



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**Εφαρμογή του Υποδείγματος Μέσου-Διακύμανσης στο
Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωστάκης Τσονόπουλος Ευάγγελος

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Χρήστος Ρούπας
Συνεργάτης Εργαστηρίου
Συστημάτων Αποφάσεων

Αθήνα, Φεβρουάριος 2014



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**Εφαρμογή του Υποδείγματος Μέσου-Διακύμανσης στο
Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωστάκης Τσονόπουλος Ευάγγελος

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

.....
Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Βασίλειος Ασημακόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Δημήτριος Ασκούνης
Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2014

.....
ΚΩΣΤΑΚΗΣ ΤΣΟΝΟΠΟΥΛΟΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Κωστάκης Τσονόπουλος Ευάγγελος, 2014

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η επιλογή και η αξιολόγηση του άριστου χαρτοφυλακίου τεσσάρων μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών, ο υπολογισμός των βέλτιστων ποσοστών συμμετοχής τους στο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο και ο υπολογισμός του αποτελεσματικού μετώπου του διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου, παρουσία ή απουσία του κρατικού ομολόγου. Η θεωρία που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση και την αποτίμηση των μετοχικών χαρτοφυλακίων, είναι η θεωρία μέσου-διακύμανσης, η οποία διατυπώθηκε από το νομπελίστα οικονομολόγο Harry Markowitz το 1952 και αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο ολόκληρης της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου.

Η διπλωματική εργασία ξεκινά με την εισαγωγή των βασικών χρηματοοικονομικών όρων που θα χρησιμοποιηθούν και τη διατύπωση των απαραίτητων μαθηματικών εξισώσεων που τους συνοδεύουν. Το επόμενο κεφάλαιο εστιάζει στις βασικές θεωρίες και μελέτες που αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιούνται στην επιλογή και την αποτίμηση του μετοχικού χαρτοφυλακίου. Εν συνεχεία παρουσιάζεται αναλυτικά η σημερινή μορφή του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης και όλη η μεθοδολογία μελέτης διαφόρων τύπων χαρτοφυλακίων και υπολογισμού του αποτελεσματικού τους μετώπου.

Η δεύτερη ενότητα της παρούσας εργασίας ξεκινά με την παρουσίαση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών. Έπειτα περιγράφεται η διαδικασία με την οποία επιλέχθηκε ο χρηματιστηριακός δείκτης και οι τέσσερις μετοχές του, οι οποίες αποτελούν το προς μελέτη χαρτοφυλάκιο. Κατόπιν παρουσιάζονται οι τέσσερις εταιρείες και το κρατικό ομόλογο το οποίο επιλέχθηκε ως ακίνδυνο χρεόγραφο. Στο τελευταίο κεφάλαιο εφαρμόζεται το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης, όπως αυτό διατυπώθηκε από τον Harry Markowitz και επεκτάθηκε από τον James Tobin, στο χαρτοφυλάκιο τεσσάρων μετοχών του Χ.Α.Α. Κατασκευάζονται δύο αποτελεσματικά μέτωπα, με και χωρίς τη συμμετοχή του ομολόγου και υπολογίζονται τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου και μέγιστης απόδοσης. Αμφότερα τα μη-γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης επιλύονται με τη βοήθεια του πρόσθετου επίλυσης του Microsoft Excel.

Λέξεις – Κλειδιά: Μοντέρνο Χαρτοφυλάκιο, Markowitz, Tobin, Διαφοροποίηση, Αποτελεσματικό Σύνολο, Αποτελεσματικό Μέτωπο, Υπόδειγμα Μέσου Διακύμανσης, Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών.

ABSTRACT

The aim of this diploma thesis is the selection and the evaluation of the optimal four securities portfolio of the Athens Stock Exchange, as well as the computing of the optimal weights of the shares, participating in the efficient portfolio and finally the computing of the efficient frontier of the diversified portfolio, on the presence or the absence of the government bond. The method used in the analysis and the evaluation of the stock portfolios, is the mean-variance theory, which was developed by Nobel winner economist Harry Markowitz in 1952 and is considered to be the cornerstone of the modern portfolio theory.

Firstly, the basic financial terms that will be used throughout this thesis are introduced, as well as the necessary mathematical equations that describe them. The next chapter focuses on the basic theories and studies developed and used to select and assess the stock portfolio. Furthermore, we present in detail the modern form of the mean-variance model and the whole methodology of studying various portfolio types and calculating their efficient frontier.

The second section of this thesis begins with the presentation of the Athens Stock Exchange. After that, we describe the procedure of selecting the financial index and its best four stocks, which form the portfolio that we will study. Moreover, the four selected companies as well as the government bond, which was selected as the risk free asset, are presented. The last chapter includes the application of the mean-variance model, as developed by Harry Markowitz and expanded by James Tobin, on the four securities portfolio of the Athens Stock Exchange. Then both efficient frontiers are designed, with and without the participation of the government bond and finally we calculate the weights of participation of the assets in the minimum variance portfolio and in the maximum return portfolio. Both non-linear optimization problems are computed by the Microsoft Excel's Solver Add-In.

Keywords: Modern Portfolio, Markowitz, Tobin, Diversification, Efficient set, Efficient Frontier, Mean-Variance Theory, Athens Stock Exchange.

Περιεχόμενα

1. Θεμελιώδεις Έννοιες Χρηματοοικονομικών

1.1	Επένδυση	1
1.2	Απόδοση	2
1.3	Κίνδυνος	3
	1.3.1 Αποστροφή προς τον Κίνδυνο	4
	1.3.2 Πηγές Κινδύνου	5
	1.3.3 Τύποι Κινδύνου	7
1.4	Χρεόγραφο	8
1.5	Χαρτοφυλάκιο	8

2. Σημαντικές Μελέτες και Χρηματοοικονομικά Υποδείγματα

2.1	Εισαγωγή στη Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου	10
2.2	Δημοσίευση Harry Markowitz “Portfolio Selection”	12
2.3	Δημοσίευση James Tobin “Liquidity Preference as Behavior towards Risk”	21
2.4	Βιβλίο Harry Markowitz “Portfolio Selection”	28
2.5	Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων	31
2.6	Θεωρία Αντισταθμιστικής Αποτίμησης	37
2.7	Κριτική των Υποδειγμάτων Ισοροπίας	41

3. Μελέτη Χαρτοφυλακίων με το Υπόδειγμα Μέσου Διακύμανσης

3.1	Εισαγωγή στη Μελέτη Χαρτοφυλακίων	42
3.2	Απόδοση και Κίνδυνος στην Περίπτωση Δύο Χρεογράφων	43
3.3	Απόδοση και Κίνδυνος στην Περίπτωση Πολλών Χρεογράφων	45

3.4	Η Αρχή της Διαφοροποίησης Χαρτοφυλακίων	48
3.5	Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο	53
3.6	Αποτελεσματικό Μέτωπο	55
3.7	Συνάρτηση Απόδοσης-Κινδύνου Χαρτοφυλακίου Δύο Χρεογράφων	58
3.8	Υπολογισμός Αποτελεσματικού Μετώπου	68
3.9	Επιλογή Βέλτιστου Χαρτοφυλακίου	73
3.10	Εισαγωγή Ακίνδυνου Χρεογράφου	75
3.11	Κριτική του Υποδείγματος Μέσου Διακύμανσης	81
4.	Παρουσίαση των Μετοχών προς Μελέτη	
4.1	Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών	84
4.2	Παρουσίαση των μετοχών που επιλέχθηκαν	89
4.3	Ομολόγο που επιλέχθηκε ως ακίνδυνο χρεόγραφο	104
5.	Εύρεση Αποτελεσματικού Μετώπου και Ανάλυση	
5.1	Συνοπτική Παρουσίαση	106
5.2	Ανάλυση Χαρτοφυλακίου Τεσσάρων Μετοχών	107
5.3	Αποτελεσματικό Μέτωπο Χαρτοφυλακίων Τεσσάρων Μετοχών	112
5.4	Αποτελεσματικό Μέτωπο Χαρτοφυλακίων Ομολόγου-Μετοχών	117
	Βιβλιογραφία	121

Κατάλογος Σχημάτων και Πινάκων

Κεφάλαιο 2^ο

Σχήμα 2.2-1	Αποτελεσματικοί E-V συνδυασμοί επενδυτή [8]	15
Σχήμα 2.2-2	Γραφική επίλυση χαρτοφυλακίου με τρεις εξισώσεις, με το X εντός του τριγώνου abc [8]	17
Σχήμα 2.2-3	Γραφική επίλυση χαρτοφυλακίου με τρεις εξισώσεις, με το X εκτός του τριγώνου abc [8]	18
Σχήμα 2.2-4	Αποτελεσματικοί E,V συνδυασμοί [8]	19
Σχήμα 2.3-1	Συναρτήσεις χρησιμότητας στο επίπεδο χρησιμότητας-πλούτου [7]	22
Σχήμα 2.3-2	Καμπύλες αδιαφορίας συντηρητικού επενδυτή	24
Σχήμα 2.3-3	Επιλογή χαρτοφυλακίου για διάφορα επιτόκια [7]	26
Σχήμα 2.4-1	Κρίσιμη ευθεία στην περίπτωση τριών χρεογράφων [9]	29
Σχήμα 2.4-2	Το αποτελεσματικό σύνολο χαρτοφυλακίων αποτελούμενων από τρία χρεόγραφα [9]	30
Σχήμα 2.5-1	Η γραμμή αγοράς κεφαλαίου [1]	33
Σχήμα 2.5-2	Η γραμμή αγοράς χρεογράφων [1]	35

Κεφάλαιο 3^ο

Πίνακας 3.4-1	Επίδραση του μεγέθους του χαρτοφυλακίου στον κίνδυνό του [18]	52
Σχήμα 3.5-1	Αποτελεσματικά και μη αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια [1]	53
Σχήμα 3.6-1	Το αποτελεσματικό μέτωπο χωρίς τις ανοικτές πωλήσεις [1]	55
Σχήμα 3.6-2	Μια αδύνατη μορφή του αποτελεσματικού μετώπου [7]	56
Σχήμα 3.6-3	Το αποτελεσματικό μέτωπο με τις ανοικτές πωλήσεις [1]	57

Σχήμα 3.7-1	Συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου για χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων, με $\rho=+1$	60
Σχήμα 3.7-2	Συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου για χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων, με $\rho=-1$	63
Σχήμα 3.7-3	Συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου για χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων, με $\rho=0$	65
Σχήμα 3.7-4	Συνάρτηση απόδοσης-κινδύνου χαρτοφυλακίου δύο χρεογράφων, για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης [1]	67
Σχήμα 3.8-1	Προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου [1]	72
Σχήμα 3.9-1	Προσδιορισμός του βέλτιστου χαρτοφυλακίου	74
Σχήμα 3.10-1	Το αποτελεσματικό μέτωπο στην περίπτωση της εισαγωγής του ακίνδυνου χρεογράφου [7]	76
Σχήμα 3.10-2	Συνδυασμός του ακίνδυνου χρεογράφου με διάφορα χαρτοφυλάκια επικίνδυνων χρεογράφων [7]	78
Σχήμα 3.10-3	Μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, για διάφορες τιμές του ποσοστού επένδυσης [7]	80

Κεφάλαιο 4^ο

Πίνακας 4.2-1	Τα χαρακτηριστικά των 32 μετοχών του FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοπ. - νικητών της πρώτης φάσης φιλτραρίσματος [32]	91
Σχήμα 4.2-2	Το διάγραμμα τιμών 5 ετών του ΟΤΕ και του Γενικού Δείκτη [32]	95
Σχήμα 4.2-3	Το διάγραμμα τιμών 5 ετών της Folli Follie Group και του Γενικού Δείκτη [32]	97
Σχήμα 4.2-4	Το διάγραμμα τιμών 5 ετών της Aegean Airlines και του Γενικού Δείκτη [32]	100
Σχήμα 4.2-5	Το διάγραμμα τιμών 5 ετών του Ομίλου Σαράντης και του Γενικού Δείκτη [32]	103

Κεφάλαιο 5^ο

Πίνακας 5.2-1	Αναμενόμενη απόδοση μετοχών	108
Πίνακας 5.2-2	Τυπική απόκλιση (Κίνδυνος) μετοχών	109
Πίνακας 5.2-3	Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης μετοχών	109
Πίνακας 5.2-4	Πίνακας συντελεστών συσχέτισης μετοχών	110
Σχήμα 5.2-5	Αναμενόμενη απόδοση μετοχών	111
Σχήμα 5.2-6	Κίνδυνος μετοχών	111
Σχήμα 5.3-1	Ποσοστά μετοχών στο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου	113
Πίνακας 5.3-2	Στατιστικά στοιχεία χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου	114
Πίνακας 5.3-3	Στατιστικά στοιχεία χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης	114
Σχήμα 5.3-4	Ποσοστά μετοχών στο χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης	115
Σχήμα 5.3-5	Αποτελεσματικό μέτωπο χαρτοφυλακίων τεσσάρων μετοχών	116
Σχήμα 5.4-1	Αποτελεσματικό μέτωπο χαρτοφυλακίων ομολόγου-μετοχών	119
Πίνακας 5.4-2	Χαρακτηριστικά αποτελεσματικού μετώπου ομολόγου-μετοχών	119

Κεφάλαιο 1^ο

Θεμελιώδεις Έννοιες Χρηματοοικονομικών

1.1 Επένδυση

Στα οικονομικά η επένδυση (*investment*) σημαίνει τη στέρηση ισόποσων πόρων από τη σημερινή κατανάλωση, με την προσδοκία μεγέθυνσης των μελλοντικών καταναλώσεων [2]. Η επένδυση αποτελεί μια χρηματοοικονομική ροή αφού προκαλεί μια χρηματική εκροή στην πρώτη περίοδο, με στόχο μια σειρά χρηματικών εισροών στις επόμενες περιόδους, με κάποια αβεβαιότητα. Ουσιαστικά η λογική της επένδυσης είναι να μεταφέρουμε μέρος των εισοδημάτων μας στο μέλλον, αναβάλλοντας την κατανάλωση στο παρόν, με σκοπό τη βελτίωση του βιοτικού μας επιπέδου, την προστασία των κεφαλαίων μας από τον πληθωρισμό και την αύξηση της ασφάλειάς μας έναντι μελλοντικών οικονομικών αντιξοοτήτων.

Ο επενδυτής δεσμεύει μέρος των κεφαλαίων του σε κάποια επενδυτική επιλογή για ένα χρονικό διάστημα και αναμένει να αποκομίσει κέρδος στο μέλλον, με το ρίσκο να χάσει κάποιο μέρος ή στη χειρότερη περίπτωση και το σύνολο των επενδυμένων κεφαλαίων του. Το κέρδος του επενδυτή αποτελείται από την αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης, ενώ το ρίσκο που υφίσταται ταυτίζεται με τον επενδυτικό κίνδυνο. Ο βασικός στόχος του επενδυτή είναι να επιτύχει τη μέγιστη απόδοση από μια επένδυση, για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου, το οποίο είναι διατεθειμένος να αναλάβει. Ισοδύναμα αν τεθεί ως δεδομένη μια επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση των κεφαλαίων, ο στόχος τότε γίνεται η ελαχιστοποίηση της δεύτερης μεταβλητής του προβλήματος, του επενδυτικού κινδύνου.

Είναι πλέον φανερό ότι η πεμπτουσία της επένδυσης είναι η εύρεση της κατάλληλης ισορροπίας μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, δεδομένων των πόρων, των στόχων και των προτιμήσεων του εκάστοτε επενδυτή. Ο κίνδυνος και η απόδοση συνιστούν τις δύο διαφορετικές όψεις του ίδιου νομίσματος και θα αναλυθούν στις επόμενες παραγράφους.

1.2 Απόδοση

Η έννοια της απόδοσης (*return*) ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή της αξίας της επένδυσης, κατά τη διάρκεια ενός δεδομένου χρονικού διαστήματος. Η απόδοση είναι η κινητήρια δύναμη στην επενδυτική διαδικασία και αποτελεί την ανταμοιβή του επενδυτή για την ανάληψη του ρίσκου. Για τους επόμενους ορισμούς, αλλά και στο μεγαλύτερο μέρος αυτής της εργασίας, θα χρησιμοποιήσουμε την έννοια του χρεογράφου (*security*), το οποίο αποτελεί ένα επενδυτικό διαπραγματεύσιμο προϊόν και θα περιγραφεί πιο αναλυτικά σε επόμενη παράγραφο.

Η πραγματοποιηθείσα απόδοση (*historical, realized return*) είναι η πραγματική απόδοση μιας επένδυσης, η οποία πραγματοποιήθηκε σε μια περασμένη χρονική περίοδο, οπότε οι τιμές των χρεογράφων είναι γνωστές. Η απόδοση R_t ενός χρεογράφου τη χρονική στιγμή t ισούται με το λόγο της μεταβολής της τιμής στο διάστημα που μελετάμε προς την αρχική τιμή.

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Όπου

R_t : η απόδοση του χρεογράφου στη χρονική περίοδο από $t - 1$ έως t

P_t : η τελική τιμή του χρεογράφου τη χρονική στιγμή t

P_{t-1} : η αρχική τιμή του χρεογράφου τη χρονική στιγμή $t - 1$

Όταν καλούμαστε να λάβουμε την απόφαση για το αν θα επενδύσουμε σε ένα χρεόγραφο μελετάμε τη σχέση απόδοσης – κινδύνου και εξετάζουμε τις εναλλακτικές μας επιλογές. Το πρόβλημα είναι ότι δε μπορούμε να γνωρίζουμε τη μελλοντική τιμή του χρεογράφου άρα ούτε και τη μελλοντική απόδοσή του. Οπότε πρέπει να εκτιμήσουμε τη μελλοντική τιμή του χρεογράφου, αντλώντας πληροφορίες από την ιστορική συμπεριφορά της τιμής του, κάνοντας χρήση κάποιου υποδείγματος πρόβλεψης. Στη διαδικασία της πρόβλεψης υπεισέρχεται ο κίνδυνος, δηλαδή η πιθανότητα απόκλισης των μελλοντικών τιμών από τις προβλεπόμενες.

Η αναμενόμενη απόδοση (*expected return*) είναι η απόδοση την οποία οι επενδυτές προβλέπουν πως θα αποκομίσουν στο μέλλον από μια επένδυση. Για να υπολογίσουμε την αναμενόμενη απόδοση $E(R_t)$ για ένα δείγμα n παρελθοντικών περιόδων χρησιμοποιούμε τη μέση τιμή, αν οι αποδόσεις R_{it} θεωρηθούν ισοπίθανες.

$$E(R_t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{it}$$

Στην περίπτωση όπου οι αποδόσεις του χρεογράφου δεν θεωρούνται ισοδύναμα πιθανές και κάθε απόδοση σταθμίζεται από την αντίστοιχη πιθανότητα P_i να παρουσιασθεί, η αναμενόμενη απόδοση θα είναι ο σταθμικός μέσος όρος των ιστορικών αποδόσεων R_{it} :

$$E(R_t) = \sum_{i=1}^n P_i R_{it}$$

1.3 Κίνδυνος

Στα χρηματοοικονομικά ο κίνδυνος (*risk*) ορίζεται ως η διακύμανση των αποτελεσμάτων της επένδυσης, ως προς την απόδοσή της, γύρω από την αναμενόμενη τιμή της. Ο κίνδυνος είναι η πιθανότητα της απόκλισης του τελικού αποτελέσματος μιας επένδυσης από το αναμενόμενο αποτέλεσμα της και όσο πιο εκτενής είναι η περιοχή των δυνητικών αποτελεσμάτων της επένδυσης, τόσο αυξάνεται ο κίνδυνός της.

Ως μέτρο του κινδύνου που ενσωματώνεται σε ένα χρεόγραφο χρησιμοποιείται η διακύμανση (*variance*) σ^2 της απόδοσης για δείγμα n περιόδων:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{it} - E(R_t))^2$$

Όπου

R_{it} : η πραγματοποιηθείσα απόδοση του χρεογράφου τη χρονική περίοδο i

$E(R_t)$: η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου τη χρονική στιγμή t

n : ο αριθμός των παρελθοντικών περιόδων στις οποίες εξετάζουμε την απόδοση

Εκτός από τη διακύμανση ένα άλλο, συνηθέστερο, μέτρο του κινδύνου είναι η τυπική απόκλιση (*standard deviation*) σ και δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

1.3.1 Αποστροφή προς τον Κίνδυνο

Δεν είναι λογικό να εξετάζουμε την απόδοση μιας επένδυσης απομονωμένα από την εξέταση του κινδύνου της, αφού όλες οι επενδυτικές αποφάσεις περιλαμβάνουν μια ανταλλαγή, ένα συμβιβασμό (*trade-off*) μεταξύ απόδοσης και κινδύνου. Αν θεωρήσουμε έναν επενδυτή που επιθυμεί να αποφύγει κάθε πρακτικό κίνδυνο σε κανονική βάση, θα δούμε ότι ο ασφαλέστερος τρόπος να ασφαλίσει τα κεφάλαια του είναι να τα καταθέσει σε ένα τραπεζικό λογαριασμό κάποιας συγκεκριμένης χρονικής διάρκειας και έτσι να κερδίσει ένα εγγυημένο και προκαθορισμένο ποσό. Σε αυτή την περίπτωση μαζί με τον κίνδυνο απώλειας χρημάτων αφαιρείται και η δυνατότητα του επενδυτή να κερδίσει μεγαλύτερη απόδοση από αυτή της τράπεζας. Επομένως ένας επενδυτής που θέλει να επιτύχει μεγαλύτερες αποδόσεις, πρέπει να είναι διατεθειμένος να αναλάβει μεγαλύτερο ρίσκο και προετοιμασμένος για την πιθανότητα να χάσει κάποια χρήματα.

Στα χρηματοοικονομικά οι επενδυτές εξετάζονται και κατηγοριοποιούνται ανάλογα με την αποστροφή τους ως προς τον κίνδυνο (*risk aversion*). Αυτή εκφράζει το δισταγμό του επενδυτή να αποδεχθεί μια ευκαιρία με αβέβαιη απόδοση, δηλαδή

δυναμικά μεγάλου κέρδους ή και μικρής ζημιάς και την προτίμηση μιας λιγότερο κερδοφόρας μεν αλλά με αρκετά μικρότερο κίνδυνο δε, εναλλακτικής επενδυτικής επιλογής. Ο συντηρητικός επενδυτής (*risk-averse*) τείνει να αποφεύγει κάθε είδους ρίσκο και να προτιμάει μικρότερες και περισσότερο σίγουρες αναμενόμενες αποδόσεις. Ο συντηρητικός επενδυτής προτίθεται να αναλάβει πρόσθετο κίνδυνο μόνο όταν η αναμενόμενη απόδοση είναι ιδιαίτερα σημαντική. Ο ουδέτερος ως προς τον κίνδυνο (*risk-neutral*) επενδυτής είναι αδιάφορος ως προς τις, αναλογικές με την αναμενόμενη απόδοση, αυξομειώσεις του κινδύνου, καθώς συμβιβάζεται με το γεγονός ότι η μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την ανάληψη μεγαλύτερου ρίσκου και αναλαμβάνει πρόσθετο κίνδυνο σε σχέση με το συντηρητικό επενδυτή, αρκεί να προσδοκά αναλογικά πρόσθετα οφέλη. Ο ριψοκίνδυνος επενδυτής (*risk-lover*) θα προτιμήσει πάντοτε την ανάληψη υψηλότερων ρίσκων ακόμη κι αν αυξάνεται δυσανάλογα και ελάχιστα η αναμενόμενη απόδοση των επενδυτικών προϊόντων, έστω και αν μια παρόμοια επενδυτική επιλογή με λίγο χαμηλότερη απόδοση και πολύ μικρότερο κίνδυνο είναι διαθέσιμη. Στην παράγραφο 2.3 υπολογίζονται οι συναρτήσεις χρησιμότητας (*utility functions*) των τριών τύπων επενδυτών.

1.3.2 Πηγές Κινδύνου

Ένα παραδοσιακό θέμα με το οποίο ασχολούνται οι επενδυτές είναι οι διάφορες πηγές κινδύνου και παρακάτω παρουσιάζονται αυτές όπως έχουν κατηγοριοποιηθεί στη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου [4] [15]:

- Επιτοκιακός κίνδυνος (*interest rate risk*): Οι αυξομειώσεις των επιτοκίων μεταβάλλουν τις τιμές των χρεογράφων αντίστροφα, στην περίπτωση που παραμένουν σταθεροί όλοι οι άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τις τιμές.
- Κίνδυνος αγοράς (*market risk*): Οι αποδόσεις των χρεογράφων επηρεάζονται από τη διακύμανση της αγοράς ως σύνολο. Ο κίνδυνος αγοράς αποτελείται από παράγοντες εξωγενείς ως προς τα χρεόγραφα, όπως ύφεση, πόλεμοι,

δομικές αλλαγές στην οικονομία και αλλαγές στις καταναλωτικές προτιμήσεις.

- Πληθωριστικός κίνδυνος (*inflation risk*): Είναι ένας παράγοντας που επιδρά σε όλα τα χρεόγραφα, γνωστός και ως κίνδυνος αγοραστικής δύναμης (*purchasing power risk*) και έχει να κάνει με την αβεβαιότητα ως προς τον πληθωρισμό. Η πραγματική απόδοση που προκύπτει μετά τον αποπληθωρισμό περιέχει κίνδυνο ακόμη κι αν το χρεόγραφο είναι ακίνδυνο, λόγω της αύξησης του πληθωρισμού άρα και των επιτοκίων.
- Επιχειρηματικός κίνδυνος (*business risk*): Πρόκειται για τον κίνδυνο μείωσης της αποδοτικότητας και της παραγωγικότητας μιας επιχείρησης λόγω λανθασμένων αποφάσεων της διοίκησης, που έχουν ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ζημιών.
- Χρηματοοικονομικός κίνδυνος (*financial risk*): Αυτή η πηγή κινδύνου προέρχεται από τη χρήση δανειακών κεφαλαίων από την εταιρεία. Όσο αυξάνονται τα ξένα προς τα ίδια κεφάλαια, τόσο περισσότερο εκτίθεται η επιχείρηση στον χρηματοοικονομικό κίνδυνο και αυξάνεται η μεταβλητότητα των αποδόσεων των χρεογράφων, με δεδομένο ότι τα υπόλοιπα παραμένουν σταθερά (*ceteris paribus*).
- Κίνδυνος ρευστότητας (*liquidity risk*): Είναι ο κίνδυνος να αδυνατεί η επιχείρηση να προβεί σε άμεση ρευστοποίηση μιας επένδυσης στην τιμή ισορροπίας, λόγω έλλειψης αγοραστικού ενδιαφέροντος ή λόγω στενότητας οικονομικών πόρων.
- Συναλλαγματικός κίνδυνος (*exchange rate risk, currency risk*): Οι επενδύσεις που γίνονται σε ξένες κεφαλαιαγορές συνοδεύονται από τον κίνδυνο απώλειας των αποδόσεων λόγω μιας μείωσης της συναλλαγματικής ισοτιμίας ή μιας υποτίμησης του νομίσματος.
- Πολιτικός κίνδυνος (*country risk, political risk*): Με ολοένα και περισσότερους επενδυτές να επενδύουν διεθνώς, άμεσα και έμμεσα, η πολιτική και επομένως η οικονομική σταθερότητα και βιωσιμότητα μιας χώρας πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη. Μια απρόσμενη αστάθεια στην πολιτική σκηνή μιας χώρας ή μια εμπόλεμη κατάσταση, επηρεάζουν αρνητικά τις αποδόσεις των χρεογράφων των ξένων κεφαλαιαγορών.

1.3.3 Τύποι Κινδύνου

Στη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου ο συνολικός κίνδυνος ενός χρεογράφου που προκαλεί διακύμανση στην απόδοσή του κατηγοριοποιείται σε δύο γενικούς τύπους.

Ο πρώτος τύπος είναι αυτός που είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με τη λειτουργία της κεφαλαιαγοράς ως σύστημα και εν γένει επηρεάζει όλα τα χρεόγραφα. Ο κίνδυνος της αγοράς (*market risk*) και ο επιτοκιακός κίνδυνος (*interest rate risk*) ανήκουν στον τύπο κινδύνου αυτό, τον οποίο ονομάζουμε συστηματικό κίνδυνο (*systematic risk*). Ο συστηματικός κίνδυνος σχετίζεται άμεσα με τις συνολικές κινήσεις της οικονομίας ως σύνολο και περιλαμβάνει εξωτερικούς παράγοντες ως προς την επιχείρηση όπως τις αλλαγές στα επιτόκια, τον πληθωρισμό, τις συναλλαγματικές ισοτιμίες, τη φορολογία και τη συμπεριφορά της αγοράς. Φυσικό επακόλουθο είναι να επηρεάζει όλα τα χρεόγραφα ανεξαρτήτως των χαρακτηριστικών τους και επομένως να μην μπορεί να ελεγχθεί και να αποφευχθεί μέσω της σύνθεσης διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων, όπως θα δούμε σε επόμενη παράγραφο.

Ο δεύτερος τύπος κινδύνου είναι στενά συνδεδεμένος με το κάθε χρεόγραφο ξεχωριστά και σχετίζεται με τους παράγοντες του επιχειρηματικού κινδύνου (*business risk*), του χρηματοοικονομικού κινδύνου (*financial risk*) αλλά και του κινδύνου ρευστότητας (*liquidity risk*). Η διακύμανση στην απόδοση ενός χρεογράφου που δε σχετίζεται με τη συνολική μεταβλητότητα της αγοράς, αλλά είναι μοναδική για κάθε χρεόγραφο, ονομάζεται μη συστηματικός κίνδυνος (*nonsystematic risk*). Ο μη συστηματικός κίνδυνος αφορά στο εσωτερικό κομμάτι μιας επιχείρησης και την κατάσταση στους διάφορους τομείς της, όπως είναι η διοίκηση, το μάρκετινγκ, η διαχείριση ανθρωπίνων πόρων και η χρηματοοικονομική της πολιτική. Ο μη συστηματικός κίνδυνος αποφεύγεται και μπορεί να εξαλειφθεί πλήρως μέσω της σωστής επιλογής χρεογράφων σε ένα τέλεια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο (*diversified portfolio*), επομένως είναι προφανές ότι το ελάχιστο ρίσκο που εμπεριέχεται σε μια επένδυση είναι το συστηματικό.

1.4 Χρεόγραφο

Το χρεόγραφο (*security*) είναι ένα επενδυτικό διαπραγματεύσιμο προϊόν που εκδίδεται από μια κυβέρνηση, μια εταιρεία ή κάποιο άλλο οργανισμό και αποτελεί αποδεικτικό χρέους ή δικαίωμα σε διανεμόμενα κέρδη [20]. Τα χρεόγραφα είναι αποδεικτικά χρέους ή κυριότητας, τα οποία εκδίδονται από εκείνους τους επιχειρηματικούς οργανισμούς, δημόσιους και ιδιωτικούς, οι οποίοι επιθυμούν να αντλήσουν κεφάλαια από το ευρύ επενδυτικό κοινό.

Στα χρεόγραφα περιλαμβάνονται οι μετοχές, τα ομόλογα, τα έντοκα γραμμάτια δημοσίου, τα προθεσμιακά συμβόλαια, τα μερίδια αμοιβαίων κεφαλαίων, τα συμβόλαια δικαιωμάτων προαίρεσης, τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και άλλα προϊόντα που μπορούν να διαπραγματεύονται στη χρηματοπιστωτική αγορά. Κάθε χρεόγραφο ως μονάδα έχει μια αναμενόμενη απόδοση και εμπεριέχει κίνδυνο οπότε στο εξής θα εξετάζεται με τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της απόδοσής του.

1.5 Χαρτοφυλάκιο

Το χαρτοφυλάκιο (*portfolio*) είναι το σύνολο των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού μιας εταιρείας ή ενός νομικού ή φυσικού προσώπου. Ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να αποτελείται από ρευστά διαθέσιμα, έντοκα γραμμάτια και ομόλογα του δημοσίου, τραπεζικά και εταιρικά ομόλογα, ομόλογα με ρήτρα ξένου νομίσματος, μετατρέψιμα ομολογιακά δάνεια, καταθέσεις σε ευρώ και συνάλλαγμα, μετοχές, αμοιβαία κεφάλαια, εμπορικά χρεόγραφα και άλλα περιουσιακά στοιχεία και αξιόγραφα.

Το χαρτοφυλάκιο ως σύνολο χρεογράφων έχει αναμενόμενη απόδοση και κίνδυνο. Η αναμενόμενη απόδοσή του $E(R_p)$ περιγράφεται ως εξής:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

Όπου

$E(R_p)$: η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p

$E(R_i)$: η αναμενόμενη απόδοση του i -οστού χρεογράφου

w_i : το βάρος του i -οστού χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο

n : ο αριθμός των διαφορετικών χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο

Ο υπολογισμός του κινδύνου του χαρτοφυλακίου σ_p είναι πιο περίπλοκος καθώς εξαρτάται από τον αριθμό των χρεογράφων που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο και τη συνδιακύμανση (*covariance*) μεταξύ τους και θα παρουσιαστεί αναλυτικά στο κεφάλαιο 3.

Η επιλογή του χαρτοφυλακίου συνίσταται στην απόφαση για το ποια χρεογράφα θα συμμετέχουν σε αυτό και με ποια αναλογία το καθένα. Η βέλτιστη στρατηγική για την επιλογή των επιμέρους χρεογράφων, των αναλογιών τους και τη σύσταση του χαρτοφυλακίου με την καλύτερη δυνατή σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου, αποτελεί μια από τις βασικότερες συνιστώσες της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Ο στόχος της διαχείρισης χαρτοφυλακίου είναι η εφαρμογή της διαφοροποίησης (*diversification*), όπως θα μελετήσουμε διεξοδικά στα επόμενα δύο κεφάλαια, με στόχο τη δημιουργία χαρτοφυλακίων με τη μεγαλύτερη δυνατή αναμενόμενη απόδοση και τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο, υπό το πρίσμα της αβεβαιότητας. Αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο (*efficient portfolio*) είναι εκείνο το οποίο για δεδομένο επίπεδο κινδύνου παρουσιάζει τη μέγιστη δυνατή απόδοση και αντίστροφα για δεδομένο επίπεδο απόδοσης παρουσιάζει τον ελάχιστο κίνδυνο.

Όπως θα μελετήσουμε στο δεύτερο κεφάλαιο, τα υποδείγματα (μοντέλα) χαρτοφυλακίου των Markowitz και Tobin, αλλά και τα μοντέλα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων των Sharpe, Lintner και Ross, στηρίζονται σε επενδυτές οι οποίοι αποστρέφονται τον κίνδυνο και λαμβάνουν τις επενδυτικές τους αποφάσεις στηριζόμενοι στη μέση τιμή (αναμενόμενη απόδοση) και την τυπική απόκλιση (κίνδυνος) αποδόσεων χαρτοφυλακίου της μιας περιόδου.

Κεφάλαιο 2^ο

Σημαντικές Μελέτες και Χρηματοοικονομικά Υποδείγματα

2.1 Εισαγωγή στη Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (*modern portfolio theory-MPT*) ασχολείται με την αποδοτική διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου και στόχο έχει την επίτευξη συγκεκριμένων επενδυτικών σκοπών. Η επιστήμη της διαχείρισης χαρτοφυλακίου ουσιαστικά βοηθάει τον επενδυτή να αποκομίσει τα μέγιστα δυνατά κέρδη από μια επενδυτική επιλογή, έχοντας παράλληλα υποστεί το μικρότερο δυνατό κίνδυνο, σε μακροπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα.

Το 1952 ήταν μια από τις πιο καθοριστικές χρονιές για την εξέλιξη της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου, αφού το Μάρτιο εκείνου του έτους έγινε η πρώτη δημοσίευση του Harry Markowitz στη *Journal of Finance*. Ο τίτλος της ήταν “Portfolio Selection”, περιέγραφε μια μέθοδο δημιουργίας αποδοτικά διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων και αποτέλεσε τον ακρογωνιαίο λίθο όλης της σύγχρονης θεωρίας, ενώ έδωσε στο Markowitz το 1990 το βραβείο Nobel οικονομικών επιστημών (μαζί με τους Merton Miller και William Sharpe). Μέχρι την εποχή που γράφτηκε δεν είχε διατυπωθεί αντίστοιχη ολοκληρωμένη θεωρία, δηλαδή γεννήθηκε σε σχεδόν μηδενική βάση και εισήγαγε ως πρωταρχική την έννοια της διαφοροποίησης των επενδύσεων.

Η διαφοροποίηση (*diversification*) υπήρχε σαν ιδέα και πριν από τον Markowitz, ως τρόπος εξάλειψης του επενδυτικού κινδύνου. Ο ίδιος όχι μόνο επιβεβαίωσε μαθηματικά τη διαφοροποίηση αλλά έδειξε και ότι ο κίνδυνος δε μηδενίζεται μέσω αυτής, αλλά μπορεί να μειωθεί αρκετά, κρατώντας σταθερή τη δεύτερη βασική συνιστώσα του προβλήματος, δηλαδή την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Ο Markowitz λοιπόν ποσοτικοποίησε το ρίσκο και απέδειξε πως ο κατάλληλος συνδυασμός χρεογράφων μέσω της διαφοροποίησης σε συγκεκριμένες αναλογίες και με κατάλληλα χαρακτηριστικά μπορεί να εξασφαλίσει την υψηλότερη δυνατή απόδοση σε ένα χαρτοφυλάκιο για δεδομένο επίπεδο ρίσκου. Ένα

χαρτοφυλάκιο θεωρείται αποτελεσματικό (*efficient portfolio*) εάν και μόνο εάν δεν υπάρχει κάποιο άλλο το οποίο να προσφέρει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση με το ίδιο (ή χαμηλότερο) ρίσκο, ή αντίστοιχα χαμηλότερο ρίσκο με την ίδια (ή υψηλότερη) αναμενόμενη απόδοση.

Πριν τον Markowitz η προσέγγιση ήταν σχετικά απλή και μονοδιάστατη και είχε ως εξής: ο επενδυτής επέλεγε κάθε αξιόγραφο ανεξάρτητα από τα άλλα, με κριτήριο την απόδοση και τον κίνδυνό του. Ο Markowitz μέσω της διαφοροποίησης έκανε την καινοτόμο πρόταση να επιλέγονται τα αξιόγραφα με στόχο το τελικό συνολικό χαρτοφυλάκιο να είναι αποτελεσματικό (βέλτιστο), χωρίς να δίνεται αποκλειστική βάση στα επιμέρους στοιχεία των χρεογράφων, αλλά στη μεταξύ τους σχέση.

Όπως θα δούμε και στις επόμενες παραγράφους, μετά την αρχική δημοσίευση του 1952, ήρθε ο Tobin το 1958 και εισήγαγε στην αρχική θεωρία το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου (*risk free asset*). Αν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο που είναι αποτελεσματικό και το συνδυάσουμε με το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου, μπορούμε να επιτύχουμε μεγαλύτερη απόδοση, με το ίδιο ρίσκο.

Ακολούθησε η έκδοση του βιβλίου του Markowitz το 1959 και η επέκταση της θεωρίας του το 1964 από το Sharpe, ο οποίος ήταν ένας εκ των θεμελιωτών του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (*capital asset pricing model-CAPM*). Το CAPM εισήγαγε τις έννοιες του συστηματικού και ειδικού ή μη συστηματικού κινδύνου. Κατά το CAPM, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο ταυτίζεται με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (*market portfolio*). Ακολούθησαν και άλλα υποδείγματα όπως η θεωρία αντισταθμιστικής αποτίμησης (*arbitrage pricing theory-APT*) (Stephen Ross 1976) και έγιναν αρκετές μελέτες όχι μόνο προς την κατεύθυνση του υποδείγματος του Markowitz αλλά και με διαφορετικές προσεγγίσεις, όπως θα δούμε παρακάτω στην παρούσα διπλωματική εργασία.

2.2 Δημοσίευση Harry Markowitz “Portfolio Selection”

Το μοντέλο του Markowitz ονομάζεται επίσης μοντέλο μέσου-διακύμανσης (*mean-variance model*), το οποίο οφείλεται στο γεγονός ότι βασίζεται στην αναμενόμενη απόδοση (μέση τιμή) και την τυπική απόκλιση (διακύμανση) των διαφόρων χαρτοφυλακίων.

Η βασική συνιστώσα της δημοσίευσης του Markowitz είναι η διαφοροποίηση (*diversification*), η οποία ορίζει τον κατάλληλο συνδυασμό -διαφοροποιημένων σε κατηγορία- χρεογράφων, μέσα σε ένα χαρτοφυλάκιο, έτσι ώστε για δεδομένο επίπεδο απόδοσης να μειωθεί στο ελάχιστο το ρίσκο. Αν για παράδειγμα σε ένα χρηματιστηριακό χαρτοφυλάκιο επιλέξουμε 15 εταιρείες θα πρέπει να εστιάσουμε στην ελαχιστοποίηση της μεταξύ τους συσχέτισης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την επιλογή των χρεογράφων από διαφορετικούς κλάδους της οικονομίας, έτσι ώστε το ένα να μην επηρεάζεται άμεσα ή με προφανή έμμεσο τρόπο από το άλλο, κι έτσι να γλιτώσουμε πιθανό ντόμινο στο χαρτοφυλάκιο, λόγω ύφεσης ενός κλάδου της οικονομίας. Εκείνο που βέβαια δε μπορούμε να εξαλείψουμε είναι το συστηματικό ρίσκο το οποίο επηρεάζει ολόκληρη την αγορά, ανεξαρτήτως της επιλογής χρεογράφων. Στην ουσία, με τη δημιουργία ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου ο επενδυτής αποφεύγει οποιοδήποτε περιττό ρίσκο, ανάλογα φυσικά με το επίπεδο της αναμενόμενης απόδοσης που επιδιώκει, όπως θα δούμε και παρακάτω. Έπειτα ο Markowitz σημειώνει ότι με τη διαφοροποίηση υπάρχει σίγουρα ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο είναι πιο ελκυστικό για τους επενδυτές από οποιαδήποτε μετοχή ξεχωριστά, χωρίς αυτό να σημαίνει όμως πως κάθε χαρτοφυλάκιο που έχει προκύψει με διαφοροποίηση είναι ανώτερο κάθε μεμονωμένου χρεογράφου.

Ο Harry Markowitz έκανε τις ακόλουθες υποθέσεις για τη νοοτροπία και τη συμπεριφορά των επενδυτών παράλληλα με την ανάπτυξη του μοντέλου του:

- Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου οφείλεται στη μεταβλητότητα των αποδόσεων του εν λόγω χαρτοφυλακίου.
- Ο επενδυτής είναι απρόθυμος να αναλάβει επιπρόσθετο ρίσκο (*risk averse*).
- Ο επενδυτής προτιμά να αυξηθεί η κατανάλωση.

- Η συνάρτηση χρησιμότητας (*utility function*) του επενδυτή είναι κοίλη και αύξουσα, λόγω της αποστροφής του προς τον κίνδυνο και της προτίμησής του στην κατανάλωση.
- Η ανάλυση βασίζεται στο μοντέλο μίας επενδυτικής περιόδου.
- Ο επενδυτής είτε μεγιστοποιεί την απόδοση του χαρτοφυλακίου του, για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου, είτε επιζητά την ελαχιστοποίηση του κινδύνου, με δεδομένη την επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση.
- Ο επενδυτής είναι λογικός από τη φύση του.

