



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Σχεδίαση και Μοντελοποίηση Σύγχρονης
Μηχανής Μονίμων Μαγνητών μέσω της
μεθόδου Ισοδύναμων Μαγνητικών
Κυκλωμάτων**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΩΝ

Χρήστου Δ. Αντωνακόπουλου και Αλέξανδρου-Πάρη Π. Κετσετζή

Επιβλέπων : Αντώνιος Κλαδάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, 7 Ιανουαρίου 2014



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Σχεδίαση και Μοντελοποίηση Σύγχρονης Μηχανής Μονίμων Μαγνητών μέσω της μεθόδου Ισοδύναμων Μαγνητικών Κυκλωμάτων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΩΝ

Χρήστου Δ. Αντωνακόπουλου και Αλέξανδρου-Πάρη Π. Κετσετζή

Επιβλέπων : Αντώνιος Κλαδάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την 7^η Ιανουαρίου 2014.

Αντώνιος Κλαδάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Στέφανος Μανιάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Σταύρος Παπαθανασίου
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, 7 Ιανουαρίου 2014

.....
Χρήστος Δ. Αντωνακόπουλος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Ηλεκτρονικών Υπολογιστών

.....
Αλέξανδρος-Πάρης Π. Κετσετζής

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Ηλεκτρονικών Υπολογιστών

Copyright © Χρήστος Δ. Αντωνακόπουλος και Αλέξανδρος-Πάρης Π. Κετσετζής, 2013
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται στο συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύσσεται ένα μοντέλο με τη μέθοδο των ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων για την ανάλυση και προσομοίωση μιας σύγχρονης ηλεκτρικής μηχανής μονίμων μαγνητών μη επικαλυπτόμενου συγκεντρωμένου τυλίγματος.

Για την ανάπτυξη αυτού του μοντέλου αρχικά ορίζονται τα βασικά στοιχεία για την μοντελοποίηση της μαγνητικής ροής σε κάθε μέρος της μηχανής. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην μοντελοποίηση των στοιχείων στο τμήμα του διακένου, τα οποία μεταβάλλονται κατά τη στροφή του δρομέα, με τιμές που εξαρτώνται από την εκάστοτε θέση του. Για την αναπαράσταση του φαινομένου του κορεσμού της μηχανής ορίζονται στοιχεία με μεταβλητές διαπερατότητες οι οποίες υπολογίζονται από τις τιμές της μαγνητικής επαγωγής μέσω της καμπύλης μαγνήτισης του σιδήρου(B-H) στα τμήματα σιδήρου της μηχανής. Στη συνέχεια σχεδιάζεται το τελικό ισοδύναμο κύκλωμα της ηλεκτρικής μηχανής από το οποίο με εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων προκύπτει ένα σύστημα μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων για την επίλυση του οποίου επιλέγεται μια υβριδική μορφή της μεθόδου Newton-Raphson που χρησιμοποιεί έναν συντελεστή βαρύτητας. Έπειτα ορίζονται δύο διαδικασίες επίλυσης του μοντέλου της μηχανής που αφορούν δύο διαφορετικές λειτουργίες της. Η πρώτη αφορά τη στατική επίλυση κατά την οποία τα τυλίγματα της μηχανής διεγείρονται με σταθερό ρεύμα με στόχο τον υπολογισμό της ροπής για κάθε θέση του δρομέα με συνέπεια την εξαγωγή καμπύλης ροπής-γωνίας της μηχανής. Η δεύτερη αφορά τη δυναμική επίλυση κατά την οποία τα τυλίγματα της μηχανής διαρρέονται από ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενα ρεύματα, ενώ ταυτόχρονα ο δρομέας στρέφεται σύγχρονα με μια συγκεκριμένη γωνία δ ανάλογα με την επιθυμητή τιμή ροπής με στόχο τον υπολογισμό των μεγεθών της επίδοσης και της απόδοσης.

Με βάση τα παραπάνω πραγματοποιούνται συγκρίσεις για όλα τα μεγέθη της σχεδίασης αυτής με αυτά της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για τρία υλικά μονίμων μαγνητών. Οι συγκρίσεις αυτές γίνονται αρχικά για ένα μοντέλο με βασική και στη συνέχεια για ένα με μεγαλύτερη διακριτοποίηση.

Ο στόχος του τελικού μοντέλου είναι η επίτευξη συμφωνίας των αποτελεσμάτων μεταξύ των δύο μεθόδων σχεδίασης, ώστε να αναδειχθεί η μέθοδος των ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων ως μια αξιόπιστη και αποτελεσματική μέθοδος σχεδιασμού ηλεκτρικών μηχανών.

Στις προσομοιώσεις που έγιναν χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων FEMM και αριθμητικής ολοκλήρωσης διαφορικών εξισώσεων MATLAB.

Λέξεις κλειδιά: ισοδύναμα μαγνητικά κυκλώματα, σύγχρονες μηχανές μονίμων μαγνητών, μη επικαλυπτόμενο τύλιγμα, μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων, διακριτοποίηση.

Abstract

In the present thesis, a magnetic equivalent circuit model is developed in order to analyze and simulate a synchronous permanent magnet machine with fractional-slot concentrated windings.

For analyzing this model, firstly the basic elements are defined in order to model the magnetic flux in every part of the electric machine. Special emphasis is given in the elements of the airgap whose values depend on the rotor angle every time. In order to describe the saturation of the electric machine, permeances with variable (parametric) magnetic permeabilities are used. Their values are calculated through the dc magnetization curve of the iron (B-H curve) of the machine depending on the corresponding value of the magnetic flux density. In addition the final magnetic equivalent circuit of electric machine is designed, from which a system of non-linear algebraic equations arises, using node analysis. This system is solved with a hybrid version of Newton-Raphson method that uses a convergence factor. Furthermore, two different solving processes are described. In the first, the windings are excited by constant current (DC value) in order to compute the torque of the machine in each position of the rotor and consequently to obtain the torque-angle curve. In the second one, the windings are excited by sinusoidal current sources (AC value) while at the same time the rotor rotates at synchronous speed. From the second process all the quantities concerning the performance and the efficiency of electric machines are obtained.

Finally all those measured quantities are compared with the corresponding, measured from the simulation of the electric machine through a finite element program. These comparisons are made initially for a simple model with basic discretization and then for a more complex one with increased discretization.

The basic objective of the final magnetic equivalent model developed, which also represents the final objective of the current thesis, is to accomplish a complete agreement between the results from the computationally cheap magnetic equivalent method and the more time-consuming finite element method in order to prove the first one to be a trustworthy and efficient method of designing electric machines.

For the simulation of the electric machine with the two aforementioned methods, the finite element open source software package FEMM and the numerical computing software Matlab were used.

Key words: magnetic equivalent circuits, synchronous permanent magnet machine, fractional-slot concentrated windings, finite element method, discretization

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα θέλαμε να εκφράσουμε τις ευχαριστίες μας σε όσους βοήθησαν κατά την εκπόνηση της.

Ευχαριστούμε θερμά, τον Καθηγητή μας κ.Αντώνιο Κλαδά, για την εμπιστοσύνη που μας έδειξε αναθέτοντας μας την παρούσα εργασία, για την καθοδήγηση του και την άψογη συνεργασία στην περάτωση της. Ήταν πάντα πρόθυμος να επιλύσει οποιαδήποτε απορία προέκυπτε κατά την εκπόνηση αυτής.

Ευχαριστούμε επίσης τις οικογένειες μας και τους φίλους μας για την πολύτιμη στήριξη τους.

Περιεχόμενα

| | |
|--|-----------|
| Περίληψη | v |
| Abstract | vi |
| Ευχαριστίες | vii |
| Περιεχόμενα | viii |
| Κατάλογος Σχημάτων | xi |
| Κατάλογος Πινάκων | xv |
| 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 1 |
| 1.1 Γενικό πλαίσιο | 1 |
| 1.2 Προϊστορία ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων | 5 |
| 1.3 Σκοπός | 5 |
| 1.4 Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας | 6 |
| 2 ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ | 8 |
| 2.1 Γενικά | 8 |
| 2.2 Τοπολογία μηχανής | 9 |
| 2.2.1 Διαμόρφωση με βάση τη διεύθυνση της ροής του πεδίου | 9 |
| 2.2.2 Διαμόρφωση με βάση τη θέση του μαγνήτη | 10 |
| 2.3 Τυλίγματα στάτη | 12 |
| 2.4 Μαγνητικά υλικά | 14 |
| 2.4.1 Βασικά χαρακτηριστικά μαγνητικών υλικών | 14 |
| 2.4.2 Σιδηρομαγνητικά υλικά | 16 |
| 2.4.3 Σιδηριμαγνητικά υλικά | 18 |
| 2.4.4 Μόνιμοι μαγνήτες | 18 |
| 2.5 Εφαρμογές | 22 |
| 3 ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ | 24 |
| 3.1 Γενικά | 24 |
| 3.2 Αναλογίες μεταξύ ηλεκτρικών και μαγνητικών κυκλωμάτων | 24 |
| 3.3 Σχέση ηλεκτρικής και μηχανικής γωνίας ηλεκτρικής μηχανής | 26 |
| 3.4 Βασικά ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων | 27 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.5 | Μη γραμμικότητα σιδήρου | 29 |
| 3.6 | Κατασκευή ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος | 30 |
| 3.6.1 | Τμήμα στάτη | 31 |
| 3.6.1.1 | Σωλήνας ροής ζυγού στάτη | 32 |
| 3.6.1.2 | Σωλήνας ροής δοντιού | 32 |
| 3.6.1.3 | Σωλήνας ροής πέλματος δοντιού | 33 |
| 3.6.1.4 | Σωλήνες ροών σκεδάσεων μεταξύ δοντιών | 33 |
| 3.6.1.5 | Πηγή μαγνητικού κυκλώματος | 34 |
| 3.6.1.6 | Μαγνητικό ισοδύναμο στάτη | 35 |
| 3.6.2 | Τμήμα δρομέα | 35 |
| 3.6.2.1 | Σωλήνας ροής ζυγού δρομέα | 36 |
| 3.6.2.2 | Μαγνήτης | 36 |
| 3.6.2.3 | Σκεδάσεις μαγνητών | 38 |
| 3.6.2.4 | Μαγνητικό ισοδύναμο δρομέα | 40 |
| 3.6.3 | Αγωγιμότητες διακένου | 40 |
| 3.7 | Ροπές | 43 |
| 3.7.1 | Υπολογισμός ροπής | 43 |
| 3.7.2 | Ροπή ευθυγράμμισης | 44 |
| 3.7.3 | Κυμάτωση ροπής | 45 |
| 4 | ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ | 46 |
| 4.1 | Γενικά | 46 |
| 4.2 | Κατασκευή πίνακα μετασχηματισμού τυλίγματος | 47 |
| 4.3 | Εφαρμογή μεθόδου των κόμβων | 50 |
| 4.4 | Επίλυση συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων | 53 |
| 4.5 | Διαδικασία επίλυσης ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος | 58 |
| 4.6 | Δυναμικό μοντέλο | 62 |
| 5 | ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ | 68 |
| 5.1 | Γενικά | 68 |
| 5.2 | Συγκρίσεις μεγεθών | 70 |
| 6 | ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΗ ΤΕΛΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ | 84 |
| 6.1 | Γενικά | 84 |
| 6.2 | Κατασκευή τελικού μοντέλου | 85 |
| 6.3 | Επιβεβαίωση τελικού μοντέλου | 90 |
| 6.4 | Συμπεράσματα | 108 |
| 7 | ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ | 110 |
| 7.1 | Γενικά | 110 |
| 7.2 | Υπολογισμός και σύγκριση μαγνητικών επαγωγών | 110 |
| 7.3 | Απώλειες μηχανής | 119 |
| 7.3.1 | Απώλειες πυρήνα | 119 |
| 7.3.2 | Απώλειες χαλκού | 121 |
| 8 | ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ | 123 |
| 8.1 | Γενικά | 123 |
| 8.2 | Συμπεράσματα | 124 |

| | |
|---|------------|
| <i>Περιεχόμενα</i> | x |
| 8.3 Συμβολή της διπλωματικής εργασίας | 127 |
| 8.4 Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση | 127 |
| Παράρτημα Α΄ ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ $Q \cdot P$ | 129 |
| Παράρτημα Β΄ ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ $Q \cdot 3P$ | 132 |
| Παράρτημα Γ΄ ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΑΓΝΗΤΗ NdFeB ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΣΙΔΗΡΟ | 135 |
| Βιβλιογραφία | 140 |

Κατάλογος Σχημάτων

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | Μηχανές ακτινικής,αξονικής και εγκάρσιας ροής | 10 |
| 2.2 | Διατάξεις μαγνητών με βάση τη θέση του μαγνήτη | 12 |
| 2.3 | Μη επικαλυπτόμενα τυλίγματα μηχανών μονίμων μαγνητών για $q = 0.5$ (συμβατικές) και για $0.25 < q < 0$ (μη συμβατικές) | 13 |
| 2.4 | Βρόχος υστέρησης | 16 |
| 2.5 | Καμπύλη απομαγνήτισης μαγνήτη | 19 |
| 2.6 | Καμπύλη απομαγνήτισης μόνιμου μαγνήτη | 20 |
| 2.7 | Ακτινική και παράλληλη μαγνήτιση μαγνητών | 21 |
| 2.8 | Καμπύλες απομαγνήτισης για διάφορα υλικά μονίμων μαγνητών | 22 |
| | | |
| 3.1 | Αναπαράσταση γωνίας στροφής δρομέα | 26 |
| 3.2 | Σωλήνας ροής(flux tube) | 27 |
| 3.3 | Απλοποιημένη καμπύλη B-H για το σιδηρομαγνητικό υλικό | 30 |
| 3.4 | Τμήμα στάτη | 31 |
| 3.5 | Ορθογώνια μορφή σωλήνα ροής | 32 |
| 3.6 | Τραπεζοειδής μορφή σωλήνα ροής τύπου 1 | 33 |
| 3.7 | Αυλάκι μεταξύ 2 δοντιών | 33 |
| 3.8 | Τραπεζοειδής μορφή σωλήνα ροής τύπου 2 | 34 |
| 3.9 | Μαγνητικό ισοδύναμο πηγής ΜΕΔ | 34 |
| 3.10 | Μαγνητικό ισοδύναμο στάτη | 35 |
| 3.11 | Τμήμα δρομέα | 35 |
| 3.12 | Ορθογώνιος μαγνήτης | 37 |
| 3.13 | Ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα μαγνήτη | 37 |
| 3.14 | Μαγνήτης σε σχήμα τόξου ακτινικά μαγνητισμένος | 38 |
| 3.15 | Σκέδαση μαγνητών | 39 |
| 3.16 | Σκέδαση μαγνήτη-δρομέα | 39 |
| 3.17 | Μαγνητικό ισοδύναμο δρομέα | 40 |
| 3.18 | Μεταβλητές αγωγιμότητες διακένου | 40 |
| 3.19 | Προσέγγιση των αγωγιμοτήτων του διακένου ανάμεσα στα δόντια του στάτη και τους μαγνήτες | 41 |
| 3.20 | Υλοποίηση περιστρεφόμενου διακένου | 42 |
| | | |
| 4.1 | Διάταξη τυλίγματος | 48 |
| 4.2 | Ισοδύναμο Μαγνητικό Κύκλωμα(MEC) Μηχανής | 50 |
| 4.3 | Ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα δοντιού στάτη με την πηγή του | 51 |
| 4.4 | Λύσεις μη γραμμικών εξισώσεων | 53 |
| 4.5 | Μέθοδος Newton για εύρεση επόμενης εκτίμησης σε μονοδιάστατη συνάρ- τηση | 54 |

| | | |
|------|--|----|
| 4.6 | Περίπτωση κακής αρχικής εκτίμησης συνάρτησης κατά την μέθοδο Newton | 55 |
| 4.7 | Περίπτωση τοπικών ελαχίστων συνάρτησης κατά την μέθοδο Newton | 55 |
| 4.8 | Διάγραμμα ροής σχεδίασης MEC | 61 |
| 4.9 | Διάγραμμα ροής για υπολογισμό πίνακα μη γραμμικών αγωγιμοτήτων | 62 |
| 4.10 | Διάγραμμα Ροπή-Μηχανικής γωνίας μετατόπισης(σταθερό ρεύμα) | 62 |
| 4.11 | Διάγραμμα ροής δυναμικού μοντέλου | 65 |
| 4.12 | Διάγραμμα ροής(Post-processing) | 67 |
| | | |
| 5.1 | Σχέση Ροπή-Γωνίας δρομέα για φερρίτη με J=2 | 70 |
| 5.2 | Σχέση Ροπή-Γωνίας δρομέα για φερρίτη με J=4 | 70 |
| 5.3 | Σχέση Ροπή-Γωνίας δρομέα για SmCo με J=2 | 71 |
| 5.4 | Σχέση Ροπή-Γωνίας δρομέα για SmCo με J=4 | 71 |
| 5.5 | Σχέση Ροπή-Γωνίας δρομέα για NdFeB με J=2 | 71 |
| 5.6 | Σχέση Ροπή-Γωνίας δρομέα για NdFeB με J=4 | 71 |
| 5.7 | Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής φερρίτη για J=4 | 73 |
| 5.8 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής φερρίτη για J=4 | 74 |
| 5.9 | Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις φερρίτη για J=4 | 74 |
| 5.10 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής φερρίτη για J=4 | 75 |
| 5.11 | Ηλεκτρεγερτική Δύναμη φερρίτη MEC των 3 φάσεων για J=4 | 75 |
| 5.12 | Ηλεκτρεγερτική Δύναμη φερρίτη FEMM των 3 φάσεων για J=4 | 75 |
| 5.13 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης φερρίτη για J=4 | 76 |
| 5.14 | Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής SmCo για J=4 | 76 |
| 5.15 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής SmCo για J=4 | 77 |
| 5.16 | Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις SmCo για J=4 | 78 |
| 5.17 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής SmCo για J=4 | 78 |
| 5.18 | Ηλεκτρεγερτική Δύναμη SmCo MEC των 3 φάσεων για J=4 | 79 |
| 5.19 | Ηλεκτρεγερτική Δύναμη FEMM SmCo των 3 φάσεων για J=4 | 79 |
| 5.20 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης SmCo για J=4 | 79 |
| 5.21 | Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής NdFeB για J=4 | 80 |
| 5.22 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής NdFeB για J=4 | 80 |
| 5.23 | Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις NdFeB για J=4 | 81 |
| 5.24 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής NdFeB για J=4 | 81 |
| 5.25 | Ηλεκτρεγερτική Δύναμη NdFeB MEC των 3 φάσεων για J=4 | 82 |
| 5.26 | Ηλεκτρεγερτική Δύναμη FEMM NdFeB των 3 φάσεων για J=4 | 82 |
| 5.27 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης NdFeB για J=4 | 82 |
| | | |
| 6.1 | Μαγνητικό ισοδύναμο στάτη τελικού μοντέλου | 86 |
| 6.2 | Μαγνητικό ισοδύναμο δρομέα τελικού μοντέλου | 86 |
| 6.3 | Μαγνητικό ισοδύναμο μηχανής τελικού μοντέλου | 87 |
| 6.4 | Σχέση Ροπή-Γωνίας δρομέα για φερρίτη με J=2 με σπάσιμο μαγνήτη | 90 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.5 | Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για φερρίτη με $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη . . . | 90 |
| 6.6 | Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για SmCo με $J=2$ με σπάσιμο μαγνήτη . . . | 91 |
| 6.7 | Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για SmCo με $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη . . . | 91 |
| 6.8 | Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για NdFeB με $J=2$ με σπάσιμο μαγνήτη . . . | 91 |
| 6.9 | Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για NdFeB με $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη . . . | 91 |
| 6.10 | Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 93 |
| 6.11 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 94 |
| 6.12 | Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 94 |
| 6.13 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 95 |
| 6.14 | Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 95 |
| 6.15 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 96 |
| 6.16 | Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 96 |
| 6.17 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 97 |
| 6.18 | Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 98 |
| 6.19 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 98 |
| 6.20 | Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 99 |
| 6.21 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 99 |
| 6.22 | Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 100 |
| 6.23 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 101 |
| 6.24 | Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 101 |
| 6.25 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 102 |
| 6.26 | Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 102 |
| 6.27 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη | 103 |
| 6.28 | Σύγκριση μέσω ροπών FEMM-MEC φερρίτη | 106 |
| 6.29 | Σύγκριση μέσω ροπών FEMM-MEC SmCo | 106 |
| 6.30 | Σύγκριση μέσω ροπών FEMM-MEC NdFeB | 106 |
| 6.31 | Ροπή Ευθυγράμμισης φερρίτη | 107 |
| 6.32 | Ροπή Ευθυγράμμισης SmCo | 107 |
| 6.33 | Ροπή Ευθυγράμμισης NdFeB | 108 |

| | | |
|------|---|-----|
| 7.1 | Διάγραμμα ροής υπολογισμού των μαγνητικών επαγωγών | 111 |
| 7.2 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού στάτη για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 112 |
| 7.3 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού στάτη για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 112 |
| 7.4 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού στάτη για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 113 |
| 7.5 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του δοντιού για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 113 |
| 7.6 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του δοντιού για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 114 |
| 7.7 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του δοντιού για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 114 |
| 7.8 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού δρομέα για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 115 |
| 7.9 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού δρομέα για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 115 |
| 7.10 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού δρομέα για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 115 |
| 7.11 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του πέλματος δοντιού για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 116 |
| 7.12 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του πέλματος δοντιού για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 116 |
| 7.13 | Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του πέλματος δοντιού για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM | 117 |
| 7.14 | Μέγιστη ροή σκέδασης για διάστημα μεταξύ μαγνητών κεντραρισμένο κάτω από το κέντρο του πέλματος δοντιού | 118 |
| 7.15 | Ροή σκέδασης zig-zag από στιγμιότυπο του FEMM | 118 |
| 7.16 | Αναπαράσταση απωλειών πυρήνα | 119 |
| 7.17 | Αναπαράσταση μήκους του τόξου ενός ελίγματος | 122 |
| Γ'.1 | Καμπύλη BH γραμμικού σιδήρου | 135 |
| Γ'.2 | Σύγκριση FEMM-MEC της καμπύλης ροπής-γωνίας NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 136 |
| Γ'.3 | Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 136 |
| Γ'.4 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 137 |
| Γ'.5 | Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 138 |
| Γ'.6 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 138 |
| Γ'.7 | Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 139 |
| Γ'.8 | Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 139 |

Κατάλογος Πινάκων

| | | |
|-----|--|-----|
| 1.1 | Σύγκριση μεθόδων για την αριθμητική ανάλυση των πεδιακών μεγεθών της ηλεκτρικής μηχανής | 3 |
| 2.1 | Σύγκριση υλικών μονίμων μαγνητών | 22 |
| 3.1 | Παράμετροι Στάτη | 31 |
| 3.2 | Παράμετροι Δρομέα | 36 |
| 5.1 | Βασικές παράμετροι ηλεκτρικής μηχανής | 69 |
| 5.2 | Παράμετροι υλικών μονίμων μαγνητών | 70 |
| 5.3 | Σχετικά σφάλματα FEMM-MEC καμπυλών Ροπής-Γωνίας | 72 |
| 5.4 | Χρόνοι FEMM-MEC για λήψη καμπύλης Ροπής-γωνίας δρομέα | 72 |
| 5.5 | Μέση Ροπή και κυμάτωση φερρίτη του FEMM-MEC | 73 |
| 5.6 | Μέση Ροπή και κυμάτωση SmCo του FEMM-MEC | 77 |
| 5.7 | Μέση Ροπή και κυμάτωση NdFeB του FEMM-MEC | 80 |
| 5.8 | Χρόνοι FEMM-MEC για επίλυση δυναμικού μοντέλου | 82 |
| 6.1 | Σχετικά σφάλματα FEMM-MEC καμπυλών Ροπής-Γωνίας με σπάσιμο μαγνήτη | 92 |
| 6.2 | Χρόνοι FEMM-MEC για λήψη καμπύλης Ροπής-Γωνίας δρομέα με σπάσιμο μαγνήτη | 92 |
| 6.3 | Μέση Ροπή και κυμάτωση φερρίτη του FEMM-MEC με σπάσιμο μαγνήτη | 93 |
| 6.4 | Μέση Ροπή και κυμάτωση SmCo του FEMM-MEC με σπάσιμο μαγνήτη | 97 |
| 6.5 | Μέση Ροπή και κυμάτωση NdFeB του FEMM-MEC με σπάσιμο μαγνήτη | 100 |
| 6.6 | Διακρίση συνολικού σφάλματος σε σφάλμα γεωμετρίας και σφάλμα μη γραμμικότητας για υλικό μαγνήτη NdFeB με σπάσιμο σε 3 μέρη και $J=4$ | 104 |
| 6.7 | Μέτρα θεμελιώδους-βασικών αρμονικών περιπτώσεως τάξεως της HEΔ κενού φορτίου μεταξύ FEMM-MEC και σφάλματα | 105 |
| 6.8 | Χρόνοι FEMM-MEC για επίλυση δυναμικού μοντέλου με σπάσιμο μαγνήτη | 109 |
| 7.1 | Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο ζυγό του στάτη | 113 |
| 7.2 | Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο δόντι του στάτη | 114 |
| 7.3 | Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο ζυγό του δρομέα | 116 |
| 7.4 | Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο πέλμα δοντιού του στάτη | 117 |
| 7.5 | Σύγκριση MEC-FEMM απωλειών πυρήνα για πυκνότητα ρεύματος $J=2$ | 120 |
| 7.6 | Σύγκριση MEC-FEMM απωλειών πυρήνα για πυκνότητα ρεύματος $J=4$ | 121 |
| Γ.1 | Μέση ροπή και κυμάτωση NdFeB του MEC-FEMM με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο | 137 |

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Γενικό πλαίσιο

Οι ηλεκτρικές μηχανές είναι συσκευές που επιτρέπουν τη συνεχή μετατροπή ηλεκτρικής ενέργειας σε μηχανική και αντίστροφα και χωρίζονται σε 3 μεγάλες κατηγορίες. Τις *Σύγχρονες Μηχανές*, τις *Μηχανές Επαγωγής* και τις *Μηχανές Συνεχούς Ρεύματος*.

Ιστορικά οι απαρχές των ηλεκτρικών μηχανών τοποθετούνται το 1831 όταν ο Faraday εισήγαγε την έννοια της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής, ενώ οι πρώτες μηχανές για εμπορικούς και πρακτικούς σκοπούς εμφανίστηκαν τα τέλη του 19^{ου} αιώνα με τη μηχανή συνεχούς ρεύματος του Zenobe Gramme το 1871 και την μηχανή επαγωγής του Tesla το 1887. Από τότε έχει σημειωθεί πολύ μεγάλη πρόοδος και εξέλιξη στο πεδίο των ηλεκτρικών μηχανών και πλέον είναι παρούσες σε πάρα πολλές εφαρμογές, οι οποίες ποικίλλουν από μικρούς κινητήρες για σκληρούς δίσκους και ανεμιστήρες υπολογιστών μέχρι μεγάλης κλίμακας βιομηχανικούς κινητήρες και μηχανές για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Την σημερινή εποχή, οι ηλεκτρικές μηχανές αφορούν το 65 τοις εκατό της παγκόσμιας ενεργειακής κατανάλωσης. Η ευρεία χρήση τους καθιστά αναγκαίο τον γρήγορο και αποτελεσματικό σχεδιασμό αυτών ο οποίος υλοποιείται μέσω υπολογιστικών εργαλείων. Ο σχεδιασμός με τη βοήθεια υπολογιστικών εργαλείων αποτελείται από τέσσερα βασικά στάδια:

1. Κατανόηση της φυσικής λειτουργίας της ηλεκτρικής μηχανής
2. Μαθηματική μοντελοποίηση
3. Ανάλυση
4. Σύνθεση

Βασικό πρώτο στάδιο για τη διαδικασία της σχεδίασης της ηλεκτρικής μηχανής είναι η κατανόηση της λειτουργίας της η οποία περιλαμβάνει κυρίως την κατανόηση του φαινομένου της μετατροπής ενέργειας που θα οδηγήσει στην κατασκευή ενός κατάλληλου και αξιόπιστου μαθηματικού μοντέλου.

Η διαδικασία που ακολουθεί είναι η ανάλυση με τη χρήση υπολογιστή η οποία μπορεί να χωριστεί σε 3 επιμέρους βήματα:την *προεπεξεργασία(pre-processing)*, την *επίλυση (processing)* και την *μετεπεξεργασία(post-processing)*. Στο πρώτο βήμα ορίζεται το πεδιακό πρόβλημα με βάση το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο στάδιο. Έπειτα εισάγεται η γεωμετρία της ηλεκτρικής μηχανής, τα υλικά που την αποτελούν και οι οριακές συνθήκες ενώ παράλληλα πραγματοποιείται ο χωρισμός της μηχανής σε διάφορα επιμέρους κομμάτια με βάση τη μαθηματική μοντελοποίηση (discretization). Κατά την διαδικασία της επίλυσης επιλέγεται ένας μαθηματικός επιλυτής ο οποίος έχει ως είσοδο ένα όριο σύγκλισης και ένα μέγιστο αριθμό επαναλήψεων. Τέλος στην μετεπεξεργασία γίνεται ο υπολογισμός των μεγεθών επίδοσης και απόδοσης και η κατασκευή των διαγραμμάτων τους.

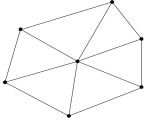
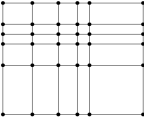
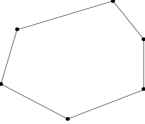
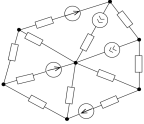
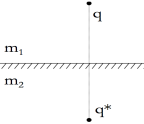
Το επόμενο και τελευταίο στάδιο περιλαμβάνει την σύνθεση και βελτιστοποίηση.

Ο στόχος της παραπάνω διαδικασίας σχεδίασης με τη βοήθεια υπολογιστικών εργαλείων είναι η πρόβλεψη της συμπεριφοράς της ηλεκτρικής μηχανής με υψηλής ακρίβειας αποτελέσματα.Βασικό στοιχείο αυτής της διαδικασίας είναι η προσομοίωση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων που απαιτεί τη χρήση κάποιας αριθμητικής μεθόδου.Αυτή η μέθοδος πρέπει να ικανοποιεί ορισμένα κριτήρια όπως *αξιοπιστία*, *ακρίβεια* και *επίδοση*. Οι πιο σημαντικές μέθοδοι για αριθμητική ανάλυση των πεδιακών μεγεθών μιας μηχανής είναι οι εξής[11]:

1. Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων(Finite Element Method-FEM)
2. Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών(Finite Difference Method-FDM)
3. Μέθοδος Οριακών Στοιχείων(Boundary Element Method-BEM)
4. Μέθοδος Ισοδύναμων Μαγνητικών Κυκλωμάτων(Magnetic Equivalent Circuit-MEC)
5. Μέθοδος Ειδώλων (Point Mirroring Method -PMM)

Ο σκοπός της αριθμητικής ανάλυσης των πεδιακών μεγεθών είναι η εύρεση προσεγγιστικών αριθμητικών λύσεων(με χρήση γραμμικής και μη γραμμικής άλγεβρα) σε ένα σύνολο μερικών διαφορικών εξισώσεων(PDE) που περιγράφει το φυσικό πρόβλημα. Το γεωμετρικό αντικείμενο, δηλαδή η ηλεκτρική μηχανή, χωρίζεται σε διακριτές περιοχές (διακριτοποίηση σε στοιχεία) όπου οι φυσικές εξισώσεις σε συνδυασμό με τις συμβατικές σχέσεις εφαρμόζονται και επιλύονται. Οι μέθοδοι μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με το

είδος της διακριτοποίησης σε επιφανειακές και χωρικές. Στην πρώτη κατηγορία ανήκει η μέθοδος οριακών στοιχείων(BEM) ενώ στη δεύτερη ανήκουν οι μέθοδοι πεπερασμένων στοιχείων(FEM), πεπερασμένων διαφορών(FDM) και των ισοδυνάμων μαγνητικών κυκλωμάτων(MEC). Η μέθοδος οριακών στοιχείων(BEM) επιλύει την ολοκληρωτική μορφή των μερικών διαφορικών εξισώσεων μόνο για επιφανειακά στοιχεία ενώ οι μέθοδοι των πεπερασμένων στοιχείων(FEM) και πεπερασμένων διαφορών(FDM) επιλύουν τις διαφορικές και ολοκληρωτικές μορφές των μερικών διαφορικών εξισώσεων σε όλο το χώρο.

| Μέθοδος | Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων | Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών | Μέθοδος Οριακών Στοιχείων | Μέθοδος Ισοδύναμων Μαγνητικών Κυκλωμάτων | Μέθοδος Ειδώλων |
|-----------------------|---|---|---|---|---|
| Αρχή διακριτοποίησης |  |  |  |  |  |
| Προσέγγιση γεωμετρίας | Ιδιαίτερα ευέλικτη | Μη ευέλικτη | Ιδιαίτερα ευέλικτη | Συγκεκριμένες γεωμετρίες | Απλές γεωμετρίες |
| Μη γραμμικότητα | Εφικτή | Εφικτή | Ανέφικτη | Εφικτή | Λιγότερο εφικτή |
| Υπολογιστικό κόστος | Υψηλό | Υψηλό | Υψηλό | Ιδιαίτερα χαμηλό | Χαμηλό |

Πίνακας 1.1: Σύγκριση μεθόδων για την αριθμητική ανάλυση των πεδιακών μεγεθών της ηλεκτρικής μηχανής

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων(FEM) είναι η πιο γνωστή μέθοδος και χρησιμοποιείται για την επίλυση μεγάλου εύρους ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Οι δυο πιο γνωστές μέθοδοι από τις οποίες προκύπτουν οι εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων είναι η variational και η προσέγγιση Galerkin, η οποία είναι ιδιαίτερη περίπτωση της μεθόδου των υπολοίπων με βάρη. Για μια ανάλυση 2 διαστάσεων, το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα διακριτοποιείται σε ένα αριθμό από απλά τριγωνικά στοιχεία, τα πεπερασμένα στοιχεία τα οποία εμφανίζουν ομογενείς ιδιότητες. Η συνάρτηση δυναμικού στα πεπερασμένα στοιχεία προσεγγίζεται από απλές γραμμικές ή τετραγωνικές συναρτήσεις(shapes functions) οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα ένα μεγάλο σύστημα γραμμικών εξισώσεων. Επίσης ο κορεσμός μπορεί πολύ εύκολα να ληφθεί υπόψη. Με τη χρήση τριγωνικών στοιχείων στη διδιάστατη ανάλυση επιτυγχάνεται μια πολύ καλή προσέγγιση της γεωμετρίας του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος και γι' αυτό η μέθοδος αυτή θεωρείται η πιο ευέλικτη από όλες τις άλλες μεθόδους.

Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (*FDM*) ιστορικά είναι η πιο παλιά και διακριτοποιεί το χώρο σε ένα πλέγμα με διακριτά σημεία. Οι διαφορικές εξισώσεις του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος τοπικά μετατρέπονται σε εξισώσεις διαφορών γεγονός το οποίο οδηγεί σε ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων. Το πεδίο προσεγγίζεται εύκολα από τη λύση στα διακριτά σημεία και επιπλέον η μη γραμμικότητα μπορεί να ενσωματωθεί πολύ εύκολα. Παρ' όλα αυτά η διακριτοποίηση του χώρου με πλέγματα σε ορισμένες περιπτώσεις δεν μπορεί να οδηγήσει σε καλή προσέγγιση της γεωμετρίας γι' αυτό και εγκαταλείφθηκε η χρήση της για προβλήματα ηλεκτρικών μηχανών.

Η μέθοδος των οριακών στοιχείων (*BEM*) χρησιμοποιεί μια συγκεκριμένη προσέγγιση στα όρια δύο περιοχών του μαγνητικού πεδίου η οποία περιλαμβάνει την επίλυση των συναρτήσεων Green των μερικών διαφορικών εξισώσεων. Σε αυτή μέθοδο εφαρμόζεται διακριτοποίηση μόνο στα όρια της περιοχής ενδιαφέροντος η οποία προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια τη γεωμετρία του προβλήματος. Παρ' όλα αυτά ο πίνακας που προκύπτει από το σύστημα εξισώσεων της μεθόδου σε αντίθεση με τις μεθόδους FEM και FDM έχει σχεδόν όλα τα στοιχεία του μη μηδενικά, είναι μη συμμετρικός και μη θετικά ορισμένος. Αυτή η δομή του πίνακα δημιουργεί προβλήματα στην αλγεβρική του επίλυση ιδιαίτερα στις περιπτώσεις της μη γραμμικότητας οι οποίες είναι πολύ δύσκολο να αντιμετωπιστούν και γι' αυτό η συγκεκριμένη μέθοδος δεν χρησιμοποιείται ευρέως.

Η μέθοδος των ειδύλων (*PMM*) βασίζεται στους αναλυτικούς υπολογισμούς των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων. Παρότι είναι πολύ γρήγορη περιορίζεται σε πολύ ειδικές γεωμετρίες και ο κορεσμός μπορεί να αναπαρασταθεί μόνο μέσω σταθερών διαπερατοτήτων.

Τέλος η μέθοδος των ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων (*MEC*) είναι μια εναλλακτική μέθοδος της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων στην οποία η μηχανή διακριτοποιείται σε στοιχεία -πηγές και αγωγιμότητες- τα οποία συνθέτουν ένα μαγνητικό κύκλωμα (*lumped circuit model*). Στη μέθοδο αυτή απαιτείται η γνώση της κατεύθυνσης του μαγνητικού πεδίου μέσα στη μηχανή σε αντίθεση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Επιπλέον τα στοιχεία της μεθόδου αυτής μπορούν να μοντελοποιήσουν συγκεκριμένη διεύθυνση μαγνητικής ροής είτε οριζόντια είτε κάθετη είτε συνδυασμό των 2 διευθύνσεων αυτών. Ο αριθμός των στοιχείων που απαιτείται για την προσέγγιση της γεωμετρίας της μηχανής είναι πολύ μικρότερος συγκριτικά με την μέθοδο του FEM. Ο μικρός βαθμός διακριτοποίησης οδηγεί σε ένα αρκετά μικρό σύστημα εξισώσεων για επίλυση το οποίο επιτυγχάνει καλή ακρίβεια με ελάχιστο υπολογιστικό κόστος. Επίσης οι μη γραμμικότητες μπορούν πολύ εύκολα να αντιμετωπιστούν.

1.2 Προϊστορία ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων

Η ανάπτυξη της μεθόδου σχεδίασης των ηλεκτρικών μηχανών μέσω ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων εμφανίστηκε περίπου το 1960. Παρόλα αυτά, η μεγάλη ανάπτυξη αυτής της σχεδίασης πραγματοποιήθηκε στο τέλος της δεκαετίας του 1980. Ιδιαίτερη συμβολή σε αυτή είχε ο Ostovic ο οποίος το 1987 στο βιβλίο του[27] έδωσε νέα διάσταση στην μεθοδολογία αυτή.Χρησιμοποίησε την μαγνητική ροή ως την μεταβλητή που ρέει σε ένα συγκεκριμένο δίκτυο αγωγιμοτήτων στο στάτη και ένα αντίστοιχο δίκτυο στον δρομέα.Επιπλέον, συνδέσε αυτά τα δυο δίκτυα μέσω ενός πλέγματος μεταβλητών αγωγιμοτήτων στο στρώμα του διακένου. Λίγα χρόνια αργότερα, ο Perho[28] στην διδακτορική του διατριβή ανέπτυξε ένα καθολικής χρήσης δίκτυο αγωγιμοτήτων. Ειδικότερα, έσπασε την ηλεκτρική μηχανή σε στρώματα αγωγιμοτήτων (στάτης, διάκενο, δρομέας) τα οποία αποτελούνται από σταυρούς με τέσσερις αγωγιμότητες ο καθένας. Οι σταυροί αυτοί τοποθετούνται ο ένας δίπλα στον άλλο όταν βρίσκονται στον ίδιο στρώμα και στη συνέχεια το κάθε στρώμα συνδέεται σε σειρά με το από κάτω του. Συγκεκριμένα, έδωσε την δυνατότητα στην ροή να ρέει είτε προς την ακτινική είτε προς της εφαπτομενική διεύθυνση σε ένα στρώμα,μοντελοποιώντας έτσι με μεγαλύτερη ακρίβεια τις διάφορες σκεδάσεις που προκύπτουν. Επιπλέον ο Sudhoff[35]μέσω μια παρόμοιας μεθόδου του Ostovic εξέτασε την ύπαρξη σφαλμάτων σε μια ασύγχρονη μηχανή. Ο Amrhein[1] με την σειρά του κατασκεύασε ένα μαγνητικό ισοδύναμο κύκλωμα τριών διαστάσεων για την σχεδίαση μιας ασύγχρονης μηχανής μέσω της μεθόδου του Perho. Οι Law και Lipo [3, 19] πρότειναν ένα μαγνητικό ισοδύναμο κύκλωμα για την μοντελοποίηση των μεταβατικών φαινομένων σε μια μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης(*reluctance machine*). Το μοντέλο βασίστηκε στην μέθοδο των βρόχων αντί για την μέθοδο των κόμβων και αυτό έδωσε τη δυνατότητα για την αναπαράσταση της μηχανής μέσω ενός ισοδύναμου ζεύγους πόλων. Τέλος οι Zhu et al [42] πρότειναν ένα δισδιάστατο αναλυτικό μοντέλο για πρόβλεψη της κατανομής πεδίου στο διάκενο για δοκιμή ανοιχτοκύκλωσης σε μηχανές ακτινικού πεδίου με εσωτερικούς μόνιμους μαγνήτες. Υπάρχουν φυσικά και άλλοι ερευνητές οι οποίοι από την πλευρά τους συνέβαλαν στην ανάπτυξη αυτής της μεθόδου.

1.3 Σκοπός

Η μοντελοποίηση και η σχεδίαση μιας ηλεκτρικής μηχανής όπως αναφέρθηκε είναι μια πολύπλοκη διαδικασία η οποία σχετίζεται με την εκάστοτε εφαρμογή. Η κυρίαρχη μέθοδος σχεδιασμού τους είναι αυτή των πεπερασμένων στοιχείων(*Finite Element Method*)

-FEM), η οποία έχει αποδειχτεί ότι επιτυγχάνει μεγάλη ακρίβεια στα ζητούμενα μεγέθη όταν συνοδεύεται από μια ακριβή διακριτοποίηση αλλά για την επίτευξη αυτής απαιτείται μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Παρόλα αυτά, τα τελευταία χρόνια αρχίζει και χρησιμοποιείται παράλληλα με τη μέθοδο αυτή η μέθοδος των μαγνητικών ισοδυνάμων κυκλωμάτων σαν προκαταρκτικό βήμα για τη σχεδίαση των μηχανών που θα δώσει γρήγορα αποτελέσματα πριν τον τελικό σχεδιασμό και την κατασκευή τους.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι η ανάδειξη της μεθόδου των ισοδυνάμων μαγνητικών κυκλωμάτων ως ένα αποδοτικό, αξιόπιστο και γρήγορο μέσο για την προκαταρκτική σχεδίαση ηλεκτρικών μηχανών. Η προηγούμενη εργασία που έγινε στη σχεδίαση των μαγνητικών κυκλωμάτων ανέδειξε τις δυνατότητες του μοντέλου κυρίως για μηχανές επαγωγής με λιγότερες προσπάθειες να έχουν γίνει για μηχανές μόνιμων μαγνητών. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η τοπολογία ηλεκτρικής μηχανής επιφανειακών μόνιμων μαγνητών εσωτερικού δρομέα κλασματικού βήματος (Surface Permanent Magnet Machine with Fractional Slot Concentrated Windings-SPMM with FSCW) η οποία δεν έχει αναλυθεί σε βάθος με τη χρήση της μεθόδου των ισοδυνάμων μαγνητικών κυκλωμάτων. Η εφαρμογή της μεθόδου βασίστηκε σε παραμετρικές αγωγιμότητες που μπορούν να μοντελοποιήσουν τα φαινόμενα κορεσμού ενώ για το διάκενο εφαρμόστηκε η μεθοδολογία του μεταβλητού πλέγματος αγωγιμοτήτων του Ostovic η οποία όμως τροποποιήθηκε κατάλληλα ώστε να δουλεύει για την συγκεκριμένη τοπολογία μηχανής. Η τελική επιβεβαίωση του μοντέλου που αναπτύχθηκε έγινε με τη σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την προσομοίωση του μοντέλου με ένα αντίστοιχο που κατασκευάστηκε σε ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.

1.4 Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας

Στο **Κεφάλαιο 1** έγινε εισαγωγή στις μεθόδους σχεδιασμού των ηλεκτρικών μηχανών και των διάφορων χαρακτηριστικών τους με ιδιαίτερη αναφορά στην μέθοδο ισοδυνάμων μαγνητικών κυκλωμάτων και την προϊστορία της. Επίσης παρουσιάστηκε ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Στο **Κεφάλαιο 2** παρουσιάζονται οι μηχανές μόνιμων μαγνητών και κατηγοριοποιούνται με κριτήρια την θέση του μαγνήτη, την διεύθυνση της ροής του μαγνητικού πεδίου και το τύλιγμα του στάτη. Επίσης αναφέρονται τα κυριότερα μαγνητικά υλικά και τα χαρακτηριστικά τους ενώ ιδιαίτερη ανάλυση γίνεται για τους μόνιμους μαγνήτες. Στο τέλος αναφέρονται οι κυριότερες εφαρμογές του τύπου της μηχανής που χρησιμοποιείται στην διπλωματική.

Στο **Κεφάλαιο 3** αναλύονται τα ισοδύναμα μαγνητικά κυκλώματα. Γίνεται αρχικά μια εισαγωγή των σχέσεων μεταξύ ηλεκτρικών και μαγνητικών κυκλωμάτων και στη συνέχεια κατασκευάζεται το ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα για κάθε μέρος ξεχωριστά της μηχανής. Τέλος ορίζονται το μέγεθος της ροπής, ο τρόπος υπολογισμού της και οι διάφορες συνιστώσες της.

Στο **Κεφάλαιο 4** αναλύεται η διαδικασία επίλυσης του μη γραμμικού ισοδύναμου κυκλώματος. Αρχικά κατασκευάζονται οι πίνακες μετασχηματισμού του τυλίγματος της μηχανής. Ακολουθεί η εφαρμογή της μεθόδου κόμβων στον μαγνητικό κύκλωμα που αναπτύχθηκε και αναλύονται οι τρόποι επίλυσης των γραμμικών και μη γραμμικών αλγεβρικών συστημάτων. Τέλος παρουσιάζονται δύο διαδικασίες επίλυσης του μη γραμμικού ισοδύναμου κυκλώματος όπου η πρώτη αφορά τη στατική επίλυση της ηλεκτρικής μηχανής για κάθε γωνία με σταθερό ρεύμα ενώ η δεύτερη τη δυναμική επίλυση της στρεφόμενης μηχανής με διέγερση από ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά ρεύματα.

Στο **Κεφάλαιο 5** γίνεται σύγκριση του μοντέλου μαγνητικών ισοδυνάμων κυκλωμάτων που κατασκευάστηκε στο κεφάλαιο 3 με αυτό των πεπερασμένων στοιχείων στα μεγέθη της επίδοσης της ηλεκτρικής μηχανής. Η σύγκριση αυτή αφορά 3 διαφορετικά υλικά μονίμων μαγνητών (φερρίτης, SmCo, NdFeB) τα οποία εμφανίζουν διαφορετική μαγνήτιση. Επίσης παρουσιάζονται οι χρόνοι προσομοίωσης των δύο διαφορετικών μεθόδων.

Στο **Κεφάλαιο 6** κατασκευάζεται ένα νέο μοντέλο με μεγαλύτερη διακριτοποίηση και γίνεται εκ νέου κατάστρωση εξισώσεων με βάση τη μέθοδο των κόμβων. Αντίστοιχα με το προηγούμενο κεφάλαιο το νέο μοντέλο συγκρίνεται στα μεγέθη της επίδοσης για τα 3 υλικά μονίμων μαγνητών με το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων. Στο κεφάλαιο αυτό επίσης παρουσιάζονται και οι ροπές ευθυγράμμισης του μοντέλου MEC.

Στο **Κεφάλαιο 7** αρχικά γίνεται υπολογισμός και σύγκριση των μαγνητικών επαγωγών των μερών σιδήρου της μηχανής μεταξύ του τελικού μοντέλου του κεφαλαίου 6 και του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια αναλύεται το φαινόμενο της σκέδασης zig-zag και η επίδραση αυτού στη μαγνητική επαγωγή του πέλματος του δοντιού. Τέλος γίνεται ανάλυση και υπολογισμός των απωλειών σιδήρου και χαλκού της μηχανής. Σύγκριση με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων πραγματοποιείται μόνο στις απώλειες σιδήρου.

Στο **Κεφάλαιο 8** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας, η συμβολή αυτής στην επιστημονική κοινότητα καθώς επίσης και οι μελλοντικές ενέργειες που μπορούν να πραγματοποιηθούν για την εξέλιξη αυτής.

Κεφάλαιο 2

ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

2.1 Γενικά

Λόγω της συνεχούς αύξησης της χρήσης των ηλεκτρικών μηχανών στη σημερινή εποχή, αναζητούνται ηλεκτρικές συσκευές οι οποίες παρουσιάζουν όσο το δυνατόν λιγότερες απώλειες. Οι μόνιμοι μαγνήτες για τον λόγο αυτό γίνονται όλο και πιο δημοφιλείς καθώς στην διάταξη τους δεν έχουν τύλιγμα δρομέα με αποτέλεσμα να έχουν μειωμένες απώλειες χαλκού και συνεπώς μεγαλύτερη απόδοση. Ειδικότερα τα τελευταία χρόνια με την χρήση μαγνητών υψηλής πυκνότητας ισχύος οι μηχανές μονίμων μαγνητών έχουν τη δυνατότητα εμφάνισης μεγάλης ροπής και υψηλής πυκνότητας μαγνητικής ροής στο διάκενο. Επιπρόσθετα για εφαρμογές χαμηλών στροφών μικρότερες των 500 το λεπτό, οι μόνιμοι μαγνήτες αφαιρούν την ανάγκη ύπαρξης κιβωτίου ταχυτήτων σε αντίθεση με τις κλασικές ασύγχρονες μηχανές στις οποίες επιβάλλεται η χρήση κιβωτίου για την επίτευξη αυξημένης απόδοσης και πιο ομαλής ροπής. Με αυτό τον τρόπο μειώνεται το κόστος, αυξάνεται η απόδοση και βελτιώνεται η συντήρηση της μηχανής.

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο γίνεται μια κατηγοριοποίηση των σύγχρονων ηλεκτρικών μηχανών με μόνιμους μαγνήτες. Συγκεκριμένα, κατηγοριοποιούνται με κριτήρια την θέση του μαγνήτη, την διεύθυνση της ροής του μαγνητικού πεδίου και το τύλιγμα του στάτη που περιέχουν. Στη συνέχεια, αναφέρονται τα πιο συνηθισμένα μαγνητικά υλικά που χρησιμοποιούνται ως μόνιμοι μαγνήτες στις μηχανές αυτές, τα χαρακτηριστικά τους και τα πλεονεκτήματά τους. Αναλύεται επίσης η καμπύλη απομαγνήτισης των μονίμων μαγνητών

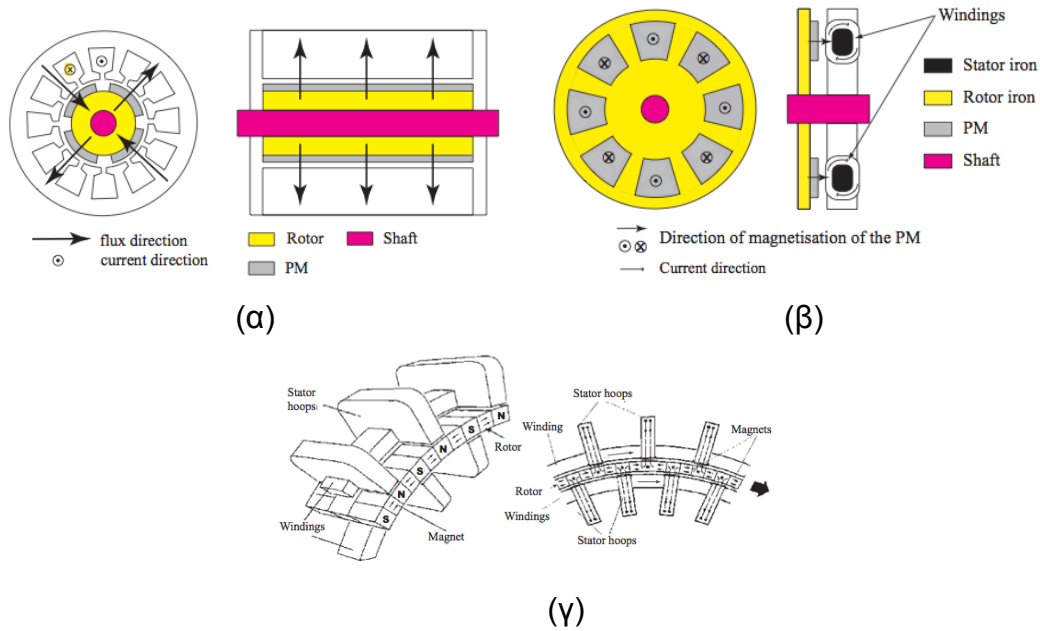
η οποία χρησιμοποιείται για την περιγραφή της λειτουργίας ενός μόνιμου μαγνήτη. Τέλος αναφέρονται οι εφαρμογές της μηχανής που θα χρησιμοποιηθεί στην συγκεκριμένη διπλωματική ή σχεδίαση της οποίας γίνεται με βάση τα ισοδύναμα μαγνητικά κυκλώματα.

