέση με αυτές χωρίς τιμολόγηση.

Συγκεκριμένα, θεωρούμε μια συνάρτηση κοστολόγησης η οποία είναι γραμμική συνάρτηση της εκπεμπόμενης ισχύος. Η απλότητα της συνάρτησης κόστους επιτρέπει μια κατανεμημένη υλοποίηση όπου η τιμή μπορεί να μεταδοθεί από το σταθμό βάσης σε όλα τα τερματικά.

Ωστόσο, εξετάζεται και η περίπτωση πολυπλοκότερων σχεδίων τιμολόγησης με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης δυνατής λύσης. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η εισαγωγή ενός παράγοντα τιμολόγησης μπορεί να οδηγήσει σε βελτιωμένες χρησιμότητες των χρηστών και παράλληλα σε χαμηλότερη συνολική ισχύ στο δίκτυο.

Παρουσιάζουμε τον αλγόριθμο υλοποίησης του παιγνίου που μοντελοποιεί την κατανομή ισχύος σε ασύρματα δίκτυα με ή χωρίς τιμολόγηση και αντλούμε συμπεράσματα για την αποδοτικότητα των διάφορων παραλλαγών του, μετά από προσομοίωση και ανάλυση των αποτελεσμάτων της. Η παραμετροποίηση των διαφόρων παραγόντων και η επιλογή της συνάρτησης κόστους παίζουν αρκετά σημαντικό ρόλο.

Έτσι φτάνουμε σε χρήσιμα συμπεράσματα και ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις για την αποτελεσματικότητα και τις προοπτικές της συγκεκριμένης τεχνικής, καθώς και για τις προοπτικές που υπάρχουν για μελλοντική έρευνα με διάφορες τεχνικές και κατευθύνσεις.

2. Θεωρία Παιγνίων

2.1 Εισαγωγή στη Θεωρία Παιγνίων

Η Θεωρία Παιγνίων είναι ένας κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών προερχόμενος από την οικονομική επιστήμη, ωστόσο με ποικίλες εφαρμογές στην κοινωνιολογία, την πολιτική και τη βιολογία. Παρόλο αυτά τα τελευταία χρόνια, η θεωρία παιγνίων έχει γνωρίσει ευρεία εφαρμογή και στο τομέα των τηλεπικοινωνιών και ειδικότερα στα Ασύρματα Δίκτυα. Ο στόχος της συγκεκριμένης θεωρίας είναι η μαθηματική απεικόνιση των σχέσεων σε στρατηγικές περιπτώσεις όπου η απόφαση ενός από τους συμμετέχοντες εξαρτάται και βασίζεται στις αποφάσεις των άλλων συμμετεχόντων. [1]

Παρά το γεγονός ότι η αρχική θεώρηση της έννοιας της θεωρίας παιγνίων αφορούσε στην ανάλυση παιγνίων όπου κάποιος παίχτης κερδίζει εις βάρος των υπολοίπων (γνωστά και ως παίγνια μηδενικού αθροίσματος), στη συνέχεια η έννοια αυτή επεκτάθηκε για να αντιμετωπίσει μια ευρεία γκάμα αλληλεπιδράσεων που ταξινομούνται με διάφορα κριτήρια. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές μπορεί να λαμβάνουν χώρα ανάμεσα σε ανθρώπινες ή τεχνητές οντότητες. Οι κλασσικές εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων επιδιώκουν να βρουν κάποια σημεία ισορροπίας στα οποία πληρούνται ορισμένες συνθήκες. Σε ένα σημείο ισορροπίας κάθε παίχτης έχει υιοθετήσει μια στρατηγική την οποία δεν είναι πιθανό να αλλάξει. Η πιο γνωστή έννοια της ισορροπίας είναι η ισορροπία κατά Nash. Όπως είναι ευνόητο, η διαδικασία εύρεσης και σύλληψης ενός σημείου ισορροπίας μπορεί να ποικίλουν ανάλογα με το πεδίο εφαρμογής, αν και συχνά αυτές συμπίπτουν ή συγκλίνουν.

Η δομή ενός παιγνίου δε διαφέρει πολύ από εκείνη που υπάρχει σε ένα παιχνίδι με τράπουλα. Και στις δύο περιπτώσεις πρέπει να αναλύσουμε το πρόβλημα στα συστατικά του μέρη. Πρώτον πρέπει να μάθουμε τους κανόνες ώστε να γνωρίζουμε ποιες είναι οι επιτρεπτές κινήσεις σε κάθε περίπτωση. Έπειτα πρέπει να ανακαλύψουμε πως οι άνθρωποι επιλέγουν ανάμεσα στις επιτρεπτές κινήσεις. Για να γίνει αυτό, εκτός των κανόνων χρειάζεται να λάβουμε υπόψη τα κίνητρα των παικτών, καθώς και το τι εκείνοι πιστεύουν για τις επιλογές των άλλων. Βασικό στοιχείο της θεώρησης είναι ότι οι παίκτες είναι λογικοί στις αποφάσεις τους. Αυτό σημαίνει πως έχουν συγκεκριμένες προτιμήσεις και επιλέγουν πάντα με γνώμονα τις προτιμήσεις τους. Αυτή η θεωρητική παραδοχή αποδίδεται τεχνικά με μια σειρά προτιμήσεων, καθώς μόνο έτσι μπορούμε να συνεχίσουμε την ανάλυση καταλήγοντας σε συμπεράσματα για τον τρόπο με τον οποίο ικανοποιείται κάθε παίχτης και τις επιλογές που τον κάνουν να καταλήξει εκεί.

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε κυρίως με τα μη συνεργατικά παίγνια, όπου κάθε χρήστης επιλέγει τη βέλτιστη απόφαση με ανεξάρτητο τρόπο. Στα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα, οι χρήστες μπορούν σε πολλές περιπτώσεις να πάρουν αποφάσεις που αφορούν τη δρομολόγηση, καθώς και τον τύπο και την ποσότητα των πόρων που επιθυμούν να αποκτήσουν. Μπορεί επίσης να διαπραγματεύονται την ποιότητα της υπηρεσίας ή τις παραμέτρους απόδοσης. Διαφορετικά σύνολα παραμέτρων μπορεί να εξυπηρετούν τις απαιτήσεις υπηρεσίας ενός χρήστη. Ωστόσο, τα μέτρα απόδοσης εξαρτώνται όχι μόνο από τις επιλογές του χρήστη στην εγκατάσταση της επικοινωνίας, αλλά επίσης από τις αποφάσεις άλλων συνδεδεμένων χρηστών. Αυτή η εξάρτηση συχνά περιγράφεται σαν συνάρτηση της κατάστασης του δικτύου.

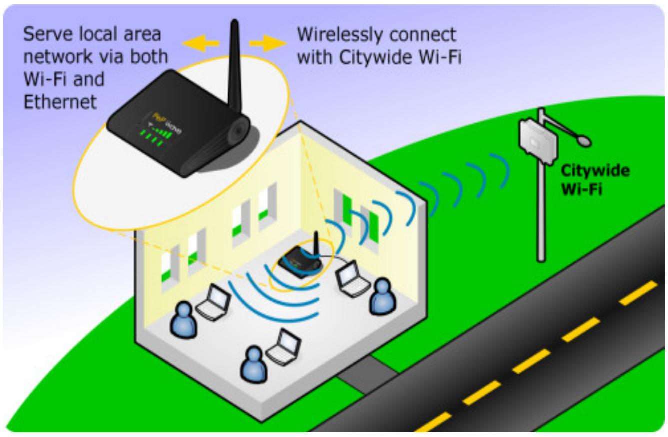
Η Θεωρία Παιγνίων γενικότερα παρέχει μια μαθηματική βάση για την ανάλυση διαδραστικών διαδικασιών λήψης αποφάσεων. Παρέχει τα εργαλεία για να προβλέψουμε μέσω στοχαστικών συναρτήσεων τι αποτέλεσμα θα έχει η ανεξάρτητη δράση χρηστών με αλληλοσυγκρουόμενα συμφέροντα και ποιες είναι οι αποφάσεις που πρέπει να λάβουμε για τον καλύτερο σχεδιασμό και βιώσιμη οργάνωση του δικτύου.Τα βασικά συστατικά ενός παιγνίου είναι τα εξής:

- Σύνολο παιχτών
- Σύνολο ενεργειών
- Σύνολο προτιμήσεων

Οι παίκτες στο σενάριο είναι εκείνοι που παίρνουν τις αποφάσεις και στα ασύρματα δίκτυα συνήθως αντιπροσωπεύουν τους κόμβους δικτύου. Οι ενέργειες είναι οι διάφορες εναλλακτικές του κάθε παίκτη και στα δυναμικά παίγνια μπορεί να αλλάζουν οι διαθέσιμες επιλογές κάθε στιγμή. Στα ασύρματα δίκτυα, οι επιλογές μπορεί να αφορούν τις διάφορες διαμορφώσεις διάταξης, το ρυθμό κωδικοποίησης, πρωτόκολλα ή οποιοδήποτε άλλο παράγοντα είναι υπό τον έλεγχο του κόμβου. Αφού κάθε παίκτης προχωρήσει στις επιλογές του, καταλήγουμε σε ένα σύνολο επιλογών και στο τελικό αποτέλεσμα. Η σχέση προτιμήσεων κάθε παίκτη ανάμεσα στα διαφορετικά αποτελέσματα αντανακλά την αξιολόγηση του παίκτη για κάθε δυνατό αποτέλεσμα. Σε πολλές περιπτώσεις αυτή αντιπροσωπεύεται από μια συνάρτηση χρησιμότητας στην οποία ένας αριθμός αντιστοιχεί σε κάθε αποτέλεσμα, με τα πιο επιθυμητά αποτελέσματα να αντιστοιχίζονται και σε μεγαλύτερους αριθμούς. Στα ασύρματα δίκτυα κάθε παίκτης προτιμά αποτελέσματα με μεγαλύτερη αναλογία σήματος προς θόρυβο, χαμηλότερο ρυθμό λαθών bit, καλύτερη διασύνδεση κόμβων, μικρότερη κατανάλωση ενέργειας κλπ. Φυσικά, στις περισσότερες περιπτώσεις πολλές από αυτές τις απαιτήσεις έρχονται σε σύγκρουση μεταξύ τους.

2.2 Χρήση της θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα

Τα τελευταία χρόνια έχουν κυριαρχήσει τα αυτοδιαχειριζόμενα δίκτυα πολλαπλών κόμβων στα οποία δεν υπάρχει κεντρική διαχείριση. Ως εκ τούτου, οι ρυθμίσεις και η λειτουργία ενός τέτοιου δικτύου πρέπει να είναι πλήρως κατανεμημένες. Ωστόσο οι δυνατότητες ισχύος και ενέργειας κάθε κόμβου είναι συχνά πολύ περιορισμένες. Στα σύγχρονα ασύρματα δίκτυα, η αποκεντρωμένη λειτουργία, η αυτόματη ρύθμιση παραμέτρων και η γνώση των ενεργειακών δυνατοτήτων είναι επιθυμητά, αν όχι επιβεβλημένα χαρακτηριστικά.



Εικόνα 1 Συνδέσεις σε ασύρματο δίκτυο

Η θεωρία παιγνίων, όπως είπαμε εξετάζει την αλληλεπίδραση ανεξάρτητων πρακτόρων που παίρνουν μόνοι τους αποφάσεις. Αυτό καθιστά ιδανική την εφαρμογή της σε ασύρματα δίκτυα όπου κάθε κόμβος εφαρμόζει ένα κατανεμημένο πρωτόκολλο λαμβάνοντας αποφάσεις ανεξάρτητα, αλληλεπιδρώντας με άλλους κόμβους και πολλές φορές αντλώντας πληροφορίες από αυτούς. Το ποιος είναι ο αντικειμενικός στόχος κάθε κόμβου εξαρτάται από το είδος του και το ρόλο του. Πολλές φορές κάθε κόμβος στοχεύει στο γενικότερο καλό του δικτύου σαν σύνολο, ενώ άλλες φορές λειτουργεί εγωιστικά με μόνο σκοπό την πλήρη ικανοποίηση του χρήστη στον οποίο αντιστοιχεί ή ακόμη και να βλάψει την απόδοση των άλλων κόμβων. Σε αυτές τις περιπτώσεις η θεωρία παιγνίων έχει άμεση εφαρμογή καθώς η αυθεντική της θεώρηση αφορά καταστάσεις όπου τα συμφέροντα των παικτών έρχονται σε σύγκρουση.

Ακόμη και στην περίπτωση των κοινών στόχων όμως, κάθε κόμβος βλέπει τους πόρους του συστήματος και την τρέχουσα κατάσταση δικτύου από τη δική του οπτική, καταλήγοντας έτσι σε συγκρουόμενες πολιτικές κόμβων σχετικά με την καλύτερη πορεία επιλογών. Προκειμένου να επιτευχθεί η δημιουργία του κατάλληλου παιγνίου χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην επιλογή και στην κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων του, όπως ποιοι είναι οι παίχτες, ποιες είναι οι δυνατές επιλογές τους, ποιοι είναι οι στόχοι τους, η μοναδικότητα ή μη του παιγνίου κλπ. Στην πορεία αυτή υπάρχουν δύο κυρίαρχες φιλοσοφίες.

Η πρώτη αναφέρεται σε απευθείας εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων μετά από παραμετροποίηση και μοντελοποίηση των προτιμήσεων των χρηστών που αντιπροσωπεύονται από τις συναρτήσεις χρησιμότητας. Οι αντικειμενικές δυσκολίες που συναντάμε εδώ είναι η άντληση πλήρους πληροφόρησης για τις προτιμήσεις κάθε χρήστη ενώ δεδομένου ότι αυτές διαφέρουν από χρήστη σε χρήστη είναι πρακτικά αδύνατη και η δημιουργία μιας γενικής συνάρτησης χρησιμότητας. Έτσι, αν θέλουμε να προχωρήσουμε σε απευθείας εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων, θα πρέπει να κάνουμε κάποιες παραδοχές ως προς τις προτιμήσεις όπως ότι κάθε χρήστης επιθυμεί μεγάλο λόγο σήματος προς θόρυβο, μικρότερη κατανάλωση ενέργειας κλπ.

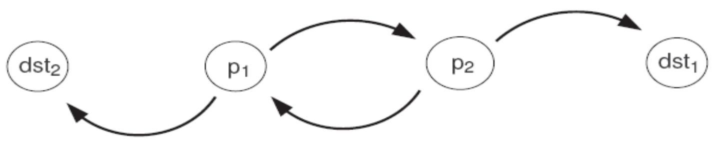
Η δεύτερη φιλοσοφία αντιμετωπίζει την κατάσταση περισσότερο από την πλευρά του μηχανικού και υποθέτει πως ο μηχανικός δικτύου είναι σε θέση να προγραμματίσει τις συσκευές του συστήματος ώστε να μεγιστοποιούν τη δεδομένη συνάρτηση χρησιμότητας. Έτσι ο μηχανικός μπορεί να επιλέξει όποια συνάρτηση χρησιμότητας θεωρεί καταλληλότερη. Στη συνέχεια ακολουθούν ορισμένα παραδείγματα στα οποία γίνεται εμφανής η ανάγκη για χρήση της θεωρίας παιγνίων στις τηλεπικοινωνίες και συγκεκριμένα στα ασύρματα δίκτυα.

Αρχικά, μια βασική διαδικασία των ασυρμάτων δικτύων η οποία μπορεί να μοντελοποιηθεί ως παίγνιο είναι ο έλεγχος ισχύος. Στον έλεγχο ισχύος, ο κάθε παίκτης αντιπροσωπεύει ένα κινητό τηλέφωνο που έχει κάλυψη από μια κυψέλη. Η επιλογή κάθε παίκτη αφορά στο επίπεδο ισχύος που επιλέγει. Το αποτέλεσμα είναι συνάρτηση της επιλογής του ίδιου και όλων των άλλων παικτών της κυψέλης. Έτσι όταν ένας παίκτης αυξάνει το δικό του ποσοστό ισχύος μετάδοσης, αυτόματα μειώνει τη διαθέσιμη ισχύ για τους υπόλοιπους. Ωστόσο, μια τόσο απλοϊκή προσέγγιση οδηγεί σε σπατάλη ενέργειας από τους παίκτες. Αυτό συμβαίνει επειδή μέχρι να επιτευχθεί μια ισορροπία στην κυψέλη όλοι οι παίχτες ξοδεύουν τη μέγιστη ενέργεια που διαθέτουν στην προσπάθειά τους να λάβουν τη μεγαλύτερη δυνατή ισχύ. Η θεωρία παιγνίων μπορεί να βοηθήσει στην επίλυση αυτού του προβλήματος με διάφορους τρόπους, οι οποίοι «τιμωρούν» τη σπατάλη ενέργειας είτε μέσω της χρέωσης, είτε μέσω της κατανομής της ισχύος.

Ένα άλλο παράδειγμα αποτελεί η διαδικασία δρομολόγησης σε ένα δίκτυο. Στη δρομολόγηση δικτύων, θεωρώντας πως οι πόροι έχουν μια κεντρική πηγή, κάθε κόμβος επιλέγει ανάμεσα σε όλες τις δυνατές διαδρομές από την πηγή σε αυτόν με βάση τη μικρότερη καθυστέρηση αλλά και άλλες ποιοτικές παραμέτρους. Η θεωρία παιγνίων βρίσκει εφαρμογή στα πραγματικά δίκτυα, καθώς κάθε διαδρομή μοιράζεται από πολλαπλούς κόμβους με αποτέλεσμα το πρόβλημα να γίνεται διαδραστικό. Το πρόβλημα αυτό είναι αρκετά περίπλοκο. Χαρακτηριστικό είναι το παράδοξο του Braess, όπου δείχνει με παραδείγματα πως η προσθήκη περισσότερων διαδρομών μπορεί να καταλήξει σε υποβάθμιση της λειτουργίας του δικτύου. [2]

Τέλος, η θεωρία παιγνίων βρίσκει εφαρμογή σε δίκτυα όπου συγκεκριμένοι κόμβοι εκτελούν υπηρεσίες για λογαριασμό άλλων όπως στα P2P και στα ασύρματα δίκτυα. Τα θέματα προς επίλυση εδώ είναι το πόσο δημοφιλής, αλλά και πόσο αξιόπιστος είναι κάθε κόμβος. Οι κόμβοι αποφασίζουν ανεξάρτητα για το επίπεδο συνεργασίας τους, δεδομένου όμως του γεγονότος ότι για όλους τους κόμβους τα πλεονεκτήματα της συνεργασίας έρχονται σε σύγκρουση με τους διαθέσιμους πόρους των κόμβων (π.χ. ενέργεια). Επομένως, το ζητούμενο είναι η εύρεση ενός σημείου στο οποίο θα επιτυγχάνεται ισορροπία ανάμεσα στις δύο αντικρουόμενες επιλογές. Προκειμένου να γίνει περισσότερο κατανοητή η εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στα συνεργατικά δίκτυα ακολουθούν μερικά απλά παραδείγματα παιγνίων, με σκοπό μια διαισθητική προσέγγιση στο θέμα.

Αρχικά, υποθέτουμε ότι ο χρόνος χωρίζεται σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα και ότι κάθε συσκευή μπορεί να κάνει μόνο μία κίνηση σε κάθε διάστημα. Στο πρώτο παίγνιο, που αποκαλείται Δίλημμα Αναμεταδότη, υποθέτουμε πως υπάρχουν δύο συσκευές στο ρόλο των παιχτών p1 και p2. Καθεμία από αυτές επιθυμεί να στείλει ένα πακέτο στον προορισμό της (dst1και dst2 αντίστοιχα), σε κάθε χρονικό διάστημα χρησιμοποιώντας τον άλλο παίχτη ως μεταφορέα. Υποθέτουμε ότι η επικοινωνία μεταξύ κάθε παίχτη και του παραλήπτη του είναι εφικτή μόνο αν ο άλλος παίχτης προωθήσει το πακέτο. Το σενάριο για το δίλημμα αναμεταδότη φαίνεται στο παρακάτω σχήμα: [3]



Εικόνα 2 Σενάριο για το δίλημμα αναμεταδότη

Αν ο παίχτης p1 προωθήσει το πακέτο του παίχτη p2, θα κοστίσει στον παίχτη p1 ένα σταθερό κόστος $0 < c \ll 1$, που αντιπροσωπεύει την ενέργεια και τον υπολογιστικό φόρτο που ξοδεύονται για την προώθηση. Πράττοντας έτσι, καθιστά δυνατή την επικοινωνία μεταξύ p2 και dst2, το οποίο δίνει στον p2 όφελος μεγέθους 1. Το κέρδος είναι η διαφορά μεταξύ οφέλους και κόστους. Υποθέτουμε ότι το παίγνιο είναι συμμετρικό και ότι η ίδια λογική ισχύει και για την κίνηση προώθησης του παίχτη p2. Το δίλημμα είναι το ακόλουθο: Κάθε παίχτης δελεάζεται να εγκαταλείψει το πακέτο που θα έπρεπε να προωθήσει, καθώς έτσι θα εξοικονομούσε μέρος των πόρων του, αλλά αν ο άλλος παίχτης ενεργήσει με το ίδιο σκεπτικό, το πακέτο που ο παίχτης p1 ήθελε να προωθηθεί, θα εγκαταλειφθεί ομοίως. Θα μπορούσαν ωστόσο να προωθήσουν αμοιβαία τα πακέτα τους και να αλληλοβοηθηθούν. Εδώ έγκειται και ο όρος δίλημμα του παιγνίου.

Στο δεύτερο παίγνιο, που αποκαλείται Συνδυαστική Προώθηση Πακέτων παρουσιάζουμε ένα σενάριο όπου μια πηγή (source) src θέλει να στείλει ένα πακέτο στον προορισμό της (destination) dst σε κάθε χρονικό διάστημα. Για αυτό το σκοπό, χρειάζεται και οι δύο συσκευές (p1 και p2) να δεχτούν να προωθήσουν τα πακέτα της. Όμοια με το προηγούμενο παράδειγμα, υπάρχει ένα κόστος προώθησης $0 < c \ll 1$ αν ένας παίχτης προωθήσει το πακέτο του αποστολέα. Αν και οι δύο παίχτες προωθήσουν, τότε καθένας τους έχει όφελος μεγέθους 1. Το προαναφερόμενο σύστημα απεικονίζεται στο σχήμα που ακολουθεί: [4]

Εικόνα 3 Σενάριο για τη συνδυαστική προώθηση πακέτων

Το τρίτο και τελευταίο παράδειγμα ονομάζεται Παίγνιο Πολλαπλής Πρόσβασης και εισάγει την έννοια της πρόσβασης μέσου. Υποθέτουμε ότι υπάρχουν δύο παίχτες p1 και p2 που αναζητούν την πρόσβαση σε ένα μοιραζόμενο δίαυλο επικοινωνίας για την αποστολή κάποιων πακέτων στους παραλήπτες τους, re1 και re2. Υποθέτουμε ότι κάθε παίχτης έχει να στείλει ένα πακέτο σε κάθε χρονικό διάστημα και μπορεί να αποφασίσει να προσπελάσει το κανάλι για να εκπέμψει ή να περιμένει.

Επιπλέον, ας υποθέσουμε ότι οι p1, p2, re1 και re2 είναι εκπέμπουν στο ίδιο φάσμα και ως εκ τούτου οι εκπομπές τους παρεμβάλλονται αμοιβαία. Αν ο παίχτης p1 εκπέμψει το πακέτο του, επισύρει ένα κόστος εκπομπής $0 < c \ll 1$. Το πακέτο εκπέμπεται επιτυχώς αν ο p2 περιμένει στο δεδομένο χρονικό διάστημα, αλλιώς υπάρχει σύγκρουση. Εάν δεν υπάρξει σύγκρουση, ο p1 έχει ένα όφελος μεγέθους 1 από την επιτυχή εκπομπή πακέτου. Επομένως και πάλι διαφαίνεται η ανάγκη για την εύρεση της βέλτιστης στρατηγικής που πρέπει να ακολουθήσει ο κάθε χρήστης προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η χρησιμότητα του.

Προτού όμως αναλυθεί περαιτέρω η χρήση της θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα, θα πρέπει να αναφέρουμε μερικές βασικές κατηγορίες παιγνίων καθώς και να ορίσουμε ορισμένες θεμελιώδεις έννοιες.

2.3 Στατικά παίγνια σε στρατηγική μορφή

Η πρώτη κατηγορία παιγνίων τα οποία θα αναλύσουμε είναι τα στατικά παίγνια σε στρατηγική μορφή. Ορίζουμε ένα παίγνιο $\mathbf{G} = (N,S,U)$ σε στρατηγική (ή κανονική) μορφή με τα ακόλουθα τρία στοιχεία: N είναι το σύνολο των παιχτών, S είναι το σύνολο των στρατηγικών που έχει κάθε παίχτης και U είναι η συνάρτηση χρησιμότητας κάθε παίχτη. Ας σημειωθεί πως στα παραδείγματα που προαναφέρθηκαν υπήρχαν δύο παίχτες $p1, p2 \in N$, αλλά ο ορισμός που παρουσιάστηκε έχει ισχύ για οποιοδήποτε αριθμό παιχτών. Για ευκολία συμβολίζουμε με N_{-i} όλους τους παίχτες που ανήκουν στο N, εκτός από τον ίδιο τον παίχτη i. Αυτοί οι παίχτες συχνά ορίζονται σαν αντίπαλοι του i. Στα παίγνια που ακολουθούν ο παίχτης i έχει έναν αντίπαλο που αναφέρεται ως j. Το S_i αντιστοιχεί στο διάστημα αμιγών στρατηγικών του παίχτη i. Αυτό σημαίνει πως η στρατηγική αναθέτει μηδενική πιθανότητα σε όλες τις κινήσεις εκτός από μία, δηλαδή καθορίζει επακριβώς ποια κίνηση θα γίνει. Συμβολίζουμε το συνδυασμένο σύνολο στρατηγικών όλων των παιχτών ως εξής: $S = S_1 \times \ldots \times S_{|N|}$. Θα συμβολίσουμε το αμιγές διάστημα στρατηγικών των αντιπάλων του παίχτη i με $S_{-i} = S \setminus S_i$. Το σύνολο των επιλεγμένων στρατηγικών αποτελεί ένα *στρατηγικό προφίλ* $s = \{s_1, s_2\}$. Εδώ έχουμε το ίδιο διάστημα στρατηγικής και για τους δύο παίχτες, έτσι $S_1 = S_2$. Η συνάρτηση χρησιμότητας $u_i(s)$ ποσοτικοποιεί το αποτέλεσμα του παιγνίου για τον παίχτη i, δεδομένου του προφίλ στρατηγικής s. Στο παράδειγμά μας έχουμε $U = \{u_1(s), u_2(s)\}$.

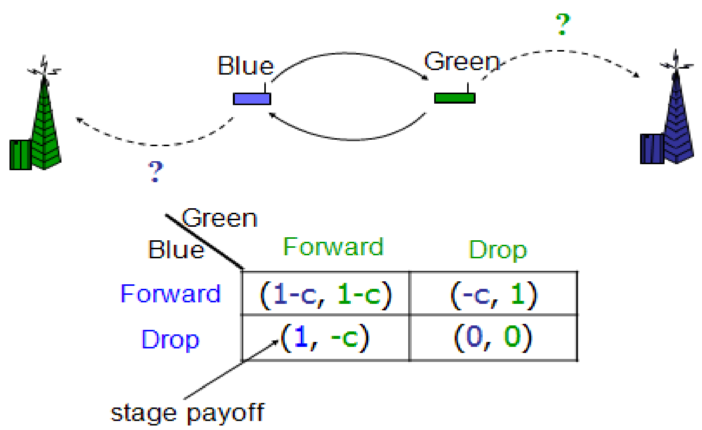
Σε αυτό το σημείο είναι εξαιρετικά σημαντικό να διατυπώσουμε σαφώς ότι θεωρούμε το παίγνιο με *πλήρη πληροφόρηση*.

Ορισμός 1: Ένα παίγνιο με πλήρη πληροφόρηση είναι ένα παίγνιο στο οποίο κάθε παίχτης έχει γνώση του παιγνίου $\mathbf{G} = (N, S, U)$ και ειδικότερα του συνόλου παιχτών N, του συνόλου στρατηγικών S και του συνόλου συναρτήσεων χρησιμότητας U. [5]

Αρχικά θα μοντελοποιήσουμε το Δίλημμα του Αναμεταδότη σαν ένα στατικό παίγνιο. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, στο στατικό παίγνιο έχουμε μόνο ένα χρονικό βήμα. Οι παίχτες μπορούν να αποφασίσουν να προωθήσουν (F) το πακέτο του άλλου παίχτη ή να το απορρίψουν (D): αυτή η απόφαση αντιπροσωπεύει τη στρατηγική του παίχτη.

Το συγκεκριμένο παίγνιο είναι ένα παίγνιο μη μηδενικού αθροίσματος, επειδή βοηθώντας ο ένας τον άλλο, οι παίχτες μπορούν να επιτύχουν ένα αποτέλεσμα που είναι καλύτερο και για τους δύο παίχτες από την αμοιβαία απόρριψη.

Οι πίνακες παρέχουν μια βολική αναπαράσταση των παιγνίων στρατηγικής μορφής με δύο παίχτες. Για παράδειγμα μπορούμε να αναπαραστήσουμε το Δίλημμα Αναμεταδότη όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. [6]



Εικόνα 4 Στρατηγική αναπαράσταση του παιγνίου για το δίλημμα αναμεταδότη

Σε αυτόν τον πίνακα ο p1 είναι ο παίκτης γραμμή και ο p2 ο παίκτης στήλη. Κάθε κελί του πίνακα αντιστοιχεί σε έναν πιθανό συνδυασμό των στρατηγικών των παιχτών και περιέχει ένα ζεύγος τιμών που αντιπροσωπεύει τα κέρδη των παιχτών p1 και p2 αντίστοιχα.

2.4 Επαναλαμβανόμενα παίγνια

Στα επαναλαμβανόμενα παίγνια οι παίκτες αλληλεπιδρούν κατ’ επανάληψη σε έναν εν δυνάμει άπειρο χρονικό ορίζοντα. Ως εκ τούτου κάθε παίκτης πρέπει να λάβει υπόψη του τις επιπτώσεις που θα έχει η στρατηγική που θα ακολουθήσει μια δεδομένη χρονική στιγμή στις μελλοντικές στρατηγικές των άλλων παικτών. Έτσι θα προσπαθήσει να μεγιστοποιήσει το συνολικό κέρδος του από τους πολλαπλούς αυτούς γύρους αλληλεπιδράσεων.

Για παράδειγμα σε ένα σύστημα ανταλλαγής αρχείων ανάμεσα σε ίσους, ο χρήστης που δε μοιράζεται τα αρχεία του θα υποστεί την ανάλογη ποινή άμεσα η μελλοντικά. Αυτό θα του δώσει ένα κίνητρο για αλλαγή της συμπεριφοράς του και το ισοζύγιο του παιγνίου θα είναι τώρα διαφορετικό και πιθανότατα πιο αποδοτικό.

Στην αναλυτική του μορφή ένα παίγνιο αναπαρίσταται σαν ένα δέντρο, όπου κάθε κόμβος του αναπαριστά το σημείο λήψης μιας απόφασης για ένα παίκτη. Αυτή είναι μια πολύ βολική μορφή αναπαράστασης όταν πρόκειται για επαναλαμβανόμενα παίγνια. Στα φύλλα του δέντρου αναγράφουμε το κέρδος κάθε παίκτη αν ακολουθήσει τη δεδομένη διαδρομή.

Η αναλυτική μορφή μπορεί επίσης να εφαρμοστεί όταν υπάρχει διαφοροποίηση ανάμεσα στα επίπεδα πληροφόρησης των παιχτών. Θα παραθέσουμε τη στρατηγική και την αναλυτική μορφή του παιγνίου ανάμεσα σε 3 ισότιμους παίκτες οι οποίοι λαμβάνουν την απόφαση για το αν θα μοιραστούν τα αρχεία τους ή όχι στη μη επαναλαμβανόμενη μορφή του για να δείξουμε τις αντιστοιχίες. [7]

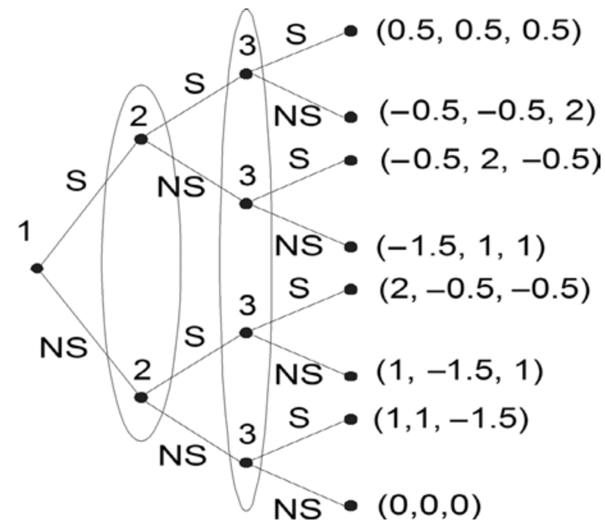
S3=0: S2=0 S2=1

	S2=0	S2=1
S1=0	(0,0,0)	(1,-1.5,1)
S1=1	(-1.5,1,1)	(-0.5,-0.5,2)

S3=0: S2=0 S2=1

S3=1: S2=0 S2=1

	S2=0	S2=1
S1=0	(1,1,-1.5)	(2,-0.5,-0.5)
S1=1	(-0.5,2,-0.5)	(0.5,0.5,0.5)



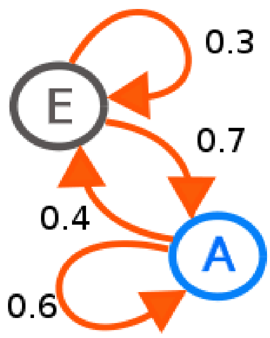
Εικόνα 5 Αντιστοιχία στρατηγικής και αναλυτικής μορφής ενός παιγνίου

Στη στρατηγική μορφή του παιγνίου έχουμε 2 πίνακες, έναν για κάθε μια από τις δύο πιθανές αποφάσεις του παίκτη 3 δηλαδή είτε να μοιραστεί τα αρχεία του που συμβολίζεται με 1 είτε όχι που αντιστοιχεί στο 0. Ανάλογα με τις αποφάσεις και των 2 άλλων παικτών βλέπουμε το κέρδος κάθε παίκτη από τον αντίστοιχο συνδυασμό γραμμής και στήλης στον κατάλληλο πίνακα. Αντίθετα, στην αναλυτική μορφή δεχόμαστε πως όλοι οι παίκτες λαμβάνουν τις αποφάσεις τους ανεξάρτητα και ταυτόχρονα. Αυτό συμβολίζεται στο δέντρο με τον κύκλο που περιέχει όλους τους κόμβους που αντιστοιχούν στον παίκτη 2 και ομοίως στον παίκτη 3. Με αυτό τον τρόπο υπονοείται πως τη στιγμή της απόφασης του παίκτη 2 αυτός δε γνωρίζει σε ποιο κόμβο βρίσκεται.

