



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

**Διερεύνηση Τεχνικών Προσεγγίσεων Πολυκριτήριας
Ανάλυσης με Χρήση Γλωσσικών Μεταβλητών, Διαχείριση
Ασύμμετρης Κλίμακας και Αριθμητικά Παραδείγματα**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Μπασαμάκης

Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Μάρτιος 2013



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

**Διερεύνηση Τεχνικών Προσεγγίσεων Πολυκριτήριας
Ανάλυσης με Χρήση Γλωσσικών Μεταβλητών, Διαχείριση
Ασύμμετρης Κλίμακας και Αριθμητικά Παραδείγματα**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Μπασαμάκης

Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή.

.....
.....
.....
Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2013

.....
Κωνσταντίνος Μπασαμάκης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Κωνσταντίνος Μπασαμάκης, 2013.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης.

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της θεωρίας των γλωσσικών μεταβλητών καθώς και η εφαρμογή της για την επίλυση πολυκριτηριακών προβλημάτων και εφαρμογών πάνω σε θέματα ενεργειακής πολιτικής.

Υπεύθυνος κατά την εκπόνηση της διπλωματικής ήταν ο Καθηγητής κ. Ι. Ψαρράς, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεση αυτής και την δυνατότητα που μου δόθηκε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα της διπλωματικής και Διδάκτορα Χ. Δούκα για την υποστήριξη και την καθοδήγηση που μου παρείχε κατά τη συγγραφή της εργασίας. Σημειώνω ότι μέρος της διπλωματικής αυτής βασίστηκε σε δημοσιευμένες εργασίες του κ. Δούκα όσον αφορά στην πολυκριτηριακή ανάλυση με χρήση γλωσσικών μεταβλητών καθώς και στο πληροφοριακό πρόγραμμα για την υποστήριξη αποφάσεων DSS που αναπτύχθηκε και παρουσιάστηκε από τον ίδιο, στο πλαίσιο της διδακτορικής του διατριβής.

Μπασαμάκης Κωνσταντίνος

Μάρτιος 2013

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σε πολλά πολυκριτηριακά προβλήματα, οι παράμετροι του προβλήματος είναι ελλιπείς ή ασαφείς με αποτέλεσμα η διαδικασία επίλυσης τέτοιων προβλημάτων να καθίσταται ιδιαίτερα δύσκολη. Η δυνατότητα που μας δίνει η θεωρία των γλωσσικών μεταβλητών είναι η εξάλειψη αυτών των δυσκολιών και η προσπάθεια μιας ποιοτικής προσέγγισης τέτοιων προβλημάτων. Οι μεθοδολογίες οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό με τη χρήση γλωσσικών μεταβλητών ή αλλιώς "πράξεις με λέξεις" είναι τεκμηριωμένες και αρκετά κατανοητές, τόσο για αναλυτή όσο και για τον αποφασίζοντα.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση και ανάλυση των βασικών αρχών της θεωρίας των γλωσσικών μεταβλητών, η παρουσίαση και αξιολόγηση των επιμέρους τεχνικών καθώς και η εφαρμογή τους σε διάφορα πολυκριτηριακά προβλήματα και σε προβλήματα ενεργειακής πολιτικής.

Επιχειρείται λοιπόν η καταγραφή των αρχών της θεωρίας των γλωσσικών μεταβλητών καθώς και η παρουσίαση διαφόρων τεχνικών για την μοντελοποίηση και επίλυση πολυκριτηριακών προβλημάτων. Ένα από τα βασικά στοιχεία για την κατηγοριοποίηση τέτοιων προβλημάτων είναι η προέλευση της γλωσσικής πληροφορίας, η οποία μπορεί να απεικονίζεται πάνω σε με Διακριτή και Διατεταγμένη κλίμακα ή πάνω σε μια Ασύμμετρη κλίμακα.

Διερευνήθηκαν και οι δύο αυτές περιπτώσεις, καθώς και η χρήση και η αξιολόγηση των παραπάνω τεχνικών με την εφαρμογή τους πάνω σε διάφορα πολυκριτηριακά προβλήματα. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη διαχείριση της Ασύμμετρης κλίμακας, που δεν έχει επαρκώς αναλυθεί στην Ελληνική επιστημονική βιβλιογραφία. Τέλος διατυπώνεται ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα ενεργειακής πολιτικής για προώθηση προτάσεων ΑΠΕ το οποίο επιλύεται με την χρήση των γλωσσικών μεταβλητών και συγκεκριμένα με το Μοντέλο της Διπλής Αναπαράστασης.

Λέξεις κλειδιά:

Πολυκριτηριακά Προβλήματα, Γλωσσικές Μεταβλητές, Πράξεις με Λέξεις, Διακριτή και Διατεταγμένη Κλίμακα, Ασύμμετρη Κλίμακα, Μοντέλο Διπλής Αναπαράστασης

ABSTRACT

In many multi-criteria decision making problems, the variables many times are incomplete or uncertain so the process of dealing with these problems becomes very difficult. The use of the theory of linguistic variables gives us the possibility to extinguish the difficulties and also as well as the ability to deal with these kind of problem in a qualitative aspect. Methodologies which using linguistic variables or “computing with words”, are fully documented and easy to understand, either the analyst or the decision maker.

The purpose of this thesis is the investigation and the analysis of the fundamental beginning of the theory of linguistic variables theory, as well as, the representation and evaluation of the individual techniques and their implementation in many multi-criteria problems and in multi-criteria problems of energy policy support.

So is attempted to record the beginning of the theory of linguistic variables and the representation of various techniques for the modeling and dealing with such multi-criteria problems. One of the basic elements for the classification of these problems is the origin of the linguistic information, which can be displayed on a uniformly and symmetrically distributed scale or on unbalanced scale.

Both these cases were investigated, as well as the use and the evaluation of these techniques and their implementation on a variety of multi-criteria problems. Specific emphasis is given on the unbalanced scale which hasn't been analyzed adequately in Greek scientific bibliography. Finally is formulated a multi-criteria problem of energy policy support, to promote proposals of renewable energy sources, which is resolved with the use of linguistic variables and specifically with the use of the 2-tuple representation model.

Key Words

Multi - criteria problems, Linguistic variables, Computing with words, Uniformly and symmetrically distributed scale, Unbalanced scale, 2-tuple representation model.

Πίνακας Περιεχομένων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	10
1.1 Σκοπός	11
1.2 Δομή	12

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΓΛΩΣΣΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	14
2.1 Ανάλυση σε συνθήκες αβεβαιότητας	15
2.1.1 Μοντελοποίηση ασάφειας	15
2.2 Γλωσσικό περιβάλλον λήψης απόφασης	19
2.2.1 Υπόβαθρο	19
2.2.2 Επιλογή συνόλου γλωσσικών όρων	21
2.2.3 Τραπεζοειδής συνάρτηση συσχέτισης	22
2.2.4 Τριγωνική συνάρτηση συσχέτισης	23
2.2.5 Επιλογή αθροιστικού τελεστή	27
Βιβλιογραφία 2 ^{ου} κεφαλαίου	29

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΝΑΘΡΟΙΣΗΣ ΣΕ ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΕΤΑΓΜΕΝΗ ΚΛΙΜΑΚΑ	32
3.1 Μεθοδολογίες αναπαράστασης και επεξεργασίας γλωσσικών όρων	33
3.1.1 Προσέγγιση προέκτασης	33
3.1.2 Συμβολική προσέγγιση	34
3.1.3 Μοντέλο διπλής αναπαράστασης	35
3.2 Τελεστές συνάθροισης	39
3.2.1 Τελεστής Lowa	39
3.2.2 Ποσοτικοποιητής Yager	40
3.2.3 Τελεστής σταθμισμένης πληροφορίας	41
3.3 Χρήση του μοντέλου διπλής αναπαράστασης στην συμβολική προσέγγιση	43
3.4 Χρήση του μοντέλου διπλής αναπαράστασης στην επεξεργασία διαφορετικών κλιμάκων	45

3.5 Απεικόνιση προσέγγισης μοντελοποίησης αβεβαιότητας	47
Βιβλιογραφία 3 ^{ου} κεφαλαίου	49

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΩΝ ΚΛΙΜΑΚΩΝ	51
4.1 Εισαγωγή	52
4.2 Γλωσσική ιεραρχία	53
4.2.1 Ορισμός γλωσσικής ιεραρχίας	53
4.2.2 Συνάρτηση μετασχηματισμού επιπέδων	54
4.3 Βασική ιδέα για την αναπαράσταση των ασύμμετρων πληροφοριών	55
4.3.1 Αναπαράσταση με τη χρήση γλωσσικής ιεραρχίας	55
4.3.2 Αναπαράσταση σε ένα επίπεδο γλωσσικής ιεραρχίας	56
4.3.3 Αναπαράσταση σε δυο επίπεδα γλωσσικής ιεραρχίας	56
4.3.3.1 Επιλογή επιπέδου ιεραρχίας	57
4.3.3.2 Διαδικασία αναπαράστασης πλευρικών σετ	58
4.3.3.3 Διαδικασία αναπαράστασης μεσαίου σετ	61
4.4 Αναπαράσταση του μοντέλου ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας	62
4.4.1 Μεταβλητή Density	62
4.4.2 Γεφύρωση των κενών αναπαράστασης	63
4.4.3 Σημασιολογία και πρόσθετες πληροφορίες	64
4.5 Κατανόηση αλγορίθμου με χρήση αριθμητικού παραδείγματος	66
4.6 Ασύμμετρο γλωσσικό υπολογιστικό μοντέλο	71
4.6.1 Συνάρτηση μετασχηματισμού ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας	71
4.6.2 Υπολογιστικό μοντέλο	73
Βιβλιογραφία 4 ^{ου} κεφαλαίου	77

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ	80
5.1 Αξιολόγηση προσεγγίσεων της γλωσσικής ανάλυσης	81
5.1.1 Πρόβλημα απόφασης	81
5.1.2 Λύση προβλήματος με τη χρήση προσέγγισης προέκτασης	83
5.1.3 Λύση προβλήματος με τη χρήση συμβολικής προσέγγισης	85
5.1.4 Λύση προβλήματος με τη χρήση του μοντέλου διπλής αναπαράστασης	87
5.1.5 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων	89
5.2 Παράδειγμα επεξεργασίας διαφορετικών κλιμάκων	91

5.3 Παράδειγμα για ασύμμετρη γλωσσική πληροφορία	96
5.4 Τελεστής Iowa μοντέλου διπλής αναπαράστασης με χρήση του ποσοτικοποιητή Yager	101
5.5 Εφαρμογή σε ενεργειακή πολιτική	106
5.5.1 Εισαγωγή	106
5.5.2 Ανάλυση Εφαρμογής	106
5.5.3 Σχολιασμός αποτελεσμάτων	109

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6°

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ	110
6.1 Συμπεράσματα	111
6.2 Προοπτικές	114

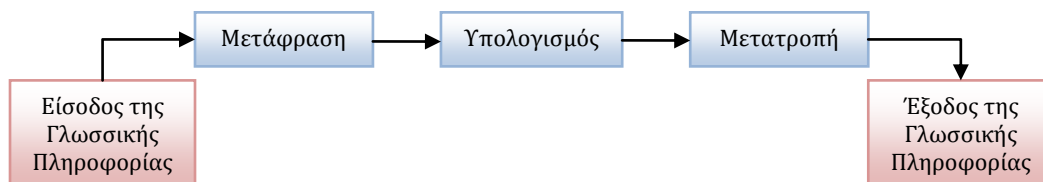
Κεφάλαιο 1^ο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Σκοπός

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η καταγραφή και ανάλυση των βασικών αρχών της θεωρίας των γλωσσικών μεταβλητών, η παρουσίαση και αξιολόγηση των επιμέρους τεχνικών καθώς και η εφαρμογή τους σε διάφορα πολυκριτηριακά προβλήματα και σε προβλήματα ενεργειακής πολιτικής. Ο στόχος ήταν διττός: α) η κατανόηση των βασικών αρχών της θεωρίας των γλωσσικών μεταβλητών καθώς και η παρουσίαση των διαφόρων τεχνικών για την μοντελοποίηση πολυκριτηριακών προβλημάτων. Το πιο βασικό στοιχείο για την μοντελοποίηση τέτοιων προβλημάτων είναι η προέλευση της γλωσσικής πληροφορίας η οποία μπορεί να βασίζεται πάνω με μια διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα ή πάνω σε μια ασύμμετρη κλίμακα β) η διατύπωση παραδειγμάτων για να γίνει κατανοητή η σημασία της χρήσης των γλωσσικών μεταβλητών σε πολυκριτηριακά προβλήματα καθώς και η χρήση αυτών των εργαλείων σε προβλήματα ενεργειακής πολιτικής.

Στον πραγματικό κόσμο υπάρχουν πάρα πολλά προβλήματα τα οποία πρέπει να αντιμετωπίσουν έναν τεράστιο όγκο ανακριβών πληροφοριών. Τέτοια προβλήματα είναι πάρα πολύ δύσκολο να λυθούν ποσοτικά γιατί η χρήση των υπολογιστικών μοντέλων για την μοντελοποίηση τέτοιων πληροφοριών είναι ανεπαρκής καθώς και πολλές φορές τα δεδομένα είναι ελλιπή η ασαφή. Οι ειδικοί ή αλλιώς εμπειρογνώμονες, βασιζόμενοι στις αρχές της θεωρίας των γλωσσικών μεταβλητών, μπορούν να χειριστούν τέτοια πολυκριτηριακά προβλήματα μετατρέποντάς τα από ποσοτικά σε ποιοτικά παρά τις δυσκολίες που υπάρχουν. Όλα αυτά τα μοντέλα που ακολουθούνται για τον χειρισμό τέτοιων πολυκριτηριακών προβλημάτων ακολουθούν το παρακάτω σχήμα το οποίο απεικονίστηκε από τον Yager.



Τα στάδια που ακολουθεί η γλωσσική πληροφορία όπως φαίνονται και στο παραπάνω σχήμα είναι :α) Μετάφραση ,β) Υπολογισμός και γ) Μετατροπή. Στο στάδιο της μετάφρασης η γλωσσική πληροφορία με την βοήθεια διαφόρων τεχνικών μετατρέπεται σε αριθμητικά σύνολα τα οποία είναι πιο κατανοητά και πιο εύκολα επεξεργάσιμα. Στο δεύτερο στάδιο με τη βοήθεια διαφόρων τελεστών γίνονται υπολογισμοί μεταξύ των συνόλων. Στο τελευταίο στάδιο πάλι με την βοήθεια των διαφόρων τεχνικών μετατρέπονται τα αριθμητικά σύνολα στην αρχική του μορφή, δηλαδή σε γλωσσικές πληροφορίες.

Με την παραπάνω διαδικασία και με την χρήση των διαφόρων τεχνικών που χρησιμοποιούνται πολλές φορές χάνεται η ακρίβεια της πληροφορίας. Θα πρέπει να τονίσουμε πως το πιο ακριβές υπολογιστικό μοντέλο για την επεξεργασία των γλωσσικών δεδομένων είναι το Μοντέλο της Διπλής Αναπαράστασης στο οποίο η απώλεια της πληροφοριών είναι μηδενική.

1.2 Δομή

Κεφάλαιο 1^ο: Εισαγωγή

Πρόκειται για το παρόν κεφάλαιο, στο οποίο παρουσιάζεται συνοπτικά ο στόχος της εργασίας καθώς και το παρόν υποκεφάλαιο, στο οποίο παρουσιάζεται η δομή που υιοθετήθηκε.

Κεφάλαιο 2^ο: Βασικές Αρχές Γλωσσικής Ανάλυσης

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιείται μια εκτεταμένη αναφορά στα βασικά χαρακτηριστικά των γλωσσικών μεταβλητών. Παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της γλωσσικής ανάλυσης, πως γίνεται η επιλογή του συνόλου των γλωσσικών όρων καθώς και η επιλογή του αθροιστικού τελεστή. Επιπλέον παρέχονται αναλυτικές πληροφορίες για την συνάρτηση συσχέτισης, στην τραπεζοειδή και στην τριγωνική της μορφή.

Κεφάλαιο 3^ο: Τεχνικές Απεικόνισης και Συνάθροισης σε Διακριτή και Διατεταγμένη Κλίμακα

Το κεφάλαιο αυτό εστιάζει στις μεθοδολογίες για την λύση γλωσσικών προβλημάτων των οποίων η γλωσσική πληροφορία βρίσκεται πάνω σε μια Διακριτή και Διατεταγμένη Κλίμακα. Αναλύονται τα μοντέλα αναπαράστασης και επεξεργασίας γλωσσικών όρων, Προσέγγιση Προέκτασης, Συμβολική Προσέγγιση και το Μοντέλο της Διπλής Αναπαράστασης. Μέσα από αυτό το κεφάλαιο επίσης γίνεται εκτεταμένη αναφορά και στους τελεστές που θα χρησιμοποιηθούν μετέπειτα στα αριθμητικά παραδείγματα.

Κεφάλαιο 4^ο: Επεξεργασία Ασύμμετρων Κλιμάκων

Το κεφάλαιο αυτό εστιάζει στην μεθοδολογία για την λύση πολυκριτηριακών προβλημάτων των οποίων η γλωσσική πληροφορία βρίσκεται πάνω σε μια Ασύμμετρη Κλίμακα. Αναλύεται η βασική αρχή της γλωσσικής ιεραρχίας καθώς και η συνάρτηση μετατροπής των γλωσσικών όρων. Επιπλέον παρουσιάζεται η μεθοδολογία για την αναπαράσταση της Ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας καθώς και αντίστοιχος αλγόριθμος με όλες τις δυνατές περιπτώσεις που μπορούν να προκύψουν. Θα πρέπει να τονίσουμε ότι κατά τη διάρκεια της ανάλυσης υπάρχουν μικρά παραδείγματα που βοηθούν την περεταίρω κατανόηση αυτής της διαδικασίας.

Κεφάλαιο 5^ο: Αξιολόγηση Προσεγγίσεων Με Αριθμητικά Παραδείγματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται παραδείγματα τα οποία επεξηγούν τις μεθοδολογίες που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Αναλύονται και αξιολογούνται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την λύση προβλήματος μέσω της Προσέγγισης Προέκτασης, της Συμβολικής Προσέγγισης καθώς και του Μοντέλου της Διπλής Αναπαράστασης. Επιπλέον παρουσιάζονται παραδείγματα για την επεξεργασία Διαφορετικών κλιμάκων και παραδείγματα με Ασύμμετρη γλωσσική πληροφορία. Ακόμη παρουσιάζεται η χρήση του τελεστή LOWA στο Μοντέλο Διπλής Αναπαράστασης

σε συνδυασμό με τον ποσοτικοποιητή Yager. Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζεται, μέσω της βοήθειας του προγράμματος υποστήριξης πληροφοριακών συστημάτων για την λήψη αποφάσεων DSS, μια εφαρμογή πάνω σε θέματα ενεργειακής πολιτικής και συγκεκριμένα για την προώθησης προτάσεων ΑΠΕ.

Κεφάλαιο 6ο: Συμπεράσματα Και Προοπτικές

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί τον επίλογο της εργασίας και αναδεικνύει τα κυριότερα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα διπλωματική εργασία καθώς και τις προοπτικές για περαιτέρω έρευνα στο αντικείμενο της εργασίας.

Κεφάλαιο 2^ο

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΓΛΩΣΣΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

2.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

2.1.1 Μοντελοποίηση Ασάφειας

Η ασαφής λογική προτάθηκε ως συστηματικό εργαλείο για την αποτίμηση εναλλακτικών σε συνθήκες αβεβαιότητας [1]. Επίσης έχει την ικανότητα να μπορεί να εκφράζει αβέβαιες πληροφορίες καθώς και να αντιμετωπίζει αόριστες καταστάσεις, όπου τα παραδοσιακά μαθηματικά είναι αναποτελεσματικά.

Στην επιλογή μιας μαθηματικής θεωρίας για τη μοντελοποίηση της ασαφούς αβεβαιότητας (AA), πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ο τύπος αβεβαιότητας. Υπάρχουν δυο τύποι αβεβαιότητας.

- **Πιθανολογική αβεβαιότητα:** Σχετίζεται με γεγονότα που έχουν ένα καλά ορισμένο, ξεκάθαρο νόημα. Η θεωρία των πιθανοτήτων βασίζεται στην λογική των δυο τιμών και αποτιμά κάθε φορά εάν ένα γεγονός θα συμβεί ή όχι.
- **Ασαφής Αβεβαιότητα:** Σχετίζεται με γεγονότα που δεν έχουν ένα ξεκάθαρο νόημα και γι' αυτό το λόγο δεν μπορεί να γίνει η αποτίμηση μιας κατάστασης βάση της λογικής των δυο τιμών διότι τα αποτελέσματα μας δεν θα ήταν ικανοποιητικά. Επομένως βασίζεται στην λογική των πολλαπλών τιμών η οποία επιτρέπει μια ενδιάμεση αποτίμηση μεταξύ αυστηρής αειφορίας και μη, π.χ. η ασάφεια περιγράφει το βαθμό στον οποίο ένα γεγονός συνέβη, και όχι εάν συνέβη. Γι' αυτό και προτείνεται αυτή η θεωρία, η οποία προσφέρει ένα τυπικό μαθηματικό πλαίσιο εργασίας για την αποτίμηση της AA [2].

Ιστορικά, η διαπίστωση αυτού του σημαντικού ρόλου της ασαφούς αβεβαιότητας έγινε από μερικούς ερευνητές κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1960. Η οποία έφερε την ανάδυση νέων θεωριών μοντελοποίησης της αβεβαιότητας διαφορετικών από τη θεωρία πιθανοτήτων. Με αποτέλεσμα οι θεωρίες αυτές να αποδεικνύουν ότι η θεωρία των πιθανοτήτων είναι ικανή να περιγράψει μόνο μια μορφή αβεβαιότητας.

Ένα κομβικό σημείο για την εξέλιξη των νέων θεωριών της αβεβαιότητας ήταν η συνεισφορά του Zadeh με την εργασία του [2]. Σε αυτή την εργασία ο Zadeh εισήγαγε μια θεωρία της οποίας τα αντικείμενα, τα ασαφή σύνολα, είναι σύνολα των οποίων τα όρια δεν είναι επακριβώς καθορισμένα. Η συμμετοχή σε ένα ασαφές σύνολο δεν είναι μια απάντηση ναι ή όχι όπως στα συνηθισμένα κλασσικά σύνολα, αλλά είναι θέμα βαθμού. Με αυτή την θεωρία ο Zadeh αντέκρουσε την αντίληψη ότι κάθε είδους αβεβαιότητα μπορεί να μοντελοποιηθεί με τη θεωρία των πιθανοτήτων.

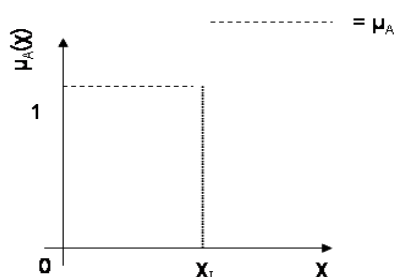
Λογική δυο τιμών

Πιο συγκεκριμένα, έστω ένα σύνολο U που αποτελείται από στοιχεία x ($x \in U$). Εάν A είναι ένα υποσύνολο του U ($A \subset U$), τότε κάθε στοιχείο x είτε ανήκει στο A ($x \in A$) είτε όχι ($x \notin A$). «Υποσύνολο» και «γεγονός» είναι εναλλακτικά, δηλαδή αν το

$x \in A$, αυτό σημαίνει ότι για το στοιχείο x το γεγονός A έχει συμβεί. Η χαρακτηριστική συνάρτηση συσχέτισης μ_A ορίζει μια ξεκάθαρη διάκριση μεταξύ των στοιχείων που ανήκουν στο A και των στοιχείων που δεν ανήκουν στο A . Έτσι η συνάρτηση συσχέτισης μ_A δίνει σε κάθε x μια από δυο τιμές:

- $\mu_A(x) = 1$ εάν και μόνο εάν ($x \in A$).
- $\mu_A(x) = 0$ εάν και μόνο εάν ($x \notin A$).

Επιπλέον, σύμφωνα και με την παρακάτω γραφική παράσταση, απαιτείται ένα αυστηρό όριο x_T για τον προσδιορισμό μιας ξεκάθαρης διάκρισης μεταξύ των αποδεκτών τιμών ($x < x_T$) και των μη-αποδεκτών τιμών ($x > x_T$). Συχνά, ένα αυστηρό όριο είναι πρακτικά μη-ρεαλιστικό.

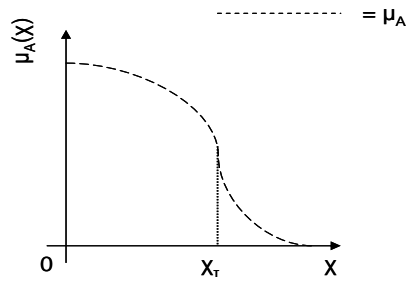


Σχήμα 1: Λογική Δύο Τιμών

Λογική Πολλαπλών τιμών

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η θεωρία της ασάφειας βασίζεται στη λογική των πολλαπλών τιμών [2]. Αντίστοιχα με τα προηγούμενα, \tilde{A} είναι ένα ασαφές υποσύνολο του U ($\tilde{A} \subset U$) και η συνάρτηση συσχέτισης $\mu_{\tilde{A}}$ ορίζει τη μερική συμμετοχή σε ένα σύνολο. Άρα, η μετάβαση από τη μια κατάσταση στην άλλη είναι βαθμιαία και όχι απότομη. Έτσι λοιπόν, η συνάρτηση συσχέτισης δίνει σε κάθε x μια τιμή από 0 έως 1 , υποδηλώνοντας τον βαθμό συσχέτισης.

Επομένως, με βάση και την παρακάτω γραφική παράσταση, στην περίπτωση των πολλαπλών τιμών απαιτείται ένα εύκαμπτο όριο για τον προσδιορισμό μιας ενδιάμεσης αποτίμησης $\mu_{\tilde{A}}(x)$ μεταξύ των αποδεκτών και των μη-αποδεκτών τιμών, που διευκολύνει και πρακτικά στην αποτίμηση των μετρήσεων x της AA

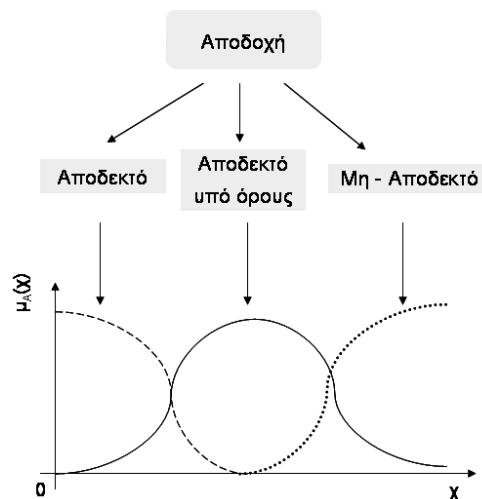


Σχήμα 2: Λογική Πολλαπλών Τιμών

Γλωσσικές Μεταβλητές

Οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι θεμελιώδεις στα ασαφή μοντέλα, για τη χρησιμοποίηση των γλωσσικών μεταβλητών. Μια γλωσσική μεταβλητή χαρακτηρίζεται από [1]:

- 1) Τη μεταβλητή βάση x του \tilde{A} .
- 2) Το όνομα του \tilde{A} .
- 3) Τη γλωσσική τιμή \tilde{A}_i του \tilde{A} ($i = 1, \dots, n$).
- 4) Τη συνάρτηση συσχέτισης $\mu_{\tilde{A}}$ του \tilde{A}_i .



Σχήμα 3: Σημασιολογία Γλωσσικής Μεταβλητής

Τρεις γλωσσικές τιμές \tilde{A}_i (\tilde{A}_1, \tilde{A}_2 και \tilde{A}_3) ορίζουν την συνεισφορά του x στην ΑΑ σε γλωσσικούς όρους:

- \tilde{A}_1 = «Αποδεκτό».
- \tilde{A}_2 = «Αποδεκτό υπό όρους».
- \tilde{A}_3 = «Μη-αποδεκτό».

Ουσιαστικά τα ασαφή σύνολα μπορούν να αναπαραστήσουν γλωσσικούς όρους σε μια φυσική γλώσσα όπως «ψηλός άνδρας», «ακριβό αυτοκίνητο», «μικρά κέρδη» κ.α. Κάθε ένας από αυτούς τους γλωσσικούς όρους εκφράζει ένα σύνολο του οποίου τα όρια είναι ανακριβή. Τα ασαφή σύνολα έχουν τη δυνατότητα να μοντελοποιούν την ανακρίβεια στη μέτρηση μεγεθών αναπαριστώντας όρους όπως ο «περίπου 3». Η ικανότητα των ασαφών συνόλων να μοντελοποιούν γλωσσικούς όρους της φυσικής γλώσσας είναι πολύ σημαντική διότι έτσι μπορούν να μιμηθούν τον ανθρώπινο τρόπο έκφρασης και συλλογισμού. Η έκφραση με γλωσσικούς όρους και η επεξεργασία αυτών είναι μια καθημερινή πρακτική για τον ανθρώπινο νου και είναι πολύ εύκολο για τους ανθρώπους να κατανοούν το νόημα των γλωσσικών αυτών όρων. Επιπρόσθετα, τα ασαφή σύνολα προσφέρουν την ευελιξία να μοντελοποιούν τους γλωσσικούς όρους κατά την κατάσταση υπό την οποία οι όροι εκφράζονται. Για παράδειγμα δεν έχει την ίδια σημασία ο όρος «ψηλοί παίκτες» αν αναφέρεται σε μια ομάδα μπάσκετ και αν αναφέρεται σε μια ομάδα ποδοσφαίρου. Τα δυο ασαφή σύνολα τότε θα είναι διαφορετικά.

Η χρήση λοιπόν γλωσσικών μεταβλητών στα ασαφή μοντέλα συμβάλλει σε κάποιον να συνδέει τις προσδοκίες για την ΑΑ, εκφρασμένες με γλωσσικές προτάσεις. Οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι στον πυρήνα των μοντέλων ασάφειας. Θεωρείται ότι είναι το πιο δυνατό αλλά και το πιο αδύνατο σημείο της θεωρίας της ασάφειας [3,4]. Είναι το πιο δυνατό γιατί ορίζει ένα εύκαμπτο όριο, το οποίο επιτρέπει μια ομαλή και πρακτική αποτίμηση της συνεισφοράς μιας δράσης στην ΑΑ, σε αντίθεση με την χαρακτηριστική συνάρτηση, η οποία ορίζει ένα αυστηρό όριο. Και είναι το πιο αδύνατο, γιατί θεωρείται πολύ υποκειμενική σε σχέση με την κατασκευή της. Στις βιομηχανικές εφαρμογές της θεωρίας ασάφειας, η κατασκευή συναρτήσεων συσχέτισης πραγματοποιείται κυρίως με τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Παρόλα αυτά, η μέθοδος αυτή για την κατασκευή συναρτήσεων συσχέτισης για την αποτίμηση δράσεων σε σχέση με την αειφορία, δεν είναι δυνατή και δεν γίνεται αποδεκτή.

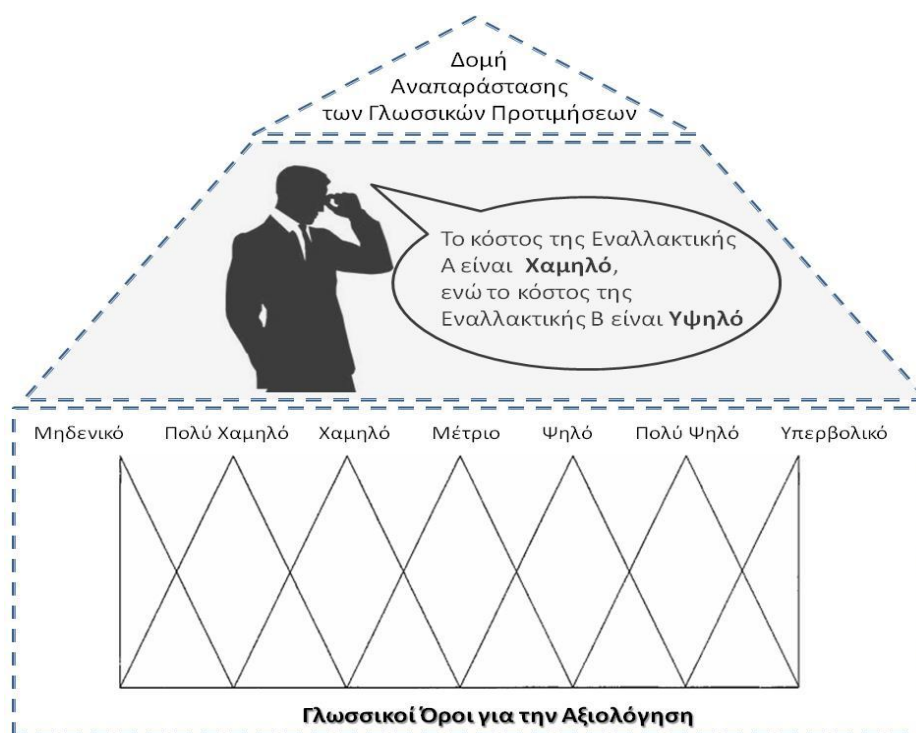
Η διαδικασία λήψης απόφασης σχετικά με τη ΑΑ είναι πρώτα και κύρια ένα πολιτικό και, επομένως, ένα υποκειμενικό ζήτημα. Παρόλο που η στάση απέναντι στην ΑΑ είναι υποκειμενική, η θεωρία της ασάφειας επιτρέπει σε ένα μαθηματικό πλαίσιο εργασίας να συνδέει τις ανθρώπινες προσδοκίες για την ΑΑ με γλωσσικές προτάσεις.

2.2 ΓΛΩΣΣΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

2.2.1 Υπόβαθρο

Η ανάλυση αποφάσεων με την χρήση γλωσσικών μεταβλητών βασίζεται στη χρήση της γλωσσικής προσέγγισης και χρησιμοποιείται για τη λύση προβλημάτων λήψης απόφασης με τη χρήση γλωσσικών πληροφοριών. Η βασική φιλοσοφία της χρήσης των γλωσσικών μεταβλητών καθώς και οι βασικές υπολογιστικές προσεγγίσεις παρουσιάστηκαν από τον Zadeh το 1973 [5].

Η εφαρμογή τους είναι πολύ αποδοτική στην ανάπτυξη της θεωρίας και των μεθόδων υποστήριξης αποφάσεων επειδή εισάγει ένα περισσότερο ευέλικτο πλαίσιο εργασίας το οποίο επιτρέπει την αναπαράσταση των πληροφοριών με έναν πιο άμεσο και επαρκή τρόπο όταν δε μπορούν να καθοριστούν ακριβώς οι ποσοτικές πληροφορίες. Με αυτόν τον τρόπο, εξαφανίζεται η επιβάρυνση της ποσοτικοποίησης μιας ποιοτικής έννοιας.



Σχήμα 4: Τυπικό γλωσσικό περιβάλλον λήψης αποφάσεων

Οι τιμές που παίρνει μια γλωσσική μεταβλητή δεν είναι αριθμοί αλλά λέξεις ή φράσεις σε μια φυσική ή τεχνητή γλώσσα [6]. Ο κύριος σκοπός της χρήσης γλωσσικών μεταβλητών (λέξεις ή φράσεις) αντί των αριθμών είναι ότι οι γλωσσικοί χαρακτηρισμοί είναι, σε γενικές γραμμές, λιγότερο συγκεκριμένοι με σχέση με τους αριθμητικούς και πολύ πιο κοντά στον τρόπο που οι άνθρωποι εκφράζουν και χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους. Για παράδειγμα, αν πούμε "το κτίριο είναι ψηλό" είναι λιγότερο συγκεκριμένο από "το κτίριο έχει ύψος 300 μέτρα". Στην περίπτωση αυτή ο προσδιορισμός "ψηλό κτίριο" μπορεί να θεωρηθεί ως μια γλωσσική τιμή της μεταβλητής "ύψος" η οποία είναι λιγότερο ακριβής και ενημερωτική από την αριθμητική τιμή "300 μέτρα". Παρά τον λιγότερο ενημερωτικό χαρακτήρα του, ο προσδιορισμός "ψηλός" επιτρέπει στους

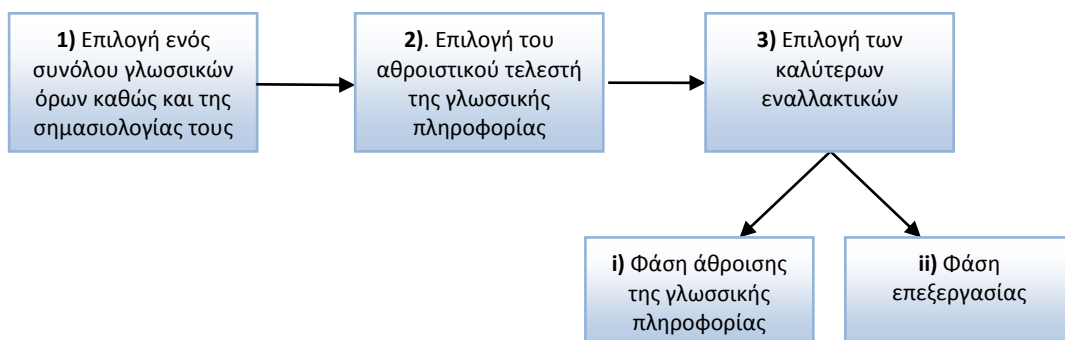
ανθρώπους να εκφραστούν φυσικά και να ασχοληθούν με πληροφορίες που μπορεί να είναι αβέβαιες ή ελλιπείς (ο ομιλητής δεν μπορεί να γνωρίζει το ακριβές ύψος του κτιρίου). Στην καθημερινότητα μας ο ρόλος τους είναι πάρα πολύ σημαντικός διότι πολύ συχνά οι πληροφορίες που έχουμε είναι ελλιπείς, με αποτέλεσμα οι γλωσσικές μεταβλητές να είναι ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για τη μοντελοποίηση της ανθρώπινης γνώσης.

Στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν πολλές εφαρμογές αναλύσεων αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών για τη λύση πραγματικών περιπτώσεων, όπως ομαδική λήψη αποφάσεων [7,8], πολυκριτηριακή λήψη αποφάσεων [9 – 11], σύνολο ενεργειών πώλησης [12], ανάπτυξη λογισμικού [13], εκπαίδευση [14], υποκειμενική αποτίμηση της αξίας ενός αυτοκινήτου [15], επιλογή υλικών [16] και διοίκηση προσωπικού [17].

Συνήθως, σ' όλες τις πραγματικές διαδικασίες λήψης απόφασης υπάρχουν διάφοροι ειδικοί ή αλλιώς εμπειρογνώμονες οι οποίοι καλούνται να εκφράσουν τις τιμές απόδοσης για ένα σύνολο εναλλακτικών, με σκοπό την επιλογή της καλύτερης σε ένα τέτοιο περιβάλλον το οποίο ονομάζεται: πολυκριτηριακό περιβάλλον λήψης απόφασης [18,19]. Γενικά, το σχέδιο λύσεων ενός τέτοιου προβλήματος αποτελείται κυρίως από δύο φάσεις [20,21]:

1. Μια φάση άθροισης των τιμών απόδοσης όλων των κριτηρίων για την κάθε εναλλακτική με σκοπό να προκύψει μια συνολική τιμή απόδοσης για την εκάστοτε εναλλακτική.
2. Μια φάση επεξεργασίας της συνολικής τιμής απόδοσης ώστε να προκύψει η καλύτερη επιλογή μεταξύ των εναλλακτικών.

Στην ανάλυση αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών, το σχέδιο λύσης αποτελείται από τρία βήματα τα οποία είναι τα ακόλουθα:



1. Επιλογή ενός συνόλου γλωσσικών όρων καθώς και της σημασιολογία τους: Αφορά στον καθορισμό των όρων της γλωσσικής έκφρασης για τις γλωσσικές τιμές απόδοσης των εναλλακτικών που αντιστοιχούν στα διαφορετικά κριτήρια. Για να

επιτευχθεί αυτό, απαιτείται να επιλεγθεί ο αριθμός των βαθμίδων του συνόλου των γλωσσικών όρων, οι ετικέτες και η σημασιολογία τους.

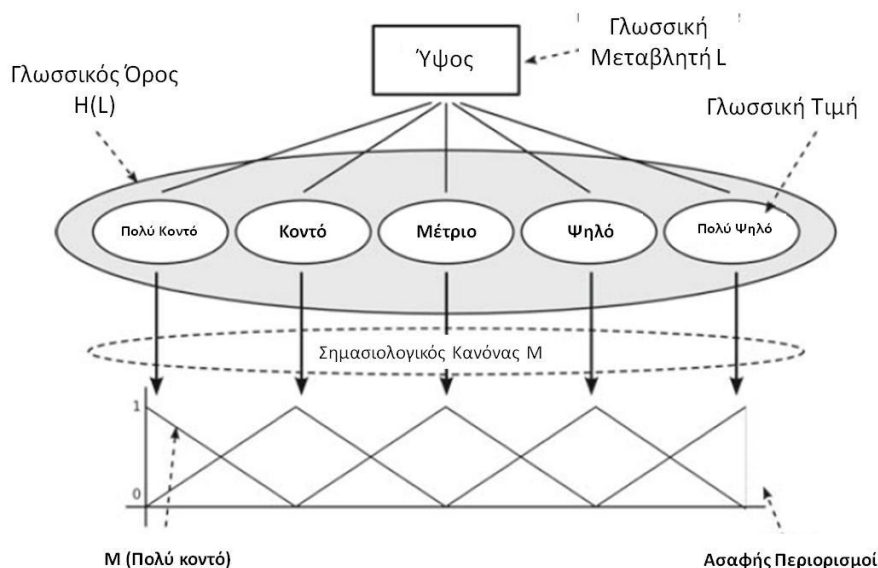
2. Επιλογή του αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας: Αφορά στον καθορισμό του κατάλληλου αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας, ώστε να συνδυαστούν και να αθροιστούν οι παρεχόμενες γλωσσικές τιμές απόδοσης.
3. Επιλογή των καλύτερων εναλλακτικών: Αφορά στην επιλογή των καλύτερων εναλλακτικών βάσει των παρεχόμενων γλωσσικών τιμών απόδοσης. Η διαδικασία αυτή διεξάγεται σε δυο φάσεις:
 - i) Φάση άθροισης της γλωσσικής πληροφορίας: Αφορά στην αποκόμιση της συνολικής γλωσσικής τιμής απόδοσης για τις εναλλακτικές, αθροίζοντας τις παρεχόμενες γλωσσικές τιμές απόδοσης βάσει όλων των κριτηρίων μέσω του επιλεγμένου αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας.
 - ii) Φάση επεξεργασίας: Αφορά στον καθορισμό της κατάταξης των εναλλακτικών ανάλογα με τη συνολική γλωσσική τιμή απόδοσης, ώστε να επιλεγθούν οι καλύτερες.

2.2.2 Επιλογή Συνόλου Γλωσσικών Όρων

Ο πρώτος στόχος σε κάθε γλωσσική προσέγγιση είναι η επιλογή του συνόλου των γλωσσικών όρων για τον καθορισμό της γλωσσικής μεταβλητής [22] ή της γλωσσικής έκφρασης με σκοπό την παροχή των γλωσσικών τιμών απόδοσης.

Ορισμός 1 (Zadeh [23]): Η γλωσσική μεταβλητή αποτελείται από πέντε μέρη (L, H, U, G, M) .

- L : Μεταβλητή.
- H : δηλώνει το σύνολο όρων της μεταβλητής, κάθε τιμή είναι μια ασαφής μεταβλητή που δηλώνεται γενικά ως X .
- U : το εύρος των τιμών του X (συνήθως περιττός αριθμός).
- G : είναι ένας συντακτικός κανόνας για τη δημιουργία τιμών της L .
- M : είναι ο σημασιολογικός κανόνας που σχετίζει το νόημά τους με κάθε L .



Σχήμα 5: Σημασιολογικός κανόνας

Ο κύριος στόχος για τον καθορισμό των γλωσσικών όρων είναι η έκφραση των γλωσσικών μεταβλητών με λίγες λέξεις. Η παροχή αυτή δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να μπορεί με εύκολο και φυσικό τρόπο να εκφράσει τις πληροφορίες του. Το κύριο σημείο για την επίτευξη αυτού του στόχου είναι οι βαθμίδες αβεβαιότητας, δηλαδή τα επίπεδα της διάκρισης μεταξύ των διαφορετικών αριθμήσεων της αβεβαιότητας.

Ο αριθμός στοιχείων του συνόλου των όρων πρέπει να είναι αρκετά μικρός ώστε να μην έχει ακρίβεια που δεν χρειάζεται και πρέπει να είναι αρκετά “πλούσιος”, ώστε να επιτρέπει τη διαφοροποίηση των αποτιμήσεων σε έναν περιορισμένο αριθμό βαθμίδων.

Τυπικές τιμές του πλήθους των γλωσσικών όρων που χρησιμοποιούνται είναι περιττές, με κατώτατο όριο το 3 και με ανώτατο όριο το 11 ή το 13, όπου ο μεσαίος όρος υποδηλώνει μια αποτίμηση του “περίπου 0,5”, με τους υπόλοιπους όρους να είναι τοποθετημένοι συμμετρικά γύρω από αυτόν [24]. Αυτές οι τυπικές τιμές του πλήθους των γλωσσικών όρων ταιριάζουν με την παρατήρηση του Miller [25], σχετικά με το γεγονός ότι οι άνθρωποι μπορούν να θυμούνται περίπου επτά αντικείμενα.

Όσον αφορά στον καθορισμό της σημασίας του συνόλου των γλωσσικών όρων, στη βιβλιογραφία, μπορούν κυρίως να βρεθούν τρεις τρόποι [26]:

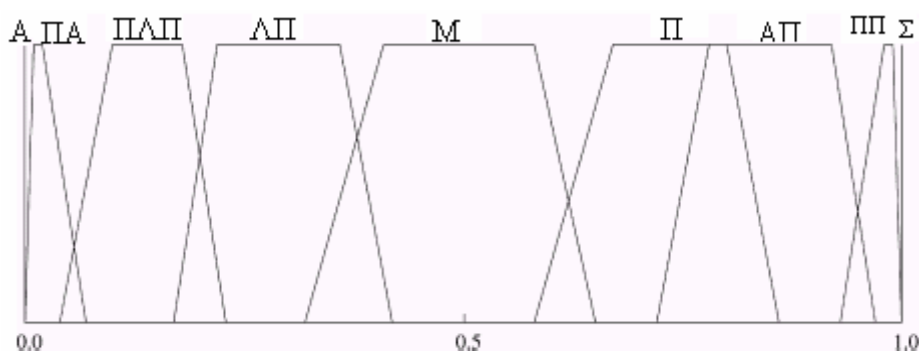
1. Σημασία βασισμένη σε συναρτήσεις συσχέτισης και σε ένα σημασιολογικό κανόνα.
2. Σημασία βασισμένη σε μια ταξινομημένη δομή ενός συνόλου γλωσσικών όρων.
3. Συνδυαστική σημασία.

2.2.3 Τραπεζοειδής Συνάρτηση Συσχέτισης

Συγκεκριμένα, η πρώτη προσέγγιση θεωρεί ότι το νόημα κάθε γλωσσικού όρου δίνεται μέσω ενός ασαφούς υποσυνόλου ορισμένου στο διάστημα $[0-1]$, το οποίο συνήθως

περιγράφεται από συναρτήσεις συσχέτισης [27]. Ένας υπολογιστικά αποτελεσματικός τρόπος για το χαρακτηρισμό ενός ασαφούς αριθμού είναι η χρησιμοποίηση αναπαράστασης βασισμένη σε παραμέτρους της αντίστοιχης συνάρτησης συσχέτισης [28]. Επειδή οι γλωσσικές αποτιμήσεις είναι προσεγγιστικές, αρκετοί αναλυτές θεωρούν ότι οι γραμμικές τραπεζοειδείς συναρτήσεις συσχέτισης είναι αρκετά καλές για να “αιχμαλωτίσουν” την αοριστία αυτών των γλωσσικών αποτιμήσεων [29 - 31]. Αυτή η αναπαράσταση επιτυγχάνεται με τέσσερις παραμέτρους (a_i, b_i, c_i, d_i) . Οι δύο πρώτες παράμετροι (a_i, b_i) δείχνουν το διάστημα μέσα στο οποίο η τιμή συσχέτισης είναι 1, η τρίτη (c_i) και η τέταρτη (d_i) παράμετρος δείχνουν το αριστερό και το δεξιό όριο αντίστοιχα. Παράδειγμα σημασιολογίας για σύνολο εννέα όρων είναι το ακόλουθο

- $\Sigma = \text{Σίγουρο} = (1,1,0,0)$
- $\text{ΠΠ} = \text{ΠολύΠιθανό} = (0.98,0.99,0.05,0.01)$
- $\text{ΑΠ} = \text{ΑρκετάΠιθανό} = (0.78,0.92,0.06,0.05)$
- $\text{Π} = \text{Πιθανό} = (0.63,0.80,0.05,0.06)$
- $\text{Μ} = \text{Μπορά} = (0.41,0.58,0.09,0.07)$
- $\text{ΛΠ} = \text{ΛίγοΠιθανό} = (0.22,0.36,0.05,0.06)$
- $\text{ΠΛΠ} = \text{ΠολύΛίγοΠιθανό} = (0.1,0.18,0.06,0.05)$
- $\text{ΠΑ} = \text{ΠολύΑπίθανο} = (0.01,0.02,0.01,0.05)$
- $\text{Α} = \text{Αδύνατο} = (0,0,0,0)$



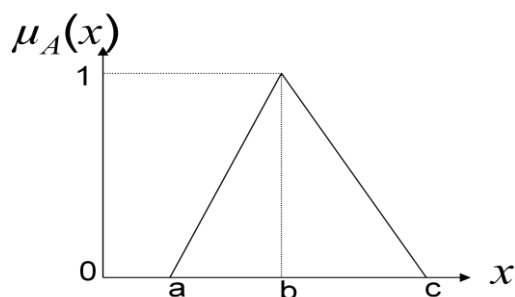
Σχήμα 6: Σύνολο Εννέα (9) Όρων με τη Σημασιολογία τους

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [36]

2.2.4 Τριγωνική Συνάρτηση Συσχέτισης

Μια ειδική περίπτωση της τραπεζοειδούς συναρτήσεως συσχέτισης είναι η τριγωνική συνάρτηση συσχέτισης. Σε αυτή την περίπτωση η αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών γίνεται με μια τριπλή απεικόνιση (*3-tuple*), την (a_i, b_i, c_i) όπου το (a_i) είναι το αριστερό όριο, το (c_i) είναι το δεξιό όριο και το (b_i) η τιμή που η συνάρτηση

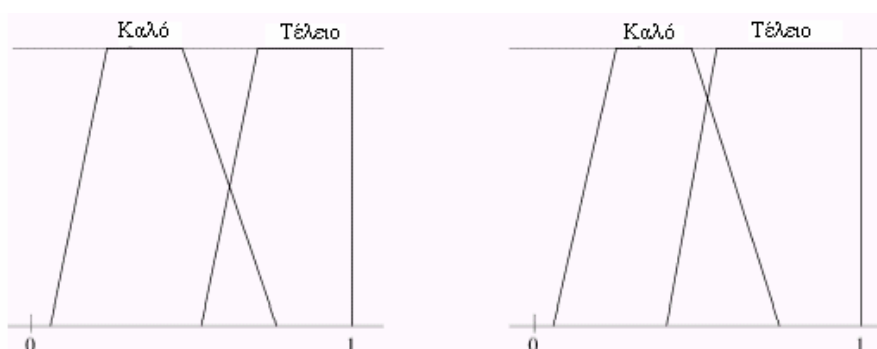
συσχέτισης παίρνει την μέγιστη τιμή της δηλαδή το 1. Η μορφή της συνάρτησης φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 7 Τριγωνική Συνάρτηση Συσχέτισης

Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση παρουσιάζει δύο προβλήματα:

1. Στις αναπαραστάσεις των αρχικών ασαφών συνόλων, το πρόβλημα είναι πώς θα καθοριστούν οι παράμετροι ανάλογα με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Μοιάζει αρκετά δύσκολο να συμφωνήσουν όλοι οι αποφασίζοντες στις ίδιες συναρτήσεις συσχέτισης που αντιστοιχούν στους αρχικούς γλωσσικούς όρους και επιπρόσθετα δεν υπάρχει κάποια τυποποιημένη κατανομή που να πρέπει να χρησιμοποιείται υποχρεωτικά. Για παράδειγμα, στο ακόλουθο παρουσιάζονται δυο κοντινές παραλλαγές της ίδιας εκτίμησης [19].



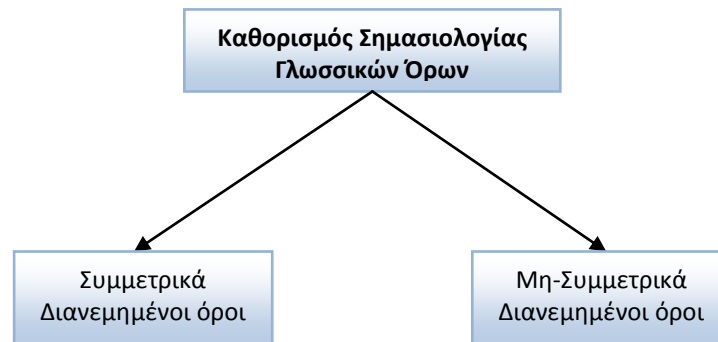
Σχήμα 8: Παραλλαγές Αναπαράστασης

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [36]

2. Για τον χρήστη δεν είναι πάντα δυνατό να καθορίσει ένα ασαφές σύνολο για κάθε αρχικό γλωσσικό όρο, διότι απαιτείται αρκετή ακρίβεια που ο χρήστης δε μπορεί πάντα να παρέχει [8].

Μια εναλλακτική δυνατότητα, που δεν χρησιμοποιεί ασαφή σύνολα, εισάγει τη σημασιολογία μέσα από τη δομή του συνόλου των γλωσσικών όρων.

Ειδικότερα, αυτό συμβαίνει όταν οι αποφασίζοντες παρέχουν τις αξιολογήσεις τους με τη χρησιμοποίηση ενός διαταγμένου συνόλου γλωσσικών όρων. Κάτω από αυτήν τη σημασιολογική προσέγγιση, ανάλογα με τη διανομή των γλωσσικών όρων σε μια κλίμακα $[0-1]$, υπάρχουν δύο πιθανότητες για τον καθορισμό της σημασιολογίας του συνόλου των γλωσσικών όρων [7, 9, 11].



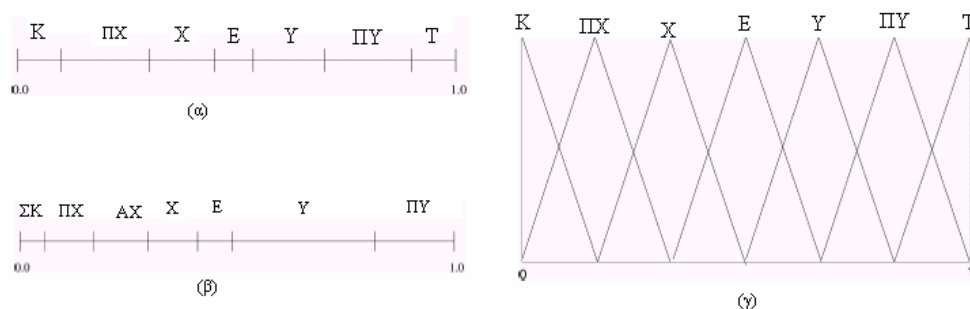
- Συμμετρικά διανεμημένοι όροι: Διατεταγμένα γλωσσικά σύνολα όρων, τα οποία διανέμονται σε μια κλίμακα με περιττό αριθμό στοιχείων, με το μεσαίο όρο να αντιπροσωπεύει μια αξιολόγηση “περίπου 0,5” και τους υπόλοιπους όρους να τοποθετούνται συμμετρικά γύρω από αυτόν. Κατόπιν, η σημασιολογία του συνόλου γλωσσικών όρων διαμορφώνεται από τη διατεταγμένη δομή του συνόλου όρων θεωρώντας ότι κάθε γλωσσικός όρος για το ζευγάρι (s_i, s_{r-i}) [32]. Αυτή η πρόταση μπορεί να καθοριστεί ρητά με την ανάθεση ενός υποτομέα της περιοχής αναφοράς $[0-1]$ σε κάθε γλωσσικό όρο (βλέπε Σχήμα 9.α).
- Μη-συμμετρικά διανεμημένοι όροι: Υποθέτει ότι μια υποπεριοχή της περιοχής αναφοράς μπορεί να περιέχει περισσότερες πληροφορίες από το υπόλοιπο της περιοχής [32]. Σε αυτήν την περίπτωση, η πυκνότητα των γλωσσικών όρων σε εκείνη την υποπεριοχή θα είναι μεγαλύτερη από την πυκνότητα στο υπόλοιπο της περιοχής αναφοράς, δηλαδή το διατεταγμένο σύνολο γλωσσικών όρων δεν θα διανεμόταν συμμετρικά. Τέτοια περίπτωση μπορεί να υπάρξει όταν για παράδειγμα υποτεθεί ότι απαιτείται ένα σύστημα ελέγχου θερμοκρασίας με μια πολύ ακριβή συμπεριφορά (βλέπε Σχήμα 9.β)

Για αυτές τις περιπτώσεις, προτάθηκε μια μέθοδος η οποία επηρεάζει τη σημασία η οποία καθορίζεται από τα μέρη του συνόλου των γλωσσικών όρων μέσω της λειτουργίας “negation” [32]. Αυτή η μέθοδος είναι σε θέση να αποδώσει μια σημασία για το σύνολο γλωσσικών όρων εάν ο χρήστης παρέχει τις τιμές της αντίθετης λειτουργίας για κάθε γλωσσικό όρο. Για το σύνολο των γλωσσικών όρων του σχήματος 9β, η λειτουργία “negation” είναι η εξής [32]:

Διαδικασία “negation” των γλωσσικών όρων σχήματος (9β)

- $Neg(\Sigma K) = Neg(\Pi X) = \{\Pi Y\}$
- $Neg(AX) = Neg(X) = \{Y\}$
- $Neg(E) = \{E\}$
- $Neg(Y) = \{AX, X\}$

- $Neg(\Pi Y) = \{\Sigma K, \Pi X\}$



Σχήμα 9 (α) Συμμετρικά Κατανεμημένο Σύνολο 7 Όρων
 (β) Μη Συμμετρικά Κατανεμημένο Σύνολο 7 Όρων
 (γ) Ενιαία Κατανεμημένο Σύνολο 7 Όρων

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [36]

Στο παραπάνω πλαίσιο, μια δυνατότητα για τη μείωση της πολυπλοκότητας καθορισμού των γλωσσικών όρων είναι η άμεση παροχή του συνόλου των όρων θεωρώντας όλους τους όρους ως πρωταρχικούς και κατανεμημένους σε μια κλίμακα στην οποία καθορίζεται η συνολική διάταξη [32,33]. Για παράδειγμα έστω ένα σύνολο S του οποίου το πλήθος των όρων είναι 7 και είναι το ακόλουθο:

$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$ όπου $s_1 =$ καθόλου, $s_2 =$ πολύ λίγο, $s_3 =$ λίγο, $s_4 =$ ενδιάμεσο, $s_5 =$ υψηλό, $s_6 =$ πολύ υψηλό. Επίσης ισχύει $s_a < s_b$ αν $a < b$

Σε τέτοιες περιπτώσεις απαιτείται από το σύνολο γλωσσικών όρων να ικανοποιεί τα παρακάτω επιπρόσθετα χαρακτηριστικά:

- Να υπάρχει ένας αρνητικός τελεστής π.χ. $neg(s_i) = s_j$
- $j = T - i$ ($T + 1$ είναι ο αριθμός των στοιχείων).
- Τελεστής μεγιστοποίησης: $\max(s_i, s_j) = s_i$ αν $s_i \geq s_j$
- Τελεστής ελαχιστοποίησης: $\min(s_i, s_j) = s_i$ αν $s_i \leq s_j$

Με αυτό τον τρόπο ορίζεται μία διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα. Πρέπει να σημειωθεί ότι σε μια τέτοια κλίμακα δεν ορίζονται οι συνηθισμένες αλγεβρικές πράξεις πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση, αλλά μόνο πράξεις που αφορούν τη διάταξη μεταξύ των όρων όπως μέγιστο και ελάχιστο. Κάθε συνηθισμένη πράξη δεν έχει νόημα, αυτό αποδεικνύεται με τα εξής παραδείγματα.

1. Έστω ότι έχουμε την κλίμακα $L = \{x_0 = \text{τίποτα}, x_1 = \text{μικρό}, x_2 = \text{μεσαίο}, x_3 = \text{μεγάλο}\}$, κάποιος άλλος την συμβολίσει ως εξής $L = \{x_{-6} = \text{τίποτα}, x_0 = \text{μικρό}, x_8 = \text{μεσαίο}, x_{12} = \text{μεγάλο}\}$ γιατί όπως έχουμε αναφέρει μόνο η διάταξη μετράει. Σε αυτή την περίπτωση είναι

φανερό ότι οι δείκτες δεν είναι αριθμοί αλλά “ετικέτες” και δεν πρέπει να ορίζονται πράξεις που δεν έχουν σχέση με τη διάταξη μεταξύ των όρων της κλίμακας.

2. Ένα δεύτερο παράδειγμα ίσως είναι πιο διαφωτιστικό. Έχουμε μια κλίμακα $L = \{x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4\}$. Την ίδια κλίμακα κάποιος άλλος τη συμβολίζει $L = \{x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_{10} = 4\}$ δηλαδή όπου η γλωσσική μεταβλητή x_4 της πρώτης κλίμακας βάζει την ισοδύναμη γλωσσική μεταβλητή x_{10} στην δεύτερη κλίμακα καθώς έχει αυτό το δικαίωμα αφού μόνο η διάταξη μετράει. Τότε για την πρώτη κλίμακα θα είχαμε :

$$\frac{x_0 + x_4}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2 < \frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$$

αν μεταχειριζόμασταν τους όρους της κλίμακας σαν αριθμούς. Για τη δεύτερη κλίμακα θα είχαμε :

$$\frac{x_0 + x_{10}}{2} = \frac{0 + 10}{2} = 5 > \frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$$

το οποίο είναι αντίθετο με το αποτέλεσμα της πρώτης κλίμακας. Άρα είναι εμφανές ότι οι συνηθισμένες πράξεις δεν ορίζονται σε αυτές τις κλίμακες. Η θεώρηση μόνο της διάταξης στις πράξεις αποτελεί τη βάση όλων των εργασιών που έχουν γίνει σε διακριτές και διατεταγμένες κλίμακες.

Στις διακριτές και διατεταγμένες κλίμακες η διαφορά μεταξύ δυο όρων της κλίμακας δεν εμπεριέχει κανένα φυσικό νόημα. Άρα, και η απόσταση μεταξύ δυο όρων δεν έχει καμία φυσική έννοια και δεν ορίζεται. Η πληροφορία που δίνει η διάταξη των όρων δεν εμπεριέχει καμία πληροφορία σχετικά με την απόσταση των όρων της κλίμακας. Δεν μπορεί, δηλαδή, να ειπωθεί ότι στην παρακάτω κλίμακα γλωσσικών όρων $L = \{x_0 = \text{άποτα}, x_1 = \text{μικρό}, x_2 = \text{μεσαίο}, x_3 = \text{μεγάλο}\}$ το “μικρό” απέχει από το “μεσαίο” όσο το “μεσαίο” από το “μεγάλο”. Δεν μπορεί να καθοριστεί πόσο διαφορετικό είναι το “μικρό” από το “μεσαίο”, δηλαδή δεν μπορεί να καθοριστεί πόσο πρέπει να αυξηθεί το “μικρό” για να γίνει “μεσαίο”. Αν χρησιμοποιηθεί η κλίμακα L για να αξιολογηθεί η άνεση ενός αυτοκίνητου δεν μπορεί να προσδιορισθεί πόσο μεγαλύτερη είναι η άνεση ενός αυτοκίνητου με “μέση” άνεση σε σχέση με ένα άλλο με “μικρή” άνεση. Διαφορετικοί αποφασίζοντας μπορεί να δίνουν διαφορετική ερμηνεία για τους όρους της κλίμακας.

2.2.5 Επιλογή Αθροιστικού Τελεστή

Το επόμενο βήμα για την ανάλυση αποφάσεων με γλωσσικούς όρους είναι η επιλογή του αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας.

Εδώ εμφανίζεται ένας σημαντικός περιορισμός των σχετιζόμενων προσεγγίσεων εξαιτίας του γεγονότος ότι οι υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην εξειδικευμένη βιβλιογραφία παρουσιάζουν ένα σύνθημα μειονέκτημα, την «απώλεια δεδομένων», η οποία ουσιαστικά περιλαμβάνει την έλλειψη ακρίβειας στα τελικά αποτελέσματα. Αυτές οι υπολογιστικές τεχνικές είναι οι ακόλουθες [34,35]:

- Προσέγγιση Προέκτασης: Γίνονται πράξεις με ασαφείς αριθμούς που υποστηρίζουν τη σημασιολογία των γλωσσολογικών όρων.
- Συμβολική Προσέγγιση: Γίνονται υπολογισμοί με τις ετικέτες των γλωσσικών όρων.
- Μοντέλο Διπλής Αναπαράστασης: Αφορά σε προσέγγιση που σαν στόχο έχει να ξεπερνά αυτόν τον περιορισμό της έλλειψης ακρίβειας, μέσα από την αντιπροσώπευση της γλωσσολογικής πληροφορίας με ένα ζεύγος τιμών, συνθετιμένο από ένα γλωσσικό όρο και έναν αριθμό. Το κύριο πλεονέκτημα αυτής της αντιπροσώπευσης είναι ότι είναι συνεχής στο πεδίο της και ως εκ τούτου μπορεί να εκφράσει οποιαδήποτε μετρήσιμη πληροφορία μέσα στο σύμπαν της ομιλίας. Μέσω αυτού του αντιπροσωπευτικού προτύπου, παρουσιάζονται υπολογιστικές τεχνικές που δεν έχουν απώλεια δεδομένων

Το βασικό στοιχείο που κατηγοριοποιεί τα πολυκριτηριακά προβλήματα είναι η δομή της γλωσσικής πληροφορίας. Υπάρχουν δυο κατηγορίες: 1) Διακριτή και Διατεταγμένη κλίμακα όπου εκεί ανήκει η Προσέγγιση Προέκτασης, Συμβολικής Προσέγγιση και το Μοντέλο της διπλής Αναπαράστασης, 2) Ασύμμετρη κλίμακα όπου εκεί ανήκει μόνο το Μοντέλο της Διπλής Αναπαράστασης. Στα ακόλουθα κεφάλαια γίνεται η ανάλυση των παραπάνω τεχνικών.

Βιβλιογραφία 2^{ου} Κεφαλαίου

- [1] Dubois D, Prade H. (1980), "Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications", Academic Press. New York.
- [2] Zadeh LA. (1965), "Fuzzy sets", Information and Control, 8: 338-353.
- [3] Cornelissen AMG, Van den Berg J, Koops WJ, Grossman M, Udo HMJ. (2001), "Assessment of the contribution of sustainability indicators to sustainable development: a novel approach using fuzzy set theory", Agriculture, Ecosystems and Environment 86: 173-185.
- [4] Dunn EG, Keller JM, Marks LA, Ikerd JE, Fader PD, Godsey LD. (1995), "Extending the application of fuzzy sets to the problem of agricultural sustainability", IEEE Proceedings of ISUMA-NAFIPS '95, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, pp. 497- 502.
- [5] Zadeh, L. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, SMC-3(1), 28-44.
- [6] Zadeh L. (1975a). "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Part 1", Information Sciences, 8(3), 199-249.
- [7] Bordogna G, Fedrizzi M, Passi G. (1997), "A linguistic modelling of consensus in group decision making based on OWA operators", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 27: 126-132.
- [8] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1995), "A. sequential selection process in group decision making with linguistic assessment", Information Science, 85: 223-239.
- [9] Buckley, JJ. (1984), "The multiple judge, multiple criteria ranking problem: a fuzzy set approach", Fuzzy Sets and Systems, 13: 23 -37.
- [10] Chang P, Chen Y. (1994), "A fuzzy multicriteria decision making method for technology transfer strategy selection in biotechnology", Fuzzy Sets and Systems 63: 131-139.
- [11] Yager RR. (1993), "Non-numeric multi-criteria multi-person decision making", Group Decision Negotiation, 2: 81-93.
- [12] Yager RR, Goldstein LS, Mendels E. (1994), "FUZMAR: an approach to aggregating market research data based on fuzzy reasoning", Fuzzy Sets and Systems, 68: 1-11.
- [13] Lee HM. (1996), "Group decision making using fuzzy sets theory for evaluating the rate of aggregative risk in software development", Fuzzy Sets and Systems, 80: 261-271.
- [14] Law CK. (1996), "Using fuzzy numbers in educational grading system", Fuzzy Sets and Systems, 83: 311-323.
- [15] Levrat L, Voisin A, Bombardier S, Bremont J. (1997), "Subjective evaluation of car seat comfort with fuzzy set techniques", Internat. J. Intell. Systems, 12: 891-913.

- [16] Chen SM. (1997), "A new method for tool steel materials selection under fuzzy environment", *Fuzzy Sets and Systems*, 92: 265 - 274.
- [17] Herrera F, Lopez E, Mendaña C, Rodriguez MA. (2001), "A linguistic decision model for personnel management solved with a linguistic biojective genetic algorithm", *Fuzzy Sets and Systems*, 118(1): 47 - 64.
- [18] Chiclana F, Herrera F, Herrera-Viedma E. (1998), "Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations", *Fuzzy Sets and Systems* 97: 33-48.
- [19] Herrera F, Herrera-Viedma E, Martinez L. (2000), "A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making", *Fuzzy Sets and Systems*, 114: 43-58.
- [20] Kacprzyk J, Fedrizzi M. (1990), "Multiperson Decision Making Models Using Fuzzy Sets and Possibility Theory", Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [21] Roubens M. (1997), "Fuzzy sets and decision analysis", *Fuzzy Sets and Systems*, 90: 199-206.
- [22] Zadeh LA. (1975) "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning - Part I", *Information Science* 8: 199-249.
- [23] Zadeh LA. (1975) "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning - Part II", *Information Science* 8: 301-357.
- [24] Bonissone PP, Decker KS. (1986), "Selecting uncertainty calculi and granularity: an experiment in trading of precision and complexity, in: L.H. Kanal, J.F. Lemmer (Eds.), *Uncertainty in Artificial Intelligence*, North-Holland, Amsterdam, pp. 217-247.
- [25] Miller GA. (1956), "The magical number seven or minus two: some limits on our capacity of processing information", *Psychological Review*, 63: 81-97.
- [26] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1996), "A model of consensus in group decision making under linguistic assessments", *Fuzzy Sets and Systems*, 79: 73-87.
- [27] Bordogna G, Passi G. (1993), "A fuzzy linguistic approach generalizing boolean information retrieval: a model and its evaluation", *J. Amer. Soc. Inform. Sci.* 44: 70 - 82.
- [28] Bonissone PP. (1982), "A fuzzy sets based linguistic approach: theory and applications", in: M.M. Gupta, E. Sanchez (Eds.), *Approximate Reasoning in Decision Analysis*, North-Holland, Amsterdam, pp. 329-339.
- [29] Delgado M, Verdegay JL, Vila MA. (1992), "Linguistic decision making models", *International Journal of Intelligent Systems*, 7: 479 - 492.
- [30] Tong M, Bonissone PP. (1980), "A linguistic approach to decision making with fuzzy sets", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 10: 716-723.
- [31] Tong M, Bonissone PP. (1984), "Linguistic solutions to fuzzy decision problems", *Stud. Management Sci.* 20: 323-334.

- [32] Delgado M, Herrera F, Herrera-Viedma E, Martinez L. (1998), "Combining linguistic and numerical information in group decision making", *Information Science*, 7: 177-194.
- [33] Yager RR. (1995), "An approach to ordinal decision making", *International Journal of Approximate Reasoning*, 12: 237-261.
- [34] Delgado M, Verdegay JL, Vila MA. (1993), "On aggregation operations of linguistic labels", *International Journal of Intelligent Systems*, 8: 351–370.
- [35] Herrera F, Martinez L. (2000), "A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words", *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 8(6):746–752.
- [36] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998), "Choice processes for non-homogeneous group decision making in linguistic setting", *Fuzzy Sets and Systems*, 94(3): 287-308.

Κεφάλαιο 3^ο

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΝΑΘΡΟΙΣΗΣ ΣΕ ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΕΤΑΓΜΕΝΗ ΚΛΙΜΑΚΑ

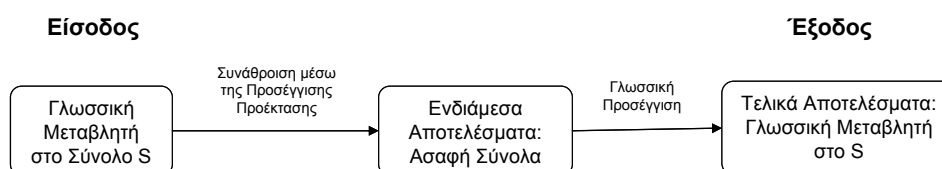
3.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΟΡΩΝ

3.1.1 Προσέγγιση Προέκτασης

Η προσέγγιση της προέκτασης έχει εισαχθεί για να μετατρέπει αριθμητικές τιμές σε ασαφή σύνολα. Όμως, είναι γνωστό ότι χρησιμοποιώντας εκτεταμένες αλγεβρικές πράξεις για να χειριστεί κανείς τα ασαφή σύνολα, η ασάφεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται βήμα με το βήμα και το σχήμα της συνάρτησης συσχέτισης δεν μένει σταθερό όταν οι γλωσσικές μεταβλητές είναι αλληλεπιδρούσες. Έτσι, τα τελικά αποτελέσματα αυτών των μεθόδων είναι ασαφή σύνολα τα οποία δεν αντιστοιχούν σε καμία ετικέτα στο αρχικό σύνολο γλωσσικών όρων. Ουσιαστικά δηλαδή η αρχή της προέκτασης με ασαφή σύνολα έχει σαν αποτέλεσμα ασαφή σύνολα, τα οποία είναι δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τον αποφασίζοντα.

Αν τελικά επιθυμείται να υπάρχει μια ετικέτα, απαιτείται μια γλωσσική προσέγγιση. Η γλωσσική προσέγγιση έγκειται στο να βρεθεί μια ετικέτα της οποίας το νόημα είναι το ίδιο με το πιο κοντινό νόημα του ασαφούς συνόλου χωρίς ετικέτα, το οποίο δημιουργείται από το μοντέλο γλωσσικού υπολογισμού. Δεν υπάρχει γενική μέθοδος για τον συσχετισμό μιας ετικέτας με ένα ασαφές σύνολο.

Μια γλωσσική συνάθροιση βασισμένη στην αρχή της προέκτασης ενεργεί σύμφωνα με το παρακάτω σχέδιο.