2.2 Τοπολογία μηχανής

2.2.1 Διαμόρφωση με βάση τη διεύθυνση της ροής του πεδίου

Οι μηχανές μόνιμων μαγνητών μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με βάση τη διεύθυνση της ροής πεδίου της μηχανής σε *μηχανές ακτινικής ροής μόνιμου μαγνήτη (radial-flux PM machines)* σε *μηχανές αξονικής ροής μόνιμου μαγνήτη (axial-flux PM machines)* και σε *μηχανές εγκάρσιας ροής μόνιμου μαγνήτη (transverse-flux PM machines)*

Οι μηχανές μόνιμων μαγνητών ακτινικής ροής είναι οι πιο συχνά εμφανιζόμενες μηχανές και έχουν ευρεία χρήση σε εφαρμογές με άμεση οδήγηση (χωρίς κιβώτιο ταχυτήτων). Η ροή του πεδίου διατρέχει τη μηχανή ακτινικά ενώ το ρεύμα έχει αξονική διεύθυνση. Οι μηχανές αυτές είναι οι πιο εύκολες και πιο φτηνές στην κατασκευή τους καθώς ο στάτης τους είναι παρόμοια διαμορφωμένος με αυτόν της ασύγχρονης μηχανής. Παρόλα αυτά, είναι αρκετά μεγαλύτερες σε όγκο και βάρος σε σχέση με τις μηχανές αξονικής ροής πεδίου. Οι τελευταίες έχουν αξονική ροή πεδίου και ρεύματα που ρέουν στην ακτινική διεύθυνση. Εμφανίζουν υψηλότερη πυκνότητα ισχύος και μεγαλύτερη δυνατότητα επιτάχυνσης συγκριτικά με τις ακτινικές. Τέλος οι μηχανές εγκάρσιας ροής έχουν μόνιμους μαγνήτες στο δρομέα, προσανατολισμένους μάλιστα κατά τέτοιο τρόπο ώστε η μαγνητική ροή να ρέει μέσα στο διάκενο σε διεύθυνση εν μέρει κατά την αξονική διεύθυνση και κυρίως κάθετη/εγκάρσια προς τον άξονα της μηχανής. Αυτές οι μηχανές έχουν πάντα τον ίδιο αριθμό τυλιγμάτων με τον αριθμό φάσεων ο οποίος είναι ανεξάρτητος του αριθμού των πόλων. Παρόλα αυτά, ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν συνήθως σε εφαρμογές χαμηλών στροφών άμεσης οδήγησης εξαιτίας του μικρού πολικού βήματος τους δεν παρατηρούνται συχνά. Παρακάτω παρουσιάζονται οι τρεις αυτές διαμορφώσεις μηχανών μόνιμων μαγνητών(2.1).



Σχήμα 2.1: Μηχανές (α) ακτινικής ροής και (β) αξονικής ροής (γ) εγκάρσιας ροής

2.2.2 Διαμόρφωση με βάση τη θέση του μαγνήτη

Οι μηχανές μονίμων μαγνητών με βάση τη θέση του μαγνήτη χωρίζονται σε:

- Μηχανές επιφανειακών μονίμων μαγνητών εσωτερικού δρομέα (Inner Rotor Surface PM Machines)
- Μηχανές επιφανειακών μονίμων μαγνητών εξωτερικού δρομέα (Outer Rotor Surface PM Machines)
- Μηχανές εσωτερικά επιφανειακών μονίμων μαγνητών (Surface Inset PM Machines)
- Μηχανές εσωτερικών μονίμων μαγνητών (Inner PM Machines)

Οι μηχανές επιφανειακών μονίμων μαγνητών (SPMM) εσωτερικού δρομέα τοποθετούνται στην επιφάνεια του δρομέα και αποτελούν την πιο συχνή διαμόρφωση. Το κύριο πλεονέκτημα αυτών των μηχανών είναι η παροχή της μέγιστης πυκνότητας μαγνητικής ροής αφού ο μαγνήτης έρχεται σε επαφή κατευθείαν με το διάκενο. Επιπρόσθετα παρουσιάζουν απλότητα στην κατασκευή και συνεπώς χαμηλό κατασκευαστικό κόστος σε σύγκριση με τις άλλες διατάξεις μονίμων μαγνητών. Το βασικό μειονέκτημα τους είναι η έκθεση των μονίμων μαγνητών σε πεδία απομαγνήτισης. Επιπλέον οι μαγνήτες αυτοί υπόκεινται σε φυγοκεντρικές δυνάμεις που μπορούν να προκαλέσουν την αποκόλληση τους από την επιφάνεια του δρομέα. Καθώς αυτές οι δυνάμεις αυξάνονται με την ταχύτητα περιστροφής

η τοπολογία αυτής της μηχανής ενδείκνυται για εφαρμογές χαμηλών στροφών. Η συγκεκριμένη διάταξη δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη εκτυπότητα οπότε η διαφορά στην αντίδραση ευθέως και κάθετου άξονα δεν ξεπερνά το 10%.

Οι *μηχανές επιφανειακών μονίμων μαγνητών (SPMM) εξωτερικού δρομέα* αποτελούνται από έναν τυλιγμένο στάτη που τοποθετείται στο κέντρο της μηχανής ενώ οι μαγνήτες τοποθετούνται στην εσωτερική περιφέρεια του μαγνήτη ο οποίος βρίσκεται εξωτερικά από το στάτη. Η διαμόρφωση αυτή παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα. Αρχικά η διάμετρος του δρομέα είναι μεγαλύτερη από τις μηχανές εσωτερικού δρομέα για ίδια εξωτερική διάμετρο μηχανής και συνεπώς μπορεί να επιτευχθεί μεγαλύτερη ροπή και μεγαλύτερος αριθμός πόλων. Γι' αυτό προσφέρεται για εφαρμογές χαμηλών στροφών δίνοντας την επιθυμητή ροπή με άμεση οδήγηση, χωρίς την παρεμβολή κιβωτίου ταχυτήτων. Επιπλέον κατά τη διάρκεια της περιστροφής οι φυγόκεντρες δυνάμεις πιέζουν τους μαγνήτες στο σώμα του δρομέα με αποτέλεσμα να μην υπάρχει κίνδυνος αποκόλλησης τους.

Οι *μηχανές εσωτερικά επιφανειακών μονίμων μαγνητών (Surface Inset PM Machines)* έχουν τους μόνιμους μαγνήτες στην επιφάνεια του δρομέα αλλά τα διαστήματα μεταξύ των μαγνητών είναι γεμισμένα με σίδηρο. Οι μαγνήτες είναι πιο δεμένοι και πιο προστατευμένοι από τους επιφανειακούς με αποτέλεσμα η κατασκευή να είναι πιο σταθερή. Επιπλέον η διάταξη αυτή δημιουργεί μια εκτυπότητα στη μηχανή η οποία προσθέτει μια νέα συνιστώσα ροπής στη συνολική ροπή. Ο λόγος των αυτεπαγωγών ευθέως και κάθετου άξονα σε αυτές τις μηχανές κυμαίνεται από 2 έως 2.5.

Οι *μηχανές εσωτερικών μονίμων μαγνητών (IPM)* έχουν τους μαγνήτες θαμμένους στο δρομέα.

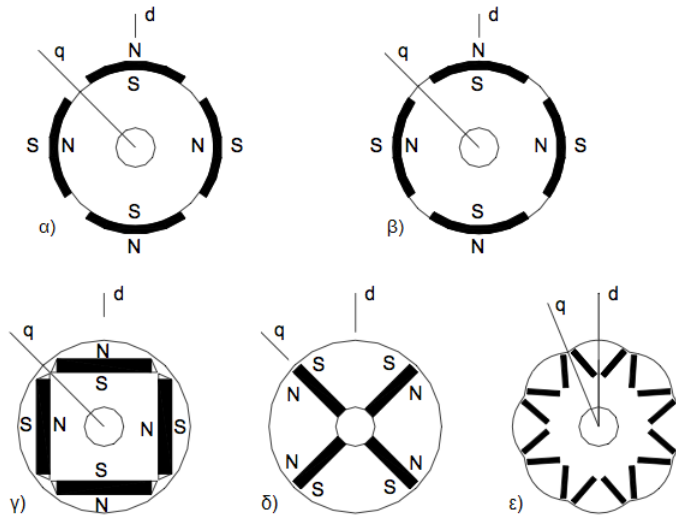
Υπάρχουν πολλές δυνατότητες για την τοποθέτηση των μαγνητών σε αυτές τις μηχανές μερικές από τις οποίες είναι:

1. μόνιμοι μαγνήτες διάταξης V (V-shaped magnets)
2. μόνιμοι μαγνήτες εφαπτομενικής κατεύθυνσης ροής (tangentially magnetized permanent magnets)
3. μόνιμοι μαγνήτες ορθογώνιας διάταξης (rectangular permanent magnets)

Πλεονέκτημα αυτών των διατάξεων είναι η δυνατότητα συγκέντρωσης ροής του μαγνήτη στο σώμα του δρομέα επιτρέποντας ψηλές πυκνότητες μαγνητικής ροής στο διάκενο. Επιπλέον οι θαμμένοι μαγνήτες είναι προστατευμένοι από μηχανικές καταπονήσεις και απομαγνητίσεις. Σε αυτή τη διάταξη παρουσιάζεται εκτυπότητα στη μηχανή με αποτέλεσμα την εμφάνιση μιας νέας συνιστώσας της ροπής, της ροπής εκτυπότητας. Η κατασκευή ωστόσο είναι περισσότερο πολύπλοκη από αυτήν των επιφανειακών μαγνητών.

Επίσης σε αρκετές διατάξεις μονίμων μαγνητών (πχ. v-shaped) υπάρχουν γέφυρες σιδήρου που συγκρατούν τους μαγνήτες στις οποίες χάνεται ένα μέρος της ροής σαν σκέδαση μειώνοντας έτσι τη συνολική ροή που περνάει στο διάκενο.

Παρακάτω(σχήμα 2.2) παρουσιάζονται ορισμένες από τις διατάξεις που αναφέρθηκαν.



Σχήμα 2.2: Διατάξεις μαγνητών με βάση τη θέση του μαγνητη:α)Εξωτερικά Επιφανειακοί μαγνήτες β)Εσωτερικά Επιφανειακοί μαγνήτες γ)Εσωτερικοί μαγνήτες με ορθογώνια διάταξη δ)Εσωτερικοί μαγνήτες εφαπτομενικής κατεύθυνσης της ροής ε)Εσωτερικοί μαγνήτες σχήματος V

2.3 Τυλίγματα στάτη

Τα τυλίγματα του στάτη μπορούν να χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες τα *επικαλυπτόμενα τυλίγματα(overlapping)* και τα *μη επικαλυπτόμενα τυλίγματα(non-overlapping)*.

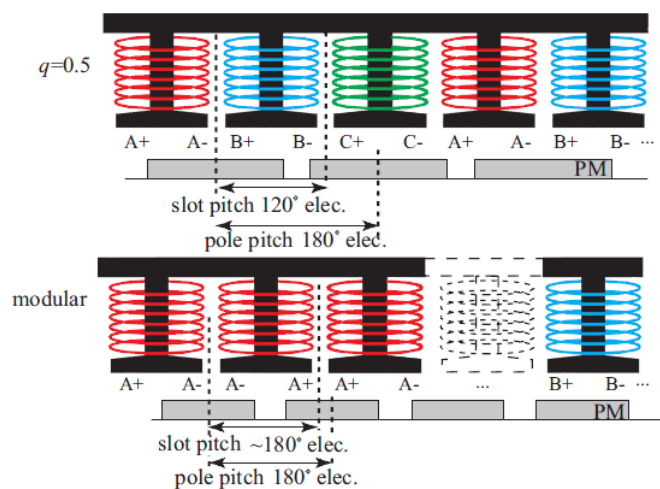
Τα τυλίγματα της πρώτης κατηγορίας έχουν αυλάκια ανά πόλο και φάση $q \geq 1$. Για $q = 1$ (1 αυλάκι ανά πόλο και φάση) έχουμε το συγκεντρωμένο τύλιγμα απλής στρώσης το οποίο παρουσιάζει τραπεζοειδή κατανομή μαγνητεγερτικής δύναμης(MEΔ) στο διάκενο με υψηλά πλάτη θεμελιώδους και αρμονικών. Έχουν συντελεστή τυλίγματος $k_w = 1$ και παρουσιάζουν ευκολία στην κατασκευή. Για $q > 1$ (short pitched) έχουμε το λεγόμενο κατανεμημένο τύλιγμα το οποίο μειώνει τις αρμονικές της MEΔ στο διάκενο κάνοντας την πιο ημιτονοειδή με αντίστοιχα αποτελέσματα μείωσης των αρμονικών στην επαγόμενη ΗΕΔ και στην κυμάτωση της ροπής. Παράλληλα όμως η διαμόρφωση αυτή μειώνει το πλάτος της θεμελιώδους της ροπής χάνοντας έτσι στον τομέα της επίδοσης. Το συνολικό μήκος των πηνίων μειώνεται και παρότι χρειάζεται μεγαλύτερος αριθμός σπειρών για την αντιστάθμιση της ροής που αντιστοιχεί σε αυτή του πλήρους βήματος συνολικά απαιτείται μικρότερη ποσότητα χαλκού με αποτέλεσμα τη βελτίωση της απόδοσης της μηχανής. Η

ύπαρξη ροπής ευθυγράμμισης μπορεί να είναι επίσης σημαντική, άμα δεν υπάρξει λοξή τοποθέτηση μαγνητών (skewing) στη μηχανή.

Τα τυλίγματα της δεύτερης κατηγορίας έχουν λόγο αυλακιών ανά πόλο και φάση μικρότερο της μονάδας ($q < 1$). Ονομάζονται και *κλασματικού βήματος συγκεντρωμένα τυλίγματα* (*fractional-slot concentrated*) και κάθε πηνίο τους είναι τυλιγμένο γύρω από ένα μεμονωμένο δόντι. Βασικά ενδεικτικά πλεονεκτήματά τους είναι η μικρότερη ροπή ευθυγράμμισης, τα μικρότερα άκρα τυλίγματος, η καλύτερη αντιμετώπιση σφαλμάτων βραχυκύκλωσης και το μεγαλύτερο εύρος εξασθένησης πεδίου (flux-weakening) για λειτουργία σε μεγαλύτερο εύρος στροφών με σταθερή ισχύ [25]. Ειδικότερα όσον αφορά τα άκρα τυλίγματος των μηχανών με μη επικαλυπτόμενο συγκεντρωμένο τύλιγμα ($q < 1$) σε σχέση με αυτές με επικαλυπτόμενο διανεμημένο ($q > 1$) για το ίδιο συνολικό μήκος τυλίγματος (δηλαδή το μήκος της μηχανής μαζί με τα άκρα τυλίγματος) το ενεργό μήκος της μηχανής μπορεί να αυξηθεί. Η αύξηση αυτή οδηγεί στην αύξηση της συνολικής παραγόμενης ροπής ($T \sim D^2 \cdot L$) αντισταθμίζοντας την μείωση της ροπής που προκαλείται από τον μικρότερο συντελεστή τυλίγματος. Παρόλα αυτά η αύξηση του ενεργού μήκους της μηχανής μπορεί να οδηγήσει σε αντίστοιχη αύξηση του βάρους η οποία ενδέχεται να μην είναι επιθυμητή σε ένα εύρος εφαρμογών. Συνοπτικά με αυτά τα τυλίγματα επιτυγχάνεται καλύτερη βελτίωση της απόδοσης με μικρότερη μείωση της επίδοσης καθώς μπορούμε να πετύχουμε μικρότερη μείωση της θεμελιώδους με συγκεκριμένους συνδυασμούς πόλων και αυλακιών και μεγαλύτερη μείωση των αρμονικών.

Οι μηχανές με μη επικαλυπτόμενα τυλίγματα μπορούν να χωριστούν σε 2 είδη [39]:

τις *συμβατικές χωρίς συλλέκτη μονίμων μαγνητών* (*conventional brushless PM machines*) και τις *μη συμβατικές χωρίς συλλέκτη μονίμων μαγνητών* (*modular brushless PM machines*).



Σχήμα 2.3: Μη επικαλυπτόμενα τυλίγματα μηχανών μονίμων μαγνητών για $q = 0.5$ (συμβατικές) και για $0.25 < q < 0.5$ (μη συμβατικές)

Στην πρώτη κατηγορία ο λόγος των αυλακιών προς τον αριθμό των πόλων είναι ίσος με

3/2. Αυτό αντιστοιχεί σε αριθμό αυλακιών ανά πόλο και φάση, $q = 0.5$ για τριφασική μηχανή. Οι φάσεις των τυλιγμάτων εναλλάσσονται για κάθε συνεχόμενο δόντι και το εύρος του πηνίου είναι 120 μοίρες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα έναν χαμηλό συντελεστή τυλίγματος για τη θεμελιώδη ΗΕΔ ίσο με 0.867 ενώ παράλληλα εμφανίζει σημαντικές αρμονικές 5^{ης} και 7^{ης} τάξης. Επίσης παρά το γεγονός ότι έχουν μικρά άκρα τυλίγματος εμφανίζουν συγκριτικά με τη δεύτερη κατηγορία μειωμένη πυκνότητα ροπής, πιθανά μεγάλη ροπή ευθυγράμμισης και κυμάτωση ροπής καθώς και μειωμένες δυνατότητες για λειτουργία σε επιθυμητό εύρος εξασθένησης πεδίου.

Στη δεύτερη κατηγορία ο λόγος αυλακιών προς τον αριθμό των πόλων και φάσεων είναι μεγαλύτερος από 0.25 και αυστηρά μικρότερος του 0.5. Όπως βλέπουμε στο σχήμα(2.3), δύο συνεχόμενα δόντια ή και περισσότερα τυλίγονται στην ίδια φάση. Αυτό οδηγεί σε υψηλό συντελεστή τυλίγματος για τη θεμελιώδη ΜΕΔ και μικρότερη κυμάτωση ροπής αλλά μπορεί να προκαλέσει θέματα δονήσεων και θορύβου στη μηχανή και να οδηγήσει σε υψηλότερες απώλειες δρομέα (μεγαλύτερες απώλειες δινορευμάτων στους μαγνήτες). Επίσης παρουσιάζεται σημαντική αύξηση στην αυτεπαγωγή της μηχανής κάτι που διευκολύνει τη λειτουργία σε μεγαλύτερο εύρος στροφών με ταυτόχρονη σταθερή ισχύ (καλύτερη λειτουργία εξασθένησης πεδίου). Σε αυτές τις μηχανές η θεμελιώδης ΜΕΔ έχει λιγότερους πόλους από το δρομέα και η ροπή παράγεται από την αλληλεπίδραση μιας υψηλότερης τάξης χωρικής αρμονικής της ΜΕΔ με τους μαγνήτες ίσης με το ζεύγος των αριθμών των πόλων($P/2$). Έτσι η θεμελιώδης και οι χαμηλότερες τάξεις χωρικών αρμονικών μπορούν να επάγουν σημαντικές απώλειες δινορευμάτων στους μαγνήτες. Οι απώλειες αυτές όμως μπορούν να μειωθούν χωρίζοντας το μαγνήτη σε μικρότερα κομμάτια. Δεδομένου ότι αυτές οι μηχανές συνδυάζουν την υψηλή απόδοση και ισχύ των συμβατικών μηχανών μονίμων μαγνητών χωρίς συλλέκτη με μια υψηλή αυτεπαγωγή που επιτρέπει ένα ευρύ πεδίο στροφών σταθερής ισχύος, η δυνατότητα τους για μικρό κατασκευαστικό κόστος και μικρή ροπή ευθυγράμμισης, τις καθιστά κατάλληλες για εφαρμογές κινητήρων που είναι προσαρτημένες πάνω στον άξονα του τροχού(in-wheel).

2.4 Μαγνητικά υλικά

2.4.1 Βασικά χαρακτηριστικά μαγνητικών υλικών

Τα μαγνητικά υλικά διακρίνονται σε 2 κατηγορίες τα σκληρά και τα μαλακά μαγνητικά υλικά. Τα πρώτα μαγνητίζονται και απομαγνητίζονται εύκολα και χρησιμοποιούνται κυρίως είτε σε πυρήνες μετασχηματιστών είτε σαν υλικά για το στάτη και τον δρομέα των ηλεκτρονικών μηχανών ενώ τα δεύτερα δεν απομαγνητίζονται εύκολα οπότε χρησιμοποιούνται ως

μόνιμοι μαγνήτες σε πολλές εφαρμογές μια από τις οποίες είναι οι μηχανές μόνιμων μαγνητών.

Βασικό μέγεθος για την κατανόηση των μαγνητικών υλικών είναι η μαγνητική ροπή που ορίζεται ως το διανυσματικό μέγεθος της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί η κίνηση του ηλεκτρονίου. Ανάλογα με το υλικό, η συνισταμένη μαγνητική ροπή μπορεί να είναι μηδενική ή όχι. Η επιβολή εξωτερικού μαγνητικού πεδίου σε ένα μαγνητικό υλικό οδηγεί σε προσανατολισμό των μαγνητικών του ροπών προς την κατεύθυνση του πεδίου και ενισχύει το μαγνητικό του πεδίο. Η αντίδραση του υλικού στην επίδραση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου έντασης H χαρακτηρίζεται από την εμφάνιση μαγνητικής επαγωγής B η οποία αναπαριστά την ένταση του επαγόμενου μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του υλικού λόγω της διευθέτησης των μαγνητικών ροπών των ατόμων και δίνεται από τη σχέση:

$$B = \mu \cdot H \quad (2.1)$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad (2.2)$$

όπου μ_0 : η μαγνητική διαπερατότητα του κενού

μ_r : η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του υλικού

Η σχετική μαγνητική διαπερατότητα είναι αδιάστατο μέγεθος και αποτελεί μέτρο της έντασης του επαγόμενου πεδίου σε ένα υλικό και σε πολλά μαγνητικά υλικά δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται καθώς μαγνητίζεται το υλικό. Η μαγνητική επαγωγή B ισούται με το άθροισμα του εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου H και της επαγόμενης μαγνητικής ροπής στο υλικό και περιγράφεται από τη σχέση:

$$B = \mu_0 \cdot H + \mu_0 \cdot M \quad (2.3)$$

Το μέγεθος M είναι η μαγνήτιση του υλικού που αναπαριστά την επαγόμενη μαγνητική ροπή ανά μονάδα όγκου και εκφράζει την πυκνότητα των προσανατολισμένων στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου μαγνητικών διπολικών ροπών. Η μαγνήτιση M συνδέεται με την ένταση του εφαρμοζόμενου πεδίου H μέσω της σχέσης:

$$M = \chi \cdot H \quad (2.4)$$

με χ η μαγνητική επιδεκτικότητα του υλικού που εκφράζει το βαθμό μαγνήτισης του υλικού σε σχέση με το επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο H . Η σχέση (2.1) μπορεί να γραφεί μέσω

της (2.4).

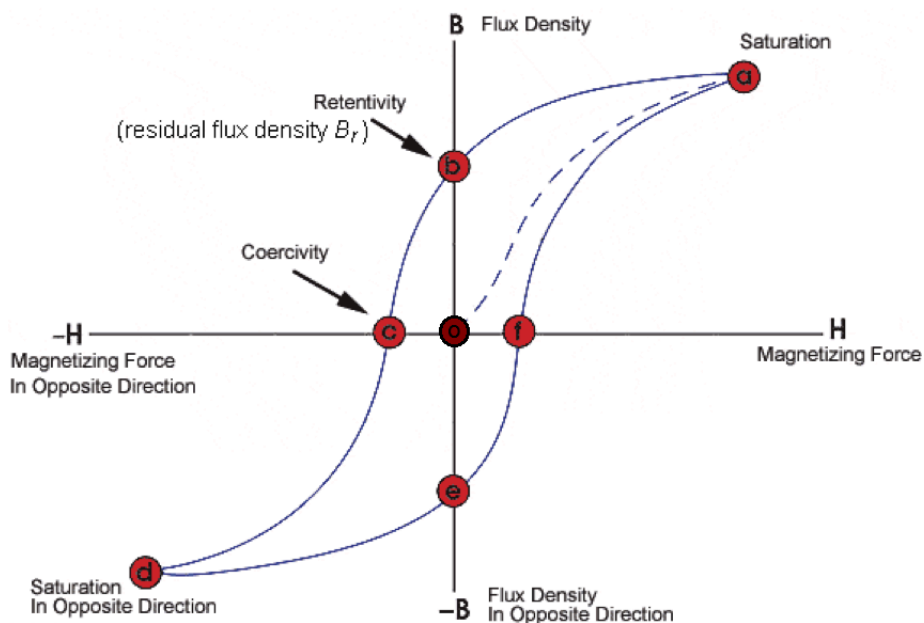
$$B = \mu_0 \cdot (1 + \chi) \cdot H \quad (2.5)$$

$$\mu_r = (1 + \chi) \quad (2.6)$$

Ανάλογα με τη συμπεριφορά των υλικών στην επίδραση του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε τα υλικά σε διαμαγνητικά, παραμαγνητικά, σιδηρομαγνητικά, αντισιδηρομαγνητικά και σιδηριμαγνητικά. Στις ηλεκτρικές μηχανές χρησιμοποιούνται κυρίως τα σιδηρομαγνητικά και σιδηριμαγνητικά υλικά τα οποία αναλύονται παρακάτω.

2.4.2 Σιδηρομαγνητικά υλικά

Ορισμένα υλικά όπως ο σίδηρος(Fe), το νικέλιο(Ni) και το κοβάλτιο(Co) υπό την επίδραση ενός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου αποκτούν μεγάλη μαγνήτιση μέρος της οποίας διατηρούν σαν μόνιμη μαγνήτιση και μετά την απομάκρυνση του πεδίου. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται σιδηρομαγνητισμός και τα υλικά που εμφανίζουν αυτή τη συμπεριφορά σιδηρομαγνητικά. Η μαγνητική συμπεριφορά των υλικών αυτών καθορίζεται από την καμπύλη μαγνήτισης $B - H$ που φαίνεται παρακάτω(2.4) και η οποία είναι γνωστή και ως βρόχος υστέρησης.



Σχήμα 2.4: Βρόχος υστέρησης

Για την μελέτη της συμπεριφοράς αυτής μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το μαγνητικό υλικό είναι χωρισμένο σε περιοχές οι οποίες είναι γνωστές ως περιοχές Weiss, εντός των οποίων υπάρχουν ατομικά μαγνητικά δίπολα τα οποία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και προσανατολίζονται παράλληλα και ομόρροπα. Όταν το υλικό δεν έχει εκτεθεί σε μαγνητικό πεδίο οι μαγνητικές ροπές σε κάθε περιοχή έχουν τυχαίο προσανατολισμό με αποτέλεσμα να αλληλοαναιρούνται και να μην εμφανίζεται μόνιμη μαγνήτιση. Κατά την επίδραση ενός μαγνητικού πεδίου σε ένα σιδηρομαγνητικό υλικό οι μαγνητικές περιοχές αρχίζουν να προσανατολίζονται παράλληλα προς αυτό. Αρχικά, οι περιοχές των οποίων οι μαγνητικές ροπές είναι ευνοϊκά προσανατολισμένες ως προς το πεδίο επεκτείνονται σε βάρος των περιοχών με διαφορετικό προσανατολισμό. Η ανάπτυξη των περιοχών γίνεται με μετατόπιση των τοιχωμάτων τους. Στην αρχή αυτό γίνεται με ιδιαίτερη δυσκολία και μπορεί να απαιτηθεί μεγάλη αύξηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου προκειμένου να προκληθεί μια μικρή μαγνήτιση. Αυτό φαίνεται από την μικρή κλίση της γραφικής παράστασης της μαγνητικής επαγωγής B συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου H , η οποία εκφράζει την μαγνητική επιδεκτικότητα χ του υλικού. Στην συνέχεια καθώς αυξάνεται η ένταση του πεδίου, η ανάπτυξη των περιοχών γίνεται ευκολότερα οπότε αυξάνεται και η αντίστοιχη κλίση της γραφικής παράστασης και η μαγνητική επιδεκτικότητα. Όταν ολοκληρωθεί η ανάπτυξη των ευνοϊκά προσανατολισμένων περιοχών και αυξηθεί περαιτέρω σημαντικά η ένταση του εφαρμοζόμενου πεδίου αρχίζει να λαμβάνει χώρα περιστροφή των μαγνητικών περιοχών γεγονός που απαιτεί σημαντικά μεγαλύτερη ενέργεια από αυτή για την ανάπτυξη των ευνοϊκά προσανατολισμένων μαγνητικών περιοχών, με αποτέλεσμα η κλίση της καμπύλης B ως προς H να μειώνεται. Αυτό συνεχίζεται μέχρις ότου όλες οι περιοχές να προσανατολιστούν παράλληλα ως προς το πεδίο, οπότε και το υλικό αποκτά μια μέγιστη μαγνητική επαγωγή B_s η οποία ονομάζεται μαγνητική επαγωγή κορεσμού. Η καμπύλη Oa του σχήματος(2.4) αποτελεί την καμπύλη της αρχικής μαγνήτισης ενός σιδηρομαγνητικού υλικού. Μειώνοντας την ένταση του μαγνητικού πεδίου προς το 0, η καμπύλη της μεταβολής της μαγνήτισης δεν ακολουθεί αυτήν της αρχικής μαγνήτισης και μάλιστα όταν η ένταση του πεδίου μηδενιστεί παραμένει στο υλικό μια ποσότητα μαγνητικής επαγωγής που ονομάζεται παραμένουσα επαγωγή B_r (σημείο b του σχήματος 2.4). Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται υστέρηση και η παραμένουσα επαγωγή σημαίνει ότι παρόλο τον μηδενισμό της έντασης του πεδίου παραμένει στο υλικό ένας αριθμός μαγνητικών περιοχών με προσανατολισμό κατά τη διεύθυνση του πεδίου. Για το μηδενισμό της επαγωγής του υλικού απαιτείται η εφαρμογή ενός αντίθετου πεδίου έντασης H_c το οποίο ονομάζεται συνεκτικό πεδίο ή απομαγνητίζουσα διέγερση (σημείο c στο σχήμα 2.4). Αν η ένταση του αντίθετου πεδίου αυξηθεί ακόμα περισσότερο τελικά το υλικό θα φτάσει σε κατάσταση μαγνητικού κορεσμού στο αντίθετο πεδίο (σημείο d στο 2.4). Με την απομάκρυνση του αντίθετου πεδίου, η μαγνητική επαγωγή παίρνει την τιμή της παραμένουσας επαγωγής(σημείο e στο 2.4) και στη συνέχεια αν εφαρμοσθεί θετικό πεδίο η καμπύλη $B - H$ θα ακολουθήσει την fa ολοκληρώνοντας ένα πλήρη κύκλο. Η

κλειστή καμπύλη αυτή $abcdef$ ονομάζεται *βρόχος υστέρησης* και σε οποιοδήποτε περαιτέρω επιβολή στο υλικό ενός μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου, η μαγνητική επαγωγή θα ακολουθεί την πορεία του βρόχου αυτού.

2.4.3 Σιδηριμαγνητικά υλικά

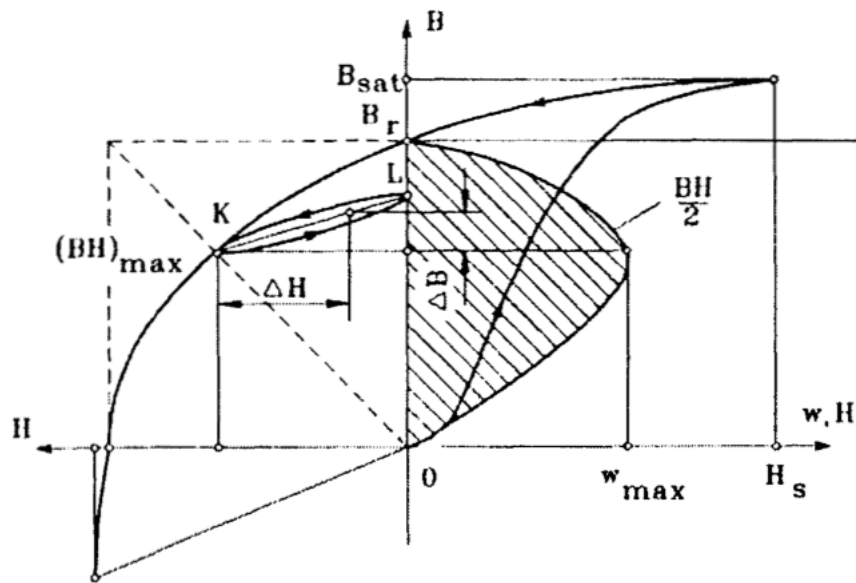
Τα κυριότερα σιδηριμαγνητικά υλικά είναι οι φερρίτες οι οποίοι είναι μικτά οξειδία του σιδήρου με άλλα μέταλλα. Οι φερρίτες έχουν και αυτοί μαγνητικές περιοχές και βρόχους υστέρησης όπως τα σιδηρομαγνητικά υλικά με μαγνητικά πεδία αρκετά ισχυρά. Η διαφορά όμως με τα σιδηρομαγνητικά υλικά αφορά τις μαγνητίσεις κορεσμού οι οποίες είναι αρκετά χαμηλότερες από τις αντίστοιχες των σιδηρομαγνητικών υλικών.

2.4.4 Μόνιμοι μαγνήτες

Οι μόνιμοι μαγνήτες ανήκουν στα σκληρά μαγνητικά υλικά τα οποία από τη στιγμή που μαγνητιστούν διατηρούν τις μαγνητικές τους ιδιότητες χωρίς την παρουσία κάποιου πεδίου. Χαρακτηρίζονται από μεγάλες τιμές έντασης πεδίου απομαγνήτισης H_c και μεγάλες τιμές παραμένουσας μαγνητικής επαγωγής B_r και ως συνέπεια αυτών παρουσιάζουν βρόχους υστέρησης οι οποίοι είναι αρκετά ευρείς και έχουν εμβαδόν μεγαλύτερο σε σχέση με αυτούς των μαλακών μαγνητικών υλικών. Για το μαγνητισμό τους απαιτείται ένα αρκετά ισχυρό μαγνητικό πεδίο ώστε να προσανατολιστούν οι μαγνητικές περιοχές τους ενώ είναι πολύ δύσκολος ο απομαγνητισμός τους. Χαρακτηριστικό μέγεθος των μόνιμων μαγνητών είναι η ισχύς τους η οποία σχετίζεται άμεσα με το μέγεθος του βρόχου υστέρησης και μετριέται από το μέγιστο ενεργειακό γινόμενο $(BH)_{max}$ που ορίζεται ως η μέγιστη τιμή του γινομένου της μαγνητικής επαγωγής B και της έντασης απομαγνήτισης H_c .

Η βάση για την αναπαράσταση του μόνιμου μαγνήτη είναι το κομμάτι του βρόχου υστέρησης το οποίο βρίσκεται στο 2^ο τεταρτημόριο και ονομάζεται *καμπύλη απομαγνήτισης* (*demagnetization curve*) (σχήμα 2.5). Αν ένα αντίθετο μαγνητικό πεδίο εφαρμοσθεί σε ένα ήδη μαγνητισμένο για παράδειγμα τοροειδές, η πυκνότητα μαγνητικής ροής μειώνεται στην τιμή που υποδεικνύει το σημείο K. Όταν αφαιρεθεί το αντίθετο αυτό μαγνητικό πεδίο η μαγνητική επαγωγή επιστρέφει στο σημείο L ακολουθώντας έναν μικρότερο βρόχο υστέρησης. Συνεπώς η εφαρμογή του αντίθετου πεδίου οδηγεί σε μείωση της παραμένουσας μαγνήτισης B_r . Εφαρμόζοντας εκ νέου ένα μαγνητικό πεδίο θα μειώσει ξανά τη μαγνητική επαγωγή ολοκληρώνοντας τον μικρότερο βρόχο υστέρησης με την επιστροφή της μαγνητικής επαγωγής στο σημείο K. Ο μικρότερος αυτός βρόχος υστέρησης μπορεί συνήθως να αντικατασταθεί με μικρό σφάλμα από μια ευθεία γραμμή η οποία ονομάζεται *απλουστευμένη καμπύλη απομαγνήτισης* (*recoil line*). Η κλίση αυτής ορίζεται ως μ_R

και ονομάζεται *μαγνητική διαπερατότητα του μαγνήτη (recoil permeability)*. Καθώς η αρνητική τιμή της μαγνητικής έντασης του εφαρμοζόμενου πεδίου δεν υπερβαίνει την τιμή που αντιστοιχεί στο σημείο K ο μαγνήτης μπορεί να θεωρηθεί "μόνιμος". Αν όμως εφαρμοσθεί ένα μαγνητικό πεδίο με μεγαλύτερη τιμή έντασης H τότε η μαγνητική επαγωγή θα μειωθεί σε τιμή μικρότερη από αυτή του σημείου K. Με την απομάκρυνση του εφαρμοζόμενου πεδίου μια νέα και χαμηλότερη απλουστευμένη καμπύλη θα προκύψει.[9]



Σχήμα 2.5: Καμπύλη απομαγνήτισης μαγνήτη

Αν ορίσουμε ως εγγενή μαγνητική επαγωγή B_i , τη συνιστώσα της μαγνητικής επαγωγής B που οφείλεται στην παρουσία του σιδηρομαγνητικού υλικού προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$B = \mu_0 \cdot H + B_i = \mu_0 \cdot (H + M) = \mu_0 \cdot (1 + \chi) \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \quad (2.7)$$

όπου \vec{B} , \vec{H} , \vec{B}_i και $\vec{M} = \vec{B}_i / \mu_0$ είναι παράλληλα ή αντιπαράλληλα διανύσματα έτσι ώστε η σχέση (2.7) να μπορεί να γραφτεί σε βαθμωτή μορφή. Για την σχετική μαγνητική διαπερατότητα των σιδηρομαγνητικών υλικών ισχύει ότι $\mu_r = 1 + \chi \gg 1$. Το διάνυσμα μαγνήτισης \vec{M} είναι ανάλογο της μαγνητικής επιδεκτικότητας χ του υλικού όπως έχει ήδη αναφερθεί. Η μαγνητική επαγωγή $\mu_0 \cdot H$ θα ήταν παρούσα μέσα στο τοροειδές αν ο σιδηρομαγνητικός πυρήνας δεν βρισκόταν σε αυτό ενώ η μαγνητική επαγωγή B_i είναι η συνεισφορά του σιδηρομαγνητικού πυρήνα.

Όσον αφορά τους μόνιμους μαγνήτες συμπεριφέρονται λίγο διαφορετικά από τους ηλεκτρομαγνήτες. Αν ένα εξωτερικό πεδίο εφαρμοσθεί σε αυτούς η ένταση του μαγνητικού πεδίου που προκύπτει είναι:

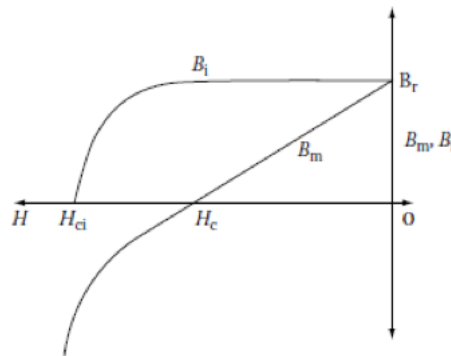
$$H = H_a + H_d \quad (2.8)$$

όπου H_d η ένταση του μαγνητικού πεδίου που υπάρχει μεταξύ των πόλων η οποία είναι ανάλογη της εγγενούς μαγνητικής επαγωγής B_i με διαφορά φάσης 180° . Σε ένα κλειστό μαγνητικό κύκλωμα όπως για παράδειγμα σε ένα τοροειδές η ένταση του μαγνητικού πεδίου που προκύπτει από την εγγενή μαγνήτιση είναι ίση με $H_d = 0$. Αν ο μόνιμος μαγνήτης αφαιρεθεί από το μαγνητικό κύκλωμα ισχύει ότι:

$$H_d = -\frac{M_b \cdot B_i}{\mu_0} \quad (2.9)$$

όπου M_b ο συντελεστής απομαγνήτισης που εξαρτάται από τη γεωμετρία του υλικού. Θέτοντας $B_i = B_d - \mu_0 \cdot H_d$ στην εξίσωση (2.9) συσχετίζοντας την μαγνητική επαγωγή B_d και το αυτό απομαγνητιζόμενο πεδίο H_d με τη γεωμετρία του μαγνήτη προκύπτει:

$$\frac{B_d}{\mu_0 \cdot H_d} = 1 - \frac{1}{M_b} \quad (2.10)$$

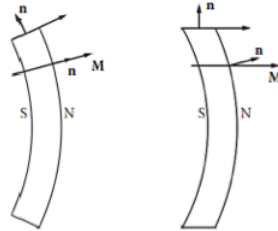


Σχήμα 2.6: Καμπύλη απομαγνήτισης μόνιμου μαγνήτη

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι καμπύλες εγγενούς μαγνήτισης και η απλουστευμένη καμπύλη απομαγνήτισης (ευθεία γραμμή) του μόνιμου μαγνήτη. Σε περίπτωση που η ένταση του μαγνητικού πεδίου πλησιάσει σε τιμές κοντά στο H_c υπάρχει κίνδυνος μερικής ή και ολικής απομαγνήτισης του. Για αυτό συνιστάται το σημείο λειτουργίας να βρίσκεται μακριά από το εικονιζόμενο της καμπύλης εγγενούς απομαγνήτισης. Για την αναπαράσταση της λειτουργίας του μόνιμου μαγνήτη χρησιμοποιείται η απλουστευμένη καμπύλη απομαγνήτισης (σταθερή κλίση).

Η μαγνήτιση M των μονίμων μαγνητών έχει συγκεκριμένο προσανατολισμό ο οποίος εξαρτάται από την διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που επιβάλλεται στον μαγνήτη κατά την δημιουργία του. Η διεύθυνση της μαγνήτισης διαδραματίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην κατανομή της μαγνητικής ροής πάνω από το μαγνήτη η οποία σε μια ηλεκτρική μηχανή καθορίζει με τη σειρά της την παραγωγή αρμονικών ροπής και επηρεάζει συνολικά την ποιότητα ισχύος. Οι πιο συνηθισμένες διευθύνσεις μαγνήτισης είναι η παράλληλη και η ακτινική όπως φαίνονται στο σχήμα (2.7). Η ακτινική μαγνήτιση έχει τη διεύθυνση της

ακτίνας και παράγει τραπεζοειδή πυκνότητα μαγνητική ροής στο διάκενο της μηχανής. Αντίθετα η παράλληλη μαγνήτιση έχει τη διεύθυνση των πλευρών του μαγνήτη και παράγει ημιτονοειδή κατανομή στο διάκενο. Στην περίπτωση της ακτινικής μαγνήτισης, η μαγνητική ροή και η επαγωγή στο διάκενο είναι μέγιστες και παραμένουν ομοιόμορφα σταθερές για το εύρος του μαγνήτη κάτι το οποίο δεν ισχύει στους παράλληλα μαγνητισμένους μαγνήτες. Οι δεύτεροι εμφανίζουν επιπλέον και μια εφαπτομενική συνιστώσα μαγνητικής επαγωγής.



Σχήμα 2.7: Ακτινική και παράλληλη μαγνήτιση μαγνητών

Τα κυριότερα υλικά που χρησιμοποιούνται ως μόνιμοι μαγνήτες στις ηλεκτρικές μηχανές είναι τα κράματα αλουμινίου-νικελίου-κοβαλτίου(alnico), οι φερρίτες(ferrite), τα κράματα σαμαρίου κοβαλτίου(SmCo) και τα κράματα νεοδυμίου-σιδήρου-βορίου(NeFeB).

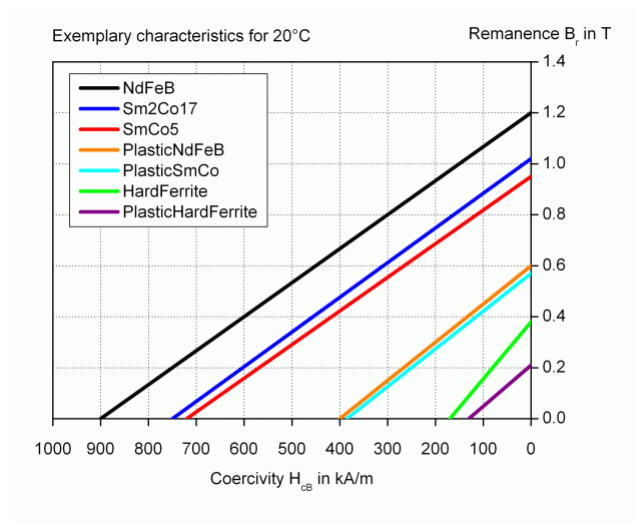
Οι μαγνήτες Alnico πρωτοπαρουσιάστηκαν το 1931 και τα σημαντικά τους πλεονεκτήματα είναι ο μεγάλος παραμένων μαγνητισμός, η αντοχή σε υψηλές θερμοκρασίες και η μικρή μεταβολή της καμπύλης απομαγνήτισης λόγω θερμοκρασίας. Ωστόσο, οι μαγνήτες αυτοί έχουν μικρή αντοχή σε εξωτερικά πεδία απομαγνήτισης. Κυριάρχησαν μέχρι το 1970, όταν άρχισαν να προτιμούνται οι πολύ πιο οικονομικοί κεραμικοί μαγνήτες (φερρίτες). Οι τελευταίοι παρουσιάζουν πολύ μεγαλύτερη αντοχή σε πεδία απομαγνήτισης σε σύγκριση με τους Alnico, όμως εμφανίζουν μικρότερη τιμή παραμένοντα μαγνητισμού. Τα σημαντικά τους πλεονεκτήματα είναι το πολύ χαμηλό κόστος ανά μονάδα ενέργειας και η μεγάλη ηλεκτρική αντίσταση με αποτέλεσμα οι απώλειες δινορευμάτων να είναι σχεδόν αμελητέες. Χρησιμοποιούνται κυρίως σε εφαρμογές μικρής ισχύος.

Τα τελευταία χρόνια, αναπτύχθηκε μια νέα γενιά μαγνητών οι οποίοι ονομάζονται μαγνήτες σπάνιων γαιών και παρουσιάζουν πολύ καλύτερα μαγνητικά χαρακτηριστικά σε σχέση με τους κεραμικούς και τους Alnico. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν κράματα μετάλλων με βάση το σαμάριο(SmCo) και το νεοδύμιο(NdFe) με τους πρώτους να εμφανίστηκαν το 1960 ενώ τους δεύτερους το 1970. Τα χαρακτηριστικά τους είναι οι μεγάλες τιμές παραμένοντα μαγνητισμού, πεδίου απομαγνήτισης και ενέργειας BH_{max} . Χρησιμοποιούνται σε ηλεκτρικές μηχανές από μερικά W μέχρι και πολλά kW, ιδιαίτερα όταν προτιμούνται υψηλοί δείκτες λειτουργίας (ισχύς/όγκο, βαθμός απόδοσης). Το βασικό τους μειονέκτημα σε σχέση με τους άλλους είναι το υψηλό κόστος. Ο πίνακας(2.1) παρακάτω συνοψίζει

αυτά τα χαρακτηριστικά ενώ σε επόμενο σχήμα(2.8) φαίνονται οι χαρακτηριστικές απομαγνήτισης τους.

| Τύπος | Κόστος | Απομαγνητίζουσα δύναμη | Ενεργειακό γινόμενο($B \cdot H_{max}$) |
|----------|--------|------------------------|--|
| Φερρίτες | Χαμηλό | Μέτρια | Χαμηλό |
| SmCo | Υψηλό | Υψηλή | Υψηλό |
| NdFeB | Υψηλό | Υψηλή | Υψηλό |

Πίνακας 2.1: Σύγκριση υλικών μονίμων μαγνητών



Σχήμα 2.8: Καμπύλες απομαγνήτισης για διάφορα υλικά μονίμων μαγνητών

2.5 Εφαρμογές

Από τις παραπάνω κατηγοριοποιήσεις της σύγχρονης μηχανής μονίμου μαγνήτη με βάση την διάταξη και την μαγνήτιση του μαγνήτη, το τύλιγμα του σάτη και τη διεύθυνση της ροής του πεδίου επιλέγεται σύγχρονη μηχανή μονίμων επιφανειακών μαγνητών εσωτερικού δρομέα, μη επικαλυπτόμενου τυλίγματος. Η μηχανή αυτή με βάση την ανάλυση που έγινε παραπάνω παρουσιάζει συνολικά υψηλή πυκνότητα μαγνητικής ροής, υψηλή απόδοση, μικρή κυμάτωση ροπής, καλή λειτουργία στην περιοχή εξασθένησης πεδίου και αντοχή στα σφάλματα. Για τα χαρακτηριστικά αυτά ο συγκεκριμένος τύπος μηχανής παρουσιάζει ευρεία χρήση στις ακόλουθες σημαντικές εφαρμογές:

- Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας και ιδιαίτερα στην αιολική ενέργεια ως ανεμογεννήτριες

- Αεροπορικές εφαρμογές(κινητήρες)
- Ηλεκτρικά(EV) και υβριδικά(HEV) οχήματα
- Συστήματα πρόωσης πλοίων

Η σχεδίαση αυτής της μηχανής θα γίνει με ισοδύναμα μαγνητικά κυκλώματα και θα συγκριθεί με αυτή που προκύπτει από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων FEMM.

Κεφάλαιο 3

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

3.1 Γενικά

Τα *μαγνητικά ισοδύναμα κυκλώματα* είναι ένας τρόπος μοντελοποίησης των ηλεκτρικών μηχανών που βασίζεται στην αναπαράσταση της φυσικής συμπεριφοράς και των ιδιοτήτων τους με τη χρήση απλών διακριτών στοιχείων.

Πιο συγκεκριμένα αυτός ο τρόπος σχεδίασης χωρίζει τη μηχανή σε περιοχές κάθε μια από τις οποίες αναπαρίσταται από στοιχεία που εξαρτώνται από τη γεωμετρία και τις μαγνητικές ιδιότητες του υλικού της περιοχής που περιγράφουν. Αυτά τα στοιχεία σε συνδυασμό με τη διαμόρφωση του τυλίγματος οδηγούν στην παραγωγή του ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος που θα προσομοιώσει τη λειτουργία της μηχανής τόσο στην ακόρεστη όσο και στην κορεσμένη περιοχή. Στοιχείο κλειδί στη μεθοδολογία αυτή είναι η επιλογή του πλήθους των στοιχείων τα οποία θα πρέπει να είναι τόσα ώστε να αντανακλούν πλήρως όλες τις ιδιότητες της μηχανής χωρίς να καθιστούν την διαδικασία επίλυσης υπολογιστικά χρονοβόρα.

3.2 Αναλογίες μεταξύ ηλεκτρικών και μαγνητικών κυκλωμάτων

Η διακριτοποίηση της ηλεκτρικής μηχανής σε στοιχεία για την παραγωγή ισοδύναμου κυκλώματος γίνεται με τον ίδιο τρόπο που γίνεται και στα ηλεκτρικά κυκλώματα.