2.4.1 Παίγνια Markov

Τα επαναλαμβανόμενα παίγνια σχετίζονται άμεσα με τα παίγνια Markov όπου το ιστορικό σε κάθε στάδιο του παιγνίου εκφράζεται από μια κατάσταση και η μετάβαση από κατάσταση σε κατάσταση αποτελεί τη διαδικασία αυτού του είδους παιγνίου. Οι στρατηγικές στα παίγνια Markov είναι πιο πολύπλοκες από τις στρατηγικές μορφές απλών παιγνίων ενός βήματος, αλλά αρκετά απλούστερες από αυτές που συναντάμε σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο. Κι εδώ συλλέγουμε το ιστορικό των πράξεων των παικτών το οποίο εμπεριέχει τις πράξεις που μεταφέρθηκαν σε κάθε στάδιο του παιγνίου. Έτσι κάθε παίκτης σε ένα δεδομένο στάδιο έχει γνώση του ιστορικού πριν λάβει την απόφασή του. Κάθε παίγνιο Markov έχει εγγυημένα σημεία ισορροπίας όταν η στοχαστική διαδικασία έχει πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων και δυνατών επιλογών.

Οι ουρές Markov χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση και μοντελοποίηση διαφόρων τηλεπικοινωνιακών φαινομένων όπως η κατοχή θέσης σε μοντέλα τυχαίας πρόσβασης καναλιών και άλλα παρόμοια όπως είναι φυσικό. Συγκεκριμένα τα παίγνια Markov υπονοούν πως αν μπορούμε να περιγράψουμε την κατάσταση ενός τηλεπικοινωνιακού συνδέσμου με μία ή περισσότερες μεταβλητές κατάστασης, τότε δε χάνουμε τίποτα θεωρώντας μόνο στρατηγικές που λαμβάνουν υπόψη τους μόνο αυτές τις μεταβλητές χωρίς καμία αναφορά στο παρελθόν. [8]



Εικόνα 6 Απλό παίγνιο Markov δύο καταστάσεων

2.5 Επαναληπτική Κυριαρχία

Αφού ένα παίγνιο εκφραστεί σε στρατηγική μορφή, μας ενδιαφέρει και η λύση του. Η επίλυση ενός παιγνίου σημαίνει την πρόβλεψη της στρατηγικής κάθε παίχτη χρησιμοποιώντας την πληροφόρηση που προσφέρει το ίδιο το παίγνιο και υποθέτοντας ότι οι παίχτες είναι λογικοί. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι επίλυσης ενός προβλήματος: ο απλούστερος έγκειται στην έννοια της *αυστηρής κυριαρχίας*, όπως ορίζεται παρακάτω: [9]

Ορισμός 2: Η στρατηγική $s_i^{'}$ του παίχτη i αποκαλείται αυστηρά κυριαρχούμενη από τη στρατηγική του s_i αν,

$$\mathrm{u}_{\mathrm{i}}\left(s_{\mathrm{i}}^{'}, s_{-i}\right) < \mathrm{u}_{\mathrm{i}}\left(s_{\mathrm{i}}, s_{-i}\right), \forall s_{-i} \in S_{-i} \tag{1}$$

Ερχόμενοι πίσω στο παράδειγμα του πίνακα για το Δίλημμα Μεταφορέα, επιλύουμε το παίγνιο μέσω της *επαναληπτικής αυστηρής κυριαρχίας*, απαλείφοντας δηλαδή επαναληπτικά αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές. Αν θεωρήσουμε την κατάσταση από την πλευρά του παίχτη p1, τότε φαίνεται πως για αυτόν η στρατηγική F είναι αυστηρά κυριαρχούμενη από τη στρατηγική D. Αυτό σημαίνει πως μπορούμε να απαλείψουμε την πρώτη γραμμή του πίνακα, αφού ένας λογικός παίχτης p1 δε θα επιλέξει ποτέ αυτή τη στρατηγική. Μια παρόμοια λογική, από τη σκοπιά τώρα του παίχτη p2, οδηγεί στην απαλοιφή της πρώτης στήλης του πίνακα. Σαν αποτέλεσμα η λύση του παιγνίου είναι (D,D) και τα κέρδη είναι $(0,0)$. Αυτό μπορεί να δείχνει αρκετά παράδοξο, καθώς το ζεύγος (F,F) σε μεγαλύτερο κέρδος για κάθε έναν από τους παίχτες.

Είναι η έλλειψη εμπιστοσύνης μεταξύ των παιχτών που οδηγεί σε αυτή τη μη βέλτιστη λύση. Η τεχνική της *επαναληπτικής αυστηρής κυριαρχίας* δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση οποιουδήποτε παιγνίου. Ας μελετήσουμε τώρα το Παίγνιο Συνδυαστικής Προώθησης Πακέτων. Οι δύο συσκευές πρέπει να αποφασίσουν ταυτόχρονα αν θα προωθήσουν το πακέτο, πριν ακόμα η πηγή το στείλει. Η στρατηγική μορφή του παιγνίου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα: [10]

		p_2: F	p_2: D
p_1	F	(1-C,1-C)	(-C,0)
	D	(0,0)	(0,0)

Εικόνα 7 Στρατηγική μορφή του παιγνίου συνδυαστικής προώθησης πακέτων

Στο Παίγνιο Συνδυαστικής Προώθησης Πακέτων, καμία από τις στρατηγικές ενός συγκεκριμένου παίχτη δεν είναι αυστηρά κυρίαρχη σε άλλη. Αν ο παίχτης p1 απορρίψει το πακέτο, τότε η κίνηση του παίχτη p2 είναι αδιάφορη και έτσι δεν μπορούμε να απαλείψουμε τη στρατηγική του D βασιζόμενοι στην αυστηρή κυριαρχία. Για να ξεπεράσουμε τις απαιτήσεις που ορίζονται από την αυστηρή κυριαρχία, ορίζουμε την έννοια της *ασθενούς κυριαρχίας.*

Ορισμός 3: Η στρατηγική s_i' του παίχτη i αποκαλείται ασθενώς κυριαρχούμενη από τη στρατηγική του s_i αν,

$$u_i\left(s_i', s_{-i}\right) \leq u_i\left(s_i, s_{-i}\right), \forall s_{-i} \in S_{-i} \tag{2}$$

με αυστηρή ανισότητα για τουλάχιστον ένα $s_{-i} \in S_{-i}$.

Χρησιμοποιώντας την έννοια της ασθενούς κυριαρχίας, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως η στρατηγική D του παίχτη p2 είναι ασθενώς κυριαρχούμενη από τη στρατηγική F. Μπορούμε να εκτελέσουμε απαλοιφή βασιζόμενοι στην τεχνική της επαναληπτικής ασθενούς κυριαρχίας, που καταλήγει στο προφίλ στρατηγικής (F, F). Πρέπει να σημειωθεί ωστόσο, πως η λύση της τεχνικής επαναληπτικής αυστηρής κυριαρχίας είναι μοναδική, ενώ η λύση της τεχνικής επαναληπτικής ασθενούς κυριαρχίας μπορεί να εξαρτάται από την αλληλουχία απαλοιφής ασθενώς κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Είναι επίσης σημαντικό να δώσουμε έμφαση στο γεγονός ότι οι τεχνικές επαναληπτικής κυριαρχίας είναι πολύ χρήσιμες, ακόμη και αν δεν καταλήγουν σε ένα μοναδικό προφίλ στρατηγικής. Οι τεχνικές αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μειώσουν το μέγεθος του διαστήματος στρατηγικής (δηλαδή του πίνακα στρατηγικών μορφών) και να διευκολύνουν έτσι σημαντικά τη διαδικασία επίλυσης. [11]

2.6 Ισορροπία κατά Nash

Η ισορροπία κατά Nash αποτελεί ένα σημείο ισορροπίας στο οποίο κανένας παίκτης δεν μπορεί να αυξήσει το κέρδος του αλλάζοντας την στρατηγική του. Αποτελεί, δηλαδή, μια αμοιβαία βέλτιστη απόκριση από όλους τους παίχτες ταυτόχρονα. Η ισορροπία κατά Nash είναι μια απόλυτα λογική αλλά και συνεπής πρόβλεψη υπό την έννοια ότι αν όλοι οι παίκτες είναι σε θέση να προβλέψουν πως θα επιτευχθεί η συγκεκριμένη ισορροπία, δεν υπάρχει κανένας λόγος να πιστεύουμε πως κάποιος από αυτούς θα αποκλίνει. Ακόμη και αν η αρχική κατάσταση είναι διαφορετική από την ισορροπία κατά Nash, μόλις αυτή επιτευχθεί είναι σε θέση να αυτοσυντηρηθεί. Ωστόσο, η μοναδικότητα αλλά και η ύπαρξή του δεν είναι εγγυημένη.

Η απόδειξη της ύπαρξης της ισορροπίας Nash για κάθε παίγνιο πεπερασμένων καταστάσεων με στρατηγικές μορφές βασίζεται στο θεώρημα σταθερού σημείου. Η απόδειξη του θεωρήματος αυτού καταλήγει στο θεώρημα του Nash, το οποίο λέει πως κάθε πεπερασμένο παιχνίδι σε στρατηγική μορφή έχει ένα σημείο ισορροπίας Nash είτε σε απλές είτε σε μικτές στρατηγικές. Το αποτέλεσμα αυτό επεκτείνεται και για συνεχείς συναρτήσεις διαστημάτων στρατηγικής όπως οι συναρτήσεις χρησιμότητας, αλλά και για παίγνια με άπειρες στρατηγικές.

Γενικά, η πλειονότητα των παιγνίων δεν μπορεί να επιλυθεί με τις τεχνικές επαναληπτικής κυριαρχίας. Σαν ένα παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το Παίγνιο Πολλαπλής Πρόσβασης που παρουσιάσαμε παραπάνω. Καθένας από τους παίχτες έχει δύο δυνατές στρατηγικές: είτε να προσπελάσει το κανάλι, δηλαδή να εκπέμψει (A) ή να περιμένει (W). Καθώς το κανάλι μοιράζεται, μια ταυτόχρονη εκπομπή και από τους δύο παίχτες οδηγεί σε σύγκρουση. Το παίγνιο φαίνεται σε στρατηγική μορφή στον παρακάτω πίνακα:

		p_2	
		W	A
p_1	W	(0,0)	(0,1-C)
	A	(1-C,0)	(-C,-C)

Εικόνα 8 Στρατηγική μορφή του παιγνίου πολλαπλής πρόσβασης

Μπορεί αμέσως να φανεί ότι καμία στρατηγική δεν είναι κυριαρχούμενη σε αυτό το παίγνιο. Για να επιλύσουμε το παίγνιο εισάγουμε την έννοια της *βέλτιστης απόκρισης*. Αν ο παίχτης p1 εκπέμψει, τότε η βέλτιστη απόκριση για τον παίχτη p2 είναι να περιμένει. Αντιστρόφως, αν ο παίχτης p2 περιμένει, τότε ο p1 είναι καλύτερα να εκπέμψει ένα πακέτο. Μπορούμε να συμβολίσουμε με $br_{\mathbf{i}}\left(s_{-i}\right)$, τη βέλτιστη απόκριση του παίχτη i στο δείκτη στρατηγικής ενός αντιπάλου s_{-i} ως εξής:

Ορισμός 4: Η βέλτιστη απόκριση $br_{\mathbf{i}}\left(s_{-i}\right)$ του παίχτη i στο προφίλ στρατηγικών s_{-i} είναι μια στρατηγική s_i τέτοια ώστε:

$$br_{\mathbf{i}}\left(s_{-i}\right) = \arg\max_{s_i \in S_i} u_i\left(s_{i,} s_{-i}\right) \tag{3}$$

Μπορούμε να δούμε πως αν δύο στρατηγικές αποτελούν αμοιβαία βέλτιστες αποκρίσεις η μία στην άλλη, τότε κανένας παίχτης δε θα είχε λόγο να διαφοροποιηθεί από το δεδομένο προφίλ στρατηγικής. Στο Παίγνιο Πολλαπλής Πρόσβασης, δύο προφίλ στρατηγικής υπάρχουν με την παραπάνω ιδιότητα: $\left(W, A\right)$ και $\left(A, W\right)$.

Για τον ορισμό τέτοιων στρατηγικών προφίλ γενικότερα, ο Nash εισήγαγε την έννοια της ισορροπίας κατά Nash. Ο τυπικός ορισμός της έννοιας αυτής είναι ο ακόλουθος:

Ορισμός 5: Το αμιγές προφίλ στρατηγικών s^* αποτελεί ένα ισοζύγιο Nash αν, για κάθε παίχτη i,

$$\mathrm{u_i}\left(s_{\mathbf{i}}^*, s_{-i}^*\right) \geq \mathrm{u_i}\left(s_{\mathbf{i}}, s_{-i}^*\right), \forall s_{\mathbf{i}} \in S_i \tag{4}$$

Αυτό σημαίνει ότι σε μια ισορροπία Nash, κανένας από τους παίχτες δεν μπορεί να αλλάξει μονόπλευρα τη στρατηγική του ώστε να αυξήσει το κέρδος του. Εναλλακτικά, μια ισορροπία Nash είναι ένα στρατηγικό προφίλ αποτελούμενο από αμοιβαία βέλτιστες αποκρίσεις των παιχτών. Ενώ μια ισορροπία Nash ονομάζεται «αυστηρή» αν ισχύει:

$$\mathrm{u_i}\left(s_{\mathbf{i}}^{*}, s_{-i}^{*}\right) > \mathrm{u_i}\left(s_{\mathbf{i}}, s_{-i}^{*}\right), \forall s_{\mathbf{i}} \in S_i \quad (5)$$

2.7 Μικτές στρατηγικές

Μέχρι τώρα, θεωρήσαμε μόνο αμιγείς στρατηγικές, που σημαίνει ότι οι παίχτες αποφασίζουν ξεκάθαρα να ακολουθήσουν τη μία ή την άλλη συμπεριφορά. Γενικά όμως, ένας παίχτης μπορεί να επιλέξει κάθε μία από αυτές τις αμιγείς στρατηγικές με κάποιες πιθανότητες. Σε όρους θεωρητικού παιγνίου μια τέτοια συμπεριφορά αποκαλείται μια *μικτή στρατηγική*.

Ορισμός 6: Η μικτή στρατηγική $\sigma_{\mathbf{i}}\left(s_{\mathbf{i}}\right)$ ή πιο σύντομα σ_i, του παίχτη i είναι μια κατανομή πιθανοτήτων ανάμεσα στις αμιγείς στρατηγικές $s_{\mathbf{i}} \in S_{\mathbf{i}}$.

Ανάλογα, συμβολίζουμε το διάστημα μικτών στρατηγικών του παίχτη i με Σ_i, όπου $\sigma_i \in \Sigma_i$. Συνεπώς, η έννοια του προφίλ, που ορίσαμε προηγουμένως για τις αμιγείς στρατηγικές, χαρακτηρίζεται τώρα από την κατανομή πιθανοτήτων που αναθέτει κάθε παίχτης στις αμιγείς στρατηγικές του: $\sigma = \sigma_1, \ldots, \sigma_{|N|}$, όπου $|N|$ είναι η απόλυτη τιμή του N. Όπως και στην περίπτωση των αμιγών στρατηγικών, συμβολίζουμε το προφίλ στρατηγικής των αντιπάλων με $\sigma_{\mathbf{-i}}$. Για ένα πεπερασμένο διάστημα στρατηγικών, το κέρδος του παίχτη i στο προφίλ στρατηγικής σ δίνεται από:

$$u_{\mathbf{i}}\left(\sigma\right) = \sum_{s_i \in |S_i|} \sigma_{\mathbf{i}}\left(s_i\right) u_i\left(s_{\mathbf{i}}, \sigma_{-i}\right) \quad (6)$$

Εδώ, βασιζόμαστε στην υπόθεση ότι οι παίχτες επιθυμούν να μεγιστοποιήσουν την προσδοκώμενη χρησιμότητά τους. Να σημειώσουμε ωστόσο ότι σε πραγματικές καταστάσεις, αυτή η υπόθεση μπορεί να μην ισχύει.

Αρχικά αναλύεται το Παίγνιο Πολλαπλής Πρόσβασης. Συμβολίζουμε με q_1 την πιθανότητα με την οποία ο παίχτης p_1 αποφασίζει να προσπελάσει το κανάλι και με q_2 την αντίστοιχη πιθανότητα για τον p_2. Το κέρδος του παίχτη p_1 είναι:

$$u_1 = q_1\left(1-q_2\right)\left(1-C\right) - q_1 q_2 C = q_1\left(1-C-q_2\right) \tag{7}$$

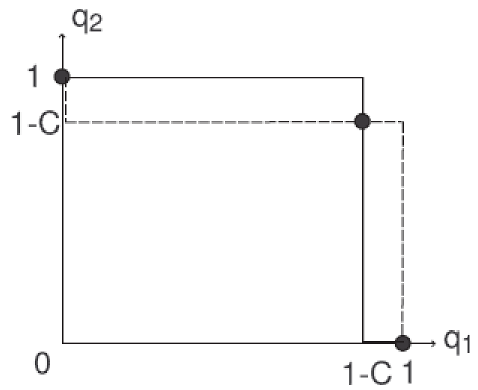
Ομοίως έχουμε:

$$u_2 = q_2\left(1-C-q_1\right) \tag{8}$$

Ως συνήθως, οι παίχτες επιθυμούν τη μεγιστοποίηση του κέρδους τους. Πρώτα βρίσκουμε τη βέλτιστη απόκριση του p_2 για κάθε στρατηγική του p_1. Στην (8), αν $q_1 < \left(1-C\right)$, τότε το $\left(1-C-q_1\right)$ είναι θετικό, και η u_2 μεγιστοποιείται θέτοντας το q_2 στη μέγιστη δυνατή τιμή, δηλαδή $q_2 = 1$. Αντίστροφα, αν $q_1 > \left(1-C\right)$, η u_2 μεγιστοποιείται θέτοντας $q_2 = 0$. Το μεγαλύτερο ενδιαφέρον όμως παρουσιάζει η περίπτωση $q_1 = \left(1-C\right)$, επειδή εδώ η u_2 δεν εξαρτάται πια από το q_2, αφού ισούται με το 0. Έτσι, κάθε στρατηγική του p_2 αποτελεί μια βέλτιστη απόκριση.

Δεδομένης της συμμετρικότητας του παιγνίου, η αντιστροφή των ρόλων των δύο παιχτών οδηγεί φυσικά στο ίδιο αποτέλεσμα. Αυτό σημαίνει ότι το $\left(q_1 = 1-C, q_2 = 1-C\right)$ είναι μια μικτή στρατηγική ισοζυγίου Nash για το Παίγνιο Πολλαπλής Πρόσβασης.

Οι βέλτιστες αποκρίσεις των δύο παιχτών μπορούν να αναπαρασταθούν γραφικά όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στη γραφική αναπαράσταση, αναφερόμαστε στο σύνολο των τιμών βέλτιστης απόκρισης σαν τη *συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης*. Βασιζόμενοι στην έννοια της αμοιβαίας βέλτιστης απόκρισης, μπορούμε να προσδιορίσουμε τα ισοζύγια Nash σαν τα σημεία τομής αυτών των συναρτήσεων βέλτιστης απόκρισης. [12]



Εικόνα 9 Συναρτήσεις βέλτιστης απόκρισης στο παίγνιο πολλαπλής πρόσβασης

Να σημειώσουμε ότι ο αριθμός των σημείων ισορροπίας Nash ποικίλει από παίγνιο σε παίγνιο. Υπάρχουν παίγνια χωρίς ισορροπία Nash αμιγούς στρατηγικής. Η σημασία των μικτών στρατηγικών καθίσταται ακόμη μεγαλύτερη εξαιτίας του ακόλουθου θεωρήματος του Nash. Αυτό το θεώρημα αποτελεί ένα κρίσιμο αποτέλεσμα ύπαρξης στη θεωρία παιγνίων.

***Θεώρημα 1*:** Κάθε πεπερασμένο παίγνιο στρατηγικής μορφής έχει ένα ισοζύγιο Nash μικτών στρατηγικών.

2.8 Σύγκλιση σε ισορροπία

Σε πραγματικές καταστάσεις όπου οι παίκτες έχουν, σε γενικές γραμμές, άγνοια της ισορροπίας είτε αυτό είναι μαθηματικά ισχυρό είτε όχι, κανείς δε μας εγγυάται τη σύγκλιση του συστήματος στο σημείο αυτό. Ωστόσο, η γνώση του μπορεί να μας βοηθήσει να κατανοήσουμε τις σταθερές καταστάσεις ενός συστήματος και να σχεδιάσουμε αποδοτικότερα το δίκτυο.

Στην πραγματικότητα στα σύγχρονα δίκτυα έχουμε στρατηγικές μορφές παιχνιδιών, καθώς οι χρήστες δεν παίρνουν κάθε φορά αποφάσεις, αλλά απλώς επιλέγουν κάποιες παραμέτρους οι οποίες μεταφράζονται σε επιλογές στους αντίστοιχους κόμβους. Έτσι αποφεύγουμε την ταυτόχρονη λήψη αποφάσεων από πολλαπλούς παίχτες καθώς η τυχαία κατανομή αυτής της δυνατότητας στο σύνολο των παικτών συνεπάγεται μηδενική πιθανότητα δύο ή περισσότεροι παίκτες να πάρουν μια απόφαση ταυτόχρονα. Έχοντας τώρα μια δυναμική διαδικασία για την ενημέρωση των στρατηγικών θεωρούμε πως κάθε παίκτης λαμβάνει τη βέλτιστη απόφαση. Αυτή αρχικά πρέπει να μην είναι μια αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική. Προφανώς η συνθήκη αυτή δεν είναι αρκετή για τη σύγκλιση σε ισορροπία. Αν όμως η τελευταία είναι εφικτή, τότε θα πρόκειται για μια ισορροπία Nash, καθώς σε διαφορετική περίπτωση ο χρήστης που δεν έχει το μέγιστο κέρδος θα αλλάξει την απόφαση του στην επόμενη ευκαιρία.

Κατά τη μετατροπή ενός τηλεπικοινωνιακού προβλήματος σε παίγνιο, είναι συνήθως εύκολο να καθορίσουμε το σύνολο των παικτών και το εύρος των στρατηγικών. Αυτό που είναι δύσκολο είναι ο καθορισμός της συνάρτησης χρησιμότητας. Ωστόσο, μπορούμε συνήθως να καθορίσουμε ορισμένα μόνιμα χαρακτηριστικά για συγκεκριμένες ιδιότητές της, όπως η μονοτονία ή η σύγκλιση ενός τέτοιου μεγέθους.

Στις συγκεκριμένες εφαρμογές, μπορεί επίσης να είναι εύκολος ο καθορισμός μιας συνάρτησης «κοινωνικού ιστού», όταν για παράδειγμα ο σχεδιαστής επιθυμεί τη μεγιστοποίηση της συνολικής απόδοσης του δικτύου ή την τήρηση της συνθήκης να μείνουν όλοι οι χρήστες ενεργοί σε κάθε χρονική στιγμή. Αν αυτό έρχεται σε αντίθεση με την ισορροπία του παιγνίου μπορεί να προτιμηθούν ενδιάμεσες λύσεις ή να προσαρμοστεί το παίγνιο θεωρώντας για παράδειγμα τους παίχτες ενήμερους για την ποινή της κακής συμπεριφοράς των άλλων παιχτρών και σχεδιάζοντάς το με αυτό ως δεδομένο.

Ένα παράδειγμα όπου οι χρήστες μεταβάλουν τις επιλογές τους αυθόρμητα για το κοινό καλό είναι τα συστήματα CDMA όπου οι χρήστες διαφοροποιούνται με βάση την επιλογή διαφορετικών κωδικών διασποράς. Καθένας από αυτούς τους κωδικούς θεωρείται ως η στρατηγική του συγκεκριμένου χρήστη, η απόδοση της οποίας συσχετίζεται με το βαθμό ορθογωνιότητας των αντίστοιχων κωδικών των άλλων χρηστών. Όποτε ο παίχτης αλλάζει τη στρατηγική του με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιείται το κέρδος του, αυτόματα βελτιώνει την απόδοση και των άλλων χρηστών. Έτσι, σε αυτό το παράδειγμα βλέπουμε πως η ελευθερία κάθε κόμβου να επιλέγει εγωιστικά τη στρατηγική του οδηγεί σε ένα σύνολο στρατηγικών με τη βέλτιστη απόδοση.

2.9 Συναρτήσεις χρησιμότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας περιγράφουν τη σειρά προτίμησης ανάμεσα στις εναλλακτικές επιλογές που έχει κάθε παίκτης και στα διάφορα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επιλογή τους. Στα ασύρματα δίκτυα, οι σχέσεις αυτές δεν είναι πάντα σαφείς. Για παράδειγμα, ένας χρήστης τυπικά θα επέλεγε μια σύνδεση 1,000001Mbps από μία σύνδεση 1Mbps, ωστόσο στην πραγματικότητα μπορεί να επιλέξει τη δεύτερη για λόγους αξιοπιστίας ή άλλους. Εξάλλου οι προτιμήσεις του χρήστη μπορεί να αλλάζουν ανάλογα με την εφαρμογή. Για παράδειγμα, κατά τη μεταφορά ενός σημαντικού αρχείου ο σηματοθορυβικός λόγος μπορεί να παίζει πολύ μεγαλύτερο ρόλο από την ταχύτητα, ενώ στη μετάδοση βίντεο πολύ μικρότερο.

Στα πραγματικά δίκτυα, οι όποιες επιλογές δε γίνονται ανάμεσα σε σίγουρα αποτελέσματα, αλλά ανάμεσα σε στοχαστικές συναρτήσεις. Για παράδειγμα, μπορούμε να επιλέξουμε να δούμε ένα βίντεο σε υψηλή ποιότητα με πιθανότητα 0.6 ρισκάροντας να μην αντέξει η σύνδεσή μας και να μην το δούμε καθόλου με πιθανότητα 0.4 ή να το δούμε σε χαμηλή ποιότητα με πιθανότητα 0.99 να το δούμε και 0.01 να μην το δούμε. Σε κάθε περίπτωση, όταν οι αποφάσεις λαμβάνονται από προγραμματισμένους παίχτες-κόμβους θα πρέπει να υπακούουν στην αρχή της ανεξαρτησίας των μη συσχετιζόμενων μεταβλητών. Οι προτιμήσεις δηλαδή είναι κάτι παραπάνω από μια σειρά διάταξης, είναι μια κατανομή πιθανοτήτων ανάμεσα στα διάφορα ενδεχόμενα. Επίσης οι πιθανότητες δεν έχουν αντικειμενικές τιμές όπως στο παραπάνω παράδειγμα, αλλά κάθε κόμβος καλείται να κάνει τη δική του εκτίμηση για αυτές.

Συμπερασματικά, η μαθηματική αναπαράσταση των προτιμήσεων των παιχτών είναι μια περίπλοκη διαδικασία η οποία πολλές φορές είναι ακόμη και αδύνατο να επιτευχθεί. Επιπρόσθετα η μετάβαση από τη θεωρία παιγνίων με βάση την ανθρώπινη συμπεριφορά στην εφαρμογή της σε προγραμματισμένους παίχτες-κόμβους εισάγει από μόνη της επιπλέον παραμέτρους που πρέπει να ληφθούν υπόψη, για τη σωστή διατύπωση κι επίλυση του προβλήματος.

2.10 Εφαρμογές στρατηγικών μορφών

Ο σχεδιασμός δικτύων όπου παρέχονται υπηρεσίες διαφορετικής ποιότητας ώστε να μεγιστοποιείται η απόδοσή του δικτύου αλλά και να ικανοποιείται το σύνολο των πελατών γίνεται συνήθως μέσω της τιμολογιακής πολιτικής της εταιρίας. Δεδομένου ότι εκτός της τελευταίας, η επιλογή του χρήστη εξαρτάται και από τις επιλογές όλων των άλλων χρηστών το σημείο λειτουργίας μπορεί να βρεθεί μέσω της ισορροπίας Nash. Η τιμολόγηση μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν ένα παίγνιο ανάμεσα στην κεντρική αρχή δηλαδή τον πάροχο και ένα πεπερασμένο σύνολο χρηστών με διαφορετικές απαιτήσεις ποιότητας υπηρεσίας. Ο πάροχος καθορίζει τη ζητούμενη ισορροπία λαμβάνοντας υπόψη τις δυνατότητες του δικτύου μέσω της τιμολογιακής πολιτικής του. Φυσικά όσο καλύτερη είναι η ποιότητα της ζητούμενης υπηρεσίας, τόσο μεγαλύτερο θα είναι και το κόστος.

Το κέρδος κάθε χρήστη προκύπτει από τη διαφορά ανάμεσα στη δική του κοστολόγηση της υπηρεσίας και στο ποσό που πραγματικά πληρώνει για αυτή. Η μεγιστοποίηση αυτής της ποσότητας δεδομένων των επιλογών όλων των παικτών δίνει τη βέλτιστη στρατηγική για κάθε παίκτη. Ο καθορισμός της γενικευμένης συνάρτησης χρησιμότητας δεν είναι καθόλου εύκολη υπόθεση αφού είναι σχεδόν αδύνατο από τον πάροχο να αποκτήσει πρόσβαση στην ευαισθησία κάθε χρήστη στις διάφορες μεταβολές.

Ωστόσο, η ισορροπία Nash μπορεί να δώσει αρκετά χρήσιμα αποτελέσματα δεδομένων κάποιων βασικών γενικών αρχών όπως είναι η μονοτονία της συνάρτησης χρησιμότητας, αφού είναι απόλυτα λογικό αυτή να μειώνεται καθώς αυξάνεται για παράδειγμα η καθυστέρηση και να αυξάνεται καθώς αυξάνονται παράμετροι όπως το διαθέσιμο εύρος ζώνης. Επίσης η οριακή χρησιμότητα είναι φυσικό να μειώνεται όσο αυξάνεται η ποιότητα καθώς ο χρήστης γίνεται όλο και λιγότερο πρόθυμος να πληρώσει για περαιτέρω βελτίωσή της.

Ένα άλλο θέμα το οποίο μπορεί να μοντελοποιηθεί μέσω της θεωρίας παιγνίων είναι ο έλεγχος ροής, δηλαδή το φορτίο που κάθε παίκτης προσφέρει στο δίκτυο, το οποίο αποτελεί και τη στρατηγική του. Αντικειμενικός σκοπός είναι να επιλεγεί ένας διαχειριζόμενος έλεγχος ροής που να μεγιστοποιεί τη μέση απόδοση δεδομένου ενός χρονικού ορίου ανεκτής καθυστέρησης. Το σημείο ισορροπίας για ένα τέτοιο σύστημα μπορεί να βρεθεί μέσω της θεωρίας παιγνίων.

Γενικά, η θεωρία παιγνίων μπορεί να βρει εφαρμογή σε πολλά θεωρητικά πεδία έρευνας στις ασύρματες επικοινωνίες. Πολύ σημαντικός είναι ο ρόλος της στα κατανεμημένα συστήματα που αποτελούν και το μέλλον των ασύρματων δικτύων. Σε αυτά κάθε κόμβος μπορεί να λαμβάνει αποφάσεις χωρίς να αντλεί πληροφορίες από κάποιο σταθμό-βάση, όπως η επιλογή της ενέργειας που πρέπει να καταναλώσει ή της συχνότητας όπου πρέπει να εκπέμψει για να έχει το καλύτερο αποτέλεσμα.Τα χαρακτηριστικά αυτά, μπορεί να απαιτούν τη γνώση των συνθηκών του δικτύου και των άλλων κόμβων. Το πόση είναι η κατάλληλη γνώση μας βοηθάει να το ανακαλύψουμε η θεωρία παιγνίων.

Πολλές στρατηγικές πάντως δε βασίζονται σε πραγματική γνώση της κατάστασης αλλά σε στοχαστικές διαδικασίες με βάση το ιστορικό του δικτύου. Ο μηχανικός σχεδιασμός ενός δικτύου αφορά στο πως ο μηχανικός που θα σχεδιάσει το δίκτυο θα δώσει αντικίνητρα στους χρήστες που τείνουν να φέρονται εγωιστικά, ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη συνολική ισορροπία. Τέτοια κίνητρα μπορεί να είναι η τιμολογιακή πολιτική ή και η μείωση της απόδοσης. Τα δίκτυα και οι τηλεπικοινωνίες χειρίζονται από ανθρώπους και ως εκ τούτου έχουν ενσωματωμένη τη λογική στη λήψη αποφάσεων, κάτι που βοηθάει στην αναπαράσταση τους ως παίγνια.

Συμπερασματικά, η θεωρία παιγνίων είναι ένα πολύ δυνατό εργαλείο στην ανάλυση των ασύρματων δικτύων και τηλεπικοινωνιών με πολλές ακόμη προοπτικές και πεδία έρευνας. Χωρίς να ξεχνάμε τους περιορισμούς και τις υποθέσεις που προϋποθέτει η θεωρητική ανάλυση που μας παρέχει η θεωρία παιγνίων, σίγουρα αποτελεί ένα πολλά υποσχόμενο εργαλείο για την ανάλυση δικτύων ειδικά στις περιπτώσεις όπου υπάρχει αλληλεπίδραση των επιλογών των χρηστών, όπως είναι τα αδόμητα δίκτυα και γενικότερα τα δίκτυα με μη κεντρικοποιημένο έλεγχο ισχύος. [13]

3 Έλεγχος ισχύος

3.1 Εισαγωγή

Στα συστήματα ασυρμάτων επικοινωνιών, δύο φαινόμενα που μειώνουν την απόδοση του δικτύου είναι οι διακαναλικές παρεμβολές και η εξαρτημένη προς το χρόνο φύση των καναλιών. Όπως είναι γνωστό, το μέσο κέρδος σε ένα τηλεπικοινωνιακό κανάλι επηρεάζεται κυρίως από παράγοντες απωλειών διαδρομής μεγάλης κλίμακας (large scale fading) όπως είναι οι απώλειες διάδοσης και η επισκίαση ενώ το στιγμιαίο κέρδος καναλιού επηρεάζεται από παράγοντες αλλοίωσης μικρής κλίμακας (small scale fading) όπως η εξασθένηση λόγω πολλαπλών διαδρομών (multipath fading).

Καθώς ένα κινητό τερματικό αλλάζει θέσεις, το περιβάλλον ραδιοκάλυψης στο οποίο εξυπηρετείται, μεταβάλλεται στοχαστικά. Χαρακτηρίζεται από ανομοιομορφία όσον αφορά τον αριθμό και τα χαρακτηριστικά των σκεδαστών που πιθανώς να παρεμβάλλονται σε μία ασύρματη διαδρομή. Οι τυχαίες τιμές της λαμβανόμενης ισχύος αλλάζουν πιο έντονα σε περιπτώσεις που το τερματικό πλησιάζει πολύ ή απομακρύνεται αρκετά από κάποιο σκεδαστή, ακόμα και αν πρόκειται για σημεία που ισαπέχουν από τον πομπό.

Επιπλέον, η επαναχρησιμοποίηση των συχνοτήτων μπορεί να δρα θετικά αυξάνοντας τη χωρητικότητα του δικτύου, παράλληλα όμως προκαλεί διακαναλικές παρεμβολές μειώνοντας σημαντικά την απόδοση του. Εξαιτίας αυτών των φαινομένων ο σηματοθορυβικός λόγος στην έξοδο ενός δέκτη μπορεί να έχει διακυμάνσεις της τάξης δεκάδων db. Ο έλεγχος ισχύος είναι μια αποτελεσματική μέθοδος εκχώρησης πόρων που καταπολεμεί σε μεγάλο βαθμό αυτά τα επιζήμια φαινόμενα.