Ο Markowitz μοντελοποιεί τη διαδικασία επιλογής χαρτοφυλακίου, χωρίζοντας τη σε δύο βασικά στάδια. Το πρώτο στάδιο αρχίζει με την παρατήρηση και την εμπειρία και τελειώνει με τις εκτιμήσεις του επενδυτή σχετικά με το μέλλον των αποδόσεων των διαθέσιμων χρεογράφων. Το δεύτερο στάδιο, με δεδομένα τα αποτελέσματα του πρώτου σταδίου, ασχολείται με την επιλογή του χαρτοφυλακίου. Στη δημοσίευση ουσιαστικά καταπιάνεται με το δεύτερο στάδιο, της επιλογής του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, για τις απαιτήσεις του επενδυτή.

Ο Markowitz ορίζει ως κίνδυνο τη διακύμανση των τιμών των χρεογράφων ανά τα έτη, ο οποίος δεν εξαλείφεται μέσω της διαφοροποίησης. Ο Markowitz κατέρριψε τη θεωρία που βασίζεται στο νόμο των μεγάλων αριθμών και τόνισε πως η αναμενόμενη απόδοση δεν είναι το αποκλειστικό κριτήριο για την επιλογή της κατάλληλης επένδυσης, ενώ είναι εξαιρετικά απίθανο να προκύψει χαρτοφυλάκιο το οποίο την ίδια στιγμή να μεγιστοποιεί την αναμενόμενη απόδοση και να ελαχιστοποιεί το ρίσκο. Το ζητούμενο θα πρέπει να είναι να βρεθούν οι συνδυασμοί για τους οποίους δεν υπάρχει, για δεδομένο επίπεδο απόδοσης, άλλος συνδυασμός με μικρότερο ρίσκο, ούτε αντίστροφα, για δεδομένο επίπεδο ρίσκου, άλλος συνδυασμός με μεγαλύτερη απόδοση. Έτσι, ο Markowitz απορρίπτει τη θεωρία που ίσχυε έως τότε με το στόχο του επενδυτή να είναι μόνο η μεγιστοποίηση του κέρδους.

Έπειτα ξεκινάει το μαθηματικό κομμάτι της δημοσίευσης, όπου ο Markowitz ορίζει την αναμενόμενη απόδοση (*expected return*) του χαρτοφυλακίου E και την τυπική απόκλιση (ή διακύμανση) (*variance*) V με τους παρακάτω τύπους:

$$E = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} X_i X_j$$

Στους τύπους αυτούς, με μ_i συμβολίζεται η αναμενόμενη απόδοση (μέση τιμή) κάθε μετοχής. Με σ_{ij} συμβολίζουμε τη συνδιακύμανση (*covariance*) των αποδόσεων των χρεογράφων i και j . Η συνδιακύμανση σ_{ij} δίνεται από τον τύπο:

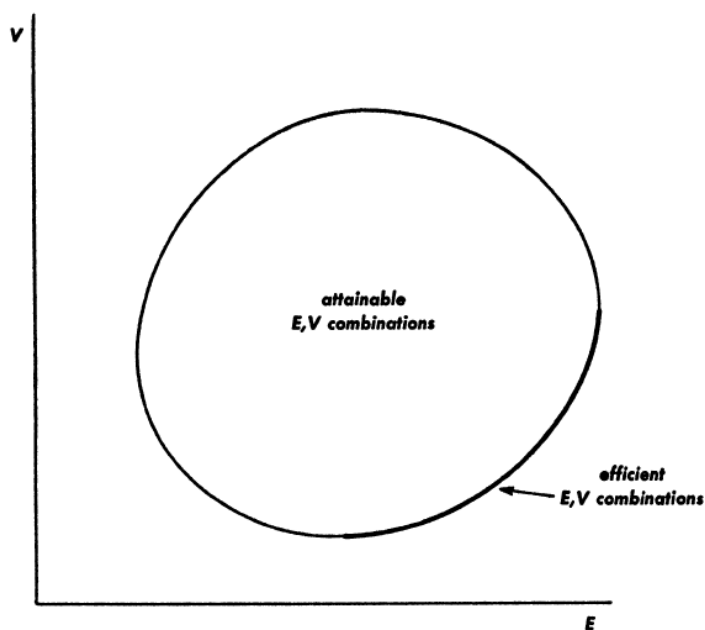
$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Όπου ως γνωστόν οι τυπικές αποκλίσεις (*standard deviation*) των χρεογράφων i και j αναπαρίστανται με σ_i και σ_j , ενώ με ρ_{ij} συμβολίζουμε το συντελεστή συσχέτισης (*correlation coefficient*). Η περιοχή τιμών του συντελεστή συσχέτισης είναι $[-1, 1]$ και η μέγιστη τιμή $\rho_{ij} = 1$ υποδηλώνει ότι οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση, ενώ η αρνητική και ελάχιστη τιμή $\rho_{ij} = -1$ σημαίνει ότι οι κινήσεις των αποδόσεων τους είναι ακριβώς αντίθετες. Όταν οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά ασυσχέτιστες, τότε ο συντελεστής συσχέτισης θα ισούται με το μηδέν $\rho_{ij} = 0$. Τα ποσοστά συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο της κάθε επένδυσης (βάρη) δεν είναι τυχαία, αλλά καθορίζονται από τον επενδυτή και συμβολίζονται με X_i . Στην παρούσα ανάλυση θα αποκλείσουμε τις αρνητικές τιμές του X_i , αφού δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις χρεογράφων (*short sales*), δηλαδή η πώληση τίτλων τους οποίους ο επενδυτής δεν έχει στην κατοχή του. Λόγω της υπόθεσης περί επένδυσης ολόκληρου του κεφαλαίου στο χαρτοφυλάκιο, θα ισχύει:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Σύμφωνα με τον κανόνα $E - V$ ο επενδυτής έχει τη δυνατότητα να επιλέξει έναν από εκείνους τους συνδυασμούς, οι οποίοι βρίσκονται εντός της κυκλικής περιοχής του γραφήματος 2.2-1 και ονομάζονται εφικτοί $E - V$ συνδυασμοί (*attainable $E - V$ combinations*). Οι βέλτιστοι ή αποτελεσματικοί $E - V$ συνδυασμοί (*efficient $E - V$ combinations*) είναι εκείνοι, όπου για δεδομένο E , έχουν το ελάχιστο

V και για δεδομένο V έχουν το μέγιστο E , και απεικονίζονται στο έντονο μαύρο σύνορο.



Σχήμα 2.2-1 Αποτελεσματικοί E-V συνδυασμοί επενδυτή [8]

Ο Markowitz δεν ασχολήθηκε τόσο με τις τεχνικές αναλυτικού υπολογισμού των βέλτιστων χαρτοφυλακίων και των αποτελεσματικών συνδυασμών $E - V$ με δεδομένα τα μ_i , σ_{ij} , όσο με το γεωμετρικό προσδιορισμό των αποτελεσματικών επιφανειών, στην περίπτωση όπου ο αριθμός N των χρεογράφων είναι μικρός.

Ο πρώτος γεωμετρικός υπολογισμός που κάνει ο συγγραφέας, αφορά στην περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από τρία χρεόγραφα. Κάνοντας χρήση των προηγούμενων γενικών τύπων, στην περίπτωση αυτή έχουμε:

$$E = \sum_{i=1}^3 X_i \mu_i$$

$$V = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} X_i X_j$$

$$\sum_{i=1}^3 X_i = 1$$

$$X_i \geq 0 \text{ για } i = 1,2,3$$

Από την τρίτη σχέση μπορούμε ισοδύναμα να γράψουμε ότι:

$$X_3 = 1 - X_1 - X_2$$

Αντικαθιστώντας την τελευταία σχέση στις δύο πρώτες εξισώσεις, μπορούμε να γράψουμε τα E και V σαν συναρτήσεις των X_1 και X_2 . Ως εκ τούτου προκύπτει το παρακάτω σύστημα με τρεις εξισώσεις:

$$E = E(X_1, X_2)$$

$$V = V(X_1, X_2)$$

$$X_1 \geq 0 \text{ και } X_2 \geq 0 \text{ και } 1 - X_1 - X_2 \geq 0$$

Συνδυάζοντας τις τρεις προηγούμενες σχέσεις μπορούμε να επιλύσουμε το χαρτοφυλάκιο τριών χρεογράφων με δισδιάστατη γεωμετρία. Το εφικτό σύνολο (*attainable set*) χαρτοφυλακίων, δηλαδή οι εφικτοί συνδυασμοί των X_1 , X_2 αναπαρίστανται από το τρίγωνο abc , στο σχήμα 2.2-2 και αποτελούνται από όλα τα εκείνα τα χαρτοφυλάκια τα οποία ικανοποιούν τις εξής δύο σχέσεις:

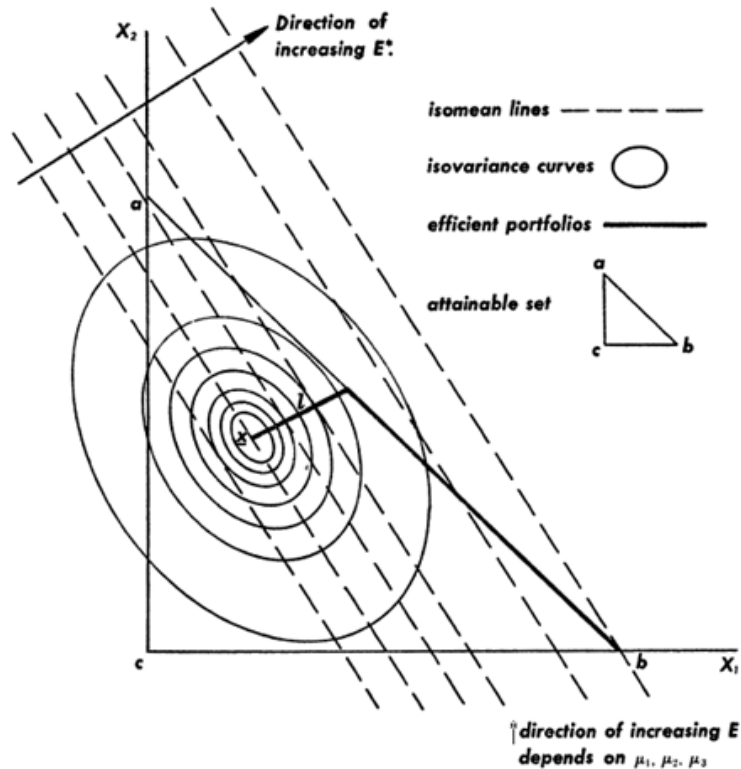
$$X_3 = 1 - X_1 - X_2$$

$$X_1 \geq 0 \text{ και } X_2 \geq 0 \text{ και } 1 - X_1 - X_2 \geq 0$$

Η ισοδύναμα ικανοποιούν το εξής σύστημα σχέσεων:

$$\sum_{i=1}^3 X_i = 1$$

$$X_i \geq 0 \text{ για } i = 1,2,3$$

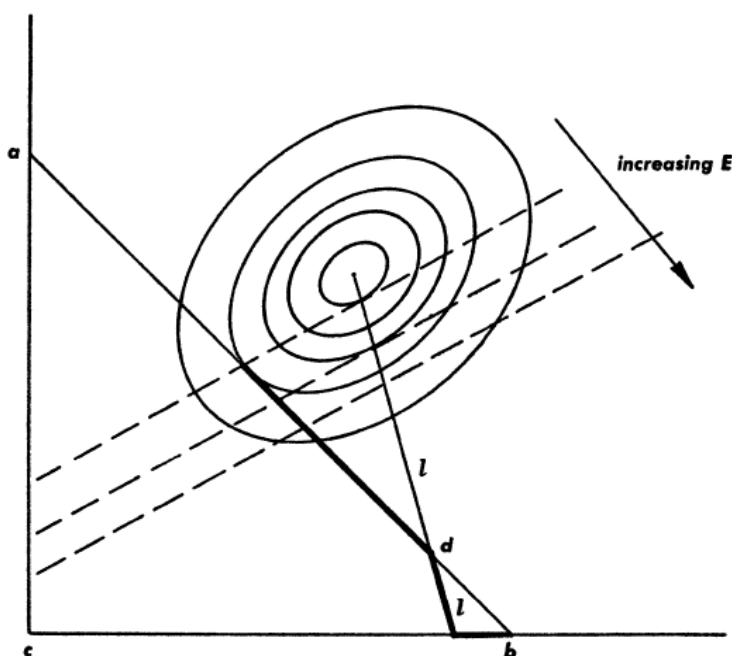


Σχήμα 2.2-2 Γραφική επίλυση χαρτοφυλακίου με τρεις εξισώσεις, με το X εντός του τριγώνου abc [8]

Όπως φαίνεται και στο υπόμνημα του σχήματος 2.2-2 οι ευθείες, οι οποίες αναπαριστούν το σύνολο των χαρτοφυλακίων με ίση απόδοση (*isomean lines*), είναι διακεκομμένες και παράλληλες και οι ελλείψεις, που εμπεριέχουν τα χαρτοφυλάκια με ίση διακύμανση (*isovariance curves*), είναι ομόκεντρες με κέντρο το X . Το X είναι το σημείο με τη μικρότερη τυπική απόκλιση και αποτελεί το κέντρο του συστήματος. Το εφαπτομενικό σημείο μιας ισομέσου ευθείας με μια έλλειψη ισοδιακύμανσης είναι αυτό με το ελάχιστο ρίσκο. Αν ενώσουμε με μια καμπύλη όλα αυτά τα σημεία ελαχίστου κινδύνου, δημιουργείται η καμπύλη l , που αποδεικνύεται ότι είναι ευθεία και μάλιστα ονομάζεται κρίσιμη ευθεία (*critical line*). Το αποτελεσματικό σύνολο (*efficient set*) χαρτοφυλακίων αποτελείται από δύο ευθύγραμμο τμήματα, με έντονο μαύρο χρώμα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.2-2. Το πρώτο ευθύγραμμο τμήμα είναι το μέρος της κρίσιμης ευθείας το οποίο ξεκινά από το X και εκτείνεται μέχρι το σημείο που τέμνεται με την ευθεία ab . Το δεύτερο ευθύγραμμο τμήμα ξεκινά από το σημείο τομής και συνεχίζει μέχρι το b , το σημείο με το μέγιστο δυνατό E . Στο προηγούμενο σχήμα γίνεται γραφική επίλυση του συστήματος των τριών εξισώσεων

για την περίπτωση όπου το X βρίσκεται εντός του τριγώνου abc και τότε το X είναι αποτελεσματικό.

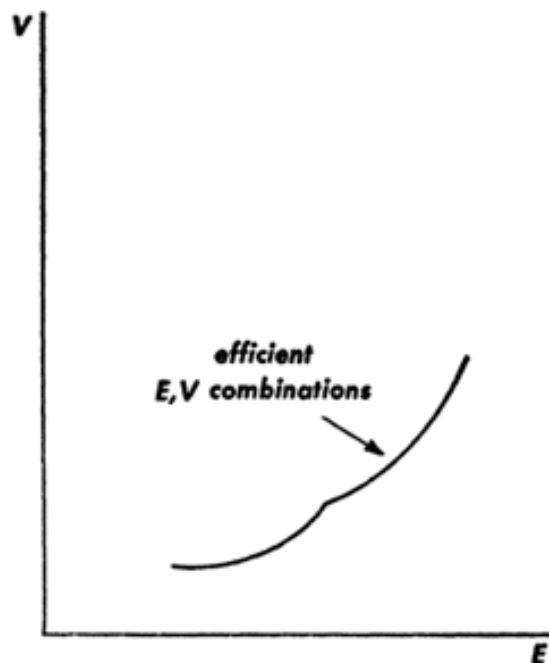
Στο σχήμα 2.2-3 το X (κέντρο των ελλείψεων ισοδιακύμανσης) βρίσκεται εκτός του τριγώνου abc και κατά τα λοιπά η ανάλυση είναι η ίδια. Δηλαδή η διακύμανση αυξάνεται όσο απομακρυνόμαστε από το X . Όμως η κρίσιμη ευθεία l 'κόβει' την εφικτή περιοχή και η αποτελεσματική ευθεία (*efficient line*), με το έντονο μαύρο χρώμα, ξεκινά από τη γραμμή ab και κινείται προς το b , έως ότου διασταυρωθεί με την κρίσιμη ευθεία, από όπου κινείται μαζί της μέχρι και το όριο του abc , όπου αλλάζει και πάλι κατεύθυνση και τελειώνει στο σημείο b .



Σχήμα 2.2-3 Γραφική επίλυση χαρτοφυλακίου με τρεις εξισώσεις, με το X εκτός του τριγώνου abc [8]

Ο Markowitz, αφού εξετάσει κάποιες άλλες υποπεριπτώσεις τριών χρεογράφων, αναφέρει την περίπτωση τεσσάρων χρεογράφων. Κατά τον ίδιο το αποτελεσματικό σύνολο στην περίπτωση αυτή, όπως και στην περίπτωση N χρεογράφων, αποτελείται από μια σειρά συνδεδεμένων γραμμικών τμημάτων. Από τη μία άκρη της γραφικής του αποτελεσματικού συνόλου χαρτοφυλακίων είναι το σημείο ελάχιστης διακύμανσης (*minimum variance*) και από την άλλη βρίσκεται το σημείο της μέγιστης αναμενόμενης απόδοσης (*maximum expected return*).

Όσον αφορά στο σχεδιασμό του γεωμετρικού τόπου των αποτελεσματικών $E - V$ συνδυασμών, ο Markowitz καταλήγει στα παραβολοειδή που φαίνονται στο σχήμα 2.2-4. Στην περίπτωση των τριών χρεογράφων η $E = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2$ είναι ένα επίπεδο και η $V = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2$ είναι ένα παραβολοειδές. Αν σχεδιάσουμε το επίπεδο E στο ίδιο διάγραμμα με το V παραβολοειδές για τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, τότε έχουμε μια σειρά συνδεδεμένων παραβολοειδών τμημάτων, η οποία έχει εφαρμογή για N αριθμό χρεογράφων. Έτσι δημιουργείται το γράφημα των αποτελεσματικών συνδυασμών $E - V$ όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2-4.



Σχήμα 2.2-4 Αποτελεσματικοί E, V συνδυασμοί [8]

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονίσουμε πως παρόλο που στη σύγχρονη θεωρία διαχείρισης χαρτοφυλακίου το αποτελεσματικό μέτωπο αποτελεί πάντα μία κοίλη καμπύλη, η οποία δε μπορεί να έχει κανένα κυρτό τμήμα, στην πρώτη δημοσίευση της θεωρίας του, ο Markowitz το απεικονίζει εσφαλμένα ως κυρτή καμπύλη.

Ο Markowitz συμπληρώνει στον επίλογο ότι διαφοροποίηση έχει νόημα και φέρνει τα επιθυμητά αποτελέσματα μόνο όταν γίνεται σωστά και ότι ο κανόνας $E - V$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για θεωρητική ανάλυση, είτε για την επιλογή χαρτοφυλακίου, στην χρηματιστηριακή αγορά. Κλείνοντας, υπογραμμίζει ότι στη δημοσίευσή του δεν επεκτάθηκε σε σχέση με το πρώτο στάδιο της διαδικασίας

επιλογής χαρτοφυλακίου, το οποίο περιλαμβάνει την παρατήρηση και την εμπειρία ώστε να εκτιμήσει ο επενδυτής το μέλλον των αποδόσεων των διαθέσιμων χρεογράφων. Πιστεύει πως η βασική παραδοχή για να πετύχει η ανάλυση μέσου-διακύμανσης είναι ο σωστός υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης και του ρίσκου, με σωστά ιστορικά δεδομένα για τα χρεόγραφα. Προτείνει τον αρχικό υπολογισμό μέσω στατιστικών αναλύσεων και ύστερα τη διόρθωση των αποτελεσμάτων (μ_i και σ_{ij}) από την ανθρώπινη κρίση έμπειρων ανθρώπων, καθώς υπάρχουν κάποιοι παράγοντες που τα επηρεάζουν, οι οποίοι δεν υπαισέρχονται στις μαθηματικές εξισώσεις. Έτσι χρησιμοποιώντας τα αναθεωρημένα μ_i και σ_{ij} , αρκεί να εφαρμόσουμε τον κανόνα (*principle*) $E - V$, για να υπολογίσουμε το σύνολο των αποτελεσματικών συνδυασμών $E - V$ και να επιλέξουμε ένα βέλτιστο πλέον χαρτοφυλάκιο που ανήκει σε αυτούς. Η εν λόγω επιλογή γίνεται ανάλογα με τις προτιμήσεις του εκάστοτε επενδυτή, οι οποίες έχουν να κάνουν με τη σχετική αποστροφή του στον κίνδυνο (*risk aversion*) και τη συνάρτηση χρησιμότητάς του.

2.3 Δημοσίευση James Tobin “Liquidity Preference as Behavior towards Risk”

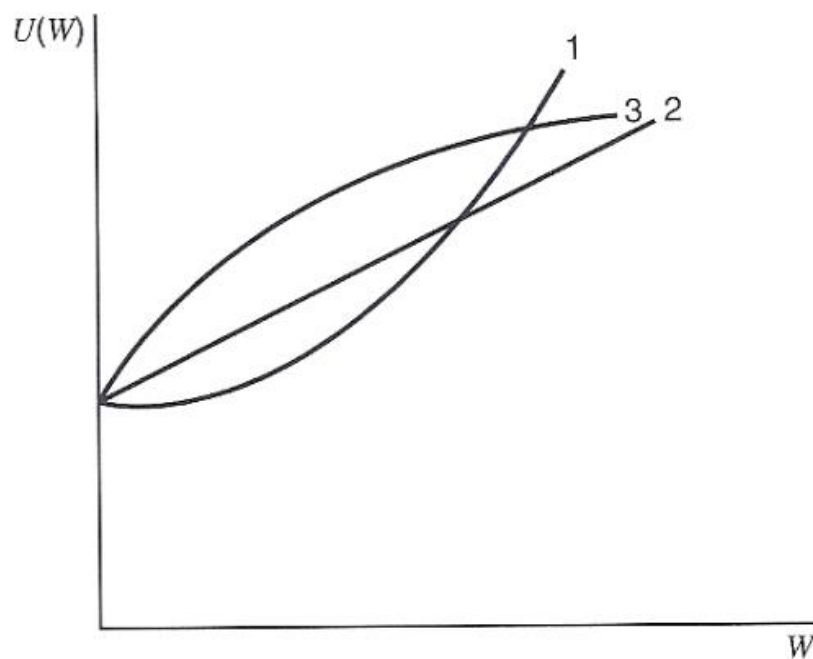
Ο νομπελίστας οικονομολόγος James Tobin δημοσίευσε το άρθρο του “Liquidity Preference as Behavior towards Risk” το 1958 στο επιστημονικό περιοδικό *Review of Economic Studies* και βασιζόμενος στο υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης, ανέπτυξε ένα υπόδειγμα επιλογής χαρτοφυλακίου με καινοτόμα στοιχεία για την εποχή του. Ο τίτλος του άρθρου μεταφράζεται ως “η προτίμηση στη ρευστότητα ως συμπεριφορά απέναντι στον κίνδυνο” και το υπόδειγμα του Tobin θα λέγαμε ότι αποτελεί μια ειδική περίπτωση του υποδείγματος του Markowitz, με κύρια διαφορά την εισαγωγή του ακίνδυνου χρεογράφου (*risk free asset*).

Ο Tobin αναλύει στην αρχή του άρθρου τους λόγους για τους οποίους οι επενδυτές διατηρούν ρευστότητα και σε ποιο ποσοστό των κεφαλαίων τους. Οι καταθέσεις και τα ομόλογα αποτελούν μορφές επένδυσης με προκαθορισμένη απόδοση, η οποία είναι σχετικά μικρή και μηδενικό κίνδυνο. Ο επενδυτής μπορεί να αποφύγει μέρος του κινδύνου κρατώντας κάποιο τμήμα από τα κεφάλαιά του σε ρευστή μορφή, η οποία δεν περιέχει κίνδυνο και το υπόλοιπο να το επενδύσει σε ένα χαρτοφυλάκιο χρεογράφων που έχουν αρκετά μεγαλύτερες αποδόσεις και φυσικά κίνδυνο.

Ο επενδυτής λαμβάνει τις αποφάσεις του και πραγματοποιεί τις επενδυτικές επιλογές του με οδηγό την στάση του απέναντι στον κίνδυνο και τη συνάρτηση χρησιμότητάς του. Όπως εξετάσαμε και στην παράγραφο 1.3.1 ορίζονται τρεις τύποι διαφορετικών επενδυτών με κριτήριο την σχετική αποστροφή τους ως προς τον κίνδυνο. Στο σχήμα 2.3-1 απεικονίζονται οι συναρτήσεις χρησιμότητας (*utility functions*) των τριών τύπων επενδυτών, στο επίπεδο χρησιμότητας-πλούτου. Η συνάρτηση χρησιμότητας ορίζεται ομοίως στο επίπεδο χρησιμότητας-απόδοσης.

1. Η συνάρτηση χρησιμότητας 1 αντιστοιχεί στον τύπο επενδυτή ο οποίος επιδιώκει τον κίνδυνο (*risk-lover*). Ο ριψοκίνδυνος επενδυτής εκτιμά ότι οι προοπτικές κέρδους των επενδύσεων του είναι μεγαλύτερες από την αναμενόμενη απόδοση τους. Η οριακή χρησιμότητα, δηλαδή η πρώτη παράγωγος της χρησιμότητας, του ριψοκίνδυνου επενδυτή αυξάνεται για κάθε μοναδιαία αύξηση της απόδοσης, δηλαδή $U''(W) > 0$.

2. Η συνάρτηση χρησιμότητας 2 αντιστοιχεί στον επενδυτή που είναι ουδέτερος ως προς τον κίνδυνο (*risk-neutral*). Ο ουδέτερος προς τον κίνδυνο επενδυτής διαμορφώνει το χαρτοφυλάκιό του με μοναδικό κριτήριο την αναμενόμενη απόδοση και δε λαμβάνει υπόψη του τον κίνδυνο. Η καμπύλη χρησιμότητας του είναι μια ευθεία, αφού σε κάθε μονάδα αύξησης της απόδοσης η οριακή του χρησιμότητα παραμένει σταθερή, δηλαδή $U''(W) = 0$.
3. Η καμπύλη χρησιμότητας 3 αντιστοιχεί στον συντηρητικό επενδυτή ο οποίος αποστρέφεται τον κίνδυνο (*risk-averter*). Ο συντηρητικός επενδυτής θεωρεί πως οι προοπτικές κέρδους του των επενδύσεων του είναι μικρότερες από τις αναμενόμενες αποδόσεις τους. Η οριακή του χρησιμότητα μειώνεται για κάθε μοναδιαία αύξηση της απόδοσης, δηλαδή ισχύει ότι $U''(W) < 0$. Στην οικονομική θεωρία ο συντηρητικός τύπος επενδυτή θεωρείται αντιπροσωπευτικός και με βάση αυτόν θα εξετάσουμε το υπόδειγμα του Tobin.



Σχήμα 2.3-1 Συναρτήσεις χρησιμότητας στο επίπεδο χρησιμότητας-πλούτου [7]

Η συνάρτηση χρησιμότητας U του συντηρητικού επενδυτή δίνεται από τον τύπο:

$$U = \alpha R - \beta R^2$$

Όπου

U : η χρησιμότητα που θα αποκομίσει ο επενδυτής

R : η απόδοση των επενδύσεών του

α, β : σταθερές

Η συνάρτηση αναμενόμενης χρησιμότητας $E(U)$, προκύπτει από τον προηγούμενο τύπο και είναι η εξής:

$$E(U) = \alpha E(R) - \beta E(R^2)$$

Από τη συνάρτηση αναμενόμενης χρησιμότητας μπορούμε να καταλήξουμε στις καμπύλες αδιαφορίας (*indifference curves*) του συντηρητικού επενδυτή. Σύμφωνα με την απόδειξη της βιβλιογραφικής πηγής [17] προκύπτει η μαθηματική σχέση της καμπύλης αδιαφορίας ως συνάρτηση της αναμενόμενης απόδοσης $E(R)$ και του κινδύνου σ :

$$C = \alpha \bar{R} - \beta(\sigma^2 + \bar{R}^2)$$

Όπου

$$E(U) = C, \text{ σταθερά}$$

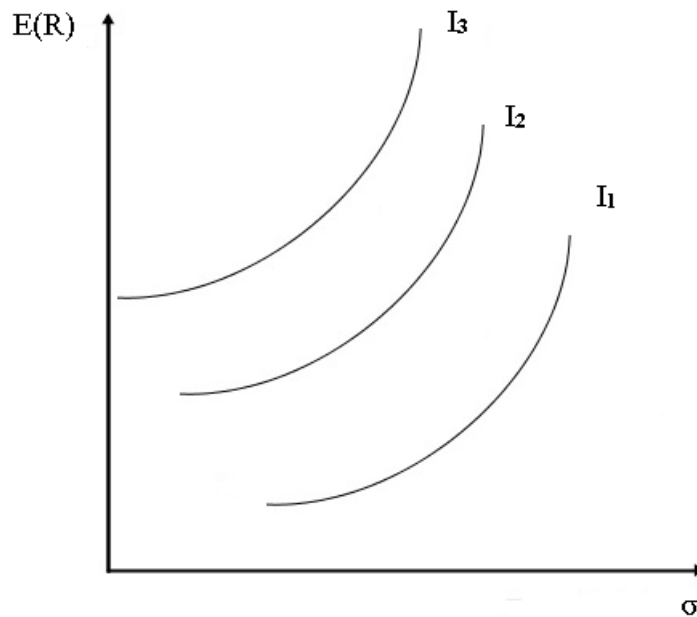
$$E(R) = \bar{R}$$

$$E(R - \bar{R})^2 = \sigma^2$$

Η σχέση της καμπύλης αδιαφορίας του συντηρητικού επενδυτή εκφράζει τις επενδύσεις, δηλαδή τα ζευγάρια κινδύνου-απόδοσης, για τις οποίες η αναμενόμενη χρησιμότητα παραμένει σταθερή. Υπολογίζουμε την κλίση και την κυρτότητα της καμπύλης αδιαφορίας με την πρώτη και τη δεύτερη μερική παράγωγο του \bar{R} ως προς σ αντίστοιχα [17]. Αμφότερες είναι θετικές άρα οι καμπύλες αδιαφορίας του συντηρητικού επενδυτή έχουν τη μορφή του σχήματος 2.3-2.

Ο Tobin υποθέτει ότι ο επενδυτής έχει προτιμήσεις μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου, οι οποίες μπορούν να αναπαρασταθούν μέσω μιας οικογένειας καμπυλών αδιαφορίας (I_1, I_2, I_3). Ο επενδυτής είναι αδιάφορος μεταξύ όλων των ζευγαριών ($E(R), \sigma$) που βρίσκονται σε μια καμπύλη αδιαφορίας, όπως η

I_1 . Τα σημεία της I_2 προτιμούνται έναντι αυτών της I_1 αφού για δεδομένο κίνδυνο, ο επενδυτής πάντα θα προτιμήσει τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση. Ομοίως για τρία σημεία με ίδιο κίνδυνο σ στις τρεις καμπύλες του σχήματος, τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση $E(R)$ έχει το σημείο που βρίσκεται στην καμπύλη αδιαφορίας I_3 .



Σχήμα 2.3-2 Καμπύλες αδιαφορίας συντηρητικού επενδυτή

Ο Tobin περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο ο συντηρητικός επενδυτής διαμορφώνει τις επενδυτικές επιλογές του με βάση την προτίμηση στη ρευστότητα. Ο Tobin υποθέτει ένα απλοποιημένο μοντέλο όπου ο συνολικός πλούτος του επενδυτή W (*wealth*) θα τοποθετηθεί σε καταθέσεις M (*money*) και σε ομόλογα B (*bonds*).

$$W = M + B$$

Διαιρώντας την παραπάνω σχέση με τον συνολικό πλούτο W προκύπτει:

$$A_1 + A_2 = 1$$

Στην παραπάνω σχέση το A_1 αποτελεί το ποσοστό του πλούτου που κρατιέται σε ρευστότητα και το A_2 αποτελεί το ποσοστό επένδυσης σε ομόλογα. Η επένδυση σε

ομόλογα θα αποφέρει μια απόδοση χαρτοφυλακίου R στον επενδυτή που δίνεται από τον τύπο:

$$R = A_2(r + g)$$

Όπου r είναι η απόδοση του ομολόγου από το κουπόνι (επιτόκιο) και g είναι η απόδοση του κεφαλαίου του ομολόγου. Το g είναι μια τυχαία μεταβλητή με αναμενόμενη απόδοση ίση με το μηδέν, επομένως η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$E(R) = \mu_R = A_2 r$$

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα δίνεται από την τυπική απόκλιση (*standard deviation*) της απόδοσης $R = A_2(r + g)$ και η τυπική απόκλιση του r είναι μηδέν, οπότε:

$$\sigma_R = A_2 \sigma_g$$

Επομένως το ποσοστό επένδυσης σε ομόλογα A_2 καθορίζει την αναμενόμενη απόδοση μ_R και τον κίνδυνο σ_R του χαρτοφυλακίου. Συνδυάζοντας τις σχέσεις κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης, προκύπτει η παρακάτω τελική σχέση που συνδέει την αναμενόμενη απόδοση με τον κίνδυνο:

$$\mu_R = \frac{r}{\sigma_g} \sigma_R$$

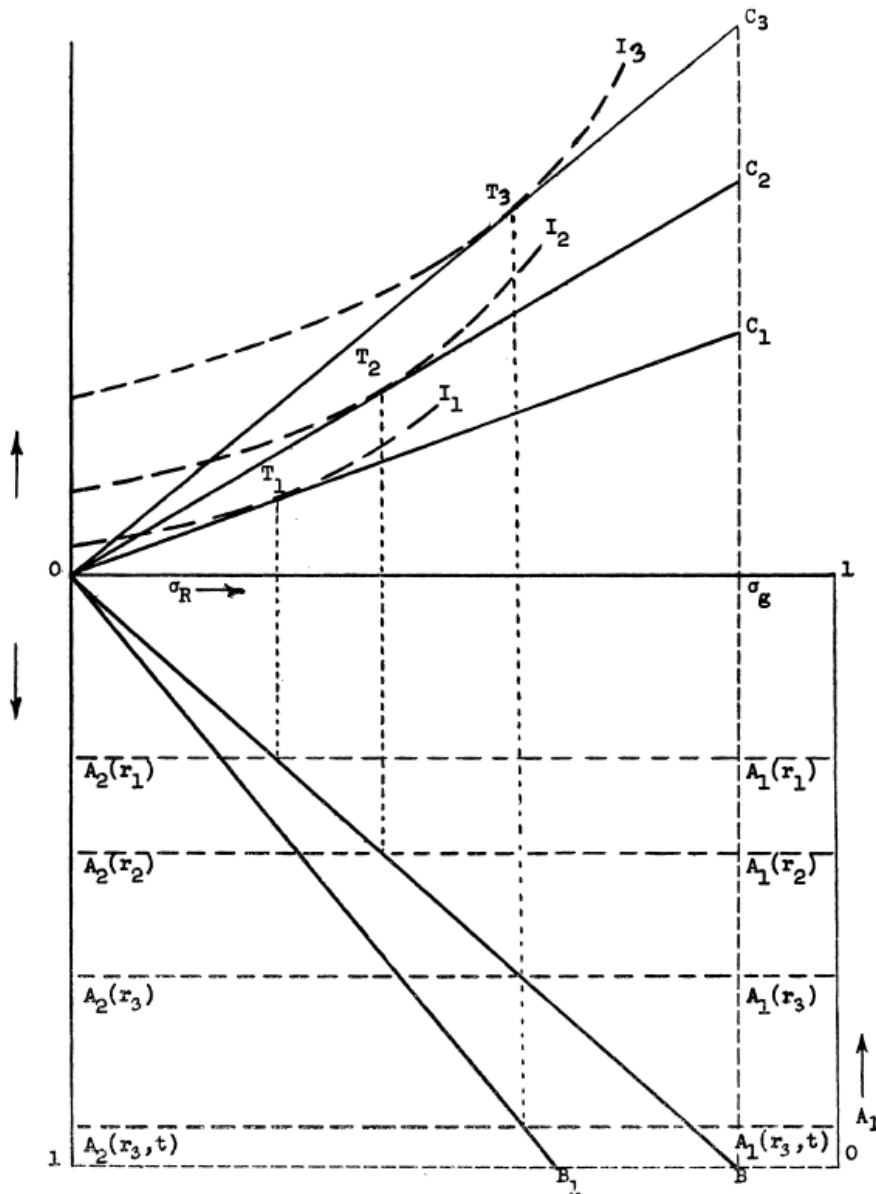
Οι παραπάνω σχέσεις απόδοσης και κινδύνου του χαρτοφυλακίου ισχύουν, με την προϋπόθεση της ισχύος των παρακάτω ανισοτήτων:

$$0 \leq A_1 \leq 1$$

$$0 \leq A_2 \leq 1$$

$$0 \leq \sigma_R \leq \sigma_g$$

Η τελική σχέση περιγράφει το υπόδειγμα του Tobin και δείχνει ότι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μ_R εξαρτάται από το επιτόκιο των ομολόγων r και τον κίνδυνο που συνοδεύει την απόδοση του κεφαλαίου τους σ_g . Στο σχήμα 2.3-3 φαίνεται η διαδικασία επιλογής του ποσοστού της περιουσίας που θα επενδυθεί σε ομόλογα και εκείνου για το οποίο θα προτιμηθεί η ρευστότητα.



Σχήμα 2.3-3 Επιλογή χαρτοφυλακίου για διάφορα επιτόκια [7]

Στον οριζόντιο άξονα του σχήματος τοποθετείται ο κίνδυνος σ_R , στον κάθετο θετικό ημιάξονα τοποθετείται η αναμενόμενη απόδοση μ_R και στον κάθετο αρνητικό ημιάξονα τοποθετείται το ποσοστό A_2 των περιουσιακών στοιχείων που επενδύεται

σε ομόλογα. Στο κάτω μέρος του σχήματος απεικονίζεται μέσω της ευθείας OB , η σχέση $\sigma_R = A_2 \sigma_g$ μεταξύ κινδύνου και επένδυσης σε ομόλογα, ενώ η ρευστότητα A_1 φαίνεται στο δεξιό τμήμα και είναι συμπληρωματική του A_2 ως προς 1. Στο πάνω μέρος του σχήματος απεικονίζεται ο γεωμετρικός τόπος ευκαιριών (*opportunity locus*), τον οποίο περιγράφει η σχέση $\mu_R = (r/\sigma_g) \sigma_R$ και αποτελείται από τις ευθείες OC_1 ($r = r_1$), OC_2 ($r = r_2$) και OC_3 ($r = r_3$). Κάθε ευθεία έχει κλίση r/σ_g και συνδέει την αναμενόμενη απόδοση με τον κίνδυνο για διαφορετικό επιτόκιο r . Στο άνω μέρος έχουν σχεδιαστεί και οι καμπύλες αδιαφορίας I_1 , I_2 και I_3 του συντηρητικού επενδυτή, οι οποίες εφάπτονται στις ευθείες OC_1 , OC_2 και OC_3 στα σημεία T_1 , T_2 και T_3 .

Σύμφωνα με τον Tobin ο επενδυτής επιλέγει το ποσό που θα επενδύσει σε ομόλογα, με γνώμονά του να φτάσει στην υψηλότερη δυνατή καμπύλη αδιαφορίας που του επιτρέπει ο γεωμετρικός τόπος ευκαιριών του. Τα σημεία T_1 , T_2 και T_3 αποτελούν ολικά μέγιστα και ορίζονται μόνο για τον συντηρητικό επενδυτή, ο οποίος μέσω της διαφοροποίησης σε αυτά τα σημεία απολαμβάνει τη μέγιστη χρησιμότητα, μέσω των βέλτιστων συνδυασμών απόδοσης-κινδύνου. Για το σημείο T_1 αμφότερα τα A_1 και A_2 που του αντιστοιχούν και φαίνονται στο κάτω μέρος του σχήματος θα είναι θετικά. Παρατηρούμε επίσης ότι όσο μεγαλώνουν τα επιτόκια, με τον κίνδυνο να μένει σταθερό, μειώνεται η προτίμηση στη ρευστότητα.

Ο Tobin πρόσθεσε την έννοια της μόχλευσης (*leverage*) στη θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz, ενσωματώνοντας στην ανάλυση το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου. Συνδυάζοντας το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου με ένα χαρτοφυλάκιο που ανήκει στο αποτελεσματικό σύνορο (*efficient frontier*) είναι δυνατό να κατασκευάσουμε χαρτοφυλάκια με ακόμα καλύτερους συνδυασμούς απόδοσης-κινδύνου. Αυτό είναι εφικτό μέσω του ενεργητικού ή παθητικού δανεισμού στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου, ο οποίος επιτρέπει τη μόχλευση προς τα πάνω ή προς τα κάτω στην ευθεία βέλτιστων επιλογών.

Το θεώρημα διαχωρισμού του Tobin (*Tobin's separation theorem*) αποτελεί μια από τις πιο σημαντικές του συνεισφορές στο χώρο των οικονομικών. Ο Tobin διαχωρίζει τη διαδικασία κατασκευής χαρτοφυλακίου σε δύο στάδια. Αρχικά οι επενδυτές πρέπει να επιλέξουν τα χρεόγραφα που αποτελούν το επικίνδυνο κομμάτι του χαρτοφυλακίου και να διαμορφώσουν ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Έπειτα πρέπει να το συνδυάσουν με το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου, επιλέγοντας

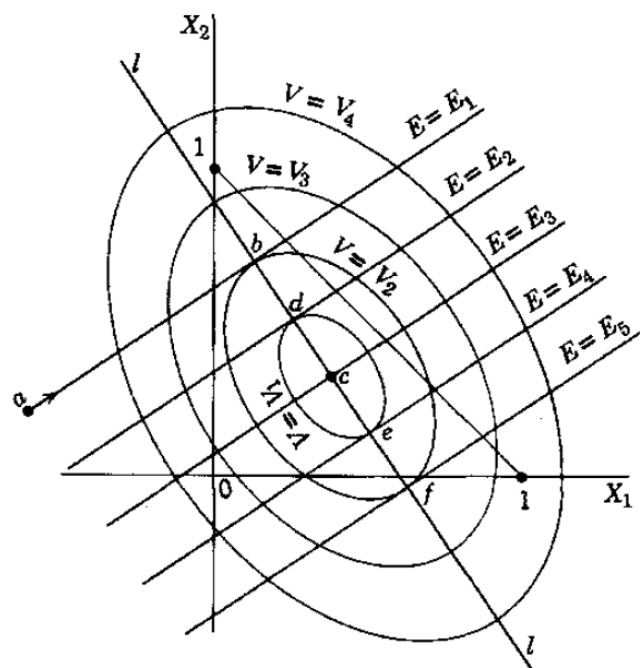
το βαθμό μόχλευσης που θα χρησιμοποιήσουν, ανάλογα με την προτιμήσεις τους ως προς τον κίνδυνο και να διαμορφώσουν το τελικό υβριδικό χαρτοφυλάκιο που περιέχει ένα ακίνδυνο κομμάτι και ένα που ενέχει κίνδυνο. Σύμφωνα με το θεώρημα διαχωρισμού, οι δύο αυτές διαδικασίες-αποφάσεις είναι εντελώς ανεξάρτητες μεταξύ τους, αφού καμία από τις δύο δεν επιδρά στην άλλη.