Σχήμα 1: Διαδικασία Προσέγγισης Προέκτασης

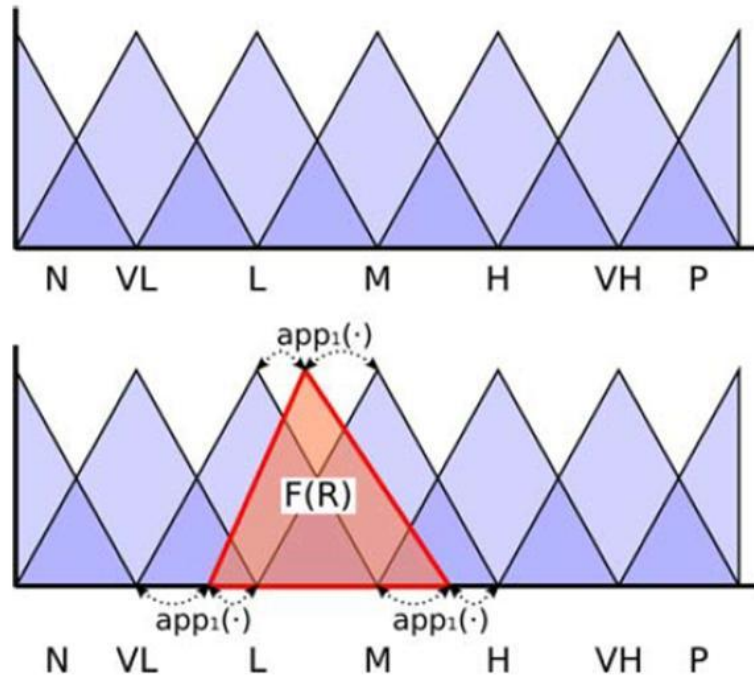
Πηγή: Herrera F, Martinez L. (1999) [20]

Ουσιαστικά, ένας γλωσσολογικός τελεστής βασισμένος στην αρχή της προέκτασης ορίζεται ως εξής [1, 2]:

$$S^n \xrightarrow{\bar{F}} F(R) \xrightarrow{apR(\cdot)} S, \text{ όπου:}$$

- S είναι το αρχικό σύνολο γλωσσικών όρων.
- S^n συμβολίζει το n Καρτεσιανό γινόμενο του S .
- \bar{F} είναι ένας τελεστής συνάθροισης που βασίζεται στην αρχή της προέκτασης.
- $F(R)$ είναι το σύνολο των ασαφών συνόλων επάνω από το σύνολο των πραγματικών αριθμών R .

- $app_1(\cdot)$ είναι η συνάρτηση γλωσσολογικής προσέγγισης που επιστρέφει μία ετικέτα στο σύνολο γλωσσολογικών όρων S , του οποίου η σημασία είναι η κοντινότερη στον παραγόμενο ασαφή αριθμό χωρίς ετικέτα.



Σχήμα 2: Αναπαράσταση Συνάρτησης Γλωσσικής Προσέγγισης

3.1.2 Συμβολική Προσέγγιση

Μία δεύτερη προσέγγιση που χρησιμοποιείται για να λειτουργήσει με γλωσσικές πληροφορίες είναι η συμβολική, η οποία δρα μέσω άμεσου υπολογισμού στις ετικέτες, λαμβάνοντας υπόψη το νόημα και τα χαρακτηριστικά τέτοιων γλωσσικών μεταβλητών. Υποθέτει ότι το σύνολο γλωσσικών όρων είναι μια διατεταγμένη δομή ενιαία, κατανεμημένη σε μια κλίμακα $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ όπου $s_i < s_j$ εάν $i < j$.

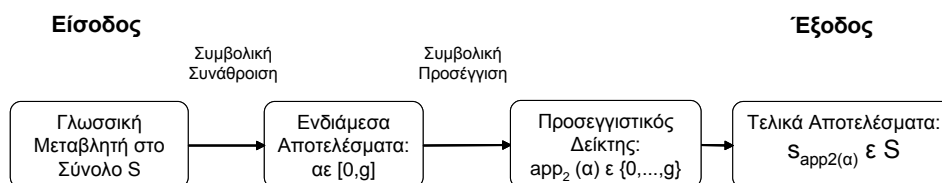
Τα ενδιάμεσα αποτελέσματα είναι αριθμητικές τιμές, $a \in [0, g]$, τα οποία πρέπει να προσεγγιστούν σε κάθε βήμα της διαδικασίας μέσω της προσεγγιστικής συνάρτησης $app_2 : [0, g] \rightarrow \{0, \dots, g\}$, που παράγει μία αριθμητική τιμή, τέτοια που να υποδηλώνει το δείκτη του σχετικού γλωσσολογικού όρου $s_{app_2(a)} \in S$. Τυπικά, μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$S^n \xrightarrow{C} [0, g] \xrightarrow{app_2(\cdot)} \{0, \dots, g\} \rightarrow S, \text{ όπου:}$$

- C είναι ο τελεστής συμβολικής γλωσσολογικής προσέγγισης,

- $app_2(\cdot)$ είναι η συνάρτηση γλωσσικής προσέγγισης που χρησιμοποιείται για να προκύψει ένας δείκτης $\{0, \dots, g\}$ σχετιζόμενος με έναν όρο στο $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ από μία τιμή στο $[0, g]$.

Μια γλωσσική συνάθροιση βασισμένη στη συμβολική προσέγγιση ενεργεί σύμφωνα με το παρακάτω σχέδιο.



Σχήμα 3: Διαδικασία Συμβολικής Προσέγγισης

Πηγή: Herrera F, Martinez L. (1999) [20]

3.1.3 Μοντέλο Διπλής Αναπαράστασης

Η γλωσσική ανάλυση σήμερα εστιάζεται στην ανάπτυξη συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων που να είναι ικανά να διαχειριστούν γλωσσολογική πληροφορία μέσα σε πολυκριτηριακά προβλήματα, επιτυγχάνοντας ταυτόχρονα την αποφυγή οποιασδήποτε απώλειας πληροφορίας. Αυτός είναι και ο στόχος του νέου μοντέλου διπλής αναπαράστασης της γλωσσολογικής πληροφορίας των Herrera et al. [3,4].

Πιο συγκεκριμένα:

- Έστω $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ ένα σύνολο γλωσσικών στοιχείων. Εάν μια συμβολική μέθοδος, η οποία αθροίζει γλωσσικές πληροφορίες λάβει μια τιμή $\beta \in [0, g]$, αλλά ισχύει $\beta \notin \{0, \dots, g\}$, τότε χρησιμοποιείται μια προσεγγιστική συνάρτηση $app_2(\cdot)$ για να εκφράσει το αποτέλεσμα της άθροισης στο σύνολο S .
- Έστω β το αποτέλεσμα της άθροισης ενός συνόλου γλωσσικών ορών που έχουν εκφραστεί σε μια γλωσσική κλίμακα S , για παράδειγμα, έστω β το αποτέλεσμα μιας συμβολικής άθροισης, όπου $\beta \in [0, g]$, και $(g + 1)$ το πλήθος των στοιχείων του S .
- Αν $i = round(\beta)$ και $\alpha = \beta - i$ δύο τιμές έτσι, ώστε $i \in [0, g]$ και $\alpha \in [-0.5, 0.5)$, τότε η τιμή α καλείται συμβολική μετάφραση.

Η συμβολική μετάφραση ενός γλωσσικού όρου, s_i , είναι δηλαδή μια αριθμητική τιμή στο διάστημα $[-0.5, 0.5)$, η οποία υποδηλώνει τη “διαφοροποίηση της πληροφορίας” ανάμεσα στη μετρούμενη τιμή $\beta \in [0, g]$ που λαμβάνεται κατόπιν μιας συμβολικής συνάθροισης, και της πλησιέστερης τιμής στο $\{0, \dots, g\}$, που δηλώνει το περιεχόμενο του πλησιέστερου γλωσσικού όρου στο $S(i = round(\beta))$.

Από την άποψη αυτήν, αναπτύχθηκε ένα μοντέλο γλωσσικής απεικόνισης, το οποίο απεικονίζει τη γλωσσική πληροφορία μέσω δύο στοιχείων, των (s_i, a_i) , με $s_i \in S$ και $a_i \in [-0.5, 0.5)$, τέτοια ώστε:

- Το s_i αντιπροσωπεύει τη γλωσσική προέλευση της πληροφορίας.
- Το a_i αποτελεί μια αριθμητική τιμή, η οποία εκφράζει την απόδοση της μετάφρασης από το αρχικό αποτέλεσμα β στο πλησιέστερο όρο i στο σύνολο γλωσσικών στοιχείων (s_i) , δηλαδή τη συμβολική μετάφραση.

Το παραπάνω μοντέλο ορίζει ένα σύνολο συναρτήσεων μετάφρασης ανάμεσα σε γλωσσικούς όρους και στη διπλή αναπαράσταση, και ανάμεσα σε αριθμητικές τιμές και στη διπλή αναπαράσταση. Αν $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ είναι ένα σύνολο γλωσσικών όρων και $\beta \in [0, g]$ μια τιμή που αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα μιας συμβολικής συνάθροισης, τότε η διπλή αναπαράσταση που εκφράζει την ισοδύναμη με το β πληροφορία λαμβάνεται από την ακόλουθη συνάρτηση:

- $\Delta(\beta) = (s_i, \alpha)$, με $\begin{cases} s_i \\ a = \beta - i \end{cases}$, $i = \text{round}(\beta)$, $\alpha_i \in [-0.5, 0.5)$, όπου $\text{round}(\cdot)$ η συνήθης συνάρτηση στρογγυλοποίησης, το περιεχόμενο του s_i είναι το πλησιέστερο στο β και το a είναι η τιμή της συμβολικής μετάφρασης.
- Υπάρχει πάντοτε μια συνάρτηση Δ^{-1} τέτοια, ώστε από 2-tuple να επιστρέφει την αντίστοιχη αριθμητική της αξία $\beta \in [0, g] \subset \mathfrak{R}$. Υπό το πρίσμα αυτό, ορίζεται η ακόλουθη συνάρτηση:

- $\Delta^{-1} : S \times [-.5, .5) \rightarrow [0, g]$.
- $\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha = \beta$.

Επιπλέον, η αντιστροφή της διπλής αναπαράστασης μπορεί να οριστεί σαν $n(s_i, a) = \Delta[g - \Delta^{-1}(s_i, a)]$, όπου $(g + 1)$ είναι το πλήθος της διατεταγμένης γλωσσικής κλίμακας $S = \{s_0, \dots, s_g\}$.

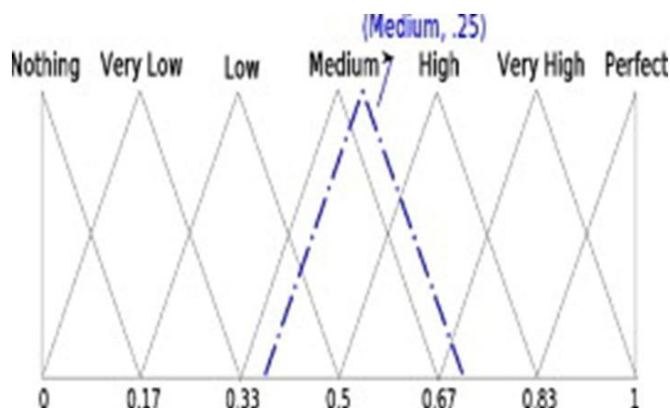
Επιπρόσθετα, η σύγκριση δύο γλωσσικών πληροφοριών που απεικονίζονται με τη διπλή αναπαράσταση γίνεται λαμβάνοντας υπόψη τη διάταξη των γλωσσικών μεταβλητών. Έστω (s_k, a_1) και (s_l, a_2) δύο αναπαραστάσεις γλωσσικής πληροφορίας. Η σύγκριση τότε γίνεται ως ακολούθως:

- Αν $k < l$ τότε $(s_k, a_1) < (s_l, a_2)$.

- Αν $k = l$ τότε, τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ισχύουν:
 1. Αν $a_1 = a_2$ τότε $(s_k, a_1) = (s_l, a_2)$ που σημαίνει ότι αναπαριστούν την ίδια πληροφορία.
 2. Αν $a_1 < a_2$ τότε $(s_k, a_1) < (s_l, a_2)$.
 3. Αν $a_1 > a_2$ τότε $(s_k, a_1) > (s_l, a_2)$.

Ένα παράδειγμα της διπλής αναπαράστασης είναι αν υποθέσουμε τη γλωσσική κλίμακα $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$ και το γλωσσικό αθροιστικού τελεστή, με αποτέλεσμα την τιμή $\beta = 2.8$. Τότε, η διπλή απεικόνιση της πληροφορίας $\beta = 2.8$ είναι η $\Delta(2.8) = (s_3, -0.2)$.

Ένα επιπλέον παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε την γλωσσική κλίμακα $S = \{s_0 : \text{Nothing}, s_1 : \text{Very Low}, s_2 : \text{Low}, s_3 : \text{Medium}, s_4 : \text{High}, s_5 : \text{Very High}, s_6 : \text{Perfect}\}$, και $\beta = 3.25$. Τότε η διπλή απεικόνιση της πληροφορίας $\beta = 3.25$ είναι $(\text{Medium}, 0.25)$.



Σχήμα 4: Γλωσσική αναπαράσταση 2 tuple

Με βάση την αρχή ότι η συνάθροιση γλωσσικών πληροφοριών πρέπει να έχει σαν αποτέλεσμα την επίτευξη μίας τιμής που αθροίζει τις προηγούμενες, έτσι και στη διπλή απεικόνιση η συνάθροιση μίας ομάδας διπλών αναπαραστάσεων πρέπει να είναι πάλι μια διπλή αναπαράσταση. Κάθε αριθμητικός αθροιστικός τελεστής μπορεί να επεκταθεί ώστε να συνδυάζει διπλές αναπαραστάσεις και να καταλήγει σε ένα αποτέλεσμα διπλής αναπαράστασης, με τη βοήθεια και των συναρτήσεων Δ και Δ^{-1} , όπως προσδιορίστηκαν παραπάνω. Σε αυτό το πλαίσιο, οι τελεστές του αριθμητικού μέσου και του σταθμισμένου μέσου όρου, με βάση τη διπλή αναπαράσταση μπορούν να οριστούν ως εξής:

- Έστω $x = \{(x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων. Ο αριθμητικός μέσος διπλής αναπαράστασης ορίζεται ως:

$$M((x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)) = \Delta \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta^{-1}(x_i, a_i) \right] = \Delta \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \right].$$

και επιτρέπει να γίνονται υπολογισμοί χωρίς να χάνεται πληροφορία.

- Έστω $x = \{(x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)\}$ ένα σύνολο από διπλές αναπαραστάσεις και $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ με $w_i \geq 0$ να είναι τα σχετιζόμενα βάρη τους. Ο διπλής αναπαράστασης σταθμισμένος μέσος όρος είναι:

$$M((x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)) = \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta^{-1}(x_i, a_i)) \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \right] = \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^n \beta_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \right].$$

3.2 ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΣΥΝΑΘΡΟΙΣΗΣ

Στη διεθνή βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφορα είδη τελεστών συνάθροισης γλωσσικής πληροφορίας, όπως τελεστές μη σταθμισμένης και σταθμισμένης γλωσσικής πληροφορίας [5].

3.2.1 Τελεστής LOWA

Ο τελεστής LOWA = Linguistic Ordered Weighted Average, [5], ο οποίος συναθροίζει γλωσσικές πληροφορίες με βάση μία δέσμη κριτηρίων ίδιας βαρύτητας ορίζεται ως ακολούθως.

Έστω ότι $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ είναι ένα σύνολο από ετικέτες που πρέπει να αθροιστούν. Τότε ο τελεστής LOWA, Φ , ορίζεται ως εξής:

$$\Phi(a_1, \dots, a_m) = W \cdot B^T = \beta^m \{w_k, b_k, k = 1, \dots, m\} = w_1 \cdot b_1 + (1 - w_1) \cdot \beta^{m-1} \{b_h, b_h, h = 2, \dots, m\}$$

Όπου $W = \{W_1, \dots, W_m\}$ είναι το διάνυσμα βαρών τέτοιο ώστε:

- $w_i \in [0,1]$
- $\sum_i w_i = 1$
- $\beta_h = \frac{w_h}{\sum_2^m w_k}, h = 2, \dots, m$

Και $B = \{b_1, \dots, b_m\}$ είναι ένα διάνυσμα σχετισμένο με το A κατά τέτοιο τρόπο ώστε:

$$B = \sigma(A) = \{\alpha_{\sigma(1)}, \dots, \alpha_{\sigma(m)}\}, \text{ όπου:}$$

- $\alpha_{\sigma(i)} \leq \alpha_{\sigma(j)}$ για κάθε $i \leq j$ και το σ είναι μια αντιμετάθεση για το σύνολο των ετικετών A .
- β^m είναι ο κυρτός τελεστής συνδυασμού των m ετικετών.

Σε περίπτωση που $m = 2$, τότε ορίζεται ως εξής:

$$\beta^2 \{w_i, b_i, k = 1, 2\} = w_1 \cdot s_j + (1 - w_1) \cdot s_i = s_k \text{ με } s_j, s_i \in S(j \geq i) \text{ έτσι ώστε:}$$

$$k = \min\{T, i + \text{round}(w_i \cdot (j - i))\}, \text{ όπου:}$$

- round είναι η συνηθισμένη λειτουργία στρογγυλοποίησης.

$$\text{Και } b_1 = s_j, b_2 = s_i$$

Αν $w_j = 1$ και $w_i = 0$ με $j \neq i$ για κάθε i τότε ο κυρτός συνδυασμός ορίζεται ως:

$$\beta^m \{w_i, b_i, i = 1, \dots, m\} = b_j$$

3.2.2 Ποσοτικοποιητής YAGER

Ο υπολογισμός τώρα του διανύσματος βαρών του τελεστή LOWA, W , είναι ένα βασικό πρόβλημα που πρέπει να λυθεί. Μια πιθανή λύση είναι ότι τα βάρη αντιπροσωπεύουν την έννοια της ασαφούς πλειοψηφίας στη συνάθροιση του τελεστή LOWA χρησιμοποιώντας ένα ασαφή γλωσσικό ποσοτικοποιητή. Ο Yager πρότεινε ένα διαφανή τρόπο να υπολογιστούν τα βάρη με τη βοήθεια ενός ασαφούς γλωσσικού ποσοτικοποιητή, ο οποίος, στην περίπτωση του μη-φθίνοντα αναλογικού ασαφούς γλωσσικού ποσοτικοποιητή Q , δίνεται από αυτήν την έκφραση [6]:

$$w_i = Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{(i-1)}{n}\right) \text{ όπου } i = 1, \dots, n \text{ (} n \text{ ο αριθμός των εναλλακτικών)}$$

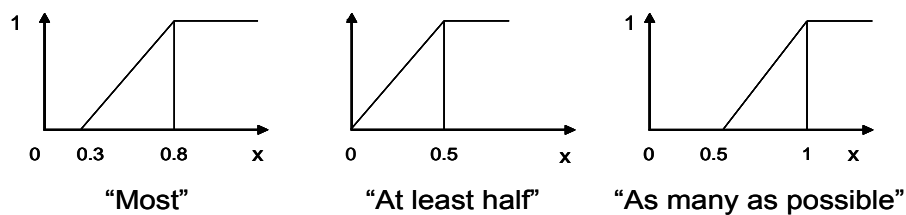
$$Q_{(r)} = \begin{cases} 0 & , \alpha \nu \ r < a \\ \frac{r-a}{b-a} & , \alpha \nu \ a \leq r \leq b \text{ , } \mu \epsilon \ a, b, r \in [0,1] \\ 1 & , \alpha \nu \ r > b \end{cases}$$

Μερικά παραδείγματα των μη-φθινόντων αναλογικών ασαφών γλωσσικών ποσοτικοποιητών, είναι τα ακόλουθα:

- “Most” (0.3, 0.8): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις ενδιάμεσες αποδόσεις,
- “At least half” (0, 0.5): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις υψηλές αποδόσεις,
- “As many as possible” (0.5, 1): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις χαμηλές αποδόσεις.

Ο πρώτος αριθμός μέσα σε κάθε παρένθεση συμβολίζει το κάτω όριο (a) και ο δεύτερος αριθμός το πάνω όριο (b).

Όταν ένας ασαφής γλωσσικός ποσοτικοποιητής, Q , χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τα βάρη του τελεστή LOWA, Φ , τότε συμβολίζεται με Φ_Q .



Σχήμα 5: Ασαφείς Γλωσσικοί Ποσοτικοποιητές

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [21]

3.2.3 Τελεστής Σταθμισμένης Πληροφορίας

LWA = Linguistic Weighted Average, είναι ο τελεστής σταθμισμένης πληροφορίας.

Ακολουθώντας τις μελέτες του Cholewa [7] και το μοντέλο συνάθροισης του Montero [8], για τη συνάθροιση σταθμισμένης πληροφορίας πρέπει να ορίζονται δύο τελεστές, οι ακόλουθοι:

- Ο τελεστής συνάθροισης των βαρών της πληροφορίας.
- Ο τελεστής συνάθροισης της σταθμισμένης πληροφορίας (πληροφορία συνδυασμένη με βάρη).

Η πρώτη πτυχή συνίσταται στην απόκτηση ενός συλλογικού βαθμού σπουδαιότητας από μεμονωμένους βαθμούς σπουδαιότητας, ο οποίος χαρακτηρίζει το τελικό αποτέλεσμα του τελεστή συνάθροισης.

Από την άλλη μεριά, η συνάθροιση σταθμισμένης πληροφορίας εμπλέκει το μετασχηματισμό της σταθμισμένης πληροφορίας με βάση τα βάρη. Η μορφή του μετασχηματισμού εξαρτάται από τον τύπο της συνάθροισης της σταθμισμένης πληροφορίας που επιτελείται. Οι γενικές ιδιότητες που οποιαδήποτε συνάρτηση μετασχηματισμού σπουδαιότητας g που πρέπει να ικανοποιεί, για οποιονδήποτε τύπο τελεστή συνάθροισης, είναι οι ακόλουθες [5]:

1. Αν $a > b$ τότε $g(w, a) \geq g(w, b)$
2. Η $g(w, a)$ είναι μονότονη στο W
3. $g(0, a) = ID$
4. $g(1, a) = a$

με τα:

- $a, b \in [0,1]$ να εκφράζουν την ικανοποίηση προς το κριτήριο,
- $w \in [0,1]$ το βάρος που σχετίζεται με το κριτήριο, και
- ID , ένα στοιχείο ταυτότητας, που είναι τέτοιο ώστε εάν το προσθέσουμε στις συναθροίσεις δεν αλλάζει την τιμή συνάθροισης.

Σε αυτό το πλαίσιο, παραδείγματα συναρτήσεων σύζευξης των βαρών με τις αποδόσεις είναι τα ακόλουθα [5]:

- Kleene – Dienes's: $LI_1^{\rightarrow} = \max(Neg_{(w,a)})$
- Godels: $LI_2^{\rightarrow}(w, a) = \begin{cases} s_T, w \leq a \\ a, w > a \end{cases}$
- Fodor's: $LI_3^{\rightarrow}(w, a) = \begin{cases} s_T, w \leq a \\ \max(Neg_{(w,a)}), w > a \end{cases}$
- Lukasiewicz's: $LI_3^{\rightarrow}(w, a) = \begin{cases} s_T, w \leq a \\ \max(w - a), w > a \end{cases}$

όπου $w - a = s_h \in S$, με $w = s_l$, $a = s_t$ και $l = t + h$

3.3 Χρήση του Μοντέλου Διπλής Αναπαράστασης στη Συμβολική Προσέγγιση

Η πρωτότυπη μεθοδολογία που παρουσιάζεται από τους Doukas et all [9] στηρίζεται στον τελεστή LOWA, με την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών να γίνεται με βάση την διπλή αναπαράσταση, για να αποφευχθεί η χρήση του τελεστή στρογγυλοποίησης που οδηγεί σε απώλεια πληροφορίας. Σκοπός της χρήσης της μεθόδου είναι η αναγνώριση εκείνων των προτάσεων που εξυπηρετούν σε μεγαλύτερο βαθμό τα χαρακτηριστικά των εμπλεκομένων. Ο “2-tuple LOWA” μπορεί να οριστεί ως ακολούθως:

- Έστω $A = \{(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο γλωσσικών αναπαραστάσεων, τέτοιο ώστε $(r_i, a_i) \in S \times [-0.5, 0.5]$. Το διάνυσμα άθροισης για τη διπλή αναπαράσταση, όπως παρουσιάστηκε παραπάνω (LOWA), γίνεται ως εξής:

$$EC^m \{w_i (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}), j = 1, \dots, m\} = \Delta \left(w_1 \cdot \Delta^{-1} (r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(2)}) + (1 - w_1) \cdot \Delta^{-1} (EC^{m-1} \{ \eta_h (r_{\sigma(h)}, a_{\sigma(h)}), h = 2, \dots, m \}) \right)$$

Όπου $\eta_h = \frac{w_h}{\sum_{k=2}^m w_k}$, $h = 2, \dots, m$ και $W = [w_1, \dots, w_m]$ είναι το διάνυσμα των βαρών σε σχέση

με το A , τέτοιο ώστε:

- $w_i \in [0, 1]$
- $\sum w_i = 1$
- $B = \{(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}), \dots, (r_{\sigma(m)}, a_{\sigma(m)})\}$ είναι ένα διατεταγμένο σύνολο του A , τέτοιο ώστε, $(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}) \leq (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)})$.

Με βάση τα παραπάνω, οι υπολογισμοί γίνονται ως ακολούθως:

$$EC^m \{w_i (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}), j = 1, \dots, m\} = \Delta \left(\sum_{\tau=1}^m w_i \Delta^{-1} (r_{\sigma(\tau)}, a_{\sigma(\tau)}) \right) = \Delta \left(\sum_{\tau=1}^m w_i \beta_{\sigma(\tau)} \right)$$

όπου $\beta_{\sigma(i)} = \Delta^{-1} (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$

Αν $m = 2$, τότε ορίζεται ως εξής:

$$EC^2 \{w_i (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, 2\} = \Delta \left(w_1 \cdot \Delta^{-1} (r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}) + (1 - w_1) \cdot \Delta^{-1} (r_{\sigma(2)}, a_{\sigma(2)}) \right) = (r_f, a_f)$$

Τέτοιο ώστε $(r_f, a_f) = \Delta (\beta_{\sigma(j)} + w_1 (\beta_{\sigma(i)} - \beta_{\sigma(j)}))$

Αν $w_j = 1$ και $w_i = 0$ με $i \neq j \quad \forall i$, τότε το διάνυσμα άθροισης ορίζεται ως εξής:

$$EC^m \{w_i, (r_{\sigma(i)}, \alpha_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\} = (r_{\sigma(j)}, \alpha_{\sigma(j)})$$

- Έστω $A = \{(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων που πρέπει να συναθροιστούν, τότε ο αντίστοιχος τελεστής του LOWA, Φ^e , ορίζεται ως ακολούθως:

$$\Phi^e [(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)] = W \cdot B^T = EC^m \{w_i, (r_{\sigma(i)}, \alpha_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\}$$

Με αυτό τον τρόπο, οι προσεγγιστικοί υπολογισμοί ελαχιστοποιούνται. Σε αυτό το πλαίσιο, ο τελεστής LOWA διπλής αναπαράστασης ορίζεται ως ακολούθως:

- Έστω $A = \{(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων που πρέπει να συναθροιστούν, τότε ο αντίστοιχος τελεστής του LOWA, Φ^e , ορίζεται ως ακολούθως:

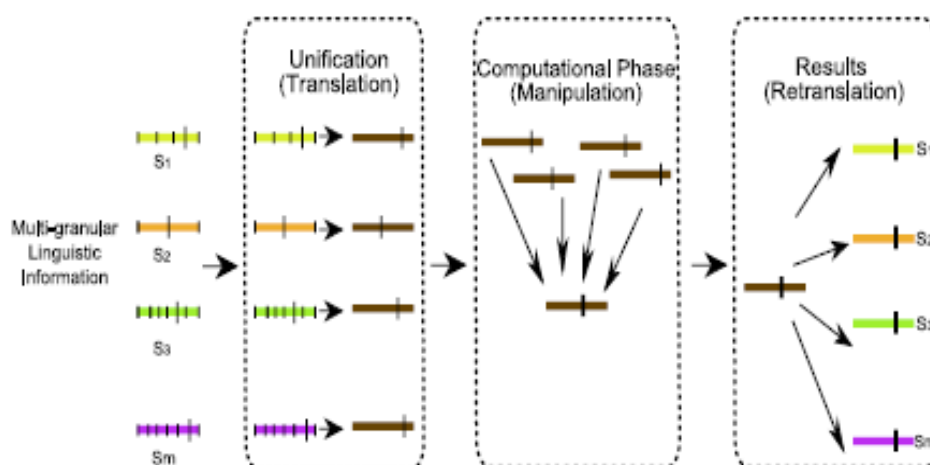
$$\Phi^e [(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)] = W \cdot B^T = EC^m \{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\}$$

3.4 Χρήση του Μοντέλου Διπλής Αναπαράστασης στην επεξεργασία διαφορετικών κλιμάκων

Στόχος του μοντέλου διπλής αναπαράστασης είναι να βελτιωθεί η ακρίβεια των διαδικασιών του για την λήψη αποφάσεων προβλημάτων με γλωσσικές μεταβλητές των οποίων οι όροι είναι συμμετρικοί και ομοιόμορφα κατανεμημένοι. Παρόλα αυτά, είναι κοινό ότι σε προβλήματα λήψης αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας, η τελική απόφαση θα μπορούσε να είναι πιο περίπλοκη από ένα συμμετρικό σύνολο γλωσσικών όρων.

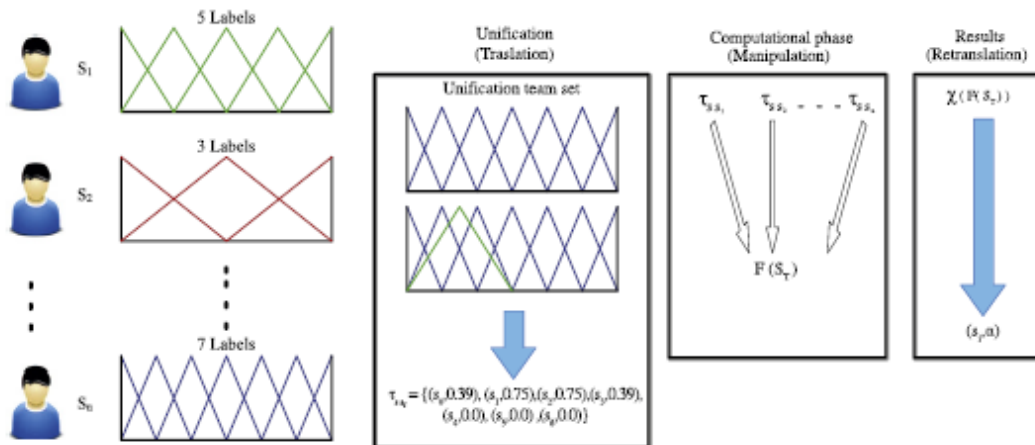
- Πολύ-διακριτή γλωσσική πληροφορία: Αναφέρεται σε προβλήματα με πολλαπλούς εμπειρογνώμονες ή πολλαπλά κριτήρια [10] - [12] στα οποία εμφανίζονται γλωσσικές πληροφορίες οι οποίες αξιολογούνται με πολλαπλούς γλωσσικούς όρους.
- Μη-ομογενής πληροφορίες: Αναφέρεται σε προβλήματα των οποίων οι πληροφορίες μπορεί να είναι διαφορετικής φύσης (γλωσσική, αριθμητική κλπ.) [13] - [15].
- Ασύμμετρη γλωσσική πληροφορία: Αναφέρεται σε προβλήματα των οποίων η γλωσσική πληροφορία κατανέμεται σε μια ασύμμετρη κλίμακα [16] - [18](βλέπε Κεφάλαιο 4).

Σε αυτή την παράγραφο προτείνεται μια μέθοδος για την διεξαγωγή της επεξεργασίας των δεδομένων εισόδου, όταν αυτά προέρχονται από πολλαπλούς αναλυτές η πολλαπλά κριτήρια με σκοπό την ομογενοποίηση τους σε μία ενιαία κλίμακα [19,20]. Η μεθοδολογία χρησιμοποιεί την αρχή της επέκτασης καθώς και το μοντέλο της διπλής αναπαράστασης. Το υπολογιστικό μοντέλο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6: Διαδικασία για πολύ-διακριτή γλωσσική πληροφορία

Πηγή: L. Martinez, F. Herrera (2012) [22]



Σχήμα 7: Υπολογιστικό μοντέλο

Πηγή: L. Martinez, F. Herrera (2012) [22]

Αρχικά ομαδοποιούνται οι πολύ-διακριτές πληροφορίες σε ένα γλωσσικό σύνολο όρων το οποίο ονομάζεται βασικό. Η επιλογή αυτού του βασικού συνόλου S_T [19], γίνεται με στόχο να κρατηθούν όσο το δυνατόν περισσότερες πληροφορίες. Η διαδικασία ένωσης γίνεται με την παρακάτω συνάρτηση μετασχηματισμού.

- Έστω $S_i = \{s_0^i, \dots, s_{g_i}^i\}$ και $S_T = \{s_0^T, \dots, s_{g_T}^T\}$ είναι δύο σύνολα γλωσσικών όρων που ισχύει $g_T > g_i$. Η συνάρτηση μετασχηματισμού τ_{s_i, s_T} ορίζεται ως εξής:

$$\tau_{s_i, s_T} : S_i \rightarrow F(S_T) \quad \tau_{s_i, s_T}(s_j^i) = \sum_{k=0}^{g_T} \frac{s_k^T}{\gamma_k^j}$$

Όπου $F(S_T)$ το σύνολο των ασαφών όρων που ορίζεται στο S_T .

Στη συνέχεια για την μετατροπή των όρων της διπλής αναπαράστασης χρησιμοποιούνται οι παρακάτω τύποι:

- $\chi(F(S_T)) = \chi(\{(s_j, \gamma_j), j = 0, 1, \dots, g\}) = \frac{\sum_{j=0}^g j \cdot \gamma_j}{\sum_{j=0}^g \gamma_j} = B$
- $\Delta : [0, g] \rightarrow Sx[-0.5, +0.5]$
- $\Delta(\beta) = \begin{cases} s_i, i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i, \alpha \in [-0.5, +0.5) \end{cases}$

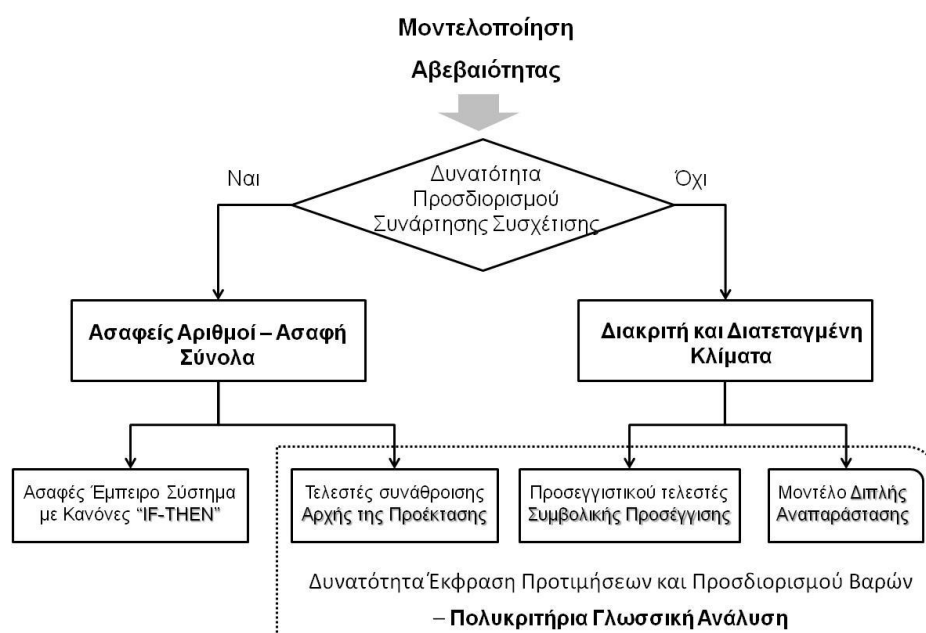
3.5 ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Με βάση την ανάλυση των προηγούμενων υποκεφαλαίων, σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται συνοπτικά οι τρόποι μοντελοποίησης της αβεβαιότητας που αντιμετωπίζεται στην υποστήριξη αποφάσεις σε ενεργειακά - περιβαλλοντικά συστήματα.

Το ακόλουθο σχήμα απεικονίζει τη μοντελοποίηση της αβεβαιότητας με τους δυο γενικούς τρόπους:

- Τα ασαφή σύνολα ή τους ασαφείς αριθμούς και
- Τις διακριτές και διατεταγμένες κλίμακες.

Η επιλογή κάποιου τρόπου μοντελοποίησης εξαρτάται από τη δυνατότητα προσδιορισμού της συνάρτησης συσχέτισης. Οι μέθοδοι που μέχρι τώρα παρουσιάστηκαν σε αυτό το Κεφάλαιο οδηγούν στη χρήση πολυκριτηριακής μεθόδου. Όμως όπως φαίνεται και στο σχήμα υπάρχει και η δυνατότητα ανάπτυξης ενός ασαφούς έμπειρου συστήματος.



Σχήμα 14: Απεικόνιση Προσεγγίσεων Μοντελοποίησης Αβεβαιότητας

Ένα έμπειρο σύστημα, όπως καταδεικνύει και ο χαρακτηρισμός «έμπειρο», είναι ένα υπολογιστικό σύστημα το οποίο εξομοιώνει την ανθρώπινη γνώση σε ένα πεδίο και την διαδικασία συλλογισμού των εμπειρογνομώνων στο πεδίο γνώσης αυτό. Στόχος των έμπειρων συστημάτων είναι να συλλέξουν τη εμπειρία, να αυτοματοποιήσουν τη συλλογιστική διαδικασία των ειδικών σε ένα πεδίο και να συστηματικοποιήσουν τις δυνατότητες των εμπειρογνομώνων να κατανοούν έννοιες, να επιλύουν προβλήματα και λαμβάνουν αποφάσεις στα πλαίσια του πεδίου γνώσης τους.