Συγκεκριμένα, η έννοια του ελέγχου ισχύος αναφέρεται σε τεχνικές και αλγόριθμους που χρησιμεύουν στη ρύθμιση της εκπεμπόμενης ισχύος των σταθμών βάσης καθώς και των δεκτών. Η εκπεμπόμενη ισχύς ρυθμίζεται ανάλογα με την κατάσταση του καναλιού, ώστε το λαμβανόμενο σήμα να διατηρήσει την ποιότητά του. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η μείωση των διακαναλικών παρεμβολών, ο έλεγχος ποιότητας των δεδομένων και η ελαχιστοποίηση της εκπεμπόμενης ισχύος του δέκτη, αυξάνοντας σημαντικά την απόδοση του δικτύου.

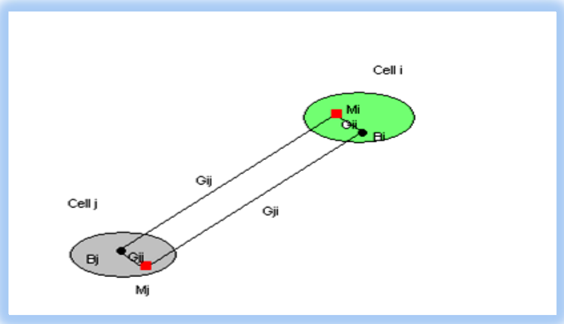
Ο σκοπός του ελέγχου ισχύος στα ασύρματα δίκτυα είναι η συνεχής ρύθμιση της εκπεμπόμενης ισχύος ώστε να εγγυάται μια συγκεκριμένη ποιότητα σύνδεσης και να μειώνονται στο ελάχιστο οι διακαναλικές παρεμβολές. Για τη διατήρηση της ποιότητας σύνδεσης, είναι απαραίτητο να παραμένει ο σηματοθορυβικός λόγος πάνω από ένα κατώφλι το οποίο λέγεται *ελάχιστος λόγος προστασίας*.

Τα υπάρχοντα σχέδια ελέγχου ισχύος μπορούν να ταξινομηθούν σαν κεντρικοποιημένα ή κατανεμημένα, ευθείας η αντίστροφης ροής σύνδεσης, ανοικτού ή κλειστού βρόχου κλπ. Παρόλα αυτά όμως το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος αποτελεί ένα σημαντικό πρόβλημα καθώς δεν παύουν να υπάρχουν πρακτικοί περιορισμοί. Συγκεκριμένα παρακάτω αναφέρονται ορισμένα από τα βασικά ζητήματα που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη για την επίλυση του προβλήματος του ελέγχου ισχύος.

- Η αύξηση της ισχύος μιας ζεύξης θα αυξήσει το σηματοθορυβικό λόγο της συγκεκριμένης ζεύξης, αλλά θα επηρεάσει αρνητικά τις υπόλοιπες συνδέσεις καθώς θα αυξηθεί η παρεμβολή προς αυτές.
- Για την περίπτωση πολλαπλών κυψελών ή αντίστροφης ροής σύνδεσης, ο έλεγχος ισχύος θα πρέπει να υλοποιηθεί με κατανεμημένο τρόπο. Όλοι οι χρήστες θα πρέπει να χρησιμοποιούν μόνο τις τοπικές πληροφορίες για να ελέγξουν την ισχύ τους ώστε οι περιορισμένοι πόροι ισχύος να μπορούν να χρησιμοποιηθούν συνεργατικά για να βελτιώσουν την απόδοση του συστήματος και ταυτόχρονα να διατηρήσουν την προσφερόμενη ποιότητα υπηρεσίας στους χρήστες.
- Είναι απαραίτητη η απλή υλοποίηση του συστήματος χωρίς να προκαλείται μεγάλος υπολογιστικός φόρτος.
- Η ταχύτητα σύγκλισης για έναν αλγόριθμο ελέγχου ισχύος θα πρέπει να είναι αρκούντως γρήγορη συγκριτικά με την μεταβαλλόμενη ταχύτητα των εξασθενούντων καναλιών.
- Το σχέδιο ελέγχου ισχύος θα πρέπει να είναι ικανό να εξυπηρετεί ετερογενείς απαιτήσεις ποιότητας υπηρεσίας.

3.2 Βασικά μοντέλα ελέγχου ισχύος

Στη συγκεκριμένη ενότητα, θα αναφερθούν διαφορετικά σενάρια για τον έλεγχο ισχύος όπως η περίπτωση μίας ή πολλαπλών κυψελών και η ευθεία ή αντίστροφη ροή σύνδεσης, καθώς και η δυνατότητα υλοποίησης του ελέγχου ισχύος.



Εικόνα 10 Τηλεπικοινωνιακό δίκτυο πολλαπλών κυψελών

Στην παραπάνω εικόνα απεικονίζεται ένα παράδειγμα τηλεπικοινωνιακού δικτύου πολλαπλών κυψελών. Ένα σύνολο Κ ζευγών πομπού-δέκτη μοιράζεται το ίδιο κανάλι. Το κέρδος μεταξύ πομπού i και δέκτη j συμβολίζεται ως G_{ij}, και η ισχύς εκπομπής του i-οστού πομπού είναι P_i. Για μια ισοτροπική κεραία με μοναδιαίο κέρδος σε όλες τις κατευθύνσεις, η ισχύς του λαμβανόμενου σήματος στο δέκτη i από τον πομπό j είναι $G_{ji}P_i$. Υποθέτουμε πως ο πομπός i επικοινωνεί με το δέκτη j. Το επιθυμητό σήμα στο δέκτη i ισούται με $G_{ii}P_i$, ενώ η ισχύς του σήματος παρεμβολών από άλλους πομπούς στο δέκτη είναι $I=\sum_{j\neq i} G_{ji}P_j$. Θεωρείται ότι ο θερμικός θόρυβος είναι λευκός θόρυβος Γκαουσιανής μορφής με διασπορά σ^2, ενώ ο σηματοθορυβικός λόγος στον i-οστό δέκτη δίνεται από την εξίσωση:

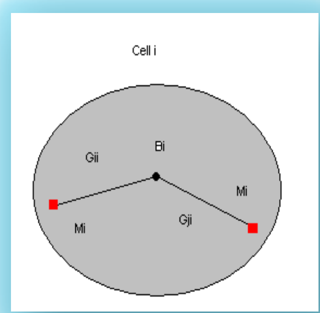
$$\Gamma_i = \frac{GiiPi}{I+\sigma^2} = \frac{GiiPi}{\sum_{j\neq i} GjiPj + \sigma^2} \tag{9}$$

Η ποιότητα της μετάδοσης από τον πομπό i στο δέκτη j εξαρτάται από το Γ_i. Η ποιότητα είναι αποδεκτή αν το Γ_i είναι πάνω από ένα συγκεκριμένο κατώφλι $\gamma_i^{\min}$, το οποίο αποκαλείται ελάχιστος λόγος προστασίας. Το $\gamma_i^{\min}$ καθορίζεται από τις ποιοτικές απαιτήσεις της συγκεκριμένης ζεύξης όπως για παράδειγμα ο επιθυμητός ρυθμός λανθασμένων bit. Έτσι προκειμένου να είναι αποδεκτή η ποιότητα επικοινωνίας, θα πρέπει να ισχύει:

$$\Gamma_i \geq \gamma_i^{\min}, \forall i. \tag{10}$$

Για την περίπτωση πολλαπλών κυψελών, το κέρδος καναλιού από μια κυψέλη στην άλλη (G_{ji}) είναι πολύ μικρότερο από το κέρδος καναλιού μέσα σε κάθε κυψέλη (G_{ii}). Έτσι οι παρεμβολές από άλλους χρήστες είναι σχετικά μικρές. Αν οι ομοκαναλικές κυψέλες είναι διασκορπισμένες αρκετά μακριά, ο όρος παρεμβολών $\sum_{j \neq i} G_{ji} P_j$ μπορεί να είναι πολύ μικρότερος από τον όρο θερμικού θορύβου σ^2.

Υπό αυτή τη συνθήκη,το πρόβλημα ελέγχου ισχύος γίνεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός χρήστη και μπορεί να επιλυθεί εύκολα. Ωστόσο αν οι ομοκαναλικές κυψέλες είναι κοντά η μία στην άλλη,χρειάζεται να ελέγξουμε την εκπεμπόμενη ισχύ των χρηστών σε διαφορετικές κυψέλες. Επιπλέον, οι υπολογισμοί καναλιού από τη μία κυψέλη στην άλλη είναι αρκετά δύσκολοι. Έτσι ο κατανεμημένος έλεγχος ισχύος με χρήση μόνο τοπικών πληροφοριών προτιμάται για την υλοποίηση του ελέγχου ισχύος σε τηλεπικοινωνιακό σύστημα πολλαπλών κυψελών.



Εικόνα 11 Τηλεπικοινωνιακό δίκτυο μιας κυψέλης

Στο παραπάνω σχήμα, φαίνεται ένα παράδειγμα τηλεπικοινωνιακού δικτύου μιας κυψέλης. Σε αντίθεση με την περίπτωση πολλαπλών κυψελών, υπάρχει μόνο ένας σταθμός βάσης στο δίκτυο. Ο λαμβανόμενος σηματοθορυβικός λόγος του i-οστού χρήστη δίνεται από:

$$\Gamma_i = \frac{\alpha_{ii} G_i P_i}{\sum_{j \neq i} \alpha_{ji} G_j P_j + \sigma^2} \tag{11}$$

όπου το α_{ij} είναι ο ορθογώνιος παράγοντας ανάμεσα στο χρήστη i και το χρήστη j.

Για παράδειγμα, σε ένα συγχρονισμένο σύστημα CDMA, έχουμε:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} \text{processing gain}, & i=j. \\ 1, & i \neq j. \end{cases}$$

Για την περίπτωση μιας κυψέλης, οι παρεμβολές μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερες συγκρινόμενες με εκείνες στην περίπτωση των πολλαπλών κυψελών.

Με τον όρο αυτό περιγράφεται η πιθανή διαφωνία, αποκοπή ή και απώλεια της κλήσης κάποιου χρήστη, ως αποτέλεσμα της ταυτόχρονης χρήσης διαύλου της ίδιας ή γειτονικής συχνότητας φέροντος και από άλλο χρήστη. Έτσι, ο έλεγχος ισχύος είναι συνεχώς απαραίτητος για όλους τους χρήστες. Από την άλλη μεριά όμως, το κέρδος καναλιού G_j μπορεί να ληφθεί εύκολα. Συνεπώς ο συγκεντρωτικός έλεγχος ισχύος μπορεί να υλοποιηθεί.

Ενώ ο σηματοθορυβικός λόγος των χρηστών αυξάνεται γραμμικά σύμφωνα με την ισχύ τους, η μείωσή του λόγω της ισχύος των άλλων χρηστών είναι μη γραμμική. Εξαιτίας αυτής της μη γραμμικότητας, το πρόβλημα ελέγχου ισχύος είναι δύσκολο να επιλυθεί στα ασύρματα δίκτυα.

Για να μελετήσουμε τη συμπεριφορά του προβλήματος ελέγχου ισχύος, χρησιμοποιούμε ένα παράδειγμα με δύο χρήστες. Στο ασύρματο δίκτυο πολλαπλών κυψελών που φαίνεται στο σχήμα 1, ορίζουμε τον πίνακα κέρδους καναλιού σαν $[G]_{ij} = G_{ij}$. Υποθέτουμε ότι $\sigma^2 = 0.001$. Σαν παράδειγμα, υποθέτουμε

$$G = \begin{bmatrix} 4.984 & 0.067 \\ 0.0029 & 0.9580 \end{bmatrix}$$

Προφανώς ο χρήστης 1 έχει πολύ καλύτερο κέρδος καναλιού στον ανταποκρινόμενο σταθμό βάσης από το χρήστη 2. Υποθέτουμε πως ο σηματοθορυβικός λόγος κάθε χρήστη είναι μεγαλύτερος από το κατώφλι γ_i. Με την αύξηση του κατωφλίου για το σηματοθορυβικό λόγο, φυσικά αυξάνεται και η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς. Επειδή όμως ο χρήστης 1 έχει καλύτερες συνθήκες καναλιού από το χρήστη 2, η συνολική ισχύς αυξάνεται πιο αργά όταν ο χρήστης 1 αυξάνει το κατώφλι του σηματοθορυβικού του λόγου από όταν ο χρήστης 2 αυξάνει το αντίστοιχο δικό του.

Όταν οι στόχοι για τους σηματοθορυβικούς λόγους είναι αρκετά μεγάλοι, η συνολική ισχύς θα αρχίσει να αυξάνεται πολύ γρήγορα. Υπό αυτή τη συνθήκη, για να αυξηθεί λίγο ο σηματοθορυβικός λόγος των χρηστών, θα πρέπει να εκπέμψουν πολύ μεγαλύτερη ισχύ. Όταν τα κατώφλια των χρηστών για τους σηματοθορυβικούς τους λόγους υπερβαίνουν κάποιο σημείο δεν υπάρχει αρκετή ισχύς για την επίτευξή τους και το σύστημα καλείται ανέφικτο. Ορίζουμε τη δυνατότητα επίτευξης ή υλοποίησης ως εξής:

Η κατανομή ισχύος καλείται υλοποιήσιμη αν υπάρχει θετική κατανομή ισχύος για όλους τους χρήστες ώστε ο επιθυμητός σηματοθορυβικός λόγος να μπορεί να επιτευχθεί. Γενικότερα, η κατανομή ισχύος είναι εφικτή αν όλοι οι υπόλοιποι περιορισμοί, όπως η μέγιστη εκπεμπόμενη ισχύς από τον πομπό, ικανοποιούνται.

Το σύνολο ισχύων για το οποίο η κατανομή ισχύος είναι υλοποιήσιμη μπορεί να μην είναι κυρτό, ειδικά όταν περισσότεροι περιορισμοί όπως η μέγιστη ισχύς ληφθούν υπόψη. Αυτή η μη κυρτότητα του υλοποιήσιμου φάσματος έχει σαν αποτέλεσμα πολλά τοπικά βέλτιστα για τον έλεγχο ισχύος., Η εύρεση μιας λύσης μέσα στο υλοποιήσιμο φάσμα μπορεί από μόνη της να αποτελέσει ένα δύσκολο πρόβλημα.

3.3 Ταξινόμηση σχεδίων ελέγχου ισχύος

Υπάρχουν διάφορα σχέδια ελέγχου ισχύος ανάλογα με τον τρόπο μέτρησης της ισχύος, με το ποιες είναι οι διαθέσιμες μετρήσεις και οι περιορισμοί, καθώς και ποια θεωρείται ως αποδεκτή καθυστέρηση. Από την πλευρά των τηλεπικοινωνιών δικτύων, τα σχέδια ελέγχου ισχύος μπορούν να ταξινομηθούν ως εξής:

- Έλεγχος ισχύος για την άνω ζεύξη (από τα κινητά στους σταθμούς βάσης):
  Η μέγιστη εκπεμπόμενη ισχύς περιορίζεται από την μπαταρία του κινητού. Ως εκ τούτου η ισχύς δεν μπορεί να είναι αυθαίρετα μεγάλη. Επιπλέον η υπολογιστική ικανότητα για τα κινητά είναι χαμηλή. Έτσι είναι αδύνατο τα κινητά να εκτελέσουν πολύπλοκους υπολογισμούς. Ο έλεγχος ισχύος για την άνω ζεύξη αποτελεί ένα σημαντικό πρόβλημα για τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, ειδικά για ένα σύστημα DS-CDMA με πρόβλημα απομακρυσμένων σταθμών. Το φαινόμενο απομακρυσμένων σταθμών σημαίνει ότι, απουσία ελέγχου ισχύος, ο χρήστης κοντά στο σταθμό βάσης και με καλή κατάσταση καναλιού θα έχει ιδανικές συνθήκες, αλλά η ισχύς του θα προκαλέσει μεγάλη φθορά στην ποιότητα σύνδεσης του χρήστη που είναι μακριά από το σταθμό βάσης και έχει κακό δίαυλο επικοινωνίας.

- Έλεγχος ισχύος για κάτω ζεύξη (από τους σταθμούς βάσης στα κινητά):

  Η συνολική ισχύς για όλους τους χρήστες περιορίζεται από τους ενισχυτές εκπομπής και τη μέριμνα που πρέπει να ληφθεί για λιγότερες παρεμβολές στις άλλες κυψέλες. Η υπολογιστική ικανότητα σε ένα σταθμό βάσης μπορεί να είναι πολύ δυνατή. Οι θέσεις των σταθμών βάσης είναι σταθερές, συνεπώς δεν καταναλίσκεται ενέργεια για τη μετακίνησή τους. Συνεπώς, η παρεμβολή εντός της κυψέλης, από τα σήματα της κάτω ζεύξης είναι λιγότερο μεταβαλλόμενη και άτακτη. Στην κάτω ζεύξη τα σήματα διαμόρφωσης είναι συγχρονισμένα και έτσι είναι πιο εύκολη η διατήρηση της ορθογωνιότητας τους. Ωστόσο, για την επίτευξη των βέλτιστων αποτελεσμάτων, οι συνθήκες της κάτω ζεύξης θα πρέπει να ανατροφοδοτούνται από τους χρήστες, το οποίο θα προκαλέσει μεγαλύτερη επικοινωνιακή επιβάρυνση.

Σύμφωνα με τις μετρήσεις για την επιλογή των εντολών ελέγχου ισχύος, οι αντίστοιχες τεχνικές μπορούν να ταξινομηθούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

- Με βάση τη δύναμη ισχύος: Στα σχέδια τα οποία βασίζονται στη δύναμη ισχύος, μετράται η δύναμη του σήματος που φτάνει από ένα κινητό στο σταθμό βάσης για να προσδιοριστεί αν είναι υψηλότερη ή χαμηλότερη από την επιθυμητή. Ανάλογα αποφασίζεται η εντολή για μείωση ή αύξηση της εκπεμπόμενης ισχύος.
- Με βάση το σηματοθορυβικό λόγο: Στις μεθόδους αυτές, η ποσότητα που μετράται είναι ο σηματοθορυβικός λόγος, με τις παρεμβολές να αποτελούνται από το θόρυβο καναλιού και τις παρεμβολές πολλαπλών χρηστών. Οι μέθοδοι αυτές είναι δυσκολότερα υλοποιήσιμες, αλλά αντανακλούν καλύτερα την απόδοση του συστήματος όπως η ποιότητα υπηρεσίας και η χωρητικότητα. Ένα σοβαρό πρόβλημα που συσχετίζεται με αυτές τις μεθόδους είναι το ενδεχόμενο να υπάρχει θετική ανάδραση. Αυτό μπορεί να προκαλέσει αδυναμία υλοποίησης και να θέσει σε κίνδυνο τη σταθερότητα του συστήματος. Η θετική ανάδραση προκύπτει σε μια κατάσταση στην οποία ένα κινητό μετά από εντολές του σταθμού βάσης καλείται να αυξήσει την εκπεμπόμενη ισχύ του για να εκπληρώσει την απαίτηση για το σηματοθορυβικό λόγο στο σταθμό βάσης, αλλά η αύξηση στην ισχύ του έχει ως αποτέλεσμα επακόλουθα μια αύξηση στην παρεμβολή σε άλλα κινητά ώστε αυτά με τη σειρά τους αναγκάζονται επίσης να αυξήσουν την ισχύ τους για να διατηρήσουν τις ιδιότητες της

σύνδεσής τους. Έτσι η παρεμβολή επίσης αυξάνεται και αυτό οδηγεί σε θετική ανάδραση.

- Με βάση το ρυθμό λήψης λαθών: Σε αυτή τη μέθοδο, ο ρυθμός λήψης λαθών ορίζεται σαν ένας μέσος όρος των λανθασμένων bit σε σύγκριση με την αρχική αλληλουχία bit. Αν το σήμα και η παρεμβολή έχουν σταθερή ισχύ, ο ρυθμός λήψης λαθών θα είναι συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου. Ωστόσο, στην πραγματικότητα, ο σηματοθορυβικός λόγος είναι εξαρτώμενος από το χρόνο και ως εκ τούτου ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος δε θα είναι σε αντιστοιχία με το μέσο ρυθμό λήψης λαθών. Σε αυτή την περίπτωση ο μέσος ρυθμός λήψης λαθών είναι ένα καλύτερο μέτρο της ποιότητας της τηλεπικοινωνιακής ζεύξης. Επειδή η κωδικοποίηση καναλιού υλοποιείται σε κάθε σύστημα στην πράξη, ο έλεγχος ισχύος μπορεί να βασιστεί επίσης στο μέσο όρο λανθασμένων πλαισίων. Άλλα μέτρα της ποιότητας υπηρεσίας όπως ο ρυθμός λήψης λανθασμένων πλαισίων , μπορούν επίσης να εφαρμοστούν για την αναπαράσταση των συνθηκών για τους χρήστες. Σε κάθε περίπτωση, η μέτρηση του ακριβούς ρυθμού λήψης λαθών απαιτεί κάποια καθυστέρηση ώστε το σύστημα να συγκεντρώσει έναν επαρκή αριθμό δειγμάτων.

Ανάλογα με την ύπαρξη ή την απουσία ανάδρασης, οι τεχνικές ελέγχου ισχύος μπορούν να ταξινομηθούν ως εξής:

- Έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου:

  Ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου χρησιμοποιεί την ανάδραση για τον έλεγχο της εκπεμπόμενης ισχύος για την αποτελεσματική αντιμετώπιση των αλλαγών στις συνθήκες καναλιού. Για την υλοποίηση του, χρησιμοποιούνται δύο βρόχοι. Ο εξωτερικός αλλάζει την τιμή του SIR, ενώ ο εσωτερικός αλλάζει τις τιμές ισχύος εκπομπής των χρηστών προκειμένου να επιτευχθούν οι επιθυμητές τιμές του SIR. Ο εσωτερικός βρόχος ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη, δίνει τη δυνατότητα στους χρήστες να ρυθμίζουν την εκπεμπόμενη ισχύ τους, προκειμένου να διατηρηθεί ο λόγος σήματος προς παρεμβολή στην άνω ζεύξη σε μία δεδομένη τιμή αναφοράς. Ο χρήστης λαμβάνει στην κάτω ζεύξη ένα ή περισσότερα σήματα ελέγχου ισχύος μετάδοσης. Τα μηνύματα αυτά εξαρτώνται από το αποτέλεσμα της σύγκρισης της εκτιμώμενης τιμής του SIR και της τιμής αναφοράς του, για κάθε χρήστη. Στη συνέχεια, ο χρήστης μπορεί να τροποποιήσει το επίπεδο της εκπεμπόμενης ισχύος του, ωστέ να επιτύχει την επιθυμητή τιμή. Στην περίπτωση κεντρικής υλοποίησης είναι αναγκαία η ενημέρωση κάθε φορά των χρηστών για την επιθυμητή ισχύ και η ύπαρξη επιπρόσθετων διαύλων ελέγχου, που αυξάνουν τη ροή δεδομένων και το υπολογιστικό φορτίο του δικτύου. Για μια ευρεία γκάμα τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου ενημερώνεται σε λιγότερο από 1ms το οποίο αντιστοιχεί σε μεγάλο κόστος εύρους ζώνης.

- Έλεγχος ισχύος ανοιχτού βρόχου:

  Στα συστήματα κινητών τηλεπικοινωνιών με χρήση πολλαπλών δορυφόρων σε χαμηλή τροχιά γύρω από τη Γη, η εξασθένηση συμβαίνει πολύ γρήγορα για να καταγραφεί στον έλεγχο κλειστού βρόχου, εξαιτίας της μεγάλης καθυστέρησης της διάδοσης μετ' επιστροφής. Σε αυτή την περίπτωση, η λύση είναι ο έλεγχος ισχύος ανοιχτού βρόχου, στον οποίο ο χρήστης του κινητού υπολογίζει την κατάσταση του καναλιού στην κάτω ζεύξη και αυτή η εκτίμηση χρησιμοποιείται σαν μέτρο της κατάστασης καναλιού στην άνω ζεύξη. Αυτές οι τεχνικές μπορούν να αναπληρώσουν τις απώλειες διάδοσης και τις αποκλίσεις μεγάλης κλίμακας, όπως η επισκίαση, αλλά είναι αδύνατον να αναπληρώσουν την εξασθένηση πολλαπλών διαδρομών επειδή η κάτω και η άνω ζεύξη δε συσχετίζονται απόλυτα.

- Συνδυασμός ελέγχου ισχύος ανοιχτού και κλειστού βρόχου:

  Όταν το κινητό λειτουργεί πρέπει να εκτιμήσει την εκπεμπόμενη ισχύ ώστε να μην παρεμβάλλεται σε άλλα κινητά. Αυτή η εκτίμηση γίνεται συνήθως από τον έλεγχο ισχύος ανοιχτού βρόχου. Μόλις αποκτηθεί η κατάλληλη ισχύς, ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου εφαρμόζεται ώστε οι αλλαγές στο κανάλι να μπορούν να καταγραφούν.

Οι περισσότερες υλοποιήσεις ελέγχου ισχύος απαιτούν ακριβή γνώση μερικών στιγμιαίων ποσοτήτων όπως ο σηματοθορυβικός λόγος και ο ρυθμός λήψης λαθών. Σε μερικά ασύρματα δίκτυα, αυτές οι ποσότητες είναι δύσκολο να υπολογιστούν επακριβώς. Συνεπώς οι υλοποιήσεις αυτές μπορεί να μη δουλεύουν όταν οι στιγμιαίες μεταβλητές αντικαθίστανται με τυχαίους υπολογισμούς. Έτσι είναι απαραίτητος ο έλεγχος ισχύος με στατιστικές μεθόδους. Παράλληλα υπάρχουν άλλα κριτήρια κατάταξης των αλγορίθμων ελέγχου ισχύος, όπως ο έλεγχος ισχύος στον οποίο το επίπεδο εκπεμπόμενης ισχύος ελέγχεται σε συνεχή χώρο και ο έλεγχος ισχύος στον οποίο η εκπεμπόμενη ισχύς ελέγχεται σε διακριτό χώρο.

Επιπρόσθετα, ανάλογα με τις υποδομές του δικτύου, υπάρχουν δύο κύριες κατηγοριοποιήσεις:

- Συγκεντρωτικός έλεγχος ισχύος: Ένας κεντρικός ελεγκτής έχει όλη την πληροφορία για τις εγκατεστημένες ζεύξεις και τα κέρδη καναλιών και ελέγχει όλα τα επίπεδα ισχύος στο δίκτυο ή μέρος αυτού. Ο συγκεντρωτικός έλεγχος προϋποθέτει εκτενή σηματοδότηση ελέγχου και άνωθεν μετρήσεις στο δίκτυο και μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε μερικές ειδικές περιπτώσεις στην πράξη όπως η περίπτωση μιας κυψέλης. Ωστόσο η μελέτη συγκεντρωτικού ελέγχου ισχύος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την οριοθέτηση της απόδοσης των κατανεμημένων αλγορίθμων. Σε ένα τέτοιο σύστημα ένας κεντρικός ελεγκτής που έχει γνώση των κερδών όλων των συνδέσεων του συστήματος θα προσδιόριζε την εκπεμπόμενη ισχύ όλων των χρηστών κατευθείαν ώστε οι σηματοθορυβικοί τους λόγοι να είναι πάνω από την επιθυμητή τιμή.
- Κατανεμημένος έλεγχος ισχύος: Ένας αποκεντρωμένος ελεγκτής ελέγχει την ισχύ μόνο ενός πομπού, και ο αλγόριθμος βασίζεται μόνο σε τοπική πληροφόρηση, όπως ο μετρούμενος σηματοθορυβικός λόγος ή το κέρδος καναλιού του συγκεκριμένου χρήστη. Αυτοί οι αλγόριθμοι μπορούν να υλοποιηθούν στην πράξη αλλά στα πραγματικά συστήματα υπάρχει ένας αριθμός ανεπιθύμητων αποτελεσμάτων. Για παράδειγμα, η μέτρηση και η σηματοδότηση παίρνουν χρόνο, το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα χρονική καθυστέρηση στο σύστημα, η δυνατή παραγωγή ισχύος των πομπών περιορίζεται εξαιτίας υλικών περιορισμών και κβαντοποίησης: τα σήματα που χρειάζονται για τον έλεγχο μπορεί να μην είναι διαθέσιμα και να πρέπει να υπολογιστούν. Οι υλοποιήσεις κατανεμημένου ελέγχου ισχύος λειτουργούν με μια αποκεντρωμένη λογική. Κάθε πομπός ενημερώνει την ισχύ με βάση τη μετρούμενη παρεμβολή στο δέκτη της σύνδεσης. Αποδεικνύεται πως οι κατανεμημένοι αλγόριθμοι συγκλίνουν στη βέλτιστη λύση για το δίκτυο, στην οποία η ισχύς του πομπού ελαχιστοποιείται για κάθε πομπό και η επιθυμητή ποιότητα σύνδεσης επιτυγχάνεται.

Ακολουθεί η λεπτομερής ανάλυση του συγκεντρωτικού και κατανεμημένου ελέγχου ισχύος:

3.4 Συγκεντρωτικός έλεγχος ισχύος

Για τον κεντρικοποιημένο έλεγχο ισχύος, τα κέρδη καναλιών ανάμεσα στους χρήστες είναι γνωστά στο σύστημα, ώστε ο αλγόριθμός βελτιστοποίησης ελέγχου ισχύος να μπορεί να τα διαχειριστεί κεντρικά. Τα πλεονεκτήματα της κεντρικοποιημένης προσέγγισης είναι ότι αποτελεί μια μη επαναληπτική και σύγχρονη διαδικασία. Τα μειονεκτήματα είναι ότι η υπολογιστική πολυπλοκότητα και οι επιβαρύνσεις εκτιμήσεων καναλιού αυξάνουν ραγδαία όταν ο αριθμός των χρηστών είναι μεγάλος, ειδικά για τα ασύρματα δίκτυα με κατανεμημένη τοπολογία όπως οι περιπτώσεις πολλαπλών κυψελών.

Αρχικά, θα αναφερθούμε στην περίπτωση στην οποία οι παρεμβολές είναι πολύ μεγαλύτερες από τον όρο θερμικού θορύβου και όλοι οι χρήστες έχουν τον ίδιο επιθυμητό σηματοθορυβικό λόγο γ_0. Σε μορφή πίνακα, αν παραλείψουμε τον όρο θερμικού θορύβου η (10) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\frac{1}{\gamma_0}\mathbf{P} \geq \mathbf{F}\mathbf{P} \qquad (12)$$

όπου $\mathbf{P} = \left[P_1, P_2, ..., P_k\right]^T$ είναι ο δείκτης ισχύος (K είναι ο συνολικός αριθμός ομοκαναλικών χρηστών), και $\mathbf{F}$ είναι ένας μη αρνητικός πίνακας που ορίζεται ως:

$$F_{ij} = \begin{cases} \dfrac{Gji}{Gii} > 0 \text{ αν } \mathrm{i} \neq \mathrm{j} \\ 0 \qquad \text{αν i=j} \end{cases} \qquad (13)$$

Ο στόχος ενός σχεδίου ελέγχου ισχύος είναι να διατηρήσει την ποιότητα της ζεύξεως κρατώντας το σηματοθορυβικό λόγο πάνω από το κατώφλι γ_0, που σημαίνει ότι πρέπει να ρυθμίσει το δείκτη ισχύος $\mathbf{P}$ ώστε να ικανοποιείται η (12). Σύμφωνα με το θεώρημα Perron-Frobenius, η μέγιστη τιμή του γ_0 για την οποία υπάρχει ένας θετικός $\mathbf{P}$ ώστε να ικανοποιείται η (12) είναι $\frac{1}{\rho(F)}$, όπου το ρ(F) είναι η φασματική ακτίνα του πίνακα $\mathbf{F}$. Ο δείκτης ισχύος που ικανοποιεί τη (12) είναι το ιδιοδιάνυσμα που ανταποκρίνεται στο ρ(F), το οποίο είναι θετικό. Διαφορετικά, το πρόβλημα ελέγχου ισχύος ορίζεται ως ο καθορισμός της κατανομής ισχύος που επιτυγχάνει το μέγιστο εφικτό γ_0 ως:

$$\max_{P\geq 0} \min_{i} \{\frac{G_{ii}P_i}{\sum_{j\neq i} G_{ji}P_j}\} \tag{14}$$

Θα αποδειχθεί ότι ο πίνακας $\mathbf{F}$ που ορίζεται στη (13) είναι ένας μη αρνητικός πίνακας και στη συνέχεια θα δείξουμε πως επιτυγχάνεται ο μοναδικός βέλτιστος σηματοθορυβικός λόγος με ρύθμιση της ισχύος.

<u>*Απόδειξη:*</u> Ο πίνακας $\mathbf{F}$ εξ ορισμού έχει όλα τα στοιχεία της κυρίας διαγωνίου του ίσα με 0 και όλα τα άλλα στοιχεία του θετικά. Ένας πίνακας $K \times K = \mathbf{B}$ είναι απλοποιήσιμος αν υπάρχει πίνακας αντιμετάθεσης $\mathbf{Q}$ τέτοιος ώστε

$$\mathbf{QBQ}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{O} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \tag{15}$$

με $\mathbf{C}_{\mathbf{r}\times\mathbf{r}}$ και $\mathbf{E}_{(\mathbf{K}-\mathbf{r})\times(\mathbf{K}-\mathbf{r})}$ για $1 \leq r \leq K-1$. Ο $\mathbf{O}$ είναι ο μηδενικός πίνακας, δηλαδή έχει όλες του τις εγγραφές ίσες με το 0. Ο πίνακας $\mathbf{F}$ θα ήταν απλοποιήσιμος μόνο αν είχε τουλάχιστον μια σειρά με πάνω από ένα μηδενικό στοιχείο. Έτσι ο $\mathbf{F}$ είναι ένας μη αρνητικός πίνακας ανεπίδεκτος περαιτέρω απλούστευσης.

Στη συνέχεια θα δείξουμε ότι υπάρχει ένα μοναδικό γ^* που μπορεί να επιτευχθεί από το σύνολο των Κ κινητών που χρησιμοποιούν ένα δεδομένο κανάλι και δίνεται από

$$\gamma^* = \frac{1}{\lambda^*} \tag{16}$$

όπου το λ^* είναι το μεγαλύτερο πραγματικό ιδιοδιάνυσμα του πίνακα $\mathbf{F}$. Ο δείκτης ισχύος $\mathbf{P}^*$ με τον οποίο επιτυγχάνεται το γ^* είναι το ιδιοδιάνυσμα που ανταποκρίνεται στο λ^*.

<u>*Απόδειξη:*</u> Ορίζουμε τις εξής ποσότητες:

$$\gamma_{\min} = \min_{1\leq i\leq K}\{\gamma_i\},$$

$$\gamma_{\max} = \max_{1\leq i\leq K}\{\gamma_i\}.$$

Έχουμε $\gamma_i \geq \gamma_{\min}, i = 1,\ldots,K.$

Η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως

$$\frac{1}{\gamma_{\min}} P_i \geq \sum_{j=1}^{K} F_{ij} P_j, \forall i.$$

το οποίο μπορεί να εκφραστεί σε μορφή πίνακα σαν

$$\lambda \mathbf{P} \geq \mathbf{FP}, \tag{17}$$

όπου $$\lambda = \frac{1}{\gamma_{\min}}.$$

Από τα 2 θεωρήματα που αποδείξαμε παραπάνω, προκύπτει ότι ο ελάχιστος πραγματικός αριθμός λ, ώστε να ισχύει η παραπάνω ανίσωση, είναι λ^*, η οποία είναι η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του $\mathbf{F}$ που είναι θετική και έχει σαν ανταποκρινόμενη ιδιοτιμή το $\mathbf{P}^*$.