2.4 Βιβλίο Harry Markowitz “Portfolio Selection”

Ο Harry M. Markowitz, μετά την πρώτη δημοσίευση του το 1952 στη *Journal of Finance*, συνέχισε να καινοτομεί με την έκδοση του βιβλίου του με τίτλο “Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments” το 1959. Η δημοσίευσή του το 1952 ήταν ο πρόδρομος της ολοκληρωμένης μαθηματικά θεωρίας του, την οποία συνέχισε να αναπτύσσει κατά τα επτά αυτά χρόνια. Το 1952 άρχισε να εργάζεται για τη RAND Corporation όπου συνέχισε την έρευνα του για τις τεχνικές βελτιστοποίησης και άρχισε να αναπτύσσει τον αλγόριθμο κρίσιμης ευθείας. Το 1955 ολοκλήρωσε το διδακτορικό του, κάνοντας τη διατριβή του στη θεωρία χαρτοφυλακίου και αναπτύσσοντας τις τεχνικές ανάλυσης χαρτοφυλακίων, που γράφει μερικά χρόνια αργότερα στο βιβλίο του. Έπειτα πέρασε ένα χρόνο (1955-1956) στο Cowles Foundation στο πανεπιστήμιο του Yale, κατόπιν πρόσκλησης του James Tobin. Εκεί δημοσίευσε τον αλγόριθμο κρίσιμης ευθείας (*critical line algorithm*) για την εύρεση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων μέσου-διακύμανσης (αποτελεσματικό σύνορο-*efficient frontier*) και έγραψε το βιβλίο του, το οποίο εκδόθηκε μερικά χρόνια αργότερα, στο οποίο θεμελιώνει μαθηματικά το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης.

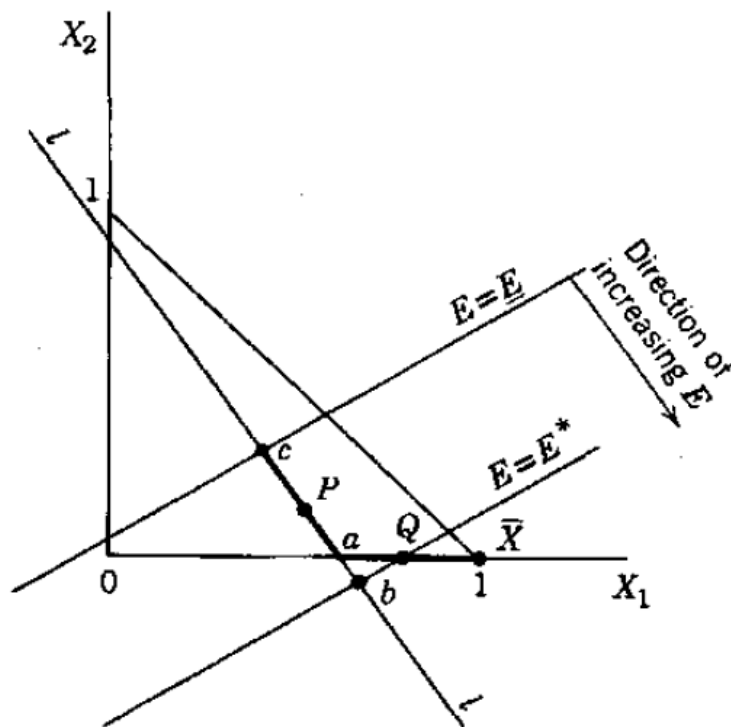
Στο βιβλίο “Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments” μεταξύ των άλλων, αναλύει τη διαδικασία υπολογισμού του αποτελεσματικού συνόρου, δηλαδή του γεωμετρικού τόπου των βέλτιστων χαρτοφυλακίων τριών και τεσσάρων χρεογράφων. Αρχικά υπολογίζει τη μορφή και τις αναλυτικές εξισώσεις για τις ευθείες ισομέσου (*iso-mean lines*) και τις ελλείψεις ισοδιακύμανσης (*iso-variance ellipses*) στην περίπτωση χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από τρία χρεόγραφα, χρησιμοποιώντας δισδιάστατη γεωμετρία. Στο σχήμα 2.4-1

απεικονίζονται οι δύο αυτές κατηγορίες καμπυλών και φαίνεται ότι κάθε ευθεία ισομέσου E εφάπτεται με μία μόνο έλλειψη ισοδιακύμανσης V , ενώ με όλες τις άλλες έχει είτε δύο είτε κανένα σημείο τομής. Η ευθεία $E = E_1$ είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που αντιπροσωπεύουν χαρτοφυλάκια με αναμενόμενη απόδοση ίση με E_1 . Η έλλειψη $V = V_2$ είναι ο τόπος των σημείων που αντιπροσωπεύουν χαρτοφυλάκια με διακύμανση ίση με V_2 . Ξεκινώντας από το σημείο a και κινούμενοι με την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα, πάνω στην ευθεία E_1 , συναντάμε διαδοχικά τις ελλείψεις $V = V_4, V = V_3, V = V_2, V = V_3, V = V_4$. Ενώ η αναμενόμενη απόδοση παραμένει σταθερή, η διακύμανση μειώνεται από τη V_4 προς τη V_2 , φτάνει στο ελάχιστο στο εφαπτομενικό με τη V_2 σημείο b και έπειτα αυξάνεται από τη V_2 προς τη V_4 . Ομοίως σε κάθε άλλη ευθεία ισομέσου, το σημείο με τη μικρότερη διακύμανση είναι το σημείο όπου η ευθεία εφάπτεται με μια έλλειψη ισοδιακύμανσης. Για τις ευθείες του σχήματος τα σημεία αυτά είναι τα b, d, e και f και μαζί με το σημείο c που είναι το κέντρο των ελλείψεων, ανήκουν στην κρίσιμη ευθεία ll . Η κρίσιμη ευθεία περιέχει όλα τα σημεία ελάχιστης διακύμανσης ανάμεσα σε χαρτοφυλάκια ίσης αναμενόμενης απόδοσης.



Σχήμα 2.4-1 Κρίσιμη ευθεία στην περίπτωση τριών χρεογράφων [9]

Στο σχήμα 2.4-2 η έντονη γραμμή $ca\bar{X}$ αναπαριστά το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Αναλυτικότερα, το σημείο c αναπαριστά το χαρτοφυλάκιο με τη μικρότερη διακύμανση, το σημείο \bar{X} αναπαριστά το χαρτοφυλάκιο με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση και η ll είναι η κρίσιμη γραμμή. Ο Markowitz αποδεικνύει ότι το σημείο c είναι αποτελεσματικό και ότι κάθε σημείο P που ανήκει στην κρίσιμη ευθεία μεταξύ c και a είναι αποτελεσματικό. Έπειτα αποδεικνύει ότι κάθε χαρτοφυλάκιο που αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο Q , ανάμεσα στα σημεία a και \bar{X} είναι αποτελεσματικό. Επομένως η έντονη γραμμή $ca\bar{X}$ περιέχει μόνο εκείνα τα σημεία-χαρτοφυλάκια που είναι αποτελεσματικά, δηλαδή εκείνα που έχουν τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση E για δεδομένη διακύμανση V και αντίστροφα έχουν την ελάχιστη διακύμανση για δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης.



Σχήμα 2.4-2 Το αποτελεσματικό σύνολο χαρτοφυλακίων αποτελούμενων από τρία χρεόγραφα [9]

Εν συνεχεία ο Markowitz εξετάζει την περίπτωση των τεσσάρων χρεογράφων, η οποία απαιτεί μόνο τρισδιάστατη γεωμετρία, όπως αντίστοιχα η περίπτωση των

τριών χρεογράφων απαιτούσε μόνο δύο διαστάσεις. Στην περίπτωση των τεσσάρων χρεογράφων ορίζονται υπόχωροι και κρίσιμα σύνολα, ενώ χρειάζονται πολλές κρίσιμες ευθείες για να διαχωριστούν τα αποτελεσματικά από τα μη αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Το πρόβλημα δεν κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστεί στην παρούσα διπλωματική και ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει για την αναλυτική του λύση στην πηγή [9].

2.5 Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων

Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (*capital asset pricing model-CAPM*) αναπτύχθηκε ταυτόχρονα και ανεξάρτητα από τους William Sharpe (1964), John Lintner (1965) και Jan Mossin (1966) και είναι το πλέον διαδεδομένο υπόδειγμα ισορροπίας (*equilibrium model*). Στα υποδείγματα ισορροπίας αποτυπώνεται ο τρόπος που συμπεριφέρονται οι επενδυτές στο σύνολό τους και όχι ο καθένας μεμονωμένα, όπως γίνεται στο μοντέλο μέσου-διακύμανσης. Μέσω των υποδειγμάτων ισορροπίας είναι δυνατόν να καθοριστεί, τόσο ένα σχετικό μέτρο του κινδύνου που ενσωματώνεται σε κάθε χρεόγραφο, όσο και η σχέση που συνδέει τον κίνδυνο αυτόν με την απόδοση του χρεογράφου [1].

Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων βασίζεται στο υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης και αποτελείται από μια σειρά δέκα υποθέσεων, οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω [1]:

- Δεν υπάρχουν κόστη συναλλαγών.
- Όλα τα περιουσιακά στοιχεία είναι απείρως διαιρετά.
- Όλα τα περιουσιακά στοιχεία είναι διαπραγματεύσιμα.
- Δεν υφίσταται η έννοια της προσωπικής φορολογίας εισοδήματος, επομένως ο επενδυτής είναι αδιάφορος ως προς τη μορφή της απόδοσης μιας επένδυσης (μερίσματα ή κέρδη κεφαλαίου).
- Κανένας επενδυτής δεν μπορεί από μόνος του να επηρεάσει την τιμή μιας μετοχής πωλώντας ή αγοράζοντάς την. Η υπόθεση αυτή είναι ανάλογη με την

υπόθεση περί πλήρους ανταγωνισμού. Σύμφωνα με αυτή, ενώ ένας επενδυτής από μόνος του δεν μπορεί να επηρεάσει την τιμή μιας μετοχής, το σύνολο των επενδυτών καθορίζει τις τιμές με τις πράξεις του.

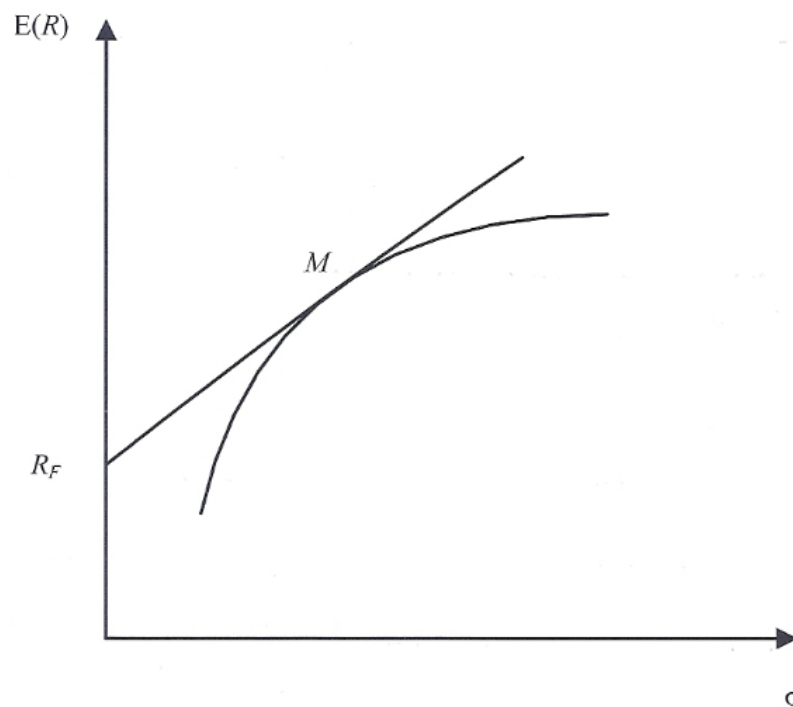
- Όλοι οι επενδυτές αποφασίζουν βασιζόμενοι αποκλειστικά στα κριτήρια της αναμενόμενης απόδοσης και της τυπικής απόκλισης των χαρτοφυλακίων τους.
- Η πράξη των ανοικτών πωλήσεων (*short sales*) επιτρέπεται σε απεριόριστο βαθμό.
- Όλοι οι επενδυτές μπορούν απεριόριστα να δανείσουν ή να δανειστούν στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου (*risk free security / asset*).
- Όλοι οι επενδυτές λαμβάνουν υπόψη τους την αναμενόμενη τιμή και τη διακύμανση των αποδόσεων ή των τιμών των χρεογράφων, όπως αυτές έχουν προκύψει με βάση έναν συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα.
- Όλοι οι επενδυτές έχουν ακριβώς τις ίδιες προσδοκίες για όλα τα δεδομένα εισόδου (αναμενόμενες αποδόσεις, διακυμάνσεις, μητρώο συσχετίσεων) που απαιτούνται για την υποστήριξη μιας απόφασης επιλογής χαρτοφυλακίου.

Το CAPM ορίζει τον συνολικό κίνδυνο μιας επένδυσης ως το άθροισμα του διαφοροποιήσιμου και του μη διαφοροποιήσιμου κινδύνου. Ο διαφοροποιήσιμος ή μη συστηματικός κίνδυνος (*diversifiable, nonsystematic risk*), όπως ορίστηκε και στο πρώτο κεφάλαιο, αφορά στην διακύμανση της απόδοσης του κάθε χρεογράφου ξεχωριστά, ανεξάρτητα από τις συνολικές κινήσεις της αγοράς και μπορεί να μειωθεί ή ακόμα και να εξουδετερωθεί μέσω της διαφοροποίησης. Ο μη διαφοροποιήσιμος ή συστηματικός κίνδυνος (*non diversifiable, systematic risk*) οφείλεται σε μακροοικονομικούς παράγοντες που επηρεάζουν τις αποδόσεις όλων των επικίνδυνων επενδύσεων και είναι αναπόφευκτος, καθώς οποιαδήποτε επιλογή διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων ενέχει συστηματικό ρίσκο.

Σύμφωνα με τις υποθέσεις CAPM είναι λογικό όλοι οι επενδυτές να επιλέξουν ως χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων το χαρτοφυλάκιο αγοράς (*market portfolio*). Το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων (*risky assets, securities*) γιατί είναι τέλεια διαφοροποιημένο, αφού αποτελείται από όλα τα χρεόγραφα της αγοράς, όπου το καθένα έχει ποσοστό συμμετοχής ανάλογο με την αγοραία αξία του (*market value*). Το χαρτοφυλάκιο αγοράς ανήκει στο αποτελεσματικό μέτωπο κατά Markowitz και ο συνολικός του

κίνδυνος ισούται με το συστηματικό κίνδυνο. Το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι ένα θεωρητικό χαρτοφυλάκιο και για τη μέτρηση της απόδοσης και του κινδύνου του χρησιμοποιούνται οι χρηματιστηριακοί δείκτες, ενώ είναι αποδεκτό ότι ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται αποκλειστικά από κοινές μετοχές (*common stocks*) μπορεί να το προσεγγίσει. Κάθε επενδυτής τοποθετεί ένα ποσοστό των χρημάτων του στο χαρτοφυλάκιο αγοράς και το υπόλοιπο στο χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου (*risk free asset*).

Όλοι οι επενδυτές θα έχουν στην κατοχή τους συνδυασμούς μόνο δύο χαρτοφυλακίων: του χαρτοφυλακίου αγοράς και του ακίνδυνου χρεογράφου. Αυτό αναφέρεται ως θεώρημα των δύο αμοιβαίων κεφαλαίων (*two mutual fund theorem*), αφού όλοι οι επενδυτές θα ήταν ικανοποιημένοι με το κεφάλαιο αγοράς (*market fund*) και τη δυνατότητα να δανείζουν ή να δανείζονται στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου [7]. Η ευθεία γραμμή που φαίνεται στο σχήμα 2.5-1 ονομάζεται γραμμή αγοράς κεφαλαίου (*capital market line-CML*), στην οποία ανήκουν όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, τα οποία τελικά θα επιλέξουν όλοι οι επενδυτές σύμφωνα με τις υποθέσεις του CAPM. Τα μη αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια βρίσκονται κάτω από τη CML.



Σχήμα 2.5-1 Η γραμμή αγοράς κεφαλαίου [1]

Η εξίσωση της CML είναι η εξίσωση του αποτελεσματικού μετώπου (*efficient frontier*) με ενεργητικό και παθητικό δανεισμό στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου:

$$E(R_e) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M} \sigma_e$$

Όπου

$E(R_e)$: η αναμενόμενη απόδοση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου e που ανήκει στη γραμμή αγοράς κεφαλαίου

R_F : η απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου F

$E(R_M)$: η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς M

σ_e : η τυπική απόκλιση (κίνδυνος) ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου e της CML

σ_M : η τυπική απόκλιση της αγοράς M

Ο πρώτος όρος του γινομένου στην εξίσωση εκφράζει την αγοραία τιμή του κινδύνου (*market price of risk*), δηλαδή την επιπλέον απόδοση που απαιτεί να κερδίσει ο επενδυτής, όταν υπάρξει μοναδιαία αύξηση στο επίπεδο κινδύνου σε ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Η εξίσωση αυτή μας δείχνει ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου ισούται με το άθροισμα της απόδοσης του ακίνδυνου χρεογράφου και του γινομένου της αγοραίας τιμής του κινδύνου επί τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Για τον υπολογισμό των αποδόσεων των μη αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων και των μεμονωμένων χρεογράφων, τα οποία δεν ανήκουν στη γραμμή αγοράς κεφαλαίου, το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων χρησιμοποιεί την παρακάτω εξίσωση, η οποία αντιστοιχεί στην ευθεία του σχήματος 2.5-2 και ονομάζεται γραμμή αγοράς χρεογράφων (*security market line-SML*).

$$E(R_i) = R_F + \beta_i(E(R_M) - R_F)$$

Όπου

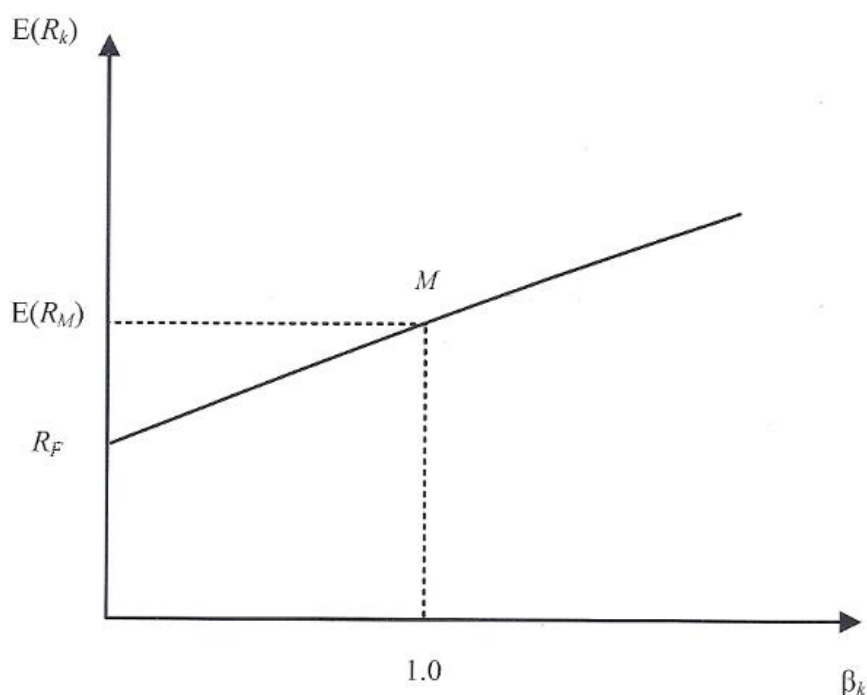
$E(R_i)$: η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου i

R_F : η απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου F

$E(R_M)$: η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς M

β_i : ο συντελεστής βήτα του χρεογράφου i , όπου $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$

Ο συντελεστής βήτα (*beta coefficient*) είναι ένα μέτρο του συστηματικού κινδύνου μιας επένδυσης και ισούται με το λόγο της συνδιακύμανσης σ_{iM} των αποδόσεων της επένδυσης i με το χαρτοφυλάκιο αγοράς M , προς τη διακύμανση σ_M^2 του χαρτοφυλακίου αγοράς. Ο συντελεστής βήτα μετράει την ευαισθησία της απόδοσης των κεφαλαιακών στοιχείων στη μεταβολή της συνολικής απόδοσης της αγοράς, δηλαδή στον μη διαφοροποιήσιμο κίνδυνο. Μια μέση επένδυση έχει μοναδιαίο συντελεστή βήτα, δηλαδή αν η αγορά κινηθεί ανοδικά ή καθοδικά κατά ένα ποσοστό, η επένδυση επίσης θα κινηθεί ανοδικά ή καθοδικά αντίστοιχα, κατά το ίδιο ποσοστό. Το χαρτοφυλάκιο αγοράς όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.5-2 έχει συντελεστή βήτα ίσο με τη μονάδα και τα χρεόγραφα με $\beta > 1$ ονομάζονται επιθετικά αφού εκφράζουν υψηλότερη επικινδυνότητα σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο αγοράς, ενώ αυτά με $\beta < 1$ χαρακτηρίζονται ως αμυντικά και δείχνουν χαμηλότερη επικινδυνότητα από το μέσο όρο.



Σχήμα 2.5-2 Η γραμμή αγοράς χρεογράφων [1]

Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων μπορεί να γραφτεί και ως εξής:

$$E(R_i) = R_F + \left(\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M} \right) \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M}$$

Όπου

$E(R_i)$: η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου i

R_F : η απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου F

$E(R_M)$: η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς M

σ_M : η τυπική απόκλιση της αγοράς M

σ_{iM} : συνδιακύμανση των αποδόσεων της επένδυσης i με το χαρτοφυλάκιο αγοράς M

Συμπερασματικά όπως και στην περίπτωση της εξίσωσης που περιγράφει τη γραμμή αγοράς κεφαλαίου (CML), η απόδοση ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου (όχι απαραίτητα αποτελεσματικού) ισούται με το άθροισμα της απόδοσης του ακίνδυνου χρεογράφου και του γινομένου της αγοραίας τιμής κινδύνου επί τον κίνδυνο του χρεογράφου ή του χαρτοφυλακίου. Η γραμμή αγοράς χρεογράφων (SML) αναπαριστά τα αποτελέσματα από τον τύπο του CAPM και αποτελεί χρήσιμο εργαλείο αξιολόγησης των χρεογράφων που θέλουμε να εισάγουμε στο χαρτοφυλάκιο μας.

Το CAPM αναπτύχθηκε με βάση ένα σύνολο πολύ αυστηρών υποθέσεων κι ακόμα κι αν εξηγεί τον τρόπο με τον οποίο διαμορφώνονται οι αποδόσεις στην αγορά, προφανώς δεν το κάνει με ακρίβεια, αφού στην πραγματικότητα οι μεμονωμένοι επενδυτές συμπεριφέρονται διαφορετικά, αφενός μεταξύ τους και αφετέρου από τις υποθέσεις του υποδείγματος. Έχουν γίνει αρκετοί εμπειρικοί έλεγχοι της αξιοπιστίας και της ακρίβειας του υποδείγματος, οι περισσότεροι από τους οποίους αποκλίνουν από τα πραγματικά εμπειρικά δεδομένα, λόγω των υποθέσεων του υποδείγματος, κάτω από τις οποίες δημιουργούνται πολλές απλουστεύσεις. Συμπερασματικά το CAPM παραμένει ένα δημοφιλές υπόδειγμα ισορροπίας στη θεωρία, καθώς παρέχει μια καλή εκτίμηση του κινδύνου και της απόδοσης μιας επένδυσης ή ενός χαρτοφυλακίου, σε σχέση με τη διακύμανση της αγοράς, αλλά θα πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή στην πράξη. Το σύνολο των

εμπειρικών ελέγχων που αναπτύχθηκαν κατά το πέρασμα των ετών, από διάφορες ομάδες οικονομολόγων, υπάρχει στις βιβλιογραφικές πηγές, με κυριότερες τις [3], [4], [5], [6] και [7] και ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει σε αυτές για περισσότερες τεχνικές λεπτομέρειες.

2.6 Θεωρία Αντισταθμιστικής Αποτίμησης

Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (capital asset pricing model-CAPM) δεν είναι το μοναδικό υπόδειγμα ισορροπίας και αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας. Η θεωρία αντισταθμιστικής αποτίμησης (*arbitrage pricing theory-APT*) διατυπώθηκε το 1976 από τον οικονομολόγο Stephen Ross και ενώ διαφοροποιείται αρκετά με το CAPM ως προς τις υποθέσεις της και την προσέγγισή της για την ισορροπία στις αγορές, θα δούμε ότι αποτελεί μια γενίκευση του.

Το υπόδειγμα APT, όπως το CAPM αλλά κάθε άλλο υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, εκφράζει μια σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου. Ενώ το CAPM εντοπίζει ως μοναδική πηγή κινδύνου, που επηρεάζει τις αναμενόμενες αποδόσεις, τον συστηματικό ή μη διαφοροποιήσιμο κίνδυνο, που εκφράζεται μέσω του συντελεστή βήτα, ο Ross θεώρησε ότι η σχέση κινδύνου-απόδοσης είναι περισσότερη πολύπλοκη, λόγω της ύπαρξης πολλών πηγών κινδύνου και καθόρισε την απόδοση μιας μετοχής ως συνάρτηση πολλών σημαντικών οικονομικών παραγόντων. Μέσω της θεωρίας αντισταθμιστικής αποτίμησης επιτυγχάνεται η μετάβαση από ένα υπόδειγμα πολλαπλών δεικτών (*multi-index model*) σε ένα υπόδειγμα ισορροπίας.

Το APT δε βασίζεται στο υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης (*mean-variance model*) και το χαρτοφυλάκιο αγοράς (*market portfolio*) όπως το CAPM, αλλά έχει ως βάση το νόμο της μίας (μοναδικής) τιμής (*law of one price*), σύμφωνα με τον οποίο δύο πανομοιότυπα κεφαλαιακά στοιχεία (*assets*) δεν είναι δυνατό να πωλούνται σε διαφορετικές τιμές. Μια άλλη διατύπωση του νόμου μίας τιμής είναι ότι ο ίδιος τίτλος δεν είναι δυνατόν να διαπραγματεύεται στις αγορές σε διαφορετικές τιμές [1].

Οι αποδόσεις των χρεογράφων σχετίζονται γραμμικά με ένα σύνολο δεικτών, καθένας από τους οποίους αναπαριστά έναν παράγοντα που επηρεάζει την απόδοση του χρεογράφου. Οι επενδυτές αναπτύσσουν κάποιες προσδοκίες για την ευαισθησία των χρεογράφων ως προς τους παράγοντες αυτούς. Έπειτα αγοράζουν και πωλούν τα χρεόγραφα έτσι ώστε, σύμφωνα με το νόμο της μίας τιμής, τα χρεόγραφα που επηρεάζονται ισόποσα από τους ίδιους παράγοντες θα έχουν ίσες αναμενόμενες αποδόσεις. Η διαδικασία των αγοραπωλησιών αποτελεί τη διαδικασία του “arbitrage” και καθορίζει τις τιμές ισορροπίας των χρεογράφων στην αγορά. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα του υποδείγματος αντισταθμιστικής αποτίμησης έναντι του CAPM είναι ότι περιλαμβάνει λιγότερες περιοριστικές υποθέσεις. Οι υποθέσεις του CAPM που δεν υιοθετεί το APT είναι οι εξής [4]:

1. Επενδυτικός χρονικός ορίζοντας μίας περιόδου
2. Απουσία φορολογίας
3. Ενεργητικός και παθητικός δανεισμός στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου
4. Οι επενδυτές επιλέγουν χαρτοφυλάκια στη βάση της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης.

Αντίθετα οι κοινές υποθέσεις των δύο υποδειγμάτων είναι οι παρακάτω [4]:

1. Οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς αντιλήψεις.
2. Οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο (*risk averse*) και επιθυμούν να μεγιστοποιήσουν την χρησιμότητα (*utility*) που λαμβάνουν από τις επενδύσεις
3. Οι αγορές λειτουργούν τέλεια.
4. Οι αποδόσεις δημιουργούνται μέσω ενός παραγοντικού υποδείγματος (*factor model*)

Το APT ως ένα παραγοντικό υπόδειγμα ορίζει τη συμπεριφορά των τιμών των χρεογράφων, αναγνωρίζοντας τους παράγοντες κινδύνου (*risk factors*) της οικονομίας, οι οποίοι επιδρούν στην πραγματοποιηθείσα (*historical, realized return*) και στην αναμενόμενη (*expected return*) απόδοση των χρεογράφων. Οι παράγοντες

κινδύνου αντιπροσωπεύουν ευρείς οικονομικές δυνάμεις και όχι τα ειδικά χαρακτηριστικά των επιχειρήσεων και έχουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά [4]:

1. Κάθε παράγοντας κινδύνου πρέπει να επηρεάζει δραστικά τις αποδόσεις όλων των μετοχών. Γεγονότα που περιορίζονται στα πλαίσια μιας εταιρείας δε θεωρούνται παράγοντες κινδύνου από το APT.
2. Οι παράγοντες κινδύνου του υποδείγματος πρέπει να επηρεάζουν την αναμενόμενη απόδοση, οπότε οι τιμές θα είναι μη-μηδενικές. Αυτό το θέμα πρέπει να καθορίζεται εμπειρικά, μέσω της στατιστικής ανάλυσης των αποδόσεων των μετοχών, ώστε να αποφανθούμε ως προς το ποιοι παράγοντες επηρεάζουν δραστικά τις αποδόσεις.
3. Στην αρχή κάθε επενδυτικής περιόδου οι παράγοντες κινδύνου δεν είναι δυνατό να προβλεφθούν από την αγορά ως σύνολο. Για παράδειγμα το επιτόκιο του πληθωρισμού (*rate of inflation*) δεν αποτελεί έναν παράγοντα κινδύνου στο υπόδειγμα APT, καθώς είναι, τουλάχιστον μερικώς, προβλέψιμος. Από την άλλη πλευρά, μια απροσδόκητη απόκλιση του αναμενόμενου πληθωρισμού από τον πραγματικό, αποτελεί έναν παράγοντα κινδύνου APT.

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση για το υπόδειγμα αντισταθμιστικής αποτίμησης, συμπεραίνουμε οι επενδυτές πιστεύουν ότι οι πραγματοποιηθείσες αποδόσεις των χρεογράφων παράγονται με τυχαίο τρόπο σύμφωνα με ένα υπόδειγμα n παραγόντων, με εξίσωση:

$$R_i = E(R_i) + \beta_{i1}f_1 + \beta_{i2}f_2 + \dots + \beta_{in}f_n + e_i$$

Όπου

R_i : η πραγματοποιηθείσα (τυχαία) απόδοση ενός χρεογράφου i σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο t

$E(R_i)$: η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου i

f_n : η απόκλιση του n -οστού συστηματικού παράγοντα F από την αναμενόμενη τιμή του, δηλαδή $f_n = F_n - E(F_n)$

β_{in} : η ευαισθησία του χρεογράφου i ως προς τον n -οστό παράγοντα F

e_i : όρος τυχαίου σφάλματος, μοναδικός για κάθε χρεόγραφο i

Θεωρούμε ότι οι όροι σφάλματος e_i των χρεογράφων είναι ασυσχέτιστοι επειδή οι συνδιακυμάνσεις όλων των χρεογράφων οφείλονται στα αποτελέσματα των παραγόντων. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι η αναμενόμενη τιμή κάθε παράγοντα F είναι ίση με το μηδέν. Επομένως η πραγματική απόδοση ενός χρεογράφου i σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο t θα ισούται με την αναμενόμενη απόδοση του, όταν οι παράγοντες κινδύνου είναι στα αναμενόμενα επίπεδα ($f_i = 0$) και ο όρος σφάλματος e_i είναι μηδενικός. Η παραπάνω σχέση του APT αφορά στη διάστασή του ως παραγοντικό μοντέλο και είναι η βάση για την επόμενη σχέση του APT η οποία το καθιστά υπόδειγμα ισορροπίας (*equilibrium model*).

$$E(R_i) = a_0 + b_{i1}\bar{F}_1 + b_{i2}\bar{F}_2 + \dots + b_{in}\bar{F}_n$$

Όπου

$E(R_i)$: η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου i

a_0 : η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου με μηδενικό συστηματικό κίνδυνο (ακίνδυνο χρεόγραφο R_F)

\bar{F}_n : το ασφάλιστρο κινδύνου (*risk premium*) για το n -οστό παράγοντα F , δηλαδή $\bar{F}_n = E(F_1) - a_0$

b_{in} : η ευαισθησία του χρεογράφου i ως προς το ασφάλιστρο κινδύνου του n -οστού παράγοντα F

Στο CAPM ο παράγοντας βήτα υπολογίζεται μέσω μιας γραμμικής παλινδρόμησης, μέσω των ιστορικών αποδόσεων των χρεογράφων, αφού ο κίνδυνος και οι συνιστώσες του είναι γνωστές και ο μοναδικός παράγοντας είναι το χαρτοφυλάκιο αγοράς. Το πρόβλημα με το APT είναι ότι οι παράγοντες κινδύνου δεν είναι ορισμένοι ούτε ποιοτικά ούτε ποσοτικά, τουλάχιστον στην αρχή της περιόδου. Το APT δεν ορίζει το μέγεθος και το πρόσημο των παραγόντων F_i και οι παράγοντες κινδύνου πρέπει να αποτιμηθούν εμπειρικά. Οι βιβλιογραφικές πηγές από την [3] έως και την [7] περιέχουν αναλυτικά τους εμπειρικούς ελέγχους του APT. Μια πολύ

σημαντική έρευνα για την εφαρμογή του APT στην πράξη (R. Roll και S. Ross, 1980) οδήγησε στην εμπειρική αναγνώριση των παρακάτω μακροοικονομικών παραγόντων:

1. Απροσδόκητη αλλαγή στον αναμενόμενο πληθωρισμό
2. Αιφνιδιαστικές αλλαγές στη βιομηχανική παραγωγή
3. Μη αναμενόμενη μεταβολή στο Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν
4. Μη αναμενόμενες αλλαγές στο βασικό ασφάλιστρο κινδύνου
5. Μη αναμενόμενη μεταβολή στα επιτόκια

2.7 Κριτική των Υποδειγμάτων Ισορροπίας

Τα πλέον διαδεδομένα υποδείγματα ισορροπίας CAPM και APT συμβάλλουν σημαντικά στην κατανόηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργεί η αγορά, αφού εξηγούν τον τρόπο με τον οποίο διαμορφώνονται οι τιμές και οι αποδόσεις των χρεογράφων. Το κύριο πλεονέκτημά τους εστιάζεται στο ότι αποτυπώνεται η πολυδιάστατη φύση του κινδύνου και ο τρόπος με τον οποίο συμπεριφέρεται το σύνολο των επενδυτών που συμμετέχουν στην αγορά και όχι απλά ένας μεμονωμένος επενδυτής. Η λογική και η φιλοσοφία των υποδειγμάτων ισορροπίας φαίνεται ότι δημιουργεί μεγάλες υποσχέσεις αναφορικά σε μια ολοκληρωμένη μελλοντική αντιμετώπιση του προβλήματος επιλογής και σύνθεσης χαρτοφυλακίων [7].

Από την άλλη πλευρά όμως, η κριτική που έχει ασκηθεί στα υποδείγματα αυτά, είναι ιδιαίτερα έντονη και η έρευνα στο πεδίο αυτό θεωρείται ότι βρίσκεται σε πολύ αρχικά στάδια [1]. Οι Konno και Yamazaki θεωρούν ότι το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων υστερεί σε επίπεδο ρεαλισμού, εξαιτίας των εξαιρετικά περιοριστικών υποθέσεων, στις οποίες βασίζεται [19]. Επίσης τονίζουν ότι το CAPM δεν καταφέρνει να αποσυνδεθεί σε επίπεδο ουσίας από την κλασσική προσέγγιση του Markowitz, στην οποία έμμεσα βασίζεται. Η θεωρία αντισταθμιστικής αποτίμησης, παρά τα καλά χαρακτηριστικά που διαθέτει, είναι σημαντικά δυσχερής σε επίπεδο υλοποίησης [7]. Τέλος, το APT αποτελεί μια μη ολοκληρωμένη θεωρία, στην παρούσα φάση, λόγω των τεκμηριωμένων ανωμαλιών που κυριαρχούν στις αγορές [20].

Κεφάλαιο 3^ο

Μελέτη Χαρτοφυλακίων με το Υπόδειγμα Μέσου Διακύμανσης

3.1 Εισαγωγή στη Μελέτη Χαρτοφυλακίων

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τα χαρτοφυλάκια δύο και περισσότερων χρεογράφων, χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία μέσου-διακύμανσης, όπως αυτή είναι διαμορφωμένη στη σύγχρονη βιβλιογραφία. Το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης αναπτύχθηκε από τον Harry Markowitz και επεκτάθηκε από τον James Tobin, όπως είδαμε στο δεύτερο κεφάλαιο.

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν αναλυτικά οι έννοιες της απόδοσης και του κινδύνου για μεμονωμένα χρεόγραφα και έγινε μια εισαγωγή στην έννοια του χαρτοφυλακίου και της αναμενόμενης απόδοσης του. Εργασία προς αυτή την κατεύθυνση έγινε και στο δεύτερο κεφάλαιο, με την παρουσίαση των σημαντικότερων μελετών και υποδειγμάτων. Στις παραγράφους 3.2 και 3.3 θα υπολογιστεί αναλυτικά η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος χαρτοφυλακίων δύο και πολλών χρεογράφων, λαμβάνοντας υπόψη τη συνδιακύμανση των χρεογράφων και το συντελεστή συσχέτισης. Ο καθορισμός της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου αποτελεί και το πρώτο στάδιο της επιλογής χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με τον Markowitz.

Αμέσως μετά γίνεται μια πιο εκτενής παρουσίαση της αρχής της διαφοροποίησης χαρτοφυλακίων και αποδεικνύεται μαθηματικά ότι μειώνει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Όπως έχουμε δείξει και περιγράψει, περισσότερο ποιοτικά μέχρι τώρα, η δημιουργία ενός σωστά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου μειώνει το μη συστηματικό κίνδυνο (*diversifiable, nonsystematic risk*) και ιδανικά τον εξαλείφει, για πολύ μεγάλα χαρτοφυλάκια, που προσεγγίζουν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

Έπειτα περνάμε στο δεύτερο στάδιο της επιλογής χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με τον Harry Markowitz, όπου μελετώνται οι έννοιες της συνάρτησης αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου, για διάφορες περιπτώσεις συσχέτισης των χρεογράφων, του

αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου (*efficient portfolio*) και του αποτελεσματικού μετώπου (ή συνόρου) (*efficient frontier*), το οποίο υπολογίζεται αναλυτικά. Επίσης παρουσιάζεται η επιλογή του βέλτιστου, για τον κάθε επενδυτή, χαρτοφυλακίου.

Στο τελευταίο κομμάτι του κεφαλαίου, φαίνεται η συμβολή του James Tobin στη θεωρία μέσου-διακύμανσης, με κύριο στοιχείο την εισαγωγή του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου (*risk free security*), όπως έγινε αντιληπτό από το δεύτερο κεφάλαιο. Εξετάζεται αναλυτικά το νέο χαρτοφυλάκιο που προκύπτει με την εισαγωγή του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου (*risk free security*). Υπολογίζονται τα στατιστικά μεγέθη του υβριδικού χαρτοφυλακίου και το καινούριο αποτελεσματικό μέτωπο. Κλείνοντας γίνεται μια κριτική του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης, ώστε να γνωρίζει ο αναγνώστης τα αρνητικά του στοιχεία και τη σύγχρονη κατάσταση στην επιλογή χαρτοφυλακίου.

3.2 Απόδοση και Κίνδυνος στην Περίπτωση Δύο Χρεογράφων

Θα ξεκινήσουμε τη μελέτη χαρτοφυλακίων με την απλούστερη περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου, που αποτελείται από δύο χρεόγραφα. Η μελέτη της περίπτωσης αυτής είναι απαραίτητη πριν τη γενίκευση στην περίπτωση χαρτοφυλακίων, αποτελούμενων από μεγαλύτερο πλήθος χρεογράφων. Στην παράγραφο αυτή αρχικά θα υπολογίσουμε την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο αυτού του απλού χαρτοφυλακίου κι έπειτα θα εισάγουμε στην ανάλυση του χαρτοφυλακίου το συντελεστή συσχέτισης των χρεογράφων.

Έστω χαρτοφυλάκιο p που αποτελείται αποκλειστικά από το χρεόγραφο 1 σε ποσοστό w_1 και το χρεόγραφο 2 σε ποσοστό w_2 , με αναμενόμενες αποδόσεις $E(R_1)$ και $E(R_2)$ και τυπικές αποκλίσεις σ_1 και σ_2 αντίστοιχα. Η αναμενόμενη απόδοση αυτού του χαρτοφυλακίου είναι:

$$E(R_p) = E(w_1R_1 + w_2R_2) = E(w_1R_1) + E(w_2R_2)$$

Οπότε ο τελικός τύπος είναι:

$$E(R_p) = w_1E(R_1) + w_2E(R_2)$$

Παρατηρούμε ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι μια γραμμική συνάρτηση των αποδόσεων των χρεογράφων που περιέχονται σε αυτό, σταθμισμένων με τα ποσοστά συμμετοχής του κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο. Από τη γραμμικότητα συνεπάγεται ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου δεν είναι δυνατό να υπερβαίνει την απόδοση του αποδοτικότερου χρεογράφου, που περιέχεται σε αυτό και αντίστοιχα δε μπορεί να είναι μικρότερη της απόδοσης του λιγότερου αποδοτικού χρεογράφου του χαρτοφυλακίου.