Τα έμπειρα συστήματα αναπτύχθηκαν ώστε να μοντελοποιούν πολύπλοκα συστήματα για τα οποία είτε δεν υπάρχει μαθηματική δομή του μοντέλου τους είτε παρουσιάζουν τόσο μεγάλη μη γραμμικότητα ώστε η αυξημένη τους πολυπλοκότητα δεν επιτρέπει την εύκολη μαθηματική τους μοντελοποίηση. Σε μερικές περιπτώσεις συστημάτων, η γνώση για το σύστημα και τους τυχόν περιορισμούς του είναι ελλιπής και τα δεδομένα του συστήματος ανακριβή, ασαφή ή/και μη ποσοτικοποιημένα, γεγονός που συνεπάγεται ότι η επακριβής μαθηματική μοντελοποίηση του συστήματος είναι αδύνατη ή κοστίζει παρά πολύ. Σε αυτή την περίπτωση η ανάπτυξη ενός έμπειρου συστήματος το οποίο αναπαριστά την ελλιπή γνώση με ασαφείς κανόνες και τα ασαφή, ανακριβή ή μη ποσοτικοποιημένα δεδομένα με ασαφή σύνολα ή αριθμούς είναι δυνατόν να αποτελέσει έναν τρόπο μοντελοποίησης του πολύπλοκου συστήματος.

Ασαφή έμπειρα συστήματα τα οποία μπορούν να αντικαταστήσουν πολυκριτηριακές μεθοδολογίες κατασκευάζονται όταν οι παρακάτω συνθήκες σχετικά με το πρόβλημα επικρατούν.

Πρόκειται ουσιαστικά για μια ξεχωριστή μέθοδο μοντελοποίησης της αβεβαιότητας, πέρα από τις διακριτές και διατεταγμένες κλίμακες και τα ασαφή σύνολα. Σημειώνεται ότι η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιείται όχι μόνο όταν υπάρχει αβεβαιότητα για τις τιμές των παραμέτρων αλλά μπορεί να μοντελοποιήσει και την αβεβαιότητα συνολικά στη γνώση των διαδικασιών λήψης απόφασης, δηλαδή περιπτώσεις που υπάρχει αδυναμία έκφρασης προτιμήσεων και προσδιορισμού βαρών.

Βιβλιογραφία 3^{ου} Κεφαλαίου

- [1] Degani R, Bortolan G. (1988), “The problem of linguistic approximation in clinical decision making”, *Int J Approx Reason*, 2: 143–162.
- [2] Zadeh LA. (1965), “Fuzzy sets”, *Information and Control*, 8: 338-353.
- [3] Cornelissen AMG, Van den Berg J, Koops WJ, Grossman M, Udo HMJ. (2001), “Assessment of the contribution of sustainability indicators to sustainable development: a novel approach using fuzzy set theory”, *Agriculture, Ecosystems and Environment* 86: 173–185.
- [4] Dunn EG, Keller JM, Marks LA, Ikerd JE, Fader PD, Godsey LD. (1995), “Extending the application of fuzzy sets to the problem of agricultural sustainability”, *IEEE Proceedings of ISUMA-NAFIPS '95*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, pp. 497– 502.
- [5] Zadeh, L. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3(1), 28–44.
- [6] Zadeh L. (1975a). “The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Part 1”, *Information Sciences*, 8(3), 199-249.
- [7] Bordogna G, Fedrizzi M, Passi G. (1997), “A linguistic modelling of consensus in group decision making based on OWA operators”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 27: 126-132.
- [8] H. Doukas, A. Botsikas, J. Psarras, “Multi Criteria Decision Aid for the Formulation of Sustainable Technological Energy Priorities using Linguistic Variables”, *European Journal of Operational Research*, 182(2), pp. 844-855, 2007.
- [9] S.L. Chang, R.C. Wang, S.Y. Wang, Applying a direct multi-granularity linguistic and strategy-oriented aggregation approach on the assessment of supply performance, *European Journal of Operational Research* 177 (2) (2007) 1013–1025.
- [10] R. de Andrés, J.L. Garcí'a-Lapresta, L. Martí'nez, A multi-granular linguistic model for management decision-making in performance appraisal, *Soft Computing* 14 (1) (2010) 21–34.
- [11] V.N. Huynh, C.H. Nguyen, Y. Nakamori, MEDM in general multi-granular hierarchical linguistic contexts based on the 2-tuples linguistic model, in: *IEEE International Conference on Granular Computing*, 2005, pp. 482–487.
- [12] P.L. Chang, Y.C. Chen, A fuzzy multi-criteria decision making method for technology transfer strategy selection in biotechnology, *Fuzzy Sets and Systems* 63 (2) (1994) 131–139.
- [13] X. Li, D. Ruan, J. Liu, Y. Xu, A linguistic-valued weighted aggregation operator to multiple attribute group decision making with quantitative and qualitative information, *International Journal of Computational Intelligence Systems* 1 (3) (2008) 274–284.

- [14] P.J. Sanchez, L. Martvnez, C. Garcva, F. Herrera, E. Herrera-Viedma, A fuzzy model to evaluate the suitability of installing an ERP system, *Information Sciences* 179 (14) (2009) 2333–2341.
- [15] L. Martvnez, M. Espinilla, J. Liu, L.G. Ptrez, P.J. Sanchez, An evaluation model with unbalanced linguistic information: applied to olive oil sensory evaluation, *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing* 15 (2–3) (2009) 229–251.
- [16] M. Roham, A.R. Gabrielyan, N.P. Archer, Fuzzy linguistic modeling of ease of doing business indicators, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 17 (4) (2009) 531–557.
- [17] V. Torra, Aggregation of linguistic labels when semantics is based on antonyms, *International Journal of Intelligent Systems* 16 (2001) 513–524.
- [18] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martvnez, A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making, *Fuzzy Sets and Systems* 114 (1) (2000) 43–58.
- [19] F. Herrera, L. Martvnez, P.J. Sanchez, Managing non-homogeneous information in group decision making, *European Journal of Operational Research* 166 (2005) 115–132.
- [20] Herrera F, Martinez L. (1999), “A 2-Tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words”, Department of Computer Science and Artificial Intelligence, Technical Report #DESCAI-990102.
- [21] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998), “Choice processes for non-homogeneous group decision making in linguistic setting”, *Fuzzy Sets and Systems*, 94(3): 287-308.
- [22] L. Martinez, F. Herrera (2012) “An overview on the 2-tuple linguistic model for computing with words in decision making: Extensions, applications and challenges”.

Κεφάλαιο 4^ο

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΩΝ ΚΛΙΜΑΚΩΝ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτή την ενότητα αναλύονται τα προβλήματα των οποίων οι γλωσσικές πληροφορίες δεν προέρχονται από μια διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα αλλά από μια ασύμμετρη κλίμακα. Πολλά πραγματικά προβλήματα που ασχολούνται με τις ποιοτικές πτυχές χρησιμοποιούν τις γλωσσικές προσεγγίσεις [1 - 3] για την αξιολόγηση τους. Αυτά μπορεί να είναι προβλήματα ανάκτησης πληροφοριών [4 - 11], προβλήματα για λήψη αποφάσεων [12 - 22] καθώς και προβλήματα αξιολόγησης και διαχείρισης ανθρωπίνων πόρων [23 - 30]. Όπως είδαμε, στα περισσότερα από αυτά, η πληροφορία προέρχεται από μια διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα γλωσσικών όρων. Ωστόσο υπάρχουν και περιπτώσεις στις οποίες τα προβλήματα μοντελοποιούνται καλύτερα όταν οι γλωσσικοί όροι δεν κατανέμονται πάνω σε μια διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα αλλά πάνω με μια ασύμμετρη κλίμακα [31 - 35]. Αυτά τα γλωσσικά σύνολα συνήθως παρουσιάζονται σε προβλήματα που κυρίως ασχολούνται με κλίμακες για την αξιολόγηση των προτιμήσεων όπου οι ειδικοί θα πρέπει να αξιολογούν έναν αριθμό όρων σε μία πλευρά του πεδίου αναφοράς, υψηλότερο σε σχέση με την άλλη πλευρά.



Σχήμα 1: Ασύμμετρη κλίμακα με περισσότερους όρους στην δεξιά περιοχή

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Martinez L. (2008) [42]

Θα παρουσιαστεί μια μεθοδολογία που βασίζεται στο μοντέλο της διπλής αναπαράστασης 2-tuple για την αντιμετώπιση προβλημάτων όπου η πληροφορία προέρχεται από ασύμμετρη κλίμακα. Επιπλέον θα παρουσιαστεί ο αλγόριθμος αναπαράστασης των ασύμμετρων γλωσσικών όρων καθώς και το υπολογιστικό μοντέλο για την ολοκλήρωση της διαδικασίας. Χρησιμοποιείται η τριγωνική συνάρτηση καθώς και οι κανόνες της γλωσσικής ιεραρχίας για την αναπαράσταση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων με στόχο να αποκτήσουν την σημασιολογία τους $LH(S)$ για να είναι εύκολα διαχειρήσιμοι. Επιπλέον, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί την συνάρτηση $Brid(S)$, η αλλιώς συνάρτηση γέφυρας που συμβάλει στην απεικόνιση των όρων. Τέλος, χρησιμοποιείται το υπολογιστικό μοντέλο της διπλής αναπαράστασης το οποίο μας παρέχει ακριβή αποτελέσματα χωρίς απώλεια πληροφοριών.

4.2 ΓΛΩΣΣΙΚΗ ΙΕΡΑΡΧΙΑ

Κρίνεται αναγκαίο να αναπτυχθεί η έννοια της γλωσσικής ιεραρχίας [36], η οποία σχεδιάστηκε για ιεραρχικά συστήματα με γλωσσικούς κανόνες. Στόχος της ιεραρχικής δομής είναι η βελτίωση της ακρίβειας του CW , υπολογισμοί με λέξεις, πάνω σε ένα πλαίσιο με γλωσσικές πολλαπλές πληροφορίες. Η γλωσσική ιεραρχία αποτελείται είναι ένα σύνολο επιπέδων. Το κάθε επίπεδο έχει συγκεκριμένο πλήθος γλωσσικών όρων. Διακριτότητα, διαφορετικό από τα υπόλοιπα επίπεδα. Επιπλέον ανήκει στην γλωσσική ιεραρχία και συμβολίζεται ως $l(t, n(t))$, όπου το t μας δείχνει το επίπεδο της ιεραρχίας και $n(t)$ το πλήθος των όρων του αντίστοιχου επιπέδου. Για δύο συνεχόμενα επίπεδα ισχύει ότι: $t+1, n(t+1) > n(t)$ το οποίο μας παρέχει μία γλωσσική βελτίωση του προηγούμενου επιπέδου.

4.2.1 Ορισμός Γλωσσικής Ιεραρχίας

Με βάση τα παραπάνω ορίζεται η γλωσσική ιεραρχία LH ως η ένωση όλων των επιπέδων t : $LH = \cup_t l(t, n(t))$. Η δομή της γλωσσικής ιεραρχίας στηρίζεται στην αύξηση του πλήθους των γλωσσικών όρων σε κάθε επίπεδο. Επιπλέον θα πρέπει να ικανοποιούνται και οι παρακάτω βασικοί κανόνες ιεράρχησης [37]:

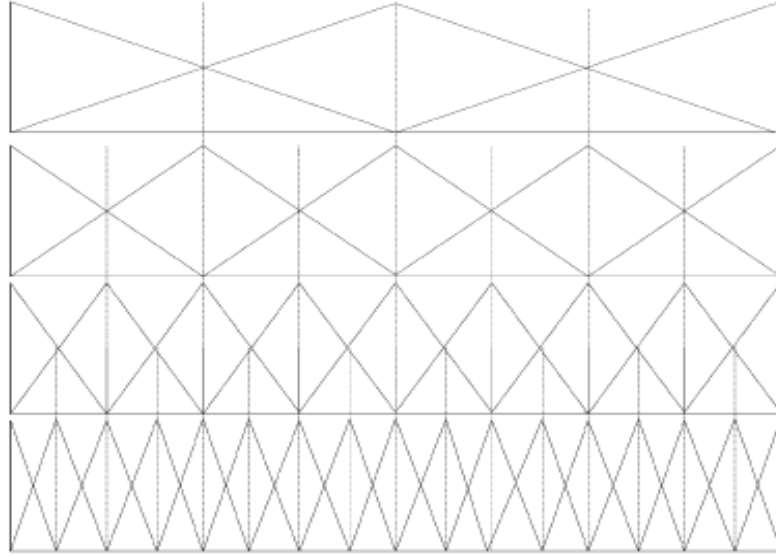
1. Διατήρηση όλων των κρίσιμων σημείων, από την συνάρτηση συσχέτισης, του εκάστοτε γλωσσικού όρου από τον ένα επίπεδο στο επόμενο.
 2. Να πετυχαίνονται ομαλές μεταβάσεις μεταξύ των διαδοχικών επιπέδων. Ο κάθε όρος από το επίπεδο t αναπαριστάται από δύο όρους στο επίπεδο $t+1$ εκτός από την κεντρική ετικέτα. Στόχος είναι η δημιουργία ενός νέου συνόλου γλωσσικών όρων $S^{n(t+1)}$ [37].
- Έστω το σύνολο γλωσσικών όρων $S^{n(t)} = \{S_0^{n(t)}, \dots, S_{n(t)-1}^{n(t)}\}$ το οποίο ορίζεται στο επίπεδο t με αντίστοιχο πλήθος όρων $n(t)$. Η δημιουργία ενός νέου συνόλου γλωσσικών όρων στο επίπεδο $t+1, S^{n(t+1)}$, βασιζόμενο στους κανόνες της γλωσσικής ιεραρχίας προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$l(t, n(t)) \rightarrow l(t+1, 2n(t)-1)$$

Αυτό γίνεται πιο κατανοητό στον επόμενο πίνακα και μέσω του γραφικού παραδείγματος όπου φαίνονται όλα τα πιθανά επίπεδα της γλωσσικής ιεραρχίας.

	Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
$l(t, n(t))$	$l(1,3)$	$l(2,5)$	$l(3,9)$	$l(4,17)$
$l(t, n(t))$	$l(1,7)$	$l(2,13)$		

Πίνακας 1: Γλωσσική Ιεραρχία



Σχήμα 2: Γλωσσική ιεραρχία με ετικέτες 3,5,9 και 17

4.2.2 Συνάρτηση Μετασχηματισμού επιπέδων

- Έστω $LH = U_t l(t, n(t))$ μία γλωσσική ιεραρχία της οποίας οι γλωσσικοί όροι ορίζονται ως : $S^{n(t)} = \{s_0, \dots, s_{n(t)-1}\}$. Οι όροι αυτοί αναπαριστώνται με τη βοήθεια του μοντέλου της διπλής αναπαράστασης 2-tuple. Η συνάρτηση μετασχηματισμού μιας γλωσσική ετικέτα που βρίσκεται στο επίπεδο t σε μία ετικέτα στο επίπεδο $t' = t + c$ όπου $c \in \{-1, 1\}$ ορίζεται από τον ακόλουθο τύπο: $TF_t^{t'} : l(t, n(t)) \rightarrow l(t', n(t'))$ έτσι ώστε:

$$TF_t^{t'}(s_i^{n(t)}, a^{n(t)}) = \Delta_{t'} \left\{ \frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, a^{n(t)}) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1} \right\}$$

- Για την συνάρτηση μετατροπής μεταξύ γλωσσικών όρων οι οποίοι βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα της γλωσσικής ιεραρχίας ισχύει [37]:

$$TF_t^{t'}(TF_{t'}^{t'}(s_i^{n(t)}, a^{n(t)})) = (s_i^{n(t)}, a^{n(t)})$$

Αυτό το αποτέλεσμα εγγυάται ότι οι μετατροπές που γίνονται μεταξύ των επιπέδων μιας γλωσσικής ιεραρχίας εκτελούνται χωρίς καμία απώλεια πληροφορίας.

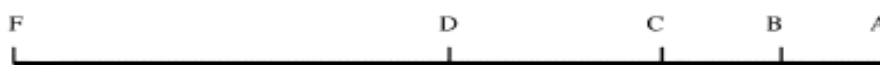
4.3 ΒΑΣΙΚΗ ΙΔΕΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΗ ΤΩΝ ΑΣΥΜΜΕΤΡΩΝ ΓΛΩΣΣΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ

4.3.1 Αναπαράσταση με τη Χρήση της Γλωσσικής Ιεραρχίας

Αρχικά, για να γίνει η επεξεργασία των ασύμμετρων γλωσσικών όρων, θα πρέπει αυτοί να αναπαρασταθούν σημασιολογικά με στόχο να μην υπάρξει απώλεια πληροφοριών. Η διαδικασία αυτή βασίζεται στην συνάρτηση συσχέτισης καθώς και στην αναπαράσταση του κάθε ασύμμετρου όρου με τη δομή της γλωσσικής ιεραρχίας. Έστω ένα σύνολο ασύμμετρων γλωσσικό όρων S το οποίο έχει μια ελάχιστη, μια μέγιστη και μια κεντρική ετικέτα ενώ οι υπόλοιπες θα είναι ανομοιόμορφα και ασύμμετρα κατανομημένες γύρω από την κεντρική ετικέτα (σχήμα 3). Κατά συνέπεια για να γίνει επεξεργάσιμη αυτή η πληροφορία χωρίζεται σε τρία υποσύνολα όπου:

- S_L : περιέχει όλες τις ετικέτες αριστερά της κεντρικής χωρίς την κεντρική.
- S_C : περιέχει μόνο την κεντρική ετικέτα.
- S_R : περιέχει όλες τις ετικέτες δεξιά της κεντρικής χωρίς την κεντρική.

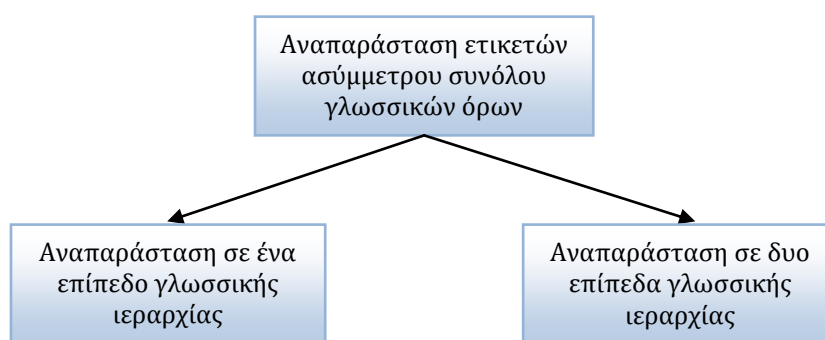
Και ισχύει ότι : $S = S_L \cup S_C \cup S_R$



Σχήμα 3: Σύστημα αξιολόγησης μαθητών

Για παράδειγμα τα υποσύνολα που προκύπτουν από το παραπάνω σχήμα είναι : $S_L = \{F\}$, $S_C = \{D\}$ και $S_R = \{C, B, A\}$

Για να αναπαρασταθούν οι ετικέτες ενός ασύμμετρου συνόλου γλωσσικών όρων S μέσω των επιπέδων της γλωσσικής ιεραρχίας $LH = U_i I(t, n(t))$ θα πρέπει να αναλυθεί πως μπορούν να αναπαρασταθούν τα τρία υποσύνολα S_L, S_C, S_R . Διακρίνονται δύο περιπτώσεις.



4.3.2 Αναπαράσταση σε ένα Επίπεδο Γλωσσικής Ιεραρχίας

Η αναπαράσταση των πλευρικών συνόλων S_R ή S_L εξαρτάται από την ικανοποίηση των παρακάτω συνθηκών αντίστοιχα:

$$\exists t \in LH, \frac{n(t)-1}{2} = \#(S_R) \quad \text{ή} \quad \frac{n(t)-1}{2} = \#(S_L) \quad (1)$$

όπου $\#(S_R), \#(S_L)$ είναι το πλήθος των ετικετών που ανήκουν αντίστοιχα στα υποσύνολα S_R, S_L .

Αν ικανοποιείται αυτή η σχέση τότε υπάρχει ένα επίπεδο t στην γλωσσική ιεραρχία LH όπου το πλήθος των όρων σε αυτό το επίπεδο είναι το ίδιο με το πλευρικό υποσύνολο του S που αναπαριστάται. Η βασική διαδικασία αναπαράστασης των ετικετών των πλευρικών υποσυνόλων S_R και S_L είναι :

1. $S_R^{n(t)}(S_L^{n(t)}) \rightarrow S_R(S_L)$ δηλαδή $S_R \leftarrow S_R^{n(t)}, S_L \leftarrow S_L^{n(t)}$
2. Κεντρικό υποσύνολο $S_C = \{S_C\}$. Η αναπαράσταση του εξαρτάται από το πλευρικά σετ S_R ή S_L . Αν ικανοποιείται η σχέση (1) για το S_R τότε η αναπαράσταση του S_C είναι το κατέβασμα της κεντρικής ετικέτας $\underline{S_C} \leftarrow \underline{S_C^{n(t)}}$, ενώ αντίστοιχα με το S_L θα είναι το ανέβασμα $\overline{S_C} \leftarrow \overline{S_C^{n(t)}}$

4.3.3 Αναπαράσταση σε δύο Επίπεδα Γλωσσικής Ιεραρχίας

Σε περίπτωση που δεν ικανοποιείται η σχέση (1) τότε η αναπαράσταση των πλευρικών συνόλων S_R ή S_L εξαρτάται από τον καταμερισμό των ετικετών του S . Σε αυτή την περίπτωση μοντελοποιείται ο καταμερισμός του S με ένα σετ πέντε τιμών:

$$\{(\#(S_L), density_{S_L}), \#(S_C), (\#(S_R), density_{S_R})\}$$

όπου $density_{S_R}$ και $density_{S_L}$ είναι συμβολικές μεταβλητές που παίρνουν τις τιμές "middle" ή "extreme", όπου "middle": το πλήθος των όρων, είτε του δεξιού είτε του αριστερού πλευρικού σετ, εμφανίζει μεγαλύτερη πυκνότητα γύρω από την κεντρική ετικέτα ενώ "extreme" : εμφανίζεται μεγαλύτερη πυκνότητα στη μέγιστη ή στην ελάχιστη ετικέτα αντίστοιχα.

Η κλίμακα του σχήματος 3 γίνεται: $S = \{F, D, C, B, A\} \rightarrow \{(1, extreme), 1, (3, extreme)\}$.

Η διαδικασία για την αναπαράσταση των πλευρικών σετ $S_R(S_L)$ είναι:

- Επιλογή επιπέδου ιεραρχίας για την ανάθεση της σημασιολογίας

- Διαδικασία αναπαράστασης των πλευρικών σετ
- Διαδικασία αναπαράστασης του μεσαίου σετ

4.3.3.1 Επιλογή επιπέδου Ιεραρχίας

Αφού η σχέση (1) δεν ικανοποιείται, τότε η αναπαράσταση των όρων γίνεται σε δύο επίπεδα, το t και το $t+1$ στη γλωσσική ιεραρχία όπου:

$$\frac{n(t)-1}{2} < \#(S_R) < \frac{n(t+1)-1}{2}$$

Τότε οι όροι του S_R αναπαριστώνται με την βοήθεια του δεξιού πλευρικού υποσυνόλου, στα επίπεδα t και $t+1$, που ονομάζεται εκχωρητέο σύνολο και για το επίπεδο t συμβολίζονται ως $AS_R^{n(t)}$ ενώ για το $t+1$ $AS_R^{n(t+1)}$ αντίστοιχα. Αυτά τα εκχωρητέα σύνολα αποτελούνται από τους παρακάτω όρους:

$$AS_R^{n(t)} = S_R^{n(t)} = \{S_{((n(t)-1)/2)+1}^{n(t)}, \dots, S_{n(t)-1}^{n(t)}\}$$

$$AS_R^{n(t+1)} = S_R^{n(t+1)} = \{S_{((n(t+1)-1)/2)+1}^{n(t+1)}, \dots, S_{n(t+1)-1}^{n(t+1)}\}$$

- Έστω το πλευρικό σύνολο $S_R = \{C, B, A\}$ (σχήμα 3). Ο ορισμός των εκχωρητέων σετ εξαρτάται από την κατανομή του S_R και από την τιμή της μεταβλητής $density_{S_R}$. Η βασική ιδέα είναι η αναπαράσταση των ετικετών με το εκχωρητέο σετ $AS_R^{n(t+1)}$ για την πλευρά του S_R που έχει την μεγαλύτερη πυκνότητα ετικετών, ενώ το $AS_R^{n(t)}$ αναπαριστά την αντίθετη πλευρά. Για να γίνει πιο κατανοητό χωρίζεται το πλευρικό σύνολο S_R σε δύο υποσύνολα S_{RC}, S_{RE} όπου ισχύει $S_R = S_{RC} \cup S_{RE}$ όπου S_{RC} περιέχει τις ετικέτες που είναι κοντά στο κέντρο υποσύνολο και S_{RE} τις ετικέτες που είναι κοντά στην μέγιστη ετικέτα του S . Ο γενικός κανόνας για την αναπαράσταση των ετικετών του S_R από τα εκχωρητέα σύνολα $AS_R^{n(t)}, AS_R^{n(t+1)}$ φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

<p>IF $density_{S_R} = \text{"extreme"}$</p> <p>THEN</p> <p>S_{RE} is represented on $AS_R^{n(t+1)}$, i.e., $S_{RE} \subset AS_R^{n(t+1)}$</p> <p>$S_{RC}$ is represented on $AS_R^{n(t)}$, i.e., $S_{RC} \subset AS_R^{n(t)}$</p> <p>ELSE (maximum density in the middle of S)</p> <p>S_{RE} is represented on $AS_R^{n(t)}$, i.e., $S_{RE} \subset AS_R^{n(t)}$</p> <p>$S_{RC}$ is represented on $AS_R^{n(t+1)}$, i.e., $S_{RC} \subset AS_R^{n(t+1)}$</p>
--

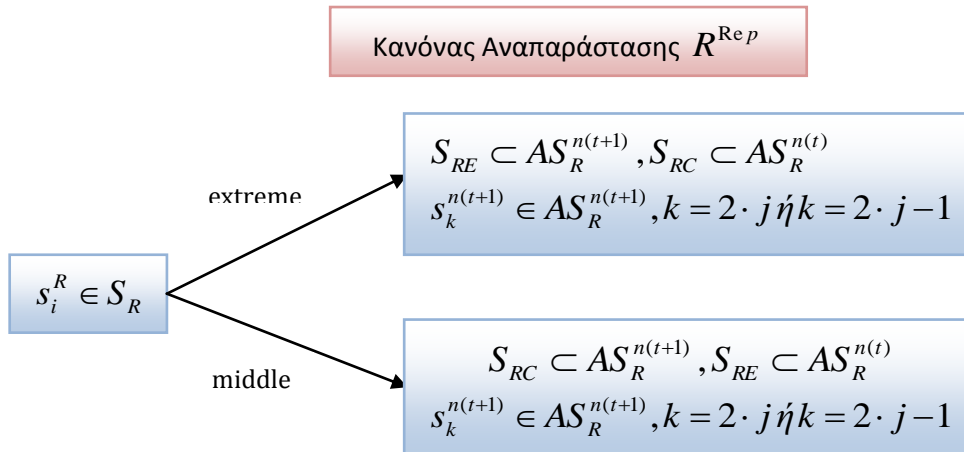
Σχήμα 4: Κανόνας για αναπαράσταση ετικετών S_R

4.3.3.2 Διαδικασία Αναπαράστασης Πλευρικών Σετ

Για την αναπαράσταση των πλευρικών σετ χρησιμοποιείται ο κανόνας αναπαράστασης R^{Rep} . Αρχικά για να γίνει κατανοητός ο κανόνας θα πρέπει να γίνει αντιληπτή η σχέση μεταξύ των επιπέδων στην γλωσσική ιεραρχία LH .

Η κάθε ετικέτα στο επίπεδο t , $S_j^{n(t)} \in AS_R^{n(t)}$ με $S_j^{n(t)} \neq S_C^{n(t)}$ συνδέεται με δύο ετικέτες στο επίπεδο $t+1$, $S_{2j}^{n(t+1)}$ και την $S_{(2 \cdot j) - 1}^{n(t+1)} \in AS_R^{n(t+1)}$.

Η αναπαράσταση των ετικετών από τα εκχωρητέα σετ εξαρτάται από την τιμή της μεταβλητής $density_S$. Σύμφωνα με την κλίμακα τους σχήματος 3 η μεταβλητή $density_{S_R} = extreme$. Η διαδικασία αναπαράστασης ξεκινάει χρησιμοποιώντας το εκχωρητέο σετ $AS_R^{n(t+1)}$ για την αναπαράσταση των ετικετών του S_R που βρίσκονται στην πλευρά με την υψηλότερη πυκνότητα ετικετών. Όταν η πρώτη ετικέτα αναπαρασταθεί ο κανόνας αναπαράστασης φτιάχνει το εκχωρητέο σετ για τις επόμενες ετικέτες και κρατά την σημασιολογία. Ο κανόνας δρα ως εξής:

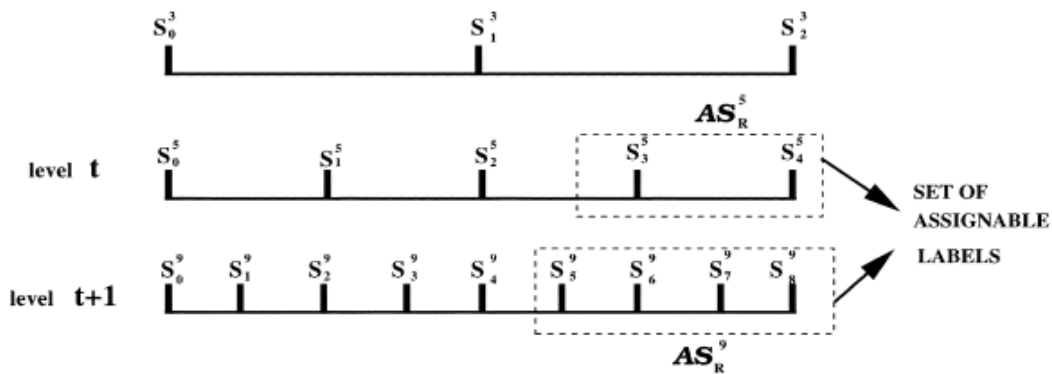


R^{Rep} : η ετικέτα $s_i^R \in S_R$ αντιπροσωπεύεται μέσω μιας ετικέτας $s_k^{n(t+1)} \in AS_R^{n(t+1)}$ με $k = 2 \cdot j \text{ ή } k = 2 \cdot j - 1$. Τότε το $s_k^{n(t+1)}$ αναπαριστά την ετικέτα $s_i^R \in S_R$ και στη συνέχεια αποβάλλεται από το $AS_R^{n(t+1)}$ καθώς και η συναφής ετικέτα $s_j^{n(t)} \in AS_R^{n(t)}$ αποβάλλεται από το προηγούμενο επίπεδο. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να αναπαρασταθούν όλοι οι όροι.

Επομένως η επαναληπτική διαδικασία για την αναπαράσταση των ετικετών του S_R συνίσταται στην ανάθεση σημασιολογίας των όρων του από το εκχωρητέο σετ $AS_R^{n(t+1)}$ και την εφαρμογή του κανόνα αναπαράστασης R^{Rep} έως ότου ο αριθμός των ετικετών του S_R να αναπαρασταθεί και να συμπίπτει με τον αριθμό των εκχωρητέων ετικετών στο $AS_R^{n(t+1)}$.

- Έστω ότι $S = \{F, D, C, B, A\}$ και $density_{S_R} = \{extreme\}$ τα εκχωρητέα σύνολα φαίνονται στο σχήμα 5.

- $S_R = \{C, B, A\}, S_{RE} = \{B, A\}, S_{RC} = \{C\}$
- $AS_R^5 = \{s_3^5, s_4^5\}$
- $AS_R^9 = \{s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\}$
- $S_{RE} \subset AS_R^9, S_{RC} \subset AS_R^5$

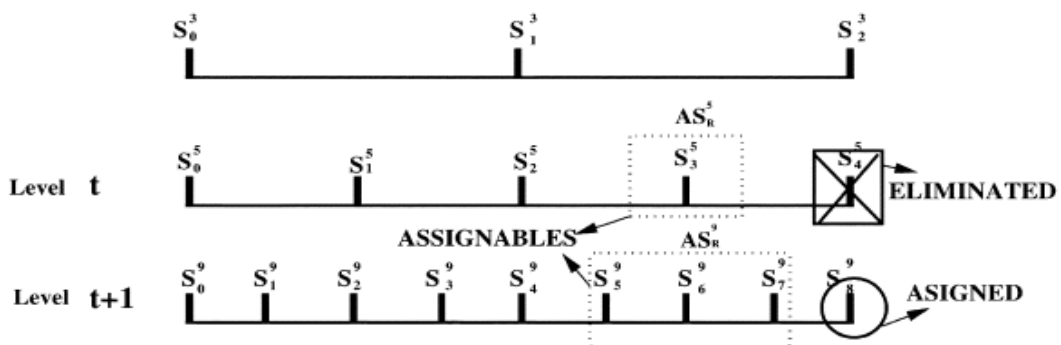


Σχήμα 5: Εκχωρητέα σύνολα του S_R

Ακόμα οι συσχετίσεις μεταξύ των ετικετών και των δύο επιπέδων είναι:

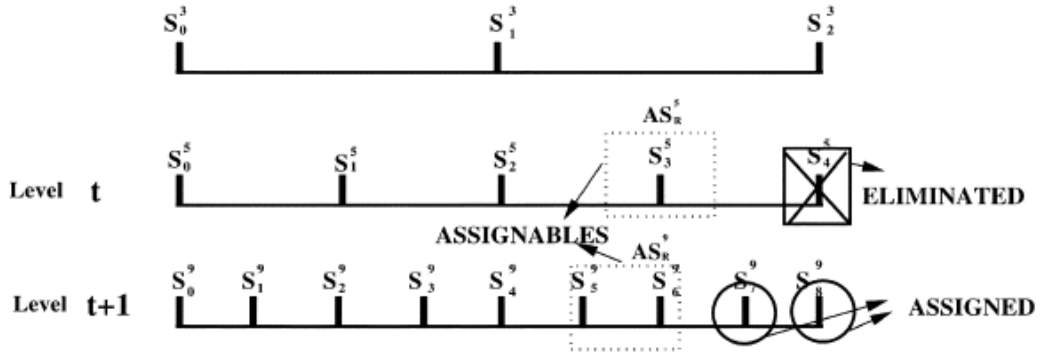
- η ετικέτα $s_4^5 \in AS_R^5$ και συσχετίζεται με τις $\{s_7^9, s_8^9\} \in AS_R^9$
- η ετικέτα $s_3^5 \in AS_R^5$ και συσχετίζεται με τις ετικέτες $\{s_5^9, s_6^9\} \in AS_R^9$

Η διαδικασία αναπαράστασης για την κλίμακα του σχήματος 3 ξεκινάει από την ετικέτα $s_8^9 \in AS_R^9$ για να αναπαραστήσει την $A \in S_{RE}$. Τότε ο κανόνας αναπαράστασης ορίζει την s_8^9 από το AS_R^9 και εξαλείφει την s_4^5 από το AS_R^5 . Βλέπε σχήμα 6.



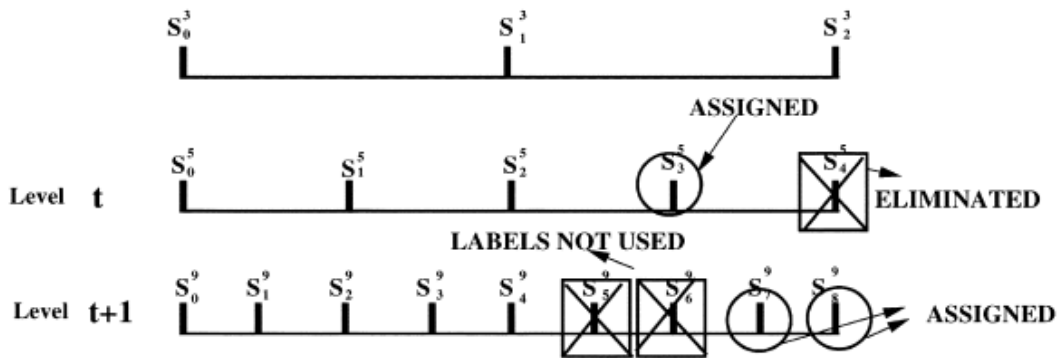
Σχήμα 6: Κανόνας R^{Rep} πρώτο βήμα

Η διαδικασία συνεχίζεται με την αναπαράσταση του όρου $B \in S_{RE}$ με την ετικέτα $s_7^9 \in AS_R^9$. Ο κανόνας δεν εξαλείφει άλλη ετικέτα από το AS_R^5 αφού η s_4^5 έχει ήδη εξαλειφθεί. Βλέπε σχήμα 7.



Σχήμα 7: Κανόνας R^{Rep} δεύτερο βήμα

Τέλος η επαναληπτική διαδικασία αναπαριστά την τελευταία ετικέτα του πλευρικού συνόλου $C \in S_{RC}$ με τον γλωσσικό όρο $s_3^5 \in AS_R^{n(t)}$. Η διαδικασία αναπαράστασης του S_R έχει τελειώσει και οι ασύμμετροι γλωσσικοί όροι A, B, C αναπαριστώνται μέσω των ετικετών s_8^9, s_7^9, s_3^5 στην LH . Βλέπε σχήμα 8.