Επίσης έχουμε

$$\gamma_i \leq \gamma_{\max}, \forall i.$$

Ομοίως καταλήγουμε $\lambda \mathbf{P} \leq \mathbf{FP},$ (18)

όπου $$\lambda = \frac{1}{\gamma_{\max}}.$$

Το μέγιστο λ που επαληθεύει τις προηγούμενες ανισώσεις είναι το λ^*. Έτσι έχουμε ένα λ^* το οποίο είναι εφικτό από όλα τα κινητά και ισχύει:

$$\lambda^* = \gamma_{\min} = \gamma_{\max}.$$

Τώρα θεωρούμε το θερμικό θόρυβο στους δέκτες, καθώς και ότι διαφορετικοί χρήστες έχουν διαφορετικούς στόχους σηματοθορυβικού λόγου. Η συνθήκη για αποδεκτή ποιότητα σύνδεσης είναι ξανά:

$$\Gamma_i \geq \gamma_i, \qquad 1 \leq i \leq K,$$

ή σε μορφή πίνακα,

$$\left[\mathbf{I} - \mathbf{DF}\right]\mathbf{P} \geq \mathbf{u}, \tag{19}$$

όπου $\mathbf{I}$ είναι ένας $K \times K$ μοναδιαίος πίνακας,

$$\mathbf{D} = diag\left\{\gamma_1, \ldots, \gamma_K\right\},$$

και $\mathbf{u}$ είναι ένας δείκτης με στοιχεία που ορίζονται ως

$$u_i = \frac{\gamma_i N_i}{G_{ii}},$$

όπου N_i είναι η τιμή του θερμικού θορύβου για το χρήστη i. Τα σηματοθορυβικά κατώφλια $\left(\gamma_i, i = 1, \ldots, K\right)$ είναι εφικτά αν υπάρχει τουλάχιστον μία λύση για το δείκτη $\mathbf{P}$ που να ικανοποιεί τη (17).

Ένα παράδειγμα προβλήματος ελέγχου ισχύος είναι το εξής: Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε τη συνολική εκπεμπόμενη ισχύ με τον περιορισμό ότι κάθε χρήστης έχει τον απαιτούμενο σηματοθορυβικό λόγο, δηλαδή:

$$\min \sum P_i,$$

για $\quad \left[\mathbf{I} - \mathbf{DF}\right]\mathbf{P} \geq \mathbf{u}.$

Αν η φασματική ακτίνα του $\mathbf{DF}$ είναι μικρότερη από τη μονάδα, δηλαδή $\rho\left(\mathbf{DF}\right) - 1 < 0,$ ο $\left|\mathbf{1} \quad \mathbf{DF}\right|$ είναι αντιστρέψιμος και θετικός. Σε αυτή την περίπτωση το δίκτυο είναι υλοποιήσιμο και η βέλτιστη λύση στο πρόβλημα ελέγχου ισχύος δίνεται από:

$$\mathbf{P}^* = \left[\mathbf{I} - \mathbf{DF}\right]^{-1}\mathbf{u}. \tag{20}$$

Έχει ενδιαφέρον να σημειώσουμε ότι αυτή η λύση είναι βέλτιστη κατά Pareto. Αυτό σημαίνει για κάθε βιώσιμη $\mathbf{P} \geq \mathbf{0},$

$$\mathbf{P} \geq \mathbf{P}^*.$$

Στη συνέχεια, εξηγούμε την υλοποίηση εξισορρόπησης σηματοθορυβικού λόγου σαν ένα παράδειγμα κεντρικοποιημένου ελέγχου ισχύος. Ο στόχος για αυτή την υλοποίηση ελέγχου ισχύος είναι να διατηρήσει τον επιθυμητό σηματοθορυβικό λόγο με όσο το δυνατόν περισσότερους χρήστες ενώ η συνολική ισχύς ελαχιστοποιείται. Όταν το σύστημα είναι λιγότερο φορτωμένο και ο επιθυμητός σηματοθορυβικός λόγος για κάθε χρήστη είναι σχετικά μικρός, οι ενδοκαναλικές παρεμβολές δεν είναι τόσο μεγάλες. Υπό αυτή τη συνθήκη, η ισχύς όλων των χρηστών μπορεί να βρεθεί από την (20).

Αν το δίκτυο φορτωθεί και οι επιθυμητός σηματοθορυβικός λόγος είναι σχετικά μεγάλος, οι ενδοκαναλικές παρεμβολές είναι τόσο μεγάλες που δεν μπορούν να επιτευχθούν όλοι οι στόχοι σηματοθορυβικού λόγου των χρηστών. Υπό αυτή τη συνθήκη, πρέπει να μελετήσουμε πως θα μειώσουμε τις παρεμβολές. Μια πιθανή λύση είναι ο αποκλεισμός των χρηστών από το κανάλι. Δηλαδή η ισχύς μερικών χρηστών θα πρέπει να μηδενιστεί ώστε οι άλλοι χρήστες να επιτύχουν τον επιθυμητό σηματοθορυβικό λόγο.

Ένας αλγόριθμος σταδιακής μετακίνησης έχει ως βασική ιδέα τη μετακίνηση ενός χρήστη κάθε φορά μέχρι το επιθυμητό επίπεδο σηματοθορυβικού λόγου γ_0 να επιτευχθεί για τους εναπομείναντες χρήστες. Στο πρώτο βήμα, ο αλγόριθμος ελέγχει αν ικανοποιούνται οι απαιτούμενες ποιότητες σύνδεσης για τον τρέχοντα αριθμό χρηστών. Αν ναι, ο αλγόριθμος επιστρέφει την κατανομή ισχύος $\mathbf{P}^*$. Διαφορετικά, στο δεύτερο βήμα, ο αλγόριθμος προσπαθεί να απομακρύνει το χρήστη που μπορεί να προκαλεί τη μεγαλύτερη παρεμβολή στους άλλους. Τα βήματα συνεχίζονται μέχρι οι εναπομείναντες χρήστες να μπορέσουν να επιτύχουν τις επιθυμητές ποιότητες σύνδεσης.

Μέχρι τώρα, οι απαιτήσεις των χρηστών για τους επιθυμητούς σηματοθορυβικούς λόγους ήταν σταθερές και προκαθορισμένες. Επειδή όμως οι συνθήκες των καναλιών των χρηστών αλλάζουν, είναι πιθανό να μπορούμε να αλλάξουμε τους επιθυμητούς σηματοθορυβικούς λόγους των χρηστών ώστε η απόδοση του συστήματος να μπορέσει να βελτιωθεί. Στη συνέχεια, αναλύουμε πως συμπεριφέρεται το σύστημα αν αλλάξουμε αυτούς τους επιθυμητούς σηματοθορυβικούς λόγους. Αποδεικνύεται από το ακόλουθο θεώρημα ότι υπάρχει η παράγωγος της φασματικής ακτίνας:

Θεώρημα 2: Έστω λ μια απλή ιδιοτιμή του DF, με δεξιά και αριστερά ιδιοδιανύσματα $\mathbf{x}$ και $\mathbf{y}$, αντίστοιχα. Έστω $\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{DF} + \mathbf{E}$: τότε υπάρχει ένα μοναδικό $\tilde{\lambda}$, ιδιοτιμή του $\tilde{\mathbf{F}}$ τέτοιο ώστε

$$\tilde{\lambda} = \lambda + \frac{y^H E x}{y^H x} + O\left(\left\|E\right\|\right)^2. \tag{21}$$

Στον έλεγχο ισχύος, προσπαθούμε να μειώσουμε τη μέγιστη ιδιοτιμή, γιατί η μέγιστη ιδιοτιμή είναι ο παράγοντας κλειδί που επηρεάζει τη συνολική εκπεμπόμενη ισχύ. Θεωρούμε $\mathbf{x}$ και $\mathbf{y}$ τα ιδιοδιανύσματα της μεγαλύτερης ιδιοτιμής. Ορίζουμε $\mathbf{E} = \Delta\Gamma_i \mathbf{F}_i$, όπου

$$\left(\mathbf{F}_i\right)_{jk} = \begin{cases} 0, \, j \neq i \\ \left(\mathbf{F}\right)_{jk}, \, j = i \end{cases}$$

Αλλάζοντας τον επιθυμητό σηματοθορυβικό λόγο σύμφωνα με την παραπάνω παράγωγο, μπορούμε να βελτιώσουμε τη βιωσιμότητα με πιο αποτελεσματικό τρόπο. Συνεπώς, η συνολική ισχύς μειώνεται. Ωστόσο, η ποιότητα υπηρεσίας μπορεί να μειωθεί. Για να αναπληρώσουμε την απώλεια ποιότητας υπηρεσίας, η μέση ποιότητα υπηρεσίας διαφορετικών χρηστών διατηρείται προβάλλοντας την παραπάνω παράγωγο στο επίπεδο όπου η μέση ποιότητα υπηρεσίας είναι μια σταθερά. Η παραπάνω ανάλυση της συμπεριφοράς συστήματος υπό διαφορετικές απαιτήσεις ποιότητας υπηρεσίας ανοίγει ένα δρόμο εξερεύνησης της ποικιλομορφίας χρόνου και πολλαπλών χρηστών, προσαρμόζοντας τις απαιτήσεις σηματοθορυβικού λόγου των χρηστών ανάλογα με τις συνθήκες καναλιού τους.

3.5 Κατανεμημένος επαναληπτικός έλεγχος ισχύος

Στα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών, οι χρήστες κινητών προσαρμόζονται σε ένα μεταβλητό προς το χρόνο ραδιοδίαυλο ρυθμίζοντας την εκπεμπόμενη ισχύ. Ο έλεγχος ισχύος προορίζεται να αποδώσει σε κάθε χρήστη μια αποδεκτή ζεύξη εξαλείφοντας τις ανεπιθύμητες παρεμβολές. Επειδή ο συγκεντρωτικός έλεγχος ισχύος απαιτεί υπερβολικούς υπολογισμούς για τις συνθήκες διαύλου ανάμεσα σε ομοκαναλικούς χρήστες, είναι δύσκολο να υλοποιηθεί σε μια κατανεμημένη τοπολογία όταν ο αριθμός των χρηστών είναι μεγάλος. Για το λόγο αυτό, σε αυτή την ενότητα θα αναφερθούμε σε μεθόδους κατανεμημένου ελέγχου ισχύος. Το πλαίσιο αυτό δείχνει ότι οι περιορισμοί παρεμβολών που προκύπτουν από τις απαιτήσεις σηματοθορυβικού λόγου των χρηστών έχουν κάποιες απλές κοινές ιδιότητες. Οι ιδιότητες αυτές υποδεικνύουν ότι ένας επαναληπτικός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος συγκλίνει όχι μόνο στην περίπτωση σύγχρονων αλλά και ασύγχρονων καταστάσεων, ακόμη και αν οι χρήστες εκτελούν ρυθμίσεις ισχύος με καθυστερημένες ή λανθασμένες μετρήσεις παρεμβολών.

Οι απαιτήσεις σηματοθορυβικού λόγου των χρηστών μπορούν να περιγραφούν από μια ανισότητα περιορισμών παρεμβολών της μορφής:

$$\mathrm{P} \geq \mathrm{I}\left(P\right), \tag{22}$$

όπου $\mathrm{P} = \left[P_1 \ldots P_K\right]'$, P_i είναι η εκπεμπόμενη ισχύς του i-οστού χρήστη, K είναι ο συνολικός αριθμός χρηστών $\mathrm{I}(P) = \left[I_1(P) \ldots I_K(P)\right]'$, και $I_i(P)$ είναι η συνολική παρεμβολή των άλλων χρηστών που πρέπει να ξεπεράσει ο χρήστης i. Το σύστημα είναι υλοποιήσιμο αν ικανοποιείται η (22).

Οι ορισμοί της συνάρτησης παρεμβολών $\mathrm{I}(P)$ μπορεί να διαφέρουν για διαφορετικές απαιτήσεις δικτύου. Ένα παράδειγμα είναι η *σταθερή εκχώρηση*. Στη σταθερή εκχώρηση, κάθε χρήστης έχει ένα σταθερό επιθυμητό επίπεδο σηματοθορυβικού λόγου γ_i. Η συνάρτηση παρεμβολών μπορεί να εκφραστεί ως:

$$I_i(\mathbf{P}) = \frac{\gamma_i\left(\sum_{j \neq i} G_{ji} P_j + N_0\right)}{G_{ii}}. \tag{23}$$

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό αυτού του πλαισίου είναι ο ορισμός της *σταθερής συνάρτησης:*

Η συνάρτηση παρεμβολών $\mathrm{I}(P)$ είναι σταθερή αν, για όλα τα $\mathrm{P} \geq 0$, ικανοποιούνται οι παρακάτω ιδιότητες:

- Θετική: $\mathrm{I}(P) > 0$.
- Μονοτονία: Αν $P \geq P'$, τότε $\mathrm{I}(P) \geq \mathrm{I}(P')$.
- Εξελιξιμότητα: Για όλα τα $\alpha > 1, \alpha I(P) \geq I(\alpha P)$.

Όταν η $I(P)$ είναι μια σταθερή συνάρτηση, η επανάληψη

$$\mathrm{P}(t+1) = I(P(t))$$

καλείται *σταθερός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος*. Παρακάτω δείχνουμε τη σύγκλιση αυτού του αλγόριθμου για σύγχρονες και ασύγχρονες περιπτώσεις.

Στη σύγχρονη περίπτωση, κάθε χρήστης εκτελεί μια ενημέρωση ελέγχου ισχύος σε κάθε χρονοσχισμή. Ξεκινώντας από οποιοδήποτε εφικτό δείκτη ισχύος $\mathbf{P}$, n επαναλήψεις του σταθερού αλγόριθμου ελέγχου ισχύος παράγουν το δείκτη ισχύος $I^n(\mathbf{P})$. Τα ακόλουθα θεωρήματα παρέχουν την απόδειξη ότι ο σταθερός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος συγκλίνει σε μια μοναδική βέλτιστη λύση.

- Αν ο σταθερός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος έχει ένα σταθερό σημείο σύγκλισης, τότε αυτό είναι μοναδικό.
- Αν ο $\mathbf{P}$ είναι ένας εφικτός δείκτης ισχύος, τότε η $I^n(\mathbf{P})$ είναι μια γνησίως φθίνουσα ακολουθία εφικτών δεικτών ισχύος που συγκλίνει στο μοναδικό σταθερό σημείο $\mathbf{P}^*$.
- Αν η $I(\mathbf{P})$ είναι εφικτή, τότε αρχίζοντας από το $\mathbf{0}$, το μηδενικό δείκτη, ο σταθερός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος παράγει μια γνησίως αύξουσα ακολουθία των $I^n(\mathbf{P})$ η οποία συγκλίνει στο σταθερό σημείο $\mathbf{P}^*$, όπου n είναι ο δείκτης για την επανάληψη.
- Αν η $I(\mathbf{P})$ είναι εφικτή τότε για κάθε αρχικό δείκτη ισχύος $\mathbf{P}$, ο σταθερός αλγόριθμος ελέγχου ισχύος συγκλίνει στο μοναδικό σταθερό σημείο $\mathbf{P}^*$.

Στην ασύγχρονη περίπτωση, κάποιοι χρήστες επιτρέπεται να εκτελέσουν ρυθμίσεις ισχύος περισσότερες από άλλους. Επιπρόσθετα, η ασύγχρονη επανάληψη επιτρέπει στους χρήστες να εκτελούν αυτές τις ενημερώσεις χρησιμοποιώντας καθυστερημένες πληροφορίες για την παρεμβολή που προκαλείται από άλλους χρήστες.

- Αν υπάρχει μια ακολουθία μη κενού συνόλου $\{X(n)\}$ με $X(n+1)\subset X(n)$ και με όλα τα n να ικανοποιούν τις ακόλουθες δύο συνθήκες,

1. *Συνθήκη σύγχρονης σύγκλισης:* για όλα τα n και τα $x\in X(n), f(x)\in X(n=1)$, η $\{y^n\}$ είναι μια ακολουθία τέτοια ώστε $y^n\in X(n)$ για όλα τα n, τότε κάθε οριακό σημείο της $\{y^n\}$ είναι ένα σταθερό σημείο της f.
2. *Συνθήκη πλαισίου:* Για κάθε n, υπάρχει σύνολο $X_i(n)\in X$, τέτοιο ώστε $X(n)=X_1(n)\times X_2(n)\times\ldots\times X_N(n)$ και η αρχική εκτίμηση λύσης x(0) ανήκει στο σύνολο $X(0)$, τότε κάθε οριακό σημείο $\{x(t)\}$ είναι ένα σταθερό σημείο της f.

- Αν η $I(\mathbf{P})$είναι εφικτή, τότε από κάθε αρχικό δείκτη ισχύος $\mathbf{P}$, ο σταθερός αλγόριθμος ασύγχρονου ελέγχου ισχύος συγκλίνει στο $\mathbf{P}^*$.

Από το παραπάνω σχήμα, το πρόβλημα ελέγχου ισχύος μπορεί να αναχθεί στην εύρεση ενός δείκτη ισχύος $\mathbf{P}$ που ικανοποιεί την $\mathbf{P} \geq \mathbf{I}(\mathbf{P})$, που περιγράφει το γεγονός ότι η εκπεμπόμενη ισχύς πρέπει να ξεπερνά τις παρεμβολές. Οι κοινές ιδιότητες των υλοποιήσεων κατανεμημένου ελέγχου ισχύος μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σαν *σταθερές συναρτήσεις*. Για διαφορετικά είδη καταστάσεων με μια ποικιλία περιορισμών, οι υλοποιήσεις ελέγχου ισχύος θα συγκλίνουν στο μοναδικό βέλτιστο σημείο αν τα διατυπωμένα προβλήματα ικανοποιούν τον ορισμό της σταθερής συνάρτησης. Σε αυτή την ανάλυση σύγκλισης έγκειται η σημασία και η συμβολή αυτού του σχεδίου. Άλλες επαναληπτικές προσεγγίσεις για άλλους σκοπούς εκτός του ελέγχου ισχύος μπορούν επίσης να ταξινομηθούν σαν *σταθερές συναρτήσεις,* έτσι ώστε η σύγκλιση να μπορεί να αποδειχθεί ανάλογα.

3.6 Στατιστικός έλεγχος ισχύος

Για ασύρματα δίκτυα επικοινωνιών, ο επαναληπτικός αλγόριθμος κατανεμημένου ελέγχου ισχύος έχει προταθεί για να διατηρήσει αξιόπιστες επικοινωνίες μεταξύ κινητών και σταθμών βάσης. Για να αποκομίσουμε αποτελέσματα σύγκλισης, αυτοί οι αλγόριθμοι απαιτούν τέλειες μετρήσεις σηματοθορυβικού λόγου, παρεμβολών, ή ρυθμού λήψης λαθών. Ωστόσο, αυτές οι ποσότητες είναι συχνά δύσκολο να μετρηθούν και τα αποτελέσματα σύγκλισης παραλείπουν το αποτέλεσμα των στοχαστικών μετρήσεων. Είναι αναγκαία η μελέτη στοχαστικών υλοποιήσεων ελέγχου ισχύος που εκμεταλλεύονται τις διαθέσιμες μετρήσεις, εξελίσσονται στοχαστικά, και συγκλίνουν υπό μια στοχαστική έννοια.

Στο στοχαστικό έλεγχο ισχύος, επειδή οι μετρήσεις είναι τυχαίες, η σύγκλιση προσδιορίζεται σε όρους μέσου τετραγωνικού λάθους του δείκτη ισχύος από το βέλτιστο δείκτη ισχύος που είναι η λύση ενός εφικτού προβλήματος ελέγχου ισχύος. Σε αυτό το κομμάτι, περιγράφουμε μια υλοποίηση στοχαστικού ελέγχου ισχύος.

Για τον έλεγχο ισχύος, ο συντελεστής της $\mathbf{I}(\mathbf{P})$ πρέπει να εκτιμηθεί ακριβώς. Η βασική ιδέα για το στοχαστικό έλεγχο ισχύος είναι η αντικατάσταση κάποιου συντελεστή της $\mathbf{I}(\mathbf{P})$ με κάποιο στοχαστικό μέτρο. Για παράδειγμα, η συνολική λαμβανόμενη ισχύς μπορεί να εκτιμηθεί από ένα αντικειμενικό εκτιμητή. Ωστόσο, επειδή ο εκτιμητής μπορεί να έχει μεγάλη διαφοροποίηση σε σχέση με την πραγματική τιμή προκαλώντας απόκλιση της υλοποίησης ελέγχου ισχύος, τα εκτιμώμενα αποτελέσματα δεν μπορούν να εφαρμοστούν στο σχήμα κατανεμημένου επαναληπτικού ελέγχου ισχύος απευθείας.

Μια προσέγγιση ενημέρωσης ισχύος που έχει προταθεί λαμβάνει υπόψη τις ενημερώσεις της προηγούμενης και της τρέχουσας ισχύος σαν

$$\mathbf{P}(n+1) = (1-\alpha_n)\mathbf{P}(n) + \alpha_n \mathbf{I}(\mathbf{P}(n)),$$

όπου α_n είναι ένας παράγοντας χωρίς μνήμη και η $\mathbf{I}(\mathbf{P}(n))$ χρησιμοποιεί την εκτιμώμενη τιμή της λαμβανόμενης ισχύος. Εδώ σαν α_n μπορεί να επιλεγεί μια σταθερή τιμή ε. Όταν ε=1, είναι το ίδιο σαν το σχήμα ελέγχου ισχύος: το α_n μπορεί επίσης να επιλεγεί προσαρμοστικά ώστε ο βαθμός σύγκλισης να μπορεί να βελτιωθεί και η διασπορά των τελικών αποτελεσμάτων να μπορέσει να ελαχιστοποιηθεί. Υπάρχει μια αντιστάθμιση ανάμεσα στην τιμή του Μέσου Τετραγωνικού Λάθους (MSE) και την ταχύτητα σύγκλισης για διαφορετικές τιμές του α_n.

Η σύγκλιση της προηγούμενης υλοποίησης ελέγχου ισχύος προσδιορίζεται σε όρους του MSE στην επανάληψη n :

$$\mathrm{MSE}(n) = E\left[\left\|\mathbf{P}(n) - \mathbf{P}^*\right\|^2\right],$$

όπου $\mathbf{P}^*$ είναι ο βέλτιστος δείκτης ελέγχου ισχύος.

Αποδεικνύονται τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Αν $\alpha_n = \varepsilon$ και αν το ε επιλεγεί αρκετά μικρό, τότε πεπερασμένα άνω και κάτω όρια στο MSE καθώς ο αριθμός των επαναλήψεων αυξάνεται μπορούν να υπολογιστούν. Στην οριακή περίπτωση που $\varepsilon \to 0$, τόσο τα κάτω όσο και τα άνω όρια στο οριακό MSE καθώς και το ίδιο το οριακό MSE τείνουν στο 0.
2. Αν $\alpha_n = \varepsilon$ αλλά το ε επιλεγεί πολύ μεγάλο, τότε το MSE μπορεί να αποκλίνει ακόμη κι αν ο αλγόριθμος ελέγχου ισχύος συνέκλινε.

3. Αν $\alpha_n = \dfrac{\alpha}{n}$, τότε ο αλγόριθμος συγκλίνει στο βέλτιστο δείκτη ισχύος $\mathbf{P}^*$ υπό την έννοια ότι $\lim_{n\to\infty} MSE(n) = 0$, ανεξάρτητα από τις άλλες παραμέτρους συστήματος. Εδώ το α είναι μια σταθερά.

3.7 Έλεγχος ισχύος DS-CDMA

Η ανάγκη για έλεγχο ισχύος στα κυψελωτά δίκτυα FDMA/TDMA πηγάζει από την απαίτηση για ενδοκαναλική διαχείριση. Αυτός ο τύπος παρεμβολής προκαλείται από επαναχρησιμοποίηση συχνότητας εξαιτίας του περιορισμένου διαθέσιμου εύρους συχνοτήτων. Με μια κατάλληλη ρύθμιση ισχύος, τα επιβλαβή αποτελέσματα των ενδοκαναλικών παρεμβολών μπορούν να περιοριστούν. Αυτός ο έλεγχος ισχύος επιτρέπει μια πιο «πυκνή» επαναχρησιμοποίηση των πόρων και συνεπώς μεγαλύτερη χωρητικότητα συστήματος για ολόκληρα δίκτυα.

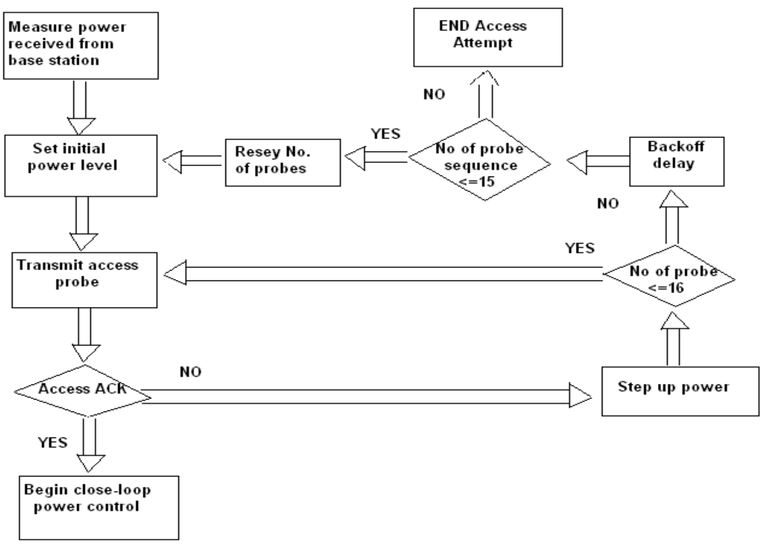
Στα συστήματα DS-CDMA, ο έλεγχος ισχύος επιτρέπει στους χρήστες να μοιράζονται πόρους του συστήματος ισομερώς μεταξύ τους. Στην περίπτωση μη χρησιμοποίησης ελέγχου ισχύος, όλα τα κινητά εκπέμπουν σήματα προς το σταθμό βάσης με την ίδια ισχύ, χωρίς να λαμβάνουν υπόψη την απόσβεση και την απόσταση από το σταθμό βάσης. Τα κινητά που είναι πιο κοντά στο σταθμό βάσης θα προκαλέσουν σημαντικές παρεμβολές στα κινητά που είναι πιο μακριά από το σταθμό βάσης εξαιτίας μη μηδενικής συσχέτισης μεταξύ των ακολουθιών σημάτων που έχουν εκχωρηθεί στους χρήστες. Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό σαν φαινόμενο απομακρυσμένων σταθμών (near/far effect). Το ίδιο μπορεί να παρατηρηθεί και
όταν ένα κινητό τερματικό που βρίσκεται κοντά στο σταθμό βάσης εκπέμπει σε συχνότητα γειτονική εκείνης που εκπέμπει ένα τερματικό που βρίσκεται μακριά από το σταθμό βάσης. Το φαινόμενο αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο σταθμός βάσης να μην ειναι σε θέση να διακρίνει από ποιο τερματικό προέρχεται το σήμα και ποιο είναι το επιθυμητό τερματικό.

Ένα άλλο πλαίσιο ελέγχου ισχύος και διαχείρισης πόρων για συστήματα DS-CDMA με διαφορετικές υπηρεσίες έχει προταθεί. Συγκεκριμένα, οι συνθήκες ελάχιστης συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος και μέγιστου συνολικού δείκτη λαμβάνονται υπόψη. Το πλαίσιο μοιράζεται τις ίδιες ιδέες με την υλοποίηση συγκεντρωτικού ελέγχου ισχύος. Η διαφορά στο λαμβανόμενο σηματοθορυβικό λόγο για το χρήστη i μπορεί να γραφτεί σαν

$$\Gamma_i = \frac{W}{r_i} \times \frac{P_i G_i}{\sum_{j \neq i}^{K} P_j G_j + N_0}$$

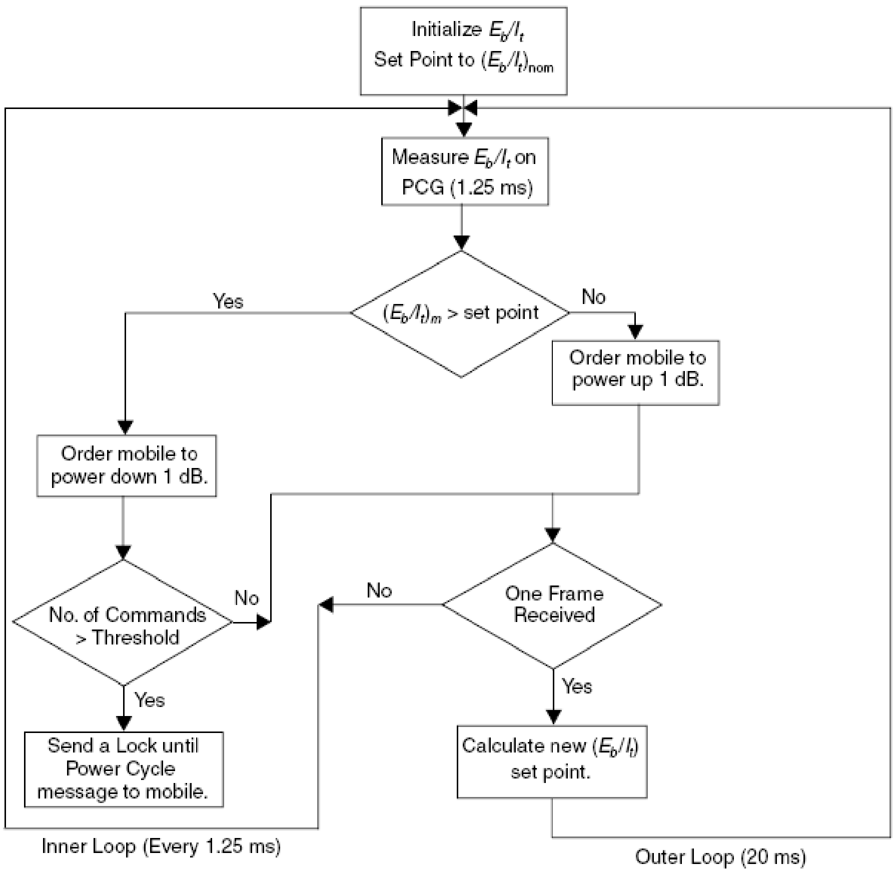
όπου G_i είναι το κέρδος διαύλου και r_i είναι ο δείκτης για το χρήστη i, αντίστοιχα. Εδώ, το $\frac{W}{r_i}$ καλείται κέρδος επεξεργασίας. Χρησιμοποιώντας μια παρόμοια προσέγγιση όπως στα προηγούμενα, ο έλεγχος ισχύος DS-CDMA μπορεί να υλοποιηθεί για να αντιμετωπίσει την αργή ή ακόμη και τη γρήγορη εξασθένηση.

Το IS95 CDMA είναι το πρώτο ψηφιακό κυψελωειδές σύστημα CDMA. Το δίκτυο CDMA παρέχει κινητή επικοινωνία φωνής καθώς και πολλές νέες εξελιγμένες υπηρεσίες, όπως κινητό φαξ και μηνύματα κειμένου. Θα εξηγήσουμε τον έλεγχο ισχύος στα πρότυπα του IS95. Στο IS95 , υπάρχει έλεγχος ισχύος ανοικτού και κλειστού βρόχου για την αντίστροφη ροή σύνδεσης και έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου για την ευθεία ροή σύνδεσης. Τέλος αναφέρεται ο έλεγχος ισχύος στα νέα πρότυπα 3G. [14]



Εικόνα 12 Έλεγχος ισχύος ανοιχτού βρόχου

Ο έλεγχος ισχύος ανοικτού βρόχου χρησιμοποιείται κατά τις απόπειρες πρόσβασης του κινητού. Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται το μπλοκ διάγραμμα για τον έλεγχο ισχύος ανοιχτού βρόχου της άνω ζεύξης. Η εκπεμπόμενη ισχύς του κινητού καθορίζεται μετρώντας τη δύναμη του λαμβανόμενου σήματος του σταθμού βάσης και εκτιμώντας τις απώλειες διαδρομής της κάτω ζεύξης. Υποθέτοντας μια παρόμοια διαδρομή για την άνω ζεύξη, το κινητό χρησιμοποιεί αυτή την πληροφορία για να καθορίσει την εκπεμπόμενη ισχύ του. Την πρώτη φορά που εκπέμπει μια συσκευή, θα συνεχίσει στο δίαυλο πρόσβασής του σαν απάντηση σε ένα μήνυμα στο δίαυλο σελιδοποίησης ή για να τοποθετήσει μια εξερχόμενη κλήση. Εξαιτίας του φαινομένου απομακρυσμένων σταθμών και του κινδύνου παρεμβολής με άλλα κινητά στην κυψέλη, η συσκευή αρχικά εκπέμπει σε χαμηλή ισχύ. Στη συνέχεια κάνει επιτυχείς προσπάθειες να ακουστεί, αυξάνοντας σταδιακά την ισχύ του κάθε φορά μέχρι ο σταθμός βάσης να εντοπίσει το μήνυμα και να βεβαιώσει τη λήψη του. Αν δεν ακουστεί, το κινητό περιμένει για ένα τυχαίο χρονικό διάστημα πριν να εκπέμψει τη «διερεύνηση πρόσβασής» του.

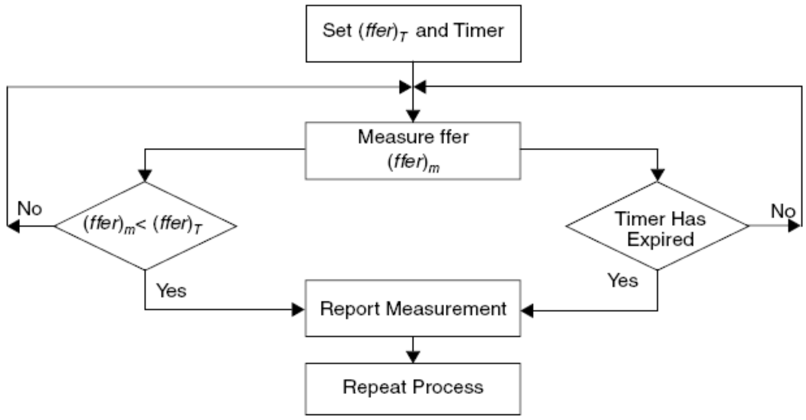


Εικόνα 13 Έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου

Για την άνω ζεύξη, ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου χρησιμοποιείται όταν ο χρήστης εισάγεται στο σύστημα και για να αντιμετωπιστεί το φαινόμενο απομακρυσμένων σταθμών όταν οι δίαυλοι του χρήστη μεταβάλλονται. Ένα μπλοκ διάγραμμα αντίστροφου ελέγχου ισχύος φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Εξαιτίας του διαχωρισμού άνω και κάτω ζεύξης κατά 45 MHz, τα χαρακτηριστικά του αντίστροφου διαύλου δε συσχετίζονται έντονα με αυτά του ευθέως διαύλου. Επιπλέον, απαιτείται αυστηρός έλεγχος ισχύος. Το επίπεδο ισχύος ενημερώνεται κάθε 1.25 ms για να προσπαθήσει να διατηρήσει το σηματοθορυβικό λόγο στο σταθμό βάσης. Ο υποδίαυλος ελέγχου ισχύος χρησιμοποιεί τεχνικές παρακέντησης για να εκπέμψει «1» ή «0» στο κινητό για να αυξήσει η να χαμηλώσει το επίπεδο ισχύος του αντίστοιχα. Ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου μπορεί να υποδιαιρεθεί επιπλέον σε εσωτερικούς και εξωτερικούς βρόχους. Στον εξωτερικό βρόχο, ο σταθμός βάσης ξεκινά με ένα στόχο ρυθμού λήψης λαθών πλαισίου και ένα στόχο αναλογίας πυκνότητας ενέργειας προς θόρυβο $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)$ που απαιτείται για να επιτευχθεί ο επιθυμητός ρυθμός λήψης λαθών πλαισίου. Ο σταθμός βάσης στη συνέχεια μετρά συνεχώς το ρυθμό λήψης λαθών πλαισίου και ρυθμίζει το κατώφλι $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)$ κατάλληλα.