Στα ηλεκτρικά κυκλώματα τα θεμελιώδη στοιχεία είναι οι πηγές, οι αντιστάσεις, οι πυκνωτές και οι επαγωγές που συνδέονται μεταξύ τους μέσω ιδανικών καλωδίων και η συμπεριφορά τους καθορίζεται από τους νόμους του Kirchoff και τις περιγραφικές σχέσεις των στοιχείων. Στα μαγνητικά κυκλώματα τα θεμελιώδη στοιχεία είναι οι μαγνητικές αντιστάσεις και οι μαγνητεγερτικές δυνάμεις που λειτουργούν ως πηγές. Το μαγνητικό ανάλογο του καλωδίου στο μαγνητικό κύκλωμα είναι ένα μαγνητικό υλικό υψηλής μαγνητικής αγωγιμότητας στο οποίο η ροή είναι αυστηρά περιορισμένη, αντίστοιχο με υλικό υψηλής ηλεκτρικής αγωγιμότητας σε ηλεκτρικό κύκλωμα. Στα ισοδύναμα μαγνητικά κυκλώματα θεωρείται ότι η ροή που διαπερνά ένα στοιχείο είναι σταθερή σε όλο το μήκος του στοιχείου δηλαδή η επίλυση των προβλημάτων του χρονικά μεταβαλλόμενου πεδίου γίνεται με βάση τις στατικές εξισώσεις του πεδίου που θα αναφέρουμε πιο κάτω και στη μηχανή θεωρείται ότι δεν υπάρχουν φαινόμενα κύματος. Αυτή η προσέγγιση είναι γνωστή ως *ημιστατική προσέγγιση*[14] και όπως στα ηλεκτρικά κυκλώματα αποτελεί το σύνδεσμο μεταξύ της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας και της θεωρίας των μαγνητικών κυκλωμάτων. Κριτήριο για να θεωρήσουμε ότι μια μηχανή βρίσκεται σε ημιστατική κατάσταση είναι ο χρόνος που χρειάζεται ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα να περάσει από τη μηχανή ο οποίος πρέπει να είναι αμελητέος σε σχέση με την περίοδο του κύματος[27].

Πέρα όμως από τις αναλογίες που υπάρχουν μεταξύ των ηλεκτρικών και μαγνητικών κυκλωμάτων παρατηρούνται οι παρακάτω διαφορές:

α.σκέδαση της μαγνητικής ροής: Στα ηλεκτρικά κυκλώματα το ηλεκτρικό ρεύμα ρέει μέσα στους αγωγούς αποκλειστικά και δεν διαφεύγει στον αέρα καθώς η ειδική αγωγιμότητα του αέρα (10^{-15}) είναι 10^{20} φορές μικρότερη από την ειδική αγωγιμότητα ενός καλού μεταλλικού αγωγού (10^6-10^7) ώστε πρακτικά να θεωρείται μηδενική. Αντίθετα σε ένα μαγνητικό κύκλωμα παρατηρούνται φαινόμενα σκέδασης (*flux leakage*), δηλαδή ένα μέρος της μαγνητικής ροής βγαίνει έξω από το κύκλωμα και διαφεύγει στον αέρα. Αυτό συμβαίνει επειδή η μαγνητική διαπερατότητα των υλικών των μαγνητικών κυκλωμάτων κυμαίνεται περίπου στην περιοχή των $10^2\mu_0 - 10^5\mu_0$ που είναι συγκρίσιμη με τη μαγνητική διαπερατότητα του αέρα μ_0 και επομένως δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα όπως στα ηλεκτρικά κυκλώματα. Ακόμα πιο έντονο το φαινόμενο είναι όταν το υλικό είναι κορεσμένο οπότε και η μαγνητική του διαπερατότητα μειώνεται ακόμα περισσότερο. Γι' αυτούς τους λόγους η σκέδαση μοντελοποιείται στο ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα σαν στοιχείο.

β. θυσάνωση της μαγνητικής ροής στα διάκενα: Σε θέσεις μαγνητικών κυκλωμάτων όπου υπάρχουν διάκενα (αέρας μεταξύ μαγνητικών υλικών) η μαγνητική ροή θυσανώνεται, δηλαδή οι δυναμικές γραμμές της τείνουν να καταλάβουν περισσότερο χώρο από αυτόν που αντιστοιχεί στη διατομή του μαγνητικού κυκλώματος με αποτέλεσμα η ροή να μειώνεται. Αυτό το φαινόμενο πρέπει επίσης να ληφθεί υπόψη με κατάλληλη προσαρμογή των στοιχείων του διακένου.

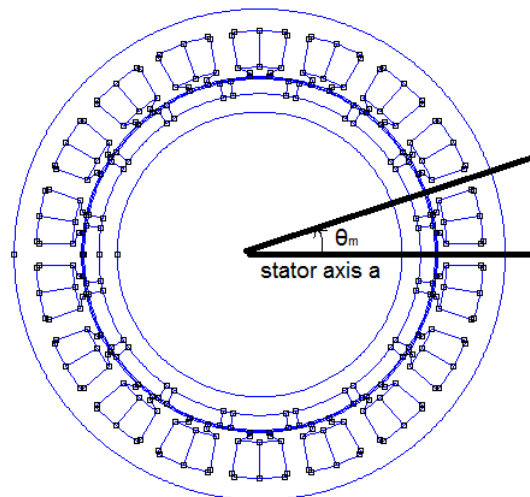
γ. κορεσμός: Τα μαγνητικά κυκλώματα με σιδηρομαγνητικούς πυρήνες που έχουν οι ηλεκτρικές μηχανές είναι μη γραμμικά κάτι που απορρέει από την μη γραμμική μορφή της

σχέσης $\vec{B} = f(\vec{H})$ για τα σιδηρομαγνητικά υλικά. Η μη γραμμικότητα αυτή θα ληφθεί υπόψιν στο μαγνητικό κύκλωμα όπως θα αναλυθεί σε επόμενη ενότητα.

3.3 Σχέση ηλεκτρικής και μηχανικής γωνίας ηλεκτρικής μηχανής

Η γωνιακή μετατόπιση του δρομέα σε σχέση με τον άξονα της φάσης A του στάτη που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα(3.1) ορίζεται ως θ_m και η γωνιακή ταχύτητα

$$\omega_m = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (3.1)$$



Σχήμα 3.1: Αναπαράσταση γωνίας στροφής δρομέα

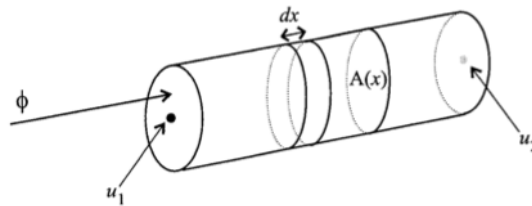
Αν η μηχανή έχει P πόλους(μαγνήτες) τότε η σχέση της ηλεκτρικής και μηχανικής μετατόπισης είναι:

$$\theta_e = \frac{P}{2} \cdot \theta_m \quad (3.2)$$

$$\omega_e = \frac{P}{2} \cdot \omega_m \quad (3.3)$$

3.4 Βασικά ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων

Το βασικότερο στοιχείο που πρέπει να ληφθεί υπόψιν για την σχεδίαση μέσω μαγνητικών ισοδύναμων κυκλωμάτων είναι η διαδρομή που ακολουθεί η ροή. Για την μοντελοποίηση της χρησιμοποιείται ένας σωλήνα ροής (*flux tube*) ο οποίος αποτελείται από δυο επίπεδα κάθε ένα από τα οποία έχουν σταθερό βαθμωτό μαγνητικό δυναμικό και από τον όγκο ανάμεσα σε αυτά τα δυο επίπεδα. Η μαγνητική ροή θεωρείται ότι εισέρχεται στο σωλήνα αυτό κάθετα από το ένα επίπεδο και εξέρχεται επίσης κάθετα από το άλλο. Αν θεωρήσουμε U_1, U_2 τις τιμές του μαγνητικού βαθμωτού δυναμικού σε κάθε ένα από τα δύο επίπεδα αντίστοιχα του σωλήνα ροής, ϕ την ροή που τον διαπερνά, A την διατομή του, l το μήκος του και μ την μαγνητική διαπερατότητα του (όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2) τότε η μαγνητική αντίσταση σε αναλογία με το ηλεκτρικό κύκλωμα μπορεί να οριστεί ως εξής:



Σχήμα 3.2: Σωλήνας ροής(flux tube)

$$R = \frac{U_1 - U_2}{\phi} \quad (3.4)$$

όπου ο αριθμητής αποτελεί την πτώση μαγνητενεργτικής δύναμης δηλαδή

$$F = U_1 - U_2 \quad (3.5)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την γεωμετρία του σωλήνα ροής η μαγνητική αντίσταση για ομοιόμορφο εμβαδόν και μήκος ισοδυναμεί με:

$$R = \frac{l}{\mu \cdot A} \quad (3.6)$$

Το αντίστροφο της μαγνητικής αντίστασης ορίζεται ως μαγνητική αγωγιμότητα P και αυτή υπολογίζεται ως το αντίστροφο των σχέσεων (3.4) και (3.6).

Σε πολλές περιπτώσεις οι σωλήνες ροής παρουσιάζουν ανομοιόμορφη γεωμετρία όπου είτε το μήκος είτε η επιφάνεια τους είναι μεταβλητά. Τότε οι μαγνητικές αντιστάσεις και

αγωγιμότητες τους υπολογίζονται μέσω ολοκλήρωσης. Για ένα σωλήνα ροής με μεταβλητό εμβαδόν η ροή διαπερνά διαφορετικά απειροστά εμβαδά ίδιου μήκους τα οποία βρίσκονται σε σειρά σε όλο το μήκος του σωλήνα οπότε είναι πιο βολικό να υπολογίσουμε την μαγνητική αντίσταση του, η οποία δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$R = \int_0^l \frac{dx}{\mu \cdot A(x)} \quad (3.7)$$

Αντίστοιχα για ένα σωλήνα ροής με μεταβλητό μήκος η ροή διαπερνά κάθετα, απειροστά εμβαδά διαφορετικού μήκους τα οποία βρίσκονται παράλληλα μεταξύ τους οπότε είναι πιο βολικό να υπολογιστεί η μαγνητική αγωγιμότητα, η οποία δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$P = \int \frac{\mu \cdot dA}{l(x, y)} \quad (3.8)$$

Όσον αφορά τα ισοδυναμικά επίπεδα του σωλήνα ροής, αυτά ισοδυναμούν με κόμβους στο μαγνητικό κύκλωμα ενώ οι νόμοι που εφαρμόζονται στα μαγνητικά κυκλώματα σε αντιστοιχία με αυτούς των ηλεκτρικών κυκλωμάτων είναι οι παρακάτω:

Νόμος Ρευμάτων Kirchoff (NPK)

Ο νόμος του Gauss μας δίνει:

$$\iint \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot d\alpha = 0 \quad (3.9)$$

Ο παραπάνω νόμος υποδεικνύει ότι η συνολική ροή που διαπερνά μια κλειστή επιφάνεια στο χώρο είναι πάντα μηδέν, δηλαδή ότι η πυκνότητα μαγνητικής ροής διατηρείται.

Η μαγνητική ροή που διαπερνάει μια επιφάνεια ορίζεται ως εξής:

$$\phi_k = \iint \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot d\alpha \quad (3.10)$$

η οποία είναι το επιφανειακό ολοκλήρωμα της κάθετης συνιστώσας της μαγνητικής επαγωγής B .

Σε αναλογία με τα ηλεκτρικά κυκλώματα στα οποία τα στοιχεία συνδέονται μέσω καλωδίων με σημεία διασύνδεσης που καλούνται κόμβοι και στα οποία ισχύει ο νόμος του Kirchoff, οι μαγνητικές αντιστάσεις συνδέονται με υψηλής μαγνητικής επιτρεπτότητας σίδηρο και τα σημεία διασύνδεσης θεωρούνται επίσης κόμβοι στους οποίους η ροή αντίστοιχα διατηρείται.

$$\sum \phi_k = 0 \quad (3.11)$$

Νόμος Τάσεων Kirchoff(ΝΤΚ)

Σύμφωνα με το νόμο του Ampere ισχύει ότι:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot d\alpha \quad (3.12)$$

το οποίο δηλώνει ότι το επιφανειακό ολοκλήρωμα της εφαπτομενικής συνιστώσας της μαγνητικής έντασης του πεδίου H γύρω από μια κλειστή διαδρομή είναι ίσο με το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από την επιφάνεια που περιβάλλεται από την διαδρομή.

Η μαγνητεγερτική δύναμη(ΜΕΔ), ανάλογη της ηλεκτρεγερτικής δύναμης (τάση σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα) η οποία χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει την επίδραση του ηλεκτρικού ρεύματος σε ένα μαγνητικό κύκλωμα ορίζεται ως:

$$F = \int \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (3.13)$$

Αν θεωρήσουμε ότι H είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου και το ολοκλήρωμα της λαμβάνεται σε μια κλειστή επιφάνεια που περικλείει N στροφές ενός αγωγού τότε ισχύει ότι:

$$\iint \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot d\alpha = N \cdot i \quad (3.14)$$

Άρα

$$F = N \cdot i \quad (3.15)$$

Σε περίπτωση ομοιόμορφων μαγνητικών πεδίων και ροών οι (3.10) και (3.13) απλοποιούνται σε:

$$\phi = B \cdot A \quad (3.16)$$

$$F = H \cdot l \quad (3.17)$$

Η κατεύθυνση των πηγών των μαγνητεγερτικών δυνάμεων καθορίζεται χρησιμοποιώντας τον κανόνα του δεξιού χεριού.

3.5 Μη γραμμικότητα σιδήρου

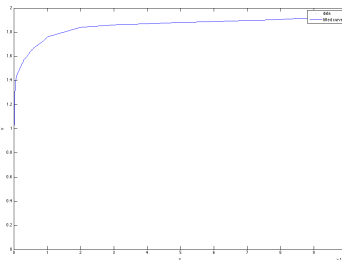
Οι ηλεκτρικές μηχανές συνήθως λειτουργούν στο γόνατο κορεσμού της καμπύλης μαγνήτισης του σιδηροπυρήνα. Σε αυτήν την περιοχή η πυκνότητα μαγνητικής ροής B δεν είναι ευθέως ανάλογη με την ένταση του μαγνητικού πεδίου H κάτι που σημαίνει ότι τα στοιχεία του μαγνητικού ισοδύναμου κυκλώματος τα οποία αντιστοιχούν σε μέρη σιδήρου της μηχανής έχουν αγωγιμότητες οι οποίες εξαρτώνται από την ροή που τις διαπερνάει.

Συνεπώς οι αγωγιμότητες αυτές είναι μη γραμμικές.

Ειδικότερα η μαγνητική διαπερατότητα μ των στοιχείων του σιδήρου είναι μια μη γραμμική συνάρτηση της πτώσης μαγνητεγερτικής δύναμης όπως εκφράζεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$B = \mu(H) = \mu\left(\frac{\Delta U}{l}\right) \quad (3.18)$$

Επιπλέον για ένα μαγνητικό υλικό ηλεκτρικής μηχανής, η σχέση μεταξύ μαγνητικής επαγωγής B και έντασης μαγνητικού πεδίου H για ένα σιδηρομαγνητικό υλικό είναι μη γραμμική και πολυεπίπεδη (με επαναλαμβανόμενους εσωτερικούς βρόχους) λόγω του φαινομένου της υστέρησης, το οποίο προκαλεί εμφανείς δυσκολίες στις προσομοιώσεις. Αυτές οι μη γραμμικές και πολυεπίπεδες καμπύλες ονομάζονται βρόχοι υστέρησης (καμπύλες $B-H$). Παρόλα αυτά για πολλές εφαρμογές είναι επαρκής η περιγραφή του υλικού να γίνει μέσω μιας μονότιμης καμπύλης η οποία αποκτιέται σχεδιάζοντας τον γεωμετρικό τόπο των μέγιστων τιμών της μαγνητικής επαγωγής B και της μαγνητικής έντασης H στα ακραία σημεία του βρόχου υστέρησης[8] και είναι γνωστή ως *καμπύλη μαγνήτισης dc* (*dc magnetization curve*)(σχήμα 3.3). Αυτή η καμπύλη δεν λαμβάνει υπόψη της την υστέρηση του υλικού αλλά αποτυπώνει καθαρά τα μη γραμμικά χαρακτηριστικά του.



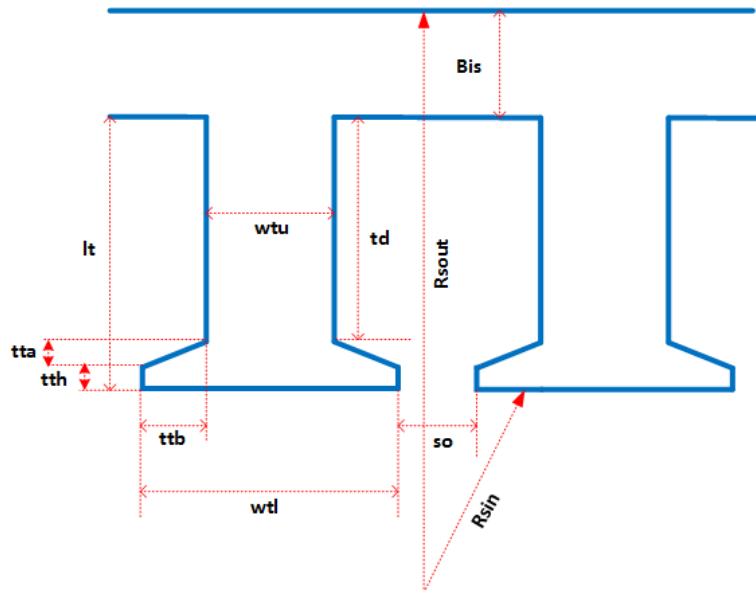
Σχήμα 3.3: Απλοποιημένη καμπύλη B-H για το σιδηρομαγνητικό υλικό

3.6 Κατασκευή ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος

Για την μοντελοποίηση της μαγνητικής συμπεριφοράς, η ηλεκτρική μηχανή διαιρείται σε τρία μέρη: τον στάτη, τον δρομέα και το διάκενο μεταξύ του στάτη και του δρομέα. Για την περιγραφή της λειτουργίας της μηχανής, για κάθε τμήμα της προκύπτουν οι αντίστοιχοι σωλήνες ροής (flux tubes) στους οποίους η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού θεωρείται σταθερή. Για την κατασκευή του μαγνητικού ισοδυναμού κυκλώματος θα υπολογίσουμε τις μαγνητικές αγωγιμότητες του κάθε τμήματος στις οποίες απαιτείται ο προσδιορισμός του αντίστοιχου μήκους και του αντίστοιχου εμβαδού κάθε φορά.

3.6.1 Τμήμα στάτη

Ο στάτης της ηλεκτρικής μηχανής χωρίζεται σε 4 βασικά μέρη: το ζυγό(*yoke*), το δόντι(*tooth*), το πέλμα δοντιού(*tooth tip*) και το αυλάκι(*slot*). Στην συνέχεια μοντελοποιείται κάθε ένα από αυτά με βάση τις διαστάσεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα(3.4).



Σχήμα 3.4: Τμήμα στάτη

Οι παραπάνω διαστάσεις επεξηγούνται καλύτερα στον ακόλουθο πίνακα(3.1).

| Σύμβολο MEC | Περιγραφή |
|-------------|---|
| R_{sout} | Εξωτερική ακτίνα στάτη |
| R_{sin} | Εσωτερική ακτίνα στάτη |
| B_{i_s} | Πάχος του ζυγού του στάτη |
| l_t | Συνολικό μήκος δοντιού |
| w_{tu} | Πλάτος δοντιού |
| w_{tl} | Πλάτος πέλματος δοντιού |
| t_{t_h} | Ύψος άκρου πέλματος δοντιού |
| t_{t_a} | Βοηθητική απόσταση 1 πέλματος δοντιού |
| t_{t_b} | Βοηθητική απόσταση 2 πέλματος δοντιού |
| s_o | Άνοιγμα αυλακιού |
| t_d | Μήκος δοντιού χωρίς το μήκος του πέλματος |
| L | Μήκος μηχανής |

Πίνακας 3.1: Παράμετροι Στάτη

3.6.1.1 Σωλήνας ροής ζυγού στάτη

Ο σωλήνας ροής του ζυγού του στάτη ορίζεται ως η περιοχή του μαγνητικού υλικού του στάτη που ενώνει δύο δόντια της μηχανής. Για τον υπολογισμό της αγωγιμότητας του χρησιμοποιούμε προσέγγιση ορθογωνίου(3.5), θεωρώντας ως μέσο μήκος διαδρομής της μαγνητικής ροής το μέσο μήκος του τόξου μεταξύ 2 δοντιών και εμβαδόν πάχους του ζυγού του στάτη επί το μήκος της μηχανής όπως φαίνεται στον πίνακα.

| Μήκος(l) | Εμβαδόν(A) |
|---|-------------------|
| $\frac{2 \cdot \pi \cdot (R_s + \frac{B_{i_s}}{2})}{N_s}$ | $L \cdot B_{i_s}$ |

Με βάση τα παραπάνω, η αγωγιμότητα που προκύπτει για τον ζυγό του στάτη είναι :

$$P_{sy} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r (B_{sy}) \cdot A}{l} \quad (3.19)$$

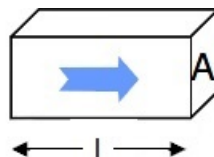
3.6.1.2 Σωλήνας ροής δοντιού

Ο σωλήνας ροής(flux tube) του δοντιού μπορεί να προσεγγιστεί από ένα απλό ορθογώνιο (3.5) του οποίου τα χαρακτηριστικά δίνονται παρακάτω:

| Μήκος(l) | Εμβαδόν(A) |
|--------------|------------------|
| t_d | $L \cdot w_{tu}$ |

Με βάση τα παραπάνω, η αγωγιμότητα που προκύπτει για το δόντι του στάτη είναι :

$$P_t = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r (B_t) \cdot A}{l} \quad (3.20)$$



Σχήμα 3.5: Ορθογώνια μορφή σωλήνα ροής

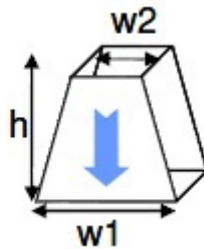
3.6.1.3 Σωλήνας ροής πέλματος δοντιού

Το πέλμα δοντιού έχει αρκετά σύνθετο σχήμα με αποτέλεσμα να μην μπορεί να αναπαρασταθεί πλήρως από ένα συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα. Παρόλα αυτά η προσέγγιση του πέλματος μπορεί να γίνει μέσω τραπεζιού(3.6) επιτυγχάνοντας αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Τα χαρακτηριστικά του τραπεζιού δίνονται παρακάτω :

| Βάση μικρή(w_2) | Βάση μεγάλη(w_1) | Μήκος(l) | Μέσο Εμβαδόν |
|---------------------|----------------------|---------------|---------------------------------|
| w_{tu} | w_{tl} | $tt_h + tt_a$ | $\frac{L \cdot (w_2 + w_1)}{2}$ |

Με βάση τα παραπάνω , η αγωγιμότητα που προκύπτει για το πέλμα του δοντιού του στάτη είναι:

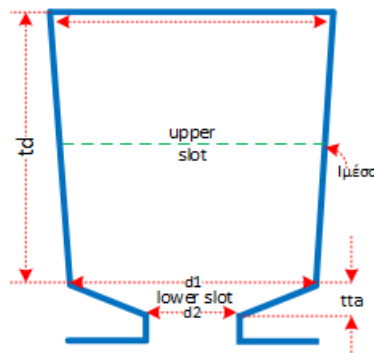
$$P_{tt} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r(B_{tt}) \cdot L \cdot (w_2 - w_1)}{(tt_h + tt_a) \cdot \ln\left(\frac{w_2}{w_1}\right)} \quad (3.21)$$



Σχήμα 3.6: Τραπεζοειδής μορφή σωλήνα ροής τύπου 1

3.6.1.4 Σωλήνες ροών σκεδάσεων μεταξύ δοντιών

Η ηλεκτρική μηχανή που μοντελοποιείται παρουσιάζει αυλάκι της παρακάτω μορφής:



Σχήμα 3.7: Αυλάκι μεταξύ 2 δοντιών

Ένα ποσοστό της συνιστώσας της μαγνητικής ροής των δοντιών διαφεύγει στον αέρα και διασχίζει το αυλάκι των γειτονικών δοντιών. Επειδή στο κάτω τμήμα του αυλακιού διαφεύγει περισσότερη μαγνητική ροή σε σχέση με το πάνω, σε μια πρώτη προσέγγιση έγινε προσπάθεια μοντελοποίησης μόνο αυτής της ροής. Σε επόμενο κεφάλαιο, όπου εισάγεται η έννοια της διακριτοποίησης της πηγής του στάτη θα μοντελοποιηθεί και η μαγνητική ροή η οποία διαφεύγει στο άνω μέρος του αυλακιού.

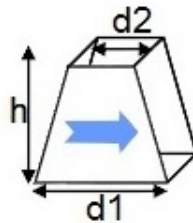
Ροή σκέδασης κάτω τμήματος αυλακιού

Το κάτω τμήμα του αυλακιού όπως φαίνεται στο σχήμα(3.7)έχει τραπεζοειδή μορφή οπότε προσεγγίζεται από ένα τραπέζιο (3.8) με χαρακτηριστικά που δίνονται παρακάτω:

| Βάση μικρή(d_2) | Βάση μεγάλη(d_1) | Μέσο μήκος | Εμβαδόν(A) |
|---------------------|--|-----------------------|----------------|
| s_0 | $\frac{2 \cdot \pi}{N_s} \cdot (R_{sin} + tt_h + tt_a) - w_{tu}$ | $\frac{d_1 + d_2}{2}$ | $L \cdot tt_a$ |

Με βάση τα παραπάνω, η αγωγιμότητα που προκύπτει είναι :

$$P_{sl} = \mu_0 \cdot \frac{L \cdot tt_a \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)}{d_2 - d_1} \quad (3.22)$$



Σχήμα 3.8: Τραπεζοειδής μορφή σωλήνα ροής τύπου 2

3.6.1.5 Πηγή μαγνητικού κυκλώματος

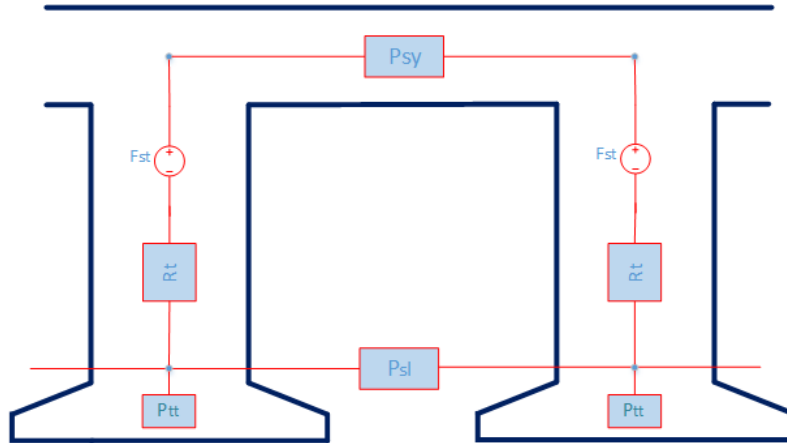
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το μαγνητικό ανάλογο μιας πηγής τάσης είναι η μαγνητεγερτική δύναμη(MMF-magnetomotive force). Η μαγνητεγερτική δύναμη χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει τα αποτελέσματα των τυλιγμάτων/ηλεκτρικών αγωγών σε ένα μαγνητικό κύκλωμα. Με βάση το νόμο του Ampere που έχει αναλυθεί ισχύει ότι $F = N \cdot i$ και το μαγνητικό ισοδύναμο είναι το παρακάτω:



Σχήμα 3.9: Μαγνητικό ισοδύναμο πηγής ΜΕΔ

3.6.1.6 Μαγνητικό ισοδύναμο στάτη

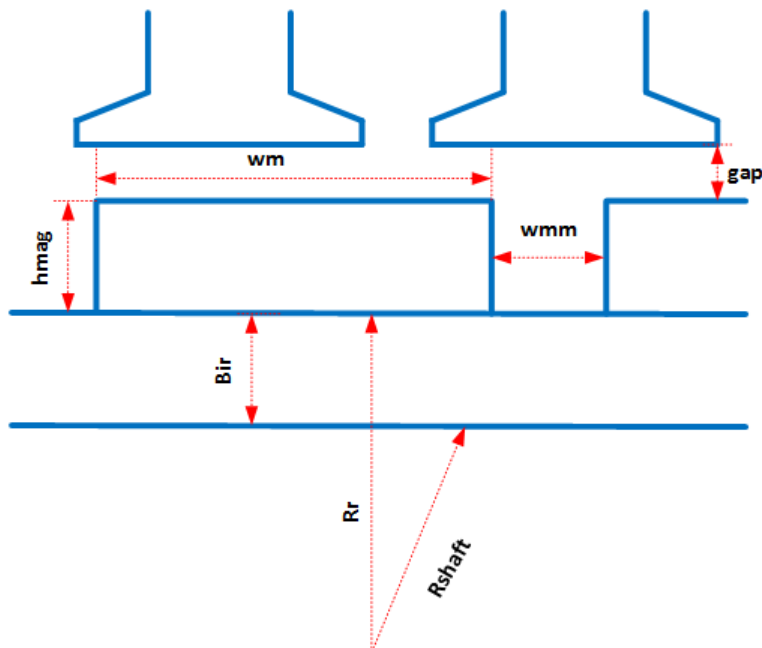
Παρακάτω παρατίθεται το ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα του στάτη:



Σχήμα 3.10: Μαγνητικό ισοδύναμο στάτη

3.6.2 Τμήμα δρομέα

Ο δρομέας της ηλεκτρικής μηχανής χωρίζεται σε τρία βασικά μέρη: τον ζυγό (*yoke*), τον μαγνήτη (*tooth*) και το διάστημα μεταξύ των μαγνητών (*magnet interval*). Στην συνέχεια μοντελοποιείται κάθε ένα από αυτά με βάση τις διαστάσεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα (3.11).



Σχήμα 3.11: Τμήμα δρομέα

Ακολουθεί πίνακας όπου αναλύονται οι διαστάσεις που φαίνονται στη παραπάνω εικόνα.

| Σύμβολο MEC | Περιγραφή |
|-------------|--|
| R_{shaft} | Εσωτερική ακτίνα δρομέα |
| R_r | Εξωτερική ακτίνα δρομέα |
| Bi_r | Πάχος του ζυγού του δρομέα |
| h_{mag} | Ύψος μαγνήτη |
| w_m | Πλάτος μαγνήτη |
| w_{mm} | Πλάτος διαστήματος μεταξύ δύο μαγνητών |
| L | Μήκος μηχανής |
| gap | Πάχος διακένου |

Πίνακας 3.2: Παράμετροι Δρομέα

3.6.2.1 Σωλήνας ροής ζυγού δρομέα

Ο σωλήνας ροής του ζυγού δρομέα ορίζεται ως η περιοχή του μαγνητικού υλικού του δρομέα που ενώνει δύο μαγνήτες της μηχανής. Για τον υπολογισμό της αγωγιμότητας του, θεωρούμε ως μέσο μήκος διαδρομής το μέσο μήκος του τόξου μεταξύ 2 μαγνητών.

| Μήκος(l) | Εμβαδόν(A) |
|--|----------------|
| $\frac{2 \cdot \pi \cdot (R_{shaft} + \frac{Bi_r}{2})}{P}$ | $L \cdot Bi_r$ |

Με βάση τα παραπάνω, η αγωγιμότητα που προκύπτει για τον ζυγό του δρομέα είναι η παρακάτω:

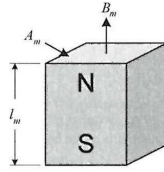
$$P_{ry} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r(B_{ry}) \cdot A}{l} \quad (3.23)$$

3.6.2.2 Μαγνήτης

Όπως αναλύθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο ισχύει ότι

$$B_m = B_r + \mu_R \cdot \mu_0 \cdot H_m \quad (3.24)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση μπορούμε να αναπτύξουμε ένα ισοδύναμο μαγνητικό μοντέλο για τον μόνιμο μαγνήτη. Αν θεωρήσουμε το μαγνήτη ορθογώνιο όπως φαίνεται στο σχήμα(3.12).

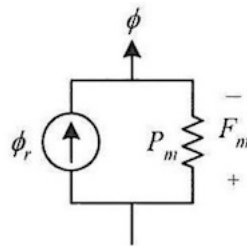


Σχήμα 3.12: Ορθογώνιος μαγνήτης

Η ροή που εξέρχεται από αυτόν είναι ίση με:

$$\phi = B_m \cdot A_m = B_r \cdot A_m + \mu_R \cdot \mu_0 \cdot A_m \cdot H_m \quad (3.25)$$

όπου A_m είναι το εμβαδόν της επιφάνειας του μαγνήτη στην κατεύθυνση της μαγνήτισης. Από αυτήν εξίσωση το μαγνητικό ισοδύναμο που προκύπτει φαίνεται στο παρακάτω σχήμα(3.13).



Σχήμα 3.13: Ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα μαγνήτη

Με βάση αυτό η μαγνητική ροή μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$\phi = \phi_r + P_m \cdot F_m \quad (3.26)$$

Όπου η μεταβλητή

$$\phi_r = B_r \cdot A_m \quad (3.27)$$

αποτελεί μια σταθερή πηγή ροής(μαγνητικό ανάλογο της πηγής ρεύματος σε ηλεκτρικά κυκλώματα) και η μεταβλητή

$$P_m = \frac{\mu_R \cdot \mu_0 \cdot A_m}{l_m} \quad (3.28)$$

αποτελεί την αγωγιμότητα του μαγνήτη.

Η εξίσωση(3.26) δηλώνει ότι το μαγνητικό κύκλωμα ενός μαγνήτη αποτελείται από μια πηγή ροής παράλληλα σε μια αγωγιμότητα. Το μοντέλο αυτό θεωρεί ότι ο μαγνήτης είναι ομοιόμορφα μαγνητισμένος με μαγνήτιση κάθετη στην επιφάνεια του.

Στις μηχανές μονίμων μαγνητών χωρίς συλλέκτη που έχουν ακτινικό διάκενο,όπως και στη περίπτωση μας, το σχήμα του μαγνήτη μπορεί να εμφανιστεί ως τόξο όπως φαίνεται στο σχήμα(3.14). Το μαγνητικό κύκλωμα αυτού του σχήματος μπορεί να υπολογιστεί

Θεωρώντας τον μαγνήτη ως ένα άθροισμα απειροστού πάχους τόξων("φέτες") μαγνήτη από τα οποία περνάει ίδιο ποσό μαγνητικής ροής. Κάθε μια από αυτές τις φέτες έχουν διαφορεική αντίσταση που περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

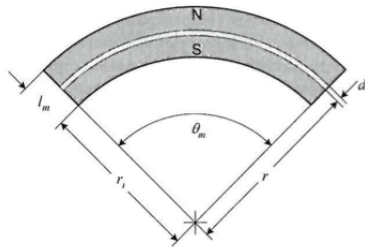
$$dR = \frac{dl}{\mu_0 \cdot \mu_R \cdot A} = \frac{dr}{\mu_0 \cdot \mu_R \cdot r \cdot \theta_m \cdot L} \quad (3.29)$$

Αυτές οι διαφορετικές αντιστάσεις προστίθενται σε σειρά καθώς τις διαπερνάει η ίδια ροή οπότε το άθροισμα τους σε μορφή ολοκληρώματος είναι:

$$R_m = \int_{r_i}^{r_i+l_m} dR = \int_{r_i}^{r_i+l_m} \frac{1}{\mu_R \cdot \mu_0 \cdot L \cdot \theta_m \cdot r} \cdot dr = \frac{\ln(1 + l_m/r_i)}{\mu_R \cdot \mu_0 \cdot L \cdot \theta_m} \quad (3.30)$$

Από τα παραπάνω η αγωγιμότητα του μαγνήτη ως αντίστροφο της αντίστασης είναι:

$$P_m = \frac{\mu_R \cdot \mu_0 \cdot L \cdot \theta_m}{\ln(1 + l_m/r_i)} \quad (3.31)$$



Σχήμα 3.14: Μαγνήτης σε σχήμα τόξου ακτινικά μαγνητισμένος

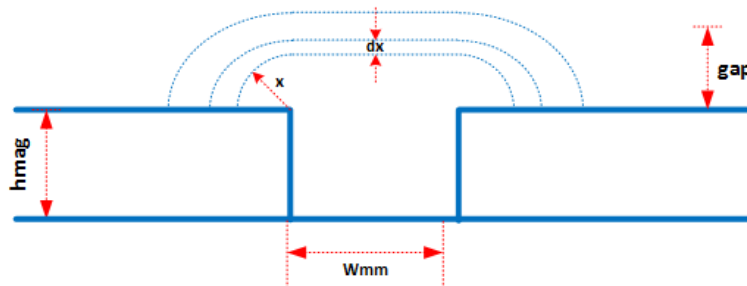
3.6.2.3 Σκεδάσεις μαγνητών

Για τη σχεδίαση του ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος οι σκεδάσεις των ροών των μαγνητών στο διάκενο είναι πολύ σημαντικές και μπορούν να διακριθούν στις ακόλουθες: την σκέδαση μεταξύ των μαγνητών (*magnet-to-magnet leakage*) και τη σκέδαση μεταξύ μαγνήτη και δρομέα (*magnet-to-rotor leakage*). Με βάση τους Qu και Lipo[29] μπορεί να ακολουθηθεί η παρακάτω διαδικασία για τον υπολογισμό των αντίστοιχων αγωγιμοτήτων. Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει τη προσέγγιση των αγωγιμοτήτων μέσω ενός μοντέλου κυκλικού τόξου-ευθείας γραμμής(*circular arc-straight line*). Εδώ θα υπολογίσουμε αναλυτικά την αγωγιμότητα που αντιστοιχεί στη ροή σκέδασης μαγνήτη δρομέα(3.15). Η αγωγιμότητα αυτή είναι ένα άπειρο άθροισμα αγωγιμοτήτων διαφορεικού πλάτους κάθε μια από τις οποίες έχει μήκος $h_{mag} + \pi \cdot x$ άρα

$$P_{mr} = \sum \frac{\mu_0 \cdot L \cdot dx}{h_{mag} + \pi \cdot x} \quad (3.32)$$

Η παραπάνω εξίσωση σε μορφή ολοκληρώματος απλοποιείται σε

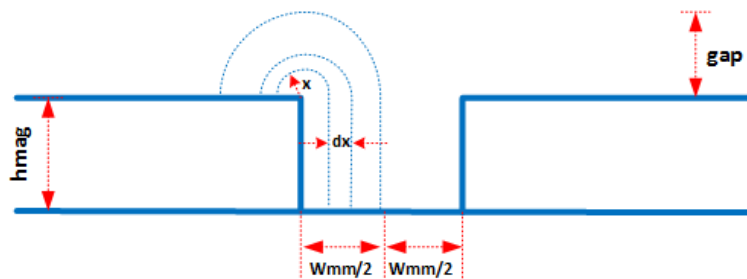
$$P_{mr} = \int_0^{gap} \frac{\mu_0 \cdot L}{h_{mag} + \pi \cdot x} \cdot dx = \frac{\mu_0 \cdot L}{\pi} \cdot \ln\left(1 + \frac{\pi \cdot gap}{h_{mag}}\right), \quad gap < \frac{w_{mm}}{2} \quad (3.33)$$



Σχήμα 3.15: Σκέδαση μαγνητών

Η αγωγιμότητα που προκύπτει για την σκέδαση μεταξύ μαγνήτη και δρομέα χρησιμοποιεί αντίστοιχη προσέγγιση όπως φαίνεται στο σχήμα(3.16) και ο τύπος που προκύπτει είναι :

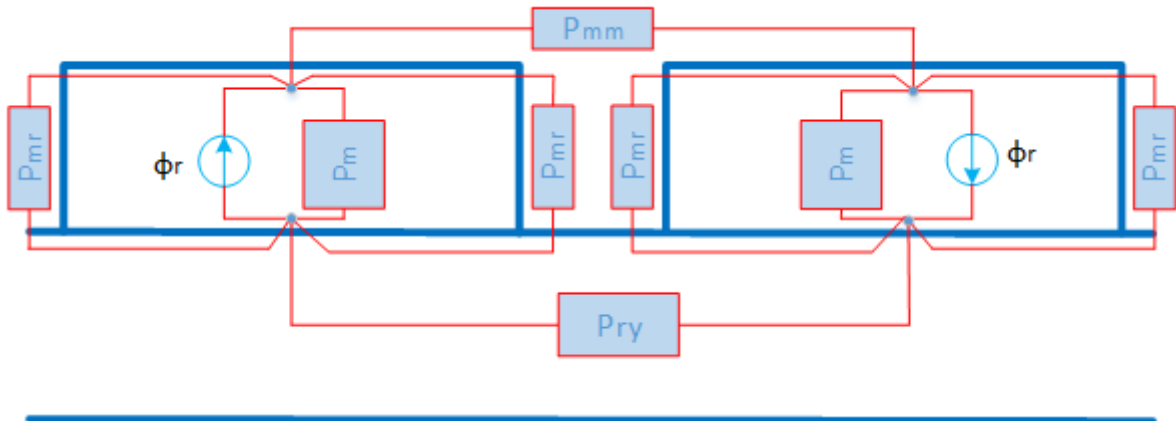
$$P_{mm} = \mu_0 \cdot \frac{L}{\pi} \cdot \ln \frac{1 + \pi \cdot gap}{w_{mm}} \quad (3.34)$$



Σχήμα 3.16: Σκέδαση μαγνήτη-δρομέα

3.6.2.4 Μαγνητικό ισοδύναμο δρομέα

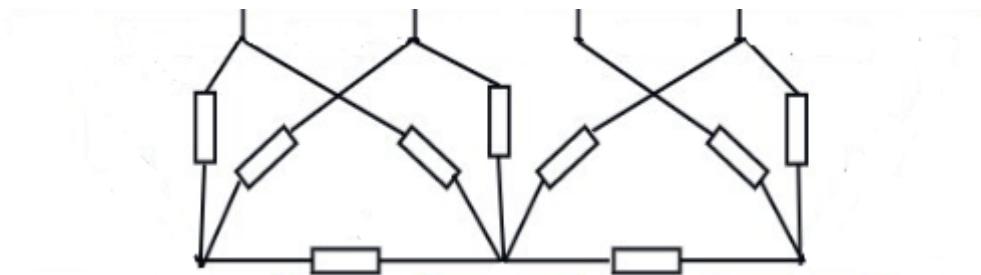
Παρακάτω παρατίθεται το ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα του δρομέα :



Σχήμα 3.17: Μαγνητικό ισοδύναμο δρομέα

3.6.3 Αγωγιμότητες διακένου

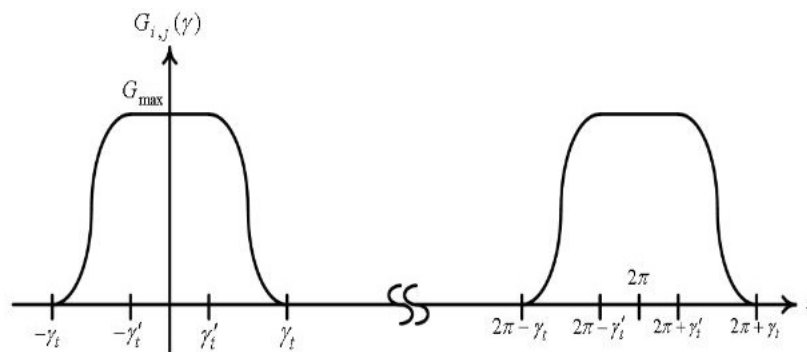
Τα πιο σημαντικά στοιχεία του μαγνητικού ισοδύναμου κυκλώματος είναι οι σωλήνες ροής(flux tubes) του διακένου καθώς εκεί λαμβάνει χώρα η ηλεκτρομηχανική μετατροπή της ενέργειας.Αυτοί οι σωλήνες έχουν μεταβλητές διαστάσεις και οι γεωμετρίες τους είναι μη γραμμικές συναρτήσεις μιας παραμέτρου της ηλεκτρικής μηχανής η οποία σχετίζεται με τη γωνία μετατόπισης γ του δρομέα σε σχέση με το στάτη. Γι' αυτό η αγωγιμότητα τους μπορεί να θεωρηθεί ως παραμετρική μη γραμμική(parametric nonlinear). Ακολουθεί εικόνα(3.18) όπου φαίνονται αυτές οι αγωγιμότητες:



Σχήμα 3.18: Μεταβλητές αγωγιμότητες διακένου

Πιο συγκεκριμένα η λογική της παραγωγής των αγωγιμοτήτων του διακένου βασίζεται στο ποσοστό της αλληλοεπικάλυψης μαγνητών του δρομέα και δοντιών του στάτη. Καθώς ο

μαγνήτης κινείται σε σχέση με ένα δόντι η αγωγιμότητα του μεταβάλλεται από 0 μέχρι τη μέγιστη τιμή της G_{max} . Αναλυτικότερα σε περίπτωση που ένας μαγνήτης καλύπτει ένα ολόκληρο δόντι τότε η αγωγιμότητα του διακένου εμφανίζει μέγιστη τιμή για το διάστημα που συμβαίνει αυτό ενώ καθώς αρχίζει να κινείται και να αφήνει πίσω του το δόντι, αυτή η τιμή μειώνεται. Επειδή στα μαγνητικά κυκλώματα όπως αναφέραμε προηγουμένως η θυσάνωση είναι αξιοσημείωτη, η αγωγιμότητα του διακένου δεν μηδενίζεται όταν το δόντι μένει ακάλυπτο από το μαγνήτη αλλά συνεχίζει να έχει τιμή μέχρι κάποια γωνία γ που βρίσκεται στο αυλάκι δίπλα στο δόντι. Με βάση την παραπάνω λογική η προσέγγιση των αγωγιμοτήτων του διακένου ανάμεσα στα δόντια του στάτη και τους μαγνήτες μπορεί να έχει την ακόλουθη μορφή(3.19).



Σχήμα 3.19: Προσέγγιση των αγωγιμοτήτων του διακένου ανάμεσα στα δόντια του στάτη και τους μαγνήτες

Η παραπάνω προσέγγιση ισχύει στην περίπτωση που το πλάτος πέλματος του δοντιού του στάτη είναι διαφορετικό από το πλάτος του μαγνήτη (είτε μικρότερο είτε μεγαλύτερο). Αυτό σημαίνει ότι η αγωγιμότητα $G_{i,j}$ είναι μέγιστη σε ένα διάστημα γωνιών και όχι σε μια γωνία αποκλειστικά. Μια σταθερή αγωγιμότητα ίση με G_{max} σε ένα διάστημα είναι συνέπεια του γεγονότος ότι η ίδια μαγνητική ροή περνάει από το i δόντι του στάτη στο j μαγνήτη. Η μέγιστη αγωγιμότητα G_{max} σε αυτή την περίπτωση ορίζεται ως :

$$G_{max} = \mu_0 \frac{\ell \cdot w_{min}}{gap} \quad (3.35)$$

όπου

$$w_{min} = \min(w_{st}, w_{mag}) \quad (3.36)$$

με w_{st} και w_{mag} να είναι τα πλάτη του πέλματος δοντιού και μαγνήτη αντίστοιχα.

Με βάση αυτή την λογική ο Ostovic[27] εφάρμοσε ανάλυση Fourier για να προσεγγίσει με αναλυτικούς τύπους την παραπάνω κατανομή αγωγιμοτήτων. Από αυτή την ανάλυση προέκυψε ο παρακάτω τύπος για τις αγωγιμότητες του διακένου:

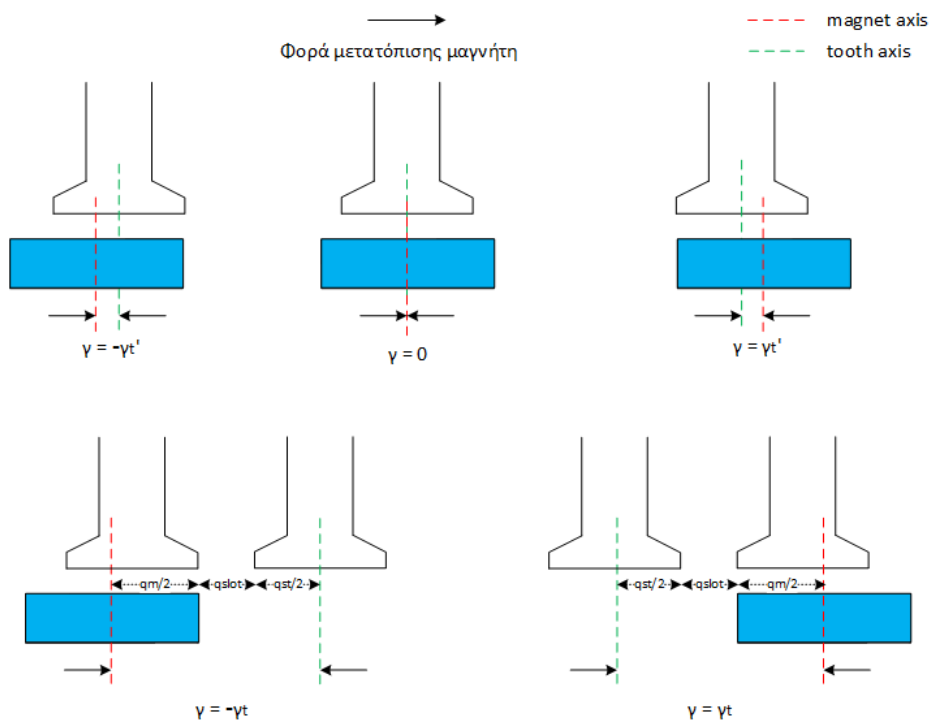
$$G_{i,j} = \begin{cases} G_{max} & 0 < \gamma < \gamma'_t \text{ και } 2\pi - \gamma'_t < \gamma < 2\pi \\ G_{max} \frac{1 + \cos \pi \frac{\gamma - \gamma'_t}{\gamma_t - \gamma'_t}}{2} & \gamma'_t < \gamma < \gamma_t \\ G_{max} \frac{1 + \cos \pi \frac{\gamma - 2\pi + \gamma'_t}{\gamma_t - \gamma'_t}}{2} & 2\pi - \gamma_t < \gamma < 2\pi - \gamma'_t \\ 0 & \gamma_t < \gamma < 2\pi - \gamma_t \end{cases}$$

Πρωταρχική σημασία για τον ορισμό των αγωγιμοτήτων αποτελεί η εύρεση των γωνιών γ'_t και γ_t . Η γωνία γ'_t αντιστοιχεί στην γωνία μέχρι την οποία υπάρχει ολόκληρη επικάλυψη μαγνήτη και δοντιού ενώ η γωνία γ_t αποτελεί το όριο, ύστερα από το οποίο η αγωγιμότητα του αντίστοιχου δοντιού και μαγνήτη μηδενίζεται. Αν θεωρήσουμε ως w_{st} το πλάτος του πέλματος δοντιού, w_{slot} το πλάτος του αυλακιού και w_m το πλάτος του μαγνήτη τότε οι γωνίες γ'_t και γ_t μπορούν να οριστούν ως εξής:

$$\gamma'_t = \frac{|w_{st} - w_m|/2}{R_{sin}} \tag{3.37}$$

$$\gamma_t = \frac{w_{st}/2 + w_{slot} + w_m/2}{R_{sin}} \tag{3.38}$$

Παρακάτω ακολουθεί σχήμα(3.20) που αναπαριστά τις περιοχές που προκύπτουν με βάση τις γωνίες αυτές.