Σχήμα 8: Κανόνας R^{Rep} τελική αναπαράσταση

Βελτίωση διαδικασίας

Είναι σαφές ότι όλη αυτή η διαδικασία μπορεί να βελτιωθεί και να απλουστευθεί αν υπολογισθεί εξ αρχής το πλήθος των ετικετών που αναπαριστώνται στο κάθε εκχωρητέο σετ $AS_R^{n(t)}, AS_R^{n(t+1)}$ μέσω δύο καινούριων μεταβλητών lab_t, lab_{t+1} αντίστοιχα. Ισχύει ότι : $lab_t + lab_{t+1} = \#(S_R)$. Ο αριθμός των ετικετών που χρησιμοποιούνται από το $AS_R^{n(t)}$, lab_t για να αναπαραστήσουν τις ετικέτες S_R υπολογίζεται από τη σχέση : $lab_t = ((n(t+1) - 1) / 2) - \#(S_R)$. Βάση της δομής της LH ,

δηλαδή ότι κάθε ετικέτα από το επίπεδο t σχετίζεται με δύο ετικέτες στο επίπεδο $t + 1$ και με τον κανόνα αναπαράστασης R^{Rep} έχουμε ότι:

$$lab_{t+1} = \left(\frac{(n(t+1)-1)}{2} \right) - (2 \cdot lab_t) \Rightarrow lab_{t+1} = \#(S_R) - lab_t$$

Επομένως, στο προηγούμενο παράδειγμα που αναφέρεται στην κλίμακα του σχήματος 3, υπολογίζεται εξ αρχής το πλήθος των ετικετών $S_{RE} = \{A, B\}$ που αναπαριστώνται από το εκχωρητέο σετ $AS_R^{n(t+1)}$ και το πλήθος των ετικετών του $S_{RC} = \{C\}$ που αναπαριστάται από το εκχωρητέο σετ $AS_R^{n(t)}$ αφού $lab_2 = ((9-1)/2) - 3 = 1$ και $lab_3 = 3 - 1 = 2$.

4.3.3.3 Διαδικασία Αναπαράστασης Μεσαίου Σετ

Η αναπαράσταση του μεσαίου σετ χωρίζεται στην άνοδο $\overline{S_C}$ και στην κάθοδο $\underline{S_C}$ της ετικέτας. Η άνοδος $\overline{S_C}$ αναπαριστάται στο ίδιο επίπεδο γλωσσικής ιεραρχίας όπου αναπαριστώνται και οι ετικέτες είτε του αριστερού S_L είτε του δεξιού S_R πλευρικού συνόλου όταν αυτές αναπαριστώνται σε ένα μόνο επίπεδο γλωσσικής ιεραρχίας. Αυτό βασίζεται στον κανόνα της δομής της γλωσσικής ιεραρχίας για την διατήρηση των κρίσιμων σημείων από το ένα επίπεδο στο άλλο.

Από την άλλη πλευρά όμως η $\underline{S_C}$ εξαρτάται από την τιμή της μεταβλητής $density_{S_R}$. Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned} density_{S_R} = "extreme" &\rightarrow \underline{S_C} \leftarrow \underline{S_C}^{n(t)} \\ density_{S_R} = "middle" &\rightarrow \underline{S_C} \leftarrow \underline{S_C}^{n(t+1)} \end{aligned}$$

Θα πρέπει να επισημανθεί πως η παραπάνω διαδικασία αναφέρθηκε στην ασύμμετρη κλίμακα του σχήματος 3. Η διαδικασία αυτή με την κατάλληλη αντιστοίχιση μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε μορφή ασύμμετρης κλίμακας.

4.4 ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΑΣΣΥΜΕΤΡΗΣ ΓΛΩΣΙΚΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

4.4.1 Μεταβλητή Density

Σύμφωνα με τις βασικές ιδέες της διαδικασίας αναπαράστασης η σημασιολογία που αποδίδεται σε κάθε όρο εξαρτάται από την πυκνότητα των ετικετών του κάθε πλευρικού συνόλου. Όπως αναφέρθηκε οι δύο τιμές της μεταβλητής *density*_s είναι είτε "middle" είτε "extreme". Η μεταβλητή αυτή παίζει καθοριστικό ρόλο για την αναπαράσταση των ετικετών. Επομένως παρατηρούνται οι εξής διαφορετικές περιπτώσεις:

- Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_R στο επίπεδο $t+1$ ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής *density*_{S_R}.
- Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_R στο επίπεδο t ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής *density*_{S_R}.
- Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_L στο επίπεδο $t+1$ ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής *density*_{S_L}.
- Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_L στο επίπεδο t ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής *density*_{S_L}.

1. Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_R στο επίπεδο $t+1$.

- **Πυκνότητα "middle"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_{t+1} περιέχεται στο $S_{RC} \subset S_R$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μικρότερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_R^{n(t+1)}$ την $s_{C+1}^{n(t+1)}$ και ακολουθεί τον κανόνα αναπαράστασης R^{Rep} .
- **Πυκνότητα "extreme"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_{t+1} περιέχεται στο $S_{RE} \subset S_R$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μεγαλύτερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_R^{n(t+1)}$ την $s_{n(t+1)-1}^{n(t+1)}$ και ακολουθεί τον κανόνα αναπαράστασης R^{Rep} .

2. Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_R στο επίπεδο t .

- **Πυκνότητα "middle"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_t περιέχεται στο $S_{RC} \subset S_R$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μεγαλύτερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_R^{n(t)}$ την $s_{C+1+\delta}^{n(t)}$ όπου $\delta = round((lab_{t+1})/2)$.

- **Πυκνότητα "extreme"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_t περιέχεται στο $S_{RC} \subset S_R$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μικρότερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_R^{n(t)}$ την $s_{C-1-\delta}^{n(t)}$ όπου $\delta = round((lab_{t+1})/2)$.
3. Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_L στο επίπεδο $t+1$.
- **Πυκνότητα "middle"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_{t+1} περιέχεται στο $S_{LC} \subset S_L$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μεγαλύτερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_L^{n(t+1)}$ την $s_{C-1}^{n(t+1)}$ και ακολουθεί τον κανόνα αναπαράστασης R^{Rep} .
 - **Πυκνότητα "extreme"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_{t+1} περιέχεται στο $S_{LE} \subset S_L$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μικρότερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_L^{n(t+1)}$ την $s_0^{n(t+1)}$ και ακολουθεί τον κανόνα αναπαράστασης R^{Rep} .
4. Αναπαράσταση πλευρικού σετ S_L στο επίπεδο t .
- **Πυκνότητα "middle"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_t περιέχεται στο $S_{LE} \subset S_L$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μικρότερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_L^{n(t)}$ την $s_{C-1-\delta}^{n(t)}$ όπου $\delta = round((lab_{t+1})/2)$.
 - **Πυκνότητα "extreme"**: Το πλήθος των ετικετών που υπολογίζονται με τη βοήθεια της μεταβλητής lab_t περιέχεται στο $S_{LC} \subset S_L$. Η αναπαράσταση ξεκινάει από την μικρότερη σε κατάταξη ετικέτα του $AS_L^{n(t)}$ την $s_\delta^{n(t)}$ όπου $\delta = round((lab_{t+1})/2)$.

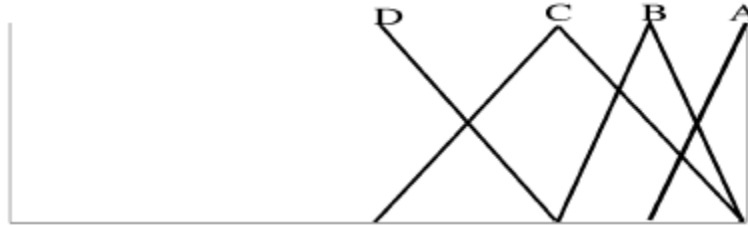
4.4.2 Γεφύρωση των Κενών της Αναπαράστασης

Στο [38] αναφέρονται πολλές συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται από την σημασιολογική αναπαράσταση των γλωσσικών όρων του S για να μπορούν να εγγυηθούν ότι κατά τη διαδικασία του CW θα μας δώσουν αποτελέσματα με ακρίβεια χρησιμοποιώντας το μοντέλο της διπλής αναπαράστασης 2-tuple. Μία από αυτές τις συνθήκες είναι η χρήση της τριγωνικής συνάρτησης συσχέτισης.

Στόχος είναι η αναπαράσταση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων έτσι ώστε να γίνεται η επεξεργασία με ακριβή τρόπο, να ικανοποιούνται οι συνθήκες [38] καθώς και να βασίζεται στην βασική ιδέα αναπαράστασης των ασύμμετρων γλωσσικών όρων που αναφέρθηκε παραπάνω. Για αυτόν τον λόγο ο αλγόριθμος αναπαράστασης περιέχει κάποια επιπλέον βήματα που πρέπει να γίνουν για την σωστή σημασιολογική

αναπαράσταση των ασύμμετρων όρων με στόχο η σημασιολογική αναπαράσταση να είναι ένα ασαφές σύνολο.

- Έστω $S_R = \{C, B, A\}$ που προκύπτει από την κλίμακα του σχήματος 3. Οι ετικέτες αναπαράστασης στην γλωσσικής ιεραρχίας LH είναι $C = \{s_3^5\}$ στο επίπεδο t και η $A = \{s_8^3\}, B = \{s_7^9\}$ στο επίπεδο $t+1$ αντίστοιχα. Η σημασιολογική αναπαράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

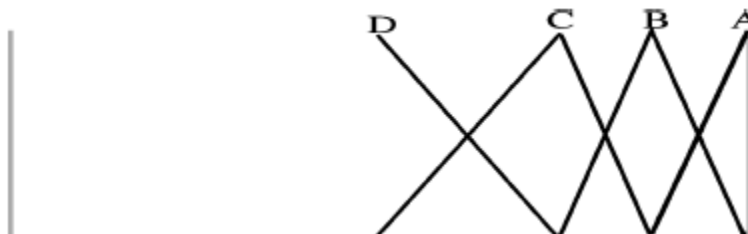


Σχήμα 8: Σημασιολογική αναπαράσταση γλωσσικών όρων (λάθος)

Όπως παρατηρείται η παραπάνω σημασιολογική αναπαράσταση δεν μπορεί να θεωρηθεί ως ένα ασαφές σύνολο λόγω της αναπαράστασης της ετικέτας C η οποία μεταπηδά μεταξύ των επιπέδων t και $t+1$. Συγκεκριμένα το πρόβλημα εντοπίζεται στην κάθοδο της ετικέτας \underline{C} . Γι αυτό το λόγο χρησιμοποιείται ο κανόνας γεφύρωσης ασύμμετρων όρων μεταξύ των επιπέδων.

- $density_{S_R} = "extreme" \rightarrow \overline{s_{jump}} \leftarrow \overline{s_i^{n(t)}}, s_{jump} \leftarrow \overline{s_k^{n(t+1)}}, k = 2 \cdot i$
- $density_{S_R} = "middle" \rightarrow \underline{s_{jump}} \leftarrow \underline{s_i^{n(t)}}, \overline{s_{jump}} \leftarrow \overline{s_k^{n(t+1)}}, k = 2 \cdot i$

Με βάση αυτόν τον κανόνα για το συγκεκριμένο παράδειγμα η γεφύρωση της ετικέτας C γίνεται ως εξής: $\underline{C} = \underline{s_{jump}} \leftarrow \underline{s_6^9}$ και $\overline{C} = \overline{s_{jump}} \leftarrow \overline{s_3^5}$.



Σχήμα 9: Σχηματική αναπαράσταση γλωσσικών όρων (σωστή)

4.4.3 Σημασιολογία και Πρόσθετες Πληροφορίες

Ο αλγόριθμος αναπαράστασης παρέχει την σημασιολογία για τους ασύμμετρους γλωσσικούς όρους καθώς και τις ακόλουθες πληροφορίες προκειμένου να γίνεται

έλεγχος και σωστή διαχείριση της μοντελοποίησης της γλωσσικής πληροφορίας σε κάθε ασύμμετρο γλωσσικό σετ όρων.

1. Η σημασιολογική αναπαράσταση ιεραρχίας $LH(S)$ ενός ασύμμετρου γλωσσικού όρου που ανήκει στο σύνολο $S = \{s_i, i = 0, \dots, g\}$ είναι η αναπαράσταση $LH(S) = \{S_{I(i)}^{G(i)}, i = 0, \dots, g\}$ τέτοια ώστε $\forall s_i \in S \exists l(t, n(t)) \in LH$ που περιέχει την ετικέτα $s_k^{n(t)} \in S^{n(t)}$ κατά τέτοιο τρόπο ώστε $I(i) = k$ και το $G(i) = n(t)$, με τα I και G να είναι συναρτήσεις που αναθέτουν σε κάθε ασύμμετρη ετικέτα $s_i \in S$ τον δείκτη της ετικέτας που αναπαρίσταται στη LH καθώς και το πλήθος των όρων, διακρίττητα, του συνόλου των ετικετών στο αντίστοιχο επίπεδο της γλωσσικής ιεραρχίας LH .
2. Συνάρτηση *Brid* : Ορίζεται μια *Boolean* συνάρτηση με τιμές $S \rightarrow \{True, False\}$ για εκείνες τις ασύμμετρες ετικέτες $s_i \in S$ που χρησιμοποιούν για την αναπαράσταση τους s_{jump} . Ετικέτες των οποίων η σημασιολογική αναπαράσταση πετυχαίνεται από δύο επίπεδα στην LH (συμπεριλαμβανομένης και της κεντρικής ετικέτας). Όταν η αναπαράσταση της ασύμμετρης ετικέτας γίνεται σε δύο επίπεδα τότε η τιμή της συνάρτησης είναι *True*, αλλιώς είναι *False*.
3. Υποσύνολα: Τα πέντε υποσύνολα του ασύμμετρου γλωσσικού υποσυνόλου S είναι: $S = S_L \cup S_C \cup S_R = S_{LE} \cup S_{LC} \cup S_C \cup S_{RC} \cup S_{RE}$.
4. Το σύνολο των επιπέδων της LH συμβολίζεται ως T_{LH} και περιέχει εκείνα τα επίπεδα που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση του των ασύμμετρων γλωσσικών όρων του S , $T_{LH} = \{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\}$ όπου το t_{LE} είναι το επίπεδο της γλωσσικής ιεραρχίας LH που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση S_{LE} και τα υπόλοιπα αντίστοιχα. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι στην περίπτωση που $\exists l((t, n(t)), ((n(t)-1)/2) = \#(S_R))$ τότε $t_{RC} = t_{RE} = t$ και $S_{RC} = S_{RE} = S_R$. Αντίστοιχα ισχύει και για το υποσύνολο S_L .

4.5 ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Κρίνεται αναγκαία η χρήση ενός παραδείγματος για την κατανόηση της λειτουργίας του αλγορίθμου.

Έστω ότι πρέπει να γίνει διαχείριση της γλωσσικής κλίμακας που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 10: Ασύμμετρη κλίμακα με περισσότερους όρους στην δεξιά περιοχή

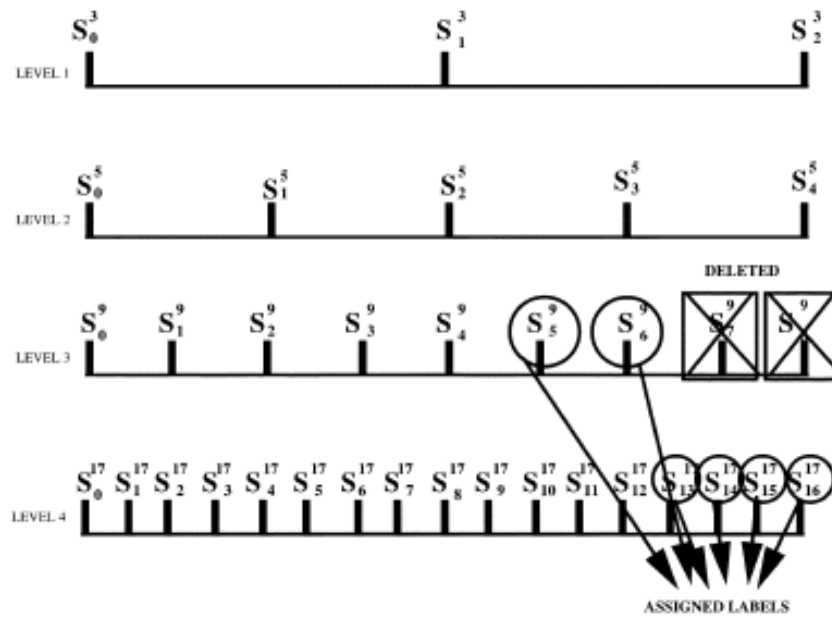
Σύμφωνα με τη παραπάνω κλίμακα έχουμε:

- $S = \{N, L, M, AH, H, QH, VH, AT, T\} \rightarrow \{(2, extreme, 1, (6, extreme))\}$
- $S_R = \{AH, H, QH, VH, AT, T\}$
- $S_C = \{M\}$
- $S_L = \{N, L\}$

1. Αναπαράσταση του πλευρικού σετ S_R :

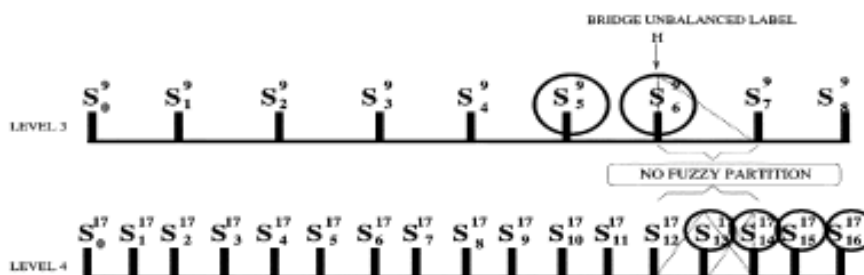
- Ελέγχουμε αν ισχύει η σχέση $\exists t \in LH, \frac{n(t)-1}{2} = \#(S_R)$. Η σχέση αυτή δεν ικανοποιείται άρα η αναπαράσταση του πλευρικού συνόλου S_R γίνεται σε δυο επίπεδα.
- Η σχέση $\frac{n(t)-1}{2} < \#(S_R) < \frac{n(t+1)-1}{2}$ ικανοποιείται για $t=3$ και $t+1=4$ αφού για τα αντίστοιχα επίπεδα της γλωσσικής ιεραρχίας LH έχουμε $n(t)=9$ και $n(t+1)=17$. Η μεταβλητή $lab_t = 2$ και $lab_{t+1} = 4$. Επιπλέον η τιμή της μεταβλητής $density_{S_R} = "extreme"$ επομένως $S_{RE} \subset AS_R^{n(t+1)}$ και αναπαριστώνται οι τέσσερις ετικέτες $S_{RE} = \{T, AT, VH, QH\}$ στο επίπεδο $t+1=4$ ενώ $S_{RC} \subset AS_R^{n(t)}$ και αναπαριστώνται οι δυο ετικέτες $S_{RC} = \{H, AH\}$ στο επίπεδο $t=3$.

Έτσι, προκύπτουν τα εξής: $S_{RE} = \{T \leftarrow s_{16}^{17}, AT \leftarrow s_{15}^{17}, VH \leftarrow s_{14}^{17}, QH \leftarrow s_{13}^{17}\}$ και $S_{RC} = \{H \leftarrow s_6^9, AH \leftarrow s_5^9\}$.

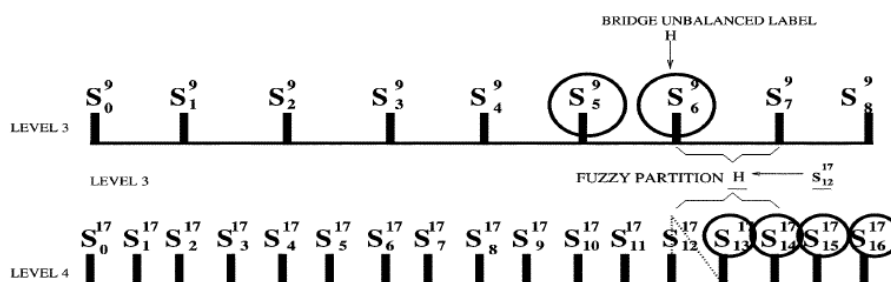


Σχήμα 11: Αναπαράσταση S_R

Παρατηρώντας το παραπάνω σχήμα βλέπουμε ότι δεν μπορεί να θεωρηθεί ως ένα ασαφές σύνολο λόγω της αναπαράστασης της ετικέτας H η οποία αναπαριστάται μέσω του s_{jump} μεταξύ του τρίτου και του τέταρτου επιπέδου(σχήμα 12). Χρησιμοποιώντας τον κανόνα γεφύρωσης η ετικέτα H αναπαριστάται τελικώς ως εξής: $\overline{H} \leftarrow s_6^9$ και $\underline{H} \leftarrow s_{12}^{17}$ (σχήμα 13)



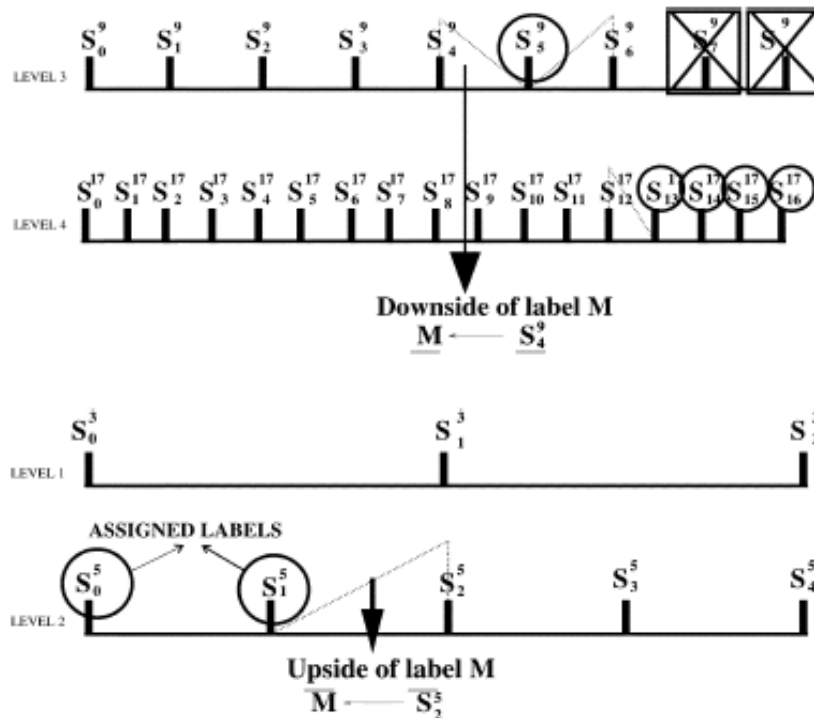
Σχήμα 12: Αναπαράσταση ετικέτας H (παρουσίαση προβλήματος)



Σχήμα 13: Τελική αναπαράσταση της ετικέτας H

2. Αναπαράσταση του κεντρικού υποσυνόλου S_C :

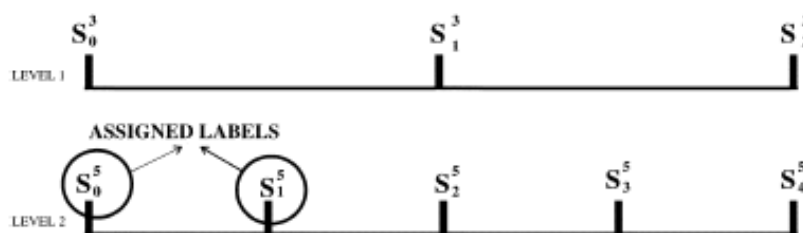
- \underline{S}_C : Αφού το $density_{s_r} = "extreme"$ τότε η ετικέτα η \underline{M} αναπαριστάται στο τρίτο επίπεδο της γλωσσικής ιεραρχίας LH μέσω του όρου s_4^9 .
- \overline{S}_C : Η άνω πλευρά της κεντρικής ετικέτας \overline{M} αναπαριστάται στο δεύτερο επίπεδο της γλωσσικής ιεραρχίας LH μέσω του όρου s_2^5 .



Σχήμα 14: Αναπαράσταση ετικέτας S_C

3. Αναπαράσταση του πλευρικού σετ S_L :

- Σε αυτή την περίπτωση ισχύει η σχέση $\exists t \in LH, \frac{n(t)-1}{2} = \#(S_L)$ για $t = 2$ αφού το $n(t) = 5$. Έτσι η αναπαράσταση του πλευρικού σετ S_L γίνεται στο δεύτερο επίπεδο της γλωσσικής ιεραρχίας LH μέσω των $\{L \leftarrow s_1^5, N \leftarrow s_0^5\}$.

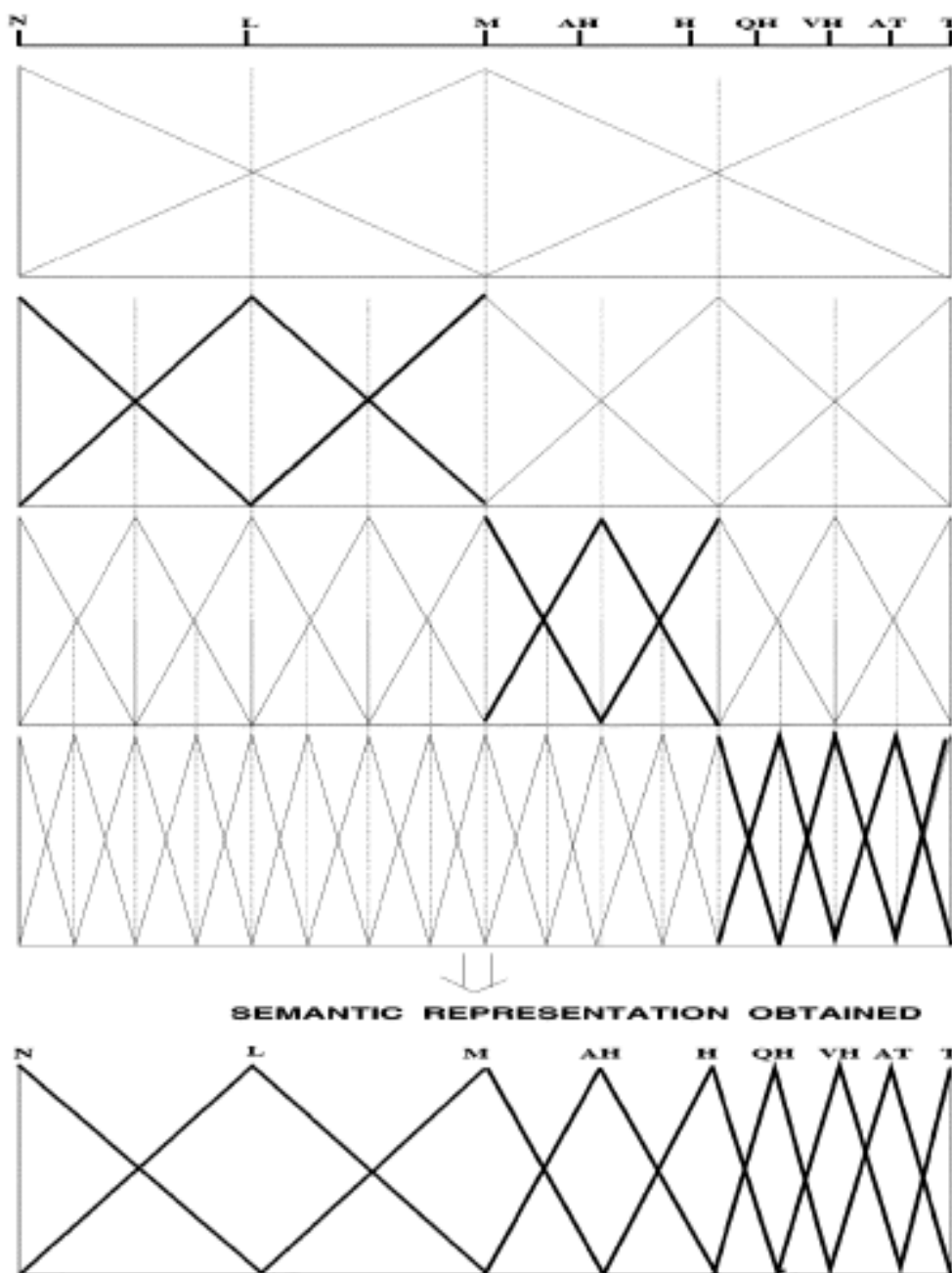


Σχήμα 15: Αναπαράσταση του S_L

Τελικά τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που μας δίνει ο αλγόριθμος για την σημασιολογική αναπαράσταση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων είναι τα εξής:

- $S_L = \{N \leftarrow \underline{s_0^5}, L \leftarrow s_1^5\}$
- $S_C = \{M \leftarrow \overline{s_2^5} \cup \underline{s_4^9}\}$
- $S_R = \{AH \leftarrow s_5^9, H \leftarrow \overline{s_6^9} \cup \underline{s_{12}^{17}}, QH \leftarrow s_{13}^{17}, VH \leftarrow s_{14}^{17}, AT \leftarrow s_{15}^{17}, T \leftarrow s_{16}^{17}\}$

Η σημασιολογική αναπαράσταση της κλίμακας του σχήματος 10 φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 16: Σημασιολογική αναπαράσταση του S

Επιπλέον ο αλγόριθμος μας παρέχει και τις παρακάτω πληροφορίες.

- $LH(S)$ και $Brid(S)$

S	$LH(S)$	$Brid(S)$
$s_0 = N$	$s_{I(0)}^{G(0)} = s_0^5$	<i>False</i>
$s_1 = L$	$s_{I(1)}^{G(1)} = s_1^5$	<i>False</i>
$s_2 = M$	$s_{I(2)}^{G(2)} = s_2^5 \text{ or } s_4^9$	<i>True</i>
$s_3 = AH$	$s_{I(3)}^{G(3)} = s_5^9$	<i>False</i>
$s_4 = H$	$s_{I(4)}^{G(4)} = s_6^9 \text{ or } s_{12}^{17}$	<i>True</i>
$s_5 = QH$	$s_{I(5)}^{G(5)} = s_{13}^{17}$	<i>False</i>
$s_6 = VH$	$s_{I(6)}^{G(6)} = s_{14}^{17}$	<i>False</i>
$s_7 = AT$	$s_{I(7)}^{G(7)} = s_{15}^{17}$	<i>False</i>
$s_8 = T$	$s_{I(8)}^{G(8)} = s_{16}^{17}$	<i>False</i>

Πίνακας 2: $LH(S)$ και $Brid(S)$

Όπως παρατηρείται από τον παραπάνω πίνακα όταν η τιμή της συνάρτησης γεφύρωσης $Brid(S) = True$ τότε υπάρχουν δύο δυνατές αναπαραστάσεις στο επίπεδο γλωσσικής ιεραρχίας LH όπου θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί μία από τις δύο για να απλοποιηθούν και να διευκολυνθούν οι διαδικασίες του CW . Για να επιτευχθεί αυτό προτείνεται η χρήση της γλωσσικής αναπαράστασης που καθορίζεται από το κατώτερο επίπεδο δηλαδή: $S_{I(2)}^{G(2)} = s_2^5$ και $S_{I(4)}^{G(4)} = s_6^9$.

- Τα υποσύνολα διατάσσονται σε αύξουσα σειρά:
 - $S_{LE} = S_{LC} = S_L = (N, L)$
 - $S_C = (M)$
 - $S_{RC} = \{AH, H\}$
 - $S_{RE} = \{QH, VH, AT, T\}$
- Το σετ των επιπέδων της γλωσσικής ιεραρχίας LH που χρησιμοποιήθηκαν στην αναπαράσταση του συνόλου των ασύμμετρων γλωσσικών όρων S είναι:
 - $\{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\} = \{2, 2, 3, 4\}$

4.6 ΑΣΥΜΜΕΤΡΟ ΓΛΩΣΣΙΚΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

4.6.1 Συνάρτηση Μετασηματισμού Ασύμμετρης Γλωσσικής Πληροφορίας

Αναπτύχθηκε πιο πάνω η μεθοδολογία για την σημασιολογική αναπαράσταση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων με τη βοήθεια της γλωσσικής ιεραρχίας αλλά ο βασικός σκοπός είναι διαχείριση της ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας στις διαδικασίες του CW χωρίς καμία απώλεια πληροφορίας. Το υπολογιστικό μοντέλο θα βασιστεί στα εξής:

- Στο μοντέλο της διπλής αναπαράστασης 2-tuple το οποίο παρέχει τη δυνατότητα διαχείρισης της ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας χωρίς την απώλεια πληροφοριών ανεξάρτητα από την σημασιολογία του εκάστοτε όρου η οποία επιτυγχάνεται μέσω του προτεινόμενου αλγορίθμου.
- Στην αναπαράσταση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων με την δομή της γλωσσικής ιεραρχίας LH η οποία μας παρέχει ένα πλαίσιο αναφοράς για την διαχείριση των ασύμμετρων πληροφοριών στις υπολογιστικές λειτουργίες.

Για αυτούς τους λόγους για να αναπτυχθεί το υπολογιστικό μοντέλο ορίζονται δύο συναρτήσεις μετατροπής οι οποίες μετατρέπουν τον ασύμμετρο γλωσσικό όρο $s_i \in S$ σε όρο της γλωσσικής ιεραρχίας LH $s_k^{n(t)} \in LH = U, I(t, n(t))$ και αντίστροφα.

1. Η συνάρτηση μετασηματισμού, η οποία σχετίζεται με κάθε ασύμμετρο γλωσσικό όρο εκφρασμένο με το μοντέλο της διπλής αναπαράστασης 2-tuple $(s_i, a_i), s_i \in S$, μετασηματίζει τον ασύμμετρο όρο στον αντίστοιχο της γλωσσικής ιεραρχία LH $(s_k^{n(t)}, a), s_k^{n(t)} \in LH$

- $\mathcal{LH} : (S \times [-0.5, 0.5]) \rightarrow (LH \times [-0.5, 0.5])$ ώστε
 $\forall (s_i, a_i) \in (S \times [-0.5, 0.5]) \exists \mathcal{LH}(s_i, a_i) = (s_{I(i)}^{G(i)}, a_i), s_{I(i)}^{G(i)} \in LH$
- $\mathcal{LH}^{-1} : (LH \times [-0.5, 0.5]) \rightarrow (S \times [-0.5, 0.5])$ ώστε
 $\forall (s_k^{n(t)}, a_k) \in (LH \times [-0.5, 0.5]) \exists s_k^{n(t)} \in S^{n(t)}$ όπου t το επίπεδο της LH

Περίπτωση 1

Όταν μια ασύμμετρη ετικέτα αναπαρίσταται κατευθείαν με $s_k^{n(t)}$ σύμφωνα με την γλωσσική ιεραρχία $LH(S)$ και ικανοποιείται η σχέση:

$$\exists s_i \in S \mid G(i) = n(t) \text{ και } I(i) = k$$

Τότε ισχύει ότι: $\mathcal{LH}^{-1}(s_k^{n(t)}, a_k) = (s_i, \lambda)$ με το λ μια άγνωστη γλωσσική μετάφραση. Έτσι δημιουργούνται δύο πιθανές καταστάσεις ανάλογα με την αναπαράσταση του ασύμμετρου γλωσσικού όρου s_i σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$\lambda = \left(\frac{\Delta_t^{-1}(s_k^{n(t)}, a_k) \cdot (n(t+1) - 1)}{n(t) - 1} \right) - \text{round} \left(\frac{\Delta_t^{-1}(s_k^{n(t)}, a_k) \cdot (n(t+1) - 1)}{n(t) - 1} \right) \quad (2)$$

1) Εάν $\text{Brid}(s_i) = \text{False}$ τότε η σημασιολογική αναπαράσταση του ασύμμετρου γλωσσικού όρου s_i αναπαρίσταται μόνο με μία ετικέτα στην γλωσσική ιεραρχία LH και $\lambda = a_k$ με $\mathcal{LH}^{-1}(s_k^{n(t)}, a_k) = (s_i, a_k)$.

2) Εάν $\text{Brid}(s_i) = \text{True}$ τότε η σημασιολογική αναπαράσταση του ασύμμετρου γλωσσικού όρου s_i αναπαρίσταται με δυο ετικέτες στην γλωσσική ιεραρχία LH στα επίπεδα t και $t+1$. Τότε ο ορισμός του \mathcal{LH}^{-1} εξαρτάται από την θέση του s_i στην S .

- Αν $s_i \in S_{RE}$ ή $s_i \in S_{LC}$ τότε το $\overline{s_i}$ ορίζεται από $TF_{t+1}^t(s_k^{n(t)}, 0) = s_{2k}^{n(t+1)}$ και το $\underline{s_i}$ ορίζεται από $\underline{s_k^{n(t)}}$. Δημιουργούνται οι εξής περιπτώσεις:

- Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον γλωσσικό όρο $\overline{s_k^{n(t)}}$ (επάνω μέρος της συνάρτησης συσχέτισης) τότε $a_k < 0 \Rightarrow \lambda \in [-0.5, 0)$. Συνυπολογίζοντας κιάλας ότι η σημασιολογική αναπαράσταση του $\overline{s_k^{n(t)}}$ είναι στο επίπεδο t το λ υπολογίζεται από την σχέση (2) χωρίς το κομμάτι της στρογγυλοποίησης.
- Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον γλωσσικό όρο $\underline{s_k^{n(t)}}$ (κάτω μέρος της συνάρτησης συσχέτισης) τότε $a_k > 0 \rightarrow \lambda \in [0, 0.5)$ με $\lambda = a_k$.