Για την κάτω ζεύξη του IS95, χρησιμοποιούνται ορθογωνικές συναρτήσεις *Walsh* για το διαχωρισμό των σημάτων των κινητών. Συνεπώς οι ενδοκαναλικές παρεμβολές αποτελούν μικρότερο πρόβλημα από ότι στην αντίστροφη ροή σύνδεσης.



Εικόνα 14 Έλεγχος ισχύος κάτω ζεύξης

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται το μπλοκ διάγραμμα για τον έλεγχο ισχύος κάτω ζεύξης. Η ρύθμιση ισχύος βασίζεται στο ρυθμό λήψης λαθών πλαισίου στο κινητό και ενημερώνεται από ένα βρόχο αργής σύγκλισης.

3.8 Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων για έλεγχο ισχύος

Η θεωρία παιγνίων αποτελεί ένα εργαλείο για την ανάλυση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των ληπτών των αποφάσεων με αλληλοσυγκρουόμενα συμφέροντα. Οι οικονομολόγοι το χρησιμοποιούν εδώ και καιρό σαν εργαλείο εξέτασης των οικονομικών πρακτόρων, ενώ πρόσφατα έχει δει εκτεταμένη εφαρμογή και στην επιστήμη των υπολογιστών, για προβλήματα όπως ο έλεγχος ροής και η δρομολόγηση. Ας δούμε όμως συνοπτικά τι καθιστά γόνιμη την εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στα συστήματα επικοινωνιών και συγκεκριμένα στον έλεγχο ισχύος.

Τα σύγχρονα συστήματα επικοινωνιών χτίζονται συχνά με βάση κάποια πρότυπα. Μερικά τέτοια πρότυπα είναι ανοιχτά, όπως το πρωτόκολλο TCP/IP πάνω στο οποίο είναι βασισμένο το διαδίκτυο. Άλλα πρότυπα, όπως το IS-95 (CDMA), περιέχουν πνευματική ιδιοκτησία η οποία πρέπει να έχει την άδεια του δημιουργού. Στις περισσότερες περιπτώσεις, ωστόσο, οι συσκευές που προσπελαύνουν αυτά τα συστήματα κατασκευάζονται από μια ποικιλία διαφορετικών κατασκευαστών. Σε πολλές περιπτώσεις, οι κατασκευαστές αυτοί μπορεί να έχουν κίνητρα για την κατασκευή προϊόντων που συμπεριφέρονται «εγωιστικά», αναζητώντας κάποιο πλεονέκτημα στην απόδοση έναντι των άλλων χρηστών του δικτύου με κόστος φυσικά στη συνολική απόδοση του δικτύου. Σε άλλες περιπτώσεις, οι τερματικοί χρήστες μπορεί να έχουν τη δυνατότητα τροποποίησης των προϊόντων ώστε να συμπεριφέρονται με «εγωιστικό» τρόπο. [15]

Δεδομένης της εξάρτησης από τα πρότυπα, φαίνεται ότι θα έπρεπε να σχεδιάσουμε και να χτίσουμε συστήματα τα οποία είναι προετοιμασμένα να ανταπεξέρχονται στην εγωιστική συμπεριφορά των χρηστών. Αν καθίσταται δυνατόν, τέτοια συστήματα θα έπρεπε να κάνουν την εγωιστική συμπεριφορά ασύμφορη, έτσι ώστε οι χρήστες να προτιμούν να συμπεριφέρονται με τρόπο ο οποίος είναι βέλτιστος για όλο το σύστημα. Όταν αυτό δεν καθίσταται δυνατόν, οι σχεδιαστές θα πρέπει τουλάχιστον να έχουν γνώση του αντίκτυπου που μπορεί να έχουν οι ιδιοτελείς χρήστες στη λειτουργία του συγκεκριμένου συστήματος.

Να σημειώσουμε ότι ενώ οι τεχνικές προδιαγραφές μπορούν να καθορίσουν τους «κανόνες αλληλεπίδρασης», είναι δύσκολο για έναν τεχνικό περιορισμό να επιβάλλει στον τερματικό χρήστη να εκτελέσει έναν συγκεκριμένο αλγόριθμο. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε ένα Σύστημα Θυριδωτού ALOHA. Ενώ ο σχεδιαστής του συστήματος μπορεί να καθορίσει ότι οι χρήστες χρησιμοποιούν Θυριδωτό ALOHA για την πρόσβαση σε ένα συγκεκριμένο κανάλι, μπορεί να είναι πρακτικά αδύνατον για το σχεδιαστή να εξασφαλίσει ότι κάθε χρήστης χρησιμοποιεί τον Pseudo-Bayesian αλγόριθμο για να υπολογίσει τον αριθμό των χρηστών με εκκρεμότητα δεδομένων προς μετάδοση και να επιλέξει την πιθανότητα επανεκπομπής.

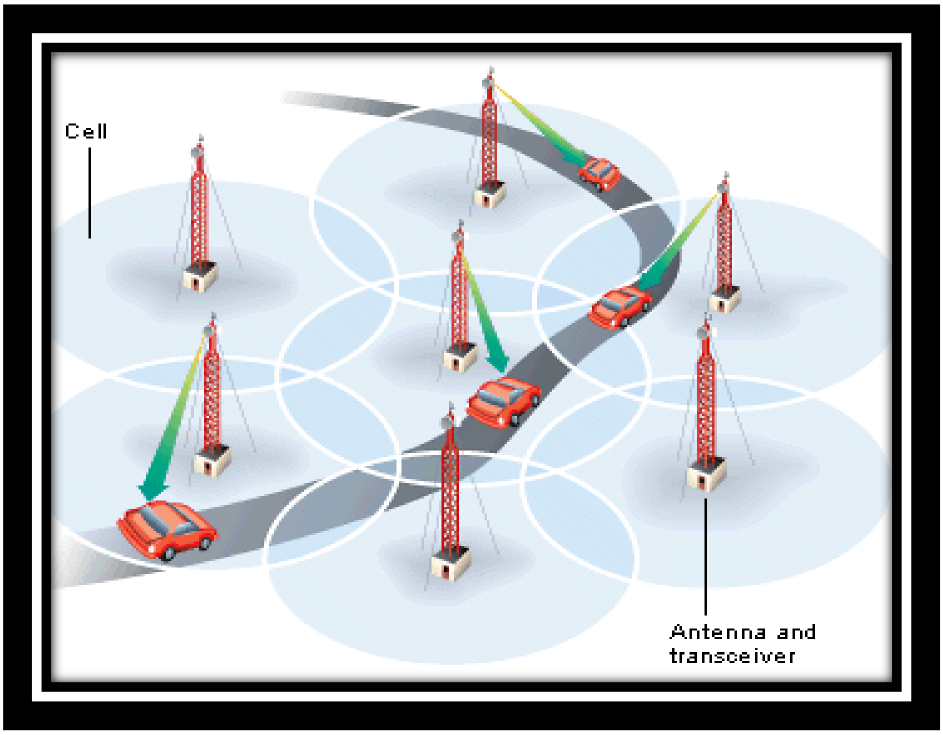
Εδώ οι παίκτες δεν έχουν πλήρη πληροφόρηση για τα χαρακτηριστικά των αντιπάλων τους, έχουμε δηλαδή ένα παίγνιο Bayes. Για να μοντελοποιήσουμε ένα τέτοιο παίγνιο, εισάγουμε την τύχη σαν ένα παίκτη του παιγνίου. Η τύχη αποδίδει μια τυχαία μεταβλητή σε καθέναν από τους παίκτες, υπό τη μορφή πιθανότητας ή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Σε αυτή η την περίπτωση, είναι αδύνατο για έναν κεντρικό ελεγκτή να γνωρίζει τι πιθανότητα επανεκπομπής χρησιμοποιεί ο τελικός χρήστης, κάνοντας δύσκολη, εαν όχι αδύνατη, την επιβολή μιας τέτοιας επιλογής.

Ένας άλλος λόγος που η θεωρία παιγνίων είναι ένα κατάλληλο εργαλείο στη ρύθμιση των δικτύων επικοινωνιών είναι ότι η θεωρία παιγνίων ασχολείται κυρίως με κατανεμημένη βελτιστοποίηση. Πολλά από τα προβλήματα που πρέπει να λυθούν σε ένα σύστημα επικοινωνιών είναι γνωστά NP-hard προβλήματα (δυσεπίλυτα προβλήματα για τη λύση των οποίων απαιτείται υπολογιστική προσπάθεια η οποία αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση της πολυπλοκότητας), με αποτέλεσμα η κεντρική επίλυσή τους να γίνεται υπολογιστικά αδύνατη καθώς αυξάνει το μέγεθος του δικτύου.

Επειδή η θεωρία παιγνίων εστιάζεται σε κατανεμημένες λύσεις στα προβλήματα των συστημάτων, είναι αναμενόμενο τα συστήματα που σχεδιάζονται με αναφορά στη θεωρία παιγνίων να είναι επιδεκτικά στη μεταβολή της κλίμακάς τους προς τα πάνω χωρίς προβλήματα.

Κατά μία έννοια, η θεωρία παιγνίων είναι καταλληλότερη για την επίλυση επικοινωνιακών προβλημάτων από την επίλυση οικονομικών προβλημάτων. Ένα από τα κύρια εμπόδια που αντιμετωπίζουν οι οικονομολόγοι στην εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στη μελέτη των ανθρώπινων όντων και θεσμών είναι η ισχυρή υπόθεση του ελλόγιμου. Η θεωρία παιγνίων αναμένει ότι όλοι οι παίχτες αναζητούν τη μεγιστοποίηση των συναρτήσεων χρησιμότητάς τους με έναν εντελώς λογικό τρόπο.

Προφανώς, οι ανθρώπινοι παίχτες είναι σπανίως απόλυτα λογικοί. Όταν όμως οι παίχτες ενός παιγνίου γίνονται μηχανογραφημένοι πράκτορες, είναι λογικό να υποθέσουμε ότι η συσκευή θα προγραμματιστεί έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη τιμή μιας δεδομένης συνάρτησης χρησιμότητας. Έτσι η ισχυρή υπόθεση για λογικούς παίχτες δείχνει περισσότερο δικαιολογημένη όταν πρόκειται για μηχανές απ' ότι για ανθρώπους.



Εικόνα 15 Αντιστοίχιση χρηστών σε κυψέλες

3.9 Άλλες μέθοδοι και περίληψη

Η εκπεμπόμενη ισχύς είναι ένας σημαντικός πόρος για το σχεδιασμό ασυρμάτων δικτύων. Οι επιτυχείς υλοποιήσεις ελέγχου ισχύος μπορούν να επιτύχουν ποιότητες υπηρεσίας για τις συνδέσεις, να μειώσουν τις ανεπιθύμητες ενδοκαναλικές παρεμβολές και υλοποιούνται με μικρά κόστη για τις λειτουργικές δαπάνες, τη σηματοδότηση, την υποδομή κλπ. Σύμφωνα με διαφορετικά σενάρια δικτύου, οι υλοποιήσεις ελέγχου ισχύος μπορούν να ταξινομηθούν σαν ευθείας ή αντίστροφης ροής σύνδεσης, ανοικτού ή κλειστού βρόχου κλπ.

Στην ερευνητική λογοτεχνία ελέγχου ισχύος, οι υλοποιήσεις μπορούν να ταξινομηθούν σε κεντρικοποιημένες ή κατανεμημένες. Για το συγκεντρωτικό έλεγχο ισχύος, ερευνώνται οι αρνητικοί λόγοι για τη συμπεριφορά των συστημάτων ελεγχόμενης ισχύος. Η υλοποίηση περιορίζεται από το λειτουργικό κόστος της εκτίμησης διαύλου. Έτσι μπορεί να δουλέψει μόνο σε ένα σύστημα με μικρό αριθμό χρηστών και συγκεντρωτική τοπολογία.

Από την άλλη, οι υλοποιήσεις κατανεμημένου ελέγχου ισχύος παρέχουν υλοποιήσιμες μεθόδους στην πράξη. Τα μειονεκτήματα είναι η χαμηλή ταχύτητα σύγκλισης και η πιθανή έλλειψη βιωσιμότητας. Ωστόσο, στα πιο πρακτικά ασύρματα δίκτυα, ο έλεγχος ισχύος κλειστού βρόχου εφαρμόζεται με κατανεμημένο τρόπο.

Το CDMA είναι ένα σύστημα μειωμένων παρεμβολών επειδή όλα τα κινητά εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα και στα ίδια χρονικά διαστήματα. Το φαινόμενο απομακρυσμένων σταθμών της αντίστροφης ροής σύνδεσης μειώνει τη χωρητικότητα συστήματος. Ο έλεγχος ισχύος είναι ένα πολύ σημαντικό έργο για την παραγωγή όλων των ασύρματων δικτύων CDMA. Η συχνότητα ελέγχου ισχύος αυξάνεται σημαντικά για να αντιμετωπίσει όχι μόνο τις απώλειες διάδοσης, τη σκιώδη και αργή εξασθένηση, αλλά και τη γρήγορη εξασθένηση εξίσου.

Τέλος, υπάρχουν αρκετές προσεγγίσεις ακόμη για τον έλεγχο ισχύος. Για παράδειγμα, για να αυξηθεί η ταχύτητα σύγκλισης του κατανεμημένου ελέγχου ισχύος προτείνεται ένα δεύτερο σχέδιο υλοποίησης που χρησιμοποιεί τόσο την τρέχουσα όσο και την προηγούμενη επανάληψη για την ενημέρωση ισχύος. Επίσης η ανατροφοδότηση για τον έλεγχο ισχύος κλειστού βρόχου μπορεί να αναλυθεί και έτσι να σχεδιαστεί το φίλτρο βρόχου ώστε να ελαχιστοποιηθούν τα λάθη ελέγχου ισχύος. Έχει παρατηρηθεί πως για ένα σταθερό φορτίο χρηστών στο σταθμό βάσης, οι βιωσιμότητες ευθείας και αντίστροφης ροής σύνδεσης είναι ισοδύναμες.

Η κατανομή ισχύος και η εκχώρηση σταθμού βάσης μπορούν να υλοποιηθούν για να πετύχουν μεγαλύτερη χωρητικότητα και μικρότερο καταμερισμό εκπεμπόμενης ισχύος. Σε ένα δίκτυο με δυνατότητα ελέγχου ισχύος, καθώς μετακινούνται τα κινητά ή καταφθάνουν νέες κλήσεις, η σταθερή επανεκχώρηση κινητών σε σταθμούς βάσης βοηθά στην εύρεση μιας εφικτής κατανομής ισχύος και παρέχει το πλαίσιο για τη μεταπομπή.

4 Έλεγχος ισχύος με χρήση της θεωρίας παιγνίων

4.1 Εισαγωγή

Καθώς η ζήτηση για ασύρματες υπηρεσίες αυξάνεται, η αποτελεσματικότερη χρησιμοποίηση των πόρων αποκτά όλο και μεγαλύτερη σημασία, όπως έχουμε ήδη αναφέρει. Ένα θεμελιώδες συστατικό της αποτελεσματικότητας διαχείρισης πόρων είναι ο έλεγχος της εκπεμπόμενης ισχύος, ο οποίος έχει μελετηθεί εκτενώς στις ασύρματες επικοινωνίες. Είναι γνωστό πως η ελαχιστοποίηση των παρεμβολών με χρήση του ελέγχου ισχύος αυξάνει τη χωρητικότητα και επεκτείνει τη διάρκεια ζωής της μπαταρίας.

Στη συγκεκριμένη διπλωματική, παρουσιάζουμε μια λύση για τον έλεγχο ισχύος σε ασύρματα δίκτυα χρησιμοποιώντας αρχές από την θεωρία παιγνίων. Συγκεκριμένα, έχουμε θεωρήσει ότι η λαμβανόμενη ποιότητα υπηρεσιών από ένα ασύρματο τερματικό αναφέρεται ως χρησιμότητα. Βρίσκοντας όμως την ισορροπία Nash στην οποία καταλήγει το παίγνιο, παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ανεπαρκές. Επομένως, εισάγουμε στρατηγικές τιμολόγησης των χρηστών ανάλογα με την εκπεμπόμενη ισχύ τους, προκειμένου να αποκτήσουμε βελτίωση κατά Pareto του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος, δηλαδή να πετύχουμε βελτίωση στις συναρτήσεις χρησιμότητας των χρηστών σε σχέση με αυτές χωρίς τιμολόγηση.

Συγκεκριμένα, θεωρούμε μια συνάρτηση κοστολόγησης η οποία είναι γραμμική συνάρτηση της εκπεμπόμενης ισχύος. Η απλότητα της συνάρτησης κόστους επιτρέπει μια κατανεμημένη υλοποίηση όπου η τιμή μπορεί να μεταδοθεί από το σταθμό βάσης σε όλα τα τερματικά, ωστόσο θα εξετάσουμε και την υλοποίηση με πολυπλοκότερη συνάρτηση χρησιμότητας. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η εισαγωγή ενός παράγοντα τιμολόγησης μπορεί να οδηγήσει σε βελτιωμένες χρησιμότητες των χρηστών και παράλληλα σε χαμηλότερη συνολική ισχύ στο δίκτυο.

4.2 Συνάρτηση χρησιμότητας

Η έννοια της χρησιμότητας χρησιμοποιείται συχνά στη μικροοικονομία και αναφέρεται στο επίπεδο ικανοποίησης που απολαμβάνει ο λήπτης μιας απόφασης σαν αποτέλεσμα της πράξης που συνεπάγεται η απόφασή του. Τυπικά, μια συνάρτηση χρησιμότητας ορίζεται ως εξής:

Ορισμός 7: Μια συνάρτηση η οποία αντιστοιχίζει μια αριθμητική τιμή στα στοιχεία του συνόλου ενεργειών είναι μια συνάρτηση χρησιμότητας, αν για όλα τα $x, y \in A$, το x είναι τουλάχιστον το ίδιο προτιμώμενο με το y αν και μόνο αν $\mathrm{u(x)} \geq \mathrm{u(y)}$.

Η συνάρτηση χρησιμότητας που περιγράφει ένα συγκεκριμένο σύνολο σχέσεων προτιμήσεως δεν είναι μοναδική. Κάθε συνάρτηση που τοποθετεί τα στοιχεία του Α στην επιθυμητή σειρά είναι υποψήφια για συνάρτηση χρησιμότητας. Επομένως, πρώτα αναγνωρίζουμε τις σχέσεις προτιμήσεως στο συγκεκριμένο πρόβλημα και ύστερα περιγράφουμε μια συνάρτηση χρησιμότητας που ικανοποιεί τη συγκεκριμένη δομή.

Οι χρήστες έχουν πρόσβαση σε ένα ασύρματο σύστημα μέσω του διαθέσιμου εύρους ζώνης το οποίο αποτελεί ένα κοινό πόρο και μεταδίδουν πληροφορίες δαπανώντας την ενέργεια της μπαταρίας τους. Από τη στιγμή όμως που το εύρος ζώνης αποτελεί κοινό μέσο για όλους τους χρήστες, η μετάδοση κάθε χρήστη αποτελεί ουσιαστικά μια πηγή παρεμβολών για τους άλλους χρήστες. Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή (SIR) είναι ένα μέτρο ποιότητας του λαμβανόμενου σήματος από τον ασύρματο χρήστη. Τυπικά, ένας χρήστης θα ήθελε να επιτύχει μια υψηλή ποιότητα λήψης (υψηλό SIR) ενώ ταυτόχρονα να καταναλώνει μια μικρή ποσότητα ενέργειας. Ως εκ τούτου, είναι πιθανό να δούμε τόσο το λόγο σήματος προς παρεμβολή (SIR) καθώς και την ενέργεια της μπαταρίας (ή ισοδύναμα την ισχύ μετάδοσης) σαν επιθυμητές ιδιότητες για έναν ασύρματο χρήστη. Όμως, η σχέση μεταξύ της απόκτησης υψηλού λόγου σήματος προς παρεμβολή και της χαμηλής κατανάλωσης ενέργειας δεν παύει να είναι αντίστροφη. Η εύρεση μιας ικανοποιητικής ισορροπίας μεταξύ των δύο αλληλοσυγκρουόμενων στόχων είναι ο πρωταρχικός στόχος του κομματιού ελέγχου ισχύος της διαχείρισης πόρων.

Ένας βέλτιστος αλγόριθμος ελέγχου ισχύος για ασύρματα δίκτυα φωνής μεγιστοποιεί τον αριθμό των συνομιλιών που μπορούν ταυτόχρονα να επιτύχουν ένα συγκεκριμένο επίπεδο ποιότητας υπηρεσίας. Τυπικά, ο αντικειμενικός στόχος ποιότητας υπηρεσίας για ένα τερματικό φωνής είναι η επίτευξη ενός ελάχιστου αποδεκτού λόγου σήματος προς παρεμβολή. Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση δεν είναι κατάλληλη για την αποτελεσματική λειτουργία ενός ασύρματου δικτύου δεδομένων. Και αυτό επειδή ο αντικειμενικός στόχος ποιότητας υπηρεσίας για τα σήματα δεδομένων διαφοροποιείται από τον αντίστοιχο για τα σήματα φωνής. Σε ένα σύστημα δεδομένων, η αλάνθαστη επικοινωνία έχει την υψηλότερη προτεραιότητα. Επομένως, ο λόγος σήματος προς παρεμβολή είναι μια σημαντική ποσότητα αφού υπάρχει ευθεία σχέση μεταξύ SIR και της πιθανότητας λαθών στη μετάδοση. [16]

Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα μιας κυψέλης όπου κάθε χρήστης μεταδίδει L bits πληροφορίας σε πακέτα των M>L bits με ρυθμό R b/s χρησιμοποιώντας p W ισχύος. Υποθέτουμε σταθερό ρυθμό R για όλα τα τερματικά. Ας συμβολίσουμε με P_c την πιθανότητα σωστής λήψης ενός πακέτου στο λήπτη, π.χ. το ρυθμό επιτυχών πακέτων (FSR). Η P_c είναι μια συνάρτηση του λόγου σήματος προς παρεμβολή που επιτυγχάνεται από το τερματικό στο σταθμό βάσης του και εξαρτάται από τις ιδιότητες του συστήματος όπως η διαμόρφωση, η διάδοση και η δομή του λήπτη. Η συνάρτηση χρησιμότητας μπορεί να εκφραστεί σαν

$$u = \frac{LRP_c}{Mp} \frac{bits}{Joule}. \tag{24}$$

Η χρησιμότητα, όπως ορίζεται παραπάνω είναι ο αριθμός bits πληροφορίας που λαμβάνονται επιτυχώς ανά Joule ενέργειας που δαπανάται. Αν υποθέσουμε τέλειο εντοπισμό λαθών και καμία διόρθωση, μπορούμε να εκφράσουμε το FSR σαν $P_c = (1 - P_e)^M$, όπου P_e είναι ο ρυθμός λαθών bit (BER). Στην περίπτωση καναλιού με προσθετικό λευκό θόρυβο Γκαουσιανής κατανομής, οι εκφράσεις για το BER είναι ως εξής:

BPSK	$Q\left(\sqrt{2\gamma}\right)$
DPSK	$\frac{1}{2}e^{-\gamma}$
Coherent FSK	$Q\left(\sqrt{\gamma}\right)$
Non-coherent FSK	$\frac{1}{2}e^{-\gamma/2}$

Πίνακας 1 Αντιστοιχία BER – διαμόρφωση

Σε κάθε περίπτωση, το BER μειώνεται γνησίως με την αύξηση του SIR, το οποίο εδώ συμβολίζεται με γ. Συνεπώς, το P_c είναι μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση του SIR. Ως εκ τούτου, το P_c μπορεί να εκφραστεί σαν μια συνάρτηση του γ και να αντικατασταθεί στην (24), προκειμένου να πάρουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας για ένα συγκεκριμένο σύστημα. Ωστόσο, η συνάρτηση χρησιμότητας που δίνεται στην (24) έχει μια μαθηματική ανωμαλία στη διατύπωσή της. Στην περίπτωση μηδενικής εκπεμπόμενης ισχύος, για όλα τα σχέδια διαμόρφωσης, η καλύτερη στρατηγική για τον αποδέκτη είναι να μαντεύει κάθε bit, με αποτέλεσμα $P_c = 2^{-M}$, το οποίο μας δίνει άπειρη χρησιμότητα. Αυτό υπονοεί πως, προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η χρησιμότητα, όλοι οι χρήστες στο σύστημα θα έπρεπε να εκπέμπουν μηδενική ισχύ και απλά να περιμένουν για τον αποδέκτη να μαντέψει τα σωστά δεδομένα. Για την αποφυγή αυτής της εκφυλισμένης λύσης, προσεγγίζουμε τα FSR και P_c, με μια συνάρτηση αποδοτικότητας η οποία ακολουθεί από κοντά τη συμπεριφορά της πιθανότητας σωστής λήψης ενώ δίνει $P_c = 0$ για $p = 0$. Η συνάρτηση αποδοτικότητας που αντικαθιστά το P_c στην (24) ορίζεται ως:

$$f(\gamma) = (1 - 2P_e)^M \qquad (25)$$

Συνεπώς η συνάρτηση χρησιμότητας γίνεται τώρα:

$$u = \frac{LR\mathrm{f}\left(\gamma\right)}{Mp}\frac{bits}{Joule}. \qquad (26)$$

Η συνάρτηση αποδοτικότητας ικανοποιεί τις επιθυμητές ιδιότητες $\mathrm{f}\left(0\right) = 0$ για $p = 0$ και $\mathrm{f}\left(\infty\right) = 1$. Για κάθε άλλη τιμή του SIR, το σχήμα του ακολουθεί εκείνο του P_c. [17]

4.3 Μη συνεργατικά παίγνια ελέγχου ισχύος

Ας συμβολίσουμε το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος (NPG) με $G=\left[N,\{P_j\},\{u_j(.)\}\right]$ όπου $N=\{1,2,...,N\}$ είναι το σύνολο δεικτών για τους χρήστες κινητών που υπάρχουν την τρέχουσα στιγμή στην κυψέλη, P_j είναι το σύνολο στρατηγικών και $u_j(.)$ είναι η συνάρτηση κέρδους του χρήστη j. Κάθε χρήστης επιλέγει ένα επίπεδο ισχύος p_j τέτοιο ώστε $p_j \in P_j$. Ας συμβολίσουμε με το δείκτη $\mathbf{p}=(p_1,...,p_N)\in P$ το αποτέλεσμα του παιγνίου σε όρους επιλεχθέντων επιπέδων ισχύος για όλους τους χρήστες, όπου το P είναι το σύνολο όλων των δεικτών ισχύος. Το επίπεδο χρησιμότητας που προκύπτει για το χρήστη j είναι $u_j(p)$. Θα χρησιμοποιούμε περιστασιακά έναν εναλλακτικό συμβολισμό $u_j(p_j,\mathrm{p}_{-j})$ όπου το p_{-j} συμβολίζει το δείκτη που αποτελείται από στοιχεία του p εκτός του στοιχείου j. Ο τελευταίος συμβολισμός δίνει έμφαση στο γεγονός ότι ο χρήστης j έχει τον έλεγχο της δικής του ισχύος, p_j και μόνο. Το πεδίο στρατηγικών όλων των χρηστών εκτός του j συμβολίζεται ως P_{-j}. Η χρησιμότητα που αποκτά ο χρήστης j ξοδεύοντας ισχύ p_j μπορεί να περιγραφεί πιο τυποποιημένα ως

$$u_j(p_j,\mathrm{p}_{-j})=\frac{LR}{Mp_j}f(\gamma_j)\frac{bits}{Joule} \tag{27}$$

όπου γ_j είναι το SIR του χρήστη j που ορίζεται ως

$$\gamma_j=\frac{W}{R}\frac{h_j p_j}{\sum_{j\neq 1} h_j p_j+\sigma^2} \tag{28}$$

και W είναι το διαθέσιμο εύρος ζώνης (Hz), σ^2 είναι η ισχύς του προσθετικού λευκού θορύβου Γκαουσιανής κατανομής στο δέκτη (W) και $\{h_j\}$ είναι το σύνολο των κερδών των διαδρομών από το κινητό στο σταθμό βάσης. Θα πρέπει να σημειωθεί πως η προέλευση της παραπάνω έκφρασης για το SIR προϋποθέτει δέκτες συμβατών φίλτρων και ψευδό-τυχαίες ακολουθίες υπογραφών.

Υποθέτουμε ότι πεδίο στρατηγικών P_j του κάθε χρήστη είναι ένα συνεχές κυρτό σύνολο με άνω και κάτω περιορισμούς ισχύος που συμβολίζονται με $\overline{p_j}$ και $\underline{p_j}$, αντίστοιχα. Για μη συνεργατικά παίγνια ισχύος, θεωρούμε $\underline{p_j}$=0 για όλα τα j το οποίο δίνει πεδίο στρατηγικών $P_j = \left[0, \overline{p_j}\right]$. Θα πρέπει να σημειωθεί πως η σχέση (28) εκφράζει τη στρατηγική αλληλεξάρτηση ανάμεσα στους χρήστες.

Το επίπεδο χρησιμότητας που απολαμβάνει κάθε χρήστης εξαρτάται από την ιδία του ισχύ, καθώς επίσης και από τις επιλογές στρατηγικών των άλλων παιχτών, μέσω του SIR αυτού του χρήστη. Η συνάρτηση αποδοτικότητας μπορεί να επιλεχθεί για την απεικόνιση κάθε δοσμένης τεχνικής διαμόρφωσης συνεπούς με τον προσεγγιστικό κανόνα που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Στο παίγνιο ελέγχου ισχύος, κάθε χρήστης μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του με ένα κατανεμημένο τρόπο. Τυπικά, το μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος εκφράζεται ως:

$$(\mathrm{NPG}) \max_{p_j \in P_j} u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right), \ \forall j \in N$$

όπου το u_j δίνεται στην (27) και $P_j = \left[0, \overline{p_j}\right]$ είναι το πεδίο στρατηγικών για το χρήστη j.

Η εκπεμπόμενη ισχύς που βελτιστοποιεί την ατομική χρησιμότητα εξαρτάται από την ισχύ εκπομπής όλων των άλλων τερματικών στο σύστημα. Είναι απαραίτητο να χαρακτηρίσουμε ένα σύνολο ισχύων όπου οι χρήστες είναι ικανοποιημένοι με τη χρησιμότητα που απολαμβάνουν δεδομένων των επιλογών ισχύος των άλλων χρηστών. Ένα τέτοιο σημείο λειτουργίας ονομάζεται σημείο ισορροπίας.

4.4 Ισορροπία Nash για μη συνεργατικά παίγνια ισχύος

Η λύση η οποία είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη για τα θεωρητικά προβλήματα παιγνίων είναι η ισορροπία Nash.

Ορισμός 8: Ένας δείκτης ισχύος $\mathbf{p} = \left(p_1, \ldots, p_N\right)$ αποτελεί μια ισορροπία Nash του μη συνεργατικού παιγνίου $G = \left[N, \{P_j\}, \{u_j(.)\}\right]$ αν, $\forall j \in N, u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right) \geq u_j\left(p'_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$ για όλα τα $p'_j \in P_j$.

Σε μια ισορροπία Nash, δεδομένων των επιπέδων ισχύος των άλλων παιχτών, κανένας χρήστης δεν μπορεί να βελτιώσει το επίπεδο χρησιμότητάς του κάνοντας ατομικά αλλαγές στην ισχύ του. Το επίπεδο ισχύος που επιλέγεται από ένα λογικό χρήστη που επιζητά την ατομική βελτιστοποίηση αποτελεί μια *βέλτιστη απόκριση* στις πραγματικές επιλογές ισχύος των άλλων παιχτών. Τυπικά, η βέλτιστη απόκριση του χρήστη j $r_j : P_{-j} \to P_j$ είναι η ανταπόκριση που αναθέτει σε κάθε $\mathrm{p}_{-j} \in P_{-j}$ το σύνολο

$$r_j\left(\mathrm{p}_{-j}\right) = \left\{ p_j \in P_j : u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right) \geq u_j\left(p'_j, \mathrm{p}_{-j}\right) \forall p'_j \in P_j \right\}. \qquad (29)$$

Με την έννοια της βέλτιστης απόκρισης ενός τερματικού, ο ορισμός της ισορροπίας Nash μπορεί να επαναδιατυπωθεί σε συμπαγή μορφή ως ακολούθως:

Ο δείκτης ισχύος $\mathbf{p} = \left(p_1, \ldots, p_N\right)$ είναι μια ισορροπία Nash του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος $G = \left[N, \{P_j\}, \{u_j(.)\}\right]$ αν και μόνο αν $p_j \in r_j\left(\mathrm{p}_{-j}\right) \forall j \in N.$

4.4.1 Ύπαρξη και μοναδικότητα ισορροπίας:

Η έννοια της ισορροπίας Nash προσφέρει ένα προβλέψιμο, σταθερό αποτέλεσμα ενός παιχνιδιού όπου πολλαπλοί πράκτορες με αλληλοσυγκρουόμενα συμφέροντα ανταγωνίζονται μέσω της ατομικής βελτιστοποίησης, φτάνοντας ένα σημείο όπου κανένας παίχτης δεν επιθυμεί να διαφοροποιηθεί. Ωστόσο, ένα τέτοιο σημείο δεν υπάρχει απαραίτητα.

Θεώρημα 3: Υπάρχει ισορροπία Nash για το μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος, $G = \left[N, \{P_j\}, \{u_j(.)\}\right]$.

Η απόδειξη ύπαρξης μιας ισορροπίας αξιώνει πως κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες, υπάρχει εγγυημένα ένα σημείο ισορροπίας. Ένας τέτοιος ισχυρισμός δεν υπονοεί, ωστόσο, πως αν αυτές οι συνθήκες δεν ικανοποιούνται, δεν υπάρχει ισορροπία.

Πρόταση 1: Στα μη συνεργατικά παίγνια ισχύος, η καλύτερη απάντηση του τερματικού j σε ένα δεδομένο δείκτη παρεμβολών p_{-j} δίνεται ως

$$r_j\left(\mathrm{p}_{-j}\right)=\min\left(\overline{p},\hat{p}\right) \tag{30}$$

όπου $\hat{p}_j=\arg\max_{p_j\in\mathbb{R}_+}u_j\left(p_j,\mathrm{p}_{\text{-j}}\right)$ είναι η μη περιορισμένη τιμή μεγιστοποίησης της χρησιμότητας στην εξίσωση (27). Επιπλέον η $\hat{p}$ είναι μοναδική.