Σχήμα 3.20: Υλοποίηση περιστρεφόμενου διακένου

3.7 Ροπές

3.7.1 Υπολογισμός ροπής

Στα μαγνητικά ισοδύναμα κυκλώματα η ροπή βασίζεται στην αρχή των δυνατών έργων η οποία είναι μια αρκετά ευέλικτη μέθοδος σαν εναλλακτική της μεθόδου τανυστή Maxwell (Maxwell Tensor) που χρησιμοποιείται στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Η ροπή όπως και η δύναμη υπολογίζονται από τις παραγώγους της ενέργειας (ή της συνενέργειας) ως προς την μετατόπιση του κινούμενου μέρους. Ειδικά για τις ηλεκτρικές μηχανές η ροπή υπολογίζεται από την βαθμιαία μεταβολή στην αποθηκευμένη και παρεχόμενη ενέργεια της κατά την περιστροφή του δρομέα θεωρώντας ότι οι ροές μένουν σταθερές κατά την μεταβολή. Η διαδικασία απλοποιείται σε μεγάλο βαθμό παρατηρώντας ότι τα μόνα στοιχεία που εξαρτώνται από την θέση του δρομέα είναι αυτά που βρίσκονται εντός διακένου επομένως η ροπή δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$T_e = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial E_i}{\partial \theta} \quad (3.39)$$

όπου N είναι ο αριθμός των αγωγιμοτήτων στο διάκενο σε μια συγκεκριμένη γωνία και E_i η αποθηκευμένη ενέργεια σε κάθε ένα από τα παραπάνω στοιχεία.

Ορίζουμε την αποθηκευμένη ενέργεια σε ένα μαγνητικό πεδίο σε όγκο V ως :

$$E = \int_V \left(\int_0^B H \cdot dB \right) dV \quad (3.40)$$

Για μαγνητικά υλικά που ισχύει ότι $B = \mu_0 \cdot H$ η παραπάνω εξίσωση απλοποιείται ως:

$$E = \int_V \left(\frac{B^2}{2\mu} \right) dV \quad (3.41)$$

Για ομοιόμορφη μαγνητική επαγωγή B έχουμε ότι

$$E_{energy} = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H \cdot V = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot V \quad (3.42)$$

επομένως η ηλεκτρομαγνητική ροπή μπορεί να υπολογιστεί ως :

$$T_e = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial \left(\frac{B_i^2}{2\mu_0} \cdot V_i \right)}{\partial \theta} = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{B_i^2}{\mu_0} \cdot \frac{\partial V_i}{\partial \theta} \right) = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{B_i^2 L l_i}{\mu_0} \cdot \frac{\partial w_i}{\partial \theta} \right) \quad (3.43)$$

όπου L είναι το μήκος της μηχανής και τα ℓ_i, w_i το μήκος και το πλάτος της $i^{\text{οστη}}$ αγωγιμότητας του διακένου αντίστοιχα.

Επειδή ισχύει ότι:

$$G = \frac{\mu_0 \cdot L \cdot w(\theta)}{\ell} \quad \text{και} \quad F = H \cdot \ell = \frac{B}{\mu_0} \cdot \ell$$

η εξίσωση(3.44) γίνεται:

$$T_e = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left(F_i^2 \cdot \frac{\partial G_i}{\partial \theta} \right) \quad (3.44)$$

με G_i την $i^{\text{οστη}}$ αγωγιμότητα του διακένου και F_i την πτώση μαγνητεγερτικής δύναμης σε αυτήν.

3.7.2 Ροπή ευθυγράμμισης

Η *ροπή ευθυγράμμισης (cogging torque)* είναι μια ροπή η οποία εμφανίζεται στις μηχανές μονίμων μαγνητών και οφείλεται στην αλληλεπίδραση του πεδίου των μονίμων μαγνητών του δρομέα και των αυλακιών του στάτη. Έχει τη μορφή μιας παλλόμενης ροπής η οποία εμφανίζεται κατά της περιστροφή του δρομέα της ηλεκτρικής μηχανής χωρίς ρεύματα τυμπάνου και οφείλεται στην τάση των μαγνητών να ευθυγραμμίζονται με τους άξονες που περνάνε από το κέντρο των δοντιών. Όταν το πεδίο του δρομέα πλησιάζει ή απομακρύνεται από κάποιο δόντι το πεδίο γύρω του αλλάζει με αποτέλεσμα της μεταβολή της συνενέργειας στο χώρο και τη δημιουργία της ροπής αυτής. Η ροπή ευθυγράμμισης εξαρτάται άμεσα από τη θέση του δρομέα και παρουσιάζει περιοδικότητα η οποία δίνεται από τον τύπο[10]:

$$P_{cogging} = \frac{360}{LCM(P, Q)} \quad (3.45)$$

όπου P οι πόλοι της μηχανής και Q το πλήθος των αυλακιών της και LCM το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο αυτών.

Η ροπή ευθυγράμμισης είναι μια ανεπιθύμητη συνιστώσα ροπής η οποία στη μόνιμη λειτουργία εμφανίζεται σαν κραδασμός και θόρυβος και συμβάλλει στην κυμάτωση ροπής. Δύο βασικοί παράγοντες καθορίζουν τη ροπή αυτή: 1) η παραμένουσα μαγνήτιση του μαγνήτη και 2) το πλάτος των αυλακιών του στάτη. Όσο πιο μεγάλη είναι η παραμένουσα μαγνήτιση τόσο μεγαλύτερη είναι η τάση των μαγνητών να ευθυγραμμιστούν στις θέσεις ισοροπίας τους με αποτέλεσμα η ροπή ευθυγράμμισης αυξάνεται. Επίσης όσο αυξάνεται το πλάτος της αύλακας τόσο αυξάνει και η ροπή ευθυγράμμισης. Θεωρητικά για μηδενικό άνοιγμα αύλακας δεν θα υπήρχε ροπή ευθυγράμμισης αλλά μια τέτοια σχεδίαση μηχανής δεν μπορεί να υπάρξει στις περισσότερες εφαρμογές. Οι τεχνικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μείωση της συγκεκριμένης ροπής είναι οι ακόλουθες:

- τοποθέτηση των μαγνητών με λοξή διάταξη(skewing)
- χρησιμοποίηση μη επικαλυπτόμενων συγκεντρωμένων τυλιγμάτων με κατάλληλο συνδυασμό αυλακιών/πόλων
- χρησιμοποίηση πεπλατυσμένων άκρων δοντιών (πέλματα δοντιών)
- ανάλυση ευαισθησίας στις διαστάσεις των αυλακιών/μαγνητών για εύρεση βέλτιστων τιμών που επιτυγχάνουν την ελάχιστη ροπή ευθυγράμμισης

3.7.3 Κυμάτωση ροπής

Η *κυμάτωση ροπής (torque ripple)* ορίζεται ως η διακύμανση της ροπής που παρατηρείται σε μια μηχανή όταν λειτουργεί με σταθερή διέγερση στα τυλίγματα της. Σε μια μηχανή μονίμων μαγνητών στην οποία επιβάλλεται ημιτονοειδές ρεύμα στα τυλίγματα της, η κυμάτωση ροπής οφείλεται στη μεταβλητότητα της μαγνητικής διαπερατότητας που βλέπουν οι μόνιμοι μαγνήτες εξαιτίας των αυλακιών του στάτη, στις αρμονικές της επαγόμενης ΗΕΔ, στον κορεσμό του μαγνητικού κυκλώματος της μηχανής και στις αρμονικές ρεύματος(αρμονικές χρόνου) που επάγονται από τον αντιστροφέα. Επίσης άλλες ανομοιομορφίες του διακένου λόγω της εκκεντρότητας του δρομέα ή της μη ομοιόμορφης μαγνήτισης των μονίμων μαγνητών συμβάλλουν και αυτές στη κυμάτωση της ροπής[22]. Η κυμάτωση αυτή έχει ως αποτέλεσμα μεταβολές στην ταχύτητα της μηχανής και προκαλεί μηχανικές καταπονήσεις στον άξονα του δρομέα γεγονός που την καθιστά ανεπιθύμητη για την ομαλή λειτουργία της μηχανής.

Η κυμάτωση της ροπής(Torque ripple) ορίζεται ως:

$$T_{ripple} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{avg}} \cdot 100\% \quad (3.46)$$

όπου T_{max} , T_{min} , T_{avg} η μέγιστη, ελάχιστη και μέση ροπή αντίστοιχα της μηχανής για συγκεκριμένη γωνία ροπής δ και ημιτονοειδή διέγερση των τυλιγμάτων του στάτη. Στις μηχανές μονίμων μαγνητών με μη επικαλυπτόμενο συγκεντρωμένο τύλιγμα και ιδιαίτερα σε αυτές που ισχύει $q < 0.5$ (modular machines), η κυμάτωση ροπής είναι σχετικά μικρή. Οι τρόποι αντιμετώπισης για μείωσης της κυμάτωσης αυτής είναι αντίστοιχοι με αυτούς που αναφέρθηκαν για την μείωση της ροπής ευθυγράμμισης.

Κεφάλαιο 4

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

4.1 Γενικά

Η επίλυση ενός μαγνητικού ισοδυναμού κυκλώματος προϋποθέτει την εύρεση των μαγνητικών ροών ϕ και των βαθμωτών μαγνητικών δυναμικών U σε όλους τους κλάδους και τους κόμβους του κυκλώματος αντίστοιχα, για ένα δοσμένο σύνολο πηγών μαγνητογερτικών δυνάμεων mmf ή ροών ϕ_r με όλες τις αγωγιμότητες των αντίστοιχων σωλήνων ροής της μηχανής γνωστές. Λόγω της δυαδικότητας μεταξύ μαγνητικών και ηλεκτρικών πεδίων, ένα μαγνητικό κύκλωμα το οποίο περιλαμβάνει στοιχεία που αντιστοιχούν σε μονότιμες καμπύλες μαγνήτισης είναι απόλυτα ισοδύναμο με ένα ηλεκτρικό κύκλωμα συνεχούς ρεύματος με πηγές και γραμμικές ή μη γραμμικές αντιστάσεις. Αν οι μη γραμμικές αντιστάσεις έχουν τις καμπύλες μαγνήτισης τους αυστηρά μονότονες (αυξανόμενα) χωρίς βρόχους υστέρησης, τότε και μόνο τότε υπάρχει μία μοναδική λύση για την επίλυση του μαγνητικού κυκλώματος δοσμένων των αρχικών συνθηκών [27]. Επιπλέον σε αυτήν την περίπτωση όλα τα μεταβατικά σε ένα μαγνητικό κύκλωμα συμβαίνουν ταυτόχρονα οπότε μια κατάσταση (state) ενός μαγνητικού κυκλώματος μπορεί να περιγραφεί απόλυτα από ένα σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων. Σε περίπτωση που μας ενδιαφέρει η συσχέτιση του μαγνητικού ισοδυναμού κυκλώματος μιας μηχανής με τον «εξωτερικό κόσμο» πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα σύνολο διαφορικών εξισώσεων ως συνέπεια της εξίσωσης του

Maxwell που παρουσιάζεται παρακάτω.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (4.1)$$

Για το αμιγώς μαγνητικό πρόβλημα, η καθολικότητα των νόμων του *Kirchoff* και οι μέθοδοι επίλυσης κυκλωμάτων που βασίζονται σε αυτούς, επιτρέπουν τη χρήση τους για την επίλυση των μαγνητικών ισοδυνάμων κυκλωμάτων. Η πιο συνηθισμένη και πιο απλή μεθοδολογία επίλυσης, είναι η μέθοδος των κόμβων που βασίζεται στο νόμο ρευμάτων του *Kirchoff* και έχει ως αγνώστους τα βαθμωτά μαγνητικά δυναμικά (U) και γνωστούς τις πηγές του μαγνητικού κυκλώματος.

Για την επίλυση λοιπόν του μαγνητικού κυκλώματος απαιτούνται 2 βήματα. Πρώτον, η εύρεση των σχέσεων που συνδέουν το ηλεκτρικό με το μαγνητικό μέρος και δεύτερον, η εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων στο μαγνητικό ισοδύναμο κύκλωμα. Τα βήματα αυτά θα αναλυθούν διεξοδικά στην τρέχουσα ενότητα.

4.2 Κατασκευή πίνακα μετασχηματισμού τυλίγματος

Η σύνδεση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού κυκλώματος γίνεται με βάση την τοπολογία των τυλιγμάτων της ηλεκτρικής μηχανής. Πιο συγκεκριμένα, η τοπολογία αυτή μπορεί να εκφραστεί μέσω κάποιων πινάκων μετασχηματισμού οι οποίοι ονομάζονται *πίνακες μετασχηματισμού τυλίγματος* και περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο τα πηνία τοποθετούνται στα αυλάκια της ηλεκτρικής μηχανής. Με βάση το τύλιγμα, μπορούν να παραχθούν πίνακες οι οποίοι συνδέουν την φασική μαγνητική ροή της μηχανής με τη μαγνητική ροή δοντιού και πίνακες που συνδέουν τις πηγές μαγνητεγερτικών δυνάμεων με τα φασικά ρεύματα.

Για διάφορους συνδυασμούς αυλακιών-μαγνητών προκύπτει διαφορετική διάταξη τυλίγματος και συνεπώς διαφορετικοί πίνακες μετασχηματισμού. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η μηχανή μας έχει μη επικαλυπτόμενο τύλιγμα διπλής στρώσης ($0.25 < q < 0.5$) και η μεθοδολογία για την εύρεση της διάταξης σε αυτήν την περίπτωση ($Q_s = 18$ αυλάκια - $p = 16$ πόλους), όπως παρουσιάζεται από την *Libert*[21], είναι η ακόλουθη:

1. Ο αριθμός των αυλακιών ανά φάση και πόλο q , αναλύεται σε απλό κλάσμα και συνεπώς έχουμε: $q = \frac{18}{3 \cdot 16} = \frac{3}{8} = \frac{n}{d}$ όπου n και d ακέραιοι
2. Κατασκευάζεται μια ακολουθία $d - n = 8 - 3 = 5$ μηδενικών ("0") και $n = 3$ άσπων ("1") στην οποία οι άσσοι κατανέμονται όσο το δυνατόν ομοιόμορφα.

3. Η ακολουθία επαναλαμβάνεται $\frac{3p}{d} = \frac{Q_s}{n} = 6$ φορές και συγκρίνεται με το πλαίσιο του διανεμημένου τυλίγματος με $3p$ αυλάκια και $q = 1$.
4. Οι αγωγοί από το διανεμημένο τυλίγμα που αντιστοιχούν στους άσσους "1" κρατούνται και σχηματίζουν την πρώτη στρώση του μη επικαλυπτόμενου τυλίγματος διπλής στρώσης. Η δεύτερη στρώση σχηματίζεται γράφοντας τους αντίστοιχους αγωγούς επιστροφής στην άλλη πλευρά του δοντιού για κάθε αγωγό, δηλαδή A' για τον A .
5. Τέλος, κατασκευάζεται ένα διάνυσμα S για να περιγράψει τη διάταξη της φάσης A . Έπειτα τα αυλάκια απαριθμούνται από 1 έως Q_s . Το διάνυσμα S αποτελείται τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα αυλάκια που περιέχουν τους αγωγούς της φάσης A . Αν 2 στρώματα ενός αυλακιού περιέχουν αγωγούς της φάσης A , ο αριθμός του αυλακιού γράφεται 2 φορές στο διάνυσμα. Έτσι λοιπόν το S έχει $\frac{2 \cdot Q_s}{3}$ στοιχεία. Για τους αγωγούς A' προστίθεται ένα αρνητικό πρόσημο στο αντίστοιχο αυλάκι. Με την ίδια λογική κατασκευάζονται και τα διανύσματα για τις διατάξεις των άλλων δυο φάσεων.

Ακολουθεί η διάταξη του τυλίγματος για την ηλεκτρική μηχανή της παρούσας εργασίας με φάσεις W, V, U :

Winding layout:



Σχήμα 4.1: Διάταξη τυλίγματος

Από την στιγμή που η διάταξη του τυλίγματος είναι γνωστή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα μετασχηματισμού τυλίγματος ο οποίος συνδέει τις N_s πηγές μαγνητεγερτικών δυνάμεων με τα τρία φασικά ρεύματα. Συνεπώς, ο πίνακας έχει διάσταση $N_s \times m = 18 \times 3$. Ο πίνακας αυτός κατασκευάζεται με τη λογική κατά την οποία κάθε γραμμή να αντιπροσωπεύει το αντίστοιχο δόντι της μηχανής και να μπαίνει άσσος("1") στην στήλη που αντιστοιχεί στην φάση που τυλίγει το δόντι. Το πρόσημο του άσσου που τοποθετείται καθορίζεται κάθε φορά από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Συγκεκριμένα, όταν το δόντι τυλίγεται δεξιόστροφα μπαίνει θετικό πρόσημο ενώ όταν τυλίγεται αριστερόστροφα μπαίνει αρνητικό.

Παρακάτω παρατίθεται ο πίνακας μετασχηματισμού τυλίγματος που προκύπτει:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Στην συνέχεια για να συνδέσουμε τις N_s μαγνητικές ροές των δοντιών με τις φασικές μαγνητικές ροές ϕ χρησιμοποιούμε τον ανάστροφο του πίνακα (4.2) W' ο οποίος προφανώς έχει διάσταση 3×18 και φαίνεται παρακάτω :

$$W' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Από τους παραπάνω πίνακες προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

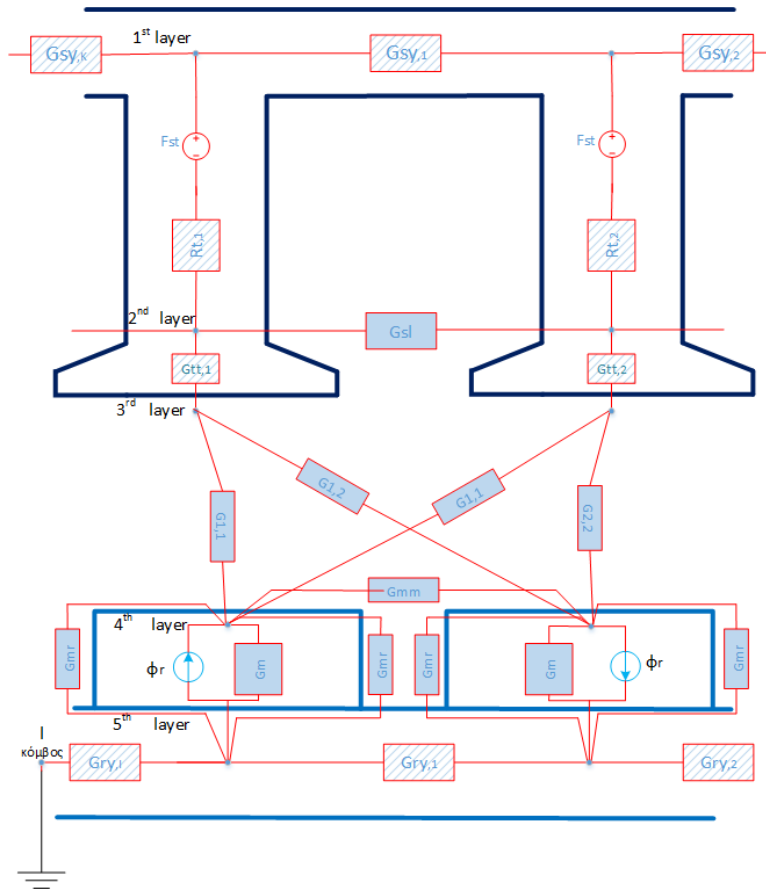
$$F = W \cdot i \quad (4.4)$$

$$\Phi_{phases} = W' \cdot \phi_{tooth} \quad (4.5)$$

$$\text{όπου } i = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \phi_{tooth} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_{N_s} \end{bmatrix}$$

4.3 Εφαρμογή μεθόδου των κόμβων

Έχοντας υπολογίσει τις διαδρομές ροής (flux tubes) για όλα τα τμήματα της μηχανής όπως δείξαμε παραπάνω και έχοντας εξάγει τις σχέσεις που συνδέουν τα ηλεκτρικά με τα μαγνητικά μεγέθη, μπορούμε να κατασκευάσουμε το συνολικό μαγνητικό ισοδύναμο κύκλωμα της μηχανής, ένα μέρος του οποίου φαίνεται στην εικόνα(4.2) και το οποίο επαναλαμβάνεται για όλη την μηχανή.



Σχήμα 4.2: Ισοδύναμο Μαγνητικό Κύκλωμα (MEC) Μηχανής

Όπως βλέπουμε στην εικόνα(4.2) προκύπτουν 5 στρώσεις κόμβων. Σε κάθε μια από αυτές τις στρώσεις, εφαρμόζουμε στους κόμβους της το νόμο ρευμάτων *Kirchoff*. Θεωρούμε ότι από την πρώτη στρώση κόμβων εξέρχεται ροή Φ_{st} η οποία εισέρχεται στην δεύτερη στρώση κόμβων. Όσον αφορά τους μαγνήτες που βρίσκονται ανάμεσα στην τέταρτη και πέμπτη στρώση κόμβων, εναλλάσσουν την πολικότητα τους ανά ένας. Θεωρούμε ως σύμβαση ότι η ροή του μαγνήτη 1 εισέρχεται στον κόμβο $U_{4,1}$. Επιπλέον, για την επίλυση του μαγνητικού κυκλώματος επιλέγεται ως κόμβος γείωσης ο $U_{5,\ell}$ (μηδενικό μαγνητικό δυναμικό $U_{5,\ell} = 0$). Ο συνολικός αριθμός των κόμβων του μαγνητικού ισοδύναμου κυκλώματος είναι 85. Με βάση αυτά προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις:

1st layer

$$-u_{1,k} \cdot G_{sy,k} - u_{1,2} \cdot G_{sy,1} + u_{1,1} \cdot (G_{sy,k} + G_{sy,1}) + \Phi_{st,1} = 0$$

$$-u_{1,k-1} \cdot G_{sy,k-1} - u_{1,1} \cdot G_{sy,k} + u_{1,k} \cdot (G_{sy,k-1} + G_{sy,k}) + \Phi_{st,k} = 0$$

2nd layer

$$-u_{2,k} \cdot G_{sl} - u_{2,2} \cdot G_{sl} - u_{3,1} \cdot G_{tt,1} + u_{2,1} \cdot (2 \cdot G_{sl} + G_{tt,1}) - \Phi_{st,1} = 0$$

$$-u_{2,k-1} \cdot G_{sl} - u_{2,1} \cdot G_{sl} - u_{3,k} \cdot G_{tt,k} + u_{2,k} \cdot (2 \cdot G_{sl} + G_{tt,k}) - \Phi_{st,k} = 0$$

3rd layer

$$-u_{2,1} \cdot G_{tt,1} - \sum_{j=1}^l u_{4,j} \cdot G_{1,j} + u_{3,1} \cdot (G_{tt,1} + \sum_{j=1}^l G_{1,j}) = 0$$

$$-u_{2,k} \cdot G_{tt,k} - \sum_{j=1}^l u_{4,j} \cdot G_{k,j} + u_{3,k} \cdot (G_{tt,k} + \sum_{j=1}^l G_{k,j}) = 0$$

4th layer

$$-u_{5,1} \cdot G_m - u_{5,1} \cdot G_{mr} - u_{4,l} \cdot G_{mm} - u_{4,2} \cdot G_{mm} - \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,1} + u_{4,1} \cdot (2 \cdot G_{mr} + 2 \cdot G_{mm} + G_m + \sum_{i=1}^k G_{i,1}) - \Phi_r = 0$$

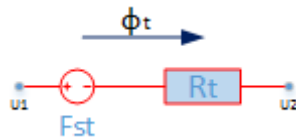
$$-u_{4,l-1} \cdot G_{mm} - u_{4,1} \cdot G_{mm} - \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,l} + u_{4,l} \cdot (G_{mr} + 2 \cdot G_{mm} + G_m + \sum_{i=1}^k G_{i,l}) - \Phi_r = 0$$

5th layer

$$-u_{5,2} \cdot G_{ry,1} - u_{4,1} \cdot (G_m + G_{mr}) + u_{5,1} \cdot (G_{ry,l} + G_{ry,1} + G_m + 2 \cdot G_{mr}) + \Phi_r = 0$$

$$-u_{5,l-2} \cdot G_{ry,l-2} - u_{4,l-1} \cdot (G_m + G_{mr}) + u_{5,l-1} \cdot (G_{ry,l-1} + G_{ry,l-2} + G_m + 2 \cdot G_{mr}) + \Phi_r = 0$$

Για την εισαγωγή της πηγής μαγνητεγερτικής δύναμης στις εξισώσεις του κυκλώματος εφαρμόζουμε μια βοηθητική σχέση για τον κλάδο μεταξύ της πρώτης και δεύτερης στρώσης των κόμβων, η οποία προκύπτει από την εφαρμογή νόμου τάσεων *Kirchoff* στον κλάδο αυτό(4.3).



Σχήμα 4.3: Ισοδύναμο Μαγνητικό Κύκλωμα δοντιού στάτη με την πηγή του

Η σχέση που προκύπτει είναι η ακόλουθη :

$$U_1 = U_2 + F_{st} + R_t \cdot \Phi_t \quad (4.6)$$

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να συνοψιστούν με την ακόλουθη εξίσωση :

$$A \cdot U = Z \quad (4.7)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} A_{11}^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & I^{k \times k} \\ 0^{k \times k} & A_{22}^{k \times k} & A_{23}^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & -I^{k \times k} \\ 0^{k \times k} & A_{32}^{k \times k} & A_{33}^{k \times k} & A_{34}^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & 0^{k \times k} \\ 0^{l \times k} & 0^{l \times k} & A_{43}^{l \times k} & A_{44}^{l \times l} & A_{45}^{l \times (l-1)} & 0^{l \times k} \\ 0^{(l-1) \times k} & 0^{(l-1) \times k} & 0^{(l-1) \times k} & A_{54}^{(l-1) \times l} & A_{55}^{(l-1) \times (l-1)} & 0^{(l-1) \times k} \\ -I^{k \times k} & I^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & R_{st}^{k \times k} \end{bmatrix}$$

και

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ \Phi_{st} \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} 0^{k \times 1} \\ 0^{k \times 1} \\ 0^{k \times 1} \\ -\Phi_r^{l \times 1} \\ \Phi_r'^{(l-1) \times 1} \\ F_{st}^{k \times 1} \end{bmatrix}$$

με

$$\Phi_r = [-\phi_r \quad \phi_r \quad -\phi_r \quad \dots \quad \phi_r]^T \quad l \times 1$$

$$\Phi_r' = [-\phi_r \quad \phi_r \quad -\phi_r \quad \dots \quad -\phi_r]^T \quad (l-1) \times 1$$

Οι υποπίνακες του πίνακα A περιλαμβάνουν τις αγωγιμότητες όλων των τμημάτων της μηχανής και αναλύονται διεξοδικά στο παράρτημα Α'. Η μεταβλητή U των αγνώστων περιλαμβάνει όλα τα μαγνητικά δυναμικά U (ξεκινώντας από αυτά του ζυγού του στάτη) και τις ροές των δοντιών της μηχανής Φ_{st} . Τέλος η μεταβλητή των γνωστών περιλαμβάνει τις πηγές ρεύματος των μαγνητών και τις πηγές μαγνητεγερτικών δυνάμεων.

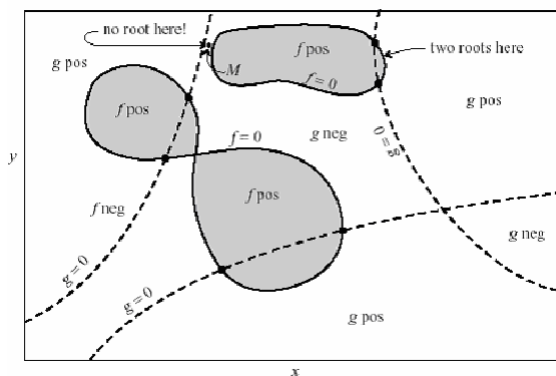
4.4 Επίλυση συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων

Το σύστημα των εξισώσεων που αντιπροσωπεύει η σχέση(4.7) είναι ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων καθώς ο πίνακας δεν έχει σταθερή τιμές αλλά είναι συνάρτηση της μεταβλητής των αγνώστων U . Αυτό συμβαίνει, καθώς οι αγωγιμότητες που αναπαριστούν τους «σωλήνες ροής» (flux tubes) των μερών της μηχανής που αποτελούνται από σίδηρο έχουν μια μεταβλητή τιμή που εξαρτάται κάθε φορά από την κατάσταση της μηχανής, δηλαδή τις τιμές των ροών και των δυναμικών της εκάστοτε στιγμής. Αυτό προκύπτει από τη μαγνητική διαπερατότητα των μερών σιδήρου η οποία όπως έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο (3.5) είναι μια μη γραμμική συνάρτηση($\mu = \mu(\vec{B})$ ή $\mu = \mu(\vec{H})$). Συνεπώς για την επίλυση του συστήματος απαιτείται η αναζήτηση του τρόπου επίλυσης μη γραμμικών εξισώσεων.

Η πιο κλασσική μέθοδος επίλυσης των μη γραμμικών εξισώσεων είναι η *Newton Raphson*. Οι πολυδιάστατες μη γραμμικές εξισώσεις είναι δύσκολο να επιλυθούν, με την έννοια ότι είναι δύσκολο να βρεθεί λύση που να τις ικανοποιεί όλες ταυτόχρονα. Έστω ότι έχουμε τις παρακάτω συναρτήσεις 2 μεταβλητών:

$$f(x, y) = 0 \quad \text{και} \quad g(x, y) = 0$$

Οι συναρτήσεις αυτές είναι δύο τυχαίες μη γραμμικές εξισώσεις, οι οποίες και οι δύο μαζί διαιρούν το xy πεδίο σε θετικά και αρνητικά μέρη, όπως φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 4.4: Λύσεις μη γραμμικών εξισώσεων. Οι γκρι περιοχές είναι οι θετικές περιοχές της f και οι διακεκομμένες γραμμές διαιρούν το επίπεδο σε θετικές και αρνητικές περιοχές για το σύστημα

Από την παραπάνω εικόνα, για την επίλυση του συστήματος των 2 εξισώσεων πρέπει να βρεθούν οι τομές των περιγραμμάτων των γκρι περιοχών όπου μηδενίζονται οι συναρτήσεις f με τις διακεκομμένες γραμμές όπου μηδενίζονται οι συναρτήσεις g . Από τη στιγμή

που οι f και g είναι συνήθως ασυσχέτιστες αυτό είναι συνήθως ένα δύσκολο έργο. Για εξισώσεις με περισσότερες διαστάσεις αυτό γίνεται ακόμα πιο σύνθετο καθώς οι αντίστοιχες τομές που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι πιο δύσκολο να βρεθούν.

Όσον αφορά τη μέθοδο *Newton Raphson*, εμφανίζει πολύ ικανοποιητική σύγκλιση σε περίπτωση που οι αρχικές συνθήκες είναι κοντά στη λύση του συστήματος. Για παράδειγμα σε ένα μονοδιάστατο μη γραμμικό πρόβλημα η διαδικασία επίλυσης της $f(x) = 0$ απαιτεί τη χρήση σειράς *Taylor* για την $f(x)$ σε μια περιοχή X , όπου x η εκτίμηση της λύσης x_0 όπως φαίνεται παρακάτω:

$$f(x + \delta) = f(x) + f'(x) \cdot \delta + \frac{f''(x)}{2} \cdot \delta^2 + \dots \quad (4.8)$$

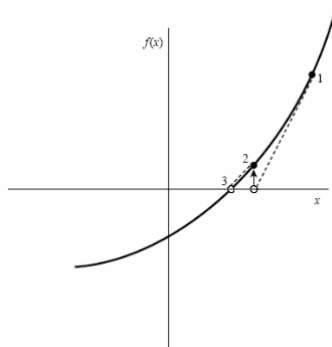
Στην παραπάνω ως x θεωρείται η τωρινή εκτίμηση της λύσης x_0 και δ η απόσταση μεταξύ της τωρινής και της επόμενης εκτίμησης. Για μικρές τιμές της απόστασης δ οι όροι δεύτερης τάξης και πάνω είναι αμελητέοι συνεπώς αν η ρίζα είναι στο $x + \delta$ δηλαδή

$$f(x + \delta) = 0 \quad (4.9)$$

τότε

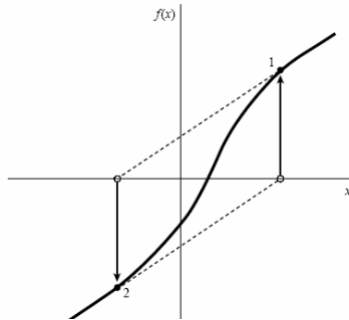
$$\delta = -\frac{f(x)}{f'(x)} \quad (4.10)$$

Αν η τιμή της συνάρτησης $f(x)$ και η παράγωγος $f'(x)$ στο σημείο εκτίμησης x είναι γνωστές τότε η απόσταση δ υπολογίζεται από την (4.10). Αναπαριστώντας γραφικά τη διαδικασία αυτή βλέπουμε ότι η μέθοδος του *Newton* προεκτείνει την εφαπτομένη στο σημείο εκτίμησης x μέχρι να τμήσει τον άξονα x , η τομή του οποίου αποτελεί την καινούργια εκτίμηση της λύσης του συστήματος. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι η τιμή της συνάρτησης να βρίσκεται κοντά στο 0 ώστε να μπορέσει να θεωρηθεί λύση του συστήματος, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα(4.5).

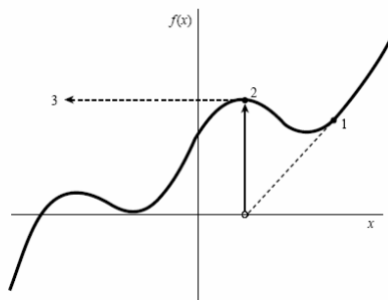


Σχήμα 4.5: Μέθοδος Newton για εύρεση επόμενης εκτίμησης σε μονοδιάστατη συνάρτηση

Παρόλα αυτά, αν και η μέθοδος *Newton* για μονοδιάστατα προβλήματα είναι γρήγορη και αποδοτική, αποτυγχάνει να συγκλίνει αν οι αρχικές συνθήκες τις πρώτης επανάληψης είναι μακριά από τη λύση (4.6) ή αν η συνάρτηση εμφανίζει τοπικά ελάχιστα, περίπτωση (4.7) στην οποία οι μεγαλύτεροι τάξης όροι του *Taylor* που αμελήσαμε είναι σημαντικοί. Οι δυο αυτές περιπτώσεις φαίνονται παρακάτω:



Σχήμα 4.6: Περίπτωση κακής αρχικής εκτίμησης συνάρτησης κατά την μέθοδο *Newton*



Σχήμα 4.7: Περίπτωση τοπικών ελαχίστων συνάρτησης κατά την μέθοδο *Newton*

Στο μονοδιάστατο πρόβλημα η τιμή της $f(x)$ και της παραγώγου της $f'(x)$ απαιτούνται στο σημείο x για τον υπολογισμό της επόμενης εκτίμησης της λύσης. Στα πολυδιάστατα προβλήματα απαιτούνται οι τιμές των εξισώσεων για το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης \mathbf{x} και ο πίνακας *Jacobi*. Ο πίνακας *Jacobi* είναι ο πίνακας όλων των παραγώγων 1^{ης} τάξης του συστήματος εξισώσεων ως προς το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης.

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

όπου \mathbf{x} είναι το διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης του συστήματος και \mathbf{F} το διάνυσμα των συναρτήσεων.

Θεωρώντας ένα πολυδιάστατο σύστημα εξισώσεων η *Newton Raphson* για την i -οστή συνάρτηση είναι :

$$F_i(x_i + \delta x_i, x_j + \delta x_j, \dots) = F_i(x_i, x_j, \dots) + \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \delta x_j + O(\delta x^2) \quad (4.12)$$

δηλαδή,

$$\mathbf{F}(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{J} \cdot \delta \mathbf{x} + \mathbf{O}(\delta \mathbf{x}^2) \quad (4.13)$$

Σε περίπτωση που οι όροι της τάξης $\delta \mathbf{x}^2$ ή μεγαλύτερης αμεληθούν τότε η ρίζα βρίσκεται στο $\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}$ και η νέα εκτίμηση που οδηγεί το σύστημα κοντά στη ρίζα προκύπτει από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\mathbf{J} \cdot \delta \mathbf{x} = -\mathbf{F} \quad \Leftrightarrow \quad \delta \mathbf{x} = -\frac{\mathbf{F}}{\mathbf{J}} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{x}_{\text{new}} = \mathbf{x}_{\text{old}} + \delta \mathbf{x} \quad (4.15)$$

Έχουμε λοιπόν τις σχέσεις (4.14) και (4.15) οι οποίες ορίζουν την επίλυση του μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων στις πολλές διαστάσεις. Η διαδικασία που ακολουθείται μπορεί να χωριστεί σε 2 στάδια όπως φαίνεται και από τις δύο σχέσεις. Σε πρώτο στάδιο έχοντας το διάνυσμα της τρέχουσας εκτίμησης γραμμικοποιούμε την συνάρτηση F και την συνάρτηση που προκύπτει από τον πίνακα *Jacobi* αυτής σε αυτό το σημείο, υπολογίζοντας τις τιμές τους στο διάνυσμα της εκτίμησης και λύνουμε την (4.14) η οποία ανάγεται σε μια γραμμική εξίσωση. Η λύση αυτής μας δίνει τη λεγόμενη *κατεύθυνση του Newton* ή *βήμα του Newton (Newton step)* και η διαδικασία που περιγράφει τη συγκεκριμένη σχέση ονομάζεται γραμμικοποίηση του συστήματος στην εκτίμηση x . Το αποτέλεσμα $\delta \mathbf{x}$, το χρησιμοποιούμε σε δεύτερο στάδιο στη σχέση (4.15) και βρίσκουμε τη νέα εκτίμηση της λύσης. Αυτή η διαδικασία ξεκινά από ένα διάνυσμα αρχικών συνθηκών (initial guess) και συνεχίζεται μέχρι το \mathbf{x} να οδηγήσει την $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ στο 0 δηλαδή μέχρις ώτου $\|\mathbf{F}(\mathbf{x})\| \approx 0$. Στην επίλυση του συστήματος μη γραμμικών εξισώσεων που προέκυψε με εφαρμογή της μεθόδου κόμβων στο μαγνητικό κύκλωμα κατασκευάστηκε ο αναλυτικός πίνακας *Jacobi* του πίνακα A με σκοπό την επίλυση του μέσω της μεθόδου *Newton Raphson* χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (4.14) και (4.15). Όμως ο πίνακας *Jacobi* που προέκυψε ήταν ένας αραιός πίνακας με ορίζουσα που έτεινε στο μηδέν με αποτέλεσμα να είναι σχεδόν μη αντιστρέψιμος (*singular*). Παρόμοια αποτελέσματα είχε ο πίνακας *Jacobi* έπειτα από την εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων στους Derbas[6].

Επίσης εξετάστηκε η δυνατότητα ο πίνακας *Jacobi* να προσεγγιστεί μέσω πεπερασμένων διαφορών όμως η σύγκλιση ήταν χειρότερη από άποψη υπολογιστικού κόστους και τα προβλήματα που εμφανίζονταν στον αναλυτικό *Jacobi* συνέχισαν να υφίστανται. Όσον αφορά την γραμμικοποίηση του συστήματος μας, για την εύρεση της κατεύθυνσης της

λύσης δx σε κάθε επανάληψη στην μέθοδο *Newton*, οδηγηθήκαμε στην χρήση των άμεσων μεθόδων (direct methods) οι οποίες θεωρούνται περισσότερο ευρείας χρήσης και άμεσες από τις επαναληπτικές μεθόδους που θα αναλυθούν παρακάτω και πιο εύκολες να συγκλίνουν. Η πιο γνωστή από τις άμεσες μεθόδους η οποία εφαρμόστηκε είναι η LU Decomposition. Το βασικό πρόβλημα αυτής όμως ήταν, ότι λόγω της μεγάλης διάστασης του πίνακα *Jacobi*, σε κάθε επανάληψη το υπολογιστικό κόστος για την παραγοντοποίηση του πίνακα ήταν μεγάλο γεγονός που καθιστούσε αδύνατη την επίλυση του συστήματος στους χρόνους που ζητούσαμε.

Γι' αυτό λοιπόν εξετάστηκε η χρήση επαναληπτικών μεθόδων *Krylov* για την επίλυση του γραμμικοποιημένου συστήματος (4.14). Οι βασικότερες μέθοδοι αυτής της κατηγορίας είναι η *Bi-Conjugate Gradient Stabilised (BiCGSTAB)* και η *Generalized minimal residual method (GMRES)*. Οι δύο αυτές μέθοδοι χρησιμοποιούν ένα διάνυσμα που προκύπτει από ένα γινόμενο πίνακα-διανύσματος με αποτέλεσμα να μην απαιτείται η κατασκευή και η αποθήκευση του πίνακα *Jacobi* [17],[16]. Αυτές οι μέθοδοι συνδυάζονται με αλγόριθμο αναζήτησης κατάλληλου συντελεστή (*linesearch*) λ ($0 < \lambda < 1$) του οποίου το γινόμενο με τη κατεύθυνση δx οδηγεί σε καλύτερη προβλεπόμενη εκτίμηση x_{new} το σύστημα. Με χρήση αυτού του αλγορίθμου η (4.14) διαμορφώνεται ως εξής:

$$\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x}_{old} + \lambda \cdot \delta \mathbf{x} \quad (4.16)$$

Παρ' όλα αυτά σε περιπτώσεις που οι πίνακες που εμπλέκονται στο σύστημα είναι αραιοί όπως στην περίπτωση μας, οι επαναληπτικές μέθοδοι *Krylov* «πάσχουν» από αργή σύγκλιση συνεπώς απαιτείται η χρήση *προσταθεροποιητών (preconditioners)* για την επίτευξη ταχύτερης σύγκλισης. Η επιλογή και η κατασκευή *προσταθεροποιητών* όμως είναι μια σύνθετη διαδικασία η οποία διαφέρει από πρόβλημα σε πρόβλημα [31]. Λόγω αυτού του περιορισμού χρησιμοποιήθηκε μόνο ένας απλός *προσταθεροποιητής*, ο *προσταθεροποιητής ilu* ο οποίος όμως δεν οδήγησε σε ικανοποιητική σύγκλιση.

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα των παραπάνω μεθόδων στον βαθμό που αναλύθηκαν και αφού κρίθηκε ότι η υλοποίηση των παραπάνω μεθόδων του χώρου *Krylov* ξεπερνούσε τα όρια αυτής της διπλωματικής εργασίας εφόσον η απλή υλοποίησή τους δεν οδήγησε στα επιθυμητά αποτελέσματα στραφήκαμε σε μια παραλλαγή της μεθόδου *Newton Raphson* η οποία θα αναλυθεί παρακάτω. Όπως γνωρίζουμε ισχύει από τις (4.14) και (4.15) ότι :

$$\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x}_{old} - \mathbf{J}^{-1} \Big|_{\mathbf{x}_{old}} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}_{old}} \quad (4.17)$$

Στον παραπάνω τύπο προσεγγίσαμε τον πίνακα \mathbf{J}^{-1} με τον πίνακα των αγωγιμοτήτων. Η προσέγγιση αυτή αποδείχθηκε ικανοποιητική ακόμα και για τις αγωγιμότητες που εμφανίζουν μη γραμμική συμπεριφορά. Για την βελτίωση της αριθμητικής ευστάθειας εισάγουμε έναν συντελεστή βαρύτητας α ο οποίος δίνει διαφορετική βαρύτητα στην προηγούμενη

x_{old} και στην καινούργια x_{new} εκτίμηση της λύσης. Η παραπάνω εξίσωση τότε διαμορφώνεται ως εξής:

$$\mathbf{x}'_{new} = \alpha \cdot \mathbf{x}_{new} + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{x}_{old}$$

$$\mathbf{x}'_{new} = \alpha \cdot (\mathbf{x}_{old} - \mathbf{A}|_{\mathbf{x}_{old}} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}_{old}}) + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{x}_{old} \quad (4.18)$$

με $0 < \alpha < 1$

Η επιλογή του α σχετίζεται κάθε φορά με τη φύση του προβλήματος και καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την επίλυση ή όχι του συστήματος καθώς και την ταχύτητα της σύγκλισης. Για το πρόβλημα μας βρέθηκε ύστερα από δοκιμές τιμών στο παραπάνω εύρος ότι η καταλληλότερη ήταν $\alpha = 0.9$. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε επανάληψη δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στην καινούργια λύση του συστήματος.

Η μέθοδος αυτή είναι απλή στην κατασκευή της, πετυχαίνει σύγκλιση σε επιθυμητούς χρόνους και καταφέρνει να οδηγήσει το σύστημα των μη γραμμικών εξισώσεων σε επίλυση ανεξάρτητα από τις αρχικές συνθήκες που του δίνονται κάθε φορά. Συνεπώς, αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο επίλυσης μη γραμμικών συστημάτων το οποίο και χρησιμοποιούμε για το πρόβλημα μας.

4.5 Διαδικασία επίλυσης ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος

Έχοντας αναλύσει στις προηγούμενες ενότητες τη διαδικασία παραγωγής του ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος, την κατάστρωση των εξισώσεων που το περιγράφουν και τη μαθηματική μέθοδο επίλυσης τους, μπορούμε πλέον να παραθέσουμε τη συνολική διαδικασία που ακολουθήθηκε για την σχεδίαση της μηχανής μέσω ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων. Η σχεδίαση αυτή πραγματοποιήθηκε μέσω του λογισμικού Matlab(2012b).

Σκοπός του MEC όπως έχει ήδη αναλυθεί είναι η επίλυση του συστήματος $A(U) \cdot U = Z$ ως προς U με γνωστές τις πηγές του κυκλώματος (μαγνητιγενετικές πηγές λόγω ρευμάτων στάτη και μαγνήτισης των μαγνητών). Η επίλυση του συστήματος αυτού θα γίνει μέσω επαναληπτικού βρόχου, ο οποίος τερματίζεται βάση συνθηκών που αναλύονται παρακάτω. Στη διαδικασία που ακολουθείται για την επίλυση του MEC αρχικά λαμβάνονται ως είσοδοι τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής και οι διαστάσεις τους, τα ρεύματα των τυλιγμάτων του στάτη, τα χαρακτηριστικά του μόνιμου μαγνήτη που χρησιμοποιείται και τα σημεία της καμπύλης μαγνήτισης του σιδήρου της μηχανής. Από αυτά τα σημεία μέσω μιας τεχνικής προσαρμογής καμπύλης (fitting) προσεγγίζουμε την καμπύλη B-H.

Με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά καθορίζονται οι αντίστοιχοι σωλήνες ροής από τους οποίους προκύπτουν οι αγωγιμότητες τους. Με βάση το είδος του τυλίγματος κατασκευάζεται ο αντίστοιχος πίνακας μετασχηματισμού τυλίγματος W όπως περιγράφηκε στην αντίστοιχη ενότητα (4.2). Μέσω αυτού του πίνακα με είσοδο δεδομένο ρεύμα, κατασκευάζονται οι μαγνητεγερτικές δυνάμεις που λειτουργούν ως πηγές του στάτη. Το ρεύμα αυτό υπολογίζεται από την πυκνότητα ρεύματος, το εμβαδόν του αυλακιού και ένα συντελεστή (fill factor) σχετικό με το ποσοστό του αυλακιού που καλύπτεται από το τυλίγμα (για την μηχανή που χρησιμοποιήθηκε ίσως με 0.7) ως εξής:

$$I_{rms} = 0.7 \cdot \frac{A_{slot}}{2} \cdot \frac{1}{N} \cdot J \quad (4.19)$$

όπου J η πυκνότητα ρεύματος που επιβάλλουμε στην μηχανή. Το εμβαδόν του αυλακιού στον παραπάνω τύπο είναι $A_{slot}/2$ καθώς λόγω του μη επικαλυπτόμενου συγκεντρωμένου τυλίγματος, σε κάθε αυλάκι περνάνε πηνία από 2 φάσεις.