- Εάν $s_i \in S_{RC}$ ή $s_i \in S_{LE}$ τότε το $\overline{s_i}$ ορίζεται από $\overline{s_k^{n(t)}}$ ενώ το $\underline{s_i}$ ορίζεται από $TF_{t+1}^t(s_k^{n(t)}, 0) = s_{2k}^{n(t+1)}$. Δημιουργούνται οι εξής περιπτώσεις:

- Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον γλωσσικό όρο $\overline{s_k^{n(t)}}$ τότε $a_k < 0 \Rightarrow \lambda \in [-0.5, 0)$ με $\lambda = a_k$
- Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον γλωσσικό όρο $\underline{s_k^{n(t)}}$ τότε $a_k > 0 \rightarrow \lambda \in [0, 0.5)$ και το λ υπολογίζεται από την (2).

- Εάν $s_i \in S_C$ (κεντρική ετικέτα) τότε ανάλογα με τα επίπεδα της γλωσσικής ιεραρχίας LH που χρησιμοποιήθηκαν για την σημασιολογική αναπαράσταση των s_i, t_{LC} και t_{RC} δημιουργούνται οι εξής περιπτώσεις:

$$1) \text{ Εάν } t_{LC} = t_{RC} \text{ τότε } \mathcal{LH}^{-1}(s_k^{n(t)}, a_k) = (s_i, a_k)$$

$$2) \text{ Εάν } t_{LC} > t_{RC} \text{ τότε } \mathcal{LH}^{-1}(s_k^{n(t)}, a_k) = (s_i, \lambda), \begin{cases} \lambda = \alpha_\kappa \text{ αν } \alpha_\kappa > 0 \\ \lambda = (2) \text{ αν } \alpha_\kappa < 0 \end{cases}$$

$$3) \text{ Εάν } t_{LC} < t_{RC} \text{ τότε } \mathcal{LH}^{-1}(s_k^{n(t)}, a_k) = (s_i, \lambda), \begin{cases} \lambda = \alpha_\kappa \text{ αν } \alpha_\kappa < 0 \\ \lambda = (2) \text{ αν } \alpha_\kappa > 0 \end{cases}$$

Περίπτωση 2

Εάν δεν ικανοποιείται η σχέση $\exists s_i \in S | G(i) = n(t) \text{ and } I(i) = k$ τότε $\mathcal{LH}^{-1}(s_k, a_k) = \mathcal{LH}^{-1}(TF_{t'}^t(s_k^{n(t)}, a_k))$ με $t' \in \{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\}$ είναι ένα επίπεδο τέτοιο ώστε εάν $TF_{t'}^t(s_k^{n(t)}, a_k) = (s_k^{n(t')}, a_k)$ τότε $\exists s_i \in S | G(i) = n(t')$ και $I(i) = k'$.

4.6.2 Υπολογιστικό Μοντέλο

Ορίζονται, όπως και στο μοντέλο διπλής αναπαράστασης 2-tuple, ο τελεστής σύγκρισης, άρνησης και συνάθροισης των ασύμμετρων γλωσσικών πληροφοριών. Οι τρεις αυτοί τελεστές ορίζονται βάση των συναρτήσεων μετασχηματισμού \mathcal{LH} και \mathcal{LH}^{-1} .

Τελεστής Σύγκρισης

Η σύγκριση της ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας η οποία αναπαριστάται με τη βοήθεια του μοντέλου διπλής αναπαράστασης 2-tuple διεξάγεται σύμφωνα με μία συνηθισμένη λεξικογραφική διάταξη όπως ορίζεται στο μοντέλο διπλής αναπαράστασης 2-tuple που αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 3.

Τελεστής Άρνησης

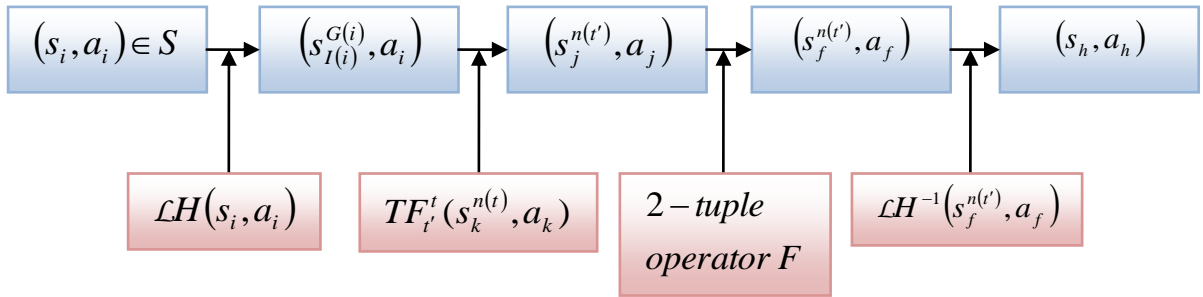
Ορίζεται ως: $Neg(s_i, a_i) = \mathcal{LH}^{-1}(Neg(\mathcal{LH}(s_i, a_i)))$ με $s_i \in S$ και Neg να είναι ο τελεστής άρνησης του μοντέλου της διπλής αναπαράστασης 2-tuple.

Τελεστής Συνάθροισης Πληροφοριών

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω ο χειρισμός της ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας γίνεται με την βοήθεια της γλωσσικής ιεραρχίας LH . Επειδή όμως οι ασύμμετροι γλωσσικοί όροι αναπαριστώνται από ετικέτες στην γλωσσική ιεραρχία οι οποία βρίσκονται σε διάφορα επίπεδα, γίνεται αντιληπτό ότι είναι δύσκολο να γίνει η

συνάθροιση αυτών των όρων. Για να καθοριστεί ένας τελεστής συνάθροισης για την ασύμμετρη γλωσσική πληροφορία συνιστάται ο καθορισμός ενός γλωσσικού τελεστή συνάθροισης για πολυδιακριτή γλωσσική πληροφορία [37],[39]. Η διαδικασία η οποία ακολουθείται για την συνάθροιση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων είναι η εξής:

- Αρχικά αναπαριστώνται οι ασύμμετροι γλωσσικοί όροι με την βοήθεια της γλωσσικής ιεραρχίας. Η διαδικασία αυτή γίνεται με την συνάρτηση \mathcal{LH} .
- Επειδή οι όροι που αναπαριστώνται στην γλωσσική ιεραρχία βρίσκονται σε διάφορα επίπεδα δεν είναι δυνατή η επεξεργασία τους. Για αυτό το λόγο επιλέγεται ένα επίπεδο της γλωσσικής ιεραρχίας LH , στο οποίο μετατρέπονται όλοι οι όροι για να συνεχιστεί η υπολογιστική διαδικασία. Επιλέγεται το επίπεδο της γλωσσικής ιεραρχίας που έχει το μεγαλύτερο πλήθος όρων [19,25], $t_{HGLS} = \max\{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\}$. Σε αυτό το επίπεδο στη συνέχεια μετασχηματίζονται οι διαφορετικοί γλωσσικοί όροι που είναι εκφρασμένοι με το μοντέλο της διπλής αναπαράστασης 2-tuple με την εφαρμογή της συνάρτησης μετασχηματισμού $TF'_{t_{HGLS}}$.



Σχήμα 17: Υπολογιστική διαδικασία για Ασύμμετρη Γλωσσική Πληροφορία

Έστω $(s_i, a_i) \in S$ και $(s_k^{n(t')}, a_k) \in \mathcal{LH}(s_i, a_i)$ να είναι η αναπαράσταση του σε ένα επίπεδο γλωσσικής ιεραρχίας LH με $t' \in \{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\}$. Επιλέγεται το $t_{HGLS} = \max\{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\}$. Τότε η συνάρτηση μετασχηματισμού μεταξύ του επιπέδου t' και του t_{HGLS} ενός γλωσσικού όρου εκφρασμένο στην γλωσσική ιεραρχία έχει τις εξής περιπτώσεις:

1. Εάν $Brid(s_i) = False$ τότε η σημασιολογική αναπαράσταση του γλωσσικού όρου s_i σχετίζεται μόνο με μια ετικέτα στην γλωσσική ιεραρχία LH και ισχύει $TF'_{t_{HGLS}}(s_k^{n(t')}, a_k) = TF'_{t_{HGLS}}(s_k^{n(t')}, a_k), \forall t'$.

2. Εάν $Brid(s_i) = True$ τότε η σημασιολογική αναπαράσταση του γλωσσικού όρου s_i σχετίζεται με δύο ετικέτες στην γλωσσικής ιεραρχίας LH και ο ορισμός της συνάρτησης $TF_{t_{HGLS}}^{t'}$ εξαρτάται από τη θέση του s_i στο S .

- Αν $s_i \in S_{RE}$ ή $s_i \in S_{LC}$ με $(t' = t_{RE}$ και $t' + 1 = t_{RC})$ ή $(t' = t_{LC}$ και $t' + 1 = t_{LE})$ τότε το $\overline{s_i}$ ορίζεται από $TF_{t'+1}^{t'}(s_k^{n(t')}, 0)$ ενώ το $\underline{s_i}$ ορίζεται από $\underline{s_k^{n(t')}}$. Για αυτό δημιουργούνται δύο υποπεριπτώσεις:

- i. Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον όρο στην άνοδο του γλωσσικού όρου $\overline{s_k^{n(t')}}$, και εάν $a_k < 0 \Rightarrow TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) = TF_{t_{HGLS}}^{t'+1}(s_{2k}^{n(t'+1)}, a_k)$.
- ii. Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον όρο στην κάθοδο του γλωσσικού όρου $\underline{s_k^{n(t')}}$, και εάν $a_k \geq 0 \Rightarrow TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) = TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k)$.

- Εάν $s_i \in S_{RC}$ ή $s_i \in S_{LE}$ με $(t' = t_{RC}$ και $t' + 1 = t_{RE})$ ή $(t' = t_{LE}$ και $t' + 1 = t_{LC})$ τότε το $\overline{s_i}$ ορίζεται από $\overline{s_k^{n(t')}}$ ενώ το $\underline{s_i}$ ορίζεται από $\underline{TF_{t'+1}^{t'}(s_k^{n(t')}, 0)}$. Για αυτό δημιουργούνται δύο υποπεριπτώσεις:

- i. Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον όρο στην άνοδο του γλωσσικού όρου $\overline{s_k^{n(t')}}$, και εάν $a_k \leq 0 \Rightarrow TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) = TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k)$.
- ii. Εάν a_k είναι η συμβολική μετάφραση που αντιστοιχεί στον όρο στην κάθοδο του γλωσσικού όρου $\underline{s_k^{n(t')}}$, και εάν $a_k > 0 \Rightarrow TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) = TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_{2k}^{n(t'+1)}, a_k)$.

- Εάν $s_i \in S_C$ (κεντρική ετικέτα) τότε εξαρτάται από τα επίπεδα της γλωσσικής ιεραρχίας LH που χρησιμοποιήθηκαν για την της σημασιολογική αναπαράσταση του s_i, t_{LC} και t_{RC} , δημιουργούνται τρεις υποπεριπτώσεις.

- i. Αν $t_{LC} = t_{RC} \Rightarrow TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) = TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k)$

- ii. Αν $t_{LC} > t_{RC} \Rightarrow$

$$\Rightarrow TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) = \begin{cases} TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) & \alpha_n \geq 0 \\ TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_{2k}^{n(t'+1)}, a_k) & \alpha_n < 0 \end{cases}$$

iii. Αν $t_{LC} < t_{RC} \Rightarrow$

$$\Rightarrow TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) = \begin{cases} TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_k^{n(t')}, a_k) & \alpha_n \alpha_k \leq 0 \\ TF_{t_{HGLS}}^{t'}(s_{2k}^{n(t'+1)}, a_k) & \alpha_n \alpha_k > 0 \end{cases}$$

Όταν έχουν αναπαρασταθεί όλοι οι ασύμμετροι γλωσσικοί όροι με τη βοήθεια της γλωσσικής ιεραρχίας και μετέπειτα έχουν εκφραστεί όλοι στο ίδιο επιθυμητό επίπεδο τότε η διαδικασία του CW συνεχίζεται μέσω οποιουδήποτε τελεστή γλωσσικής συνάθροισης του μοντέλου διπλής αναπαράστασης 2-tuple (αριθμητικός μέσος, μέσος όρος με βάρη,LOWA) [40,41].

Ο αριθμητικός μέσος του μοντέλου της διπλής αναπαράστασης δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\bar{x}^e = \Delta \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) \cdot \Delta^{-1}(s_i, a_i) \right) = \frac{1}{n} \cdot \Delta \left(\sum_{i=1}^n \beta_i \right)$$

Το αποτέλεσμα σε αυτό το σημείο είναι εκφρασμένο στο $S^{n(t_{HGLS})}$. Για να υπάρξει ομοιογένεια μεταξύ του τελικού αποτελέσματος και της αρχικής ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας, θα πρέπει το τελικό αποτέλεσμα να μετατραπεί σε όρους εκφρασμένους στο S . Αυτό γίνεται με τη βοήθεια της συνάρτησης LH^{-1} .

- Έστω $A = \{(a_1, a_1), \dots, (a_p, a_p)\}, a_i \in S, a_i \in [-0.5, 0.5]\}$ είναι ένα σύνολο από ασύμμετρους γλωσσικούς όρους εκφρασμένοι με το μοντέλο της διπλής αναπαράστασης. Τότε ο τελεστής γενικής συνάθροισης των ασύμμετρων γλωσσικών πληροφοριών είναι:

$$\Lambda^F : (S \times [-0.5, 0.5])^p \rightarrow S \times [-0.5, 0.5]$$

και ορίζεται από την ακόλουθη έκφραση

$$\begin{aligned} \Lambda^F [(a_1, a_1), \dots, (a_p, a_p)] &= LH^{-1}(S_k^{n(t_{HGLS})}, \lambda) \mu \varepsilon (S_k^{n(t_{HGLS})}, \lambda) = \\ &= F(TF_{t_{HGLS}}^{t'}(LH(a_1, a_1)), \dots, TF_{t_{HGLS}}^{t'}(LH(a_p, a_p))), t', t_{HGLS} = \max\{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\} \end{aligned}$$

Βιβλιογραφία 4^{ου} Κεφαλαίου

- [1] L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. Part I," *Inf. Sci.*, vol. 8, pp. 199–249, 1975.
- [2] L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. Part II," *Inf. Sci.*, vol. 8, pp. 301–357, 1975.
- [3] L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. Part III," *Inf. Sci.*, vol. 9, pp. 43–80, 1975.
- [4] S. Zadrozny and J. Kacprzyk, "Computing with words for text processing: An approach to the text categorization," *Inf. Sci.*, vol. 176, no. 4, pp. 415–437, 2006.
- [5] E. Herrera-Viedma, "An information retrieval model with ordinal linguistic weighted queries based on two weighting elements," *Int. J. Uncertain., Fuzz. Knowl.-Based Syst.*, vol. 9, pp. 77–88, 2001.
- [6] E. Herrera-Viedma, F. Herrera, L. Martínez, J. C. Herrera, and A. G. Lopez-Herrera, "Incorporating filtering techniques in a fuzzy linguistic multi-agent model for gathering of information on the web," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 148, pp. 61–83, 2004.
- [7] E. Herrera-Viedma, A. G. Lopez-Herrera, and C. Porcel, "Tuning the matching function for a threshold weighting semantics in a linguistic information retrieval system," *Int. J. Intell. Syst.*, vol. 20, no. 9, pp. 921–937, 2005.
- [8] G. Bordogna and G. Pasi, "A fuzzy linguistic approach generalizing boolean information retrieval: A model and its evaluation," *J. Amer. Soc. Inf. Sci.*, vol. 44, pp. 70–82, 1993.
- [9] G. Bordogna and G. Pasi, "An ordinal information retrieval model," *Int. J. Uncertain., Fuzz. Knowl.-Based Syst.*, vol. 9, pp. 63–76, 2001.
- [10] J. Kacprzyk and S. Zadrozny, "Computing with words in intelligent database querying: Standalone and Internet-based applications," *Inf. Sci.*, vol. 134, pp. 71–109, 2001.
- [11] J. Kacprzyk and S. Zadrozny, "Linguistic database summaries and their protoforms: Towards natural language based knowledge discovery tools," *Inf. Sci.*, vol. 173, no. 4, pp. 281–304, 2005.
- [12] B. Arfi, "Fuzzy decision making in politics: A linguistic fuzzy-set approach," *Pol. Anal.*, vol. 13, no. 1, pp. 23–56, 2005.
- [13] B. Arfi, "Linguistic fuzzy-logic game theory," *J. Conflict Res.*, vol. 50, no. 1, pp. 28–57, 2006.
- [14] Z. Chen and D. Ben-Arieh, "On the fusion of multi-granularity linguistic label sets in group decision making," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 51, no. 3, pp. 526–541, 2006.
- [15] J. L. Garcia-Lapresta, "A general class of simple majority decision rules based on linguistic opinions," *Inf. Sci.*, vol. 176, no. 4, pp. 352–365, 2006.
- [16] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and J. L. Verdegay, "A linguistic decision process in group decision making," *Group Decision Negot.*, vol. 5, pp. 165–176, 1996.

- [17] V. N. Huynh and Y. Nakamori, "A satisfactory-oriented approach to multiexpert decision-making with linguistic assessments," *IEEE Trans.*
- [18] J. Kacprzyk and S. Zadrozny, "Computing with words in decision making: Through individual and collective linguistic choice rules," *Int. J. Uncertain., Fuzz. Knowl.-Based Syst.*, vol. 9, pp. 89–102, 2001.
- [19] J. Ma, D. Ruan, Y. Xu, and G. Zhang, "A fuzzy-set approach to treat determinacy and consistency of linguistic terms in multi-criteria decision making," *Int. J. Approx. Reason.*, vol. 44, no. 2, pp. 165–181, 2007.
- [20] Z. S. Xu, "A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations," *Inf. Sci.*, vol. 166, pp. 19–30, 2004.
- [21] Z. S. Xu, "Uncertain linguistic aggregation operators based approach to multiple attribute group decision making under uncertain linguistic environment," *Inf. Sci.*, vol. 168, pp. 171–184, 2004.
- [22] Z. S. Xu, "Deviation measures of linguistic preference relations in group decision making," *Omega*, vol. 33, no. 3, pp. 249–254, 2005.
- [23] J. M. Benítez, J. C. Martín, and C. Román, "Using fuzzy number for measuring quality of service in the hotel industry," *Tourism Manag.*, vol. 28, no. 2, pp. 544–555, 2007.
- [24] Y.-L. Kuo and C.-H. Yeh, "Evaluating passenger services of asia-pacific international airports," *Transp. Res. E, Logist. Transp. Rev.*, vol. 39, no. 1, pp. 35–48, 2003.
- [25] S. L. Chang, R. C. Wang, and S. Y. Wang, "Applying fuzzy linguistic quantifier to select supply chain partners at different phases of product life cycle," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 100, no. 2, pp. 348–359, 2006.
- [26] S. L. Chang, R. C. Wang, and S. Y. Wang, "Applying a direct multigranularity linguistic and strategy-oriented aggregation approach on the assessment of supply performance," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 177, no. 2, pp. 1013–1025, 2007.
- [27] C.-T. Chen, C.-T. Lin, and S.-F. Huang, "A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 102, no. 2, pp. 289–301, 2006.
- [28] C. H. Cheng and Y. Lin, "Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 142, pp. 174–186, 2002.
- [29] L. Martínez, "Sensory evaluation based on linguistic decision analysis," *Int. J. Approx. Reason.*, vol. 44, no. 2, pp. 148–164, 2007.
- [30] L. Martínez, J. L. Da Ruan, and J. B. Yang, "Dealing with heterogeneous information in engineering evaluation processes," *Inf. Sci.*, vol. 177, no. 7, pp. 1533–1542, 2007.
- [31] R. Degani and G. Bortolan, "The problem of linguistic approximation in clinical decision making," *Int. J. Approx. Reason.*, vol. 2, pp. 143–162, 1988.
- [32] J. Liu, J. B. Yang, J. Wang, H. S. Sii, and Y. M. Wang, "Fuzzy rulebased evidential reasoning approach for safety analysis," *Int. J. General Syst.*, vol. 33, no. 2–3, pp. 183–204, 2004.

- [33] H. S. Sii and J. Wang, "A subjective design for safety framework for offshore engineering products," in *Workshops on Reliability and Risk Based Inspection Planning and ESRA Technical Committee on Offshore Safety*, Zurich, Switzerland, 2000.
- [34] V. Torra, "Knowledge based validation: Synthesis of diagnoses through synthesis of relations," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 113, no. 2, pp. 167–176, 2000.
- [35] V. Torra, "Aggregation of linguistic labels when semantics is based on antonyms," *Int. J. Intell. Syst.*, vol. 16, pp. 513–524, 2001.
- [36] O. Cordón, F. Herrera, and I. Zwir, "Linguistic modeling by hierarchical systems of linguistic rules," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 2–20, 2001.
- [37] F. Herrera and L. Martínez, "A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision-making," *IEEE Trans. Syst., Man Cybern. B, Cybern.*, vol. 31, no. 2, pp. 227–234, 2001.
- [38] F. Herrera and L. Martínez, "An approach for combining linguistic and numerical information based on 2-tuple fuzzy representation model in decision-making," *Int. J. Uncertain., Fuzz. Knowl.-Based Syst.*, vol. 8, no. 5, pp. 539–562, 2000.
- [39] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez, "A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 114, pp. 43–58, 2000.
- [40] F. Herrera and L. Martínez, "A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 6, pp. 746–752, 2000.
- [41] F. Herrera and L. Martínez, "The 2-tuple linguistic computational model. Advantages of its linguistic description, accuracy and consistency," *Int. J. Uncertain., Fuzz. Knowl.-Based Syst.*, vol. 9, pp. 33–49, 2001.
- [42] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martínez "A Fuzzy Linguistic Methodology to Deal With Unbalanced Linguistic Term Sets", *IEEE Transactions on Fuzzy Syst.*, vol. 16, no. 2, 2008.

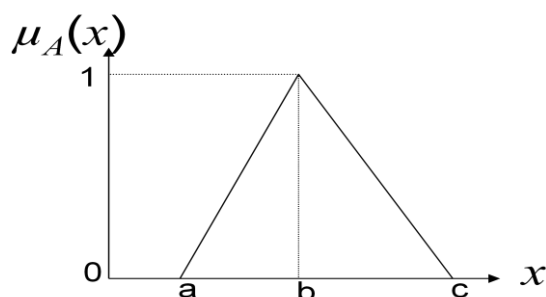
Κεφάλαιο 5^ο

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

5.1 ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ ΤΗΣ ΓΛΩΣΣΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

5.1.1 Πρόβλημα Απόφασης

Εδώ, παρουσιάζεται ένα πρόβλημα απόφασης, το οποίο θα λυθεί με τη βοήθεια των υπολογιστικών προσεγγίσεων που αναλύθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους. Μέσω αυτού του παραδείγματος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσέγγιση Προέκτασης, της Συμβολικής προσέγγισης καθώς και του Μοντέλου της Διπλής Αναπαράστασης με σκοπό να αξιολογηθούν ως προς την αξιοπιστία και την ακρίβειά τους. Θα πρέπει να τονιστεί ότι η συνάρτηση συσχέτισης για την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών είναι τριγωνικής μορφής, δηλαδή $S_i = (a_i, b_i, c_i)$, όπου (a_i) το αριστερό όριο, (c_i) το δεξιό όριο και (b_i) η τιμή που η συνάρτηση παίρνει την μέγιστη τιμή δηλαδή 1. Η μορφή της συνάρτησης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 1: Τριγωνική Συνάρτηση Συσχέτισης

Συγκεκριμένα, μια επιχείρηση διανομής πρέπει να ανανεώσει τα υπολογιστικά της συστήματα. Σε αυτό το πλαίσιο, πραγματοποιείται έρευνα για τις διαφορετικές δυνατότητες που υπάρχουν στην αγορά, ώστε να αποφασιστεί ποια είναι η καλύτερη επιλογή για τις ανάγκες της επιχείρησης. Οι εναλλακτικές λύσεις οι οποίες ορίζονται ως (j) είναι οι ακόλουθες:

- X1 είναι ένα Unix βασισμένο σύστημα.
- X2 είναι τα Windows NT συστήματα.
- X3 είναι AS/400 σύστημα.
- X4 είναι ένα VMS σύστημα.

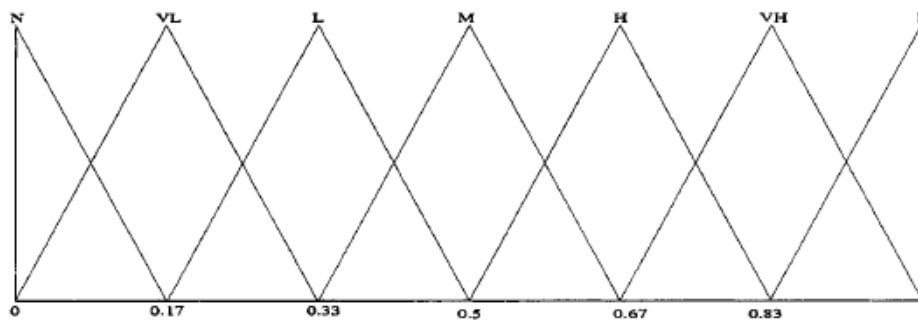
Η εταιρεία επέλεξε για να αξιολογήσει τα παραπάνω συστήματα, να συμπεριλάβει τις γνώμες όλων των τμημάτων της τα οποία ορίζονται και ως κριτήρια (i) και είναι τα ακόλουθα:

- P1 είναι το τμήμα ανάλυσης δαπανών.
- P2 είναι το τμήμα ανάλυσης συστημάτων.
- P3 είναι το τμήμα ανάλυσης κινδύνου.
- P4 είναι το τμήμα ανάλυσης τεχνολογίας.

Κάθε τμήμα παρέχει ένα διάνυσμα απόδοσης εκφράζοντας τις προτιμήσεις του για κάθε εναλλακτική λύση. Οι τιμές απόδοσης αξιολογούνται με βάση το παρακάτω γλωσσικό σύνολο που αποτελείται από 7 γλωσσικούς όρους:

$$S = \{N, VL, L, M, H, VH, P\} \text{ όπου:}$$

- $P = Perfect = (0.83, 1, 1)$
- $VH = Very High = (0.67, 0.65, 1)$
- $H = High = (0.5, 0.67, 0.83)$
- $M = Medium = (0.33, 0.5, 0.67)$
- $L = Low = (0.17, 0.33, 0.5)$
- $VL = Very Low = (0, 0.17, 0.33)$
- $N = None = (0, 0, 0.17)$



Σχήμα 2: Γραφική Παράσταση Του Γλωσσικού Συνόλου

Τα διανύσματα απόδοσης που παρέχονται από τους εμπειρογνώμονες αποτυπώνονται στον ακόλουθο πίνακα.

		Εναλλακτικές			
		X_1	X_2	X_3	X_4
Κριτήρια	P_1	VL	M	M	L
	P_2	M	L	VL	H
	P_3	H	VL	M	M
	P_4	H	H	L	L

Πίνακας 5.1: Αποδόσεις εναλλακτικών

5.1.2 Λύση Προβλήματος Απόφασης με τη χρήση προσέγγισης Προέκτασης

Παρουσιάζεται η λύση του προβλήματος με την χρήση της προσέγγισης Προέκτασης. Ως τελεστής συνάθροισης θα χρησιμοποιηθεί ο αριθμητικός μέσος όρος. Κατόπιν, μια συλλογική αξία απόδοσης για κάθε εναλλακτική λύση (X_j) λαμβάνεται με τη βοήθεια της ακόλουθης έκφρασης:

$$C_j = \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m a_{ij}, \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m b_{ij}, \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c_{ij} \right)$$

Όπου (m) ο αριθμός των κριτηρίων. Στο τρέχον πρόβλημα λαμβάνονται οι παρακάτω τιμές.

$C_1 \rightarrow X_1 \rightarrow \{VL, M, H, H\}$. Οι τιμές των (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) αντιστοιχούν στις γλωσσικές μεταβλητές που έχει το C_1 αντίστοιχα. Επομένως σύμφωνα και με τον παραπάνω τύπο ισχύει:

$$\begin{aligned} C_1 &= (0.25 \times (a_{VL} + a_M + a_H + a_H), 0.25 \times (b_{VL} + b_M + b_H + b_H), 0.25 \times (c_{VL} + c_M + c_H + c_H)) = \\ &= (0.25 \times (0 + 0.33 + 0.5 + 0.5), 0.25 \times (0.17 + 0.5 + 0.67 + 0.67), 0.25 \times (0.33 + 0.67 + 0.83 + 0.83)) = \\ &= (0.33, 0.50, 0.67) \end{aligned}$$

$$C_2 = ((0.25 \times 1), (0.25 \times 1.67), (0.25 \times 2.33)) = (0.25, 0.42, 0.58)$$

$$C_3 = ((0.25 \times 0.83), (0.25 \times 1.5), (0.25 \times 2.17)) = (0.21, 0.38, 0.54)$$

$$C_4 = ((0.25 \times 1.17), (0.25 \times 1.83), (0.25 \times 2.5)) = (0.29, 0.46, 0.63)$$

Αυτές οι τιμές είναι ασαφή σύνολα που δεν αντιστοιχούν ακριβώς με τους γλωσσικούς όρους στο S , επομένως πρέπει να εφαρμοστεί μια γλωσσική διαδικασία προσέγγισης για την αντιστοίχιση των αποτελεσμάτων σε αυτούς. Προκειμένου να επιλεγεί ένας όρος για το κάθε C_j , θα χρησιμοποιηθεί μια γλωσσική λειτουργία προσέγγισης $app(.)$ βασισμένη στη ευκλείδεια απόσταση:

$$d(s_l, C_j) = \sqrt{Q_1(a_l - a_j)^2 + Q_2(b_l - b_j)^2 + Q_3(c_l - c_j)^2} \quad (1) \text{ όπου:}$$

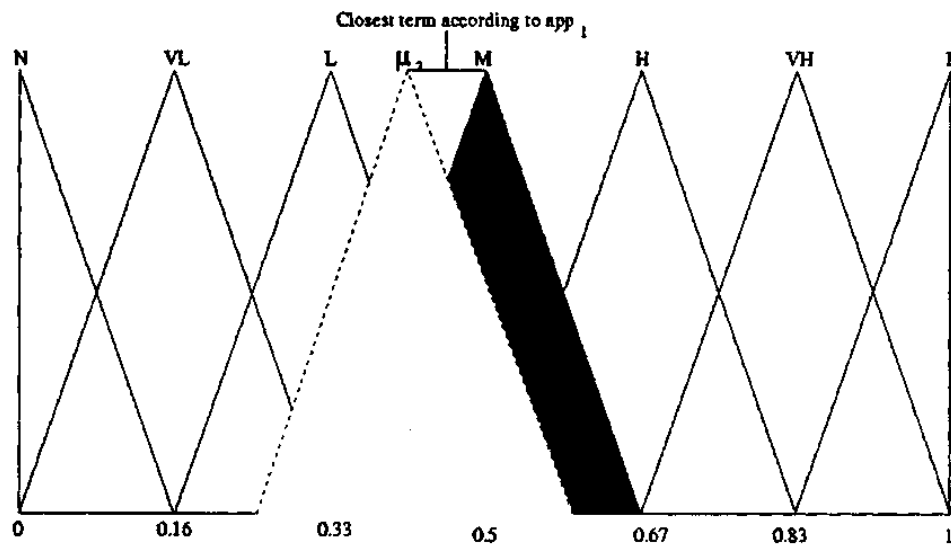
Τα (a_l, b_l, c_l) και (a_j, b_j, c_j) αντιπροσωπεύουν τις αποδόσεις των γλωσσικών όρων s_l και των εναλλακτικών C_j αντίστοιχα.

Τα Q_1, Q_2, Q_3 είναι τα βάρη, που αντιπροσωπεύουν τη σημασία των (a, b, c) Επιπλέον ισχύει ότι $Q_i \in [0,1], \sum_i Q_i = 1$. Οι τιμές που παίρνουν οι μεταβλητές είναι $Q_1 = 0.2, Q_2 = 0.6, Q_3 = 0.2$, διότι η παράμετρος (b_i) είναι η πιο αντιπροσωπευτική από την συνάρτηση συσχέτισης σε σχέση με τις παραμέτρους (a_i, c_i) .

Επομένως το $app(.)$ επιλέγει το s_i^* ($app_1(C_j) = s_i^*$) έτσι ώστε,

$$d(s_i^*, C_j) \leq d(s_l, C_j) \quad \forall s_l \in S$$

Έχοντας υπολογίσει τις τιμές του αριθμητικού μέσου C_j για την κάθε εναλλακτική παρατηρείται ότι καμία από αυτές δεν ταιριάζει ακριβώς με κανέναν γλωσσικό όρο s_i . Για να εφαρμοσθεί η ευκλείδεια απόσταση πρέπει να χαραχθεί η γραφική παράσταση του γλωσσικού συνόλου καθώς και η παράσταση των C_j . Μέσω της γραφικής αυτής παίρνονται οι τιμές των (a_i, b_i, c_i) βάση της κοντινότερης απόστασης της C_j από την αντίστοιχη ετικέτα. Παρακάτω χαράχθηκε η γραφική παράσταση του C_2 με το σύνολο των γλωσσικών όρων και φαίνεται ότι, ο πιο κοντινός γλωσσικός όρος είναι η ετικέτα M .



Σχήμα 3: Γραφική παράσταση του C_2 με το σύνολο των γλωσσικών όρων

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία είναι τα ακόλουθα:

- $app_1(C_1) = d(s_i^*, C_1) = M \Rightarrow s_i^* = M$
- $app_1(C_2) = d(s_i^*, C_2) = M \Rightarrow s_i^* = M$
- $app_1(C_3) = d(s_i^*, C_3) = L \Rightarrow s_i^* = L$
- $app_1(C_4) = d(s_i^*, C_4) = M \Rightarrow s_i^* = M$

Μέσω αυτής της ενδεικτικής διαδικασίας γίνεται αντιληπτό ότι τα τελικά αποτελέσματα που επιτυγχάνονται από αυτή τη μέθοδο δεν είναι πολύ ακριβή.

Μόλις υπολογιστούν οι συλλογικοί όροι, ένας βαθμός επιλογής εφαρμόζεται στο συλλογικό διάνυσμα απόδοσης για να λάβει το σύνολο λύσης εναλλακτικών λύσεων. Σε αυτό το παράδειγμα επιλέγουμε το εναλλακτικό s με την υψηλότερη συλλογική αξία απόδοσης. Με βάση τα αποτελέσματα, οι τρεις εναλλακτικές λύσεις που έχουν την υψηλότερη και ίδια αξία στο συλλογικό διάνυσμα απόδοσης και τελικά επιλέγονται είναι οι:

$$\{x_1, x_2, x_4\}$$

Λόγω λοιπόν της έλλειψης ακρίβειας που παρουσιάζεται μ' αυτό τον τρόπο, δεν υπάρχει δυνατότητα επιλογής μόνο μιας εναλλακτικής λύσης.