Η διακύμανση του χαρτοφυλακίου δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12}$$

Η συνδιακύμανση (*covariance*) $COV(R_1, R_2)$ ή σ_{12} των αποδόσεων των χρεογράφων είναι ένα στατιστικό μέγεθος, το οποίο προσδιορίζει το βαθμό στον οποίο παρουσιάζονται ομοιότητες στις διακυμάνσεις σ_1^2 και σ_2^2 των αποδόσεων των δύο χρεογράφων για μια σειρά n χρονικών περιόδων και δίνεται από τον τύπο:

$$COV(R_1, R_2) = \sigma_{12} = \sum_{j=1}^n \frac{(R_{1j} - E(R_1))(R_{2j} - E(R_2))}{n}$$

Ένα εναλλακτικό και πιο τυποποιημένο μέτρο της συνδιακύμανσης των αποδόσεων μεταξύ δύο χρεογράφων, είναι ο συντελεστής συσχέτισης (*correlation coefficient*) ρ_{12} ο οποίος συνδέεται με τις τυπικές αποκλίσεις σ_1 και σ_2 και τη συνδιακύμανση μέσω της σχέσης:

$$COV(R_1, R_2) = \sigma_{12} = \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 \implies$$

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1\sigma_2}$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό του συντελεστή συσχέτισης και τον ορισμό της τυπικής απόκλισης, η σχέση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου σ_p^2 μετατρέπεται στη σχέση της τυπικής του απόκλισης:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}$$

Συμπεραίνουμε ότι σε αντίθεση με την αναμενόμενη απόδοση, ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου είναι μια μη γραμμική συνάρτηση των κινδύνων των χρεογράφων που περιέχονται σε αυτό. Η περιοχή τιμών του συντελεστή συσχέτισης είναι $[-1, 1]$ και η μέγιστη τιμή $\rho_{12} = 1$ υποδηλώνει ότι οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση, ενώ η αρνητική και ελάχιστη τιμή $\rho_{12} = -1$ σημαίνει ότι οι κινήσεις των αποδόσεων τους είναι ακριβώς αντίθετες. Όταν οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά ασυσχέτιστες, τότε και μόνο τότε, ο συντελεστής συσχέτισης θα ισούται με το μηδέν $\rho_{12} = 0$. Οι τρεις περιπτώσεις συσχέτισης μεταξύ δύο χρεογράφων θα αναλυθούν περαιτέρω στην παράγραφο 3.7, στην οποία υπολογίζεται η συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου χαρτοφυλακίων δύο χρεογράφων.

3.3 Απόδοση και Κίνδυνος στην Περίπτωση Πολλών Χρεογράφων

Η περίπτωση χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από δύο μόνο χρεόγραφα μας χρησίμευσε στο να κατανοήσουμε τη διαδικασία υπολογισμού της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, όπως και κάποιες βασικές έννοιες που τη συνοδεύουν. Σε αυτή την παράγραφο θα δούμε πως γενικεύεται η προηγούμενη ανάλυση για ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από n χρεόγραφα. Το ενδιαμέσο βήμα για να κατανοήσουμε τη μετάβαση από το απλό χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων στο σύνθετο χαρτοφυλάκιο n χρεογράφων, θα είναι το χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από τρία χρεόγραφα.

Έστω λοιπόν χαρτοφυλάκιο p που αποτελείται από το χρεόγραφο 1 σε ποσοστό w_1 , το χρεόγραφο 2 σε ποσοστό w_2 και το χρεόγραφο 3 σε ποσοστό w_3 με

αναμενόμενες αποδόσεις $E(R_1)$, $E(R_2)$ και $E(R_3)$ και τυπικές αποκλίσεις σ_1 , σ_2 και σ_3 αντίστοιχα. Η αναμενόμενη απόδοση αυτού του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$E(R_p) = w_1E(R_1) + w_2E(R_2) + w_3E(R_3)$$

Λόγω της υπόθεσης περί επένδυσης ολόκληρου του κεφαλαίου θα ισχύει:

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, δηλαδή η τυπική του απόκλιση, δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + 2w_2w_3\sigma_{23}}$$

Παρατηρούμε ότι ο τύπος της αναμενόμενης απόδοσης $E(R_p)$ παραμένει απλός με μόνη διαφορά την προσθήκη του όρου $w_3E(R_3)$, το οποίο είναι λογικό αφού η συνάρτηση της απόδοσης είναι γραμμική. Από την άλλη ο τύπος του κινδύνου σ_p του χαρτοφυλακίου τριών χρεογράφων είναι μη γραμμικός, όπως προαναφέραμε, και γίνεται πιο περίπλοκος με την εισαγωγή τριών επιπρόσθετων όρων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μεταξύ δύο χρεογράφων ορίζεται ένας όρος συνδιακύμανσης, ενώ μεταξύ τριών χρεογράφων ορίζονται τρεις συνδιακυμάνσεις σ_{12} , σ_{13} και σ_{23} .

Στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από n το πλήθος χρεόγραφα με αναμενόμενες αποδόσεις $E(R_1), E(R_2), \dots, E(R_n)$, τυπικές αποκλίσεις $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ και ποσοστά συμμετοχής $w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$ οι γενικοί τύποι αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου του χαρτοφυλακίου είναι οι ακόλουθοι:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_i w_j \sigma_{ij}}$$

Οι παραπάνω τύποι μπορούν να εκφραστούν σε μια απλούστερη και πιο συμπτυκτωμένη μορφή κάνοντας χρήση τριών πινάκων. Ο πρώτος πίνακας $E(R)$ περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων και έχει μέγεθος $n \times 1$:

$$E(R) = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix}$$

Ο δεύτερος πίνακας w περιέχει τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο και έχει μέγεθος $n \times 1$:

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}$$

Ο τρίτος πίνακας V μεγέθους $n \times n$ περιέχει τις διακυμάνσεις των χρεογράφων σ_i^2 στη διαγώνιό του, ενώ κάθε στοιχείο εκτός της διαγωνίου αντιστοιχεί στη συνδιακύμανση σ_{ij} των αποδόσεων των χρεογράφων i και j . Ο πίνακας είναι συμμετρικός, αφού $\forall i \neq j : \sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Χρησιμοποιώντας τους πίνακες $E(R)$, w και V , οι γενικοί τύποι αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου του χαρτοφυλακίου μετασχηματίζονται ως εξής:

$$E(R_p) = w^T E(R) = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p = \sqrt{w^T V w} = \sqrt{\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}}$$

Σε αυτό το σημείο τελειώνει η παρουσίαση της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου για χαρτοφυλάκια που αποτελούνται από δύο, από τρία και από n χρεόγραφα. Στις παραγράφους 3.7 και 3.8 θα συνεχίσουμε τη μελέτη προς την κατεύθυνση της εύρεσης αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων και θα γίνει η παρουσίαση του υπολογισμού της σχέσης αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης και του αποτελεσματικού μετώπου χαρτοφυλακίων δύο και περισσότερων χρεογράφων.

3.4 Η Αρχή της Διαφοροποίησης Χαρτοφυλακίων

Όπως είδαμε στα πρώτα κεφάλαια, η διαφοροποίηση (*diversification*) είναι ο ακρογωνιαίος λίθος του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης, που ανέπτυξε ο Markowitz και δίχως αυτή είναι αδύνατο να καταλήξουμε σε ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Η διαφοροποίηση συνίσταται στην διαμόρφωση ενός χαρτοφυλακίου από όσο το δυνατόν περισσότερα και κατάλληλα επιλεγμένα χρεόγραφα, ώστε να μειωθεί σε σημαντικό ποσοστό η μεταβλητότητα της συνολικής απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Βασική συνιστώσα της διαφοροποίησης αποτελεί η επιλογή χρεογράφων των οποίων οι αποδόσεις είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους, δηλαδή ο συντελεστής συσχέτισής τους τείνει στο μηδέν.

Για παράδειγμα στο χρηματιστήριο ο επενδυτής πρέπει να καταναίμει τα κεφάλαιά του με κατάλληλες αναλογίες, σε ένα εύρος μετοχών που ανήκουν σε διαφορετικούς κλάδους της οικονομίας. Η επένδυση σε μια μόνο εταιρεία ή σε ένα μόνο βιομηχανικό ή επιχειρηματικό κλάδο έχει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση από εκείνη του διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου. Η διακύμανση των απόδοσης όμως δίχως τη διαφοροποίηση, είναι κατά πολύ μεγαλύτερη, αφού ο επενδυτής δεν αποφεύγει το μη συστηματικό κίνδυνο.

Όπως θα δούμε στη συνέχεια της παραγράφου η διαφοροποίηση ορίζει τη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου με όσο το δυνατόν περισσότερα χρεόγραφα και την κατάλληλη κατανομή του διαθέσιμου κεφαλαίου σε αυτά και αποτελεί τη σημαντικότερη ασπίδα προστασίας απέναντι στο μη συστηματικό κίνδυνο, ιδίως όταν τα χρεόγραφα είναι ασυσχέτιστα.

Αρχικά θα εξετάσουμε την ιδανική περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου με n χρεόγραφα, όπου οι αποδόσεις όλων των χρεογράφων είναι εντελώς ασυσχέτιστες, δηλαδή η συνδιακύμανση κάθε χρεογράφου i με κάθε άλλο χρεόγραφο j είναι μηδέν ($\sigma_{ij} = 0$). Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από n χρεόγραφα είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \quad \xrightarrow{\sigma_{ij}=0}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2}$$

Υποθέτουμε ότι το διαθέσιμο κεφάλαιο ισοκατανέμεται μεταξύ των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου, δηλαδή: $w_1 = w_2 = \dots = w_n = 1/n$. Άρα έχουμε:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} \sigma_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n}}$$

Ο όρος $\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n}$ αναπαριστά τη μέση τιμή $\bar{\sigma}^2$ των διακυμάνσεων σ_i^2 των αποδόσεων των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου, οπότε:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \bar{\sigma}^2}$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μειώνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός των χρεογράφων n . Το όριο του κινδύνου σ_p είναι μηδέν όταν $n \rightarrow \infty$, δηλαδή ο κίνδυνος θεωρητικά εξαλείφεται μέσω της τέλει διαφοροποίησης σε ένα χαρτοφυλάκιο με απεριόριστα χρεόγραφα, ασυσχέτιστα μεταξύ τους. Ο επενδυτής σε αυτή την ιδανική περίπτωση απολαμβάνει μια αναμενόμενη απόδοση $E(R_p)$ η οποία ισούται με την τελική απόδοση R_p , δηλαδή είναι βέβαιη. Στην πράξη τα χρεόγραφα προφανώς δεν είναι ούτε άπειρα, ούτε απεριόριστα, αλλά μπορούν να αυξηθούν κατά πολύ και να προσεγγίσουμε το χαρτοφυλάκιο αγοράς (*market portfolio*) κι έτσι να μειωθεί στο ελάχιστο ο διαφοροποιήσιμος ή μη συστηματικός κίνδυνος. Να προσθέσουμε και ότι η υπόθεση που έγινε περί ασυσχέτιστων αποδόσεων για όλα τα χρεόγραφα ($\sigma_{ij} = 0$) δεν είναι ρεαλιστική, καθώς δεν υπάρχει αρκετά μεγάλος αριθμός πλήρως ασυσχέτιστων χρεογράφων. Αν και η πρώτη περίπτωση είναι ιδανική και με θεωρητικές μόνο υποθέσεις, αποδείχθηκε ότι η τέλεια διαφοροποίηση εξαλείφει τον κίνδυνο και οδηγεί σε βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

Εν συνεχεία θα εξετάσουμε τη γενική περίπτωση, όπου $\sigma_{ij} \neq 0$ και το διαθέσιμο κεφάλαιο ισοκατανέμεται μεταξύ των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου.

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \quad \xrightarrow{w_1=w_2=\dots=w_n=1/n}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{n} \frac{1}{n} \sigma_{ij}} \quad \Rightarrow$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} + \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\sigma_{ij}}{n(n-1)}}$$

Το άθροισμα στον πρώτο όρο αναπαριστά τη μέση διακύμανση των αποδόσεων των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου και τη συμβολίζουμε όπως και στην πρώτη περίπτωση με $\bar{\sigma}^2$. Αντίστοιχα το διπλό άθροισμα στο δεύτερο όρο αναπαριστά μια μέση τιμή, τη μέση συνδιακύμανση $\bar{\sigma}_{ij}$ των αποδόσεων των χρεογράφων. Άρα ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου εκφράζεται ως εξής:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \bar{\sigma}^2 + \frac{n-1}{n} \bar{\sigma}_{ij}} \implies$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} (\bar{\sigma}^2 - \bar{\sigma}_{ij}) + \bar{\sigma}_{ij}}$$

Στην ιδανική περίπτωση όπου ο επενδυτής έχει τη δυνατότητα να επενδύσει σε άπειρα χρεόγραφα, δηλαδή $n \rightarrow \infty$, ο πρώτος όρος τείνει στο μηδέν και ο κίνδυνος του διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου τείνει στην τιμή $\sqrt{\bar{\sigma}_{ij}}$. Στην πράξη ο επενδυτής συνθέτοντας ένα χαρτοφυλάκιο πολλών χρεογράφων, ακόμα και αν οι αποδόσεις τους είναι συσχετισμένες, αποκομίζει τα οφέλη της διαφοροποίησης, καθώς ο κίνδυνος που προέρχεται από κάθε χρεόγραφο ξεχωριστά, σχεδόν εξουδετερώνεται και η τιμή της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου σ_p^2 ελαχιστοποιείται και γίνεται ίση με τη μέση συνδιακύμανση $\bar{\sigma}_{ij}$ των αποδόσεων των χρεογράφων. Ισοδύναμα ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, που στην παρούσα ανάλυση εκφράζεται μέσω της τυπικής απόκλισης σ_p , μέσω της τέλει διαφοροποίησης ισούται με την τετραγωνική ρίζα της μέσης συνδιακύμανσης $\sqrt{\bar{\sigma}_{ij}}$.

Το 1977 οι Elton και Gruber σε μια δημοσίευσή τους στη Journal of Business, με τίτλο “Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution” ανέπτυξαν έναν εμπειρικό έλεγχο, που αφορά στα κέρδη από τη διαφοροποίηση. Στον πίνακα 3.4-1 παρουσιάζεται η επίδραση του μεγέθους του χαρτοφυλακίου στον ολικό του κίνδυνο. Η μελέτη είναι βασισμένη σε ένα πληθυσμό 3,290 χρεογράφων, διαθέσιμων για

πιθανή ένταξη στο χαρτοφυλάκιο και το μεγαλύτερο μέρος της ανάλυσής τους βασίζεται στον υπολογισμό των παραμέτρων ενός δείγματος 150 χρεογράφων. Η απόκλιση των αποτελεσμάτων της μεθόδου είναι πολύ μικρή, αφού οι παράμετροι στις οποίες βασίζεται το δείγμα έχουν αρκετά κοντινές τιμές με τις παραμέτρους του πληθυσμού. Παρατηρεί κανείς ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των χρεογράφων, αυξάνεται η επίδραση της διαφοροποίησης. Συγκεκριμένα ένα χαρτοφυλάκιο είκοσι χρεογράφων και άνω, έχει θεαματικά πολύ καλύτερα στατιστικά στοιχεία κινδύνου σε σχέση με ένα μεμονωμένο χρεόγραφο ή ένα πολύ μικρό χαρτοφυλάκιο, για παράδειγμα αυτό των δύο χρεογράφων. Πρακτικά ένα αρκετά μεγάλο χαρτοφυλάκιο, το οποίο αποτελείται από πενήντα και άνω χρεόγραφα, μειώνει σχεδόν στο ελάχιστο το μη συστηματικό (διαφοροποιήσιμο) κίνδυνο και έχει σχεδόν ίσα χαρακτηριστικά κινδύνου με χαρτοφυλάκια εκατό, διακοσίων, πεντακοσίων και χιλίων χρεογράφων.

Σύμφωνα με τις έρευνες ανά τα χρόνια, έγινε κοινώς αποδεκτό ανάμεσα στους επενδυτές ότι ένα χαρτοφυλάκιο είκοσι και άνω χρεογράφων προσφέρει αρκετή και ικανή διαφοροποίηση. Σύμφωνα με μια νέα μελέτη όμως των Malkiel et al., ανάμεσα στα έτη 1962 και 1997, ο συνολικός κίνδυνος της αγοράς δεν άλλαξε, ενώ ο κίνδυνος των μεμονωμένων μετοχών αυξήθηκε πολύ. Έτσι σήμερα, ακόμα και με σωστή διαφοροποίηση ανά τομέα, ένα χαρτοφυλάκιο πενήντα μετοχών περιέχει ένα σημαντικό ποσό μη συστηματικού κινδύνου. Καταλήγουμε στο ότι είναι λογικός στις μέρες μας ο αριθμός των πενήντα χρεογράφων, ίσως και παραπάνω, σε ένα χαρτοφυλάκιο, ώστε να διασφαλιστεί ένα αρκετό ποσό διαφοροποίησης.

Effect of Diversification			
Number of Securities	Expected Portfolio Variance	Variance in Variance	Total Risk
1	46.619	1,411.041	46.811
2	26.839	201.963	26.934
4	16.948	31.553	16.996
6	13.651	11.184	13.683
8	12.003	5.477	12.027
10	11.014	3.186	11.033
20	9.036	.623	9.045
50	7.849	.075	7.853
100	7.453	.013	7.455
200	7.255	.001	7.256
500	7.137	.000	7.137
1,000	7.097	.000	7.097
Minimum	7.070	.000	7.070

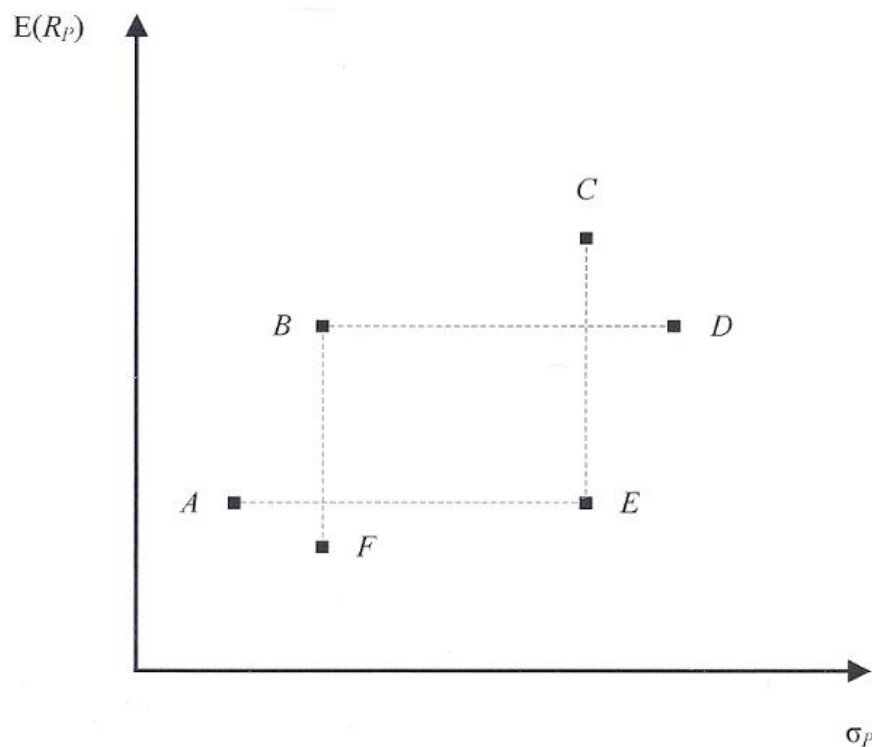
Πίνακας 3.4-1 Επίδραση του μεγέθους του χαρτοφυλακίου στον κίνδυνο του [18]

3.5 Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο

Αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο (*efficient portfolio*) είναι εκείνο, το οποίο για δεδομένο επίπεδο κινδύνου, παρουσιάζει τη μέγιστη δυνατή απόδοση και αντίστροφα για δεδομένο επίπεδο απόδοσης, παρουσιάζει τον ελάχιστο κίνδυνο, όπως έχει γίνει αντιληπτό από τη μέχρι τώρα ανάλυση. Η μαθηματικά αυστηρή διατύπωση είναι η εξής: ένα χαρτοφυλάκιο P ονομάζεται αποτελεσματικό, εάν και μόνο εάν, δεν υπάρχει άλλο χαρτοφυλάκιο P' τέτοιο, ώστε να ισχύει η παρακάτω σχέση, με τουλάχιστον μία από τις δύο ανισότητες να είναι αυστηρή:

$$E(R_{P'}) \geq E(R_P) \text{ και } \sigma_{P'} \leq \sigma_P$$

Για να κατανοηθεί η διαφορά του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου από το μη αποτελεσματικό, παρουσιάζεται το σχήμα 3.5-1. Στο σχήμα αυτό οι επενδυτικές επιλογές περιορίζονται στα χαρτοφυλάκια A, B, C, D, E και F και σύμφωνα με τον ορισμό εξετάζουμε ποια πρέπει να επιλεγθούν ως αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.



Σχήμα 3.5-1 Αποτελεσματικά και μη αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια [1]

Τα χαρτοφυλάκια B και D έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση, αλλά το χαρτοφυλάκιο B έχει το μικρότερο κίνδυνο. Το ίδιο ισχύει για τα χαρτοφυλάκια A και E , όπου προτιμάται το χαρτοφυλάκιο A . Οπότε τα χαρτοφυλάκια A και B είναι αποτελεσματικά. Τα ζευγάρια σταθερού κινδύνου είναι τα (B, F) και (C, E) , από τα οποία επιλέγονται ως αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια τα B και C , αφού έχουν την υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση. Άρα τα χαρτοφυλάκια A , B και C είναι αποτελεσματικά, αφού υπερτερούν έναντι των υπολοίπων, όσον αφορά την απόδοση και τον κίνδυνο, ενώ τα χαρτοφυλάκια D , E και F είναι μη αποτελεσματικά.

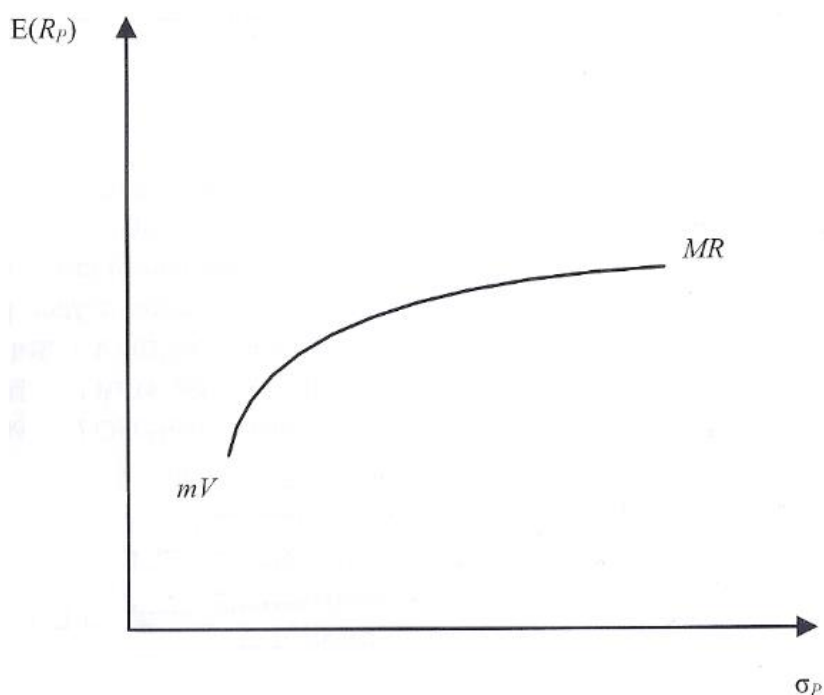
Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο ως βέλτιστος συνδυασμός απόδοσης-κινδύνου δεν είναι μοναδικός. Ανάλογα με το ποια από τις δύο μεταβλητές θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε και κρατώντας τη δεύτερη μεταβλητή ως σταθερά στο πρόβλημά μας, μπορούμε να παράγουμε πολλά αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Όπως είδαμε στο δεύτερο κεφάλαιο, τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια συνθέτουν ένα γεωμετρικό τόπο που ονομάζεται αποτελεσματικό μέτωπο ή αποτελεσματικό σύνορο (*efficient frontier*). Το χαρτοφυλάκιο A ονομάζεται χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου (*minimum variance portfolio-mV*) και το χαρτοφυλάκιο C ονομάζεται χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης (*maximum return portfolio-MR*). Τα δύο αυτά χαρτοφυλάκια είναι πολύ χρήσιμα στο υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης και στον ακριβή ορισμό του αποτελεσματικού μετώπου, όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο.

Το καλύτερο χαρτοφυλάκιο από όλα τα αποτελεσματικά, το οποίο θα πρέπει να διατηρεί ένας επενδυτής, λέγεται άριστο ή βέλτιστο χαρτοφυλάκιο (*optimal portfolio*) και εξαρτάται από τις προτιμήσεις του ως προς την ανταλλαγή (*tradeoff*) μεταξύ απόδοσης και κινδύνου. Οι προτιμήσεις αυτές περιλαμβάνονται στη συνάρτηση χρησιμότητας (*utility function*) του κάθε επενδυτή. Επιπλέον, είναι γνωστό ότι υπάρχει μια καμπύλη η οποία απεικονίζει στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου όλα τα σημεία που αντιστοιχούν σ' ένα δεδομένο επίπεδο χρησιμότητας. Η καμπύλη αυτή παριστάνει τους όρους ανταλλαγής μεταξύ απόδοσης και κινδύνου που απαιτεί ο κάθε επενδυτής και λέγεται καμπύλη αδιαφορίας (*indifference curve*). Άρα, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για έναν επενδυτή είναι το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, που έχει τη μεγαλύτερη για αυτόν χρησιμότητα και όπως θα δούμε στην παράγραφο 3.9, βρίσκεται στο εφαπτομενικό σημείο του αποτελεσματικού μετώπου με την υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας του.

3.6 Αποτελεσματικό Μέτωπο

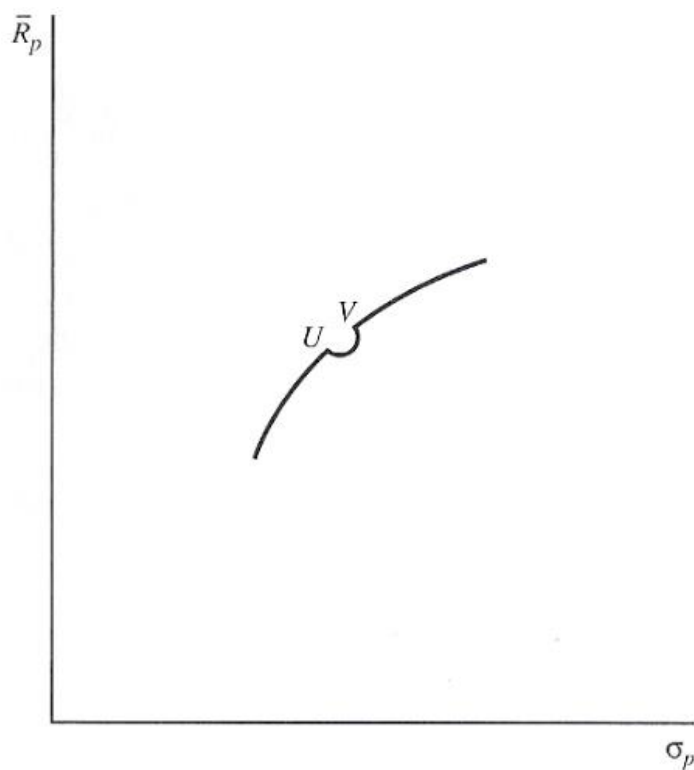
Το αποτελεσματικό μέτωπο και το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι δύο από τις βασικότερες έννοιες στη θεωρία μέσου-διακύμανσης. Το αποτελεσματικό μέτωπο αποτελεί τη γεωμετρική ερμηνεία του υποσυνόλου των χαρτοφυλακίων, τα οποία προτιμώνται από όλους τους επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο και προτιμούν τις μεγαλύτερες αναμενόμενες αποδόσεις. Τα χαρτοφυλάκια αυτά ονομάζονται αποτελεσματικά και συγκροτούν το αποτελεσματικό μέτωπο. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης του αποτελεσματικού μετώπου διαφέρει ανάλογα με τις υποθέσεις που γίνονται σε σχέση με την ύπαρξη ανοικτών πωλήσεων (*short selling*) και ενεργητικού ή παθητικού δανεισμού χωρίς κίνδυνο (*riskless lending and borrowing*).

Στην περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις το αποτελεσματικό μέτωπο είναι μια κοίλη συνάρτηση που εκτείνεται μεταξύ του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου και του χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.6-1. Τα χαρτοφυλάκια αυτά παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο και συμβολίζονται ως *mV* (*minimum variance*) και *MR* (*maximum return*).



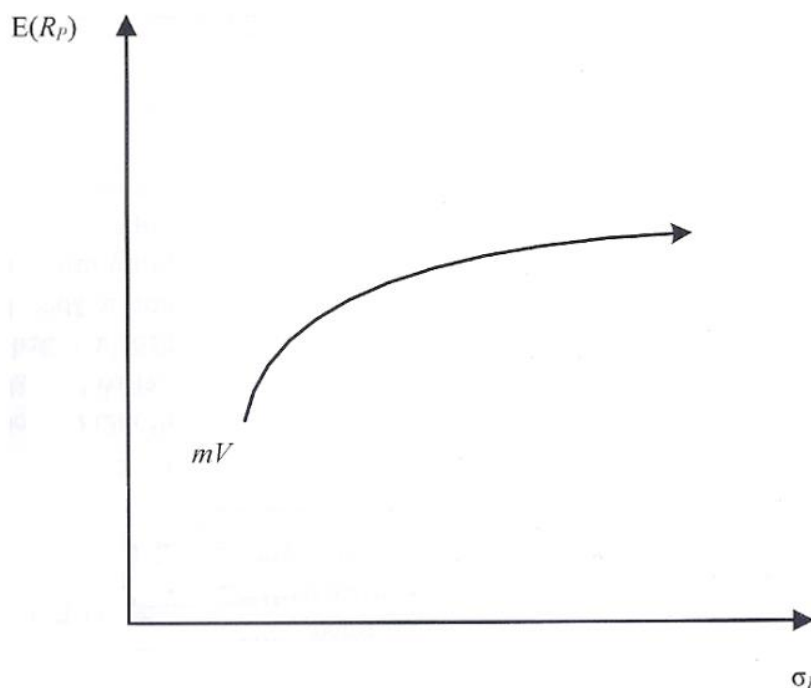
Σχήμα 3.6-1 Το αποτελεσματικό μέτωπο χωρίς τις ανοικτές πωλήσεις [1]

Η συνάρτηση του αποτελεσματικού μετώπου, μέσω της οποίας απεικονίζονται τα αποτελεσματικά αυτά χαρτοφυλάκια στο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης-τυπικής απόκλισης, είναι κοίλη (*concave function*) και δεν είναι δυνατόν να περιέχει κυρτά τμήματα. Στο σχήμα 3.6-2 παραθέτουμε μια αδύνατη μορφή του αποτελεσματικού μετώπου, η οποία περιέχει ένα κυρτό τμήμα μεταξύ των σημείων U και V . Αφού τα U , V είναι χαρτοφυλάκια, όλοι οι συνδυασμοί των U , V πρέπει να βρίσκονται σε ένα ευθύγραμμο τμήμα μεταξύ τους ή σε μια καμπύλη η οποία βρίσκεται πάνω από το ευθύγραμμο τμήμα (κοίλη). Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια αφορά στην περίπτωση όπου ο συντελεστής συσχέτισής τους ισούται με τη μονάδα. Αν η καμπύλη που συνδέει τα U , V βρίσκεται κάτω από το ευθύγραμμο τμήμα (κυρτή), αυτό σημαίνει μεγαλύτερο κίνδυνο από την περίπτωση της τέλει θετικής συσχέτισης, το οποίο οδηγεί σε άτοπο. Συνοψίζοντας, αν η συσχέτιση των U , V είναι μικρότερη από τη μονάδα, ο κίνδυνος είναι μικρότερος κι έτσι οι αποτελεσματικοί συνδυασμοί πρέπει να βρίσκονται σε μια κοίλη καμπύλη, πάνω από το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα U και V .



Σχήμα 3.6-2 Μια αδύνατη μορφή του αποτελεσματικού μετώπου [7]

Η δεύτερη περίπτωση για τη μορφή του αποτελεσματικού μετώπου φαίνεται στο σχήμα 3.6-3 και περιλαμβάνει τις ανοικτές πωλήσεις, δηλαδή τις πωλήσεις χρεογράφων τα οποία ο επενδυτής δεν έχει στην κατοχή του. Καθώς ο πωλητής δεν έχει στην κατοχή του το χρεόγραφο, η χρηματιστηριακή εταιρεία που αναλαμβάνει να διεκπεραιώσει τη συναλλαγή, είτε δανείζεται το χρεόγραφο από κάποιον άλλον επενδυτή, είτε το δανείζει η ίδια προς τον πωλητή [1]. Στο άμεσο μέλλον ο πωλητής έχει την υποχρέωση να αγοράσει το χρεόγραφο που πούλησε χωρίς να κατέχει και να το επιστρέψει σε όποιον του το δάνεισε [1]. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφική πηγή [1] οι ανοικτές πωλήσεις πραγματοποιούνται σε περιπτώσεις όπου ο πωλητής εκτιμά ότι η τιμή του χρεογράφου θα είναι καθοδική και άρα πουλώντας το σήμερα σε υψηλότερη τιμή σε σχέση με αυτή στην οποία θα το επαναγοράσει στο μέλλον, θα έχει κέρδος από τη συναλλαγή. Η στρατηγική αυτή υπαγορεύει στον επενδυτή να αγοράζει χρεόγραφα που εκτιμά ότι θα έχουν ανοδική πορεία, με τα κέρδη που αποκομίζει από την ανοικτή πώληση χρεογράφων με καθοδική πορεία. Γίνεται λοιπόν φανερό ότι είναι δυνατόν να δημιουργηθούν χαρτοφυλάκια χωρίς πεπερασμένο άνω όριο αναμενόμενης απόδοσης. Έτσι το αποτελεσματικό μέτωπο θα είναι μια κοίλη καμπύλη, η οποία ξεκινάει από το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου και εκτείνεται στο άπειρο.



Σχήμα 3.6-3 Το αποτελεσματικό μέτωπο με τις ανοικτές πωλήσεις [1]

3.7 Συνάρτηση Απόδοσης-Κινδύνου Χαρτοφυλακίου Δύο Χρεογράφων

Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε ενδελεχώς τη σχέση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου του χαρτοφυλακίου που αποτελείται από δύο χρεόγραφα. Η μελέτη αφορά στην περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις, δηλαδή η πώληση χρεογράφων τα οποία ο επενδυτής δεν έχει στην κατοχή του. Η συνάρτηση απόδοσης-κινδύνου θα υπολογιστεί και θα προσδιορισθεί γεωμετρικά ώστε να ελαχιστοποιείται η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου, με σταθερό επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης. Αυτό θα εφαρμοστεί συγκεκριμένα μέσω της εύρεσης των ποσοστών συμμετοχής των δύο χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο, για τις χαρακτηριστικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των χρεογράφων.

Ένα βασικό συμπέρασμα που προκύπτει, αφορά στη σχέση της τιμής του συντελεστή συσχέτισης, μεταξύ των χρεογράφων, με τα οφέλη που απορρέουν από τη διαφοροποίηση. Θα δείξουμε ότι όσο μικρότερη είναι αυτή η τιμή, τόσο μεγαλύτερα είναι τα οφέλη της διαφοροποίησης, σε σχέση με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Στην παράγραφο 3.2 υπολογίσαμε την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου, το οποίο αποτελείται από δύο χρεόγραφα: το χρεόγραφο 1 σε ποσοστό w_1 και το χρεόγραφο 2 σε ποσοστό w_2 , με αναμενόμενες αποδόσεις $E(R_1)$ και $E(R_2)$ και τυπικές αποκλίσεις σ_1 και σ_2 αντίστοιχα. Παραθέτουμε τους τύπους της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου, από τους οποίους θα ξεκινήσουμε την ανάλυση αυτής της παραγράφου .

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}$$

Λόγω της υπόθεσης περί επένδυσης ολόκληρου του κεφαλαίου θα ισχύει:

$$w_1 + w_2 = 1 \implies w_2 = 1 - w_1$$

Αντικαθιστώντας την τελευταία σχέση σε αυτές της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, έχουμε:

$$E(R_p) = w_1E(R_1) + (1 - w_1)E(R_2)$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}}$$

Προχωράμε τώρα στη διάκριση περιπτώσεων για τις τιμές του συντελεστή συσχέτισης δύο χρεογράφων ρ_{12} , ο οποίος λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$. Η πρώτη περίπτωση $\rho_{12} = +1$ ονομάζεται τέλεια θετική συσχέτιση (*perfect positive correlation*), η δεύτερη περίπτωση $\rho_{12} = -1$ αποτελεί την τέλεια αρνητική συσχέτιση (*perfect negative correlation*) και η τρίτη περίπτωση $\rho_{12} = 0$ είναι αυτή, όπου οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι πλήρως ασυσχέτιστες (*no relationship between returns*). Λόγω της μη δυνατότητας ανοικτών πωλήσεων, τα βάρη των δύο χρεογράφων θα είναι θετικά, δηλαδή θα ισχύει ότι: $w_1 > 0$ και $w_2 > 0$.

Περίπτωση 1 → Τέλεια Θετική Συσχέτιση ($\rho_{12} = +1$)

Στην πρώτη περίπτωση, για την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου έχουμε:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}} \quad \xrightarrow{\rho_{12} = +1}$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2}$$

Για το υπόριζο άθροισμα παραγόντων ισχύει ότι:

$$w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2 = [w_1\sigma_1 + (1 - w_1)\sigma_2]^2$$

Επομένως η τυπική απόκλιση μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\sigma_p = w_1\sigma_1 + (1 - w_1)\sigma_2$$

Αν λύσουμε την προηγούμενη σχέση, ως προς το ποσοστό συμμετοχής w_1 , προκύπτει:

$$w_1 = \frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

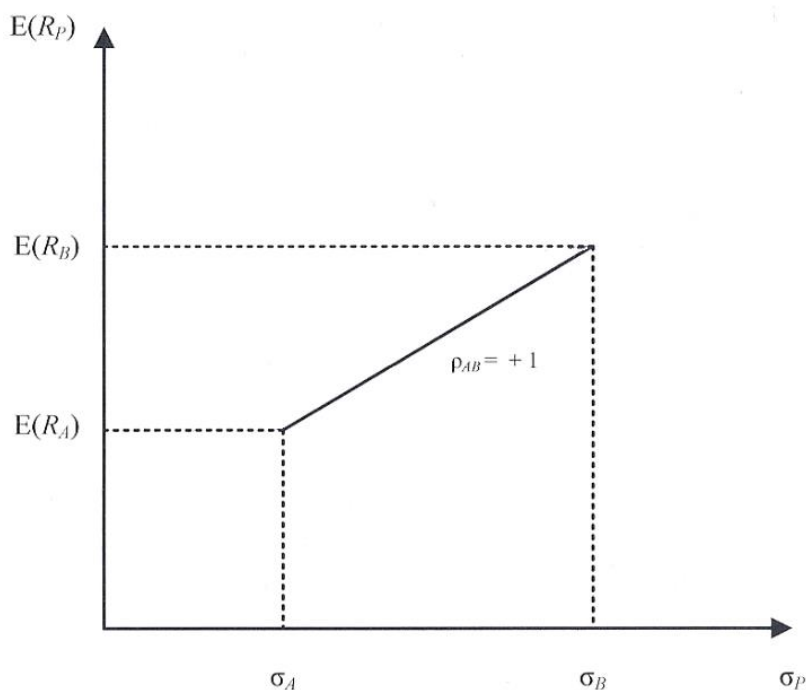
Αν αντικαταστήσουμε στη σχέση απόδοσης του χαρτοφυλακίου την προηγούμενη σχέση, θα ισχύει:

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + (1 - w_1) E(R_2) \xrightarrow{w_1 = \frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2}}$$

$$E(R_p) = \frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2} E(R_1) + \left(1 - \frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2}\right) E(R_2) \Rightarrow$$

$$E(R_p) = \left(E(R_2) - \frac{E(R_1) - E(R_2)}{\sigma_1 - \sigma_2} \sigma_2\right) + \left(\frac{E(R_1) - E(R_2)}{\sigma_1 - \sigma_2}\right) \sigma_p$$

Στο επίπεδο απόδοσης-κινδύνου η παραπάνω σχέση αποτελεί μια ευθεία, η οποία εκτείνεται μεταξύ των σημείων $(\sigma_1, E(R_1))$ και $(\sigma_2, E(R_2))$.



Σχήμα 3.7-1 Συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου για χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων, με $\rho = +1$

Η ευθεία του σχήματος 3.7-1 αποτελεί τη συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου του χαρτοφυλακίου δύο χρεογράφων στην περίπτωση της τέλει θετικής συσχέτισης, όπου δεν προκύπτει καμία απολύτως εξουδετέρωση κινδύνου από το συνδυασμό τους στο χαρτοφυλάκιο. Η τιμή της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου δεν είναι δυνατόν να μηδενιστεί, χωρίς να παραβιαστεί η αρχική υπόθεση περί απαγόρευσης ανοικτών πωλήσεων.

Μια μικρή μαθηματική απόδειξη για τον ισχυρισμό αυτό είναι η παρακάτω. Έστω ότι είναι δυνατόν να μηδενιστεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σ_p όταν $\rho_{12} = +1$. Η τιμή του w_1 που οδηγεί στο χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου προκύπτει ως εξής:

$$w_1 = \frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2} \xrightarrow{\sigma_p=0}$$

$$w_1 = \frac{-\sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2} \Rightarrow$$

$$w_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1}$$

Για να συμμετέχει το χρεόγραφο 1 στο χαρτοφυλάκιο θα πρέπει το βάρος του να είναι θετικό, δηλαδή:

$$w_1 > 0 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1} > 0$$

Και δεδομένου ότι $\sigma_1 > 0$ και $\sigma_2 > 0$, συμπεραίνουμε ότι πρέπει και $\sigma_2 - \sigma_1 > 0$, δηλαδή $\sigma_2 > \sigma_1$. Αν όμως $w_1 > 0$ τότε ο αριθμητής του κλάσματος είναι μεγαλύτερος από τον θετικό παρονομαστή και θα ισχύει ότι $w_1 > 1$. Ας θυμηθούμε όμως ότι ισχύει η σχέση $w_2 = 1 - w_1$, οπότε καταλήγουμε στο ότι $w_2 < 0$, δηλαδή το βάρος του χρεογράφου 2 είναι αρνητικό, κάτι που αντιβαίνει στην αρχική μας υπόθεση, περί μη δυνατότητας ανοικτών πωλήσεων. Έτσι καταλήγουμε σε άτοπο και ο ισχυρισμός αποδείχθηκε. Ο επενδυτής δεν αποφεύγει κάποιο μέρος του κινδύνου συνδυάζοντας τα δύο χρεόγραφα σε ένα χαρτοφυλάκιο, στην περίπτωση της τέλει θετικής τους συσχέτισης.

