



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**  
**ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

**ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ**  
**ΚΑΙ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Στυλιανός Μ. Μακρής**

**Επιβλέποντες:** Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Χρήστος Ρούπας

Συνεργάτης Εργαστηρίου

Συστημάτων Αποφάσεων

Αθήνα, Απρίλιος 2014





**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**  
**ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

## **ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ**

### **ΚΑΙ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Στυλιανός Μ. Μακρής**

**Επιβλέπων:** Ιωάννης Ψαρράς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την .....

.....  
Ιωάννης Ψαρράς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Βασίλειος Ασημακόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Δημήτριος Ασκούνης  
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Απρίλιος 2014

.....  
Στυλιανός Μ. Μακρής

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Στυλιανός Μ. Μακρής, 2014

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη των χρηματοοικονομικών θεμάτων που σχετίζονται με τη διαχείριση περιουσιακών στοιχείων. Η ραγδαία ανάπτυξη των κεφαλαιαγορών τις τελευταίες δεκαετίες καθώς και η καθιέρωσή τους ως πρωταγωνιστές των οικονομικών σχέσεων και των σχέσεων παραγωγής, αναδεικνύουν την αναγκαιότητα για τη δημιουργία υποδειγμάτων προκειμένου να αποτιμηθούν οι αποδόσεις διαφόρων περιουσιακών στοιχείων. Στα πλαίσια αυτά αναπτύχθηκε και η Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου η οποία εξετάζει τη συμπεριφορά ενός ορθολογικού επενδυτή ο οποίος επιθυμεί τη μεγιστοποίηση της απόδοσης των αξιογράφων που έχει στην κατοχή του με την ταυτόχρονη ανάληψη του μικρότερου δυνατού κινδύνου. Τρία είναι τα βασικά στάδια με τα οποία ασχολείται η Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου: ανάλυση αξιογράφων, ανάλυση χαρτοφυλακίου, επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

Πιο συγκεκριμένα η παρούσα εργασία στο 1ο Κεφάλαιο εισάγει τον αναγνώστη στις βασικές έννοιες της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, στις μεθόδους που χρησιμοποιούνται στις επενδύσεις σε αξιόγραφα και στην υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς. Στο 2ο Κεφάλαιο εξετάζεται σε βάθος η Θεωρία Χαρτοφυλακίου του Markowitz, «πατέρα» της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου και παρουσιάζονται όλα εκείνα τα απαραίτητα εργαλεία για τον υπολογισμό και τη γραφική απεικόνιση χαρτοφυλακίων δύο ή περισσότερων αξιογράφων με ή χωρίς τοποθετήσεις σε περιουσιακά στοιχεία χωρίς κίνδυνο. Ακόμα, καθορίζεται η διαδικασία που μπορεί να ακολουθήσει ένας επενδυτής ώστε να επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο που ταιριάζει στην προσωπικότητά του. Στο 3ο Κεφάλαιο μελετάται το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (CAPM) ενώ στο 4ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρία πολυμεταβλητών μοντέλων και ειδικότερα η Θεωρία Τιμολόγησης Εξισορροπητικής Κερδοσκοπίας (APT). Τέλος στο 5ο Κεφάλαιο γίνεται εμπειρική αξιολόγηση των μοντέλων Markowitz, CAPM και APT παίρνοντας ιστορικά δεδομένα από το Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου. Στο ερευνητικό μέρος της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν το πρόγραμμα Microsoft Excel και το οικονομετρικό πρόγραμμα EViews ενώ τα αποτελέσματα συνοδεύονται από γενικότερα συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

**Λέξεις- Κλειδιά:** Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Markowitz, Αποδοτικό Σύνορο, Αποτελεσματική Αγορά, Χρησιμότητα του Επενδυτή, Γραμμή Κεφαλαιαγοράς, Μοντέλο Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων, Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου, Θεωρία Τιμολόγησης Εξισορροπητικής Κερδοσκοπίας



## ABSTRACT

The aim of this thesis is the study of financial issues related to asset management. The rapid development of financial markets in recent decades along with their establishment as protagonists of economic relations and relations of production, highlight the need to develop models to evaluate the performance of various assets. It is in this context that the Modern Portfolio Theory was developed, which examines the behaviour of a rational investor wanting to maximize the return on securities held and simultaneously taking the smallest possible risk. There are three basic stages to the Modern Portfolio Theory: securities analysis, portfolio analysis, selection of an optimal portfolio.

More specifically, in Chapter 1 of this work the reader is introduced to the basic concepts of Modern Portfolio Theory, the methods used in investments in securities and the efficient market hypothesis. In Chapter 2, the Markowitz's Portfolio Theory, "father" of Modern Portfolio Theory is examined in depth and all the necessary tools for calculating and graphing portfolios of two or more securities with or without investments in assets without risk are presented. Furthermore, the process that an investor can follow to choose a portfolio that fits his personality is presented. In Chapter 3 the Capital Asset Pricing Model (CAPM) is studied, while in the 4th Chapter the theory of multivariate models and in particular the Arbitrage Pricing Theory (APT) is presented. Finally, in Chapter 5 there is a presentation of an empirical evaluation of the Markowitz model, CAPM and APT drawing on historical data from the London Stock Exchange. Throughout the research Microsoft Excel and EViews programs were used, while the econometric results are accompanied by more general conclusions and recommendations for further research.

**Key Words:** Portfolio Theory, Markowitz, Efficient Set, Efficient Market, Utility of the Investor, Capital Market Line, Capital Asset Pricing Model, Security Market Line, Arbitrage Pricing Theory





# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ .....	14
1.1 Ορισμός Χαρτοφυλακίου .....	14
1.2 Θεωρία Χαρτοφυλακίου .....	14
1.3 Χαρακτηριστικά περιουσιακών στοιχείων .....	15
1.3.1 Απόδοση (Return) .....	15
1.3.2 Κίνδυνος .....	16
1.3.3 Ρευστότητα .....	18
1.4 ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ ΣΕ ΧΡΕΟΓΡΑΦΑ .....	18
1.4.1 Τεχνική Ανάλυση .....	19
1.4.2 Θεμελιώδης Ανάλυση .....	22
1.5 Η ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ .....	24
1.5.1 Το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου ( <i>Random Walk</i> ) .....	24
1.5.2 ΤΡΙΑ ΕΠΙΠΕΔΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΓΟΡΩΝ .....	25
1.5.3 Η ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΑΠΟΨΗ .....	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Η ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΤΟΥ MARKOWITZ.....	29
2.1 HARRY MARKOWITZ.....	29
2.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ MARKOWITZ .....	29
2.3 ΑΠΟΔΟΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ .....	29
2.4 ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ.....	30
2.5 ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΔΥΟ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ .....	35
2.6 ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΠΟΛΛΩΝ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ .....	39
2.7 ΟΦΕΛΗ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	41
2.8 ΤΟ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟ ΜΕΤΩΠΟ ΔΥΟ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	43
2.9 ΤΟ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟ ΜΕΤΩΠΟ ΠΟΛΛΩΝ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	49
2.10 ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΕΠΕΝΔΥΤΗ.....	50
2.10.1 ΑΠΟΣΤΡΟΦΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ .....	50
2.10.2 ΑΞΙΟΛΟΓΩΝΤΑΣ ΤΗΝ ΑΝΟΧΗ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΟ ΡΙΣΚΟ.....	52

2.10.3	ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΒΕΒΑΙΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ (certainty equivalent) .....	56
2.10.4	Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ ΜΕΣΟΥ - ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ (Mean-Variance criterion).....	57
2.10.5	ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ.....	59
2.10.6	ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΔΥΟ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ.....	62
2.11	ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΕΙΣ ΣΕ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΚΙΝΔΥΝΟ .....	63
2.11.1	Η ΓΡΑΜΜΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ (CAPITAL ALLOCATION LINE - CAL).....	64
2.11.2	ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ .....	67
2.11.3	ΤΟ ΑΡΙΣΤΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΤΩΝ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕ ΚΙΝΔΥΝΟ .....	68
2.11.4	ΓΡΑΜΜΗ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ (CAPITAL MARKET LINE - CML).....	69
2.11.5	ΕΠΙΛΟΓΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ .....	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:	ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	77
3.1	ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΑΠΛΟΥ ΔΕΙΚΤΗ .....	77
3.1.1	ΑΠΟΔΟΣΗ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΕΝΟΣ ΑΞΙΟΓΡΑΦΟΥ (ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΠΛΟΥ ΔΕΙΚΤΗ).....	79
3.1.2	ΑΠΟΔΟΣΗ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ (ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΠΛΟΥ ΔΕΙΚΤΗ).....	81
3.2	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (CAPM) .....	82
3.2.1	ΓΡΑΜΜΗ ΑΓΟΡΑΣ ΑΞΙΟΓΡΑΦΟΥ (SECURITY MARKET LINE - SML) .....	84
3.2.2	Ο ΑΝΤΙΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ CAPM .....	86
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:	ΘΕΩΡΙΑ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΞΙΣΟΡΡΟΠΗΤΙΚΗΣ ΚΕΡΔΟΣΚΟΠΙΑΣ .....	88
4.1	ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ .....	88
4.2	ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ART .....	91
4.3	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ART-CAPM .....	94
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:	ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ MARKOWITZ, CAPM, ART ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΞΙΩΝ ΤΟΥ ΛΟΝΔΙΝΟΥ .....	96
5.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	96
5.2	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ MARKOWITZ .....	99
5.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ CAPM.....	119
5.4	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ART .....	129
5.5	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ.....	136
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	138

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2.1: Αποδόσεις από το παράδειγμα των εταιρειών ΗΛΙΟΣ και ΟΥΡΑΝΟΣ.....	35
Πίνακας 2.2: Βοηθητικοί υπολογισμοί.....	37
Πίνακας 2.3: Αποδόσεις-τυπικές αποκλίσεις χαρτοφυλακίου και των επιμέρους στοιχείων του.....	37
Πίνακας 2.4: Σχέση κινδύνου-συντελεστή συσχέτισης.....	39
Πίνακας 2.5: Φόρμουλα για τον υπολογισμό του κινδύνου χαρτοφυλακίου πολλών αξιογράφων.....	40
Πίνακας 2.6: Σχέση αριθμού αξιογράφων με αριθμό διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων.....	41
Πίνακας 2.7: Δεδομένα από το παράδειγμα των εταιρειών ΗΦΑΙΣΤΟΣ και ΠΟΣΕΙΔΩΝΑΣ.....	43
Πίνακας 2.8: Απόδοση και τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου σε σχέση με τα ποσοστά συμμετοχής των επιμέρους μετοχών.....	44
Πίνακας 2.9: Επίδραση των ποσοστών συμμετοχής και των διαφόρων συντελεστών συσχέτισης στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.....	48
Πίνακας 2.10: Επίπεδα Ανοχής Κινδύνου.....	55
Πίνακας 2.11: Τιμές Χρησιμότητας για διαφορετικούς συντελεστές A.....	56
Πίνακας 5.1: Μεταβολή ΑΕΠ Βρετανίας για τα έτη 2000-2012.....	99
Πίνακας 5.2: Οι κλάδοι και οι μετοχές των εταιρειών που χρησιμοποιήθηκαν.....	100
Πίνακας 5.3: Τυπικές Αποκλίσεις και Μέσες Εβδομαδιαίες Αποδόσεις των υπό εξέταση μετοχών.....	102
Πίνακας 5.4: Πίνακας Συσχέτισης των Αποδόσεων.....	103
Πίνακας 5.5: Βοηθητικός Πίνακας για τον υπολογισμό της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου.....	104
Πίνακας 5.6: Το αποδοτικό σύνορο χωρίς περιορισμούς (Πίνακας A).....	108
Πίνακας 5.7: Το αποδοτικό σύνορο χωρίς περιορισμούς (Πίνακας B).....	109
Πίνακας 5.8: Το αποδοτικό σύνορο με περιορισμούς (Πίνακας A).....	111
Πίνακας 5.9: Το αποδοτικό σύνορο με περιορισμούς (Πίνακας B).....	112
Πίνακας 5.10: Αποτελέσματα του CAPM για τις 30 εξεταζόμενες μετοχές.....	128
Πίνακας 5.11: Συντελεστές $b_{FTSE_j}$ , Jensen, R-squared με αντίστοιχες πιθανότητες από την εφαρμογή του μοντέλου APT.....	134
Πίνακας 5.12: Συντελεστές των ερμηνευτικών μεταβλητών CPI, GDP, Int_Rate με τις αντίστοιχες πιθανότητες από την εφαρμογή του APT.....	135

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1: Καμπύλη κανονικής κατανομής .....	17
Σχήμα 1.2: Γράφημα αγοράς σε τάση .....	20
Σχήμα 1.3: Γράφημα αντιστροφής της προηγούμενης τάσης .....	21
Σχήμα 1.4: Γράφημα διάσπασης πλάγιων κινήσεων .....	22
Σχήμα 1.5: Θεμελιώδης και Τεχνική Ανάλυση .....	23
Σχήμα 1.6: Τρία επίπεδα αποτελεσματικών αγορών .....	27
Σχήμα 2.1: Τετράωρο γράφημα χρυσού και ασημιού .....	33
Σχήμα 2.2: Οκτάωρο γράφημα χρυσού και S&P 500 .....	34
Σχήμα 2.3: Ημερήσιο γράφημα χρυσού και EUR/USD .....	34
Σχήμα 2.4: Διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου .....	43
Σχήμα 2.5: Καμπύλη εφικτού συνόλου των χαρτοφυλακίων των δύο μετοχών .....	45
Σχήμα 2.6: Καμπύλες εφικτών συνόλων των συνδυασμών των δύο μετοχών για διαφορετικούς συντελεστές συσχέτισης .....	49
Σχήμα 2.7: Εφικτό σύνολο χαρτοφυλακίων πολλών αξιογράφων .....	50
Σχήμα 2.8: Σχήμα για την κατανόηση του κριτηρίου Μέσου-Διακύμανσης .....	57
Σχήμα 2.9: Καμπύλη αδιαφορίας .....	59
Σχήμα 2.10: Παράλληλες καμπύλες αδιαφορίας .....	60
Σχήμα 2.11: Καμπύλες Αδιαφορίας και βαθμός αποστροφής ρίσκου του επενδυτή .....	61
Σχήμα 2.12: Επιλογή Άριστου Χαρτοφυλακίου .....	62
Σχήμα 2.13: Η γραμμή κατανομής κεφαλαίων .....	66
Σχήμα 2.14: Άριστο Χαρτοφυλάκιο (OPRA) - Γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML) .....	69
Σχήμα 2.15: Το αποδοτικό σύνολο των αξιογράφων με και χωρίς κίνδυνο (συντηρητικός επενδυτής) ...	70
Σχήμα 2.16: Το αποδοτικό σύνολο των αξιογράφων με και χωρίς κίνδυνο (επιθετικός επενδυτής) .....	71
Σχήμα 2.17: Επιλογή χαρτοφυλακίου με ίδιο επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας .....	72
Σχήμα 2.18: Επιλογή χαρτοφυλακίου με περιορισμούς στη δανειοληψία .....	74
Σχήμα 2.19: Επιλογή χαρτοφυλακίου με διαφορετικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας .....	75
Σχήμα 2.20: Επιλογή χαρτοφυλακίου από επενδυτές που ούτε δανείζουν ούτε δανείζονται .....	76
Σχήμα 3.1: Χαρακτηριστική Γραμμή .....	78
Σχήμα 3.2: Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου (SML) .....	85
Σχήμα 5.1: Τα αποδοτικά σύνορα με και χωρίς περιορισμούς .....	113
Σχήμα 5.2: Το νέο Αποδοτικό Σύνορο με περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης .....	115
Σχήμα 5.3: Το νέο Αποδοτικό Σύνορο χωρίς περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης .....	116
Σχήμα 5.4: Τελική επιλογή χαρτοφυλακίου (επιτρέπονται οι πωλήσεις) .....	118
Σχήμα 5.5: Τελική επιλογή χαρτοφυλακίου (δεν επιτρέπονται οι πωλήσεις) .....	119
Σχήμα 5.6: Godfrey Serial Correlation LM Test για την εταιρεία Worthington Group PLC .....	122
Σχήμα 5.7: Jarque-Bera Test για την εταιρεία Worthington Group PLC .....	123
Σχήμα 5.8: White Heteroskedasticity Test για την εταιρεία Worthington Group PLC .....	124

<i>Σχήμα 5.9: Ramsey RESET Test για την εταιρεία Worthington Group PLC.....</i>	<i>125</i>
<i>Σχήμα 5.10: Εφαρμογή του CAPM για την εταιρεία Worthington Group PLC.....</i>	<i>127</i>
<i>Σχήμα 5.11: Εφαρμογή του APT για την εταιρεία Worthington Group PLC.....</i>	<i>132</i>

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

### 1.1 Ορισμός Χαρτοφυλακίου

Χαρτοφυλάκιο ονομάζουμε ένα συνδυασμό από αξιόγραφα και περιουσιακά στοιχεία (μετοχές, ομόλογα, δείκτες, μετρητά, αμοιβαία κεφάλαια, έντοκα γραμμάτια δημοσίου, τίτλοι ιδιοκτησίας κλπ.) η δημιουργία του οποίου στοχεύει στην μέγιστη δυνατή απόδοση με το μικρότερο δυνατό επενδυτικό κίνδυνο.<sup>1</sup>

### 1.2 Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Η θεωρία χαρτοφυλακίου ασχολείται με τον καθορισμό των απαραίτητων ενεργειών που πρέπει να κάνει ένας επενδυτής ώστε να επιλέξει έναν άριστο συνδυασμό από διάφορα αξιόγραφα που έχει στη διάθεσή του. Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο αποτελείται από έναν άριστο συνδυασμό προσδοκώμενης αποδοτικότητας και κινδύνου ώστε να μεγιστοποιείται η χρησιμότητα του επενδυτή. Προκύπτουν επομένως τρία στάδια που ερευνά η θεωρία της ανάλυσης χαρτοφυλακίου:

- Προσδιορισμός εναλλακτικών αποδοτικών χαρτοφυλακίων μέσα από την αξιολόγηση και επιλογή των διαθέσιμων χρεογράφων.
- Προσδιορισμός του άριστου χαρτοφυλακίου. Άριστο χαρτοφυλάκιο είναι το τέλεια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, η χρήση του οποίου ελαχιστοποιεί την αβεβαιότητα (μη συστηματικό κίνδυνο) που διακατέχει τα χρηματοοικονομικά προϊόντα μέσω της διασποράς του κινδύνου.
- Επιλογή του χαρτοφυλακίου με τη μέγιστη δυνατή χρησιμότητα για τον επενδυτή χρησιμοποιώντας τις καμπύλες αδιαφορίας.<sup>2</sup>

Όλοι οι άνθρωποι μπαίνουν στη διαδικασία της επιλογής χαρτοφυλακίου. Καθημερινά αγοράζουμε μερικά αγαθά και υπηρεσίες, τοποθετούμε κάποια χρήματα σε τραπεζικούς

<sup>1</sup> Η χρήση χαρτοφυλακίου δεν είναι πρωτοπορία του 20ου αιώνα. Τη συναντούμε ακόμα και σε στίχους του Σαίξπηρ (Εμπορος της Βενετίας, Πράξη 1, Σκηνή 1):

*Αντώνιος:* «Οι επιχειρήσεις μου δεν βασίζονται σε ένα πλοίο, ούτε μόνο σε ένα μέρος, ούτε όλη μου η περιουσία βασίζεται πάνω στην τύχη μίας χρονιάς. Γι' αυτό τα εμπόριά μου δεν είναι εκείνα που με θλίβουν».

<sup>2</sup> Οι καμπύλες αδιαφορίας ορίζουν τους συνδυασμούς ανάμεσα σε απόδοση και κίνδυνο που δίνουν στον επενδυτή την ίδια χρησιμότητα. Ο επενδυτής αδιαφορεί για το ποιο σημείο θα επιλέξει πάνω στην καμπύλη αδιαφορίας.

λογαρισμούς ή αποταμιευτικούς, πληρώνουμε την εισφορά στο συνταξιοδοτικό μας ταμείο κλπ. Στην ουσία κατανέμουμε το εισόδημά μας όπως εμείς νομίζουμε καλύτερα, δηλαδή διαχειριζόμαστε το χαρτοφυλάκιο μας όσο γίνεται πιο αποτελεσματικά για μας.

### 1.3 Χαρακτηριστικά περιουσιακών στοιχείων

Ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από διάφορα περιουσιακά στοιχεία. Τρία είναι τα χαρακτηριστικά τους που εξετάζουμε προκειμένου να συγκροτήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο:

- η απόδοση
- ο κίνδυνος
- η ρευστότητα

#### 1.3.1 Απόδοση (Return)

Απόδοση ορίζεται ως το κέρδος του επενδυτή τη χρονική περίοδο  $t$  έως  $t+1$ . Το χρονικό διάστημα μεταξύ  $t$  και  $t+1$  μπορεί να είναι η ώρα, η ημέρα, η εβδομάδα, ο μήνας, ο χρόνος κλπ.

Η απόδοση που απολαμβάνει ένας επενδυτής από την διακράτηση μιας μετοχής είναι το άθροισμα του μερίσματος (dividend), που καταβάλλεται την περίοδο  $t+1$ , με την κεφαλαιακή απόδοση (capital return) της επένδυσης. Είναι πιο βολικό η απόδοση να εκφράζεται σε ποσοστά επειδή αυτά είναι εφαρμόσιμα σε οποιοδήποτε ποσό επένδυσης. Στην ουσία τίθεται η εξής ερώτηση: για κάθε ένα ευρώ που θα επενδύσω ποιά θα είναι η απόδοση που θα αποκομίσω;

Οπότε,

$$\text{ποσοστιαία απόδοση} = \frac{\text{μερίσματα που καταβάλλονται στο τέλος της περιόδου}}{\text{αρχική αγοραία αξία}} + \frac{\text{μεταβολή της αγοραίας αξίας την περίοδο διακράτησης}}{\text{αρχική αγοραία αξία}}$$

ή

$$R_{t+1} = \frac{Div_{t+1}}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad \text{Σχέση 1-1}$$

όπου

$R_{t+1}$	η ποσοστιαία απόδοση της χρονικής περιόδου t έως t+1
$Div_{t+1}$	το μέρισμα που καταβάλλεται τη χρονική στιγμή t+1
$P_t$	η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή t
$P_{t+1}$	η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή t+1

Φυσικά από τα παραπάνω βγαίνει το συμπέρασμα ότι η ποσοστιαία απόδοση μπορεί να είναι θετική ή αρνητική ή μηδενική ανάλογα με τις τιμές των  $Div_{t+1}$  και  $P_{t+1} - P_t$ .<sup>3</sup>

Με ανάλογο τρόπο ορίζονται και οι αποδόσεις άλλων περιουσιακών στοιχείων. Για παράδειγμα η απόδοση μιας προθεσμιακής κατάθεσης είναι το επιτόκιο που αυτή αποφέρει ενώ η απόδοση από την αγορά ενός σπιτιού είναι το σύνολο των ενοικίων που θα εισπράξει ο ιδιοκτήτης την περίοδο που έχει στην κατοχή του το σπίτι συν τη μεταβολή της αγοραίας αξίας του σπιτιού την περίοδο διακράτησης του τίτλου ιδιοκτησίας.

### 1.3.2 Κίνδυνος

Ο κίνδυνος σχετίζεται με την αβεβαιότητα της απόδοσης που η επένδυση μπορεί να αποφέρει. Δεν υπάρχει κάποιος καθολικά συμφωνημένος ορισμός του κινδύνου της επένδυσης. Μπορούμε να πούμε ότι ένα περιουσιακό στοιχείο έχει πολύ υψηλό κίνδυνο όταν υπάρχει μεγάλη πιθανότητα η αναμενόμενη απόδοσή του να απέχει κατά πολύ από την πραγματική του απόδοση. Ως αναμενόμενη απόδοση μπορούμε να θεωρήσουμε τον μέσο όρο των αποδόσεων του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου τις τελευταίες  $n$  περιόδους:

$$\text{Expected Return} = E(R) = \text{Mean Return} = \bar{R} = \frac{(R_1 + R_2 + \dots + R_n)}{n} \quad \text{Σχέση 1-2}$$

Τα μέτρα του κινδύνου που χρησιμοποιούνται πιο συχνά είναι η διασπορά ή διακύμανση (variance) και η τυπική απόκλιση (standard deviation).

Η διασπορά μιας κατανομής είναι ένα μέτρο που μας δείχνει πόσο πολύ μια απόδοση μπορεί να απέχει από το μέσο όρο. Αν η κατανομή έχει μεγάλη διασπορά τότε υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα σχετικά με την απόδοση που μπορεί η επένδυση να αποφέρει. Από την άλλη αν η διασπορά έχει μικρή τιμή τότε η επένδυση είναι λιγότερο αβέβαιη.

<sup>3</sup> Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν χρηματιστηριακές προμήθειες και φορολογικές υποχρεώσεις από τις συναλλαγές μας στη χρηματιστηριακή αγορά.



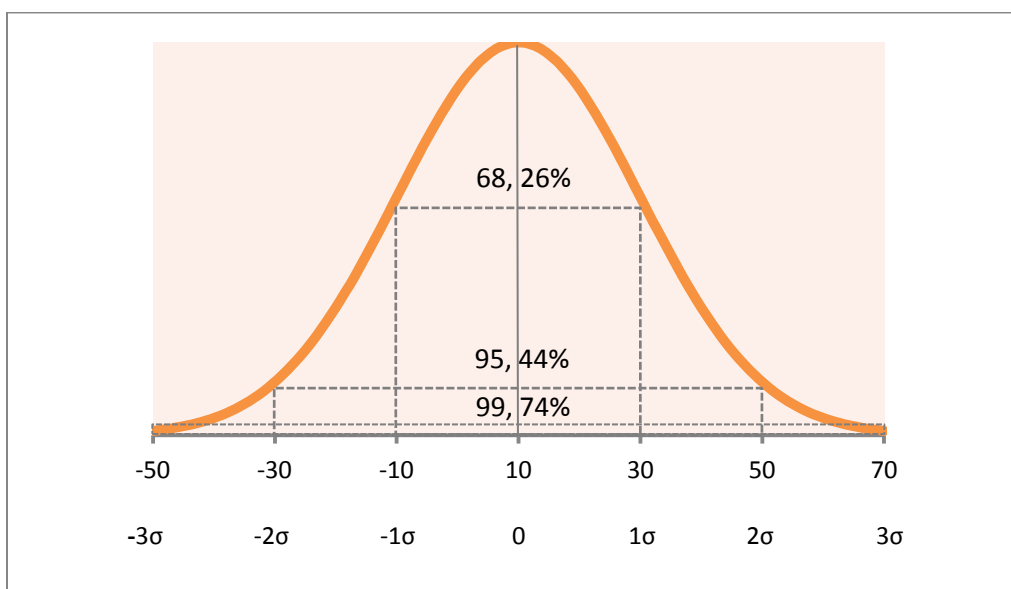
$$\text{Διασπορά} = \text{Var} = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (R_n - \bar{R})^2 \quad \text{Σχέση 1-3}$$

$$\text{Τυπική απόκλιση} = \sigma = \sqrt{\text{Var}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n (R_n - \bar{R})^2} \quad \text{Σχέση 1-4}$$

Η τυπική απόκλιση θα είναι η παράμετρος διασποράς που θα χρησιμοποιούμε από εδώ και στο εξής επειδή εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες που εκφράζονται και οι παρατηρήσεις ( $R_1, R_2, \dots, R_n$ ).

Ας δώσουμε όμως μια τάξη μεγέθους του κινδύνου. Ένα περιουσιακό στοιχείο με αναμενόμενη απόδοση 10% (μέσος όρος προηγούμενων παρατηρήσεων) και τυπική απόκλιση 20% θεωρείται μια επικίνδυνη επένδυση. Αν υποθέσουμε ότι οι αποδόσεις του υπό μελέτη περιουσιακού στοιχείου ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε υπάρχει 68,26% πιθανότητα η απόδοση της επένδυσης να κυμανθεί μεταξύ -10% (10%-20%) και 30% (10%+20%).

Στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 1.1) φαίνεται η καμπύλη της κανονικής κατανομής με την αναμενόμενη απόδοση του περιουσιακού στοιχείου να είναι 10% και την τυπική απόκλιση να είναι 20%.



**Σχήμα 1.1: Καμπύλη κανονικής κατανομής**

Από το παραπάνω σχήμα βλέπουμε ότι υπάρχει 95,44% πιθανότητα η απόδοση της επένδυσης να βρίσκεται μεταξύ -30% και 50% ενώ υπάρχει πιθανότητα 99,74% η απόδοση να κυμανθεί μεταξύ -50% και 70%.

Φυσικά δεν υπάρχει εγγύηση ότι οι αποδόσεις των εκάστοτε υπό μελέτη περιουσιακών στοιχείων θα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Παρόλα αυτά υπάρχουν μελέτες που δείχνουν ότι όσο αυξάνονται οι ιστορικές παρατηρήσεις των πραγματικών αποδόσεων τόσο η κατανομή τους θα πλησιάζει την θεωρητική καμπύλη της κανονικής κατανομής (σχήμα 1.1).

Ο λόγος που η κανονική κατανομή παίζει σημαντικό ρόλο στην επιστήμη της Στατιστικής και χρησιμοποιείται πολύ συχνά είναι η ιδιότητά της να μπορεί να περιγραφεί πλήρως από τον μέσο όρο και την τυπική απόκλιση καθώς επίσης και το γεγονός ότι είναι συμμετρική γύρω από τον μέσο όρο. Ως αποτέλεσμα των παραπάνω η τυπική απόκλιση είναι ένα αξιόπιστο μέτρο κινδύνου για τις αποδόσεις των αξιογράφων που ακολουθούν την κανονική κατανομή. Τέλος, ένα ακόμα σημαντικό πλεονέκτημα της κανονικής κατανομής είναι ότι, αν κάποια αξιόγραφα ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε και το χαρτοφυλάκιο που θα απαρτίζεται από αυτά θα ακολουθεί επίσης την κανονική κατανομή. Ως εκ τούτου, η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου αυτού θα είναι ένα καλό μέτρο της αβεβαιότητας που αυτό μπορεί να περιέχει.

### 1.3.3 Ρευστότητα

Με τον όρο *ρευστότητα* ενός περιουσιακού στοιχείου εννοούμε την ικανότητά του να μεταπωληθεί άμεσα και εύκολα με αμελητέα μεταβολή στην τιμή του. Το πιο ρευστό στοιχείο και γενικά πιο αποδεκτό μέσο συναλλαγών είναι το χρήμα.

Η ρευστότητα είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό που πρέπει να έχει ένα περιουσιακό στοιχείο ώστε αυτό να είναι ελκυστικό. Οι διαχειριστές χαρτοφυλακίων επιθυμούν τα αξιόγραφα που συγκροτούν τα χαρτοφυλάκια τους να διακρίνονται για την υψηλή ρευστότητά τους, ώστε να μπορούν να καλύψουν έκτακτες ανάγκες κεφαλαίων και να μπορούν να ανταποκριθούν σε επενδυτικές ευκαιρίες που ίσως προκύψουν.

## 1.4 ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ ΣΕ ΧΡΕΟΓΡΑΦΑ

Δύο είναι οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται ευρέως στις επενδύσεις σε χρεόγραφα:

- Τεχνική Ανάλυση
- Θεμελιώδης Ανάλυση

### 1.4.1 Τεχνική Ανάλυση

Με τον όρο *Τεχνική Ανάλυση* (technical analysis) εννοούμε την αξιολόγηση των γραφημάτων που απεικονίζουν τις ιστορικές παρατηρήσεις των τιμών των υπό εξέταση μετοχών (ομολόγων, δεικτών, εμπορευμάτων, ισοτιμιών κλπ.) με σκοπό την πρόβλεψη των μελλοντικών τους κινήσεων. Η Τεχνική Ανάλυση έχει στο οπλοστάσιο της πληθώρα τεχνικών δεικτών και σε συνδυασμό με τη χρήση διαγραμμάτων μπορεί κάποιος να αναλύσει και να προβλέψει την αγορά.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τρεις απλές τακτικές που χρησιμοποιούν οι ειδικοί διαχειριστές κεφαλαίων που τοποθετούνται στην αγορά χρησιμοποιώντας την Τεχνική Ανάλυση:

➤ ***Trend following*** (*Η τάση είναι φίλος σου*)

Με την τακτική αυτή προσπαθούμε να εντοπίσουμε όσο πιο νωρίς την αρχή μιας τάσης και να την ακολουθήσουμε ως το τέλος της εφαρμόζοντας στην πράξη τη φράση "η τάση είναι φίλος σου".

Ο εντοπισμός της τάσης μπορεί να γίνει είτε με τη χρήση τεχνικών δεικτών όπως είναι οι Απλοί Κινητοί Μέσοι Όροι (SMA) ή οι Εκθετικοί Κινητοί Μέσοι Όροι (EMA), είτε με το να σχεδιάσουμε πάνω στο διάγραμμα γραμμές τάσης ή κανάλια διακύμανσης.



**Σχήμα 1.2: Γράφημα αγοράς σε τάση <sup>4</sup>**

Στο παραπάνω σχήμα ο Εκθετικός Κινητός Μέσος Όρος 55 τετραώρων μας βοηθά στο να αναγνωρίσουμε την ανοδική κίνηση της ισοτιμίας EUR/AUD. Ένας έμπορος (trader) θα μπορούσε να αγοράσει την ισοτιμία, όταν αυτή πλησίαζε τον EMA 55 τετραώρων, ώστε να τοποθετηθεί με τη μεριά της τάσης. Φυσικά στην απόφασή του να τοποθετηθεί στην αγορά πρέπει να συμπεριλάβει και πλήθος άλλων παραγόντων (δυναμική της τάσης, πιθανές αντιστάσεις που μπορεί να ανακόψουν την τάση, risk management κλπ.) που δεν είναι σκοπός της διπλωματικής αυτής εργασίας, η εξέτασή τους.

➤ **Reversal recognition** (Αναγνώριση Αντιστροφής)

Η τακτική αυτή εντοπίζει τις σημαντικές αντιστάσεις/στηρίξεις οι οποίες οδηγούν στην αντιστροφή της προηγούμενης τάσης με σκοπό να εκμεταλλευτεί όσο γίνεται στο μεγαλύτερο εύρος της, τη νέα τάση που θα δημιουργηθεί.

<sup>4</sup> Για το σχεδιασμό του διαγράμματος χρησιμοποιήθηκε η πλατφόρμα FXCM Trading Station.



**Σχήμα 1.3: Γράφημα αντιστροφής της προηγούμενης τάσης**

Στο παραπάνω σχήμα έχουμε σχεδιάσει το καθοδικό κανάλι διακύμανσης που περιέγραφε την προηγούμενη τάση. Επίσης, έχουμε σχεδιάσει την στήριξη (παχιά άσπρη γραμμή) η οποία οδήγησε σε αντιστροφή της προηγούμενης τάσης πράγμα το οποίο επιβεβαιώθηκε και με τη διάσπαση του καθοδικού καναλιού διακύμανσης. Ο ειδικός διαχειριστής κεφαλαίων, που θα χρησιμοποιούσε την τεχνική ανάλυση στις τοποθετήσεις του, θα έπρεπε να πάρει αγοραστική θέση, όταν έκλεισε το ανοδικό κερί της διάσπασης του καθοδικού καναλιού, δίνοντας όμως προσοχή σε πιθανές αντιστάσεις (διακεκομμένες άσπρες γραμμές), που θα μπορούσαν να ανακόψουν τη δυναμική της νέας τάσης. Φυσικά επαναλαμβάνουμε ότι υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που θα πρέπει να λάβει κανείς υπόψη του, προτού τοποθετηθεί στην αγορά.

➤ **Break-out hunting** (Διάσπαση πλάγιων κινήσεων)

Σκοπός αυτής της τακτικής είναι ο εντοπισμός πλάγιων κινήσεων και η επιβεβαίωση της διάσπασής τους, η οποία θα οδηγήσει σε ανάπτυξη τάσης.



**Σχήμα 1.4: Γράφημα διάσπασης πλάγιων κινήσεων**

Το Σχήμα 1.4 απεικονίζει τη διάσπαση του καναλιού διακύμανσης πλάγιας τάσης. Με το που κλείνει το κερί της καθοδικής διάσπασης, θα μπορούσαμε να πάρουμε το μέρος των πωλητών διακρατώντας ανοιχτή τη θέση μας, μέχρι να συναντήσουμε πιθανές στηρίξεις, που θα μπορούσαν να ανακόψουν την καθοδική τάση ή μέχρι να διανύσουμε ίση απόσταση με αυτή του εύρους της προηγούμενης πλάγιας κίνησης.

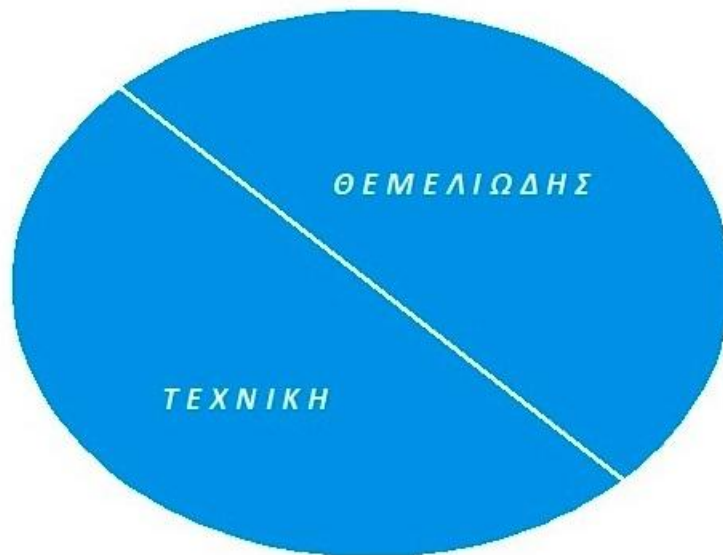
### 1.4.2 Θεμελιώδης Ανάλυση

Σκοπός της *Θεμελιώδους Ανάλυσης* (fundamental analysis), εάν πρόκειται για μετοχές, είναι η εξέταση της οικονομικής κατάστασης της επιχείρησης, χωρίς να συνυπολογίσουμε τις διάφορες μεταβολές των τιμών. Οπότε, οι επενδυτές προσπαθούν να προσδιορίσουν την εσωτερική αξία της μετοχής μέσω της οικονομικής κατάστασης της επιχείρησης (κερδοφορία, ενεργητικό, παθητικό, δαπάνες κλπ.). Στην περίπτωση που η εσωτερική τιμή είναι υψηλότερη από την τρέχουσα, τότε η μετοχή θεωρείται υποτιμημένη και αυτό αποτελεί σήμα αγοράς της μετοχής από τον επενδυτή. Στην αντίθετη περίπτωση που η πραγματική (εσωτερική) τιμή της μετοχής είναι χαμηλότερη από την τρέχουσα τιμή, τότε ο επενδυτής πρέπει να πουλήσει την εν λόγω μετοχή.

Στην αγορά συναλλάγματος ο επενδυτής που χρησιμοποιεί την Θεμελιώδη Ανάλυση εξετάζει την γενική κατάσταση (οικονομικές, κοινωνικές, πολιτικές συνθήκες) της χώρας που τον ενδιαφέρει. Συνεπώς στην ανάλυσή του σημαντικό ρόλο θα παίξουν οι δείκτες του ΑΕΠ, της ανεργίας, του πληθωρισμού, του εμπορικού ισοζυγίου, των επιτοκίων της Κεντρικής Τράπεζας κλπ. Ισχυρό νόμισμα θα έχει η χώρα που έχει υψηλό ΑΕΠ, χαμηλή ανεργία, χαμηλό πληθωρισμό, υψηλά επιτόκια κλπ.

Το ερώτημα που τίθεται είναι, τι πρέπει να κάνει ένας επενδυτής για να είναι επιτυχημένος. Να χρησιμοποιήσει την Τεχνική ή τη Θεμελιώδη Ανάλυση για τις τοποθετήσεις του στην αγορά;

Η απάντηση είναι ότι οι δύο αναλύσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν συμπληρωματικά αφού έχουν και οι δύο τα μειονεκτήματα και τα πλεονεκτήματά τους. Από τη μια μεριά, η Θεμελιώδης Ανάλυση βασίζεται στην οικονομική θεωρία και η επιστημονική της βάση είναι ιδιαίτερα σημαντική, ενώ η Τεχνική Ανάλυση στερείται θεωρητικής βαρύτητας. Από την άλλη, η Θεμελιώδης Ανάλυση είναι ακριβή και χρονοβόρα με αποτέλεσμα να είναι αδύνατο να συμπεριλάβει τις συνεχείς και πολύπλοκες εξελίξεις της κατάστασης της αγοράς, ενώ η Τεχνική ανάλυση είναι ένα γρήγορο και προσιτό σε όλους εργαλείο, ικανό να δώσει στον επενδυτή τη δυνατότητα της λήψης γρήγορων αποφάσεων.



**Σχήμα 1.5: Θεμελιώδης και Τεχνική Ανάλυση**

## 1.5 Η ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

Η θεωρία της αποτελεσματικής αγοράς είναι ο αντίλογος στη χρήση των μεθόδων της Τεχνικής και Θεμελιώδους Ανάλυσης και θα μπορούσαμε να την συνοψίσουμε στην εξής φράση: "το παρελθόν ενός χρηματιστηριακού προϊόντος δεν καθορίζει και το μέλλον του". Αποτελεσματική αγορά είναι αυτή στην οποία όλες οι νέες πληροφορίες για τα χρεόγραφα ενσωματώνονται ταχύτατα και με ακρίβεια στην τρέχουσα τιμή του χρεογράφου. Επομένως, οι τιμές των χρεογράφων δεν θα πρέπει να αντιδρούν στις παλιές πληροφορίες διότι θα έχουν προσαρμοστεί ήδη αναλόγως. Παράγοντες όπως είναι η αισιοδοξία ή η απαισιοδοξία των επενδυτών, άλλα ψυχοκοινωνικά φαινόμενα και η μελέτη των διαγραμμάτων, δεν καθορίζουν τις χρηματιστηριακές τιμές. Αντίθετα, οι μεταβολές των χρηματιστηριακών τιμών εξαρτώνται μόνο από τις νέες πληροφορίες.

Οι προϋποθέσεις για μια αποτελεσματική αγορά είναι οι εξής:

- Θα πρέπει να υπάρχει μεγάλη ζήτηση και προσφορά για κάθε αξιόγραφο. Δηλαδή οι επενδυτές να είναι πάρα πολλοί ώστε οι τιμές να διαμορφώνονται εύκολα και ομαλά.
- Σκοπός όλων των επενδυτών να είναι η μεγιστοποίηση του κεφαλαίου τους με την ανάληψη του μικρότερου δυνατού κινδύνου.
- Να μην υπάρχουν φόροι ή προμήθειες επί των συναλλαγών.
- Οι πληροφορίες να είναι πανομοιότυπες και δωρεάν, ενώ όλοι οι επενδυτές να τις λαμβάνουν ταυτόχρονα. Επίσης, θα πρέπει να φτάνουν στην αγορά με τυχαίο τρόπο. Επομένως, θα πρέπει όλοι οι επενδυτές να είναι πλήρως πληροφορημένοι.
- Οι επενδυτές θα πρέπει να αντιδρούν γρήγορα και με ακρίβεια στη νέα πληροφόρηση προκαλώντας έτσι τις αντίστοιχες προσαρμογές επί των χρηματιστηριακών τιμών.
- Ο πληθωρισμός να είναι μηδενικός.
- Όλοι οι επενδυτές να μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται με το ίδιο επιτόκιο χωρίς κόστος αγοραπωλησίας. Το επιτόκιο αυτό να ισούται με το επιτόκιο του προϊόντος που δεν έχει κίνδυνο.

### 1.5.1 Το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου (*Random Walk*)

Μια αποτελεσματική αγορά μπορεί να περιγραφεί με το στατιστικό υπόδειγμα του Τυχαίου Περιπάτου. Πολλοί ήταν οι ερευνητές που παρατήρησαν ότι οι τιμές των χρεογράφων ακολουθούν ένα τυχαίο περίπατο με πρώτο από αυτούς τον στατιστικό Pearson. Σύμφωνα με



το υπόδειγμα αυτό οι αγορές είναι μή προβλέψιμες και η καλύτερη πρόβλεψη μπορεί να γίνει με τη μέθοδο *Naive*. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή η πρόβλεψη της επόμενης περιόδου ταυτίζεται με την πραγματική τιμή της προηγούμενης περιόδου π.χ. η σημερινή τιμή της μετοχής ταυτίζεται με τη χθεσινή της τιμή. Επομένως, μόνο οι σημερινές άγνωστες και απρόβλεπτες ειδήσεις θα είναι ικανές να προκαλέσουν μεταβολή στις τιμές των χρεογράφων.

Παρακάτω ακολουθεί η μαθηματική έκφραση του υποδείγματος του τυχαίου περιπάτου:

$$P_t = P_{t-1} + news_t \Leftrightarrow \Delta P_t = news_t \quad \text{Σχέση 1-5}$$

όπου,

$P_t$	η τιμή του χρεογράφου τη χρονική περίοδο t.
$P_{t-1}$	η τιμή του χρεογράφου την προηγούμενη χρονική περίοδο (t-1).
$news_t$	οι νέες ειδήσεις της περιόδου t.
$\Delta P_t$	η μεταβολή της τιμής από την προηγούμενη χρονική περίοδο έως την επόμενη.

Οι μεταβολές των τιμών των χρεογράφων συγκροτούν μια χρονολογική σειρά πιθανολογικά ανεξάρτητων διαταράξεων ( $u_t$ ) που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή.

Ισχύει: ( $u_t = news_t = \text{μεταβολές χρηματιστηριακών τιμών}_t$ )

Έχουμε επομένως τις εξής υποθέσεις:

- $E(u_t) = \bar{u}_t = \text{σταθ}$ . Δηλαδή, ο μέσος όρος των μεταβολών των χρηματιστηριακών τιμών είναι σταθερός.
- $var(u_t) = \sigma^2 = \text{σταθ}$ . Η διακύμανση των διαταράξεων αυτών είναι σταθερή και έτσι δεν ακολουθούν κάποιο μοτίβο. Είτε είναι μεγάλες είτε είναι μικρές θα πραγματοποιούνται με τυχαίο τρόπο.
- $cov(u_t, u_s) = 0$  για  $\forall t \neq s$ . Δηλαδή, οι διαδοχικές μεταβολές έχουν μηδενική συσχέτιση, ιδιότητα που απορρέει από το γεγονός ότι οι ειδήσεις φθάνουν στην αγορά με τυχαίο τρόπο.

### 1.5.2 ΤΡΙΑ ΕΠΙΠΕΔΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΓΟΡΩΝ

Το 1970 ο Eugene Fama αναδημοσίευσε την αρχική του μελέτη (1965) σχετικά με το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου κάνοντας κάποιες αναθεωρήσεις. Στην αναθεώρησή του

ορίζει ότι αποτελεσματική αγορά είναι η αγορά που οι τιμές των χρεογράφων αντανακλούν κάθε στιγμή όλες τις πληροφορίες που σχετίζονται ή θα έπρεπε να σχετίζονται με την τιμή του χρεογράφου. Επίσης, διακρίνει τρεις μορφές αγορών ανάλογα με τα σύνολα πληροφοριών που χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη των χρηματιστηριακών τιμών:

**i. Ασθενής Αγορά (Weak efficiency)**

Στην *Ασθενή Αγορά* οι τρέχουσες τιμές των χρεογράφων αντανακλούν ανά πάσα στιγμή όλες τις πληροφορίες σχετικά με τις ιστορικές τιμές των χρεογράφων. Οπότε, τα ιστορικά στοιχεία (Τεχνική Ανάλυση) δεν μπορούν να βοηθήσουν στην πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών των χρεογράφων.

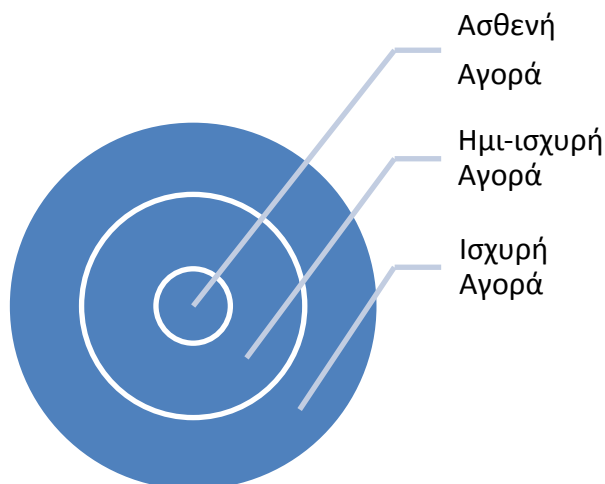
**ii. Ημι-ισχυρή Αγορά (Semi-strong efficiency)**

Η μορφή της *Ημι-ισχυρής Αγοράς* υποθέτει ότι οι τρέχουσες χρηματιστηριακές τιμές έχουν ενσωματώσει όλες τις ιστορικές και δημόσιες πληροφορίες που τις αφορούν. Επομένως, ούτε η Τεχνική, ούτε η Θεμελιώδης ανάλυση μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη των μελλοντικών χρηματιστηριακών τιμών.

**iii. Ισχυρή Αγορά (Strong efficiency)**

Στην *Ισχυρή Αγορά* οι τιμές των χρεογράφων περικλείουν όλες τις πληροφορίες δηλαδή, τις ιστορικές, τις δημόσιες και τις εσωτερικές πληροφορίες. Αυτή η μορφή αγοράς είναι σπάνιο να βρεθεί στην πράξη. Ο κάτοχος της εσωτερικής πληροφόρησης μπορεί να αποκομίσει τεράστια κέρδη. Βέβαια, η χρήση εσωτερικής πληροφόρησης απαγορεύεται αυστηρά από τη νομοθεσία. Η εμπειρία όμως μας δείχνει ότι η απαγόρευση αυτή δεν τηρείται πάντα. Όταν τηρηθεί τότε η αγορά μπορεί να χαρακτηριστεί ως ισχυρή.

Μια ισχυρή αγορά περιλαμβάνει την Ημι-ισχυρή και την Ασθενή (βλέπε σχήμα 1.6). Το αντίθετο δεν ισχύει.