5.1.3 Λύση Προβλήματος Απόφασης με τη χρήση της Συμβολικής προσέγγισης

Η λύση του προβλήματος απόφασης με τη διαδικασία της συμβολικής προσέγγισης γίνεται με τη χρήση του τελεστή LOWA που αναφέρεται στη θεωρία στο Κεφάλαιο 2. Το διάνυσμα βαρών είναι $\{0.25, 0.25, 0.25, 0.25\}$, επομένως οι συλλογικές τιμές απόδοσης υπολογίζονται ως εξής:

Για την εναλλακτική X_1 η έκφραση του τελεστή LOWA είναι:

$$\begin{aligned} \Phi(VL, M, H, H) &= [0.25, 0.25, 0.25, 0.25](H, H, M, VL) = \\ &= C^4 \{(0.25, H), (0.25, H), (0.25, M), (0.25, VL)\} \end{aligned}$$

Η τελική λύση θα βρεθεί αναπτύσσοντας το C^4 στην απλούστερη έκφρασή του και στη συνέχεια αντικαθιστώντας τα αποτελέσματα στις αντίστοιχες εκφράσεις με τη διαδικασία της πίσω αντικατάστασης.

$$C^4 \{(0.25, H), (0.25, H), (0.25, M), (0.25, VL)\} = 0.25 \otimes H \oplus (1 - 0.25) C^3 \{(0.33, H), (0.33, M), (0.33, VL)\} \quad (1)$$

$$C^3 \{(0.33, H), (0.33, M), (0.33, VL)\} = 0.33 \otimes H \oplus (1 - 0.33) C^2 \{(0.5, M), (0.5, VL)\} \quad (2)$$

$$C^2 \{(0.5, M), (0.5, VL)\} = 0.5 \otimes M \oplus (1 - 0.5) \otimes VL = s_{k_2} = s_2 \rightarrow^{(4)} L \quad (3)$$

$$k_2 = \min \{6, 1 + \text{round}(0.5(3 - 1))\} = \min \{6, 2\} = 2 \quad (4)$$

Κάνοντας τώρα πίσω αντικατάσταση θα έχουμε:

$$(2) \Rightarrow^{(3)} 0.33 \otimes H \oplus (1 - 0.33) \otimes L = s_{k_3} = s_3 \rightarrow^{(5)} M \quad (6)$$

$$k_3 = \min \{6, 2 + \text{round}(0.33(4 - 2))\} = \min \{6, 3\} = 3 \quad (5)$$

$$(1) \Rightarrow^{(6)} 0.25 \otimes H \oplus (1 - 0.25) \otimes M = s_{k_4} = s_4 \rightarrow^{(7)} M$$

$$k_4 = \min \{6, 3 + \text{round}(0.25(4 - 3))\} = \min \{6, 3\} = 3 \quad (7)$$

Καταλήγουμε ότι:

$$X_1 \rightarrow \Phi(VL, M, H, H) = M$$

Για την εναλλακτική X2:

$$\Phi(M, L, VL, H) = [0.25, 0.25, 0.25, 0.25](H, M, L, VL) = \\ = C^4 \{(0.25, H), (0.25, M), (0.25, L), (0.25, VL)\}$$

$$C^4 \{(0.25, H), (0.25, M), (0.25, L), (0.25, VL)\} = 0.25 \otimes H \oplus (1-0.25)C^3 \{(0.33, M), (0.33, L), (0.33, VL)\} \quad (1)$$

$$C^3 \{(0.33, M), (0.33, L), (0.33, VL)\} = 0.33 \otimes M \oplus (1-0.33)C^2 \{(0.5, L), (0.5, VL)\} \quad (2)$$

$$C^2 \{(0.5, L), (0.5, VL)\} = 0.5 \otimes L \oplus (1-0.5) \otimes VL = s_{k_2} = s_2 \rightarrow^{(4)} L \quad (3)$$

$$k_2 = \min \{6, 1 + \text{round}(0.5(2-1))\} = \min \{6, 2\} = 2 \quad (4)$$

Κάνοντας τώρα πίσω αντικατάσταση θα έχουμε:

$$(2) \Rightarrow^{(3)} 0.33 \otimes M \oplus (1-0.33) \otimes L = s_{k_3} = s_3 \rightarrow^{(5)} L \quad (6)$$

$$k_3 = \min \{6, 2 + \text{round}(0.33(3-2))\} = \min \{6, 2\} = 2 \quad (5)$$

$$(1) \Rightarrow^{(6)} 0.25 \otimes H \oplus (1-0.25) \otimes L = s_{k_4} = s_4 \rightarrow^{(7)} M$$

$$k_4 = \min \{6, 2 + \text{round}(0.25(4-2))\} = \min \{6, 3\} = 3 \quad (7)$$

Καταλήγουμε ότι:

$$X_2 \rightarrow \Phi(VL, L, M, H) = M$$

Για την εναλλακτική X3:

$$\Phi(M, VL, M, L) = [0.25, 0.25, 0.25, 0.25](M, M, L, VL) = \\ = C^4 \{(0.25, M), (0.25, M), (0.25, L), (0.25, VL)\}$$

$$C^4 \{(0.25, M), (0.25, M), (0.25, L), (0.25, VL)\} = 0.25 \otimes M \oplus (1-0.25)C^3 \{(0.33, M), (0.33, L), (0.33, VL)\} \quad (1)$$

$$C^3 \{(0.33, M), (0.33, L), (0.33, VL)\} = 0.33 \otimes M \oplus (1-0.33)C^2 \{(0.5, L), (0.5, VL)\} \quad (2)$$

$$C^2 \{(0.5, L), (0.5, VL)\} = 0.5 \otimes L \oplus (1-0.5) \otimes VL = s_{k_2} = s_2 \rightarrow^{(4)} L \quad (3)$$

$$k_2 = \min \{6, 1 + \text{round}(0.5(2-1))\} = \min \{6, 2\} = 2 \quad (4)$$

Κάνοντας τώρα πίσω αντικατάσταση θα έχουμε:

$$(2) \Rightarrow^{(3)} 0.33 \otimes M \oplus (1-0.33) \otimes L = s_{k_3} = s_3 \rightarrow^{(5)} L \quad (6)$$

$$k_3 = \min \{6, 2 + \text{round}(0.33(3-2))\} = \min \{6, 2\} = 2 \quad (5)$$

$$(1) \Rightarrow^{(6)} 0.25 \otimes M \oplus (1-0.25) \otimes L = s_{k_4} = s_4 \rightarrow^{(7)} L$$

$$k_4 = \min \{6, 2 + \text{round}(0.25(3-2))\} = \min \{6, 2\} = 2 \quad (7)$$

Καταλήγουμε ότι:

$$X_3 \rightarrow \Phi(M, VL, M, L) = L$$

Για την εναλλακτική X4

$$\Phi(L, L, M, H) = [0.25, 0.25, 0.25, 0.25](H, M, L, L) = C^4 \{(0.25, H), (0.25, M), (0.25, L), (0.25, L)\}$$

$$C^4 \{(0.25, H), (0.25, M), (0.25, L), (0.25, L)\} = 0.25 \otimes H \oplus (1-0.25)C^3 \{(0.33, M), (0.33, L), (0.33, L)\} \quad (1)$$

$$C^3 \{(0.33, M), (0.33, L), (0.33, L)\} = 0.33 \otimes M \oplus (1-0.33)C^2 \{(0.5, L), (0.5, L)\} \quad (2)$$

$$C^2 \{(0.5, L), (0.5, L)\} = 0.5 \otimes L \oplus (1-0.5) \otimes L = s_{k_2} = s_2 \rightarrow^{(4)} VL \quad (3)$$

$$k_2 = \min \{6, 1 + \text{round}(0.5(2-2))\} = \min \{6, 1\} = 1 \quad (4)$$

Κάνοντας τώρα πίσω αντικατάσταση θα έχουμε:

$$(2) \Rightarrow^{(3)} 0.33 \otimes M \oplus (1-0.33) \otimes VL = s_{k_3} = s_3 \rightarrow^{(5)} L \quad (6)$$

$$k_3 = \min \{6, 1 + \text{round}(0.33(3-1))\} = \min \{6, 2\} = 2 \quad (5)$$

$$(1) \Rightarrow^{(6)} 0.25 \otimes H \oplus (1-0.25) \otimes L = s_{k_4} = s_4 \rightarrow^{(7)} M$$

$$k_4 = \min \{6, 2 + \text{round}(0.25(4-2))\} = \min \{6, 3\} = 3 \quad (7)$$

Καταλήγουμε ότι:

$$X_4 \rightarrow \Phi(M, VL, M, L) = M$$

Από τα παραπάνω διαφαίνεται ότι οι εναλλακτικές λύσεις με την υψηλότερη συλλογική απόδοση είναι:

$$\{x_1, x_2, x_4\}$$

Εδώ πάλι εντοπίζεται ένα πολυάριθμο εναλλακτικό σύνολο λύσης, το οποίο συμπίπτει με την ανωτέρω λύση. Οι συμβολικές προσεγγίσεις παρουσιάζουν μια απώλεια πληροφοριών που προκαλείται λόγω της χρήσης του τελεστή στρογγυλοποίησης.

Επομένως, και οι δύο υπολογιστικές προσεγγίσεις (προσέγγιση Πρόεκτασης και Συμβολική προσέγγιση) έχουν ένα κοινό σημαντικό μειονέκτημα, την απώλεια πληροφοριών η οποία προκαλείται από την ανάγκη να εκφράσουν τα αποτελέσματα τους στην αρχική περιοχή έκφρασης.

5.1.4 Λύση Προβλήματος Απόφασης με τη χρήση του Μοντέλου Διπλής Αναπαράστασης

Η λύση του προβλήματος απόφασης με το μοντέλο διπλής αναπαράστασης, αν αυτή χρησιμοποιηθεί ο σταθμισμένος μέσος όρος, τότε όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2, ο διπλής αναπαράστασης σταθμισμένος μέσος όρος για τις τέσσερις εξεταζόμενες εναλλακτικές δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$M((X_1, a_1), (X_2, a_2), (X_3, a_3), (X_4, a_4)) = \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^4 (\Delta^{-1}(X_i, a_i) \cdot w_i)}{\sum_{i=1}^4 w_i} \right] = \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^4 \beta_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} \right]$$

όπου $\{(X_1, a_1), (X_2, a_2), (X_3, a_3), (X_4, a_4)\}$ ένα σύνολο από διπλές αναπαραστάσεις και β_i τα στοιχεία ενός συνόλου, το οποίο προκύπτει από το σύνολο S ως εξής:

$$S = \{N_{\downarrow}, VL_{\downarrow}, L_{\downarrow}, M_{\downarrow}, H_{\downarrow}, VH_{\downarrow}, P_{\downarrow}\}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Με βάση λοιπόν το γεγονός ότι το διάνυσμα βαρών είναι $\{0.25, 0.25, 0.25, 0.25\}$, οι συλλογικές τιμές απόδοσης υπολογίζονται ως εξής:

- $X_1 \rightarrow \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^4 \beta_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} \right] = \Delta \left[\frac{1 \cdot 0.25 + 3 \cdot 0.25 + 4 \cdot 0.25 + 4 \cdot 0.25}{1} \right] = \Delta(3,0) = (M, 0)$
- $X_2 \rightarrow \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^4 \beta_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} \right] = \Delta \left[\frac{3 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.25 + 1 \cdot 0.25 + 4 \cdot 0.25}{1} \right] = \Delta(2,5) = (M, -0.5)$
- $X_3 \rightarrow \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^4 \beta_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} \right] = \Delta \left[\frac{3 \cdot 0.25 + 1 \cdot 0.25 + 3 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.25}{1} \right] = \Delta(2,25) = (L, 0.25)$
- $X_4 \rightarrow \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^4 \beta_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} \right] = \Delta \left[\frac{2 \cdot 0.25 + 4 \cdot 0.25 + 3 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.25}{1} \right] = \Delta(2,75) = (M, -0.25)$

Από τα παραπάνω διαφαίνεται ότι μία είναι σε αυτή την περίπτωση η εναλλακτική λύση με την υψηλότερη συλλογική απόδοση, η:

$$\{x_1\}$$

Συνοπτικά τα αποτελέσματα και από τις τρεις μεθόδους αποτυπώνονται στον ακόλουθο πίνακα.

	Προσέγγιση Προέκτασης	Συμβολική Προσέγγιση	Μοντέλο Διπλής Αναπαράστασης
X_1	M	M	$(M, 0.00)$
X_2	M	M	$(M, -0.50)$
X_3	L	L	$(L, 0.25)$
X_4	M	M	$(M, -0.25)$

Πίνακας 5.2: Συνολικά αποτελέσματα

5.1.5 Αξιολόγηση αποτελεσμάτων

Σε αυτή την παράγραφο θα αξιολογηθεί η διαφάνεια και η ακρίβεια των αποτελεσμάτων των παραπάνω προσεγγίσεων. Η αξιολόγηση αυτή θα γίνει με βάση τα ακόλουθα τρία κριτήρια:

- **Συμβατότητα:** Αυτό το κριτήριο εκφράζει τη συμβατότητα των δεδομένων εισόδου με τα τελικά αποτελέσματα. Ουσιαστικά, αυτό που εκτιμάται είναι κατά πόσο το τελικό αποτέλεσμα είναι στην ίδια μορφή με τα δεδομένα εισόδου.
- **Συνέπεια:** Αυτό το κριτήριο εκτιμά εάν από τα ίδια δεδομένα εισόδου, οι γλωσσικές υπολογιστικές προσεγγίσεις καταλήγουν στα ίδια αποτελέσματα.
- **Ακρίβεια:** Αυτό το κριτήριο εκφράζει την ακρίβεια των γλωσσικών διαδικασιών και την ελαχιστοποίηση της αβεβαιότητας των αποτελεσμάτων που επιτυγχάνεται από τις διαφορετικές γλωσσικές υπολογιστικές προσεγγίσεις.

Τα κριτήρια αυτά επιλέχθηκαν γιατί είναι ιδιαίτερα σημαντικά στο πλαίσιο της ευελιξίας και της ευκρίνειας που απαιτείται από τις σύγχρονες μεθόδους υποστήριξης αποφάσεων στο σύγχρονο περιβάλλον λειτουργίας του ενεργειακού τομέα. Ουσιαστικά, αξιολογείται αν το τελικό αποτέλεσμα των προσεγγίσεων γλωσσικής ανάλυσης είναι αξιόπιστο και εύκολα αντιληπτό από τους αποφασίζοντες.

Για την πραγματοποίηση αυτής της αξιολόγησης, οι αποδόσεις των προσεγγίσεων θα εκφραστούν με το ακόλουθο σύνολο γλωσσικό όρων:

$$S = \{ΧΑΜΗΛΗ, ΜΕΤΡΙΑ, ΥΨΗΛΗ\}$$

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν καταγράφονται στον ακόλουθο πίνακα.

	Προέκτασης	Συμβολική	Διπλή Αναπαράσταση
Συμβατότητα	ΥΨΗΛΗ	ΥΨΗΛΗ	ΥΨΗΛΗ
Συνέπεια	ΥΨΗΛΗ	ΥΨΗΛΗ	ΥΨΗΛΗ
Ακρίβεια	ΧΑΜΗΛΗ	ΧΑΜΗΛΗ	ΥΨΗΛΗ

Πίνακας 5.3: Αξιολόγηση αποτελεσμάτων

Από τον παραπάνω πίνακα μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Συμβατότητα:** Παρατηρείται ότι όλες οι γλωσσικές προσεγγίσεις έχουν υψηλή συμβατότητα μεταξύ των δεδομένων εισόδου και των τελικών τους αποτελεσμάτων, καθώς είναι όροι της γλωσσικής κλίμακας S . Αυτό τις καθιστά ιδιαίτερα ευέλικτες και κατανοητές, ιδιαίτερα όσον αφορά στην υποστήριξη αποφάσεων σε προβλήματα ενεργειακής πολιτικής, όπου μία σειρά μη-οικονομικών παραμέτρων πρέπει να αποτιμηθούν. Διαφαίνεται λοιπόν ο λόγος που αυτές οι μέθοδοι μπορούν να έχουν πραγματικά σημαντική συνεισφορά στην υποστήριξη αποφάσεων σε αυτό το πεδίο στο σύγχρονο περιβάλλον λειτουργίας του ενεργειακού τομέα.
- Συνέπεια:** Σε όλες τις γλωσσικές προσεγγίσεις η συνέπεια των αποτελεσμάτων είναι υψηλή καθώς ορίζονται επακριβώς και με σαφήνεια οι υπολογιστικές διαδικασίες που εμπεριέχονται σε αυτές.
- Ακρίβεια:** Η ακρίβεια είναι ένα σημαντικό πρόβλημα των γλωσσικών προσεγγίσεων (με βάση την αρχή της προσέγγισης και την συμβολική προσέγγιση) επειδή στις διαδικασίες υπολογισμού υπάρχει απώλεια πληροφοριών. Αυτόν είναι και ο λόγος που στο ενδεικτικό παράδειγμα παρατηρείται χαμηλή «διακριτότητα» μεταξύ των εναλλακτικών. Αντίθετα, μέσω του μοντέλου της διπλής αναπαράστασης το πρόβλημα της απώλειας πληροφοριών υπερνικάτε και η «διακριτότητα» που επιτυγχάνεται είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική.

5.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ ΚΛΙΜΑΚΩΝ

Θα παρουσιαστεί η διαδικασία επεξεργασίας των δεδομένων εισόδου για την περίπτωση τριών αναλυτών που χρησιμοποιούν διαφορετικού μεγέθους κλίμακα γλωσσικών όρων.

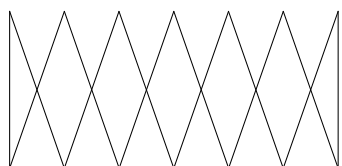
Οι γλωσσικές μεταβλητές που χρησιμοποιούν οι αναλυτές είναι οι ακόλουθες:

- Ο 1^{ος} Αναλυτής χρησιμοποιεί μια 7-βάθμια γλωσσική κλίμακα η οποία είναι: Πολύ Φτωχό (ΠΦ), Φτωχό (Φ), Μέτρια Φτωχό (ΜΦ), Μέτριο (Μ), Μέτρια Υψηλό (ΜΥ), Υψηλό (Υ), Πολύ Υψηλό (ΠΥ).
- Ο 2^{ος} Αναλυτής μια 5-βάθμια κλίμακα: Χαμηλό (Χ), Μέτρια Χαμηλό (ΜΧ), Μέτρια (Μ), Μέτρια Υψηλό (ΜΥ), Υψηλό (Υ).
- Ο 3^{ος} Αναλυτής μια 3-βάθμια κλίμακα: Χαμηλό (Χ), Μέτριο (Μ), Υψηλό (Υ).

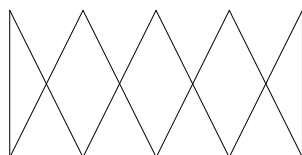
Οι γλωσσικές κλίμακες των αναλυτών καθώς και οι γραφικές τους αναπαραστάσεις παρουσιάζονται παρακάτω.

1 ^{ος} Αναλυτής	2 ^{ος} Αναλυτής	3 ^{ος} Αναλυτής
$s_0 = (0,0,0.16)$	$l_0 = (0,0,0.25)$	$L_0 = (0,0,0.5)$
$s_1 = (0,0.16,0.34)$	$l_1 = (0,0.25,0.5)$	$L_1 = (0,0.5,1)$
$s_2 = (0.16,0.34,0.5)$	$l_2 = (0.25,0.5,0.75)$	$L_2 = (0.5,1,1)$
$s_3 = (0.34,0.5,0.66)$	$l_3 = (0.5,0.75,1)$	
$s_4 = (0.5,0.66,0.84)$	$l_4 = (0.75,1,1)$	
$s_5 = (0.66,0.84,1)$		
$s_6 = (0.84,1,1)$		

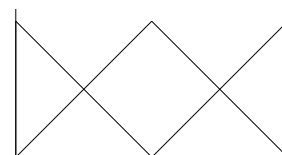
Πίνακας 5.4: Κλίμακες αναλυτών



7-βάθμια κλίμακα



5-βάθμια κλίμακα



3-βάθμια κλίμακα

Αξιολόγηση Προσεγγίσεων Με Αριθμητικά Παραδείγματα

Οι αποδόσεις των προτάσεων στα κριτήρια από τους τρεις αναλυτές παρουσιάζονται στους ακόλουθους πίνακες.

	Π ₁	Π ₂	Π ₃	Π ₄	Π ₅	Π ₆	Π ₇	Π ₈	Π ₉	Π ₁₀	Π ₁₁	Π ₁₂
X ₁	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	Μ	ΜΥ	Μ	ΜΦ	Μ
X ₂	ΠΥ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	ΜΥ	ΜΥ	Υ	ΜΥ	Μ	ΜΥ
X ₃	Υ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	Μ	Μ	ΜΥ	Μ	Μ	Μ
X ₄	Υ	ΜΥ	ΜΥ	Υ	ΜΥ	Μ	Μ	Μ	ΜΦ	ΜΦ	ΜΦ	ΜΦ

Πίνακας 5.5: Αποδόσεις 1^{ου} Αναλυτή (7-βάθμια κλίμακα)

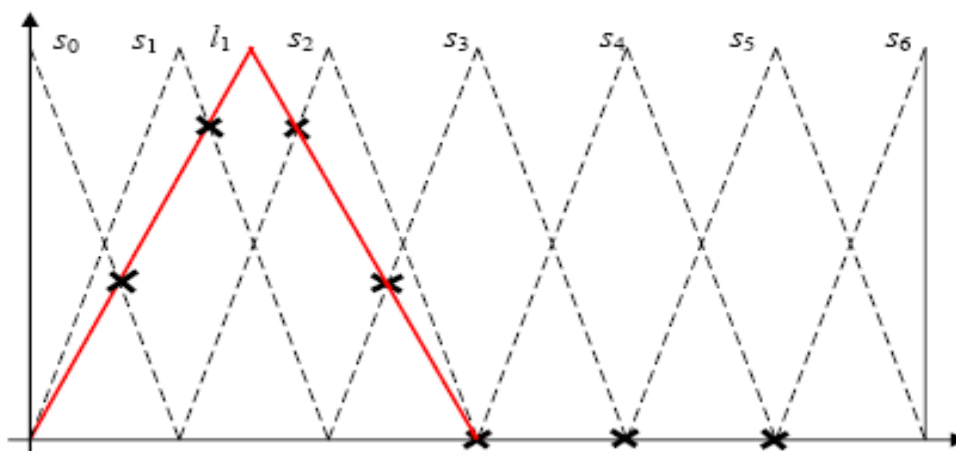
	Π ₁	Π ₂	Π ₃	Π ₄	Π ₅	Π ₆	Π ₇	Π ₈	Π ₉	Π ₁₀	Π ₁₁	Π ₁₂
X ₁	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΧ	ΜΧ	ΜΧ	ΜΧ	ΜΧ	Χ	ΜΧ	ΜΧ	ΜΧ
X ₂	Μ	ΜΥ	Υ	Μ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΧ	Μ	Χ	ΜΧ	Μ	Χ
X ₃	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ
X ₄	ΜΥ	Υ	Υ	ΜΥ	Υ	Υ	ΜΧ	Μ	ΜΧ	ΜΧ	Μ	Χ

Πίνακας 5.6: Αποδόσεις 2^{ου} Αναλυτή (5-βάθμια κλίμακα)

	Π ₁	Π ₂	Π ₃	Π ₄	Π ₅	Π ₆	Π ₇	Π ₈	Π ₉	Π ₁₀	Π ₁₁	Π ₁₂
X ₁	Υ	Υ	Υ	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ	Χ
X ₂	Μ	Υ	Υ	Μ	Υ	Υ	Χ	Μ	Χ	Χ	Μ	Χ
X ₃	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ
X ₄	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Χ	Μ	Χ	Χ	Μ	Χ

Πίνακας 5.7: Αποδόσεις 3^{ου} Αναλυτή (3-βάθμια κλίμακα)

Τα σημεία τομής μεταξύ 2 διαφορετικών κλιμάκων υπολογίζονται γραφικά. Στην παρακάτω γραφική παράσταση παρατηρούνται τα σημεία τομής της 5-βάθμιας κλίμακας με την 7-βάθμια κλίμακα και συγκεκριμένα για τον γλωσσικό όρο l_1 .



Σχήμα 4: Σημεία τομής 5-βάθμιας με 7-βάθμια κλίμακα

Εξετάζοντας τα σημεία τομής της 3-βάθμιας κλίμακας σε σχέση με την 7-βάθμια προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

- $\tau_{sst}(L_0) = \{(s_0,1), (s_1,0.76), (s_2,0.5), (s_3,0.24), (s_4,0), (s_5,0), (s_6,0)\}$
- $\tau_{sst}(L_1) = \{(s_0,0.24), (s_1,0.5), (s_2,0.76), (s_3,1), (s_4,0.76), (s_5,0.5), (s_6,0.24)\}$
- $\tau_{sst}(L_2) = \{(s_0,0), (s_1,0), (s_2,0), (s_3,0.24), (s_4,0.5), (s_5,0.76), (s_6,1)\}$

Για την 5-βάθμια κλίμακα εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία προκύπτουν τα εξής σημεία τομής σε σχέση με την 7-βάθμια:

- $\tau_{sst}(l_0) = \{(s_0,1), (s_1,0.61), (s_2,0.21), (s_3,0), (s_4,0), (s_5,0), (s_6,0)\}$
- $\tau_{sst}(l_1) = \{(s_0,0.39), (s_1,0.85), (s_2,0.85), (s_3,0.39), (s_4,0), (s_5,0), (s_6,0)\}$
- $\tau_{sst}(l_2) = \{(s_0,0), (s_1,0.21), (s_2,0.61), (s_3,1), (s_4,0.61), (s_5,0.21), (s_6,0)\}$
- $\tau_{sst}(l_3) = \{(s_0,0), (s_1,0), (s_2,0), (s_3,0.39), (s_4,0.79), (s_5,0.79), (s_6,0.39)\}$
- $\tau_{sst}(l_4) = \{(s_0,0), (s_1,0), (s_2,0), (s_3,0), (s_4,0.21), (s_5,0.61), (s_6,1)\}$

Στη συνέχεια, για την μετατροπή των όρων διπλής αναπαράστασης χρησιμοποιείται ο ακόλουθος τύπος.

$$\chi(F(S_T)) = \chi(\{(s_j, \gamma_j), j = 0, 1, \dots, g\}) = \frac{\sum_{j=0}^g j^* \gamma_j}{\sum_{j=0}^g \gamma_j} = B$$

Πιο συγκεκριμένα, για την μετατροπή της 3-βάθμιας κλίμακας ισχύει:

- $BL_0 = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 0.76 + 2 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.24 + 4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 0}{1 + 0.76 + 0.5 + 0.24} = 0.99$
- $BL_1 = \frac{0 \cdot 0.24 + 1 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.76 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0.76 + 5 \cdot 0.5 + 6 \cdot 0.24}{0.24 + 0.5 + 0.76 + 1 + 0.76 + 0.5 + 0.24} = 3.00$
- $BL_2 = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0.24 + 4 \cdot 0.5 + 5 \cdot 0.76 + 6 \cdot 1}{0.24 + 0.5 + 0.76 + 1} = 5.01$

Για την 5-βάθμια κλίμακα ισχύει:

- $Bl_0 = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 0.61 + 2 \cdot 0.21 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 0}{1 + 0.61 + 0.21} = 0.57$
- $Bl_1 = \frac{0 \cdot 0.39 + 1 \cdot 0.85 + 2 \cdot 0.85 + 3 \cdot 0.39 + 4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 0}{0.39 + 0.85 + 0.85 + 0.39} = 1.50$
- $Bl_2 = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 0.21 + 2 \cdot 0.61 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0.61 + 5 \cdot 0.21 + 6 \cdot 0}{0.21 + 0.61 + 1 + 0.61 + 0.21} = 3.00$
- $Bl_3 = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0.39 + 4 \cdot 0.79 + 5 \cdot 0.79 + 6 \cdot 0.39}{0.39 + 0.79 + 0.79 + 0.39} = 4.50$
- $Bl_4 = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0.21 + 5 \cdot 0.61 + 6 \cdot 1}{0.21 + 0.61 + 1} = 5.43$

Με βάση τα παραπάνω, οι αποδόσεις διπλής απεικόνισης σε 7-βάθμια πλέον κλίμακα βάση των 3 αναλυτών προκύπτουν με την εφαρμογή της ακόλουθης συνάρτησης:

$$\Delta: [0, g] \rightarrow \mathcal{Sx}[-0.5, +0.5),$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_i, i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i, \alpha \in [-0.5, +0.5) \end{cases}$$

Η ετικέτα $(l_0 = X)$ της 5-βάθμιας κλίμακας αντιστοιχίζεται στην ετικέτα της 7-βάθμιας κλίμακας ως εξής:

$$(l_0 = X)_{5\text{-βάθμια}} = 0.57 \Rightarrow \Delta(0.57) = \begin{cases} s_1 \\ \alpha = 0.57 - 1 = -0.43 \end{cases} \Rightarrow$$

$$(l_0 = X)_{5\text{-βάθμια}} = (s_1, -0.43) = (\Phi, -0.43)_{7\text{-βάθμια}}$$

Σύμφωνα με την παραπάνω διαδικασία γίνονται όλες οι αντιστοιχίσεις και τα αποτελέσματα φαίνονται στους παρακάτω πίνακες.

Αξιολόγηση Προσεγγίσεων Με Αριθμητικά Παραδείγματα

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	Π_6	Π_7	Π_8	Π_9	Π_{10}	Π_{11}	Π_{12}
X_1	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(Μ,0)	(ΜΥ,0)	(Μ,0)	(ΜΦ,0)	(Μ,0)
X_2	(ΠΥ,0)	(Υ,0)	(Υ,0)	(Υ,0)	(Υ,0)	(Υ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(Υ,0)	(ΜΥ,0)	(Μ,0)	(ΜΥ,0)
X_3	(Υ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(Μ,0)	(Μ,0)	(ΜΥ,0)	(Μ,0)	(Μ,0)	(Μ,0)
X_4	(Υ,0)	(ΜΥ,0)	(ΜΥ,0)	(Υ,0)	(ΜΥ,0)	(Μ,0)	(Μ,0)	(Μ,0)	(ΜΦ,0)	(ΜΦ,0)	(ΜΦ,0)	(ΜΦ,0)

Πίνακας 5.8: Επεξεργασμένες αποδώσεις 1^{ου} Αναλυτή (7-βάθμια κλίμακα)

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	Π_6	Π_7	Π_8	Π_9	Π_{10}	Π_{11}	Π_{12}
X_1	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(Φ,-0.43)	(ΜΦ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)
X_2	(Μ,0)	(Υ,-0.5)	(Υ,0.43)	(Μ,0)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(Μ,0)	(Φ,-0.43)	(ΜΦ,-0.5)	(Μ,0)	(Φ,-0.43)
X_3	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)	(Υ,-0.5)
X_4	(Υ,-0.5)	(Υ,0.43)	(Υ,0.43)	(Υ,-0.5)	(Υ,0.43)	(Υ,0.43)	(ΜΦ,-0.5)	(Μ,0)	(ΜΦ,-0.5)	(ΜΦ,-0.5)	(Μ,0)	(Φ,-0.43)

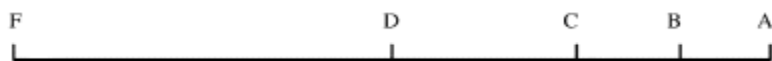
Πίνακας 5.9: Επεξεργασμένες αποδώσεις 2^{ου} Αναλυτή (5-βάθμια κλίμακα)

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	Π_6	Π_7	Π_8	Π_9	Π_{10}	Π_{11}	Π_{12}
X_1	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)
X_2	(Μ,0)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Μ,0)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Φ,-0.01)	(Μ,0)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Μ,0)	(Φ,-0.01)
X_3	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)
X_4	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Υ,0.01)	(Φ,-0.01)	(Μ,0)	(Φ,-0.01)	(Φ,-0.01)	(Μ,0)	(Φ,-0.01)

Πίνακας 5.10: Επεξεργασμένες αποδώσεις 3^{ου} Αναλυτή (3-βάθμια κλίμακα)

5.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΓΙΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΗ ΓΛΩΣΣΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ

Ένα συνηθισμένο πρόβλημα στο εκπαιδευτικό σύστημα είναι η αξιολόγηση των μαθητών. Ας υποθέσουμε ότι αξιολογούνται 2 μαθητές ο Κωνσταντίνος και ο Σταύρος οι οποίοι έχουν γράψει 6 διαγωνίσματα για να αποδείξουν τις γνώσεις τους. Η κλίμακα διαβάθμισης που χρησιμοποιείται φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5: Κλίμακα διαβάθμισης

Η αξιολόγηση των μαθητών στα 6 διαγωνίσματα δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Κων/νος	D	C	B	C	C	C
Σταύρος	A	D	D	C	B	A

Πίνακας 5.11: Αποδόσεις εναλλακτικών

Για τον υπολογισμό της αξιολόγησης των μαθητών χρησιμοποιείται η μεθοδολογία που αναφέρεται στο Κεφάλαιο 3 η οποία σχετίζεται με το Μοντέλο Διπλής αναπαράστασης ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας.

Αρχικά αναπαριστώνται οι ετικέτες της ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας μέσω της γλωσσικής ιεραρχίας (LH). Το σύνολο των γλωσσικών ετικέτων είναι:

$$S = \{F, D, C, B, A\} \rightarrow \{(1, \text{extreme}), 1, (3, \text{extreme})\} \text{ όπου}$$

$$S_L = \{F\}, \quad S_C = \{D\}, \quad S_R = \{C, B, A\}$$

1. Αναπαράσταση του γλωσσικού συνόλου $S_R = \{C, B, A\}$

- Στο πρώτο στάδιο βλέπουμε αν επαληθεύεται η σχέση:

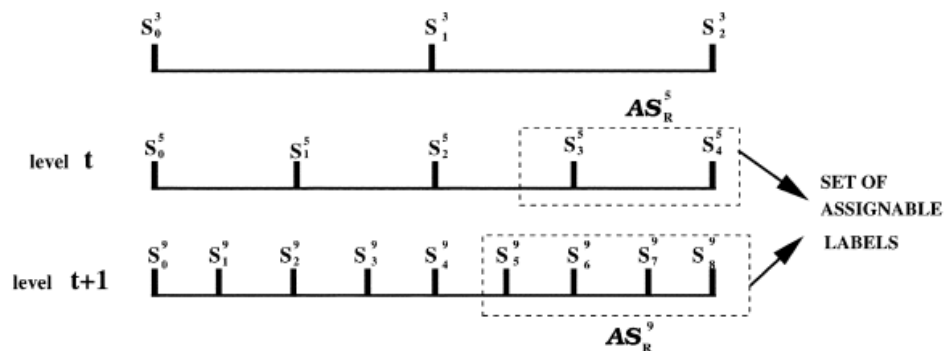
$$\exists l(t, n(t)) \rightarrow \frac{n(t)-1}{2} = \#(S_R), \text{ παρατηρούμε ότι } \notin l(t, n(t))$$

- Έπειτα ψάχνουμε να βρούμε 2 επίπεδα το t και το $t+1$ για να ισχύει η σχέση:

$$\frac{n(t)-1}{2} < \#(S_R) < \frac{n(t+1)-1}{2}$$

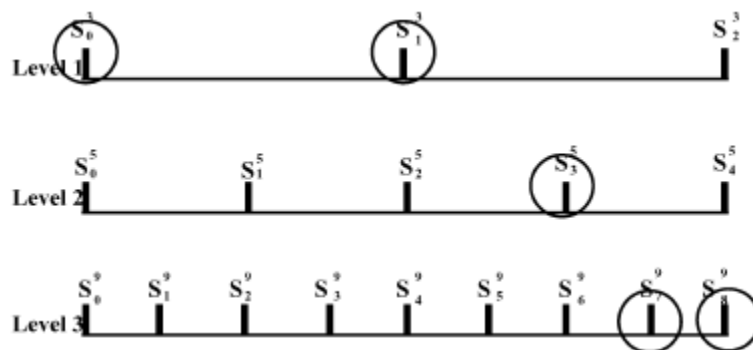
Χρησιμοποιώντας τα επίπεδα της γλωσσικής ιεραρχίας η παραπάνω σχέση ικανοποιείται για $t=2$ και $t+1=3$. Επομένως η αναπαράσταση των

γλωσσικών όρων του $S_R = \{C, B, A\}$ πραγματοποιείται σε 3 επίπεδα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6: Αναπαράσταση γλωσσικού S_R σε 3 επίπεδα

Υπολογίζουμε το $lab_t = 1$ και το $lab_{t+1} = 2$. Η πυκνότητα των γλωσσικών όρων του S_R γνωρίζουμε ότι είναι "extreme". Επομένως θα έχουμε την αναπαράσταση 2 ετικετών στο επίπεδο 3 των $S_{RE} = \{B, A\}$ και 1 ετικέτας στο επίπεδο 2 της $S_{RC} = \{C\}$. Συμφωνα με όλα τα παραπάνω η αναπαράσταση των όρων του $S_R = \{C, B, A\}$ είναι: $\{A \leftarrow s_8^9, B \leftarrow s_7^9\}$ και $\{C \leftarrow s_6^9 \cup s_3^5\}$, η οποία φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 7: Τελική αναπαράσταση γλωσσικού S_R σε 3 επίπεδα

2. Αναπαράσταση του γλωσσικού συνόλου $S_L = \{F\}$

- Στο πρώτο στάδιο βλέπουμε αν επαληθεύεται η σχέση:

$$\exists l(t, n(t)) \rightarrow \frac{n(t)-1}{2} = \#(S_L)$$

Η σχέση ικανοποιείται για $t=1$. Άρα η αναπαράσταση του όρου της $S_L = \{F\}$

γίνεται στο επίπεδο 1 της γλωσσικής ιεραρχίας και είναι $\{F \leftarrow s_0^3\}$.

3. Αναπαράσταση του γλωσσικού συνόλου $S_C = \{D\}$

Η αναπαράσταση χωρίζεται σε \underline{S}_C και \overline{S}_C .

- \underline{S}_C : Επειδή η πυκνότητα το συνόλου S_R είναι "extreme" η αναπαράσταση του όρου γίνεται στο επίπεδο 2 και είναι $\{D \leftarrow \underline{s}_2^5\}$
- \overline{S}_C : Επειδή η πυκνότητα το συνόλου S_L είναι "extreme" η αναπαράσταση του όρου γίνεται στο επίπεδο 1 και είναι $\{D \leftarrow \overline{s}_1^3\}$

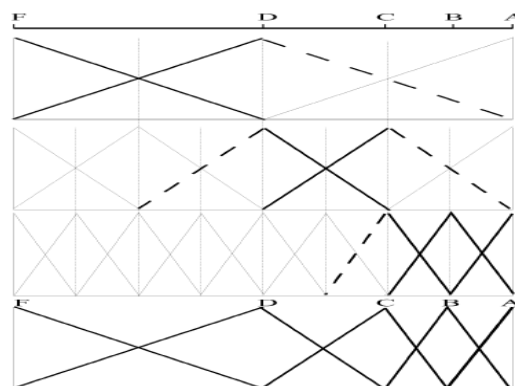
Συνολικά η αναπαράσταση του $S_C = \{D\}$ είναι $\{D \leftarrow \overline{s}_1^3 \cup \underline{s}_2^5\}$

Στον παρακάτω πίνακα δείχνουμε την αναπαράσταση των γλωσσικών όρων του συνόλου $S \rightarrow LH(S)$ καθώς και τα αποτελέσματα της συνάρτησης $Brid(S)$.

S	$LH(S)$	$Brid(S)$
$s_0 = F$	$s_{I(0)}^{G(0)} = s_0^3$	<i>False</i>
$s_1 = D$	$s_{I(1)}^{G(1)} = s_1^3 \text{ or } s_2^5$	<i>True</i>
$s_2 = C$	$s_{I(2)}^{G(2)} = s_3^5 \text{ or } s_6^9$	<i>True</i>
$s_3 = B$	$s_{I(3)}^{G(3)} = s_7^9$	<i>False</i>
$s_4 = A$	$s_{I(4)}^{G(4)} = s_8^9$	<i>False</i>

Πίνακας 5.12: Συνάρτηση LH(S) και Brid(S)

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε την σημασιολογική αναπαράσταση της κλίμακας διαβάθμισης βάση της γλωσσικής ιεραρχία (LH).



Σχήμα 7: Σημασιολογική αναπαράσταση κλίμακας διαβάθμισης

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η αναπαράσταση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων των δυο μαθητών με το μοντέλο της διπλής αναπαράστασης

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Κων/νος	(D,0)	(C,0)	(B,0)	(C,0)	(C,0)	(C,0)
Σταύρος	(A,0)	(D,0)	(D,0)	(C,0)	(B,0)	(A,0)

Πίνακας 5.13: Αναπαράσταση πληροφορίας με το μοντέλο διπλής αναπαράστασης

Σύμφωνα με τους παραπάνω υπολογισμούς υπολογίζεται το σύνολο των επιπέδων που είναι εκφρασμένος ο κάθε γλωσσικός όρος.