Περίπτωση 2 → Τέλεια Αρνητική Συσχέτιση ($\rho_{12} = -1$)

Στη δεύτερη περίπτωση, για την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου έχουμε:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}} \quad \xrightarrow{\rho_{12} = -1}$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 - 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2}$$

Για την υπόριζη παράσταση ισχύει ότι:

$$w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 - 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2 = \begin{cases} [w_1\sigma_1 - (1 - w_1)\sigma_2]^2 \\ [-w_1\sigma_1 + (1 - w_1)\sigma_2]^2 \end{cases}$$

Επομένως η τυπική απόκλιση μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\sigma_p = |w_1\sigma_1 - (1 - w_1)\sigma_2|$$

Αν λύσουμε την προηγούμενη σχέση, ως προς το ποσοστό συμμετοχής w_1 , προκύπτει:

$$w_1 = \frac{\sigma_2 \pm \sigma_p}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

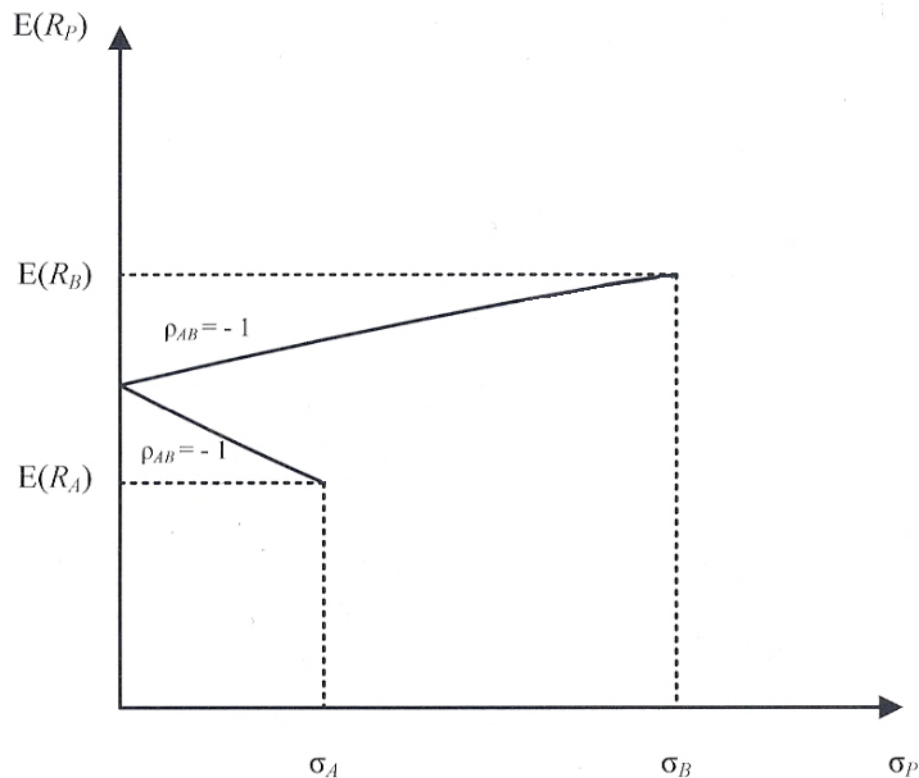
Αν αντικαταστήσουμε στη σχέση απόδοσης του χαρτοφυλακίου την προηγούμενη σχέση, συνεπάγεται:

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + (1 - w_1) E(R_2) \quad \xrightarrow{w_1 = \frac{\sigma_2 \pm \sigma_p}{\sigma_1 + \sigma_2}}$$

$$E(R_p) = \frac{\sigma_2 \pm \sigma_p}{\sigma_1 + \sigma_2} E(R_1) + \left(1 - \frac{\sigma_2 \pm \sigma_p}{\sigma_1 + \sigma_2}\right) E(R_2) \implies$$

$$E(R_p) = \left(\frac{\sigma_1 E(R_2) + \sigma_2 E(R_1)}{\sigma_1 + \sigma_2} \sigma_2 \right) \pm \left(\frac{E(R_1) - E(R_2)}{\sigma_1 + \sigma_2} \right) \sigma_p$$

Στο επίπεδο απόδοσης-κινδύνου οι παραπάνω σχέσεις αναπαριστούν δύο ευθείες και αμφότερες τέμνουν τον άξονα της απόδοσης στο σημείο $\left(0, \frac{\sigma_1 E(R_2) + \sigma_2 E(R_1)}{\sigma_1 + \sigma_2}\right)$. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.7-2, οι ευθείες αυτές καταλήγουν στα σημεία $(\sigma_1, E(R_1))$ και $(\sigma_2, E(R_2))$. Οι ευθείες του σχήματος 3.7-2 αποτελούν τη συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου του χαρτοφυλακίου δύο χρεογράφων, στην περίπτωση της τέλει αρνητικής συσχέτισης, όπου είναι δυνατή η πλήρης εξουδετέρωση του κινδύνου.



Σχήμα 3.7-2 Συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου για χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων, με $\rho = -1$

Η τιμή της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου είναι δυνατόν να μηδενιστεί, στην περίπτωση όπου $\rho_{12} = -1$, χωρίς προφανώς να παραβιάζεται η αρχική υπόθεση περί της μη δυνατότητας ανοικτών πωλήσεων. Η τιμή του w_1 που οδηγεί στο χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου σ_p προκύπτει ως εξής:

$$w_1 = \frac{\sigma_2 \pm \sigma_p}{\sigma_1 + \sigma_2} \xrightarrow{\sigma_p=0}$$

$$w_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \xrightarrow{w_1+w_2=1}$$

$$w_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

Δεδομένου ότι $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$ και $w_1 > 0$, εξάγεται αφενός ότι $\sigma_1 + \sigma_2 > \sigma_2$ και αφετέρου ότι $w_1 < 1$. Συμπερασματικά θα ισχύει ότι $0 < w_1 < 1$ και με τον ίδιο τρόπο προκύπτει ότι $0 < w_2 < 1$, δηλαδή το χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου σ_{mV} θα περιέχει πάντοτε θετικές επενδύσεις.

Περίπτωση 3 → Μηδενική Συσχέτιση ($\rho_{12} = 0$)

Στην τρίτη και τελευταία περίπτωση, οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι πλήρως ασυσχέτιστες μεταξύ τους. Η διαδικασία που θα ακολουθήσουμε είναι γνωστή από τη μέχρι τώρα ανάγνωση. Έχουμε λοιπόν:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 + 2w_1(1 - w_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}} \xrightarrow{\rho_{12}=0}$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2}$$

Το ποσοστό του χρεογράφου 1 δίνεται από τις παρακάτω δύο σχέσεις:

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 + \sqrt{\sigma_1^2 \sigma_p^2 - \sigma_1^2 \sigma_2^2 + \sigma_2^2 \sigma_p^2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$w_1' = \frac{\sigma_2^2 - \sqrt{\sigma_1^2 \sigma_p^2 - \sigma_1^2 \sigma_2^2 + \sigma_2^2 \sigma_p^2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

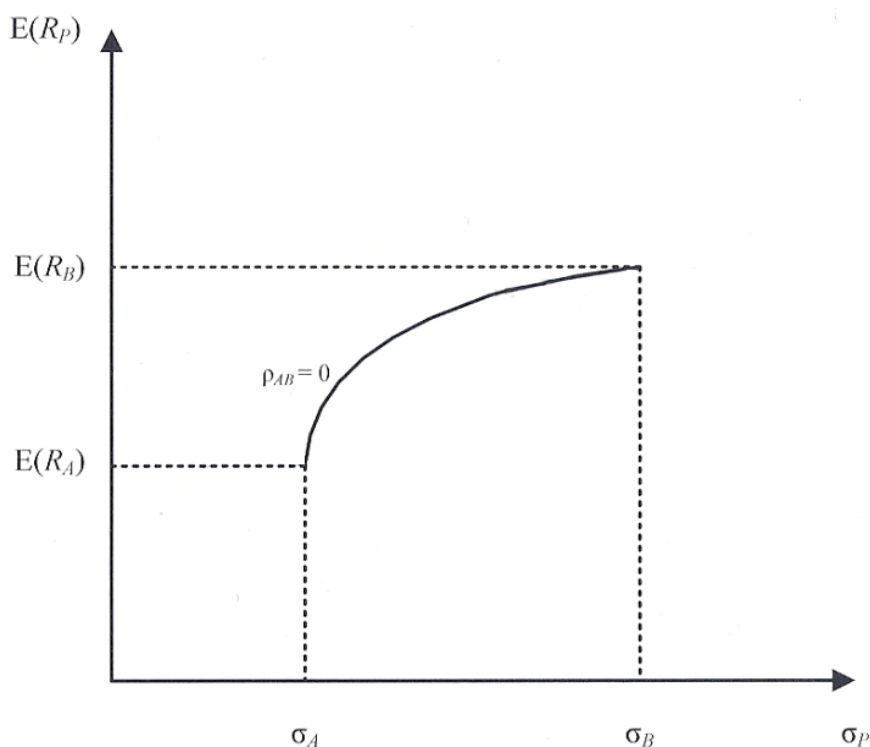
Για την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα ισχύουν οι εξής δύο σχέσεις:

$$E(R_p) = E(R_2) + \frac{\sigma_2^2 + \sqrt{\sigma_1^2 \sigma_p^2 - \sigma_1^2 \sigma_2^2 + \sigma_2^2 \sigma_p^2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} (E(R_1) - E(R_2))$$

$$E(R_p) = E(R_2) + \frac{\sigma_2^2 - \sqrt{\sigma_1^2 \sigma_p^2 - \sigma_1^2 \sigma_2^2 + \sigma_2^2 \sigma_p^2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} (E(R_1) - E(R_2))$$

Οι σχέσεις αυτές παριστάνουν μια παραβολή, η οποία απεικονίζεται στο σχήμα 3.7-3. Η πρώτη σχέση παριστάνει το άνω τμήμα της παραβολής και η δεύτερη σχέση αναπαριστά το κάτω τμήμα της. Τα δύο τμήματα της παραβολής ορίζονται στο διάστημα $[\sigma_{mV}, \sigma_2]$, όπου σ_{mV} το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου.

Στην περίπτωση της μηδενικής συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων δύο χρεογράφων είναι δυνατή η εξάλειψη ενός μέρους του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Ακολουθεί η διαδικασία εύρεσης των w_1 , w_2 και σ_{mV} γι αυτή την περίπτωση.



Σχήμα 3.7-3 Συνάρτηση αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου για χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων, με $\rho=0$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_1} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial [(w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2)^{1/2}]_p}{\partial w_1} = 0 \Rightarrow$$

Όπου μετά από την μερική παραγωγή ως προς w_1 και κάποιες πράξεις προκύπτει το ποσοστό του κεφαλαίου που επενδύεται στο χρεόγραφο 1:

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη σχέση στην $w_2 = 1 - w_1$, προκύπτει το ποσοστό επένδυσης στο χρεόγραφο 2:

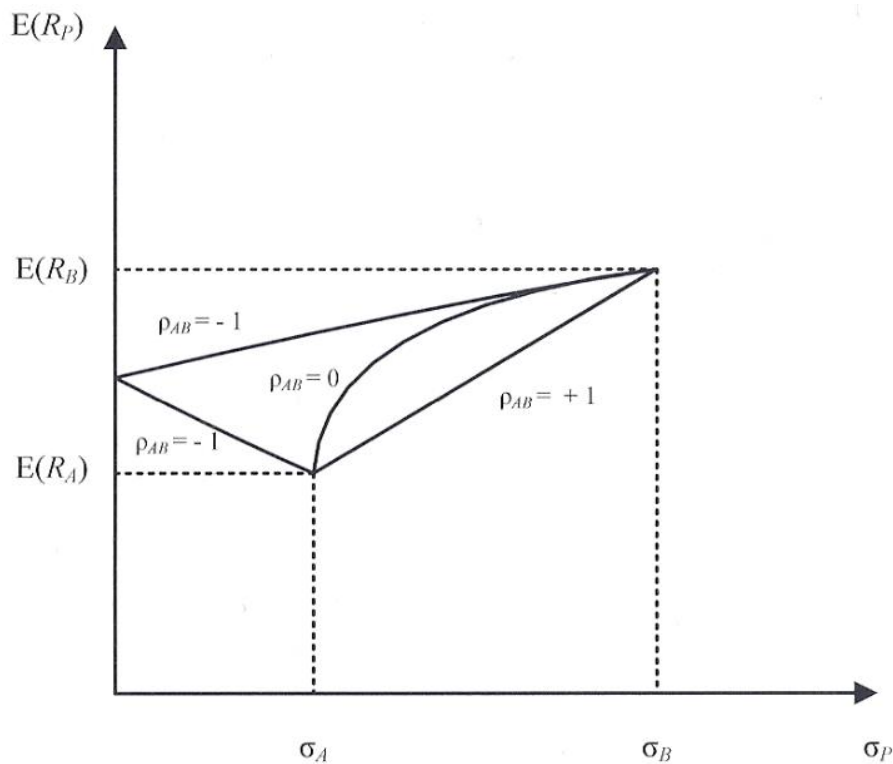
$$w_2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

Αντικαθιστώντας τη νέα σχέση για το w_1 στη σχέση της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου, προκύπτει η τιμή της τυπικής απόκλισης σ_{mV} για το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου:

$$\sigma_{mV} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$$

Ακολουθεί το σχήμα 3.7-4 στο οποίο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που εξήχθησαν όσον αφορά στη μορφή της συνάρτησης αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου, για χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων και για τις διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης ρ_{12} .

Εν κατακλείδι, σε αυτή την παράγραφο κατανοήσαμε τη διαδικασία υπολογισμού της συνάρτησης αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου και τον τρόπο υπολογισμού του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου για διάφορες χαρακτηριστικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης των αποδόσεων δύο χρεογράφων.



Σχήμα 3.7-4 Συνάρτηση απόδοσης-κινδύνου χαρτοφυλακίου δύο χρεογράφων, για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης [1]

Επιπρόσθετα, αποδείξαμε ότι όσο μικρότερη είναι η τιμή του συντελεστή συσχέτισης, *ceteris paribus*, τόσο μεγαλύτερα είναι τα κέρδη που μας αποφέρει η διαφοροποίηση. Συγκεκριμένα στην περίπτωση της τέλει αρνητικής συσχέτισης ($\rho_{12} = -1$), ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σ_{mV} εξαλείφεται. Τέλος, είδαμε ότι οι συνδυασμοί δύο χρεογράφων δεν είναι δυνατόν να έχουν μεγαλύτερο κίνδυνο, από αυτόν της περίπτωσης της τέλει θετικής συσχέτισης ($\rho_{12} = +1$), όπου η συνάρτησή της αναπαρίσταται γραφικά με μια ευθεία γραμμή, η οποία ενώνει τα δύο χρεόγραφα, στο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου.

3.8 Υπολογισμός Αποτελεσματικού Μετώπου

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε τον τρόπο υπολογισμού του αποτελεσματικού μετώπου για χαρτοφυλάκια πολλών χρεογράφων. Σε κάθε σημείο του αποτελεσματικού συνόρου δεν υπάρχει άλλος συνδυασμός, που για την ίδια αναμενόμενη απόδοση, να εμπεριέχει λιγότερο κίνδυνο ή ισοδύναμα για το ίδιο επίπεδο κινδύνου, να έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση. Ήδη από τη μέχρι τώρα ανάγνωση, έγινε κατανοητό σε βάθος, το πώς έχουμε φτάσει στο σημείο, βήμα προς βήμα, να είμαστε έτοιμοι να υπολογίσουμε το αποτελεσματικό μέτωπο με ακρίβεια. Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε τις παραδοχές και τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, καθώς και τον αλγόριθμο επίλυσής του.

Στην περίπτωση που θα υπολογίσουμε το αποτελεσματικό μέτωπο, θα ισχύουν οι εξής δύο παραδοχές:

1. Δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις (*no short selling*).
2. Δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο και έτσι δεν επιτρέπεται ο ενεργητικός ή παθητικός δανεισμός, με το επιτόκιο του ομολόγου (*no riskless lending and borrowing*).

Ας επαναλάβουμε, για λόγους διευκόλυνσης του αναγνώστη, ότι το χαρτοφυλάκιο που περιέχει n το πλήθος χρεόγραφα, με αναμενόμενες αποδόσεις $E(R_1), E(R_2), \dots, E(R_n)$, τυπικές αποκλίσεις $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ και ποσοστά συμμετοχής $w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$ περιγράφεται από τους ακόλουθους τύπους αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_i w_j \sigma_{ij}}$$

Θυμηθείτε ότι το αποτελεσματικό σύνολο (*efficient set*) καθορίζεται από όλους τους συνδυασμούς που ελαχιστοποιούν το ρίσκο, για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης. Έτσι για να υπολογίσουμε ένα οποιοδήποτε σημείο που βρίσκεται πάνω στο αποτελεσματικό μέτωπο, ελαχιστοποιούμε τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, υπό τους περιορισμούς του σταθερού επιπέδου αναμενόμενης απόδοσης χαρτοφυλακίου, της επένδυσης ολόκληρου του κεφαλαίου στο χαρτοφυλάκιο και της ισχύος των παραδοχών, περί μη ύπαρξης ανοικτών πωλήσεων και ακίνδυνου χρεογράφου. Η προηγούμενη πρόταση περιλαμβάνει την παρακάτω μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, του υπολογισμού του αποτελεσματικού μετώπου, ενός χαρτοφυλακίου n χρεογράφων :

$$\text{Ελαχιστοποίηση (Minimize): } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

Υπό τους περιορισμούς (*Subject to*):

$$(1) \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = E(R_p) = \bar{R}_p$$

$$(2) \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$(3) w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n$$

Η παραπάνω διατύπωση αντιστοιχεί στην αυθεντική έκφραση του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης, το οποίο προτάθηκε από τον Markowitz το 1952, όπως είδαμε στο δεύτερο κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας. Η εύρεση του αποτελεσματικού μετώπου είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, όπου στην περίπτωση της μη ύπαρξης του ακίνδυνου χρεογράφου και μη δυνατότητας ανοικτών πωλήσεων, αποτελεί ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Το μαθηματικό αυτό πρόβλημα αποτελεί επίσης ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού (*quadratic programming*), καθώς οι

περιορισμοί είναι γραμμικοί, αλλά η αντικειμενική συνάρτηση περιέχει τους δευτεροβάθμιους όρους w_i^2 και τους όρους $w_i w_j$ (*cross-product terms*) [7]. Παρόλα ταύτα, χάρη στην πρόοδο της τεχνολογίας, υπάρχουν έτοιμα υπολογιστικά πακέτα, διαθέσιμα για την επίλυση αυτού του προβλήματος από ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Ας δούμε τώρα τη δεύτερη έκφραση του προβλήματος του υπολογισμού του αποτελεσματικού μετώπου, με τη χρήση πινάκων. Θυμηθείτε ότι οι τύποι της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου, ενός χαρτοφυλακίου n χρεογράφων, μπορούν να εκφραστούν σε μια απλούστερη και πιο συμπυκνωμένη μορφή κάνοντας χρήση τριών πινάκων. Ο πρώτος πίνακας $E(R)$ περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων και έχει μέγεθος $n \times 1$:

$$E(R) = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix}$$

Ο δεύτερος πίνακας w περιέχει τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο και έχει μέγεθος $n \times 1$:

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}$$

Ο τρίτος πίνακας V μεγέθους $n \times n$ περιέχει τις διακυμάνσεις των χρεογράφων σ_i^2 στη διαγώνιό του, ενώ κάθε στοιχείο εκτός της διαγωνίου αντιστοιχεί στη συνδιακύμανση σ_{ij} των αποδόσεων των χρεογράφων i και j .

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Χρησιμοποιώντας τους πίνακες $E(R)$, w και V , οι γενικοί τύποι αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου του χαρτοφυλακίου μετασχηματίζονται ως εξής:

$$E(R_p) = w^T E(R) = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = w^T V w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}$$

Ας δούμε λοιπόν και τη διατύπωση του προβλήματος με χρήση μητρώων:

$$\text{Ελαχιστοποίηση (Minimize): } \sigma_p^2 = w^T V w$$

Υπό τους περιορισμούς (Subject to):

$$(1) w^T E(R) = E(R_p) = \bar{R}_p$$

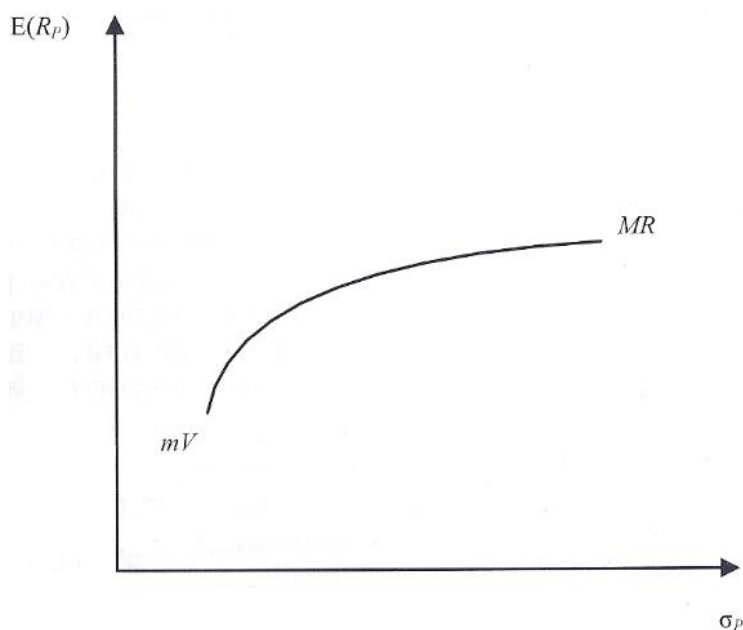
$$(2) \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$(3) w \geq 0$$

Τα σημεία της ελαχιστοποιημένης συνάρτησης του κινδύνου, που ικανοποιούν τους τρεις περιορισμούς, αποτελούν τα σημεία-χαρτοφυλάκια του αποτελεσματικού μετώπου. Ως γνωστόν το αποτελεσματικό μέτωπο είναι μια κοίλη συνάρτηση (*concave function*), η οποία εκτείνεται από το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου (mV), μέχρι και το χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης (MR). Αυτό οφείλεται στους περιορισμούς περί της μη δυνατότητας ανοικτών πωλήσεων και της

απαγόρευσης του δανεισμού χωρίς ρίσκο. Οι λύσεις του μαθηματικού προβλήματος ελαχιστοποίησης που διατυπώσαμε, οδηγούν στο σχεδιασμό της γραφικής παράστασής του (σχήμα 3.8-1).

Αν και μάθαμε πώς να υπολογίζουμε το αποτελεσματικό μέτωπο, θα ήταν χρήσιμο για την καλύτερη κατανόηση των εννοιών και της διαδικασίας, να μπούμε για λίγο στο εσωτερικό του αλγορίθμου και να καταλάβουμε πως πραγματικά δουλεύει. Αρχικά επιλύεται το πρόβλημα της εύρεσης του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου (mV), όπως είδαμε και στην προηγούμενη παράγραφο. Στο βήμα αυτό ελαχιστοποιούμε τον κίνδυνο, ανεξαρτήτως της αναμενόμενης απόδοσης. Το επόμενο βήμα του αλγορίθμου είναι να προσθέσουμε μία μικρή σταθερά στην ελάχιστη απόδοση του αποτελεσματικού συνόρου, η οποία αντιστοιχεί στο χαρτοφυλάκιο (mV) και να την εισάγουμε ως σταθερά στους νέους περιορισμούς. Έπειτα εφαρμόζουμε πάλι ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του κινδύνου, τηρώντας τους περιορισμούς και βρίσκουμε το δεύτερο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου αλλάζουμε την τιμή στην αναμενόμενη απόδοση \bar{R}_p , την οποία κρατάμε σταθερή σε όλο το βήμα, εφαρμόζουμε την ελαχιστοποίηση στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος και λύνουμε το σύστημα με τους περιορισμούς του. Αυτό εφαρμόζεται αναδρομικά στο αποτελεσματικό μέτωπο, μέχρι αυτό να σαρωθεί πλήρως και να προσδιοριστούν όλα τα ενδιάμεσα σημεία, όταν φτάσουμε στο σημείο που αντιστοιχεί στο χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης (MR).



Σχήμα 3.8-1 Προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου [1]

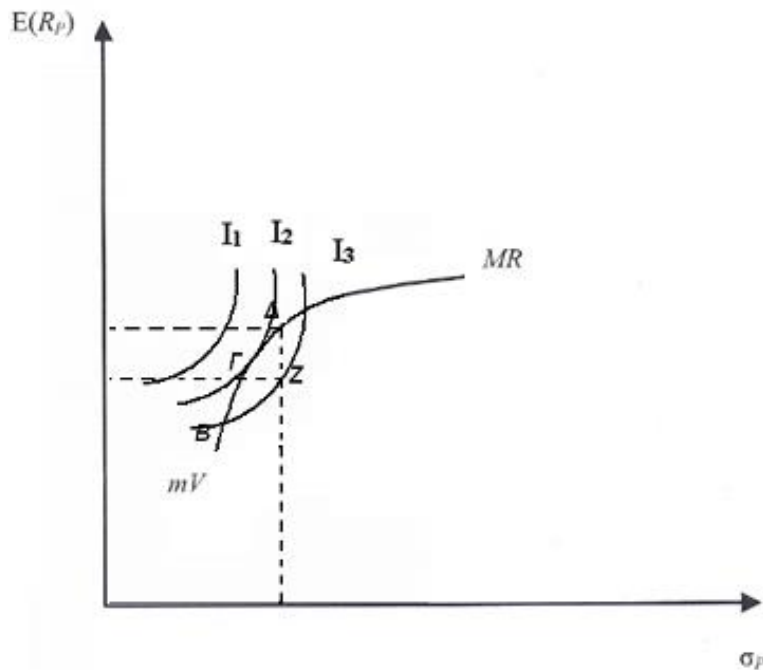
3.9 Επιλογή Βέλτιστου Χαρτοφυλακίου

Αφού υπολογιστεί το αποτελεσματικό μέτωπο και παρασταθεί γραφικά στο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου, εν συνεχεία γίνεται η επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου (*optimal portfolio*) από τον εκάστοτε επενδυτή. Το βέλτιστο ή άριστο χαρτοφυλάκιο προφανώς ανήκει στο σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων και δεν είναι μοναδικό. Διαφέρει από επενδυτή σε επενδυτή, αφού εξαρτάται από τις προτιμήσεις του, ως προς την ανταλλαγή μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, οι οποίες περιλαμβάνονται στη συνάρτηση χρησιμότητάς του. Επομένως, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για ένα επενδυτή, είναι το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο που έχει τη μεγαλύτερη για αυτόν χρησιμότητα.

Επιπλέον, όπως ορίσαμε στις παραγράφους 2.3 και 3.5, η καμπύλη αδιαφορίας (*indifference curve*) απεικονίζει στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου όλα τα σημεία που αντιστοιχούν σ' ένα δεδομένο επίπεδο χρησιμότητας και παριστάνει τους όρους ανταλλαγής μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, που απαιτεί ο κάθε επενδυτής. Οι καμπύλες αδιαφορίας είναι άπειρες και παράλληλες (σχήμα 2.3-2) και όλα τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται σε μια δεδομένη καμπύλη αδιαφορίας, είναι το ίδιο επιθυμητά από τον επενδυτή. Επίσης ο επενδυτής απολαμβάνει μεγαλύτερη χρησιμότητα, επιλέγοντας χαρτοφυλάκια που ανήκουν σε καμπύλες αδιαφορίας που βρίσκονται περισσότερο βορειοδυτικά.

Από τα παραπάνω, εξάγεται ότι οι δύο προϋποθέσεις της εύρεσης του βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι, πρώτον, η μεγιστοποίηση της συνάρτησης της χρησιμότητας του επενδυτή και δεύτερον, η εύρεση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου που τη μεγιστοποιεί. Συμπεραίνουμε ότι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο καθορίζεται από εκείνο το σημείο του αποτελεσματικού μετώπου, με το οποίο εφάπτεται η υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας του επενδυτή, δηλαδή αυτή που βρίσκεται περισσότερο βορειοδυτικά.

Έγινε φανερό, ότι αρκεί να χαράξουμε τις καμπύλες αδιαφορίας του επενδυτή στο ίδιο διάγραμμα, αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου, με αυτό του αποτελεσματικού μετώπου (σχήμα 3.9-1). Παρατηρούμε ότι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο είναι εκείνο το οποίο βρίσκεται στο βορειοδυτικότερο μέρος του αποτελεσματικού μετώπου και εφάπτεται με την καμπύλη αδιαφορίας I_2 , στο σημείο Γ .



Σχήμα 3.9-1 Προσδιορισμός του βέλτιστου χαρτοφυλακίου

Τέλος πρέπει να τονίσουμε ότι το αποτελεσματικό μέτωπο αποτελεί το σύνορο μεταξύ των εφικτών (*attainable*) και μη χαρτοφυλακίων, καθώς κάτω από αυτό τα χαρτοφυλάκια είναι εφικτά αλλά δεν είναι αποτελεσματικά, ενώ πάνω από αυτό, έχουν μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση, αλλά δεν είναι εφικτά.

Οι επενδυτικές επιλογές που ανήκουν επάνω στο αποτελεσματικό μέτωπο παρουσιάζουν τους βέλτιστους συνδυασμούς απόδοσης-κινδύνου, για διαφορετικούς τύπους επενδυτών. Ξεκινώντας από νοτιοδυτικά, κοντά στο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου (*mV*), βρίσκονται τα χαρτοφυλάκια χαμηλού ρίσκου-απόδοσης. Στην περιοχή του σημείου Δ υπάρχουν τα χαρτοφυλάκια μέτριου κινδύνου-απόδοσης. Έπειτα όσο κινούμαστε βορειοανατολικά, προς το χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης (*MR*), συναντάμε συνδυασμούς υψηλότερου κινδύνου και υψηλής απόδοσης.

Εν κατακλείδι υπολογίσαμε και χαρτογραφήσαμε το διάγραμμα του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση όπου το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από n επικίνδυνα χρεόγραφα και δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και η επένδυση στο ακίνδυνο χρεόγραφο. Επίσης υποδείξαμε τον τρόπο επιλογής του βέλτιστου, για τον κάθε επενδυτή, χαρτοφυλακίου, με γνώμονα τη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας που απολαμβάνει από τη συγκεκριμένη επενδυτική επιλογή.

3.10 Εισαγωγή Ακίνδυνου Χρεογράφου

Το ακίνδυνο χρεόγραφο (*risk free asset, security*) αποτελεί μια ειδική περίπτωση χρεογράφου με μια μικρή, αλλά σίγουρη αναμενόμενη απόδοση, αφού όπως καταλαβαίνουμε και από το όνομά του, δεν εμπεριέχει κίνδυνο. Ακίνδυνα χρεόγραφα θεωρούνται τα έντοκα γραμμάτια και τα ομόλογα του δημοσίου και με την αγορά τους, το κράτος διασφαλίζει στον επενδυτή την εξόφληση του συνολικού ποσού μαζί με το κέρδος, κατά την πώλησή τους μετά από μια προκαθορισμένη χρονική διάρκεια. Εν ολίγοις το κράτος δίνει στον επενδυτή μια βέβαιη απόδοση.

Στην περίπτωση που θα υπολογίσουμε το αποτελεσματικό μέτωπο για το υβριδικό χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων και του ακίνδυνου χρεογράφου, θα ισχύουν οι εξής δύο παραδοχές:

1. Δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις (*no short selling*).
2. Στην περίπτωση αυτή, ο επενδυτής είτε δανείζει στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου (*riskless lending*) (για παράδειγμα αγορά ενός εντόκου γραμματίου του δημοσίου), είτε δανείζεται στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου (*riskless borrowing*) (για παράδειγμα πώληση ενός κρατικού ομολόγου).

Έστω χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων A με αναμενόμενη απόδοση $E(R)_A = \bar{R}_A$ και το ακίνδυνο χρεόγραφο με απόδοση R_F . Ο συνδυασμός αυτών των δύο επενδύσεων σε ένα χαρτοφυλάκιο P , με ποσοστά συμμετοχής w και $1 - w$, αντίστοιχα, θα έχει αναμενόμενη απόδοση:

$$E(R)_P = \bar{R}_P = w\bar{R}_A + (1 - w)R_F$$

Ομοίως για την τυπική απόκλιση σ_P της απόδοσης αυτού του χαρτοφυλακίου θα ισχύει:

$$\sigma_P = [w^2\sigma_A^2 + (1 - w)^2\sigma_F^2 + 2w(1 - w)\sigma_A\sigma_F\rho_{AF}]^{1/2} \xrightarrow{\sigma_F=0}$$

$$\sigma_P = [w^2 \sigma_A^2]^{1/2} \Rightarrow$$

$$\sigma_P = w \sigma_A \Rightarrow$$

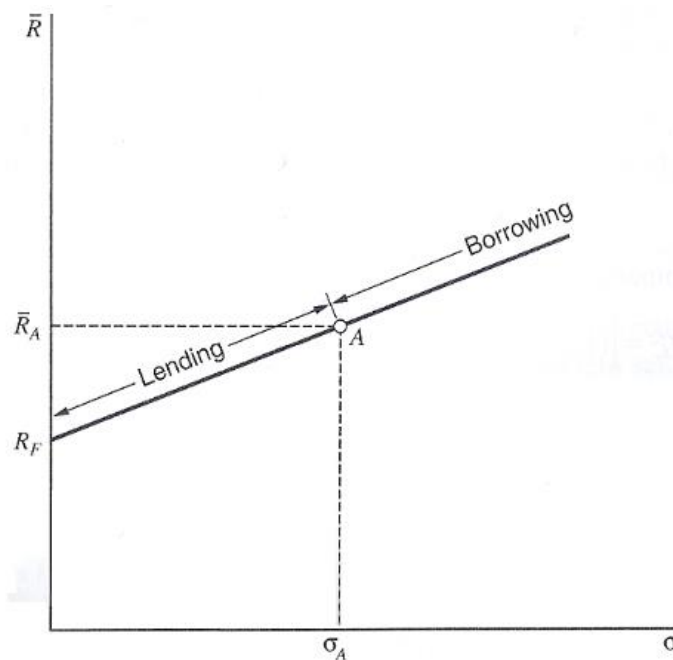
$$w = \frac{\sigma_P}{\sigma_A}$$

Παρατηρούμε ότι ο κίνδυνος σ_P του υβριδικού χαρτοφυλακίου P μειώνεται και είναι ένα ποσοστό w του κινδύνου σ_A του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου A . Με αντικατάσταση του ποσοστού w στην αναμενόμενη απόδοση \bar{R}_P του νέου αυτού χαρτοφυλακίου, προκύπτει:

$$\bar{R}_P = \frac{\sigma_P}{\sigma_A} \bar{R}_A + \left(1 - \frac{\sigma_P}{\sigma_A}\right) R_F \Rightarrow$$

$$\bar{R}_P = R_F + \left(\frac{\bar{R}_A - R_F}{\sigma_A}\right) \sigma_P$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει το αποτελεσματικό μέτωπο, στην περίπτωση κατά την οποία το ακίνδυνο χρεόγραφο εισάγεται στο φάσμα επιλογών του επενδυτή.



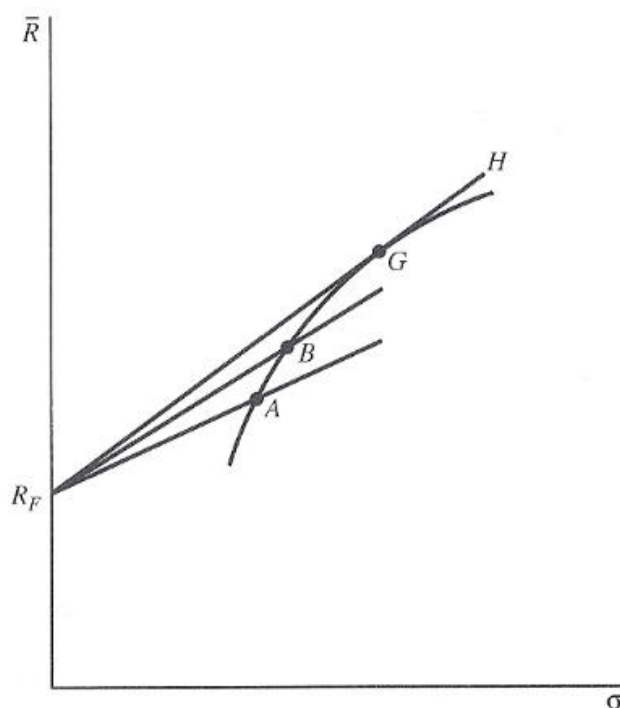
Σχήμα 3.10-1 Το αποτελεσματικό μέτωπο στην περίπτωση της εισαγωγής του ακίνδυνου χρεογράφου [7]

Παρατηρούμε ότι το αποτελεσματικό μέτωπο θα είναι μια ευθεία γραμμή και όχι μια κοίλη καμπύλη, όπως ίσχυε στην περίπτωση του απλού χαρτοφυλακίου, εν τη απουσία του ακίνδυνου χρεογράφου. Η ευθεία του αποτελεσματικού μετώπου τέμνει τον άξονα της απόδοσης στο σημείο $(0, R_F)$ και διέρχεται από το σημείο (σ_A, \bar{R}_A) (σχήμα 3.10-1). Διαφορετικά σημεία πάνω στην ευθεία του μετώπου, αντιπροσωπεύουν διαφορετικούς συνδυασμούς ποσοστών επένδυσης κεφαλαίου στο ακίνδυνο χρεόγραφο και στο χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων A . Στο μέσο της ευθείας βρίσκεται το χαρτοφυλάκιο A και στο τμήμα της ευθείας αριστερά του, βρίσκονται οι συνδυασμοί του χαρτοφυλακίου A και του ακίνδυνου χρεογράφου, όταν ο επενδυτής έχει το ρόλο του δανειστή (*lending*). Αντίθετα, το τμήμα της ευθείας δεξιά του σημείου A , περιέχει τους συνδυασμούς του χαρτοφυλακίου A και του ακίνδυνου χρεογράφου, όταν ο επενδυτής έχει το ρόλο του δανειζόμενου (*borrowing*).

Αρχικά οι επενδυτές πρέπει να επιλέξουν τα χρεόγραφα που αποτελούν το επικίνδυνο κομμάτι του χαρτοφυλακίου και να διαμορφώσουν ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Έπειτα πρέπει να το συνδυάσουν με το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου, επιλέγοντας το βαθμό μόχλευσης που θα χρησιμοποιήσουν, ανάλογα με την προτιμήσεις τους ως προς τον κίνδυνο και να διαμορφώσουν το τελικό υβριδικό χαρτοφυλάκιο που περιέχει ένα ακίνδυνο κομμάτι και ένα που ενέχει κίνδυνο. Αυτό είναι εφικτό μέσω του ενεργητικού ή παθητικού δανεισμού στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου, ο οποίος επιτρέπει τη μόχλευση προς τα πάνω ή προς τα κάτω στην ευθεία του αποτελεσματικού μετώπου. Τα στάδια αυτής της διαδικασίας απεικονίζονται και γραφικά στο σχήμα 3.10-2.

Στο σχήμα αυτό παριστάνεται το αποτελεσματικό μέτωπο του χαρτοφυλακίου επικίνδυνων χρεογράφων A (κοίλη καμπύλη), μαζί με το αποτελεσματικό μέτωπο του υβριδικού χαρτοφυλακίου P (ευθεία γραμμή), για τρεις διαφορετικές κλίσεις της ευθείας. Με βάση το σχήμα αυτό, οι συνδυασμοί της ευθείας $R_F G$, υπερέχουν έναντι των συνδυασμών των ευθειών $R_F B$ και $R_F A$, καθώς για δεδομένο επίπεδο κινδύνου, προσφέρουν υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση. Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για όλους τους επενδυτές, βρίσκεται στο εφαπτομενικό σημείο G των δύο αποτελεσματικών μετώπων. Ένας συντηρητικός επενδυτής, που αποστρέφεται τον κίνδυνο, θα επιλέξει

ένα χαρτοφυλάκιο επάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $R_F - G$, τοποθετώντας ένα σεβαστό μέρος του κεφαλαίου του στο ακίνδυνο χρεόγραφο και το υπόλοιπο στο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων G . Αντίθετα, ένας επενδυτής με μεγαλύτερη ανοχή στον κίνδυνο, θα επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο επάνω στο τμήμα $R_F - H$, δανειζόμενος στο επιτόκιο του ακίνδυνου χρεογράφου και τοποθετώντας τόσο το κεφάλαιο που έχει δανειστεί, όσο και το αρχικό του κεφάλαιο στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων G . Σε κάθε περίπτωση όμως, όλοι οι επενδυτές, ανεξαρτήτως της σχετικής αποστροφής τους προς τον κίνδυνο, θα επιλέξουν να συνδυάσουν το ακίνδυνο χρεόγραφο με το ίδιο ακριβώς χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων, δηλαδή το χαρτοφυλάκιο G .



Σχήμα 3.10-2 Συνδυασμός του ακίνδυνου χρεογράφου με διάφορα χαρτοφυλάκια επικίνδυνων χρεογράφων [7]

Βλέπουμε στην πράξη λοιπόν, τη συνεισφορά του Tobin (παράγραφος 2.3) στη θεωρία μέσου-διακύμανσης του Markowitz, όπου με την εισαγωγή του ακίνδυνου χρεογράφου, τη διατύπωση του θεωρήματος διαχωρισμού (*Tobin's separation theorem*) και την εισαγωγή της έννοιας της μόχλευσης (*leverage*), κατέστη εφικτή η επίτευξη ακόμα καλύτερων συνδυασμών απόδοσης-κινδύνου.

Όπως επισημάνθηκε, η εισαγωγή του ακίνδυνου χρεογράφου στην ανάλυση συνεπάγεται την ύπαρξη ενός χαρτοφυλακίου επικίνδυνων χρεογράφων G , το οποίο θα προτιμάται έναντι όλων των άλλων, από όλους τους επενδυτές, ανεξαρτήτου προφίλ. Ο προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου, στην περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο, βασίζεται στη διαπίστωση ότι η ευθεία που συνδέει το ακίνδυνο χρεόγραφο με το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων, είναι αυτή με τη μέγιστη κλίση (σχήμα 3.10-2). Η κλίση της ευθείας αυτής ισούται με το λόγο της επιπρόσθετης απόδοσης (*excess return*) του χαρτοφυλακίου, δηλαδή της διαφοράς μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου και της απόδοσης του ακίνδυνου χρεογράφου, προς την τυπική του απόκλιση. Η μαθηματική διατύπωση του μαθηματικού προβλήματος μεγιστοποίησης για τον καθορισμό του αποτελεσματικού μετώπου έχει ως εξής:

$$\text{Μεγιστοποίηση (Maximize): } \theta = \frac{\bar{R}_P - R_F}{\sigma_P}$$

Υπό τους περιορισμούς (*Subject to*):

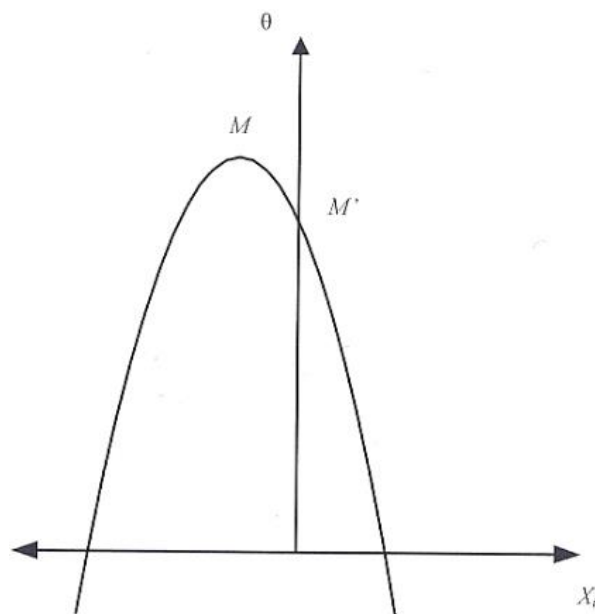
$$(1) \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$(2) w_i \geq 0, \quad \forall i$$

Το παραπάνω πρόβλημα μεγιστοποίησης, υπό τους δύο γραμμικούς περιορισμούς, αν και αρχικά μπορεί να φανεί σαν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, στην πραγματικότητα αποτελεί ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Αυτό οφείλεται στους δευτεροβάθμιους όρους w_i^2 που περιέχει η τυπική απόκλιση, η οποία αποτελεί τον παρονομαστή της αντικειμενικής συνάρτησης (*objective function*). Για την επίλυση του προβλήματος αυτού, γίνεται χρήση αλγορίθμων, οι οποίοι βασίζονται στις συνθήκες Kuhn-Tucker [1]. Η λογική της χρησιμότητας των συνθηκών αυτών έχει να κάνει με το ότι εάν είναι δυνατόν να

βρεθεί μια λύση, η οποία να τις ικανοποιεί, τότε η λύση αυτή θα αντιστοιχεί στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο [1].