**Σχήμα 1.6: Τρία επίπεδα αποτελεσματικών αγορών**

### 1.5.3 Η ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΑΠΟΨΗ

Στον αντίποδα της θεωρίας των αποτελεσματικών αγορών στέκονται οι αποδόσεις των ειδικών διαχειριστών κεφαλαίων, οι οποίοι πετυχαίνουν αποδόσεις πάνω από το μέσο όρο της αγοράς. Εξάλλου αν η αγορά ήταν αποτελεσματική, τότε εύλογα αναρωτιέται κανείς, ποιος είναι ο λόγος ύπαρξης των χιλιάδων χρηματοοικονομικών αναλυτών; Ακόμα βασικότερο ερώτημα είναι από που πληρώνονται όλοι αυτοί; Στατιστικές έρευνες έχουν δείξει ότι μπορεί να υπάρξει κάποια εξάρτηση μεταξύ των τιμών των μετοχών και έτσι η χρήση ιστορικών πληροφοριών μπορεί να οδηγήσει σε αυξημένες αποδόσεις. Το ερώτημα που πρέπει να απαντηθεί και να ποσοτικοποιηθεί είναι, αν το μέγεθος των αποδόσεων αυτών είναι αρκετά μεγάλο, ώστε συμπεριλαμβάνοντας τα έξοδα που απορρέουν από το συναλλακτικό κόστος, το κόστος διαχείρισης των κεφαλαίων από ειδικούς της αγοράς κ.α. να ξεπερνά και πάλι την απόδοση του μέσου όρου της αγοράς.

Συχνά βγαίνουν στην επιφάνεια νέες έρευνες που προσπαθούν να αποδείξουν ότι οι αγορές δεν είναι αποτελεσματικές ή ότι κάποιες φορές δεν γίνεται να είναι αποτελεσματικές. Στα πλαίσια τέτοιων ερευνητικών εργασιών εντάσσεται και ο τομέας της *Συμπεριφορικής Χρηματοοικονομικής (Behavioral Finance)* που έρχεται να καλύψει το κενό μεταξύ της Κλασικής Οικονομικής Επιστήμης (θεωρία αποτελεσματικών αγορών) και της θεωρίας που δίνει έμφαση στην «*ψυχολογία των αγορών*» (*investors psychology*). Οι μελετητές που δίνουν έμφαση στη ψυχολογία των αγορών υποστηρίζουν το φαινόμενο της υπερ-αντίδρασης αλλά και της υπο-αντίδρασης σε πληροφορίες που αφορούν τις χρηματιστηριακές τιμές με αποτέλεσμα οι αγορές να μην είναι αποτελεσματικές. Επομένως έχουμε ακραίες κινήσεις των τιμών η έκταση των οποίων δεν δικαιολογείται από τις νέες πληροφορίες. Για αυτόν το λόγο η

αγορά κυριαρχείται από δύο ειδών επενδυτές: του ορθολογικούς (*smart money*) και τους μή ορθολογικούς ή ψυχολογικά αγόμενους επενδυτές (*noise traders*).

Οι *noise traders* ευθύνονται για τη μη αποτελεσματικότητα των αγορών αφού λαμβάνουν τις αποφάσεις τους σύμφωνα με τεχνικές, ψυχολογικές, συναισθηματικές αναλύσεις και γενικά σύμφωνα με πληροφορίες που ήδη ενσωματώνονται στην αγορά. Με άλλα λόγια αποσταθεροποιούν την αγορά οδηγούμενοι από την ψυχολογία τους.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Η ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΤΟΥ MARKOWITZ

### 2.1 HARRY MARKOWITZ

Ένας εικοσιπεντάχρονος μεταπτυχιακός φοιτητής ήταν ο Harry Markowitz όταν το 1952 δημοσίευσε στην εφημερίδα «Journal of Finance» ένα άρθρο με τίτλο «Portfolio Selection». Η πρωτοποριακή του αυτή εργασία έβαλε τα θεμέλια για τη «Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου». Το 1959 εκδίδει το βιβλίο του με τίτλο «Portfolio Selection» ενώ το 1990 τιμάται με το βραβείο Nobel στα οικονομικά. Το σκεπτικό του Markowitz ήταν απλό και λογικό. Προσπαθούσε να κατασκευάσει ένα *άριστο* χαρτοφυλάκιο ώστε ο επενδυτής να απολαμβάνει τη μέγιστη δυνατή απόδοση και ταυτόχρονα τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο.

### 2.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ MARKOWITZ

Οι βασικές παραδοχές του μοντέλου του Markowitz είναι οι παρακάτω:

- Όλοι οι επενδυτές βασίζονται στις αποφάσεις τους σύμφωνα με την αναμενόμενη απόδοση και το ρίσκο που έχουν τα διάφορα περιουσιακά στοιχεία όπως αυτά μετρώνται από το μέσο όρο και τη διακύμανση των αποδόσεων τους.
- Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο χρονικό ορίζοντα. Δηλαδή, αποστρέφονται τον κίνδυνο και θέλουν να μεγιστοποιήσουν την αναμενόμενη χρησιμότητά τους με βάση τον πλούτο τους στο τέλος της κοινής για όλους χρονικής περιόδου.
- Όλοι οι συμμετέχοντες στην αγορά έχουν ταυτόχρονη και ελεύθερη πρόσβαση στις πληροφορίες που σχετίζονται με την αγορά κατά την λήψη των αποφάσεων τους. Δηλαδή οι επενδυτές είναι ομοιογενείς.
- Τα περιουσιακά στοιχεία είναι άπειρα διαιρετά και εύκολα ρευστοποιήσιμα χωρίς κόστος συναλλαγών.

### 2.3 ΑΠΟΔΟΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο.

$$E(R_p) = \sum_1^n W_i E(R_i) \quad \text{Σχέση 2-1}$$

όπου,

$E(R_p)$	η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.
$W_i$	το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο $i$ .
$E(R_i)$	η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου $i$ .
$n$	το σύνολο των αξιογράφων που συγκροτούν το χαρτοφυλάκιο.

Επίσης, ισχύει:

$$\sum_1^n W_i = 1 \quad \text{Σχέση 2-2}$$

## 2.4 ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται με τα στατιστικά μέτρα της διασποράς και της τυπικής απόκλισης. Ο τρόπος υπολογισμού της διασποράς (διακύμανσης) και της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου είναι διαφορετικός σε σχέση με τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία διότι επιπλέον εισέρχεται και το στοιχείο της αλληλεπίδρασης του κινδύνου μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων.

Η διασπορά της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου είναι:

$$\text{Διασπορά Χαρτοφυλακίου} = \text{Var}_p = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1}^n W_i W_j \cdot \text{Cov}_{ij} \quad \text{Σχέση 2-3}$$

Επίσης, η τυπική απόκλιση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου είναι:

$$\text{Τυπική Απόκλιση Χαρτοφυλακίου} = \sqrt{\text{Var}_p} = \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1}^n W_i W_j \cdot \text{Cov}_{ij}} \quad \text{Σχέση 2-4}$$

όπου,

$n$	το σύνολο των αξιογράφων που συγκροτούν το χαρτοφυλάκιο.
$W_i$	το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο $i$ .
$W_j$	το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο $j$ .

$Cov_{ij}$  η συνδιακύμανση (covariance) μεταξύ των αξιογράφων  $i$  και  $j$ .

Η συνδιακύμανση μετρά τη συσχέτιση μεταξύ δύο τυχαίων αξιογράφων και υπολογίζεται ως εξής:

$$Cov_{ij} = \sigma_{ij} = \text{Expected value of} [(R_i - \bar{R}_i) \times (R_j - \bar{R}_j)] \quad \text{Σχέση 2-5}$$

όπου,

$R_i$  η πραγματική απόδοση του αξιογράφου  $i$ .

$R_j$  η πραγματική απόδοση του αξιογράφου  $j$ .

$\bar{R}_i$  η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου  $i$ .

$\bar{R}_j$  η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου  $j$ .

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι:  $Cov_{ij} = Cov_{ji}$ .

Οι αποδόσεις των αξιογράφων  $i$  και  $j$  μπορούν να έχουν είτε θετική είτε αρνητική είτε μηδενική συσχέτιση μεταξύ τους. Όταν δύο αξιογραφα είναι θετικά συσχετισμένα τότε κατά μέσο όρο, όταν αυξάνεται η απόδοση του ενός, θα αυξάνεται και η απόδοση του άλλου, ενώ όταν γενικά μειώνεται η απόδοση του ενός, θα μειώνεται και η απόδοση του άλλου. Στα αρνητικά συσχετισμένα αξιογραφα έχουμε αντίθετη σχέση των αποδόσεων των αξιογράφων. Δηλαδή, κατά μέσο όρο αύξηση της απόδοσης του ενός αξιογράφου, ακολουθεί μείωση της απόδοσης του άλλου. Μηδενική συσχέτιση έχουμε, όταν γενικά η απόδοση του ενός αξιογράφου δεν επηρεάζει με κανέναν τρόπο την απόδοση του άλλου.

Ειδικότερα:

- **θετική συσχέτιση** έχουμε όταν η πραγματική απόδοση του αξιογράφου  $i$  είναι γενικά μεγαλύτερη από την αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου  $i$  και ταυτόχρονα η πραγματική απόδοση του αξιογράφου  $j$  είναι γενικά μεγαλύτερη από την αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου  $j$  δηλαδή όταν ισχύει  $R_i - \bar{R}_i > 0$  και  $R_j - \bar{R}_j > 0$ . Ακόμα, θετική συσχέτιση έχουμε όταν γενικά ισχύει  $R_i - \bar{R}_i < 0$  και  $R_j - \bar{R}_j < 0$ .
- **αρνητική συσχέτιση** έχουμε όταν κατά μέσο όρο  $R_i - \bar{R}_i > 0$  και  $R_j - \bar{R}_j < 0$  ή όταν  $R_i - \bar{R}_i < 0$  και  $R_j - \bar{R}_j > 0$ .
- **μηδενική συσχέτιση** έχουμε όταν  $R_i - \bar{R}_i = 0$  ή  $R_j - \bar{R}_j = 0$ .

Μειονέκτημα του μέτρου της συνδιακύμανσης είναι ότι εκφράζεται σε όρους αποκλίσεων τετραγώνου, γεγονός που δυσχεραίνει την κατανόηση του βαθμού της συσχέτισης μεταξύ δύο αξιογράφων. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούμε το συντελεστή συσχέτισης (correlation coefficient) ο οποίος μας περιγράφει την ομοιότητα ή την ανομοιότητα της συμπεριφοράς των αποδόσεων των υπό μελέτη αξιογράφων και υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\rho_{ij} = \text{corr}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad \text{Σχέση 2-6}$$

όπου,

$\rho_{ij}$	ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ $i$ και $j$ .
$\sigma_{ij}$	η συνδιακύμανση μεταξύ $i$ και $j$ .
$\sigma_i, \sigma_j$	οι τυπικές αποκλίσεις των αξιογράφων $i$ και $j$ αντίστοιχα.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτουν οι εξής ιδιότητες:

- ✓  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$
- ✓  $-1 \leq \rho_{ij} \leq 1$
- ✓ αν  $\rho_{ij} > 0$  έχουμε θετική συσχέτιση
- ✓ αν  $\rho_{ij} < 0$  έχουμε αρνητική συσχέτιση
- ✓ αν  $\rho_{ij} = 0$  έχουμε μηδενική συσχέτιση

Επομένως, φαίνεται καθαρά ότι ο συντελεστής συσχέτισης είναι ένα σχετικό στατιστικό μέτρο που περιγράφει τόσο την κατεύθυνση όσο και την ένταση της συσχέτισης των αποδόσεων δύο αξιογράφων. Τέλος, επειδή εκφράζεται ως καθαρός αριθμός (αφού  $\sigma_{ij}$  και  $\sigma_i \sigma_j$  εκφράζονται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης) διατηρεί σημαντικό πλεονέκτημα έναντι του συντελεστή συνδιακύμανσης για την περιγραφή της αλληλοσυσχέτισης των αποδόσεων δύο αξιογράφων.

Στο Σχήμα 2.1 απεικονίζονται οι χρηματιστηριακές τιμές του χρυσού (gold) και του ασημιού (silver) σε τετράωρο γράφημα από τις 5-4-2013 έως τις 1-7-2013. Με μια γρήγορη ματιά γίνεται αμέσως αντιληπτή η ισχυρή θετική συσχέτιση που παρουσιάζουν τα δύο εμπορεύματα γεγονός το οποίο επαληθεύεται και από τον υπολογισμό του συντελεστή συσχέτισης ο οποίος είναι 0,87 (πολύ κοντά στην μονάδα).



Στο Σχήμα 2.2 απεικονίζονται οι τιμές του χρυσού (gold) και του δείκτη S&P 500 σε οκτάωρο γράφημα από τις 10-8-12 έως τις 2-7-13. Φαίνεται ξεκάθαρα ότι παρουσιάζουν αρνητική συσχέτιση (ο συντελεστής συσχέτισης είναι -0,85).

Τέλος, το Σχήμα 2.3 είναι το καθημερινό γράφημα από τις 24-2-11 έως τις 2-7-13 με τις σχεδόν ασυσχέτιστες τιμές του χρυσού (gold) και της ισοτιμίας EUR/USD (ο συντελεστής συσχέτισης είναι -0,092).



**Σχήμα 2.1: Τετράωρο γράφημα χρυσού και ασημιού**



Σχήμα 2.2: Οκτάωρο γράφημα χρυσού και S&P 500



Σχήμα 2.3: Ημερήσιο γράφημα χρυσού και EUR/USD

Συνοψίζοντας, ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1}^n W_i W_j \cdot \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j} \quad \text{Σχέση 2-7}$$

Δηλαδή, εξαρτάται από τα ποσοστά συμμετοχής των επιμέρους περιουσιακών στοιχείων που το αποτελούν και από τους συντελεστές συσχέτισης των αποδοτικότητων τους (οι τυπικές αποκλίσεις των επιμέρους στοιχείων είναι σταθερές αφού εξαρτώνται μόνο από τις αποδόσεις των επιμέρους στοιχείων). Με την κατάλληλη επιλογή των επιμέρους στοιχείων μπορούμε να μεταβάλλουμε τους συντελεστές συσχέτισης οπότε και να αυξήσουμε ή να μειώσουμε τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Υψηλοί συντελεστές συσχέτισης οδηγούν και σε υψηλά επίπεδα κινδύνου. Ακόμα, μεταβάλλοντας τα ποσοστά συμμετοχής των επιμέρους στοιχείων μπορούμε να επιτύχουμε και μεταβολές της τιμής του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

## 2.5 ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΔΥΟ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ

Θα μελετήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο δύο αξιογράφων με τη βοήθεια παραδείγματος. Έστω ότι ο παρακάτω πίνακας δίνει τις χρηματικές ροές των μετοχών «ΗΛΙΟΣ Α.Ε.» και «ΟΥΡΑΝΟΣ Α.Ε.» ανάλογα με τρεις πιθανές καταστάσεις της οικονομίας. Το 60% του χαρτοφυλακίου αποτελείται από μετοχές της εταιρείας «ΗΛΙΟΣ Α.Ε.» και το υπόλοιπο 40% από μετοχές της εταιρείας «ΟΥΡΑΝΟΣ Α.Ε.».

Κατάσταση Οικονομίας	Πιθανότητα $P_s$	Απόδοση μετοχής «ΗΛΙΟΣ Α.Ε.» $R_{Hs}$	Απόδοση μετοχής «ΟΥΡΑΝΟΣ Α.Ε.» $R_{Os}$
Ύφεση	15%	-10%	5%
Κανονική	55%	15%	10%
Άνθηση	30%	45%	25%

Πίνακας 2.1: Αποδόσεις από το παράδειγμα των εταιρειών ΗΛΙΟΣ και ΟΥΡΑΝΟΣ

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου  $E(R_p)$  (σχέση 2.1), υπολογίζεται ως εξής:

$$E(R_p) = \sum_i^n W_i E(R_i) = W_H E(R_H) + W_O E(R_O)$$

όπου,

$$E(R_H) = \overline{R_H} = \sum_{S=1}^S P_S \cdot R_{Hs} = (-10\%) \times (0,15) + (15\%) \times (0,55) + (45\%) \times (0,3) = 20,25\%$$

$$E(R_O) = \overline{R_O} = \sum_{S=1}^S P_S \cdot R_{Os} = (5\%) \times (0,15) + (10\%) \times (0,55) + (25\%) \times (0,3) = 13,75\%$$

$$W_H = 0,6 \text{ και } W_O = 0,4$$

Επομένως,

$$E(R_p) = 0,6 \times 20,25\% + 0,4 \times 13,75\% = 17,65\%$$

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μετράται με τη διασπορά ή την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου και υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Διασπορά Χαρτοφυλακίου} = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1}^n W_i W_j \cdot \text{Cov}_{ij} =$$

$$= W_H^2 \text{Cov}_{HH} + 2W_H W_O \text{Cov}_{HO} + W_O^2 \text{Cov}_{OO} = W_H^2 \rho_{HH} \sigma_H^2 + 2W_H W_O \sigma_{HO} + W_O^2 \rho_{OO} \sigma_O^2$$

όπου,

$$\rho_{HH} = \rho_{OO} = 1$$

$$\sigma_H^2 = \sum_{S=1}^S P_S (R_{Hs} - \overline{R_H})^2$$

$$\sigma_{HO} = \sum_{S=1}^S P_S (R_{Hs} - \overline{R_H})(R_{Os} - \overline{R_O})$$

$$\sigma_O^2 = \sum_{S=1}^S P_S (R_{Os} - \overline{R_O})^2$$

Ο Πίνακας 2.2 βοηθά στον υπολογισμό των παραπάνω ζητούμενων.

Κατάσταση Οικονομίας	$(R_{Hs} - \overline{R_H})$	$(R_{Hs} - \overline{R_H})^2$	$(R_{Os} - \overline{R_O})$	$(R_{Os} - \overline{R_O})^2$	$(R_{Hs} - \overline{R_H})(R_{Os} - \overline{R_O})$
Υφεση	-30,25 %	915,06 % <sup>2</sup>	-8,75 %	76,56 % <sup>2</sup>	264,69 % <sup>2</sup>

<b>Κανονική</b>	-5,25 %	27,56 % <sup>2</sup>	-3,75 %	14,06 % <sup>2</sup>	19,69 % <sup>2</sup>
<b>Άνθηση</b>	24,75 %	612,56 % <sup>2</sup>	11,25 %	126,56 % <sup>2</sup>	278,44 % <sup>2</sup>

**Πίνακας 2.2: Βοηθητικοί υπολογισμοί**

Επομένως,

$$\sigma_H^2 = 0,15 \times 915,06 + 0,55 \times 27,56 + 0,3 \times 612,56 = 336,19 \%^2$$

$$\sigma_{HO} = 0,15 \times 264,69 + 0,55 \times 19,69 + 0,3 \times 278,44 = 134,07 \%^2$$

$$\sigma_O^2 = 0,15 \times 76,56 + 0,55 \times 14,06 + 0,3 \times 126,56 = 57,19 \%^2$$

Άρα η διασπορά του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma_p^2 = 0,6^2 \times 1 \times 336,19 + 2 \times 0,6 \times 0,4 \times 134,07 + 0,4^2 \times 1 \times 57,19 = 194,53 \%^2$$

και η τυπική του απόκλιση είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{194,53} = 13,95 \%$$

Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις και τις τυπικές αποκλίσεις του χαρτοφυλακίου αλλά και των επιμέρους αξιογράφων που το αποτελούν.

$E(R_H)$	$E(R_O)$	$E(R_p)$	$\sigma_H$	$\sigma_O$	$\sigma_p$
<b>20,25 %</b>	13,75 %	17,65 %	18,34 %	7,56 %	13,95 %

**Πίνακας 2.3: Αποδόσεις-τυπικές αποκλίσεις χαρτοφυλακίου και των επιμέρους στοιχείων του**

Παρατηρώντας τον Πίνακα 2.3 μπορούμε να εξάγουμε κάποια χρήσιμα συμπεράσματα. Πρώτα από όλα παρατηρούμε ότι ο επενδυτής πριν τη συγκρότηση του χαρτοφυλακίου είχε δύο επιλογές. Μπορούσε να επιλέξει τον συνδυασμό με το μεγαλύτερο ρίσκο και το μεγαλύτερο κέρδος (μετοχή της «ΗΛΙΟΣ Α.Ε.») ή να κρατήσει πιο αμυντική στάση και να επιλέξει το μικρότερο κίνδυνο με το μικρότερο κέρδος (μετοχή της «ΟΥΡΑΝΟΣ Α.Ε.»). Με τη δημιουργία του χαρτοφυλακίου έχει μια τρίτη και ενδιαφέρουσα επιλογή, η οποία στην ουσία αντικατοπτρίζει μια μέση λύση που του δίνει ικανοποιητικό κέρδος με συγκρατημένο κίνδυνο. Επομένως, η μελέτη του κάθε επενδυτή πρέπει να επικεντρώνεται στο ποιο είναι το άριστο χαρτοφυλάκιο, που θα του δώσει το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος με το μικρότερο δυνατό

κίνδυνο. Στην έρευνά του αυτή θα συγκρίνει τις αναμενόμενες αποδόσεις των επιμέρους μετοχών με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου που δημιουργείται από αυτές τις μετοχές. Επίσης, θα πρέπει να εξετάσει τις τυπικές αποκλίσεις, τους συντελεστές συσχέτισης των επιμέρους μετοχών καθώς και την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου.

Όπως αναφέραμε και στην παράγραφο 2.3, η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο. Οπότε ο επενδυτής μπορεί να πειραματιστεί μεταβάλλοντας τα ποσοστά συμμετοχής των δύο αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο και έτσι να επιλέξει την αναμενόμενη απόδοση που θέλει για το χαρτοφυλάκιο του. Σχετικά με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου δύο αξιογράφων έχουμε την εξής σχέση:

$$\sigma_p^2 = W_1^2 \sigma_1^2 + 2W_1 W_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + W_2^2 \sigma_2^2 \quad \text{Σχέση 2-8}$$

Με δεδομένες τις διακυμάνσεις των δύο αξιογράφων ( $\sigma_1$  και  $\sigma_2$ ) παρατηρούμε ότι η διακύμανση του χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τα ποσοστά συμμετοχής των δύο αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο ( $W_1$  και  $W_2$ ) αλλά και από τον συντελεστή συσχέτισης των δύο αξιογράφων ( $\rho_{12}$ ). Με καθορισμένα τα ποσοστά συμμετοχής η διακύμανση εξαρτάται πλέον μόνο από τον συντελεστή συσχέτισης. Θετικός συντελεστής συσχέτισης σημαίνει αυξημένη διακύμανση ενώ αρνητικός συντελεστής διακύμανσης σημαίνει μειωμένη διακύμανση. Στην τέλεια θετική συσχέτιση όπου  $\rho_{12} = 1$  έχουμε τον μεγαλύτερο κίνδυνο για το χαρτοφυλάκιο, ενώ στην τέλεια αρνητική συσχέτιση όπου  $\rho_{12} = -1$  έχουμε τον μικρότερο κίνδυνο. Όταν  $\rho_{12} = -1$  στην ουσία κάνουμε αντιστάθμιση, αφού όταν αυξάνεται η τιμή του ενός αξιογράφου, μειώνεται η τιμή του άλλου. Η διαδικασία κατά την οποία συγκροτούμε χαρτοφυλάκιο για να μειώσουμε τον κίνδυνο της επένδυσης, καλείται διαφοροποίηση. Η διαφοροποίηση όμως για να επιτευχθεί, πρέπει ο συντελεστής συσχέτισης να είναι μικρότερος της μονάδας ( $\rho_{12} < 1$ ). Αν  $\rho_{12} = 1$  τότε η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου είναι απλά ο σταθμισμένος μέσος όρος των τυπικών αποκλίσεων των επιμέρους αξιογράφων, αφού ισχύει:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{W_1^2 \sigma_1^2 + 2W_1 W_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + W_2^2 \sigma_2^2} = \sqrt{W_1^2 \sigma_1^2 + 2W_1 W_2 \sigma_1 \sigma_2 + W_2^2 \sigma_2^2} = \\ &= \sqrt{(W_1 \sigma_1 + W_2 \sigma_2)^2} \end{aligned}$$

Οπότε, για  $\rho_{12} = 1$  έχουμε:

$$\sigma_p = W_1 \sigma_1 + W_2 \sigma_2 \quad \text{Σχέση 2-9}$$

Αν στο παράδειγμά μας θέσουμε όπου  $\rho_{12} = 1$  τότε θα έχουμε:

$$\sigma_p(\rho_{12} = 1) = W_1\sigma_1 + W_2\sigma_2 = 0,6 \times 18,34 + 0,4 \times 7,56 = 14,03\%$$

Όμως, η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου που υπολογίσαμε στο παράδειγμά μας (όπου  $\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1\sigma_2} = \frac{134,07}{(18,34 \times 7,56)} = 0,97$ ) είναι:  $\sigma_p(\rho_{12} = 0,97) = 13,95\%$ .

$$\text{Δηλαδή, } \sigma_p(\rho_{12} = 0,97) < \sigma_p(\rho_{12} = 1)$$

Ο παρακάτω πίνακας δίνει μια γενικότερη εικόνα της εξάρτησης του κινδύνου από τον συντελεστή συσχέτισης για το παράδειγμά μας.

$\rho_{12}$	1	0,97	0	-0,5	-1
$\sigma_p$	14,03%	13,95%	11,41%	9,85%	7,98%

**Πίνακας 2.4: Σχέση κινδύνου-συντελεστή συσχέτισης**

Συμπερασματικά, με σταθερούς τους άλλους συντελεστές ο συντελεστής συσχέτισης είναι αυτός που προκαλεί το αποτέλεσμα της διαφοροποίησης. Όσο ο συντελεστής συσχέτισης είναι μικρότερος της μονάδας, η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου των δύο αξιογράφων θα είναι μικρότερη από το σταθμισμένο μέσο όρο των τυπικών αποκλίσεων των δύο επιμέρους αξιογράφων.

## 2.6 ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΠΟΛΛΩΝ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ

Ο υπολογισμός της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου πολλών αξιογράφων γίνεται κανονικά από τη σχέση που περιγράψαμε στην παράγραφο 2.3, δηλαδή τη σχέση 2.1:

$$E(R_p) = \sum_1^n W_i E(R_i)$$

Όμως, ο υπολογισμός του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου πολλών αξιογράφων μπορεί να γίνει μια αρκετά επίπονη διαδικασία ιδιαίτερα αν το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από πολλά περιουσιακά στοιχεία. Η παρακάτω σχέση δεν είναι χρήσιμη στον υπολογισμό του κινδύνου για παράδειγμα 100 αξιογράφων.

$$\text{Διασπορά Χαρτοφυλακίου} = \text{Var}_p = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1}^n W_i W_j \cdot \text{Cov}_{ij} \text{ Σχέση 2-10}$$

Μια φόρμουλα που διευκολύνει τους παραπάνω υπολογισμούς είναι η χρήση πίνακα.

Πλήθος Αξιογράφων	1	2	3	.	.	.	N
1	$W_1^2 \sigma_1^2$	$W_1 W_2 Cov_{12}$	$W_1 W_3 Cov_{13}$	.	.	.	$W_1 W_N Cov_{1N}$
2	$W_2 W_1 Cov_{21}$	$W_2^2 \sigma_2^2$	$W_2 W_3 Cov_{23}$	.	.	.	$W_2 W_N Cov_{2N}$
3	$W_3 W_1 Cov_{31}$	$W_3 W_2 Cov_{32}$	$W_3^2 \sigma_3^2$	.	.	.	$W_3 W_N Cov_{3N}$
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
N	$W_N W_1 Cov_{N1}$	$W_N W_2 Cov_{N2}$	$W_N W_3 Cov_{N3}$	.	.	.	$W_N^2 \sigma_N^2$

**Πίνακας 2.5: Φόρμουλα για τον υπολογισμό του κινδύνου χαρτοφυλακίου πολλών αξιογράφων**

Η διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι το άθροισμα όλων των στοιχείων του Πίνακα 2.5. Η διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις διακυμάνσεις των επιμέρους αξιογράφων πολλαπλασιασμένες με τα ποσοστά συμμετοχής τους στο χαρτοφυλάκιο. Τα στοιχεία του πίνακα εκτός της διαγωνίου του περιέχουν τις συνδιακυμάνσεις των διαφόρων αξιογράφων πολλαπλασιασμένες με τα αντίστοιχα ποσοστά συμμετοχής των αξιογράφων. Στην ουσία αυτά τα στοιχεία εμφανίζονται δύο φορές στον πίνακα. Δηλαδή τα στοιχεία πάνω από την διαγώνιο είναι ίδια με τα στοιχεία που βρίσκονται κάτω από την διαγώνιο. Ας πάρουμε για παράδειγμα το στοιχείο της 3ης γραμμής και της 1ης στήλης ( $W_3 W_1 Cov_{31}$ ). Το περιεχόμενό του είναι ίδιο με το στοιχείο της 1ης γραμμής και της 3ης στήλης ( $W_1 W_3 Cov_{13}$ ) αφού  $Cov_{31} = Cov_{13}$ .

Επομένως, για να υπολογίσει κάποιος όλα τα στοιχεία του πίνακα πρέπει να κάνει  $\frac{N^2-N}{2} + N$  πράξεις. Αν έχουμε 500 αξιόγραφα πρέπει να κάνουμε 125.250 πράξεις ενώ αν έχουμε 1000 αξιόγραφα πρέπει να κάνουμε 500.500 πράξεις! Βέβαια υπάρχουν ειδικά πακέτα λογισμικών που υπολογίζουν τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου κυρίως για προκαθορισμένο μεγάλο αριθμό αξιογράφων. Αξίζει να σημειώσουμε ότι οι περισσότερες πράξεις οφείλονται στον υπολογισμό των συνδιακυμάνσεων και όχι των διακυμάνσεων. Οι διακυμάνσεις (στοιχεία της διαγωνίου) χρειάζονται  $N$  πράξεις ενώ οι συνδιακυμάνσεις χρειάζονται  $\frac{N^2-N}{2}$ . Επομένως, ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου με πολλά αξιόγραφα εξαρτάται περισσότερο από τις συνδιακυμάνσεις παρά από τις διακυμάνσεις. Ενδιαφέρον παρουσιάζει ο παρακάτω πίνακας που δείχνει τον αριθμό των διακυμάνσεων και των συνδιακυμάνσεων που χρειάζονται να υπολογιστούν σε σχέση με τον αριθμό των αξιογράφων που συγκροτούν το χαρτοφυλάκιο μας.

Αριθμός Αξιογράφων	Αριθμός Διακυμάνσεων	Αριθμός Συνδιακυμάνσεων
1	1	0



2	2	1
5	5	10
10	10	45
100	100	4.950
500	500	124.750
1.000	1.000	499.500
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
$N$	$N$	$\frac{N^2 - N}{2}$

Πίνακας 2.6: Σχέση αριθμού αξιογράφων με αριθμό διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων

Συμπερασματικά, για αριθμό  $N$  αξιογράφων ο αριθμός των διακυμάνσεων που πρέπει να υπολογιστούν είναι  $N$ . Ο αριθμός των συνδιακυμάνσεων είναι  $N^2 - N$  αλλά επειδή ισχύει  $Cov_{ij} = Cov_{ji}$  οι υπολογισμοί που πρέπει να γίνουν είναι  $\frac{N^2 - N}{2}$ .

## 2.7 ΟΦΕΛΗ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ

Ας υποθέσουμε ότι όλα τα περιουσιακά στοιχεία καταλαμβάνουν το ίδιο ποσοστό συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο. Τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι:

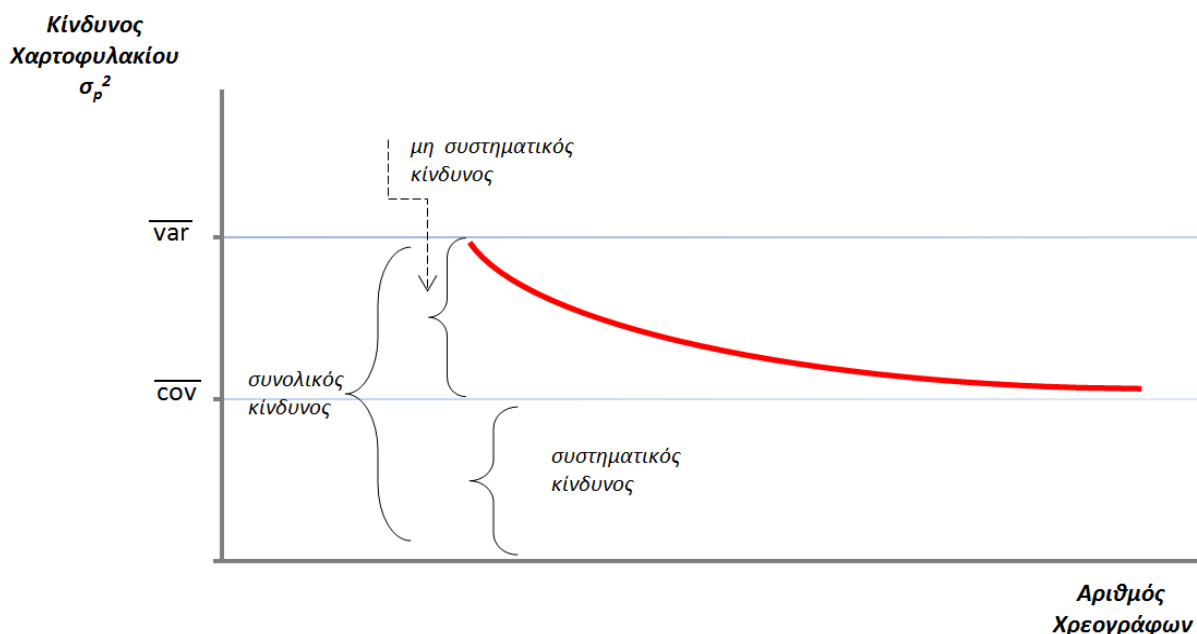
$$\begin{aligned} Var_p &= \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1}^n W_i W_j \cdot Cov_{ij} = \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1, j \neq i}^n W_i W_j \cdot Cov_{ij} = \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} + \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^n \cdot \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{Cov_{ij}}{n(n-1)} = \frac{1}{n} \sigma_i^2 + \frac{n-1}{n} \overline{Cov_{ij, i \neq j}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \overline{Cov_{ij, i \neq j}} \end{aligned}$$

Με απλά λόγια, όσο προσθέτουμε περιουσιακά στοιχεία, τόσο η συνιστώσα του κινδύνου του χαρτοφυλακίου που σχετίζεται με τις διακυμάνσεις των επιμέρους στοιχείων του εξαλείφεται. Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ισούται με το μέσο όρο των συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται μείωση του συνολικού κινδύνου που διέπει το χαρτοφυλάκιο και τελείται έτσι η λεγόμενη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου.

Γενικότερα ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου χωρίζεται σε δύο κατηγορίες: τον ειδικό κίνδυνο (μη συστηματικός κίνδυνος) και τον κίνδυνο της αγοράς (συστηματικός κίνδυνος).

- Ο **μη συστηματικός κίνδυνος** σχετίζεται με τους κινδύνους που περιέχει η κάθε μετοχή ξεχωριστά π.χ. πτώση της τιμής των μετοχών μιας εταιρείας που δραστηριοποιείται στον χώρο της αγροτικής παραγωγής λόγω έντονης ξηρασίας. Η παραπάνω πτώση δεν θα επηρεάσει τις τιμές άλλων μετοχών που ανήκουν π.χ. σε εταιρείες τηλεπικοινωνιών, πετρελαϊκές εταιρείες κλπ. Ο ειδικός αυτός κίνδυνος μπορεί να αντιμετωπιστεί με τη διαδικασία της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου. Αυξάνοντας τον αριθμό των μετοχών που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο επιτυγχάνεται η μεγάλη διασπορά των μετοχών οπότε και η διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Στην ακραία περίπτωση που κάποιος μπορεί να αποκτήσει ένα σταθμισμένο υποπολλαπλάσιο όλων των μετοχών της αγοράς τότε, όπως αποδείξαμε παραπάνω μπορεί να εξαλείψει εντελώς τον μη συστηματικό κίνδυνο. Σύμφωνα με εμπειρικές παρατηρήσεις 10 μετοχές που έχουν ισοκατανεμηθεί σε ένα χαρτοφυλάκιο μπορούν να εξαλείψουν τον ειδικό του κίνδυνο κατά 80%, ενώ 15 τυχαία επιλεγμένες και ισοκατανεμημένες μετοχές εξισώνουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Περαιτέρω αύξηση του αριθμού των μετοχών δεν επιφέρει αξιόλογη διαφοροποίηση, ενώ ταυτόχρονα αυξάνει τις δαπάνες των συναλλαγών (φόροι, προμήθειες κλπ.) με αποτέλεσμα να είναι οικονομικά ασύμφορη η επέκταση των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου.
- Ο **συστηματικός κίνδυνος** δεν μπορεί να περιοριστεί από τους επενδυτές. Σχετίζεται με τις οικονομικές, πολιτικές και κοινωνικές συνθήκες που επικρατούν στην εθνική αλλά και στη διεθνή σκηνή. Μεγέθη όπως είναι οι δείκτες πληθωρισμού, οι δείκτες ανεργίας, τα επιτόκια κεντρικών τραπεζών, το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν κάθε χώρας κ.α. μπορούν να επηρεάσουν αρνητικά ή θετικά τις αγορές. Οι επενδυτές για να προφυλαχθούν από τον συστηματικό κίνδυνο επιδιώκουν κάποιο ασφάλιστρο κινδύνου (risk premium).

Στο παρακάτω σχήμα υποθέτουμε ότι τα αξιόγραφα είναι ισοκατανεμημένα στο χαρτοφυλάκιο και έχουν σταθερή διακύμανση και συνδιακύμανση. Επίσης, μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε τη μείωση του μη συστηματικού κινδύνου, καθώς προσθέτουμε αξιόγραφα στο χαρτοφυλάκιο μας.



Σχήμα 2.4: Διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου

## 2.8 ΤΟ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟ ΜΕΤΩΠΟ ΔΥΟ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Ένας επενδυτής προκειμένου να αποφασίσει σε ποιο χαρτοφυλάκιο θα επενδύσει τα χρήματά του, αρχικά πρέπει να προσδιορίσει τα εναλλακτικά αποδοτικά χαρτοφυλάκια και να σχεδιάσει τη γραφική τους παράσταση. Για την καλύτερη κατανόηση θα χρησιμοποιήσουμε ένα παράδειγμα.

Έστω ότι η συγκρότηση του χαρτοφυλακίου θα γίνει από τις μετοχές δύο εταιρειών: «Ηφαιστος Α.Ε.» και «Ποσειδώνας Α.Ε.». Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις τυπικές αποκλίσεις, το συντελεστή συσχέτισης και τη συνδιακύμανση όπως αυτά προέκυψαν από ανάλυση και επεξεργασία των παρελθοντικών ετήσιων τιμών των μετοχών των εν λόγω εταιρειών.

	Αναμενόμενη Απόδοση (%)	Τυπική Απόκλιση (%)	Συντελεστής Συσχέτισης	Συνδιακύμανση (%) <sup>2</sup>
<b>Ήφαιστος</b>	20,25	18,34	-0,2	-27,73
<b>Ποσειδώνας</b>	10	7,56		

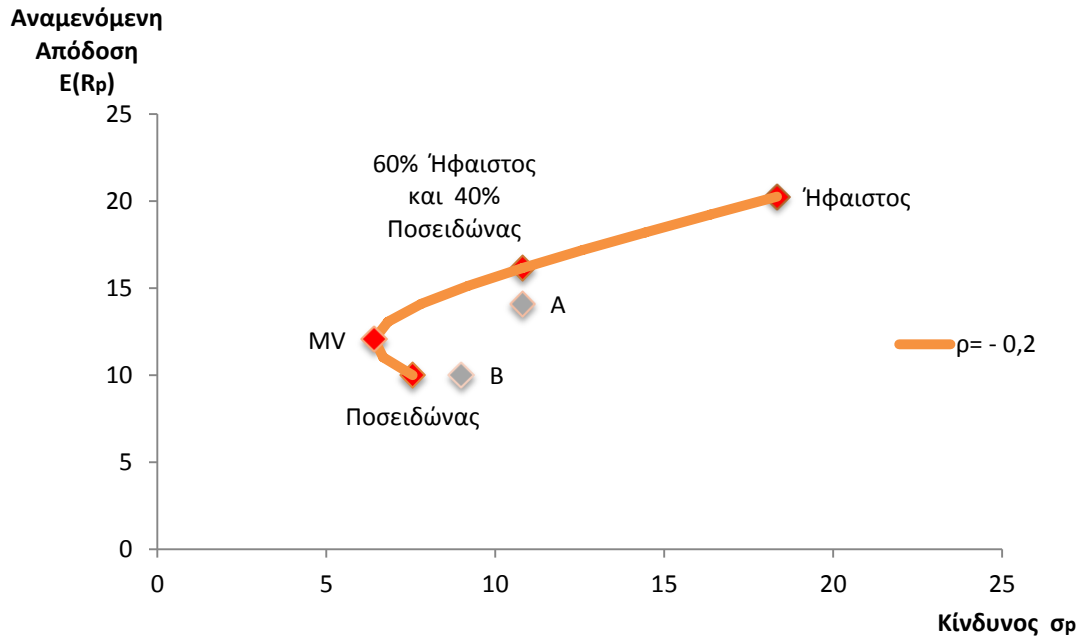
Πίνακας 2.7: Δεδομένα από το παράδειγμα των εταιρειών ΗΦΑΙΣΤΟΣ και ΠΟΣΕΙΔΩΝΑΣ

Ο γεωμετρικός τόπος όλων των χαρτοφυλακίων, το λεγόμενο εφικτό σύνολο (opportunity set) δημιουργείται με τη βοήθεια του πίνακα 2.8, όπου αλλάζοντας τα ποσοστά συμμετοχής των δύο εταιρειών στο χαρτοφυλάκιο υπολογίζουμε και τις ανάλογες αναμενόμενες αποδόσεις και τυπικές αποκλίσεις του χαρτοφυλακίου μας.

Ποσοστό Συμμετοχής «Ήφαιστος»	Ποσοστό Συμμετοχής «Ποσειδώνας»	Αναμενόμενη Απόδοση (%)	Τυπική Απόκλιση (%)
1	0	20,25	18,34
0,9	0,1	19,23	16,37
0,8	0,2	18,2	14,45
0,7	0,3	17,18	12,58
0,6	0,4	16,15	10,81
0,5	0,5	15,13	9,19
0,4	0,6	14,1	7,82
0,3	0,7	13,08	6,83
0,2	0,8	12,05	6,42
0,1	0,9	11,03	6,68
0	1	10	7,56

**Πίνακας 2.8: Απόδοση και τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου σε σχέση με τα ποσοστά συμμετοχής των επιμέρους μετοχών**

Η καμπύλη του σχήματος 2.5 αντιπροσωπεύει το εφικτό σύνολο όλων των δυνατών συνδυασμών των δύο μετοχών. Ο επενδυτής θα επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται πάνω στην καμπύλη. Φυσικά δεν είναι εφικτό να επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο πάνω από την καμπύλη, διότι δεν μπορεί να αυξήσει την απόδοση των μετοχών ούτε να μειώσει τις τυπικές αποκλίσεις των μετοχών ούτε να μειώσει τις συσχετίσεις των δύο μετοχών. Επίσης, δεν μπορεί να επιλέξει και χαρτοφυλάκια κάτω από την καμπύλη, επειδή αντίστοιχα δεν μπορεί να μειώσει τις αποδόσεις των μετοχών ή να αυξήσει τις τυπικές τους αποκλίσεις ή τις συσχετίσεις μεταξύ τους. Η τελευταία περίπτωση δεν έχει και νόημα διότι δεν θα ήταν ορθολογικό ένας επενδυτής να προσπαθήσει να αποκτήσει χαρτοφυλάκια με μικρότερη απόδοση και ίδιο κίνδυνο ή ίδια απόδοση και μεγαλύτερο κίνδυνο ή μικρότερη απόδοση και μεγαλύτερο κίνδυνο.



**Σχήμα 2.5: Καμπύλη εφικτού συνόλου των χαρτοφυλακίων των δύο μετοχών**

Αν παρατηρήσουμε λίγο την καμπύλη του παραπάνω σχήματος θα βγάλουμε κάποια χρήσιμα συμπεράσματα. Πρώτα από όλα το δεξί άκρο της καμπύλης αναπαριστά το χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από 100% μετοχές της εταιρείας «Ηφαιστος Α.Ε.» και 0% μετοχές της εταιρείας «Ποσειδώνας Α.Ε.». Αντίθετα, το αριστερό άκρο της καμπύλης αντιπροσωπεύει το χαρτοφυλάκιο που κατέχει στο 100% μετοχές της εταιρείας «Ποσειδώνας Α.Ε.» και 0% μετοχές της εταιρείας «Ηφαιστος Α.Ε.». Όσο μετακινούμαστε πάνω στην καμπύλη από το αριστερό άκρο προς το δεξί τόσο μειώνεται το ποσοστό συμμετοχής της «Ποσειδώνας Α.Ε.» και αυξάνεται η συμμετοχή της «Ηφαιστος Α.Ε.».

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση του σημείου **A** που βρίσκεται κάτω από το εφικτό σύνολο και του σημείου πάνω στην καμπύλη που αποτελείται από 60% μετοχές της «Ηφαιστος Α.Ε.» και 40% μετοχές της «Ποσειδώνας Α.Ε.». Τα δύο σημεία παρουσιάζουν ίδιο κίνδυνο δηλαδή, ίδια τυπική απόκλιση ( $\sigma = 10,81\%$ ). Όμως, το σημείο **A** έχει χαμηλότερη απόδοση ( $R_A = 14,1$ ) και έτσι ο επενδυτής θα επιλέξει να επενδύσει στο σημείο που βρίσκεται πάνω στην καμπύλη (60% συμμετοχή «Ηφαιστος Α.Ε.» και 40% «Ποσειδώνας Α.Ε.») όπου  $R = 16,15$ .

Ακόμα, το σημείο **B** έχει την ίδια απόδοση ( $R = 10$ ) με το σημείο **Ποσειδώνας** που βρίσκεται πάνω στην καμπύλη (100% «Ποσειδώνας Α.Ε.» συμμετοχή και 0% «Ηφαιστος Α.Ε.»). Όμως, επειδή είναι δεξιά του σημείου **Ποσειδώνας** παρουσιάζει μεγαλύτερο κίνδυνο ( $\sigma_{\text{Ποσειδώνας}} = 7,56 < \sigma_B = 9$ ). Οπότε, ο ορθολογικός επενδυτής θα επιλέξει το σημείο **Ποσειδώνας**. Οι συγκρίσεις των σημείων **A** και **B** με σημεία που βρίσκονται πάνω στην καμπύλη είναι

υποθετικές, διότι ο επενδυτής δεν μπορεί να αποκτήσει χαρτοφυλάκια που δεν βρίσκονται πάνω στην καμπύλη.

Ποιο σημείο όμως πάνω στην καμπύλη θα επιλέξει ο επενδυτής; Η απάντηση θα δοθεί από την προσωπικότητα του επενδυτή, δηλαδή τη διάθεση που έχει απέναντι στο ρίσκο και την απόδοση. Ένας επενδυτής που αρέσκεται στην ύπαρξη κινδύνου, αν πρόκειται να επωφεληθεί κέρδη λόγω μεγαλύτερων αποδόσεων, θα επιλέξει κάποιο σημείο κοντά στο δεξιό άκρο της καμπύλης. Στην πιο ριψοκίνδυνη περίπτωση θα επιλέξει το δεξιό άκρο της καμπύλης (100% «Ήφαιστος» και 0% «Ποσειδώνας»). Ένας επενδυτής που αποστρέφεται τον κίνδυνο θα επιλέξει ένα σημείο πιο κοντά στο αριστερό άκρο της καμπύλης. Μάλιστα η πιο συντηρητική του επιλογή θα είναι το χαρτοφυλάκιο *MV* (*minimum variance portfolio*) και όχι το αριστερό άκρο της καμπύλης (100% «Ποσειδώνας Α.Ε.» και 0% «Ήφαιστος Α.Ε.») αφού το *MV* βρίσκεται αριστερά και πάνω από το χαρτοφυλάκιο *Ποσειδώνας*. Δηλαδή, έχει μεγαλύτερη απόδοση και ταυτόχρονα μικρότερο κίνδυνο το οποίο είναι αποτέλεσμα της αρνητικής συσχέτισης μεταξύ των δύο μετοχών που συγκροτούν το χαρτοφυλάκιο ( $\rho = -0,2$ ).

Ας σταθούμε λίγο στο χαρτοφυλάκιο *MV*, το λεγόμενο *χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης*, που εννοείται ότι είναι και το χαρτοφυλάκιο με την μικρότερη τυπική απόκλιση. Το *MV* έχει το μικρότερο κίνδυνο σε σύγκριση με όλα τα άλλα χαρτοφυλάκια του εφικτού συνόλου. Η καμπύλη του εφικτού συνόλου από το αριστερό άκρο της έως το χαρτοφυλάκιο *MV* έχει αρνητική κλίση που σημαίνει ότι στην περιοχή εκείνη, όταν αυξάνεται η απόδοση του χαρτοφυλακίου μειώνεται και ο κίνδυνος του. Αυτό συμβαίνει λόγω της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου. Επειδή οι δύο μετοχές είναι αρνητικά συσχετισμένες (αύξηση της τιμής της μιας μετοχής συνεπάγεται μείωση της άλλης) για μικρή αύξηση της συμμετοχής της «Ήφαιστος Α.Ε.» έχουμε μείωση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, λόγω αντιστάθμισης (*hedging*) του χαρτοφυλακίου που αποτελείται κυρίως από μετοχές της «Ποσειδώνας Α.Ε.». Οπότε, ένας ορθολογικός επενδυτής δεν πρόκειται να επιλέξει άλλο σημείο της περιοχής αυτής εκτός από το *MV*. Εάν αυξήσουμε περαιτέρω τη συμμετοχή της «Ήφαιστος Α.Ε.» θα υπάρξει ένα σημείο (σημείο *MV*), όπου από εκεί και πέρα αύξηση της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου οδηγεί και σε αύξηση του κινδύνου του. Η περιοχή του εφικτού συνόλου από το σημείο *MV* έως το δεξιό άκρο της καμπύλης έχει θετική κλίση και ονομάζεται **μέτωπο των πιο αποδοτικών χαρτοφυλακίων ή αποδοτικό σύνολο (*efficient set*)**. Τελικά, ο επενδυτής περιορίζεται στο να επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο από την περιοχή του αποδοτικού συνόλου ανάλογα με τις προσωπικές του προτιμήσεις.