Στην συνέχεια, ακολουθεί η διαδικασία κατασκευής των υποπινάκων του προβλήματος οι οποίοι χωρίζονται σε δυο κατηγορίες, τους σταθερούς και τους μεταβλητούς για κάθε επανάληψη του. Οι σταθεροί πίνακες κατασκευάζονται μια φορά στην αρχή της επίλυσης και παραμένουν अपαράλλαχτοι μέχρι την τελική εύρεση της λύσης. Οι πίνακες αυτοί περιλαμβάνουν τις αγωγιμότητες οι οποίες δεν εξαρτώνται από την κίνηση του δρομέα και δεν επηρεάζονται από τη μη γραμμικότητα του σιδήρου. Ειδικότερα οι αγωγιμότητες αυτές αφορούν τις αγωγιμότητες των σκεδάσεων και τις αγωγιμότητες των μαγνητών οι οποίες έχουν σταθερή μαγνητική διαπερότητα $\mu = \mu_0 \cdot \mu_R$. Οι μεταβλητοί πίνακες περιλαμβάνουν αυτούς των οποίων οι αγωγιμότητες εξαρτώνται από τη θέση του δρομέα (αγωγιμότητες διακένου) και αυτούς των οποίων οι αγωγιμότητες παρουσιάζουν μαγνητική διαπερατότητα η οποία μεταβάλλεται μη γραμμικά σε κάθε επανάληψη (αγωγιμότητες τμημάτων σιδήρου της μηχανής). Για την κατασκευή του δευτέρου είδους των μεταβλητών πινάκων απαιτείται η γνώση του διανύσματος αγνώστων U . Με γνωστό το διάνυσμα αυτό, δηλαδή γνωρίζοντας τα βαθμωτά μαγνητικά δυναμικά σε όλους τους κόμβους καθώς και τις μαγνητικές ροές των δοντιών, μπορούν να υπολογιστούν οι πτώσεις μαγνητεγερτικών δυνάμεων (mmf drops) στα μη γραμμικά στοιχεία. Από αυτές με γνωστά τα μήκη (ℓ) των αγωγιμοτήτων υπολογίζεται η μαγνητική ένταση ως ο λόγος :

$$H = \frac{\Delta U}{\ell} \quad (4.20)$$

Μέσω της συνάρτησης που προέκυψε για την $B - H$ βρίσκουμε τη μαγνητική επαγωγή των στοιχείων αυτών ως:

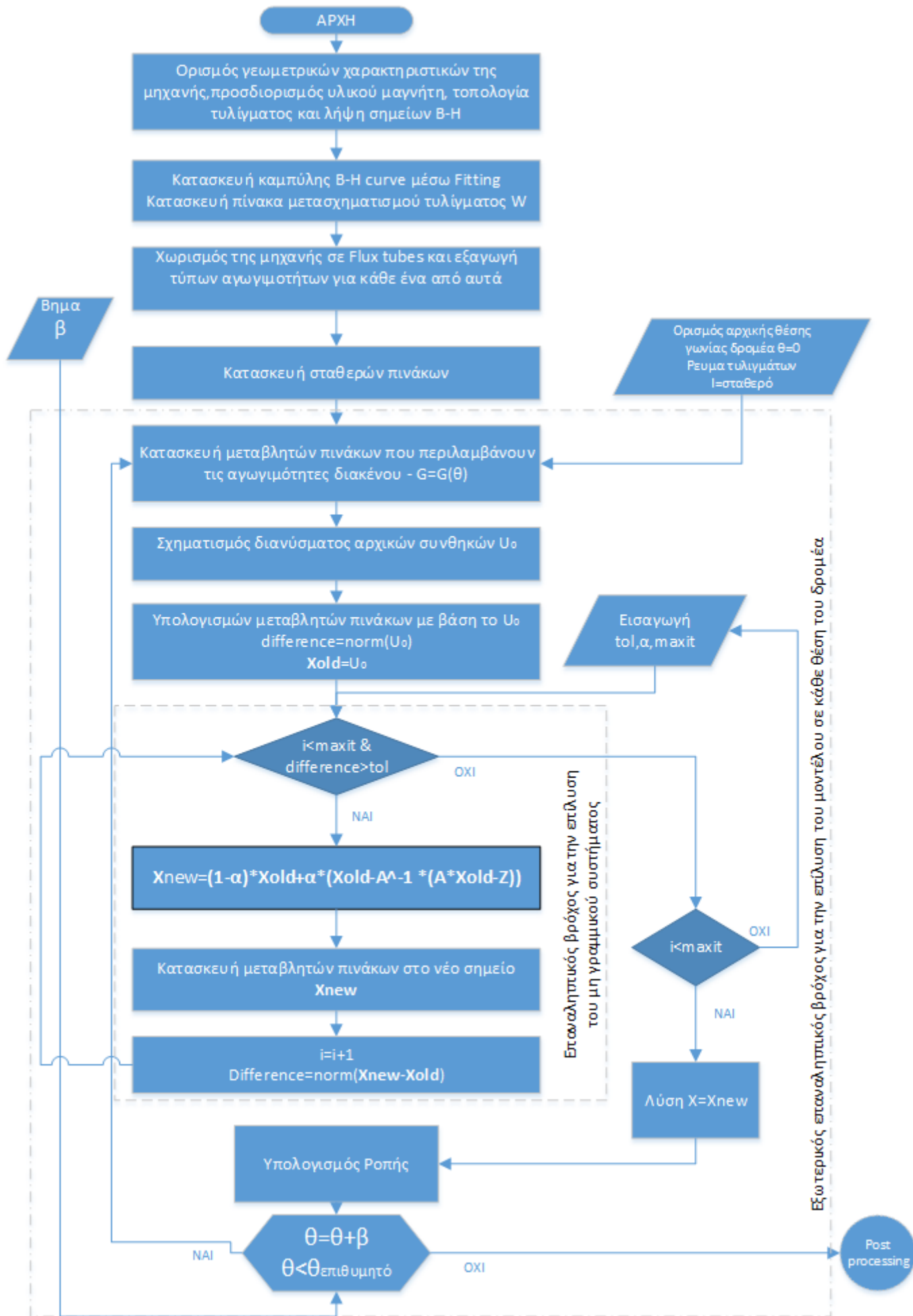
$$B = \mu(H) \quad (4.21)$$

Τέλος υπολογίζεται η νέα σχετική μαγνητική διαπερατότητα του κάθε στοιχείου ως:

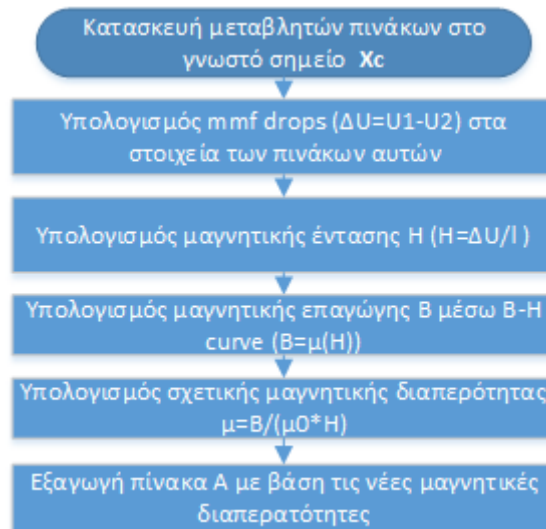
$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (4.22)$$

Για την πρώτη φορά που θα χρησιμοποιηθούν οι παραπάνω αγωγιμότητες επιλέγεται ένα διάνυσμα αρχικών συνθηκών U_o . Το διάνυσμα αρχικών συνθηκών μπορεί να δοθεί είτε ως ένα διάνυσμα τυχαίων αριθμών είτε μπορεί να προκύψει από της $U = A^{-1} \cdot Z$ με μια τυχαία επιλογή μαγνητικών διαπερατοτήτων μ για όλες τις μη γραμμικές αγωγιμότητες. Επιλέγοντας ένα διάνυσμα αρχικών συνθηκών με τον δεύτερο τρόπο επιτυγχάνεται πολύ ταχύτερη σύγκλιση σε σχέση με ένα τυχαίο διάνυσμα. Αφού λοιπόν κατασκευαστεί ο πίνακας $A(U)|_{U_o}$, θα πρέπει να προσδιοριστεί η λύση U με βάση τον επαναληπτικό τύπο (4.18) που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα. Σε αυτό το σημείο δίνονται οι παράμετροι που αφορούν την επίλυση του μαθηματικού προβλήματος δηλαδή ο συντελεστής α , η ανεκτικότητα (tolerance) και ο μέγιστος επιθυμητός αριθμός των επαναλήψεων του προβλήματος. Με γνωστές τις παραπάνω παραμέτρους ξεκινάει ένας βρόχος από επαναλήψεις σε κάθε μια από τις οποίες, ελέγχεται η νόρμα της διαφοράς του διανύσματος της επόμενης λύσης από αυτού της προηγούμενης. Ο βρόχος επαναλαμβάνεται όσο η διαφορά της νόρμας αυτής είναι μεγαλύτερη από την ανεκτικότητα που έχουμε ορίσει και όσο ο αριθμός των επαναλήψεων είναι μικρότερος του επιτρεπτού που έχουμε δώσει. Μέσα στον βρόχο, ουσιαστικά κατασκευάζεται σε κάθε επανάληψη ο πίνακας A με βάση το νέο διάνυσμα U που προκύπτει σε αυτή. Σε περίπτωση που ο αριθμός επαναλήψεων του βρόχου γίνει ίσος με το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων που έχει οριστεί χωρίς η λύση να ικανοποιεί την ανεκτικότητα (tolerance) μπορούμε να αυξήσουμε το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων ή να μεταβάλλουμε το συντελεστή βαρύτητας α . Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται σε εξωτερικό βρόχο για κάθε γωνία της θέσης του δρομέα, στον οποίο ανανεώνονται οι μεταβλητοί πίνακες που περιέχουν τις αγωγιμότητες που εξαρτώνται από την γωνία αυτή.

Για τις ανάγκες του προβλήματος δόθηκαν $\alpha = 0.9$, ανεκτικότητα $tol = 10^{-7}$ και μέγιστος αριθμός επαναλήψεων $maxit = 700$ τα οποία λειτούργησαν ικανοποιητικά για μεγάλη σειρά διαφορετικών μοντέλων που εξετάστηκαν. Ακολουθούν σε διαγράμματα ροής η συνολική διαδικασία και ο υπολογισμός των μη γραμμικών αγωγιμοτήτων.



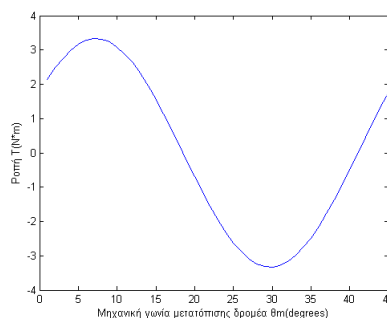
Σχήμα 4.8: Διάγραμμα ροής σχεδίασης MEC



Σχήμα 4.9: Διάγραμμα ροής για υπολογισμό πίνακα μη γραμμικών αγωγιμοτήτων

4.6 Δυναμικό μοντέλο

Από την διαδικασία επίλυσης που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα αφού βρεθεί η τελική λύση, είναι πλέον δυνατό να υπολογιστεί η ροπή της ηλεκτρικής μας μηχανής για όλες τις θέσεις του δρομέα. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται για όλες τις θέσεις του δρομέα από 0 έως 360 ηλεκτρικές μοίρες ($\frac{2}{P} \cdot 360 = 45$ μηχανικές μοίρες για την συγκεκριμένη μηχανή) η ροπή της ηλεκτρικής μηχανής για ένα σταθερό ρεύμα που δίνουμε κάθε φορά. Ο υπολογισμός της ροπής για κάθε μοίρα γίνεται ως $T_e = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left(F_i^2 \cdot \frac{\partial G_i}{\partial \theta} \right)$ όπως ήδη έχει αναφερθεί (3.44). Τα F_i είναι τα βαθμωτά μαγνητικά δυναμικά τα οποία βρίσκονται στο διάνυσμα U και έχουν υπολογιστεί από την λύση του συστήματος μας. Οι παράγωγοι του διακένου ως προς τη γωνία μετατόπισης κατασκευάζονται μαζί με τον πίνακα διακένου για κάθε θέση του δρομέα. Ακολουθεί εποπτικό σχήμα (4.10) το οποίο εμφανίζει την σχέση της ροπής με την μηχανική γωνία μετατόπισης του δρομέα.



Σχήμα 4.10: Διάγραμμα Ροπής-Μηχανικής γωνίας μετατόπισης(σταθερό ρεύμα)

Από το παραπάνω διάγραμμα, μπορούμε να επιλέξουμε μια γωνία που αντιστοιχεί σε μια επιθυμητή ροπή με βάση το σημείο λειτουργίας της μηχανής κάθε φορά. Για παράδειγμα, μια επιλογή είναι η γωνία που αντιστοιχεί σε μέγιστη ροπή. Χρησιμοποιώντας αυτήν τη γωνία σαν είσοδο στο μοντέλο του μαγνητικού κυκλώματος και διεγείροντας τα τυλίγματα του στάτη με τριφασικό ημιτονοειδές ρεύμα μπορούμε να προσομοιώσουμε τη δυναμική λειτουργία της μηχανής για δεδομένη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της. Πιο συγκεκριμένα η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής:

Σε έναν εξωτερικό βρόχο προσομοιώνουμε τη λειτουργία της μηχανής στην επιθυμητή ροπή για ένα επιθυμητό εύρος μηχανικών γωνιών περιστροφής θ_m . Η σχέση του χρόνου με τη γωνία περιστροφής για δεδομένη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω_s είναι :

$$t = \frac{\theta_m}{\omega_s} \quad (4.23)$$

όπου θ_m η γωνία μετατόπισης του δρομέα σε rad και ω_s η σύγχρονη ταχύτητα περιστροφής της μηχανής σε rad/sec. Για το ω_s ισχύει:

$$\omega_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_s}{60} \quad (4.24)$$

$$n_s = \frac{120 \cdot f_e}{P} \quad (4.25)$$

με n_s : η σύγχρονη ταχύτητα περιστροφής μηχανής εκφρασμένη σε στροφές ανα λεπτό(ΣΑΛ)

και f_e : η ηλεκτρική συχνότητα ρευμάτων στάτη.

Το τριφασικό ρεύμα στα τυλίγματα μεταβάλλεται ημιτονοειδώς σαν συνάρτηση της μηχανικής γωνίας περιστροφής όπως δίνεται από τους παρακάτω τύπους:

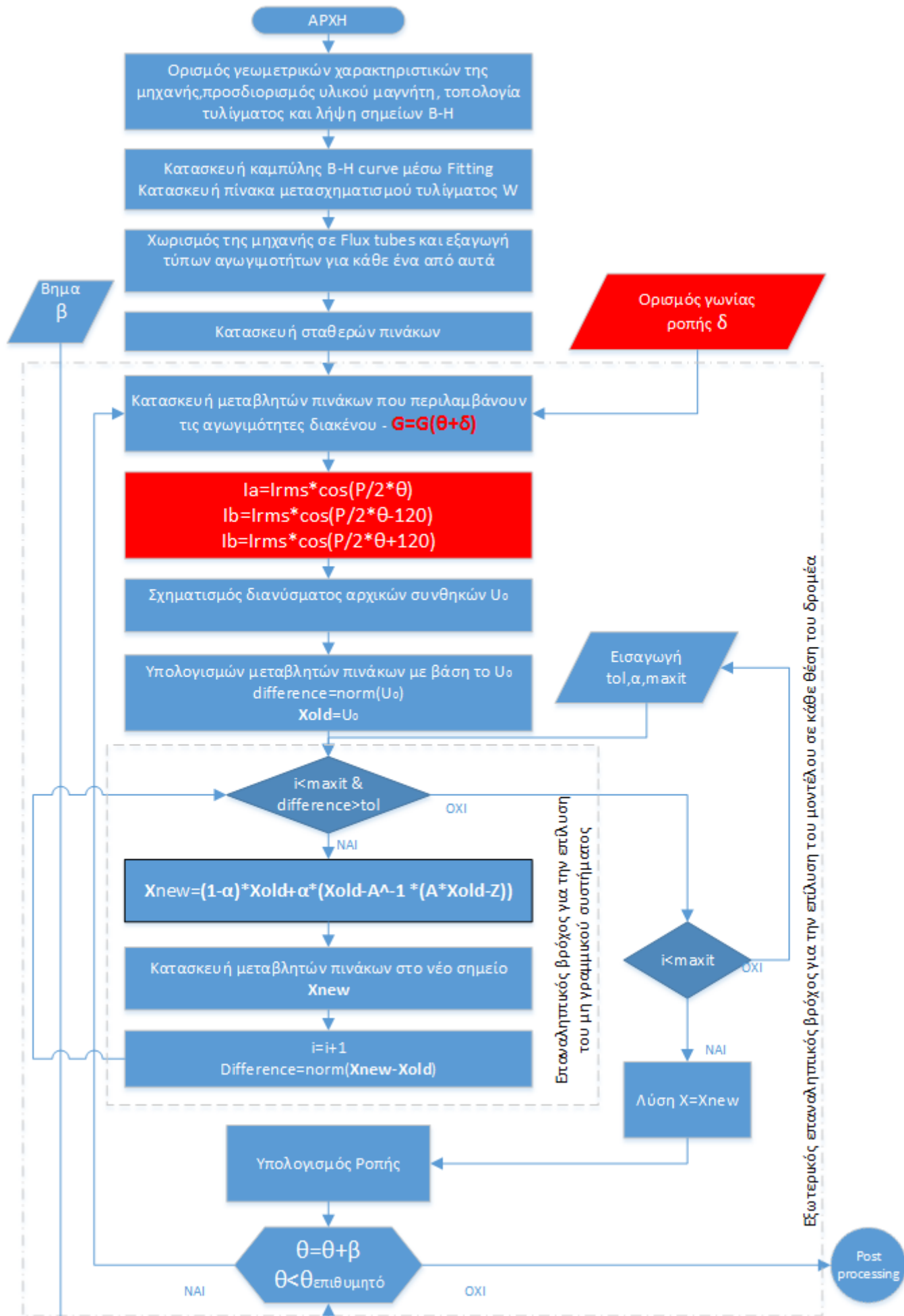
$$I_a = I_{rms} \cdot \cos\left(\frac{P}{2} \cdot \theta_m\right) \quad (4.26)$$

$$I_b = I_{rms} \cdot \cos\left(\frac{P}{2} \cdot \theta_m - 120^\circ\right) \quad (4.27)$$

$$I_c = I_{rms} \cdot \cos\left(\frac{P}{2} \cdot \theta_m + 120^\circ\right) \quad (4.28)$$

Η λειτουργία σε επιθυμητή ροπή όπως αναφέρθηκε απαιτεί την εισαγωγή μιας γωνίας στον βρόχο αυτό που είναι γνωστή ως γωνία ροπής δ . Αυτή η γωνία δηλώνει ότι ο δρομέας, δηλαδή το μαγνητικό πεδίο των μόνιμων μαγνητών προπορεύεται ή έπεται (για λειτουργία γεννήτριας ή κινητήρα αντίστοιχα) του συνισταμένου μαγνητικού πεδίου της μηχανής κατά αυτή τη γωνία. Για να προσομοιωθεί αυτή η λειτουργία στο MEC η γωνία ροπής δ θεωρείται σαν σταθερά η οποία προστίθεται στην εκάστοτε γωνία που βρίσκεται το σύστημα ώστε να υπολογιστεί ο πίνακας αγωγιμοτήτων διακένου σε αυτή τη θέση

($G_{gap} = G(\delta + \theta_m)$). Τα ρεύματα υπολογίζονται όπως δίνονται από τις παραπάνω σχέσεις (4.26 - 4.28) στην θέση θ_m που βρίσκεται το σύστημα κάθε φορά. Έτσι καθώς κινείται ο δρομέας διατηρείται η σταθερή γωνιακή μετατόπιση των μαγνητικών πεδίων δ και κρατιέται σταθερή η ροπή στην επιθυμητή τιμή μαζί με μια κυμάτωση (ripple) που παρατηρείται και έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο. Η υπόλοιπη διαδικασία που ακολουθείται είναι παρόμοια με αυτή που πραγματοποιήθηκε στην προηγούμενη ενότητα και παρουσιάζεται στο ακόλουθο διάγραμμα ροής του δυναμικού μοντέλου(4.11) όπου με κόκκινο εμφανίζονται οι βασικές διαφορές σε σχέση με αυτό της προηγούμενης ενότητας.



Σχήμα 4.11: Διάγραμμα ροής δυναμικού μοντέλου

Πέραν του υπολογισμού της ροπής, ως μετεπεξεργασία (post processing) του δυναμικού μοντέλου, θεωρούμε τον υπολογισμό των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων (Back Emf) και των τάσεων εξόδου της μηχανής (V).

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας τριφασικής μηχανής ως μέγεθος ορίζεται ως εξής:

$$e_i = \frac{d\lambda_i}{dt} \quad (4.29)$$

όπου i η κάθε φάση της μηχανής.

Ως λ_i ορίζεται η *πεπλεγμένη ροή* της φάσης i , δηλαδή η ροή που εμπλέκουν όλα τα τυλίγματα της φάσης αυτής. Επειδή θεωρούμε ότι όλα τα τυλίγματα της μηχανής έχουν σταθερό αριθμό ελιγμάτων N , ισχύει ότι :

$$\lambda_i = N \cdot \Phi_i \quad (4.30)$$

Όπως έχει αναφερθεί στην ενότητα (4.2), οι φασικές ροές συνδέονται με τις ροές δοντιών (οι οποίες αποτελούν λύσεις του συστήματος) μέσω του πίνακα μετασχηματισμού W' , οπότε ο υπολογισμός της πεπλεγμένης ροής είναι δυνατός και σε μορφή διανύσματος στήλης δίνεται παρακάτω:

$$\lambda_{phases} = N \cdot W' \cdot \phi_{tooth} \quad (4.31)$$

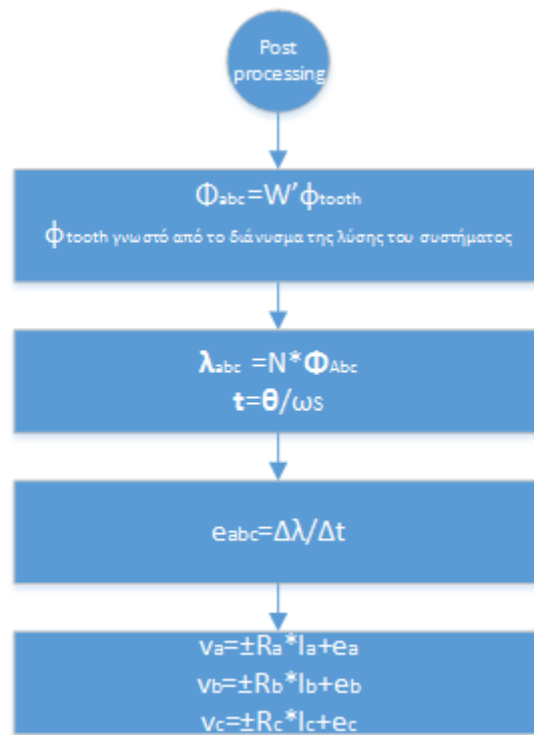
Ο υπολογισμός της e_i προϋποθέτει την χρονική παράγωγο του λ_i . Δεδομένου ότι από την επίλυση του μοντέλου γνωρίζουμε τις πεπλεγμένες ροές σε συγκεκριμένες θέσεις δρομέα, οι οποίες για συγκεκριμένη ταχύτητα περιστροφής αντιστοιχούν σε μεμονωμένες χρονικές στιγμές όπως δείχθηκε στη σχέση (4.23), θα υπολογίσουμε την απαιτούμενη παράγωγο με πεπερασμένες διαφορές (forward differences) όπως φαίνεται παρακάτω :

$$e_i = \frac{\Delta\lambda_i}{\Delta t} \quad (4.32)$$

Η ακρίβεια της παραπάνω σχέσης βασίζεται στην δειγματοληψία του λ_i η οποία καθορίζεται από το βήμα β του εξωτερικού επαναληπτικού βρόχου. Μειώνοντας το βήμα αυτό προσθέτουμε περισσότερα δείγματα ανάμεσα σε ένα εύρος γωνιών (45 μηχανικές μοίρες στην συγκεκριμένη περίπτωση) πετυχαίνοντας μεγαλύτερη ακρίβεια στην προσέγγιση της παραγωγού. Το βήμα του χρόνου Δt είναι σταθερό καθώς προκύπτει από το βήμα της γωνίας το οποίο παραμένει αμετάβλητο σε όλον τον εξωτερικό επαναληπτικό βρόχο. Τέλος, η τάση εξόδου κάθε φάσης της μηχανής V_i για λειτουργία κινητήρα/γεννήτριας υπολογίζεται ως:

$$V_i = \pm R_i \cdot I_i + e_i \quad (4.33)$$

όπου R_i η αντίσταση τυλίγματος κάθε φάσης της μηχανής. Η παραπάνω μετεπεξεργασία παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα ροής:



Σχήμα 4.12: Διάγραμμα ροής(Post-processing)

Κεφάλαιο 5

ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

5.1 Γενικά

Το μοντέλο μαγνητικών ισοδυνάμων κυκλωμάτων(MEC) που αναπτύχθηκε έχει ως στόχο την εμφάνιση μιας ικανοποιητικής ακρίβειας σε συνδυασμό με μικρό υπολογιστικό κόστος και ευρωστία για διάφορες εφαρμογές. Η επιβεβαίωση του μοντέλου αποτελεί σημαντικό μέρος για την ανάπτυξη του ως σχεδιαστικό εργαλείο. Μια από τις πιο κοινές προσεγγίσεις που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για την επιβεβαίωση του μοντέλου είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων του με αυτών ενός μοντέλου που αναπτύσσεται σε πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων(FE). Πιο συγκεκριμένα για την επιβεβαίωση αυτή έγινε σύγκριση μέσω του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων FEMM (ανάλυση σε δύο διαστάσεις) το οποίο όπως έχει ήδη αναφερθεί εμφανίζει μεγάλη ακρίβεια στον υπολογισμό μεγεθών της ηλεκτρικής μηχανής που αφορούν τόσο την επίδοση όσο και την απόδοση της. Η σύγκριση αυτή σε πρώτο βήμα αφορά την επίδοση της μηχανής που περιλαμβάνει τα μεγέθη της ροπής, της ηλεκτρεγερτικής δύναμης (back-emf) και της μαγνητικής επαγωγής. Η πορεία εύρεσης αυτών των μεγεθών είναι γνωστή από το προηγούμενο κεφάλαιο. Για την σύγκριση των μεγεθών στο δυναμικό μοντέλο επιλέγεται η θέση του δρομέα η οποία επιφέρει μέγιστη ροπή.

Για την επιβεβαίωση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε τριφασική σύγχρονη μηχανή επιφανειακών μονίμων μαγνητών εσωτερικού δρομέα με μη επικαλυπτόμενο συγκεντρωμένο

τύλιγμα ($q = 0.375$). Επιπλέον χρησιμοποιήθηκαν τρία διαφορετικά υλικά μόνιμου μαγνήτη ώστε να μοντελοποιηθεί το φαινόμενο του κορεσμού και να φανεί πως επηρεάζει αυτό τις συνολικές συγκρίσεις. Ειδικότερα χρησιμοποιήθηκε ένα υλικό με χαμηλή απομένουσα μαγνήτιση B_r που οδηγεί τη μηχανή σε λειτουργία στη γραμμική περιοχή, ένα υλικό με ενδιάμεση μαγνήτιση που λειτουργεί κοντά στο γόνατο κορεσμού και ένα τρίτο υλικό με υψηλή παραμένουσα μαγνήτιση το οποίο οδηγεί τη μηχανή να λειτουργεί στη μη γραμμική περιοχή (περιοχή κορεσμού) της καμπύλης μαγνήτισης του σιδήρου.

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και η τοπολογία της μηχανής που χρησιμοποιήθηκε δίνονται στον παρακάτω πίνακα (5.1) ο οποίος ακολουθείται από ένα πίνακα που εμφανίζει τα υλικά των μόνιμων μαγνητών (5.2).

| Σύμβολο MEC | Περιγραφή | Τιμή |
|----------------|---|------------------------------------|
| Q | Πλήθος αυλακιών/δοντιών | 18 |
| P | Πλήθος μαγνητών | 16 |
| m | Αριθμός φάσεων | 3 |
| L | Μήκος μηχανής | 100 mm |
| R_{sout} | Εξωτερική ακτίνα στάτη | 50 mm |
| R_{sin} | Εσωτερική ακτίνα στάτη | 36.25 mm |
| gap | Πάχος διακένου | 0.5 mm |
| R_r | Εξωτερική ακτίνα δρομέα(μαζί με ύψος μαγνήτη) | 35.75 mm |
| R_{shaft} | Εσωτερική ακτίνα δρομέα | 29 mm |
| θ_{mag} | Γωνία μαγνήτη | $0.85 \cdot (2 \cdot \pi / P)$ |
| h_{mag} | Πάχος μαγνήτη | 3 mm |
| l_t | Συνολικό μήκος δοντιού | 9.26 mm |
| t_d | Μήκος δοντιού χωρίς το πέλμα | $0.8 \cdot l_t$ |
| tt_h | Ύψος άκρου πέλματος δοντιού | $0.09 \cdot l_t$ |
| tt_a | Βοηθητική απόσταση 1(3.4) πέλματος δοντιού | $0.11 \cdot l_t$ |
| so | Άνοιγμα αυλακιού | $0.3 \cdot (2\pi \cdot R_{sin}/Q)$ |
| wt_l | Πλάτος πέλματος δοντιού | $(2\pi \cdot R_{sin}/Q) - so$ |
| wt_u | Πλάτος δοντιού | $0.5 \cdot wt_l$ |

Πίνακας 5.1: Βασικές παράμετροι ηλεκτρικής μηχανής

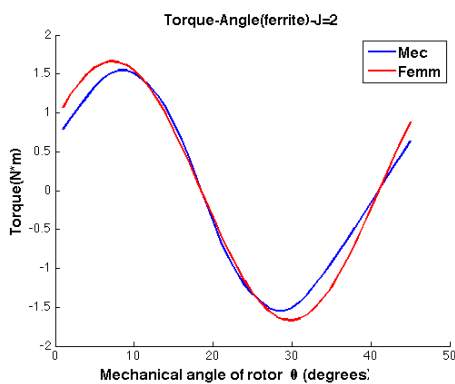
| Υλικό Μαγνήτη | Απομαγνητίζουσα Ένταση H_c (A/m) | Απομένουσα Μαγνήτιση B_r (T) | Μαγνητική Διαπερατότητα μαγνήτη (μ_R) |
|--|------------------------------------|--------------------------------|---|
| Φερρίτης(Ferrite) | 288000 | 0.39 | 1.08 |
| Σαμάριο-Κοβάλτιο (SmCo) | 685000 | 0.9038 | 1.05 |
| Κράμα Νεοδυμίου-Σιδήρου-Βορίου (NdFeB) | 979000 | 1.286 | 1.045 |

Πίνακας 5.2: Παράμετροι υλικών μονίμων μαγνητών

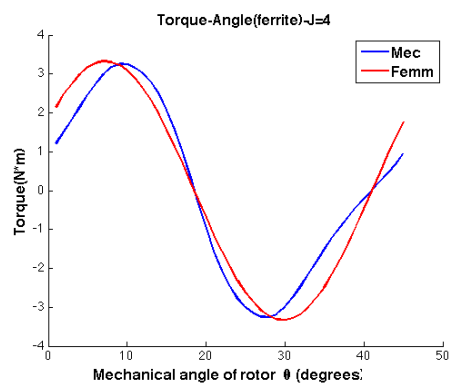
5.2 Συγκρίσεις μεγεθών

Για κάθε υλικό μόνιμου μαγνήτη αρχικά με τη χρήση του μοντέλου MEC υλοποιήθηκε η διαδικασία που παρουσιάστηκε στο διάγραμμα ροής(4.8) για πυκνότητες ρεύματος J από 0 έως $4 A/mm^2$. Παρόμοια διαδικασία ακολουθήθηκε στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων(FEMM) για ίδιες πυκνότητες ρευμάτων.

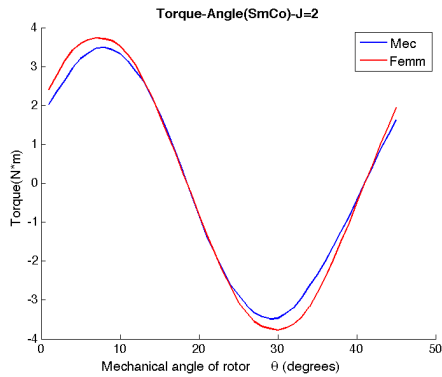
Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για τα 3 υλικά σε σειρά φερρίτης, σαμάριο-κοβάλτιο, κράμα νεοδυμίου-σιδήρου-βορίου, για ενδεικτικές τιμές πυκνότητας ρεύματος $J = 2, 4 A/mm^2$ παρατίθενται παρακάτω :



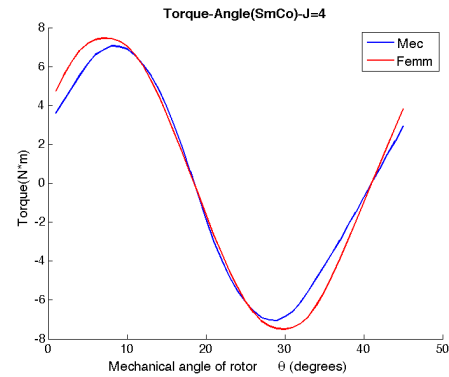
Σχήμα 5.1: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για φερρίτη με $J=2$



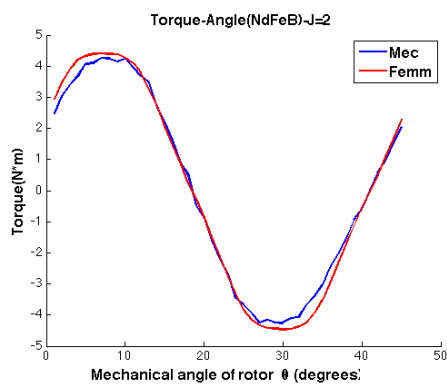
Σχήμα 5.2: Σχέση Ροπής - Γωνίας δρομέα για φερρίτη με $J=4$



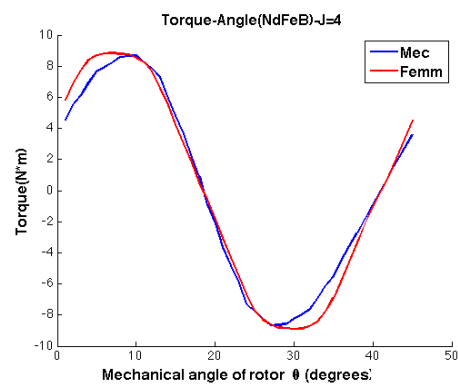
Σχήμα 5.3: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για SmCo με $J=2$



Σχήμα 5.4: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για SmCo με $J=4$



Σχήμα 5.5: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για NdFeB με $J=2$



Σχήμα 5.6: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για NdFeB με $J=4$

Από τις παραπάνω καμπύλες που αφορούν την σχέση ροπής - θέσης δρομέα, παρατηρούμε ότι η καμπύλη που παίρνουμε από το MEC προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την αντίστοιχη καμπύλη που προκύπτει από το FEMM. Ειδικότερα, σε όλες τις περιπτώσεις εκτός του φερριτή για πυκνότητα ρεύματος $J = 4 \text{ A/mm}^2$, η προσέγγιση είναι αρκετά καλή. Όσον αφορά το NdFeB, παρατηρείται στις καμπύλες του MEC κυμάτωση η οποία οφείλεται στο γεγονός ότι το υλικό αυτό έχει υψηλές τιμές μαγνήτισης οι οποίες οδηγούν τον σίδηρο της μηχανής σε έντονο κορεσμό. Παρόλα αυτά όπως φαίνεται και από τα σφάλματα στον ακόλουθο πίνακα(5.3), τα οποία προσεγγίστηκαν από τον τύπο $\|\mathbf{T}_{MEC} - \mathbf{T}_{FEMM}\|/\|\mathbf{T}_{FEMM}\|$, οι καμπύλες που προκύπτουν από το MEC για τα μη γραμμικά υλικά προσεγγίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια αυτές του FEMM συγκριτικά με το φερριτή.

| Υλικό | Πυκνότητα Ρεύματος $J(A/mm^2)$ | Σχετικό Σφάλμα MEC-FEMM(%) |
|---------|--------------------------------|----------------------------|
| Ferrite | 2 | 17.42 |
| | 4 | 30.3 |
| SmCo | 2 | 11.63 |
| | 4 | 15.49 |
| NdFeB | 2 | 15.87 |
| | 4 | 14.12 |

Πίνακας 5.3: Σχετικά σφάλματα FEMM-MEC καμπυλών Ροπής-Γωνίας

Όσον αφορά την ταχύτητα επίλυσης, οι χρόνοι που χρειάστηκαν για τη λήψη αυτών των καμπυλών μέσω της μεθόδου MEC διαφέρουν σημαντικά σε σχέση με το FEMM όπως φαίνεται παρακάτω(5.4):

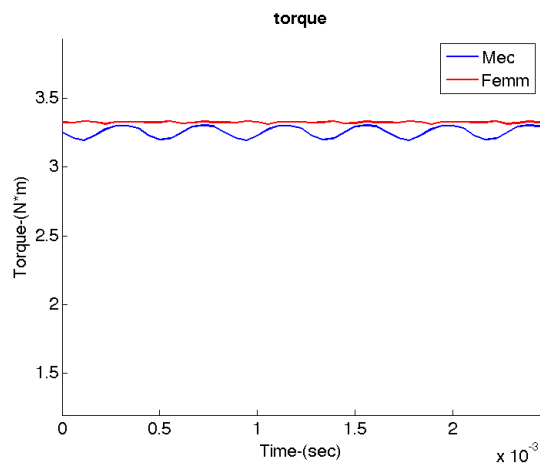
| Υλικό | Πυκνότητα Ρεύματος $J(A/mm^2)$ | Χρόνος MEC (<i>sec</i>) | Χρόνος FEMM (<i>min</i>) |
|---------|--------------------------------|---------------------------|----------------------------|
| Ferrite | 2 | 1.9 | 85 |
| | 4 | 1.9 | 101 |
| SmCo | 2 | 50 | 110 |
| | 4 | 50 | 112 |
| NdFeB | 2 | 70 | 120 |
| | 4 | 70 | 134 |

Πίνακας 5.4: Χρόνοι FEMM-MEC για λήψη καμπύλης Ροπής-γωνίας δρομέα

Στην συνέχεια, με επιλογή της γωνίας που αντιστοιχεί σε μέγιστη ροπή από τα παραπάνω διαγράμματα και για πυκνότητα ρεύματος $J = 4A/mm^2$ ακολουθούμε την διαδικασία που περιγράφηκε στο διάγραμμα ροής δυναμικού μοντέλου (4.11) και βρίσκουμε την μέση ροπή και την κυμάτωση αυτής καθώς και τις φασικές πεπλεγμένες ροές και ΗΕΔ σύμφωνα με το διάγραμμα ροής (4.11).

Ακολουθούν τα αποτελέσματα αυτά του MEC μαζί με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του FEMM για τα 3 υλικά μαγνήτη.

Για τον φερρίτη έχουμε :



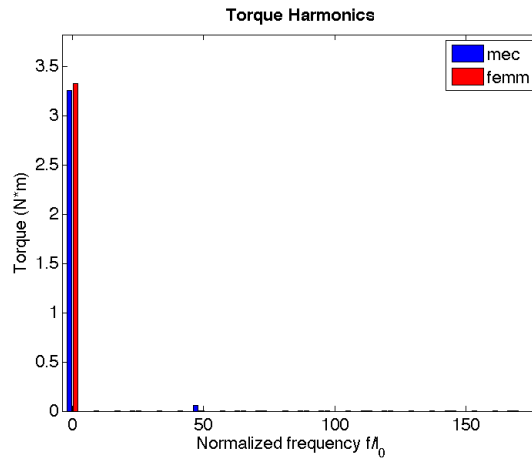
Σχήμα 5.7: Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής φερρίτη για J=4

Με βάση την παραπάνω εικόνα, ακολουθεί πίνακας όπου αναγράφονται οι τιμές της μέσης ροπής, της κυμάτωσης αυτής και το ποσοστό της κυμάτωσης ως προς την μέση ροπή. Παρατηρούμε ότι η απόκλιση των μέσων ροπών είναι μικρή, όπως επίσης και ότι στο MEC υπάρχει ένα μικρό ποσοστό κυμάτωσης ενώ στο FEMM αυτό είναι αμελητέο.

| | Μέση Ροπή(N · m) | Κυμάτωση Ροπής(N · m) | Κυμάτωση Ροπής ως ποσοστό της μέσης ροπής(%) |
|-------------|-------------------------|------------------------------|---|
| MEC | 3.25562 | 0.1087 | 3.337 |
| FEMM | 3.32614 | 0.0231 | 0.694 |

Πίνακας 5.5: Μέση Ροπή και κυμάτωση φερρίτη του FEMM-MEC

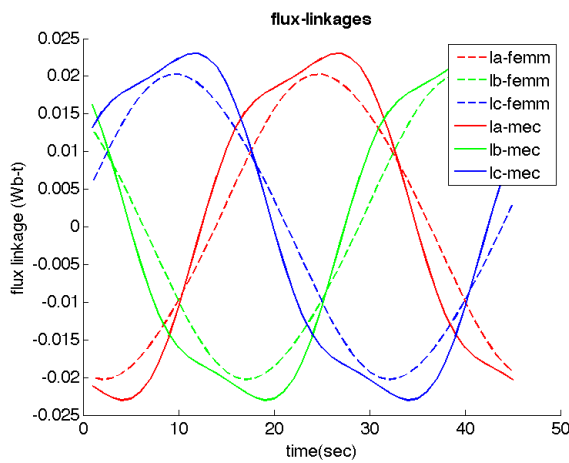
Ακολουθεί το αρμονικό περιεχόμενο της ροπής μέσω ανάλυσης Fourier του φερρίτη:



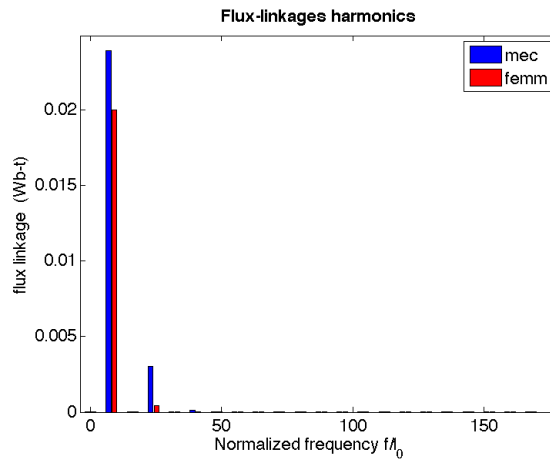
Σχήμα 5.8: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής φερρίτη για J=4

Όπως φαίνεται και στο σχήμα (5.8) το MEC παράγει μια ροπή που έχει μεγαλύτερο αρμονικό περιεχόμενο σε σχέση με το FEMM. Οι ροπές που προκύπτουν έχουν πολύ κοντινή dc συνιστώσα (μέση τιμή) όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, με σφάλμα 2.12 % αλλά οι αρμονικές τους έχουν σημαντικές αποκλίσεις. Ειδικότερα η 48^η αρμονική του MEC έχει τιμή 0.0557 ενώ του FEMM 0.0024.

Ακολουθούν συγκρίσεις FEMM-MEC μεταξύ των τριων φάσεων της πεπλεγμένης ροής (λ) / ηλεκτρεγερτικής δύναμης (HEΔ) στο πεδίο του χρόνου και μεταξύ του αρμονικού περιεχομένου της φάσης A (οι άλλες δύο έχουν παρόμοιο) για τα παραπάνω 2 μεγέθη:

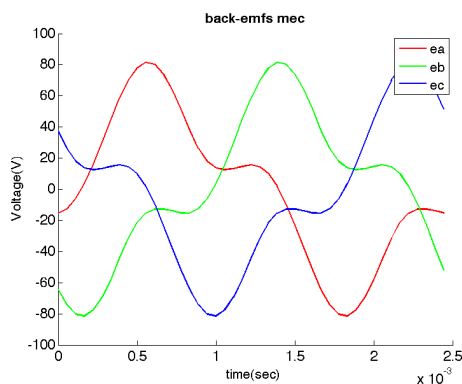


Σχήμα 5.9: Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις φερρίτη για J=4

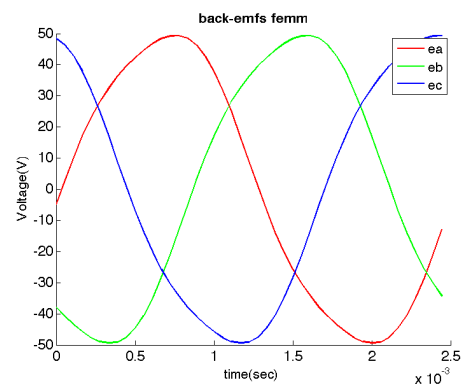


Σχήμα 5.10: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής φερρίτη για $J=4$

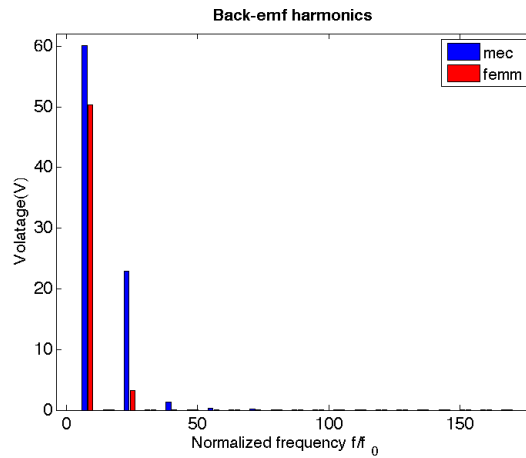
Από το παραπάνω σχήμα, για το μέγεθος της πεπλεγμένης ροής, η απόκλιση στην θεμελιώδη συνιστώσα (8^η τάξης) είναι της τάξης του 19.48%. Όσον αφορά τις μεγαλύτερες τάξεις εμφανίζεται πολύ μεγάλο σφάλμα στην 3^η αρμονική (24^η τάξης) όπου το μέτρο της, ως ποσοστό της θεμελιώδους είναι 12.76% για το MEC ενώ για το FEMM μόλις 2.14%



Σχήμα 5.11: Ηλεκτρεγερτική Δύναμη φερρίτη MEC των 3 φάσεων για $J=4$



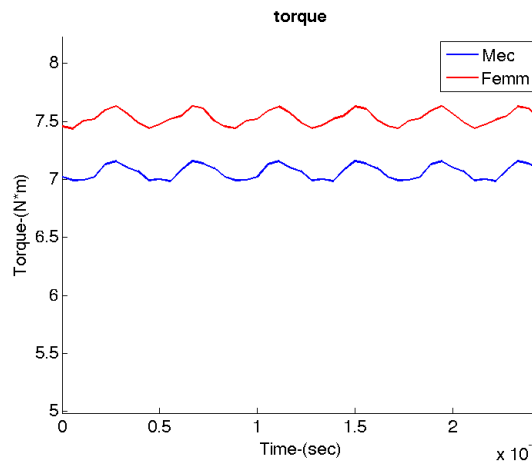
Σχήμα 5.12: Ηλεκτρεγερτική Δύναμη φερρίτη FEMM των 3 φάσεων για $J=4$



Σχήμα 5.13: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης φερρίτη για J=4

Για το μέγεθος της ΗΕΔ το σφάλμα της θεμελιώδους αρμονικής είναι 19.48%. Στις μεγαλύτερες τάξεις αρμονικών τα ποσοστά ως προς τις θεμελιώδεις είναι στη θέση 24 38% για το MEC ενώ για το FEMM μόλις 6.38%. Επίσης, για το MEC στις θέσεις 48,56 τα αντίστοιχα ποσοστά είναι 2.19% και 0.18% ενώ για το FEMM είναι αμελητέες.

Για το SmCo αντίστοιχα έχουμε:

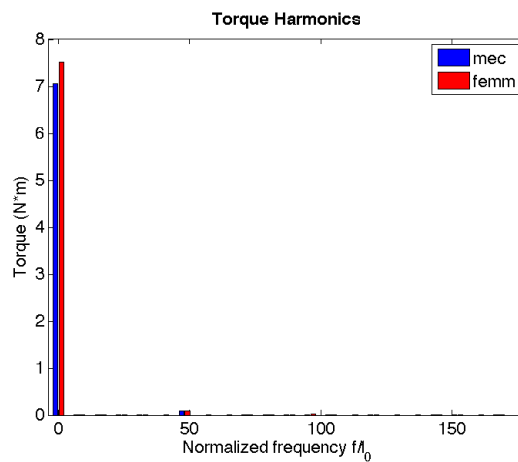


Σχήμα 5.14: Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής SmCo για J=4

Το ποσοστό κυμάτωσης της ροπής στο MEC είναι αντίστοιχο με αυτό το FEMM όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

| | Μέση Ροπή(N · m) | Κυμάτωση Ροπής(N · m) | Κυμάτωση Ροπής ως ποσοστό της μέσης ροπής(%) |
|-------------|------------------|-----------------------|--|
| MEC | 7.06296 | 0.173534 | 2.45696 |
| FEMM | 7.52935 | 0.1939 | 2.57526 |

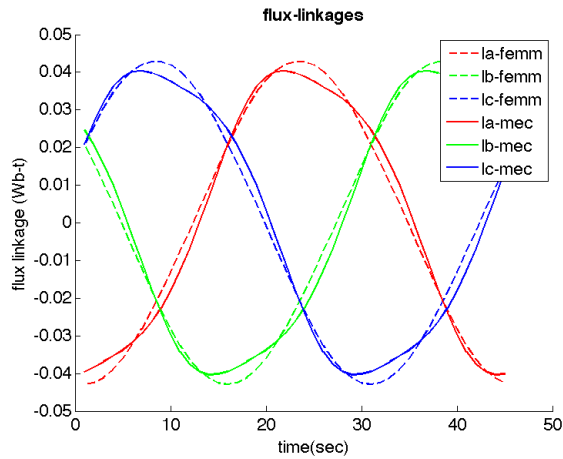
Πίνακας 5.6: Μέση Ροπή και κυμάτωση SmCo του FEMM-MEC



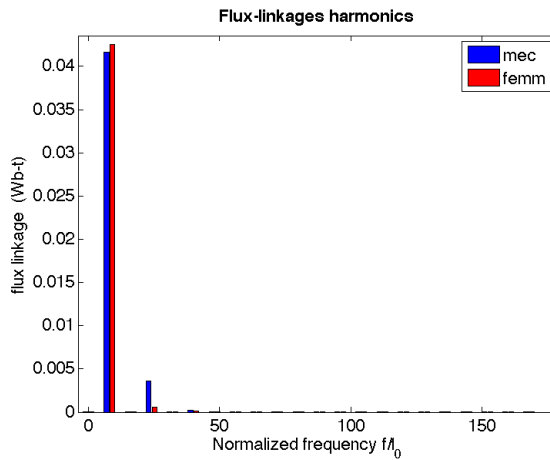
Σχήμα 5.15: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής SmCo για J=4

Η συμπεριφορά του αρμονικού περιεχομένου της ροπής του SmCo είναι παρόμοια με αυτή του φερρίτη. Η dc συνιστώσα της ροπής(μέση τιμή) παρουσιάζει σφάλμα 6.194% ενώ η αρμονική 3^{ης} τάξης (24) έχει τιμή για το MEC 0.00148 ενώ και για το FEMM 0.00184 και η 6^{ης} τάξης (48) έχει τιμή για το MEC 0.08644 ενώ για το FEMM τιμή ίση με 0.08630.

Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα πεπλεγμένων ροών και ΗΕΔ καθώς και των αρμονικών τους.

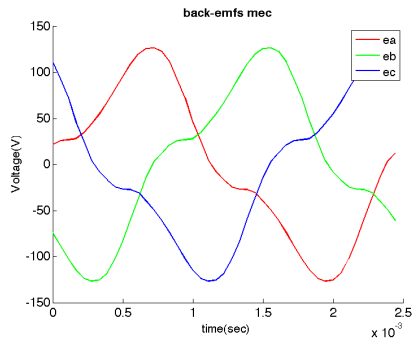


Σχήμα 5.16: Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις SmCo για J=4

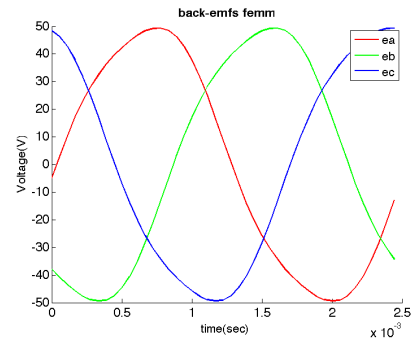


Σχήμα 5.17: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής SmCo για J=4

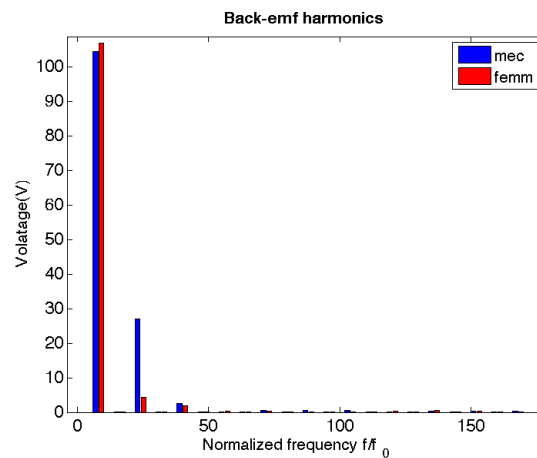
Για το μέγεθος της πεπλεγμένης ροής η απόκλιση στην θεμελιώδη συνιστώσα (8^η αρμονική) είναι πολύ μικρές της τάξης του 2.13%. Όσον αφορά τις μεγαλύτερες τάξεις αρμονικών, εμφανίζεται αρκετά μεγάλο σφάλμα στην τρίτη αρμονική όπου το μέτρο της ως ποσοστό της θεμελιώδους είναι 8.71% για το MEC ενώ για το FEMM είναι 1.34%. Τέλος η 5^{ης} τάξης αρμονική (θέση 40) εμφανίζει αντίστοιχο ποσοστό στο MEC 0.48% ενώ στο FEMM 0.35%.



Σχήμα 5.18: Ηλεκτρεγερτική Δύναμη SmCo MEC των 3 φάσεων για $J=4$



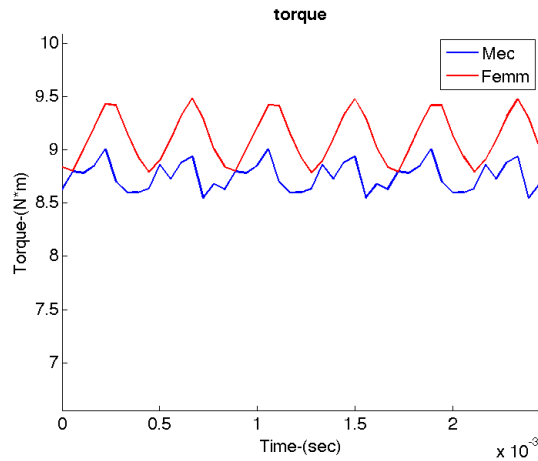
Σχήμα 5.19: Ηλεκτρεγερτική Δύναμη SmCo FEMM των 3 φάσεων για $J=4$



Σχήμα 5.20: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης SmCo για $J=4$

Για το μέγεθος της ΗΕΔ το σφάλμα της θεμελιώδους αρμονικής είναι 2.13%. Στις μεγαλύτερες τάξεις αρμονικών τα ποσοστά ως προς τις θεμελιώδεις στις θέσεις 24,40 είναι 25%, 2.38% για το MEC ενώ για το FEMM μόλις 3.99% και 1.73%.