Απόδειξη: Αποδεικνύεται πως η μη περιορισμένη τιμή μεγιστοποίησης της συνάρτησης χρησιμότητας καταλήγει στο $\overline{\gamma}$ ως τη λύση για το τερματικό j όπου το $\overline{\gamma}$ επιλύει την $\mathrm{f}'\left(\overline{\gamma}_j\right)\overline{\gamma}_j=\mathrm{f}\left(\overline{\gamma}_j\right)\forall j.$ Για δεδομένη παρεμβολή, το $\overline{\gamma}$ ανταποκρίνεται στην εκπεμπόμενη ισχύ $\hat{p}$ που δίνεται από την:

$$\hat{p}=\frac{\overline{\gamma}\left(\sum_{k\neq j}h_kp_k+\sigma^2\right)}{\frac{W}{R}h_j}. \tag{31}$$

Εφόσον το $\overline{\gamma}$ είναι η μοναδική τιμή μεγιστοποίησης της χρησιμότητας και αφού υπάρχει αντιστοιχία ένα προς ένα ανάμεσα στην εκπεμπόμενη ισχύ και το λόγο σήματος προς παρεμβολή, η εκπεμπόμενη ισχύς $\hat{p}_j$ που μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα για σταθερή παρεμβολή είναι επίσης μοναδική. Αν $\hat{p}_j\notin P_j$ για κάποιο χρήστη j, τότε εφόσον δεν είναι ένα εφικτό σημείο, το $\hat{p}_j$ δεν μπορεί να είναι μια βέλτιστη απόκριση σε ένα δεδομένο $\mathrm{p}_{\text{-j}}$. Σε αυτήν την περίπτωση, παρατηρούμε ότι $\left(\partial u_j/\partial p_j\right)\leq 0\forall\gamma_j\leq\overline{\gamma}$ και ως εκ τούτου $\forall p_j\leq\hat{p}_j$. Αυτό υπονοεί ότι η συνάρτηση χρησιμότητας είναι αύξουσα σε εκείνη την περιοχή. Εφόσον το $\overline{p}$ είναι η μεγαλύτερη ισχύς στο πεδίο στρατηγικών, παράγει την υψηλότερη χρησιμότητα μεταξύ όλων των $p_j<\overline{p}$ και συνεπώς είναι η βέλτιστη απόκριση στο δεδομένο $\mathrm{p}_{\text{-j}}$.

Σε κάθε ισορροπία του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος, ένα τερματικό είτε επιτυγχάνει να φθάσει το λόγο SIR που μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα $\bar{\gamma}$, ή αποτυγχάνει να το κάνει και εκπέμπει στη μέγιστη ισχύ $\bar{p}$.

Θεώρημα 4: Το μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος έχει ένα μοναδικό ισοζύγιο.

Μια ειδική περίπτωση είναι όταν η διαμόρφωση χρήστη είναι τέτοια που όλα τα τερματικά είναι ικανά να επιτύχουν το λόγο SIR που μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα, $\bar{\gamma}$, στην ισορροπία Nash. Η ισορροπία για το SIR, $\bar{\gamma}$, του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος απορρέει από τη συνάρτηση αποδοτικότητας που δίνεται στην εξίσωση (26). Αν όλα τα ασύρματα τερματικά χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική διαμόρφωσης και το ίδιο μήκος πακέτου M, τότε έχουν την ίδια συνάρτηση αποδοτικότητας. Ως εκ τούτου, η τιμή $\bar{\gamma}$ που κάθε τερματικού προσπαθεί να επιτύχει στην ισορροπία είναι η ίδια για όλα τα τερματικά.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η λύση ελέγχου ισχύος που υπάρχει στην ισορροπία Nash, ίσων σηματοθορυβικών λόγων είναι παρόμοια με τις προσφερόμενες λύσεις των αλγορίθμων ελέγχου ισχύος για επικοινωνίες φωνής. Στους αλγορίθμους ελέγχου ισχύος σταθερού στόχου για συστήματα φωνής, οι χρήστες ρυθμίζουν την ισχύ τους ώστε να ικανοποιήσουν τον περιορισμό ελάχιστου λόγου SIR. Ο αλγόριθμος καταλήγει σε ένα σύνολο ισχύων όπου κάθε τερματικό έχει ακριβώς τον επιθυμητό λόγο SIR.

Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή $\bar{\gamma}$ του ισοζυγίου ισχύος μπορεί να θεωρηθεί σαν ο στόχος για το λόγο σήματος προς παρεμβολή στα συστήματα φωνής με μια σημαντική διαφοροποίηση: ο κοινός στόχος λόγου SIR για συστήματα φωνής καθορίζεται από αντικειμενικά μέτρα της ποιότητας ομιλίας. Ωστόσο, το $\bar{\gamma}$ προέρχεται από τη συγκεκριμένη συνάρτηση αποδοτικότητας και ως εκ τούτου υπαγορεύεται από τις ιδιότητες του συστήματος όπως η τεχνική διαμόρφωσης, το μοντέλο καναλιού και το μήκος πακέτου.

4.5 Ανεπάρκεια ισορροπίας μη συνεργατικού παιγνίου

Η ισορροπία Nash που συζητήθηκε στην προηγούμενη ενότητα προσφέρει μια λύση στο πρόβλημα ελέγχου ισχύος όπου κανένα τερματικό δεν μπορεί να αυξήσει περαιτέρω τη χρησιμότητά του μέσω ατομικής προσπάθειας. Ως εκ τούτου, είναι ένα αποτέλεσμα αντλούμενο σαν απόρροια της κατανεμημένης λήψης αποφάσεων το οποίο θα αναμενόταν να είναι λιγότερο αποδοτικό από μια πιθανή κατανομή ισχύος αντλούμενη μέσω συνεργασίας μεταξύ των τερματικών ή σαν αποτέλεσμα συγκεντρωτικής βελτιστοποίησης. Πράγματι, είναι ευρέως γνωστό ότι γενικά τα σημεία ισορροπίας Nash είναι ανεπαρκή. Μια κατανομή ισχύος λέγεται πως είναι πιο αποδοτική (ή κυρίαρχη κατά Pareto) αν είναι δυνατό να αυξηθεί η χρησιμότητα κάποιων τερματικών χωρίς να μειωθεί η χρησιμότητα κανενός άλλου τερματικού.
Ένας τυπικός ορισμός είναι ο ακόλουθος:

Ορισμός 9: Ένας δείκτης ισχύος $\overline{\mathbf{p}}$ είναι κυρίαρχος κατά Pareto έναντι ενός άλλου δείκτη ισχύος $\mathbf{p}$ αν, $\forall j \in N, u_j(\overline{\mathbf{p}}) \geq u_j(\mathbf{p})$ και για κάποια $j \in N$, $u_j(\overline{\mathbf{p}}) > u_j(\mathbf{p})$. Επιπλέον, ένας δείκτης ισχύος $\mathbf{p}^*$ είναι βέλτιστος κατά Pareto αν δεν υπάρχει άλλος δείκτης ισχύος $\mathbf{p}$ τέτοιος ώστε $u_j(\mathbf{p}) \geq u_j(\mathbf{p}^*) \forall j \in N$ και $u_j(\mathbf{p}) > u_j(\mathbf{p}^*)$ για κάποια $j \in N$.

Τώρα αναζητούμε βελτιώσεις στο αποτέλεσμα που αντλείται για το μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος.

Θεώρημα 5: Η ισορροπία Nash του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος είναι ανεπαρκής.

<u>*Απόδειξη:*</u> Όπως είπαμε, στο ισοζύγιο του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος υπάρχουν δύο τύποι τερματικών: εκείνα που επιτυγχάνουν το λόγο σήματος προς παρεμβολή που μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα $\overline{\gamma}$ και εκείνα που εκπέμπουν στη μέγιστη ισχύ $\overline{p}$ χωρίς να επιτυγχάνουν τη μέγιστη χρησιμότητα $\overline{\gamma}$. Ας συμβολίσουμε με H το σύνολο των τερματικών που είναι ικανά να επιτύχουν το $\overline{\gamma}$ και $\overline{H}$ το σύνολο των υπολοίπων τερματικών. Ας υποθέσουμε πως στο μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος όλα τα $j \in H$ μειώνουν την ισχύ τους κατά έναν παράγοντα μ όπου $0 < \mu \leq 1$, ενώ όλα τα $j \in \overline{H}$ διατηρούν την ισχύ τους στο $\overline{p}$. Η χρησιμότητα του χρήστη $j \in H$ με τα νέα επίπεδα μειωμένης ισχύος είναι:

$$u_j(\mu)=\frac{LR}{M\mu p_j}f\left(\gamma_j^{\mu}\right) \tag{32}$$

όπου

$$\gamma_j^{\mu}=\frac{W}{R}\frac{\mu h_j p_j}{\sum_{k\in H,k\neq j}\mu h_k p_k+\sum_{k\in\overline{H}}h_k\overline{p}+\sigma^2},\forall j\in H. \tag{33}$$

Παρομοίως, η χρησιμότητα του χρήστη $j\in\overline{H}$ στο νέο επίπεδο μειωμένης ισχύος είναι

$$u_j(\mu)=\frac{LR}{M\mu\overline{p}}f\left(\gamma_j^{\mu}\right) \tag{34}$$

όπου

$$\gamma_j^{\mu}=\frac{W}{R}\frac{h_j\overline{p}}{\sum_{k\in\overline{H},k\neq j}h_k\overline{p}+\sum_{k\in\overline{H}}\mu h_k p_k+\sigma^2},\forall j\in H. \tag{35}$$

Πρέπει να εξετάσουμε πως αλλάζει η τιμή της χρησιμότητας για όλα τα τερματικά καθώς αλλάζει η τιμή του μ. Καθώς η τιμή του μ πηγαίνει από το 1 στο 0, τα τερματικά του συνόλου H σπαταλούν ισχύ χαμηλότερη από εκείνες της ισορροπίας. Αν αυτή η μείωση στο μ καταλήγει σε μη-μειούμενες χρησιμότητες για όλα τα τερματικά, έχουμε μια απόδειξη πως υπάρχει ένας κυρίαρχος δείκτης ισχύος για το μη συνεργατικό παίγνιο. Καταρχήν, εστιάζουμε μόνο σε εκείνα τα τερματικά του συνόλου H, δηλαδή τα τερματικά που επιτυγχάνουν το $\overline{\gamma}$ στην ισορροπία. Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της χρησιμότητας στην (32) ως προς μ και υπολογίζοντας την έκφραση που προκύπτει για μ=1, έχουμε:

$$\frac{\partial u_j(\mu)}{\partial\mu}|_{\mu=1}=\frac{LR}{Mp_j}\times\left(\frac{f'\left(\gamma_j\right)\gamma_j\left(\sum_{k\in\overline{H}}h_k\overline{p}+\sigma^2\right)}{\sum_{k\in H,k\neq j}h_k p_k+\sum_{k\in\overline{H}}h_k\overline{p}+\sigma^2}-f\left(\gamma_j\right)\right). \tag{36}$$

Για τα τερματικά $j\in H$, εφόσον η συνθήκη $f'(\gamma)\gamma=f(\gamma)$ ικανοποιείται, η (36) μπορεί να απλοποιηθεί για να δώσει

$$\frac{\partial u_j(\mu)}{\partial \mu}|_{\mu=1} = \frac{LR}{Mp_j} f(\gamma_j) \times \left(\frac{\left(\sum_{k\in\overline{H}} h_k \overline{p} + \sigma^2\right)}{\sum_{k\in H, k\neq j} h_k p_k + \sum_{k\in\overline{H}} h_k \overline{p} + \sigma^2} - 1 \right). \quad (37)$$

Πρέπει να σημειωθεί πως η παραπάνω έκφραση έχει αρνητική τιμή, δηλαδή $\frac{\partial u_j(\mu)}{\partial \mu}|_{\mu=1} < 0$. Ως εκ τούτου, οι χρησιμότητες των τερματικών στο σύνολο H έχουν μια τάση να αυξηθούν. Αν και αυτό αποδεικνύει ότι οι χρησιμότητες για όλα τα $j \in H$ αυξάνονται, πρέπει ακόμα να δείξουμε ότι τα τερματικά στο σύνολο $\overline{H}$ επίσης έλαβαν αυξημένες χρησιμότητες σαν αποτέλεσμα κλιμάκωσης των ισχύων κατά τον παράγοντα μ από τους χρήστες του συνόλου H. Παρατηρούμε πως, όταν τα τερματικά του H μειώνουν τις ισχείς τους κατά μ, ο παρανομαστής στην (35) μειώνεται. Εφόσον ο αριθμητής αυτού του όρου παραμένει ο ίδιος, ο λόγος σήματος προς παρεμβολή αυξάνει για ένα τερματικό του $\overline{H}$. Με αυξημένο λόγο SIR, η χρησιμότητα του τερματικού $j \in \overline{H}$ που δίνεται στην (32) αυξάνεται αφού η συνάρτηση αποδοτικότητας είναι μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση του λόγου SIR και ο παρανομαστής παραμένει ο ίδιος. Έτσι, συμπεραίνουμε πως υπάρχει ένα $\mu < 1$ όπου οι χρησιμότητες για όλα τα τερματικά αυξάνονται. Αφού για $\mu < 1$, οι χρησιμότητες όλων των χρηστών αυξάνονται, εξ ορισμού η ισορροπία Nash δεν είναι κυρίαρχη κατά Pareto.

Ο συντελεστής μ επιλέχθηκε να έχει την ίδια τιμή για όλους τους χρήστες για λόγους εξυπηρέτησης της επίδειξης της μη κυρίαρχης κατά Pareto ιδιότητας της ισορροπίας Nash. Ωστόσο, όταν ψάχνουμε για κατά Pareto κυρίαρχους δείκτες ισχύος, δεν είμαστε περιορισμένοι σε δείκτες ισχύος που είναι αριθμητικά πολλαπλάσια του δείκτη ισχύος των σημείων ισορροπίας, αλλά εξετάζουμε όλες τις πιθανές τιμές του.

Στη συνέχεια ψάχνουμε βελτιώσεις των σημείων ισορροπίας Nash που βρήκαμε για το μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος. Με κίνητρο τη βελτίωση των χρησιμοτήτων του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος, εξετάζουμε μια αποκεντρωμένη μέθοδο για αυτό το σκοπό.

4.6 Μη συνεργατικός έλεγχος ισχύος με τιμολόγηση

Στο μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος, κάθε τερματικό στοχεύει στη μεγιστοποίηση της χρησιμότητάς του ρυθμίζοντας την ισχύ του, αγνοώντας όμως τη ζημιά που επιβάλει στα υπόλοιπα τερματικά εξαιτίας της παρεμβολής που παράγει. Ανάμεσα στους πολλούς τρόπους αντιμετώπισης αυτών των άμεσων αλληλεπιδράσεων παραγωγής ή κατανάλωσης ανταγωνιστικών προϊόντων, η *τιμολόγηση* χρησιμοποιήθηκε σαν ένα αποτελεσματικό εργαλείο τόσο από οικονομολόγους, όσο και από ερευνητές στον τομέα των δικτύων υπολογιστών.

Τυπικά, η τιμολόγηση έχει δύο διαφορετικά κίνητρα:
1) δημιουργεί πόρους για το σύστημα και
2) ενθαρρύνει τους παίχτες να χρησιμοποιούν τους πόρους του συστήματος πιο αποδοτικά για όλο το δίκτυο.

Στην περίπτωσή μας η τιμολόγηση αναφέρεται σε ένα σήμα ελέγχου για την παρακίνηση των χρηστών να υιοθετήσουν μια πιο κοινωνική συμπεριφορά. Ένας αποδοτικός μηχανισμός τιμολόγησης παίρνει αποκεντρωμένες αποφάσεις συμβατές με τη συνολική αποδοτικότητα του συστήματος ενθαρρύνοντας την αποδοτική διανομή των πόρων αντί του επιθετικού ανταγωνισμού του καθαρά ανταγωνιστικού παιγνίου. Μια πολιτική τιμολόγησης αποκαλείται συμβατό σύστημα κινήτρου, αν η τιμολόγηση οδηγεί σε μια ισορροπία Nash που βελτιώνει την συνολική απόδοση του δικτύου. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ποικίλες πολιτικές τιμολόγησης, όπως σταθερού ρυθμού, τιμολόγηση βασισμένη στην πρόσβαση ή βασισμένη στην προτεραιότητα κλπ. Αυτή η κατάσταση θέτει το ερώτημα του ποια πολιτική τιμολόγησης είναι κατάλληλη.

Ο πάροχος υπηρεσιών καθορίζει τόσο την πολιτική τιμολόγησης, όσο και τις ακριβείς τιμές κόστους για τη χρήση των πόρων του συστήματος, το είδος των πόρων που παρέχει και τον τύπο της ζήτησης για αυτές τις υπηρεσίες. Μια αποδοτική τιμή θα αντανακλά με ακρίβεια τα κόστη χρήσης ενός πόρου και θα πρέπει να λαμβάνει υπ’ όψιν τη φύση της ζήτησης για την προσφερόμενη υπηρεσία. Η περίπτωση τιμολόγησης ανάλογης με την χρήση, είναι μια προσέγγιση που συναντάται συχνά στη λογοτεχνία. Στη περίπτωση αυτή, η τιμή που πληρώνει ένα τερματικό για τη χρήση των πόρων είναι ανάλογη με το ποσό των πόρων που καταναλώνει ο χρήστης.

Προκειμένου να βελτιώσουμε τις χρησιμότητες των χρηστών στα σημεία ισορροπίας του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος με την Pareto έννοια, καταφεύγουμε σε σχήματα τιμολόγησης ανάλογα με την χρήση. Μέσω της τιμολόγησης, μπορούμε να αυξήσουμε την απόδοση του συστήματος παρακινώντας σιωπηρά τη συνεργασία και ταυτόχρονα διατηρούμε τη μη συνεργατική φύση της προκύπτουσας λύσης ελέγχου ισχύος. Ένα αποδοτικό σχήμα τιμολόγησης θα πρέπει να κατασκευαστεί «πάνω» στο δεδομένο πρόβλημα. Στο πλαίσιο του προβλήματος κατανομής πόρων για ένα ασύρματο δίκτυο, ο διαμοιραζόμενος πόρος είναι το ασύρματο περιβάλλον και η χρήση πόρων καθορίζεται από την ισχύ εκπομπής του τερματικού.

Επομένως, αναπτύσσουμε ένα μη συνεργατικό παίγνιο με στρατηγική τιμολόγησης. Ας συμβολίσουμε με $G_c = \left[N, \{P_j\}, \{u_j^c(.)\}\right]$ το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος N παιχτών με τιμολόγηση (NPGP). Οι χρησιμότητες για το NPGP είναι

$$u_j^c(\mathrm{p}) = u_j(\mathrm{p}) - c_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right) \qquad (38)$$

όπου $c_j : P \to \Re_+^1$ είναι η συνάρτηση τιμολόγησης για το τερματικό $j \in N$. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων που επιλύει το NPGP μπορεί να εκφραστεί ως

$$(\mathbf{NPGP}) \max_{p_j \in P_j} u_j^c\left(p_{j,}\mathrm{p}_{-j}\right) = u_j(\mathrm{p}) - c_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right), \forall j \in N. \qquad (39)$$

Η παραπάνω διατύπωση δε λαμβάνει κάποια συγκεκριμένη μορφή της συνάρτησης τιμολόγησης $c_j(.)$. Ωστόσο, με βάση τα όσα έχουμε αναφέρει, θα χρησιμοποιήσουμε αρχικά μια τιμή η οποία αυξάνει μονότονα με την εκπεμπόμενη ισχύ του χρήστη. Αρχικά, περιορίζουμε την προσοχή μας σε γραμμικά σχήματα τιμολόγησης της μορφής:

$$c_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right) = c a_j p_j$$

όπου τα c και $\{a_j\}$ είναι θετικοί συντελεστές.

Ο παράγοντας τιμολόγησης c πρέπει να ρυθμιστεί έτσι ώστε το ατομικό συμφέρον του χρήστη να οδηγεί στην καλύτερη δυνατή βελτίωση στη συνολική απόδοση του δικτύου. Το NPGP με γραμμική τιμολόγηση είναι ως εξής:

$$\left(\mathbf{NPGP}\right)\max_{p_j \in P_j} u_j\left(\mathrm{p}\right) - ca_j p_j, \forall j \in N. \tag{40}$$

Θα πρέπει να σημειωθεί πως το NPGP είναι το ίδιο παίγνιο με το NPG με διαφορετικές συναρτήσεις κέρδους. Αναζητούμε ένα σημείο ισορροπίας Nash που επιλύει το NPGP, αν αυτό υπάρχει. Στο παίγνιο $G = \left[N, \left\{P_j\right\}, \left\{u_j\left(.\right)\right\}\right]$, κάθε συνάρτηση χρησιμότητας είναι ημι-κοίλη στη δική της στρατηγική και αποδεικνύεται πως στο συγκεκριμένο παίγνιο υπάρχει μια μοναδική ισορροπία Nash. Το NPGP ωστόσο, δεν έχει ημι-κοίλες συναρτήσεις χρησιμότητας. Οι αναλυτικές τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν για την απόδειξη ύπαρξης ισορροπίας Nash κάτω από ισχυρές υποθέσεις κοιλότητας και παραγωγισιμότητας δεν είναι πλέον εφαρμόσιμες. Έτσι, στρεφόμαστε στη θεωρία της *υπερτμηματικότητας (supermodularity)* για να δείξουμε την ύπαρξη της ισορροπίας.

4.6.1 Supermodular παίγνια και NPGP

Η έννοια supermodularity εισήχθη στη θεωρία παιγνίων από τον Τόπκις το 1979. Σε ένα *supermodular* παίγνιο ελέγχου ισχύος, η επιθυμία κάθε παίχτη να αυξήσει την ισχύ του αυξάνει με μια αύξηση στην ισχύ των άλλων παιχτών, που σημαίνει πως η βέλτιστη απόκριση ενός τερματικού είναι γνησίως αύξουσα στη στρατηγική των παρεμβολών. Τα *supermodular* παίγνια είναι ιδιαίτερου ενδιαφέροντος εφόσον έχουν ισορροπίες Nash. Επιπλέον, είναι δυνατόν να αναγνωρίσουμε ένα σύνολο ισορροπιών Nash που ορίζεται από δύο σημεία που αποτελούν ένα άνω και ένα κάτω όριο του συνόλου Nash. Τα supermodular παίγνια έχουν δηλαδή ισορροπίες κατά Nash και επιπλέον το σύνολο των ισορροπιών αυτών μπορεί να προσδιοριστεί από ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο στοιχείο, μία ελάχιστη και μία μέγιστη τιμή ισορροπίας κατά Nash. [18]

Η απλότητα των *supermodular* παιγνίων καθιστά τις υποθέσεις κοιλότητας και διαφορισιμότητας περιττές. Ένας τυπικός ορισμός ενός *supermodular* παιγνίου στην περίπτωση ενός συνόλου μονοδιάστατης στρατηγικής χρήστη που μας ενδιαφέρει είναι ο ακόλουθος:

Ορισμός 10: Θεωρούμε ένα γενικό παίγνιο $G=\left[N,\{P_j\},\{u_j(.)\}\right]$, με διαστήματα στρατηγικών $P_j \subset \Re \forall j$. Το G είναι *supermodular* αν, για κάθε j, η $u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$έχει μη μειούμενες διαφορές (NDD) στο $\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$.

Αν η χρησιμότητα του χρήστη j έχει NDD στο $\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$, τότε η οριακή του χρησιμότητα είναι μη μειούμενη στην ισχύ εκπομπών των παρεμβολέων, δηλαδή σαν απόκριση σε μια αύξηση στο επίπεδο ισχύος ενός άλλου χρήστη, το τερματικό j αυξάνει την ισχύ εκπομπής του ώστε να αυξήσει τη χρησιμότητά του. Η ιδιότητα NDD ορίζεται τυπικά ως εξής:

Ορισμός 11: Η $u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$ έχει NDD στο $\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$ αν για όλα τα $\mathrm{p}_{-j} > \mathrm{p}'_{-j}$ η ποσότητα $u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right) - u_j\left(p_j, \mathrm{p}'_{-j}\right)$ είναι μη μειούμενη στο p_j. Ισοδύναμα, για συνεχείς και διπλά διαφορίσιμες χρησιμότητες, η $u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$ έχει NDD στο $\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$ αν και μόνο αν $\left(\partial^2 u_j(\mathrm{p}) \big/ \partial p_j \partial p_j \right) \geq 0 \forall j \neq i.$

Η σημασία αυτής της ιδιότητας είναι το γεγονός ότι τέτοιες χρησιμότητες οδηγούν σε ένα σύστημα αντιστοιχιών βέλτιστης απόκρισης που έχουν ένα σταθερό σημείο, το οποίο υπονοεί την ύπαρξη ισορροπίας Nash. Τελικά, μπορούμε να διατυπώσουμε το θεμελιώδες αποτέλεσμα του Τόπκις.

Θεώρημα 6*:* Το σύνολο των σημείων ισορροπίας Nash ενός *supermodular* παιγνίου είναι μη κενό. Επιπλέον, το σύνολο Nash έχει ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο στοιχείο.

Ας συμβολίσουμε το σύνολο των ισορροπιών Nash με E και το μέγιστο και ελάχιστο στοιχείο του με p_L και p_s, αντίστοιχα. Ο μέγιστος και ο ελάχιστος δείκτης σε ένα σύνολο δεικτών αναφέρονται στη σύγκριση με βάση τα συστατικά των δεικτών ενός συνόλου. Για παράδειγμα, για δύο δείκτες $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Re^m, \mathbf{x} < \mathbf{y}$ αν και μόνο αν $x_j < y_j$ για όλα τα $j = 1, \ldots, m.$ Το θεώρημα δηλώνει ότι α τα σημεία ισορροπίας $p \in E$ είναι τοποθετημένα έτσι ώστε $p_s \leq p \leq p_L$, ωστόσο δε λέει πως όλα τα σημεία στο μεσοδιάστημα είναι σημεία ισορροπίας.

Αν οι χρησιμότητες του υπό εξέταση παιγνίου είναι τέτοιες που υπάρχει μια παράμετρος που κανείς από τους χρήστες δεν ελέγχει, αποκαλούμε αυτήν την παράμετρο εξωγενή. Ας θεωρήσουμε ένα παίγνιο με εξωγενή παράμετρο, ε, $G_\varepsilon = \left[N, \{P_j\}, \{u_j^c(.)\}\right]$ με χρησιμότητες $u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}, \varepsilon\right)$. Ο ορισμός της υπερτμηματικότητας για ένα γενικό παίγνιο G που δόθηκε νωρίτερα και αντιστοιχεί στο $\varepsilon = 0$ μπορεί εύκολα να επεκταθεί στο παίγνιο G_ε με μια εξωγενή παράμετρο ε με την επιβολή μιας πρόσθετης συνθήκης NDD που αφορά την παράμετρο.

Ορισμός 12: Ένα παίγνιο G_ε, με μια εξωγενή παράμετρο ε ονομάζεται *supermodular*, ή είναι ένα παραμετροποιημένο παίγνιο με συμπληρωματικότητες αν το $u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}, \varepsilon\right)$ έχει NDD στο $\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}\right)$ και στο $\left(p_j, \varepsilon\right) \forall j$.

Το παρακάτω αποτέλεσμα είναι επίσης πολύ σημαντικό:

Θεώρημα 7: Σε ένα παραμετροποιημένο *supermodular* παίγνιο, τόσο το $p_s(\varepsilon)$ όσο και το $p_L(\varepsilon)$ είναι μη μειούμενα στο ε.

Θα πρέπει να παρατηρηθεί πως στην πραγματικότητα το παίγνιο τιμολόγησης G_c όπως δίνεται στη (40) είναι ένα παίγνιο με μια εξωγενή παράμετρο, τον παράγοντα τιμολόγησης, c. Το $G_c = \left[N, \{P_j\}, \{u_j^c(.)\}\right]$ δεν είναι ένα *supermodular* παίγνιο με βάση τον ορισμό 6. Ωστόσο, αν τα διαστήματα στρατηγικής των χρηστών διαμορφωθούν κατάλληλα, μπορούμε να δείξουμε πως το παίγνιο που προκύπτει είναι *supermodular*. Το τροποποιημένο διάστημα στρατηγικών για το χρήστη j που συμβολίζεται με P_j είναι ένα συνεχές σύνολο οριζόμενο ως $\hat{P}_j = \left[\underline{p_j}, \overline{p_j}\right]$,όπου η μικρότερη ισχύς στο σύνολο στρατηγικών $\underline{p_j}$ προκύπτει από την $\underline{\gamma_j} \geq 2\ln M$. Πρέπει να σημειωθεί πως το $\gamma = 2\ln M$ αντιστοιχεί στο σημείο μέγιστου ρυθμού αλλαγής της αποδοτικότητας με αυξανόμενο λόγο σήματος προς παρεμβολή, δηλαδή $\left(\partial^2 f(\gamma) \big/ \partial\gamma^2\right) = 0$. Βρίσκουμε αυτήν την απαίτηση λόγου SIR χρησιμοποιώντας τη συνθήκη που δίνεται στον ορισμό 5, δηλαδή $\left(\partial^2 u_j(\mathrm{p}) \big/ \partial p_j \partial p_j \right) \geq 0 \forall j \neq i.$ Η μεγαλύτερη ισχύς $\overline{p_j}$ είναι ο περιορισμός μέγιστης ισχύος του συστήματος. Υποθέτουμε πως το τροποποιημένο διάστημα στρατηγικών $\hat{P}$ είναι μη κενό, δηλαδή υπάρχει $\underline{p_j}$ τέτοιο ώστε $0 < \underline{p_j} \leq \overline{p_j} \forall j.$ Πρέπει να σημειωθεί πως στο τροποποιημένο διάστημα στρατηγικών του NPGP που περιγράφηκε παραπάνω, τα επίπεδα ισχύος που ικανοποιούν την $\underline{\gamma_j} \leq 2\ln M$ δεν είναι πλέον διαθέσιμα στο τερματικό. Στο μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος, τα τερματικά μπορούν να χρησιμοποιήσουν οποιαδήποτε μη αρνητική ισχύ εφόσον είναι κάτω από το άνω όριο ισχύος. Έτσι, οι χρήστες στο NPGP λειτουργούν σε μια μικρότερη εφικτή περιοχή σε σύγκριση με τα τερματικά στο NPG. Με το ακόλουθο αποτέλεσμα, εξακριβώνεται η ύπαρξη ισοζυγίων Nash στο παίγνιο με τιμολόγηση.

Θεώρημα 8: Το τροποποιημένο παίγνιο $\hat{G}_c = \left[N, \left\{ \hat{P}_j \right\}, \left\{ u_j^c(.) \right\} \right]$ με την εξωγενή παράμετρο c είναι ένα *supermodular* παίγνιο.

Απόδειξη: Εξετάζουμε αν οι συνθήκες του ορισμού 6 ικανοποιούνται. Το $\hat{G}_c$ έχει NDD στο $\left(p_j, \mathrm{p}_{-j} \right)$ αφού η συνθήκη που δίνεται στον ορισμό 11 δίνει την ίδια έκφραση για το $\hat{G}_c$ με το G_c. Χρειάζεται μόνο να ελέγξουμε αν η χρησιμότητα $u_j\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}, c \right)$ έχει NDD στο $\left(p_j, c \right).$ Πρώτα εκτελούμε μια αλλαγή μεταβλητών από c σε ε όπου $\varepsilon = -c.$ Αν πάρουμε τη δεύτερη παράγωγο ως προς p_j και ε, παίρνουμε $\left(\partial u_j \big/ \partial p_j \partial \varepsilon \right) = a_j \geq 0 \forall j.$ Έτσι το $\hat{G}_c$ είναι *supermodular*.

Χρησιμοποιώντας τα θεωρήματα 4 και 5, έχουμε όλα τα σημεία ισορροπίας Nash του $\hat{G}_c$ μέσα στο σύνολο $E_c = \left\{ \mathrm{p} \in \hat{\mathrm{P}} : \hat{\mathrm{p}}_s(c) \leq p \leq \hat{\mathrm{p}}_L(c) \right\}$ και τα $\hat{\mathrm{p}}_s(c)$ και $\hat{\mathrm{p}}_L(c)$ είναι μη μειούμενα στο $c.$ Όπως αναφέραμε όμως, τα αποτελέσματα ύπαρξης ισορροπίας δεν υπονοούν πως ένα σημείο ισορροπίας δεν υπάρχει αν οι συνθήκες της απόδειξης δεν ικανοποιούνται. Ως εκ τούτου, το NPGP με τα αρχικά διαστήματα στρατηγικής δεν είναι *supermodular*, αλλά δε γνωρίζουμε με βεβαιότητα ότι δεν έχει ισορροπία. Στην πραγματικότητα, για κάποια πειραματικά αποτελέσματα, συμπεραίνουμε πως έχει ισορροπία σε κάποια στιγμιότυπα του προβλήματος.

Θα ασχοληθούμε με έναν πλήρως ασύγχρονο αλγόριθμο που παράγει μια σειρά ισχύων που συγκλίνουν στο μικρότερο σημείο ισορροπίας Nash, $\mathrm{p}_s(c)$. Υποθέτουμε πως το τερματικό j ενημερώνει την ισχύ του σε χρονικές στιγμές που δίνονται από το σύνολο $T_j = \{t_{j1}, t_{j2}, t_{j3}, \ldots\}$ όπου $t_{jk} < t_{j(k+1)}$ και $t_{j0} = 0 \forall j$.

Ορίζουμε το $T = \{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots\}$ ως το σύνολο των στιγμιότυπων ενημέρωσης $T_1 \bigcup T_2 \bigcup \ldots \bigcup T_N$ ταξινομημένων σε αύξουσα σειρά. Υποθέτουμε πως κανένα στιγμιότυπο του συνόλου T δεν είναι ακριβώς το ίδιο με άλλο. Ας συμβολίσουμε με $\underline{\mathbf{p}}$ και $\overline{\mathbf{p}}$ το μικρότερο και το μεγαλύτερο δείκτη στο τροποποιημένο διάστημα στρατηγικών $\hat{P}$, αντίστοιχα.

Αλγόριθμος 1 (Τερματικό): Θεωρούμε το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση (NPGP) όπως δίνεται στη (40). Παράγουμε μια ακολουθία ισχύων ως ακολούθως:

1. Θέσε τον αρχικό δείκτη ισχύος τη χρονική στιγμή $t = 0 : \mathrm{p}(0) = \underline{\mathrm{p}}$ και το $k = 1$.

2. Για κάθε k τέτοιο ώστε $\tau_k \in T$

   Για όλα τα τερματικά $j \in N$ τέτοιο ώστε $\tau_k \in T_j$

   I. Δεδομένου του $\mathrm{p}(\tau_{k-1})$, υπολόγισε το $r_j(\tau_k) = \arg\max_{p_j \in \hat{P}_j} u_j^c\left(p_j, \mathrm{p}_{-j}(\tau_{k-1})\right)$.

   II. Ανάθεσε σαν εκπεμπόμενη ισχύ την $p_j(\tau_k) = \min\left(r_j(\tau_k)\right)$.

Αναφερόμαστε στο $r_j(\tau_k)$ σαν το σύνολο βέλτιστων εκπομπών ισχύος για το τερματικό j στο χρονικό στιγμιότυπο k σαν απόκριση στο δείκτη παρεμβολών $\mathbf{p}_{-j}(\tau_{k-1})$. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε πως το τερματικό j βελτιστοποιεί τη χρήση δικτύου στο τροποποιημένο διάστημα στρατηγικών του NPGP, $\hat{P}_j$, όπου το $\hat{P}_j$ περιορίζεται από την $\underline{\gamma_i} \le 2\ln M$.

Η υλοποίηση αυτού του κάτω ορίου στον αλγόριθμο προϋποθέτει πως ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος στο σταθμό βάσης είναι γνωστός στο τερματικό. Το τερματικό στη συνέχεια χρησιμοποιεί αυτήν την πληροφορία για να καταλήξει στο κάτω όριο της ισχύος εκπομπής του.