Πέρα από τη γραφική παρατήρηση του χαρτοφυλακίου *MV* μπορούμε να το υπολογίσουμε και αλγεβρικά. Το πρόβλημά μας είναι η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου δύο αξιογράφων. Οπότε, ως αντικειμενική συνάρτηση έχουμε την παρακάτω σχέση (σχέση 2.8):

$$\sigma_p^2 = W_1^2 \sigma_1^2 + 2W_1 W_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + W_2^2 \sigma_2^2$$

Όπου  $W_2$  θέτουμε  $1 - W_1$  και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\sigma_p^2 = W_1^2 \sigma_1^2 + 2W_1(1 - W_1)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + (1 - W_1)^2 \sigma_2^2$$

Τελικά, πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε την παραπάνω συνάρτηση ως προς τη μεταβλητή απόφασης  $W_1$ . Για το σκοπό αυτό την παραγωγίζουμε ως προς  $W_1$ , θέτουμε την παράγωγο ίσο με το μηδέν και τέλος τη λύνουμε ως προς  $W_1$ .

$$\frac{d\sigma_p^2}{dW_1} = 0 \Rightarrow 2W_1\sigma_1^2 + (2 - 4W_1)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 - 2(1 - W_1)\sigma_2^2 = 0 \Rightarrow$$

$$W_{\min(1)} = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \quad \text{Σχέση 2-11}$$

Επομένως, το ποσοστό συμμετοχής του αξιογράφου 1 στο χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης είναι το  $W_{\min(1)}$  και ορίζεται από την παραπάνω σχέση. Το ποσοστό του αξιογράφου 2 είναι:

$$W_{\min(2)} = 1 - W_{\min(1)} \quad \text{Σχέση 2-12}$$

Συμπερασματικά, με την παραπάνω διαδικασία μπορούμε να βρούμε ακριβώς τη θέση του λεγόμενου *Minimum Variance Portfolio* στο εφικτό σύνολο των χαρτοφυλακίων δύο αξιογράφων.

Ας μελετήσουμε την επίδραση του συντελεστή συσχέτισης στη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου μας. Υποθέτουμε ότι μπορούμε να μεταβάλλουμε τους συντελεστές συσχέτισης των μετοχών των δύο εταιρειών. Φυσικά ανάμεσα σε δύο μετοχές ο συντελεστής συσχέτισης έχει μια τιμή αφού τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του είναι οι παρελθοντικές τιμές των δύο μετοχών. Για διαφορετικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα.

$W_{H\phi}$	$W_{Ποσ}$	$E(R_p)$ (%)	$\sigma_p$ (%) $\rho = -1$	$\sigma_p$ (%) $\rho = -0,6$	$\sigma_p$ (%) $\rho = -0,2$	$\sigma_p$ (%) $\rho = 0,2$	$\sigma_p$ (%) $\rho = 0,6$	$\sigma_p$ (%) $\rho = 1$
1	0	20,25	18,34	18,34	18,34	18,34	18,34	18,34
0,9	0,1	19,23	15,75	16,06	16,37	16,67	16,97	17,26
0,8	0,2	18,2	13,16	13,82	14,45	15,05	15,63	16,18
0,7	0,3	17,18	10,57	11,62	12,58	13,48	14,31	15,11
0,6	0,4	16,15	7,98	9,50	10,81	11,98	13,04	14,03

0,5	0,5	15,13	5,39	7,54	9,19	10,59	11,83	12,95
0,4	0,6	14,1	2,8	5,87	7,82	9,36	10,69	11,87
0,3	0,7	13,08	0,21	4,83	6,83	8,36	9,65	10,79
0,2	0,8	12,05	2,38	4,84	6,42	7,68	8,76	9,72
0,1	0,9	11,03	4,97	5,89	6,68	7,39	8,04	8,64
0	1	10	7,56	7,56	7,56	7,56	7,56	7,56

**Πίνακας 2.9: Επίδραση των ποσοστών συμμετοχής και των διαφόρων συντελεστών συσχέτισης στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου**

Με την βοήθεια του πίνακα 2.9 σχεδιάζουμε το σχήμα 2.6 το οποίο για κάθε συντελεστή συσχέτισης απεικονίζει και την αντίστοιχη καμπύλη του εφικτού συνόλου. Παρατηρούμε ότι όσο ο συντελεστής μικραίνει τόσο πιο αισθητή είναι η επίδραση της διαφοροποίησης.

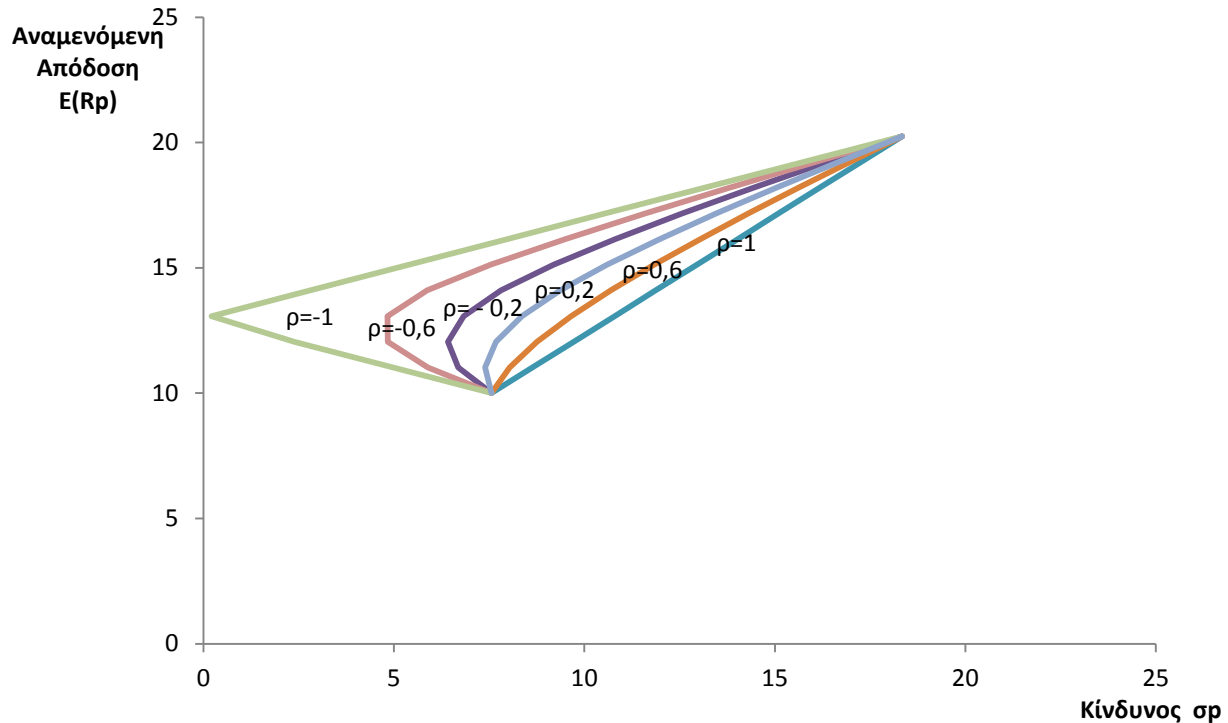
Πιο συγκεκριμένα, όταν  $\rho = 1$  η καμπύλη του εφικτού συνόλου ταυτίζεται με την καμπύλη του αποδοτικού συνόρου και είναι μια ευθεία γραμμή. Σε αυτήν την περίπτωση δεν υπάρχουν οφέλη από τη διαφοροποίηση. Ο επενδυτής θα επιλέξει κάποιο χαρτοφυλάκιο πάνω στην ευθεία γραμμή ανάλογα με τη στάση του απέναντι στον κίνδυνο και την απόδοση. Το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης **MV** ταυτίζεται με το αριστερό άκρο της ευθείας γραμμής.

Όταν  $\rho = 0,6$  όπως βλέπουμε και από το σχήμα 2.6 η ευθεία γραμμή εξελίσσεται σε κοίλη καμπύλη και διαφαίνονται τα πρώτα οφέλη της διαφοροποίησης αφού τα χαρτοφυλάκια με τον ίδιο κίνδυνο έχουν μεγαλύτερη απόδοση όταν βρίσκονται πάνω στην καμπύλη με  $\rho = 0,6$  παρά όταν είναι πάνω στην ευθεία γραμμή με  $\rho = 1$ . Το MV ταυτίζεται και εδώ με το αριστερό άκρο της καμπύλης γιατί το πιο αποδοτικό μέτωπο είναι και το εφικτό σύνολο ταυτόχρονα.

Όταν  $\rho = 0,2$  η καμπύλη γίνεται ακόμα πιο κοίλη σε τέτοιο βαθμό που το MV δεν ταυτίζεται πλέον με το αριστερό άκρο της. Το εφικτό σύνολο είναι όλη η καμπύλη, ενώ το αποδοτικό μέτωπο ξεκινά από το χαρτοφυλάκιο MV και φτάνει μέχρι το δεξιό άκρο της καμπύλης. Τα οφέλη από τη διαφοροποίηση γίνονται ακόμα πιο έντονα. Συνήθως το MV δεν ταυτίζεται με το αριστερό άκρο του εφικτού συνόλου για αρνητικές ή μηδενικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης. Καμιά φορά όμως αυτό συμβαίνει και για μικρές θετικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης, όπως στο παράδειγμά μας.

Όσο ο συντελεστής συσχέτισης μικραίνει και πλησιάζει το  $-1$  τόσο πιο αισθητά γίνονται τα οφέλη της διαφοροποίησης. Στην ακραία περίπτωση όπου  $\rho = -1$ , που δεν έχει και πρακτική σημασία, το MV έχει μηδενικό κίνδυνο.

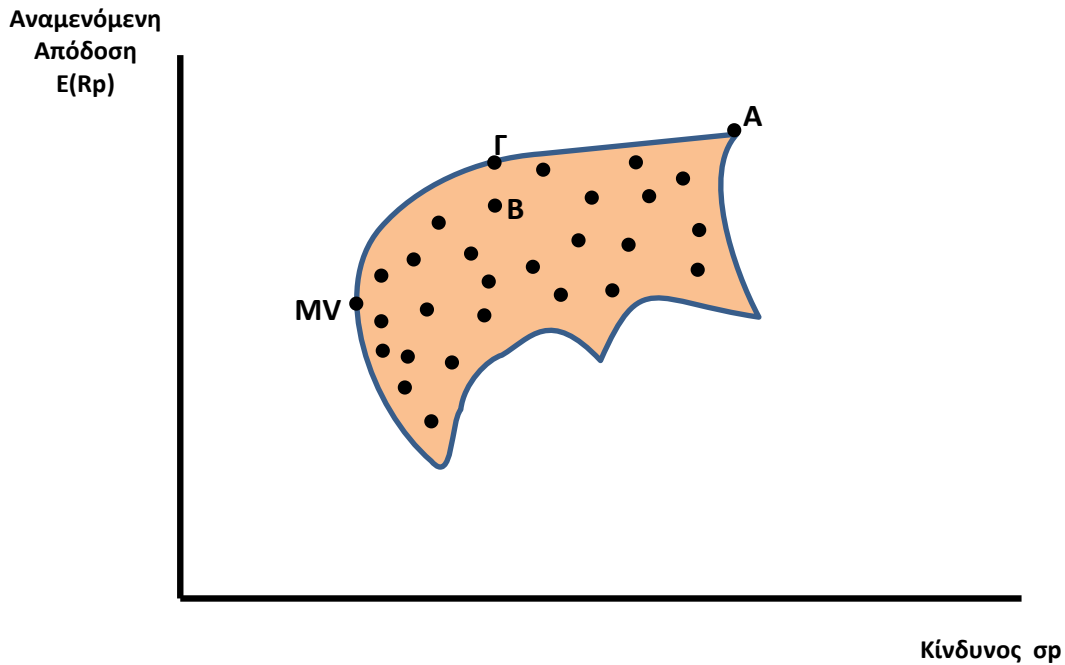




**Σχήμα 2.6:** Καμπύλες εφικτών συνόλων των συνδυασμών των δύο μετοχών για διαφορετικούς συντελεστές συσχέτισης

## 2.9 ΤΟ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟ ΜΕΤΩΠΟ ΠΟΛΛΩΝ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Στην περίπτωση που ένας επενδυτής μπορεί να επενδύσει σε παραπάνω από δύο αξιόγραφα τότε όλα τα εφικτά χαρτοφυλάκια δεν αναπαριστούν μια καμπύλη, αλλά ένα «σύννεφο» από σημεία. Στο σχήμα 2.7 η σκιαγραφημένη περιοχή, το «σύννεφο» από σημεία, αντικατοπτρίζει το εφικτό σύνολο όλων των δυνατών συνδυασμών πολλών αξιογράφων. Κανένας επενδυτής δεν μπορεί να επιλέξει κάποιο χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται εκτός της σκιαγραφημένης περιοχής. Βασικά ένας επενδυτής θα θέλει να αποκτήσει ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στην επάνω συννοριακή καμπύλη της σκιαγραφημένης περιοχής μεταξύ των σημείων MV και A η οποία και λέγεται **αποδοτικό μέτωπο πολλών περιουσιακών στοιχείων**. Πράγματι, τα χαρτοφυλάκια του αποδοτικού μετώπου υπερτερούν από τα υπόλοιπα της οριοθετημένης περιοχής, καθώς αντιπροσωπεύουν καλύτερους συνδυασμούς αποδόσεως-κινδύνου. Για παράδειγμα, αν συγκρίνουμε τα σημεία Γ και Β, θα δούμε ότι το Γ παρουσιάζει ίδιο κίνδυνο με το Β όμως έχει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση.



Σχήμα 2.7: Εφικτό σύνολο χαρτοφυλακίων πολλών αξιογράφων

## 2.10 ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΕΠΕΝΔΥΤΗ

Ο επενδυτής όπως αναφέραμε θα επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο από το αποδοτικό σύνορο. Η επιλογή του αυτή θα εξαρτηθεί από την διάθεσή του απέναντι στο ρίσκο και την απόδοση. Με άλλα λόγια θα επιλέξει το χαρτοφυλάκιο με τη μέγιστη δυνατή χρησιμότητα για εκείνον. Σε αυτήν την παράγραφο θα αναλύσουμε την έννοια της χρησιμότητας και το ρόλο της στην διαμόρφωση των επενδυτικών επιλογών.

### 2.10.1 ΑΠΟΣΤΡΟΦΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ

Ένας τυπικός επενδυτής παίρνει τις αποφάσεις του ορθολογικά και επομένως αποστρέφεται τον κίνδυνο (risk averse investor). Συνεπώς δεν πρόκειται να ρισκάρει το κεφάλαιό του σε ένα χαρτοφυλάκιο με μη θετικό ασφάλιστρο κινδύνου (risk premium).

Ασφάλιστρο κινδύνου είναι η επιπλέον απόδοση που απαιτείται από μια επένδυση με κίνδυνο σε σχέση με την απόδοση μιας επένδυσης χωρίς κίνδυνο. Για παράδειγμα, έστω ότι η

αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης μηδενικού ρίσκου, όπως είναι τα έντοκα γραμμάτια, είναι 5% ενώ η αναμενόμενη απόδοση σε χαρτοφυλάκιο μετοχών, επένδυση με κίνδυνο, είναι 13%. Τότε έχω:

$$\text{Risk Premium} = 13\% - 5\% = 8\%$$

Όσο πιο μεγάλο είναι το ρίσκο που αναλαμβάνει ένας επενδυτής που αποστρέφεται τον κίνδυνο τόσο πιο μεγάλη απόδοση απαιτεί από αυτήν του την επένδυση. Με απλά λόγια είναι πρόθυμος να αναλάβει τον κίνδυνο, εφόσον θεωρεί ότι ικανοποιείται η χρησιμότητά του από αυτήν την επενδυτική επιλογή. Ανάμεσα σε ανταγωνιστικά χαρτοφυλάκια θα επιλέξει εκείνο που του μεγιστοποιεί την χρησιμότητά του. Οπότε προκύπτει η ανάγκη για αξιολόγηση των υποψήφιων χαρτοφυλακίων ως προς την χρησιμότητά τους στον εκάστοτε επενδυτή. Η βαθμολόγηση των χαρτοφυλακίων ως προς την χρησιμότητά τους μπορεί να γίνει με διάφορες συναρτήσεις. Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη συνάρτηση από οικονομολόγους και οργανισμούς (π.χ. Association of Investment Management and Research) είναι η παρακάτω:

$$U = E(r) - 0,005A\sigma^2 \quad \text{Σχέση 2-13}$$

όπου,

$U$	η τιμή της χρησιμότητας του χαρτοφυλακίου
$E(r)$	η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου
$\sigma^2$	η διακύμανση του χαρτοφυλακίου
$A$	συντελεστής του βαθμού ρίσκου αποστροφής του επενδυτή
0,005	συντελεστής για την έκφραση της αναμενόμενης απόδοσης και της τυπικής απόκλισης σε ποσοστά (%)

Από την παραπάνω εξίσωση παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου, τόσο μεγαλύτερη είναι και η τιμή της χρησιμότητάς του. Επίσης, μεγάλες τιμές της διακύμανσης συνεπάγονται μικρές τιμές της χρησιμότητας. Ακόμα, ο βαθμός στον οποίο η διακύμανση μειώνει την χρησιμότητα, εξαρτάται από το βαθμό της αποστροφής του ρίσκου του επενδυτή  $A$ . Για μεγάλες τιμές του  $A$ , που αντιστοιχούν σε επενδυτές με μεγάλη αποστροφή ρίσκου, η μείωση της χρησιμότητας λόγω μεγάλης διακύμανσης του χαρτοφυλακίου εντείνεται. Τέλος, για τις επενδύσεις μηδενικού ρίσκου το επίπεδο χρησιμότητας ισούται με την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

### 2.10.2 ΑΞΙΟΛΟΓΩΝΤΑΣ ΤΗΝ ΑΝΟΧΗ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΟ ΡΙΣΚΟ

Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε την χρησιμότητα που έχει για μας κάποιο χαρτοφυλάκιο, πρέπει πρώτα να αξιολογήσουμε την ανοχή μας απέναντι στο ρίσκο, δηλαδή να βρούμε την δική μας τιμή του συντελεστή A. Η ποσοτικοποίηση του βαθμού ανοχής μας απέναντι στο ρίσκο δεν είναι καθόλου εύκολη υπόθεση, αφού δεν υπάρχει μια ευρέως κοινά αποδεκτή μέθοδος. Μια διαδικασία που συναντάμε συχνότερα είναι η συμπλήρωση ερωτηματολογίων από τους ενδιαφερόμενους επενδυτές. Βέβαια η τιμή που θα βρούμε είναι προσεγγιστική και όχι ακριβής. Ένα τυπικό ερωτηματολόγιο είναι το παρακάτω:<sup>5</sup>

1. Σε γενικές γραμμές, πώς θα σας χαρακτήριζε ο καλύτερός σας φίλος σχετικά με τη διάθεσή σας για ρίσκο;
  - a. τζογαδόρο
  - b. ικανό να αναλάβει ρίσκο ύστερα από επαρκή έρευνα
  - c. προσεκτικό
  - d. απρόθυμο να αναλάβει οποιοδήποτε ρίσκο
2. Είστε σε ένα τηλεπαιχνίδι και πρέπει να κάνετε μια από τις παρακάτω επιλογές. Ποια θα είναι αυτή;
  - a. 1.000 € σε μετρητά
  - b. 50% πιθανότητα να κερδίσετε 5.000 €
  - c. 25% πιθανότητα να κερδίσετε 10.000 €
  - d. 5% πιθανότητα να κερδίσετε 100.000 €
3. Έχετε μόλις μαζέψει τα χρήματα για αξέχαστες διακοπές που μόνο μια φορά στην ζωή σας θα μπορέσετε να πάτε. Όμως, τρεις εβδομάδες πριν αναχωρήσετε χάνετε την δουλειά σας. Τι θα κάνατε;
  - a. ακύρωση των διακοπών
  - b. τροποποίηση του σχεδίου σε διακοπές με χαμηλότερο κόστος
  - c. καμία αλλαγή στο πρόγραμμα των διακοπών, διότι χρειάζεστε χρόνο για να ετοιμαστείτε για αναζήτηση εργασίας
  - d. επέκταση των διακοπών σας, επειδή ίσως να είναι η τελευταία σας ευκαιρία για ακριβές διακοπές
4. Αν απροσδόκητα λαμβάνετε 20.000 € για επένδυση. Τι θα κάνατε;
  - a. κατάθεση σε τραπεζικό λογαριασμό, σε προϊόντα χρηματαγοράς ή σε ασφαλισμένα πιστοποιητικά κατάθεσης

---

<sup>5</sup> Μετάφραση από: Gable, J.E. , & Lytton, R.H. (1999) Financial Risk Tolerance Revisited: the development of a risk assessment instrument. Financial Service Review, 8, 163-181.

- b. επένδυση σε ασφαλή ομόλογα υψηλής ποιότητας ή σε ομολογιακά αμοιβαία κεφάλαια
  - c. επένδυση σε μετοχές ή σε μετοχικά αμοιβαία κεφάλαια
5. Από την μέχρι τώρα εμπειρία σας, πόσο άνετα αισθάνεστε, όταν επενδύετε σε μετοχές ή σε μετοχικά αμοιβαία κεφάλαια;
- a. καθόλου άνετα
  - b. κάπως άνετα
  - c. πολύ άνετα
6. Όταν σκέφτεστε τη λέξη «ρίσκο», ποιες από τις ακόλουθες λέξεις σας έρχονται πρώτα στο μυαλό;
- a. απώλεια
  - b. αβεβαιότητα
  - c. ευκαιρία
  - d. συγκίνηση-ενθουσιασμός
7. Ορισμένοι ειδικοί προβλέπουν ότι οι τιμές περιουσιακών στοιχείων όπως είναι ο χρυσός, τα κοσμήματα, τα συλλεκτικά αντικείμενα και τα ακίνητα, τα λεγόμενα «*hard assets*», πρόκειται να ανέβουν. Από την άλλη οι τιμές των ομολόγων μπορεί να πέσουν, ωστόσο οι ειδικοί τείνουν να συμφωνήσουν ότι τα κρατικά ομόλογα είναι σχετικά ασφαλή. Οι περισσότερες από τις επενδύσεις σας είναι τοποθετημένες σε ομόλογα δημοσίου υψηλού ενδιαφέροντος. Τι θα κάνετε;
- a. θα κρατήσετε τα ομόλογα
  - b. θα πουλήσετε τα ομόλογα, τα μισά έσοδα θα τα τοποθετήσετε σε προϊόντα της χρηματαγοράς και τα άλλα μισά σε «*hard assets*»
  - c. θα πουλήσετε τα ομόλογα και όλα σας τα έσοδα θα τα τοποθετήσετε σε «*hard assets*»
  - d. θα πουλήσετε τα ομόλογα, θα τοποθετήσετε όλα τα χρήματα σε *hard assets* και θα δανειστείτε επιπλέον ώστε να αγοράσετε και άλλα
8. Παρακάτω δίνεται η καλύτερη και η χειρότερη περίπτωση των αποδόσεων τεσσάρων επενδυτικών επιλογών. Ποια θα προτιμούσατε;
- a. καλύτερη περίπτωση: 200 € κέρδος, χειρότερη περίπτωση: 0 €
  - b. καλύτερη περίπτωση: 800 € κέρδος, χειρότερη περίπτωση: 200 € ζημία
  - c. καλύτερη περίπτωση: 2.600 € κέρδος, χειρότερη περίπτωση: 800 € ζημία
  - d. καλύτερη περίπτωση: 4.800 € κέρδος, χειρότερη περίπτωση: 2.400 € ζημία
9. Εκτός από ό,τι έχετε στην κατοχή σας, σας δίνονται 1.000 €. Σας έχει ζητηθεί να διαλέξετε ανάμεσα σε:
- a. ένα σίγουρο κέρδος της τάξης των 500 €
  - b. 50% πιθανότητα να κερδίσετε 1.000 € και 50% πιθανότητα να μην κερδίσετε τίποτα

- 10.** Εκτός από ό,τι έχετε στην κατοχή σας, σας δίνονται 2.000 €. Σας έχει ζητηθεί να διαλέξετε ανάμεσα σε:
- μια σίγουρη ζημία της τάξης των 500 €
  - 50% πιθανότητα να χάσετε 1.000 € και 50% πιθανότητα να μην χάσετε τίποτα
- 11.** Υποθέστε ότι ένας συγγενής σας, σας άφησε μια κληρονομιά 100.000 € με τον όρο ότι θα επενδύσετε ΟΛΑ τα χρήματα σε ΜΙΑ από τις παρακάτω επιλογές. Ποια θα διαλέγατε;
- κατάθεση σε αποταμιευτικό λογαριασμό ή επένδυση σε χρηματαγορά αμοιβαίων κεφαλαίων
  - επένδυση σε αμοιβαία κεφάλαια μετοχών και ομολόγων
  - επένδυση σε χαρτοφυλάκιο 15 κοινών μετοχών
  - επένδυση σε εμπορεύματα όπως είναι ο χρυσός, το ασήμι και το πετρέλαιο
- 12.** Αν είχατε 20.000 € προς επένδυση, ποια από τις παρακάτω επενδυτικές επιλογές θα βρίσκατε πιο ελκυστική;
- 60% σε επενδύσεις χαμηλού ρίσκου, 30% σε επενδύσεις μέτριου ρίσκου, 10% σε επενδύσεις υψηλού ρίσκου
  - 30% σε επενδύσεις χαμηλού ρίσκου, 40% σε επενδύσεις μέτριου ρίσκου, 30% σε επενδύσεις υψηλού ρίσκου
  - 10% σε επενδύσεις χαμηλού ρίσκου, 40% σε επενδύσεις μέτριου ρίσκου, 50% σε επενδύσεις υψηλού ρίσκου
- 13.** Ο έμπιστος φίλος σου και γείτονας είναι ένας έμπειρος γεωλόγος και μαζί με μια ομάδα επενδυτών πρόκειται να χρηματοδοτήσουν μια διερευνητική επιχείρηση εξόρυξης χρυσού. Το εγχείρημα θα μπορούσε να αποδώσει 50 έως 100 φορές το ύψος της επένδυσης, αν πετύχει. Στην αντίθετη περίπτωση όλη η επένδυση είναι άχρηστη. Ο φίλος σας εκτιμά ότι η πιθανότητα επιτυχίας είναι μόνο 20%. Αν είχατε τα χρήματα πόσα θα επενδύατε;
- τίποτα
  - ένα μηνιαίο μισθό
  - τρεις μηνιαίους μισθούς
  - έξι μηνιαίους μισθούς

Αφού ο ενδιαφερόμενος επενδυτής συμπληρώσει το ερωτηματολόγιο, πρέπει να βρει την βαθμολογία του σύμφωνα με την εξής διαβάθμιση:  $a = 1$  βαθμός,  $b = 2$  βαθμοί,  $c = 3$  βαθμοί,  $d = 4$  βαθμοί.

Οπότε,

πλήθος (a) απαντήσεων ..... x 1 = ..... βαθμοί  
 πλήθος (b) απαντήσεων ..... x 2 = ..... βαθμοί

πλήθος (c) απαντήσεων..... x 3 =..... βαθμοί

πλήθος (d) απαντήσεων ..... x 4 =..... βαθμοί

Στη συνέχεια αθροίζει τα παραπάνω ώστε να βρει την τελική του βαθμολογία.

<b>Βαθμολογία</b>	<b>Επίπεδο Ανοχής Κινδύνου</b>
0-18	Χαμηλή ανοχή για τον κίνδυνο
19-22	Κάτω από τη μέτρια ανοχή για τον κίνδυνο
23-28	Μέτρια ανοχή για τον κίνδυνο
29-32	Πάνω από τη μέτρια ανοχή για τον κίνδυνο
33-43	Υψηλή ανοχή για τον κίνδυνο

Έχοντας ο επενδυτής καθορίσει το επίπεδο ανεκτικότητάς του απέναντι στον κίνδυνο, μπορεί να κάνει μια προσεγγιστική εκτίμηση του συντελεστή A. Το πιο τυπικό εύρος τιμών του συντελεστή A είναι από 2,0 έως 4,0. Όσο χαμηλότερη είναι η ανεκτικότητα του επενδυτή απέναντι στον κίνδυνο τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του A και επομένως τόσο μεγαλύτερος ο βαθμός αποστροφής του κινδύνου. Οπότε, συγκριτικά με την βαθμολογία που μετρήσαμε παραπάνω θα είχαμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

<b>Βαθμολογία</b>	<b>Επίπεδο Ανοχής Κινδύνου</b>	<b>Συντελεστής A</b>
<b>0-18</b>	Χαμηλή ανοχή για τον κίνδυνο	4,0
<b>19-22</b>	Κάτω από τη μέτρια ανοχή για τον κίνδυνο	3,5
<b>23-28</b>	Μέτρια ανοχή για τον κίνδυνο	3,0
<b>29-32</b>	Πάνω από τη μέτρια ανοχή για τον κίνδυνο	2,5
<b>33-43</b>	Υψηλή ανοχή για τον κίνδυνο	2,0

**Πίνακας 2.10: Επίπεδα Ανοχής Κινδύνου**

Αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχουν και άλλες διαβαθμίσεις του συντελεστή A. Πολλές φορές χρησιμοποιείται μόνο με ακέραιες τιμές και μικρότερες από τις 6 μονάδες.

### 2.10.3 ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΒΕΒΑΙΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ (certainty equivalent)

Σύμφωνα με την αρχή του βέβαιου ισοδύναμου για κάθε χαρτοφυλάκιο στοιχείων με κίνδυνο υπάρχει μια βέβαιη ισοδύναμη επένδυση ώστε ο ενδιαφερόμενος επενδυτής να είναι αδιάφορος μεταξύ του αβέβαιου χαρτοφυλακίου και του βέβαιου ισοδύναμου.

Ας χρησιμοποιήσουμε ένα παράδειγμα για να εξηγήσουμε καλύτερα την παραπάνω αρχή. Έστω ότι ένας επενδυτής μπορεί να επενδύσει σε ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών με αναμενόμενη απόδοση 13% είτε να επενδύσει σε έντοκα γραμμάτια, επένδυση μηδενικού ρίσκου, με αναμενόμενη απόδοση 5%. Όπως είχαμε υπολογίσει και προηγουμένως το risk premium ισούται με 8%. Όμως, παρόλου που έχουμε θετικό risk premium, αν ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι αρκετά μεγάλος π.χ.  $\sigma = 25\%$ , ο επενδυτής δεν είναι σίγουρο ότι θα ρισκάρει τα χρήματα του στο χαρτοφυλάκιο μετοχών. Το επιτόκιο του βέβαιου ισοδύναμου χαρτοφυλακίου είναι το επιτόκιο που μια επένδυση μηδενικού ρίσκου πρέπει με σιγουριά να προσφέρει ώστε ο επενδυτής να επιδεικνύει αδιαφορία μεταξύ της αβέβαιης επένδυσης σε χαρτοφυλάκιο μετοχών και της επένδυσης σε έντοκα γραμμάτια. Ως επιτόκιο βέβαιου ισοδύναμου χαρτοφυλακίου μπορούμε να θεωρήσουμε την τιμή της χρησιμότητας του χαρτοφυλακίου. Οπότε ο επενδυτής θα επιλέξει το χαρτοφυλάκιο μετοχών μόνο αν το επιτόκιο βέβαιου ισοδύναμου χαρτοφυλακίου είναι μεγαλύτερο από το επιτόκιο της επένδυσης μηδενικού ρίσκου. Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις τιμές της συνάρτησης χρησιμότητας για διαφορετικούς συντελεστές  $A$ .

	$A = 2,0$	$A = 2,5$	$A = 3,0$	$A = 3,5$	$A = 4,0$
$U = E(r) - 0,005A\sigma^2$	6,75%	5,18%	3,63%	2,06%	0,5%

**Πίνακας 2.11: Τιμές Χρησιμότητας για διαφορετικούς συντελεστές  $A$**

Συμπερασματικά, παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα ότι οι πιο ριψοκίνδυνοι επενδυτές με  $A = 2,0$  και  $A = 2,5$  θα επενδύσουν στο χαρτοφυλάκιο μετοχών και όχι στα έντοκα γραμμάτια αφού  $U = 6,75\% > Risk - free Return = 5\%$  και  $U = 5,18\% > Risk - free Return = 5\%$  αντίστοιχα.



### 2.10.4 Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ ΜΕΣΟΥ - ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ (Mean-Variance criterion)

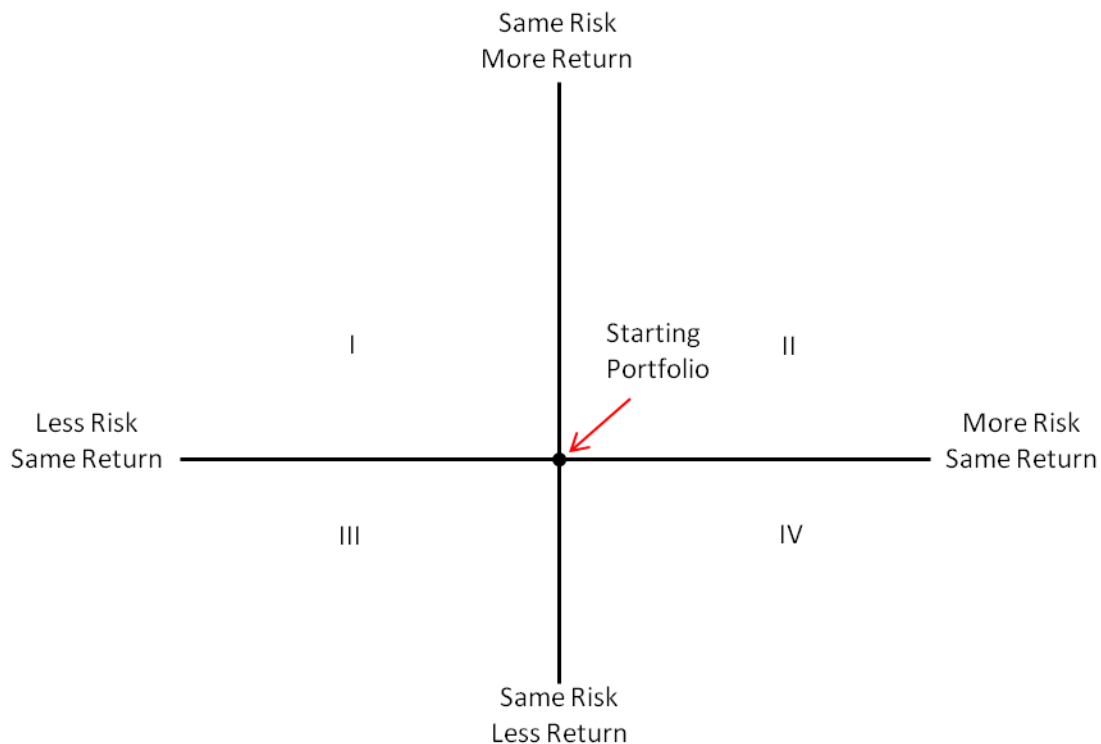
Σύμφωνα με την αρχή του κριτηρίου Μέσου-Διακύμανσης το χαρτοφυλάκιο A υπερισχύει του χαρτοφυλακίου B αν:

$$E(r_A) \geq E(r_B) \quad \text{Σχέση 2-14}$$

και

$$\sigma_A \leq \sigma_B \quad \text{Σχέση 2-15}$$

και τουλάχιστον μια ανισότητα από τις παραπάνω να ισχύει.



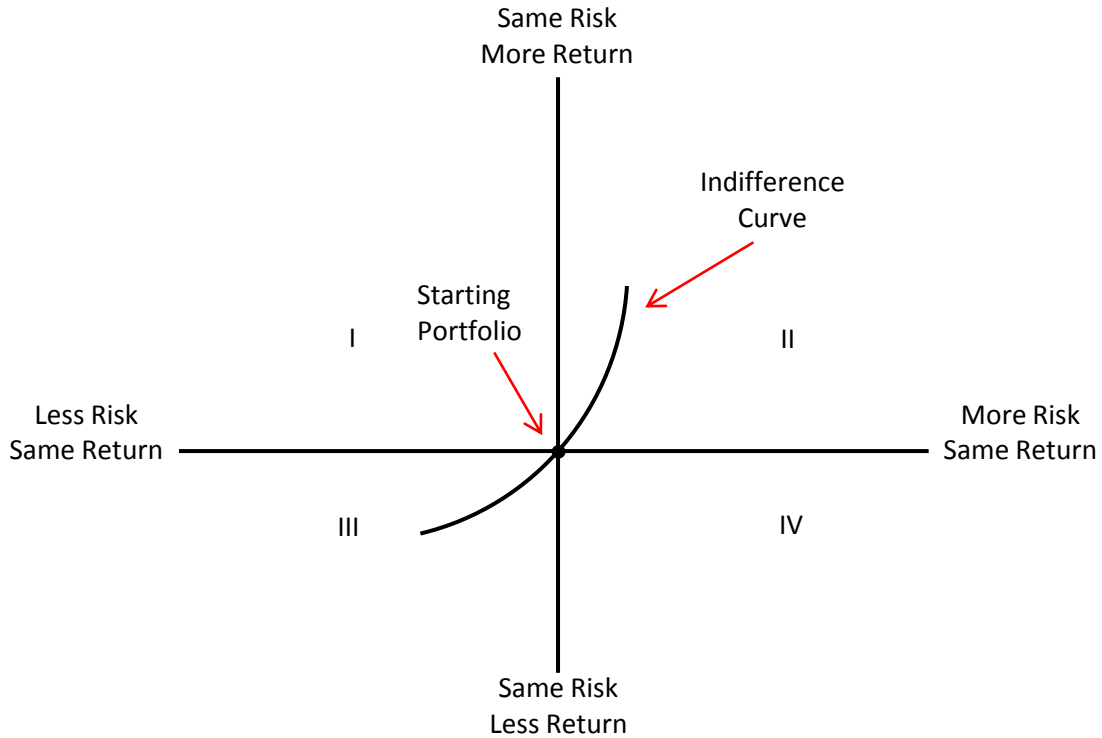
**Σχήμα 2.8:** Σχήμα για την κατανόηση του κριτηρίου Μέσου-Διακύμανσης

Από το παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ότι όλοι οι επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο θα προτιμούσαν το χαρτοφυλάκιο **Starting Portfolio** αντί οποιουδήποτε άλλου χαρτοφυλακίου που θα βρισκόταν στην περιοχή του τεταρτημόριου IV, διότι ισχύουν οι

προϋποθέσεις του κριτηρίου Μέσου-Διακύμανσης. Πιο συγκεκριμένα, το *Starting Portfolio* έχει μεγαλύτερη ή ίση αναμενόμενη απόδοση και μικρότερο ή ίσο κίνδυνο από κάθε χαρτοφυλάκιο του τεταρτημόριου IV.

Επίσης, οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο του τεταρτημόριου I είναι πιο επιθυμητό από το *Starting Portfolio*, επειδή αντίστοιχα θα έχει μεγαλύτερη ή ίση αναμενόμενη απόδοση και μικρότερο ή ίσο κίνδυνο από το *Starting Portfolio*. Μάλιστα όσο πιο αριστερά και πάνω κινούμαστε στο τεταρτημόριο I τόσο πιο πολύ ενισχύεται η επιθυμία μας για την απόκτηση χαρτοφυλακίου αυτής της περιοχής, αφού τότε αυξάνουμε την αναμενόμενη απόδοσή μας και ταυτόχρονα μειώνουμε τον κίνδυνο.

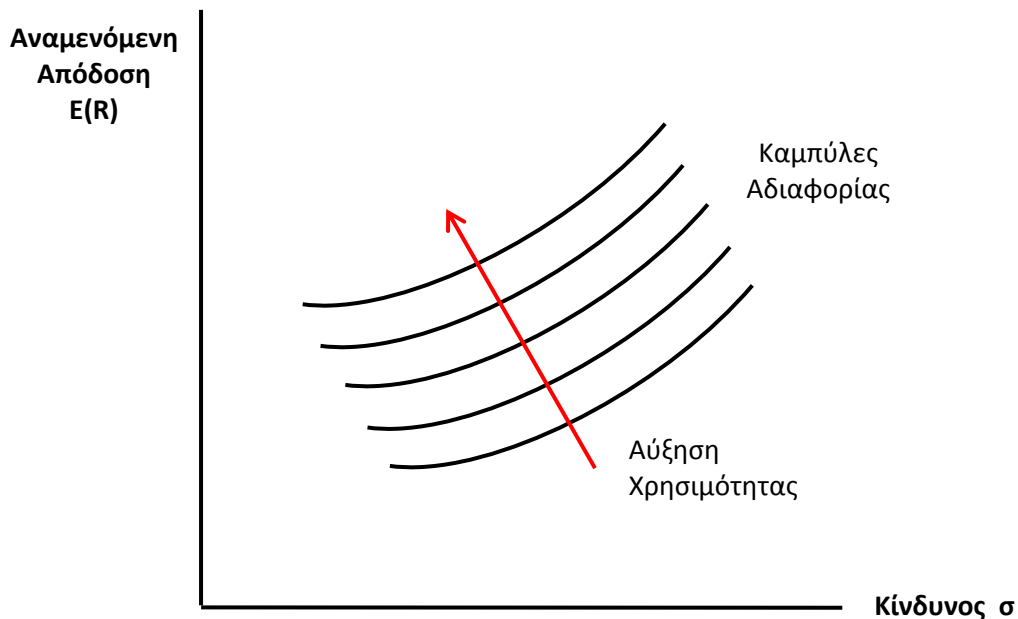
Αν συγκρίνουμε τα χαρτοφυλάκια του τεταρτημορίου II με το *Starting Portfolio* βλέπουμε ότι, όσο κινούμαστε πάνω και δεξιά, αυξάνεται ο κίνδυνος αλλά ταυτόχρονα αυξάνεται και η αναμενόμενη απόδοση. Δηλαδή, η ανάληψη περισσότερου κινδύνου αποζημιώνει τον επενδυτή με ταυτόχρονη αύξηση της αναμενόμενης απόδοσης. Αντίστοιχα, αν ξεκινήσουμε από το *Starting Portfolio* και κινηθούμε στην περιοχή του τεταρτημόριου III με κατεύθυνση κάτω και αριστερά, παρατηρούμε ότι μειώνεται ο κίνδυνος αλλά ταυτόχρονα μειώνεται και η αναμενόμενη απόδοση. Το αποτέλεσμα είναι η ύπαρξη μιας καμπύλης που ξεκινά από την περιοχή III, περνά από το *Starting Portfolio* και συνεχίζει στην περιοχή II. Ο επενδυτής είναι αδιάφορος για το ποιο χαρτοφυλάκιο πάνω στην καμπύλη θα επιλέξει, διότι αν αναλάβει περισσότερο κίνδυνο θα αποζημιωθεί για αυτό. Αντίστοιχα, αν αναλάβει μικρότερο κίνδυνο, θα έχει και μικρότερη απόδοση. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται καμπύλη αδιαφορίας (Indifference Curve) και φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα 2.9: Καμπύλη αδιαφορίας**

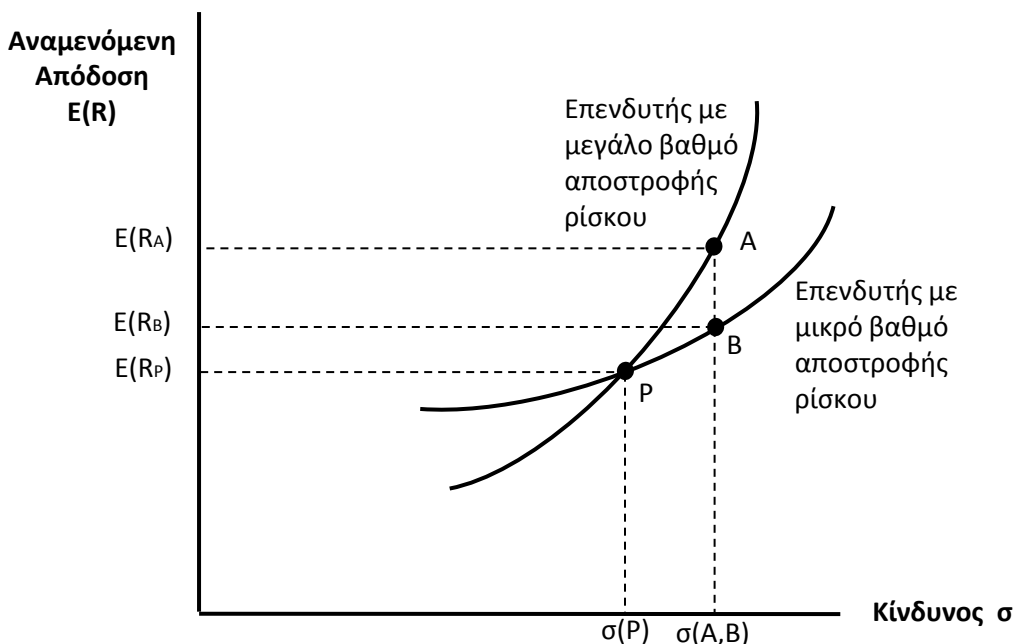
### 2.10.5 ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ

Η καμπύλη αδιαφορίας απεικονίζει ένα σύνολο από επενδυτικές ευκαιρίες που δίνουν την ίδια χρησιμότητα (Utility) στον επενδυτή. Αύξηση της χρησιμότητας οδηγεί σε παράλληλη μεταφορά της καμπύλης προς τα πάνω όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. Αντίθετα μείωση της χρησιμότητας συνεπάγεται παράλληλη μεταφορά της καμπύλης αδιαφορίας προς τα κάτω.



**Σχήμα 2.10: Παράλληλες καμπύλες αδιαφορίας**

Εκτός από τις παράλληλες καμπύλες αδιαφορίας αξίζει να μελετήσουμε και τις καμπύλες με διαφορετική κλίση. Ένας επενδυτής με μεγάλο βαθμό αποστροφής ρίσκου θα έχει μια απότομη καμπύλη χρησιμότητας, επειδή προτίθεται να αναλάβει περισσότερο ρίσκο, μόνο αν αποζημιωθεί αρκετά καλά. Αντίθετα, η καμπύλη αδιαφορίας ενός επενδυτή με μικρό βαθμό αποστροφής ρίσκου δεν είναι τόσο απότομη, διότι ο συγκεκριμένος επενδυτής απαιτεί λιγότερη αποζημίωση για να αναλάβει το ίδιο αυξημένο ρίσκο με τον προηγούμενο επενδυτή. Αν παρατηρήσουμε το παρακάτω σχήμα, για τον ίδιο κίνδυνο  $\sigma(A,B)$  ο επενδυτής με το μεγαλύτερο βαθμό αποστροφής ρίσκου απαιτεί αναμενόμενη απόδοση  $E(R_A)$ , ενώ ο επενδυτής με το μικρότερο βαθμό αποστροφής ρίσκου απαιτεί αναμενόμενη απόδοση  $E(R_B)$  και ισχύει ότι  $E(R_A) > E(R_B)$ .



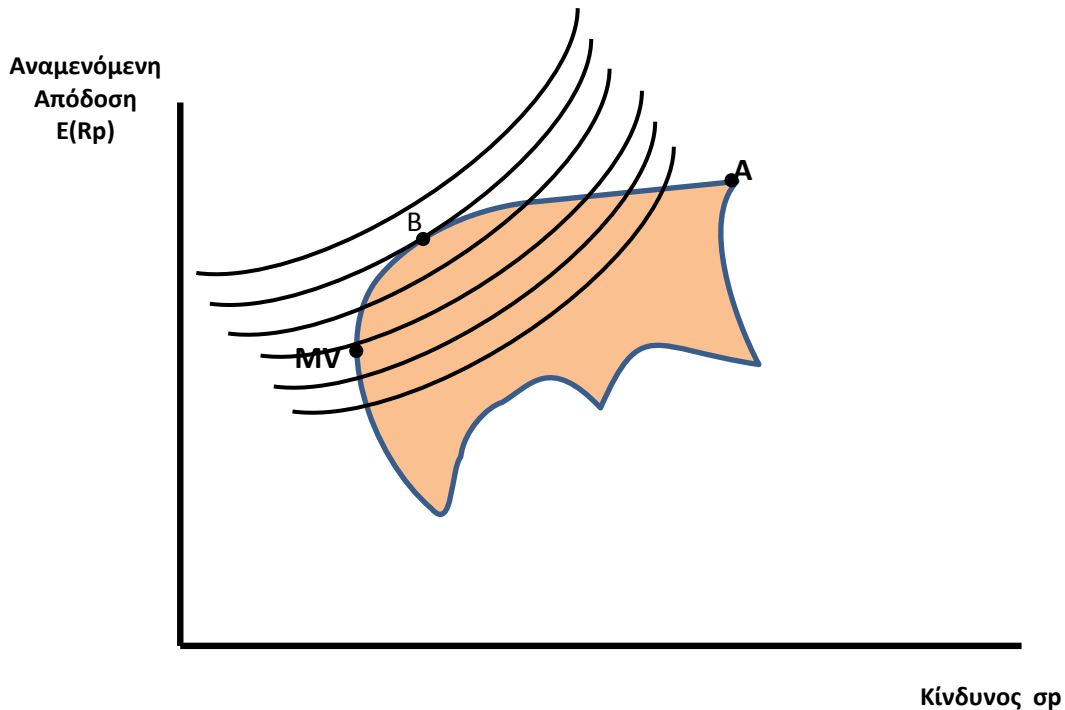
**Σχήμα 2.11: Καμπύλες Αδιαφορίας και βαθμός αποστροφής ρίσκου του επενδυτή**

Η κατασκευή των καμπυλών αδιαφορίας μπορεί να γίνει πολύ εύκολα με τη βοήθεια του Microsoft Excel. Αφού δηλώσουμε το επίπεδο χρησιμότητας  $U$  για το οποίο θέλουμε να σχεδιάσουμε την καμπύλη, τότε βάζουμε μια τιμή στον κίνδυνο  $\sigma$  και μέσω της σχέσης 2.13,  $U = E(r) - 0,005A\sigma^2$ , βρίσκουμε το επίπεδο της αναμενόμενης απόδοσης  $E(r)$  με το οποίο πρέπει να αποζημιωθεί ο εκάστοτε επενδυτής, ώστε να απολαμβάνει το ίδιο επίπεδο χρησιμότητας. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για πολλές τιμές του κινδύνου  $\sigma$ , μέχρι να έχουμε αρκετά σημεία, ώστε να σχεδιάσουμε την καμπύλη αδιαφορίας.

Οι καμπύλες αδιαφορίας παίζουν σημαντικό ρόλο στην επιλογή του καλύτερου αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου. Στην ουσία καθορίζουν ποιο χαρτοφυλάκιο θα επιλέξει ο ενδιαφερόμενος επενδυτής και αυτό επειδή αντικατοπτρίζουν τις ιδιαίτερες προτιμήσεις του επενδυτή ως προς τον κίνδυνο και την απόδοση.