Τέλος για το NdFeB έχουμε :

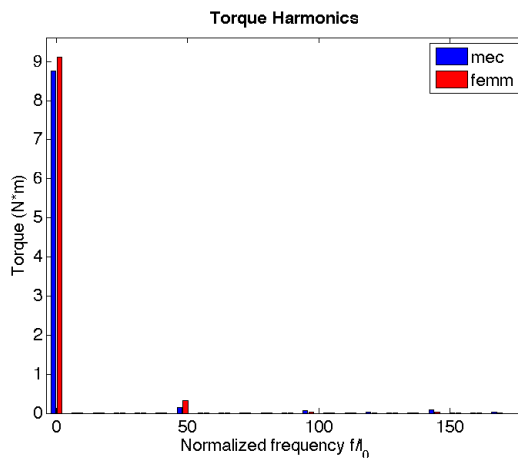


Σχήμα 5.21: Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής NdFeB για J=4

Στην περίπτωση του NdFeB , τα ποσοστά κυμάτωσης της ροπής δεν είναι πλέον αμελητέα για κανένα από τα 2 εργαλεία σχεδίασης. Ειδικότερα, για το MEC το ποσοστό της κυμάτωσης είναι μικρότερο κατά ένα ποσοστό 2.4% περίπου από το αντίστοιχο του FEMM.

| | Μέση Ροπή(N · m) | Κυμάτωση Ροπής(N · m) | Κυμάτωση Ροπής ως ποσοστό της μέσης ροπής(%) |
|-------------|------------------|-----------------------|--|
| MEC | 8.74868 | 0.459044 | 5.24701 |
| FEMM | 9.11277 | 0.694505 | 7.62123 |

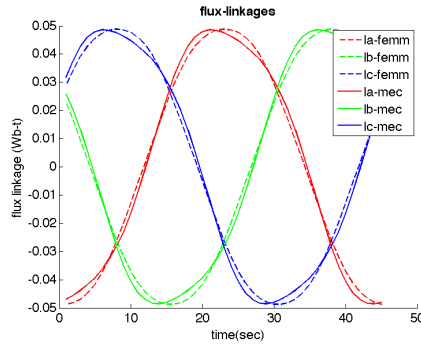
Πίνακας 5.7: Μέση Ροπή και κυμάτωση NdFeB του FEMM-MEC



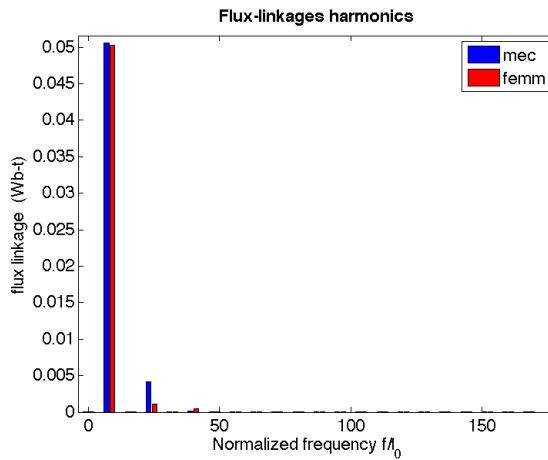
Σχήμα 5.22: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής NdFeB για J=4

Η συμπεριφορά του αρμονικού περιεχομένου της ροπής του NdFeB παρουσιάζει dc συνιστώσα/μέση τιμή με σφάλμα 3.995% ενώ η αρμονική 6^{ης} τάξης (48) έχει τιμή για το MEC 0.1453 και για το FEMM 0.323.

Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα πεπλεγμένων ρών και ΗΕΔ καθώς και των αρμονικών τους.

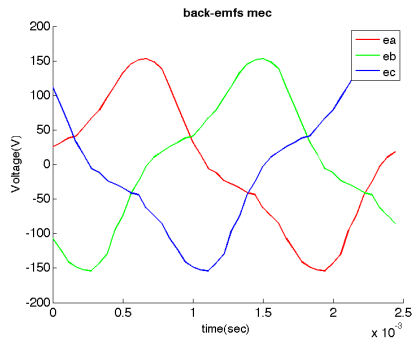


Σχήμα 5.23: Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις NdFeB για J=4

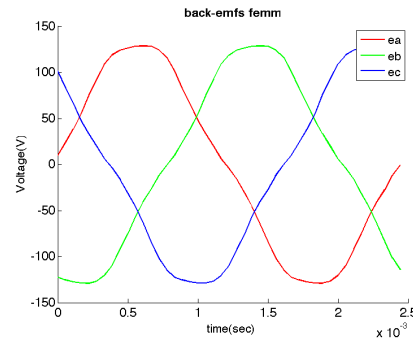


Σχήμα 5.24: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής NdFeB για J=4

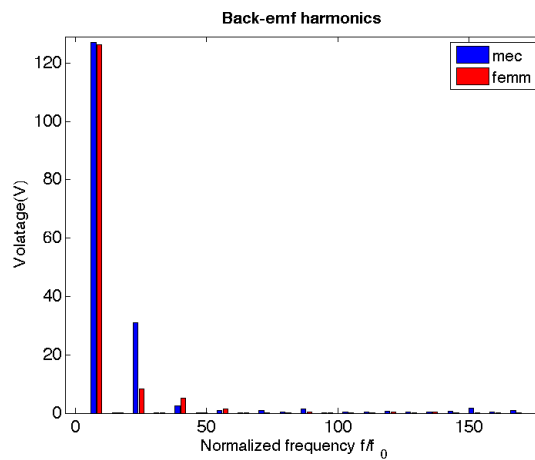
Από τα παραπάνω σχήματα , για το μέγεθος της πεπλεγμένης ροής το σφάλμα της θεμελιώδους συνιστώσας (8^η αρμονική) είναι πολύ μικρό της τάξης του 0.628%. Όσον αφορά τις μεγαλύτερες τάξεις αρμονικών, εμφανίζονται στις θέσεις 24 και 40 αρμονικές με ποσοστά επί της θεμελιώδους 8.16% και 0.4% για το MEC ενώ για το FEMM 2.21% και 0.9% αντίστοιχα.



Σχήμα 5.25: Ηλεκτρεγερτική Δύναμη NdFeB MEC των 3 φάσεων για $J=4$



Σχήμα 5.26: Ηλεκτρεγερτική Δύναμη NdFeB FEMM των 3 φάσεων για $J=4$



Σχήμα 5.27: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης NdFeB για $J=4$

Για το μέγεθος της ΗΕΔ το σφάλμα της θεμελιώδους αρμονικής είναι 0.63%. Στις μεγαλύτερες τάξεις αρμονικών τα ποσοστά ως προς τις θεμελιώδεις στις θέσεις 24,40 και 56 είναι 24.33%, 1.94%, 0.63% αντίστοιχα για το MEC ενώ για το FEMM μόλις 6.59%, 4.14% και 1.1% αντίστοιχα. Επίσης, για το MEC στις θέσεις 88,152 τα αντίστοιχα ποσοστά είναι 1.1% και 1.40% ενώ για το FEMM είναι αμελητέες.

Οι χρόνοι υλοποίησης του δυναμικού μας μοντέλου (4.11) για τα τρία υλικά παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα. Είναι φανερό, ότι οι χρόνοι υλοποίησης για το MEC είναι εμφανώς μικρότεροι από αυτούς του FEMM.

| Υλικό | Χρόνος MEC (<i>sec</i>) | Χρόνος FEMM (<i>min</i>) |
|---------|---------------------------|----------------------------|
| Ferrite | 1.75 | 73 |
| SmCo | 61 | 115 |
| NdFeB | 70 | 147 |

Πίνακας 5.8: Χρόνοι FEMM-MEC για επίλυση δυναμικού μοντέλου

Συμπερασματικά, το μοντέλο MEC που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 4 αποδείχτηκε σχετικά ικανοποιητικό για τα μεγέθη της επίδοσης, δεδομένης της ταχύτατης επίλυσης του σε σύγκριση με το FEMM. Όπως είδαμε η επίλυση του στατικού μοντέλου για την εύρεση της καμπύλης γωνίας-ροπής της μηχανής έδωσε συνολικά και για τα 3 υλικά σφάλματα μέχρι 30% (περίπτωση φερρίτη για $J = 4A/mm^2$). Όσον αφορά το δυναμικό μοντέλο που παρουσιάστηκε, οι μέσες τιμές των ροπών και για τα 3 υλικά είχαν σφάλματα μικρότερα του 6.19% (περίπτωση SmCo) ενώ οι πλεγμένες ροές και οι προκύπτουσες ΗΕΔ είχαν σφάλματα θεμελιώδους αρμονικής μέχρι 19.5% (περίπτωση φερρίτη). Οι μεγαλύτερης τάξης αρμονικές που συγκρίθηκαν, παρουσίασαν πολύ μεγάλα σφάλματα.

Τα παραπάνω συμπεράσματα μας οδήγησαν στη κατασκευή ενός νέου μοντέλου με σκοπό την βελτίωση των αποκλίσεων στα σημεία που παρατηρήθηκαν. Ο τρόπος κατασκευής αυτού του μοντέλου και τα αποτελέσματα του θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 6

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΗ ΤΕΛΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

6.1 Γενικά

Η σχεδίαση μέσω μαγνητικών ισοδυνάμων κυκλωμάτων(MEC) είναι ένας αποτελεσματικός και ταχύς τρόπος για την προσομοίωση των ηλεκτρικών μηχανών όπως αποδείχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων του μοντέλου εξαρτάται από διάφορες παραμέτρους όπως η τοπολογία του μαγνητικού κυκλώματος, δηλαδή το ποσοστό της διακριτοποίησης που χρησιμοποιείται στα διάφορα μέρη της μηχανής, οι αριθμητικές παράμετροι που δίνει ο χρήστης (όπως οι ανοχές και το πλήθος των επαναλήψεων για τη μαθηματική επίλυση του μοντέλου) και η ακρίβεια του μαθηματικού εργαλείου που χρησιμοποιείται. Από αυτά, δεδομένου ότι επιλέχθηκε σε προηγούμενη ενότητα ένα μαθηματικό εργαλείο μαζί με ένα συνδυασμό παραμέτρων που λύνει επιτυχώς το σύστημα, σε αυτήν την ενότητα θα ασχοληθούμε με την αύξηση της διακριτοποίησης σε ορισμένες περιοχές της μηχανής.

Όμως, η επιλογή της τοπολογίας του μαγνητικού κυκλώματος καθορίζεται από την εμπειρία του σχεδιαστή, η οποία βασίζεται σε πρότερη γνώση της κατανομής της μαγνητικής ροής μέσα στην ηλεκτρική μηχανή τόσο στο κομμάτι που περιέχει σίδηρο όσο και στο κομμάτι του διακένου που πραγματοποιείται η ηλεκτρομηχανική μετατροπή της ενέργειας. Διαφορετικές τοπολογίες δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα όσον αφορά την ακρίβεια. Ειδικότερα, η διαφορετική τοπολογία της περιοχής του διακένου είναι αυτή που επιφέρει τις μεγαλύτερες αλλαγές στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Σε αυτό το κεφάλαιο, κατασκευάζεται ένα νέο μοντέλο στο οποίο η πηγή του στάτη σπάει

σε 2 μέρη με στόχο την μοντελοποίηση της ροής του άνω μέρους του αυλακιού ενώ ο μαγνήτης σπάει σε περισσότερα κομμάτια, με αποτέλεσμα να αυξάνονται οι συνδέσεις του στατικού και κινούμενου μέρους της μηχανής που οδηγεί σε καλύτερη μοντελοποίηση του διακένου.

6.2 Κατασκευή τελικού μοντέλου

Όπως περιγράφηκε στην ενότητα(3.6.1.4), το αυλάκι του στάτη αποτελείται από δυο μέρη. Στο μοντέλο που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 3, είχε μοντελοποιηθεί μόνο η ροή που αφορούσε το κάτω μέρος αυλακιού. Εδώ θα μοντελοποιηθεί και η ροή σκέδασης του πάνω μέρους αυλακιού η οποία απαιτεί το σπάσιμο της μαγνητεγερτικής πηγής του στάτη σε δυο μέρη. Πιο συγκεκριμένα το πάνω μέρος του αυλακιού έχει τραπεζοειδή μορφή (??) αλλά επειδή οι βάσεις του έχουν πολύ μικρή απόκλιση μπορεί να προσεγγιστεί ικανοποιητικά από έναν ορθογώνιο σωλήνα ροής (??)[33] με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

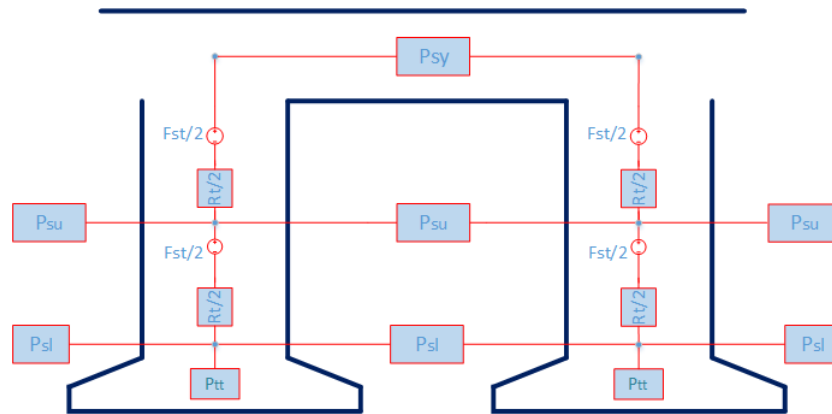
| Μήκος(l) | Εμβαδόν(A) |
|---|----------------|
| $\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N_s} \cdot ((R_{sin} + tt_h + tt_a) - wt_u + (R_{sout} - Bi_s) - wt_u)$ | $L \cdot t_d$ |

Με βάση τα παραπάνω, η αγωγιμότητα που προκύπτει είναι :

$$P_{su} = \mu_0 \cdot \frac{A}{l} \quad (6.1)$$

Επιπλέον, η πηγή του στάτη F_{st} σπάει σε 2 ίσες πηγές ίδιας πολικότητας και μέτρου ίσου με το μισό της αρχικής. Αντίστοιχα, η αντίσταση του πάνω μέρος του δοντιού R_t σπάει σε δυο εν σειρά αντιστάσεις μέτρου ίσου με το μισό της αρχικής αφού οι σωλήνες ροής των καινούργιων αντιστάσεων έχουν ίδιο εμβαδόν και μήκος ίσο με το μισό του αρχικού.

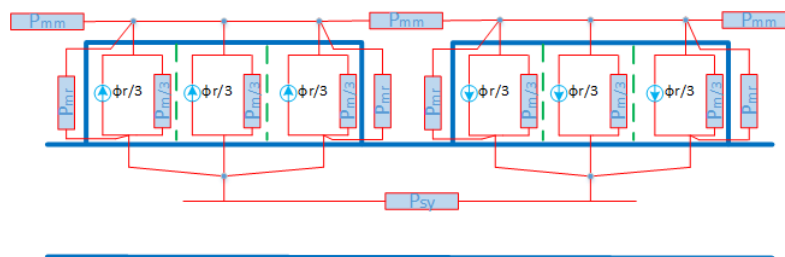
Οπότε το νέο μαγνητικό ισοδύναμο του στάτη είναι το παρακάτω :



Σχήμα 6.1: Μαγνητικό ισοδύναμο στάτη τελικού μοντέλου

Όσον αφορά το τμήμα του δρομέα, ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στο σπάσιμο του μαγνήτη σε περισσότερα τμήματα. Έγιναν δοκιμές όπου ο μαγνήτης έσπασε από τρία έως επτά τμήματα και κρίθηκε ότι το σπάσιμο του σε τρία κομμάτια αποτελεί την βέλτιστη επιλογή από άποψη τόσο χρόνου όσο και ακρίβειας αποτελεσμάτων.

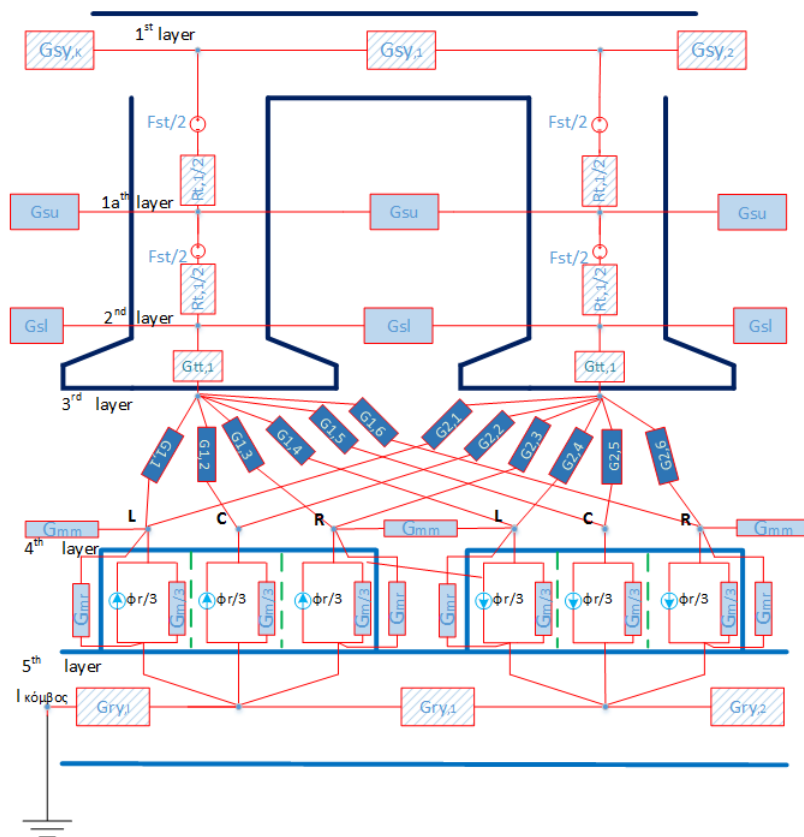
Η σταθερή πηγή ροής του μαγνήτη Φ_r σπάει σε τρεις σταθερές πηγές οι οποίες έχουν μέτρο ίσο με το $1/3$ της αρχικής τιμής. Αντίστοιχα, η αγωγιμότητα του μαγνήτη G_m , σπάει σε τρεις αγωγιμότητες οι οποίες βρίσκονται παράλληλα μεταξύ τους και έχουν τιμή η κάθε μια ίση με το $1/3$ της αρχικής αφού οι σωλήνες ροής (flux tube) της κάθε μιας έχουν ίσα εμβαδά και μήκη ίσα με το $1/3$ του αρχικού. Με βάση τα παραπάνω το νέο μαγνητικό ισοδύναμο του δρομέα είναι το παρακάτω :



Σχήμα 6.2: Μαγνητικό ισοδύναμο δρομέα τελικού μοντέλου

Το σπάσιμο του μαγνήτη έχει 2 σημαντικές επιδράσεις στην τοπολογία του μαγνητικού ισοδυναμού κυκλώματος. Επηρεάζει τόσο το τμήμα του δρομέα όσο και το τμήμα του διακένου. Όσον αφορά το τμήμα του διακένου, μοντελοποιείται με μεγαλύτερη ακρίβεια η σκέδαση μεταξύ των μαγνητών η οποία αποτελεί την ουσιαστικότερη σκέδαση στο συγκεκριμένο είδος μηχανής. Όσον αφορά το τμήμα του δρομέα, αυξάνονται οι συνδέσεις

μεταξύ στάτη-δρομέα, οπότε με την ύπαρξη περισσότερων αγωγιμοτήτων διακένου επιτυγχάνουμε καλύτερη μοντελοποίηση αυτού του τμήματος που οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα στα μεγέθη της επίδοσης της μηχανής. Η αναλογία στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων FEMM αφορά την επιλογή ενός καλύτερου πλέγματος στην περιοχή του διακένου, η οποία γίνεται με αύξηση των κόμβων εκεί. Οπότε ο πίνακας αγωγιμοτήτων του διακένου G_{airgap} από διάσταση $Q \times \ell$ γίνεται $Q \times 3\ell$. Το τελικό ισοδύναμο μαγνητικό κύκλωμα περιλαμβάνει πλέον 135 κόμβους έναντι των 85 που περιλάμβανε αυτό του κεφαλαίου 4 και ένα μέρος του φαίνεται παρακάτω :



Σχήμα 6.3: Μαγνητικό ισοδύναμο μηχανής τελικού μοντέλου

Στο νέο μοντέλο που φαίνεται παραπάνω (6.3) το 4^ο στρώμα που περιλαμβάνει τους κόμβους πάνω από τους μαγνήτες χωρίστηκε σε 3 επιμέρους μέρη με αποτέλεσμα να έχουμε: τους κόμβους πάνω από τα αριστερά κομμάτια των μαγνητών ($u_{4L,1} - u_{4L,l}$), τους κόμβους πάνω από τα κεντρικά κομμάτια των μαγνητών ($u_{4C,1} - u_{4C,l}$) και τους κόμβους πάνω από τα δεξιά κομμάτια ($u_{4R,1} - u_{4R,l}$). Με βάση τα παραπάνω, οι εξισώσεις που καταστρώθηκαν για την επίλυση του νέου προβλήματος είναι οι εξής :

1st layer

$$-u_{1,k} \cdot G_{sy,k} - u_{1,2} \cdot G_{sy,1} + u_{1,1} \cdot (G_{sy,k} + G_{sy,1}) + \Phi_{st,1} = 0$$

$$-u_{1,k-1} \cdot G_{sy,k-1} - u_{1,1} \cdot G_{sy,k} + u_{1,k} \cdot (G_{sy,k-1} + G_{sy,k}) + \Phi_{st,k} = 0$$

1ath layer

$$-u_{1a,k} \cdot G_{su} - u_{1a,2} \cdot G_{su} + u_{1a,1} \cdot 2 \cdot G_{su} - \Phi_{stu,1} + \Phi_{stl,1} = 0$$

$$-u_{1a,k-1} \cdot G_{su} - u_{1a,1} \cdot G_{su} + u_{1a,k} \cdot 2 \cdot G_{su} - \Phi_{stu,k} + \Phi_{stl,k} = 0$$

2nd layer

$$-u_{2,k} \cdot G_{sl} - u_{2,2} \cdot G_{sl} - u_{3,1} \cdot G_{tt,1} + u_{2,1} \cdot (2 \cdot G_{sl} + G_{tt,1}) - \Phi_{stl,1} = 0$$

$$-u_{2,k-1} \cdot G_{sl} - u_{2,1} \cdot G_{sl} - u_{3,k} \cdot G_{tt,k} + u_{2,k} \cdot (2 \cdot G_{sl} + G_{tt,k}) - \Phi_{stl,k} = 0$$

3rd layer

$$-u_{2,1} \cdot G_{tt,1} - \sum_{j=1}^l u_{4L,j} \cdot G_{1,3 \cdot (j-1) + 1} - \sum_{j=1}^l u_{4C,j} \cdot G_{1,3 \cdot (j-1) + 2} - \sum_{j=1}^l u_{4R,j} \cdot G_{1,3 \cdot (j-1) + 3} +$$

$$+ u_{3,1} \cdot (G_{tt,1} + \sum_{j=1}^{3l} G_{1,j}) = 0$$

$$-u_{2,k} \cdot G_{tt,k} - \sum_{j=1}^l u_{4L,j} \cdot G_{k,3 \cdot (j-1) + 1} - \sum_{j=1}^l u_{4C,j} \cdot G_{k,3 \cdot (j-1) + 2} - \sum_{j=1}^l u_{4R,j} \cdot G_{k,3 \cdot (j-1) + 3} +$$

$$+ u_{3,k} \cdot (G_{tt,k} + \sum_{j=1}^{3l} G_{k,j}) = 0$$

4th layer*Left*

$$-u_{5,1} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + G_{mr} \right) - u_{4R,l} \cdot G_{mm} - \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,1} + u_{4L,1} \cdot \left(G_{mm} + G_{mr} + \frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,1} \right) - \frac{\Phi_r}{3} = 0$$

$$-u_{4R,l-1} \cdot G_{mm} - \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,3l-2} + u_{4L,l} \cdot \left(G_{mm} + G_{mr} + \frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,3l-2} \right) + \frac{\Phi_r}{3} = 0$$

Center

$$-u_{5,1} \cdot \frac{G_m}{3} - \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,2} + u_{4C,1} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,2} \right) - \frac{\Phi_r}{3} = 0$$

$$- \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,3l-1} + u_{4C,l} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,3l-1} \right) + \frac{\Phi_r}{3} = 0$$

Right

$$-u_{5,1} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + G_{mr} \right) - u_{4L,2} \cdot G_{mm} - \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,3} + u_{4R,1} \cdot \left(G_{mm} + G_{mr} + \frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,3} \right) - \frac{\Phi_r}{3} = 0$$

$$-u_{4L,1} \cdot G_{mm} - \sum_{i=1}^k u_{3,i} \cdot G_{i,3l} + u_{4R,l} \cdot \left(G_{mm} + G_{mr} + \frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,3l} \right) + \frac{\Phi_r}{3} = 0$$

5th layer

$$-u_{5,2} \cdot G_{ry,1} - u_{4L,1} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + G_{mr} \right) - u_{4C,1} \cdot \frac{G_m}{3} - u_{4R,1} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + G_{mr} \right) +$$

$$+ u_{5,1} \cdot (G_{ry,l} + G_{ry,1} + G_m + 2 \cdot G_{mr}) + \Phi_r = 0$$

$$-u_{5,l-2} \cdot G_{ry,l-2} - u_{4L,l-1} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + G_{mr} \right) - u_{4C,l-1} \cdot \frac{G_m}{3} - u_{4R,l-1} \cdot \left(\frac{G_m}{3} + G_{mr} \right) +$$

$$+ u_{5,l-1} \cdot (G_{ry,l-1} + G_{ry,l-2} + G_m + 2 \cdot G_{mr}) + \Phi_r = 0$$

Η βοηθητική σχέση(4.6) που χρησιμοποιήσαμε στο κεφάλαιο 4 τώρα αναλύεται αντίστοιχα μέσω 2 εξισώσεων αφού πλέον υπάρχουν 2 πηγές ηλεκτρεγερτικής δύναμης. Οι σχέσεις αυτές φαίνονται παρακάτω :

$$U_1 = U_{1a} + \frac{F_{st}}{2} + \frac{R_t}{2} \cdot \Phi_{stu} \quad (6.2)$$

$$U_{1a} = U_2 + \frac{F_{st}}{2} + \frac{R_t}{2} \cdot \Phi_{stl} \quad (6.3)$$

Οι παραπάνω σχέσεις επίσης συνοψίζονται με την ακόλουθη εξίσωση :

$$A \cdot U = Z \quad (6.4)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} A_{11}^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & I^{k \times k} & 0^{k \times k} \\ 0^{k \times k} & A_{1a1a}^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & -I^{k \times k} & I^{k \times k} \\ 0^{k \times k} & 0^{k \times k} & A_{22}^{k \times k} & A_{23}^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & 0^{k \times k} & -I^{k \times k} \\ 0^{k \times k} & 0^{k \times l} & A_{32}^{k \times k} & A_{33}^{k \times k} & A_{34L}^{k \times l} & A_{34C}^{k \times l} & A_{34R}^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & 0^{k \times k} & 0^{k \times k} \\ 0^{l \times k} & 0^{l \times k} & 0^{l \times k} & A_{4L3}^{l \times k} & A_{4L4L}^{l \times l} & 0^{l \times l} & A_{4LAR}^{l \times l} & A_{4L5}^{l \times (l-1)} & 0^{l \times k} & 0^{l \times k} \\ 0^{l \times k} & 0^{l \times k} & 0^{l \times k} & A_{4C3}^{l \times k} & 0^{l \times l} & A_{4C4C}^{l \times l} & 0^{l \times l} & A_{4C5}^{l \times (l-1)} & 0^{l \times k} & 0^{l \times k} \\ 0^{l \times k} & 0^{l \times k} & 0^{l \times k} & A_{4R3}^{l \times k} & A_{4RAL}^{l \times l} & 0^{l \times l} & A_{4RAR}^{l \times l} & A_{4R5}^{l \times (l-1)} & 0^{l \times k} & 0^{l \times k} \\ 0^{(l-1) \times k} & 0^{(l-1) \times k} & 0^{(l-1) \times k} & 0^{(l-1) \times k} & A_{54L}^{(l-1) \times l} & A_{54C}^{(l-1) \times l} & A_{54R}^{(l-1) \times l} & A_{55}^{(l-1) \times (l-1)} & 0^{(l-1) \times k} & 0^{(l-1) \times k} \\ -I^{k \times k} & I^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & R_{stu}^{k \times k} & 0^{k \times k} \\ 0^{k \times k} & -I^{k \times k} & I^{k \times k} & 0^{k \times k} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times l} & 0^{k \times (l-1)} & 0^{k \times k} & R_{stl}^{k \times k} \end{bmatrix}$$

και

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_{1a} \\ U_2 \\ U_3 \\ U_{4L} \\ U_{4C} \\ U_{4R} \\ U_5 \\ \Phi_{stu} \\ \Phi_{stl} \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} 0^{k \times 1} \\ 0^{k \times 1} \\ 0^{k \times 1} \\ 0^{k \times 1} \\ -\Phi_r^{l \times 1} / 3 \\ -\Phi_r^{l \times 1} / 3 \\ -\Phi_r^{l \times 1} / 3 \\ \Phi_r^{(l-1) \times 1} \\ F_{st}^{k \times 1} / 2 \\ F_{st}^{k \times 1} / 2 \end{bmatrix}$$

με

$$\Phi_r = \begin{bmatrix} -\phi_r & \phi_r & -\phi_r & \dots & \phi_r \end{bmatrix}^T \quad l \times 1$$

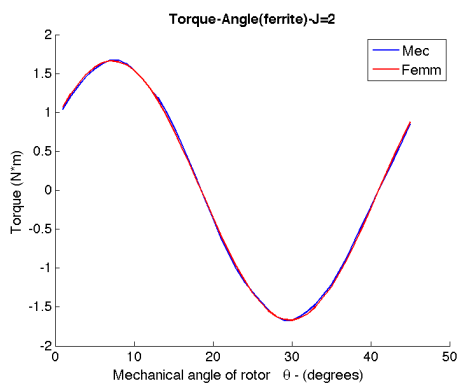
$$\Phi'_r = \begin{bmatrix} -\phi_r & \phi_r & -\phi_r & \dots & -\phi_r \end{bmatrix}^T \quad (l-1) \times 1$$

Αντίστοιχα με το μοντέλο του κεφαλαίου 4, οι πρόσθετοι υποπίνακες του πίνακα A περιλαμβάνουν τις αγωγιμότητες όλων των τμημάτων της μηχανής και αναλύονται διεξοδικά στο παράρτημα Β'. Η μεταβλητή U των αγνώστων περιλαμβάνει όλα τα μαγνητικά δυναμικά U (ξεκινώντας από τον ζυγό του στάτη) και τις ροές των δοντιών της μηχανής Φ_{stu} και Φ_{stl} . Τέλος η μεταβλητή των γνωστών περιλαμβάνει τις πηγές ρεύματος των μαγνητών Φ_r και τις πηγές μαγνητεγερτικών δυνάμεων F_{st} .

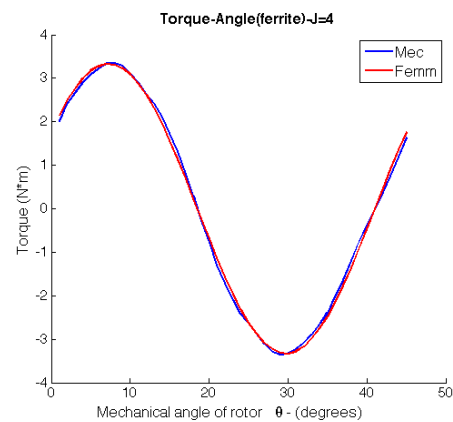
6.3 Επιβεβαίωση τελικού μοντέλου

Οι συγκρίσεις MEC-FEMM του τελικού μας μοντέλου έχουν την ίδια δομή με αυτές του προηγούμενου κεφαλαίου. Συνεπώς αντίστοιχα, για κάθε υλικό μόνιμου μαγνήτη αρχικά με τη χρήση του μοντέλου MEC υλοποιήθηκε η διαδικασία που παρουσιάστηκε στο διάγραμμα ροής (4.8) για πυκνότητες ρεύματος J από 0 έως 4 A/mm^2 .

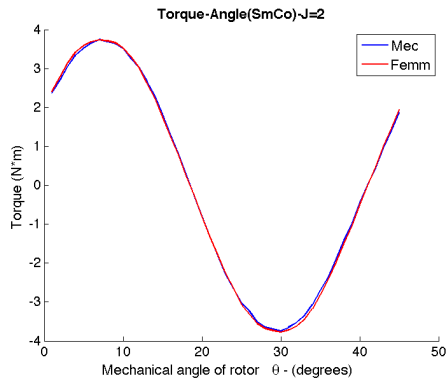
Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για τα 3 υλικά σε σειρά φερριτής, SmCo, NdFeB με ενδεικτικές τιμές πυκνότητας ρεύματος $J=2,4 \text{ A/mm}^2$ παρατίθενται παρακάτω :



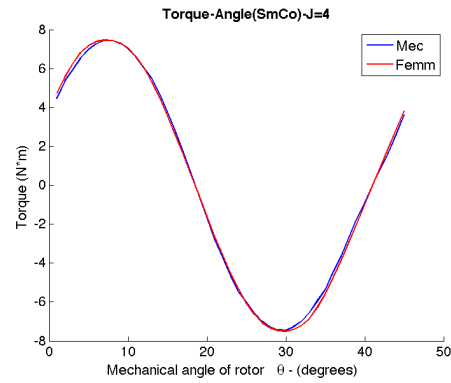
Σχήμα 6.4: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για φερριτή με $J=2$ με σπάσιμο μαγνήτη



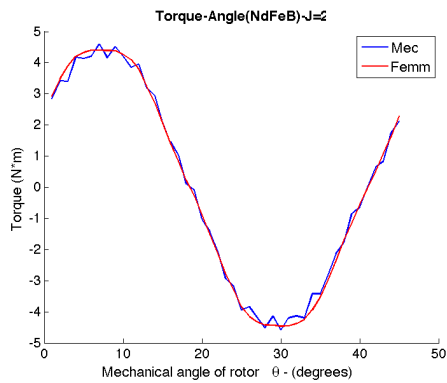
Σχήμα 6.5: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για φερριτή με $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη



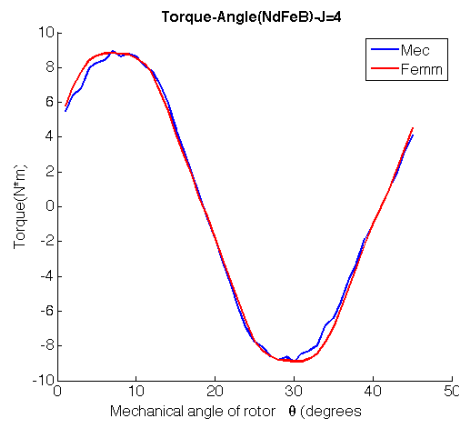
Σχήμα 6.6: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για SmCo με $J=2$ με σπάσιμο μαγνήτη



Σχήμα 6.7: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για SmCo με $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη



Σχήμα 6.8: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για NdFeB με $J=2$ με σπάσιμο μαγνήτη



Σχήμα 6.9: Σχέση Ροπής-Γωνίας δρομέα για NdFeB με $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Από τις παραπάνω καμπύλες που αφορούν την σχέση ροπής - θέσης δρομέα, παρατηρούμε ότι η καμπύλη που παίρνουμε από το MEC προσεγγίζει σε άριστο βαθμό την αντίστοιχη καμπύλη που προκύπτει από το FEMM. Ειδικότερα, για μαγνήτη τύπου φερρίτη για τον οποίο ο σίδηρος της μηχανής λειτουργεί στην γραμμική του περιοχή αλλά και για το μαγνήτη SmCo όπου ο σίδηρος λειτουργεί κοντά στο γόνατο κορεσμού για πυκνότητες ρεύματος μέχρι $4A/mm^2$, η προσέγγιση είναι ακριβής. Όσον αφορά το NdFeB παρατηρείται και πάλι πολύ καλή ακρίβεια. Παρόλα αυτά, υπάρχει μια μικρή κυμάτωση η οποία οφείλεται στο γεγονός ότι τα μέρη σιδήρου της μηχανής οδηγούνται σε κορεσμό. Η λίγο μεγαλύτερη κυμάτωση που παρατηρείται για πυκνότητα ρεύματος $J = 2 A/mm^2$ την οποία δεν αναμένουμε οφείλεται στα σφάλματα που προέκυψαν από την μαθηματική επίλυση του προβλήματος. Παρακάτω παρατίθεται ο πίνακας (6.1) με τα συγκεντρωτικά σφάλματα των καμπυλών τα οποία προσεγγίστηκαν από τον τύπο $\|\mathbf{T}_{MEC} - \mathbf{T}_{FEMM}\|/\|\mathbf{T}_{FEMM}\|$.

| Υλικό | Πυκνότητα Ρεύματος $J(A/mm^2)$ | Σχετικό Σφάλμα MEC-FEMM(%) |
|---------|--------------------------------|----------------------------|
| Ferrite | 2 | 4.36 |
| | 4 | 6.85 |
| SmCo | 2 | 4.72 |
| | 4 | 5.62 |
| NdFeB | 2 | 11.42 |
| | 4 | 8.16 |

Πίνακας 6.1: Σχετικά σφάλματα FEMM-MEC καμπυλών Ροπής-Γωνίας με σπάσιμο μαγνήτη

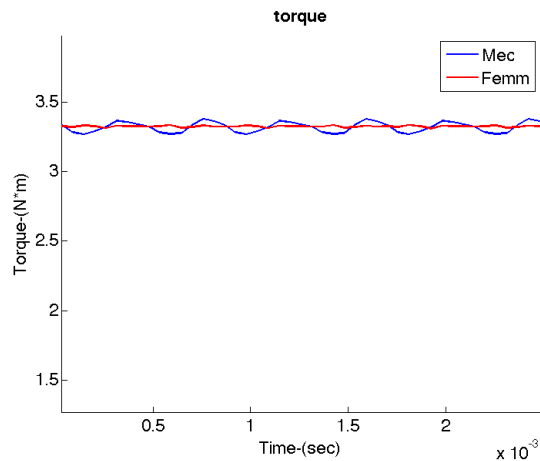
Όσον αφορά την ταχύτητα επίλυσης, οι χρόνοι που χρειάστηκαν για τη λήψη αυτών των καμπυλών μέσω της μεθόδου MEC, επίσης διαφέρουν σημαντικά σε σχέση με το FEMM όπως φαίνεται παρακάτω(6.2):

| Υλικό | Πυκνότητα Ρεύματος $J(A/mm^2)$ | Χρόνος MEC (sec) | Χρόνος FEMM (min) |
|---------|--------------------------------|------------------|-------------------|
| Ferrite | 2 | 2.28 | 85 |
| | 4 | 2.84 | 101 |
| SmCo | 2 | 64 | 110 |
| | 4 | 70 | 112 |
| NdFeB | 2 | 89.85 | 120 |
| | 4 | 92.16 | 134 |

Πίνακας 6.2: Χρόνοι FEMM-MEC για λήψη καμπύλης Ροπής-Γωνίας δρομέα με σπάσιμο μαγνήτη

Στην συνέχεια αντίστοιχα με το προηγούμενο κεφάλαιο, με επιλογή της γωνίας που αντιστοιχεί σε μέγιστη ροπή από τα παραπάνω διαγράμματα και για πυκνότητα ρεύματος $J = 4 A/mm^2$ ακολουθούμε την διαδικασία που περιγράφηκε στο διάγραμμα ροής δυναμικού μοντέλου (4.11) και βρίσκουμε την μέση ροπή και την κυμάτωση αυτής καθώς επίσης και τις φασικές πεπλεγμένες ροές και ΗΕΔ σύμφωνα με το ίδιο διάγραμμα ροής. Ακολουθούν τα αποτελέσματα αυτά του MEC, μαζί με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του FEMM για τα 3 υλικά του μαγνήτη.

Για τον φερρίτη έχουμε :



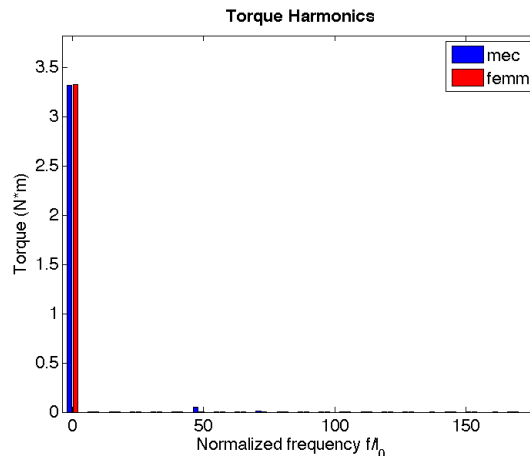
Σχήμα 6.10: Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Με βάση την παραπάνω εικόνα, ακολουθεί πίνακας όπου αναγράφονται οι τιμές της μέσης ροπής, της κυμάτωσης αυτής και το ποσοστό της κυμάτωσης ως προς την μέση ροπή. Παρατηρούμε ότι η απόκλιση των μέσων ροπών είναι ανύπαρκτη, όπως επίσης και ότι στο MEC υπάρχει ένα μικρό ποσοστό κυμάτωσης ενώ στο FEMM αυτό είναι αμελητέο.

| | Μέση Ροπή(N · m) | Κυμάτωση Ροπής(N · m) | Κυμάτωση Ροπής ως ποσοστό της μέσης ροπής(%) |
|-------------|-------------------------|------------------------------|---|
| MEC | 3.32026 | 0.112783 | 3.3968 |
| FEMM | 3.32614 | 0.0231 | 0.694 |

Πίνακας 6.3: Μέση Ροπή και κυμάτωση φερρίτη του FEMM-MEC με σπάσιμο μαγνήτη

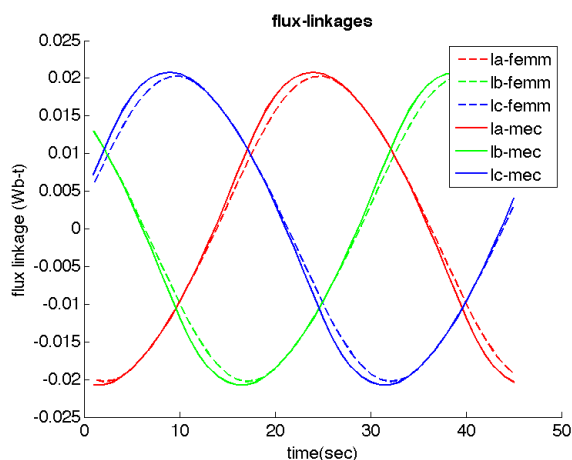
Ακολουθεί το αρμονικό περιεχόμενο της ροπής μέσω ανάλυσης Fourier του φερρίτη με σπάσιμο μαγνήτη :



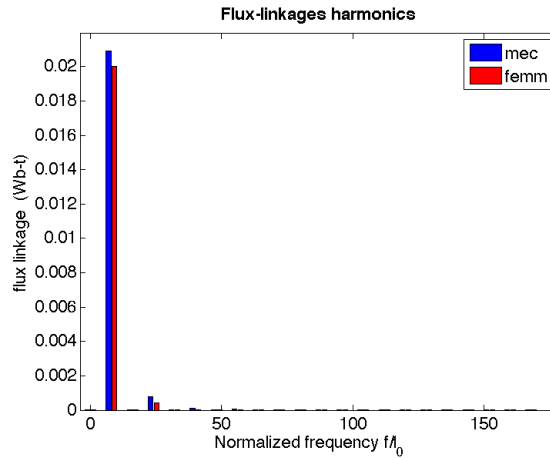
Σχήμα 6.11: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Όπως φαίνεται στο σχήμα (6.11) το MEC παράγει μια ροπή που έχει ελαφρώς διαφορετικό αρμονικό περιεχόμενο σε σχέση με το FEMM. Οι ροπές που προκύπτουν έχουν πολύ κοινή dc συνιστώσα (μέση τιμή) όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, με σφάλμα 0.176% ενώ οι αρμονικές εμφανίζουν κάποιες αποκλίσεις. Ειδικότερα η 48^η (6^{ης} τάξης) αρμονική του MEC έχει τιμή 0.050418 ενώ του FEMM 0.0024.

Ακολουθούν συγκρίσεις MEC-FEMM μεταξύ των τριών φάσεων της πεπλεγμένης ροής (λ) /ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) στο πεδίο του χρόνου και μεταξύ του αρμονικού περιεχομένου της φάσης A (οι άλλες δύο έχουν παρόμοιο) για τα παραπάνω 2 μεγέθη:

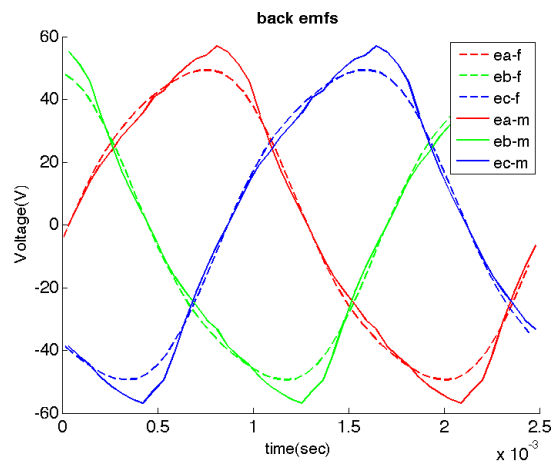


Σχήμα 6.12: Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις φερρίτη για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

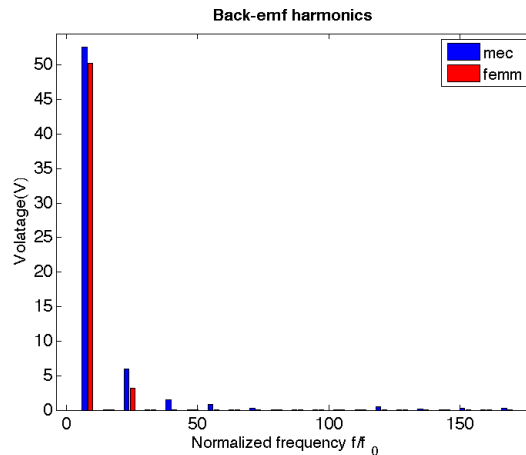


Σχήμα 6.13: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής φερρίτη για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη

Από το παραπάνω σχήμα, για το μέγεθος της πεπλεγμένης ροής στη θεμελιώδη συνιστώσα (8^η αρμονική) εμφανίζεται απόκλιση της τάξης του 4.48% ενώ για την αρμονική 3^{ης} τάξης (24^η αρμονική) εμφανίζεται σφάλμα 86.27%. Οι υπόλοιπες τάξεις αρμονικών είναι αμελητέες στο FEMM ενώ στο MEC παρουσιάζονται η 5^η (40^η αρμονική) και η 7^η (56^η αρμονική) των οποίων τα μέτρα ως ποσοστά της θεμελιώδους είναι 0.586% και 0.231% αντίστοιχα.



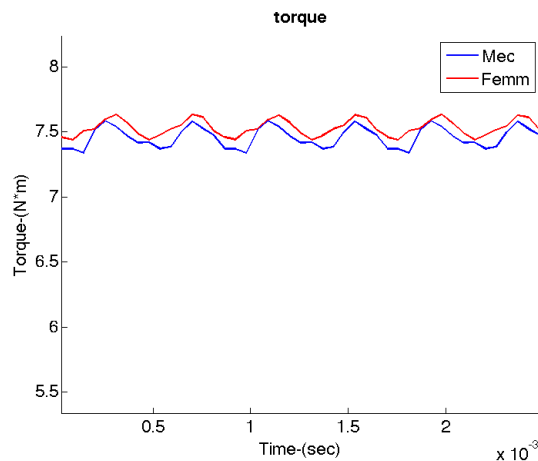
Σχήμα 6.14: Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις φερρίτη για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη



Σχήμα 6.15: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης φερριτή για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Για το μέγεθος της ΗΕΔ το σφάλμα της θεμελιώδους αρμονικής είναι 4.49% ενώ η 3^η τάξης αρμονική (24) εμφανίζει σφάλμα 86.27%. Οι υπόλοιπες αρμονικές του FEMM είναι αμελητέες ενώ στο MEC εμφανίζονται αρμονικές στις θέσεις 40 και 56 με ποσοστά επί της θεμελιώδους 2.872% και 1.557%.

Για το SmCo έχουμε αντίστοιχα :



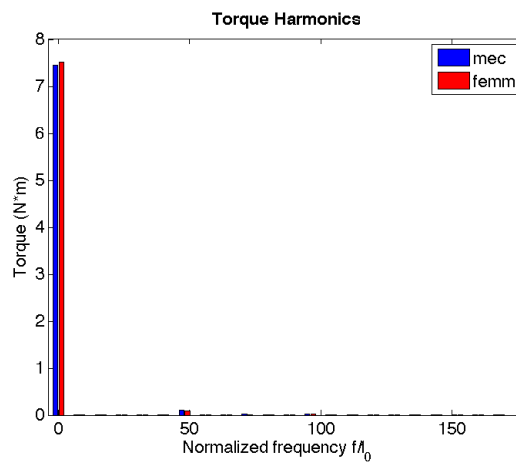
Σχήμα 6.16: Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Με βάση την παραπάνω εικόνα, ακολουθεί πίνακας όπου αναγράφονται οι τιμές της μέσης ροπής, της κυμάτωσης αυτής και το ποσοστό της κυμάτωσης ως προς την μέση ροπή. Παρατηρούμε ότι η απόκλιση των μέσων ροπών μεταξύ FEMM και MEC είναι πάρα πολύ μικρή ενώ τα ποσοστά της κυμάτωσης ως προς τη μέση ροπή είναι παρόμοια, με αυτό του MEC να είναι λίγο μεγαλύτερο.

| | Μέση Ροπή(N · m) | Κυμάτωση Ροπής(N · m) | Κυμάτωση Ροπής ως ποσοστό της μέσης ροπής(%) |
|-------------|------------------|-----------------------|--|
| MEC | 7.4561 | 0.244356 | 3.277 |
| FEMM | 7.52935 | 0.1939 | 2.575 |

Πίνακας 6.4: Μέση Ροπή και κυμάτωση SmCo του FEMM-MEC με σπάσιμο μαγνήτη

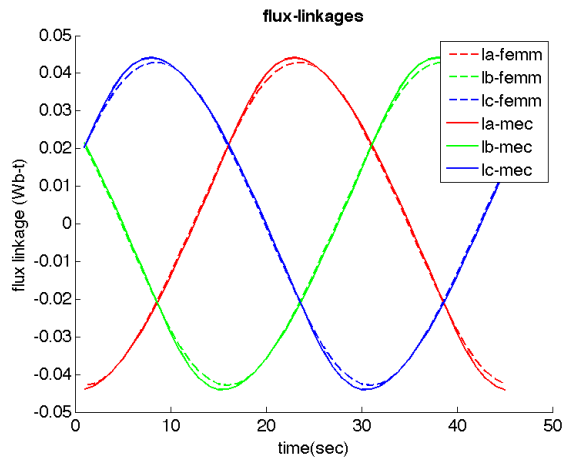
Ακολουθεί το αρμονικό περιεχόμενο της ροπής μέσω ανάλυσης Fourier του SmCo με σπάσιμο μαγνήτη:



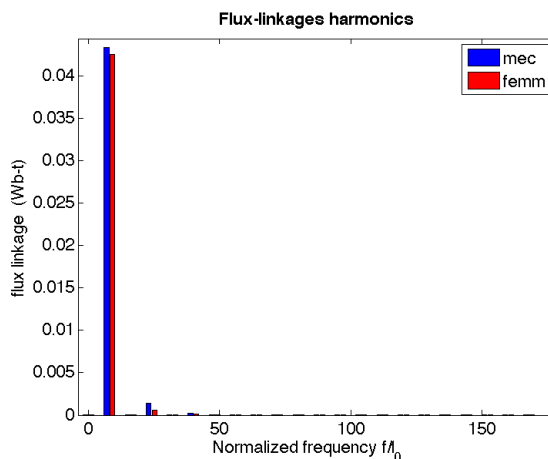
Σχήμα 6.17: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής SmCo για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη

Όπως φαίνεται στο σχήμα (6.17) οι ροπές που προκύπτουν έχουν πολύ κοντινή dc συνιστώσα (μέση τιμή) όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, με σφάλμα 0.973% ενώ οι αρμονικές εμφανίζουν μικρές αποκλίσεις για τις θέσεις 24, 48.Ειδικότερα η 48^η αρμονική του MEC έχει τιμή 0.105 ενώ του FEMM 0.086.