Στην περίπτωση που δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις ($w_i \geq 0$), το πρόβλημα που προκύπτει έχει να κάνει με το γεγονός ότι η αντικειμενική συνάρτηση θ μπορεί να λάβει τη μέγιστη τιμή της για τιμές w_i που δεν ανήκουν στο πεδίο ορισμού της ($w_i < 0$). Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.10-3, η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει η αντικειμενική συνάρτηση, δεδομένης της αρχικής συνθήκης $w_i \geq 0$, παριστάνεται από το σημείο M' .



Σχήμα 3.10-3 Μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, για διάφορες τιμές του ποσοστού επένδυσης [7]

Από το σχήμα προκύπτει ότι, όταν η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης παρατηρείται για $w_i = 0$, τότε θα ισχύει $\frac{\partial \theta}{\partial w_i} < 0$, ενώ όταν το μέγιστο θ παρατηρείται για $w_i > 0$, θα ισχύει $\frac{\partial \theta}{\partial w_i} = 0$. Η πρώτη συνθήκη Kuhn-Tucker προκύπτει από τις δύο παραπάνω σχέσεις:

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_i} \leq 0 \text{ για } w_i \geq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_i} + U_i = 0$$

Από την πρώτη συνθήκη προκύπτουν:

$$w_i > 0 \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial w_i} \leq 0 \Rightarrow U_i = 0$$

$$w_i = 0 \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial w_i} < 0 \Rightarrow U_i > 0$$

Οι παραπάνω σχέσεις αποτελούν τη δεύτερη συνθήκη Kuhn-Tucker και ισοδύναμα μπορούν να γραφούν στην παρακάτω μορφή:

$$w_i U_i = 0$$

$$w_i \geq 0$$

$$U_i \geq 0$$

Οποιαδήποτε λύση του συστήματος των τεσσάρων σχέσεων, που απαρτίζουν τις δύο συνθήκες Kuhn-Tucker, θα είναι μια λύση η οποία αντιστοιχεί σε ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο του αποτελεσματικού μετώπου.

3.11 Κριτική του Υποδείγματος Μέσου Διακύμανσης

Σε αυτό το σημείο είναι ουσιώδες να εκτιμήσουμε και να κρίνουμε το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης, όπως αυτό διατυπώθηκε από τον Markowitz, ως σύνολο, ώστε να γνωρίζουμε όσο το δυνατόν περισσότερα, πριν περάσουμε στην εφαρμογή του στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (ΧΑΑ). Τα θετικά του στοιχεία και

η συμβολή του στην εξέλιξη των χρηματοοικονομικών, έχουν αναλυθεί ενδελεχώς μέχρι τώρα και δεν κρίνεται σκόπιμο να επαναληφθούν.

Το εν λόγω χρηματοοικονομικό μοντέλο, παρόλο που εισήγαγε πολύ σημαντικά στοιχεία στον τομέα των επενδύσεων, παρουσιάζει κάποιες ατέλειες και αδυναμίες τόσο στις υποθέσεις του, όσο και στην υπολογιστική εφαρμογή του. Αρχικά, τα στατιστικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια της προσέγγισης μέσου-διακύμανσης δεν έχουν σαφή οικονομική ερμηνεία [1]. Επιπλέον, το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης βρίσκεται σε ισχύ όταν οι επενδυτές επιθυμούν να μεγιστοποιήσουν τις συναρτήσεις αναμενόμενης χρησιμότητας από τις οποίες χαρακτηρίζονται, προτιμούν επενδύσεις οι οποίες σε σχέση με άλλες θα τους αποφέρουν μεγαλύτερο πλούτο, αποστρέφονται τον κίνδυνο και παράλληλα είτε οι συναρτήσεις χρησιμότητας των επενδυτών είναι τετραγωνικής μορφής, είτε οι αποδόσεις των χρεογράφων ακολουθούν την κανονική κατανομή [1]. Το πρόβλημα του υποδείγματος του Markowitz εντοπίζεται κυρίως στις τελευταίες δύο υποθέσεις.

Ο Ogryczak [21] και οι Bouri et al. [20] θεωρούν ότι η υπόθεση περί της τετραγωνικής μορφής των συναρτήσεων χρησιμότητας, δεν είναι σύμφωνη με τα αξιωματικά υποδείγματα της σύγχρονης οικονομικής θεωρίας, σε σχέση με την έκφραση προτιμήσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας και δεν ισχύει σαν υπόθεση, αν δεν τεθούν κάποιες προϋποθέσεις. Επιπρόσθετα, οι Konno και Yamazaki [19] αναφέρουν ότι η υπόθεση περί της κανονικότητας των αποδόσεων των χρεογράφων δεν έχει επιβεβαιωθεί ποτέ. Για του λόγου το αληθές σύμφωνα με κάποιους εμπειρικούς ελέγχους, για παράδειγμα των Cloquette et al. [29], οι αποδόσεις των μετοχών, όχι μόνο δεν κατανέμονται κανονικά, αλλά η κατανομή που ακολουθούν δεν είναι καν συμμετρική.

Σύμφωνα με αυτό το εύρημα, η τυπική απόκλιση των αποδόσεων των μετοχών καθίσταται ένα λιγότερο κατάλληλο μέτρο κινδύνου. Ο τρόπος που ένας επενδυτής αντιλαμβάνεται τον κίνδυνο, δε συνδέεται σε καμία περίπτωση με την έννοια της συμμετρίας γύρω από μια μέση τιμή, καθώς η πιθανότητα πραγματοποίησης μη κανονικών κερδών είναι επιθυμητή, ενώ αντίθετα η πιθανότητα πραγματοποίησης μη κανονικών ζημιών είναι απευκταία [1]. Οι Konno et al. [26] προτείνουν στη βάση αυτή, την εξέταση της τρίτης τάξης ροπής της απόδοσης (λόξωσης). Ο ορθολογικός επενδυτής προτιμά χαρτοφυλάκια με τη μέγιστη δυνατή θετική λόξωση, δηλαδή χαρτοφυλάκια με τη μεγαλύτερη πιθανότητα πραγματοποίησης υψηλών αποδόσεων, για δεδομένα επίπεδα απόδοσης-κινδύνου.

Όπως περιγράψαμε στην ανάλυση του τρίτου κεφαλαίου, όσον αφορά στον υπολογισμό του αποτελεσματικού μετώπου, μέσω της θεωρίας του Markowitz, το πρόβλημα αυτό μοντελοποιείται στη βάση του τετραγωνικού προγραμματισμού. Η χρήση της διακύμανσης των αποδόσεων των χρεογράφων και του χαρτοφυλακίου, ως στατιστικό μέτρο ποσοτικοποίησης του κινδύνου, οδηγεί σε μη-γραμμικό μοντέλο. Η επίλυση ενός γραμμικού μοντέλου είναι αρκετά πιο απλή και σύντομη, ενώ όταν το μοντέλο ανάγεται σε ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού, τότε αυξάνεται εκθετικά η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου επίλυσης του προβλήματος. Στη βάση αυτή, πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει, μέσω των δημοσιεύσεών τους, την εισαγωγή εναλλακτικών στατιστικών μέτρων ποσοτικοποίησης του κινδύνου, ώστε να μειωθεί το περιττό υπολογιστικό κόστος. Συγκεκριμένα οι Konno και Yamazaki [19], ο Ogryczak [21], οι Feinstein και Thapa [22] και οι Mansini et al. [23], [24] έκαναν έρευνα στο πεδίο της βελτιστοποίησης της επιλογής χαρτοφυλακίου και ειδικότερα, στην εισαγωγή καινούριων μεγεθών αποτίμησης του κινδύνου. Ένα καινοτόμο αποτέλεσμα αυτών των ερευνών είναι η πρόταση για αντικατάσταση της διακύμανσης των αποδόσεων των χρεογράφων από τη μέση απόλυτη απόκλιση (*mean absolute deviation-MAD*) αυτών. Έτσι το μη-γραμμικό πρόβλημα γραμμικοποιείται και λύνεται γρήγορα με γραμμικό προγραμματισμό (*linear programming*).

Οι υπολογιστικές δυσκολίες κατά την επίλυση προβλημάτων επιλογής χαρτοφυλακίου, με το κλασικό υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης, μεγεθύνονται αρκετά, όταν το μέγεθος του χαρτοφυλακίου είναι μεγάλο. Ο αλγόριθμος που πρότεινε ο Perold [27] το 1984 μπορούσε να επιλύσει προβλήματα με 500 χρεόγραφα σε πραγματικό χρόνο, ενώ το 2006 ο αλγόριθμος των Steuer et al. [28] ήταν σε θέση να επιλύσει προβλήματα των 800 και 1000 χρεογράφων, σε 11.4 και 18.5 λεπτά, αντίστοιχα. Καθώς οι χρόνοι αυτοί αναφέρονται στη μονοκριτηριακή προσέγγιση του προβλήματος και καθώς συχνά ο αριθμός των εξεταζόμενων χρεογράφων κατά τη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να ξεπερνά ακόμα και τις 3000 [25], γίνεται σαφές ότι ο δρόμος που πρέπει ακόμα να διανυθεί, είναι αρκετά μακρύς [1].

Τέλος, όπως αναλύσαμε στο παρόν κεφάλαιο, ο προσδιορισμός ενός αποτελεσματικού μετώπου προϋποθέτει τον υπολογισμό ενός συνόλου χαρτοφυλακίων, για τον οποίο απαιτείται ένας αρκετά μεγάλος όγκος δεδομένων. Τα απαιτούμενα δεδομένα για τα χρεόγραφα αφορούν στις αναμενόμενες αποδόσεις, τις τυπικές αποκλίσεις και τα στοιχεία του πίνακα συσχετίσεων. Για ένα χαρτοφυλάκιο n χρεογράφων, το πλήθος των συντελεστών συσχέτισης που πρέπει να υπολογιστούν

είναι της τάξης του $n(n - 1)/2$. Αν αναλογιστούμε ότι στην πράξη οι περισσότερες εταιρείες διαχείρισης χαρτοφυλακίου διατηρούν χαρτοφυλάκια 150 έως 250 μετοχικών χρεογράφων [7], αποδεικνύεται ότι θα πρέπει σε σταθερή βάση να υπολογίζεται ένα σύνολο 11.175 έως 31.125 συντελεστών συσχέτισης. Αυτή η διαδικασία είναι υπολογιστικά επώδυνη και τεχνικά μη ρεαλιστική.

Κεφάλαιο 4^ο

Παρουσίαση των Μετοχών προς Μελέτη

4.1 Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών

Ως χρηματιστήριο εννοούμε την οργανωμένη και αναγνωρισμένη από το κράτος αγορά, όπου «συναντώνται» οι ενδιαφερόμενοι για τη διενέργεια αγοραπωλησιών κινητών αξιών, όπως μερίδια κεφαλαίου ανωνύμων εταιρειών (μετοχών), τραπεζικών, κρατικών ή άλλων ομολόγων και άλλων επενδυτικών διαπραγματεύσιμων προϊόντων. Ο οικονομικός θεσμός του χρηματιστηρίου αποτελεί μια ιδιόμορφη αγορά, με την έννοια της ταυτόχρονης συνάντησης της προσφοράς και της ζήτησης και δημιουργήθηκε λόγω της επιδίωξης για την εξεύρεση βραχυπρόθεσμων και κυρίως μακροπρόθεσμων κεφαλαίων, αλλά και λόγω της τάσης για κερδοσκοπία.

Στο χρηματιστήριο διαμορφώνονται ελεύθερα οι τιμές των χρηματοπιστωτικών αγαθών με βάση το θεμελιώδη νόμο της προσφοράς και της ζήτησης και με αυτό τον τρόπο περιορίζεται ο κίνδυνος δημιουργίας τεχνητών τιμών. Το χρηματιστήριο όχι μόνο δίνει την ευκαιρία στις εισηγμένες σε αυτό επιχειρήσεις να αντλήσουν κεφάλαια, αλλά δίνει και τη δυνατότητα στους επενδυτές να διαθέσουν το κεφάλαιό τους σε τίτλους με την προσδοκία κέρδους, συμβάλλοντας έτσι στην τόνωση της οικονομίας. Η οργανωμένη μορφή τους οφείλεται:

- Στην ταχύτητα διενέργειας των συναλλαγών
- Στην αμεσότητά τους
- Στην καθαρότητα των συναλλαγών
- Στη δημοσιότητα των συναλλαγών, αφού είναι διαθέσιμα στο ευρύ κοινό και ανά πάσα στιγμή όλα τα χαρακτηριστικά των συναλλαγών (προσφορά, ζήτηση, ποσότητα και αξία)

Η κατηγορία χρηματιστηρίου που θα εξετάσουμε είναι η χρηματοπιστωτική αγορά και πιο συγκεκριμένα το χρηματιστήριο αξιών. Το πρώτο χρηματιστήριο αξιών ιδρύθηκε στη Φλάνδρα, πιθανότατα στην Αμβέρσα, δηλαδή το σημερινό Βέλγιο, το 1460. Ο θεσμός διαδόθηκε γρήγορα στην περιοχή και το 1602 εισήχθη στο χρηματιστήριο του Άμστερνταμ η πρώτη πολυμετοχική εταιρεία, η ολλανδική Εταιρεία των Ανατολικών Ινδιών. Σήμερα τα χρηματιστήρια είναι ένας απαραίτητος θεσμός για το καπιταλιστικό οικονομικό σύστημα. Στις πλούσιες οικονομίες του κόσμου συναντάμε και τις πιο ανεπτυγμένες κεφαλαιαγορές, οι οποίες βασίζονται σε ένα χρηματιστήριο αξιών, όπως το χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης, του Λονδίνου, του Παρισιού και της Φρανκφούρτης.

Στην Ελλάδα το χρηματιστήριο δεν έχει τόσο μακρόχρονη ιστορία. Το Χρηματιστήριο Αθηνών ιδρύθηκε το 1876, ως κανονιστικά αυτόνομος δημόσιος φορέας και μετετράπη το 1918 σε Νομικό Πρόσωπο Δημοσίου Δικαίου. Όσο η ελληνική οικονομία όμως είχε μαζικό κρατικό έλεγχο και το τραπεζικό σύστημα ήταν μη ανταγωνιστικό, το χρηματιστήριο απευθυνόταν μόνο σε λίγες σχετικά μικρές εταιρείες και σε περιορισμένους επενδυτές. Το πρώτο ηλεκτρονικό σύστημα συναλλαγών (ΑΣΗΣ) ξεκίνησε τη λειτουργία του το 1991, αντικαθιστώντας τη μέθοδο εκφώνησης – αντιφώνησης (*open outcry*). Το χρηματιστήριο έγινε μαζικά γνωστό και αγαπητό τη δεκαετία του 1990, καθώς το ελληνικό τραπεζικό σύστημα άρχισε να απελευθερώνεται, μεγάλες τράπεζες ιδιωτικοποιήθηκαν και τα επιτόκια άρχισαν να πέφτουν, στον δρόμο προς την «Οικονομική και Νομισματική Ένωση (ΟΝΕ)». Μετοχοποιήσεις μεγάλων δημόσιων εταιρειών όπως ο ΟΤΕ και αρκετά αργότερα η ΔΕΗ, βοήθησαν στο να διαδοθεί η κατοχή μετοχών στους Έλληνες. Ο εκσυγχρονισμός της κεφαλαιαγοράς άρχισε το 1995, με την μετατροπή του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (ΧΑΑ) σε ανώνυμη εταιρεία, με μοναδικό μέτοχο το Ελληνικό Δημόσιο. Το 1997 το 39,67% του μετοχικού κεφαλαίου του ΧΑΑ διατέθηκε με ιδιωτική τοποθέτηση σε επιλεγμένους επενδυτές, καθώς και ένα επιπλέον 12% την επόμενη χρονιά. Το 1999 ξεκίνησαν την λειτουργία τους το Χρηματιστήριο Παραγώγων Αθηνών και η ΕΤΕΣΕΠ και τέθηκε σε λειτουργία το ηλεκτρονικό σύστημα συναλλαγών ΟΑΣΗΣ, αντικαθιστώντας το ΑΣΗΣ. Κατά το τέλος της δεκαετίας το χρηματιστήριο είχε περίπου 1,5 εκατομμύρια ενεργούς μετόχους οι οποίοι έψαχναν για πιο αποδοτικές επενδύσεις από τα πενιχρά επιτόκια καταθέσεων και τα ελάχιστα άλλα επενδυτικά εργαλεία.

Η μεγάλη πτώση του χρηματιστηρίου από το 1999 μέχρι το 2003 ονομάστηκε «Χρηματιστηριακό κραχ του 1999», το οποίο σημάδεψε τις ζωές πολλών ελληνικών οικογενειών και επηρέασε σχεδόν ολόκληρη την οικονομική πορεία της Ελλάδας. Ο αριθμός των ενεργών επενδυτών σε μετοχές εταιρειών του χρηματιστηρίου μειώθηκε σημαντικά, λόγω της πτώσης των τιμών και τη συνακόλουθη μείωση του ενθουσιασμού. Αυτή η αρκετά μεγάλη πτώση του γενικού δείκτη ήταν παράλληλη με την πτώση τιμών στα περισσότερα δυτικά χρηματιστήρια, που ακολούθησε την "φούσκα" των μετοχών υψηλής τεχνολογίας. Στην Ελλάδα όμως, λόγω της μεγάλης απειρίας των μετόχων και του "τυχοδιωκτικού" χαρακτήρα των περισσότερων επενδυτών, η πτώση έγινε πιο αισθητή ψυχολογικά. Οι επιπτώσεις στην πραγματική οικονομία όμως παρέμειναν πολύ περιορισμένες. Το τελευταίο χρονικό διάστημα έχουμε πάλι μια δυνατή άνοδο στο ΧΑΑ. Κυρίως δύναμη αυτή την φορά φαίνονται να είναι ξένα επενδυτικά κεφάλαια που βλέπουν προοπτικές δυνατής ανόδου, κυρίως στις επιχειρήσεις που έχουν κάποια ανάμιξη σε βαλκανικά κράτη.

Το «Χρηματιστήριο Αθηνών Α.Ε. (ΧΑ)» (*Athens Stock Exchange* ή *ASE* ή *ATHEX*) εδρεύει στην Αθήνα και ως εταιρεία προέκυψε από τη συγχώνευση των ανωνύμων εταιρειών «Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών Α.Ε.» και «Χρηματιστήριο Παραγώγων Αθηνών Α.Ε.», θυγατρικών της ΕΧΑΕ, το Σεπτέμβριο του 2002. Σήμερα η «Ελληνικά Χρηματιστήρια – Χρηματιστήριο Αθηνών Α.Ε. Συμμετοχών (ΕΧΑΕ)» είναι ο όμιλος εταιρειών που υποστηρίζουν την οργάνωση και λειτουργία της ελληνικής κεφαλαιαγοράς. Ο «Όμιλος Ελληνικά Χρηματιστήρια» (*Hellenic Exchanges Group*) και οι θυγατρικές του λειτουργούν τις οργανωμένες αγορές αξιών και παραγώγων, διενεργούν την εκκαθάριση και το διακανονισμό των συναλλαγών, προμηθεύουν με ολοκληρωμένες λύσεις πληροφορικής την ελληνική κεφαλαιαγορά και προωθούν την ανάπτυξη της χρηματιστηριακής παιδείας στη χώρα μας [30]. Σήμερα το ΧΑ αποτελείται από την Αγορά Αξιών, την Αγορά Παραγώγων και από έναν πολυμερή μηχανισμό διαπραγμάτευσης (ΠΜΔ), την Εναλλακτική Αγορά.

Η Αγορά Αξιών είναι μια οργανωμένη αγορά, η οποία λειτουργεί από το 2002 με διαχειριστή αγοράς την εταιρεία «Χρηματιστήριο Αθηνών Α.Ε.» (ΧΑ) και επόπτη την Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς. Το 2003 το Ελληνικό Δημόσιο αποχώρησε εντελώς από την ΕΧΑΕ, ενώ το ΧΑ μεταβίβασε τις εναπομείνουσες εποπτικές αρμοδιότητές του στην Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς. Στην Αγορά Αξιών διαπραγματεύονται μετοχές, δικαιώματα απόκτησης μετοχών, τίτλοι σταθερού εισοδήματος (ομόλογα), μερίδια

διαπραγματεύσιμων αμοιβαίων κεφαλαίων και σύνθετα χρηματοοικονομικά προϊόντα. Όλες οι κινητές αξίες που έχουν εισαχθεί στο Χρηματιστήριο Αθηνών έχουν ως μονάδα διαπραγμάτευσης το ένα τεμάχιο. Στο δεύτερο αυτό κομμάτι της παρούσας διπλωματική εργασίας θα μας απασχολήσουν μόνο οι μετοχές και τα κρατικά ομόλογα.

Οι μετοχές είναι τα χρηματοπιστωτικά μέσα που ενσωματώνουν περιουσιακά και διοικητικά δικαιώματα και διακρίνονται σε κοινές και προνομιούχες. Τα κυριότερα οικονομικά χαρακτηριστικά τους είναι η έλλειψη οποιασδήποτε ημερομηνίας λήξης και η έλλειψη αναφοράς (τουλάχιστον όσον αφορά τις κοινές ονομαστικές μετοχές) σε οποιοδήποτε προκαθορισμένο ποσοστό απόδοσης. Οι κάτοχοι μετοχών έχουν το δικαίωμα να συμμετέχουν στην εκλογή του διοικητικού συμβουλίου της εταιρείας, στην είσπραξη μερισμάτων (εφόσον υπάρχουν) και στην ψήφο για οποιαδήποτε σημαντική αλλαγή προτείνεται στην ανώνυμη εταιρεία. Οι μετοχές που είναι εισηγμένες στην Αγορά Αξιών του ΧΑΑ διακρίνονται σε κατηγορίες με βάση συγκεκριμένα κριτήρια και περιπτώσεις, όπως το μέγεθος της κεφαλαιοποίησής τους, η διασπορά τους, η εμπορευσιμότητά τους και η επιτήρησή τους. Σήμερα υπάρχουν 279 μετοχές που διαπραγματεύονται στο ΧΑΑ, σύμφωνα με τη βάση δεδομένων Thomson One Banker. Οι μετοχές αυτές είναι δυνατόν να κατατάσσονται σε έναν ή περισσότερους χρηματιστηριακούς δείκτες.

Οι χρηματιστηριακοί δείκτες διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με τον τρόπο κατασκευής τους:

1. Στους χρηματιστηριακούς δείκτες οι οποίοι είναι απλοί αριθμητικοί μέσοι όροι των τιμών των μετοχών που συμμετέχουν στη σύνθεσή τους.
2. Στους χρηματιστηριακούς δείκτες οι οποίοι είναι σταθμικοί μέσοι όροι των τιμών των μετοχών που συμμετέχουν στη σύνθεσή τους, με συντελεστές στάθμισης την κεφαλαιοποίηση της κάθε μετοχής.

Σύμφωνα με τον ιστότοπο του Ομίλου Ελληνικών Χρηματιστηρίων [30], οι χρηματιστηριακοί δείκτες της αγοράς μετοχών του ΧΑΑ χωρίζονται στις πέντε παρακάτω κατηγορίες:

1. Δείκτες Αγοράς

Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν δείκτες που περιλαμβάνουν όλες τις μετοχές που γίνονται αντικείμενο διαπραγμάτευσης σε μια συγκεκριμένη αγορά, ή τουλάχιστον ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα τους. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει το Γενικό Δείκτη, τον Δείκτη Όλων των Μετοχών, τον Δείκτη Τιμών Μεσαίας και Μικρής Κεφαλαιοποίησης και τον Δείκτη Τιμών Εναλλακτικής Αγοράς.

2. Δείκτες Αναφοράς

Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν δείκτες που περιλαμβάνουν μετοχές που έχουν παρόμοια κεφαλαιοποίηση. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει τον FTSE/XA Large Cap, τον FTSE/XA Mid Cap, τον FTSE/XA Mid & Small Cap Θεμελιωδών Μεγεθών, τον FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης, τον FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης Plus, τον FTSE/XA – Χ.Α.Κ. Τραπεζικό Δείκτη και τον FTSE/XA Δείκτη Αγοράς.

3. Δείκτες Συνεργασίας

Σε αυτή την κατηγορία περιλαμβάνεται μόνο ο Ελληνικός Δείκτης Mid & Small Cap.

4. Δείκτες Συνολικής Απόδοσης

Σε αυτή την κατηγορία συμμετέχει ο Δείκτης Συνολικής Απόδοσης Γενικού Δείκτη, ο FTSE/XA Large Cap Net Σ.Α., ο FTSE/XA Large Cap Σ.Α. και ο FTSE/XA Mid Cap Σ.Α. Οι δείκτες αυτοί είναι όμοιοι με τους αντίστοιχούς τους από την άλλη κατηγορία, με τη μόνη διαφορά ότι κάθε φορά που μια μετοχή καταβάλλει μέρισμα, ο δείκτης προσαρμόζεται για να συμπεριλάβει την αξία του μερίσματος. Έτσι οι δείκτες αυτής της κατηγορίας δείχνουν με ακριβέστερο τρόπο τη συνολική απόδοση από την επένδυση σε ένα χαρτοφυλάκιο του δείκτη, απεικονίζοντας όχι μόνο τα κεφαλαιακά κέρδη, αλλά και το εισόδημα που καταβάλλεται περιοδικά από τις μετοχές, καθώς και την επανεπένδυση αυτών των μερισμάτων σε μετοχές του δείκτη, σε ίδια ποσοστά με τη σύνθεσή του.

5. Κλαδικοί Δείκτες

Σε αυτή την κατηγορία δεικτών ανήκουν εκείνοι που περιλαμβάνουν μετοχές, οι οποίες ανήκουν στον ίδιο κλάδο της οικονομίας. Οι δείκτες (FTSE/XA) που περιέχονται σε αυτή την κατηγορία είναι οι εξής: Ακίνητης Περιουσίας, Βιομηχανικά

Προϊόντα & Υπηρεσίες, Εμπόριο, Κατασκευές & Υλικά, Υπηρεσίες Κοινής Οφέλειας, Μέσα Ενημέρωσης, Πετρέλαιο & Αέριο, Προσωπικά & Οικιακά Προϊόντα, Πρώτες Ύλες, Ταξίδια & Αναψυχή, Τηλεπικοινωνίες, Τρόφιμα & Ποτά, Τράπεζες, Τεχνολογία, Υγεία, Χημικά και Χρηματοοικονομικές Υπηρεσίες.

4.2 Παρουσίαση των μετοχών που επιλέχθηκαν

Η εφαρμογή του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης σε χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από μετοχές του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών, έχει ως προϋπόθεση την επιλογή του πεδίου-υποσυνόλου του ΧΑΑ, το οποίο θα μελετηθεί και θα δοθεί ως είσοδος (*input*) στο μοντέλο. Σε τούτη την παράγραφο θα παρουσιαστεί ο δείκτης που επιλέξαμε και οι μετοχές οι οποίες ανήκουν σε αυτόν και κρίθηκαν ως οι καταλληλότερες για τη σύσταση του χαρτοφυλακίου, το οποίο θα μελετήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο.

Πολύτιμος αρωγός σε αυτό το σκέλος της διπλωματικής εργασίας ήταν η δημοσίευση των Διδασκτόρων Παναγιώτη Ι. Ξυδώνα και Γιώργου Α. Σαββάκη, με τίτλο “Εξαγωγικές μετοχές: Το «άριστο» χαρτοφυλάκιο”, στον ιστότοπο της βιβλιογραφικής πηγής [32]. Το άρθρο αυτό δημοσιεύτηκε στις 14/11/2013, κατά τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας και αποτελεί μια επίκαιρη και αξιόλογη ανάλυση δεδομένων (*up to date data analysis*). Τμήμα αυτής της σημαντικής δημοσίευσης θα αναδημοσιευτεί σε αυτή την παράγραφο, για την καλύτερη κατανόηση από τον αναγνώστη του τρόπου που επιλέξαμε το χρηματιστηριακό δείκτη και τις μετοχές του ΧΑΑ, των οποίων το χαρτοφυλάκιο θα βελτιστοποιήσουμε, σύμφωνα με το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης.

Οι εξαγωγές θα μπορούσαν να αποτελέσουν στρατηγικό πυλώνα και επιλογή της ελληνικής οικονομίας στην προσπάθειά της να παράγει ένα διαφορετικό μοντέλο ανάπτυξης, μετά την πλήρη κατάρρευση του υπάρχοντος οικονομικού υποδείγματος. Υπό το πρίσμα αυτό, την τελευταία τριετία, οι εξαγωγικές εταιρείες αποτελούν ίσως τον πιο αναπτυσσόμενο, αλλά και τον πιο προβεβλημένο κλάδο εισηγμένων εταιρειών, λόγω της βίαιης αναπροσαρμογής που επέφερε η οικονομική ύφεση. Η δημιουργία του δείκτη FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης, αλλά και του δείκτη

FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης Plus στα τέλη Οκτωβρίου του 2012 ήρθε να καλύψει αυτό ακριβώς το κενό, παρέχοντας ένα ακόμα εργαλείο στους επενδυτές, φιλτράροντας τις μετοχές με τον χαμηλότερο κίνδυνο χώρας (*country risk*). Οι εταιρείες που περιλαμβάνονται στον δείκτη πραγματοποιούν στις αγορές του εξωτερικού ποσοστό μεγαλύτερο του 20% των πωλήσεών τους και σε πολλές περιπτώσεις άνω του 70%, βάσει του μέσου όρου των τελευταίων χρήσεων. Από τη μία πλευρά, σε αυτές τις εταιρείες συγκαταλέγονται παραδοσιακές εξαγωγικές δυνάμεις της αγοράς, όπως η Coca Cola, ο ΟΤΕ, ο Τιτάν, η Folli Follie, τα Σωληνουργεία Κορίνθου και άλλες, αλλά και μια νέα γενιά έντονα εξαγωγικών επιχειρήσεων, όπως τα Πλαστικά Κρήτης, τα Πλαστικά Θράκης, ο Ικτίνος, η Έλτον Χημικά και άλλες. Στον δείκτη FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης περιλαμβάνονται συνολικά 61 εταιρείες, με χρηματιστηριακή αξία που ξεπερνά τα 7.8 δισεκατομμύρια ευρώ.

Στο άρθρο της βιβλιογραφικής πηγής [32], αξιοποιώντας εξειδικευμένες μαθηματικές τεχνικές της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου, οι συγγραφείς επιχειρούν να κατασκευάσουν το κατά Markowitz προσαρμοσμένο άριστο χαρτοφυλάκιο εξαγωγικών μετοχών του Χρηματιστηρίου Αθηνών, στη βάση ενός ετήσιου momentum ανάλυσης, με μεγιστοποίηση της κανονικοποιημένης κινδύνου ιστορικής απόδοσης (*risk-adjusted return*) αυτού. Στην πρώτη φάση της δημιουργίας του άριστου χαρτοφυλακίου εξαγωγικών μετοχών του ΧΑ πραγματοποιείται ένα αρχικό φιλτράρισμα των 61 εταιρειών που συμμετέχουν στον FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης. Το φίλτρο βασίζεται στο κρίσιμο στοιχείο της μέσης ημερήσιας αξίας συναλλαγών, σε συνδυασμό με τη συνολική κεφαλαιοποίηση της εισηγμένης.

Ειδικότερα, οι συγγραφείς εξετάζουν τις μέσες ημερήσιες συναλλακτικές δραστηριότητες για τις 61 μετοχές βάσει των ημερήσιων συναλλαγών, σε ορίζοντα ενός έτους, και θέτουν ως όριο για τη συμμετοχή στο χαρτοφυλάκιο τίτλους που κατά μέσο όρο ξεπερνούν τις 15,000 ευρώ. Με τον τρόπο αυτό περιορίζουν την πιθανότητα εγκλωβισμού σε μετοχές με μικρή εμπορευσιμότητα, κάτι που δυνητικά μπορεί να προκαλέσει υψηλή μεταβλητότητα στο χαρτοφυλάκιο. Η δεύτερη συνθήκη που τέθηκε στη δημοσίευση έχει να κάνει με το ότι η κεφαλαιοποίηση της εισηγμένης εταιρείας θα πρέπει να ξεπερνά τα 25 εκατομμύρια ευρώ.

Στον πίνακα 4.2-1 παρουσιάζεται το σύνολο των μετοχών, του FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης, που πέρασαν επιτυχώς τα φίλτρα της πρώτης φάσης επιλογής και έλαβαν στη συνέχεια μέρος στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Το

πλήθος των μετοχών αυτών ανέρχεται σε 32. Για κάθε μία έχουν υπολογιστεί οι ετησιοποιημένες αριθμητικές αποδόσεις και μεταβλητότητες, αλλά και οι υποκείμενες ασυμμετρίες των χρονοσειρών. Οι συγγραφείς επισημαίνουν ότι σε όλη την υποκείμενη ποσοτική επεξεργασία χρησιμοποιήθηκαν ως είσοδοι ημερήσιες χρονοσειρές τιμών των μετοχών, ορίζοντα ενός έτους, για το διάστημα από τις 26 Οκτωβρίου 2012 έως τις 25 Οκτωβρίου 2013, οπότε και δημιουργήθηκε ο δείκτης FTSE/ΧΑ Διεθνούς Δραστηριοποίησης.

α/α	Μετοχή	Annualized Return (ετησιοποιημένη απόδοση)	Annualized Volatility (ετησιοποιημένη μεταβλητότητα)	Skewness
1	ΟΤΕ	20.57%	22.85%	-0.25
2	ΜΥΤΙΛ	12.27%	24.17%	-0.13
3	ΦΦΓΚΡΠ	15.88%	16.02%	0.54
4	ΜΟΗ	6.78%	16.82%	-0.05
5	ΙΝΛΟΤ	6.67%	25.79%	-0.32
6	ΤΠΚ	7.07%	18.83%	0.00
7	ΕΛΠΕ	9.43%	19.48%	-0.30
8	ΕΛΛΑΚΤΩΡ	16.18%	25.87%	-0.01
9	ΓΕΚΤΕΡΝΑ	17.31%	27.72%	-0.23
10	ΜΕΤΚ	14.22%	20.81%	-0.06
11	ΒΙΟΧΚ	18.42%	27.94%	-0.31
12	ΦΡΑΚ	13.57%	26.79%	0.23
13	ΣΩΛΚ	13.87%	27.58%	-0.05
14	ΦΡΙΓΟ	5.86%	21.32%	0.32
15	ΣΙΔΕ	12.22%	33.37%	0.16
16	ΣΑΡ	16.74%	14.89%	0.85
17	ΙΝΤΚΑ	7.44%	25.61%	0.25
18	ΠΛΑΘ	13.89%	24.87%	1.20
19	ΧΑΚΟΡ	11.24%	30.81%	0.22
20	ΕΛΒΑ	11.39%	22.54%	0.26
21	ΑΡΑΙΓ	29.34%	17.39%	1.10
22	ΜΑΣ	7.63%	10.41%	0.78
23	ΑΒΑΞ	10.56%	22.75%	0.05
24	ΝΗΡ	-0.46%	25.67%	0.35
25	ΕΒΖ	5.36%	28.66%	1.49
26	ΙΚΤΙΝ	11.78%	18.42%	1.62
27	ΕΛΚΑ	4.31%	24.07%	-0.15
28	ΠΑΠ	24.87%	41.75%	0.12
29	ΕΛΤΟΝ	16.59%	19.35%	1.06
30	ΣΕΝΤΡ	7.76%	34.95%	0.03
31	ΠΛΑΚΡ	5.39%	14.41%	0.43
32	ΚΟΡΡΕΣ	2.08%	17.90%	1.14

Πίνακας 4.2-1 Τα χαρακτηριστικά των 32 μετοχών του FTSE/ΧΑ Διεθνούς Δραστηριοποίησης - νικητών της πρώτης φάσης φιλτραρίσματος [32]

Κατά το δεύτερο στάδιο της ακολουθούμενης προσέγγισης, για τις 32 μετοχές οι οποίες πέρασαν επιτυχώς το φιλτράρισμα της αρχικής φάσης, υλοποιείται μια εξειδικευμένη διαδικασία βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου. Σύμφωνα με τους Παναγιώτη Ι. Ξυδώνα και Γιώργο Α. Σαββάκη, η αλγοριθμική αυτή διαδικασία έχει ως στόχο τον ex-post άριστο επιμερισμό του διαθέσιμου προς επένδυση κεφαλαίου, στο πλαίσιο μιας ικανοποιητικά διαφοροποιημένης πολιτικής. Σε επίπεδο τεχνικής λεπτομέρειας, επισημαίνεται ότι το παραπάνω πρόβλημα μοντελοποιήθηκε ως ένα

μαθηματικό πρότυπο μικτής-ακέραιας μη γραμμικής βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων (*mixed-integer non-linear portfolio optimization*). Το συγκεκριμένο πρότυπο αποτελεί επέκταση του θεμελιώδους υποδείγματος μέσου-διακύμανσης του Markowitz, το οποίο βασίζεται στον ανταγωνισμό των επενδυτικών κριτηρίων της απόδοσης και του κινδύνου, όπως αυτά εκφράζονται από τα στατιστικά μέτρα της αναμενόμενης τιμής και της διακύμανσης. Σημειώνεται ότι η ανάγκη εισαγωγής ακέραιων μεταβλητών κατά τη μοντελοποίηση του προβλήματος εξυπηρετεί τη δυνατότητα διατύπωσης μιας ιδιαίτερα ενδεδειγμένης πολιτικής διαφοροποίησης.

Η αντικειμενική συνάρτηση που αριστοποιήθηκε ήταν αυτή της κανονικοποιημένης κινδύνου απόδοσης, υπό τους ακόλουθους περιορισμούς: α) συμμετοχή στο τελικό βέλτιστο χαρτοφυλάκιο το πολύ 12 από τις 32 μετοχές, β) ελάχιστο ποσοστιαίο κατώφλι εισόδου 3% για κάθε μετοχή (εάν αυτή τελικά συμμετέχει στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο) και γ) μέγιστο επιτρεπόμενο όριο συμμετοχής 16% (εάν η μετοχή συμμετέχει στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο). Περαιτέρω, τέθηκε και ένα άνω επιτρεπόμενο όριο συμμετοχής 3% σε όσες μετοχές εμφάνισαν χαμηλή εμπορευσιμότητα, ώστε να είναι εφικτή η άμεση ανάπτυξη της θέσης από έναν δυνητικό επενδυτή. Τα αποτελέσματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης, με τα ποσοστά συμμετοχής κάθε μετοχής στο βέλτιστο τελικό χαρτοφυλάκιο, είναι τα ακόλουθα: ΦΦΓΚΡΠ 16%, ΑΡΑΙΓ 16%, ΣΑΡ 16%, ΟΤΕ 15,23%, ΜΕΤΚ 10,92%, ΤΙΤΚ 7,85%, ΠΛΑΚΡ 3%, ΕΛΤΟΝ 3%, ΚΟΡΡΕΣ 3%, ΠΑΠ 3%, ΜΛΣ 3% και ΙΚΤΙΝ 3%.

Σχολιάζοντας αναφορικά με τη δομή του άριστου χαρτοφυλακίου, παρατηρείται ότι αυτό συνίσταται σε τρία βασικά μέρη. Ο πυρήνας της τοποθέτησης αποτελείται από τις μετοχές των ΦΦΓΚΡΠ, ΑΡΑΙΓ, ΣΑΡ και ΟΤΕ, των οποίων το άθροισμα ποσοστρώσεων είναι 63,23%. Το μεσαίου βάρους μέρος της τοποθέτησης αποτελείται από τις μετοχές ΜΕΤΚ και ΤΙΤΚ, των οποίων το άθροισμα ποσοστρώσεων είναι 18,77%. Τέλος, το χαμηλού βάρους μέρος της τοποθέτησης αποτελείται από τις έξι μετοχές ΠΛΑΚΡ, ΕΛΤΟΝ, ΚΟΡΡΕΣ, ΠΑΠ, ΜΛΣ και ΙΚΤΙΝ, των οποίων το άθροισμα ποσοστρώσεων είναι 18%. Αξιοπρόσεκτο χαρακτηριστικό των 12 επιχειρήσεων, πέραν του ότι διαθέτουν εξαγωγική δραστηριότητα, είναι ότι επιχειρούν σε κρίσιμους και διαφορετικούς τομείς της οικονομίας, όπως μεταφορές, τηλεπικοινωνίες, κατασκευές, καταναλωτικά αγαθά, βασικά υλικά και τεχνολογία. Το μίγμα των εταιρειών που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση δημιούργησε ένα καλά ισορροπημένο χαρτοφυλάκιο σε όρους τόσο αξίας (*value*) και ανάπτυξης (*growth*)

όσο και κεφαλαιοποίησης. Στις 12 επιλογές υπάρχουν blue chips όπως ΟΤΕ, Folli Follie Group, Τιτάν και Μέτκα με ποσοστό 50%, midcaps όπως Σαράντης, Aegean Airlines, Πλαστικά Κρήτης, Ικτίνος, MLS Multimedia με ποσοστό 41% και small caps όπως Κορρές, Έλτον, Παπουτσάνης με 9%.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα εφαρμόσουμε το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης σε χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από 4 μετοχές, από διαφορετικούς τομείς της οικονομίας, ώστε να εκμεταλλευτούμε την αρχή της διαφοροποίησης. Επίσης οι 4 αυτές μετοχές είναι επιθυμητό να ανήκουν στον δείκτη FTSE/ΧΑ Διεθνούς Δραστηριοποίησης, για τους λόγους που αναφέρθηκαν παραπάνω. Οι τέσσερις μετοχές που επιλέξαμε για το χαρτοφυλάκιο μετοχών του οποίου θα υπολογίσουμε το αποτελεσματικό μέτωπο, όπως γίνεται πλέον κατανοητό, είναι οι ΟΤΕ, Folli Follie Group, Aegean Airlines και Σαράντης. Οι μετοχές αυτές θεωρήθηκαν ως οι καλύτερες επιλογές του δείκτη, αφού εκτός του ότι πληρούν όλα τα κριτήρια φιλτραρίσματος δύο φάσεων της ανάλυσης δεδομένων, έχουν τα μεγαλύτερα ποσοστά συμμετοχής στο άριστο χαρτοφυλάκιο εξαγωγικών μετοχών της δημοσίευσης και συγχρόνως ανήκουν σε διαφορετικούς κλάδους της οικονομίας.