Στην παράγραφο 2.9 είδαμε ότι ο επενδυτής θα κληθεί να επιλέξει κάποιο χαρτοφυλάκιο από το αποδοτικό σύνορο, το οποίο είναι η επάνω συννοριακή γραμμή που εκτείνεται από το χαρτοφυλάκιο MV έως το χαρτοφυλάκιο A. Η επιλογή όμως του τελικού χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τις καμπύλες αδιαφορίας. Ο επενδυτής θα διαλέξει εκείνο το χαρτοφυλάκιο που του μεγιστοποιεί την χρησιμότητά του. Γραφικά μπορούμε να το εντοπίσουμε στο σημείο που μια καμπύλη αδιαφορίας εφάπτεται στο αποδοτικό σύνορο όπως φαίνεται στο σχήμα 2.12.

Αξίζει να σημειώσουμε ότι όλοι οι επενδυτές έχουν ξεχωριστές καμπύλες αδιαφορίας, αφού έχουν διαφορετικό συντελεστή  $A$  (βαθμός ρίσκου αποστροφής). Για αυτό το λόγο όλοι οι επενδυτές θα διαλέξουν διαφορετικό χαρτοφυλάκιο.



Σχήμα 2.12: Επιλογή Άριστου Χαρτοφυλακίου

### 2.10.6 ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΔΥΟ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ

Παρακάτω παρουσιάζεται ο αλγεβρικός τρόπος για την επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου δύο αξιογράφων από έναν επενδυτή. Θα επιλέξει εκείνο το χαρτοφυλάκιο που του μεγιστοποιεί την χρησιμότητά του. Οπότε έχουμε ως στόχο την μεγιστοποίηση της παρακάτω αντικειμενικής συνάρτησης:

$$U = E(R_p) - 0,005A\sigma_p^2$$

Ως μεταβλητή απόφασης έχουμε το ποσοστό συμμετοχής ( $W_1$ ) του ενός αξιογράφου στο χαρτοφυλάκιο. Αντικαθιστούμε στη συνάρτηση χρησιμότητας τις παρακάτω σχέσεις :

$$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + 2W_1W_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + W_2^2\sigma_2^2$$

$$E(R_p) = W_1E(R_1) + W_2E(R_2)$$

Οπότε, έχουμε:

$$U = W_1E(R_1) + W_2E(R_2) - 0,005A\{W_1^2\sigma_1^2 + 2W_1W_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + W_2^2\sigma_2^2\}$$

Επίσης, όπου  $W_2$  θέτουμε  $1 - W_1$  και έχουμε:

$$U = W_1E(R_1) + (1 - W_1)E(R_2) - 0,005A\{W_1^2\sigma_1^2 + 2W_1(1 - W_1)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + (1 - W_1)^2\sigma_2^2\}$$

Τώρα είμαστε σε θέση να παραγωγίσουμε την παραπάνω συνάρτηση ως προς  $W_1$ . Έπειτα θα θέσουμε την παράγωγο ίση με το μηδέν και θα λύσουμε ως προς  $W_1$ .

$$\frac{dU}{dW_1} = 0 \Rightarrow E(R_1) - E(R_2) - 0,005A\{2W_1\sigma_1^2 + (2 - 4W_1)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 - 2(1 - W_1)\sigma_2^2\} = 0 \Rightarrow$$

$$W_{(max)1} = \frac{E(R_1) - E(R_2) - 0,01(\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)}{0,01A(\sigma_1^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)} \quad \text{Σχέση 2-16}$$

Ο συντελεστής A θεωρείται δεδομένος και εξαρτάται από την προσωπικότητα του κάθε επενδυτή. Το ποσοστό συμμετοχής του δεύτερου αξιολογίου στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο θα είναι:

$$W_{(max)2} = 1 - W_{(max)1} \quad \text{Σχέση 2-17}$$

## 2.11 ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΕΙΣ ΣΕ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΚΙΝΔΥΝΟ

Όταν στην αγορά υπάρχουν διαθέσιμα χρεόγραφα χωρίς κίνδυνο, τότε ο επενδυτής θα πρέπει να αποφασίσει πώς θα κατανείμει τα κεφάλαιά του ανάμεσα στα περιουσιακά στοιχεία με και χωρίς κίνδυνο. Με τον όρο *risk-free asset* καθορίζουμε εκείνα τα στοιχεία που έχουν μηδενικό κίνδυνο δηλαδή μηδενική τυπική απόκλιση  $\sigma = 0$ . Στην ουσία μόνο η κυβέρνηση μιας χώρας μπορεί να εκδώσει ομόλογα και έντοκα γραμμάτια μηδενικού κινδύνου διότι με τη νομισματική της πολιτική μπορεί να ελέγξει την προσφορά χρήματος. Ωστόσο, πάλι ο μηδενικός κίνδυνος των ομολόγων τίθεται υπό αμφισβήτηση καθώς ο χρόνος ωρίμανσής τους μπορεί να μην είναι ίδιος με τον χρονικό ορίζοντα της επένδυσης του ενδιαφερόμενου επενδυτή. Από την άλλη τα έντοκα γραμμάτια θεωρούνται περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου διότι ο βραχυπρόθεσμος χρονικός ορίζοντάς τους εξαλείφει την αβεβαιότητα που μπορεί να προκύψει λόγω μεταβολών των επιτοκίων, του πληθωρισμού, του επιπέδου των φόρων κλπ. Τις περισσότερες φορές οι επενδυτές χρησιμοποιούν μια ευρεία γκάμα από

προϊόντα μηδενικού ρίσκου και συγκροτούν χαρτοφυλάκα μηδενικού ρίσκου. Το κύριο χαρακτηριστικό που τα καθιστά ακίνδυνα είναι ο βραχυπρόθεσμος χρονικός ορίζοντας ωρίμανσής τους.

Οπότε, ο επενδυτής θα πρέπει να κατασκευάσει το χαρτοφυλάκιο του παίρνοντας αποφάσεις για το ποσοστό συμμετοχής των ακίνδυνων και των αβέβαιων αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο του. Φυσικά ένας επενδυτής μπορεί να φτιάξει ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από δύο χαρτοφυλάκια: ένα χαρτοφυλάκιο έστω P, που αποτελείται από αξιόγραφα με ρίσκο (risky assets) όπως είναι οι μετοχές, χρηματιστηριακοί δείκτες κλπ. και ένα χαρτοφυλάκιο έστω F, που συγκροτείται από ακίνδυνα αξιόγραφα, όπως είναι τα έντοκα γραμμάτια δημοσίου, δείκτης ομολόγων κλπ. Η συγκρότηση των δύο χαρτοφυλακίων P και F είναι μια ξεχωριστή διαδικασία από τη συγκρότηση του χαρτοφυλακίου που αποτελείται από τα P και F χαρτοφυλάκια.

### 2.11.1 Η ΓΡΑΜΜΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ (CAPITAL ALLOCATION LINE - CAL)

Έστω ότι  $w$  είναι το ποσοστό συμμετοχής των αξιογράφων με κίνδυνο, δηλαδή του χαρτοφυλακίου P, στο συνολικό χαρτοφυλάκιο TP (Total Portfolio). Τότε  $1-w$  θα είναι το ποσοστό συμμετοχής του χαρτοφυλακίου F με τα ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία στο χαρτοφυλάκιο TP. Η απόδοση του συνολικού χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$r_{TP} = wr_P + (1 - w)r_F \quad \text{Σχέση 2-18}$$

Η αναμενόμενη απόδοση του συνολικού χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$E(r_{TP}) = wE(r_P) + (1 - w)r_F = r_F + w(E(r_P) - r_F) = r_F + w \cdot \text{risk premium} \quad \text{Σχέση 2-19}$$

Όπως φαίνεται και από την παραπάνω εξίσωση, η βασική απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι το επιτόκιο της επένδυσης χωρίς κίνδυνο  $r_F$ . Η επιπλέον απόδοση εξαρτάται από το risk premium που πρόκειται να κερδίσει ο επενδυτής και από το ποσοστό συμμετοχής των αξιογράφων με κίνδυνο  $w$ . Αξίζει να υπενθυμίσουμε ότι κάθε επενδυτής που αποστρέφεται τον κίνδυνο θα αναλάβει μια επένδυση μόνο αν έχει θετικό risk premium.

Ο κίνδυνος του συνολικού χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$\sigma_{TP}^2 = w^2\sigma_P^2 + 2w(1 - w)\rho\sigma_P\sigma_F + (1 - w)^2\sigma_F^2 \quad \text{Σχέση 2-20}$$



Όμως,  $\sigma_F = 0$ , αφού ο κίνδυνος του ακίνδυνου χαρτοφυλακίου θεωρείται μηδενικός. Οπότε, η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$\sigma_{TP}^2 = w^2 \sigma_P^2 \quad \text{Σχέση 2-21}$$

ή

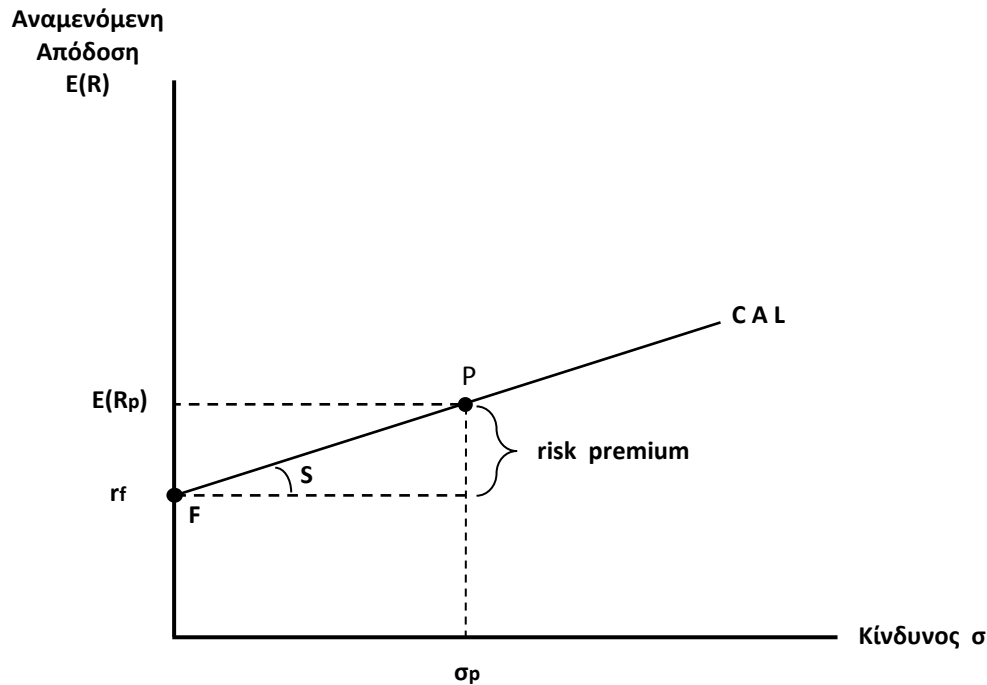
$$\sigma_{TP} = w \sigma_P \quad \text{Σχέση 2-22}$$

Δηλαδή, η τυπική απόκλιση του συνολικού χαρτοφυλακίου είναι ο κίνδυνος του αβέβαιου χαρτοφυλακίου P πολλαπλασιασμένος με το ποσοστό συμμετοχής του στο συνολικό χαρτοφυλάκιο.

Η αναμενόμενη απόδοση του συνολικού χαρτοφυλακίου, με την βοήθεια των παραπάνω σχέσεων, μπορεί να εκφραστεί ως προς τον κίνδυνό του ως εξής:

$$E(r_{TP}) = r_F + \frac{(E(r_P) - r_F)}{\sigma_P} \sigma_{TP} \quad \text{Σχέση 2-23}$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι μια ευθεία γραμμή και φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2.13: Η γραμμή κατανομής κεφαλαίων

Όταν  $w = 0$  τότε  $\sigma_{TP} = 0$  και  $E(r_{TP}) = r_F$  που σημαίνει ότι βρισκόμαστε στο σημείο F, δηλαδή όλα τα κεφάλαιά μας τα έχουμε τοποθετήσει στο χαρτοφυλάκιο με το μηδενικό ρίσκο. Γραφικά το εντοπίζουμε στο αριστερό άκρο της καμπύλης όπου η γραμμή κατανομής κεφαλαίων τέμνει τον κάθετο άξονα της αναμενόμενης απόδοσης.

Όταν  $w = 1$  τότε  $\sigma_{TP} = \sigma_P$  και  $E(r_{TP}) = E(r_P)$  που σημαίνει ότι βρισκόμαστε στο σημείο P. Επομένως, όλα τα κεφάλαια έχουν τοποθετηθεί στο χαρτοφυλάκιο P με τα περιουσιακά στοιχεία που ενέχουν κίνδυνο.

Όλα τα σημεία πάνω στη γραμμή μεταξύ των σημείων F και P αντιπροσωπεύουν όλα τα χαρτοφυλάκια με συνδυασμούς στοιχείων με και χωρίς κίνδυνο. Έστω ότι ξεκινάμε με  $w = 1$  τότε βρισκόμαστε στο σημείο P και όσο μειώνουμε το  $w$ , δηλαδή όσο αυξάνουμε τη συμμετοχή του ακίνδυνου χαρτοφυλακίου στο συνολικό, μετακινούμαστε αριστερά της καμπύλης μέχρι να φτάσουμε στο σημείο F.

Η κλίση της ευθείας είναι:

$$S = \frac{(E(r_P) - r_F)}{\sigma_P}$$

Σχέση 2-24

Όσο πιο μεγάλη είναι η κλίση τόσο πιο απότομη είναι και η ευθεία, πράγμα επιθυμητό, διότι για τον ίδιο κίνδυνο αύξηση του  $S$  οδηγεί σε αύξηση της αναμενόμενης απόδοσης. Επίσης, η κλίση ονομάζεται και συντελεστής ανταμοιβής προς μεταβλητότητα (*reward-to-variability ratio*), αφού στην ουσία μας δίνει την αύξηση της αναμενόμενης απόδοσης για κάθε μοναδιαία αύξηση της μεταβλητότητας.

Οι επενδυτές που θα μπορούσαν να δανειστούν με επιτόκιο  $r_F$ , θα κατασκευάσουν χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στην γραμμή και δεξιά του σημείου P. Σε αυτήν την περίπτωση ισχύει ότι  $w > 1$ . Βέβαια μόνο οι κυβερνήσεις μπορούν να δανειστούν στο επιτόκιο  $r_F$ . Οι άλλοι επενδυτές θα δανειστούν λίγο παραπάνω από το  $r_F$ , δηλαδή θα δανειστούν με μεγαλύτερο επιτόκιο από αυτό που δανείζουν. Το αποτέλεσμα είναι ότι η καμπύλη δεξιά του P θα έχει διαφορετική κλίση, αφού το  $S$  εξαρτάται από το  $r_F$ . Πιο συγκεκριμένα η ευθεία δεξιά του P θα έχει μικρότερη κλίση.

### 2.11.2 ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ

Το ερώτημα που πρέπει να απαντήσει κάθε επενδυτής είναι πόσα θα επενδύσει σε ακίνδυνα αξιόγραφα και πόσα σε αβέβαια αξιόγραφα. Το κριτήριο της επιλογής του θα είναι η μεγιστοποίηση της χρησιμότητάς του. Κάθε επενδυτής έχει διαφορετική συνάρτηση χρησιμότητας, αφού έχει διαφορετικό συντελεστή βαθμού ρίσκου αποστροφής ( $A$ ). Η συνάρτηση χρησιμότητας που χρησιμοποιούμε σε αυτήν τη διπλωματική εργασία είναι:

$$U = E(r) - 0,005A\sigma^2$$

Οπότε, έχουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης και πιο συγκεκριμένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης  $U$  ως προς τη μεταβλητή απόφασης  $w$ , που αντιπροσωπεύει το ποσοστό συμμετοχής του χαρτοφυλακίου με κίνδυνο στο συνολικό χαρτοφυλάκιο. Το πρόβλημα περιγράφεται ως εξής:

$$\underset{w}{\text{Max}} U = E(r_{TP}) - 0,005A\sigma_{TP}^2 = r_F + w(E(r_P) - r_F) - 0,005Aw^2\sigma_P^2 \quad \text{Σχέση 2-25}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση  $U$  θα παρουσιάσει μέγιστο εκεί που η παράγωγος ως προς  $w$  θα είναι 0. Επομένως,

$$\frac{dU}{dw} = 0 \Rightarrow (E(r_P) - r_F) - 0,01Aw\sigma_P^2 = 0$$

και λύνοντας ως προς  $w$  έχουμε:

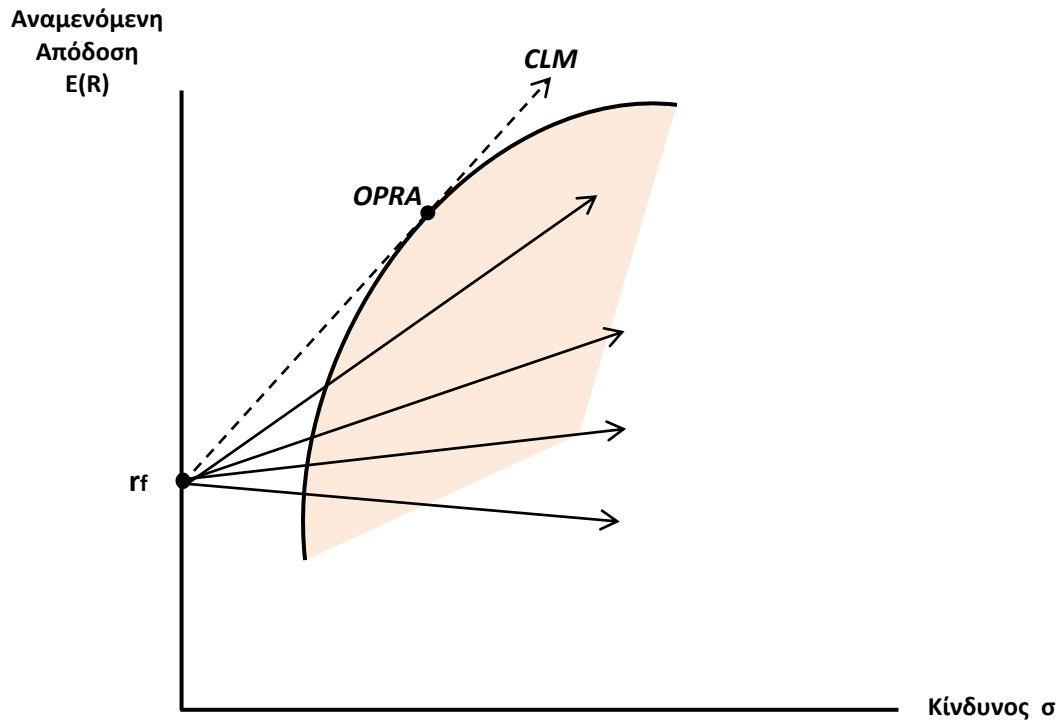
$$w^* = \frac{E(r_p) - r_F}{0,01A\sigma_p^2}$$

Σχέση 2-26

που είναι και η σχέση που μας δίνει την τιμή του  $w$  για την οποία μεγιστοποιείται η χρησιμότητα του εκάστοτε επενδυτή.

### 2.11.3 ΤΟ ΑΡΙΣΤΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΤΩΝ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕ ΚΙΝΔΥΝΟ

Αυξάνοντας την κλίση  $S$  της γραμμής κατανομής κεφαλαίων (CAL) ερχόμαστε στο σημείο όπου η γραμμή εφάπτεται στο πιο αποδοτικό μέτωπο στοιχείων με κίνδυνο. Οι προηγούμενες CAL διαπερνούσαν το αποδοτικό σύνορο, ενώ η εφαπτόμενη CAL επί του αποδοτικού συνόρου είναι η τελευταία CAL και αυτή που έχει την μεγαλύτερη κλίση. Το σημείο στο οποίο εφάπτονται οι δύο καμπύλες αντιπροσωπεύει το άριστο χαρτοφυλάκιο των περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο (*Optimum Portfolio of Risky Assets - OPRA*) και είναι το τελευταίο εφικτό χαρτοφυλάκιο που μπορεί κάποιος να αγοράσει. Πρόκειται στην ουσία για το χαρτοφυλάκιο που όλοι οι επενδυτές θέλουν να τοποθετηθούν, αφού είναι το τέλεια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο που περιέχει κάθε αξιόγραφο της κεφαλαιαγοράς ανάλογα με την αγοραία αξία του. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η διαδικασία εύρεσης του άριστου χαρτοφυλακίου.

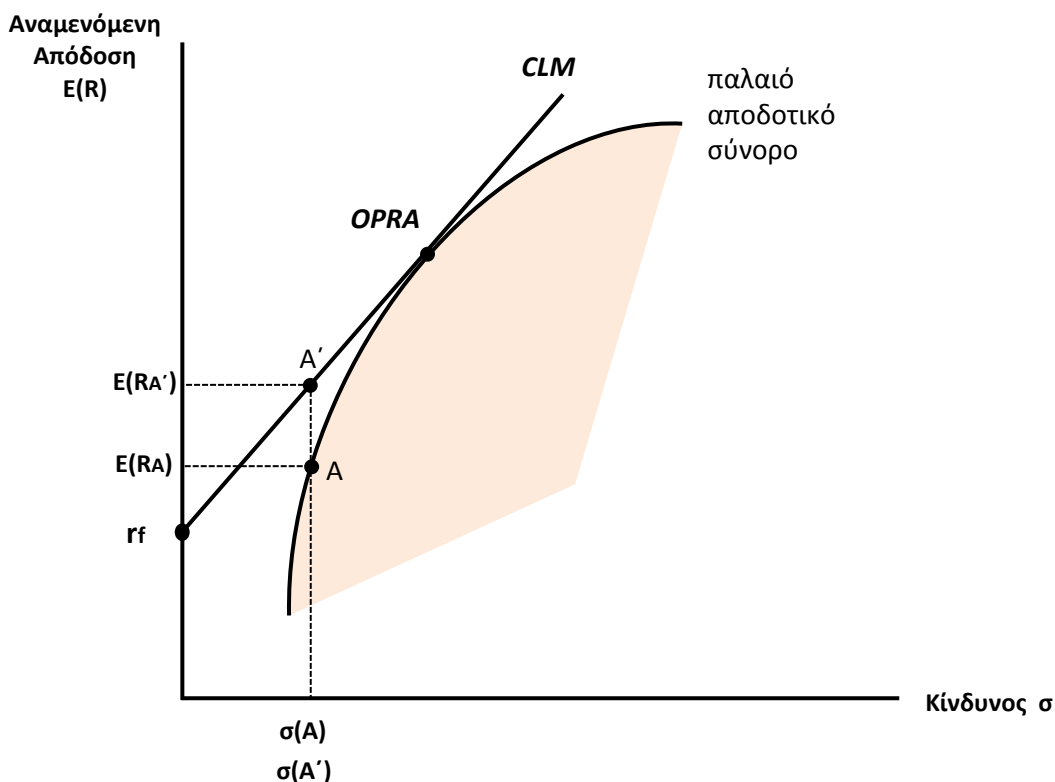


**Σχήμα 2.14: Άριστο Χαρτοφυλάκιο (OPRA) - Γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML)**

Γνωρίζοντας το επιτόκιο της επένδυσης χωρίς κίνδυνο  $r_F$  και βρίσκοντας το άριστο χαρτοφυλάκιο (OPRA) που είναι το σημείο στο οποίο η CAL εφάπτεται στο αποδοτικό μέτωπο στην ουσία προσδιορίζουμε την γραμμή κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line - CML). Η γραμμή κεφαλαιαγοράς είναι η τελευταία γραμμή κατανομής κεφαλαίων που έχει και την μεγαλύτερη κλίση.

#### 2.11.4 ΓΡΑΜΜΗ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ (CAPITAL MARKET LINE - CML)

Η ύπαρξη του στοιχείου χωρίς κίνδυνο προκαλεί την μεταβολή του αποδοτικού συνόρου. Πλέον το αποδοτικό μέτωπο είναι η γραμμή κεφαλαιαγοράς, αφού όλα τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω της έχουν μικρότερο κίνδυνο και μεγαλύτερη απόδοση από αυτά του παλαιού αποδοτικού συνόρου. Όλοι οι συνδυασμοί των χαρτοφυλακίων με κίνδυνο και της επένδυσης χωρίς κίνδυνο, σε ποσοστά συμμετοχής στην αξία του συνολικού χαρτοφυλακίου, ακουμπούν πάνω στη γραμμή κεφαλαιαγοράς. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται το νέο και το παλιό αποδοτικό σύνορο.



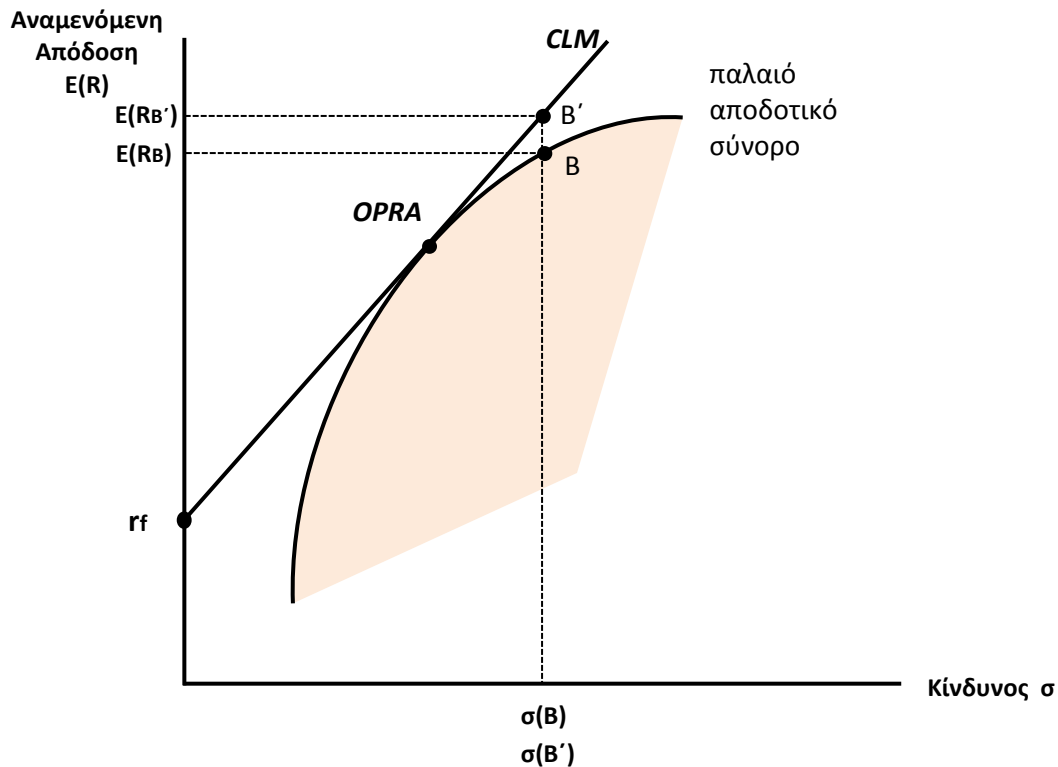
**Σχήμα 2.15:** Το αποδοτικό σύνορο των αξιόγραφων με και χωρίς κίνδυνο (συντηρητικός επενδυτής)

Αν κάποιος επενδυτής επιθυμούσε το χαρτοφυλάκιο A επί του παλαιού αποδοτικού συνόρου, η ύπαρξη της γραμμής κεφαλαιαγοράς, εξαιτίας του στοιχείου χωρίς κίνδυνο, του δίνει εναλλακτική επιλογή. Μπορεί πλέον να επενδύσει ένα ποσοστό του κεφαλαίου του στο άριστο χαρτοφυλάκιο (OPRA) και το υπόλοιπο στο χαρτοφυλάκιο χωρίς κίνδυνο, με απόδοση  $r_F$ . Τελικά αν επενδύσει στο σημείο A', με το ίδιο επίπεδο κινδύνου ( $\sigma(A') = \sigma(A)$ ) έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση ( $E(R_{A'}) > E(R_A)$ ).

Οι δύο ακραίες περιπτώσεις είναι είτε ο επενδυτής να επενδύσει όλα του τα χρήματα στο στοιχείο χωρίς κίνδυνο, δηλαδή στο σημείο που η γραμμή κεφαλαιαγοράς τέμνει τον κάθετο άξονα, είτε να επενδύσει όλα του τα χρήματα στο OPRA. Πάνω από το OPRA δεν υπάρχει διαθέσιμο αξιόγραφο.

Στην θεωρητική περίπτωση που οι επενδυτές θα μπορούσαν να δανειστούν με το ίδιο επιτόκιο που δανείζουν, δηλαδή με επιτόκιο  $r_F$ , τότε θα μπορούσαν να αποκτήσουν και

χαρτοφυλάκια επί της γραμμής κεφαλαιαγοράς και πάνω από το χαρτοφυλάκιο OPRA. Αυτή η περίπτωση αφορά επιθετικούς επενδυτές και φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα 2.16:** Το αποδοτικό σύνορο των αξιολογίων με και χωρίς κίνδυνο (επιθετικός επενδυτής)

Επομένως στην παραπάνω περίπτωση, αν ένας επενδυτής επιθυμεί το επίπεδο κινδύνου του χαρτοφυλακίου B, τότε τον συμφέρει καλύτερα να επενδύσει όλο του το κεφάλαιο στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς (OPRA) και επιπλέον να δανειστεί με επιτόκιο  $r_F$  και να επενδύσει πάλι στο OPRA. Τελικά με το σωστό επίπεδο μόχλευσης μπορεί να αποκτήσει το χαρτοφυλάκιο B', όπου με επίπεδο κινδύνου ίσο με αυτό που επιθυμούσε αρχικά, μπορεί να ανταμειφθεί με μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση αφού ( $E(R_{B'}) > E(R_B)$ ).

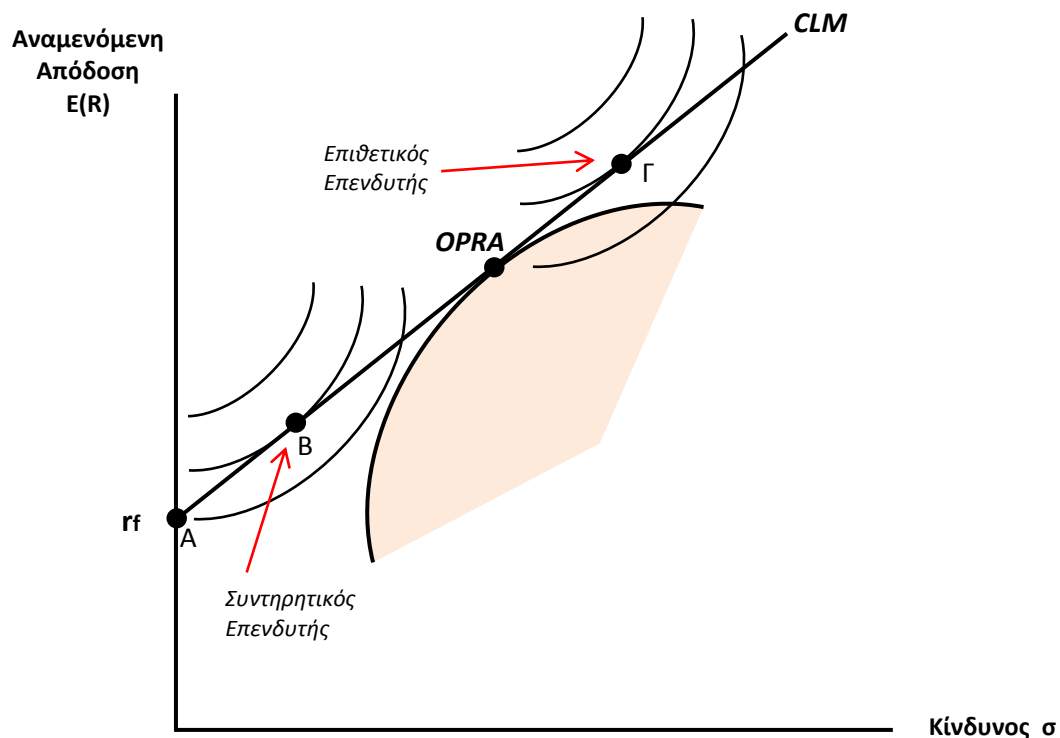
### 2.11.5 ΕΠΙΛΟΓΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗ ΓΡΑΜΜΗ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ

Κάθε επενδυτής θα επιλέξει διαφορετικό χαρτοφυλάκιο πάνω στην γραμμή κεφαλαιαγοράς, διότι έχει διαφορετική ευαισθησία απέναντι στην σχέση κινδύνου και

απόδοσης. Η όλη διαδικασία των επενδυτικών αποφάσεων μπορούμε να πούμε ότι περιλαμβάνει τρία στάδια:

1. Καθορισμός και υπολογισμός των χαρακτηριστικών (αναμενόμενες αποδόσεις, διακυμάνσεις, συνδιακυμάνσεις) των περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο.
2. Γραφική αναπαράσταση του αποδοτικού συνόρου και εύρεση του χαρτοφυλακίου της αγοράς (OPRA) και της γραμμής της κεφαλαιαγοράς (CML) με τη βοήθεια του επιτόκιου του στοιχείου χωρίς κίνδυνο ( $r_F$ ).
3. Επιλογή του κατάλληλου χαρτοφυλακίου του εκάστοτε επενδυτή από τη γραμμή κεφαλαιαγοράς σύμφωνα με τις προτιμήσεις του απέναντι σε κίνδυνο και απόδοση.

Πρέπει εδώ να επισημάνουμε ότι η προσωπικότητα του κάθε επενδυτή ως προς το βαθμό αποστροφής του ρίσκου ευθύνεται για το ύψος του κεφαλαίου που ο επενδυτής θα δανείσει ή θα δανειστεί. Από την άλλη ο προσδιορισμός του χαρτοφυλακίου της αγοράς δεν εξαρτάται από τις προτιμήσεις του επενδυτή αλλά από τις συνθήκες που επικρατούν στην κεφαλαιαγορά.



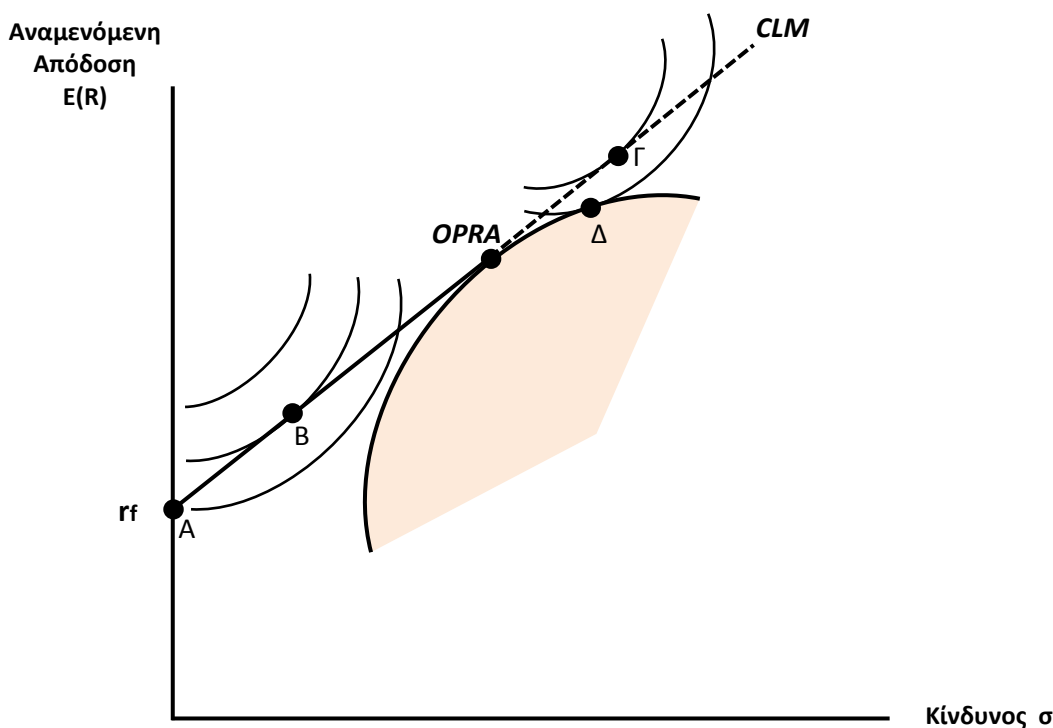
Σχήμα 2.17: Επιλογή χαρτοφυλακίου με ίδιο επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας



Στο παραπάνω σχήμα έχουμε υποθέσει ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί ως προς τον δανεισμό του στοιχείου χωρίς κίνδυνο, δηλαδή ο κάθε επενδυτής μπορεί να δανείσει και να δανειστεί με το ίδιο επιτόκιο  $r_F$ . Στην περίπτωση αυτή υπάρχει ένα και μοναδικό χαρτοφυλάκιο αγοράς με δεδομένο βέβαια ότι όλοι οι επενδυτές έχουν εισάγει τα ίδια στοιχεία ως προς τις αναμενόμενες αποδόσεις και διακυμάνσεις των αξιογράφων στους υπολογισμούς τους. Η μόνη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στους επενδυτές είναι ότι λόγω διαφορετικών καμπυλών αδιαφορίας θα επενδύσουν σε διαφορετικούς συνδυασμούς μεταξύ των αξιογράφων με και χωρίς κίνδυνο.

Ένας συντηρητικός επενδυτής θα επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο στην καμπύλη κεφαλαιαγοράς μεταξύ των σημείων A και OPRA όπως είναι το χαρτοφυλάκιο B. Δηλαδή με το ένα ποσοστό του κεφαλαίου του θα αγοράσει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και με το άλλο θα δανείσει την αγορά με επιτόκιο  $r_F$ . Από την άλλη μεριά, ένας επιθετικός επενδυτής θα αγοράσει ένα χαρτοφυλάκιο της γραμμής κεφαλαιαγοράς που βρίσκεται πάνω από το σημείο OPRA. Τέτοιο χαρτοφυλάκιο μπορεί να είναι το Γ. Ο επιθετικός επενδυτής είναι διατεθειμένος να επενδύσει όλο του το κεφάλαιο στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς και να δανειστεί επιπλέον χρήματα με επιτόκιο  $r_F$ , ώστε να επενδύσει και αυτά στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

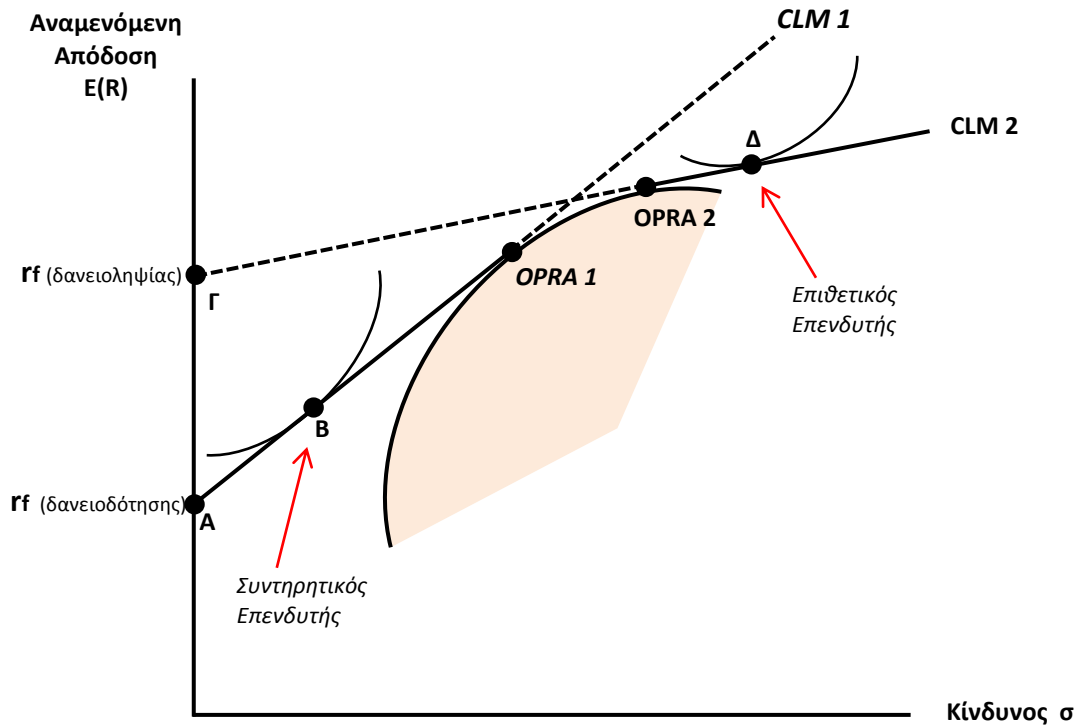
Τι γίνεται όμως στην περίπτωση που ένας επενδυτής δεν μπορεί να δανειστεί; Όπως για παράδειγμα, όταν το επιτόκιο δανεισμού είναι απαγορευτικά μεγαλύτερο από το επιτόκιο που δανείζει ο επενδυτής; Σε αυτήν την περίπτωση η γραμμή κεφαλαιαγοράς σταματά στο OPRA όπως φαίνεται και σχήμα 2.18. Οι συντηρητικοί επενδυτές που θα αγοράσουν κάποιο χαρτοφυλάκιο της γραμμής κεφαλαιαγοράς μεταξύ των σημείων A και OPRA δεν επηρεάζονται από τους περιορισμούς της δανειοληψίας. Οι επιθετικοί επενδυτές όμως δεν μπορούν να αγοράσουν χαρτοφυλάκια στη γραμμή κεφαλαιαγοράς, αφού η τελευταία δεν υφίσταται πάνω από το OPRA. Αναγκαστικά, αντί να αγοράσουν το χαρτοφυλάκιο Γ, θα αγοράσουν το χαρτοφυλάκιο Δ, που βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνορο των χαρτοφυλακίων με κίνδυνο. Δηλαδή οι επιθετικοί επενδυτές δεν μπορούν να επενδύσουν ποσοστό του κεφαλαίου τους στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο.



**Σχήμα 2.18: Επιλογή χαρτοφυλακίου με περιορισμούς στη δανειοληψία**

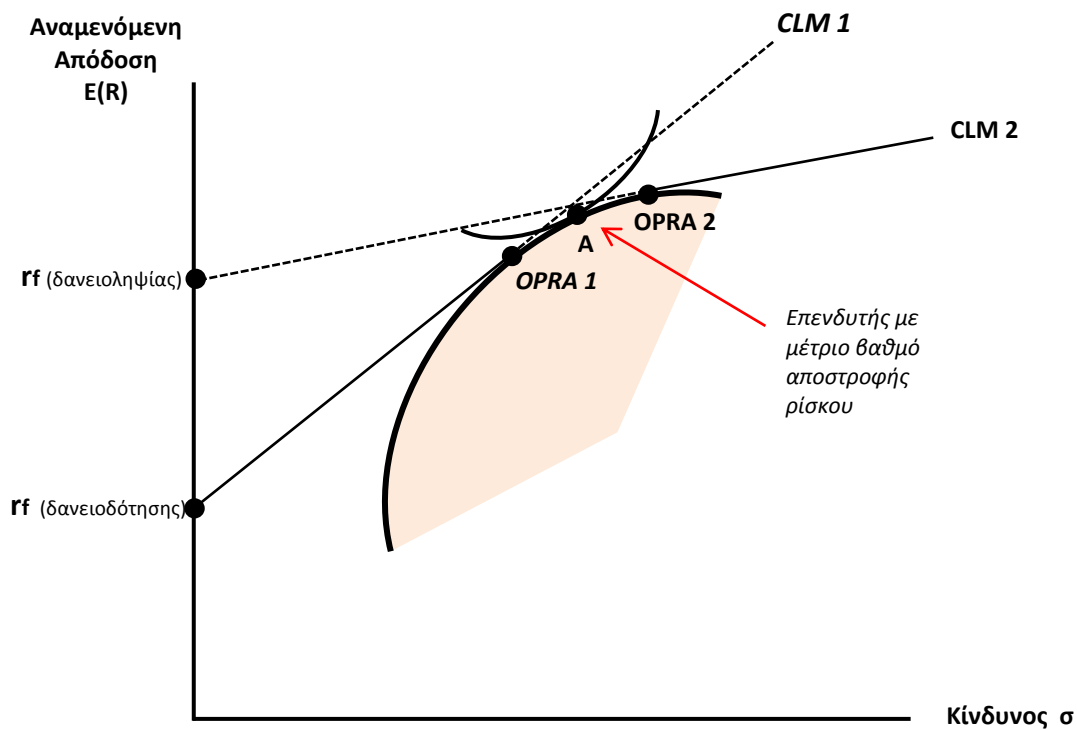
Στην πράξη βέβαια αυτό που συμβαίνει τις περισσότερες φορές είναι να δανείζονται κεφάλαιο οι επιθετικοί επενδυτές με επιτόκιο μεγαλύτερο από το  $r_F$ . Στην περίπτωση αυτή έχουμε διαφορετικά άριστα χαρτοφυλάκια (*OPRA 1* και *OPRA 2*) για τους συντηρητικούς και τους επιθετικούς επενδυτές και επομένως και διαφορετικές γραμμές κεφαλαιαγοράς (*CLM 1* και *CLM 2*), αφού η γραμμή κεφαλαιαγοράς καθορίζεται από το επιτόκιο του στοιχείου χωρίς κίνδυνο και το άριστο χαρτοφυλάκιο.

Όπως παρατηρούμε από το σχήμα 2.19, οι συντηρητικοί επενδυτές θα επενδύσουν επί της *CLM 1* από το σημείο A έως το *OPRA 1*. Μια επιλογή ενός συντηρητικού επενδυτή μπορεί να είναι το χαρτοφυλάκιο B. Αντίθετα οι επιθετικοί επενδυτές θα δανειστούν κεφάλαιο με το επιτόκιο  $r_F$  (δανειοληψίας). Οι επενδυτικές τους επιλογές θα περιοριστούν επί της *CLM 2* και πάνω από το χαρτοφυλάκιο *OPRA 2*. Για παράδειγμα, ένας επιθετικός επενδυτής μπορεί να αγοράσει το χαρτοφυλάκιο Δ. Αξίζει να σημειώσουμε ότι δεν υπάρχει διαθέσιμο χαρτοφυλάκιο επί της *CLM 2* και μεταξύ των σημείων Γ και *OPRA 2*, διότι κανείς επενδυτής δεν μπορεί να δανείσει με επιτόκιο ίσο με  $r_F$  (δανειοληψίας).



**Σχήμα 2.19: Επιλογή χαρτοφυλακίου με διαφορετικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας**

Τέλος, οι επενδυτές με μέτριο βαθμό αποστροφής ρίσκου θα επενδύσουν πάνω στο αποδοτικό σύνορο μεταξύ των χαρτοφυλακίων *OPRA 1* και *OPRA 2*. Αν παρατηρήσουμε το σχήμα 2.20, θα δούμε ότι το χαρτοφυλάκιο *A* μπορεί να αγοραστεί από έναν επενδυτή που δεν θέλει να ριψοκινδυνεύσει και να δανειστεί κεφάλαιο ούτε θέλει να αμυνθεί τόσο πολύ απέναντι στον κίνδυνο και να δανείσει κεφάλαιο. Οπότε η μέση λύση είναι να μην επενδύσει σε καμία από τις δύο γραμμές κεφαλαιαγοράς αλλά να επενδύσει πάνω στο αποδοτικό μέτωπο των στοιχείων με κίνδυνο και μεταξύ των χαρτοφυλακίων *OPRA 1* και *OPRA 2*.



Σχήμα 2.20: Επιλογή χαρτοφυλακίου από επενδυτές που ούτε δανείζουν ούτε δανείζονται

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

### 3.1 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΑΠΛΟΥ ΔΕΙΚΤΗ

Το βασικό πρόβλημα της θεωρίας του Markowitz είναι ότι χρειάζονται πολλές εκτιμήσεις. Πιο συγκεκριμένα για  $n$  αξιόγραφα χρειάζονται  $\frac{n(n+3)}{2}$  εκτιμήσεις:  $n$  αναμενόμενες αποδόσεις,  $n$  διακυμάνσεις και  $\frac{n(n-1)}{2}$  συνδιακυμάνσεις. Οπότε για χαρτοφυλάκιο 50 μετοχών χρειαζόμαστε 1.325 εκτιμήσεις.

Το παραπάνω πρόβλημα λύθηκε πρώτα από τον William F. Sharpe το 1964. Απλοποίησε το μοντέλο του Markowitz ελαχιστοποιώντας τον αριθμό των δεδομένων που χρειάζονταν. Η κεντρική ιδέα του απλοποιημένου μοντέλου είναι ότι η απόδοση κάθε επένδυσης μπορεί να συσχετιστεί με τις μεταβολές ολόκληρης της αγοράς. Επομένως αντί να υπολογίζουμε όλες τις διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις των περιουσιακών στοιχείων της αγοράς, μπορούμε να μελετήσουμε την σχέση μεταξύ ενός χρεόγραφου και του δείκτη αγοράς (Market Index), όπου ως δείκτη αγοράς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιον χρηματιστηριακό δείκτη (π.χ. S&P 500, DAX, NIKKEI κ.α.).

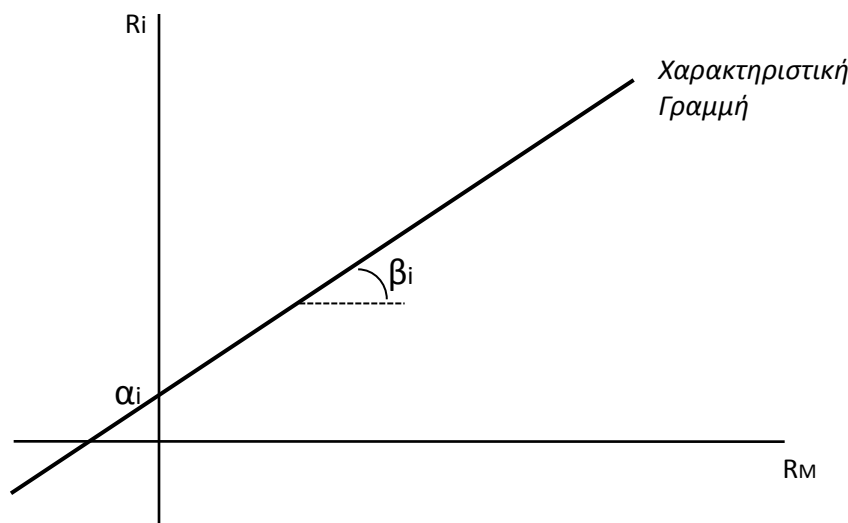
Το μοντέλο του απλού δείκτη (The single index model) περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + E_{it} \quad \text{Σχέση 3-1}$$

όπου

$R_{it}$	η απόδοση του αξιογράφου $i$ τη χρονική περίοδο $t$ .
$R_{Mt}$	η απόδοση του δείκτη της αγοράς τη χρονική περίοδο $t$ .
$\alpha_i$	μια σταθερή απόδοση του αξιογράφου $i$ ανεξάρτητη από το $R_{Mt}$ .
$\beta_i$	ο συντελεστής παλινδρόμησης που μετρά την ευαισθησία της απόδοσης του αξιογράφου $i$ σε μεταβολές της απόδοσης του δείκτη της αγοράς.
$E_{it}$	ένα τυχαίο σφάλμα το οποίο ισούται με την διαφορά της πραγματικής απόδοσης του αξιογράφου $i$ από την αναμενόμενη απόδοση, όταν η απόδοση του δείκτη αγοράς είναι γνωστή.

Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται και χαρακτηριστική γραμμή ή γραμμή των ελάχιστων τετραγώνων και σχηματικά φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



**Σχήμα 3.1: Χαρακτηριστική Γραμμή**

Η κλίση  $\beta_i$  της Χαρακτηριστικής Γραμμής του αξιογράφου  $i$  ονομάζεται συντελεστής βήτα (beta coefficient) και είναι μέτρο του συστηματικού κινδύνου ενός αξιογράφου. Ο συστηματικός κίνδυνος είναι ο κίνδυνος της αγοράς ο οποίος δεν μπορεί να εξαιρεθεί από τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού του συντελεστή βήτα είναι ο παρακάτω:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)} \quad \text{Σχέση 3-2}$$

Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής  $\beta$ , τόσο πιο απότομη θα είναι η Χαρακτηριστική Γραμμή του σχήματος 3-1, οπότε και πιο ακραία η σχέση της απόδοσης του αξιογράφου  $i$  με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Στην περίπτωση που  $\beta_i = 1$  τότε το αξιόγραφο θα κινείται όμοια με το δείκτη της αγοράς, αφού εξ ορισμού ισχύει ότι  $\beta_M = 1$ . Όταν ο συντελεστής  $\beta$  είναι μεγαλύτερος της μονάδας,  $\beta_i > 1$ , τότε το αξιόγραφο θα παρουσιάζει πιο απότομες μεταβολές σε σχέση με τις μεταβολές του δείκτη κεφαλαιαγοράς και επομένως θα χαρακτηρίζεται ως επιθετικό αξιόγραφο. Για παράδειγμα μια μετοχή με  $\beta_i = 1,5$  για κάθε άνοδο 1% του γενικού χρηματιστηριακού δείκτη θα παρουσιάζει άνοδο 1,5%, ενώ για κάθε πτώση 1% του γενικού δείκτη θα υπόκειται σε πτώση 1,5%. Αυτονόητα ένα επιθετικό αξιόγραφο είναι επιθυμητό σε περιόδους αισιοδοξίας και άνθησης της κεφαλαιαγοράς, αφού τα κέρδη τότε είναι πολλαπλασιαστικά της αγοράς. Από την άλλη μεριά τα αξιόγραφα με  $\beta_i < 1$  χαρακτηρίζονται ως αμυντικά αξιόγραφα. Μια μετοχή με  $\beta_i = 0,5$  δεν είναι τόσο

ευαίσθητη στις μεταβολές του δείκτη της αγοράς. Άνοδος του δείκτη κατά 1% οδηγεί σε άνοδο της εν λόγω μετοχής κατά 0,5% ενώ πτώση της αγοράς κατά 1% είναι ισοδύναμη με πτώση 0,5% της μετοχής. Συνεπώς τα αμυντικά περιουσιακά στοιχεία με  $\beta_i < 1$  προτιμώνται σε περιόδους απαισιοδοξίας, διότι μετριάζουν την επίδραση του συστηματικού κινδύνου πάνω στις επιμέρους μετοχές.

Προκειμένου να εκτιμήσουμε τον συντελεστή βήτα, πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε τις αποδόσεις κάθε αξιογράφου και τις αποδόσεις του δείκτη της αγοράς. Πολλές φορές χρησιμοποιούμε ως απόδοση την ποσοστιαία μεταβολή της τιμής του αξιογράφου και αντίστοιχα του δείκτη της αγοράς σε καθορισμένα σταθερά χρονικά διαστήματα. Ο συντελεστής βήτα θα είναι η κλίση της ευθείας που σχηματίζεται καλύτερα από τις τιμές των παρατηρήσεων και τις περισσότερες φορές υπολογίζεται στατιστικά με τη μέθοδο παλινδρόμησης των κανονικών ελάχιστων τετραγώνων.

Το εύρος διακύμανσης των συντελεστών βήτα είναι συνήθως από 0,5 έως 2, ενώ μπορούν να λάβουν και αρνητικές τιμές. Φυσικά μπορούμε να υπολογίσουμε τους συντελεστές βήτα όχι μόνο επιμέρους μετοχών αλλά και χαρτοφυλακίων. Αυτό μπορεί να γίνει είτε με στατιστικές παρατηρήσεις και με μέθοδο παλινδρόμησης είτε με τον υπολογισμό του σταθμισμένου μέσου όρου των συντελεστών βήτα των αξιογράφων που συγκροτούν το χαρτοφυλάκιο.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να επισημάνουμε ότι κάποιοι παράγοντες παίζουν σημαντικό ρόλο στην ορθή εκτίμηση του συντελεστή βήτα και συνεπώς χρήζουν ενισχυμένης προσοχής και έρευνας. Για παράδειγμα, η επιλογή του χρονικού διαστήματος των παρατηρήσεων διαδραματίζει σημαντικό ρόλο. Όταν χρησιμοποιούμε μεγάλα διαστήματα όπως π.χ. εβδομαδιαίες παρατηρήσεις για κάποια αξιόγραφα μικρής εμπορευσιμότητας, δημιουργείται μεροληψία στον υπολογισμό του κινδύνου. Επίσης, ο δείκτης της αγοράς που θα χρησιμοποιηθεί πρέπει να είναι εξαιρετικά ενδεικτικός των εξελίξεων στην αγορά κατά την εξεταζόμενη περίοδο αλλιώς πάλι μπορεί να οδηγηθούμε σε κατά πολύ λανθασμένες εκτιμήσεις.

Τέλος, σε μια πραγματικά αποτελεσματική αγορά η σταθερή απόδοση του αξιογράφου  $i$  θα πρέπει να είναι μηδέν ( $a_i = 0$ ), διότι όταν η απόδοση της αγοράς είναι μηδενική, τότε και η απόδοση του αξιογράφου  $i$  θα πρέπει να είναι μηδέν και όχι σταθερή ( $a_i$ ) και ανεξάρτητη από το  $R_M$ .

### 3.1.1 ΑΠΟΔΟΣΗ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΕΝΟΣ ΑΞΙΟΓΡΑΦΟΥ (ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΠΛΟΥ ΔΕΙΚΤΗ)

Σύμφωνα με το μοντέλο του απλού δείκτη η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου μπορεί πλέον να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$E(R_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(R_{Mt}) \quad \text{Σχέση 3-3}$$

Από την εξίσωση 3-3 φαίνεται ότι το τυχαίο σφάλμα,  $E_{it}$ , που είναι ανεξάρτητο από την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς  $R_{Mt}$ , έχει μηδενική μέση τιμή ( $\overline{E_{it}} = 0$ ).

Με τη χρήση των σχέσεων 3-1 και 3-3 ο συνολικός κίνδυνος ενός αξιογράφου γίνεται:

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= E[(R_i - \overline{R}_i)^2] = E[((\alpha_i + \beta_i R_M + E_i) - E(R_i))^2] = \\ &= E[((\alpha_i + \beta_i R_M + E_i) - (\alpha_i + \beta_i E(R_M)))^2] = E[(\beta_i(R_M - \overline{R}_M) + E_i)^2] = \\ &= E[(\beta_i(R_M - \overline{R}_M) + (E_i - \overline{E}_i))^2] \end{aligned}$$

και επειδή  $R_M$  και  $E_i$  είναι ασυσχέτιστα μεγέθη έχω<sup>6</sup>:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma^2(R_M) + \sigma^2(E_i) \quad \text{Σχέση 3-4}$$

όπου

$\beta_i^2 \sigma^2(R_M)$  ο συστηματικός κίνδυνος (μη διαφοροποιήσιμος).  
 $\sigma^2(E_i)$  ο μη συστηματικός κίνδυνος (μπορεί να εξαλειφθεί με διαφοροποίηση).

Άλλη μια βασική παραδοχή του μοντέλου του απλού δείκτη είναι ότι τα αξιόγραφα κινούνται συστηματικά μεταξύ τους εξαιτίας της κίνησης ολόκληρης της αγοράς, οπότε και ισχύει ότι  $E_i$  είναι ανεξάρτητο από το  $E_j$  για κάθε  $i \neq j$ . Συνεπώς, η συνδιακύμανση ανάμεσα σε δύο αξιόγραφα είναι<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned} cov(R_i, R_j) &= \sigma_{ij} = E[(R_i - \overline{R}_i)(R_j - \overline{R}_j)] = E[(\beta_i(R_M - \overline{R}_M) + E_i)(\beta_j(R_M - \overline{R}_M) + E_j)] = \\ &= E[\beta_i \beta_j (R_M - \overline{R}_M)^2 + \beta_i E_j (R_M - \overline{R}_M) + E_i \beta_j (R_M - \overline{R}_M) + E_i E_j] = \\ &= E[\beta_i \beta_j (R_M - \overline{R}_M)^2] + E[\beta_i E_j (R_M - \overline{R}_M)] + E[E_i \beta_j (R_M - \overline{R}_M)] + E[E_i E_j] \end{aligned}$$

Οπότε,

$$cov(R_i, R_j) = \sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma^2(R_M) \quad \text{Σχέση 3-5}$$

<sup>6</sup>  $\sigma^2(\alpha X + \beta Y) = \alpha^2 \sigma^2(X) + \beta^2 \sigma^2(Y)$ , όπου  $X$  και  $Y$  ανεξάρτητες τ.μ. και  $\alpha, \beta \in R$ .

<sup>7</sup> Αν οι  $X$  και  $Y$  είναι ανεξάρτητες τ.μ. ισχύει ότι:  $E[XY] = E[X]E[Y]$ .



### 3.1.2 ΑΠΟΔΟΣΗ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ (ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΠΛΟΥ ΔΕΙΚΤΗ)

Εάν θέλουμε να υπολογίσουμε την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου με βάση το μοντέλο του απλού δείκτη θα έχουμε:

$$\alpha_P = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i \quad \text{Σχέση 3-6}$$

και

$$\beta_P = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \quad \text{Σχέση 3-7}$$

όπου

$w_1, w_2, \dots, w_n$	τα ποσοστά συμμετοχής των αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο.
$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$	σταθερές αποδόσεις των $n$ αξιογράφων.
$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$	συντελεστές $\beta$ των $n$ αξιογράφων.
$\alpha_P$	σταθερή απόδοση του χαρτοφυλακίου.
$\beta_P$	συντελεστής $\beta$ του χαρτοφυλακίου.

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$E(R_{Pt}) = \alpha_P + \beta_P E(R_{Mt}) \quad \text{Σχέση 3-8}$$

Ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$\sigma_P^2 = \beta_P^2 \sigma^2(R_M) + \sigma^2(E_P) \quad \text{Σχέση 3-9}$$

Ο παραπάνω συνολικός κίνδυνος μπορεί να μειωθεί και να εξισωθεί μόνο με τον συστηματικό κίνδυνο,  $\beta_P^2 \sigma^2(R_M)$ , μέσω της διαφοροποίησης. Παρακάτω ακολουθεί η απόδειξη για τα οφέλη που προκαλεί η αύξηση των αξιογράφων μέσα στο χαρτοφυλάκιο.

Αντικαθιστώντας τη σχέση 3-7 στη σχέση 3-9 έχουμε:

$$\sigma_P^2 = \beta_P^2 \sigma^2(R_M) + \sigma^2(E_P) = \left( \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right)^2 \sigma^2(R_M) + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma^2(E_i) \xrightarrow{w_i = \frac{1}{n}}$$

$$\sigma_p^2 = \bar{\beta}^2 \sigma^2(R_M) + \frac{1}{n} \overline{\sigma^2(E_i)} \quad \text{Σχέση 3-10}$$

Αν στη σχέση 3-10 θέσουμε όπου  $n = \infty$ , τότε ο δεύτερος όρος του αθροίσματος,  $\frac{1}{n} \overline{\sigma^2(E_i)}$ , που αντικατοπτρίζει το μη συστηματικό κίνδυνο γίνεται ίσος με το μηδέν και πλέον ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma_p^2 = \bar{\beta}^2 \sigma^2(R_M) \quad \text{Σχέση 3-11}$$

Φυσικά δεν μπορούμε να επενδύσουμε σε άπειρο αριθμό αξιογράφων όμως τα παραπάνω συνηγορούν στο γεγονός ότι, όσο αυξάνουμε τον αριθμό των αξιογράφων ( $n$ ) στο χαρτοφυλάκιό μας, τόσο ο μη συστηματικός κίνδυνος μειώνεται και τείνει στο μηδέν.

Τέλος, το πλεονέκτημα του μοντέλου του απλού δείκτη συγκριτικά με το μοντέλο του Markowitz είναι ότι χρειάζονται λιγότερες εκτιμήσεις. Πιο συγκεκριμένα, από τις σχέσεις 3-3 και 3-4 παρατηρούμε ότι χρειάζονται  $3n + 2$  εκτιμήσεις:  $n$  εκτιμήσεις για τις παραμέτρους  $\alpha_i$ ,  $n$  εκτιμήσεις για τις παραμέτρους  $\beta_i$ , μια εκτίμηση για την αναμενόμενη απόδοση της αγοράς  $E(R_M)$ , μια εκτίμηση για τον κίνδυνο της αγοράς  $\sigma^2(R_M)$  και  $n$  εκτιμήσεις για τους κινδύνους  $\sigma^2(E_i)$ . Οπότε για χαρτοφυλάκιο 50 μετοχών χρειαζόμαστε 152 εκτιμήσεις, ενώ με το μοντέλο του Markowitz χρειαζόμασταν 1.325 εκτιμήσεις.

### 3.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (CAPM)

Το Μοντέλο Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model) διατυπώθηκε από τους William Sharp (1964), John Lintner (1965), Jan Mossin (1966). Η βασική ιδέα του μοντέλου αυτού είναι ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου σχετίζεται με το συστηματικό του κίνδυνο. Το πλεονέκτημα της θεωρίας του CAPM είναι ότι με απλό και γρήγορο τρόπο επιτυγχάνονται σίγουρες διαισθητικές προβλέψεις για τη σύνδεση της προσδοκώμενης απόδοσης ενός μεμονωμένου αξιογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου με τον κίνδυνο της αγοράς.

Αρχικά παραθέτω τις βασικές παραδοχές πάνω στις οποίες στηρίζεται η θεωρία του CAPM. Βέβαια η πραγματικότητα των αγορών είναι πολυεπίπεδη και πολύπλοκη. Παρόλα αυτά η απλοποίηση της πραγματικότητας με την υπόθεση των παρακάτω παραδοχών, μας βοηθά στο να εξετάσουμε τη λογική των αγορών σε ικανοποιητικό βαθμό.

- i. Υπάρχει ικανός αριθμός επενδυτών που δραστηριοποιούνται στην αγορά η οποία και λειτουργεί σε συνθήκες τέλει ανταγωνισμού.
- ii. Οι επενδυτές έχουν τον ίδιο χρονικό ορίζοντα της μιας περιόδου.
- iii. Το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (*risk free rate*) είναι το ίδιο για όλους τους επενδυτές. Όλοι οι επενδυτές μπορούν να αγοράσουν και να πουλήσουν ελεύθερα οποιαδήποτε αξιόγραφα.
- iv. Δεν υπάρχουν φόροι και προμήθειες επί των χρηματιστηριακών συναλλαγών.
- v. Οι επενδυτές λαμβάνουν ορθολογικές αποφάσεις. Ανάμεσα σε αξιόγραφα με ίδιο επίπεδο κινδύνου θα επιλέξουν αυτό με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση, ενώ μεταξύ αξιογράφων ίσης αναμενόμενης απόδοσης θα επιλέξουν αυτό με τον μικρότερο κίνδυνο.
- vi. Όλες οι πληροφορίες είναι διαθέσιμες ταυτόχρονα σε όλους τους επενδυτές.
- vii. Οι επενδυτές έχουν ομογενείς προσδοκίες για την αναμενόμενη απόδοση, τη διακύμανση και τη συνδιακύμανση των αξιογράφων.

Σύμφωνα με τους περισσότερους οικονομολόγους η αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης μπορεί να εκφραστεί μέσω της σχέσης:

$$\text{αναμενόμενη απόδοση} = \text{απόδοση στοιχείου χωρίς κίνδυνο} + \text{ανταμοιβή κινδύνου}$$

Οπότε η αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης της αγοράς συνολικά θα είναι:

$$E(R_M) = r_F + \text{Risk Premium} \quad \text{Σχέση 3-12}$$

Το ασφάλιστρο κινδύνου ( $\text{Risk Premium} = R_M - r_F$ ) είναι η αποζημίωση που απαιτούν οι επενδυτές για τη διακράτηση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, το οποίο και ενέχει κίνδυνο. Μια προσεγγιστική εκτίμηση για την μελλοντική τιμή του ασφάλιστρου κινδύνου είναι ο μέσος όρος των παρελθοντικών τιμών του. Ως *risk-free rate* ( $r_F$ ) οι αναλυτές στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής χρησιμοποιούν συνήθως το επιτόκιο ετήσιας (το πολύ) ωρίμανσης των έντοκων γραμματίων του Αμερικανικού Δημοσίου (U.S. Treasury Bills). Ο μέσος όρος της ετήσιας απόδοσης των U.S. Treasury Bills από το 1926 έως το 2002 είναι 3,8%, ενώ ο αντίστοιχος μέσος όρος για τις μετοχές των μεγάλων εταιρειών (Large-company stocks) είναι 12,2%.<sup>8</sup> Οπότε έχουμε ένα ασφάλιστρο κινδύνου της τάξης 8,4%.

Η αναμενόμενη απόδοση ενός μεμονωμένου στοιχείου  $i$  θα είναι αντίστοιχα:

<sup>8</sup> Στοιχεία από: Stocks, Bonds, Bills and Inflation: 2003 Yearbook, annual updates work by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefeld (Chicago: Ibbotson Associates).

$$E(R_i) = r_F + \text{Risk Premium}$$

Σχέση 3-13

Όμως, σύμφωνα με το CAPM το ασφάλιστρο κινδύνου θα εξαρτάται από το συστηματικό κίνδυνο του χρεόγραφου  $\beta_i$  και από το ασφάλιστρο κινδύνου της αγοράς. Επομένως, η σχέση 3-13 γίνεται:

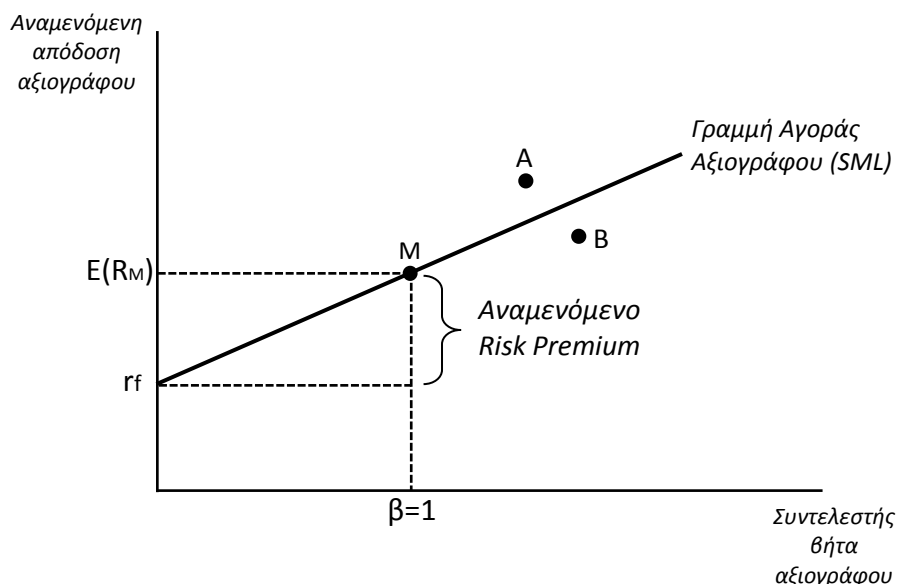
$$E(R_i) = r_F + \beta_i(E(R_M) - r_F)$$

Σχέση 3-14

Η σχέση 3-14 μπορεί να εκφραστεί ως Μοντέλο Τιμολόγησης Περιουσιακών Στοιχείων (CAPM). Παρατηρώντας την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι η απόδοση ενός αξιογράφου έχει θετική γραμμική σχέση με το συντελεστή βήτα. Η σχέση αυτή είναι θετική, διότι από τα ιστορικά στοιχεία που έχουμε στη διάθεσή μας ισχύει ότι  $E(R_M) - r_F > 0$ .

### 3.2.1 ΓΡΑΜΜΗ ΑΓΟΡΑΣ ΑΞΙΟΓΡΑΦΟΥ (SECURITY MARKET LINE - SML)

Η Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου (*Security Market Line*) είναι η γραφική απεικόνιση του μοντέλου Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων. Στον κάθετο άξονα απεικονίζονται οι απαιτούμενες αναμενόμενες αποδόσεις και στον οριζόντιο άξονα οι συντελεστές βήτα. Η SML είναι η ευθεία που τέμνει τον κάθετο άξονα στο επιτόκιο του στοιχείου με μηδενικό κίνδυνο ( $r_F$ ) και περνά από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς  $M$ , όπου έχουμε αναμενόμενη απόδοση  $E(R_M)$  και  $\beta = 1$ . Δίνει λοιπόν η SML τη δυνατότητα στους επενδυτές να προσδιορίσουν την αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου ανάλογα με τον συστηματικό του κίνδυνο.



**Σχήμα 3.2: Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου (SML)**

Παρατηρώντας το παραπάνω σχήμα μπορούμε να εξάγουμε κάποια χρήσιμα συμπεράσματα. Πρώτα από όλα, όταν  $\beta = 0$ , η αναμενόμενη αποδοτικότητα του αξιογράφου ισούται με  $r_F$ , που είναι απολύτως λογικό, αφού μόνο το αξιόγραφο που είναι ελεύθερο από κίνδυνο μπορεί να παρουσιάσει μηδενικό συστηματικό κίνδυνο. Ύστερα, όταν  $\beta = 1$ , η προσδοκώμενη αποδοτικότητα του αξιογράφου ισούται με αυτή του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς έχει μοναδιαίο συστηματικό κίνδυνο αφού η συνδιακύμανση της αποδοτικότητάς του με τον εαυτό του ισούται με τη διακύμανση της αποδοτικότητάς του, δηλαδή ισχύει ότι:  $\beta_M = \frac{cov(R_M, R_M)}{\sigma^2(R_M)} = 1$ .

Όταν στην αγορά επικρατούν συνθήκες ισορροπίας η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου ενός αξιογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου θα είναι γραμμική και θα αντιπροσωπεύεται άριστα από τη SML. Σε συνθήκες ανισορροπίας όμως θα έχουμε αξιόγραφα και χαρτοφυλάκια που δεν θα βρίσκονται πάνω στη SML αλλά πάνω ή κάτω από τη SML. Πιο συγκεκριμένα, όταν η απόδοση ενός αξιογράφου, για έναν προσδιορισμένο συντελεστή βήτα, είναι υψηλότερη από αυτήν που ορίζει η SML, τότε το αξιόγραφο αυτό θεωρείται *υποτιμημένο* και η θεωρία του CAMP συμβουλεύει τους επενδυτές να αγοράσουν το εν λόγω αξιόγραφο, ώστε να επέλθει ισορροπία στην αγορά και το αξιόγραφο να τοποθετηθεί πάνω στην SML. Αντίθετα όταν η αποδοτικότητα ενός αξιογράφου, για ένα συγκεκριμένο συντελεστή βήτα, είναι χαμηλότερη από αυτήν που ορίζει η SML, τότε το αξιόγραφο θεωρείται *υπερτιμημένο* και οι επενδυτές πρέπει να πουλήσουν το αξιόγραφο

αυτό, ώστε να έρθει η ισορροπία στην αγορά και το αξιόγραφο να πάρει τη θέση του πάνω στη SML. Παράδειγμα υποτιμημένου στοιχείου είναι το A, ενώ υπερτιμημένου στοιχείου είναι το B.

Στην περίπτωση που η ισχύ του CAPM ήταν μέγιστη τότε όλοι οι επενδυτές θα κατείχαν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και θα δάνειζαν ή θα δανείζονταν με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου. Με άλλα λόγια θα αποκτούσαν κάποιο χαρτοφυλάκιο πάνω στη Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (CML).

Αξίζει να σχολιάσουμε μια σύγχυση που συχνά δημιουργείται ανάμεσα στη Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (CML) και στη Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου (SML). Η CML δείχνει τη γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου και στο συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Αντίθετα, η SML δείχνει τη γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου ή ενός πιθανού χαρτοφυλακίου με το συστηματικό του κίνδυνο (συντελεστής βήτα) και όχι το συνολικό κίνδυνο. Επίσης, η CML απεικονίζει όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια που συγκροτούνται από άριστους συνδυασμούς στοιχείων με και χωρίς κίνδυνο. Από την άλλη μεριά, η SML απεικονίζει και μεμονωμένα αξιόγραφα αλλά και όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια βέλτιστα και μη βέλτιστα.

### 3.2.2 Ο ΑΝΤΙΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ CAPM

Το Μοντέλο Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων έχαιρε μεγάλης εκτίμησης στις τάξεις των επενδυτών, διότι με απλό και εύχρηστο τρόπο δίνει μια εκτίμηση για την αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου σε σχέση με το συστηματικό του κίνδυνο. Οι πρώτες εμπειρικές μελέτες που δημοσιεύτηκαν χρησιμοποιούσαν δεδομένα από τη δεκαετία του 1930 έως τη δεκαετία του 1960 και έδειξαν ότι η μέση απόδοση ενός χαρτοφυλακίου μετοχών σχετιζόταν θετικά με το συστηματικό κίνδυνό του.

Όμως το 1977 ο S. Basu που μελέτησε τους λόγους *Price/Earnings (P/E)* αναφέρει στο άρθρο του ότι ιδιαίτερα για τα χρεόγραφα που οι επενδυτές έχουν υπερβολικές προσδοκίες, οι λόγοι αυτοί μπορούν να είναι δείκτες των μελλοντικών αποδόσεων. Αντίθετα, η θεωρία του CAPM ισχυρίζεται ότι μόνο ο συντελεστής βήτα σχετίζεται με τις μελλοντικές αποδόσεις των μετοχών και καμιά άλλη παράμετρος.

Επιπλέον σε δύο δημοσιεύσεις (1992,1993)<sup>9</sup> οι Fama και French ισχυρίζονται ότι οι αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών παρουσιάζουν μια πολύ αδύναμη σχέση με τους συντελεστές βήτα για την περίοδο από το 1941 έως το 1990, ενώ η σχέση αυτή είναι ανύπαρκτη για την περίοδο από το 1963 έως το 1990. Επίσης, παρατηρούν ότι η μέση απόδοση μιας μετοχής είναι αρνητικά συσχετισμένη με τους λόγους *Price/Earnings (P/E)*

<sup>9</sup> Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "The Cross-Section of Expected Stock Returns", *Journal of Finance* 47 (1992), pp. 427-66 και E. F. Fama and K. R. French, "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds", *Journal of Financial Economics* 17 (1993), pp. 3-56.

και *Market value/Book value (M/B)* . Από την άλλη μεριά όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η θεωρία του CAPM ισχυρίζεται ότι μόνο ο συντελεστής βήτα σχετίζεται με τις μελλοντικές αποδόσεις των μετοχών και καμιά άλλη παράμετρος.

Κατά καιρούς δημοσιεύονται διάφορες μελέτες που δείχνουν ότι η μη ρεαλιστικότητα του CAPM οφείλεται στο ότι προϋποθέτει τη θεώρηση πολλών απλουστεύσεων, οι οποίες δεν είναι εφαρμόσιμες στο πολύπλοκο σύγχρονο χρηματοοικονομικό διεθνές περιβάλλον.

Παρόλα τα παραπάνω που αναφέρθηκαν το σίγουρο είναι ότι το θέμα χρειάζεται αρκετή ακόμα μελέτη και έρευνα, αφού πολλοί ακαδημαϊκοί απορρίπτουν τις ενστάσεις των «πολέμιων» του CAPM. Ένα επιχείρημα είναι ότι τα 50 χρόνων δεδομένα (1941-1990) που χρησιμοποιήθηκαν από τους Fama και French, για να απορρίψουν τη θεωρία του CAPM, μπορεί να μην επαρκούν. Για παράδειγμα ιστορικά δεδομένα από το 1927 έως το 2005 επιβεβαιώνουν την ισχύ του CAPM. Επίσης, το CAPM επαληθεύεται και για μικρότερες περιόδους, αν χρησιμοποιήσουμε ετήσιες παρατηρήσεις αντί για μηνιαίες. Τέλος, οι λόγοι (*P/E*) και (*M/B*) που φάνηκαν να επηρεάζουν τις μελλοντικές αποδόσεις είναι μόνο δύο παράμετροι από έναν άπειρο αριθμό πιθανών συντελεστών.

Η δημοφιλία του CAPM εξακολουθεί να υφίσταται, αφού χρησιμοποιείται ευρέως από τους ενασχολούμενους με τη χρηματοοικονομική επιστήμη, διότι έστω και προσεγγιστικά μας δίνει μια εικόνα για την σχέση της προσδοκώμενης απόδοσης και του συστηματικού κινδύνου ενός αξιογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΘΕΩΡΙΑ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΞΙΣΟΡΡΟΠΗΤΙΚΗΣ ΚΕΡΔΟΣΚΟΠΙΑΣ

Η Θεωρία Τιμολόγησης Εξισορροπητικής Κερδοσκοπίας (*Arbitrage Pricing Theory - APT*) παρουσιάζεται ως μια εναλλακτική και γενικευμένη εκδοχή του Μοντέλου Τιμολόγησης Περιουσιακών Στοιχείων (*CAPM*). Η θεωρία του APT προτάθηκε το 1976 από τον οικονομολόγο Steven Ross και υποστηρίζει ότι η τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων μπορεί να επηρεαστεί από οποιουδήποτε «αφηρημένους» συντελεστές. Πρόκειται στην ουσία για ένα πολυμεταβλητό μοντέλο και για αυτό το λόγο προτού μιλήσουμε για την θεωρία του APT θα εξετάσουμε κάποια βασικά χαρακτηριστικά της δομής των πολυμεταβλητών μοντέλων.

### 4.1 ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Ξεκινούμε την ανάλυση της δομής ενός πολυμεταβλητού υποδείγματος με μια πιο αναλυτική ματιά στην έννοια της απόδοσης ενός αξιογράφου.

Η απόδοση ενός αξιογράφου την επόμενη χρονική περίοδο (π.χ. τον επόμενο χρόνο) μπορούμε να πούμε ότι αποτελείται από δύο όρους όπως φαίνεται και στην παρακάτω σχέση:

$$\text{Απόδοση αξιόγραφου} = \text{Αναμενόμενη Απόδοση} + \text{Αβέβαιη Απόδοση}$$

ή

$$R = E(R) + U$$

Σχέση 4-1

Η αναμενόμενη απόδοση  $E(R)$  αντικατοπτρίζει όλες τις πληροφορίες, που είναι διαθέσιμες σε όλους τους ενδιαφερόμενους επενδυτές, σχετικά με το αξιόγραφο. Συνεπώς πρόκειται για την απόδοση του αξιογράφου που προσδοκούν όλοι οι επενδυτές. Αντίθετα η αβέβαιη απόδοση  $U$  (uncertain return) είναι αποτέλεσμα των πληροφοριών που δημοσιεύονται στην χρονική περίοδο που διανύουμε και δεν έχουν προεξηφληθεί από την αγορά. Κάθε φορά που δημοσιεύεται μια πληροφορία, η οποία αποκλίνει από τις αντίστοιχες προσδοκίες των επενδυτών (π.χ. κατακόρυφη απρόσμενη αύξηση των πωλήσεων μιας εταιρείας, μεγαλύτερη



των εκτιμήσεων αύξηση του Ακαθάριστου Εθνικού Προϊόντος κ.α.), προκαλείται αλλαγή της τιμής του αξιογράφου.

Η αβέβαιη απόδοση της σχέσης 4-1 οφείλεται στην ύπαρξη κινδύνου. Ο κίνδυνος, όπως είχαμε εκτενώς αναφέρει και στα προηγούμενα κεφάλαια, χωρίζεται σε δύο κατηγορίες: το συστηματικό και το μη συστηματικό κίνδυνο.

Ως συστηματικός κίνδυνος μπορεί να προσδιοριστεί οποιοσδήποτε παράγοντας μπορεί να επηρεάσει πολλά αξιόγραφα. Παραδείγματα συστηματικού κινδύνου είναι δείκτες που αντανακλούν τις γενικές οικονομικές, πολιτικές και κοινωνικές συνθήκες μιας χώρας, όπως το ΑΕΠ, ο πληθωρισμός, η ανεργία κλπ. Ως μη συστηματικό κίνδυνο μπορούμε να προσδιορίσουμε οποιοδήποτε κίνδυνο που μπορεί να μεταβάλλει την τιμή ενός αξιογράφου ή έστω τις τιμές πολύ μικρού αριθμού αξιογράφων. Παραδείγματα μη συστηματικού κινδύνου, είναι οι χαμηλές πωλήσεις μιας εταιρείας, η μείωση της κερδοφορίας της, ο υπερβολικός δανεισμός της κλπ.

Τελικά η σχέση 4-1 μπορεί να πάρει νέα μορφή:

$$R = E(R) + m + \epsilon \quad \text{Σχέση 4-2}$$

όπου,

$m$  αντιπροσωπεύει το συστηματικό κίνδυνο ή κίνδυνο της αγοράς (market risk)  
 $\epsilon$  αντιπροσωπεύει το μη συστηματικό κίνδυνο

Η απόδοση που οφείλεται στο μη συστηματικό κίνδυνο της εταιρείας, δηλαδή στον ειδικό κίνδυνο της εταιρείας, είναι ασυσχέτιστη με τον ειδικό κίνδυνο άλλων εταιρειών. Οπότε αν  $i$  και  $j$  αντιπροσωπεύουν τις μετοχές διαφορετικών εταιρειών, τότε ισχύει:

$$\text{corr}(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0 \quad \text{Σχέση 4-3}$$

Αντίθετα, η απόδοση που οφείλεται στο κίνδυνο της αγοράς, θα επηρεάσει είτε σε μεγάλο είτε σε μικρό βαθμό όλες τις εταιρείες που δραστηριοποιούνται στην αγορά. Δεν υπάρχει όμως ένας δείκτης συστηματικού κινδύνου, αλλά πολλοί (ΑΕΠ, Πληθωρισμός, Επιτόκιο Κεντρικής Τράπεζας, Ισοζύγιο Πληρωμών, Αιτήσεις Ανεργίας, Καταναλωτική Εμπιστοσύνη, Λιανικές Πωλήσεις κ.α.). Στη θεωρία του CAPM, ο συντελεστής βήτα ήταν το μέτρο του συστηματικού κινδύνου μιας μετοχής, που μας έδειχνε την αντίδραση της απόδοσης της μετοχής, ως προς ένα συγκεκριμένο δείκτη συστηματικού κινδύνου: την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Δηλαδή, δεν εξετάζαμε την ύπαρξη και άλλων δεικτών αξιολόγησης του συστηματικού κινδύνου. Όμως τώρα προχωρούμε ένα στάδιο παραπέρα και γενικεύουμε τη θεωρία του

CAPM. Πλέον θα χρησιμοποιηθούν τόσοι συντελεστές βήτα, όσοι είναι και οι συστηματικοί κίνδυνοι που αντιμετωπίζει το υπό εξέταση αξιόγραφο. Η σχέση 4-2 παίρνει την παρακάτω μορφή (γνωστή και ως *k-factor model*):

$$R = E(R) + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \dots + \beta_k F_k + \epsilon \quad \text{Σχέση 4-4}$$

όπου

$k$	ο αριθμός των συστηματικών κινδύνων που επηρεάζουν τη μετοχή
$\beta_1 \dots \beta_k$	οι συντελεστές βήτα που εκφράζουν τους διάφορους συστηματικούς κινδύνους της μετοχής
$F_1 \dots F_k$	οι αποκλίσεις των αναμενόμενων τιμών των συστηματικών κινδύνων από τις πραγματικές τιμές τους

Το ερώτημα που μένει ακόμα αναπάντητο στους κύκλους των ερευνητών είναι το ποιοι και πόσοι θα είναι οι παράγοντες κινδύνου του παραπάνω μοντέλου. Κατά καιρούς έχουν διατυπωθεί διαφορετικές προτάσεις, οι οποίες άλλοτε οδηγούν σε ικανοποιητικά αποτελέσματα και άλλοτε βρίσκονται πολύ μακριά από την πραγματικότητα.

Πολύ συχνά χρησιμοποιούνται τρεις παράγοντες κινδύνου για το παραπάνω μοντέλο: ο δείκτης πληθωρισμού (Inflation), ο δείκτης ΑΕΠ (GNP) και το επιτόκιο της κεντρικής τράπεζας (Interest Rate). Ας δούμε ένα παράδειγμα.

Έστω ότι οι αναλυτές προβλέπουν ότι ο πληθωρισμός για αυτό το χρόνο θα είναι 3%, το ΑΕΠ πρόκειται να αυξηθεί κατά 2%, τα επιτόκια θα αυξηθούν κατά 0,5% και ότι η αναμενόμενη απόδοση της υπό εξέταση μετοχής είναι 3%. Επίσης, έστω ότι οι συντελεστές βήτα της μετοχής είναι:  $\beta_I = 1,5$ ,  $\beta_{GNP} = 2$ ,  $\beta_r = -1$ . Η ανακοίνωση των πραγματικών τιμών των συγκεκριμένων παραγόντων κινδύνου θέλει τον πληθωρισμό να διαμορφώνεται στο 3,5%, η αύξηση του ΑΕΠ να είναι 1,5% και τα επιτόκια να αυξάνονται κατά 0,5%. Ακόμα, η μετοχή της εταιρείας αυξάνεται απρόσμενα κατά 4%, επειδή η εταιρεία προχώρησε σε επιθετική εξαγορά μιας άλλης μικρότερης εταιρείας που δραστηριοποιείται στον ίδιο κλάδο. Επομένως, η σχέση 4-4 διαμορφώνεται ως εξής:

$$R = E(R) + \beta_I F_I + \beta_{GNP} F_{GNP} + \beta_r F_r + \epsilon \Rightarrow$$

$$R = E(R) + \beta_I (\text{Πραγματικός Πληθωρισμός} - \text{Αναμενόμενος Πληθωρισμός}) \\ + \beta_{GNP} (\text{Πραγματικό ΑΕΠ} - \text{Αναμενόμενο ΑΕΠ}) \\ + \beta_r (\text{Πραγματικό Επιτόκιο} - \text{Αναμενόμενο Επιτόκιο}) + \epsilon \Rightarrow$$

$$R = [3 + 1,5(3,5 - 3) + 2(1,5 - 2) - 1(0,5 - 0,5) + 4]\% = 6,75\%$$

Πολύ συχνά οι μελετητές χρησιμοποιούν την περίπτωση κατά την οποία έχουμε έναν παράγοντα κινδύνου (*single-factor model*) και τότε το μοντέλο ονομάζεται μοντέλο της αγοράς (*market model*). Ως δείκτης αγοράς μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποιος αντιπροσωπευτικός χρηματιστηριακός δείκτης. Η σχέση 4-4 γίνεται:

$$R = E(R) + \beta(R_M - E(R_M)) + \epsilon \quad \text{Σχέση 4-5}$$

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι η εξίσωση ενός πολυμεταβλητού υποδείγματος είναι η παρακάτω:

$$R_j = \alpha_j + b_{j1}F_1 + b_{j2}F_2 + \dots + b_{jk}F_k + e_j \quad \text{Σχέση 4-6}$$

όπου

$\alpha_j$	μια σταθερά που αφορά το αξιόγραφο $j$ .
$F_k$	ο συστηματικός παράγοντας $k$ .
$b_{jk}$	η ευαισθησία του αξιογράφου $j$ στον παράγοντα $k$ .
$e_j$	το ιδιοσυγκρασιακό τυχαίο σφάλμα του αξιογράφου $j$ με μέσο όρο μηδέν που είναι ασυσχέτιστο με τα αντίστοιχα μεγέθη των άλλων αξιογράφων καθώς και με τους συστηματικούς παράγοντες.

Από την παραπάνω εξίσωση ένας επενδυτής πρέπει να επιλέξει τον αριθμό και την ταυτότητα των παραγόντων κινδύνου. Επομένως, αν ο επενδυτής γνωρίζει ποιοι και πόσοι παράγοντες επηρεάζουν την απόδοση του αξιογράφου, τότε με το παραπάνω υπόδειγμα είναι πολύ εύκολο να σχηματίσει την εξίσωση παλινδρόμησης. Από την άλλη, ένα μειονέκτημα του παραπάνω υποδείγματος είναι ότι δεν υπάρχει ισχυρή θεωρητική βάση για σχέση κινδύνου και απόδοσης.

## 4.2 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ APT

Η θεωρία του APT στηρίζεται στις παρακάτω υποθέσεις:

- i. Οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο και προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν τον τελικό τους πλούτο.
- ii. Υπάρχει ένα και μοναδικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας.
- iii. Οι φόροι και το κόστος συναλλαγής είναι μηδενικοί.

- iv. Οι επενδυτές συμφωνούν στον αριθμό και στην ταυτότητα των παραγόντων κινδύνου που επηρεάζουν την τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων.
- v. Δεν υπάρχουν ακίνδυνες ευκαιρίες τιμολόγησης εξισορροπητικής κερδοσκοπίας.

Η εξίσωση παλινδρόμησης του μοντέλου APT είναι η ακόλουθη:

$$E(R_j) = r_F + \beta_{j1}RP_1 + \beta_{j2}RP_2 + \dots + \beta_{jk}RP_k \quad \text{Σχέση 4-7}$$

όπου

$E(R_j)$	η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου $j$ .
$r_F$	το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.
$\beta_{jk}$	η ευαισθησία του αξιογράφου $j$ στον παράγοντα κινδύνου $k$ .
$RP_k$	το risk premium του συστηματικού παράγοντα $k$ .

Από την παραπάνω εξίσωση συμπεραίνουμε ότι το μοντέλο APT είναι ένα πολυμεταβλητό μοντέλο που προσομοιάζει σε μια γενικευμένη εκδοχή του CAPM (βλ. σχέση 3-14). Όπως συμβαίνει και με τη θεωρία του CAPM, στην εξίσωση 4-7 δεν συμπεριλαμβάνεται ο όρος που αντιπροσωπεύει το μη συστηματικό κίνδυνο ( $e_j$ ) αλλά μόνο οι παράγοντες κινδύνου που δεν μπορούν να εξαλειφθούν μέσω της διαφοροποίησης. Δηλαδή, υποθέτουμε ότι το τυχαίο ιδιοσυγκρασιακό σφάλμα ( $e_j$ ) του εκάστοτε αξιογράφου  $j$ , είναι ανεξάρτητο από τα αντίστοιχα τυχαία σφάλματα των άλλων αξιογράφων που στην πορεία του χρόνου θα συγκροτήσουν όλα μαζί ένα μεγάλο και καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο.

Το πιο περίπλοκο πρόβλημα που πρέπει ένας επενδυτής να λύσει, όταν για την αξιολόγηση των αξιογράφων χρησιμοποιεί την θεωρία του APT, είναι ο καθορισμός των παραγόντων κινδύνου. Υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις που έχουν εκτενώς συζητηθεί για το θέμα αυτό. Η πρώτη προσέγγιση εξετάζει τους παράγοντες κινδύνου σε μακροοικονομικό επίπεδο, ενώ η δεύτερη προσέγγιση σε μικροοικονομικό επίπεδο.

Σύμφωνα με τους Chen, Roll και Ross (1986) οι μακροοικονομικοί παράγοντες κινδύνου που επηρεάζουν την απόδοση ενός αξιογράφου μπορούν να είναι οι παρακάτω:

- ✓ η απόδοση ενός αντιπροσωπευτικού χρηματιστηριακού δείκτη ( $R_m$ )
- ✓ η μηνιαία ποσοστιαία αύξηση της βιομηχανικής παραγωγής στις ΗΠΑ ( $MP$ )
- ✓ η αλλαγή του δείκτη τιμών καταναλωτή στις ΗΠΑ, που είναι ένα μέτρο εκτίμησης του πληθωρισμού ( $DEI$ )
- ✓ η διαφορά μεταξύ του πραγματικού και του αναμενόμενου επιπέδου πληθωρισμού ( $UI$ )

- ✓ η απρόσμενη αλλαγή στο spread των ομολόγων (*URP*)
- ✓ η απρόσμενη μετατόπιση στην καμπύλη απόδοσης (*UTS*)

Οπότε σύμφωνα με τα παραπάνω, η εξίσωση παλινδρόμησης για την αξιολόγηση της απόδοσης μιας μετοχής μπορεί να πάρει την εξής μορφή:

$$R = \alpha + \beta_{R_m} R_m + \beta_{MP} MP + \beta_{DEI} DEI + \beta_{UI} UI + \beta_{URP} URP + \beta_{UTS} UTS + e \quad \text{Σχέση 4-8}$$

όπου,

$\alpha$  μια σταθερά της μετοχής.

$e$  το ιδιосуγκρασιακό τυχαίο σφάλμα της μετοχής.

Σχετικά με τους μικροοικονομικούς παράγοντες κινδύνου, οι οποίοι σχετίζονται με τις ιδιαίτερες οικονομικές μεταβλητές των εταιρειών που οι αποδόσεις των μετοχών τους θέλουμε να εκτιμηθούν, σημαντική είναι η συμβολή των Fama και French (1993). Στο πολυμεταβλητό υπόδειγμα που προτείνουν στην αξιολόγηση ενός αξιογράφου, εκτός από την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, σημαντικό ρόλο παίζουν και οι παρακάτω μικροοικονομικοί παράγοντες:

- ✓ Small Minus Big (*SMB*), που αναπαριστά την διαφορά της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου μετοχών μικρής κεφαλαιοποίησης και ενός χαρτοφυλακίου μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης.
- ✓ High Minus Low (*HML*), που αντιπροσωπεύει την διαφορά της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου μετοχών εταιρειών «αξίας», δηλαδή εταιρειών με υψηλές τιμές του δείκτη λογιστική προς αγοραία αξία και ενός χαρτοφυλακίου μετοχών εταιρειών «ανάπτυξης», δηλαδή εταιρειών με χαμηλές τιμές του δείκτη λογιστική προς αγοραία αξία.

Οπότε το υπόδειγμα τριών παραγόντων των Fama και French περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση παλινδρόμησης:

$$R = r_F + \beta_{R_m} (R_m - r_F) + \beta_{SMB} SMB + \beta_{HML} HML + e \quad \text{Σχέση 4-9}$$

Κλείνοντας την αναφορά μας στη θεωρία του APT, αξίζει να σημειώσουμε ότι οι παραπάνω δύο προσεγγίσεις που αναφέραμε δεν είναι οι μοναδικές αλλά υπάρχουν και άλλες επεκτάσεις του μοντέλου APT είτε με λιγότερους είτε με περισσότερους παράγοντες κινδύνου,

που προσπαθούν να δώσουν καλύτερα αποτελέσματα της σχέσης της απόδοσης με τον κίνδυνο.

### 4.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ APT-CAPM

Το Μοντέλο Τιμολόγησης Εξισορροπητικής Κερδοσκοπίας (APT) και το Μοντέλο Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (CAPM) είναι δύο εναλλακτικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται, ώστε να εκτιμηθεί η σχέση μεταξύ του κινδύνου και της αναμενόμενης απόδοσης μιας επένδυσης. Η θεωρία του CAPM αναπτύχθηκε νωρίτερα από αυτήν του APT. Μάλιστα το APT δημιουργήθηκε, για να εξηγήσει κάποιες αστοχίες του CAPM. Όμως η θεωρητική του βάση απορρέει από το CAPM.

Το APT διαφέρει από το CAPM στο ότι είναι λιγότερο περιοριστικό ως προς τον αριθμό των συστηματικών παραγόντων που επηρεάζουν την απόδοση ενός αξιογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα, το APT θεωρεί ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου εξαρτάται από πολλούς παράγοντες κινδύνου, ενώ το CAPM θεωρεί ότι η αναμενόμενη απόδοση εξαρτάται μόνο από την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Παρακάτω παρουσιάζονται ξανά οι εξισώσεις παλινδρόμησης των δύο μοντέλων, ώστε να γίνει πιο άμεση η σύγκρισή τους.

Εξίσωση παλινδρόμησης APT:

$$E(R) = r_F + \beta_1(E(R_1) - r_F) + \beta_2(E(R_2) - r_F) + \dots + \beta_k(E(R_k) - r_F) \text{ Σχέση 4-10}$$

Εξίσωση παλινδρόμησης CAPM:

$$E(R) = r_F + \beta(E(R_M) - r_F) \text{ Σχέση 4-11}$$

Συγκρίνοντας τις δύο παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να εξαγάγουμε το γενικό συμπέρασμα ότι το CAPM μπορεί να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση του APT. Επίσης, επειδή η προσδοκώμενη απόδοση του αξιογράφου στην περίπτωση του APT εξαρτάται από πολλούς παράγοντες κινδύνου, είναι πιθανό να βγάζει πιο ακριβή αποτελέσματα στις προβλέψεις της από την εξίσωση 4-11 του CAPM. Ωστόσο ο καθορισμός του αριθμού και της ταυτότητας των παραγόντων της εξίσωσης του APT δεν είναι εύκολη υπόθεση και στηρίζεται σε εμπειρικές μελέτες και λιγότερο στη θεωρία. Από την άλλη μεριά η εξίσωση του CAPM είναι αυστηρά καθορισμένη και ο επενδυτής πρέπει απλά να επιλέξει έναν καλά «ζυγισμένο» δείκτη

της αγοράς. Αν ο δείκτης της αγοράς που επιλεγεί, αντιπροσωπεύει αρκετά καλά τις κινήσεις της αγοράς, τότε το CAPM δίνει πολύ ικανοποιητικές εκτιμήσεις σχετικά με τις αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών που απαρτίζουν τον δείκτη (π.χ. εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι ο S&P 500 αντιπροσωπεύει τις κινήσεις των μετοχών σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό).

Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η σύγκριση των δύο μοντέλων ως προς την ανάπτυξη της δομής της θεωρίας τους. Η ανάλυση της θεωρίας του CAPM ξεκινά με την συζήτηση περί αποδοτικών συνόρων δίνοντας στον επενδυτή μια διευρυμένη διαισθητική αντίληψη της θεωρίας των επενδύσεων σε αξιόγραφα. Αρχικά βρίσκουμε το αποδοτικό σύνολο δύο αξιογράφων. Ύστερα προχωρούμε στην εύρεση του αποδοτικού συνόρου πολλών αξιογράφων και καταλήγουμε στην δημιουργία του αποδοτικού συνόρου που αποτελείται από συνδυασμούς μεταξύ πολλών αξιογράφων και του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο. Αντίθετα, η ανάπτυξη της θεωρίας του APT δεν μπορεί να γίνει όπως παραπάνω. Όμως δίνει και αυτή μια πολύ σημαντική διαισθητική εικόνα περί επενδύσεων. Η βασική ιδέα είναι ότι στην εξίσωση παλινδρόμησης του APT θα προσθέτουμε παράγοντες κινδύνου, μέχρις ότου ο μη συστηματικός κίνδυνος κάθε αξιογράφου να είναι ασυσχέτιστος με το μη συστηματικό κίνδυνο κάθε άλλου αξιογράφου. Τελικά, όσο προσθέτουμε μετοχές στο χαρτοφυλάκιο, η εξίσωση παλινδρόμησης του APT θα περιλαμβάνει μόνο τους όρους κινδύνου που δεν μπορούν να διαφοροποιηθούν.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ MARKOWITZ, CAPM, APT ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΞΙΩΝ ΤΟΥ ΛΟΝΔΙΝΟΥ

### 5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα εφαρμόσουμε τα μοντέλα των θεωριών Markowitz, CAPM και APT χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα μετοχών από το Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου (*London Stock Exchange*). Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τις εβδομαδιαίες τιμές (ειδικότερα τις τιμές κλεισίματος της Παρασκευής) των μετοχών των εταιρειών, οι οποίες είναι εισηγμένες και διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου για την περίοδο 13 χρόνων: 7/1/2000 έως 4/1/2013. Το διάστημα αυτό είναι ικανοποιητικά μεγάλο, για να καλύπτει και τις φάσεις ύφεσης αλλά και τις φάσεις ανάπτυξης της οικονομίας. Τα ιστορικά αυτά στοιχεία αντλήθηκαν από την βάση δεδομένων *Thomson One Banker*.

Στο σημείο αυτό θα αναφέρουμε κάποια θεμελιώδη στοιχεία της οικονομίας της Μεγάλης Βρετανίας. Πρόκειται για την 6η μεγαλύτερη οικονομία του πλανήτη και την 3η μεγαλύτερη της Ευρώπης με κριτήριο το μέγεθος του ονομαστικού ΑΕΠ (*GDP-Gross Domestic Product*). Πιο συγκεκριμένα το 2012 με ΑΕΠ περίπου ίσο με 2,4 τρισεκατομμύρια δολάρια<sup>10</sup>, κατατάχτηκε στην 6η θέση της σχετικής παγκόσμιας λίστας. Επίσης, με κριτήριο το δείκτη Ισοδυναμίας της Αγοραστικής Δύναμης (*PPR-Purchasing Power Parity*) κατατάσσεται στην 8η θέση στον κόσμο και στην 2η θέση της Ευρώπης. Ακόμα, το 2012 κατείχε την 10η θέση<sup>11</sup> ως προς τις εξαγωγές προϊόντων και την 5η θέση<sup>12</sup> ως προς τις εισαγωγές. Το νόμισμα του Ηνωμένου Βασιλείου είναι η στερλίνα (*GBP*), που αποτελεί και το 4ο<sup>13</sup> σημαντικότερο αποθεματικό νόμισμα στον κόσμο μετά το USD (νόμισμα ΗΠΑ), το EUR (νόμισμα Ευρωζώνης) και το JPY (νόμισμα Ιαπωνίας). Το επιτόκιο της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας είναι σε χαμηλά επίπεδα λόγω οικονομικής κρίσης στο 0,5%. Το δημόσιο χρέος της Αγγλίας ανέρχεται στο 75,4% του ΑΕΠ (μέτρηση Μαρτίου 2013)<sup>14</sup> και η ανεργία στο 7,7% (μέτρηση Σεπτεμβρίου

<sup>10</sup> "GDP (Official Exchange Rate)". CIA World Factbook. Retrieved June 2, 2012

<sup>11</sup> ^ "Country Comparison: Exports". The World Factbook. Central Intelligence Agency. Retrieved 10 November 2012.

<sup>12</sup> The World Trade Organization, accessed 12 April 2012

<sup>13</sup> <http://www.imf.org/External/np/sta/cofer/eng/index.htm>

<sup>14</sup> Office for National Statistics. "Public Sector Finances, March 2013". Office for National Statistics. Retrieved 6 June 2013.



2013)<sup>15</sup>. Το Ηνωμένο Βασίλειο είναι μέλος της Κοινοπολιτείας των Εθνών, της Ευρωπαϊκής Ένωσης, των G7, των G8, των G20, του Διεθνούς Νομισματικού Ταμείου, του Οργανισμού Οικονομικής συνεργασίας και Ανάπτυξης, της Παγκόσμιας Τράπεζας, του Παγκόσμιου Οργανισμού Εμπορίου και των Ηνωμένων Εθνών.

Η δομή της οικονομικής δραστηριότητας στο Ηνωμένο Βασίλειο έχει ως εξής (μετρήσεις 2012)<sup>16</sup>:

- 0,7% του ΑΕΠ παράγεται από τον αγροτικό τομέα
- 21,1% του ΑΕΠ παράγεται από τον βιομηχανικό τομέα
- 78,2% του ΑΕΠ παράγεται από τον τομέα υπηρεσιών

Πρωταθλητής στην παραγωγή πλούτου, όπως φαίνεται παραπάνω, είναι ο τριτογενής τομέας, ο τομέας των υπηρεσιών. Ο σημαντικότερος μοχλός ανάπτυξης του τομέα των υπηρεσιών είναι οι χρηματοοικονομικές δραστηριότητες, αφού το Λονδίνο μαζί με τη Νέα Υόρκη και το Τόκιο αποτελούν τα τρία μεγαλύτερα παγκόσμια οικονομικά κέντρα του πλανήτη. Το 2011 η βρετανική βιομηχανία χρηματοπιστωτικών υπηρεσιών παρήγαγε πλούτο περίπου 116 δισεκατομμυρίων λιρών<sup>17</sup>. Στο Λονδίνο δραστηριοποιούνται πάνω από 500 τράπεζες, ενώ στο City του Λονδίνου βρίσκονται σημαντικά χρηματοπιστωτικά ιδρύματα (London Stock Exchange, the London International Financial Futures and Options Exchange, the London Metal Exchange, Lloyds of London, and the Bank of England). Εκτός από τις χρηματοοικονομικές υπηρεσίες σημαντικός είναι και ο τομέας των νομικών υπηρεσιών με αξία παραγωγής 23,1 δισεκατομμυρίων λιρών το 2009<sup>18</sup>. Τέσσερις από τις δέκα μεγαλύτερες (ως προς τα έσοδα) επιχειρήσεις παροχής νομικών υπηρεσιών έχουν την έδρα τους στο Λονδίνο.

Ο δεύτερος πιο σημαντικός τομέας είναι ο βιομηχανικός. Το 2008 η Αγγλία ήταν η 6η μεγαλύτερη παραγωγός χώρα εμπορευμάτων στον κόσμο με βάση την αξία της παραγωγής σύμφωνα με το *UN Council for Trade and Development*<sup>19</sup>. Την ίδια χρονιά ο τομέας κατασκευής αυτοκινήτων απασχολούσε άμεσα 180.000 άτομα, είχε κύκλο εργασιών 52,5 δισεκατομμύρια λίρες και η αξία των εξαγωγών έφτασε τα 26,6 δισεκατομμύρια λίρες.<sup>20</sup> Εξίσου σημαντικός είναι και ο τομέας της αεροδιαστημικής βιομηχανίας του Ηνωμένου Βασιλείου, αφού είναι η 3η ή η 4η αεροδιαστημική βιομηχανία στον κόσμο ανάλογα με τη μέθοδο μέτρησης<sup>21,22</sup>. Πιο

<sup>15</sup> Office for National Statistics. "Labour Market Statistics, September 2013". Office for National Statistics. Retrieved 11 September 2013.

<sup>16</sup> [http://www.economywatch.com/world\\_economy/uk/industry-sectors.html](http://www.economywatch.com/world_economy/uk/industry-sectors.html)

<sup>17</sup> "Release: United Kingdom National Accounts, The Blue Book, 2013 Edition". Office for National Statistics. 31 July 2013. Retrieved 13 August 2013.

<sup>18</sup> "Plan for Growth: Promoting the UK's Legal Services Sector". Ministry of Justice. Retrieved 31 March 2013.

<sup>19</sup> "The future of UK manufacturing: Reports of its death are greatly exaggerated". PricewaterhouseCoopers. Retrieved 25 April 2011.

<sup>20</sup> "Motor Industry Facts 2010". SMMT. Retrieved 28 February 2011.

<sup>21</sup> "Facts & Figures – 2009". Aerospace & Defence Association of Europe. Retrieved 13 May 2011.

<sup>22</sup> "UK Aerospace Industry Survey – 2010". ADS Group. Retrieved 13 May 2011.

συγκεκριμένα απασχολεί 113.000 άτομα άμεσα και 276.000 άτομα έμμεσα, ενώ ο κύκλος εργασιών της είναι περίπου 20 δισεκατομμύρια λίρες. Ακόμα οι φαρμακευτικές εταιρείες στην Αγγλία παράγαν 8,4 δισεκατομμύρια λίρες το 2007, απασχολούσαν 67.000 ανθρώπους και οι επενδύσεις τους στο τομέα Έρευνας & Ανάπτυξης έφτασαν τα 3,9 δισεκατομμύρια λίρες.<sup>23</sup> Μεταξύ των αγαθών που παράγει ο βιομηχανικός τομέας της Αγγλίας είναι εργαλεία ρούχων, εξοπλισμός ηλεκτρικής ενέργειας, συστήματα αυτοματισμού, σιδηροδρομικό υλικό, πλοία, αεροσκάφη, αυτοκίνητα, ηλεκτρονικός εξοπλισμός, εξοπλισμός τηλεπικοινωνιών, μέταλλα, χημικά, άνθρακα, πετρέλαιο, χαρτί και άλλα καταναλωτικά αγαθά.

Παρόλο που μόνο το 0,7% του ΑΕΠ προέρχεται από τον αγροτικό τομέα, η οικονομία και η κοινωνία του Ηνωμένου Βασιλείου θεωρεί την γεωργία ως ένα πολύ σημαντικό τομέα παραγωγής πλούτου, αφού καλύπτει το 60% των διατροφικών αναγκών της χώρας. Η προηγμένη τεχνολογία και οι σύγχρονες τεχνικές καλλιέργειας μετέτρεψαν την γεωργία στο Ηνωμένο Βασίλειο σε έναν εξαιρετικά μηχανοποιημένο και αποδοτικό κλάδο, γεγονός που αποδεικνύεται και από το ότι μόνο το 1,4% του εργατικού δυναμικού της χώρας ασχολείται με τον τομέα αυτό. Τέλος, αξίζει να σημειώσουμε ότι ο τομέας της αγροτικής παραγωγής επιδοτείται από την κυβέρνηση της Αγγλίας και από κονδύλια της Κοινής Αγροτικής Πολιτικής της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

Η εξεταζόμενη χρονική περίοδος (7/1/2000 έως 4/1/2013) της βρετανικής χρηματιστηριακής πραγματικότητας περιλαμβάνει φάσεις ανάπτυξης αλλά και φάσεις ύφεσης της οικονομίας. Μπορεί να χωριστεί σε δύο μικρότερες περιόδους. Η πρώτη διαρκεί από το 2000 έως το 2007 όπου η βρετανική οικονομία έχει θετικούς ρυθμούς ανάπτυξης με το μεγαλύτερο ρυθμό ανάπτυξης να καταγράφεται το 2003 και το 2005 με μέγεθος 4,4% του ΑΕΠ και το μικρότερο ρυθμό ανάπτυξης να συμβαίνει το 2006 και να είναι 1,7% του ΑΕΠ. Η δεύτερη περίοδος μπορεί να οριοθετηθεί από το 2008 έως το 2012 και χαρακτηρίζεται ως περίοδος ύφεσης της οικονομίας εξαιτίας της παγκόσμιας χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2007/2008 και ως περίοδος προσπάθειας επανεκκίνησης της οικονομίας που σιγματίζεται με ασθενείς ρυθμούς ανάπτυξης. Ειδικότερα η μεγαλύτερη ύφεση καταγράφεται το 2008 και είναι -4,7% του ΑΕΠ. Το 2009 η ύφεση υποχωρεί στις -2,5 ποσοστιαίες μονάδες του ΑΕΠ, ενώ η βρετανική οικονομία επανέρχεται σε μικρούς θετικούς ρυθμούς ανάπτυξης το 2010 (1,7% του ΑΕΠ) και το 2011 (1.1% του ΑΕΠ). Το 2012 όμως επιστρέφει ξανά σε αρνητικό πρόσημο με το ΑΕΠ να συρρικνώνεται κατά 0,2%. Ο πίνακας που ακολουθεί περιγράφει την ετήσια ποσοστιαία αλλαγή του ΑΕΠ για την εξεταζόμενη περίοδο.

ΕΤΟΣ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΕΠ
<b>2000</b>	3.0%
<b>2001</b>	2.1%

<sup>23</sup> Bawden, Tom; Rose, David (27 January 2009). "Gordon Brown plans tonic for pharmaceutical industry". London: The Times. Retrieved 27 October 2010.

<b>2002</b>	3.0%
<b>2003</b>	4.4%
<b>2004</b>	1.9%
<b>2005</b>	4.4%
<b>2006</b>	1.7%
<b>2007</b>	3.6%
<b>2008</b>	-4.3%
<b>2009</b>	-2.5%
<b>2010</b>	1.7%
<b>2011</b>	1.1%
<b>2012</b>	-0.2%

Πίνακας 5.1: Μεταβολή ΑΕΠ Βρετανίας για τα έτη 2000-2012<sup>24</sup>

## 5.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ MARKOWITZ

Στην παράγραφο αυτή θα εφαρμόσουμε το μοντέλο της θεωρίας του Markowitz χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα μετοχών από το Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου (*London Stock Exchange*). Πιο συγκεκριμένα, σκοπός μας είναι να βρούμε το αποδοτικό σύνορο των χαρτοφυλακίων που αποτελούνται από 30 μετοχές εταιρειών της βρετανικής αγοράς. Προκειμένου να πετύχουμε σημαντικό βαθμό διαφοροποίησης, θα επιλέξουμε 5 μετοχές εταιρειών από έξι διαφορετικούς τομείς της οικονομικής δραστηριότητας. Οι τομείς καθώς και οι εταιρείες που χρησιμοποιήθηκαν φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Τομέας Καταναλωτικών Αγαθών Consumer Goods	Χρηματοοικονομικός Τομέας Financials	Τομέας Υγείας Health Care	Βιομηχανικός Τομέας Industrials	Τεχνολογικός Τομέας Technology	Τομέας Τηλεπικοινωνιών Telecommunications
<b>Worthington Group</b>	Royal Bank of Scotland Group	Vernalis	Laird	Allocate Software	Vodafone Group
<b>Walker Greenbank</b>	HSBC Holdings PLC	Advanced Medical Solutions Group	Kier Group	Belgravium Technologies	BT Group
<b>Victoria</b>	Jpmorgan European Small Company	Source Bioscience	Latchways	Computacenter	Cable & Wireless Communications
<b>Unilever</b>	Workspace Group	Smith &	Macfarlane	Imagination	Telecom Plus

<sup>24</sup>Πηγή: <http://www.bbc.co.uk/news/10613201>

		Nephew	Group	Technologies Group	
<b>Transense Technologies</b>	Alternative Investment Strategies Limite	Skyepharma	Penna Consulting	The Sage Group	Kcom Group

**Πίνακας 5.2: Οι κλάδοι και οι μετοχές των εταιρειών που χρησιμοποιήθηκαν**

Ο υπολογισμός του αποδοτικού συνόρου έγινε χρησιμοποιώντας το Microsoft Office Excel (2007) λύνοντας το πρόβλημα με γραμμικό προγραμματισμό. Τα βήματα που έγιναν έχουν ως εξής:

1. Αρχικά εισάγουμε σε ένα υπολογιστικό φύλλο του Excel, που το ονομάζουμε "Τιμές", τις εβδομαδιαίες τιμές κλεισίματος (κλείσιμο Παρασκευής) των μετοχών των παραπάνω εταιρειών για τη χρονική περίοδο από 7/1/2000 έως 4/1/2013. Τα στοιχεία αντλήθηκαν από την βάση δεδομένων *Thomson One Banker*.
2. Ύστερα σε ένα νέο υπολογιστικό φύλλο με όνομα "Αποδόσεις", προχωρούμε στον υπολογισμό των Αποδόσεων των μετοχών χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό των φυσικών λογαρίθμων, ώστε να μειώσουμε τις εναπομένουσες διαφοροποιήσεις των διακυμάνσεων. Οι αποδόσεις των μετοχών υπολογίζονται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$R_{it} = \ln R_t - \ln R_{t-1} = \frac{\ln R_t}{\ln R_{t-1}} \quad \text{Σχέση 5-1}$$

όπου

$\ln R_t$  είναι η τιμή κλεισίματος της κάθε μετοχής την ημέρα Παρασκευής.  
 $\ln R_{t-1}$  είναι η τιμή κλεισίματος της κάθε μετοχής της προηγούμενης Παρασκευής.

3. Έχοντας υπολογίσει τις λογαριθμικές αποδόσεις των μετοχών, προχωρούμε στη δημιουργία ενός νέου υπολογιστικού φύλλου, που το ονομάζουμε "Επίδοση μετοχών". Εκεί πρώτα υπολογίζουμε τις μέσες εβδομαδιαίες αποδόσεις των μετοχών χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *AVERAGE* του Excel. Έπειτα υπολογίζουμε τις τυπικές αποκλίσεις των μετοχών χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *STDEV* του Excel. Τέλος υπολογίζουμε τον πίνακα με τους συντελεστές συσχέτισης των αποδόσεων των μετοχών με τη βοήθεια του πακέτου εργαλείων Ανάλυσης. Πιο συγκεκριμένα στην καρτέλα "Data" επιλέγουμε το εικονίδιο "Data Analysis" και μας εμφανίζεται ένα παράθυρο όπου επιλέγουμε το εργαλείο "Correlation". Στο νέο παράθυρο ως δεδομένα

εισόδου επιλέγουμε τα κελιά αποδόσεων από το υπολογιστικό φύλλο "Αποδόσεις" και έτσι ο ζητούμενος πίνακας συσχέτισης έχει δημιουργηθεί.

Εδώ τελειώνει και το πρώτο στάδιο για τον υπολογισμό του αποδοτικού συνόρου, το οποίο και περιελάμβανε:

- εισαγωγή δεδομένων
- υπολογισμό των μέσων εβδομαδιαίων αποδόσεων και τυπικών αποκλίσεων
- υπολογισμό του πίνακα συσχέτισης

Παρακάτω ακολουθούν ο πίνακας με τις τυπικές αποκλίσεις και τις μέσες εβδομαδιαίες αποδόσεις αλλά και ο πίνακας συσχέτισης.

Εταιρεία	Τυπική Απόκλιση (%)	Μέση Απόδοση (%)
WRN-LN	7,84	-0,52
WGB-LN	6,15	0,08
VCP-LN	4,76	0,07
ULVR-LN	3,39	0,12
TRT-LN	11,78	-0,32
RBS-LN	8,53	-0,31
HSBA-LN	3,86	0,00
JESC-LN	3,97	0,12
WKP-LN	5,23	-0,10
AIS-LN	1,85	0,07
VER-LN	8,94	-0,90
AMS-LN	5,74	0,14
SBS-LN	8,55	-0,37
SN.-LN	3,91	0,17
SKP-LN	9,38	-0,63
LRD-LN	7,31	-0,01
KIE-LN	4,51	0,21
LTC-LN	4,37	0,16
MACF-LN	5,18	-0,14
PNA-LN	6,18	-0,22
ALL-LN	8,03	-0,08
BVM-LN	8,69	-0,10
CCC-LN	6,97	-0,14
IMG-LN	9,22	0,01
SGE-LN	5,48	-0,10

<b>VOD-LN</b>	4,33	-0,09
<b>BT.A-LN</b>	4,64	-0,18
<b>CWC-LN</b>	6,59	-0,35
<b>TEP-LN</b>	6,29	0,36
<b>KCOM-LN</b>	7,08	-0,34

**Πίνακας 5.3: Τυπικές Αποκλίσεις και Μέσες Εβδομαδιαίες Αποδόσεις των υπό εξέταση μετοχών**

	WRN	WGB	VCP	ULVR	TRT	RBS	HSBA	JESC	WKP	AIS	VER	AMS	SBS	SN.	SKP	LRD	KIE	LTC	MACF	PNA	ALL	BVM	CCC	IMG	SGE	VOD	BT.A	CWC	TEP	KCOM
WRN	1,00	0,02	0,08	0,02	0,11	0,08	0,10	0,15	-0,01	0,07	0,06	0,06	0,05	0,03	0,06	0,07	0,03	-0,03	0,00	0,00	0,04	0,05	0,09	0,10	0,09	0,03	0,02	0,08	0,09	0,00
WGB	0,02	1,00	0,11	0,12	0,09	0,10	0,15	0,23	0,19	0,09	0,13	0,05	0,14	0,09	0,08	0,18	0,14	0,11	0,12	0,08	0,08	0,12	0,11	0,16	0,16	0,12	0,11	0,13	0,02	0,16
VCP	0,08	0,11	1,00	0,14	0,10	0,21	0,21	0,23	0,10	0,11	0,05	0,12	0,09	0,15	0,04	0,15	0,11	0,13	0,06	0,08	0,06	0,06	0,05	0,09	0,18	0,06	0,12	0,13	0,07	0,07
ULVR	0,02	0,12	0,14	1,00	0,09	0,21	0,28	0,21	0,14	0,10	0,07	0,08	0,05	0,25	0,07	0,18	0,18	0,06	0,05	0,02	-0,06	0,03	0,04	0,05	0,09	0,09	0,18	0,05	0,00	0,01
TRT	0,11	0,09	0,10	0,09	1,00	0,07	0,09	0,18	0,00	0,08	0,16	0,04	0,03	0,08	0,09	0,14	0,11	0,08	0,06	0,14	0,17	0,05	0,11	0,10	0,09	0,05	0,06	0,06	0,10	0,12
RBS	0,08	0,10	0,21	0,21	0,07	1,00	0,50	0,35	0,23	0,17	0,10	0,09	0,10	0,26	0,18	0,33	0,30	0,10	0,11	0,09	0,05	0,20	0,06	0,18	0,22	0,19	0,31	0,20	0,07	0,22
HSBA	0,10	0,15	0,21	0,28	0,09	0,50	1,00	0,49	0,23	0,13	0,11	0,10	0,11	0,30	0,08	0,40	0,33	0,08	0,06	0,10	0,10	0,16	0,23	0,19	0,36	0,28	0,35	0,27	0,10	0,16
JESC	0,15	0,23	0,23	0,21	0,18	0,35	0,49	1,00	0,18	0,18	0,20	0,13	0,17	0,26	0,20	0,37	0,40	0,17	0,03	0,23	0,17	0,27	0,33	0,31	0,43	0,36	0,33	0,38	0,19	0,32
WKP	-0,01	0,19	0,10	0,14	0,00	0,23	0,23	0,18	1,00	0,08	0,06	0,02	0,04	0,11	0,04	0,23	0,22	0,11	0,08	0,02	0,03	0,08	0,06	0,09	0,14	0,06	0,18	0,11	-0,01	0,01
AIS	0,07	0,09	0,11	0,10	0,08	0,17	0,13	0,18	0,08	1,00	0,00	0,06	0,07	0,08	0,06	-0,04	0,11	0,20	0,08	-0,01	0,04	0,05	-0,01	0,09	0,07	0,03	0,15	0,10	0,10	0,11
VER	0,06	0,13	0,05	0,07	0,16	0,10	0,11	0,20	0,06	0,00	1,00	0,09	0,08	0,03	0,17	0,14	0,17	0,11	0,05	0,11	0,10	0,07	0,08	0,14	0,08	0,03	0,09	0,10	0,04	0,13
AMS	0,06	0,05	0,12	0,08	0,04	0,09	0,10	0,13	0,02	0,06	0,09	1,00	0,05	0,05	0,03	0,09	0,07	0,09	-0,01	0,03	0,13	0,01	0,15	0,12	0,15	0,02	0,13	0,13	0,04	0,13
SBS	0,05	0,14	0,09	0,05	0,03	0,10	0,11	0,17	0,04	0,07	0,08	0,05	1,00	0,06	0,07	0,12	0,11	0,06	0,00	0,00	0,00	0,01	0,08	0,12	0,13	0,06	0,05	0,13	0,03	0,12
SN.	0,03	0,09	0,15	0,25	0,08	0,26	0,30	0,26	0,11	0,08	0,03	0,05	0,06	1,00	0,14	0,22	0,19	0,09	0,05	0,10	0,04	0,19	0,07	0,04	0,19	0,18	0,16	0,15	0,11	0,07
SKP	0,06	0,08	0,04	0,07	0,09	0,18	0,08	0,20	0,04	0,06	0,17	0,03	0,07	0,14	1,00	0,12	0,12	0,09	0,06	0,14	0,12	0,10	0,07	0,16	0,16	0,09	0,14	0,13	0,06	0,15
LRD	0,07	0,18	0,15	0,18	0,14	0,33	0,40	0,37	0,23	-0,04	0,14	0,09	0,12	0,22	0,12	1,00	0,34	0,05	0,09	0,15	0,14	0,13	0,23	0,24	0,27	0,12	0,21	0,18	0,05	0,18
KIE	0,03	0,14	0,11	0,18	0,11	0,30	0,33	0,40	0,22	0,11	0,17	0,07	0,11	0,19	0,12	0,34	1,00	0,12	0,16	0,09	0,09	0,10	0,22	0,19	0,21	0,12	0,17	0,18	0,10	0,13
LTC	-0,03	0,11	0,13	0,06	0,08	0,10	0,08	0,17	0,11	0,20	0,11	0,09	0,06	0,09	0,09	0,05	0,12	1,00	0,00	0,07	0,07	0,11	0,11	0,06	0,08	0,03	0,06	0,09	0,04	0,02
MACF	0,00	0,12	0,06	0,05	0,06	0,11	0,06	0,03	0,08	0,08	0,05	-0,01	0,00	0,05	0,06	0,09	0,16	0,00	1,00	0,04	0,08	0,03	-0,05	0,08	0,04	0,01	0,07	0,02	0,06	-0,02
PNA	0,00	0,08	0,08	0,02	0,14	0,09	0,10	0,23	0,02	-0,01	0,11	0,03	0,00	0,10	0,14	0,15	0,09	0,07	0,04	1,00	0,13	0,07	0,09	0,15	0,11	0,05	0,05	0,06	0,02	0,05
ALL	0,04	0,08	0,06	-0,06	0,17	0,05	0,10	0,17	0,03	0,04	0,10	0,13	0,00	0,04	0,12	0,14	0,09	0,07	0,08	0,13	1,00	0,05	0,14	0,17	0,15	0,07	0,07	0,19	-0,01	0,20
BVM	0,05	0,12	0,06	0,03	0,05	0,20	0,16	0,27	0,08	0,05	0,07	0,01	0,01	0,19	0,10	0,13	0,10	0,11	0,03	0,07	0,05	1,00	0,13	0,12	0,19	0,15	0,08	0,11	0,07	0,14
CCC	0,09	0,11	0,05	0,04	0,11	0,06	0,23	0,33	0,06	-0,01	0,08	0,15	0,08	0,07	0,07	0,23	0,22	0,11	-0,05	0,09	0,14	0,13	1,00	0,23	0,39	0,26	0,22	0,20	0,17	0,37
IMG	0,10	0,16	0,09	0,05	0,10	0,18	0,19	0,31	0,09	0,09	0,14	0,12	0,12	0,04	0,16	0,24	0,19	0,06	0,08	0,15	0,17	0,12	0,23	1,00	0,33	0,19	0,10	0,21	0,10	0,32
SGE	0,09	0,16	0,18	0,09	0,09	0,22	0,36	0,43	0,14	0,07	0,08	0,15	0,13	0,19	0,16	0,27	0,21	0,08	0,04	0,11	0,15	0,19	0,39	0,33	1,00	0,45	0,34	0,41	0,23	0,38
VOD	0,03	0,12	0,06	0,09	0,05	0,19	0,28	0,36	0,06	0,03	0,03	0,02	0,06	0,18	0,09	0,12	0,12	0,03	0,01	0,05	0,07	0,15	0,26	0,19	0,45	1,00	0,45	0,36	0,17	0,30
BT.A	0,02	0,11	0,12	0,18	0,06	0,31	0,35	0,33	0,18	0,15	0,09	0,13	0,05	0,16	0,14	0,21	0,17	0,06	0,07	0,05	0,07	0,08	0,22	0,10	0,34	0,45	1,00	0,32	0,06	0,24
CWC	0,08	0,13	0,13	0,05	0,06	0,20	0,27	0,38	0,11	0,10	0,10	0,13	0,13	0,15	0,13	0,18	0,18	0,09	0,02	0,06	0,19	0,11	0,20	0,21	0,41	0,36	0,32	1,00	0,16	0,29
TEP	0,09	0,02	0,07	0,00	0,10	0,07	0,10	0,19	-0,01	0,10	0,04	0,04	0,03	0,11	0,06	0,05	0,10	0,04	0,06	0,02	-0,01	0,07	0,17	0,10	0,23	0,17	0,06	0,16	1,00	0,21
KCOM	0,00	0,16	0,07	0,01	0,12	0,22	0,16	0,32	0,01	0,11	0,13	0,13	0,12	0,07	0,15	0,18	0,13	0,02	-0,02	0,05	0,20	0,14	0,37	0,32	0,38	0,30	0,24	0,29	0,21	1,00

Πίνακας 5.4: Πίνακας Συσχέτισης των Αποδόσεων

4. Στο βήμα αυτό προετοιμάζουμε τα δεδομένα ώστε να έχουν την κατάλληλη μορφή για τον εύκολο υπολογισμό του αποδοτικού συνόρου με τη χρήση της εφαρμογής *Solver* του Excel. Στην παράγραφο 2.6 δώσαμε μια φόρμουλα για τον υπολογισμό του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου πολλών αξιογράφων την οποία θα χρησιμοποιήσουμε και εδώ. Πρέπει να υπολογίσουμε τον παρακάτω πίνακα, όπου για τυπικές αποκλίσεις χρησιμοποιούμε τις τιμές από τον πίνακα 5.3 και τις τιμές των συντελεστών συσχέτισης από τον πίνακα 5.4. Προκειμένου να έχουμε ένα σημείο αναφοράς, θεωρούμε ότι όλα τα αξιόγραφα έχουν το ίδιο ποσοστό συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο που είναι:  $W_i = \frac{1}{30}$ . Το άθροισμα των κελιών του παρακάτω πίνακα μας δίνει τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου.

Πλήθος Αξιογράφων	1	2	3	. . .	30
1	$W_1^2 \sigma_1^2$	$W_2 W_1 \sigma_2 \sigma_1 \rho_{12}$	$W_3 W_1 \sigma_3 \sigma_1 \rho_{13}$	. . .	$W_{30} W_1 \sigma_{30} \sigma_1 \rho_{130}$
2	$W_1 W_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{21}$	$W_2^2 \sigma_2^2$	$W_3 W_2 \sigma_3 \sigma_2 \rho_{23}$	. . .	$W_{30} W_2 \sigma_{30} \sigma_2 \rho_{230}$
3	$W_1 W_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{31}$	$W_2 W_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{32}$	$W_3^2 \sigma_3^2$	. . .	$W_{30} W_3 \sigma_{30} \sigma_3 \rho_{330}$
.	.	.	.	. . .	.
.	.	.	.	. . .	.
.	.	.	.	. . .	.
30	$W_1 W_{30} \sigma_1 \sigma_{30} \rho_{301}$	$W_2 W_{30} \sigma_2 \sigma_{30} \rho_{302}$	$W_3 W_{30} \sigma_3 \sigma_{30} \rho_{303}$	. . .	$W_{30}^2 \sigma_{30}^2$

**Πίνακας 5.5: Βοηθητικός Πίνακας για τον υπολογισμό της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου**

Τέλος υπολογίζουμε και την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου σύμφωνα με την σχέση 5.2. Όπου,  $W_i$  θέτουμε  $1/30$  και όπου  $E(R_i)$  βάζουμε τις τιμές των μέσων εβδομαδιαίων αποδόσεων των μετοχών από τον πίνακα 5.3.

$$E(R_p) = \sum_1^{30} W_i E(R_i) \quad \text{Σχέση 5-2}$$

5. Το επόμενο βήμα είναι η κατάστρωση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού. Στην εργασία αυτή θα δημιουργήσουμε δύο αποδοτικά σύνορα. Ένα αποδοτικό σύνορο χωρίς περιορισμούς ως προς τις πωλήσεις των αξιογράφων και ένα αποδοτικό σύνορο με περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης. Πρακτικά τα δύο αποδοτικά σύνορα διαφέρουν ως προς έναν περιορισμό. Στην περίπτωση που δεν επιτρέπονται οι θέσεις πώλησης, μπαίνει ο επιπλέον περιορισμός ότι δεν γίνεται να υπάρχει αρνητικό ποσοστό συμμετοχής. Επομένως οι περιορισμοί του γραμμικού προγραμματισμού είναι οι παρακάτω:



- i. Το ποσοστό συμμετοχής κάθε αξιογράφου στο χαρτοφυλάκιο πρέπει να είναι θετικό, δηλαδή πρέπει να ισχύει ότι:

$$W_i \geq 0$$

Επαναλαμβάνουμε ότι αυτός ο περιορισμός σχετίζεται μόνο με τη δημιουργία του αποδοτικού συνόρου με περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης.

- ii. Το άθροισμα των ποσοστών συμμετοχής πρέπει να είναι ίσο με 1.

$$\sum_{i=1}^{30} W_i = 1$$

- iii. Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου πρέπει να είναι ίση με ένα επιθυμητό επίπεδο το οποίο και ορίζουμε εμείς.

$$E(R_p) = \text{Επιθυμητό Επίπεδο}$$

Σκοπός μας είναι να ελαχιστοποιηθεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, δηλαδή το άθροισμα των κελιών του πίνακα 5.5, μεταβάλλοντας τα ποσοστά συμμετοχής των αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο και τηρώντας τους παραπάνω περιορισμούς. Οπότε ως αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος έχουμε το άθροισμα των κελιών του πίνακα 5.5 και ως μεταβλητές απόφασης τα ποσοστά συμμετοχής των αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο.

6. Η επίλυση του παραπάνω προβλήματος επιτυγχάνεται πολύ εύκολα με την εφαρμογή *Solver* του Excel, ενώ ταυτόχρονα συλλέγουμε τα δεδομένα για την απεικόνιση του αποδοτικού συνόρου. Ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

- Προσδιορισμός του χαρτοφυλακίου με τη μικρότερη διακύμανση (*MVP-Minimum Variance Portfolio*), δηλαδή του χαρτοφυλακίου του κάτω άκρου του αποδοτικού συνόρου. Στην καρτέλα "Data" επιλέγουμε το εργαλείο "Solver" και μας εμφανίζεται ένα παράθυρο όπου επιλέγουμε την ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου. Για το *Αποδοτικό Σύνορο Με Περιορισμούς στις θέσεις πώλησης*, βάζουμε τους περιορισμούς i και ii. Για το *Αποδοτικό Σύνορο Χωρίς Περιορισμούς*, βάζουμε μόνο τον περιορισμό ii. Κοινό στοιχείο

είναι ότι σε αυτό το βήμα και για τα δύο αποδοτικά σύνορα δεν βάζουμε τον περιορισμό iii.

- Προσδιορισμός του χαρτοφυλακίου που αποτελείται από το αξιόγραφο με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση σε ποσοστό συμμετοχής 100%. Αυτό θα είναι και το άνω άκρο του αποδοτικού μας συνόρου.
- Προσδιορισμός του βήματος σύμφωνα με το οποίο κάθε φορά θα αυξάνουμε το Επιθυμητό Επίπεδο απόδοσης του χαρτοφυλακίου, δηλαδή θα μεταβάλλουμε τον περιορισμό iii και θα καλούμε πάλι το Solver για να μας βρει το νέο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Το βήμα ισούται με:

$$\text{βήμα επιθυμητής απόδοσης} = \frac{R_{\text{άνω άκρου}} - R_{\text{κάτω άκρου}}}{\text{Επιθυμητός αριθμός αποδοτικών χαρτοφυλάκιων}}$$

Στην περίπτωση μας ισχύει:

$$\text{βήμα επιθυμητής απόδοσης} = \frac{0,36 - 0,03}{33} = 0,01$$

- Προσδιορισμός όλων των χαρτοφυλακίων του αποδοτικού συνόρου. Καλούμε το Solver να ελαχιστοποιήσει τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου, μεταβάλλοντας τα ποσοστά συμμετοχής των αξιογράφων για κάθε νέο Επιθυμητό Επίπεδο Απόδοσης που προκύπτει από το προηγούμενο Επιθυμητό Επίπεδο Απόδοσης, αν προσθέσουμε το βήμα επιθυμητής απόδοσης που υπολογίσαμε προηγουμένως (0,01).

7. Σχεδιασμός των αποδοτικών συνόρων. Έχοντας προσδιορίσει την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση των 33 αποδοτικών χαρτοφυλακίων, σχεδιάζουμε τα αποδοτικά σύνορα με αλλά και χωρίς περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης.

Ο πίνακας 5.6 (Πίνακας Α) που ακολουθεί περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις και τις τυπικές αποκλίσεις των αποδοτικών χαρτοφυλακίων χωρίς περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης, καθώς επίσης και τα ποσοστά συμμετοχής των 15 μετοχών των εταιρειών σε αυτά τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Ο πίνακας 5.7 (Πίνακας Β) περιέχει τα ποσοστά συμμετοχής των υπόλοιπων 15 εταιρειών στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια.

Από την άλλη οι πίνακες 5.8 και 5.9 έχουν τα αντίστοιχα περιεχόμενα με τους πίνακες 5.6 και 5.7 αλλά για τα αποδοτικά σύνορα με περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης.

$E(R_p)$	$\sigma_p$	WRN	WGB	VCP	ULVR	TRT	RBS	HSBA	JESC	WKP	AIS	VER	AMS	SBS	SN.	SKP
0,03	1,3661	0,0222	-0,0001	0,0345	0,1038	-0,0086	-0,0453	0,0465	-0,0573	0,0364	0,4987	0,0110	0,0335	0,0120	0,0510	0,0031
0,04	1,3664	0,0208	0,0007	0,0347	0,1047	-0,0089	-0,0460	0,0459	-0,0538	0,0353	0,4999	0,0093	0,0343	0,0111	0,0525	0,0022
0,05	1,3683	0,0188	0,0018	0,0350	0,1056	-0,0092	-0,0469	0,0457	-0,0491	0,0338	0,5009	0,0069	0,0355	0,0100	0,0545	0,0011
0,06	1,3716	0,0169	0,0029	0,0353	0,1067	-0,0096	-0,0478	0,0451	-0,0444	0,0323	0,5023	0,0046	0,0366	0,0089	0,0566	-0,0001
0,07	1,3764	0,0149	0,0039	0,0354	0,1078	-0,0099	-0,0488	0,0447	-0,0398	0,0307	0,5036	0,0023	0,0377	0,0077	0,0587	-0,0013
0,08	1,3826	0,0129	0,0050	0,0357	0,1088	-0,0103	-0,0497	0,0442	-0,0351	0,0292	0,5050	-0,0001	0,0388	0,0066	0,0608	-0,0024
0,09	1,3903	0,0110	0,0061	0,0360	0,1099	-0,0106	-0,0506	0,0436	-0,0304	0,0277	0,5064	-0,0024	0,0399	0,0054	0,0629	-0,0036
0,1	1,3994	0,0090	0,0072	0,0363	0,1110	-0,0110	-0,0515	0,0431	-0,0256	0,0262	0,5077	-0,0047	0,0410	0,0043	0,0650	-0,0048
0,11	1,4099	0,0071	0,0082	0,0365	0,1120	-0,0113	-0,0524	0,0426	-0,0209	0,0247	0,5091	-0,0071	0,0421	0,0032	0,0671	-0,0060
0,12	1,4217	0,0051	0,0093	0,0368	0,1131	-0,0117	-0,0533	0,0421	-0,0162	0,0232	0,5105	-0,0094	0,0432	0,0020	0,0691	-0,0071
0,13	1,4349	0,0031	0,0104	0,0371	0,1142	-0,0120	-0,0543	0,0416	-0,0115	0,0217	0,5119	-0,0117	0,0443	0,0009	0,0712	-0,0083
0,14	1,4493	0,0012	0,0115	0,0373	0,1152	-0,0124	-0,0552	0,0411	-0,0068	0,0201	0,5132	-0,0140	0,0454	-0,0002	0,0733	-0,0095
0,15	1,4650	-0,0008	0,0125	0,0376	0,1163	-0,0127	-0,0561	0,0405	-0,0021	0,0186	0,5146	-0,0164	0,0465	-0,0014	0,0754	-0,0106
0,16	1,4819	-0,0027	0,0136	0,0379	0,1174	-0,0131	-0,0570	0,0400	0,0026	0,0171	0,5160	-0,0187	0,0476	-0,0025	0,0775	-0,0118
0,17	1,5000	-0,0047	0,0147	0,0381	0,1184	-0,0134	-0,0579	0,0395	0,0073	0,0156	0,5173	-0,0210	0,0487	-0,0036	0,0796	-0,0130
0,18	1,5192	-0,0067	0,0158	0,0384	0,1195	-0,0138	-0,0588	0,0390	0,0120	0,0141	0,5187	-0,0234	0,0498	-0,0048	0,0817	-0,0142
0,19	1,5395	-0,0086	0,0169	0,0387	0,1206	-0,0142	-0,0597	0,0385	0,0167	0,0126	0,5201	-0,0257	0,0509	-0,0059	0,0838	-0,0153
0,2	1,5608	-0,0106	0,0179	0,0389	0,1216	-0,0145	-0,0606	0,0380	0,0215	0,0111	0,5214	-0,0280	0,0520	-0,0071	0,0858	-0,0165
0,21	1,5832	-0,0126	0,0190	0,0392	0,1227	-0,0149	-0,0616	0,0375	0,0262	0,0095	0,5228	-0,0304	0,0531	-0,0082	0,0879	-0,0177
0,22	1,6065	-0,0145	0,0201	0,0395	0,1237	-0,0152	-0,0625	0,0369	0,0309	0,0080	0,5242	-0,0327	0,0542	-0,0093	0,0900	-0,0188
0,23	1,6307	-0,0165	0,0212	0,0397	0,1248	-0,0156	-0,0634	0,0364	0,0356	0,0065	0,5256	-0,0350	0,0553	-0,0105	0,0921	-0,0200
0,24	1,6557	-0,0184	0,0222	0,0400	0,1259	-0,0159	-0,0643	0,0359	0,0403	0,0050	0,5269	-0,0373	0,0564	-0,0116	0,0942	-0,0212
0,25	1,6817	-0,0204	0,0233	0,0403	0,1269	-0,0163	-0,0652	0,0354	0,0450	0,0035	0,5283	-0,0397	0,0575	-0,0127	0,0963	-0,0224
0,26	1,7084	-0,0224	0,0244	0,0406	0,1280	-0,0166	-0,0661	0,0349	0,0497	0,0020	0,5297	-0,0420	0,0586	-0,0139	0,0984	-0,0235
0,27	1,7359	-0,0243	0,0255	0,0408	0,1291	-0,0170	-0,0670	0,0344	0,0544	0,0005	0,5310	-0,0443	0,0597	-0,0150	0,1005	-0,0247
0,28	1,7641	-0,0263	0,0265	0,0411	0,1301	-0,0173	-0,0680	0,0339	0,0591	-0,0011	0,5324	-0,0467	0,0608	-0,0162	0,1025	-0,0259
0,29	1,7930	-0,0282	0,0276	0,0414	0,1312	-0,0177	-0,0689	0,0333	0,0638	-0,0026	0,5338	-0,0490	0,0619	-0,0173	0,1046	-0,0271
0,3	1,8225	-0,0302	0,0287	0,0416	0,1323	-0,0180	-0,0698	0,0328	0,0686	-0,0041	0,5352	-0,0513	0,0630	-0,0184	0,1067	-0,0282

0,31	1,8527	-0,0322	0,0298	0,0419	0,1333	-0,0184	-0,0707	0,0323	0,0733	-0,0056	0,5365	-0,0537	0,0641	-0,0196	0,1088	-0,0294
0,32	1,8835	-0,0341	0,0308	0,0422	0,1344	-0,0187	-0,0716	0,0318	0,0780	-0,0071	0,5379	-0,0560	0,0652	-0,0207	0,1109	-0,0306
0,33	1,9149	-0,0361	0,0319	0,0424	0,1355	-0,0191	-0,0725	0,0313	0,0827	-0,0086	0,5393	-0,0583	0,0663	-0,0218	0,1130	-0,0317
0,34	1,9468	-0,0380	0,0330	0,0427	0,1365	-0,0194	-0,0734	0,0308	0,0874	-0,0101	0,5406	-0,0606	0,0674	-0,0230	0,1151	-0,0329
0,35	1,9792	-0,0400	0,0341	0,0430	0,1377	-0,0198	-0,0744	0,0305	0,0918	-0,0117	0,5419	-0,0630	0,0684	-0,0241	0,1172	-0,0341
0,36	2,0121	-0,0420	0,0352	0,0432	0,1387	-0,0201	-0,0753	0,0298	0,0968	-0,0132	0,5434	-0,0653	0,0696	-0,0253	0,1192	-0,0353

Πίνακας 5.6: Το αποδοτικό σύνορο χωρίς περιορισμούς (Πίνακας Α)

$E(R_p)$	$\sigma_p$	LRD	KIE	LTC	MACF	PNA	ALL	BVM	CCC	IMG	SGE	VOD	BT.A	CWC	TEP	KCOM
0,03	1,3661	0,0090	0,0246	0,0318	0,0459	0,0431	0,0140	0,0093	0,0114	-0,0109	-0,0195	0,0882	-0,0076	-0,0092	0,0166	0,0118
0,04	1,3664	0,0092	0,0266	0,0328	0,0447	0,0420	0,0143	0,0090	0,0108	-0,0103	-0,0196	0,0877	-0,0083	-0,0105	0,0183	0,0106
0,05	1,3683	0,0094	0,0295	0,0342	0,0430	0,0405	0,0147	0,0087	0,0098	-0,0095	-0,0196	0,0870	-0,0093	-0,0124	0,0206	0,0092
0,06	1,3716	0,0097	0,0323	0,0356	0,0413	0,0390	0,0150	0,0083	0,0089	-0,0087	-0,0197	0,0862	-0,0103	-0,0143	0,0230	0,0077
0,07	1,3764	0,0099	0,0352	0,0369	0,0397	0,0375	0,0154	0,0080	0,0080	-0,0080	-0,0198	0,0855	-0,0113	-0,0162	0,0253	0,0062
0,08	1,3826	0,0102	0,0380	0,0383	0,0380	0,0360	0,0158	0,0076	0,0070	-0,0072	-0,0199	0,0848	-0,0123	-0,0181	0,0276	0,0047
0,09	1,3903	0,0105	0,0408	0,0397	0,0363	0,0345	0,0162	0,0072	0,0061	-0,0064	-0,0200	0,0841	-0,0133	-0,0200	0,0299	0,0032
0,1	1,3994	0,0108	0,0436	0,0411	0,0345	0,0330	0,0165	0,0068	0,0052	-0,0056	-0,0201	0,0834	-0,0143	-0,0218	0,0322	0,0017
0,11	1,4099	0,0110	0,0464	0,0424	0,0328	0,0315	0,0169	0,0065	0,0043	-0,0048	-0,0202	0,0827	-0,0153	-0,0237	0,0345	0,0002
0,12	1,4217	0,0113	0,0492	0,0438	0,0311	0,0300	0,0173	0,0061	0,0033	-0,0040	-0,0203	0,0820	-0,0163	-0,0256	0,0368	-0,0013
0,13	1,4349	0,0116	0,0520	0,0452	0,0294	0,0285	0,0176	0,0057	0,0024	-0,0032	-0,0204	0,0812	-0,0173	-0,0275	0,0392	-0,0028
0,14	1,4493	0,0118	0,0548	0,0466	0,0277	0,0270	0,0180	0,0053	0,0015	-0,0025	-0,0205	0,0805	-0,0183	-0,0293	0,0415	-0,0043
0,15	1,4650	0,0121	0,0576	0,0479	0,0260	0,0255	0,0184	0,0050	0,0005	-0,0017	-0,0206	0,0798	-0,0193	-0,0312	0,0438	-0,0058
0,16	1,4819	0,0124	0,0604	0,0493	0,0243	0,0240	0,0187	0,0046	-0,0004	-0,0009	-0,0207	0,0791	-0,0203	-0,0331	0,0461	-0,0073
0,17	1,5000	0,0126	0,0632	0,0507	0,0226	0,0225	0,0191	0,0042	-0,0013	-0,0001	-0,0208	0,0784	-0,0213	-0,0350	0,0484	-0,0088
0,18	1,5192	0,0129	0,0660	0,0521	0,0209	0,0210	0,0195	0,0038	-0,0023	0,0007	-0,0208	0,0777	-0,0223	-0,0368	0,0507	-0,0103
0,19	1,5395	0,0132	0,0688	0,0534	0,0192	0,0195	0,0198	0,0035	-0,0032	0,0015	-0,0209	0,0770	-0,0233	-0,0387	0,0531	-0,0118