Στο παίγνιο με τιμολόγηση, περισσότερες από μια εκπομπές ισχύος μπορεί να αποτελούν μια βέλτιστη απόκριση σε έναν δεδομένο δείκτη παρεμβολών. Σε αυτήν την περίπτωση, ο αλγόριθμος καθορίζει την ισχύ εκπομπής ενός τερματικού επιλέγοντας τη χαμηλότερη ισχύ μεταξύ όλων των πιθανοτήτων όπως υπαγορεύεται από τον αλγόριθμο.

Θεώρημα 9: Ο Αλγόριθμος 1 συγκλίνει σε μια ισορροπία Nash του NPGP. Επιπλέον, είναι το μικρότερο σημείο ισορροπίας $\mathrm{p}_s(c)$, στο σύνολο ισοζυγίων Nash.

Πειράματα δείχνουν πως $\hat{\mathrm{p}}_s(c) = \hat{\mathrm{p}}_L(c)$ για το πρόβλημά μας. Αν αυτό αληθεύει πράγματι αναλυτικά, υποδεικνύει πως η ισορροπία Nash του τροποποιημένου NPGP είναι μοναδική και μπορεί να επιτευχθεί από την κορυφή ή τη βάση του διαστήματος στρατηγικής υλοποιώντας τον Αλγόριθμο 1. Εφόσον δε γνωρίζουμε αν υπάρχει ένα μοναδικό ισοζύγιο, συγκρίνουμε τα ισοζύγια του συνόλου Nash E_c για να αποφασίσουμε για την ύπαρξη ενός μοναδικού ισοζυγίου που κυριαρχεί ανάμεσα σε όλα τα άλλα ισοζύγια. Πράγματι, μπορούμε να δείξουμε ότι το $\hat{\mathrm{p}}_s(c)$ είναι το καλύτερο ισοζύγιο του συνόλου E_c. [19]

Θεώρημα 10: Αν τα $x, y \in E_c$ είναι δύο σημεία ισορροπίας Nash του τροποποιημένου NPGP όπου $x \geq y$, τότε $u_j^c(x) \leq u_j^c(y) \forall j$.

<u>*Απόδειξη:*</u> Σημειώνουμε ότι, για σταθερά p_j και c, η χρησιμότητα $u_j^c = \left({LR}/{Mp_j} \right) f(\gamma_j) - ca_j p_j$ μειώνεται με αυξανόμενα p_{-j} για όλα τα j. Έτσι, αφού $x_{-j} \geq y_{-j}$, έχουμε

$$u_j^c\left(x_j, \mathrm{x}_{-j}\right) \leq u_j^c\left(x_j, \mathrm{y}_{-j}\right). \tag{41}$$

Επίσης, από τον ορισμό του ισοζυγίου Nash και αφού το y είναι ένα ισοζύγιο Nash του NPGP, έχουμε

$$u_j^c\left(x_j, \mathrm{y}_{-j}\right) \leq u_j^c\left(y_j, \mathrm{y}_{-j}\right). \tag{42}$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει,

$$u_j^c(x) \leq u_j^c(y). \tag{43}$$

<u>*Επακόλουθο 1:*</u> Για το τροποποιημένο NPGP, το $\hat{\mathrm{p}}_s(c) \in E_c$ είναι το κατά Pareto κυρίαρχο ισοζύγιο, δηλαδή $u_j^c\left(\hat{\mathrm{p}}_s(c)\right) \geq u_j^c\left(\mathrm{p}^c\right)$ για όλα τα j, για όλα τα $\mathrm{p}^c \in E_c$.

<u>*Απόδειξη:*</u> Από το Θεώρημα 9, γνωρίζουμε ότι μικρότερο με βάση τα συστατικά του ισοζύγιο έχει σαν αποτέλεσμα υψηλότερες χρησιμότητες για όλους τους χρήστες από ένα μεγαλύτερο ισοζύγιο. Αφού $\hat{\mathrm{p}}_s(c) \leq \mathrm{p}^c \forall \mathrm{p}^c \in E_c$, συμπεραίνουμε ότι για όλα τα $\mathrm{p}^c \in E_c$,

$$u_j^c\left(\hat{\mathrm{p}}_s(c)\right) \geq u_j^c(\mathrm{p}) \forall j. \tag{44}$$

Να σημειώσουμε πως αυτό το αποτέλεσμα υπονοεί ότι, σε περίπτωση που το NPGP έχει ισοζύγια, αυτό που δίνει υψηλότερες χρησιμότητες δικτύου είναι το ισοζύγιο Nash με το ελάχιστο σύνολο εκπεμπόμενης ισχύος.

4.6.2 NPGP με κόστος ανάλογο του κέρδους διαδρομής

Επεκτείνουμε τη μελέτη της συμπεριφοράς του παιγνίου βάζοντας την παράμετρο του κέρδους διαδρομής στον παράγοντα μείωσης της χρησιμότητας, μαζί με την εκπεμπόμενη ισχύ. Θα εξετάσουμε τόσο την περίπτωση που το κόστος είναι ανάλογο του κέρδους διαδρομής του κάθε χρήστη όσο και την περίπτωση που αυτό είναι αντιστρόφως ανάλογο του κέρδους διαδρομής. Θα προσπαθήσουμε έτσι να εξετάσουμε τα περίθώρια βελτίωσης κατά Pareto, που πιθανόν υπάρχουν και πως επηρεάζουν την τελική κατανομή ισχύος, καθώς και τις επιμέρους χρησιμότητες των χρηστών.

Πρώτα όμως θα πρέπει να εξασφαλίσουμε τα κριτήρια ύπαρξης ισοζυγίου Nash. Με άλλα λόγια πρέπει να εξασφαλίσουμε οτι το νέο παίγνιο που προκύπτει είναι supermodular. [20]

4.6.2.1 Τιμολόγηση αντιστρόφως ανάλογη του κέρδους διαδρομής

Εδώ η τιμολόγηση είναι αντιστρόφως ανάλογη του κέρδους διαδρομής με αποτέλεσμα οι χρήστες με μεγάλο κέρδος διαδρομής να ευνοούνται περαιτέρω σε σχέση με τους απομακρυσμένους χρήστες.

Η συνάρτηση χρησιμότητας στην περίπτωση κοστολόγησης αντιστρόφως ανάλογης του κέρδους διαδρομής είναι:

$$u = \frac{LRf(\gamma)}{Mp_j} - c\left(\frac{1}{h(i)}\right)p_j \tag{45}$$

Πρώτα εκτελούμε μια αλλαγή μεταβλητών από c σε ε όπου $\varepsilon = -c$.

$$u = \frac{LRf(\gamma)}{Mp_j} + \varepsilon\left(\frac{1}{h(i)}\right)p_j \tag{46}$$

Αν πάρουμε τη δεύτερη παράγωγο ως προς p_j και ε, παίρνουμε

$$u'' = \frac{1}{h(i)} \geq 0 \forall i \tag{47}$$

Οπότε το παίγνιο που προκύπτει είναι supermodular και ικανοποιούνται τα κριτήρια ύπαρξης ισοζυγίου Nash.

4.6.2.2 Τιμολόγηση ανάλογη του κέρδους διαδρομής

Στην τιμολόγηση με κόστος ανάλογο του κέρδους διαδρομής τιμωρούμε ουσιαστικά τους χρήστες με το μεγαλύτερο κέρδος διαδρομής, δηλαδή με το καλύτερο κανάλι. Έτσι ο χρήστης ο οποίος έχει κακό κανάλι τιμωρείται συγκριτικά λιγότερο.

Με τον τρόπο αυτό προσπαθούμε να εξισορροπήσουμε το μειονέκτημα θέσης των απομακρυσμένων χρηστών ευνοώντας τους σε σχέση με τους χρήστες που είναι σε καλύτερη θέση από άποψη κέρδους διαδρομής. Θα πρέπει όμως να εξετάσουμε και πως μεταβάλεται η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς και παράλληλα να εξετάσουμε τις αυξομειώσεις χρησιμότητας των χρηστών σε σχέση με τις προηγούμενες περιπτώσεις.

Αντίστοιχα, η συνάρτηση χρησιμότητας στην περίπτωση κοστολόγησης αντιστρόφως ανάλογης του κέρδους διαδρομής είναι:

$$u = \frac{LRf(\gamma)}{Mp_j} - ch(i)\,p_j \tag{48}$$

Εκτελούμε μια αλλαγή μεταβλητών από c σε ε όπου $\varepsilon = -c$.

$$u = \frac{LRf(\gamma)}{Mp_j} + \varepsilon h(i)\,p_j \tag{49}$$

Αν πάρουμε τη δεύτερη παράγωγο ως προς p_j και ε, παίρνουμε

$$u'' = h\left(i\right) \geq 0 \forall i \tag{50}$$

Οπότε το παίγνιο που προκύπτει είναι supermodular και ικανοποιούνται τα κριτήρια ύπαρξης ισοζυγίου Nash.

5 Ανάλυση αποτελεσμάτων - Προσομοιώσεις

5.1 Εισαγωγή

Σε αυτή την εργασία, μας απασχολεί κυρίως το αντίκτυπο της τιμολόγησης στην ποιότητα υπηρεσιών των ασύρματων δικτύων. Η τιμολόγηση υπηρεσιών στα ασύρματα δίκτυα αναδεικνύεται σε χρήσιμο και αποτελεσματικό εργαλείο για τη διαχείριση επικοινωνιακών πόρων, εξαιτίας της ικανότητάς της να κατευθύνει τη συμπεριφορά του χρήστη προς ένα αποτελεσματικότερο σημείο λειτουργίας. Για αυτό το σκοπό, παρουσιάζουμε ένα μοντέλο ελέγχου ισχύος για ασύρματα δίκτυα δεδομένων χρησιμοποιώντας έννοιες της μικροοικονομίας. Μοντελοποιούμε τη χρησιμότητα έτσι ώστε να αντανακλά το επίπεδο ικανοποίησης που λαμβάνει ένας χρήστης μέσα από τη χρησιμοποίηση των πόρων του συστήματος. Θεωρούμε το πρόβλημα ελέγχου ισχύος της ροής άνω ζεύξης σε ασύρματο σύστημα δεδομένων (CDMA) μιας κυψέλης με n χρήστες όπου κάθε χρήστης μεγιστοποιεί τη δική του χρησιμότητα.

Αν και το μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος που προκύπτει έχει ένα ισοζύγιο Nash, αυτό είναι ανεπαρκές. Έτσι, εισάγουμε την έννοια της τιμολόγησης για να βελτιώσουμε την αποδοτικότητα. Στη συνέχεια δείχνουμε ότι υπάρχουν ισοζύγια στο μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση και ότι αυτά είναι κυρίαρχα κατά Pareto συγκρινόμενα με το ισοζύγιο του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, Ωστόσο, το παίγνιο με τιμολόγηση εξακολουθεί να μην είναι ικανό να επιτύχει μια κοινωνικά βέλτιστη λύση ελέγχου ισχύος, που είναι ο αντικειμενικός σκοπός μας.

5.2 Συνάρτηση χρησιμότητας

Έχουμε θεωρήσει, όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, ένα σύστημα μίας κυψέλης όπου κάθε χρήστης εκπέμπει L bit πληροφορίας σε πακέτα των $M > L$ bit με ρυθμό R b/s χρησιμοποιώντας p W ισχύος. Υποθέτουμε σταθερό ρυθμό R για όλα τα τερματικά. Με P_c συμβολίζουμε την πιθανότητα σωστής λήψης ενός πακέτου στον παραλήπτη, ή αλλιώς το ρυθμό επιτυχών πακέτων (FSR). P_c είναι η συνάρτηση σηματοθορυβικού λόγου που λαμβάνεται από το τερματικό στο σταθμό βάσης του και εξαρτάται από τις ιδιότητες του συστήματος όπως η διαμόρφωση, η διάδοση μέσου και η αναδόμηση του παραλήπτη. Η συνάρτηση χρησιμότητας εκφράζεται ως

$$u = \frac{LRP_c}{Mp}\frac{bits}{Joule}. \tag{51}$$

Υποθέτοντας πλήρη εντοπισμό λαθών και καμία διόρθωση λαθών, μπορούμε να εκφράσουμε το FSR σαν $P_c = (1 - P_e)^M$ όπου P_e είναι ο ρυθμός λανθασμένων bit (BER). Ανεξάρτητα από το σχήμα διαμόρφωσης, ο BER φθίνει μονότονα ως προς το SIR, ή αλλιώς ο FSR αυξάνει μονότονα ως προς το SIR. Συνεπώς, η P_c μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση του γ και να αντικατασταθεί στην (51) για να πάρουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας για ένα συγκεκριμένο σύστημα, όπως αυτό που εξετάζουμε.

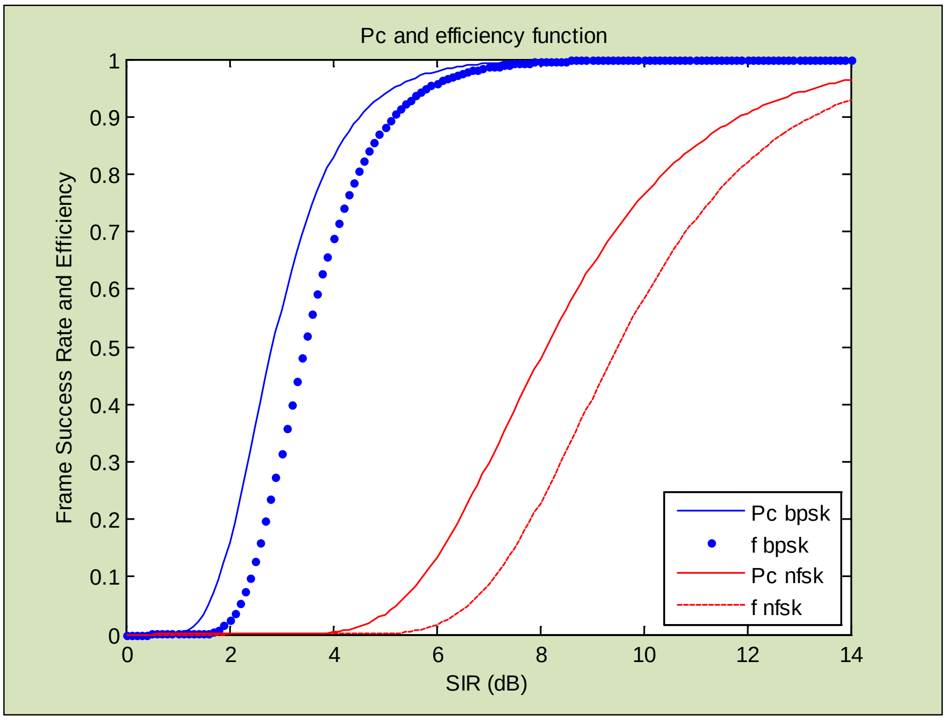
Η συνάρτηση αποδοτικότητας η οποία ακολουθεί από κοντά τη συμπεριφορά της πιθανότητας σωστής λήψης ενώ δίνει $Pc = 0$ για $p = 0$ και αντικαθιστά το Pc στην (24) ορίζεται ως:

$$f(\gamma) = (1 - 2Pe)^M. \tag{52}$$

Η συνάρτηση χρησιμότητας στην οποία καταλήγουμε είναι η:

$$u = \frac{LR\mathrm{f}(\gamma)}{Mp}\frac{bits}{Joule}. \tag{53}$$

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται πόσο κοντά ακολουθεί η συνάρτηση αποδοτικότητας το FSR για τις περιπτώσεις διαμόρφωσης BPSK και NFSK. Συνεπώς, μπορούμε να θεωρήσουμε πως ο παράγοντας στη μεγιστοποίηση του οποίου στοχεύει κάθε χρήστης είναι η χρησιμότητά του, αφού εκφράζει με μεγάλη ακρίβεια την επιθυμητή ιδιότητα μεγιστοποίησης του ρυθμού λήψης σωστών πακέτων. [21]



Εικόνα 16 Σύγκριση FSR και συνάρτησης αποδοτικότητας σαν συνάρτηση του SIR για τεχνικές διαμόρφωσης BPSK και NFSK

5.3 Μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος

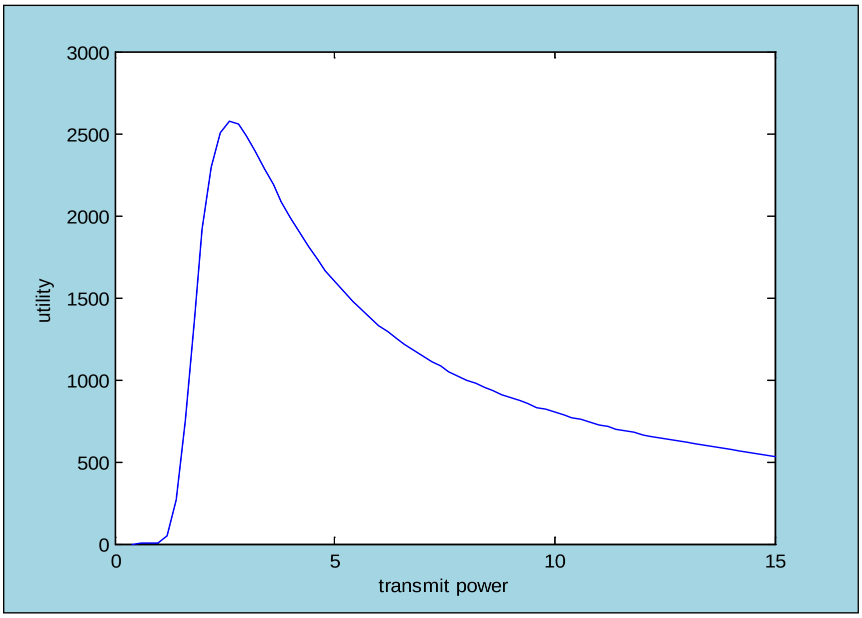
Η συνάρτηση χρησιμότητας του χρήστη j μπορεί να εκφραστεί ως:

$$u = \frac{LR}{Mp_j} \mathrm{f}\left(\gamma_j\right) \frac{bits}{Joule}. \tag{54}$$

Εδώ το γ_j είναι το SIR του χρήστη j που ορίζεται ως εξής:

$$\gamma_j = \frac{W}{R} \frac{h_j p_j}{\sum_{j \neq i} h_j p_j + \sigma^2}. \tag{55}$$

Η συνάρτηση χρησιμότητας παίρνει τη γενική μορφή που φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, για σταθερή παρεμβολή, δηλαδή σταθερό παρανομαστή στην (55).



Εικόνα 17 Καμπύλη συνάρτησης χρησιμότητας σαν συνάρτηση της εκπεμπόμενης ισχύος του χρήστη για σταθερή παρεμβολή

Το επίπεδο χρησιμότητας κάθε χρήστη εξαρτάται όχι μόνο από το δικό του επίπεδο ισχύος, αλλά και από τις στρατηγικές επιλογές των άλλων παιχτών. Αυτό αντανακλάται με έναν κατανεμημένο τρόπο επιλογής της βέλτιστης ισχύος εκπομπής, ο οποίος καταλήγει σε ένα σύνολο εκπεμπόμενων ισχύων όπου οι χρήστες είναι ικανοποιημένοι με τη χρησιμότητά τους, δεδομένων των επιλογών των άλλων χρηστών. Αυτό το σημείο λειτουργίας αποτελεί το ισοζύγιο. [22]

Στο παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε πως για μικρές ισχείς εκπομπής η χρησιμότητα αυξάνεται με πολύ μεγάλο ρυθμό με την αύξηση της ισχύος εκπομπής, μέχρι το σημείο όπου επιτυγχάνεται η μέγιστη χρησιμότητα, δηλαδή το σημείο λειτουργίας σε κατάσταση ισορροπίας. Για μεγαλύτερη εκπεμπόμενη ισχύ, βλέπουμε πως η χρησιμότητα είναι φθίνουσα, με μικρότερη ωστόσο κλίση της καμπύλης, δηλαδή μικρότερο ρυθμό μείωσης.

Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως ο αριθμητής της σχέσης (55), δηλαδή η ισχύς εκπομπής του ίδιου του χρήστη, έχει μεγαλύτερη βαρύτητα από τον παρανομαστή, ο οποίος αποτελείται από τις παρεμβολές των άλλων χρηστών και το θόρυβο που προκαλείται από άλλους παράγοντες. Η συμπεριφορά αυτή είναι απολύτως φυσιολογική, καθώς οι υπόλοιποι χρήστες βρίσκονται σε απόσταση από τη συσκευή του χρήστη που εξετάζουμε, ενώ ο θόρυβος αποτελεί δευτερεύοντα παράγοντα παρεμβολής.

5.4 Μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση

Σε ένα μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος, κάθε τερματικό στοχεύει στη μεγιστοποίηση της χρησιμότητάς του ρυθμίζοντας την ισχύ του, αγνοώντας όμως τη ζημιά που προκαλεί στα υπόλοιπα τερματικά μέσω της παρεμβολής που δημιουργεί. Η εγωιστική συμπεριφορά ενός τερματικού δημιουργεί στους υπόλοιπους χρήστες αυτό που σε οικονομικούς όρους αποκαλείται άμεσες αλληλεπιδράσεις παραγωγής ή κατανάλωσης ανταγωνιστικών προϊόντων. Ο πιο αποτελεσματικός τρόπος αντιμετώπισης αυτού του φαινομένου θεωρείται η τιμολόγηση, με τις διάφορες στρατηγικές επιβολής της να δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα και κίνητρα στους χρήστες.

Μια πολιτική τιμολόγησης αποκαλείται πολιτική συμβατού κινήτρου αν καθιστά ισχυρότερο ένα ισοζύγιο Nash που βελτιώνει την κοινωνική ευημερία. Στην περίπτωση μας, η ευημερία αυτή εκφράζεται ως το άθροισμα των χρησιμοτήτων των χρηστών.

Στην τιμολόγηση με βάση τη χρήση, η τιμή που πληρώνει κάθε τερματικό για τη χρήση των πόρων είναι ανάλογη της ποσότητας πόρων που καταναλώνει ο χρήστης. Για να βελτιώσουμε της χρησιμότητες στην ισορροπία με την Pareto έννοια, καταφεύγουμε σε σχήματα τιμολόγησης με βάση τη χρήση. Μέσω της τιμολόγησης, μπορούμε να βελτιώσουμε την απόδοση του συστήματος παρακινώντας έμμεσα τη συνεργασία και ταυτόχρονα διατηρούμε τη μη συνεργατική φύση της τελικής λύσης ελέγχου ισχύος.

Με προσπέλαση διαφορετικών τιμών της παραμέτρου τιμολόγησης και προσδιορισμού του σημείου ισορροπίας για καθεμία από αυτές, ο αλγόριθμος τελικά επιλέγει την πιο αποτελεσματική από τις προκύπτουσες ισορροπίες, με βάση τις προκύπτουσες μεμονομένες τιμές χρησιμότητας καθώς και τη συνολική χρησιμότητα των χρηστών. Πρέπει να ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί στις μέγιστες τιμές ισχύος εκπομπής καθώς κι οι απαιτούμενες συνθήκες προστασίας των πιο απομακρυσμένων τερματικών, καθώς αυτά είναι υποψήφια να χάσουν πρώτα το ελάχιστο κατώφλι σηματοθορυβικού λόγου που κάνει εφικτή τη λειτουργία τους ακυρώνοντας το σκοπό της κοινωνικής ευημερίας.

Επειδή στην προσωμοίωση που εκτελέσαμε μας ενδιαφέρει σε μεγάλο βαθμό η ακρίβεια των αποτελεσμάτων, θα πρέπει το βήμα για την εκπεμπόμενη ισχύ να είναι αρκετά μικρό, ώστε να μην έχουμε αποκλίσεις στα αποτελέσματα. Η διαδικασία αυτή όμως μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρα, ειδικά αν η ζητούμενη ακρίβεια είναι πολύ μεγάλη όπως στην περίπτωσή μας. Γι'αυτό το λόγο καταφεύγουμε σε μια άλλη μέθοδο για να βρούμε τις ακριβείς τιμές ισορροπίας. Ουσιαστικά βρίσκουμε το επιθυμητό επίπεδο ισχύος εξισώνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης χρησιμότητας με το μηδέν. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή στα μαθηματικά ως μέθοδος διχοτόμησης και είναι μια μέθοδος αριθμητικής ανάλυσης, η οποία συντομεύει κατά πολύ τη διαδικασία εύρεσης ισορροπίας.

Οπως γνωρίζουμε, η μέθοδος της διχοτόμισης είναι μία μέθοδος διαδοχικών δοκιμών για την εύρεση των ριζών μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων. Από τη στιγμη που θα βρεθούν τα δύο σημεία του διαστήματος ώστε να ισχύει το θεώρημα Boltzano τότε με τη μέθοδο αυτή, οπωσδήποτε θα προσεγγίσουμε την περιοχή που βρίσκεται η συγκεκριμένη ρίζα της εξίσωσης, μετά από διαδοχικές επαναλήψεις της διαδικασίας. [23]

Ο τρόπος με τον οποίο εργαζόμαστε για να πραγματοποιήσουμε τη μέθοδο της διχοτόμησης είναι ο εξής: Ελέγχουμε αν η μη γραμμική αλγεβρική εξίσωση τη οποίας θέλουμε να προσδιορίσουμε τη ρίζα είναι συνεχής στην περιοχή του πεδίου ορισμού που μας ενδιαφέρει. Στη συνέχεια βρίσκουμε δύο σημεία, έστω a και b, από το πεδίο ορισμού της συνεχούς μη γραμμικής συνάρτησης για τα οποία οι τιμές που παίρνει η f να είναι ετερόσημες μεταξύ τους ($f(a)f(b)<0$). Στην περίπτωση αυτή ισχύει το θεώρημα Boltzano και άρα μέσα στο συγκεκριμένο διάστημα θα βρίσκεται η ρίζα της εξίσωσης.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το μέσο του διαστήματος (a,b) το οποίο θα είναι το $c=(a+b)/2$. Υπολογίζουμε το f(c) και αναλογα με το πρόσημο του το νέο διαστημα μέσα στο οποίο θα βρίσκεται η ρίζα θα είναι είτε το (a,c) αν $f(a)f(c)<0$, είτε το (c,b) αν $f(c)f(b)<0$. Αφού υπολογιστεί το νέο διάστημα μέσα στο οποίο θα ισχύει το θεώρημα Boltzano η διδικασία συνεχίζεται για την παγίδευση της ρίζας σε όλο και μικρότερο διάστημα. Οταν το διαστημα παγίδευσης γίνει τόσο μικρό όσο απαιτείται από το πρόβλημα που λύνουμε τότε θεωρούμε ότι έχουμε προσεγίσει τη λύση ικανοποιητικά και άρα σταματάει η διαδικασία. [24]

5.5 Αριθμητικά αποτελέσματα

Παρουσιάζουμε τη βελτίωση που έχουμε στην απόδοση ως αποτέλεσμα του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος σε ένα σύστημα CDMA μιας κυψέλης με σταθερούς χρήστες, σταθερό μέγεθος πακέτων και καμία διόρθωση λαθών στην κάτω ζεύξη. Παρουσιάζουμε ένα σύστημα με εννιά τερματικά σε αποστάσεις d=[0.31 0.46 0.57 0.66 0.74 0.81 0.88 0.94 1.00] χλμ από το σταθμό βάσης. Τα κέρδη διαδρομής υπολογίζονται χρησιμοποιώντας το απλό μοντέλο απωλειών διαδρομής $h_j = K / d_j^4$, όπου $K = 7,75 \times 10^{-3}$. Το σύστημα που εξετάζουμε έχει τις παραμέτρους σχεδίασης που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

M, συνολικός αριθμός bit ανά πακέτο	80
L, αριθμός bit πληροφορίας ανά πακέτο	64
W, εύρος ζώνης	10^6 Hz
R, ρυθμός μετάδοσης bit	10^4 bits/sec
σ^2, ισχύς θορύβου στο δέκτη	5×10^{-15} Watts
Τεχνική διαμόρφωσης	NFSK
$\overline{\mathrm{p}}$, μέγιστη ισχύς	2 Watts

Πίνακας 2 Λίστα παραμέτρων συστήματος CDMA μιας κυψέλης υπό εξέταση

Για την προσομοίωση, χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση αποδοτικότητας

$$f\left(\gamma_j\right) = \left(1 - e^{-0.5\gamma_j}\right)^M \tag{56}$$

Η παραπάνω συνάρτηση προσεγγίζει το P_c για το σύστημα διαμόρφωσης NFSK. Μια σύγκριση της διαφοράς μεταξύ P_c και $f\left(\gamma\right)$ σαν συνάρτηση του SIR για $M = 80$ φαίνεται στην εικόνα 15. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση αποδοτικότητας που δίνεται στην (56) και γραμμική συνάρτηση κόστους με

$\alpha_j = 1, \forall j$, οι ισχείς ισορροπίας που λύνουν το μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος που δίνεται στη (40) βρίσκονται εκτελώντας τον Αλγόριθμο 1. [25]

Αρχικά λαμβάνουμε τις ισχείς ισορροπίας για το παίγνιο χωρίς τιμολόγηση $(c = 0)$. Οι ισχείς ισορροπίας για το παίγνιο χωρίς τιμολόγηση βρίσκονται λύνοντας την εξίσωση $\gamma_j = \overline{\gamma}, \forall j$, εφόσον αυτό είναι εφικτό. Αφού φτάσουμε στην ισορροπία του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, υπολογίζουμε την ισορροπία του παιγνίου με τιμολόγηση. Στο συγκεκριμένο παίγνιο, ο παράγοντας τιμολόγησης, c, αυξάνεται κατά μια θετική τιμή, Δc, την οποία καθορίζουμε ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια. [26]

Ο Αλγόριθμος 1 επιστρέφει ένα σύνολο ισχύων στην ισορροπία με αυτήν την τιμή του παράγοντα τιμολόγησης. Αν οι χρησιμότητες στο νέο ισοζύγιο με μια θετική τιμή c, βελτιωθούν σε σύγκριση με το προηγούμενο στιγμιότυπο, ο παράγοντας τιμολόγησης αυξάνεται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Συνεχίζουμε μέχρι μια αύξηση στο c να δώσει επίπεδα χρησιμότητας χειρότερα από την προηγούμενη ισορροπία για τουλάχιστον ένα χρήστη. Δηλώνουμε την τελευταία τιμή του c με βελτίωση κατά Pareto ως το βέλτιστο παράγοντα τιμολόγησης , c_{BEST}. Ο τρόπος που καθορίζεται ο c_{BEST} από το δίκτυο μπορεί να περιγραφεί σε αλγοριθμική μορφή ως ακολούθως:

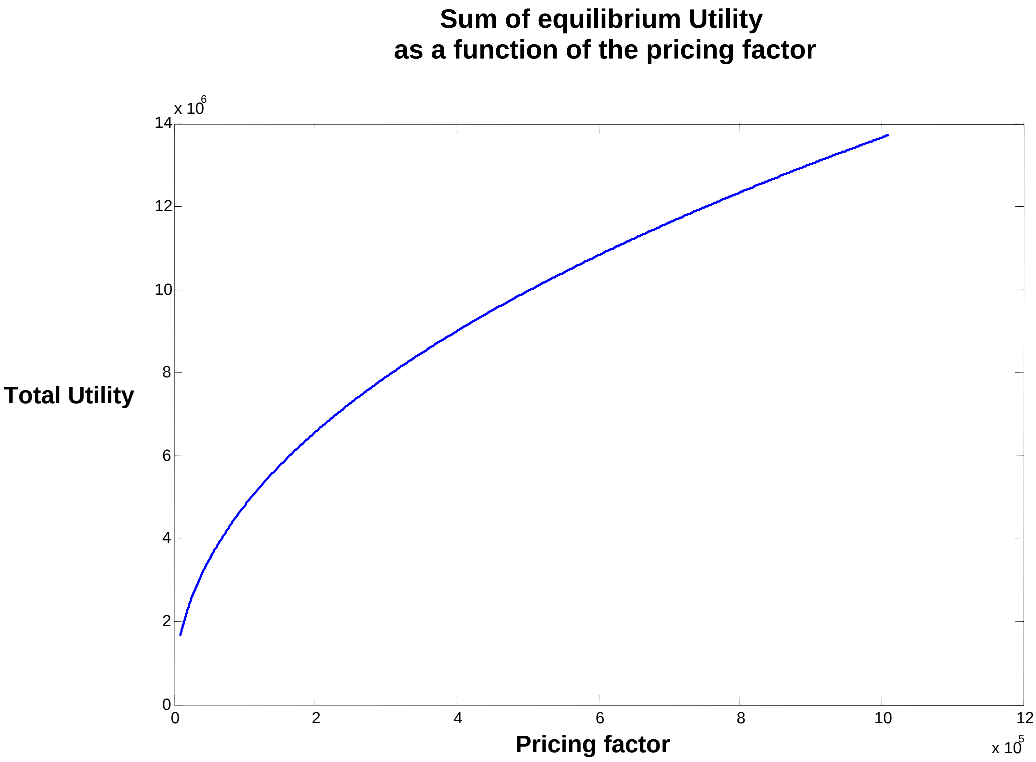
Αλγόριθμος 2 (Δίκτυο) :

1) Θέτουμε $c = 0$ και το ανακοινώνουμε σε όλα τα τερματικά.

2) Λαμβάνουμε το $u_j \forall j \in N$ στο ισοζύγιο, αυξάνουμε το $c := c + \Delta c$ και το ανακοινώνουμε σε όλα τα τερματικά

3) Αν $u_j^c \leq u_j^{c+\Delta c} \ \forall j \in N$, επιστρέφουμε στο βήμα 2, αλλιώς σταματάμε και δηλώνουμε $c_{BEST} = c$.

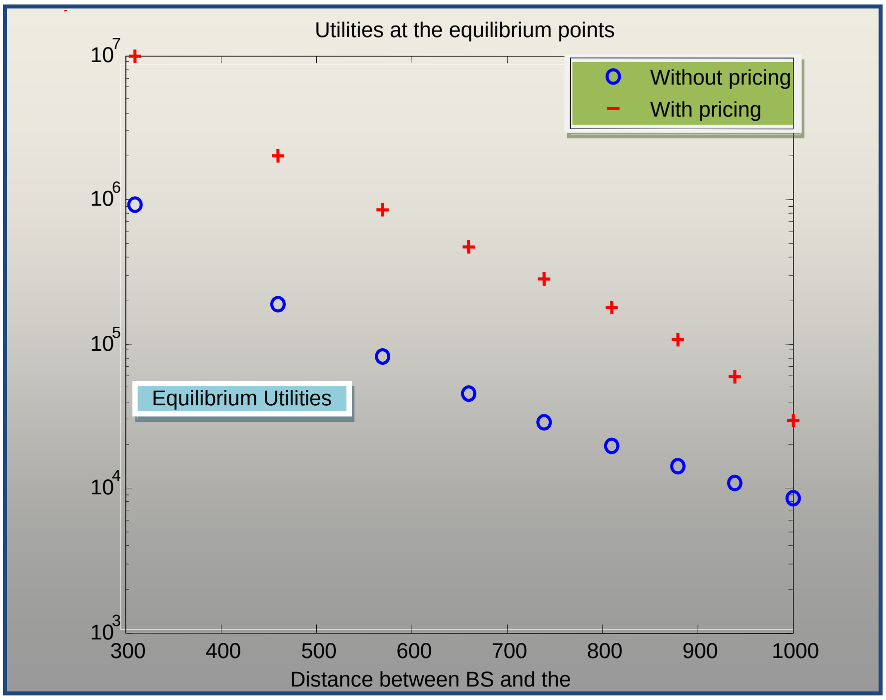
Η εικόνα 18 κατασκευάστηκε αφήνοντας τον Αλγόριθμο 1 να φτάσει το ισοζύγιο Nash για τις διάφορες τιμές του c. Τερματίζουμε τη διαδικασία αύξησης του παράγοντα τιμολόγησης c, αν τουλάχιστον ένας χρήστης έχει μικρότερη απολαβή χρησιμότητας από την προηγούμενη κατάσταση ισορροπίας. Σκοπός μας είναι η αναζήτηση καλύτερων συνολικών λύσεων χωρίς την επιδείνωση της θέσης κανενός από τους παίχτες.