Ακολουθούν συγκρίσεις MEC-FEMM μεταξύ των τριών φάσεων της πεπλεγμένης ροής (λ) /ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) στο πεδίο του χρόνου και μεταξύ του αρμονικού περιεχομένου ενδεικτικά της φάσης Α (οι άλλες δύο έχουν παρόμοιο) για τα παραπάνω 2 μεγέθη:

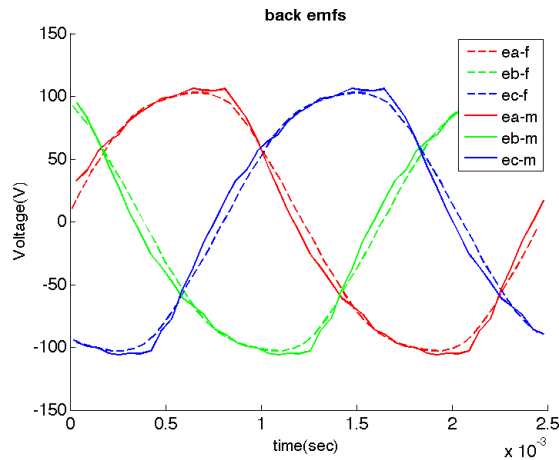


Σχήμα 6.18: Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

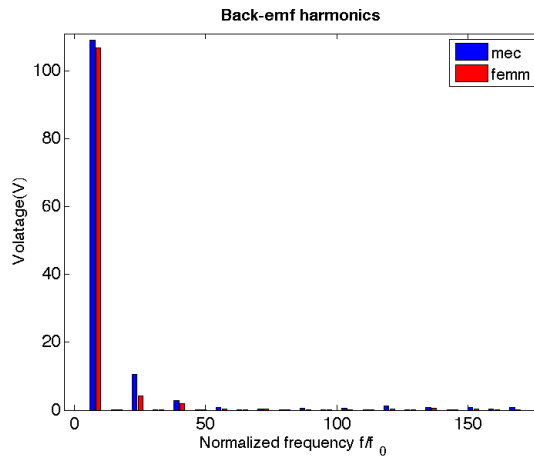


Σχήμα 6.19: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Από το παραπάνω σχήμα, για το μέγεθος της πεπλεγμένης ροής στη θεμελιώδη συνιστώσα ($8^{\text{η}}$ αρμονική) εμφανίζεται απόκλιση της τάξης του 2%. Για ψηλότερες τάξεις αρμονικών, έχουμε στην θέση 24 (αρμονική $3^{\text{η}}$ τάξης) ποσοστό ως προς τη θεμελιώδη 3.24% στο MEC και 1.34% στο FEMM ενώ για την θέση 40 (αρμονική $5^{\text{η}}$ τάξης) 0.53% το MEC και 0.35% το FEMM.



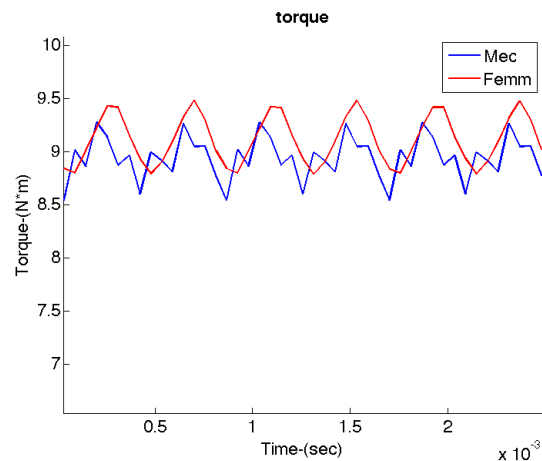
Σχήμα 6.20: Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη



Σχήμα 6.21: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης SmCo για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Για το μέγεθος της ΗΕΔ το σφάλμα της θεμελιώδους αρμονικής είναι 2% ενώ η 3^ης τάξης αρμονική (24) εμφανίζει σφάλμα 110%. Στις μεγαλύτερες τάξεις αρμονικών για τις θέσεις 40 και 56 τα ποσοστά ως προς την θεμελιώδη της ΗΕΔ της κάθε σχεδίασης είναι 2.62%, 0.87% στο MEC ενώ 1.73% και 0.24% στο FEMM αντίστοιχα. Επιπλέον, στις θέσεις 120, 136 εμφανίζονται αντίστοιχα ποσοστά 1.05% και 0.80% για το MEC ενώ για το FEMM είναι αμελητέες.

Τέλος για το NdFeB έχουμε :



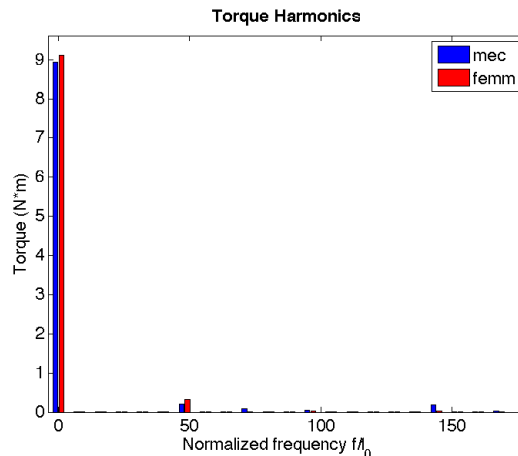
Σχήμα 6.22: Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Με βάση την παραπάνω εικόνα, ακολουθεί πίνακας όπου αναγράφονται οι τιμές της μέσης ροπής, της κυμάτωσης αυτής και το ποσοστό της κυμάτωσης ως προς την μέση ροπή. Παρατηρούμε ότι η απόκλιση των μέσων ροπών είναι πάρα πολύ μικρή, όπως επίσης και ότι τόσο στο MEC όσο και στο FEMM υπάρχει ένα παρόμοιο ποσοστό κυμάτωσης.

| | Μέση Ροπή(N · m) | Κυμάτωση Ροπής(N · m) | Κυμάτωση Ροπής ως ποσοστό της μέσης ροπής(%) |
|-------------|-------------------------|------------------------------|---|
| MEC | 8.94199 | 0.736367 | 8.235 |
| FEMM | 9.1127 | 0.694505 | 7.6212 |

Πίνακας 6.5: Μέση Ροπή και κυμάτωση NdFeB του FEMM-MEC με σπάσιμο μαγνήτη

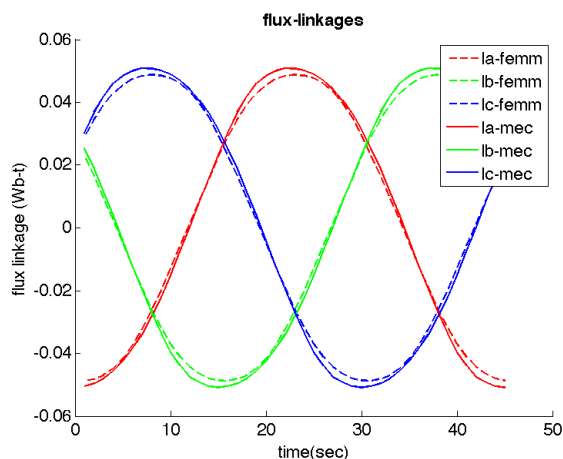
Ακολουθεί το αρμονικό περιεχόμενο της ροπής μέσω ανάλυσης Fourier του NdFeB με σπάσιμο μαγνήτη:



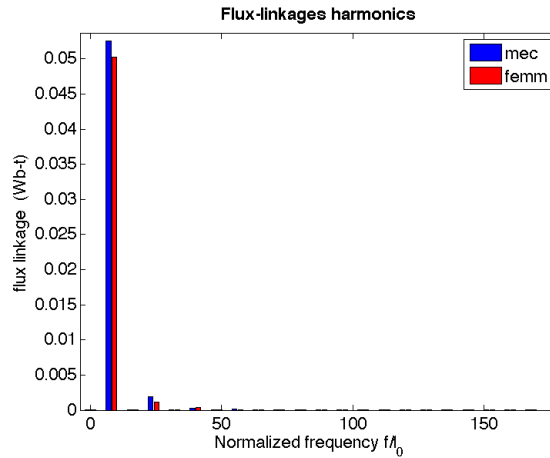
Σχήμα 6.23: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Όπως φαίνεται στο σχήμα (6.23) το MEC παράγει μια ροπή που έχει ελαφρώς διαφορετικό αρμονικό περιεχόμενο σε σχέση με το FEMM. Οι ροπές που προκύπτουν έχουν πολύ κοντινή dc συνιστώσα (μέση τιμή) όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, με σφάλμα 1.87% ενώ οι αρμονικές εμφανίζουν κάποιες αποκλίσεις. Ειδικότερα οι αρμονικές στις θέσεις 48, 72, 96, 144 έχουν τιμές για το MEC 0.2, 0.086, 0.0453 και 0.18 αντίστοιχα ενώ για το FEMM 0.323, 0.0065, 0.026 και 0.0227 αντίστοιχα.

Ακολουθούν συγκρίσεις MEC-FEMM μεταξύ των τριών φάσεων της πεπλεγμένης ροής (λ) /ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) στο πεδίο του χρόνου και μεταξύ του αρμονικού περιεχομένου της φάσης A (οι άλλες δύο έχουν παρόμοιο) για τα παραπάνω 2 μεγέθη:

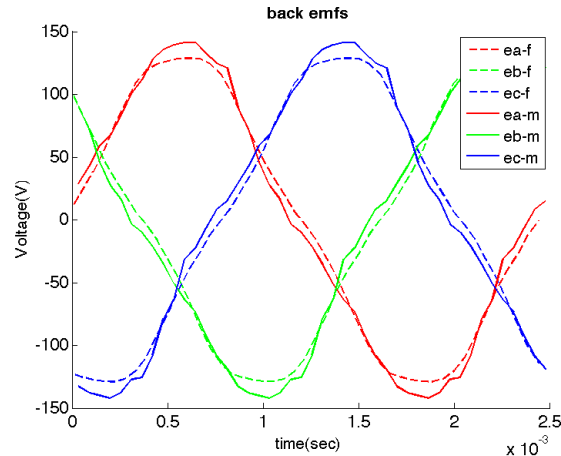


Σχήμα 6.24: Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

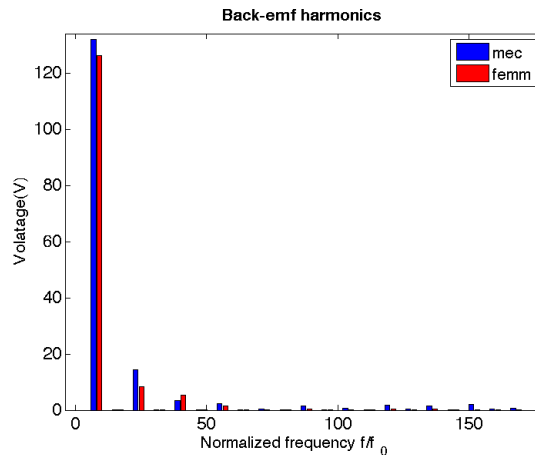


Σχήμα 6.25: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Από το παραπάνω σχήμα, για το μέγεθος της πεπλεγμένης ροής στη θεμελιώδη συνιστώσα (8^η αρμονική) εμφανίζεται απόκλιση της τάξης του 4.59% ενώ για την αρμονική 3^{ης} τάξης (24^η) εμφανίζεται σφάλμα 74.05% και για την 5^{ης} τάξης (40^η) εμφανίζεται σφάλμα 34.36%. Επιπλέον, για το MEC εμφανίζεται μια επιπλέον αρμονική στην θέση 56 με ποσοστό επί της θεμελιώδους 0.39%.



Σχήμα 6.26: Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη



Σχήμα 6.27: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης NdFeB για $J=4$ με σπάσιμο μαγνήτη

Για το μέγεθος της ΗΕΔ το σφάλμα της θεμελιώδους αρμονικής είναι 4.59% ενώ οι αρμονικές 3^{ης}, 5^{ης} και 7^{ης} τάξης (24, 40, 56) εμφανίζουν σφάλμα 74.05%, 34.36% και 75.37% αντίστοιχα. Επίσης για το MEC εμφανίζονται αρμονικές στις θέσεις 88, 120, 126 και 152 με αντίστοιχα ποσοστά επί της θεμελιώδους 1.06%, 1.42%, 1.23% και 1.54%.

Για το NdFeB που οδηγεί το σίδηρο της μηχανής σε λειτουργία στην μη γραμμική περιοχή, το συνολικό σφάλμα σε σχέση με το FEMM που προκύπτει αποτελείται από 2 συνιστώσες: το σφάλμα γεωμετρίας και το σφάλμα μη γραμμικότητας. Γι' αυτό το λόγο προσομοιώθηκε η λειτουργία της μηχανής τόσο στο FEMM όσο και στο MEC με έναν «γραμμικό» σίδηρο με στόχο την προσέγγιση του σφάλματος γεωμετρίας, η διαφορά του οποίου από το συνολικό σφάλμα μας δίνει το σφάλμα της μη γραμμικότητας. Ο μη γραμμικός σίδηρος και οι γραφικές που προκύψαν αναλύονται στο παράρτημα Γ' ενώ οι 2 συνιστώσες σφάλματος παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (6.6).

| Συγκρινόμενα Με- γέθη | Συνολικό Σφάλμα(%) | Σφάλμα γεωμετρίας(%) | Σφάλμα μη γραμμικότητας(%) |
|---|-----------------------|-------------------------|-------------------------------|
| Καμπύλη Ροπή-Γωνίας($J = 4$) | 8.16 | 3.81 | 4.35 |
| Μέση Ροπή δυναμικού μοντέλου | 1.87 | 0.6 | 1.27 |
| Θεμελιώδης συνι- στώσα (8) πεπλεγμέ- νης ροής δυναμικού μοντέλου | 4.59 | 1.79 | 2.8 |
| 3 ^η συνιστώσα (24) πε- πλεγμένης ροής δυνα- μικού μοντέλου | 74.05 | 68.331 | 5.179 |
| Θεμελιώδης συνι- στώσα (8) ΗΕΔ (μιας φάσης) δυναμικού μοντέλου | 4.59 | 1.79 | 2.69 |
| 3 ^η συνιστώσα(24) ΗΕΔ (μιας φάσης) δυναμι- κού μοντέλου | 74.05 | 68.331 | 5.179 |

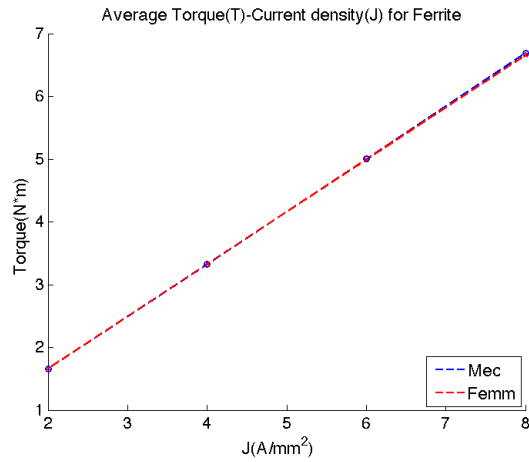
Πίνακας 6.6: Διακρίση συνολικού σφάλματος σε σφάλμα γεωμετρίας και σφάλμα μη γραμμικότητας για υλικό μαγνήτη NdFeB με σπάσιμο σε 3 μέρη και $J=4$

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα σε περιπτώσεις όπου η παραμένουσα μαγνήτιση του υλικού του μαγνήτη είναι μεγάλη (όπως το NdFeB) και ο σίδηρος της μηχανής κορένεται έντονα, τα σφάλματα της γωνίας καμπύλης ροπή-γωνίας οφείλονται σε μεγαλύτερο ποσοστό σε σφάλματα μη γραμμικότητας. Επίσης, για τη στρεφόμενη λειτουργία της μηχανής με ημιτονοειδή ρεύματα, τα σφάλματα στη μέση ροπή και στη θεμελιώδη ΗΕΔ οφείλονται πιο πολύ σε σφάλματα μη γραμμικότητας. Αντίθετα το σφάλμα στις αρμονικές της ΗΕΔ, οφείλεται κατά το μεγαλύτερο μέρος του σε σφάλματα γεωμετρίας. Επιπρόσθετα, εξετάστηκαν και οι τάσεις ανοιχτοκύκλωσης των 3 υλικών για λειτουργία μηχανής σε 3000 στροφές και προέκυψαν σφάλματα μεταξύ MEC και FEMM, αντίστοιχα με αυτά που παρατηρήθηκαν για λειτουργία υπό φορτίο καθώς οι ΗΕΔ ανοιχτοκύκλωσης με τις ΗΕΔ υπό φορτίο έχουν μικρές διαφορές. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:(6.7)

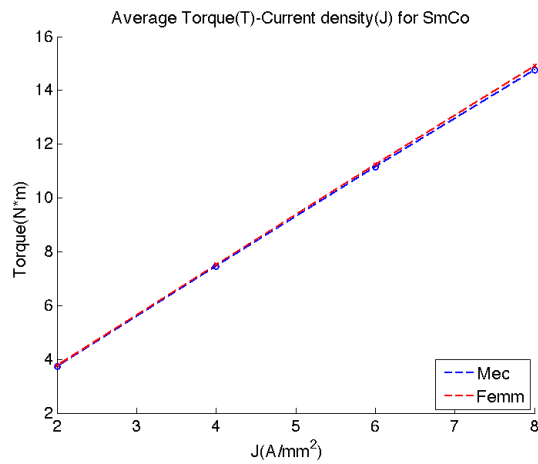
| | Φερίτης | SmCo | NdFeB |
|---|----------------|-------------|--------------|
| <i>Μέτρο Θεμελιώδους HEΔ Mec(V)</i> | 47.9 | 108.5 | 132 |
| <i>Μέτρο Θεμελιώδους HEΔ Femm(V)</i> | 46.4 | 105.5 | 126 |
| Σφάλμα Θεμελιώ- δους HEΔ(%) | 3.23 | 2.84 | 4.92 |
| <i>Μέτρο 3^{ης} αρμονικής HEΔ Mec(V)</i> | 5.21 | 8.09 | 10.2 |
| <i>Μέτρο 3^{ης} αρμονικής HEΔ Femm(V)</i> | 3.2 | 4.72 | 6.81 |
| Σφάλμα 3^{ης} αρμονι- κής HEΔ(%) | 62.81 | 71.33 | 49.61 |
| <i>Μέτρο 5^{ης} αρμονικής HEΔ Mec(V)</i> | 0.2 | 0.55 | 2.99 |
| <i>Μέτρο 5^{ης} αρμονικής HEΔ Femm(V)</i> | 0.08 | 0.924 | 4.63 |
| Σφάλμα 5^{ης} αρμονι- κής HEΔ(%) | 150 | 40.53 | 35.47 |
| <i>Μέτρο 7^{ης} αρμονικής HEΔ Mec(V)</i> | 0.32 | 0.358 | 0.939 |
| <i>Μέτρο 7^{ης} αρμονικής HEΔ Femm(V)</i> | 0.039 | 0.298 | 0.35 |
| Σφάλμα 7^{ης} αρμονι- κής HEΔ(%) | 720 | 19.82 | 168.2 |

Πίνακας 6.7: Μέτρα θεμελιώδους-βασικών αρμονικών περιπτώσεως της HEΔ κενού φορτίου μεταξύ FEMM-MEC και σφάλματα

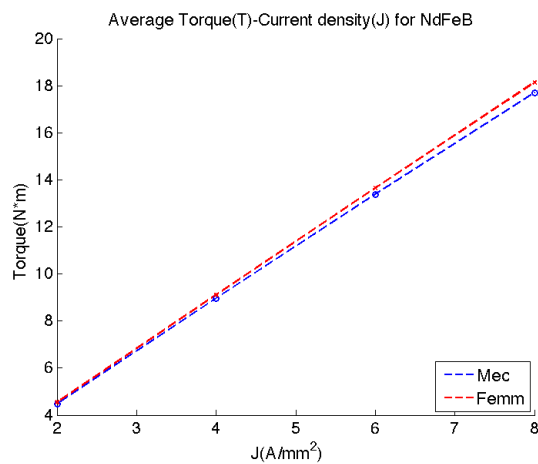
Υπολογίστηκαν επίσης και για τα τρία υλικά, οι μέσες ροπές για πυκνότητες ρεύματος από $2 A/mm^2$ έως $8 A/mm^2$ και έγινε η σύγκρισή τους. Ακολουθούν οι συγκεκριμένες γραφικές:



Σχήμα 6.28: Σύγκριση μέσων ροπών FEMM-MEC φερρίτη



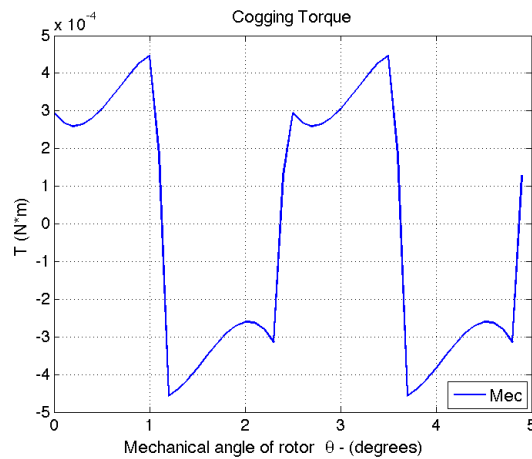
Σχήμα 6.29: Σύγκριση μέσων ροπών FEMM-MEC SmCo



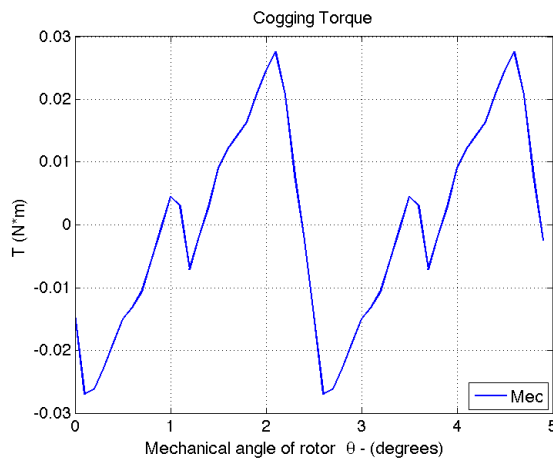
Σχήμα 6.30: Σύγκριση μέσων ροπών FEMM-MEC NdFeB

Όπως φαίνεται παραπάνω παρατηρείται πολύ καλή συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων του FEMM και του MEC. Συγκεκριμένα για υλικά μαγνήτη φερρίτη και SmCo οι αποκλίσεις των μέσων ροπών είναι μηδαμινές. Για υλικό μαγνήτη NdFeB οι αποκλίσεις είναι αντίστοιχα μηδαμινές για πυκνότητες ρεύματος μέχρι 4 A/mm^2 , ενώ για μεγαλύτερες πυκνότητες όπου εμφανίζεται πολύ έντονος κορεσμός της μηχανής αρχίζουν και γίνονται εμφανείς.

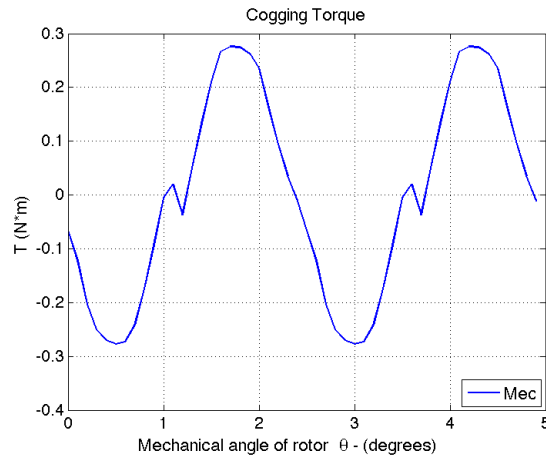
Τέλος υπολογίστηκαν οι ροπές ευθυγράμμισης των 3 υλικών στο MEC και προέκυψαν οι παρακάτω γραφικές:



Σχήμα 6.31: Ροπή Ευθυγράμμισης φερρίτη



Σχήμα 6.32: Ροπή Ευθυγράμμισης SmCo



Σχήμα 6.33: Ροπή Ευθυγράμμισης NdFeB

Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις, αναπαριστούν την ροπή ευθυγράμμισης για διάστημα 5 μηχανικών μοιρών για κάθε υλικό. Παρατηρούμε περιοδικότητα 2.5 μοιρών, η οποία επιβεβαιώνεται από τη θεωρία για την διάταξη της μηχανής μας με βάση την σχέση (3.45) που έχει αναπτυχθεί στο κεφάλαιο 3. Σύγκριση με την ροπή ευθυγράμμισης του FEMM δεν κατέστη δυνατή καθώς στο FEMM η περιοδικότητα δεν εμφανιζόταν και η μορφή της είχε αυτή του θορύβου. Αυτό θα μπορούσε να οφείλεται στη συγκεκριμένη διάταξη της μηχανής, στα σφάλματα μέτρησης ή στον επιλυτή που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.

6.4 Συμπεράσματα

Η προτεινόμενη διακριτοποίηση του μοντέλου MEC, με σπάσιμο του μαγνήτη σε 3 κομμάτια και επιπλέον μοντελοποίηση της ροής σκέδασης του πάνω μέρος αυλακιού, είχε πολύ θετικά αποτελέσματα σε σχέση με το προηγούμενο μοντέλο όπου ο μαγνήτης αντιπροσωπευόταν από μια πηγή με την αγωγιμότητα της. Η αύξηση των κόμβων έφερε μια ελάχιστη αύξηση στους χρόνους για την επίλυση του νέου μοντέλου, οι οποίοι όμως συνεχίζουν να είναι κατά πολύ μικρότεροι από αυτούς του FEMM. Οι χρόνοι αυτοί φαίνονται σε πίνακα (6.8) στο τέλος της ενότητας αυτής. Παράλληλα, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων όσον αφορά τα μεγέθη που σχετίζονται με την επίδοση της μηχανής βελτιώθηκε καθώς οι νέες μετρήσεις αυτών προσεγγίζουν καλύτερα αυτές του FEMM. Ειδικότερα, οι καμπύλες ροπής γωνίας του MEC είναι πλέον ταυτόσημες με αυτές του FEMM γεγονός που οδηγεί στην ύπαρξη ελάχιστης απόκλισης μεταξύ των μέσων ροπών τους για μέγιστη θέση ροπής που εξετάστηκε. Ακόμα και το ποσοστό κυμάτωσης της μέσης ροπής σε αυτή την θέση είναι παρόμοιο όταν χρησιμοποιούμε NdFeB για μόνιμο μαγνήτη. Επιπλέον, τόσο οι

καμπύλες της πεπλεγμένης ροής όσο και οι καμπύλες της ηλεκτρεγερτικής δύναμης του MEC προσεγγίζουν πολύ καλύτερα αυτές του FEMM και αυτό φαίνεται τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Σχετικά με το αρμονικό περιεχόμενο τους, εμφανίζουν ελάχιστο σφάλμα στην θεμελιώδη συνιστώσα και μικρότερα σφάλματα στις μεγαλύτερες τάξεις σε σχέση με αυτό του κεφαλαίου 5.

| Υλικό | Χρόνος MEC (<i>sec</i>) | Χρόνος FEMM (<i>min</i>) |
|---------|---------------------------|----------------------------|
| Ferrite | 2.29 | 73 |
| SmCo | 70.5 | 115 |
| NdFeB | 91 | 147 |

Πίνακας 6.8: Χρόνοι FEMM-MEC για επίλυση δυναμικού μοντέλου με σπάσιμο μαγνήτη

Κεφάλαιο 7

ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

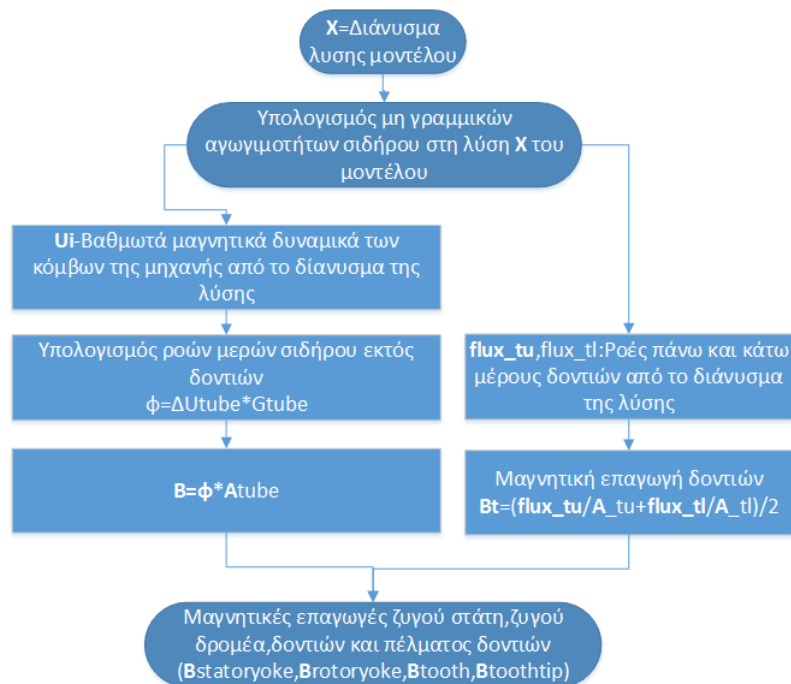
7.1 Γενικά

Η πυκνότητα της μαγνητικής ροής (B) είναι ένα σημαντικό μέγεθος που παίζει πρωταρχικό ρόλο στη σχεδίαση της μηχανής και μας ενδιαφέρει η γνώση της σε όλα τα μέρη της ηλεκτρικής μηχανής. Το μέγεθος αυτό συμπεριλαμβάνεται σε αυτά της επίδοσης αλλά επειδή οι απώλειες σιδήρου εξαρτώνται άμεσα από αυτή σχετίζεται και με την απόδοση της μηχανής. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο για την τελική αξιολόγηση του μοντέλου MEC που υλοποιήθηκε, θα υπολογιστούν οι μαγνητικές επαγωγές στα διάφορα τμήματα της μηχανής και θα συγκριθούν με αυτές που προκύπτουν από το πρόγραμμα FEMM. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί κοινός τρόπος υπολογισμού των απωλειών σιδήρου και στις 2 μεθόδους με στόχο τη σύγκριση αυτών μεταξύ τους. Τέλος υπολογίζεται η αντίσταση τυλίγματος του στάτη που καθιστά δυνατό τον υπολογισμό απωλειών χαλκού και για τους 2 τρόπους σχεδίασης.

7.2 Υπολογισμός και σύγκριση μαγνητικών επαγωγών

Οι μαγνητικές επαγωγές υπολογίστηκαν στα μέρη σιδήρου της μηχανής και ειδικότερα στο ζυγό του στάτη (*stator yoke*), στο δόντι (*tooth*), στο πέλμα του δοντιού (*tooth tip*) και

στον ζυγό του δρομέα (*rotoryoke*). Για το υπολογισμό των μαγνητικών επαγωγών ακολουθήθηκε η διαδικασία που αναφέρεται στο παρακάτω διάγραμμα ροής:



Σχήμα 7.1: Διάγραμμα ροής υπολογισμού των μαγνητικών επαγωγών

Η επίλυση του μοντέλου όπως έχει αναφερθεί έχει ως έξοδο ένα διάνυσμα με τα μαγνητικά δυναμικά όλων των κόμβων του ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος και τις ροές όλων των δοντιών. Ο υπολογισμός των μαγνητικών επαγωγών προϋποθέτει την γνώση των μαγνητικών ροών στους αντίστοιχους σωλήνες (flux tubes) των μερών σιδήρου της μηχανής που αναφέρθηκαν και προκύπτει από τον λόγο τους με τα αντίστοιχα εμβαδά αυτών όπως φαίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$B = \frac{\phi}{A} \quad (7.1)$$

Η μαγνητική ροή σε κάθε σωλήνα εκτός αυτών των δοντιών, υπολογίστηκε ως η πτώση μαγνητεγερτικής δύναμης (διαφορά μαγνητικών δυναμικών) στο σωλήνα αυτό επί την αγωγιμότητα του, όπως φαίνεται στον ακόλουθο τύπο:

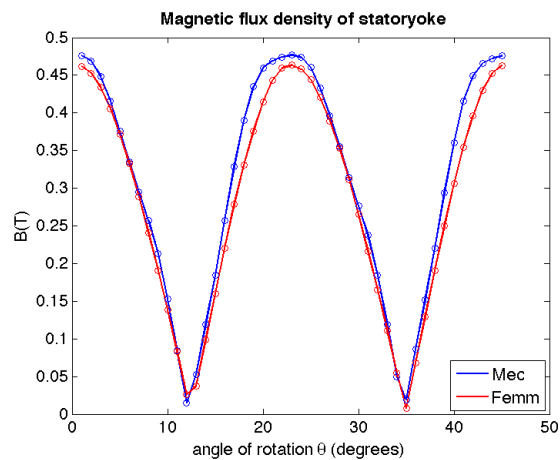
$$\phi = (U_1 - U_2) \cdot G \quad (7.2)$$

Για την μαγνητική επαγωγή των δοντιών πήραμε την μέση τιμή των μαγνητικών επαγωγών του πάνω και κάτω μέρους του δοντιού αντίστοιχα. Παρακάτω παρουσιάζονται οι

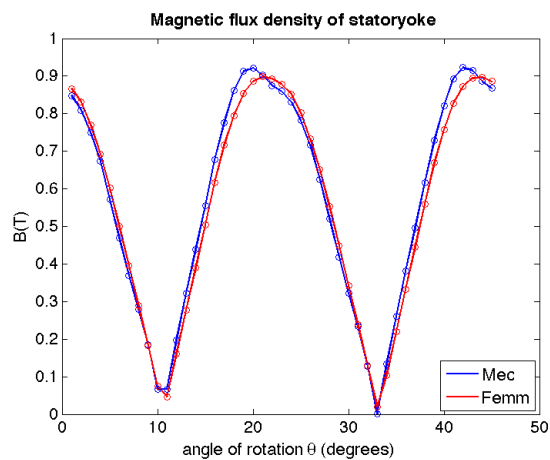
συγκρίσεις μαγνητικών επαγωγών για τα τμήματα της μηχανής που αναφέρθηκαν μεταξύ MEC-FEMM και για τα 3 υλικά μόνιμου μαγνήτη αντίστοιχα. Οι συγκρίσεις αυτές αφορούν τον πρώτο σωλήνα ροής κάθε φορά του αντίστοιχου μέρους της μηχανής για έναν πλήρη ηλεκτρικό κύκλο (στροφή δρομέα από 0 έως 45 μηχανικές μοίρες). Για κάθε σύγκριση θα σχεδιαστούν οι αντίστοιχες γραφικές παράστασεις FEMM και MEC και θα υπολογιστεί η σχετική διαφορά τους από τον παρακάτω τύπο:

$$\| \mathbf{B}_{MEC} - \mathbf{B}_{FEMM} \| / \| \mathbf{B}_{FEMM} \| \quad (7.3)$$

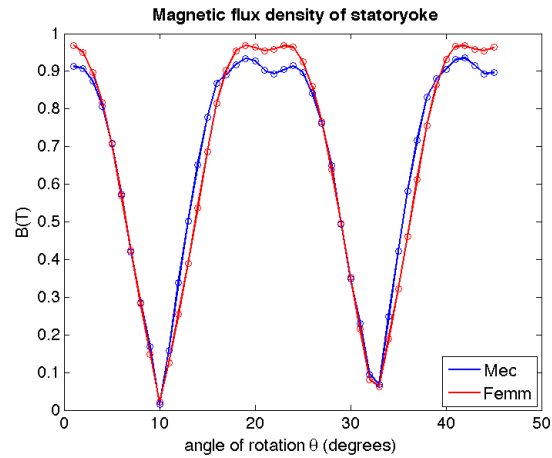
Αρχικά για το ζυγό του στάτη των 3 υλικών φερρίτη SmCO και NdFeB έχουμε αντίστοιχα:



Σχήμα 7.2: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού στάτη για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



Σχήμα 7.3: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού στάτη για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



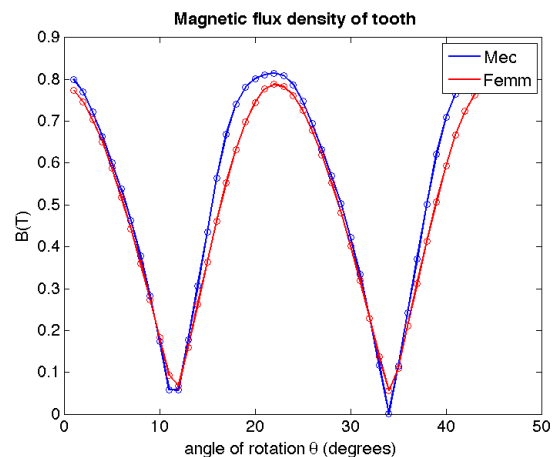
Σχήμα 7.4: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού στάτη για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM

Όπως φαίνεται στα παραπάνω σχήματα, το μοντέλο MEC προσεγγίζει με ικανοποιητική ακρίβεια την μαγνητική επαγωγή του ζυγού του στάτη με σφάλματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα(7.1).

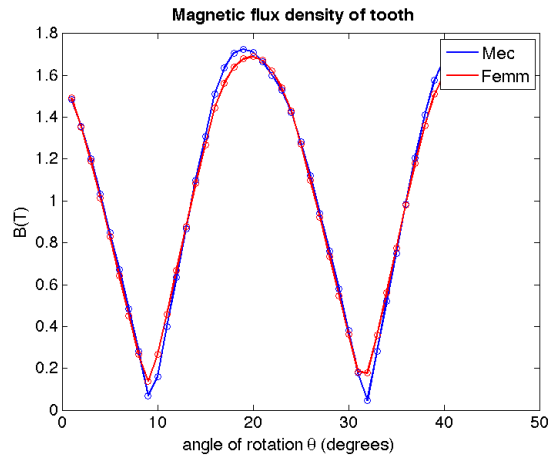
| | Φερρίτης | SmCo | NdFeB |
|---------------------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| Σφάλμα B_{sy} (%) | 10.24 | 9.85 | 9.19 |

Πίνακας 7.1: Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο ζυγό του στάτη

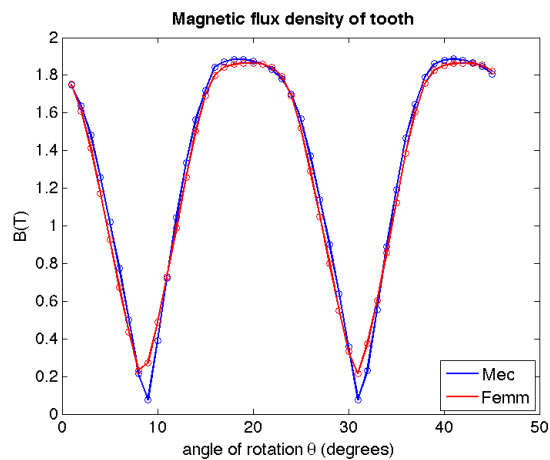
Για τα δόντια 3 υλικών φερρίτη SmCO και NdFeB έχουμε αντίστοιχα:



Σχήμα 7.5: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του δοντιού για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



Σχήμα 7.6: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του δοντιού για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



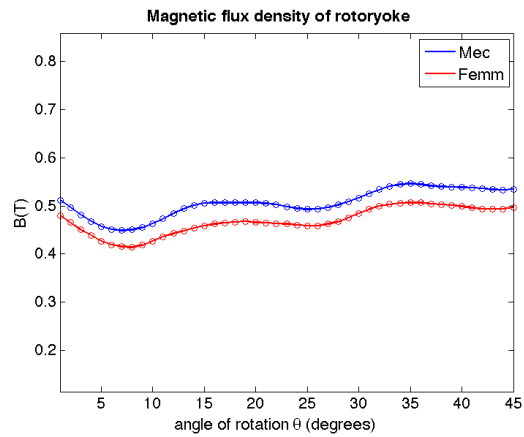
Σχήμα 7.7: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του δοντιού για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM

Από τα παραπάνω σχήματα, το μοντέλο MEC προσεγγίζει με ικανοποιητική ακρίβεια και την μαγνητική επαγωγή του δοντιού του στάτη με σφάλματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα(7.2). Το σφάλμα του φερριτή αναμενόταν λίγο χαμηλότερο από τα άλλα δύο, αλλά αυτή η αύξηση οφείλεται στη απόκλιση των τιμών μαγνητικής επαγωγής κοντά στο μηδέν οι οποίες αυξάνουν το συνολικό σφάλμα δυσανάλογα συγκριτικά με όλες τις άλλες τιμές.

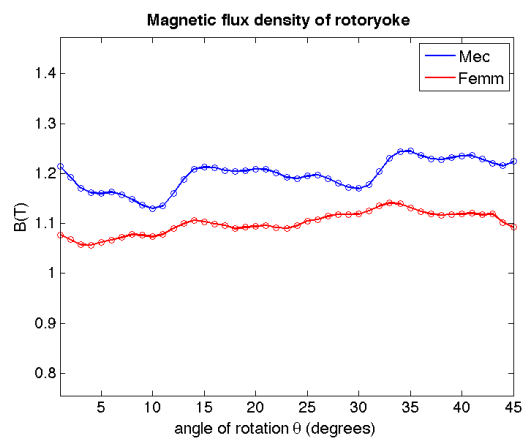
| | Φερρίτης | SmCo | NdFeB |
|------------------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| Σφάλμα B_t (%) | 11.35 | 6.86 | 8.42 |

Πίνακας 7.2: Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο δόντι του στάτη

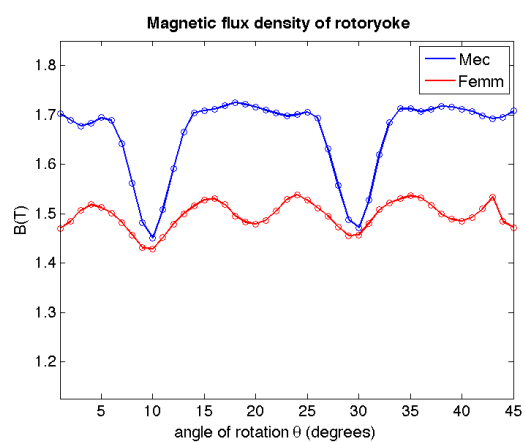
Για το ζυγό του δρομέα των 3 υλικών φερριτή SmCO και NdFeB έχουμε αντίστοιχα:



Σχήμα 7.8: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού δρομέα για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



Σχήμα 7.9: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού δρομέα για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



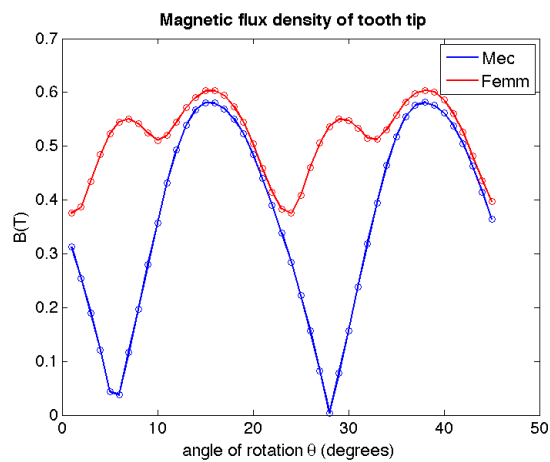
Σχήμα 7.10: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του ζυγού δρομέα για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM

Με βάση τις παραπάνω γραφικές, το μοντέλο MEC προσεγγίζει με καλή ακρίβεια την μαγνητική επαγωγή του ζυγού του δρομέα για το γραμμικό υλικό και το SmCo ενώ εμφανίζονται λίγο μεγαλύτερα σφάλματα για μαγνήτη NdFeB τόσο φαίνεται και στον ακόλουθο πίνακα(7.3).

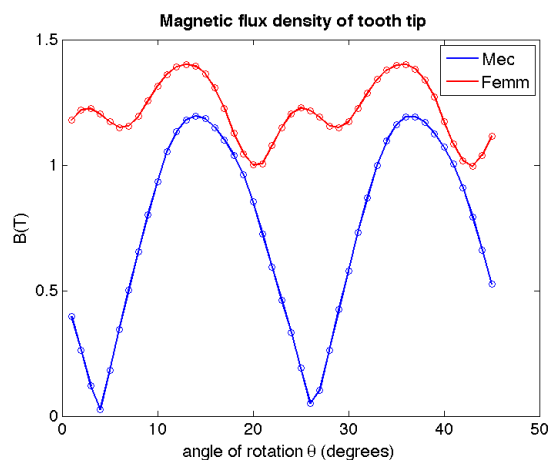
| | Φερρίτης | SmCo | NdFeB |
|---------------------|----------|------|-------|
| Σφάλμα B_{ry} (%) | 8 | 8.79 | 10.94 |

Πίνακας 7.3: Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο ζυγό του δρομέα

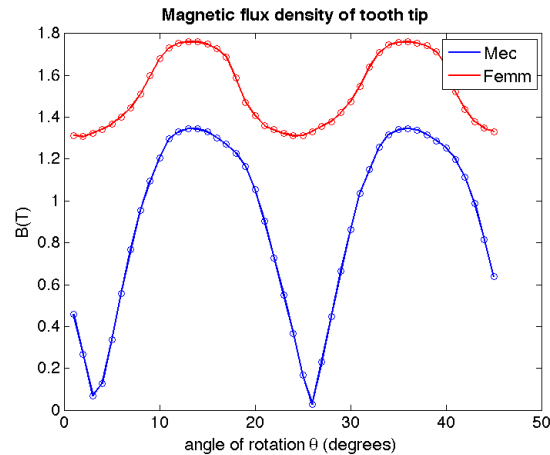
Τέλος, για πέλματα δοντιών των 3 υλικών φερρίτη SmCO και NdFeB έχουμε αντίστοιχα:



Σχήμα 7.11: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του πέλματος δοντιού για φερρίτη μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



Σχήμα 7.12: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του πέλματος δοντιού για SmCo μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM



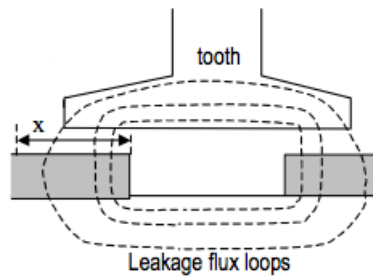
Σχήμα 7.13: Σύγκριση της μαγνητικής επαγωγής του πέλματος δοντιού για NdFeB μεταξύ μοντέλου MEC με σπάσιμο μαγνήτη και FEMM

Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα και στα 3 υλικά υπάρχουν εμφανείς αποκλίσεις μεταξύ των καμπυλών ιδιαίτερα για συγκεκριμένα εύρη γωνιών (3-8 και 26-31), με σφάλματα που κυμαίνονται κατά μέσο όρο από 30% – 42% όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα(7.4).

| | Φερρίτης | SmCo | NdFeB |
|---------------------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| Σφάλμα B_{tt} (%) | 30.28 | 39.65 | 42.45 |

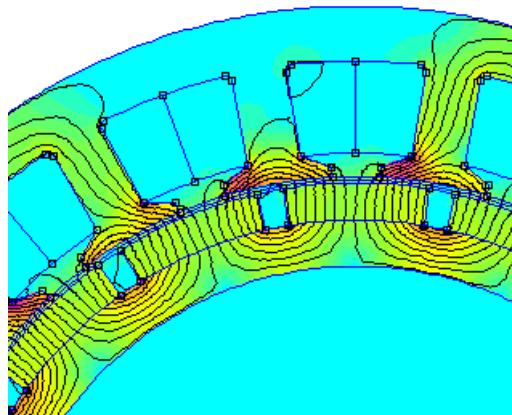
Πίνακας 7.4: Σφάλμα MEC-FEMM μαγνητικής επαγωγής στο πέλμα δοντιού του στάτη

Τα σφάλματα αυτά οφείλονται στο φαινόμενο της *ροής σκέδασης zig-zag (zig-zag leakage)* που εντοπίζεται στα πέλματα του δοντιού και στη μη ομοιόμορφη κατανομή της ροής σε αυτά ως συνέπεια αυτού. Η *ροή σκέδασης zig-zag (zig-zag leakage)* εξαρτάται κάθε φορά από τη θέση του δρομέα. Θεωρώντας δεξιόστροφη περιστροφή του δρομέα, η ροή αυτή εμφανίζεται στη θέση στην οποία το δεξί άκρο ενός μαγνήτη αρχίζει να επικαλύπτει το αριστερό άκρο του πέλματος δοντιού και φτάνει στο μέγιστο της όταν ο άξονας που περνάει από το κέντρο του δοντιού συμπίπτει με το κέντρο του διαστήματος μεταξύ των μαγνητών(7.15). Μετά από αυτή τη θέση καθώς ο μαγνήτης συνεχίζει να στρέφεται η ροή αυτή μειώνεται και όταν το αριστερό του άκρο φτάσει κάτω από το δεξί άκρο του πέλματος δοντιού μηδενίζεται.[41]. Στην περίπτωση της ροής σκεδάσεως zig-zag το πέλμα δοντιού έχει στα αριστερά και στα δεξιά του 2 διαφορετικές πολικότητες μαγνητών και «βραχυκυκλώνεται», δηλαδή μέρος της ροής ή ολόκληρη όπως συμβαίνει στη θέση μέγιστης ροής σκεδάσεως zig-zag όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, εισέρχεται σε ένα βρόχο ροής μεταξύ των δυο μαγνητών και του πέλματος δοντιού αποκλεισμένο από το κύριο μέρος του δοντιού.



Σχήμα 7.14: Μέγιστη ροή σκέδασης για διάστημα μεταξύ μαγνητών κεντραρισμένο κάτω από το κέντρο του πέλματος δοντιού

Το φαινόμενο αυτό δημιουργεί στο πέλμα του δοντιού επαπτομενικές συνιστώσες μαγνητικής επαγωγής οι οποίες δεν λαμβάνονται υπόψη στο μοντέλο. Επομένως, δημιουργείται μια σοβαρή απόκλιση όσον αφορά την μέτρηση της συνολικής μαγνητικής επαγωγής του MEC στο πέλμα του δοντιού σε σχέση με αυτή του FEMM στις θέσεις δρομέα όπου η ροή αυτή εμφανίζεται. Για τη μοντελοποίηση της ροής σκέδασης που θα οδηγούσε σε πιο ακριβείς μετρήσεις της μαγνητικής επαγωγής απαιτείται ένα πιο σύνθετο μοντέλο MEC που θα περιλαμβάνει και επαπτομενικούς σωλήνες ροής στα πέλματα του δοντιού όπως αναφέρει ο Perho[28]. Επίσης μια άλλη προσέγγιση που ακολουθείται από τους Kano et al[15] είναι η χρήση επαπτομενικών σωλήνων ροής(flux tubes) μόνο στα σημεία που εμφανίζεται το φαινόμενο αυτό. Και οι 2 αυτές προσεγγίσεις του προβλήματος δεν αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής αποτελούν όμως μελλοντική ενέργεια για περαιτέρω διερεύνηση.



Σχήμα 7.15: Ροή σκέδασης zig-zag από στιγμιότυπο του FEMM

7.3 Απώλειες μηχανής

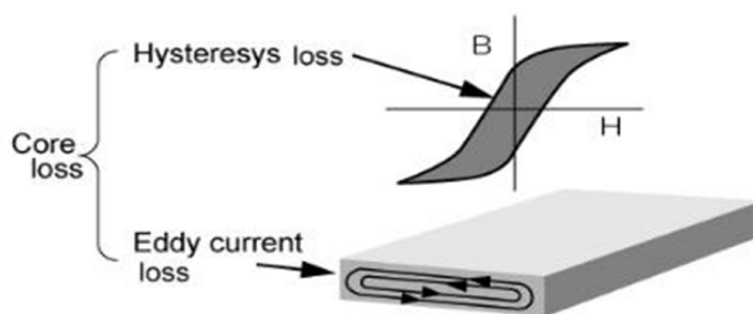
Η απόδοση σε μια μηχανή αποτελεί πολύ σημαντικό κριτήριο για την σχεδίαση αυτής ανάλογα με την εφαρμογή. Οι απώλειες οι οποίες παίζουν τον ουσιαστικότερο ρόλο στην απόδοση μιας μηχανής είναι οι *απώλειες πυρήνα* (*core losses*) και οι *απώλειες χαλκού* (*copper losses*).

7.3.1 Απώλειες πυρήνα

Οι απώλειες πυρήνα σε ένα μαγνητικό υλικό όπως στην προκειμένη περίπτωση στον σίδηρο του πυρήνα της μηχανής, συμβαίνουν όταν το υλικό αυτό υπόκειται σε μια χρονικώς μεταβαλλόμενη πυκνότητα μαγνητικής ροής B . Οι απώλειες αυτές μπορούν να χωριστούν σε 2 κατηγορίες: στις *απώλειες υστέρησης* (*hysteresis loss*) και στις *απώλειες δινορευμάτων* (*eddy currents losses*).

Οι *απώλειες υστέρησης* αντιστοιχούν στην ενέργεια που απαιτείται για τον αποπροσανατολισμό όλων των τομέων του μετάλλου σε κάθε περίοδο του εναλλασσόμενου ρεύματος που εφαρμόζεται στον πυρήνα. Μπορεί να αποδειχθεί ότι οι απώλειες ενέργειας είναι ανάλογες του εμβαδού που καλύπτει ο βρόχος υστέρησης. Όσο μικρότερη είναι η μέγιστη τιμή της μαγνητεγερτικής δύναμης που εφαρμόζεται στον πυρήνα τόσο μικρότερο είναι το εμβαδόν του βρόχου υστέρησης οπότε και οι απώλειες πυρήνα.