0,2	1,5608	0,0135	0,0716	0,0548	0,0175	0,0180	0,0202	0,0031	-0,0041	0,0023	-0,0210	0,0762	-0,0243	-0,0406	0,0554	-0,0133
0,21	1,5832	0,0137	0,0744	0,0562	0,0158	0,0165	0,0206	0,0027	-0,0051	0,0030	-0,0211	0,0755	-0,0253	-0,0425	0,0577	-0,0148
0,22	1,6065	0,0140	0,0771	0,0576	0,0141	0,0150	0,0209	0,0023	-0,0060	0,0038	-0,0212	0,0748	-0,0263	-0,0443	0,0600	-0,0163
0,23	1,6307	0,0143	0,0799	0,0590	0,0124	0,0135	0,0213	0,0020	-0,0069	0,0046	-0,0213	0,0741	-0,0273	-0,0462	0,0623	-0,0178
0,24	1,6557	0,0145	0,0827	0,0603	0,0107	0,0120	0,0217	0,0016	-0,0079	0,0054	-0,0214	0,0734	-0,0283	-0,0481	0,0646	-0,0193
0,25	1,6817	0,0148	0,0855	0,0617	0,0090	0,0105	0,0220	0,0012	-0,0088	0,0062	-0,0215	0,0727	-0,0293	-0,0500	0,0670	-0,0208
0,26	1,7084	0,0151	0,0883	0,0631	0,0073	0,0090	0,0224	0,0008	-0,0097	0,0070	-0,0216	0,0720	-0,0303	-0,0518	0,0693	-0,0223
0,27	1,7359	0,0154	0,0911	0,0645	0,0056	0,0075	0,0228	0,0004	-0,0107	0,0078	-0,0217	0,0713	-0,0313	-0,0537	0,0716	-0,0238
0,28	1,7641	0,0156	0,0939	0,0658	0,0039	0,0060	0,0231	0,0001	-0,0116	0,0086	-0,0218	0,0705	-0,0323	-0,0556	0,0739	-0,0253
0,29	1,7930	0,0159	0,0967	0,0672	0,0021	0,0045	0,0235	-0,0003	-0,0125	0,0093	-0,0219	0,0698	-0,0333	-0,0575	0,0762	-0,0268
0,3	1,8225	0,0162	0,0995	0,0686	0,0004	0,0030	0,0239	-0,0007	-0,0134	0,0101	-0,0220	0,0691	-0,0343	-0,0593	0,0785	-0,0283
0,31	1,8527	0,0164	0,1023	0,0700	-0,0013	0,0015	0,0242	-0,0011	-0,0144	0,0109	-0,0221	0,0684	-0,0353	-0,0612	0,0808	-0,0298
0,32	1,8835	0,0167	0,1051	0,0714	-0,0030	0,0000	0,0246	-0,0014	-0,0153	0,0117	-0,0222	0,0677	-0,0363	-0,0631	0,0832	-0,0313
0,33	1,9149	0,0170	0,1079	0,0727	-0,0047	-0,0015	0,0250	-0,0018	-0,0162	0,0125	-0,0223	0,0670	-0,0373	-0,0650	0,0855	-0,0328
0,34	1,9468	0,0172	0,1107	0,0741	-0,0064	-0,0030	0,0253	-0,0022	-0,0172	0,0133	-0,0223	0,0663	-0,0383	-0,0668	0,0878	-0,0343
0,35	1,9792	0,0175	0,1136	0,0755	-0,0081	-0,0044	0,0256	-0,0026	-0,0182	0,0141	-0,0225	0,0656	-0,0393	-0,0687	0,0901	-0,0358
0,36	2,0121	0,0178	0,1163	0,0769	-0,0098	-0,0060	0,0261	-0,0029	-0,0190	0,0149	-0,0225	0,0648	-0,0403	-0,0706	0,0924	-0,0373

Πίνακας 5.7: Το αποδοτικό σύνορο χωρίς περιορισμούς (Πίνακας Β)

$E(R_p)$	$\sigma_p$	WRN	WGB	VCP	ULVR	TRT	RBS	HSBA	JESC	WKP	AIS	VER	AMS	SBS	SN.	SKP
0,03	1,4295	0,0174	0,0000	0,0229	0,1041	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0300	0,5085	0,0081	0,0304	0,0085	0,0464	0,0000
0,04	1,4313	0,0140	0,0013	0,0235	0,1067	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0272	0,5098	0,0034	0,0321	0,0063	0,0496	0,0000
0,05	1,4350	0,0114	0,0029	0,0240	0,1086	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0249	0,5110	0,0000	0,0336	0,0046	0,0521	0,0000
0,06	1,4412	0,0073	0,0048	0,0244	0,1108	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0215	0,5129	0,0000	0,0350	0,0019	0,0558	0,0000
0,07	1,4505	0,0029	0,0064	0,0249	0,1130	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0179	0,5149	0,0000	0,0366	0,0000	0,0596	0,0000
0,08	1,4631	0,0000	0,0080	0,0249	0,1155	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0133	0,5161	0,0000	0,0381	0,0000	0,0641	0,0000
0,09	1,4803	0,0000	0,0099	0,0243	0,1183	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0073	0,5155	0,0000	0,0394	0,0000	0,0700	0,0000
0,1	1,5025	0,0000	0,0117	0,0238	0,1215	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0013	0,5141	0,0000	0,0408	0,0000	0,0763	0,0000
0,11	1,5298	0,0000	0,0131	0,0230	0,1241	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5113	0,0000	0,0423	0,0000	0,0828	0,0000
0,12	1,5626	0,0000	0,0140	0,0212	0,1269	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5043	0,0000	0,0439	0,0000	0,0896	0,0000
0,13	1,6051	0,0000	0,0123	0,0151	0,1280	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4731	0,0000	0,0470	0,0000	0,0981	0,0000
0,14	1,6642	0,0000	0,0089	0,0062	0,1299	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4265	0,0000	0,0496	0,0000	0,1072	0,0000
0,15	1,7394	0,0000	0,0052	0,0000	0,1313	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3782	0,0000	0,0519	0,0000	0,1159	0,0000
0,16	1,8295	0,0000	0,0010	0,0000	0,1318	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3257	0,0000	0,0538	0,0000	0,1240	0,0000
0,17	1,9328	0,0000	0,0000	0,0000	0,1317	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2712	0,0000	0,0554	0,0000	0,1319	0,0000
0,18	2,0474	0,0000	0,0000	0,0000	0,1313	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2161	0,0000	0,0572	0,0000	0,1399	0,0000
0,19	2,1716	0,0000	0,0000	0,0000	0,1310	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1609	0,0000	0,0589	0,0000	0,1479	0,0000
0,2	2,3038	0,0000	0,0000	0,0000	0,1306	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1058	0,0000	0,0606	0,0000	0,1559	0,0000
0,21	2,4428	0,0000	0,0000	0,0000	0,1303	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0507	0,0000	0,0623	0,0000	0,1638	0,0000
0,22	2,5874	0,0000	0,0000	0,0000	0,1271	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0634	0,0000	0,1707	0,0000
0,23	2,7465	0,0000	0,0000	0,0000	0,0888	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0554	0,0000	0,1693	0,0000
0,24	2,9244	0,0000	0,0000	0,0000	0,0507	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0474	0,0000	0,1673	0,0000
0,25	3,1177	0,0000	0,0000	0,0000	0,0126	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0392	0,0000	0,1652	0,0000
0,26	3,3256	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0250	0,0000	0,1495	0,0000
0,27	3,5507	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0077	0,0000	0,1270	0,0000
0,28	3,7906	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0998	0,0000
0,29	4,0451	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0688	0,0000
0,3	4,3118	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0379	0,0000

0,31	4,5887	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0069	0,0000
0,32	4,8790	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,33	5,1981	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,34	5,5424	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,35	5,9076	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,36	6,2900	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Πίνακας 5.8: Το αποδοτικό σύνορο με περιορισμούς (Πίνακας Α)

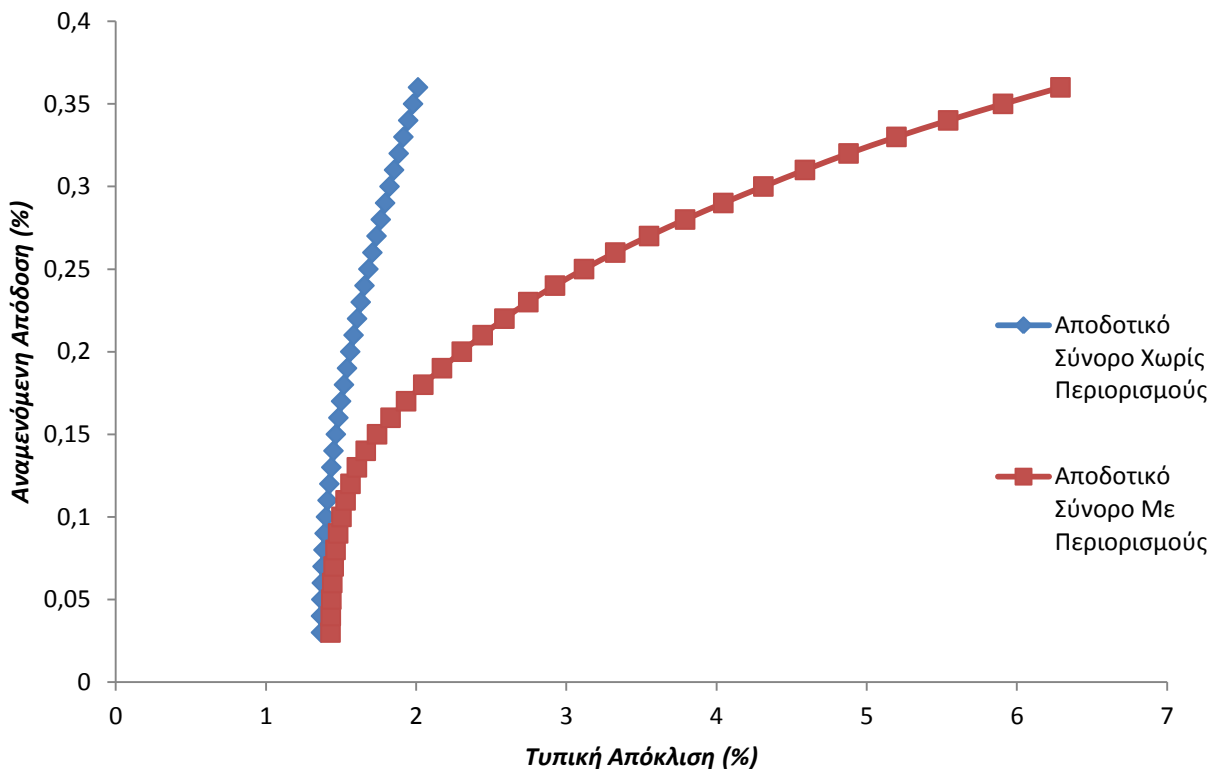
$E(R_p)$	$\sigma_p$	LRD	KIE	LTC	MACF	PNA	ALL	BVM	CCC	IMG	SGE	VOD	BT.A	CWC	TEP	KCOM
0,03	1,4295	0,0000	0,0045	0,0304	0,0477	0,0368	0,0115	0,0012	0,0114	0,0000	0,0000	0,0661	0,0000	0,0000	0,0139	0,0000
0,04	1,4313	0,0000	0,0106	0,0335	0,0443	0,0346	0,0117	0,0007	0,0097	0,0000	0,0000	0,0630	0,0000	0,0000	0,0180	0,0000
0,05	1,4350	0,0000	0,0152	0,0357	0,0415	0,0328	0,0118	0,0002	0,0081	0,0000	0,0000	0,0605	0,0000	0,0000	0,0210	0,0000
0,06	1,4412	0,0000	0,0207	0,0379	0,0377	0,0296	0,0115	0,0000	0,0062	0,0000	0,0000	0,0565	0,0000	0,0000	0,0255	0,0000
0,07	1,4505	0,0000	0,0263	0,0403	0,0335	0,0263	0,0112	0,0000	0,0039	0,0000	0,0000	0,0524	0,0000	0,0000	0,0301	0,0000
0,08	1,4631	0,0000	0,0328	0,0432	0,0280	0,0218	0,0108	0,0000	0,0007	0,0000	0,0000	0,0469	0,0000	0,0000	0,0357	0,0000
0,09	1,4803	0,0000	0,0406	0,0472	0,0214	0,0158	0,0099	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0382	0,0000	0,0000	0,0422	0,0000
0,1	1,5025	0,0000	0,0481	0,0513	0,0147	0,0097	0,0089	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0291	0,0000	0,0000	0,0486	0,0000
0,11	1,5298	0,0000	0,0555	0,0553	0,0071	0,0029	0,0079	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0189	0,0000	0,0000	0,0559	0,0000
0,12	1,5626	0,0000	0,0637	0,0601	0,0000	0,0000	0,0058	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0054	0,0000	0,0000	0,0651	0,0000
0,13	1,6051	0,0000	0,0759	0,0692	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0811	0,0000
0,14	1,6642	0,0000	0,0902	0,0803	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1013	0,0000
0,15	1,7394	0,0000	0,1046	0,0912	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1217	0,0000
0,16	1,8295	0,0000	0,1191	0,1018	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1427	0,0000
0,17	1,9328	0,0000	0,1335	0,1123	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1640	0,0000

0,18	2,0474	0,0000	0,1476	0,1226	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1853	0,0000
0,19	2,1716	0,0000	0,1617	0,1329	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2067	0,0000
0,2	2,3038	0,0000	0,1759	0,1432	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2280	0,0000
0,21	2,4428	0,0000	0,1900	0,1535	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2494	0,0000
0,22	2,5874	0,0000	0,2043	0,1624	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2721	0,0000
0,23	2,7465	0,0000	0,2209	0,1560	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3096	0,0000
0,24	2,9244	0,0000	0,2376	0,1499	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3471	0,0000
0,25	3,1177	0,0000	0,2543	0,1440	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3846	0,0000
0,26	3,3256	0,0000	0,2668	0,1304	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4283	0,0000
0,27	3,5507	0,0000	0,2772	0,1130	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4751	0,0000
0,28	3,7906	0,0000	0,2857	0,0910	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5236	0,0000
0,29	4,0451	0,0000	0,2926	0,0652	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5734	0,0000
0,3	4,3118	0,0000	0,2995	0,0394	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6232	0,0000
0,31	4,5887	0,0000	0,3064	0,0136	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6730	0,0000
0,32	4,8790	0,0000	0,2667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7333	0,0000
0,33	5,1981	0,0000	0,2000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8000	0,0000
0,34	5,5424	0,0000	0,1333	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8667	0,0000
0,35	5,9076	0,0000	0,0667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,9333	0,0000
0,36	6,2900	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000

Πίνακας 5.9: Το αποδοτικό σύνορο με περιορισμούς (Πίνακας Β)



Το σχήμα που ακολουθεί απεικονίζει τα αποδοτικά σύνορα με και χωρίς περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης.



**Σχήμα 5.1: Τα αποδοτικά σύνορα με και χωρίς περιορισμούς**

Όπως παρατηρούμε από το παραπάνω σχήμα, το αποδοτικό σύνορο χωρίς περιορισμούς υπερτερεί παντού, γεγονός που δείχνει ότι όταν προστίθενται περιορισμοί τότε αυτοί μπορεί να έχουν μεγάλο κόστος. Για ίση αναμενόμενη απόδοση το αποδοτικό σύνορο χωρίς περιορισμούς παρουσιάζει χαρτοφυλάκια με μικρότερο κίνδυνο από αυτά του αποδοτικού συνόρου με περιορισμούς. Π.χ. για αναμενόμενη απόδοση ίση με 0,36% το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο χωρίς περιορισμούς έχει τυπική απόκλιση 2,01%, ενώ το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο με περιορισμούς έχει τυπική απόκλιση 6,29%.

Ο ενδιαφερόμενος επενδυτής θα επιλέξει εκείνο το χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται πάνω στα αποδοτικά σύνορα και που του μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του (βλ. παράγραφο 2.10). Αν υποθέσουμε ότι η καμπύλη αδιαφορίας του ενδιαφερόμενου επενδυτή, η οποία αντικατοπτρίζει τις ιδιαίτερες προτιμήσεις του ως προς τον κίνδυνο και την απόδοση, εφάπτεται στο χαρτοφυλάκιο του αποδοτικού συνόρου χωρίς περιορισμούς με αναμενόμενη

απόδοση 0,35% και τυπική απόκλιση 1,98%, τότε ο επενδυτής θα επιλέξει αυτό το χαρτοφυλάκιο και θα αναμένει (έχουμε 51 εβδομαδιαίες παρατηρήσεις τιμών των μετοχών το χρόνο):

$$\text{Προσδοκώμενη Ετήσια Αναμενόμενη Απόδοση} = 51 * 0,35\% = 17,85\%$$

με

$$\text{Προσδοκώμενη Ετήσια Τυπική Απόκλιση} = \sqrt{51} * 1,98\% = 14,14\%$$

Στην περίπτωση που ο επενδυτής επιθυμεί να επενδύσει και σε αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου (*risk-free assets*), όπως είναι τα βρετανικά ομόλογα δεκαετούς ωρίμανσης (*10y UK Government Bonds*), τότε το αποδοτικό μέτωπο μεταβάλλεται. Ο μέσος όρος της ετήσιας απόδοσης των δεκαετών ομολόγων του βρετανικού δημοσίου για την περίοδο 2000-2012 είναι 4,26%.<sup>25</sup> Οπότε η εβδομαδιαία απόδοσή τους είναι:  $4,26\%/51 = 0,08\%$ .

Το νέο αποδοτικό σύνορο θα είναι η γραμμή που ξεκινά από το αξιόγραφο χωρίς κίνδυνο, δηλαδή το σημείο του κάθετου άξονα για το οποίο ισχύει  $r_F = 0,08\%$  και  $\sigma_F = 0\%$ , και εφάπτεται στο παλαιό αποδοτικό μέτωπο στο χαρτοφυλάκιο M για το οποίο μεγιστοποιείται η σχέση 2-24:

$$\text{Max: } S = \frac{E(R_p) - r_F}{\sigma_p} \quad \text{Σχέση 5-3}$$

Οπότε χρησιμοποιώντας το Solver του Excel μεγιστοποιούμε την παραπάνω σχέση, ώστε να βρούμε το χαρτοφυλάκιο M για τις περιπτώσεις των αποδοτικών συνόρων με και χωρίς περιορισμούς.

### Αποδοτικό Σύνορο με περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης

Ως αντικειμενική συνάρτηση έχουμε την σχέση 5-3. Οι μεταβλητές απόφασης είναι τα ποσοστά συμμετοχής των 30 αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Οι περιορισμοί που έχουμε είναι:

$$\sum_{i=1}^{30} W_i = 1 \quad \text{και} \quad W_i \geq 0$$

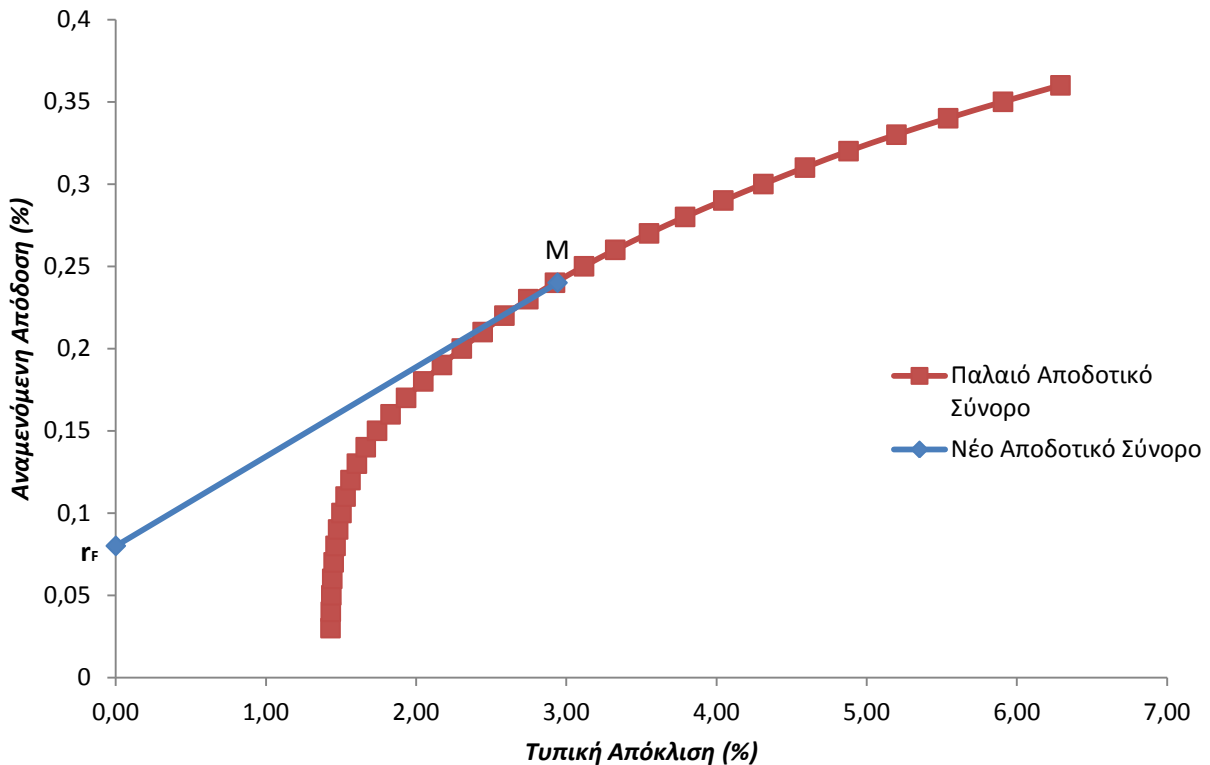
<sup>25</sup>

<http://www.bankofengland.co.uk/boeapps/iadb/index.asp?first=yes&SectionRequired=I&HideNums=-1&ExtraInfo=true&Travel=NlxlRx>

Τα αποτελέσματα του Solver είναι:

$$S_{max} = 0,05, E(R_M) = 0,24\% \text{ και } \sigma_M = 2,94\%$$

Το νέο αποδοτικό μέτωπο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα 5.2:** Το νέο Αποδοτικό Σύνορο με περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης

Ανάλογα με τη διάθεση που έχει ο ενδιαφερόμενος επενδυτής απέναντι στον κίνδυνο και την απόδοση, θα επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο πάνω στο νέο αποδοτικό σύνορο. Τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται κοντά στο αριστερό άκρο της καμπύλης του νέου αποδοτικού συνόρου δείχνουν μια πιο αμυντική στάση του επενδυτή, αφού αντιπροσωπεύουν χαρτοφυλάκια με μεγάλο ποσοστό συμμετοχής των "ακίνδυνων" βρετανικών ομολόγων. Αντίθετα τα χαρτοφυλάκια που πλησιάζουν στο χαρτοφυλάκιο M περιλαμβάνουν μικρότερο ποσοστό συμμετοχής των ομολόγων, οπότε θεωρούνται λιγότερο αμυντικά.

### **Αποδοτικό Σύνορο Χωρίς περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης**

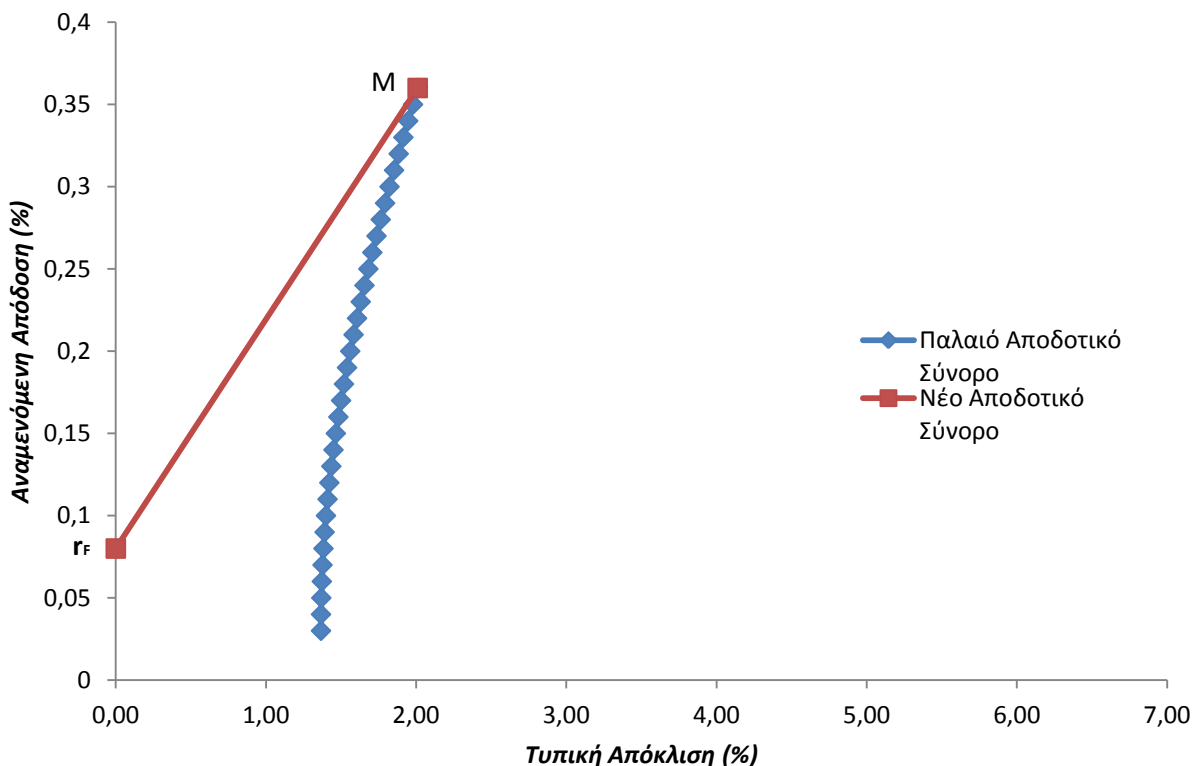
Ξανά, ως αντικειμενική συνάρτηση έχουμε την σχέση 5-3. Οι μεταβλητές απόφασης είναι τα ποσοστά συμμετοχής των 30 αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Οι περιορισμοί όμως για το Solver αλλάζουν τώρα. Επειδή επιτρέπονται οι πωλήσεις, ο περιορισμός  $W_i \geq 0$  δεν υπάρχει αλλά υπάρχει ο περιορισμός η αναμενόμενη απόδοση να μην ξεπεράσει το 0,36%, πράγμα εφικτό, όταν επιτρέπονται οι πωλήσεις αλλά ανέφικτο, όταν δεν επιτρέπονται οι πωλήσεις. Προκειμένου να μπορεί να καταστεί περισσότερο εμφανής η σύγκριση μεταξύ των δύο νέων αποδοτικών συνόρων βάζουμε το προαναφερθέν όριο.

$$\sum_{i=1}^{30} W_i = 1 \text{ και } E(R_p) \leq 0,36$$

Τα αποτελέσματα του Solver είναι:

$$S_{max} = 0,14, \quad E(R_M) = 0,36\% \text{ και } \sigma_M = 2,01\%$$

Το νέο αποδοτικό μέτωπο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5.3: Το νέο Αποδοτικό Σύνορο χωρίς περιορισμούς ως προς τις θέσεις πώλησης

Συγκρίνοντας τα σχήματα 5.2 και 5.3 είναι εμφανές ότι η καμπύλη του νέου αποδοτικού συνόρου χωρίς περιορισμούς είναι προτιμητέα, αφού προσφέρει καλύτερους συνδυασμούς απόδοσης και κινδύνου. Βέβαια αυτό είναι αποτέλεσμα της υπεροχής του παλαιού αποδοτικού μετώπου χωρίς περιορισμούς έναντι του παλαιού αποδοτικού μετώπου με περιορισμούς. Αξίζει εδώ να παρατηρήσουμε ότι το νέο αποδοτικό σύνορο του σχήματος 5.3 είναι πολύ πιο απότομο από αυτό του σχήματος 5.2, αφού έχει μεγαλύτερη κλίση ( $S_{\max\_5.3} = 0,14$ ) > ( $S_{\max\_5.2} = 0,05$ ). Εναλλακτικά μπορούμε να πούμε ότι το νέο αποδοτικό σύνορο του σχήματος 5.3 έχει μεγαλύτερο συντελεστή ανταμοιβής προς μεταβλητότητα (*reward-to-variability ratio*) από το νέο αποδοτικό σύνορο του σχήματος 5.2, αφού στην ουσία μας δίνει μεγαλύτερη αύξηση της αναμενόμενης απόδοσης για κάθε μοναδιαία αύξηση της μεταβλητότητας.

Προτείνουμε επομένως στον ενδιαφερόμενο επενδυτή να αποκτήσει κάποιο χαρτοφυλάκιο μεταξύ αυτών που βρίσκονται πάνω στην καμπύλη του νέου αποδοτικού συνόρου του σχήματος 5.3. Η τελική επιλογή εξαρτάται από την προσωπική διάθεση του επενδυτή απέναντι στον κίνδυνο, δηλαδή εξαρτάται από το ποιο χαρτοφυλάκιο μεγιστοποιεί την χρησιμότητά του. Από την άλλη, αν για κάποιο λόγο δεν επιτρέπονται οι πωλήσεις στο χρηματιστήριο του Λονδίνου, ο επενδυτής θα πρέπει αναγκαστικά να επιλέξει κάποιο χαρτοφυλάκιο από την καμπύλη του νέου αποδοτικού συνόρου του σχήματος 5.2. Παρακάτω δίνουμε ένα παράδειγμα και για τις δύο προαναφερθείσες περιπτώσεις.

Αρχικά ο επενδυτής πρέπει να αξιολογήσει την ανοχή του απέναντι στον κίνδυνο, δηλαδή να εκτιμήσει τον δικό του συντελεστή  $A$  (βλ. παράγραφο 2.10.2). Ας πάρουμε για παράδειγμα έναν επενδυτή με μέτρια ανεκτικότητα προς τον κίνδυνο για τον οποίο ισχύει ότι  $A = 3$ . Χρησιμοποιώντας το Solver πρέπει να μεγιστοποιήσουμε την αντικειμενική συνάρτηση που δίνει η σχέση 2-25. Ως μεταβλητή απόφασης έχουμε το ποσοστό συμμετοχής  $w$  του χαρτοφυλακίου  $M$  στην τελική επένδυση για το οποίο ισχύει ότι  $0 \leq w \leq 1$ , δηλαδή εξετάζουμε την περίπτωση που ο επενδυτής δανείζει και όχι την περίπτωση που ο επενδυτής μπορεί να δανειστεί για να επενδύσει. Στην τελευταία περίπτωση το επιτόκιο δανεισμού του επενδυτή θα ήταν πολύ υψηλότερο από το επιτόκιο των βρετανικών δεκαετών ομολόγων.

Συνεπώς για την περίπτωση που **επιτρέπονται οι πωλήσεις**, έχουμε:

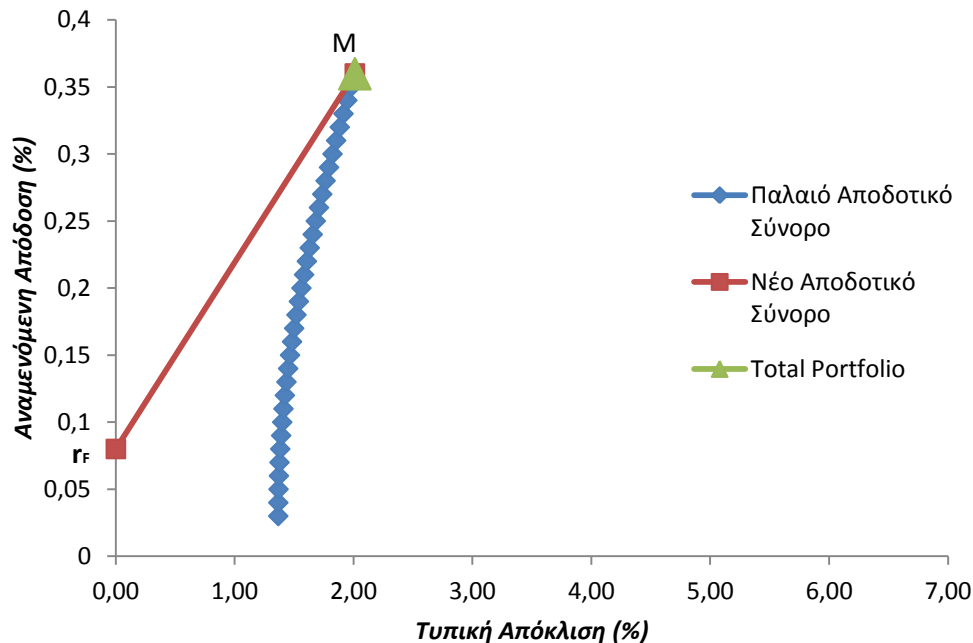
$$\begin{aligned} \text{Max}U &= r_F + w(E(R_M) - r_F) - 0,005Aw^2\sigma_M^2 = \\ &= 0,08 + w(0,36 - 0,08) - 0,005 \times 3 \times w^2 \times 2,01^2 \end{aligned}$$

με περιορισμούς:  $w \geq 0$  και  $w \leq 1$ .

Καλούμε το Solver και τα αποτελέσματα για το συνολικό χαρτοφυλάκιο (*TP-Total Portfolio*) στο οποίο ο επενδυτής θα πρέπει να επενδύσει είναι:

$$U_{max} = 0,299, w^* = 1, E(R_{TP}) = 0,36\% \text{ και } \sigma_{TP} = 2,01\%$$

Συμπερασματικά προτείνουμε στον επενδυτή με συντελεστή A ίσο με 3, να επενδύσει όλο του το κεφάλαιο στο χαρτοφυλάκιο M της καμπύλης του νέου αποδοτικού συνόρου χωρίς περιορισμούς. Δηλαδή να μην αγοράσει καθόλου βρετανικά ομόλογα. Το παρακάτω σχήμα δείχνει την θέση του χαρτοφυλακίου που επιλέχτηκε.



Σχήμα 5.4: Τελική επιλογή χαρτοφυλακίου (επιτρέπονται οι πωλήσεις)

Στην περίπτωση που **δεν επιτρέπονται οι πωλήσεις**, έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{Max}U &= r_F + w(E(R_M) - r_F) - 0,005Aw^2\sigma_M^2 = \\ &= 0,08 + w(0,24 - 0,08) - 0,005 \times 3 \times w^2 \times 2,94^2 \end{aligned}$$

με περιορισμούς:  $w \geq 0$  και  $w \leq 1$ .

Καλούμε το Solver και τα αποτελέσματα για το συνολικό χαρτοφυλάκιο (TP-Total Portfolio) στο οποίο ο επενδυτής θα πρέπει να επενδύσει είναι:

$$U_{max} = 0,129 \text{ και } w^* = 0,62$$

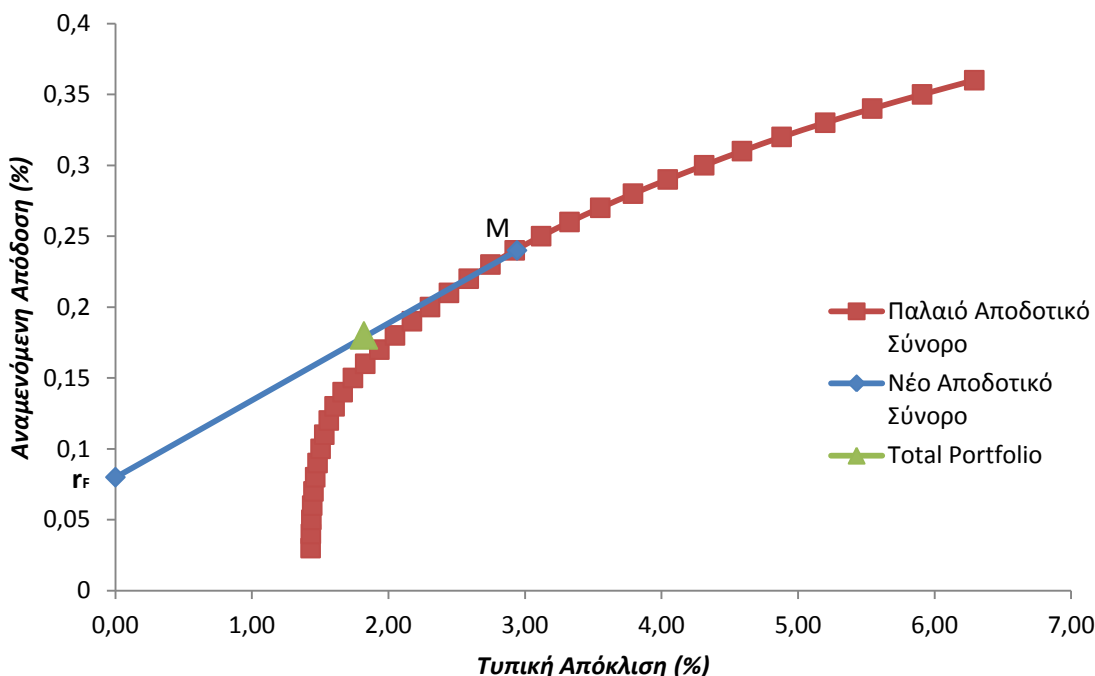
Από τις σχέσεις 2-19 και 2-22 έχουμε:

$$E(R_{TP}) = r_F + w^*(E(R_p) - r_F) = 0,08 + 0,62 * (0,24 - 0,08) = 0,18\%$$

και

$$\sigma_{TP} = w^* \times \sigma_M = 0,62 \times 2,94 = 1,82\%$$

Συνεπώς προτείνουμε στον επενδυτή να επενδύσει το 62% του κεφαλαίου του στο χαρτοφυλάκιο M της καμπύλης του νέου αποδοτικού συνόρου με περιορισμούς. Το υπόλοιπο 38% να το επενδύσει στα βρετανικά ομόλογα δεκαετούς ωρίμανσης. Το παρακάτω σχήμα δείχνει την θέση του χαρτοφυλακίου που επιλέχτηκε.



Σχήμα 5.5: Τελική επιλογή χαρτοφυλακίου (δεν επιτρέπονται οι πωλήσεις)

### 5.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ CAPM

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τη μεθοδολογία και τα αποτελέσματα της εφαρμογής του CAPM σε δεδομένα από το Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου (LSE). Αναζητούμε το βαθμό στον οποίο είναι δυνατή η πρόβλεψη των αποδόσεων των εξεταζόμενων μετοχών, που εμπορεύονται στο LSE, με τη βοήθεια της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Προκειμένου να ελέγξουμε την ισχύ του CAPM θα εξετάσουμε αν το υπόδειγμα της απλής γραμμικής παλινδρόμησης παραβιάζεται, αφού στο τελευταίο βασίζεται η θεωρία του CAPM. Οι υποθέσεις της απλής γραμμικής παλινδρόμησης, που αν

παραβιάζονται δημιουργούν πρόβλημα στην αξιοπιστία των αποτελεσμάτων, είναι οι παρακάτω:

- Το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης ή της αυτοπαλινδρόμησης. Αυτοσυσχέτιση έχουμε όταν οι διακυμάνσεις των διαταρακτικών όρων δεν είναι σταθερές και η συνδιακύμανση όλων των διαταρακτικών όρων δεν ισούται με το μηδέν.
- Το πρόβλημα της μη κανονικότητας της εξαρτημένης μεταβλητής. Στην απλή γραμμική παλινδρόμηση η εξαρτημένη μεταβλητή καθώς και οι εκτιμητές των συντελεστών της παλινδρόμησης κατανέμονται κανονικά. Όταν δεν ισχύει αυτό τότε παρουσιάζεται το προαναφερθέν πρόβλημα.
- Το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας εμφανίζεται όταν οι διαταρακτικοί όροι δεν έχουν την ίδια διακύμανση.
- Το πρόβλημα της εξειδίκευσης του μοντέλου αναφέρεται στην περιγραφή των ερμηνευτικών μεταβλητών αλλά και στη διατύπωση του διαταρακτικού όρου. Επειδή δεν έχουμε κριτήρια σύμφωνα με τα οποία να επιλέγουμε το κατάλληλο μοντέλο, το πρόβλημα της εξειδίκευσης μπορεί να αναφέρεται για παράδειγμα στην παράλειψη μιας ερμηνευτικής μεταβλητής ή στη λάθος επιλογή του μοντέλου προς ανάλυση.

Οι εβδομαδιαίες αποδόσεις των 30 μετοχών καθώς επίσης και του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών του Λονδίνου, FTSE All-Share Index, για την εξεταζόμενη περίοδο 7/1/2000 έως 4/1/2013 υπολογίστηκαν με τον ίδιο τρόπο όπως και στην παράγραφο 5.2. Χρησιμοποιήθηκαν εβδομαδιαίες αποδόσεις των μετοχών και όχι μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα (μηνιαία κλπ.) διότι οι τιμές των βήτα συντελεστών μπορεί να άλλαζαν κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου και έτσι να είχαμε μεροληπτικές εκτιμήσεις των εν λόγω συντελεστών. Επιπλέον αποφύγαμε τις καθημερινές παρατηρήσεις ή οποιαδήποτε άλλα μικρότερα χρονικά διαστήματα, επειδή στις ημερήσιες χρηματιστηριακές τιμές έχουμε έντονη μεταβλητότητα γεγονός που οδηγεί σε ανεπαρκείς εκτιμήσεις αφού τα γραμμικά μοντέλα δεν είναι κατάλληλα στις συνθήκες αυτές. Ως ακίνδυνα αξιόγραφα χρησιμοποιήσαμε τα βρετανικά ομόλογα δεκαετούς ωρίμανσης (*10y UK Government Bonds*).

Με τη βοήθεια του οικονομετρικού πακέτου "**EViews**" εφαρμόσαμε το CAPM και ελέγξαμε την παραβίαση των υποθέσεων του. Αρχικά παλινδρομήσαμε με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων και για όλη την εξεταζόμενη περίοδο, τις υπεραποδόσεις των 30 μετοχών ( $R_{it} - R_{ft}$ ) που αποτελούν και τις εξαρτημένες μεταβλητές της έρευνάς μας, με την υπεραπόδοση της ανεξάρτητης μεταβλητής, δηλαδή του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών του Λονδίνου FTSE All-Share Index ( $R_{mt} - R_{ft}$ ). Η εξίσωση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης που χρησιμοποιήθηκε είναι η παρακάτω:

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + b_i * (R_{mt} - R_{ft}) + u_{it} \quad \text{Σχέση 5-4}$$



όπου

$R_{it}$	εξαρτημένη μεταβλητή, στην περίπτωση μας η απόδοση της μετοχής $i$ το χρονικό διάστημα $t$ .
$R_{ft}$	η απόδοση του αξιογράφου χωρίς κίνδυνο το χρονικό διάστημα $t$ .
$R_{mt}$	ανεξάρτητη-ερμηνευτική μεταβλητή, η απόδοση του γενικού δείκτη της χρηματιστηριακής αγοράς του Λονδίνου το χρονικό διάστημα $t$ .
$b_i$	ο συντελεστής βήτα της μετοχής $i$ μέτρο του συστηματικού της κινδύνου.
$u_{it}$	κατάλοιπα, το μη συστηματικό σφάλμα της μετοχής $i$ το χρονικό διάστημα $t$ .
$\alpha_i$	σταθερός όρος της μετοχής $i$ (τεταγμένη επί την αρχή).

Για να τρέξουμε την παλινδρόμηση στο EViews, αφού έχουμε εισάγει τα δεδομένα με τις υπεραποδόσεις, πληκτρολογούμε στο παράθυρο εντολών την εντολή: "**Is Y c X**". Όπου  $Y$  είναι η εξαρτημένη μεταβλητή και όπου  $X$  η ανεξάρτητη μεταβλητή. Την εντολή αυτή την εφαρμόζουμε σε κάθε μια από τις 30 μετοχές. Στο τέλος αποθηκεύουμε τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης. Παρακάτω κάνουμε τον έλεγχο των προϋποθέσεων της απλής γραμμικής παλινδρόμησης.

- **Έλεγχος αυτοσυσχέτισης**

Προκειμένου να εξακριβώσουμε την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης, εφαρμόζουμε το κριτήριο Lagrange-Multiplier και πιο συγκεκριμένα το Breusch - Godfrey Serial Correlation LM Test. Ο έλεγχος αυτός χρησιμοποιεί ως δεδομένα τα κατάλοιπα της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Γίνεται πολύ εύκολα και γρήγορα με το EViews ακολουθώντας με τη σειρά στα παράθυρα που περιέχουν τα αποτελέσματα των παλινδρομήσεων των 30 μετοχών τις παρακάτω επιλογές: "*View*", "*Residual Diagnostics*", "*Serial correlation LM test*" και στο παράθυρο που εμφανίζεται με το όνομα "*Lags Specification*" βάζουμε το επιθυμητό βαθμό αυτοσυσχέτισης στο πεδίο "*lags to include*" (εμείς καταχωρούμε 1). Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα του Godfrey Serial Correlation LM Test για τη μετοχή της εταιρείας "*Worthington Group PLC*".

Equation: EQ02_WRN Workfile: 1::Unti... - □ ×									
View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:									
F-statistic	1.185211	Prob. F(1,675)	0.2767						
Obs*R-squared	1.188392	Prob. Chi-Square(1)	0.2757						
Test Equation:									
Dependent Variable: RESID									
Method: Least Squares									
Date: 02/24/14 Time: 13:38									
Sample: 1/14/2000 1/04/2013									
Included observations: 678									
Presample missing value lagged residuals set to zero.									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-2.17E-06	0.002989	-0.000728	0.9994					
SER01_FTSE	-0.003363	0.116432	-0.028884	0.9770					
RESID(-1)	-0.041881	0.038470	-1.088674	0.2767					
R-squared	0.001753	Mean dependent var	-6.79E-17						
Adjusted R-squared	-0.001205	S.D. dependent var	0.077744						
S.E. of regression	0.077791	Akaike info criterion	-2.265168						
Sum squared resid	4.084719	Schwarz criterion	-2.245171						
Log likelihood	770.8918	Hannan-Quinn criter.	-2.257427						
F-statistic	0.592606	Durbin-Watson stat	1.958730						
Prob(F-statistic)	0.553172								

**Σχήμα 5.6: Godfrey Serial Correlation LM Test για την εταιρεία Worthington Group PLC**

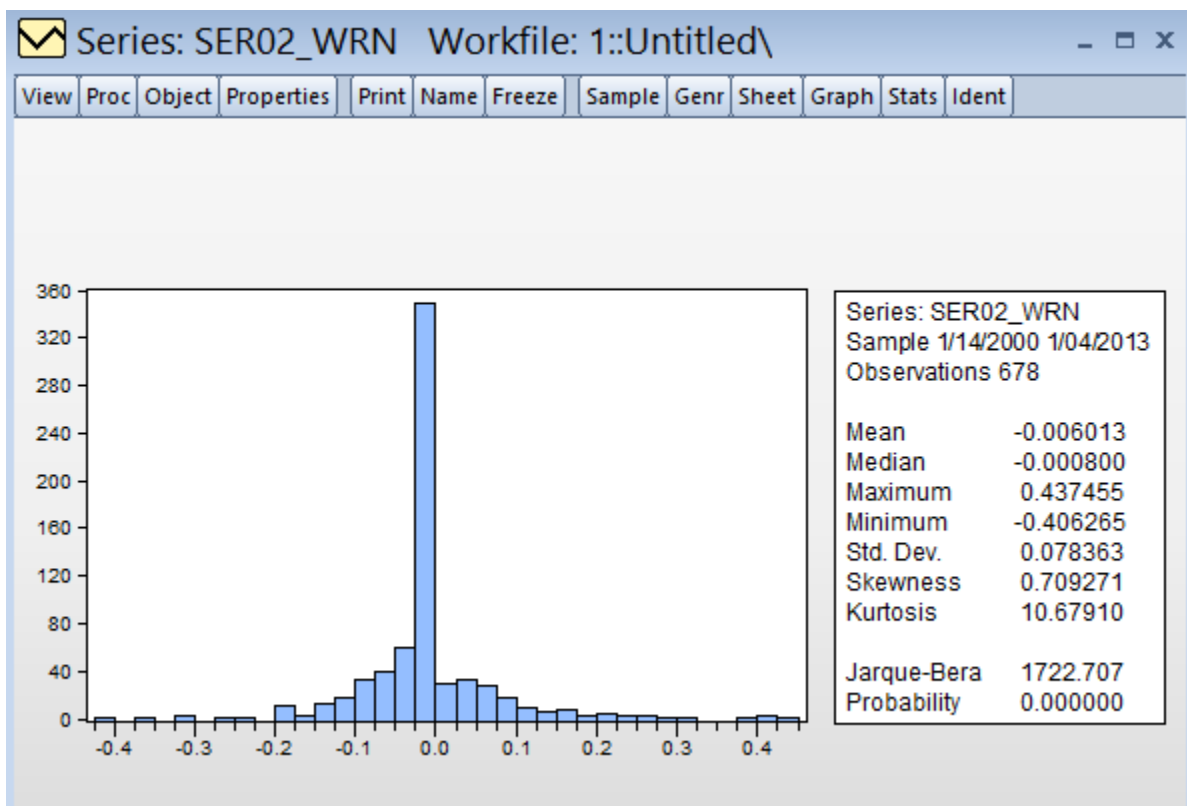
Επειδή η τιμή της πιθανότητας (Probability) δίπλα από το Obs\*R-squared είναι 0.2757, δηλαδή μεγαλύτερη από το 0.05 (διάστημα εμπιστοσύνης 95%), συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού.

Την ίδια διαδικασία ακολουθήσαμε και για τις υπόλοιπες μετοχές και τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το 40,00% των υπό εξέταση μετοχών των εταιρειών παρουσιάζουν πρόβλημα αυτοσυσχέτισης.

- Έλεγχος κανονικότητας της εξαρτημένης μεταβλητής

Για να εξετάσουμε την κανονικότητα της εξαρτημένης μεταβλητής θα εφαρμόσουμε στο EViews τον έλεγχο Jarque-Bera. Στην καρτέλα με τις τιμές των αποδόσεων των μετοχών επιλέγουμε: "View", "Descriptive Statistics & Stats", "Histogram and Stats"

Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα του Jarque-Bera Test για τη μετοχή της εταιρείας "Worthington Group PLC".



**Σχήμα 5.7: Jarque-Bera Test για την εταιρεία Worthington Group PLC**

Η τιμή της πιθανότητας (Probability) κάτω από την τιμή Jarque-Bera είναι 0,000000. Οπότε επειδή είναι μικρότερη από το 0.05 (διάστημα εμπιστοσύνης 95%), συμπεραίνουμε ότι η εξαρτημένη μεταβλητή δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Την ίδια διαδικασία ακολουθήσαμε και για τις υπόλοιπες μετοχές και τα αποτελέσματα έδειξαν ότι όλες οι μετοχές παρουσιάζουν πρόβλημα κανονικότητας.

- **Έλεγχος ετεροσκεδαστικότητας**

Θα χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο White με χρήση του προγράμματος EViews προκειμένου να ελέγξουμε αν παρουσιάζεται πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας. Στις καρτέλες με τα αποτελέσματα των παλινδρομήσεων των 30 μετοχών επιλέγουμε τα εξής: "View", "Residual Diagnostics", "Heteroskedasticity Tests", "White", "Include White cross terms". Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα του White Heteroskedasticity Test για τη μετοχή της εταιρείας "Worthington Group PLC".