Εικόνα 18 Συνολικό άθροισμα χρησιμοτήτων ισορροπίας σαν συνάρτηση του παράγοντα τιμολόγησης c

Μπορεί να παρατηρηθεί ότι η λύση για το ανταγωνιστικό παίγνιο ισχύος με τιμολόγηση για $c = c_{BEST}$ προσφέρει μια αξιοσημείωτη βελτίωση στη συνολική χρησιμότητα σε σύγκριση με τη λύση που προσφέρεται από το αντίστοιχο παίγνιο ισχύος χωρίς τιμολόγηση, η οποία κορυφώνεται για $c = c_{BEST}$. [27]

Η συνάρτηση χρησιμότητας σε σχέση με το κόστος απεικονίζεται στην εικόνα 18. Η επιμέρους αύξηση στις ατομικές χρησιμότητες ανάλογα με την απόσταση κάθε χρήστη από το σταθμό βάσης μπορεί να εξεταστεί στην εικόνα 19. Οι αντίστοιχες ισχείς ισορροπίας για κάθε χρήστη φαίνονται στην εικόνα 20.



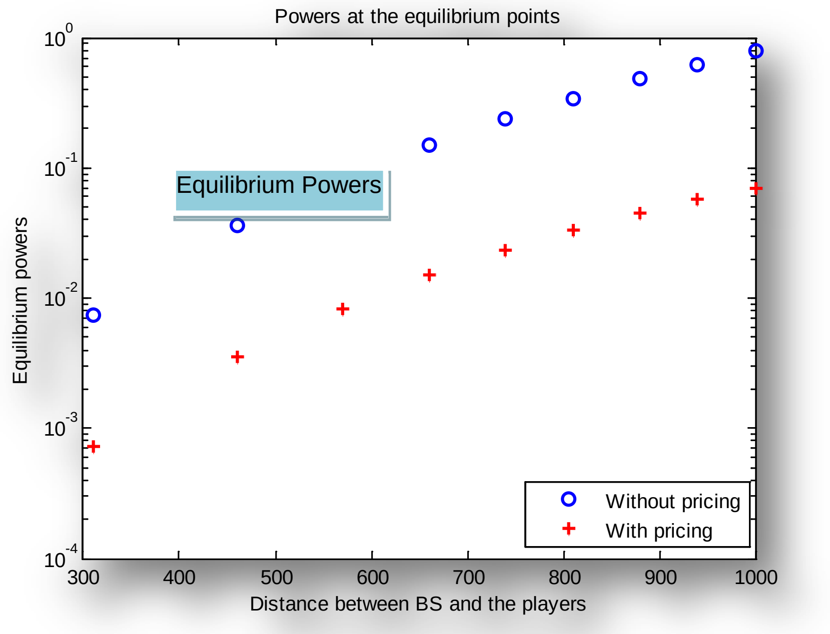
Εικόνα 19 Επιμέρους χρησιμότητες για την ισορροπία του ανταγωνιστικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση και του παιγνίου με τιμολόγηση για $c = c_{BEST}$ **.**

Τα τερματικά που βρίσκονται πιο κοντά στο σταθμό βάσης λαμβάνουν πολύ υψηλότερες χρησιμότητες ενώ ξοδεύουν μικρότερη ισχύ σε σύγκριση με τα τερματικά που είναι πιο μακριά από το σταθμό βάσης τόσο στο παίγνιο χωρίς τιμολόγηση, όσο και στο παίγνιο με τιμολόγηση. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι οι χρησιμότητες βελτιώνονται σημαντικά για όλα τα τερματικά ως αποτέλεσμα της τιμολόγησης και ότι οι ισχείς μειώνονται σε σχέση με τις τιμές ισορροπίας του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση.

Τα αριθμητικά αποτελέσματα αποκαλύπτουν επίσης πως παρότι οι σηματοθορυβικοί λόγοι του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση είναι ίσοι για όλα τα τερματικά ($\gamma_j = \overline{\gamma}\ \forall j \in N$), οι σηματοθορυβικοί λόγοι ισορροπίας του παιγνίου με τιμολόγηση για $c = c_{BEST}$ είναι υψηλότεροι για τα τερματικά που είναι πλησιέστερα στο σταθμό βάσης ($\gamma_j \geq \gamma_i$ if $d_j \leq d_i$). [28]

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι, στις περισσότερες απόπειρες προσομοίωσης για την εύρεση του c_{BEST} , το πρώτο τερματικό που δέχεται μείωση στη χρησιμότητά του με την αύξηση του παράγοντα τιμολόγησης είναι γενικά αυτό με το χειρότερο κέρδος διαδρομής. Ως εκ τούτου, το τερματικό που πυροδοτεί την επιλογή του c_{BEST} είναι συνήθως αυτό που ήδη λαμβάνει χαμηλότερα επίπεδα χρησιμότητας.

Σε τέτοιες περιπτώσεις, πρέπει να σημειώσουμε πως η επιλογή του c_{BEST} αποτελεί συνέπεια μιας max-min δικαιοσύνης. Η έννοια της max-min δικαιοσύνης χρησιμοποιείται συχνά στα δίκτυα υπολογιστών στο πλαίσιο του ελέγχου ροής πόρων δικτύου. Αναφέρεται σε μια κατανομή ρυθμού ροής όπου δεν είναι εφικτή η αύξηση της ροής από μια πηγή χωρίς να μειωθεί η ροή μιας πηγής η οποία ήδη λαμβάνει μικρότερο μερίδιο της κατανομής.



Εικόνα 20 Επιμέρους επίπεδα ισχύος για την ισορροπία του ανταγωνιστικού παιγνίου χωρίς τιμολόγηση και του παιγνίου με τιμολόγηση για $c = c_{BEST}$ **.**

Όπως αποδείχθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, η μη ικανοποίηση των προϋποθέσεων ύπαρξης ισοζυγίου δε σημαίνει αυτόματα πως δεν υπάρχει ισοζύγιο για το συγκεκριμένο παίγνιο. Στην πραγματικότητα, ακόμη και αν το διάστημα στρατηγικών του τροποποιημένου παιγνίου με τιμολόγηση επεκταθεί στο αρχικό διάστημα στρατηγικών του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, οι προσομοιώσεις μας δείχνουν πως υπάρχει ισοζύγιο. [29]

Επιπλέον, μια ισορροπία μπορεί να επιτευχθεί ξεκινώντας από το σημείο $\mathbf{p} = 0$, το μηδενικό δείκτη ισχύος, και ενημερώνοντας τις ισχείς εκπομπής επαναληπτικά. Αν οι σηματοθορυβικοί λόγοι ισορροπίας του τροποποιημένου παιγνίου με τιμολόγηση είναι τέτοιοι ώστε $\gamma_j > 2\ln M \;\; \forall \mathrm{j} \in \mathrm{N}$, τότε το ισοζύγιο του τροποποιημένου παιγνίου με τιμολόγηση είναι ταυτόσημο με εκείνο του αρχικού παιγνίου με τιμολόγηση.

Ειδάλλως, όταν ο περιορισμός σηματοθορυβικού λόγου είναι ενεργός στο ισοζύγιο του τροποποιημένου παιγνίου με τιμολόγηση για τουλάχιστον ένα τερματικό, το ισοζύγιο του αρχικού παιγνίου με τιμολόγηση δίνει μηδενικές ισχείς ισορροπίας για κάποια από τα πιο αδύναμα τερματικά.

Θα πρέπει να παρατηρηθεί πως η μηδενική ισχύς εκπομπής δεν μπορεί ποτέ να υπάρξει ως τιμή ισορροπίας για το τροποποιημένο παίγνιο με τιμολόγηση λόγω του χαμηλού ορίου σηματοθορυβικού λόγου. Παρότι τα ισοζύγια του αρχικού παιγνίου με τιμολόγηση δίνουν τυπικά υψηλότερο άθροισμα χρησιμοτήτων από το τροποποιημένο παίγνιο με τιμολόγηση για την ίδια τιμή του παράγοντα τιμολόγησης, κάποια από τα τερματικά λαμβάνουν χρησιμότητες αυστηρά ίσες με το μηδέν. Έτσι, μπορεί να είναι λογική η ερμηνεία της τιμολόγησης για το αρχικό παίγνιο με τιμολόγηση ως ένας μηχανισμός ελέγχου εισόδου. [30]

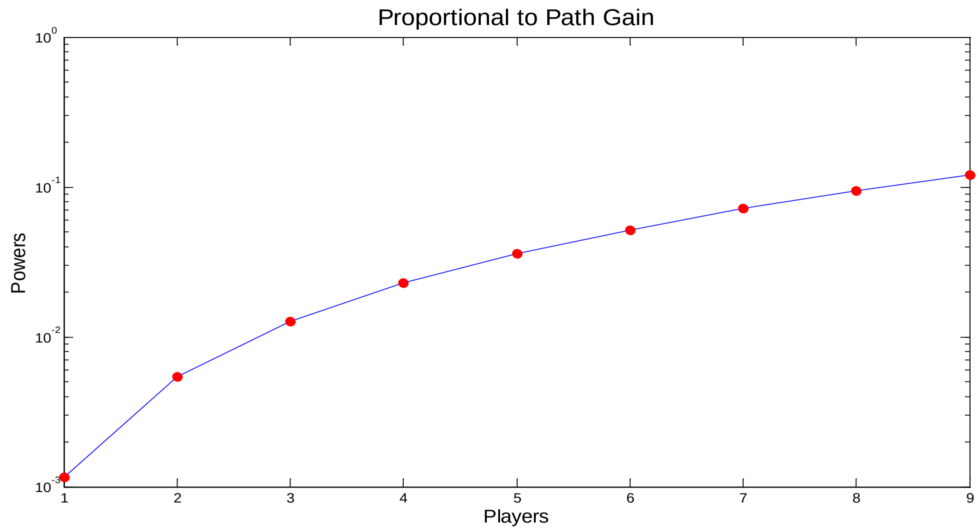
5.6 NPGP με κόστος ανάλογο του κέρδους διαδρομής

Στα προηγούμενα είδαμε πως η εισαγωγή ενός παράγοντα τιμολόγησης στη συνάρτηση κόστους μπορεί να οδηγήσει σε βελτιωμένες χρησιμότητες για όλους τους παίχτες σε σχέση με το παίγνιο χωρίς τιμολόγηση. Έχουμε δηλαδή μια αποτελεσματικότερη συνάρτηση χρησιμότητας και ταυτόχρονα κοινωνικά δίκαιη.

Βελτιώσαμε τις χρησιμότητες στην ισορροπία με την Pareto έννοια, καταφεύγοντας σε σχήματα τιμολόγησης με βάση τη χρήση. Μέσω της τιμολόγησης, βελτιώσαμε την απόδοση του συστήματος παρακινώντας έμμεσα τη συνεργασία και διατηρώντας ταυτόχρονα τη μη συνεργατική φύση της τελικής λύσης ελέγχου ισχύος. Στην αναζήτηση της βέλτιστης κατά Pareto λύσης, εισάγουμε στη συνάρτηση κόστους τον παράγοντα του κέρδους διαδρομής. Το κέρδος διαδρομής εξαρτάται από την απόσταση του τερματικού από την κεραία. Οι παίχτες που βρίσκονται κοντά στην κεραία έχουν μεγαλύτερο κέρδο διαδρομής, ενώ καθώς απομακρυνόμαστε από αυτή το κέρδος αυτό είναι συνεχώς μειούμενο. [31]

5.6.1 Κόστος ανάλογο του κέρδους διαδρομής

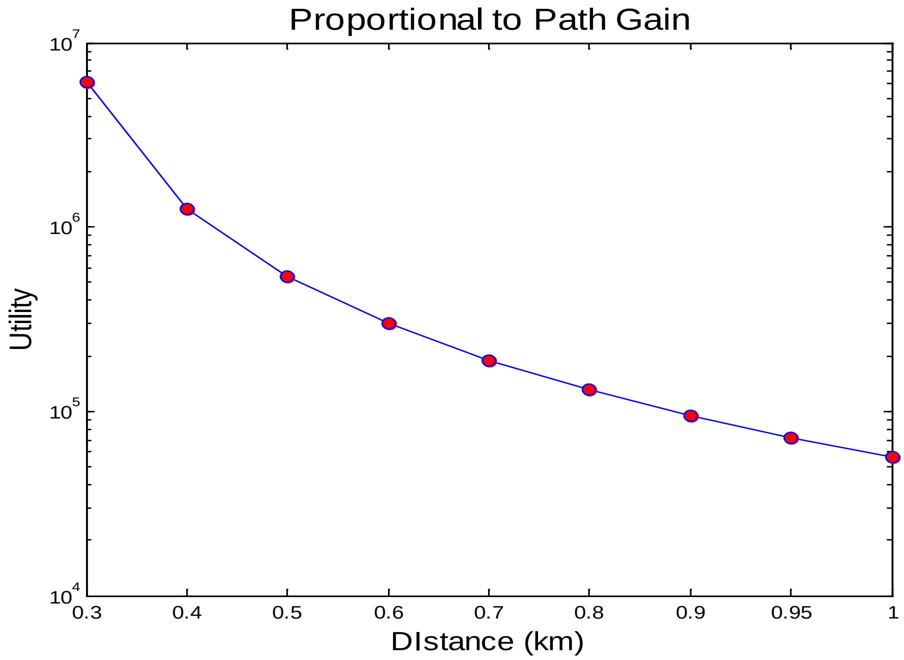
Αρχικά πολλαπλασιάζουμε τον παράγοντα κόστους με την εκπεμπόμενη ισχύ και το κέρδος διαδρομής, τιμωρόντας ουσιαστικά τους χρήστες με το μεγαλύτερο κέρδος διαδρομής. Αυτό οδηγεί στην υποβάθμιση των καναλιών των ευνοούμενων χρηστών ώστε να εκπέμψουν μικρότερη ισχύ. Αυτό όμως οδηγεί σε αποτελέσματα παρόμοια με τη μη χρησιμοποίηση της συνάρτησης κόστους όπως προκύπτει από την προσομοίωση.



Εικόνα 21 Εκπεμπόμενη ισχύς παιχτών καθώς η απόστασή τους από τον πομπό αυξάνεται για το παίγνιο με τιμολόγηση ανάλογης του κέρδους διαδρομής

Αυτό είναι λογικό, αφού ουσιαστικά τιμωρούμε τους παίχτες που δημιουργούν τις μικρότερες παρεμβολές, αναιρώντας έτσι ουσιαστικά τη λειτουργία της συνάρτησης κόστους. Οι παίχτες που βρίσκονται κοντά στην πηγή χρησιμοποιούν ούτως ή άλλως μικρότερη ισχύ, αφού δεν έχουν μεγάλες αποσβέσεις καναλιού και ως εκ τούτου δεν προκαλούν αξιόλογες παρεμβολές.

Τα κέρδη διαδρομής υπολογίζονται χρησιμοποιώντας το απλό μοντέλο απωλειών διαδρομής $h_j = K / d_j^4$, όπου $K = 7,75 \times 10^{-3}$. Βλέπουμε πως αυτό ουσιαστικά ισοδυναμεί με την αναλογία εκπεμπόμενης ισχύος από τα κινητά καθώς απομακρυνόμαστε από το σταθμό βάσης. Με άλλα λόγια συμπεραίνουμε πως η ισχύς που εκπέμπουν τα κινητά έχει σαν στόχο να αντισταθμιστεί το μικρότερο κέρδος διαδρομής τους. Έτσι δικαιολογείται η κατακόρυφη αύξηση της εκπεμπόμενης ισχύος κατά δύο τάξεις μεγέθους μέσα σε απόσταση μικρότερη από 1 χιλιόμετρο.



Εικόνα 192 Συνάρτηση χρησιμότητας σε σχέση με την απόσταση για το παίγνιο με τιμολόγηση ανάλογης του κέρδους διαδρομής

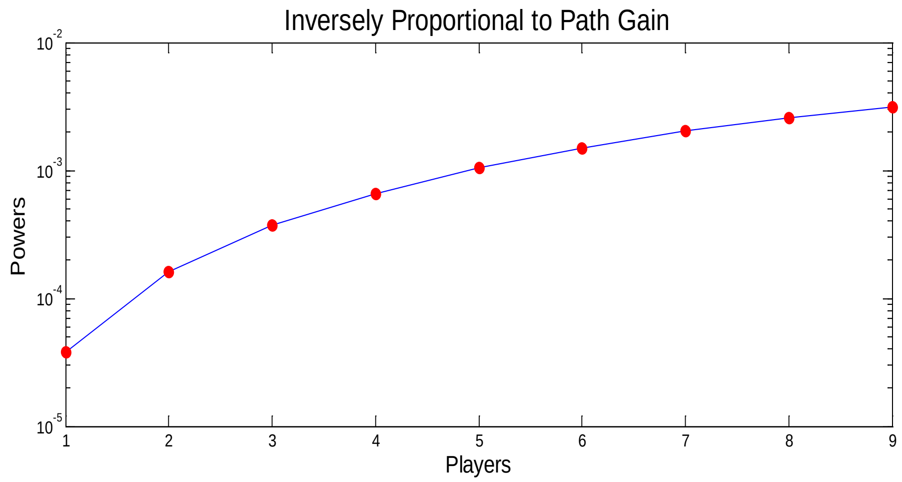
5.6.2 Κόστος αντιστρόφως ανάλογο του κέρδους διαδρομής

Στη συνέχεια δοκιμάζουμε την τιμολόγηση με συνάρτηση κόστους αντιστρόφως ανάλογη του κέρδους διαδρομής, ώστε να επιτύχουμε καλύτερα αποτελέσματα. Εδώ βλέπουμε πως η προσομοίωση δίνει ένα διαφορετικό βέλτιστο για τον παράγοντα τιμολόγησης κι ελαφρώς μεγαλύτερα επίπεδα για τη συνολική χρησιμότητα.

Η διαφορά με την απλή τιμολόγηση είναι οτι εξαιτίας της επιπλέον τιμωρίας των απομακρυσμένων χρηστών, αυξάνεται η χρησιμότητα των χρηστών που βρίσκονται πολύ κοντά στην κεραία. Ωστόσο, η αύξηση αυτή είναι πολύ μικρή, ενώ αντίθετα η χρησιμότητα των πιο απομακρυσμένων τερματικών μειώνεται δραματικά, δυσκολεύοντας την επικοινωνία τους ακόμη περισσότερο. Βλέπουμε δηλαδή πως παροτι έχουμε αύξηση της συνολικής χρησιμότητας, τα αποτελέσματα είναι λιγότερο δίκαια από την απλή τιμολόγηση, απομακρύνοντάς μας από το σκοπό μας που είναι η εύρεση του κοινωνικού βέλτιστου.

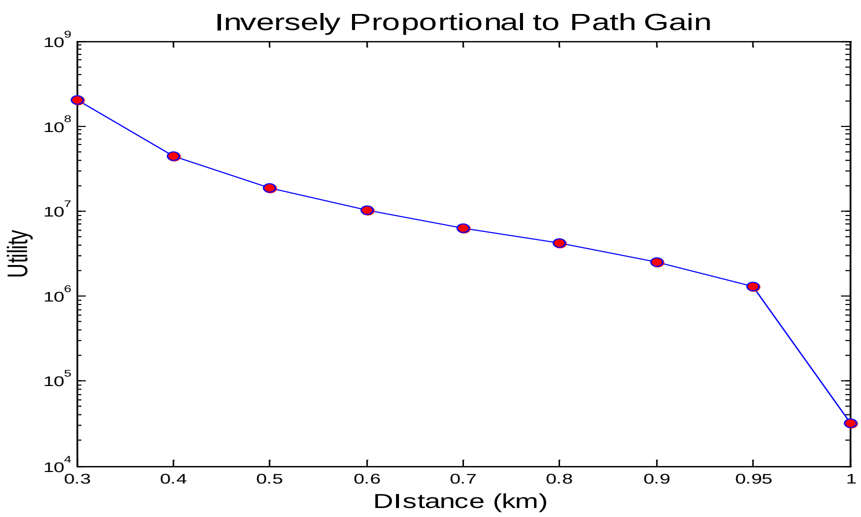
Η τιμολόγηση με κόστος αντιστρόφως ανάλογο του κέρδους διαδρομής όμως έχει ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό που αφορά την εκπεμπόμενη ισχύ:

Παρατηρούμε πως αυτή είναι σχεδόν 2 τάξεις μεγέθους χαμηλότερη από την περίπτωση που η τιμολόγηση είναι ανάλογη του κέρδους διαδρομής, κρατώντας το συνολικό επίπεδήο ισχύος του δικτύου σε σημαντικά χαμηλότερο επίπεδο. Αυτό φαίνεται στην παρακάτω γραφική παράσταση.



Εικόνα 2320 Εκπεμπόμενη ισχύς παικτών ως προς απόσταση χρηστών

Στην εικόνα 24 βλέπουμε τις χρησιμότητες στην ισορροπία για όλους τους παίχτες για συνάρτηση τιμολόγησης αντιστρόφως ανάλογη του κέρδους διαδρομής, σε σχέση με την απόσταση, όπου φαίνονται καλύτερα τα αποτελέσματα στα οποία καταλήξαμε.



Εικόνα 24 Συνάρτηση χρησιμότητας σε σχέση με την απόσταση για το παίγνιο με τιμολόγηση αντιστρόφως ανάλογης του κέρδους διαδρομής

6 Συμπεράσματα

Σε αυτή την εργασία είδαμε κάποιους τρόπους εφαρμογής της μη συνεργατικής θεωρίας παιγνίων σε ασύρματα δίκτυα, με βασικό άξονα τη μεθοδολογία για τη υλοποίηση και την επίλυση του ανταγωνιστικού παιγνίου. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήσαμε τη θεωρία παιγνίων για τη μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος και τον προσδιορισμό των στόχων προς βελτιστοποίηση.

Αποδείξαμε καταρχήν την ύπαρξη της ισορροπίας Nash με τη βοήθεια του θεωρήματος σταθερού σημείου και στη συνέχεια είδαμε πως φτάνουμε σε αυτή και κατά πόσο είναι εφικτό να υπάρξουν βελτιώσεις της. Παρουσιάσαμε κάποια βασικά μοντέλα ελέγχου ισχύος και προχωρήσαμε στη μαθηματική ανάλυσή τους.

Βρίσκοντας όμως την ισορροπία Nash στην οποία καταλήγει το παίγνιο, παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ανεπαρκές. Επομένως, εισάγουμε στρατηγικές τιμολόγησης των χρηστών ανάλογα με την εκπεμπόμενη ισχύ τους, προκειμένου να αποκτήσουμε βελτίωση κατά Pareto του μη συνεργατικού παιγνίου ισχύος, δηλαδή να πετύχουμε βελτίωση στις χρησιμότητες των χρηστών σε σχέση με αυτές χωρίς τιμολόγηση.

Για την τελική υλοποίηση προς προσομοίωση ορίσαμε αρχικά τη χρησιμότητα σαν τον αριθμό bits πληροφορίας που λαμβάνονται επιτυχώς ανά Joule ενέργειας που δαπανάται. Στο παίγνιο ελέγχου ισχύος, κάθε χρήστης μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του με ένα κατανεμημένο τρόπο. Είδαμε ότι σε μια ισορροπία Nash, δεδομένων των επιπέδων ισχύος των άλλων παιχτών, κανένας χρήστης δεν μπορεί να βελτιώσει το επίπεδο χρησιμότητάς του κάνοντας ατομικά αλλαγές στην ισχύ του, όμως ένα τέτοιο σημείο δεν υπάρχει απαραίτητα.

Παρουσιάσαμε έναν αλγόριθμο κατανεμημένου ελέγχου ισχύος για ασύρματα συστήματα δεδομένων. Η ποιότητα υπηρεσίας (QoS) που λαμβάνει ένα ασύρματο τερματικό αναφέρεται ως χρησιμότητα και ο κατανεμημένος έλεγχος ισχύος όπου οι χρήστες μεγιστοποιούν τις χρησιμότητές τους είναι ένα μη συνεργατικό παίγνιο ισχύος (NPG). Το σημείο λειτουργίας που προκύπτει (ισοζύγιο Nash) για ένα τέτοιο κατανεμημένο έλεγχο ισχύος είναι ανεπαρκής ως προς την κατανάλωση ισχύος.

Ως εκ τούτου, εισάγουμε την έννοια της τιμολόγησης για να βελτιώσουμε το αποτέλεσμα του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση (NPG). Στο μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος με τιμολόγηση (NPGP), κάθε τερματικό μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα δικτύου που δίνεται από τη διαφορά μεταξύ της συνάρτησης χρησιμότητας και της συνάρτησης τιμολόγησης. Η κλάση των υπό εξέταση συναρτήσεων τιμολόγησης είναι γραμμική συνάρτηση της εκπεμπόμενης ισχύος, όπου η συνάρτηση τιμολόγησης είναι απλά το προϊόν ενός παράγοντα τιμολόγησης και της εκπεμπόμενης ισχύος.

Μια τέτοια συνάρτηση τιμολόγησης επιτρέπει εύκολη υλοποίηση: Ο αλγόριθμος ελέγχου ισχύος υλοποιείται από το σταθμό βάσης ο οποίος ανακοινώνει τον παράγοντα τιμολόγησης σε όλους τους χρήστες, το οποίο ακολουθείται από την επιλογή ισχύος εκπομπής από κάθε τερματικό μέσα από το πεδίο στρατηγικών του, που μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα δικτύου του. Για θετικές τιμές του παράγοντα τιμολόγησης, δείχνουμε ότι υπάρχουν ισοζύγια Nash τα οποία δεν είναι απαραίτητα μοναδικά.

Ωστόσο, αποδείξαμε ότι ο ελάχιστος δείκτης ισχύος στο σύνολο ισοζυγίων Nash δίνει υψηλότερες χρησιμότητες δικτύου από κάθε άλλο ισοζύγιο δεικτών ισχύος. Παρουσιάσαμε επίσης έναν αλγόριθμο ο οποίος δίνει το κατά Pareto κυρίαρχο ισοζύγιο, ξεκινώντας από το μικρότερο δείκτη ισχύος του πεδίου στρατηγικών.

Κάτω από μηδενική τιμολόγηση, η χρησιμότητα μεγιστοποιείται στον ίδιο σηματοθορυβικό λόγο, $\tilde{\gamma}$, για όλα τα τερματικά. Η τιμή του $\tilde{\gamma}$ καθορίζεται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος, όπως η τεχνική διαμόρφωσης, το μοντέλο καναλιού και το μήκος πακέτου. Καθώς ο παράγοντας τιμολόγησης αυξάνεται από το μηδέν σε θετικές τιμές, το ισοζύγιο αρχίζει να κινείται προς ένα σημείο όπου οι χρήστες λαμβάνουν μικρότερο σηματοθορυβικό λόγο, ξοδεύουν λιγότερη ισχύ και λαμβάνουν υψηλότερες χρησιμότητες.

Για την αποτελεσματικότερη και ταχύτερη προσομοίωση του παιγνίου με τιμολόγηση, χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο της διχοτόμησης, αφού μας επιτρέπει να πετύχουμε την ακρίβεια των αποτελεσμάτων, φθάνοντας στην επιθυμητή κατάσταση ισοορροπίας με μια πολύ συντομότερη διαδικασία. Βρήκαμε έτσι τα επιθυμητά επίπεδα ισχύος εξισώνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης χρησιμότητας με το μηδέν κι εκτελώντας διαδοχικές επαναλήψεις της ίδιας διαδικασίας. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή στα μαθηματικά ως μέθοδος διχοτόμησης και είναι μια μέθοδος αριθμητικής ανάλυσης, η οποία συντομεύει κατά πολύ τη διαδικασία εύρεσης ισορροπίας.

Στο ισοζύγιο του μη συνεργατικού παιγνίου με τιμολόγηση, οι σηματοθορυβικοί λόγοι δεν είναι πλέον ίσοι για όλους τους χρήστες. Στην πραγματικότητα, ο σηματοθορυβικός λόγος ισορροπίας για ένα χρήστη πιο κοντά στο σταθμό βάσης είναι υψηλότερος από ενός απομακρυσμένου χρήστη, ενώ όλοι οι σηματοθορυβικοί λόγοι είναι μικρότεροι από το κοινό σηματοθορυβικό λόγο $\tilde{\gamma}$ του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση.

Σαν μια ιδιαίτερη περίπτωση της κατάλληλης επιλογής παράγοντα τιμολόγησης, ορίζουμε το c_{BEST} ως την τιμή του παράγοντα τιμολόγησης όπου η χρησιμότητα ενός τουλάχιστον τερματικού αρχίζει να μειώνεται για αυξανόμενες τιμές του c. Χρησιμοποιώντας το $c = c_{BEST}$ μπορούμε να έχουμε σημαντική βελτίωση στη χρησιμότητα όλων των τερματικών.

Στη συνέχεια προτείναμε την εισαγωγή του κέρδους διαδρομής στη συνάρτηση τιμολόγησης, καθώς είναι ένα από τα βασικότερα χαρακτηριστικά του δικτύου. Είδαμε πως όταν το κόστος είναι ανάλογο του κέρδους διαδρομής, τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι παρόμοια με εκείνα του παιγνίου χωρίς τιμολόγηση, καθώς οι παράγοντες προς τιμολόγηση είναι η ισχύς και το κέρδος διαδρομής με αποτέλεσμα να αλληλοαναιρούνται.

Στην περίπτωση που το κόστος είναι αντιστρόφως ανάλογο του κέρδους διαδρομής είδαμε πως τα αποτελέσματα για τους απομακρυσμένους παίχτες χειροτερεύουν δραματικά, ενώ η αύξηση της χρησιμότητας για τα τερματικά που είναι κοντά στην κεραία είναι αμελητέα, ωστόσο έχουμε σημαντική μείωση της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος.

Τέλος, συζητήσαμε πως οι χρησιμότητες που αποκτήθηκαν χρησιμοποιώντας τον παράγοντα τιμολόγησης c_{BEST} συγκρίνονται με το κοινωνικό βέλτιστο, το οποίο είναι ο δείκτης ισχύος που μεγιστοποιεί το άθροισμα των χρησιμοτήτων όλων των τερματικών του συστήματος. Τα αποτελέσματά μας δείχνουν ότι η γραμμική τιμολόγηση, παρότι δίνει κάποια βελτίωση κατά Pareto , δεν είναι ικανή να επιτύχει το κοινωνικό βέλτιστο. Οι επιθυμητές ιδιότητες της γραμμικής τιμολόγησης που μελετήθηκε είναι ότι επιβάλει μια δίκαιη, βασισμένη στη χρήση, ποινή για τη χρησιμοποίηση των πόρων του συστήματος.

Αναφορές

[1] http://kisvm2.epfl.ch/record/79715/files/FelegyhaziH06tutorial.pdf

[2] E. Altman, T. Boulogne, R. El-Azouzi, T. Jimenez, L. Wynter, A survey on networking games in telecommunications

[3] Nabhendra Bisnik (ECSE Department RPI, Troy, NY), "Applying Game Theory to Study Communication Networks"

[4] Tansu Alpcan (Deutsche Telekom Laboratories), "Application of Game Theory to Wireless Networking"

[5] Allen B. MacKenzie and Luiz A. DaSilva, "Game Theory for Wireless Engineers"

[6] http://**secowinet**.epfl.ch/slides/AppB-**GameTheory**.ppt

[7] Martin J. Osborne, Ariel Rubinstein (The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England), "A Course in Game Theory"

[8] http://en.wikipedia.org/wiki/Markov_chain

[9] Jean-Pierre Hubaux, "Spectrum Sharing Games of Network Operators and Cognitive Radios"

[10] Εμμανουήλ Πετράκης (Καθηγητής Τμήματος Οικονομικών Επιστημών Πανεπιστημίου Κρήτης), "Σημειώσεις Θεωρίας Παιγνίων"

[11] Stefan Mangold (Chair of Communication Networks Aachen University of Technology, Germany), "Game Theoretical Approaches for Spectrum Sharing in Wireless Communication"

[12] Mark Felegyhazi, Jean-Pierre Hubaux (EPFL – Switzerland), "Game Theory in Wireless Networks: A Tutorial"

[13] Rekha Menon, Dr. Allen B. MacKenzie, Dr. R. Michael Buehrer "Game Theory and Interference Avoidance in Decentralized Networks"

[14] William Hartman, "Soft Handoff and Power Control in IS-95 CDMA"

[15] http://www.stanford.edu/class/ee360/suppRead/read1/game_comm.pdf

[16] Drew Fundenberg, Jean Tirole (The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England), "Game Theory"

[17] David Goodman (Polytecnic University) and Narayan Mandayam (Rutgers University), Power Control for Wireless Data

[18] Cem U. Saraydar, Narayan B. Mandayam, Senior Member, IEEE, and David J. Goodman, Fellow, IEEE, "Efficient Power Control via Pricing in Wireless Data Networks".

[19] Roy D, Yates (Rutgers Univeristy), A Framework for Uplink Power Control in Cellular Radio Systems

[20] Virginia Polytechnic Institute and State University, "Game Theoretic Analysis of Radio Resource Management for Ad-hoc Networks"

[21] Mung Chiang, Prashanth Hande, Tian Lan. Chee Wei Tan (Electrical Engineering Department, Princeton University), "Power Control in Wireless Cellular Networks"

[22] Allen B. MacKenzie, Stephen B. Wicker (Cornell University,School of Electrical and Computer Engineering), "Game Theory in Communications: Motivation, Explanation, and Application to Power Control"

[23] http://en.wikipedia.org/wiki/Bisection_method

[24] George Alyfantis (National and Kapodistrian University of Athens Department of Informatics and Telecommunications), "Resource Management in Mobile Communication Systems and Distributed Computer Systems"

[25] http://www.ece.stevens-tech.edu/~ccomanic/ee800c_9.pdf

[26] Ε.Ε. Νισταζάκης (Πανεπιστήμιο Αιγαίου), Εφαρμοσμένα Μαθηματικά και αριθμητικές μέθοδοι με χρήση του Matlab.

[27] Tansu Alpcan, Tamer Basar, R. Srikant, Eitan Altman, "CDMA Uplink Power Control as a Noncooperative Game"

[28] Eitan Altman, Tansu Alpcan, Tamer Basar and R.Srikant (University of Illinois),Wireless Networks (2002) Volume: 8, Issue: 6, Publisher: Kluwer Academic Publishers, Pages: 659-670

[29] D.Famolari, N.Mandayam, D.Goodman and V.Shah, Wireless Multimedia Network Technologies The Kluwer International Series in Engineering and Computer Science, 2002

[30] Shirin Saeedi Bidokhti Supervised by Mark Felegyhazi Prof. Hubaux, "Multi-radio Channel Allocation algorithms based on game theory analysis"

[31] David Famolari , Narayan Mandayam , David Goodman , Viral Shah, A New Framework For Power Control In Wireless Data Networks: Games, Utility, And Pricing (1999)