Οι *απώλειες δινορευμάτων* προκαλούνται από ηλεκτρικά ρεύματα τα οποία επάγονται μέσα στα σιδηρομαγνητικά υλικά από χρονικά μεταβαλλόμενες διεγέρσεις. Αυτά τα επαγόμενα ρεύματα έχουν μορφή στροβίλων και καθώς διαρρέουν τον αγωγίμο πυρήνα της μηχανής καταναλώνουν ενέργεια. Αποδεικνύεται ότι το ποσό της ενέργειας που χάνεται εξαιτίας των δινορευμάτων είναι ανάλογο του μήκους της διαδρομής που αυτά διαγράφουν μέσα στον πυρήνα. Γι' αυτό το λόγο οι σιδηρομαγνητικοί πυρήνες στους οποίους είναι δυνατόν να αναπτυχθούν τέτοια ανεπιθύμητα ρεύματα χωρίζονται σε λεπτά φύλλα που ονομάζονται δυναμοελάσματα/λαμαρίνες. Τα δυναμοελάσματα αυτά ενώνονται για να σχηματίσουν το νέο πυρήνα.



Σχήμα 7.16: Αναπαράσταση απωλειών πυρήνα

Ένα σύνθηρες μοντέλο για τον υπολογισμό των απωλειών πυρήνα το οποίο βασίζεται στις εξισώσεις του Steinmetz, είναι το εξής:[18].

$$p_{Fe} = p_{hyst} + p_{ec} = k_{hyst} \cdot f \cdot \hat{B}^\beta + k_{ec} \cdot f \cdot \hat{B}^2 \quad (7.4)$$

όπου k_{hyst} και k_{ec} οι σταθερές απωλειών υστέρησης και δινορευμάτων αντίστοιχα και β η σταθερά του Steinmetz, οι οποίες εξαρτώνται από το υλικό.

Ο παραπάνω τύπος(7.4) έχει ισχύ μόνο σε περιπτώσεις που η κατανομή της πυκνότητας μαγνητικής ροής είναι ημιτονοειδής[23]. Στις περισσότερες μηχανές μονίμων μαγνητών όμως, όπως και στην περίπτωση της μηχανής που εξετάζεται στη συγκεκριμένη διπλωματική, η πυκνότητα μαγνητικής ροής στον πυρήνα του στάτη δεν ακολουθεί ημιτονοειδή κατανομή. Σε αυτήν την περίπτωση ενώ η προσέγγιση για τις απώλειες υστέρησης συνεχίζει να ισχύει οι απώλειες δινορευμάτων δεν μπορούν να υπολογιστούν με αυτόν τον τύπο. Γι αυτό πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια εναλλακτική προσέγγιση η οποία περιλαμβάνει τις αρμονικές της πυκνότητας μαγνητικής ροής. Πιο συγκεκριμένα η μέθοδος βασίζεται στο μετασχηματισμό Fourier των κυματομορφών των μαγνητικών επαγωγών B σε κάθε στοιχείο τόσο για τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων όσο και τη μέθοδο ισοδυνάμων μαγνητικών κυκλωμάτων. Οι τύποι αυτής της μεθοδολογίας είναι οι ακόλουθοι[40]:

$$P_{edd} = \sum_{i=1}^M \sum_n k_{ec} \cdot (m_i) \cdot (nf)^2 \cdot (B_{r,n}^2 + B_{\theta,n}^2) \quad (7.5)$$

$$P_{hys} = \sum_{i=1}^M \sum_n k_{hys} \cdot (m_i) \cdot (nf) \cdot (B_{r,n}^\beta + B_{\theta,n}^\beta) \quad (7.6)$$

όπου m_i η μάζα του κάθε στοιχείου, $B_{r,n}$ το πλάτος της αρμονικής της ακτινικής συνιστώσας της μαγνητικής επαγωγής $B_{\theta,n}$ το πλάτος της αρμονικής της εφαπτομενικής συνιστώσας της μαγνητικής επαγωγής και nf η αντίστοιχη συχνότητα της αρμονικής.

Με βάση τους παραπάνω τύπους ακολουθούν οι συγκρίσεις των απωλειών σιδήρου μεταξύ MEC και FEMM για πυκνότητες ρεύματος $J=2$ και $J=4$ για τα 3 υλικά μαγνήτη.

| | Φερρίτης | SmCo | NdFeB |
|---------------------------------------|-----------------|-------------|--------------|
| Απώλειες σιδήρου MEC για $J = 2$ (W) | 0.3616584 | 2.16645 | 3.42329 |
| Απώλειες σιδήρου FEMM για $J = 2$ (W) | 0.58332 | 2.94374 | 4.36275 |
| Σχετικό σφάλμα MEC-FEMM(%) | 38 | 26.4 | 21.53 |

Πίνακας 7.5: Σύγκριση MEC-FEMM απωλειών πυρήνα για πυκνότητα ρεύματος $J=2$

| | Φερρίτης | SmCo | NdFeB |
|-----------------------------------|----------|---------|---------|
| Απώλειες σιδήρου MEC για $J = 4$ | 0.4321 | 2.23257 | 3.4592 |
| Απώλειες σιδήρου FEMM για $J = 4$ | 0.648624 | 2.98497 | 4.37416 |
| Σχετικό σφάλμα MEC-FEMM(%) | 33.38 | 25.21 | 20.92 |

Πίνακας 7.6: Σύγκριση MEC-FEMM απωλειών πυρήνα για πυκνότητα ρεύματος $J=4$

Όπως φαίνεται στους παραπάνω πίνακες τα σφάλματα στις απώλειες σιδήρου κυμαίνονται από 21% έως 38%. Καθώς οι απώλειες πυρήνα σχετίζονται άμεσα με τις μαγνητικές επαγωγές οι αποκλίσεις αυτές οφείλονται κυρίως στη μη ικανοποιητική προσέγγιση της μαγνητικής επαγωγής στο πέλμα του δοντιού για τους λόγους που έχουν αναφερθεί στην προηγούμενη ενότητα αλλά και στα σφάλματα που υπάρχουν στις υπόλοιπες μαγνητικές επαγωγές.

7.3.2 Απώλειες χαλκού

Οι απώλειες χαλκού (*copper losses*) αφορούν τις θερμικές απώλειες στις αντιστάσεις των τυλιγμάτων και είναι ανάλογες του τετραγώνου του ρεύματος στα τυλίγματα αυτά. Οι απώλειες χαλκού για την μηχανή μονίμων μαγνητών εντοπίζονται μόνο στον στάτη της μηχανής αφού μόνο εκεί υπάρχει τύλιγμα. Ο υπολογισμός των απωλειών στις 3 φάσεις της μηχανής δίνεται από τον τύπο:

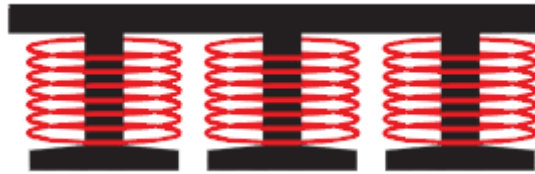
$$P_{copper} = 3 \cdot I^2 \cdot R_i = 3 \cdot \frac{V^2}{R_i} \quad (7.7)$$

όπου V η φασική τάση, I το ρεύμα γραμμής και R_i η συνολική αντίσταση της κάθε φάσης. Ο υπολογισμός λοιπόν των απωλειών απαιτεί αρχικά τον υπολογισμό της αντίστασης τυλιγματος κάθε φάσης R_i . Η αντίσταση τυλιγματος κάθε φάσης υπολογίζεται ως το άθροισμα εν σειρά αντιστάσεων των πηνίων της κάθε φάσης. Η κάθε φάση έχει 6 πηνία (coil) σε συνδεσμολογία σειράς οπότε ισχύει ότι :

$$R_i = 6 \cdot R_{coil} \quad (7.8)$$

Για τον υπολογισμό της αντίστασης πηνίου κάθε φάσης απαιτείται η εύρεση του συνολικού μήκους όλων των ελιγμάτων/αγωγών σε ένα πηνίο και η διατομή του κάθε αγωγού. Για την εύρεση του μήκους ενός ελιγματος του πηνίου, θεωρούμε ότι το έλιγμα διατρέχει δυο φορές το μήκος της μηχανής και επιπλέον περιλαμβάνει 2 τόξα στο ύψος του μέσου

δοντιού (ακτίνα τόξου: $R_{statorin} + \ell_{tooth}/2$ που καλύπτουν περίπου τα 2/3 του βήματος αυλακιού). Η έννοια του «2/3» δικαιολογείται από την ακόλουθη εικόνα(7.17).



Σχήμα 7.17: Αναπαράσταση μήκους του τόξου ενός ελιγματος

Συνεπώς, ο τύπος για το μήκος ενός ελιγματος του πηνίου κάθε φάσης διαμορφώνεται ως εξής :

$$\ell = 2 \cdot L + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2\pi \cdot R}{Q} \quad , \quad R = R_{statorin} + \frac{\ell_{tooth}}{2} \quad (7.9)$$

Η διατομή του αγωγού S_{wire} υπολογίζεται ως το εμβαδόν του αυλακιού επί ένα συντελεστή(fill factor) σχετικό με το ποσοστό του αυλακιού που καλύπτεται από το τύλιγμα δια του αριθμού των ελιγμάτων N . Ο συντελεστής αυτός για την περίπτωση μας ισούται με 0.7. Επειδή έχουμε μη επικαλυπτόμενο συγκεντρωμένο τύλιγμα, σε ένα αυλάκι περνάνε ελιγματα από 2 πηνία οπότε ως εμβαδόν του αυλακιού για τον υπολογισμό της διατομής θεωρούμε το μισό και η σχέση που προκύπτει είναι :

$$S_{wire} = 0.7 \cdot \frac{A_{slot}}{2} \cdot \frac{1}{N} \quad (7.10)$$

Οπότε , η αντίσταση του ενός πηνίου που περιλαμβάνει N ελιγματα είναι η εξής :

$$R_{coil} = \rho_{\theta} \cdot \frac{\ell}{S} = \rho_{\theta} \cdot \frac{2 \cdot L + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2\pi \cdot R}{Q}}{0.7 \cdot \frac{A_{slot}}{2} \cdot \frac{1}{N}} \quad (7.11)$$

με

$$\rho_{\theta} = \rho_{20}(1 + \alpha_{20}(\theta - 20^{\circ})) \quad (7.12)$$

όπου ρ_{20} και α_{20} η ειδική αντίσταση του υλικού τυλίγματος και ο θερμοκρασιακός του συντελεστής αντίστοιχα σε θερμοκρασία $20^{\circ}C$.

Σύγκριση μεταξύ MEC και FEMM για το συγκεκριμένο μέγεθος δεν πραγματοποιείται καθώς το ρεύμα αποτελεί είσοδο στο σύστημα μας οπότε η σύγκριση αυτή δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον.

Κεφάλαιο 8

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

8.1 Γενικά

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε ένα μοντέλο ισοδύναμων μαγνητικών κυκλωμάτων (MEC) για την ανάλυση και προσομοίωση μιας σύγχρονης ηλεκτρικής μηχανής μονίμων μαγνητών μη επικαλυπτόμενου συγκεντρωμένου τυλίγματος.

Για την ανάπτυξη αυτού του μοντέλου αρχικά ορίστηκαν τα βασικά στοιχεία για την μοντελοποίηση της μαγνητικής ροής σε κάθε μέρος της μηχανής. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην μοντελοποίηση των στοιχείων στο τμήμα του διακένου τα οποία μεταβάλλονται κατά τη στροφή του δρομέα με τιμές που εξαρτώνται από την εκάστοτε θέση του. Για την αναπαράσταση του φαινομένου του κορεσμού της μηχανής ορίστηκαν στοιχεία με μεταβλητές διαπερατότητες, οι οποίες υπολογίζονταν από τις τιμές της μαγνητικής επαγωγής μέσω της καμπύλης μαγνήτισης του σιδήρου στα διάφορα τμήματα σιδήρου της μηχανής. Στη συνέχεια στήθηκε το τελικό ισοδύναμο κύκλωμα της ηλεκτρικής μηχανής από το οποίο με εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων προέκυψε ένα σύστημα μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων. Για την επίλυση αυτού αναζητήθηκε κάποια μαθηματική μέθοδος με την απαίτηση ταχείας και ακριβούς σύγκλισης και επιλέχθηκε μια υβριδική μορφή της μεθόδου Newton-Raphson που χρησιμοποιεί έναν συντελεστή βαρύτητας. Έπειτα ορίστηκαν δύο διαδικασίες επίλυσης του μοντέλου της μηχανής που αφορούσαν δύο διαφορετικές λειτουργίες της. Η πρώτη αφορούσε τη στατική επίλυση κατά την οποία τα τυλίγματα της μηχανής διεγείρονται με σταθερό ρεύμα με στόχο τον υπολογισμό της ροπής για κάθε θέση του δρομέα (εξαγωγή καμπύλης ροπής-γωνίας). Η δεύτερη αφορούσε τη δυναμική επίλυση, κατά την οποία τα τυλίγματα της μηχανής διαρρέονται από ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενα ρεύματα ενώ ταυτόχρονα ο δρομέας στρέφεται σύγχρονα με μια συγκεκριμένη γωνία δ ανάλογα με την επιθυμητή τιμή ροπής με στόχο τον υπολογισμό των μεγεθών

της επίδοσης και της απόδοσης.

Με βάση τα παραπάνω πραγματοποιήθηκαν συγκρίσεις για όλα τα μεγέθη της σχεδίασης αυτής με τα αντίστοιχα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για τρία υλικά μονίμων μαγνητών. Οι αποκλίσεις που παρατηρήθηκαν σε ορισμένες συγκρίσεις οδήγησαν στην κατασκευή ενός νέου ισοδύναμου μαγνητικού κυκλώματος με μεγαλύτερη διακριτοποίηση. Η διακριτοποίηση αυτή έγινε στους μαγνήτες και στο πάνω μέρος των δοντιών συνεπώς η μηχανή προσομοιώθηκε και συγκρίθηκε εκ νέου με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Στο τελικό αυτό μοντέλο, το οποίο εμφάνισε αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα υπολογίστηκαν οι μαγνητικές επαγωγές B των μερών σιδήρου της μηχανής και οι απώλειες σιδήρου οι οποίες συγκρίθηκαν με τη σειρά τους με αυτές του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων.

8.2 Συμπεράσματα

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής μπορούν να διακριθούν σε ποσοτικά και σε ποιοτικά. Τα κυριότερα ποσοτικά συμπεράσματα που προέκυψαν από την αναπαράσταση της μηχανής με ένα στοιχείο για κάθε πέλμα δοντιού και ένα στοιχείο για κάθε μαγνήτη που οδηγεί σε $Q \cdot P(18 \cdot 16)$ στοιχεία για την αναπαράσταση του διακένου είναι τα εξής:

- Για τη στατική επίλυση του μοντέλου της μηχανής όπου με σταθερά ρεύματα λαμβάνεται η τιμή της ροπής για κάθε θέση του δρομέα, τα σφάλματα που προκύπτουν μεταξύ των μεθόδων MEC και FEMM κυμαίνονται από 11.63% έως 30%. Για τους χρόνους υλοποίησης αυτής της επίλυσης το MEC αποδείχθηκε 110-120 φορές πιο γρήγορο από το FEMM για τα υλικά SmCo και NdFeB, που οδηγούν τη μηχανή σε λειτουργία κοντά στο γόνατο κορεσμού και σε έντονο κορεσμό αντίστοιχα. Για τον φερριτή με τον οποίο η μηχανή λειτουργεί στη γραμμική περιοχή της καμπύλης κορεσμού το MEC επιλύει άμεσα το γραμμικό πρόβλημα και δίνει χρόνους 2000 φορές μικρότερους σε σχέση με το FEMM.
- Για τη δυναμική επίλυση του μοντέλου όπου η μηχανή διεγείρεται με ημιτονοειδή ρεύματα πυκνότητας 4 A/mm^2 και στρέφεται διατηρώντας μια γωνία ροπής δ που αντιστοιχεί σε μέγιστη ροπή προέκυψαν τα εξής:
 - Για το μέγεθος της μέσης ροπής (T_{avg}) τα σφάλματα των 3 υλικών μαγνητών φερριτή SmCo και NdFeB είναι 2.1%, 6.2% και 4% αντίστοιχα.
 - Για το μέγεθος των επαγόμενων τάσεων της μηχανής (HEΔ) οι θεμελιώδεις αρμονικές έχουν σφάλματα 19.5%, 2.13% και 0.63% αντίστοιχα. Οι 3^{ες} αρμονικές

στο MEC ήταν αρκετά ανεβασμένες σε σχέση με το FEMM με σφάλματα πάνω από 2000%. Οι άλλες τάξεις αρμονικών παρουσιάζουν σημαντικά σφάλματα αντίστοιχα αλλά τα ποσοστά τους ως προς τη θεμελιώδη είναι μικρά κάτω από 3 – 4%.

- Οι χρόνοι υλοποίησης του δυναμικού μοντέλου είναι πάνω από 100 φορές μικρότεροι για το MEC σε σχέση με το FEMM. Αντίστοιχα με το στατικό μοντέλο ο φερρίτης και εδώ επιτυγχάνει 2500 φορές πιο γρήγορη προσομοίωση του προβλήματος.

Από την αναπαράσταση της μηχανής με ένα στοιχείο για κάθε πέλμα δοντιού και 3 για κάθε μαγνήτη που οδηγεί σε $Q \cdot 3 \cdot P(18 \cdot 3 \cdot 16)$ στοιχεία για την αναπαράσταση του διακένου, προέκυψαν τα εξής συμπεράσματα:

- Για τη στατική επίλυση του μοντέλου της μηχανής όπου με σταθερά ρεύματα λαμβάνεται η τιμή της ροπής για κάθε θέση του δρομέα, τα σφάλματα που προκύπτουν μεταξύ των μεθόδων MEC και FEMM κυμαίνεται από 4.36% έως 11.4%. Για τους χρόνους υλοποίησης αυτής της επίλυσης το MEC αποδείχθηκε 87-95 φορές πιο γρήγορο από το FEMM για τα υλικά SmCo και NdFeB και πάνω από 2000 φορές πιο γρήγορο σε σχέση με το FEMM.
- Για τη δυναμική επίλυση του μοντέλου όπου η μηχανή διεγείρεται με ημιτονοειδή ρεύματα πυκνότητας $4A/mm^2$ και στρέφεται διατηρώντας μια γωνία ροπής δ που αντιστοιχεί σε μέγιστη ροπή προκύψαν τα εξής:
 - Για το μέγεθος της μέσης ροπής τα σφάλματα των 3 υλικών μαγνητών φερρίτη SmCo και NdFeB ήταν 0.176%, 0.973% και 1.87% αντίστοιχα.
 - Για το μέγεθος των επαγόμενων τάσεων της μηχανής (HEΔ) οι θεμελιώδεις αρμονικές έχουν σφάλματα 4.49%, 2% και 4.59% αντίστοιχα. Οι 3^{ες} αρμονικές στο MEC ήταν 86.3%, 122.5% και 74.05% αντίστοιχα για τα 3 υλικά. Οι άλλες τάξεις αρμονικών παρουσιάζουν κάποια σφάλματα αλλά τα ποσοστά τους ως προς τη θεμελιώδη είναι αρκετά μικρά και συγκεκριμένα κάτω από 2.8%.
 - Οι μαγνητικές επαγωγές των δοντιών, του ζυγού του δρομέα και του ζυγού του στάτη παρουσιάζουν αποκλίσεις στις 2 μεθόδους σχεδίασης και για τα 3 υλικά (6.9 – 11)%, ενώ για τα πέλματα δοντιών τα σφάλματα αυτά κυμαίνονται από 30% έως 42%.
 - Οι απώλειες σιδήρου, οι οποίες υπολογίστηκαν με τη μεθοδολογία που βασίζεται στις εξισώσεις του Steinmetz, έχουν για τα υλικά SmCo και NdFeB σφάλματα εύρους 21 έως 26%, ενώ για υλικό φερρίτη 33 έως 38%.

- Οι χρόνοι υλοποίησης του δυναμικού μοντέλου είναι περίπου 100 φορές μικρότεροι για το MEC σε σχέση με το FEMM. Ο φερρίτης και εδώ επιτυγχάνει 1900 φορές πιο γρήγορη προσομοίωση του προβλήματος.
- Οι ΗΕΔ κενού φορτίου παρουσιάζει σφάλματα θεμελιώδους 3.23%, 2.84% και 4.92% ενώ για τις 3^{es} αρμονικές 62.81%, 71.33% και 49.61% για τα υλικά φερρίτη, SmCo και NdFeB αντίστοιχα.

Από τα παραπάνω ποσοτικά συμπεράσματα των 2 μοντέλων MEC που κατασκευάστηκαν προκύπτουν τα παρακάτω ποιοτικά συμπεράσματα:

- Η μοντελοποίηση της μηχανής με ισοδύναμα μαγνητικά κυκλώματα (MEC) απαιτεί λίγες εκατοντάδες στοιχεία σε σχέση με τα χιλιάδες στοιχεία που χρειάζεται το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων (FEMM). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το υπολογιστικό κόστος να είναι κατά πολύ μικρότερο. Παράλληλα οι αποκλίσεις των 2 προγραμμάτων ιδιαίτερα στα μεγέθη της επίδοσης είναι πολύ μικρές δεδομένου της μεγάλης διαφοράς στοιχείων.
- Στη μέθοδο των μαγνητικών ισοδυναμικών κυκλωμάτων η αύξηση της διακριτοποίησης, ιδιαίτερα στους μαγνήτες που οδηγεί σε αύξηση των στοιχείων που αναπαριστούν το διάκενο της μηχανής, έχει ως αποτέλεσμα καλύτερη συμφωνία στα μεγέθη της επίδοσης και απόδοσης με αυτά του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων.
- Η αύξηση της διακριτοποίησης στην μέθοδο των ισοδυναμικών μαγνητικών κυκλωμάτων είναι πολύ πιο εφικτή από αυτή των πεπερασμένων στοιχείων από πλευράς υπολογιστικού κόστους.
- Η ροπή ευθυγράμμισης στη μέθοδο των μαγνητικών κυκλωμάτων επιτυγχάνει την περιοδικότητα που προκύπτει από τη θεωρία.
- Στις περιπτώσεις όπου η παραμένουσα μαγνήτιση του υλικού του μαγνήτη είναι μεγάλη (όπως το NdFeB) και ο σίδηρος της μηχανής κορένεται έντονα τα σφάλματα της γωνίας καμπύλης ροπής-γωνίας οφείλονται σε μεγαλύτερο ποσοστό σε σφάλματα μη γραμμικότητας. Για τη στρεφόμενη λειτουργία της μηχανής με ημιτονοειδή ρεύματα επίσης τα σφάλματα στη μέση ροπή και στη θεμελιώδη ΗΕΔ οφείλονται πιο πολύ σε σφάλματα μη γραμμικότητας. Αντίθετα το σφάλμα στις αρμονικές της ΗΕΔ, οφείλεται κατά το μεγαλύτερο μέρος του σε σφάλματα γεωμετρίας.
- Η μαγνητική επαγωγή στο πέλμα του δοντιού δεν μπορεί να αναπαρασταθεί ικανοποιητικά μόνο από στοιχεία που μοντελοποιούν ακτινική διεύθυνση ροής καθώς σε ορισμένες θέσεις της μηχανής εμφανίζεται το φαινόμενο σκέδασης zig-zag κατά την οποία η ροή ρέει κατά κύριο λόγο εφαιπτομενικά.

8.3 Συμβολή της διπλωματικής εργασίας

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας επισημαίνονται τα παρακάτω στοιχεία συμβολής στην επιστημονική έρευνα:

- Πραγματοποιήθηκε σχεδίαση ηλεκτρικής μηχανής μονίμων επιφανειακών μαγνητών εσωτερικού δρομέα με μη επικαλυπτόμενο τύλιγμα μέσω ισοδυνάμων μαγνητικών κυκλωμάτων. Η μεθοδολογία αυτή δεν έχει αναπτυχθεί ιδιαίτερα σε μηχανές μονίμων μαγνητών οι οποίες εμφανίζουν ραγδαία εξέλιξη τα τελευταία χρόνια. Μέσω του τελικού ισοδύναμου κυκλώματος λαμβάνεται υπόψη τόσο η περιστροφή της μηχανής όσο και ο κορεσμός στα διάφορα μέρη του σιδήρου αυτής.
- Η σχεδίαση αυτή είναι ιδιαίτερα ευέλικτη καθώς με πολύ μικρές αλλαγές μπορεί να πραγματοποιηθεί για όλους τους επιτρεπτούς συνδυασμούς αυλακιών-πόλων σε ένα μη επικαλυπτόμενο τύλιγμα. Αυτό το γεγονός δίνει την δυνατότητα για σχεδίαση και δοκιμή διαφόρων προτύπων μηχανής ανάλογα με τις απαιτήσεις που ορίζονται κάθε φορά με πολύ μικρό υπολογιστικό κόστος συγκριτικά με αυτό που θα προέκυπτε από την αντίστοιχη σχεδίαση με πεπερασμένα στοιχεία.
- Η επίλυση του μη γραμμικού συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων που προκύπτει υλοποιήθηκε με μια πολύ απλή υβριδική παραλλαγή της μεθόδου Newton Raphson, η οποία επιτυγχάνει ταυτόχρονα γρήγορη σύγκλιση και μεγάλη ακρίβεια στα αποτελέσματα της. Επιπλέον δεν επηρεάζεται τόσο από τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος και το γεγονός αυτό την καθιστά ισχυρό εργαλείο για επίλυση τέτοιων συστημάτων που προκύπτουν από την μέθοδο των ισοδυνάμων κυκλωμάτων.

8.4 Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση

Η εργασία αυτή ανέδειξε ορισμένα σημεία που χρήζουν περαιτέρω συμπληρωματικής διερεύνησης. Προτείνεται μελλοντική εργασία στα παρακάτω θέματα:

- Εισαγωγή στοιχείων (flux tubes) τα οποία λαμβάνουν μέρος για δύο διευθύνσεις μαγνητικής ροής ταυτόχρονα (ακτινική και εφαπτομενική) με στόχο την ενσωμάτωση του φαινομένου σκέδασης zig-zag και συνολικά την καλύτερη προσέγγιση όλων των μαγνητικών επαγωγών μέσα στη μηχανή.
- Δημιουργία πινάκων μετασχηματισμού τυλίγματος για διανεμημένα τυλίγματα με στόχο τη διεύρυνση της χρήσης του συγκεκριμένου εργαλείου, που αναπτύχθηκε

για μηχανές μονίμων μαγνητών συγκεντρωμένων μη επικαλυπτόμενων τυλιγμάτων, για όλα τα είδη τυλιγμάτων.

- Χρήση του τρέχοντος κώδικα μαζί με έναν κώδικα βελτιστοποίησης με στόχο τον βέλτιστο σχεδιασμό των διάφορων μερών της μηχανής με πολύ μικρό υπολογιστικό κόστος.
- Επέκταση του δυναμικού μοντέλου ώστε να λαμβάνει υπόψιν την μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας της μηχανής.

Παράρτημα Α΄

ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ $Q \cdot P$

Παρακάτω παρατίθενται οι πίνακες του μοντέλου $Q \cdot P$:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} G_{sy,1} + G_{sy,k} & -G_{sy,1} & 0 & \cdots & 0 & -G_{sy,k} \\ -G_{sy,1} & G_{sy,2} + G_{sy,1} & -G_{sy,2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -G_{sy,k} & 0 & 0 & \cdots & -G_{sy,k-1} & G_{sy,k} + G_{sy,k-1} \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 2 \cdot G_{sl} + G_{tt,1} & -G_{sl} & 0 & \cdots & 0 & -G_{sl} \\ -G_{sl} & 2 \cdot G_{sl} + G_{tt,2} & -G_{sl} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -G_{sl} & 0 & 0 & \cdots & -G_{sl} & 2 \cdot G_{sl} + G_{tt,k} \end{bmatrix}$$

$$A_{23} = \begin{bmatrix} -G_{tt,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -G_{tt,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -G_{tt,k} \end{bmatrix}$$

$$A_{32} = A_{23}^T$$

$$A_{33} = \begin{bmatrix} G_{tt,1} + \sum_{j=1}^l G_{1,j} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & G_{tt,2} + \sum_{j=1}^l G_{2,j} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_{tt,k} + \sum_{j=1}^l G_{k,j} \end{bmatrix}$$

$$A_{34} = \begin{bmatrix} -G_{1,1} & -G_{1,2} & \cdots & -G_{1,l} \\ -G_{2,1} & -G_{2,2} & \cdots & -G_{2,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -G_{k,1} & -G_{k,2} & \cdots & -G_{k,l} \end{bmatrix}$$

$$A_{43} = A_{34}^T$$

Για τον ακόλουθο πίνακα αν θεωρήσουμε ότι $C1 = 2 \cdot (G_{mr} + G_{mm}) + G_m$ προκύπτει:

$$A_{44} = \begin{bmatrix} C1 + \sum_{i=1}^k G_{i,1} & -G_{mm} & 0 & \cdots & 0 & -G_{mm} \\ -G_{mm} & C1 + \sum_{i=1}^k G_{i,2} & -G_{mm} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -G_{mm} & 0 & 0 & \cdots & -G_{mm} & C1 + \sum_{i=1}^k G_{i,l} \end{bmatrix}$$

$$A_{45} = \begin{bmatrix} -G_m - G_{mr} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -G_m - G_{mr} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -G_m - G_{mr} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{54} = A_{45}^T$$

Για τον ακόλουθο πίνακα αν θεωρήσουμε ότι $C2 = G_m + 2 \cdot G_{mr}$ προκύπτει:

$$A_{55} = \begin{bmatrix} G_{ry,1} + G_{ry,l} + C2 & -G_{ry,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -G_{ry,1} & G_{ry,2} + G_{ry,1} + C2 & -G_{ry,2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -G_{ry,l-2} & G_{ry,l-1} + G_{ry,l-2} + C2 \end{bmatrix}$$

Παράρτημα Β΄

ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ $Q \cdot 3P$

Οι πίνακες A_{11} , A_{22} , A_{23} , A_{32} και A_{55} είναι ίδιοι με αυτούς του μοντέλου $Q \cdot P$ που αναλύονται στο παράρτημα Α΄. Οι υπόλοιποι δίνονται παρακάτω:

$$A_{1a1a} = \begin{bmatrix} 2 \cdot G_{su} & -G_{su} & 0 & \cdots & 0 & -G_{su} \\ -G_{su} & 2 \cdot G_{su} & -G_{su} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -G_{su} & 0 & 0 & \cdots & -G_{su} & 2 \cdot G_{su} \end{bmatrix}$$

$$A_{33} = \begin{bmatrix} G_{tt,1} + \sum_{j=1}^{3l} G_{1,j} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & G_{tt,2} + \sum_{j=1}^{3l} G_{2,j} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_{tt,k} + \sum_{j=1}^{3l} G_{k,j} \end{bmatrix}$$

$$A_{34L} = \begin{bmatrix} -G_{1,1} & -G_{1,4} & -G_{1,7} & \cdots & -G_{1,3l-2} \\ -G_{2,1} & -G_{2,4} & -G_{2,7} & \cdots & -G_{2,3l-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -G_{k,1} & -G_{k,4} & -G_{k,7} & \cdots & -G_{k,3l-2} \end{bmatrix}$$

$$A_{34C} = \begin{bmatrix} -G_{1,2} & -G_{1,5} & -G_{1,8} & \cdots & -G_{1,3l-1} \\ -G_{2,2} & -G_{2,5} & -G_{2,8} & \cdots & -G_{2,3l-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -G_{k,2} & -G_{k,5} & -G_{k,8} & \cdots & -G_{k,3l-1} \end{bmatrix}$$

$$A_{34R} = \begin{bmatrix} -G_{1,3} & -G_{1,6} & -G_{1,9} & \cdots & -G_{1,3l} \\ -G_{2,3} & -G_{2,6} & -G_{2,9} & \cdots & -G_{2,3l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -G_{k,3} & -G_{k,6} & -G_{k,9} & \cdots & -G_{k,3l} \end{bmatrix}$$

Για τον ακόλουθο πίνακα αν θεωρήσουμε ότι $D1 = G_{mr} + G_{mm} + \frac{G_m}{3}$ προκύπτει:

$$A_{4L4L} = \begin{bmatrix} D1 + \sum_{i=1}^k G_{i,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D1 + \sum_{i=1}^k G_{i,4} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & D1 + \sum_{i=1}^k G_{i,3l-2} \end{bmatrix}$$

$$A_{4LAR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -G_{mm} \\ -G_{mm} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -G_{mm} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{4L3} = A_{34L}^T$$

$$A_{4L5} = \begin{bmatrix} -\frac{G_m}{3} - G_{mr} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{G_m}{3} - G_{mr} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -\frac{G_m}{3} - G_{mr} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{4C4C} = \begin{bmatrix} \frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,5} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{G_m}{3} + \sum_{i=1}^k G_{i,3l-1} \end{bmatrix}$$

$$A_{4C3} = A_{34C}^T$$

$$A_{4C5} = \begin{bmatrix} -\frac{G_m}{3} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{G_m}{3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -\frac{G_m}{3} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Για $D1 = G_{mr} + G_{mm} + \frac{G_m}{3}$ όπως και προηγουμένως προκύπτει:

$$A_{4RAR} = \begin{bmatrix} D1 + \sum_{i=1}^k G_{i,3} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D1 + \sum_{i=1}^k G_{i,6} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & D1 + \sum_{i=1}^k G_{i,3l} \end{bmatrix}$$

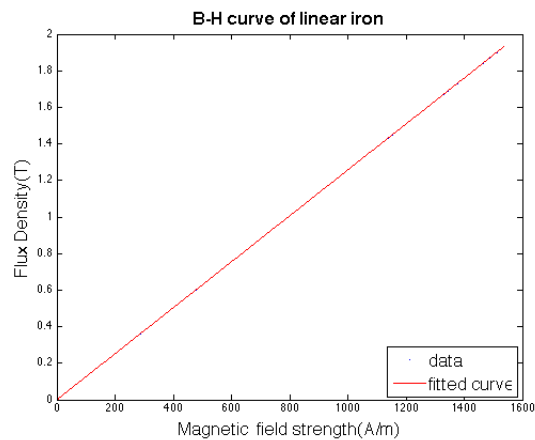
$$A_{4RAL} = A_{4LAR}^T, \quad A_{4R3} = A_{34R}^T, \quad A_{4R5} = A_{4L5}$$

$$A_{54L} = A_{4L5}^T, \quad A_{54C} = A_{4C5}^T, \quad A_{54R} = A_{4R5}^T$$

Παράρτημα Γ΄

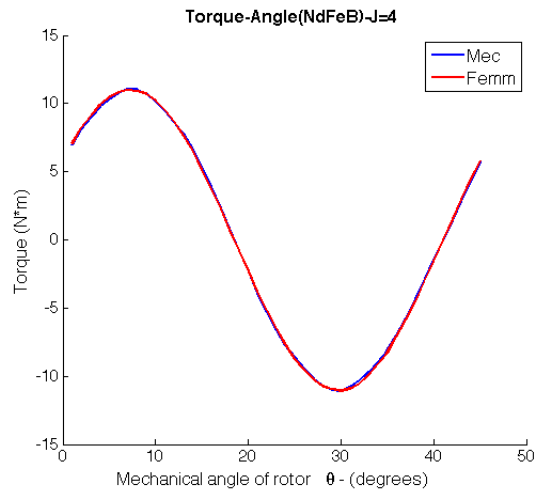
ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΑΓΝΗΤΗ NdFeB ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΣΙΔΗΡΟ

Η καμπύλη του γραμμικού σιδήρου είναι η παρακάτω:



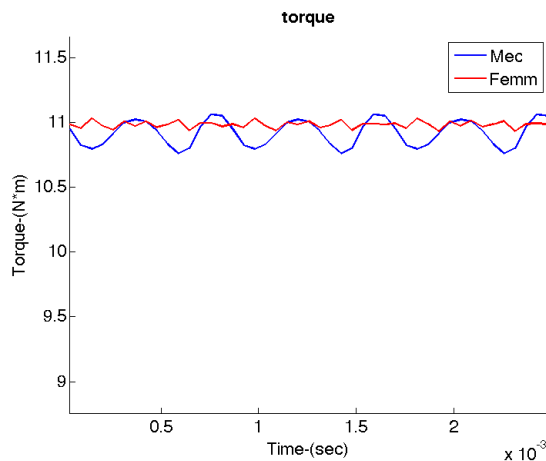
Σχήμα Γ΄.1: Καμπύλη BH γραμμικού σιδήρου

Με βάση την παραπάνω καμπύλη προκύπτει η ακόλουθη καμπύλη ροπής - γωνίας :



Σχήμα Γ'.2: Σύγκριση FEMM-MEC της καμπύλης ροπής-γωνίας NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο

Με πορεία που έχει αναλυθεί στο κεφάλαιο 4 προκύπτουν γραφικές που αφορούν συγκρίσεις μέσης ροπής, πεπλεγμένης ροής και ηλεκτρεγερτικής δύναμης τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο των συχνοτήτων. Αυτές φαίνονται παρακάτω:



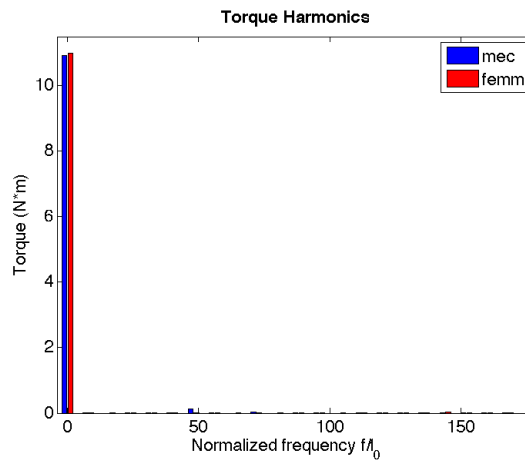
Σχήμα Γ'.3: Σύγκριση δυναμικού FEMM-MEC της ροπής NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο

Με βάση την παραπάνω εικόνα, ακολουθεί πίνακας όπου αναγράφονται οι τιμές της μέσης ροπής, της κυμάτωσης αυτής και το ποσοστό της κυμάτωσης ως προς την μέση ροπή:

| | Μέση Ροπή(N · m) | Κυμάτωση Ροπής(N · m) | Κυμάτωση Ροπής ως ποσοστό της μέσης ροπής(%) |
|-------------|------------------|-----------------------|--|
| MEC | 10.9155 | 0.303992 | 2.784 |
| FEMM | 10.9818 | 0.103224 | 0.94 |

Πίνακας Γ'.1: Μέση ροπή και κυμάτωση NdFeB του MEC-FEMM με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο

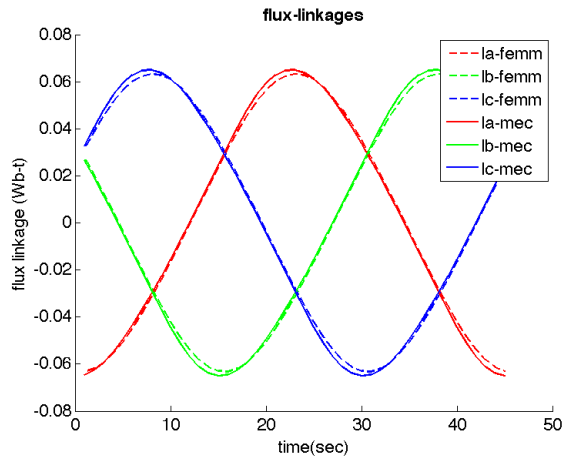
Ακολουθεί το αρμονικό περιεχόμενο της ροπής μέσω ανάλυσης Fourier του NdFeB με σπάσιμο μαγνήτη:



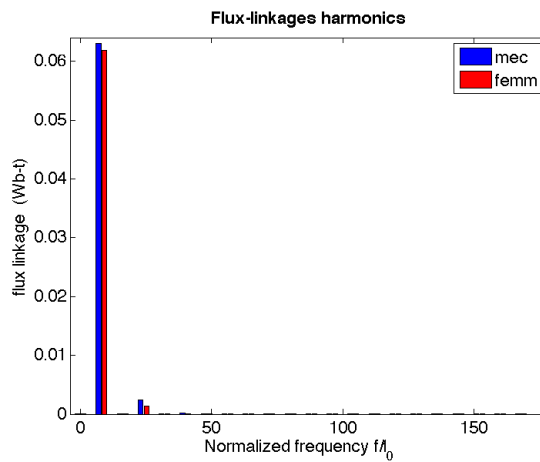
Σχήμα Γ'.4: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ροπής NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο

Όπως φαίνεται στο σχήμα(Γ'.4) οι ροπές που προκύπτουν έχουν πάρα πολύ κοντινή dc συνιστώσα(μέση τιμή), με σφάλμα 0.64% ενώ οι αρμονικές εμφανίζουν αντίστοιχα μικρές αποκλίσεις.Ειδικότερα η αρμονική στη θέση 48, έχει τιμή για το MEC 0.136 ενώ για το FEMM 0.0066 .

Ακολουθούν συγκρίσεις FEMM-MEC μεταξύ των τριων φάσεων της πεπλεγμένης ροής(λ) /ηλεκτρεγερτικής δύναμης(ΗΕΔ) στο πεδίο του χρόνου και μεταξύ του αρμονικού περιεχομένου της φάσης Α(οι άλλες δύο έχουν παρόμοιο) για τα παραπάνω 2 μεγέθη:

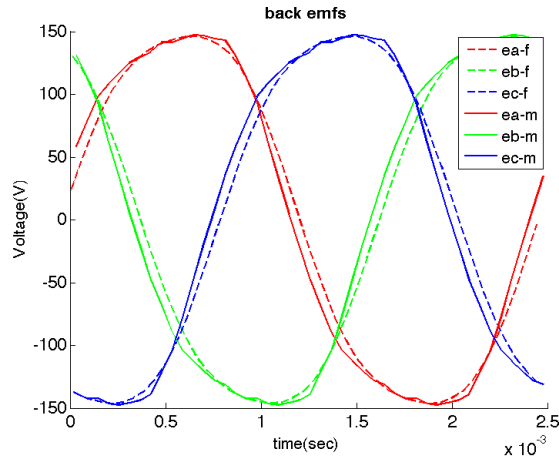


Σχήμα Γ'.5: Σύγκριση FEMM-MEC της πεπλεγμένης ροής για τις 3 φάσεις NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο

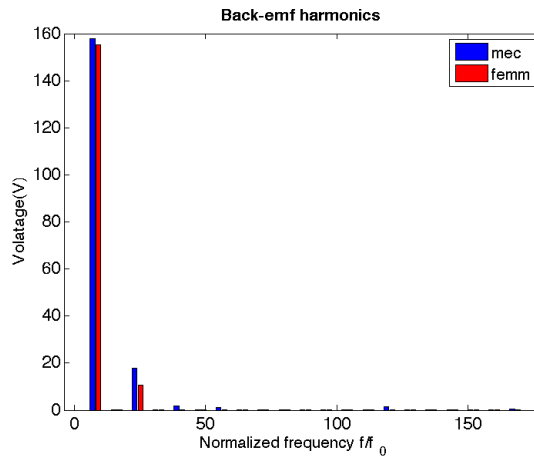


Σχήμα Γ'.6: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου πεπλεγμένης ροής NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο

Από το παραπάνω σχήμα, για το μέγεθος της πεπλεγμένης ροής στη θεμελιώδη συνιστώσα(8^η αρμονική) εμφανίζεται απόκλιση της τάξης του 1.79% ενώ για την 3^η5 τάξης αρμονική της(24 θέση) εμφανίζεται σφάλμα 68.331% .



Σχήμα Γ.7: Σύγκριση FEMM-MEC της ηλεκτρεγερτικής δύναμης για τις 3 φάσεις NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο



Σχήμα Γ.8: Σύγκριση FEMM-MEC του αρμονικού περιεχομένου ηλεκτρεγερτικής δύναμης NdFeB για J=4 με σπάσιμο μαγνήτη και γραμμικό σίδηρο

Για το μέγεθος της ΗΕΔ το σφάλμα της θεμελιώδους αρμονικής είναι 1.79% ενώ η 3^{ης} τάξης αρμονική(24 θέση) εμφανίζει σφάλμα 68.331%. Επίσης για το MEC εμφανίζονται αρμονικές στις θέσεις 40,56 και 120 με αντίστοιχα ποσοστά επί της θεμελιώδους 1.1% , 0.81% και 0.87%.

Βιβλιογραφία

- [1] Marco Amrhein and Philip T Krein. Magnetic equivalent circuit modeling of induction machines design-oriented approach with extension to 3-d. In *Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC'07. IEEE International*, volume 2, pages 1557–1563. IEEE, 2007.
- [2] Michelle L Bash, Joshua M Williams, and Steven D Pekarek. Incorporating motion in mesh-based magnetic equivalent circuits. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 25(2):329–338, 2010.
- [3] Thomas J Busch, JD Law, and TA Lipo. Magnetic circuit modeling of the field regulated reluctance machine. part ii: Saturation modeling and results. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 11(1):56–61, 1996.
- [4] S. Chapman. *Electric Machinery Fundamentals*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering. McGraw-Hill Companies, Incorporated, 2005.
- [5] Ming Cheng, KT Chau, CC Chan, E Zhou, and X Huang. Nonlinear varying-network magnetic circuit analysis for doubly salient permanent-magnet motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 36(1):339–348, 2000.
- [6] Hamza W Derbas, Joshua M Williams, Andreas C Koenig, and Steven D Pekarek. A comparison of nodal-and mesh-based magnetic equivalent circuit models. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 24(2):388–396, 2009.
- [7] Ayman M El-Refaie. Fractional-slot concentrated-windings synchronous permanent magnet machines: Opportunities and challenges. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 57(1):107–121, 2010.
- [8] A. Fitzgerald, A.E. Fitzgerald, C. Kingsley, and S. Umans. *Electric Machinery*. Electrical Engineering Series. McGraw-Hill Companies, Incorporated, 2003.
- [9] J.F. Gieras and M. Wing. *Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications, Second Edition*,. Electrical and Computer Engineering. Taylor & Francis, 2002.

- [10] Krishna Gundu. Finite element analysis is used to analyze the effects of different designs on the reduction of cogging torque. Technical report.
- [11] K. Hameyer and R. Belmans. *Numerical modelling and design of electrical machines and devices*. Advances in electrical and electronic engineering. WIT Press, 1999.
- [12] Chun-Yu Hsiao, Sheng-Nian Yeh, and Jonq-Chin Hwang. A novel cogging torque simulation method for permanent-magnet synchronous machines. *Energies*, 4(12):2166–2179, 2011.
- [13] Min-Fu Hsieh and You-Chiuan Hsu. A generalized magnetic circuit modeling approach for design of surface permanent-magnet machines. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 59(2):779–792, 2012.
- [14] Ι.Τσαλαμέγκας Ι.Ρουμελιώτης. *Ηλεκτρομαγνητικά πεδία. Στατικά και μόνιμα πεδία*, volume Τομος Β'. Εκδόσεις Τζιόλα, 2010.
- [15] Yoshiaki Kano, Takashi Kosaka, and Nobuyuki Matsui. Simple nonlinear magnetic analysis for permanent-magnet motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 41(5):1205–1214, 2005.
- [16] C. T. Kelley. *Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations*. Frontiers in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995.
- [17] Carl T Kelley. *Solving nonlinear equations with Newton's method*, volume 1. Siam, 2003.
- [18] Andreas Krings, Shafigh Nategh, Alexander Stening, Henrik Grop, Oskar Wallmark, and Juliette Soulard. Measurement and modeling of iron losses in electrical machines. In *Proceedings of the 5th International Conference Magnetism and Metallurgy WMM'12*, pages 101–119. Gent University, 2012.
- [19] JD Law, TJ Busch, and TA Lipo. Magnetic circuit modelling of the field regulated reluctance machine. part i: model development. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 11(1):49–55, 1996.
- [20] li YAO. *Magnetic Field Modelling, Electrical machine modelling, Dynamic reluctance mesh method*. PhD thesis, The University of Nottingham, Faculty of Engineering, School of Electrical and Electronic Engineering, January 2009.
- [21] Florence Libert. Design, optimization and comparison of permanent magnet motors for a low-speed direct-driven mixer. *Licentiate Thesis, Royal Institute of Technology, TRITA-ETS-2004-12, ISSN-1650-674x, Stockholm, 2004*.

- [22] Freddy Magnussen and Heinz Lendenmann. Parasitic effects in pm machines with concentrated windings. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 43(5):1223–1232, 2007.
- [23] Chunting Mi, Gordon R Slemon, and Richard Bonert. Modeling of iron losses of permanent-magnet synchronous motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 39(3):734–742, 2003.
- [24] M Faizul Momen and Susanta Datta. Analysis of flux leakage in a segmented core brushless permanent magnet motor. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 24(1):77–81, 2009.
- [25] Alfredo R Munoz, Feng Liang, and Michael W Degner. Evaluation of interior pm and surface pm synchronous machines with distributed and concentrated windings. In *Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*, pages 1189–1193. IEEE, 2008.
- [26] Jalal Nazarzadeh and Vahid Naeini. Magnetic reluctance method for dynamical modeling of squirrel cage induction machines, 2011.
- [27] Vlado Ostovic. *Dynamics of saturated electric machines*, volume 2. Springer-Verlag Berlin, 1989.
- [28] Jarmo Perho et al. *Reluctance network for analysing induction machines*. Helsinki University of Technology, 2002.
- [29] Ronghai Qu and Thomas A Lipo. Analysis and modeling of airgap & zigzag leakage fluxes in a surface-mounted-pm machine. In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, volume 4, pages 2507–2513. IEEE, 2002.
- [30] CB Rasmussen and E Ritchie. A magnetic equivalent circuit approach for predicting pm motor performance. In *Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS'97., Conference Record of the 1997 IEEE*, volume 1, pages 10–17. IEEE, 1997.
- [31] Y. Saad. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems: Second Edition*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.
- [32] Gennadi Y Sizov, Chia-Chou Yeh, and Nabeel AO Demerdash. Magnetic equivalent circuit modeling of induction machines under stator and rotor fault conditions. In *Electric Machines and Drives Conference, 2009. IEMDC'09. IEEE International*, pages 119–124. IEEE, 2009.

- [33] Wen Liang Soong. *Design and modelling of axially-laminated interior permanent magnet motor drives for field-weakening applications*. PhD thesis, University of Glasgow, 1993.
- [34] TD Strous. Design of a permanent magnet radial flux concentrated coil generator for a range extender application. *Delft University of Technology, Delft*, 2010.
- [35] Scott D Sudhoff, Brian T Kuhn, Keith A Corzine, and Brian T Branecky. Magnetic equivalent circuit modeling of induction motors. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 22(2):259–270, 2007.
- [36] J.K. Tangudu. *On Modeling and Design of Fractional-slot Concentrated-winding Interior Permanent Magnet Machines*. 2011.
- [37] Abdul Rehman Tariq, Carlos E Nino-Baron, and Elias G Strangas. Iron and magnet losses and torque calculation of interior permanent magnet synchronous machines using magnetic equivalent circuit. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(12):4073–4080, 2010.
- [38] S Vaez-Zadeh and A Hassanpour Isfahani. Enhanced modeling of linear permanent-magnet synchronous motors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 43(1):33–39, 2007.
- [39] Jiabin Wang, Kais Atallah, Zi-Qiang Zhu, and David Howe. Modular three-phase permanent-magnet brushless machines for in-wheel applications. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 57(5):2714–2720, 2008.
- [40] K Yamazaki and S Watari. Comparison of methods to calculate iron losses caused by harmonic fields in rotating machines.
- [41] Shih-Chin Yang, Takahiro Suzuki, Robert D Lorenz, and Thomas M Jahns. Surface-permanent-magnet synchronous machine design for saliency-tracking self-sensing position estimation at zero and low speeds. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 47(5):2103–2116, 2011.
- [42] ZQ Zhu, D Howe, and ZP Xia. Prediction of open-circuit airgap field distribution in brushless machines having an inset permanent magnet rotor topology. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 30(1):98–107, 1994.