Equation: EQ02_WRN Workfile: 1::Unti...									
View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Heteroskedasticity Test: White									
F-statistic	0.032156	Prob. F(2,675)	0.9684						
Obs*R-squared	0.064592	Prob. Chi-Square(2)	0.9682						
Scaled explained SS	0.313344	Prob. Chi-Square(2)	0.8550						
Test Equation:									
Dependent Variable: RESID^2									
Method: Least Squares									
Date: 02/27/14 Time: 10:19									
Sample: 1/14/2000 1/04/2013									
Included observations: 678									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	0.006084	0.000755	8.059362	0.0000					
SER01_FTSE	-0.004351	0.029938	-0.145333	0.8845					
SER01_FTSE^2	-0.079378	0.325228	-0.244069	0.8073					
R-squared	0.000095	Mean dependent var	0.006035						
Adjusted R-squared	-0.002867	S.D. dependent var	0.018868						
S.E. of regression	0.018895	Akaike info criterion	-5.095387						
Sum squared resid	0.240998	Schwarz criterion	-5.075391						
Log likelihood	1730.336	Hannan-Quinn criter.	-5.087646						
F-statistic	0.032156	Durbin-Watson stat	1.714705						
Prob(F-statistic)	0.968357								

**Σχήμα 5.8: White Heteroskedasticity Test για την εταιρεία Worthington Group PLC**

Επειδή η τιμή της πιθανότητας (Probability) δίπλα από το Obs\*R-squared είναι 0.9682 δηλαδή μεγαλύτερη από το 0.05 (διάστημα εμπιστοσύνης 95%), συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

Την ίδια διαδικασία ακολουθήσαμε και για τις υπόλοιπες μετοχές και τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το 36,67% των μετοχών παρουσιάζουν πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας.

- **Έλεγχος εξειδίκευσης**

Για να διερευνήσουμε την ύπαρξη σφαλμάτων εξειδίκευσης στο υπόδειγμά μας θα εφαρμόσουμε το Ramsey Reset Test με τη βοήθεια του οικονομετρικού προγράμματος EViews. Στις καρτέλες με τα αποτελέσματα των παλινδρομήσεων των 30 μετοχών

επιλέγουμε τα εξής: "View", "Stability Diagnostics", "Ramsey RESET Test" και στην επιλογή "Number of fitted terms" καταχωρούμε στο παράδειγμά μας 1. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα του Ramsey Reset Test για τη μετοχή της εταιρείας "Worthington Group PLC".

Equation: EQ02_WRN Workfile: 1::Unt... - □ ×				
View	Proc	Object	Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids	
Ramsey RESET Test				
Equation: EQ02_WRN				
Specification: SER02_WRN C SER01_FTSE				
Omitted Variables: Squares of fitted values				
	Value	df	Probability	
t-statistic	0.585949	675	0.5581	
F-statistic	0.343336	(1, 675)	0.5581	
Likelihood ratio	0.344775	1	0.5571	
F-test summary:				
	Sum of Sq.	df	Mean Squares	
Test SSR	0.002080	1	0.002080	
Restricted SSR	4.091892	676	0.006053	
Unrestricted SSR	4.089811	675	0.006059	
Unrestricted SSR	4.089811	675	0.006059	
LR test summary:				
	Value	df		
Restricted LogL	770.2971	676		
Unrestricted LogL	770.4695	675		
Unrestricted Test Equation:				
Dependent Variable: SER02_WRN				
Method: Least Squares				
Date: 02/27/14 Time: 10:53				
Sample: 1/14/2000 1/04/2013				
Included observations: 678				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.005051	0.003205	-1.575927	0.1155
SER01_FTSE	0.335388	0.141678	2.367255	0.0182
FITTED^2	-5.361224	9.149639	-0.585949	0.5581
R-squared	0.016234	Mean dependent var		-0.006013
Adjusted R-squared	0.013319	S.D. dependent var		0.078363
S.E. of regression	0.077839	Akaike info criterion		-2.263922
Sum squared resid	4.089811	Schwarz criterion		-2.243926
Log likelihood	770.4695	Hannan-Quinn criter.		-2.256181
F-statistic	5.569499	Durbin-Watson stat		2.046389
Prob(F-statistic)	0.003990			

Σχήμα 5.9: Ramsey RESET Test για την εταιρεία Worthington Group PLC

Επειδή η τιμή της πιθανότητας (Probability) δίπλα από το F-statistic είναι 0.5581 δηλαδή μεγαλύτερη από το 0.05 (διάστημα εμπιστοσύνης 95%), συμπεραίνουμε ότι η συνάρτησή μας δεν πάσχει από σφάλμα εξειδίκευσης.

Την ίδια διαδικασία ακολουθήσαμε και για τις υπόλοιπες μετοχές και τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το 40,00% των μετοχών παρουσιάζουν πρόβλημα εξειδίκευσης.

Συνοψίζοντας, το 40% των μετοχών παρουσιάζουν πρόβλημα αυτοσυσχέτισης, το 100% των μετοχών έχουν πρόβλημα κανονικότητας, το 36,67% των μετοχών παρουσιάζουν πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας και το 40% των μετοχών πάσχουν από σφάλμα εξειδίκευσης. Επομένως οι υποθέσεις της απλής γραμμικής παλινδρόμησης παραβιάζονται με αποτέλεσμα να αμφισβητείται η ισχύς του CAPM, αφού αυτό βασίζεται στην απλή γραμμική παλινδρόμηση. Επιβεβαιώνονται δηλαδή οι εμπειρικές μελέτες αρκετών ερευνητών που χαρακτηρίζουν το CAPM ουτοπικό, αφού οι παραπάνω υποθέσεις είναι εξαιρετικά σπάνιο να ισχύσουν ταυτόχρονα. Βέβαια εμείς θα τρέξουμε το υποδείγμα μας αλλά θα κρατήσουμε μια επιφυλακτική στάση ως προς την αξιοπιστία των εκτιμήσεών του.

Αξίζει να σημειώσουμε ότι η αναξιοπιστία του CAPM οδηγεί και στην αμφισβήτηση των προϋποθέσεων που αυτό στηρίζεται. Μια βασική προϋπόθεση του CAPM είναι η θεωρία της αποτελεσματικής αγοράς, σύμφωνα με την οποία όλοι οι επενδυτές έχουν επαρκή πληροφόρηση και έτσι δεν υπάρχει η δυνατότητα επίτευξης υπερκανονικών κερδών. Η μη επαλήθευση της ισχύς του CAPM από τα δεδομένα των 30 μετοχών που επιλέξαμε μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ορισμένοι επενδυτές με τη βοήθεια κάποιων άλλων ερμηνευτικών μεταβλητών θα μπορούσαν ίσως να εισπράξουν υπερκανονικά κέρδη, αφού δεν ισχύει η θεωρία της αποτελεσματικής αγοράς.

Για να τρέξουμε το υπόδειγμα του CAPM πληκτρολογούμε στο παράθυρο εντολών του EViews την εντολή: "*Is Y c X*". Όπου *Y* είναι η εξαρτημένη μεταβλητή και όπου *X* η ανεξάρτητη μεταβλητή. Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της απλής γραμμικής παλινδρόμησης του CAPM για την εταιρεία Worthington Group PLC.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.005727	0.002989	-1.915900	0.0558
SER01_FTSE	0.382661	0.116407	3.287272	0.0011

R-squared	0.015734	Mean dependent var	-0.006013
Adjusted R-squared	0.014278	S.D. dependent var	0.078363
S.E. of regression	0.077802	Akaike info criterion	-2.266363
Sum squared resid	4.091892	Schwarz criterion	-2.253032
Log likelihood	770.2971	Hannan-Quinn criter.	-2.261202
F-statistic	10.80616	Durbin-Watson stat	2.045974
Prob(F-statistic)	0.001064		

**Σχήμα 5.10: Εφαρμογή του CAPM για την εταιρεία Worthington Group PLC**

Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι ο συντελεστής βήτα της μετοχής της εταιρείας Worthington Group PLC είναι 0,382661, δηλαδή μικρότερος της μονάδας. Οπότε η μετοχή αυτή χαρακτηρίζεται αμυντική και προτιμητέα τις περιόδους που ο Γενικός Δείκτης FTSE βιώνει περιόδους απαισιοδοξίας, στις οποίες τα αμυντικά αξιόγραφα μετριάζουν την επίδραση του συστηματικού κινδύνου πάνω τους. Επίσης αξίζει να σχολιάσουμε τον συντελεστή επίδοσης Jensen που εκφράζει την απόκλιση της πραγματικής απόδοσης της μετοχής από τη θεωρητική απόδοση που υπολογίζεται με το CAPM. Ο εν λόγω συντελεστής είναι σχεδόν μηδέν ( $-0,005727$ ) και είναι στατιστικά ασήμαντος αφού  $Prob = 0,0558 > 0,05$ . Επομένως σύμφωνα με το συντελεστή Jensen η ισχύς της θεωρίας του CAPM είναι σημαντική. Από την άλλη μεριά ο συντελεστής R-squared, που δείχνει το βαθμό προσαρμογής της γραμμής της παλινδρόμησης στα δεδομένα μας, είναι πολύ μικρός (0,015734 ή 1,5734%), ενώ μια ικανοποιητική τιμή αυτού του συντελεστή είναι πάνω από 0,85 ή 85%. Πιο συγκεκριμένα ο συντελεστής R-squared μας δείχνει το ποσοστό του κινδύνου που εξηγείται από την παλινδρόμηση. Στο παράδειγμά μας έχουμε ότι μόνο το 1,5734% της απόδοσης της μετοχής *WRN* μπορεί να εξηγηθεί από την έκθεσή της στο κίνδυνο που μετρείται με το συντελεστή βήτα. Το υπόλοιπο 98,4266% της απόδοσης της μετοχής δεν σχετίζεται με τις κινήσεις του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών του Λονδίνου *FTSE All – Share Index*.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι συντελεστές βήτα και οι συντελεστές Jensen των 30 μετοχών που εξετάζουμε με τις αντίστοιχες πιθανότητές τους. Επίσης καταγράφουμε και τους συντελεστές R-squared.

Εταιρεία	Συντελεστής Βήτα	Πιθανότητα	Συντελεστής Jensen	Πιθανότητα	R-squared (%)
WRN-LN	0,382661	0,0011	-0,005727	0,0558	1,5734
WGB-LN	0,512056	0,0000	0,000394	0,8646	4,5801
VCP-LN	0,437279	0,0000	0,000179	0,9198	5,5775
ULVR-LN	0,543706	0,0000	0,000761	0,5216	17,0016
TRT-LN	0,602266	0,0006	-0,003520	0,4333	1,7250
RBS-LN	1,860727	0,0000	-0,001062	0,6341	40,4708
HSBA-LN	1,061281	0,0000	-0,000017	0,9871	49,9336
JESC-LN	1,076372	0,0000	0,001164	0,2876	48,5906
WKP-LN	0,564120	0,0000	-0,001381	0,4762	7,6621
AIS-LN	0,114036	0,0000	0,0000229	0,9740	2,4919
VER-LN	0,468766	0,0004	-0,009477	0,0055	1,8146
AMS-LN	0,303046	0,0004	0,000829	0,7050	1,8373
SBS-LN	0,613840	0,0000	-0,004025	0,2132	3,4035
SN.-LN	0,641228	0,0000	0,001401	0,3060	17,6704
SKP-LN	0,803637	0,0000	-0,006542	0,0632	4,8479
LRD-LN	1,478021	0,0000	0,000197	0,9347	26,9983
KIE-LN	0,796329	0,0000	0,001919	0,2146	20,5854
LTC-LN	0,226830	0,0005	0,000998	0,5494	1,777
MACF-LN	0,188422	0,0149	-0,002043	0,3028	0,8742
PNA-LN	0,343856	0,0002	-0,002761	0,2406	2,0441
ALL-LN	0,448721	0,0002	-0,001236	0,6860	2,06
BVM-LN	0,906428	0,0000	-0,001144	0,7223	7,1853
CCC-LN	0,923146	0,0000	-0,001527	0,5447	11,5793
IMG-LN	1,145344	0,0000	0,000146	0,9654	10,1851
SGE-LN	1,209151	0,0000	-0,000945	0,5866	32,1072
VOD-LN	0,873788	0,0000	-0,001007	0,4799	26,8378
BT.A-LN	0,900866	0,0000	-0,001930	0,2132	24,8308
CWC-LN	1,065373	0,0000	-0,003485	0,1308	17,2631
TEP-LN	0,455726	0,0000	0,003177	0,1814	3,4683
KCOM-LN	0,906704	0,0000	-0,003496	0,1740	10,8363

Πίνακας 5.10: Αποτελέσματα του CAPM για τις 30 εξεταζόμενες μετοχές



Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι μόνο οι 7 από τις 30 μετοχές έχουν συντελεστή βήτα μεγαλύτερο της μονάδας. Δηλαδή το 23,33% των μετοχών που εξετάζουμε χαρακτηρίζονται ως επιθετικές μετοχές, ενώ το υπόλοιπο 76,67% ως αμυντικές. Ακόμα όλοι οι συντελεστές βήτα είναι στατιστικά σημαντικοί, αφού για όλες τις αντίστοιχες πιθανότητες ισχύει ότι  $Prob < 0,05$ . Επίσης οι συντελεστές Jensen όλων των μετοχών είναι σχεδόν μηδέν και ταυτόχρονα στατιστικά ασήμαντοι, αφού για τις αντίστοιχες πιθανότητες ισχύει ότι  $Prob > 0,05$ . Συνεπώς εκπληρούνται δύο προϋποθέσεις, για να ισχύει το υπόδειγμα CAPM, δηλαδή όλοι συντελεστές βήτα είναι στατιστικά σημαντικοί και ταυτόχρονα όλοι οι συντελεστές Jensen είναι στατιστικά ασήμαντοι. Τέλος, καμιά μετοχή δεν έχει συντελεστή R-squared μεγαλύτερο από 85%, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι μετοχές δεν κινούνται όπως ο γενικός δείκτης του Χρηματιστηρίου Αξιών του Λονδίνου *FTSE All – Share Index*, δηλαδή παραβιάζεται η γραμμική ευθύγραμμη σχέση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και του *FTSE*.

#### 5.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ APT

Η Θεωρία του APT, όπως αναφέραμε και στο κεφάλαιο 4, παρουσιάζεται ως μια εναλλακτική και γενικευμένη εκδοχή του CAPM, σύμφωνα με την οποία η αντίδραση της απόδοσης μιας μετοχής δεν εξαρτάται μόνο από την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Αντίθετα, υπάρχουν και άλλοι συστηματικοί παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την απόδοση μιας μετοχής. Στην εργασία αυτή θα χρησιμοποιήσουμε μια τυπική εκδοχή του APT, σύμφωνα με την οποία οι παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την απόδοση μιας μετοχής είναι:

- **Consumer Price Index - CPI:** Δείκτης Τιμών Καταναλωτή, ο οποίος μετρά τη μεταβολή των τιμών για τα αγαθά λιανικής και τις υπηρεσίες συμπεριλαμβανομένων των τροφίμων και του φυσικού αερίου. Ο δείκτης τιμών καταναλωτή είναι ο βασικός δείκτης του πληθωρισμού για το Ηνωμένο Βασίλειο και χρησιμοποιείται από την Τράπεζα της Αγγλίας στη λήψη αποφάσεων για τα επιτόκια. Η αναφορά εντοπίζει τις αλλαγές στην τιμή ενός καλάθιού αγαθών και υπηρεσιών, που ένα τυπικό νοικοκυριό της Βρετανίας μπορεί να αγοράσει. Η αύξηση του δείκτη δείχνει ότι χρειάζονται περισσότερες Στερλίνες για την αγορά του ίδιου συνόλου βασικών καταναλωτικών αγαθών.<sup>26</sup>
- **Gross Domestic Product - GDP:** Ένας δείκτης για την ευρεία συνολική ανάπτυξη του Ηνωμένου Βασιλείου. Μία σημαντική αύξηση του ΑΕΠ του ΗΒ σηματοδοτεί ένα υψηλό

<sup>26</sup> <http://www.dailyfx.gr/fx/view/economic-calendar>

επίπεδο οικονομικής δραστηριότητας και επομένως μία μεγάλη ζήτηση για το νόμισμα. Η οικονομική ανάπτυξη προκαλεί επίσης ανησυχίες για πληθωριστικές πιέσεις, που συχνά οδηγούν τις νομισματικές αρχές στην αύξηση των επιτοκίων. Αυτό σημαίνει ότι οι θετικές ενδείξεις ΑΕΠ ωθούν γενικά σε άνοδο το συγκεκριμένο νόμισμα, ενώ οι αρνητικές ενδείξεις οδηγούν σε πτωτική κίνηση. Λόγω της χρονικής στιγμής της ανακοίνωσης της παρούσας έκθεσης και επειδή τα στοιχεία του ΑΕΠ είναι διαθέσιμα εκ των προτέρων, τα αποτελέσματα του ΑΕΠ είναι συνήθως αναμενόμενα. Αλλά με δεδομένο τη συνολική σημασία του, το ΑΕΠ έχει την τάση να επηρεάζει την αγορά μετά την ανακοίνωση επιβεβαιώνοντας ή όχι τις οικονομικές προσδοκίες. Μία σημαντική αύξηση του ΑΕΠ σηματοδοτεί ένα υψηλό επίπεδο δραστηριότητας που συνδέεται γενικά με μια υγιή οικονομία. Ωστόσο, η επέκταση της οικονομίας προκαλεί επίσης ανησυχίες για πληθωριστικές πιέσεις, που μπορεί να οδηγήσουν σε σύσφιξη της νομισματικής πολιτικής. Τα στοιχεία του ΑΕΠ αναφέρονται σε ποσοστό ρυθμού ανάπτυξης σε ετήσια βάση.<sup>27</sup>

- **Interest Rate *Int\_Rate*:** Το Επιτόκιο της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας (*Bank of England - BoE*). Ο έλεγχος των επιτοκίων είναι ο βασικός μηχανισμός καθορισμού της νομισματικής πολιτικής και η *BoE* επηρεάζει τα επιτόκια αλλάζοντας το «επιτόκιο μίας ημέρας» μέσω της αγοράς ή της πώλησης των κρατικών ομολόγων. Μείωση των επιτοκίων μπορεί να προκαλέσει οικονομική ανάπτυξη αλλά μπορεί να υποκινήσει και πληθωριστικές πιέσεις. Από την άλλη πλευρά, η αύξηση των επιτοκίων επιβραδύνει τον πληθωρισμό αλλά μπορεί να αναστείλει την ανάπτυξη. Η απόφαση των επιτοκίων έχει μια τεράστια επιρροή στις χρηματοπιστωτικές αγορές. Επειδή το επιτόκιο της *BoE* είναι ουσιαστικά το αντάλλαγμα προς τους επενδυτές για τη διακράτηση της στερλίνας, οι μεταβολές των επιτοκίων επηρεάζουν τη συναλλαγματική ισοτιμία της στερλίνας.<sup>28</sup>

Αφού τρέξουμε το μοντέλο, θα κρατήσουμε μόνο τους συστηματικούς παράγοντες που είναι στατιστικά σημαντικοί. Η εξίσωση της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης που χρησιμοποιήθηκε, είναι η παρακάτω:

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + b_{1i} * (R_{mt} - R_{ft}) + b_{2i} * CPI_t + b_{3i} * GDP_t + b_{4i} * Int\_Rate_t + u_{it} \text{ Σχέση 5-5}$$

όπου

$R_{it}$  εξαρτημένη μεταβλητή, στην περίπτωση μας η απόδοση της μετοχής  $i$  το χρονικό διάστημα  $t$ .

<sup>27</sup> <http://www.dailyfx.gr/fx/view/economic-calendar>

<sup>28</sup> <http://www.dailyfx.gr/fx/view/economic-calendar>

$R_{ft}$	η απόδοση του αξιογράφου χωρίς κίνδυνο το χρονικό διάστημα $t$ .
$\alpha_i$	σταθερός όρος της μετοχής $i$ (τεταγμένη επί την αρχή).
$b_{1i}$	η ευαισθησία του αξιογράφου $i$ στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς.
$R_{mt}$	ανεξάρτητη-ερμηνευτική μεταβλητή, η απόδοση του γενικού δείκτη της χρηματιστηριακής αγοράς του Λονδίνου το χρονικό διάστημα $t$ .
$b_{2i}$	η ευαισθησία του αξιογράφου $i$ στο Δείκτη Τιμών Καταναλωτή.
$CPI_t$	ανεξάρτητη-ερμηνευτική μεταβλητή, ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή το χρονικό διάστημα $t$ .
$b_{3i}$	η ευαισθησία του αξιογράφου $i$ στο Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν.
$GDP_t$	ανεξάρτητη-ερμηνευτική μεταβλητή, το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν το χρονικό διάστημα $t$ .
$b_{4i}$	η ευαισθησία του αξιογράφου $i$ στο Επιτόκιο της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας.
$Int\_Rate_t$	ανεξάρτητη-ερμηνευτική μεταβλητή, το Επιτόκιο της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας το χρονικό διάστημα $t$ .
$u_{it}$	κατάλοιπα, το μη συστηματικό σφάλμα της μετοχής $i$ το χρονικό διάστημα $t$ .

Για να τρέξουμε το υπόδειγμα του APT, πληκτρολογούμε στο παράθυρο εντολών του EViews την εντολή: "**ls X c A B C D**". Όπου **X** είναι η εξαρτημένη μεταβλητή και όπου **A, B, C, D** οι ανεξάρτητες μεταβλητές που αναφέραμε παραπάνω. Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης του APT για την εταιρεία Worthington Group PLC.

Equation: APT\_EQ02\_WRN Workfile: 1:...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: SER02\_WRN  
 Method: Least Squares  
 Date: 04/01/14 Time: 19:11  
 Sample: 1/14/2000 1/04/2013  
 Included observations: 678

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.006641	0.014063	-0.472229	0.6369
SER01_FTSE	0.368383	0.116955	3.149781	0.0017
CPI	10.51125	19.88508	0.528600	0.5973
GDP	9.405917	7.224289	1.301985	0.1934
INTEREST_RATE	-9.688011	9.396909	-1.030979	0.3029

R-squared	0.020173	Mean dependent var	-0.006013
Adjusted R-squared	0.014349	S.D. dependent var	0.078363
S.E. of regression	0.077799	Akaike info criterion	-2.262034
Sum squared resid	4.073438	Schwarz criterion	-2.228707
Log likelihood	771.8294	Hannan-Quinn criter.	-2.249132
F-statistic	3.463940	Durbin-Watson stat	2.054712
Prob(F-statistic)	0.008189		

**Σχήμα 5.11: Εφαρμογή του APT για την εταιρεία Worthington Group PLC**

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής βήτα που μετρά την ευαισθησία της μετοχής της εταιρείας *Worthington Group Plc* στο Γενικό Δείκτη FTSE παραμένει και στην εφαρμογή του APT μικρότερος της μονάδας. Οπότε η μετοχή χαρακτηρίζεται και πάλι αμυντική. Μάλιστα έχει ελαφρώς μικρότερη τιμή (0,368383) από την εφαρμογή του CAPM (0,382661). Επίσης, ο συντελεστής αυτός είναι και στατιστικά σημαντικός αφού  $Prob = 0,0017 < 0,05$ . Ακόμα, ο συντελεστής Jensen εκτός του ότι είναι σχεδόν μηδενικός (-0,006641), είναι και στατιστικά ασήμαντος, αφού έχει πιθανότητα ίση με 0,6369 που είναι μικρότερη του 0,05.

Οι συντελεστές που μετρούν την ευαισθησία της απόδοσης της μετοχής απέναντι στους συστηματικούς παράγοντες *CPI* και *GDP* είναι θετικοί αριθμοί (10,51125 και 9,405917 αντίστοιχα), δηλώνοντας έτσι καταρχήν μια θετική επιρροή στη μετοχή. Όμως είναι στατιστικά ασήμαντοι, αφού οι πιθανότητες τους είναι 0,5973 και 0,1934. Επομένως δεν υπάρχει λόγος να τους κρατήσουμε στο μοντέλο μας, αφού η τιμή τους γίνεται πρακτικά μηδενική. Επιπλέον ο συντελεστής του συστηματικού παράγοντα *Int\_Rate* είναι αρνητικός αριθμός (-9,688011) και στατιστικά ασήμαντος.

Το θετικό πλεονέκτημα του μοντέλου APT έναντι του CAPM στη συγκεκριμένη περίπτωση φαίνεται στο συντελεστή R-squared, ο οποίος από 0,015734 (1,5734%) στο CAPM

έγινε 0,020173 (2,0173%) στο APT. Φυσικά δεν είναι μεγάλη η διαφορά ούτε ικανοποιητική η τιμή, αφού ο βαθμός προσαρμογής της γραμμής της παλινδρόμησης στα δεδομένα μας, για να είναι σημαντικός, πρέπει ο εν λόγω συντελεστής να είναι πάνω από 85%. Παρόλα αυτά η αύξηση του R-squared που επετεύχθη στο υπόδειγμα APT δείχνει ότι όταν λαμβάνονται υπόψη περισσότεροι συστηματικοί παράγοντες, τότε αυξάνεται και το ποσοστό του κινδύνου που εξηγείται από την παλινδρόμηση.

Οι δύο παρακάτω πίνακες περιέχουν τα αποτελέσματα του APT για τις 30 εξεταζόμενες μετοχές. Πιο συγκεκριμένα ο Πίνακας 5.11 περιλαμβάνει τους συντελεστές βήτα που μετρούν την ευαισθησία των 30 μετοχών στο Γενικό δείκτη FTSE και τους συντελεστές Jensen με τις αντίστοιχες πιθανότητες τους. Επίσης, καταγράφονται και οι συντελεστές R-squared. Ο Πίνακας 5.12 έχει τους συντελεστές βήτα των άλλων ερμηνευτικών μεταβλητών CPI, GDP, Int\_Rate με τις αντίστοιχες πιθανότητές τους.

Εταιρεία	$b_{FTSE_i}$	Πιθανότητα	Συντελεστής Jensen	Πιθανότητα	R-squared (%)
WRN-LN	0,368383	0,0017	-0,006641	0,6369	2,0173
WGB-LN	0,490723	0,0000	0,008672	0,4233	5,6161
VCP-LN	0,425332	0,0000	0,004860	0,5610	6,1222
ULVR-LN	0,544676	0,0000	-0,0000438	0,9938	17,0073
TRT-LN	0,579742	0,0010	0,038349	0,0696	2,3950
RBS-LN	1,841587	0,0000	0,023118	0,0274	41,3296
HSBA-LN	1,064225	0,0000	0,003695	0,4544	50,1861
JESC-LN	1,074469	0,0000	0,002567	0,6186	48,6206
WKP-LN	0,545092	0,0000	0,003568	0,6931	9,4946
AIS-LN	0,105055	0,0001	0,006549	0,0467	4,5590
VER-LN	0,458683	0,0006	0,025479	0,1114	2,7105
AMS-LN	0,310692	0,0003	-0,020760	0,0436	2,7435
SBS-LN	0,599252	0,0000	-0,000801	0,9580	3,8490
SN.-LN	0,642286	0,0000	0,006185	0,3373	17,9531
SKP-LN	0,774650	0,0000	0,013164	0,4254	5,6898
LRD-LN	1,457584	0,0000	0,009082	0,4204	27,6817
KIE-LN	0,791667	0,0000	0,003769	0,6047	20,7595
LTC-LN	0,216110	0,0010	0,008140	0,2992	2,2476
MACF-LN	0,180211	0,0205	0,007404	0,4279	1,0934
PNA-LN	0,358926	0,0001	-0,004157	0,7069	2,6458
ALL-LN	0,439697	0,0003	-0,000727	0,9597	2,3387
BVM-LN	0,888435	0,0000	0,010072	0,5063	7,5001
CCC-LN	0,905930	0,0000	0,018754	0,1131	12,4478
IMG-LN	1,129811	0,0000	0,007340	0,6422	10,7520

<b>SGE-LN</b>	1,210259	0,0000	-0,004789	0,5582	32,3124
<b>VOD-LN</b>	0,874768	0,0000	-0,006944	0,3012	26,9756
<b>BT.A-LN</b>	0,893411	0,0000	-0,003117	0,6688	25,3704
<b>CWC-LN</b>	1,071668	0,0000	-0,016956	0,1185	17,4850
<b>TEP-LN</b>	0,460008	0,0000	-0,004274	0,7026	3,5988
<b>KCOM-LN</b>	0,883097	0,0000	0,016051	0,1825	12,0801

**Πίνακας 5.11: Συντελεστές  $b_{FTSE_i}$ , Jensen, R-squared με αντίστοιχες πιθανότητες από την εφαρμογή του μοντέλου APT**

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι οι 7 από τις 30 μετοχές έχουν συντελεστή  $b_{FTSE_i}$  μεγαλύτερο της μονάδας. Δηλαδή, το 23,33% των μετοχών που εξετάζουμε χαρακτηρίζονται ως επιθετικές μετοχές ως προς την ευαισθησία τους στο Γενικό Δείκτη FTSE, ενώ το υπόλοιπο 76,67% χαρακτηρίζονται ως αμυντικές. Ακόμα όλοι οι παραπάνω συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί, αφού για όλες τις αντίστοιχες πιθανότητες ισχύει ότι  $Prob < 0,05$ . Επίσης οι συντελεστές Jensen όλων των μετοχών είναι περίπου μηδενικοί και στατιστικά ασήμαντοι εκτός από 3, που έχουν πιθανότητα μικρότερη από 0,05, οπότε και χαρακτηρίζονται στατιστικά σημαντικοί. Τέλος, καμιά μετοχή δεν έχει συντελεστή R-squared μεγαλύτερο από 85%, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι χρονολογικές σειρές των μετοχών δεν ερμηνεύονται ικανοποιητικά από το μοντέλο APT.

Εταιρεία	$b_{CPI_i}$	Πιθανότητα	$b_{GDP_i}$	Πιθανότητα	$b_{Int\_Rate_i}$	Πιθανότητα
<b>WRN-LN</b>	10,51125	0,5873	9,405917	0,1934	-9,688011	0,3029
<b>WGB-LN</b>	-0,886014	0,9539	9,405377	0,0912	-15,93928	0,0279
<b>VCP-LN</b>	-5,008507	0,6717	6,746623	0,1164	-6,713359	0,2296
<b>ULVR-LN</b>	0,883500	0,9111	-0,257561	0,9286	0,736576	0,8439
<b>TRT-LN</b>	-62,63928	0,0361	-4,440340	0,6822	-19,50267	0,1670
<b>RBS-LN</b>	-38,56973	0,0093	3,274413	0,5424	-12,30292	0,0784
<b>HSBA-LN</b>	-8,358799	0,2315	-3,593551	0,1569	1,526901	0,6436
<b>JESC-LN</b>	-2,456045	0,7362	0,935530	0,7240	-0,905229	0,7928
<b>WKP-LN</b>	-9,749384	0,4458	14,07555	0,0025	-7,279592	0,2284
<b>AIS-LN</b>	-9,332680	0,0450	3,756118	0,0264	-5,305473	0,0160
<b>VER-LN</b>	-44,12146	0,0513	-13,79922	0,0933	-17,10581	0,1097
<b>AMS-LN</b>	35,84430	0,0138	4,422567	0,4021	6,793430	0,3225
<b>SBS-LN</b>	8,339528	0,6980	5,998363	0,4425	-12,90854	0,2040
<b>SN.-LN</b>	-10,70796	0,2402	-2,348161	0,4793	0,907686	0,8335
<b>SKP-LN</b>	-27,94228	0,2317	12,82811	0,1308	-16,84250	0,1272
<b>LRD-LN</b>	-10,63485	0,5046	11,30723	0,0511	-11,33810	0,1325
<b>KIE-LN</b>	-4,017653	0,6963	3,306519	0,3767	-1,610139	0,7406

<b>LTC-LN</b>	-9,101981	0,4116	4,482309	0,2658	-6,697511	0,2012
<b>MACF-LN</b>	-10,20774	0,4395	0,297019	0,9506	-7,538941	0,2272
<b>PNA-LN</b>	-3,451310	0,8253	-10,00145	0,0786	8,790852	0,2343
<b>ALL-LN</b>	9,169879	0,6523	3,933875	0,5948	-8,488433	0,3776
<b>BVM-LN</b>	-12,64279	0,5552	7,453199	0,3384	-11,77771	0,2449
<b>CCC-LN</b>	-15,81259	0,3445	-1,772782	0,7704	-19,08253	0,0160
<b>IMG-LN</b>	6,490016	0,7714	3,192240	0,6940	-16,35857	0,1215
<b>SGE-LN</b>	10,47565	0,3652	-0,383954	0,9272	-0,933750	0,8643
<b>VOD-LN</b>	10,21724	0,2821	2,037631	0,5548	1,267043	0,7777
<b>BT.A-LN</b>	9,107863	0,3767	4,388600	0,2408	-6,130552	0,2083
<b>CWC-LN</b>	20,50287	0,1818	2,110243	0,7050	5,743583	0,4284
<b>TEP-LN</b>	13,24384	0,4028	-0,149574	0,9792	2,523641	0,7358
<b>KCOM-LN</b>	-10,88480	0,5224	2,707727	0,6614	-23,20160	0,0040

**Πίνακας 5.12: Συντελεστές των ερμηνευτικών μεταβλητών CPI, GDP, Int\_Rate με τις αντίστοιχες πιθανότητες από την εφαρμογή του APT**

Από τον Πίνακα 5.12 παρατηρούμε ότι 11 από τις 30 μετοχές έχουν θετικούς συντελεστές  $b_{CPI_i}$  που σημαίνει ότι υπάρχει θετική σχέση του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή με τις αποδόσεις αυτών των μετοχών. Οι άλλες 19 έχουν αρνητικούς συντελεστές  $b_{CPI_i}$ . Όμως, μόνο 4 από τις μετοχές αυτές έχουν στατιστικά σημαντικούς συντελεστές  $b_{CPI_i}$ , πράγμα που σημαίνει ότι μόνο για αυτές τις 4 μετοχές έχει νόημα να κρατήσουμε το Δείκτη Τιμών Καταναλωτή ως συστηματικό παράγοντα στο μοντέλο μας.

Επίσης, 21 από τις 30 μετοχές έχουν θετικούς συντελεστές  $b_{GDP_i}$ , οπότε και θετική ευαισθησία ως προς το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν του Ηνωμένου Βασιλείου. Στατιστικά σημαντικοί συντελεστές με  $Prob < 0,05$  είναι μόνο 2, που σημαίνει ότι για τις άλλες 28 μετοχές είναι ανούσιο να κρατήσουμε στο μοντέλο μας ως συστηματικό παράγοντα το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν.

Τέλος, 8 από τις 30 μετοχές που εξετάζουμε έχουν θετική ανταπόκριση στα Επιτόκια της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας, αφού έχουν θετικούς συντελεστές  $b_{Int\_Rate_i}$ . Οι υπόλοιπες 22 αντιδρούν αρνητικά στις κινήσεις των Επιτοκίων. Όμως μόνο για 4 από τις 30 μετοχές θα κρατήσουμε τα Επιτόκια της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας ως συστηματικό παράγοντα του μοντέλου μας, διότι μόνο για 4 μετοχές οι αντίστοιχοι συντελεστές  $b_{Int\_Rate_i}$  είναι στατιστικά σημαντικοί.

## 5.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Συνοψίζοντας, αν συγκρίνουμε τους συντελεστές R-squared των μετοχών μεταξύ των μοντέλων CAPM και APT (τελευταία στήλη του Πίνακα 5.10 και του Πίνακα 5.11) θα δούμε πως οι συντελεστές αυξήθηκαν με την εφαρμογή του υποδείγματος APT. Μπορεί βέβαια η αύξηση αυτή να μην είναι ικανοποιητική, ώστε το R-squared να γίνει πάνω από 85% και να έχουμε έτσι ένα σημαντικό βαθμό προσαρμογής της γραμμής της παλινδρόμησης στα δεδομένα μας. Όμως φαίνεται ξεκάθαρα ότι το πολυμεταβλητό υπόδειγμα, επειδή λαμβάνει περισσότερους παράγοντες υπόψη του, ερμηνεύει καλύτερα τις χρονολογικές σειρές των μετοχών.

Συγκρίνοντας τους συντελεστές Jensen των μετοχών μεταξύ των υποδειγμάτων CAPM και APT βλέπουμε ότι και στα δύο μοντέλα οι συντελεστές αυτοί είναι σχεδόν μηδενικοί και στατιστικά ασήμαντοι με 3 «παραφωνίες» στο APT, όπου παρότι και οι 3 αυτοί συντελεστές είναι σχεδόν μηδέν, εν τούτοις είναι στατιστικά σημαντικοί. Επομένως, με κριτήριο τους συντελεστές Jensen, η ισχύς των δύο υποδειγμάτων είναι σημαντική, ενώ πιο ικανοποιητική ακόμα εμφανίζεται η ερμηνεία των χρονολογικών σειρών με το μοντέλο CAPM.

Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς που αντιπροσωπεύεται από το Γενικό Δείκτη FTSE και στα δύο μοντέλα παίζει πρωταγωνιστικό ρόλο, αφού οι αντίστοιχοι συντελεστές είναι όλοι στατιστικά σημαντικοί. Επίσης, οι μετοχές που ήταν επιθετικές ως προς τον FTSE στο υπόδειγμα CAPM, παρέμειναν επιθετικές και στο υπόδειγμα APT. Αντίστοιχα, το ίδιο έγινε και για τις αμυντικές μετοχές.

Ο σκοπός ενός πολυμεταβλητού υποδείγματος όπως του APT είναι η προσπάθεια της καλύτερης αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων από ένα μονομεταβλητό υπόδειγμα όπως είναι το CAPM μέσω της αύξησης των συστηματικών παραγόντων, που μπορούν ίσως να επηρεάσουν τις αποδόσεις των αξιογράφων. Εάν όμως μέσα από την εφαρμογή των παλινδρομήσεων οι συντελεστές βήτα των συστηματικών παραγόντων είναι στατιστικά ασήμαντοι, τότε δεν υπάρχει λόγος να κρατήσουμε στο μοντέλο μας αυτούς τους παράγοντες, γιατί η τιμή των συντελεστών τους καθίσταται πρακτικά μηδενική. Για τα συγκεκριμένα ιστορικά δεδομένα των 30 μετοχών που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή τη διπλωματική εργασία, η εφαρμογή του APT έδειξε ότι στατιστικά σημαντικοί παράγοντες, εκτός του Γενικού Δείκτη FTSE που είναι στατιστικά σημαντικός και για τις 30 μετοχές, μπορούν να σταθούν ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή, το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν και το Επιτόκιο της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας αλλά όχι και για τις 30 μετοχές. Πιο συγκεκριμένα ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή (CPI) είναι στατιστικά σημαντικός μόνο για 4 από τις 30 εξεταζόμενες μετοχές (μετοχές των εταιρειών TRT, RBS, AIS, AMS). Το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν είναι στατιστικά σημαντικός παράγοντας μόνο για δύο μετοχές (μετοχές των εταιρειών WKP και AIS). Το Επιτόκιο της Κεντρικής Τράπεζας της Αγγλίας είναι σημαντικό μόνο για 4 από τις 30 μετοχές (μετοχές των εταιρειών WGB, AIS, CCC, KCOM). Αξίζει εδώ να σημειώσουμε ότι για την μετοχή της εταιρείας



*Alternative Investment Strategies* και οι 4 συστηματικοί παράγοντες (*FTSE, CPI, GDP, Int\_Rate*) του μοντέλου APT που εφαρμόσαμε είναι στατιστικά σημαντικοί.

Μερικές προτάσεις για περαιτέρω έρευνα είναι οι παρακάτω:

- Εφαρμογή των μοντέλων CAPM και APT στα χαρτοφυλάκια των αποδοτικών συνόρων, που κατασκευάστηκαν στην παράγραφο 5.2 για εξαγωγή συμπερασμάτων.
- Δημιουργία χαρτοφυλακίων μετοχών και από άλλες εταιρείες, που δραστηριοποιούνται σε διαφορετικούς κλάδους της οικονομίας της Αγγλίας εκτός από τις 30 που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτήν τη διπλωματική εργασία και μετέπειτα εφαρμογή των μοντέλων CAPM και APT στα υπό μελέτη χαρτοφυλάκια. Όσο θα αυξάνονται οι μετοχές σε ένα χαρτοφυλάκιο, σίγουρα θα βελτιώνονται οι συντελεστές που ερμηνεύουν την επιτυχία της παλινδρόμησης, όπως για παράδειγμα ο συντελεστής R-squared. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ο μεγαλύτερος συντελεστής R-squared που υπολογίσαμε στο μοντέλο CAPM ήταν 49,9336% (μετοχή της εταιρείας HSBA) και ο μικρότερος ήταν 1,0934% (μετοχή της εταιρείας MACF). Με κατασκευή χαρτοφυλακίου που περιείχε και τις 30 υπό εξέταση μετοχές με ποσοστό συμμετοχής 1/30 η κάθε μία, ο συντελεστής R-squared του χαρτοφυλακίου αυτού ήταν 58,2379%.
- Διερεύνηση και άλλων συστηματικών παραγόντων που μπορούν να επηρεάσουν τις αποδόσεις των μετοχών και μετέπειτα εφαρμογή του πολυμεταβλητού υποδείγματος APT για αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική

- Αλεξάκης Χ., (2003), Χρηματιστήριο: Το «παιχνίδι» της λογικής και της παρόρμησης, Εκδόσεις Κριτική.
- Ανοιχτό MBA, (2007), Τα μυστικά της διοίκησης επιχειρήσεων, Επιμέλεια έκδοσης: Στάγκος Μιχάλης - Κυδωνιάτης Φαίδων, Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα.
- Αποστολόπουλος Ι., (2007) Ειδικά Θέματα Χρηματοδοτικής Διοικήσεως, Εκδόσεις Α. Σταμούλη.
- Γεωργιάδης Ν., (2005) Ο Συντελεστής "Beta" μιας Μετοχής, Investment Research & Analysis Journal - [www.iraj.gr](http://www.iraj.gr), Value Invest - [www.valueinvest.gr](http://www.valueinvest.gr).
- Θερίου Ν., Σπυρίδης Θ., «Το Μοντέλο Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και η Υπόθεση Αποτελεσματικότητας της Αγοράς», Ελληνικό Στατιστικό Ινστιτούτο, Πρακτικά 18ου Πανελληνίου Συνεδρίου Στατιστικής (2005), σελ. 149-158.
- Μιχαηλίδης Γ., (2009) «Η Ανάλυση της Ελληνικής Χρηματιστηριακής Αγοράς υπό το Πρίσμα της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου», Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, Οικονομικών και Κοινωνικών Επιστημών, Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής.
- Σαββάκης Γ., «Επιλέγοντας μετοχές με εργαλείο το συντελεστή βήτα», TRADERS ([www.traders-mag.gr](http://www.traders-mag.gr)), No. 2. (Φεβρουάριος 2013), σελ. 34-36.

### Ξενόγλωσση

- Bansal R., Viswanathan S., «No Arbitrage and Arbitrage Pricing: A New Approach», The Journal of Finance, Vol. 48, No. 4 (Sep., 1993), 1231-1262.
- Banz R., «The Relationship Between Returns and Market Value of Common Stocks», Journal of Financial Economics 9 (1981) 3-18.
- Black F., Litterman R., «Global portfolio optimization», Financial Analysts Journal, 48, 5 (Sep/Oct 1992), pg. 28.
- Bodie Z., Kane A. and Marcus A., (2005), Investments, Mc Graw - Hill, International Edition (Sixth Edition).
- Breeden D., «An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities», Journal of Financial Economics 7 (1979) 265-296.
- Breeden D., Gibbons M., Litzenberger R., «Empirical Tests of the Consumption-Oriented CAPM», The Journal of Finance, Vol XLIV, No 2 (Jun., 1989).

- Chan K., Chen N-F., David Hsieh, «An exploratory investigation of the firm size effect», *Journal of Financial Economics* 14 (1985), 451-471.
- Chen N-F., «Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing», *The Journal of Finance*, Vol. XXXVIII, No 5 (December 1983).
- Chen N-F., Roll R., Ross S., «Economic Forces and the Stock Market», *The Journal of Business*, Vol. 59, No 3 (Jul. 1986), 383-403.
- Chen N-F., «Financial Investment Opportunities and the Macroeconomy», *The Journal of Finance*, Vol XLVI, No 2 (Jun., 1991).
- Fama E.F., «Efficient Capital Markets: II», *The Journal of Finance*, Vol 46, No 5 (Dec., 1991), pp. 1575-1617.
- Fama E.F., French K.R., "The Cross-Section of Expected Stock Returns", *THE JOURNAL OF FINANCE*, VOL XLVII, NO 2 (JUNE 1992).
- Fama E.F., French K.R., "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds", *Journal of Financial Economics* 17 (1993), pp. 3-56.
- Fama E.F., MacBeth J.D., «Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests», *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No 3 (May-Jun., 1973), pp. 607-636.
- Gable, J.E. , & Lytton, R.H. (1999) *Financial Risk Tolerance Revisited: the development of a risk assessment instrument*. *Financial Service Review*, 8, 163-181.
- Graeme W., (2006), «An introduction to Modern Portfolio Theory: Markowitz, CAP-M, APT and Black-Litterman», *Financial Modelling Agency*.
- Holden C., (2008), «Excel Modeling and Estimation in Investments», *The Prentice Hall Series in Finance*, Third Edition.
- Levy H., Markowitz H., «Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance», *The American Economic Review*, Vol. 69, No 3 (Jun., 1979), 308-317.
- Litterman, B., «Modern Investment Management: an equilibrium approach», *Wiley Finance*, Quantitative Resources Group, Goldman Sachs Asset Management (2003).
- Markowitz H., «Portfolio Selection», *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91.
- Markowitz H., «The optimization of a quadratic function subject to linear constraints», *Naval Research Logistics Quarterly* 3 (1956).
- Markowitz H., «Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments», *John Wiley & Sons (New York), Chapman & Hall (London)*, 1959.
- Markowitz H., «Foundation of Portfolio Theory», *Journal of Finance*, Volume 46, Issue 2 (Jun., 1991), pp. 469-477.
- Merton R., «An Intertemporal Capital Asset Pricing Model», *Econometrica*, Vol 41, No 5 (Sep., 1973), pp. 867-887.

- Ministry of Justice. «Plan for Growth: Promoting the UK's Legal Services Sector». Ministry of Justice. Retrieved 31 March 2013.
- Mukherji S., «The Capital Asset Pricing Model's Risk-Free Rate», The International Journal of Business and Finance Research, Volume 5, Number 2, 2011.
- Office for National Statistics. «Index of Services, April 2013». Office for National Statistics. 26 April 2006. Retrieved 13 August 2013.
- Office for National Statistics. «Labour Market Statistics, September 2013». Office for National Statistics. Retrieved 11 September 2013.
- Office for National Statistics. «Public Sector Finances, March 2013». Office for National Statistics. Retrieved 6 June 2013.
- PricewaterhouseCoopers. «The future of UK manufacturing: Reports of its death are greatly exaggerated». PricewaterhouseCoopers. Retrieved 25 April 2011.
- Rabin M., «Risk Aversion and Expected-Utility Theory: A Calibration Theorem», Department of Economics, University of California - Berkeley, May 29, 1999.
- Roll R., Ross S., «An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory», The Journal of Finance, Vol. 35, No 5 (Dec., 1980), 1073-1103.
- Roll R., Ross S., «Regulation, the Capital Asset Pricing Model, And the Arbitrage Pricing Theory», Public Utilities Fortnightly, May 26, 1983.
- Ross S., Westerfield R. and Jaffe J., (2005), Corporate Finance, Mc Graw - Hill, Seventh Edition.
- Ross S., «The Arbitrage Theory of Asset Pricing», Journal of Economic Theory 13, 341-360 (December 1976).
- Shanken J., «The Arbitrage Pricing Theory: Is it Testable?», Journal of Finance, Vol 37, Issue 5 (Dec., 1982), 1129-1140.
- Sharpe, W.F., «A simplified model for portfolio analysis», Management Science, Vol 9, No 2 (Jan., 1963), pp. 277-293.
- Sharpe, W.F., «Capital asset prices - a theory of market equilibrium under conditions of risk», Journal of Finance, Vol XIX, No 3 (Sep., 1964), pp. 425-442.
- Tsolakis J., «A perspective on the legal market», Royal Bank of Scotland (March 2012).

## ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

- <http://www.euretirio.com/2010/06/xartofylakio-portfolio.html>
- [http://www.dailyfx.gr/fx/view\\_list/trading\\_course/2012-01-26/12590](http://www.dailyfx.gr/fx/view_list/trading_course/2012-01-26/12590)
- <http://isotimia.info/charttypes.html>
- <http://njaes.rutgers.edu/money/riskquiz>

- [http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1\\_%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82\\_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD\\_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD\\_\(CAPM\)](http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1_%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD_(CAPM))
- [http://en.wikipedia.org/wiki/Arbitrage\\_pricing\\_theory](http://en.wikipedia.org/wiki/Arbitrage_pricing_theory)
- [http://en.wikipedia.org/wiki/Fama%E2%80%93French\\_three-factor\\_model](http://en.wikipedia.org/wiki/Fama%E2%80%93French_three-factor_model)
- [http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%BF%CF%83%CE%B7\\_\(%CE%BF%CE%B9%CE%BA%CE%BF%CE%BD%CE%BF%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CE%AC\)](http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%BF%CF%83%CE%B7_(%CE%BF%CE%B9%CE%BA%CE%BF%CE%BD%CE%BF%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CE%AC))
- [http://en.wikipedia.org/wiki/Economy\\_of\\_the\\_United\\_Kingdom](http://en.wikipedia.org/wiki/Economy_of_the_United_Kingdom)
- [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_countries\\_by\\_GDP\\_\(nominal\)#cite\\_note-CIA-1](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_GDP_(nominal)#cite_note-CIA-1)
- [http://en.wikipedia.org/wiki/Purchasing\\_power\\_parity](http://en.wikipedia.org/wiki/Purchasing_power_parity)
- <http://en.wikipedia.org/wiki/GDP>
- <http://www.euretirio.com/2010/06/isodynamia-agorastikis-dynamis.html>
- [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_countries\\_by\\_exports#cite\\_note-1](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_exports#cite_note-1)
- [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_countries\\_by\\_imports#cite\\_note-WTO-1](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_imports#cite_note-WTO-1)
- <http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/+/http://www.bis.gov.uk/policies/business-sectors/biotechnology-pharmaceuticals-and-healthcare/pharmaceutical>
- <http://www.imf.org/External/np/sta/cofer/eng/index.htm>
- [http://www.economywatch.com/world\\_economy/united-kingdom/?page=full](http://www.economywatch.com/world_economy/united-kingdom/?page=full)
- <http://www.bbc.co.uk/news/10613201>
- <http://www.bankofengland.co.uk/boeapps/iadb/index.asp?Travel=NixIRx&levels=1&XNotes=Y&G0Xtop.x=28&G0Xtop.y=9&C=C6S&C=5TU&C=RD&C=DTA&C=DU2&C=DUS&C=DVI&XNotes2=Y&Nodes=X4051X4052X4053X4058&SectionRequired=I&HideNums=-1&ExtraInfo=true#BM>