- Η μετοχή του ΟΤΕ ανήκει στον υπερκλάδο των τηλεπικοινωνιών (*telecommunications*) και πιο συγκεκριμένα στον κλάδο της σταθερής τηλεφωνίας (*fixed line telecommunications*).
- Η μετοχή της Folli Follie Group ανήκει στον υπερκλάδο του εμπορίου (*consumer goods*) και πιο συγκεκριμένα στο εξειδικευμένο λιανικό εμπόριο (*clothing and accessories*).
- Η μετοχή της Aegean Airlines ανήκει στον υπερκλάδο ταξιδιών και αναψυχής (*consumer services*) και πιο συγκεκριμένα στον κλάδο αεροπορικών εταιρειών (*airlines*).
- Η μετοχή του Σαράντης ανήκει στον υπερκλάδο των προσωπικών και οικιακών αγαθών (*consumer goods*) και πιο συγκεκριμένα στον κλάδο των ειδών προσωπικής φροντίδας (*personal products*).

Στη δημοσίευση που παρουσιάσαμε οι τιμές λήφθηκαν ημερησίως σε εύρος ενός έτους, ενώ στην παρούσα εργασία θα λάβουμε τις τιμές τριμηνιαίως σε ένα

εύρος πέντε ετών, ώστε να έχουμε ένα μεγαλύτερο δείγμα της πορείας των χρονοσειρών των τιμών. Στο τελευταίο κομμάτι αυτής της παραγράφου θα παρουσιάσουμε κάποια στοιχεία για τις τέσσερις εταιρείες και στο επόμενο κεφάλαιο θα εφαρμόσουμε το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης στο χαρτοφυλάκιο τους.

Ο Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών της Ελλάδος (OTE A.E.) (*Hellenic Telecommunications Organization, HTO-AT*) είναι ο μεγαλύτερος τηλεπικοινωνιακός πάροχος στην Ελλάδα, ενώ μαζί με τις θυγατρικές του αποτελεί σήμερα έναν από τους κορυφαίους τηλεπικοινωνιακούς ομίλους στη Νοτιοανατολική Ευρώπη. Ο Όμιλος OTE προσφέρει ευρυζωνικές υπηρεσίες, σταθερή και κινητή τηλεφωνία, επικοινωνία δεδομένων υψηλών ταχυτήτων και υπηρεσίες μισθωμένων γραμμών. Παράλληλα με τις κύριες τηλεπικοινωνιακές του δραστηριότητες, δραστηριοποιείται στην Ελλάδα και στους τομείς των δορυφορικών επικοινωνιών, των ακινήτων και της εκπαίδευσης. Ο OTE είναι μία από τις πέντε μεγαλύτερες εταιρείες στο Χρηματιστήριο Αθηνών, σύμφωνα με την κεφαλαιοποίηση, ενώ οι μετοχές του διαπραγματεύονται στο διεθνές χρηματιστήριο του Λονδίνου.

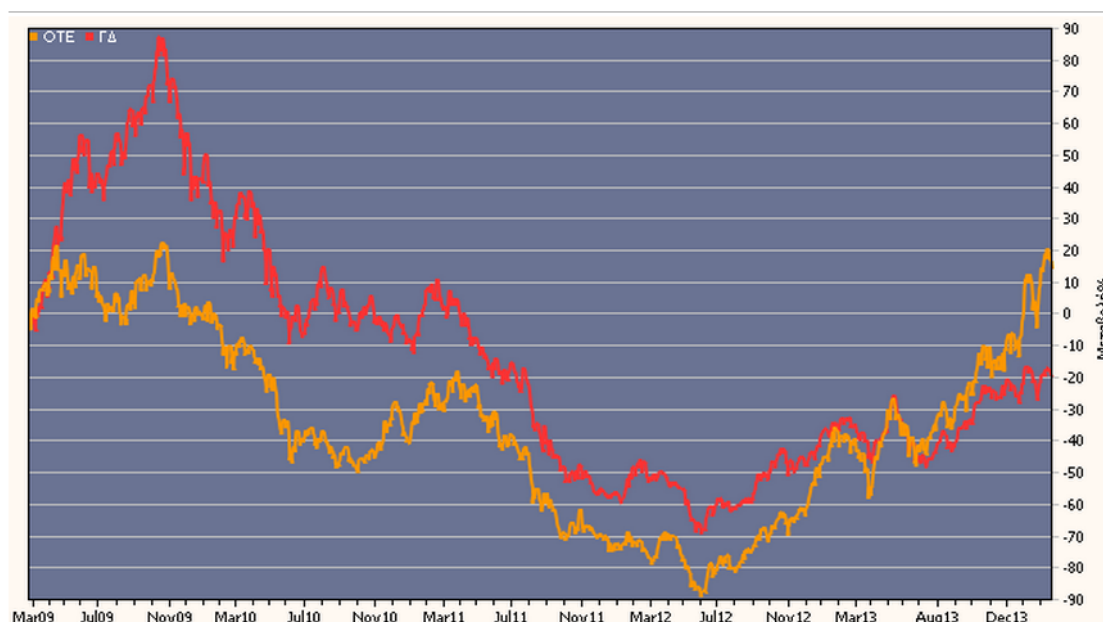
Ξεκινώντας από το 1996, το Ελληνικό Δημόσιο μείωσε σταδιακά τη συμμετοχή του στο μετοχικό κεφάλαιο του OTE. Στις 14 Μαΐου 2008 υπεγράφη συμφωνία ανάμεσα στην Ελληνική Κυβέρνηση και στην Deutsche Telekom σχετικά με τη συμμετοχή της τελευταίας στο μετοχικό κεφάλαιο του OTE. Μετά από επιπλέον πωλήσεις μετοχών και δικαιωμάτων ψήφου του Ελληνικού Δημοσίου το ποσοστό της Deutsche Telekom στον OTE ανέρχεται, από τις 11 Ιουλίου 2011, σε 40% και του Ελληνικού Δημοσίου σε 10%.

Όραμα του OTE είναι να προσφέρει ολοκληρωμένες τηλεπικοινωνιακές υπηρεσίες υψηλού επιπέδου ώστε να αποτελεί την πρώτη επιλογή των πελατών στην Ελλάδα και τη νοτιοανατολική Ευρώπη, καθώς και να ενεργεί ως «υπεύθυνος πολίτης» σε όλες τις χώρες όπου δραστηριοποιείται προσθέτοντας αξία σε όλα τα ενδιαφερόμενα μέρη. Στο πλαίσιο της διεθνούς επενδυτικής του στρατηγικής, ο Όμιλος OTE δραστηριοποιείται από το 1997 στην αγορά τηλεπικοινωνιών της Νοτιοανατολικής Ευρώπης. Συγκεκριμένα, δραστηριοποιείται στη Ρουμανία μέσω της Romtelecom και της COSMOTE Romania και στην Αλβανία μέσω της AMC. Ο Όμιλος OTE απασχολεί περίπου 25.000 άτομα σε 3 χώρες.

Όπως μπορούμε να δούμε στον ιστότοπο [33] της εταιρείας, τα οικονομικά αποτελέσματα του OTE επιδεικνύουν αντοχή παρά το αντίξοο περιβάλλον λειτουργίας. Με βάση τα Διεθνή Πρότυπα Χρηματοοικονομικής Πληροφόρησης, ο

κύκλος εργασιών του ομίλου ΟΤΕ κατά το 2012 διαμορφώθηκε σε 4.680,3 εκατομμύρια ευρώ εμφανίζοντας μείωση κατά 7,1% σε σχέση με το 2011. Τα λειτουργικά κέρδη του ομίλου προ αποσβέσεων (προσαρμοσμένο EBITDA) μειώθηκαν κατά 4,3% σε 1.656,9 εκατομμύρια ευρώ το 2012. Ο περιορισμός του κόστους λειτουργίας συνεχίζεται, με ρυθμό αντίστοιχο της μείωσης εσόδων.

Η κοινή ονομαστική (ΚΟ) μετοχή του ΟΤΕ, εκτός από τον Δείκτη FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης, ανήκει στα blue chips, δηλαδή στον Δείκτη FTSE/XA Large Cap, με τις εταιρείες με τη μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση. Η μετοχή αυτή συμπεριλαμβάνεται και σε άλλους 5 χρηματιστηριακούς δείκτες. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται η πορεία της τιμής της μετοχής τα τελευταία πέντε έτη (πορτοκαλί χρώμα), σε σύγκριση με αυτή του Γενικού Δείκτη (κόκκινο χρώμα).



Σχήμα 4.2-2 Το διάγραμμα τιμών 5 ετών του ΟΤΕ και του Γενικού Δείκτη [32]

Η εταιρεία Folli Follie AEBTE (*Folli Follie SA, FFGRP-AT*), δραστηριοποιείται σε 28 χώρες, δημιουργώντας συνεχώς νέες τάσεις στους τομείς τους οποίους αναπτύσσει. Με δυναμική δομή και εντυπωσιακό χαρτοφυλάκιο ο Όμιλος Folli Follie καλύπτει, με τα προϊόντα και τις υπηρεσίες του, τις ανάγκες του σύγχρονου καταναλωτή, από την παιδική ηλικία μέχρι την ενήλικη ζωή. Η στρατηγική αποστολή του ομίλου είναι να καθιερώσει και να διατηρήσει την ηγετική του τοποθέτηση στη διεθνή σκηνή της μόδας, μέσα από περαιτέρω ανάπτυξη κάθε μάρκας ξεχωριστά, καθώς και μέσα από την προσέλκυση νέων μαρκών. Η ανάπτυξη

του δικτύου διανομής συγκαταλέγεται ανάμεσα στους στόχους του ομίλου, ενώ με τα Καταστήματα Αφορολογίτων Ειδών στοχεύει στη διατήρηση της τοποθέτησής του, ως ένα διεθνώς αναγνωρισμένο όνομα στο χώρο του ταξιδιωτικού λιανικού εμπορίου. Αντλώντας δεδομένα από τον ιστότοπο [34] της εταιρείας, παραθέτουμε κάποια βασικά στοιχεία της.

Ο Όμιλος Folli Follie σχεδιάζει, παράγει και διανέμει σε διεθνές επίπεδο ιδιόκτητες μάρκες: την Folli Follie και τη βραβευμένη βρετανική εταιρεία κοσμημάτων, Links of London. Με έμφαση στην υψηλή ποιότητα και τον πρωτοποριακό σχεδιασμό σε κοσμήματα, ρολόγια, αξεσουάρ και είδη δώρων, η Folli Follie και η Links of London έχουν κατακτήσει σημαντική θέση στις καρδιές εκατομμυρίων καταναλωτών σε όλο τον κόσμο. Ταυτόχρονα, ο όμιλος διατηρεί ηγετική παρουσία στον κλάδο των πολυκαταστημάτων, τους τομείς της χονδρικής και λιανικής πώλησης ειδών ένδυσης και υπόδησης, με σημεία πώλησης και διανομής στην Ελλάδα και στα Βαλκάνια. Τα καταστήματα Factory Outlet, αλλά και τα πολυκαταστήματα Attica αποτελούν τα μεγαλύτερα ιδιόκτητα κανάλια διανομής και σημεία λιανικής πώλησης του ομίλου στην Ελλάδα καλύπτοντας πάνω από 65.000 τ.μ. μάρκες. Ο όμιλος εταιρειών δημιουργεί μόδα σε παγκόσμιο επίπεδο και διαθέτει εδραιωμένη δυναμική παρουσία με πάνω από 800 σημεία πώλησης παγκοσμίως, ενώ παράλληλα απασχολεί περισσότερα από 5.800 άτομα ανά τον κόσμο. Με τις ιδιόκτητες μάρκες Folli Follie και Links of London, ο όμιλος έχει πολύ έντονη παρουσία στην Ασία, την Ιαπωνία, την Ευρώπη και τις ΗΠΑ. Η Folli Follie είναι μια ελληνική μάρκα που σχεδιάζει, κατασκευάζει και διανέμει κοσμήματα, ρολόγια και αξεσουάρ μόδας και δημιουργεί μόδα σε 24 χώρες με περισσότερα από 488 σημεία πώλησης παγκοσμίως.

Ο όμιλος δραστηριοποιείται στον κλάδο της χονδρικής και της λιανικής, ως αποκλειστικός εισαγωγέας και διανομέας επώνυμων ειδών ένδυσης, υπόδησης και αξεσουάρ στις αγορές της Ελλάδας, Κύπρου, Ρουμανίας και Βουλγαρίας. Το 2010 ο όμιλος ανέλαβε την αντιπροσώπευση και διανομή στην Ελλάδα των προϊόντων της Samsonite, του παγκόσμιου ηγέτη στην αγορά ταξιδιωτικών ειδών, τσαντών και χαρτοφυλάκων. Το 2011 ο όμιλος ανέλαβε την αντιπροσώπευση και διανομή στην Ελλάδα των προϊόντων της Calvin Klein. Βασικός άξονας του δικτύου είναι η αλυσίδα αποκλειστικών καταστημάτων Nike, που αποτελείται από 70 σημεία πώλησης σήμερα. Όσον αφορά στα αθλητικά ενδύματα και υποδήματα, ο όμιλος διανέμει σήμερα κατ' αποκλειστικότητα τα είδη της Nike στη Ρουμανία και τη

Βουλγαρία, καθώς και τις πλήρεις συλλογές Converse στην αγορά της Ελλάδας, της Κύπρου, της Ρουμανίας και της Βουλγαρίας.

Μπορούμε να πούμε, σύμφωνα με τα οικονομικά αποτελέσματα της εταιρείας, ότι ο όμιλος διανύει μια πολύ καλή οικονομική πορεία. Τα συνολικά έσοδα του ομίλου κατά το 2012 διαμορφώθηκαν σε 1.110 εκατομμύρια ευρώ, εμφανίζοντας αύξηση κατά 88,6 εκατομμύρια ευρώ, σε σχέση με το 2011. Τα καθαρά κέρδη του ομίλου το 2011 ήταν 89,5 εκατομμύρια, ενώ το έτος 2012 αυξήθηκαν σε 93,6 εκατομμύρια ευρώ.

Η κοινή ονομαστική (ΚΟ) μετοχή της Folli Follie Group, εκτός από τον Δείκτη FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης και τον αντίστοιχο Plus, ανήκει στα blue chips, δηλαδή στον Δείκτη FTSE/XA Large Cap, με τις εταιρείες με τη μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση. Η μετοχή συμπεριλαμβάνεται επίσης σε άλλους 6 δείκτες του XAA. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται η πορεία της τιμής της μετοχής τα τελευταία πέντε έτη (πορτοκαλί χρώμα), σε σύγκριση με αυτή του Γενικού Δείκτη (κόκκινο χρώμα).



Σχήμα 4.2-3 Το διάγραμμα τιμών 5 ετών της Folli Follie Group και του Γενικού Δείκτη [32]

Η Αεροπορία Αιγαίου ΑΕ (*Aegean Airlines SA, AEGN-AT*) είναι ο μεγαλύτερος ελληνικός αερομεταφορέας ολοκληρωμένων υπηρεσιών, από το 2008. Μεταφέρει επιβάτες μέσω ενός εκτενούς δικτύου εσωτερικών και διεθνών τακτικών

δρομολογίων (προγραμματισμένες πτήσεις), ενώ εκτελεί εποχιακές ναυλωμένες πτήσεις (*charter flights*) σε ένα σημαντικό αριθμό ελληνικών και διεθνών προορισμών. Συνεργάζεται με τις εταιρείες Lufthansa, TAP Portugal, Brussels Airlines, Spanair, British Midland International, US Airways και Continental Airlines. Παρακάτω παραθέτουμε, όπως και στις προηγούμενες δύο εταιρείες, κάποια βασικά ιστορικά στοιχεία της τελευταίας δεκαετίας για την εταιρεία, σύμφωνα με τον ιστότοπο της [35].

Το Μάιο του 2004 ομογενοποιείται ο στόλος αποκλειστικά με αεροσκάφη τύπου Jet (13 αεροσκάφη Boeing 737 300/400 και 6 αεροσκάφη AVRO RJ100) και η Aegean ξεκινά τακτικές πτήσεις προς την Κύπρο. Το 2005 γίνεται partner της Lufthansa (ενιαίοι κωδικοί πτήσεων) και γίνεται παραγγελία 8 αεροσκαφών Airbus A320, με προοπτική παραγγελίας 12 επιπλέον αεροσκαφών της ίδιας οικογένειας. Το 2007 η εταιρεία παραλαμβάνει τα τρία πρώτα από αυτά τα αεροσκάφη και εισάγεται στο Χρηματιστήριο Αθηνών. Στις αρχές του 2008 αυξάνεται η συνολική παραγγελία αεροσκαφών Airbus A320/A321 από 25 σε 27. Η συνολική παραγγελία ανέρχεται σε 23 Airbus A320 και 4 Airbus A321.

Από τον Σεπτέμβριο 2008, η Aegean έχει πιστοποιηθεί κατά ISO 14001:2004 για το σύστημα περιβαλλοντικής διαχείρισης, την εξυπηρέτηση επιβατών, την εξυπηρέτηση αεροσκαφών, καθώς και για τον έλεγχο απορριμμάτων. Έτσι, η νέα τεχνική βάση, εκτός από λειτουργική, αποτελεί πρότυπο σε θέματα ανακύκλωσης και περιβαλλοντικής διαχείρισης. Συγκεκριμένα, στο υπόστεγο λειτουργεί ένα ειδικό σύστημα συγκέντρωσης αποβλήτων σε ειδικά βυτία, ώστε να μη ρυπαίνεται ο υδροφόρος ορίζοντας. Τον Ιανουάριο του 2009 εγκαινιάστηκε η νέα τεχνική βάση-υπόστεγο της Aegean. Η κατασκευή του φιλόδοξου αυτού έργου, έκτασης 4.800 τ.μ. και χωρητικότητας δύο Airbus A-321 (τα μεγαλύτερα που διαθέτει σήμερα η εταιρεία στο στόλο της) διήρκεσε ένα χρόνο. Κύριο μέλημα της Aegean είναι η ασφάλεια των επιβατών. Γι' αυτό, η νέα βάση είναι κατασκευασμένη έτσι ώστε να διευκολύνει σημαντικά τις εργασίες και τους γενικούς ελέγχους που διενεργούν καθημερινά οι μηχανικοί στα αεροσκάφη του στόλου.

Το 2010 οι μέτοχοι Aegean Airlines και Olympic Air συμφώνησαν στην συγχώνευση των δραστηριοτήτων των δύο εταιρειών. Το ίδιο έτος η εταιρεία γίνεται μέλος της ισχυρότερης παγκόσμιας αεροπορικής συμμαχίας, της Star Alliance και πλέον η εταιρεία συνδέει την Ελλάδα με διεθνείς προορισμούς και κάνει ευκολότερη την πρόσβαση σε δημοφιλείς προορισμούς διακοπών στην Ελλάδα. Τον επόμενο

χρόνο και για πρώτη φορά ο αριθμός των επιβατών εξωτερικού ξεπερνά τον αριθμό των επιβατών πτήσεων εσωτερικού (τακτικές και ναυλωμένες πτήσεις). Τον Ιούνιο του 2013 η Aegean βραβεύεται για τρίτη συνεχόμενη χρονιά και 4 φορές συνολικά, ως η καλύτερη περιφερειακή αεροπορική εταιρία στην Ευρώπη για το 2012, από τα διεθνή βραβεία Skytrax World Airline Awards. Τον Αύγουστο ο αριθμός των δρομολογίων εξωτερικού φθάνει τα 160, από 28 χώρες, προς 12 ελληνικά αεροδρόμια (τακτικές και ναυλωμένες πτήσεις). Τέλος τον Οκτώβριο του 2013 η εταιρεία αγόρασε το 100% των μετοχών της Olympic Air, από την εταιρεία Marfin Investment Group Holdings SA.

Ο κύκλος εργασιών της AEGEAN το 2012 ανήλθε σε 653,4 εκατομμύρια ευρώ, παρουσιάζοντας μείωση 2% σε σύγκριση με το 2011. Το αποτέλεσμα μετά από φόρους διαμορφώθηκε σε ζημιές ύψους 10,5 εκ. ευρώ, σε σχέση με ζημιές 27,2 εκ. ευρώ το 2011. Η AEGEAN μετέφερε 6,1 εκ. επιβάτες το 2012, σε σχέση με 6,5 εκ. το 2011, πετυχαίνοντας αύξηση πληροτήτων από 69% σε 74%. Η επιβατική κίνηση εσωτερικού μειώθηκε σημαντικά κατά 12%, ενώ η κάμψη των ναύλων εσωτερικού ξεπέρασε το 10%, συνεχίζοντας την πτωτική τάση για τέταρτη συνεχή χρονιά. Η επιβατική κίνηση του δικτύου εξωτερικού ανήλθε σε 3,5 εκ. επιβάτες, με κάμψη 6% από/προς την Αθήνα άλλα και αύξηση 10% από/προς τα περιφερειακά αεροδρόμια. Παρά τη συνεχιζόμενη και εντεινόμενη κάμψη της ζήτησης από Έλληνες καταναλωτές, η εταιρεία κατάφερε με την εξωστρέφεια, τις προσπάθειες διαχείρισης του κόστους και την ομαλοποίηση στην κατάσταση της χώρας κατά το δεύτερο εξάμηνο του έτους να βελτιώσει τα λειτουργικά της αποτελέσματα πετυχαίνοντας οριακά θετικό αποτέλεσμα προ φόρων, τόκων και αποσβέσεων (EBITDA) ύψους 2.9 εκ. ευρώ.

Ο κύκλος εργασιών της AEGEAN το πρώτο εννεάμηνο του 2013 ανήλθε σε 532,4 εκ. ευρώ, παρουσιάζοντας αύξηση 21% σε σύγκριση με το 2012. Κατά την ίδια περίοδο, τα καθαρά κέρδη μετά από φόρους ανήλθαν σε 59,2 εκ. ευρώ, σε σύγκριση με ζημιές 8,7 εκ. ευρώ το 2012. Η βελτίωση του κύκλου εργασιών και του αποτελέσματος προέρχεται εξολοκλήρου από την επένδυση στην ανάπτυξη και την απόδοση του δικτύου εξωτερικού, που ενισχύθηκε περαιτέρω λόγω και των ευνοϊκών συνθηκών που επεκράτησαν στη χώρα κατά τη θερινή περίοδο, αλλά και της ωρίμανσης της παρουσίας της εταιρείας σε νέες αγορές.

Η κοινή ονομαστική (ΚΟ) μετοχή της Aegean Airlines, εκτός από τον Δείκτη FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης και τον αντίστοιχο Plus, ανήκει στον Γενικό

Δείκτη και στον Δείκτη Συνολικής Απόδοσης ΓΔ. Το σχήμα 4.2-4 απεικονίζει το διάγραμμα τιμών (*price chart*) της μετοχής τα τελευταία πέντε έτη (πορτοκαλί χρώμα), μαζί με αυτό του Γενικού Δείκτη (κόκκινο χρώμα).



Σχήμα 4.2-4 Το διάγραμμα τιμών 5 ετών της Aegean Airlines και του Γενικού Δείκτη [32]

Η ΓΡ. Σαράντης ABEE (*GR Sarantis SA, SAR-AT*) αποτελεί μια από τις ηγετικές εταιρείες παραγωγής και διανομής καταναλωτικών προϊόντων, τόσο στην Ελλάδα, όσο και στην Ανατολική Ευρώπη όπου έχει σημαντική παρουσία. Τα ανταγωνιστικά χαρακτηριστικά του Ομίλου Σαράντη (*Sarantis Group*) είναι η δυναμική παρουσία των ιδιοπαραγόμενων προϊόντων του ομίλου, η σημαντική συμμετοχή στο σύνολο των πωλήσεων του από τις χώρες του εξωτερικού, το ισχυρό δίκτυο διανομής του και οι ισχυρές ταμειακές ροές με χαμηλό δανεισμό. Ο όμιλος έχει παρουσία στην Ανατολική και Νοτιοανατολική Ευρώπη μέσω 8 θυγατρικών εταιρειών, ενώ παράλληλα διατηρεί ισχυρό δίκτυο εξαγωγών σε περισσότερες από 20 χώρες σε Ευρώπη, Ασία, Αφρική και Αμερική.

Διαγράφοντας τα τελευταία χρόνια μια δυναμική και επιτυχημένη αναπτυξιακή πορεία στις αγορές που δραστηριοποιείται, ο Όμιλος Σαράντη αποτελεί μια από τις ηγετικές δυνάμεις στην ευρύτερη περιοχή της Ανατολικής Ευρώπης και της Ελλάδος στην παραγωγή και διανομή καταναλωτικών προϊόντων, κατέχοντας ηγετικά μερίδια αγοράς στις στρατηγικές κατηγορίες δραστηριοποίησής του. Η

Ανατολική Ευρώπη αποτελεί σημαντικό παράγοντα επιτυχίας της αναπτυξιακής πορείας του Ομίλου τα τελευταία χρόνια, καθώς οι ευκαιρίες που προσφέρει σε συνδυασμό με τις αποτελεσματικές επενδυτικές κινήσεις της διοίκησης, εξασφαλίζουν την ισχυρή παρουσία της εταιρείας.

Σύμφωνα με τον ιστότοπο [36], δύναμη της εταιρείας αποτελούν τα προϊόντα που διαθέτει στην αγορά καλύπτοντας τις καθημερινές ανάγκες των καταναλωτών στην ευρύτερη περιοχή της Ανατολικής και Νοτιανατολικής Ευρώπης. Πιο συγκεκριμένα, η εταιρεία διατηρεί σημαντικό χαρτοφυλάκιο ιδιοπαραγόμενων και διανεμόμενων καταναλωτικών προϊόντων, τα οποία θα μπορούσαν να καταταχθούν σε τρεις κατηγορίες : τα καλλυντικά ευρείας διανομής, τα προϊόντα οικιακής χρήσης και τα προϊόντα κατηγορίας λοιπών πωλήσεων. Τα καλλυντικά ευρείας διανομής και τα προϊόντα οικιακής χρήσης αποτελούν τους βασικούς πυλώνες ανάπτυξης του ομίλου, ενώ το μεγαλύτερο μέρος των εν λόγω κατηγοριών είναι ιδιοπαραγόμενα προϊόντα τα οποία παράγονται στις σύγχρονες εγκαταστάσεις παραγωγής του ομίλου σε Ελλάδα, Πολωνία, Ρουμανία και Ουγγαρία. Εξάλλου, στόχος της εταιρείας είναι η περαιτέρω ενδυνάμωση του χαρτοφυλακίου των ιδιοπαραγόμενων προϊόντων. Παράλληλα, η εταιρεία διατηρεί ισχυρό χαρτοφυλάκιο εμπορικών σημάτων ηγετικών εταιρειών καταναλωτικών προϊόντων παγκοσμίως, μέσω συμφωνιών αποκλειστικής διανομής που διατηρεί μαζί τους. Η κατηγορία των λοιπών πωλήσεων περιλαμβάνει τις υποκατηγορίες των προϊόντων υγείας και φροντίδας και των καλλυντικών επιλεκτικής διανομής. Επιπρόσθετα, αξίζει να αναφερθεί η κοινοπραξία που έχει συνάψει ο όμιλος με την εταιρεία Estee Lauder Hellas για την διανομή προϊόντων της σε Ελλάδα, Ρουμανία και Βουλγαρία.

Τα καλλυντικά ευρείας διανομής αποτελούν μια από τις στρατηγικές αγορές στις οποίες έχει δώσει έμφαση η διοίκηση του Ομίλου Σαράντη, στοχεύοντας παράλληλα στη σταδιακή ενίσχυση των πωλήσεων ιδιοπαραγόμενων προϊόντων. Η σχεδίαση των προϊόντων έχει γίνει σύμφωνα με τις απαιτήσεις των καταναλωτών και βρίσκεται πάντα μπροστά από τις τάσεις και τις εξελίξεις της αγοράς. Έτσι, εμπορικά σήματα όπως το STR8, το C-THRU, το BU, το CARROTEN, το BIOTEN και το ORZENE έχουν καταγράψει επιτυχημένη πορεία με αποτέλεσμα να κατέχουν ηγετικές θέσεις στις αγορές που διατίθενται, αλλά και στις προτιμήσεις των καταναλωτών.

Τα προϊόντα οικιακής χρήσεως του Ομίλου Σαράντη αποτελούν μια συνεχώς αναπτυσσόμενη κατηγορία προϊόντων και βρίσκονται σταθερά τα τελευταία χρόνια

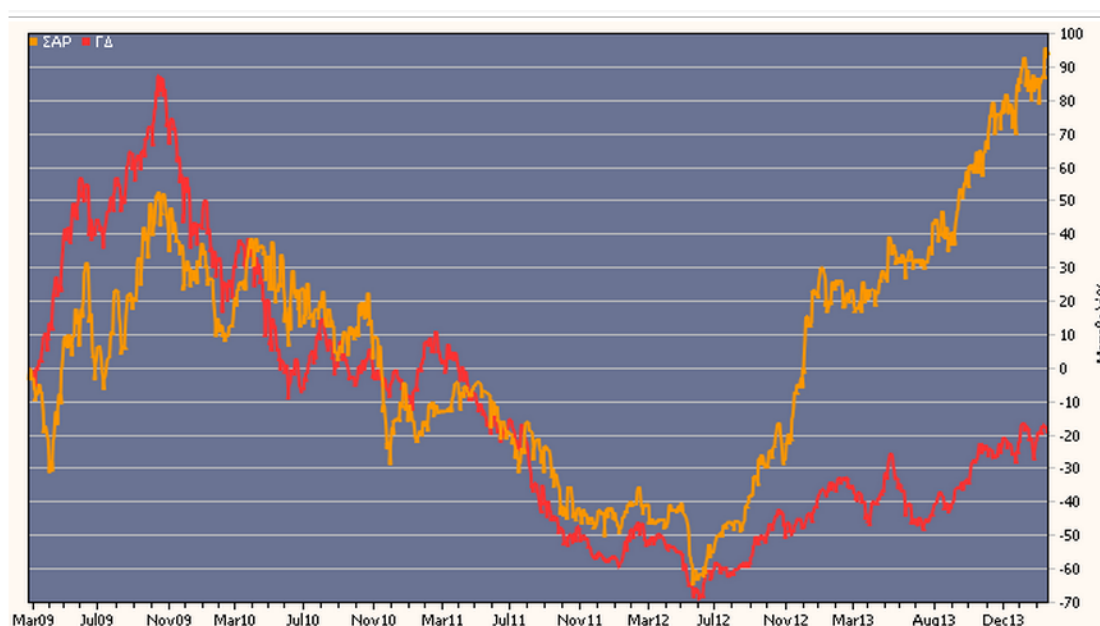
στις πρώτες επιλογές τόσο των Ελλήνων, όσο και των αλλοδαπών καταναλωτών. Για το λόγο αυτό ο κλάδος των προϊόντων οικιακής χρήσεως θεωρείται ένας από τους πλέον στρατηγικούς κλάδους ανάπτυξης του ομίλου. Το χαρτοφυλάκιο των προϊόντων που απαρτίζουν τον κλάδο οικιακής χρήσης απαρτίζεται στη πλειοψηφία του από ιδιοπαραγόμενα προϊόντα, όπως είναι τα SANITAS, CAMEL, AFROSO, TEZA, FINO κλπ.

Ο κλάδος των προϊόντων υγείας και φροντίδας του ομίλου δραστηριοποιείται στον φαρμακευτικό χώρο και ειδικότερα στον κλάδο O.T.C. αντιπροσωπεύοντας και διανέμοντας ηγετικές μάρκες στο χώρο των βιταμινών, των συμπληρωμάτων διατροφής, των διαγνωστικών και των καλλυντικών φαρμακείου. Ο όμιλος συγκαταλέγεται στους βασικούς προμηθευτές φαρμακείου, προσφέροντας μία πλούσια γκάμα προϊόντων υψηλής ποιότητας όπως τις βιταμίνες και τα συμπληρώματα διατροφής LANES, τα φυτικά συμπληρώματα διατροφής ORTIS και τα διαγνωστικά τεστ εγκυμοσύνης CLEARBLUE. Ο όμιλος πρόσφατα απέκτησε την διανομή των μαρκών PIC και SERENITY του Ιταλικού Ομίλου Artsana και δημιούργησε την αντηλιακή σειρά προϊόντων Solene, η οποία παράγεται στην Ελλάδα από την ίδια την εταιρεία.

Οι δυσχερείς συνθήκες στο οικονομικό περιβάλλον δεν προβλέπεται να βελτιωθούν στο προσεχές μέλλον με βάση τις έως τώρα εκτιμήσεις. Ως εκ τούτου η διοίκηση του ομίλου συνεχίζει να δίνει έμφαση στο να εναρμονίσει την κοστολογική δομή της με τα αναμενόμενα έσοδα, καθώς και να προσαρμόζει το χαρτοφυλάκιο των προϊόντων της στα νέα καταναλωτικά δεδομένα. Η διοίκηση συνεχίζει την πολιτική της για ισχυροποίηση της κεφαλαιακής διάρθρωσης, χαμηλό δανεισμό, συγκράτηση των λειτουργικών εξόδων και εν γένει την αποτελεσματική διαχείριση του κεφαλαίου κίνησης, με σκοπό την περαιτέρω ισχυροποίηση της οικονομικής θέσεως του ομίλου. Παράλληλα όμως παραμένει επικεντρωμένη στους στρατηγικούς άξονες που υποστηρίζουν και εξασφαλίζουν την κερδοφόρα πορεία του ομίλου. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τις εκτιμήσεις της διοίκησης ο κύκλος εργασιών στο τέλος του 2013 αναμένεται να διαμορφωθεί στα 246 εκατομμύρια ευρώ, έναντι 236 εκ. που ήταν στο τέλος του 2012. Σε ότι αφορά τα κέρδη προ φόρων, τόκων και αποσβέσεων (EBITDA), προβλέπεται αύξηση το 2013 στα 22,75 εκ. από 21,17 εκ. που ήταν το 2012. Τα κέρδη προ φόρων και τόκων (EBIT), αναμένεται να διαμορφωθούν στα 19,00 εκ. από 17,36 εκ. που ήταν το 2012, ενώ τα κέρδη προ φόρων, αντίστοιχα, προβλέπεται να ανέλθουν στα 17,59 εκ. το 2013, από 15,29 εκ.

που ήταν το 2012. Τέλος, τα κέρδη μετά φόρων καθώς και τα καθαρά κέρδη του ομίλου το 2013 αναμένεται να διαμορφωθούν στα 13,90 εκ, από 12,15 εκ. που ήταν το 2012.

Η κοινή ονομαστική (ΚΟ) μετοχή του Ομίλου Σαράντης, εκτός από τον Δείκτη FTSE/XA Διεθνούς Δραστηριοποίησης και τον αντίστοιχο Plus, ανήκει στον FTSE/XA Mid Cap (μεσαίας κεφαλαιοποίησης), καθώς και σε 5 δείκτες του ΧΑΑ ακόμη. Το σχήμα 4.2-5 απεικονίζει το διάγραμμα τιμών της μετοχής τα τελευταία πέντε έτη (πορτοκαλί χρώμα), μαζί με αυτό του Γενικού Δείκτη (κόκκινο χρώμα).



Σχήμα 4.2-5 Το διάγραμμα τιμών 5 ετών του Ομίλου Σαράντης και του Γενικού Δείκτη [32]

4.3 Ομόλογο που επιλέχθηκε ως ακίνδυνο χρεόγραφο

Τα ομόλογα αποτελούν ένα χρηματοοικονομικό προϊόν, μέσω του οποίου ο εκδότης του δανείζεται χρήματα με τόκο και το οποίο προβλέπει ότι στη λήξη του, θα καταβάλει στο δανειστή το αρχικό του κεφάλαιο [30]. Οι τόκοι προς τον δανειστή μπορούν να καταβάλλονται και πριν τη λήξη σε τακτικές και προσυμφωνημένες ημερομηνίες (μηνιαίες, εξαμηνιαίες και ετήσιες) [30].

Τα ομόλογα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: εταιρικά ομόλογα και ομόλογα του Ελληνικού Δημοσίου. Στο ΧΑΑ σήμερα, εκτός από τα εταιρικά ομόλογα, είναι καταχωρημένα ή/και διαπραγματεύονται: κρατικά ομόλογα και Έντοκα Γραμμάτια Ελληνικού Δημοσίου [30]. Τα ομόλογα τα οποία εισάγονται προς διαπραγμάτευση, εντάσσονται στην κατηγορία διαπραγμάτευσης Τίτλων Σταθερού Εισοδήματος [30]. Το Υπουργείο Οικονομικών αποφασίζει και προβαίνει σε εκδόσεις τίτλων του Ελληνικού Δημοσίου με μορφή [31]:

1. Εντόκων Γραμματίων με τρίμηνη, εξάμηνη και δωδεκάμηνη διάρκεια
2. Ομολόγων με διάρκεια δύο ετών και άνω

Οι τίτλοι αυτοί διατίθενται [31]:

- Με δημόσια εγγραφή σε φυσικά πρόσωπα
- Μέσω δημοπρασίας στην Ηλεκτρογενή Δευτερογενή Αγορά Τίτλων (ΗΔΑΤ), βάσει του κανονισμού λειτουργίας των βασικών διαπραγματευτών αγοράς
- Μέσω κοινοπραξίας τραπεζών

Κάθε φορά που το Ελληνικό Δημόσιο αποφασίζει την έκδοση τίτλων, η Τράπεζα της Ελλάδος προβαίνει στην ανάρτηση ανακοινώσεων οι οποίες παρέχουν τις βασικές πληροφορίες, σχετικές με την ημερομηνία και τους όρους, των προς έκδοση τίτλων. Στη συνέχεια αναρτάται δεύτερη ανακοίνωση, η οποία προσφέρει ενημέρωση για τις τιμές και τα επιτόκια, όπως αυτά διαμορφώθηκαν από τη δημοπρασία ή από την τιμολόγηση της κοινοπραξίας. Για περισσότερες πληροφορίες οι επενδυτές απευθύνονται στα πιστωτικά ιδρύματα, τα οποία ενημερώνονται με ανακοινώσεις της Τράπεζας της Ελλάδος για τους γενικούς και ειδικούς όρους των εκδόσεων των τίτλων, βάσει των αποφάσεων του Υπουργείου Οικονομίας. Τα

κρατικά ομόλογα που εκδίδονται, χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στα απλά (κυμαινομένου ή σταθερού επιτοκίου) και στα τιμαριθμοποιημένα (σταθερού επιτοκίου συνδεδεμένου με τον δείκτη τιμών καταναλωτή) [31]. Η διάρκειά τους μπορεί να είναι δέκα έτη, δεκαπέντε έτη, είκοσι έτη και τριάντα έτη.

Στη συνέχεια της παρούσης διπλωματικής εργασίας, το ρόλο του ακίνδυνου χρεογράφου θα έχει κρατικό ομόλογο (*government bond*) διάρκειας δέκα ετών με σταθερό επιτόκιο 8,41%, αφού θεωρείται ως το πιο αντιπροσωπευτικό εξ' όλων. Η απόδοση αυτή, δηλαδή το επιτόκιο, λήφθηκε από τον ιστότοπο της Τράπεζας της Ελλάδος [31], στις 31/12/2013. Στο εξής οι όροι ακίνδυνο χρεόγραφο (*risk free asset*) και κρατικό ομόλογο θα ταυτίζονται και θα θεωρούμε ότι η απόδοσή του είναι βέβαιη και ίση με το επιτόκιο του, δηλαδή ο κίνδυνός του είναι μηδενικός. Τα παραπάνω συνοψίζονται στις δύο επόμενες σχέσεις:

$$R_F = 8,41\%$$

$$\sigma_F = 0$$

Ο αναγνώστης μπορεί να αναζητήσει περισσότερες πληροφορίες για τις ιστορικές αποδόσεις του δεκαετούς κρατικού ομολόγου στον ιστότοπο [31] της Τράπεζας της Ελλάδος. Για υπενθύμιση της ανάλυσης της εισαγωγής του ακίνδυνου χρεογράφου σε ένα χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων, ο αναγνώστης καλό είναι να ανατρέξει στην παράγραφο 3.10. Θα επανέλθουμε στο θέμα της εξέτασης του ομολόγου στην παράγραφο 5.4, όπου θα υπολογίσουμε το αποτελεσματικό μέτωπο χαρτοφυλακίων ομολόγου-μετοχών.

Κεφάλαιο 5^ο

Εύρεση Αποτελεσματικού Μετώπου και Ανάλυση

5.1 Συνοπτική Παρουσίαση

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί τον πυρήνα του δεύτερου μέρους της παρούσης διπλωματικής εργασίας, όπου εφαρμόζεται το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης σε χαρτοφυλάκια εταιρειών, εισηγμένων στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Σκοπός της εφαρμογής της θεωρίας του Harry Markowitz και του James Tobin στο ΧΑΑ, είναι η εύρεση του αποτελεσματικού μετώπου σε δύο περιπτώσεις χαρτοφυλακίων. Η πρώτη περίπτωση αφορά στο χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από τέσσερις μετοχές και η δεύτερη αφορά στο υβριδικό χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων μετοχών με το ακίνδυνο χρεόγραφο, δηλαδή το ομόλογο του Ελληνικού Δημοσίου.

Εν αρχή γίνεται η ανάλυση του χαρτοφυλακίου τεσσάρων (επικίνδυνων) χρεογράφων, το οποίο ουσιαστικά αποτελείται από τις τέσσερις μετοχές του ΧΑΑ, τις οποίες παρουσιάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η διαδικασία ξεκινά από τη συλλογή και την επεξεργασία των τιμών των μετοχών σε βάθος πενταετίας, με σκοπό τον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου για κάθε μετοχή. Στο επόμενο βήμα προχωράμε στον υπολογισμό των παραμέτρων εισόδου του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης, δηλαδή των μέσων τιμών, των διακυμάνσεων και των τυπικών αποκλίσεων των αποδόσεων των μετοχών καθώς και των συνδιακυμάνσεων και των συντελεστών συσχέτισής τους. Έπειτα ορίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης μη-γραμμικού προγραμματισμού και ο αλγόριθμος επίλυσής του και παρουσιάζεται γραφικά το αποτελεσματικό μέτωπο.

Στο δεύτερο στάδιο έχουμε την εισαγωγή του κρατικού δεκαετούς ομολόγου στο πρώτο χαρτοφυλάκιο και τη μελέτη του νέου υβριδικού χαρτοφυλακίου, με σκοπό την εύρεση του καινούριου αποτελεσματικού μετώπου. Ομοίως με την πρώτη περίπτωση, έτσι και εδώ ορίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης, με την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς. Σε αμφότερες τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται το υπολογιστικό πακέτο του Microsoft Excel 2010 και το Πρόσθετο

Επίλυσης (*Solver Add-In*) προκειμένου να υπολογιστούν τα στατιστικά μεγέθη και να λυθούν τα προβλήματα τετραγωνικού προγραμματισμού.