Άρα ισχύει: $S_{LE} = S_{LC} = S_L = \{F\}$, $S_C = \{D\}$, $S_{RC} = \{C\}$, $S_{RE} = \{B, A\}$ και το σύνολο των επιπέδων είναι $\{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\} = \{1, 1, 2, 3\}$. Όπως παρατηρείται οι όροι είναι εκφρασμένοι σε διάφορα επίπεδα με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατή η επεξεργασία τους. Γι'αυτό το λόγω επιλέγεται ένα βασικό επίπεδο t_{HGLS} το οποίο ορίζεται ως $t_{HGLS} = \max\{t_{LE}, t_{LC}, t_{RC}, t_{RE}\} = 3$. Χρησιμοποιείται η συνάρτηση μετασχηματισμού που αναφέρεται στο Κεφάλαιο 4 για τον μετασχηματισμό των γλωσσικών όρων μεταξύ των επιπέδων στην LH . Τονίζεται ότι όταν ο ασύμμετρος γλωσσικός όρος αναπαρηστάται μεταξύ δυό επιπέδων της γλωσσικής ιεραρχίας επιλέγεται το χαμηλότερο επίπεδο αναπαράστασης για να γίνονται πιο εύκολα οι υπολογισμοί.

- $F \leftarrow \{s_0^3\}, Brid(F) = False \Rightarrow LH(F, 0) = LH(s_0^3, 0) \Rightarrow$
 $\Rightarrow TF_3^1(s_0^3, 0) = TF_3^1(s_0^3, 0) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_0^3, 0)(9-1)}{(3-1)}\right) = \Delta(0) = (s_0^9, 0) \Rightarrow LH(s_0^3, 0) = (s_0^9, 0)$
- $D \leftarrow \{s_1^3 \cup s_2^5\}, Brid(D) = true \Rightarrow LH(D, 0) = LH(s_1^3, 0) \Rightarrow$
 $\xrightarrow{t_{LC} < t_{RC}} TF_3^1(s_1^3, 0) = TF_3^1(s_1^3, 0) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_1^3, 0)(9-1)}{(3-1)}\right) = \Delta(4) = (s_4^9, 0) \Rightarrow LH(s_1^3, 0) = (s_4^9, 0)$
- $C \leftarrow \{s_3^5 \cup s_6^9\}, Brid(C) = true \Rightarrow LH(C, 0) = LH(s_3^5, 0) \Rightarrow$
 $\xrightarrow{s_3^5 \in S_{RC}} TF_3^2(s_3^5, 0) = TF_3^2(s_3^5, 0) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_3^5, 0)(9-1)}{(5-1)}\right) = \Delta(6) = (s_6^9, 0) \Rightarrow LH(s_3^5, 0) = (s_6^9, 0)$
- $B \leftarrow \{s_7^9\}, Brid(B) = False \Rightarrow LH(B, 0) = LH(s_7^9, 0) = (s_7^9, 0)$
- $A \leftarrow \{s_8^9\}, Brid(A) = False \Rightarrow LH(A, 0) = LH(s_8^9, 0) = (s_8^9, 0)$

Για να υπολογισθεί η αξιολόγηση των δύο μαθητών θα χρησιμοποιηθεί ένας τελεστής συνάθροισης της ασύμμετρης γλωσσικής πληροφορίας Λ^F όπου $F = \bar{x}^e$ ο αριθμητικός μέσος του μοντέλου της διπλής αναπαράστασης.

$\kappa\omega\nu/\nu\omicron\varsigma$	(D,0)	(C,0)	(B,0)	(C,0)	(C,0)	(C,0)
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$$\begin{aligned} & \Lambda^{\bar{x}^e} [(D,0), (C,0), (B,0), (C,0)(C,0)(C,0)] = \\ & \mathcal{LH}^{-1}(\bar{x}^e (TF_3^1(s_1^3,0), TF_3^2(s_3^5,0), TF_3^3(s_7^9,0), TF_3^2(s_3^5,0), TF_3^2(s_3^5,0), TF_3^2(s_3^5,0))) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}(\bar{x}^e ((s_4^9,0), (s_6^9,0), (s_7^9,0), (s_6^9,0), (s_6^9,0), (s_6^9,0))) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}\left(\Delta\left(\frac{1}{6}(\Delta^{-1}(s_4^9,0) + \Delta^{-1}(s_6^9,0) + \Delta^{-1}(s_7^9,0) + \Delta^{-1}(s_6^9,0) + \Delta^{-1}(s_6^9,0) + \Delta^{-1}(s_6^9,0))\right)\right) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}\left(\Delta\left(\frac{1}{6}(4 + 6 + 7 + 6 + 6 + 6)\right)\right) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}\left(\Delta\left(\frac{1}{6}(35)\right)\right) = \mathcal{LH}^{-1}(\Delta(5,83)) = \mathcal{LH}^{-1}(s_6^9, -0,17) = (C, -0.17) \end{aligned}$$

$\Sigma\tau\alpha\upsilon\rho\omicron\varsigma$	(A,0)	(D,0)	(D,0)	(C,0)	(B,0)	(A,0)
---	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$$\begin{aligned} & \Lambda^{\bar{x}^e} [(A,0), (D,0), (D,0), (C,0)(B,0)(A,0)] = \\ & \mathcal{LH}^{-1}(\bar{x}^e (TF_3^3(s_8^9,0), TF_3^1(s_1^3,0), TF_3^1(s_1^3,0), TF_3^2(s_3^5,0), TF_3^3(s_7^9,0), TF_3^3(s_8^9,0))) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}(\bar{x}^e ((s_8^9,0), (s_4^9,0), (s_4^9,0), (s_6^9,0), (s_7^9,0), (s_8^9,0))) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}\left(\Delta\left(\frac{1}{6}(\Delta^{-1}(s_8^9,0) + \Delta^{-1}(s_4^9,0) + \Delta^{-1}(s_4^9,0) + \Delta^{-1}(s_6^9,0) + \Delta^{-1}(s_7^9,0) + \Delta^{-1}(s_8^9,0))\right)\right) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}\left(\Delta\left(\frac{1}{6}(8 + 4 + 4 + 6 + 7 + 8)\right)\right) = \\ & \mathcal{LH}^{-1}\left(\Delta\left(\frac{1}{6}(37)\right)\right) = \mathcal{LH}^{-1}(\Delta(6,17)) = \mathcal{LH}^{-1}(s_6^9, 0,17) = (C, 0.17) \end{aligned}$$

5.4 ΤΕΛΕΣΤΗΣ LOWA ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΙΠΛΗΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΟΣΟΤΙΚΟΠΟΙΗΤΗ YAGER

Αυτή είναι η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί στο Κεφάλαιο 5 για την αξιολόγηση και επιλογής των καταλληλότερων προτάσεων για την προώθηση των ΑΠΕ στην ενεργειακή αγορά. Στο παρακάτω παράδειγμα θα φανεί πώς η επιλογή του ποσοτικοποιητή Yager (*Most, At least half, As many as possible*) επηρεάζει το αποτέλεσμα.

Βασιζόμαστε στο πρόβλημα απόφασης που αναφέρθηκε παραπάνω και συγκεκριμένα στην παράγραφο 4.1.1.

- Έστω λοιπόν $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} = \{N, VL, L, M, H, VH, P\}$ το γλωσσικό σύνολο.
- (X_1-X_4) οι τέσσερις εναλλακτικές που θα πρέπει να αξιολογηθούν.
- $(P_1 - P_4)$ τα κριτήρια με βάση τα οποία θα γίνει η αξιολόγηση.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίνακα αποδόσεων.

		Εναλλακτικές			
		X_1	X_2	X_3	X_4
Κριτήρια	P_1	<i>VL</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>L</i>
	P_2	<i>M</i>	<i>L</i>	<i>VL</i>	<i>H</i>
	P_3	<i>H</i>	<i>VL</i>	<i>M</i>	<i>M</i>
	P_4	<i>H</i>	<i>H</i>	<i>L</i>	<i>L</i>

Πίνακας 5.14: Αποδώσεις εναλλακτικών

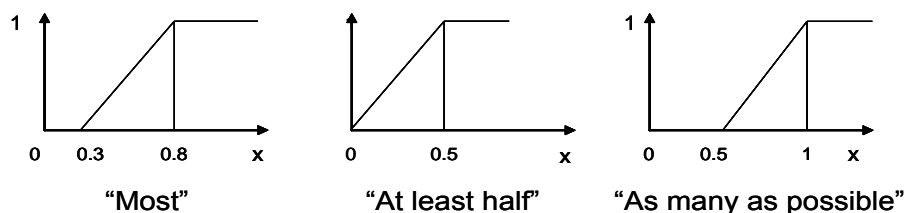
Οι τιμές των βαρών των ποσοτικοποιητών υπολογίζονται με τους παρακάτω τύπους.

$$w_i = Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{(i-1)}{n}\right) \text{ όπου } i = 1, \dots, n \text{ (} n \text{ ο αριθμός των εναλλακτικών)}$$

$$Q(r) = \begin{cases} 0 & , \alpha \nu r < a \\ \frac{r-a}{b-a} & , \alpha \nu a \leq r \leq b, \mu \epsilon a, b, r \in [0,1] \\ 1 & , \alpha \nu r > b \end{cases}$$

Τα $a, b \in [0,1]$ είναι το αριστερό και το δεξί άκρο αντίστοιχα των γραφικών παραστάσεων του εκάστοτε ποσοτικοποιητή. Επίσης το $r \in [0,1]$ είναι το σημείο που υπολογίζουμε αντίστοιχα την τιμή της συνάρτησης $Q(r)$. Παρακάτω υπάρχουν οι

γραφικές παραστάσεις για τον κάθε ποσοτικοποιητή στις οποίες αναγράφονται και οι τιμές των άκρων.



Σχήμα 8: Γραφικές παραστάσεις ποσοτικοποιητών

Παρουσιάζεται πως υπολογίζονται οι τιμές των βαρών για τον ποσοτικοποιητή Yager Most βάση των παραπάνω τύπων.

$$Most \rightarrow w = [w_1, w_2, w_3, w_4] \text{ όπου}$$

$$w_1 = Q(0.25) - Q(0), w_2 = Q(0.5) - Q(0.25), w_3 = Q(0.75) - Q(0.5) \text{ και } w_4 = Q(1) - Q(0.75)$$

Υπολογίζονται όλα τα Q_r για να μπορέσουμε να βρούμε τις τιμές των βαρών του ποσοτικοποιητή. Σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο έχουμε:

$$\bullet \quad Q(0) = \begin{cases} 0 & , \alpha \nu \ 0 < 0,3 \\ \frac{0 - 0,3}{0,8 - 0,3} & , \alpha \nu \ 0,3 \leq 0 \leq 0,8 = 0 \Rightarrow Q(0) = 0 \\ 1 & , \alpha \nu \ 0 > 0,8 \end{cases}$$

$$\bullet \quad Q(0.25) = \begin{cases} 0 & , \alpha \nu \ 0,25 < 0,3 \\ \frac{0,25 - 0,3}{0,8 - 0,3} & , \alpha \nu \ 0,3 \leq 0,25 \leq 0,8 = 0 \Rightarrow Q(0.25) = 0 \\ 1 & , \alpha \nu \ 0,25 > 0,8 \end{cases}$$

$$\bullet \quad Q(0.5) = \begin{cases} 0 & , \alpha \nu \ 0,5 < 0,3 \\ \frac{0,5 - 0,3}{0,8 - 0,3} & , \alpha \nu \ 0,3 \leq 0,5 \leq 0,8 = 0 \Rightarrow Q(0.5) = 0,4 \\ 1 & , \alpha \nu \ 0,5 > 0,8 \end{cases}$$

$$\bullet \quad Q(0.75) = \begin{cases} 0 & , \alpha \nu \ 0,75 < 0,3 \\ \frac{0,75 - 0,3}{0,8 - 0,3} & , \alpha \nu \ 0,3 \leq 0,75 \leq 0,8 = 0 \Rightarrow Q(0.75) = 0,9 \\ 1 & , \alpha \nu \ 0,75 > 0,8 \end{cases}$$

$$\bullet \quad Q(1) = \begin{cases} 0 & , \alpha \nu 1 < 0,3 \\ \frac{1-0,3}{0,8-0,3} & , \alpha \nu 0,3 \leq 1 \leq 0,8 = 0 \Rightarrow Q(1) = 1 \\ 1 & , \alpha \nu 1 > 0,8 \end{cases}$$

Σύμφωνα με τους παραπάνω υπολογισμούς προκύπτει:

$$w_1 = Q(0,25) - Q(0) = 0, w_2 = Q(0,5) - Q(0,25) = 0,4, w_3 = Q(0,75) - Q(0,5) = 0,5 \text{ και} \\ w_4 = Q(1) - Q(0,75) = 0,1. \text{ Άρα } Most \rightarrow w = [0,0,4,0,5,0,1]$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται τα βάρη και για τους άλλους 2 ποσοτικοποιητές. Συνολικά έχουμε τα εξής

$$Most \rightarrow w = [0,0,4,0,5,0,1] \\ At \text{ least } half \rightarrow w = [0,5,0,5,0,0] \\ As \text{ many as possible } \rightarrow w = [0,0,0,5,0,5]$$

Ο υπολογισμός των τιμών πραγματοποιείται με των τύπο που έχουμε αναφέρει στο Κεφάλαιο 3 στην αντίστοιχη ενότητα.

Ποσοτικοποιητής Most

Για την εναλλακτική X1

$$\Phi^e = \{VL, M, H, H\} = EC^4 \{[(0,0,4,0,5,0,1)], [(H,0), (H,0), (M,0), (VL,0)]\} = \\ \Delta(0 \cdot 4 + 0,4 \cdot 4 + 0,5 \cdot 3 + 0,1 \cdot 1) = \Delta(3,2) = (M,0,2)$$

Για την εναλλακτική X2

$$\Phi^e = \{M, L, VL, H\} = EC^4 \{[(0,0,4,0,5,0,1)], [(H,0), (M,0), (L,0), (VL,0)]\} = \\ \Delta(0 \cdot 4 + 0,4 \cdot 3 + 0,5 \cdot 2 + 0,1 \cdot 1) = \Delta(2,3) = (L,0,3)$$

Για την εναλλακτική X3

$$\Phi^e = \{M, VL, M, L\} = EC^4 \{[(0,0,4,0,5,0,1)], [(M,0), (M,0), (L,0), (VL,0)]\} = \\ \Delta(0 \cdot 3 + 0,4 \cdot 3 + 0,5 \cdot 2 + 0,1 \cdot 1) = \Delta(2,3) = (L,0,3)$$

Για την εναλλακτική X4

$$\Phi^e = \{L, H, M, L\} = EC^4 \{[(0,0,4,0,5,0,1)], [(H,0), (M,0), (L,0), (L,0)]\} = \\ \Delta(0 \cdot 4 + 0,4 \cdot 3 + 0,5 \cdot 2 + 0,1 \cdot 2) = \Delta(2,4) = (L,0,4)$$

Ποσοτικοποιητής At least half

Για την εναλλακτική X1

$$\Phi^e = \{VL, M, H, H\} = EC^4 \{[(0.5, 0.5, 0, 0)], [(H, 0), (H, 0), (M, 0), (VL, 0)]\} = \Delta(0,5 \cdot 4 + 0,5 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 1) = \Delta(4) = (H, 0)$$

Για την εναλλακτική X2

$$\Phi^e = \{M, L, VL, H\} = EC^4 \{[(0.5, 0.5, 0, 0)], [(H, 0), (M, 0), (L, 0), (VL, 0)]\} = \Delta(0,5 \cdot 4 + 0,5 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1) = \Delta(3,5) = (H, -0.5)$$

Για την εναλλακτική X3

$$\Phi^e = \{M, VL, M, L\} = EC^4 \{[(0.5, 0.5, 0, 0)], [(M, 0), (M, 0), (L, 0), (VL, 0)]\} = \Delta(0,5 \cdot 3 + 0,5 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1) = \Delta(3) = (M, 0)$$

Για την εναλλακτική X4

$$\Phi^e = \{L, H, M, L\} = EC^4 \{[(0, 5, 0, 5, 0, 0)], [(H, 0), (M, 0), (L, 0), (L, 0)]\} = \Delta(0,5 \cdot 4 + 0,5 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 2) = \Delta(3,5) = (H, -0.5)$$

Ποσοτικοποιητής As many as possible

Για την εναλλακτική X1

$$\Phi^e = \{VL, M, H, H\} = EC^4 \{[(0, 0, 0.5, 0.5)], [(H, 0), (H, 0), (M, 0), (VL, 0)]\} = \Delta(0 \cdot 4 + 0 \cdot 4 + 0.5 \cdot 3 + 0.5 \cdot 1) = \Delta(2) = (L, 0)$$

Για την εναλλακτική X2

$$\Phi^e = \{M, L, VL, H\} = EC^4 \{[(0, 0, 0.5, 0.5)], [(H, 0), (M, 0), (L, 0), (VL, 0)]\} = \Delta(0 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + 0.5 \cdot 2 + 0.5 \cdot 1) = \Delta(1,5) = (L, -0.5)$$

Για την εναλλακτική X3

$$\Phi^e = \{M, VL, M, L\} = EC^4 \{[(0, 0, 0.5, 0.5)], [(M, 0), (M, 0), (L, 0), (VL, 0)]\} = \Delta(0 \cdot 3 + 0 \cdot 3 + 0.5 \cdot 2 + 0.5 \cdot 1) = \Delta(1,5) = (L, -0.5)$$

Για την εναλλακτική X4

$$\Phi^e = \{L, H, M, L\} = EC^4 \{[(0, 0, 0.5, 0.5)], [(H, 0), (M, 0), (L, 0), (L, 0)]\} = \Delta(0 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + 0.5 \cdot 2 + 0.5 \cdot 2) = \Delta(2) = (L, 0)$$

Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα του Lowa 2-tuple του εκάστου ποσοτικοποιητή φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	<i>Most</i>	<i>At least half</i>	<i>At many as possible</i>
X_1	(M,0.2)	(H,0)	(L,0)
X_2	(L,0.3)	(H,-0.5)	(L,-0.5)
X_3	(L,0.3)	(M,0)	(L,-0.5)
X_4	(L,0.4)	(H,-0.5)	(L,0)

Πίνακας 5.15:Αποτελέσματα Lowa 2-tuple

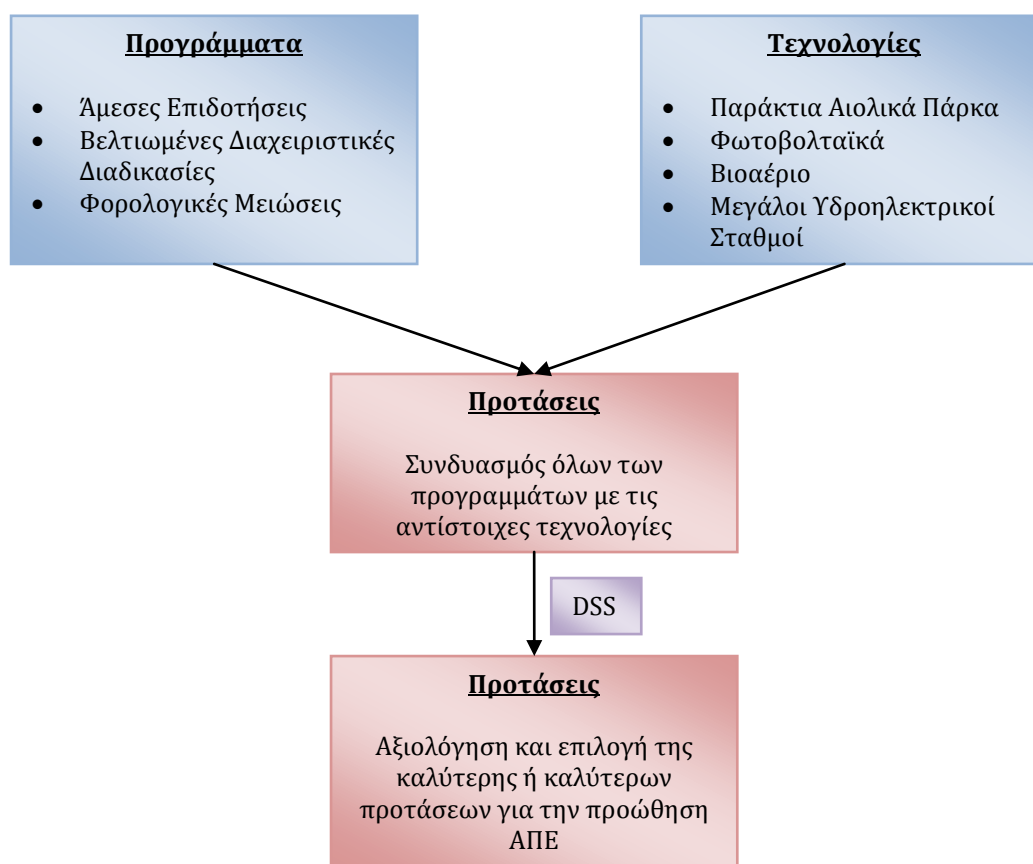
5.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ

5.5.1 Εισαγωγή

Στο παρούσα ενότητα γίνεται μία ποιοτική εφαρμογή της χρήσης των γλωσσικών μεταβλητών σε ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα ενεργειακή πολιτικής. Το πρόβλημα το οποίο θα αναλυθεί είναι η αξιολόγηση προτάσεων προώθησης ΑΠΕ με σκοπό την αναγνώριση εκείνων που συνάδουν σε μεγαλύτερο βαθμό με τα χαρακτηριστικά των εμπλεκομένων. Το πληροφορικό σύστημα υποστήριξης απόφασης που θα χρησιμοποιηθεί είναι το (Decision Support System – DSS) το οποίο έχει αναπτυχθεί για την υποστήριξη των σύνθετων προβλημάτων που θα ήταν ειδάλλως δύσκολο να διαχειριστούν. Τα DSS μπορούν να υποστηρίξουν τους υπεύθυνους για την λήψη αποφάσεων στην επιλογή μεταξύ εναλλακτικών και στις αλληλεπιδράσεις, καθιστώντας κατά συνέπεια την υποστήριξη αποφάσεων ενεργειακής πολιτικής πιο απλή.

5.5.2 Ανάλυση Εφαρμογής

Έστω ότι έχουν προταθεί τα παρακάτω προγράμματα και τεχνολογίες υψηλής προτεραιότητας για την προώθηση ΑΠΕ σε κάποια χώρα. Ο συνδυασμός τους δίνει ένα σύνολο από προτάσεις οι οποίες αξιολογούνται.



Προτάσεις

- Π1:** Άμεσες Επιδοτήσεις για την προώθηση των Παράκτιων Αιολικών Πάρκων
- Π2:** Βελτιωμένες Διαχειριστικές Διαδικασίες για την προώθηση των Παράκτιων Αιολικών πάρκων
- Π3:** Φορολογικές Μειώσεις για την προώθηση των Παράκτιων Αιολικών Πάρκων
- Π4:** Άμεσες Επιδοτήσεις για την προώθηση των Φωτοβολταϊκών
- Π5:** Βελτιωμένες Διαχειριστικές Διαδικασίες για την προώθηση των Φωτοβολταϊκών
- Π6:** Φορολογικές Μειώσεις για την προώθηση των Φωτοβολταϊκών
- Π7:** Άμεσες Επιδοτήσεις για την προώθηση του Βιοαερίου
- Π8:** Βελτιωμένες Διαχειριστικές Διαδικασίες για την προώθηση του Βιοαερίου
- Π9:** Σταθερές Τιμές Τιμολογίων για την προώθηση του Βιοαερίου
- Π10:** Άμεσες Επιδοτήσεις για την προώθηση Μεγάλων Υδροηλεκτρικών Σταθμών
- Π11:** Βελτιωμένες Διαχειριστικές Διαδικασίες για την προώθηση Μεγάλων Υδροηλεκτρικών Σταθμών
- Π12:** Φορολογικές Μειώσεις για την προώθηση Μεγάλων Υδροηλεκτρικών Σταθμών

Κριτήρια

- X1:** Απαιτούμενη Οικονομική Δύναμη
- X2:** Δυνατότητα Κέρδους
- X3:** Απαιτούμενο Εγγενές Κίνητρο
- X4:** Απαιτούμενη Δυνατότητα Αποδοχής Ρίσκου

Για τις αποδόσεις χρησιμοποιήθηκε μια 7-βάθμια κλίμακα γλωσσικών όρων η οποία παίρνει τις παρακάτω τιμές:

$$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$$

Όπου: $s_0 = (\text{ΠΦ}) = \text{Πολύ Φτωχό}$, $s_1 = (\text{Φ}) = \text{Φτωχό}$, $s_2 = (\text{ΜΦ}) = \text{Μέτρια Φτωχό}$, $s_3 = (\text{Μ}) = \text{Μέτριο}$, $s_4 = (\text{ΜΥ}) = \text{Μέτρια Υψηλό}$, $s_5 = (\text{Υ}) = \text{Υψηλό}$, $s_6 = (\text{ΠΥ}) = \text{Πολύ Υψηλό}$.

Οι αποδόσεις των προτάσεων στα κριτήρια φαίνονται στον ακόλουθο Πίνακα.

Εναλλακτικές

		Π1	Π2	Π3	Π4	Π5	Π6	Π7	Π8	Π9	Π10	Π11	Π12
Κριτήρια	X1	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΦ	ΜΦ	ΜΦ	ΜΦ	ΜΦ	Φ	ΜΦ	ΜΦ	ΜΦ
	X2	Μ	ΜΥ	Υ	Μ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΦ	Μ	Φ	ΜΦ	Μ	Φ
	X3	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ	ΜΥ
	X4	ΜΥ	Υ	Υ	ΜΥ	Υ	Υ	ΜΦ	Μ	ΜΦ	ΜΦ	Μ	Φ

Πίνακας 5.16: Αποδόσεις Εναλλακτικών

Από τις αποδόσεις στα επιμέρους κριτήρια, μπορούν να παρατηρηθούν τα ακόλουθα:

- Τις υψηλές αποδόσεις στα περισσότερα κριτήρια έχουν οι προτάσεις των φορολογικών μειώσεων καθώς και των βελτιωμένων διαχειριστικών διαδικασιών σε συνδυασμό με τις εδραιωμένες τεχνολογίες ΑΠΕ, όπως των παράκτιων αιολικών πάρκων και των φωτοβολταϊκών. Επίσης οι άμεσες επιδοτήσεις έχουν καλές αποδόσεις για την προώθηση των παράκτιων αιολικών πάρκων. Τις χαμηλότερες αποδόσεις τις συναντάμε στον κλάδο προώθησης του βιοαερίου και συγκεκριμένα για τα προγράμματα με φορολογικές μειώσεις.

Με τη βοήθεια του προγράμματος DSS και με τη χρήση του τελεστή LOWA του μοντέλου διπλής αναπαράστασης προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα. Ο ποσοτικοποιητής που χρησιμοποιήθηκε είναι ο Yager τον οποίο συναντήσαμε και σε προηγούμενο παράδειγμα στο κεφάλαιο 4.

Αποδόσεις

		Most	At Least Half	As Many As Possible
Εναλλακτικές	Π1:	(High,-0.1)	(High,0)	(High,-0.5)
	Π2:	(High,0)	(High,0.5)	(High,0)
	Π3:	(High,0.4)	(Very High,0)	(High,0)
	Π4:	(Medium,0.3)	(High,0)	(Low,0.5)
	Π5:	(High,-0.2)	(High,0.5)	(Medium,0)
	Π6:	(High,-0.2)	(High,0.5)	(Medium,0)
	Π7:	(Low,0)	(Medium,0)	(Low,0)
	Π8:	(Medium,-0.1)	(High,-0.5)	(Low,0.5)
	Π9:	(Very Low,0.4)	(Medium,0)	(Very Low,0)
	Π10:	(Low,0)	(Medium,0)	(Low,0)
	Π11:	(Medium,-0.1)	(High,-0.5)	(Low,0.5)
	Π12:	(Very Low,0.4)	(Medium,0)	(Very Low,0)

Πίνακας 5.17: Αποτελέσματα

5.5.3 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα αποτελεσμάτων προκύπτει ότι η χρήση του ποσοτικοποιητή Yager στις περιπτώσεις "At Least Half" και "As Many As Possible" ,δίνει αποτελέσματα τα οποία έχουν τις ίδιες τελικές τιμές και διαφοροποιούνται σε μεγάλο βαθμό.

Επιπλέον από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι οι προτάσεις που ξεχωρίζουν σε όλους του ποσοτικοποιητές είναι η προώθηση των παράκτιων αιολικών πάρκων σε συνδυασμό με τις φορολογικές μειώσεις σε πρώτο βαθμό και με τις βελτιωμένες διαχειριστικές διαδικασίες σε δεύτερο.

Από την άλλη πλευρά οι προτάσεις με τις χαμηλότερες αποδόσεις για όλους τους ποσοτικοποιητές είναι η προώθηση του Βιοαερίου και των Μεγάλων Υδροηλεκτρικών Σταθμών σε συνδυασμό με τις φορολογικές μειώσεις.

Κεφάλαιο 6^ο

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

6.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα σημαντικότερα στοιχεία που απορρέουν από την παρούσα διπλωματική είναι τα ακόλουθα.

Συμπεράσματα μεθοδολογίας σε ασύμμετρη κλίμακα

Τα πιο σημαντικά εργαλεία της μεθοδολογίας που παρουσιάστηκε είναι η χρήση της γλωσσικής ιεραρχίας και οι συναρτήσεις μετασχηματισμού (μεταξύ των επιπέδων και από τους ασύμμετρους γλωσσικούς όρους σε όρους γλωσσικής ιεραρχίας). Πιο συγκεκριμένα:

- Η γλωσσική ιεραρχία βοηθάει στην σημασιολογική αναπαράσταση των ασύμμετρων γλωσσικών όρων. Βάση των κανόνων δημιουργίας των επιπέδων της , όπου ο κάθε όρος στο ένα επίπεδο αναπαριστάται από δύο όρους στο αμέσως επόμενο εκτός από τον κεντρικό όρο, προσπαθεί να αναπαραστήσει τον ασύμμετρο όρο με κάποιον συμμετρικό σε ένα επίπεδο ή με συνδυασμό των συμμετρικών όρων μεταξύ δυο επιπέδων.
- Με την βοήθεια της συνάρτησης μετασχηματισμού μεταξύ των επιπέδων οι ασύμμετροι όροι, οι οποίοι είναι εκφρασμένοι στα διάφορα επίπεδα της γλωσσικής ιεραρχίας, μετασχηματίζονται όλοι στο ίδιο επίπεδο για να μπορούν να εφαρμοστούν οι διαδικασίες συνάθροισης.
- Με την χρήση της συνάρτησης μετασχηματισμού των ασύμμετρων γλωσσικών όρων σε όρους της γλωσσικής ιεραρχίας διεξάγονται τα τελικά αποτελέσματα. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται είναι πολύπλοκος αλλά οι πράξεις είναι σχετικά απλές.

Η αναπαράσταση των γλωσσικών όρων γίνεται με την βοήθεια του μοντέλου της διπλής αναπαράστασης 2 - tuple το οποίο συμβάλλει στην αποφυγή απώλειας πληροφορίας κατά την διάρκεια των πράξεων συνάθροισης. Έτσι συνεπάγεται ότι τα τελικά αποτελέσματα που προκύπτουν είναι ακριβή.

Συμπεράσματα μεθοδολογιών σε διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα

- **Προσέγγιση Προέκτασης:** Βασίζεται στις σχετικές συναρτήσεις συσχέτισης των γλωσσικών όρων, μέσα ουσιαστικά από την αναπαράσταση των γλωσσικών όρων με παραμέτρους της αντίστοιχης συνάρτησης συσχέτισης. Η συνάρτηση συσχέτισης συνήθως προέρχεται από υποκειμενικές εκτιμήσεις των αποφασιζόντων είτε από προκαθορισμένες ή απλοποιημένες μορφές με αποτέλεσμα να υπεισέρχεται αβεβαιότητα στη διαδικασία της απόφασης. Επιπλέον, οι πράξεις που πρέπει να γίνουν μεταξύ των ασαφών συνόλων είναι πολλές φορές πολύπλοκες και απαιτούν σύνθετα υπολογιστικά εργαλεία. Το πιο σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι κατά την διαδικασία επεξεργασίας των δεδομένων υπάρχει απώλεια πληροφορίας και προκύπτει χαμηλή «διακριτότητα» μεταξύ των εναλλακτικών.

- **Συμβολική Προσέγγιση:** Δρα μέσω άμεσου υπολογισμού στις ετικέτες των γλωσσικών όρων, χωρίς να είναι απαραίτητη η χρήση των συναρτήσεων συμμετοχής μαζί με τους γλωσσικούς όρους. Από την άποψη του υπολογισμού, οι πράξεις είναι σχετικά απλές και γρήγορες. Το πιο σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι κατά τη διαδικασία επεξεργασίας των δεδομένων υπάρχει απώλεια πληροφορίας με αποτέλεσμα η «διακριτότητα» ανάμεσα στα εξαχθέντα αποτελέσματα να είναι ιδιαίτερα χαμηλή.
- **Μοντέλο Διπλής Αναπαράστασης:** Είναι μια ικανή προσέγγιση αναπαράστασης και επεξεργασίας της ασαφούς πληροφορίας που εμπεριέχεται σε προβλήματα αποφάσεων στο σύγχρονο περιβάλλον λειτουργίας του ενεργειακού τομέα. Το πιο σημαντικό στοιχείο είναι ότι μέσω του μοντέλου της διπλής αναπαράστασης το πρόβλημα της απώλειας πληροφοριών υπερνικάτε και η «διακριτότητα» που επιτυγχάνεται είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική.

Συνολικά μπορεί κανείς να σημειώσει ότι:

- **Ποσοτικοποιητής Yager:**
 - **Most:** Με την επιλογή του συγκεκριμένου ποσοτικοποιητή δίνεται έμφαση στις ενδιάμεσες αποδόσεις των κριτηρίων. Τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν εμφανίζουν ικανοποιητική «διακριτότητα».
 - **At Least Half:** Δίνεται έμφαση κυρίως στις υψηλές αποδόσεις. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν εμφανίζουν και αυτά ικανοποιητική «διακριτότητα».
 - **As Many As:** Δίνεται έμφαση κυρίως στις χαμηλές αποδόσεις. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν δεν μας δίνουν ικανοποιητική «διακριτότητα».

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι οποιαδήποτε επιλογή από τις τρεις παραπάνω και να χρησιμοποιηθεί τα αποτελέσματα που θα προκύψουν θα είναι τα ίδια. Το μόνο που θα αλλάξει θα είναι η «διακριτότητα». Επιπλέον η επιλογή γίνεται ανάλογα με το που με το που θέλει ο εκάστοτε αναλυτής να δώσει μεγαλύτερη έμφαση μεταξύ των επιλογών.

- Στις «παραδοσιακές» πολυκριτηριακές μεθόδους που συνήθως χρησιμοποιούνται σε προβλήματα ενεργειακής πολιτικής, οι ποιοτικές πληροφορίες μετασχηματίζονται σε αριθμητικές χρησιμοποιώντας μια διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα. Τα προβλήματα σε αυτές τις περιπτώσεις είναι:
 - Μία λανθασμένη επιλογή της κλίμακας από τον αποφασίζοντα μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικά αποτελέσματα, γεγονός που δε διασφαλίζει την «αντικειμενικότητα» της τελικής απόφασης.
 - Οι αποφασίζοντες συναντούν πολλές φορές μεγάλη δυσκολία στο να προσδιορίσουν όλες τις παραμέτρους του προβλήματος, όπως τα αποκαλούμενα ψευδοκριτήρια.

Συνοπτικά, το μοντέλο της διπλής αναπαράστασης μπορεί να έχει πραγματικά σημαντική συνεισφορά στην υποστήριξη αποφάσεων σε θέματα ενεργειακής πολιτικής στο σύγχρονο περιβάλλον λειτουργίας του ενεργειακού τομέα, καθώς:

- Δίνει τη δυνατότητα να εκφράζονται τα βάρη των κριτηρίων και οι αποδόσεις των εναλλακτικών σε διακριτή κλίμακα.
- Δίνει τη δυνατότητα να γίνονται πράξεις με ασαφείς αριθμούς, αίροντας έτσι τους περιορισμούς της διακριτής κλίμακας.
- Μέσω αυτής της αναπαράστασης είναι εφικτή η μετάβαση από τη διακριτή κλίμακα στη συνεχή και ξανά στη διακριτή.
- Δεν υπάρχει το εγγενές πρόβλημα των γλωσσικών προσεγγίσεων (με βάση την αρχή της προέκτασης είτε της συμβολικής προσέγγισης) της απώλειας πληροφoρίας και της χαμηλής «διακριτότητας» των εναλλακτικών μεταξύ τους.

6.2 ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Παρακάτω σημειώνονται ερευνητικές κατευθύνσεις που χρίζουν περαιτέρω διερεύνησης με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε:

- Διερεύνηση χρήσης τεχνικών επεξεργασίας και αναπαράστασης των γλωσσικών όρων για την εφαρμογή τους σε άλλες μεθοδολογίες για την λύση πολυκριτηριακών προβλημάτων όπως TOPSIS, ELECTRE, PROMETHEE.
- Διερεύνηση τεχνικών επεξεργασίας και αναπαράστασης των γλωσσικών όρων σε προβλημάτων που περιέχουν ποιοτικές και ποσοτικές μεταβλητές.
- Χρήση των πολυκριτηριακών μεθοδολογιών υποστήριξης αποφάσεων που παρουσιάστηκαν σε διαφορετικές εφαρμογές υποστήριξης αποφάσεων σε θέματα ενεργειακή πολιτικής και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων τους.