5.2 Ανάλυση Χαρτοφυλακίου Τεσσάρων Μετοχών

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστούν αναλυτικά τα βήματα που ακολουθήσαμε από τη συλλογή των τιμών των τεσσάρων μετοχών μέχρι και τη σύσταση του χαρτοφυλακίου. Το χαρτοφυλάκιο που θα μελετήσουμε αρχικά, όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, αποτελείται από τις μετοχές OTE, Folli-Follie, Aegean Airlines και Σαράντης. Αρχικά θα υπολογιστούν τα στατιστικά μεγέθη των μετοχών, τα οποία αποτελούν τις παραμέτρους εισόδου του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης. Έπειτα έχοντας υπολογίσει όλα τα απαραίτητα στατιστικά δεδομένα θα παρουσιάσουμε σε πίνακες και διαγράμματα τα αποτελέσματά μας και θα ορίσουμε τις σχέσεις αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Συλλέξαμε σε πρώτο στάδιο τις τριμηνιαίες (*quarterly*) τιμές κλεισίματος των τεσσάρων μετοχών στο XAA, από τη βάση δεδομένων Thomson One Banker, σε βάθος πέντε ετών και συγκεκριμένα κατά τα έτη 2009 έως 2013. Στη συνέχεια υπολογίσαμε την απόδοση R_t κάθε μετοχής ανά τρίμηνο, με την παραδοχή ότι ο επενδυτής αγοράζει στο πρώτο τρίμηνο και προχωράει σε πώληση στο δεύτερο. Ο τύπος που χρησιμοποιήσαμε είναι:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Όπου

R_t : η απόδοση της μετοχής στη χρονική περίοδο από $t - 1$ έως t

P_t : η τελική τιμή (πώλησης) της μετοχής τη χρονική στιγμή t

P_{t-1} : η αρχική τιμή (αγοράς) της μετοχής τη χρονική στιγμή $t - 1$

Έπειτα υπολογίσαμε την αναμενόμενη απόδοση $E(R_t)$ κάθε μετοχής από τη μέση τιμή των ιστορικών τριμηνιαίων αποδόσεων R_{it} , σύμφωνα με τον τύπο:

$$E(R_t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{it}$$

Στον επόμενο πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα της προηγούμενης διαδικασίας, δηλαδή οι αναμενόμενες αποδόσεις $E(R_t)$ των τεσσάρων μετοχών:

Μετοχή	Αναμενόμενη Απόδοση
<i>OTE</i>	3,55%
<i>FOLLI-FOLLIE</i>	16,80%
<i>AEGEAN AIR</i>	6,77%
<i>ΣΑΡΑΝΤΗΣ</i>	7,95%

Πίνακας 5.2-1 Αναμενόμενη απόδοση μετοχών

Στη συνέχεια υπολογίσαμε τη διακύμανση σ^2 και την τυπική απόκλιση σ των αποδόσεων των μετοχών, χρησιμοποιώντας τους παρακάτω τύπους:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{it} - E(R_t))^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Όπου

R_{it} : η πραγματοποιηθείσα (ιστορική) απόδοση της μετοχής το τρίμηνο i

$E(R_t)$: η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής τη χρονική στιγμή t

n : ο αριθμός των παρελθοντικών περιόδων (τριμήνων)

Ως μέτρο του κινδύνου, όπως έχουμε επαναλάβει πολλάκις, θα χρησιμοποιηθεί η τυπική απόκλιση των αποδόσεων των μετοχών, η οποία υπολογίστηκε και παρουσιάζεται στον επόμενο πίνακα, για κάθε μετοχή:

Μετοχή	Τυπική Απόκλιση (Κίνδυνος)
<i>OTE</i>	29,72%
<i>FOLLI-FOLLIE</i>	47,70%
<i>AEGEAN AIR</i>	23,70%
<i>ΣΑΡΑΝΤΗΣ</i>	27,07%

Πίνακας 5.2-2 Τυπική απόκλιση (Κίνδυνος) μετοχών

Το επόμενο στάδιο είναι η κατασκευή του πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης V (*variance-covariance matrix*) μεγέθους 4×4 , ο οποίος περιέχει τις διακυμάνσεις των τεσσάρων μετοχών σ_i^2 στη διαγώνιο του, ενώ κάθε στοιχείο εκτός της διαγωνίου αντιστοιχεί στη συνδιακύμανση σ_{ij} των αποδόσεων των μετοχών i και j . Η συνδιακύμανση σ_{12} των αποδόσεων των χρεογράφων υπενθυμίζουμε ότι προσδιορίζει το βαθμό στον οποίο παρουσιάζονται ομοιότητες στις διακυμάνσεις σ_1^2 και σ_2^2 των αποδόσεων δύο μετοχών, για μια σειρά n χρονικών περιόδων και δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_{12} = \sum_{j=1}^n \frac{(R_{1j} - E(R_1))(R_{2j} - E(R_2))}{n}$$

Έχοντας υπολογίσει τις τέσσερις διακυμάνσεις σ_i^2 και τις έξι συνδιακυμάνσεις σ_{ij} , κατασκευάζουμε το συμμετρικό πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης:

Μετοχή	<i>OTE</i>	<i>FOLLI-FOLLIE</i>	<i>AEGEAN AIR</i>	<i>ΣΑΡΑΝΤΗΣ</i>
<i>OTE</i>	8,83%	8,46%	3,95%	6,06%
<i>FOLLI-FOLLIE</i>	8,46%	22,76%	3,61%	5,56%
<i>AEGEAN AIR</i>	3,95%	3,61%	5,62%	4,03%
<i>ΣΑΡΑΝΤΗΣ</i>	6,06%	5,56%	4,03%	7,33%

Πίνακας 5.2-3 Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης μετοχών

Ένα εναλλακτικό και πιο τυποποιημένο μέτρο της συνδιακύμανσης των αποδόσεων μεταξύ δύο χρεογράφων, είναι ο συντελεστής συσχέτισης (*correlation coefficient*) ρ_{12} ο οποίος συνδέεται με τις τυπικές αποκλίσεις σ_1 και σ_2 και τη συνδιακύμανση μέσω της σχέσης $\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}$. Έχοντας δεδομένες τις τυπικές

αποκλίσεις και τις συνδιακυμάνσεις, δημιουργούμε το συμμετρικό πίνακα των συντελεστών συσχέτισης:

Μετοχή	OTE	FOLLI-FOLLIE	AEGEAN AIR	ΣΑΡΑΝΤΗΣ
OTE	1,00	0,60	0,56	0,75
FOLLI-FOLLIE	0,60	1,00	0,32	0,43
AEGEAN AIR	0,56	0,32	1,00	0,63
ΣΑΡΑΝΤΗΣ	0,75	0,43	0,63	1,00

Πίνακας 5.2-4 Πίνακας συντελεστών συσχέτισης μετοχών

Η αναμενόμενη απόδοση $E(R_p)$ του χαρτοφυλακίου που αποτελείται από τις τέσσερις αυτές μετοχές, σε ποσοστό w_i η καθεμία, είναι:

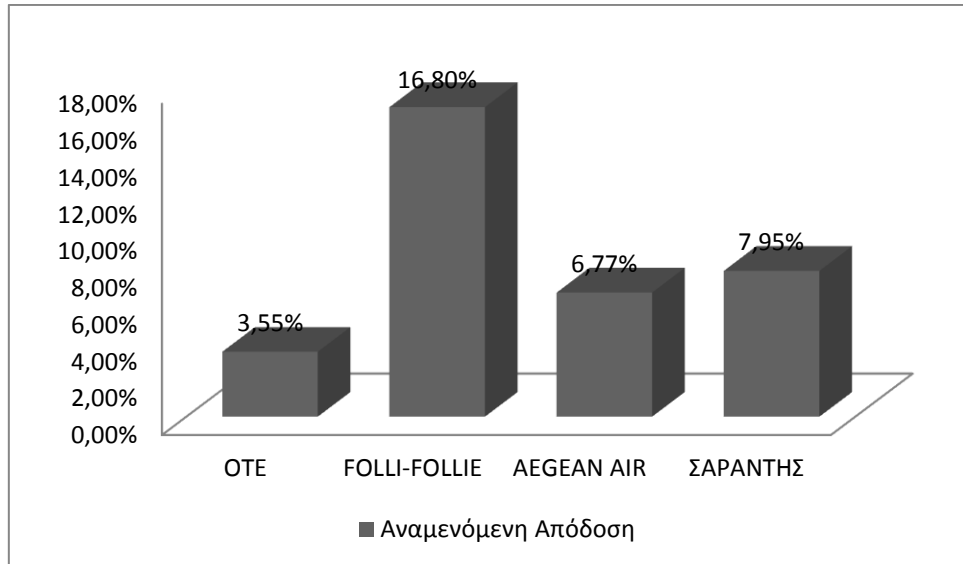
$$E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{i=1}^4 w_i E(R_i)$$

Η τυπική απόκλιση σ_p του χαρτοφυλακίου, δηλαδή το μέτρο κινδύνου που χρησιμοποιούμε, είναι:

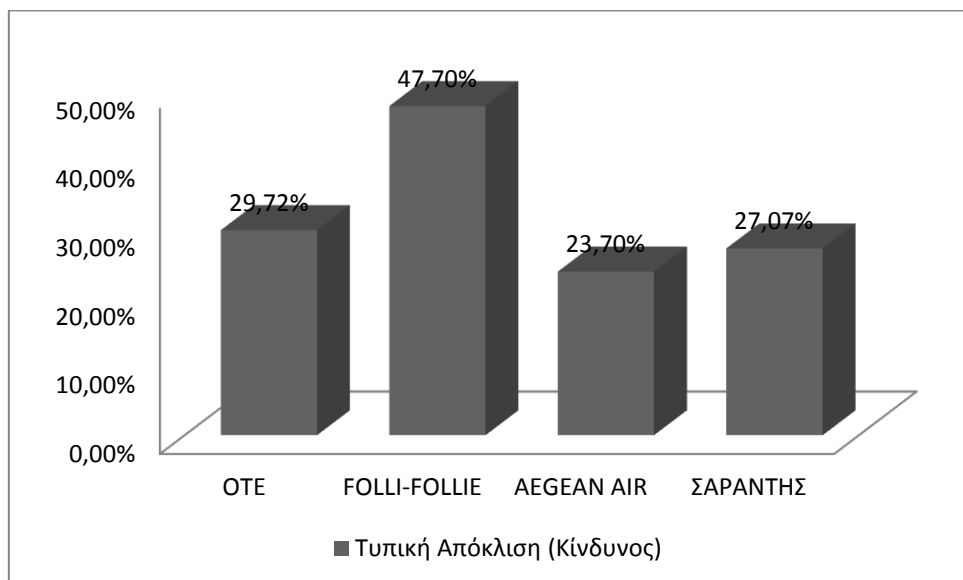
$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^4 w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^4 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 w_i w_j \sigma_{ij}}$$

Έχουμε πλέον υπολογίσει όλες τις ανεξάρτητες μεταβλητές που απαιτούνται για την αποτίμηση των δύο παραπάνω σχέσεων, εκτός των ποσοστών συμμετοχής w_i των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο. Τα ποσοστά συμμετοχής θα υπολογιστούν με γνώμονα το χαρτοφυλάκιο να είναι αποτελεσματικό, δηλαδή για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης να ελαχιστοποιείται ο κίνδυνος και αντίστροφα, για κάθε επίπεδο κινδύνου να μεγιστοποιείται η αναμενόμενη απόδοση. Η μεθοδολογία και η επίλυση του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης για τον υπολογισμό του αποτελεσματικού μετώπου στην επόμενη παράγραφο, οδηγεί στον υπολογισμό αυτών των ποσοστών, καθώς και της απόδοσης και του κινδύνου των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

Στα επόμενα δύο σχήματα αναπαρίστανται γραφικά, με τη μορφή ραβδογράμματος, οι αναμενόμενες αποδόσεις και οι τυπικές αποκλίσεις των τεσσάρων μετοχών που απαρτίζουν το προς μελέτη χαρτοφυλάκιο.



Σχήμα 5.2-5 Αναμενόμενη απόδοση μετοχών



Σχήμα 5.2-6 Κίνδυνος μετοχών

5.3 Αποτελεσματικό Μέτωπο Χαρτοφυλακίων Τεσσάρων Μετοχών

Στην παράγραφο αυτή θα οριστεί το πρόβλημα υπολογισμού του αποτελεσματικού μετώπου και θα περιγραφεί ο αλγόριθμος επίλυσής του. Στόχος του αλγορίθμου αυτού είναι ο προσδιορισμός των ποσοστών συμμετοχής του κάθε χρεογράφου στο εκάστοτε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης-κινδύνου. Εν συνεχεία θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος της εύρεσης του αποτελεσματικού μετώπου. Θα υπολογιστούν και θα παρουσιαστούν τα χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου και μέγιστης απόδοσης καθώς και το αποτελεσματικό μέτωπο.

Θυμηθείτε ότι το αποτελεσματικό σύνολο (*efficient set*) καθορίζεται από όλους τους συνδυασμούς που ελαχιστοποιούν το ρίσκο, για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης. Έτσι για να υπολογίσουμε ένα οποιοδήποτε σημείο που βρίσκεται πάνω στο αποτελεσματικό μέτωπο, ελαχιστοποιούμε τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, υπό τους περιορισμούς του σταθερού επιπέδου αναμενόμενης απόδοσης χαρτοφυλακίου, της επένδυσης ολόκληρου του κεφαλαίου στο χαρτοφυλάκιο και της ισχύος των παραδοχών, περί μη ύπαρξης ανοικτών πωλήσεων και ακίνδυνου χρεογράφου. Η προηγούμενη πρόταση περιλαμβάνει την παρακάτω μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, του υπολογισμού του αποτελεσματικού μετώπου, ενός χαρτοφυλακίου 4 μετοχών :

$$\text{Ελαχιστοποίηση (Minimize): } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^4 w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^4 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 w_i w_j \sigma_{ij}$$

Υπό τους περιορισμούς (*Subject to*):

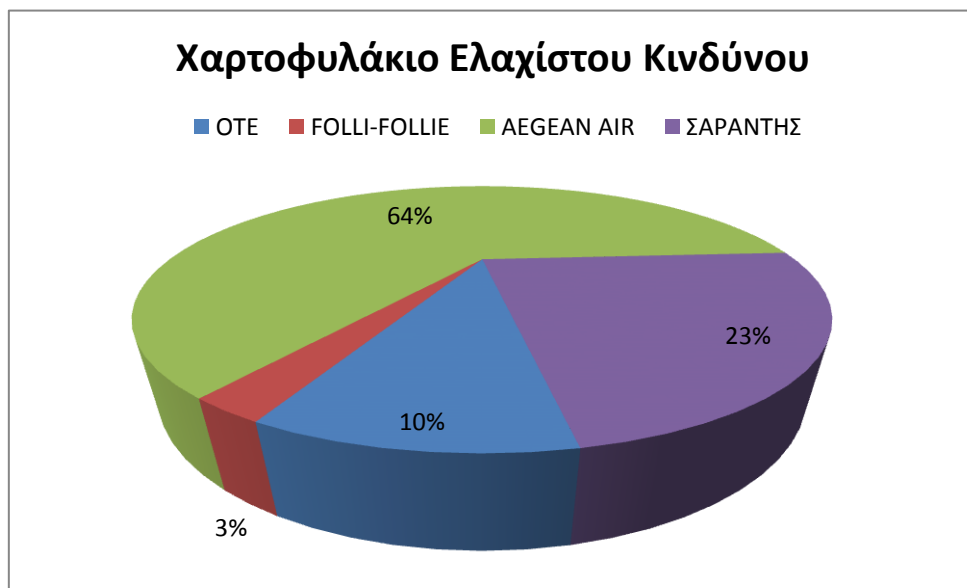
$$(1) \sum_{i=1}^4 w_i E(R_i) = E(R_p) = \bar{R}_p$$

$$(2) \sum_{i=1}^4 w_i = 1$$

$$(3) w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4$$

Η εύρεση του αποτελεσματικού μετώπου είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, όπου στην περίπτωση της μη ύπαρξης του ακίνδυνου χρεογράφου και μη δυνατότητας ανοικτών πωλήσεων, αποτελεί ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Το μαθηματικό αυτό πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού (*quadratic programming*) επιλύεται με τη βοήθεια της μη γραμμικής μεθόδου επίλυσης (*nonlinear GRG*) στο Πρόσθετο Επίλυσης (*Solver Add-In*) του Excel.

Προσδιορίζουμε αρχικά το χαρτοφυλάκιο με το μικρότερο ρίσκο (*minimum variance portfolio-mV*), δηλαδή την ελάχιστη τυπική απόκλιση. Για την εύρεσή του επιλέγουμε μέσω της εφαρμογής Solver την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης της διακύμανσης, χωρίς όμως να θέτουμε κάποιον επιπλέον περιορισμό ως προς την αναμενόμενη απόδοση. Οι περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιούνται κατά την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης είναι οι (2) και (3). Η εφαρμογή επίλυσης του Excel θα μεταβάλλει συνεχώς τα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο, μέχρι να επιτύχει το επιθυμητό χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου. Στο σχήμα 5.3-1 απεικονίζονται τα ποσοστά των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου και στον πίνακα 5.3-2 αναγράφονται τα στατιστικά του στοιχεία.



Σχήμα 5.3-1 Ποσοστά μετοχών στο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου

Χαρτοφυλάκιο	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος	Διακύμανση
Ελαχίστου Κινδύνου	6,99%	22,44%	5,03%

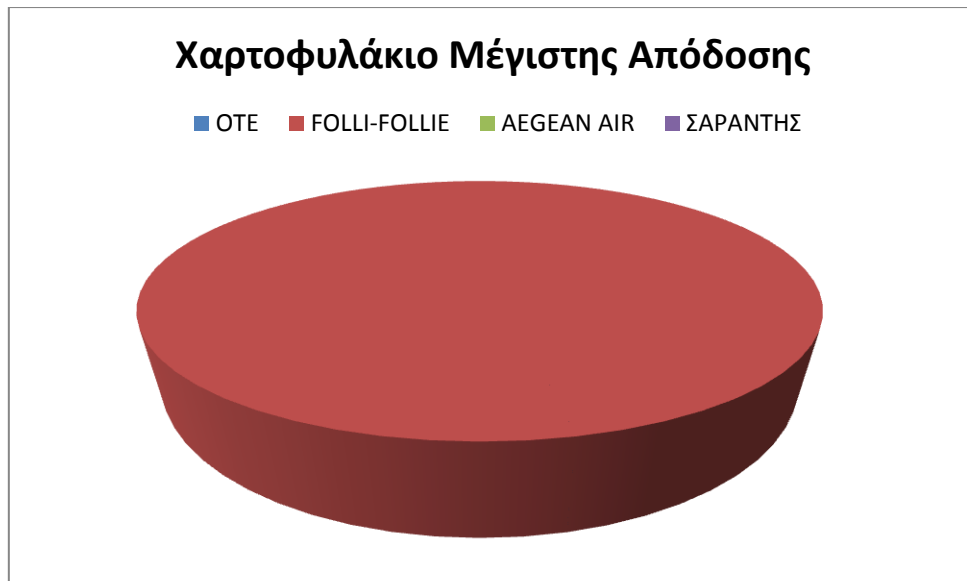
Πίνακας 5.3-2 Στατιστικά στοιχεία χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου

Η μετοχή με το μικρότερο κίνδυνο είναι αυτή της Aegean Airlines με διακύμανση 5,62% και τυπική απόκλιση 23,70%, ενώ το διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο τεσσάρων μετοχών έχει διακύμανση 5,03% και κίνδυνο 22,44%. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αυτού μειώθηκε σε σχέση με τον κίνδυνο της μετοχής Aegean Airlines, κάτι που ήταν αναμενόμενο λόγω της διαφοροποίησης. Όπως έχουμε περιγράψει στα προηγούμενα κεφάλαια, το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου αποτελεί το κάτω σύνορο του αποτελεσματικού μετώπου, δεδομένων των παραδοχών περί απαγόρευσης των ανοικτών πωλήσεων και της επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο.

Το επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός του άνω συνόρου του αποτελεσματικού μετώπου, δηλαδή του χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης (*maximum return portfolio-MR*). Για τον προσδιορισμό του επιλέγουμε μέσω της εφαρμογής Solver τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης της αναμενόμενης απόδοσης, χωρίς όμως να θέτουμε κάποιον επιπλέον περιορισμό ως προς τη συνάρτηση της διακύμανσης. Οι περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιούνται κατά τη μεγιστοποίηση της νέας αντικειμενικής συνάρτησης είναι οι (2) και (3), ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση. Το πρόσθετο επίλυσης του Excel θα μεταβάλλει συνεχώς τα ποσοστά συμμετοχής των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο, μέχρι να συγκλίνει στο χαρτοφυλάκιο με τη μέγιστη δυνατή αναμενόμενη απόδοση. Στον πίνακα 5.3-3 αναγράφονται τα στατιστικά στοιχεία του χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης και στο σχήμα 5.3-4 απεικονίζονται τα βάρη συμμετοχής των μετοχών σε αυτό. Παρατηρούμε ότι η αναμενόμενη απόδοση καθώς και η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης ισούται με αυτή της μετοχής Folli Follie. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης αποτελείται εξ' ολοκλήρου από την αποδοτικότερη μετοχή, οπότε τα χαρακτηριστικά απόδοσης-κινδύνου ταυτίζονται.

Χαρτοφυλάκιο	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος	Διακύμανση
Μέγιστης Απόδοσης	16,80%	47,70%	22,76%

Πίνακας 5.3-3 Στατιστικά στοιχεία χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης



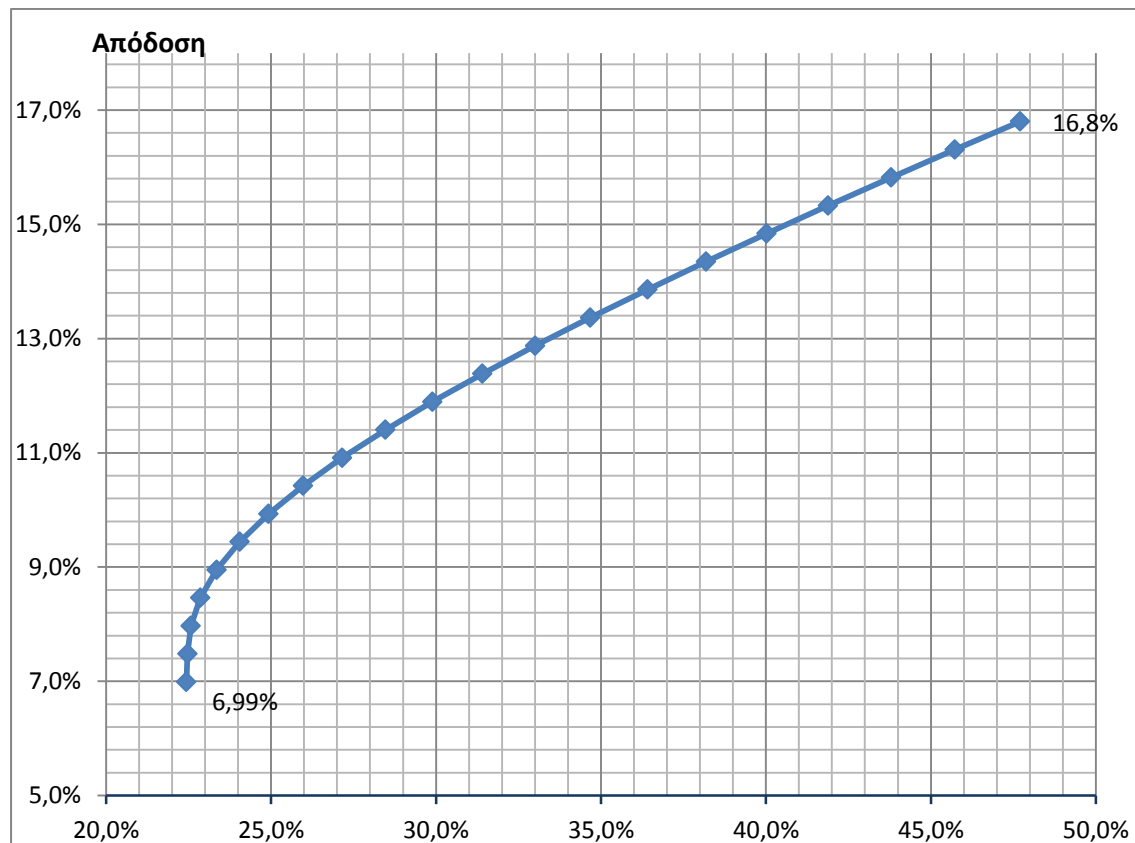
Σχήμα 5.3-4 Ποσοστά μετοχών στο χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης

Ανάλογα με τον αριθμό των χαρτοφυλακίων που θέλουμε να κατασκευάσουμε, προσδιορίζουμε ένα βήμα σύμφωνα με το οποίο κάθε φορά θα αυξάνεται η επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση, για την οποία θα ελαχιστοποιείται εκ νέου η συνάρτηση του κινδύνου. Έχοντας προσδιορίσει τα δύο άκρα του αποτελεσματικού μετώπου, το βήμα το ορίζουμε ως τη διαφορά των αποδόσεων των δύο ακραίων χαρτοφυλακίων, προς τον αριθμό των χαρτοφυλακίων που θέλουμε να κατασκευάσουμε. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήσαμε είκοσι σημεία-χαρτοφυλάκια για τον προσδιορισμό του αποτελεσματικού μετώπου. Επομένως το βήμα θα είναι:

$$\frac{\overline{R}_{p_{MR}} - \overline{R}_{p_{mV}}}{20} = 0,49061\%$$

Το μόνο που μένει λοιπόν για την κατασκευή του αποτελεσματικού μετώπου είναι να ξεκινήσουμε από το κάτω σύνορο και να αυξάνουμε επαναληπτικά το βήμα της απόδοσης μέχρι να σαρωθεί όλο το αποτελεσματικό μέτωπο και να φτάσουμε στο άνω σύνορο του. Σε κάθε επίπεδο σταθερής αναμενόμενης απόδοσης ελαχιστοποιούμε την αντικειμενική συνάρτηση του κινδύνου και λύνουμε μέσω του Solver το πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Έτσι βρίσκουμε, σε κάθε μία από τις λύσεις, ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο και συγκεκριμένα την τυπική απόκλισή του, την αναμενόμενη απόδοσή του (η οποία είναι γνωστή και σταθερή) και

τα ποσοστά συμμετοχής της κάθε μετοχής στο συγκεκριμένο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Στο σχήμα 5.3-5 φαίνεται η γραφική παράσταση του αποτελεσματικού μετώπου στο επίπεδο απόδοσης-κινδύνου.



Σχήμα 5.3-5 Αποτελεσματικό μέτωπο χαρτοφυλακίων τεσσάρων μετοχών

Το αποτελεσματικό μέτωπο αποτελεί τη γεωμετρική ερμηνεία του υποσυνόλου των εφικτών χαρτοφυλακίων, τα οποία ονομάζονται αποτελεσματικά και προτιμώνται από όλους τους επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο (*risk averse*) και προτιμούν τις μεγαλύτερες αναμενόμενες αποδόσεις. Στην περίπτωση που μελετάμε δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις (*no short selling*) και ο ενεργητικός ή παθητικός δανεισμός χωρίς κίνδυνο (*no riskless lending and borrowing*), οπότε το αποτελεσματικό μέτωπο των χαρτοφυλακίων των τεσσάρων μετοχών είναι μια κοίλη συνάρτηση, η οποία εκτείνεται μεταξύ του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου και του χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης, κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται και γραφικά.

5.4 Αποτελεσματικό Μέτωπο Χαρτοφυλακίων Ομολόγου-Μετοχών

Στην τελευταία παράγραφο αυτού του κεφαλαίου θα υπολογίσουμε το αποτελεσματικό μέτωπο των χαρτοφυλακίων που αποτελούνται από τις τέσσερις μετοχές που εξετάζουμε, καθώς και το κρατικό ομόλογο. Το δεκαετές ομόλογο του Ελληνικού Δημοσίου είναι ένα ακίνδυνο χρεόγραφο και έχει βέβαιη απόδοση ίση με 8,41%, όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Ο συνδυασμός του χαρτοφυλακίου A των τεσσάρων μετοχών με το ομόλογο με απόδοση R_F , σε ένα χαρτοφυλάκιο P , με ποσοστά συμμετοχής w και $1 - w$, αντίστοιχα, θα έχει αναμενόμενη απόδοση:

$$\bar{R}_P = w\bar{R}_A + (1 - w)R_F$$

Ομοίως, όπως αποδείχθηκε στο κεφάλαιο 3, για την τυπική απόκλιση σ_P της απόδοσης αυτού του χαρτοφυλακίου θα ισχύει:

$$\sigma_P = w\sigma_A$$

Παρατηρούμε ότι ο κίνδυνος σ_P του υβριδικού χαρτοφυλακίου P μειώνεται και είναι ένα ποσοστό w του κινδύνου σ_A του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου A . Με αντικατάσταση του ποσοστού w στην αναμενόμενη απόδοση \bar{R}_P του νέου αυτού χαρτοφυλακίου, προκύπτει:

$$\bar{R}_P = R_F + \left(\frac{\bar{R}_A - R_F}{\sigma_A} \right) \sigma_P$$

Ο προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου, στην περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο, βασίζεται στη διαπίστωση ότι η ευθεία που συνδέει το ομόλογο με το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο μετοχών, είναι αυτή με τη μέγιστη κλίση θ . Η κλίση της ευθείας αυτής ισούται με το λόγο της επιπρόσθετης απόδοσης (*excess return*) του χαρτοφυλακίου, δηλαδή της διαφοράς μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου και της απόδοσης του ακίνδυνου χρεογράφου, προς την τυπική του

απόκλιση. Η μαθηματική διατύπωση του μαθηματικού προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού για τον καθορισμό του αποτελεσματικού μετώπου έχει ως εξής:

$$\text{Μεγιστοποίηση (Maximize): } \theta = \frac{\bar{R}_P - R_F}{\sigma_P}$$

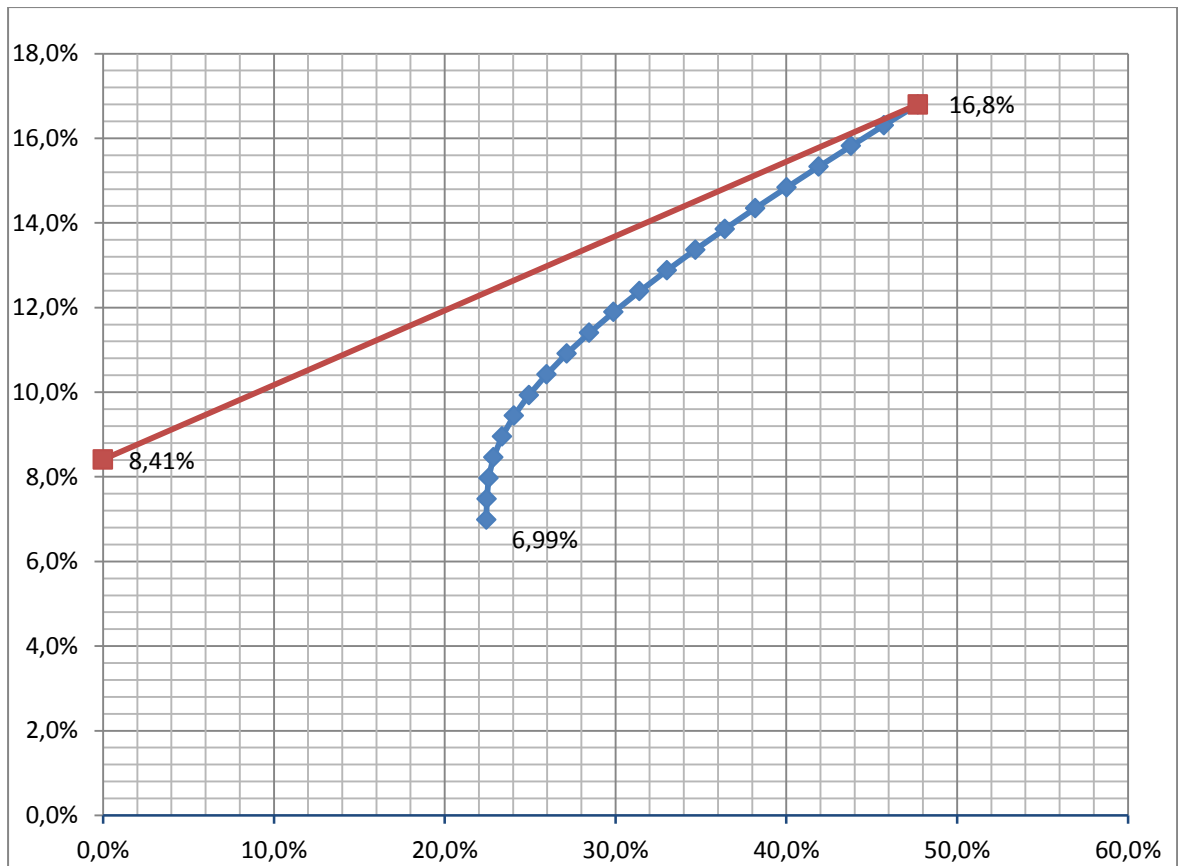
Υπό τους περιορισμούς (Subject to):

$$(1) \sum_{i=1}^5 w_i = 1$$

$$(2) w_i \geq 0, \quad \forall i$$

Με τη χρήση της εφαρμογής Solver επιλύσαμε και αυτό το πρόβλημα μη-γραμμικού προγραμματισμού, βρίσκοντας το σημείο στο οποίο εφάπτεται η ευθεία του νέου αποτελεσματικού μετώπου των υβριδικών χαρτοφυλακίων, στο αποτελεσματικό μέτωπο χαρτοφυλακίων μετοχών. Το χαρτοφυλάκιο στο εφαπτομενικό σημείο των δύο αποτελεσματικών μετώπων, όπου μεγιστοποιείται η κλίση θ της ευθείας, είναι το χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης. Το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο αυτό αποτελείται εξ' ολοκλήρου από τη μετοχή με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση (Folli Follie) και έχει τα ίδια χαρακτηριστικά απόδοσης-κινδύνου με αυτή.

Παρατηρούμε στο σχήμα 5.4-1 ότι το αποτελεσματικό μέτωπο θα είναι μια ευθεία γραμμή και όχι μια κοίλη καμπύλη, όπως ίσχυε στην περίπτωση του απλού χαρτοφυλακίου τεσσάρων μετοχών, εν τη απουσία του ομολόγου. Η ευθεία του αποτελεσματικού μετώπου ξεκινάει από το χαρτοφυλάκιο με τον ελάχιστο κίνδυνο (μηδενικό), που αποτελείται κατά 100% από το ομόλογο, στο σημείο (0, 8,41%) και εφάπτεται (και παράλληλα τερματίζει) στο σημείο του αποτελεσματικού μετώπου χαρτοφυλακίων μετοχών, που αντιστοιχεί στο χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης (47,7%, 16,8%), που αποτελείται κατά 100% από τη μετοχή Folli Follie. Στον πίνακα 5.4-2 συνοψίζονται τα χαρακτηριστικά του αποτελεσματικού μετώπου, το οποίο περιλαμβάνει το κρατικό ομόλογο.



Σχήμα 5.4-1 Αποτελεσματικό μέτωπο χαρτοφυλακίων ομολόγου-μετοχών

Σημείο Μετώπου	Απόδοση	Κίνδυνος	Ποσοστό Ομολόγου	Ποσοστό Μετοχών
Αρχικό	8,41%	0,00%	100%	0%
Τελικό	16,80%	47,70%	0%	100%

Πίνακας 5.4-2 Χαρακτηριστικά αποτελεσματικού μετώπου ομολόγου-μετοχών

Έτσι διαμορφώνεται το τελικό υβριδικό χαρτοφυλάκιο που περιέχει ένα ακίνδυνο κομμάτι και ένα που ενέχει κίνδυνο. Διαφορετικά σημεία πάνω στην ευθεία του αποτελεσματικού μετώπου ομολόγου-μετοχών, αντιπροσωπεύουν διαφορετικούς συνδυασμούς ποσοστών επένδυσης κεφαλαίου στο κρατικό ομόλογο και στο χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων μετοχών. Οι συνδυασμοί αυτοί οδηγούν σε χαρτοφυλάκια με ακόμα καλύτερα χαρακτηριστικά απόδοσης-κινδύνου, σε σχέση με αυτά που ανήκουν στο κοίλο αποτελεσματικό μέτωπο, χωρίς το ομόλογο. Η κάθετη προβολή κάθε χαρτοφυλακίου του παλιού αποτελεσματικού μετώπου (μπλε χρώμα) στο νέο αποτελεσματικό μέτωπο (κόκκινο χρώμα), μας δίνει χαρτοφυλάκιο μεγαλύτερης αναμενόμενης απόδοσης, με τον ίδιο κίνδυνο. Αντίστοιχα η οριζόντια προβολή κάθε χαρτοφυλακίου του κοίλου αποτελεσματικού μετώπου στο νέο

αποτελεσματικό μέτωπο, οδηγεί σε χαρτοφυλάκιο μικρότερου κινδύνου, με την ίδια αναμενόμενη απόδοση. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το υβριδικό χαρτοφυλάκιο ομολόγου-μετοχών υπερέχει του απλού μετοχικού χαρτοφυλακίου, όταν αυτά επιλεγούν και διαχειριστούν σύμφωνα με τη θεωρία μέσου-διακύμανσης.

Συμπερασματικά το υπόδειγμα μέσου διακύμανσης, αν και διατυπώθηκε πρώτη φορά το 1952, ορίζει μέχρι και σήμερα μια καινοτόμο μεθοδολογία επιλογής και σύνθεσης αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, ικανή να χαράξει μια σωστή επενδυτική στρατηγική. Παρόλη την κριτική του, το υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης αντιμετωπίζει συνολικά την προβληματική της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων. Κανένα υπόδειγμα δεν έχει καταφέρει να κατακτήσει την αποδοχή που κατέκτησε η προσέγγιση του Harry Markowitz. Η εφαρμογή της θεωρίας του Markowitz αλλά και του Tobin σε χαρτοφυλάκια μετοχών από το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, οδηγεί τον επενδυτή στις κατάλληλες επιλογές μετοχών και συνθέσεις χαρτοφυλακίων, με γνώμονα την ελαχιστοποίηση του ρίσκου, με σταθερή την αναμενόμενη απόδοση αλλά και τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης, με δεδομένο τον υφιστάμενο κίνδυνο.

Κλείνοντας, θα ήθελα να σημειώσω ότι αυτή η διπλωματική εργασία μου έδωσε ένα σημαντικό γνωσιακό κεφάλαιο και παράλληλα μια πολύ ενδιαφέρουσα πνευματική δραστηριότητα, κατά τους τελευταίους μήνες της φοίτησής μου στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο και τη Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών.

Βιβλιογραφία

- [1] Ψαρράς Ιωάννης, Ζοπουνίδης Κ., Ξυδώνας Π., *Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου*, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2010
- [2] Π. Ε. Πετράκης, *Αξιολόγηση και Χρηματοοικονομική Διοίκηση*, Εκδοτικές Επιχειρήσεις «Το Οικονομικό» Κ. & Π. Σμπίλιας Α.Ε.Β.Ε., 1999
- [3] Robert A. Haugen, *Modern Investment Theory*, Fifth Edition, Prentice-Hall, Inc., 2001
- [4] Charles P. Jones, *Investments: Analysis and Management*, Ninth Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2004
- [5] Haim Levy, Marshall Sarnat, *Portfolio and Investment Selection: Theory and Practice*, Prentice-Hall International, Inc., 1984
- [6] Frank K. Reilly, Keith C. Brown, *Investment Analysis and Portfolio Management*, Fifth Edition, The Dryden Press, 1997
- [7] Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, William N. Goetzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, Seventh Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2007
- [8] Markowitz Harry M., *Portfolio Selection*, The Journal of Finance, Vol. 7, pp. 77-91, March 1952
- [9] Markowitz Harry, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, Wiley, 1959
- [10] Markowitz Harry M., *Foundations of Portfolio Theory*, The Journal of Finance, Vol. 46, No. 2, pp. 469-477, June 1991
- [11] Markowitz Harry M., *The Early History of Portfolio Theory*, Financial Analysts Journal, Vol. 55, No.4 pp. 5-16, July – August 1999
- [12] Mark Rubinstein, *Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective*, The Journal of Finance, Vol. 57, pp. 1041-1045, Jun., 2002
- [13] Sharpe W, *Portfolio Theory and Capital Markets*, McGraw-Hill, Inc., 1970

- [14] Tobin James, *Liquidity Preference as Behavior Towards Risk*, Review of Economic Studies, 1958
- [15] Λελεδάκης Γιώργος, *Ανάλυση και Διαχείριση Χαρτοφυλακίου*, Εκδόσεις Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών, 2007
- [16] Meir Statman, *How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, September, 1987
- [17] Παπαδόπουλος Π. Αθανάσιος, *Νομισματική Θεωρία και Πολιτική*, 2002
- [18] Elton, E.J. and Gruber, M.J., *Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution*, Journal of Business, Vol. 50, 415-437, 1977
- [19] Konno H., Yamazaki H., *Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo Stock Market*, Management Science 37(5), 519-531, 1991
- [20] Bouri G., Martel J.M., Chabchoub H., *A multi-criterion approach for selecting attractive portfolio*, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis 11(3), 269-277, 2002
- [21] Ogryczak W., *Multiple criteria linear programming model for portfolio selection*, Annals of Operations Research, 97, 143-162, 2000
- [22] Feinstein C.D., Thapa M.N., *Notes: A reformulation of a mean-absolute deviation portfolio optimization model*, Management Science, 39(12), 1552-1553, 1993
- [23] Mansini R., Ogryczak W., Speranza M.G., *LP Solvable Models for Portfolio Optimization: A Classification and Computational Comparison*, IMA Journal of Management Mathematics, 14, 187-220, 2003a
- [24] Mansini R., Ogryczak W., Speranza M.G., *On LP Solvable Models for Portfolio Selection*, Informatica 14, 37-62, 2003b
- [25] Pardalos P.M., Sandstrom M., Zopounidis C., *On the use of optimization models for portfolio selection: A review and some computational results*, Computational Economics, 7/4, 227-244, 1994
- [26] Konno H., Shirakawa H., Yamazaki H., *A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model*, Annals of Operations Research, 45, 205-220, 1993
- [27] Perold A.F., *Large-scale portfolio optimization*, Management Science, 30(10), 1143-1160, 1984

- [28] Steuer R.E., Qi Y., Hirschberger M., *Portfolio optimization: New capabilities and future methods*, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 76(2), 199-219, 2006a
- [29] Cloquette J.F., Gerard M., Hadhri M., *An empirical analysis of Belgian daily returns using GARCH models*, Cahiers Economiques de Bruxelles, 418, 513-535, 1995
- [30] www.helex.gr
- [31] www.bankofgreece.gr
- [32] www.euro2day.gr
- [33] www.o-te.gr
- [34] www.follifolliegroup.com
- [35] www.aegeanair.com
- [36] www.sarantis.gr